

九章算術卷第六

魏劉徽注

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉敕注釋

均輸以御遠近勞費

今有均輸粟甲縣一萬戶行道八日乙縣九千五百戶行道十日丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日丁縣一萬二千二百戶行道二十日各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛用車一萬乘欲以道里遠近戶數多少衰出之問粟車各幾何答曰甲縣粟八萬三千一百斛車三千三百二十四乘乙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘丙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘丁縣粟四萬五百五十斛車一千六百二十二乘

均輸術曰令縣戶數各如其本行道日數而一以爲衰

按此均輸猶均運也令戶率出車以行道日數爲均發粟爲
三輪據甲行道八日因使八戶共出一車乙行道十日因使十
甲戶共出一車計其在道則皆戶二日出車故可爲均平之
率也

甲衰一百二十五乙丙衰各九十五丁衰六十一副并爲法以
賦粟車數乘未并者各自爲實
衰分科率

實如法得一車

各置所當出車以其行道日數乘之如戶數而一得率戶用
車二日四十七分日之三十一故謂之均求此率以戶當各
計車之衰分也

臣淳風等謹按縣戶有多少之差行道有遠近之異欲其均
等故各令行道日數約戶爲衰行道多者少其戶行道少者
多其戶故各令約戶爲衰以八日約除甲縣得一百二十五
乙丙各九十五丁六十一於今有術副并爲所有率未并者
各爲所求率以賦粟車數爲所有數而今有之各得車數一
旬除乙十三除丙各得九十五二旬除丁得六十一也
有分者上下輩之

輩配也車牛人之數不可分裂推少就多均賦之宜今按甲
分既少宜從於乙滿法除之有餘從丙丁分又少亦宜就丙
除之適盡加乙丙各一上下輩益以少從多也

以二十五斛乘車數卽粟數

今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行

道一日丙縣一千二百八十八人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千二百五十八人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近戶率多少衰出之問縣各幾何荅曰甲縣二百二十九人乙縣二百八十六人丙縣二百二十八人丁縣一百七十一人戊縣二百八十六人

術曰令縣卒各如其居所及行道日數而一以爲衰

按此亦以日數爲均居所爲輸甲無行道日但以居所三十日爲率言欲爲均平之率者當使甲三十人而出一人乙三十一人而出一人出二人者計役則皆一人一日是以可爲均平之率

甲衰四乙衰五丙衰四丁衰三戊衰五副并爲法以人數乘未并者各自爲實實如法而一

各置所當出人數以其居所及行道日數乘之如縣人數而

一得戶率人役五日七分日之五

臣淳風等謹按爲衰於今有術副并爲所有率未并者各爲

所求率以賦卒人數爲所有數此術以別考則意同以廣異

聞故存之也爲衰二字上有脫文當云各令居所及行道日數約縣卒爲衰

有分者上下輩之

輩配也今按丁分最少宜就戊除不從乙者丁近戊故也滿法除之有餘從乙丙分又少亦就乙除有餘從甲除之適盡從甲丙二分其數正等二者於乙遠近皆同不以甲從乙者方以下從上也

今有均賦粟甲縣二萬五百二十戶粟一斛二十錢自輸其縣乙縣一萬二千三百一十二戶粟一斛十錢至輸所二百里丙

九章算術卷之六
縣七千一百八十二戶粟一斛十二錢至輸所一百五十里丁
縣一萬三千三百三十八戶粟一斛十七錢至輸所二百五十
里戊縣五千一百三十戶粟一斛十三錢至輸所一百五十里
凡五縣賦輸粟一萬斛一車載二十五斛與僦一里一錢欲以
縣戶賦粟令費勞等問縣各粟幾何荅曰甲縣三千五百七十
一斛二千八百七十三分斛之五百一十七乙縣二千三百八
十斛二千八百七十三分斛之二千二百六十丙縣一千三百
八十八斛二千八百七十三分斛之二千二百七十六丁縣一
千七百一十九斛二千八百七十三分斛之一千三百一十三
戊縣九百三十九斛二千八百七十三分斛之二千二百五十
三

術曰以一里僦價乘至輸所里

此以出錢爲均也問者曰一車載二十五斛與僦一里一錢
一錢卽一里僦價也以乘里數者欲知僦一車到輸所所用
錢也甲自輸其縣則無取僦價也

以一車二十五斛除之

欲知僦一斛所用錢

加一斛粟價則致一斛之費

加一斛之價於一斛僦直卽凡餘粟取僦錢也甲一斛之費
二十乙丙各十八丁二十七戊十九也

各以約其戶數爲衰

言使甲二十戶共出一斛乙丙十八戶共出一斛計其所費
則皆戶一錢故可爲均賦之率也

甲衰一千二十六乙衰六百八十四丙衰三百九十九丁衰四

百九十四戊衰二百七十副并爲法所賦粟乘未并者各自爲實實如法而一。

各置所當出粟以其一斛之費乘之如戶數而一得率戶出三錢二千八百七十三分錢之一千三百八十一。

臣淳風等謹按此以出錢爲均問者曰一車載二十五斛與儻一里一錢一錢卽一里儻價也以乘里數者欲知儻一車到輸所用錢甲自輸其縣則無取儻之價以一車二十五斛除之者欲知儻一斛所用錢加一斛之價於一斛儻直卽凡餘粟取儻錢甲一斛之費二十乙丙各十八丁二十七戊十九各以約其戶爲衰甲衰一千二十六乙衰六百八十四丙衰三百九十九丁衰四百九十四戊衰二百七十言使甲二十戶共出一斛乙丙十八戶共出一斛計其所費則皆戶一

錢故可爲均賦之率也於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率賦粟一萬斛爲所有數此今有衰分之義也計經賦之率既有戶算之率亦有遠近貴賤之率此二率者各自相與通通則甲二十乙十二丙七丁十三戊五一斛之費謂之錢率錢率約戶率者則錢爲母戶爲子子不齊令母互乘爲齊卽衰也若其不然以一斛之費約戶數取衰並有分當通分內子約之於算甚繁此一章皆相與通功共率畧相依似以上二率下一率亦可放此從其簡易而已又以分言之使甲一戶出二十分斛之一乙一戶出十八分斛之一各以戶數乘之亦可得一縣凡所當輸俱爲衰也乘之者乘其子母報除之以此觀之則以一斛之費約戶數者其意不異矣然則可置一斛之費而反衰之約戶以乘戶數爲衰也合分

注曰母除為率率乘子為齊反衰注曰先同其母各以分母約其子為反衰以施其率為算既約且不妨處下也計經賦之率至

此多舛誤不可通

今有均賦粟甲縣四萬二千算粟一斛二十備價一日一錢自輸其縣乙縣三萬四千二百七十二算粟一斛十八備價一日十錢到輸所七十里丙縣一萬九千三百二十八算粟一斛十備價一日五錢到輸所一百四十里丁縣一萬七千七百算粟一斛十四備價一日五錢到輸所一百七十五里戊縣二萬三千四十算粟一斛十二備價一日五錢到輸所二百一十里己縣一萬九千一百三十六算粟一斛一十備價一日五錢到輸所二百八十里凡六縣賦粟六萬斛皆輸甲縣六人共車車載二十五斛重車日行五十里空車日行七十里載輸之間各

一日粟有貴賤備各別價以算出錢令費勞等問縣各粟幾何

答曰甲縣一萬八千九百四十七斛一百三十三分斛之四十九乙縣一萬八百二十七斛一百三十三分斛之九丙縣七千二百一十八斛一百三十三分斛之六丁縣六千七百六十六斛一百三十三分斛之一百二十二戊縣九千二十二斛一百三十三分斛之七十四己縣七千二百一十八斛一百三十三分斛之六

術曰以車程行空重相乘為法并空重以乘道里各自為實實如法得一日

臣淳風等謹按此術重往空還一輪再行道也置空行一里用七十分日之一重行一里用五十分日之一齊而同之空重行一里之路往返用一百七十五分日之六定言之者一

百七十五里之路往返用六日也故并空重者齊其子也空重相乘者同其母也於今有術至輸所里為所有數六為所求率齊一百七十五為所有率而今有之即各得輸所用日也

加載輸各一日

欲得幾日也

而以六人乘之

欲知致一車用人也

又以備價乘之

欲知致車人備直幾錢

以二十五斛除之

欲知致一斛之備直也

加一斛粟價即致一斛之費

加一斛之價於致一斛之備直即凡輸一斛餘粟取備所用

錢

各以約其算數為衰

今按甲衰四十二乙衰二十四丙衰十六丁衰十五戊衰二十已衰十六於今有術副并為所有率未并者各自為所求率所賦粟為所有數此今有衰分之義也

副并為法以所賦粟乘未并者各自為實實如法得一斛

各置所當出粟以其一斛之費乘之如算數而一得率算出九錢一百三十三分錢之三又載輸之問各一日者即二日也

今有粟七斗三人分春之一人為糲米一人為粃米一人為繫

米令米數等問取粟爲米各幾何答曰糲米取粟二斗一百二十一
分斗之一十稗米取粟二斗一百二十一分斗之三十八
釁米取粟二斗一百二十一分斗之七十三爲米各一斗六百
五分斗之一百五十一

術曰列置糲米三十稗米二十七釁米二十四而反衰之

此先約三率糲爲十稗爲九釁爲八欲令米等者其取粟糲
率十分之一稗率九分之一釁率八分之一當齊其子故曰
反衰也

臣淳風等謹按米有精麤之異有多少之差據率稗釁少而
糲多用粟則稗釁多而糲少米若依本率之分粟當倍率故
今反衰之使精取多而麤得少

副并爲法以七斗乘未并者各自爲取粟實實如法得一斗
於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率粟七斗爲所
有數而今有之故各得取粟也

若求米等者以本率各乘定所取粟爲實以粟率五十爲法實
如法得一斗

若徑求爲米等數者置糲米三用粟五稗米二十七用粟五
十釁米十二用粟二十五齊其粟同其米并齊爲法以七斗
乘同爲實所得卽爲米斗數

今有人當稟粟二斛倉無粟欲與米一菽二以當所稟粟問各
幾何答曰米五斗一升七分升之三菽一斛二升七分升之六
術曰置米一菽二求爲粟之數并之得三九分之八以爲法亦
置米一菽二而以粟二斛乘之各自爲實實如法得一斛

臣淳風等謹按置粟率五乘米一米率三除之得一三分之

二。卽是米一之粟也。粟率十。以乘菽二。菽率九。除之得二。九分之二。卽是菽二之粟也。并全得三。齊子并之得二十四。同母得二十七。約之得九分之八。故云并之得三。九分之八。米一菽二。當粟三。九分之八。此其粟率也。於今有術米一菽二。皆爲所求率。當粟三。九分之八。爲所有率。粟二斛。爲所有數。凡言率者。當相與通之。則爲米九菽十八。當粟三十五也。亦有置米一菽二。求其爲粟之率。以爲列衰。副并爲法。以粟乘列衰爲實。所得卽米一菽二。所求粟也。以米菽本率而今有之。卽合所問。

今有取傭負鹽二斛。行一百里。與錢四十。今負鹽一斛。七斗三升少半。行八十里。問與錢幾何。答曰。二十七錢十五分錢之十一。

術曰。置鹽二斛升數。以一百里乘之爲法。

按此術。以負鹽二斛升數。乘所行一百里。得二萬里。是爲負鹽一升。行二萬里。得錢四十。於今有術。爲所有率。升數乘所行里。爲法。於今有術。爲所有數也。

以四十錢乘今負鹽升數。又以八十里乘之。爲實。實如法得一錢。

以今負鹽升數。乘所行里。今負鹽一升。凡所行里也。於今有

術。以所有四十錢爲所求率也。衰分章貸人千錢。與此同。

今有負籠重一石一十七斤。行七十六步。五十返。今負籠重一

石。行百步。問返幾何。答曰。五十七返。二千六百三分返之一千

六百二十九。

術曰。以故所行步數。乘故籠重斤數爲法。

此法謂負一斤一返所行之積步也。

令籠重斤數乘今步。又以返數乘之為實。實如法得一返。

按此法負一斤一返所行之積步。此實者一斤一日所行之

積步。故以一返之課除終日之程。即是返數也。

臣淳風等謹按此術所行步多者得返少。所行步少者得返

多。然則所行者今返率也。故令所得返乘今返之率為實。而

以故返之率為法。今有術也。按此負籠又有輕重。於是為術

者。因令重者得返少。輕者得返多。故又因其率以乘法實者。

重。今有之義也。然此意非也。按此籠雖輕而行有限。籠過重

則人力遺力有遺。而術無窮。人行有限。而籠輕重不等。使其

有限之力。隨彼無窮之變。故知此術率乖理也。若故所行有

空行返數。設以問者。當因其所負以為返率。則今返之數可

得而知也。假令空行一日六十里。負重一斛。行四十里。減重

一斗。進二里半。負重三斗。以下與空行同。今負籠重六斗。往

還行一百步。問返幾何。答曰。一百五十返。術曰。置重行率。加

十里。以里法通之為實。以一返之步為法。實如法而一。即得

也。

今有程傳委輸。空車日行七十里。重車日行五十里。今載太倉

粟。輸上林。五日三返。問太倉去上林幾何。答曰。四十八里。一十

八分里之一十一。

術曰。并空重里數。以三返乘之為法。令空重相乘。又以五日乘

之為實。實如法得一里。

此亦如上術。率一百七十五里之路往返。用六日也。於今有

術。則五日為所有數。一百七十五里為所求率。六日為所有

率以此所得則三返之路今求一返當以三約之因令乘法而并除也為術亦可各置空重行一里用日之率以為列衰副并為法以五日乘列衰為實實如法所得即各空重行日數也各以一日所行以乘為凡日所行三返約之為上林去太倉之數

臣淳風等謹按此術重往空還一輪再還道置空行一里用七十分日之一重行一里用五十分日之一齊而同之空重行一里之路往返用一百七十五分日之六定言之者一百七十五里之路往返用六日故并空重者并齊也空重相乘者同其母也於今有術五日為所有數一百七十五為所求率六為所有率以此所得則三返之路今求一返者當以三約之故令乘法而并除亦當約之也

今有絡絲一斤為練絲一十二兩練絲一斤為青絲一斤一十二銖今有青絲一斤問本絡絲幾何答曰一斤四兩一十六銖三十三分銖之一十六

術曰以練絲一十二兩乘青絲一斤一十二銖為法以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數又以絡絲一斤乘之為實實如法得一斤

按練絲一斤為青絲一斤一十二銖此練率三百八十四青率三百九十六也又絡絲一斤為練絲一十二兩此絡率一十六練率一十二也置今有青絲一斤以練率三百八十四乘之為實實如青絲率三百九十六而一所得青絲一斤練絲之數也又以絡率一十六乘之所得為實以練率一十二為法所得即練絲用絡絲之數也是謂重今有也雖各有率

不問中間故令後實乘前實後法乘前法而并除也故以練
 絲兩數為實青絲銖數為法一曰又置絡絲一斤兩數與練
 絲一十二兩約之絡得四練得三此其相與之率又置練絲
 一斤銖數與青絲一斤一十二銖約之練得三十二青得三
 十三亦其相與之率齊其青絲絡絲同其二練絡得一百二
 十八青得九十九練得九十六即三率悉通矣今有練絲一
 斤為所有數絡絲一百二十八為所求率青絲九十九為所
 有率為率之意猶此但不先約諸率耳凡率錯互不通者皆
 積齊同用之放此雖四五轉不異也言同其二練者以明三
 率之相與通耳於術無以異也又一術今有青絲一斤銖數
 二乘練絲一斤兩數為實以青絲一斤一十二銖為法所得即
 用練絲兩數以絡絲一斤乘所得為實以練絲一十二兩為
 法所得即用絡絲斤數也

今有惡粟二十斗舂之得糲米九斗今欲求糲米一十斗問惡
 粟幾何荅曰二十四斗六升八十一分升之七十四

術曰置糲米九斗以九乘之為法亦置糲米一十斗以一十乘
 之又以惡粟二十斗乘之為實實如法得一斗

按此術置今有求糲米十斗以糲米率十乘之如糲率九而
 一即糲亦化為惡粟矣此亦重今有之義為術之意猶絡絲
 也雖各有率不問中間故令後實乘前實後法乘前法而并
 除之也

今有善行者行一百步不善行者行六十步今不善行者先行
 一百步善行者追之問幾何步及之荅曰二百五十步

術曰置善行者一百步減不善行者六十步餘四十步以為法

以善行者之一百步乘不善行者先行一百步為實實如法得一步

按此術以六十步減一百步餘四十步即不善行者先行率也善行者行一百步追及率約之追及率得五先行率得三於今有術不善行者先行一百步為所有數五為所求率二為所有率而今有之得追及步也

今有不善行者先行十里善行者追之一百里先至不善行者三十里問善行者幾何里及之答曰三十三里少半里

術曰置不善行者先行十里以善行者先至二十里增之以為法以不善行者先行十里乘善行者一百里為實實如法得二里

按此術不善行者既先行十里後不及二十里并之得三十里也謂之先行率善行者一百里為追及率約之先行率得三三為所有率而今有之即得也其意如上術

今有兔先走一百步犬追之二百五十步不及三十步而止問犬不止復行幾何步及之答曰一百七步七分步之一術曰置兔先走一百步以犬走不及三十步減之餘為法以不及三十步乘犬追步數為實實如法得一步

按此術以不及三十步減先走一百步餘七十步為兔先走率犬行二百五十步為追及率約之先走率得七追及率得二十五於今有術不及三十步為所有數二十五為所求率七為所有率而今有之即得也

今有人持金十二斤出關關稅之十分而取一今關取金二斤償錢五千問金一斤值錢幾何答曰六千二百五十

術曰以十乘二斤以十二斤減之餘爲法以十乘五千爲實實如法得一

按此術置十二斤以一乘之十而一得一斤五分斤之一卽所當稅者也減二斤餘卽關取盈金以盈除所償錢卽金值也今術旣以十二斤爲所稅則是以十爲母故以十乘二斤及所償錢通其率於今有術五千錢爲所有數十爲所求率八通所有率而今有之卽得也

今有客馬日行三百里客去忘持衣日已三分之一主人乃覺持衣追及與之而還至家視日四分之三問主人馬不休日行幾何荅曰七百八十里

術曰置四分日之三除三分日之一

按此術置四分日之三除三分日之一者除卽減也減之餘有十二分之五卽是主人追客還用日率也

半其餘以爲法

去其還存其往率之者子不可半故倍母二十四分之五是爲主人與客均行用日之率也

副置法增三分日之一

法二十四分之五者主人往追用日之分也三分之一者客去主人未覺之前獨行用日之分也并連此數得二十四分日之一十三則主人追及前用日之分也是爲客用日率也然則主人用日率者客馬行率也客用日率者主人馬行率也母同則子齊是爲客馬行率五主人馬行率一十三於今有術三百里爲所有數一十三爲所求率五爲所有率而今有之卽得也

以三百里乘之爲實實如法得主人馬一日行

欲知主人追客所行里者以三百里乘主人均行日分子一十三以母二十四而一得一百六十二里半以此乘主人均行日分母二十四如客馬與主人均行用日分子五而一亦得主人馬一日行七百八十里也

今有金篋長五尺斬本一尺重四斤斬末一尺重二斤問次一尺各重幾何答曰末一尺重二斤次一尺重二斤八兩次一尺重三斤次一尺重三斤八兩次一尺重四斤

術曰令末重減本重餘卽差率也又置本重以四閒乘之爲下第一衰副置以差率減之每尺各自爲衰

按此術五尺有四閒者有四差也令本末相減餘卽四差之凡數也以四約之卽得每尺之差以差數減本重餘卽次尺之重也爲術所置如是而已今此率以四爲母故令母乘本爲衰通其率也亦可置末重以四閒乘之爲上第一衰以差重率加之爲次下衰也

副置下第一衰以爲法以本重四斤徧乘列衰各自爲實實如法得一斤

以下第一衰爲法以本重乘其分母之數而又反此率乘本重爲實一乘一除勢無損益故惟本存焉衆衰相推爲率則其餘可知也亦可副置末衰爲法而以末重二斤乘列衰爲實此雖迂迴然是其舊故就新而言之也

今有五入分五錢令上二人所得與下三人等問各得幾何答曰甲得一錢六分錢之二乙得一錢六分錢之一丙得一錢丁得六分錢之五戊得六分錢之四

術曰置錢錐行衰

按此術錐行者謂如立錐初一次二次三次四次五次各均為
今一列者也正建命上三人下三人等問各得幾何者
并上二人為九并下三人為六六少於九三

數不得等但以五四三二一為率也

以三均加焉副并為法以所分錢乘未并者各自為實實如法
得一錢

此問者令上二人與下三人等上下部差一人其差三均加
上部則得二三均加下部則得三三下部猶差一人差得一
以通於本率即上下部等也於今有術副并為所有率未并
者各為所求率五錢為所有數而今有之即得等耳假令七
人分七錢欲令上二人與下五人等則上下部差三人并上

部為十三下部為十五下多上少下不足減上當以上下部
列差而後均減乃合所問耳此可做下術令上二人分二錢
半為上率令下三人分二錢半為下率上下二率以少減多
餘為實置二人三人各半之減五人餘為法實如法得一錢
即衰相去也下衰率六分之五者丁所得錢數也

今有竹九節下三節容四升上四節容三升問中間二節欲均
容各多少答曰下初一升六十六分升之二十九次一升六十
六分升之二十二次一升六十六分升之十五次一升六十六
分升之八次一升六十六分升之一次六十六分升之六十六次
六十六分升之五十三次六十六分升之四十六次六十六分
升之三十九

術曰以下三節分四升為下率以上四節分三升為上率

此二率者各其平率也。上下率以少減多餘為實。

按此上下節各分所容為率者各其平率上下以少減多者餘為中間五節半之凡差故以為實也。

置四節三節各半之以減九節餘為法實如法得一升即衰相去也。

按此術上下節所容已定之節中間相去節數也實者中間五節半之凡差也故實如法而一則每節之差也。

下率一升少半升者下第二節容也。

一升少半升者下三節通分四升之平率平率即為中分節之容也。

今有鳧起南海七日至北海鴈起北海九日至南海今鳧鴈俱起問何日相逢答曰三日十六分日之十五。

術曰并日數為法日數相乘為實實如法得一日。

按此術置鳧七日一至鴈九日一至齊其至同其日定六十

三日鳧九至鴈七至令鳧鴈俱起而問相逢者是為共至并齊以除同即得相逢日故并日數為法者并齊之意日數相

乘為實者猶以同為實也一日鳧飛七分至之一鴈飛九分至之一齊而同之鳧飛定日行六十三分至之九鴈飛定日

行六十三分至之七是為南北海相去六十三分鳧日行九分鴈日行七分也并鳧鴈一日所行以除南北相去而得相

逢日也。

今有甲發長安五日至齊乙發齊七日至長安今乙發已先二日甲乃發長安問幾何日相逢答曰二日十二分日之一。

術曰并五日七日以爲法

按此術并五日七日爲法者猶并齊爲法置甲五日一至乙

七日一至齊而同之定三十五日甲七至乙五至并之爲十

二至者用三十五日也謂甲乙與發之率耳然則日化爲至

當除日故以爲法也

以乙先發二日減七日

減七日者言甲乙俱發今以發爲始發之端於本道里則餘

分也

餘以乘甲日數爲實

七者長安去齊之率也五者後發相去之率也今問後發故

舍七用五以乘甲五日爲二十五日言甲七至乙五至更相

去用此二十五日也

實如法得一日

一日甲行五分至之一乙行七分至之一齊而同之甲定日

行三十五分至之七乙定日行三十五分至之五是爲齊去

長安三十五分甲日行七分乙日行五分也今乙先行發二

日已行十分餘相去三十五分故減乙二日餘令相乘爲二

十五分

今有一人一日爲牝瓦三十八枚一人一日爲牝瓦七十六枚

今令一人一日作瓦牝牡相半問成瓦幾何答曰二十五枚少

半枚

術曰并牝牡爲法牝牡相乘爲實實如法得一枚

此術亦與鳧鴈同術牝牡瓦相并猶如鳧鴈日飛相并也

臣淳風等謹按此術并牝牡爲法者并齊之意牝牡相乘爲

實者猶以同爲實也故實如法卽得也

今有一人一日矯天五十一人一日羽矢三十一人一日箭矢十五今令一人一日自矯羽箭問成矢幾何答曰八矢少半矢術曰矯矢五十用徒一人羽矢五十用徒一人太半人箭矢五十用徒三人少半人并之得六人以爲法以五十矢爲實實如法得一矢

按此術言成矢五十用徒六人一日工也此同功共作猶鳧鴈共至之類亦以同爲實并齊爲法可令矢互乘一人爲齊矢相乘爲同今先令同於五十矢矢同則徒齊其歸一也以此術爲鳧鴈者當鴈飛九日而一至鳧飛九日而一至七分至之二并之得二至七分至之二以爲法以九日爲實實如法而一得一人日矯矢之數也

今有假田初假之歲三畝一錢明年四畝一錢後年五畝一錢凡三歲得一百問田幾何答曰一頃二十七畝四十七分畝之三十一

術曰置畝數及錢數令畝數互乘錢數并以爲法畝數相乘又以百錢乘之爲實實如法得一畝

按此術令畝互乘錢者齊其錢畝數相乘者同其畝同於六十則初假之歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二也凡三歲得錢一百爲所有數同畝爲所求率四十七錢爲所有率今有之卽得也齊其錢同其畝亦如鳧鴈術於今有術百錢爲所有數同畝爲所求率并齊爲所有率臣淳風等謹按假田六十畝初歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二并之得錢四十七是爲得田六十畝三歲所

治於今有術百錢為所有數六十畝為所求率四十七為所有率而今有之即合問也

今有程耕一人一日發七畝一人一日耕三畝一人一日耨種五畝今令一人一日自發耕耨種之間治田幾何答曰一畝一百一十四步七十一分步之六十六

術曰置發耕耨畝數令互乘人數并以為法畝數相乘為實實如法得一畝

此猶鳧鴈術也

臣淳風等謹按此術亦發耕耨種畝數互乘人者齊其人畝數相乘者同其畝故并齊為法以同為實計田一百五畝發用十五人耕用三十五人種用二十一人并之得七十一工治得一百五畝故以為實而一人一日所治故以人數為法

除之即得也

今有池五渠注之其一渠開之少半日一滿次一日一滿次日半一滿次三日一滿次五日一滿今皆決之問幾何日滿池答曰七十四分日之十五

術曰各置渠一日滿池之數并以為法

按此術其一渠少半日滿者是一日三滿也次一日一滿次日半滿者是一日五分滿之二也次三日滿者是一日三分滿之一也次五日滿者是一日五分滿之一也并之得四滿十五分滿之十四也

以一日為實實如法得一日

此猶矯矢之術也先令同於一日日同則滿齊自鳧鴈至此其為同齊有二術焉可隨率宜也

其一術列置日數及滿數。

其一渠少半日滿者。是一日三滿也。次日一日一滿。次二日半滿者。是五日二滿。次三日一滿。次五日一滿。此謂之列置日數及滿數也。

今日互相乘滿。并以爲法。日數相乘爲實。實如法。得一日。亦如鳧鴈術也。

臣淳風等謹按。此其一渠少半日滿池者。是一日三滿池也。次日一日一滿。次二日半滿者。是五日再滿。次三日一滿。次五日一滿。此謂列置日數於右行。及滿數於左行。以日互乘。滿者齊其滿。日數相乘者同其日。滿齊而日同。故并齊以除。同卽得也。

今有人持米出三關。外關三而取一。中關五而取一。內關七而取一。餘米五斗。問本持米幾何。答曰。十斗九升八分升之三。術曰。置米五斗。以所稅者三之五之七之爲實。以餘不稅者二四六互相乘爲法。實如法得一斗。

此亦重今有術也。所稅者謂今所當稅之定三五七。皆爲所求率。二四六皆爲所有率。置今有餘米五斗。以七乘之。六而一。卽內關未稅之本米也。又以三乘之。二而一。卽外關未稅之本米也。今從未求本。不問中間。故令中率轉相乘而同之。亦如絡絲術。

又一術。外關三而取一。則其餘本米三分之二也。求外關所稅之餘。則當置三分乘之。二而一。欲知中關。以四乘之。五而一。欲知內關。以六乘之。七而一。凡餘分者乘其母。而以三五七相乘。得一百五爲分母。二四六相乘。得四十八爲分子。約

而言之則是餘米於本所持三十五分之十六也於今有術
餘米五斗為所有數分母三十五為所求率分子十六為所
有率也

今有人持金出五關前關二而稅一次關三而稅一次關四而
稅一次關五而稅一次關六而稅一并五關所稅適重一斤問
本持金幾何荅曰一斤三兩四銖五分銖之四轉以乘四同之
術曰置一斤通所稅者以乘之為實亦通其不稅者以減所通
餘為法實如法得一斤

此意猶上術也置一斤通所稅者謂令二三四五六相乘為
分母七百二十也通其所不稅者謂令所稅之餘一二三四
五相乘為分子一百二十也約而言之是為餘金於本所持
六分之一也以子減母凡五關所稅六分之五也於今有術
所稅一斤為所有數分母六為所求率分子五為所有率此
亦重今有之義又雖各有率不問中間故令中率轉相乘而
連除之即得也置一以為持金之本率以稅率乘之除之則
其率亦成積分也

九章算術卷第七

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

魏 劉

徽 注

盈不足以御隱雜互見

今有共買物人出八盈三人出七不足四問人數物價各幾何
答曰七人物價五十三

今有共買雞人出九盈一十一人出六不足一十六問人數雞
價各幾何答曰九人雞價七十

今有共買璉人出半盈四人出少半不足三問人數璉價各幾
何答曰四十二人璉價十七

今有共買牛七家共出一百九十不足三百三十九家共出二
百七十盈三十問家數牛價各幾何答曰一百二十六家牛價

人數第四問七家共出一百九十不足三百三十九家共出二
 百七十盈三十以九家互乘一百九十九猶得一千七百一十
 家互乘二百七十得一千八百一十七子也七家九家
 相乘得六千三百三十三猶以一千八百一十七乘一千七百
 得五萬一千三百三十三以不足三千五百五十九乘一千九
 十二萬三千七百六十七及不足三千五百五十九乘一千九
 出率并以為實也盈三萬二千六百八十并而為三百六十
 以六十三通而齊之得二萬二千六百八十為法是并盈不足
 為法也於一千八百九十減一千七百一十餘一百八十以
 約法二萬二千六百七十得價三千七百一十以一百八十
 以少減多餘以約法實也三四兩問皆所謂有分者通之也
 令下維乘上訖以同約之不可約故以乘同之所出率以少
 減多者餘謂之設差以為少設則并盈腴是為定實故以少
 設約法則為人數約實則為物價盈腴當與少設相通不可
 徧約亦當分母乘設差為約法實
 其一術曰并盈不足為實以所出率以少減多餘為法實如法
 得一人以所出率乘之減盈增不足即物價
 此術意謂盈不足為眾人之差以所出率以少減多餘為一
 人之差以一人之差約眾人之差故得人數也
 今有共買金人出四百盈三千四百人出三百盈一百問人數
 金價各幾何答曰三十三人金價九千八百
 今有共買羊人出五不足四十五人出七不足三問人數羊價
 各幾何答曰二十一人羊價一百五十
 兩盈兩不足術曰兩盈兩不足相與同共買物者置所出率盈
 不足各居其下令維乘所出率以少減多餘為實兩盈兩不足
 以少減多餘為法有分者通之副置所出率以少減多餘以約
 法實實為物價法為人數
 按此術兩盈者兩設皆逾於正數兩不足者兩設皆不足於
 正數其所以變化則兩不足亦猶兩盈而或有勢同而情違

者當其為實俱令不足其相乘減則遺其所不足焉故其餘所以為實者無胸數以損焉蓋出而有餘兩盈兩設皆逾於正數以上訛舛不可通假令與共買物人出八盈三人出九盈一十

齊其假令同其兩盈兩盈俱三十舉齊則兼去其餘所以為實者無盈數兩盈以少減多餘為法齊之八十者是一十假

令而凡盈三十是三以一十齊之齊之二十七者是三假令而凡盈三十是一十以三齊之兩盈共一十三以三減一十

餘七假令為一實故令以三減一十餘七為法所出率以少減多餘謂之設差因設差為少設則兩盈之差是為定實故

以少設約法則為人數約實則得物價其一術曰置所出率以少減多餘為法兩盈兩不足以少減多

餘為實實如法而一得人數以所出率乘之減盈增不足即物價

置所出率以少減多得一人之差兩盈兩不足相減餘為眾人之差故以一人之差除之得人數以所出率乘之減盈增

不足即物價今有共買豕人出一百盈一百人出九十適足問人數豕價各

幾何答曰一十人豕價九百今有共買犬人出五不足九十人出五十適足問人數犬價各

幾何答曰二人犬價一百盈適足不足適足術曰以盈及不足之數為實置所出率以少

減多餘為法實如法得一人其求物價者以適足乘人數得物價

此術意謂所出率以少減多者餘是一人不足之差不足數

為衆人之差以一人差約之故得人之數也

盈不足數為實者數單見即衆人差故以為實所出率以少減多者餘即一人差故以為法以除衆人差得人數以適足乘人數即得物價也

今有米在十斗桶中不知其數滿中添粟而舂之得米七斗問故米幾何答曰二斗五升

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有

餘二升

此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并為實并盈不足為法實如法而一得故米斗數

按桶受一斛若使故米二斗須添粟八斗以滿之八斗得糲米四斗八升課於七斗是為不足二升若使故米三斗須添粟七斗以滿之七斗得糲米四斗二升課於七斗是為有餘二升以盈不足維乘假令之數者欲為齊同之意實如法即

得故米斗數乃不盈不朒之正數也

今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何答曰五日一十七分日之五瓜長三尺七寸一十七分寸之一瓠長五尺二寸一十七分寸之十六

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸

此下有脫文當云以

盈不足維乘假令之數并為實并盈不足為法實如法而一得日數

按假令五日不足五寸者瓜生五日下垂蔓三尺五寸瓠生五日上延蔓五尺課於九尺之垣是為不足五寸令之六日有餘一尺二寸者若使瓜生六日下垂蔓四尺二寸瓠生六日上延蔓六尺課於九尺之垣是謂有餘一尺二寸以盈不足維乘假令之數者欲為齊同之意實如法而一即設差不

胸之正數，即得日數。以瓜瓠一日之長乘之，故各得其長之數也。

今有蒲生一日長三尺，莞生一日長一尺，蒲生日自半，莞生日自倍。問幾何日而長等？答曰：二日一十三分日之六，各長四尺八寸一十三分寸之六。

術曰：假令二日不足一尺五寸，令之三日有餘一尺七寸半。此下有脫文，當云：以盈不足維乘假令之數，并為實，并盈不足為法，實如法而一，得日數不盡者，等數約之，而命分。以後一日所長乘日分子，如日分母而一，各增二長為二物共長齊等之數。

按假令二日不足一尺五寸者，蒲生二日長四尺五寸，莞生二日長三尺，是為未相及一尺五寸，故曰不足。令之三日有餘一尺七寸半者，蒲增前七寸半，莞增前四尺，是為過一尺七寸半，故曰有餘。以盈不足乘除之，又以後一日所長各乘

日分子，如日分母而一者，各得日分子之長也。故各增二長，即得其數。

今有醇酒一斗，直錢五十；行酒一斗，直錢一十。今將錢三十，得酒二斗，問醇行酒各得幾何？答曰：醇酒二升半，行酒一斗七升半。

術曰：假令醇酒五升，行酒一斗五升，有餘一十。令之醇酒二升，行酒一斗八升，不足二。此下有脫文，當云：各以盈不足維乘之，并為實，并盈不足為法，實如法而一，得

二酒之數。據醇酒五升，直錢二十五；行酒一斗五升，直錢一十五。課於三十，是為有餘一十。據醇酒二升，直錢一十；行酒一斗八升，直錢一十八。課於三十，是為不足二。以盈不足術求之，此問已有重說，及其齊同之意也。

今有大器五小器一容三斛大器一。小器五容二斛。問大小器各容幾何。答曰。大器容二十四分斛之一十三。小器二十四分斛之七。

術曰。假令大器五斗。小器亦五斗。盈一十斗。令之大器五斗五升。小器二斗五升。不足二斗。

按大器容五斗。大器五容二斛五斗。以減二斛。餘五斗。卽小器一所容。故曰小器亦五斗。小器五容二斛五斗。大器一。合爲三斛。課於兩斛。乃多一十斗。令之大器五斗五升。大器五合容二斛七斗五升。以減三斛。餘二斗五升。卽小器一所容。故曰小器二斗五升。大器一。容五斗五升。小器五。合容一斛二斗五升。合爲一斛八斗。課於二斛。少二斗。故曰不足二斗。以盈不足維乘之。各并爲實。并盈不足爲法。除之。

今有漆三。得油四。油四和漆五。今有漆三斗。欲令分以易油。還自和餘漆。問出漆得油和漆各幾何。答曰。出漆一斗一升四分升之一。得油一斗五升。和漆一斗八升四分升之三。

術曰。假令出漆九升。不足六升。令之出漆一斗二升。有餘二升。按此術。三斗之漆。出九升。得油一斗二升。可和漆一斗五升。餘有二斗一升。則六升無油。可和。故曰不足六升。令之出漆一斗二升。則易得油一斗六升。可和漆二斗。於三斗之中。已出。一斗二升。餘有一斗八升。見在油。合和得漆二斗。則是有餘二升。以盈不足維乘之。爲實。并盈不足爲法。實如法而一。得出漆升數。求油及和漆者。四五各爲所求率。四三各爲所。有率。而今有之。卽得也。

今有玉方一寸。重七兩。石方一寸。重六兩。今有石立方三寸。中

有玉并重一十一斤。問玉石重各幾何。答曰。玉一十四寸重六斤二兩。石一十三寸重四斤一十四兩。

術曰。假令皆玉多一十三兩。令之皆石不足一十四兩。不足爲玉。多爲石。各以一寸之重乘之。得玉石之積重。

立方三寸。是一面之方。計積二十七寸。玉方一寸。重七兩。石方一寸。重六兩。是爲玉石重差一兩。假令皆玉。合有一百八十九兩。課於一十一斤。有餘一十三兩。玉重而石輕。故有此多。卽二十七寸之中。有一十三寸。寸損一兩。則以爲石重。故言多爲石。言多之數。出於石以爲玉。假令皆石。合有一百六十二兩。課於一十一斤。少一十四兩。故曰不足。此不足卽以重爲輕。故令減少數於石重。卽二十七寸之中。有一十四寸。寸增一兩。則以爲玉重也。

今有善田一畝。價三百。惡田七畝。價五百。今并買一頃。價錢一萬。問善惡田各幾何。答曰。善田一十二畝半。惡田八十七畝半。術曰。假令善田二十畝。惡田八十畝。多一千七百一十四錢七分錢之二。令之善田一十畝。惡田九十畝。不足五百七十一錢七分錢之三。

按善田二十畝。直錢六千。惡田八十畝。直錢五千七百一十四。七分錢之二。課於一萬。是多一千七百一十四錢七分錢之二。令之善田一十畝。直錢三千。惡田九十畝。直錢六千四百二十八。七分錢之四。課於一萬。是爲不足五百七十一錢七分錢之三。以盈不足術求之也。

今有黃金九枚。白銀十一枚。稱之。重適等。交易其一。金輕十三兩。問金銀一枚各重幾何。答曰。金重二斤三兩十八銖。銀重一

斤十三兩六銖

術曰假令黃金三斤白銀二斤一十一分斤之五不足四十九於右行令之黃金二斤白銀一斤一十一分斤之七多十五於左行以分母各乘其行內之數以盈不足維乘所出率并以爲實并盈不足爲法實如法得黃金重分母乘法以除得銀重約之得分也

按此術假令黃金九白銀一十一俱重二十七斤金九約之得三斤銀一十一約之得二斤一十一分斤之五各爲金銀一枚重數就金重二十七斤之中減一金之重以益銀銀重二十七斤之中減一銀之重以益金則金重二十六斤一十一分斤之五銀重二十七斤一十一分斤之六以少減多則金輕一十七兩一十一分兩之五課於一十三兩多四兩一

十一分兩之五通分內子言之是爲不足四十九又令之黃金九一枚重二斤九枚重一十八斤白銀一十一亦重一十八斤也乃以一十一除之得一枚一斤一十一分斤之七爲銀一枚之重數今就金重一十八斤之中減一枚金以益銀復減一枚銀以益金則金重一十七斤一十一分斤之七銀重一十八斤一十一分斤之四以少減多卽金輕一十一分斤之八課於一十三兩少一兩一十一分兩之四通分內子言之是爲多一十五以盈不足術求之實如法得金重分母乘法以除者謂銀兩分母同須通法而後乃除得銀重餘皆約之者術省故也

今有良馬與駑馬發長安至齊齊去長安三千里良馬初日行一百九十三里日增十三里駑馬初日行九十七里日減半里

良馬先至齊復還迎駑馬問幾何日相逢及各行幾何答曰一十五日一百九十一分日之一百三十五而相逢良馬行四千五百三十四里一百九十一分里之四十六駑馬行一千四百六十五里一百九十一分里之一百四十五

術曰假令一十五日不足三百三十七里半令之一十六日多一百四十里以盈不足維乘假令之數并而為實并盈不足為法實如法而一得日數不盡者以等數除之而命分

此下有脫文當云求二馬各行里數以一十五日初末之行并而半之一十五乘之又以後一日之定行乘日分子日分母為法而一各加於前破半里為半法以入殘分

求良馬行者一十四乘益疾里數而半之加良馬初日之行里數

此下有脫文當云以乘一十五日得一十五日之行凡以行又以一十五日乘益疾里數加良馬初日之行

乘日分子如日分母而一所得及其不盡而命分加於前良

馬凡行里數即得求駑馬行者以一十四乘半里以減駑馬初日之行里數餘以并初日之行又半之乘一十五日得駑一馬一十五日之凡行又以一十五日乘半里以減駑馬初日之行餘以乘日分子如日分母而一所得加前里即駑馬定行里數其奇半里者為半法以半法增殘分即得其不盡者而命分按令一十五日不足三百三十七里半者據良馬一十五日凡行四千二百六十里除先去齊三千里定還迎駑馬一千二百六十里駑馬一十五日凡行一千四百二里半并良駑二馬所行得二千六百六十二里半課於三千里少三百三十七里半故曰不足令之一十六日多一百四十里者據良馬十六日凡行四千六百四十八里先除去齊三千里定還迎駑馬一千六百四十八里駑馬一十六日凡行一

千四百九十二里并良駑二馬所行得三千一百四十里課於三千里餘有一百四十里故謂之多也以盈不足維乘假令之數并而爲實并盈不足爲法實如法而一得日數者卽設差不盈不朒之正數以二馬初日所行里乘一十五日爲一十五日平行數求初末益疾減遲之數者并一與一十四以一十四乘而半之爲中平之積又令益疾減遲里數乘之各爲減益之中平里故各減益平行數得一十五日定行里若求後一日以一十六日之定行里數乘日分子如日分母而一各得日分子之定行里數故各并一十五日定行里卽得其駑馬奇半里者法爲全里之分故破半里爲半法以增殘分卽合所問也

今有人持錢之蜀賈利一十三初返歸一萬四千次返歸一萬三千次返歸一萬二千次返歸一萬一千後返歸一萬凡五返歸錢本利俱盡問本持錢及利各幾何答曰本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六利二萬九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七

術曰假令本錢三萬不足一千七百三十八錢半令之四萬多三萬五千三百九十錢八分

按假令本錢三萬并利爲三萬九千除初返歸留餘加利爲三萬二千五百除二返歸留餘又加利爲二萬五千三百五三除第三返歸留餘又加利爲一萬七千三百五十五除第四返歸留餘又加利爲八千二百六十一錢半除第五返歸留合一萬錢不足一千七百三十八錢半若使本錢四萬并

利為五萬二千。除初返歸，留餘加利為四萬九千四百。除第二返歸，留餘又加利為四萬七千三百二十。除第三返歸，留餘又加利為四萬五千三百九十錢八分。除第五返歸，留合一萬餘三萬五千三百九十錢八分。故曰多。

又術置後返歸一萬，以一十乘之一十三而一，即後所持之本。加一萬一千，又一以十乘之一十三而一，即第四返之本。加一萬二千，又一以十乘之一十三而一，即第三返之本。加一萬三千，又一以十乘之一十三而一，即第二返之本。加一萬四千，又一以十乘之一十三而一，即初持之本。并五返之錢以減之，即利也。

今有垣厚五尺，兩鼠對穿。大鼠日一尺，小鼠亦日一尺。大鼠日自倍，小鼠日自半。問幾何日相逢，各穿幾何。答曰：二日一十七分之二。大鼠穿三尺四寸一十七分寸之十二，小鼠穿一尺五寸一十七分寸之五。

術曰：假令二日不足五寸，令之三日有餘三尺七寸半。

大鼠日倍，二日合穿三尺。小鼠日自半，合穿一尺五寸。并大鼠所穿，合四尺五寸。課於垣厚五尺，是為不足五寸。令之三日，大鼠穿得七尺，小鼠穿得一尺七寸半。并之，以減垣厚五尺，有餘三尺七寸半。以盈不足術求之，即得。以後一日所穿，乘日分子，如日分母而一，即各得日分子之中所穿。故各增二日定穿，即合所問也。

利為五萬二千。除初返歸，留餘加利為四萬九千四百。除第二返歸，留餘又加利為四萬七千三百二十。除第三返歸，留餘又加利為四萬五千九百一十六。除第四返歸，留餘又加利為四萬五千三百九十錢八分。故曰多。

又術置後返歸一萬，以一十乘之一十三而一，即後所持之本。加一萬一千，又以一十乘之一十三而一，即第四返之本。加一萬二千，又以一十乘之一十三而一，即第三返之本。加一萬三千，又以一十乘之一十三而一，即第二返之本。加一萬四千，又以一十乘之一十三而一，即初持之本。并五返之錢以減之，即利也。

今有垣厚五尺，兩鼠對穿。大鼠日一尺，小鼠亦日一尺。大鼠日自倍，小鼠日自半。問幾何日相逢，各穿幾何。答曰：二日一十七分之二。大鼠穿三尺四寸一十七分寸之十二，小鼠穿一尺五寸一十七分寸之五。

術曰：假令二日不足五寸，令之三日有餘三尺七寸半。

大鼠日倍，二日合穿三尺。小鼠日自半，合穿一尺五寸。并大鼠所穿，合四尺五寸。課於垣厚五尺，是為不足五寸。令之三日，大鼠穿得七尺，小鼠穿得一尺七寸半。并之，以減垣厚五尺，有餘三尺七寸半。以盈不足術求之，即得。以後一日所穿

九章算術

附音義

子如日分母而一，即各得日分子之中所穿。故各增一穿，即合所問也。

九章算術卷第八

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

魏 劉 徽 注

方程以御錯糶正負

今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉九斗四分斗之一中禾一秉四斗四分斗之一下禾一秉二斗四分斗之三

方程

程課程也羣物總雜各列有數總言其實令每行為率二物者再程三物者三程皆如物數程之並列為行故謂之方程

行之左右無所同存且為有所據而言耳此都術也以空言難曉故特繫之禾以決之又列中行如右行也

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗於右方中

左禾列如右方以右行上禾徧乘中行而以直除古字直值通用直除猶言

對減也以右行上禾徧乘中行復以中行上禾徧乘右行然後可相對減古人文省故但舉一以該之

為術之意令少行減多行反覆相減則頭位必先盡上無一

位則此行亦缺一物矣然而舉率以相減不害餘數之課也

若消去頭位則下去一物之實如是疊令左右行相減審其

正負則可得而知先令右行上禾乘中行為齊同之意為齊

同者謂中行上禾亦乘右行也從簡易雖不言齊同以齊同

之意觀之其義然矣

又乘其次亦以直除此謂右行上禾徧乘左行復以左行上禾徧乘右行亦相對減古人文多省畧

復去左行首

然以中行中禾不盡者古人單用然字不曰徧乘左行此以中

所減之餘如前而以直除然後者然猶乃也

亦令兩行相乘去行之中禾也

左方下禾不盡者上為法下為實實即下禾之實

上中禾皆去故餘數是下禾實非但一秉欲約眾秉之實當

以禾秉數為法列此下禾之秉實乘兩行以直除則下禾之

位自決矣各以其餘一位之秉除其下實即斗數矣用算繁

而不省所以別為法約也然猶不如自用其舊廣異法也用

繁而不省以下訛舛衍文

求中禾以法乘中行下實而除下禾之實

此謂中下兩禾實下禾一秉實數先見將中秉求中禾其列

實以減下實而左方下禾不惟一秉下禾實既以法為母則
 中行下實不以法為母於率不通故先以法乘其實而同之
 俱令法為母而除下禾實以下禾先見之實令乘下禾秉數
 即得下禾一位之列實減於下實則其數是中禾之實也
 餘如中禾秉數而一即中禾之實

餘中禾一位之實也故以一位秉數約之乃得一秉之實也
 求上禾亦以法乘右行下實而除下禾中禾之實

此右行三禾共實合三位之實故以二位秉數約之乃得上
 禾一秉之實此右行三禾共實合中下禾之實其數並見以
 中下禾先見之實令乘右行中下禾秉數以減之故亦如前
 各求列實以減下實也

餘如上禾秉數而一即上禾之實實皆如法各得一斗

三實同用不滿法者以法命之

今有上禾七秉損實一斗益之下禾二秉而實一十斗下禾八
 秉益實一斗與上禾二秉而實一十斗問上下禾實一秉各幾
 何答曰上禾一秉實一斗五十二分斗之一十八下禾一秉實
 五十二分斗之四十一

術曰如方程損之曰益益之曰損

問者之辭雖以損益為說今按實云上禾七秉下禾二秉實
 一十一斗上禾二秉下禾八秉實九斗也損之曰益言損一
 斗餘當一十斗今欲全其實當加所損也益之曰損言益實
 一斗乃滿一十斗今欲加本實當減所加即得也

損實一斗者其實過一十斗也益實一斗者其實不滿一十斗
 也

重論損益數者各以損益之數損益之也。

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實二十五分斗之九中禾一秉實二十五分斗之七下禾一秉實二十五分斗之四。

術曰如方程各置所取。

置上禾二秉為右行之上中禾三秉為中行之中下禾四秉為左行之下所取一秉及實一斗各從其位諸行相借取之物皆依此例。

以正負術入之正負術曰。

今兩算得失相反要令正負以名之正算赤負算黑否則以邪正為異方程自有赤黑相取左右數相推求之術而其并

減之勢不得交通故使赤黑相消奪之於算或減或益同行異位殊為二品各有并減之差見於下焉著此二條特繫之禾以成此二條之意故赤黑相雜足以定上下之程減益雖殊足以通左右之數差實雖分足以應同異之率然則其正無入負之負無入正之其率不妄也。

同名相除。

此為以赤除赤以黑除黑行求相減者為法頭位也然則頭位同名者當用此條頭位異名者當用下條。

異名相益。

益行減行當各以其類矣其異名者非其類也非其類者猶無對也非所得減也故赤用黑對則除黑無對則除赤赤黑并於本此此為相益之皆所以為消奪消奪之與減益成一

也。此注皆不分曉當由傳寫失真後人又妄加改竄遂不可通

今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉五升下禾一秉二升

術曰如方程置上禾五秉正下禾七秉負損實一斗一升正言上禾五秉之實多減其一斗一升餘是與下禾七秉相當數也故互其算令相折除以一斗一升為差為差者上禾之餘實也

次置上禾七秉正下禾五秉負損實二斗五升正以正負術入之

按正負之術本設列行物程之數不限多少必令與實上下相次而以每行各自為率然而或減或益同行異位殊為二

品并減之差見於下也

今有上禾六秉損實一斗八升當下禾一十秉下禾一十五秉損實五升當上禾五秉問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實八升下禾一秉實三升

術曰如方程置上禾六秉正下禾十秉負損實一斗八升正次置上禾五秉負下禾一十五秉正損實五升正以正負術入之言上禾六秉之實多減損其一斗八升餘是與下禾十秉相當之數故亦互其算而以一斗八升為差實差實者下禾之餘實

今有上禾三秉益實六斗當下禾一十秉下禾五秉益實一斗當上禾二秉問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實八斗下禾一秉實三斗

術曰如方程置上禾三秉正下禾一十秉負益實六斗正次置

上禾二秉負下禾五秉正益實一斗正以正負術入之

故亦互其算而以六斗為差實差實者下禾之餘實

今有牛五羊二直金十兩牛二羊五直金八兩問牛羊各直金

幾何答曰牛一直金一兩二十一分兩之一十三羊六直金二

十一分兩之二十

術曰如方程

假令為同齊頭位為牛左右行相乘定更置牛十羊四直金

二十兩左行牛十羊二十五直金四十兩牛數等同金多二

今十兩者羊差二十一使之然也以少行減多行則牛數盡惟

羊與直金之數見可得而知也以小推大雖四五行不異也

今有賣牛二羊五以買一十三豕有餘錢一千賣牛三豕三以

買九羊錢適足賣羊六豕八以買五牛錢不足六百問牛羊豕

價各幾何答曰牛價一千二百羊價五百豕價三百

術曰如方程置牛二羊五正豕一十三負餘錢數正次置牛三

正羊九負豕三正次置牛五負羊六正豕八正不足錢負以正

負術入之

此中行買賣相折錢適足但互買賣算而已故下無錢直也

設欲以此行如方程法先令牛二徧乘左行而以右行直除

之是終於下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方為類

也方將以別實加不足之數與實物作實此注訛脫不分曉

先令右行牛二徧乘中行復令中行牛三徧乘右行而以直除得羊三十三正豕四十五負餘錢三千正此同名相除異名相益正無入負之負無入正之也次令右行牛二徧乘左行復令左行牛五徧乘右行而以直除得羊三十七正豕四

十九負餘錢三千八百正此異名相除同名相益正無入正之負無入負之也重列為左右兩行先令右行羊三十三徧乘左行復令左行羊三十七徧乘右行而以直除得豕四十八正以為法錢一萬四千四百正為實實如法而一得豕價三百轉減而上得羊價五百牛價一千二百此亦同名相除異名相益正無入負之負無入正之也中行下實虛缺本無庸論蓋注文傳寫失真為盈不足章黃金全白銀與此相當假人又妄如文竄遂不可通

令黃金九白銀十一稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何與此同

今有五雀六燕集稱之衡雀俱重燕俱輕一雀一燕交而處衡適平并雀燕重一斤問雀燕一枚各重幾何答曰雀重一兩一十九分兩之一十三燕重一兩一十九分兩之五

術曰如方程交易質之各重八兩

此四雀一燕與一雀五燕衡適平并重一斤故各八兩列兩行程數左行頭位其數是一可省乘令右行徧乘左行而取其法實於左左行數多以右行取其數左頭位減盡中法下實即每枚當重宜可知也按此四雀一燕與一雀五燕其重等是三雀四燕重相當雀率重四燕率重三也諸再程之率皆可異術求之即其數也

此即末條所言新術以下實俱重八兩徧乘上雀燕以左雀八減右雀三十二餘二十四以右燕八減左燕四十餘三十二是為二物正負相借因而約之雀得三燕得四乃三雀當四燕也對易其數即雀率重四而燕率重三注於此突入異術幾不解其所謂

今有甲乙二人持錢不知其數甲得乙半而錢五十乙得甲太半而亦錢五十問甲乙持錢各幾何答曰甲持三十七錢半乙持二十五錢

術曰如方程損益之

此問者言一甲半乙而五十太半甲一乙亦五十也各以分母乘其全丙子行定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一

百五十於是乃如方程諸物有分者放此

今有二馬一半價過一萬如半馬之價一馬二牛價不滿一萬

如半牛之價問牛馬價各幾何答曰馬價五千四百五十四錢

一十一分錢之六牛價一千八百一十八錢一十一分錢之二

術曰如方程損益之

此一馬半與一牛價直一萬也二牛半與一馬亦直一萬也

一馬半與一牛通分內子右行為三馬二牛直錢二萬二牛

半一馬通分內子左行為二馬五牛直錢二萬也

今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至阪皆不能

上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆

上問武中下馬一匹各力引幾何答曰武馬一匹力引二十二

石七分石之六中馬一匹力引十七石七分石之一下馬一匹

力引五石七分石之五

術曰如方程各置所借以正負術入之

今有五家共井甲二縷不足如乙一縷乙三縷不足如丙一縷

丙四縷不足如丁一縷丁五縷不足如戊一縷戊六縷不足如

甲一縷各得所不足一縷皆逮問井深縷長各幾何答曰井深

七丈二尺一寸甲縷長二丈六尺五寸乙縷長一丈九尺一寸

丙縷長一丈四尺八寸丁縷長一丈二尺九寸戊縷長七尺六

寸此問不言丈尺無由知井深縷長於丈尺幾何使井深半之

寸為三丈六尺有半寸則甲縷一丈三尺二寸半乙縷九尺五

寸半丙縷七尺四寸丁縷六尺四寸半戊縷三尺八寸使井深

倍之為十四丈四尺二寸則甲縷五丈三尺九寸乙縷三丈八

寸丙縷二丈九尺四寸丁縷二丈五尺八寸戊縷一丈五尺二

術曰如方程以正負術入之

此率初如方程為之名各一逮井其後法得七百二十一實

七十六此上說并不可通據術先得七百二十一為所列五行之通率即井深率也以此率列各行下為各行之

下實重求之法得七百二十一實得五萬四千是為七百二

十一綆而七十六逮井而戊一綆逮之數定逮七百二十一

分之七十六是故七百二十一為井深七十六為戊綆之長

舉率以言之

今有白禾二步青禾三步黃禾四步黑禾五步實各不滿斗白

取青黃青取黃黑黃取黑白黑取白青各一步而實滿斗問白

青黃黑禾實一步各幾何答曰白禾一步實一百一十分斗

之三十三青禾一步實一百一十分斗之二十八黃禾一步

實一百一十分斗之十七黑禾一步實一百一十分斗之

十

術曰如方程各置所取以正負術入之

今有甲禾二秉乙禾三秉丙禾四秉重皆過於石甲二重如乙

一乙三重如丙一丙四重如甲一問甲乙丙禾一秉各重幾何

答曰甲禾一秉重二十三石之一十七乙禾一秉重二十三

分石之一十一丙禾一秉重二十三石之一十

術曰如方程置重過於石之物為負

此問者言甲禾二秉之重過於一石也其過者幾何如乙一

秉重矣互其算令相折除以石為之差實差實者如甲禾餘

實故置算相與同也

以正負術入之

此入頭位異名相除者正無入正之負無入負之也

今有令一人吏五人從者一十人食雞一十令一十人吏一人從者五人食雞八令五人吏一十人從者一人食雞六問令吏從者食雞各幾何答曰令一人食一百二十二分雞之四十五吏一人食一百二十二分雞之四十一從者一人食一百二十二分雞之九十七

術曰如方程以正負術入之

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十六四羊六雞三兔直錢一千一百七十五三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八二羊三犬五雞一兔直錢八百六十一問羊犬雞兔價各幾何答曰羊價一百七十七犬價一百二十一雞價二十三兔價二十九

術曰如方程以正負術入之

今有麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直錢一百四十麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍三斗直錢一百二十八麻三斗麥五斗菽七斗荅六斗黍四斗直錢一百一十六麻二斗麥五斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二麻一斗麥三斗菽二斗荅八斗黍五斗直錢九十五問一斗直幾何答曰麻一斗七錢麥一斗四錢菽一斗三錢荅一斗五錢黍一斗六錢

術曰如方程以正負術入之

此麻麥與均輸少廣之章重衰積分皆爲大事其拙於精理徒按本術者或用算而布氈方好煩而喜誤曾不知其非反欲以多爲貴故其算也莫不闡於設通而專於一端至於此類苟務其成然或失之不可謂要約更有異術者庖丁解牛游刃理閒故能歷久其刃如新夫數猶刃也易簡用之則動

中庖丁之理故能和神愛刃速而寡尤凡九章為大事按法皆不盡一百算也雖布算不多然足以算多世人多以方程為難或盡布算之象在綴正負而已未暇以論其設動無方斯膠柱調瑟之類聊復恢演為作新術著之於此將亦啟導疑意網羅道精豈傳之空言記其施用之例著策之數每舉一隅焉

以上字句多誤又皆屬虛辭非有實義可考無從訂正姑仍之

方程新術曰以正負術入之令左右相減先去下實又轉去物位求其一行二物正負相借者易其相當之率又令二物與他行互相去取轉其二物相借之數即皆相當之率也各據二物相當之率對易其數即各當之率也更置減行及其下實各以其物本率今有之求其所同并以為法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘以為法以下實為實實如法即合所問也一物各以本率今有之即皆合所問也率不通者齊之

其一術曰置羣物通率為列衰更置減行羣物之數各以其率乘之并以為法其當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘為法以減行下實乘列衰各自為實實如法而一即得以舊術為之凡應置五行今欲要約先置第三行以減第四行及減第三行次置第二行以第二行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次以第四行減左行頭位次以左行去第四行及第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可半次以第二行去第四行頭位餘約之為法實如法而一得空即有黍價以法減第二行得荅價左行得麥價第三行麻價右行得菽價如此凡用七十七算

以上所言舊術訛舛不可通據方程術凡

五物及總價求其各物之價者應列五行行五位及價直以
 上一位互乘因徧乘次位以下及價直兩兩相對減去其頭
 位所減之餘重列之減至一物一價乃止各物為法價為實
 如法而得一得化三物之價轉減而上以知各價先化五為四
 化四為三得化五算凡上二位互乘其數必同可省乘若遇
 上則一位數同則省徧乘或上一位遇一則省其與對行徧乘
 考問一位數同則省徧乘或上一位遇一則省其與對行徧乘
 減第三行次減第四行所減之餘重列為四行次減第三行所
 位又是三行次減第四行所減之餘重列為四行次減第三行所
 餘重列為三行次減第四行所減之餘重列為四行次減第三行
 行依術得荅價轉而上求得菽價及麥價麻價凡用九十九
 算以新術為此先以第四行減第三行次以第三行去右行
 及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以
 左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三
 行次以第四行去左行下位右行當左行下位次以右行去
 第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位
 次以第四行減右行菽位不足減乃止次以左行減第二行
 頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第
 二行去右行頭位餘約之上得五下得三三菽五當荅三次
 以左行去第三行菽位又以減第四行及右行菽位不足減
 乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去
 左行頭位次以左行去右行頭位餘上得六下得五是為荅
 六當黍五次以右行去左行荅位餘約之上為二下為三次
 以左行去第二行下位以第二行去第四行下位又以減左
 行下位次右行去第二行下位餘上得三下得四四是為麥三
 當菽四次以第二行減第四行下位次以第四行去第二行
 下位餘上得四下得七是為麻四當麥七是為相當之率舉
 矣以上所言新術亦訛舛不可通據其術求之先以左行減
 減之去其次位次倍左行以第二行減之去其次位所減之
 餘重列之為三行次以第四行減第二行去次位及下位次

以重列之中行減右行去其下位次以重列之左行減右行去其下位所減之餘又重列之為三行次以此右行減中行去其頭位次以此右行減左行去其頭位所減之餘兩行兩物減去下實餘約之上下得五下得三其是菽五當荅三前云令左右相減先去下實謂菽五當荅三即菽價率三荅價率五也者易其相當之率謂菽或先減荅三即菽價率三荅價率五也或先減下實乃減物位或先減荅三即菽價率三荅價率五也無一定之先後麥與菽相當之率次求麻與麥相當之率亦無一定之先後推然非遇正負相借者則二物相當之率不可得往窮而復推轉滋繁遠據麻四當麥七即為麻價率七而不若舊術之究歸易簡也

麥價率四又麥三當菽四即為麥價率四而菽價率三又荅六當黍五即為荅價率五而黍價率六而率通矣更置第三行以第四行減之餘有麻一斗菽四斗荅三斗負下實四正求其同為麻之數以菽率三荅率五各乘菽荅斗數如麻率七而一菽得一斗七分斗之五正荅得二斗七分斗之一負則菽荅化為麻以并之令同名相從異名相消餘得定麻七分斗之四以為法置下實四為實以分母乘之實得二十八而分子化為法矣以法除得七即麻一斗之價置麥率四菽率三荅率五黍率六皆以其斗數乘之各自為實以麻率七為法所得即同為麻之數亦可使置本行實與物同通之各以本率今有之求其本率所得并以為法如此則無正負之異矣擇異同而已又可以一術為之置五行通率為麻七麥四菽三荅五黍六以為列衰減行麻一斗菽四斗正荅三斗負各以其率乘之訖令同名相從異名相消餘為法又置下實乘列衰所得各為實此可以實約法則不復乘列衰各以列衰如所約知其價如此則凡用一百二十四算也

九章算術卷第九

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

魏 劉 徽 注

句股以御高深廣遠

今有句三尺股四尺問為弦幾何答曰五尺

今有弦五尺句三尺問為股幾何答曰四尺

今有股四尺弦五尺問為句幾何答曰三尺

句股

短面曰句長面曰股相與結角曰弦句短其股股短其弦將以施於諸率故先具此術以見其源也

術曰句股各自乘并而開方除之即弦

句自乘為朱方股自乘為青方令出入相補各從其類因就

其餘不移動也。合成弦方之冪，開方除之，即弦也。

又股自乘，以減弦自乘，其餘開方除之，即句。

臣淳風等謹按：此術以句股冪合成弦冪，句方於內，則句短於股，令股自乘，以減弦自乘，餘者即句冪也。故開方除之，即句也。

句也。

又句自乘，以減弦自乘，其餘開方除之，即股。

句股冪合以成弦冪，令去其一，則餘在者皆可得而知之。

句股弦互求圖



注云：句自乘為朱方，股自乘為青方，令出入相補，合成弦方之冪。又李淳風等釋云：句方於內，則句短於股，據此，則劉徽注此章舊有圖而缺，今並按注補圖。

今有圓材徑二尺五寸欲為方版令厚七寸問廣幾何答曰二尺四寸

術曰令徑二尺五寸自乘以七寸自乘減之其餘開方除之即廣

此以圓徑二尺五寸為弦版厚七寸為句所求廣為股也

今有木長二丈圍之三尺葛生其下纏木七周上與木齊問葛長幾何答曰二丈九尺

術曰以七周乘三圍為股本長為句為之求弦弦者葛之長

據圍廣木長求葛之長其形葛卷裏裏以筆管青線宛轉有似葛之纏木解而觀之則每周之間自有相闕成句股弦則

其間木長為股圍之為句葛長為弦弦七周乘三圍是并合

眾句以為一句則句長而股短故術以木長謂之句圍之謂

之股言之倒互句與股求弦亦如前圖句三自乘為朱冪股

四自乘為青冪合朱青二十五為弦五自乘冪出上第一圖

句股冪合為弦冪明矣然二冪之數謂倒在於弦冪之中而

已可更相裏者則成方冪其居表者則成矩冪二表裏形訛

而數均又按此圖句冪之矩青卷白表是其冪以句股弦差

為廣股弦并為裏而股冪方其裏股冪之矩青卷白表是其

冪以句弦差為廣句弦并為裏而句冪方其裏是故差之與

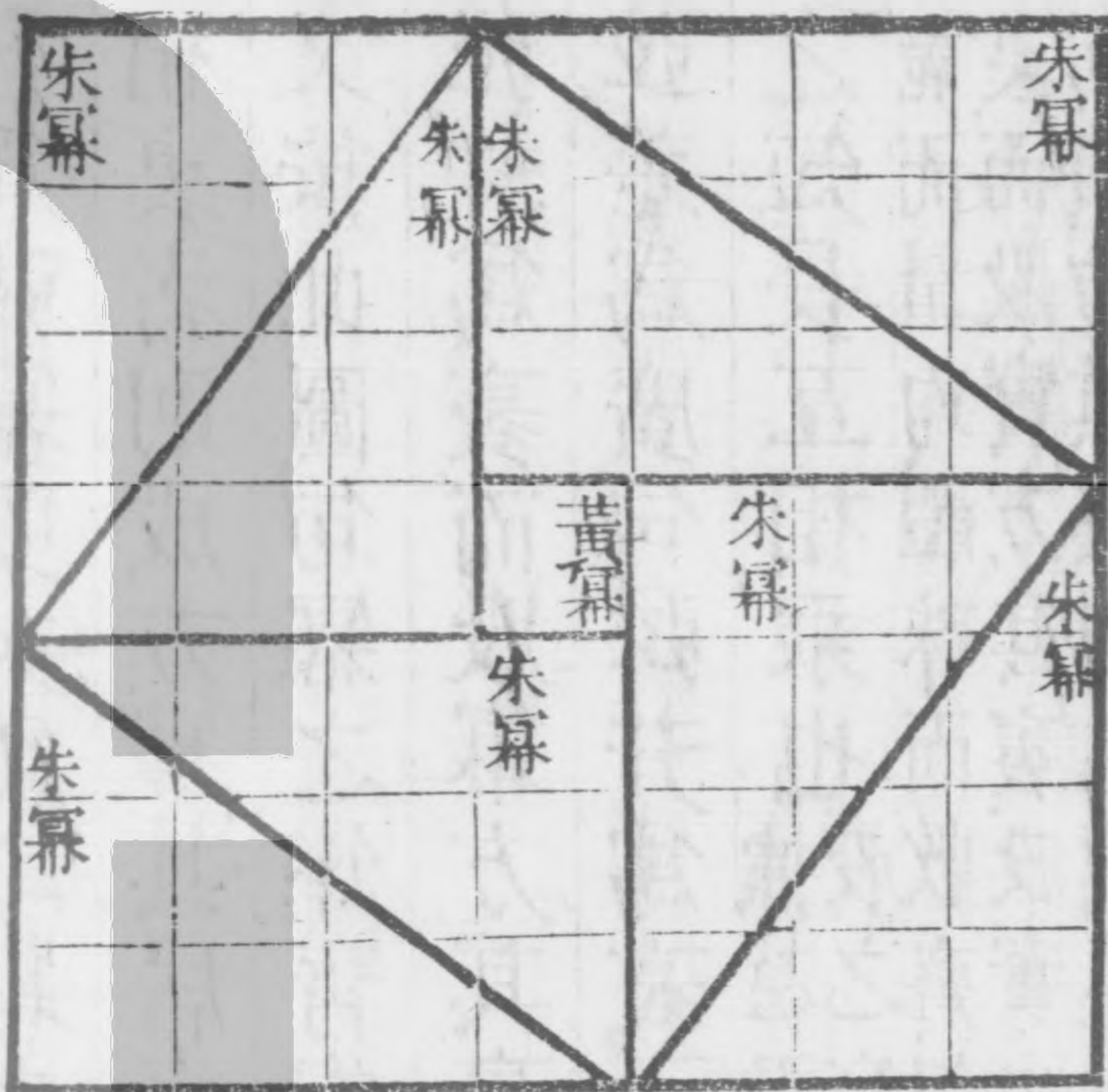
并用除之短長互相乘也據趙君卿注周髀算經云凡并句

於內形詭而量均體殊而數齊句實之矩以股弦差為廣股

弦并為裏而股實方其裏股實之矩以句弦差為廣句弦并

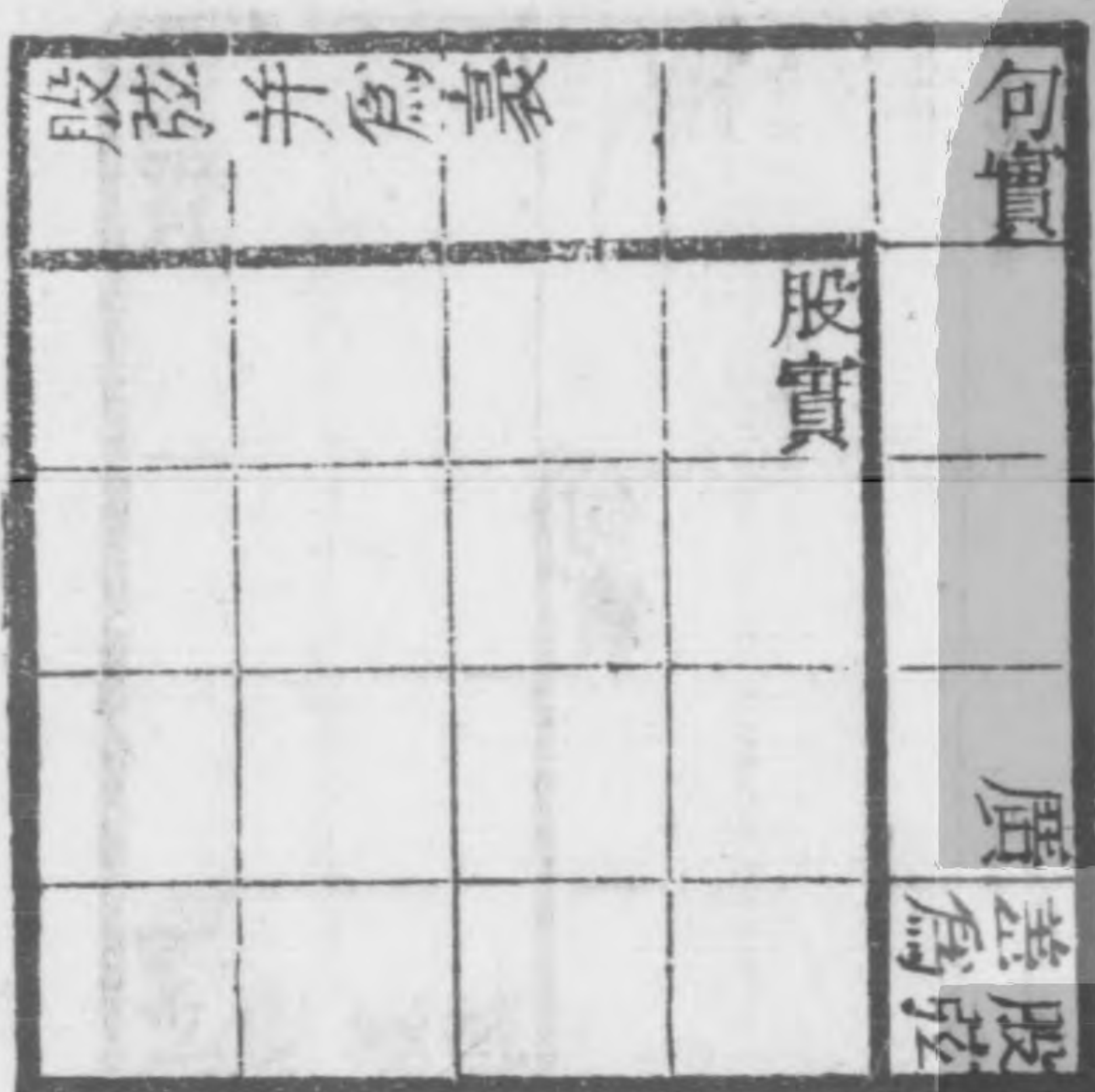
為裏而句實方其裏君卿漢人此注蓋用其說而傳寫失真加以後人竄改遂不可通

句股差句股并與弦互求之圖



據注意滿大方即句股并
 自乘之冪有朱冪八黃冪
 一內小方即弦實有朱冪
 四黃冪一倍弦實滿外大
 方而多一黃冪於弦實內
 減黃冪四分之一半其餘
 適得外大方四分之一朱
 冪者句股積也黃冪之面
 即句股差

句實之矩圖



趙君卿云句實之矩以
 股弦差為廣股弦并為
 袤而股實方其裏劉注
 用股弦差股弦并與句
 股弦互求本此

股實之矩圖



趙君卿云股實之矩以句弦差為廣句弦并為袤而句實方其裏劉注用句弦差句弦并與句股弦互求本此

今有池方一丈葭生其中央出水一尺引葭赴岸適與岸齊問

水深葭長各幾何答曰水深一丈二尺葭長一丈三尺

術曰半池方自乘

此以池方半之得五尺為句水深為股葭長為弦以句及股弦差求股弦故令句自乘先見矩冪也

以出水一尺自乘減之

出水者股弦差減此差冪於矩冪餘為倍股弦差乘股長之

矩冪

餘倍出水除之即得水深

倍差為矩冪之廣水深是股欲先見葭長者出水一尺自乘以加於半池方自乘倍出水除之即得令此冪得出水一尺為袤故為矩而得葭長也

加出水數得葭長

臣淳風等謹按此葭本出水一尺既見水深故加出水尺數而得葭長也

今有立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺而索盡問索長幾何答曰一丈二尺六分尺之一

術曰以去本自乘

此以去本八尺為句所求索者弦也引而索盡與開門去闔者句及股弦差求股弦同一術去本自乘者先張矩冪

令如委數而一

委地者股弦差也以除矩冪即是股弦并也

所得加委地數而半之即索長

子不可半者倍其母加差於并則成兩索長故又半之其減

差於并而半之得木長也

今有垣高一丈倚木於垣上與垣齊引木卻行一尺其木至地

問木幾何答曰五丈五寸

術曰以垣高一十尺自乘如卻行尺數而一所得以加卻行尺

數而半之即木長數

此以垣高一丈為句所求倚木者為弦引卻行一尺為股弦

差為術之意與繫索問同也

今有圓材埋在壁中不知大小以鑿鑿之深一寸鑿道長一尺

問徑幾何答曰材徑二尺六寸

術曰半鑿道自乘

此術以鑿道一尺為句材徑為弦鑿深一寸為股弦差之一半故鑿長亦半之也

臣淳風等謹按下錄深得一寸為半股弦差注云為股弦差者錄道也案此言下錄深得一寸為半股弦差即注所謂錄深一寸為股弦差之一半也更綴注云為股弦差者錄道也十字舛誤不可通據割圓術錄深一寸即可為股弦差半錄道五寸為句材半徑為弦若以此言之尤合術意如深寸而一以深寸增之即材徑

亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也今有開門去闌一尺不合二寸問門廣幾何答曰一丈一寸

術曰以去闌一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣

此去闌一尺為句門廣為股不合二寸以半之得一寸為股弦差求弦故當半之今即以兩弦為廣數故不復半之也

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何答曰廣二尺八寸高九尺六寸

術曰令一丈自乘為實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶廣加相多之半即戶高

令戶廣為句高為股兩隅相去一丈為弦高多於廣六尺八寸為句股差按圖為位弦冪適滿萬寸倍之減句股差冪開

方除之其所得即高廣并數以差減并而半之即戶廣加相多之數即戶高也今此術先求其半一丈自乘為朱冪四黃

冪一半差自乘又倍之為黃冪四分之二減實半其餘有朱冪二黃冪四分之二其於大方棄四分之三適得四分之一

故開方除之得高廣并數之半減差半得廣加得戶高又按此圖冪句股并自乘加差冪為兩弦冪半之開方得弦今倍

弦冪減差冪求句股并蓋先見其弦然後知其句與股也句股適等者并而自乘即為兩弦冪皆各為方先見其弦然後

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何答曰四尺二十分尺之一十一

術曰以去本自乘

此去本三尺為句折之餘高為股末折抵地為弦以句及股弦并求股故先令句自乘見矩冪

令如高而一

竹高一丈為股弦并以除此冪得差

所得以減竹高而半其餘即折者之高也

此術與繫索之類更相反覆也亦可如上術令高自乘為股弦并冪去本自乘為矩冪減之餘為實倍高為法則得折之高數也

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行甲南行一十步

而邪東北與乙會問甲乙行各幾何答曰乙東行一十步半甲

邪行一十四步半及之

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以為甲邪行率邪行率減

於七自乘餘為南行率以三乘七為乙東行率據問意甲行率

七也乙行率三者設股三也術令七自乘三亦自乘并而半之為甲邪行率者句弦并自乘加股自乘半之即弦乘句弦并所得數以為弦率邪行率減於七自乘餘為南行率者句弦并自乘減弦乘句弦并餘即句乘句弦并所得數以為句率弦率句弦皆通之以句弦并則股三亦以乘句弦并七自乘即句弦并之率三率皆句弦并通句股弦所得數然則七自乘即句弦并之為弦減弦於并為句其義一而已矣

此以南行為句東行為股邪行為弦句弦并七欲知弦者當

以股自乘為冪如并而一所得為句弦差加差於并而半之

為弦以弦減差餘為句如是或有分當通而約之乃定術以

句弦并為分母差為分子故令句弦并自乘為朱黃相連之

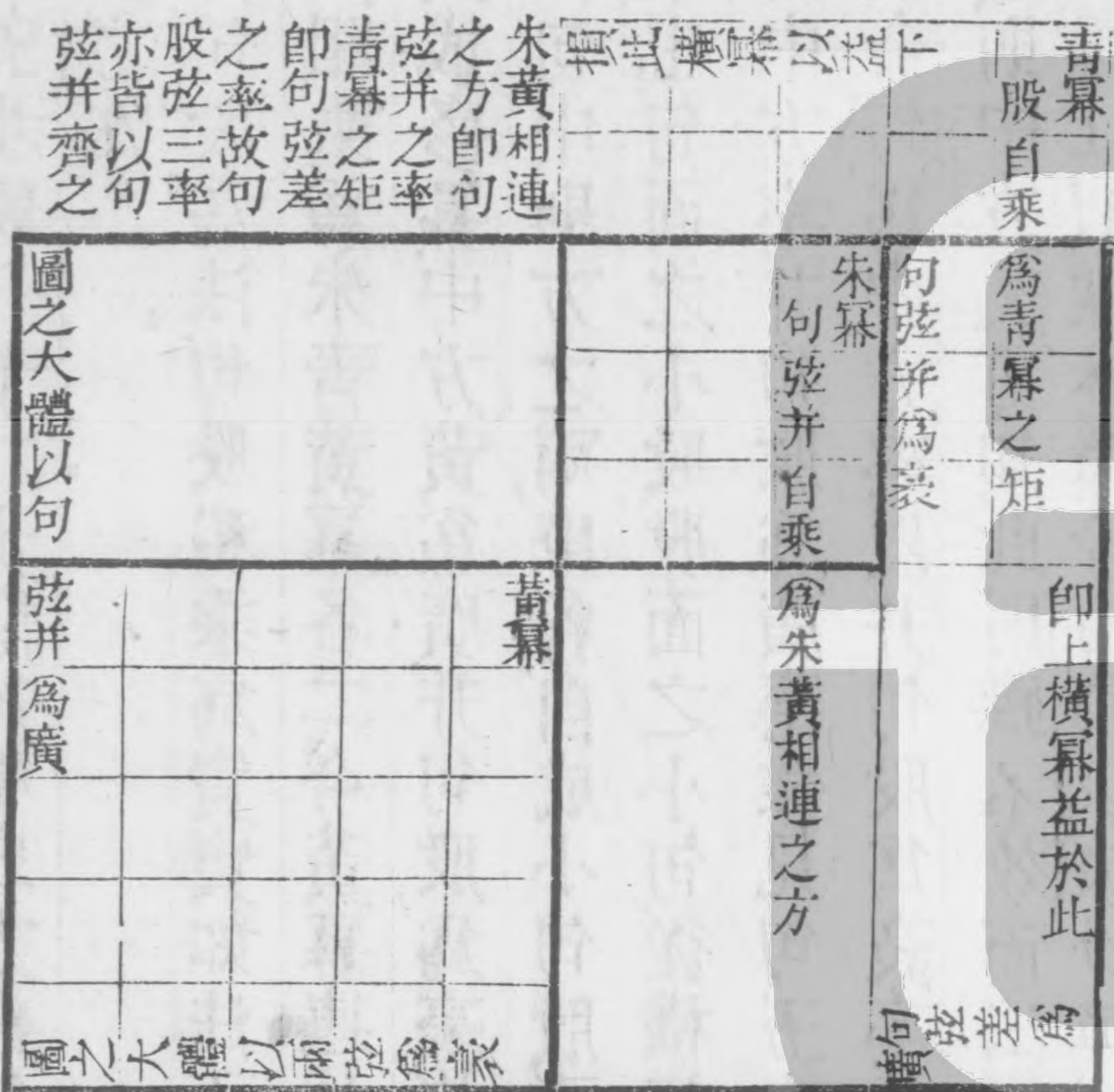
方股自乘為青冪之矩令其矩引之直加損同之以句弦并為衰差為廣其圖大體以兩弦為衰句弦并為廣引黃斷其半為弦率七自乘者句弦并之率故弦減之餘為句率同立處是中停也列用率皆句弦并為衰弦與句各為之廣故亦以股率同其衰也

置南行一十步以甲邪行率乘之副置一十步以乙東行率乘之各自為實實如南行率而一各得行數

南行一十步者所有見句求見弦股故以弦股率如句率而

一

股與句弦并求句弦之圖



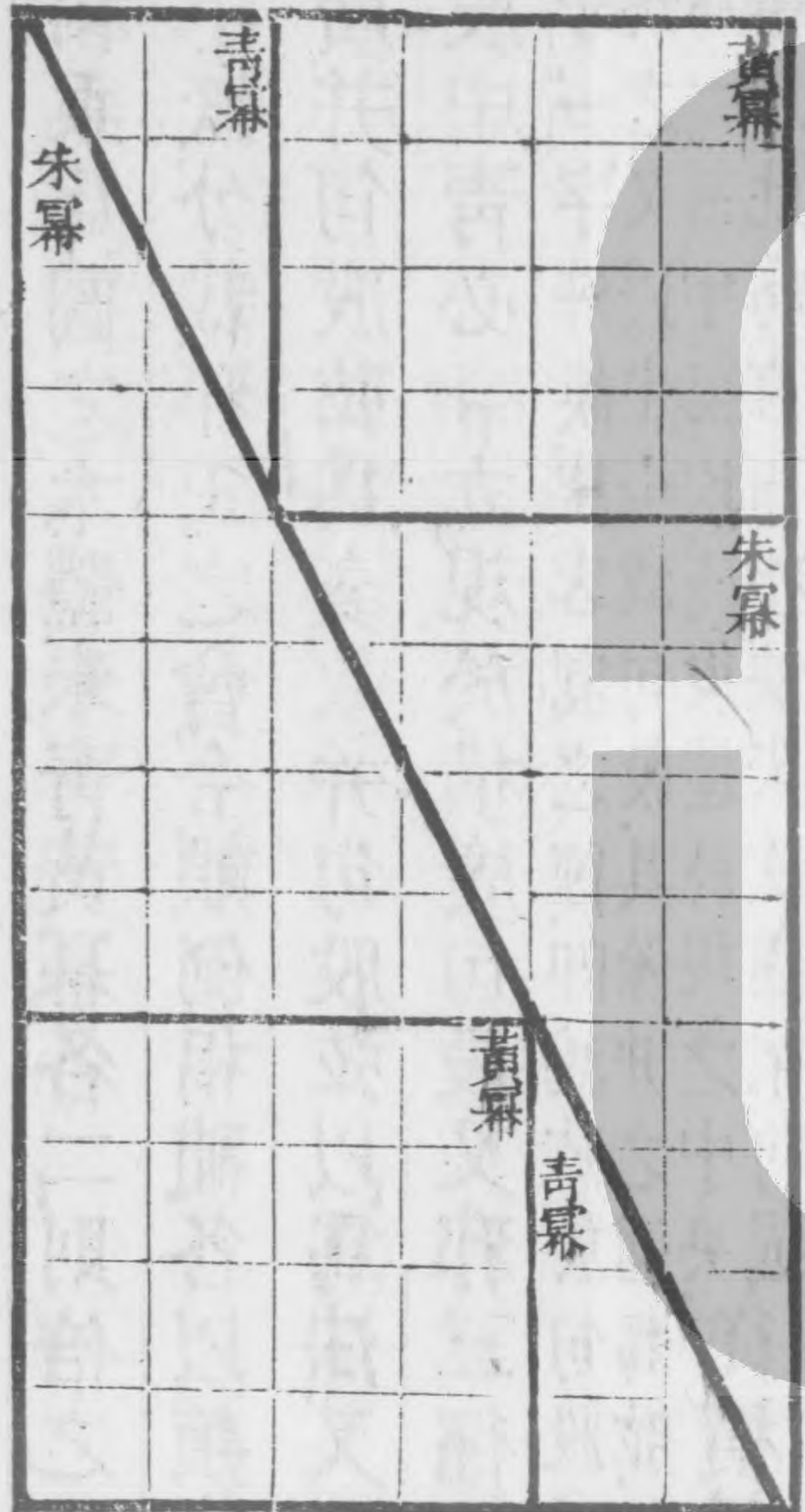
據注意句弦并自乘加股自乘成長方以兩弦為衰句弦并為廣故半之為弦率減股自乘於弦率餘為句率股自乘之矩損上橫冪益於下以句弦并為衰差為廣

今有句五步股一十二步問句中容方幾何答曰方三步一十七分步之九

術曰并句股為法句股相乘為實實如法而一得方一步句股相乘為朱青黃冪各二令黃冪連於下隅朱青各以類合共成修冪中方黃為廣并句股為衰故并句股為法冪圖方在句中則方之兩廉各自成小句股而其相與之勢不失本率也句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股為中方率并句股為廣率據見句五步而今有之得中方也復令句為中方率以并句股為衰率據股一十二步而今有之則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣此十字并誤據上以粟米章今有術及衰分章列衰之意解此術大小句股互求并句股即所有術中方率即所求率見句見股即所有數於事雖不同而意相做下容圓率以今有衰分言效實術所由生也注意當是如此

之可以見之也

句股容方圖



據注意見句股相乘得兩黃冪兩朱冪兩青冪令黃冪從黃冪朱冪從朱冪青冪從朱冪青冪各成小股皆如大句股本率互求

今有句八步股一十五步問句中容圓徑幾何答曰六步
術曰八步為句一十五步為股為之求弦三位并之為法以句
乘股倍之為實實如法得徑一步

句股相乘為圖之本體朱青黃冪各二則倍之為各四可用
畫於小紙分裁邪正之會令顛倒相補各以類合成修冪圓

徑為廣并句股弦為袤故并句股弦以為法又以圖之大體
言之股中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復連規

此二十一字舛誤據容圓之徑即減弦於句股并之餘也取
半徑規之又以半徑減句股其餘并之適為弦如是截句股
弦各為二三半徑均而復連於規之中央從橫量度句股必
注意蓋以此為言而殘缺失次遂不可通

合而成小方矣又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股
弦者四句面之小股股面之小句皆小方之面皆圓徑之半

其數故可衰以句股弦為列衰副并為法以小句乘未并者
各自為實實如法而一得句面之小股可知也以股乘列衰

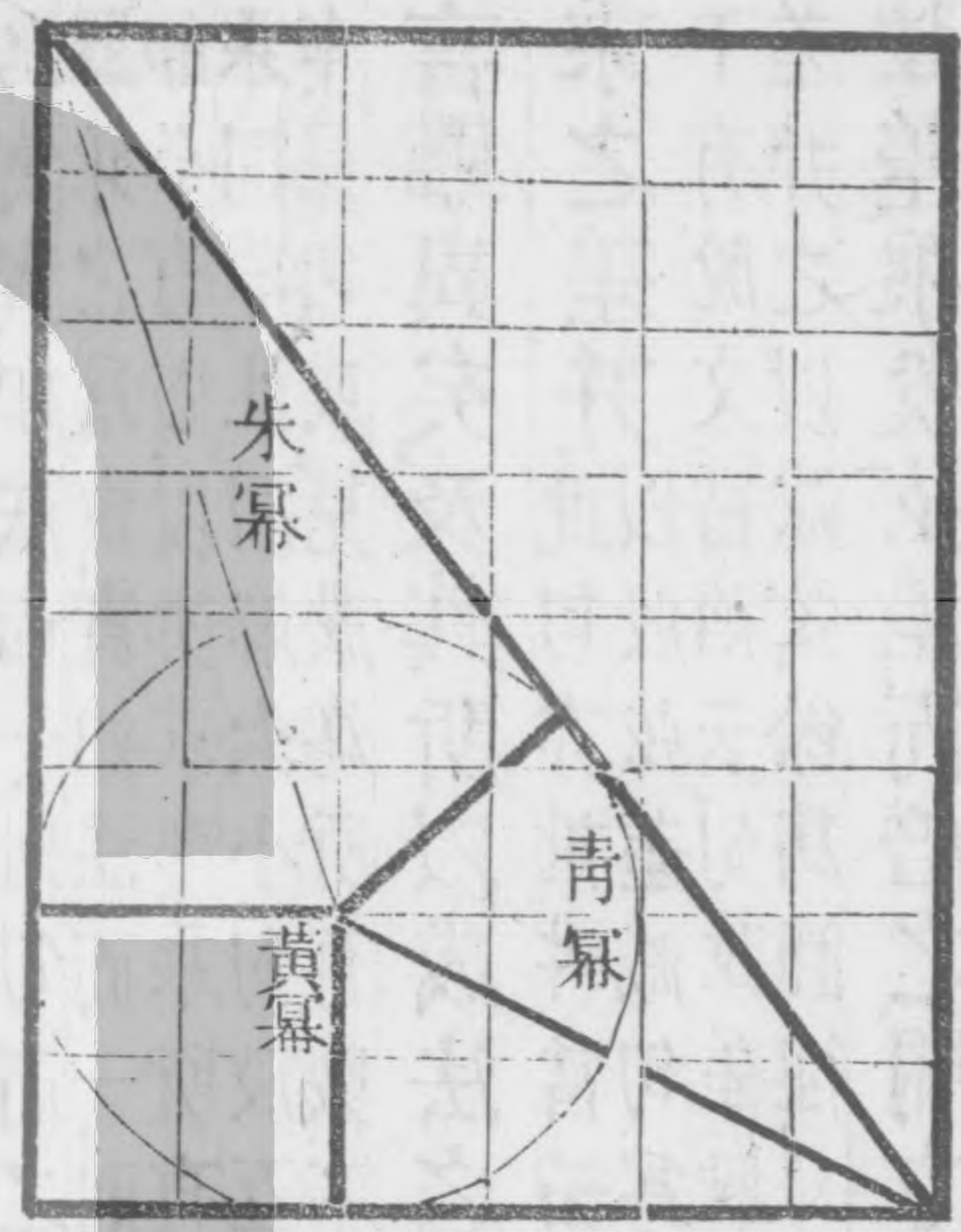
為實則得股面之小句可知以小句乘未并者至此訛舛不
可通或後人妄加改竄又援衰

分章之文入於此遂漫無辨別當是言令股為列衰以見句
乘之為實實如法而一則句面之小股可知也令句為列衰
以見股乘之為實實如法而一則股面之小句可知此在粟

米章即今有術以所求率乘所有數所有率除之古算家謂
之異乘同除注以解大小句股互求句率股率為所有率及
所求率見句或見股為所有數不可以見句乘句率見股乘
股率

也言雖異矣及其所以成法之實則同歸矣則圓徑又可
以句乘之差并此句亦訛舛當云則又可
以股弦差減句為圓徑句弦差減股為圓
徑此下有脫文當補云句弦差
減句為圓徑又弦減句股并餘為圓徑
以句弦差乘股弦差而倍之開方除之亦圓徑也

句股容圓圖



據術意句股相乘半之
 為句股積有朱青黃冪
 各一則倍之有朱青黃
 冪各四截朱青冪各成
 小句股者二令倒順相
 補各成小長方合四朱
 四青四黃而成大長方
 以容圓半徑為廣并句
 股弦為袤

今有邑方二百步各中開門出東門一十五步有木問出南門
 幾何步而見木答曰六百六十六步太半步
 術曰出東門步數為法

以句率為法也

半邑方自乘為實實如法得一步

此以出東門一十五步為句率東門南至隅一百步為股率
 南門東至隅一百步為見句步欲以見句求股以為出南門
 數正合半邑方自乘者股率當乘見句此二者數同也

今有邑東西七里南北九里各中開門出東門一十五里有木
 問出南門幾何步而見木答曰三百一十五步

術曰東門南至隅步數以乘南門東至隅步數為實以木去門
 步數為法實如法而一

此以東門南至隅四里半為句率。出東門一十五里為股率。南門東至隅三里半為見股。所問出南門即見股之句為術之意與上同也。

今有邑方不知大小。各中開門。出北門三十步有木。出西門七百五十步見木。問邑方幾何。答曰一里。

術曰。令兩出門步數相乘。因而四之為實。開方除之。即得邑方。按前術。半邑方自乘。出東門步數除之。即出南門步數。今兩出門相乘。為半方邑自乘。居一隅之積分。因而四之。即得四隅之積分。故為實。開方除之。即邑方也。

今有邑方不知大小。各中開門。出北門二十步有木。出南門二十四步。折而西行。一千七百七十五步見木。問邑方幾何。答曰二百五十步。

術曰。以出北門步數乘西行步數。倍之為實。

此以折而西行為股。自木至邑南一十四步為句。以出北門二十步為句率。北門至西隅為股率。即半廣數。故以出北門句率乘西行股。得半廣股率。乘句之冪。然此冪居半以西。故又倍之。合半以東也。

并出南門步數為從法。開方除之。即邑方。

此術之冪。東西廣如邑方。南北自木盡邑南一十四步為袤。合南北步數為廣。袤差。故連并兩步數為從法。以為隅外之

冪也。

今有邑方一十里。各中開門。甲乙俱從邑中央而出。乙東出。甲南出。出門不知步數。邪向東門磨邑。適與乙會。率甲行五。乙行三。問甲乙行各幾何。答曰。甲出南門八百步。邪東北行四千八

百八十七步半及乙乙東行四千三百一十二步半
術曰令五自乘三亦自乘并而半之為邪行率邪行率減於五
自乘者餘為南行率以三乘五為乙東行率
求三率之意與上甲乙同

置邑方半之以南行率乘之如東行率而一即得出南門步數
邑半方自南門至東隅五里以為小股求出南門步數為小
股之句以東行為股率南行為句率故置邑方半之以南行
句率乘之如股率而一

以增邑方半即南行
半邑者謂從邑心中停也
置南行步求弦者以邪行率乘之求東者以東行率乘之各自
為實實如南行率得一步

此術與上甲乙同
有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左兩表與所望參
相直從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何答曰三十
三丈三尺三寸少半寸

術曰令一丈自乘為實以三寸為法實如法而一
此以入前右表三寸為句率右兩表相去一丈為股率左右
兩表相去一丈為見句所問木去人者見句之股股率當乘
見句此三率俱一丈故曰自乘以三寸為法實如法得一寸

有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺人立
木東三里望木末適與山峯斜平人目高七尺問山高幾何答
曰一百六十四丈九尺六寸大半寸
術曰置木高減人目高七尺餘以乘五十三里為實以人去木

三里為法實如法而一所得加木高即山高
曰此術句股之義以木高減人目高七尺餘有八丈八尺為句
木率去人目三里為股率山去木五十三里為見股以句率乘
見股如股率而一得句加木之高故為山高也

今有井徑五尺不知其深立五尺木於井上從木末望水岸入
徑四寸問井深幾何答曰五丈七尺五寸
術曰置井徑五尺以入徑四寸減之餘以乘立木五尺為實以
入徑四寸為法實如法得一寸

三此以入徑四寸為句率立木五尺為股率井徑四尺六寸為
見句問井深者見句之股也
今有戶不知高廣竿不知長短橫之不出四尺從之不出二尺
邪之適出問戶高廣衰各幾何答曰廣六尺高八尺衰一丈

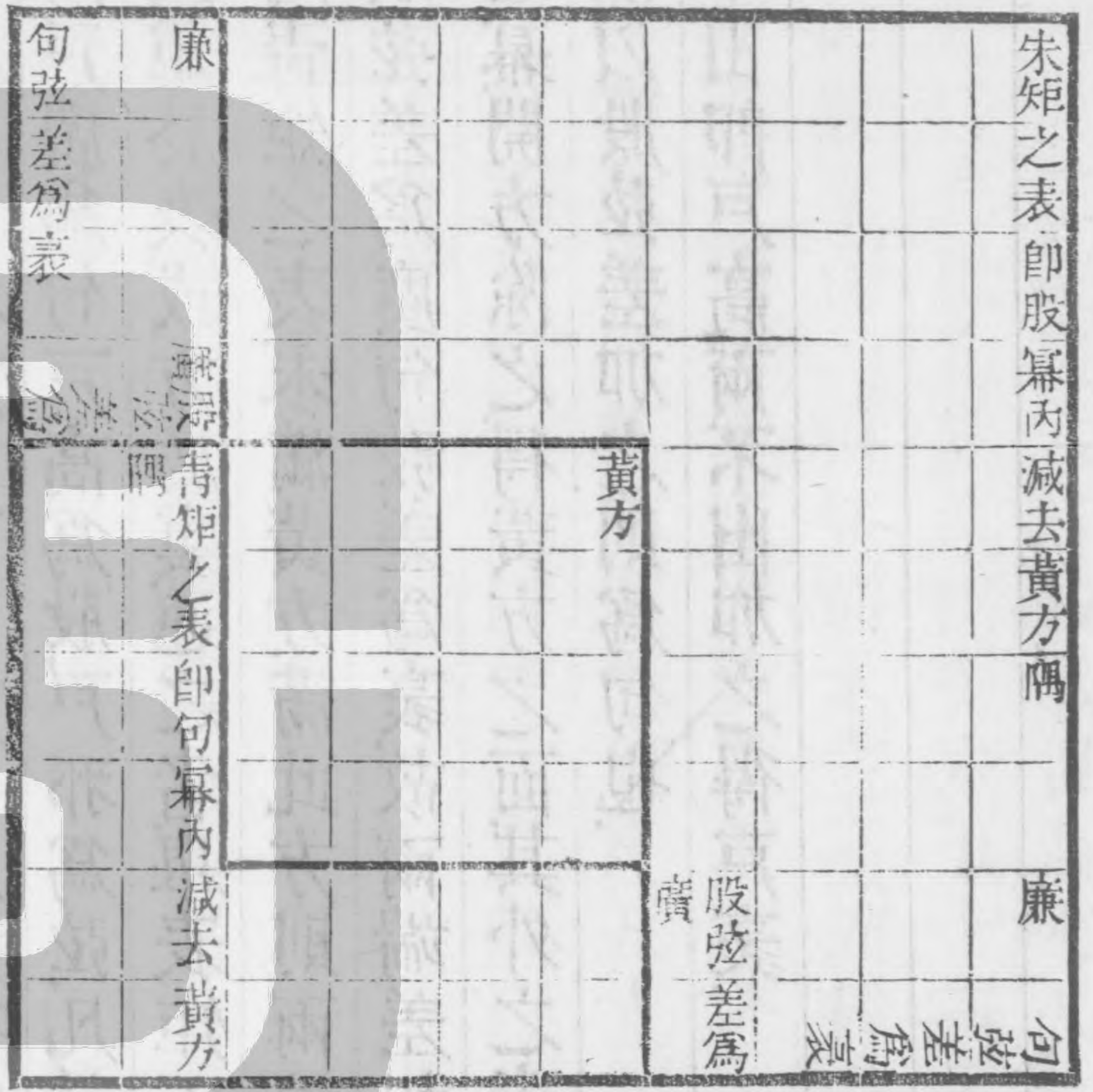
術曰從橫不出相乘倍而開方除之所得加從不出即戶廣

此以戶廣為句戶高為股戶邪為弦凡并句股之冪即為弦
冪或矩於表或方於裏連之者舉表矩而方之又從句方裏
令為青矩之表未滿黃方滿此方則兩端之廉重於隅中各
以股弦差為廣句弦差為衰故兩端差相乘又倍之則成黃
方之冪開方除之得黃方之面其外之青知亦以股弦差為
廣故以股弦差加之則為句也

加橫不出即戶高兩不出加之得戶衰



句弦差股弦差求句股弦之圖



句弦差乘股弦
 差倍之為兩廉
 其冪與黃方相
 等故開方除之
 得黃方之面加
 股弦差即句加
 句弦差即股加
 兩差即弦

古者六藝之教禮樂殘闕失傳射御則絕無師說書者治
 經之本厪厪賴許叔重說文解字畧見梗概而所謂九數
 即九章世罕有其書近時以算名者如王寅旭謝野臣梅
 定九諸子咸未之見予訪求二十餘年不可得擬永樂大
 典或嘗錄入書在翰林院中丁亥歲因吾鄉曹編修往一
 觀則離散錯出思綴集之未之能也出都後恒寤寐乎是
 及癸巳夏奉

召入京師與修四庫全書躬逢

國家盛典乃得盡心纂次訂其訛舛審知劉徽所注舊有圖
 而今闕者補之書既進

聖天子命即刊行又

御製詩篇冠之於首古書之隱顯蓋有時焉誠甚幸也吾友屈

九章算術九
君魯傳亦好是學願得九章刊之從予錄一本今秋之仲
聖天曲阜孔君體生訪求得算書若干卷係毛氏展影摹宋刻
者展識其後有云從太倉王氏得孫子五曹張正建夏侯
因陽四種從章正李氏得周髀緝古二種後從黃俞邵又得
八九章皆元豐七年秘書省刊版每卷有秘書省官銜姓名
一幅又一幅宰輔大臣自司馬相公而下俱列名於後予
急假之孔君獨九章卷六已後闕因更校改數字以寄屈
君而記其得是書之不易如此休寧戴震

九章算術音義

假承務郎秘書省鈎考算經文字臣李籍撰

序

九九之術食律切術者有所述也前漢梅福傳臣聞齊桓之
時有以九九見者桓公不逆欲以致大也師古曰九九算術
若今九章五曹之輩隋書經籍志九九算術二卷楊淑撰

九數色具切卽九章是也以算言之故曰九數以篇言之故
曰九章周官保氏教國子以六藝一曰禮二曰樂三曰射四
曰馭五曰書六曰數鄭康成注云九數方田粟米差分少廣
商功均輸方程贏不足旁要今有重差夕桀句股隋書律歷
志云一曰方田以御田疇界域二曰粟米以御交質變易三
曰衰分以御貴賤稟稅四曰少廣以御積冪方圓五曰商功

九章算術一
以御功程積實六曰均輸以御遠近勞費七曰盈朒以御隱
雜互見八曰方程以御錯糴正負九曰句股以御高深廣遠
隸首郎計切世本日黃帝時隸首作數

探蹟上吐南切下士革切蹟者含蓄含蓄者探之可及故易
曰探蹟

索隱上色白切下於謹切隱者隱匿隱匿者索之可得故易
曰索隱

重差上直容切下楚佳切重復也差不齊也重差句股名也
率所律切數相與也又音律約數也

可度徒各切揆也

考論盧敦切

孤離呂支切

九章第一
方田徒年切田者圍周之以爲疆橫從之以爲理平夷著見
一與作利養之地也方田者田之正也諸田不等以方爲正故

曰方田

以御牛倨切理也

田疇直留切耕治之田也

界域雨逼切疆地
廣如字濶也
從卽容切長也
幾何上居豈切下如字幾何數之疑也
相乘食陵切登也登之使其數多隋書曰乘以散之
淳風並如字李淳風岐州雍人幼爽秀通羣書明步天歷算

貞觀初與傅仁均爭歷法議者多附淳風故以將仕郎直太史局制渾天儀詆撫前世得失著法象書七篇上之擢承務郎遷太常博士改太史丞與諸儒修書遷爲令於占候吉凶若節契然當世術家意有鬼神相之非學習可致終不能測也以勞封昌樂縣男奉詔與算博士梁述助教王真儒等是正五曹孫子等書刊定注解立於學官九章卽其一也

畝法莫厚切司馬法六尺爲步步百爲畝秦孝公之制二百四十步爲一畝

除之直魚切去也去之使其少隋書曰除以聚之一頃去穎切百畝也

約分於畧切約者欲其不煩分之爲數煩則難用設有言四分之二者煩而言之則可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸耳

副置上敷救切別也下陟吏切設也別設算位有所分也

合分古沓切合分者欲其不離數非一端分無定準分子雜互羣母參差麤細旣殊理難從一故齊其衆分同其羣母分可相并故曰合分

參差上楚金切下楚宜切不齊也三相參爲參兩相差爲差鱗音攜所以解結詩曰童子佩鱗

減分古斬切減損也減分者欲知其餘諸分子母數各不同以少減多欲知餘幾以餘爲實故曰減分

課分苦臥切校也欲知其相多分各異名理不齊一校其相多之數故曰課分

平分符兵切均也平分者欲減多增少而至於均諸分參差

欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分
副并 異政切兼也別兼算位有所合也

經分 如字釋名曰經者徑也經分者欲徑求一人而至於徑
自合分以下皆於諸分相齊此乃徑求一人之分以人數分
所分故曰經分下經率同

乘分 如字乘分者欲知其所積分母相乘為法子相乘為積
故曰乘分自合分以下獨乘言田而皆列於方田者欲其學
數者不可後也故說算者以謂為術者先治諸分能治諸分
則數學之能事盡矣

大廣田 並如字初術有全步而無餘分次術有餘分而無全
步此術先見全步復有餘分可以廣兼三術故曰大廣田

圭田 古攜切圭田者其形上銳有如圭然白虎通曰圭者上
銳象物皆生見於上也

箕田 居之切箕田者有舌有踵其形哆侈有如箕然詩曰哆
兮侈兮成是南箕

圓田 王權切圓田之率有三一曰古率周二徑一是也二曰
徽率周一百五十七徑五十是也三曰密率周二十二徑七
是也為算之術有四一曰半周半徑相乘得積步二曰周徑
相乘四而一三曰徑自相乘三之四而一四曰周自相乘十
二而一

徽術 許歸切徽術以五十乘周一百五十七而一即徑以一
百五十七乘徑五十而一即周此率本於劉徽故曰徽術

密率 美畢切密率以七乘周二十二而一即徑以二十二乘
徑七而一即周此率本於宋南徐州從事史祖沖之沖之以

徑七而一即周此率本於宋南徐州從事史祖沖之沖之以

圓徑一億為一丈圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫
 二秒七忽臍數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽正
 數在盈臍二限之間密率圓徑一百一十三圓周三百五十
 五約率圓徑七周二十二此乃率之最密也
 秒忽 上亡沼切下呼骨切忽者數之始也一蠶所吐謂之忽
 孫子算術云蠶所生吐絲為忽十忽為秒十秒為毫十毫為
 釐十釐為分

億 於力切十萬曰億萬者物數也以人之意數為足以勝物
 數故也或曰萬萬曰億黃帝為法數有十等及其用也乃有
 三焉十等者謂億兆京垓秭壤溝澗正載也三等者謂上中
 下之數也下數者十十變之若言十萬曰億十億曰兆十兆
 曰京中數者萬萬變之若言萬萬曰億萬萬億曰兆萬萬兆
 曰京上數者數窮則變若言萬萬曰億億億曰兆兆兆曰京
 詩云不稼不穡胡取禾三百億兮毛氏曰萬萬曰億鄭氏曰
 十萬曰億據如此言則鄭用下數毛用中數也

嘉量 音亮周禮考工記桌氏為量鬴深尺內方尺而圓其外
 其實一鬴其鑿一斗其實一豆其耳三寸其實一升重一鈞
 其聲中黃鐘之宮概而不稅其銘曰時文思索允臻其極嘉
 量既成以觀四國永啟厥後茲器維則春秋左氏傳曰齊舊
 四量豆區鬴鍾四升曰豆各自其四以登於鬴六斗四升也
 鬴十則鍾六十四斗也鄭康成以為方尺積千寸比九章粟
 米法少二升八十一分升之二十二祖沖之以算術考之積
 凡一千五百六十二寸半方尺而圓其外減旁一釐八毫其
 徑一尺四寸一分四釐七秒二忽有奇而深尺即古斛之制

也王莽作銅斛名曰律嘉量其意蓋本於此銅斛之法方尺而圓其外旁有庀焉其上為斛其下為斗左耳為升右耳為合龠其狀似爵以縻爵祿上三下二參天兩地圓而函方左一右二陰陽之象也圓象規其重二鈞備氣物之數各萬有一千五百二十也聲平黃鍾始於黃鍾而反覆焉其斛銘曰律嘉量斛方尺而圓外庀旁九釐五毫冪百六十二寸深一尺積一千六百二十寸容十斗祖沖之以圓率考之此斛當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽庀旁一分九毫有奇劉歆庀旁少一釐四毫有奇歆數術不精之所致也魏陳留王景元四年劉徽注九章商功曰當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐深一尺積一千四百四十一寸十分寸之三王莽銅斛於今尺為深九寸五分五釐徑一尺三寸六分八釐七毫以術計之於今斛為容九斗七升四合有奇此魏斛大而尺長王莽斛小而尺短也

庀吐雕切不滿之貌也

奇米居宜切餘數也

攲撫上居運切下之石切攲撫取拾也攲或作拈

皖正皖當作宛字之誤也宛田者中央隆高爾雅曰宛中宛正又曰正上有止為宛正皆中央隆高之義也

弧田三戶吳切弧田者有弧有矢如弧之形

環田戶關切環田者有肉有好如環之形爾雅曰肉好若一

謂之環或作環

九章第二

粟米上相玉切下莫禮切粟者禾之未舂米者穀實之無殼

粟者米之率也。諸米不等，以粟為率，故曰粟米。粟實之滿
交質，東陟利切，又如字。

變易，羊益切。

糲米，盧達切，麤也。凡粟五斗，得糲米三斗，故粟率五十而糲。
率三十，吳四切，田音，音地，亦天取，地之沃。

稗米，日傍卦切，精於糲也。凡粟五斗，得稗米二斗七升，故粟率
五十而稗率二十七。詩曰：彼疏斯稗。鄭康成注云：米之率，糲
十，稗九，繫八，侍御七。

繫米，音作精於稗也。凡粟五斗，得繫米二斗四升，故粟率二
十四。春秋左氏傳曰：粢食不繫，俗作鑿。

御米，牛倨切，精於繫也。供王膳之米也。蔡邕獨斷曰：所進曰
御，御者進也。凡衣服加於身，飲食入於口，皆曰御。

小麩，大麩音敵，麥屑也。細曰小麩，麤曰大麩。

菽，音叔，大豆也。

荅，都合切，小豆也。

豉，是義切，鹽豉也。廣雅云：苦李作豉。

飧，音孫，說文曰：舖也。

𩚑，魚列切，麩也。說文曰：米牙。

𩚑，上音靈，下扶歷切，輒也。

筥，古賀切，數也。數竹曰筥。

𩚑，古甜切，說文曰：并絲繒也。

鈞，居勻切，三十斤也。

銖，音殊，八銖為鎰，二十四銖為兩。

蕞，音侯，說文曰：羽本也。數羽稱其本，猶數草木稱其根株也。

榦 古按切。榦，莖也。一本作箨。

九章第三 八穀或穀二十四穀為兩

衰分 楚宜切。衰，差也。以差而平分，故曰衰分。

稟 筆錦切。供穀曰稟，或作廩，非是。

大夫 上如字，下甫無切。爵名也。夫以智率人者也。大夫則以

智率人之大者也。

不更 古衡切。爵名也。次大夫，取其不與戍更。

簪裹 上側吟切。下奴了切。爵名。次不更，取其纓冠乘馬。

上造 音皂。爵名也。次簪裹，取其為造士而居上。

公士 並如字。爵名也。次上造，取其為士而在公。

爵數 色具切。爵數者，謂大夫五，不更四，簪裹三，上造二，公士一也。墨子號令篇以爵級為賜，然則戰國之初有此名也。

償之 市羊切。還也。

北鄉算 蘇貫切。算者，計口出錢。漢律：人出一算，一算百二十

錢，賈人與奴婢倍算。

徭 音遙。役也。

耗 呼到切。減也。

乾 古寒切。燥也。

保 音寶。備也。如所謂酒家保。

貸 灶代切。以物假人也。

九章第四

少廣 上書沼切。不多也。下古莽切。濶也。廣少從多，截從之多。

益廣之少，故曰少廣。

積冪 上資昔切。下莫狄切。積者，聚也。眾數聚居之稱。冪者，覆

也。方面單布之名。積冪之義不同如此。博漫切。物中分也。凡言半者。以二爲分母。言太半少半者。以三爲分母。約省。所景切。

折法。旨熱切。折者屈而有降意。折法。卽退位也。

內子。如字。入也。旣以分母通之。必入其分子。故曰內子。所謂齊同以通之也。又音納。

中行。戶剛切。列也。下行同。

丸徑。故官切。丸卽立圓也。

牟合。上莫浮切。下胡閣切。

桌氏。力質切。桌氏。鑄量之官也。一本作栗。爲渾。胡昆切。

祖暅之。古鄧切。暅之。字景鑠。沖之子也。少傳家業。究極精微。亦有巧思。入神之妙。般倕無以過也。當其詣微之時。雷霆不能入。嘗行。遇僕射徐勉。以頭觸之。勉呼乃悟。父所改。何承天。歷時尙未行。梁天監初。暅之更修之。於是始行焉。位至大舟卿。

昭晰。音哲明也。

哈哂。上呼開切。下式忍切。笑也。

九章第五。

商功。式羊切。商度也。以度其功庸。故曰商功。

穿地。昌緣切。掘地也。凡穿地四尺。爲壤五尺。爲堅三尺。

壤。如兩切。壤謂息土。書曰。厥土惟白壤。

堅。古賢切。堅謂築土。詩曰。築之登登。

墟 苦墟切墟謂穿坑

垣 音園塙也

隄 都奚切防也俗作堤

溝 古侯切釋名曰田間之水曰溝溝構也縱橫相交構

塹 七豔切長於溝也水之達城者

渠 强如切長於塹也水之通運者

袤 莫侯切袤長也

礫 郎擊切釋名曰小石曰礫

塚 上音寶小城也下音島以土擁木也

方亭 特丁切釋名曰亭停也人所停集也方亭者其積之形

如亭之方者圓亭亦然

方錐 職誰切方錐者其積之形如錐之方者圓錐亦然

塹堵 當古切塹堵塹上疊也以立方一邪解得二塹堵其積

居立方二分之一將一塹堵邪解得一陽馬一鼈臙求塹堵

之積以廣長相乘又以高乘之二而一

陽馬 莫下切陽馬之形方錐一隅也今以四柱屋隅為陽馬

以立方一邪解得三陽馬其積居立方三分之一將一陽馬

邪解得二鼈臙求陽馬之積以廣長相乘又以高乘之三而

一

鼈臙 那到切臂節也鼈臙之積半陽馬其形有似鼈肘故以

名云以立方一邪解得六鼈臙其積居立方六分之一求鼈

臙之積以廣長相乘又以高乘之六而一臙或作臙非是

羨除 上以淺切下直魚切羨延也除道也羨除乃隧道也其

所穿地上平下邪似兩鼈臙夾一塹堵即羨除之形求其積

并三廣以深乘之又以長乘之六而一
芻蕘 上測隅切刈草也俗作蕘下莫耕切屈棟也芻蕘之形似屋蓋上苦也求其積倍下長上長從之又以廣乘之又以高乘之六而一正解方亭兩邊合之即其形也

芻童 徒紅切如倒置研石求其積倍上長并入下長以上廣乘之又倍下長并入上長以下廣乘之并二位以高乘之六而一曲池盤池真谷皆同術

曲池 正玉切

盤池 薄官切

真谷 莫經切真谷之形如正置研石

棚 薄耕切

踟躕 上直離切下直誅切行不進也

載輸 上作代切下式朱切

一籠 力董切

委粟 於詭切積也

程粟 直城切課也程粟一斛積二千七百寸米一斛積一千

六百二十寸菽荅麻麥一斛積二千四百三十寸此據精麤

為率使價齊而不等其器之積寸也以米斛為正則同於漢

志孫子算術曰六粟為圭十圭為抄十抄為撮十撮為勺十

勺為合應劭曰圭者自然之形陰陽之始四圭為撮孟康曰

六十四黍為圭漢志曰量者龠合升斗斛也所以量多少也

本起於黃鍾之龠用度數審其容以子穀秬中者千有二百

實其龠以井水準其概十龠為合十合為升十升為斗十斗

為斛而五量嘉矣

圓困去倫切倉圓曰困。

九章第六。

均輸式朱切均平也。輸委也。以均平其輸委。故曰均輸。

勞費芳未切耗也。

乘繩證切數車曰乘。一本作量。

衰出楚危切次也不齊等也。管子曰。相地衰征。

薄塞上補各切迫也。下先代切。邊也。薄或作博。非是。

輩之補妹切配也。俗作輩。

儻卽就切賃也。

傭餘封切賃也。

重車直隴切輕對也。

春書容切世本曰。雍父作春。呂氏春秋曰。赤冀作春。

程傳張戀切傳郵。

絡盧各切

惡烏各切不善也。

金篦之累切策也。

四閒古閑切中間也。

錐行戶剛切錐行衰者。下多上少。如立錐之行。

鳧防無切野鴨也。

牝瓦日毗忍切

犝瓦莫厚切

矯矢居天切說文曰。揉箭箝也。俗作矯。

假田古雅切借也。

發方伐切伐也。詩曰。駿發爾私。

九章算術十一
耕 古莖切犁也詩曰亦服爾耕

耨種 音憂覆種也孟子曰播種而耨之

九章第七

盈不足 以成切盈者滿也不足者虛也滿虛相推以求其適故曰盈不足

腠 女六切不足也或作腠非是

璫 將鄰切美石次玉曰璫一本作準

適足 施隻切恰也

桶 他孔切

瓠 胡誤切瓜屬也

蔓 無販切瓜蔓也

醇酒 常倫切厚酒也

行酒 胡剛切市酒也

和漆 余如字又胡臥切

易油 羊益切交易也

惡田 烏各切不善也

駑馬 音奴字林曰駑也

之蜀賈 音古商賈一本作價

返 府遠切還也

九章第八

方程 直成切方者左右也程者課率也左右課率總統羣物

故曰方

錯糶 女救切雜也

正負 上之盛切下房久切本數為正非本數為負正與正同

名負與負同名同名相除則異名者相益異名相除則同名者相益一正一負相反而相為用術之至也

秉 兵永切一禾為秉

稱 昌孕切正斤兩也俗作秤

課 苦臥切程也

衡 戶庚切權衡也

武馬 莫下切武馬戎馬也戎馬言武馬者猶曲禮謂戎車為

武車也取其健猛而善行

阪 府遠切不平也俗作坂

借 資者切從人假物也

引 余忍切引重也易曰引重致遠

綆 古杏切汲水索

令 力正切官名也

從者 疾用切隨也

庖 薄交切

恢演 上苦回切大也下以淺切廣也

九章第九

句股 上古侯切下公戶切句短面也股長面也短長相推以

求其弦故曰句股

圍之 兩非切周也

纏 持碾切纏繞物也俗作纏

葛長 直良切

葭 古牙切說文曰葦之未秀者

闔 苦本切門限也

折 常列切斷也

抵 都禮切

磨邑 莫禾切

參 倉含切俗作參

橫 戶盲切從橫也

海島算經

魏 劉 徽 撰

唐朝議大夫行太史令上輕車都尉臣李淳風等奉 敕注釋

今有望海島立兩表齊高三丈前後相去一千步令後表與前表參相直從前表卻行一百二十三步人目著地取望島峰與表末參合從後表卻行一百二十七步人目著地取望島峰亦與表末參合問島高及去表各幾何答曰島高四里五十五步去表一百二里一百五十步

術曰以表高乘表間為實相多為法除之所得加表高即得島高

臣淳風等謹按此術意宜云島謂山之頂上兩表謂立表木之端直此句訛舛據術意言立兩表齊高三丈相去千步者謂立木為表兩表各高三丈其地相去千步必準之

使平則表端齊平然後可測望也又言令後表與前表參相直者自海島至前表自前表退至後表三者令其參相當也非木之端直以人目於木末望島參平人去表一百二十三步為

前表之始後立表末至人目於木末相望去表一百二十七步二表相去為相多以為法此亦訛舛據術意人去前表一百二十三步以目著地望表末

斜與島峰參合又去後表一百二十七步以目著地望表末亦與島峰參合非於木末望島也前後去表相減餘四步為相多非二表相去也當由傳寫失真後人妄加改竄遂不可通前後表相去千步為表間以

表高乘之為實以法除之加表高即是島高積步得一千二百五十五步以里法三百步除之得四里餘五十五步是島高之步數也

求前表去島遠近者以前表卻行乘表間為實相多為法除之得島去表數

臣淳風等謹按此術意宜云前去表乘表間得一十二萬三

千步以相多四步為法除之得三萬七百五十步又以里法

三百步除之得一百二里一百五十步是島去表里數

今有望松生山上不知高下立兩表齊高二丈前後相去五十

步令後表與前表參相直從前表卻行七步四尺薄地遙望松

末與表端參合又望松本入表二尺八寸復從後表卻行八步

五尺薄地遙望松末亦與表端參合問松高及山去表各幾何

答曰松高一十二丈二尺八寸山去表一里二十八步七分步

之四

術曰以入表乘表間為實相多為法除之加入表即得松高

臣淳風等謹按此術意宜云前後去表相減餘七尺是相多

以為法表間步通之為尺以入表乘之退位一等以為實以

法除之更加入表得一百二十二尺八寸以為松高退位一

等得一十二丈二尺八寸也。

求表去山遠近者置表間以前表卻行乘之爲實相多爲法除之得山去表。

臣淳風等謹按此術意宜云表間以步尺法通之得三百尺以前去表四十六尺乘之爲實以相多七尺爲法實如法而一得一千九百七十一尺七分尺之三以里尺法除之得一里不盡以步尺除之得二十八步不盡三還以七因之得數內子三得二十四復置步尺法以分母七乘六得四十二爲步法俱半之副置平約等數卽是於山去前表一里二十八步七分步之四也。

今有南望方邑不知大小立兩表東西去六丈齊人目以索連之令東表與邑東南隅及東北隅參相直當東表之北卻行五步遙望邑西北隅入索東端二丈二尺六寸半又卻北行去表一十三步二尺遙望邑西北隅適與西表相參合問邑方及邑去表各幾何答曰邑方三里四十三步四分步之三邑去表四里四十五步。

術曰以入索乘後去表以兩表相去除之所得爲景差以前去表減之不盡以爲法置後去表以前去表減之餘以乘入索爲實實如法而一得邑方。

臣淳風等謹按此術置入索乘後去表得一千八百一十二尺以兩表相去除之得三丈二寸爲景差以前去表減之餘二寸以爲法前後相去表減之餘以乘入索得一萬一千三百二十五寸爲實以法除之得五千六百六十二尺不盡二分尺之一以里法除之得三里不盡尺以步法除之得四十

三步不盡四以分母乘之內子一得九以分母乘六得一十
二以三約母得四約子得三卽得邑方三里四十三步四分
步之三也

求去表遠近者置後去表以景差減之餘以乘前去表爲實實
如法而一得邑去表

臣淳風等謹按此術置後去表以景差尺數減之餘尺以乘
前去表得一千四百九十四尺爲實以法除之得七千四百
七十尺以步里法除之得四里不盡二百七十尺以步法除
之得四十五步卽是邑去前表四里四十五步也

今有望深谷偃矩岸上令句高六尺從句端望谷底入下股九
尺一寸又設重矩於上其矩閒相去三丈更從句端望谷底入
上股八尺五寸問谷深幾何荅曰四十一丈九尺

術曰置矩閒以上股乘之爲實上下股相減餘爲法除之所得
以句高減之卽得谷深

臣淳風等謹按此術置矩閒上股乘之爲實又置上下股尺
寸相減餘六寸以爲法除實得數退位一等以句高減之餘
四十一丈九尺卽是谷深又一法置矩閒以下股乘之爲實
置上下股尺數相減餘六寸以爲法除之得四百五十五尺
以句高并矩閒得三十六尺減之餘退位一等卽是谷深也
今有登山望樓樓在平地偃矩山上令句高六尺從句端斜望
樓足入下股一丈二尺又設重矩於上令其閒相去三丈更從
句端斜望樓足入上股一丈一尺四寸又立小表於入股之會
復從句端斜望樓岑端入小表八寸問樓幾何荅曰高八丈
術曰上下股相減餘爲法置矩閒以下股乘之如句高而一所

海島算經 四
得以入小表乘之爲實實如法而一卽得樓高

臣淳風等謹按此術置下股以上股相減餘六寸以爲法又置矩間以下股乘之得三萬六千寸以句高六尺除之得六百寸以入小表乘之得四千八百寸以法除之得八百寸退位一等卽是樓高八丈也

今有東南望波口立兩表南北相去九丈以索薄地連之當北表之西卻行去表六丈薄地遙望波口南岸入索北端四丈二寸以望北岸入前所望表裏一丈二尺又卻後行去表一十三丈五尺薄地遙望波口南岸與南表參合問波口廣幾何荅曰一里二百步

術曰以後去表乘入索以表相去而一所得以前去表減之餘以爲法復以前去表減後去表餘以乘入所望表裏爲實實如法而一得波口廣

臣淳風等謹按此術置後去表以乘入索四百二寸得五十四萬二千七百寸以兩表相去除之謂六百三寸又以前去表六百寸減之餘有三寸爲法又置前後卻行去表寸數相減餘以乘入望表裏一百二十寸得九萬寸以法除之得三萬寸爲實以步里除之得一里餘以步法除之得二百步卽是波口廣一里二百步也

今有望清淵淵下有白石偃矩岸上令句高三尺斜望水岸入下股四尺五寸望白石入下股二尺四寸又設重矩於上其間相去四尺更從句端斜望水岸入上股四尺以望白石入上股二尺二寸問水深幾何荅曰一丈二尺

術曰置望水上下股相減餘以乘望石上股爲上率又以望石

上下股相減餘以乘望水上股爲下率兩率相減餘以乘矩間爲實以二差相乘爲法實如法而一得水深

又術列望水上下股及望石上下股相減餘并爲法以望石下股減望水下股餘以乘矩間爲實實如法而一得水深

臣淳風等謹按此術以望水上下股相減餘五寸以乘望石上股二十二寸得一百一十寸卽是上率又置望石上股減望石下股餘有二寸以乘望水上股四十寸得八十寸卽是下率二率相減餘有三十寸以乘矩間四十寸得一千二百寸爲實又以二差二五相乘得十爲法除實退位二等卽是水深一丈二尺也又術置望水上股以望水下股減之餘有五寸置望石下股以望石上股減之餘有二寸并之得七寸以爲法又以望石下股以望水下股減之餘有二十一寸以

乘矩間四十寸得八百四十寸以爲實以七寸爲法除之得一百二十寸退之得一丈二尺卽是水深也

今有登山望津津在山南偃矩山上令句高一丈二尺從句端斜望津南岸入下股二丈三尺一寸又望津北岸入前望股裏一丈八寸更登高巖北卻行二十二步上登五十一步偃矩山上更從句端斜望津南岸入上股二丈二尺問津廣幾何荅曰二里一百二步

術曰以句高乘下股如上股而一所得以句高減之餘爲法置北行以句高乘之如上股而一所得以減上登餘以乘入股裏爲實實如法而一卽得津廣

臣淳風等謹按此術置句高乘下股得二百七十七尺二寸以上股除之得一丈二尺六寸以句高一丈二尺減之餘有

海島算經 六
六寸以爲法。又置北行步展爲一百三十二尺。以句高乘之。得一千五百八十四尺。以上股除之。得七十二尺。又置上登五十一步。以每步六尺通之。得三百六尺。以前數減之餘。二百三十四尺。以乘入股裏尺數。得二千五百二十七尺二寸。爲實。實如法而一。得四千二百一十二尺。以步里法除之。得二里餘一百二步。卽是津廣也。

今有登山臨邑。邑在山南。偃矩山上。令句高三尺五寸。令句端與邑東南隅及東北隅參相直。從句端遙望東北隅。入股一丈二尺。又施橫句於入股之會。從句立端望西北隅。入股一尺。望東南隅。入股一丈八尺。又設重矩於上。令矩間相去四丈。更從立句端望東南隅。入股一丈七尺五寸。問邑廣長各幾何。荅曰。南北長一里一百步。東西廣一里三十三步少半步。術曰。以句高乘東南隅入股。如上股而一。所得減句高餘爲法。以東北隅入股減東南隅入股。餘以乘矩間爲實。實如法而一。得邑南北長也。求邑廣。以入股乘矩間爲實。實如法而一。卽得邑東西廣。

臣淳風等謹按。此術以句高乘東南隅入股。得六千三百寸。又以東南隅入股一百七十五寸除之。得三十六寸。以句高減之餘。有一寸以爲法。又置東北隅入股。以減東南隅入股。餘有六十寸。以乘矩間得二萬四千寸爲實。實如法而一。卽不盈不縮。以寸里法除之。得一里。不盡。以寸步法除之。得一百步。卽是邑南北長一里一百步也。求東西廣步者。置入股之數。乘矩間得二萬寸爲實。實如法而一。卽得不盈不縮。以里法除之。得一里餘。以步法除之。得三十三步。不盡二十

與法俱退半之卽是三分步之一也

以之數乘取間數二萬七千六百六十六步不盡三十

百步明是且南北長一里一百步也

不盈不盡以十里去割之數一里不盈不盡以十里去割之數一

百步六十步以乘取間數二萬四千六百六十六步不盈不盡

幾之餘併一十以爲法又置東水間不知以爲東南則不知

又以東南間主如一百七十五步割之數三十六步以爲法

引就風勢前送其餘以爲法乘東南間主如得六千三百七

十四步也東西間

一得也南北間

又以東北間主如

東水間主如



