表はす事が出來、之を式で示して見ると次の通りになる。

$$\cos\theta+j\sin\theta=e^{j\theta} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(179)$$

此の式に於て e は自然對數の底であつて θ はそのベクターの位相角である。是を使用して $\dot{A}$ なるベクターを書き表はすと次の通りになる。

$$A=a+jb=Ae^{j\theta} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(180)$$

此の記號法は今迄の記號法が a と b とを使用するのに反しベクターの絕對値 A と位相角 θ とを以て表はすものである。此の記號法を使用する場合にはベクターとベクターとの積の計算や割算や或は乘又は乘根を求むるのに最も都合がよく斯くの如き計算の多いものに對しては此の記號法を使用すると都合がよい。此の計算法は普通の代數の計算法と同一であつて今その例を示して見よう。

$$\dot{A}_1=A_1e^{j\theta_1} \qquad \dot{A}_2=A_2e^{j\theta_2}$$

積の計算 $\dot{A}_1\dot{A}_2=A_1e^{j\theta_1}\times A_2e^{j\theta_2}=A_1A_2e^{j(\theta_1+\theta_2)}$

$$=A_1A_2\{\cos(\theta_1+\theta_2)+j\sin(\theta_1+\theta_2)\}$$

割算 $\dfrac{\dot{A}_1}{\dot{A}_2}=\dfrac{A_1e^{j\theta_1}}{A_2e^{j\theta_2}}=\dfrac{A_1}{A_2}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$

$$=\frac{A_1}{A_2}\{\cos(\theta_1-\theta_2)+j\sin(\theta_1-\theta_2)\}$$

m乘 $\dot{A}^m=(Ae^{j\theta})^m=A^me^{jm\theta}=A^m(\cos m\theta+j\sin m\theta)$

m乘根 $\dot{A}^{\frac{1}{m}}=(Ae^{j\theta})^{\frac{1}{m}}=A^{\frac{1}{m}}e^{j\frac{\theta}{m}}=A^{\frac{1}{m}}\left(\cos\dfrac{\theta}{m}+j\sin\dfrac{\theta}{m}\right)$

斯くて積も割算も m乘も m乘根も容易に計算する事が出來る譯である。

$e^{j\theta}$ を或るベクターに乘ずるとそのベクターを角 θ 丈進ましむるのであつて此の位相角 θ は普通の度卽ち90度とか60度とか

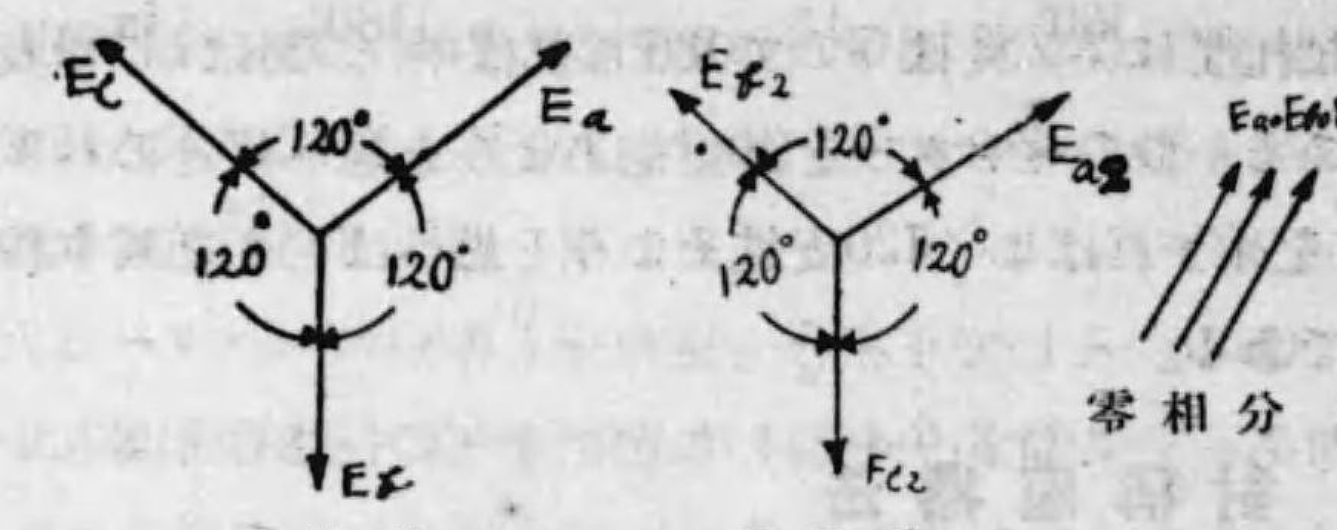
を以て表はしても良く又圓周角で表はしても良い。例へば一つのベクターが基線より90度進んで居れば e^{j90° 又は $e^{j\frac{\pi}{2}}$ で表はし60度なれば e^{j60° 又は $e^{j\frac{\pi}{3}}$ で180°なれば e^{j180° 又は $e^{j\pi}$ で表はす。從つて一つのベクターを90度進めようと思へばそのベクターに $e^{j\frac{\pi}{2}}$ を乘ずればよく120度進めようと思へば $e^{j\frac{2\pi}{3}}$ を乘ずればよいのである。

2. 對稱座標法

對稱多相電壓はその計算も容易であるが非對稱多相電壓はその計算も隨分厄介で簡單に計算を行ふ譯には行かない。此の面倒な非對稱多相電壓を對稱多相電壓に直して簡單に計算しようと云ふのが此の**對稱座標法**なのである。此の對稱座標法の起りは1913年に三相機械の非對稱電流を二組の三相對稱電流に分ける事が出來、その對稱電流は互に逆方向に廻轉するものであると云ふ事が發見せられた。其後1918年に米國ウエスチングハウス會社の技師フォーテスキュー (L. C. Fortescue) 氏は一つの非對稱電壓を三つの部分に分解し之を正相分、逆相分、零相分の三つに分解し是により對稱座標法 (Method of symmetrical co-ordinate メソッド オヴ シンメトリカル コオーヂネート) なるものを確立した。

元來非對稱多相電壓は之を廻轉方向が互に反對である二つの對稱電壓に分解する事が出來るもので此の二つの多相對稱電壓の他に今一つの電壓があり結局非對稱多相電壓は三つの部分に分ける事が出來るものである。此の三つの部分を夫々**正相分** (Positive phase sequence ポジチヴフエーズシークエンス) **逆相分** (Negative phase sequence ネガチヴフエーズシークエンス)

零相分（Zero phase sequence ゼロフエーズシークエンス）と呼んで居る。正相分と云ふのは反時計式の方向に廻轉する對稱

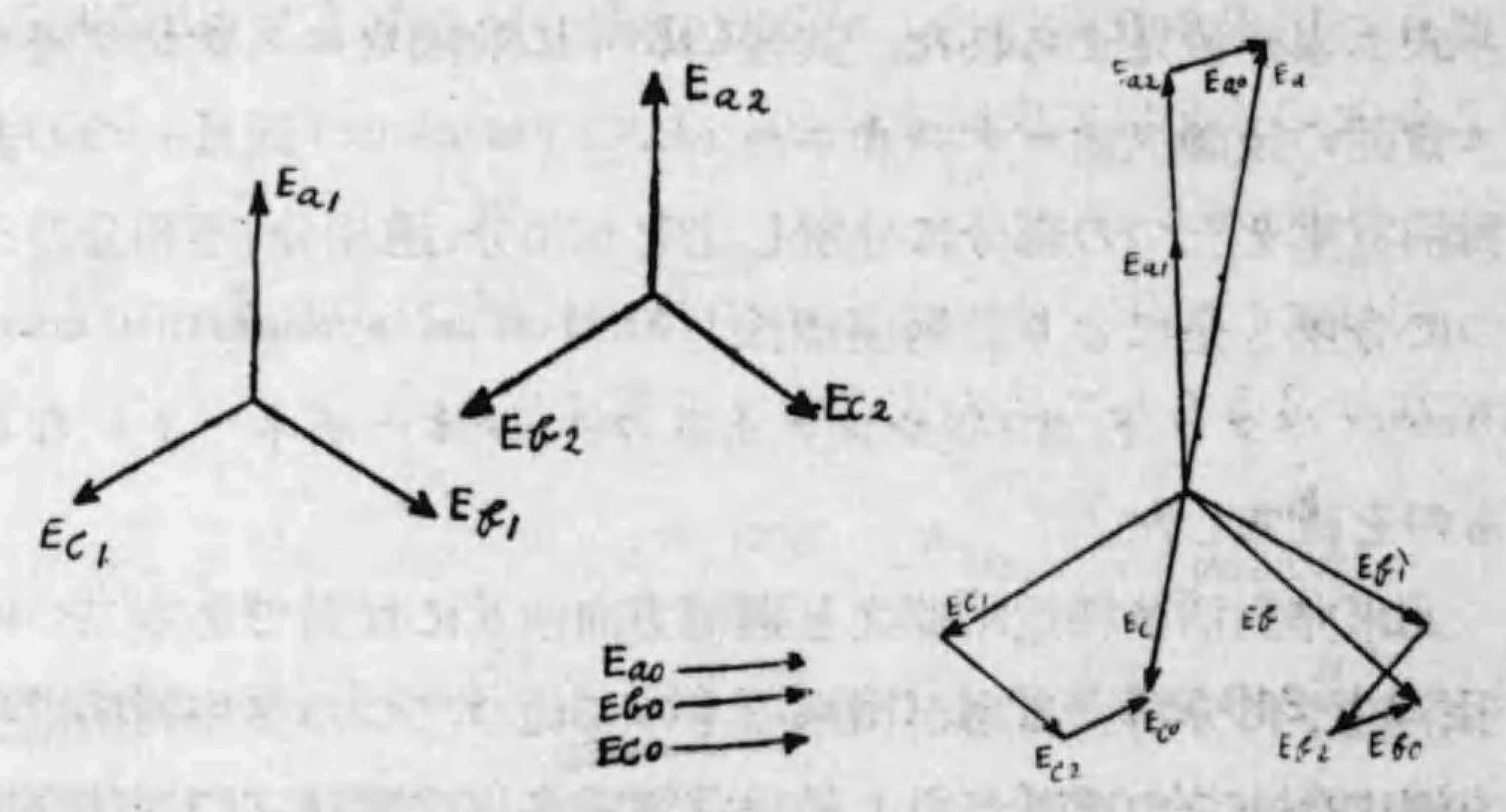


正相分　逆相分　零相分

第255圖

電壓であつて第255圖の左圖はその電壓を示す。逆相分は正相分と逆方向に廻轉する平衡電壓であつて同圖の中圖が之を示し零相分は三つの相等しい同相にある電壓であつて同圖の右圖の如きものである。

不平衡電壓は如何なる電壓でも正相分、逆相分、零相分の三



甲　乙

第256圖

つに分解する事が出來るものであるが今逆に第256圖甲に示した如き正相分 $E_{a1} E_{b1} E_{c1}$ と逆相分 $E_{a2} E_{b2} E_{c2}$ と零相分 E_{a0}

E_{b0} E_{c0} とを合して見ると第256圖乙に示した如き $E_a E_b E_c$ の非對稱三相電壓が得られる。即ち第256圖乙の如き $E_a E_b E_c$ の非對稱電壓は第256圖甲の如き三つの對稱電壓に分け得られるのである。此の場合に逆相分 $E_{a2} E_{b2} E_{c2}$ は圖に示されて居る通り正相分 $E_{a1} E_{b1} E_{c1}$ とはその相の廻轉方向が逆になつて居るのである。そして正相分も逆相分も各相のベクターは互に120度即ち $\frac{2\pi}{3}$ の位相角を有し各ベクターの長さは相等しいものである。

3. 各相分の電壓の求め方

或る三相非對稱電壓の相電壓を夫々 $E_a E_b E_c$ を以て表はしその零相分を $E_{a0} E_{b0} E_{c0}$ として正相分を $E_{a1} E_{b1} E_{c1}$ となし逆相分を $E_{a2} E_{b2} E_{c2}$ とする。今正相分の三相電壓を求めて見る、此の場合に $\dot{E}_{a1}$ を基準ベクトルに取れば $\dot{E}_{b1}$ は是よりも120度丈遲れて居るので結局是より240°進んで居る事になり第180式により次の式を以て表はされる。

$$\dot{E}_{b1}=E_{a1}\times e^{j240}$$

同樣にして $\dot{E}_{c1}$ は $\dot{E}_{a1}$ より240度遲れ結局120度進んで居る事になり是よりして次の式により表はさる。

$$\dot{E}_{c1}=E_{a1}\times e^{j120}$$

此の e^{j120} や e^{j240} は前に述べた通りそのベクターより120度なり240度なり進んで居ると云ふ事を表はすものであつて對稱座標法に於ては此の e^{j120} α 又は a なる文字を以て表はす。e^{j240} は e^{j120} よりも更に120度進んで居ると云ふ事を示すものであるから結局 $e^{j120}\times e^{j120}$ となり a^2 を以て表はされる。之の e^{j120} の代りに α を使用すれば上の $\dot{E}_{b1}$ と $\dot{E}_{c1}$ との式は次の式

を以て表はされる事になる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{a1}&=E_{a1}\\ \dot{E}_{b1}&=e^{j240}\ \dot{E}_{a1}=\alpha^2\dot{E}_{a1}\\ \dot{E}_{c1}&=e^{j120}\ \dot{E}_{a1}=\alpha\ \dot{E}_{a1}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(181)$$

逆相分に於いても同樣であつて逆相分は正相分と逆の方向にベクターが廻轉するので第255圖中圖の如く $\dot{E}_{b2}$ は $\dot{E}_{a2}$ よりも120度進み $\dot{E}_{c2}$ は $\dot{E}_{b2}$ より120度進んで $\dot{E}_{a2}$ より240度進む事になる。從つて今 $\dot{E}_{a2}$ をベクターの基準に取れば $\dot{E}_{b2}$ と $\dot{E}_{c2}$ とは夫々次の式で表はさる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{a2}&=\dot{E}_{a2}\\ \dot{E}_{b2}&=e^{j120}\ \dot{E}_{a2}=\alpha\ \dot{E}_{a2}\\ \dot{E}_{c2}&=e^{j240}\ \dot{E}_{a2}=\alpha^2\ \dot{E}_{a2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(182)$$

次に零相分なるものは三つ共相等しくその相は同相であるから次の式で表はされる。

$$\dot{E}_{a0}=\dot{E}_{b0}=\dot{E}_{c0}\cdots\cdots\cdots\cdots(183)$$

此處に於て α なり α^2 なりの色々な場合についてその計算式を示して見ると次の通りになる。

$$\left.\begin{aligned}\alpha&=e^{j120}=-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \alpha^2&=e^{j240}=-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \alpha^3&=e^{j360}=1\\ \alpha^4&=e^{j480}=e^{j120}=-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\\ \alpha^5&=e^{j600}=e^{j240}=-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(184)$$

次の是等の α なり α^2 なりの和又は差は之を上式によつて計算

すると次の通りになる。

$$\left.\begin{aligned}1+\alpha+\alpha^2&=0\\ \alpha-\alpha^2&=\sqrt{3}\ e^{j90}=j\sqrt{3}\\ \alpha^2-\alpha&=\sqrt{3}\ e^{-j90}=-j\sqrt{3}\\ 1-\alpha&=\sqrt{3}\ e^{-j30}=\frac{3}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\\ 1-\alpha^2&=\sqrt{3}\ e^{j30}=\frac{3}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(185)$$

次に $\dot{E}_a$ は第256圖乙の如く $\dot{E}_{a0}$ と $\dot{E}_{a1}$ と $\dot{E}_{a2}$ とをベクター的に合成したものであるし $\dot{E}_b$ は $\dot{E}_{b0}\dot{E}_{b1}\dot{E}_{b2}$ を合成したもの $\dot{E}_c$ は $\dot{E}_{c0}\dot{E}_{c1}\dot{E}_{c2}$ を合成したものであるから次の式が成立する。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_a&=\dot{E}_{a0}+\dot{E}_{a1}+\dot{E}_{a2}\\ \dot{E}_b&=\dot{E}_{b0}+\dot{E}_{b1}+\dot{E}_{b2}\\ \dot{E}_c&=\dot{E}_{c0}+\dot{E}_{c1}+\dot{E}_{c2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(186)$$

此の式に第181式、第182式、第183式を代入すれば次の三つの式が得られる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_a&=\dot{E}_{a0}+\dot{E}_{a1}+\dot{E}_{a2}\\ \dot{E}_b&=\dot{E}_{a0}+\alpha^2\dot{E}_{a1}+\alpha\dot{E}_{a2}\\ \dot{E}_c&=\dot{E}_{a0}+\alpha\dot{E}_{a1}+\alpha^2\dot{E}_{a2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(187)$$

此の三つの式を加へ合して計算すれば次の如く $\dot{E}_{a0}$ が $E_aE_bE_c$ より求められる公式を得る事が出來る。

$$\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c=3\dot{E}_{a0}+\dot{E}_{a1}(1+\alpha^2+\alpha)+\dot{E}_{a2}(1+\alpha+\alpha^2)$$

$$1+\alpha+\alpha^2=0$$

$$\therefore\quad \dot{E}_{a0}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c)\cdots\cdots\cdots\cdots(188)$$

次に第187式より次の如く $\dot{E}_{a1}$, $\dot{E}_{a2}$ が求められる。

$$\dot{E}_{a1}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+\alpha\dot{E}_b+\alpha^2\dot{E}_c)\cdots\cdots\cdots\cdots(189)$$

$$\dot{E}_{a2}=\frac{1}{3}\,(\dot{E}_a+\alpha^2\dot{E}_b+\alpha\dot{E}_c)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(190)$$

此の三つの式を使用すれば不平衡三相電壓を三つの對稱電壓に分解する事が出來るのである。今一例として三相電壓が對稱である場合を示すと對稱三相電壓は互に 120 度の相差を有しその電壓が相等しいので次の如き關係がある。

$$\dot{E}_a=\dot{E}_a \qquad \dot{E}_b=\alpha^2\dot{E}_a \qquad \dot{E}_c=\alpha\dot{E}_a$$

$$\therefore\quad \dot{E}_{a0}=\frac{1}{3}(1+\alpha^2+\alpha)\dot{E}_a=0$$

$$\dot{E}_{a1}=\frac{1}{3}(1+\alpha^3+\alpha^3)\dot{E}_a=\dot{E}_a$$

$$\dot{E}_{a2}=\frac{1}{3}(1+\alpha^4+\alpha^2)\dot{E}_a=0$$

即ち對稱三相電壓に於ては零相分と逆相分とは全然無く正相分のみが存在する譯である。次に相電壓 $\dot{E}_a\ \dot{E}_b\ \dot{E}_c$ が夫々次の如き不平衡三相電壓があるとする。此の場合に於ける零相分、正相分、逆相分の電壓を求めて見よう。

$$\dot{E}_a=80 \qquad \dot{E}_b=-20+j60 \qquad \dot{E}_c=-30-j90$$

$$\dot{E}_{a0}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c)$$

$$=\frac{1}{3}(80-20+j60-30-j90)=10-j10$$

$$\dot{E}_{a1}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+\alpha\dot{E}_b+\alpha^2\dot{E}_c)$$

$$=\frac{1}{3}\Big\{80+\Big(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\Big)\Big(-20+j60\Big)$$

$$+\Big(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\Big)\Big(-30-j90\Big)\Big\}$$

$$=\frac{1}{3}(80+10-j30-j10\sqrt{3}-30\sqrt{3}+15+j45+j15$$

$$\sqrt{3}-45\sqrt{3})$$

$$=\frac{1}{3}(105-75\sqrt{3}+j15+j5\sqrt{3})=35-25\sqrt{3}+j5$$

$$+j\frac{5}{3}\sqrt{3}$$

$$\dot{E}_{a2}=\frac{1}{3}\,(\dot{E}_a+\alpha^2\dot{E}_b+\alpha\dot{E}_c)$$

$$=\frac{1}{3}\Big\{80+\Big(-\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}\Big)\Big(-20+j60\Big)$$

$$+\Big(-\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}\Big)\Big(-30-j90\Big)\Big\}$$

$$=\frac{1}{3}(80+10-j30+j10\sqrt{3}+30\sqrt{3}+15+j45$$

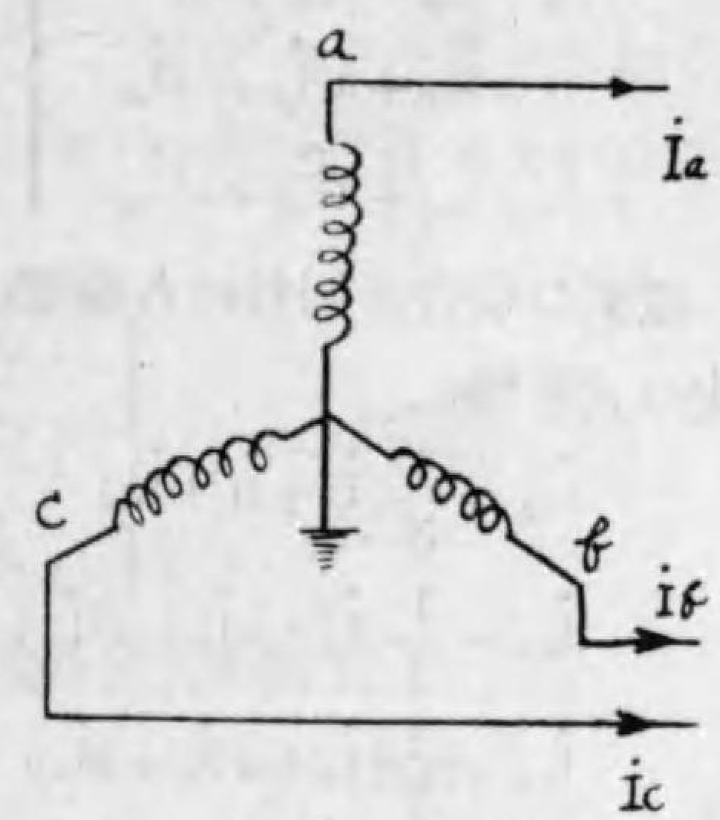
$$-j15\sqrt{3}+45\sqrt{3})$$

$$=\frac{1}{3}\ 105+75\sqrt{3}+j15-j5\sqrt{3})=35+25\sqrt{3}$$

$$+j5-j\frac{5}{3}\sqrt{3}$$

4. 各相分の電流

非對稱電壓が正相分、逆相分、零相分の三つの對稱電壓に分ける事が出來たのと同樣に電流も三つの對稱電壓に分ける事が出來るのである。今第 257 圖の如く一つの發電機から出る電流を夫々 $\dot{I}_a\dot{I}_b\dot{I}_c$ とし此の電流を零相分、正相分、逆相分に別けて見る。$\dot{I}_{a0}\dot{I}_{b0}\dot{I}_{c0}$ は零相分であつて正相分を $\dot{I}_{a1}\dot{I}_{b1}\dot{I}_{c1}$ とし逆相分を $\dot{I}_{a2}\dot{I}_{b2}\dot{I}_{c2}$ とする。然る時は電壓の場合と同樣に正相分、逆相分、零相分について次の關係がある。



第 257 圖

$$\left.\begin{array}{l}\dot{I}_{a1}=\dot{I}_{a1}\\ \dot{I}_{b1}=\varepsilon^{j240}\dot{I}_{a1}=a^2\dot{I}_{a1}\\ \dot{I}_{c1}=\varepsilon^{j120}\dot{I}_{a1}=a\dot{I}_{a1}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(191)$$

$$\left.\begin{array}{l}\dot{I}_{a2}=\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_{b2}=\varepsilon^{j120}\dot{I}_{a2}=a\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_{c2}=\varepsilon^{j240}\dot{I}_{a2}=a^2\dot{I}_{a2}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(192)$$

$$\dot{I}_{a0}=\dot{I}_{b0}=\dot{I}_{c0}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(193)$$

然るに第257圖の $I_aI_bI_c$ は各々零相分、正相分、逆相分の電流を合成したものであるから次の各式が成立する。

$$\left.\begin{array}{l}\dot{I}_a=\dot{I}_{a0}+\dot{I}_{a1}+\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_b=\dot{I}_{b0}+\dot{I}_{b1}+\dot{I}_{b2}\\ \dot{I}_c=\dot{I}_{c0}+\dot{I}_{c1}+\dot{I}_{c2}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(194)$$

此の式に第191, 192, 193の各式を代入すれば次の式が得られる。

$$\left.\begin{array}{l}\dot{I}_a=\dot{I}_{a0}+\dot{I}_{a1}+\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_b=\dot{I}_{a0}+a^2\dot{I}_{a1}+a\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_c=\dot{I}_{a0}+a\dot{I}_{a1}+a^2\dot{I}_{a2}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(195)$$

電壓の場合と同様に各線電流よりして $I_{a0}I_{a1}I_{a2}$ を求めるには次の式を用ふ。

$$\left.\begin{array}{l}\dot{I}_{a0}=\dfrac{1}{3}(\dot{I}_a+\dot{I}_b+\dot{I}_c)\\ \dot{I}_{a1}=\dfrac{1}{3}(\dot{I}_a+a\dot{I}_b+a^2\dot{I}_c)\\ \dot{I}_{a2}=\dfrac{1}{3}(\dot{I}_a+a^2\dot{I}_b+a\dot{I}_c)\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(196)$$

斯くて電流も電壓の場合と同様になる。

5. 相 分 記 號

記號式ベクター法でｊなる記號を使用してその相が90度違つて居る事を示すと同様に對稱座標法に於いても**相分記號**(Sequence operator シークレンス オパレーター) なるものを使用する。此の相分記號はＳなる文字を使用するのであつて $S^0(\dot{E}_{a0})$ は零相分の三つの電壓 $\dot{E}_{a0}$, $\dot{E}_{b0}$, $\dot{E}_{c0}$ を示し $S^1(\dot{E}_{a1})$ は正相分の三つの電壓 $\dot{E}_{a1}$, $\dot{E}_{b1}$, $\dot{E}_{c1}$ を表はすもので同様にして $S^2(\dot{E}_{a2})$ は逆相分の三つの電壓 $\dot{E}_{a2}$, $\dot{E}_{b2}$, $\dot{E}_{c2}$ を表はす。之等のものは次の式を以つて表はす事が出來る。

$$\left.\begin{array}{l}S^0(\dot{E}_{a0})=(1\,1\,1)\dot{E}_{a0}\\ S^1(\dot{E}_{a1})=(1a^2a)\dot{E}_{a1}\\ S^2(\dot{E}_{a2})=(1aa^2)\dot{E}_{a2}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(197)$$

此の記號によつて第186式を書き表はすと次の通りになる。

$$S(\dot{E}_a)=S^0(\dot{E}_{a0})+S^1(\dot{E}_{a1})+S^2(\dot{E}_{a2})\cdots\cdots(198)$$

次に二つのベクターが各箇に存在する場合の加減乘除の方法を示さう。先づ同じ相分記號を持つ二つのベクターは次の如く記號内のベクターをそのまゝ加へたり引いたりすればよいのである。

$$\left.\begin{array}{l}S^1(\dot{E}_a)+S^1(\dot{E}_b)=S^1(\dot{E}_a+\dot{E}_b)\\ S^0(\dot{E}_a)+S^0(\dot{E}_b)=S^0(\dot{E}_a+\dot{E}_b)\\ S^2(\dot{E}_a)+S^2(\dot{E}_b)=S^2(\dot{E}_a+\dot{E}_b)\end{array}\right\}\cdots\cdots(199)$$

次に相分記號の積であるが之は次の公式に從ふ。

$$KS^1(\dot{E})=S^1(K\dot{E})\cdots\cdots\cdots\cdots(200)$$

$$S^1(\dot{E})\times S^1(\dot{I})=S^2(\dot{E}\,\dot{I})\cdots\cdots\cdots\cdots(201)$$

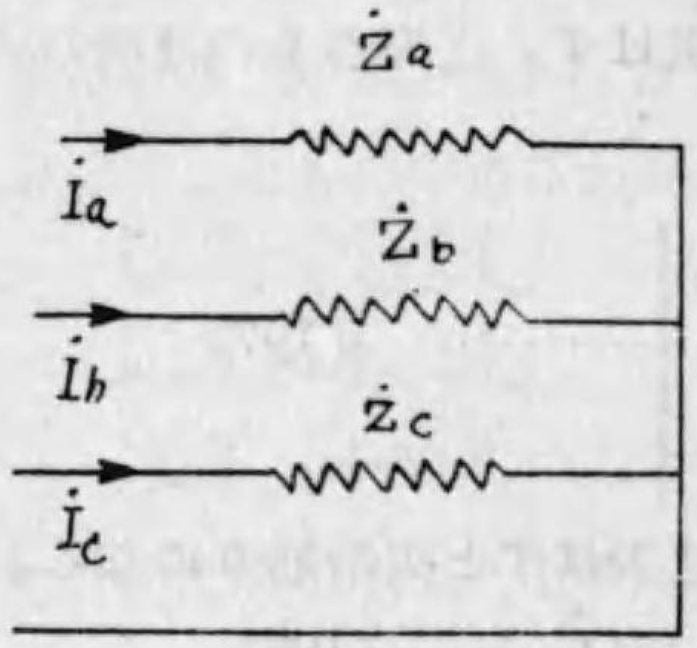
$$S^2(\dot{E})\times S^1(\dot{I})=S^0(\dot{E}\,\dot{I})\cdots\cdots\cdots\cdots(202)$$

斯くて相分記號の積は指數の積の法則に従ふものであつて之を一般の公式に書き換へるならば次の通りになる。

$$S^m(\dot{E})\times S^n(\dot{I})=S^{m+n}(\dot{E}\,\dot{I})\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(203)$$

6. 不平衡インピーダンスの電壓降下

第258圖の如く接續せられたるインピーダンス$\dot{Z}_a\,\dot{Z}_b\,\dot{Z}_c$があつて之等のインピーダンスに流れる電流を$\dot{I}_a\,\dot{I}_b\,\dot{I}_c$とする。さうすると電壓降下$\dot{E}_a$, $\dot{E}_b$, $\dot{E}_c$は次の式で表はされる。



第 2 5 8 圖

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_a&=\dot{Z}_a\dot{I}_a\\ \dot{E}_b&=\dot{Z}_b\dot{I}_b\\ \dot{E}_c&=\dot{Z}_c\dot{I}_c\end{aligned}\right\}\cdots(204)$$

然るに電流$\dot{I}_a\,\dot{I}_b\,\dot{I}_c$を對稱三相分に分けて見ると次の通りになる

$$\left.\begin{aligned}\dot{I}_a&=\dot{I}_{a0}+\dot{I}_{a1}+\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_b&=\dot{I}_{a0}+a^2\dot{I}_{a1}+a\dot{I}_{a2}\\ \dot{I}_c&=\dot{I}_{a0}+a\dot{I}_{a1}+a^2\dot{I}_{a2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(205)$$

此の式を前の第204式に入れると次の式の通りとなる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_a&=\dot{Z}_a\dot{I}_{a0}+\dot{Z}_a\dot{I}_{a1}+\dot{Z}_a\dot{I}_{a2}\\ \dot{E}_b&=\dot{Z}_b\dot{I}_{b0}+\dot{Z}_ba^2\dot{I}_{b1}+\dot{Z}_ba\dot{I}_{b2}\\ \dot{E}_c&=\dot{Z}_c\dot{I}_{c0}+\dot{Z}_ca\dot{I}_{c1}+\dot{Z}_ca^2\dot{I}_{c2}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(206)$$

然るに此の電壓を零相分、正相分、逆相分に分けると次の通りになる。

$$E_{a0}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+\dot{E}_b+\dot{E}_c)$$

$$E_{a1}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+a\dot{E}_b+a^2\dot{E}_c)$$

$$E_{a2}=\frac{1}{3}(\dot{E}_a+a^2\dot{E}_b+a\dot{E}_c)$$

此の式に第206式を代入するならば次の通りになる。

$$\dot{E}_{a1}=\frac{1}{3}\{(\dot{Z}_a+\dot{Z}_b+\dot{Z}_c)\dot{I}_{a1}+(\dot{Z}_a+a^2\dot{Z}_b+a\dot{Z}_c)I_{a2}$$
$$+(\dot{Z}_a+a\dot{Z}_b+a^2\dot{Z}_c)\dot{I}_{a0}\}$$

$$\dot{E}_{a2}=\frac{1}{3}\{(\dot{Z}_a+a\dot{Z}_b+a^2\dot{Z}_c)\dot{I}_{a1}+(\dot{Z}_a+\dot{Z}_b+\dot{Z}_c)I_{a2}$$
$$+(\dot{Z}_a+a^2\dot{Z}_b+a\dot{Z}_c)\dot{I}_{a0}\}$$

$$\dot{E}_{a0}=\frac{1}{3}\{(\dot{Z}_a+a^2\dot{Z}_b+a\dot{Z}_c)\dot{I}_{a1}+(\dot{Z}_a+a\dot{Z}_b+a^2\dot{Z}_c)\dot{I}_{a2}$$
$$+(\dot{Z}_a+\dot{Z}_b+\dot{Z}_c)\dot{I}_{a0}\}$$

此の三つの式を見ると各相分の電壓降下は何れも$\dot{I}_{a0}$, $\dot{I}_{a1}$, $\dot{I}_{a2}$に$\frac{1}{3}(Z_a+Z_b+Z_c)$や$\frac{1}{3}(Z_a+aZ_ba^2Z_c)$や$\frac{1}{3}(Z_a+a^2Z_b+aZ_c)$を乘じたものである。つまり之等の三つのインピーダンスは明かに電壓や電流の對稱三相分と同じ様な形を有し之よりして此のインピーダンスを夫々零相インピーダンス、正相インピーダンス逆相インピーダンスと呼ばれ$\dot{Z}_0\,\dot{Z}_1\,\dot{Z}_2$を以つて表はされる。從つて之を公式で表はすならば次の通りになる。

$$\left.\begin{aligned}&\text{零相インピーダンス}\quad \dot{Z}_0=\frac{1}{3}(\dot{Z}_a+\dot{Z}_b+\dot{Z}_c)\\ &\text{正相インピーダンス}\quad \dot{Z}_1=\frac{1}{3}(\dot{Z}_a+a\dot{Z}_b+a^2\dot{Z}_c)\\ &\text{逆相インピーダンス}\quad \dot{Z}_2=\frac{1}{3}(\dot{Z}_a+a^2\dot{Z}_b+a\dot{Z}_c)\end{aligned}\right\}\cdots(207)$$

此の各相分のインピーダンスを上式に代入すればインピーダンスを電流が通過した場合に於ける電壓降下の各相分は夫々次の式を以つて表はされる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{E}_{a0}&=\dot{Z}_2\dot{I}_{a1}+\dot{Z}_1\dot{I}_{a2}+\dot{Z}_0\dot{I}_{a0}\\\dot{E}_{a1}&=\dot{Z}_0\dot{I}_{a1}+\dot{Z}_2\dot{I}_{a2}+\dot{Z}_1\dot{I}_{a0}\\\dot{E}_{a2}&=\dot{Z}_1\dot{I}_{a1}+\dot{Z}_0\dot{I}_{a2}+\dot{Z}_2\dot{I}_{a0}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(208)$$

従つて正相分の電流のみにして逆相分や零相分の電流が無かつたならば$\dot{E}_{a0}$は$\dot{Z}_2I_{a1}$となり$\dot{E}_{a1}$は$\dot{Z}_0I_{a1}$に$\dot{E}_{a2}$は$\dot{Z}_1\dot{I}_{a1}$となる。又若し三相の形にあるインピーダンスが平衡インピーダンスとすれば次の關係がある。

$$\dot{Z}_a=\dot{Z}\qquad \dot{Z}_b=a^2\dot{Z}\qquad \dot{Z}_c=a\dot{Z}$$

此の三つの式を 207 式に代入すれば次の通りになる。

$$\dot{Z}_0=\frac{1}{3}(\dot{Z}+a^2\dot{Z}+a\dot{Z})=0$$

$$\dot{Z}_1=\frac{1}{3}(\dot{Z}+a\times a^2\dot{Z}+a^2\times a\dot{Z})=\dot{Z}$$

$$\dot{Z}_2=\frac{1}{3}(\dot{Z}+a^2\times a^2\dot{Z}+a\times a\dot{Z})=0$$

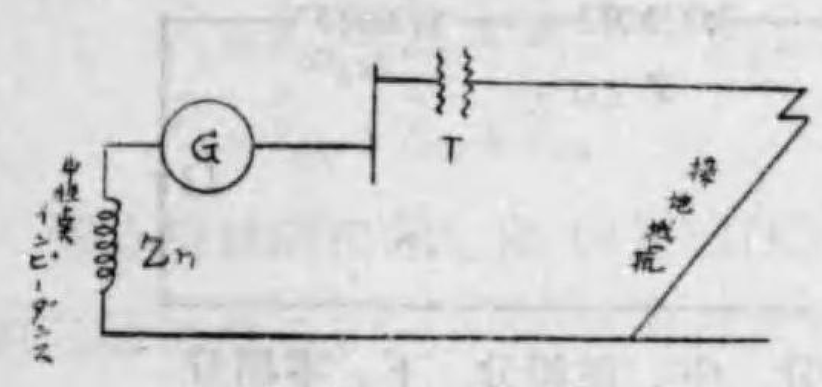
即ちインピーダンスが平衡して居れば正相インピーダンスのみとなり他のインピーダンスによる電壓降下は零となる。

7. 短絡電流の計算

三相回路に於いて三相のインピーダンスが平衡して居る時には正相電流による電壓降下は正相の電壓降下を生じ逆相電流による電壓降下は正相の電壓降下を生じ逆相電流による電壓降下は逆相の電壓降下を生ずるもので同樣に零相電流によつては零相の電壓降下を生ずるものである。之を式で表はせば次の通りになる。

$$\dot{V}_1=\dot{I}_1\dot{Z}_1\qquad \dot{V}_2=\dot{I}_2\dot{Z}_2\qquad \dot{V}_0=\dot{I}_0\dot{Z}_0\cdots\cdots(209)$$

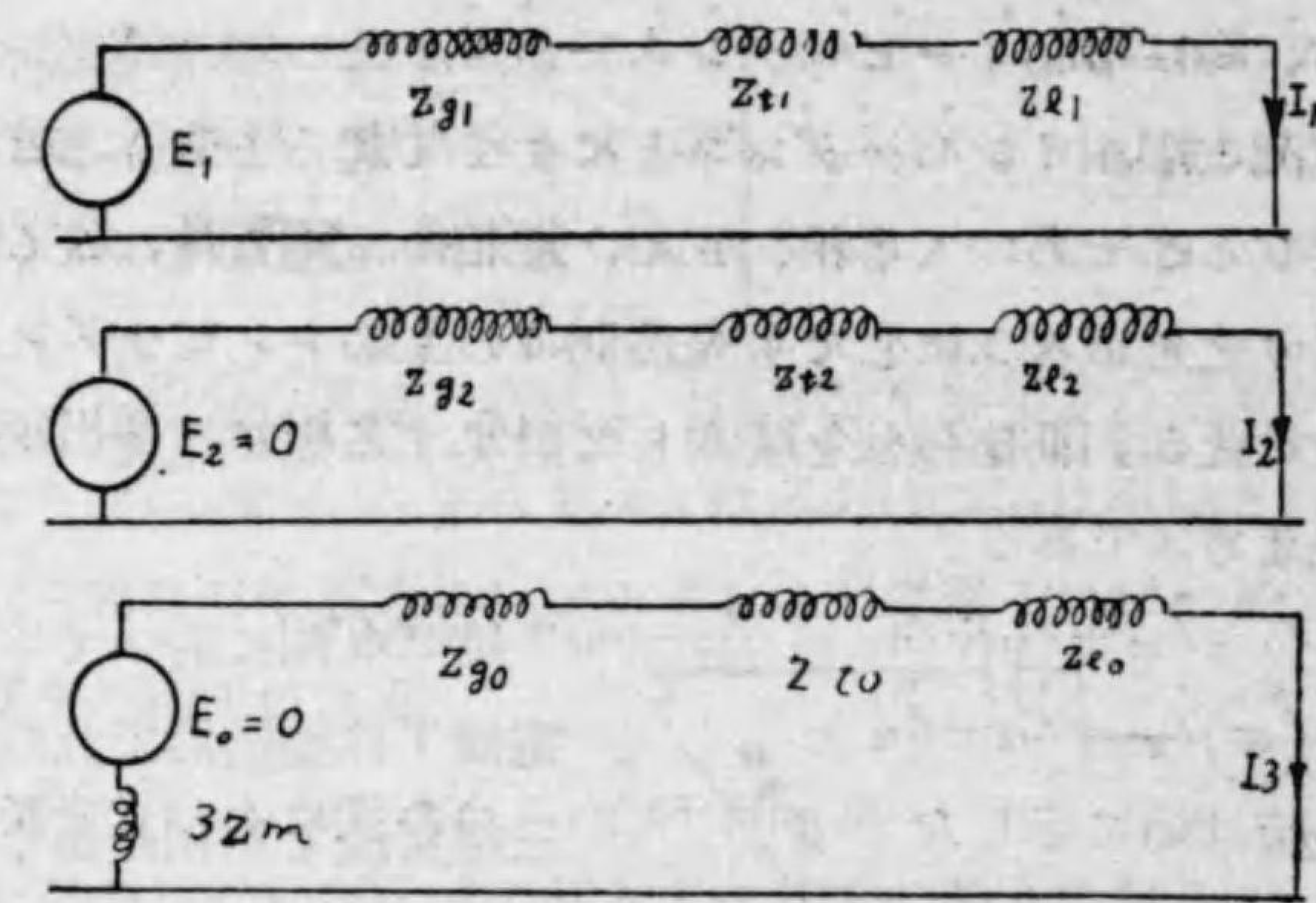
此の式に於いて$\dot{Z}_1$は正相インピーダンス、Z_2は逆相インピーダンス、Z_0は零相インピーダンスである。此の零相電壓降下は零相電流と零相インピーダンスとによつて起ると云ふ事は極めて重要なる事であつて零相、正相、逆相の電壓電流は全く獨立して居り之を取扱ふにしても全然別々のものとして考へればよい。次に此の對稱座標法を使用して計算する短絡電流の例を出して見よう。



第 2 5 9 圖

第259圖に於いてGは發電機Tは變壓器で此の圖は三相交流を單相の如く1本の線で示したものであるが今その送電線の先で圖の如く三相接地が起きたものとする。此の場合に於ける計算の取扱方について述べて見よう。

發電機より出す相電壓の正相分、逆相分、零相分を夫々$\dot{E}_1\ \dot{E}_2\ \dot{E}_0$とすれば發電機の出す電壓は對稱電壓であつて零相分と逆相分を含まず正相分のみであるからE_2と$\dot{E}_0$とは零である。此の回路を正相分、逆相分、零相分の三つに分けて考へると何れも單相回路と考へても差支へない事になり樂に計算を行ふ事が出來る。第260圖上圖は正相分のみ存在するものとして考へた圖であつて$Z_{g1}\ Z_{t1}\ Z_{l1}$は夫々發電機、變壓器及び送電線の正相インピーダンスであつて之等は直列に接續せられて居る事になる。此の場合に於いてI_1は正相電流であつて此の正相電流は對稱電流であるから發電機の中性點には全然流れず從つて中性點のインピーダンス$\dot{Z}_n$は此の回路に何等關係はない。今線路の發端と大地間の電壓の正相分をV_1とすればキルヒホッフの法則により次の式が成立する。



第２６０圖　上、正相分　中、逆相分　下、零相分

$$\dot{V}_1=\dot{E}_1-\dot{I}_1\dot{Z}_{g1}-\dot{I}_1\dot{Z}_{t1}-\dot{I}_1\dot{Z}_{l1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

次に逆相分のみを考へると此の回路は第260圖中の如く書き換へる事が出來、$\dot{Z}_{g2}\dot{Z}_{t2}\dot{Z}_{l2}$等は夫々發電機、變壓器、送電線の逆相インピーダンスである。之に流れる逆相電流 I_2は對稱電壓であるから中性點のインピーダンスZ_nは全然無關係であつて之よりして逆相電壓 V_2を求むれば次の通りになる。

$$\dot{V}_2=0-\dot{I}_2\dot{Z}_{g2}-\dot{I}_2\dot{Z}_{t2}-\dot{I}_2\dot{Z}_{l2}\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

次に零相分を考へて見る、此の場合の接續は第260圖下の通りになり此の場合に正相電流と逆相電流とは何れも對稱電壓であるから發電機の中性點には之等の電流が流れないものであるが零相電流は單相電流を三つ合した同相の電流であるから發電機の中性點には此の零相電流のみが流れる。從つて此の零相電流は中性點インピーダンスZ_nを通過し電壓降下を生ずるもので此の場合零相電流は三つの同相電流であるから中性點のインピーダンスによる電壓降下は $3Z_nI_0$ となる。之よりして零相の電壓V_0は次の式で表はされる。

$$\dot{V}_0=0-3\dot{I}_0\dot{Z}_n-\dot{I}_0\dot{Z}_{g0}-\dot{I}_0\dot{Z}_{t0}-\dot{I}_0\dot{Z}_{l0}\cdots\cdots(c)$$

此の式に於いても $\dot{Z}_{g0}\dot{Z}_{t0}\dot{Z}_{l0}$等は夫々發電機、變壓器、送電線の零相インピーダンスであるが此の發電機、變壓器、送電線等のインピーダンスの和を夫々次式の如く合成インピーダンスで表はして見る。即ち$\dot{Z}_1\dot{Z}_2\dot{Z}_0$は夫々正相分、逆相分、零相分のインピーダンスである。

$$\dot{Z}_1=\dot{Z}_{g1}+\dot{Z}_{t1}+\dot{Z}_{l1}\qquad \dot{Z}_2=\dot{Z}_{g2}+\dot{Z}_{t2}+\dot{Z}_{l2}$$
$$\dot{Z}_0=\dot{Z}_{g0}+\dot{Z}_{t0}+\dot{Z}_{l0}$$

然る時は前に示した (a)(b)(c) の三つの式は次の式で表はされる事になる。

$$\left.\begin{aligned}\dot{V}_1&=\dot{E}_1-\dot{I}_1\dot{Z}_1\\ \dot{V}_2&=\dot{I}_2\dot{Z}_2\\ \dot{V}_0&=-3\dot{I}_0\dot{Z}_n-\dot{I}_0\dot{Z}_0\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(210)$$

此の三つの式を對稱座標法に於る基本式と呼んで居る。今の例題の場合に於いて各相分のインピーダンスと各相電壓とが知れゝば $\dot{V}_1\dot{V}_2\dot{V}_0$ の電壓が知れ之より送電端と大地間の電壓が知れるし送電端の電壓が知れゝば各線を流れる電流を求むる事が出來る。

此處に於いて正相インピーダンスや逆相インピーダンスや零相インピーダンスはどんなインピーダンスであるかを調べて見よう。一般に我々がインピーダンスと呼んでゐるのは正相インピーダンスの事であつて此の正相インピーダンスは普通に測定する事も出來れば計算する事も出來るものである。先づ發電機の各相分のインピーダンスであるが此の發電機中には電壓こそ正相電壓のみであるが電流は逆相電流も零相電流も流れるので逆相インピーダンスも零相インピーダンスも存在する譯であ

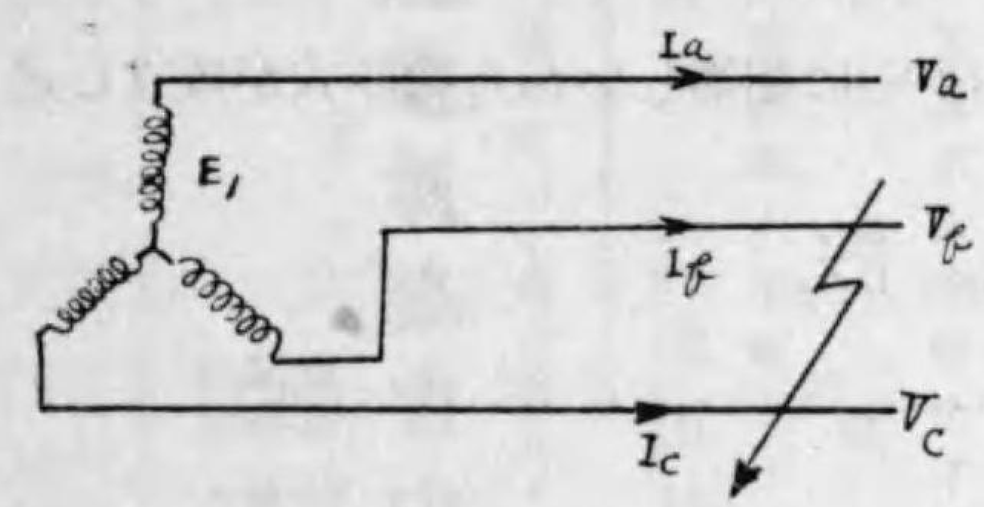
る。然らば此の發電機のインピーダンスはどんな割合で存在するかと云へば凸極發電機に於いて逆相インピーダンスは正相インピーダンスの35パーセントで零相インピーダンスは15パーセント位である。次に蒸氣タービン發電機の如くその磁極が凸形となつて居ないものは逆相インピーダンスも零相インピーダンスも小さくなり逆相インピーダンスは正相インピーダンスの約15パーセント位で零相インピーダンスは正相インピーダンスの約5パーセントである。

次に送電線のインピーダンスは送電線が一般に對稱的に配列されて居るので正相インピーダンスと逆相インピーダンスとは相等しいものである。此の送電線の零相インピーダンスは簡單に計算する事は出來ないものであるが大體の大きさは計算する事が出來る。先づ普通の送電線に於いては零相インピーダンスは正相インピーダンスの2倍から3倍位のものである。又中性點のインピーダンスは對稱電流の正相電流や逆相電流には全然無關係のもので零相電流のみに關係し結局零相インピーダンスであつて此のインピーダンスは三つの單相電流が流れるので結局實際の價の3倍の價となる。次に變壓器のインピーダンスであるが此の變壓器の逆相インピーダンスは正相インピーダンスに相等しいものである。變壓器の零相インピーダンスはその一方の中性點が接地してあつて他の側が此の中性點を流れる電流を補償し得る接續となつて居ればその零相インピーダンスは正相インピーダンスと相等しいものである。つまり變壓器がスター・デルターに接續されて居てスター側の中性點が接地せられて居ればその零相インピーダンスは正相インピーダンスと相等しいものであるが然らざる場合は零相インピーダンスは零である。

次に三相短絡電流の計算の行ひ方を箇條書にして示すと次の通りである。(1)先づ各部分のインピーダンスを正相分、逆相分、零相分の三つに別ける。(2)次に問題の狀態を考へて $I_A=0$ とか $V_a=V_e$ とかの如き式を書く。(3)電流 $\dot{I}_a\dot{I}_b\dot{I}_c$ を三つの對稱分 $\dot{I}_1\dot{I}_2\dot{I}_0$ に分け電壓 $\dot{V}_a\dot{V}_b\dot{V}_c$ も三つの對稱分 $\dot{V}_1\dot{V}_2\dot{V}_0$ に分ける。(4)次に單相に書き變へた接續圖へキルヒホッフの法則を應用し所要の方程式を作る。(5)之等の方程式より對稱電流 $\dot{I}_1\dot{I}_2\dot{I}_0$ を求め之より相電流 $\dot{I}_a\dot{I}_b\dot{I}_c$ を求めるのである。

8. 例　　題

例 1. 第261圖に示す如き中性點非接地式送電線があつてその b 線と c 線とが短絡したと云ふ。此の場合に於ける短絡電流を求む。但し發電機の電壓を E_1 とする。



第　2　6　1　圖

解　先づその狀態を考へると $\dot{I}_a$ は開路されて居るので零であり $\dot{I}_b$ と $\dot{I}_c$ とは方向反對である。又電壓 V_b と電壓 V_c とは相等しいから之等の事より次の三つの式が成立する。

$$\dot{I}_a=0 \qquad \dot{I}_b=-\dot{I}_c \qquad \dot{V}_b=\dot{V}_c \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (a)$$

次に各線電流を各相分の電流に直すと次の通りになり之に上の a 式を代入すると次の如く $I_1=-I_2$ が得られる。

$$\dot{I}_1=\frac{1}{3}(\dot{I}_a+a^2\dot{I}_b+a\dot{I}_c)=\frac{1}{3}(a^2\dot{I}_b-a\dot{I}_b)$$

$$\dot{I}_2=\frac{1}{3}(\dot{I}_a+a\dot{I}_b+a^2\dot{I}_c)=\frac{1}{3}(a\dot{I}_b-a^2\dot{I}_b)$$

$$\dot{I}_0=\frac{1}{3}(\dot{I}_a+\dot{I}_b+\dot{I}_c=\frac{1}{3}(0+\dot{I}_b-\dot{I}_b)=0$$

$$\therefore\quad I_1=-I_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{b})$$

電壓に對しても同樣であつて次の式が得られる。

$$\dot{V}_1=\frac{1}{3}(\dot{V}_a+a^2\dot{V}_b+a\dot{V}_c)=\frac{1}{3}(\dot{V}_a+a^2\dot{V}_b+a\dot{V}_b)$$

$$\dot{V}_2=\frac{1}{3}(\dot{V}_a+a\dot{V}_b+a^2\dot{V}_c)=\frac{1}{3}(\dot{V}_a+a\dot{V}_b+a^2\dot{V}_b)$$

$$\dot{V}_0=\frac{1}{3}(\dot{V}_a+\dot{V}_b+\dot{V}_c)=0$$

$$\therefore\quad \dot{V}_1=\dot{V}_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{c})$$

次に第210式の對稱座標法の基本式を作れば次の通りになる。

$$\dot{V}_1=\dot{E}_1-\dot{I}_1\dot{Z}_1 \qquad V_2=I_2Z_2$$

然るに(c)式により V_1 は V_2 に相等しいから次の式が成立し之に(b)式を代入す。

$$\dot{E}_1-\dot{I}_1\dot{Z}_1=-\dot{I}_2\dot{Z}_2=\dot{I}_1\dot{Z}_2$$

$$\therefore\quad \dot{I}_1=\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{d})$$

$$又\quad \dot{I}_2=-\frac{\dot{E}_1}{\dot{Z}_1+\dot{Z}_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{e})$$

之よりして短絡電流 $\dot{I}_b$ は次の通りになる。

$$\dot{I}_b=\frac{1}{3}(\dot{I}_0+a^2\dot{I}_1+a\dot{I}_2)=\frac{1}{3}(a^2-a)\dot{I}_1$$

此の式の $\dot{I}_1$ に(d)式を代入すれば次の如くなる。

$$\dot{I}_b=\frac{(a^2-a)\dot{E}_1}{3(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)}$$

之で短絡電流を求むる事が出來た譯で (a^2-a) は $-j\sqrt{3}$ である。

昭和十四年三月廿五日印刷
昭和十四年三月三十日發行

定價五十五錢
送料九錢

著作兼發行者　廣島市三篠本町一丁目七四五ノ一
社團法人電氣協會中國支部
中村演

印刷者　廣島市大手町七丁目一
增田計雄

印刷所　廣島市大手町七丁目一
株式會社 增田兄弟活版所

發行所　廣島市三篠本町一丁目七四五ノ一
社團法人 電氣協會中國支部
電話西③三二四〇番
振替廣島四一九二番
口座下關九六〇八番

終