架空索道及其運材能力

農商務省山林局編

始

山林公報臨時増刊
大正七年十月

架空索道及其運材能力

農商務省山林局

架空索道及其運材能力

林學士　網島政吉

緒言

地形峻嶮ナル山岳林ニアリテハ木馬又ハ修羅道ニ依ルノ外手段無シト考ヘラレタル時代アリシカ近來土木施工法ノ進歩ニ伴ヒ漸次此等ノ裝置ハ軌道ヲ以テ代ヘラル、ニ至レリ、然ルニ近年又時局ノ影響ヲ受ケ諸材料ノ騰貴及勞銀暴騰ノ爲メ軌道工費著シク多額ヲ要スルコト、ナリ企業家ハ架空索道使用ヲ希望スルモノ多カラントスル傾向ヲ見ルニ至レリ、蓋シ索道ハ地形ニヨラズシテ急傾斜ヲ以テ溪谷ヲ越ヘ架空最短距離ヲ取ルガ故ニ適當ナル設計ヲ以テセバ工費ノ節減運材距離ノ短縮及勞働者ノ節約等各種ノ便宜アルコト勿論ナルモ輕業(かるはざ)的危險ノ觀アルト索道カ垂曲シテ一種ノ曲線ヲ爲スニ因リ直覺的ニ其負擔力計算ニ困難ナルカ如ク判斷セラレ自然敬遠セラル、ニ非ラサルヤヲ疑ハシム

製鐵事業ガ近年異常ノ發達ヲ遂ゲ鋼索條ノ如キモ既ニ豫想外ニ強力ナルモノヲ製出セラル、ニ至リ其品質モ均一ニシテ不同無キ安全ノモノヲ得ヘク其強サヲ表示スレハ

鋼鐵索ノ抗力ノ表

直徑（吋）	Flexible Plow-steel Hoisting Rope. (19×6) 一尺ニ付重量	破斷抗力	Monitor Plow-steel Hoisting Rope (19×6) 一尺ニ付重量	破斷抗力
$1\frac{3}{8}$	封度 2.45	噸 58	封度 2.45	噸 69
$1\frac{1}{8}$	2.00	47	2.00	56
1	1.58	38	1.58	45
$\frac{7}{8}$	1.20	29	1.20	35
$\frac{6}{8}$	0.89	23	0.89	26.3
$\frac{5}{8}$	0.62	15.5	0.62	19
$\frac{4}{8}$	0.39	10	0.39	12.1

但シ一噸ハ 2,000 封度トス（米噸）

（我邦ノ製鋼會社モ此ノ程度ノモノヲ製出スヘキモ安全ノ爲メ Plowsteel 製ヲ標準トシテ設計スルヲ要ス）

負擔力ノ强大ト仕上リノ精巧ナルコト數十年前ニ比シテ多大ノ軒輊アリ所謂「かるはざ」時代ヲ去ル遠キコトヲ見ルヘシ

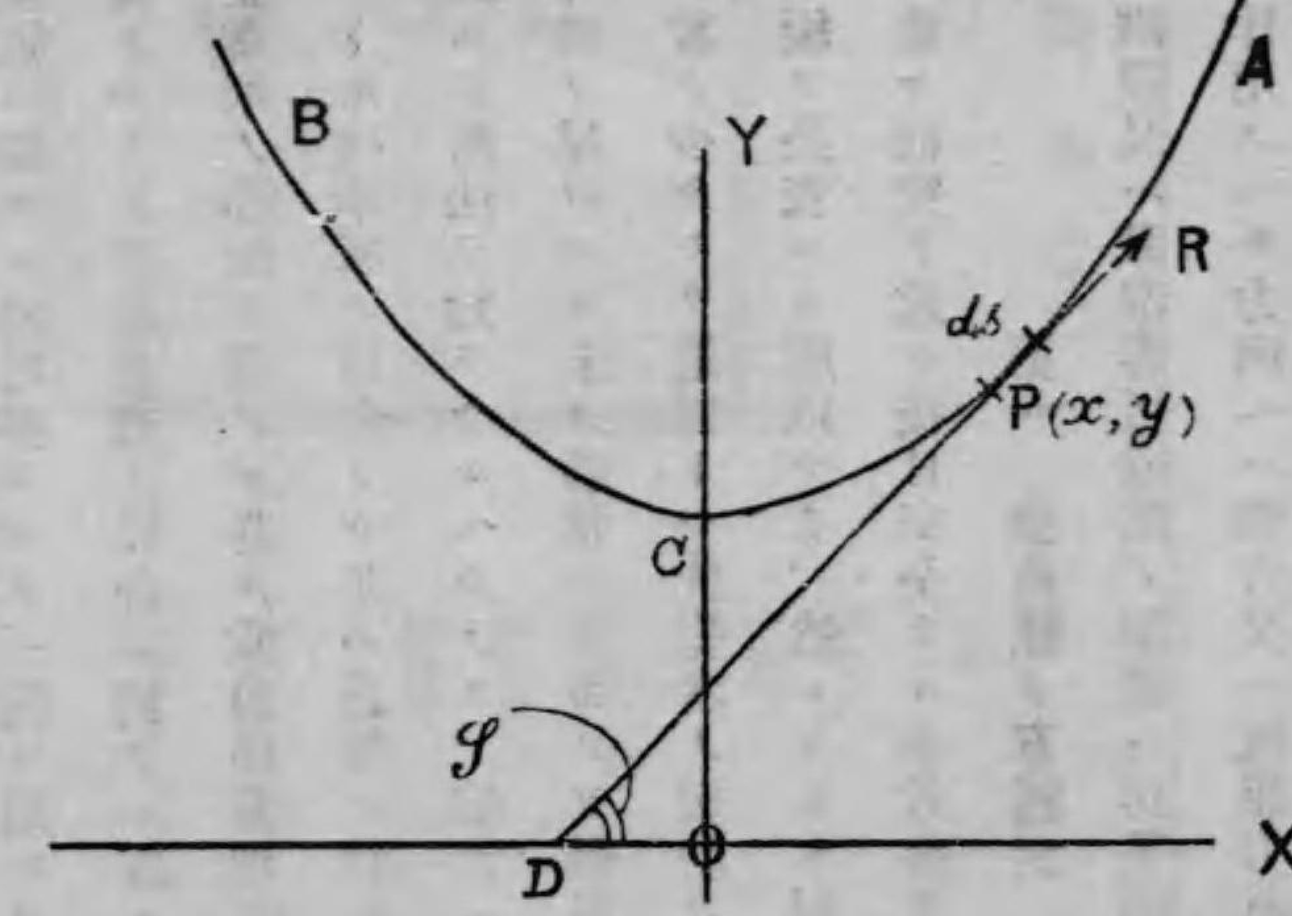
索道ノ負擔力計算ニ於テモ之ヲ直線トシテ計算スルト垂曲線（カテナリー）トシテ理論的ニ研究スルト其差極メテ少ナク普通ノ場合ニ於テハ之ヲ直線トシテ計算スルヲ勝レリトス、何トナレハ高等ナル數學ハ時トシテ意外ノ結果ヲ生ミ易ク而シテ得タル結果ハ簡易計算法ト相去ル遠カラサルモノヲ得ヘケレハナリ

鐵索道ニ關スル參考書トシテ一般ニ用ヒラル、書物ヲ見ルニ荷重無キ場合ニ於テハ眞面目ニ垂曲線ヲ研究スレトモ荷重負擔ノ場合ニ於テハ直チニ之ヲ捨テ、直線式解法ヲ用ユルヲ常トス、此等ハ要スルニ企業家ノ心配ヲ避クル爲メ垂曲線原理ヲ看板トシテ使用スルニ過キス所謂羊頭狗肉ノ差アルナリ、然レトモ技術家ノ研究トシテハ此等ノ姑息手段ニテ止ムヘキニ非ラス一方ニ於テ直線的解法ヲ用ユルト共ニ正解法ヲ知ラサルヘカラス、筆者ハ近代ノ林業界ノ情勢ニ誘ハレ索道ノ研究ヲ思ヒ立チ種々ノ參考書ヲ見タルモ未タ適當ナルモノヲ發見セス殊ニ運材上必要ナル重量品ノ單荷重ニ付キテ論及セルモノ甚タ少ナキヲ遺憾トシ先覺者ノ援助ヲ得テ少シク會得スル處アリト信シ技術者ノ參考ニ資スル爲メ本編ヲ公表スル所以ナリ、然レトモ本編説ク所未タ幼稚ノ程度ヲ脱シ得サリシヲ遺憾トシ世ノ同業者カ益々研究ヲ遂ケ後日完全ナル參考書ヲ提供アランコトヲ希望ス

第一　垂曲線ノ方程式

一、鐵鎖又ハ鐵索等可撓性ノ線體ハ其各部分相互間ニ張力ヲ傳ヘ得レトモ壓力又ハ線體ノ方向ニ直角ニ作用スヘキ力例ヘハ偶力又ハ抗屈力ハ傳ヘ得サルモノト考フルコトヲ得ヘシ

第一圖



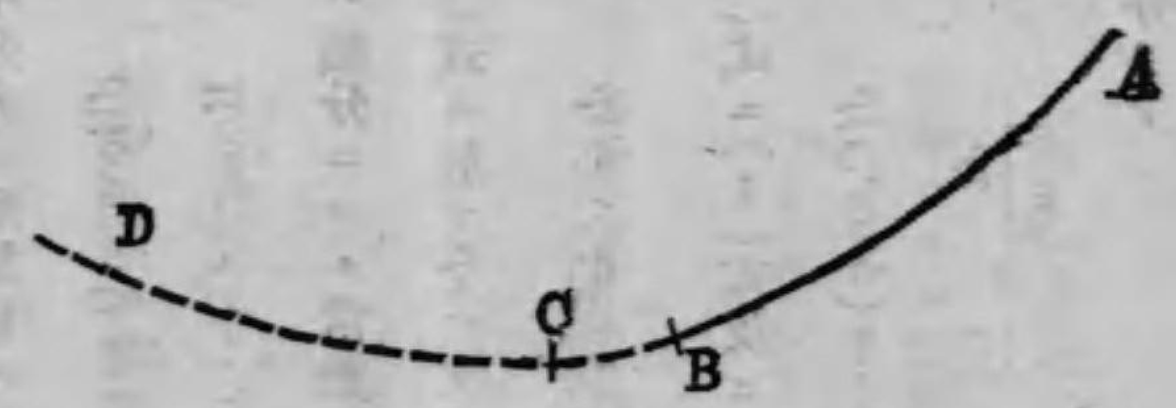
第一圖$\overset{\frown}{ACB}$ヲ線體ト考ヘ此ノ線體が重力ノ作用ヲ受ケ全線同一ノ强サヲ以テ垂直ニ下方ニ向テ牽引セラル、モノトシ之レニ對シ此ノ線體ニ張力ヲ與ヘテ平衡ノ位置ヲ保タシムルコトヲ得ヘシ、線體カ此ノ平衡位置ニアルトキ一種ノ曲線ヲ畫クモノニシテ之ヲ垂曲線ト稱ス

垂曲線ハ線體ノ自重ト張力トニヨリ其形一樣ナラサルモ必ラス項點ヲ有スルモノト考フルコトヲ得ヘシ

項點トハ線體中ノ最底點ニシテ曲線カ此ノ位置ニ於テ水平ノ方向ヲ取ルヘキ一點ニシテ圖中C點ハ垂曲線ACBノ項點ナリ

垂曲線ハ張力ノ方向ニヨリ項點ヲ其線體中ニ現サヽルコトアリ、然レトモ若シ線體カ充分長クシテ其現形ヲ以テ延長スルモノトセハ項點ヲ生スヘキモノニシテ即チ第二圖$\overset{\frown}{AB}$ヲ垂曲線トセハ$\overset{\frown}{ABCD}$線ノ一部分トシテ考フルヲ便トス、項點ヲ有スル垂曲線ヲ完全ナル形ト稱シ項點ヲ有セサル時之ヲ不完全ナル形ト稱ス

第二圖



鐵索ハ全長ヲ通シテ可撓性ニシテ屈曲ニ對シ何等ノ抵抗ヲ與ヘス且ツ全線同大同質ニシテ部分的ニ不同無キモノト考ヘテ其方程式ヲ求ムヘシ

第一圖垂曲線ACBニ於テ項點Cヲ通過スル垂直線COヲ縱軸トシ之レト直角ニ交ハルOX線(水平線)ヲ横軸トス

線體中ノ一點Pノ縱横距ヲ(x,y)トシ此ノ點ニ於ケル力ノ平衡ヲ考フルニ張力RハP點ニ於ケル曲線ノ切線(タンゼント)ノ方向ニ作用シPCノ方ニ向フモノトPAノ方ニ向フモノトアリテ其大サ相等シ(平衡條件)今P點ニ於テPAノ方向ニ線體ノ極小長dsヲ考フルニ重力ノ爲メqdsカ垂直ニ下向ヘ作用ス但シqハ線體一單位長ノ重量トス

線體CPカds丈ケ延ヒタル爲メニ生スル張力ノ増加量ヲ求ムルニ張力ヲ垂直分力及ヒ水平分力ニ分チ考フルヲ便トス、P點ニ於ケル切線PDカOX軸ト交ハル角度ヲφトスレハ

張力Rノ水平分力$=R\cos\varphi=R\frac{dx}{ds}$

同　垂直分力$=R\sin\varphi=R\frac{dy}{ds}$

垂直分力ガ線長dsヲ増ス爲メニ生ズル増加量ハqdsナリ

$$d(R\sin\varphi)=qds.\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore\ R\sin\varphi=qS+C_1\cdots\cdots(2)$$

C_1ハ積分ニヨル常數ナリ但シS=0即チ頂點ニ於テハ垂直分力零ナルニヨリ$C_1=0$ナリ

水平分力ノ増加量ハ零ナリ

$$dR\cos\varphi=0\cdots\cdots(3)$$

$$\therefore\ R\cos\varphi=C_2\cdots\cdots(4)$$

C_2ハ積分ニヨル常數ナリ

(1)式ニ於テdsハ次ノ形トナスコトヲ得

$$ds=\sqrt{dx^2+dy^2}=dx\sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\cdots\cdots(5)$$

(1)式ニ(4)式及ヒ(5)式ヲ代用シテ

$$d(C_2\tan\varphi)=q\sqrt{1+\tan^2\varphi}\,dx$$

$$\therefore\ \frac{dx}{d\tan\varphi}=\frac{C_2}{q}\ \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}}$$

積分シテ

$$x=\frac{C_2}{q}\log(\tan\varphi+\sqrt{1+\tan^2\varphi})+C_3$$

C_3ハ積分ニヨル常數ニシテ$x=0$ナル時$\tan\varphi=0$ナルヘキニ付キ$C_3=0$トス、因テ前式ヲ書キ替ヘテ

$$e^{\frac{q}{c_2}x}=\tan\varphi+\sqrt{1+\tan^2\varphi}$$

$$\therefore\ \tan\varphi=\frac{1}{2}\left(e^{\frac{q}{c_2}x}-e^{-\frac{q}{c_2}x}\right)\cdots\cdots(6)$$

(6)式ヲ積分シテ($\tan\varphi=\frac{dy}{dx}$ナルニヨル)

$$y=\frac{C_2}{2q}\left(e^{\frac{q}{c_2}x}+e^{-\frac{q}{c_2}x}\right)+C_4\cdots\cdots(7)$$

C_4ハ積分ニヨル常數ニシテ次ノ如クシテ求ムヘシ

$x=0$ ナラハ $y=\overline{OE}$

$$y_{x=0}=\overline{OE}=\frac{C_2}{2q}\times2+C_4$$

$$\therefore\ C_4=\overline{OE}-\frac{C_2}{q}$$

若シ初メヨリ横軸ヲ定ムルニ$\overline{OE}$ヲ$\frac{C_2}{q}$ニ等シク取リタルモノトセハ$C_4=0$ナリ、此ノ時ニ於ケル$\overline{OE}$

ノ値ヲmニテ表ハセハ(7)式ハ次ノ形トナル

$$y=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

mヲ垂曲線ノパラメーター卜云フ

第二　垂曲線ノ性質

二、(2)式ニヨレハ垂曲線ノ任意點ニ於ケル張力ノ垂直分力ハ頂點ヨリ其點ニ至ル索長カ有スル重量ニ等シキコトヲ示ス

(2)式ヲ(3)式ニテ除シテ

$$\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi}=\frac{q}{C_2}S$$

$$\therefore\ S=m\tan\varphi=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}-e^{-\frac{x}{m}}\right)\cdots\cdots\cdots(9)$$

方程式(8)及(9)ヲ自乘シテ差ヲ求ムレバ

$$y^2-S^2=\frac{m^2}{4}\left(e^{\frac{2x}{m}}+e^{-\frac{2x}{m}}+2\right)-\frac{m^2}{4}\left(e^{\frac{2x}{m}}+e^{-\frac{2x}{m}}-2\right)$$

$$\therefore\ y^2-S^2=m^2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

(9)式ノ兩邊ニ$e^{\frac{x}{m}}$ヲ乘ジテ

$$Se^{\frac{x}{m}}=\frac{m}{2}\left\{\left(e^{\frac{x}{m}}\right)^2-1\right\}$$

$$\therefore\ e^{\frac{x}{m}}=\frac{s+\sqrt{s^2+m^2}}{m}$$

$$x=m\log\frac{s+\sqrt{s^2+m^2}}{m}\cdots\cdots\cdots(11)$$

同樣ニシテ(8)式ヨリ

$$x=m\log\frac{y+\sqrt{y^2-m^2}}{m}\cdots\cdots\cdots(12)$$

(12)式ハ又(11)式ニ$y^2=s^2+m^2$ヲ適用シテ求ムルコトヲ得ヘシ

三、巳ニ一ニ於テ述ヘタル如ク$m=\frac{C_2}{q}$ニシテC_2ハ水平分力ナリ水平分力ハ線體ノ何レノ部分ニ於テモ同一ニシテ不變ナル常數タルコト巳ニ述フルカ如シ、故ニパラメーターmハ垂曲線ノ有スル水平分力ヲ自重(q)ニテ除シテ求ムルコトヲ得ヘシ

垂曲線方程式ニ於テeハ自然對數ノ基數トシテ用キラル、常數ニシテ總テノ垂曲線方程式ヲ通シテ變ルコトナク唯タmノミカ曲線ノ性質ヲ支配スルモノタルコトヲ知ルヘシ、故ニ與ヘラレタル垂曲

線ノ方程式ヲ求ムルニハmヲ求ムルヲ以テ足レリトス、mハ又前述ノ如ク鐵索ノ自重ト水平分力ニヨリテ直チニ算出スルコトヲ得ベシ

曲線ノ有スル水平分力ヲHトスレハ(4)式ニヨリ

$$H=qm \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

又(x,y)點ニ於ケル垂直分力ヲV_xトスレハ(2)式ニヨリ

$$V_x=qS \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

(x,y)點ニ於ケル張力ヲRトスレハ

$$R=\sqrt{H^2+V_x^2}=q\sqrt{s^2+m^2}$$

$$\therefore\quad R=qy \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

四、垂曲線公式(8)ハマクロリン氏ノ定理ニヨリ展開スレハ次ノ如シ

$$y=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right)$$

$$=\frac{m}{2}\left\{f(0)+\frac{x}{\underline{|1}}f'(0)+\frac{x^2}{\underline{|2}}f''(0)+\frac{x^3}{\underline{|3}}f'''(0)+\cdots\cdots\right\}$$

然ルニ

$$f(x)=\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right) \qquad \therefore\quad f(0)=2$$

$$f'(x)=\frac{1}{m}\left(e^{\frac{x}{m}}-e^{-\frac{x}{m}}\right) \qquad f'(0)=0$$

$$f''(x)=\frac{1}{m^2}\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right) \qquad f''(0)=\frac{2}{m^2}$$

$$f'''(x)=\frac{1}{m^3}\left(e^{\frac{x}{m}}-e^{-\frac{x}{m}}\right) \qquad f'''(0)=0$$

$$f''''(x)=\frac{1}{m^4}\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right) \qquad f''''(0)=\frac{2}{m^4}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

前式ニ此ノ値ヲ適用スレハ

$$y=m+\frac{x^2}{\underline{|2}m}+\frac{x^4}{\underline{|4}m^3}+\frac{x^6}{\underline{|6}m^5}+\cdots\cdots=m\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{m}\right)^2+\frac{1}{24}\left(\frac{x}{m}\right)^4+\frac{1}{720}\left(\frac{x}{m}\right)^6+\cdots\cdots\right\}$$

若シ曲線ノ頂點附近ニ付キテノミ研究サル、場合ニハxカmニ比シテ甚タ小サク従テ$\frac{x}{m}$カ小數トナルカ故ニ式カコンバーゼンシーナルトキ$\left(\frac{x}{m}\right)^4$以上ノ高次ナル諸項ヲ全部省略スルモ計算上大ナル誤差ナキモノト、ス故ニ次ノ近似式ヲ得

$$y=m+\frac{x^2}{2m} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

此ノ方程式ハ原點ヲ曲線ノ頂點ニ移サハ $y=2mx^2$ トナリ普通取扱ハル、パラボラ $y=4mx^2$ ニ比シ焦點距離カ二分ノ一ナルパラボラ曲線ヲ示スコト明カナリ

m ハ普通吾人ノ取扱フ垂曲線ニ於テハ非常ニ大ナル數字ヲ示スモノニシテ假ヘハ水平距離 4,000 尺ヲ有スル二支點間ニ徑一吋一分ノ鐵索ヲ張ルニ 10 噸ノ張力ヲ與フルトキ m ハ 9,789 尺（荷重負擔無キ時）ヲ示ス、故ニ x カ若シ 3,000 尺以下ナラハ此ノ近似式ニヨルモ差支無キモノトス

同様ニ(8)式ヲ展開シテ

$$S=x\left\{1+\frac{1}{6}\left(\frac{x}{m}\right)^2+\frac{1}{120}\left(\frac{x}{m}\right)^4+\cdots\cdots\right\}$$

故ニ x カ小ナルトキ近似式トシテ下式ヲ用ユ

$$S=x+\frac{1}{6}\frac{x^3}{m^2}.$$

此ノ式ハ x ノ三次式ナレハ S ヲ求ムルニハ便利ナレトモ逆ニ x ヲ求ムルコトハ多クノ手數ヲ要スヘシ從テ實用上應用ノ少ナキモノトス

第三　双曲函數トシテノ垂曲線

五、e^x ヲ含ム算式ヲ總稱シテ双曲函數ト名ク、故ニ垂曲線ノ方程式モ双曲函數ナリ、双曲函數ハ三角函數ト相類似シタル性質ヲ有スルヲ以テ記號モ亦類似シタルモノヲ用キ取扱ヒヲ便ナラシム

即チ　$sinh\,\varphi=\dfrac{e^{\varphi}-e^{-\varphi}}{2}$

$$cosh\,\varphi=\frac{e^{\varphi}+e^{-\varphi}}{2}$$

トシテ表ハシ又

$$tanh\,\varphi=\frac{e^{\varphi}-e^{-\varphi}}{e^{\varphi}+e^{-\varphi}}=\frac{sinh\varphi}{cosh\varphi}$$

$$coth\,\varphi=\frac{e^{\varphi}+e^{-\varphi}}{e^{\varphi}-e^{-\varphi}}=\frac{cosh\varphi}{sinh\phi}$$

トスルカ如シ、然ルトキハ

(1)　$sinh\,(\varphi_1+\varphi_2)=sinh\,\varphi_1\,cosh\,\varphi_2+cosh\,\varphi_1\,sinh\,\varphi$

(2)　$sinh\,(\varphi_1-\varphi_2)=sinh\,\varphi_1\,cosh\,\varphi_2-cosh\,\varphi_1\,sinh\,\varphi_2$

(3)　$cosh\,(\varphi_1+\varphi_2)=cosh\,\varphi_1\,cosh\,\varphi_2+sinh\,\varphi_1\,sinh\,\varphi_2$

(4)　$cosh\,(\varphi_1-\varphi_2)=cosh\,y_1\,cosh\,\varphi_2-sinh\,\varphi_1\,sinh\,\varphi_2$

(5)　$(cosh\,\varphi)^2-(sinh\,\varphi)^2=1$

(6)　$\dfrac{d(cosh\,\varphi)}{d\varphi}=sinh\,\varphi,\qquad \dfrac{d(sinh\,\varphi)}{d\varphi}=cosh\,\varphi.$

此ノ六例ハ三角函數ノ性質ト略ホ同樣ニシテ記臆ニ便利ナル形狀ナリ、今此ノ双曲函數記號ヲ用キテ垂曲線ノ方程式ヲ表ハス時ハ

$$y=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right)=m\cosh\frac{x}{m}.$$

$$S=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}-e^{-\frac{x}{m}}\right)=m\sinh\frac{x}{m}.$$

此ノ式ノ取扱ヒ方ニ付キ二三ノ例ヲ示スコト次ノ如シ

$$y^2=m^2\left(\cosh\frac{x}{m}\right)^2$$

$$S^2=m^2\left(\sinh\frac{x}{m}\right)^2$$

$$\therefore\quad y^2-S^2=m^2\left(\cosh\frac{x}{m}\right)^2-m^2\left(\sinh\frac{x}{m}\right)^2$$

即チ　$y^2-S^2=m^2$

此ノ式ハ公式ノ（10）ニ相當ス

又　$y_1=m\cosh\frac{x_1}{m}$　　$\therefore\quad \cosh\frac{x_1}{m}=\frac{y_1}{m}$

$y_2=m\cosh\frac{x_2}{m}$　　$\therefore\quad \cos\frac{x_2}{m}=\frac{y_2}{m}$

トスレハ

$$\sinh\frac{x_1}{m}=\sqrt{\frac{y_1^2}{m^2}-1}$$

$$\sinh\frac{x_2}{m}=\sqrt{\frac{y_2^2}{m^2}-1}$$

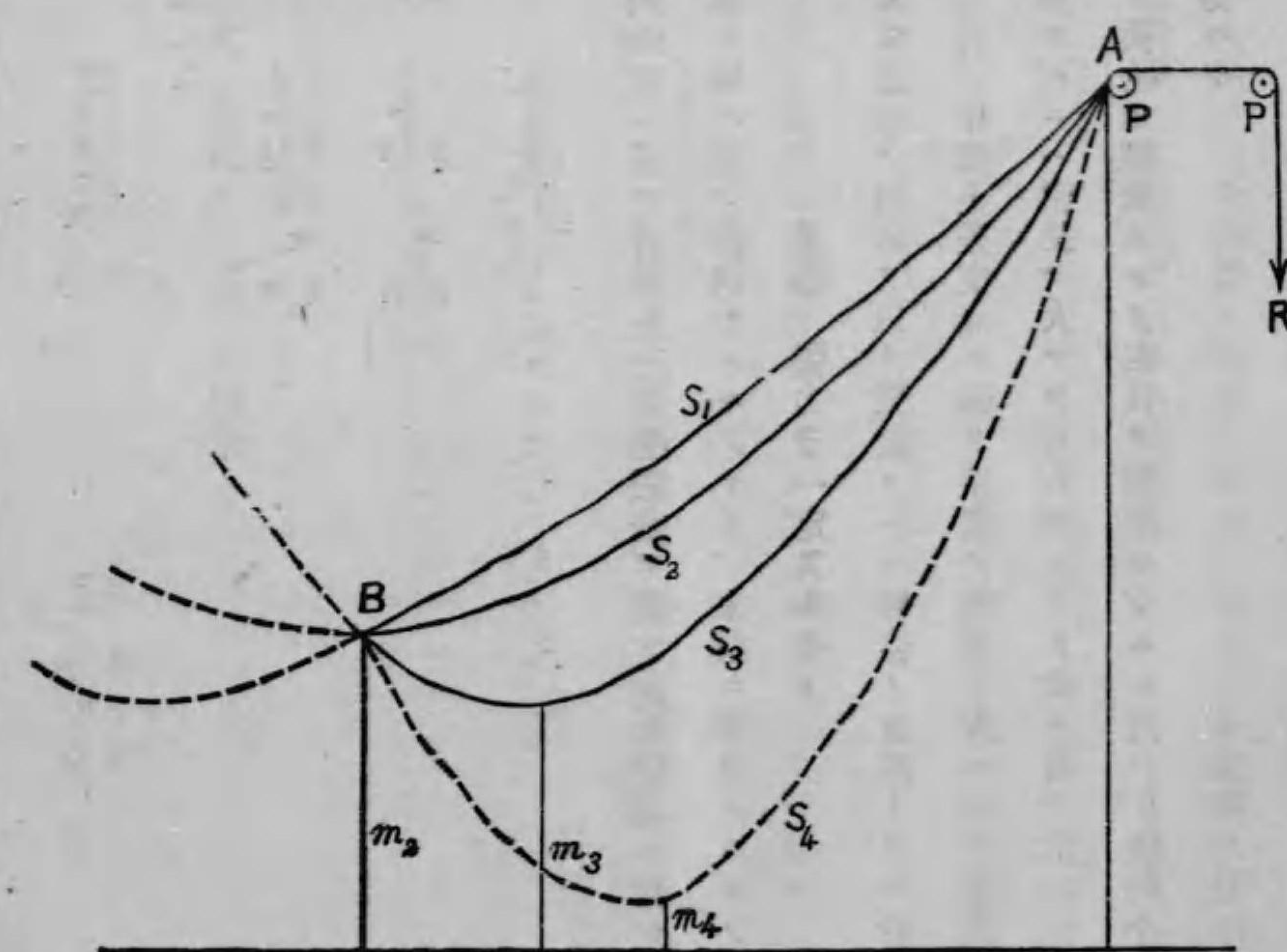
$$\therefore\quad m^2\cosh\frac{x^1+x^2}{m}=y_1y_2+\sqrt{y_1^2-m^2}\sqrt{y_2^2-m^2}$$

三角函數ニ於テ計算上三角函數表ヲ用フルト同樣ニ若シ$\frac{x}{m}$ノ總テノ値ニ對スル双曲函數表ヲ具ヘテ置ク時ハ甚タ便利ナルモノナリ、末段ニ掲ケタルモノハ概算ニ用キテ充分ナリトス

第四　張力ヲ一定スルモノ

六、鐵索運材ノ目的ヲ以テ架設スヘキ鐵索ノ直徑大ナル時ハ重量ヲ増加シ工費ヲ増加スルノ虞レアリ故ニ若シ作業上差支無キ限リ索道ノ撓度ヲ大ニシ可成負擔力ヲ大ニスルヲ利益トス、而シテ撓度ヲ増加スルニハ索長ヲ大ナラシムルニアリ故ニ若シ索ノ一端ヲ固定セス伸縮自在ナル調整裝置ヲ取リ付ケ荷物ノ輕重ニヨリ索長ヲ變化セシムル時ハ比較的小直徑ノ鐵索ヲ以テ大材ノ運搬ニ堪フルコトヲ得ヘシ

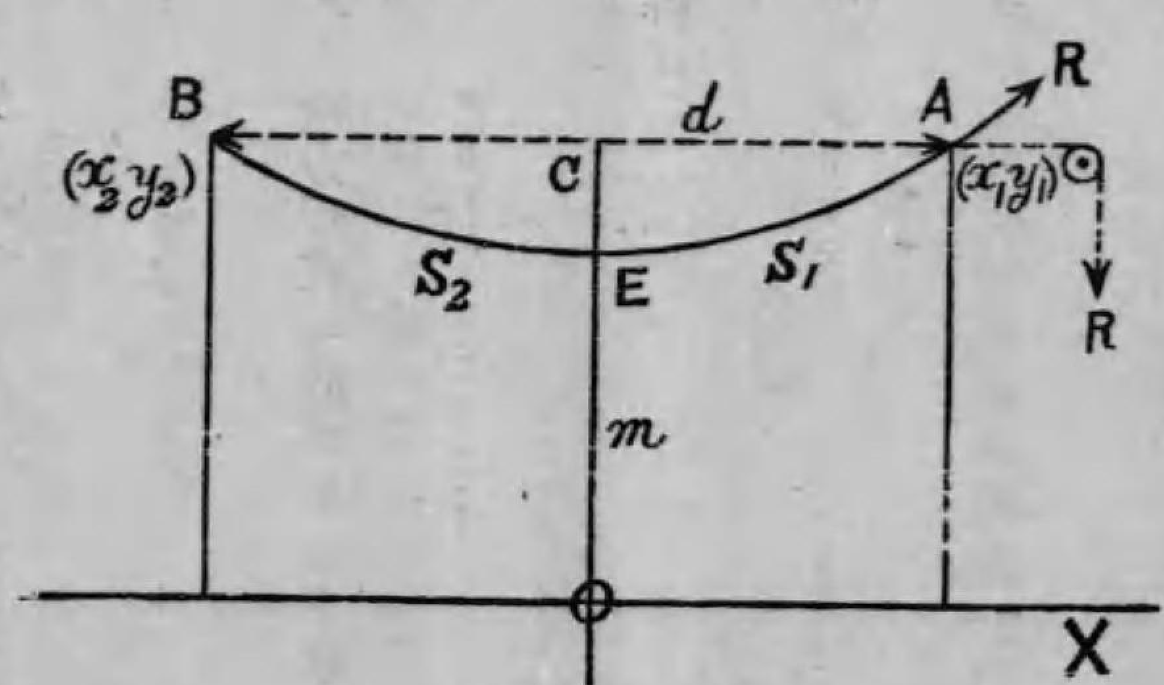
第三圖



鐵索ハ其品質ト其太サトニヨリ一定ノ保證破斷抗力アルモノニ付キ安全率ヲ三倍乃至五倍トシテ常用張力ヲ定ムルモノトシ其張力ヲＲトセハ第三圖ニ示スカ如ク支柱ノ一端假令ハＡ點ニ於テ滑車Ｐヲ具ヘ索ノ末端ニ重量Ｒニ等シキ錘ヲ釣ル時ハ荷重ノ輕重ニヨリ調整錘ハ自然ニ釣リ上ゲラレ線體ハS_1, S_2又ハS_3等ノ形ヲ取リ鐵索張力ニハ何等ノ變化ヲ與フルコトナシ

索道カ撓度ヲ增加スルニ從ヒＡ點ニ作用スヘキ垂直分力V_1ハ漸次增加スルコト勿論ナレトモ必要ナル水平分力Ｈガ減少シ張力ニ餘裕ヲ生スルカ爲其負擔力ヲ增加スルモノトス、然レトモ若シ鐵索ガ一定度ヲ越ヘテ甚ダシク增大スル時ハ全張力Ｒカ垂直分方トシテ作用シ若クハ猶不足スルニ至レハ最早何等ノ負擔力ヲ有セス反テ自ラ隨落スルニ至ルヘシ、故ニ鐵索ハ張力不變ノ場合ニAS_3Bノ如キ安定ナル平衡位置トAS_4Bノ如キ將ニ隨落セントスル限界ノ平衡位置トヲ有スルコト明カナリ

第四圖



張力調整裝置ヲ若シ線ノ兩方ニ置ク時ハ荷重ト其着力點トニヨリ常ニ一定ノ形ヲ取ラントシ自然ニ荷重點カ左右ニ移動シ遂ニ一方カ調整作用ヲ失フニ至リテ止ムヘキモノニシテ到底斯カル兩點調整裝置ハ不可能ノモノト考ヘラル、因テ玆ニハ一方ニノミ此ノ裝置ヲ有スルモノト假定セリ

調整裝置ガ一方ニノミ存スル時ハ荷重負擔ノ場合其着力點ガ反對側ノ支點ニ接近スルトキ著シク索道張力ヲ增加スル恐レアレトモ曳索ノ作用ニヨリ調節セラル、コト後段ニ明カナリ

七、水平距離d高サ相等シキ二點間ニ張力Ｒヲ以テ鐵索ヲ引キ張ル時此ノ垂曲線ノ方程式ヲ求ム、但鐵索ノ自重一呎ニ付g lbsトス

簡單ノ爲メニ垂曲線ノ基線ＯＸ及頂點Ｅヲ通過スヘキ垂直線ＯＥヲ兩軸トシテ方法式ヲ表ハスモノ

トス然ルトキ一般ノ公式ハ如次

$$y=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{x}{m}}+e^{-\frac{x}{m}}\right)\text{ ……………………(A)}$$

或ハ $y=m\,cosh\frac{x}{m}$ ……………………(B)

此ノ一般方程式ニ於テ m y_1 ヲ求ムルコト次ノ如シ

$$y_1=\frac{R}{q}\text{ ……………………(i)}$$

方程式(B)ニ於テ $y=y_1$, $x=\frac{d}{2}$ ヲ代用スレハ

$$y_1=m\,cosh\frac{d}{2m}\text{ ……………………(ii)}$$

若シ $\frac{d}{2m}=\varphi$ トスレハ $m=\frac{d}{2\varphi}$

$\therefore$ $y_1=\frac{d}{2}\,\frac{cosh\,\varphi}{\varphi}$ 即チ $\frac{2y_1}{d}=\frac{cosh\,\varphi}{\varphi}$

因テ巻末ノ双曲函數表ニヨリφヲ求メ $m=\frac{d}{2\varphi}$ ニヨリmヲ求ムルコトヲ得ヘシ

八、前項ノ場合若シAB間水平距離ヲ 4,000尺 鐵索ノ張力ヲ $10^{ton}(=20{,}000^{lbs})$ トシ鐵索ノ自重ヲ一尺ニ付 2^{lbs} トスレハ次ノ如キ計算トナル

公式ニヨリ $y_1=\frac{R}{q}=10{,}000$尺; $x_1=\frac{D}{2}=2{,}000$尺; $\frac{cosh\,\varphi}{\varphi}=\frac{2y_2}{d}=5.$

巻末ニ掲ゲタル双曲函數表ニヨリφヲ算出スルニ二種ノ答ヲ得ヘシ即チ

$\varphi'=0.20431$ 或ハ $\varphi''=3{\cdot}5755$

$\therefore$ $m'=\frac{4{,}000}{2\times0.20431}=9{,}789$尺, $m''=\frac{4{,}000}{2\times3{\cdot}5755}=559$尺

$s'=m'\,sinh\frac{x_1}{m'}=2{,}015$尺, $s''=m''\,sinh\frac{x_1}{m''}=9{,}984$尺

同様ニm'及m''ノ値ニ對シ垂直分力及水平分力ヲ求ムレハ次ノ如シ

$V'=qs'=4{,}031^{lbs}$ $V''=qs''=19{,}968^{lbs}$

$H'=qm'=19{,}578^{lbs}$ $H''=qm''=1{,}119^{lbs}$

斯クシテ算出シタル垂直分力及水平分力トノ間ニ次ノ式カ其誤リ無キコトヲ證明スヘシ

$V^2+H^2=R^2$

$\sqrt{4{,}031^2+19{,}578^2}\doteqdot20{,}000$; $\sqrt{19{,}968^2+1{,}119^2}\doteqdot20{,}000.$

九、前項ノ問題ヲ更ニ近似式ニヨリテ解カハ

$$y_1 = m + \frac{x_1^2}{2m}$$

$$2m^2 - 2my_1 + x_1^2 = 0$$

$$m = \frac{1}{2}\left(y_1 \pm \sqrt{y_1^2 - 2x_1^2}\right)$$

式中 $y_1 = 10,000$, $x_1 = 2,000$ ヲ代用シテ

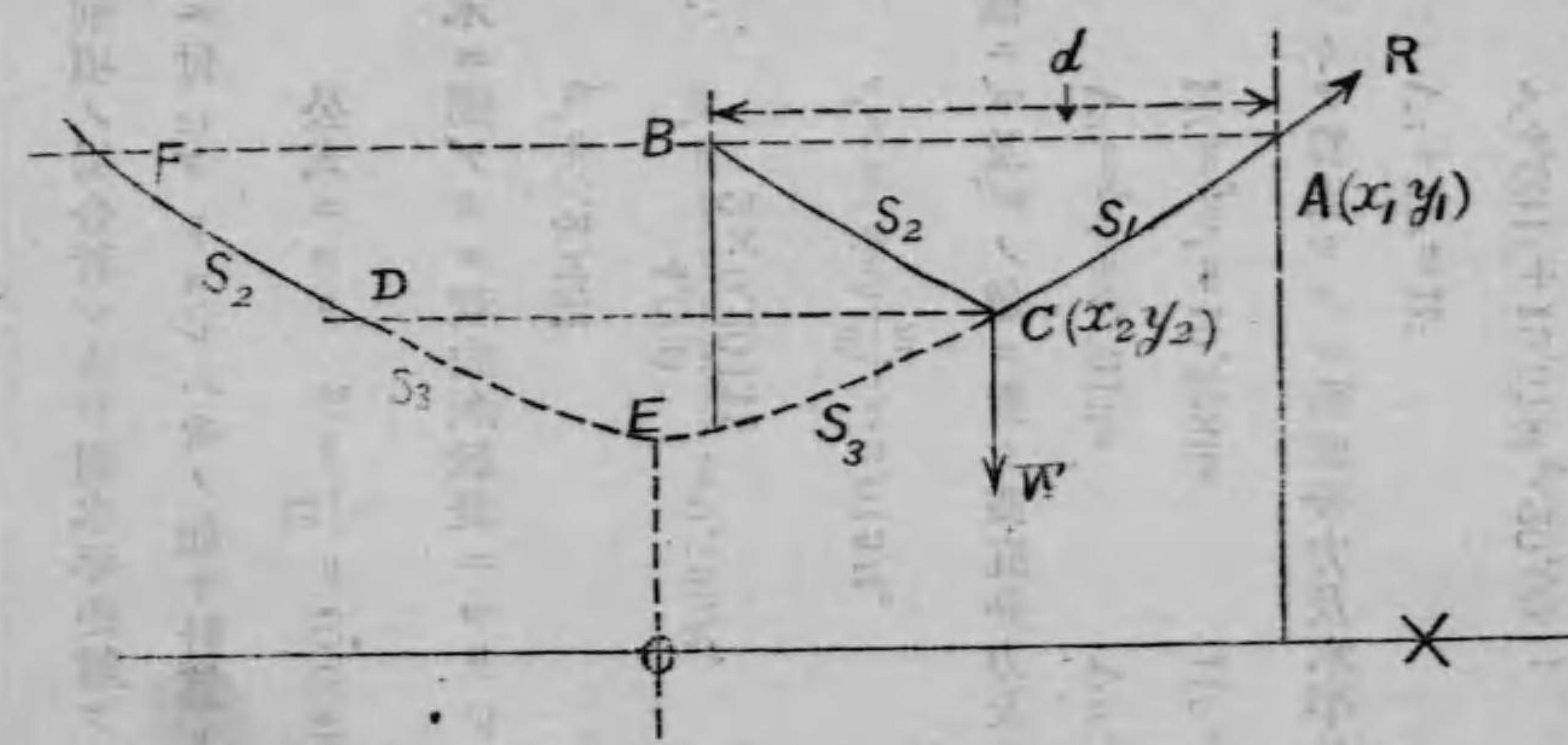
$m' = 9,795$尺 或ハ $m'' = 204$尺

mカ若シ 204尺 ナラハ $\frac{x_1}{m} = 10$ トナリ近似式ニヨリテ求メ得ル理由ナシ、垂曲線トシテノ計算ニヨレハ 559尺ニシテ非常ナル差ヲ示スコトヲ見ルヘシ、然ルニ m' 即チ 9,795尺 ノ方ハ甚タ近似數ヲ得ラレタルコトヲ見ルヘシ、

此際 $\frac{x_1}{m} = 0\cdot204$ ヲ示ス

一〇、索道ニ荷重ヲ負擔セシムル時索道ハ荷重點ニ於テ屈折シテ二本ノ垂曲線トナリ方向相反スル同一ノ曲線ナリ、此ノ場合ハ常ニ荷重ヲ之レト同重量ノ鐵索重量ト考

第五圖



ヘテ容易ニ索道ノ對抗力及其形ヲ知ルコトヲ得ヘシ

第五圖ニ於テ荷重Wカ支點A及Bノ中央ニ於テ作用スルモノトセハWノ平衡條件トシテ左右ノ水平分力ハ相等シク即チ AC 及 BC ハ同一ノパラメーターヲ有スルモノトス、此ノ兩曲線ハ方向相反スルモ其他ノ關係ニ於テハ全ク相等シ

今 AC 曲線ヲ延長シテ完全ナル曲線 ACEF ヲ書クモノトシC點ヨリ平行線 CD ヲ引キ曲線トDニテ交ラシメ $\overparen{DF}$ ヲ $\overparen{BC}$ ニ等シク取ラハ $\overparen{BC}$ ト $\overparen{FD}$ トハ全ク相等シ、然ルトキ曲線 CED ノ重量トWト等シカルヘシ、何トナレハ若シ $\overparen{AC}$ カ全クW及 BC ニ關係無キモノトセハ $\overparen{ACEF}$ ハ平衡位置ヲ保ツコト明カニシテ此ノ際Aニ於ケル垂直分力ハ $qs_1 + qs_3$ ナリ然ルニ又 $\overparen{ACB}$ ニ付キテ考フルニA點ニ於ケル水直分力ハ $qs_1 + \frac{W}{2}$ ナルコト明カニシテ即チ $\frac{W}{2} = qs_3$ ナリ

因テ曲線 ACEF ノ方程式ヲ求ムルニ(A、C點ノ縦横距ヲ夫レ々々 (x_1y_1) 及ヒ (x_2y_2) トスレハ)

$$y_1 = \frac{R}{q} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{i})$$

$$s_3 = \frac{W}{2q} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{ii})$$

$$y_1 = m\cosh\frac{x_1}{m} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{iii})$$

$$s_3=m\,sinh\frac{x_2}{m}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(iiii)$$

荷重點ハA及ヒBノ中間ナルカ故ニ其水平距離ヲdトスレハ

$$x_1-x_2=\frac{d}{2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(v)$$

故ニ先ツ(i)及ヒ(ii)ニヨリy_1及s_3ヲ求メタル後(iii)及ヒ(iiii)式ニ於テmニ種々ノ値ヲ代用シテx_1及ビx_2ヲ求メ(v)式ヲ滿足スルヤ否ヤヲ檢シ遂ニ之ヲ滿足スベキmヲ求ムベシ、其方法ハmニ二三回連續シタル値(例ハ5,000尺 6,000尺 7,000尺等)ヲ代用シテx_1-x_2ノ値ヲ求メ其變化ニヨリテmノ眞價ヲ想定シ漸次眞數ヲ求ムルニアリ

此ノ解式ハ又次ノ形トナスコトヲ得ヘシ

$$x_1=m\,log\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{m}$$

$$x_2=m\,log\frac{s_3+\sqrt{s_3^2+m^2}}{m}$$

$$\therefore\quad x_1-x_2=\frac{d}{2}=m\,log\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{s_3+\sqrt{s_3^2+m^2}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(vi)$$

或ハ

$$\frac{d}{2}=m\,log_e10\,log_{10}\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{s_3+\sqrt{s_3^2+m^2}}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(vii)$$

(vi)式ハ自然對數表(ナピリアンロガリスム)ニヨラサルヘカラス、然ルニ普通常用對數表ヲ有スルモ自然對數表無キカ故ニ特ニ之ヲ常用對數表使用ノ形ニ代ヘタルモノニシテ

$$log_e10=2.30256$$

トスヘシ

別解

$$y_1=m\,cosh\frac{x_1}{m}\qquad s_3=m\,sinh\frac{x_2}{m}$$

$$\therefore\quad cosh\frac{x_1}{m}=\frac{y_1}{m}\qquad\therefore\quad sinh\frac{x_2}{m}=\frac{s_3}{m}$$

$$sinh\frac{x_1}{m}=\frac{\sqrt{y_1^2-m^2}}{m}\qquad cosh\frac{x_2}{m}=\frac{\sqrt{s_3^2+m^2}}{m}$$

$$cosh\frac{x_1-x_2}{m}=cosh\frac{d}{m}=\frac{y_1\sqrt{s_3^2+m^2}}{m^2}-\frac{s_3\sqrt{y_1^2-m^2}}{m^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(viii)$$

$$sinh\frac{x_1-x_2}{m}=sinh\frac{d}{m}=\frac{\sqrt{y_1^2-m^2}\ \sqrt{s_2+m^2}}{m^2}-\frac{y_1s_3}{m^2}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(ix)$$

一一、計算法ヲ說明スル爲メニ水平距離dヲ4,000尺、鐵索張力ヲ20,000封度、荷重Wヲ6,000封度 索

自體ノ重量ヲ一尺ニ付キ 2lbs トスレハ（一〇ト同一ノ數字ヲ取リタルハ荷重ノ有無ニヨル索道ノ變化ヲ了解セシメントスルニアリ）

荷重無キ場合ニ垂線ニ二種ノ平衡位置アリシコトハ既ニ述フルカ如シ即チ $m'=9,789$尺及 $m''=559$尺 m''ノ場合 $s''=9,984$尺 $V''=19,968$尺 トナリ居ルカ故ニ此ノ上荷重ノ負擔ニ堪ヘサルコト明カナリ故ニ本項ニ於テハ $m'=9,789$尺ノ平衡位置ニアル垂曲線カ荷重ヲ受ケタル時重點カ下降シテ平衡位置ヲ取ルモノト解スヘキモノナリ

$$y_1=\frac{R}{2}=10,000\text{尺},\qquad s_3=\frac{W}{2}\times\frac{1}{2}=1,500\text{尺}.$$

$$x_1-x_2=\frac{d}{2}=2,000\text{尺}.$$

一〇ノ公式(vi)ニヨリ

$$x_1-x_2=\frac{d}{2}=m\log\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{s_3\pm\sqrt{s_3^2+m^2}}$$

八ニ於テハ $s'=2,015$尺ニ對シ $m'=9,789$尺ナリシコトヲ知レリ然ルニ荷重負擔ノ結果 $s=s_1+s_2=3,600$尺トナルカ故 m ハ更ラニ 500尺乃至 1,000尺ヲ短縮シ 9,200尺乃至 8,700尺位ノモノト想像セラル、ニヨリ假リニ 8,000尺ヲ取ルモノトシテ計算シ更ラニ 9,000尺ヲ入レテ兩者ノ結果ヨリ判斷シテ順次實數ヲ見出スコト、セリ

$$y_1=10,000\qquad s_3=1,500$$

$$y_1^2=100,000,000\qquad s_3^2=2,250,000$$

$$\log_e 10=2\cdot30256$$

パラメーター算出表

m	m^2	$\sqrt{y_1^2-m_2}$	$\sqrt{s_3^2+m^2}$	$\log_{10}\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{s_3+\sqrt{s_3^2+m^2}}$	$m\times2\cdot30256$	x_1-x_2
8,000	64,000,000	6,000	8,133	0·220358	18,420	3,059·
9,000	81,000,000	4,359	9,124	0·131836	20,723	2,732·
9,500	90,250,000	3,121	9,618	0·071642	21,874	1,574·
9,320	86,862,400	3,625	9,440	0·095319	21,460	2,045·
9,340	87,235,600	3,573	9,460	0·092865	21,496	1,996·2
9,337	87,179,569	3,580	9,456	0·093236	21,499	2,004·4

本表ニヨレハ $m=9,339$ ト概算スヘシ

然ルトキハ（近似數計算上便利ノ爲メ前掲計算表ノ末段ヲ其儘ニ適用セリ）

$$x_1=m\,log\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{m}=21,499\times log\frac{13.580}{9,337}=3,497尺$$

$$x_2=m\,log\frac{s_3+\sqrt{s_3+m^2}}{m}=21,499\times log\frac{10,956}{9,337}=1,493尺$$

$$y_2=\sqrt{s_3^2+m^2}=9,456尺$$

$y_1-y_2=544$尺（荷重點ノ下降度）

$$s=\sqrt{y_1^2-m^2}=3,580尺$$

$$\therefore\quad s_1=s-s_3=2,080尺$$

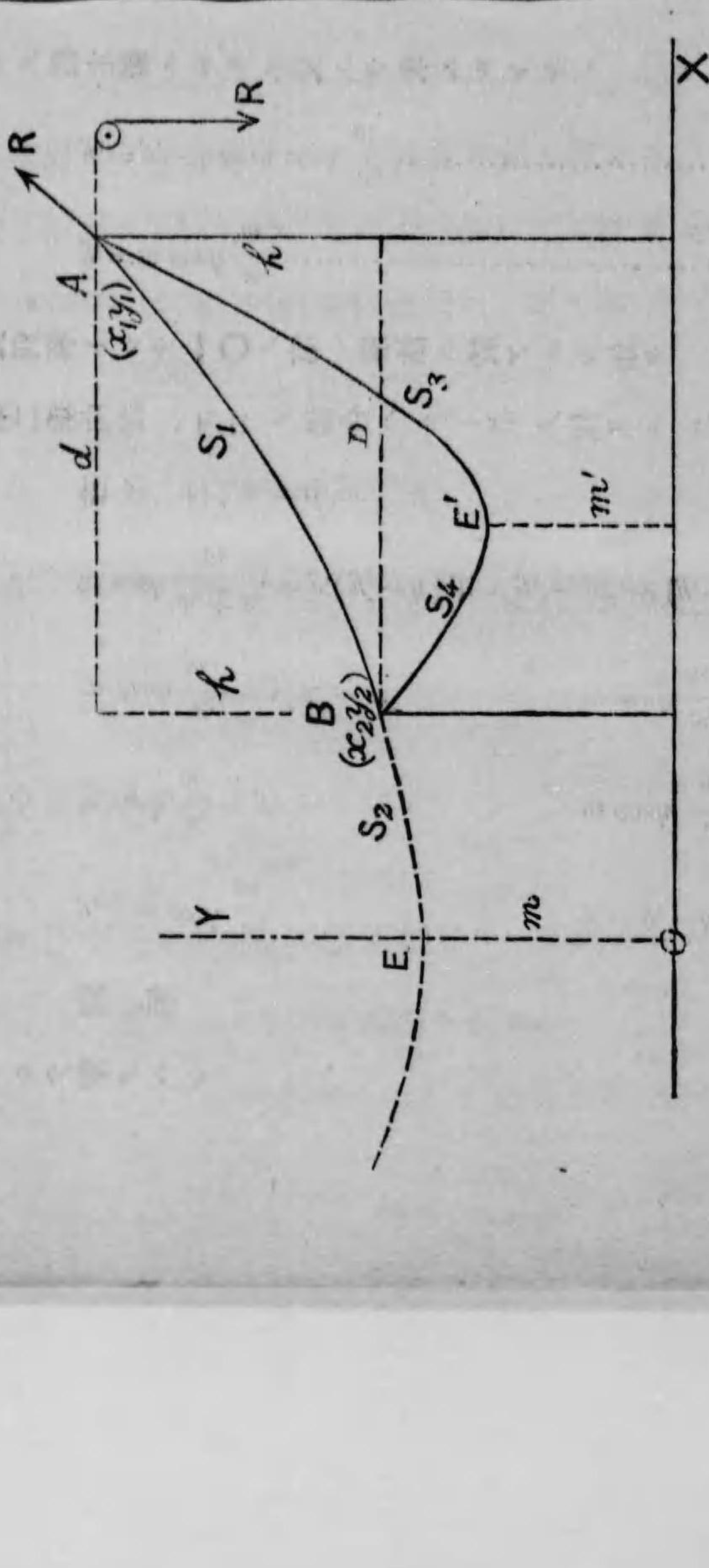
2,080尺ハ荷重ヲ負擔セル時ノ索長ニシテ荷重無キ時2,015尺ナルガ故ニ其差

$$2,080-2,015=65尺$$

ハ延長度ヲ示ス、而シテ此ノ延長ハ荷重ノ兩邊ニ於テ起ルカ故ニ130尺ハ總延長ナリ

二 兩支點間ニ高差アル場合ハ山岳地ニ於ケル運材ニ其適用最モ廣キモノナレバ其解法ヲ例示スヘシ

第六圖



圖ニ於テＡＢヲ支點dヲ水平距離hヲ高差トス

$$y_1=\frac{\mathrm{R}}{q},\qquad y_2=y_1-h=\frac{\mathrm{W}}{q}-h.$$

$$x_1=m\,log\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{m}$$

$$=m\,log\frac{y_1+\sqrt{(y_1+m)(y_1-m)}}{m}$$

$$x_2'=m\,log\frac{(y_1-h)+\sqrt{(y_1-h)^2-m_2}}{m}$$

$$\therefore\quad x_1-x_2=d=m\,log\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{(y_1-h)+\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}}\cdots\cdots\cdots\cdots(i)$$

此ノ解法ハ圖中ABEノ垂曲線ヲ理想トシテ考ヘ居ルモAE′Bノ形ニ張ルコトヲモ考ヘ得ヘシ、此ノ場合ハ

$$x_1+x_2=d=m\,log\left\{\frac{y_1+\sqrt{y_1^2-m^2}}{m}\right\}\left\{\frac{(y_1-h)+\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}}{m}\right\}\cdots\cdots\cdots(ii)$$

トシテ解クヘシ

別解

$$y_1 = m\cosh\frac{x_1}{m} \qquad y_2 = y_1 - h = m\cosh\frac{x_2}{m}$$

$$\therefore\quad m\cosh\frac{x_1}{m} = y_1 \qquad m\cosh\frac{x_2}{m} = y_1 - h$$

$$m\sinh\frac{x_1}{m} = \sqrt{y_1^2 - m^2} \qquad m\sinh\frac{x_2}{m} = \sqrt{(y_1-h)^2 - m^2}$$

$$\therefore\quad m^2\cosh\frac{x_1 \pm x_2}{m} = y_1(y_1-h) \pm \sqrt{y_1^2-m^2}\ \sqrt{(y_1-h)^2-m^2} \cdots\cdots\text{(iii)}$$

但シ $x_1 \pm x_2 = d.$

第二垂曲線 AE'B ノ場合ハ $x_1 - x_2$ ノ代リニ $x_1 + x_2$ ヲ取ルヘク右邊モ之ニ應シテ（＋）ヲ取ルヘシ

又別解トシテ一〇ノ第一解法ニ於ケルカ如ク

$$y_1 = m\cosh\frac{x_1}{m} \cdots\cdots\text{(iv)}$$

$$y_2 = y_1 - h = m\cosh\frac{x_2}{m} \cdots\cdots\text{(v)}$$

m ノ假定値ニヨリ x_1 及 x_2 ヲ求ムルトキハ

$$x_1 \pm x_2 = d \cdots\cdots\text{(vi)}$$

ヲ滿足セシムル樣ニ m ヲ試算的ニ求メ得ヘシ

一三　支點ヲ A$(x_1 y_1)$ 及ヒ B$(x_2 y_2)$ トシ其水平距離ヲ 3,000尺 高差ヲ 1,200尺 トシ鐵索ノ張力ヲ 20,000封度（10噸）又其自體重量ヲ一尺ニ付 2封度 トスレハ

$$y_1 = \frac{20{,}000}{2} = 10{,}000\text{尺}$$

$$y_2 = y_1 - 1{,}200 = 8{,}800''\text{尺}$$

$$y_1 = m\cosh\frac{x_1}{m} \qquad \therefore\ \frac{y_1}{m} = \cosh\frac{x_1}{m} \cdots\cdots\text{(i)}$$

$$y_2 = m\cosh\frac{x^2}{m} \qquad \therefore\ \frac{y^2}{m} = \cosh\frac{x_2}{m} \cdots\cdots\text{(ii)}$$

但シ條件ニヨリ

$$x_1 - x_2 = 3{,}000\text{尺} \cdots\cdots\text{(iii)}$$

因テ(i)及(ii)ニヨリテ双曲函數表ヨリ x_1 及ヒ x_2 ヲ求メ(iii)式カ滿足セラルヽ迄 m ヲ變化シテ m ノ値ヲ求ムヘシ、但シ $m < 8{,}800$（見込ヲ立ツ）

m ノ計算表

m (尺)	$\frac{y_1}{m}$	$\frac{x_1}{m}$	x_1 (尺)	$\frac{y_2}{m}$	$\frac{x_2}{m}$	x_2 (尺)	x_1-x_2 (尺)
8,000	1.25000	0.6930	5.544	1.10000	0.4430	3,544	2,000
8,500	1.17647	0.5856	4,978	1.03528	0.2648	2,251	2,727
8,700	1.14940	0.5400	4,698	1.01149	0.1510	1,314	3,384
8,600	1.16280	0.5663	4,870	1.02326	0.2153	1,859	3,010
8,590	1.16414	0.5685	4,883	0.02444	0.2200	1,890	2,993
8,595	1.16347	0.5670	4,873	1.03285	0.2180	1,874	2,999

因テ $m=8{,}595$尺 ト看做ス、然ルトキハ

$s_1=m\,sinh\frac{x_1}{m}=5.144$封度　　$s_2=m\,sinh\frac{x_2}{m}=1{,}900$尺

$R_1=qy_1=20{,}000$封度　　$R_2=qy_2=17{,}600$封度

$V_1=qs_1=10{,}288$封度　　$V_2=qs_2=3{,}800$封度

$H=qm=17{,}190$封度

$s_1-s_2=l=3{,}244$尺　支點間索長

第五、鐵索ノ長サ不變ナル場合

一四、鐵索ノ兩端ヲ支點ニ固定シ荷重ニヨリテ其長サヲ調整スル裝置ヲ欠クモノニシテ此ノ裝置ハ比較的簡單ニシテ工費ヲ節約シ得ル爲メ屢々使用セラル、モ重大ナル荷物ニ對シテハ危險アルコトヲ知ラサルヘカラス

鐵索ハ一種ノ彈性體ニシテ張力ニヨリ多少引キ延ハサル、コト勿論ナルモ計算上誤差ヲ生スル程大ナラサルカ故ニ之ヲ算外ニ受クモノトス

張力ヲ一定シテ長サヲ變化セシムルモノトセハ普通二種以上ノ曲線ヲ作ルコトヲ得ト雖トモ長サ一定セル場合ハ垂曲線ハ單ニ一種ヲ得ルノシミ故ニ解法モ亦單純ナルヲ常トス

一五、第七圖ノ如ク支點カ同高ナル場合其水平距離ト鐵索ノ長サヲ知ラハ垂曲線ハ直チニ知ルコトヲ得ヘシ

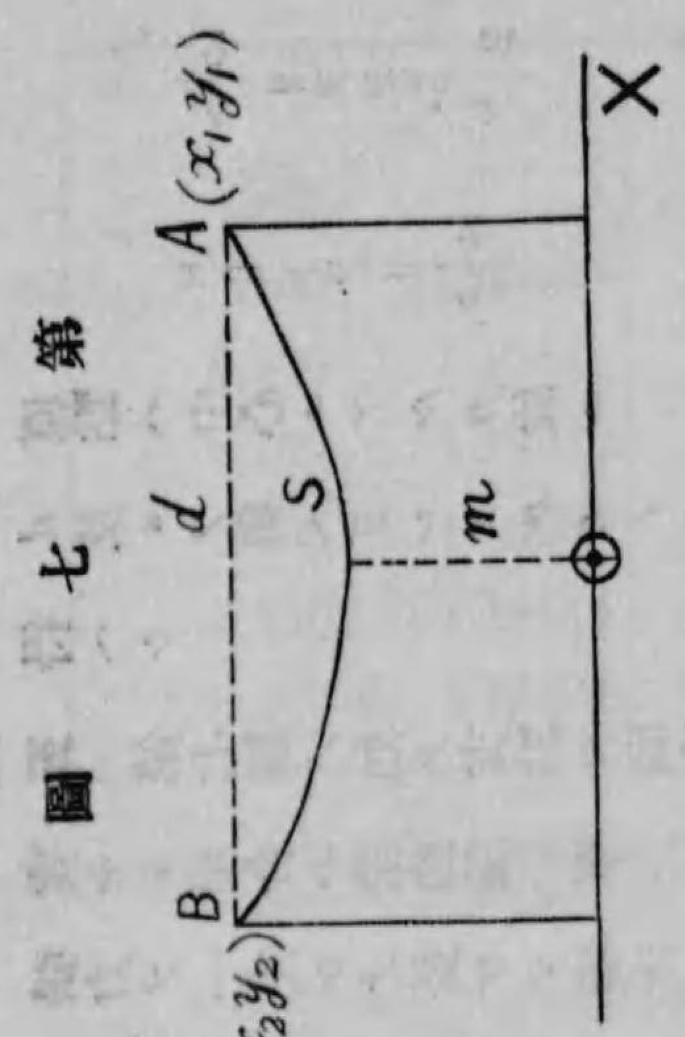
d及sヲ與ヘラレタルモノトス、A及Bノ位置ヲ(x_1y_1)及(x_2y_2)ト假定ス

原點ハ中心ニアルカ故ニ

$$x_1=-x_2=\frac{d}{2}$$

$$\frac{s}{2}=m\,sinh\frac{x_1}{m}$$

第七圖



$\frac{x_1}{m}=\varphi$ トスレハ

$$m=\frac{x_1}{\varphi}$$

$$\therefore\quad \frac{s}{2}=x_1\frac{\sinh\varphi}{\varphi}\quad 即チ\quad \frac{s}{d}=\frac{\sinh\varphi}{\varphi}$$

故ニ双曲函數表ヲ有スル時ハ直チニφヲ求メ從テ又mヲ求メ得ヘシ

若シ双曲函數表ヲ有セサル時ハ下ノ式ニヨルヘシ

別解

$$\frac{d}{2}=m\log\frac{\frac{s}{2}+\sqrt{\left(\frac{s}{2}\right)^2+m^2}}{m}$$

此ノ式ニヨルmノ算出法ハ一一ニ同シ

此ノ曲線ハ鐵索ノ重サニ無關係ニシテ常ニ一定ノ垂曲線ヲ作ル、然レトモ鐵索ノ受クル張力ハ自重ニヨリ差アルコト勿論ナリ

一六、前項ノ計算例ヲ示サハ次ノ如シ

(甲)AB間水平距離$d=4{,}000$尺鐵索ノ長サヲ$s=4{,}100$尺トスル時(双曲函數表ニヨルモノトス)

一五ニヨリ

$$\frac{s}{d}=\frac{4{,}100}{4{,}000}=\frac{\sinh\varphi}{\varphi}$$

$$\frac{4{,}100}{4{,}000}=1{,}025\qquad\therefore\ \varphi=0.38546.$$ (表ヨリ算出)

$$m=\frac{x_1}{\varphi}=\frac{4{,}000}{2.\ 0.38546}=5{,}189尺$$

$$y_1=m\cosh\frac{2{,}000}{m}=5{,}189\times1.0752=5{,}579尺$$

$y_1-m=376$尺　(中央ニ於ケル撓度)

$H=qm=10{,}378^{lbs.}$　但シ鐵索ノ重量一尺ニ付$2^{lbs.}$トス

$V_1=\frac{1}{2}qs=4{,}100$ lbs,　$R=qy_1=11{,}158$尺

(乙)又若シ$d=4{,}000$, $s=4{,}050$ナラハ

$$\frac{s}{d}=1.0125=\frac{\sin\varphi}{\varphi}$$

$$\therefore\ \varphi=0\ 2728$$

$$m=7{,}331尺$$

$$y_1=m\cosh\varphi=1.0375\times m=7{,}606尺$$

$y_1-m=275$ （中央ニ於ケル撓度）

$H=qm=14{,}662^{lbs.}$, $V_1=q\frac{s}{2}=4{,}050^{lbs.}$

$R=qy_1=15{,}212^{lbs.}$

一七、長サ不變ナル固定鐵索カ荷重ヲ受クルニ當テ順序トシテ中央點荷重ヨリ論究スルヲ便利トス、**第七圖**C點（鐵索ノ中點）ニWヲ負擔スルモノトスレハ鐵索ハ此ノ場合ニモC點ニ於テ切斷セラレテ**二ツノ異ナリタル垂曲線**ヲナシ各曲線ハC點ニ於テ各$\frac{W}{2}$ヲ負擔スルコト明カナリ

今假リニAC線ヲ**延長**シテ**完全ナル垂曲線**ACEDヲ**書**クモノトセハCEハ$\frac{W}{2}$ト等シキ重量タルヘキコトハ垂曲線ノ性質上明カナリ

CE=ED トスレハ DF≡CB.

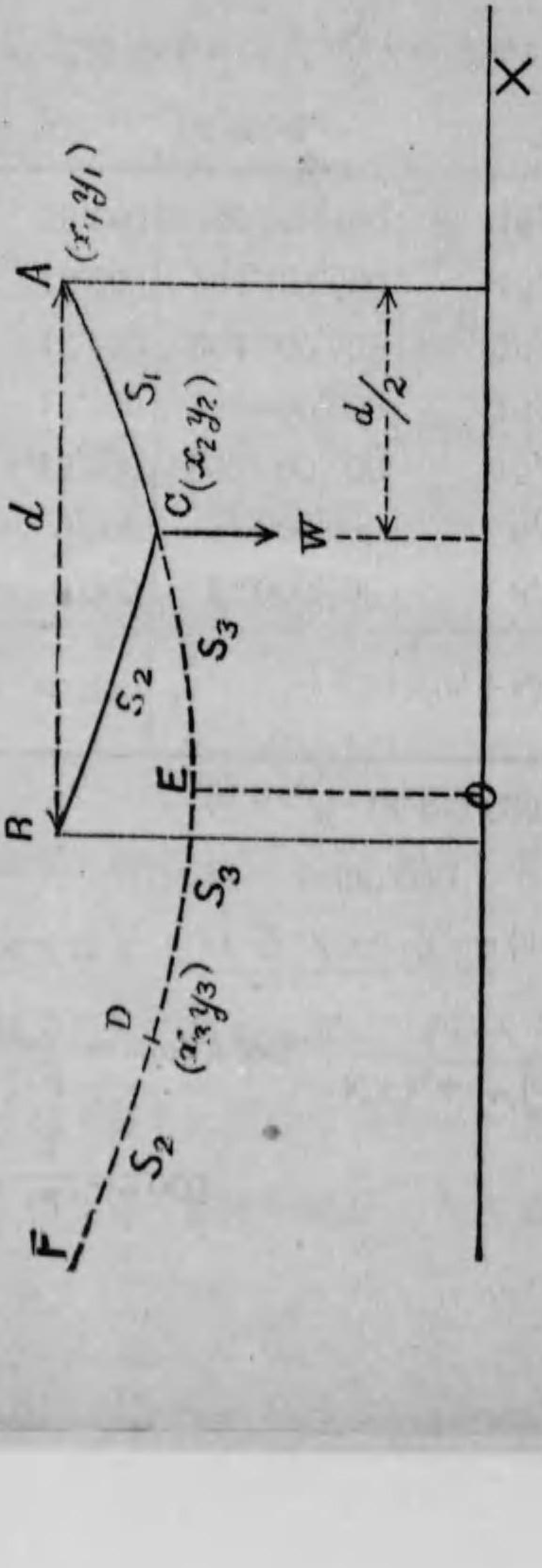
因テ $s_3=\frac{W}{2q}$, $S_{x_1}=s_1+s_3$, $x_1-x_2=\frac{d}{2}$

$S_3=m\ sinh\frac{x_2}{m}$ ....(i)

$S_{x_1}=s_3+s_1=m\ sinh\frac{x_1}{m}$ ....(ii)

(i)式ヨリ

$sinh\frac{x}{m}=\frac{s_3}{m}$ $\therefore\ cosh\frac{x_2}{m}=\frac{\sqrt{s_3^2+m^2}}{m}$



第八圖

(ii)式ヨリ

$sinh\frac{x_1}{m}=\frac{s_{x1}}{m}$ $\therefore\ cosh\frac{x_1}{m}=\frac{\sqrt{s_{x_1}{}^2+m_2}}{m}$

$cosh\frac{x_1-x_2}{m}=cosh\frac{D}{2m}=\frac{\sqrt{s_3^2+m^2}\sqrt{s_{x_1}{}^2+m^2}}{m^2}-\frac{s_3s_1}{m^2}$

別解一四ト同樣ニ

$x_1=m\ log\left\{\frac{s_1+s_3}{m}+\frac{\sqrt{(s_1+s_3)^2+m^2}}{m}\right\}$

$x_2=m\ log\left\{\frac{s_3}{m}+\frac{\sqrt{s_3^2+m^2}}{m}\right\}$

因テ$x_1-x_2=\frac{d}{2}$ ニヨリmヲ見出スコトヲ得ヘシ

$\frac{d}{2}=2{\cdot}30256\times m\ log_{10}\frac{x_1+s_3+\sqrt{(s_1+s_3)^2+m^2}}{s_3+\sqrt{s_3^2+m^2}}$

一八 此ノ場合ニ於ケル計算法ヲ示サンニ

一六(乙)ト同樣ニ $d=400$尺 $s=4050$トシ

中央荷重$W=6{,}000^{lbs.}$(3ton.)トスレハ

$s_3=\frac{W}{2q}=1{,}500$尺

$s_{x1}=s_1+s_3=3{,}525$尺

$$\frac{d}{2}=2{,}000$$

$$\frac{d}{2}=m\log_e 10\log_{10}\frac{s_1+s_3+\sqrt{(s_1+s_3)^2+m^2}}{s_3+\sqrt{s_3^2+m_2}}$$　但シ $\log 10=2.30256$.

パラメーター(m)計算表

$s_3^2=\ 2{,}250{,}000$

$(s_1+s_3)^2=12{,}425{,}625$

m	m^2	$\sqrt{(s_1+s_3)^2+m^2}$	$\sqrt{s_3^2+m^2}$	$\log_{10}\frac{s_1+s_2+\sqrt{\ }}{s_3+\sqrt{\ }}$	2,30256 × m	$\frac{d}{2}$
8,000	64,000,000	8,742.3	8,139.4	0.1046991	18,420.5	1,928.6
9,000	81,000,000	9,665.7	9,124.1	0.0939756	20,723.0	1,947.5
15,000	225,000,000	15,408.6	15,074.8	0.0577849	34,538.4	1,995.78
16,000	256,000,000	16,383.7	16,070.1	0.0542686	36,840.9	1,999.306
16,250	264,062,500	16,627.9	16,319.1	0.0534519	37,416.6	1,999.76
16,260	264,387,600	16,637.7	16,329.0	0.0534217	37,439.6	2,000.075
16,280	265,038,400	16,657.2	16,348.9	0.0533558	37,485.6	2,002,86

$\therefore\ m=16{,}260$尺

$s_3=m\sinh\frac{x_2}{m}$,　即チ　$\frac{s_3}{m}=\sinh\frac{x_2}{m}=0{,}09225$

双曲函數表ニヨレハ $\frac{x_2}{m}=0{,}0921$

$x_2=1{,}497.54$尺

$x_1=x_2+2{,}000=3{,}497.54$尺

$y_1=\sqrt{s_{x_1}^2+m^2}=16{,}637.0$尺
$y_2=\sqrt{s_3^2+m^2}=16{,}329.0$尺　計算表ヨリ

$y_1-y_2=308$尺　（荷重點ノ撓度）

$R_1=qy_1=\ 33{,}274$lbs.

$H=\ qm\ =\ 32{,}520$lbs.

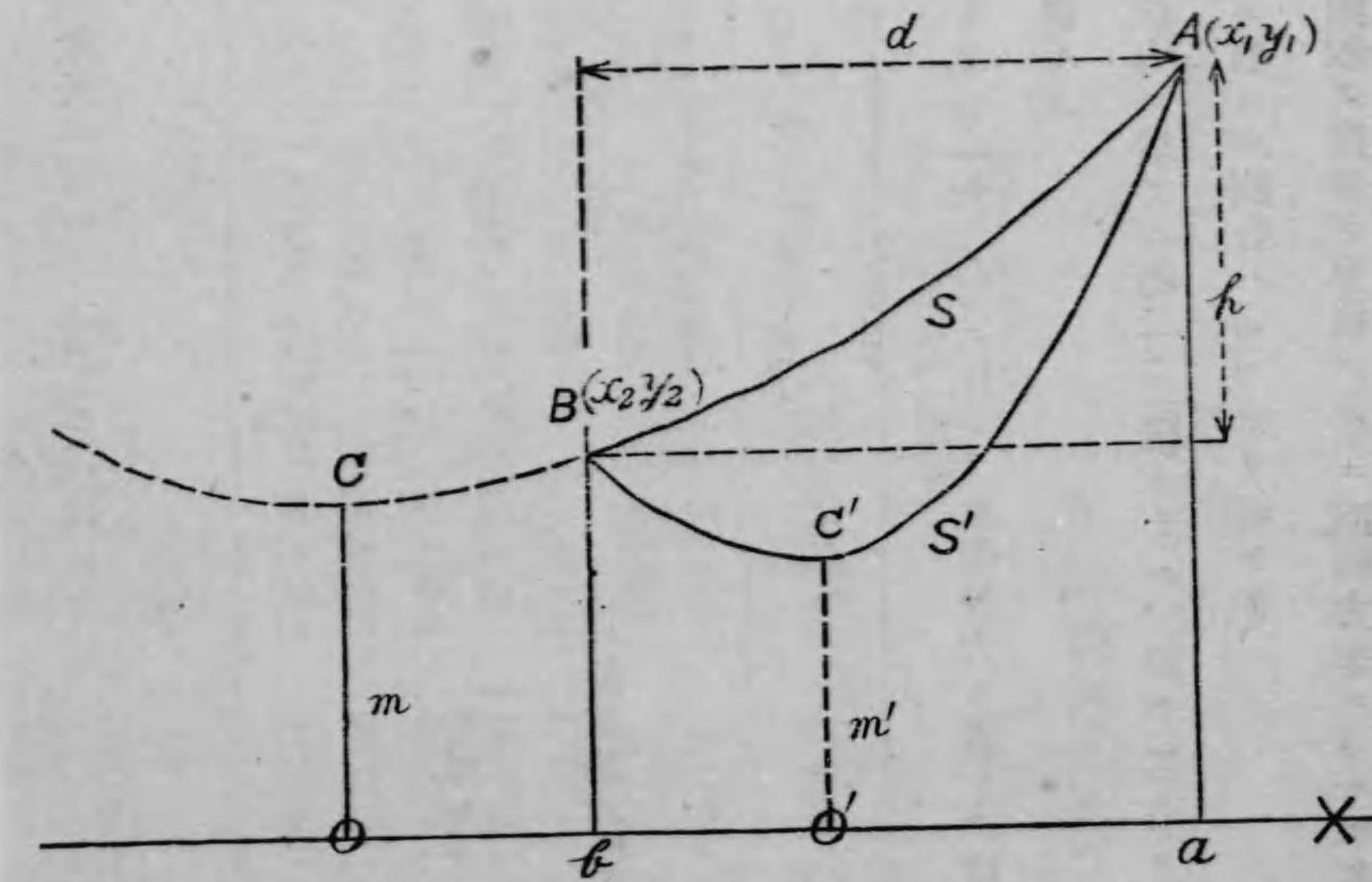
$V_1=qs_{x_1}=\ 7{,}050$lbs.

荷重無キ場合**一六**(乙)ニ比シテ水平分力カ著シク増加シ垂直分力ニ於テハ單ニ荷重ニ等シキ増加ヲ見ルニ過キハ

鐵索ノ張力ニ於テハ約二、二倍トナル、即チ 16.6ton. 强ヲ要スル割合ナリ、此ノ際中點ノ撓度カ鐵索ノ全長ニ對スル割合ハ 7.7 %ヲ示セリ、

一九、 垂曲線ノ撓度ヲ算出スルニ回轉力率ニヨル學者多キカ如シト雖トモ之ノ原理ハ Rigid body ニ

第九圖



付キテノミ論スヘキモノニシテ張力ノ外傳ヘ得サル線體ニ關シテ之ヲ應用スルハ多クノ場合ニ誤算ニ陷リ易キモノト思料シ本書ニハ之ヲ採用セス

二〇、支柱ノ一方カ他ノ支柱ニ比シテ著シク高キ場合ハ索長ニヨリテ二様ノ形ヲ取ルヘシ

即チSカ充分大ナル時ハABCノ形ヲ取ラスシテAC'Bノ形ヲ取ルコトアリ、前者ハ項點ヲ支柱ノ外方ニ有シ後者ハ之ニ反シテ兩柱ノ間ニ有スヘシ、而シテ垂曲線カ如何ナル形ヲ取ルカハ與ヘラレタ長サノ長短ニヨリテ決定スルモノニシテ同一長ノ鐵索カ二種ノ形ヲ取ルコトナシ

ランキン氏ハ次ノ解式ヲ與ヘ居レリ

A點ノ縦横距ヲ(x_1y_1)又B點ヲ(x_2y_2)トシs_1及s_2ヲ夫レ々々CA及CBトスレハ

$$d=x_1-x_2$$

故ニ若シ$K=x_1+x_2$トスレハ

$$x_1=\frac{K+d}{2},\quad x_2=\frac{K-d}{2}\quad\cdots\cdots(\text{i})$$

以上ハ曲線ノ項點CカA及B支點ノ外方ニアル場合ヲ想像シタルモノナレトモ若シ其中間ニ位スル場合ハ反對ニ$d=x_1+x_2$ナルカ故ニ此ノ際

若シ$K=x_1-x_2$トスレハ

$$x_1=\frac{K+d}{2},\quad x_2=\frac{d-K}{2}\quad\cdots\cdots(\text{ii})$$

トナルヘシ、然ルニ以下述フル處ノ研究ハ(i)及(ii)ノ場合ハ附號ニ少シク注意スレハ其結果ハ同一ノ形トナルカ故ニ茲ニハ單ニ(i)ノ場合ニ附キテノミ述フルコト、セリ

$$s=s_1-s_2=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{K+d}{2m}}-e^{-\frac{K+d}{2m}}\right)-\frac{m}{2}\left(e^{\frac{K-d}{2m}}-e^{-\frac{K-d}{2m}}\right)\cdots\cdots(\text{iii})$$

$$h=y_1-y_2=\frac{m}{2}\left(e^{\frac{K+d}{2m}}+e^{-\frac{K+d}{2m}}\right)-\frac{m}{2}\left(e^{\frac{K-d}{2m}}+e^{-\frac{K-d}{2m}}\right)\cdots\cdots(\text{iiii})$$

(iii)式ノ自乘ヨリ(iiii)式ノ自乘ヲ減スレハ

$$\sqrt{s^2-h^2}=m\left(e^{\frac{d}{2m}}-e^{-\frac{d}{2m}}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{v})$$

ヲ得ヘク又(３)式ト(４)式トノ差ヲ其和ニヨリテ除シテ

$$\frac{s-h}{s+h}=e^{\frac{K}{m}}\quad\text{即チ}\quad K=m\log\frac{s-h}{s+h}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{vi})$$

ヲ得ヘシ

(vi)式中 $K=2x_1-d$ ヲ代用スレハ

$$x_1=\frac{m}{2}\log\frac{s-h}{s+h}+\frac{d}{2}$$

同様ニシテ

$$x_2=\frac{m}{2}\log\frac{s-h}{s+h}-\frac{d}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{vii})$$

(v)式ハ試算法ニヨリ m ヲ求ムヘク(vii)式ハ x_1 及 x_2 ヲ求ムルニ充分ナリ

ランキン氏ノ解ニ於テ若シ双曲函數記號ヲ用ユル時ハ(v)式ハ次ノ形トナスコトヲ得ヘシ

$$\sqrt{s^2-h^2}=2m\sinh\frac{d}{2m}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{viii})$$

若シ $\frac{d}{2m}=\varphi$ トスレハ

$$\sqrt{s^2-h^2}=d\,\frac{\sinh\varphi}{\varphi}$$

因テ七及ヒ一五ニ於ケルカ如ク双曲函數表ヨリ φ 從テ又 m ヲ求ムルコトヲ得ヘシ

藤岡林學士ハ別解トシテ他ノ方程式ヲ得タリ※

$$s^2-h^2=2m^2\left(\cosh\frac{d}{m}-1\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{ix})$$

$$\therefore\quad s^2-h^2=\frac{d^2}{2}\times\frac{\text{coih}\,\varphi-1}{\varphi^2}$$

氏ハ計算ヲ簡便ニスル爲メニ函數表中特ニ $\frac{\cosh\varphi-1}{\varphi^2}$ ノ値ヲ算出追加セラレタリ

(ix)式ハ其内容ニ於テランキン氏ノ公式ト仝一ナレハ何レヲ撰フモ隨意ナリ、何トナレハ

$$s^2-h^2=2m^2\left(\cosh\frac{d}{m}-1\right)$$

$$=2m^2\left\{\left(\cosh^2\frac{d}{2m}+\sinh^2\frac{d}{2m}\right)-1\right\}$$

$$\therefore\quad \sqrt{s^2-h^2}=2m\sinh\frac{d}{2m}.$$

※大正四年五月林學士會報告第一六號所載「簡易架空索道設計ニ就テ」ニヨル

二一、前項ノ例題トシテ支點間水平距離 d ヲ 3,000尺 其高差 h ヲ 1,2000尺 トシ此ノ二點間ニ張ルヘ

キ鐵索ノ長サsカ 3,280尺ナル場合ノ解法ヲ示スヘシ

二〇公式(viii)ニヨリ

$$\sqrt{s^2-h^2}=d\frac{\sinh\varphi}{\varphi}$$

ルニ $\sqrt{s^2-h^2}=3,052{\cdot}6$

$$\therefore\ \frac{\sinh\varphi}{\varphi}=1.01753$$

双曲函數表ニヨリテ算出シテ $\varphi=0{\cdot}3234$ ナルコトヲ知ルヘシ因テ

$$m=\frac{d}{2\varphi}=4,637{\cdot}6\text{尺}$$

又公式(vi)ニヨリ

$$\mathrm{K}=m\log\frac{s-h}{s+h}$$
$$=m\log 10\log_{10}\frac{s-h}{s+h}=3,558{\cdot}2\text{尺}$$

此ノ結果ニヨレハKハdヨリモ大ナルカ故ニ二〇ノ(1)式ニ従フヘキモノニシテ即チ

$$x_1=\frac{\mathrm{K}+d}{2}=3279{\cdot}1\text{尺},\quad x_2=\frac{\mathrm{K}-d}{2}=279{\cdot}1\text{尺}$$

以上ニヨリ y_1 及 y_2 ヲ求ムレハ

$$y_1=m\cosh\frac{x_1}{m}=5,845{\cdot}7\text{尺},\quad y_2=y_1-h=4,645{\cdot}7\text{尺}$$

又若シs_{x_1}及S_{x_2}ヲ夫レCA及CB曲線(第九圖)ノ長サトスレハ

$$\mathrm{S}_{x_1}=m\sinh\frac{x_1}{m}=3,559{\cdot}1,\quad \mathrm{S}_{x_2}=m\sinh\frac{x_2}{m}=279{\cdot}1$$

$$\mathrm{S}=s_{x_1}-s_{x_2}=3,280\text{尺}$$

$\frac{x^2}{m}$ト $\sinh\frac{x_2}{m}$ トハ函數表カ精確ナラサル爲メ差違ヲ認メ得サルニ付キ $s_{x_2}=x_2$ ト云フ奇現像ヲ得タルモノニシテ幾分カS_{x_2}ノ方ガ大ナルヘキコト勿論ナリ

又sヲ算出シタルハ解法ニヨリテ得タル結果ガ果シテ正確ナルヤ否ヲ驗スル爲メニ求メタルモノニシテ丁度假定ニ一致シタルヲ見ルヘシ

A及B點ニ方テ作用スル力ヲ算出センニ若シ鐵索ノ自重qヲ2lbs.ト假定スレハ

垂直分力$\mathrm{V_A}$及$\mathrm{V_B}$ハs_{x_1}及s_{x_2}ニヨリテ求ムヘシ

$$\mathrm{V_A}=qs_{x_1}=7,118\text{lbs.},\quad \mathrm{V_B}=qs_{x_2}=558\text{lbs.}$$

但シ$\mathrm{V_B}$ハ此ノ場合下方ニ向フヘキモノニシテ負號ヲ取ルコトヲ注意スヘシ即チB支點ハ上方ニ釣リ上ケラル、モノニ付キ之ヲ支フルニハ地表ニ向テ引キ下ケサルヘカラス

水平分力HハA及B點ニ於テ同一ニシテパラメーターニヨリ求ムヘシ即チ

$$\mathrm{H}=qm=9,275$$

鐵索ノ張力ヲRトスレハ

$R_A=qy_1=11,691^{\text{lbs.}}$,　$R_B=qy_1=9,291$

第六　張ガ不變索道ノ偏心荷重

二三　鐵索ノ一方ガ荷重點ニ於テ水平ナル條件

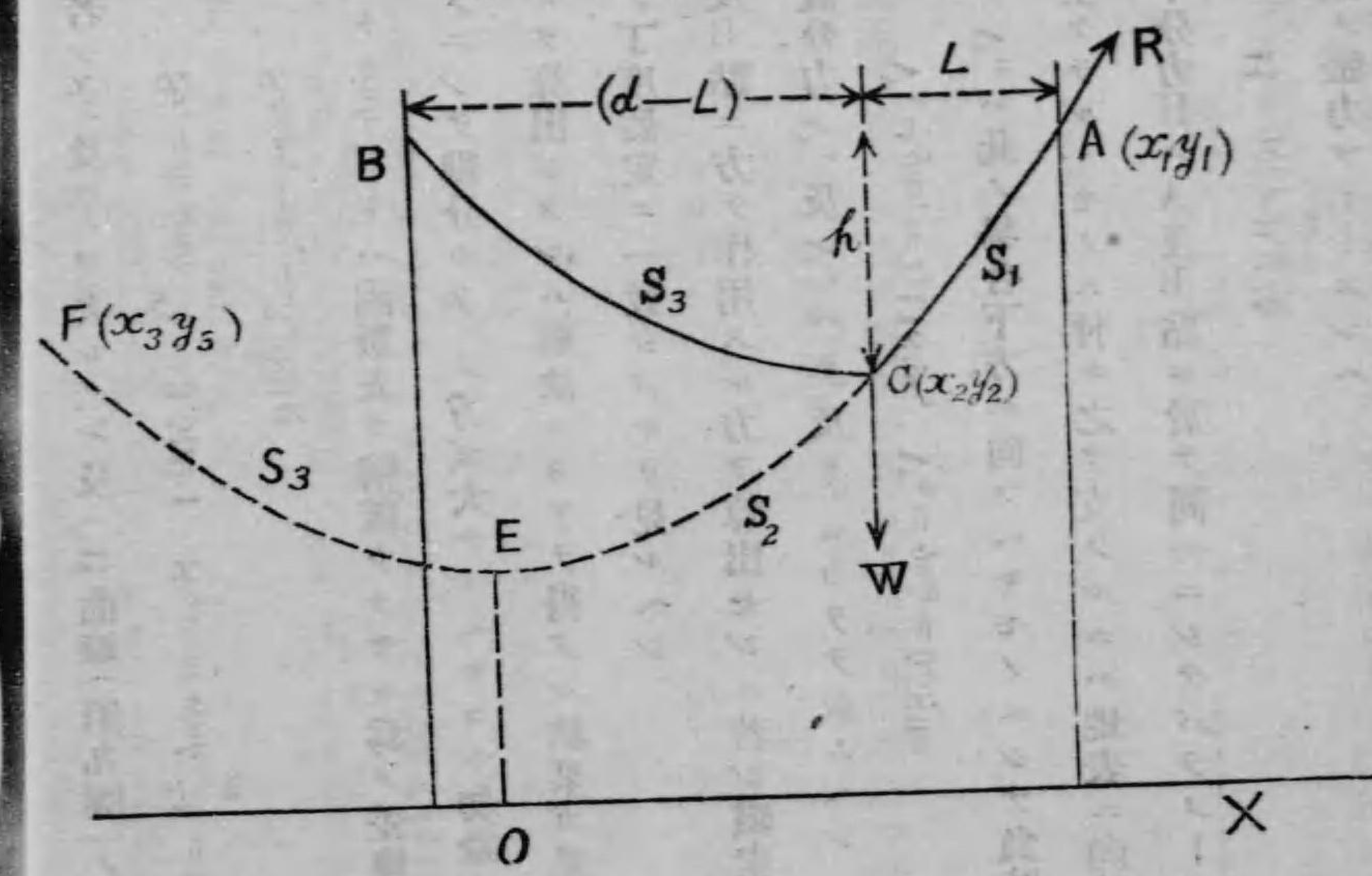
第一〇圖ニ於テC點ヲ荷重點トシWヲ其荷重トス

曲線BCガC點ニ於テ水平ナルトキA點(x_1y_1)トC點(x_2y_2)トノ横距差Lノ價ヲ求ム

曲線ACヲ延長シテ完全ナル垂曲線ヲ畫キEヲ其頂點トスEFヲCBニ等シク取ル

C點ノ平衡ヲ保ツ爲メニCAノ水平分力トBCノ水平分力トハ相等シ即チBCトACトハ同一パラメーターヲ有スルコト明カナリ、然ルニEFハBCト同一パラメーターヲ有シ且ツE點ニ於テ水平ナルニヨリ此ノ兩曲線ハ全ク同一ナリ、從テ曲線EC$=s_2$ノ重量ハWニ等

第十圖



シカルヘシ

$$S_2=\frac{W}{q}$$

鐵索ノA點ニ於ケル張力ヲRトスレハ

$$y_1=\frac{R}{q}$$

$$S_2=\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}$$

$$\therefore\quad h=y_1-\sqrt{s_2^2+m^2}\quad\cdots\cdots\text{(i)}$$

$$S_3=\sqrt{(m+h)^2-m^2}=\sqrt{(2m+h)h}\quad\cdots\cdots\text{(ii)}$$

(i)ニヨリテhヲ求メ(ii)ニヨリテs_3ヲ求ムルコトヲ得ヘシ但シmハ任意ニ定ムルモノトス

垂曲線ノ方程式ニヨリ

$$y_1=m\cosh\frac{x_1}{m}\quad\cdots\cdots\text{(iii)}$$

$$s_2=m\sinh\frac{x_2}{m}\quad\cdots\cdots\text{(iiii)}$$

$$s_3=m\sinh\frac{x_3}{m}\quad\cdots\cdots\text{(v)}$$

此ノ三式ハh及s_3ヲ求ムル爲メ前キニ假定シタルmノ値ヲ其儘ニ適用シテ双曲函數表ニヨリx_1, x_2及x_3ヲ求ムルコトヲ得ヘシ次ニ

$$x_1+x_3-x_2=d \quad \cdots\cdots\cdots (vi)$$

カ今求メタルx_1 x_2及x_3ニヨリテ滿足サル、カ否ヤヲ驗スヘシ、斯クシテ(vi)カ完全ニ滿足セラルヘキmノ眞數ヲ求ムヘシ、今其値ヲMトスレハ求メラレタル條件ハ次ノ如シ

$$L=M\log\frac{(y_1+\sqrt{y_1^2-M^2})(s_3+\sqrt{s_3^2+M^2})}{(s_2+\sqrt{s_2^2+M^2})\times M} \quad \cdots\cdots\cdots (vi)$$

$d=3{,}000$尺, $R=20{,}000$封度, $W=6{,}000$封度, $q=2$封度 トスレハ

$y_1=R/q=10{,}000$尺　　$s_2=W/q=3{,}000$尺

$y_1^2=100{,}000{,}000$　　$s_2^2=9{,}0000{,}000$

因テ(i)乃至(v)式ニヨリパラメーターmヲ求ムルコト次ノ如シ

パラメーター計算表

m	m^2	h	s_3	x_1	x_2	x_3	d
9,500	90,250,000	37.6	846.1☆	—	—	—	—
9,000	81,000,000	513.2	3,088.9	4,185.0	2,952.0	3,033.0	4,266.0
9,200	84,640,000	323.2	2,459.9	3,879.0	2,948.6	2,428.8	3,359.2
9,270	95,932,900	256.6	2,196.4	3,654.2	2,947.9	2,197.0	2,903.3
9,250	85,562,500	275,7	2,275.2	3,700.0	2,949.6	2,252 4	3,002.8
9,240	85,377,600	285.2	2,313.4	3,719.6	2,949.4	2,288.7	3,048.9

$M \doteqdot 9{,}250$尺

☆ s_3ハ1,500尺以上ナルヘキニ846尺ヲ得タル故計算ヲ中止シタリ、9,250尺カ略ホ眞價ナルコトヲ知リタルモ爲念更ラニ9240ヲ適用試驗セリ

$$s_1+s_2=m\sinh\frac{x_1}{m}=0{\cdot}4108\,m=3{,}799{\cdot}9.$$

$\therefore\ s_1=3{,}799{\cdot}9-3.000=799\ 9$尺

索長 $=s_1+s_3=3{,}075{\cdot}1$尺

$V_1=q(s_1+s_2)=7{,}599{\cdot}8$封度

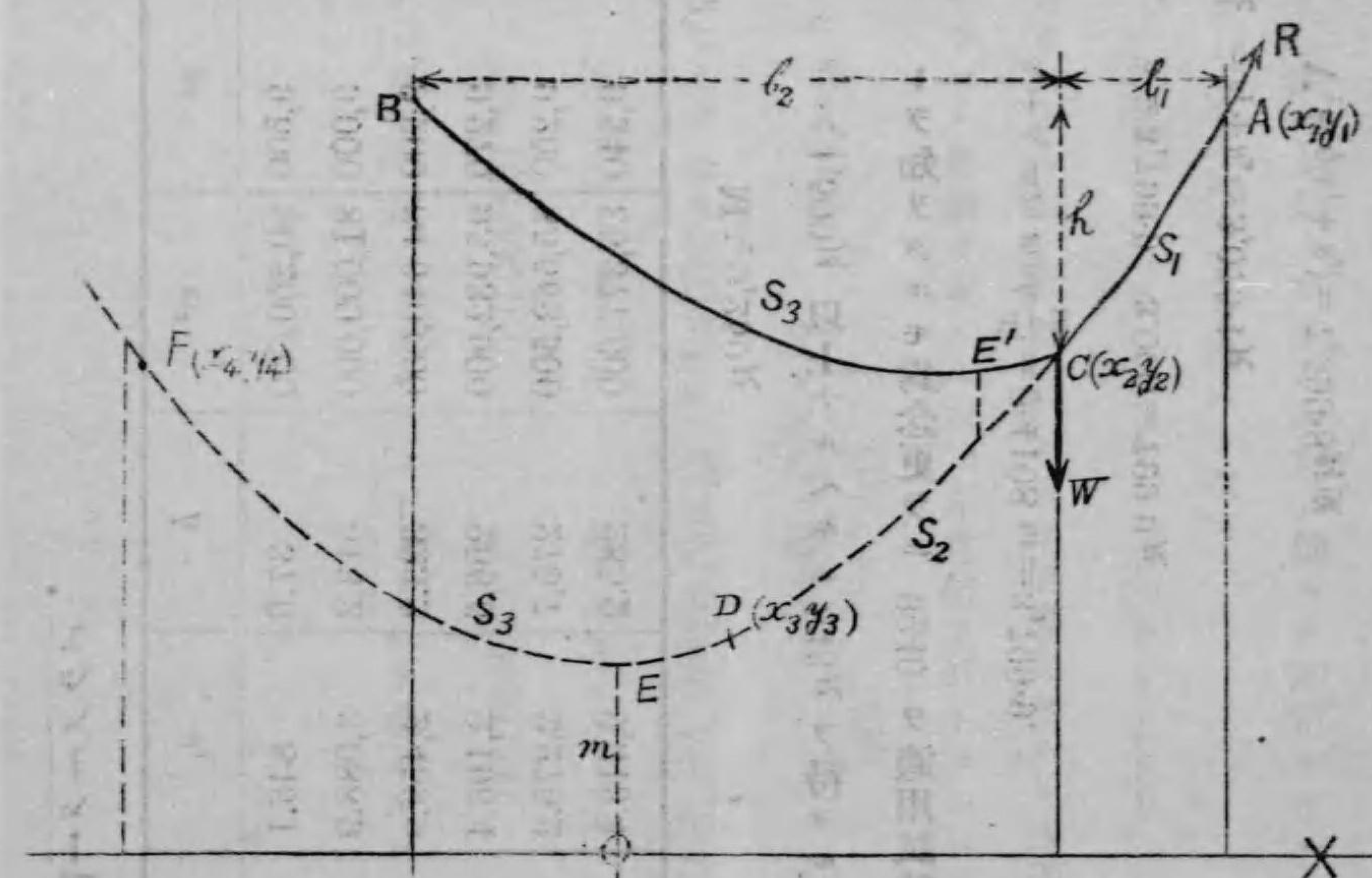
$H = qm = 18{,}500{\cdot}0$ 封度

撓度 $h = 275{\cdot}7$.

$L = x_1 - x_2 = 750{\cdot}4$ 尺

鐵索ノ調整裝置カ兩方ニ無クシテ圖ノ如クAノ方ニノミアル假定ニ付キ荷重點カ支點Bノ方ニ近キ時ハ同一ノ方法ニヨリ解キ得ヘク此ノ際曲線ハBノ方ニ於テ著シク高クナリ從テB點ニ於ケル張力ヲ調整錘ノ重力ヨリモ大ナルコトアルベシ

第十一圖



二三　任意點荷重ニヨル鐵索ノ抗力

第十一圖ニ於テA及Bカ同高ニシテ水平距離ヲhトシ荷重點ノ水平距離 AC′ ヲ l_2 其撓度ヲhトス$\overparen{AC}$ノ延長線 $\overparen{ACDEF}$ ニ於テ$\overparen{DF}$ヲ$\overparen{CB}$ニ全ク等シク取ルモノトセハ$\overparen{CD}$曲線ノ重量ハ荷重Wニ等シカルヘシ

若シ A,C,D 及 F ノ縱橫距ヲ $(x_1y_1),(x_2y_2),(x_3y_3)$ 及ヒ (x_4y_4) トシ索片 $\overparen{AC}$ $\overparen{CD}$ $\overparen{DF}$ ヲ夫レ々々 s_1, s_2 及ヒ s_3 トスレハ $\overparen{ACEF}$ ノ解ヲ求ムルコト次ノ如シ

二〇ニヨリ

$$s_1^2 - h^2 = 4m^2 \sinh^2 \frac{l_1}{2m}$$

$$s_3^2 - h^2 = 4m^2 \sinh^2 \frac{l_2}{2m}$$

$$\therefore\ s_1^2 = \left\{\sqrt{y_1^2 - m^2} - \sqrt{(y_1 - h)^2 - m^2}\right\}^2 = h^2 + 4m^2 \sinh^2 \frac{l_1}{2m} \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{i})$$

$$s_3^2 = \left\{\sqrt{y_3^2 - m^2} + \sqrt{(y_3 + h)^2 - m^2}\right\}^2 = h^2 + 4m^2 \sinh^2 \frac{l_2}{2m} \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{ii})$$

又

$$s_2 = \sqrt{(y_1 - h)^2 - m^2} - \sqrt{y_3^2 - m^2} = \frac{W}{q} \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{iii})$$

此ノ三方程式ハh m 及ヒ y_3 ノ三未知數ヲ算出スルニ充分ナリ但シ(i)及(iii)式ハ次ノ如ク表ハスコトヲ得

(i)式ヨリ

$$y_1^2-m^2-hy_1-2m^2sinh^2\frac{l_1}{2m}=\sqrt{y_1^2-m^2}\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}$$

此ノ式ヲ自乗シテm^2除スレハ

$$h^2+4hy_1\,sinh^2\frac{l_1}{2m}+4m^2\,sinh^4\frac{l_1}{2m}-4\ \ sinh^2\frac{l_1}{2m}(7_1^2-m^2)=0.$$

$$\therefore\quad h=-2y_1\,sinh^2\frac{l_1}{2m}+\sqrt{4\left(sinh^4\frac{l_1}{2m}+sinh^2\frac{l_1}{2m}\right)\left(y_1^2-m^2\right)}$$

此ノ式ハ次ノ形ニ改ムルヲ計算上便利トス

$$h=\left[\sqrt{\left(cosh\frac{l_1}{m}-1\right)\left(cosh\frac{l_1}{m}+1\right)\left\{1-\left(\frac{m}{y_1}\right)^2\right\}}-\left(cosh\frac{l_1}{m}-1\right)\right]y_1\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{iiii})$$

(iii)式ヨリ

$$y_3^2-m^2=\left\{\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}-s_2\right\}^2$$
$$=(y_1-h)^2-m^2+s_2^2-2s\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}$$

$$\therefore\quad y_3^2=(y_1-h)^2+s_2^2-2s\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{v})$$

因テ(iiii)式ニヨリmニ見込ノ値ヲ入レテhヲ求メ(v)式ニヨリy_3ヲ得タル後同一ノmニヨリ(ii)式ヲ満足スルカ否ヲ驗シ順次mノ値ヲ變化シテ其眞値ヲ求ムルコト已ニ數回述ヘタルカ如クスヘシ

假定ニ於テl_1ノ値ニヨリテハ$\overset{\frown}{\mathrm{ACEF}}$曲線上ノD點カ頂點ノE左方ニ出ルコトアルヘシ然ルトキ前記(ii)及ヒ(iii)式ハ次ノ形トナル

$$s_3^2=\left\{\sqrt{(y_3+h)^2-m^2}-\sqrt{y_3^2-m^2}\right\}^2=h^2+4m^2sinh\frac{l_2}{2m}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{vi})$$

$$s_2=\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}+\sqrt{y_3^2-m^2}=\frac{W}{q}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{vii})$$

而シテ曲線ノ此ノ二種ノ内何レノ形ヲ取ルカハ全クl_1ノ値カLヨリモ小ナルカ又ハ大ナルカニヨルモノトス

二四　支點カ高差ヲ有スル時荷重ノ静止位置ヲ求ム

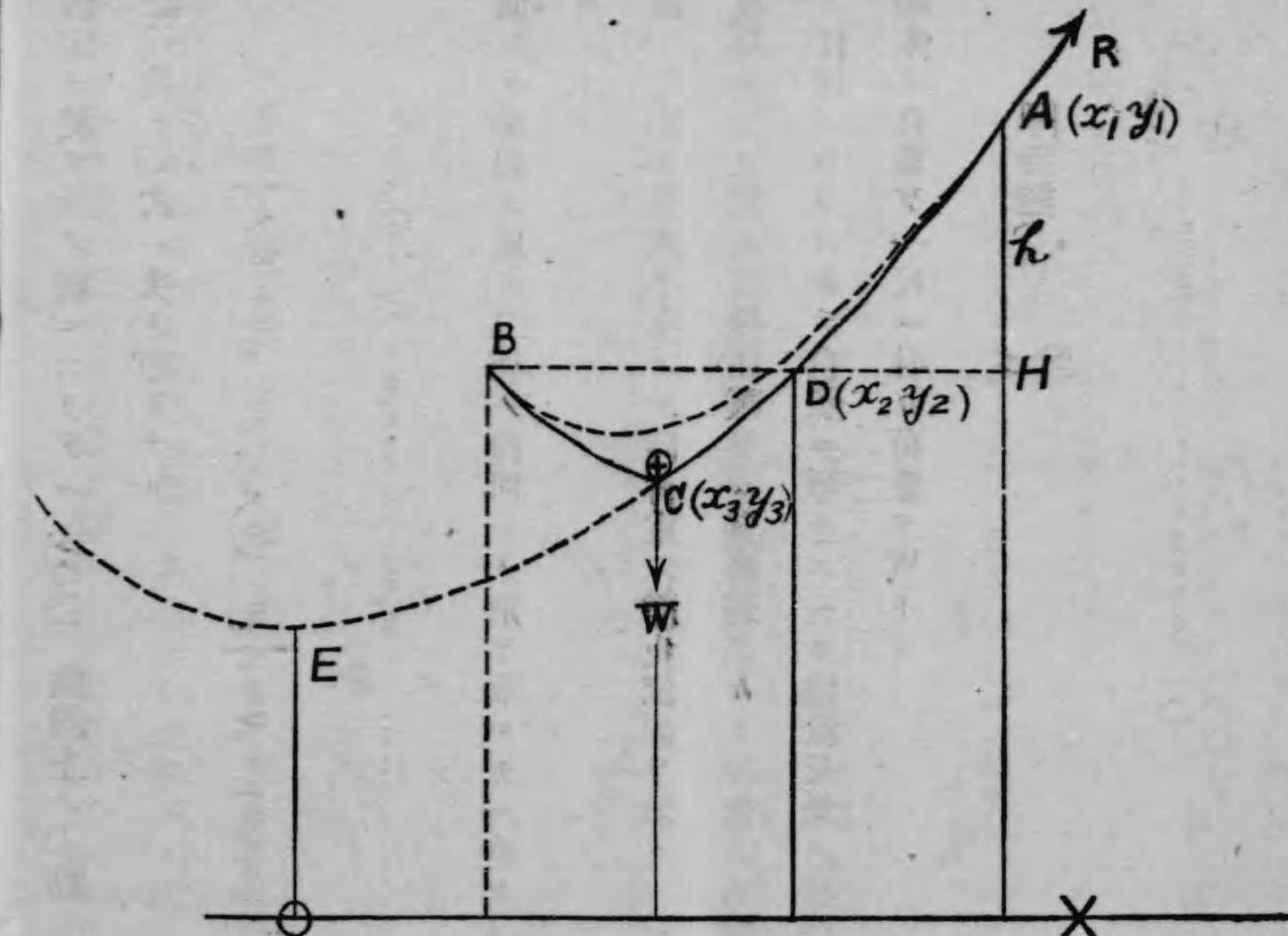
支點A,Bノ間ノ水平距離ヲd其高差ヲhトシ索ノA點ニ於ケル張力ヲRトス然ル時積材車Cカ曳索ノ作用ニヨラスシテ自然ニ静止スヘキ位置及此ノ場合ノ垂曲線ヲ求ム

鐵索ノ自重ヲ一尺ニ付q荷重ヲWトス

$$垂曲線\mathrm{CE}=\frac{W}{2q}$$

$$\frac{W}{2q}=msinh\frac{x_3}{m}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{i})$$

第十二圖



$$y_1=\frac{R}{q}=m\cosh\frac{x_1}{m}\cdots\cdots\cdots\cdots(ii)$$

$$y_2=y_1-h=m\cosh\frac{x_2}{m}\cdots\cdots\cdots\cdots(iii)$$

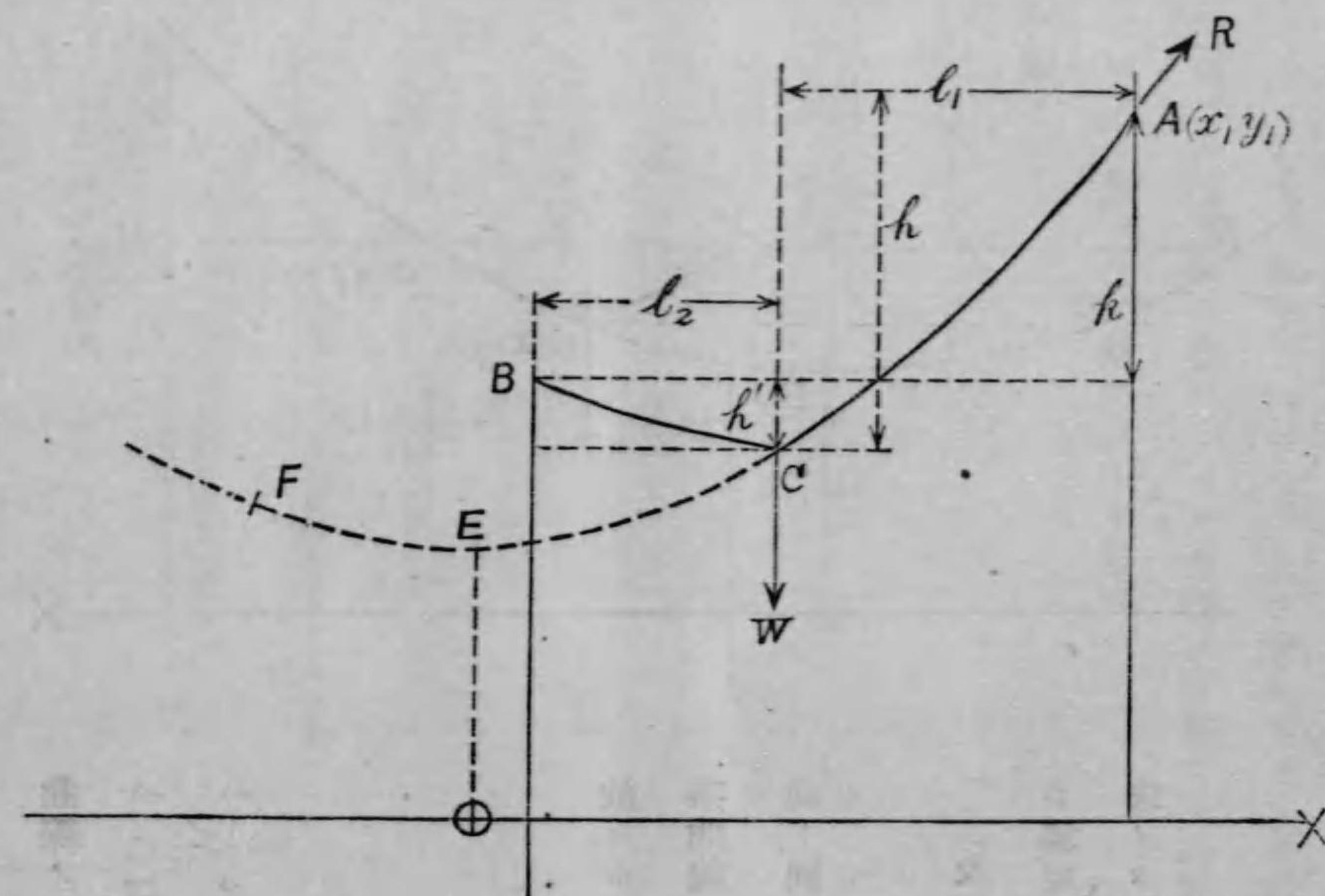
$$x_1+x_2-2x_3=d\cdots\cdots\cdots\cdots(iiii)$$

(i)乃至(iiii)式ニヨリmヲ求ムヘシ然ルトキ最終ニ求メタルx_1及x_3ヨリ其差ニヨリc點ノ位置ヲ定ムルコトヲ得ヘシ此ノ場合ノ撓度ハy_1-y_3ニテ表ハスコトヲ得ヘシ

二五 支點ガ高差ヲ有シ任意荷重ノ場合例ヘハ高差kナリトセハ曲線BCノ撓度ハ$h-k$ナリ

kハ不變數ニシテhノミ變數ナリ因テ**二二**及**二三**ノ計算法ハ此ノ場合ニモ適用スルコトヲ得ヘシ、即チ**二三**(i)(ii)式ハ

第十三圖



次ノ形トナル

$$h=k+h'=y_1-\sqrt{s_2^2+m^2}\cdots\cdots(i)$$

$$s_3=\sqrt{(m^2+h'^2)^2-m^2}\cdots\cdots(ii)$$

(iii)(iiii)及ヒ(v)式ハ同樣ナリ

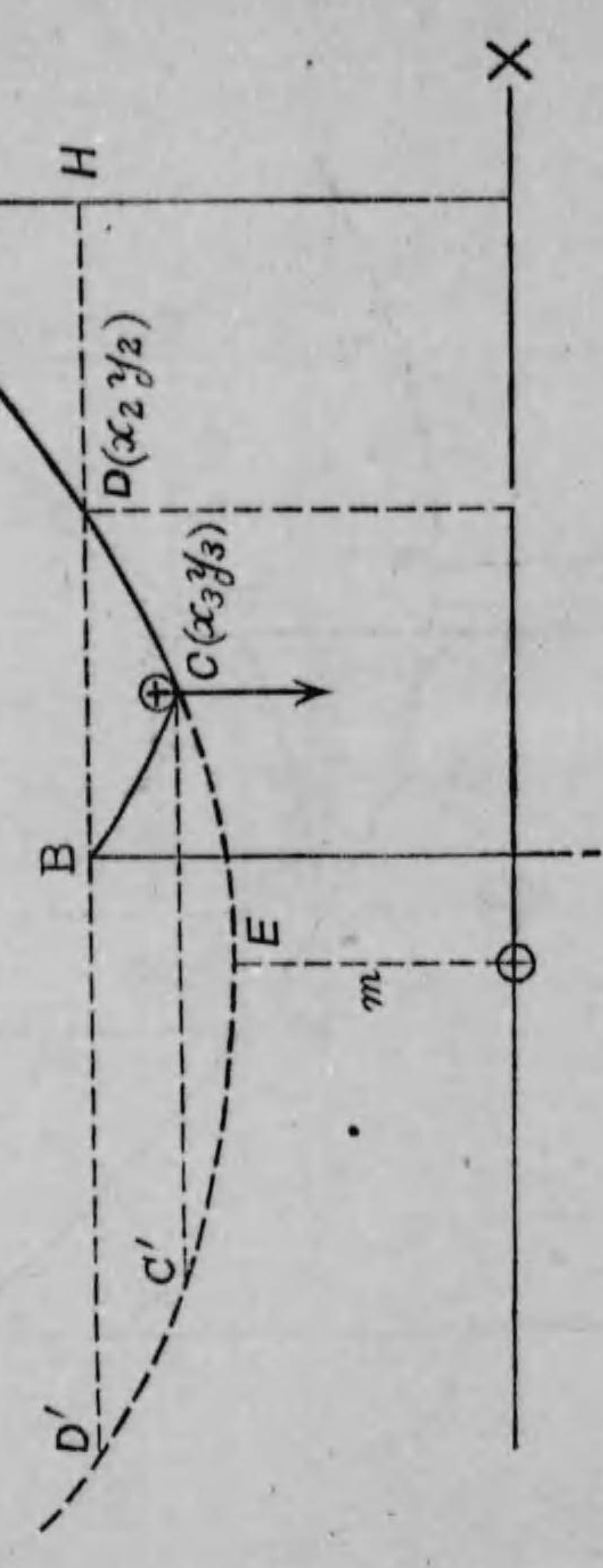
又**二三**(iiii)式ニ於テ $h=k+h'$ トシ(ii)式ニ於テhノ代リニh'ヲ置クヘシ

第七、索長不變ナル索道ノ偏心荷重

二六 支點AB間水平距離ヲdトシ高差ヲhトス索道ノ延長カSナル時積材車カ曳索ノ作用ニヨラスシテ靜止スル位置及其垂曲線ヲ求ム

解、垂曲線ACヲ延長シテ完全セル垂曲線 $\overset{\frown}{ACED'}$ ヲ畫クモノト想像シB及ヒC點ヨリ平行線 $\overline{BD'}$ 及 $\overline{CC'}$ ヲ引キ垂

第十四圖



曲線ノ延長線トD'及ヒC'ニテ交ハラシム然ル時D'C'ハCB曲線ト全ク同一ノ垂曲線ナリ又曲線$\widehat{\mathrm{CEC'}}$ハ$\dfrac{W}{q}$ヲ以テ表ハスコトヲ得ヘシ

$$\left(S+\frac{W}{q}\right)^2-h^2=4m^2 sinh^2\frac{D'H}{2m}$$

$$\therefore\ \frac{\sqrt{\left(S+\frac{W}{q}\right)^2-h^2}}{2m}=sinh\frac{D'H}{2m}\ \cdots\cdots(i)$$

故ニmニ相當ノ値ヲ入レテ$\overline{D'H}$ヲ求ムヘシ

垂曲線　$$EC=\frac{W}{2q}=m\ sinh\frac{x_3}{m}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(ii)$$

前ト同一ノmヲ以テ　x_3ヲ求ムヘシ

$$\overline{D'H}-2x_3=d,\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(iii)$$

(i)及(ii)ニテ求メタル$\overline{D'H}$及ヒx_3ニヨリ(iii)式カ滿足セラル、迄mノ値ヲ變化スヘシ斯クシテmヲ求メタル後ランキン氏ノ解ニヨリx_1y_1ヲ求ムヘシ

$$x_1-x_4=m\ log\frac{\overline{D'H}-h}{\overline{D'H}+h}$$

然ルニ$x_1+x_x=D'H$ナルニヨリ、x_1ヲ求ムルコトヲ得ヘシ

二七、同高ナル支點間ニ張ラレタル索道ノ任意ナル荷重點ニ對シ垂曲線ノ方程式ヲ求ムルコトハ稍困難ナルモ次ノ如クシテ解クコトヲ得ヘシ

第一一圖ニ於テ

$$s_1^2-h^2=2m^2\left(cosh\frac{l_1}{m}-1\right)$$

$$\therefore\ \frac{s_1^2-h^2+2m^2}{2m^2}=cosh\frac{l_1}{m}$$

$$\frac{\sqrt{(s_1^2-h^2+2m^2)^2-4m^4}}{2m^2}=sinh\frac{l_1}{m}$$

同様ニシテ

$$\frac{s_2^2-h^2+2m^2}{2m^2}=cosh\frac{l_2}{m}$$

$$\frac{\sqrt{(s_2^2-h^2+2m^2)^2-4m^4}}{2m^2}=sinh\frac{l_2}{m}$$

$$\therefore\ cosh\frac{d}{m}=\frac{(s_1^2-h^2+2m^2)(s_2^2-h^2+2m^2)}{4m^4}+\frac{\sqrt{(s_1^2-h^2+2m^2)^2-4m^4}}{2m^2}\times\frac{\sqrt{(s_2^2-h^2+2m^2)^2-4m^4}}{2m^2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(i)$$

又索長ト縦距トノ關係ニヨリ

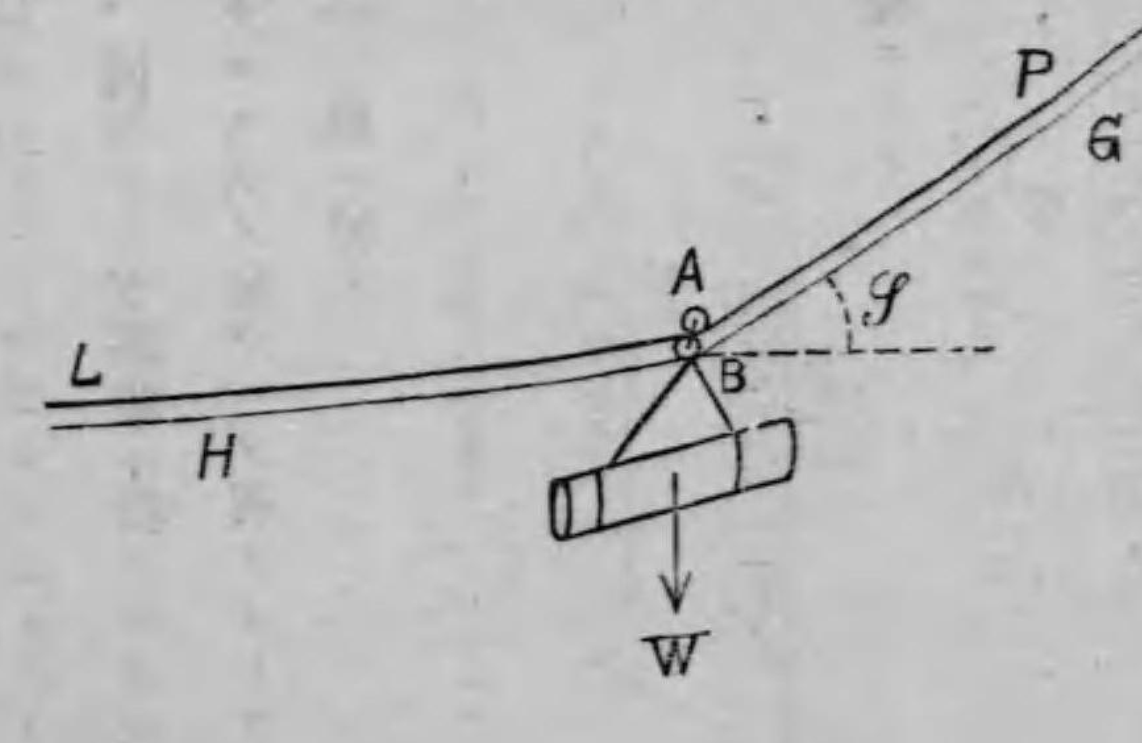
$$s_1=\sqrt{y_1^2-m^2}-\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{ii})$$

$$s_2=\frac{W}{2}=\sqrt{(y_1-h)^2-m^2}-\sqrt{y_3^2-m^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{iii})$$

$$s_3=\sqrt{y_3^2-m^2}+\sqrt{(y_3+h)^2-m^2}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{iv})$$

此ノ四方程式中mニ適當ノ價ヲ代用シテhヲ(i)式ヨリ求ムヘク又(ii)式ヨリy_1ヲ(iii)式ヨリy_3ヲ求メ得ヘシ因テ同シmノ價ニヨリテ(iv)式ヲ滿足スヘキmヲ求ムヘキナリ

第十五圖



二八、運材裝置トシテハ第一五圖ニ示ス如ク積材車ノ運行スヘキ主索LPト此ノ車ノ運動ヲ制限スヘキ曳索HGトノ二條ヨリ成ルモノトス圖ニ於テABハ積材車ニシテWハ運搬スヘキ木材ナリ主索ハ索道自體ノ重量及荷重ニ堪フル主要ナル索條ニシテ直徑ノ大ナルモノヲ用キルヲ要ス曳索ハ荷重ノ運動ヲ制限スルヲ以テ足ルカ故ニ一般ニ直徑ノ小ナルモノヲ用キラル

曳索ハ荷重ヲ索道ニ於ケル任意ノ點ニ止メ得ヘキ換言スレハ

結ヒ縄トシテ考フルコトヲ得ヘク此ノ際索長不變ナル時ハ主索ト曳索ハ合體シテ一本ノ索道ヲ作ルモノト考フルヲ便トス勿論曳索ト主索トハ同一ノ曲線ヲ作ラサルモ此レカ爲メニ生スヘキ計算上ノ誤差ハ甚タ少ナキモノナリ

主索及曳索ノ重量ヲ一尺ニ付夫レ々々q'及ヒq''トスレハ$(q'+q'')$ハ索道（合體シテ一本トシテ）ノ單位長重量ナリ因テ索道カ支點(x,y)ニ於テ受クル張力ヲR′トスレハ

$$R'=(q'+q'')y=(q'+q'')m\cosh\frac{x}{m}\cdots\cdots\cdots\cdots(\text{i})$$

斯クシテ求メタル張力R′ノ内曳索ノ負擔スル張力ヲ引キ去レハ主索ノ受クル張力ナリ

荷重點(a,b)ニ於テ索道ノ傾斜角ヲφトスレハ曳索カ荷重ノ爲メニ受クル張力ハ$W\sin\varphi$ナリ而シテφハ公式(6)ニヨリテ求ムルコトヲ得即チ

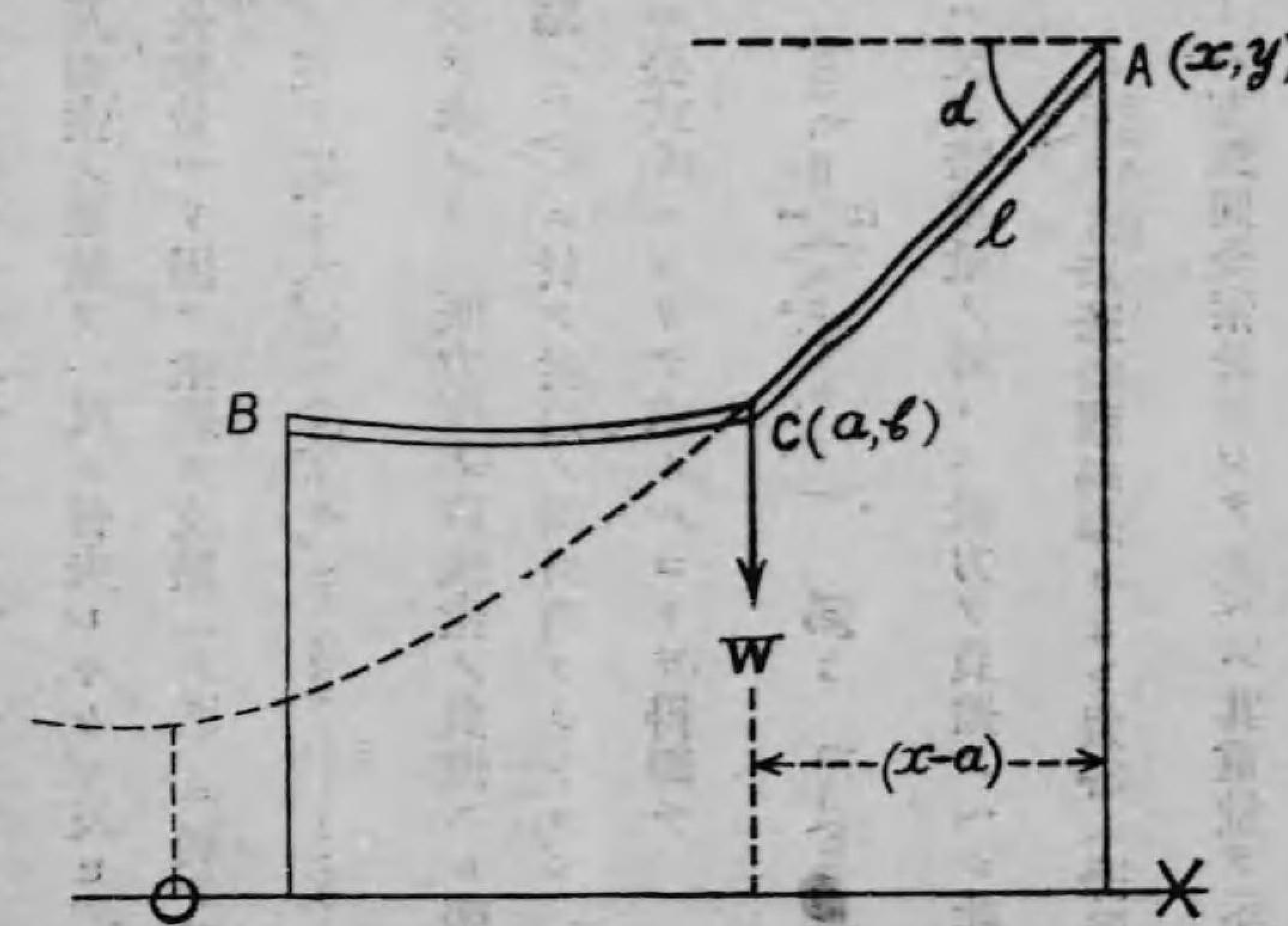
$$\tan\varphi=\frac{1}{2}\left(e^{\frac{a}{m}}-e^{-\frac{a}{m}}\right),\quad\text{或ハ}\quad\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{e^{\frac{a}{m}}-e^{-\frac{a}{m}}}{2}\right)\cdots\cdots(\text{ii})$$

曳索ハ又自體重量ノ爲メニ張力ヲ負擔スヘシ此ノ張力ハ近似式ニヨリ次式ニヨリ求ムヘシ

$$\frac{q''l}{2\sin\alpha}=\text{曳索自體重量ニヨル張力}$$（索道ノ構造及荷重位置ニヨリテ變化スヘシ）

式中lハ支點間全索長ニシテ$q''l$ハ其重量ヲ示スdハ荷重負擔ニヨリ索道カ支點ニ於テ作ル傾斜角

第一六圖



ナリ故ニ此ノ近似式ハ曳索ノ全重量ノ二分ノ一カ荷重點ニ集中作用スルモノト考ヘタル時ノ張力（直線トシテ計算）ナリ

因テ曳索ノ受クル張力ヲ（支點Ａニ於テ）rトスレハ

$$r = W\sin\varphi + \frac{q''l}{2\sin\alpha} \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{iii})$$

主索カ受クル張力ヲＲトスレハ

$$R = (q' + q'')y - W\sin\varphi - \frac{q''l}{2\sin\alpha} \cdots\cdots (\mathrm{iiii})$$

然レトモ荷重點ニ於テ索道ノ作ル傾斜角ハ反對側ニ於ケル索條カ荷重點ニ於テ水平線ヲ作ル迄前記ノ如キ式ニヨリテ表ハスコトヲ得レトモ此ノ限界ヲ越エテ進ム時ハ反對側ノ索條ノ爲メ荷重Ｗノ一部ヲ負擔セラル、爲メ次第ニ値ヲ減シ中點（積材車カ靜止スヘキ位置）ニ來ル時 $W\sin\varphi=0$ トナル此ノ場合ニ於テハ(iiii)式ハ次ノ形ヲ取ルヘシ

$$R = (q' + q'')y - \frac{q''l}{4\sin\alpha} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{v})$$

索道ノ構造ニヨリ主索カ若シ調整錘ヲ有シ張力不變ナル場合ハ曳索ノ受クヘキ張力ヲ豫想シテ之ヲ主索張力ニ加ヘテ索道張力トシテ垂曲線ノ方程式ヲ解クヘシ

例ヘハ前圖（第一六圖）ニ於テ主索ノ張力 $q'y$ ヲ 10噸 トシ荷重ＷカＣ點 (a, b) ニ作用スルモノトシテ方程式ヲ解ク場合ニハ曳索ノ負擔スヘキ張力rヲ下ノ如ク豫想シテ

$$r = Wisn\alpha + \frac{q''l}{2\sin\alpha}$$

式中φハ不明ナル故假リニ $\sin\alpha$ ヲ用キタルモノトス

rノ値ヲ主索張力 10噸 ニ加ヘテ索道ノ張力トスルカ如シ

附　本書ハ主トシテ荷重及索道自體ノ重力ニヨリテ索道カ負擔スヘキ張力ヲ論シタルモ積材車ニ沿フテ索道カ屈曲セラ、爲メニ外線ニ位セル鐵線カ特種ノ緊張作用ヲ受クルモノニシテ本文ニヨリ算出セラレタル張力ノ外ニ此ノ屈曲張力ヲ加ヘテ計上スヘキコト勿論ナリ然レトモ此ノ特種張力ニ關シテハ諸學者ノ研究セルモノ少ナカラス玆ニ其計算ヲ省略セルハ著者ノ本志ニ非ラサルモ此レ等ヲ他ノ參考書ニ讓リ新タナル研究ヲ紹介スルヲ主眼トセル結果ニ外ナラス」。積材車ノ爲メニ索道ヲ屈曲セラレテ生スル張力負擔ハ普通山地運材用トシテ最モ屈撓性ニ富メ

ル十九本縒リ小繩六本ト中心麻繩ノ合成索條ヲ撰フカ爲メニ其損失ハ比較的大ナラス況ンヤ其張力負擔ハ索道中張力少ナキ部分ニ於テスルカ故ニ最大張力ヲ受クヘキ支點ヲ標準トシテ負擔力ヲ計上スル場合ニハ其影況更ラニ輕微ナルモノト考フルコトヲ得ヘシ此ノ理由ニヨリ支點ニ於ケル屈曲ハ其負擔力ヲ著シク減少スルモノト考ヘザルベカラズ従テ索條末端ノ取リ付ケ法ハ最モ注意シテ屈曲ヲ防止セサルヘカラス其一法トシテ索道ノ末端ニ回轉自在ナル金具ヲ取リ付ケ置ク如キハ最善ナル手段ト謂フヘキカ茲ニ附記シテ讀者ノ參考ニ資スル所謂ナリ　（終リ）

双 曲 函 數 表

Table of Hyperbolic Functions

φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ
0.00	0.0000	1.0000	0.31	0.3150	1.0484	0.61	0.6485	1.1919
01	0100	0001	32	3255	0516	62	6605	1984
02	0200	0002	33	3360	0549	63	6725	2051
03	0300	0005	34	3466	0584	64	6846	2119
04	0400	0008	35	3572	0619	65	6967	2188
05	0500	0013	36	3678	0655	66	7090	2258
06	0600	0018	37	3785	0692	67	7213	2330
07	0701	0025	38	3892	0731	68	7336	2402
08	0801	0032	39	4000	0770	69	7461	2476
09	0901	0041	0.40	0.4108	1.0811	0.70	0.7586	1.2552
0.10	0.1002	1.0050	41	4216	0852	71	7712	2628
11	1102	0061	42	4325	0895	72	7838	2706
12	1203	0072	43	4434	0939	73	7966	2785
13	1304	0085	44	4543	0984	74	8094	2865
14	1405	0098	45	4653	1030	75	8223	2947
15	1506	0113	46	4764	1077	76	8353	3030
16	1607	0128	47	4875	1125	77	8484	3114
17	1708	0145	48	4986	1174	78	8615	3199
18	1810	0162	49	5098	1225	79	8748	3286
19	1911	0181	0.50	0.5211	1.1276	0.80	0.8881	1.3374
0.20	0.2013	1.0201	51	5324	1329	81	9015	3464
21	2115	0221	52	5438	1383	32	9150	3555
22	2218	0243						
23	2320	0266	53	5552	1438	83	9286	3647
24	2423	0289	54	5666	1494	84	9423	3740
25	2526	0314	55	5782	1551	85	9561	3835
26	2629	0340	56	5897	1609	86	9700	3932
27	2733	0367	57	6014	1669	87	9840	4029
28	2837	0395	58	6131	1730	88	9981	4128
29	2941	0423	59	6248	1792	89	1.0122	4229
0.30	0.3045	1.0453	0.60	0.6367	1.1855	0.90	1.0265	1.4331

双 曲 函 數 表
Table of Hyperbolic Functions

φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ
0.91	1.0409	1.4434	1.21	1.5276	1.8258	1.51	2.1529	2.3738
92	0554	4539	22	5460	8412	52	1768	3955
93	0700	4645	23	5645	8568	53	2008	4174
94	0847	4753	24	5831	8725	54	2251	4395
95	0995	4862	25	6019	8884	55	2496	4619
96	1144	4973	26	6209	9045	56	2743	4845
97	1294	5085	27	6400	9208	57	2993	5073
98	1446	5199	28	6593	9373	58	3245	5305
99	1598	5314	29	6788	9540	59	3499	5538
1.00	1.1752	1.5431	1.30	1.6984	1.9709	1.60	2.3756	2.5775
01	1907	5549	31	7182	9880	61	4015	6013
02	2063	5669	32	7381	2.0053	62	4276	6255
03	2220	5790	33	7583	0228	63	4540	6499
04	2379	5913	34	7786	0404	64	4806	6746
05	2539	6038	35	7991	0583	65	5075	6995
06	2700	6164	36	8198	0764	66	5346	7247
07	2862	6292	37	8406	0947	67	5620	7502
08	3025	6421	38	8617	1132	68	5896	7760
09	3190	6552	39	8829	1320	69	6175	8020
1.10	1.3356	1.6685	1.40	1.9043	2.1509	1.70	2.6456	2.8283
11	3524	6820	41	9259	1700	71	6740	8549
12	3693	6956	42	9477	1894	72	7027	8818
13	3863	7093	43	9697	2090	73	7317	9090
14	4035	7233	44	9919	2288	74	7609	9364
15	4208	7374	45	2.0143	2488	75	7904	9642
16	4382	7517	46	0369	2691	76	8202	9922
17	4558	7662	47	0597	2896	77	8503	3.0206
18	4735	7808	48	0827	3103	78	8806	0492
19	4914	7956	49	1059	3312	79	9112	0782
1.20	1.5095	1,8107	1.50	2.1293	2.3524	1.80	2.9422	3.1075

双 曲 函 數 表
Table of Hyperbolic Functions

φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ
1.81	2.9734	3.1371	2.11	4.0635	4.1847	2.41	5.5221	5.6119
82	3.0049	1669	12	1056	2256	42	5785	6674
83	0367	1972	13	1480	2668	43	6354	7235
84	0689	2277	14	1909	3085	44	6929	7801
85	1013	2585	15	2342	3507	45	7510	8373
86	1340	2897	16	2779	3932	46	8097	8951
87	1671	3212	17	3221	4362	47	8689	9535
88	2005	3530	18	3666	4797	48	9288	6.0125
89	2341	3852	19	4117	5236	49	9892	0721
1.90	3,2682	3.4177	2.20	4.4571	4.5679	2.50	6.0502	6.1323
91	3025	4506	21	5030	6127	51	1118	1931
92	3372	4838	22	5494	6580	52	1741	2545
93	3722	5173	23	5962	7037	53	2369	3166
94	4075	5512	24	6434	7499	54	3004	3793
95	4432	5855	25	6912	7966	55	3645	4426
96	4792	6201	26	7394	8437	56	4293	5066
97	5156	6551	27	7880	8914	57	4946	5712
98	5523	6904	28	8372	9395	58	5607	6365
99	5894	7261	29	8868	9881	59	6274	7024
2.00	3.6269	3.7622	2.30	4.9370	5.0372	2.60	6.6947	6.7690
01	6647	7987	31	9876	0868	61	7628	8363
02	7028	8355	32	5.0387	1370	62	8315	9043
03	7414	8727	33	0903	1876	63	9009	9729
04	7803	9103	34	1425	2388	64	9709	7.0423
05	8196	9483	35	1951	2905	65	7.0417	1123
06	8593	9867	36	2483	3427	66	1132	1831
07	8993	4.0255	37	3020	3954	67	1854	2546
08	9398	0647	38	3562	4487	68	2583	3268
09	9806	1043	39	4109	5026	69	3319	3998
2.10	4.0219	4.1443	2.40	5.4662	5.5569	2.70	7.4063	7.4735

双曲函數表
Table of Hyperbolic Functions

φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ
2.71	7.4814	7.5479	3.01	10.1191	10.1683	3.31	13.6743	13.7108
72	5572	6231	02	2212	2700	32	8121	8482
73	6338	6990	03	3245	3728	33	9513	9871
74	7112	7758	04	4287	4765	34	14.0919	14.1273
75	7894	8533	05	5340	5813	35	2338	2689
76	8683	9316	06	6403	6872	36	3772	4120
77	9480	8.0106	07	7477	7942	37	5221	5565
78	8.0285	0905	08	8562	9022	38	6684	7024
79	1098	1712	09	9658	11.0113	39	8161	8498
2.80	8.1919	8.2527	3.10	11.0765	11.1215	3.40	14.965	14.999
81	2749	3351	11	1882	2328	41	15.116	15.149
82	3586	4182	12	3011	3453	42	268	301
83	4432	5022	13	4151	4588	43	422	455
84	5287	5871	14	5303	5736	44	577	610
85	6150	6728	15	6466	6895	45	734	766
86	7021	7594	16	7641	8065	46	893	924
87	7902	8469	17	8827	9247	47	16.053	16.084
88	8791	9352	18	12.0026	12.0442	48	214	245
89	9689	9.0244	19	1236	1648	49	378	408
2.90	9.0596	9.1146	3.20	12.2459	12.2866	3.50	16.543	16.573
91	1512	2056	21	3694	4097	51	709	739
92	2437	2976	22	4941	5340	52	877	907
93	3371	3905	23	6201	6596	53	17.047	17.077
94	4315	4844	24	7473	7864	54	219	248
95	5268	5791	25	8758	9146	55	392	421
96	6231	6749	26	13.0056	13.0440	56	567	596
97	7203	7716	27	1367	1747	57	744	772
98	8185	8693	28	2691	3067	58	923	951
99	9177	9680	29	4028	4401	59	18.103	18.131
3.00	10.0179	10.0678	3.30	13.5379	13.5748	3.60	18.285	18.313

双曲函數表
Table of Hyperbolic Functions

φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ
3.61	18.470	18.497	3.91	24.939	24.959	4.21	33.671	33.686
62	655	682	92	25.190	25.210	22	34.009	34.024
63	843	870	93	444	463	23	351	366
64	19.033	19.059	94	700	719	24	697	711
65	224	250	95	958	977	25	35.046	35.060
66	418	444	96	26.219	26.238	26	398	412
67	613	639	97	483	502	27	754	768
68	811	836	98	749	768	28	36.113	36.127
69	20.010	20.035	99	27.018	27.037	29	476	490
3.70	20.211	20.236	4.00	27.290	27.308	4.30	36.843	36.857
71	415	439	01	564	582	31	37.214	37.227
72	620	644	02	842	860	32	588	601
73	828	852	03	28.122	28.139	33	966	979
74	21.037	21.061	04	404	422	34	38.347	38.360
75	249	272	05	690	707	35	733	746
76	463	486	06	979	996	36	39.122	39.135
77	679	702	07	29.270	29.287	37	515	528
78	897	919	08	564	581	38	913	925
79	22.117	22.139	09	862	878	39	40.314	40.326
3.80	22.339	22.362	4.10	30.162	30.178	4.40	40.719	40.732
81	564	586	11	465	482	41	41.129	41.141
82	791	813	12	772	788	42	542	554
83	23.020	23.042	13	31.081	31.097	43	960	972
84	252	273	14	393	409	44	42.382	42.393
85	486	507	15	709	725	45	808	819
86	722	743	16	32.028	32.044	46	43.238	43.250
87	961	982	17	350	365	47	673	684
88	24.202	24.222	18	675	691	48	44.112	44.123
89	445	466	19	33.004	33.019	49	555	566
3.90	24.691	24.711	4.20	33.336	33.351	4.50	45.003	45.014

双曲函數表

Table of Hyperbolic Functions

φ	sinhφ	coshφ	φ	sinhφ	coshφ
4.51	45.455	45.466	4.81	61.362	61.370
52	912	923	82	979	987
53	46.374	46.385	83	62.601	62.609
54	840	851	84	63.231	63.239
55	47.311	47.321	85	866	874
56	787	797	86	64.508	64.516
57	48.267	48.277	87	65.157	65.164
58	752	762	88	812	819
59	49.242	49.252	89	66.473	66.481
4.60	49.737	49.747	4.90	67.141	67.149
61	50.237	50.247	91	816	823
62	742	752	92	68.498	68.505
63	51.252	51.262	93	69.186	69.193
64	767	777	94	882	889
65	52.288	52.297	95	70.584	70.591
66	813	823	96	71.293	71.300
67	53.344	53.354	97	72.010	72.017
68	880	890	98	734	741
69	54.422	54.431	99	73.465	73.472
4.70	54,969	54.978	5.00	74.203	74.210
71	55.522	55.531	01	949	956
72	56.080	56.089	02	75.702	75.709
73	643	652	03	76.463	76.470
74	57.213	57.221	04	77.232	77.238
75	788	796	05	78.008	78.014
76	58.369	58.377	06	792	798
77	955	964	07	79.584	79.590
78	59.548	59.556	08	80.384	80.390
79	60.147	60.155	09	81.192	81.198
4.80	60.751	60.759			

終