



3 1597 4061 6

1936.6—37.5

4: 2期社会科学专号

東吳學報

第四卷

第一期

數 理 化 號

高度真空之產生與量度

錢 輝 唐

石油與化學工業

嚴 志 弦

圓周率 π 之歷史及其超越性

何 汝 鑫

原子核之探討

余 顯 亮

原子之蛻變

鍾 兆 璧

鈉在液態氫中之性狀

吳 傳 熙

拿愛氏定性分析程序修改之商討

汪 傑 游

醋酸本色塗料之分析報告

嚴 志 弦

蘇州東吳大學文理學院

東吳學報社

南京圖書館藏

目 錄

高度真空之產生與量度	錢 輝 唐	1-23
石油與化學工業	嚴 志 弦	24-31
圓周率 π 之歷史及其超越性	何 汝 鑫	32-51
原子核之探討	余 顯 亮	52-90
原子之蛻變	鍾 兆 璧	91-118
鈉在液態氮中之性狀	吳 傳 熙	119-126
拿愛氏定性分析程序修改之商討	汪 葆 澍	127-133
醋酸本色塗料之分析報告	嚴 志 弦	134-135





本校前化學系主任
龔士博士近影

高度真空之產生與量度

錢 輝 唐

第一章 緒 言

真空之現象，距今三百年前尚無人論及；笛卡兒伽利略輩出，方確定真空之存在，二氏並測知因真空之壓力與大氣壓不平衡故，水柱得於真空內上升至某種有限高度，然尚無正確之實驗也。伽利略之徒名托里拆利者，襄助其師，頗具心得；由其較精確之實驗，知空氣之壓力足以驅使水柱上升至三十二呎。復思以水銀替代之，因於一六四三年作第二次之實驗：取長約四呎之玻璃管，內貯水銀，封其一端，將管倒浸水銀盃中，管內水銀漸次下降，至離盃內水銀而約三十吋方止；由此托氏測知空氣之壓力與高三十吋之水銀柱之重量相等，而水銀柱以上之空間為真空，蓋即托里拆利真空是也。自托氏真空發明後，真空二字始得相當之解釋。

托氏真空，理想中之真空也。如不計水銀蒸汽之存在，可稱為絕對真空 (absolute vacuum)，蓋其中不含一粒之氣體分子。此種真空實際上必不能得到，因各種唧筒之作用，莫不使氣體之體積增大，密度減小，即單位體積內之分子數減少，而後器壁單位面積所受氣體壓力亦降低；縱使唧筒之能力極強，亦祇可使器內空氣變為極稀薄，決不能將空氣之分子吸收淨盡。故理論上可有絕對真空，實際上萬難得到，普通所謂真空者，指低壓而言，壓力愈低，真空之程度愈高，欲產生真空，求減低其壓力可也。

首先製造真空者，為鄂圖封葛利克氏。(Otto von Guericke) 鄂圖氏發明空氣唧筒，能抽去器內之空氣，屢試成功，真空之製造，方略具雛形。鄂圖氏嘗造有名之馬德堡半球 (Magdedurg hemisphere)，當衆實驗，更令世人對於真空之觀念益見真切。一六五九年，波義耳氏將鄂圖氏之抽氣唧筒大加

改良，其助手虎克羅伯 (Robert Hooke) 依法監製之，於是真空之製造漸臻完善。

用抽氣唧筒，可取得真空。因真空內無空氣之存在，(固非絕對真空)故輕如羽毛及重若鋼鐵之物體，其下墜之速度相同；由此證明落體下降之遲速，皆受空氣浮力阻力之影響，與物體本身之重量，果無關係也。

自抽氣唧筒發明以來一百數十年中，除於真空器內可作上項實驗外，實無其他用途，故於此一百數十年中，物理學家每忽略之：致對於唧筒構造方面，幾無特殊改良之處。

直至十九世紀末葉，克魯克斯 (Sir William Crookes)，法拉第 (Faraday)，威納爾 (Wehnelt)，倫琴 (Röntgen) 諸氏，研究蓋斯勒真空管 (Geissler's tube) 之放電現象，於低壓下發現無數驚人奇蹟，而陰射線，陽射線，倫琴射線亦次第發現。湯姆孫 (Thomson) 羅梭福 (Rutherford) 輩更利用陰射線之微粒，以測定其電荷與質量之比值 e/m ，及其速度等，乃得電子之種種特性；於是真空於科學界之地位，復見重要。

氣壓愈低，真空之程度愈高，產生低壓之工具，厥惟唧筒。故研究真空之製造，必先詳察唧筒之構造及效力，而推求其逐一演進之迹。以上略述真空之發明簡史，下章當將抽氣唧筒分類討論之。

第二章 唧筒產生低壓之種種

甲、蓋斯勒水銀唧筒 (Geissler Mercury Pump)

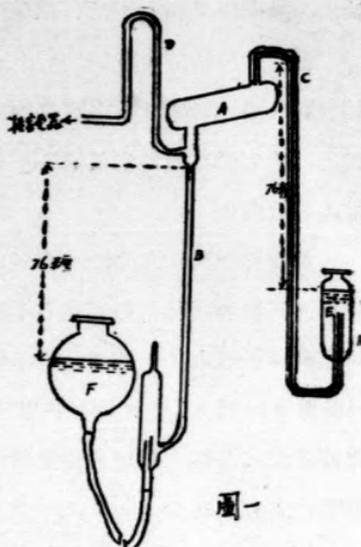
蓋斯勒唧筒，一名託伯勒 (Toepler) 唧筒，製造簡單，運用便利，切於實用，其裝置如圖一：

A係一兩端通兩細長玻管，B與C，之大玻瓶。AB之唧接處伸出另一玻管D，D則裝置於器皿之須抽去空氣者，C為毛細管，其下端接於貯水銀器E之底部，另將容積較A大之貯水銀器F用橡膠管與B管唧接，即成一簡單之蓋斯勒唧筒。

法將容受器(即器皿之須抽去空氣者，下做此)與D管連接，當F降低時

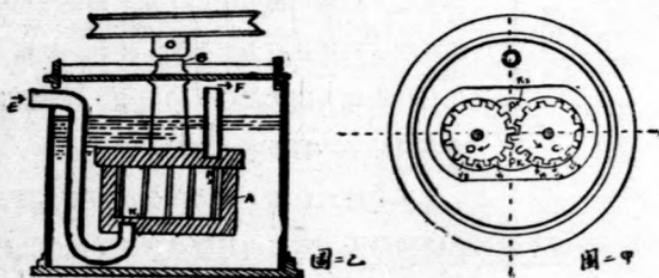
，容受器與A瓶內之空氣壓力保持平衡
 ，然後將F提高至與A瓶相並，則F器
 內之水銀漸漸由B管流入A瓶，一方面
 斷絕B與A之交通，一方面驅使A內空
 氣經C管而入E，消散於大氣之中；復
 降低F，則A器既成真空，容受器中之
 空氣必擴張至A。如是者繼續將F器上
 下引動，則容受器內之空氣漸見稀薄，
 低壓由是而生。

此種水銀唧筒，雖因C管微細異常
 ，空氣逼出之速率不能提高，致動作遲
 緩。然壓力之遞減，頗為穩定，易於節
 制，故於實驗低壓放電管時最適用之。普通可得水銀柱0.001 耗高之壓力，
 如裝置縝密，處理得宜，其最低之壓力可達0.00005 耗也。



乙、油唧筒 (Oil Pump)

1. 齒輪轉動唧筒 (Rotary pump with toothed wheels)



齒輪C與D如圖二甲排列，藏於A匣之內，B軸通入A匣，使C輪循順
 鐘向轉動，同時D輪則循逆鐘向轉動，K₁位於A匣之底面，用E管與空氣
 之容受器相連；K₂在A匣頂面，接F管通於外，此唧筒之全部機件，浸於

油內，蓋所以免漏也。

當齒輪轉動時，聚於 V_1 之空氣，逐漸變更其位置至 V_2, V_3, \dots ，齒輪轉動一週，則 K_1 處之空氣均會集於 K_2 而向 F 管逸出；如是齒輪不絕旋轉，可將容器內之空氣抽空，氣壓降低，商用唧筒大概裝置數組齒輪，以增加其效率。

齒輪轉動唧筒之優點，有三：(一)不佔地位，(二)無嘈鬧聲，(三)應用便利。因該唧筒所得最低壓力不能再低於 1 耗高之水銀柱，而使用 1000 小時後祇可得五六耗，故通常作前唧筒 (Fore pump) 之用。其速率約每分鐘 800 至 900 轉， $1/8$ 至 $1/6$ 匹馬力之電動機亦足驅使，轉動太快，每以油質之膨脹及粘滯性之變更，致使機件生熱，低壓限度亦將隨之增高，此齒輪轉動唧筒之劣點也。

2. 輪翼轉動唧筒 (Rotary pump with vanes)

A 係一橫置之固定圓筒，兩端以二平板固封之，(圖三為唧筒之剖面觀其兩旁開兩孔，用 E, F 二管通於外，E 為空氣之進口，F 為出口；在 E 與



圖三

F 之間，有一直徑較短之圓柱 B，切於 A 筒內面而旋轉；B 柱橫截部配有一能自由滑動之彈性軸。該軸係 C, D 兩平板組成，謂之輪翼 (Vaness) 兩輪翼間，利用強有力之彈簧，使其兩端緊貼外筒。凡 B 柱密切 A 筒處及 C, D 兩端，均塗以重滑油，使空氣分子不得通過，以防走漏。

因 B 柱之自轉，其方向如圖三箭向所示，輪翼亦漸漸變更其位置；當 G 之體積增大，空氣由 E 管被吸入，同時之體積減小，空氣循 F 管被逼出。此種唧筒，通常可得 0.01—0.1 耗之壓力，如同時連接三四唧筒運用之，其最低壓力可至 0.002 耗。

丙、蓋特分子唧筒 (Gaede's Molecular Pump)

當分子碰撞某一固定邊界後，立即作無定向之回跳，其運動與未碰撞前

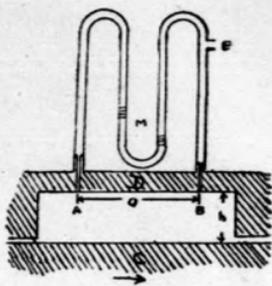
速度之大小方向全無關係、但設邊界依其固有面移動時，則此等回跳之分子將作一有規則之跳動，其速度之大小方向，與邊界速度之向量相同。

據此原理，設A B為一溝槽，C為一依箭向行動之邊界，分子因受C所給與之動量，有聚集B處之趨向，即因C之速度而A B兩處得產生不同之氣壓，其壓力差可自流體氣壓計M知之。如依照氣體動力論，壓力差亦可由下列公式算出：

$$P_A - P_B = \frac{6\lambda u a}{h}$$

式中 λ 係氣體之粘滯係數， u 為C之速度， a 為

A與B之距離， h 即C與D之所相距也。因粘滯係數不受壓力之影響，而 a ， h 均為常數，故A B間之壓力差實與 u 成正比例；假設壓力差為10耗，今如用前唧筒將E口之氣壓降近10耗時，則A處之氣壓可至極小。



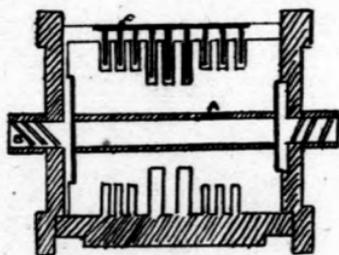
圖四

故欲得最低壓力，當注意二事：(一)容受器之初步真空 (fore vacuum) 至如何程度，(二)邊界速度 u 如何。

蓋特氏之計劃分子唧筒，即依上述原理而製造。美國奇異電氣公司最先試用，因構造複雜，此處祇能以略圖示之：



圖五(甲)



圖五(乙)

圖五甲為唧筒之剖面觀，圖五乙為轉動圓柱之橫切面。B為軸，轉動圓柱係銅質製成，有數組對稱圓形凹縫；C為如木梳齒然之銅質凸出物，恰配

合於凹縫內，其與凹縫之間距不過 0.1 耗，科以斷絕分子自 m 至 n 之通道。E 管接連於容受器上，F 管通入前唧筒，因分子唧筒必先得一初步真空之故。當圓柱 A 依圖中箭向轉動時，氣體分子羣集 m 處，循 F 道逸出， n 處之氣壓得以降低，所產生低壓之程度，與 A 柱旋轉之速率成正比，而與初步真空之壓力成反比。

蓋特氏實驗所得結果，錄如下表，用資參證：

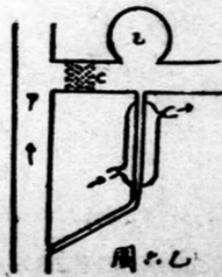
每分鐘轉動次數 8200		每分鐘轉動次數 12000	
初步真空之壓力	分子唧筒之壓力	初步真空之壓力	分子唧筒之壓力
20 耗	0.005 耗	20 耗	0.0003 耗
10 ,,	0.00005 ,,	10 ,,	0.00003 ,,
1 ,,	0.00002 ,,	1 ,,	0.000005 ,,
		0.5 ,,	0.0000003 ,,

蓋特分子唧筒，處理方面，頗不易易，非有極縝密精細之技巧不可；否則引入塵埃或蒸氣，唧筒將停止工作，難以得滿意之低壓。

丁、水銀蒸汽唧筒 (Mercury Vapor Pump)

1. 原理概論

水銀蒸汽唧筒，是根據氣體之擴散作用與凝聚作用而成。蓋特 (Gaede) 發明瀰散唧筒，(Diffusion pump) 與蘭滿 (Langmuir) 發明凝聚唧筒，(Condensation pump) 其理則一也。



設A管與B管相連，C爲一多孔塞，(porous plug) 將A，B兩管隔成兩部，氣體甲爲在A管內向上流動之氣體，多孔塞右邊B管內充滿氣體乙。因氣體之擴散作用，故流動之氣體甲，一部份由多孔塞C向B管擴散，而氣體乙亦自然經過C向A管擴散，其所擴散之氣體乙，當與氣體甲混合而被帶走；一部份向B管擴散之氣體甲，則據氣體乙固有之位置而代之，如是B管內氣體乙之數量，乃逐漸遞減。

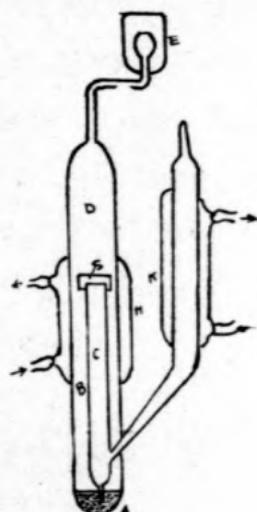
今如氣體甲爲蒸汽，當其入B管時，用冷氣套使之凝結而成流體，則B管內氣體之濃度可不斷減弱，於是管內氣壓，亦得漸漸低降矣。

設使B管彎曲與A底連接，如圖六乙，則凝聚於B之流體可回入A內，而B內可不至有留積他物之弊。

2. 蓋特灑散唧筒

蓋特氏利用上述原理，發明灑散唧筒，惟此處氣體之擴散並不經過多孔塞，乃以一細縫(Slit)代之，此細縫之闊度，宜與空氣分子在水銀蒸汽中之平均自由路程(The mean free path of air molecules)相仿，蓋利於擴散也。

唧筒之粗形如圖七：A處之水銀用電氣爐燒熱後，其蒸汽由B管上升；一部份至D處，受冷氣套H之影響，即行凝結，流入A內；一部份經細縫S而入於C，復至G，亦因有冷氣套K之裝置，故水銀蒸汽得凝結G管而還入於A。E連接物器之欲產生低壓者。當蒸汽流動時，E處之空氣分子得向S縫自由擴散，亦循G管而被F處所製置之前唧筒吸出；因水銀蒸汽自B，C，至G再回入於A，不絕循環流轉，空氣分子祇可由D經細縫入C，而無回返之可能，故E內之空氣濃度漸見稀薄，乃產生低壓。



圖七

灑散唧筒之速率，雖不及分子唧筒，但其長處即速率不因壓力低降而改

變，故可得高度真空。蓋特發明該唧筒後，有蘭滿氏者，繼造凝聚唧筒，其製造方面既較前者簡便，而結果更佳，故今日用蓋特灑散唧筒者，甚少也。

3. 蘭滿凝聚唧筒

蘭滿氏將蓋特灑散唧筒詳加研究，歸納不外兩點：第一，空氣擴散之程序；第二，水銀蒸汽將空氣一同帶入冷凝器之作用。蘭滿以為氣體之擴散不必經過多孔塞或細縫，而水銀蒸汽唧筒之要點，不在擴散作用，而在凝聚作用。故將上述唧筒，略加更改，成凝聚唧筒，蘭滿並謂蓋特灑散唧筒之裝置，不免有一小部份未被凝結之水銀蒸汽，將混入容器內，使氣壓難於降低。故蘭滿氏更加置水銀拘留器(Mercury trap)一，如圖八中G；蓋水銀蒸汽雖被冷氣套所凝結而成液體，但不免有一小部份僥倖逸出，因其為數不多，與器壁相遇之機會亦少，冷氣套不足以凝結之，(因普通皆用冷水，其溫度不十分低)故必須利用液態空氣(Liquid air)，圖中G之外器T，即液態空氣之部份，如此則水銀分子不能侵入容器內，此水銀拘留器之所由設也。

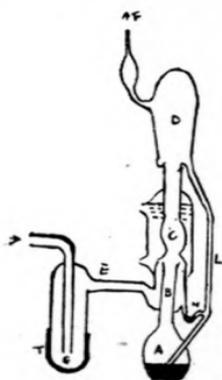


圖 八

圖八為凝聚唧筒之一種方式，其裝置與灑散唧筒略似。蒸汽鍋A內之水銀蒸汽經過B與C而入與冷凝器(condenser) D，同時接於E端之容器內空氣亦經C向D擴散，冷氣套K用以凝結水銀蒸汽而循L，M兩管返入鍋內；凡被水銀蒸汽引帶入D之空氣分子，則為F處所裝置之前唧筒吸出，間有少數水銀分子未受凝結而逸入E者，皆可被水銀拘留器所凝住，故容器內可不至有纖屑之水銀分子存在；其最低壓力，可抽至0.0000007托，幾不能測量矣。

第三章 低壓測量法

測量低壓，用氣壓計，氣壓計之種類不一，但祇少數有實用上之價值。大抵可分二類：第一類，將所求氣壓與已知氣壓兩相比較，或利用液體柱水

平之相差，或利用彈性膜片之彎曲而察其將兩種氣體分開之程度；第二類，因氣體不在同氣壓之下有各種不同之性質，由其性質之改變，能間接測量其低壓之程度。前者以麥克利奧氣壓計 (McLeod Gauge) 為最著，後者有開納孫絕對氣壓計 (Knudsen Absolute Gauge)，派海氏導熱性氣壓計，(Pirani-Hale Thermal Conductivity Gauge) 及游離氣壓計 (Ionisation Gauge) 等。茲分述如次：

甲、麥克利奧氣壓計

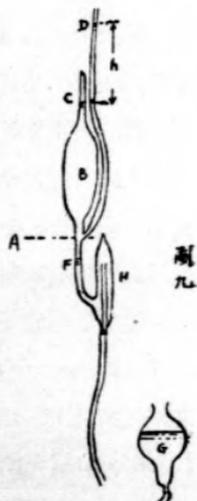
麥克利奧氣壓計之原理，是根據波義耳定律而成，故凡氣體之適合於波義耳定律者，皆得用之。設某一氣體，其容積為 V ，假定其氣壓為未知數 x ，如將該氣體壓縮至 v ，則此時之氣壓遂可測定，為 h ，依據波義耳定律；

$$P_1 V_1 = P_2 V_2, \quad (\text{假定溫度不變})$$

故 $xV = hv,$

而得 $x = h \frac{V}{v}.$

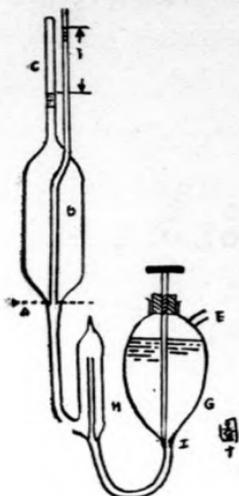
麥克利奧氣壓計，係一玻璃泡 B 製成，(圖九)頂端有一細狹之分度管 C ， A 處有另一管通於真空之須測量者。當水銀之平面在 F 時， B 泡內之氣壓即所欲測量之氣壓；令水銀面升至 A 處，則 B 泡與 C 管體積總和為 V ，設使水銀面繼續上升， B 泡內之氣體即被壓縮，體積減小，即壓力增大，而 B 內之氣壓不復為原有之壓力矣，水銀柱可一直上升，當達 C 管之分度處時，因氣壓之不同， D 管內之水銀面必高出於 C 管內之水銀面，而氣壓之差，即為兩水銀面之差；設其相差之高度為 h ，今所求之氣壓為 x ，則 C 管內被壓縮氣體之氣壓必為 $(h+x)$ ，如 x 與 h 相比為極小，則 h 之高度即可用以量 C 管內被壓縮氣體之壓力。壓縮氣體之體積，可由 C 管之分度讀下，為 v 。然後應用上述定律，可得所求之氣壓：



圖九

$$x = h \frac{v}{V}$$

即 $x/h = v/V$, 故如欲 x/h 為極小, 祇須使 V/v 為極大, 普通 V 與 v 之比總在 1000 倍或 1000 倍以上, 因此 h 與 x 之比亦必在 1000 倍或 1000 倍以上也。



該氣壓計之裝置, 如圖九或圖十均可。前者貯水銀器 G 與氣壓計之連接用柔順之橡膠管, 故 G 可以隨意升降, 以調準水銀之平面; 後者貯水銀器 G 熔固於計上, G 之一邊通有 E 管, 可使 G 泡用唧筒抽空或暴露於大氣中, 貯水銀器與氣壓計相接處, 裝置一鋼針活塞, (steel needle valve) 可用螺旋旋上旋下, 以開閉水銀之流動。先將活塞開放, 用唧筒將 G 泡抽空, 使計內水銀降至 F 處, 然後關閉活塞, 移去唧筒, 則 G 內所受之壓力仍為大氣壓; 當應用時, 復開放活塞, 水銀又流入計內, 待至 C 管分度處時, 即可關閉活塞, 使其停止上升, 較前者易於節制。

以上所述二種不同裝置, 各有利弊, 前者工作較速, 但調準水銀平面殊不便利, 因所量氣壓甚低, 水銀時有衝入計內之危險; 後者如活塞不隨時關閉, 當 G 內水銀空虛時, 空氣泡將隨入氣壓計內, 有損壞管件 (tube system) 之虞。雖然, 普通量低壓時, 大都用第二種之裝置法, 因水銀頗重, 移動不便, 且橡膠管之滌淨, 亦非易事也。

乙、絕對氣壓計或輻射氣壓計 (Radiometer Gauge)

絕對氣壓計, 一名輻射氣壓計, 應用夫累涅爾 (Fresnel) 所發現之輻射力 (Radiometric force) 而成。當二種不同溫度之表面置於稀薄氣體內, 如其距離甚近, 則此二表面間將產生一種相吸或相拒之力, 曰輻射力, 開納遜 (Knudsen) 研究此種現象, 知所以產生輻射力之因, 不外二表面間之壓力與表面以外之壓力不同故也, 開氏 利用是點, 乃發明輻射氣壓計。

設 A_1, A_2 為位於包含 (enclosure) C 內之兩板，(見圖十一)C 內氣體甚為稀薄，壓力極低，故兩板之距離，與分子平均自由路程相較實為渺小； T_1, T_2 為兩板之絕對溫度， T 為包含內氣體之絕對溫度，(A_1 與 A_2 間之部份，當然除外) 如氣體之原有壓力為 P ，因 A_1, A_2 之溫度與包含內不同，而產生 A_1, A_2 間不同之壓力 P' ； P 與 P' 之關係，可以下列公式表明之：

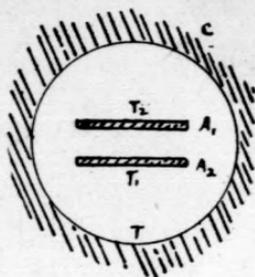


圖 十一

$$P' = P \frac{\sqrt{T_1} + \sqrt{T_2}}{2\sqrt{T}}, \quad (1)$$

當開氏應用此關係於氣壓計時，令 A_2 板之溫度與包含 C 內同，即 $T_2 = T$ ，則 (1) 式變為

$$P' = \frac{P}{2} \left(\frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} + 1 \right), \quad (2)$$

P' 與 P 之相差，即兩板所受之引力或拒力，(視 $T_1 < T$ 或 $T_1 > T$ 而定) 故所受之力，為

$$F = P' - P = \frac{P}{2} \left(\frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} + 1 \right) - P = \frac{P}{2} \left(\frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} - 1 \right). \quad (3)$$

從 (3) 式，可知力之大小與氣體之性質毫無關係，任何低壓不論氣體之性質

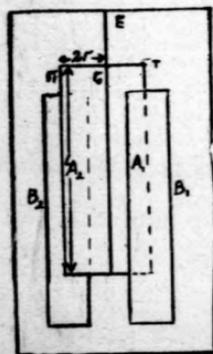


圖 十二

若何，皆可用此計測量，故名絕對氣壓計；且 A_1, A_2 兩板之平滑或平行與否，亦無關係，祇須每單位面積所受之力易於計算而已。

假設氣壓計之內部，用細絲 E (torsion fiber) 懸置二片面積相等之長方形板， A_1 與 A_2 ，於二固定板， B_1 與 B_2 ，之間。 A_1, A_2 之排列如圖十二，其面積各等於 A ，其溫度與器內低壓氣體相同，為 T ；而 B_1, B_2 之溫度為 T_1 。因 A_1, A_2 及 B_1, B_2 溫度之不同，則二平面間將產生輻射力，使 A_1, A_2 依 E 軸而旋轉；設 A_1

或 A_2 之縱邊 (vertical side) 長為 l ，每長方形兩縱邊與 E 軸之距離為 r_0 與 r_1 ，(此處 r_0 等於 0) θ 為 E 絲扭轉之角度， C 為常數，(依 E 絲之性質而定) F 為輻射力，則

$$C\theta = 2 \int_{r_0}^{r_1} Flx dx = Fl(r_1^2 - r_0^2).$$

如長方形之橫邊 (horizontal side) 長為 $2r$ ，因

$$r_1 = 2r, \quad r_0 = 0, \quad 2rl = A,$$

故 $C\theta = Fl \cdot 4r^2 = 2FAr,$

而 $F = C\theta / 2Ar.$

但從 (3) 式 $F = \frac{P}{2} \left(\frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} - 1 \right),$

$$\therefore P \left(\frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T}} - 1 \right) = \frac{C\theta}{Ar}. \quad (5)$$

上式 C 可由懸置物振動之時間求出；設 τ 為周期， I 為轉動慣量，則

$$T = 2\pi \sqrt{I/C}, \quad \therefore C = \frac{4\pi^2 I}{\tau^2} \quad (6)$$

將 (6) 式代入 (5) 式，得

$$\begin{aligned} P &= \frac{4\pi^2 I \theta}{Ar\tau^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{T_1}{T}} - 1} \\ &= \frac{4\pi^2 I \theta}{Ar\tau^2} \cdot \frac{T \left(\sqrt{\frac{T_1}{T}} + 1 \right)}{T_1 - T}. \end{aligned} \quad (7)$$

如 T_1 與 T 皆為極高之溫度，而用絕對溫度標計算，則其差數極微， $\sqrt{\frac{T_1}{T}}$ 可等於 1，故 (7) 式亦可寫作

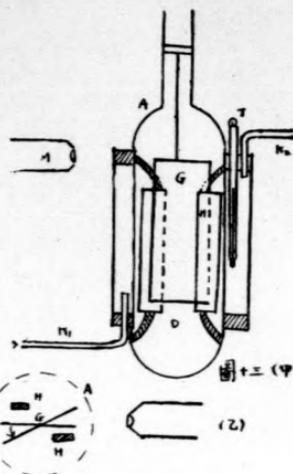
$$P = \frac{8\pi^2 I \theta}{Ar\tau^2} \cdot \frac{T}{T_1 - T}. \quad (8)$$

扭轉度 θ 可用鏡之反射量出，然後將各數代入 (8) 式，則壓力 P 亦不難求出矣。

開納孫絕對氣壓計之裝置，如圖十三

甲，G 為雲母 (mica) 之薄片，用石英細絲 (quartz fiber) 懸置，H 為玻璃板二，用玻棒架住於瓶內，瓶外水套 K_1, K_2 用以變更瓶內之溫度。因玻板 H 不易傳熱，故其溫度可以原有溫度計算，G 所轉之角度，利用顯微鏡 M 測定，一切作用，與前述者同，無庸多贅。

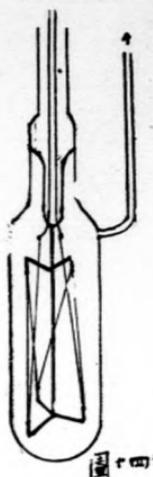
開納孫絕對氣壓計或輻射氣壓計，可以測量低至 10^{-3} 微巴 (microbar, 1 微巴等於 0.00075 托) 之氣壓，可謂精密矣。



丙、導熱性氣壓計

假設於滿儲氣體之玻璃泡內，置一燃燒之燈絲，(filament) 其溫度較高於泡內之原有溫度，因氣體有導熱性之故，則其溫度得維持平衡。當氣體分子撞擊燈絲後，其回跳時之動能 (Kinetic energy) 增大，此種回跳分子碰撞其他分子時，則將能力分佈於各其他分子，然後傳達至器壁。是以氣體有導熱性，實因增加其分子之動能故，按氣體動力論，導熱性之強弱與其壓力大小並無關係，因當壓力低減一半，即分子數減半時，則其所行之路程加倍，全部動能仍然相同；但當壓力極低即分子數極稀少時，則分子自燃燒之燈絲彈回時，可不與其他分子相接撞而直達器壁，在此種情況之下，導熱性與氣壓並無關係之說，不復宜於應用，如氣壓愈低，分子數愈少，則分子行動時撞擊燈絲之機會愈少，而其動能之增加亦愈減；因此當氣壓極低時，壓力愈低，則導熱性愈減，由氣體之導熱性可測定其氣壓，此導熱性氣壓計之所由成功也。

導熱性氣壓計之最先發明者，當推為派海 (Pirani-Hale) 二氏。此計之構造，略似普通之白熾燈，(見圖十四)但燈絲並不燃至紅熱，其熱度約為攝



氏 100° 至 125° 足矣。燈絲所用之金屬，當選溫度係數之最大者，使其感覺溫度之變更為靈敏，派海二氏採用鉑線 (Platinum wire)，其溫度係數為 0.00376 ；燈絲之直徑為 0.28 種，長為 45 種，煅接於三叉之玻璃棒上，(見圖) 玻璃棒熔固於燈泡內，故使其與燈泡之距離不變；燈泡直徑 3.2 種，長 11.4 種，便於插入恆溫器內，(Thermostat) 恆溫器之溫度，約為 0°C 。

氣壓計裝置於惠斯吞電橋 (Wheatstone Bridge) 上，(圖十五) R_1, R_2, R_3 之溫度係數皆極小； R_1 為可變電阻，以調節電流，使不通過電流計 G ，伏

特計 V 實為量氣壓之主要工具；因電壓愈高，即電流愈大；($V \propto I$) 電流愈大，即氣體之導熱性愈大；氣體之導熱性愈大，即氣壓愈高。

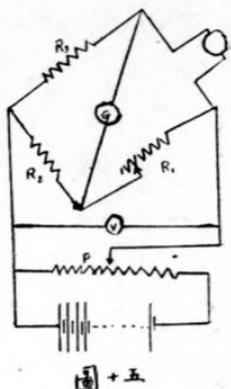
故導熱性氣壓計，祇可作比較上之應用；但燈絲所失求熱量，與氣體本身之性質亦有關係，因不同氣體之分子其與他種固體面接觸情形，亦復各殊

，故當測量氣壓之前，應預知氣體之性質若何，然後於計算時，可加入各種氣體所不同之係數也。

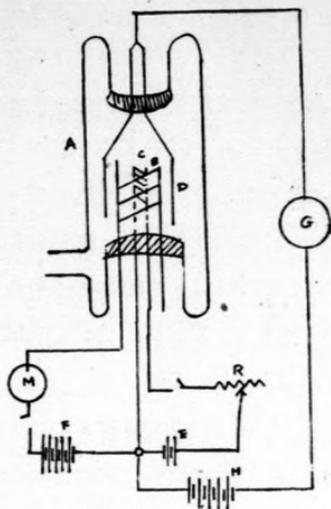
丁、游離氣壓計

在低壓力之下，燃熱之陰極 (hot cathode) 有電子 (electron) 放射出來，此種電子跳至陽極，(anode) 即產生電流。當電子速度極大時，可游離 (ionize) 其他剩餘氣體，成正游子。(Positive ions) 所產生之正游子，能用電極收集之，故由所得游離電流 (ionization current) 之強度，可定氣體分子數之多寡，亦間接測知氣壓高低之一法也。

游離氣壓計，與無線電所用三極真空管相似。玻璃管 A 長約 12 種，直徑



約 4 厘；B 爲陽極，C 爲燃燒之陰極，D 爲電極之收集游子者。B 係直徑 0.125 耗之鎢絲，繞於直徑 3.65 耗之圓筒上，凡三圈；C 位於 B 圈之內，質料與 B 同，繞於直徑 2.25 耗之圓筒上，凡五圈；D 爲鉬 (molybdenum) 質之空筒，其直徑與長度各 12 耗。各極之接線圖如圖十六；E 電池所發之電流，經電阻 R 使陰極 C 燃燒；F 電池用以產生陽極，而溝通 B、C 間之電流，(electron current) 此種電流之大小，以毫安培計 (milliammeter) M 量之。正游子所產生之游離電流，可直接由電流計 G 讀出，G 當比毫安培計更爲靈敏，因低壓下之游離電流必頗弱小；故 G 最好能精細至 10^{-8} 安培，(Ampere) 然後可量 10^{-7} 耗之低壓；設所欲測定之低壓爲 P，游離電流爲 i，則 P 與 i 之關係，爲



圖十六

$$P = ki,$$

k 爲常數，視各種不同氣體之性質而異，如 k 值已定，則 P 亦不難由 i 之強弱而求得也。

上述數種氣壓計，皆切於實用，最爲重要。此外尚有粘滯性氣壓計，(Viscosity Gauge) 及振絲氣壓計 (Vibrating Fiber Gauge) 等。粘滯性氣壓計之原理，根據氣體之粘滯性在低壓下與其壓力之關係而成，因在低壓狀況之下，壓力愈低，則氣體分子在兩表面間動量之傳遞力 (transfer of momentum) 愈減，故可由計算動量之傳遞以量低壓之程度；此種氣壓計雖有理論上之價值，而無實際效用，普通大概藉以研究低壓下氣體之性質，絕少用之作測量低氣壓之工具者。振絲氣壓計，利用石英細絲 (quartz fiber) 之振動而量其阻尼，(damping) 因阻尼之程度與壓力大小成正比例也。前者無實際

用處，後者不能適用於普遍氣體，故皆非重要，不必多贅。

綜觀以上四種氣壓計，各有長處，要以麥克利與氣壓計為最普遍適用之工具，取其使用便利之故，惜最低氣壓祇可量至 0.0001 托。絕對氣壓計或輻射氣壓計之冠於其他各計者，在其適用於無論何種氣體，因輻射力之強弱，與氣體本身之性質並無關係，不如導熱性或粘滯性之視各不同氣體而相異。至於導熱性氣壓計，應用尚稱便利，而游離氣壓計，則比較靈敏，且記讀電流計之偏轉，亦頗簡便迅速也。

第四章 吸收體與放電之利用於真空製造

甲、木炭吸收

木炭之能吸收氣體，盡人皆知。杜瓦 (Sir James Dewar) 於一八七五年發現能利用木炭吸收氣體之特性，以求低壓，但非在低溫度之下不能得滿意之結果，故液態空氣之製造未普遍前，此法竟無用武之地。一九〇四年，杜瓦將如何安排木炭，及選用椰子核炭 (coconut charcoal) 之方法，披露於科學雜誌，當時欲得低壓，惟此法為最善，直至蓋特分子唧筒及蘭滿凝聚唧筒發明後，是法漸被淘汰；一則因應用不便，且動作遲緩，一則因後二者之壓力限度更低。迄乎今日，木炭除用於戰時吸收毒氣之面罩外，以為產生低壓之工具，則幾不復得矣。以下兩節：一述木炭應用前應有之準備，一述其作用於各種不同氣體後所得之低壓限度。

一、木炭應用前之準備

椰子核炭，為最純粹而富有吸收性之木炭。其製造之法：先將椰瓢封置於燒爐 (muffle furnace) 內，燃燒約數小時之久，使其所含水分完全放出，再加高溫度至紅熱 (red heat)，約半分鐘，即成木炭。然後將其納入吸收管 (absorbing tube)，置沸硫池內，烘至 440°C 時，封閉管口，使不與空氣接觸，待需要時，而後啓用。

據李孟 (Lemon) 實驗結果，知木炭之吸收力有某種限度，使用之時，往往不能維持常態，并觀察此種現象，得下列三結論：

1. 在液態空氣之溫度下，當木炭吸收空氣多次後，其吸收力即有限制，故每次吸收完畢，宜將木炭重行煉淨。

2. 重行煉淨時之溫度，不得過高，否則其吸收力頓形低減，如木炭加熱至 900°C 時，其吸收力將全部消失。

3. 欲回復木炭所消失之一部份吸收力，可使其吸收烘煉，烘煉吸收，如是反覆循環數次，則又恢復其原有之吸收力矣。

二、木炭吸收各種不同氣體之比較

木炭對於低溫氣體之吸收力，因氣體性質及壓力之不同而異，如同一氣體，其壓力愈高，則所被吸收之體積愈大，喀勞特 (G. Claude) 曾衡量每克木炭在低溫下能吸收各種不同氣體之體積，如氫 (H₂) 氮 (N) 氖 (Ne) 等。得下表：

氮 t = -183°C		氫 t = -195°C		氖 t = -195°C	
p (耗)	v ⁽¹⁾ (立方呎)	p (耗)	v ⁽¹⁾ (立方呎)	p (耗)	v ⁽¹⁾ (立方呎)
0.004	9.35	0.003	0.105	0.45	0.105
0.010	18.70	0.0115	0.21	0.88	0.21
0.032	37.40	0.0205	0.42	1.30	0.32
0.088	46.60	0.036	0.84	1.74	0.42
0.385	56.00	0.083	2.05	3.50	0.84
1.107	65.30	0.176	3.71	5.30	1.22
11.500	93.00	0.475	8.40	7.20	1.63
33.200	103.00	1.060	14.0	11.30	2.44
90.000	112.00	3.50	28.0	15.5	3.25
247.000	121.00	8.70	42.0	19.4	4.06
		20.60	56.0	30.5	6.18
		43.70	63.0	40.5	8.01

由上表，可見在同壓力下氖被吸收之體積較氮，氫小多倍。故混合於氖中之其他氣體，可先用木炭吸出，此於年紅燈 (Neon lamp) 之製造，頗有

(1) 所吸收之體積係大氣壓下之體積

幫助。

喀勞特所得結果，適合下列公式，即

$$v = kp^{\frac{1}{n}},$$

上式中 v 為氣體被吸收之體積， p 為壓力， k 與 n 各為常數， k 視氣體之性質而定， n 視氣體壓力之大小而定，當氣壓極低時，則 $n=1$ ，即在低壓下 v 與 p 成正比例，故

$$v = kp.$$

據德煦門 (Dushman) 之實驗結果，證明上述定理之正確。德氏所用之氣體為氮與氫，其壓力遠低於喀氏所實驗者，故 n 可等於 1，結果如下表：

氮 $t = -183^{\circ}\text{C}$		氫 $t = -195^{\circ}\text{C}$	
p (微巴) ⁽¹⁾	v ⁽²⁾ (立方厘米)	p (微巴) ⁽¹⁾	v ⁽²⁾ (立方厘米)
5.3	9,500,000	8.0	106,000
1.0	1,800,000	1.0	13,250
0.1	180,000	0.1	1,325
0.01	18,000	0.01	133
0.001	1,800	0.001	13

由上列實驗記錄，可算出 k 之數值，因 $k = \frac{v}{p}$ 。故得氮之 k 值 (在 -183°C 時) 為 1.8×10^6 ，氫之 k 值 (在 -195°C 時) 為 1.325×10^4 ，因此由氣體固有之壓力，可計算其低壓之限度：

設真空器具之容量為 V ，器內氣體固有之壓力為 p_0 ，該氣體如在壓力 1 微巴溫度 0°C 下之體積為 v_0 ，當低溫下之木炭作用後，令其被吸收之體積為 v ，(亦以壓力 1 微巴溫度 0°C 之情形量之) 則剩餘氣體之體積為 $v_0 - v$ ，而器內此時壓力，即低壓限度，為 p ，故，

$$p = \frac{v_0 - v}{V}.$$

(1) 微巴為壓力單位，1 微巴 = 0.00075 托

(2) v 為一克木炭所吸收之體積，此體積係壓力 1 微巴溫度 0°C 下之體積。

因

$$v_0 = Vp_0, \quad v = kp^{\frac{1}{n}},$$

如 $n=1$, 則

$$pV = v_0 - v = Vp_0 - kp,$$

$$\therefore p = \frac{Vp_0}{V+k}.$$

故利用木炭吸收力所得低壓限度之大小，與氣體之原有壓力成正比，如其原有壓力， p_0 ，已甚低微，則不難得更低之壓力限度也。

乙、金屬吸收

一、鈀墨 (Palladium black)

鈀墨在低溫度吸收氫之容量，較木炭更大，其製造之法：先將鈀 (palladium) 片溶化於王水 (aqua regia) 中，置水浴蒸發器 (water bath) 上，使酸汽 (acid vapor) 盡行蒸發，溶液中所含餘酸，(free acid) 可加適量之濃碳酸鈉以中和之；再摻入少量醋酸，略溫之，然後加以濃蟻酸鈉溶液，則有黑色塊粒沉澱於燒杯內，即為鈀墨。將所有液體緩緩傾瀉盡淨，剩下之沉澱物，復用蒸餾水反復沖滌，至所附着之氯化物全行洗去為止；然後將鈀墨用火酒洗淨，納入吸收管內，待其乾後，用唧筒抽去空氣，封固管口，當需要時，即可啓封使用也。范倫鐵納 (Valentiner) 之實驗結果，得一克鈀墨在不同壓力之下所吸收氫之體積，(此係在大氣壓與 0°C 下之體積) 如下表：

溫度 $t=20^\circ\text{C}$		溫度 $t=-190^\circ\text{C}$	
p (耗)	v (立方厘)	p (耗)	v (立方厘)
0.001	0.10	0.0005	2.05
0.005	0.26	0.0015	2.11
0.037	0.40	0.001	3.06
0.110	0.52	0.001	9.10
0.190	0.59	0.002	33.0
0.315	0.70	0.005	40.0
0.520	0.82	0.012	47.2
0.760	0.92	0.025	63.0

由范氏實驗之報告，可得三結論：

1. 鈹墨在普通溫度下 (20°C) 對於氫之吸收力，遠不如在液態空氣下之溫度， (-190°C) 故欲利用鈹墨以增進真空程度，非在低溫下舉行之不可。

2. 在液態空氣溫度之下，鈹墨對於氫之吸收力，竟數十倍於木炭，可知其為良吸收體。

3. 當壓力同為 0.001 耗時，氫所被吸收之體積有二不同數字，(一為 3.06 立方厘，一為 9.1 立方厘) 由此可知鈹墨之吸收力並不固定，故低壓限度頗難計算，此其缺憾也。

二、鹼土金屬 (alkaline earth metals) 稀土金屬 (rare earth metals) 與鹼金屬 (alkali metals)

遠在三十餘年前，化學家已發現鹼土族 (alkaline earth group) 之金屬，如鈣 (Calcium) 銦 (strontium) 鋇 (barium) 等可與氮化合而成氮化物，其反應時所放出之熱量甚大，而化合頗不容易。其後沙代 (F. Soddy) 發現此種金屬如在汽態 (Vapor state) 下與氮化合，則輕而易舉，且鹼土金屬亦可與零族 (Zero group) 之氣體相化合；因鈣，銦，鋇本身之汽壓甚低，如鈣在 500°C 時，其汽壓祇 0.0005 耗，故當時應用於真空之製造甚多，但今日則不可復見矣。

稀土金屬能與氮化合，亦早為世人所知；稀土金屬如鈾，(cerium) 鈷，(thorium) 銻 (Zirconium) 是。當此種金屬與氮起化學反應時，燃燒之即有白熾之光輝射出；於汽態下作用較速，與鹼土族同，其汽壓雖尚未測定，但亦頗低微，故可以增進真空之程度，所得低壓，足供陰極 (hot cathode) 放電實驗之用。

鹼金屬對於水銀蒸汽，有特強之吸收力，故當液態空氣不便取得時，蘭滿凝聚唧筒之水銀拘留器部份，(見前圖八) 可利用鹼金屬以替代液態空氣；普通置一塊鈉 (Sodium) 或鉀 (potassium) 於拘留器內，即能將逸入器內之水銀蒸汽吸去，其效果與液態空氣之應用，(見第二章丁項) 殊途同歸。

三、白熾鎢絲 (Incandescent tungsten filament)

經多次研究，蘭滿 (Langmuir) 觀察得一種特殊之化學反應發生於低壓下之白熾鎢絲發射 (emission) 時，鎢絲與鹼土族有同樣吸收氮之性質，且鎢絲必當其汽化之時放能與氮起化學作用，亦類鹼土金屬。據蘭滿實驗結果，知氮之消失率 (rate of disappearance) 與鎢絲之汽化率 (rate of evaporation) 及氮之氣壓之乘積成正比例，即鎢絲之溫度愈高，(絕對溫度 2700° 以上) 則氮之消失率愈大；但鎢絲在某一溫度時，其所剩餘氣體 (氮) 之壓力，為時間之指數函數，即氣壓刻刻低降；故氮之消失率亦漸見遲緩。鎢絲亦能與一氧化碳 (CO) 化合。至於降至何種低壓限度，鎢絲方停止其與氮或一氧化碳之化學反應，則蘭滿並未給吾人以數字上之說明，然利用白熾鎢絲以吸收真空管內之剩餘氣體，其有助於放電之實驗，可概見矣。

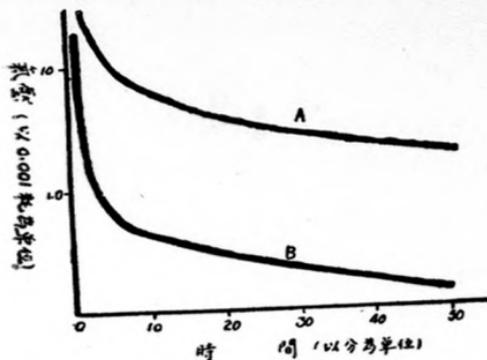
丙、放電之應用

欲知放電 (electric discharge) 能減低壓力，試先取 X 射線管 (x-ray tube) 之放電現象研究之。凡 X 射線在高度真空下，有強大之貫穿能力 (penetrating power)，稱為硬性 X 射線 (hard x-rays)；如真空程度較低，則其貫穿能力較小，此種 X 射線，謂之軟性 X 射線 (soft x-rays)。當 X 射線管放電時，有漸漸趨於變硬之勢，故管中必有特別設施以節制之。其所以變硬之故，必因氣體壓力低降，由是現放電能使氣體分子漸漸減少。

當放電管 (discharge tube) 初放電時，管內有充滿之藍色輝光 (blue glow)。但藍色輝光之強度，因時間關係，漸次遞減，據研究所得，藍色輝光之產生，乃管中氣體被陰極射出之電子所游離之故，其漸呈沖淡者，因氣體之消失所致。德黑二氏 (Dushman and Huthsteiner) 將游離氣壓計鑄固於放電管上，然後察其壓力低減之情形。二氏所用放電管兩極間之電壓為 120 伏特，管內氣體原有壓力為 0.001 托，放電不滿一分鐘之久，藍色輝光幾全部不見，此時氣體之消失率最速，而由氣壓計上亦可察得放電管內氣壓之頓減；其後氣壓之遞減率漸緩，約十五分鐘後，已降至 0.00001 托，如時間愈

久，可得更低之氣壓。

一九一二年，惠忒雷 (Whitley) 發明於蕩除 (clean up) 氣體之放電管內引入磷 (phosphorus)，砷 (arsenic)，硫 (sulphur)，碘 (iodine) 等吸收體，則其所得效果佳；因約一分鐘內，極少量之磷能蕩除放電管內餘剩氣體之百分之九十。在一九二一年，德黑二氏 更作一綜合之實驗，比較放電時利用吸收體與不利用吸收體之不同效應，其結果之優劣，於後頁曲線圖表中示出。



曲線A係放電並未用任何吸收體時壓力之遞降情形，兩極間電壓為250伏特；曲線B係於陰極下端塗有紅磷後之壓力遞降情形，而兩極間之電壓亦為250伏特。由A、B兩曲線之斜度不同，可知B之壓力低降較A更為迅速，且其所得低壓限度亦甚於A；此吸收體之應用於放電，可謂製造真空之一大進步。

上述兩種蕩除氣體之現象，雖經實驗結果，證據鑿鑿，但至今尚無澈底之解釋。或曰：當放電時，陰極周圍發生靜電場，被游離之氣體分子，受靜電力之作用而黏住於放電管之玻泡內壁，故自由分子 (free molecules) 逐漸減少，氣壓因之低降；如利用吸收體後，則吸收體因得陰極所發生之熱度，化而為汽，凝聚於玻泡內壁，成固體之凝積物，該項凝積物，能將管內氣體分子留住，故氣壓更易低降。此種學說，亦頗合理，但究竟氣體消失之現象應當如何解釋，尚待科學家縝密之探討。或者於研究放電蕩除氣體時，能意外獲得低壓放電下之其他新現象，亦未可知，蓋奇妙之宇宙，乃一無盡藏之學術寶庫，處處能予人以可遇而不可求之新發現也。

參 考 書 目

- (1) Dunoyer: Vacuum Practice
- (2) Dictionary of Applied Physics Volume I.
- (3) Hoag: Electron Physics.
- (4) 清華週刊 第三十五卷第十期
- (5) 尤佳章譯 西洋科學史

石油與化學工業

嚴志莛

世界各國，對於石油事業，均非常重視。舉凡油田之開採，石油之產銷，均由政府直接加以控制。鉤心鬥角，互謀抵制。最近意阿戰爭中之禁油問題，即其明顯之例也。石油之所以重要，各國人士之所以視為有關於國家之盛衰，民族之興亡者，因其能供給大量之汽油，足供國防交通之所需故也。溯自內燃機，汽車，飛機等發明後，汽油之消耗，一日千里；在平時為各種工業上動力之來源，交通運輸之所需；一旦戰爭發生，即可藉以運用各種迎敵防衛之利器。各國政府之統制石油事業，並孜孜於汽油代替物之研究者，良有以也！

但石油在化學工業方面，亦日趨重要。在昔吾人由煤焦油中可得各種工業產物，例如製造染料藥劑等所需之芳香族烴 (aromatic hydrocarbons)，均唯煤焦油是賴。但其產量及範圍之有限，製產時之繁瑣，不論在經濟方面或工程方面，與今日蒸蒸日上之石油工業相較，固不得不退避三舍矣。

原油(未經提煉之石油)之主要成分，為各種烴之混合物，及少量含氧，氮，及硫之化合物。此外尚有混入之氣體，水，或黏土，及其他無機物質。其中所含之烴，種類繁多。芳香族烴，環烷族烴 (cycloparaffins) 以及稠苯 (polynuclear aromatics) 等，莫不應有盡有，固不僅石蠟族烴 (paraffins) 而已也，分子之複雜者有之 (分子量達 1000 以上)，簡單者亦有之。各種烴且有同分異性體 (isomers) 之存在，據計算所得，含 20 個碳原子之烴 (二十烷，eicosane $C_{20}H_{42}$)，其同分異性體可得 366,319 種之多 (如立體異性體 stereoisomers 一併計入，可達 3,395,964 種)。故欲使石油中如是複雜之混合物互相析離，其問題之困難為何如乎？石油經一再分餾及結晶，雖已能使許多

化合物析離而出，但其中以氣態烴(gaseous hydrocarbons)之析離較易進行；且氣態烴之反應性(reactivity)，常較其他高沸點之化合物為強。故就目前而論，石油中之氣態部分，實為化學工業上最重要之原料也。

由石油崩解所得之氣體

工業上石油之崩解(cracking)，乃所以使石油中之高沸點部分變易為低沸點之液體而已。藉石油之崩解而利用其副產物中之低級烴(崩解氣體，cracking gas)，已足使有機製造工業上發生驚人之影響。崩解氣體之組成，概視崩解時之溫度而定。在液相崩解法⁽¹⁾(liquid-phase cracking)中所得之氣體概為石蠟族烴，烯族烴(olefins)僅佔其一小部分而已。在此少量之烯族烴中，最多者為丙烯(propylene)。在氣相崩解法⁽²⁾(vapor-phase cracking)中所得之氣體，除丙烯及其他烯族烴外，含有大量之乙烯(ethylene)。二烯族烴(diolefins)——尤其是丁二烯(butadiene)——含量亦頗可觀。(百分之一以上)。

此等崩解氣體得先以壓縮及吸附等手續處理之，使之至少分成二部分：

(a)含有乙烯，丙烯，及丁烯(butylene)等之氣態烯族烴；(b)含有戊烯(amylen)己烯(hexylene)及更高級之液態烯族烴。

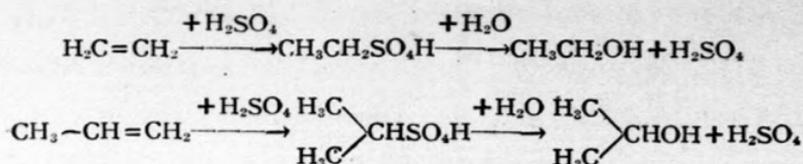
崩解所得之蒸餾物中，亦可得氣態及低沸點之烴，其中最重要者為丁烷(butane)及丙烷(propane)。前者可用作炭化劑(carbureting agent)，後者更可用於冷藏裝置中。此外尚有液化之異丁烷(isobutane)與丙烷，精製樹脂及樹膠時，可用作浸取劑(extracting agents)。

由崩解氣體中之烯族烴所得之工業產物

醇類——上述之烯族烴與硫酸反應即得醇類(alcohols)。先得硫酸氫烷基酯(alkyl sulfuric acids)為中間產物，復經水解而成醇類，故除乙烯外均得第二醇(secondary alcohols)與第三醇(tertiary alcohols)。例如：

(1) 溫度在 500°C. 以下，壓力增至每方吋 1000 磅。

(2) 溫度較高，壓力較低，或竟在大氣壓力下進行。



由乙烯所得者，幾盡為乙醇 (ethyl alcohol)；由丙烯所得者，幾盡為異丙醇 (isopropyl alcohol)；至若丁烯及更高級之烯族烴，則或得第二醇，或得第三醇，或得第二醇與第三醇之混合物，並含有若干聚合體 (polymers)。烯族烴經此反應而轉變為醇類之比率，概視反應進行時之溫度及硫酸之濃度而定。

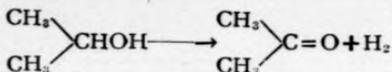
商業上應用此法大量製造之醇類為乙醇，異丙醇，第二及第三丁醇，第二戊醇及第二己醇。前二者——乙醇與異丙醇，商業上稱為 Petrohol——為重要之溶劑，配製藥劑時亦有其重要之應用。較高級之第二醇與第三醇，可用以精製鬆軟之石蠟，配製除去油漆染污之藥水，並可用作內燃機中之燃料。

酯類與酮類——以醇類為出發點，可以製成許多有用之物質，如酯類 (esters) 與酮類 (ketanes) 是。酯類為各種樹脂樹膠及製造噴漆時之溶劑。酮類為纖維素酯 (cellulose esters) 及許多樹脂樹膠脂肪石蠟之溶劑，且可用作乙炔 (acetylene) 之溶劑，貯藏乙炔時尤能防止其發生爆炸。製造無烟火藥，賽璐珞，某種人造絲，及淨拭羊毛時，亦多用之。丙酮與甲苯 (toluene) 或苯 (benzene) 混和所得之溶劑，可用作潤滑油之脫蠟媒質 (dewaxing medium)。

酯類之製取，通常由醇類與酸，酸酐，或酸氯化物 (acid chlorides) 反應而得，但亦可由烯族烴與酸直接化合以製取之。先將乙烯或丙烯吸收於硫酸中，然後以有機酸或其鹽類處理此溶液，即可使之直接酯化 (esterification)。較高級之烯族烴則處理尤易。

丙酮 (其他酮亦然) 雖大多用醱酵法製造，但亦得由異丙醇中製取之。在

250° 至 430°C 之溫度，用銅，金屬硫化物，或各種鋅鹽，鎳鹽，鈷鹽，鈣鹽，或鎂鹽為觸媒，使異丙醇去氫 (dehydrogenation) 即得丙酮：



由丁烯間接與水化合而成第二丁醇，復使之氧化而成丁酮 (butanone, 即甲乙酮, Methyl ethyl ketone), 亦一重要之溶劑也。

二氯化烯族烴與氯醇類——崩解氣體中之烯族烴，與氯反應即得二氯化烯族烴 (oleffin dichlorides)，與次氯酸反應即得氯醇類 (chlorohydrins)。例如乙烯或崩解氣體中之乙烯部分，直接加氯，即得二氯化乙烯，液相與氣相中均可進行，亦有應用觸媒者。二氯化乙烯為無色液體，可用作浸取油，脂，樹脂等之溶劑。與甲醇或乙醇混和後，可藉以溶解硝化纖維素或醋酸纖維素。藉二氯化乙烯得由鱈魚肝油中提取丁種生活素 (Vitamin D)，且得使之製成無臭無味之片劑。二氯化乙烯與四氯化碳之混合物，為衣物皮貨之燻燃消毒劑 (fumigant)。由二氯化乙烯與鹼金屬或鹼土金屬之多硫化物反應，即得一種類似軟橡皮之物質，稱為 "Thiokol"。其中含硫甚多，且幾不溶於各種有機溶劑中。與粗橡皮混和而加硫 (vulcanize)，所得之產物亦不溶於有機溶劑中，故可用以製成運輸傳送汽油之皮管。

次氯酸鹽之水溶液中，加入一種弱酸使之釋出次氯酸——例如次氯酸鈉與碳酸氫鈉或二氧化碳——復通入乙烯，即得氯乙醇 (2-氯乙醇 [1], ethylene chlorohydrin)。使乙烯與氯通入水中或碳酸鈉之溶液中，亦可製取之。或用二氧化錳，鉻酸鹽，或氧化鐵為觸媒，使氯，乙烯，及蒸汽在氣相中反應亦可。採用同樣方法，亦可製取丙烯與丁烯之氯醇類；惟用丁烯及更高級之烯族烴時，每有頗多之二氯化合物 (二氯化烯族烴) 生成，氯醇之產額因之減少耳。

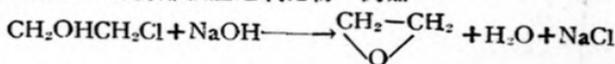
氯醇類之主要用途為由煤焦油中浸取芳香族烴，酚類，硫化物及氮化合物之溶劑。用松香使之酯化，或與酚類反應，可得合成樹脂，且可用以製

造噴漆及塑料。氯乙醇與硫化鈉反應即得 $\beta\beta$ -二羥基乙硫醚 (dihydroxyethylsulfide, $\text{HOCH}_2\text{CH}_2-\text{S}-\text{CH}_2\text{CH}_2\text{OH}$)。二羥基乙硫醚經濃縮後，復以濃鹽酸處理之，即得 $\beta\beta$ -二氯乙硫醚 ($\text{ClC}_2\text{H}_4-\text{S}-\text{C}_2\text{H}_4\text{Cl}$)，即軍用毒氣中之芥子氣 (mustard gas) 也。在歐戰時所用之芥子氣，即用此法製造；今日則概由乙烯與二氯化二硫 (S_2Cl_2) 直接反應以製成此使皮膚及肺部潰爛之毒氣矣。氯乙醇尚可藉以製成一種局部麻醉劑，稱為奴佛卡因 (novocaine, 見 Perkin & Kipping: Organic Chemistry, P. 537)。

二元醇 (glycols)——用鹼溶液使二氯化乙烯或 2-氯乙醇 [1] 水解，即得乙二醇 (ethylene glycol)。使乙烯與氧通入含碘 (或三碘化鉀或碘化鐵等極易放出碘之化合物) 之水中，並用含錳或鐵之氧化觸媒，亦可製取之。

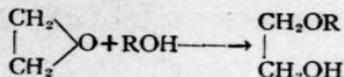
乙二醇為無色無臭之液體，其用途甚廣，最普通者為溶劑，及汽車放熱器中之防凍劑。化粧香脂之製造，生物標本之保藏，皮革之處理，織物之染色，亦多應用之。由乙二醇可以製取乙二醇一乙醚 (Ethylene glycol monoethyl ether)，即 2-乙氧基乙醇 [1] (ethoxyethanol)，商業上稱為 Cellosolve，乃一重要之噴漆溶劑也。工業上由乙二醇與硫酸或無水硫酸鐵脫水劑混和加熱，即得二氧六環 (diethylene dioxide or dioxan) $\text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-\text{O}-\text{CH}_2-\text{CH}_2-$ ，亦一樹脂樹膠及纖維素酯之溶劑也。

烯族烴氧化物——氯醇類與固態或無水鹼混和加熱，或用氯醇類之濃溶液與鹼混和加熱，即得烯族烴之氧化物。例如：



在 150° 至 400°C . 時，將乙烯，蒸汽，空氣，及氫混和通過金屬觸媒，亦可製取環氧乙烷 (ethylene oxide)，乃商業上最有用之烯族烴氧化物也。

環氧乙烷為無色之氣體，具殺滅蟲類之毒性。一份環氧乙烷與九份二氧化碳之混合物，商業上稱為『炭氧烷氣』 ("Carboxide")，可作食物稻麥烟草衣物燻燃消毒之用。環氧乙烷與醇類反應，即得乙二醇之單元醚 (glycol monoether)：



乙二醇之單烷基醚，為硝化纖維素，樹脂，樹膠及油類之溶劑。乙二醇—乙醚為醋酸纖維素之溶劑，製造噴漆時尤為合用（即 cellosolve，見上）。

氨基乙醇——由圓氧乙烷與氨水反應，即得第一，第二，及第三氨基乙醇（pri-, sec-, and ter.- ethanolamines），此等氨基乙醇之混合液，可用以吸收而除去氣體混合物中之二氧化碳及硫化氫。第二及第三氨基乙醇之功效尤大。生成之碳酸鹽及氫硫化物，達 50°C. 以上即行分解而得原有之溶劑（氨基乙醇）。但此氨基乙醇不宜用以除去二氧化硫，因其生成之鹽頗為安定，不易使之分解故也。氨基乙醇之其他用途甚廣，如礦油精煉時之浸取劑，纖維素酯之黏着劑（plasticizer），製造醣醛縮合物時之觸媒，四烷基鉛（tetraalkyl lead）之安定劑等是。此等氨基乙醇，尚可藉以製造特殊之肥皂，化粧香脂中常用此種肥皂為乳化劑（emulsifying agent）。

以上所述，足以顯示崩解氣體中乙烯之重要。蓋 2- 氣乙醇 [1]，二氣化乙烯，乙二醇，圓氧乙烷，二氧六圓，氨基乙醇等，均屬乙烯之衍生物也。在崩解氣體中，除乙烯外，尚有由烴在高溫度下分解所得之乙炔，及氣相崩解所得之丁烯等不飽和烴，在化學工業上亦極為重要。由石油中所得之氣態或低沸點烴，經加熱分解（pyrolysis）即得乙炔。各種烴在電弧中幾盡可使之分解為乙炔，故石油確可視為乙炔之來源。

乙炔經水化即得乙醛，乙醛經氧化即得乙酸（即醋酸）。乙炔之水化，在氣相中進行時較為困難，因其易於生成丁烯醛（crotonaldehyde）或酯類或其他物質故也。但亦可加入氣態之氧化劑以補救之。——在 100° 至 200°C. 時使乙炔，蒸汽，及氧通過含有汞鹽之觸媒可矣。在液相中進行水化時，可用氧化汞為觸媒，使乙炔通入稀硫酸（約 6%）中，復使逸出之氯化乙醛冷凝，即可使之氧化為乙酸。但同時可得許多有用之副產物，如丁二酮（diacetyl）

，丁烯，及各種酯類。類此由乙炔合成乙酸及其他化合物之工業，在 Shawinigan Falls 已在大量進行，每月可得乙酸數百萬磅之多。

乙炔與酸藉汞觸媒而直接加合，即得乙烯酯 (Vinyl ester)。由乙烯酯可以製成一種淡色樹脂，商業上稱為 Vinylite。Vinylite 中加入填料及顏料後，在熱壓下可任意塑成各種用具，既不受酸鹼之侵蝕，又復經久耐用，其優點甚多，固不僅美觀而已也。由 Vinylite 樹脂，可以製成一種不受酸鹼侵蝕之噴漆，商業上稱為 Vinyloid。

由乙炔之聚合，可得丁烯 [1] 炔 [3] (vinylacetylene)；丁烯 [1] 炔 [3] 與鹽酸反應，即得 3-氯丁二烯 [1,3] (chloroprene)；3-氯丁二烯極易變成一種類似橡皮之物質，商業上稱為 Duprene。丁烯及其他類似之二烯族烴，藉觸媒之協助，加熱後亦得一種近似橡皮之固體。此等合成橡皮，雖有人加以研究，但在經濟方面，尚不能與天然橡皮爭衡，故難望其有何驚人之發展。由氣相崩解蒸餾物中所得之二烯族烴，可用氯化鋁使之聚合而成一種樹脂，其反應頗為複雜：烯族烴之聚合而成油狀聚合體之反應，烯族烴與芳香族烴化合而成取代物之反應，二烯族烴與烯族烴之聚合而成樹脂之反應，二烯族烴與芳香族烴之取代物化合而成樹脂之反應，似均包括在內。由此種樹脂，且可製成一種乾燥極速之漆料。

石油烴之氧化產物

石蠟為石油烴中之分子量高大者，使之氧化即可得分子量高大之酸。藉金屬氧化物或有機酸之無機鹽 (脂蠟酸銨即十八酸銨，barium stearate；或桂皮酸鈣，calcium cinnamate) 為觸媒，用空氣 (最普通)；氧，臭氧，氮之氧化物，或硝酸為氧化劑，使石蠟在 160° — 180° 之間氧化，即得所謂『石蠟酸』 ("wax acids") 其中大部份分子中之碳原子數為奇數，與『脂肪酸』 ("fatty acids") 中含有偶數之碳原子數不同。『石蠟酸』可用以製成一種特殊肥皂，具特強之除垢能力，雖在硬水中亦能立即發生泡沫，故可稱為硬水洗滌劑 (hard water detergent)。『石蠟酸』經乙二醇或丙三醇 (甘油) 酯化後，即得合

成脂肪。

用適當之觸媒，可使石蠟氧化而成分子量高大之醇類。分子量低小之可溶性酸，及其他中間產物，如醛，酮，酯，酸酐，羧酸等，亦均可藉石蠟之氧化製取之。

石油中含硫化合物

原油中含硫量之多寡，隨產地而異（由0.2%至4或5%），其中如硫醇類（mercaptans），硫醚（thioethers），一硫二烯伍噻類（thiophenes），一硫五圓類（thiophanes），有機硫化物，二硫化物，含硫與氧之化合物，硫化氫，單體硫，及二硫化碳等，無不應有盡有。此等含硫雜質，具侵蝕性，並有異臭。故在石油精煉方面——尤其是汽油與煤油部分——不得不設法除去之，但在另一方面視之，則此等含硫化合物析離後，固有其無限之應用在也。

以石油為原料之化學工業，迄今已具驚人之成績。以上所述，僅其概要而已。將來之發展，實屬無可限量。可見石油工業之重要，固不僅因其能供給大量之摩達燃料而已也。

參考書目：

Chem. & Met. Eng. 41 136 (1934)

Chem. & Met. Eng. 41 287 (1934)

Jour. Soc. Chem. Ind. 53 40(T) (1934)

Ind. Eng. Chem. 26 826 (1934)

Ind. Eng. Chem. 24 1125 (1932)

Ind. Eng. Chem. 23 1325 (1931)

Jour. Am. Chem. Soc. 53 4197 (1932)

Jour. Am. Chem. Soc. 53 4203 (1932)

Pamphlets "Vinylite the Versatile Plastics" & "Synthetic Organic Chemical Products" by Union Carbide and Carbon Corporation.

Riegel: Industrial Chemistry

圓周率 π 之歷史及其超越性

何汝鑫

一 引言

幾何學上有三大著名問題，即倍立方問題 (Duplication of a cube)，三等分角問題 (Trisection of an angle)，及圓積問題 (Quadrature of a circle) 是也。此三問題，存在迄今，幾四千載，中間嘗經無數算學家之研究，初時皆欲運用尺規以求解決，屢經努力，卒無效果。直至近世高等代數中，始證明第一第二兩題，即僅藉尺規以解倍立方及三等分角為不可能之事，而第三題之不能解，至晚近始克完全證明焉。

人類對於面積之準確測量，當始自方形與矩形無疑。漸進則平行四邊形，三角形，梯形等之面積，亦經設法求得。如此，直線圖形面積之計算，雖告解決，然曲線圖形面積之計算問題，即繼之而起。其中最顯著者，莫如尋求與一已知圓等積之正方形，即所謂「化圓為方」之問題也。

圓之面積等於圓周與半徑乘積之半，自古已早知之。故若能求得一與圓周等長之直線，以之為底，再以半徑為高，則所成矩形之面積之半，當與圓面積相等，而「化圓為方」之問題，即可解決。然因圓周之長等於 $2\pi r$ ，故若能求得 π ，則即可得此直線；於是，此圓周率 π ，能否為一代數方程式之根，遂成為研究此問題之中心矣。

圓周率之計算，為數學發達後必有之問題，故無論中外，此問題均發生甚早。圓周一詞，西名 Periphery，至1006年，瓊司 (W. Jones) 氏始用其首字 P 之希臘字目 π 以代表圓周率。至1737年，經尤拉 (Eular) 氏之提倡，乃通行於各國。

二 圓周率略史

圓周率之歷史，可劃分為三時期述之。第一期自最初以至紀元後 1650 年，此時期中之特徵，在用純粹幾何方法，求一與已知圓面積相等之正方形，即現代初等幾何教科書中所述求 π 近似值之法。第二期在微積分發明後至 1766 年止；其特徵在用解析方法以研究此問題，用無限級數及乘積以表 π 之值。第三期自十八世紀中葉以至今日，其特徵在研究 π 之性質，以闡明其超越性。

(一)第一時期

1. 最早之企圖 最早估計圓周率之直，見於一最古之數學著作 Rhind Papyrus 中，此書現存英國博物院，為紀元前 1700 年前之物，其中已有論及「化方為圓」之問題。是編著者 Ahmes 曰：除去圓徑長之 $\frac{1}{9}$ ，而在其餘下之線段上作一正方形，則其面積與原圓相等。按其意，則得

$$\left(1 - \frac{1}{9}\right)^2 = \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

於是
$$\pi = 4 \times \frac{64}{81} = 3.1604$$

此值雖不精密，然較聖經上載 π 為 3 之值，已較切近多矣。

2. 希臘數學家之計算 藉割圓以求 π 之法，濫觴於紀元前五世紀時之安迪峯 (Antiphon) 及勃萊生 (Bryson) 兩氏。安氏先分圓為四等弧，乃連結其割點，得內容之方，再分每弧為二，則得八弧，如此連續進行，則弧幕與圓周漸趨逼近，直至弧之面，趨至微秒時，則與圓周合體。於是再用畢達哥拉斯 (Pythagoras) 定理，屢求句股，則 π 之值可得。

勃萊生氏更進一步，除作內容之多邊形外，更作外切之多邊形。及至邊數甚多時，內容外切兩形之周，漸與圓周相合，於是取兩周之均數，即得圓周之長。

及後亞幾默得 (Archimedes 287—212 B. C.)，即採用此種割圓法，以求圓周率。但彼以六弧起算，且亦不藉畢達哥拉斯定理以求弧幕，故亞氏可稱為希臘人中之最有貢獻者。相傳當 212 B. C. 時，羅馬軍攻破敘利亞，亞氏尙

在沙上研究幾何學，及兵入其屋時，亞氏怒叱之曰：「毋損吾圓」(Don't spoil my circle)，遂見殺，其研究之精勤，亦可想見矣。亞氏割圓成96軀，得 $3\frac{1}{7} > \pi > 3\frac{10}{71}$ 。

其後多祿某(Ptolemy 100—180)，改良亞氏率，得 π 之值爲 $3 + \frac{8}{60} + \frac{30}{3600}$ ，即三度八分卅秒，於是得 $\pi = 3.141666\dots$

3. 印度數學家之計算 在印度方面，當第五世紀時，有亞拉巴太(Aryabhata 476)者，謂圓周與直徑之比，如62832與20000二數之比，故 π 等於3.1416。此值之由來，未有記載，或疑其推闡亞氏之法而得者。如倍斯加拉(Bhaskara)之 $\pi = 3927/1250 = 3.1416$ ，即屢次割圓至384軀時所得之值。至第七世紀時，婆羅馬古太(Brahmagupta)之圓周率爲 $\sqrt{10}$ ，或因 $\sqrt{a^2+r} = a + \frac{1}{2a+r}$ ，故 $\sqrt{10} = 3 + \frac{1}{7}$ 。此率與吾國張衡之率相同，然已在張氏之後數百年。

4. 中國古代數學家之計算 圓周率計算之見於中國算書者，當推周髀算經(註一)爲最早，已用徑一周三之率。在九章之劉徽(註二)注中，東漢安帝時人張衡(78—139)，已使用 π 爲 $\sqrt{10} = 3.162$ 。後此，三國時吳人王蕃(229—267)求得 π 爲 $142/45 = 3.1555\dots$ ，約同時劉徽亦嘗用希臘人割圓之法，藉內外多邊形以求圓積，得徑五十，周一百五十七，即 π 爲3.14之率。後又更進一步，得徑1250，周3927，即 π 爲3.1416之值。

至劉宋時，祖冲之(430—501)猶以劉徽之術不精，乃重倡新率；著綴術一書，記載圓周率計算之事。惜此書久已失傳，僅於隋書律曆志中有簡單之記載，曰：

「古之九數，圓周率三，圓徑率一，其術疏舛。自劉歆、張衡、劉徽、王蕃、皮延宗之徒，各設新率，未臻折中。宋(劉宋)末南齊州從事史祖冲之

註一：周髀算經記周公高問答之辭，近人皆疑爲西漢人僞書，惟據梅氏叢書輯要，則周髀所傳之說，必爲唐虞以前。

註二：劉徽注之序，未記年月，晉書律曆志云，「魏陳留王景元四年，劉徽注九章。」按此，則當在紀元267年。

，更開密法，以圓徑一億爲一丈，圓周盈數爲三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽，臆數三丈一尺四寸一分五釐二秒六忽，正數在盈臆二限之間。密率圓徑一百一十三，圓周三百五十五；約率圓徑七，周二十二。又設開差器，開差立，兼以正圓參之，指要精密，算氏之最著者也，所著之書，名爲綴術，學官莫能究其深奧，是故廢而不理。」

據此，則冲之在劉宋之末(470年)已知 π 之確值在3.1415926與3.1415927之間，並定其約率爲 $22/7$ ，密率爲 $355/113$ 。其約率雖早爲亞幾默得所採用；然其密率，在西洋直至1573年始爲荷蘭人安索尼孫(Anthoniszoon)氏所發現，後祖氏已千餘年矣。

冲之之求率，割圓至3072弧，而其時西人僅割至384弧，東方古國之印度，此時僅有3.1416之值，即歐西亦纔至3.141552之率，故在第五世紀時，冲之之圓率，可稱世界之最精者也。日人三上義夫於其中日算學發達史(Y. Mikami: Development of Mathematics in China and Japan)中，倡言擬稱此率爲祖率。國人茅以昇氏嘗云：

「冲之之密率，千載以後，西洋始有發見。其時彼都，猶引爲最精，則中國周率爲世界之先，何有疑義？惜國學不振，此率已爲西人剽竊，即近代學子，亦幾忘其所自，古人心血，逝等流水，爲可慨已！日三上義夫，以此率源於中國，擬命祖率，他日舉世景從，亦所以副先民之苦心者矣。」(註三)

故無論如何，冲之之圓率之發明，不愧爲空前傑作。但於其密率造成之法，少有明瞭者。或以爲冲之之探何承天「調日法」，以強弱率子母各各相加，以取折中而得，然是否如此，未敢以爲定論也。(註四)

5. 中世紀時歐洲之計算 1573年，荷蘭人安索尼孫(1527—1607)重行發現吾國之祖冲之之圓率。用此率可準確至小數六位。約同時，有法人維他(Francois Vieta 1540—1603)，按希臘人割圓法，至 6×2^{16} 次，求得 π 之值

註三：見茅以昇之「中國圓周率略史」，科學雜誌第三卷第四期。

註四：見錢寶琮之「古算考源」(商務本)及「中國算書中之周率研究」，科學雜誌第八卷第二期。

準確至小數九位。羅曼 (Adrianus Romanus 1561—1615) 氏，計算 π 至十七位小數，後為羅杜而夫 (Ludolph van Ceulen 1540—1610) 氏推廣至三十五位。至十七世紀休琴斯 (Huygens 1629—95) 改良此方法，取六十邊，得 π 之值亦可準確至小數九位。

(二) 第二時期

第一時期用純粹幾何方法計算圓周率之經過，已略如上述。及至十七世紀後半葉，牛頓 (Newton)、萊伯尼茲 (Leibnitz)、梵馬 (Fermat) 等大算學家輩出，級數理論，漸見闡明；研究途徑，遂轉入解析之方法。此項研究，當以1665年英人華里士 (John Wallis 1616—1703) 之工作為最先。彼證明

$$\frac{\pi}{2} = \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdot \dots$$

又證明勃郎克 (Brouncker 1620—84) 之連分式：

$$\frac{4}{\pi} = 1 + \frac{1^2}{2} + \frac{3^2}{2} + \frac{5^2}{2} + \frac{7^2}{2} + \frac{9^2}{2} + \dots$$

其中每次之分母均為2，而分子各為奇數之平方。

在此時期中，用無限級數以表圓周率者，當以1670年格里郭來 (Gregory 1638—75) 及1673年萊伯尼茲 (1646—1716) 所得者為最重要，其級數如下：

$$\tan^{-1} x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

設 $x=1$ ，則

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$$

設 $x = \sqrt{\frac{1}{3}}$ ，則

$$\frac{\pi}{6} = \sqrt{\frac{1}{3}} \left(1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{3^2 \cdot 5} - \frac{1}{3^3 \cdot 7} + \frac{1}{3^4 \cdot 9} - \dots \right)$$

用上式，沙澗 (Abraham Sharp) 於1699年，求得 π 至七十一位。

稍後，倫敦天文學教授孟慶 (Machin 1680—1752) 氏，從上式，並利用反三角函數之關係，即因

$$\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1} \frac{x+y}{1-xy}$$

再加以變化，於是得

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{4} &= 4 \tan^{-1} \frac{1}{5} - \tan^{-1} \frac{1}{239} = 4 \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{3 \cdot 5^3} + \frac{1}{5 \cdot 5^5} - \frac{1}{7 \cdot 5^7} + \dots \right) \\ &\quad - \left(\frac{1}{239} - \frac{1}{3 \cdot 239^3} + \frac{1}{5 \cdot 239^5} - \frac{1}{7 \cdot 239^7} + \dots \right) \end{aligned}$$

孟氏用此式，曾求π之值至一百位，吾國曾紀鴻氏，於 1874 年，曾刊印此一一百位圓周率。

此後有萊格尼 (Lagny 1660—1734) 氏，於 1719 年，計算π至 127 位，1789 年魏加 (Vega 1756—1802) 氏計算至 140 位。又有無名氏者 (原稿在 Radcliffe Library, Oxford) 計算至 152 位，大才 (Dase 1824—31) 至 200 位，黎希脫 (Richter) 至 500 位，山克司 (Shanks) 至 707 位。(茲將其 707 位之圓周率，附於本篇之末。)

在此時期中，尚有一事必須注意者，即尤拉 (Eular 1707—83) 氏之發現是也。彼引用虛指數，以表明π與e之關係，近世證明π之超越性，即根基於此，故述之如下：

設有一函數

$$f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n + \dots \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{則} \quad f'(x) &= a_1 + 2a_2x + 3a_3x^2 + \dots + na_nx^{n-1} + \dots \\ f''(x) &= 2a_2 + 6a_3x + \dots + n(n-1)a_nx^{n-2} + \dots \\ f'''(x) &= 6a_3 + \dots + n(n-1)(n-2)a_nx^{n-3} + \dots \end{aligned} \right\} (2)$$

若 $x=0$ ，則

$$f(0) = a_0, \quad f'(0) = |1| a_1, \quad f''(0) = |2| a_2, \quad f^{(n)}(0) = |n| a_n \quad (3)$$

以 (3) 式中之值代入 (1) 式，則得

$$f(x) = f(0) + f'(0) \frac{x}{|1|} + f''(0) \frac{x^2}{|2|} + \dots + f^{(n)}(0) \frac{1}{|n|} \quad (4)$$

上式即所謂麥克老林 (Maclaurin 1698—1746) 級數，於 1742 年證明者，尤拉 氏之發現，即自此式入手。

由麥克老林級數，可知

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} - \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$$

以上三級數，均為收斂級數；由此，尤拉證明

$$e^{ix} = 1 + ix - \frac{x^2}{2} - \frac{ix^3}{3} + \dots$$

及
$$i \sin x = ix - \frac{ix^3}{3} + \frac{ix^5}{5} - \dots$$

故
$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

若 $x = \pi$ ，則上式變為
$$e^{i\pi} = -1$$

於是
$$1 + e^{i\pi} = 0 \quad (5)$$

此外，尤拉又作出如下之關係

$$\frac{\pi^2}{8} = 1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} + \dots$$

$$\frac{\pi^3}{32} = 1 - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} - \frac{1}{7^3} + \frac{1}{9^3} - \dots$$

$$\frac{\pi^2}{6} = \frac{2^2}{2^2-1} \cdot \frac{3^2}{3^2-1} \cdot \frac{5^2}{5^2-1} \cdot \frac{7^2}{7^2-1} \cdot \frac{11^2}{11^2-1} \dots$$

$$e = 2 + \frac{1}{1+} \frac{1}{2+} \frac{1}{1+} \frac{1}{1+} \frac{1}{1+} \frac{1}{4+} \frac{1}{1+} \dots$$

$$\frac{e-1}{2} = \frac{1}{1+} \frac{1}{6+} \frac{1}{10+} \frac{1}{14+} \frac{1}{18+} \dots$$

(三)第三時期

德國數學家郎褒(Johann Heinrich Lambert 1728—77)氏著作之發表，即第三時期之起始。彼從尤拉之最後一公式中，證明

$$\frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1}{\frac{2}{x} + \frac{1}{\frac{6}{x} + \frac{1}{\frac{10}{x} + \frac{1}{\frac{14}{x} + \dots}}}}$$

及

$$\tan x = \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{\frac{3}{x} - \frac{1}{\frac{5}{x} - \frac{1}{\frac{7}{x} - \frac{1}{\frac{9}{x} - \dots}}}}}}$$

由此二連分式，彼得下列之結論：

1. 設 x 為有理數而非為 0，則 e^x 不能為有理數。
2. 設 e^x 為有理數而非為 0，則 x 不能為有理數。

其證實不嚴格，因彼不能證明下列之連分數為無理也。

$$\frac{m}{n + \frac{m'}{n' + \frac{m''}{n'' + \dots}}}$$

其中 m, m', \dots 及 n, n', \dots 為整數，而 $\frac{m}{n}, \frac{m'}{n'}, \dots$ 皆小於 1。及至 1794 年，經萊根德 (Legendre 1762—1833) 之努力， π 及 π^2 之無理性，始確切證明焉。

1840 年時 廖維萊 (Liouville 1809—82) 證明 e 不能為有理係數之二次方程式之根，換言之，若 a, b, c 為有理數，則 $ae^2 + be + c = 0$ 為不可能。

至 1873 年，赫密脫 (Hermit) 於精密研究指數函數之結果，證明 e 之超越性，其後 林德明 (Lindemann) 於 1882 年，遂繼之證明 π 之超越性。

e 及 π 之超越性，雖經 赫林 兩氏之研究而告解決，然尚嫌艱深。1885 年 魏士權 (Weierstrass) 始首倡化簡之法。繼之有 希爾勃 (Hilbert)、赫芝茲 (Hurwitz)、戈登 (Gordan) 諸人之化簡法，刊載於 算學雜誌 (Mathematische Annalen) 中。最後，戈登 之法，復經 韋勃 (Weber 1903) 及 安力克 (Enrique 1907) 為之化簡，此即下文所述之法也。

三 e 之超越性

欲證示 e 之超越性，須證明其非為一代數數，換言之，即須證明如下之整係數方程式

$$F(e) = c_0 + c_1e + c_2e^2 + \dots + c_n e^n = 0$$

為不可能也。式中 n 為一正數， c_0, c_1, c_2, \dots 為有理數，連 0 亦在內。但 c_0 及 c_n 不可為 0，否則方程式之次數亦將為之改變。

證明中將假定上式為一三次方程式，即

$$F(e) = c_0 + c_1e + c_2e^2 + c_3e^3 \quad (1)$$

此種限定，純為簡單計，在實際上，別無其他改變，其可推廣至 n 次，亦為極顯見之事。

在證明 e 之超越性中，須用二重要函數與三預備定理，故茲先述之。

1. 重要函數 在證明中常用之二函數為 $f(x)$ 及 $F(x)$ 。 $f(x)$ 之形式如下：

$$f(x) = \frac{x^{p-1}[(x-1)(x-2)(x-3)]^p}{p-1} \quad (2)$$

其中 p 為下文所欲決定之素數。欲知此函數 $f(x)$ 之幾何情形，可作一曲線 $y=f(x)$ 。當 $x=1, 2, \dots, n$ 時，此曲線以 x 軸為其變切曲線 (inflectional tangent)，因此曲線以奇數次交於 x 軸也。但當在原點時，則 x 軸為一普通切線。而當 x 在 0 與 n 之間時，此曲線常貼近於 x 軸之兩側， x 甚大時，此曲線趨至無窮遠。

若將 $f(x)$ 表成一 n 次有理整函數，則

$$f(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (3)$$

故 $\frac{x^{p-1}[(x-1)(x-2)(x-3)]^p}{p-1} = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n \quad (4)$

於此可見 $n=3p+p-1=4p-1$ ，而第一係數為 a_{p-1} ，此數不等於 0，因 x 之最小指數為 $p-1$ 也。普遍言之，(4) 式之分子可作 $x^{p-1}[(x-1)(x-2)\dots(x-m)]^p$ ，但在此處，(4) 式亦已適用。

另一函數 $F(x)$ 之形式如下：

$$F(x) = f'(x) + f''(x) + f'''(x) + \dots + f^{(n)}(x) \quad (5)$$

其中 $f'(x), f''(x), \dots, f^{(n)}(x)$ 為 $f(x)$ 之各次引生 (derivative)。

2. 預備定理

(1) 預備定理一 設 $f(x) = a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$ ，而以 S_n 表示 e^x 之級數中之首 n 項之和，即

$$S_1 = 1, S_2 = 1 + \frac{x}{1}, S_3 = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2}, \dots, S_n = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^{n-1}}{n-1}$$

則 $F(x) = |1 S_1 a_1 + |2 S_2 a_2 + |3 S_3 a_3 + \dots + |n S_n a_n \quad (6)$

當 $x=0$ 時，

$$F(0) = |1 a_1 + |2 a_2 + |3 a_3 + \dots + |n a_n \quad (7)$$

證：先將 $f(x)$ 記之如下式

$$f(x) = |1 a_1 \frac{x}{1} + |2 a_2 \frac{x^2}{2} + \dots + |n a_n \frac{x^n}{n}$$

其各次引生如下：

$$f'(x) = |1 a_1 + |2 a_2 \frac{x}{1} + |3 a_3 \frac{x^2}{2} + \dots + |n a_n \frac{x^{n-1}}{n-1}$$

$$f''(x) = |2 a_2 + |3 a_3 \frac{x}{1} + \dots + |n a_n \frac{x^{n-2}}{n-2}$$

$$f'''(x) = |3 a_3 + |n a_n \frac{x^{n-3}}{n-3}$$

.....
 $f^{(n)}(x) = |n a_n$

以上各式相加，則得

$$f(x) + f'(x) + f''(x) + \dots + f^{(n)}(x) = |1 a_1 + |2 a_2 (1 + \frac{x}{1}) + |3 a_3 (1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2}) + \dots + |n a_n (1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^{n-1}}{n-1})$$

上式左邊為 $F(x)$ ，右邊以 S_1, S_2, \dots 代入之，即可證明

$$F(x) = |1 S_1 a_1 + |2 S_2 a_2 + |3 S_3 a_3 + \dots + |n S_n a_n$$

(2) 預備定理二 設 $f(x) = \frac{x^{p-1}[(x-1)(x-2)(x-3)]^p}{p-1}$

與 $F(x) = f'(x) + f''(x) + \dots + f^{(n)}(x)$

若 p 為任何素數， n 為任何正整數， c_0, c_1, c_2, \dots 為任何整數，

$$\text{則} \quad c_0 F(0) + c_1 F(1) + c_2 F(2) + c_3 F(3) = c_0 (\underline{3})^p + pQ \quad (8)$$

其中 Q 為諸 c 及 p 所決定之整數。

證：先將 $f(x)$ 記之如下式

$$f(x) = \frac{B_{p-1}x^{p-1} + B_p x^p + B_{p+1}x^{p+1} + \dots + B_{4p-1}x^{4p-1}}{p-1}$$

若自 (4) 式觀之，可見 x 之最低次項為 $p-1$ ，最高次項為 $4p-1$ 。其中諸 B 均為整數之乘積，故亦為整數無疑，而

$$B_{p-1} = [(-1)(-2)(-3)]^p = \pm (\underline{3})^p \quad (9)$$

欲定 $F(0), F(1), F(2), F(3)$ 等之值，則求其各次引生，於是

$$\text{得} \quad f'(0) = 0, f''(0) = 0, \dots, f^{(p-2)}(0) = 0,$$

$$\text{但} \quad f^{(p-1)}(0) = B_{p-1}, f^{(p)}(0) = pB_p, \dots, f^{(n)}(0) = p(p+1)\dots nB_n$$

$$\text{故} \quad F(0) = B_{p-1} + pB_p + \dots + [p(p+1)\dots nB_n]$$

以 (9) 式中 B_{p-1} 之值代入之，則得

$$c_0 F(0) = c_0 (\underline{3})^p + \text{含 } p \text{ 為因子之諸整數。}$$

做此，求得 $f'(1), f''(1), \dots$ 後，可知 $F(1)$ 等於含 p 為因子於各項之整數級數； $F(2)$ 及 $F(3)$ 亦可同樣處理。

$$\text{故} \quad c_0 F(0) + c_1 F(1) + c_2 F(2) + c_3 F(3) = c_0 (\underline{3})^p + pQ$$

(3) 預備定理三 設 $A_1 = |a_1|, A_2 = |a_2|, \dots, A_n = |a_n|$ 及 $X = |x|$

$$\text{則} \quad A_1 X + A_2 X^2 + A_3 X^3 + \dots + A_n X^n$$

$$= \frac{X^{p-1} [(X+1)(X+2)(X+3)]^p}{p-1} \quad (10)$$

$$\text{證：由} \quad f(x) = \frac{X^{p-1} [(X-1)(X-2)(X-3)]^p}{p-1}$$

可知其中各項之號正負相間，若取普遍之形式

$$x^K - a_1 x^{K-1} + a_2 x^{K-2} - \dots$$

而以 $x-b$ 乘之，則其積亦為一各項正負相間之函數。若以 $x+b$ 乘

$x^K + a_1 x^{K-1} + a_2 x^{K-2} + \dots$ ，則其結果除號之正負外，其結果全同。依此理繼續行之，可得

$$f(x) = \frac{x^{p-1}[(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-m)]^p}{|p-1|}$$

其中各項之號亦正負相間。若以 m 為 3，而以絕對值 A_n 表示各 a_n 之係數，則化簡成

$$A_1 X + A_2 X^2 + A_3 X^3 + \dots + A_n X^n$$

$$\frac{X^{p-1}[(X+1)(X+2)(X+3)]^p}{|p-1|}$$

3. e 之超越性 在證示 e 之超越性中，吾人從下列著名級數入手：

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots + \frac{x^n}{n} + \dots \quad (11)$$

此級數對 x 之任何值均為收斂。茲如預備定理一中所假定者，即

$$S_1 = 1, S_2 = 1 + \frac{x}{1}, S_3 = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2}$$

$$S_{n+i} = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \dots + \frac{x^n}{n}$$

更以 $1, 2, 3$ 等數相繼乘(11)式之各項，而以

$$U_n = x^n + \frac{x^{n+1}}{n+1} + \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)} + \dots \quad (12)$$

即如 $U_1 = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots, U_2 = x^2 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{3 \cdot 4} + \dots$

如此，吾人可得

$$\left. \begin{aligned} \underline{1} e^x &= \underline{1} S_1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} + \dots = \underline{1} S_1 + U_1 \\ \underline{2} e^x &= \underline{2} S_2 + x^2 + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{3 \cdot 4} + \dots = \underline{2} S_2 + U_2 \\ \underline{3} e^x &= \underline{3} S_3 + x^3 + \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{4 \cdot 5} + \dots = \underline{3} S_3 + U_3 \\ &\dots \dots \dots \\ \underline{n} e^x &= \underline{n} S_n + x^n + \frac{x^{n+1}}{n+1} + \frac{x^{n+2}}{(n+1)(n+2)} + \dots = \underline{n} S_n + U_n \end{aligned} \right\} (13)$$

用(4)式中右邊各項之諸係數 a_1, a_2, a_3, \dots 相繼乘(13)式，即以 a_1 乘其第一式， a_2 乘其第二式……於是各式相加，可得

$$(\underline{1} a_1 + \underline{2} a_2 + \cdots + \underline{n} a_n) e^x = (\underline{1} S_1 a_1 + \underline{2} S_2 a_2 + \cdots + \underline{n} S_n a_n) + (a_1 U_0 + a_2 U_2 + \cdots + a_n U_n) \quad (14)$$

由預備定理一中第(7)式知 $F(0) = \underline{1} a_1 + \underline{2} a_2 + \cdots + \underline{n} a_n$

由第(6)式知 $F(x) = \underline{1} S_1 a_1 + \underline{2} S_2 a_2 + \cdots + \underline{n} S_n a_n$

故代入(14)式，即得

$$F(0)e^x = F(x) + a_1 U_1 + a_2 U_2 + \cdots + a_n U_n$$

$$\text{爲便利起見，令 } \phi(x) = a_1 U_1 + a_2 U_2 + \cdots + a_n U_n \quad (15)$$

$$\text{則 } F(0)e^x = F(x) + \phi(x) \quad (16)$$

由(2)，(5)二式，可知上式表示 e^x 與 p 之關係。

吾人所欲證明者，即 $c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + c_3 e^3$ 之不能等於 0 一事。若不然，則以 0, 1, 2, 3 相繼代(16)式中之 x ，而以 c_0, c_1, c_2, c_3 乘之，再相加則結果必將含有此式爲一因子，即

$$\left. \begin{aligned} F(0)c_0 &= c_0 F(0) + c_0 \phi(0) \\ F(0)c_1 e &= c_1 F(1) + c_1 \phi(1) \\ F(0)c_2 e^2 &= c_2 F(2) + c_2 \phi(2) \\ F(0)c_3 e^3 &= c_3 F(3) + c_3 \phi(3) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \text{相加得 } F(0)[c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + c_3 e^3] \\ = c_0 F(0) + c_1 F(1) + c_2 F(2) + c_3 F(3) \\ + c_0 \phi(0) + c_1 \phi(1) + c_2 \phi(2) + c_3 \phi(3) \end{aligned} \quad (18)$$

若吾人假定 $c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + c_3 e^3 = 0$ ，則(18)式右邊等於 0；反之，若此式右邊不等於 0，則即可證明吾人假定之錯誤，即 $c_0 + c_1 e + c_2 e^2 + c_3 e^3$ 不能等於 0 也。

由預備定理二中(8)式

$$c_0 F(0) + c_1 F(1) + c_2 F(2) + c_3 F(3) = c_0 (\underline{3})^p + pQ$$

而假定(18)式爲 0，則

$$0 = [c_0 (\underline{3})^p + pQ] + [c_0 \phi(0) + c_1 \phi(1) + c_2 \phi(2) + c_3 \phi(3)] \quad (19)$$

若假定錯誤，則上式不能成立。欲證其不能成立，須證明

(1) 其第一部分 $c_0(\underline{3})^p + pQ$ 之絕對值大於 1，

(2) 其第二部分 $c_0\phi(0) + c_1\phi(1) + c_2\phi(2) + c_3\phi(3)$ 之絕對值小於 1。

此二事若能證明，則(19)式之不能成立，顯然可知。

設 p 為大於 3 之素數，且非為 c_0 之因子，則 $c_0(\underline{3})^p$ 不能為 p 所整除，然 pQ 則可為 p 所除。因 $c_0 \neq 0$ ，故(19)式中第一部分 $c_0(\underline{3})^p + pQ$ 之絕對值必大於或等於 1。

茲考察其第二部分，吾人已熟知諸數之和之絕對值，小於或至多等於諸數絕對值之和。例如 $|2-2+2-2|=0$ 而 $|2|+|-2|+|2|+|-2|=8$ 。又

$$\text{按(12)式中之 } U_n = x_n \left[1 + \frac{x}{n+1} + \frac{x^2}{(n+1)(n+2)} + \dots \right]$$

若以 X 代表 $|x|$ ，則由(10)式可得

$$|U_n| \leq X^n \left[1 + \frac{X}{n+1} + \frac{X^2}{(n+1)(n+2)} + \dots \right] \quad (20a)$$

$$|U_n| < X^n \left[1 + \frac{X}{1} + \frac{X^2}{2} + \dots \right] \quad (20b)$$

因(20b)式中之諸分母均較(20a)中之諸分母為小也。

由此，從(11)式，得

$$|U_n| < X^n e^x \quad (21)$$

做此，以 $A_1 = |a_1|$, $A_2 = |a_2|$ 代入(15)式，則得

$$|\phi(x)| < A_1|U_1| + A_2|U_2| + \dots + A_n|U_n|$$

以(21)式中之 $|U_n|$ 值代入上式，並使 $n=1, 2, 3, \dots$ ，則

$$|\phi(x)| < e^x [A_1 X + A_2 X^2 + \dots + A_n X^n]$$

由(10)式

$$|\phi(x)| < e^x \frac{X^{p-1} [(X+1)(X+2)(X+3)]^{p-1}}{|p-1|}$$

$$\text{故 } |\phi(x)| < e^x (X+1)(X+2)(X+3) \frac{[X(X+1)(X+2)(X+3)]^{p-1}}{|p-1|}$$

(22)

於此，吾人可取 p 爲一極大之數，俾 X 爲任何定值時，下值

$$\frac{[X(X+1)(X+2)(X+3)]^{p-1}}{p-1}$$

爲一任意極小之數。因此式之形爲 $\frac{y^n}{n}$ ，故如一收斂指數級數中之第 p 項，當 p 加大時，其值即漸趨近於 0。故以 0, 1, 2, 3 相繼代 x ，則當 p 充分大時， $|\phi(0)|, |\phi(1)|, |\phi(2)|$ ，及 $|\phi(3)|$ 皆可使之爲任意小。因之(19)式中之第二部分 $c_0\phi(0) + c_1\phi(1) + c_2\phi(2) + c_3\phi(3)$ 之絕對值，可使之任意小；換言之，必小於 1。

如是， $c_0(3)^p + pQ$ 之絕對值大於 1， $c_0\phi(0) + c_1\phi(1) + c_2\phi(2) + c_3\phi(3)$ 之絕對值小於 1，則(19)式之不可能顯而易見。因此(18)式不可能，於是，歸根推源，(1)式亦不可能，即 e 不能爲一整係數三次方程之根。此結論，不限於三次方程；即 n 次亦可適用，因計算中 $n=3$ 未有特殊之作用也。故推廣言之， e 不能爲一代數方程式之根，即 e 爲一有超越性之數。

四 π 之超越性

π 超越性之證明，基於前已述之三式，即

$$(16) \text{式} \quad F(0)e^x = F(x) + \phi(x)$$

$$(22) \text{式} \quad |\phi(x)| < e^x \frac{X^{p-1}[(X+1)(X+2)(X+3)]^p}{p-1}$$

$$\text{及第二節中 (5) 式} \quad 1 + e^{i\pi} = 0$$

若 π 爲代數數，則 $i\pi$ 亦爲代數數，故爲一有理係數方程式之根。設此式爲一三次方程式(普遍情形之證法亦同)，而其根爲 y_1, y_2, y_3 ，則 $i\pi$ 必亦在內。由 $1 + e^{i\pi} = 0$ ，故

$$(1 + e^{y_1})(1 + e^{y_2})(1 + e^{y_3}) = 0$$

$$\text{於是} \quad 1 + (e^{y_1} + e^{y_2} + e^{y_3}) + (e^{y_1+y_2} + e^{y_2+y_3} + e^{y_3+y_1}) + e^{y_1 y_2 y_3} = 0 \quad (23)$$

今所欲證者，即此式之不可能也。

y_1, y_2, y_3 已假定爲有理數，故爲有理代數式 $\phi(x) = 0$ 之根；做此，

$y_1+y_2, y_2+y_3, y_3+y_1$ 爲另一代數式 $\phi_1(x)=0$ 之根； $y_1+y_2+y_3$ 爲又一代數式 $\phi_2(x)=0$ 之根。故

$$\phi(x) \cdot \phi_1(x) \cdot \phi_2(x)$$

爲 x 之整函數，當 x 等於 y_j ，或 y_j+y_k ，或 $y_1+y_2+y_3$ 時，此整函數即等於 0。此諸數中，若謂有 N 個爲 0，則吾人可取出一因子 x^N ，而使(24)式等於 0，於是得 $\theta(x)=0$ ，且可化成有整係數者。含 0 之根既取出，則 $\theta(0) \neq 0$ ，故

$$\theta(x) = ax^m + a_1x^{m-1} + a_2x^{m-2} + \dots + a_m = 0 \quad (25)$$

其中 a, a_1, \dots, a_m 爲整數， a_m 不等於 0， a 爲一不等於 0 之正數。

以 a^{m-1} 乘(25)式，以 Z 代表 ax ，則變作下狀

$$\theta(Z) = Z^m + b_1Z^{m-1} + b_2Z^{m-2} + \dots + b_m = 0 \quad (26)$$

其最高係數爲 1。設 $\theta(x)=0$ 之等爲 x_1, x_2, x_3, \dots 於此諸數即 $y_j, y_j+y_k, y_1+y_2+y_3$ 中之不等於 0 者。由(23)式，則必有如下之式：

$$K + e^{x_1} + e^{x_2} + e^{x_3} + \dots = 0 \quad (27)$$

今於(16)式內依次以 x_1, x_2, x_3, \dots 代 x 而加之，則根據(27)式，可得

$$KF(0) + F(x_1) + F(x_2) + F(x_3) + \dots \\ + \phi(x_1) + \phi(x_2) + \phi(x_3) + \dots = 0 \quad (28)$$

吾人欲證 π 非代數數，須證上式不能成立。欲證其不能成立，須證明下列二事：

- (1) 其第一部分 $KF(0) + F(x_1) + F(x_2) + F(x_3) + \dots$ 爲整數而非爲 0，
- (2) 其第二部分 $\phi(x_1) + \phi(x_2) + \phi(x_3) + \dots$ 之絕對值小於 1。

此二事若能證明，則(28)式之不能成立，顯然而知。

茲先設 p 爲一素數，而 $f(x) = \frac{Z^{p-1}[\theta_1(Z)]^p}{p-1}$

若設 $Z=ax, \theta_1(Z) = a^{m-1}\theta(x)$ ，則

$$f(x) = \frac{a^{mp-1}x^{p-1}[\theta(x)]^p}{p-1} \quad (29)$$

將 $[\theta_1(Z)]^p$ 展開之，則

$$\begin{aligned} [\theta_1(Z)]^p &= A_0 + A_1 Z + A_2 Z^2 + \dots \\ &= A_0 + A_1 a x + A_2 a^2 x^2 + \dots \end{aligned}$$

其中諸 A 為整數，並由 (25) 式知 $A_0 = b_m^p$ ，故不為 0，由 (29) 式，得

$$f(x) = \frac{A_0 a^{p-1} x^{p-1} + A_1 a^p x^p + A_2 a^{p+1} x^{p+1} + \dots}{p-1} \quad (30)$$

取其引生，並使 $x=0$ ，則

$$f(0) = 0, f'(0) = 0, \dots, f^{(p-2)}(0) = 0,$$

$$f^{(p-1)}(0) = A_0 a^{p-1} = b_m^p a^{p-1}$$

$$f^{(p)}(0) = p A_1 a^p$$

$$f^{(p+1)}(0) = p(p+1) A_2 a^{p+1}$$

茲使 p 選擇一數，大於 a, b_m, K 中之最大數，則 $f^{(p-1)}(0)$ 不能為 p 所除，而其他諸式，或為 0，或可為 p 所除。故按 (5) 式，

$$F(0) = f'(0) + f''(0) + \dots$$

$F(0)$ 為不能為 p 所除之整數，於是 $KF(0)$ 亦不能為 p 所除。

(26) 式為以 $Z=ax$ 而演出者，故吾人可將 $f(x)$ 展開之，若 Z_k 為其諸根之一，則可成如下之式：

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(Z-Z_k)^p B_1(Z_k) + (Z-Z_k)^{p+1} B_2(Z_k) + \dots}{p-1} \\ &= \frac{a^p (x-x_k)^p B_1(Z_k) + a^{p+1} (x-x_k)^{p+1} B_2(Z_k) + \dots}{p-1} \quad (31) \end{aligned}$$

其中 $B_1(Z_k), B_2(Z_k), \dots$ 皆為 Z_k 之整函數，而其係數皆為有理數。故如 (30) 式，得

$$f(x_k) = 0, f'(x_k) = 0, f''(x_k) = 0, \dots, f^{(p-1)}(x_k) = 0$$

$$f^{(p)}(x_k) = p a^p B_1(Z_k), f^{(p+1)}(x_k) = p(p+1) a^{p+1} B_2(Z_k), \dots$$

若使 $Q(Z_k) = a^p B_1(Z_k) + (p+1) a^{p+1} B_2(Z_k) + \dots$

則由 (5) 式得 $F(x_k) = pQ(Z_k)$ (32)

故 $F(x_1) + F(x_2) + F(x_3) + \dots = p[Q(Z_1) + Q(Z_2) + Q(Z_3) + \dots]$ (33)

然此式等號之右邊，即為(26)式之 m 根之整對稱函數，故為含 p 為因子之整數。於茲吾人已證明 $KF(0)$ 為一不能為 p 所除之整數，而 $F(x) + F(x_2) + F(x_3) + \dots$ 為一能為 p 所除之整數，故(28)式之第一部分 $KF(0) + F(x) + F(x_2) + F(x_3) + \dots$ 不能為 p 所除，故不為 0，此即吾人所欲證明之第一事。

今進而證明(28)式第二部分之絕對值小於 1。先將(25)式寫作

$$\theta(x) = a(x-x_1)(x-x_2)\dots(x-x_m) \quad (34)$$

代入(29)式，可得

$$f(x) = \frac{a^{(m+1)p-1} x^{p-1} (x-x_1)^p (x-x_2)^p \dots (x-x_m)^p}{|p-1|} \quad (35)$$

設 $X = |x|$, $X_k = |x_k|$ ，則可見(35)式中之係數不大於下式中之係數：

$$\frac{a^{(m+1)p-1} x^{p-1} (x+X_1)^p (x+X_2)^p \dots (x+X_m)^p}{|p-1|}$$

若設 $P(X) = a^{m+1} X(X+X_1)(X+X_2)\dots(X+X_m)$

則於 x 為任何正值時

$$\frac{X^{p-1} [(X+1)(X+2)(X+3)]^p}{p-1} < \frac{[P(X)]^p}{aX |p-1|} < \frac{P(X)[P(X)]^{p-1}}{aX |p-1|}$$

今可如(22)式進行，即在

$$\phi(x) < e^x \frac{X^{p+1} [(X+1)(X+2)(X+3)]^p}{|p-1|}$$

中，可選擇 p 為充分大，使 $\phi(x)$ 為任意小，而 $\phi(x) + \phi(x_2) + \phi(x_3) + \dots$ 之絕對值可小於 1，於是(28)式中之第二都分之事亦已證明。

(28)式既不可能，則(23)式亦不可能；換言之， π 不能為有理係數代數方程式之根，故不能用普通代數方法求得，亦不能如初等幾何中藉尺規或高等代數中藉曲線而得解決。

故 π 之真確作法，必待有一種超越曲線，始能為力。近年俄國工程師 Abdank-Abakanowicz 所發明之積分器 (Integraph)，其目的在求定積分之近似值，然其在 π 作法上之應用，予吾人以特殊之興趣。

若以微分曲線為圓

86199 51100 89202 38377 02131 41694 11902 98858
25446 81639 79990 46597 00081 70029 63123 77387
34208 41307 18689 05709 85.....

參攷書目：

Monographs on Modern Mathematics, edited by J. W. A. Young
Famous Problems in Elementary Geometry, English translation

by Berman & Smite, 及余介石中譯本「幾何三大問題」

鄭太朴譯「數論尺規作圖及周率」

林科棠譯「中國算學之特色」

科學雜誌 3卷4期, 6卷1, 2期, 8卷2期

原子核之探討

余顯亮

第一章 引論

莊子齊物論云：“其分也成也，其成也毀也，凡物無成與毀，復通爲一。”此固爲極廣之泛論，惟推諸宇宙本源，誠不出斯意。蓋天地萬物，皆有可分之性，一分再分，分至無窮，其最終所成之單體，殆即宇宙之本體歟。昔希臘學者德謨謨利圖(Democritus)已有此思想，印度哲學中所謂之極微論，亦寓斯意；迨十九世紀中葉道爾頓(Dalton)輩出，對於此種哲理，更予以充分之闡發，復佐以實驗之鐵證，於是世人對於物質本體之觀念，獲得相當之具體結果，即所謂原子之學說是。然則原子果即爲不可再分之單體乎？曰否，原子之下，尙有世界。莊子不云乎，“有國于蝸之左角者曰蠻氏，國于蝸之左角者曰觸氏，爭地而戰，伏尸數萬。”噫，大中有小，小中寓大，小大由之，旨哉其言。自湯姆遜(J. J. Thomson)羅梭福(Rutherford)柏克勒爾(Becquerel)諸輩出，咸煞費心血，以離婁之明，窺入原子內部，斷言原子之組成，必甚複雜，既有負陰電之電子(electrons)*，復有具陽電之質子(protons)。質子之重，千八百四十倍於電子，故原子之量幾盡屬質子之量。夫氫之原子，實足陳圭置臬，引以爲一切原子之雛形，蓋其中含質子電子各一，質子即氫原子核也。其他原子，則由一定數之質子與較小數之電子，構而成核，尙有一部份之電子。散諸核外，一若太陽系之諸行星繞日球運行者然。原子核則自能旋轉(nuclear spin)，核外諸電子，時或越其常軌，巡遊於原子之外，以使原子失其中性，而成游子(ions)焉。電子之直徑，佔全部原子直徑五萬分之一，質子之容積，更小于斯。凡此種種，豈皆癡人說夢，

* 譯名一律根據民國二十三年一月教育部公布國立編譯館所編訂之物理學名詞。

嚮壁虛造者耶？則曰不然，試觀原子之蛻變，氣體之游離 (ionization)，非皆實驗室中之明證乎？但時至今日，對於原子本身，尚未獲圓滿之結論；若核中之電子，初謂其皆不如核外諸電子之能自由運動，近則創言此種電子，亦能運行自如矣。真理無疆，知識有限，知之謂知之，不知謂不知，科學家手足無措之時，哲學家其能予以一臂之助乎？至於數千年來之傳統哲學，云原子之不可再分，則早已掃蕩無遺；物理界中有此巨大革命，遂產生今日所謂之“近代物理學”(Modern physics)。

第二章 歷史之回溯

近代物理學之所以能開一新紀元者，多賴原子構造之研究。夫原子微矣，而原子核更微；原子之構造複雜矣，而原子核之構造亦屬複雜，以吾人今日之所知，如言解決，相懸何啻霄壤！古代希臘之哲學家，嘗思以一統之學說，歸納宇宙之本源，如夏賈斯(Thales)以水為宇宙之本，夏賈克透(Heraclitus)以火作萬物之源，惟茫茫宇宙，事物紛芸，豈一元之論所能總括乎？於是歐本多斯(Empedecles)乃創多元論，以地水火風四者為天地之本源，奈諸輩哲學家，究屬玄想，以科學立場而論，相去殊遠，但德謨頤利圖(Democritus)之學說，則尙足稱，其言曰，凡物皆由原子(atoms)構成，其數與形無限，物體之所以相異者，由於原子之數與形及其集合狀態不同故耳。

德謨頤利圖所謂之原子，與今日吾人所謂之原子，其義雖有不同，然氏之學說，亦不能不推為近代原子說之濫觴焉。蓋迄十九世紀中葉道爾頓(Dalton)(1766—1844)氏出，乃以原子學說解釋定比定律與倍比定律，頗滿人意，嗣經給呂薩克定律(Gay-Lussac's laws)及亞佛加德羅假定(Avogadro's hypothesis)之補充，原子學說，益獲鞏基。道爾頓氏之解說，可簡單說明如下，凡氫氧等簡單之基本物質，即普通所謂元素者，皆由微粒之原子集合而成，一元素之原子，均有相等之一定質量，其形與大小及其性質均全相等，而相異元素之原子，其形與大小及其性質皆各不等，世間元素共九十餘，故原子之種類亦九十餘。惟自門對雷葉夫(Mendelejeff)週期律表(periodic

table) 中觀元素以原子量之順序而排列，則氦 (Helium) 與氖 (neon) 之化學性質，幾全相同，鋰 (Lithium) 與鈉 (sodium) 之化學性質又甚相似。且元素之化學性質，因原子量之增加成週期之變化，諸元素自其化學性質上分為自 0 至Ⅷ之九族。

1815年普宰特 (prout) 發表元素同源之觀念，謂氫原子為萬物之始，一切原子皆由若干氫原子組合而成，蓋一切原子之量，皆為氫原量 (=1) 之倍數也。其後實驗方法進步，發見原子量亦有不為氫原子之倍數者，於是將普氏之說棄諸一隅而無人顧問者累年。惟最近測驗同位素之結果，又謂普氏之學說，與實際甚相接近。

自湯姆遜以真空管試驗氣體之導電現象，與羅梭福以 α 質點 (alpha-particles) 撞擊原子之實驗頒布於世，則原子不可再分之理論頓起動搖，質子電子之學說，遂應運而生。

湯姆遜之原子模型，假定為一球體，陽電平均分佈其上，內置以一定數之陰電子，其電荷等於陽電。此種假定頗與週期律表中所示原子之化性相符合。電子彙集而成環形，甚為穩定，惟環中之電子數恆有一定，若多一電子，則必躍入中心，另成一環。此學說雖盛於一時，但自 1911 年羅梭福之原子模型創立以後，則更可明原子之核，渺乎小矣，非湯姆遜所能逆料者也。

羅梭福所假設之原子，內含一具陽電之極微核，集中原子全部重量。其外圍以電子，所負陰電，適與核中所負陽電中和。原子之定量，由于 α 質點散射作用之觀察。原子核之重，即原子之重，其所具電荷，即定其化學性質。易言之，即核外電子之分佈情形有異，原子之化性亦相殊也。故原子核之電荷，對於原子性質，有莫大之關係，此則不得不借助于同位元素之旁證也。夫一種元素之兩種同位變體 (isotopes) (isotopic varieties) 在化性上毫無區別，其原子之外電子，同式排列，蓋其可見景帶 (visible spectrum) 紫外線景帶與 x 線景帶，皆相同耳，是則原子全部構造，顯以核中電荷為主，電荷相等，原子構造亦必相同。此原子核中所負之電荷，即原子序數也，摩色

勤(Moseley)即依據此原子序數，將昔日門對雷葉夫依據原子量而排列之週期律表，重行整理。

氫之原子序數為一，具一電子(電荷 $-e$ ，質量 m)環繞小核(電荷 $+e$ ，質量 M)， M 約為 $1840m$ ，故原子全部之重，均集于小核，名之曰質子，以 H^+ 之符號表之。

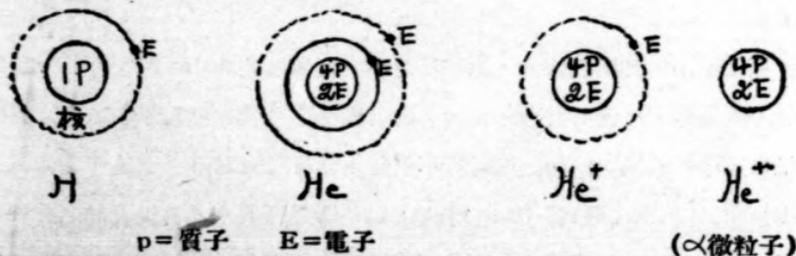
較重之原子，其核由質子與電子組成。假定一元素之原子量為 a ，而原子序數為 n ，則其原子核所含質子之數，必為 a ，核外電子之數，必為 n 。且核中更含 $a-n$ 電子，以使原子呈其中性。故原子核由 a 個質子與 $a-n$ 個電子組成，所負電荷為 ne ，核外諸電子之總電荷為 $-ne$ 。

核外電子之排布，足決定元素之景帶與化性，前已言之。

茲假定原子兩種，其一之核內有 22 質子，12 電子，核外有 10 電子，其另一之核內有 20 質子，10 電子，核外亦為 10 電子，則此兩種原子，必顯相同之景帶，且具同一之化學性質。惟前者之原子量為 22，而後者為 20。此兩種原子，即所謂同位素也。氦之原子量為 20.2，阿斯吞(Aston) 謂此氣由兩種同位素組成，其一之原子量為 20，其另一為 22。

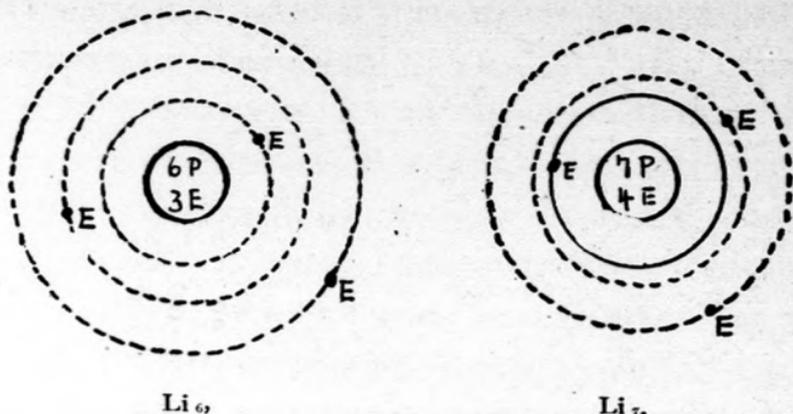
氦原子居氫原子之次位，其原子序數為 2，原子量為 4。故其核中有 4 質子，2 電子，核外運行之電子有 2。當氦原子被離化而失其核外 2 電子，則僅餘氦核， He^{++} ，此即放射質(radioactive substances)中所射出之 α 質點也。

以下諸圖，雖由理論結果所得之幻像，但亦未嘗不能作他山之石焉*



* 錄自 George Birtwistle 著之 The Quantum Theory of the Atom, p. 19.

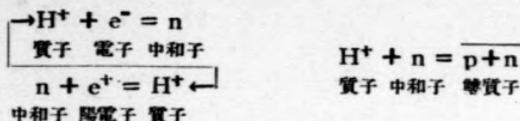
鋰 (Lithium) 之原子量為 6.94，其原子序數則為 3，阿斯吞謂此原子含兩種同位素，其原子量一為 6，另一為 7，稱之曰 Li_6 ， Li_7 。



迨 1900 年德國柏林大學教授潘蘭克(Max Plank)氏之量子學說 (Quantum Theory) 公布以後，對於原子之觀念，又起一巨大革命，夫以原子核說解釋 α 微粒子之散射，同位素之存在，以及放射現象中之種種變化，固頭頭是道，即吾人所幻想之原子模型 (atomic model) 似亦維妙維肖，奈此種假定，未免露其破綻於一朝，蓋電子周行不息，必須放射“能量”(energy)，否則電子非靜止不動，而被吸入核心不可，於是對於昔日之原子模型，又與以當頭棒喝，遂創言電子在核外運行，必有其一定之軌道，即波耳所云之定態 (stationary state) 也，惟當其自較外之軌道越入內軌之時，即放射量子，量子者，能量 $h\gamma$ ($h = 6.55 \times 10^{-27}$ 爾格 (erg) 秒 = 潘氏常數， γ = 頻率) 之成捆者也。

原子雖小，其問題殊大，原子核更小，其問題亦非小。時至今日，科學家無不竭盡精力，運其靈妙之頭腦，動其細微之思索，推論原子核中之組織。惟自核中構成漸次闡明，則時時不免發生無可理喻之事，即英人羅素(Russell) 所云“禽獸之事實” (Brute fact) 焉。雖然吾人亦不當畏此題之玄妙，棄諸一隅而不顧。好學之士，理當探索各家之學說，作一歸納之研究。譬如

原子核中，據今日一般科學家之結論，已可確知質子 (H^+) 與電子 (e) 二者，實係最終之單體。四質子與二電子相併，則成氦核 (He^{++}) 即 α 微粒子也。
 $(4H^+ + 2e = He^{++})$ 。質子與電子相併，能成中和子 (neutron)，中和子復與質子合，則成雙質子。(deuteron)* 兩個雙質子相併，則成 α 微粒子，易言之，即前所言氦核之組成，由於四質子與二電子之相併也。



$$\begin{aligned} \overline{p+n} + \overline{p+n} &= 2H^+ + 2n = 2H^+ + 2(H^+ + e^-) = \\ 2H^+ + 2H^+ + 2e^- &= 4H^+ + 2e^- = He^{++} = \alpha \text{ 質點} \end{aligned}$$

語雖如此簡單，理則殊深繁複，且近年來之科學家，若華爾各 (Harold J. Walke) 蓋謨 (G. Gamow) 蔡達越 (Chadwick) 洛蘭斯 (Lawrence) 李文斯吞 (Livingston) 路易斯 (Lewis) 何森堡 (Heisenberg) 輩，對於原子核之研究，各有不同之主張。雖然，飲水思源，本同而未異，諸家學說之相殊，殆亦異途同歸，復通為一者耶？

第三章 原子核學說之濫觴

原子下之世界，雖若神祕而不可思議，惟自湯姆遜發現負電質點以後，世人乃確知原子之組成，必由正電與負電所成，惟其排列方法如何，則尚未明，蓋其時假設正電成一球體，負電藏之其中，實屬大謬。何也，卡芬狄士實驗室 (Cavendish Laboratory) 中，威爾遜氏 (C. T. R. Wilson) 之雲霧實驗證其若是焉。

茲有一容器焉，內滿以水氣，若潔淨無塵，則水氣雖達飽和程度，亦不致凝結而成水滴，惟器內如有一點塵埃存留，則水氣必藉此塵點為中心，而凝成水滴矣。威氏謂如以 α 質點通過飽和水氣之器中，則通路近傍之氣體悉

* 此係最新物理學名詞，不見于民廿三年公布冊內，以下凡遇名詞之未經國立編譯館編訂者，均自譯之。惟於譯名後加 * 符號。

被游離，故 α 質點之道路，成爲游子細束，遇飽和之水氣，乃以此游子爲核，凝成水滴，則游子束一變而爲水滴束矣，如以適當之攝影方法，將水滴束之徑路攝取之，則 α 質點之徑路亦可得而知矣。*

自 α 質點徑路之照片中觀察結果，知原子所具正電，極爲微渺，且決不成球體，蓋設正電果爲一球體，且有大小與原子等，則 α 質點前進時，必須排開其周圍氣體之原子，如彈丸進入砂中之狀。最初速度大時，作用宜大，其後速度漸小，作用亦小，惟照片中察知 α 質點徑路最初時甚淡薄，其後則反顯明，故知推論不確。再者， α 質點既爲氦原子，八千倍重于電子，則方其與電子衝突之際，必不受屈折，奈照片之中，明見其徑路末端，屈折甚顯，是以原子之中，非具與 α 質點同等質量之強力中心而何？原子內部之電子，決無此力，可斷言也。

原子之中，必具一核，其質量重，其體積微，此不獨以威氏之實驗證之，其後羅梭福等更以陰極線之吸收，與 α 質點之散射諸實驗，益證其說之鞏固，爰述之如下：

第一節 陰極線之吸收

試以高壓之電流通過一真空管，則有光線自陰極射出，速度甚大，依直線而進行，能爲電場或磁場所屈折，且能游離氣體。同時管上現螢光之現象，此 1885 年克魯克斯(S. W. Crooks) 首先發現之事實也。氏當時名之曰物質之第四態 (The fourth state of matter)，及後柯斯坦(Goldstein) 氏定其名爲陰極線 (Cathode ray)，並確信形成此線之具陰電質點，即吾人所云之電子也。

凡陰極線之自陰極射出也，速度並不一致，若穿過一種金屬箔時，則線之強度 (intensity)，往往爲之減小，如將箔之層次逐漸增厚，則光線最終必至不能透過而後已，是謂吸收 (absorption)，研究陰極線吸收現象最早者，

* α 質點徑路之照片，攝取頗非易事。千百張中，僅一二張較爲清晰。片之真相，可參閱諸物理書中。

當推李挪 (Lenard) 氏，氏謂此種現象，由于電子衝擊原子之後，其速度小者，能量全失，不復前進，速度大者，能量失其一部，而仍能前進，直追箔之層次加厚，使衝擊之次數，適足以喪盡其所藏能量，則所有質點均不能穿射物體而過矣。

設 J_0 為陰極線之最初強度，即與陰極線成直角之每一單位面積中每秒所射之電子數。

J 為穿出金屬箔後陰極線之強度。

x 為所用金屬箔之厚。

a 為吸收係數 (Coefficient of absorption)。

則 $J = J_0 e^{-ax} \dots \dots \dots (1)$

吸收係數 a ，隨金屬箔之密度 D ，及陰極線之速度 V 而異，即

$a = f(D, V)$ 其關係可以下表示之，表內 $\frac{v}{C}$ 代表陰極線速度與光速之比值， $\frac{a}{D}$ 代表吸收係數與金屬箔密度之比值。*

$\frac{v}{C}$	$\frac{a}{D}$	$\frac{v}{C}$	$\frac{a}{D}$	$\frac{v}{C}$	$\frac{a}{D}$
.90	6克 ⁻¹ 厘米 ²	.55	1.3×10^2	.15	1.5×10^5
.85	9	.50	2.2	.10	8.0
.80	13	.45	4.0	.08	14
.75	19	.40	7.4	.06	25
.70	29	.35	14	.04	58
.65	49	.30	29	.03	86
.60	83	.25	86	.02	130
.55	130	.20	360	.01	180
		.15	1500		

李氏發現陰極線之吸收現象時，假定原子中包含某種中心力，稱為“動體” (Dynamids)，每一“動體”係由一單獨正電與負電緊密集合而成，其附近，電力甚強，漸遠則漸弱，高速之電子，均能穿過電力較弱之處，惟“動

* 參考 Andrade 之 The Structure of the Atom, p. 15.

體”本身，則雖強度強大之電子，亦不能經過，由此假設，可得以下之數學結論。

設陰極線之速度為 1.2×10^{10} 裡/秒

惟 $C = 3 \times 10^{10}$ 裡/秒

$$\text{則 } \frac{v}{C} = .40$$

而表中所列 $\frac{a}{D} = 7.4 \times 10^2 = 740$

在正則狀態 (N. T. P.) 時，空氣之密度為 .00129 克/裡³。

$$\text{則 } a = 740 \times .00129 = .95$$

在正則狀態時，每一立方裡中之空氣分子總橫剖面，計 18000 裡²。

故當陰極線之速度為 1.2×10^{10} 裡/秒時，吸收體橫剖面之有效者，僅當空氣分子橫剖面 $\frac{.95}{18000}$ 即 $\frac{1}{20000}$ 左右。

如陰極線之速度愈速，則此數愈小。

$$\text{再自表中取 } \frac{v}{C} = 0.9, \frac{a}{D} = 6.$$

D 即空氣之密度 (N. T. P.) = .00129,

$$a = 6 \times .00129 = .0078.$$

$$\frac{\text{“動體”之橫剖面}}{\text{原子之橫剖面}} = \frac{.0078}{18000} = 43 \times 10^{-8}.$$

李拂氏假定“動體”全部分佈於原子。其後羅梭福另創原子新論，謂原子之中，皆有一核，雖有速度極大之陰極線，亦不能穿過此核，其大小程度，亦可以上法算之。取氮分子之直徑為 3×10^{-8} 裡，氮占空氣五分之四，故空氣分子之平均直徑亦約 10^{-8} ，核之直徑 7×10^{-4} 倍於此，即 2×10^{-11} 裡左右。同時羅氏更探得氫原子之直徑，約為 5×10^{-13} 裡。然此皆非絕對準確之值，不過告我人以核之大小程度，可作如是想像已耳。*

第二節 α 質點之散射

當放射質射出 α 質點之時，其速度往往可以測知，若鐳 (Radium) 變鐳射氣 (Radium emanation, niton) 時，放出 α 質點之初速度為每秒 1.61×10^9

* 參考 Andrade 之 The Structure of the Atom, pp. 16-17.

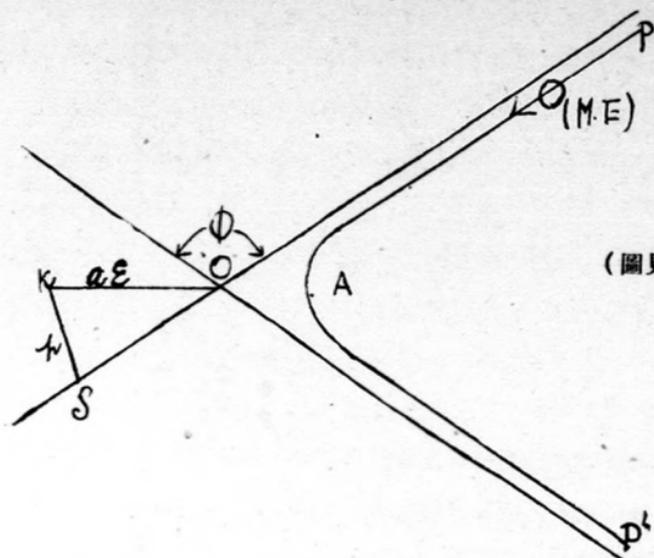
種，丙種鐳(RaC)放射之 α 質點其初速度為每秒 2.06×10^9 哩。測知之法，可用一塗有硫化鋅之磷光板，置於 α 質點之徑路中，當 α 質點衝擊此板時，即能發生閃爍現象(Scintillation)且每一 α 質點，僅生一閃爍，由此可計一定時間內，有若干 α 質點射擊於一定面積之磷光板上。 α 質點經過真空時，對於板上所生之閃爍，常可得一四周界限明顯之一點，惟當其經過空氣或金屬箔時，則往往因擴散之作用，而致板上不能得界限明確之一點矣，是謂之散射(Scattering)，散射有二，一曰單散射(Single-scattering)，二曰複散射(Multiple-scattering)，複散射，由數種單散射合成，茲不贅。僅述單散射，羅梭福氏即以此測定原子核之大小。

於單散射中， α 質點非盡能穿過金屬箔，而成一定角度之折射，蓋時或因反撥角度過大而仍沿原來之投入方向而回射者，此可自閃爍現象中測知。吉加(H. Geiger)與馬斯頓(Marsden)諸氏，在實驗室中，對此問題煞費工夫，乃獲得結論，謂沿 α 質點投入之方向所散射角度大至三十度時，質點之多寡，幾與金屬箔之厚度成正比， α 質點對於金箔散射之結果，列如下表。*

所用金箔之數	空氣當量 (=T)	在一定方向之內錄數 (=N)	$\frac{N}{T}$
1	.11	21.9	200
2	.22	48.4	175
5	.51	84.3	165
8	.81	121.5	150
9	.90	145.	160

若散射之角度甚小，則其分配情形，可依或然率律(Probability-Law)推算而得。

* 表見 Andrade, p. 19.



(圖見 Andrade, p. 21.)

欲解釋此種散射現象，則可假定原子中具正電之小核與 α 質點相拒斥，而致 α 質點之徑路，屈折成雙曲線 (hyperbola)，此由庫侖逆平方定律推知者也，設K為小核，具正電Ze， α 質點之質量為M，具正電E，沿PO之速度為V，PO為未反撥時之漸近線，P'O為反撥後之漸近線，P為反撥之角度，p為KS之長，a為半橫軸 (semi-transverse axis)，則依據幾何定理，雙曲線之偏心率 (eccentricity)， $\epsilon = \csc \frac{1}{2} p$ 。

$$P = a \epsilon \cos \frac{1}{2} p = a \cot \frac{1}{2} \phi$$

α 質點向K發射至A處，而不再直進，設其時與K相距b，則b即為雙曲線之橫軸，而 $a = \frac{1}{2} b$ 。

$$\text{故 } p = a \cot \frac{1}{2} \phi = \frac{1}{2} b \cot \frac{1}{2} \phi \dots \dots \dots (2)$$

$$\text{又此時之動能等於位能，則 } \frac{1}{2} m v^2 = \frac{Z e E}{b} \dots \dots \dots (3)$$

$$\text{自 (2) 式， } b = \frac{2p}{\cot \frac{1}{2} \phi}$$

以此代入 (3) 式，得 $p = \frac{EZe}{mv^2} \cot \frac{1}{2} \phi$ (4)

將 (4) 式微分之 $dp = \frac{EZe}{mv^2} \left(\frac{1}{2} \csc^2 \frac{1}{2} \phi \right) d\phi$ (5)

茲設 n 為每單位體積之原子數， t 為金屬箔之厚度，則每一原子核所佔金屬箔面之平均面積為 $\frac{1}{nt}$ ，依據或然率律， α 質點自 p_1 射至 p_2 時，所能占得之機會當為 $q = \pi (p_1^2 - p_2^2) nt$.

當 $\pi (p_1^2 - p_2^2)$ 為所增之些微面積時則可用 $2\pi p dp$ 表之

同時 $dq = 2\pi p dp nt$ (6)

自 (3) 式， $\frac{b}{2} = \frac{ZeE}{mv^2}$

將 $p = \frac{b}{2} \cot \frac{1}{2} \phi$ 及 $dp = \frac{b}{2} \left(\frac{1}{2} \csc^2 \frac{1}{2} \phi \right) d\phi$ 代入 (6) 式，

得 $bq = \frac{\pi}{4} nt b^2 \cot \frac{1}{2} \phi \csc^2 \frac{1}{2} \phi d\phi$

$$q = \frac{\pi}{4} nt b^2 \int_{\phi_2}^{\phi_1} \cot \frac{1}{2} \phi \csc^2 \frac{1}{2} \phi d\phi = \frac{\pi}{4} nt b^2 \left(\cot^2 \frac{1}{2} \phi_1 - \cot^2 \frac{1}{2} \phi_2 \right)$$
 (7)

右圖 A 表金屬箔， r 為弧形磷光板 pp^1

距 A 之長，則自 ϕ_1 至 ϕ_2 所掃于 pp^1 之面積為 $2\pi r^2 (\cos \phi_1 - \cos \phi_2) = 4\pi r^2 (\cot^2 \frac{1}{2} \phi_2 - \cot^2 \frac{1}{2} \phi_1) \sin^2 \frac{1}{2} \phi_1 \sin^2 \frac{1}{2} \phi_2$ 。

設 $Q =$ 射入金屬箔之 α 質點總數。

$y =$ 每平方厘米面積內所有之 α 質點數。

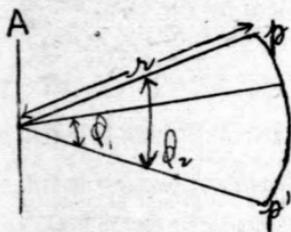
則 $\frac{Q}{y} = 4\pi r^2 (\cot^2 \frac{1}{2} \phi_1 - \cot^2 \frac{1}{2} \phi_2) \sin^2 \frac{1}{2} \phi_1 \sin^2 \frac{1}{2} \phi_2$

$= 4\pi r^2 \frac{4}{\pi nt b^2} \sin^2 \frac{1}{2} \phi_1 \sin^2 \frac{1}{2} \phi_2$

$y = \frac{Qnt b^2}{16r^2 \sin^2 \frac{1}{2} \phi_1 \sin^2 \frac{1}{2} \phi_2}$

當面積甚小時， ϕ_1 幾與 ϕ_2 等，故以 $\phi_1 = \phi_2 = \phi$

$y = \frac{Qnt b^2}{16r^2 \sin^4 \frac{1}{2} \phi} = \frac{Qnt b^2 \csc^4 \frac{1}{2} \phi}{16r^2}$ (8)



由此所得之結論，為與金屬箔相距 n 之磷光板上每單位面積之 α 質點數，當與

(1) $\csc^4 \frac{1}{2}$ 中成正比。

(2) 金屬箔之厚度成正比，（假定厚度甚小， α 質點反撥甚大之角度後，第二次衝擊之機會甚少。）

(3) Ze 之平方為正比。

(4) $(Mv^2)^2$ 為反比，若 M 為常數，則與 v^4 為反比。

吉加與馬斯頓諸人實驗之結果，證明原子量較高之元素，與上述條件悉相符合，以是得知原子核為全部原子之正電集中所在之假定，益無疑焉*1。

正電既皆集中於小核，則核之大小，亦可計之，當 α 質點自兩種鏷 (Ra

C) 放射而出，其速度每秒約為 2.06×10^9 裡，則自 (3) 式 $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{ZeE}{b}$ 。

$$m = \frac{4}{6.06 \times 10^{23}} \quad v = 2.06 \times 10^9,$$

$$Ze = 79e, \quad E = 2e, \quad e = 4.77 \times 10^{-10} \text{ e. s. u.}$$

$$\text{則 } \frac{1}{2} \frac{4}{6.06 \times 10^{23}} (2.06 \times 10^9)^2 = \frac{79 \times 2 \times (4.77 \times 10^{-10})^2}{b}.$$

$$b = 3 \times 10^{-12} \text{ 裡}^{*2}$$

當 α 質點射向原子核至相距 b 時，即不復直進，此 b 即原子核之直徑也，自此所得之值，雖不能與陰極線吸收實驗所得之結果完全相合，惟相差亦終匪遙，總之，我人對於原子核之小，概亦可以“作如是觀”矣。

第四章 原子核組織之內函

第一節 原子核之電荷 (charge)

吾人對於原子核，可姑作如此想像，即核之位置，在原子中央，具有陽電，容積極微小，質量幾等於原子之全部，蓋原子為正電與負電合成，惟電子之重量甚輕，較之原子總重，儘可忽而不計，由此可知原子之重，均集中於具正電之小核也。

*1 參考 Andrade, pp. 20-23.

*2 見 Andrade, p. 26.

欲窺原子核之詳情，非先明其輪廓不可，茲先論核之電荷(charge)，斯乃原子構造上之根本問題，如得解決，則原子核周圍之電子數可明，而原子核之電荷亦明，因原子為中性，原子核所有之陽電，必與其周圍電子總數之全陰電相等也。爰將其重要結果，述之如下：

(甲)由 β 線之偏向所得之計算結果

β 質點具有陰電，遇原子中之電子，必被拒斥，茲設有 β 質點與金屬箔相衝突，則箔中原子之陰電子，必反撥其徑路，而使之屈折，此受第一次衝突之 β 質點進行若干距離以後，復生第二次衝突，如是經第三第四若干次衝突後，出於箔外，離箔後所取方向，殊難預測，惟一 β 質點之進路雖不可知，而多數 β 質點向同一方向進行時，其全體之最後進路，必有一定，自數學之推論，衝突數愈多，則進路之偏向愈大，故將通過一定厚度之金屬箔後 β 質點之進路實測之 β 則其通過于箔內時所生衝突次數可計，而箔之物質一立方厘米中所有電子數亦可求出，於是一立方厘米中所有原子數，各原子中之電子數，以及原子核之電荷皆可知之。由此推算之結果，氫核之電荷為1，其他元素原子核之電荷，小於其原子量。

(乙)自x射線散射所得之計算結果

陰極線之性質，前已述之，當陰極線射至靶(target)上，即反射成x射線，又稱倫琴射線(Röntgen rays)，以其在1895年時為倫琴所發見者也。

如認x線為一種電磁波則當其遇一物質時該物質原子中之電子吸收此電磁波之一部，而自身散出新電磁波于四方，是謂x射線之散射，此新送出散射x線之強度，與散射源之電子數成正比例，將射入x線與散射x線，比較其強度，則物質中之電子數及原子核之電荷可知，據巴克勒(Barkla)氏實驗之結果，得氫核電荷為一，而他元素之原子核電荷約等於原子量之半。

(丙)由 α 質點之偏向所得結果

此法與(甲)原理相同，所異者惟 β 質點具陰電，與電子相拒， α 質點則具陽電，與原子核相拒斥耳。據羅梭福研究之結果，謂氫核電荷一，他元素

原子核電荷的當原子量二分之一，與(乙)法所得結果相符。

今自(8)式而言，

$$y = \frac{Qnt b^2 \csc^4 \frac{1}{2} \phi}{16r^2} = \frac{Q \left(\frac{Ze}{mv^2} \right)^2 nt \csc^4 \frac{1}{2} \phi}{4r^2}$$

若 y, Q, nt, e, E, m , 諸值均為已知，則 Z 可以求得。 Z 既知之，則核之電荷可明，蓋核所具電荷，為 Z 之 e 倍也。蔡達越 (Chadwick) 於 1920 年時，嘗以鉑銀銅三種金屬作散射實驗，以求 Z 之值，其結果順次為 77.4, 46.3, 29.3, 若以氫為一，順次依週期表下推則鉑適為 78，銀為 47，銅為 29。可知原子中所含正電之淨數 (net number)，適等於原子序數 (atomic number) 也。

(丁) 原子序數與原子核之電荷

吾人研究原子之問題，可從原子之特有現象著乎，夫原子之特有現象，厥惟光譜 (spectrum) 與標識 x 射線 (Characteristic X-ray)。1913 年英國物理學家摩色勒 (Moseley) 即以結晶體分析 x 射線光譜之法，測定各種元素標識 x 射線之波長，因而推斷 Z 與原子序數之關係。蓋元素之原子量，漸次增加，其波長隨之減短。氏嘗以下式表標識 x 射線之頻率 (frequency) 與原子序數之相關：

$$\sqrt{\gamma} = a(N-b)$$

式中 γ 表頻率， N 表原子序數， a 與 b 為兩常數，隨標識 x 射線種類之不同而異。惟自波耳 (Bohr) 之理論，頻率 ν 與 Z 之關係為

$$\gamma = Z^2 \frac{2\pi^2 me^4}{h^3} \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \right)^{*1}$$

$$\text{故 } \sqrt{\gamma} \propto Z.$$

據羅梭福，巴克勒諸氏之實驗，與摩色勒之理論恰相同。茲將 K_{α} 線及 K_{β} 線之波長與原子序數之關係，示於下表。^{*2}

*1 此式之導出 (derivation) 見 Richtmyer, p. 370

*2 表見 Richtmyer, p. 555.

元 素	波長(以埃斯特稜(Angström)爲單位)		原 子 量	原 子 序 數
	K_{α}	K_{β}		
Al	8.364	7.912	26.96	13
Si	7.142	6.729	28.06	14
Cl	4.750	35.46	17
K	3.759	3.463	39.09	19
Ca	3.368	3.094	40.07	20
Fe	2.758	2.524	47.9	22
V	2.519	2.297	50.96	23
Cr	2.301	2.093	52.01	24
Mn	2.111	1.818	54.93	25
.....

標識 x 射線因元素之不同而異，則支配此射線之物，必爲元素所固有。夫元素之固有物，不外乎原子量，原子容積，及核內之電荷種種。惟根據摩色勒定律，標識 x 射線爲原子序數之整數所支配，故種種固有物中，惟具有整數性質者，可爲標識 x 射線之源。然具整數性質之量，非原子量，又非原子容積，而僅爲原子核之電荷。是則原子核之電荷，殆即原子之序數歟？

由是可知，發生標識 x 射線之元素，其原子核電荷雖爲定數。然元素中若氫氦等皆不能應用上法，故不得不用外推(extrapolation)或內推(interpolation)之法，以論某範圍內如爲真確，則其中間或外部亦可認爲正確矣。由此推論，一切元素，不得不適于摩氏之律也。摩氏之論，與羅梭福，巴克勒，蔡達越諸氏實驗之結果，恰相符同。故吾人可斷然下一定語曰，原子核之電荷(Ze)即爲原子序數(N)也。

第二節 原子核之成分 (Composition)

原子核之電荷，既明之矣，則請更進而探討核中之成分，究屬何如？研究之工具，厥惟放射元素(radioactive element)之自然蛻變與夫原子之人工分裂兩道，據此而得之結果，知核之成分，不外質子(H^+) α 質點(He^{++})與

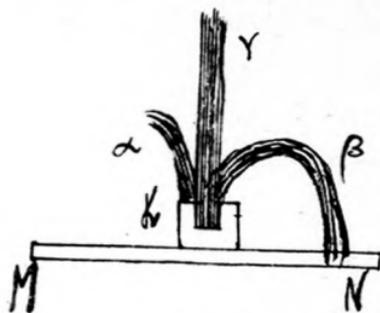
電子 (e) 三者而已。爰詳述如下：

(甲) 放射質之自然蛻變

近代物理學之所以能一日千里者，放射現象之發現，實大有賴焉，先是 1896 年時，法國科學家柏克勒爾首於鈾 (uranium) 之元素發現放射現象。其後居禮夫婦 (Mr. and Mrs. Curie)，就學柏氏之門，乃青出於藍，竟探知含鈾之瀝青礦，其放射性遠勝純鈾，於是推論礦中必含較純鈾放射性更強之物，即鐳 (radium)是也。自茲以往，放射現象之探索，日益進步，直迨 1920 年頃，放射元素之發現者，已達四十餘種之多，惟元素既已放射，即能蛻變而為他種元素，何為其然也，則雖當時之科學家，亦袖手而莫能對遲遲十餘年，羅梭福及蘇臺 (Soddy) 之原子崩裂說公諸于世，遂獲一線之光明焉。

詳察放射元素所發之放射線，不外三種，即 α ， β ， γ ，是也，斯三者

可以磁石使之分離，即如右圖所示。



置鐳礦於小器 K 中，更置強磁石之北極，于此器前方，則器中所發放射線之一部彎曲，而他部直進，其偏向極右者曰 β 線，稍曲向左者曰 α 線，不曲而直進者曰 γ 線。 γ 線不能單獨發射，常隨 α 及 β 線同出， α 線成於具陰電之質點， β 線成於具陰電之質點。依據羅梭福諸人之實驗，原子中之正電，均集中於小核，且當 α 質點自一種元素發射時，其速度皆有一定，則 α 質點必自核中發出無疑，但 β 質點則不然，當其射出之時，速度參差不齊，則 β 質點豈其不與 α 質點同出一源乎？曰否，蓋自同位元素 (isotopes) 發現以來，不得不謂核內亦具負電，苟非如是，同位元素當無從解釋。

茲就放射元素之蛻變，與其在週期表中遷動之結果而研究之。蓋放射元素均可依其化學及電化學之種種性質，定其在週期表中之位置，其情形詳於下表：

茲就放射元素之蛻變，與其在週期表中遷動之結果而研究之。蓋放射元素均可依其化學及電化學之種種性質，定其在週期表中之位置，其情形詳於下表：

放射元素之分類^{*1}

族 原子量	0	I	II	III	IV	V	VI	VII
206					Radio 錒			
210				Ra C ₂	Ra D	Ra E	Ra F	
214					Ra B ₂	Ra C ₁	Ra C ₁	
218	Ae E _m						Ra A	
222	Ra E _m		Ae X					
226			Ra	Ae	Ra Ae			
230					Io	Y	PA	
234					UX ₁	UX ₂	U ₂	
238							U ₁	

表中凡放射元素— α 質點，蛻變而為他種新元素，此元素在週期表中適移動二位，減少二正原子價，及聯放二 β 質點，所成新元素，增加二正原子價。其位置適與原者相同(如 U_1, U_2)，僅減少四單位之原子量已耳，此即蘇臺氏(Soddy)所謂同位元素也。當 β 質點放射之時，以其重量可以勿計，故結果原子量相同，位置如異，(如 UX_1, UX_2, U_2)，此即司提華(Stewart)氏所謂同重元素(isobares)也。^{*2}自阿斯吞(Aston)以正極線分析元素，知各種元素均有同位體，非僅具放射性者然耳。夫核內之正電，必賴負電使之連貫，蓋非若此，則 β 質點無從射出，同位元素豈能存在？矧平常核外失去一負電，或一離子，仍不失其為原子之性質，能失其原子性質者，厥惟核中之電荷。雖然 β 質點亦非皆射自核中，蓋依據哈氏(Hahn)及明挪^{*3}(Meitner)氏等實驗之結果，知鐳與釷(Thorium)均能放射 α 與 β 質點，而所蛻變之物，僅有放射 α 質點者，而無放射 β 質點者，依理鐳失去一電子，必為同位元

^{*1} 此表係參考三表而製成，見 J. A. Crowther 原著之 Ions, Electrons, and Ionizing Radiations, p. 273, TABLE X, p. 274, TABLE XI, p. 277, TABLE XII.

^{*2} 參閱 Aston Isotopes, p. 12.

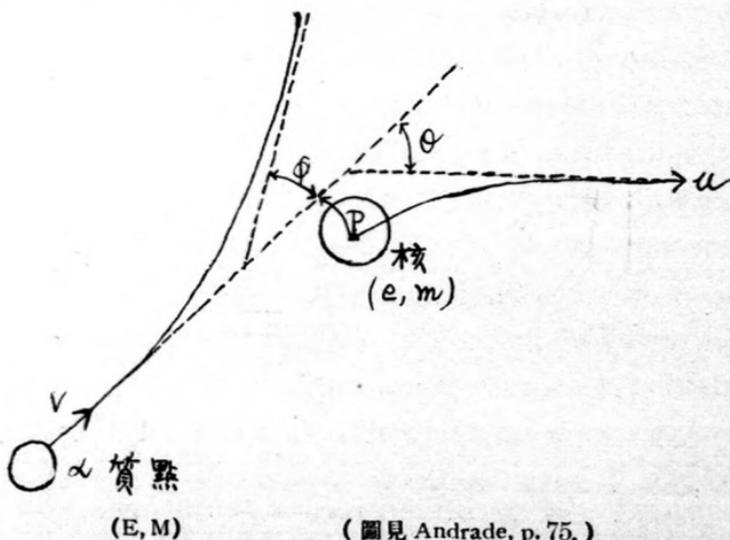
^{*3} 著見 Aston Isotopes, p. 8.

素錒 (Actinium)，惟事與願違，放 β 質點，非盡出于核中，核外電子，時亦能發射焉。總之，自觀察放射元素蛻變之結果，吾人概知核內必具 α 與 β 質點換言之原子核中之成分，必具氦核 (He^{++}) 與電子 (e) 也。

(乙) 原子之人工分裂 (Artificial disintegration)

觀於放射之種種現象，可以推測原子之中，必含蓄多量之能，尤以核中為最，賴姆珊 (Ramsay) 氏，於 1907 年時，即思以人工分裂原子，使一般不能放射之元素，亦得為所破壞。但所用元素，殊難純粹，致其結果不能為世所公認。1919 年至 1922 年間，羅梭福 乃以 α 質點衝擊數種元素之原子，得電子與質子 (proton, H^+) 自其中射出。質子為 1920 年時，羅梭福 於英國卡迪夫集會 (Cardiff meeting) 中所命名。質子電荷，與電子之電荷，其量相等，其號相異。質子之質量，等於氫原子之重，即 1.66×10^{-24} 克，在氧標度 (oxygen scale) 中，則為 1.0077。

夫原子之能崩離而為電子與質子，顯因正電之 α 質點，與原子核中之質子相拒斥之故，此種想像，可以下圖示之。



(圖見 Andrade, p. 75.)

設 α 質點之質量為 M ，其電荷為 E ，被擊之核，質量為 m ，電荷為 e ， α 質點之初速度為 v ，衝擊以後，核之速度為 u ，更假定衝擊以後， α 質部之速度，與其原來之向成中角，核之速度，與此成 θ 角，則

$$\left. \begin{aligned} u &= 2v \frac{M}{M+m} \cos \theta \\ \tan \phi &= \frac{m \sin 2\theta}{M-m \cos 2\theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)^{*1}$$

茲就氫而論， $m = \frac{M}{4}$ ， $e = \frac{E}{2}$ 故 $u_H = 1.6v \cos \theta$ ，惟在實驗時，恆以

“射程”(range)代速度，而射程與速度之立方成正比，以是

$$\frac{H^+ \text{之射程}}{\alpha^{++} \text{之射程}} = \frac{u^3}{v^3} = \frac{1.6^3 v^3 \cos^3 \theta}{v^3} = (1.6 \cos \theta)^3.$$

$\cos \theta$ 之最大值為1，故 $(1.6 \cos \theta)^3$ 之最大值为 $1.6^3 = 4.096$ ，當羅梭福以 α 質點衝擊氮時，發現質子之程，竟達四十厘米^{*2}，此即吾人所謂之長程質點(long range particle)是也。此種長程質點，假若由以所用物質含有少量之氫，則其“射程”應為29厘米，自此亦足以明 α 質點衝擊氮之時，質子出於氮之核心，茲將各種元素所發長程質子之數目及射程，集於下表。^{*3}

元 素	原子序數	質量數 (mass numbers)	每分鐘每 廷之質子 數	質子在空中之最大 射程(以厘米計)		
				前向者	成直角者	後向者
鋰 (Li)	3	7,6	—	—	—	—
鈹 (Be)	4	9	—	—	—	—
硼 (B)	5	11,10	>.15	58	—	38
碳 (C)	6	12	—	—	—	—
氮 (N)	7	14	.7	40	—	18
氧 (O)	8	16	—	—	—	—
氟 (F)	9	19	.4	56	—	48
氖 (Ne)	10	20,22	—	—	16	—
鈉 (Na)	11	23	.2	58	—	36
鎂 (Mg)	12	24,25,26	—	—	約25	—
鋁 (Al)	13	27	1.1	90	—	67
矽 (Si)	14	28,29,30	—	—	約25	—
磷 (P)	15	31	.7	65	—	49
硫 (S)	16	32	—	—	約28	—
氯 (Cl)	17	35,37	—	—	約30	—
氬 (A)	18	40,36	—	—	約23	—
鉀 (K)	19	39,41	—	—	約23	—

*1 見 Andrade, p. 76.

*2 見 Andrade, p. 95.

*3 表見 Andrade, p. 97.

表中所當注意者有二事 (1) 各種元素，非皆能發放質子，且凡質量數之能以四除盡者，幾皆不能發放質子。(2) 質子之程，向前者皆較大於向後者，此種現象，對於原子核構造之問題，殊關重要。

羅梭福以 α 質點分裂原子之結果，知原子序數之為偶者，有特殊之穩定 (stable)，在此種原子核中，多不能發射質子(如碳，氧等)。或僅少數之質子，發射極短之射程(如氮，氫等)。總之，原子序數之奇偶，顯有不同之性質。阿斯吞從其分析同位元素之結果，得明原子序數之為奇值者，其同位元素至多有二，原子序數之為偶值者，則常有甚多之同位素。且自元素之穩定彙集 (stable assemblages) 所推論之結果，與此亦復相符。

第三節 明挪氏 (Meitner) 之放射原子核型及其穩定之推斷

物理學家欲解釋種種理論，不得不時有所假設。茲以 Z 表原子序數， p 表原子質量，則 $Z \leq \frac{1}{2}p$ ；且當 p 增大時， $\frac{1}{2}p - Z$ 常隨之而增，惟 p 非為單值函數，如在同重異位體中， p 相同而 Z 各殊，故如以 p 為橫標 (X -axis) $\frac{1}{2}p - Z$ 為縱標 (Y -axis)，則除數點外，不能得一直線。當 p 之值小於 22 時， p 常等於 $2Z$ ，或 $p-1=2Z$ 。足見核中之電子數，如超過 $\frac{1}{2}p$ 時，結果可使 p 之值漸次增加。茲再假定核中之 He^{++} 有 a ，且已知 $4\text{H}^+ + 2e = \text{He}^{++}$ ，而以 p 表未能合成 He^{++} 之 H^+ 數 (其值祇可為 1, 2, 或 3, 至 4 時則成 He^{++})，以 e 表所留之電子數，則*

$$Z = 2a + p - e \dots \dots \dots (10)$$

$$P = 4a + p \dots \dots \dots (11)$$

自 (10) (11) 兩式中消去 a ，則

$$e = \frac{2(P-p)}{4} + p - Z \dots \dots \dots (12)$$

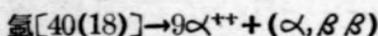
多數之元素，當 p 為偶數時， Z 常為偶數。反之， p 為奇數時， Z 亦為奇數。(12) 式中 $(P-p)/4$ 為一整數，首項 $2(P-p)/4$ 常為偶數， p, Z 之值，或奇或偶， $p-Z$ 常為偶數，偶數加偶數，仍為偶數。故 e 之值，常為偶

* 參閱 Andrade, p. 116.

數，易言之，核內電子常有成偶結合之傾向也。

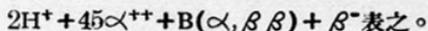
更就放射現象而論，當放射元素經 β 之蛻變也，聯放二 β 質點，且初次蛻變之物，其半期(half period)較二次蛻變之物為久。是以電子確有成偶結合之傾向。當其放射一電子時，核內電子成為單數，較不穩定。故其半期之短。甚於偶者。明挪氏明察秋毫，顧念及此，乃假定凡放射元素核內，僅含 $\frac{1}{2}Z$ 個 α 質點，其他 $(a - \frac{1}{2}Z)$ 與 $2(a - \frac{1}{2}Z)$ 之電子相中和。若核內有質子 p 個，則必有 p 個電子與之中和。或曰，核內之淨電數，全由 $\frac{1}{2}Z$ 之 α 質點決定之。此處所假定之 Z ，固為偶數，若其為奇數時，則外間必另有一電子。今以 a' 表已中和之 α 質點數，原子之質量愈重， a' 亦愈衆，愈輕則愈稀，甚或無之。故較輕之元素中，其原子量之半值，即等於原子序數也。由此假設，可推斷放射元素，發射 α 質點時，在 a' 族中 $(\alpha^+ \beta^- \beta^-)$ 未至不穩定前，可以繼續發射 α 質點，如 $U_2 \xrightarrow{\alpha} I_0 \xrightarrow{\alpha} Ra \xrightarrow{\alpha} Rn \xrightarrow{\alpha} RaA \xrightarrow{\alpha} RaB$ ，當 a' 族中漸次分裂，則發射 α 質點以後，所餘二電子不能穩定，乃繼續發射 β 質點，蛻變而為他種元素，如 $RaB \xrightarrow{\beta} RaC_1 \xrightarrow{\beta} RaC'$ 即 $(\alpha^+ \beta^- \beta^-) \xrightarrow{\alpha^{++}} (\beta^- \beta^-) \xrightarrow{\beta^-} (\beta^-) \xrightarrow{\beta^-}$ 蛻成他種元素。或核中一電子先行發射，其次放射 β 質點而剩 α^{++} ，或先射 α 質點而留 β ，如 $(\alpha^{++} \beta^- \beta^-) \xrightarrow{\beta^-} (\alpha^{++} \beta^-) \xrightarrow{\alpha^{++}} (\beta^-) \xrightarrow{\beta^-} (\alpha^{++}) \xrightarrow{\alpha^{++}}$ 蛻成他種元素。

明挪氏所假設之原子核型，因能解釋一般之放射元素矣，惟對於不能放射之元素，又將何如。曰，其組織亦應如是。試一觀原子質量與原子性質之表中，*其原子質量在三十六以下者，幾皆兩倍於其原子序數，故核之構成，可僅視其為氦核也。但原子質量在三十六上者，其原子質量不能為原子序數之兩倍。如氫之原子質量為40，原子序數為18，依理應含 $10\alpha^{++}$ 質點，結果核中電荷為20，但其原子序數今祇18，則必有二電子與之中和。即 α^{++} 僅有 $\frac{1}{2}Z$ ，其他一部 $(a - \frac{1}{2}Z)$ 與 $2(a - \frac{1}{2}Z)$ 電子相中和，如下式



* 詳見 Anirade, p. 142. 茲不錄。

依此類推， $\text{Ms Th}_2 [228(89)] \rightarrow 45\alpha^{++} + 12(\alpha\beta\beta) + \beta^-$ 一電子不屬中和族，故此類元素，常不穩定，證以其半期之短，可信為然。又 UX_2 可以



β^- 質點因受甚多 α^{++} 與 $(\alpha, \beta\beta)$ 之阻隔，不得與 H^+ 中和。此未能與 H^+ 中和之電子，即使此類元素不能穩定。其半期不過 1.15 分而已。諸如此類，無庸多述。爰列表于下，以示明挪氏之假說，及其穩定之推斷：*

類 別	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
原 子 量	4n	4n	4n+1	4+1n	4n+2	4n+2	4n+3	4n+3
核中淨電數	偶	奇	偶	奇	偶	奇	偶	奇
H^+ 質子數	0	0	1	1	2	2	3	3
β^- 電子數	0	1	1	0	0	0	1	0
穩 定 推 斷	穩定	不穩定	不穩定	穩定	穩定	不穩定	不穩定	穩定

非特此也，明挪氏之假定，益足助吾人以解釋同位元素之現象。由實驗所得，同位異重體多於同重異位體，蓋如以 $(\text{H}^+ \beta^-)$ 或 $(\alpha, \beta\beta)$ 加入核內，原子質量增加而電荷不變。故同位異重體可以甚多。若使原子之質量不變，加減電子而增削電荷。則增一電子，元素將由穩定彙集第一類中，遷至第二類，或由第四類而變為第三類，順逆相推，均無不可，而此種遷動，即由穩定而變為不穩定矣。由穩定而變為不穩定，則又何怪乎宇宙之中，殊少同重異位體耶？凡此種種，實德人所謂數理之遊戲 (arithmetische spielereien)，誠耐人尋味者也。

第四節 質子質量之緊束效應 (Packing Effect)

原子核中，質子與電子緊合之後，即成中子，容於下章詳論之。茲先一述質子質量之緊束效應焉。

當質子單獨存在時，其質量應為 1.0077，惟當其存在於核中之時，質量

* 表見 Andrade, p. 151.

常為 1.000 土 .001，其所失之重，由於質子之緊束(close packing)，或稱質量缺漏(mass defect)。蓋質子電子之質量，均可假定為電磁質量 (electromagnetic mass)，根據電磁學說，電磁質量不僅因其所具之電荷而變，且亦因電荷分配之情形而異。如有電荷 e ，在以 a 為半徑之球體上，其電磁質量應為 $\frac{2}{3} \frac{e^2}{a}$ 。再者，電磁質量常因系(system)中之容量(capacity)而易。如以二相反電荷，置於一系中，使之互相接近，則其所有之重，不等於二者各別相加之總重。質子存於核中，其質量不為 1.0077，所失之重，由於緊束之效應，可視盡化為能。緊束效應之最簡者，莫如氦核。氦核為四個質子與二個電子相合而成，依各質子質量相加之和，氦核應重 4.0308。然因其與電子緊束之結果，質量失去百分之 0.76，故總重僅為 4.000 矣。氦核為建造各種原子核之基本單位，其結合十分穩固，此由實驗理論所得之共同結果也。

依愛因斯坦(Einstein)之理論，質量(m)與能量(E)之關係應為： $m = \frac{E}{C^2}$ ， C 為光速。

若一系中，失去能量，則必失去質量，反之亦然。故四個質子併合而成氦核時，其所失之能量當為

$$E = .0308 \times 9 \times 10^{20} = .28 \times 10^{20} \text{ 爾格} = 7 \times 10^{11} \text{ 卡}^*$$

可知每一分子氦(4 克)，放出 7×10^{11} 卡之熱量。明言之，吾人如欲分解一克氦核為質子，非加入 1.75×10^{11} 卡之熱能不可。實驗室內，雖任何化學變化，亦不能發此極大之熱量，譬諸碳氧兩物併合而成一克之二氧化碳時，亦不過放出 1.6×10^3 卡。以是可推測氦核結合之穩固矣。

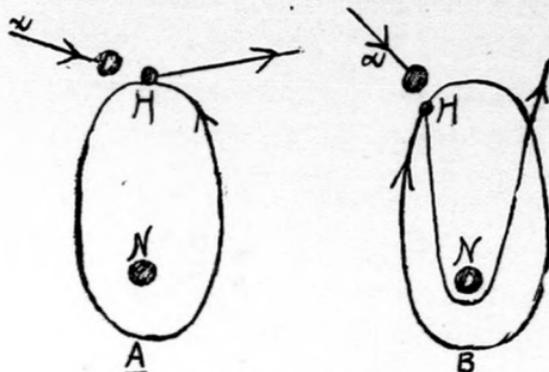
第五章 原子核中世界

原子核之複雜觀念，於前數章中，已略開端倪，茲當更進而窺探核內之構造焉。夫質子與 α 質點之在核中也，果是否若磚瓦然，而電子掛列其間，一若灰泥之狀哉？據羅梭福最初之想像，以為電子居於正方形中部，八角即為 α 質點所佔，但無事實根據未免令人難信。嗣後由種種實驗之結果，乃推

* 參閱 Andrade, p. 160.

測核之構造，決非靜止不動，而必依一定之規則，運行不已者也。

當 α 質點撞擊原子之際，時有質子自核內射出，由此射出之質子，其方向前後均有，且前向常多於後向，此點早已言及。羅梭福與蔡達越諸氏有鑒



質子自核中射出

(A)前向者。 (B)後向者。

于斯，乃假定質子繞一中心運行，如圖*¹

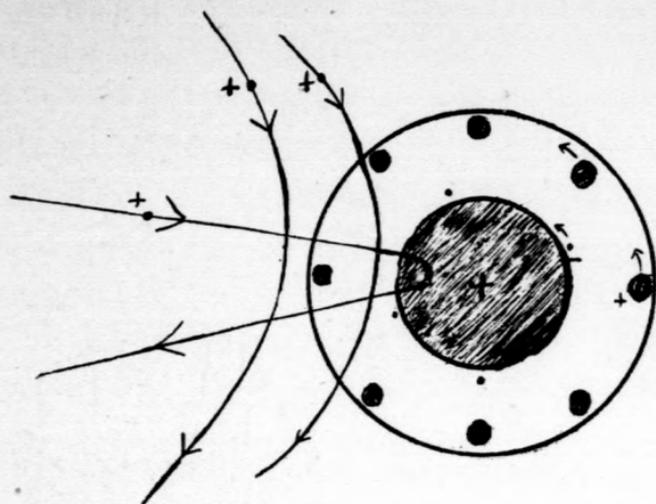
當質子繞至一地位，如(A)所示，則 α 質點衝擊以後，質子向前面射出，若質子繞至另一地位如(B)所示，質子被衝入中心，再由中心之吸力彎折而回，故結果質子自後衝出。

除羅氏與蔡氏之人工分裂原子實驗外，更有彼拉(Bieler)氏等之實驗報告焉。彼拉氏以 α 質點研究鋁箔之散射作用，因發現 α 質點愈向內進，則在散射一定角度之 α 質點，較由庫侖逆平方定律(Coulomb's Inverse Square Law)推算之結果為小。羅梭福嗣以更速之 α 質點，重作彼氏之試驗，發見 α 質點衝入愈深，則散射一定角度之 α 質點，竟驟然增大，可知核內構造必具數層，在某層內，可適用庫侖定律，某者則不能。

凡此種種，皆足以明原子核之構造，實動而非靜者也。且自 α 質點研究鋁箔之散射結果，羅梭福嘗假定核之構造如下：^{*2}

*¹ 圖見 Andrade, p. 99.

*² 見 Andrade, p. 153.



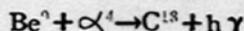
若 α 質點不能衝入外層，則其所受之力，幾可遵從庫侖逆平方定律，如能衝入外層，而核中之淨電荷均假定集中於小核之中心，則其所受斥力，當小於庫侖逆平方定律所推算者。故散射之 α 微粒子數，小於逆平方定律所推算之值。果 α 質點能力充分，足以衝入內層，因此中有較大之力場，故散射之質點數，必隨之而加增。如斯假設，雖足所解釋羅梭福諸氏之實驗現象，惟核內之構造，豈真確實如此乎，則亦未敢斷言也。近數年來，關於原子核之學說，屢見于雜誌報章，各家之論，未免間有逕庭，不佞爰就書籍與雜誌探索之結果作簡單之闡述。

第一節 中子或稱中子 (Neutron)*

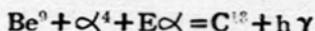
1930年時波德 (Bothe) 與貝格爾 (Becker)，發現針 (polonium po) 中所射出之 α 質點，當衝擊各種輕元素(以鈹為例)之際，能使元素中發出一種類似 γ 射線之貫穿輻射。(penetrating radiation)，當此種輻射之出於鈹 (beryllium, Be) 中也，則雖使其透過二厘米厚之鉛板，其強度亦僅失去一半。威氏 (Webster) 謂當鈹之發出此種輻射也，其量子值 (quantum value) 可達

* 參考 Richtmyer, Introduction to Modern Physics, pp. c'ao ff.

7×10^6 電子伏特 (electron volts)。茲假定核之蛻變如下：



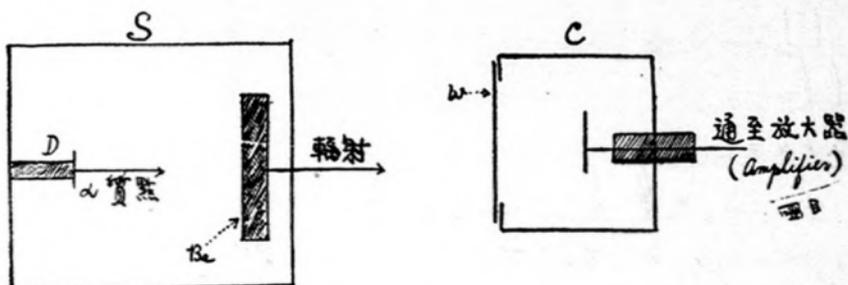
當 α 質點自針中發出之時，其能當量約為 5.2×10^6 電子伏特，約合 $m = 0.0056$ 原子質量單位 (a. m. u.)。* Be^9 核之質量據板橋 (Bainbridge) 所測結果為 9.0133 a. m. u. 故能量公式可以寫作：



$$9.0133 + 4.0011 + 0.0056 = 13.0004 + h\gamma$$

由此計算而得 $h\gamma$ 之值為 0.0196 a. m. u. = 18.3×10^6 電子伏特。惟 Be^9 核之質量小於 9.0133 ，故 $h\gamma$ 必小於 18.3×10^6 電子伏特，固亦不出威氏之所測也。

蔡達越 (Chadwick) 氏嘗依下圖之佈置，在實驗室中證明鈹所放射之貫穿



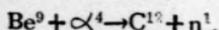
輻射，決非 γ 射線。蓋當其置蠟片於 w 之前，則在計數器 C 內觀察所得每分鐘之計數 (counts) 驟然增加。因貫穿輻射中具有質點故耳，此種質點，蔡氏 斷其為質子，並就其射程推算結果，得知其初速度當為 5.7×10^7 電子伏特。

先是羅梭福嘗有“中和子”一名之假定，蔡氏乃對此名下一定義曰：“中和子者，質子埋置於電子所成者也。”(“a proton embedded in an electron.”) 距中和子 10^{-12} 厘米所外，電力場之強度為零。中和子之質量，與質子之質量幾同，其電荷為零。吾人固可假設中和子之原子序數亦為零矣。

如以中和子解釋鈹之貫穿輻射現象，則假定 Be^9 核中有二個 α 質點，每

* 即氣標度單位也。

個之質量為 4.0011，又有一中子，其質量約 1.00。以是而得電荷 4，質量 9。其蛻變公式為



n^1 即表中和子也。而能量公式可寫作：

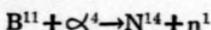
$$(8.0022 + n^1) + 4.0011 + E\alpha = n^1 + \text{C}^{12} + E n^1 + E c^{12}.$$

式中 $E\alpha$, $E n^1$, $E c^{12}$ 用以代表射入 α 質點射出中和子，以及反動 (recoiling) C^{12} 核之動能。

既知 $E\alpha = 5.2 \times 10^6$ 電子伏特 = 0.0056 質量單位，而 C^{12} 核之質量為 12.0003 質量單位，故 $E n^1 + E c^{12} = E 0.0086$ 質量單位 = 8.0×10^6 電子伏特。根據力學定律， E 將分佈於射出中和子與反動 C^{12} 核之間，如假定中和子質量為 1.00 而 C^{12} 核之質量為 12，則

$$E n^1 = \frac{12}{12+1} E = 7.4 \times 10^6 \text{ 電子伏特 (近似值) }。$$

蔡氏更假定 α 質點與硼 (boron, B) 核蛻變之公式如下：



由觀察質子之最高能量，測得中和子之動能為 3.3×10^6 電子伏特。反動 N^{14} 核之能量為 0.24×10^6 電子伏特。故能量公式當為：

$$\text{B}^{11} + \alpha^4 + E\alpha = \text{N}^{14} + E n^1 + E n.$$

$$11.0082 + 4.0011 + 0.0056 = 14.0045 + n^1 + 0.0035 + 0.0003.$$

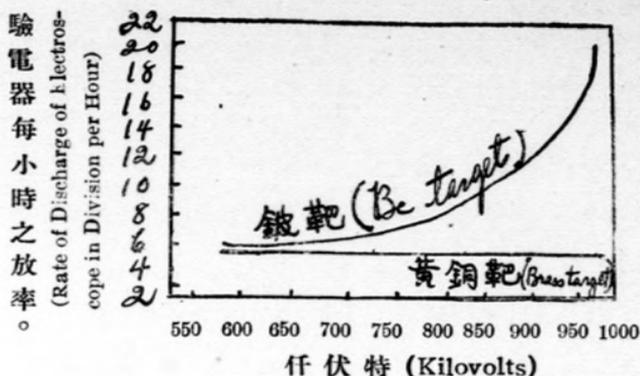
自此計得 $n^1 = 1.0066 \text{ a. m. u.}$ ，較質子之質量相差實無幾矣。

居禮與雄禮 (Joliot) 發現 α 質點之能量僅 1,300,000 電子伏特者，已能將鈹 (Be) 分裂而產生中和子。其激發 (excitation) 之效率 (efficiency) 與蓋謨 (Gamow) 之理論*1 相合。如以 1,000,000 伏特之 α 質點衝擊鈹核，其或然率 (probability) 當 10^{-1} 倍於全程 (full range) 之鈾 (po) α 質點。於 750,000 伏特時，此因數成 10^{-5} ，而於 500,000 伏特時，則為 10^{-7} 。

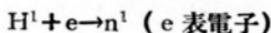
當鈹為氦游子以分裂時，其放率與電壓 (voltage) 之關係，可以下圖明

*1 “蓋謨之理論”，見科學第十八卷第三期 p. 391. (1934).

之：*1



質子與電子相合成中子，必輻射相當能量，同時其質量亦應稍損。如認中子之質量果為 1.0066 a. m. u.，則



而能量公式為 $H^1 + e = n^1 + E$ 。

$$1.0072 + 0.00055 = 1.0066 + E$$

$$E = 0.0012 \text{ a. m. u.} = 1.1 \times 10^6 \text{ 電子伏特。}$$

此即質子與電子併合成中子時。所釋放之能量也。

當中子自鈹中分裂而出，可發 9×10^5 電子伏特之動能。鋰(Li)於分裂時、中子及二個 α 質點之總動能為 16×10^5 電子伏特，可見中子之動能，實云大矣。*2

第二節 正子，或稱陽子 (positron)*3

1932年八月二日，安徒生氏 (Carl D. Anderson) 以威氏霧盒 (Wilson chamber) 直置於 15000 高斯 (Gauss) 之磁場中，攝取宇宙線*4 蹤跡 (cosmic-ray tracks) 之照片。*5 且氏於盒中置鋁板，以決定此蹤跡之動向，而斷言此

*1 圖見 physical Review, Vol. 44. p. 514. (1933). *2 見 Physical Review, Vol. 44.

p. 692. (1933). *3 參閱 Richtmyer, Introductron to Modern Physics, p. 665. Science, Vol. 76, p. 233 (1932). 科學, 第十八卷第八期 pp. 1075-1080. *4 “宇宙線”,

可參閱科學世界第四卷第三期 p. 197. (march, 1935). *5 顯見 Physical Review, 43. p. 492.

動向必爲具陽電荷之質點所致。倘此種質點即係質子，則其能量當爲 3×10^6 電子伏特，其在空氣中之射程僅爲數耗，惟事乃有大謬不然者，安氏見此種具陽電之質點，其射程竟達數哩之長，於是安氏乃稱此質點曰正子，或陽子 (positron)，其質量與自由陰電子所具者同。

自是以後，勃蘭克 (Blackett) 明挪 (Meitner) 居禮 (Curie) 諸氏先後以 γ 線射於原子核，使蛻變而成陽子，蓋陽子之產生，純由光子 (photon) 之蛻變，蛻變之條件，必須光子之能較兩個電子質量相當之能爲大，即約需 10^6 電子伏特也。惟具此大能之光子，除宇宙線外，尙有 γ 線，如以 α 質點射擊鈹核，則核中所放出之 γ 線，其能量竟達 5×10^6 電子伏特之譜焉。

當 γ 線量子衝擊原子核時，量子自身，即蛻變而爲一陰一陽之二電子，且當蛻變之頃， γ 光子能量之一部變爲電子質量，其餘化爲電子動能，惟光子能量之小於 10^6 電子伏特者，則不足蛻成一對電子，故射於核中時，不能發生陽子，此明挪氏及腓力氏 (philipp) 嘗以針之 8×10^5 電子伏特之 γ 線試驗結果證其爲然也。

第拉克 (Dirac) 氏於其電子論* 中，言及陽子之壽命極短，易與陰電子相併而歸烏有。其能量則化爲兩個光量子，此即光子化爲電子之還原也，惟當其變化之際，須受不滅定律 (Law of Conservation) 之限制，不生不滅，亦始亦終。

自陽子之說公布於世，理論物理界即起兩大進展：

(1) 年來人皆以爲質子即原子質量中之單體，今法國物理學家居禮 (Curie) 諸氏則主張質子乃中子與陽子之結合體，此與蔡達越氏 首倡中子即質子與陰電子併合之論，似有引人入五里霧中之勢。然則中子究來自質子乎，抑質子來自中子乎，則各家主張，莫衷一是，惟一般意見似多擁護後一說。

(2) $\text{Th C}'$ 之 γ 線，能在鉛中發生陽子，於是好奇學者，每思解釋 γ 線在鉛中所生非常之瀰散現象，夫葛實倪希 (Klein-Nishina) 之公式，對於強

* 參閱科學，第十八卷第七期 p. 955.

力 γ 線所給瀰散係數，實較實驗所得者為小，美國理論家屋本海，普里斯 (Oppenheimer-pleest) 嘗假定一捆 γ 光子 $h\nu$ ，略大於正負電子力 $2mc^2$ 時，則相對論之修正項可以不計，而光子經過原子核時，有同時產生正負電子之可能，所費之力為 $h\nu - 2mc^2$ ，由此而得之新公式，實足以修正已往之吸收式焉。^{*1}

第三節 雙質子 (Deuteron)^{*2}

1934年時，華爾各 (Harold J. Walke) 氏想像凡原子核中悉藏有 α 質點以組成極其穩固之心 (core) 心之於原子核，一若核仁 (nucleolus) 之於細胞核也。心外圍以 1 或 0 個質子，2 或 1 或 0 個中子。中子與質子如相併，則成雙質子 ($H^2 = \overline{p+n}$)，蓋中子內本有一質子，與另一質子合，則成二個質子，因名之曰雙質子焉。其實量為 2，電荷為 1 由是更可推知 α 質點，乃兩個雙質子合成者也，蓋 α 質點所具質量適為 4，所負電荷，適為 2 耳。

由理論之推測，實驗之旁證，今日吾人對於原子核之組織，已稍具雛形，譬諸鋰之兩種同位素 Li_3^6 與 Li_3^7 可以下式表其核組織：

$$Li_3^6 = \{[\alpha] + \overline{(p+n)}\}$$

$$Li_3^7 = \{[\alpha] + \overline{(p+n+n)}\}$$

Li_3^6 之核內，其心僅由一個 α 質點組成，心外圍以一個雙質子，而 Li_3^7 則多含一個中和子。

爰再以硼之三種同位素 B_5^9 ， B_5^{10} 及 B_5^{11} 之核，組織列下：

$$B_5^9 = \{[2\alpha] + (n)\}$$

$$B_5^{10} = \{[2\alpha] + \overline{(p+n)}\}$$

*1 參考科學第十八卷第三期，p. 391. (1934). *2 雙質子本稱 (Deuton)，即質量為 2 之氫同位素 “denterium” 也，然 Denton 一名，易與 neutron 一字混淆，故詞乃改稱曰 “diploon”。惟最近波耳與何森曼 (Dr. Niels Bohr and Dr. Werner Heisenberg) 採用 “denteron” 一字，以代 diploon 與 deuton 之稱。英之羅梭福 (Rutherford) 及美之諸原子核研究員悉表贊同。Denterium 之發見者尤賽博士 (Dr. Harold C. Urey) 亦頗同意。故 denteron 一名，可云已為世所公認矣。(見 The Review of Scientific Instruments, p. 57. [February, 1935.])

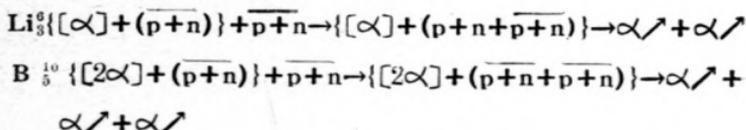
$$B_5^{11} = \{[2\alpha] + (\overline{p+n+n})\}^{*1}$$

華氏推論核之心外，至多祇能圍以一個質子，二個中子，易言之，即一個中子與一個雙質子而已。至於雙質子之存乎核中也，或以為具穩固性^{*2}或以為並不穩固，^{*3}各持一端，未能斷言。茲就雙質子之不穩性而論，吾人可觀察雙質子碰擊質子之時，其動能之大小與射出質子射程之長短關係若何。倘以金箔作實驗，則當雙質子能量增至 1000,000. 與 1,330,000 伏特之間，質子之最長射程增至 16.7 厘米與 17.9 厘米之間，即增加 160,000 伏特許之能量也。此乃因質子與中子射出於雙質子時，兩者所發動能，完全相等故耳。^{*4}

雙質子能將鈹(Be)核分裂，擊出中子，使之蛻變而成硼(B)

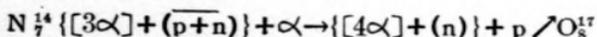
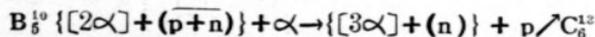


當 Li_3^6 與 B_5^{10} 諸同位素之核為雙質子所碰擊時，能放出 α 質點，其作用如下：



他如 N_7^{14} ， Li_3^7 ， B_5^9 諸核為雙質子衝擊以後，亦能放射 α 質點。

不獨此也，雙質子之不穩固性，尚有證據可憑，蓋當 α 質點碰擊 B_5^{10} N_7^{14} 諸核之際，能放出質子，其作用如下：



又當 Al_{13}^{27} 核為 α 質點碰擊時，能射出中子，

*1 {} 示核之全部，[] 表心， $\overline{p+n+n}$ 以明心外之雙質子與中子。參閱 Philosophical Magazine, Ser. 7. Vol. 17. p. 795. (1934) *2 Phil Mag. Ser 7. Vol. 17, p. 131 (1934 July) 云 "A proton and neutron exist as a dipion, forming a stable nuclear subunit." *3 參閱 physical Review, 44, p. 56 (1933) Physical Review, 45, pp. 242-244 (Feb. 15, 1934). *4 見 Physical Review, 44, p. 56. (1933) *5 見 Physical Review, 44, p. 692 (1933).

$$\text{Al } {}_{13}^{27}\{[6\alpha] + (p+n+n)\} + \alpha \rightarrow [7\alpha] + (p+n) + n \nearrow p {}_{13}^{30}$$

由此種種，所得結論，可分兩端述之：

(1) 由質譜儀 (Mass spectrograph) 分析鈉，鋁，磷諸核蛻變之結果，不見發生同位素，而 $\text{Ne } {}_{10}^{22}$ ， $\text{Mg } {}_{12}^{26}$ ，與 $\text{Si } {}_{14}^{30}$ 等則皆有穩固之同位素。

(2) 居禮與雄禮攝取陽子照片時，同時發見有鋁核之中子，於是乃假定此陽子與中子，乃由於質子射出以後，分裂而成者也。質子之發射，則由於雙質子之分裂耳。凡 $\text{Na } {}_{11}^{22}$ ， $\text{Al } {}_{13}^{26}$ ，與 $\text{P } {}_{15}^{30}$ 諸核，皆無同位素存在，以其異常不穩固，極易放出 γ 射線，同時，射出正負電子各一，成中子，此在第拉克 (Dirac Theory of the Electron) 之電子論中亦已述及矣。^{*1}

路易斯 (Lewis) 李文斯吞 (Livingston) 洛蘭斯 (Lawrence) 諸氏，嘗以針 (Po) 之 α 質點，用 3×10^6 電子伏特之能，射擊“重水”^{*2} (heavy water) 使其原子分裂而發出質子與中子，是亦足證雙質子確由質子與中子合成者也。

第四節 核中 α 質點之穩度^{*3}

凡原子核中，必有 α 質點，且能組成一極穩固之實體 (entity)。最穩固之原子核，所包藏者僅 α 質點而已，若 $\text{Be } {}_4^9\{[2\alpha]\}$ 即其例也。自羅梭福與蔡達越將其人工分裂原子之結果公布以後，世皆以為元素質量之為 $4n$ 者，不得被 α 質點衝破而產質子，於是謂氦，鎂，矽，硫，與氫諸元素，其原子核皆屬不可分裂性。實則此種元素，含有原子質量不為 $4n$ 而仍能發射質子之同位素焉，雖然，當其放射質子之際，強度殊小，且質子之射程，較諸出於其他元素者為短。1931年貝林氏 (F. Perrin) 已確信原子核之質量為 $4n$ 者，其構造殊穩固焉。

貝林氏云當一運動質點 (質量 M_1) 碰擊靜止質點 (質量 M_2) 時，能產生正負電各一，同時運動質點 M_1 所需最少之動能為 $2mc^2 \left(\frac{m+M_1+M_2}{M_2} \right)$ 惟 $2mc^2$

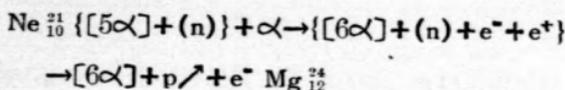
^{*1} 見 Phil. Mag. Ser. 7, Vol. 17, pp. 798-800 (1934). ^{*2} “重水”之密度高於常水百分之十，冰點在 3.5°C (約 39°F) 沸點為 101.6°C (215°F)，密度最高時之溫度為 11.6°C (約 53°F) → 見科學教育第一卷第四期 p. 35. (December, 1934.) ^{*3} 見 Phil. Magazine, 7, 117 (1934) pp. 132-134.

之值約為 10^6 電子伏特，而 m 之值較諸 M_1 與 M_2 不啻刺與樑木，故可不計，於是

$$M_1 \text{ 所需之動能} = \left(\frac{M_1 + M_2}{M_2} \right) \times 10^6 \text{ 電子伏特。}$$

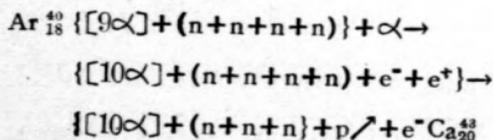
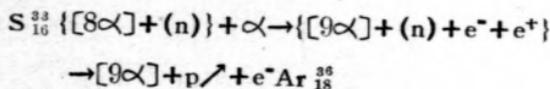
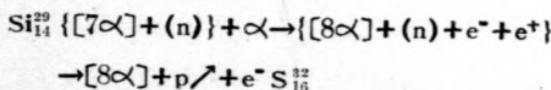
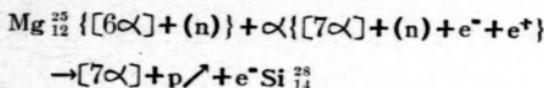
由是可知，質量為 4 之 α 質點，碰擊質量為 10 之硼原子核時，倘其動能大於 $\left(\frac{10+4}{10} \right) \times 10^6 = 1.5 \times 10^6$ 電子伏特時，則能擊出一對電子矣。概言之，原子核之質量如依次增加，則 α 質點所需之動能依次遞減。就較輕之元素而論，則 α 質點用以碰擊時所需之動能當大于 1.5×10^6 電子伏特。

吾人可假定 α 質點碰擊氖鎂矽硫氫諸同位素原子核時，射出正負電子各一，而質子亦應運而生矣。爰以下式表 Ne $^{21}_{10}$ 受 α 質點衝擊之作用：



式中 e^- 表陰電子， e^+ 表陽子，陽子與中子合或質子，射出核外。

類乎 Ne $^{21}_{10}$ 之核蛻變作用甚多，茲示其一斑如下：



綜上所述，可見 α 質點之在核中自成一心也，其結合十分穩固，始終不能用人工分裂之法，被擊而出。凡 Ne $^{20}_{10}(5\alpha)$ ，Mg $^{24}_{12}(6\alpha)$ ，Si $^{28}_{14}(7\alpha)$ ，S $^{32}_{16}(8\alpha)$ 諸原子核之構造，皆穩固異常，以其純含 α 質點故耳。

自質譜學 (mass spectroscopy) 研究所得，知 α 質點確係核中之主要單

位，而於較重之原子尤然，蓋當 α 質點自放射性原子核中以每秒 2.0×10^9 哩之速度射出時，終不能自行分裂也。

茲依廣佈(abundance)之順序，將氧，矽，鐵，鈣，四種元素之原子核中質點數列於下表：^{*1}

元 素	原 子 序 數	原 子 質 量	α 質 點 數
氧	8	16	[4 α] 1 α +3 α
矽	14	28	[7 α] 1 α +2 \times 3 α
鐵	26	52	[13 α] 1 α +4 \times 3 α
鈣	20	40	[10 α] 1 α +3 \times 3 α

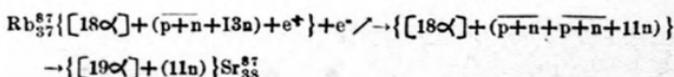
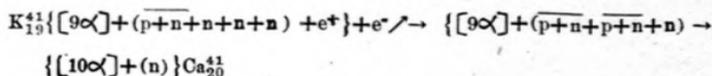
吾人如假定3 α 質點羣(group)在核中，結合非常穩固，則鉀與銣(rubidium)之放射 β 線，^{*2}與鈍氣(inert gas)較罕存在之原因，皆不難迎刃而解矣。

第 六 章 結 論

人工分裂原子之實驗，已將原子核之構造，窺破一二。據何森堡之推論，凡質量較輕之原子核中，多含質子，中子，或 α 質點。較重之 α 中，則更藏電子焉。質子與中子之間，蘊藏一種力，其大小雖可測知，惟其本性(nature)則僅得揣度而已。吾人固知質子間之相互排斥力，可依庫侖定律推算之，惟質子與中子間之引力以及中子與中子間之吸力，則有一種所謂“互換力”(exchange forces)存乎其間焉，此種互換力，即所以使氫氮諸分子凝聚之力也。

核中位能曲線(potential energy curve)，可以下圖定其性質：

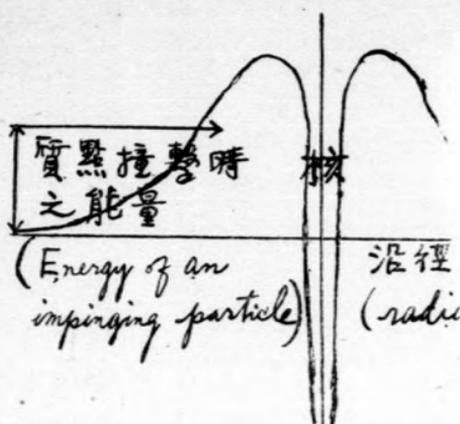
^{*1} 表見 Phil. Mag, Ser 7, 117, p. 143. (July 1934). ^{*2} 鉀與銣放射 β 線之公式如下：



圖中橫坐標

位能坐標

表示離核之沿徑
距，縱坐標表示
位能之大小。曲
線之形狀由質點
散射實驗及人工
分裂原子諸結果
而推知。用以撞
擊原子核之質點



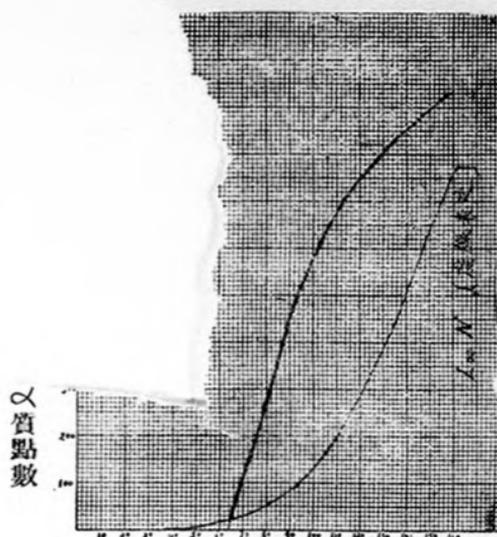
核之能量設計圖*1

當其動能達一
定之範圍時，現共鳴之象，而使其極易入核。若質點中有甚大之能量，則核中所有阻礙皆不難衝破而逕入內宮焉。核之蛻變，其或然率可以 $W_1 W_2$ 之乘積表之。 W_1 即進入之或然率， W_2 即進入以後之毀滅或然率。再者， W^1 亦可認為乘積中之一因數， W^1 即微體射彈 (projectile) 擊遇核時之或然率也，其數值即以核之有效半徑 (effective nuclear radii) 計之。 W_1 即蓋謨所假定之一種指數因數 (exponential factor) 值，而 W_2 則尚無從求其確數焉。

兩年以前，英國劍橋大學物理家荷可加 (Cockcroft) 瓦盧頓 (Walton) 嘗以氫管發生質子，達十微安培 (10 microamperes) 之程度，即發生之質子數目，與同時質量兩仟克 (kg) 鐳所發生之 α 質點數相等。荷瓦兩氏將所發生之質子，引入七十萬伏特之電場中，得質子之移動速度每秒達1200仟米。此種加速之質子射擊鋇，炭，氮，已得相當之結果。而以射擊輕金屬鋰 (Li) 之結果，最為顯著。鋰受加速之質子射擊，每分鐘能放出數百 α 質點，此種質點，能貫穿八呎之空氣 (亦即其在空氣中之自由射程)，如射之於螢光板上，能生內燄以計其數。下圖實線 (solid curve) 示鋰之薄片放射 α 質點數目與用以衝擊鋰之質子所含能量之關係。虛線表示諸數值之對數值。*2

*1 圖見 The American Physics Teacher, p. 24. (February, 1935.)

*2 圖見 The American Physics Teacher, 3, 1, p 24 (Feb 1935)



質子之能量(以電子仟伏特計)

理學者，嘗於高能量時，發見蛻變之數目與 $E^{\frac{3}{2}}$ 適成正比，易言之，即在此範圍內， W_1 與 W_2 之值，幾皆一定不變也。

近數年來，原子物理學之進步，誠一日千里，甚望於最短期內，能澈底洞悉原子核中之世界，則人類之幸福大矣。蓋原子核中藏有極大量之能，我人今日所用之能，大都採自煤礦或石油諸燃料，以及天然之水力等，若原子中之能量得被利用，則豈非取之無盡，用之不竭哉？

不獨此也，我國古仙人有所謂點石成金之術*，異日恐亦將成事實，何也，蓋尋常原子既可用人工分裂，且得自一元素創造新元素，則點石成金，豈非亦有可能？惟所費能量，必甚浩大，或不經濟耳！

參考書：

1. The Atom—John Tatin.
2. Quantum Mechanics—Condon and Morse.
3. The Structure of the Atom—Andrade.

* 見列仙傳；「許遜，南昌人，晉初為旌陽令，點石化金，以足遺賊」。

圖中虛線下部，幾呈直線形，此示 W_1 如為指數，則 W_2 在此範圍內變化殊少。當能量增大以後，虛線忽彎曲，此示 W_2 之值，漸漸變小也。除鋇而外，其各種元素亦可用以得此結果。惟以較厚之靶實驗所得結果，則稍有差異，蓋 W^1 為能量之函數故耳。質點進入靶中之距離，或衝擊之可能數目，與能量之 $\frac{3}{2}$ 幕 (power) 概成比例。加利福尼亞大學諸物

4. The physical Review Vol. 46 P. 1—16 (1934)
5. Philo, Magazine 7, No. 117 (1934)
6. Philo, Magazine 7, No. 121 (1934)
7. Problems of Modern Physics,—Lorentz.
8. The Nature of the Physical World—Eddington.
9. Aston:—Isotopes
10. Recent Advuances in Atomic Physics, Vol. 1, (Castelfranchi著)
11. The Quantum Theory of the Atom. (Birtwistle)
12. Richtmyer, Introduction ot Modern Physics.
13. J. A. Crowther, Ions, Electrons, and Ionizing Radiations.
14. Chemical Review, 4, p. 365 (1928)
15. The Physical Review. Vol. 46 P. 1109—1110 (1934)
16. Science Vol. 76, p. 238. (1932)
17. Physical Review. Vol 43, p. 491 (1933)
18. Physical Review. 44, p. 56 (1933)
19. Physical Review. 45, pp. 242—244 (1934)
20. Phil. Maz. Ser. 7. Vol. 17, pp. 793—800 (1934)
21. The Review of Scien. Instru. Vol. 6 P.59 (1935)
22. The American Physics Teacher Vol. 3. No. 1, pp. 10—24 (1935)
23. 科學 卷一五期三至五
24. 原子新論 羅素著 何道生譯
25. 原子與電子 薩力凡著 伍況甫譯
26. 原子論淺說 李書華著
27. 原子構造概論 日本竹內潔著 陸志鴻譯
28. 科學 卷十八第八期(1934)
29. 科學教育 第一卷第四期(1934)

30. 科學 卷十八第七期
31. 科學 卷十八第三期
32. 中山文化教育館季刊 第二卷第二期
民國二十四年夏季號
(pp. 653-658, 李書華著最近原子物理學的進步)
33. 科學教育, 第二卷第一期, P.49. 石道濟著“一年來物理學之重要進展”, (March. 1935)
34. 科學 第十九卷第三期 p.402, Hant 著“原子物理學的進展”(March. 1935)。

原子之蛻變

鍾光璧

第一章 緒論

原子蛻變一問題，為近代物理學界研究之中心，然溯其起源實甚久遠，當中世紀時，即有一般鍊金家欲由普通之賤價金屬加以改造以成黃金，其時技術幼稚，且多不合科學原理，故鮮有成功者，所得之結果僅為「原子之變質」等假設而已。

至1897年湯姆遜 (J. J. Thomson) 等發見電子，乃知原素之原子，含有荷負電之電子，在普通狀況下一切原子均為中和者，然當其受高速度之粒子，紫外光線，或X光線射擊時，即能放出電子，使中和之原子變荷正電之原子，原素之性質因之而異，由此可知原子之變質時在進行，惟此種均為暫時之現象，不致永久影響原子之組織者。

原子之變質既經證實，於是原子學說乃有新之開展。1896年貝克勒 (Becquerel) 發現鈾(Uranium)之放射性，其所射出物能穿過薄金屬片及不透光之物質，此種原素即所謂放射原素 (Radioactive elements or substances) 其放射現象乃係自然之變化，在任何狀態之下均能進行，據羅梭福 (Rutherford) 及蘇台 (Soddy) 實驗之結果，謂放射性乃原子不穩定之證據，當原子不穩定時，即能放出三種射線，即 α 射線， β 射線，及 γ 射線是。 α 射線為帶二個陽電之氦原子 (He^{++})，其放射速度每秒鐘約在 20000 至 23000 公里之間， β 射線由負電子而成，其速度每秒鐘約為 29000 公里，質量則僅及 α 粒子即 α 射線萬分之一， γ 射線之性質與X光線相若惟波長更短而已。

當原子經過放射現象後，其化學及物理性質同時變更而成他種原子，由鈾及釷 (Thorium) 二種原素繼續放射可得三十九種新放射性物質，鐳 (Rad-

ium) 即其中之主要者。

由上述之種種理論及結果，鮑爾 (Bohr) 乃繼而作原子組織之研究，根據其結果謂原子之中心為一至小而至重之核，此核荷有正電，不同原素之原子，其所荷之電量各異，在離核心相當距離間，有負電子繞之而旋轉，此負電子之數目與核心所荷之正電單位數相等，核心之半徑較電子軌道之半徑小一萬餘倍，然此微小之物體幾與整個原子之重量相等，蓋周圍電子之重量極小，與核心之重量相較，則相差甚大而可無須計及矣，至於各種原素之化學與物理性，亦均視原子核之電荷量而定。

其後奧斯頓 (Aston) 發現有同種原素之原子核，其電荷量相等而其重量不等者，此種重量不同之同種原素，其性質仍無差異，故名之謂『同位素』 (Isotope)，如鋰 (Lithium) 原子即有兩種同位素，一種之重量為七倍氫原子之重量，其他一種為八倍氫原子之重量，惟前一種較佔多數耳。

原子之組織已略如上述，惟至微小之原子核之組織則所知者尚少，然由原素自然蛻變之結果，吾人可知原子核中有 α 粒子及電子之存在。

1909年羅梭福氏以自鐳中射出之 α 粒子打擊氮原子，發現氮原子能蛻變而放出荷正電之氫原子核，此氫原子核即為質子 (Protion)，乃知質子亦為原子核之一部份，最近因人工蛻變學說之進展及觀察人工蛻變技術改良之結果，又有中子，(Neutron) 雙質子 (Deuteron) 及正電子 (Positron) 之發見，於是吾人對於至為複雜之原子核之組織，始有較具體之觀念矣。

然原子核之組織其複雜情形，或不僅若此，吾人欲從而作更深之研究，則必須自原子蛻變問題着手，而研究蛻變之現象，則對於其基本之原理與學說，應有相當之瞭解，本文作者乃試綜合各家對於原子蛻變學說研究之結果，而作淺近及詳細之敘述，以資有志於研究此問題者之參考焉。

第二章 以 α 粒子作射彈

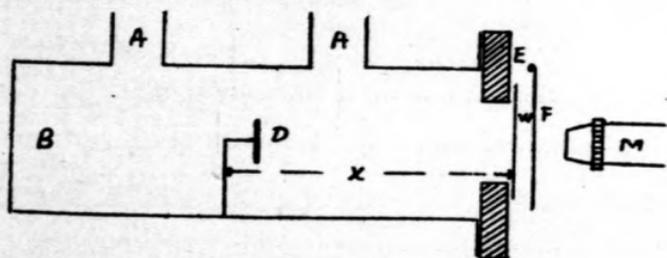
如果欲自一種原質變至他種原質，則必須變其原子核所荷之電量，然原子核之組織乃為極強大之引力所合攏，欲破壞此等穩固之組織，則必須以極

強之物體足以勝過此引力者突擊之。

吾人知自鐳放出之 α 粒子，其能力甚強，如以之作射彈，或可擊破原子核堅固之組織，惟 α 粒子與原子核均荷正電，根據同性相斥之特性而論，當 α 粒子尚未與原子核相撞擊而其距離甚近時，其相互間之排斥力必強大，則 α 粒子或不能與原子核相撞，然在此情形之下，原子核內之電組織必受強大之擾動而致不能穩定，結果原子核乃破碎，而一種原質即隨之而變成他種原質。

根據上述之理論，羅梭福氏在1919年作一實驗，證明當氮原子核被自鐳中射出之高速度 α 粒子射擊時，氮原子核即受擾動而蛻變，並放出高速度之質子，茲特將羅氏之實驗以簡略之說明，俾得明確之概念焉。

圖中B為一長方匣，其一端為E板所蓋住，E板之中央有一孔，為薄銀片W所遮沒，此片之前端附近處為一硫化鋅之螢光板F，閃爍現象(Scintillation)可由顯微鏡M觀察之，D為一盤，用以盛鐳原素者，設D與W間之距離為X，因D之位置可以移動，故X之距離可隨時變更之，A A為二管，各種氣體可由此二管通入匣內，其先羅氏以氧氣及二氧化碳氣作試驗，當X之距離較從鐳射出之 α 粒子之射程大時，(在氧，二氧化碳二種氣體中約為七公分)則螢光板上並無閃爍現象發生。



羅氏實驗之儀器

然當匣中充滿氮氣時，則X之距離雖大至四十公分，仍有閃爍現象發生，惟吾人已知自鐳中放出之 α 粒子，決不能透過空氣至四十公分之長度，故羅氏以為當 α 粒子與氮原子核相撞時，氮原子核即起蛻變，同時放出長射程

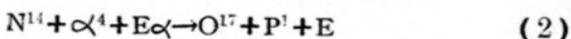
之粒子，而螢光板上乃有閃爍現象發生，由此種粒子之磁偏轉 (Magnetic deflection) 推知其為氫原子核，即所謂質子 (Proton)；此為人工蛻變 (Artificial Disintegration) 之第一次實驗。

其後劍橋之白勒凱脫 (Blackett) 試驗之結果，示吾人以此種人工蛻變之方式，謂 α 粒子射入氮原子核而被捉住，惟原子核受極大的擾動而放出一速度極高之質子，氮之質量為十四，電荷量為七單位，得一 α 粒子則質量加四而電量加二，夫去一質子則質量與電量又各減一，結果得質量為十七而電量為八之元素，吾人知氧氣之電量為八惟其質量普通為十六，然根據電量而言， α 粒子衝擊氮原子核之結果，產生氧氣，此種質量等於十七之氧氣為普通氧氣之同位素。

羅氏並指出當原子起蛻變時，且有一定之能量放出，假定上述試驗中氮原子核與粒子合併而成一質子及一氧同位素原子核，如下式所示：



P^1 即表示一質子，其能量公式應為：



此處 $E\alpha$ 為 α 粒子射入原子核時之動能量， E 為蛻變結果所放出之總能量，即為氧及質子射出時之動能量之和，吾人即可由其各質量以校對公式 (2)：

N^{14} 之質量.....	13.0045 a.m.u.
O^{17}	16.9985 ,,
α^4	4.0011 ,,
P^1	1.0072 ,,

α 粒子自鐳元素射出時之動能為 $7.7 \cdot 10^6$ e.v. 合質量約為 0.0083 a.m.u.

則公式 (2) 為：

$$14.0045 + 4.0011 + 0.0083 = 16.9985 + 1.0072 + E \quad (3)$$

由上式可得 $E = 0.0082$ a.m.u. = $7.6 \cdot 10^6$ e.v. 如根據以上之假定，此能

量應依照力學之定理而分配於氧及質子之間，則質子之能量當為。

$$E_p = \frac{17}{17+1} E = 7.2 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$$

按羅氏實驗之結果，所得質子之射程為四十公分，則其動能當為 $6 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ 由公式(3)計算所得之值為 $7.2 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ ，二數頗相脗合，故羅氏以上之假定當為合理，由此可確定氮經 α 粒子之射擊，即可蛻變而成氧並放出一質子。

嗣後查德維克 (Chadwick) 將觀察之方法加以改良，更以多數之元素作試驗，發現大部份輕元素如氟，硼，鈉，鋁，磷，鉀，氯等，均能起同樣之蛻變，然吾人知 α 粒子乃一極穩定之實體，而此種粒子為原子核之組成物，故僅為 α 粒子所組成之原子核必非常穩固。

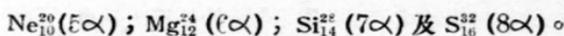
羅梭福與查德維克二氏研究人工蛻變之結果(註一)，指出凡一切元素其質量等於四之倍數即 $4n$ 者，雖經高速度 α 粒子之打擊，仍可不致蛻變，故氖，鎂，矽，硫，及鈣等元素均為不可分裂者，但此等元素之同位素仍可蛻變而放出質子，惟其放射力甚弱，故射程較短，皮林 (Perrin) 在其最近之著作中(註二)，亦確認質量為 $4n$ 之原子核為穩固之組織，皮氏並指出如一動粒子與一靜粒子相撞，即有一對電子產生，設此二粒子之質量為 M_1 及 M_2 ，則所需以產生一對電子之最小動能可以下式示之：

$$M_1 \text{ 之動能} = 2mc^2 \left(\frac{m+M_1+M_2}{M_2} \right)$$

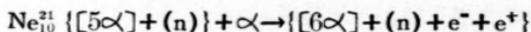
在此公式中 m 代表電子靜止時之質量， c 為光之速度，因 $2mc^2$ 之值約為 $101 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ ，故如 M_1 與 M_2 之值與 m 之值相差甚大時， M_1 在此碰撞中所需以產生電子對之最小動能當為 $\frac{M_1+M_2}{M_2} \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ ，故質量為四之 α 粒子與質量十之硼原子核相撞時，如其動能大於 $\frac{10+4}{10} \cdot 10^6 \text{ e.v.} = 1.5 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ 時，即能產生一對電子。

普通當原子核之質量增加時， α 粒子在與核相撞時，所需以產生電子對之動能減少，對於輕元素則 α 粒子之動能如能超過 $1.5 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ 時，電子對即可產生。

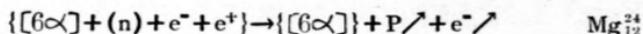
根據以上所述，吾人可以解釋氦，鎂，矽，硫，及氫等元素之質子放射現象乃由於 α 粒子打擊此等元素之核時，有電子對產生之故，如此則吾人仍能保持 α 粒子所構成之原子核在 α 粒子打擊之下穩固性之假設，因質子放射作用，可假定其發生於其他同位素中，故 Ne_{10}^{20} ， Ne_{10}^{22} ； Mg_{12}^{24} ， Mg_{12}^{26} ； Si_{14}^{28} ， Si_{14}^{30} ； S_{16}^{32} ， S_{16}^{34} ；及 Ar_{18}^{40} 之存在實至為重要，恰如其更豐富之全為 α 粒子所組成之同位素然，如 Ne_{10}^{20} ， Mg_{12}^{24} ， Si_{14}^{28} 及 S_{16}^{32} ，此等原子核之組為(註三)。



其經 α 粒子打擊下所引起之反應如下：



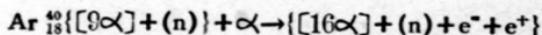
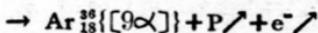
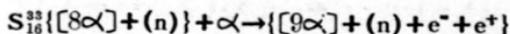
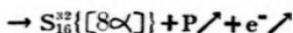
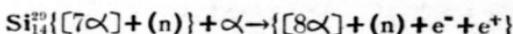
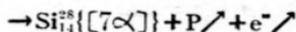
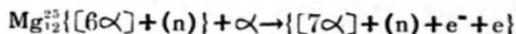
$e^- + e^+$ 代表在核中所形成之電子對，正電子與中子結合而成一質子，此質子即由質量缺點能(Mass defect energy)射出，即：

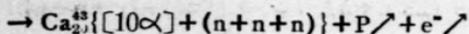


此質子可與一電子同時產生，此等電子之能如極弱小，則必不易檢得，故任何閃爍現象中均不能檢出之，羅梭福氏(註四) 在研究白勒凱特所攝之某種蛻變作用之相片後，陳述實驗中未被檢出『有射出可能』之電子。

與以上相似之作用，可推之於另一種氦之同位素，故質子之放射，可由此二種同位素之蛻變得之，其他元素有如下之原子核反應(nuclear reaction)

:

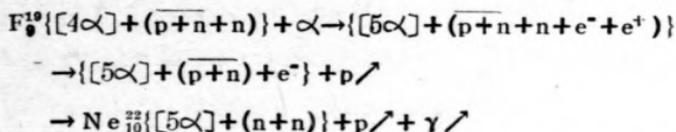




根據以上之假設而知 α 粒子與核心 (core of the nucleus) 直接起作用，因碰撞之結果而產生電子對，至約束鬆弛之中子，則以一質子之形態而射出，鎂，矽，硫其他之同位素，在同樣情形之下，均能以上述之方式放射質子。

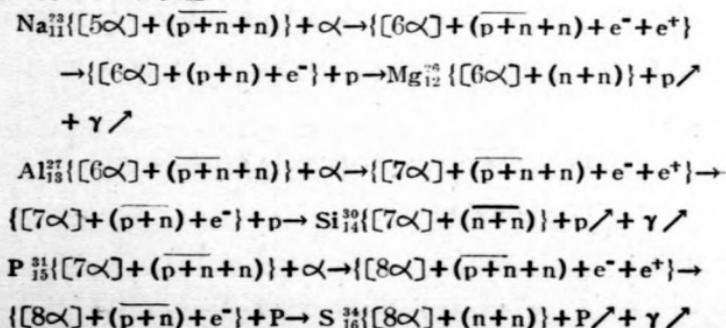
凡以上所述之蛻變作用，乃某一情形下之現象，在另一情形之下，即有不同之結果發生，如以高能之 α 粒子射擊氟，鈉，鋁，及碲等元素，則有中子之產生，在鋁，氟，及碲之核中，且更有正電子與中子同時射出。

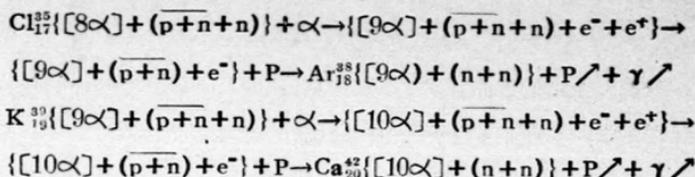
上述之諸反應，吾人如欲加以適當之說明，必須假定在此種核之蛻變中，雙質子 (Deuteron or Diplon) 乃極穩固之物體，如此則在含一質子與一羣中子之核中，一中子與一質子結合成一個在 α 粒子與核心相撞之下能穩定之雙質子，而其餘則被認為約束鬆弛之中子，以一蛻變質子之形態而射出，因此質子放射可以下列反應示之：



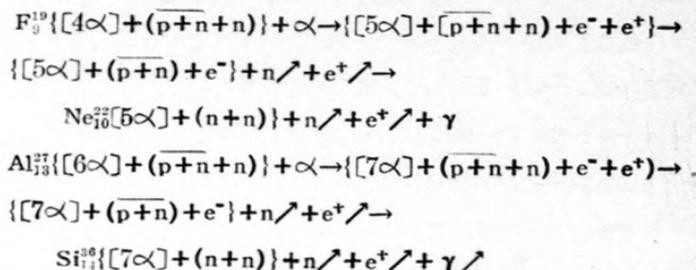
假定在此核中被產生之電子與雙質子中質子所包含之正子結合而產生 α 輻射。

同樣可得以下之諸反應：



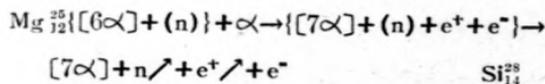


此等反應中所提及之原素，更可放射中子及正子，惟吾人必須假定當 α 粒子之能充分高時，正子之動能增大至可不與中子結合之程度而單獨脫離原子核，實則此二者有如質子分解為其成分而被射出，因此吾人可解釋在高能 α 粒子打擊下之鋁及氟之中子及正子放射；其反應與上式所示者不同，即：

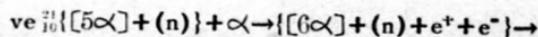


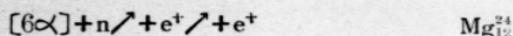
同理吾人可推測鈉，磷，氯及鉀等原素，亦能射出中子及正子，苟 α 粒子之能力超過一定程度，然氯及鉀之質子放射極弱，因其原子序數較高，故 α 粒子能否有充分之能之來源存在，以自此等原素中產生中子及正子，則未可斷定。

就上述之理論而推之於氮及鎂，吾人又可自此二原素中得中子(註五)，且自鎂之中子放射中更發現有正子同時射出(註六)，自己提出以解釋此等原素之質子放射之諸反應中，可知此等作用之發生，乃由於正子能量增之結果，於是：

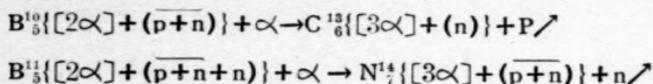


同理；

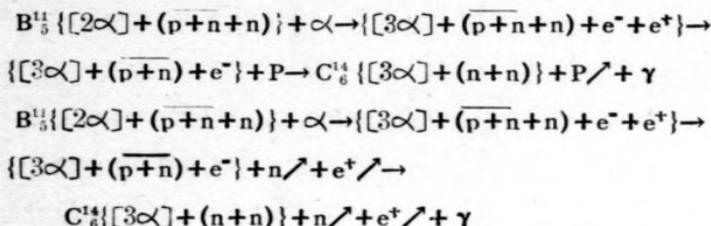




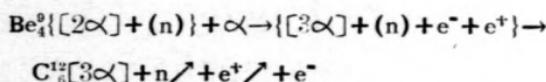
因此正子亦可伴同氦之中子而產生，更就足以解釋矽硫，及氫質子放射之作用而言， α 粒子打擊硼等，其最少數之同位素 B_5^{10} 能引起質子之放射，而 B_5^{11} 則射出中子，其反應如下。



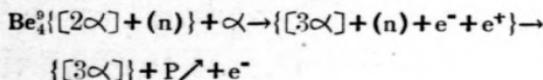
但居禮 (Curie) 與喬洛 (Joliot) 已發見硼之中子放射亦有正子伴同發生(註七)，因此質子與中子之放射似與上述鋁之反應相同，即由其重同位素蛻變而發生，如下式所示：



居禮與喬洛並觀察鉍之中子放射，亦有正子伴同產生，其反應與鎂及氫等相似，即：



因此質子以下列反應自鉍中射出實為可能：



質子自此原素射出之某種證明，現已獲得(註八)，至如鋰之中子放射或亦有正子同時放出，然此則尚未發見耳。

註釋

(註一) Naure 113, P. 457 (1934).

(註二) Comptes Rendus CXCVII, P1302 (1934)

(註三) $[\alpha]$ 代表核心中之粒子， $\overline{p+n}$ 為雙子， P 為質子， n 為中子， e^- 為負電子， e^+ 為正

電子以下做此。

(註四) "Radiations from radioactive substances" Rutherford, Chadwick and Ellis.

(註五) Chadwick Bakerian Lecture (1933)

(註六) Comptes Rendus CXCVIII. P254 (1924)

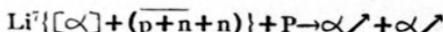
(註七) 見註(六)

(註八) Phil. mag. XLVII. P 500 (1924)

第三章 質子與人工蛻變

在前章中吾人已論及當輕元素經高速度之 α 粒子打擊時，即能蛻變而放射質子，然此種蛻變反應，其射彈之來源乃由於放射性物質者，最近數年來乃有人工造成之射彈以引起蛻變反應。

劍橋之哥克羅夫 (Cockcroft) 與華爾頓 (Walter) 乃以受五十萬伏特加速之質子打擊多數之輕元素，其結果則一部份元素能放射 α 粒子，不特輕元素能放射 α 粒子，即重元素如銅，鈣，銀等，亦可發生 α 粒子，彼等研究中主要之元素即鋰 Li^7 ，當鋰原子經高能 (250 e.kv.) 之質子打擊後，即放射兩種 α 粒子，其一之射程約為二公分，他一種之射程為八公分半，約合能力 $8.7 \cdot 10^6$ e.v.，如將質子之能力增加至 500 e.kv. α 粒子之射程並無顯著之變更，哥華二氏乃假定質子穿入鋰原子核中而成兩 α 粒子以解釋上述之結果，則鋰之反應當如下式所示：



欲證明上述公式所示反應之合理與否，吾人當自其能量公式着手，即：

$$\text{Li}^7 + P + E_p = 2\alpha + E_{2\alpha}$$

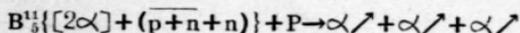
鋰原子核之質量約為 7.0129 a.m.u. 質子之質量為 1.0072，如質子之射入能為 250 e.kv. 合質量則約為 0.00027 a.m.u. 兩 α 粒子之質量為 8.0022 a.m.u.；故以上之能量公式，如以數目表出之應為。

$$7.0129 + 1.0072 + 0.00027 = 8.0022 + E_{2\alpha}$$

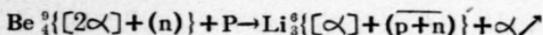
由此式可求得 $E_{2\alpha} = 0.0182$ a.m.u.，合能力約為 $1.7 \cdot 10^6$ e.v. 故 α 粒子射出之能力當為 $8.5 \cdot 10^6$ e.v. 與自 α 粒子射程計算所得之值 $8.7 \cdot 10^6$ e.v. 相差甚微，可知上述之反應，殊屬確合；因 E_p 之值，較之以上公式中其他各項之

值，相差甚大，故此數雖大至一倍，而 α 粒子能力之值，仍無顯著之增加，此點與實驗之結果又適相合。

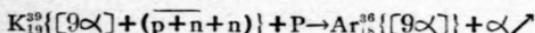
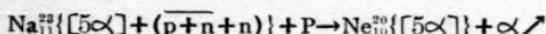
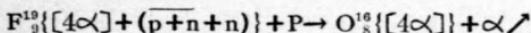
氏等自錒所得之結果，則為三 α 粒子自同一原子中同時放出，其反應如下：



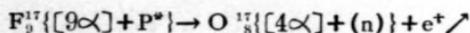
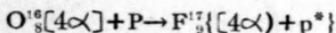
又鉍則祇射出一 α 粒子，如下式所示：



哥，華二氏更以 C_{12}^{12} ， O_8^{16} ， F_9^{19} ， Na_{11}^{23} ， Al_{13}^{27} ， K_{19}^{39} ， Ca_{20}^{40} ， Fe_{26}^{56} ， Co_{27}^{59} ， Ni_{28}^{58} ， Cu_{29}^{63} ， Ag_{47}^{107} ， Pb_{82}^{108} 及 U_{92}^{238} 等原素作同樣之實驗，其結果則大部份均能起蛻變反應，而產生 α 粒子，如下列諸式所示：

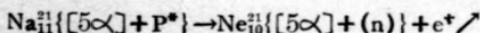
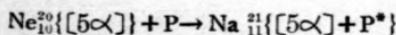


費而克(H.J. Walke)在其論文中曾述及氧之蛻變，謂當氧 O_8^{16} 被質子打擊後，質子即為吸住，而成放射氟(Radis-fluorine) F_9^{17} ，此原子核極不穩定，故即蛻變而放出正電子。

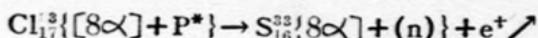
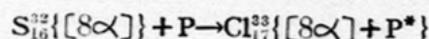
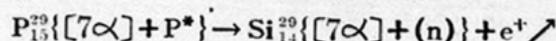
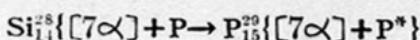
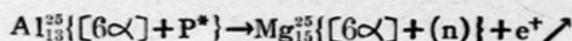
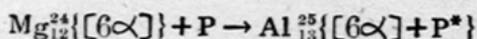


同樣 O_8^{17} 可吸住一質子而成放射氟 F_9^{18} ， F_9^{18} 亦為氟之不穩定同位素，故結果乃放射正電子。

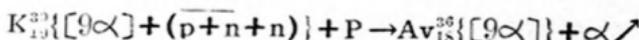
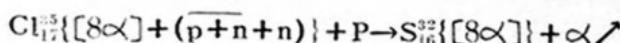
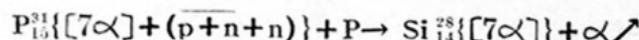
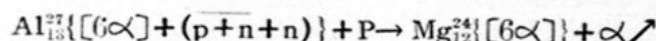
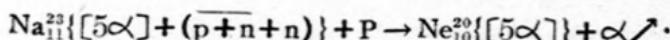
氟經質子之打擊而引起之放射作用，其情形一如上述，即質子為 Ne_{10}^{20} 所吸住而成放射鈉 Na_{11}^{21} ，此放射鈉因不穩定放出正電子，故蛻變之結果乃產生氖之同位素 Ne_{10}^{21} 。



同理，鎂，矽，硫等應有下列之諸反應：



然據哥，華二氏研究之結果，吾人知 Na_{41}^{23} ， Al_{13}^{27} ， P_{15}^{31} ， Cl_{17}^{35} 等原素經質子打擊後，其蛻變可產生 α 粒子而非放射原子核 (Radio nucleus)，此點以上曾已述及，即：



根據以上之諸反應，可別為二類一即原素之原子核構造包括一雙子，一中子及 α 粒子者，則此等原素經質子打擊後，質子即與中子合成雙子，因 α 粒子為最穩固之組織，故新產生之雙子有與核中之雙子合併而成一 α 粒子之傾向，於是結果乃產生一 α 粒子，其他一種即原子核之構造限於 α 粒子者，則質子與此等原素相撞時，即被吸住而成一不穩定之原子核，即原子核中有一自由之質子者 (Free proton)，此等原子核費而克以為有放射性(註二)，其自由之質子分解而為中子與正電子，中子仍留於核中而正電子則放射而出，故正電子之存在，此處可證實之。

註 釋

(註一) Walke Phil. Mag. 18. P156 (1934)

第四章 雙質子與蛻變

自人工蛻變之學說興起後，同位素之發見遂層出不窮，於是勃琪(Birge)

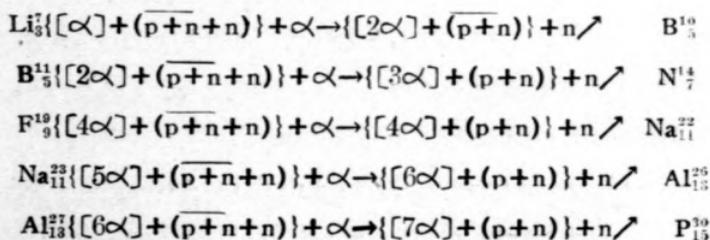
及孟齊 (Menzel) 二氏乃根據同樣原理，預言普通氫氣中必雜有氫之重同位素。

1932年美國由萊 (Urey)，柏里威第 (Brickwedde) 及墨飛 (Murphy) 三氏果發現天然氫氣含有重氫(註一)，並勃里南氏 (Bleakney) 且復證實之(註二)，並測定其原子量約為氧之十六分之二，此種重氫之原子核即所謂雙質子 (Deuton) 或雙子。

海生白氏 (Heisenderg) 曾假定原子核中包括 α 粒子，質子及中子，而中子與質子間之吸引力較中子與中子間者為強，雙子即為一質子與一中子合併而成，因其結合之力甚強，故能射入某種原素之原子核中，而不致自身起蛻變。

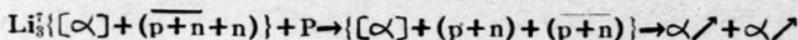
最近利威史 (Lewis)，李佛斯頓 (Livingston)，及羅倫史 (Lawrence) (註三) 三氏指出雙子為原子核之成分，且能存在於極複雜之原子核中，彼等以為雙子之穩固性非由於質子與中子吸引力之強大，乃由於其質量缺點之故，然三氏後又發現(註四) 當雙子為高電勢加速而與重原子核撞擊時，即破裂而成一中子與一質子，故雙子雖頗穩固然較之 α 粒子則猶不及，惟在某種蛻變反應中，雙子仍能保持其穩定狀態，然因 α 粒子穩固之故，雙子常有合併而成一 α 粒子之傾向，此種 α 粒子均在原子核中核心 (core) 之外者故當原子核受外物之打擊而產生新組織時，質量缺點放出之能可使此種粒子射出。

以上之假設即雙子為一相當穩定之組織，已有多數實驗證明之，吾人可以某種原素之蛻變反應，列舉以明之：



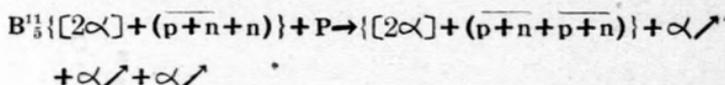
同理可以推測 N_7^{15} 及 P_{15}^{31} 在 α 粒子打擊下可以同樣之反應放出中子。

因雙子爲一穩固之組織，故吾人可假定一質子與一中子能結合成一雙子，而雙子自身可合併成 α 粒子，此假設可以下列反應證明之：

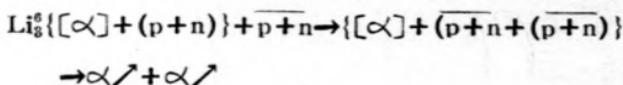


在此反應中因新產生之 α 粒子與核心中之 α 粒子有相等之質量而後者之反動速度(Recoil velocity)與前者射出之速度相同，故二者同時射出，此說可以 $\text{Be}_4^9 [2\alpha]$ 爲鈹之稀少同位素一事實證明之：

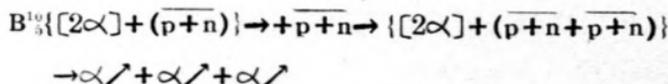
同樣可以 B_5^{10} 之蛻變說明之：



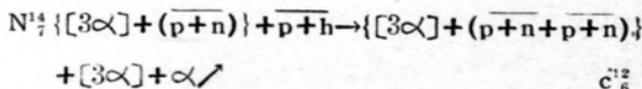
吾人既知量子爲一穩固之組織，則當其能量充分高時，必能射入原子核中而與原子核核心以外之組織單位起作用而成他種物體，故原子核之組織如屬 $\{ [N\alpha] + (\overline{p+n}) \}$ 一類者，經雙子之打擊當可放射 α 粒子，而核之組織如屬於 $\{ [N\alpha] + (\overline{p+n+n}) \}$ 一類者當可放射中子，如以下反應所示：



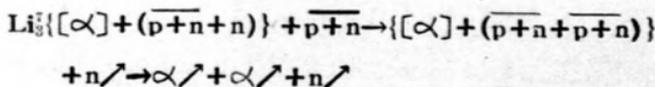
同樣可推測 B_5^{10} 之蛻變如下：



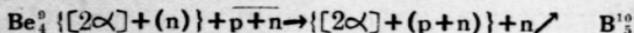
利威史，李佛斯頓及羅倫史三氏曾以雙子打擊 Be_2O_3 其結果亦有 α 粒子射出，其他則氮氣亦能放出 α 粒子。



如以雙子打擊鋰 Li_3^6 ，則有中子產生。

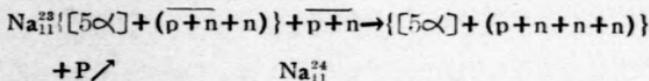


同理鈹之反應如下：

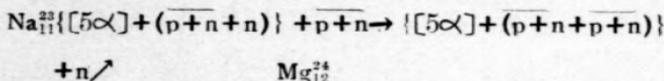


最近羅倫史在其論文(註五)發表鈉經雙子之打擊可蛻變而放射質子，中子或 α 粒子。

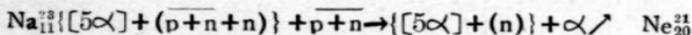
其放射質子之反應如下：



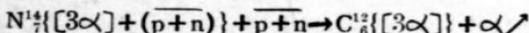
鈉原子又可經蛻變而直接成 Mg_{12}^{24} ，並放出中子，其反應如下：



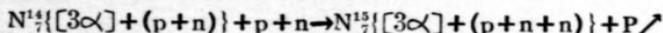
羅氏在此實驗中，同時發現鈉蛻變之結果有 α 粒子之產生而成氦，惟此類反應其發生之機會甚少，因 α 粒子之組合非常穩固，故極難射出。



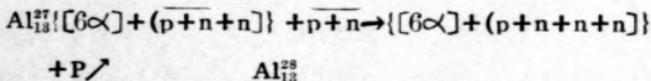
羅倫史，麥密倫及海特生三氏(註六)近以硝酸鈣作靶，而以雙子打擊之，其結果有 α 粒子射出因氧氣經雙子之打擊後，不能放出 α 粒子，故斷定此種反應乃由於氮氣者，其反應如下：



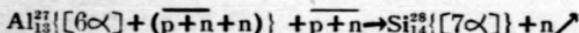
在此實驗中，彼等又發見質子亦能自氮氣中射出，其反應如下：



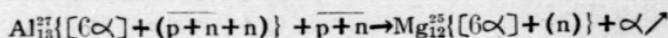
羅，麥二氏復在他一實驗中(註七)發見鋁經高能之雙子打擊後可蛻變而放射質子，中子及 α 粒子，質子之射出機會最多，蛻變之產物為鋁之同位素，其反應即為。



中子之產生據實驗之結果，其數量約為 $2/10^7$ ，即 10^7 雙子中有兩中子射出。



α 粒子射出之機會最少約為 $6/10^9$ 之比數。



其他原素如碳，鈣，金等均能以同樣之反應蛻變而放射 α 粒子與質子，茲不細述。

吾人之結論，那雙子本身為一相當穩固之組織，當其能量充分高時，可藉以射擊各種原素致起蛻變而產生 α 粒子，質子，及中子，關於雙子所引起之蛻變作用，現從事研究者，頗不乏人，而新事實之發見，時時有之，此章所述祇其大概耳。

註 釋

(一) Phys. Rev. 39, 164. (1932)

(二) ,, ,, ,, 536. ,,

(三) ,, ,, 44, P. 55. (1933)

(四) ,, ,, ,, P. 56. ,,

(五) ,, ,, 47 P. 17. (1935)

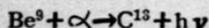
(六) ,, ,, ,, P. 273. ,,

(七) ,, ,, ,, P. 343. ,,

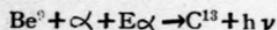
第五章 中和子(Neutrons)

羅梭福氏在1920年牛津大學蓓克林講座任內 (Bakerian Lectureship) 發表質量為一，原子核之電荷為零之原子，有存在之可能，即所謂中和子 (簡稱中子) 有存在之可能也，於是科學家中頗有從事研究以期證實此說者，其間以葛雷生 (J. L. Glassor)，勞勃茲 (J. k. Roberts) 二氏之實驗較為重要，其目的在證明氫氣放電管內中子之生成，然其所得之結果。仍不能確實證明中子之存在。

1930年德國布瑟 (Boethe) 及貝克 (Becker) 二氏以自釷 (Polonium) 原子中所射出之 α 粒子打擊輕原素，發見有穿透力極強之輻射產生，其性質與 γ 射線相似，此等輕原素中，尤以自釷中所得之結果最為顯著，其所生之輻射雖經過二公分厚之鉛板，仍祇減其強度之半，此項發見又經韋勃史脫 (Webster) (註一) 之證實，韋氏先假定此種輻射為 γ 線而計算其量子值 (Quantum value) 約為 $7 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ ，蓋如核之反應為：



則吾人可從此式中求得 $h\nu$ 之量子值合能量為若干，自針中所射出之 α 粒子之能力約為 $5.2 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$ 合質量為 0.0056 a.m.u. ，鈹原子核之質量，據彭皮里齊 (Bainbridge) (註二) 計算所得為 9.0133 a.m.u. ，則上式之能量公式應為：

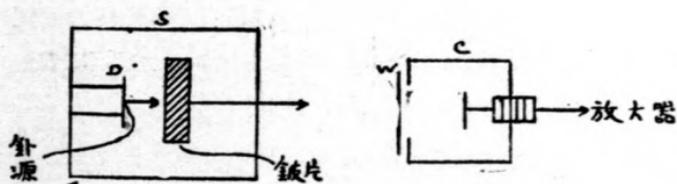


$$9.0133 + 4.0011 + 0.0056 \rightarrow 13.0004 + h\nu$$

自上式即可計算 $h\nu$ 之值為 0.0196 a.m.u. 如假定此反應中所失却之質量，均變為 γ 線而射出，則其能力應為 $18.3 \cdot 10^3 \text{ e.v.}$ ，然設鈹原子核之質量小於 9.0133 則 $h\nu < 18.3 \cdot 10^3 \text{ e.v.}$ 與韋氏所得之結果可無抵觸之處。

然據查威克實驗(註三)之結果，則韋氏對於此種輻射之解釋似為不合，因查氏之工作，而中子之存在乃能確定，故對於韋氏之實驗，茲當約略述之。

在查氏實驗中， α 粒子之來源針被放在 D 盤中，與鈹之距離甚近，鈹中所射出之輻射可通過閥記動器 C (valve counter) 之薄鋁片窗 W，當輻射之量子穿入 C 時，此器能記錄，在 S 與 C 之距離為三分時，此器每分鐘記錄四次，如在 SC 之間插入二公分厚之鉛板，其記錄之次數仍無若何變更，可知此輻射之穿透力為非常強者。



查氏實驗之儀器

然如於 W 前置一蠟片，則記錄之次數大增，查氏說明此種現象乃由於輻射經過蠟片時引起粒子放射之故，此種粒子經查氏研究而知為質子，其能力約為 $5.7 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$

喬洛夫婦(Mme Curie-Joliot and M. Joliot)以為此等質子由於輻射之量子與蠟中之氫原子核相撞而產生，其情形與電子之康普敦效應相同 Compton Effect，如有倒行之氫原子核產生，則吾人可引用以下之公式(註四)以求得倒行原子核之能力為 $5.7 \cdot 10^6$ e.v. 而 $\angle \theta$ 等於 180° 時所需之能力 $h\nu_0$ 。

$$E_m = h\nu_0 \frac{h(1 - \cos \theta)}{1 + u(1 - \cos \theta)}$$

$$h_0 \nu = 55 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$$

此值應即為鈹中所射出之輻射能之量子能，然自鈹蛻變反應之能量公式中計算所得之結果，則此量子能之值，不能大於 $18.3 \cdot 10^6$ e.v.，欲解釋此極大之差異，查氏乃提出羅梭福氏之『中子假設』(Neutron hypothesis) 即中子可認為乃一質子與一電子合併而成，其周圍之磁場在距離 10^{-12} cm，以外者，即已弱至幾等於零，故可視一中和之粒子而其質量則與質子幾等，

根據此假設，則鈹之蛻變所射出之輻射，可解釋之如下，假定鈹原子核包括兩 α 粒子及一中子，則其質量應為九，電荷量應為四，其蛻變反應有如下式，即有中子產生：



其能量公式當為。

$$(8.0022 + n) + 4.0011 + E_\alpha = n + \text{C}^{12} + E_n + E_{c^{12}}$$

此處 E_α ， E_n 及 $E_{c^{12}}$ 各代表 α 粒子射入鈹原子核之動能，中子放射時之動能及倒行碳原子核之動能，則 E_α 既已知為 $5.2 \cdot 10^6$ e. v. 以質量計算為 0.0056 a.m.u. 而 C^{12} 等於 12.0003 a.m.u. 則

$$E_n + E_{c^{12}} = E = 0.0086 \text{ a.m.u.} = 8.10^6 \text{ e.v.}$$

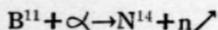
如此能力依照力學之定理而分配於中子及倒行碳原子核之間，則 $E_n = \frac{12}{12+1} E = 7.4 \cdot 10^6 \text{ e.v.}$

[此處假定中子之質量為一，碳原子核之質量為十二。]

中和粒子具此速度者，其穿透力自必極強，當中子與蠟中之氫原子核正面相撞時，其所產生之質子之能力約等於中子射入之能力，前曾述及查氏求

出質子之能力為 $5.7 \cdot 10^6$ e.v. 惟在上述之計算中，並未計及質量缺點，故中子之能力，應小於 $7.4 \cdot 10^6$ ，則其值當與查氏觀察所得，甚為接近矣。

他如錒經 α 粒子之打擊，亦有同樣之結果發生，錒中所射出之中子經蠟片時，產生能力 $3.3 \cdot 10^6$ e.v. 之質子，查氏假定錒之核反應為：



如中子之能力為 $3.3 \cdot 10^6$ e.v. 則氮原子核 N^{14} 之能力當為 $0.24 \cdot 10^6$ e.v.，自能公式：

$$\text{B}^{11} + \alpha + E_{\alpha} = \text{N}^{14} + n + E_N + E_n$$

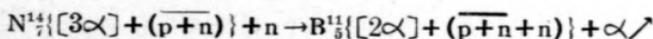
$$11.0082 + 4.0011 + 0.0056 = 14.0045 + 0.0003 + 0.0035 + n$$

計算 n 之質量為 1.0066 a.m.u. 此值與氫原子之質量又適甚接近。

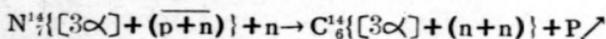
根據以上之實驗，吾人在能量及質量二方面均可證明錒經自針中射出之 α 粒子打擊後所產生之輻射，非為量子之結合而為一質子與一電子合併而成之中子。

自中子之存在公認後，吾人對於原子核構造之觀念，乃大為轉移，在 1932 年六月以前，科學界猶以為質子或氫原子核與電子為原子核構造之單位，而今則知中子亦為原子核構造之一單位，且中子之發現可解決一部份關於原子核之複雜問題，例如中子對於人工蛻變之影響，即可以間接解決原子核之諸問題也。

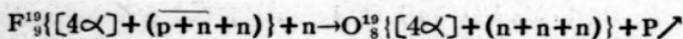
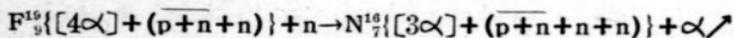
多數輕原素經中子之射擊後，中子即被核吸住而放出 α 粒子，此種蛻變反應，已為吾人所習見矣，如氮之蛻變反應為：



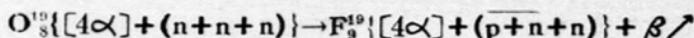
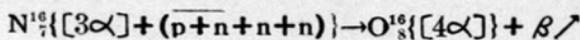
惟氮經中子打擊後，亦能放出質子，如以下反應所示：



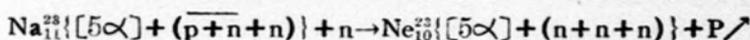
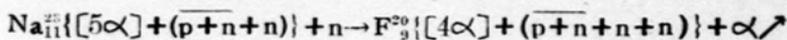
氧之蛻變，其情形與氮相同，即。



據費爾克研究之結果(註五)，氟蛻變反應所產生之氮，氧同位素，均有放射性，二者均放出 β 線而成穩固之原子核，如，

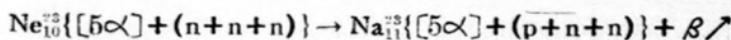
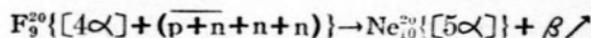


他如鈉之蛻變，亦如上述，即：

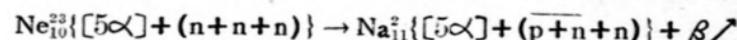
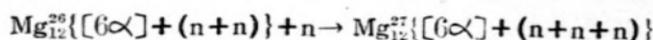


F_{9}^{20} 及 Ne_{10}^{23} 乃均有放射性者， F_{9}^{20} 放出一電子而成穩定之氟原子核 Ne_{10}^{20}

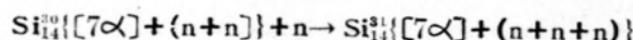
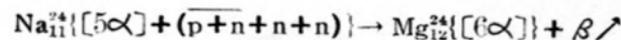
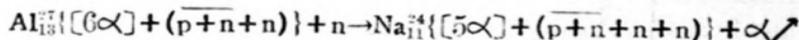
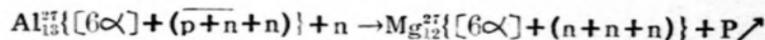
，而 Ne_{10}^{23} 則成鈉原子核 Na_{11}^{23} ：

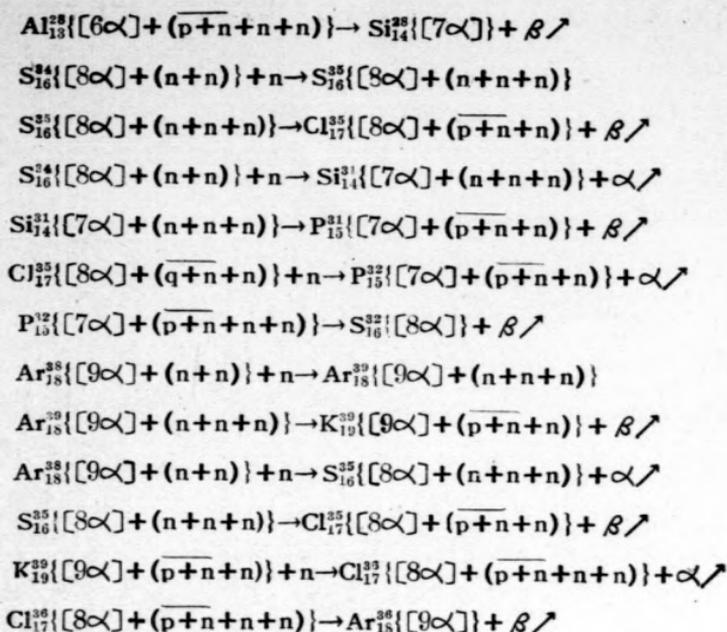


鎂之蛻變則為，



其他輕元素均有同樣之反應發生，如下列諸式所示：





根據以上之諸反應，費爾克氏乃作一結論(註六) 謂凡原子核之原子序數 (Atomic number) 為奇數而其結構中有一雙子及二中子者，則有放射性而產生β線或稱電子，其結果所成之原子核為穩固之組織，如原子核之原子序數為偶數而含有三中子者，則同樣有放射性而產生β線，其結果所成之穩固原子核，其原子序數為奇數，而結構中有一雙子及中子云。

註 釋

- (一) Proc. Roy. Soc. London Vol. 136, P.428 (1932)
- (二) Phys. Rev. Vol. 43 P.367 (1933)
- (三) Proc. Roy. Soc. London Vol. 136, P.692
- (四) Richtmyer "Introduction to Modern Physics," chap^t. 13 equation (44)
- (五) Phil. Mag 18, P.795.
- (六) ,, ,, ,, P.156.

第 六 章 正電子之發見

當歐洲之物理學家正努力於中子之研究時，美國之物理學家同時在進行他種實驗，其結果乃有正電子或稱正子之發現，最先發現正子者，為安特生

氏(C. D. Anderson)，安氏初以威爾遜 (C. T. R. Wilson) 霧室研究宇宙線 (cosmic ray) 粒子之能量，忽發現有高速度之電子射出，其最大之速度可達光速之百分之九十九，而此種質點在磁場中彎曲之方向，則又與普通電子不同，就此彎曲之方向而言，安氏斷定其為帶有正電者，其後又經數次攝影之證明，乃確定此種質點即為正子。

1933年劍橋之白勒凱脫 (P. M. S. Blackett) 與俄加林尼 (G. P. S. Oechia lini) 繼安氏而證明正子之存在，彼等所用之儀器與安氏之儀器大致相同，惟另於霧室上下二端，各置一 (Geiger Müller) 計數器，使宇宙線至霧室時，能自動控制照相機以攝取正子蹤跡之照片，二氏所得之結果與安氏相同，即證明宇宙線中確含有正子也。

正子之存在已經三氏之實驗加以證實，於是一般物理學家乃進行而作正子產生之研究，有人假定原素之原子核中本有正子，宇宙線射於原子核上，即將其正子激出，然如此則吾人須同時假定宇宙線亦將負電子激出，因霧室中除正子外亦有負電子之蹤跡，即原子核中須有自由負電子之存在，然據最近原子核研究之結果，知原子中並無自由負電子之存在，故以上之假定，已經事實之證明為不合。

正子既已知非由原子核中放出，則必當來自宇宙線中，適當之解釋為宇宙線中之光子 (Photon) 與原子核相撞時，光子即起作用而變為電子。根據能力不減定律，則光子可變成一對電子，祇須其總共之電荷量等於零，因光子之電荷為零故也。

惟據其後物理學家研究之結果，吾人知宇宙線非正子唯一之來源，查威克，白勒凱脫，與俄加林尼 三氏證明用放射性物質中所射出之 α 粒子打擊鉍原素所生之一種射線能產生正子，但此種射線至為複雜，其中有中子及 α 射線，欲知產生正子者為中子抑為 α 射線，居禮與喬洛乃作一實驗，即以鉛塊和石蠟置於 α 射線之中途，結果乃發現有正子及負電子之產生，於是知產生正子者，大約為 α 射線而非中子。

奈特梅依 (S. H. Neddermeyer) 與 安特生 二氏又證明由鈷原素射出之 α 射線能產生正子，惟大部份為負電子，僅百分之十左右為正子耳，至正子之能量與負電子相差竟有 12^6 e.v. 之鉅。

正子之存在雖已確定，然其產生吾人僅假定其由光子之蛻變而來，蓋物質中未見有自由正子之存在，此當由於其在自由狀態之下壽命甚短之故，白，俄二氏以為其所以不能自由存在者，乃由於其易與負電子合併而成光子也，此說則著名之 第拉克 (P. A. M. Dirac) 電子論中亦述及之，第氏以為正子之生命至短，易與負電子合併而消滅，其能量則化為二光子。

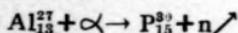
以上之假設及理論，與實驗所得，至為符合，蓋在此等實驗中，常見正子之蹤跡時滅時現，可知正子之不能穩定而易與負電子合併而成光子或 α 射線，如是則光子在適當情形之下，當亦可蛻變而產生正子，故正子之存在及其產生，吾人已得實驗之證明而可置信矣。

據最近物理學家研究之結果，知質子打擊輕原素後，能發生人工放射體而產生正子，關於此點，作者於本文質子一章中已論及之茲不細述矣。

第七章 誘導放射性

1934年居禮與喬洛發現輕原素經 α 粒子打擊後，能自然放射正子，即反應之產物乃有放射性者，自此項發現發表後，普通原素乃可經蛻變而成有放射性之原素，於是在研究人工蛻變反應之實驗中，此種誘導或人工放射性物質，可以代昂貴之天然放射性物質矣，故居禮與喬洛之發現對於科學界尤其是人工蛻變學說，實有莫大之貢獻與價值焉。

居氏等第一次之實驗，即用 α 粒子打擊鋁片，其一部份即變為磷而放出一中子，其反應為，



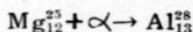
彼等將磷放在一測驗器內，忽發現其有放射作用，其產物為矽，同時有正子放出。



並測得其輻射之半壽期為 3.2 分鐘，(The half period of the radioactive decay.) 彼等又自鋁鎂二元素得到同樣之結果。

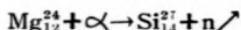
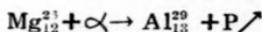
此種人工放射性原素與天然之放射性原素，其性質頗有相同之處，即如放射性之消失，其情形一如天然放射性原素，即歷時愈久則其放射性愈弱。

其後赫德生氏 (Henderson) 等以 α 粒子打擊鎂原素而得如下之反應，(註一)

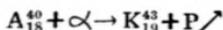


Al_{13}^{28} 為不穩定之放射原素，故射出電子而成矽 Si_{14}^{28} ： $\text{Al}_{13}^{28} \rightarrow \text{Si}_{14}^{28} + \beta^-$

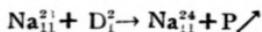
彼等又自 Mg_{12}^{24} 及 Mg_{12}^{26} 得同樣之反應為：



同理氫經 α 粒子之打擊，蛻變而成放射鉀，自此放射鉀中當能測得電子之放射，即，



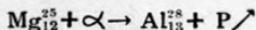
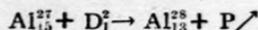
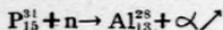
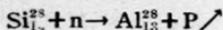
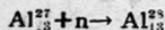
勞倫史氏 (Lawrence) 近以“游子加速”儀器 (Ion-accelerating instrument) 將雙子打擊鈉原子而得以下之反應。(註二)



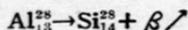
此處之 D_1^2 乃表示一雙子，新生物 Na_{11}^{24} 為放射性原素能放射十五個半鐘點，其反應如下：



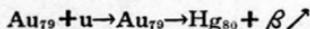
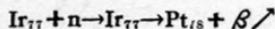
其他且有不同之原子被中子，雙子，或 α 粒子打擊後，可成同樣之新產物，如：



此新產物 Al_{13}^{28} 能射出電子而成穩固之矽原子核 Si_{14}^{28} ，如下式所示：



此外則各種重金屬亦有同樣之變化：



關於『誘導放射性』，一問題，物理學家對之頗有興趣，故討論此問題之文字，現已有數百篇發表，而人工放射體之已發見者，亦已有五十餘種，據新近之觀念而言，任何原素均能造成放射體，惟須經相當之手續與方法耳。

註 釋

(一) Nature, 136, 3445, P.755.

(二) Phys Rev, 46, 8, P.746.

第 八 章 結 論

縱觀本文所論，吾人對於原子蛻變學說之進展及其對於原子核組織之闡明，可作一簡單之歷史回溯。

自貝克勒爾氏發見放射性物質後，原子核中 α 粒子之存在，乃有事實之證明，其後羅梭福及查德維克二氏之實驗，即以自放射原素鐳中射出之 α 粒子打擊輕原素時，發見有質子之放射，乃又證明原子核中更有質子，其時氏等以為質子乃一自由而約束鬆弛之原子核成分，質子繞原子核中央之核心而旋轉，原子核之核心乃一羣穩固之粒子所組成，逮中子發見後，此觀念乃隨之而變更，吾人已得確實之證明謂質子在原子核中非約束鬆弛之成分，乃與中子合併而成雙子，此種雙子為有相當之穩定程度者，至於中子之放射，吾人可暫時假定中子為比較約束鬆弛之成分，於是各種輕原素之原子核之組織

，據目下之觀念而論，當不外為一含有最大數目之 α 粒子之核心，而在核心之外則為一約束較鬆弛之雙子及中子層，質子則祇能變成 α 粒子或雙子而存在於原子核中，故原子核中並無自由之質子。

在一切重原素中，則除 α 粒子所組成之穩固核心外，為一約束鬆弛之中子層，重原素之質子放射，乃由於核心與射彈，如 α 粒子，相互作用所造成。

以上對於原子核組織之概說，均根據於原子蛻變反應而得，故原子核之組織觀念之演進視蛻變學說而定，最近誘導放射性之發見，對於原子蛻變之研究，實有莫大之功效，蓋吾人在研究蛻變問題時，可無須用價值極貴之放射性物質而可以人工放射體代之矣。

在另一方面而言，原子蛻變學說及原子物理學所以能有如是之大進步者，實有賴乎實驗儀器之改良與創造及觀察蛻變反應技術之改進，以儀器而言，則 Wynn Williams 計數管可統計 α 粒子及質子，Geiger-Müller 計數管可統計正負電子，Gaede 擴散抽氣器 (Diffusion Pump) 則可用以得高度之真空，而最有助效之儀器，則當推 C. T. R. Wilson 之霧室，中子及正子之發現均賴此物之助，最近美國麻省理工學院之萊瑪耳 (E. S. Lamar) 及洛爾 (O. Luhr) 二氏計劃一新儀器以打擊原子，該器為一電弧，一極係金屬製成，另一極為白熾燈絲作用於低壓之氫氣中，可以產生質子以打擊原子，他如勞倫史氏之游子加速儀器，亦為研究蛻變反應之利器。

至於技術方面，亦有極大之進步，英國加芬底實驗室內用雙子打擊錘而得 α 粒子，此種 α 粒子之速度較任何自然放射所生之 α 粒子為大，美國加州大學之勞倫史，麥密倫，及赫德生三氏最近造成人工放射鈉，其所射出之 α 射線之穿透力，約為自然放射所產生者之兩倍，此皆足以表示技術之進步者。

其他重原素之蛻變方面，富密 (Fermi) 之努力，亦已獲得相當之成功，故在最近之將來，原子物理學當更有新發現與成就以與吾人相見也。

參考書集

Richtmyer "Introduction to Modern Physics", chapter 14.

Phil. Mag. 17, 117. "The Structure of Atomic Nuclei."

Phil. Mag. 17, P.795 (1934)

, , , , 18, P.795 (, ,)

Phil. Mag. 18, 117. "Structure of Atomic Nuclei",

, , , , 121. "Radioactivity and Nuclear Synthesis"

, , , , 17 114. "Deuteron and Disintegration"

科學 17 卷, 12 期, 『中子之存在』。

, , , , 19 , , 4 , , 『關於原子核之新事實』。

, , , , , 12 , , 『近二十年原子物理學之演進』。

Phys. Rev. 43, 491. (1933)

"The Positive Electron."

Phys. Rev. 44, 406. (1933)

"Cosmic-ray Positive and Negative Electrons."

Phys. Rev. 43, 1034. (1933)

"Positrons from Gamma-rays."

Phys. Rev. 44, 53. (1933)

"On the Production of Positive Electrons."

Phys. Rev. 44, 510.

"On the Combination of Electrons and Positrons."

Nature 136, 3443. (1935)

"Positive and Negative ions in the Primary Cosmic-radiation"

Nature 136, 3444.

"Emission of Positrons from Radioactive Sources."

Phys. Rev. 44, 948.

"Production of Positrons by Nuclear γ -rays"

Phil-Mag. 19, PP. 661—693 (1935)

"Induced Radioactivity and Particle Emission."

Nature. Vol. 135, No. 3412. P.477.

"Induced Radioactivity."

鈉在液態氮中之性狀

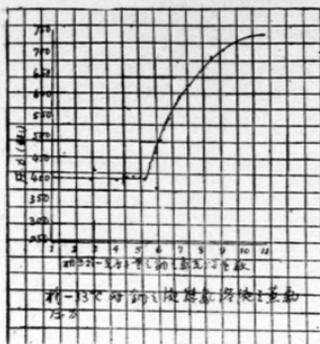
吳 傳 熙

液態氮爲非水溶劑 (non-aqueous solvent) 中最重要之一，其與水，甚相似；二者俱有較高之介質常數 (dielectric constant)，比熱 (Specific heat) 氯化熱 (heat of vaporization)，以及較低之沸點升高常數 (B. P. elevation constant)。惟對於有機物質則液態氮似爲較佳之溶劑。初以其易於氯化而吸大量之熱，故多用爲冷卻劑，自1864年韋爾 (Weyl) 氏發見其能溶解鹼金屬後，爲用益廣，蓋此類金屬溶於其中，成一深色溶液，而並無其他顯著之反應，且所成之溶液，有極強之還原性，鹼土金屬如鈣，鋇，鋇，鎂等，亦能溶於其中，惟情形略有不同耳，其他無數重要反應，亦多能行之於液態氮中，今姑以鈉之液態氮溶液爲例，摘譯其物理的與化學的性狀如次：

甲、物理性

一、溶解度

前之學者，僅知鈉溶於液態氮中，而無定量之紀錄，至勒夫與蓋塞爾 (Ruff & Geisel) 始首先測定之，其法將鈉塊置小管中，加少量之液態氮 (其量當以不足溶完鈉塊爲度)，塞以棉絮，攪動三小時後，濾出所成之飽和溶液而分析之，結果知約在 -100° 至 0°C 間，溫度漸升，則鈉之溶度漸減 (鉀鎂等反之)，其後龔尼士 (Joannis)，克拉斯 (Kraus)，約翰生 (Johnson)，及康奈 (Carney) 等，另用一較便利而精確之法：即於定溫度下，測定鈉之飽和溶液之蒸氣壓力，然後漸漸沖淡，繼續測定之，當鈉塊未溶完時，溶液常爲飽和，而其蒸氣壓力亦一定不變 (見下圖平線)，至鈉塊溶盡後，溶液漸不飽和，而壓力因此驟變 (見下圖曲線)。



曲線延長與平線相交，此交點即為飽和溶液之組成，由此法所得之結果與前所得者，略有不同，見下表：

	0°	-33.8°	-50°	-70°	-105°
克拉斯，康奈，與約翰生		5.48			
勒夫與蓋塞爾	5.87	5.48	5.39	5.20	4.98
克拉斯與羅開斯 Lucasse		5.37			
約翰生與梅安(Meyer)	5.79				

(上表數字，為相當與一克原子之鈉，所需氮之克分子之數。)

其他方法所得之結果，雖不能與前者全符，但亦相去無幾矣。

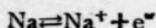
II、鈉與氮之結合

韋爾氏深信在溶液中鈉與氮原子結合而成金屬銨 (metal ammonium)，一如氫與氮之於銨基 (ammonium radical)。但西蘭 (Seely) 則信鈉仍獨立存在，並不與溶劑相化合，其後斐尼士重申韋氏之說，並謂據實驗知溶液中每分子含二原子之鈉。馬生 (Moissan) 等多附和之，於是金屬氮之說又大昌。但不久又為勒夫蓋塞爾及克拉斯等所推翻，以為根據相則 (Phase Rule) 觀察之，實無此種金屬銨存生之可能。

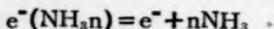
III、電化性

鈉溶於液態氮中成一深藍色之透明溶液，此溶液能導電。克拉斯曾將其置於一特製之電池中，通以 110 伏脫之電流，半小時後，陽極附近之溶液漸

淡而陰極附近漸濃，陽極部分並無絲毫生成物，由此可知其傳導純係電離性，而正離子即為鈉，負離子即為電子也。



此種電子，不能遊離存生，常與氮分子連合而達於平衡，



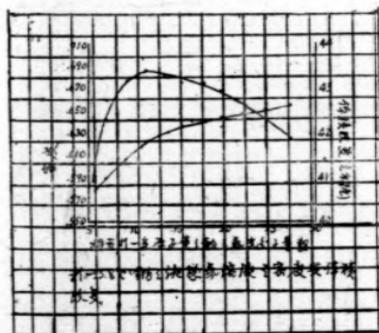
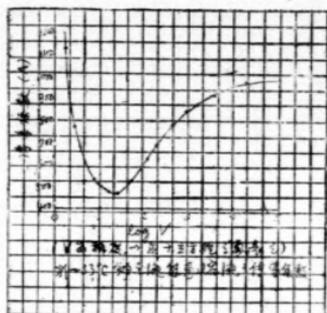
克氏並謂：氮化電子移動較遊離電子為慢，於濃溶液中遊離電子較多於氮化者，蓋負離子之遷移數 (Transference number) 較稀溶液中為大也。

傳導電流之情形，與水溶液相似，漸淡則傳導係數 (Conductivity) 漸大，卒達一最高數。然若溶液過濃，則其傳導係數，將達於無限大，見下圖：

IV、密度與體積之改變。

關於鈉溶液之密度，研究者甚多，而結果尚稱符合。據克拉斯康奈等之計算，於攝氏 -33.8° 時，飽和溶液之密度約為 0.5782 克/立方厘米。

加鹼金屬於液態氮中，其所成溶液之體積，常大於二者原有體積之和。於攝氏 -33° ，23克之鈉約佔 23 立方厘米，93 克之液態氮約佔 135 立方厘米，若無變化，則所成溶液之體積當為 160 立方厘米，但實際為 200 立方厘米，其變化竟達百分之二十五之鉅，此種變化與溶液之濃度有關，如左圖所示。



V、分子量

龔尼士先測定溶液之蒸氣壓力，而後引用勞爾脫定律 (Raoult's Law)，計算鈉在溶液中之分子量。富蘭克林 (Franklin) 與克拉斯，則用沸點升高法決定之其結果如下：

濃 度	分 子 量	濃 度	分 子 量
2.903	32.23	.3665	25.31
1.841	30.70	.3587	25.27
1.220	29.06	.2667	23.53
.9910	28.80	.2516	23.43
.9038	28.46	.2261	23.41
.5614	26.39	.1565	21.62
.5558	26.47	.1519	21.58
.4104	25.36		

在稀溶液中其值常小於21，而濃溶液中常大於23，若濃度為.1N 則分子量之值適為23。

舍此數點外，其他物理性質如光電性(Photoelectric property)等研究者亦甚多，克拉斯曼尼士馬生均有相當之貢獻也。

乙、化學性

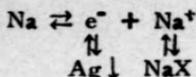
鹼金屬等在液態氮溶液中，電離而成正負兩離子，正離子為金屬本身，負離子即為電子，前已述之，此等電子異常活潑，若遇他物，即起還原作用，故此等溶液最顯著之化學性，即為強力之還原性也，茲略述數端如次：

工、生成物為遊離金屬

研究此等反應時當注意者，即為作用物之精確數量，收集並分析反應中所放出之氣體，若有沉澱物產生，則當用氮洗淨之而後加以分析。蓋非此無以知反應之詳情也。

反應中生成物為遊離金屬者，可以鈉與銀鹽之作用為例：試將銀鹽加入鈉溶液中，熱至液態氮之沸點，黑色沉澱立即生成，此黑色沉澱物即金屬銀也。其反應可以下式表之：



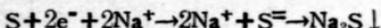


其中X代表任何鹵族元素 (halogen)，e⁻代表電子。

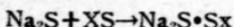
關於此反應之結果，有二法核對之：一為所用作用物之比，一為沉澱物之分析。由實驗知若所用之銀鹽為氯化銀，則鈉之克原子量與氯化銀之克分子量之比為1.001，若為碘化銀則其值為1.006。(在此種測定中鈉溶液之深藍色可作為極靈敏之終止點 (end-point)。所成之沉澱中，據二次實驗之結果，一含98.7%之銀，一含98.0%之銀，其所以不百分之百者，蓋以一部分被吸之鹽類，未易盡行洗去也，類此之反應如碘化亞銅與鈉成金屬銅，氯化銀或碘化銀與鉀成金屬銀等都屬之。

II、非金屬元素之還原反應

加非金屬於鈉溶液中，此非金屬之原子即與溶液中之電子相結合而成一負離子，換言之，即成一鹽類。



加硫於鈉溶液中，於-33°C時，其作用已甚速。最先成一白色塊狀沉澱，即為一硫化鈉(Na₂S)，此物更能與多量之硫相化合而成多硫化物(polysulfide)。

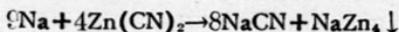


多硫化物能溶於氬而成紅色之溶液，據波氏 (Berystron) 之實驗若溶液中含.5797克之鈉，則成Na₂S需硫.4040克，成Na₂S₂需.8080克。

III、生成物為一金屬間之化合物 (Intermetallic compound)

無機鹽類於液態氬中，起類此之反應者甚多，即還原物與被還原物二者中之金屬元素互相連合而成一新化合物也，其中以鈉與氫化鋅之作用，知之較詳，鈉與氫化鋅起猛烈之作用而成黑色之金屬沉澱，實驗知所用鈉之克原子量與氫化鋅之克分子量之比為2.22。沉澱物平均約含91.%之鋅，由此二結果可推知沉澱物之式當為NaZn₁，其中鋅之百分量為91.9%。且若加酸至

沉澱物中，每克分子量能放出氫9.05當量，與理想者(9當量)相去亦無幾矣，故此沉澱物生成之反應，可以下式表之：

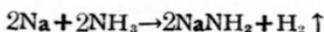
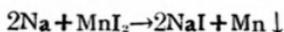


其他如 NaHg ， NaHg_2 ， NaCd ， Na_5Sb ， Na_3Bi ， Na_3Te_2 ， CaAg ， Ca_7Zn ， Ca_3Hg_2 ， Ca_2Pb_3 ，以及 Ca_3Sn 等，其式亦多由作用物之比而定之。

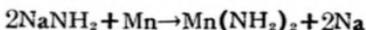
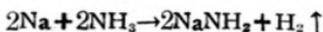
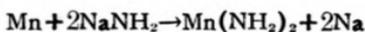
IV、還原生成物重起反應者：

當布蓋氏(W. M. Burgess)與斯摩干(E. H. Smoker)研究碘化錳與鈉之還原作用時，發現與前述諸例不同之結果：作用物無一定之比，生成一光亮之黑色沉澱，並放出多量之氫，據二氏之解釋，此反應可分二步：

(1) 碘化錳被鈉還原而成金屬錳，此新生錳有極強之觸媒性，使鈉與氮作用而成一醯胺(amide)

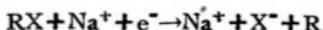


(2) 所成之金屬錳與醯胺及氮作用而成氮錳化鈉(Sodium ammonomanganite)：

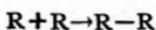


V、電子與有機物中負元素之作用

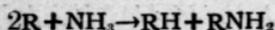
若有機化合物中含有負元素而不在電離狀態中，則鈉溶液中之電子，將與此負元素結合而成一負離子：



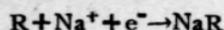
式中X代表任何鹵族元素，R代表一經基，此所成之經基或自相結合，



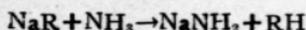
或與氮溶劑作用而成醯胺物，



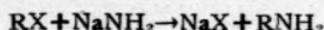
或與所餘之銉作用，



但此種鹽類，極不穩固，易起氮化作用，而成一烷系化合物 (Paraffin) 及醯胺化銉，

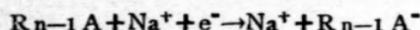
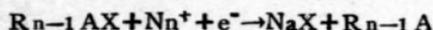


所成之醯胺化物，更能與原有之有機鹵化物反應，

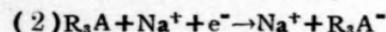
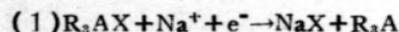


Ⅳ、電子與兩性物(amphoteric Substance)之反應。

設一兩性元素之原子價為 n ，其中 $n-1$ 價已與氮氫團相合而成一種化合物 $R_{n-1}AX$ ，(X代表任何負元素或原子團)。此種化合物，常為銉溶液中之電子還原而成遊離根 $R_{n-1}A^-$ ，此遊離根又被還原而成銉之鹽類 $NaAR_{n-1}$



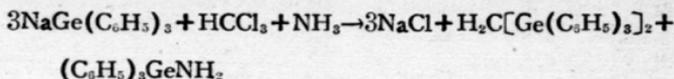
此類銉鹽甚多，醇醯(alcoholates)與酚醯(Phenolates)盡屬其例，大概第四第五第六三族之元素常成 $NaAR_{n-1}$ 之穩固化合物，或成 AR_{n-1} 之遊離團，此等遊離團常成雙分子式(bimolecular form)存在，近數年來，關於第四族元素所成之 R_3A 式之遊離團，研究者亦甚多，如矽，鋅，錫等，此類遊離團能與銉作用於液態氮中，而成一鹽類，故 R_3AX 式之化合物溶於銉之液態氮溶液中，其還原作用可分二步，



所成之鹽類，在液態氮中，有極高之電離度，且亦有還原性，因在 R_3A^- 負離子中，其與電子之結合極不穩固，遇他物即行放出，如級化銉與溴化乙基 C_2H_5Br 之反應是，



此類反應在簡單之銜屬鹵素衍生物中，極為普通，但在較高之鹵化銜中，反應比較複雜，因氮亦有相當作用也，此可於下例中見之。



非水溶液在近代化學中，實佔重要之地位。無數反應，不能起於水溶液而能行於非水溶液，最著者即為液態氮中之還原作用，前述數端，已可概見一斑。其所以勝於水者，因強性之還原劑在水溶液中，將使水分解而放氫，而液態氮中則甚穩固，故其為用之廣，實不亞於其他溶劑也。

拿愛氏定性分析程序修改之商討

汪 葆 濬

定性分析為化學中重要科目之一種。其課本極多，而最盛行者莫過于拿愛氏 (A. A. Noyes) 一書。此書著自西歷一八九七年，及今已將四十年矣。其中經改良而再版者，有九次之多。故年代雖久，仍合于現代學生之應用。其所採各方法，雖大部可靠，但有數處往往以初學者手技欠熟，以致結果未能稱意。譬如錫屬元素中砷及汞；鉛屬元素中之鋅；及鹼土金屬元素中之鎂，往往在實驗時錯失。鹼金屬元素中之鈉，則不易認識。鹼土金屬元素中之鋇及鈣，則不易辨別。尚有非金屬原素中之碘及溴，則不甚靈敏。凡此種種，雖手技熟練者，可不致失敗。但為初學者便利起見，不得不加以改良。

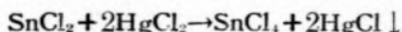
工 錫 屬

1. 砷之檢驗 拿愛氏方法有二缺點：(一)普通檢驗一物質。往往與他質析離時，即能略知其含量。今則不然，試物中無論有無砷素，以在硫化鈉試藥中析離錫屬時，有硫磺混入。其色淡黃，與硫化砷之形狀及色澤，均相似。以致在程序42中不易辨別，非將程序完成後不能知其有無。對於時間上似覺不甚經濟。(二)檢驗砷法，係將砷素先變成砷酸鹽，然後與鎂基及鉍基化合，成砷酸鎂鉍 ($MgNH_4AsO_4$) 沉澱。此項沉澱，為白色結晶體，且不易在短時間內發生，以致常有錯失之虞。其補救方法，可先用一預測法預測之。在預測中測得砷素。可再照程序42，44進行，以定其分量之多寡。苟在預測中測得並無砷素，則可將程序42及44省略之，以免耗費時間。砷之預測法如下：用一乾燥硬質試管，內裝 0.1—0.5cc. 試物，及試物三四倍容量之氫化鉀粉末。拌勻。加強熱。如試管上部有黑鏡發現，即知其為砷或錫之化合物。砷與錫之分辨極易。祇須在試管黑鏡面上加以新配之次溴酸鈉試劑。如係

砷，此黑鏡面立即溶化。如係銻則不變。或在加強熱時注意其發生氣體之臭味，如係砷，則有葱蒜味發生。

如預測法尚嫌不足，可在程序44中加硝酸後，將溶液傾入一試管內，再加銻一小塊。如有砷質，則有 AsH_3 氣發生。此氣可用硝酸銀溶液測之。法用紙一條，浸以硝酸銀溶液，置于發生 AsH_3 之試管口上，遇 AsH_3 後即呈櫻色。此法非常靈敏。如砷質量極少，此法亦能驗出。

2. 汞之檢驗 拿愛氏所用汞之檢驗法常易失敗。其失敗原因約可分為二類：(一)分離砷，汞與銻，錫時，如所用之濃鹽酸帶有雜質(註一)，如硝酸或其他氧化物之類，能使硫化汞完全溶化。(二)拿愛氏所採汞之檢驗法，係加二氯化錫于二氯化汞溶液內使成四氯化錫與一氯化汞。



一氯化汞為白色沉澱。如分量不多，則易錯失。其補救方法：前者可在程序45沉澱銻時，視其沉澱之色澤，是否為橘黃色。苟帶有褐色，則硫化銻之沉澱決不純粹。非含有硫化錫，即含有硫化汞。析離之法：可就沉澱與溶液中加鹽酸少許，煮沸，待沉澱溶化。如雜質係硫化錫，則沉澱完全溶去。如係硫化汞，則有硫化汞黑色沉澱留下。可將其濾出以作汞之證實檢別。後者可用有機試藥 Diphenyl Carbazide 檢驗法代之。

Diphenyl carbazide 檢驗汞法(註二)：將被氨水溶餘之硫化汞沉澱(程序42)，置于一蒸發皿內。加3-8cc鹽酸。煮沸。徐加氯酸鉀粉末。至黑沉澱完全溶化為止。將溶液蒸發至2cc時，加蒸餾水5cc。過濾。將濾液受在一試管內，加Diphenyl carbazide 火酒溶液4-8滴。再加碳酸鈉粉末。如溶液中有汞之化合物，則加碳酸鈉時，先有藍色水法發現，至溶液完全中和時，則溶液亦呈藍色。如溶液中並無汞之化合物。則溶液呈橙黃色或紅色。如溶液待中和後，既不藍又不紅，則Diphenyl Carbazide 試藥已壞，須另行配置。

註一 此項雜質往往在試管內或用具上略帶微量，則能發生極大效果。

註二 原文見J.A.C.S. 51 3351 (1929)

II 鋁 屬

1. 鋅之檢驗

鋅在鋁屬中，依拿愛氏方法，乃將其先變為鹽基性碳酸鋅沉澱 $[ZnCO_3 \cdot xZn(OH)_2]$ ，使與可溶性鉻酸鹽分離。然後用硫化鋅法檢驗之。此法往往以氫氣難以驅盡而致失敗。二十年夏，本校同學孫君令銜，嘗以此項問題作一簡短之研究。其所得結果，認為先將鉻酸根用氯化鋁使其成鉻酸鋁沉澱而除去之，然後將所留溶液加氨水，使成鹽基性，再通硫化氫氣體，以得硫化鋅之白色沉澱，則結果較為滿意。現將孫君所擬之程序列下：

在程序53中所得之氨溶液，徐徐加稀鹽酸，使用石蕊色試紙試探時，成酸性溶液。再多加稀鹽酸。一二cc。煮沸，加1n氯化鋁溶液10cc。在溫度五六十度水鍋上溫五六分鐘。過濾。將濾液受在蒸發皿內蒸發。待乾至50cc。時，加3n醋酸鈉溶液，直至溶液由火黃色而變為淡黃色時乃止。所得黃色沉澱，即鉻酸鋁。過濾。將濾液傾入一錐形之燒瓶內，加熱至五六十度時，通入硫化氫氣體，待飽和，將瓶口用木塞塞住。靜置數分鐘。所生之白色沉澱即硫化鋅也。

2. 鋅之證實檢驗

程序67所載方法，往往結果不良。現有一簡捷而靈敏之方法。見美國工業化學雜誌分析專刊(註一)。法將硫化鋅溶解于稀鹽酸中。煮沸。待 H_2S 驅盡。用玻棒將此溶液一滴，點于一時見方之氫化鈷紙上(註二)。再用鑷子將此紙在火上烘乾。然後着火化紙為灰質。倘溶液中有鋅質，則紙上着溶液處其灰質呈綠色。

註一 原名為Ind' & Eng. Chem. Ana. Ed. 4 336 (1932)

註二 氫化鈷紙之製法：用無灰濾紙浸入氫化鈷四克氯酸鉀一克與水一百立厘米之混合溶液中一二分鐘。取出。待乾即成。或在攝氏一百度以下之烘箱內烘乾亦可。

III 鹼土金屬

拿愛氏之檢驗鹼土金屬法，其銣與鈣常不易分辨。往往在程序74析離銣時，得多量沉澱。及程序75證實檢驗時，則一無所有。而在程序76析離鈣時，又一無所得。有時反之。究屬是銣是鈣，實不易分辨。大有改良之必要。再程序78鎂之檢驗，往往錯失。亦不可不加以改良。Fresenius之定性分析及Treadwell-Hall所著之定性分析各書中，有用亞鐵氰化鉀 $[K_3Fe(CN)_6]$ 析離銣與鈣一法。以鈣與亞鐵氰化鉀化合成亞鐵氰化鈣鉀 $[CaK_2Fe(CN)_6 \cdot 3H_2O]$ 之白色沉澱。如在氨溶液中，則生亞鐵氰化鈣鉀，亦為白色沉澱。彼銣與亞鐵氰化鉀則不生沉澱，故得分離之。此法試之再三，似覺較為妥善。鎂之檢驗，可先用染色脛化鎂試法預試之，結果較不易錯失。今將所擬程序詳述於后：

在程序71第一節所得之溶液			
取一二滴加 5cc. 水加 HCl 使成酸性然後 加 P-Nitro- benzene-azo- resorcinol 一 滴最後加 NaOH 使成鹽基性 天藍色沉澱為 染色之 Mg(OH) ₂	將所餘溶液加(NH ₄) ₂ CO ₃ 及C ₂ H ₅ OH 白色沉澱為BaCO ₃ , SrCO ₃ , CaCO ₃ , MgCO ₃ (NH ₄) ₂ CO ₃) 溶在HAc中，加NH ₄ Ac及K ₂ CrO ₄ (程序72)		
	沉澱	濾液 Sr ⁺⁺ , Ca ⁺⁺ , 與 Mg ⁺⁺ 加 (NH ₄) ₂ CO ₃	
	BaCrO ₄	沉澱 BaCO ₃ , CaCO ₃ 溶於 HCl 中加 NH ₄ OH 及 K ₄ F(CN) ₆	溶液 加Na ₂
	證實檢 驗法與 程序73 同	沉澱 CaK ₂ NH ₄ Fe(CN) ₆	溶液 Sr ⁺⁺ 加(NH ₄) ₂ CO ₃ 白色沉澱 SrCO ₃ 溶于少量HAc中加 CaSO ₄ 飽和溶液 白色沉澱 SrSO ₄

1. 鎂之預試法 取由程序71第一節所得之溶液一二滴，加水 5cc. 及 1n HCl 少許，使成酸性溶液。再加對硝基苯偶氮樹脂酚(Para-nitro benzene-Azo-Resorcinol) 試劑一滴(註--)，然後加NaOH溶液使成鹽基性。如有天

藍色之沉澱產生，即染色之羥化鎂也(註二)。

苟已知溶液內俱鎂質而欲知其質量之多寡，可再照程序78進行。否則可省略之。

註一 對硝基苯偶氮樹脂酚溶液之製法：爲此物5.克，苛性鈉1克，加水使成100cc之溶液。

註二 羥化鎂之溶解度，在室內溫度，每1坩祇溶0.12克。若溶液中含有銨基鹽，則溶解度略增。故用羥化鈉試鎂，非常可靠。但羥化鎂爲無色之膠性沉澱，往往在無色溶液中不易注意，必須使其着色，方便於觀察。對硝基苯偶氮樹脂酚爲紫色顏料，能染於膠性羥化鎂上，使成天藍色之沉澱。彼鋇及鈣之羥化物溶解度較高，且非膠狀物質，不易着色，故用此法試鎂，既可靠，又簡捷。原文見J.A.C.S. 51 1456 (1929)

2. 析離鋇及鈣法： 在程序72中，除去鉻酸鋇後所得之溶液，加水至50cc。煮沸。加氫永使成鹽基性。再加6n $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ 溶液5cc。攪和。靜置二分鐘。過濾。所生白色沉澱，爲碳酸鋇與碳酸鈣。

3. 鈣之檢驗： 將上節所得之白色沉澱，溶解於少量稀鹽酸中。加稀氫水使成鹽基性。煮沸。再加 $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ 之濃溶液(一份溶解於十二分水中)。再煮。過濾。白色沉澱爲亞鐵氰化鈣鉀。

4. 鋇之檢驗： 由上節所得之溶液，再加少量 $\text{K}_4\text{Fe}(\text{CN})_6$ 溶液，以明鈣質是否完全除去。如無沉澱再產生，乃加5cc. 6n. $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ 溶液。靜置數分鐘。白色沉澱爲 SrCO_3 。

5. 鋇之證實檢驗： 將上節所得之沉澱，溶解於少量之稀醋酸中。煮沸。加硫酸鈣之飽和溶液，白色沉澱爲 SrSO_4 (註二)。

註一 火燄檢驗用於鹼土金屬，非常顯著。故大可加入應用，以資參考。檢驗之法，可在程序71第二節所得之碳酸沉澱，用白金絲粘少許，置於無色火燄中燃燒。如火燄呈綠色，則係鋇質。如火燄呈紅色，則係鋇或鈣質。

註二 在攝氏溫度 20° ，每一研水中，硫酸鋇可溶.00002當量；硫酸鋇可溶.0012當量；硫酸鈣可溶.000當量。故硫酸鈣飽和溶液，遇鈣鹽不生變化；遇鋇鹽則即生沉澱。較諸用硫酸鈉溶液可靠多矣。Fresenius之定性分析及A.A.Noyes之舊版書籍，均用 CaSO_4 飽和溶液以證實鋇質。而在第九版中反去消，未免令人莫解。

IV 鹼金屬

1. 鈉之檢驗：程序83中所採用鈉之檢驗法，係將氯化鈉與錫酸鉀（ KH_2SbO_4 ）化合，成 NaH_2SbO_4 之透明結晶體。透明結晶體在透明溶液中極易忽示。且鎂等鹽類與 KH_2SbO_4 亦能產生白色沉澱，粘于試管邊上，宛似 NaH_2SbO_4 沉澱，非常難辨。美國化學會雜誌上（註一），有一鈉之定量法，法係用醋酸鎂鈷醯（Magnesium Uranyl Acetate）或醋酸鎂鈷醯（Cobalt Uranyl Acetate）為試劑，將鈉沉澱成黃色結晶體。此法非常簡捷，用作定性分析，亦未嘗不可。茲將其方法略述于後。

取程序81所得之中和性溶液 2cc，加醋酸鎂鈷醯試藥 10cc。震搖。靜置五分鐘。所生黃綠色結晶體之沉澱，即鈉之化合物也。已知溶液中具鎂質，可用醋酸鎂鈷醯試藥（註二）。如已知溶液中含大量鉀質，則宜用醋酸鈷鈷醯試藥（註三）。

註一 原文見 J. A. C. S. 51 1664 (1929)

同上 51 1965 (1929)

註二 醋酸鎂鈷醯試藥之製法，係將醋酸鈷醯40克及醋酸鎂 250 克，溶解于冰形醋酸60克中，加水成一研。

註三 醋酸鈷鈷醯試藥之製法，係將醋酸鈷醯40克及醋酸鈷 200 克，溶解于冰形醋酸60克中，加水成一研。

V 氯屬

1. 碘化物及溴化物之檢驗：本節並非將其原方法改變，不過本作者個人之經驗，將其原方法中失敗之原因提出而已。程序 110 中碲代碘酸化合物及

氯化物之檢驗，尙稱靈敏，但碘化物及溴化物之檢驗則常感困難。普通均誤認爲其方法不妥，實則其弊在溶解碘化銀及溴化銀時所用硫化銨之製備不妥，而不在其方法。硫化銨試藥須在應用時臨時製備。法用 $6n$ NH_4OH 數 cc ，通 H_2S 氣半分鐘即可。此項試藥若在空氣中擱置二三小時，即不可在此應用矣。以硫化銨極易與空氣作用成多硫化銨，此物能使碘化物氧化成碘酸等化合物，以致與硝酸鐵不能作用。

再銀鹽沉澱加硫化銨後，須用玻棒將沉澱分散。否則沉澱外表糊以硫化銨後，其末經與硫化銨作用之銀鹽沉澱，不能再行分解，以致結果不良，不可不注意焉。

拿愛氏一書以半定量性質，以致有許多極可靠而極靈敏之方法放棄，非常可惜。作者之宗旨則爲能可靠而半定量更好。如不能，則甯可犧牲半定量。本篇中所擬改革之各點，是否有當，尙望識者指正之。

本篇承丁庶爲及顧翼東二位先生指導，非常感激，特此誌謝。

醋酸本色塗料之分析報告

嚴志弦

醋酸本色塗料 ("Titanine" Acetate Dope) 色微黃，具強大之黏滯性。其主要用途為塗於飛機機翼之上，以期經久耐用。此項塗料中之醋酸纖維素與溶劑，可用蒸餾法使之析離。惟蒸餾時生成多量之泡沫，頗易由蒸餾瓶中衝出，故加熱之緩速，必需特別留意。蒸餾時之溫度為由 61° 至 112°C 。達 112° 以上，雖仍有少量液體餾出，但瓶中似已起分解現象，瓶內所餘之黏性物，則漸變為深黃色。醋酸纖維素之濃度，據數次蒸餾所得之結果，約為15—20%。

蒸餾所得之溶劑，無色。經再度蒸餾可分為二部分：

(A) 低沸點部分..... 61° — 77°C 。

(B) 高沸點部分..... 103° — 112°C 。

低沸點部分經分餾 (fractional distillation) 而得一沸點為 58° — 60° 之一部分，及一沸點為 75° — 77° 之部分。前者可溶於水及乙醚，嗅之頗似丙酮 (acetone)；後者頗具酯類 (esters) 特具之香味。

用 58° — 60° 之一部分製備 dibenzylidene acetone (Mulliken)，結果得黃色之晶體，熔點為 110.5°C 。故吾人確知其為丙酮。沸點為 75° — 77°C 之一部，經加水以除去其中少量之丙酮後 (酯類僅微溶於水)，用 NaOH 使之鹼化 (Saponification)。鹼化後所得之溶液，先蒸餾其一部分 (約三分之一)，餘下三分之二中加純硫酸使之酸化而求其 Duclaux value (依據 Kamm 之方法)。

結果如下：

第一部分 (10cc) 第二部分 (10cc) 第三部分 (10cc)

6.94

7.1

7.2

未酸化前所得之蒸餾物，加碳酸鉀使其中所含之醇析出，復用以製備 Ethyl 3, 5-Dinitro benzoate (Mulliken)，結果得白色之針狀晶體，其熔點為 91°C 。依據以上所得之結果，吾人確知此低沸點部分($61^{\circ}-77^{\circ}\text{C}$.)為丙酮與乙酸乙酯(ethyl acetate)之混合物。

高沸點部分($104^{\circ}-112^{\circ}$)不溶於水，亦不溶於濃硫酸(稍變色)。或即係在該溫度範圍內之烴(hydrocarbon)，亦未可知。但其中或有少量之黏着劑(Plasticizer)，一時尚未易檢出也。

介 紹 新 書
談 明 普 通 化 學 四版

本校化學家嚴志弦先生譯 潘慎明先生校

本書內容新穎可供大一課本或高中參攷之用

全書精裝一冊定價四元四角 實價三元五角

(英文本) Deming's General Chemistry 4th. Ed.

四元六折 實價二元四角

Francis: Notes on Organic Chemistry

佛萊西博士著 一九三六新版

有 機 化 學 上 之 進 步 手 冊

定價五元五角 六折三元三角

外埠可向蘇州文怡書局直接函購寄費免收

蘇州
觀前
街中

文 怡 書 局

電話
一九〇四

最新出版！

Black & Davis: New Practical Physics

勃拉克
台維斯
最新實用物理學

陳寶珊譯

上冊一元七角 下冊一元九角
合訂本定價三元 實售二元五角

Deming's: General Chemistry 4th. Ed.

談明
嚴志弦譯
普通化學

賽皮面精裝一冊

定價四元四角 實售三元五角

Mastering English Through Practice

高
中
實習英語語法教本

謝大任
陳志雲 著

每冊實價一元八角

上列各書全國著名中學採用甚多外
埠直接函購寄費免收

茲為優待研究數理化者興趣起見凡購買下列各書

一律半價 計算請聲明本學報介紹

(外埠函購當班回件寄費免收匯兌不通之處可用郵票代現)

Griffin: AN INTRODUCTION TO MATHEMATICAL ANALYSIS 辯分氏 最新完全混合算學(最新出版)	4.00
Currier-Watson: GENERAL MATHEMATICS 葛華氏 普通數學	3.00
McClenon INTRODUCTION TO THE ELEMENTARY FUNCTIONS 麥氏 函數學	3.00
Dickson: COLLEGE ALGEBRA 狄克氏 大學代數	1.50
Millikan-Gale-Edwards: A FIRST COURSE IN PHYSICS FOR COLLEGE 密塞特三氏 大學物理初步	5.00
Richtmyes: INTRODUCTION TO MODERN PHYSICS 萊氏 近代物理(最新版)	6.50
Deming: INTRODUCTORY COLLEGE CHEMISTRY 但明氏 最新大學化學(最新出版)	4.40
Chapin: SECOND YEAR COLLEGE CHEMISTRY 強寶氏 化學(最新出版) 3.Ed.	3.20
Reeby: ELEMENTARY QUALITATIVE ANALYSIS 李特氏 初等定性分析	1.60
J. F. Norris: PRINCIPLES OF ORGANIC CHEMISTRY 諾氏 有機化學綱要 2.Ed.	3.00

利蘇印書社

本社承印 中西書報 定期刊物
文憑證書 股票禮券 招貼廣告
簿冊單據 名刺賀片 信箋信封
製造鉛版 紙版鋅版 電鍍銅版
照相銅版 中西鉛字 新式符號
五彩墨油 各種紙料 應有盡有

總店 蘇州景德路五十五號
分店 蘇州觀前街文怡書局內
工廠 電話一四〇號
班竹巷九號

老 豫 泰

LOAU YUE TAI & CO.

GLASS BOTTLES AND WARES
MANUFACTURER

No. 256, A. B. North Shansi Road;
No. 377, Peking Road, Shanghai.

第一發行所

上海北山西路七號
路南二百五十六號

本號特聘高等工業技
師設廠專製各種玻璃
器械兼用煤氣細工精
造化學用玻璃器皿以
及一切量器出品優良
價格公道

第二發行所

上海北京路三
百七十七號

永昌西式木器號

YONG CHONG FURNITURE CO.

Excellent Furniture Makers
and
Artistic Interior Decorators

蘇州景德路
一百二十七號

本號選購上等材料聘請專門技師精造各式異樣木器及裝飾銀行商店無論房間書室大菜間辦公廳各種器具一切齊備

特點
質料堅固
漆色鮮明
式樣新奇
定價低廉

東吳大學化學系出品

蒸溜水 十三磅以上 每磅四分
不滿十三磅者 每磅五分

蟲敵 每磅一元

經理處 本校會計處
觀前文怡書局

WAI TAI TAILOR

KONGHONG
SOOCHOW

Cheapness! Promptness! Fashionableness!

號 裝 服 泰 匯

巷 宮 移 遷 莊 賜 天

本號開設天賜莊歷有餘年專製洋服男女大衣橡皮雨衣軍製操衣應有盡有選料精良式樣美觀定價便宜茲因擴充營業而謀顧客便利起見遷移觀前宮巷碧鳳坊巷口南首裝飾洋式門面倘蒙賜顧定價格外克己凡主顧欲辦新裝者請逕駕新址交易可也

號 服 西 利 新

SING LEE TAILOR

Soochow, Near Soochow University

High Class Tailor

and

Gentlemen's Complete Outfitter

Latest Style! Reasonable Charges! Prompt Attendance!

專製：

時式西裝

學校制服

工質精良

定期不誤

價目克己

地址：

東吳大

學附近

蘇州東吳大學



生物材料處

創始

民國十三年(西曆一九二四年)。

宗旨

提倡國內生物學教育，供給及交換各種廉價適用生物標本及解剖採集等用具。

出品概況

(一) 保藏標本

動物及植物，浸製或乾標本。

(二) 玻片標本

各種微小生物，動物及植物之組織，胚胎，器官等全體裝片或切片。

(三) 裝置標本

課室及實驗室指示用，動植物之發育史及解剖等標本，裝置玻瓶或玻面紙匣。

(四) 骨骼標本

各種普通脊椎動物之骨骼，裝置木架或玻面紙匣。

(五) 應用儀器

各式實驗，解剖，採集用具，玻璃片，擴大鏡等。

刊物

(一) 兩月刊

中文及英文二種，溝通生物學教育界，登載各種關係生物學課程，實驗以及技術文字，徵求或交換標本，介紹書籍雜誌及本處新出品，按期寄贈海內外各學校生物學教員及科學機關。

(二) 價目表

大學及中學兩種，函索即寄。

法 學 雜 誌

九 卷 二 期 出 版 要 目 如 下

- | | |
|--------------------------|------|
| 法官之判案責任…………… | 劉世芳 |
| 羅馬法上幾個問題商榷之一…………… | 丘漢平 |
| 蘇俄刑事法與我國刑事法之比較研究(續)…………… | 陳曉 |
| 一年來川省犯罪狀況之鳥瞰…………… | 毛家騏 |
| 累進制度之成立與發展…………… | 黃秉心譯 |
| 復興農村之立法問題…………… | 王昌華 |
| 日本行政法(續)…………… | 鄧定人 |
| 中華民國憲法草案…………… | |

價格

每冊實洋三角五分定閱全年六冊連郵二元

社址

上海崑山路一四六號

分售處

上海會文堂

作者書社

民智書社

現代書局

大昌祥

上海雜誌公司

光華書局

蘇州東吳大學

文怡書局

南京正中書局

中央書局

安慶世界書局

天津大公報

北平佩文齋

太原覺民報社

諸君

欲購書籍文具用品乎？
請到觀前大街

小說林

書社選購有三大利益

(一) 本社發行各種中小學校課
本兒童用書並原板西書搜

羅齊備定價低廉允推獨步

(二) 本社兼售上海

商務印書館
中華書局
世界書局

及其他各大書局出版中西
書籍應有盡有選擇便利折

扣尤宜

(三) 本社運銷中西文具用品自
來水筆運動用具花色奇異
售價比眾克己

本社電話二二九號

LEA ZUNG CHONG 李順昌西服號

Gentlemen's Tailor
and
General Outfitter

Suits and Overcoats Made to Order,
Best Material, Latest Styles, Moderate Prices.

本號開設
天賜莊四
十餘年專
製時式西
裝學校軍
服質料優
美做工精
良工價克
己惠顧者
請駕臨敝
號接洽可
也

同 仁 和 六 六 電 話 二

抱 薄 利 主 義

經理 大陸肥皂廠出品

大陸肥皂 白玉皂

蒙古素皂 條皂洋燭

卜內門公司

純鹼 塊鹼 小蘇打 燒鹼

司各脫魚肝油 九一四奶粉

其他藥品及製皂原料等項

製造廠蘇葭巷東口 電話二〇〇六

國產綢緞 西裝用品
粗細皮貨 衣邊飾物
呢帽草帽 呢絨布疋
毛線內衣 男女大衣
蘇湘名繡 出租禮服
中西服裝 化妝香品

▲地址 觀前街 ▼

交 通 書 局

發售學校各級課本中
西書籍小說雜誌書畫
碑帖歐美原版西書文
房用品儀器文具信箋
信封自來水筆金銀鉛
筆無不應有盡有售價
公道外埠寄遞尤為迅
速倘蒙惠顧不勝歡迎

地址 蘇州觀前街西

電話 八百七十六號

廣告價目表				定價表		
三月 月(二期)	半年 年(二期)	全年 年(四期)	冊 數 地 位	報資		冊 數 項 目
				郵 票	現 金	
七 元	十二 元	二十 元	全 面	十 足 通 用	五 角	每 冊
四 元	七 元	十二 元	半 面		二 角	全 年
二元 半	四 元	七 元	四 分 之 一 面		元	(四冊)

東吳學報

第四卷 第一期

數理化號

中華民國二十五年六月出版

編輯 數理學會會員
化學會會員

編輯主任 顧翼東

廣告主任 馮家聲

發行者 蘇州東吳大學東吳學報社

印刷者 蘇州利蘇印書社

◁版權所有 不准翻印▷