

3
最新編著
4
初中算術指南

中學生複習叢書之一

上海春明書店印行

中學生複習叢書之一

初中算術指南

—:○○○○*○○○:—

楊 銳 編 著

上海春明書店印行

初中算術指南

目次

第一章 基本運算	1
一 整數四則	1
二 小數四則	2
第二章 四則應用問題	4
一 和差問題	4
二 平均問題	7
三 植物問題	8
四 還原問題	12
五 年齡問題	14
六 行程問題	18
七 流水問題	25
八 通過問題	29
九 雞兔問題	33
十 餘不足問題	36
十一 方陣問題	39
十二 連續數問題	42
十三 歸一問題	43
十四 升降問題	45
十五 消去問題	46
十六 倍數問題	50
第三章 整數性質	54
一 倍數及約數	54
二 檢驗質因數	54
三 最大公約數	57
四 最小公倍數	58
第四章 分數	62
一 分數計算	62
1 約分及通分	62
2 分數的加減乘除	65

3 繁分數	66		
二 分數四則應用問題	69		
1 相當問題	69	2 工作問題	72
3 水槽問題	76	4 年齡問題	77
5 行程問題	80	6 流水問題	82
7 時鐘問題	84	8 寒暑表問題	86
9 雜題	90		
第五章 開方	95		
一 開平方	95	二 開立方	99
第六章 比及比例	103		
一 比	103	二 比例	105
三 單比例	106	四 複比例	107
五 配分比例	109	六 混合比例	111
七 連鎖比例	114		
第七章 百分法同利息	117		
一 百分法	117	二 百分法之應用	120
三 利息	125		
1 單利	125	2 複利	126
附 錄	131		
全書答案	131		

初中算術指南

第一章 基本運算

一 整數四則

〔法則一〕 單有加減或乘除的式，都自左到右，順次演算。

〔例一〕 $83 - 24 - 16 + 30 = 59 - 16 + 30 = 43 + 30 = 73.$

〔例二〕 $60 \times 9 \div 15 \div 18 = 540 \div 15 \div 18 = 36 \div 18 = 2.$

〔法則二〕 加減乘除四法混合的式，要先演乘除，後算加減。

〔例一〕 $24 - 18 \div 3 + 2 \times 5 = 24 - 6 + 10 = 18 + 10 = 28.$

〔法則三〕 式裏有括號的，當先把括號裏的數算好，然後再照演算次序，同外面的數計算。

〔例一〕 $26 - (14 + 5) = 26 - 19 = 7$ ，不是17。

〔例二〕 $90 \div (15 \div 3) = 90 \div 5 = 18$ ，不是 $90 \div (15 \div 3) = 6 \div 3 = 2.$

〔例三〕 $28 \div (4 + 3) \times 2 = 28 \div 7 \times 2 = 4 \times 2 = 8$ ，不是20。

〔註〕 上列三例後附註之不是17，不是2，不是20係依該式順次演算而得，因與法則不合，故錯誤；今爲省篇幅計僅例二有算式，餘均略，希讀者注意之。

〔法則四〕 式裏括號不止一道的，應當先從最裏面的一道

括號算起，順次算到外面來。

$$\begin{aligned} \text{〔例一〕 } 4 - [3 - \{4 - (3 - 4 - 3)\}] &= 4 - [3 - \{4 - (3 - 1)\}] \\ &= 4 - [3 - \{4 - 2\}] = 4 - [3 - 2] = 4 - 1 \\ &= 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{〔例二〕 } [15 - 6 \div 3 - \{5 - 2 \times (4 - 3) + 4\}] \div 6 &= [15 - 6 \\ &\div 3 - \{5 - 2 + 4\}] \div 6 = [15 - 6 \div 3 - 7] \div 6 \\ &= [15 - 2 - 7] \div 6 = 6 \div 6 = 1. \end{aligned}$$

習 題 一

1. $64 \div 16 \times 2 = ?$
2. $7 \times 6 - 6 \times (2 + 16) \div 2 = ?$
3. $23 + 16 \div 8 - 10 \times 2 - 15 \div 3 = ?$
4. $1 + 2 \times [3 + 4 \times \{5 + 6 \times (8 - 7)\}] \times \{8 + (37 - 10) \div 9\} = ?$

二 小 數 四 則

〔說明〕 小數的運算與整數同；惟小數加減時，要將各數的小數點對齊，按照整數加減法，求牠們的和或差，小數乘法，積數的小數位數，等於被乘數小數位數與乘數小數位數的和，小數的除法，要先把除數的小數變成整數，除數退幾位小數，被除數也退幾位小數，連算小數加減乘除混合式，與運算整數加減乘除混合式一樣。

$$\begin{aligned} \text{〔例一〕 } 9.6 + 0.54 \times 0.2 - 5.4 \div 0.9 + 1.3 \times 0.005 &= \\ 9.6 + 0.108 - 6 + 0.0065 &= 9.708 - 6 + 0.0065 = \\ 3.708 + 0.0065 &= 3.7145. \end{aligned}$$

習 題 二

1. $0.45 + 1.23 - 0.8 = ?$

2. $1.6 \div 0.4 \times 0.08 + 0.18 = ?$

3. $0.5 + [13 - \{1.6 - (8.2 - 7.8) + 5.1\} + 0.2] = ?$

4. $0.3 \times [(0.2 \times 0.5) + \{(0.5 - 0.4) \times 9\} - 0.99] + 2.5 = ?$

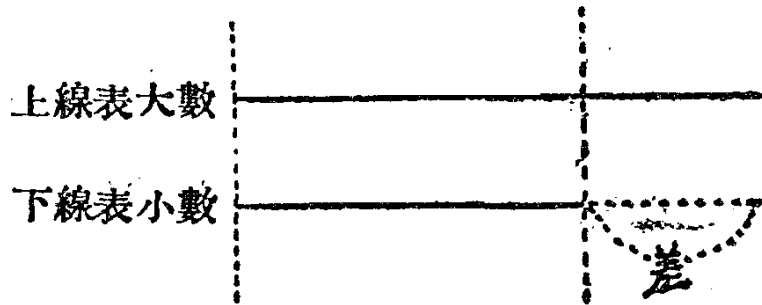
5. $15.72 + 0.4 \times [11 - \{0.9 + 0.7 \times (2 + 1)\}] = ?$

第二章 四則應用問題

一 和差問題

〔總說〕 和差問題是已知大小二數的和與差，而求此二數之算法；因為不相等的二數，和加上差恰等於大數的二倍，故以二除，可得大數；和減去差恰等於小數的二倍，故以二除得小數。

〔圖解〕



由上圖可知二線和加上二線差等於大數的二倍，

故得公式(和+差) \div 2=大數

二線和減去上線，等於下線

上線減去二線差，等於下線

故二線和減去二線差，就等於兩個下線，

故得公式(和-差) \div 2=小數

〔公式〕 (和+差) \div 2=大數。

(和-差) \div 2=小數。

〔例一〕 大小二數的和為 58.其差為 16.問二數各幾何？

〔解〕 大數 $= (58 + 16) \div 2 = 74 \div 2 = 37.$

小數 $= (58 - 16) \div 2 = 42 \div 2 = 21.$

〔例二〕 某人買羊二隻，豬一隻，共出銀16圓4角，但二羊之價比一豬多8角。問一羊一豬之價各若干？

〔解〕 $16.4元 - 0.8元 = 15.6元$ ……………二豬的價，
 $15.6元 \div 2 = 7.8元$ ……………一豬的價。
 $16.4元 - 7.8元 = 8.6元$ ……………二羊的價，
 $8.6元 \div 2 = 4.3元$ ……………一羊的價。

〔例三〕 分35為兩個數，使和數為差數的5倍，求兩數各是多少？

〔解〕 差數 $= 35 \div 5 = 7$ 。
大數 $= (35 + 7) \div 2 = 21$ 。
小數 $= (35 - 7) \div 2 = 28 \div 2 = 14$ 。

〔例四〕 大小二數的和為150，若以二數的差數除和數，得25，求此二數。

〔解〕 差數 $= 150 \div 25 = 6$ 。
大數 $= (150 + 6) \div 2 = 156 \div 2 = 78$ 。
小數 $= (150 - 6) \div 2 = 144 \div 2 = 72$ 。

〔例五〕 某書上下兩卷合成一部，5部之價為5元5角，單買上卷一冊較單買下卷一冊之價貴1角，問上下卷各一冊之價為若干？

〔解〕 上下卷各一冊之價的和為 $5.5元 \div 5 = 1.1元$
上下卷各一冊之價的差為 $0.1元$
故上卷一冊之價為
 $(1.1元 + 0.1元) \div 2 = 0.6元 = 6角$ 。

下卷一冊價為 $0.6元 - 0.1元 = 0.5元 = 5角$ 。

〔例六〕 有水池可容水30立方尺，用甲乙二管注水入池，2小時可滿；如池水滿時，用甲管注入，從乙管流出，則10小時流完，求各管每時注入的量。但

知各管每時注入的量和流出的量相等。

〔解〕 先用兩管注入，1小時水量的和是

$$30\text{立方尺} \div 2 = 15\text{立方尺}，$$

次用甲管注入而從乙管流出，1小時水量的差是

$$30\text{立方尺} \div 10 = 3\text{立方尺}；$$

故甲管1小時注入的水量是

$$(15\text{立方尺} - 3\text{立方尺}) \div 2 = 6\text{立方尺}。$$

乙管1時間注入的水量是

$$15\text{立方尺} - 6\text{立方尺} = 9\text{立方尺}；$$

$$\text{或}(15\text{立方尺} + 3\text{立方尺}) \div 2 = 9\text{立方尺}。$$

習 題 三

1. 大小兩數的和是 23，差是 15，求兩數。
2. 長次兩子共分家產 2100 元，長子較次子多分 200 元，問長次兩子各分多少元？
3. 繩子 60 尺截成兩段，一段增 7 尺，他段減 9 尺，結果等長，問兩段各長多少尺？
4. 分 91 為二數，其和數為差數的 13 倍，求二數。
5. 今有兩列車，一長 92 尺，一長 84 尺，若相向進行，則 2 秒時相離，若同向進行，後車須 8 秒時追過，求各車每秒之速度。
6. 甲乙二人在同地同方向出行，經 8 分鐘，甲比乙多走 40 步，若甲向東，乙向西，5 分鐘後，則二人相距 175 步，問二人每分鐘各行幾步？
7. 鄉間某人上街買布同糧共費 8 元 5 角，祇知買布用去銀比糧用去銀少 1 元 7 角，問布同糧各佔多少元？
8. 某學校第一學期男女學生的和是 684 人，第二學期男生減 12 人，女生增 8 人，而男比女少 6 人，求第二

學期男女學生各多少？

9. 有松杉二林，松爲杉的 15 倍，其差爲 280 株，問二林各有多少株？

二 平均問題

〔總說〕 先求總數或總積，次用除法求得平均數的算法即是平均數。

〔公式〕 各單位總值 ÷ 單位數 = 平均值

〔例一〕 有上下二種醬油，上等一斤比下等一斤貴 100 文，其平均價 1 斤是 600 文，今將上等 5 斤下等 7 斤混合，1 斤賣 650 文，問每斤可得利益多少？

〔解〕 上下二種的平均價 1 斤是 600 文，故上下醬油各 1 斤價的和等於 $600 \text{ 文} \times 2 = 1200 \text{ 文}$ 。上下醬油各 1 斤價的差爲 100 文，故用和差算法求之得：

$(1200 \text{ 文} + 100 \text{ 文}) \div 2 = 650 \text{ 文} \dots\dots\dots$ 上等醬油每斤價。

$(1200 \text{ 文} - 100 \text{ 文}) \div 2 = 550 \text{ 文} \dots\dots\dots$ 下等醬油每斤價。

故將上等 5 斤，下等 7 斤混合，平均一斤的價是：

$(650 \text{ 文} \times 5 + 550 \text{ 文} \times 7) \div (5 + 7) = 592 \text{ 文}$ 弱；

$650 \text{ 文} - 592 \text{ 文} = 58 \text{ 文}$ 。(答) 每斤得利益 58 文。

〔例二〕 某人做三次買賣，第一次賺得 21560 元，第二次賺得 10580 元，第三次賺得 62210 元，問平均每次賺得多少？

〔解〕 $(21560 \text{ 元} + 10580 \text{ 元} + 62210 \text{ 元}) \div 3 = 94350 \text{ 元}$

$\div 3 = 31450$ 元。(答)平均每次賺 31450 元。

〔例三〕 上酒 5 斤，與水 1 斤混合，每斤售錢 25 文，若每斤祇售 20 文，該混合水應該是幾斤？(水不計錢)

〔解〕 混合酒 $(5+1)$ 斤共值 $25 \times 6 = 150$ 文，此即上酒 5 斤之價，若以 20 文售之，足本須 $150 \div 20 = 7.5$ (斤)；故應混合水 7.5 斤 $- 5$ 斤 $= 2.5$ 斤。

習 題 四

1. 某生在初級中學第一學年總分同第二學年總分的平均為 78 分，第三學年總分為 81 分，問三年的總平均分數是多少？
2. 上等酒 2 斤，每斤 140 元，中等酒 3 斤，每斤 120 元，下等酒 5 斤，每斤 80 元，現在把三種酒混合起來，問混合酒每斤應定價多少？
3. 某學校某級的學生有 46 人，某月的授課日數是 25 日，今調查出席缺席的結果，全缺席的 1 人，缺 5 日的 1 人，4 日的 2 人，3 日的 2 人，2 日的 3 人，1 日的 4 人，求此月每日平均出席人數。
4. 上米 3 升同下米 7 升混合，得 1 升平均 344 文的米，上米 7 升同下米 3 升混合，得 376 文的米，求上米、下米平均 1 升的價。
5. 某甲買小牛 27 頭，每頭買價為 36 元；後死去 5 頭，剩的牛每頭按若干元賣去，賺銀 18 元，問每頭平均賣價若干？

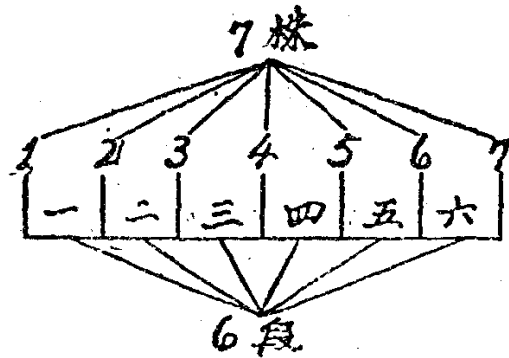
三 植 樹 問 題

〔總說〕 沿路旁植樹，因兩端要兩棵，棵數必比段數多

一，沿池的周圍或圓形的、方形的地的周圍植樹，因兩端共點，故不得多植，故棵數與段數必相等。

I. 直線

〔圖解〕



照上圖一段必有二株，二段必有三株，依此推去，六段必有七株，即七株組成六段，所以株數必比段數多一。

〔公式一〕 段數 + 1 = 株數

〔例一〕 在 150 公尺的道路兩旁，每隔 6 公尺植柳一株，共要幾株？

〔解〕 $(150 \text{ 公尺} \div 6 \text{ 公尺}) = 25 \dots\dots\dots$ 段數
 $25 + 1 = 26 \dots\dots\dots$ 一旁株數
 $26 + 26 = 52 \dots\dots\dots$ 兩旁株數

(答) 52 株。

〔公式二〕 段長 \times (株數 - 1) = 路長

〔例二〕 有柳樹 60 株，每隔 3 公尺植一株，可延長幾公尺？

〔解〕 $3 \text{ 公尺} \times (60 - 1) = 177 \text{ 公尺}$ (答) 可延長 177 公尺。〔公式三〕 路長 \div (株數 - 1) = 段長

〔例三〕 有 300 公尺的路，栽樹 16 株，問兩株中間相隔多少公尺？

〔解〕 $300 \text{ 公尺} \div (16 - 1) = 20 \text{ 公尺}$ (答) 相距 20 公尺。

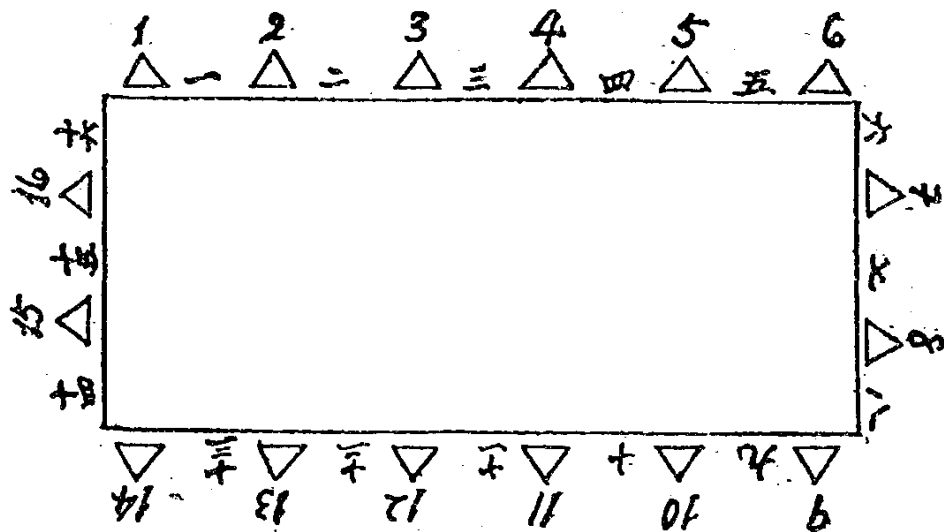
〔公式四〕 路長 ÷ 段長 + 1 = 株數

〔例四〕 馬路長 120 丈，每隔 5 丈植樹一株，問每邊植樹幾株？

$$120 \div 5 + 1 = 25 \text{ (株)} \quad \text{(答) 每邊植樹 25 株。}$$

II. 周 圍

〔圖解〕



依前理 16 株應當 15 段，但第一株與第 16 株接合處，又是一段，要比直線多一段，所以方形或圓形的周圍植樹，株數與段數相等。

〔公式一〕 株數 = 段數

〔公式二〕 段長 × 株數 = 週長

〔公式三〕 週長 ÷ 株數 = 段長

〔公式四〕 週長 ÷ 段長 = 株數

〔例五〕 有一池之周圍，每隔 3 尺植一株樹，共植 78 株，問池的周圍共長多少尺？

〔解〕 $3 \text{ 尺} \times 78 = 234 \text{ 尺}$ (答) 共長 234 尺。

〔例六〕 池週計長 72 丈，共栽樹 12 株，問兩株的中間相距多少丈？

〔解〕 $72 \text{ 丈} \div 12 = 6 \text{ (丈)}$ (答)相距 6 丈。

〔例七〕 劃六丈四尺的圈，在此圈上，隔 8 尺站一人，問站滿此圈需多少人？

〔解〕 $64 \text{ 尺} \div 8 \text{ 尺} = 8 \text{ 人}$ (答)需 8 人。

習 題 五

1. 大道兩端相距 1600 碼，每隔 50 碼，植一電柱，問共可樹柱幾根？現在要減去 7 柱，問兩柱間相距幾碼？
2. 一圓形池塘周圍計 1250 尺，在其周圍植樹 50 株，問二株間的距離多少？
3. 有皮帶尺一條，每隔 3 尺記一種特別花紋，它的兩端都有這種花紋，今皮帶尺共有花紋 51 個，問這皮帶尺有多少長？
4. 馬路的一邊，隔 3 丈有電燈一盞，現在連馬路兩端的燈算在內，共有 76 盞，問馬路共長幾丈？
5. 路長 150 丈，今在兩旁植樹，每隔 6 丈種柳一株，柳和柳中間又種槐 3 株，問柳槐各要幾株？
6. 一條路每隔 1 丈 6 尺有電桿一根，連兩端在內，共有 56 根；今擬改爲 23 根，問相鄰兩桿應距離多遠？
7. 有周圍 96 尺的池，今在其周圍每隔 6 尺立一石柱，石柱同石柱之間，種樹 3 株，問共要種樹多少根？
8. 有縱橫各 6 尺 1 寸的窗，欲作格子，縱橫皆 21 根，格子每根的寬爲一寸，問格子的距離是多少？但四週必有一根。
9. 有學生 58 名，排成一行縱隊，每 2.5 尺站一人，問從排頭到排尾相距是多少？
10. 有正方形之紙之周圍貼四分之郵票，其總值爲 80 分，問紙一邊之郵票若干？

四 還原問題

〔總說〕 還原算是已知一數順次施用四則計算，所得之結果，而依此行逆運算（加法則用減法，乘法則用除法），以求原數的算法，看次例可知解法。

〔公式〕 從最後一步步逆推上去

$$\text{和} - \text{被加數} = \text{加數} \quad \text{和} - \text{加數} = \text{被加數}$$

$$\text{被減數} - \text{差} = \text{減數} \quad \text{減數} + \text{差} = \text{被減數}$$

$$\text{積} \div \text{被乘數} = \text{乘數} \quad \text{積} \div \text{乘數} = \text{被乘數}$$

$$\text{被除數} \div \text{商} = \text{除數} \quad \text{除數} \times \text{商} = \text{被除數}$$

〔例一〕 某數用 4 除，從其結果的 3 倍再減去 15，餘數是 123，求某數。

〔解〕 減 15 以前的數是 $123 + 15 = 138$

3 倍以前是 $138 \div 3 = 46$

用 4 除以前是 $46 \times 4 = 184$

(答) 某數是 184。

〔例二〕 某人帶銀若干，出外買物，先買布用去所有銀的一半多 2 角，次買書用去餘銀的一半少 2 角，再買食物用去第二次餘銀的一半多 2 角，此時尚賸銀 6 角，求此人最初所帶的銀數。

〔解〕 買食物以前的銀數是 $(6 \text{角} + 2 \text{角}) \times 2 = 16 \text{角}$ 。

買書以前的銀數是 $(16 \text{角} - 2 \text{角}) \times 2 = 28 \text{角}$ 。

買布以前的銀數是 $(28 \text{角} + 2 \text{角}) \times 2 = 60 \text{角}$ 。
= 6 元。

(答) 此人最初帶銀 6 元。

〔例三〕 某數用 12 除餘 7；再用 17 除牠的商數，得 246 餘 11，問某數是多少？

〔解〕 17 沒有去除以前的商數是

$$246 \times 17 + 11 = 4182 + 11 = 4193.$$

12 沒有除以前的原數(某數)是

$$4193 \times 12 + 7 = 50316 + 7 = 50323.$$

〔例四〕 某數加以 25, 以 5 除之, 減去 15, 再以 7 乘之, 則為 70, 問某數為多少?

〔解〕 以 7 乘之得 70, 故在未乘以前為 $70 \div 7 = 10$.

又減去 15 為 10, 故在未減以前為 $10 + 15 = 25$.

又以 5 除之為 25, 則在未除以前為 $25 \times 5 = 125$.

又加以 25 為 125, 則在未加以前為 $125 - 25 = 100$.

(答) 某數為 100.

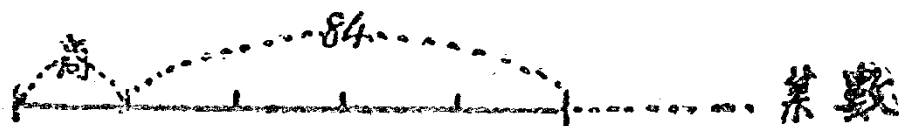
〔例五〕 銀袋中有銀若干元, 用去一半再加入 3 元 6 角 8 分, 又用去現在之一半多 1 元 2 角 7 分, 尚餘 3 元, 問錢袋中最初有銀若干?

〔解〕 用去現在之半多 1 元 2 角 7 分尚餘 3 元, 則在未用去以前為 $(3 \text{ 元} + 1.27 \text{ 元}) \times 2 = 4.27 \text{ 元} \times 2 = 8.54 \text{ 元}$. 在未加入 3 元 6 角 8 分以前是 $8.54 \text{ 元} - 3.68 \text{ 元} = 4.86 \text{ 元}$. 在未用去一半以前(銀袋中原有銀)是 $4.86 \text{ 元} \times 2 = 9.72 \text{ 元}$.

〔例六〕 某數以 5 除之, 所得之商, 與某數減去 84 所得之差相等, 求某數?

〔解〕 依題意某數是商數的 5 倍, 而某數減去 84 之差與商相等, 由此可知 84 一定為商數之 $5 - 1 = 4$ (倍), 故知商數為 $84 \div 4 = 21$, 某數為 $21 \times 5 = 105$.

〔圖解〕



習題六

1. 某數加1, 減2, 用3乘, 再用4除, 爲6, 問此數是多少?
2. 某數用5除, 所得商加7, 用5乘, 再從所得的積中減35得100, 求某數。
3. 某數以4除之, 從所得商中減9, 再以4乘之, 並加36, 則得100, 求某數?
4. 某兒袋中有錢若干, 向父拿得250文, 向母拿得100文, 買紙用60文, 買筆用50文, 又買70文的蘋果3個, 此時袋中尚賸120文, 求此人最初袋中的錢數。
5. 某商人買進商品若干個, 賣出一半又30個; 次添買180個, 再賣出一半又100個, 尚賸100個, 求商人最初買進的商品數。
6. 某除法中, 商是13, 餘數是26, 而除數同被除數的和是404, 求除數及被除數。

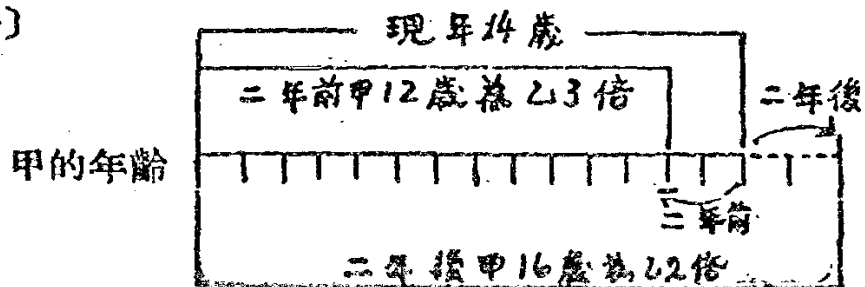
〔要點〕 可從下列的理由着目

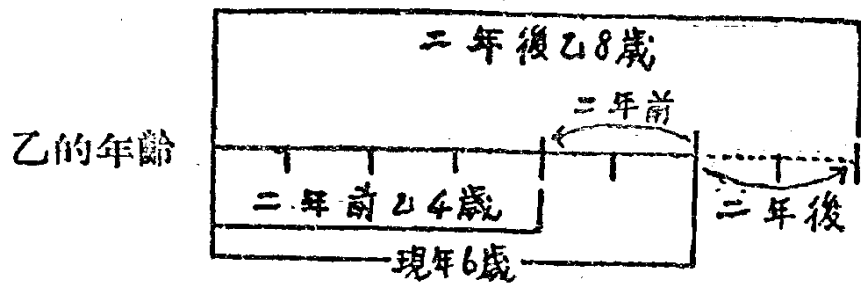
$$\text{除數} \times 13 + 26 = \text{被除數} = 404 - \text{除數}。$$

五年齡問題

〔總說〕 研究某人的年齡在幾年前或幾年後是他人年齡的幾倍等的問題, 即是年齡問題; 二人年齡的差, 是永遠不變的, 而倍數的差卻歷年不同, 現年以前, 倍數加多; 現年以後, 倍數減少。

〔圖解〕





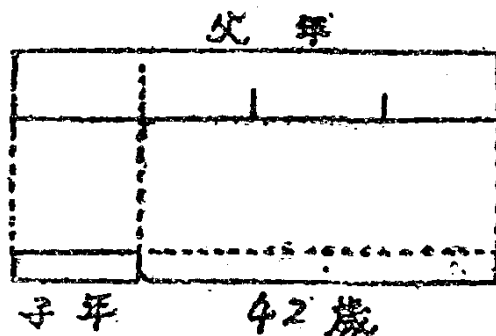
上圖甲現年14歲,乙現年6歲,甲比乙大8歲;二年前甲12歲,乙4歲,甲為乙3倍,甲比乙仍然大8歲;二年後甲16歲,乙8歲,甲為乙2倍,差還是8歲。所以二人年歲的差是永遠不改,而倍數的差則歷年不同。如二人與一人比較年齡,差數同倍數逐年不同。因為在一年後,二人增加兩歲,一人祇增加一歲,所以能趕過一歲,在一年前,兩人要減去兩歲,一人祇減一歲,所以要減少一歲。如三人與一人比較年齡,在一年後,趕過二歲,在一年前,減少二歲。(理同前)餘類推。

〔公式〕 (大年齡 - 小年齡) ÷ 倍數之差 - 小年齡 = 幾年後。

小年齡 - (大年齡 - 小年齡) ÷ 倍數之差 = 幾年前。

(例一) 今年父64歲,子22歲,問幾年前父的年齡當子的年齡四倍?

〔圖解〕



父子年齡的差是 $64 \text{ 歲} - 22 \text{ 歲} = 42 \text{ 歲}$

此差數無論在何時都是一定,然現在子的年齡4倍,比父

的年齡多。如父年恰是子年的 4 倍，此時如圖所示有如上之關係，如父年恰當子年的 4 倍，此時子年的 $(4-1)$ 倍，恰是 42 歲。

即其時子年是 $42 \text{ 歲} \div (4-1) = 14 \text{ 歲}$ 。

故所求的年是 $22 \text{ 年} - 14 \text{ 年} = 8 \text{ 年}$ (答) 8 年前。

〔例二〕 父年 65 歲，子年 35 歲，問父年在幾歲時，適當子年的 3 倍？

〔解〕 照例一解法，父子年齡的差是

$$65 \text{ 歲} - 35 = 30 \text{ 歲}$$

此 30 歲適當父年是子年 3 倍，時子年的 $(3-1)$ 倍，即其時子年是

$$30 \text{ 歲} \div 2 = 15 \text{ 歲} \quad 15 \text{ 歲} \times 3 = 45 \text{ 歲}。$$

(答) 父年 45 歲時。

〔例三〕 父年 36 歲，三子年各 8 歲，6 歲，4 歲，問三子年齡的和等於父年，要在幾年之後？

〔解〕 現在父年同三子年齡的和相差是

$$36 \text{ 歲} - (8 \text{ 歲} + 6 \text{ 歲} + 4 \text{ 歲}) = 18 \text{ 歲}$$

每經過 1 年父增 1 歲，子三人合增 3 歲，故每年三子年齡比父多增 $3 \text{ 歲} - 1 \text{ 歲} = 2 \text{ 歲}$ 。

故相差 18 歲的差所要的年數是 $18 \text{ 年} \div 2 = 9 \text{ 年}$ 。

(答) 9 年後。

〔例四〕 祖父年 90 歲，長孫 21 歲，次孫 19 歲，問祖父年齡 3 倍於兩孫年齡的和在幾年以前？

〔解〕 現在兩孫年齡的和的 3 倍為 120 歲，較祖父多 30 歲，退前一年，祖父年 89 歲，長孫 20 歲，次孫 18 歲，兩孫年齡的和的 3 倍為 114 歲，較 120 歲減少 6 歲而祖父僅減少 1 歲，故可抵消 $6-1=5$ 歲。所以 30 歲須 $30 \text{ 歲} \div (6-1) = 6$ (年) 抵

消盡淨。得式如下：

$$[(21+19) \times 3 - 90] \div (2 \times 3 - 1) = [40 \times 3 - 90] \div 5 = 30 \div 5 = 6 \quad (\text{答}) \text{在 6 年以前。}$$

〔例五〕 現時兄年是弟年的 5 倍，5 年後則為弟年的 3 倍，問各多少？

〔解〕 五年後弟增 5 歲，若兄增 5 歲的 5 倍 $5 \times 5 = 25$ 歲，則倍數永不變更，但兄僅增 5 歲，較 5 倍少 $25 - 5 = 20$ 歲，由這原因，就減少 $(5 - 3)$ 倍 = 2 倍，所以 20 歲即 5 年後弟年的 2 倍，五年後的弟年再減 5 即得弟的現年。算式如下：

$$5 \times (5 - 1) \div (5 - 3) - 5 = 5 \times 4 \div 2 - 5 = 5 \text{ 歲}$$

……………弟現年

$$5 \times 5 = 25 \text{ 歲} \dots\dots\dots \text{兄的年歲。}$$

〔例六〕 兄年 3 倍於弟年，但 3 年前的兄年，等於 3 年後的弟年，問現在各年多少？

〔解〕 由 3 年前至 3 年後，其間經過 6 年，為二人年歲的差，如題所說，兄年 3 倍於弟年，則兄年與弟年之差為弟年之 $3 - 1 = 2$ 倍，由此得式如下：

$$(3 \text{ 歲} + 3 \text{ 歲}) \div (3 - 1)$$

$$= 6 \text{ 歲} \div 2 = 3 \text{ 歲} \dots\dots\dots \text{弟年。}$$

$$3 \text{ 歲} \times 3 = 9 \text{ 歲} \dots\dots\dots \text{兄年。}$$

習 題 七

1. 父子年齡的和 59 歲，7 年前父的年齡當子的年齡的 8 倍，求父子現在的年齡。
2. 父年 44 歲，子年 8 歲，問幾年後父年為子年的 4 倍？
3. 父年現在是子年的 5 倍，10 年後是子年的 3 倍，問父子現年各是多少？

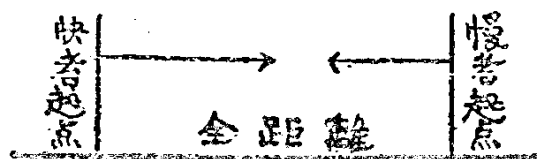
4. 父子二人,父親的年齡爲子年齡的 7 倍,5 年前兩人的年齡之和恰等於父親現在的年齡,問父子的年齡各若干?
5. 父之年 40,子之年 8,問幾年後父年爲子年之 3 倍?
6. 父之年 41,子之年 17,問何時父年可爲子年之 5 倍?
7. 一父有二子,今年三人年齡的和是 33,6 年後,二子年齡的和,當父的年齡二分之一,問三人年各幾歲?但長子同次子差 3 歲。
8. 現在兄的年齡 3 倍於弟的年齡,但 4 年前的兄年等於 6 年後的弟年,問現在兄弟年歲各多少?
9. 有 60 歲的老人,長孫 21 歲,次孫 14 歲,問祖父年歲爲兩孫年歲的 3 倍時,在幾年前?
10. 兄年爲弟年的 5 倍,5 年以後就爲弟年歲的 3 倍,問現在各多少歲?
11. 兄年爲弟年的 5 倍,22 年後,兄年比弟年的 2 倍少 16 歲,問現在各是多少歲?
12. 父年比子年的 2 倍多 14 歲,13 年後,父年比子年的 3 倍少 29 歲,問現在年歲各是多少?

六 行程問題

〔總說〕 甲乙二人走路有速度的大小,方向的不同,時間的長短,距離的遠近,因此生出許多變化,今逐一舉例如下:

I. 相會之問題

〔圖解〕



〔公式〕 全距離 ÷ (甲之速度 + 乙之速度) = 相會時間
 (甲之速度 + 乙之速度) × 相會時間 = 全距離
 全距離 ÷ 相會時間 - 甲之速度 = 乙之速度

〔例一〕 東西兩村相距 28 里，有甲乙二人同時自東西兩村相向而行，甲每時行 4 里，乙每時行 3 里，問出發後幾時相會？

〔解〕 每時甲乙二人接近 $4\text{里} + 3\text{里} = 7\text{里}$
 現在看 28 里裏面包含 7 里的幾倍，就是幾時後兩人相會的時數。

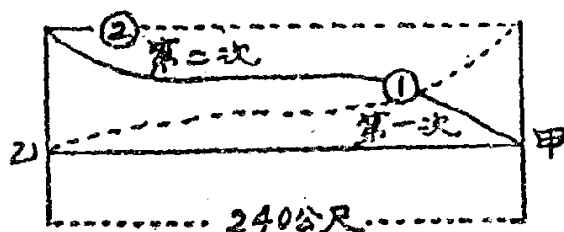
$$\therefore 28\text{里} \div 7\text{里} = 4 \text{ (即 4 時)}。$$

〔例二〕 甲自東地出發，乙自西地出發，同時相向而行，甲每日行 48 里，乙每日行 32 里，15 日後兩人相會，問東西兩地之距離多少？

〔解〕 兩人相向而行每日共行 $48\text{里} + 32\text{里} = 80\text{里}$
 15 日後相會，故東西兩地的距離為
 $80\text{里} \times 15 = 1200\text{里}$ 。

〔例三〕 橋長 240 公尺，甲乙二人同時自兩端相向而行，甲每分鐘行 84 公尺，乙每分鐘行 96 公尺，各人達他端時，再折回原地，問途中第二次相會，在出發後若干時？

〔圖解〕



就圖可知於第二次相會時兩人共走的路程為橋的 3 倍，
 即 $240\text{公尺} \times 3 = 720\text{公尺}$ 。

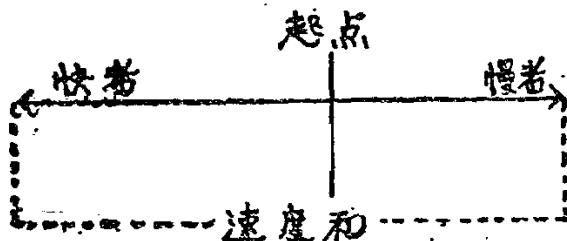
甲乙每分鐘共走 84 公尺 $+ 96$ 公尺 $= 180$ 公尺

故第二次相會在出發後

$$720 \text{ 公尺} \div 180 \text{ 公尺} = 4 \text{ (即 4 分鐘後)}。$$

II. 相離之問題

(圖解一)



(公式) (甲之速度 $+ 乙之速度$) \times 時間 $=$ 全距離

全距離 \div (甲之速度 $+ 乙之速度$) $=$ 時間

全距離 \div 時間 $-$ 甲之速度 $=$ 乙之速度

(例四) 甲乙二人同時自同地向反對之方向出發，每時之速度，甲為 4.2 公里，乙為 3.4 公里，問 12 時後兩人之距離為多少公里？

(解) 每時甲乙二人相離 4.2 公里 $+ 3.4$ 公里 $= 7.6$ 公里
故 12 時後兩人之距離為

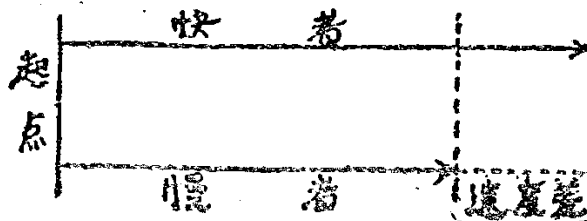
$$7.6 \text{ 公里} \times 12 = 91.2 \text{ 公里。}$$

(例五) 甲乙二人同時自同地向反對之方向進行， 12 小時後，兩人間之距離為 91.2 公里，已知甲每時之速為 4.2 里，問乙每時之速度為多少？

(解) 每小時兩人共行 91.2 公里 $\div 12 = 7.6$ 公里。

甲每時之速度為 4.2 公里，故乙每時之速度為
 7.6 公里 $- 4.2$ 公里 $= 3.4$ 公里。

(圖解二)



〔公式〕 (甲之速度 - 乙之速度) × 時間 = 全距離
 全距離 ÷ (甲之速度 - 乙之速度) = 時間
 全距離 ÷ 時間 + 乙之速度 = 甲之速度
 甲之速度 - 全距離 ÷ 時間 = 乙之速度
 (註) 此公式適用於甲之速度大於乙之速度時，
 如乙之速度大，則甲、乙之位置對換之即可。

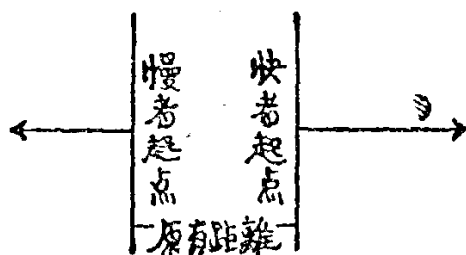
〔例六〕 甲乙二人於同地、同時、同向而行，甲每時行 10 里，乙每時行 6 里，問 5 時後乙在甲後幾里？

〔解〕 甲每時比乙每時多走 $10 \text{ 里} - 6 \text{ 里} = 4 \text{ 里}$
 甲 5 時比乙多走 $4 \text{ 里} \times 5 = 20 \text{ 里}$ (乙在甲後)。

〔例七〕 甲乙二人於同地、同時、同向而行，5 小時後乙在甲後 20 里，祇知乙之速度為每時 6 里，問甲每時速度若干？

〔解〕 $20 \text{ 里} \div 5 + 6 \text{ 里} = 4 \text{ 里} + 6 \text{ 里} = 10 \text{ 里}$ (甲每時速度)。

〔圖解三〕



〔公式〕 (甲之速度 + 乙之速度) × 時間 + 原有距離 = 現在距離

(現在距離 - 原有距離) ÷ (甲之速度 + 乙之速度) = 時間

(現在距離 - 原有距離) ÷ 時間 = 甲之速度 + 乙之速度

現在距離 - (甲之速度 + 乙之速度) × 時間 = 原有距離

〔例八〕 甲乙二人於相隔 32 里的兩地，同時相背而行，甲每時行 8 里，乙每時行 6 里，問幾時後二人相隔 144 里？

〔解〕 在未動身時，二人相隔 32 里，現在要相隔 144 里，必須再行 $144 \text{ 里} - 32 \text{ 里} = 112 \text{ 里}$

二人每時相離 $8 \text{ 里} + 6 \text{ 里} = 14 \text{ 里}$

112 里是 14 里的幾倍即幾時後，式如下：

$$(144 \text{ 里} - 32 \text{ 里}) \div (8 \text{ 里} + 6 \text{ 里}) = 112 \text{ 里} \div 14 \text{ 里} = 8 \text{ (時)}$$

〔例九〕 甲每時行 12 里，乙每時行 8 里，甲自南莊向南行，乙同時自北莊向北行，經 5 時後，兩人相隔 103 里，問南北兩莊相距幾里？

〔解〕 1 時相距 $12 \text{ 里} + 8 \text{ 里} = 20 \text{ 里}$ ，

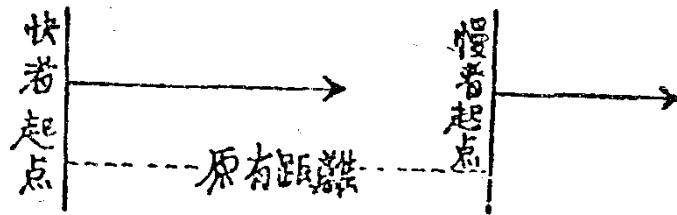
5 時相距 $20 \text{ 里} \times 5 \text{ 時} = 100 \text{ 里}$ ，

現在相距 103 里，故南北莊原有距離為：

$$103 \text{ 里} - 100 \text{ 里} = 3 \text{ 里}。$$

III. 追及問題

〔圖解一〕



〔公式〕 甲乙之距離 \div (甲之速度 $-$ 乙之速度) = 追及之時間

速度之差 \times 時間 = 甲乙之距離

甲乙之距離 \div 時間 = 速度之差

甲之速度 $-$ 速度之差 = 乙之速度

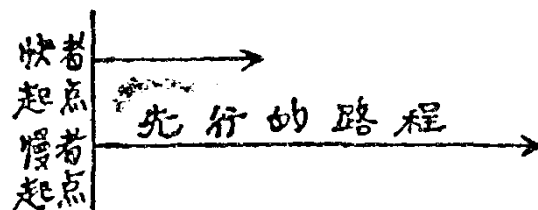
甲之速度 - 乙之速度 = 速度之差

〔例十〕 甲每時行 12 里, 乙每時行 9 里, 今甲在乙後 42 里, 同時間同向進行, 問甲追及乙須多少時?

〔解〕 甲每時比乙每時多走 $12 \text{ 里} - 9 \text{ 里} = 3 \text{ 里}$
故甲在乙後 42 里須要 $42 \text{ 里} \div 3 \text{ 里} = 14 \text{ (時)}$
始能追及, 其式如下:

$$42 \text{ 里} \div (12 \text{ 里} - 9 \text{ 里}) = 42 \text{ 里} \div 3 \text{ 里} = 14 \text{ (時)}。$$

〔圖 二〕



〔公式〕 慢者的速度 \times 先行的時數 \div 速度差 = 追及的時
間。

〔例十一〕 甲每時行 6 里, 乙每時行 4 里, 若乙先行 2 小時後, 甲始出發, 問幾時後始追及乙?

〔解〕 乙先行 2 小時, 即正在甲前 $4 \text{ 里} \times 2 = 8 \text{ 里}$
甲每時較乙多行 $6 \text{ 里} - 4 \text{ 里} = 2 \text{ 里}$
現甲在乙後 8 里, 故須要 $8 \text{ 里} \div 2 \text{ 里} = 4 \text{ (時)}$ 後
始能追到乙。

習 題 八

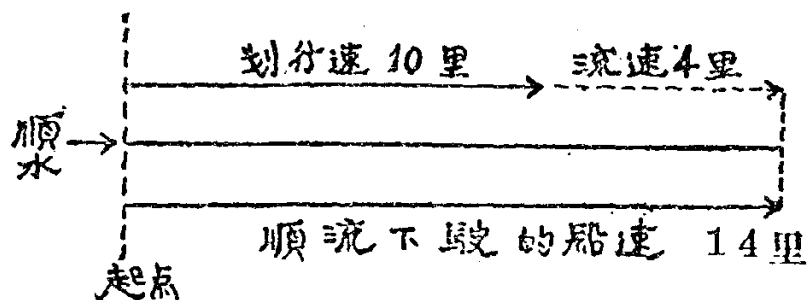
1. 甲每日行 40 里, 乙每日行 32 里, 今二人自同處向距離 1120 里之地出發, 到達之日相同, 問乙在甲前幾日出發?
2. 甲乙兩市之距離為 171 里, 甲乙二人同時由兩市相向而行, 其每日行程, 甲 9 里, 乙 10 里, 問出發幾日後, 甲乙可相會?

3. 300里之道路，甲25日可走到，乙20日可走到，今甲由其一端出發，四日之後，乙再由同一端出發追甲，問乙走若干里後可追及甲？
4. 李生日行42里，趙生日行38里，今二人於相隔320里的兩地，同時相向而行，問李、趙二生幾日相遇？
5. 兄弟二人，同時自東城到西城，每日兄行24里，弟行18里，後兄因事在中途停留4日，所以比弟遲到一日，問兩城相距多少里？
6. 甲日行120里，乙日行80里，二人同時自東市到西市，甲先1日到，問兩市相隔多少里？又甲乙二人各行幾日？
7. 甲乙兩人同時從同處出發，依同方向繞周圍420公尺的圓池邊散步，問幾分鐘後，兩人可以相會？但每分鐘甲行60公尺，乙行80公尺。
8. 甲每日行40里，乙每日行30里，同時從同處出發，依反對方向行路，12日之後，甲同乙交換速度，轉身回來，問乙回到原來的出發點後，要待幾日甲始回來？
9. 東西兩地相距480里，甲自東地，乙丙自西地同時相向出發，每日甲行48里，丙行32里，甲與乙相會後，再過2日與丙相會，問乙每日行若干里？
10. 甲每時行8里，乙每時行12里，今兩人同時自東市向西市出發，乙較甲早到5小時，問東西兩市之距離若何？
11. 甲每分鐘行88公尺，乙每分鐘行62公尺，今兩人在相隔300公尺的道路兩端，同時相向出發，在途中一次相會後各達他端，即刻回轉，問塗再相會時，在出發後幾時呢？

七 流水問題

〔總說〕 流水算法裏最要緊的，要知道順流和逆流每時間能行的距離，知道了順流和逆流的船速，要求划速和流速，可依和差算法計算，把划速當做大數，把流速當做小數，即可求得。

〔圖解一〕



上圖，某船划行速為 10 里。順水而行，為水流速推進 4 里，這船就每時行 14 里，因其順流而走，故稱順流速，得式如下：

〔公式〕 順流下駛的船速 = 划速 + 流速

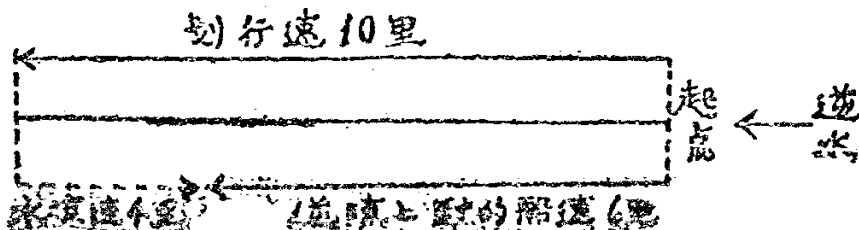
划速 = 順流船速 - 流速

流速 = 順流船速 - 划速

〔例一〕 河水流速每時 8 里，一船夫在靜水中每時划行速度為 20 里，問在此河中順流下駛，每時能行幾里？

〔解〕 順流下駛，每時之船行速度等於水流速度與划行速度之和，故每時能行 $20 \text{ 里} + 8 \text{ 里} = 28 \text{ 里}$

〔圖解二〕



上圖某船划行速度為 10 里，逆水而行為水流抵消 4 里，船僅能行 6 里，得式如下：

〔公式〕 逆流上駛的船速 = 划速 - 流速

划速 = 逆流上駛船速 + 流速

流速 = 划速 - 逆流上駛的船速

〔例二〕 某船夫之划速每時為 12 里，今在某河中，順流下駛，6 時間達 96 里之處，問返時需幾時間始能歸原地？

〔解〕 順流下駛每時能行 $96 \text{ 里} \div 6 = 16 \text{ 里}$

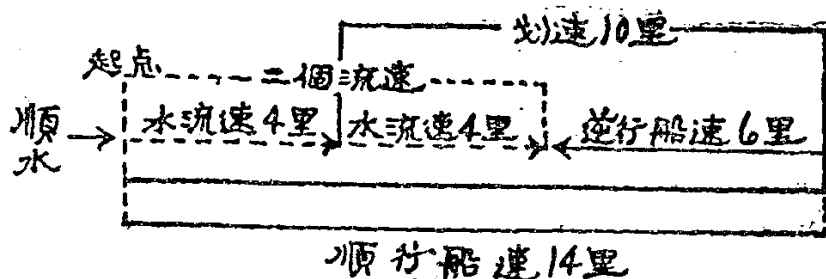
划行為每時 12 里，故流速為每時 $16 \text{ 里} - 12 \text{ 里} = 4 \text{ 里}$

逆流上駛每時能行 $12 \text{ 里} - 4 \text{ 里} = 8 \text{ 里}$

故知回歸原地所需之時數為 $96 \text{ 里} \div 8 \text{ 里} = 12$

(即 12 時)。

〔圖解三〕



上圖，某船逆流上駛速為 6 里，先加水流速 4 里，即為划行速 10 里，再加上水流速 4 里，得順流船速 14 里，因為逆行速加上二個水流速，就得順行速，所以得式如下：

〔公式〕 順行船速 = 逆流船速 + 水流速 $\times 2$

逆流船速 = 順流船速 - 水流速 $\times 2$

水 流 速 = (順流船速 - 逆流船速) $\div 2$

由上圖更可得式如下：

划行速 = (逆行速 + 順行速) ÷ 2

〔例三〕 有船夫在水流速度每時 2 里的河中，逆流划 3 時行 18 里，問順流划 20 里要多少時？

〔解〕 1 時間逆流划行的速度是

$$18 \text{ 里} \div 3 = 6 \text{ 里。}$$

水流速度每時 2 里，故順流划行每時的速度是

$$6 \text{ 里} + 2 \text{ 里} \times 2 = 10 \text{ 里}$$

故所求的時間是

$$20 \text{ 里} \div 10 \text{ 里} = 2 \quad (\text{答}) 2 \text{ 小時。}$$

〔例四〕 水程 120 里，順流划行，10 時可到；逆流划行，則需 20 時，求河流速度。

〔解〕 $120 \text{ 里} \div 10 = 12 \text{ 里} \dots\dots\dots$ 順流每時速度

$120 \text{ 里} \div 20 = 6 \text{ 里} \dots\dots\dots$ 逆流每時速度

$(12 \text{ 里} + 6 \text{ 里}) \div 2 = 9 \text{ 里} \dots\dots\dots$ 船夫划力

$12 \text{ 里} - 9 \text{ 里} = 3 \text{ 里} \dots\dots\dots$ 河流速度

(答) 河流速度 3 里。

〔例五〕 有甲、乙二船夫，甲從下流逆水上行，同時乙在距此 72 里的上流順水下行，在途中相會後再經 8 時，甲到乙的出發地點，求此河的水流速度，但知甲乙每時的划力各為 10 里及 8 里。

〔提示〕 流水中二船相會或追及的時間，同靜水中完全同一，此點應注意。

〔解〕 甲船夫上行，乙船夫下行，故兩人 1 時間近 10 里 + 8 里 = 18 里，故從開船到相會的時間，是

$$72 \text{ 里} \div (10 \text{ 里} + 8 \text{ 里}) = 4 \text{ (時)}。$$

$8 \text{ 時} + 4 \text{ 時} = 12 \text{ 時} \dots\dots\dots$ 甲划行時間

$72 \text{ 里} \div 12 = 6 \text{ 里} \dots\dots\dots$ 甲上行速度

10 里 - 6 里 = 4 里 水流速度

(答) 每時 4 里。

習 題 九

1. 有一船下行於 52 里之河中，費 13 時，上行費 26 時，問水流之速度及划行之速度各多少？
2. 甲乙二人，共駕船於 420 英里之河中，甲下行 7 時，上行 21 時，乙上行 14 時，問下行須若干時？
3. 某船夫往返於 24 里的河流，逆流須 6 時到達，順流祇要逆流所需時間的一半，求每時船夫的划力及水流速度。
4. 有靜水中 1 小時可行 10 里的船，今費 2 小時順流行 36 里，問此船回到原來的地點，要幾小時？
5. 有甲乙二船夫在某河中上行 22.5 里，甲費 9 小時乙費 15 小時，若返時甲費 5 小時，則乙須費若干小時？
6. 某河沿岸之水速每時為 1 哩，中流之水速每時為 1 哩半，今有船沿岸上行 3 時間達 15 哩之處，問若順中流而返，需幾時回歸原地？
7. 某船夫在靜水中每時能划 4 里，今在水流速為每時 1 里之河中，往返甲乙兩地，共費 16 小時，問兩地之距離若何？
8. 有一河，降雨後，每時水流速，中流與沿岸不同，中流每時為 75 里，沿岸每時為 45 里。今有某汽船上行於沿岸，計 12 時達 480 里的地方，問返時走中流，幾時始抵原地？
9. 有運河長約四百里，某輪船順流需 20 小時，逆流需 25 小時始達，問該船的划力每時幾里，運河水流速每時幾里？

10. 甲乙二船同行420里的水程；甲船順行需12小時，逆行需28小時；乙船逆行需42小時，問乙船順行需多少時？

八 通過問題

〔總說〕 將列車當作運動體，研究其從相會到相離所要的時間或其通過的距離，速度等的即為通過問題。

〔公式〕 I. 通過的距離 ÷ 速度 = 時間
 速度 × 時間 = 通過的距離
 通過的距離 ÷ 時間 = 速度

II. “通過的距離”的求法：

1. 行進體(如火車)通過鐵橋時

通過的距離 = 行進體之長 + 鐵橋之長

2. 兩行進體依反對方向進行時

通過的距離 = 兩行進體之長的和

3. 兩行進體依同方向進行時

通過的距離 = 兩行進體之長的和

III. “速度”的求法：

1. 相向進行時

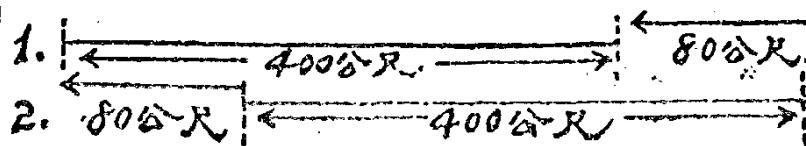
速度 = 兩行進體的速度之和

2. 同向進行時

速度 = 兩行進體的速度之差

〔例一〕 長80公尺之火車，其速度每秒鐘行16公尺，問通過長40公尺之鐵橋，需時若干？

〔圖解〕



依上圖可知 80 公尺之火車全部通過 400 公尺的鐵橋，須共行 400 公尺 $+ 80$ 公尺 $= 480$ 公尺。

每秒鐘行 16 公尺，故知全部通過鐵橋所需之時間為 480 公尺 $\div 16$ 公尺 $= 30$ ，(即 30 秒)。

〔例二〕 火車之長為 80 公尺，其進行速度每秒 60 公尺，全部通過某鐵橋時共經 12 秒鐘，問此鐵橋之長多少？

〔解〕 火車 12 秒鐘共行之距離為 60 公尺 $\times 12 = 720$ 公尺，此即為火車長與橋長之和
火車長 80 公尺，故鐵橋長為
 720 公尺 $- 80$ 公尺 $= 640$ 公尺。

〔例三〕 長 76.8 公尺之火車，以每秒鐘 16 公尺之速度進行中，迎面來一火車，其車長為 73.2 公尺，其速度每秒 14 公尺，問兩車自相會至相離，共經幾秒鐘？

〔解〕 兩車自相會至相離共行
 76.8 公尺 $+ 73.2$ 公尺 $= 150$ 公尺
兩車每秒共行 16 公尺 $+ 14$ 公尺 $= 30$ 公尺
故自相會至相離所需之時間為
 150 公尺 $\div 30$ 公尺 $= 5$ ，(即 5 秒)。

〔例四〕 有火車長 270 尺，甲乙二人，與車同方向進行，甲每秒行 5 尺，火車 10 秒追過之，若火車追過乙，祇須 9 秒時間。問乙每秒之速度若干？
(附註)人本身僅作一點計算。

〔解〕 火車追過甲之尺數爲 $5\text{尺} \times 10 + 270\text{尺} = 320\text{尺}$ ，
故火車每秒之速度爲 $320\text{尺} \div 10 = 32\text{尺}$ ；
9 秒鐘火車所行之距離爲 $32\text{尺} \times 9 = 288\text{尺}$ ，
減去車長，餘 $288\text{尺} - 270\text{尺} = 18\text{尺}$ ，即爲乙
9 秒鐘所行之距離，故乙每秒之速度爲
 $18\text{尺} \div 9 = 2\text{尺}$ 。

〔例五〕 快車長 32 丈，慢車長 28 丈，同向進行，快車追及慢車後，又一分鐘纔穿過；若相向而行，頭向接後又 12 秒鐘可以相離，求兩車每秒的速度如何？

〔解〕 兩車每秒速度之和爲：

$$(32\text{丈} + 28\text{丈}) \div 12 = 60\text{丈} \div 12 = 5\text{丈}$$

兩車每秒速度之差爲：

$$(32\text{丈} - 28\text{丈}) \div 60 = 4\text{丈} \div 60 = 1\text{丈}$$

故快車每秒速度爲：

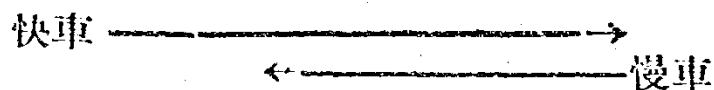
$$(5\text{丈} + 1\text{丈}) \div 2 = 6\text{丈} \div 2 = 3\text{丈}$$

慢車每秒速度爲：

$$(5\text{丈} - 1\text{丈}) \div 2 = 4\text{丈} \div 2 = 2\text{丈}$$

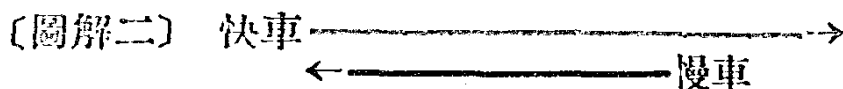
〔例六〕 快車每秒行 5 丈，慢車每秒行 3 丈，二車相向而行，快車頭接慢車尾，經 9 秒鐘即穿過，若快車尾接慢車頭，經 7 秒鐘也穿過，求二車身長。

〔圖解一〕



二車異向而行，車相接而後離，必須兩車尾相離後纔能算離開，此題快車頭接慢車尾，每秒兩車共行 $5\text{丈} + 3\text{丈} = 8\text{丈}$ ，9 秒鐘即穿過，其所通過之距離 $(5\text{丈} + 3\text{丈}) \times 9 = 72\text{丈}$ ，即等

於快車身長。



依圖快車尾接慢車頭，每秒兩車共行 $5\text{丈} + 3\text{丈} = 8\text{丈}$ ，
 7 秒鐘所通過的距離 $(5\text{丈} + 3\text{丈}) \times 7 = 8\text{丈} \times 7 = 56\text{丈}$ ，即等
 於慢車身長。

〔例七〕 車過 99 丈長的停車場，歷 42 秒鐘；過 72 丈長的
 的鐵橋，歷 33 秒鐘，問車的每秒速度如何？及車
 長若干？

〔解〕 車的每秒速度為 $(99\text{丈} - 72\text{丈}) \div (42 - 33)$

$$= 27\text{丈} \div 9 = 3\text{丈}$$

$$\text{車長爲 } 3\text{丈} \times 42 - 99\text{丈} = 126\text{丈} - 99\text{丈} = 27\text{丈}。$$

習 題 十

1. 甲乙兩列車，其速度甲每秒鐘 58 尺，乙 44 尺，甲車
 之長 487 尺，乙車之長 635 尺，問此兩車相向進行，
 幾時行過？
2. 長 100 尺的火車，依 1 秒走 7 尺的速度，完全通過長
 180 尺的鐵橋，要多少秒？
3. 某列車通過佇立着的人的前面，要 9 秒鐘，又通過長
 144 公尺的橋上，要 21 秒鐘，求列車的長及其一秒
 間的速度。人當作一點計算。
4. 火車的長為 48 丈，每秒進行 6 丈，問穿過路旁的電
 線桿需幾秒鐘？
5. 車長 12 丈，以每秒 4 丈的速度向前進行，問經過 24
 丈長的停車場需幾秒？
6. 甲乙兩火車相向而行，從兩車尾相隔 69 里的兩地出
 發，甲車每刻行 12 里，乙車每刻行 11 里，要幾刻鐘

兩車尾相接？

7. 有某火車，通過長 193 公尺之鐵橋，需時 20 秒，若通過長 294 公尺之鐵橋，則需時 28 秒，問此火車之長及每時之速各若何？
8. 有每分行 880 公尺之快車，其長為 170 公尺，在快車之前有一長 280 公尺之貨車，計快車自追及至超過貨車共經 2 分鐘，問貨車之速度若何？
9. 兵士 2700 人，排為四行縱隊，列與列相隔半公尺，今以每分 90 公尺之速度進行，問全部通過長 203 公尺之橋，共需幾分鐘？
10. 甲列車之長為 214 呎，其速度為每秒 21 呎，其前有每秒進行 18 呎之乙列車，計甲列車自追及至超過乙列車共經 2 分 13 秒，問乙列車之長若何？
11. 甲列車之長為 190 公尺，乙列車之長為 170 公尺，若相向而行，則自相會至相離，共需 10 秒鐘，若同向進行，則甲列車自追及至超過乙列車，共需 1 分半，問兩列車每秒之速度各若何？

指示：本題可利用和差算法以解之。

九 雞兔問題

〔總說〕 雞兔問題又名龜鶴問題，是知雞兔足數的和，同頭數的和以求雞兔隻數的問題。

I. 求兔數

〔說明〕 假定完全為雞，則所有之足數少於實際的足數，若換入一兔，則增加二足，直至補足所少之足數時止，看需要幾個二足，即應有之兔數。故得公

式一如下：

$$\text{〔公式一〕 } (\text{實際之足數} - \text{雞之足數} \times \text{總頭數}) \div (\text{1頭足數} - \text{之差}) = \text{兔}$$

$$\text{全頭數} - \text{兔} = \text{雞}$$

II 求 雞 數

〔說明〕 假定完全為兔，則所有之足數較實際的足數要多，如換入一雞，則可減去二足，直至抵消所多之足數時止，看需除去幾個二足，即應有之雞數，故得公式二如下：

$$\text{〔公式二〕 } (\text{兔之足數} \times \text{總頭數} - \text{實際之足數}) \div (\text{1頭足數} - \text{之差}) = \text{雞}$$

$$\text{全頭數} - \text{雞} = \text{兔}$$

〔記憶要點〕 I. 若假設全為雞，則先求出者為兔之頭數。

II. 若假設全為兔，則先求出者為雞之頭數。

〔例一〕 雞兔共 15 頭，其足數為 38，問雞兔各幾頭？

〔解〕 設 15 頭完全為兔，則足數應為 $4 \text{ 隻} \times 15 = 60 \text{ 隻}$ ；
今僅有足 38 隻，即較此數少 $60 \text{ 隻} - 38 \text{ 隻} = 22 \text{ 隻}$ ；
若有雞一頭，則足數少 $4 \text{ 隻} - 2 \text{ 隻} = 2 \text{ 隻}$ ，
現在看 22 隻中包含 2 隻的幾倍即有雞幾頭；
故雞數為 $22 \text{ 隻} \div 2 \text{ 隻} = 11 \text{ 頭}$ 。

$$\text{兔數為 } 15 \text{ 頭} - 11 \text{ 頭} = 4 \text{ 頭}，$$

〔例二〕 龜鶴合計 35 頭，其足數為 110，問龜鶴各幾頭？

$$\text{〔解〕 } (110 - 2 \times 35) \div (4 - 2) = (110 - 70) \div 2 \\ = 40 \div 2 = 20 \text{ (頭)} \dots\dots\dots \text{龜數。}$$

$$35 \text{ 頭} - 20 \text{ 頭} = 15 \text{ 頭} \dots\dots\dots \text{鶴數。}$$

〔例三〕 蟾蟹共 9 隻，47 隻足，問各若干隻

(蟾 3 足，蟹 8 足)？

〔解〕 $(8 \text{ 足} \times 9 - 47 \text{ 足}) \div (8 \text{ 足} - 3 \text{ 足}) = 25 \text{ 足} \div 5 \text{ 足}$
 $= 5 \text{ (隻)} \dots\dots\dots \text{龜。}$

$(47 \text{ 足} - 3 \text{ 足} \times 9) \div (8 \text{ 足} - 3 \text{ 足}) = 20 \text{ 足} \div 5 \text{ 足}$
 $= 4 \text{ (隻)} \dots\dots\dots \text{蟹。}$

〔例四〕 某人有 10 圓及 5 圓紙幣共 10 張，其值為 80 元，問各若干張？

〔解〕 設 10 張都是 10 元者，則所有的幣值比實際的多 $10 \text{ 元} \times 10 - 80 \text{ 元} = 100 \text{ 元} - 80 \text{ 元} = 20 \text{ 元}$ ；若其中有 5 元紙幣一張，則值應少 $10 \text{ 元} - 5 \text{ 元} = 5 \text{ 元}$ 。故需 5 元紙幣 $20 \text{ 元} \div 5 \text{ 元} = 4 \text{ (張)}$ ，始能抵消盡，即 5 元紙幣為 4 張。

\therefore 10 元紙幣為 $10 \text{ 張} - 4 \text{ 張} = 6 \text{ 張}$ 。

〔例五〕 陶器 100 件，僱工運送；運到一件，給錢 60 文；破壞一件罰錢 120 文，運完後得錢 600 文，問運到者幾件？破壞者幾件？

〔解〕 $(60 \text{ 文} \times 100 - 600 \text{ 文}) \div (120 \text{ 文} + 60 \text{ 文}) =$
 $5400 \text{ 文} \div 180 \text{ 文} = 30 \text{ (件)} \dots\dots\dots \text{破壞者。}$
 $100 \text{ 件} - 30 \text{ 件} = 70 \text{ 件} \dots\dots\dots \text{運到者。}$

習 題 十 一

1. 龜鶴同籠，共頭 80 隻，共足 240 隻，求龜鶴各若干？
2. 有鶴和龜，鶴的頭數比龜多 10，足數的和是 200，求各頭數？
3. 某博覽會的入場券，大人 1 角 5 分，童子 8 分，今售出入場券 9000 張，共得 1200 元 9 角，問大人、童子各幾人？
4. 有一工人運玻璃器 100 個，每運到一個，可得工銀 1 角 5 分，損壞一個，賠償銀 2 角，最後此工人共得

- 銀 8 元 7 角，問此工人運到玻璃器幾個？損壞幾個？
5. 某人買五元郵票，與 3 元郵票，合為 27 張，付銀 111 元，問各幾張？
 6. 甲乙二種茶，合為 50 斤，其一斤之價，甲為 125 元，乙為 83 元，總價為 5284 元，問兩種茶各幾斤？
 7. 一萬二千噸之戰鬪艦，與八千噸之巡洋艦，合為 10 隻，其製造費，要 9760 萬元，今就一噸計算，戰鬪艦要 1000 元，巡洋艦 800 元，求兩種軍艦各幾隻？
 8. 以蜜柑 4750 個，分作兩種箱裝之，有裝 250 個者，有裝 400 個者，合裝 15 箱，尚不足 50 蜜柑，求各箱數。
 9. 甲自八月一日起每日儲蓄 5 角，乙自同月九日起自開始儲蓄，但每日儲蓄 4 角、7 角不等，至月底結算，兩人儲金之總數相等，問乙儲蓄 7 角之日數若干？
 10. 有競射者，中的則得 10 點，不中則失 15 點，一人發 10 矢，得 50 點，問這人中的數是多少？
 11. 有某日報刊刷廣告，在五號活字 1 行 19 字 20 行的地方，填入二號活字及五號活字共 320 字，但二號活字的大小為五號活字的 4 倍，問這廣告含各號字各多少？

十 餘 不 足 問 題

〔總說〕 解餘不足算法的問題，要求出前後兩次，“每人相差多少”以及“總共相差多少”，然後依包含除法，便可求得人數。

〔公式〕 I. 總共相差 ÷ 每人相差 = 人數
 II. “總共相差”的求法：

1. 第一次正好,第二次有餘或不足,那所餘及不足之差即是“總共相差”。
2. 第一次有餘,第二次不足,則所餘加不足即是“總共相差”。
3. 第一次有餘,第二次也有餘,則兩次所餘之差為“總共相差”。
4. 第一次不足,第二次也不足,則兩次不足之差,即為“總共相差”。

〔例一〕 羣兒分梨:每人 3 枚,則餘 6 枚;每人 5 枚,則不足 2 枚,求人數及梨數。

〔解〕 $(6\text{枚} + 2\text{枚}) \div (5\text{枚} - 3\text{枚}) = 8\text{枚} \div 2\text{枚} = 4(\text{人})$ 。
 $3\text{枚} \times 4 + 6\text{枚} = 12\text{枚} + 6\text{枚} = 18\text{枚}$ 。

〔例二〕 若干人分若干元:每人 15 元,則餘 56 元;每人 18 元,則餘 5 元,問有幾人,共分幾元?

〔解〕 $(56\text{元} - 5\text{元}) \div (18\text{元} - 15\text{元}) = 51\text{元} \div 3\text{元} = 17(\text{人})$ 。

$15\text{元} \times 17 + 56\text{元} = 311\text{元}$ 。

〔例三〕 某富翁以某款項賑濟貧民:每名 3 角則不足 1500 元;每名 2.5 角,則不足 750 元,問貧民有多少?賑金多少?

〔解〕 $(1500\text{元} - 750\text{元}) \div (0.3\text{元} - 0.25\text{元}) = 750\text{元} \div 0.05\text{元} = 15000(\text{人})$ 。

$0.3\text{元} \times 15000 - 1500\text{元} = 4500\text{元} - 1500\text{元} = 3000\text{元}$ 。

〔例四〕 分桃李與兒童若干人:每人與桃 6 個,李 3 個,則桃餘 3 個,李不足 11 個,已知桃數為李數之 3 倍,問桃李及兒童之數各若干?

〔解〕 每人與桃 6 個，則餘桃 3 個。

每人與李 3 個，則不足李 11 個，因桃數為李數之 3 倍，故若每人與桃 $3 \times 3 = 9$ 個，則不足桃 $11 \times 3 = 33$ 個，故人數為：

$$(3 \text{ 個} + 33 \text{ 個}) \div (9 \text{ 個} - 6 \text{ 個}) = 36 \text{ 個} \div 3 \text{ 個} \\ = 12(\text{人}).$$

李數為 $3 \text{ 個} \times 12 - 11 \text{ 個} = 36 \text{ 個} - 11 \text{ 個} = 25 \text{ 個}$ 。

桃數為 $25 \text{ 個} \times 3 = 75 \text{ 個}$ 。

習 題 十 二

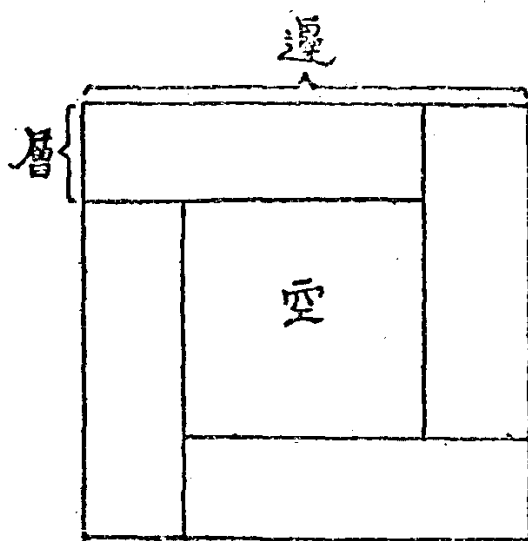
1. 蜜橘若干個裝若干筐，如一筐裝 60 個，則餘 90 個；如裝 65 個，則賸空筐一隻，求蜜橘及筐數
2. 有雞蛋 1870 個，每箱裝 100 個或 80 個，共裝 20 箱，餘 30 個，求各種箱的數。
3. 鉛筆之數為毛筆之 2 倍，今分與學生若干人，每人得毛筆 5 枝鉛筆 11 枝，結果毛筆餘 2 枝，鉛筆還少 21 枝，問學生之數若干？
4. 以一元買砂糖若干斤，不足 8 分，若每斤減價 3 分，則可找錢 4 分，問所買砂糖之斤數若干？
5. 籃中梨柿之數相等，每次取出梨 4 個，柿 3 個，若干次後梨數適盡而柿餘 12 個，求籃中梨柿之總數。
6. 某遊藝會之費用，由到會者分任，一人收 2 元 5 角，則有 1 元 5 角剩餘；若一人收 2 元 4 角，則不足 3 元 8 角，今欲無剩不足，每人應收若干？
7. 甲之所有錢為乙之 3 倍，甲欲買每枝 1 角 2 分之筆若干枝，不足 6 分；乙欲買每枝 3 分之筆，與甲同數，尚餘 6 分，問筆數及各人錢數？
8. 以菓子分給兒童：其中 2 人各與 4 個，其餘各給 5 個，

里餘 12 個；若每人均與 6 個，則適盡，求菓子數及兒童數。

十一 方陣問題

〔總說〕 方陣有中實中空兩種，中實方陣求人數，即以每邊數自自乘，求邊數即以積開平方，中空方陣，變化較多，特立此類以討論此二種方陣問題。

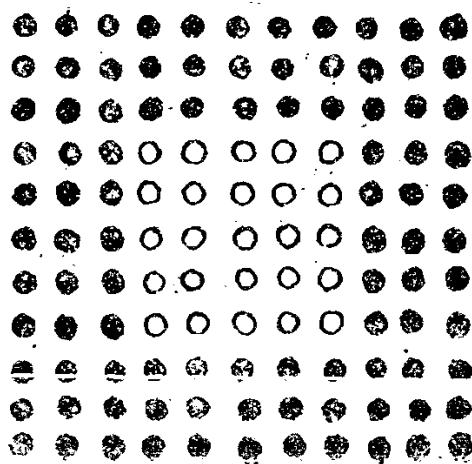
〔圖解一〕



〔公式一〕 積 = (邊 - 層) × 層 × 4

邊 = 積 ÷ 層 ÷ 4 + 層

〔圖解二〕



上圖表每邊 11 人的中實方陣，從圖可見每進一層，每邊就少 2 人。3 層的中空方陣，祇要把第三層以內的中心抽去就得。

因為抽去的方陣每邊人數是 $11 - 3 \times 2 = 11 - 6 = 5$ ，抽去的人數就是 $5 \times 5 = 25$ ；

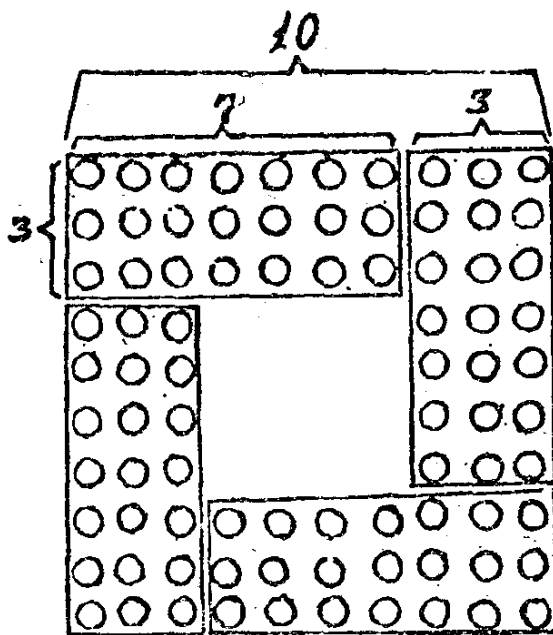
假如不抽去，應有 $11 \times 11 = 121$ (人)。

所以實有 $121 \text{ 人} - 25 \text{ 人} = 96 \text{ 人}$ 。

〔公式二〕 $(\text{每邊人數})^2 - (\text{每邊人數} - 2 \times \text{層數})^2 = \text{總人數}$ 。

〔例一〕 兵士若干人，排為三層之中空方陣，若外層每邊之人數為 10，問兵士若干人？

〔解法一〕 如右圖，中空方陣可以分做四個相等的矩形陣，每個矩形陣的寬就等於原中空方陣的厚即 3 人，又矩形陣的長等於原方陣外層每邊之人數減去厚即 $10 \text{ 人} - 3 \text{ 人} = 7 \text{ 人}$ ，因此每個矩形陣的人數為 $7 \times 3 = 21$ ，故中空方陣全部的人數為 $21 \times 4 = 84$ (即 84 人)。



〔解法二〕

1. 若此方陣為中實方陣則人數為 $10 \times 10 = 100$ 人。
2. 方陣每邊之人數，每向內一層即少 2 人，今此方陣為三層之中空方陣，故中空部分每邊之人數為 $10 - 3 \times 2 = 4$ 人。
3. 中空部分之人數為 $4 \times 4 = 16$ 人。
4. 故此中空方陣之人數為 $100 - 16 = 84$ 人。

〔例二〕 有兵士 1296 名，列成 12 層的中空方陣，問外一排共有幾人？

〔解〕 $1296 \text{ 名} \div 4 \div 12 = 324 \text{ 名} \div 12 = 27 \text{ 名}$ ，
 $27 + 12 = 39 \text{ 人}$ （外排的人數）。

〔例三〕 棋子若干個排成正方形餘 7 個，若縱橫各添一層，則不足 10 個，問棋子之數若何？

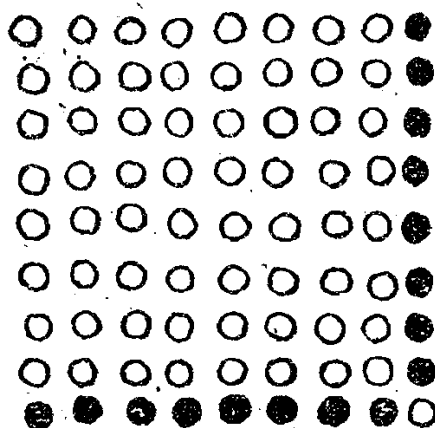
〔圖解〕 縱橫各添一層共需棋子 7 個 + 10 個 = 17 個，此 17 個除角上一個不計外，其餘 16 個剛好等於原正方形每邊個數之 2 倍。

故原正方形每邊為：

$$16 \text{ 個} \div 2 = 8 \text{ 個}。$$

故棋子之數為：

$$8 \times 8 + 7 = 71$$



〔例四〕 兵士若干人，排為矩形方陣，餘 3 人，若縱橫各添一層則不足 8 人，問兵士之數若何？但知矩形之長較寬多 2 人。

〔解〕 縱橫各加一層所需之人數為 $3 + 8 = 11$ ，
 依原矩形縱橫人數之和為 $11 - 1 = 10$ ，
 題意縱橫人數之差為 2，故依和差算法知縱為：

$$(10 + 2) \div 2 = 6, \text{ 橫為: } 10 - 6 = 4;$$

故兵士之數為 $6 \times 4 + 3 = 27$ （即 27 人）。

〔公式三〕 在方陣問題裏，知道某一層每邊的人數，要求另外一層每邊的人數，這是常遇到的事，每邊人數，愈到裏面愈少，愈到外面愈多，這是很明白的，但是相差多少呢？

每邊人數之差 = 相隔的層數 $\times 2$.

習題十三

1. 把兵排一空心方陣，外層每列15人，共3層，求兵數。
2. 把兵排一實心方陣，列數同每列人數相等，還剩23人；若把方陣多排一列，每列多排1人，就不足60人，求兵數。
3. 兵士排成原4層之中空方陣，外層每邊之人數為20，問共有兵士人數若干人？
4. 學生4隊，每隊之人數相等，今合併排為厚7層之中空方陣，外層每邊為12人，問每隊原有若干人？
5. 厚三層之中空方陣，內層每邊12人，問人數若干人？
6. 兵士排成一長方陣，共有15排，每排30人，問有兵多少？
7. 有兵312名，排成6層中空方陣，問外一層有多少人？

十二 連續數問題

〔總說〕 若干個數遞差為1者，謂之連續數，遞差為2者，則有連續奇數與連續偶數之別。

〔公式〕 由連續數的和減1, 2, 3, 4, ……的和（項數比連續數少一），然後除以項數，得最小數，再依次加一，得連續各數。

反之，加1, 2, 3, 4, ……的和，然後除以項數，得最大數，再依次減1得連續各數。

〔例一〕 有四連續數，其和為22。求各數。

〔解〕 $\{22 + (1 + 2 + 3)\} \div 4 = 28 \div 4 = 7 \dots\dots$ (最大數)
故連續數為7, 6, 5, 4.

〔例二〕 有五個連續奇數，其和為 35，求各數。

〔解〕 $\{35 - (2 + 4 + 6 + 8)\} \div 5 = \{35 - 20\} \div 5 = 15 \div 5 = 3$ 最小數。

故所求連續奇數為 3, 5, 7, 9, 11.

〔注意〕 連續數位數如為單數，就以連續位數除連續數的和，即得中間的一數。

習 題 十 四

1. 有五個連續數，其和為 50，問各數是多少？
2. 有七個連續數，其和為 28，求各數。
3. 九個連續偶數，其和為 90，求各數。

十三 歸一問題

〔總說〕 這類問題的解法，先把問題中所已知的條件，通通化做‘1’，例如“1人”，“1人1日”等等。然後再求所要的答案，所以叫做歸一算法。

〔例一〕 職工 8 人，3 日可完成的事，6 人要幾日完成？

〔解〕 1 人作此事，要 $3 \text{ 日} \times 8 = 24 \text{ 日}$ ，
故 6 人作此事要 $24 \text{ 日} \div 6 = 4 \text{ 日}$ 。

〔例二〕 某事 15 人作之，12 日可成，若欲於 5 日間作成，問須若干人？

〔解〕 15 人作之，12 日可成，若欲 1 日作成，則須：
 $15 \text{ 人} \times 12 = 180 \text{ 人}$ 。

現在要 5 日間作成，故須 $180 \text{ 人} \div 5 = 36 \text{ 人}$ 。

〔例三〕 有豫定 48 人，28 日間可完成的事，最初照豫定的人數開工，6 日後增加 7 人，再作 8 日，如照豫定的時日完成，此時可減少幾人？

〔解〕 48 人 28 日所作的事，1 人要作 $28 \text{ 日} \times 48 = 1344 \text{ 日}$ 。

最初 6 日所作的事，1 人要作 $6 \text{ 日} \times 48 = 288 \text{ 日}$ 。

增加 7 人後 8 日所作的事，1 人要作 $8 \text{ 日} \times (48 + 7) = 440 \text{ 日}$ 。

故未完成的工作在 $28 \text{ 日} - (6 \text{ 日} + 8 \text{ 日}) = 14 \text{ 日}$ 間完成，所要的人數是 $\{1344 - (288 \text{ 日} + 440 \text{ 日})\} \div 14 \text{ 日} = 44$ 。

故可減少的人數是 $48 \text{ 人} + 7 \text{ 人} - 44 \text{ 人} = 11 \text{ 人}$ 。

〔例四〕 有海上航船，船員 20 名，船客 30 名，預備 45 日間之糧食，出航 9 日之後，有船客 10 名在某港上陸，則所餘食糧，還可食幾日方完？但知船客 5 名 1 日之糧食，等於船員 4 名 1 日之食糧。

〔解〕 9 日之後，尚有船員 20 名，船客 30 名，36 日間之糧食，船客 30 名所食糧食與船員 24 名相當；故即 9 日之後尚有船員 $20 \text{ 名} + 24 \text{ 名} = 44 \text{ 名}$ ，36 日之糧食。

現 9 日後，有船客 10 名上陸，尚有船客 $30 \text{ 名} - 10 \text{ 名} = 20 \text{ 名}$ 在船中，而船客 20 名所食糧食與船員 16 名相當。

故知所餘糧食，還可食 $(36 \text{ 日} \times 44) \div (20 + 16) = 1584 \text{ 日} \div 36 = 44 \text{ 日}$ 。

習 題 十 五

1. 某女工 3 日間織成長 13.5 公尺之白布，問欲織成長 58.5 公尺之白布需若干日？
2. 54 人於 35 日間作成某事之半，若增加 9 人合作其餘一半，則較前可早幾日完成？

3. 某工程每日作工八小時，則9日可完；今最初3日每日僅作工6小時，而欲於預定之日數完工，則以後每日應作工幾小時？
4. 12人30日的工資是252元，問18人25日的工資是多少？
5. 工人6名4日食米1斗2升，問工人10名10日食米多少？
6. 某工廠裏工人祇做日工的，每日工資洋6角，做夜工一次，加給工資2角；某工人在廠裏作工24日，共得工資16元，問他做夜工幾次？
7. 有米585石，甲碾米所碾之，需15日，乙碾米所碾之，需13日，茲託兩碾米所同時碾之，問幾日可碾出？

十四 升降問題

〔總說〕 遊人登山，蝸牛上樹，其升降之速度不同，在算術上就生出許多問題。

〔例一〕 有蝸牛從34尺高的樹下上升，每日爬6尺，夜降4尺，問要多少天達到樹頂？

〔解〕 一晝夜蝸牛僅上升6尺-4尺=2尺，但到達樹頂，再降下的不算，故最後一日，祇問晝不問夜，故算時必須先從樹的高減去晝間所升的高，而後除以升降的差，再加最後1日即得， $(34 \text{ 尺} - 6 \text{ 尺}) \div (6 \text{ 尺} - 4 \text{ 尺}) + 1 = 28 \text{ 尺} \div 2 \text{ 尺} + 1 = 15 \text{ (日)}$ 。

〔例二〕 某人登山，上去每時行3里，下來每時行5里，今往返計16時，問山路有多少里？

〔解〕 上去每時行 3 里，下來每時行 5 里，則上去 5 時所行的路，必與下來 3 時所行的路相等，故可知 $5 \text{ 時} + 3 \text{ 時} = 8 \text{ 時}$ 可以往返一次 $3 \text{ 里} \times 5 = 15 \text{ 里}$ 的山路， $\therefore 16 \text{ 時}$ 可以往返一次的山路為：

$$15 \text{ 里} \times \{16 \div (5 + 3)\} = 15 \text{ 里} \times 2 = 30 \text{ 里}。$$

習 題 十 六

1. 蝸牛爬樹，晝爬 9 尺，夜降 6 尺，今有 4 丈 2 尺高的樹，要多少天到樹頂？
2. 某人登山；上去每時行 3 里，下來每時行 4 里，往返計 10 時，問山路有多少長？
3. 有蝸牛自 26 尺之樹下上升，每日晝上 5 尺，夜下 2 尺，問何日能達樹梢？
4. 有蝸牛上樹，晝上 5 尺，夜降 3 尺，第五日到達樹杪，問樹高多少？
5. 一蝸牛從牆根向上爬，晝間升 4 尺，夜降 2 尺，至第四天晚，爬到牆孔中休息一夜，第五天早上仍然向上爬，到第七天纔達屋頂，問屋多少高？
6. 一嶺上下有甲乙二村，王生由甲村到乙村，每時行 8 里，返時每時行 12 里，今王生來往共計 5 小時，問二村相距多少里？

十五 消去問題

〔總說〕 消去算法，在算術問題的解法上，很為重要，但凡題目裏，有兩個數要求，大都可以應用，所以要特別注意。

〔例一〕 鞋 3 雙與帽 2 頂共價 31.6 元，鞋 2 雙與帽 5 頂

共價 24 元 問鞋一雙及帽一頂之價各若干?

〔解〕 依題意 $\begin{cases} \text{鞋 } 3 + \text{帽 } 2 = 31.6 \text{ 元} \cdots \cdots (1) \\ \text{鞋 } 2 + \text{帽 } 5 = 24 \text{ 元} \cdots \cdots (2) \end{cases}$

將(1)式 2 倍之, 又將(2)式 3 倍之, 使兩式中鞋之雙數相等。

則, $\begin{cases} \text{鞋 } 6 + \text{帽 } 4 = 63.2 \text{ 元} \cdots \cdots (3) \\ \text{鞋 } 6 + \text{帽 } 15 = 72 \text{ 元} \cdots \cdots (4) \end{cases}$

$(4) - (3) \text{ 帽 } 11 = 8.8 \text{ 元}$ 故帽 1 頂 $= \frac{8.8 \text{ 元}}{11} = 0.8 \text{ 元}$ 。

既知帽 1 頂之價為 0.8 元, 故由鞋 3 雙與帽 2 頂共價為 31.6 元, 知鞋一雙之價為:

$(31.6 \text{ 元} - 0.8 \text{ 元} \times 2) \div 3 = 10 \text{ 元}$ 。

〔例二〕 毛筆一枝之價較鉛筆一枝之價貴 4 分, 但毛筆 3 枝之價與鉛筆 5 枝之價相等, 問各一枝之價若何?

〔解〕 毛筆一枝之價較鉛筆一枝之價貴 4 分, 則毛筆 3 枝之價較鉛筆 3 枝之價貴 $4 \text{ 分} \times 3 = 12 \text{ 分}$ 。

但毛筆 3 枝之價與鉛筆 5 枝之價相等, 即鉛筆 5 枝之價較鉛筆 3 枝之價貴 12 分。

即鉛筆 $5 - 3 = 2$ 枝之價為 12 分, 故鉛筆每枝之價為 $12 \text{ 分} \div 2 = 6 \text{ 分}$ 。

毛筆每枝之價為 $6 \text{ 分} + 4 \text{ 分} = 10 \text{ 分} = 1 \text{ 角}$ 。

〔例三〕 椅 3 張與桌 2 張之價相等, 椅 5 張與桌 4 張共價 22 元, 問各一張之價若干?

〔解〕 桌 2 張與椅 3 張之價相等, 則桌 4 張與椅 6 張之價相等。

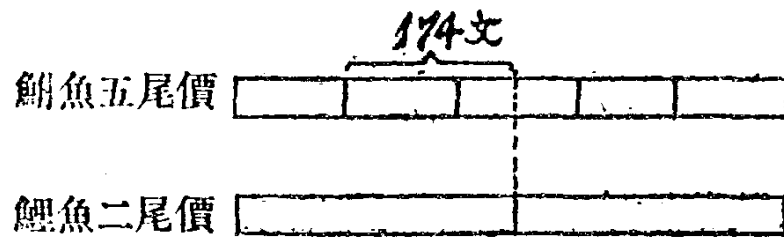
椅 5 張與桌 4 張共價 22 元, 即椅 5 張與椅 6 張

共價 22 元，即椅 $5+6=11$ 張之價為 22 元，故椅每張之價為 $22 \text{ 元} \div 11 = 2 \text{ 元}$ 。

桌 2 張之價等於椅 3 張之價，故桌每張之價為 $2 \text{ 元} \times 3 \div 2 = 3 \text{ 元}$ 。

〔例四〕 鮎魚五尾，鯉魚二尾，其價相等，問各一尾價的差為 174 文，問各魚價多少？

〔圖解〕



鯉魚一尾比鮎魚一尾價多 174 文，鯉魚二尾比鮎魚二尾多 $174 \text{ 文} \times 2 = 348 \text{ 文}$ ，今鯉魚二尾價等於鮎魚五尾價，則鯉魚二尾價比鮎魚二尾價多 348 文，即相當於鮎魚三尾之價，故得式如下：

$174 \text{ 文} \times 2 \div (5 - 2) = 348 \text{ 文} \div 3 = 116 \text{ 文} \dots\dots\dots$ 鮎魚一尾的價。

\therefore 鯉魚一尾的價為 $116 \text{ 文} + 174 \text{ 文} = 290 \text{ 文} \dots\dots\dots$ 鯉魚一尾的價。

〔例五〕 大小二數的和為 13，大數 3 倍小數 5 倍的和為 49，求二數？

〔解〕 大小二數的和是 13，假設大小二數皆擴大 5 倍，就得 $13 \times 5 = 65$ 。現在大數 3 倍小數 5 倍為 49，因大數少 2 倍，所以少 $65 - 49 = 16$ ，那麼 16 就是大數的 2 倍了，得式如下：

$$\text{大數} = (13 \times 5 - 49) \div (5 - 3) = 16 \div 2 = 8.$$

$$\text{小數} = 13 - 8 = 5.$$

〔例六〕 馬 3 匹的價加牛 4 隻的價為 550 元，馬 2 匹之價加牛 3 隻之價為 390 元，求馬一匹之價。

〔圖解〕

	馬 3 匹	+	牛 4 隻		= 550 元
	馬 2 匹		牛 3 隻		
相減		+			= 390 元
		+			= 160 元
	馬 1 匹		牛 1 隻		

∴ 馬 1 匹價為：

$$(160 \text{元} \times 4 - 550 \text{元}) \div (4 - 3) = 90 \text{元} \div 1 = 90 \text{元}。$$

習 題 十 七

1. 帽子一頂之價，與靴一雙之價，合為 17 元 8 角，但知靴一雙之價，比帽子一頂之價之 3 倍，多 6 角，問靴一雙之價若干？
2. 毛筆一枝，鉛筆一枝，合價 17 分，毛筆 6 枝，鉛筆 4 枝，合價 92 分，求毛筆同鉛筆每枝的價值。
3. 帽五頂與靴 3 雙之價相等，但知兩價相差 1 元 2 角，求帽 1 頂靴一雙之價。
4. 某書上下二冊共價 1 元，若買上 5 冊，下 7 冊，則價為 6 元 1 角，問上下各一冊之價各若干？
5. 有甲乙二數，甲為乙之 2 倍，而甲之 2 倍與乙 3 倍之和為 140，問兩數各若干？
6. 有水菓商裝蘋菓於大小不同之兩籃中，大籃賣 5 元，小籃賣 4 元，但知大籃較小籃多 5 隻，求每隻蘋菓的價格及兩籃蘋菓的總數。
7. 甲乙二工人每日之工資相等，今甲作工 24 日得銀 7 元 1 角及米 2 石，乙作工 36 日得銀 5 元 2 角及米 4

- 石，問米一石之價及每日之工資各多少？
8. 甲乙丙所有金共 2 圓，乙之 3 倍較丙之 2 倍少 1 角，又甲乙所有金平均為 6 角，問三人所有金各若干？
9. 有茶上下二種，每斤之價上為下之 4 倍，而以 24 元所可買之上茶，較下茶少 120 斤，問各 1 斤之價多少？
10. 帽一頂，鞋一雙共價 6 元，又鞋一雙較帽三頂之價貴 2 角，問鞋一雙之價多少？

十六 倍數問題

〔總說〕 倍數算是已知二數的倍數關係，而求各數的算法，其應用的公式如下：

$$\text{〔公式〕 小數} = \frac{\text{和}}{\text{倍數} + 1}$$

$$\text{小數} = \frac{\text{差}}{\text{倍數} - 1}$$

〔例一〕 甲有銀較乙多 12 元，今若乙給甲 75 元，則甲所有銀為乙之 7 倍，問甲乙原有銀各若干？

〔解〕 甲有銀較乙多 12 元，若乙更給甲 75 元，則甲較乙多 $12 \text{ 元} + 75 \text{ 元} \times 2 = 162 \text{ 元}$ 。

此時甲所有銀為乙之 7 倍，即甲比乙所多者適當乙所有銀之 $7 - 1 = 6$ 倍。

乙所有銀之 6 倍為 162 元，故乙此時有銀：

$$162 \text{ 元} \div 6 = 27 \text{ 元}。$$

乙給甲 75 元後餘 27 元，故乙原有：

$$27 \text{ 元} + 75 \text{ 元} = 102 \text{ 元}。$$

甲較乙多 12 元，故甲原有 $102 \text{ 元} + 12 \text{ 元} = 114 \text{ 元}$ 。

〔例二〕 兄有銀爲弟之 5 倍，若各得 5 元，則兄有銀爲弟之 3 倍，問兄弟原有銀各若干？

〔解〕 兄有銀爲弟之 5 倍，此後若弟得 1 元，兄得 5 元，弟得 2 元，兄得 10 元，換言之，即兄所得者爲弟所得者之 5 倍，則兄所有銀仍爲弟所有銀之 5 倍。

今弟得 5 元，若兄得 $5 \text{ 元} \times 5 = 25 \text{ 元}$ ，則兄有銀仍爲弟之 5 倍。

但兄現僅得 5 元，即少得 $25 \text{ 元} - 5 \text{ 元} = 20 \text{ 元}$ ，故兄有銀僅爲弟之 3 倍。

可見此時弟有銀之 $5 - 3 = 2$ 倍，即爲 20 元，故弟有銀 $20 \text{ 元} \div 2 = 10 \text{ 元}$ 。

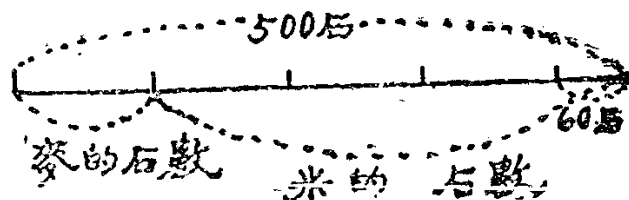
弟得 5 元後爲 10 元，故弟原有銀 $10 \text{ 元} - 5 \text{ 元} = 5 \text{ 元}$ ，又兄原有銀爲 $5 \text{ 元} \times 5 = 25 \text{ 元}$ 。

〔例三〕 大倉有米 869 石，小倉有米 132 石，今大倉每日增 5 石，小倉每日增 9 石，問幾日後大倉存米爲小倉米的 4 倍？

〔解〕 現在大倉米較小倉米的 4 倍仍多 341 石，而每日大倉所增較小倉所增的 4 倍少 31 石，故所經的日數 $= 341 \text{ 石} \div 31 \text{ 石} = 11 \text{ (日)}$ 。

〔例四〕 某倉庫中，有米麥合共 500 石，其中米比麥的石數 3 倍多 60 石，問米麥各有幾石？

〔圖解〕



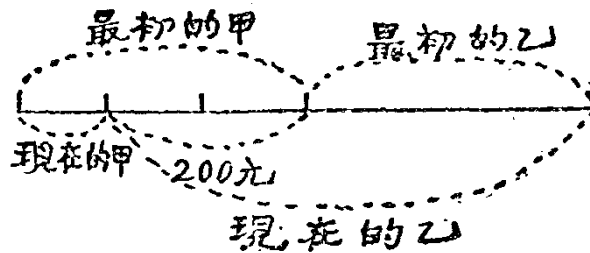
$500 \text{ 石} - 60 \text{ 石} = 440 \text{ 石} \dots\dots\dots$ 麥的石數 4 倍。

$449 \text{ 石} \div 4 = 110 \text{ 石} \dots\dots\dots$ 麥的石數。

$500 \text{ 石} - 110 \text{ 石} = 390 \text{ 石} \dots\dots\dots$ 米的石數。

〔例五〕 甲、乙各有同額的銀，甲給乙 200 元後，乙所有是甲的 5 倍，問最初兩人各有幾元？

〔圖解〕



依圖解得如下：

甲乙所有銀的和，當現在甲的 $5+1=6$ 倍，因最初甲乙的所有銀同額，故最初甲的所有銀適當現在甲的 3 倍，依

最初甲所有 = 現在甲所有 + 200 元的關係，知 200 元適當於現在甲所有銀的 2 倍，故 $200 \text{ 元} \div 2 = 100 \text{ 元} \dots\dots\dots$ 現在甲所有銀；依此得最初甲乙所有是：

$100 \text{ 元} + 200 \text{ 元} = 300 \text{ 元}$ 。

習 題 十 八

1. 某人將銀 173 元分給甲乙二人，乙所得的加 52 元，等於甲所得的一半，求甲乙各得多少？
2. 某牧場中，馬的頭數是牛的頭數 3 倍，其差是 48 頭，求馬、牛的頭數。
3. 將銀 2530 元，分給甲乙丙 3 人，甲是丙的 6 倍，乙是丙的 4 倍，問要如何分配？
4. 東倉存米 965 石，西倉存米 380 石，每日自東倉取出 35 石，自西倉取出 20 石，問幾日後東倉存米為西倉存米之 3 倍？
5. 甲有銀 30 元，乙有銀 18 元，其後各用去相等之銀，

則各人所餘者甲較乙之 2 倍多 2 元，問各用去若干元？

6. 某牧場原有牛數爲羊數之 4 倍，其後各賣去 5 頭，故牛數爲羊數之 5 倍，問原有牛羊各若干頭？
7. 甲乙二人，經營商業，原有資本甲爲乙之 4 倍，一年後甲損失 1000 元，乙獲利 500 元，故甲所有金爲乙之 2 倍，問二人原有資本各若干？
8. 東倉比西倉多 640 石，每日由東倉運出 24 石至西倉，一月後西倉米爲東倉米的 3 倍，求各倉原存米？
9. 有甲乙二隊兵，甲隊積米 504 石，每日食 8 石，乙隊積米 316 石，每日食米 12 石，問若干日後甲隊存米爲乙隊存米的 2 倍？
10. 甲池有水 112 石，乙池有水 120 石，每時自甲池流出 9 石入乙池，問幾時後乙池爲甲池水的 3 倍？
11. 有高 6 尺的杉與高 10 尺的松，每年所長，杉比松的 2 倍短 2 寸，自今 15 年後，杉比松短 1 尺，問每年各長多少？
12. 大倉有米 309 石，小倉有米 257 石，每日大倉進 7 石，小倉進 11 石，要兩倉存米相等，問需幾日？

第三章 整數性質

一 倍數及約數

〔說明〕 甲數如能除盡乙數，甲數便是乙數的約數，同時乙數也就是甲數的倍數。

〔例一〕 $45 \div 9 = 5$.

〔解〕 9 能整除 45，則 9 為 45 的約數，45 為 9 的倍數。

(原則一) 若甲乙二數都是丙數的倍數；甲乙二數和或差，也是丙數的倍數。

(原則二) 丙數若是甲乙二數的約數，也就是甲乙二數和或差的約數。

(原則三) 甲數若是乙數的倍數，甲數的倍數，也是乙數的倍數。

(原則四) 乙數若是甲數的約數，也就是甲數倍數的約數。

〔例二〕 什麼是 8 的約數？什麼是 28 的約數？那麼什麼是 8 和 28 的公約數？

〔解〕 8 的約數有 2, 4, 8.

28 的約數有 2, 4, 7, 14, 28.

故 8 和 28 的公約數為 2, 4.

二 檢驗質因數

〔說明〕 I. 一數如祇有牠的本數和一是約數，這數便叫

質數。

II. 任何複數，(兩個或兩個以上的數的連乘的積)都可分成幾個質數的乘積，這些質數，便是那複數的質因數。

[質因數的觀察法]

- (1) 質因數 2: 凡數的末位是偶數或是零，這數至少總有一個質因數是 2.
- (2) 質因數 3: 凡一數的各位數字的和，是 3 的倍數，這數至少有一個質因數是 3.
- (3) 質因數 5: 凡數的末位數字是 5 或是零，這數至少有一個質因數是 5.
- (4) 質因數 7: 把一數的末位數字割去，再從餘下的數裏減去所減數的二倍，得數後又照同法割減(最後如減數大，被減數小，就反減)，直到最後減剩的餘數是 7，那原數至少有一個質因數是 7；若減剩的餘數是零，原數便至少有二個質因數，7 和 3.

[例一] 觀察 96103 有沒有質因數 7.

[解]

9610	3	割去末位 3.
6			減去 3 的二倍.
960	4	割去末位 4.
8			減去 4 的二倍.
95	2	割去末位 2.
4			減去 2 的二倍.
9	1	割去末位 1.
2			減去末位 1 的二倍.
7			最後所得的餘數.

所以 96103 至少有一個質因數是 7.

〔例二〕 檢驗 945 有沒有質因數 7 與 3.

〔解〕

945	割去末位 5.
10	減去 5 的 2 倍.
8	4
8	割去末位 4.
0	減去 4 的 2 倍.
0	最後爲 0.

故 945 至少有二個質因數, 7 和 3.

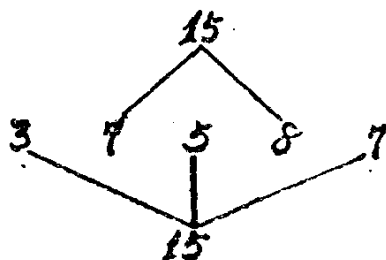
〔說明〕 因爲一個數, 把牠的末位割去, 再減去末位數的 2 倍, 便等於從原數減去原數末 $21 (= 3 \times 7)$ 倍, 第二次割減的數, 便是這次末位的 $210 (= 3 \times 7 \times 10)$ 倍, 第三次割減的數, 便是這次末位的 $2100 (= 3 \times 7 \times 100)$ 倍。

這樣繼續割下去, 都是 21 的倍數, 最後的餘數, 若是 7, 那原數便是 7 的倍數, 所以原數至少有一個質因數是 7.

若是最後的餘數等於零, 那原數就是 21 的倍數, 所以原數至少有兩個質因數 7 和 3.

(5) 質因數 11: 凡數的間位數字之和的差爲 0 或 1 的倍數, 此數必有一個質因數 11.

例如: 檢查 37587 有沒有質因數 11.



間位數字之和的差爲 $15 - 15 = 0$.

故 37587 必有質因數 11.

習題十九

1. 在下列諸數中選出 2, 3, 5, 7 的倍數。
325, 3141, 5634, 8512, 1524, 2340, 1765.
2. 化 356354 爲質因數連乘積。
3. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 中 30 的約數爲何?
4. (任意數) $\times 2$ 是奇數還是偶數?
5. (任意數) $\times 2 + 1$ 是奇數還是偶數?
6. 關於倍數有下面三條基本原理, 能分別舉例說明否?
1. 倍數的和是倍數。
2. 倍數的差是倍數。
3. 倍數的倍數還是倍數。
7. 在 10 與 200 之間, 4, 6, 9 的公倍數是那些?
8. 有 4 位數 $5 \triangle \square 9$ 及 $3 \triangle \square 4$, 其十位數及百位數相同, 若其和爲 8573, 問此兩數各多少?
9. 凡是 3 或者 11 的倍數, 把他的各位數顛倒後所成的數, 仍然是 3 或者 11 的倍數, 這是什麼道理?
10. 一個正方形面積, 576 平方尺, 問每邊長多少尺?

三 最大公約數

〔說明〕 一數同是諸數的約數, 這數便是諸數的公約數, 諸數的公約數, 有時不止一個, 其中最大的, 叫最大公約數, 普通總是省寫作 G.C.M.

〔例一〕 求 16, 80, 36, 108 的最大公約數。

〔解〕

2)16	80	36	108	
2)8	40	18	54	所以 G.C.M. = $2 \times 2 = 4$.
4	20	9	27	

〔例二〕 鉛筆 5 打，筆記簿 36 本，分給學生若干人，各人所得的相同，問學生至多有多少人？

〔解〕 鉛筆 5 打 = 60 枝。

$$\begin{array}{r} 2)60 \quad 36 \\ \hline 2)30 \quad 18 \\ \hline 3)15 \quad 9 \\ \hline 5 \quad 3 \end{array} \quad (2 \times 2 \times 3) \text{ 人} = 12 \text{ 人 (答)}。$$

〔例三〕 某校學生，男生 422 人，女生 283 人，分成若干組，每組的人數相等，組數要最少，問可分幾組？每組人數是多少？

$$\begin{array}{r} \text{〔解〕} \quad 2)442 \quad 286 \\ \hline 13)221 \quad 143 \\ \hline 17 \quad 11 \end{array}$$

$2 \times 12 = 26$ 人(每組的人數)， $17 + 11 = 28$ 組。

〔例四〕 教室長 252 尺，寬 168 尺，現在要鋪最大相等的正方形的磚，問磚每邊要有多少長？

〔解〕 應用輾轉相除法

$$\begin{array}{r} 168)252(1 \\ \underline{168} \\ 84)168(2 \\ \underline{\quad 168} \\ 0 \end{array}$$

所以 G.C.M. = 84(尺) 就是每邊的長。

四 最小公倍數

〔說明〕 一數是諸數公有的倍數，這數便是諸數的公倍數，諸數的公倍數，有無限個，其中最小的叫最小公倍數，普通總是省寫作 L.C.M.

〔例一〕 求 99, 35, 45 (3 的最小公倍數)。

$$\begin{array}{r}
 \text{〔解〕} \quad 3)99 \quad 35 \quad 45 \quad 63 \\
 \quad \quad 3)33 \quad 35 \quad 15 \quad 21 \\
 \quad \quad 5)11 \quad 35 \quad 5 \quad 7 \\
 \quad \quad 7)11 \quad 7 \quad 1 \quad 7 \\
 \quad \quad \quad 11 \quad 1 \quad 1 \quad 1
 \end{array}$$

所以 L.C.M. = $3^2 \times 5 \times 7 \times 11 \times 1^3 = 3465$ 。

〔例二〕 求 376, 705 的最小公倍數。

$$\text{〔解〕} \quad \therefore \text{最小公倍數} = \frac{\text{甲數} \times \text{乙數}}{\text{最大公約數}}$$

\therefore 先求得 376, 705 的 G.C.M. = 47。

$$\text{所以 L.C.M.} = \frac{376 \times 705}{47} =$$

$$\frac{376}{47} \times 705 \text{ (或 } \frac{705}{47} \times 376) = 5640.$$

(註) 如求多數的最小公倍數, 可先用上法, 求得兩數的最小公倍數, 然後將這結果, 再與第三數求最小公倍數, 這樣繼續求去, 最後所得的最小公倍數, 便是諸數的最小公倍數。

〔例三〕 池之周圍為 1600 公尺, 某甲每分鐘行 400 公尺, 某乙每分鐘行 320 公尺, 今兩人同時自同地出發, 沿池邊同向進行, 問經若干時後, 兩人仍於此出發點相會?

〔解〕 甲行一周需時 $1600 \text{ 公尺} \div 400 \text{ 公尺} = 4$ 即 4 分。
乙行一周需時 $1600 \text{ 公尺} \div 320 \text{ 公尺} = 5$ 即 5 分。
欲兩人仍於出發點相會, 必兩人所行之距離皆為池周之整倍數, 故所經之時間必為 4 分及 5 分之公倍數。

第一次相會之時間必為 4 分及 5 分之最小公倍數即 20 分。

〔例四〕 兩齒輪互相銜接，牠們的齒數，一是 80，一是 128，問小齒輪須轉幾次，然後兩齒輪的原齒又相合？

〔解〕 128 與 80 的 L.C.M. = 640.

所以小齒輪該要轉 $(640 \div 80)$ 次 = 8 次。

習 題 二 十

1. 求 72, 118, 180 之最大公約數。
2. 某數除 190 餘 5, 除 410 餘 3, 問此數最大為若干？
3. 有矩形地一塊長 400 公尺寬 75 公尺，今沿周栽樹，樹與樹間之距離相等且最大，若四角皆栽樹，問共需樹木若干株？
4. 梨 525 個，蜜橘 420 個，柿 1470 個，其中取出梨 5 個蜜橘 100 個外，其餘分給兒童若干人，每人所得梨、柿及蜜橘之個數相同，問兒童數最多為若干人，又此時每人共得水菓若干個？
5. 有三角形街市，三邊的長為 104 丈、240 丈、152 丈，今欲置電燈，須求最遠的距離及最少的燈數，但每隅須置一燈。
6. 某學校有男生 385 人，女生 210 人，各分為若干班，每班人數相等，而其班數以最少為要，問男女班數各多少？
7. 求 56, 72, 48, 的最小公倍數。
8. 有周圍 40 丈的池，甲、乙、丙三人同時繞行其上，甲每分鐘行 20 丈，乙每分鐘行 10 丈，丙每分鐘行 40 丈，問三人幾分鐘後同時再歸原所？

9. 一個吝嗇的守財奴，每日要把銀元數一數，他 5 個一數，7 個一數，8 個一數，9 個一數，都餘 2 個，問共多少？
10. 二數的最大公約數同最小公倍數相乘得 10829，但知一數為 91，求他一數。
11. 某數與 480 的最大公約數為 120，其最小公倍數為 1440，問某數是多少？
12. 有銅元不知多少，三個一數餘 2，五個一數餘 4，七個一數餘 6，最少有多少銅元？
13. 甲乙丙三人繞池的周圍而散步，甲 45 分鐘繞一周，乙 60 分鐘繞一周，丙 72 分鐘繞一周，現今三人在同處同向同時起行，問經幾分鐘後三人再在原處相會？又三人各繞了多少次？

第四章 分數

一 分數計算

〔1〕 約分及通分

〔說明〕 分數的分子同分母可以同時擴大到好多倍，分數的值不變。這種擴大的方法叫做擴分，又分子同分母也可以同時約小到好多倍，分數的值不變，這種約小的方法叫做約分，把幾個分母不同的分數，用擴分法化成分母相同的分數，這個方法叫做通分。

〔例一〕 約分 $\frac{64}{120}$ 成最簡分數。

〔解〕 $\frac{64}{120} = \frac{64 \div 8}{120 \div 8} = \frac{8}{15}$

〔例二〕 化 $\frac{45}{225}$ 為最簡分數。

〔解〕

$$\frac{45}{225}$$

(1) 以 5 約
 (2) 以 3 約 = $\frac{1}{5}$
 (3) 以 3 約

〔例三〕 通分 $\frac{7}{18}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{13}{36}$ 。

〔解〕 18, 24, 36 的最小公倍數是 72, 用做公分母。

$$72 \div 18 = 4, \quad \frac{7}{18} = \frac{7 \times 4}{18 \times 4} = \frac{28}{72};$$

$$72 \div 24 = 3, \quad \frac{11}{24} = \frac{11 \times 3}{24 \times 3} = \frac{33}{72};$$

$$72 \div 36 = 2, \quad \frac{13}{36} = \frac{13 \times 2}{36 \times 2} = \frac{26}{72}.$$

〔例四〕 試將三分數 $\frac{5}{6}$, $\frac{13}{15}$, $\frac{19}{24}$ 依大小之次序排列之。

〔解〕 先通分,

$$\begin{array}{r} 2)6 \cdot 15 \quad 24 \\ 3)3 \quad 15 \quad 12 \\ \hline 1 \quad 5 \quad 4 \end{array} \quad \text{公分母爲 } 2 \times 3 \times 5 \times 4 = 120.$$

$$\text{故 } \frac{5}{6} = \frac{100}{120}, \quad \frac{13}{15} = \frac{104}{120}, \quad \frac{19}{24} = \frac{95}{120},$$

$$\therefore \frac{104}{120} > \frac{100}{120} > \frac{95}{120},$$

$$\therefore \frac{13}{15} > \frac{5}{6} > \frac{19}{24}.$$

I. 分數之基本原則:

1. 用某數乘分數,等於用該數乘分子,或除分母。
2. 用某數除分數,等於用該數除分子,或乘分母。
3. 用某數同乘或同除分子分母,分數的值不變。

II. 通分的法則:

1. 取諸分母的最小公倍數做公分母, 諸分子各

照原分母擴大的倍數去擴大。

III. 分數的比較：

1. 在同母分數裏，分子大的分數大，分子小的分數小。
2. 在同子分數裏，分母大的分數小，分母小的分數大。
3. 分子分母不同的分數，普通總是先通分，變做同母分數，再來比較，有時分母過大，為便利起見，也可以先化成同子分數，再來比較。

習 題 二 十 一

1. 約分以下各分數成爲最簡分數：

$$\frac{15}{24}, \frac{18}{42}, \frac{56}{60}, \frac{144}{204}, \frac{481}{629}, \frac{2592}{3456}, \frac{8316}{7623}.$$

2. 擴分以下各分數，使牠們的分母等於 60。

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{6}, \frac{1}{10}, \frac{7}{12}, \frac{11}{15}, \frac{9}{20}, \frac{23}{30}.$$

3. 求以下各分數式裏 x 所表示的數：

$$\frac{3 \div 2}{4} = \frac{3}{x}, \quad \frac{2}{9 \div 4} = \frac{x}{9}, \quad 3 = \frac{x}{2}, \quad 1 = \frac{5}{x}.$$

4. 通分下列各組分數：

$$(1) \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{11}{15}, \quad (2) \frac{3}{10}, \frac{5}{14}, \frac{12}{35},$$

$$(3) \frac{13}{24}, \frac{11}{18}, \frac{7}{12}, \quad (4) \frac{6}{7}, \frac{9}{11}, \frac{5}{16},$$

$$(5) \frac{15}{8}, \frac{21}{12}, \frac{16}{27}, \frac{35}{36}, \quad (6) \frac{7}{12}, \frac{12}{33}, \frac{23}{40}, \frac{11}{15}.$$

5. 比較下列各組分數：

$$(1) \frac{5}{12}, \frac{7}{12}, \frac{9}{12}, \quad (2) \frac{5}{27}, \frac{5}{56}, \frac{5}{43},$$

$$(3) \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{11}, \quad (4) \frac{7}{10}, \frac{11}{14}, \frac{19}{35},$$

$$(5) \frac{1}{48}, \frac{2}{81}, \frac{3}{132}, \quad (6) \frac{263}{131}, \frac{304}{151}, \frac{529}{263}.$$

〔2〕 分數的加減乘除

〔法則〕 I. 分母相同的諸分數相加減，可取原分母作分母，諸分子的和同差作分子，便得。假若諸分數的分母並不相同，可先通分成同母分數，然後再行加減，假若裏面有假分數，可先化成帶分數，然後把整數部分合在一起，分數部分合在一起，分別加減，如遇分數部分的減數比被減數大，可把整數的一部分化成假分數，再來加減。

II. 諸分數相乘，取諸分子的積做分子，諸分母的積做分母，再上下約簡，就得。假若遇着整數或帶分數，最好先化成假分數，然後再乘。

III. 兩分數相除，取除數的逆數，同被除數相乘，便得。假若遇着整數或帶分數，也要先化成假分數，然後再算。

$$\begin{aligned} \text{〔例一〕} \quad \frac{2}{3} + \frac{4}{7} - \frac{7}{8} &= \frac{112}{168} + \frac{96}{168} - \frac{147}{168} = \frac{112+96-147}{168} \\ &= \frac{61}{168}. \end{aligned}$$

$$\text{〔例二〕} \quad 7\frac{1}{5} + 2\frac{2}{15} - 3\frac{5}{12} = (7+2-3) + \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{15} - \frac{5}{12}\right)$$

$$= 6 + \frac{12+8-25}{60} = 5 + \frac{60+12+8-25}{60}$$

$$= 5 + \frac{55}{60} = 5 + \frac{11}{12} = 5 \frac{11}{12}$$

〔例三〕 $\frac{3}{7} \times \frac{5}{8} = ?$

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} \times \frac{5}{8} &= 3 \div 7 \times 5 \div 8 = 3 \times 5 \div (7 \times 8) = \frac{3 \times 5}{7 \times 8} \\ &= \frac{15}{56} \end{aligned}$$

〔例四〕 $\frac{3}{7} \div \frac{5}{8} = ?$

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} \div \frac{5}{8} &= 3 \div 7 \div (5 \div 8) = 3 \div 7 \div 5 \times 8 \\ &= (3 \times 8) \div (7 \times 5) = \frac{3 \times 8}{7 \times 5} = \frac{3}{7} \times \frac{8}{5} = \frac{24}{35} \end{aligned}$$

〔3〕 繁 分 數

〔法則〕 先把繁分數的分子、分母，各化成簡單分數，然後取兩內項的積做分母，兩外項的積做分子，再行約簡便得。

〔例一〕
$$\frac{2 - \frac{3}{7}}{1 + \frac{2}{3} \times 1 \frac{4}{5}} = \frac{\frac{11}{7}}{\frac{11}{5}} = \frac{11 \times 5}{7 \times 11} = \frac{5}{7}$$

〔例二〕
$$\frac{2}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}} = \frac{2}{2 + \frac{1}{\frac{5}{2}}} = \frac{2}{2 + \frac{2}{5}} = \frac{\frac{2}{1}}{\frac{12}{5}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

習 題 二 十 二

1. 求下列各式之值:

$$(1) 2\frac{2}{12} + 7\frac{4}{33} - 8\frac{17}{55}. \quad (2) \frac{3}{35} + \frac{11}{56} - \frac{1}{70}.$$

$$(3) 4\frac{1}{12} + 1\frac{3}{16} - 3\frac{2}{3}.$$

$$(4) 3 + \frac{5}{12} + 1\frac{3}{8} + \frac{1}{6} + 7\frac{2}{3} - 6\frac{1}{2}.$$

$$(5) \left(\frac{4}{7} + 6 + 2\frac{5}{6}\right) - \left(10\frac{4}{21} - 3\frac{9}{14}\right).$$

2. $\frac{2}{3}$, $\frac{10}{11}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{8}$ 四分數中最大者與最小者之和為

若干? 又其餘兩分數之和若干?

3. 求下列各式的值:

$$(1) 25\frac{1}{3} \times 1\frac{6}{19}. \quad (2) 3\frac{1}{3} \div 2\frac{1}{2}.$$

$$(3) 1\frac{1}{14} \times \frac{26}{45} \times \frac{56}{65}. \quad (4) 1\frac{251}{325} \div 5\frac{59}{65}.$$

$$(5) 1\frac{1}{19} \times 1\frac{24}{25} \div 1\frac{25}{38}. \quad (6) \frac{43}{72} \div \frac{22}{45} \div \frac{35}{48}.$$

4. 計算下列各式:

$$(1) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right).$$

$$(2) \left(6 - \frac{1}{5} + \frac{7}{10}\right) \div \left(\frac{1}{15} + \frac{7}{25}\right).$$

$$(3) 10\frac{15}{4} \div 4\frac{7}{8} \times \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6}\right).$$

$$(4) 1 \div \frac{1}{2} \div \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \div \frac{4}{5}$$

5. 化簡以下各繁分數：

$$(1) \frac{\frac{27}{18}}{\frac{13}{13}} \quad (2) \frac{\frac{14}{25}}{\frac{21}{21}} \quad (3) \frac{\frac{33}{52}}{5\frac{25}{39}}$$

$$(4) \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \div \left(\frac{5}{6} \times \frac{3}{8}\right)}{2\frac{2}{3} \div \left(3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}\right)} \quad (5) \frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{3}}}}$$

$$(6) \frac{4\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{8} \times 1\frac{2}{5}}{4\frac{1}{4} - 2\frac{1}{8}} \quad (7) \frac{1}{\frac{1 + \frac{1}{3}}{1 + \frac{1}{4}}}$$

$$(8) \frac{5\frac{1}{2} - 4\frac{2}{3}}{5 - \frac{\frac{5}{5}}{5 + \frac{\frac{3}{5}}{5 + \frac{1}{2}}}}$$

$$(9) 4 + \frac{1}{2 - \frac{1}{4 - \frac{2}{3}}} - \frac{10\frac{5}{9}}{2 + \frac{3}{4\frac{5}{6}}}$$

二 分數四則應用問題

〔1〕 相 當 問 題

〔例一〕 某級學生 48 人，女生佔 $\frac{3}{8}$ ，問女生有多少人？

〔解〕 將 48 個學生分爲 8 份，女生佔裏面的 3 份，這是有全數 (48 人) 去求部份數 (女生) 的算法，用乘法即得女生數 $48 \text{ 人} \times \frac{3}{8} = 18 \text{ 人}$ 。

〔例二〕 某人買布用洋 18 元，爲所有洋的 $\frac{2}{9}$ ，問尙餘洋多少？

〔解〕 18 元相當於 9 份裏的 2 份，所以全部是：

$$18 \div \frac{2}{9} = 18 \times \frac{9}{2} = 81 \text{ 元，用去 18 元後餘 } 81 \text{ 元} \\ - 18 \text{ 元} = 63 \text{ 元。}$$

〔例三〕 某人有銀 160 元，第一次用去其 $\frac{1}{4}$ ，其次用去此時所有之 $\frac{1}{3}$ ，第三次又用去第二次所餘之 $\frac{1}{2}$ ，

問尙餘幾元？

〔解〕 設所有銀之全體爲 1

$$\text{第一次用去 } \frac{1}{4}, \text{ 尙餘 } \left(1 - \frac{1}{4}\right)$$

第二次用去第一次所餘的 $\frac{1}{3}$ ，故此時所餘的，等

於第一次所餘的 $1 - \frac{1}{3}$ ，即相當於全體的：

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$$

同理第三次用後，最後所餘的當為全體的：

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

某人所有銀之全體為 160 元，故最後所餘為：

$$\begin{aligned} 160 \text{ 元} \times \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \\ = 160 \text{ 元} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = 40 \text{ 元。} \end{aligned}$$

(註)分數裏的 1 有許多的好處，若不知用它，就有許多麻煩，望學者切實理會它。

〔例四〕 以所有銀圓，買米則得 72 石，買麥則得 120 石，今欲將此銀買米與麥，得相同之石數，問可買幾石？

〔解〕 麥米 1 石之價，為此銀之 $\frac{1}{72} + \frac{1}{120}$ ，即 $\frac{1}{45}$ ，

故 $1 \div \frac{1}{45} = 45$ 即所求之石數。

〔例五〕 竹竿插入水中，其初插入 $\frac{1}{9}$ ，其次插入其餘之 $\frac{3}{4}$ ，

在水面上者長 2 尺，問竿長多少？

〔解〕 設竿長之全部為 1，

在水面上者為 $\left(1 - \frac{1}{9}\right) \times \left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{8}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{9}$

此與 2 尺相當，故竿長為 $2 \text{ 尺} \div \frac{2}{9} = 9 \text{ 尺}$ 。

〔例六〕 某人以銀若干經營商業，第一年損失 $\frac{2}{17}$ ，第二年獲利當餘款之 $\frac{2}{15}$ ，如是共有 5100 元，問最初有銀若干元？

〔解〕 第一年終之存款為 $5100 \text{ 元} \div \left(1 + \frac{2}{15}\right) = 4500 \text{ 元}$ ，

故原有銀為 $4500 \text{ 元} \div \left(1 - \frac{2}{17}\right) = 4500 \times \frac{17}{15}$
 $= 5100 \text{ 元}$ 。

〔例七〕 以繩測井之深，3 折之餘 1 尺，4 折之不足 1 尺 5 寸，問井深若何？

〔解〕 設繩長之全部為 1，

3 折之餘一尺，即繩長之 $\frac{1}{3}$ 較井深多 1 尺，

4 折之不足 1 尺 5 寸，即繩長之 $\frac{1}{4}$ 較井深少 1.5 尺，

故繩長之 $\frac{1}{3}$ 較繩長之 $\frac{1}{4}$ 多 $1 \text{ 尺} + 1.5 \text{ 尺} = 2.5 \text{ 尺}$ 。

即繩長之 $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$ ，相當於 2.5 尺，

故繩長為 $2.5 \text{ 尺} \div \frac{1}{12} = 30 \text{ 尺}$ ，

井深為 $30 \text{ 尺} \times \frac{1}{3} - 1 \text{ 尺} = 9 \text{ 尺}$ 。

〔2〕 工作問題

〔說明〕 工程是一定的；人數有多少，力量有不同，日子有長短，所以生出許多變化，最要注意的是以全工程作 1。

〔例一〕 有某事，甲乙協力合作，10 日可成，乙丙協力合作，12 日可成，甲丙協力合作，15 日可成，今甲乙丙三人協力合作，問要幾日可成？

（要點）考甲乙二人 1 日的工作量，是全部工作的 $\frac{1}{10}$ 等然後解之。

〔解〕 設此事的全量為 1，則甲乙協力合作 1 日的工作量是 $\frac{1}{10}$ ，乙丙是 $\frac{1}{12}$ ，甲丙是 $\frac{1}{15}$ ，故甲乙丙協力合作 1 日的工作量是 $\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) \div 2 = \frac{1}{8}$ ，

故所要的日數是 $1 \div \frac{1}{8} = 8$ 即 8 日。

〔例二〕 甲 1 人作某事，要 4 日可成，今甲作 2 倍於此的事，着手 3 日後，託乙代作 2 日半作成，問從開始起，乙 1 人要幾日作成？

〔解〕 甲 1 日成此事的 $\frac{1}{4}$ ，故甲作 3 日後未完的事是

$2 - \frac{1}{4} \times 3 = 1\frac{1}{4}$ ，但是乙 1 日的工作量是

$$1\frac{1}{4} \div 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

故乙 1 人作此 2 倍的事，要 $2 \div \frac{1}{2} = 4$ (日)。

〔例三〕 甲作某事，經 1 時間，求乙助力，以後兩人合作此事，比甲一人所要的豫定時數，早 $2\frac{4}{5}$ 時完工，若最初乙即參加，則更可比所要時間縮短 $\frac{2}{5}$ 時，求最初甲的豫定時數。

〔解〕 依題意，甲得乙的助力，在 1 時間可縮短 $\frac{2}{5}$ 時，然乙在最初參加，可比甲一人所要的豫定時數縮短 $2\frac{4}{5}$ 時 + $\frac{2}{5}$ 時 = $3\frac{1}{5}$ 時，故求得甲的豫定時數是：

$$3\frac{1}{5} \text{ 時} \div \frac{2}{5} \text{ 時} = 8 \text{ 即 } 8 \text{ 時。}$$

習 題 二 十 三

1. 甲所有銀為乙所有銀之 $\frac{3}{5}$ ，乙較甲多 600 元，問兩人各有銀若干？
2. 甲乙二人共有銀 250 元，從甲的所有銀減去 $\frac{1}{9}$ ，則比乙的所有銀多 5 元，求兩人的所有銀。
3. 布一疋剪去其 $\frac{4}{7}$ ，又剪去此時之 $\frac{5}{9}$ ，還餘 4 尺 2 寸，問原長若干？
4. 一竹竿插入池中，入於泥中之部份佔全長之 $\frac{1}{6}$ ，在水

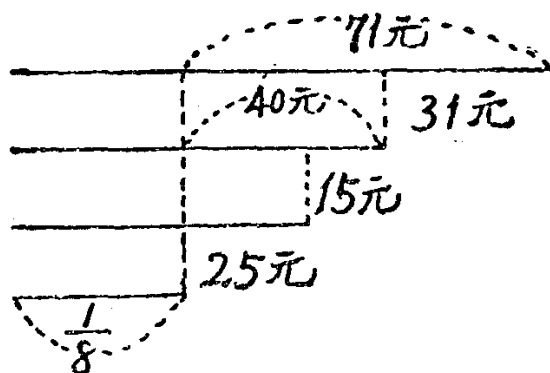
中之部份佔全長之 $\frac{1}{3}$ ，餘於水上者長 2 尺 1 寸，問此竿之全長為若干？

5. 兄弟二人分銀若干元，兄取其 $\frac{5}{8}$ ，將所餘給弟，弟所得比全數一半少 125 元，問兄弟所得各多少？

6. 有銀若干元，要分給甲、乙、丙三人，如給甲是二分之一，給乙是甲的 $\frac{2}{3}$ ，給丙是乙的 $\frac{3}{4}$ ，則不足 30 元，求全數。

7. 甲乙丙三人分銀若干元，甲比全數 $\frac{1}{2}$ 少 2 元，乙比全數 $\frac{1}{3}$ 少 11 元，丙比全數 $\frac{1}{4}$ 多 1 元，求各人所得。

8. 將銀若干元，分給甲乙丙丁四人，甲比乙多 31 元，乙比丙多得 15 元，丁比丙少得 25 元，而相當於



總數的 $\frac{1}{8}$ 求各人所得之多少。

9. 某數的 $\frac{5}{8}$ 減 5，相當於某數的 $\frac{1}{2}$ ，求某數。

10. 以繩測井之深，3 折之餘 2 尺 5 寸，4 折之則餘 5 寸，問井深若干？

11. 一羣小雞,雄雞比全數的 $\frac{2}{7}$ 多10隻,雌雞比全數的 $\frac{8}{13}$ 少1隻,問原有多少雞?
12. 有男工5人同女工8人合作 $2\frac{1}{4}$ 日可成的事,今女工10人作此事, $7\frac{1}{5}$ 日可成,問男工5人作此事,要幾日可成?
13. 有一事,甲作8日可成,乙作12日可成,今甲先作若干日後患病,乙代甲完成,共費10日,問甲作幾日,乙作幾日?
(提示)應用龜鶴算原理。
14. 有職工作某事,6日間成 $\frac{9}{20}$,殘業再作7日3時完成,求此職工1日的作業時間。
(提示)此職工在6日+7日=13日間的工作量是 $\frac{39}{40}$,則3時的工作量是 $\frac{1}{40}$ 。
15. 有一件事,甲乙合作30日可成,若合作12日後,餘下的乙獨作24日做成,問甲乙獨作各需幾天成功?
16. 有一工程,限定30日成功,先用18人作,經12日成其 $\frac{1}{3}$,若欲於限期內成功,問要加工人多少?
17. 有一工程,甲乙二人合作8日可成,甲乙二工人合作2日,其後甲獨作經9日完工,問甲乙二人各自獨做須幾日可成?

〔3〕 水槽問題

〔說明〕 水槽問題那最後要得答案時，都是“現在看……裏面包含……幾倍即……”，故為包含算中的一種，其公式如下：

〔公式〕 求注滿水槽之時間

$$\text{注滿時間} = 1 \div \left(\overbrace{\frac{1}{\text{甲管時間}}}^{\text{流入}} + \overbrace{\frac{1}{\text{乙管時間}}}^{\text{流入}} - \overbrace{\frac{1}{\text{丙管時間}}}^{\text{流出}} \right)$$

〔例一〕 某水槽有甲乙二入水管，單開甲管則15時水滿，單開乙管則20時水滿，此外又有一出水管，若開此管則30小時可將滿槽之水流盡，設此槽中原來無水，三管齊開，問幾時可滿？

〔解〕 設此槽容水之全量為1，

甲管每小時可入水 $\frac{1}{15}$ ，乙管每小時可入水 $\frac{1}{20}$ ，

又出水管每小時可出水 $\frac{1}{30}$ ，

故三管齊開每小時可注水 $\frac{1}{15} + \frac{1}{20} - \frac{1}{30} = \frac{1}{12}$ ，

因知三管齊開欲注滿此空槽共需之時間為：

$$1 \div \frac{1}{12} = 12 \text{ 即 } 12 \text{ 時。}$$

〔例二〕 有水池，用甲管注入水池，5小時水滿，用乙管流出，7小時流盡，今在此水池空虛時，共用此二管注入流出，問幾小時水滿？

〔解〕 甲管每時注入量，是水池全量的 $\frac{1}{5}$ ，乙管每時流

出量,是水池全量的 $\frac{1}{7}$,從此可知兩管每時出入

量的差是 $\frac{1}{5} - \frac{1}{7} = \frac{2}{35}$,故所要的時間數是:

$$1 \div \frac{2}{35} = 17.5 \text{ (時)}。$$

〔例三〕 有半小時可以充滿一桶的水管,今用此管注水入桶,經 18 分鐘,發見水桶有漏,立即修好,然水滿已比豫定時間遲 5 分鐘,倘不修好漏處,問要幾分鐘水可滿桶?

〔解〕 半時充滿全桶,即一分鐘充滿全桶的 $\frac{1}{30}$,然因

18 分鐘的漏出,以致水滿比豫定時間遲 5 分鐘,

故 1 分鐘漏出的水量,是 $\left(\frac{1}{30} \times 5\right) \div 1 = \frac{1}{108}$,

依此 1 分鐘注入的水量減去漏出的是:

$$\frac{1}{30} - \frac{1}{108} = \frac{13}{540},$$

故不修好漏處所要水滿的時間是:

$$1 \div \frac{13}{540} = 41\frac{7}{13} \text{ (分)}。$$

〔4〕 年 齡 問 題

〔說明〕 本節所述係年齡問題中與分數有關者。

〔例一〕 今年兄弟年齡的和是 39 歲,6 年前兄年是弟年的 $1\frac{1}{4}$ 倍,求各人現在的年齡。

〔解〕 6 年前兄弟年齡的和是 $39 \text{ 歲} - 6 \text{ 歲} \times 2 = 27 \text{ 歲}$,

設此時弟年齡是 1, 則兄是 $1\frac{1}{4}$, 故兄弟年齡的和是 $1 + 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{4}$, 即當弟年的 $2\frac{1}{4}$ 倍, 故當時弟年是:

$$27 \text{ 歲} \div 2\frac{1}{4} = 12 \text{ 歲}, \text{ 從此得現在弟年是,}$$

$$12 \text{ 歲} + 6 \text{ 歲} = 18 \text{ 歲}, \text{ 兄年是 } 39 \text{ 歲} - 18 \text{ 歲} = 21 \text{ 歲}.$$

〔例二〕今年父同二子年齡的和是 33 歲, 6 年後, 二子年齡的和當父的年齡二分之一, 求今年各人的年齡, 知二子年齡的差是 3 歲。

〔解〕6 年後 3 人年齡的和是 51 歲, 此時二子年齡的和, 是父年的一半, 故設其時父的年齡是 1, 則 51 歲適當其時父年的 $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ 倍, 故現在父年是

$$\left(51 \text{ 歲} \div \frac{3}{2}\right) - 6 \text{ 歲} = 28 \text{ 歲}.$$

從此求得二子年齡的和是 $33 \text{ 歲} - 28 \text{ 歲} = 5 \text{ 歲}$. 又因二子年齡的差是 3 歲, 故長子是 4 歲, 次子是 1 歲。

〔例三〕兄的年齡當父的 $\frac{1}{4}$, 弟的年齡當兄的 $\frac{3}{5}$, 而弟生時兄年 5 歲, 求三人的年齡

〔解〕設兄的年齡是 1, 則父同弟的年齡各是 4 及 $\frac{3}{5}$, 故知兄弟年齡的差 $5 \text{ 歲} - 1 \text{ 歲} = 4 \text{ 歲}$,

與兄年的 $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 倍相當，故兄年是：

$$4 \text{ 歲} \div \frac{2}{5} = 10 \text{ 歲。}$$

從此求得父及弟的年齡各為 40 歲及 6 歲。

習 題 二 十 四

1. 有一個水桶，上面有甲乙二管，可以灌水，下面有一個丙管能放水，開甲管要 8 分鐘而滿，開乙管要 6 分鐘而滿，如開丙管 12 分鐘而盡，今甲乙丙三管齊開，問須幾分鐘桶中水滿？
2. 有水桶一隻，其上有甲乙二管，開甲管則注入水經三時後水滿於桶，開乙管則水流出經 8 時後桶水放盡，今甲乙二管並開，水由甲管入而由乙管出，問經幾時後水可盈桶？
3. 滿桶之水，汲出 $\frac{2}{3}$ ，注入 3 斗 5 升，則桶中所有者為 $\frac{1}{2}$ ，問桶之容量如何？
4. 有滿水的桶，今先汲出 $\frac{1}{6}$ ，次汲出 12 升，桶中所餘尚有全量的一半，求桶的容積。
5. 盛滿的水缸，發覺有漏，在修理之間，已漏出全缸容量 $\frac{5}{8}$ 的水，修好後注入全缸容量 $\frac{3}{5}$ 的水，尚空出 6 公升，問此水缸的全容量是多少公升？
6. 今年甲乙兩人年齡的差是 10 歲，明年乙的年齡是甲的 $\frac{3}{5}$ ，求兩人今年的年齡。

7. 有兄弟二人，現在兄年 18 歲，弟年是兄年的 $\frac{2}{3}$ ，問幾年之後，弟的年齡適當兄的 $\frac{3}{4}$ 。
8. 現今父年是子的 5 倍，10 年以後，父年是子的 3 倍，求現在父子的年齡。
9. 4 年前兄年為弟年之 3 倍，4 年後兄年為弟年之 $1\frac{2}{3}$ 倍，問兄弟之現年各若何？

〔5〕 行程問題

〔說明〕 行程有方向之不同，速度之快慢，距離之大小，時間之長短等各種不同，生出許多變化，本節僅述此類問題中之應用分數計算者。

〔例一〕 從甲地往乙地，4 小時行全路程的 $\frac{1}{3}$ 多 800 公尺，所餘的路程，比全路程的 $\frac{3}{4}$ 少 1800 公尺，若所餘的路程，依前速度每時多行 300 公尺，問再要多少時可到乙地？

〔解〕 依題意，從全路程的 $\frac{2}{3}$ 減 800 公尺，等於從全路程的 $\frac{3}{4}$ 減 1800 公尺，故 1800 公尺 $-$ 800 公尺 $=$ 1000 公尺，同全路程的 $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$ 相當，從此得全路程是：

$$1000 \text{ 公尺} \div \frac{1}{12} = 12000 \text{ 公尺。}$$

故最初每時速度，是：

$$(12000 \text{公尺} \times \frac{1}{3} + 800 \text{公尺}) \div 4 = 1200 \text{公尺}。$$

從此可得行餘路所要的時間數是：

$$(12000 \text{公尺} \times \frac{3}{4} - 1800 \text{公尺}) \div (1200 \text{公尺} + 300 \text{公尺}) = 4.8(\text{時}) = 4(\text{時})48(\text{分})。$$

〔例二〕 一人往某處，如每時行 2.8 公里，則比豫定時間遲到 2 時，如每時行 4.2 公里，則比豫定時間早到 1 時，求路遠幾公里？

〔解〕 每時行 2.8 公里及 4.2 公里，故行 1 公里所要時間的差，是 $(\frac{1}{2.8} - \frac{1}{4.2})$ 時 = $\frac{5}{42}$ 時。

但行全路程所要時間的差，是

$$2 \text{時} + 1 \text{時} = 3 \text{時}。$$

故所求全路的遠，是

$$3 \text{時} \div \frac{5}{42} \text{時} = 25.2 \text{ (公里)}。$$

〔例三〕 迴轉某池之周圍，甲要 16 分，乙要 24 分，今兩人同時由同處出發，依反對方向進行，每幾分鐘可以相遇？若兩人同方向而行，每幾分追及？

〔解〕 兩人一分鐘接近的距離，當全距離的 $\frac{1}{16} + \frac{1}{24}$
 $= \frac{5}{48}。$

$\therefore 1 \div \frac{5}{48} = 9\frac{3}{5}$ (分)……所要時間(反方向時)。

$$\text{又 } \frac{1}{16} - \frac{1}{24} = \frac{1}{48} \cdots \cdots \text{兩人 1 分鐘速度之差。}$$

$$\therefore 1 \div \frac{1}{48} = 48 \text{ (分)} \cdots \cdots \text{所要時間 (同方向時)。}$$

(答) 每 $9\frac{3}{5}$ 分鐘相會, 每 48 分鐘追及。

[6] 流水問題

[例一] 河中有木材順流浮下, 長 7 尺的木材, 9 秒鐘流過橋下, 長 5 尺的木材, $7\frac{1}{2}$ 秒鐘流過同一橋下, 求橋闊幾尺?

[解] 河水流 7 尺 - 5 尺 = 2 尺, 所要時間是 9 秒 - $7\frac{1}{2}$ 秒 = $1\frac{1}{2}$ 秒, 故河流 1 秒的速是 2 尺 $\div 1\frac{1}{2}$ = $\frac{4}{3}$ 尺。

從此得橋闊是 $\frac{4}{3}$ 尺 $\times 9 - 7$ 尺 = 5 尺。

[例二] 船夫在某河划船, 逆流而行, 每分鐘速 240 公尺, 順流的速, 每分鐘 400 公尺, 今在此河往返, 共費 48 分鐘, 問所到的水路有多少遠?

[解] 逆流行 1 公尺, 要 $\frac{1}{240}$ 分鐘, 順流行 1 公尺, 要 $\frac{1}{400}$ 分鐘, 故逆流順流各行 1 公尺所要的時間是

$$\left(\frac{1}{240} + \frac{1}{400} \right) \text{分} = \frac{1}{150} \text{分。}$$

往返 48 分鐘所到的水路是

$$48 \text{ 分} \div \frac{1}{150} \text{ 分} = 7200 \text{ (公尺)}。$$

〔例三〕 船夫在某河順流速度是每時 5 公里，逆流速度是每時 2 公里，今往返此河，共費 12 時，求此河的長。

〔解〕 與前例題同樣，往返 1 公里所要的時間是

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right) \text{ 時} = \frac{7}{10} \text{ 時}。$$

$$\text{故此河的長是：} 12 \text{ 時} \div \frac{7}{10} \text{ 時} = 17\frac{1}{7} \text{ (公里)}。$$

習 題 二 十 五

1. 某人從甲地到乙地，要費 2 時，若每時多行 2 公里，則可早到半時，求甲乙兩地的距離。
2. 某人乘腳踏車出遊，來去共費 7 時，去時緩行，每時 9 哩，回來快走，每時 12 哩，問此人到幾哩遠的地方？
3. 從甲地到乙地，坐輪船要 12 時，乘汽車要 8 時，今坐輪船又換乘汽車，共行 10 時到乙地，求乘汽車的時間。
4. 某人乘汽車走 5 時到某地，回來依前速的 $2\frac{2}{5}$ 倍，走 $\frac{25}{36}$ 時又 5 公里，到達全路程的 $\frac{1}{2}$ ，問全路程有幾公里？
5. 甲乙二人繞行某池周圍，甲要 16 分鐘，乙要 24 分鐘，今兩人同時在同處出發，依反對方向走去，問每幾分鐘可以相會？又若兩人依同方向走去，問每幾分鐘甲可以追及乙？

6. 甲 8 小時所行的路,乙祇要行 5 時,今甲出發 2 時間之後,乙動身追趕,問要幾時追及?
7. 有船夫甲乙二人,在一定距離的河流往返,甲上行費 14 時,下行費 6 時,乙上行費 21 時,問下行費幾時?
8. 有船夫,每時划速 4.4 公里,往來某河,下行時間相當於上行時間的 $\frac{4}{7}$,求水流每時的速。
9. 有船行流水中,逆流速度為順流速度之 $\frac{3}{7}$,又每小時之速,水流比划力少 $2\frac{5}{8}$ 里,問水流及划力每小時之速度各幾何?
10. 有輪船開往相隔 270 哩的某埠,行 $\frac{1}{3}$ 後,風力忽變,依從前速度 $\frac{4}{5}$ 進行,到埠已比豫定時間遲 3 時,問最初的速度是幾哩?

[7] 時鐘問題

[說明] 分針旋轉 60 分(即一週),時針僅旋轉 5 分,所

以分鐘每分鐘比時針多走 $1 - \frac{5}{60} = \frac{11}{12}$ 分,即

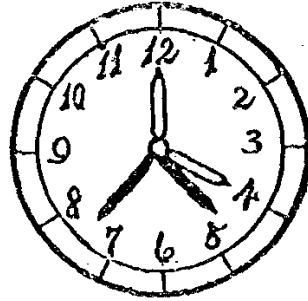
分針走 1 分,時針祇能走 $\frac{1}{12}$ 分,計算時鐘問題,

$\frac{11}{12}$ 是最重要的。

[例一] 在 4 點鐘同 5 點鐘中間,分針在時針之前 15 分,應是何時?

〔解〕 因分針旋轉 60 分時，時針旋轉 5 分，
所以分針每分鐘比時

$$\begin{aligned} \text{針多走 } 1 \text{ 分} - \frac{5}{60} \text{ 分} \\ = \frac{11}{12} \text{ 分。} \end{aligned}$$



分針本在時針之後 20 分，現走到時針之前 15 分，故比時針多走 20 分 + 15 分 = 35 分。

$$\begin{aligned} \text{所以分針須走 } 35 \text{ 分} \div \frac{11}{12} = 38 \frac{2}{11} \text{ 分} \approx 38 \text{ 分} \\ 10 \frac{10}{11} \text{ 秒。} \end{aligned}$$

所以此時應是 4 點 38 分 $10 \frac{10}{11}$ 秒。

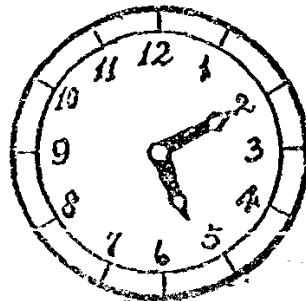
〔例二〕 從 3 時至 4 時中間，求兩針重合的時刻。

〔解〕 正 3 時，短針在長針前 15 分，每過 1 分鐘，長針接近短針 $(1 - \frac{1}{12})$ 分，故至相重時所要的分數是：

$$15 \div (1 - \frac{1}{12}) = 16 \frac{4}{11} \text{ (分) 即 } 3 \text{ 時 } 16 \frac{4}{11} \text{ 分。}$$

〔例三〕 在 5 時至 6 時之間，
兩針互成直角有二次，
求各次的時刻。

〔解〕 兩針隔開 15 分時，即成直角，而從正 5 時起，有長針比短針多



行 $(25-15)$ 分時或多行 $(25+15)$ 分時的二次。

$$(25-15) \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 10\frac{10}{11}(\text{分}) \cdots \text{長針在後時。}$$

$$(25+15) \div \left(1 - \frac{1}{12}\right) = 43\frac{7}{11}(\text{分}) \cdots \text{長針在前時。}$$

即 5 時 $10\frac{10}{11}$ 分及 5 時 $43\frac{7}{11}$ 分時互成直角。

〔例四〕 八時和九時的中間，兩針成 150 度，問在何時？

〔解〕 鐘面一週為 360 度（即 60 分），半週為 180 度

（即 30 分）， $\frac{1}{4}$ 週為 90 度（即 15 分）， $\frac{1}{12}$ 週為 30

度（即 5 分），現八時分針在時針後 40 分， 150 度

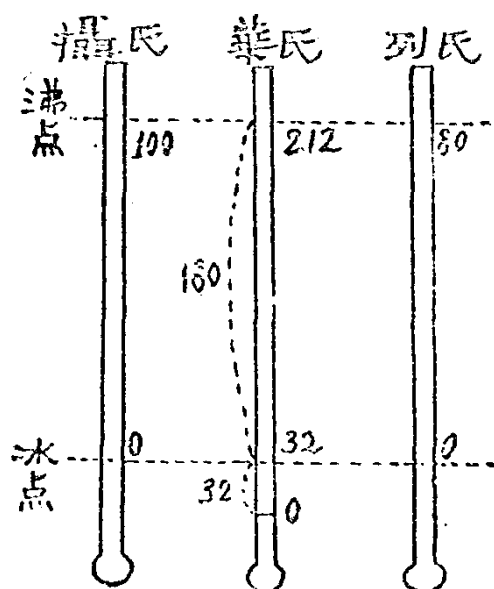
即 $(150 \div 30) \times 5 = 25$ 分，照這看來，分針要多走 15 分。

$$\begin{aligned} \text{〔式〕 } & \left\{ 5 \times 8 - [(150 \div 30) \times 5] \right\} \div \frac{11}{12} \\ & = \left\{ 40 - [5 \times 5] \right\} \div \frac{11}{12} = \left\{ 40 - 25 \right\} \div \frac{11}{12} \\ & = 15 \div \frac{11}{12} = 15 \times \frac{12}{11} = 16\frac{4}{11} \text{ 分。} \end{aligned}$$

〔 〕 寒暑表問題

〔說明〕 計溫度的器械叫做寒暑表，共有三種，其製造相同，所分度數不同，今分別於下：

〔圖解〕



三種表冰點至沸點是等距離，但是各有各的度數：華氏 180 度，冰點下還有 32 度；攝氏 100 度；列氏 80 度。如互換度數，必依照這度數變化，今列表如下：

$$\text{華氏 1 度} = \text{攝氏 } \frac{100}{180} \text{ 度即 } \frac{5}{9} \text{ 度，}$$

名 稱	華 氏	攝 氏	列 氏
符 號	F	C	R
冰 點	32°	0°	0°
沸 點	212°	100°	80°

三種表的單位度數有以下的關係。

$$180^{\circ} \text{ F} = 100^{\circ} \text{ C} = 80^{\circ} \text{ R}$$

$$\therefore 1^{\circ} \text{ F} = \frac{5^{\circ}}{9} \text{ C} = \frac{4^{\circ}}{9} \text{ R}$$

$$1^{\circ} C = \frac{9^{\circ}}{5} F = \frac{4^{\circ}}{5} R$$

$$1^{\circ} R = \frac{9^{\circ}}{4} F = \frac{5^{\circ}}{4} C.$$

〔注意〕 由華氏求攝、列二氏，應先減冰點下 32 度再求；
由攝、列二氏求華氏，應後加冰點下 32 度。

〔公式〕 (1) 求華氏法：

$$F = C \times \frac{9}{5} + 32;$$

$$F = R \times \frac{9}{4} + 32.$$

(2) 求攝氏法：

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9};$$

$$C = R \times \frac{5}{4}.$$

(3) 求列氏法：

$$R = (F - 32) \times \frac{4}{9};$$

$$R = C \times \frac{4}{5}.$$

〔例一〕 華氏 68° 合攝氏幾度？列氏幾度？

$$〔解〕 \quad C = (68 - 32) \times \frac{5}{9} = 20.$$

$$R = (68 - 32) \times \frac{4}{9} = 16.$$

(答) 合攝氏 20 度，列氏 16 度。

〔例二〕 攝氏 60° 合華氏幾度？列氏幾度？

$$\text{〔解〕} \quad F = 60 \times \frac{9}{5} + 32 = 140.$$

$$R = 60 \times \frac{4}{5} = 48.$$

(答) 合華氏 140 度，列氏 48 度。

〔例三〕 列氏 24° 合華氏幾度？攝氏幾度？

$$\text{〔解〕} \quad F = 24 \times \frac{9}{4} + 32 = 86.$$

$$C = 24 \times \frac{5}{4} = 30.$$

(答) 合華氏 86 度，攝氏 30 度。

(註) 計算零度以下的溫度，方法還是一樣，祇要在這度數的前面，加一“ $-$ ”符號罷了。

〔例四〕 養氣的沸點是 $-182.5^\circ C$ ，問合華氏幾度？
列氏幾度？

$$\begin{aligned} \text{〔解〕} \quad F &= -182.5 \times \frac{9}{5} + 32 \\ &= -328.5 + 32 \\ &= -296.5; \end{aligned}$$

$$R = -182.5 \times \frac{4}{5} = -146.$$

(答) 合華氏零下 296.5 度，列氏零下 146 度。

習 題 二 十 六

1. 從時鐘的長短兩針相重後至再相重，要過多少時候？
2. 在 10 時同 11 時之間，求長針同短針在反對方向成一直線的時刻。

5. 有一晝夜快 8 分的時錶, 要使今夜十時, 錶上指準時刻, 問在是日正午應撥慢幾分?
6. 在 4 時至 5 時之間, 求時鐘兩針互成 30° 角之時刻。
7. 五時和六時的中間, 分針時針成直角是在何時?
8. 華氏 95 度合攝氏幾度?
9. 攝氏 18 度和攝氏零下 6 度, 相差華氏幾度?
10. 華氏冰點下 9 度, 當攝氏多少度?
11. 列氏 56 度, 合華、攝氏多少度?
12. 最高溫度華氏 104 度, 最低溫度攝氏零下 9 度, 相差華氏幾度?

〔9〕 雜 題

〔例一〕 某人有銀若干元, 第一次用去較總數之 $\frac{1}{4}$ 多 3

元, 其後收入 10 元, 第二次用去現有銀數之 $\frac{1}{2}$

及 6 元, 如是尙餘 5 元, 問此人原有銀若干元?

〔解〕 若第二次不用, 則有銀 $(5 \text{ 元} + 6 \text{ 元}) \div \left(1 - \frac{1}{2}\right)$
 $= 22 \text{ 元}$, 收入 10 元共 22 元, 故若不收入則有銀
 $22 \text{ 元} - 10 \text{ 元} = 12 \text{ 元}$ 。

第一次用去較總數之 $\frac{1}{4}$ 多 3 元尙餘 12 元, 故

數即此人原有銀爲 $(12 \text{ 元} + 3 \text{ 元}) \div \left(1 - \frac{1}{4}\right)$
 $= 20 \text{ 元}$ 。

〔例二〕 有兩分數, 其和爲 1, 其差爲 $\frac{1}{2}$, 問各若干?

〔解〕 依前和差算法知大數爲 $(1 + \frac{1}{2}) \div 2 = \frac{3}{4}$.

又小數爲 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

〔例三〕 甲乙丙三人分取 540 元，計甲所得之 $\frac{1}{2}$ 與乙之 $\frac{1}{3}$ 及丙之 $\frac{1}{4}$ 均相等，問各得若干元？

〔解〕 甲所得之 $\frac{1}{2}$ 等於乙所得之 $\frac{1}{3}$ ，故乙所得爲甲之

$$\frac{1}{2} \div \frac{1}{3} = \frac{3}{2} \text{ 倍；}$$

又甲所得之 $\frac{1}{2}$ 等於丙所得之 $\frac{1}{4}$ ，故丙所得爲甲

$$\text{之 } \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2 \text{ 倍；}$$

甲乙丙之和爲甲之 1 倍 + $\frac{3}{2}$ 倍 + 2 倍 = $4\frac{1}{2}$ 倍，

此與 540 元相當，故甲所得爲 $540 \text{ 元} \div 4\frac{1}{2}$
= 120 元。

乙所得爲 $120 \text{ 元} \times \frac{3}{2} = 180 \text{ 元}$ 。

丙所得爲 $120 \text{ 元} \times 2 = 240 \text{ 元}$ 。

〔例四〕 除 $\frac{8}{15}$ ， $\frac{12}{25}$ ， $3\frac{1}{5}$ 中任一分數，皆得整數商之最大分數爲何？

〔解〕 已知之三分數爲 $\frac{8}{15}, \frac{12}{25}, \frac{16}{5}$.

一分數除此三分數，即將此分數之分子分母顛倒後與三分數分別相乘，欲得整數商，即相乘時須分母約而爲1，故所求之分數，顛倒後，分母須爲三分數分子之公約數，分子須爲三分數分母之公倍數，因所求之分數欲最大，即除得之商欲最小，故分母須爲最大公約數，分子須爲最小公倍數，若不顛倒，即所求分數之原形爲：

$$\frac{\text{諸分子之最大公約數}}{\text{諸分母之最小公倍數}}$$

諸分子 8, 12, 16 之最大公約數爲 4.

諸分母 15, 25, 5 之最小公倍數爲 75.

故所求之分數爲 $\frac{4}{75}$.

〔注意〕 本題爲分數的最大公約數之求法。

〔例五〕 某分數，以 $\frac{8}{15}, \frac{12}{25}$ 或 $3\frac{1}{5}$ 除之，均得整數商，問

此分數最小爲若干？

〔解〕 已知三分數爲 $\frac{8}{15}, \frac{12}{25}, \frac{16}{5}$.

此三分數除一分數，即將此三分數顛倒後，與該分數乘，欲得整數商，必須相乘時分母可約爲1，因知所求之分數應爲：

$$\frac{\text{諸分子之最小公倍數}}{\text{諸分母之最大公約數}}$$

諸分子 8, 12, 16 之最小公倍數爲 48,

諸分母 15, 25, 5 之最大公約數為 5.

故所求之分數為 $\frac{48}{5}$ 即 $9\frac{3}{5}$.

習 題 二 十 七

1. 有分數 $\frac{36}{48}$, 分子分母減同數為 $\frac{9}{13}$ 問所減何數?
2. 有分數 $\frac{19}{37}$, 分子分母加同數為 $\frac{4}{7}$ 問所加何數?
3. 鷄兔若干, 其足共 150 隻, 鷄數是兔數的 $\frac{1}{7}$, 問二者各多少?
4. 以 774 文買桃和杏, 祇知桃每個 15 文; 杏每個 6 文, 但杏數恰為桃數的 $\frac{4}{7}$, 問桃杏各多少?
5. 甲乙丙三人, 同遊城的周圍, 同時同地同向而行, 甲每時行城周的 $\frac{2}{7}$, 乙每時行城周的 $\frac{4}{35}$, 丙每時行城周的 $\frac{8}{21}$, 問幾時後三人同會於原地?
6. 有甲乙二數, 甲數之 $\frac{2}{3}$ 與乙數之 $\frac{1}{2}$ 相等, 已知甲乙之差為 15, 求兩數。
7. 甲有銀為乙有銀之 2 倍, 其後甲用去 12 元, 乙收入 4 元, 故甲有銀為乙有銀之 $1\frac{1}{2}$ 倍, 問兩人現有銀各若干元?
8. 甲乙二人所有銀相等, 若甲給乙 15 元, 則甲有銀為

乙有銀之 $\frac{3}{5}$ ，問兩人原有銀各若干？

9. 有某分數，若分子減 1，則為 $\frac{2}{3}$ ，若分子加 1，則為 1，

問此分數為若何？

10. 有某分數，分子分母各減 1，則為 $\frac{2}{3}$ ，若分子分母各

加 1，則為 $\frac{3}{4}$ ，求此分數。

第五章 開方

一 開平方

〔說明〕 求一數自乘幾次的積，這方法叫乘方，反過來，知道一數自乘幾次的積，要求這一數，那方法便是開方，如知道一數自乘二次的積，要求這數，叫做開平方，由開方得到的這數，叫原數的方根。

〔定理一〕 二數和的平方，等於各數的平方加上二數乘積的二倍。

設 a 與 b 表任意二數，就得以下公式一：

〔公式一〕 $(a+b)^2 = a^2 + 2(a \times b) + b^2$.

〔定理二〕 二數差的平方，等於各數平方的和，再減去二數乘積的二倍。

設 a, b 為任意二數，就得以下公式二：

〔公式二〕 $(a-b)^2 = a^2 - 2(a \times b) + b^2$.

〔例一〕 求 625 的平方根。

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 6 \mid 25 \mid 25 \\
 4 \dots\dots\dots 2^2 \\
 \hline
 20 \times 2 = 40 \mid 225 \\
 \quad + \quad 5 \\
 \hline
 45 \mid 225 \dots\dots\dots (20 \times 2 + 5) \times 5 \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

〔說明〕 (1) 將 625 分成兩段。

(2) 首段 6 的最大整平方根是 2，因 625 的平方

根是二位數，所以 2 便是所求平方根的十位數字，叫做初商，把他記在右邊。

(3) 從首段 6 減去初商 2 的平方，餘 2，又接寫下段，得 225，

$$\begin{aligned} \text{因 } 625 &= (20 + \text{個位數})^2 \\ &= 20^2 + 2 \times 20 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2 \\ &= 400 + 40 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{就是 } 625 - 400 &= 40 \times \text{個位數} + \text{個位數}^2 \\ 225 &= (40 + \text{個位數}) \text{個位數}. \end{aligned}$$

$$\text{所以 } \frac{225}{40 + \text{個位數}} = \text{個位數}.$$

(4) 取比 $225 \div 40$ 的整商較小的數 5，來做個位數字，叫做次商，記在 2 的右邊，恰有

$$(40 + 5)5 = 225.$$

所以 625 的平方根是 25。

由是得求多位數平方根的。

〔法則〕 先將原數按照平方根位數分段，再求首段數的最大整平方根，記在右邊，叫做初商（是平方根的第一位數）；從首段數減去初商的平方，所餘的數，再接寫第二段數，作為第一餘數。再 20 倍初商，試除第一餘數，得次商，記在初商的右邊（是平方根的第二位數）；用次商去乘 20 倍初商與次商的和，從第一餘數裏減去，剩下的數，再接寫三段數，作為第二餘數。再 20 倍初次商，試除第二餘數，得三商，記在次商的右邊（是平方根第三位數）；以下再按上法，反復推求，即得。

〔例二〕 求 55225 的平方根。

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 5 \mid 52 \mid 25 \mid 235. \\
 4 \dots\dots\dots 2^2 \\
 \hline
 20 \times 2 = 40 \mid 15 \ 2 \\
 \quad 3 \mid \\
 \hline
 43 \mid 129 \dots\dots (20 \times 2 + 3) \times 3 \\
 20 \times 23 = 460 \mid 2325 \\
 \quad 5 \mid \\
 \hline
 465 \mid 2325 \dots\dots (20 \times 23 + 5) \times 5 \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

(註一) 試除所得的商, 有時嫌過大, 可累次減一再試, 如大過 10, 便從 9 試起。

(註二) 試除所得的商, 若小於 1, 須在原數內, 再取下一段數, 這表示根內有一位數是零。若仍小於 1, 便再在原數內取一段, 這表示根內有兩位是零。

〔例三〕 求 4020025 的平方根。

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 4 \mid 02 \mid 00 \mid 25 \mid 2005 \\
 4 \\
 \hline
 4000 \mid 20025 \\
 \quad 5 \mid \\
 \hline
 4005 \mid 20025
 \end{array}$$

上列算式, 係從原數中連取三段數, 所以根內有兩位是零。

〔例四〕 求 0.019321 的平方根。

〔解〕

$$\begin{array}{r}
 .01 \mid 93 \mid 21 \mid .139 \\
 1 \\
 \hline
 20 \mid 93 \\
 \quad 3 \mid \\
 \hline
 23 \mid 69 \\
 \quad 9 \mid \\
 \hline
 269 \mid 2421 \\
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

所以 $\sqrt{.019321} = 0.139$.

〔例五〕 求 31 的平方根到小數第三位止。

〔解〕 先在 31 的後面，加三段 0，

$$\begin{array}{r}
 31.00 \mid 00 \mid 00 \mid \underline{5.567\dots} \\
 \underline{25} \\
 100 \mid 600 \\
 \underline{5} \\
 105 \mid 525 \\
 \underline{1100} \\
 1100 \mid 7500 \\
 \underline{6} \\
 1106 \mid 6636 \\
 \underline{1120} \\
 1120 \mid 86400 \\
 \underline{7} \\
 1127 \mid 77889 \\
 \underline{} \\
 8511
 \end{array}$$

所以 $\sqrt{31} = 5.567\dots$.

〔例六〕 求 $\frac{81}{169}$ 的平方根。

〔解〕 先求分子分母的平方根。

$$\sqrt{81} = 9. \quad \sqrt{169} = 13.$$

$$\text{所以 } \sqrt{\frac{81}{169}} = \frac{9}{13}.$$

〔例七〕 求 $\frac{4}{5}$ 的平方根到小數第三位爲止。

〔解〕 先將分數化成小數，再求其平方根。

$$\sqrt{\frac{4}{5}} = \sqrt{.8} = .894\dots$$

習 題 二 十 八

1. 求下列各數之平方根：

- I 55225 II 5.5225 III .055225
2. 求下列各數之平方根：
I 223729 II 22.3729 III 223.729
3. 求下列各數之平方根：
I 18.8396 II 579.3649 III 1028.549041
4. 求下列各數之平方根至小數第二位：
I 452 II 354.1 III 17000
5. 兵士若干人排成矩形陣，長 343 人橫 28 人，今改排為實心正方陣，問每邊人數若何？
6. 算術題為某數乘以 2 再加 64，某生誤為某數之 2 方加 64 故得數為 360.84，問正確之答案為何？
7. 某人以銀 2 元 8 角 9 分買蘋果若干，其蘋果之數，與每個蘋果所值之分數相等，問蘋果若干個，又每個之價若何？
8. 棋子若干個，排成每邊為 26 個之正方形多 24 個，若排成縱橫之比為 5:3 之矩形，則不足 35 個。問此矩形之縱橫各幾個？
9. 圓形運動場之面積為 622.44 平方公尺，問周長若干？（圓周率依 3.14 計算）。

二 開立方

〔說明〕 知道一數自乘三次的積，要求這數，叫做開立方，沒有開立方以前，應該熟記幾個基本數字的立方，就是：

$$1^3 \dots\dots\dots 1$$

$$2^3 \dots\dots\dots 8$$

	3^3	27
	4^3	64
	5^3	125
	6^3	216
	7^3	343
	8^3	512
	9^3	729
	10^3	1000.
再從	1^3	1
	10^3	1000
	100^3	1000000.....
	$9^3=729,$	$99^3=970299,$	
	$999^3=997002999$	

知道一位至三位數的立方根，是一位數，四位至六位數的立方根，是二位數，七位至九位數的立方根，是三位數，所以從一數的個位起，向左每三位用短線劃成一段，所分成的段數，便是這數立方根的位數。

〔例一〕 求 31255875 的立方根。

〔解〕 $31 \mid 255 \mid 875 \mid 315$

	27	3^3	初商爲 3
$3 \times 30^2 =$	2700	4255		$(4255 \div 2700 = 1 \dots)$
$3 \times 30 \times 1 =$	90			次商爲 1.
$1^2 =$	1			
	2791	2791	2791×1
$3 \times 310^2 =$	288300	1464875		$(1464875 \div 288300 = 5 \dots)$
$3 \times 310 \times 5 =$	4650			三商爲 5.
$5^2 =$	25			
	292975	1464875	292975×5
		0		

〔例二〕 求 25 的立方根到小數第三位止。

〔解〕 $25.000 | 000 | 000 | \underline{2.294}$

	8	
$3 \times 20^2 = 1200$	17000	
$3 \times 20 \times 9 = 540$	540	
$9^2 = 81$	81	
1821	16389	
$3 \times 290^2 = 252300$	611000	
$3 \times 290 \times 2 = 1740$	1740	
$2^2 = 4$	4	
254044	508088	
$3 \times 2920^2 = 25579200$	102912000	
$3 \times 2920 \times 4 = 35040$	35040	
$4^2 = 16$	16	
25614256	102457024	
	454976.....	

所以 $\sqrt[3]{25} = 2.924$.

〔例三〕 求 5400 的立方根。

〔解〕 $\sqrt[3]{5400} = \sqrt[3]{27 \times 8 \times 25} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{25}$
 $= 3 \times 2 \times 2.924 = 17.544$.

〔例四〕 求 $\sqrt[3]{1894}$ 的近似值。

〔解〕 $\sqrt[3]{1894} = \sqrt[3]{1000 \times 1.894} = 10\sqrt[3]{1.894}$ (甲)

查立方根表 II, $\sqrt[3]{2}$ (乙) = 1.260

$\sqrt[3]{1}$ (丙) = 1.000

$\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{1} = .260$ 乙丙二數立方根的差

$1.894 - 1 = .894$ 甲丙二數的差

$3 - 1 = 2$ 乙丙二數的差

$(.260 \times .894) \div 2 = .232$.

$$\begin{aligned}\text{所以}\sqrt[3]{1898} &= 10\sqrt[3]{1.894} \\ &= 10(1.000 + .232) \\ &= 12.32.\end{aligned}$$

習題二十九

1. 求下列各數的立方根：
I 42875 II 42.875 III 0.042875.
2. 求下列各數的立方根：
I 3869893 II 3869.893 III 38.69893.
3. 立方體之體積為 4330.747 立方公尺求每邊之長。
4. 有一長方體其長寬高之比為 4:5:3, 其體積為 103680 立方寸, 問長寬高各若干?
5. 某數之 $\frac{2}{3}$ 之立方為 4096, 求某數。
6. 有長方體之鐵一塊, 長為 5 寸, 寬為 3 寸, 厚為 2 寸, 今熔化後改製鐵球 5 個, 問鐵球之半徑若何?
7. 有甲乙二數, 甲之平方乘乙等於 48, 乙之平方乘甲等於 36, 問兩數各多少?
8. 有一木箱, 體積是 10.368 立方尺, 縱是深的 2 倍, 橫是深的 3 倍, 求縱橫深各是多少?
9. 有一塊長方形地面, 長是闊的 3 倍, 面積是 1587 方丈, 問長闊各是幾丈?

第六章 比及比例

一 比

〔說明〕 有甲乙兩個同類的數(或數量),甲是乙的幾倍,或是乙的幾分之幾,這倍數或分數叫做甲數(或數量)對於乙數(或數量)的比。

比的符號是“:”,號前的數叫做前項,號後的數叫做後項。

兩項相比的倍數或幾分之幾叫比值,亦即前項被後項除得的商,叫做比值。

〔公式〕 依前項、後項及比值的關係,可得下面三個公式:

(一) 前項 \div 後項 = 比值

(二) 後項 \times 比值 = 前項

(三) 前項 \div 比值 = 後項

〔例一〕 $3:5=?$

〔解〕 $3:5=3\div 5=\frac{3}{5}$.

〔例二〕 $12:? = 0.5$

〔解〕 $12\div 0.5=24$.

〔例三〕 化下列各比為整數比:

1. $7.2:0.8$ 2. $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$

〔解〕 1. $7.2:0.8=72:8=9:1$

2. $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}=\frac{9}{12}:\frac{10}{12}=9:10$

〔正比同反比〕

甲數對於乙數的比，叫做正比，甲數的倒數對於乙數的倒數的比，叫做反比。

〔例一〕 7 同 9 的正比是 $7:9 = \frac{7}{9}$ ；

7 同 9 的反比是 $\frac{1}{7}:\frac{1}{9} = \frac{9}{7}$ 。

所以甲數對於乙數的反比，就是乙數對於甲數的正比。

〔單比，複比同連比〕

比的前項和後項各是一個數的，叫做單比。

把兩個或幾個比的前項連乘積做前項，後項的連乘積做後項，這樣所成的比，叫做諸比的複比，諸數連續相比，叫做連比。

〔例一〕 3:4, 5:7, 6:11 都是單比。

〔解〕 $(3 \times 5 \times 6):(4 \times 7 \times 11)$ 就是 3:4, 5:7, 6:11 的

複比，因 $(3 \times 5 \times 6):(4 \times 7 \times 11) = \frac{3 \times 5 \times 6}{4 \times 7 \times 11}$

$$= \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{6}{11} = (3:4) \times (5:7) \times (6:11).$$

所以複比的比值等於諸比的比值連乘積，如前後項有公因數的就可以相約。

〔例二〕 甲乙兩數的比是 3:4；乙丙兩數的比是 4:5，丙丁兩數的比是 5:6，那末

甲比乙比丙比丁 = 3:4:5:6。

這就是甲乙丙丁四數的連比。

〔例三〕 甲乙兩數的比是 3:4；乙丙兩數的比是 5:7，求

甲丙兩數的比。

〔解〕 要求甲丙兩數的比，先要求出甲乙丙三數的連比，要求甲乙丙三數的連比，必要先把 3:4 (甲:乙) 的後項化成同 5:7 (乙:丙) 的前項相同。

$$\text{甲:乙} = 3:4 = 3 \times 5:4 \times 5 = 15:20.$$

$$\text{乙:丙} = 5:7 = 5 \times 4:7 \times 4 = 20:28.$$

$$\text{甲:乙:丙} = 15:20:28.$$

所以 甲:丙 = 15:28.

〔別解〕 $\frac{\text{甲}}{\text{丙}} = \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \times \frac{\text{乙}}{\text{丙}} = \frac{3}{4} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}.$

所以 甲:丙 = 15:28.

二 比例

〔說明〕 有四個數，第一個對於第二個的比，等於第三個對於第四個的比，這四個數就叫做比例。

比例中的第一項同第四項叫做外項；第二項同第三項叫做內項。

- 〔定理〕
1. 凡比例式中兩內項的乘積必等於兩外項的乘積。
 2. 兩外項的乘積用任一內項去除，得其他一內項。
 3. 兩內項的乘積用任一外項去除，得其他一外項。

〔例一〕 解比例式 $12:9 = 8:x$

〔解〕 $x = \frac{9 \times 8}{12} = 6$, 即為第四項。

〔例二〕 $7:x=21:6$.

〔解〕 $x = \frac{7 \times 6}{21} = 2$, 即為第二項。

三 單 比 例

〔說明〕 單比例的計算法和求缺項法同，但先要把正比反比辨別清楚。

〔例一〕 某工人 5 天得工資 4 元，問 15 天可得工資幾元？

〔解〕 設 15 天的工資是 x 元，那麼前後工作時間的比是 5 天:15 天，工錢的比是 4 元: x 元，因為工作時間愈多，工錢愈多，故為正比。

$$5:15 = 4 \text{ 元}:x \text{ 元} \quad \therefore x = \frac{15 \times 4 \text{ 元}}{5} = 12 \text{ 元}。$$

〔例二〕 有一工程，18 人合做，12 天做成，問 54 人合做，幾天可成？

〔解〕 人數愈多，天數愈少，人數愈少，天數愈多，所以成為反比例。

$$54 \text{ 人}:18 \text{ 人} = 12 \text{ 天}:x \text{ 天}$$

$$x = \frac{18 \times 12}{54} = 4 \text{ 天}。$$

習 題 三 十

1. 求下列各比的值：

(1) $30:4\frac{7}{12}$

(2) $3\frac{1}{2}:2\frac{1}{5}$

(3) $7\frac{5}{8}$ 斤:12 斤

(4) $12\frac{1}{4}$ 尺:40 尺

2. $x:15=0.15$
3. 求 $5:7, 14:15, 3:9$ 的複比。
4. $1\frac{5}{6}:3\frac{3}{4}=3\frac{4}{5}:x$.
5. $9:x=5:6$.
6. $3:4=6:8$, 如第三項加 3, 第四項加多少?
7. $3:9=6:18$, 如第二項加 5, 第四項加多少?
8. 工人 27 名 10 日間可成之工程, 今作工 4 日後, 有 18 人停工而去, 問其餘工程, 再經幾日始得完成?
9. 瓦木匠建造房屋 30 日成其 $\frac{2}{5}$, 問再經幾日, 始告可成?
10. 有牧草若干, 可供牛 7 頭或馬 11 頭 111 日間之食料, 今牛 5 頭馬 8 頭食之, 問可支持若干日?
11. 有奸商用每斤 15 兩的秤賣茶葉 960 斤, 若用 16 兩的秤可賣多少?
12. 有甲乙二人, 甲每日行 90 里, 乙每日行 100 里, 今甲 30 天可到的路, 問乙須幾天?
13. 有甲乙二工人, 其能力的比為 $4:5$, 甲得工資 2.4 元, 乙可得多少?
14. 信件的郵費每重 7 分 5 釐價 1 分 (7 分 5 釐以內同), 今有重 1 兩 8 錢 7 分的信, 問郵費多少?

四 複 比 例

〔說明〕 凡含有複比的比叫做複比例, 複比例可以化成單比例來解。

$$\text{〔例一〕} \quad \left. \begin{array}{l} 5 : 3 \\ 9 : 10 \end{array} \right\} = 12 : x$$

$$\text{〔解〕} \quad \text{即 } 5 \times 9 : 3 \times 10 = 12 : x$$

$$\therefore x = \frac{3 \times 10 \times 12}{5 \times 9} = 8.$$

〔例二〕 7人每天工作8時，18天可耕田252畝，若6人20天要耕田270畝，問每天須工作幾時？

〔解〕 令6人每天工作時間為x時，列於第四項，其同類已知數是8時，列於第三項，與之作比，即8時:x時。再與其他已知兩相當同類數列成正比例或反比例，可得複比例式：

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ 人} : 7 \text{ 人} \\ 20 \text{ 天} : 18 \text{ 天} \\ 252 \text{ 畝} : 270 \text{ 畝} \end{array} \right\} = 8 \text{ 時} : x \text{ 時}$$

$$\text{解之 } x = \frac{7 \times 18 \times 270 \times 8}{6 \times 20 \times 252} = 9 \text{ 時}$$

(答)每日須工作9時。

〔注意〕 解複比例問題，在未列式以前，最好先把題中各數列成下表，就不易混亂錯誤。

種 類	人 數	每天工 作時數	所需天數	所耕畝數
現 在	6	x	20	270
原 有	7	8	18	252
比例的正反	反		反	正

$$\left. \begin{array}{l} 6 \text{ 人} : 7 \text{ 人} \\ 20 \text{ 天} : 18 \text{ 天} \\ 252 \text{ 畝} : 270 \text{ 畝} \end{array} \right\} \text{--- } x \text{ 時} :$$

$$\therefore x = \frac{7 \times 18 \times 270 \times 8}{9 \times 20 \times 252} = 9 \text{ 時。}$$

五 配分比例

〔說明〕 將所設的數分爲若干份，其各份的比須按已定的比，叫做配分比例，其求法分兩種，一用單比例求法，一用分數乘法。

〔例一〕 求將 90 分爲甲乙丙三數，令其成 7:5:3 之比。

〔解〕 I. 依單比例求法——以定比的和爲第一項，所分的全量爲第三項，以定比的各數爲第二項，求得的第四項即爲各份的數。

$7+5+3=15$ ，爲定比的和，是第一項

$$15:7=90:x$$

$$\therefore x = \frac{7 \times 90}{15} = 42 \dots \dots \dots \text{甲}$$

$$15:5=90:x$$

$$\therefore x = \frac{5 \times 90}{15} = 30 \dots \dots \dots \text{乙}$$

$$15:3=90:x$$

$$\therefore x = \frac{3 \times 90}{15} = 18 \dots \dots \dots \text{丙}$$

II. 依分數乘法求法——以定比的和爲分母，以定比的各數各爲分子，乘所分的全量，即得各

份的量數。

$$7+5+3=15\cdots\cdots\cdots\text{定比的和}$$

$$90 \times \frac{7}{15} = 42\cdots\cdots\cdots\text{甲}$$

$$90 \times \frac{5}{15} = 30\cdots\cdots\cdots\text{乙}$$

$$90 \times \frac{3}{15} = 18\cdots\cdots\cdots\text{丙}$$

習 題 三 十 一

1. 18 人 12 日間成某事之 $\frac{1}{3}$ ，若欲於 8 日間，將其餘之事完成，問須增加幾人？
2. 職工 8 人 25 日間成某事之 $\frac{2}{5}$ ，其餘之事欲於 20 日間完成，問必須增加若干人？
3. 男 3 人或女 5 人 9 日間之工資為 40.5 元，今男 8 人女 10 人工作一星期，問應得工資共若干？
4. 有田一塊，若用農夫 7 人，每人日耕 10 時，則 5 天耕完；今用農夫 5 人，每天耕 $10\frac{1}{2}$ 時，問須幾天耕完？
5. 有個指揮官領兵 2000 人，所備食糧以一人日食 6 合計算，可支 110 天；今於 10 日以後，與敵兵交戰獲勝，收降兵 500 人，問以餘糧新舊兵照一人日食 5 合計算，可支多少天數？
6. 分 100 為 4 份，使其各份的比如 2:4:6:8，問各份多少？
7. 有甲乙丙三工人，其工力相等，今共成一事，得工資

- 30 元,其中間甲作 15 日,乙作 21.5 日,丙作 13.5 日,問照日數分派,每人各得多少?
8. 有人有田 924 畝,分給五子,長子得其半,次子以下各人所得的比為 5:4:3:2,問每人各得多少?
9. 甲乙合本營商,甲出 1000 元,乙出 800 元,共得利息 823.5 元,今按基本多少分派,問各得多少?
10. 某省水災,某校教員擬集銀 60 元助賑,其各人所出的數以月薪為比例,今此校有教員 11 人,其中月薪 100 元的一人,75 元的二人,50 元的三人,40 元的 5 人,問每人各出多少?

六 混合比例

〔說明〕 將品質不同,分量不等的幾種物件,混合起來,研究混合物中所有各種關係,成立算法,叫做混合法。

關於混合的問題,有下列的四種:

- (一)不同價的物品,各取幾件混合,求平均價。
- (二)把不同價的物品混合成某定價;在混合量中,求各物所佔的比;這就是(一)的還原。
- (三)把不同價的物品混合成某定價的一總量,求各物在總量中所佔量數。
- (四)把幾種不同價的物品混合成某定價,已知其中一種物品的實量,求其餘各物的實量。

〔法則〕 關於上列四種問題之算法,其法則如下:

- (一)將各物分量的和除其價值的總和,就得平均價。

(二) 用品價同平均價的較，做下品的分量；用下品價同平均價的較，做上品的分量。就得各物在混合量中所佔的連比。

(三) 先照第二種混合的算法，求出各物在混合量中所佔的連比；然後照配分比例的算法，就可以求出各物所佔的量數。

(四) 先照第二種混合的算法，求出各物在混合量中所佔的連比；然後列成連比例，就得所佔的量數。

〔例一〕 上米 2 升，每升價 2 角；中米 3 升，每升價 1.5 角；下米 4 升，每升價 1.25 角，三種混合後，求每升平均價。

〔解〕 $2+3+4=9$ ……………升數的和
 $2 \times 2+3 \times 1.5+1.25 \times 4=4+4.5+5$
 $=13.5$ 角……………價值總和
 $\therefore \frac{13.5}{9}=1.5$ 角……………混合物的平均價。

〔例二〕 上茶每斤價 1.2 元，下茶每斤價 0.8 元，今欲混合成每斤價 0.95 元的茶。問應依照什麼的比混合？

〔解〕

平均價	原 價	比平均價的損益	混 合 比	
0.95 元	上 1.2 元	損 0.25 元	15	3
	下 0.8 元	益 0.15 元	25	5

(答) 上種茶同下種茶的混合比如 3:5。

〔例三〕 上中下三種酒，每斤的價是 .35 元，.30 元，.20 元。今欲混合成每斤價 .26 元的酒 100 斤，問各

需幾斤?

〔解〕

平均價	原 價	損 益	混 合 比		
.26 元	上 .35 元	損 .09 元	62		2
	中 .30 元	損 .04 元		63	3
	下 .20 元	益 .06 元	93	42	5

因 $2+3+5=10$ 所以 上酒 $=100 \times \frac{2}{10} = 20$ 斤。中酒 $=100 \times \frac{3}{10} = 30$ 斤。下酒 $=100 \times \frac{5}{10} = 50$ 斤。

〔例四〕 有成色不同的銀四種，每兩的價值是 1.45 元，1.47 元，1.48 元，1.51 元，要混合成每兩 1.50 元的銀，已知第一種用 50 兩，問其餘三種應各用多少兩？

〔解〕

平均價	原 價	損 益	混 合 比			
1.50 元	第一 1.45 元	益 0.05 元			1	1
	第二 1.47 元	益 0.03 元		1		1
	第三 1.48 元	益 0.02 元	1			1
	第四 1.51 元	損 .01 元	2	3	5	10

因第一種：第二種：第三種：第四種

 $=1:1:1:10=50:50:50:500$ 。

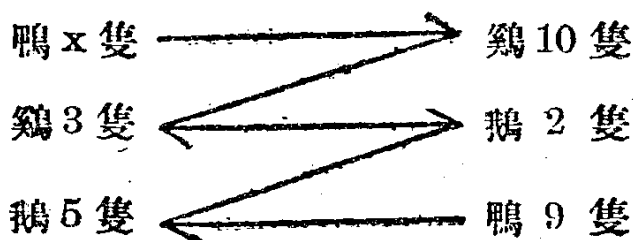
(答) 第二、第三兩種各用 50 兩，第四種應用 500 兩。

七 連鎖比例

〔說明〕 已知第一量同第二量的關係，第二量同第三量的關係，第三量同第四量的關係，等等，來求最後一量同第一量的關係，叫做連鎖比例。

〔例一〕 鷄 3 隻換鵝 2 隻，鵝 5 隻換鴨 9 隻，問鷄 10 隻可換鴨幾隻？

〔解〕 令鴨為 x 隻列於左，同牠等價值是 10 隻鷄，並列於右，其餘諸數，同種斜列，等價並列，可得下式：



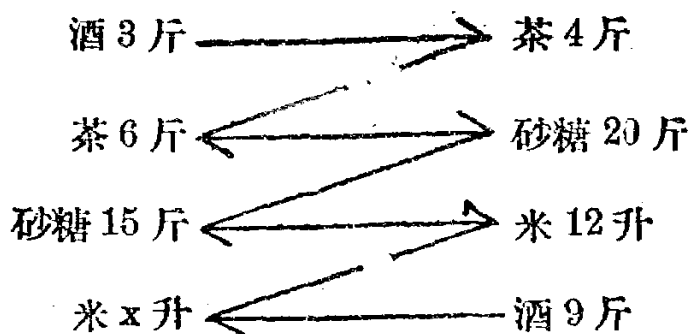
$$\therefore x = \frac{10 \times 2 \times 9}{3 \times 5} = 12 \text{ 隻}$$

由此得到下列的

〔法則〕 先令未知項為 x ，列於左，將等價的量並列於右，同種的量斜列於左，次列其餘諸已知量，凡等價的都並列，同種的都斜列，最後把左行諸數的連乘積，除右行諸數的連乘積，就得未知項的數值。

〔例二〕 酒 3 斤與茶 4 斤同價，茶 6 斤與砂糖 20 斤同價，砂糖 15 斤與米 1 斗 2 升同價，問酒 9 斤與多少米同價？

〔解〕



$$\therefore x = \frac{4 \times 20 \times 12 \times 9}{3 \times \dots \times 15} = 32 \text{ 升米}$$

習 題 三 十 二

1. 以每斤價 2 元 5 角之上茶與每斤價 2 元 2 角之下茶混合而為每斤價 2 元 3 角之茶，問混合之比應若何？
2. 以每斤價 7 角之醬油與每斤價 5 角 8 分之醬油混合而為每斤價 6 角 5 分之醬油，問混合之比應若何？
3. 某人買每個價 1 角及每個價 8 分之鷄卵共 100 個，平均每個買價為 8 分 5 釐，問兩種各若干個？
4. 上酒每斤 3 角 5 分，中酒每斤 3 角，下酒每斤 2 角混合之後，使成每斤 2 角 6 分，求混合之比。
5. 每斤價為 3.5 元，2.8 元，2 元及 1.6 元之四種茶各取若干可合成平均價為 2.24 元之茶 50 斤？但知第一種與第三種斤數之比為 2:3，第二種與第四種斤數之比為 1:2。
6. 酒與水之混合液有甲乙兩樽，其所含酒與水之比，甲為 4:1，乙為 7:1，今欲於兩樽中各取若干，合成含酒水之比為 5:1 之混合液 54 斤，問須自甲乙兩樽中各取出若干？
7. 1 海里約合我國舊制 3 里 120 步，而 1 公尺為 3 尺，過地球兩極的圓周凡 40000,000 公尺，問為若干海

里？

8. 有甲乙丙三種工人，比其力，甲與乙爲 4 比 3，乙 4 日做成的事丙要 7 日完成，今甲 5 日的工資 3.6 元，問丙 60 日的工資多少？
9. 有甲乙丙丁四工人，其力的比甲與乙爲 3:4，乙與丙爲 5:4，丙與丁爲 8:5，今將其力與工資爲比例，而甲得 75 元，問丁當得多少？
10. 於 100 步的競走，甲勝乙 4 步，於 150 步的競走，丁勝丙 5 步，於 180 步的競走，甲負丁 5 步，問於 174 步的競走，乙丙的勝負如何？

第七章 百分法同利息

一 百分法

〔說明〕 用百分之幾來表示甲數同乙數的值的的方法，叫做百分法，甲數叫做子數，乙數叫做母數，比值叫百分率，百分率的單位是 $\frac{1}{100}$ ，普通記做%，讀做百分之一，

例如： $8:25 = \frac{8}{25} = \frac{32}{100} = 32\%$

8是子數，25是母數，32%是百分率，32%讀做百分之三十二。

百分法就是比，也就是分數或除法的變相，他們相當項間的關係，可列如下表：

除 法	被 除 數	除 數	商
分 數	分 子	分 母	分 率
比	前 項	後 項	比 值
百 分 法	子 數	母 數	百 分 率

〔公式〕

$$\text{百分率} = \text{子數} \div \text{母數}$$

$$\text{子 數} = \text{母數} \times \text{百分率}$$

$$\text{母 數} = \text{子數} \div \text{百分率}$$

$$\text{母子和} = \text{母數} \times (1 + \text{百分率})$$

$$\text{母子差} = \text{母數} \times (1 - \text{百分率})$$

$$\text{又 母數} = \text{母子和} \div (1 + \text{百分率})$$

$$\text{母數} = \text{母子差} \div (1 - \text{百分率})$$

$$\text{又 百分率} = (\text{母子和} \div \text{母數}) - 1$$

$$\text{百分率} = 1 - (\text{母子差} \div \text{母數})。$$

〔例一〕 火藥 5000 斤裏含有木炭 750 斤，試用百分率表
出火藥裏木炭的成分。

〔解〕 5000 是母數，750 是子數，所求的是百分率，用
上公式得 $750 \div 5000 = 0.15 = 15\%$
所以木炭占火藥的百分之 15。

〔例二〕 某路長 112 里，已走下 25%，問走了幾里？

〔解〕 112 是母數，25% 是百分率，所求的是子數，
 $112 \times 25\% = 28。$
∴ 已經走了 28 里。

〔例三〕 某人經商，獲利 1425 元，合本錢的 12%，問本
錢是多少？

〔解〕 1425 是子數，12% 是百分率，所求的是母數，
 $1425 \div 12\% = 11875。$
∴ 某人本錢是 11875 元。

〔例四〕 算術書定價每本 8 角，現因紙貴漲價二成（即
20%），問實價多少？

〔解〕 定價 8 角是母數，漲價二成 = 20%，是百分率，
所求漲價後的實價應是母子和，故得：
 $0.8 \text{ 元} \times (1 + 20\%) = .96 \text{ 元。}$
∴ 實價是 9 角 6 分。

〔例五〕 某人用 3.96 元購得一錶，比原價少 12%，問該
錶原價多少？

〔解〕 3.96 元是減價後的價值，所以是母子差，百分率是 12%，所求錶的原價應是母數：

$$3.96 \text{ 元} \div (1 - 0.12) = 4.5 \text{ 元。}$$

所以原價應是 4 元 5 角。

〔例六〕 江西瓷器一宗，價值 1200 元，運到上海來賣，加上運費稅金，共值 1500 元，問運費稅金對於原價的百分率多少？

〔解〕 瓷器原價 1200 元是母數，加上運費稅金後的 1500 元是母子和。

$$(1500 \div 1200) - 1 = 0.25 = 25\%$$

所以運費稅金占原價的 25%

〔又解〕 運費稅金 = 1500 - 1200 = 300 元占原價的

$$\frac{300}{1200} = 0.25 = 25\%$$

習 題 三 十 三

1. 某村人口五年前為 1800 人，現在為 1920 人，問此五年間人口之增加率若干？
2. 某校入學試驗，投考者為 1240 人，錄取者為 155 人，問錄取者佔投考總數之百分之幾？
3. 某人以資本 48500 元經商，虧本 2 分 5 釐，問損失若干元？
4. 某人以資本若干經商，獲利 510 元，當資本之 17%，問資本為若干？
5. 某校原有學生 475 人，今年增加 12%，問今年有學生若干人？
6. 某公司以 5000 元買進機器一部，三年後轉賣他人，自認損失 18%，問賣價若干？

7. 某校有學生若干人，今年暑假畢業者佔總數32%，在未招新生之前，校中僅餘 578 人，問原有學生多少？
8. 某市人口於去年開始時調查，共 35000 人，計去年一年中死亡率為 4%，生產率為 5.2%，又自他地移居來此者共 450 人，遷往其他各地者共 170 人，問去年一年中人口之增加率若干？
9. 某校投考學生數去年較前年多 20%，今年比去年少 10%，前年投考者共 650 人，問今年投考之人數多少？
10. 某物品之價，今年較去年賤 8%，去年較前年貴 12%，今年賣價為 51.52 元，問前年之賣價多少？

二 百分法之應用

I. 折扣：把所定的價，或應付的款，減成計算，叫做折扣，折減的款對於定價的百分率，叫折扣率，折餘的款叫淨價或實價。

對於折扣問題可把物件的定價看做母數，實價看做母子差，然後照上節公式去計算。

〔例一〕 某貨定價 46 元，折扣率是 15%，求實價多少？

〔解〕 $46 \times (1 - 15\%) = 39.1$ 元……實價。

〔例二〕 某書定價 4.5 元，實價祇賣 3.6 元，問合幾折？

〔解〕 $1 - (3.6 \div 4.5) = 0.20$

所以折扣率是 20%，或是八折。

〔例三〕 某人買書一本，定價 7.5 元，照八折買得；用過兩年，舊書照買價五折賣出，問可賣幾元？

$$7.5 \times (1 - 20\%) = 6 \quad \text{買進時價錢 6 元。}$$

第二次折扣率是 50%

$$6 \times (1 - 50\%) = 3 \quad \text{賣出時價錢 3 元。}$$

或可連寫 $7.5 \times .8 \times .5 = 3$ 所以賣價 3 元。

- II. 佣錢：託人處理錢財貨物，或由人介紹成一買賣，於是抽出百分之幾的錢來作酬勞，叫做佣錢，佣錢對於物價的百分率叫做佣率或經紀率。(註)介紹買賣的叫經紀人，經紀人應受買主賣主兩方或一方的佣錢。

對於佣錢問題，可把物價做母數，佣錢做子數，買主所出的錢就是母子和，賣主所得的錢就是母子差，然後照百分法的公式去計算。

- [例一] 某經紀人介紹一 4000 元市房交易，言明經紀率 3%，問買主出銀多少？賣主得銀多少？經紀人得銀多少？

[解] $4000 \times (1 + 3\%) = 4120$ 買主出銀 4120 元。
 $4000 \times (1 - 3\%) = 3880$ 賣主得銀 3880 元。
 $4000 \times 3\% \times 2 = 240$ 經紀人得銀 240 元。

- [例二] 託人買布 80 箱，連佣錢 2.5%，運費 2%，共付 2926 元，問每箱布價多少？

[解] $2926 \div (1 + 2.5\% + 2\%) = 2800$ 布價共 2800 元。
 $2800 \div 80 = 35$ 每箱布價 35 元。

- III. 賺賠：營業有盈餘，叫做賺，虧本叫做賠，賺賠對於本錢的百分率叫賺賠率。

對於賺賠問題，可把本錢看做母數，所賺或所賠的錢看做子數，賺後所得的錢就是母子和，賠後所餘的錢就是母子差，然後照百分法的公式去

計算。

〔例一〕 機器兩部各值 415 元，第一部賣銀 500 元，第二部賣銀 400 元，問先後的賺賠率各是多少？

$$〔解〕 \frac{500}{415} - 1 = 0.2048 = 20.5\%$$

第一部的賺率是 20.5%

$$1 - \frac{400}{415} = 0.0362 = 3.62\%$$

第二部的賠率是 3.62%

〔例二〕 某商品製造人賺錢 25%，經售人賺錢 12%，小販商又賺 15%，已知小販商的賣價是 4.83 元，問原價多少？

〔解〕 設商品的原價是 1，那麼

$$\text{出品人發售的價是 } 1 + 0.25 = 1.25$$

$$\text{經售人發售的價是 } 1.25 \times (1 + 0.12) = 1.4$$

$$\text{小販商零售的價是 } 1.4 \times (1 + 0.15) = 1.61$$

就是 4.83 元是原價的 1.61 倍。

所以原價是 4.83 元 \div 1.61 元 = 3 元。

IV. 租稅：人民直接或間接納款政府，充國家或地方辦公需用的，叫做租稅，租稅大宗，有兩種：一是就地徵稅，叫做地租；一是就貨徵稅，叫做關稅；地租徵收，各省不同，大概看田地的肥瘠，來定稅金的高下。關稅徵收，在通商口岸，設置海關，徵收出入口貨物的稅。

在地租或關稅裏，稅銀對於地價或貨價的百分率，叫做稅率。

對於租稅問題，可把地價或貨價做母數，稅銀做

子數，然後照百分法的公式去計算。

〔例一〕 某船進口，載有呢布 10000 碼，每碼價銀 4 錢 8 分，假若照海關稅則 12.5% 收稅，問應繳稅銀多少？設要賺利為買價的 25%，問每碼售價應是多少？

〔解〕 $10000 \times 0.48 \times 0.125 = 600$ 。

就是應繳稅銀 600 兩。

$$0.48 \times (1 + 0.25) + \frac{600}{10000} = 0.66$$

所以每碼售價應是 6 錢 6 分。

V. 保險：在一定的期限裏面，承保生命財產等意外危險，用金錢來賠償損失的，叫做保險。對於保險問題，可把保險金看做母數，保險費看做子數，然後照百分法的公式去計算。

〔例一〕 店房一所，價值 4000 元，用全價的 $\frac{7}{8}$ 擔保火險，每年保險率 4 釐，設十二年後店房失慎，問保險公司同房東各損失多少？

〔解〕 $4000 \times \frac{7}{8} = 3500$ 保險金 3500 元。

$3500 \times 0.04 = 140$ 每年保險費 140 元。

$140 \times 12 = 1680$ 十二年保險費 1680 元。

$3500 - 1680 = 1820$ 保險公司損失 1820 元。

$4000 \times \frac{1}{8} + 1680 = 2180$ 店東損失 2180 元。

(註) $1820 + 2180 = 4000$ 。

所以保險公司損失 + 保險人損失 = 物的全價。

習題三十四

1. 某書定價 1 元 2 角，照八五折出售，問每册售價若干？
2. 王君買自轉車一部，半年後照原價減 20% 賣給李君，一年後李君再照買價減 30% 轉賣張君，計張君出銀 100.8 元，問王君最初之買價若干？
3. 某人以 72 元販入梨 600 個，其中破爛者佔 25%，破爛者每個賣價 6 分，其餘每個賣價 1 角 8 分，若全部賣去，此人之賺賠率為若干？
4. 某人買馬 24 匹，每匹價 80 元，後被賊偷去 6 匹，其餘每匹賣 105 元，問賺賠率多少？
5. 某甲託某乙代售麵粉 200 包，每包 6.25 元，又酒 600 瓶，每瓶 0.65 元，若佣錢為 $1\frac{3}{4}\%$ ，問某甲淨得若干元？
6. 某人賣家具若干件，經手人扣佣錢 2%，後又除去雜用 3.5 元，淨得 4357.5 元，問賣價為若干？
7. 某人有住房一所，棧房一所，都保火險，住房保險額為 5400 元，保險率為 7 釐 5 毫；棧房保險額為 3000 元，保險率為 6 釐 4 毫，問此人每年應出保險費若干？
8. 某人向人壽保險公司保十年壽險，言明保險額為 4000 元，保險率為 12%，若此人七年後死，公司損失若干？
9. 法商運羽緞一宗到上海，計納進口稅銀 835 兩，設進口稅徵收物價一成，問此羽緞值銀若干？
10. 地 321 畝，每畝稅銀 0.82 兩，今因年荒，核減 12%，問共納稅若干？

三 利 息

〔說明〕 借人銀錢，到期歸還，在原借數外，另加多少，作為報酬，叫做利息，所借的銀，叫做本金，利息對於本金的百分率，叫做利率，利率用一日做一期的，叫日利率，一月做一期的，叫做月利率，一年做一期的，叫年利率，利息的多寡，要看本金，利率，同期數三者來定，本金同利息的和，叫本利和，利息問題可分單利同複利二種，茲分述如下：

I. 單利：計算利息時無論經過若干期數，本金始終不變，就是前期的利，不加入後期的本的，叫單利息，因為一期的利息，等於本金×利率，那麼多期的利息，祇要照着期數倍上去就得，於是得下面的：

〔公式〕 利 息 = 本金 × 利率 × 期數
 本 金 = 利息 ÷ (利率 × 期數)
 利 率 = 利息 ÷ (本金 × 期數)
 期 數 = 利息 ÷ (本金 × 利率)
 本利和 = 本金 × (1 + 利率 × 期數)
 本 金 = 本利和 ÷ (1 + 利率 × 期數)。

〔例一〕 本金 450 元，年利率 6 釐，求 2 年 8 月的利息同本利和。

〔解〕 二年八月 = $2\frac{2}{3}$ 年，

$$450 \times 6\% \times 2\frac{2}{3} = 72. \quad \text{利息是 72 元。}$$

$450 + 72 = 522$. 本利和是 522 元。

〔例二〕 年利率 4 釐，1 年 6 月得利息 15 元，求本金。

〔解〕 一年六月 = 1.5 年，

$15 \div (0.04 \times 1.5) = 250$. 本金是 250 元。

〔例三〕 本金 420 元，月利率 1 釐 1 毫，得利息 452.76 元，求期數。

〔解〕 $452.76 \div (420 \times 0.011) = 98$.

期數 98 月，就是 8 年 2 月。

〔例四〕 年利率 12%，1 年 5 月 12 日後收回本利和 352.2 元，求本金。

〔解〕 1 年 5 月 12 日 = 1.45 年，

$352.2 \div (1 + 0.12 \times 1.45) = 300$. 本金 300 元。

(註) 在年利率裏，日、月總是折為年來計算，平均 30 日算 1 月，12 月算 1 年。

II. 複利：計算利息時，各期末的利息同本金相併，作為次期的本金，這樣利上加利，叫做複利。

〔公式〕 本利和 = 本金 $\times (1 + \text{利率})^{\text{期數}}$

複利息 = 本金 $\times [(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1]$

本 金 = 本利和 $\div (1 + \text{利率})^{\text{期數}}$

本 金 = 複利息 $\div [(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1]$

A. 不用複利表者：

〔例一〕 本金 250 元，年利率 8%，每期半年，求 3 年的本利和同複利息。

〔解〕 每期半年的利率 = $8\% \div 2 = 4\%$

$250 \times (1 + 0.04)^6 = 316.33$

本利和是 316.33 元。

$250 \times [(1 + 0.04)^6 - 1] = 66.33$

或 $316.33 - 250 = 66.33$ 複利息是 66.33 元。

〔例二〕 本金 700 元，年利率 6%，每期一年，求 2 年 3 月的本利和同複利息。

〔解〕 2 年末的本利和 $= 700 \times (1 + 0.06)^2$

又 3 月的利率 $= 0.03 \times \frac{3}{12} = 0.015$

∴ 2 年 3 月的本利和

$= 700 \times (1 + 0.06)^2 \times (1 + 0.015) = 798.32$ 元。

2 年 3 月的複利息 $= 98.32$ 元。

B. 應用複利表者：

〔例一〕 年利 8% 的複利，24 年得本利和 126.824 元，求本金。

〔解〕 檢本節後附之複利表第二頁，第 3 行第 24 列，得 $(1 + 0.08)^{24} = 6.34118$ 。

∴ 本金 $= 126.824 \text{ 元} \div 6.34118 = 20$ 元。

〔例二〕 本金 370 元，年利率 14%，每半年為一期，問三年後可得利息若干？

〔解〕 年利率 14%，半年為一期，則利率為 7%，三年間期數為 6，檢表知本金 1 元時，本利和為 1.50073 元。

即利息為 0.50073 元。

故本金 370 元，應得利息

$0.50073 \text{ 元} \times 370 = 185.27$ 元。

複 利 表

(1+利率)期數

本金一的本利和

(從1期到30期)

期 數	二 釐	二釐半	三 釐	三釐半	四 釐	五 釐
1	1.02000	1.02500	1.03000	1.03500	1.04000	1.05000
2	1.04040	1.05063	1.06090	1.07123	1.08160	1.10250
3	1.06121	1.07689	1.09273	1.10872	1.12486	1.15763
4	1.08243	1.10381	1.12551	1.14752	1.16985	1.21551
5	1.10408	1.13140	1.15927	1.18769	1.21665	1.27628
6	1.12616	1.15969	1.19405	1.22926	1.26532	1.34010
7	1.14869	1.18869	1.22987	1.27223	1.31593	1.40710
8	1.17166	1.21840	1.26677	1.31681	1.36857	1.47750
9	1.19509	1.24886	1.30477	1.36290	1.42331	1.55133
10	1.21899	1.28008	1.34392	1.41060	1.48024	1.62890
11	1.24337	1.31209	1.38423	1.46000	1.53945	1.71034
12	1.26824	1.34489	1.42576	1.51107	1.60103	1.79586
13	1.29361	1.37851	1.46853	1.56396	1.66507	1.88565
14	1.31948	1.41297	1.51259	1.61869	1.73168	1.97993
15	1.34587	1.44830	1.55797	1.67535	1.80094	2.07893
16	1.37279	1.48451	1.60471	1.73399	1.87298	2.18287
17	1.40024	1.52162	1.65285	1.79468	1.94790	2.29202
18	1.42825	1.55966	1.70243	1.85749	2.02582	2.40662
19	1.45681	1.59865	1.75351	1.92250	2.10685	2.52695
20	1.48595	1.63862	1.80611	1.98979	2.19112	2.65330
21	1.51567	1.67958	1.86029	2.05943	2.27877	2.78596
22	1.54598	1.72157	1.91610	2.13151	2.36992	2.92526
23	1.57690	1.76461	1.97359	2.20611	2.46472	3.07152
24	1.60844	1.80873	2.03279	2.28333	2.56330	3.22510
25	1.64061	1.85394	2.09378	2.36324	2.66584	3.38635
26	1.67342	1.90029	2.15659	2.44596	2.77253	3.55567
27	1.70689	1.94780	2.22129	2.53157	2.88337	3.73346
28	1.74102	1.99659	2.28793	2.62017	2.99870	3.92013
29	1.77584	2.40641	2.35662	2.71118	3.11865	4.11614
30	1.81136	2.09457	2.42726	2.80659	3.24340	4.32194

複 利 表

(1+利率)期數

本金一的本利和

(從1期到30期)

利率 期數	六 釐	七 釐	八 釐	九 釐	一 分	一分二釐
1	1.06000	1.07000	1.08000	1.09000	1.10000	1.12000
2	1.12360	1.14490	1.16640	1.18810	1.21000	1.25440
3	1.19102	1.22504	1.25971	1.29503	1.33100	1.40493
4	1.26248	1.31030	1.36049	1.41158	1.46410	1.57352
5	1.33823	1.40255	1.46933	1.53862	1.61051	1.76234
6	1.41852	1.50073	1.58687	1.67710	1.77156	1.97382
7	1.50363	1.60578	1.71382	1.82804	1.94872	2.21068
8	1.59385	1.71819	1.85093	1.99256	2.14359	2.47596
9	1.68948	1.83846	1.99900	2.17189	2.35795	2.77308
10	1.79085	1.96715	2.15893	2.36736	2.59374	3.10585
11	1.89830	2.10485	2.33164	2.58043	1.85312	3.47855
12	2.01220	2.25219	2.51817	2.81266	3.13843	3.89595
13	2.13293	2.40985	2.71962	3.06580	3.45227	4.36349
14	2.26090	2.57853	2.93719	3.34173	3.79750	4.88711
15	2.39656	2.75903	3.17217	3.64248	4.17725	5.47357
16	2.54035	2.95216	3.42594	3.97031	4.59497	6.13035
17	2.69277	3.15882	3.70002	4.32763	5.05447	6.86604
18	2.85434	3.37993	3.99602	4.71712	5.55992	7.68997
19	3.02560	3.61653	4.31570	5.14166	6.11591	8.61276
20	3.20714	3.86968	4.66096	5.60441	6.72750	9.64629
21	3.39956	4.14056	5.03383	6.10881	7.40025	10.80885
22	3.60354	4.43040	5.43654	6.65860	8.14027	12.10031
23	3.81975	4.74053	5.87146	7.25787	8.95430	13.55235
24	4.04894	5.07237	6.34118	7.91108	9.84973	15.17863
25	4.29187	5.42743	6.84848	8.62308	10.83471	17.00006
26	4.54933	5.80735	7.39635	9.39910	11.91818	19.04007
27	4.82235	6.21387	7.98806	10.24508	13.10999	21.32488
28	5.11169	6.64884	8.62710	11.16714	14.42099	23.88386
29	5.41830	7.11426	9.31727	12.17218	15.86309	26.74993
30	5.74349	7.61226	10.06266	13.26768	17.44940	29.95992

(終)

習 題 三 十 五

1. 本金 2000 元，年利率 9 釐，問 1 年 8 個月之利息爲若干？
2. 年利率 7 釐，三年間共得利息 261.45 元，問本金多少？
3. 借款 300 元，依年利計算，三年間共付利息 63 元，問年利率若干？
4. 依年利 5 釐計算，問 1000 元之本金，幾年後方可得利息 200 元？
5. 本金 300 元，年利五釐，問 4 年後本利和爲若干？
6. 本金 10000 元存於某銀行，年利率爲 6 釐，每年結算一次，依複利計算，問至第三年年終，共得本利和若干元？
7. 年利率爲 6 釐，每年結算一次，依複利計算，問欲 3 年後得本利合計 1500 元，問須本金若干元？
8. 某人向銀行借銀 1200 元，言明每年一期，依複利計算，第二年終了時，此人償還銀行本利合計 1373.88 元，問年利率爲若干？
9. 年利率 14%，半年爲一期，2 年得本利和 655.393 元，求本金。
10. 本金 2000 元，半年爲一期，4 年得本利和 2436.8 元，求年利率。

附 錄

全 書 答 案

答案係供做好題目校對之用不要——

看了答案再做題目

習 題 三

- (1) 19, 4. (2) 1150元, 950元。 (3) 38尺, 22尺。
 (4) 49, 42. (5) 後車每秒速 55 尺, 前車 33 尺。
 (6) 甲 20 步, 乙 15 步。 (7) 糧 5.1 元, 布 3.4 元。
 (8) 男生 337 人, 女生 343 人。 (9) 杉 20 株, 松 300 株。

習 題 四

- (1) 79. (2) 104 元。 (3) 43.84.
 (4) 360 文。 (5) 45 元。

題 習 五

- (1) 33 根, 64 碼。 (2) 25 尺。 (3) 150 尺。
 (4) 225 元。 (5) 52 株柳, 150 株槐。
 (6) 4 丈。 (7) 48 株。 (8) 2 寸。
 (9) 142.5 尺。 (10) 紙一邊四分郵票六張。

習 題 六

- (1) 9. (2) 100. (3) 100. (4) 90 文。
 (5) 500 個。 (6) 除數 27, 被除數 377.

習 題 七

- (1) 父年 47 歲, 子年 12 歲。 (2) 4 年後。
 (3) 父年 50 歲, 子年 10 歲。 (4) 父年 70 歲, 子年 10 歲。

- (5) 8年後。 (6) 11年前。
 (7) 父現年 8 歲,長子 4 歲,次子 1 歲。
 (8) 兄年 15 歲,弟年 5 歲。 (9) 3 年前。
 (10) 兄現年 25 歲,弟 5 歲。 (11) 兄年 10 歲,弟年 2 歲。
 (12) 現子年 17 歲,父年 48 歲。

習 題 八

- (1) 7日。 (2) 9日。 (3) 240 里。 (4) 4日。
 (5) 216 里。 (6) 240里,甲行2日,乙行3日。(7) 21分鐘後。
 (8) 7日。 (9) 72 里。 (10) 120 里。 (11) 6 分鐘後。

習 題 九

- (1) 水速 1 里,划速 3 里。 (2) 6 小時。
 (3) 划力 6 里,水速 2 里。 (4) 18 小時。
 (5) 6.4 時強。 (6) 2 時。
 (7) 30 里。 (8) 3 時。
 (9) 水流速 2 里,划速 18 里。(10) 14 時。

習 題 十

- (1) 11 秒時。 (2) 40 秒。
 (3) 車長 108 公尺,每秒速 12 公尺。
 (4) 8 秒。 (5) 9 秒。
 (6) 3 刻。 (7) 每秒 12 公尺,長 42 公尺。
 (8) 680 公尺。 (9) 6 分鐘。
 (10) 185 呎。 (11) 甲 20 公尺,乙 16 公尺。

習 題 十 一

- (1) 龜鶴各 40 隻。 (2) 龜 30 隻,鶴 40 隻。
 (3) 大人 6870 人,童子 2130 人。(4) 運到 82 個,損壞 18 個。
 (5) 三元票 12 張,5 元票 15 張。(6) 甲 27 斤,乙 23 斤。
 (7) 戰艦 6 隻,巡洋艦 4 隻。(8) 400 個者 7 箱,250 者 8 箱。

(9) 21日。 (10) 8。 (11) 二號 20, 五號 300。

習題 十二

(1) 31 隻, 蜜橘 1950 個。 (2) 裝 80 個的 8 箱, 裝 100 個的 12 箱。

(3) 25 人。 (4) 4 斤。

(5) 96 個。 (6) 53 人, 2 元 4 角 7 分 2 釐弱。

(7) 筆 8 枝, 甲 9 角, 乙 3 角。 (8) 10 人, 菓子 60。

習題 十三

(1) 144 人。 (2) 1704 人。 (3) 256 人。 (4) 91 人。

(5) 156 人。 (6) 450 人。 (7) 19 人。

習題 十四

(1) 8, 9, 10, 11, 12。 (2) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7。

(3) 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18。

習題 十五

(1) 13 日。 (2) 5 日。 (3) 9 小時。 (4) 315 元。

(5) 5 斗。 (6) 8 次。 (7) 6.9 日。

習題 十六

(1) 12 天。 (2) $17\frac{1}{7}$ 里。 (3) 8 日之夕。 (4) 13 尺。

(5) 18 尺。 (6) 24 里。

習題 十七

(1) 13 元 5 角。 (2) 毛筆 12 分, 鉛筆 5 分。

(3) 靴一雙 3 元, 帽一頂 1.8 元。

(4) 上一冊之價為 0.45 元, 下一冊之價為 0.55 元。

(5) 乙為 20, 甲為 40。 (6) 每隻價 0.2 元, 二籃共 45 隻。

(7) 每石 5.45 元, 工資 0.75 元。 (8) 甲 7 角, 乙 5 角, 丙 8 角。

(9) 上 6 角, 下 1 角 5 分。 (10) 4 元 5 角 5 分。

習題 十八

- (1) 甲 150 元, 乙 23 元。 (2) 馬 72 頭, 牛 24 頭。
 (3) 甲 1380 元, 乙 920 元, 丙 230 元。
 (4) 7 日後。 (5) 8 元。 (6) 牛 80 頭, 羊 20 頭。
 (7) 甲 4000 元, 乙 1000 元。 (8) 東 1120 石, 西 480 石。
 (9) 8 日。 (10) 6 時。
 (11) 松 4 寸, 杉 6 寸。 (12) 13 天。

習 題 十 九

- | (1) 2 的倍數 | 3 的倍數 | 5 的倍數 | 7 的倍數 |
|-----------|-------|-------|-------|
| 5634 | 3141 | 325 | 8512 |
| 8512 | 5634 | 2340 | |
| 1524 | 1524 | 1765 | |
| 2340 | 2340 | | |
- (2) $2 \times 17 \times 10481 = 356354$. (3) 2, 3, 5, 6, 10.
 (4) 偶數。 (5) 奇數。
 (6) 36, 72, 108. (7) 108, 144, 180.
 (8) 5289, 3284.
 (9) 凡一數之為 11 的倍數, 其奇位數字之和與偶位數字之和之差, 必等於零(或 11 的倍數), 將各位數顛倒, 其奇位數之和與偶位數之和之差, 仍然等於零(或 11 的倍數), 故知其仍為 11 的倍數。
 凡一數之各位數字之和, 能以 3 整除者, 必為 3 之倍數, 各位數顛倒後, 數字之和不變, 故知其仍為 3 的倍數。
 (10) 24 尺。

習 題 二 十

- (1) 2. (2) 37. (3) 38 株。
 (4) 兒童 10 個, 梨 52, 蜜橘 32, 柿 147. (5) 8 丈。
 (6) 每組 35 人, 男生 11 組, 女生 6 組。

- (7) 1008. (8) 4分。 (9) 2522個。
 (10) 119. (11) 300. (12) 104.
 (13) 360分,甲8週,乙6週,丙5週。

習 題 二 十 三

- (1) 甲900元,乙1500元。 (2) 甲135元,乙115元。
 (3) 2丈2尺 分。 (4) 4尺5寸。
 (5) 兄625元,弟375元。 (6) 360元。
 (7) 甲70元,乙37元,丙37元。
 (8) 甲105元,乙74元,丙59元,丁34元。
 (9) 10. (10) 5尺5寸。
 (11) 1隻,雄鷄36隻,雌鷄55隻。
 (12) 3日。 (13) 甲做4日,乙做6日。
 (14) 每日作9時。 (15) 甲120日,乙40日。
 (16) 6人。 (17) 甲12日,乙24日。

習 題 二 十 四

- (1) $4\frac{4}{5}$ 分。 (2) $4\frac{4}{5}$ 時。 (3) 210升。
 (4) 36升。 (5) 240公升。 (6) 甲24歲,乙14歲。
 (7) 6年之後。 (8) 子10歲,父50歲。(9) 兄16歲,弟8歲。

習 題 二 十 五

- (1) 12公里。 (2) 36(哩)。
 (3) 4時。 (4) 全路長30公里。
 (5) 每 $9\frac{3}{5}$ 分鐘相會,每48分鐘追及。
 (6) 3時20分。 (7) 7時。
 (8) 上行速3.2公里,水流速是1.2公里。
 (9) 水流速 $1\frac{3}{4}$ 里,划力速 $4\frac{3}{8}$ 里。

(10) 最初速度是 15 哩。

習題二十六

(1) 1 時 $5\frac{5}{11}$ 分。(2) 10 時 $21\frac{9}{11}$ 分。(3) 3 分 20 秒。

(4) 4 時 $16\frac{4}{11}$ 分(長針在後), 4 時 $27\frac{3}{11}$ 分(長針在前時)。

(5) 5 時 $10\frac{10}{11}$ 分及 5 時 $43\frac{7}{11}$ 分。

(6) 35 度。 (7) 72.5 度。 (8) 零下 5 度。

(9) F 158 度, C 70 度。 (10) 88.2 度。

習題二十七

(1) 9。 (2) 5。 (3) 兔 35, 雞 5。

(4) 桃 42, 杏 24。 (5) $52\frac{1}{2}$ 時。 (6) 甲 45, 乙 60。

(7) 甲 60 元, 乙 40 元。 (8) 60 元。

(9) $\frac{5}{6}$ 。 (10) $\frac{5}{7}$ 。

習題二十八

(1) I. 235。 II. 2.35。 III. 0.235。

(2) I. 473。 II. 4.73。 III. 14.97 弱。

(3) I. 4.34。 II. 24.07。 III. 32.071。

(4) I. 2.13 弱。 II. 18.82 弱。 III. 130.38 弱。

(5) 98 人。 (6) 98.4。 (7) 17 個, 每個 1 角 7 分。

(8) 35 個, 21 個。(9) 87.92 公尺。(10) 32.66。

習題二十九

(1) 35, 3.5, 0.35。 (2) 157, 15.7, 3.33。

(3) 16.3 公尺。 (4) 96 寸, 60 寸, 36 寸。

- (5) 21. (6) 2.25 寸強。
 (7) 甲 4, 乙 3. (8) 縱 2.4 尺, 橫 3.6 尺, 深 1.2 尺。
 (9) 闊 23 丈, 長 69 丈。

習題三十

- (1) 1. $6\frac{6}{11}$. 2. $1\frac{13}{22}$. 3. $\frac{61}{96}$. 4. $\frac{49}{160}$.
 (2) 2.25. (3) 2:9. (4) $7\frac{17}{22}$. (5) $10\frac{4}{5}$.
 (6) 加 4. (7) 加 10. (8) 18 日. (9) 45 日。
 (10) 77 日. (11) 900 斤. (12) 27 日. (13) 3 元。
 (14) 3 分。

習題三十一

- (1) 36 人. (2) 7 人. (3) 84 元。
 (4) 6 日 7 時. (5) 96 日. (6) 10, 20, 30, 40。
 (7) 甲 9 元, 乙 12.9 元, 丙 8.1 元。
 (8) 長子 462 畝, 次子 165 畝, 三子 132 畝, 四子 99 畝,
 五子 66 畝。
 (9) 甲 457.5 元, 乙 366 元。
 (10) 100 元的出 10 元, 75 元的出 7.5 元, 50 元的出 5 元,
 10 元的出 4 元。

習題三十二

- (1) 上:下=1:2. (2) 7:5.
 (3) 甲種 25 個, 乙 75 個. (4) 上:中:下=2:3:5.
 (5) 第一種為 8 斤, 第二種為 10 斤, 第三種為 12 斤,
 第四種為 20 斤。
 (6) 甲樽為 20 斤, 乙樽為 24 斤。
 (7) 20000 海里. (8) 18.54857 元。

(9) 150元。 (10) 丙勝乙6步。

習題三十三

(1) 6.7% (2) 12.5% (3) 12125元。 (4) 3000元。
 (5) 532人。 (6) 4100元。 (7) 850人。 (8) 2%
 (9) 702人。 (10) 50元。

習題三十四

(1) 1.0元。 (2) 10元。 (3) 賺率25%
 (4) 賠率1.5625% (5) 1611.3元。 (6) 4450元。
 (7) 597元。 (8) 640元。 (9) 8350兩。
 (10) 233.8兩弱。

習題三十五

(1) 300元。 (2) 124元。 (3) 7釐。
 (4) 4年後。 (5) 360元。 (6) 119.02元。
 (7) 1259.42元。 (8) 7釐。 (9) 500元。
 (10) 5%

——(完)——

自動銷毀樣本
1954年4月 日



特 印

2300

2300

中華民國三十六年七月再版

初中算術指南 全書一册

外埠酌加郵匯費

版權所有
翻印必究

編著者 楊 銳

校閱者 陳 駕 凡

發行人 春明書店代表人 陳冠英

出版者 春明書店

總發行所 上海四馬路中春明書店

分發行所 長沙中陽街春明書店

南京特約發行 狀一元 聚珍書局

廣州特約發行 光復中路 東方書局

