中華留日帝國大學理科同學會

理 科 論 叢

第一卷　第一期

本 期 要 目

國立編譯館圖
藏書

中華民國二十五年七月出版

四曲線羣與四平行直線羣之位相關聯

孫澤瀛

I. 有兩曲線羣，其一之曲線與他一羣之曲線僅交於一點時，稱此兩曲線羣爲二次曲線網(Net). 三曲線羣，由每一羣各抽出一線，此三曲線恆交於一點時，稱此三曲線羣爲三次曲線網(3－web). 此外四次曲線網(4－web)以及一般之n次曲線網(n－web)，同樣定義之。

三次曲線網由一位相變換(Topological trausformation)可變爲三平行線羣，已由 Thomsen 與 Blaschke 二人之研究而求出其條件

G.Thomsen, un teorema topologico……

Bolletino dell'unione Matematica Italina, 6 (1927)

W.Blaschke, Topologische Fragen der Diff. geom. I.

Math, zeit. 28 (1928) .

四次曲線網以及一般之n次曲線網以一位相變換變爲四平行線羣及 n 平行線羣之條件，則由 Mayrhofer 尋出。

K.Mayrhofer, Topologische Fragen der Diff geom. III.

Math zeit 28 (1928) .

茲篇之目的，仍在求同一位相變換下四次曲線網及 n次曲線網變爲平行直線羣之條件，所得之結果，外觀雖與 Mayrhofer 之條件略異，然考諸其實，則完全相合。

2. 在未述定理之前，須先明瞭六角形的三次曲線網(hexagonal 3－web)之意義；由三次曲線網中之曲線所作成之六角形常爲關閉時，稱此三次曲線網爲六角形的三次曲線網，此種三次曲線網，由 Thomsen 及 Blaschke 所證明之事實，常可以一位相變換變爲三平行直線羣。

北京圖書館藏書

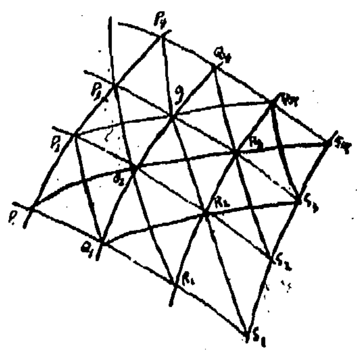
627201

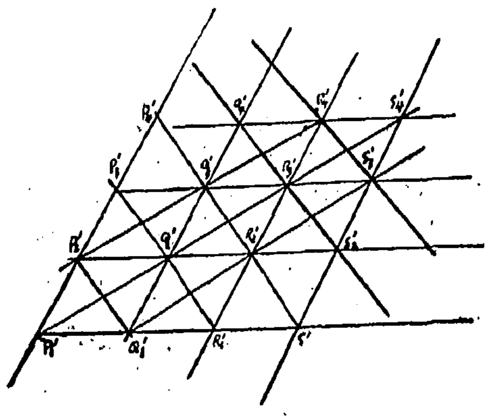
定理I 四次曲線網以一位相變換變為四平行線羣之必要與充分條件為此四次曲線網所成之兩個三次曲線網各為六角形的；

此兩個三次曲線網含有共同之二次曲線網；

此等三次曲線網所成之任意二同心六角形 (Concentric hexagons)，若充分小時，在每一共同曲線上有兩個共同之頂點(Vertices)。

證明 條件之為必要，甚為顯明，茲不多述，所須證明者，乃充分耳。





設一六角形的三次曲線網已由一位相變換變為三平行線羣（如圖），如能證明此外之第四曲線羣亦變為第四之平行線羣，則吾人之目的，可謂達到。

今假定 $Q_1P_2P_3Q_3R_2R_1$ 及 $P_1P_2Q_3R_3R_2Q_1$ 為合於條件之二六角形，前者已由一位相變換變為直線形之六角形，所欲證明者，後者亦同時變為一直線形之六角形 (rectilinear hexagon)。換言之，即第四羣之曲線 $\widehat{P_1Q_2R_3}$, $\widehat{P_2Q_3}$, $\widehat{Q_1R_2}$ 當其他三羣之曲線以一位相變換變為三平行線羣時，亦同時變為第四平行線羣。今設 $\widehat{P_1Q_2R_3}$, $\widehat{P_2Q_3}$, $\widehat{Q_1R_2}$ 不對應於直線 $\overline{P_1'Q_2'R_3'}$ $\overline{P_2'Q_3'}$, $\overline{Q_1'R_2'}$ 而對應於通過 $P_1',Q_2',R_3';P_2',Q_3'$ 及 Q_1',R_2' 諸點之三曲線時，則此三曲線可證明為一平行線羣之三直線。

三角形 $P_2'P_3'Q_3'$ 及 $Q_1'Q_2'R_2'$，其對應點之聯線交於無限遠點，故

$$\overline{P_2'Q_3'} \parallel \overline{Q_1'R_2'}.$$

四邊形 $P_2'Q_2'Q_1'P_1'$ 與 $Q_3'R_3'R_2'Q_2'$，其對應邊之交點既在無限遠直線上，由此可以推知 P_1',Q_2',R_3' 三點在一平行於 $\overline{P_2'Q_3'}$ 或 $\overline{Q_1'R_2'}$ 之直線上。因此，

$\widehat{P_1'Q_2'R_3'}$ 交 $\overline{P_1'Q_2'R_3'}$ 於三點，

$\widehat{P_2'Q_3'}$ 交 $\overline{P_2'\ Q_3'}$ 於二點，

$\widehat{Q_1'R_2'}$ 交 $\overline{Q_1'\ R_2'}$ 於二點。

今再沿曲線 $\widehat{P_2Q_3}$, $\widehat{P_1Q_2R_3}$, $\widehat{Q_1R_2}$ 作另一六角形 $Q_2Q_3R_4S_4S_3R_2$, 以 R_3 爲其對角線之交點，而其各邊與對角線均分別屬於上述之第二三次曲線網。則對應於曲線圖形 $Q_3S_3S_4R_4R_2Q_2Q_3$ 者，在直線圖形上有 $Q_3'S_3'S_4'R_4'R_2'Q_2'Q_3'$，以$R_3$點爲其交點。與以上同樣之理由，知

P_2', Q_3', R_4' 三點在同一直線上，

P_1', Q_2', R_3', S_4', 四點在一直線上，

Q_1', R_2', S_3', 三點在一直線上。

故 $\widehat{P_1'Q_2'R_3'}$ 交 $\overline{P_1'Q_2'R_3'}$ 於四點，

$\widehat{P_2'Q_3'}$ 交 $\overline{P_2'\ Q_3'}$ 於三點，

$\widehat{Q_1'R_2'}$ 交 $\overline{Q_1'\ R_2'}$ 於三點。

照同樣方法，再沿曲線 $\widehat{P_2Q_3}$, $\widehat{P_1Q_2R_3}$, $\widehat{Q_1R_2}$ 作一六角形以 S_4爲其對角線之交點，則其在直線上之對應圖形亦將以S_4'爲交點，用同樣理由，知.

$\widehat{P_1'Q_2'R_3'}$ 交 $\overline{P_1'Q_2'R_3'}$ 於五點，

$\widehat{P_2'Q_3'}$ 交 $\overline{P_2'\ Q_3'}$ 於四點，

$\widehat{Q_1'R_2'}$ 交 $\overline{Q_1'\ R_2'}$ 於四點。

此種步驟若應用至無限時，則一直線將交一曲線於無限多之點，故此曲線必爲一直線明矣。因此得以下之結論

$\widehat{P_1Q_2R_3} \longrightarrow \overline{P_1'Q_2'R_3'}$,

$\widehat{P_2Q_3} \longrightarrow \overline{P_2'\ Q_3'}$,

$\widehat{Q_1R_2} \longrightarrow \overline{Q_1'\ R_2'}$,

符號「$\longrightarrow$」表示位相對應。

至於 $\overline{P_1'Q_2'R_3'}, \overline{P_2'Q_3'}, \overline{Q_1'R_2'}$ 三線組成一平行線羣，則殊易於明瞭，故吾人之證明完畢。

以上之定理可以擴張及於n次曲線網

定理II. n 次曲線網以一位相變換變爲 n 平行線羣之條件爲

此 n 次曲線網所成之 $n-2$ 個三次曲線網均爲六角形的；

此 $n-2$ 個三次曲線網含有共同之二次曲線網；

此等三次曲線網所成之任意二同心六角形，若充分小時，在每一共同曲線上有兩個共同之頂點。

吾人利用數學推論法(mathematical induction)證明之，設此定理對於n次曲線網適合，則對於 $n+1$ 次曲線網亦必適合。

今假定 $n-1$ 個n次曲線網中之一個已由一位相變換變爲 n 平行線羣， 則除下之一曲線羣亦將變爲一平行線羣，如果此曲線羣與共通之二次曲線網及他一曲線羣有上述之關係如定理 I 所述者。但此定理既在 $n=4$ 時成立，故此推論完全，定理因此證畢。

雲南石林地形學上初步之觀察

馬希融

目　次

I. 序言

石林位於雲南省路南縣之東境，離城僅二十五里，而距滇越鐵路狗街站約六十里，由狗街東渡大赤江，有馬路可通，交通極便利。實爲吾國地形學上研究材料之一。朱庭祜先生所著雲南地質調查第二期報告中，雖有記述，惜不甚詳。予爲興趣所趨，爰於民國二十三年九月初旬，偕雲南實業廳技師羅紫台先生，前往觀察，並採集化石標本，山中逗留凡一星期，採得紡綞蟲，珊瑚與腕足類動物化石甚多，正待檢定，容後發表。茲僅就此次觀察石林之地形及岩層，撮要如次，聊供國人之參考焉。

II. 石林之岩層

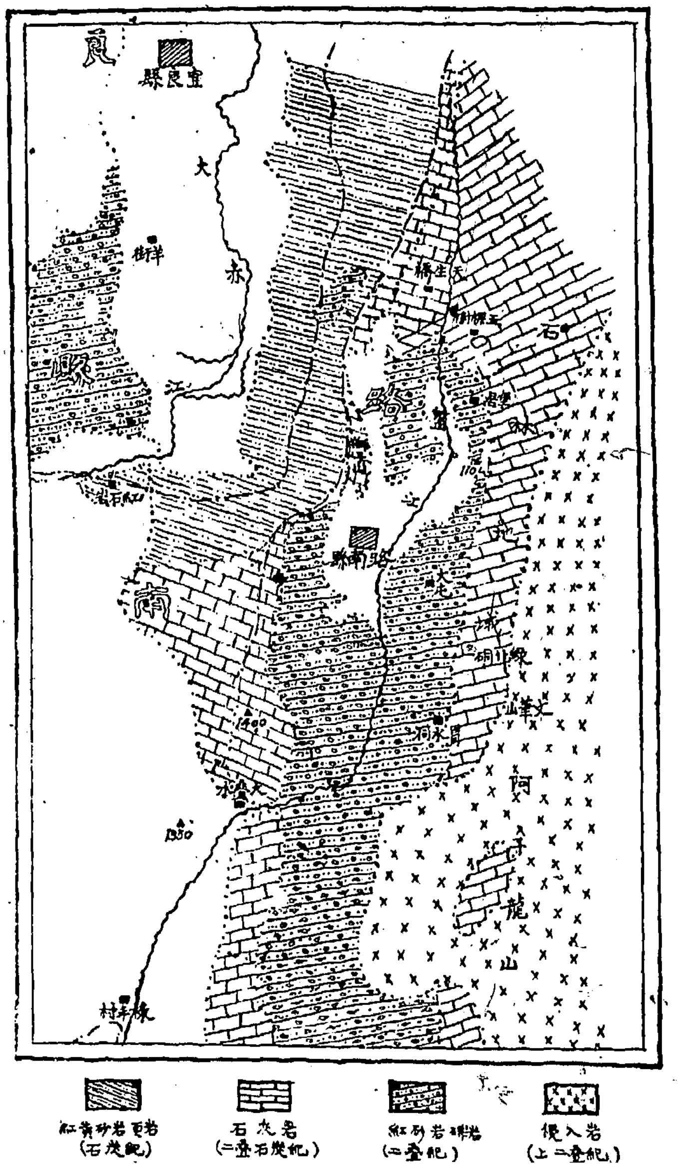
路南縣東境，如路美邑，阿怒山，天生橋，五棵樹，至文筆山及阿子龍山等處，均爲純石灰岩所構成，質堅呈灰白色，層積極厚，約達三百呎以上，「走向」(Strike)近南北，「傾斜」(Dip)向西，約十二度。（如第一圖）

此種岩層，由岩質上言之，均爲純石灰岩；由地質上言之，則爲古生代二疊石炭紀之岩層；其中含紡綞蟲(Fusulina)，珊瑚(Corals)，海百合 (Crinoidea)與腕足類(Brachiopoda)等淺海性及深海性之化石甚多。又在火山岩床侵入之處，石灰岩受變質作用而成大理岩，其中往往含大晶體之方解石 (Calcite)，石榴石 (Garnet)，孔雀銅 (Malachite) 及氧化鐵 (Oxide of Iron) 等「接觸礦物」(Contact minerals)，而形成銅礦之「接觸礦床」(Contact Deposit)，如鴨子塘，元興廠，綠卄硐，銅沙廠，桅桿山，獅子廠，金馬廠，寶源廠等古來有名之四十八大銅廠，皆散在此岩層之上，爲路南最有名之銅礦產地。

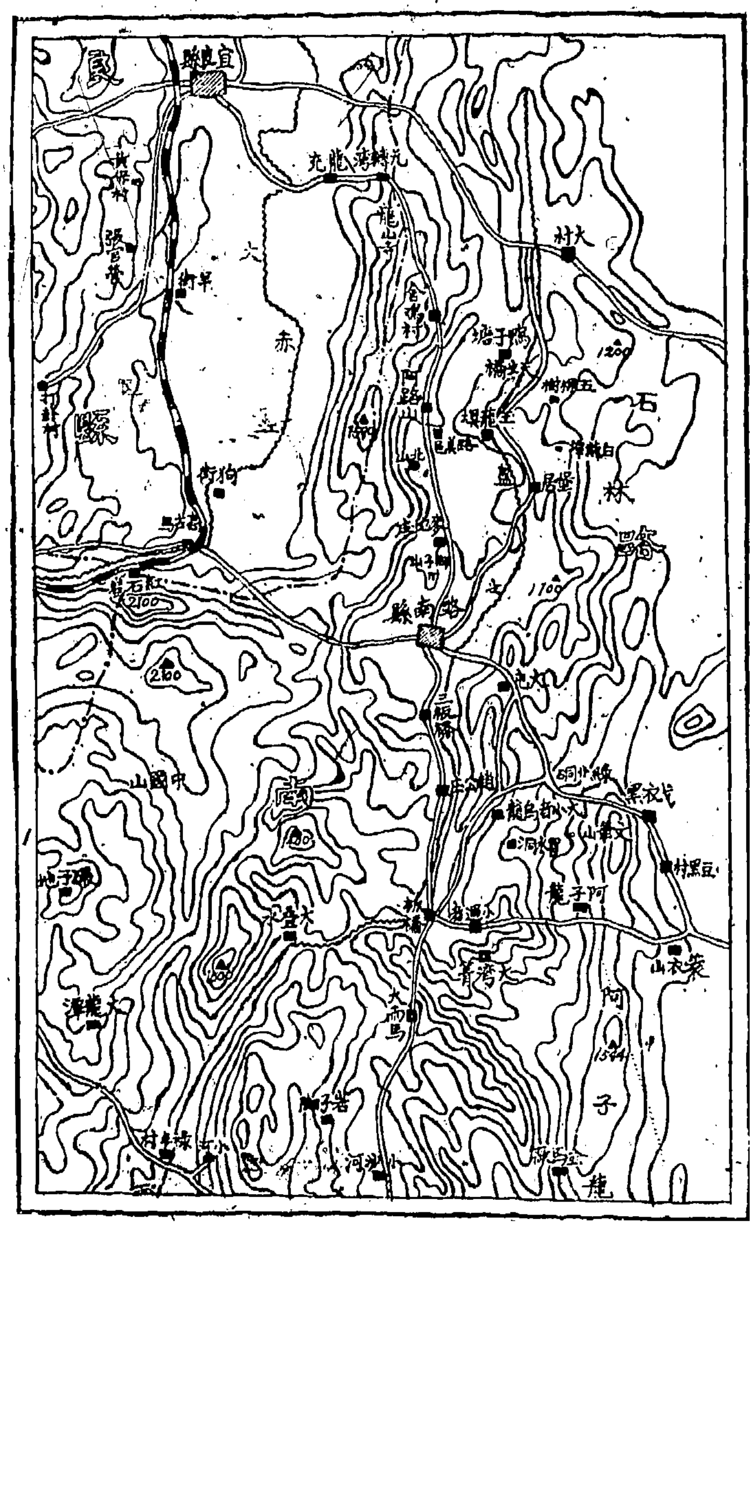
一九一二年，據法國地質學者戴普勒(J.Deprat)氏調查研究之結果，將此等岩層區分如次：——

上段：	火山岩，砂岩，礫岩	二疊系
中段：	紡綞蟲石灰岩	
下段：	石灰岩，砂岩，煤層	石炭系

雲南石林附近地質圖　縮尺二十萬分之一



雲南石林附近地形圖　縮尺　二十萬分之一



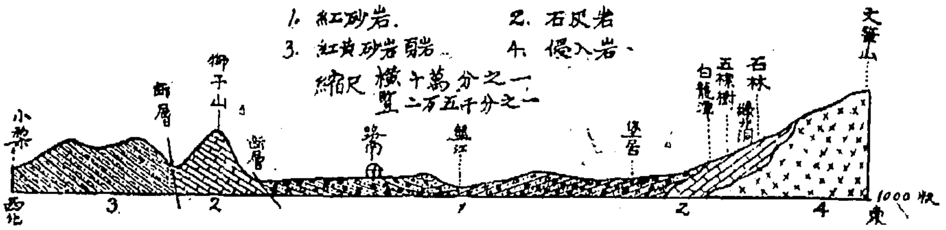
下段代表前石炭系至中石炭系 (Moscovian 期)；中段代表後石炭系至二疊系之中部；上段則代表二疊系之上部。至於雲南石林之岩層，似屬石炭系至二疊系之中部，卽紡綞蟲石灰岩是也。

若就地質史言之，則石炭紀之海，經四川之東部，沿湖南，貴州，而入雲南，當時海不甚深，不久卽發生海退，至前石炭紀後期，卽「Moscovian期」之初，海面徐向東南方擴張，遂掩覆泥盆紀以前所停積之陸地。「Moscovian 期」告終，地層乃起褶曲破壞之變動，於是火山噴發，酸性，中性及鹽基性之岩漿，遂由地中噴出，自南山至雲南，前此沉沒於海中之地層，皆受此次地殼大變動而露出海面。因此構成雲南石林之紡綞蟲石灰岩，卽爲此次地殼變動所露出。今日所形成之石灰岩「準平原」(Peneplain)，較實際上停積之石灰岩爲薄，因受侵蝕風化之作用，經長年月而形成今日之石林。

III. 石林之地形

1.) 概說

路南縣城位於路南盆地之中心，爲紅色岩層所構成。離城西北五里許，有獅子山，高出平地約百呎，均爲變質石灰岩，「走向」近南北，「傾斜」向東，蓋與東部石灰岩遙遙相對，而形成「向斜層」(Syncline)構造也。（如第三圖）



第三圖 雲南石林附近剖面圖（據朱庭祜）

離城東五里許，有河名盤江，自北向南流，適當「向斜線」之部分，上流有天生橋 (Natural bridge)，下流有大疊水 (Water fall)，均爲石灰岩侵蝕而成。（如第八；第九圖）大疊水卽「瀑布」之別名，水頭高九呎，寬約三呎餘，

每遇日光直射，則呈虹形，極爲美觀。

又離城東北二十里，有邑名堡居，亦位於紅色岩層之上，爲路南與曲靖間必經之要道。其東三里許，有小溪自白龍潭流出，水勢甚急。白龍潭西部深谷爲水田，因距龍潭甚近，「停積物」(Deposit) 極深。東部爲石灰岩「準平原」(Peneplain)，高出龍潭水面約五十呎，此岩層受「侵蝕作用」(Errosion) 而形成「喀爾斯脫地形」(Karst topography)。白龍潭西部深谷之北端，而至五棵樹，爲「赭土」(Terra rossa) 所停積之「斜面」(Slope)，其中含海百合與腕足類化石之破片甚多；再向「斜面」北上，至五棵樹附近，有一小湖，位於石灰岩「準平原」之上，直徑約二百呎，周圍岩柱屹立，下有「空洞」(Sink hole)，似受雨水之侵蝕作用，而形成漏斗狀之地形(Doline)。(如第十圖)

離五棵樹東約半里，亦爲漏斗狀之地形，溶蝕作用更顯著，岩石形態，參差不齊，往往呈錐形或尖形之岩頂，其間空洞尤多；中央有池名「葡萄泉」，成狹長形，兩側爲峭壁，高出水面約二十呎；壁下有橫溝，底部凹陷，爲地下水之溶蝕作用而成。(如第十五圖)

此種石灰岩，易受雨水之侵蝕，故其地表部分，造成無數之細流，以是石灰岩之表面，次第侵蝕，而成無數之小丘陵與小溪谷，其侵蝕面極不整齊，凹凸如鋸齒狀，驟見之幾與山岳地方之模型圖無異，故有「石林」之稱(如第十三圖)。遇震動，大塊崩裂，倒於地上，則有「倒石頭」之稱；水流其間，侵成洞穴，穴中鐘乳石極多，洞穴空其兩端，河出其下，則有「天生橋」之稱(如第八圖)；岩壁峭直，水流岩上，則有「大疊水」之稱(如第九圖)；流水潛入岩中，岩腹受溶蝕而貫通，流水再經岩洞而流出其他溪谷，則流水之入口稱曰「葡萄泉」；而出口名曰「白龍潭」；凡此種種均足以點綴風景，而爲岩層中之最美觀者。

據上述觀之，石林之石灰岩，岩質甚純，節理 (Joints) 極多，且氣候屬溫帶，雨季成週期，故土壤(Soil) 較少，岩石易於露出。而形成「地中海式」之「露出喀爾斯脫」地形。

〔據塞威基(Sawicki) 氏分「喀爾斯脫」地形為二：（一）地中海式——，露出喀爾斯脫地形；（二）中歐式，——掩覆喀爾斯脫地形。〕

參照第二圖——雲南石林附近地形圖——

2.）「喀爾斯脫」地形之成因

A）石灰岩之溶解性

在含碳酸氣之水中，石灰岩有易於溶解之性質，故此種岩石所構成之地域，「河蝕作用」(River errosion) 極微弱，往往發達石灰岩地域所特有之地形。此地域所呈之地質上之變化，稱曰「喀爾斯脫現象」(Karst phanomen)；地形上之變化，則稱「喀爾斯脫輪迴」(Karst cycle)。

一般石灰岩中含粘土(Clay)者極少，故石灰岩溶解之地域，常缺乏土壤：卽有之，往往爲風吹散，或雨水冲沒，故標準之「喀爾斯脫」地域，均屬荒蕪不毛，乾涸無水，而地表呈特有之凹凸地形。

B）地下水之溶蝕作用

石灰岩地域之侵蝕作用，稱曰「喀爾斯脫侵蝕」(Karst errosion)，其中最主要之營力，厥爲岩石溶解之侵蝕作用，或稱曰「溶蝕」(Korrosión)。溶蝕作用起因於地下水 (Underground Water)，地表之起伏與傾斜愈小之地域，愈爲顯著；其起伏與傾斜愈大之山地，大部分雨水均自表面流出，因此「喀爾斯脫」地形不甚發育。石灰岩地域之溶蝕作用愈進行，則岩石表面愈呈特有之形態，而露出新鮮之岩面。

3.）「石林」(Karrenfelder)（石灰岩景觀）

石灰岩中除含炭酸氣 (CO_2)之外，尚有其他鑛物；當溶解作用進行時，往往地表上殘留此等物質，而形成紅色之土壤層，則稱「赭土」(Terra rossa)。若赭土爲雨水冲沒，石灰岩露出急斜面(Sharp slope)上時，則雨水所流之方向，生成小溝，並呈極尖銳之岩面。此種岩石形狀，則稱「石溝」(Karren) 或「拉披厄」(Lapiez)。石溝發達之地域，則稱「石林」(Karrenfelder) 或「石灰岩景觀」。

石溝之深度，對於雨量及岩質關係甚大。如歐洲各國，普通爲 0.5~1枳，亦有達 2~3枳，甚至 5 枳者。至於路南石林，最深者約達 1~2枳。

A）石溝之生成

石灰岩上之所以易生石溝者，因其成分之碳酸鈣（$CaCO_3$），能溶解於稀酸中之故。蓋空氣之碳酸氣（CO_2）溶解於水中，則呈稀酸性，含此稀酸性之雨水，如降於石灰岩上，則岩石次第溶解，雨水之流路亦次第溶蝕而生石溝。如地層傾斜之方向一定，則石溝之方向整齊而平行；否則，石溝之方向錯亂不一，石灰岩之露出面上遂呈縱橫相交之狀態。如就路南石林觀之，其石溝之方向極整齊而平行，因其地層有一定之傾斜也。

B）石溝與石灰岩成分

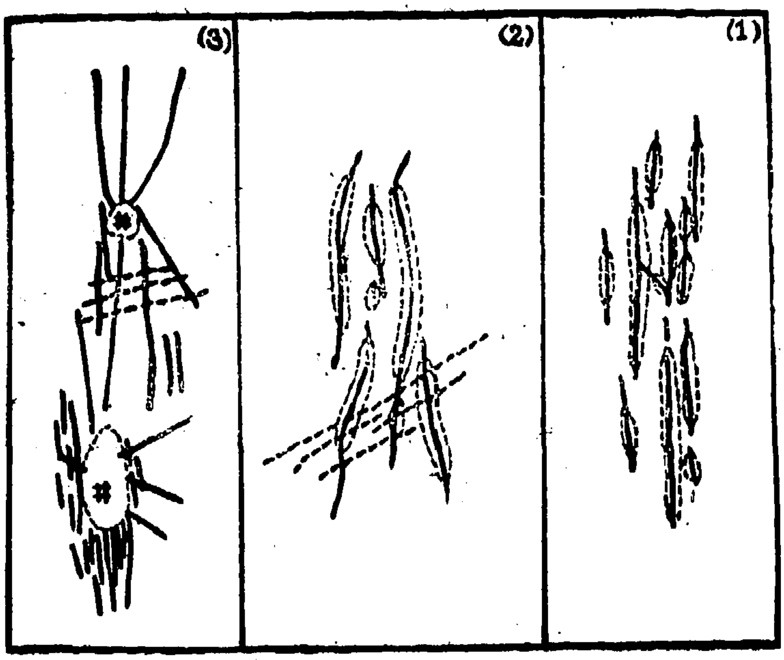
石灰岩之成分，對於石溝與石峯之生成，有莫大之關係；因石灰岩之成分，每一平方枳而異其質，其中有含粘土質者，矽質者，又有含「Chert」者或含鎂(Mg) 而呈白雲岩質者，甚至亦有含化石者。今如雨水自石灰岩表面流下，而遇不易溶解之隙礙物時，則雨水避之而繞其周圍，至純石灰岩之部分而始流下。如遇純一之石灰岩，所生成之石溝極平滑，溝與溝間之石峯亦極尖銳；否則凹凸參差，極不整齊。

石溝之成因，雖起因於雨水之化學的溶解作用；然有時受機械的「風化作用」(Weathering) 之影響者，亦頗不少。如石灰岩之裂隙或石溝之中爲水所凍結時，則溝底之石灰岩破壞，裂隙隨之擴大；又如「落水洞」生成之際，雨水沿洞邊流下，則洞愈深。

C）石溝與裂隙

石灰岩之裂隙，對於石溝之生成，影響甚大。如第四圖，示裂隙對於石溝生成之影響。此圖爲克維克 (J. Cvijic) 氏就阿爾卑斯之實例而畫者。

石灰岩之裂隙決非一定不變者，其影響不獨隨地而異，卽同一地方之各部分，均有差別。今有水滴降於石灰岩之裂隙上，石灰岩之沿水滴部分，遂溶解而成深隙。然此時對於岩石之成分，關係極大。如有難於溶解之物質沿深隙而介在時



第四圖

第一：示沿平行之裂隙所生成之石溝；

第二　示沿平行而帶彎曲之裂隙所生之石溝；

第三，示裂隙集中於一點或交錯之處，所生井狀之穹窿。

虛點線示方解石第二次充填之裂隙。

，則石溝爲之隔斷。又如多數裂隙會於一點，或互相交錯之時，則雨水之化學作用，於此部分特別顯著，因此遂生「豎穴」或「落水洞」(Ponore)。一般「豎穴」在無裂隙之處亦可生成，即石灰岩之一部較周圍爲純粹時，此部分異常溶解，而生「豎穴」。如有裂隙橫斷於斜面上時，則石溝亦橫斷斜面而生成；如裂隙相互平行，石溝亦成平行；裂隙彎曲，石溝亦成彎曲。且石溝亦有越裂隙而生，如無裂隙之存在者，因此時之裂隙，乃爲方解石所充塡也。

D.）石溝之形態

雨水之侵蝕作用愈進行，則溝愈深，幅愈寬，而形成奇形之荒地。雨水之侵蝕作用再進行，則石溝愈寬，石峯愈尖；至最後石峯崩壞，而形成千變萬化之大

小岩片；或峯與峯相連，中途爲横溝所截斷；或如鳥頭突起，其岩頂高低不一，全面如大斧亂截之荒地。有時亦有如冰河擦痕之條線。

石林之所以呈種種雜亂不堪之形態者，因其石溝生成之作用進行如何，關係甚大；換言之，石林因其幼，壯，老之時代而異也。

E）「石林」之輪迴

石灰岩方露出地表，石溝即開始生成；換言之，當石灰岩隆起於海面，或不透水層受剝削作用時，石溝之成生作用遂開始焉。故石林之輪迴，與其他「喀爾斯脫現象」同時發端也。

「石林」之系統變化，是曰「石林輪迴」。其系統變化，亦分幼年期（Young Stage），壯年期(Mature Stage)，老年期(Old Stage)爲三：

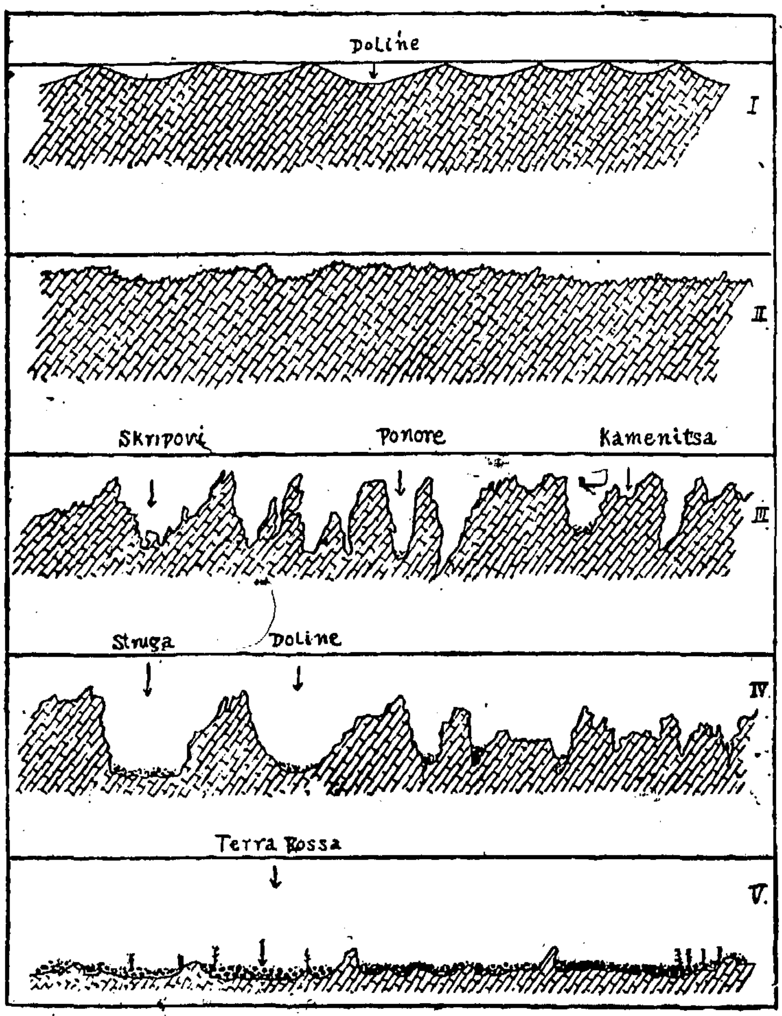
一、幼年期之「石林」 幼年時代之石林，有平行之淺溝，與尖銳之低峯，並呈鑛滓或蜂窩狀之外觀。石林化作用次第進行，則石溝漸深，表面遂呈狂瀾之石化狀態。

二、壯年期之「石林」 至壯年時代，溝益深，峯益尖，峯頂及溝底，遂呈漏斗狀之石灰穽。〔塞爾維亞語，則稱「喀麥尼查」(Kamenits)；不規則者，則稱「斯克里坡維」(Skripovi)或「雅瑪」(Yama)——豎穴——〕。此爲石林最發達之時代。其表面狀態，凹凸參差，千變萬化，石溝間之尖峯，遂呈最大之急斜傾。（如第十二圖，第十三圖）

三、老年期之「石林」 至老年時代，則尖銳之石峯完全崩壞，溝間遂爲石灰岩之大小破片所充塡；先尖銳之峯，則先消滅，於是各溝境界消失，而生「通路」(Struga) 或「石灰穽」(Doline)；同時石灰岩中之不純物質，因其溶解作用而生「赭土」(Terra rossa)，植物亦生長於其上。〔「斯脫拉戛」(Struga)亦屬塞爾維亞語，示沿石灰岩固有之成層面所生之「通路」，普通寬一粎乃至二粎，長十餘粎，口開其兩端。〕

「石林」至完全消滅時，其進化遂即停止，唯有大小之石灰岩片散亂於土壤中而已。（如第十四圖）

第五圖　示「石林」進化之模型圖



此圖摘於克維克 (J.Cvijic) 氏一九二四年所發表之論文石林之進化 (The Evolution of Lapies)。圖(I)及圖(II)，示幼年期之石林，淺溝爲低峯分離之狀態；圖(III)，示壯年期之「石林」，石溝深達三~四粎；並形成漏斗狀之石灰穽及豎穴；峯頂生不規則之窪地，即「喀麥尼查」(Kamenitsa) 是；圖(IV)，示老年期之「石林」，狹峯多數崩壞，峯與峯間之石溝擴大，溝底遂爲落石充塡，而生小「石灰穽」(Doline)及「通路」(Struga)；圖(V)，示最老之「石林」

，尖峯全部消滅，僅留少數遺跡，而為大小岩片所掩覆。

若石灰岩中含泥灰岩，砂岩或白雲岩等厚層，則石林之進化，不待壯，老期而中止，於是完全輪迴卽不可能。如於不易溶解之岩層下，再有石灰岩出現時，此等岩層侵蝕削剝之後，石灰岩上又開始幼年石林之進化，新輪迴再開始焉。

4.）地下水系(Underground dranage)

一般「喀爾斯脫」地形之表面，極乏水流；然在地中常有地下水(Undergrouud water)之潛伏，縱橫流通，而形成極複雜之水系。據克維克(Cvijic)氏之研究，石灰岩地域之地下水系，可分為三：——

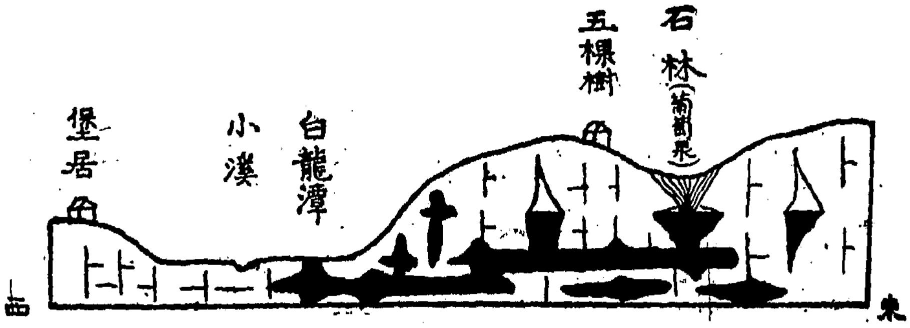
一、與接近地表之橫溝或空洞連絡，而遇大雨時有流水者；

二、位於前者之下層，常有滯水；唯遇天旱時，則乾涸無水者；

三、位於最下層，而水底與不透水層接觸，常有流水或死水者；換言之，卽地下水之「飽和帶」(Saturated Zone)。

石灰岩之溶解作用，至地表達於地下水之「飽和帶」，始停止其活動。石灰岩「準平原」上之水往往經「落水洞」(Ponore)而流入「飽和帶」，再經邊緣之石灰洞(Limestone Cavern)，形成湧泉，流出地表。

五棵樹石林附近之地下水，似由石灰岩「準平原」經石林中央之空洞，而流入葡萄泉底部之飽和帶，再經西端之石灰洞，流出白龍潭。其分佈，略如第六圖：



第六圖　石林附近地下水系剖面圖

5.）石灰洞(Limestone Cavern)

石灰岩地域所發達之石灰洞 (Limestone cavern) ，自一九三〇至一九三一年間德衞斯 (Davis) 發表詳細之論文石灰洞之源始 (Origin of Limestone Cavern) 以來，頗引一般學者之注意；據德氏之說：當石灰洞內部生長鐘乳石及石筍等點滴石之後，則洞內之空隙有次第縮小之傾向，以此石灰洞之進化，可分期爲二：

一、石灰洞隨岩石之溶解與地下水之溶蝕而擴大；

二、洞穴之長成一告停止，則次第爲點滴石所阻塞。

凡地下水流與一般河流同，往往有呈樹枝狀水系之傾向，故石灰洞之形狀亦然；而其洞之底部，因地下河流之曲流關係，側壁下方常有受侵蝕之痕跡。

五棵樹與石林附近之石灰洞，略與層面平行，而露出於石灰穽之周圍；其洞口大者約三枳～五枳；小者約〇・五～一枳，降雨之季，水流常由此等洞穴流出。

若地下有石灰洞之發育，則空隙次第增加，地表遂生無數之「石灰穽」(Doline)；其數及面積增加，石灰穽之底部遂次第降低；至石灰洞之上頂與石灰穽之底部接近，則地表於是陷落，地下河流之一部遂露出表面，而形成「天生橋」(Natural bridge)。（如第八圖）

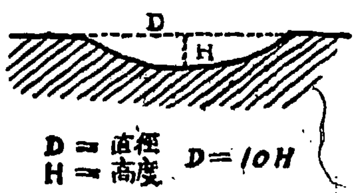
6.）石灰穽(Doline)

石灰岩爲最富於裂隙之岩石。如雨水流入裂隙之中，則雨水所流入之分量，以裂隙縱橫交錯之處爲最多。因雨水對於石灰岩之侵蝕作用，以裂隙之邊緣爲最顯著。然裂隙先爲垂直，後則傾斜漸緩，遂形成漏斗狀之洞穴，名曰「石灰穽」(Doline)。是故石灰穽往往受雨水之侵蝕作用而生成，石灰洞之頂部，因壓力而陷落，由陷落而生石灰穽，其側壁傾斜甚急，成垂直者較多。

石灰穽之平面圖，多屬圓形；然有時亦有橢圓形或狹長形者。其剖面圖分孔口之直徑深淺，與側壁之傾斜緩急等種種。據克尼泊爾 (Knebel) 氏之研究，分石灰穽之形狀爲三：——

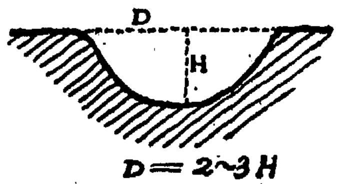
（1） 皿狀石灰穽 (Schusse Doline)

1.



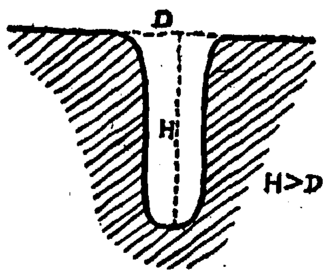
皿狀 DOLINE

2.



漏斗狀 DOLINE

3.



井狀 DOLINE

口徑約等於深度之十倍，為極淺之皿狀。（如圖 1）

（2） 漏斗狀石灰穽 (Trichtenform Doline)：

口徑約等於深度之二～三倍，側壁之傾斜為四～五度左右者。（如圖2）

（3） 井狀石灰穽(Bunnen Doline)

深度大於口徑約五～十倍，側壁傾斜成垂直者。（如圖 3）

五棵樹附近之小湖似屬皿狀石灰穽之一種，其口徑較深度約大十餘倍。（如第十圖）

石林附近之石灰穽，可分為二：其中央者，多屬井狀；邊緣者，則屬漏斗狀。因雨水之侵蝕作用中央較邊緣為大也。

一般石灰穽之成生，雖因流水之溶蝕作用；然往往沿地質構造線或石灰岩及其他岩石之境界線連續而生成者為尤多。至於白龍潭附近之石灰穽，則沿石灰岩層與紅色岩層之境界線而生成；石林東部之石灰穽，則沿「背斜線」(Anticline)或石灰岩與侵入岩之境界線而生成者，實占多數。又如獅子山西南麓之漏斗狀石灰穽，乃生成於變質石灰岩與奧陶紀層之「斷層線」(Faulting Line)上。

7.）石灰盆(Uvale)與石灰平(Polje)

石灰盆與石灰平之地形，均為溶蝕向而形成之凹陷地。然石灰平之底部極平坦，時有河流存在〔如白龍潭西部之溪谷，似屬石灰平之一。〕；反是，石灰盆

之底部，較有顯著之起伏（石林中部似屬石灰盆之一。）。然石灰平又爲石灰盆進化而成之地形，甚爲明顯。

一般石灰平底部之「平坦面」(Terrace) 常爲剝削面，其位置則隨地下水面而决定。如就形成之過程觀之，當石灰盆之底部次第降低，而達於地下水面時，地表遂生河流；再因其侵蝕作用而形成「平坦面」；於是「石灰盆」互相結合，而成「石灰平」，其底部「平坦面」之面積亦次第增大。

如「石灰平」底部之湧泉數增加，「落水洞」之數減少時，當雨量甚多之季節，「石灰平」底部遂形成湖沼及河流，其湖底亦爲「停積物」所停積。（如白龍潭附近之停積物）

8.）落水洞(Ponore)

在「石灰盆」，「石灰平」等大規模之窪地，其底部常有流水（如石林中央之葡萄泉），因此等谷地往往呈袋狀，而形成所謂之「盲谷」(Blind Valley)，此種流水之末端潛入地中，至「盲谷」之岩腹受溶蝕作用而貫通，再經洞穴而流出其他溪谷（如白龍潭附近）。此種地下水路之入口，俗稱「落水洞」(Ponore)，普通成豎穴，深達數百呎。（如第六圖）

IV. 結論

綜上所述，雲南石林對於地質學上，應用鑛物學上或古生物學上，均占特殊之位置；即關於地形學上，亦具研究之價值。因「喀爾斯脫」地形之進化，對於石灰岩之性質，雨量之多寡，地下水之分佈，石灰洞之大小等，關係甚大，故研究是種地形，必須各項調查，實地觀測，其進化之過程，始能完全明瞭。本篇僅屬初步之觀察，對於石林之岩層，「喀爾斯脫」地形之成因及要素等，略作介紹，以資參考，而爲地形學研究者之一助焉。

參考文獻

1.) A. Heim—Uber die karrenfelder. "Jabrb. d. Schweiz, Alpenclubs."; Bd. XIII, P. 421, 1878.

2.) J. Cvijic—Das karstphänomen. "Geographishe Abhändlung"; Bd. V, 1893.

3.) A. Grund—Die karsthydrographie; Die studien aus Westbosnien. "Geogr. Abh.," 7, Hft. 3, 1903.

4.) 山崎直方——秋吉臺のカルスト地形ニ就キテ,『地質學雜誌』;第十三卷,第157號,1905.

5.) E. Fleury—Les Lapies des Calcaires au Nord du Tage. (Portugal). "Comm. Sèrv. Geol. d. Portugal, Lisbon, Vol. XII, P. 127—274, 1917.

6.) D. A. Wray.—The karstlands of Western Yugostavia. "Geol. Mag." No. 699, 1922.

7.) J. Cvijic—The Evolution of Lapies. A study in Karst. Physiograhh; "Geogr. Rev." Vol. XIII, 1924.

8.) J. Cvijic—Types karstiques de transition. "Çomp. Rend. Acad. Sc.; 180, 1925.

9.) 小澤儀明——秋吉臺の地史と地形と地下水,『地理學評論』;第一卷,第一,二,三號,1925.

10.) 佐藤傳藏——秋吉臺カルスト『天然紀念物調查報告』;第三輯,1928.

11.) W. M. Davis—Origin of Limestone cavern. "Bull. Geol. Soc. Amer."; No. 41, P, 457—628, 1930.

12.) W. M. Davis—Ibid. "Sciense"; No. 73, P. 327—331, 1931.

13.) 王益厓——「喀爾斯脫」(Karst)及「喀爾斯脫輪迴」(Karst cycle),『地學辭書』;P.173——175,1931.

14.) 辻村太郎——カルスト地形,『新考地形學』;第一卷, P.264——281.—1933.

15.) 李 四 光——中國地勢變遷小史，『百科小叢書』：P.28——29.1933.

16.) 朱 庭 祜——雲南地質調查第二期報告，P.44——45.年代未詳

附 圖

照相版 I.

第 八 圖 石灰岩受溶蝕作用而生成之「天生橋」(Natural bridge)
——離城東北約三十里——

第 九 圖 自石灰岩壁上流下之「大疊水」(Waterfall) 水頭高九呎，下有漏斗狀之石灰穽(Doiine)——離城西南約十里——

照相版II.

第 十 圖 五棵樹「準平原」(Peneplain) 上之「石灰穽」(Doline)，直徑約二百呎。——離城東北約二十五里——

第十一圖 石林西部石灰岩上之「水平節理」(Horiontal joint)，深度約一呎，前面為漏斗狀之「石灰穽」(Doline)，上覆「赭土」(Terra rossa)。
—— 離五棵樹東南方約半里 —

照相版III,

第十二圖 壯年期之「石林」(Karrenfelder)，岩柱最高約三十呎以上，節理甚多；中有垂直之空洞 ， 洞中又有尖銳之岩柱；由上望下，極為美觀。——離五棵樹東南約半里——

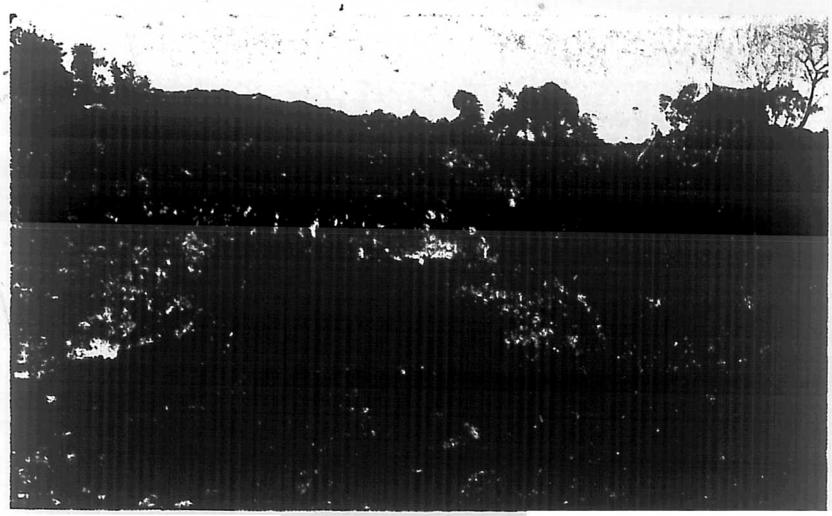
第十三圖 壯年期石林之石溝(Karren)與岩柱頂上之「天生橋」。石溝深度約0.5—1.5呎，並成平行。——同 上——

照相版IV.

第十四圖 老年期之石林與直線狀排列之岩柱 ； 其排列之方向與岩層之走向一致。——石林西部之「準平原」上——

第十五圖 石林中央之「葡萄泉」，直徑約十餘呎，岩柱甚高，岩底凹陷，為地下水溶蝕而成。

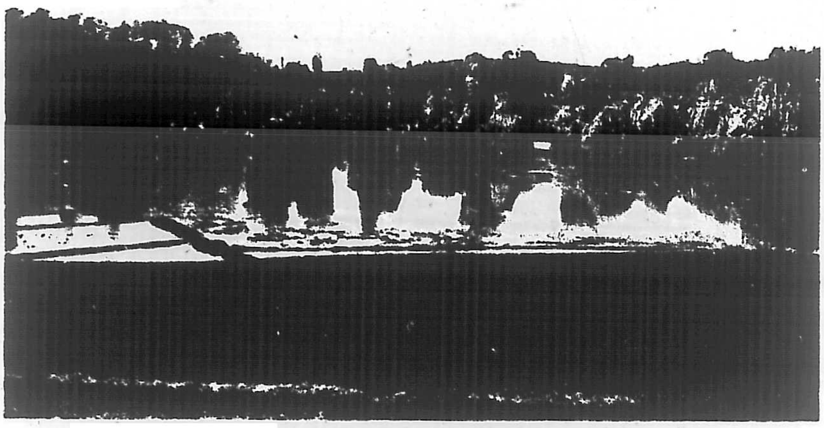
Natural bridge（天生橋）
↓



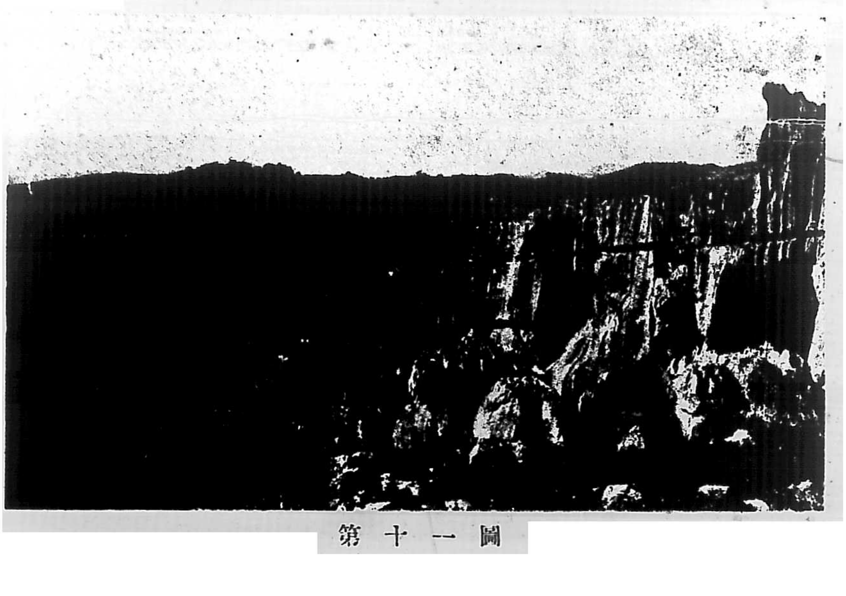
第 八 圖

Water fall（大疊水）
↓

第 九 圖

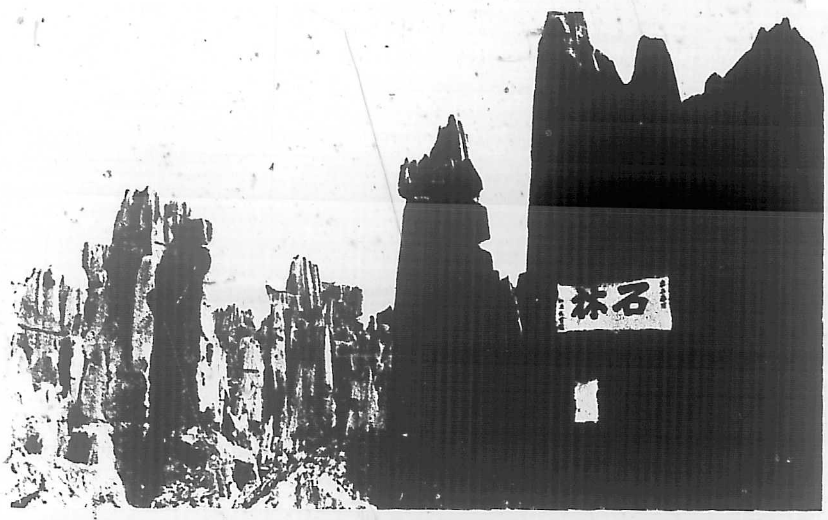


第十圖



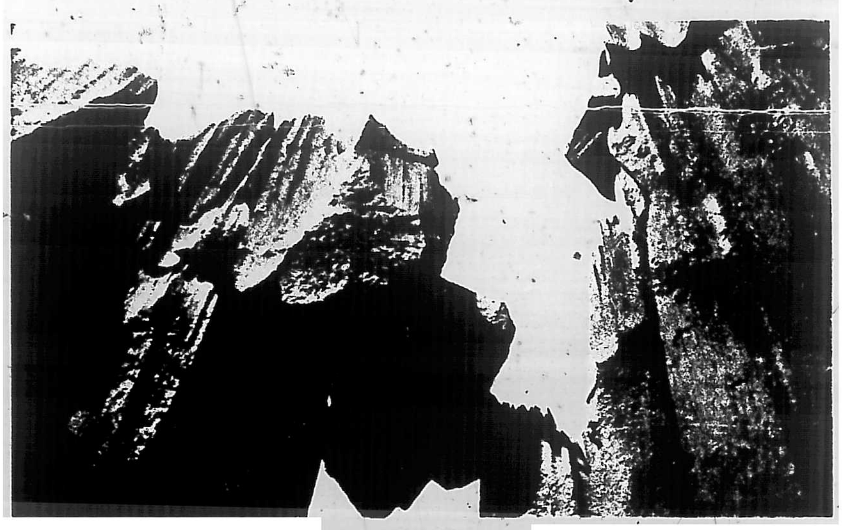
第十一圖

Skripovi Ponore or Yama（竪穴）



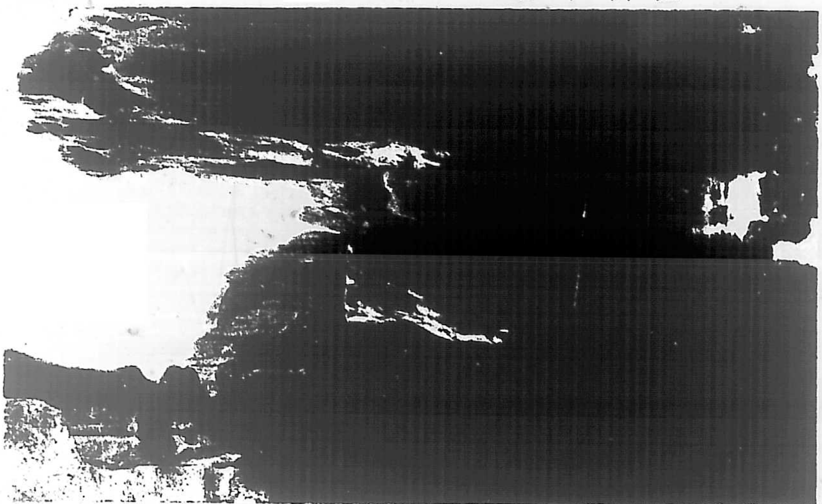
第十二圖

Karren（石溝）



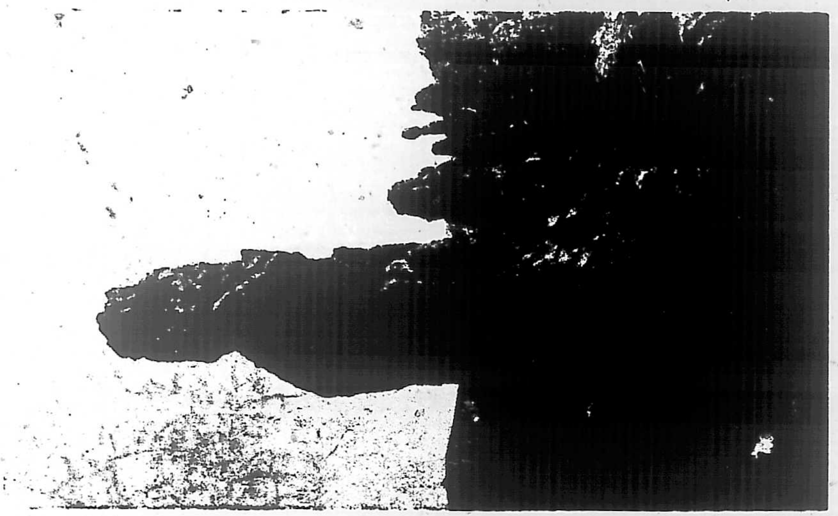
第十三圖

第十五圖



Ponore→

← Terra rossa
（赭土）



第十四圖

關於輓近抽象代數之鳥瞰

夏以農

Klien 氏有言：吾人有三大 A.蓋指 Arithmatic, Algebra, Analysis 之謂也。觀此，知代數學於數學上，實具安定之勢力。溯自十九世紀末葉，羣，體理論，開拓以降，抽象的輓近代數學，遂長足進展，奥測幽邃，以故現今對於方程式能解與否之疑，及希臘傳來未解決作圖問題，皆能迎刃容易下以判斷，捨此羣與體之理論，又將誰屬？

自茲理論發展，實與代數學以新視野，途生別徑；細流所宗，將演成近世代數學之根幹，而形為數學中之一部門矣。蓋此二者，對數學中他之部門，不潛藏於奥底，即隱約於表面，相互連牽，關係甚深，故為一般研究數學基礎者，殆成必需而有不可忽焉之感也。

茲因留日帝國大學理科同學會發刊「理科論叢」特為介紹，粗示梗概，若夫追本溯源，而求深邃，則又非假歐西橫文不為功矣。

二十四年十一月二十三日識於京都

§1. 元素，集合。

吾人於數學中引用個別之物，例如代數學中之數，幾何學中之點，直線等，總稱之為元素(element)。合多數之元素而成集合。(menge)

代數學所引用之物，為元素之集合，今假設甲，乙為二個集合，若以集合甲之一元素，對應集合乙之一元素；又以集合乙之一元素，對應集合甲之一元素，即集合間之元素，成為一對一之對應，如

甲：0,1,3,5,……h,……

乙：0,2,4,6,……2h,……

時，謂此甲，乙二集合為同値(equivalent)，上記甲，乙二集合中，集合乙為集

合甲之一部分，稱爲部分的同值，甲集合謂爲無限集合。換言之：此種集合，蓋由無限的許多元素而成。反之，一個集合不與其部分集合爲同值時，謂爲有限集合。換言，此種集合，蓋由有限個之元素而成。

§2　元素之相等，不等及其結合。

(1)　各元素，等於其自身，以A=A表之

又若 A=B 時，B=A

(2)　二元素必相等或不相等

(3)　若 A=B，B=C 時 A=C.

（注意）條件(1)中 A=B，B=C 者，乃 A is B，B is A之意，一般以 is 作等號而使用之。條件(2)者，乃論理學中之排中律。條件(3)者，爲移動律，乃可移動之意。

以上僅述代數學上之相等，不等之概念。次敍結合之意義：

今取二元素 A,B 時，依 A,B 之順序而想定 (zuordnen) 第三之元素 C，謂 C 爲 A,B所結合。至A,B所結合之C，謂爲 A 與 B 結合之結果。便利上，A與B之結合，表以記號爲

$$A \circ B = C.$$

設有二元素 A,B 時，A∘B 與 B∘A 未必相等，若

$$A \circ B = B \circ A$$

時，則二元素 A,B 間之交換法則成立，謂爲交換可能(vertauchbar)，又取三元素 A,B,C時，若

$$(A \circ B) \circ C = A \circ (B \circ C)$$

謂此三元素間之組合法則(assoziatives gesatz) 成立。

§3　加法，乘法。

二元素A,B之結合，能表示爲

$$A + B$$

時，謂此運算爲加法。對於加法之結果，成立組合法則時，謂其結果爲和。故表

$$A+A \text{ 爲 } 2A$$

$$A+A+A \text{ 爲 } 2A$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\underbrace{A+\cdots\cdots+A}_{n} \text{ 爲 } nA$$

時，普通稱爲2A,3A,……,nA。謂nA爲A之n倍，

故由組合法則，得

$$mA+nA=(m+n)A.$$

又設二元素 A,B 之結合，表爲

$$A\cdot B \text{ 或 } AB$$

時，謂爲乘法，其結合之結果，謂爲積，對於乘法，成立組合法則時，表

$$AA \text{ 爲 } A^2;$$

$$AAA \text{ 爲 } A^3;$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\underbrace{AA\cdots\cdots A}_{m} \text{ 爲 } A^m.$$

一般乘 A 至 m 回數， 其積爲 A^m ， 謂 A^m 爲 A 之 m 乘。 由組合而得指數法則：

$$A^m\cdot A^n=A^{m+n}$$

證明略。

今作二元素 A,B 之積 A·B（或和 A+B）時，謂B爲A之右乘（或右加），謂 A 爲B之左乘（或左加）。若乘法中，成立交換法則，則 B 右乘 A（或右加），及 B 左乘 A（或左加），其結果相同。就元素之結合言，若

$$A=A',\ B=B' \text{ 而 } A\circ B=A'\circ B'$$

時，謂此結合爲一意的 (Eindeutig)，以下結合，皆本此意。

§4. 置換及其乘法

便利上取四文字 a,b,c,d，各置於指定之位置，今互變其位置，原來 a 之位置處，以 c 置之；b 之位置處，以 a 置之；c 之位置處，以 d 置之，d之位置處，

以b置之。例如上列四文字之位置處，各以下列之文字置之爲

$$\begin{matrix} a & b & c & d \\ c & a & d & b. \end{matrix}$$

惟置換時，相異二文字（例如a,b）之位置處，不能以同一文字（例如c）置之，根據此限制之下，而互相變置四文字之位置時，謂此運算爲四文字之置換(perumtation)，表以記號爲

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ c & a & d & b \end{pmatrix}$$

此記號表示 a,b,c,d 四文字之位置處，各以 c,a,d,b 置換之意，故亦能書之爲

$$\begin{pmatrix} b & a & d & c \\ a & c & b & d \end{pmatrix}$$

一般n個文字

$$(1) \qquad \alpha_0\ \alpha_1\ \alpha_2,\cdots\cdots,\alpha_{n-1}$$

間之置換同樣定義之。但禁止同一個文字，置換(1)式相異之文字。因此置換云者，乃相異文字間，互相變換之謂也。

今於(1)式中文字α_0位置之下，以β_0置換之，文字α_1，位置之下，以β_1置換之，……，文字α_{n-1}位置之下，以β_{n-1}置換時，則(1)式能以

$$\beta_0,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \cdots\cdots,\ \beta_{n-1}$$

置換之。此種置換，通常表以記號爲

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots\cdots & \alpha_{n-1} \\ \beta_0 & \beta_1 & \beta_2 & \cdots\cdots & \beta_{n-1} \end{pmatrix}$$

次於於(1)式中，對於每一文字未施置換時

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots\cdots & \alpha_{n-1} \\ \alpha_0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots\cdots & \alpha_{n-1} \end{pmatrix}$$

仍作置換視之，謂此爲不動置換(identische)。

次應用二個置換，而述其乘法不能成立交換法則之例於下：

例 所謂對於四文字 a,b,c,d 施以下列之二置換者

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix} = S$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix} = T$$

乃於文字 a,b,c,d 之位置上。先行S置換時，變換 a,b,c,d 之位置爲 d,a,b,c，更取此 d,a,b,c，施以T置換變爲 d,b,c,a 此種手續，即四文字 a,b,c,d 既施以S置換，復施以 T 置換而後所得之結果，與在四文字 a,b,c,d 上，直接，施以一回之置換

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & b & c & a \end{pmatrix} = U$$

時之結果相同。謂此置換 U，爲置換 S，T 之積，表之爲

$$ST = U.$$

又置換T中，因 d,a,b,c 之位置處，各能以 d,b,c,a 置之，故置換 T 又能表之爲

$$\begin{pmatrix} d & a & b & c \\ d & b & c & a \end{pmatrix}.$$

故上式之積，爲

$$ST = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} d & a & b & c \\ d & b & c & a \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & b & c & a \end{pmatrix}$$

（注意）置換中所用文字之數，不限爲四個；對於任何數之文字，置換之乘法，同樣定義之。同樣

$$TS = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ b & c & a & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b & c & a & d \\ a & b & d & c \end{pmatrix}.$$

$$= \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & d & c \end{pmatrix}$$

$$\therefore \qquad ST \neq TS.$$

觀此，知二個置換，關於乘法，未必成立交換法則。惟三個置換之乘法，一般恆成立組合法則，玆從略。

特別時，設置換S, S′為

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ d & a & b & c \end{pmatrix} = S \qquad \begin{pmatrix} d & a & b & c \\ a & b & c & d \end{pmatrix} = S'$$

則

$$SS' = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix}$$

為不動置換。謂此S′為S之逆置換。表之為S^{-1}。又不動置換，因

$$S \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix} = S$$

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix} S = S$$

故以置換乘不動置換，恆為不變，表不動置換為

$$\begin{pmatrix} a & b & c & d \\ a & b & c & d \end{pmatrix} = 1$$

是以上式為 $S \cdot 1 = S$

$$1 \cdot S = S$$

因此 $S \cdot S^{-1} = 1$

以上所述，僅就四文字施行同文字二置換之乘法．若二置換中之文字，其數不同時，其乘法之定義，又將如何？茲舉例於下以說明之：設P,Q二置換爲

$$P=\begin{pmatrix}a&b&c\\b&c&a\end{pmatrix}\qquad Q=\begin{pmatrix}a&b&d&e\\b&d&e&a\end{pmatrix}$$

今於此二置換中，施行置換文字之數，僅得a,b,c,d,e五個；而置換P中，施行置換之文字數，三個，於是變化P置換之外觀，將P上，下列之文字，添以文字d,e,故置換P能視作五個文字之置換，卽

$$P=\begin{pmatrix}a&b&c\\b&c&a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&b&c&d&e\\b&c&a&d&e\end{pmatrix}.$$

同樣

$$Q=\begin{pmatrix}a&b&d&e\\b&d&e&a\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a&b&c&d&e\\b&d&c&e&a\end{pmatrix}.$$

因此二置換P,Q中之文字，皆屬相同，故依上述方法，其乘法爲

$$\begin{aligned}PQ&=\begin{pmatrix}a&b&c&d&e\\b&c&a&d&e\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a&b&c&d&e\\b&d&c&e&a\end{pmatrix}\\&=\begin{pmatrix}a&b&c&d&e\\d&c&b&e&a\end{pmatrix}.\end{aligned}$$

茲定義此爲P,Q二置換之積．

§5 羣.

G爲有限或無限元素之集合，其元素之結合，若滿足下列四條件時，謂此元素之集合爲羣(Gruppe)

(i) A,B爲G中之二元素，其結合之結果，依然屬於G，以記號

$A\circ B$ 表之．

(ii) A,B,C 爲G之三元素，對其結合之結果，成立組合法則，以記號

$(A\circ B)\circ C=A\circ(B\circ C)$ 表之。

(iii) 對於G中任何元素A，至少有滿足下式

$$A \circ E = A$$

之特種元素E，存在於G中。

(iv) 任意由G選擇元素A，至少有滿足下式

$$A \circ X = E$$

之元素X，存在於G中，但此條中之E爲條件(iii)中之E.

由上定義，(iii)條中之元素E，謂爲主元素 (Haupt element)；(iv) 條中之元素X，謂爲元素A之逆元素，蓋已知元素A時，滿足$A \circ X = E$之X，唯有一個。若就主元素而言，羣中之主元素，唯有一個。換言之，今假設羣中有二元素E，E′時，則二者恆相等，即$E = E'$也。反之，每一個元素之逆元素，亦唯有一個，故若

$$A \circ X = E, \quad A \circ X' = E \quad \text{時，爲}$$

$$X = X'$$

證明從略。

次以A，B爲羣G中二元素，而有滿足下式

$$A \circ Y = B$$

之元素Y，存在於G中，然唯有一個。又滿足

$$Z \circ A = B$$

之元素Z，亦唯有一個，存在於G中。

證明　由條件(iv)　$A \circ X = E.$

$$A \circ (X \circ B) = (A \circ X) \circ B = E \circ B = B.$$

因此$X \circ B$滿足 $A \circ Y = B$。故由條件(i)，$X \circ B$屬於羣G中。次證明Y，只有一個。今於

$$A \circ Y = B$$

之二邊，乘以X，爲

$$X \circ (A \circ Y) = X \circ B$$

$$(X \circ A) \circ Y = X \circ B$$

$$E \circ Y = X \circ B$$

$$\therefore \quad Y = X \circ B$$

故Y只有一個。上式中由$A \circ X = E$變爲$X \circ A = E$時之證明如下，今以X乘$A \circ X = E$之二邊，爲

$$X \circ (A \circ X) = X \circ E$$

$$(X \circ A) \circ X = X$$

由條件(iv)，若與X時，則滿足 $X \circ X' = E$ 之元素 X'，必存在於羣G中，故

$$\{(X \circ A) \circ X\} \circ X' = X \circ X'$$

$$(X \circ A) \circ (X \circ X') = X \circ X'$$

$$\therefore \quad (X \circ A) \circ E = E$$

$$\therefore \quad X \circ A = E.$$

卽A爲X之逆元素時，則X又爲A之逆元素。關於Z之場合，亦能同樣證之，卽與$Z \circ A = B$ 時，$Z = B \circ X$.

凡構成羣G元素（相異的）之數，爲無限時，謂爲無限羣，反之，謂爲有限羣，有限羣中相異元素之數，謂爲元數(ordnung)，又羣中任意二元素之結合，若成立交換法則時，謂此羣爲交換可能羣(vertauschbare)，或謂爲 abel 羣。例如：正之有理數全體（自然不含〇元素）結合時，依數之乘法，二個有理數（正）之積，爲正之有理數（條件(i)）。且成立組合法則（條件(ii)），次取E爲1時，因 $a \cdot 1 = a$，故滿足 $a \cdot x = 1$ 之 x，爲正之有理數。卽正之有理數，對於乘法，能以作羣。此處成立交換法則，故此羣爲一 abel 羣。

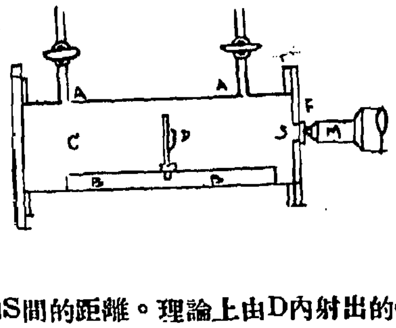
又例如：取o及正負之整數以結合之，依加法定義，整數之和爲整數（條件(i)），組合法則成立（條件(ii)）。今取E爲o，則$a + o = a$，且滿足 $a + x = o$之x存在，故o及正負整數之全體，對於加法，能以作羣，因成立交換法則，是以於加法，能作 abel 羣，惟上二例之主元素，前爲 1，後爲 0 耳。（未完）

原子核的人工蛻變

錢 端 仁

H. Becquerel 於1896年發見鈾不受外界的任何作用，放射一種透過性極强的放射線。後來經多數學者研究的結果，知道不單是鈾，約有四十種元素都有這樣的性質。這放射線又可分成三種。（1） α 線：是一種粒子的射線，由這粒子的帶電量和質量的比，以及Rutherford 等（1909年）的實驗，知道這種粒子確是氦 He 的核。（2）β 線：是電子的射線。（3）γ 線：是波長比 × 線更短的電磁波。凡放射性元素，比如其原子序數爲Z質量數(mass number) 爲A的元素放出一個 α 粒子，便成原子序數爲（Z－2）質量數爲（A－4） 的新元素；放出一個β粒子，便成原子序數爲（Z＋1）質量數如故的新元素。這樣新生的元素有時保持着過剩的勢能，這是極不安定的狀態。於是放出 γ 線而闻移到普通安定狀態。這樣保持着過剩勢能的狀態稱爲刺激狀態 (Excited state) 。原子間的變遷，稱爲蛻變(Transformation)

1919 年，Rutherford 最初發見人工的蛻變現象。他當時所用的實驗裝置如圖。A是活栓，可以抽換 C 內的氣體，並且能使其保持着任意的氣壓。D 內放着放射 α 粒子的物質。S 是極薄的金屬膜，α 粒子能自由通過。F 是塗着特殊加工的硫化鋅粉末的膜。每一個 α 粒子通過了 S 投射到F上時，F 上便發生星樣的閃光。



將C內裝着氮氣，調節C內的氣壓，以及D和S間的距離。理論上由D內射出的α粒子已不能到達S而實際上F仍發閃光。增加 C 內的氣壓，閃光數反而更多，將氮氣換成氯氣，F便不發生閃光，於是推定 α 粒子和氮原子相衝突時，發生一種新

粒子，再由這種新粒子通過磁場和電場時的軌道的灣曲，計算這種粒子的帶電量和質量的比，雖不能得到十分正確的數值，然而這種新粒子不過是陽子(Proton)是無疑議的，今將原子序數記在左下，質量數記在右上，這原子的反應方程式爲

$${}_7N^{14}+{}_2He^4\longrightarrow{}_8O^{17}+{}_1H^1.$$

氮氣之外，還有許多元素受α粒子的衝擊而發生陽子。這就是氫的原子核。

Bothe 和 Becker 以α粒子衝擊 Be，得到一種放射線。最初以爲是一種波長極短的γ綫。經 Joliot 夫婦的研究，發見氫原子受這種放射線的刺戟後，發生極大的速度，Joliot 夫婦以爲是γ綫的 Compton 效果。Chad. wick指出這假定的缺點，如果是γ綫的 Compton 效果，氫原子所得的速度未免過大。他推定這種放射綫是一種質量和陽子相同而不帶電的中性粒子，名之曰中性子(Neutron。如以${}_0n^1$表示中性子，其反應方程式爲

$${}_4Be^9-{}_2He^4\longrightarrow{}_6C^{12}+{}_0n^1+\gamma.$$

這是發見中性子的最初的實驗，也同時是元素受α粒子的衝擊而放出中性子的最初的例。

鋰 Li 受α粒子的衝擊，也發生蛻變現象，這是早巳知道的事實，由 Schnetzler仔細的檢討，知道鋰Li受α粒子的衝擊，發生兩種放射綫：中性子和γ綫。而這兩種放射線的發生和衝擊Li的α鋰子所有的動能之間有密切的關係。使鋰Li放出中性子所需的α粒子的最低動能爲 4,7eMV (1eMV＝10^6eM＝1,59×10^6erg V:volt,e:電子的帶電量。)、使鋰 Li 放出γ線所必需的α粒子的動能的最低值爲2,3eMV。α粒子的動能 2,3eMV 和 4,7eMV 之間時，鋰 Li 只放出γ線，而並不放出其他粒子射線。由此可知鋰Li受α粒子衝擊，雖同時放出兩種射線而其實是兩種獨立的反應同時發生而已。一種是

$${}_3Li^7+{}_2He^4\longrightarrow{}_0n^1+{}_5B^{10}.$$

這和上述的

$${}_4Be^9+{}_2He^4\longrightarrow{}_0n^1+{}_6C^{12}$$

是同一種類的反。都是用α粒子衝擊而發生中性子。另一種是用α粒子衝擊而發生γ線。由 Schnetzler 的觀察，鋰 Li 受α粒子的衝擊，並不和α粒子結合。只將其動能吸收而自身轉移到刺戟狀態。隨着又將其所吸收的過剩勢能轉成γ線而放出，以恢復其普通狀態。

綜合起來，元素α粒子的衝擊，發生下記的幾種的人工蛻變。

（1）和α粒子結合而放一個陽子。

（2）和α粒子結合而放出一個中性子。

（3）並不和α粒子結合，而將其動能吸收，自身轉移到刺戟狀態。由刺戟狀態向普通狀態轉移時，放出γ線。

以上是用α粒子衝擊種種原子所得的幾種人工原子蛻變的現象。α粒子是氦的原子核，氦以外的原子核是否有同樣的效力，當然是物理學上的一個極有興味的問題，用α粒子衝擊種種原子而使其發生蛻變現象，α粒子必須要有極大的速度。却巧自然界有速度極大的α粒子。比如從鐳 C′(RaC′) 放出來的α粒子的初速度是每秒1,922×10⁹cm,差不多是光速度的十六分之一，最小的比如從XTh放出的α粒子的初速度每秒1,407×10⁹cm，而其他的原子核却沒有這樣大的速度，人工的使其得到相當速度的最普通的方法是陽極線管。便是將長的玻璃管內封入稀薄氣體，兩端加以高電壓。管中氣體即被電離而成離子，受電場的加速度而得到相當的速度。為增這離子的速度的唯一方法必須增加電壓，而實驗室內所能得到的高電壓，大抵是交流。直流的電壓比較難於得到，發生X線所用的直流電壓最高也不過是二三十萬 Volt. 1932年英國劍橋大學的 Cockcroft 和 Walton 二人竟成功了得到十萬乃至八十萬 Volt. 直流電壓的電源。於是盛行用陽子，一氫原子核，二重子一重氫原子核衝擊種種原子的實驗。於是他國學者，比如德國的Kirchener等也相繼而起，從事這方面的研究。

Cockcaoft和Walton二人用被這高電壓加速的陽子衝擊鋰 Li，在鋰Li的直前放着塗着硫化鋅的薄膜，見薄膜上有閃光發生，在薄膜和鋰Li之間插入雲母薄片使其吸收。由所用的雲母片的厚薄，算出這粒子在空氣中所能到達的距離為 8,4

cm. 並且推定這變化爲 $_3Li+{_1H^1}\longrightarrow 2{_2He^4}$.

鋰Li受陽子的衝擊，鋰Li的原子核便和陽子相合，這新原子又立刻分解成二個 α 粒子，就是兩個 He 原子核。

細考察這反應，發生兩個疑問。(1)能常住 Conservation of Energy 的法則不能適用。在衝突前，陽子所有動能小而衝突後 α 粒子的運動能大 (2) 質量保存的法則不適用。在衝突前全質量大而衝突後的全質量小。

但在能常住法則和運動量保存則之下，加上特殊相對性理論的思想，將能和質量作同等看待，這兩種疑問自然冰釋。

陽子的質量爲 1,00778鋰Li的質量爲7,0146氦H的質量爲4,00216。在這反應之際， $1,00778+7,0146-2\times4,00216=0,00181$

0,00181 的質量消失於無形，將這損質量的損失分配在兩個粒子上，每個粒子的質量損失爲0,0009.將0,0009的質量換等成動能爲$8,5\times10^6$volt. 所以每個α粒子所應有的動能爲$8,5\times10^6$volt.一方由α粒子在空氣中的射程，便是α粒子在空氣中所能到達的距離，算出其所有的動能爲$8,6\times10^6$volt. 在實驗誤差範圍，兩者總算是一致的。這實驗不但證明了元素受陽子的衝擊，和受 α 粒子的衝擊一樣，發生人工蛻變現象；又可證明質量和能的本質上是沒有什麽差別的。

如果以上的解釋沒有錯誤，α 粒子射出時的狀況該是成對的，而且方向相反的。這現象，已由 Dee 和 Walton 人的實驗證實了。

鋰Li受陽子的衝突時，射程 8,4cm的 α 粒子之外，還射程不到2cm 的粒子，Oliphanr, Shire 和 Crowther 三人注意到 Li 的同位體有Li^6和Li^7的兩種。他們三人設法將鋰Li的同位體互相分離，依各別實驗的結果，確證射程爲 8,4cm 的α粒子是由 Li^7放出而射程較短的粒子是由Li^6放出的。對於Li^6的方程式，雖有

$$_3Li^6+{_1H^1}\longrightarrow{_2He^4}+{_2He^3}$$

的提案而關於證明$_2He^3$的存在的實驗材料還不夠明確。

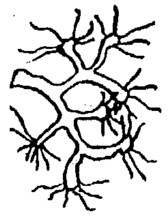
α 粒子和氫原子核之外重氫(Heavv Hydrogen)原子核，中性子，γ線都有到起人工原子蛻變的効力，因本刊出版期迫，不得不割愛以待他日，深爲抱歉。

水螅之再生研究

甯一先

古今任何辭書。其作水螅之紀載。厥指水螅爲出自希臘神話之九頭怪蛇。而被殺於Hercalfs者。日本亦譯 Hydra 爲水蛇。夫水螅爲棲息於淡水池沼之小形動物。陽春晚夏之交。如採取小藻。加以觀察。則容易發見於枝葉之裏面。一般作圓筒形。普通所見者。具六本觸手。呈褐色。爲褐色水螅。(Hydra vulgaris)

水螅再生力之强大。古代卽知之。多用作再生研究之材料。就再生研究之歷史而言。水螅實爲珍貴材料之一。最初行水螅之再生研究者。爲 Affe Trembley氏。T 氏在1740年將水螅裂成兩片。而使此兩片之一小部分。相互接近。俾其易於結着。於是兩片悉行再生。並以其一部相結着。反復爲之。卽得七頭水螅(如第一圖。其後 Reaumer, Rosel von Rosenhof諸氏相繼為 Affe Trena fley氏之實驗。亦得同樣結果。無論縱斷，橫斷，斜斷，均能再生。惟切片之不含內外兩細胞層者。則無再生能力。至如謂切片雖小至如何程度。是否亦能再生之問題。解答頗多，譬如 Nussbaum, Peebles, King, Billard, Rand, Koitz, Goetsch, Gross 諸氏。則稱 1 cm 長之水螅。以直徑約0.2mm切斷。仍具再生能力。再從體之容積上言。縱令將水螅裂成二百分之一。亦能再生。Peebles 氏將芽體以直徑切斷。結果亦然。但僅生一或二本觸手。卽此已足證水螅再生力之强大矣。



第一圖
After Trembley

Morgan 氏曾橫切綠水螅。(Hydra vi ri dis)其切成小輪者。數時間後。成穿孔之球形。其切斷輪之成長形者。則成閉孔之圓筒狀。一，二日之後。切片漸長。再生四本觸手。此實驗最可注意者。爲新個體之大小。

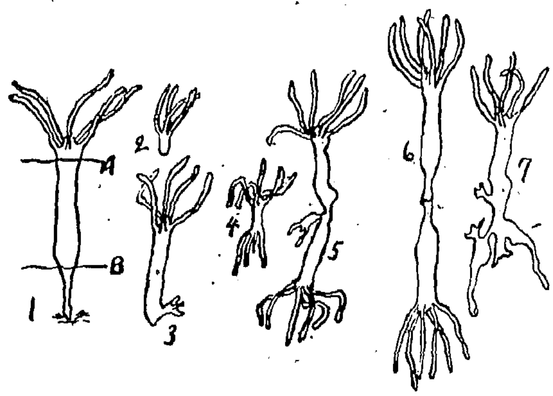
成以切片輪之大小爲比例。換言之。切片輪小者。形成小個體。其大者。卽形成大個體也。綠水螅再生所須之日時爲八日。。而褐水螅僅三日耳。

水螅縱斷再生與 Planaria 縱斷。異其旨趣。爰水螅縱斷兩半分。不須從新附加再生物質。兩半分初爲較舊個體直徑狹小之圓筒。稍後再生觸手，終成完全之二個體。實驗縱斷頭部而成二個體者。初爲 Trembley 氏。而 Marshall,King 兩氏亦曾作同樣之觀察。

試斷取水螅觸手一本。而飼養之。暫時雖能生存。但決不致再生。而成新個體。惟以 Kolitz, Peebles, Rand 諸氏之報告爲據。觸手爲含有口丘之切片。其可以再生無疑。由斯以觀。切片大小關係之外。尙有其他關與再生之要因在焉。

徵諸上述事實。吾人卽可察得動物體在生理上有優勢與劣勢之部位。據1909年 Browne 氏報告。水螅之口盤部分(Peristome region) 爲優勢之部分。而 Rand(1911), Hefferan, King, Child & Hyman(1919)諸氏之報告。亦完全相同。蓋口盤部分爲highest metabolism之部分。愈趨後方。則新陳代謝率愈形衰減。由此更可進而推知新陳代謝率極高之部分。統御其他諸部矣。

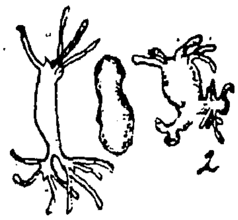
在B.R.Weimer氏(1932)之 Pelmatohydra oligactis之實驗中。明示於吾人者。爲無性芽之在單極(unipolar form)者。如第二圖2.3.出生於體之最後端。其在完全兩頭型(bipolar form) 者。如第二圖。4.5. 則生於正中部。其在多頭型如



第 二 圖
(After B. R. Weimer)

第二圖 7.則生於各水螅體部之最後方等。又Goetsch(1925)，Hyman(1928)兩氏暗示吾人。出芽後二三日。其必生柄部於芽之後方者。卽示知構成柄部形成部的統制之力。卽存於生芽部分(budding zone)也。

水螅再生之變極現象。(heteromorphosis)如第三圖為 Kolitz 氏觀察所得之變異。二頭之反對部。更生一頭者也。如一度置水螅於海水或食卄水中。再還之於老家之淡水，必生異態。Goetsch 氏(1929)將 Chlorohydra viridissima 由淡水取出。置於海水中。則其足盤與觸手消失。後再還之於正常淡水。卽再起組織分化作用。(reorganization)頓成第三圖2之異態。試用 0.2——0.35％之鹽分。作成人工海水。而為發生異態之實驗。當不無趣味也。

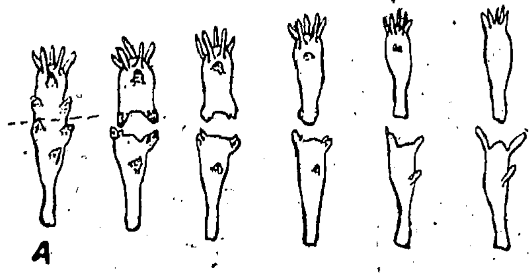


第三圖
1. After Kolitz
2. After Qoetsch

吾人如對於附着於水螅體之無性芽及生殖巢。在再生之際之行動。加以觀察。其興趣當更甚於前。水螅由芽生法而繁殖之外。尙形成精巢與卵巢。附體之外層。聳立作茶杯狀。

今試取無性繁殖之幼體。而切斷芽上方之頭部。其芽必逐漸增大。從新創足。附着他物以行動。終生二足。而母體頭部被切斷之殘存部分。次第消失。

生殖巢在再生過程所取之行動。如第四圖A。前方切片與後方切片。均含有精巢。而被橫斷。則前方切片。精巢消失。向後形成足盤。而後方切片。雖在再生過程之初。尙具精巢。但未幾卽行退化。而再生觸手。換言之。無論前後切



第四圖
(After Qoetsch)

片。其精巢退化。及從新形成足盤與觸手之點。彼此相同。至於卵巢在再生過程中之行動。與精巢無異處。

夫精巢與卵巢之在再生過程中消失者。純爲利用以再造紛失部分之故。此說爲Steinmann 氏在1908年從事於 Planaria 之消化系統再生研究之際所倡導提示者也。

再水螅在再生過程中。傷口恢復程序。請觀 O. Mattes氏(1925) 之業績。卽可得端倪。 Mattes 氏沿水螅體之長軸。作縱走切口。數時間後。傷口之處。最初內胚葉癒合。次則外胚葉相互癒着。同時接近傷口處之細胞。次第成扁平形。結局形成扁平細胞之薄皮。而縫合之。二十八小時後。傷口卽恢復原狀。

如以赤色，綠色，黃色，暗色之光線。照射水螅切片。據 Peebles 氏陳述。再生之際。並無何等影響。 King 氏(1903)斷水螅之頭。分置於暗處與光處。其時各個水螅。咸具七本或八本觸手。手術後九日。檢視之。則置於光處與暗處者。均發生具有六本或九本觸手之變形物。不過置於暗處者。其變形物之發生率。較置於光處者爲低耳。

1935年十二月二日晚脫稿於京都左京區高原町綠野莊。

附記：「生物根本原理之究明，已成爲晚近生物學界一大主流。而動物學界，實驗動物學派之隆興，亦與日以俱進。歐美各國及隣邦日本之青年學徒，咸競相精進於此途之開拓，創立無數偉大之業蹟。吾國動物學教育，似偏重分類及近乎分類學方面。殊欠妥善。再生爲實驗動物學之一部門。今後甚望動物教育家對此多加研究，並授學生以實驗。此舉除可增進學生之研究興趣之外，且足爲究明生物根本原理之一助。余屬此文之動機，止維此耳。

試就動物遺傳學說汎觀近親繁殖之利弊

京都帝國大學動物學教室

甯 一 先

一 緒言

夫人類之忌惡近親——卽血緣極近者相互婚姻，向無民族地域之分，古代卽然，於今爲甚。傳有云，「同性爲婚，其生不繁」，先哲倡之於前，吾人習之於後，舊規墨守，相習成風，是項習俗之殘存，卽構成輓近法律之基礎。至中表聯婚之弊，爲害之巨，雖次於同姓結婚；惟其弊竇之多，洵足以致民族之日趨衰弱；故歷來蠻夷風習，亦鄙視之。試觀生息於交通梗塞之孤島或邊陲之蠻族，其冒萬險，襲異族，而强奪其婦女，誠爲習見尋常之事，卽其佐證。但如古代斯巴達民族，血族結婚，曾盛極一時，而埃及脫勒米王族，乃以兄妹盛行結婚而著聲名。又如居住於錫蘭島之菲逵種族，兄妹結婚，亦些不爲怪。日本今日之下層社會，兄妹結婚之舉，猶時有之也。然古今中外，無文野之別，悉忌惡近親結婚者其故究安在耶？

二 不利於近親繁殖之實例

實際誠如吾人日常所經驗，近親婚姻，不僅屢屢招致恐怖之惡果，而且背馳天理。吾人就狹隘經驗所及，凡中表聯婚所產生之子女，其患聾啞痴呆及精神病者極多。據廣範圍統計結果，事實亦不鮮異。例如菲艾及伯魯兩學者，根據一九〇〇年美國國勢調查之材料，就當時由各地蒐集之盲者及聾啞者，調查其各個父母之血族關係。卽兩學者以全國六萬四千七百餘盲者及八萬九千三百餘聾啞者所得之回答作基礎，而試行調查。其結果之中，天生盲者或聾啞者，多爲具有同種先天性缺陷系統之近親結婚所產生，最爲明顯。德英兩國，亦有同樣統計，並不僅限

於盲聾啞者；而精神病等，亦同其結果。又如生活於美國東部海岸島嶼或半島上之民族，此等缺陷，異常顯著。馬薩喜拾指指州之馬魯薩斯穩雅特島，在一八八〇年，平均二十五人中，有一聾啞。又距此島匪遙之普洛克小島，舉家低能者，習為常見之事態。位於菲洛里達半島東南方之巴哈馬羣島中，類多盲者與白癡，彼等悉為極近親結婚之結晶。又有名之久克族，居住於紐約州交通閉塞之山間，因被附近居民所嫌惡，殆完全立於孤立境涯，乃盛行血族結婚，故其劣性遺傳質，格外純粹，累代相傳，更多劣種子女之產生。試翻久克族之系圖，中有三代連續中表兄妹間結婚，而所產生之子女，結果全部為低能之實例也。

如上所述，血族結婚，以僅行於被社會一般所排斥之階級。其實不然，即尊貴如王侯，亦多有為之者。且大公無私之自然法則，並不以其為王侯，而少異其作用。西班牙王族，為王族中之勵行血族結婚者。如十五世紀西班牙王活魯幾南特五世及皇后以薩伯拉，素質英邁，曾協助科侖布氏發見美洲新大陸，為歷史上著名事蹟。其子孫供政略之犧牲，盛行血族結婚，結果所生子女，類多精神異常：其女約納，即為精神病者，其另一女兒瑪麗之子克魯洛五世，雖有其偉大處，然賦性殘暴。此王後以前述約納之女為妃，生斐里普二世，亦有精神上缺陷。而斐里普二世更娶其表妹為妃，所生之小王，為狂暴性精神病者，後竟欲弒其父王。此王為誰，即留名於樂劇(Opera)中之頓卡魯洛斯也。

試觀上列類例，其昭示於吾人者，即人類近親結婚，實易招致惡劣之結果也。其實此不僅人類如是，即就家畜而言，據畜產家之經驗，近親繁殖，結果不良者多。一般對於家畜，如續行純近親繁殖，其產仔數必漸次減少；且仔體孱弱多畸形，並易罹疾病。例如美國某畜產試驗場，專選約克沙種豚之最優良者，試行兄弟姊妹間繁殖。經三，四代，死產者多。其所產生之豚，發育亦不甚健全。終至四 五代時，此豚系統，遂瀕絕滅。又如就巴克沙種豚，作同樣之實驗，結果亦同。雞類亦然，如續行數代血族繁殖，則體軀弱小，產卵次數減少，孵卵能率低下。其他野生動物、亦未能出此畸範之外。如天然雌雄同體動物，如蝸牛蚯蚓水蛭等，即為其例之最普通者。此等動物，二匹交尾之後，乃相互交換精子，即

以對方之精子，授精於自體之卵子；而自家精子，絕無授精於自體之卵子者。蓋雌雄同體之動物，卵子與精子達成熟期，卽兩者分離，使無由以達成自家授精之機會，爲例極多。至於植物之在同一花中具雌雄兩蕊者，或則花粉與卵達成熟期，卽行相互分離，或則花自身構造上，卽使自家花粉，不致有授精於自家卵子之可能。又如用人工將同株花粉，附於雌蕊，亦多不起授精作用。故一花之中，雖同具雌雄兩蕊，然卒以各種方法：如或發甘蜜，或放淸香，或呈豔姿，以引誘虫蝶，以遂行其花粉媒介之目的。達爾文氏曾以十年間之光陰，詳行考查他花授精與自花授精之相異結果，並比較試驗。其所得結論：爲「續行純自花授精者，自然之所惡也。」

三 利於近親繁殖之實例

綜觀上述事實，似以近親繁殖，全背天理，（自然之理）結果悉屬惡劣；然由他方所得之結論，有適與此相反者。西班牙人盛行近親結婚，前已述之，甲巴之乖架山中，印度人之一部落在焉，雖累代血族結婚，其所產生之男女，皆爲雄糾糾者。又美國東岸島民，續行近親結婚，然一向並無不具者，如盲聾啞跛者之產生。王族之中，如普洛沙之菲里特里大王，卽表兄姊結婚所生之子也。兄弟姊妹，合共八人，其中四人，均具有極優秀之頭腦。達爾文氏一家，多血族結婚，其中查理士達爾文夫婦，爲表兄妹結婚。其子喬治達爾文，爲宇宙物理學大家。法蘭西斯達爾文，爲植物生理學大家，勒拿特達爾文，爲英國優生學會會長。而物理學家喬治達爾文，同時並爲血族婚姻問題之硏究專家。著有『英國之表兄妹結婚及其結果』論文集，對於非難血族結婚如子孫稀少且多低能聾啞及精神病之說，認爲謬誤，加以抨擊。

再就家畜而言，亦復如是。現代優良品種，多爲近親繁殖之產物。曩者一般畜產家之常識，咸認近親繁殖爲有害，迄乎十八世紀末葉，伯克潙魯氏，就勒斯達種羊爲純兄妹間繁殖之試驗，三十年間，成効卓著。晚近多數優良品種系統，大抵僅由數頭先祖加以純血族繁殖，累代增殖之後，因而達數千萬頭者。植物亦

有專賴自家授精以繁殖者，如大麥，小麥，燕麥，大豆，稻，番茄，煙草等重要農作物，卽專以自家授精而結實者也。此類植物，有花開時，同時花粉卽行接觸雌蕊之工作者；亦有花不開而能結成健全之種子者，宛如前述以種種裝置，或方法，以行使其他花授精者然，此類植物之自花授粉，亦極其結構之完善也。

四 專門家之業績

由斯以觀，就近親繁殖之利害關係而言，兩方各有所據，有是有非，實難遽予以斷案也。畜產家本其自身狹隘之經驗，與疉昔之傳說，有稱近親繁殖，或大或小，終必有害。有云不僅無害，如欲保存優良品種，反而非此不可。此外有介乎此兩者之間，謂有時有害，有時有利者。衆說紛紜，莫衷一是。因之此問題之解決，不能不悉委諸專門家，就實驗或試驗場，作最嚴密之分析研究矣。

實際上學者之專就動物而作是項研究者，實繁有徒。其關於研究材料之選擇，每取其體小而發育迅速，並易於繁殖者。一般所採用者為普通鼠，或廿日鼠天竺鼠，(Guined-pig)及果蠅等。前世紀末葉，德國外斯曼氏 (Weis mann) 及其門徒，以廿日鼠開始為關於此問題之實驗，其結果一致。卽一言以蔽之日：『純兄弟姊妹間相互繁殖，至十條代後，雖使之交尾，亦鮮能產育。又卽或產育，其一腹產仔數亦少，且所產之仔鼠，多罹疾病』云。現世紀中，如美國農務省洛姆美盧及賴特兩氏，亦曾用天竺鼠作材料，試行研究。最初以廿三對為出發點，然後由其所產生之仔鼠中，取其兄妹輩，使之繁殖。十五年間，亘二十代。計所用材料，總數達三萬四千條頭之譜。此實驗之結果，大都如前所述，終至全部均有生活力減退之傾向，如死亡率高，體軀弱小，或成育遲緩等。

然此處吾人應加以深刻之注意者，厥為此廿代近親繁殖期間，其種種性質相異系統之分化是也。卽如生殖力衰弱之系統，體未必小。而體軀弱小之系統，其生殖力反强。死亡率低之系統，其產仔數較少。其他尚有專產弱小仔鼠之系統。又如生殖力及仔鼠發育狀態等項，完全與其先祖無稍差異之系統，亦存乎其中焉。

此實驗之結果，誠為重要資料。苟認近親殖為有害，則在任何系統中，應發

生多少不良之影響。然今某某系統，不僅無是項影響之發見，且與其最初出發時之系統狀態，毫無差別。是近親繁殖之本身無害，甚爲明顯。至此吾人得窺審此不良結果之誘發，殆或由於雜伴近親繁殖而出現其他獨立原因存在所致歟？此種疑竇，試觀密斯金之實驗，即可證明之。

爰非拉得盧灰亞地方，有一裴斯達研究所，爲研究老鼠之本場，專用白鼠爲生物學上問題之研究。所內鼠室極潔，飼料廚室亦極合乎衛生之道。此所所飼育者，悉爲血族正確，與系統紀載詳明之標準鼠也。所內密斯金 (Miss King)，爲一著名婦人動物學者，專心致力於近親繁殖之研究。使用鼠數，凡五萬頭，亘四十代，並常用適當之比較材料，洵爲極精密之實驗。女士最初於數代近親繁殖之系統中，取其一腹所生雄雌二對，以爲起點，試行純兄弟姊妹繁殖，以是遂及四十代。

其試驗之初，因產生仔數頗少，故將其所產生之雌者，大都用於繁殖。數代以後，其數漸增。於是輒擇其雌體之最健實者，與精選後之雄者相交配。此專揀擇優良個體以相交配一點，爲其實驗之特色。

女士對於仔鼠，曾每個愼重秤量其產生時之體重，並考察其發育狀態。同時作生殖力强弱之記載。累代以後，產生仔數日增；於是乃由各系統中，擇三腹至五腹之仔鼠爲模範，精密考查其發育狀態。最初六代間，與他人所研究者，毫無異處，發生種種不良現象：如生殖力弱，產仔次數減少，多畸形，及仔體弱小等。但幾經密嚴調查之下，始窺悉此類不良現象，係基於別種原因而發生，完全與近親繁殖本身無關。因此項不良狀態，在未行近親繁殖之比較材料中，亦同樣發生。而此比較材料之系統，及飼育法，適與前者完全相同故也。

於是循此原則，愼重考察後，更進而發現飼料之不良，爲其主因。於是即改善飼料，由第七代起，卽恢復健全狀態，而不良現象，忽而消失矣。七代之後，將反復兄弟姊妹間行極端近親繁殖之系統，與未行近親繁殖之比較材料，相互比較，則不論任何方面，如生長度，繁殖率，體之健康，壽命之長久等，前者均較後者爲優。於是 Miss King 於一九二一年在萬國優生學會席上，報告此種實驗

，其結論爲『此種實驗之結果，顯示於吾人者，卽鼠之近親繁殖，並非有害。因其兄弟姊妹間繁殖之四十代，如就人類而言，假作百年三代，則相當一千三百年間，在此長期間中，人類之行近親結婚者，當與此鼠同然，悉無害也』云。

五 近親繁殖之功過

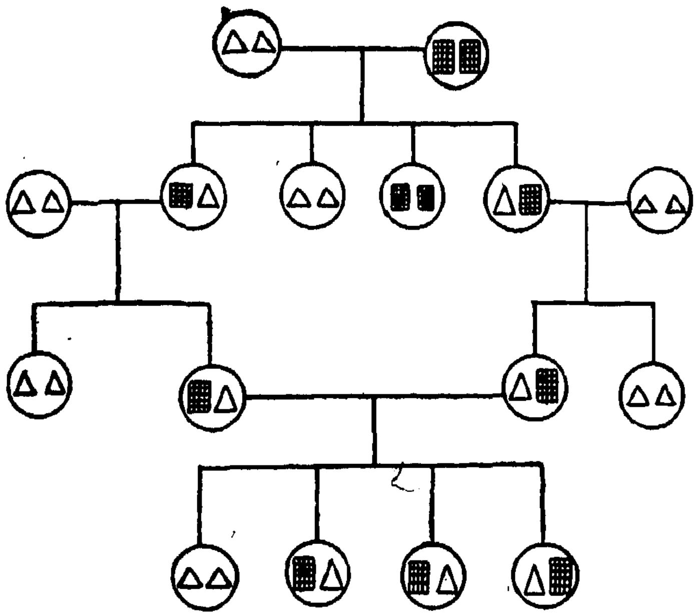
吾人由密斯金研究之結果，深知凡累代厲行嚴密之淘汰，剷除惡因，盡擇其優良系統而行近親繁殖，並不致誘發若何惡劣結果。因近親素質之交雜，其本身無害也明矣。然事實誠如吾人日常所經驗：每多不良結果之發生，其故安在耶？是無他，卽動物體中潛有妨害發育，危及繁殖之素質存焉。此點如飼育多數動物，加以實驗觀察，卽可明瞭。例如二十年前美國飼育小蠅於醱酵果物，以遂行遺傳之研究，卒托此蠅之庇，遺傳學得以急速之進展。因此蠅曾在十八年間，產生四百餘種之新變種，此等變種，有翅小而不能飛者；有翅脈極不規則者；有肢脚彎曲，行步爲艱者；又有缺乏眼睛而成盲目者。統其原因，悉爲生活不良，發育上發生障礙所致。

此種現象，不僅限於蠅類，鼠與人類亦然。普通所謂白鼠者，乃爲皮膚不具色素之變形物，（卽變種），較普通鼠，光線抵抗力弱，且容易被外敵發見，其在生存上自陷於不利之狀態，至爲明顯。

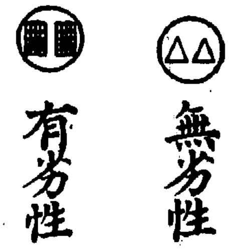
由斯以觀，大凡動物體中，均潛有生存上與生殖上種種有害之素質。此種有害素質，卽爲曼代爾法則(Mendelism)之所謂"劣性"。具此劣性素質之動物，如使之與無血緣關係者相交配，則終隱而不顯於外。譬如白鼠，苟與普通鼠交配，其仔鼠悉爲灰色，白色性質，隱而不顯。如以此隱而未顯之仔鼠，成長後行近親繁殖，則前此隱而未顯之白色性質，必復顯於仔鼠。白色之平均個數，爲其全體四分之一。

人類之劣性缺陷甚多，如狐臭，口吃，耳聾，色盲等，均能遺傳。潛具此等劣性遺傳質之人，設婚以尋常子女，其劣性缺陷，不致發生及其子女輩。（僅潛伏於體內）。苟配以具同樣缺陷之配偶，其劣種缺陷，將顯於其子女無疑。此爲

近親繁殖一般成爲惡劣結果之原因，但如其系統中設無不良性質之存在，則雖累代行近親繁殖，亦無害也。



中表聯婚劣性素質易於呈現之表示圖



近親繁殖，具有顯出潛藏性質之偉力，其性質之善惡不問也。優良素質，亦多因之得以顯出。如前述之苐里特里大王及達爾文一族，卽其例證。而特徵極多之系統，且能藉此累代近親繁殖分別顯出。因此，一般畜產家，每利用之以從事於優良品種之獲得。其法爲先使系統起優良系統與惡劣系統之分化，捨其劣者，取其優良系統，而繼用近親繁殖法以分化之，遂致純者愈純，終得優良無比之品種矣。

六　結論

近親繁殖之功過，既如上所述矣。然吾人實際問題，血族結婚學理上固不能認爲惡劣。因所謂惡與不惡，完全視不良素質之潛在與否而定也。但現代對於潛在與不潛在，尙缺鑑別之力，無先見之明。正有如賭博者然，蓋不勝卽負，不負卽勝。但事先實未能盡操左券，故危險性多，尙莫若力求迴避之爲愈也。

Kirkman 氏女生問題

正田建次郎著
張鴻譯

這是一個尚未解決的問題Hesse等雖正在從事研究，但究竟能否完成？或幾時始可解決？還是個疑問。正田建次郎把牠介紹與日人，我再把牠獻給國人，願對此感到興味的人來努力完成這個未竣的工作！　　譯者

某地有容十五人之女生宿舍一所。為顧全學生健康故，訂有每日分為五個三人組遠足之原則。第恐每組之人日日相同殊覺乏味，故擬於每週間使任何人皆有與其他同學一度同組之機會。究應如何分配始合此理想？此實為女宿舍主任煞費思考之問題，亦即所謂之「Kirkman 氏女生問題」(註1)也。

彼女宿舍主任究想得如何妙法雖不得知，但次之兩種計劃均合實用。學生之號碼定為0至14，便得

第一計劃：

日	0 1 4	2 13 14	3 5 11	6 7 10	8 9 12
月	0 2 8	1 7 14	3 10 12	4 11 13	5 6 9
火	0 3 14	1 8 10	2 9 11	4 6 12	5 7 13
水	0 5 9	1 12 13	2 6 3	4 5 8	10 11 14
木	0 6 13	1 3 9	2 4 10	5 12 14	7 8 11
金	0 6 13	1 3 9	2 4 10	5 12 14	7 8 11
土	0 11 12	1 2 5	3 4 7	6 8 14	9 10 13

第二計劃：

日	0 1 4	2 9 11	3 10 12	5 7 13	6 8 14
月	0 2 8	1 12 13	3 4 7	5 6 9	10 11 14

火	0	3	14	;	1	2	5	;	4	6	12	;	7	8	11	;	9	10	13
水	0	5	10	;	1	6	11	;	2	7	12	;	3	8	13	;	4	9	14
木	0	6	13	;	1	7	14	;	2	4	10	;	3	5	11	;	8	9	12
金	0	7	9	;	1	8	10	;	2	3	6	;	4	11	13	;	5	12	14
土	0	11	12	;	2	13	14	;	4	5	8	;	1	3	9	;	6	7	10

如此之計劃雖仍可擬得，但卽此以足供用。該宿舍主任旣不必再費心思，諸女生亦可欣然就道也。

雖然，問題果若斯解决耶？曰：「否！」問題一旦入數學者之手未有不立即擴太者。一般言之，以任意數N代15則何如？次之問題遂應運而生焉：

分N個元爲三元組（Tripel）後所得的東西（Tripel system）假定地名曰Kirkman 氏系。系數若爲 n，則全部之組數自爲 $\frac{nN}{3}$ 。今所問者乃：每一元與其他任一元恰有一度同組之機會如此分得之系可以任意多個時N所適合之必須且充分條件若何？又對於任意之N個元皆可組成斯樣之系否？

N＝15時，可如上述分爲七個系。故 N＝15乃適合條件之數，且此時系的取法亦已得知。惟斯等取法（系之取法）中其全部及實質相異者有若干？是誠極難之問題。至此處所謂之「實質相異」乃與系之順序及每組中元之順序無關，僅元之本身相異之意義。

一般N所適合之條件尙未求得，故上述之問題在今日仍未解决地存留於數學家之腦中。玆所述者，僅關於此問題諸家探得之結果之零星的記載耳。

N必爲奇數也。何則？每一元在各系中均有一次出現而與其他一對元組合故系數應爲 $\frac{N-1}{2}$。$\frac{N-1}{2}$ 旣爲系數，可知 $\frac{N-1}{2}$ 乃一整數，卽N爲奇數也。又因N應爲3整除，故N所適合之必須條件乃

$$N\equiv3(\mathrm{mod}, 6).$$

但此條件果充分否？今尙未能證明，僅豫想之爲充分條件而已。

試就 $\frac{N-1}{2}$ 個系中 $\frac{N(N-1)}{6}$ 個組之全體考之，每一對元此等組中僅出現一次。如斯只使每一對元出現一次，分N個元爲三元組而得者名曰 Steiner 氏

Tripel system。如更假定地名之曰Steiner 氏系，則以上所述之$\frac{N(N-1)}{6}$組即作成一 Steiner 氏系。以此可知：欲得 Kirkman 氏系必先得 Steiner 氏系，然後再適當地分爲 Kirkman 氏系。

Steiner 氏系存在之必須且充分條件乃：

$$N\equiv 1,3(\text{mod}.6).$$

此條件之必要性甚易證，請述於次：元之對數共爲$\binom{n}{2}$且每組中均含有三對，例如(abc)中含有(ab)，(bc)，(ac)。故組數爲

$$\frac{1}{3}\binom{N}{2}=\frac{N(N-1)}{6}$$

因之$\binom{N}{2}$爲3之倍數。又因對於任一元，其他諸元皆雙雙成對而與該元作三元組，故N爲奇數，設$N=2m+1$，則

$$\binom{N}{2}=\frac{N(N-1)}{2}=(2m+1)m\equiv 0(\text{mod}.3).$$

由是結果不外兩種：(i)m爲3整除，$N\equiv 1(\text{mod}.6)$；或 (ii)$2m+1$ 爲 3 整除，$N\equiv 3(\text{mod}.6)$。故必須之條件爲

$$N\equiv 1,3(\text{mod}.6).$$

至其充分性之證明，因過長從略，請於 Netto: Lehrbuch der Kombinatorik, §131--§144 中求之！

Steiner 氏系亦不計及文字之順序，實質的有若干種？此問題雖於$N=15$時亦未明悉，但關於N之 Steiner 氏系無論如何總可作得一個也

欲解決 Kirkman 氏問必先解決 Steiner 氏問題，但 Steiner 氏問題解決後 Kirkman 氏問題未必即可解決。問題之結癥固在 $N\equiv 3(\text{mod}.6)$之場合，然由一個 Stein . 氏系予以適當之分配未必即可解決 Kirkman 氏問題。例如女生問題之第一第二兩種計劃皆可由

0	1	4	0	2	8	0	5	10
1	2	5	1	3	9	1	6	11
2	3	6	2	4	10	2	7	12

	⋮			⋮		3	8	14
	⋮			⋮		4	9	14
	⋮			⋮				
13	14	2	3	0	7			
14	0	3	14	1	8			

Steiner 氏系作得，但與此稍異之 Steiner 氏系

0	1	4	0	2	9	0	5	10
1	2	5	1	3	10	1	7	11
2	3	6	2	4	11	2	7	12
	⋮			⋮		3	8	13
	⋮			⋮		4	9	14
	⋮			⋮				
13	14	2	13	0	7			
14	0	3	14	1	8			

則不能分爲互相不含公共組之 Kirkman 氏組。蓋含(014)之 Kirkman 氏系僅

0 1 4　　2 7 12　　3 8 13　　5 6 9　　10 11 14

而他之 Kirkman 氏系，如含 (0 11 12) 者

0 11 12　　1 2 5　　3 8 13　　4 9 14　　6 7 10

皆與第一系有公共組(3 8 13)。故分 Steiner 氏系爲Kirkman系之舉不常可能。

因是，吾人又不得不推考：如何之 Steiner 氏系始能分爲 Kirkman 氏系？此又一大難題也！

最近 Skolem 證明一關於此種特別的 Steiner 氏系之定理(註2)。氏所論者乃適合次條件 E 之 Steiner 氏系：

條件 E：若含 (abu) (bcv) (ucx) 等三組，則更含 (avx).

其定理曰：

關於由N個元作成之 Steiner 氏系之適合條件E者存在之必須且充分條件乃

$$N=2^n-1\ ,\ n\geqq 2\ .$$

且此時 Steiner 氏系如不計及文字之順序則爲一意的決定。

此定理之證明，Hasse 氏曾應用 Abel 氏羣之理論作一甚有興味之證法(註3)茲介紹於次：

設 T 爲由 N 個元作成之 Steiner 氏系之適合條件 E 者，試就含 1 爲一元之 (n+1) 個元之集合 G 論之，若 G 適合如次定義之結合法：

(1) $a1=1a=a$

(2) $aa=1$

(3) (abc) 組若屬於 T，則 $ab(=ba)=c$, (a,b,c 皆 G 之元。)

則 G 作一 Abel 氏羣。

何則？由羣之定義逐條論之可得而證明也：

(a) 積：由(1)(2)(3) 可知任意二元之積在 G 內皆一意的決定，且 $ba=ab$。

(b) 主元素：由(1), 1 卽主元素。

(c) 逆元素：a 之逆元素卽 a，卽任何元之巡迴率(Order)皆 2。

(d)結合律：$(ab)c=a(bc)$ 亦成立。茲請證之：

$$a\qquad b\qquad c$$

$$ab=u,\qquad ab=v$$

$$(ab)c=uc=x\ ,\ a(bc)=av=y$$

等七個元中最少有一個爲1時，結合律之成立極易證明。

(i) a,b或c爲1時，其成立自不待言。

(ii) $ab=u=1$ 時，含(ab)之組不屬於T。故 $a=b$。若 $bc=1$，則 $b=c$，結合律自然成立。若 $bc\neq 1$, $b\neq 1$, $c=1$，此時含(bc)之組屬於 T，設此組爲 (αbc)，卽由(3)合

$$bc=ac=\alpha$$

。於是復由(3)可得

$$a(bc)=a\alpha=b\alpha=c=(ab)c$$

$ab=1$時同樣。

(iii)$(ab)c=x=1$時，$ab=c$。卽：若$a\neq 1, b\neq 1, c\neq 1$，之$(abc)$屬於 T。由是

$$bc=a，a(bc)=aa=1=(ab)c.$$

$a(bc)=y=1$之時亦同樣。

至於上之七元中任何個皆不爲1時，結合律云者不過條件E之化身而已。蓋T既由(3)含有(abu)，(ucx)，(bcv)，必更因條件E含有(avx)，於是復由(3)得$av(=va)=x$，$x=y$也。是故本題補之證明告成。

G既爲Abel氏羣且其中任一非1之元之巡迴率爲2，故G之型爲$(2,2,\cdots 2)$，G之元數(order)爲2之乘冪2^n。由是$N=2^n-1$，而定理之必須性之證明完成。

逆之，元數爲2^n之$(2,2,\cdots,2)$型之Abel氏羣如存在，自其中將主元素取出，然後分剩餘之1^n-1個元爲三元組令每組中之一元爲他二元之積。(卽：與適合$ab=c$之a, b, c同性質者。)於是可得適合條件E之Steiner氏系。a, b已與時，c乃一意的決定，故任何二元之對僅得一組，實爲Steiner氏系。又結合律卽表示條件E，故條件E亦適合。由是由2^n-1個元Steiner氏系必可作得也。

據上所論，異乎1而適合$ab=c$之元a, b, c與1相合作成一元數爲4之G之約羣。反之，G之約羣之元數爲4者中，1以外之三個元素a, b, c必適合關係$ab=c$。是卽由2^n-1個元作Steiner氏系之問題可化爲求元數爲2^n之$(,2,\cdots,2)$型之Abel氏羣中元數爲4之約羣之問題。任何兩個元數爲2^n之$(2,2.\cdots,2)$型之Abel氏羣皆同型故由2^n-1個元作得之Steiner氏系，如不計文字之順序，乃一意的決定。至此本定理之證明遂告完成。

此場合之組數爲

$$\frac{1}{3}\binom{N}{2}=\frac{2^n-1}{3}\cdot(2^{n-1}-1).$$

$n=4$時恰得$N=15$。

如斯之 Steiner 氏系，$N\equiv3(\mathrm{mod}.6)$時，可分為 Kirkman 氏系，雖屬吾人之期望，然至今尚未能予以證明。據 Hasse 之來信，彼方取 Schreier 之研究更作次之探討，第猶未完成耳。

因$N=2^n-1$為3整除，故n為偶數。反之，n若為偶數，則N為3整除。Kirkman 氏系既由$\frac{2^n-1}{3}$個組所成，故其系數可為2^n-1。一個 Kirkman 氏系必由$\frac{2^n-1}{3}$個元數為4之G之約羣所決定。據 Schreier 之研究，對於此$\frac{2^n-1}{3}$個約羣若予以適當之選擇且取得適當的元數為$2^{n-1}-1$之G之自己同型置換θ，則于最初取得之$\frac{2^n-1}{3}$個約羣施以θ及其乘冪之添加作用，恰可得2^n-1個由$\frac{2^n-1}{3}$個約羣作成之集合。由此集合可分得 Kirkman 氏系。此時之θ含有次性質，即於任意的元數為4之約羣施行θ^k之添加作用所得之羣若為θ^kU，則U，θU ……，$\theta^{2^{n-1}-2}U$各不相同。事實上斯等之θ可以作得。其次之問題乃選擇含有非1的公共之$\frac{2^n-1}{3}$個約羣其中任何二個，U與V，取出時適合$U=\theta^kV$之θ得常存在者。然此問題又未解決，故 Scheier 氏之豫想正確與否亦屬疑問也。至$N=15$時其預想無誤則已經氏本人確定焉。

註1：Cambridge and Dublin Math Journ. 5(1850).

註2：Saertryk av Norsk Mat. Tidsskriff 1931.

註3：Saertryk av Norsk Mat. Tidsskriff 1932.

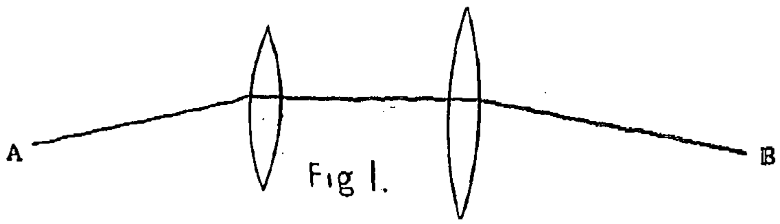
附註：關於羣之理論可參閱蕭君絳譯園正造之羣論。

波動力學的根本思想

這篇文章是德國物理學家波動力學的倡導者緒丁蓋(Schroedinger) 於一九三四年接受諾貝爾物理學獎金時的通俗講演

赤 信 譯

光線通過光學器械。例如望遠鏡或是照相機的物鏡時。則在投射面及反射面上要受方向的變化。假使支配此方向變化的兩個簡單原理為已知時。則此光線路徑的作圖是可能的。這兩個原理乃是三百年前斯內里幼(1)所發現的投射原理(2)和兩千年前亞幾米特所已知的反射原理。如第一圖所示是個極簡單的例，兩個稜鏡所成的四個平面各由斯內里幼原理而投射乃成射線(3) AB.



弗馬(4)自更一般的立場出發。可以合成地表示光線路徑的全體的結果。光在相異的介質中用相異的速度來傳播。此時光線路徑恰與光線實際能達到的處所相互符合。——(補註：此時可在射線上任意取兩點作為始點及終點)——不過這種實際通過路徑的少許偏斜是表示一種到達的遲延。這就是所謂有名的弗馬最短時間原理。用這種奇妙的方法。祇要幾句話就可以規定光線的整個使命。並且包括所謂介質的性質。在各平面上是連續的而不是跳躍的變化之一般場合。例如光線侵入大氣所包圍的地球愈近。則牠的速度愈緩。不過傳播速度的差異是極為微小。然而由弗馬原理我們又要求光線向大地進行是形成漸次彎曲的路徑。(參照第二圖)這是什麼緣故呢？因為正要這樣才能使光線在高空的最速層能多停留一

會。換句話說：就是沿着最短線的路徑而前進是比較迅速地能達到目的地。（最短線是圖中所示的點直線。關于四邊形W W W^1W^1可暫不必過問。）我想諸君也曾注意過太陽達到地平線的時候。並不是正確的圓形。而是好似直徑短縮的扁圓形。這種現象乃是光線投射所得的結果。

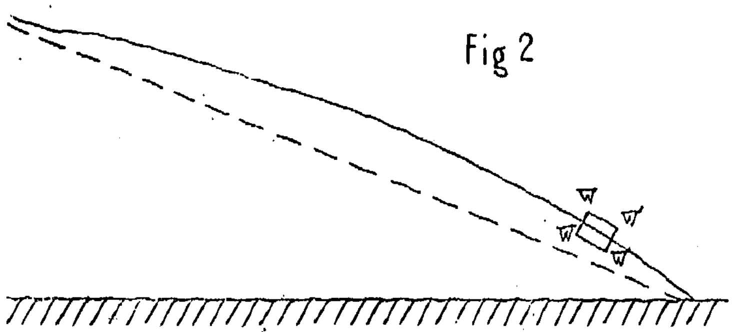


Fig 2

就光的波動說而言。所謂光的射線亦不過一種假定的意義。並不如光粒子所有的物理的軌道。僅是由數學的補助線作圖中所謂波面的直交點跡而導出的直線。此種折線到處都與波面成直角方向進行。（參照第三圖是表示同心球面的波面和直射線互相直交的場合。第四圖是表示彎曲射線的場合。）這個重要的弗馬原理

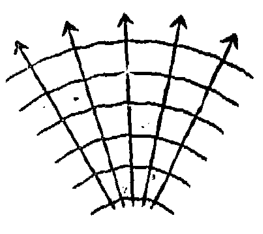


Fig 3

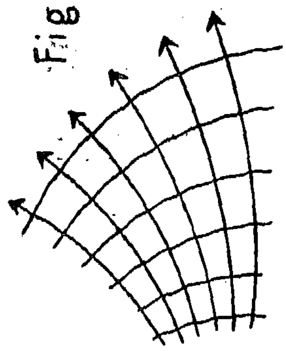


Fig 4

我們可以用與波面無關的純數學上的補助線而證明之。實在是非常奇妙。然而這也不過是數學上的奇妙而已。從波動的立場加以正確的理解。我們才知道並不特別新奇。換句話說：自波動的立場看來。所謂光的屈曲投射。可以看作波面的方

面轉換。那就會容易明瞭了。這樣的方向轉換乃是由於相鄰部份的用相異的速度向前進行。也是很明白的必然的現象。譬如正在前面進行中的一連兵士。假使施行「向右轉」的口令的話。各人都會用相異的步伐右轉最右翼排長的步伐最緩。而最左翼排長的步伐最急。同樣的理由在大氣中光線投射的場合。(參照第二圖)波面的一方W W 必然，地向着他方W_1W_1移動。左方較高所以還能在稀薄空氣中多停留一會。右方較低所以進行的速度比較地快。譯者註再詳細地說：光的速度分配在每個場所時波面非用某種方法使其方向轉變不可這種極平凡的主張完全和弗馬原理的內容一致。我雖不想在這裏加以證明。但是也得要再詳盡地說明。我們試用一根長繩連結着排列整齊的一排兵士。各人的手都是緊握着長繩。而施行要他們各盡所能地急行的口令。地面的性質既依場所而變化。所以有時是左翼急進，有時又是右翼急進。因之發生所謂方向轉換。經過長時間以後。則所走的軌跡並不是直線而是多少有點彎曲的線。這種曲線乃是依其地形性質而得的軌跡。也是很明白而正確的。因為每個人都是依自己的能力前進。而且方向也是朝着地勢壞的場所轉換。結果是每個人都在地勢[illegible]域中緩進。好像是故意劃着曲線似的。

這樣的弗馬原理乃是從波動說提出來的精華。因此哈密頓偶然發現從力場的質點的實際運動。(例如圍繞太陽四周的諸星的或是投石於地球的重力場)都是受着與弗馬原理完全相似的一般原理的支配。這個原理後人就冠以發見者的名字而稱為哈密頓最小作用原理。內容大意是質點並不是選擇最速的路徑。而是選擇與此路徑非常相似的軌跡。這完全與光的最短時間原理恰相吻合。眞是不可思議的。正如自然界中同一的合理的法則。可以用兩種相異的方法來表示。也就是說：一度用以解釋光現象的波動的行為。在質點中假使不再利用這波動的性質。還是不能解釋一切質點的現象。但是這個矛盾在當時是不成問題的。因為所謂從力學法則而實驗地測定的質點在那時候不過是指肉眼所能見到的。或是非常龐大的物體如太陽星辰等是。這些質點的波動性質是很容易明瞭的。

現在我們所謂質點是構成物質的微細粒子。這個在當時不過是純粹的假說。嗣後放射元素的發現使測定方法更趨嚴密精確。至今此種粒子或質點已經可以單

獨地研究。尤其是威爾遜的霧箱照相法。竟可以將某種粒子的軌道精密地測定。並且在測定可能的範圍內雖是微細的粒子也與龐大的星辰在同一合理法則之下成立。尤有進者。分子固不消說。就是原子也不能認爲是構成物質的基本要素。而是一種極複雜的結合粒子。從來的理想說是從粒子所構成的原子模型是與銀河系中的星辰軌道相似。我們也可以承認這個模型。我們將適合於龐大世界的運動法則推論於原子世界中。是非常自然而合理的。也就是說天體上的哈密頓力學可以應用於原子的內部生活中。然而這個原理與光學的弗馬原理有密切關係的這回事。却早被人們忘懷了。就是有人提及。也不過認爲是數學上的奇妙而已。

我們用這種古典力學的原子模型究竟是得到怎樣的成功。抑是嘗過怎樣的失敗呢？關於這個問題。假使不再詳細地討論着。而想要得正確的觀念。倒是不太容易。一方面哈密頓原理可以說是最忠實可靠而不可少的嚮導。他方面爲要滿足事實的要求起見。又要受到一種新的不可解的所謂量子條件及量子假設的干涉。古典力學的交響曲中定要混入粗濁的噪音。可是最奇妙的是這噪音能得非常的和諧。好像是同一樂器演奏出來似的。換成數學的說法：就是哈密頓原理僅祇要求某個積分值爲極小。可是並沒有限制這極小值的數值性質。但是新要求却限制極小值要是普遍的自然常數。並且還要是伯蘭克作用量子的整數倍。因爲這個附加的要求。事態便完全陷於絕境。古典力學若是完全錯誤。那就叫牠讓路。但是我們既生息於此小宇宙中。總得設法救治支配此小宇宙的力學。而不忍拋棄。因此總想如何使量子條件及量子假設不致成爲橫蠻的干涉。而爲由理論內容自然地合理地導出的結果。這是呈現於我們面前的困難問題。

新闢的途徑既如上述的暗示是可能的。就是說弗馬原理既能支配光的現象。同樣地哈密頓原理亦得支配質點力學的波動行爲。不過此時每個質點也失却了原來的意義。亦與孤立光線同樣地變成理想的東西。這新理論的精髓不但沒有侵害極小原理。反而從波動的考察使我們重新認識這原理的簡單而正確的意義。新理論的本質完全不是新異的。乃是有機地擴張舊說。也就是說：將舊理論加以更精密的解釋。

但是這種新的更精密的解釋如何能導出旁的結論。應用於原子現象時如何能消除古典理論所不能解決的問題。如何能忍受這樣的干涉甚至將牠變成自己的理論呢？

關於這點。我想還是用光學的類推比較容易說明。我曾說過弗馬原理是光波動說的精華。這雖是不錯的。但是並沒有說不必再進一步研究波動現象。所謂光的繞射和干涉現象僅在單獨研究波動現象時。方能理解。因此光波不但最後達到何處尚是問題。同時在某瞬間究以如何形式而前進。也是一個疑問。舊有粗笨的實驗裝置認為這些現象是細微末節。而未加注意。時至今日光的波動性質不但不能忽略。簡直可以說是觀測一切現象的重要特徵。

現在讓我再舉兩個例子加以說明。第一個例子是如何利用光學儀器如望遠鏡或顯微鏡造成鮮明的像。即是由物體A出發的一切光線再聚集於像點B（參照第一圖a)最初我們以為是幾何光學的困難來作祟。但是後來縱令用最精密的儀器一切光線的聚集還是不能如我們的期待。不過每個光線和相鄰部分比較地服從弗馬原理所預示的。也就是說自一點物出發通過儀器的光線並不再聚集於儀器外部的一點。而是分配於所謂繞射光輝的小圓面上。因此常使稜鏡邊緣及繞射光輝成為圓形。我們叫這現象為繞射的原因。是從物點出發的球面波不能全部侵入光學儀器的內部。故稜鏡緣及繞射光輝僅是從球面波羣中截取一部分而已。（參照第一圖 b ）假使容許直觀的說法來表現。就是說：被傷害的邊緣擲影牠們不能嚴密地聚集於一點。因此作成多少有點模糊的像。這模糊的程度是與光線的波長有密切

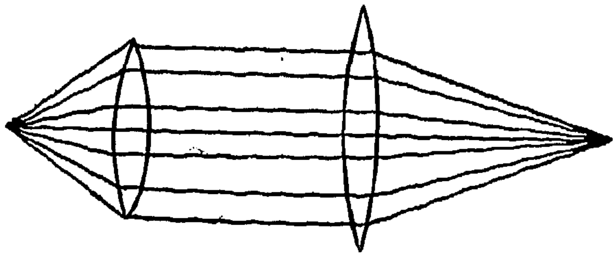


Fig 1a

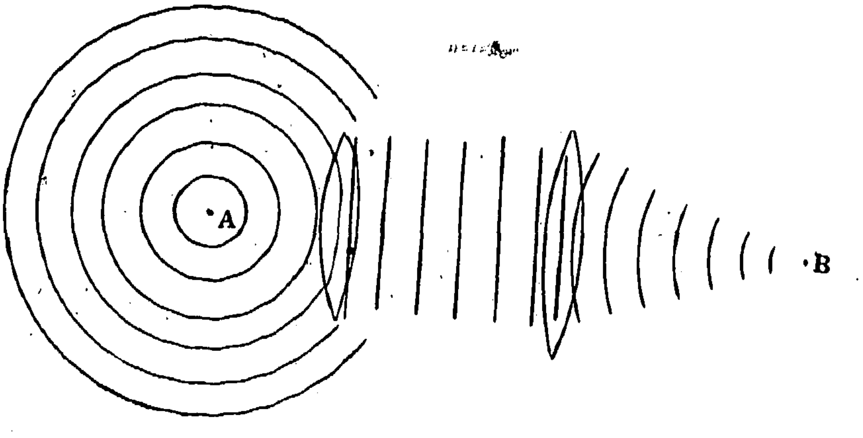
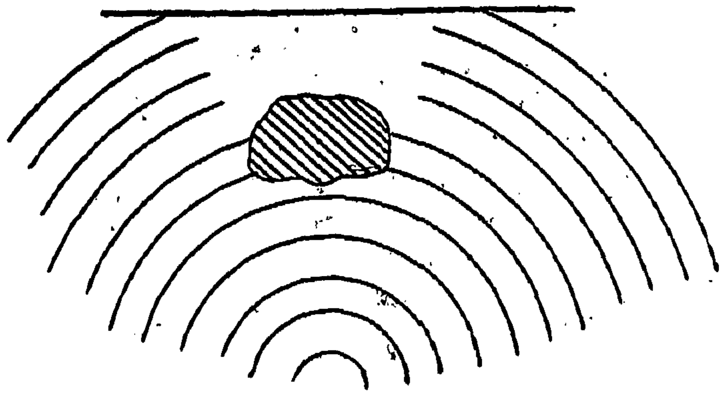


Fig16

的關係。而且這種密切的關係在理論上是不可避免的。因此現代最精密儀器以觀測某種現象時。總有少許誤差出現。最初我們沒有注意。現在才得明白。並且我們知道比光的波長差不多的物體所得的映像是與實體相差很遠。假使比光的波長還要小的物體。那就簡直不像樣了。

再舉個更簡單的例子：就是一小點的光源自不透明的對象物投射於布幕上所得的影子。要作影子的圖形。先必知道每個光線所走的路徑。並且還要調查不透明物是否妨害光線達到布幕的進行。影子的邊緣亦如通過鏡面光線所成物體的邊緣。實驗告訴我們縱令用光源作成的點狀與投影的對象物有截然的境界區別的場合。這影子的邊緣實際並不顯明的。這個理由也與上述的例子同樣。波面被物體破壞時其被破壞的部份就會發生不顯明的結果。（參照第五圖）每個光線都是獨立地存在。然而又能犬牙錯綜互相扶助地進行。這是比較不容易理解的。

這也可以說是繞射現象。在一般比較寵大的物體中是不大容易為肉眼能見到的。但是當投影的物體在某方向為非常微小時。不但本來的影子已經與繞射光輝一致。並且好像是由己身分向各方面放射出來。因此很容易看見。（特別顯著的區域是與射入光線成極小角度的範圍內。）我們常知道射入暗室的光線被太陽照



燦顯出五光十色的微塵。向着太陽的丘邊野草或是蜘蛛細網以及背着太陽的頭髮。都有繞射光線顯着華麗燦爛的光輝。這一切都不是物體自身發生出來。而是撞着物體近傍的波面所發生的擾亂現象。無論物體如何微小。這種擾亂區域至少都有幾個波長的範圍。這種很有趣味的事實對於下述的現象亦有很重要的影響。我們現在又要研究繞射現象與波長的關係。關於這點我想引用聲音的他種波動現象。比較容易理解。音波的波長最長的是數米。所以在這場合我們不能作成影子。因此繞射又成爲重要的研究對象。例如我們可以在高墻的彼方聽到人家的呼聲。雖然看不見人家的面龐。可是清脆的聲音是可以很明晰地送到我們的耳膜。

現在我們想從光學類推的方法。以得力學的結論。古典力學是相當於孤單而相互獨立的光線所出發的光學思想。新波動力學是相當於光的波動說概念。從舊見解移到新見解的最有力的工具是光的繞射現象。換句話說光的繞射現象是相當於力學中的某種事實。這種事實亦與在光的場合同樣地被人家忽略遺忘。否則舊力學的見解一定不會有這悠久的歷史。現在這種事實不但被我們正確地認識出來。並且還要對於支配古典力學的舊見解。提出一個難解的謎。我們也很容易想像在光學上光波的波長。乃是相當於新力學的物質波的波長。

在這裏我們又要提出一個問題。就是波動的行爲對於龐大的力學現象都能有

近似的成立。爲何對於幾個波長程度的微細區域。反而不能適用呢？舊見解認爲原子現象另有特殊的微細的體系。但是我們又要追問：原子現象中爲何定要這種體系才能解釋呢？還有使我們疑惑不解的是關於各種附加的奇妙的要求。舊見解認爲要藉人工的接木的方法導出。以適應原子的內部生活及多少幫助理解被觀測者的生命意義。可是從新波動見解看來。這些要求全是自原子現象的內部自然地發生的。

諸位要知道所謂跳躍點[5]是原子直徑與假設的物質波波長相等時所出現的現象。然而諸位又會要問：我們分析物質構造時是否偶然地發生這波長的大小問題。仰是由其他方法而知道的。並且我們爲何沒有在別的地方發現這理論的新工具？——即所謂物質波的概念——這是如何發現的？是否要假定牠的存在呢？

我的回答：是大小程度的一致絕對不是偶然的。並且也沒有特別假定的必要。牠不但在新理論中必然地存在。並且還告訴我們下述的值得注意的事實。因爲重原子核的質量比原子自身的要少得很。所以下面的考察是將原子核當作點形的有引力的中心看待。也就是說可以用羅利福得——谢得維克[6]的 α 線的散射實驗而決定。使假設的物質波代替電子的位置。但是關於波長的大小因爲我們尙不得而知。可暫不過問。因此我們的計算中就祇含有一個未知數。令其爲a。這樣相當於原子核的光波所發生的繞射現象之計算是毫無困難的。與在光波的場完全同樣。我們亦可知道包圍核的周圍所生的擾亂區域是與波長有密切關係的。並且這兩者的大小程度是相等。雖然我們對於這大小程度還沒有十分明白。最重要的意義：是在擾亂區域中繞射光暈可以與原子同等。再明白地說：原子可以說是由原子核用某種方法所捕得的電子波的繞射現象。因此原子直徑的大小與物質波波長的大小相等。並不是偶然的。然而關於這兩者的數值我們還是無法知道。這個道理是我們的計算中還有未知數a的存在。爲要決定這個未知數。我們有兩種方法。而且這兩種方法所得的結果是互相符合的。第一法是將a當作原子的生命表示以選擇能正確地導出的光譜線。由此光譜線能有正確的數值的測定。第二法是選擇其數值爲a使繞射光暈與原子所要求的大小爲相等。這兩法所得a的數值雖是一

致。不過第二法是不太精確。因爲所謂原子的大小根本就沒有正確的概念。最後我們要注意的是所謂未知數在物理意義上並不是長度的單位[7]。而是時間與能的乘積單位所示的作用。這個代以在熱幅射法則所熟知的柏蘭克常數所得的結果。當然是合理的。這樣的結果乃是由第一種方法而決定的。

由此所得的理論至少在數值方面可以和新假定的最小值互相一致。這裏僅祇含有一個可以決定的未知常數。假使我們代以從前在量子論所已知的數值。那末對於與原子相當的繞射光煇也可以合理地用數值表示牠的大小。同時原子的一切生命表示以及由此放射的光和電離能力[8]都可以用數值正確地計算出來。

我想儘量地用最簡單的形式來說明物質波理論的根本思想。在這個努力之中——我將各種不同的概念歸納在一起。而企圖達到同一的結論。因是說得異常繁雜。——這是要請諸位原諒的。推考嚴密而又經過實驗的證明。這樣得到結論。固是十分正確。不過，我在這裏祇想藉簡單明瞭的概念以得我們的結論。我並不是故意避免數學上的困難。因爲這兩種方法所得的結論大概沒有差異。所以我要述及比這還重要的概念上的困難。由一個曲線軌道的表示移到與牠直交的波面系的表示。這樣的說法當然不甚困難。但是波面至少可以包含很多軌道曲線線束。並且這線束的任何軌道曲線都與波面有同等的關係。（參照第六圖）舊見解認爲

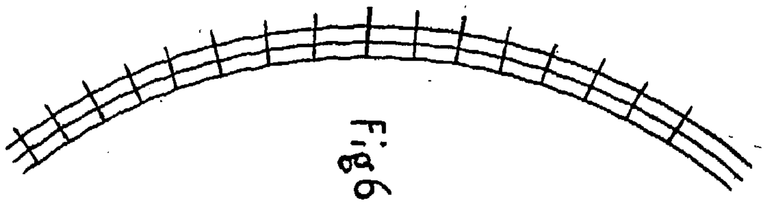


Fig 6.

其中的唯一特殊的曲線在具體的場合。實際爲質點所通過。而其他的一切曲線都不過是祇有通過的可能性。因此可以單獨提出一個曲線來說明。然而新見解却不是這樣的說法。我們可以如是比較：

質點力學是「或爲甲否則爲乙」

波動力學是「既爲甲復又爲乙」

這兩者間的理論是互相矛盾的。假使我們完全放棄舊見解而採用新見解。這當然是很便利而合理的。不幸這個辦法也不能成立。因為從波動力學的立場所謂質點軌道的無限波攣也不過是一種假想的東西。既不能依次排列。也不能說誰有實際通過的優先權。但是我也曾說過在許多場合我們可以實際觀測每個質點的軌道。雖是波動的表示不能完全描寫。不過保有同等權利的軌道曲線線束是可以看到的。然而因此我們就認定牠的橫斷面便是波動。恐怕有點不太妥當。可是為要理解關於同一質點由同樣的明晰程度所表示繞射及干涉現象起見。這種橫斷面的結合方法是必要的。因此這種繞射和干涉不僅可以表示原子內部的現象。同時也可以應用於龐大的現象中。並且在每個任意的具體的場合。兩個相異的見解經過某種考慮以後。可以不會得到相異的結果。但是從前我們所常用的概念。——譬如「實際的」或是「唯一可能的」等概念——非得拋棄不可。我們再也不能說「實際如是」或是「實際地發生」。僅祇能說在每個具體的場合我們應該觀測些什麼？然而這樣的說法。在任何情形之下都能滿足嗎？原則上是可能的。何况精密科學的最終目的也不過是表示實際觀測的可能。這也並不是炫奇立異。不過困難的問題是在我們於此表示以前先想要利用一種明確的假說。以理解這世界的一切現象。這種假說能否成立？很多學者認為是絕望。但是我還覺得他們太武斷了。

我將把我們所認識的矛盾情形。申述如下。以作本文的結束。光線或質點的軌道是相當於傳播現象的縱的關係（平行於傳播方向）反之波面是相當於橫的關係。（垂直於傳播方向）。這兩種關係都是正確的事實。前者是由攝照質點軌道而證明。後者是由觀察干涉現象而證明。兩者間要造成一致的像。這種工作還沒有成功。僅在極端的特殊的場合橫的——即殼狀的或縱的[9]——即射線狀的——關係。單獨地得到圓滿的結果。 （1935，March 20 譯完）

(1) Snellius. (2) Brechungsgesatz. (3) Strahl. (4) Fermat.
(5) Springende Punkt. (6) Rutherford und Chadwick. 後者是決定受1935度諾貝爾物理學獎金者。 (7) Dimension. (8) Ionioierungsarbeit.
(9) Schalenformige

譯者註：我現在舉一個用斯內里幼方法所不能解釋的例如夾從水平線上發出的光線依斯內里幼原理應該還是水平直線的這個道理是水平方向的投射率是不變的但是從實驗知道水平的射線的曲度較任何射線的還要强這個用方向轉換的波面概念也就很容易明白了。

TY 譯

關于羊齒植物精子的"border-brim"的性狀

Yuasa, A. 著
胡 繼 譯

羊齒植物 (Pteridophyta) 的精子是具有纖毛 (Cilium) 而富於運動性的細胞。由纖毛的數，可將羊齒植物分爲兩羣：

I 雙毛類(Biciliate)

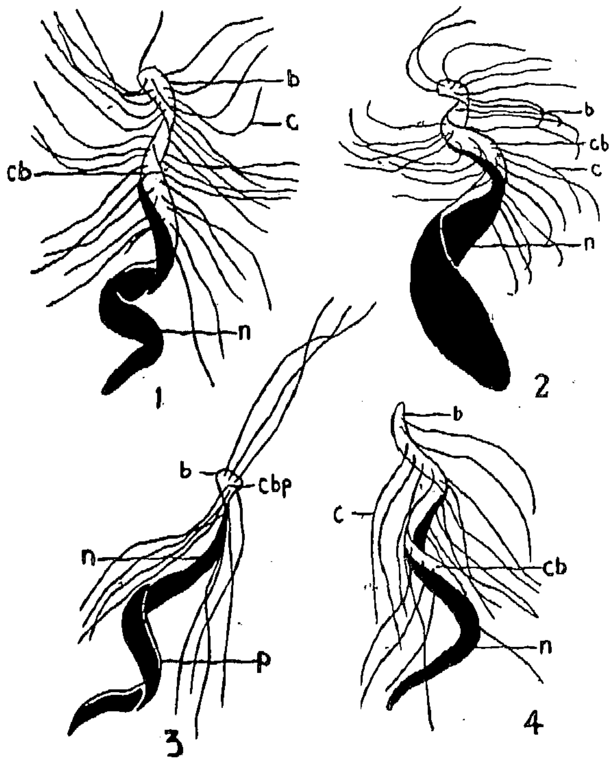
石松類(Lycopodiales)(包含石松科 Lycopodiaceae,卷柏科 Selaginellaceae)

II 多毛類(Polyciliate)除石松類之外所有的羊齒植物都包含在內。

多毛類的精子普通一般是卷成帶狀的螺旋狀，其先端部分具有纖毛。第 1——4 圖是將屬於多毛類的眞正羊齒族 (Eufilicineae) 的一種，問荊 (Equisetum arvense L.)水韮(Isoetes japonica Al. Br.)槐葉蘋(Salvinia natans Hoff.) 等的精子略以模式圖表示的，其中無論那種都有核及帶毛部分，並附有多數的纖毛。纖毛的數在眞正羊齒族雖因種類的不同而異，大概爲30至60根左右，問荊爲25至30根，水韮約11根，槐葉蘋約19根。試觀帶毛部分在眞正羊齒族，問荊，槐葉蘋等中的纖毛是從稱爲生毛帶(Cilia-bearing band) 的地方發生的，其一面邊緣爲核的先端部分，其他的邊緣爲由稱爲"border-brim"(第1.2.4.圖 b)(邊線)的線狀體所形成的。眞正羊齒類的場合，還有稱爲橫線 (Lateral-bar) 的線狀體在生毛帶的先端。水韮的帶毛部分是由三角形的生毛部分 (第三圖 cbp) 與"Border-brin" 以及與生毛部分相連接的細胞質帶 (cytoplasmic band)(第 3 圖 p)而成的。石松類的精子雖缺乏如上面所說的"border-brim" 但是可以看見與此匹敵的構造。

"border-brim" 固然是上面所述爲帶毛部分的一個要素，並不是帶有直接纖毛的部分。眞的帶毛部還在生毛帶(第1.2.4圖 cb)。然而向來對於羊齒植物的

精子將著者所說的 "border-brim" 就認為是帶毛部分而稱為生毛體 (Blepharoplast) 。(生毛體這名詞的眞意，雖是指到將來發達為鞭毛或纖毛的一種小體之意，但向來為方便起見卽令是完成了的帶毛部分也這樣的稱呼) 卽是如上面所說的纖毛發達的地方為生毛帶，原來的生毛體就是指 "border-brim" 實在祇不過是占生毛帶的一側。這點是最近 Muhldorf(1930) Dracinschi (1930) Yuasa. A (1932) 等所主張的地方。然而 "border-brim" 與生毛帶的關係究竟如何？我精



第1——4圖 羊齒植物精子的模式圖，第一圖眞正羊齒類的一種 第二圖問荊，第三圖木賊，第四圖槐葉蘋，b."border-brim"; c.纖毛，cb,生毛帶，cbp,生毛部n核， l, 橫線 p,細胞質帶。

子形成的時候在有形成精子可能的細胞卽精細胞中有球形之小體出現，次第伸長為帶狀，發生 "border-brim" 生毛帶，橫線等的分化，與核連接共成螺旋形而完成精子，這是著者(1934)的觀察。

一方在上面所說的精細胞中現出的小體 (blepharoplast) 的由來，到底是怎麽樣呢？這是一個重大的問題。從精細胞發生核分裂的時候的中心體而來的這個事實，在羊齒植物方面經 Belajeff (1898) Sharp (1914) 等於羊齒類，問荊，蘋 (Marsilia, quadrifolia L.)等中證明了。但是 Yamanouchi, S.(1908) 他覺得生毛體雖是在精母細胞之細胞質中新發見的但不演中心體的作用，據 Shibata, K. (1902)所述水韮在精細胞的細胞質皮層的一部分肥厚以後，纔形成精子的頭部。此外有的說羊齒植物以外的生毛體是從中心體而來的，有的說由細胞質的分化而成的。又有說是從仁而發生的種種主張。

"border-brim" 是僅只發見於精細胞的球形的生毛體，伸長後牠的一部分仍舊原樣殘留着的部分，對於牠的性狀的研究，是非常有意義的事情。

著者將大草蘇鐵 (Matteuccia Orientalis Trevir), Adiantum Capillus-Veneris L., Pteris Crelica L. var. albo-lineata H K.,水韮等取作材料，檢點關於這些的精子的完成了的生毛體，特別是"border-brim" 的性狀。將含有精子的水滴放在 Slide-glass 上，任其乾燥，或者是將含有精子的水滴放在 Slide-glass 上用純酒精(absolute alcohol) 或 Osmium 蒸氣固定（數分）後，使其乾燥，再由種種的核或細胞質染色色素來染色，或者是從顯微化學反應而檢點他的性質。

大草蘇鐵，Capillus-veneris L.

Pteris Cretica L. var albo-lineata HK 等的場合

使用一般核染色用的色素，核（精子的核以下準此）與 "border-brim"的染色程度差不多是一樣，加以醋酸那就兩者都稍膨潤，但不相侵，加以 Osmium就變黑。從種種的核染色色素所得染色結果如下：

（++++濃染，+++稍濃染，++淡染，+淡淡染，一不染）。

核染色色素	核	"border-brim"	生毛帶	纖毛
Haematoxylin	++++	++++	±	±
Gentian violet 水溶液	++++	++++	±	±
Carmin Alum	++++	++++	一	一

Safranine 的 Aniline 水溶液	++++	++++	++	++
Safranine 的酒精(95%)溶液	++++	++++	++	++
Anthracen blue(Chrome alum)	++++	++++	−	−
Alizarin Cyanin(chrome alum)	++++	++++	−	−
Acid alizarin blue (chrome alum)	++++	++++	−	−
Carmin acetate	++++	++++	++	++
Methyl acetate green	++++	++++	++	++
Safranine 及 light green 二重染色法	赤	赤	青	青
Flemming 三色染色法	赤	赤	淡黃	淡黃
Ehrlich 三酸染色法	青	青	淡赤	淡赤

倘用細胞質染色色素則核，"border-brim"所染色與生毛帶纖毛等差不多是一樣。

細胞質染色色素	核	"border-brim"	生毛帶	纖毛
Fuchsin 水溶液	+++	+++	++	++
Eosin	+	+	+	+
light green 的酒精(75%)溶液	++	++	++	+
orange, G. 水溶液	++	++	++	++
aniline blue 的水溶液	+++	+++	++	++

從這些染色反應就可想見核與"border-brim"性質的類似。但是試觀 Feulgen 的核染色反應，只核係陽性，'border-brim"爲陰性。核及"border-brim"如用 Sudan III（爲在 20cc 的95% Alcohol 中溶解0.1g.Sudan III 的液體）便爲淡染性，但設用 Heidenhain's haematoxylin 以對照染色 (Counter staining)，則核與"border-brim"便染呈赤黑色，而纖毛與生毛帶差不多染不上，由此可知核與"border-brim"是含有油樣體 (Lipoid)。爲欲檢出蛋白質 (Protein) 試用了 Biuret, Xathoprotein 反應觀察，但是得不着結果而終，僅與 Millon 的反應是陽性。這便立刻就可以知道核與"border-brim"都含有油樣

體和蛋白質。

根據以上的事實，雖可以說"border-brim"與核有幾乎同樣的成分及染色性狀，但前者未含有染色質的這一點，是大大的不同之處。還有一個疑問的地方。就是 "border-brim" 與澱粉粒 ， Chondriom 等是否不相同呢？但是在附着精子的精細胞的細胞質中具有被包含於色素體被內的澱粉粒 ， 這即令在精子形成過程中也差不多以同樣的狀態存在着。因此便以為色素體或澱粉粒與 "border-brim" 是一樣的這種推考是不成立的。還有 "border-brim" 在鹽基性的物質內不溶解 ， 酒精內也不溶解 ，縱令用 Janus green 也不起生體染色作用。用 Altamann 的 Chondriom 染色法也未見得特別易染。如此可知與 Chondriom 是不相同。事實上 Embergen (1922) 在 Adiantum Capillus-veneris L. 的精子形成過程中 ，將 Chondriom 追跡過，從所得的結果看來 ， Chondriom 與 "Border-brim" 另為一物。

卽是說"Border-brim"雖具有與核類似的成分以及染色性，但是並未含有染色質(Chromatin)。雖然纖毛，生毛帶都是屬於細胞質的，但是纖毛與生毛帶顯示着稍不同的染色色調，在性質上，就可想到牠們的差異。還有如前面所說的生毛帶以及纖毛是由生毛體二次的發達而來的。

在以下是專就由細胞質皮層的分化 ， 而形成帶毛部分的水韮的精子以觀察 border-brim" 的性狀。

水韮的場合

染色反應如下：

核染色色素	核	"border-brim"	生毛部	細胞質帶	纖毛
Haematoxylin	++++	++++	±	±	±
Gentian Violet 水溶液	++++	++++	±	±	+
Safranine 的 aniline 水溶液	++++	+++	++	++	++
Safranine 水溶液	++++	+++	++	++	++
Safranine 的酒精溶液	++++	+++	++	++	++

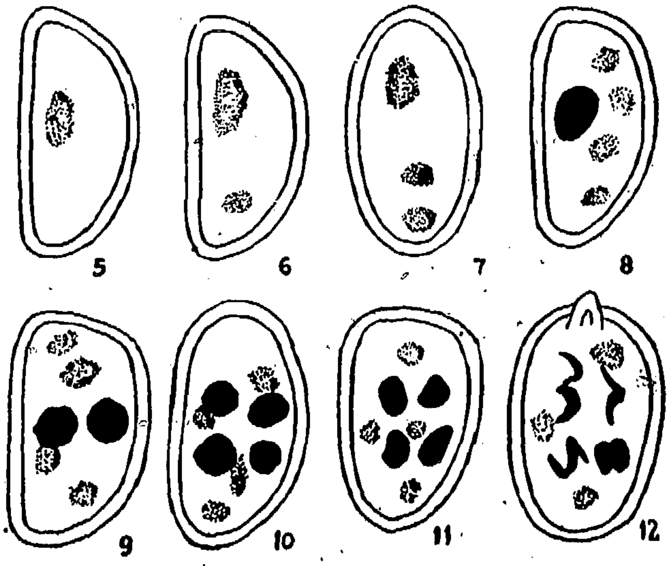
anthracen blue (Chrome Alum)	+++	++	−	−	−
Alizarin Cyanin(Chrome Alum)	+++	++	−	−	−
alizarin blue (Chrome Alum)	+++	++	±	±	±
Eosin	+++	+++	++	++	++
Carmin acetate	++++	+++	++	++	++
Methyl acetate green	++	−	−	−	−
Safranin 及 light green 的二重染色法	赤	赤青	淡青或是不染	赤青	淡青
Ehrlich 三酸染色法	青	紫	淡赤或是不染	紫	淡赤
Fuchsin 及碘綠的二重染色法	綠	紫	淡赤或是不染	紫	淡赤
Feulgen 的核染色法	++	−	−	−	−

細胞質染色色素	核	"border brim"	生毛部	細胞質帶	纖毛
Fuchsin 水溶液	−	+++	−	+++	−
Fuchsin 水溶液(加了45%醋酸的)	++	+++	−	+++	++
light green的酒精(75%)溶液	++	++	++	+++	++
Orange G. 水溶液	++	++	++	++	++
Aniline Blue 水溶液	−	+++	−	+++	+

觀以上染色反應的結果"border-brim"似乎是一方面具有與核類似的性質而同時又具有細胞質的性質的。加以 Sudan III 就可以知道其含有油樣體。至於 Bluret, Xanthoprotein, Millon 的反應等一切都是陰性。

若把精子使其乾燥，則纖毛便為之破壞，核就變形僅"border-brim"殘留的事情很多。加以40%NaOH細胞體的大部分雖被破壞，但"border-brim"還是殘留。甚至加以 30%HNO_3 精子仍無數化，煮沸後纔全部溶解。由 45% 醋酸可使其全部固定，稍稍膨潤，如用酒精，也可以全部固定保存。又以碘碘化鉀，Formalin(2%) Osmium,Potassium dichromate, 也可全部固定。若用 Altmann 的方法染色，核與"border-brim"呈黑赤色，細胞質帶與生毛部呈赤色，

纖毛也染呈赤色。由此雖稍示與 Chondriom 相類似的性質但是以 Janus green 不能生體染色。還有假使將"border-birm," 細胞質帶，生毛部，纖毛等相比較，這些各部分間的差異的存在，從染色色調的不同上觀察是非常明瞭的。若在水韭的精子形成過程中用 Feulgen 的核染色方法來追跡時如第5至12圖，僅細胞



第5——12圖 水韭的精子形成。從Feuegen的核染色法。只核是陽性。暗黑的是精細胞核及精子的核，淡黑的是其他的細胞核。

核爲陽性， "border-brim" 却始終顯示着陰性反應。

以上概括言之於下，大草蘇鐵， Adiantum Capillus-veneris L., Pteris Cretica L. var albo-lineata HK. 等的 "border-brim" 雖有與核類似的性質，在 Feulgen 的核染色反應爲陰性，而其起源卽或認爲與核有關係，然却與染色質並無直接關係。生毛帶，橫線等似乎是在二次的分化時，生毛帶始形成帶有纖毛模樣。水韭的"border-drim"雖也顯示與核類似的性質，但在 Feulgen 的核染色反應爲陰性，另一方面兼有細胞質的性質。 "border-drim" 的性質是相當强靱。

24年秋譯於京都帝國大學理學部植物學敎室

光線與枯萎葉之呼吸作用

P.Parija and A.B. Saran 著

安楚璵譯

概論

一般皆知，將葉由枝上摘下，置於黑暗處，其呼吸作用必因此減低，其減低之傾向是先快而後慢，此種遞減之現象，可假定是因缺乏呼吸作用所需之原料而起的。若以圖線表之，在一相當時間之內，其線幾與橫軸相平行。平行時間之長短，因葉之性質不同而異。 F.F. Blackman 氏之實驗，證明 Cherry laurel 葉之呼吸機能，因繼續枯萎而減低。

更進一層的探討，如以五加種(Aralia sp.)之綠葉及白葉，曝露於光下，則呼吸之速率增加。

現今很有人注意光對於呼吸作用之影響。Borodin 氏發現光線之狀況與呼吸作用之間接的關係。如將帶葉之枝置於黑暗處，則呼吸作用必減低，但將此枝再一度地置於光下，其呼吸作用又因此而增加。Borodin 氏對此種現象下了一種解釋：因葉曝於光下，則已停頓之碳素同化作用又開始進行，如此又構成了幾種碳水化物。此類碳水化物又爲促進呼吸作用之必需物。

Bonnier 氏與 Mangin 氏發現光與呼吸作用有直接的關係，然此種關係很淺微。如將植物輪流地置於黑暗處與光線下，則可使呼吸作用延緩。此種現象與光化活動並無關係，因上述之現象可以在無葉綠素之植物內表現出來。

Maximow 氏研究光對於 Aspergillus niger 之呼吸作用，發生直接的影響，此種影響因植物栽培之年齡與營養素之性質而異。據氏之觀察，凡植物於栽培期間，如營養充分富裕時，對於光可以不發生影響，反之如營養不良，則該植物對於光，必起顯著之反應。此種菌類 (Aspergillus niger) 因缺乏葉綠素，自無

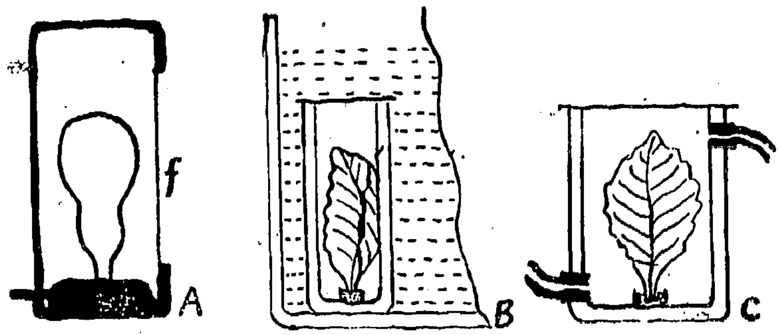
同化作用之可能。Lowschin 氏研究。凡擴散之光線，對於各種菌類之呼吸作用之速率均不發生影響。

本文之旨趣，希望更進一步的探究光與呼吸作用之關係。當此工作開始時。Masure 氏研究擴散紫外線，對於豌豆種子之生長及呼吸作用之影響如何。結果，如將發芽之豌豆種子置於紫外線下，其呼吸速率可以暫時增加。

實驗材料與方法

1.實驗葉　實驗進行中所用葉片，全由同一植物之枝上摘下，該植物種於實驗植物園內，一棵大樹下。選擇葉片時，務需非常小心並注意，所選之葉片，務必年齡相同，且由植物之同一側面摘下。所需要之葉，一經選出後，立即稱其重量，並將葉片放入呼吸室內(Respiration chamber)，葉柄浸入水中。

2.葉室(Leaf Chamber)　以一長方形玻璃缸作爲葉室。於缸之兩側各作一小孔，一上一下，各以橡皮塞塞住，塞中通以玻璃管。上孔使空氣流出，下孔使空氣流入，如此空氣可以自由流通。其裝置如次：



圖一　葉片曝于光下之裝置；A爲裝燈之木箱，f爲濾紙；B爲水槽，葉呼吸室置于槽中；C爲葉呼吸室，空氣流通之裝置。

將此葉室置於一大水槽內，該水槽可盛二十蚚之水。葉室外壁與水槽之距離爲一吋。槽內爲流水，以保持葉室之溫度爲28.5°C.

實　驗

(i)將葉曝於各種光線下。 如將葉曝於白色光下時，可用一六十瓦特之 Philip's Argenta 燈頭，此燈頭與葉室中之葉，其間距離爲十吋。該燈頭之熱力爲槽內之流水所阻斷。

藍，紫，紅各色光線，可用 Wratten filters 而得之。用 Wrtten filters 時，必先有一木箱，Philip's arpenta 燈頭置於箱內。該箱向水槽之一面開一窗。如此，需要何種顏色之濾紙，可任意釘於窗口處。經過此類濾紙所發出之光線，爲單純之一色光線，當實驗進行時所用之光線，其強度全爲一致。

葉片曝於各色之光線下，所經過之時間，自七分半至二小時不等。

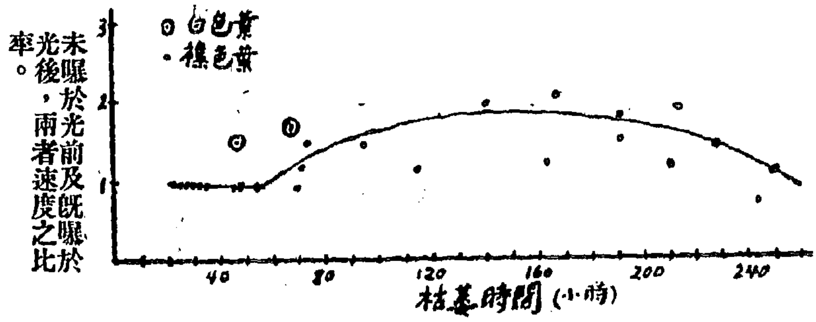
(ii) 二氧化碳之衡量。 將已稱過之重土水(Baryta water)，以測定呼吸時所吸收之二氧化碳。每二小時稱一次，呼吸之速率以每十克之鮮葉計算之。，

(iii)枯萎葉當未曝於白色光之前與既曝露之後，其糖類之測量。 於上午九時半，將同年齡之兩葉片，由一棵植物之同一側面摘下，保存於葉室內，葉柄浸入水中。該葉室兩側有二孔，空氣可流通，其溫度因流水之調節，常爲 28.5 C。如此經過六小時，然後將兩葉取出秤之。秤畢復置葉室內，待經過九十四小時以之後，再取出置於暗紅色光線下。其中之一葉作爲比較葉，立即浸入沸水中；另一葉爲實驗葉，曝於白色光線下七分半鐘然後亦浸入沸水中。此時兩葉應分別處理之，經過三十分鐘沸煮後，將兩葉各別地放於臼內搗碎之，使成極細之糊狀葉漿。以煮葉之沸水加入葉漿內，使兩種葉漿之體積增加。再濾之，其濾法通常用醋酸鉛繼之以反鉛化。如此所得之溶液已無其他雜質參入其中。將所得之兩種溶液各集於水盆內，此兩葉溶液再經過最後一次之濾過，使兩者之體積各增至 25 C.C.。於是用 Calvet 氏之方法以測定此兩種葉精汁所含之糖。

實驗結果

(1) 曝露於光下之時間與所得反應之關係。 據實驗結果，曝露時間之長短與所得反應，並無關係。因曝露七分半鐘所產生大量之呼吸作用與曝露二小時所產生者無異。

(2) 枯萎時間不同之葉曝於光下，所生反應之比較。 初期枯萎之葉置於光下，並不能增高其呼吸速率。如枯萎時間繼續增加，一旦曝于光下，其呼吸速率必有顯著之增進，最後又復下傾。圖二，爲未曝於光之光，與既曝於光之後，其呼吸速率之比率，依橫軸而進行。如此，明顯地表示：自四十五至一百小時間，有一上升之趨向。此後卽保持平衡，直至二百小時。如再繼續枯萎，則比率必下傾。



圖二 光線對于枯萎葉呼吸作用之影響

(3) 光線之性質與呼吸之關係。 紅色光線於呼吸不發生影響；藍色及紫色光線所增加之呼吸速率，與白色光線所增加者同。表一，係將所得結果，依據光線之性質與枯萎時間相彷之葉而排列者。

表 I

枯萎時間（小時）	所用光線	曝於光下之時間（分）	曝於光之前後兩者速率之差
96	白	7.5	1.40
96	白	18.0	1.38
96	白	12.0	1.30
94	紫	7.5	2.53
94	紫	7.5	2.45
94	紫	7.5	2.70

94	藍	7.5	1.25
94	藍	7.5	1.20
96	紅	120.0	無

(4) 光線對於葉內減退之糖量之影響。 葉於未曝於光之先與曝露七分半鐘之後，皆經過分析。且注意其減退之糖。結果，兩葉之枯萎程度雖相同，然曝於光下之葉所含蓄之糖較諸未曝於光下者多。參看表II。

表 II

葉重	葉枯萎96小時後，未曝於光下所含之糖量。	葉枯萎96小時後，曝於光下 7.5 分鐘，所含糖量	糖量因光線而增加
克	克	克	克
10	0.0006	0.0040	0.0034
10	0.0018	0.0056	0.0038
10	0.0020	0.0062	0.0042
10	0.0024	0.0055	0.0031
10	0.0021	0.0058	0.0037

據實驗所得， 白葉與綠葉得到同樣之結果。由此觀之，光化作用之不存在，已無討論之必要。然欲解決此問題之確實與否，可試驗雜色葉之同化作用以證明之。今以雜色葉作實驗：該雜色葉之枯萎時間分七十二小時及九十四小時兩種。在此枯萎程序中：雖係雜色葉，亦無同化作用之可言。參看表 III 。上述白色葉及綠葉，如曝於光下其呼吸作用起同樣之影響，然而光化之可能性在白色葉中。無存在之可能。此假說之理由極充分。因白色及雜色葉無葉綠素之存在，故不能起同化作用。有時白色葉中亦有少許之葉綠素存在。

表 III

枯萎時間（小時）	所用 CO_2 之百分比	每二小時通過葉室之氣體容積。	用重土水所出之 CO_2 之總量	呼吸用去之 CO_2 總量	同化作用
	%	c.c.	c.c.	c.c	
72	1	2000	23.4	3.4	無
96	1	2000	23.1	3.1	無

討 論

據所得結果。下列諸問題值得注意與解釋：

(a) 枯萎約六十小時之葉，葉於光下，並不能影響其呼吸作用。此六十小時，有時亦有變異，但無論如何不至低於四十小時。經過此時期後，如曝露於藍色及紫色光下，可增加其呼吸作用，紅色光則無影響。

(b) 呼吸作用受光線之影響，其速率繼續增加，及至枯萎達到相當程度，然後呼吸速率復下傾。

(c) 光對於白色葉所發生之影響較綠葉或雜色葉早。

(d) 曝於光下能使糖類增加，雖然當時並未發生類似之同化作用。

根據藍色及紫色光對於呼吸作用能發生影響之事實。可推測此種作用爲構成幾種未知之貯藏物，以備呼吸作用之需。F.F. Blackman 氏曾提出一有系統之步驟於形成乙二醇化作用 (glycolysis) 之時，此種步驟是否曾受光之影響，頗難斷定。大概水分解方面，已受到影響，亦爲可能之事實。當乙二醇化作用進行時之各種步驟。如光線之影響能促進其中之一種步驟。於是可以推定，凡葉置於暗地，則供給呼吸作用之糖類斷絕，因此呼吸作用之速率下降。

所困難者，爲如何解釋何以葉於最初枯萎之四十小時內，光不能影響其呼吸作用。五加之葉(Aralia leaves)於黑暗處經過六十小時，其呼吸作用之速率始降低。如此種降低，僅因細胞內缺乏呼吸作用所需之糖類或貯藏物之不能充分供給，則光線當呼吸作用開始降低時，應立即發生影響。故光之影響並非僅能促進乙二醇化作用(glycolysis)而已。

第二種可能性爲細胞內滲透性之改變。當葉置於黑暗處，細胞內之滲透性減退，糖類不易進入呼吸之中心。我們雖確信光能影響滲透性，然仍不能解釋何以光對於初期枯萎之葉，不發生影響。

第三種可能性爲光能使細胞內之酵酥系統(Enzymatic system)活動。此酵酥系統之活動又與呼吸作用有關。如此可以解釋，何以光必須於葉枯萎至相當時間以後，始能發生影響。如酵酥活動降至極低時，則光不能發生影響。此點甚重要。F.F.Blackman 氏之實驗已證實之。氏試驗 berry laurel 葉於黑暗處經過四十小時，其呼吸系統(Respiratory system)開始降低。據本實驗之記錄，光對於枯萎四十小時以前之葉，亦不能發生影響。

更值得注意者，Spoehr 氏發見仙人掌內較高之蔗糖(Saccharides)於黑暗處增加，同時單糖(Hexosses)減少。此現象有兩種意義：(1)單糖於養化作用時用去，(2)一部分之單糖在黑暗時已構成較高之蔗糖。據後者之可能性而言，則葉細胞內因缺乏呼吸所需之糖類使呼吸作用之速率降低者，其原因必爲：

(i) 氧化作用；

(ii) 構成較高之碳水化物；

(iii)水化作用(Hydrolysis)之遲緩，多少因酵酥系統之減退而起。

總結

研究光對於黑暗處枯萎葉之影響。發見短時間的曝於光下，能使葉之呼吸作用速率增加。然當葉枯萎四十或四十餘小時間，光不能使葉之呼吸作用之速率增加。

紅色光無影響，藍色及紫色光所影響之呼吸速率與白色光同。

當枯萎作用繼續進行時，光之影響亦與之具進，至一相當程度，然後下傾。

據分析得，短時間(七分半鐘)之曝於光下，能使葉內之糖量增加。

糖量之增加非由光化作用(Photosynthesis)所形成，因枯萎葉無同化作用之可能。

光促進呼吸作用之方法有三：(1)貯藏物之水化作用，(2)酵素系統之活動，(3) 細胞內滲性之改變。

與本會交換之刊物如下：

南京中國建設學會：中國建設
青島山東大學：科學叢刊
北平清華大學：理科報告
北平北京大學：自然科學季刊
杭州之江大學：之江學報
杭州浙江大學：化工
上海暨南大學：南洋研究
實業部國際貿易局：中國實業
實業部工業標準委員會：工業標準與度量衡
中國科學化運動協會：科學的中國
中國鑛學社：鑛業週報
上海震旦大學：理文雜誌
廣州航空學校：空校月刊
南京交通雜誌社：交通雜誌
北平獨立評論社：獨立評論

理科論叢基金捐款一覽表

—民國二十五年五月底—

本會籌備發行「理科論叢」之際，蒙各界人士及會員之熱心捐助，至爲感激茲特將芳名列下，以表謝忱——(順序依捐款之先後)

一、范旭東先生負責捐來		日金	一六〇、〇〇元
內計	永利製鹼公司捐款	日金	一〇〇、〇〇元
	久大精鹽公司捐款	日金	六〇、〇〇元
二、周頌久先生捐款		日金	一〇、〇〇元
三、馬雪峯先生捐款		日金	一〇、〇〇元
四、京都帝大普通會員甯一先君負責捐來		日金	一七、〇〇元
內計	楊文壽先生捐款	日金	一、〇〇元
	張　宜先生捐款	日金	一、〇〇元
	陳應莊先生捐款	日金	一、〇〇元
	周大受先生捐款	日金	一、〇〇元
	柳　和先生捐款	日金	一、〇〇元
	廖　澤先生捐款	日金	一、〇〇元
	張盛華先生捐款	日金	一、〇〇元
	胡寶路先生捐款	日金	一、〇〇元
	劉　振先生捐款	日金	二、〇〇元
	龔艾華先生捐款	日金	一、〇〇元
	毛禮釗先生捐款	日金	一、〇〇元
	廖濟寰先生捐款	日金	一、〇〇元
	謝光珍先生捐款	日金	一、〇〇元
	劉作述先生捐款	日金	二、〇〇元
	廖澤寰先生捐款	日金	一、〇〇元
五、鄭心南先生捐款		日金	一〇、一〇元
六、黃丙丁先生捐款		日金	五、〇五元
七、郁仁貽先生捐款		日金	五、〇五元
八、董茂和先生捐款		日金	二〇、〇〇元

稿約

一、本刊以自然科學爲主，內容暫分下列各項：

(1) 論著及譯述；

(2) 介紹及批評；

(3) 報告及解釋；

(4) 其他(如同學消息，會務報告等)

一、來稿不拘文體，但請繕寫清楚，並加標點符號；

一、來稿如係譯述，請詳示原書出處及著者姓名，專門名詞務請附註原文；

一、來稿如有照像圖版，請一並寄下，以便照印；如附插圖，則請用黑墨繪成(藍紅色不能製版)

一、來稿之登載與否，不能奉復，原稿亦不寄還；但經預先聲明，並附有郵票者，如未揭載，可以退還；

一、對於來稿，本部有酌量增删之權；但經預先聲明者，不在此限；

一、投稿人請開示詳細通信處，以便通訊；

一、來稿一經登載，暫酬本刊若干册，以誌紀念；

一、來稿請寄日本仙臺市片平町東北帝國大學理學部理科論叢編輯部

本會徵稿啟事

本會創刊伊始辱承，各界熱心贊助同人等於感級之餘益自奮勉，惟感學淺識陋，特公開徵求關於自然科學之論文，除對各科作專門之研究，外尤注重各科最新理論之綜合報告或系統介紹，俾本刊之內容得與日新月異之現代科學同時並進。凡我海內外同好尙希不吝珠璣頻賜大著，一經採登，暫酬本刊若干册以答雅意。

本刊價目表

時期	全年	每季
册數	四册	一册
價目	國幣一元	國幣三角

郵費在內

理科論叢

第一卷第一期

編輯及發行者　會址：日本仙臺市東北帝國大學理學部　中華留日帝國大學理科同學會

印刷者　中國科學圖書儀器公司

代售及代定處　上海四馬路　上海雜誌公司

中華民國二十五年七月出版