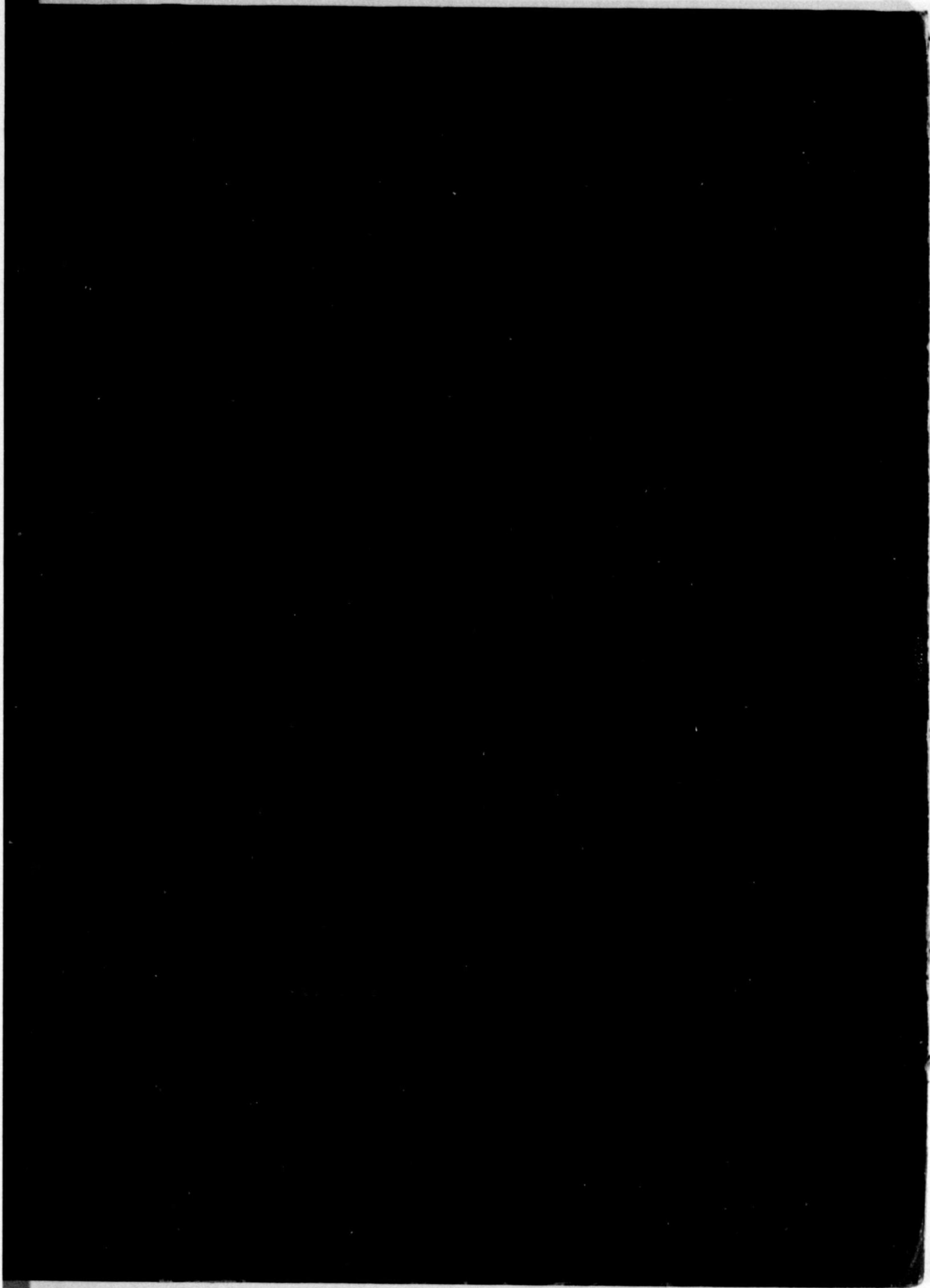


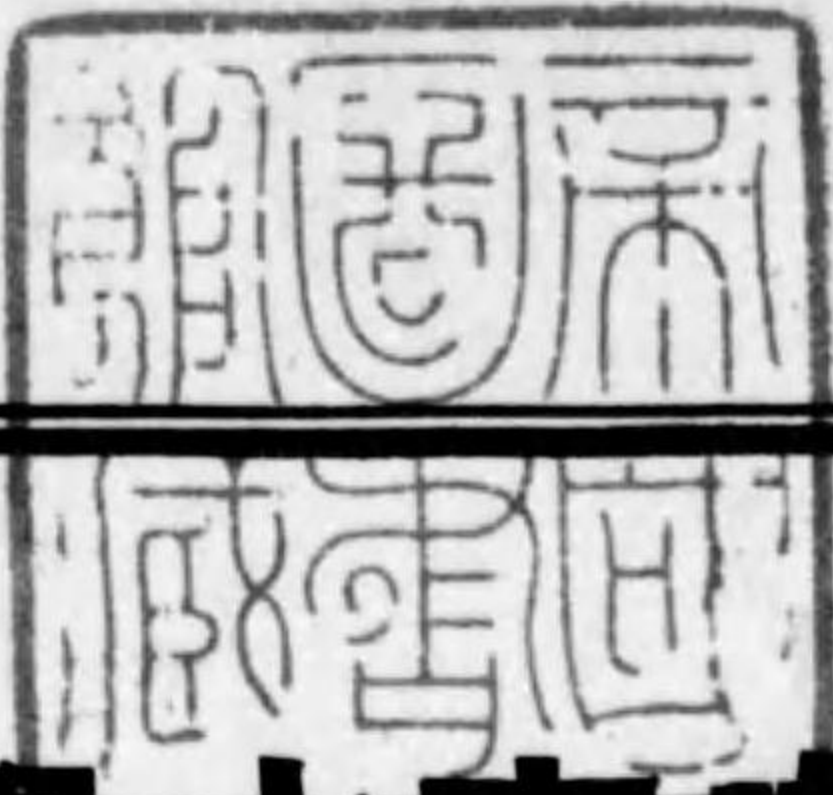


始



534
0.51

34.2.25



534
0.51

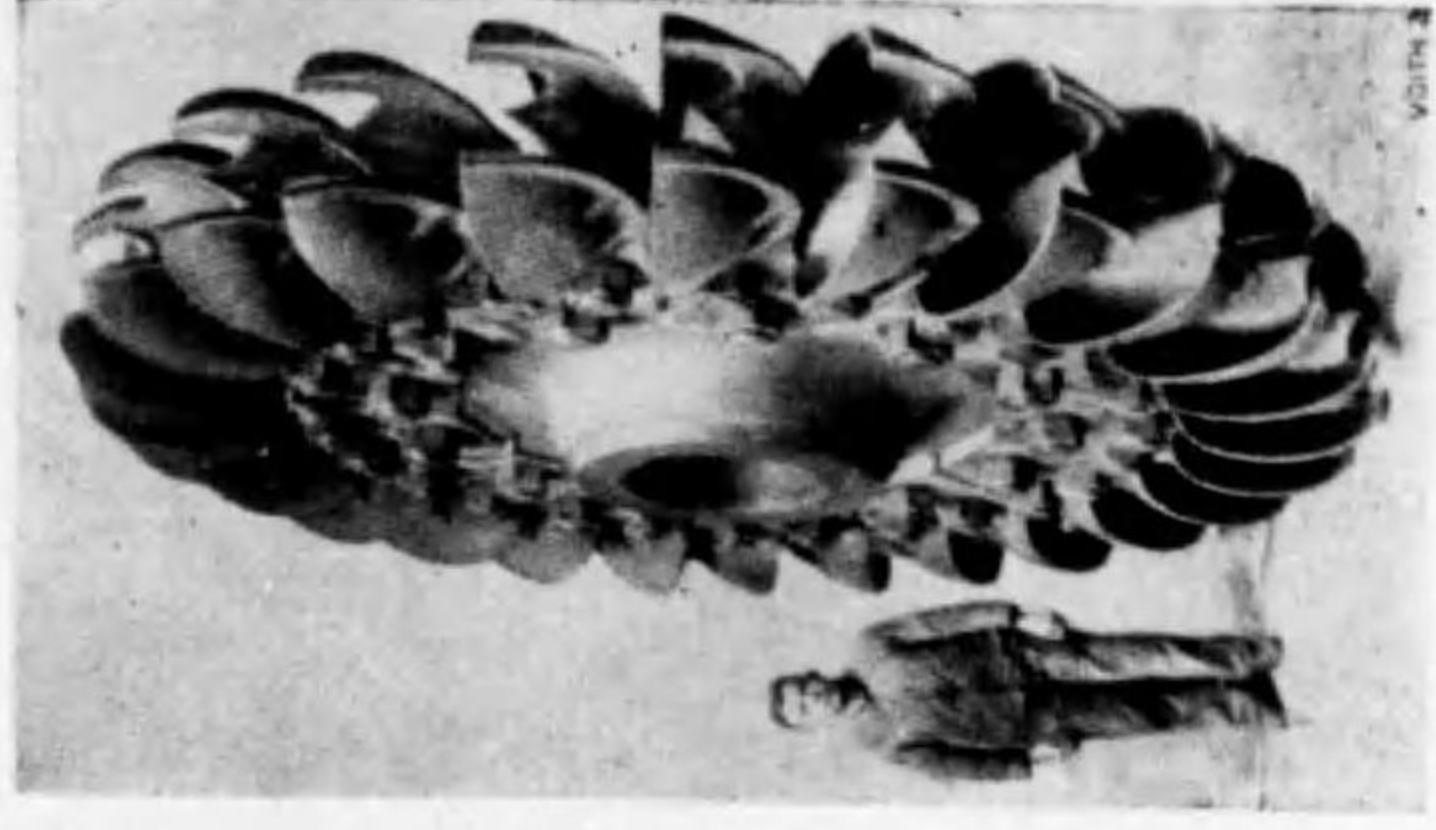
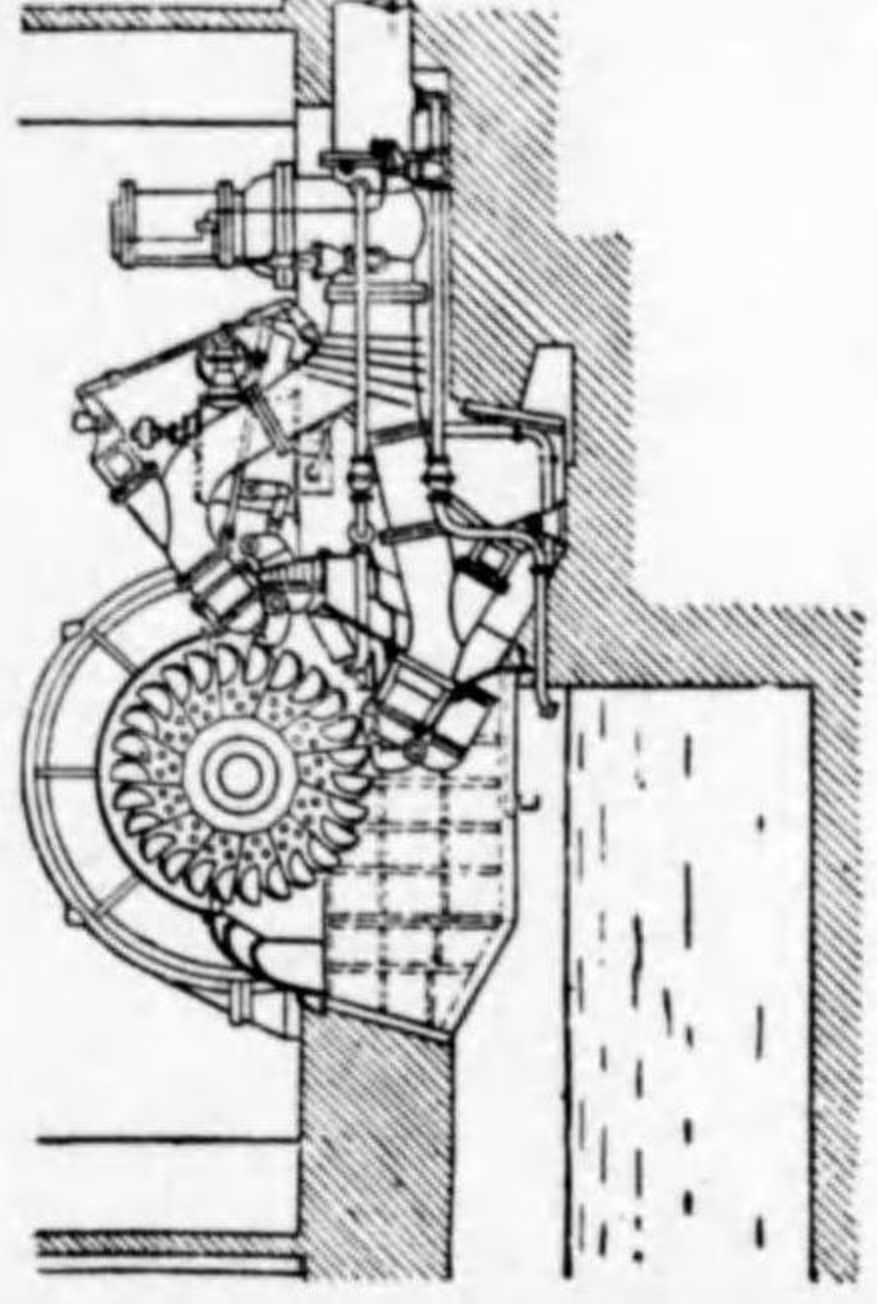
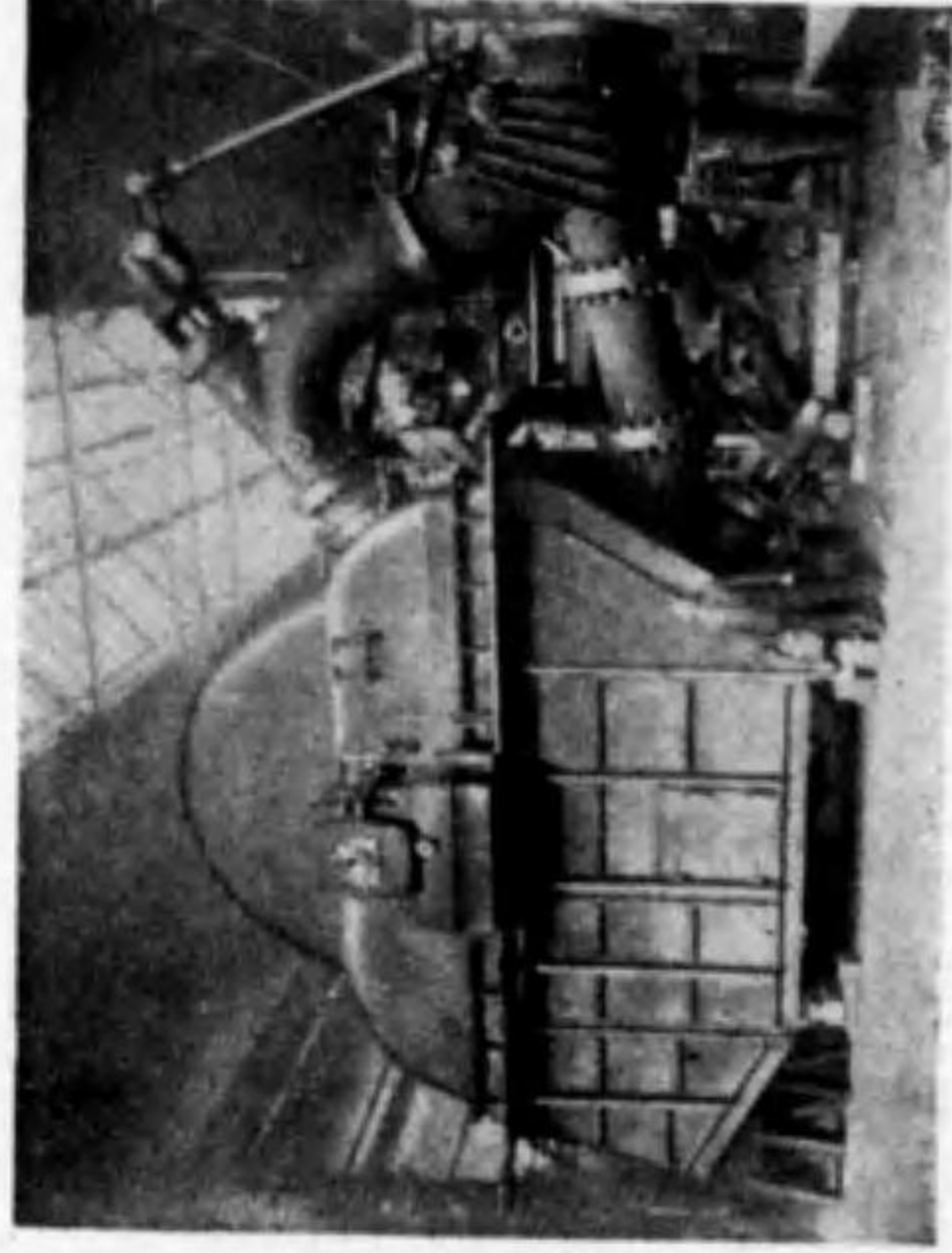
水力學水車唧筒

早稻田大學教授 工學博士
沖 巖
 東京工業大學教授 工學博士
松本容吉 著
 横浜高工教授 工學博士
遠藤政直

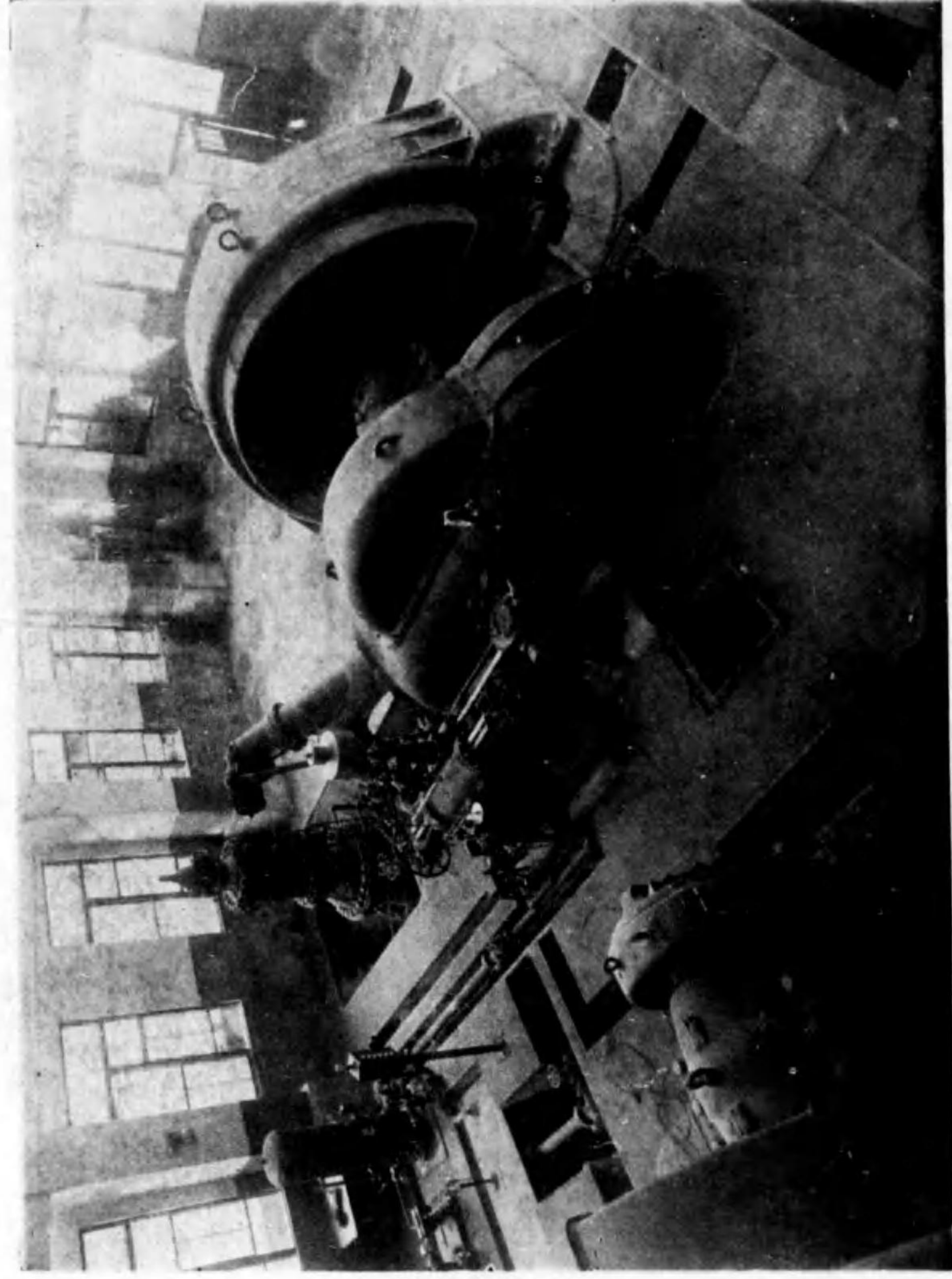
アルス機械工學大講座

A R S.

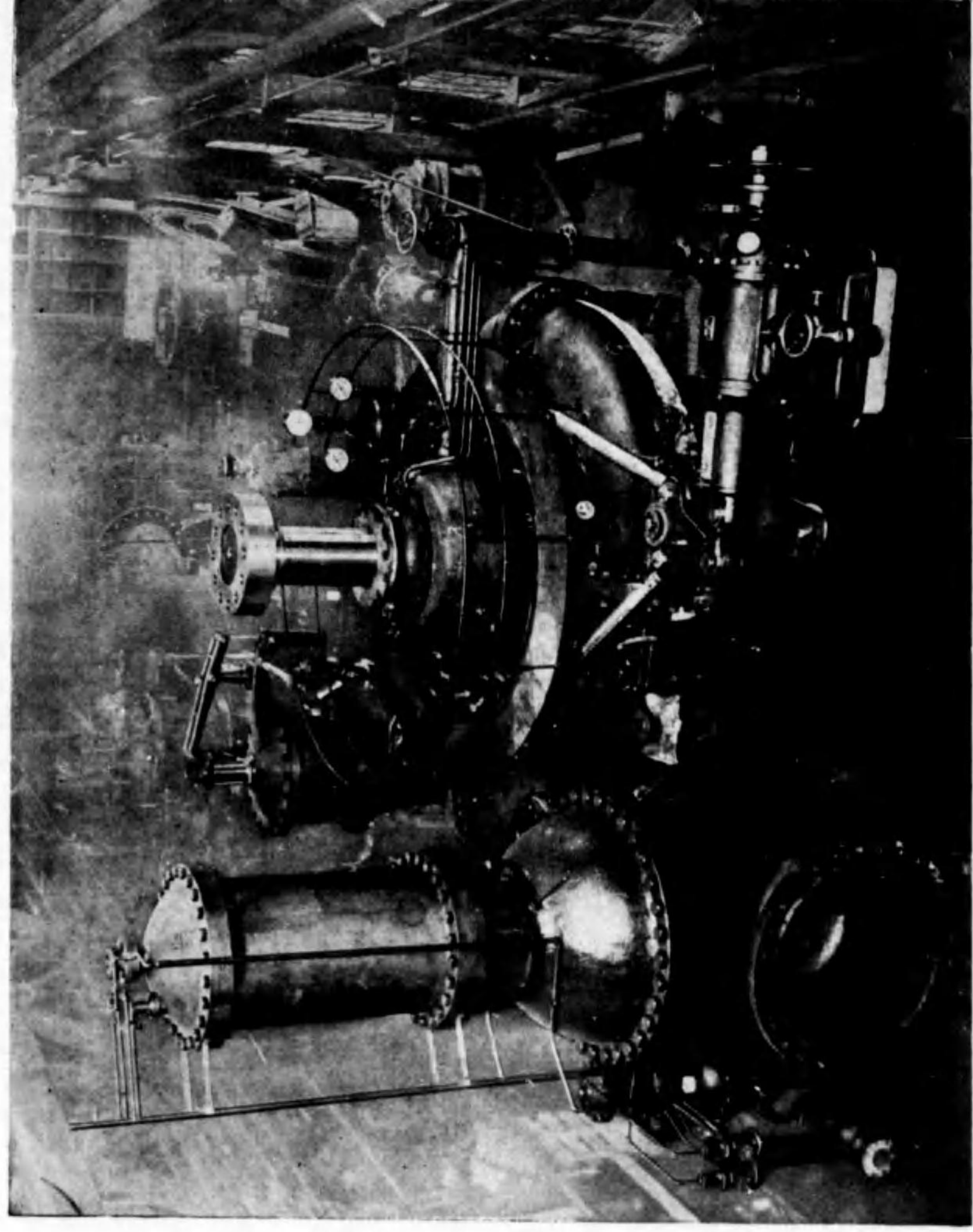




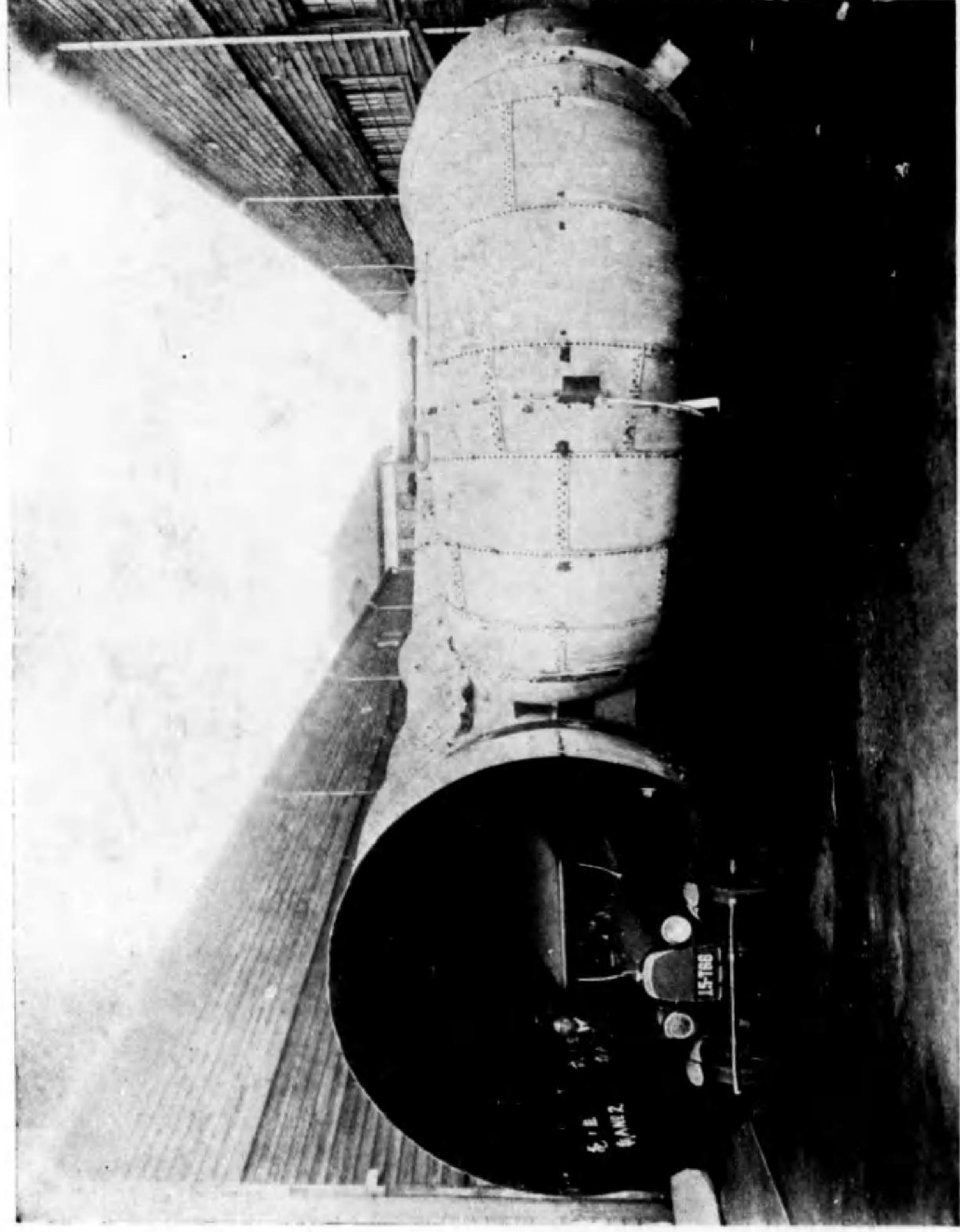
本邦最大、世界最強の單輪ペルトン水車（朝鮮，赴電江碧電所）（フョイト社製）
46,000 HP. 落差 665m, 水電 5.8m³, 300r.p.m.（水車第28頁參照）



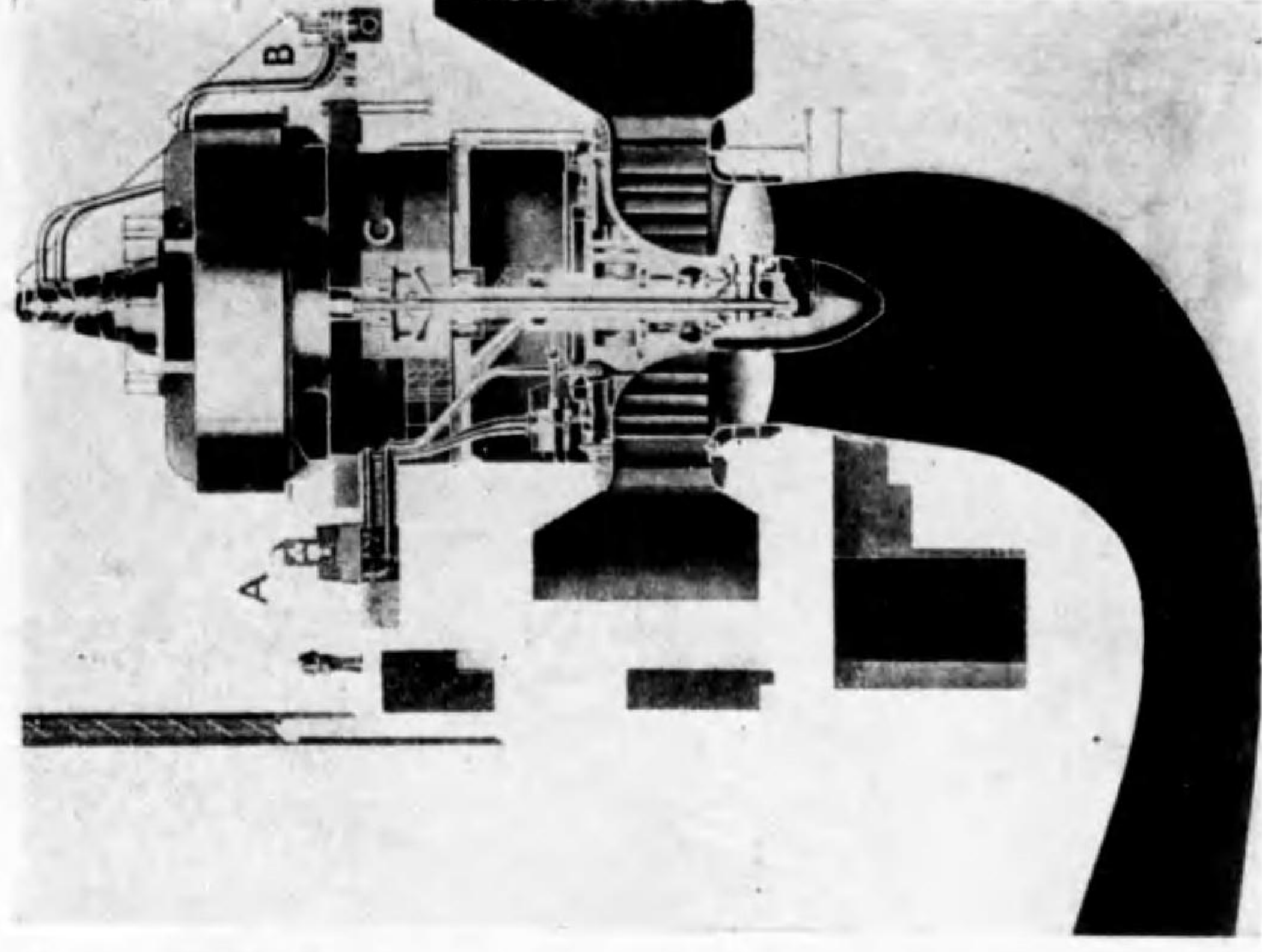
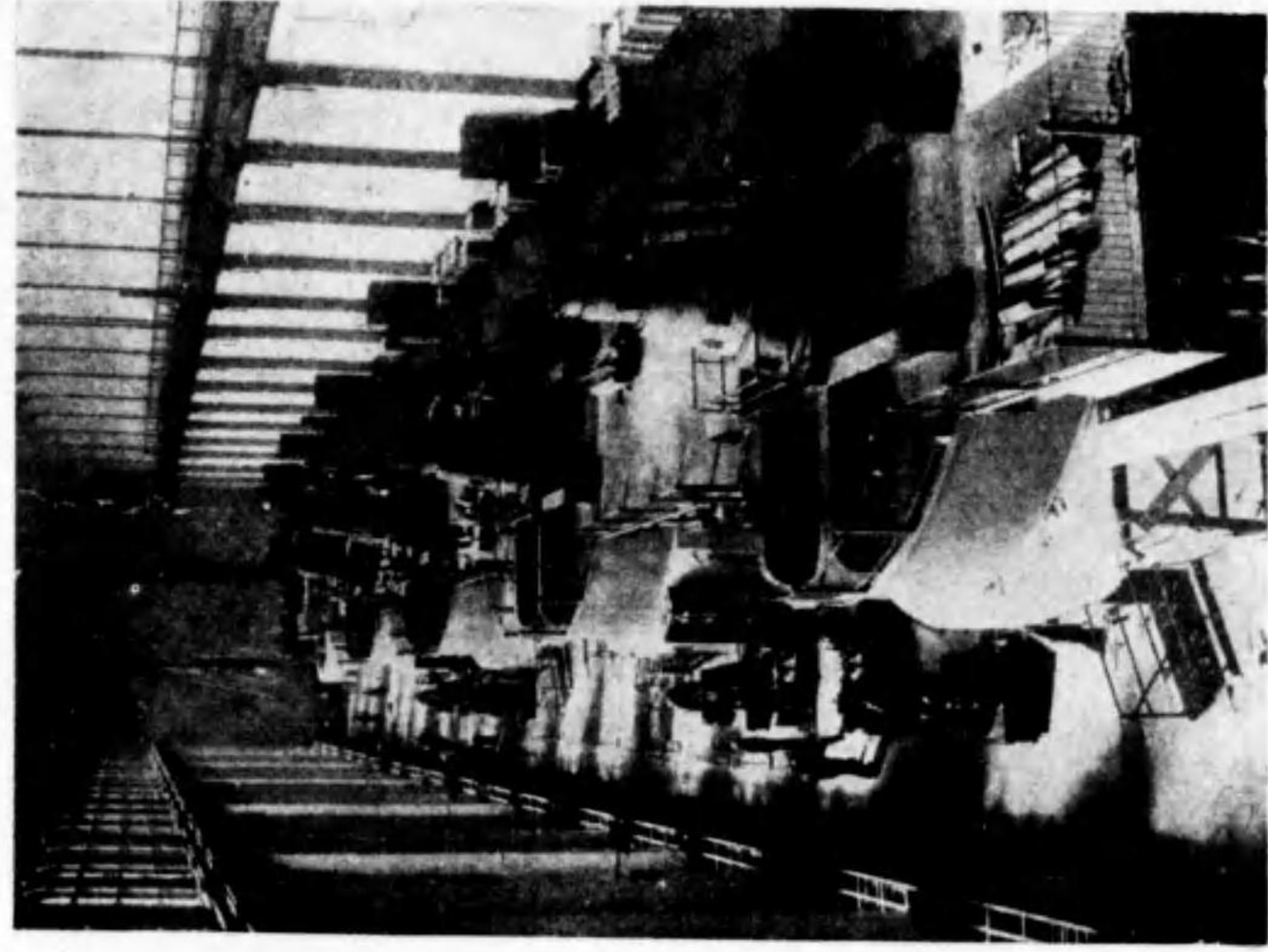
國産中最大容量のベルトン水車, 18,650HP, 450r.p.m., 落差 51ftm, 水量 $3.14m^3/Sec$, 富山縣前川発電所 (日立製作所) (水車第23頁参照)



國産中最大容量のフランシス水車, 31,000HP, 450r.p.m., 落差 214m, (電業社製) 朝鮮産茶肥料松岡第二発電所 (水車第36頁参照)



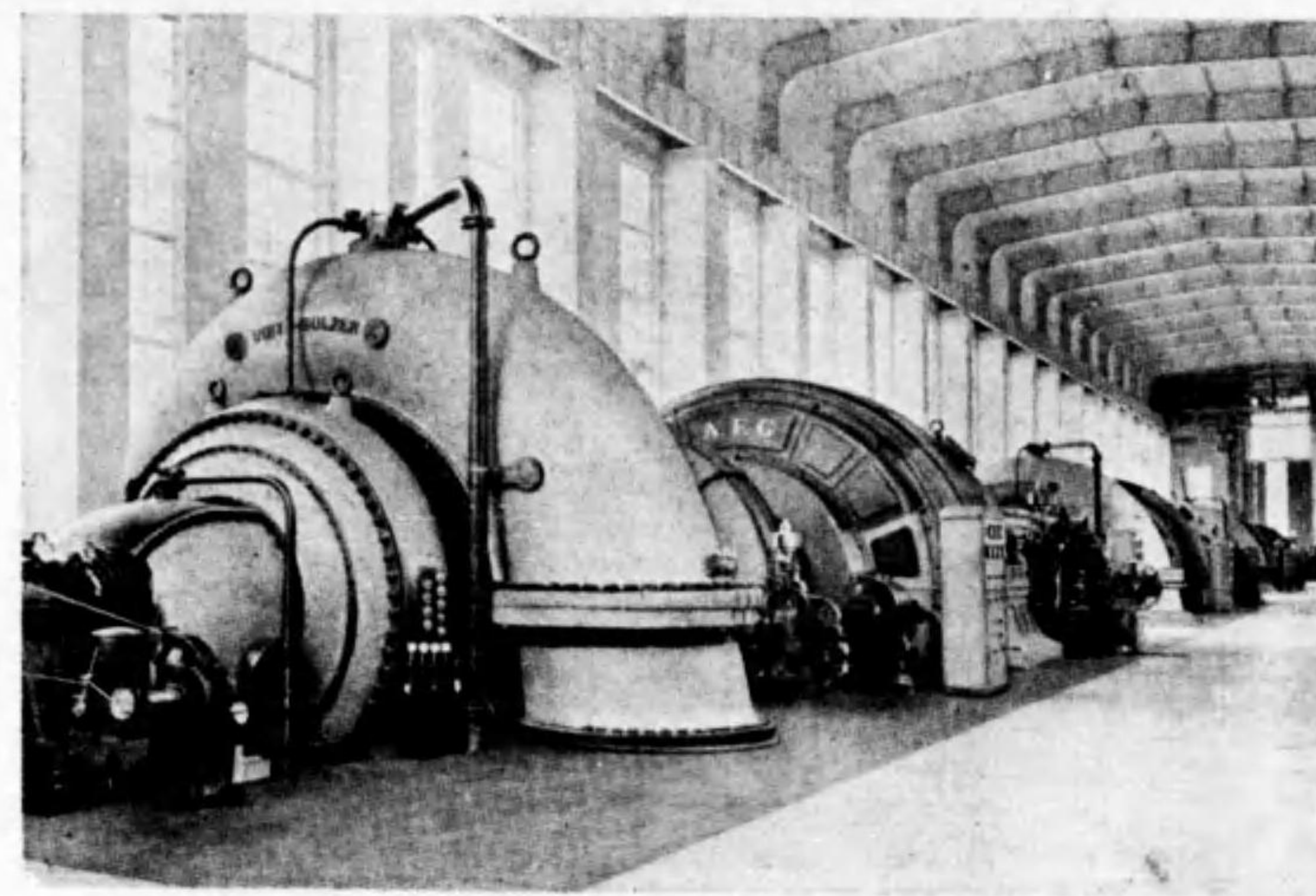
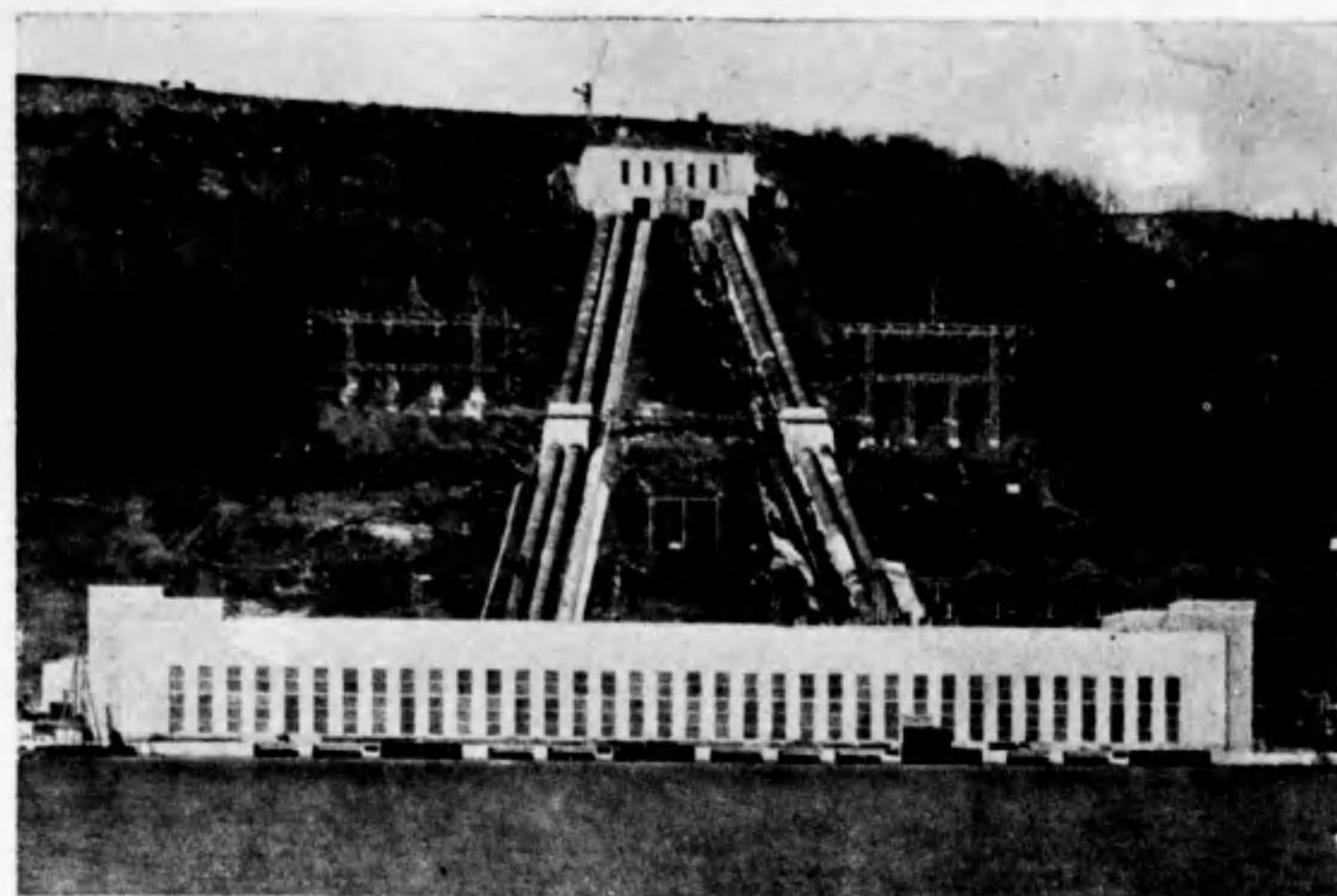
國産最大形體のフランシス水車（久作川第一發電所、電業社製）7,200 HP、落差 17.4m、水量 37m³（水車第36、37頁參照）



世界最大容量のカブラ水車（左發電所内全景、右水車）（水車第63頁參照）
米國セーフハーバー發電所、42,500HP、落差 16.8m、水量 254m³

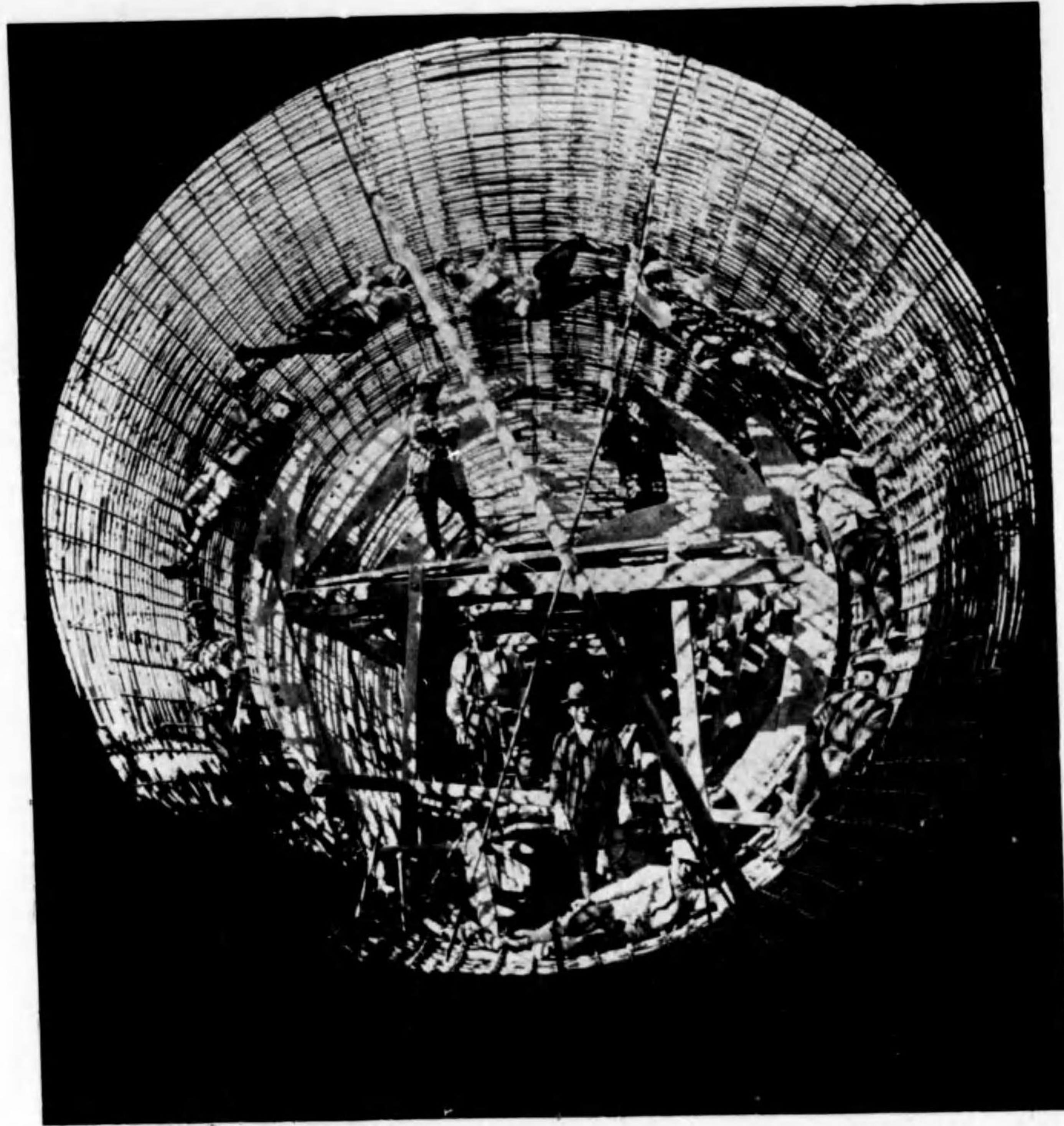


関東水力佐久発電所の大サージタンクと導水管
 (利根川筋伊香保澁川課東南丘上にあり車窓より見ゆ)
 高さ 80m, 内径 12.5m, 容量 3,650m³, 使用鐵材
 1,000 噸, 工費 50 餘萬圓 (水車第86頁參照)

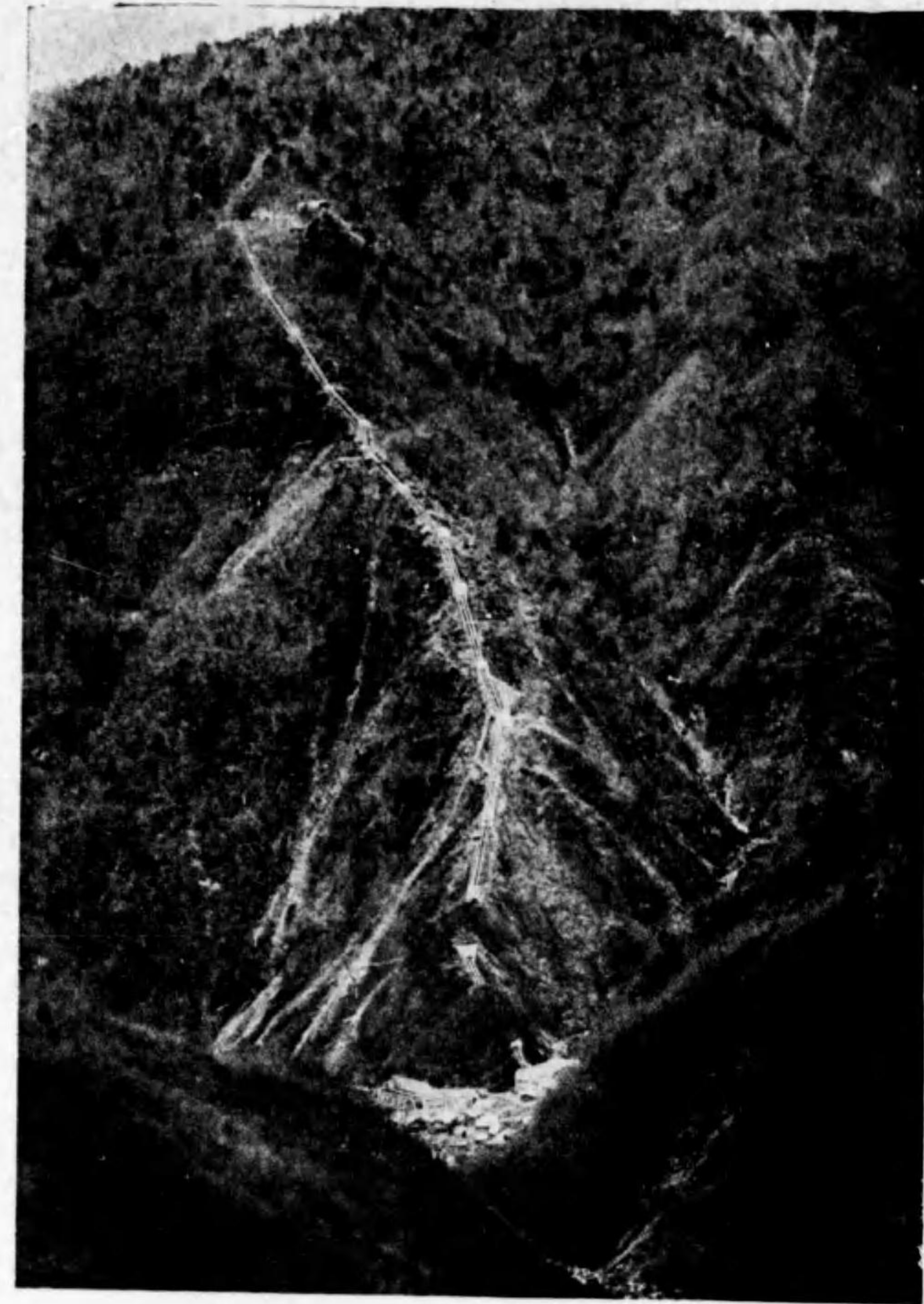


世界最大の貯水設備を有する獨逸ヘルドエツケ (Herdecke) 發電所の
 全景及び機械室, 水車最大出力 48,200HP, ポンプの最大所要動力
 36,100HP, 水車と同期電動機及び唧筒を以て一組を成し, 四組を設
 備す, 剩餘電力を以て 150m 揚水し, 尖頭負荷に應ずるもの。

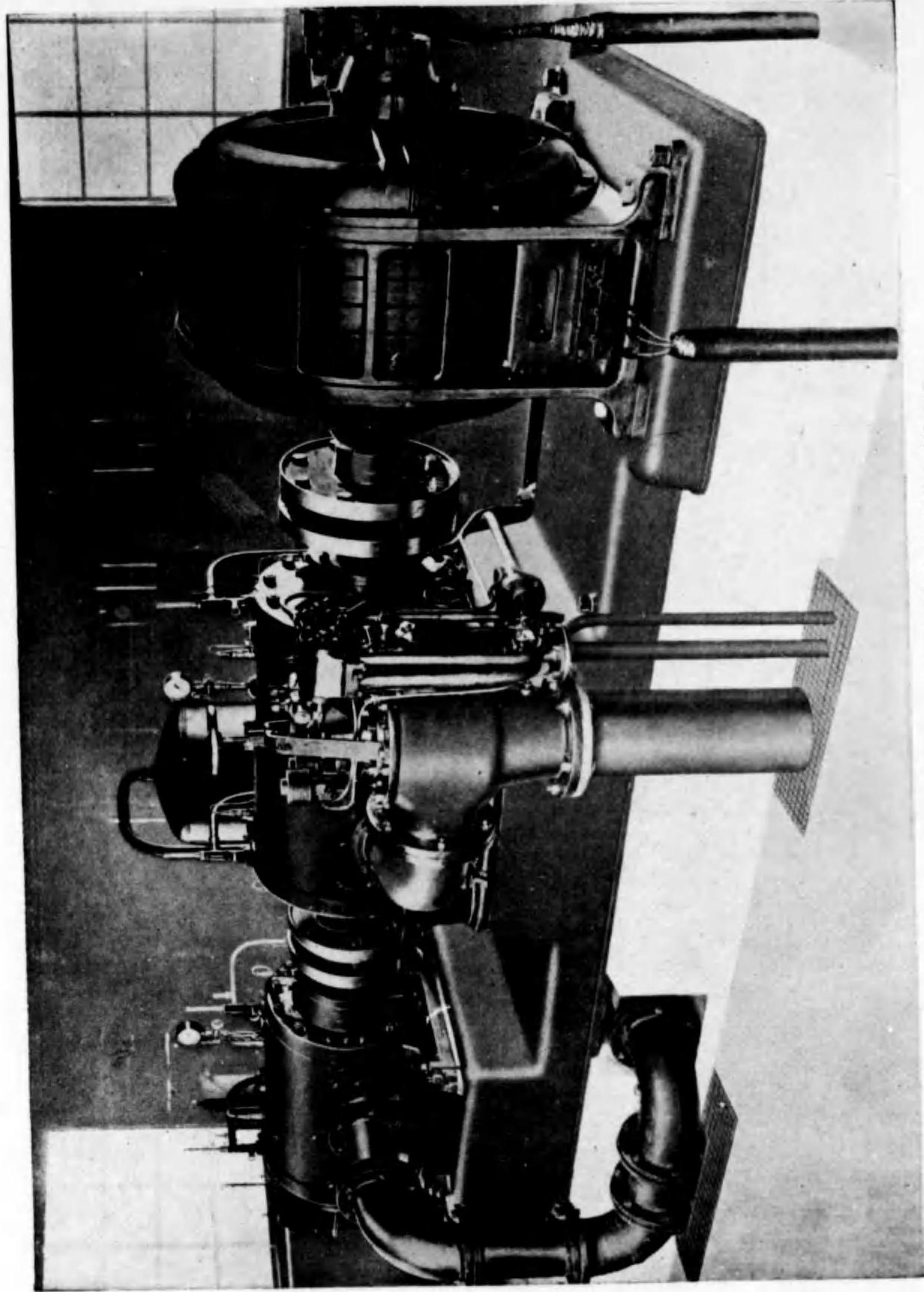
(水車第94頁參照)



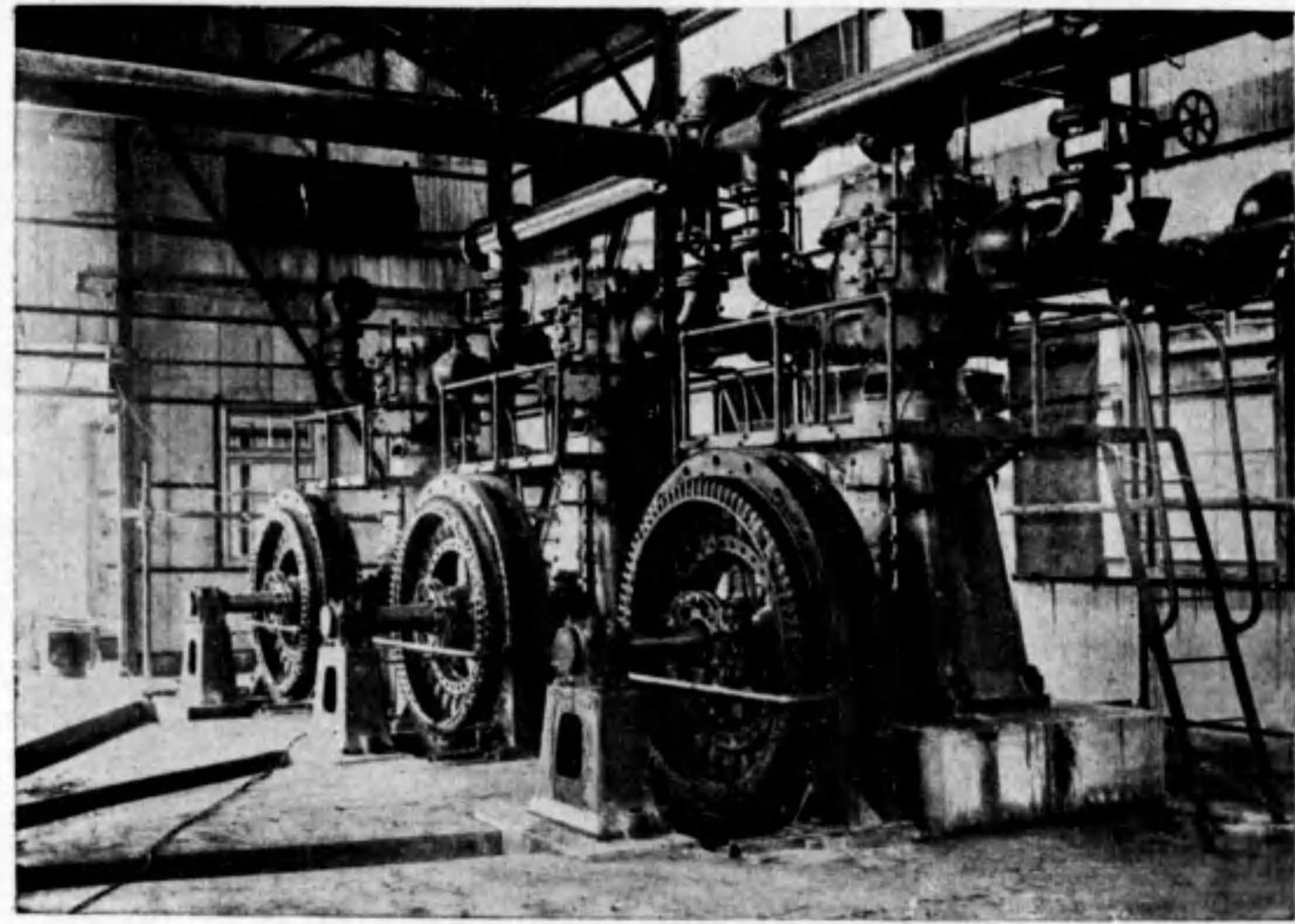
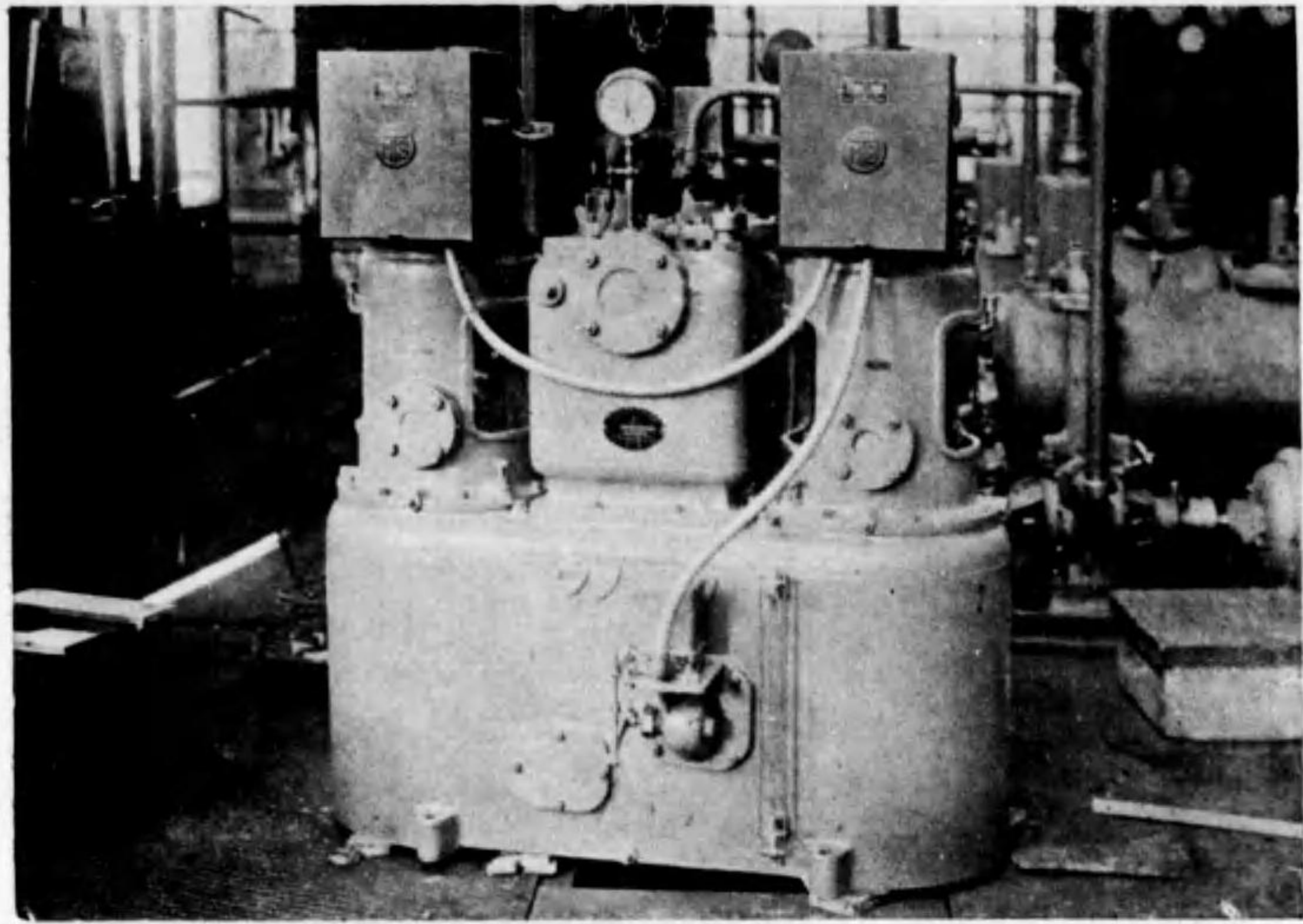
関東水力電気佐久発電所に於けるコンクリート大導水管，内徑 4.6m (水車第95頁参照)



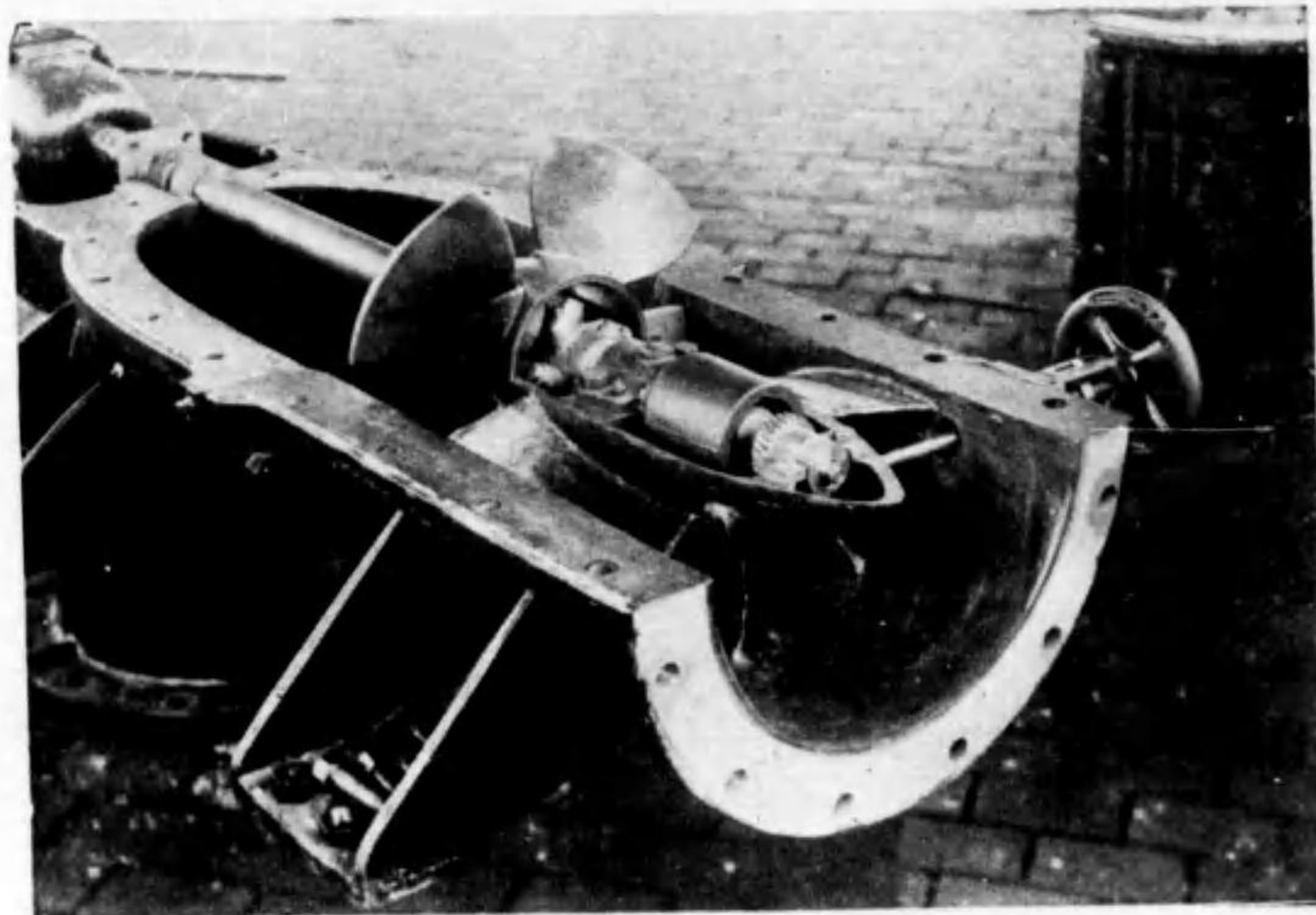
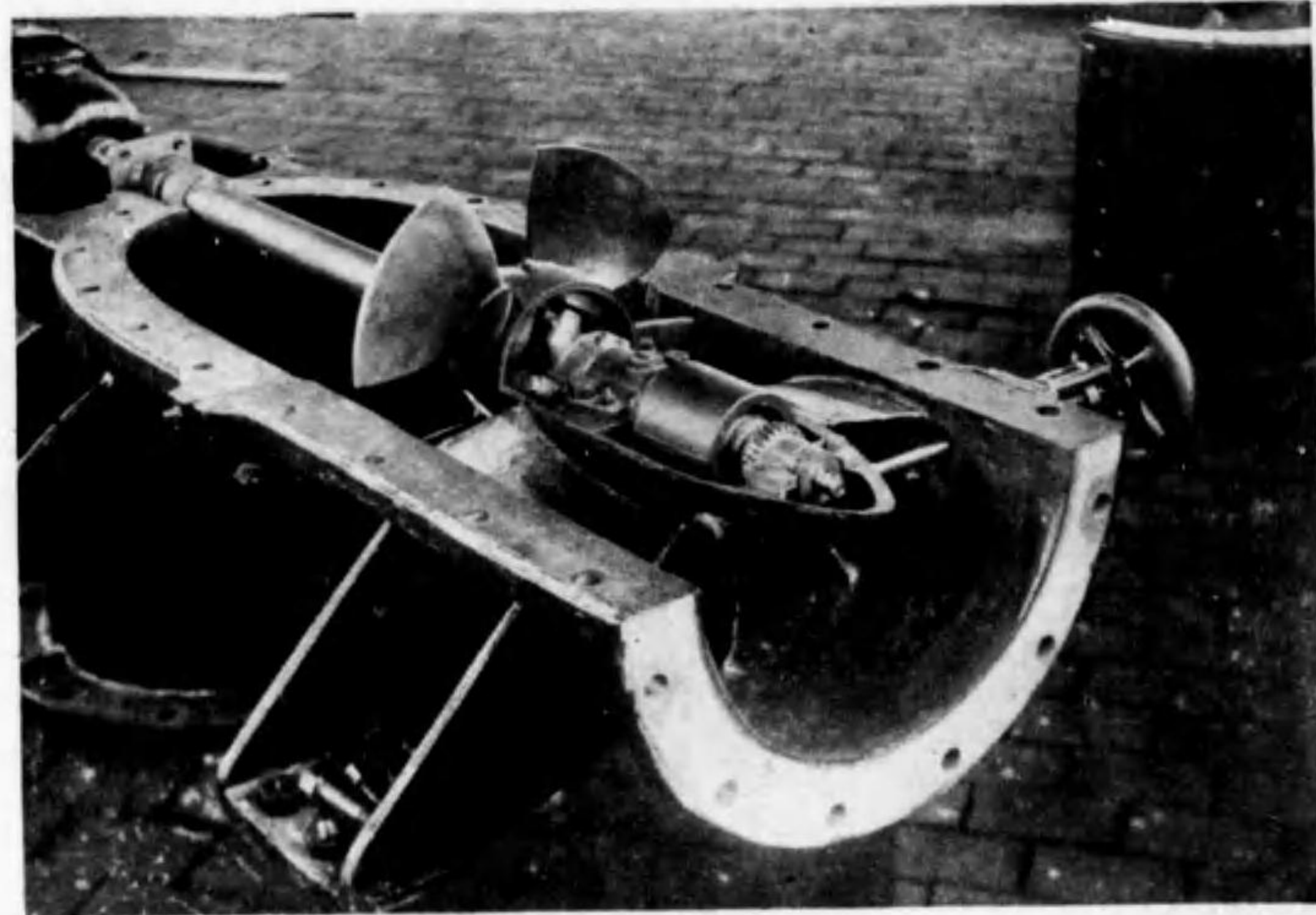
東京電燈田代川第二發電所全景
最大使用水量 5.4m³/sec 落差 520m
最大出力 20,000KVA
水壓管路二列，延長 970m，徑1.2m乃至 0.85m (水車第96.97頁参照)



鐵山用迴轉式空氣壓縮機。ポンプ 250 馬力、壓縮力 100 剎度



(E) 最新式堅型煖房用真空給水ポンプ
(F) 化學工業用堅型瓦斯壓縮機 (宇野河組製)



H-K型可動翼軸流ポンプの内部機構
同上動翼の傾斜角を變じたる場合

水 力 學

早稻田大學教授 工學博士
沖 巖



水 力 學

第一章 水の物理的性質

水の重さ	1
水の分子引力に関する性質	3
粘 力	4

第二章 静水力学

壓力の強さ	8
壓力の測定	9
静水壓に関する法則	12
平面上の静水壓	13
曲面上の静水壓 其一 浮力	17
曲面上の静水壓 其二 水門堰堤	19
曲面上の静水 其三 一樣なる場合	23
平衡状態にある水の表面	24

第三章 水の基本運動方程式

流線運動 流線の定義	26
流線管 連続の理	27
平均流速 混濁流動	28
ベルヌイの定理	29
ベルヌイの定理の説明	31

第四章 流れ口

小 流 れ 口	34
流れ口の用途	38
流れ口に於ける水流収縮噴出水の断面形状	39
最小断面に於ける流速 平均速度を求める方法 噴出の反動による方法	41
ボルダの呑口	44

流れ口の外にある圓管	47
流れ口の外にある圓錐管	48
ラツパ型流れ口に廣がり管を付た場合	50
矩形流れ口	52
水門からの流水量	53
水槽中の水速の影響	54
管末にある流れ口	56
消防用ノズル 水槽水面の降下速度	57
水中流れ口	58
大流れ口	59
圓形大流れ口	60

第五章 堰

矩形堰	61
フランスの矩形堰流量公式	63
近寄速度の影響	64
横縁ある矩形堰に對する沖公式	65
横縁なき矩形堰	69
三角堰	71
堰の種々なる形	73
厚さ大なる堰	74

第六章 水力摩擦

流体の摩擦	75
圓管中の流線運動	77
圓管内の混亂流動	79
レイノルズの理論	83
流動の二状態と摩擦抵抗	87
圓板摩擦	89

第七章 管路に於ける摩擦以外の損失

緩かに狭くなる場合 緩かに廣がる場合	95
急激に擴がる場合 急激に狭くなる場合	97
管の中に孔を穿つた隔板を置いた場合	99
ラビリンス バッキング弁及びコック類	100
方向の變化によるもの	103
曲管の水頭の損失	104
合流管及分岐管	106
管路出口の損失	108
管路の總損失と流量	109

第八章 管路に関する一般問題

一管路の水頭方程式	110
圓管の經濟的直徑	114
消防用ノズル及びホース	117
水力勾配線	119
水力勾配線の諸例	120

第九章 溝 渠

溝渠に對する速度公式	121
クッター及びガンギエーの公式 圓管の摩擦公式	122
溝の断面の最良の割合	124

第十章 水速及流水量測定法

管の中にある流れ口	126
ヴェンチュリー管	127
ピトー管	128
速度計食鹽濃度法	131



水力学

第一章 水の物理的性質

1 水の重さ

水
力
學

密度——純粹の水は攝氏 4° に於て最大の密度を有す。第一表は各温度に對する水の密度を示す。密度とは單位容積の質量を云ふ。

ヘルストロームは t°C に於ける密度 ρ を 0°C に於ける密度 ρ₀ に對して

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t + \beta t^2 + \gamma t^3) \dots\dots\dots(1)$$

と表はした。但し茲に

$$\alpha = 0.000052939$$

$$\beta = -0.0000065322$$

$$\gamma = 0.0000001445$$

壓縮率——水に壓力を加へると體積が縮まる。壓力 p₁ 氣壓の下に V₁ の體積の水が壓力 p₂ に高まつたために體積 V₂ になつたとすれば壓縮率 β は

$$\beta = \frac{V_1 - V_2}{V_1} \frac{1}{p_2 - p_1} \dots\dots\dots(2)$$

である。常溫常壓に於ては p₂ - p₁ = 1 氣壓に對して β = 約 10 萬分の 5 であるが高い壓力になる程水は縮み難くなつて β は著しく小さくなる。而して β は水の温度によつても變はる。第二表はブリッチマンの實驗結果によつて出來たものである。

此表で判かる様に壓力が高くなれば水も可なり縮まる、例へば 12500 氣壓では常壓に對して約 2 割縮んで居る。或特殊の工業に用ひる高壓ポンプの場合や水中に於ける火藥の爆發の様な場合には水の體積減少を計算に入れなければならない。併し普通の水力学では取扱ふ範圍が常溫常壓に近いから淡水の密度は不變であるとして其重さを

$$= 1000 \text{ kg/m}^3$$

として居る。

第一表
各攝氏溫度に對する水の密度

溫度	密度	溫度	密度
0°	0.99987	50°	0.9881
4°	1.00000	60°	0.9832
10°	0.99973	70°	0.9778
20°	0.99823	80°	0.9718
30°	0.99567	90°	0.9653
40°	0.99224	100°	0.9584

第二表
各溫度及壓力に於ける 1 kg の水の體積 (リットル)

壓力 at	攝 氏 溫 度								
	0	10	20	30	40	50	60	70	80
1	1.0001	1.0002	1.0017	1.0042	1.0077	1.0119	1.0169	1.0225	1.0288
1000	0.9579	0.9603	0.9631	0.9664	0.9701	0.9744	0.9792	0.9843	0.9897
2000	0.9261	0.9294	0.9328	0.9365	0.9404	0.9446	0.9490	0.9538	0.9586
4000	0.8898	0.8844	0.8881	0.8898	0.8957	0.8997	0.9038	0.9081	0.9124
6000	0.8481	0.8510	0.8546	0.8565	0.8624	0.8663	0.8703	0.8743	0.8782
8000			0.8276	0.8301	0.8361	0.8400	0.8439	0.8478	0.8514
10000				0.8108	0.8150	0.8189	0.8227	0.826	0.8301
12000					0.7967	0.8006	0.8044	0.8081	0.8116

巴里 ($g=9.80665 \text{ m/s}^2$) に於て 4°C の純水 1 リットルに働く重力は力の單位 1 kg に極めて近い。我邦に於ては $g=9.80 \text{ m/s}^2$ とする。而して g の僅かなる相違は度外視しても穴して差支へはない。

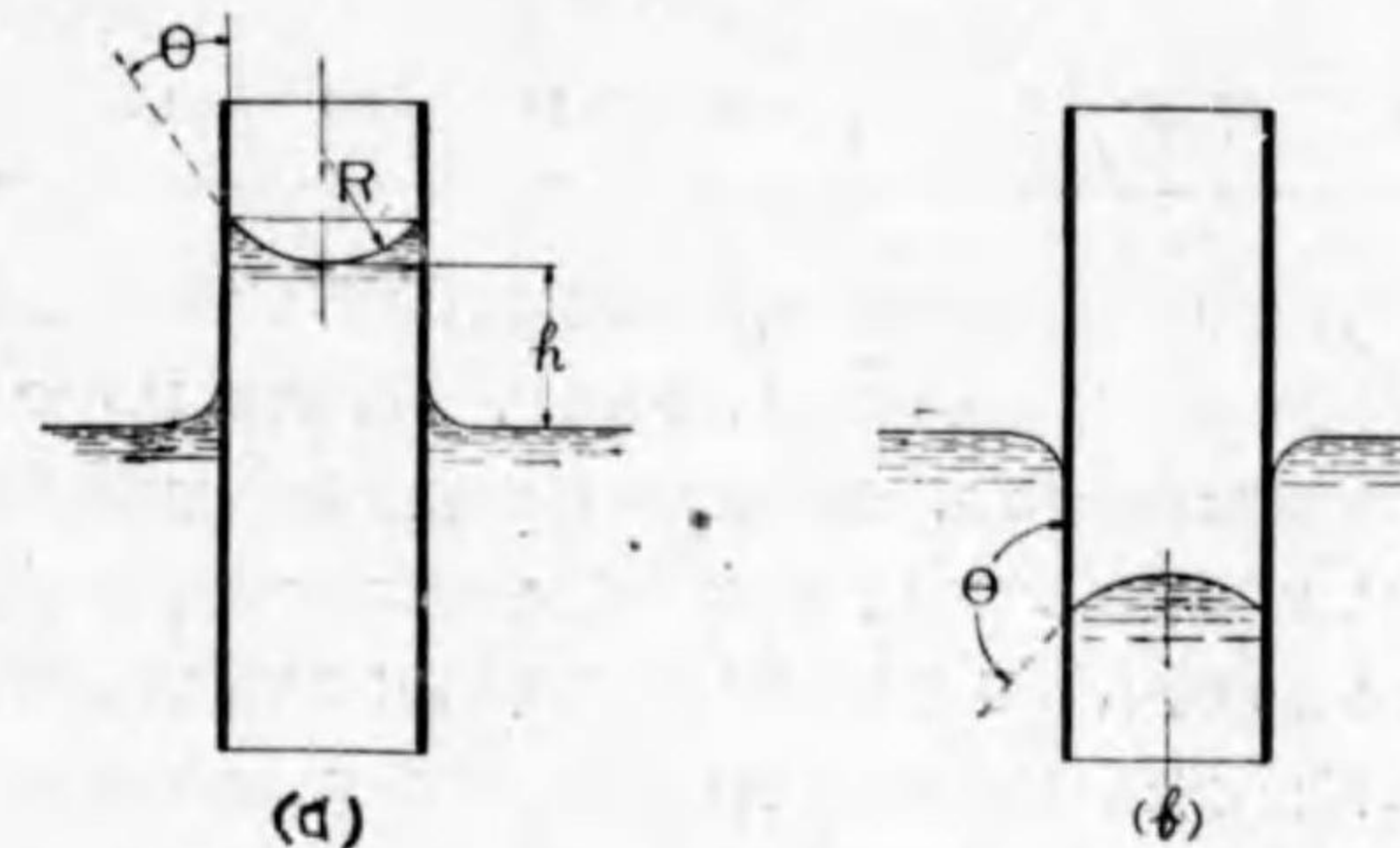
例 $V \text{ m}^3$ の水に $\alpha \text{ m/s}^2$ の加速度が働けば $\frac{1000 V}{9.80} \alpha \text{ kg}$ の力を生ず。

海水は所によつて鹽分が可なり異なる。港内は河水流入して鹽分一般に少なく大洋の中央では鹽分 3.5% 位である。普通の海水の重さを 1025 kg/m^3 と取る。

又河や浅い海の水が泥砂を混じて居るときにはそれがために比重が千分の一位増すと見れば充分である。

2 水の分子引力に関する性質

凝集力と附着力——前者は水の分子同志の引力であり後者は水の分子が他の物體の表面に附着する力である。凝集力によつて表面張力が生じ表面張力と附着力で毛管現象を生ずる。これ



第一圖

等は物理學上面白い問題であるが普通の水力學では特別の場合の外は考へない。

毛管引力——細い硝子管を水中に立てると管の中では水面が外の水面より h 丈け高く上る。又水銀の中に立てた硝子管の中では表面が h 丈け下る。第一圖 (a) 及 (b)。計算に依れば、

$$h = \frac{4 a \cos \theta}{wd} \dots\dots\dots (3)$$

h, d は共にミリ, w = 水或は水銀の重さミリグラム, a = 表面張力ミリグラム/ミリの境界線,

	w	a	θ
水 對 空 氣	1	8	$25^\circ 32'$
水 銀 對 空 氣	13.6	55	$128^\circ 52'$

即ち上式は次の如くなる



水では $h = \frac{30}{d}$ ミリ

水銀では $h = \frac{10}{d}$ ミリ

.....(4)

水
力
學

h の値, (ミリ)

硝子管内径 d, ミリ	0.1	1.0	5.0	10	20
水 對 空 氣	300	30	6.0	3.0	1.5
水銀 對 空 氣	100	10	2.0	1.0	0.5

これ等の現象は硝子管中の水柱や水銀柱で壓力を測る場合に起るものである。上の表で見れば水銀の場合の下り方は水の場合の上り方の $\frac{1}{3}$ であるが、水銀の比重 13.6 であるために水銀の表面の下り方を水柱に換算すると、水銀を用いたための誤差は水を用いたための誤差の約 4.6 倍になる。但し方向は相反して居る。これ等の誤差を避けるには硝子管の内径 d が 10 ミリ以上なることを要する。併し U 字管の場合はこれより細くても宜しい。又岩石土壤中の水の毛管現象は地下水の水位を決定する。深井戸工學や河川工學には重大な問題である。

水のガス吸引力—水は他の液體と同様に壓力に比例した重量のガスを吸収する。即ち壓力が下がれば水中から空気を遊離する。これはポンプの吸水力を阻害したり又は鐵管の高所に漏つた空気を蓄積して鐵管を腐蝕する。

水蒸氣の張力—水蒸氣は其溫度に應じて壓力即ち張力を有する。100°C で大氣壓に等しくなるが常溫では小さいものである。即ち 10°C で水柱 12 cm, 20°C で 24 cm に過ぎない。普通の場合にはこれがためにポンプの吸水能力が著しく阻害されることはない。併し鐵管の高所やポンプや水車の羽根車の裏側の低壓部に前記の遊離空氣や水蒸氣が集まつて金屬を意外に侵蝕する事がある。

3 粘 力

油や鉛が粘る即ち流れ難いと云ふのはこれ等のものは形を變へる際に大きい抵抗を呈するからである。空氣の様な流れ易いものは即ち粘る性質が少ないと云へる。彼のグラフ ツェツベリン號の様な巨大な飛行船には二千馬力近い動力を備へて居るが其大部分は空氣の摩擦に打勝つために費される。摩擦は實に粘りあるために起るのである。空氣の粘る性質は小さいけれど



も接觸面の廣いことと流動の速さが大きいことによつて其様な大きい抵抗を起すのである。第 2 圖の様に單位面積にして厚さ δy の水の層の上下兩面の間で速度が δv 違ふとき剪斷のために生ずる抵抗即ち粘りの抵抗は、極限に於てはニュートンに依れば

$$f = \mu \frac{dv}{dy} \dots \dots \dots (5)$$

である。茲に

f = 粘り抵抗, ダイン/cm^2 或は
 グラム重量/cm^2

v = 速度, cm/sec

y = 厚さ, cm

μ = 粘係數

ランドルト及ベルンスタインの表によれば水の粘係數 μ は

$$\mu = \frac{0.01775}{1 + 0.0331t + 0.000244t^2} = \mu_1, (\text{ダイン, sec, cm}) \dots \dots \dots (6)$$

$$\mu = \frac{\mu_1}{g} = \frac{0.00001811}{1 + 0.0331t + 0.000244t^2} = \mu_2, (\text{グラム重量, sec, cm}) \dots \dots \dots (7)$$

溫度が上れば μ が小さくなる即ち流れ易くなることは油に於て日常經驗する所と一致して居る。各溫度に對する μ_1 の値は次の表に示す通りである。

液體の流動抵抗を知るには粘係數 μ のみでなく其密度を一緒にした所謂

$$\text{運動粘係數 } \nu = \frac{\mu}{\rho} \dots \dots \dots (9)$$

が便利である。次の表に各溫度に對して示してある。茲に

或はボアソイニの實驗式

$$\mu = \frac{0.0000181}{1 + 0.03368t + 0.000221t^2} (\text{グラム重量, sec, cm}) \dots \dots \dots (8)$$



$$v_1 = \frac{\mu_1}{\rho}, \quad v_2 = \frac{\mu_2}{w} = \frac{\mu_1}{\rho}$$

∴ $v_1 = v_2$

これ v は質量の単位の取り方に無関係であるからである。即ち v は cm^2/s で表はす。
式 (9) は式 (1) と (6) とで定まる。

$t^\circ\text{C}$	0°	10°	20°	40°	60°	80°	100°
μ	0.01775	0.0131	0.0101	0.00654	0.00459	0.00341	0.00263(C.G.S)
v	0.01775	0.0131	0.0101	0.00659	0.00467	0.00351	0.00274(C.G.S)

第83 圖には水の v の値を各温度に對して圖示した。尙同時に空氣の v の値も同圖に示した。空氣の v は温度と共に上つて水の v とは反對の傾向をもつて居る。これは水の密度が温度によつて左程變化しないのに空氣にあつては温度が上ると密度が著しく下がるからである。20°C に於ては空氣の v は水の v の15倍の値をもつて居る。

$$f = \mu \frac{dv}{dy} \dots\dots\dots (5)$$

この式は流體の粘りの抵抗に関する種々の問題を明かにする。第一には層の上下兩面間に速度の差がなければ $dv=0$ で粘抵抗 $f=0$ である。即ち $dv \neq 0$ のとき初めて粘抵抗が生ずる。固體の場合の剪斷力と云ふのは似て非なるものである。一の固體に剪斷力を加へると相當の變形が起り遂に力の平衡状態に達して静止する。即ち静止して居ても力は掛つて居る。而して若し之れが彈性限界内にあれば其力を取去れば固體は元の正方形に復歸する。流體の粘り抵抗はこれとは全く異なる。 $dv=0$ のとき $f=0$ であるから静止して居る流體の一小部分に働く壓力は、其一小部の境界面に垂直面に向ふものとみで面に平行なる壓力はない。これ靜水力学に於て壓力計算上最も大切な事である。第二には少しでも剪斷力 f が働けば $dv \neq 0$ であるから如何に粘り強いものでも永い間には僅かな傾斜の面の上で遂には流れて行く筈である。又海上に浮ぶ數萬トンの巨船でも指一本で動かせる筈である。但し時間は非常に掛る。前者は μ の値が大きく後者は接觸面の大きい場合である。

圓管の中を粘りのある流體が靜かに流れるときには式 (5) を用ひて流れの抵抗を計算出来る。併し流速が大きくなつて流れが亂れて居るときは到底其様な計算は出来ない。實驗結果によつて抵抗係数を求める外はない。併し面白いことには其不規則に見える運動の中にも亦一の



規則があつて其抵抗係数即ち摩擦係数は $v = \mu/\rho$ の或函数である。

大きな口や切欠から水が流れ出る時の様で摩擦の影響少ない場合にあつては水を粘りのない流體として取扱つて計算しても大した間違はない。

水
力
學

第二章 静水力学

4 圧力の強さ

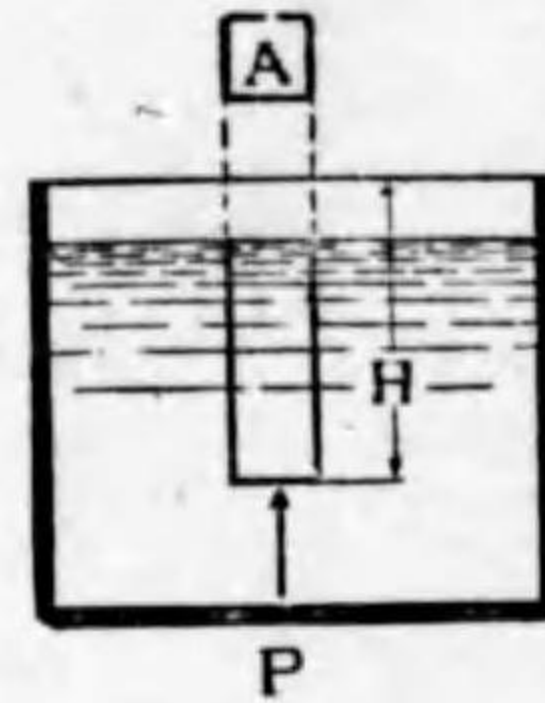
水

力 静止してゐる水の中に水面から H , m の深さに達し而して切断面積 A , m² を有する水柱を想像する。此水柱を支へる力は其底面に働く P のみである而して之れは水柱の重さに等しい
即ち

$$P = wAH \text{ kg}, \quad w = 1000 \text{ kg/m}^3$$

何となれば静止状態に於ては粘る力は働かない即ち横の方から水柱側面に働く圧力は其面に垂直であつて水柱の重量を支へるには何等役には立たないからである。今上の式の兩側を A で割れば

$$\frac{P}{A} = wH = p = \text{深さ } H, \text{ m に於ける圧力の強さ, kg/m}^2$$



第 3 圖

圧力の強さは kg/m² の外に kg/cm², gr/cm² 等を用ふるが尙我々は大気壓と比較して考へると便利なことが多い。

標準氣壓 = 760 mm,	0°C の水銀柱の高さ
= 762 mm,	15°C の "
= 10.333 m,	4°C の水柱の高さ
= 1.0333 kg/cm ²	

参考のため英國式單位との比較を示す。

標準氣壓 = 29.92 吋,	0°C の水銀柱の高さ
= 33.90 吋,	4°C の水柱の高さ
= 14.70 磅/平方吋	
1 工學氣壓 = 28.96 吋,	0°C の水銀柱の高さ
= 14.22 磅/平方吋	
1 磅/平方吋 = 2.306 吋,	4°C の水柱の高さ
= 703 mm,	" "
= 0.0703 kg/cm ²	

そこで此半端な數字が面倒であるので我々は次の如き工學氣壓 (at と表はす) を用ひる。

1 工學氣壓 = 1 kg/cm²

= 10 m, 4°C の水柱の高さ

= 735.5 mm, 0°C の水銀柱の高さ

= 0.968 標準氣壓

尙此外に我邦では法律で定められた壓力の單位バール (Bar) がある。

1 バール = 1,000,000 ダイ ン/cm² = メガダイ ン/cm²

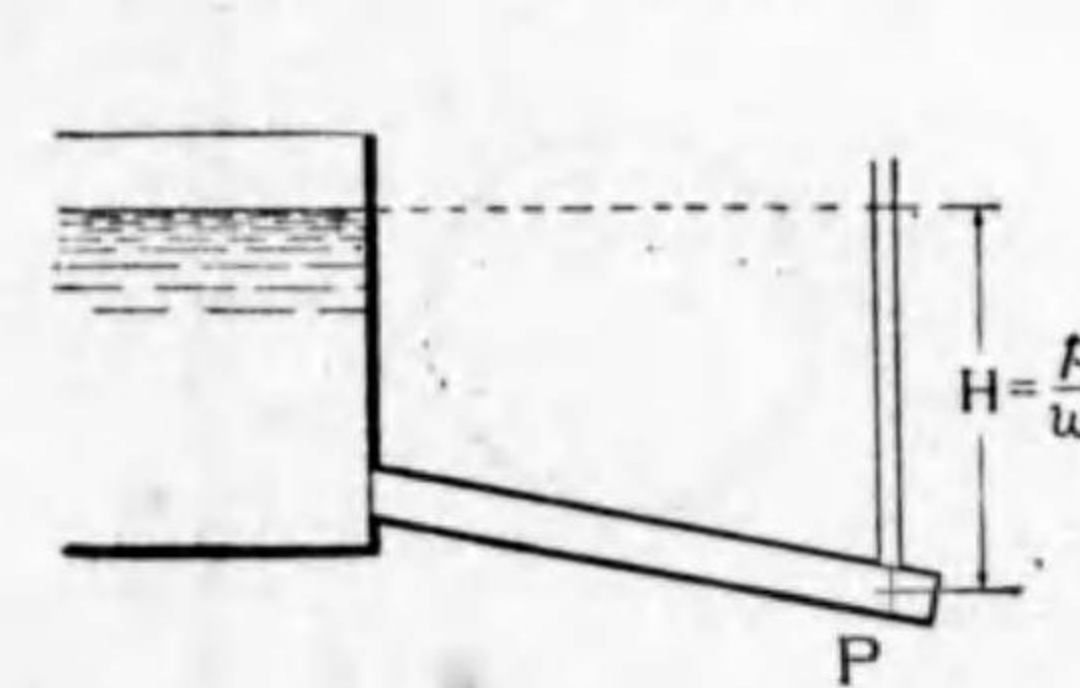
= 750.5 mm, 0°C の水銀柱の高さ

標準氣壓 = 1,012,600 ダイ ン/cm² = 1.0126 バール

工學氣壓 = 980,000 ダイ ン/cm² = 0.980 バール

5 壓力の測定

静水壓の測定には硝子管 (内徑 $d > 10$ mm) を用ふることが多い。其數例を次に示す。P 點に於ける壓力の強さを p とす。



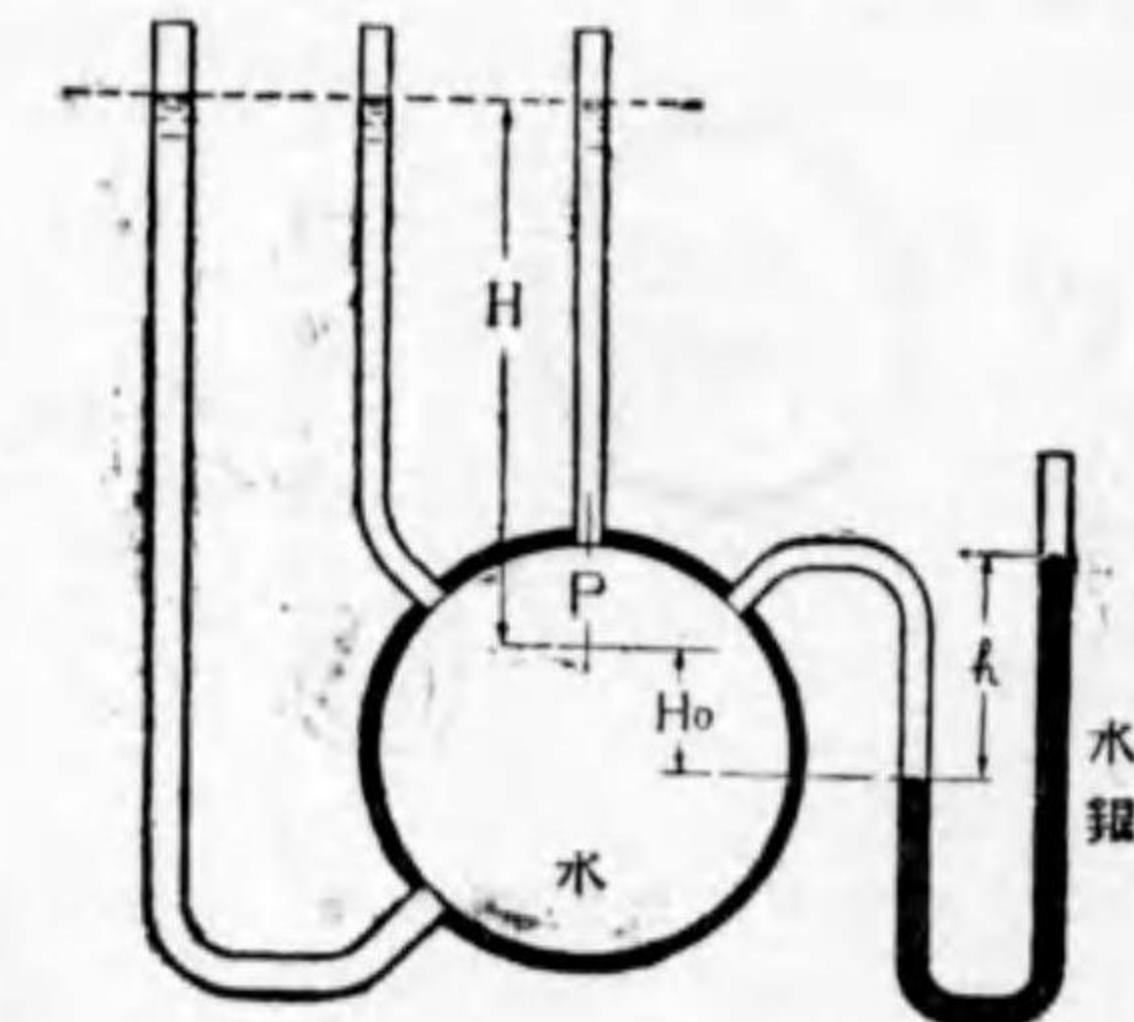
第 4 圖

$$H + H_0 = 13.6 h$$

$$\therefore H = 13.6 h - H_0$$

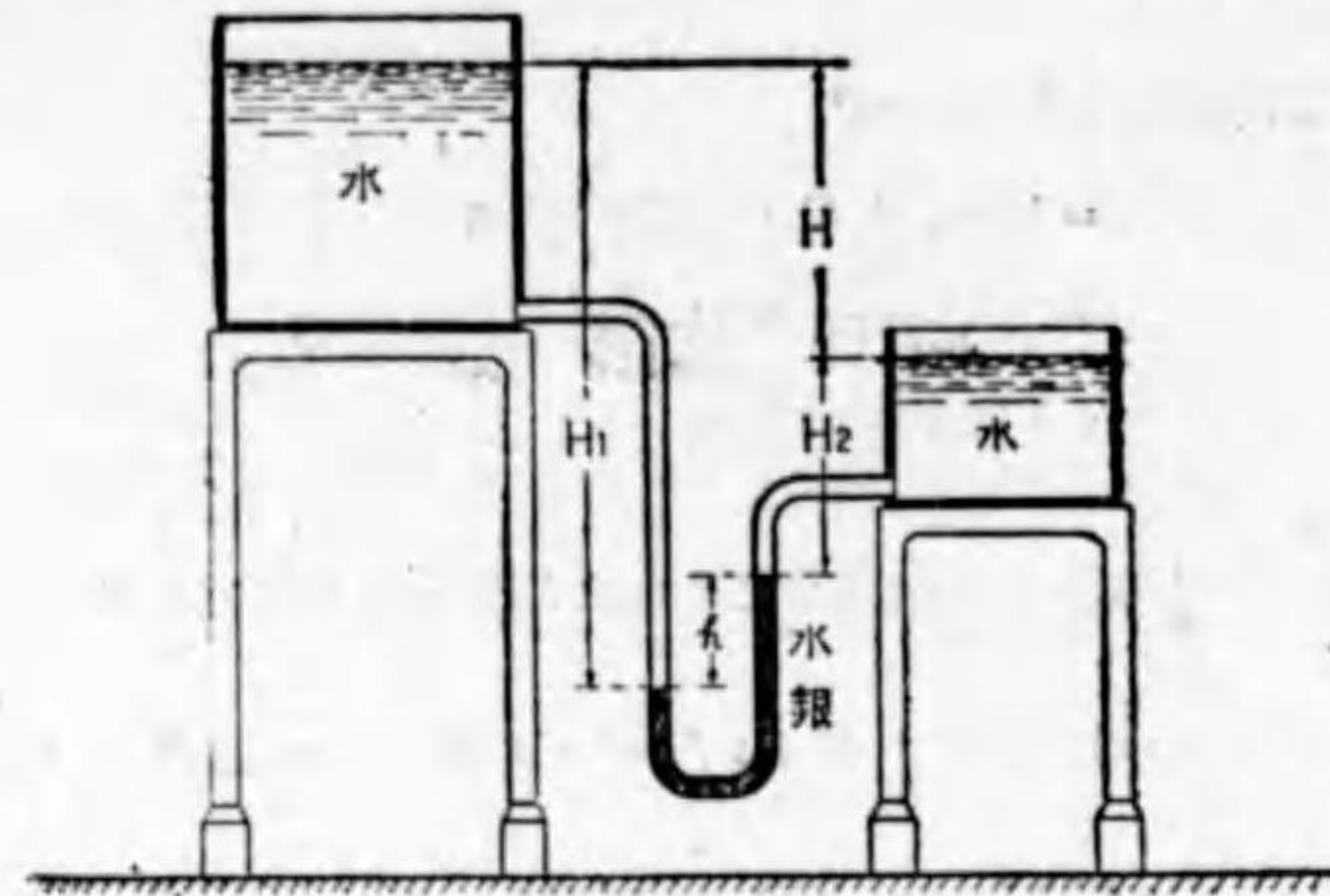
P 點に於ける壓力の強さ,

$$p = wH$$



第 5 圖

水 力 學
 壓力は普通大氣壓を基準とし其上を+、其下を-として表はす。
 第7及8圖参照。

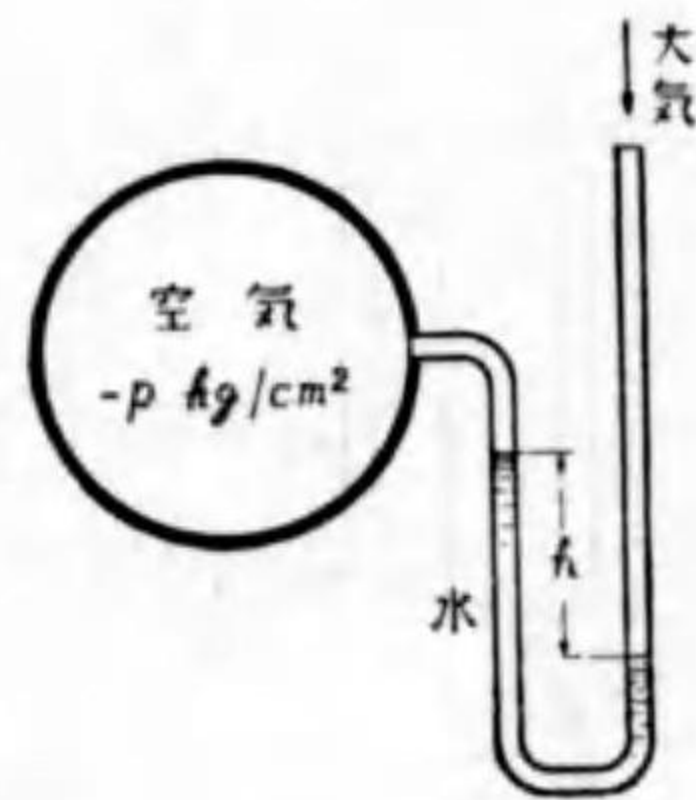


$$H_1 = 13.6h + H_2$$

$$= h + H_2 + H$$

$$\therefore H = 12.6h$$

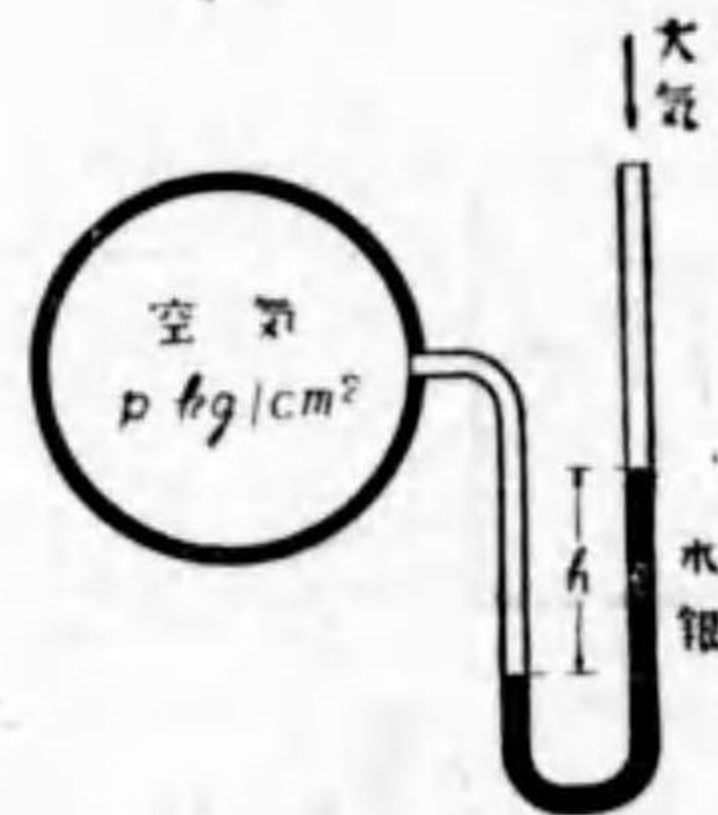
第 6 圖



水柱差 h cm

$$-p = \frac{h}{10.0} \text{ kg/cm}^2$$

第 7 圖

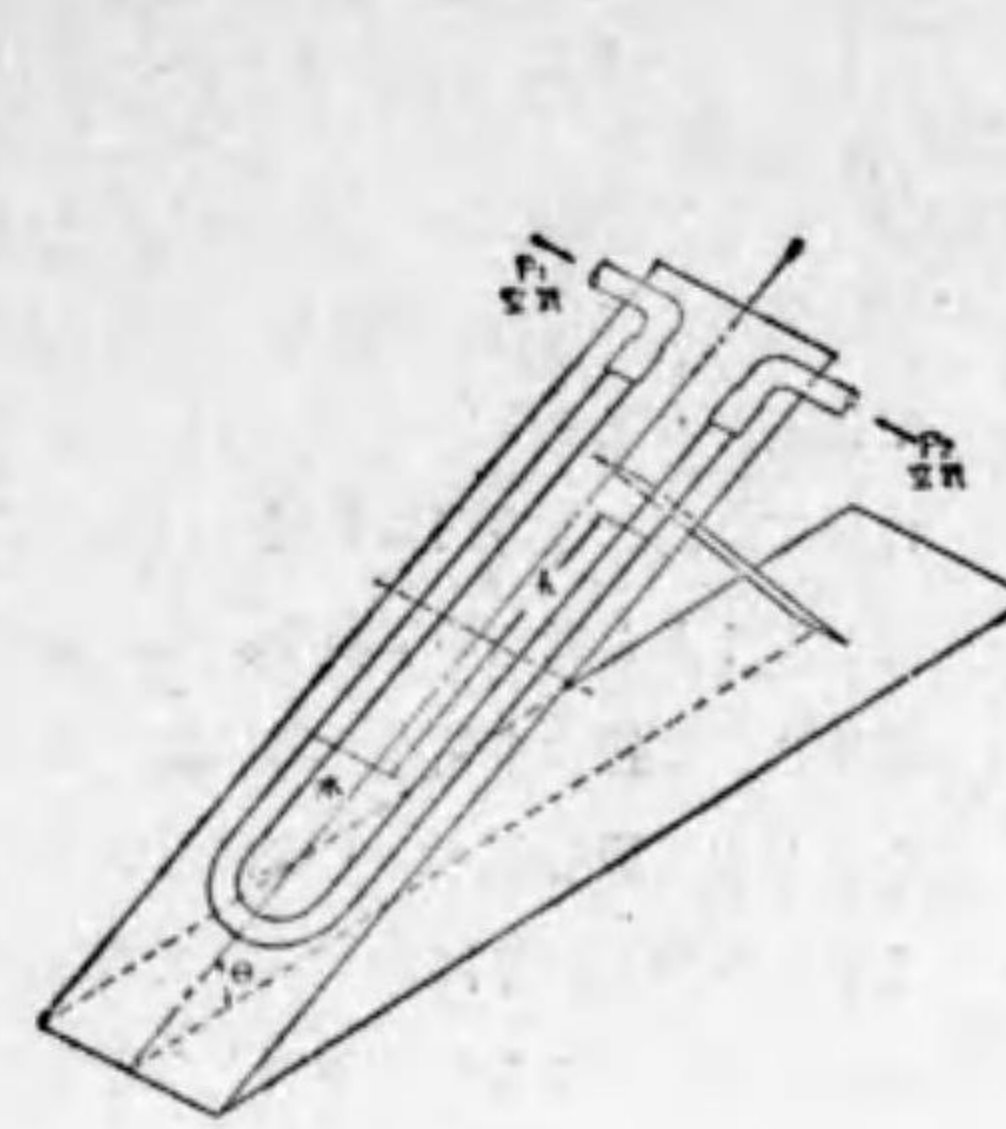


水銀柱差 h mm

$$p = \frac{13.6h}{10,000} \text{ kg/cm}^2$$

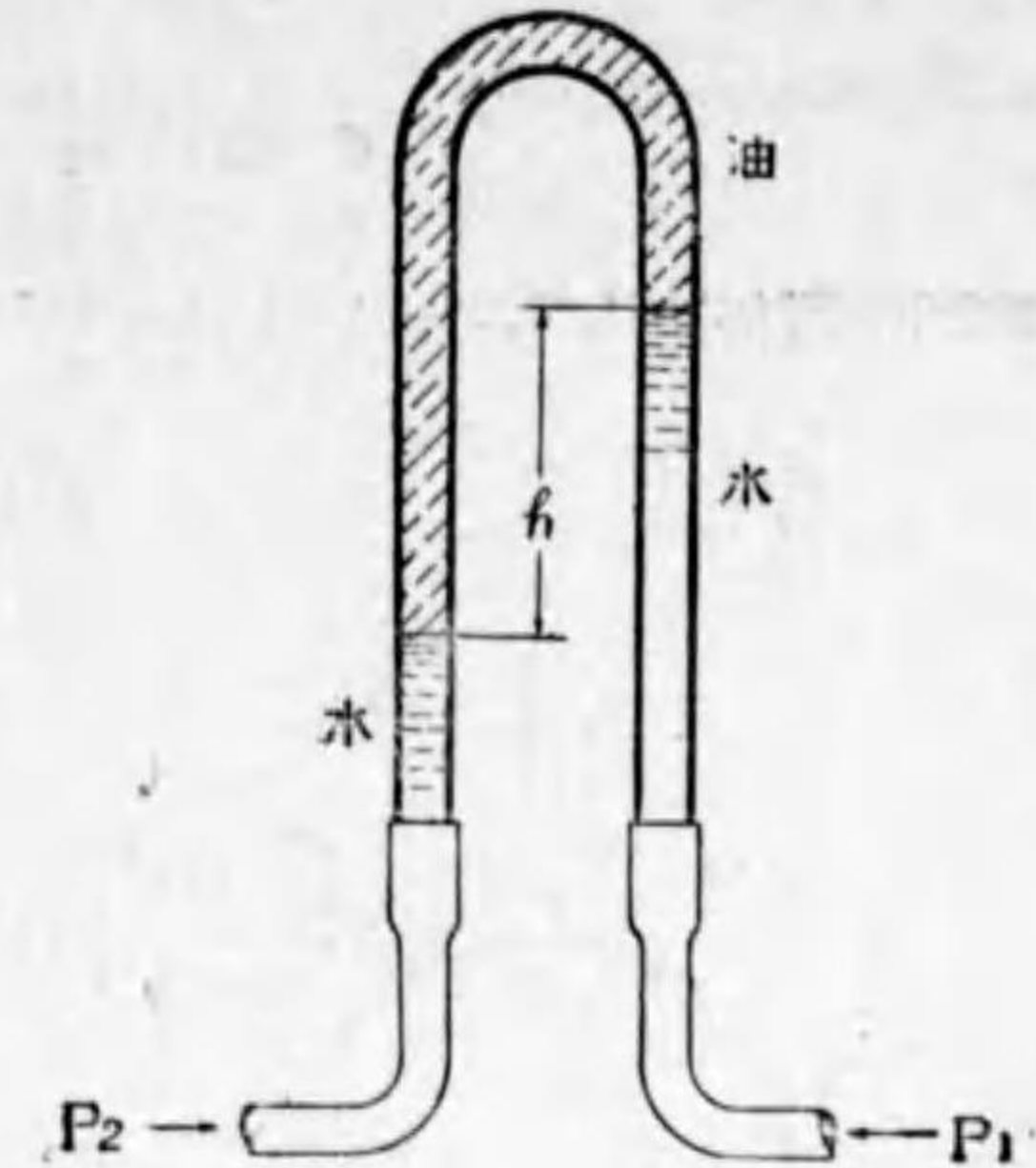
第 8 圖

那大壓力計にはチャトツク式の精密なるものあれども此處には最も普通に用ひられ且つ水力学の應用例として適切なる次の二を示すこととする。



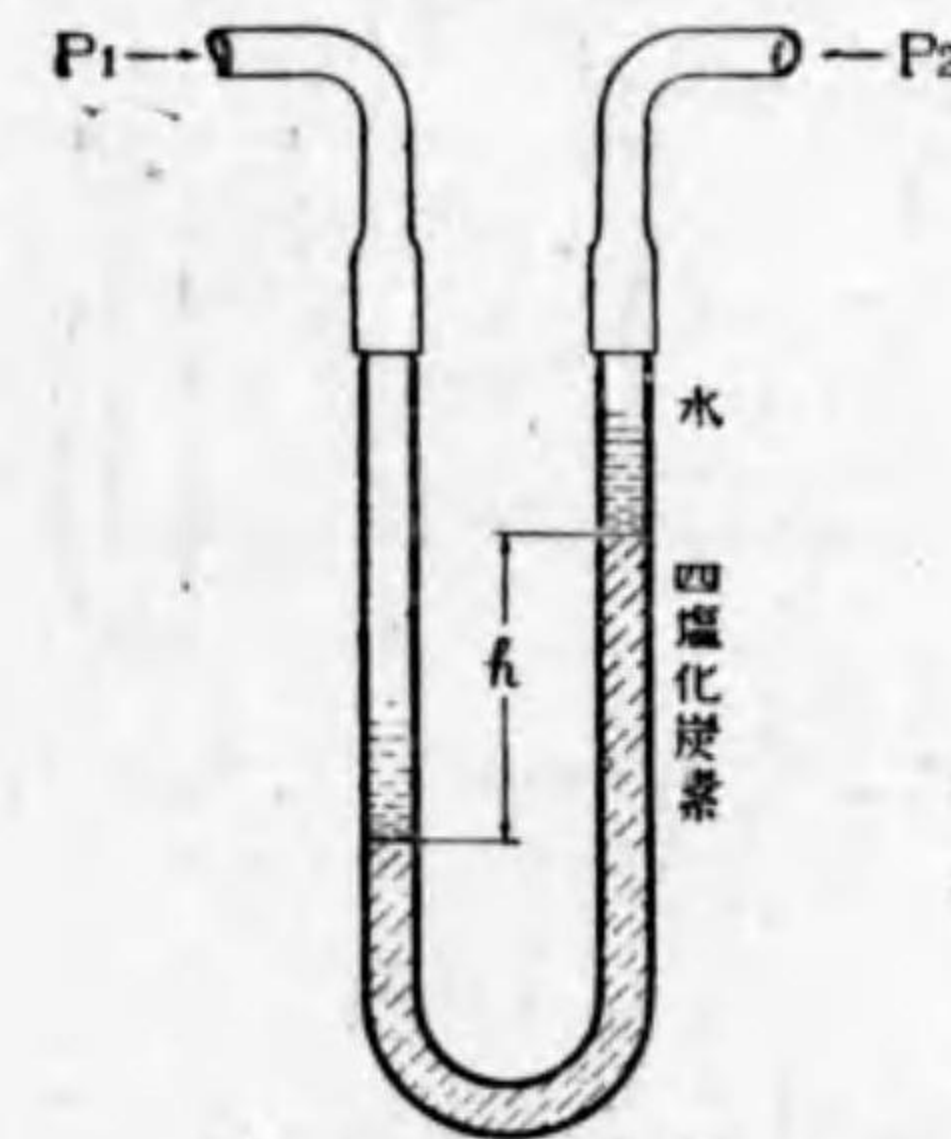
P_1, P_2 は空氣壓力 kg/cm^2 ,
 傾斜板上水柱差 h cm
 $P_1 - P_2 = \frac{h \sin \theta}{1000} \text{ kg/cm}^2$
 眞の水柱差 $H = h \sin \theta \text{ cm}$
 $\theta = 30^\circ$ ならば $h = 2H$

第 9 圖



P_1, P_2 水壓 kg/cm^2 , s 油の比重
 水柱差 h cm,
 $P_1 - P_2 = \frac{(1-s)h}{1000} \text{ kg/cm}^2$
 眞の水柱差 $H = (1-s)h \text{ cm}$
 $s = 0.84$ ならば $h = 6.25H$

第 10 圖



$P_1 > P_2$

第 11 圖

油の代りに四塩化炭素(比重 1.59)を用ふれば水柱指差は水銀對水の場合の如くになり

$$h = \frac{H}{9-1} = \frac{H}{0.59} = 1.70 H$$

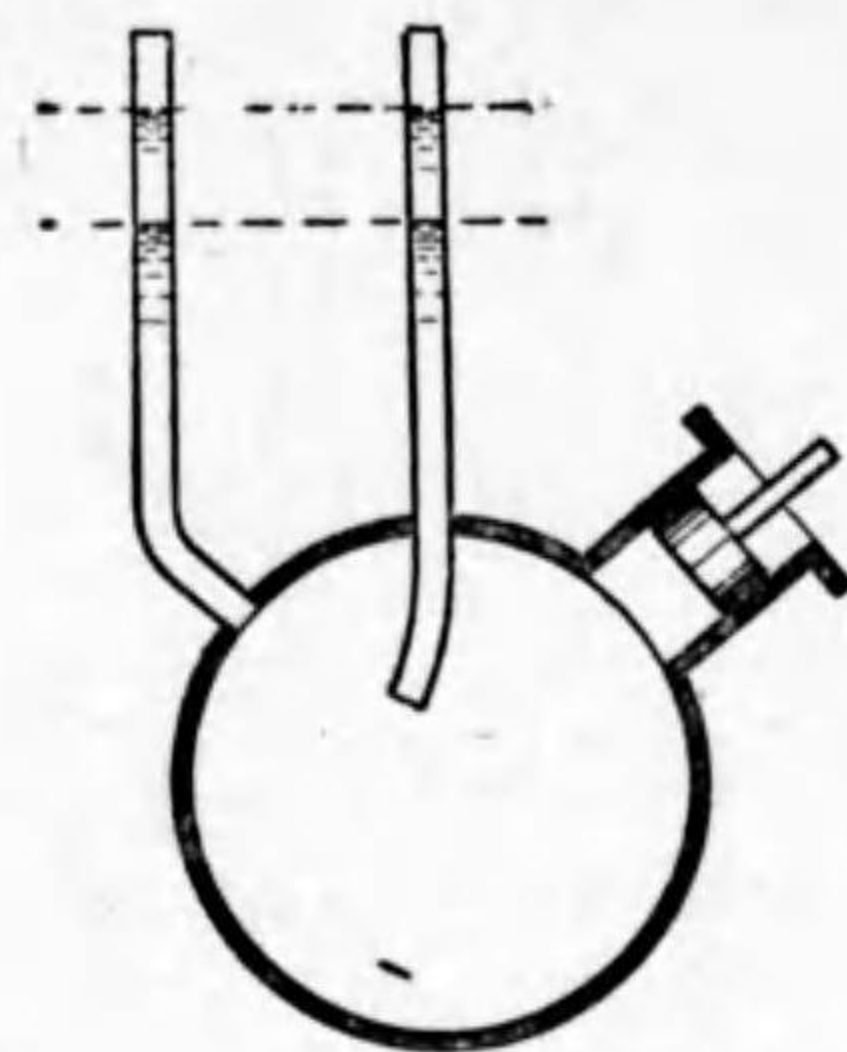
で倍率 1.70 である。

一般に二種の液體を用ふるものは温度の變化に依つて比重が變り従つて倍率が變はる。

6 静水圧に関する法則

静水中の壓力に關して二つの重要な法則がある。一は「表面から同一の深さにある總ての點

水
力
學



第 12 圖

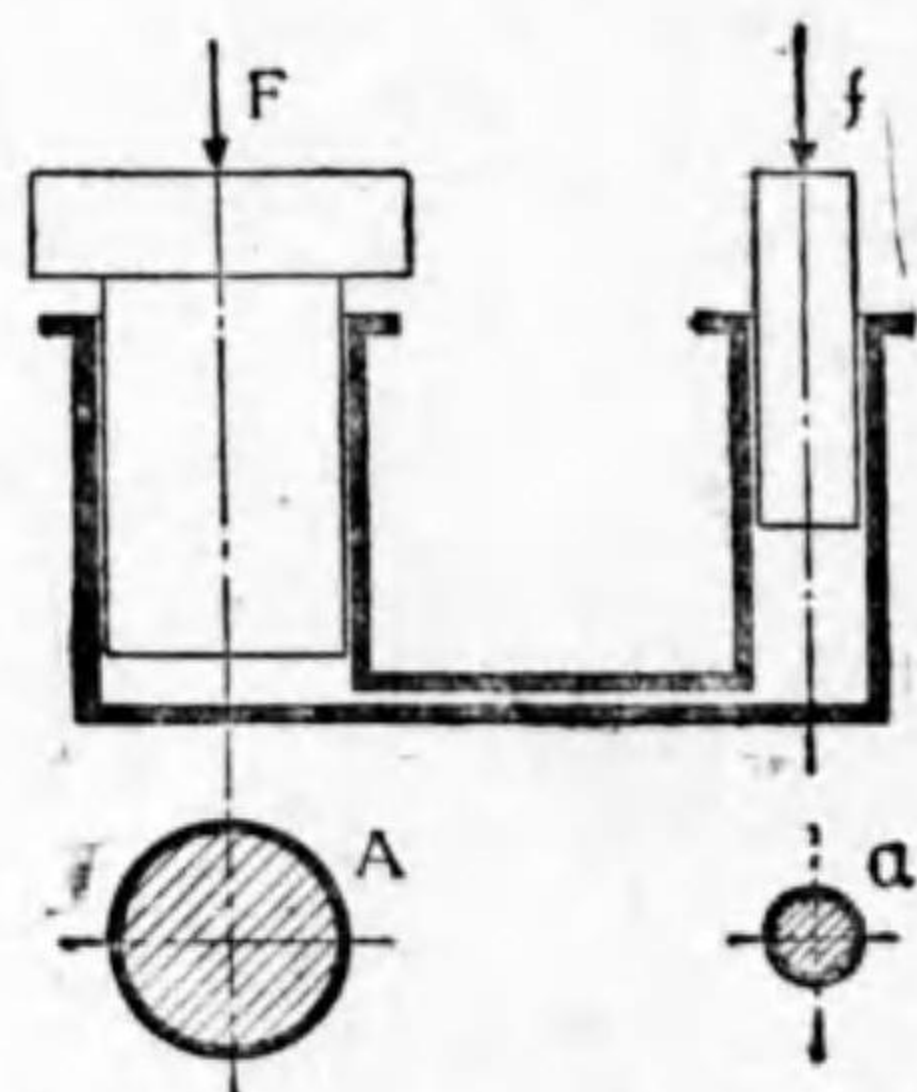
に於ても一様に δp だけ増す」と云ふのである。これは第 12 圖の様に密閉した器の中の水の

或一點で壓力を加へれば、全體として水が
一様に深くなつたと同一であることで證明
される。ブラマーの水壓機(第 13 圖)は此
理を應用したものである。大小のラムの斷
面積を夫々 A, a とし水壓の強さは一様に
 p とすればラムに働く力は夫々 F, f で

$$F = pA, \quad f = pa$$

$$\therefore F = f \frac{A}{a}$$

挺は腕の長さに逆比例して力を大きくす
るが水壓機は面積に正比例して力を大き
くする。勿論此計算は總てが平衡状態に静止して居ることである。

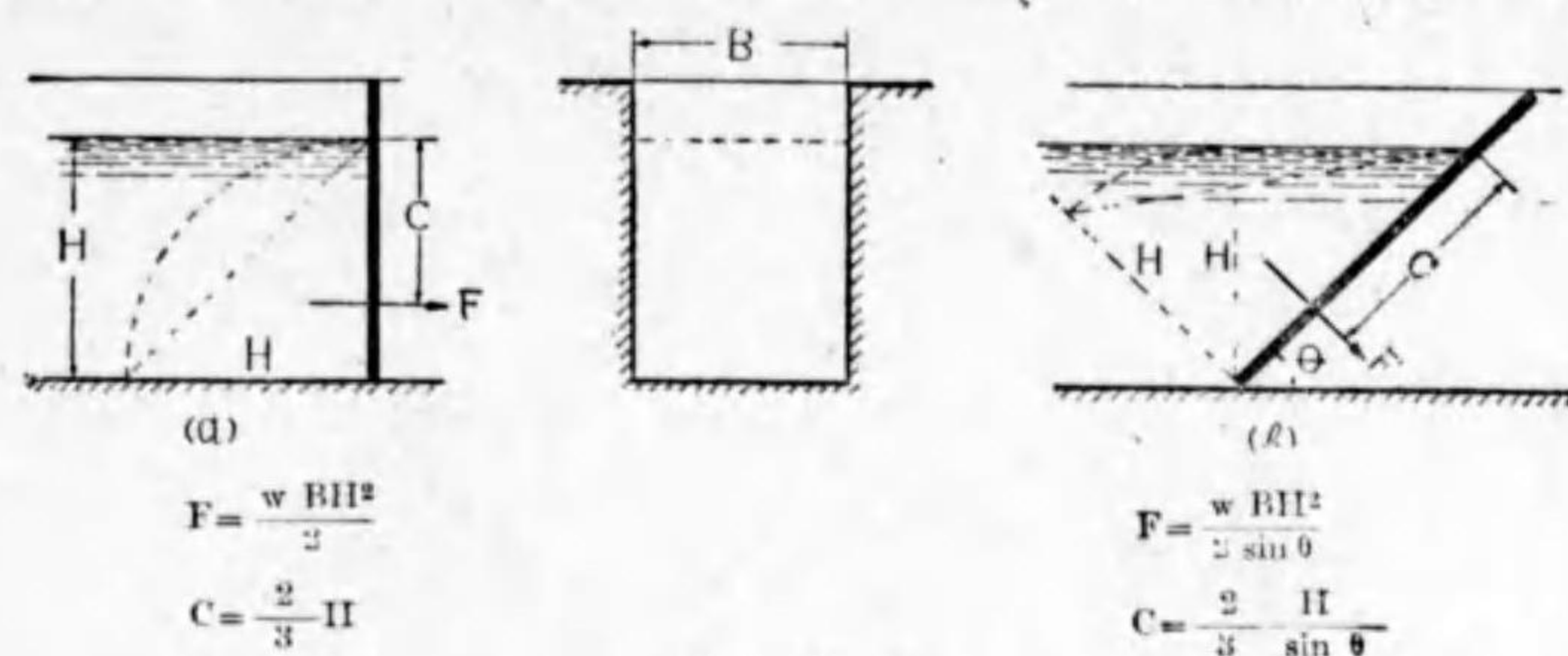


第 13 圖

では壓力の強さが同一(既述)で且一點
に於ては何れの方にも同一の強さの壓
力が働く」と云ふのである。此後半を證
明するには静水中任意の點に於て任意の
小さな四面體を任意の方向に置いてしか
も各面上の力が平衡を保ち四面體を静止
せしめて居ることから各面上の壓力の強
さが同一の値を有せねばならぬと云ふの
である。茲に静水中では粘りの抵抗がな
いこと無論である。第二は「一の密閉さ
れた器の中に満された静水中の或一點に
於て壓力の強さが δp 増せば其他の諸點

7 平面上の静水壓

堤板の上の總水壓——第 14 圖(a)の垂直板で考へる。水深 h に於ては壓力の強さ $p = wh$ 而して静水中では粘りの抵抗がないので板の面に垂直に働く。従つて板の上の總水壓 F は斷面が H を二邊とする直角三角形で長さ B なる三稜角中の水の重さに等しい。而して力の中心は三角形の重心に一致する。 C は水面から力の中心に至る距離である。板の傾いて居るとき、第 14 圖 (b), も同様に計算出来る。其所に書いた式の中の w は水の單位容積の重さである。



第 14 圖

蓋板の上の總水壓——此場合總水壓を求めることは比較的簡單であるが力の中心を求めるには積分によりて計算する。(第 15 圖)

$$\begin{aligned} \text{總壓力 } F &= \int_{x_1}^{x_2} b dx \cdot wh \\ &= w \sin \theta \int_{x_1}^{x_2} b x dx \\ &= w \sin \theta \cdot A \bar{x} \end{aligned}$$

A = 板の面積

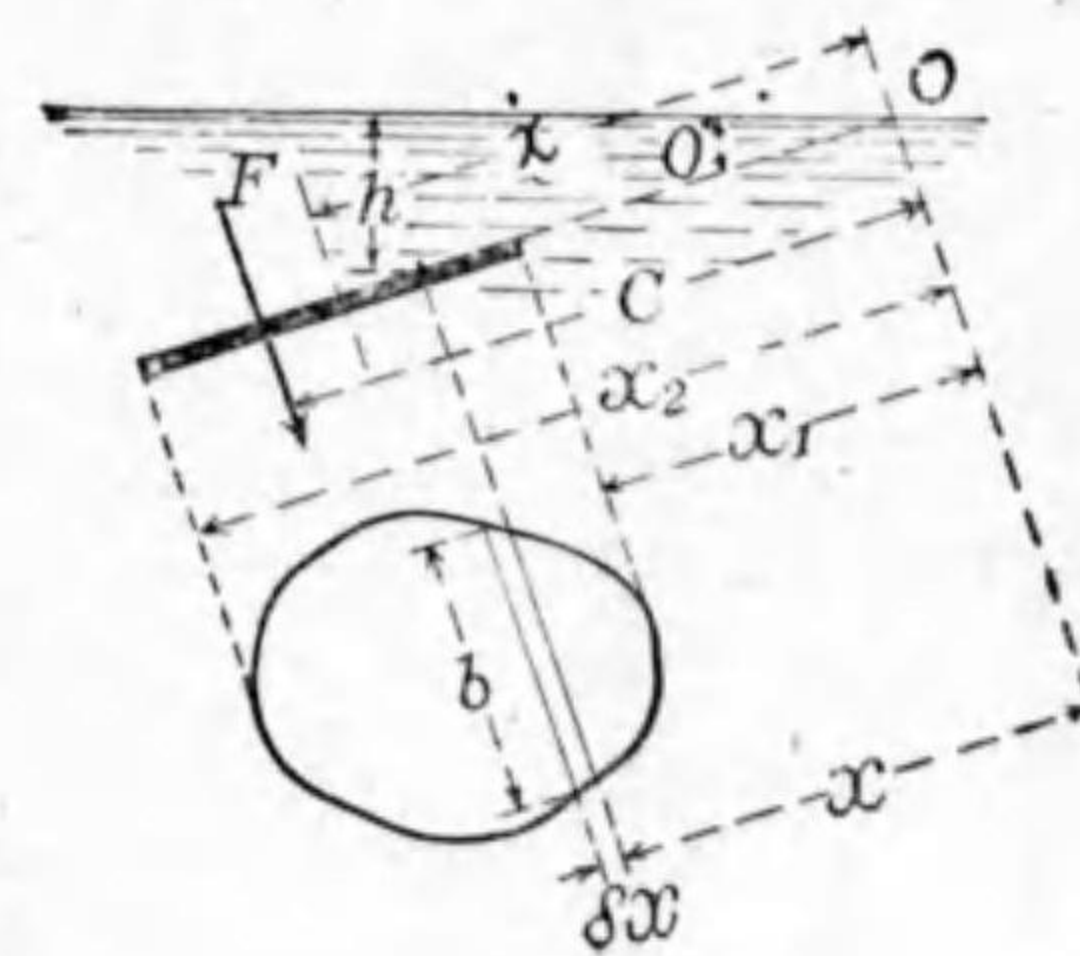
\bar{x} = 板面の重心の O 點からの距離

O 點の周りの水壓モーメントは

$$M = w \sin \theta \int_{x_1}^{x_2} b x^2 dx = w \sin \theta I_c$$

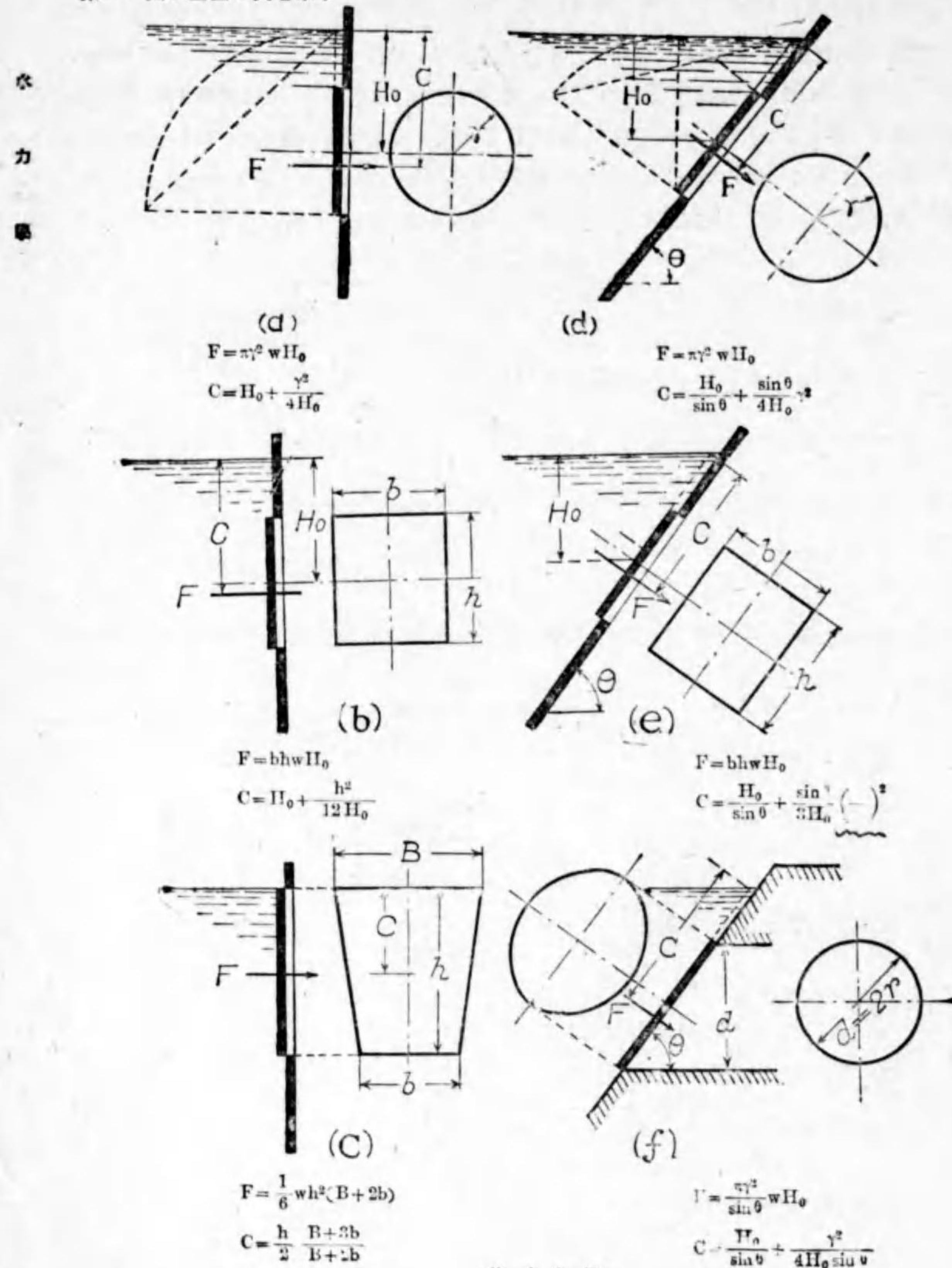
$I_c = O$ 點の周りの板面の慣性モーメント、力の中心の O 點からの距離 $= C$ は

$$C = \frac{M}{F} = \frac{I_c}{A \bar{x}} \dots \dots \dots (7)$$



第 15 圖

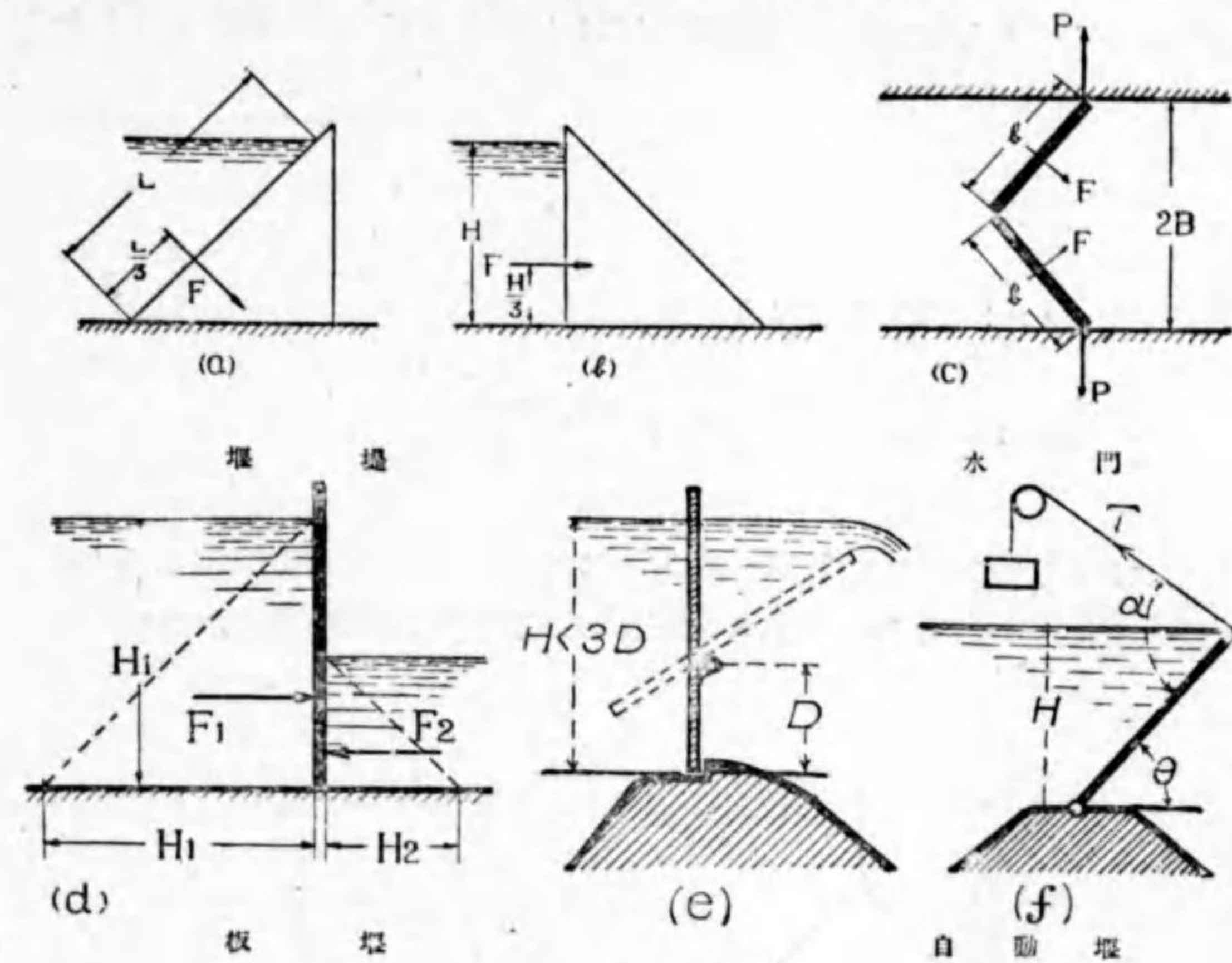
第 16 圖に二三の例を示す



16



平面上静水圧の實例——第 17 圖は水門の扉又は堰板上の水圧の例を示す。(a), (b) は堰堤の断面形の正反對なる場合に (b) の方が水圧 F のため転倒し易く且つ水平方向にむける恐れも大きい事を示す即ち水圧のみに対しては (a) の方が安定である。(c) は観音開きの水門が水圧水によりて確實に密閉する有様を示す。(d) は水門の兩側に水のある時、水門に働く全體の力は $F_1 - F_2$ なる事を示す。(e) は簡單なる自動堰にして水位が $3D$ より大きくなれば板の上の水圧中心は蝶番より高くなつて板は前方に傾き排水して自動的に水位を調節する。(f) も亦板の上の水圧モーメントの變化を利用して水位を自動的に調節する自動堰である。



第 17 圖

例題 1

第 17 圖 (d) の堰板の高さを D 、幅を B とし而して板は溝底で蝶番になり居るものとすれば板が倒れない様にするには板の上縁に於て幾何の水平力 T を加へるべきか。

$$\text{モーメント } TD = F_1 \frac{H_1}{3} - F_2 \frac{H_2}{3} = \frac{1}{6} w B H_1^3 - \frac{1}{6} w B H_2^3$$

$$\therefore T = \frac{wB}{6D} (H_1^3 - H_2^3)$$

例題 2

第 17 圖 (f) に於て堰板の長さを D , 幅を B とし力の平衡に必要な重量 T を求めよ。

水板は重さ W で其重心は板の中心にありとする。總ての摩擦は考へないこととする。

$$TD \sin \alpha = \frac{wbH^2}{6 \sin^2 \theta} + \frac{WD \cos \theta}{2}$$

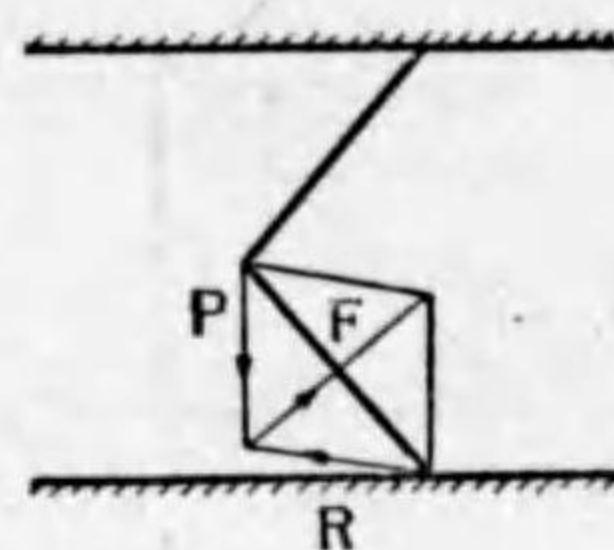
例題 3

第 17 圖 (e) に於て上流側の水深 H 下流側は水無しとするとき扉と扉との押合ふ力 P を求めよ。總ての摩擦はなしとする。

$$F = \frac{wbH^2}{2}$$

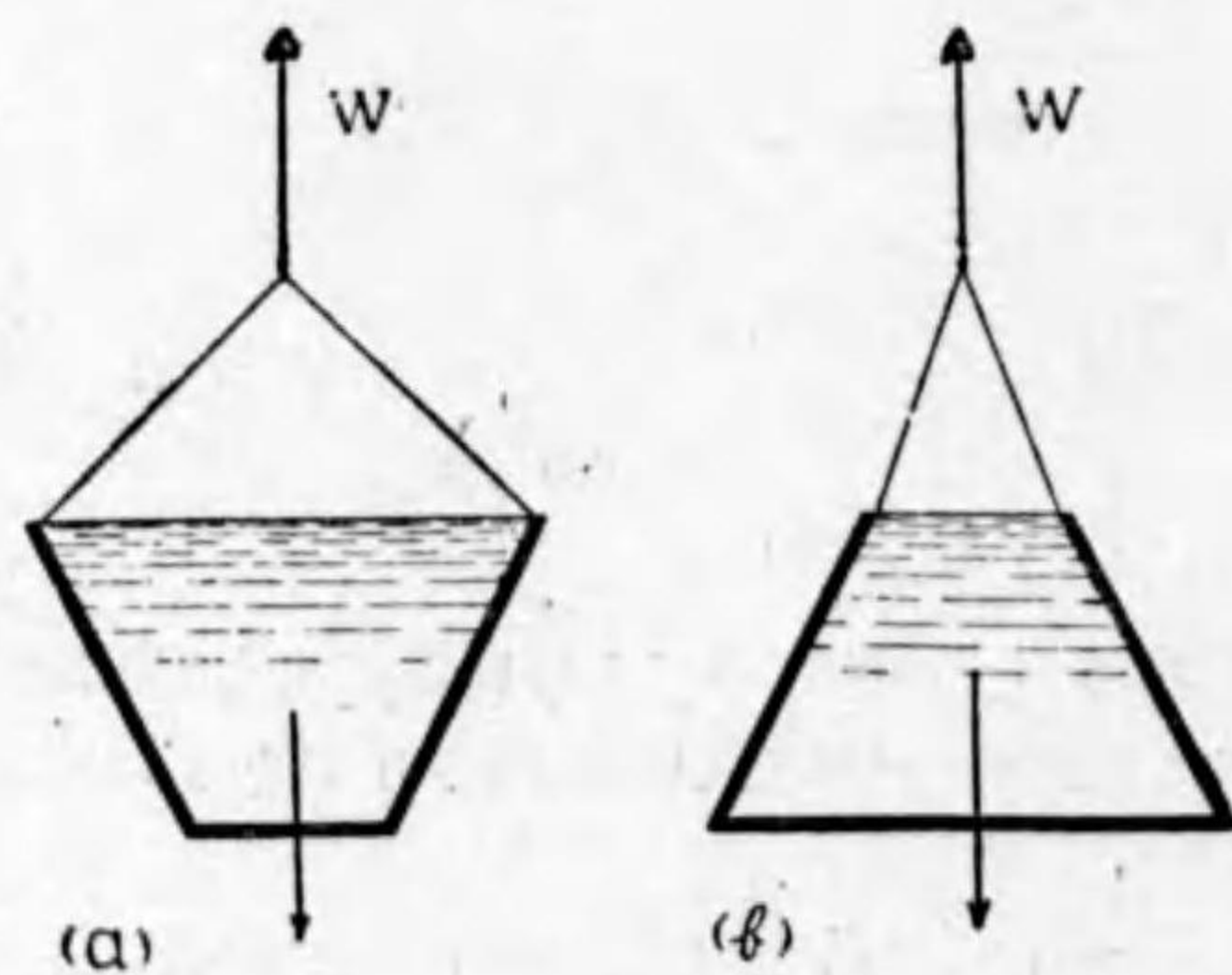
扉番の周りにモーメントを取るにより

$$P = F \frac{b}{2} \sqrt{b - B^2} = \frac{wb^2 H^2}{4} \sqrt{b - B^2}$$



第 18 圖

第 19 圖に示す左右二つの容器内の水の重量は全く同一であるに拘らず底板に加はる力は (b) の方が面積に比例して大きい。これも平面上の總壓力の一の應用問題に過ぎない。



第 19 圖

8 曲面上の静水壓

其 一 浮力

静水中にある一つの曲面 S の上の小面分 δS が水面から h の深さにあり且つ δS 上の法線が垂直線と θ の角をなすものとせば δS の上に働く静水壓の垂直方向分力は

$$p \delta S \cos \theta$$

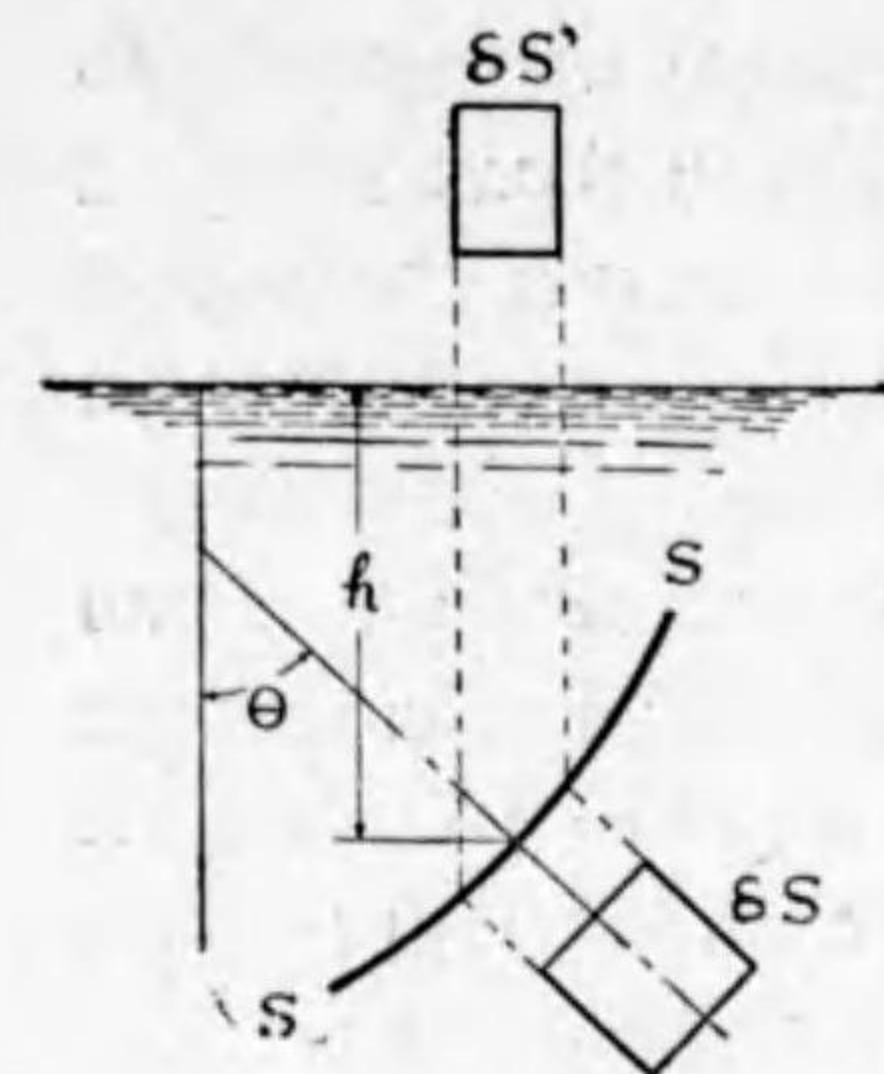
$p =$ 壓力の強さ $= wh$

にして又 δS の水平投影 $\delta S' = \delta S \cos \theta$

である。

故に全曲面 S 上の静水壓の垂直方向分力 P は

$$P = \int p \delta S \cos \theta = w \int h \delta S' \dots (7)$$



第 20 圖

若し S が水に浮ぶ物體の底面であるとし其排水容積を V とせば P は上方に向ひ其大きさは

$$P = wV \dots \dots \dots (8)$$

又 S が全然水中に没した物體の表面であるときは第 21 圖の如くにして

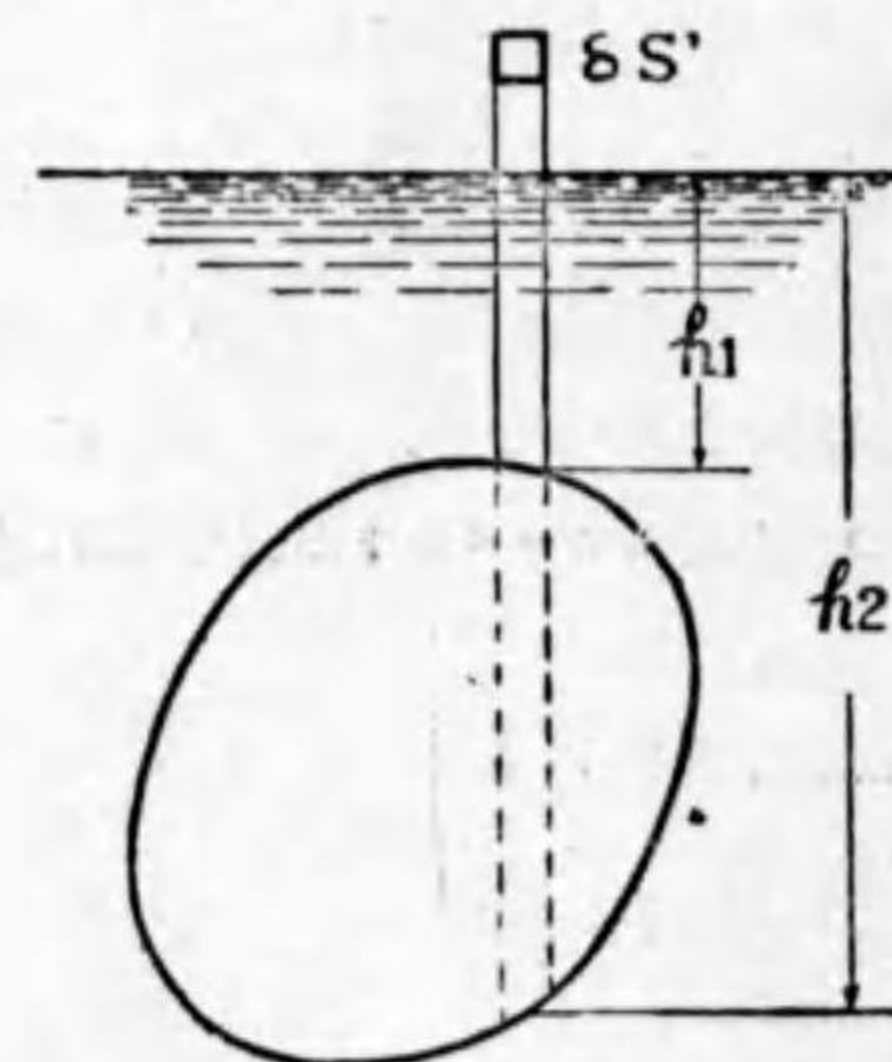
$$P = \int wh_2 ds' - \int wh_1 ds' = w \int (h_2 - h_1) ds'$$

$$\therefore P = wV$$

V は其物體の體積で力 P は垂直上方に向ふ。前記二の場合 P を浮力と云ふ。空氣中に於ける物體の重量を W , 體積を V とせば

$$W \begin{matrix} \leq \\ > \end{matrix} wV$$

に依つて水面に浮び、水中に浮遊し或ひは水底



第 21 圖

に降下する。降下せんとする物体を水中にて支へるには $W-wV$ の力を必要とする。

第 20 及 21 圖に於て水平方向の分力は互ひに平衡してゐることは明らかである。

水 水面に浮ぶ物體の安定 — 第 22 圖は船の断面を表はすとし G は船の重心で C は船が真直立つてゐるとき押除けた水の重心即ち浮力中心とする。 G が C より下にあれば船は勿論安定であるが、 G が C の上にあつても場合によつては安定であり得る。安定と云ふのは船が少し傾いても元の位置に歸れることを云ふ。第 22 圖の如く船が右に傾き浮力中心が C_1 に移つたとする。 C_1 を通る垂直線が CG と M (メタセンターと云ふ) で交はるとする。 C から C_1M に下した垂線の長さを b とすれば傾き角 θ の小なるときは

$$b = \overline{CM} \cdot \theta$$

又傾いたために中心線から左の方は角 θ の楔形體積が上り右の方は夫れだけ下がる。此二つの楔形のために起るモーメントは第 23 圖により

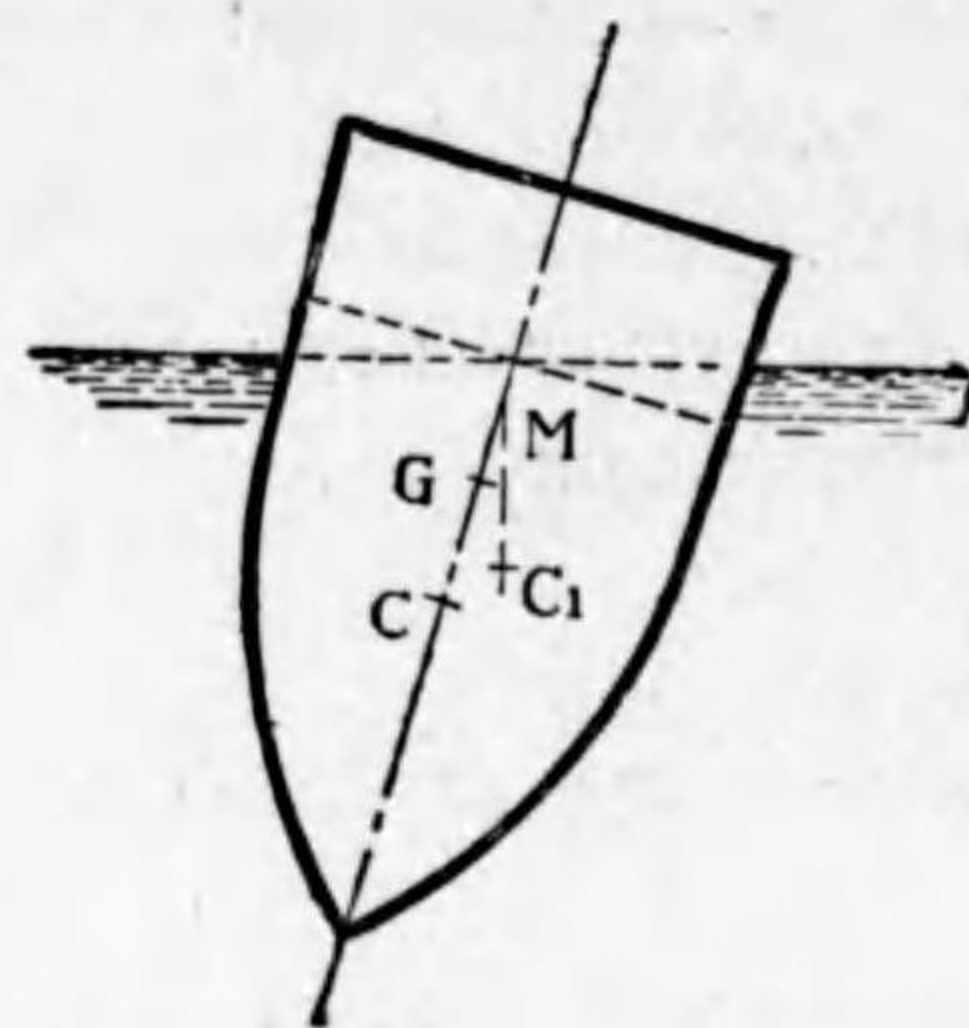
$$2w\theta \iint y^2 dx dy = w\theta I_x$$

x は船の長さの方の軸、 I_x は此軸に對する水線に於ける船の断面の慣性モーメントである。船が傾いたために浮力中心が C から C_1 に移るのは上記のモーメントが出来たのに依る。

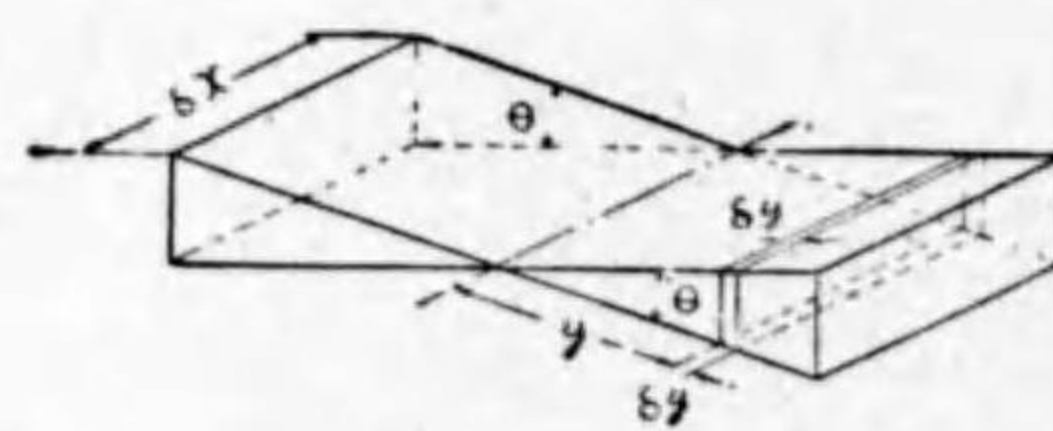
船の排水容積を V とすれば

$$b \cdot wV = w\theta I_x$$

前記二の式により



第 22 圖



第 23 圖

$$b = \overline{CM} \cdot \theta = \frac{\theta I_x}{V}$$

$$\therefore \overline{CM} = \frac{I_x}{V} \dots \dots \dots (9)$$

$\overline{CM} > \overline{CG}$ ならば即ちメタセンターが船の重心より高ければ船を元の位置へ復歸し得る。 \overline{GM} をメタセンター高と云ふ。

例題 4

高さ h 、幅 b 、長さ l で比重 0.9 の平行六面體が安定を保つのは $h:b$ が如何なる値までであるか。

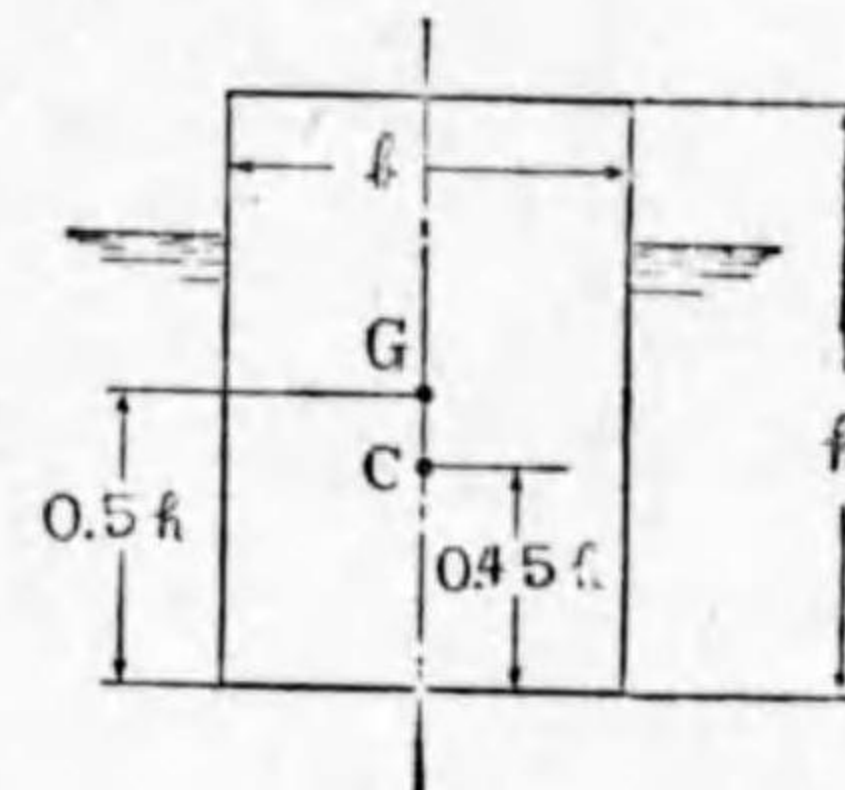
物體の重さ即ち浮力

$$= 0.9 w b h l, \quad \therefore V = 0.9 b h l,$$

$$I_x = \frac{b^3 l}{12} \quad \therefore \overline{CM} = \frac{I_x}{V} = \frac{b^2}{10.8 h}$$

而して $\overline{CG} = 0.95 h$ 、故に $\overline{CM} = \overline{CG}$ なるには

$$0.05 h = \frac{b^2}{10.8 h}, \quad h : b = 1.36$$



角 θ の小さい内は \overline{CM} は殆んど一定である。一つの船の重量 W 、重心を通る長軸の周囲の迴轉半径 k^2 即ち慣性モーメント $\frac{W}{g} k^2$ とする又メタセンター高 $\overline{GM} = m$ とすれば船を元へ歸す偶力は $Wm \sin \theta$ 故に水の摩擦其他の影響を無視すれば船のローリングは

$$\frac{Wk^2}{g} \frac{d^2\theta}{dt^2} + Wm \sin \theta = 0$$

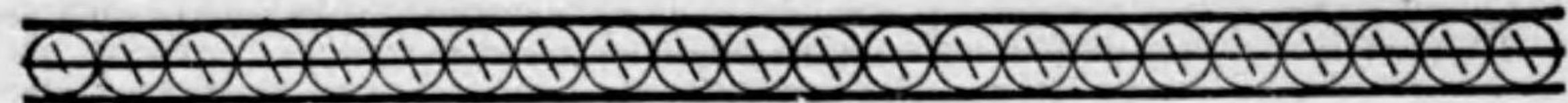
θ の小なるときは $\sin \theta = \theta$ としてよい。故に

$$\text{振動の周期 } T = 2\pi \sqrt{\frac{k^2}{gm}}$$

9 曲面上の静水壓

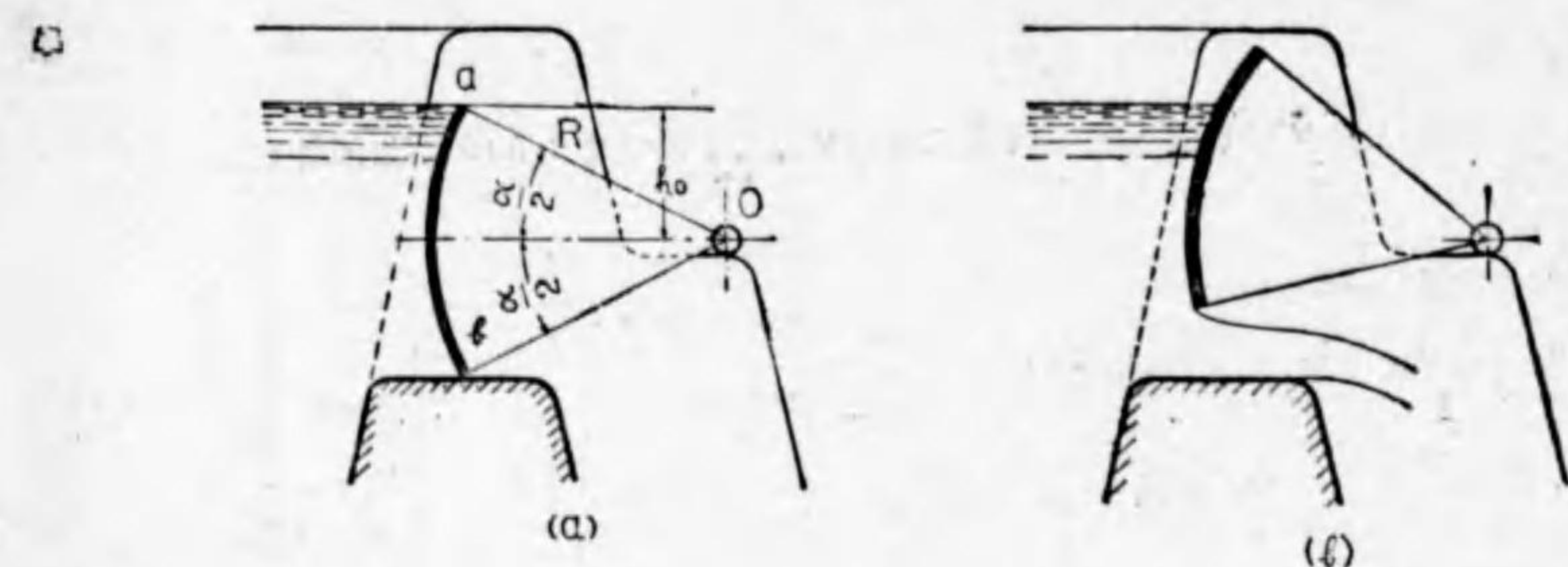
其二 水門堰堤

前節の如く浮力は比較的計算し易いがこれは水中に完結した表面を作つて居る場合に限るのであつて曲面の断面が水中にあるときこれに働く總水壓を求めるのは面倒である。大抵其の様



な場合には何れかの方向に働く総水圧力と云ふ風に方向を指定する。其一例として次に圓筒面を以て出来た水門の場合を考へる。

水 **テインターゲート (Taintor Gate)** — 近事大水力工事の水量調節用水門として盛んに用ひられるテインターゲートは第 24 圖(a)の様によつて O 點を中心とし半徑 R を以て畫いた圓弧 ab をカ



第 24 圖

其門扉とする。ab を綱で釣り上げると同圖 (b) の様に口が開いて水が流れ出る。O 點にあるピンは扉の上の水壓の外に扉の重量の一部を支へねばならぬ。圓筒面 ab 上の各點に於ては水壓は面に垂直に働くから水壓の合成力は O 點を通過すること明らかであるが其方向は次の様な方法で計算して初めて判かる。一般的に考へるために第 25 圖の様な位置に門扉を置いて見た。任意に半徑 γ を引き此方向の水壓分力の總和を F とする。β を變へて F が最大になる如き β の値を求むる。

但し紙面に直角の方即扉の幅 1m に就て考へるものとする。

$$F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} w(h_0 + R \sin \theta) \cos(\beta - \theta) R d\theta$$



$$\therefore \frac{F}{wR} = h_0 [\sin(\beta - \theta_1) - \sin(\beta - \theta_2)] + \frac{R}{2} \left[\alpha \sin \beta + \frac{1}{2} \cos 2\theta_1 - \beta - \frac{1}{2} \cos(2\theta_2 - \beta) \right]$$

$$\frac{dF}{d\beta} = 0 \quad \text{即ち}$$

$$h_0 [\cos(\beta - \theta_2) - \cos(\beta - \theta_1)] = \frac{R}{2} \left[\alpha \cos \beta + \frac{1}{2} \sin(2\theta_1 - \beta) - \frac{1}{2} \sin(2\theta_2 - \beta) \right]$$

$$\therefore \frac{2h_0}{R} = \frac{\alpha \cos \beta - \sin \alpha \cos(\beta - \theta_1 + \theta_2)}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \sin(\beta - \frac{\theta_2 + \theta_1}{2})} \dots \dots \dots (10)$$

によつて定められたる β は求むる所のものである。此 β の値を上記の F の式に入れればピンに掛る総水圧力が定まる。

例題 5

第 24 圖に於て $-\theta_1 = \theta_2 = \frac{\alpha}{2}$ とせば

$$\theta_2 - \theta_1 = \alpha \quad \theta_2 + \theta_1 = 0,$$

又 $R \sin \frac{\alpha}{2} = h_0$ とする。然るときは

$$\tan \beta = \frac{1}{2} \frac{\alpha - \sin \alpha}{1 - \cos \alpha}$$

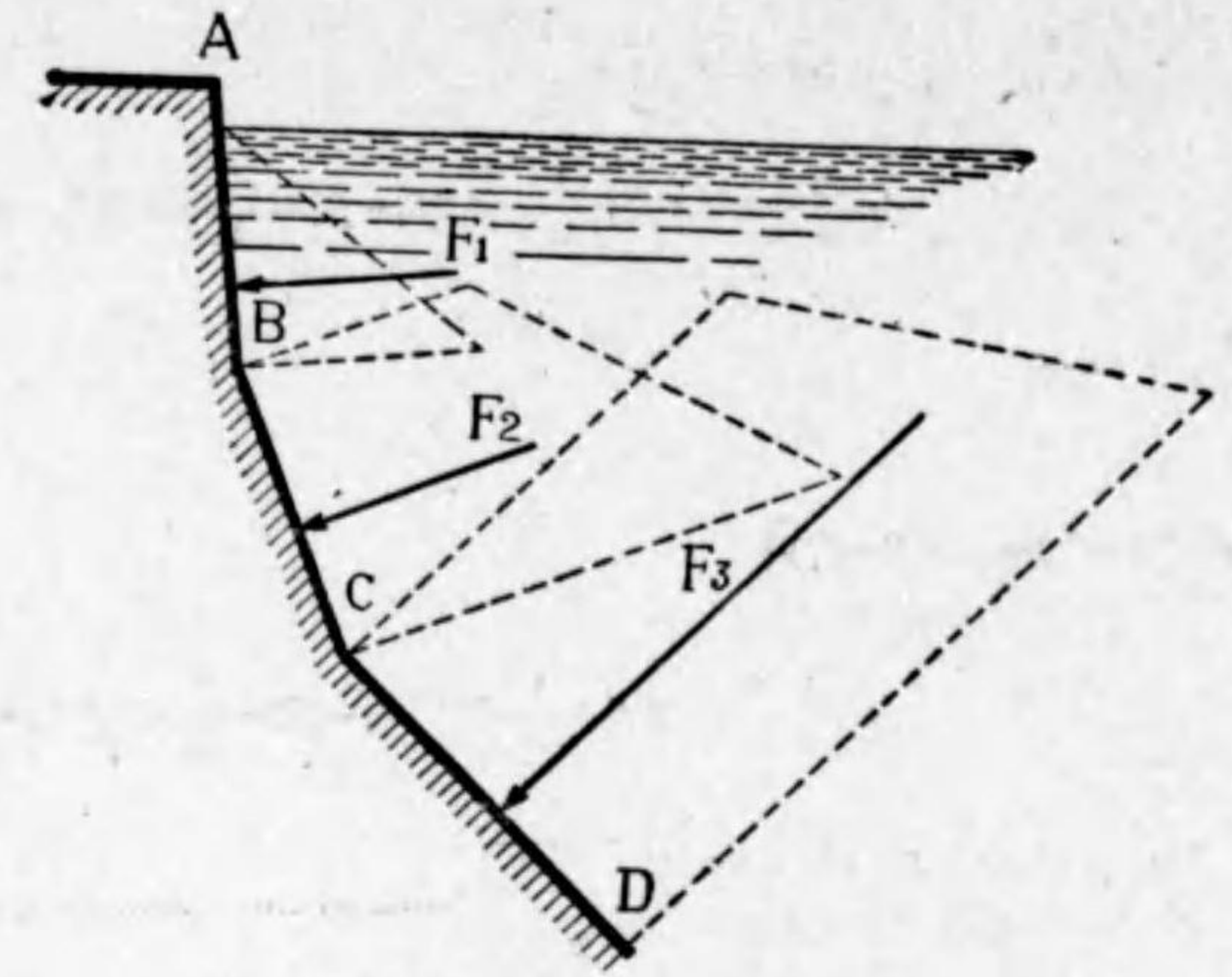
而して此問題では

$$F = \frac{1}{2} w R^2 \sin \beta \left[\alpha - \sin \alpha + 2 \cot \beta (1 - \cos \alpha) \right] \dots \dots \dots (11)$$

なる故に上に得たる β の値をこれに入れれば F が判る。

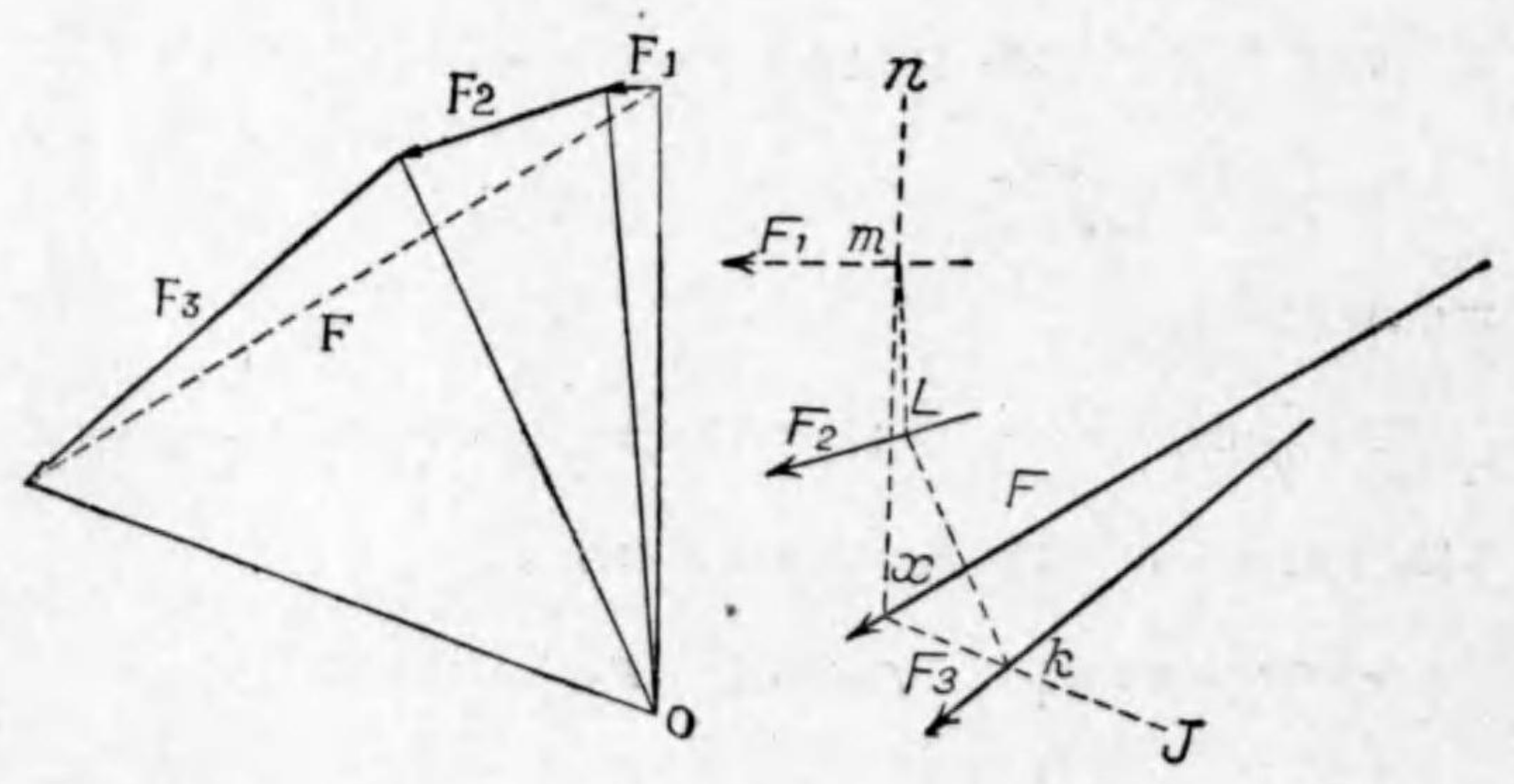
$$\alpha = 60^\circ \quad \text{とすると} \quad \beta = 10^\circ 16', \quad F = \frac{1}{2} w R^2 \times 1.016$$

$$\alpha = 45^\circ \quad \text{" " " " } \quad \beta = 7^\circ 37', \quad F = \frac{1}{2} w R^2 \times 0.591$$



第 26 圖

堰堤—若し前記水門の様な簡単な曲線でない時は圖法を用ひて計算する。第 26 圖は堰堤内面に加はる水壓の計算法を示す。但し厚さ 1m に就て考へるものとする。曲面を長さ a に等しき AB, BC, CD に等分する。然るときは各の面積は $a \text{ m}^2$ である。其各面上の水壓力 F_1, F_2, F_3 は大きさ, 方向, 位置共に既に述べた様にして知れる。此等の力の合成力 F を見出すには力の多角形を用ふる。



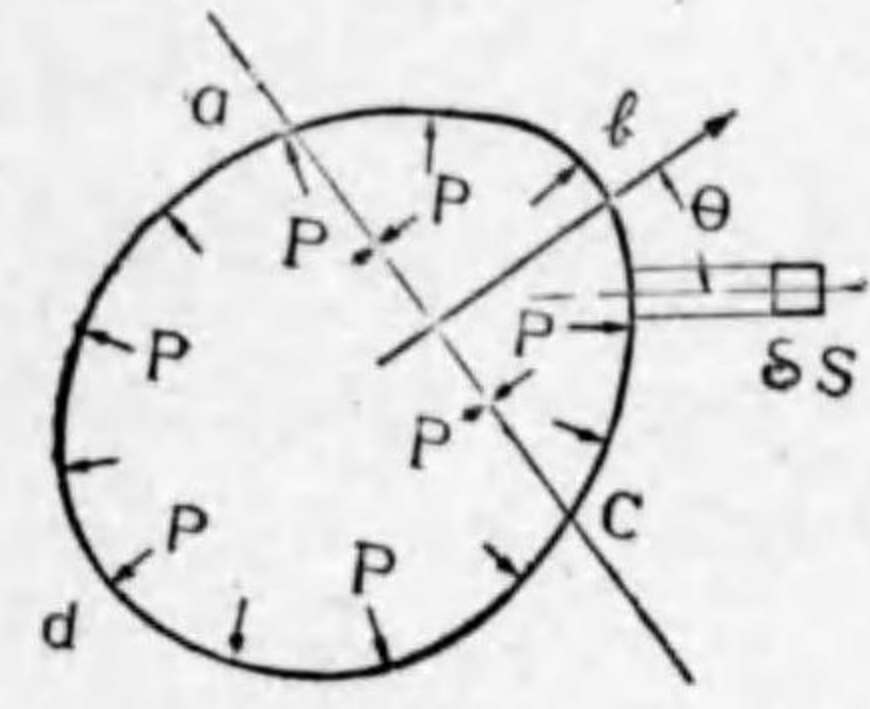
第 27 圖



F_1, F_2, F_3 と平衡を保つものは第 27 圖(b)によつて合成力 F である。此多角形の各頂點に任意の原點 O から半径を引く。此半径に平行に第 27 圖 (a) の nm, nL, Lk, kJ を引く。 nm と Jk との交點 x を通して合成力 F を引けばよい。これによつて合成力の大きさ, 方向位置が定まつた。これは $kLmx$ で示した枠組の各結合點に F_1, F_2, F_3, F と云ふ力が働いて平衡を保つて居る場合と同じである。此方法を前記のティンダーゲートの場合に應用しても宜い。 $\alpha = 60^\circ$ のとき之れを 10° 宛の間隔に割つて各の弦の上の水壓力 F_1, \dots, F_n を以て合成力 F を求める。

10 曲面上の静水壓 其三 壓力一様なる場合

非常に深い所にある平面或ひは曲面上の静水壓は其面上では壓力の強さは一様であるとして考へても宜しい。又一つの密閉された水槽の中の壓力が非常に高いときは其水槽中では高さの差を無視して一様なる壓力の強さで各面上の壓力を計算する。一の密閉されたタンクの中に空氣或ひは蒸氣が入つて居るときは壓力の強さは一様である。空氣や蒸氣は自身が軽いからタンク内の高さの差は全然考へない。第 28 圖の $abcd$ は一の密閉された容器内に $p \text{ kg/m}^2$ の壓搾空氣が入つて居る所を示す。空氣壓力は壁面に垂直に働く。abc の部分に加はる總壓力と云へば必ず其方向を指定しなければならぬ。わかり易い例を取つて云へば直線 ac が紙の面に垂直なる一平面を表はすとするとそれから右方にある abc の曲面上の總壓力 F は ac 平面に垂直である。そして平面 ac が切つた容器の切口を $A \text{ m}^2$ とすると



第 28 圖

$$F = pA, \text{ kg}$$

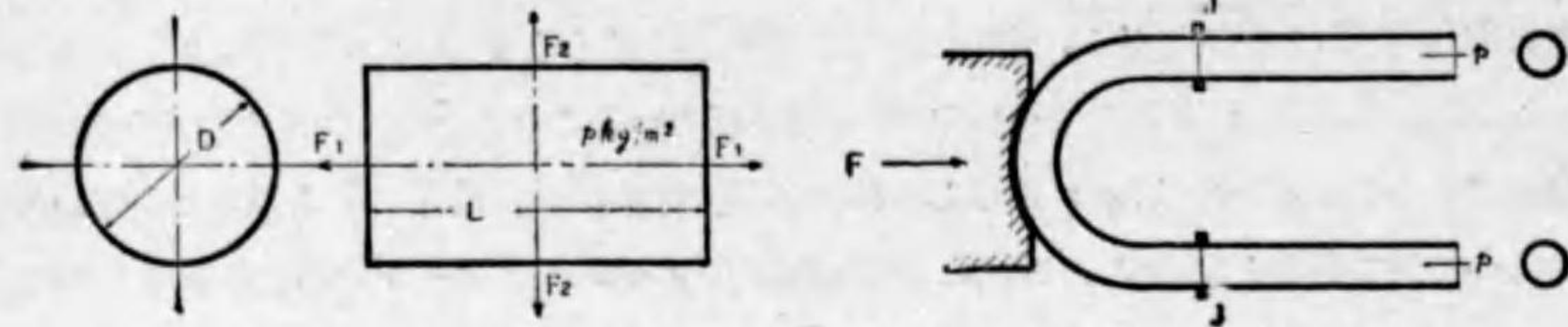
である。これは曲面の一小部 δS 上の壓力 $p\delta S$ を ac に垂直の方向に分けた $p\delta S \cos \theta$ が集つて F となるからである。

$$F = \sum p\delta S \cos \theta = \sum p\delta S' = pA \dots \dots \dots (12)$$

$\delta S' = \delta S \cos \theta$ で δS の ac 平面上の投影である。恰も假定の平面壁 \overline{ac} を界として兩側から $p \text{ kg/m}^2$ で押合つて曲面 abc を吹き飛ばして仕舞ふとするのと同じである。此様に考へると壓力が一様なる強さの場合には可なり複雑な曲面でも簡単に總壓力を求めることが出来る。第 29 圖は $p \text{ kg/m}^2$ の壓搾空氣を入れた圓筒形タンクであるとする。



水
力
學



第 29 圖

第 30 圖

$$F_1 = p \frac{\pi}{4} D^2, \text{ kg}, \quad F_2 = pDL, \text{ kg}$$

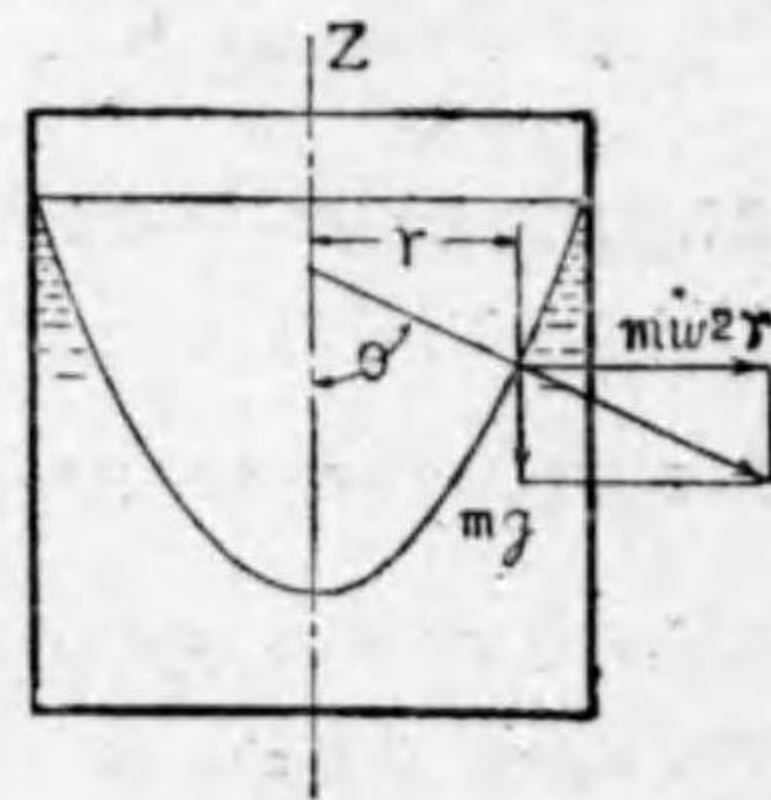
第 30 圖に示すものは壓力 $p \text{ kg/m}^2$ の水を入れた内徑 $D, \text{ m}$ の圓形管で今これが水平の位置に置いてあるとする。其曲つた部分が接目 JJ から切れて離れようとする。これは内壁面が曲面であるから六ヶ敷い問題の様であるが切離さうとする力 F は單に

$$F = 2p \frac{\pi}{4} D^2 \text{ kg}$$

である。此力に対しては接目にボルトを用ふるのが普通であるが圖の様に支壁を以て其力を受けて置けば尙安全である。

11 平衡状態にある水の表面

一の器の中に水を入れて器を一定の角速度 ω で垂直軸のまはりに廻轉すれば水は遂には器と共に同じ角速度 ω で一體となつて廻轉する。そうすると水の中には相互の関係運動はない。垂直軸を含む平面内では少しも水の運動は見えない。よつて此面内では水は平衡状態にあつて静止してゐると同じである。水の一小部分の質量を m とするとこれには重力 mg の外に廻轉のための遠心力 $m\omega^2 r$ 水平方向に働く。依つて其合成力 R は垂直軸に対して θ の方向に向ふ。 θ は



第 31 圖



$$\tan \theta = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$$

によつて定まる。

平衡状態にある水に於ては等壓面は加速度の方向に垂直である。何となれば相互間の運動がなければ粘力が働かない。而して等壓面上では相互の運動もなく又これの切線方向に力はない。即ち働く力は等壓面に垂直であらねばならぬ。此事は水の表面では一層よくわかる。表面は一の等壓面である。

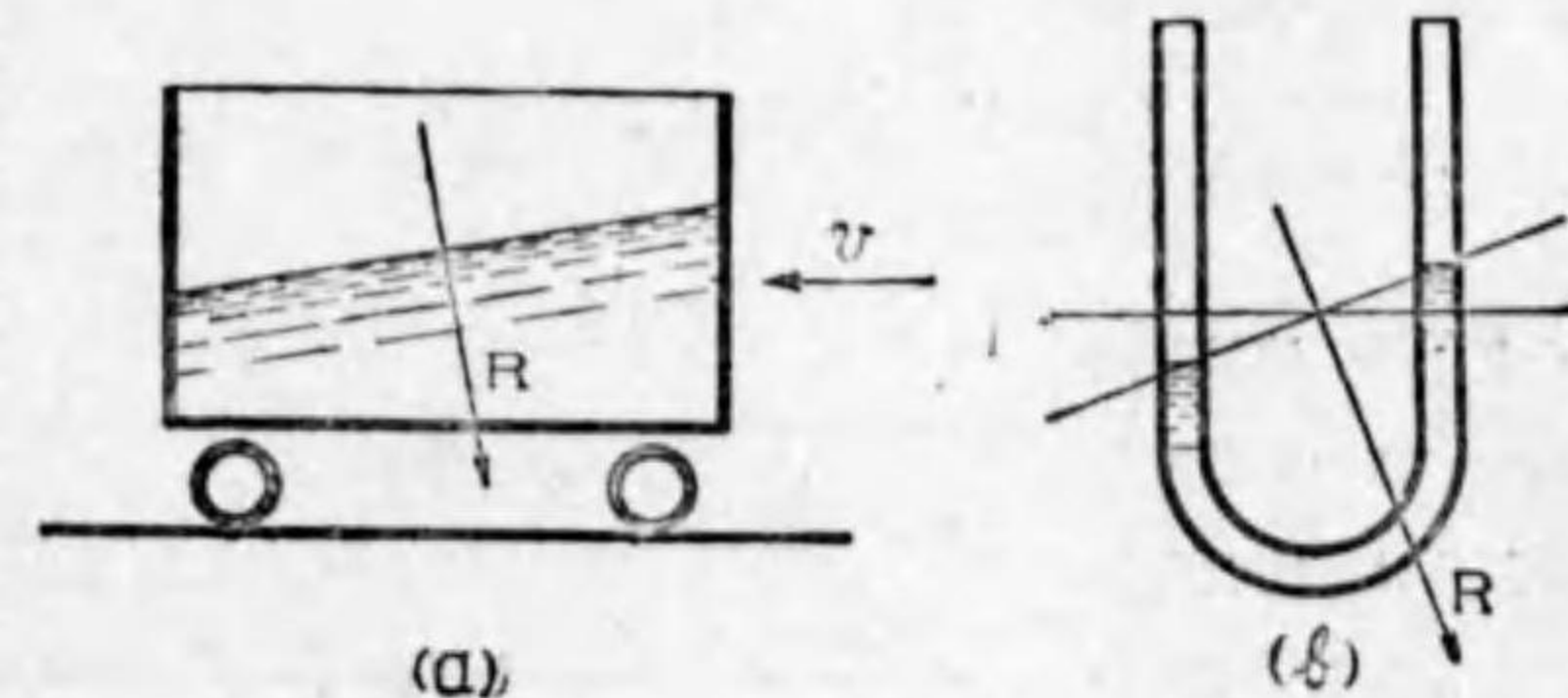
第 31 圖で表面を表はす曲線上の一點に於ての切線の方向は

$$\frac{dz}{dr} = \tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$$

$$\therefore Z = \frac{\omega^2}{2g} r^2 \dots\dots\dots (13)$$

で表面は拋物線の廻轉面であることが知れる。

同じ様な事は數多ある。例へば水槽を臺車に乗せ走り出すとき一定の加速度であるとすると之れと地球重力の合成によつて槽の中の水面は第 32 圖 (a) の様になる。又此原理を應用して U 字管に水を入れたものを列車に取り付けて列車の加速度を知る所謂加速計がある (同圖 b) 勿論これは水の摩擦があるから餘り具合よくはない。



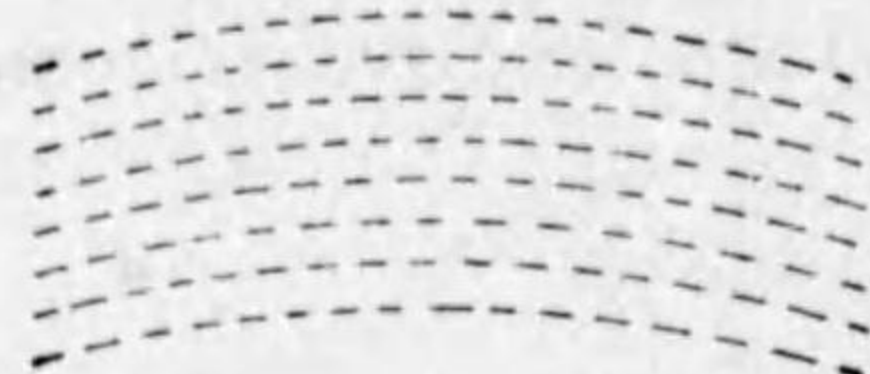
第 32 圖

第三章 水の基本運動方程式

水 流體運動の二状態 水に限らず一般に流體の運動には二大別がある。一を流線運動他を混濁流動と云ふ。

力 流線運動 粘り強い流體が狭い通路を小さな速度で流れる時は極めて規則正しい状態を取り流線の各微分子は夫々美しい曲線群に沿ふて運動する第 33 圖。斯の如きを流線運動と云ふ。

流線の定義 「流動せる流體中に一の假想の曲線を引きたる時或一瞬間に於て曲線上の各點に於ける流動方向が其點に於ける曲線の正切に一致する如き曲線を流線と云ふ」。



第 33 圖

云ひ換れば或瞬間に於て流體の各點の運動方向を繋いで出来る所の曲線が流線である。流線とは瞬間々々に考へるものであつて即ち流體中の或瞬間の速度の分布状態を示すものである。依つて流れの状態が時々刻々變はる場合には各瞬間に異つた流線を示すのである。

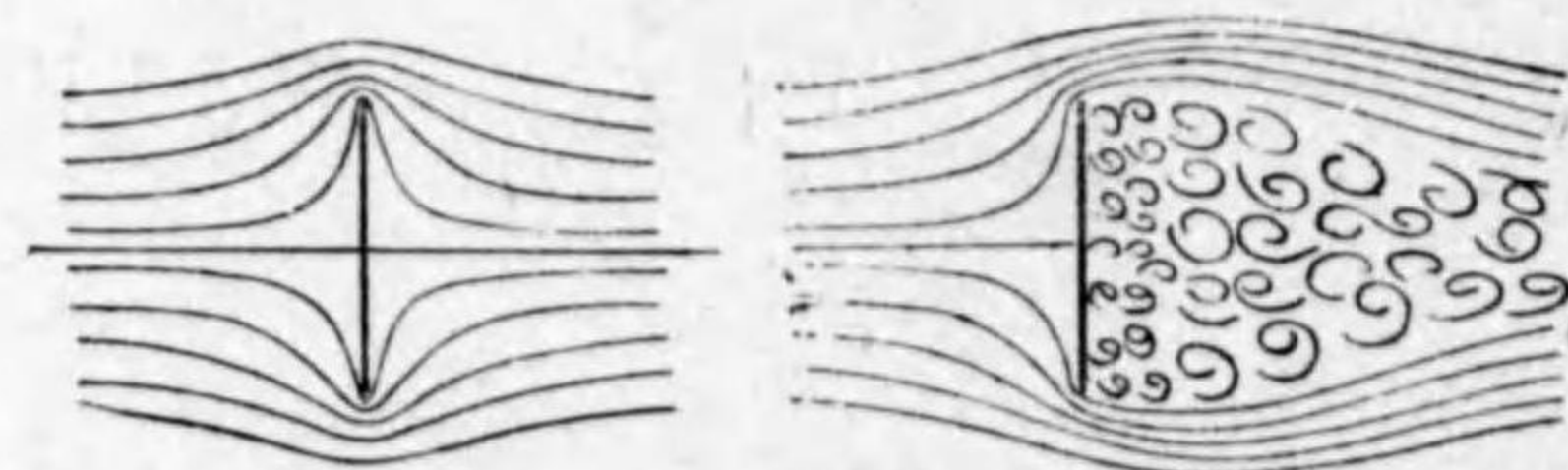
かゝる場合には流體の一微分子が時の経過と共に畫く所の通路は流線とは勿論一致して居ない。流動状態が時間によつて變らぬ時にのみ流線と通路とが一致する。依つて流線運動の中に又二つの場合があるのである。

流線運動 { 永久に同一状態を續けるもの
時々刻々に變化するもの

永久不變の流線運動 にあつては一定點に於ての速度は方向及大きさ共に永久不變で従つて壓力も密度も不變である。水が細い眞直ぐな圓管の中を極く靜かに一樣の速度で流れて居る時は永久不變の流線運動の最も良い例であつて微分子は恰も線



(a) 第 34 圖 (b)



(a) 第 35 圖 (b)

を引いた様になつて流動して居る。第 34 圖 a。

流線管 流線は太さ無く従つてこれを以て流量を定める事は出来ない。そこで我々は流線が集まつて出来た一の細い流線束を考へる。これを流線管と云ふ。この管の中の流れが流れの最も小さい部分を形成する。

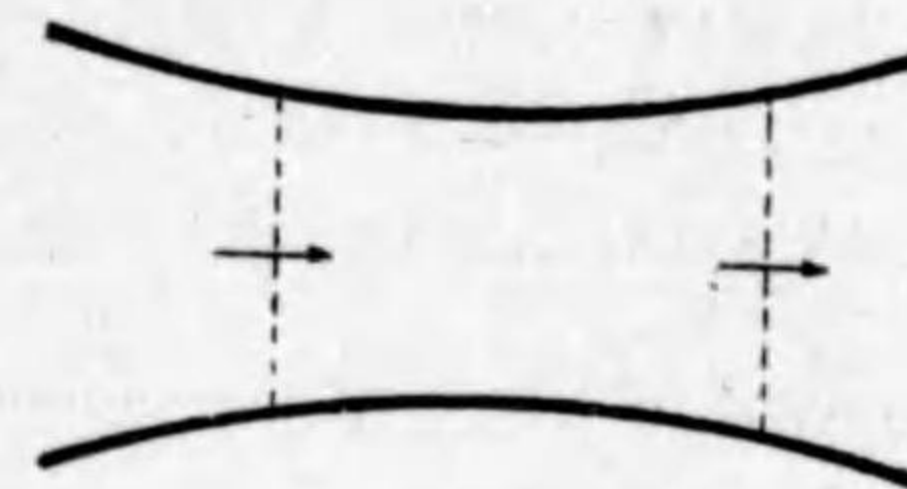
連続の理 流體の中に一つの固定した領域を假想する。流體が流動する時にこの領域の境界面の或部分を通して領域内に入り境界面の残りの部分を通して流れ出る。此境界面を通して流れ込んだ質量と流れ出た質量との差は即ち此領域内に蓄積した質量となる。又流れ出る方が多ければ中の質量がそれ丈減するとする、即ち領域内部に於ては物質が發生し又消失することなく内部の質量の増減は全く境界面を通しての質量の出入の差によるものとしたる場合に流體連続が成立すると云ふ。

流線管の壁は流線で出来て居るから管壁を横切つて流れ込み或は流れ出ることはない。今第 36 圖は流線管の一部を示すものとし断面

(1) に於ては密度 ρ_1 速度 v_1 面積 a_1 とし断面(2)に於ては ρ_2, v_2, a_2 とする。然るときは單位時間に

$$\rho_2 a_2 v_2 - \rho_1 a_1 v_1$$

の質量が(1)と(2)の間に蓄る(或は減ずる)。



(1) 第 36 圖 (2)

若し流體が壓縮不可能即ち密度 $\rho =$ 一定であれば(1)と(2)の間に質量が蓄り又は減ずることがない。水は前に云つた通り非常に壓縮し難いから一般に $\rho =$ 一定として取扱ふ。故に單位時間に流線管の中を流れる量は

$$a_1 v_1 = a_2 v_2 = \dots = q \dots \dots \dots (14)$$

で流線管の何れの断面でも同一である。時々刻々變化する流線運動の場合には各々の流線管の流量 q も亦時々刻々に變はる、併し一つの瞬間に於ては一つの流線管の何れの断面でも一定であるのである。 q が一定であるとすれば一つの断面に於ての速度 v は断面積 a の逆比で

$$v = q/a$$

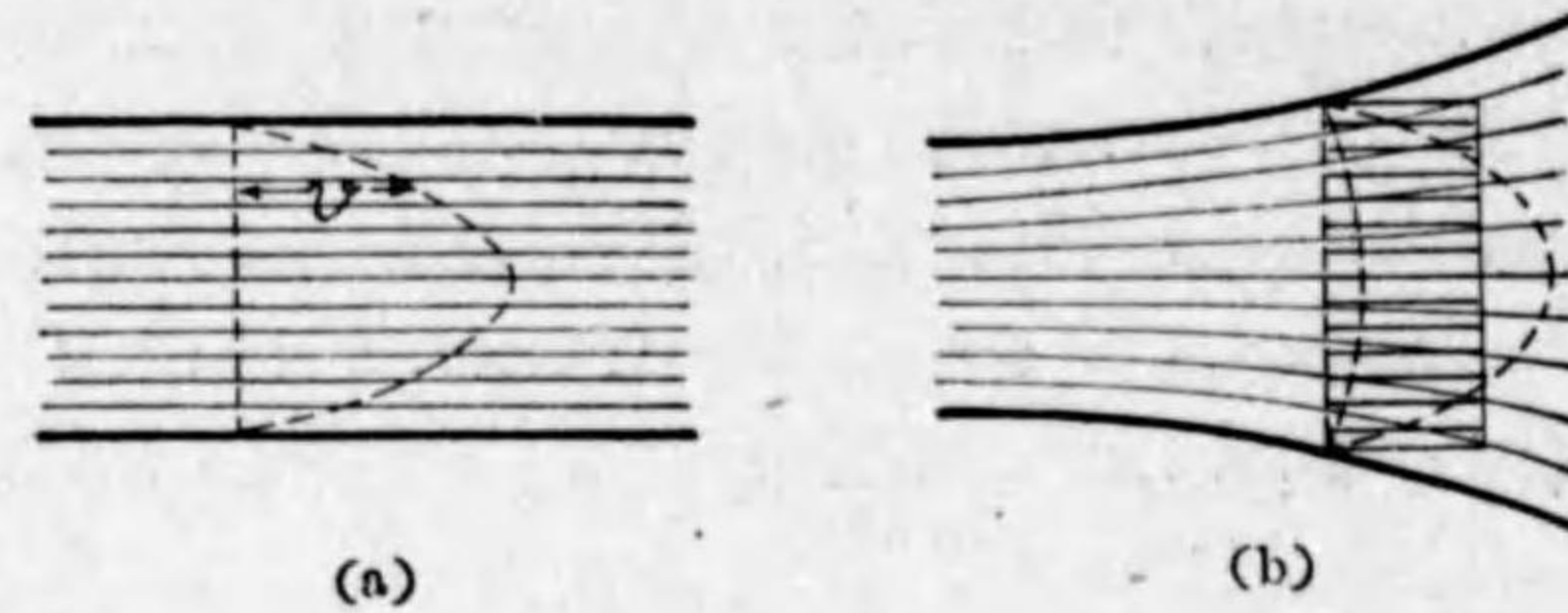
である。即ち一つの流線管は所々太さが變つて太い所は流速小さく細い所は流速大なることを示す。第 35 圖 a は廣い流れに板を置いた所を示す。板の中央に近い所は速度小さく板の縁を



廻る所は速度非常に大きいのである。

平均流速 広い場所の流れについて云ふことではないが、一つの鐵管の中を水や空氣が流れるときには粘性のために管壁に近い所は速度極めて小さく管の中心に於て速度が最も大きい、第37圖 a。又末廣がりの管では流線の方向が第37圖 b に示す如く廣がつて居る。流體力學の

カ
コ



第 37 圖

精しい計算は別として圓管等の實際問題では普通に平均流速なるものを用ひる、即ち甚しい廣がり方をして居ない場合に第38圖 b に示す如く管軸に直角なる斷面積を以て管の面積 A とし Q を以て單位時間に流れる流體の體積とすれば平均速度 v は

$$v = Q/A \dots\dots\dots(15)$$

である。第37圖 a の如く一樣なる斷面積を持つて居る管でも勿論この表はし方を取る。普通に管の中の流速と云ふのは特に斷り書きのない限り皆この平均流速を意味するのである。

混亂流動 粘りの少ない流體が相當太い管の中を大きい速度で流れるか又は急激なる曲り角を廻るときは後の方では流線がこわれて全く亂れた流れ方をする。これを混亂流動と云ふ。此場合には各微分子の運動は非常に複雑であつて到底計算で表はすと云ふ様なことは出来ない。我々が日常普通に接して居るのは殆ど總てこの流動狀態である。この様な場合には精しい計算は出来ないが後に説明する様に實驗によつて相當に精しく流量や流動抵抗を求めることが出来る。

混亂流動にも全體としての變化がない場合と不絶變化する場合とがある。例へば鐵管の中の流水量が常に變化しない場合と段々變はつて行く場合の如きである。

混亂流動の場合にも前に述べた様な連續の理や平均流速を用ひる。即ち一つの鐵管内の流水量を Q m³/s とし管の斷面積を A m² とすれば平均流速 v は

$$v = Q/A, \text{ m/s} \dots\dots\dots(16)$$

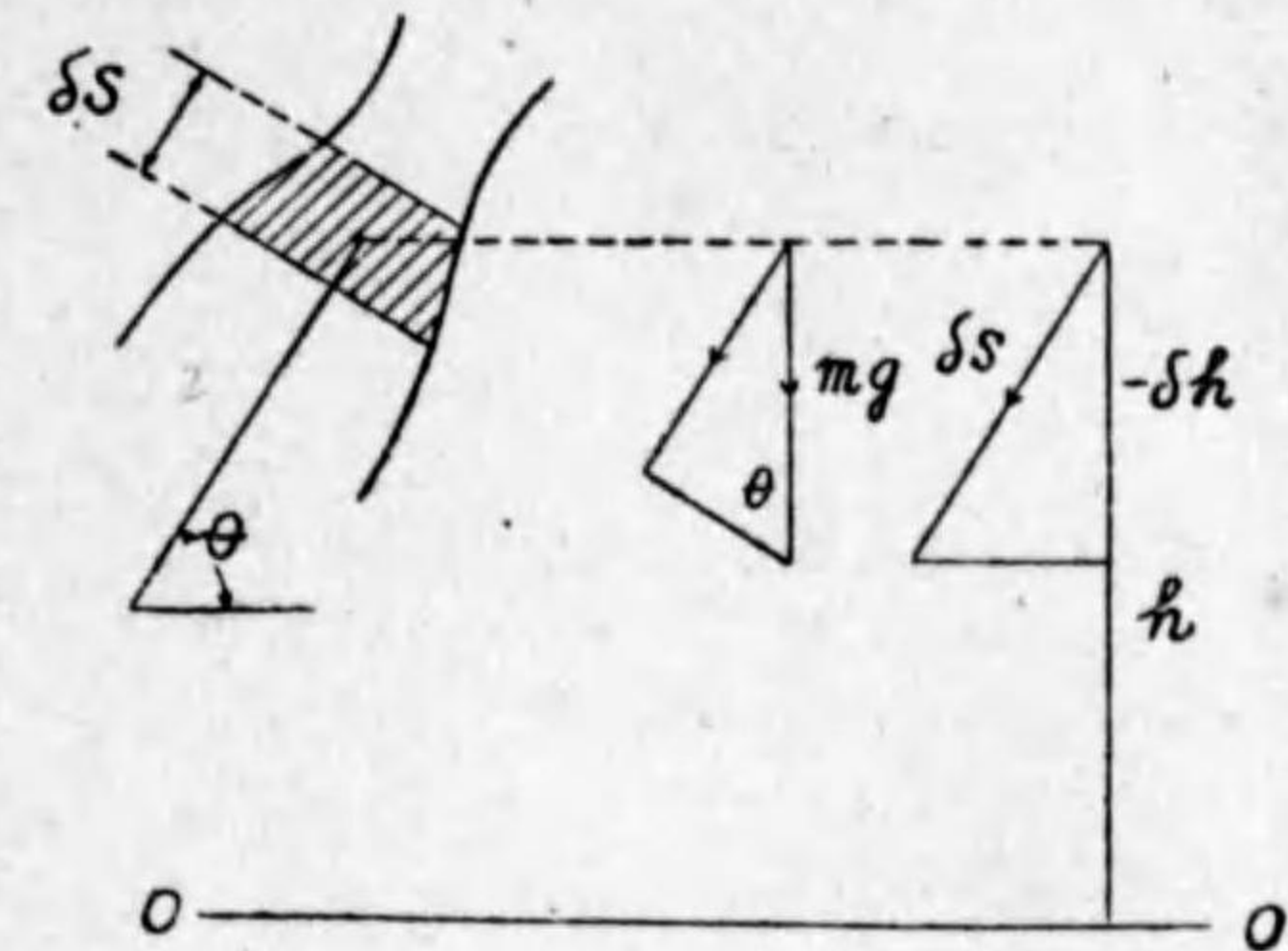
である。



混亂流動と云ふが實は各細部に於ては夫々流線が出来て居る。唯之れが非常に速く變化するから肉眼で見た丈では全く何が何やら分らないのである。梶原博士の超高速寫眞を用ふれば物體の後の渦などは美しい流線を示して居る。依つて混亂流線も矢張流線運動の複雑なるものに過ぎない、而して計算は非常に困難な場合が多くて今日の所では計算出来ないと云つても宜しい。そこで我々は普通に流線運動と云つて居るもの、その内でも永久不變の流れ方をする場合を取つて流體殊に壓縮不可能なる流體の基本運動方程式を作ることにする。

ベルヌーイの定理

完全流體即ち粘りなく壓縮不可能の流體を假想し且つこれが永久不變の流動をなすものとする。即ち各微分子の通る路は夫々の流線と一致し流線管は其位置に固定した管と考へられる。第38圖に示す如くして此流線管の一小部分 δs の中の流體質量に働く重力壓力及加速度の關係を明らかにせん。



δs の上流側に (1), 下流側に (2) と記しを附すれば

第 38 圖

	(1)	(2)
管の斷面積	a	$a + \delta a$
壓力の強さ	p	$p + \delta p$
$m =$ 小部分の質量	$= \rho a \delta s$	

茲に $\rho =$ 流體密度にして壓縮不可能なるにより此場合一定の値を有す。

體積は $(a + \frac{\delta a}{2}) \delta s$ なれども

$a(1 + \frac{1}{2} \frac{\delta a}{a}) \delta s$ に於て $\frac{1}{2} \frac{\delta a}{a}$ は 1 に對して非常に小さいから省略したのである。

$v =$ 質量 m の速度

$m \frac{dv}{dt}$ は質量に加速度が生ずるために必要なる力

$mg \sin \theta =$ 質量 m に働く重力を流線方向に分けたもの、



次に此小部分の總ての境界面に働く壓力を考へて見る。(1)の面には $p_1 a$, (2)の面には $(p + \delta p)(a + \delta a)$ 其差は二次以上の微小量を省略して

水 $(p + \delta p)(a + \delta a) - p a = a \delta p + p \delta a$

この内で $p \delta a$ は流線管の壁面に隣りの流線管から働く壓力を流動方向に分けたものと釣合ふことになる。即ち運動方程式として

水 $m \frac{dv}{dt} = m g \sin \theta - a \delta p$

$m = \rho a \delta s$ を以て兩側を除して

水 $\frac{dv}{dt} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds} \dots \dots \dots (17)$

を得る。

一般に速度 v は時間と場所との函數であるから

$dv = \frac{\partial v}{\partial t} dt + \frac{\partial v}{\partial s} ds$

$ds = v dt$ の關係ある時に

$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s}$

は加速度を表はす。今の場合は永久不變の流動で $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$ 故に

$\frac{dv}{dt} = v \frac{\partial v}{\partial s}$

即ち v は場所のみの函數であるから

$\frac{dv}{dt} = v \frac{dv}{ds}$ となる。

壓力 p と場所の函數である、依つて式 (17) は

$v \frac{dv}{ds} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{dp}{ds}$

これを場所について積分すれば

$\frac{v^2}{2} - \int g \sin \theta ds + \int \frac{dp}{\rho} = \text{一定} \dots \dots \dots (18)$



$ds \sin \theta$ は dt 時間に流線が流下する垂直距離 $-dh$ である。但し h は任意の基線(第 38 圖の 0-0) 上の高さ。又此問題では流體は壓縮不可能で $\rho = \text{一定}$ であるから式 (18) は

水 $\frac{v^2}{2} + gh + \frac{p}{\rho} = \text{一定} \dots \dots \dots (19)$

となる。而してこれは一つの流線に沿ふて積分したものである。依つて式 (19) は

「一つの流線に沿ふて運動の勢力 $v^2/2$, 位置の勢力 gh , 壓力の勢力 p/ρ の三つの總和が一定である」

と云ふことである。これを ベルヌーイ の定理と云ふ。又式 (19) を g にて除し $gp/w =$ 單位體積の流體の重さとすれば

水 $\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{w} = \text{一定} \dots \dots \dots (20)$

となる。式 (19) は單位質量の有する勢力を示し式 (20) は單位重量の有する勢力を表はす。併しながら (20) の左側の中には高さ h がある。 h がメートルで表はされるときは 1kg の重さの流體の運動勢力も壓力の勢力も亦勢力の總和も共にメートルで表はされるのである。而して水力學ではこれらの勢力を高さの勢力と考へ水頭と云ふ語を用ひる。依つてベルヌーイの定理は

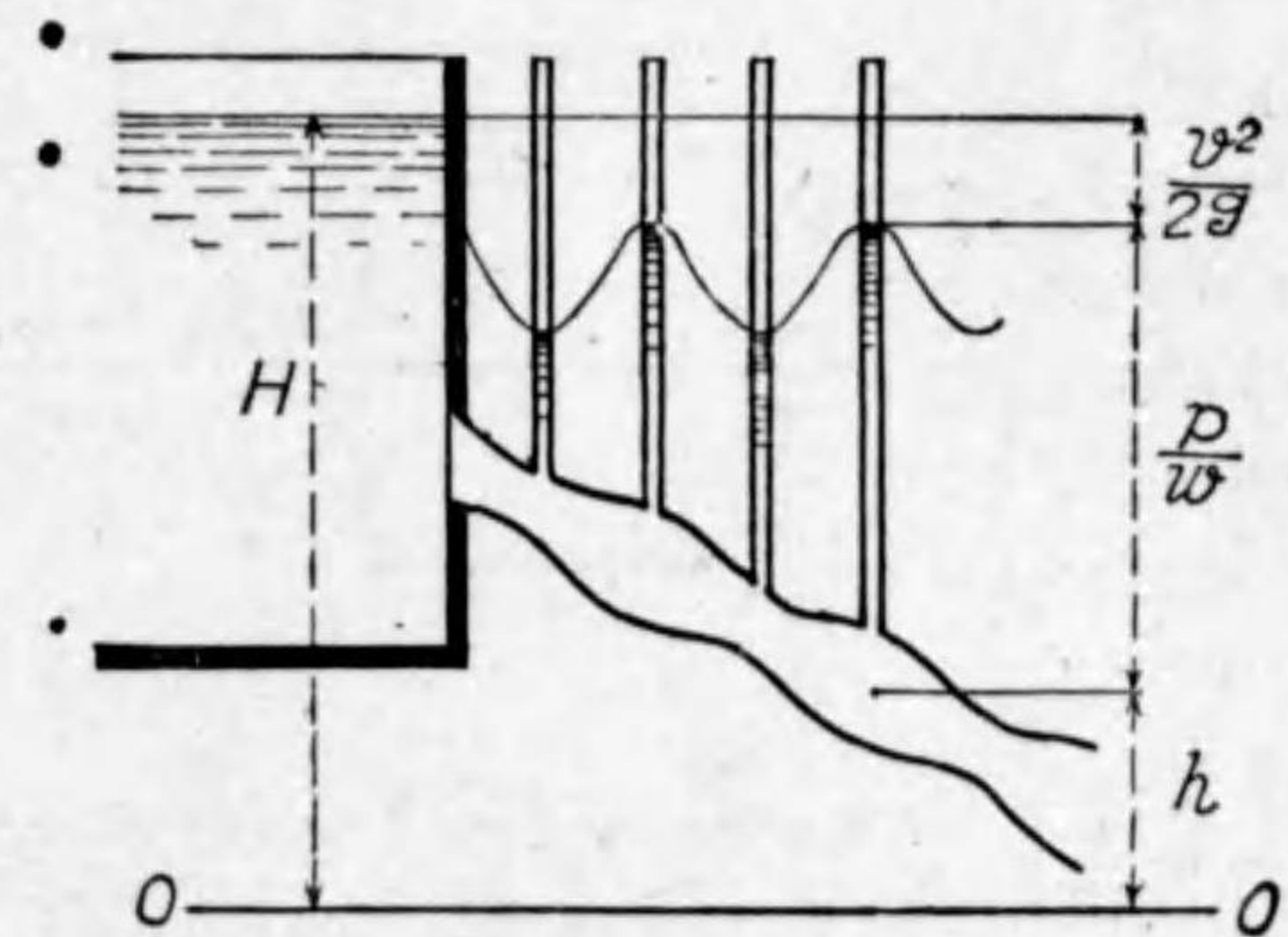
「一つの流線に沿ふては速度水頭 $v^2/2g$ 位置の水頭 h , 壓力水頭 p/w の總和が一定である」と書きかへられる。

ベルヌーイの定理は水力學の基本運動方程式であつて水力學の大部分は此定理の應用である。]

而して式 (20) は勢力を長さの單位で表はしたので非常に便利である。次に速度、位置、壓力の三つの勢力が互に如何なる關係にあるかを説明して見る。

ベルヌーイの定理の說明

一つの水槽に粘りのない水を入れて之れを太さ



第 39 圖



の一樣でない管で流下させるものと假定する第39圖。

管の中では流線運動をして居るとし又水槽は非常に大きく其中的水は静止して居ると假定すれば、各流線は皆同一状態から出發して居るので各流線に沿ふての勢力の總和は何れも相等しい。今第39圖の如く管に數多の硝子管を立てたと考へると夫々の水壓に應じて硝子管の中に水が昇る。圖に示す如く

$$\frac{v^2}{2g} + h + \frac{p}{w} = \text{一定} = H \dots\dots\dots (21)$$

但し此所には水槽の水面も硝子管の水面も皆一樣に大氣壓を受けて居るとする。然るときは壓力 p は大氣壓以上の壓力を示す。

第40圖は一樣なる太さを有する真直ぐなる管を斜にして水槽から粘りのない水を導く場合を示す。

管の斷面積が一定であるから速度水頭も一定である。依つて式(21)は

$$\frac{p}{w} + h = H - \frac{v^2}{2g} = \text{一定} \dots\dots\dots (22)$$

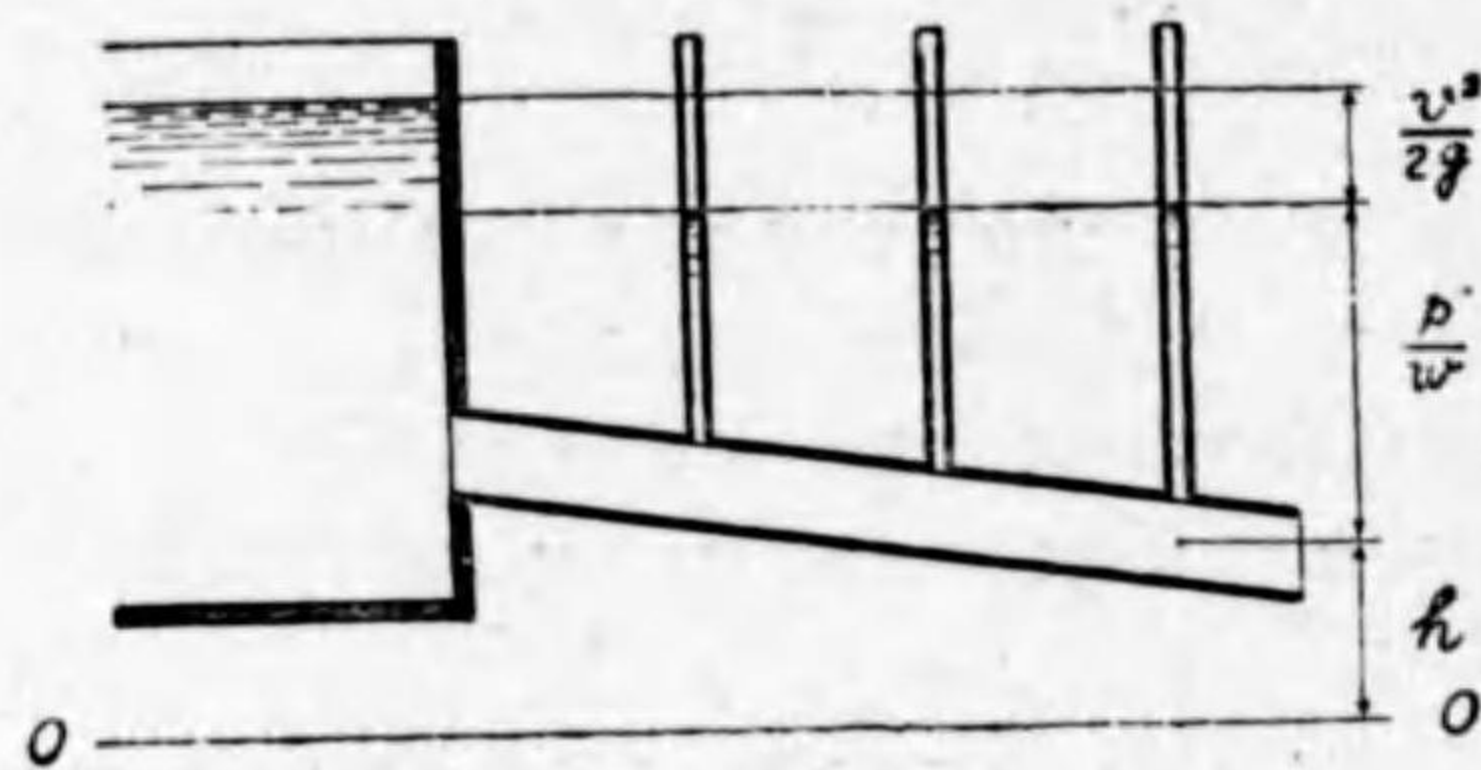
となり位置の水頭が段々壓力水頭に變る事を示す。

又第41圖は種々の太さを有する管の中心軸が水平である場合に中心軸を高さの基線とすれば

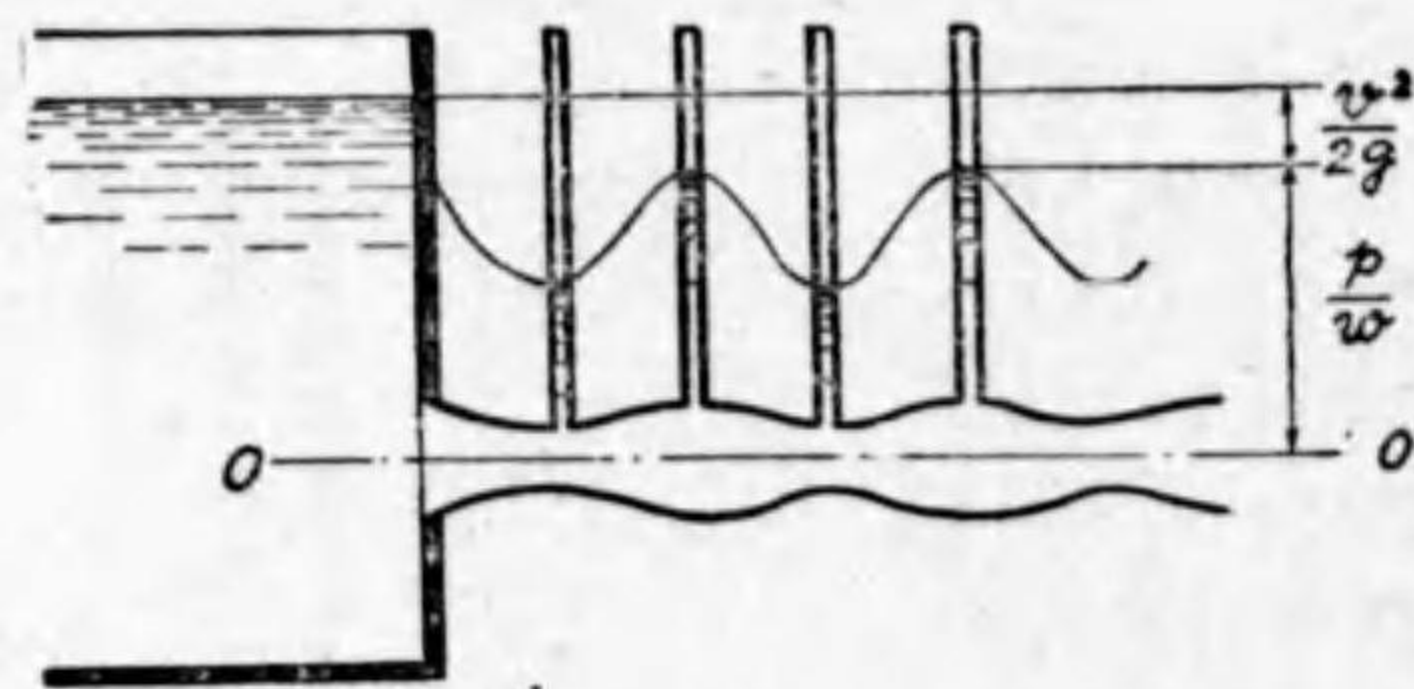
$h=0$ で

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{w} = H = \text{一定} \dots\dots\dots (23)$$

で速度水頭と壓力水頭とは互に入れ換はることが出来るし管の細い所は速度大で



第40圖

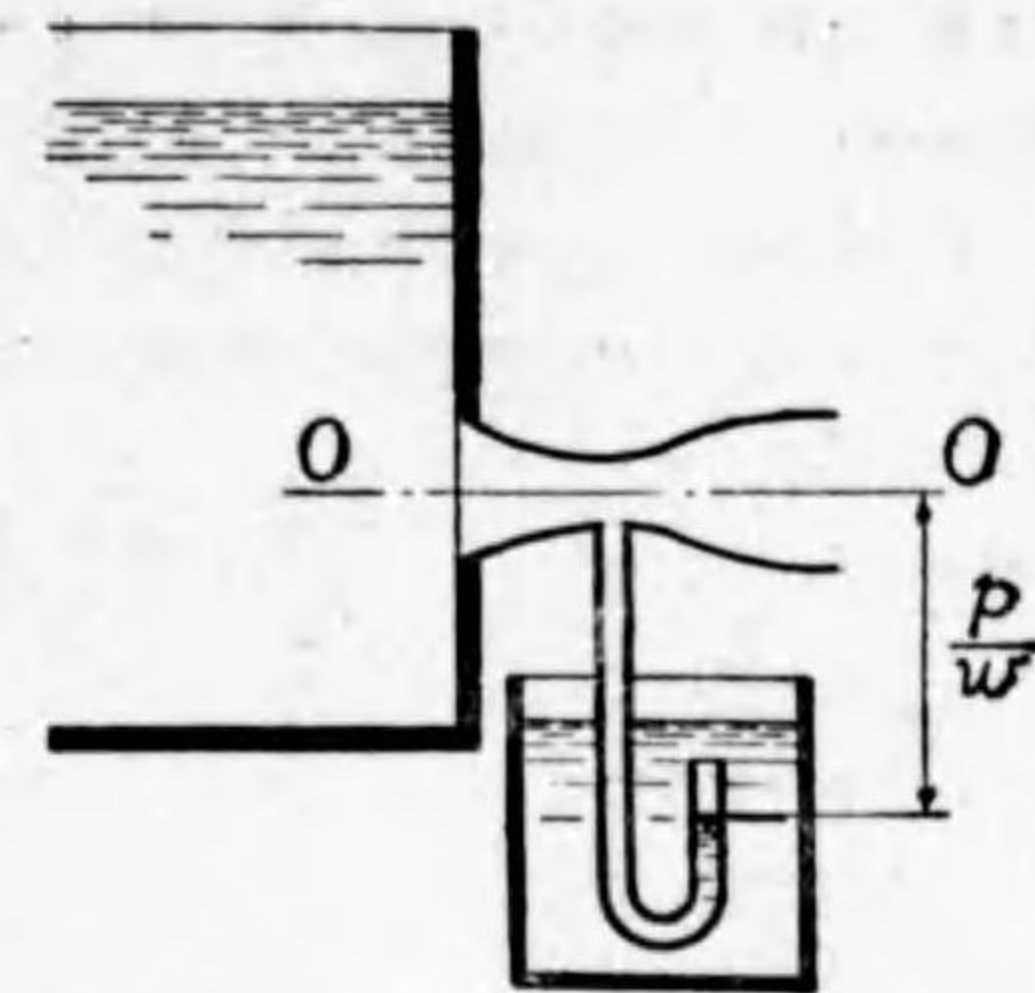


第41圖



$$\frac{p}{w} = H - \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots (24)$$

によつて壓力が零より小さく即ち大氣壓より低くなることもあるのである。此細い所の下の方に硝子管をつけると其中的水柱の頂點は p/w 丈低い所に表はれる。コップに水を入れて第42圖の點線に示す様に硝子管の水面より高くすると硝子管の中の水は吸上げられる、これ霧吹き



第42圖

水
カ
學

第四章 流 れ 口

水 小流れ口 水槽の横壁又は底面に孔を穿つとこれから水(或は他の流體)を流出せしむるとき其孔を流れ口と云ふ。孔の中心から水面迄の距離が孔の大きさに比して大きい時に小流れ口と云ふ。之れが横壁面にあるとき孔の上縁に於ても亦下縁に於ても水速が殆んど同じで流水量の計算が簡單である。特別の場合の外は普通に流れ口の面積に比して水槽が遙かに廣いものとする。

即ち水が流出しても暫くの間は水面が大して降下しないと考へ従つて水槽水面は速度零なる如く考へる。水面に働く壓力は大氣壓とする。第43圖aに示す如く流出口の中心を含む水平面を高さの基準面にとる。然るときは水槽水面の位置水頭は H である。流れ口から出た所にも亦大氣壓が働くものとし流れ出る速度を v なりとする。同圖に點線で示した如き一本の流線に沿ふて出來たベルヌーイの方程式

$$\frac{p}{w} + h + \frac{v^2}{2g} = \text{一定 } C$$

に於て大氣壓を基として考へると

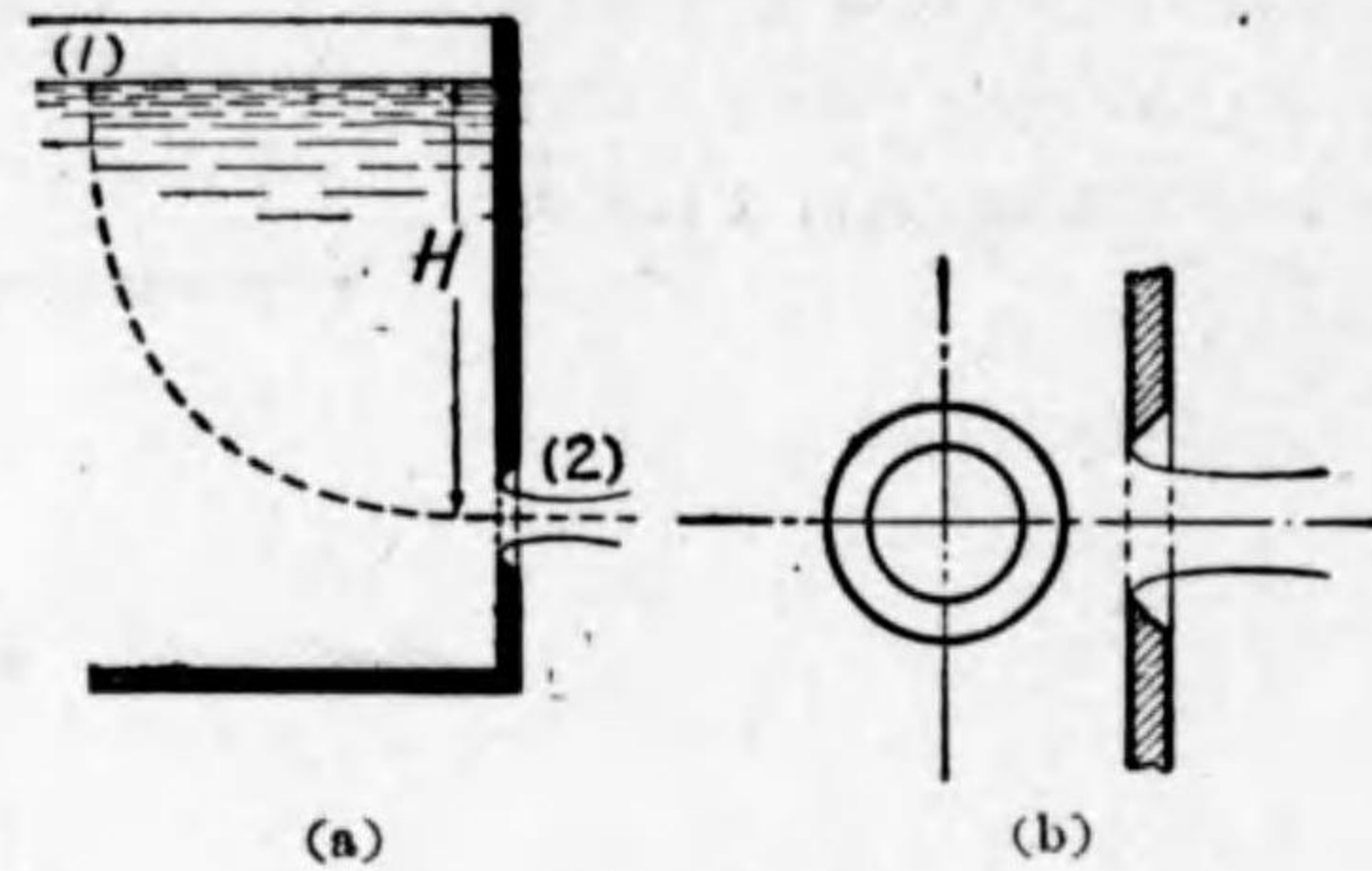
$$\text{水槽水面では } p=0, v=0 \text{ 故に } h=H=C$$

$$\text{流れ口に於て } p=0, h=0 \text{ 故に}$$

$$\frac{v^2}{2g} = H \quad \text{或は} \quad gH = \frac{v^2}{2}$$

$$\therefore v = \sqrt{2gH} \dots\dots\dots(25)$$

位置の勢力が全部運動の勢力になつて仕舞ふ。併し今流出の有様を詳しく見るに第43圖bに示す如く流れ口の内では水が四方から集つて來て外へ出るので遠心力のため流れは流れ口より餘程細くなり同時に流れ口の中心線では壓力が大氣壓より可なり高くなつて居る。



第 4 3 圖

従つて流れ口の面では水速は方向、大きさ共に一様でなく、縁は v でも中の方は之より小さい流れ口から少し出た所で流れが殆ど平行になり、そして流れの斷面積が最も小さくなる様に見える所がある。此處を最小斷面の部と云ふ。流れが平行であると云ふことは壓力が外から中迄一様に大氣壓で従つて速度が一様の大きさ v である筈である。實際は水は流れ口の周圍の壁面によつて摩擦抵抗を受け、又流れ口を出る時に流線の相互の間の流速は不同であると同時に前記の v より小さくなつて居る。依つて最小斷面部の平均流速を v_0 と名付けると

$$v_0 = C_v \sqrt{2gH} \dots\dots\dots(26)$$

である。茲に C_v = 速度係數と云ひ1より少し小さい數で流れ口の摩擦が大なる程小さい値を取る。

次に流れ口の面積 a , 最小斷面積を a_0 とすると

$$a_0 = C_c a \dots\dots\dots(27)$$

である。茲に C_c = 收縮係數は1か或は1より小さくて流れ口の形によつて非常に違ふ。流れ口の流出量を Q とすると

$$\begin{aligned} Q &= a_0 v_0 = C_c a \cdot C_v \sqrt{2gH} \\ &= C a \sqrt{2gH} \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

$C = C_c C_v$ = 流量係數で1より小さい數である。

流量係數は實驗によつて求めるの外なし。

即ち

$$C = \frac{Q}{a \sqrt{2gH}} \dots\dots\dots(29)$$

と書いた時其右側は何れも實測出來る數量であるから C の値は實驗から定まる。而して係數 C は單位に無關係である。

流れ口の中で最も大切なのは第43圖bに示す所の薄双圓形流れ口である。製作容易で標準型とするに都合がよい。此型の流れ口の流量係數は古來數多の人に依つて發表されてゐるが其内で今尙廣く用ひられて居るものはどの教科書にも載つてゐるハミルトン スミス (1886) のものである。第五表にこれを示し、 d は圓形流れ口の直徑、 H は流れ口中心上の水の深さ共に

メートルとす。

第五表 薄双圓形流れ口の流量係數
ハミルトン スミスの C の表

水頭 H. cm	流れ口直径 d cm				
	0.6	1.2	2.1	3.7	6.1
12	—	.637	.624	.612	—
18	.655	.630	.618	.609	.601
30	.644	.623	.612	.605	.600
61	.632	.614	.607	.601	.599
122	.623	.609	.603	.600	.599
274	.613	.604	.600	.599	.597
610	.601	.599	.597	.596	.596
30 m(?)	.593	.592	.592	.592	.592

水頭 H は流れ口中心の水深
完全収縮
垂直面にある流れ口
H=30 m に対する係數の値は疑問

モーソン (1927) はこの表の数字に合ふ様に

$$C = 0.592 + 0.000677 \left(\frac{1}{d\sqrt{H}} \right)^{0.7638} \text{メートル秒單位} \dots\dots\dots (30)$$

と云ふ式を作つた。機械學會では此式を使ひ易くするために

$$C = 0.592 + 0.00069 \left(\frac{1}{d\sqrt{H}} \right)^{\frac{3}{4}} \text{メートル秒單位} \dots\dots\dots (31)$$

と書き換へた。

大きな孔で大きな水頭即ち $d\sqrt{H}$ が大きいときにハミルトン スミスの表では $C=0.592$ となつてゐるが他の多くの人々の實驗結果ではそれよりも大きく 0.600 近い値を與へてゐる。依つて第五表の $H=30$ m に対するものは用ひざるをよしとする。

シュナイダー(1919)は比較的小さい流れ口で低い水頭で非常に丁寧な實驗をした。第 44 圖

第六表 薄双圓形流れ口の流量係數
シュナイダーの實驗結果

水頭 H mm	流れ口直径 d mm					
	5.48	10.33	20.13	29.97	40.0	59.0
1. 水 温 15°C						
63.0	6816	6556	6274	6179	6182	6190
123.0	6661	6464	6201	6153	6151	6149
206.0	6558	6360	6155	6122	6133	6133
279.0	6486	6319	6130	6099	6093	6088
423.0	6368	6237	6088	6062	6048	6051
604.0	6330	6176	6031	6027	6037	6041
779.0	6.94	6152	6019	6030	6040	6043
2. 水 温 40°C						
63.0	6732	6559	6243	6183	6168	6176
123.0	6583	6438	6189	6140	6148	6127
206.0	6477	6333	6147	6125	6119	6136
279.0	6400	6275	6091	6077	6070	6095
423.0	6344	6220	6064	6048	6041	6050
604.0	6290	6163	6029	6030	6021	6038
779.0	6240	6140	6017	6018	6028	6057

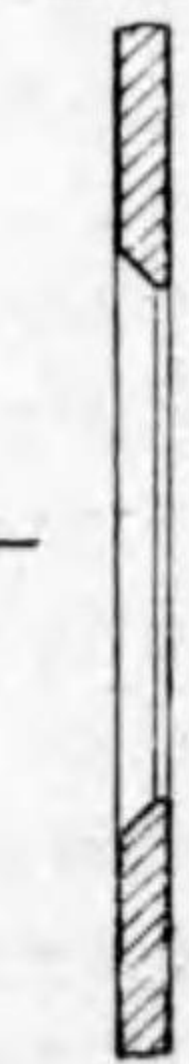
水頭は流れ口中心の水深
完全収縮
垂直面にある流れ口

は實驗に用ひた流れ口を示す。其結果を上表に示す。

この表の流量係數も $d\sqrt{H}$ の小なる間式 (31) によく一致するが直径 d, 或は水頭 H が大きくなるに従ひ式から離れて行く。流れ口の流量係數に就いての詳細は後章に説明する。

例 1 直径 5cm の薄双圓形流れ口が水槽の横壁面上、水面下 3m の所にある。その流量係數を式 (31) によりて算出して流量 Q を求めよ。

答 $C=0.595$ $Q=8.96$ l/s



第 44 圖

例 2 流量係数の公式(31)及流量公式を $l, cm \ sec.$ にて表はせ。

水 $C = 0.592 + 0.1227 \left(\frac{1}{d\sqrt{H}} \right)^{\frac{3}{4}}, \dots\dots\dots(32)$

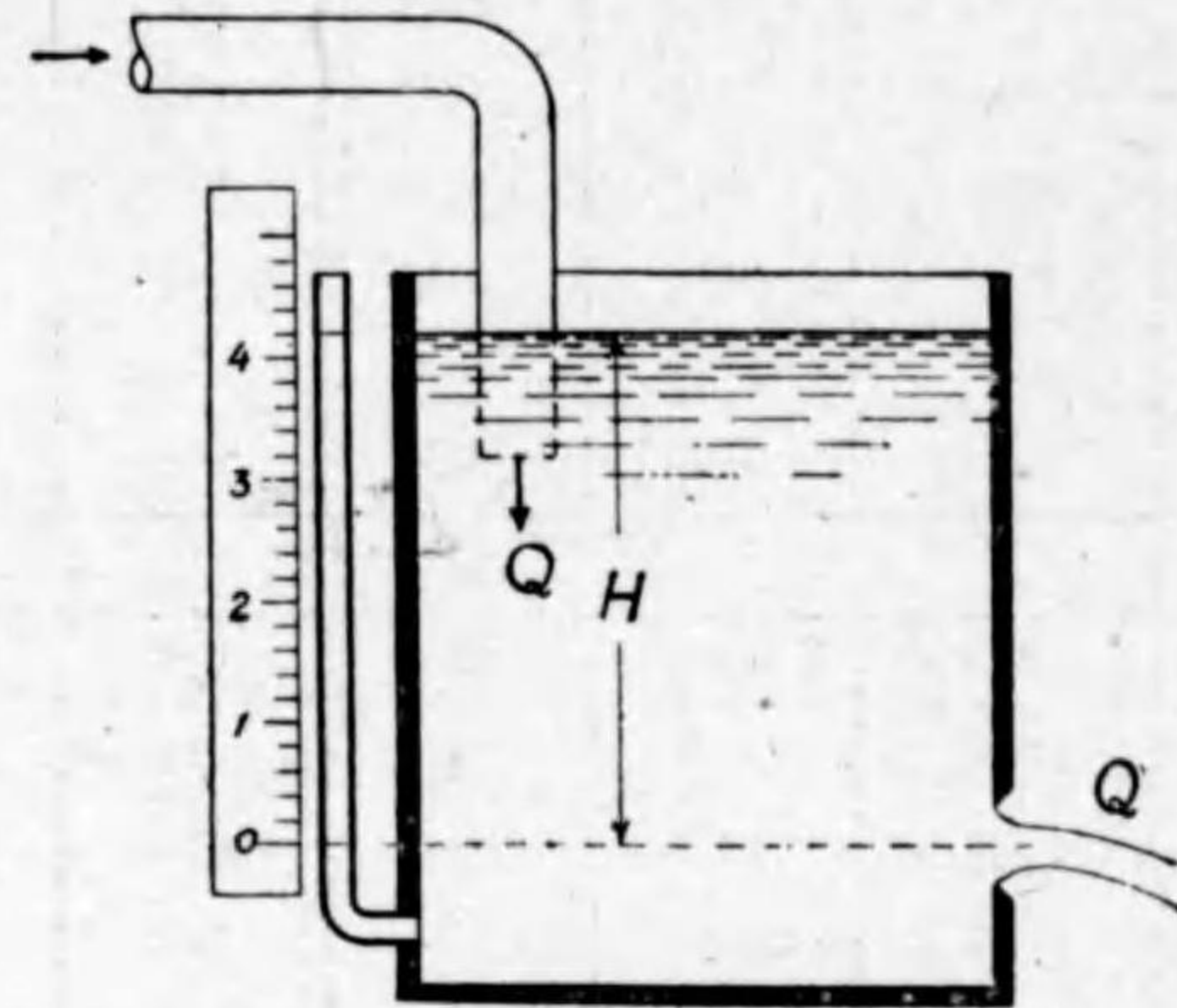
力 $Q = 0.0343 C d^2 \sqrt{H} \quad l/s, \dots\dots\dots(33)$

流れ口の用途 流れ口の最も主要なる用途はこれを以て流水量を計る事である。例へば第45

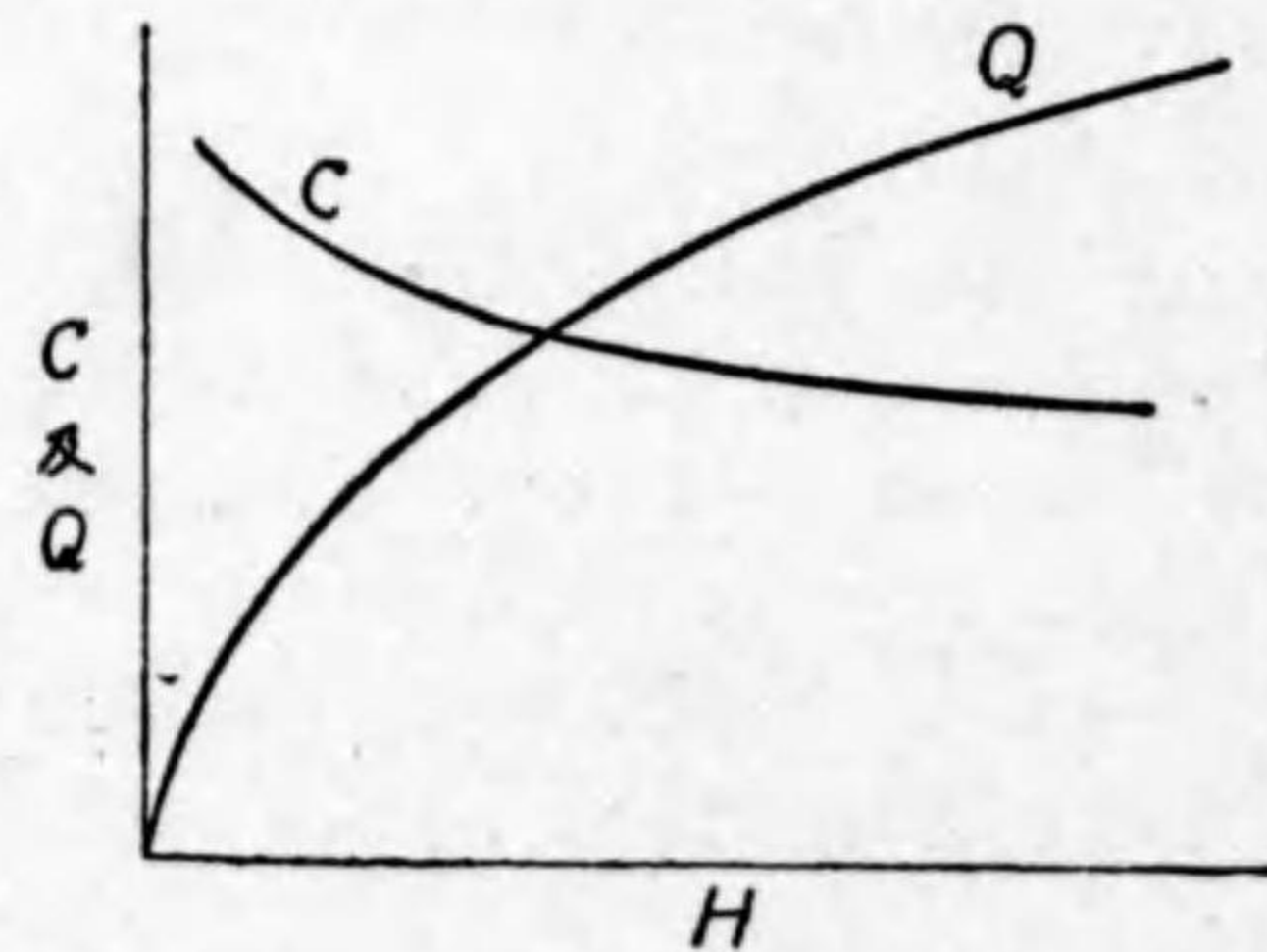
図の様には管から流出する水量を知るためには、これを流れ口を有する一つの水槽に導き、水槽中の水の高さが一定になつた時の水頭を H とせば、上記の流量公式によつて流水量 Q が知れる。但し流れ口の直径 d と水頭 H から流量係数 C を定めるのであるが最も確かなのは豫め此の水槽を直接實驗して式(29)によつて流れ口の流量係数 C を定めて置くことである。 H に対する Q と C との曲線は第46圖の如くなる。 Q は H 線を軸とし原點に於いて垂直線に接する近似のパラボラである。併し此の曲線を用ひて成る水頭 H に対する水量を求めるには水の温度が甚しく違つてはいけない。

水量を計る器とする以外に流れ口の面積を適當に變へて流水量を調節するに用ひる。弁や水門等も廣い意味に於いて流れ口の應用である。

ガスや蒸氣が孔から噴出するのも大體に於てよく似て居る。唯異なる所はガス體は壓力を加へると壓



第 4 5 圖



第 4 6 圖



縮し従つて比重が變化することである。空氣が僅かな壓力差を以て密閉した器の中から孔を通して流れる様な場合には比重の變化は殆んど問題にならない。此様な場合には器の中の空氣の壓力を $p_1 \text{ kg/m}^2$, 外の空氣の壓力を $p_2 \text{ kg/m}^2$ とし其の差が僅かであるとするから平均壓力 $\frac{1}{2}(p_1 + p_2)$ に対する空氣の重さ $w \text{ kg/m}^3$ をとる。孔の直径 d に對して流出空氣量は

$$Q = C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2g \frac{p_1 - p_2}{w}} \quad \text{m}^3/\text{sec} \dots\dots\dots(34)$$

となる。尤もこの流量係数は水の場合とは多少異なる。

この様にして水の場合の流れ口の流量公式は水力機械のみならず空氣やガス等の機械にも非常に深い關係を持つてゐる。

流れ口に於ける水流收縮

流れ口の流出係数を確定するためには一層委しく其所の水流狀態を研究せねばならぬ。既に早くビドース (1838) が研究した如く孔の周圍の水槽内壁面の形狀を變へることによつて流量係数が著しく變はるのである。今其最も簡單なる場合について考へる。水槽の内壁面が流れ口の周圍から何れの方にも非常に遠い時には流れ口を出た所で水流は充分に收縮するのである。第47圖の實線で示した噴出水流がこれであるとする。これに反して同圖に點線 aa, bb, で示した様に壁が流れ口に近い所に来ると横の方から來る水流の分速度が大體に於て小さいから噴出水は充分に收縮しない。即ち第47圖に點線で示した通りになる。此様なものを不完全收縮と云ひ、前のを完全收縮と云ふ。

流れ口の周圍に壁が等距離に近い所にある場合即ち管の出口にある流れ口については後に述べることにする。流れ口が一方の壁にのみ近いときの流量係数の増加は二三の人々によつて大分以前に調べられてゐるが何れも極く精密とは云へぬから茲には擧げない。

標準の流れ口としては我々は完全收縮の場合を探る。これには水槽壁或は底が充分遠くなければならぬ。併し實用上餘り大きな水槽を使用することは出来ないから、水槽壁或は底が流れ口の縁周の如何なる點からも流れ口の最小直径の三倍以上隔り居る場合を以て完全收縮の流れ口と見做すのである。

噴出水の断面形狀 完全收縮なれば流れ口が水槽の垂直壁面にあつても亦水平底面にあつて



第 4 7 圖

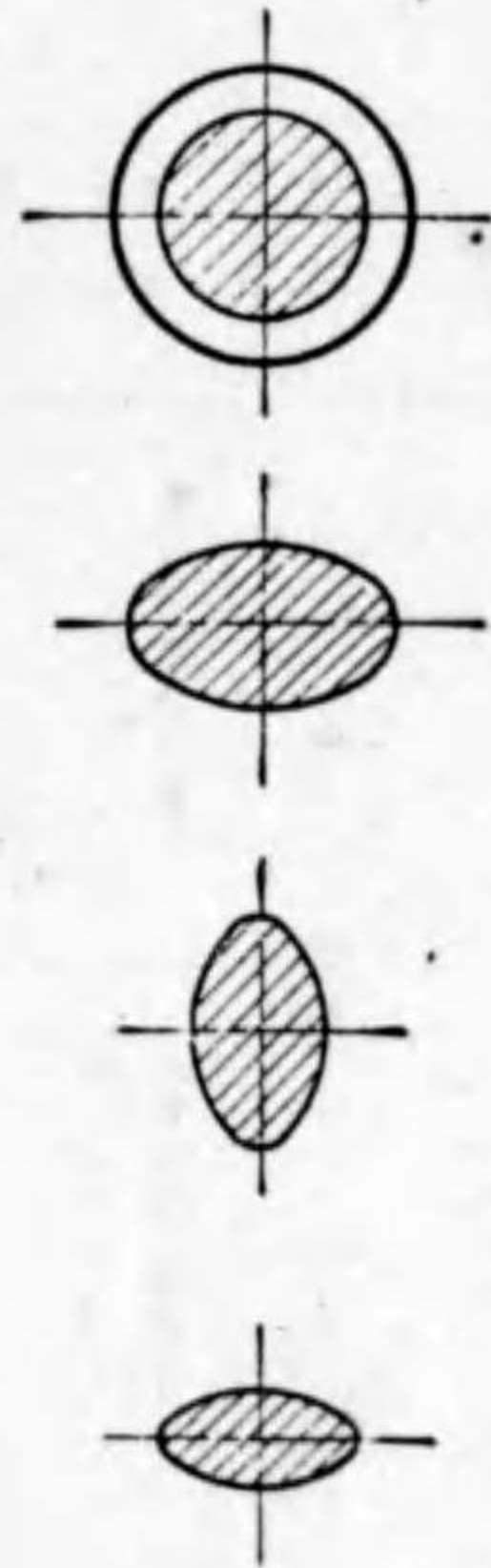


も、流れ口の形状寸法が同一で水頭が同一であれば同じ流量係数を與へると云はれてゐる。垂直壁のときには流れ口の中心の水深を水頭とし、水平底面にあるときは底面の水深を水頭とする。併し乍ら後に云ふ如く流れ口の大きさの割合に水頭小なるときは大流れ口と云つて小流れ口よりも流量係数が小さくなるから、垂直面の流れ口と水平面の流れ口とは孔の割合に水頭小なるときに相違を來す。尙水頭が餘りに小なるときは水面に渦を生ずる故何れの場合にも第五表或は第六表の如き流量係数は適用出来ぬ。

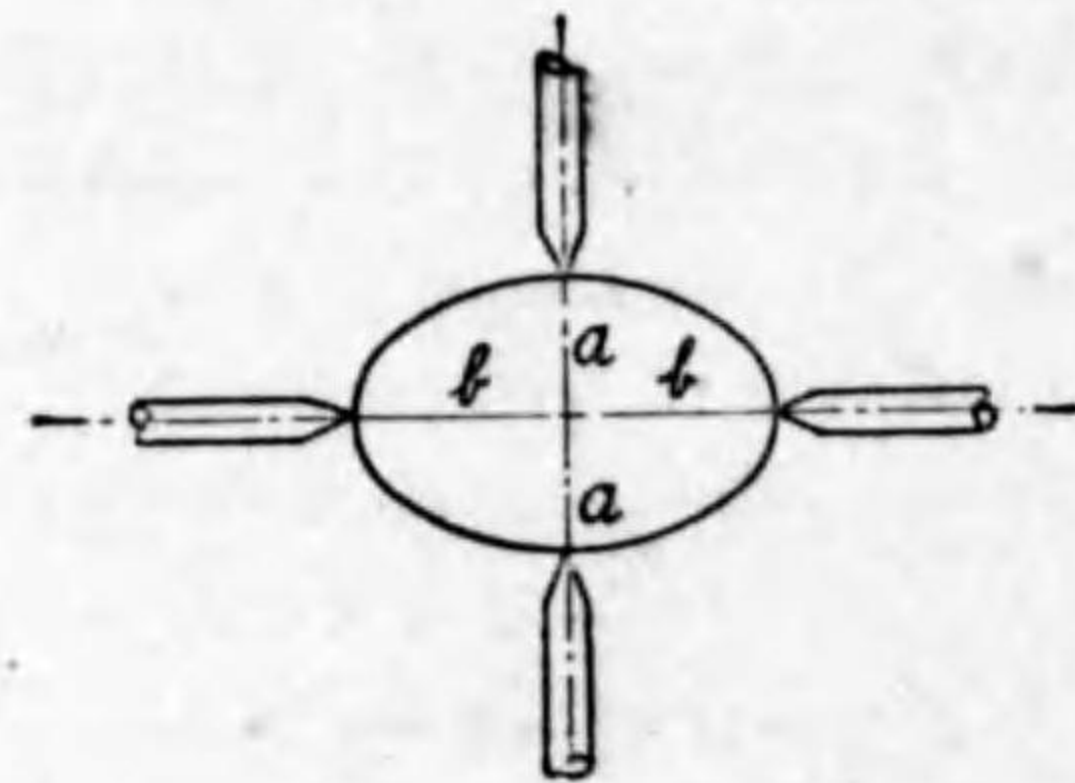
併し委しく見ると水平面の流れ口と垂直面の流れ口との間には次の如き相違がある。水平面にある流れ口では噴出水は最小断面以後重力のために下降速度を増して断面積は減少する一方である。垂直面にある圓形流れ口では流れ口から $0.5d \sim 0.8d$ 出た所で最小断面が起り以後断面

面形が第 48 圖に示す如く交互に軸を變へる所の楕圓となり段々細くなる。此時最小断面と云ふ所が果して最小断面なるか否かは確かでない。最小断面と云ふ所も亦短軸 a を縦に長軸 b を横にした楕圓であるとする。故に最小断面積は

$$a_0 = \pi ab$$



第 48 圖



第 49 圖

である。これは第 49 圖の如く軸の長さを計るべきであるが實施に於ては大に注意を要する。大體平均直径 $a+b$ は流れ口直径の 0.8 より少し小さい。

圓形以外の種々なる形の流れ口では水流收縮の有様に伸々面白いものがある。これは物理学の書物に委しいから茲には省略する。



最小断面に於ける水速

最小断面に於ては流れが平行で速度が中から外迄一様な筈であるが、前に云つた通り流れ口周囲の摩擦、空氣の抵抗によつて中が速くて外周が最も遅いのである。この時水流中の速度分布を計り噴出水の有する速度の勢力を知ることは大切である。これには第 50 圖に示す様にピトー管を用ひて水流中各點の水速 v を計る、而して速度の分布は同圖に示す様に軸が少しく下の方に偏したパラボラの様な曲線で表はされる。

平均速度を求める方法

i 最小断面積 a_0 を測定し單位時間の流量 Q を測定すれば平均速度 v_0 は

$$v_0 = \frac{Q}{a_0} \dots\dots\dots (35)$$

である。

ii 水槽の横壁上にある流れ口の噴出水は空氣抵抗がなければパラボラの曲線を曲く、此曲線上の或一點の位置を最小断面から計つて水平に x 、垂直に y とする。最小断面から x, y 點に水が流れて行く時間を t 秒とすれば、初速 v_0 、重力の加速度 g なるにより

$$\left. \begin{aligned} x &= v_0 t \\ y &= \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned} \right\} \therefore \frac{x}{v_0} = t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

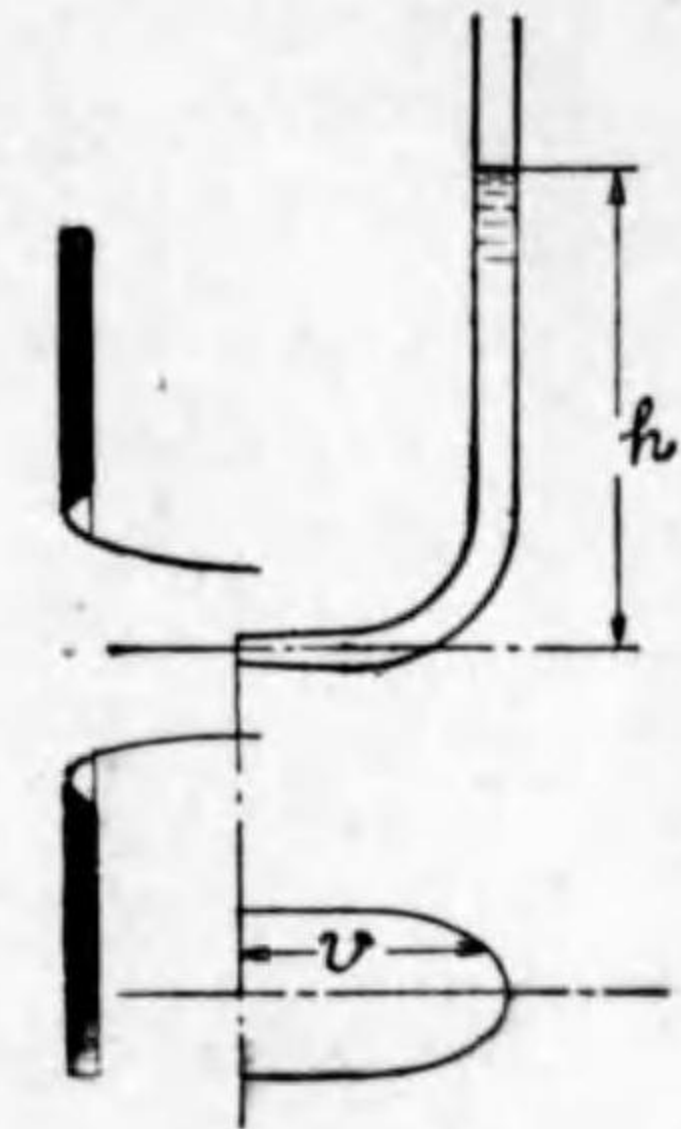
而して $v_0 = c_v \sqrt{2gH}$

$$\therefore x^2 = 4c_v^2 H y \text{ 或は } c_v = \frac{x}{2\sqrt{Hy}} \dots\dots\dots (36)$$

x と y とを測れば H に対して c_v が定まる。實際の場合は空氣の抵抗があつて此方法は誤差が頗る大きい。

噴出の反動による方法

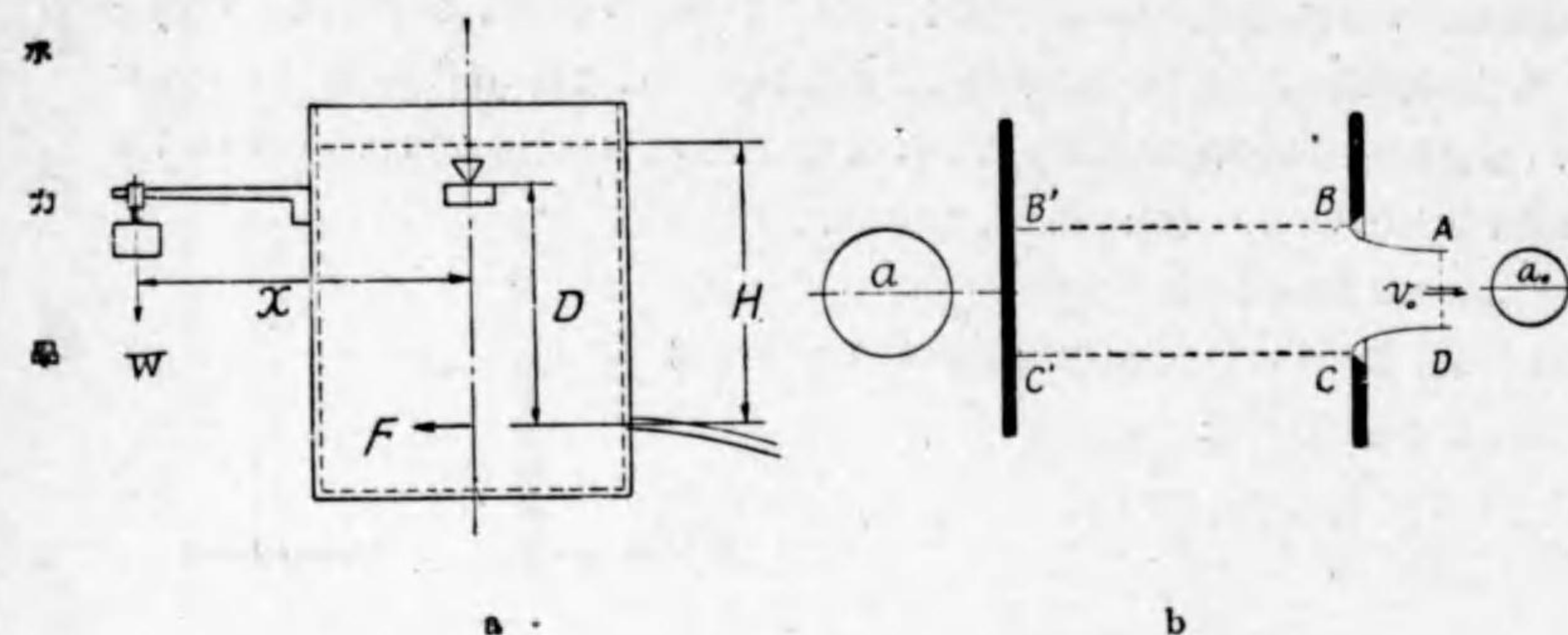
第 51 圖の如く一の水槽の垂直壁面にある小流れ口から水頭 H の下に水を流出せしめるとき、最小断面に於ける水速を v_0 m/s とし、流出水量を Q m³/s とすれば噴出による反動は毎秒の運動量の流失によつて表はされる。水の密度は 1 m³ につき $\rho = w/g$ 又水槽内は流速



第 50 圖



零なるにより



第 51 圖

$$\text{反動 } F = \rho Q v_0 = \frac{w}{g} Q v_0 \text{ kg} \dots (37)$$

第 51 圖 a の如く水槽を釣つて秤の理を用ひて噴出水の反動を計ることが出来る。即ちモーメントは

$$Wx = FD = \frac{W}{g} Q v_0 D \text{ m-kg} \dots (38)$$

Q は適當なる方法で委しく計れるから結局 v_0 が定まる筈である。所が實際にはこの方法に次の様な誤りがある。流れ口に相對於水槽壁面上には流速なきものと考へられる。又流れ口のある方の側では流れ口の周圍 BC から最小断面 AD に至る水流の面に大氣壓が働き、又最小断面 AD に於ては壓力が外から中まで大氣壓と考へられる。故に ABCD で出來た迴轉表面及び AD の圓形平面上に働く大氣壓 $p_a \text{ kg/m}^2$ の總壓力は、即ち既に靜水壓の所で述べた如く、流れ口の面積 a に p_a を乗じたもの、即ち $p_a a \text{ kg}$ である。流れ口の周圍の壁面に於ては水が流れ口に近づくに従つて速度が加はり、摩擦なしとしても

$$\frac{p}{w} + h + \frac{v^2}{2g} = H$$

の關係で定まる所の深さに相當する靜水壓よりも低くなるのであるが、其状態が實際には摩擦



の影響もあつて非常に複雑なので BC の周圍の壁面上の壓力分布は明かでない。故に相對する二つの垂直壁面上の複雑なる壓力差が上記のモーメントの式に入つて來るべきであつて前記の如き簡單なる式では精確なる水速 v_0 が定められない。

薄刃圓形流れ口の收縮係數、薄刃圓形流れ口が標準型として流れ口中最も廣く用ひられる。特に此處で今一度その流量係數 C, 速度係數 C_v , 收縮係數 C_c の關係を明かにして見る。又水槽は非常に大きくて噴出水流は完全收縮するものとする。

$$C = C_c C_v$$

によつて C は C_c 及 C_v の各々に關係するが C_c と C_v も亦相互に無關係では無いのである。流れ口周圍の壁面に沿ふて粘りのために摩擦がある。この摩擦は後に水力摩擦の項で説明するが如く壁面に接する或層(第 52 圖)の中で最も著しくこれより遠い所では壁面からの摩擦が殆ど働かない。

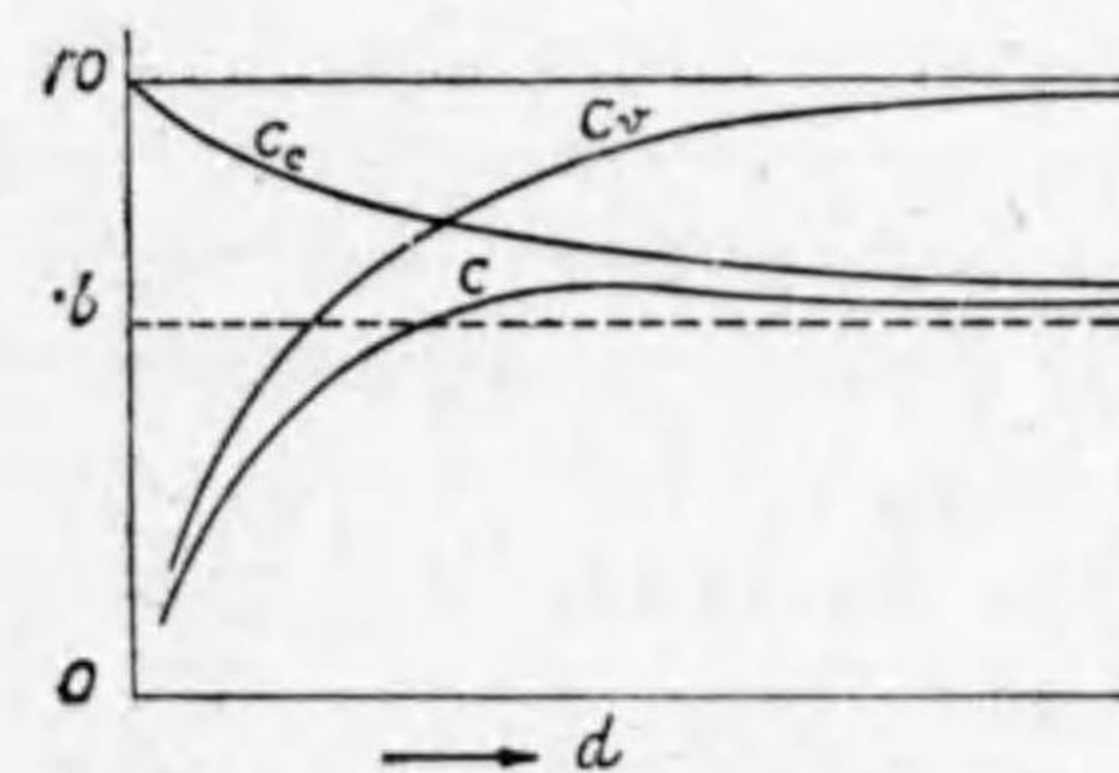


第 52 圖

流れ口の直徑が小さいとき此の層の厚さは其割合に薄くならない、即ち摩擦の爲に速度の小さくなる部分が噴出水流の大なる面積を占むることになる。これが爲第一には水流の平均速度が小さくなり結局 C_v が小さくなる。第二には壁に沿うて横から來る流速が中央部の流速に比して著しく小さくなるから、外側の水流が下向きに曲がる時の遠心力が小さい。従つて水流の收縮は甚しくない。結局收縮係數 C_c は大きくなり、流れ口が非常に小さいときに $C_c = 1$

とならうとする傾向がある。又流れ口が充分大きいときは壁面の摩擦の影響する所は極僅かとなつて全く粘りのない液體が流れ出る場合と同じになり、流體力學で二次元流の流れ口の流量係數として算出した

$$C_c = \frac{\pi}{\pi + 2} = 0.611 \dots (39)$$



第 53 圖

に近づく。この考へを基としてスミス及ウォーカー氏(1923)は自己の實驗結果に合ふ様に次の公式を作つた。こゝに d は時、 H は呎である。



$$C_c = 1 - \frac{0.39}{e^x}, \quad x = \frac{0.15}{d^2 H^{0.125}} \dots\dots\dots(40)$$

水 此実験では垂直壁にある流れ口から出る噴出水の最小断面に於ける直径を第 40 圖に示したと同様な方法で精密に計つた。 C_v は式 (35) の如くして求め、流量は量水槽で計つた。

カ 兩氏の實驗から採書したものは次の如くである。

第七表 薄双圓形流れ口、スミス及ウォルカー實驗

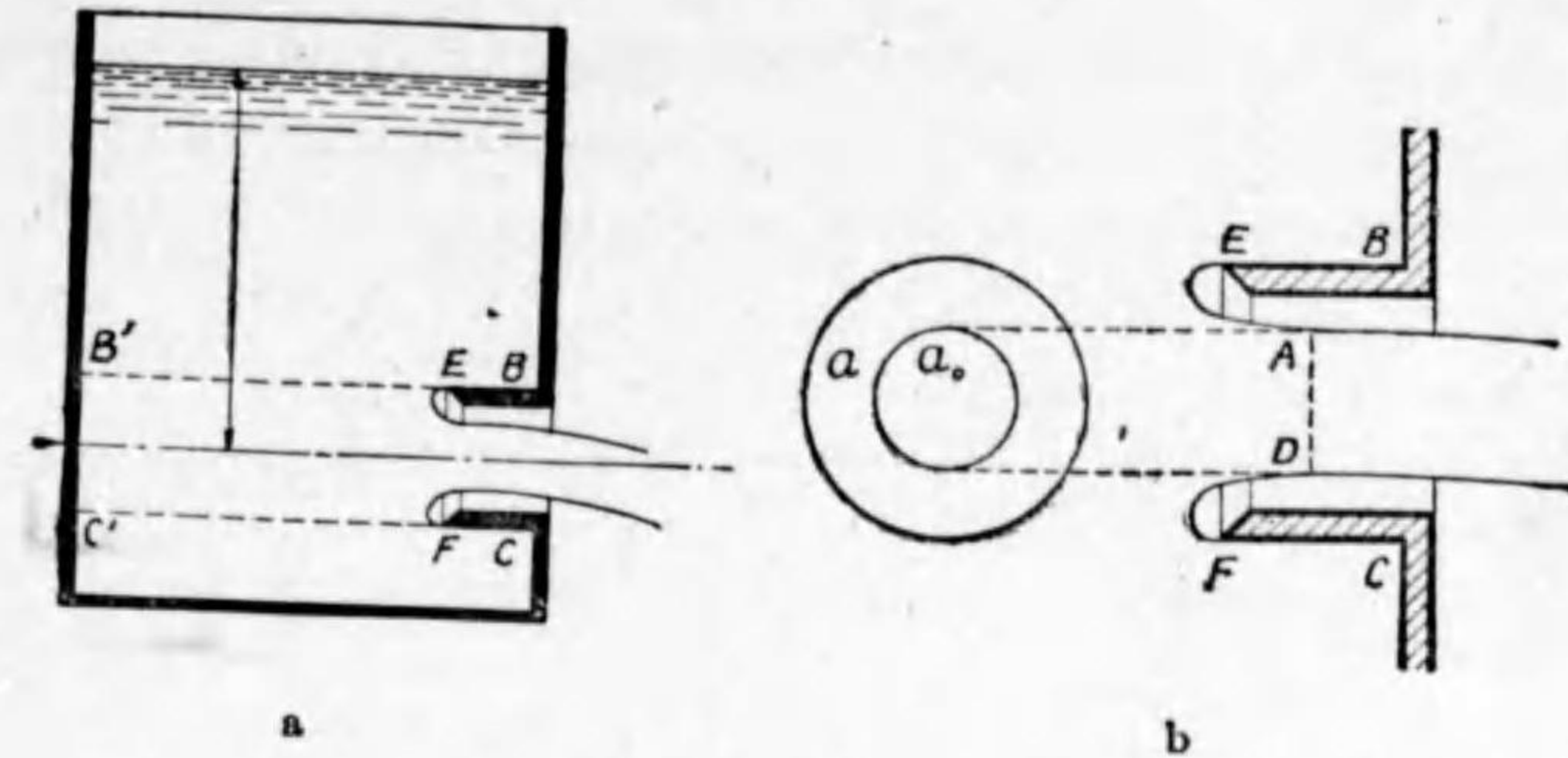
流れ口中心 上の水頭 H ft	流量係数 C		收縮係数 C_c		速度係数 C_v	
	d in		d in		d in	
	0.75	2.5	0.75	2.5	0.75	2.5
0.2	0.684	0.609	0.720	0.622	0.951	0.980
0.4	0.675	0.607	0.710	0.618	0.951	0.983
0.8	0.666	0.606	0.699	0.616	0.953	0.986
1.2	0.659	0.606	0.690	0.615	0.955	0.989
1.6	0.654	0.606	0.684	0.615	0.956	0.989
2.0	0.651	0.606	0.680	0.614	0.957	0.990
4.0	0.641	0.606	0.671	0.614	0.956	0.990
8.0	0.635	0.606	0.668	0.614	0.951	0.990
10.0	0.635	0.606	0.667	0.614	0.953	0.990
60.0	0.634	0.606	0.666	0.613	0.954	0.993
100.0	0.634	0.606	0.666	0.612	0.954	0.993

此の表を見ると流量係数はハミルトン スミスの表より少し大きい。従つて流量係数の公式 (31) の與へる値よりも大きい。第 53 圖は C_c と C_v とが上述の如く直径の變化に伴つて變はるから $C = C_c C_v$ が又 d によつて變はり d の或る値のとき最大値を有することを示す。上の表には餘り小さい直径の場合が無いが C , C_c , C_v の關係が或程度迄表はされてゐる。C は直径のみならず水頭によつても同様なる變化をする。

ボルダの呑口 圓形流れ口が薄双でなく肉厚であつたり圓錐形等である場合に其種々なる形のもの呑口と云ふ。圓形流れ口の内に短き管を第 54 圖の如く嵌めた場合には此管は長くても宜しいが垂直壁面にある流れ口の場合には餘り長くはいけぬ。噴出水流が管の壁につかない様に流れ出るときは理論上收縮係数は $1/2$ である。次ぎに此理を説明する。EF を縁とす



る圓を流れ口とし、其面積を a とし噴出水流の最小断面積を a_0 とする。中心線は水面下 H



第 54 圖

にある。水槽大なるにより $B'C'$ を含む水槽壁面上では流速無く又 BC を含む水槽壁面上も流れ口 EF から相當の距離があるから流速殆どなしと考へて置く。流速が無ければ全部静水圧のみであるから相對する壁の BB' 及 CC' 以外の部の面上の壓力は互に釣合つて居る。故に BB' 及 CC' よりも中の部の壓力を考へればよい。同圖 b に示す如く $EADF$ の水流の廻轉表面及 AD の圓形断面の上に働く大氣壓 p_a の總和は流れ口面積 a に p_a を乗じたものである。而して流れ口に相對する壁面上 $B'C'$ の上の總壓力は $(wH + p_a)a$ であるから噴出水を押すのに役立つ力は

$$(wH + p_a)a - ap_a = awH$$

而して最小断面に於て v_0 の速度を有する水流を噴出するには F の力を要す。 F は毎秒水に與へる運動量である。

$$F = \rho Q v_0 = \frac{w}{g} a_0 v_0 v_0 = \frac{w}{g} a_0 v_0^2$$

水に粘りなきものとすれば $v_0^2 = 2gH$,

$$\therefore F = \frac{w}{g} a_0 2gH = 2wa_0H$$

而して此 F と水壓の差とが等しくなければならぬ。



$$\alpha v H = 2v\alpha_0 H$$

$$\therefore \alpha_0 = 0.5\alpha \dots\dots\dots(41)$$

水

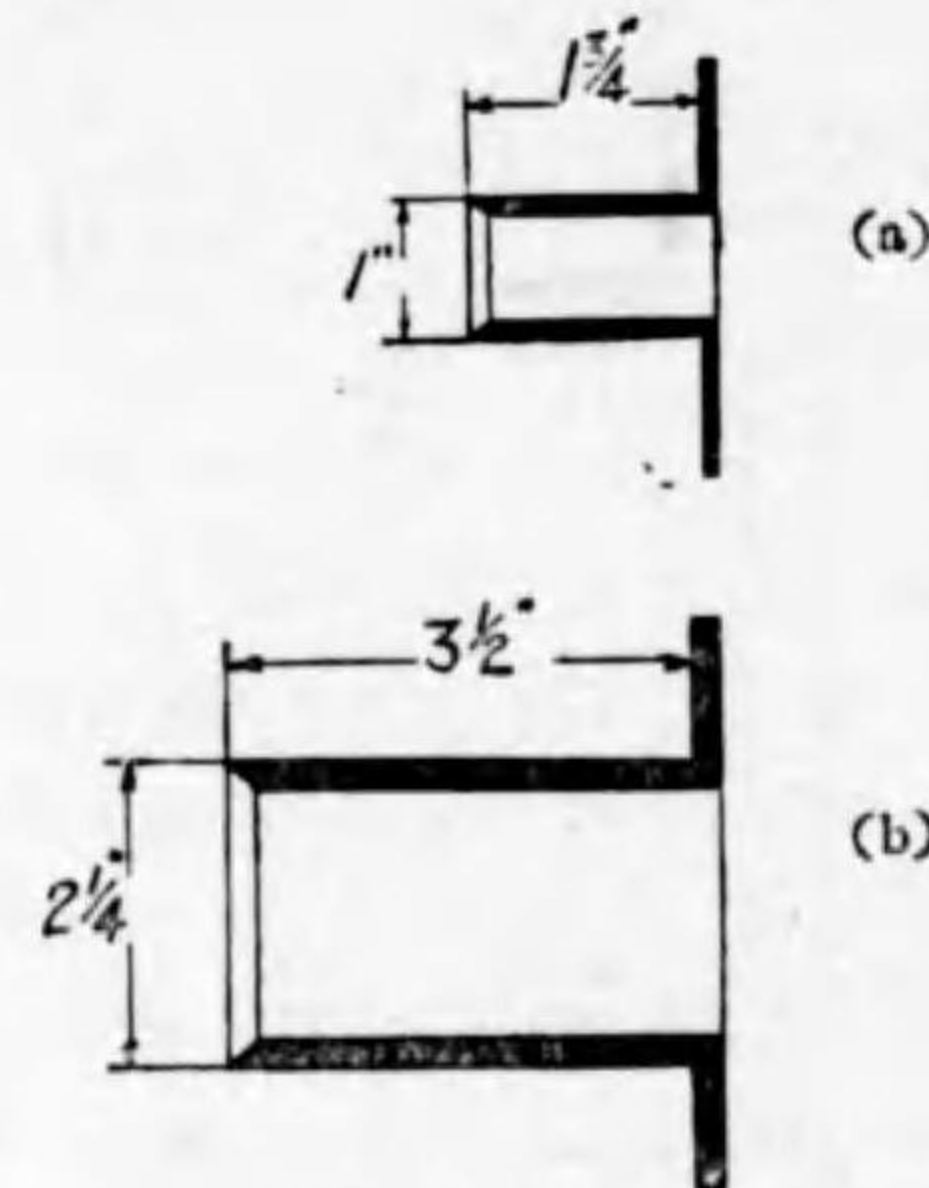
これ有名なるボルダ呑口の理論であつて、流体摩擦の僅少なる影響を省略すれば噴出水の反動によつて噴出速度が完全に決定出来るのである。これに反して薄双圓形流れ口のときは壁面上の流速の影響が少なからぬことは既に述べた所である。

力

畢

第八表 ボルダ呑口
スミス及ウオルカー実験

H ft	流量係数 C	
	A	B
10	0.524	0.487
20	0.522	0.494
40	0.525	0.492
60	0.523	—
80	0.523	—
90	0.521	—
100	0.510	—



第 5 5 圖

若し A の呑口で $C_v = 0.97$ とすれば $C_c = 0.537 \sim 533$, B の呑口で $C_v = 0.99$ とすれば $C_c = .498 \sim .504$ である、即ち大體に於て計算結果の $C_c = 0.5$ に近い。噴出水が少しく亂れると水流が管の壁に附着して管一杯になつて流れる。此場合は最小断面迄は收縮しこれから再び管を満すときに急激な衝突となるので水頭損失が起る。故に速度係数は低くなるが水流断面が大きくなるから結局流出水量は増す。ピルトンの実験によれば管の長さを總て管内径の $2\frac{1}{2}$ 倍として

管内径時	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$
流量係数 C	.91	.87	.83	.81	.79	.77	.76	.75

即ち太い管になる程 $C = .75$ に漸近する様である。ギブソンは管の中の水頭損失から流量係数を計算して $C = .745$ と得たが、これは最小断面積が理論通り 0.5α になるとしたからで小さ



い管では水の粘りのために最小断面が之れ程小さくならないからピルトンの値とは違つて來るのであると説明してゐる。

流れ口の外にある圓管 呑口の第二例として第 56 圖に示す流れ口の外に同径の管を附けた場合がある。管が極く短かければ薄双流れ口の場合と何等變つたことも起らないが、少し長くなると水流が壁に着いて再び管を満す。故に流量公式

$$Q = C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gH}$$

の流量係数 $C = C_c C_v$ に於て $C_c = 1$ で $C = C_v$ となる。即ち薄双流れ口及管の中の衝突及摩擦による勢力損失があつて C_v は薄双流れ口の時よりも小さく管の長い程益々小さくなる。

ワイスバツハは内径の約 3 倍の長さを有する圓管を流れ口の外につけ次の如き實驗結果を得た。

圓管内径 d cm	1	2	3	4
流出係数 $C = C_c C_v$	0.843	0.832	0.821	0.810

又圓管の長さ l を變へた時流量係数は、

$\frac{l}{d} = 1$	2~3	12	0
$C = C_c C_v = 0.88$	0.82	0.77	$C = 0.60$

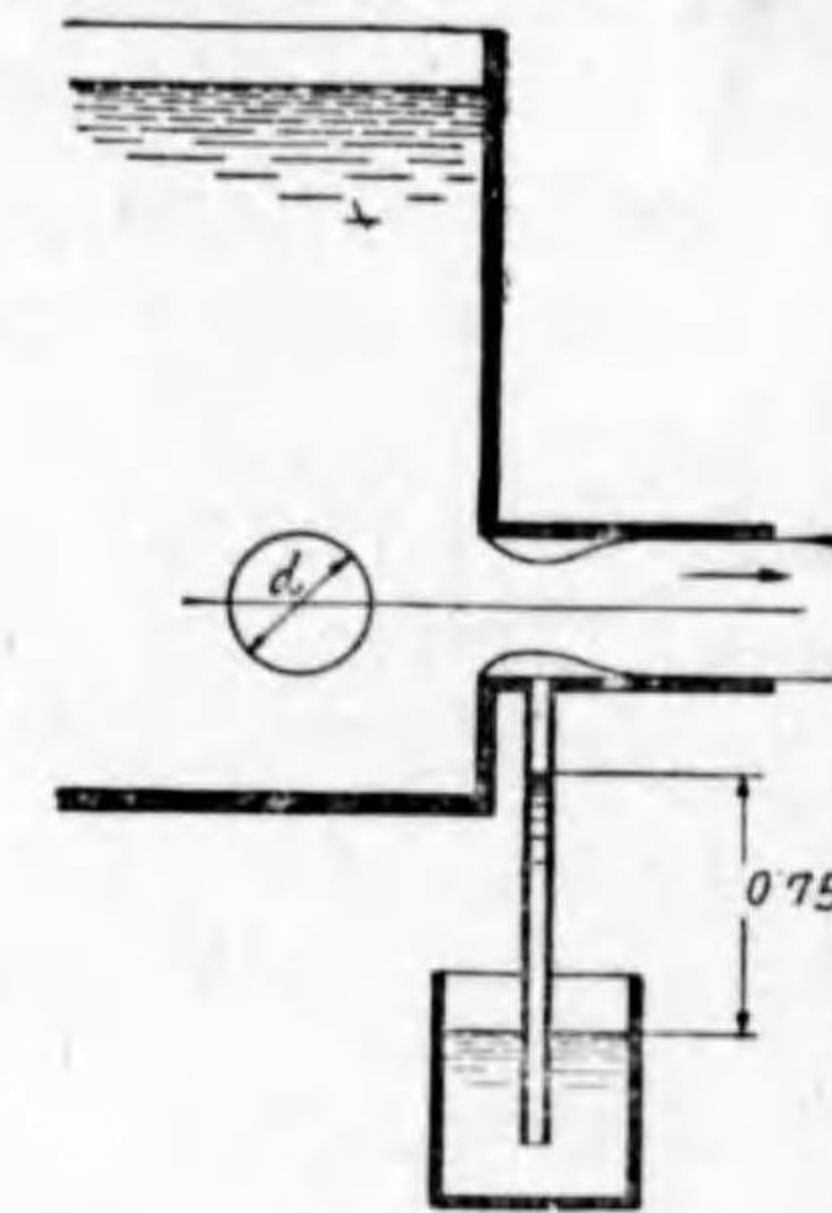
$\frac{l}{d} = 0$ は薄双の場合で此所に比較のために列記したのである。

第 56 圖の水槽から圓管に流れ込んだ水流は先づ收縮する。其周囲には渦巻く所の水或は水蒸氣があるので空氣中に自由に放出したる場合とは違ふが自由放出の場合の收縮係数を假に 0.62 ととれば最小断面の流速 $v_0 = v/0.62$ である。v は管から一杯になつて外に流れ出る所の速度で上の表から $C = C_v = 0.82$ ととれば

$$v_0 = \frac{v}{0.62} = \frac{0.82 \sqrt{2gH}}{0.62}$$

今水槽から最小断面に至る間には摩擦損失は全然ないものとして置くと最小断面部の壓力 p_0 は

$$\frac{p_0}{\rho} = H - \frac{v_0^2}{2g}$$



第 5 6 圖



これに上の v_0 の値を入れると

$$\frac{p_0}{\rho} = -0.75H \dots\dots\dots(42)$$

水

となり圖に示す如く下の水面から $0.75H$ の高さに水を吸上げる力を有してゐることを示す。

カ 流れ口の大きさ、管の長さ、水の温度等によつて 0.75 と云ふ数字は餘程變るが大體に於て此所の低壓は可なり大きなものであることが分る。

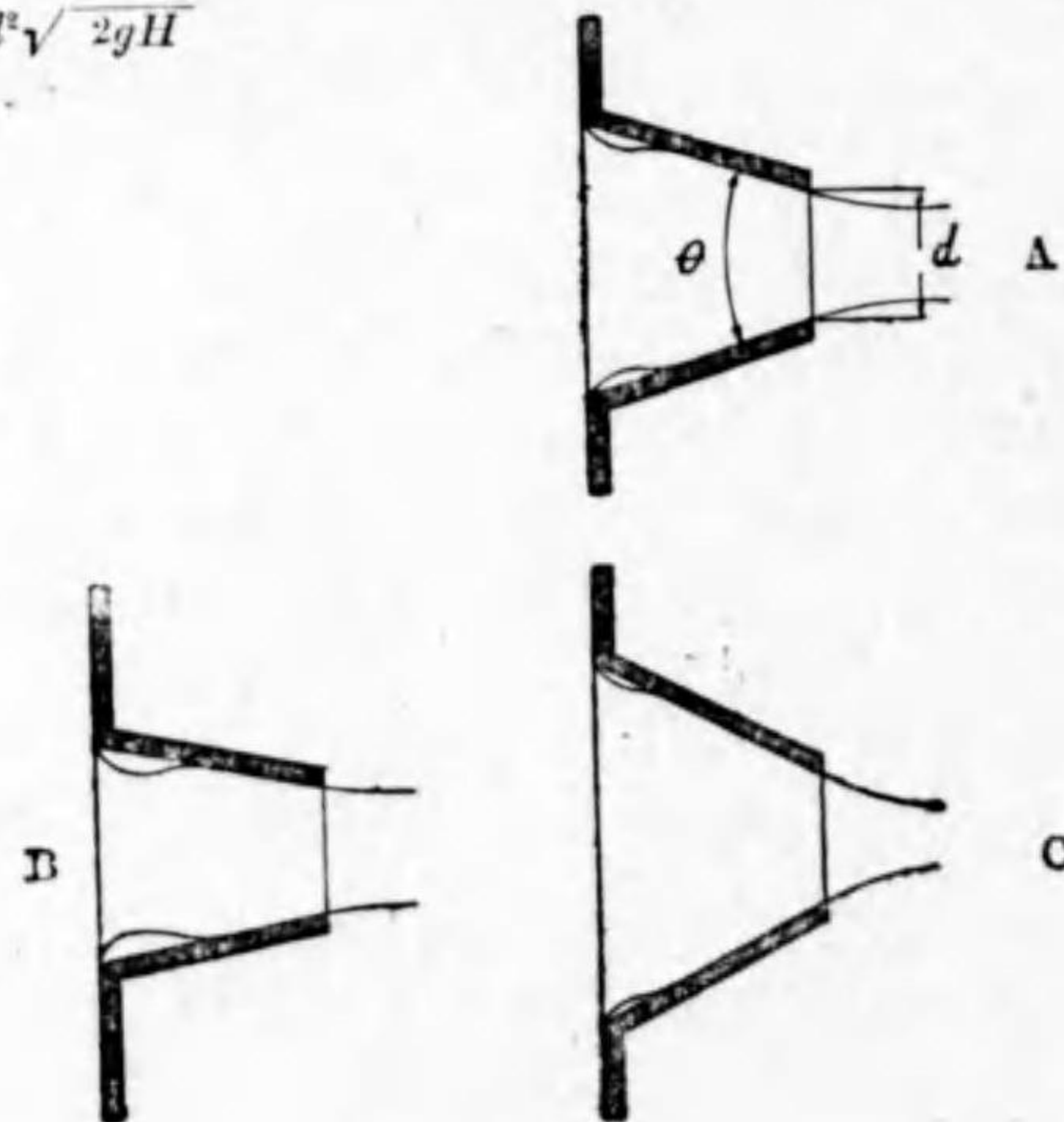
畢 薄双流れ口の場合よりも外側に管をつけた方が、流量が大きい。と云ふのは管一杯になつて流れ出るからと云つてもよいが、最小断面の所に非常なる低壓が起つて自由放出の場合より非常に強く水を吸出するためであると云つた方が宜しい。

内藤邦策博士は數多の小流れ口を何れも圓筒形の槽の底面に置いて液を垂直下方に噴出せしめて實驗した。其内で直徑 2.598 m.m. 長さ 25 m.m. 即 $l/d=9.62$ の管を流れ口につけた場合に於ても薄双圓形流れ口と同じ流量係數を得て居る。即ち垂直に噴出するときは流れは圓筒内壁に附着しないで自由噴出をしてゐるのである。水平方向に出る様にすれば前に云つた様になるのである。内藤博士の實驗は非常に面白い事柄が多い。

流れ口の外にある圓錐管 流量公式或は管の出口に於て

$$Q = C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gH}$$

である。流量係數



第 5 7 圖



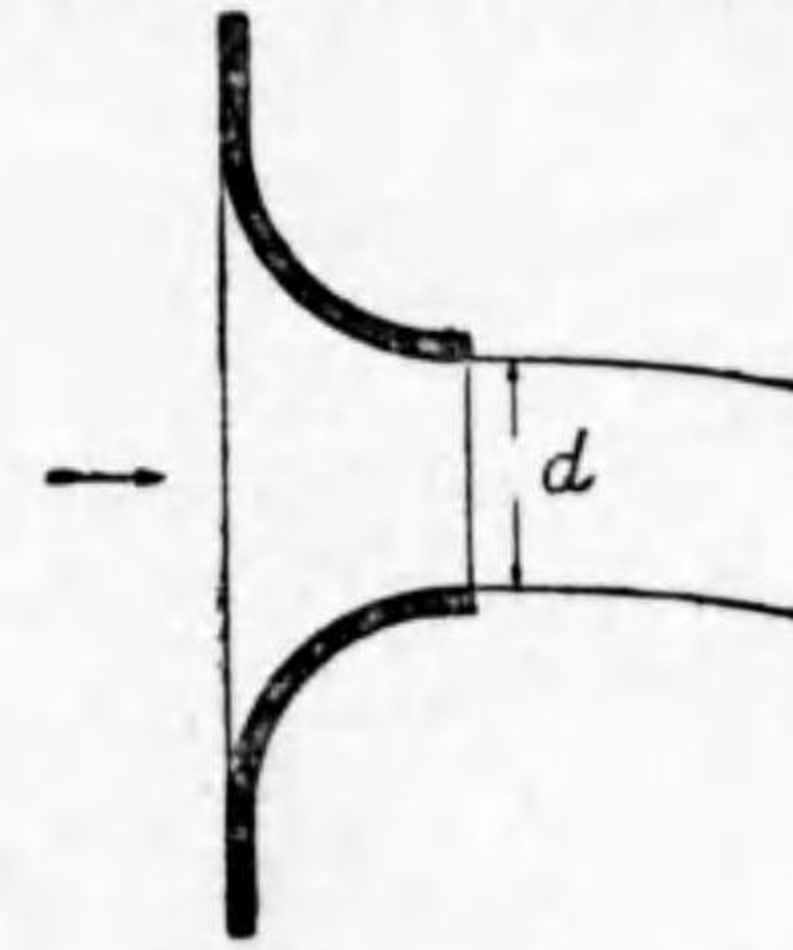
$$C = C_c C_v$$

は圓錐角 θ の大小によつて大いに變はる。第 57 圖 b の如く角 θ が小なれば管の入口に於て流れの收縮が甚しくして其後に大きな損失が起るから速度係數 C_v は小さい。併し管の出口で流れの收縮が甚しくない。即ち出口の收縮係數 C_c は大きい。同圖 C では C_v が大きく C_c が小さい。

依つて流量係數 C は θ の或値のとき最大値をとる管である。カステルは出口直徑 $d=2$ cm, 長さ 5 cm, の狭ばまる圓錐管に於て次の結果を得た。

$\theta=6^\circ 54'$	$12^\circ 10'$	$13^\circ 40'$	$15^\circ 2'$	$33^\circ 52'$
$C_v = .938$	$.957$	$.964$	$.967$	$.979$
$C = .938$	$.949$	$.956$	$.949$	$.920$

即ち $\theta=13^\circ \sim 14^\circ$ 附近が流量係數最大である。これには壓力が明示されて居ないし管の大きさも一種であるから此數字は一般的ではないが大體の傾向は誤りないであらう。



ラツバ形流れ口 第 58 圖の如く丸味のある流れ口でラツバ形とか、鈴形とか云つてゐるものである。薄双圓形流れ口から出る水流の形に似た形をしたものを流線形流れ口と云ふ。之等は何れも出口に於て平行に流れる様になつてゐるから收縮係數 $C_c=1$ で

$$Q = C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gH}$$

に於て $C=C_c C_v=C_v$ となる。 $C_v=.98 \sim .97$ でこれは内面の精粗によつて摩擦が違ひ又直徑や

第 5 8 圖

水頭の大小によつて流出抵抗がちがふから流量係數は多少變る。

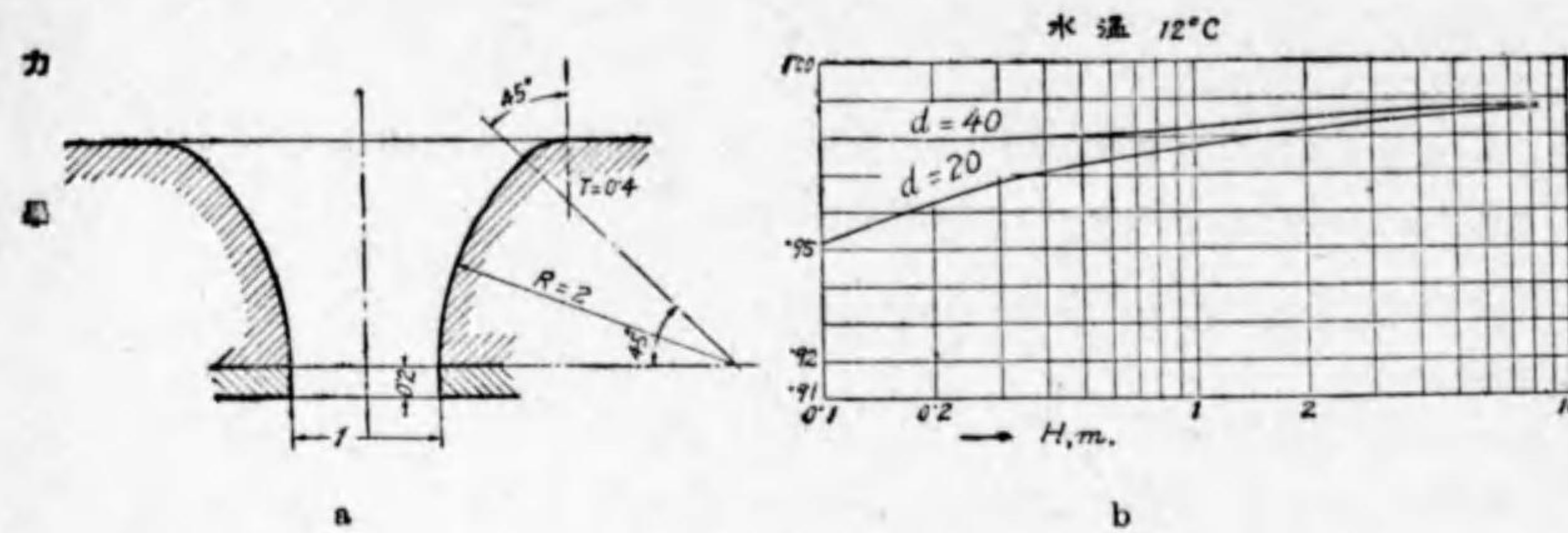
ワイスバツハの實驗では $H=20$ cm 位の時 $C=0.96$ で $H=100$ m のとき $C=.994$ 迄大くなつてゐる。スミス及ウォーカー氏が口徑 25.4 m.m. の流線形流れ口に就て實驗した所 $H=3$ m 乃至 30 m の間で $C=C_v=.981 \sim .984$ 平均 $.982$ を得た。

ラトー氏は第 59 圖 a に示す如き流れ口を砲金で造り出口直徑 $d=20$ mm 及 40 mm としこれを内徑 1000 mm の圓形水槽の底面に置き水頭 $H=0.1 \sim 10$ m の下に實驗した所同圖 b に示



す如き結果を得た。即ち流量係数 $C=C_v$ は直径 d の大きい程大きく結局 $C=0.985$ 附近に落付く様に思はれる。水温の影響も相當に大きい。

水 上記の値は 15°C に對するものであるが 60°C ではこれより 1%位低い流量係数を與へる。



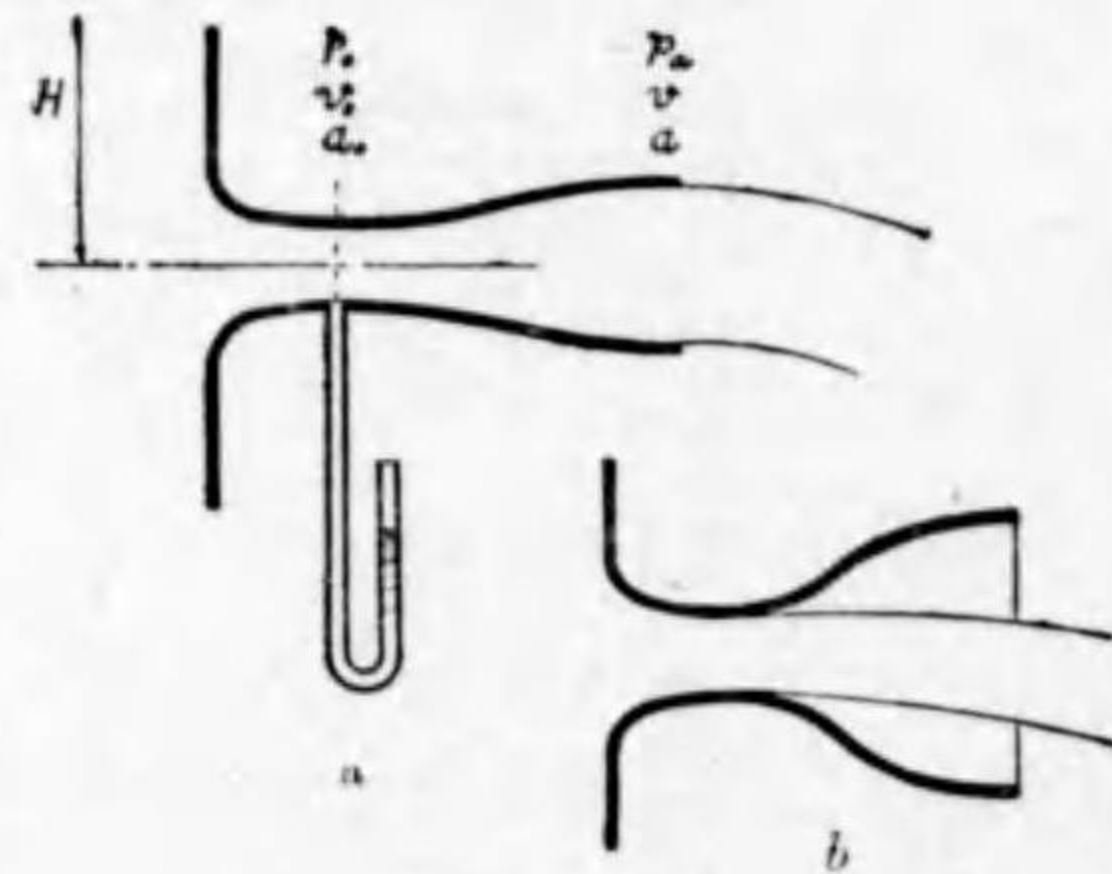
第 59 圖

ラツパ型流れ口と薄双圓形流れ口とを比較するにラツパ型は薄双型の様に流量係数が水頭 H 、直径 d によつて變らないが決して一定ではなく又構造や製作によつても多少變るから此兩者は何れが優つて居るとも云へない。何れも標準の流れ口として用ひられる。

ラツパ型流れ口に廣がる管をつけたもの 第 61 圖に示す如く出口は水が平行に流れ出る様にして置く。故に出口の面積を a とすれば

$$Q = C_d \sqrt{2gH}$$

流量係数 $C=C_d C_v$ に於て $C_d=1$ $\therefore C=C_v$ 茲に出口面積 a は管の最小斷面積 a_0 に比して甚しく大ならざるものとする。若し a が a_0 に比して非常に大なるときは、同圖 b に示す如く水流は出口を全部充す事が出来ず壁から離れて仕舞ふ。



第 60 圖

第 61 圖 a に於て摩擦損失なきものとせば出口の大氣壓 p_a に對して最小斷面部の壓力 p_0 (絕對壓) は

$$\frac{p_0}{w} = \frac{p_a}{w} - \left(\frac{v_0^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \right)$$



而して連續の理により流出量は

$$Q = a_0 v_0 = av$$

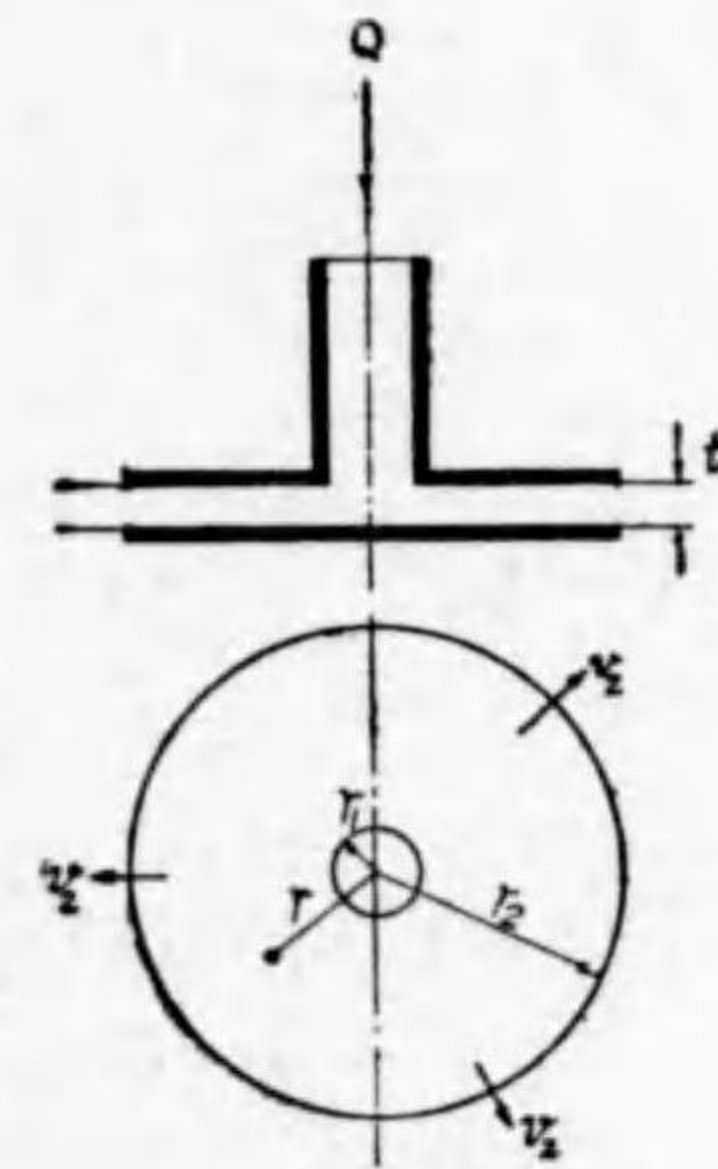
$$\text{又 } v = \sqrt{2gH}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{p_0}{w} &= \frac{p_a}{w} - \frac{v^2}{2g} \left(\frac{v_0^2}{v^2} - 1 \right) \\ &= \frac{p_a}{w} - H \left(\frac{a^2}{a_0^2} - 1 \right) \dots\dots\dots (43) \end{aligned}$$

出口面積 a が a_0 より大なる程 p_0 は下がり遂には大氣壓以下になる。即ち廣がる管をつけないときよりも流量が増す。これは流出量を増すために屢々用ひられる所の方法である。

最小斷面部の低壓を利用して下から他の液體を吸上げ霧吹として用ひられることは既に述べた所である。又最小斷面部に低壓を生ずることに關しては種々面白い應用がある。

今第 61 圖の如く Q の水量を流じてゐる管の出口に半径 r_2 の圓板をつけ又之れと t の距離を隔て、更に一つの圓板を置く。此の二の圓板の間で水は中心から外に向つて段々廣がる通路を通る。而して出口は大氣壓であるから中の方は大氣壓より低い。故に下の圓板の上側の大部分は大氣壓より低く下側は全部大氣壓が働いてゐるから此板が輕ければ上の方へ吸付けられて居るし尙餘分の重さを釣しても板は落ちない。此作用は水車、ポンプ等に應用されてゐる。次に此の力の大きさを算出して見る。



第 61 圖

$$Q = 2\pi r_1 t v = 2\pi r_2 t v_2$$

$$\therefore v_2 = \frac{Q}{2\pi r_2 t}, \quad \frac{v}{v_2} = \frac{r_2}{r}$$

故に半径 r の所の壓力 p は



$$\frac{p}{w} = \frac{p_a}{w} - \left(\frac{v^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} \right) = \frac{p_a}{w} - \frac{v^2}{2g} \left(\frac{v^2}{v_2^2} - 1 \right)$$

$$\therefore \frac{p_a - p}{w} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{2\pi r_2 t} \right)^2 \left(\frac{r_2^2}{r^2} - 1 \right)$$

下の圓板の上下兩側の壓力差は r_1 から r_2 迄の間に於ては

$$F = \int_{r_1}^{r_2} (p_a - p) 2\pi r dr = \frac{w}{2g} \left(\frac{Q}{2\pi r_2 t} \right)^2 \int_{r_1}^{r_2} \left(\frac{r_2^2}{r^2} - 1 \right) 2\pi r dr$$

である。これは直ちに積分出来るが實際には摩擦損失が相當に大きいし中央部の壓力も稍複雑なものであるので板を押上げて居る力の眞の大きさは實驗によらなければ定まらない。

矩形流れ口 小さい矩形流れ口は製作不便なために餘り用ひられない。それで今迄に研究の發表されたものが少ない。而して流量係數も確定されておかない。第九表にハミルトンスミス の薄双正方形流れ口に對する流量係數を示した。これで見ると正方形の場合は圓形の場合より流量係數が 0.6 乃至 1.0% 大きい。又第十表にはレプロー及ボンスレーの實驗による矩形流れ口の流量係數を示した。

第九表 薄双正方形流れ口の流量係數ハミルトンスミスの表

水頭 H cm	邊の長さ cm				
	0.6	1.2	2.1	3.7	6.1
12	—	.643	.628	.616	—
18	.660	.636	.623	.613	.605
30	.648	.628	.618	.610	.605
61	.637	.619	.612	.606	.605
122	.628	.614	.608	.606	.605
274	.618	.609	.606	.604	.603
610	.606	.604	.602	.602	.602



第十表 縁の鋭い矩形流れ口の流量係數レプロー及ボンスレーの實驗結果

水頭 H cm	幅 B=20 cm						幅 B=60 cm
	高さ (H ₂ -H ₁) cm						高さ (H ₂ -H ₁) cm
	1	2	3	5	10	20	2
1	.702	.660	.634	.607	—	—	.644
2	.695	.660	.639	.616	.596	.572	.643
3	.689	.659	.640	.620	.600	.578	.642
5	.680	.658	.640	.625	.605	.585	.641
10	.667	.655	.637	.630	.611	.592	.639
20	.655	.649	.634	.631	.615	.598	.635
60	.641	.638	.630	.627	.617	.604	
100	.629	.632	.627	.625	.615	.605	
300	.609	.608	.607	.606	.603	.601	

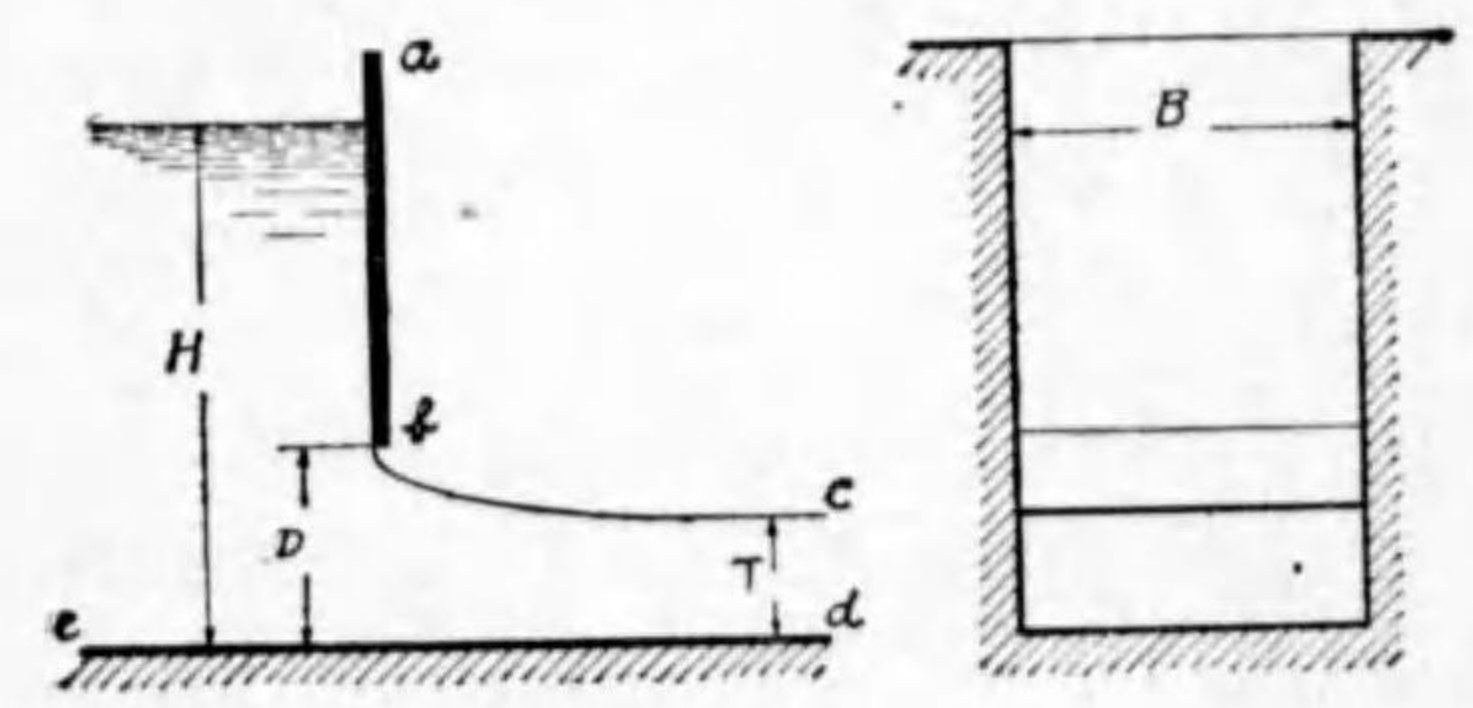
水頭 H₁ は矩形の上縁の水深
此表は垂直壁にある流れ口に限る
太い黒線内の數値は大流れ口の場合

これによると一般に矩形の方が正方形より流出量大きい。矩形の邊の比が流量係數に如何なる影響を及ぼすかは未だ一般的に知られて居ない。併し水面が充分深い所で垂直壁にある矩形流れ口は其長軸を垂直に向けても又水平に向けても流量係數に差がないことはドラモンドの實驗で明かである。

水門からの流水量 第 62 圖の如く水門の兩側及底面は共に長く伸びてゐるとして垂直板 ab を水門の扉とする。

今之の扉 ab が底面から D 丈開いたとし、且つ水深 H が充分大きいときは流出水の結局の深さ T は

$$T = 0.61D$$



第 62 圖

なることは流體力學で知れてゐる。そして結局の流速は $\sqrt{2g(H-T)}$ である。即ち摩擦抵抗がなければ H が充分大になると



き流出水量は

$$Q = BT\sqrt{2g(H-T)}$$

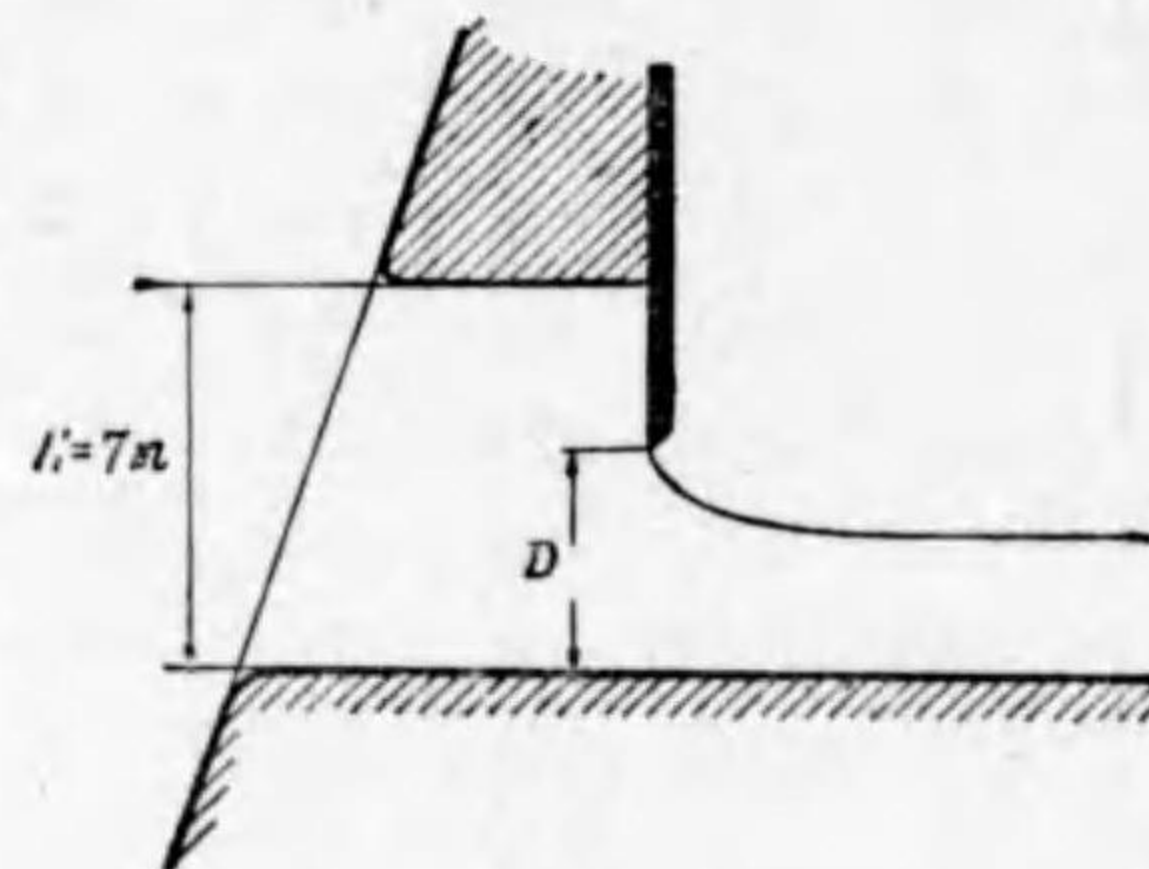
$$= 0.61BD\sqrt{2g(H-0.61D)} \dots\dots(44)$$

水

実際には多少修正されるべきものである。

ジョン (1929) は世界一の大堰堤と云はれるエジプトのアスアンダムで圖の如き水門について実験した結果

$$Q = \frac{2}{3}BD\sqrt{2g(H - \frac{2}{3}D)} \dots\dots(45)$$



第 6 3 圖

と云ふ實驗式を得た。

之の成績は下の通りである。但し水門の底面から水面迄の高さは $H=7m$ である。

第 十 一 表

開 き D m	Q m ³ /sec		誤 差 %
	實 測	計 算	
1.0	15.2	14.9	-2.0
2.0	28.4	28.2	-0.7
3.0	39.9	39.8	-0.3
4.0	49.0	49.2	+0.4
5.0	56.0	56.6	+1.1
6.0	56.7	61.3	+7.8

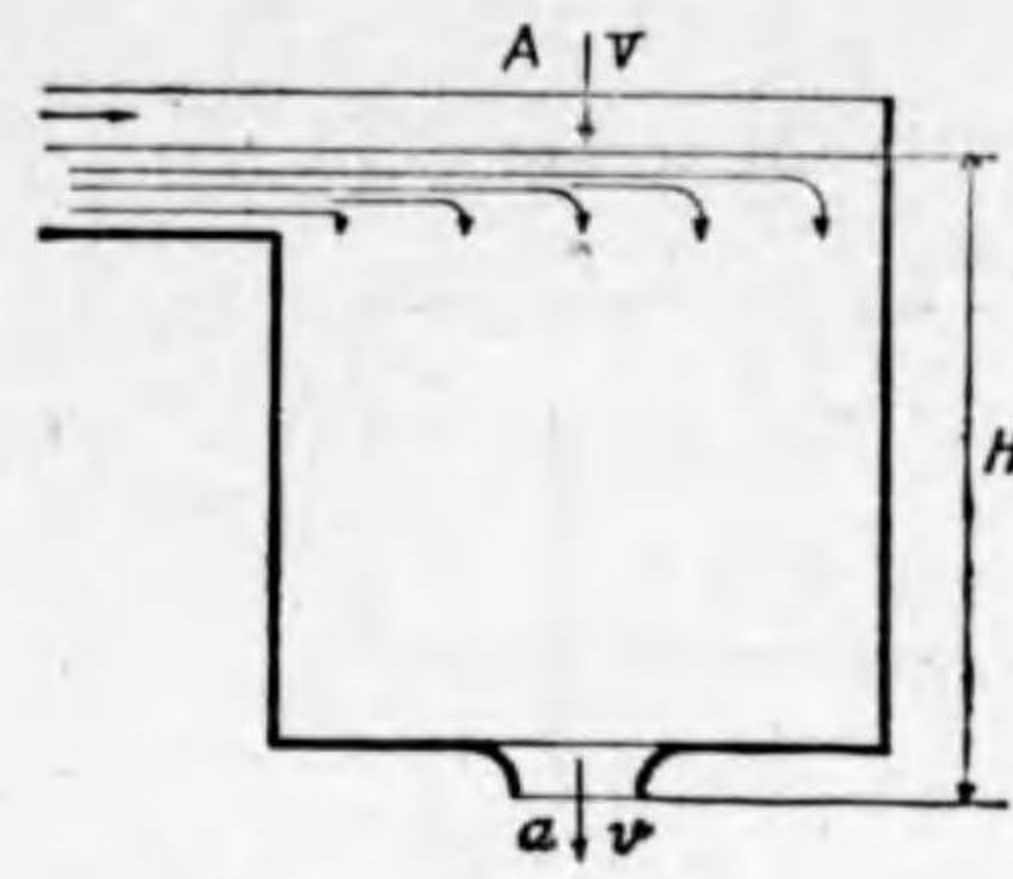
開きが増すと誤差が大きくなるのは水流の收縮係数が變はるからである。

水槽中の流速の影響 流れ口面積 a に比して水槽面積 A が餘り大ならざる時には水槽中の流下速度 V の影響が相當に大きくなつて之れ丈水が多く出る。

水槽中の水面を流れ口の上一定の高さ H に保つために第 64 圖の如く絶えず水を補給する簡單のために水面に於ける流下速度 V は水面上同様であるとする。そこで水面と流れ口とに



於てベルヌーイの方程式を作る。但し流れ口は圖の如くラツパ型であつて且つ全部摩擦抵抗なしとし流量係數 $C=1$ とする。然るときは



第 6 4 圖

水槽が非常に大きいときの理論速度

$v = \sqrt{2gH}$ に比して

$$H + \frac{V^2}{2g} = \frac{v^2}{2g}$$

$$\therefore H = \frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{V^2}{v^2}\right)$$

$$= \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{a^2}{A^2}\right)$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \dots\dots(46)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \dots\dots(47)$$

丈大きい。これを近寄り速度の影響と云ふ。

尤も此式に於て a/A が 1 に近い場合は式が成立しないのである。何となれば之のとき式は非常に大きい流出速度 v を與へるからである。

實際 $a=A$ の様なときは全く自由落下の場合である。

近寄り速度の影響を知るために例へば圓形水槽の直径 D 、流れ口の直径 d で $d/D = 1/2$ の場合を考へるに

$$\frac{d}{D} = \frac{1}{2}, \quad \frac{a}{A} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{16}}} = 1.033$$

で流量に於て僅かに約 3% の増加に過ぎない。故に水力實驗室に用ひる如き所謂オリフィスタックでタンク内径 1m、流れ口直径 10cm であれば $a/A = 1/100$ で近寄り速度の影響は問題にならない程小さい。

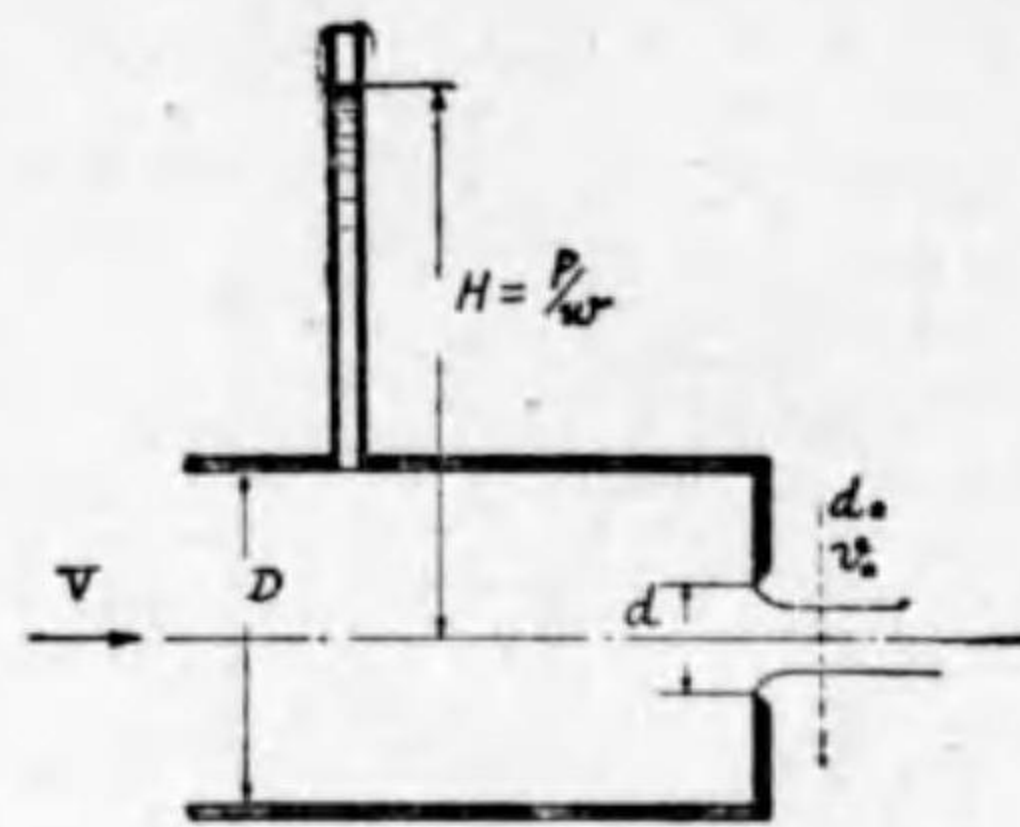
併し乍ら次に述べる管末に設けた流れ口の場合は近寄り速度が非常に大きくなることもあ

水
カ
學



る。

管末にある流れ口 所謂パイプオリフ
イスと稱するもので且つ之れ自由流出
の場合である。流れ口がラツパ型の場合
と薄刃の場合とでは水流収縮の點に於て
大に異る。先づ第 65 圖の如く直径 d
の薄刃圓形流れ口を内径 D の圓管に同
心的に取付けた場合を考へる。この時は
近寄速度の影響が大きい上に既に述べた
所の不完全収縮で収縮係数が d/D の比
によつて大に變はり可なり複雑なもの
となる。先づ摩擦抵抗なしとして見る。



第 65 圖

流れ口の上流 $1D \sim 1.5D$ の所に硝子管を立てその壓力水頭 H を讀む。水流の最小断面の
直径 d_0 、水速 v_0 とするとベルヌーイ方程式により

$$H + \frac{V^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g} \quad \therefore H = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{V^2}{v_0^2}\right)$$

然るに流出量 $Q = AV = a_0 v_0$ $A = \frac{\pi}{4} D^2$, $a_0 = \frac{\pi}{4} d_0^2$

$$\therefore H = \frac{v_0^2}{2g} \left(1 - \frac{a_0^2}{A^2}\right)$$

$a = \frac{\pi}{4} d^2$, 面積比 $m = a/A$, 収縮係数 $C_c = a_0/a$ とすると

$$\frac{a_0}{A} = \frac{a_0}{a} \cdot \frac{a}{A} = C_c m$$

$$\therefore H = \frac{v_0^2}{2g} (1 - C_c^2 m^2) \quad \therefore v_0 = \sqrt{\frac{2gH}{1 - C_c^2 m^2}}$$

これは摩擦抵抗を考へないものであるから實際の流量は速度係数 C_v を用ひて

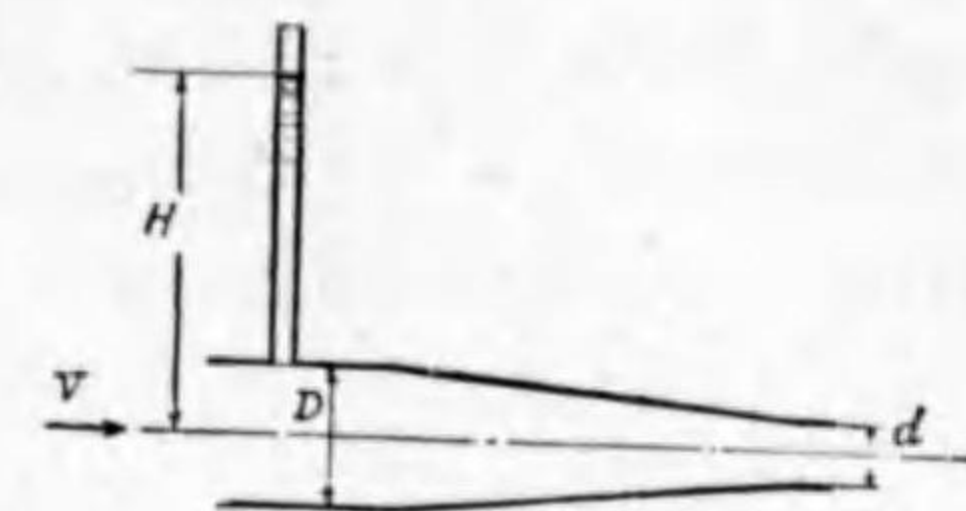
$$Q = a_0 C_v \sqrt{\frac{2gH}{1 - C_c^2 m^2}}$$



$$= C_v \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 m^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gH} \quad \dots\dots\dots(48)$$

となる。即ち近寄速度の影響と収縮係数の變化とが入つて来る。この流れ口の流量係数、収縮
係数等は管の途中にある流れ口の場合と大差ないから詳しいことは後で述べることにする。ラ
ツパ型流れ口をつけた場合も後に述べる。

消防用ノZZル 管末にラツパ型流れ口をつけた場合の一例として實用上重きをなして居る
のは消防用ノZZルである。即ち一般に高速度で
遠方へ水を噴出するために用ひられる所の尖つた
管口である。第 66 圖の如く緩やかに細くなる所
の管の尖端に於てラツパ型流れ口をつけたもので
あるから出口に於て収縮係数 $C_c = 1$ で $C = C_v$ と
なる。又此場合は近寄速度の影響は大きい。故に
流量公式は



第 66 圖

$$Q = \frac{C_v}{\sqrt{1 - m^2}} \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gH} \quad \dots\dots\dots(49)$$

フリーマン (1890) の精密なる實驗によれば

ノZZル直径 d , m.m.	19.98,	22.35,	25.42,	28.60,	31.75
$C = C_v =$	0.983	0.982	0.972	0.976	0.971

である。我が國の都市で使用されるホースの内径 D は普通 70mm 或は 64mm である。

水槽水面の降下速度 水槽内の水を槽底にある流れ口から流出せしめるとき水面降下の速度
や水槽を空にする時間を求めて見る。

i, 水槽は上から下迄一様の断面積 A とし槽底の流れ口は極く小さい面積 a で近寄速度を
省略し流量係数を C とする。水深が h であるとき單位時間の流出量 $Ca\sqrt{2gh}$ 又短時間 dt
に水面の降下は $-dh$ 故に

$$-Adh = Ca\sqrt{2gh} dt$$

$$\therefore dt = -\frac{A}{Ca\sqrt{2g}} \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

水面が H_1 から H_2 迄下がる時間は



$$T = -\frac{A}{Ca\sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} \frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{2A}{Ca\sqrt{2g}} (\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}) \dots\dots\dots(50)$$

水 水槽を空にするには

力 $T_0 = \frac{2A}{Ca\sqrt{2g}} \sqrt{H_1} \dots\dots\dots(51)$

併し乍ら実際には水頭が小さくなると流れ口の上に渦が出来て流出量が非常に減るので実際に空になるのは前記の T_0 より餘程長くなる。

ii, 水面の降下速度 V = 一定の場合, 水面が等速度 V にて降下するためには水槽断面積 A は下の方に段々小さくなるを要する。

$$V = -\frac{dh}{dt} = \frac{Ca}{A} \sqrt{2gh} = k \quad \text{一定}$$

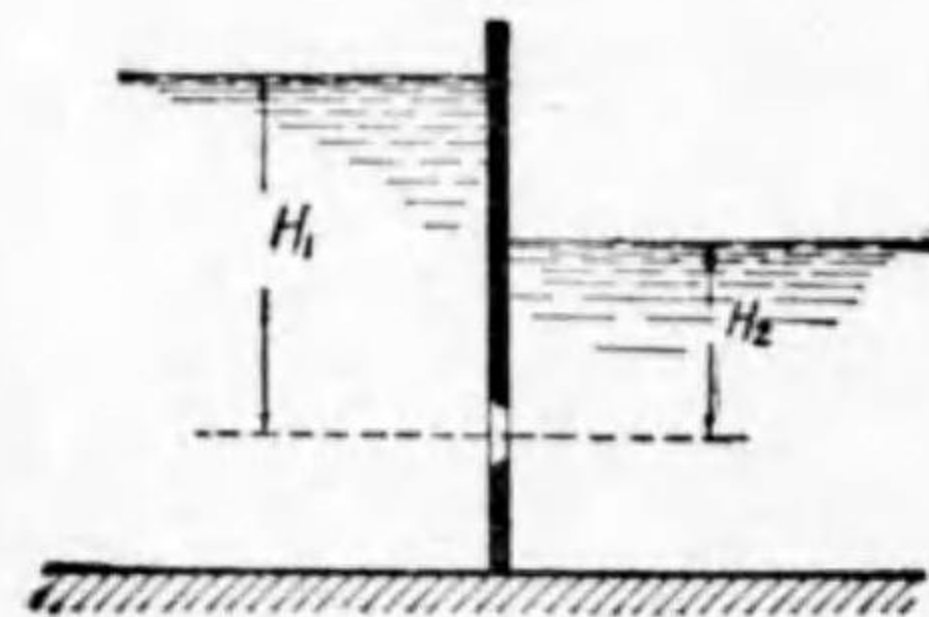
水槽の断面が圓形なる場合に $A = \pi r^2$ で r は流れ口から h の高さの所の水槽断面の半径である。第 67 圖。上の式から

$$2g \left(\frac{Ca}{k\pi} \right)^2 h = r^4 \dots\dots\dots(52)$$

即ち水槽の縦断面は r に就て 4 次のパラボラである。これ古代より水時計に應用されたる原理である。

水中流れ口 第 68 圖に示す如く流れ口の内外の水頭が H_1 及 H_2 なる時は流量公式は

$$Q = Ca\sqrt{2g(H_1 - H_2)} \dots\dots\dots(53)$$



第 68 圖

となる。此時の流量係數 C は空中に自由流出の場合の係數 C と大差がない。厚板流れ口即ち流れ口の直徑の割合に孔が長い場合は口外の壓力の高低によつて面白い事柄が起ることが内藤博士によつて明かにされた。

管内流れ口 一の圓管の途中に隔板を置きこれに同心圓孔を穿つて水がこれを通して流れるときに孔の前後に於ける壓力差を讀んで流水量



を知る装置である。これも後の章に詳しく説明することとする。

大流れ口 垂直壁面上の流れ口が水深に比して大きい時にこれを大流れ口と云ふ。第 69 圖は矩形流れ口を示す。其上縁の水深 H_1 下縁の水深 H_2 なるとき上縁からの水速に比して下縁からの水速は著しく大きい。この場合には流れ口の面積を圖の如く數多の狭い水平層に分ちてこれからの流出量を積分する。

水深 h に於て流出速度 $\sqrt{2gh}$ 高さ dh , 幅 B の小面積からの流出量 dQ は適當なる流量係數 C を用ひて

$$dQ = CBdh\sqrt{2gh}$$

係數 C の値は水深によつて變はるものであるが簡單のために次の如く積分する。

$$Q = C \int_{H_2}^{H_1} B\sqrt{2gh} dh$$

即ち此形に於ける C は全流量に對する流量係數である。計算の結果は

$$Q = \frac{2}{3} C\sqrt{2g} B(H_1^{\frac{3}{2}} - H_2^{\frac{3}{2}}) \dots\dots\dots(54)$$

となる。

今この大流れ口の流量が小流れ口の流量に比して如何なる相違があるかを見るために孔の高さを $H_1 - H_2 = D$ とし又孔の中心の深さを $(H_1 + H_2)/2 = H$ とすれば

$$H_1 = H - \frac{D}{2}, \quad H_2 = H + \frac{D}{2}$$

$$\therefore Q = \frac{2}{3} C\sqrt{2g} B \left[\left(H - \frac{D}{2} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(H + \frac{D}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$$= -\frac{2}{3} C\sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}} \left[\left(1 - \frac{D}{2H} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 + \frac{D}{2H} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

$D < H$ であるから二項式定理を用ひて展開し高次項を省略すれば

$$Q = CBD\sqrt{2gH} \left(1 - \frac{1}{96} \frac{D^2}{H^2} \right) \dots\dots\dots(55)$$



此所で括弧内の第二項の影響は極めて小さい。而して水深 H に比して孔の高さ D が非常に小さければ括弧の中は 1 となつて結局小流れ口に対する公式を得る。

第十二表には大流れ口に対するハミルトンスミスの流量係数 C を示す。この C は

$$Q = CBD\sqrt{2gH}$$

の C であるから低水頭のとくに小さくなるのである。式 (55) の修正を用ふれば大水頭のとくに殆ど同じ値の流量係数 C を得る。

第十二表 薄双正方形流れ口の流量係数
ハミルトンスミスの表

水頭 H cm	正方形の邊の長さ cm	
	12.2	30.5
18	.601	—
24	.602	.597
30	.603	.599
61	.605	.602
91	.605	.603

水頭 H は流れ口中心の水深
流れ口は垂直壁にあるもの

図形大流れ口 垂直壁面上水深 H の所に半径 r の圓形流れ口があるときは之れの流出量計算は第 70 圖に示す如くなる。

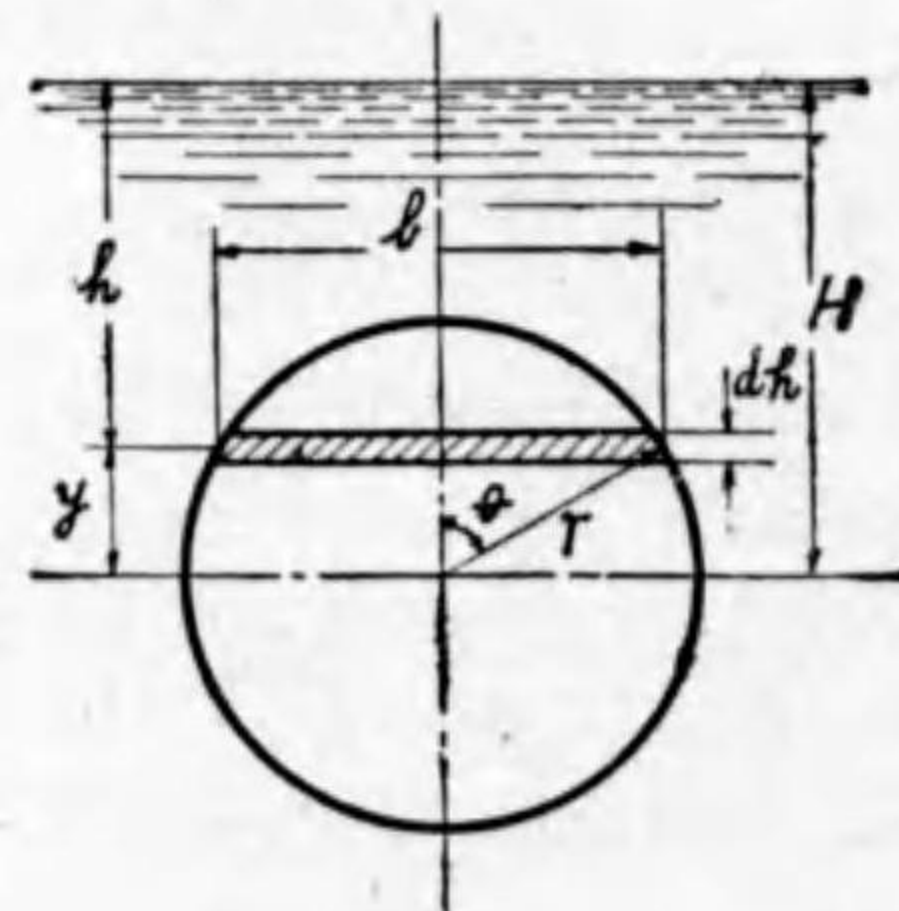
$$Q = C \int_{H-r}^{H+r} b dh \sqrt{2g(H-y)}$$

$$dh = -dy$$

$$\therefore Q = C \int_{H-r}^{H+r} \frac{2}{3} b d (H-y)^{\frac{3}{2}} \sqrt{2g}$$

$$y = r \cos \theta, \quad b = 2r \sin \theta$$

を入れて積分し且つ $r < H$ なる故高次項を省略して



第 70 圖



$$Q = C\pi r^2 \sqrt{2gH} \left(1 - \frac{1}{32} \frac{r^2}{H^2}\right) \dots \dots \dots (56)$$

これも亦 r/H の小なるとき小流れ口の場合の公式と一致する。

第十三表には大流れ口に対するハミルトンスミスの流量係数 C を示す。この C は

$$Q = C\pi r^2 \sqrt{2gH}$$

の C であるから低水頭の時著しく小さいのである。

第十三表 薄双圓形大流れ口の流量係数
ハミルトンスミスの表

水頭 H cm	流れ口直径 d cm	
	12.2	30.5
18	.596	—
24	.597	.591
30	.598	.592
61	.599	.595
91	.599	.597

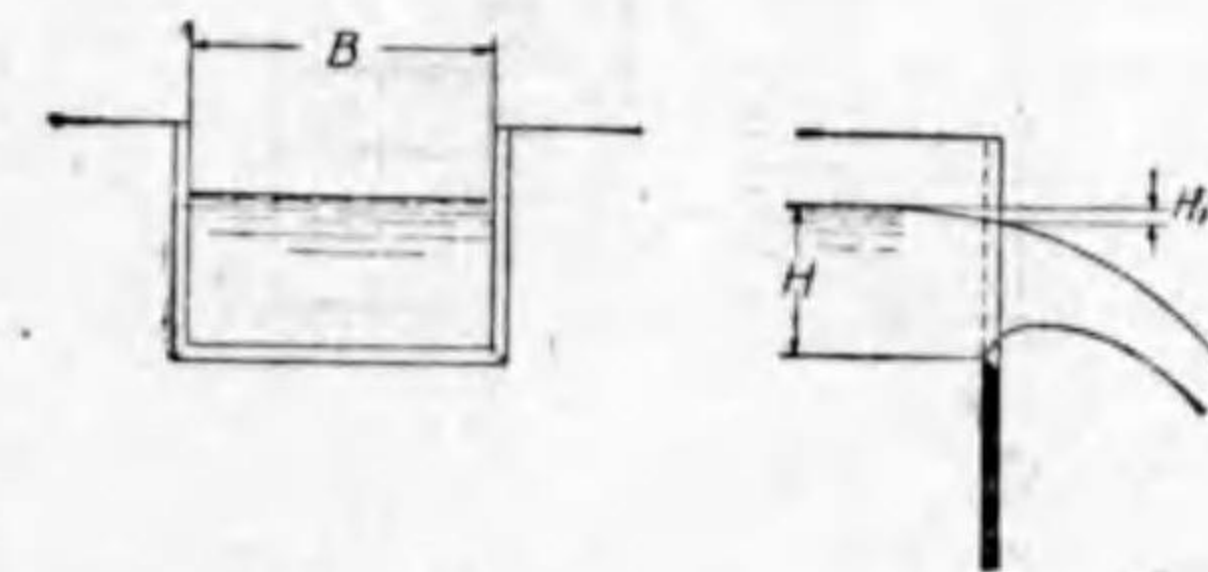
水頭 H は流れ口中心の水深
流れ口は垂直壁にあるもの

第五章 堰

矩形堰 前述の矩形大流れ口の上の縁が取去られたときは第 71 圖の如く矩形堰となる。これは非常に大きな貯水池の出口

に置かれるか或は川又は大きな溝を横切つて設けられるもので上流側の水面の高さは一定であり又下流側は流れ落ちる水が全く自由に流れる程に水面を充分低くする。

初めは上流側に近寄る速度が極く小さい場合を考へる。流水



第 71 圖



の表面は堰に近づくに従ひ段々に低くなり堰面に於ては H_1 丈低くなる。これがため此所に於て水面に切線の方に

水 $v_1 = \sqrt{2gH_1}$

の速度を得る。又下縁（或は水平縁）に於ては摩擦なきときは $v = \sqrt{2gH}$ となる筈である。此處に H は水平縁と上流水面との垂直距離でこれを堰の水頭と云ふ。故に上縁がないにも拘らず大流れ口と同じ様に

$$Q = \frac{2}{3} C \sqrt{2g} B (H^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}})$$

と書いてよいわけである。併し此堰の場合には H_1 が中央部で大きく両端で小さいから上の様な式の中に用ふることは出来ない。依つて我々は式の中の H_1 を省略して

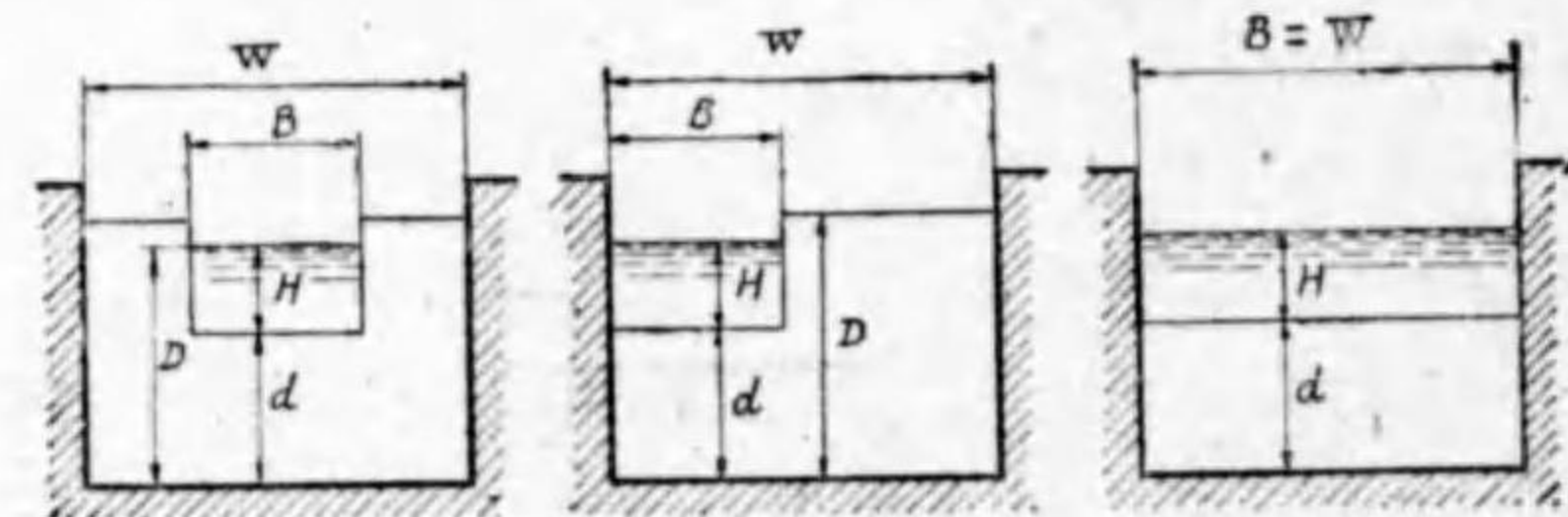
$$Q = \frac{2}{3} C \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (57)$$

とする。このときは流量係数 C は前の式の場合とは違つて來てゐる。 H_1 を省略した丈 C は變はつてゐる。此の C は實驗結果から

$$C = \frac{Q}{\frac{2}{3} \sqrt{2g} B H^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots (58)$$

の様に求める。

矩形堰には第 72 圖に示す様な三の場合がある。

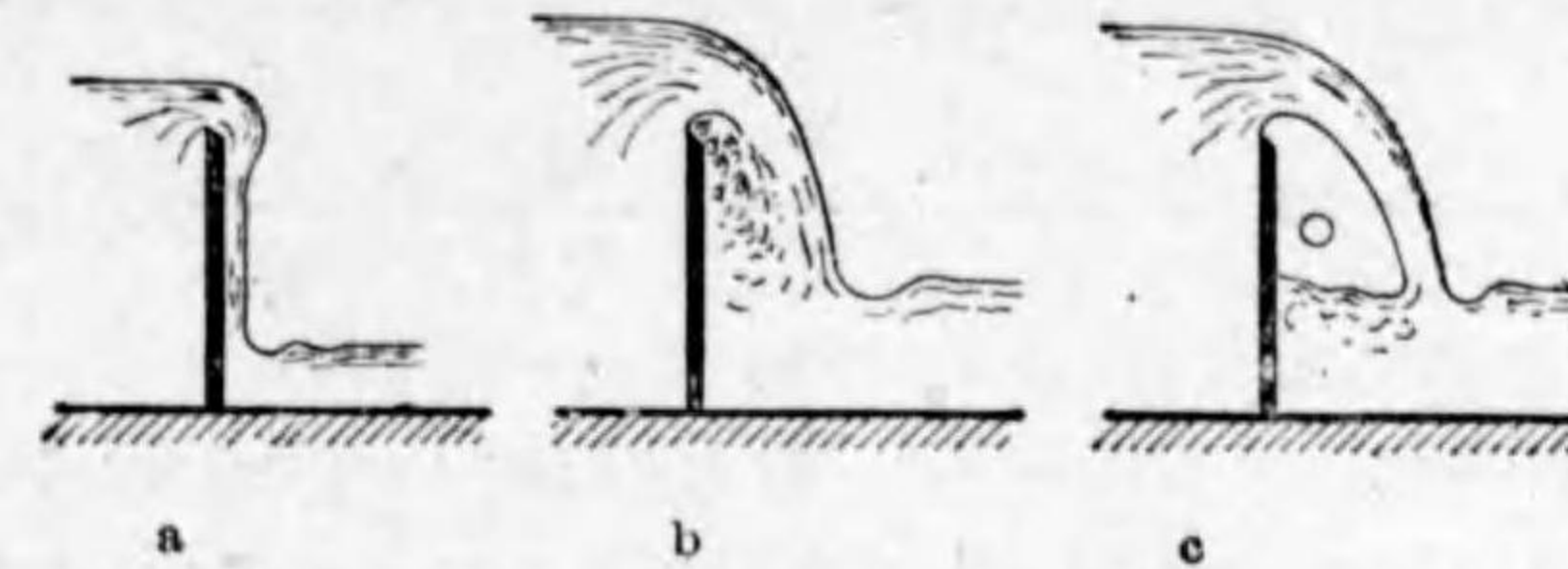


(1) (2) (3)

第 72 圖



- i. 横の縁が 2 あるから $n=2$ と書く。
- ii. 横の縁は 1 であるから $n=1$ と書く。此形は殆ど用ふることがない。
- iii. は横の縁なく $n=0$ の場合である。或は横の収縮なき堰と云ふ。即ち両側は壁であり下



第 73 圖

には水があるから流れ落ちる水流と堰板との間の空気は段々水に持去られて減する一方であつて遂には空気がなくなる。小水量のときには第 73 圖 (a) の如く水流は板に付き大水量のときは同圖 (b) の如くなり何れも前記の計算によるよりも流量は増加する。又流量係数は不確かなものとなる。水流が正常なる状態を以て落下するためには同圖 (c) に示す様に横の壁に孔を穿つて落下水の下に充分の空気が大氣から自由に出入出来る様にする。次に述べる流量係数の公式は何れもこの様に空気孔を設けた場合のみを表はすものである。

フランスの矩形堰流量公式

古くからそして今も尙廣く用ひられるフランスの流量公式は

$$Q = 1.838 (B - \frac{n}{10} H) H^{\frac{3}{2}} \text{ m, sec 單位} \dots\dots\dots (59)$$

である。 n は第 72 圖の 3 の場合の横の収縮の数である。フランスは横の収縮が 1 あれば H の $\frac{1}{10}$ 丈幅が狭くなる様に考へて式を作つた。此公式は 3 の場合の何れにも可なり範圍迄適合するのでこの創意の妙と實用上の便とは水力學の數多の公式中最も秀でたものと考へられる。

係数の 1.838 と云ふのは $\frac{2}{3} C \sqrt{2g}$ に相當し之れに於て $C=0.623$ である。

- i 横の収縮 2 ある場合、第 72 圖 (1), 此時は $n=2$ で

$$Q = 1.838 (B - 0.2H) H^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (60)$$

此公式は堰縁が何れも壁或は底面から充分遠くて完全収縮をなす場合に適用するものである。即ち適用範圍は第 72 圖 (1) に於て



$$\frac{W-B}{2} > 2H, \quad d > 3H, \quad B > 3H$$

水で水頭 H の餘り小ならざる場合である。

iii 横の収縮なき場合即ち $n=0$ で

$$Q = 1.838 BH^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (61)$$

これも堰板が充分高い場合にのみ適合する。

近寄速度の影響 若し堰が比較的狭い溝の途中に設けられてあるとき或は堰板が H に比して割合に低い時は堰上流側の溝の中の平均水速 v が大きくなる。従つて之れ水頭が出易い。この近寄速度の影響を表はすのにフランシスは之の速度水頭

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

丈の水深が上流側に増へたのと同じであると考へて

$$Q = 1.838 \left(B - \frac{n}{10} H \right) \left[(H+h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right]$$

と云ふ式を作つた。

一般に h は H に比して極く小さいから

$$\begin{aligned} (H+h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} &= H^{\frac{3}{2}} \left[\left(1 + \frac{h}{H} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{h}{H} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \\ &= H^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{H} \right) \end{aligned}$$

として差支へない。故に

$$Q = 1.838 \left(B - \frac{n}{10} H \right) H^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{H} \right) \dots\dots\dots (62)$$

Q が知れなければ h が分からない筈である。依つて此所には近似法として初め近寄速度の影響を省略して h を求める。



例題 溝幅 $W=7.5m$, 堰板の高さ $d=0.9m$, 堰の幅 $B=4.5m$, 水頭 $H=0.45m$, 水平線も横の二の線も共に薄刃であるときフランシス公式を用ひて流出水量を算出せよ。

$$Q = 1.84 \left(1 - 0.2 \frac{H}{B} \right) BH^{\frac{3}{2}} \left(1 + \frac{3}{2} \frac{h}{H} \right) = Q_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{h}{H} \right)$$

茲に Q_0 は近寄速度 v の影響を省略した場合の流量

$$Q_0 = 1.84 (1 - 0.2 \times 0.1) 4.5 \times 0.45^{\frac{3}{2}} = 2.45 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{Q_0}{7.5 \times 1.35} = 0.242 \text{ m/s}, \quad h = \frac{v^2}{2g} = 0.003 \text{ m}$$

$$\therefore \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{H} = 0.01$$

$$\therefore Q = Q_0 (1 + 0.01) = 2.47 \text{ m}^3/\text{s}$$

横線ある矩形堰に対する沖公式 フランシス公式の外にも之れに似た公式が二三あるが何れも大同小異である。フランシス公式は完全収縮のみに適し且つ水頭の適用範囲も狭い。依つて著者は適用範囲の廣い流量公式を作ることに苦心した。以下に其の結果である所の沖公式に就て述べる。

フランシス公式を書き換へると

$$Q = 1.838 \left(1 - 0.2 \frac{H}{B} \right) BH^{\frac{3}{2}} \left[1 + \frac{3}{2} \frac{h}{H} \right] \dots\dots\dots (63)$$

即ち流出量が H/B の直線函数である。

バーンズ (1916) は収縮完全なる二の横線のある堰に對して

$$Q = 3.324 H_1^{1.01} B^{1.11} (B + 2H_1)^{-0.11}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{茲に } H_1 &= H + \frac{v^2}{70} \\ H &= \text{堰の水頭, } v = \text{近寄速度} \end{aligned} \right\} \text{ft, sec 單位}$$

を得た。これを書換へると

$$Q = 3.324 \frac{1}{H_1^{0.01}} \frac{1}{\left(1 + 2 \frac{H_1}{B} \right)^{0.11}} BH_1^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots (64)$$



となり流出量は H/B の或函数である。尙式には $1/H$ の函数が這入つてゐる。之れ等から思
付いて著者は

$$Q = C \frac{2}{3} \sqrt{2g} B H^{3/2}$$

に於ける流量係数 C を

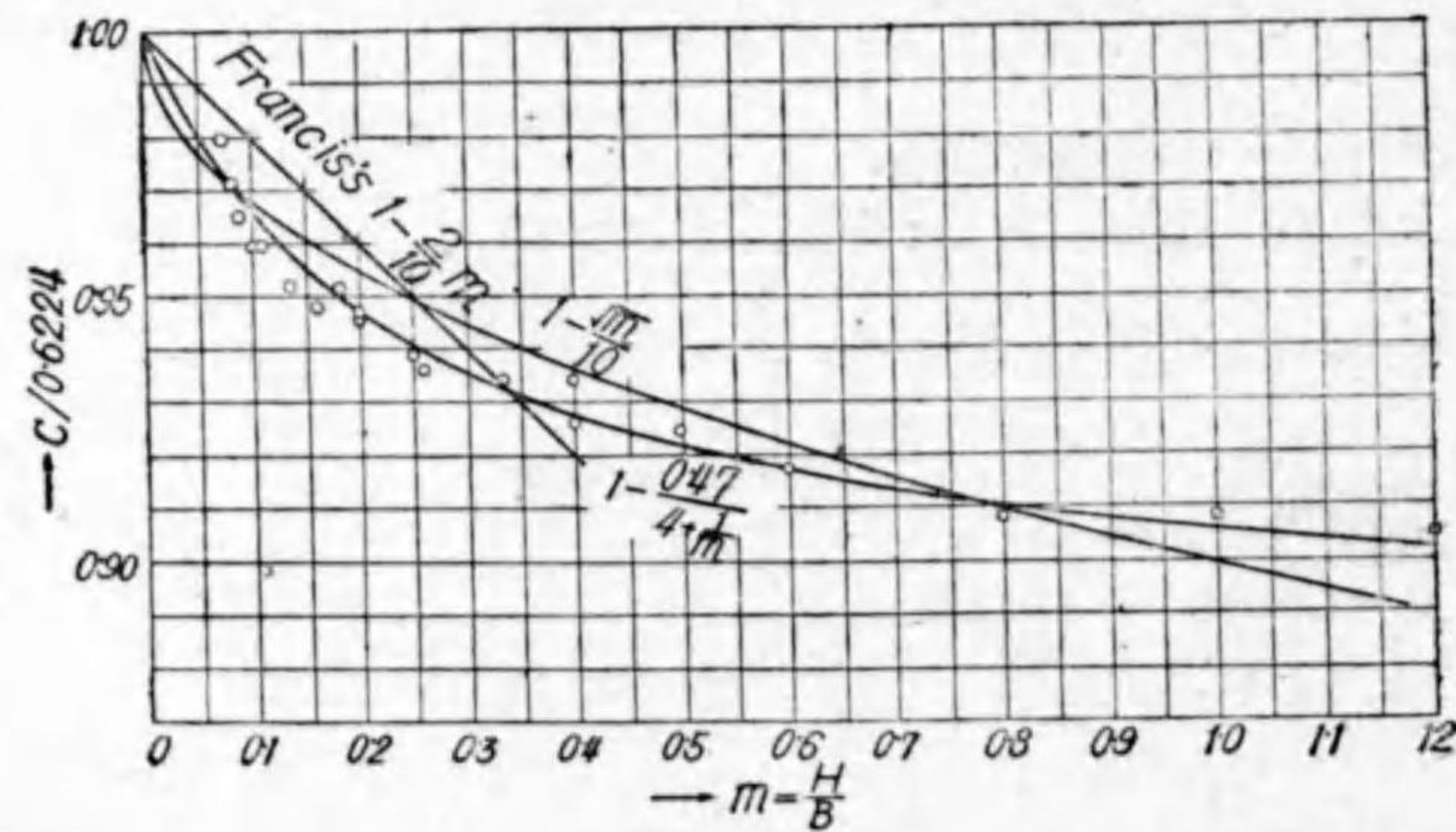
$$C = 0.6224 \left\{ 1 + f\left(\frac{1}{H}\right) \right\} \left\{ 1 + F\left(\frac{H}{B}\right) \right\} \left\{ 1 + \varphi\left(\frac{h}{H}\right) \right\} \dots\dots\dots (65)$$

の形に表はさんとした。式 (65) に於て

- i 0.6224 はフランシス公式から得た流量係数 C 中の常數である。
- ii $f(1/H)$ は堰板面上の水の粘抵抗のために水頭 H の小なるとき水流収縮が不完全となり収縮係数を大きくすることを表はす。
- iii $F(H/B)$ は兩横縁ある矩形堰の収縮係数が H/B に關係することを示す。
- iv $\varphi(h/H)$ は近寄速度の影響を表はす。

茲に $h = v^2/2g$ で v は溝中の平均速度である。

フレーゼは幅 $W=6.3$ m 水深 $D=4$ m の運河に設けた幅 $B=0.5$ m 乃至 5.5 m の矩形堰で
實驗をした。著者は其の實驗結果中 $H \geq 0.4$ m の場合をとつて最も大切な函数 $F(H/D)$ を定
めた。何となればこの場合水頭が比較的大きいから $f(1/H)$ は殆ど $=0$ である。又溝が深いから
 $\varphi(h/H)$ は殆ど $=0$ である。即ちこの場合



第 7 4 圖



$$C = 0.6224 [1 - F(m)], \quad m = H/B,$$

と書くことが出来る。

第 74 圖には之の場合の流量係数 C から得た $C/0.6224$ を $m=H/B$ に對して表はした點を
とつて見た。これで見るとフランシス公式の

$$1 - 0.2m, \quad m = H/B$$

は直線式で m の小さい内は比較的宜いが $m > 0.4$ では誤差が大きくなることが分る。そこで
著者はこれ等の諸點を出来る丈よく表はす様な曲線式

$$1 - \frac{0.47}{4 + \frac{1}{m}}$$

を作つた。圖に示した通り非常によく點に近いが此の式の形は實用上少し複雑過ぎる。依つて
之れよりも遙かに簡單なる

$$1 - F\left(\frac{H}{B}\right) = 1 - \frac{1}{10} \sqrt{\frac{H}{B}}$$

を作つて見た。これは 0.5% より多くは離れて居ない。依つてこれを採用することにした。

スチュワード及ロングウェルや遠藤政直博士の矩形堰は堰板の高さ d が小さい、又フラン
シスの矩形堰では近寄速度の影響が大きい。之れ等の世界的權威のある矩形堰實驗結果を綜合
して著者は

$$C = 0.6224 \left(1 + \frac{0.0012}{H} \right) \left[1 - \frac{\sqrt{m}}{10} \left(1 - \frac{m}{10d} \right) \right] \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{BH}{WD} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (66)$$

$$m = H/B, \quad D = d + H, \text{ 總て } m \text{ 單位}$$

なる公式を作つた。これの適用範圍は

$$m \leq 1, \quad d \geq 30 \text{ cm}, \quad B \geq 15 \text{ cm},$$

$$H \geq 2 \text{ cm}, \quad (W - B)/2 > 1.5 H$$

併し $\frac{m}{d} < \frac{1}{2}, \quad \frac{BH}{WD} < \frac{1}{10}$ なる場合は



$$C = 0.6224 \left(1 + \frac{0.0712}{H} \right) \left(1 - \frac{\sqrt{m}}{10} \right) \dots\dots\dots (67)$$

水 兩横縁ある矩形堰の流量係数公式として現在の所最も誤差が少ないので機械學會のポンプ試験規格にもこの式が採用された。沖公式は括弧の中の数字が何れも簡単に計算が容易であることとを一つの特徴とする。

例 1 遠藤博士の矩形堰実験中溝幅 $W=1m$, 堰幅 $B=381mm (=1.25ft)$, 堰板高 $d=351mm (=1.15ft)$ の場合の流量係数 C を沖公式に依る流量係数 (C_1 とす) と比較して第十四表に示した。実験の過失と思はれるものを除けば $\Delta C = C - C_1$ は何れも 1% 以下である。沖公式の代りにフランシス公式 (59) を以て流量係数を計算して見よ。且つ横軸に $m = H/B$ をとり縦軸に実験結果, 沖公式, フランシス公式による流量係数をとつて圖示して見よ。

第十四表

遠藤教授の実験
 $W = 3.291ft$, $d = 1.15ft$.
 $B = 1.250ft$.

H	m	C	C ₁	ΔC	ε
0.0629	0.0503	0.6531	0.6475	+0.0056	+0.86
0.0649	0.0519	0.6485	0.6462	+0.0023	+0.36
0.1070	0.0856	0.6289	0.6273	+0.0016	+0.25
0.1166	0.0933	0.6255	0.6250	+0.0005	+0.08
0.1255	0.1003	0.6217	0.6229	-0.0012	-0.19
0.1710	0.1368	0.6136	0.6151	-0.0015	-0.24
0.2187	0.1750	0.6059	0.6097	-0.0038	-0.62
0.2600	0.2080	0.6012	0.6064	-0.0052	-0.84
0.2996	0.2397	0.5982	0.6040	-0.0058	-0.96
0.3833	0.3066	0.5968	0.5998	-0.0030	-0.50
0.4081	0.3255	0.5941	0.5989	-0.0048	-0.80
0.4401	0.3520	0.5926	0.5978	-0.0052	-0.87
0.4672	0.3737	0.5945	0.5969	-0.0024	-0.40
0.4754	0.3800	0.5919	0.5968	-0.0049	-0.82
0.4954	0.3964	0.5890	0.5962	-0.0072	-1.21
0.5069	0.4055	0.5919	0.5960	-0.0041	-0.69
0.5317	0.4253	0.5916	0.5955	-0.0039	-0.65
0.5468	0.4374	0.5906	0.5951	-0.0045	-0.77
0.5486	0.4389	0.5909	0.5950	-0.0041	-0.70
0.5513	0.4410	0.5915	0.5950	-0.0035	-0.58
0.5529	0.4423	0.5892	0.5949	-0.0057	-0.96
0.5937	0.4750	0.5924	0.5943	-0.0019	-0.32
0.6193	0.4956	0.5917	0.5938	-0.0021	-0.35

例 2 フランシスの溝幅 $W=4255mm$, 堰板高さ $d=1400mm$ 及 $614mm$ で堰幅 $B=3047mm$ の場合の実験結果と沖公式による流量係数 C の比を次の第十五表に示す。尚フランシ



ス公式を適用して見よ。

第十五表
 フランシスの実験
 $W=13.96ft$, $B=9.997ft$.

d	No.	平均値 H, ft.	$m = \frac{H}{B}$	平均値 C	C ₁	ΔC = C - C ₁	ε = 100 $\frac{\Delta C}{C_1}$
4.60	1	0.6236	0.0624	0.6152	0.6126	+0.0026	+0.42
	2	0.7940	0.0799	0.6131	0.6108	+0.0023	+0.38
	3	0.9973	0.0997	0.6113	0.6094	+0.0019	+0.31
	4	1.2476	0.1248	0.6114	0.6084	+0.0030	+0.49
	5	1.5508	0.1551	0.6058	0.6080	-0.0022	-0.39
2.014	1	0.6493	0.0649	0.6197	0.6194	+0.0003	+0.05
	2	0.7897	0.0790	0.6223	0.6206	+0.0017	+0.27
	3	0.8841	0.0884	0.6231	0.6208	+0.0023	+0.37
	4	1.0503	0.1050	0.6255	0.6224	+0.0031	+0.50

横縁なき矩形堰 フランシスの公式は使用に不便である。依つて其の後の學者は流量係数公式の中に堰板の高さ d 或は水深 $D = D + H$ を入れて直接に流量係数 C の値を算出し得る様にした。其の第一人者はバザンである。此人の公式は 1898 年以來長く用ひられたが近年になつてバザンの係数は實際の C の値より 2% 位大きいことが確かめられた。現在最も信頼し得る公式と認められて居るのは

i 瑞西工學會公式 (1924)

$$C = 0.615 \left(1 + \frac{1}{1000H + 1.6} \right) \left[1 + 0.5 \left(\frac{H}{H+d} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (68)$$

ii レーボック公式 (1913)

$$C = 0.605 + \frac{1}{1000H} + 0.08 \frac{H}{d} \dots\dots\dots (69)$$

iii レーボック公式 (1929)

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left(0.6035 + 0.0813 \frac{H_0}{d} \right) H_0^{3/2} \dots\dots\dots (70)$$

$$H_0 = H + 0.0011$$

以上總て m, sec 單位である。



機械學會ではレーボック公式 (1913) をポンプ試験規格に採用した。之の適用範圍はレーボック自身の云ふ所によれば $0.1m < d < 1.0m$ であるが機械學會ポンプ試験規格では $d \geq H$ とし、向 $B=W > 0.60m$, $0.025m < H < 0.60m$ とした。

例 1 ショーダー及ターナー氏の横縁なき矩形堰實驗結果中堰板高 $d=0.5ft$ 及 $1.0ft$ のものを選んで第十六表に示した。こゝに Q は堰幅 $1ft$ 當りの流出水量 $cf./sec$ を示す。これに就て流量係數 C を算出して見よ。而してレーボック公式 (1913) による流量係數 C の値と比較せよ。横軸に H を取り縦軸に C を取つて各流量係數を圖示せよ。

例 2 次の表に示すのは、シャフナーナク氏、リンドクイスト氏、瑞西アムステグ發電所の三の實驗結果を示す。これ亦レーボック公式 (1913) が非常によく合ふことを示す。讀者自ら檢算せよ。

第十六表 横縁なき薄刃矩形堰
ショーダー及ターナー氏實驗, (抜書き)
溝幅 $W=B=1286mm$

堰板高さ d mm			
152 (0.5 ft)		305 (1.0 ft)	
H ft	Q cf/s/ft	H ft	Q cf/s/ft
.0288	.0181	.0287	.0178
.0342	.0247	.0340	.0239
.0378	.0275	.0352	.0252
.0511	.0418	.0569	.0483
.0920	.0967	.1068	.1198
.2072	.3310	.1998	.3034
.4018	.9195	.3998	.8666
1.0044	4.1858	1.0028	3.6964
2.0901	14.434	2.0008	11.659



第十七表 横縁なき薄刃矩形堰

シャフナーナク氏實驗		リンドクイスト氏實驗		瑞西アムステグ發電所	
$d=0.56m$		$d=0.50m$		$d=0.80m$	
H m	C	H m	C	H m	C
.0288	.6444	.1242	.6335	0.10	.6262
.0488	.6313	.1400	.6357	0.15	.6269
.0878	.6301	.1972	.6403	0.20	.6294
.1427	.6295	.2685	.6475	0.25	.6323
.1583	.6330	.3165	.6545	0.30	.6376
.1693	.6354	.3686	.6668	0.35	.6428
.1777	.6360	.3977	.6714	0.40	.6489
.1890	.6374	.3983	.6715	0.45	.6542
		.4508	.6820	0.50	.6596
		.4517	.6825	0.55	.6646
				0.60	.6694
				0.65	.6741
				0.70	.6787
				0.75	.6832
				0.80	.6877

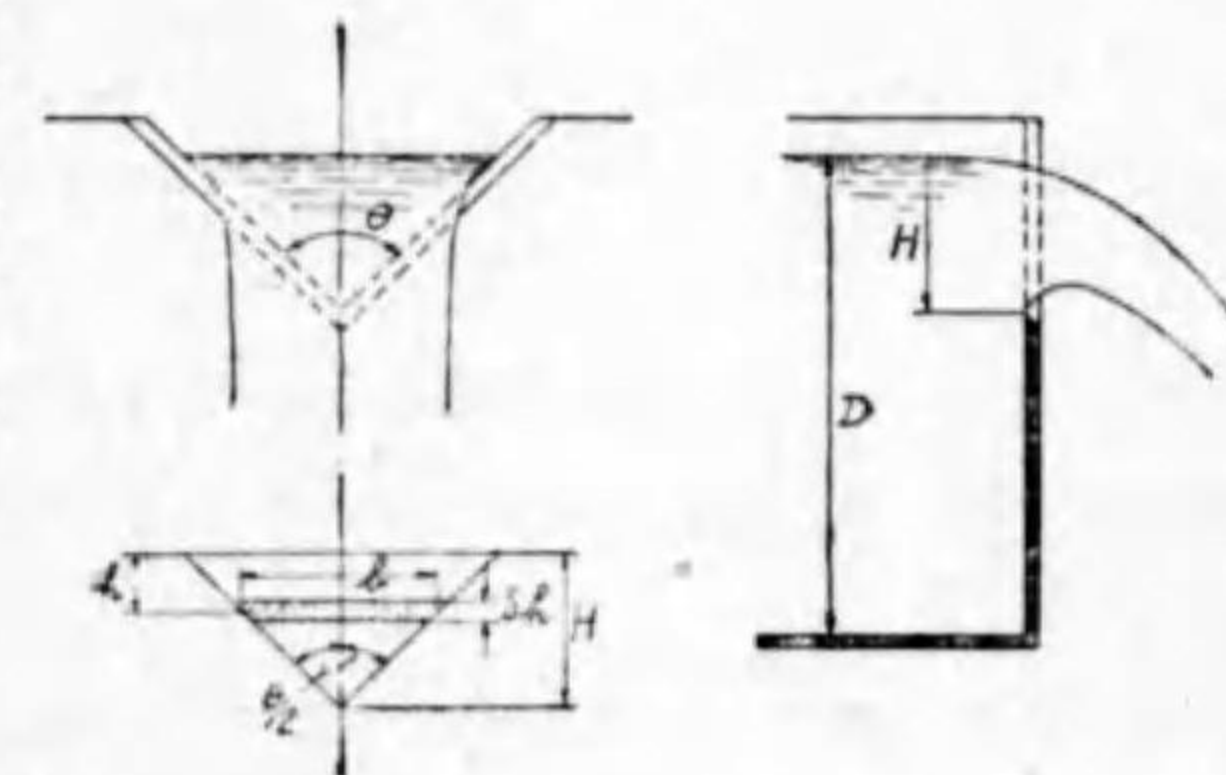
水
力
學

三角堰 三角形の兩縁が垂直線に對して等しく傾斜したるもので第 75 圖の如く三角頂の水深を以て水頭 H とする。

流量計算には三角堰の三角面に於て bdh からの流出量を

$$dQ = C b d h \sqrt{2g h}$$

とする。 C は流量係數であつて水深 h によつて變はるものである併し全水量 Q を求めるには



75 図



$$Q = C \int_0^H b dh \sqrt{2gh}$$

水 として C を積分の外に出す。此の形では C は全水量に対する流量係数である。

$$b = 2(H-h) \tan \frac{\theta}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore Q &= 2C\sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} \int_0^H (H-h)\sqrt{h} dh \\ &= \frac{8}{15} C\sqrt{2g} \tan \frac{\theta}{2} H^{\frac{5}{2}} \dots\dots\dots(71) \end{aligned}$$

直角三角堰では $\theta=90^\circ$ $\therefore \tan \frac{\theta}{2}=1$ 而して之れが薄双であるときにはトムソンの研究の結果 $C=0.593$ となつて

$$Q = \frac{8}{15} \cdot 0.593 \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}}$$

$$\therefore Q = 1.40 H^{\frac{5}{2}}, \text{ m, sec 単位} \dots\dots\dots(72)$$

パールの実験 (1910) 結果からストリックランドは薄双直角三角堰に對して

$$C = 0.565 + \frac{0.0087}{\sqrt{H}}, \text{ m 単位} \dots\dots\dots(73)$$

を得た。即ち

$$Q = \left(1.334 + \frac{0.0205}{\sqrt{H}}\right) H^{\frac{5}{2}}, \text{ m, sec 単位} \dots\dots\dots(74)$$

これはストリックランド公式と云ひ機械學會ポンプ試験規格に採用された。この公式適用範囲は、溝幅 $W=4H+30$, cm 単位, $H \geq 50$ mm 溝或はタンクの水深 $D \geq 4H$ 。これ即ち完全收縮の場合である。

直角三角堰は流量係数が比較的に明瞭に知れて居るので中以下の水量を計るには至極便利である。



例 パールの直角三角堰に於て $H=254$ mm のとき流出水量 $Q=2.682$ m³/min であると云ふ。然らば流量係数 C は幾何か。且つストリックランド公式による C の値と比較せよ。

答 $C=0.582$

水槽又は溝の幅 $W < 4H+30$ cm なるときは横から收縮が不充分になつて流水量は増加するこのとき増加率を $\delta c/c$ と表はせば著者の計算の結果 (機械學會誌第 180 號) は

$$Q = \left(1.334 + \frac{0.0205}{\sqrt{H}}\right) H^{\frac{5}{2}} \left(1 + \frac{\delta c}{C}\right) \dots\dots\dots(75)$$

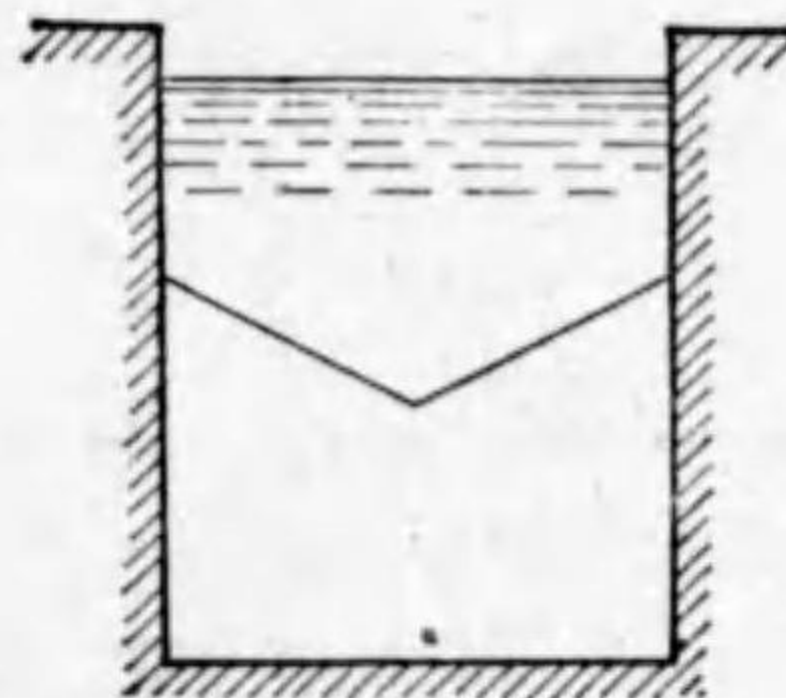
$$\text{茲に } \frac{\delta c}{C} = 0.033 \left(\frac{2H}{W}\right)^2 + 0.0051 \left(\frac{2H}{W}\right)^3 + 0.0024 \left(\frac{2H}{W}\right)^4 \dots\dots\dots(76)$$

である。パルドー氏の $W=51$ cm の場合に於ける薄双直角三角形の流量係数が $H=23$ cm 迄になつても式 (75) と 1.5% 足らずの誤差で合つて居る。

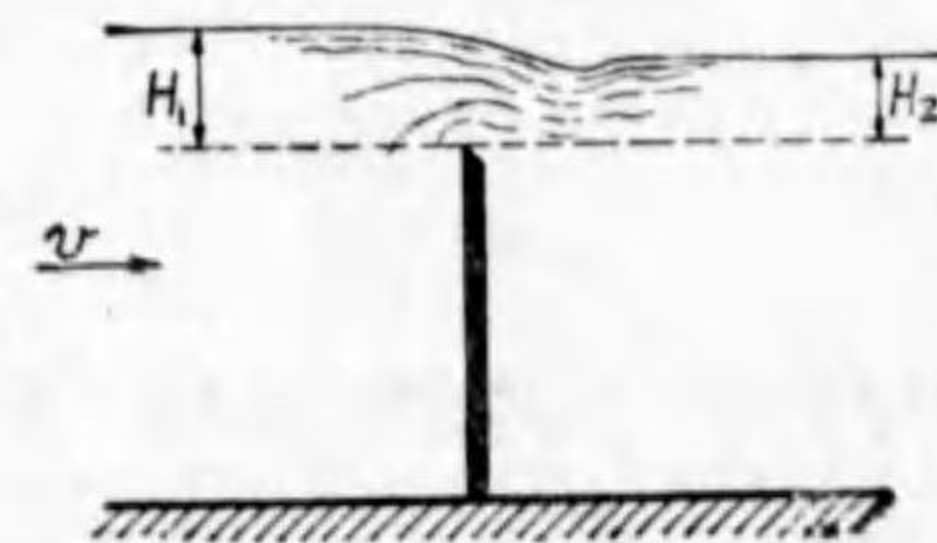
$\theta=54^\circ$ の薄双三角堰は其の流量係数が $\theta=90^\circ$ の場合の丁度半分であるので小水量に用ひられることもある。

堰の種々なる形、三角堰では水量小なるときでも水頭 H が餘り小さくならない。これに反して幅の廣い矩形堰では水量小なるときは H は小さくて読み難くもあり又水流が縁に附着して流出状態が變はつて来る。又三角堰で水量大なるときは水頭が非常に大きくなる。故に三角堰は小水量に用ひられ、兩横縁ある矩形堰は中位の水量に、横縁なき矩形堰は大水量に適する。

兩者の長所を併有するの目的を以て三角堰の上方は横縁なき堰第 76 圖となる様にしたものがある。



第 76 圖



第 77 圖



もぐり堰、堰板の水平線が堰の下流側の水面下であれば所謂もぐり堰と云つて全然水中に没した堰が出来る。

水 第 77 圖は横縁のない矩形堰が水中に没したる有様を示す。上流側に於て H_1 下流側に於て H_2 の水頭を有するとする。近寄速度 v とすれば流量は幅 B に對して

$$Q = CB\sqrt{2g(H_1 - H_2 + h)} \left[-\frac{2}{3}(H_1 + h) + \frac{1}{3}H_2 \right] \dots\dots\dots(77)$$

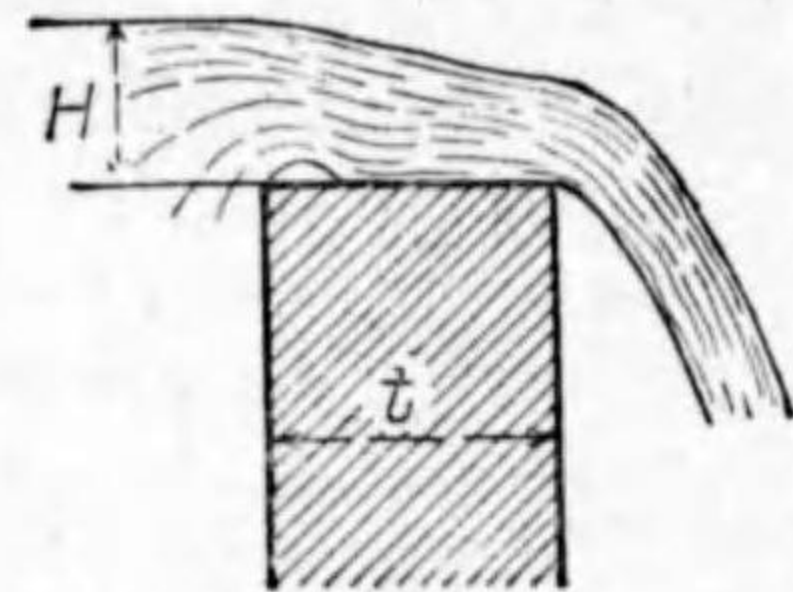
茲に $h = \frac{v^2}{2g}$

此式の流量係数 C は $H_2/(H_1 + h) = 0$ から 0.9 に對して $C = 0.623 \sim 0.596$ であると云ふ。何れにしても下流側には波が立つて H_2 が正確に測定出来ないし従つて流量係数 C の値も確かではない。前記の外に二三の流量公式も出来て居る。

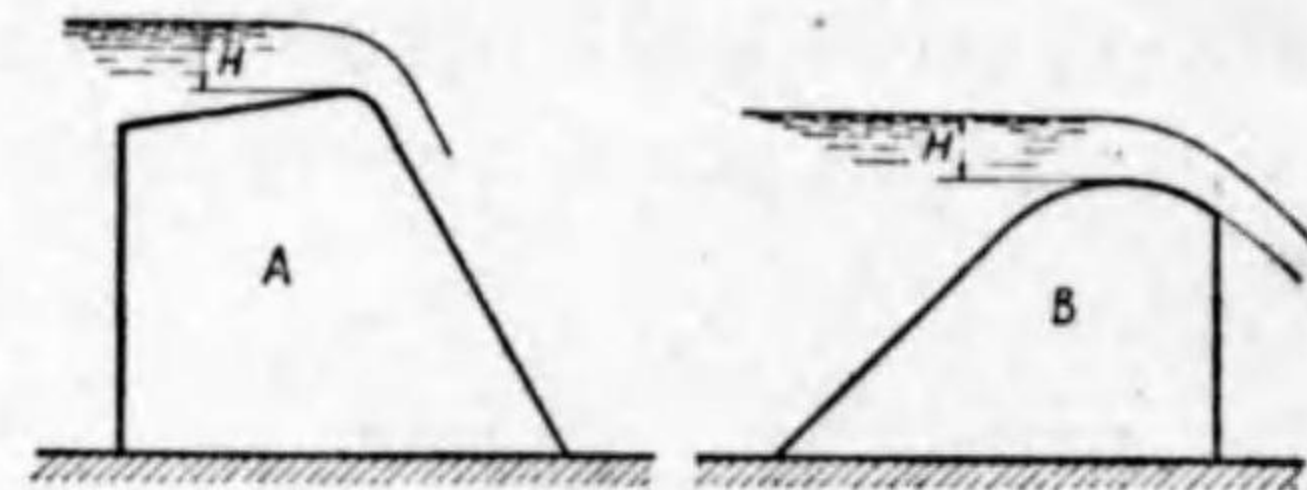
この堰は流量を計る装置としては目立つ様な落差を生ずることの許されない場合に用ひられる。

厚さ大なる堰 第 78 圖の如く厚さ大にして上面が平なる堰の流出量は幅 B に對して

$$Q = C\sqrt{2g} BH^{\frac{3}{2}}$$



第 78 圖



第 79 圖

の流量係数 C が或る計算では 0.385 となり又或る實驗では 0.35 となつてゐる。 $2H < t$ の場合には大體に於て横縁のない薄双矩形堰の流量係数の約 80% の値である。

次に第 79 圖の如く内面垂直なる A 型と内面が斜なる B 型とは何れも流量に大差なく大體に於て横縁なき薄双矩形堰の流量係数に對して水頭小なるときは 10% 位小さく、水頭大なるとき 10% 位大きい。これ等は模型を作つて豫め流量係数を定めてから後に大規模に實施するのである。



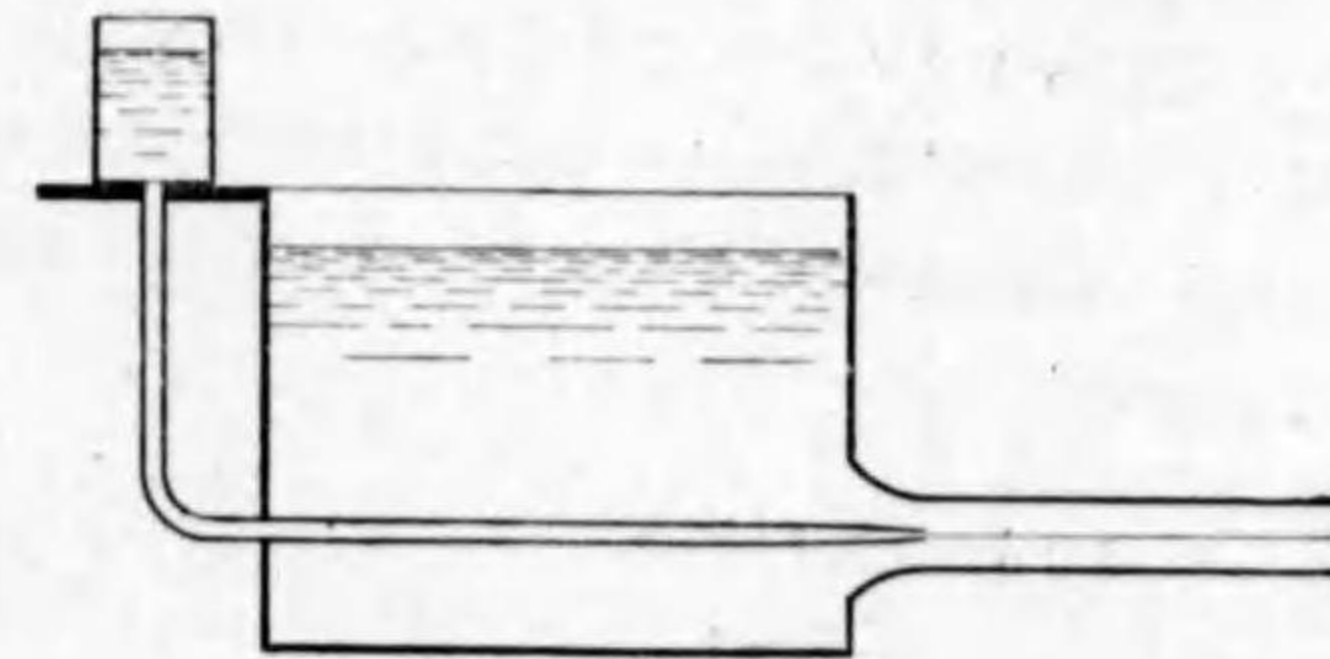
第六章 水力摩擦

流體の摩擦 流體が運動するときはその粘りのために抵抗を生ずる。これは流體摩擦或は水力摩擦と云ふ。これは二の固體の間の表面摩擦とは大に異なるものである。例へば水が管の中を流れて居るとき管の壁面に對して流水が抵抗を受けるは勿論壁面から遠い所でも水同士が互に縫れ合つて流れて居る。前者を外部摩擦後者を内部摩擦と云ふ人がある。何れも水（一般に云へば流體）の粘性に基づくものであるが外部摩擦は又管の壁面の粗さによつて大に異なるのである。而して此面の粗さの影響が個體同士の表面摩擦の場合とはちがふのである。例へば硝子板は固體に對しては摩擦抵抗が少ないと考へられて居るが硝子管の中に水を通すとき摩擦抵抗はそれ程小さくはない。硝子面に接した水の分子はそこに付着して動かない（分子運動は別問題として）が直ぐその隣りの水の分子は少しなりその次の層は又少し多く迂る。故に例へ面が完全に滑かでも水力摩擦は零でない。この點が固體同士の摩擦とは全く異なるのである。

流體の外部摩擦は流體とこれに接する固體との間の熱傳導率に大なる關係がある。内壁面の粗なる管の中を流れて居る流體の微分子は面の突起に衝突して新陳代謝が速い、即ち流體の外部摩擦大なれば熱の傳導率が大いやうに思はれる。然るに或る實驗では滑かな管の方が熱傳導がよかつた。これに就ては色々議論があるが兎に角今日熱傳導率の研究に於て流體摩擦を無視することが出来ない有様となつて居る。

流體運動の二状態と摩擦抵抗。オスボン レイノルツ(1883)は簡單にして巧妙なる實驗を以て流體運動の状態を明かにし且つそれと流體摩擦抵抗との關係を確かめた。

即ち第 80 圖に示す如く水槽にラツバ形の口を以て接続した一本の硝子管中の水流状態を見る様にするために赤色の液を



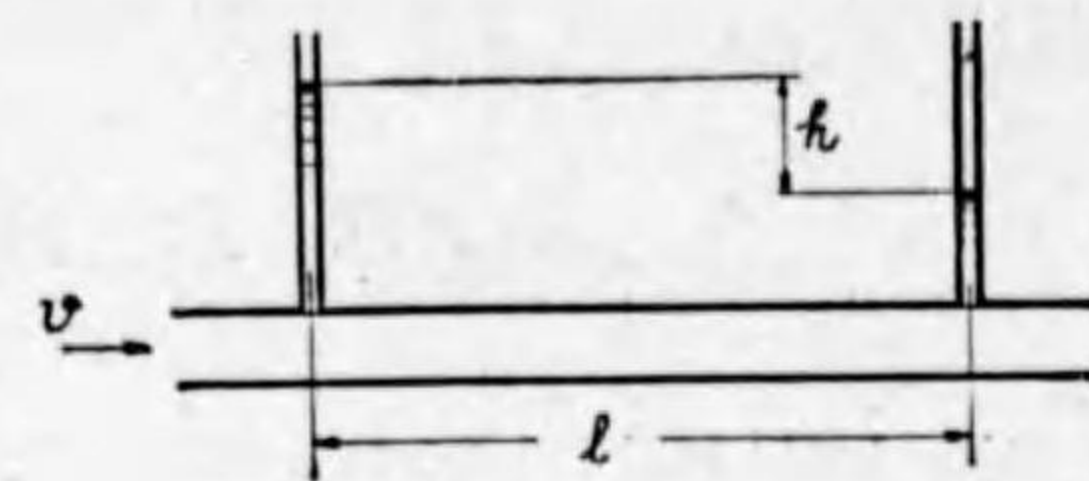
第 80 圖

別の細く尖つた管から本流中に流入せしめた。硝子管の出口にあるコックを僅か開けて管中の流速を小さくして居る間は赤色液は一本の直線となつて見える。

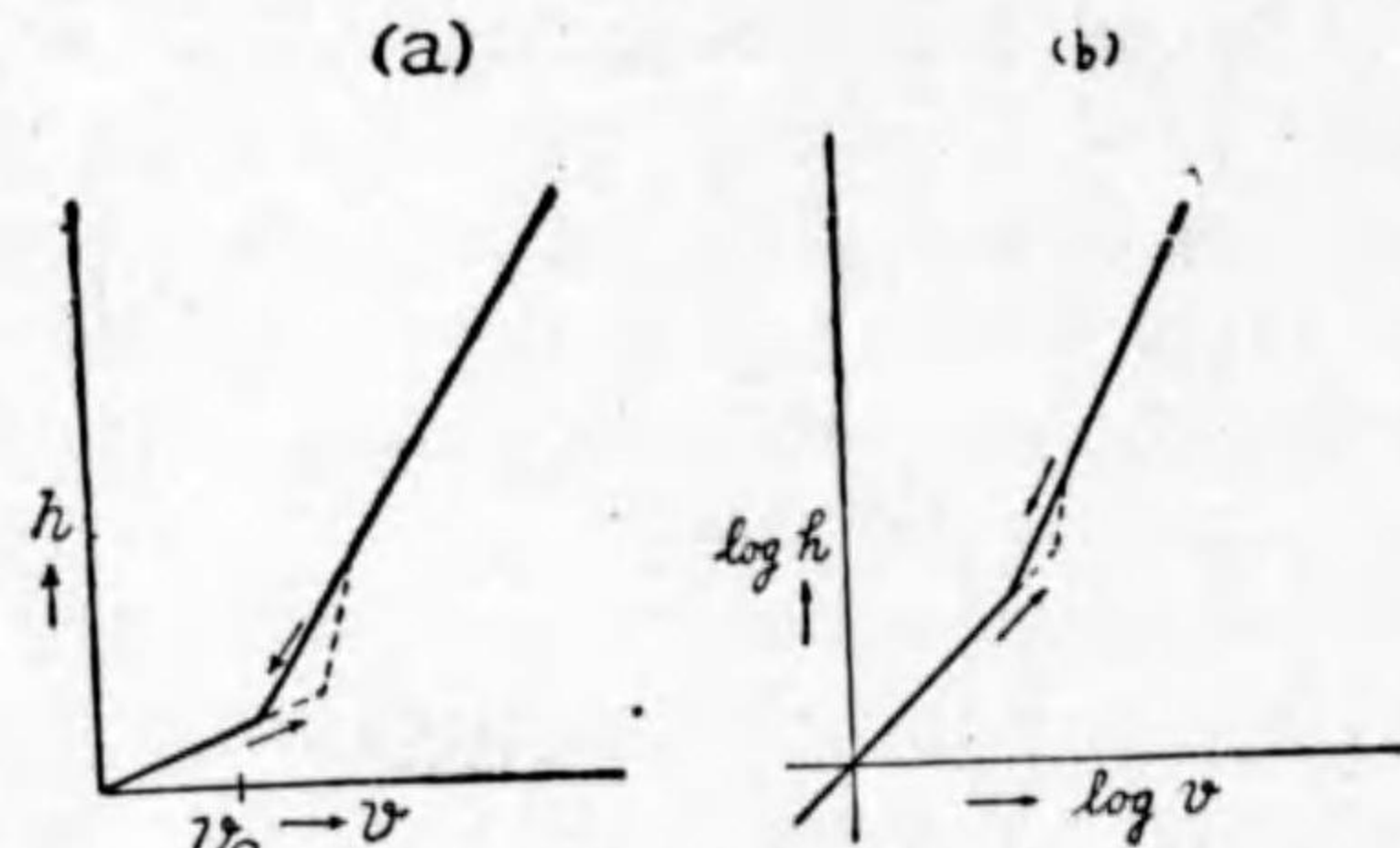
これは管中の水が流線運動をして居ることを示すのである。コックを徐々に開けて行くと流速が或る大きさに達したとき俄然赤色液は混流状態に陥る。



これは管の中が混濁流動になつたのである。レイノルズは流動状態が異なることによつて流體摩擦が如何に變はるかを見るために内徑 12mm 許りの鉛管を採りこれに水を通じて摩擦抵抗を計つた。第 81 圖に示す様に長さ l 隔つた二點に於て鉛管の壁に小孔を穿ちこれにピエゾメーター(硝子管)を接續する。流速 v のとき二點間の水頭差 h とすると實驗



第 81 圖



第 82 圖

の結果は第 82 圖 (a) に示す如く速度になる間は h 對 v の關係は直線で表はされるが或速度を越すと急に別の曲線に移つて仕舞ふ。高い速度から段々低くして來ると最初の直線に出遇ふ所まではその曲線について來る。即ち行きと歸りとは別の

途を通る。圖の v_c と記した所の速度を限界速度と云つてこれより低い速度では必ず流線運動をするのである。レイノルズはこれ等 h と v の關係を更に確かめるために對數線圖を用ひ第 82 圖(b) に示す如く實驗結果を $\log h$ と $\log v$ とで表はした。其結果 $v < v_c$ では 45° の傾斜をなす所の直線となり $v > v_c$ では 60° 強の傾斜をなす直線として表はし得ることが分かつた。これ即ち

$$\log h = \text{定數} + n \log v$$

$$v < v_c \quad n = \tan 45^\circ = 1$$

$$v > v_c \quad n = \text{約 } \tan 60^\circ = \text{約 } 1.73$$

$$\text{或は} \quad h = \text{定數} \times v^n \dots\dots\dots (78)$$

と表はし得ることが知れた。上記の限界速度 v_c 或はこれより少し高速度で前に述べた赤色液の流線が亂れるのであることも確かめられ、即ち流動状態が一變すると同時に流動抵抗も亦



全く變はることが明かにされた。

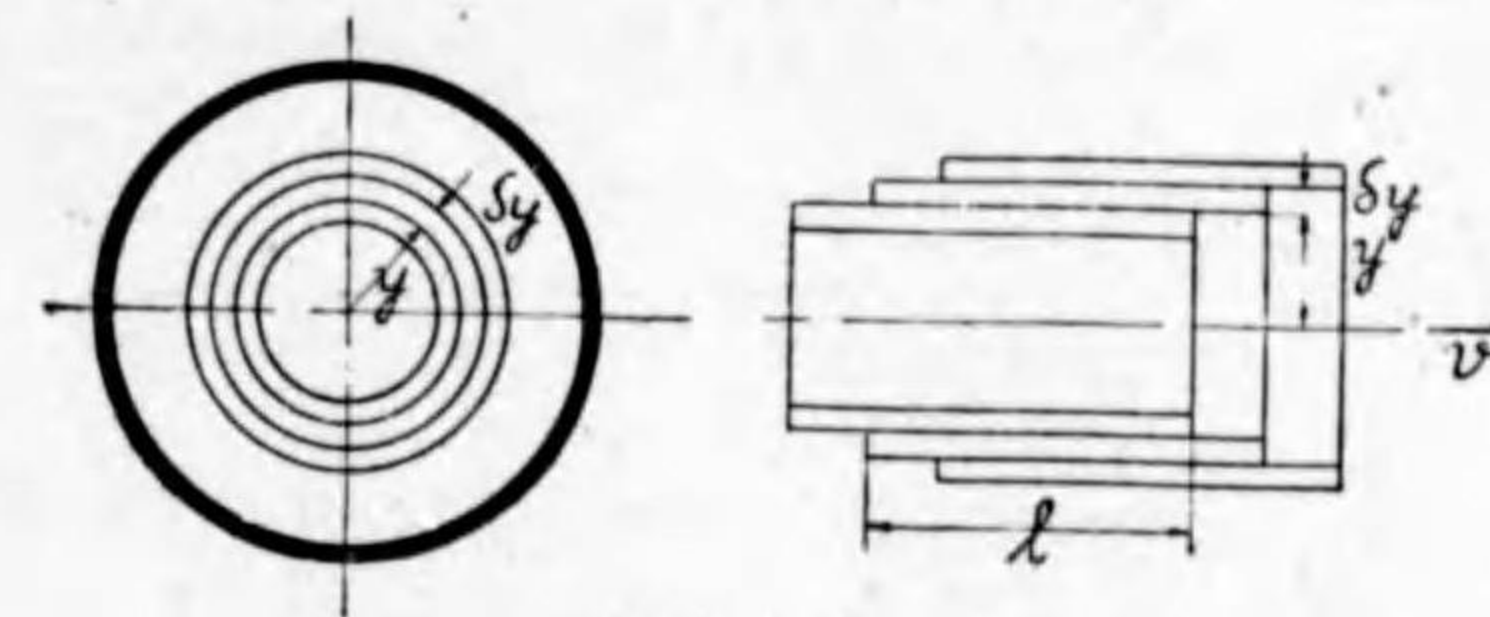
此結果を約言すれば次の通りである。

- i $v < v_c$ では管の中は流線運動であつて摩擦のための水頭損失 $h_{\text{acc}v}$ 即ち平均流速に正比例する
- ii $v > v_c$ では管の中は混濁流動である。そして摩擦水頭 $h_{\text{acc}v^n}$ で n は 2 に近い數である。又管内面が阻礙程 2 に接近する。

以下この二の流動状態を別々に説明し更に又綜合して論じて見様と思ふ。

圓管中の流線運動

管の中で流線運動が成立するのは單に速度の小さい時許りでなく管が細く且流體の粘りが強いときである。



第 83 圖

此所には次ぎの假定を

する。この様な管の中を流れる流體が壓縮不可能であるとする。管軸は水平で重力の影響を受けないとする。圓管は一樣なる内徑を有し流量 Q は不變であるとする。よつて流線は何れも管軸に平行で且つ一流線に沿ふて流速 v は時間と長さ l とには無關係である。併し半径 y によつて變はる。その速度は如何に分布してゐるか豫め知らないとしても唯軸對稱であること又は確かである。依つて同心の多數の薄層に分けて考へることが出来る。半径 y の所にある厚さ δy の且つ長さ l の薄層圓筒が、内外兩圓筒面に於て受ける粘りの剪斷力を計算して見よう。

一般的に y の増す方に v も増すと考へれば第 83 圖に示す如く今考へてゐる薄層は外側の層によつて流れの方向に強く引られる。

單位面積の接觸面に於ける粘りの抵抗は

$$f = \mu \frac{dv}{dy}$$

である。半径 y 長さ l の圓筒面即ち内側の圓筒面上の粘り抵抗は

$$F = 2\pi y l \mu \frac{dv}{dy}$$

である。外側の圓筒面はこれよりも引づる力が δF 丈強い。而して



$$\delta F = \frac{dF}{dy} \delta y = 2\pi l \mu \frac{d}{dy} \left(y \frac{dv}{dy} \right) \delta y$$

水 流動状態は時間によつて變らないとしたから加速度はない。即ち引づる力と丁度等しい強さの力がこれに反對して居るのである。それはこの薄層圓筒の兩端に動く流體の壓力差である。一般的に l の増す方向即ち流れの方向に壓力の強さ p が増すものとせば圓筒の下流端に於ては δp 丈壓力が強い。依つてこの薄層圓筒に働く力の方程式は

$$\delta p \cdot 2\pi y \delta y = 2\pi l \mu \frac{d}{dy} \left(y \frac{dv}{dy} \right) \delta y$$

$$\text{即ち } \frac{\delta p}{\mu l} y = \frac{d}{dy} \left(y \frac{dv}{dy} \right)$$

一横断面上の壓力の強さ p は一樣である。それから l 下流の横断面上でも亦壓力は一樣の大きさ $p + \delta p$ である。依つて δp は半径 y に無關係な數量である。上の方程式を y について積分すると

$$y \frac{dv}{dy} = \frac{\delta p}{\mu l} \frac{y^2}{2} + C_1$$

$$\text{又 } v = \frac{\delta p}{\mu l} \frac{y^2}{4} + C_1 \log y + C_2$$

積分定數 C_1, C_2 は次の如くして定まる。

- i 管中心 $y=0$ で $\log y = -\infty$, 然るに流速 v は有限なるにより $C_1=0$ なるを要する。
- ii 管壁面 $y = \text{管半径 } r$ にては流體が面に附着して流れないとするから $v=0$

$$v = -\frac{1}{4\mu} \frac{\delta p}{l} (r^2 - y^2), \quad r \geq y \dots\dots\dots (70)$$

これに依つて圓管の中の流速分布はパラボラの法則に従ひ管壁面に於て零で中心で最大である。

全流量 Q は各層の流量を積分したもの

$$Q = \int_0^r v 2\pi y \delta y = -\frac{1}{8\mu} \frac{\delta p}{l} \pi r^4$$

である。依つて平均流速 \bar{v} は



$$\bar{v} = \frac{Q}{\pi r^2} = -\frac{1}{8\mu} \frac{\delta p}{l} r^2$$

$$\therefore -\frac{\delta p}{l} = \frac{8\mu}{r^2} \bar{v} \dots\dots\dots (80)$$

與へられたる長さ l の距離で壓力の落ちる量 $-\delta p$ は平均流速 \bar{v} , 粘り係數 μ に正比例し半径 a の平方に逆比例することを示して居る。これは既に 1845 年にフランスの醫學者ポアズイユが動物の血管中の血液運行の研究に關して實驗的に得た所のものである。依つてこれをポアズイユの法則と云ふ

$$\delta p = w h = g \rho h \quad \text{であるから}$$

$$h \propto \bar{v}$$

即ちレイノルツが實驗で得た結果とも一致する。

このポアズイユの法則は水力學上種々なる應用がある。機械の各部分に細い銅管で減摩油を送る場合の如きは此の式 (80) で所要壓力を算出するのである。又エングラール氏粘度計は直徑 10cm 許りの浅い圓筒形容器の底部中央に流れ口があつてそれが内徑 2mm 長さ 20mm 許りの管で出來て居る。この容器に水或は油等を入れて下の細い管から 100cc 或は 200cc 流出する時間を計る。粘りの強いものは時間が長くかかる。粘り係數 μ と所要時間とはポアズイユの法則により比例するのである。水の流出時間を計り又油の流出時間を計る。水に對する油の粘り係數の倍率が知れる。水の粘り係數は既に第一章に述べた如く公式で委しく知れて居るから従つて油の粘り係數が知れる。尤も其所にも多少面倒なることがあつてそれ程簡單には算出が出来ない。

上には細い管の場合をとつたが極めて接近して置かれた二枚の平面板の間の液體の運動も亦流線運動である。

圓管内の混濁流動 圓管内で v_c 以上の速度で流體が流れるときには前節の如き計算は出来ない。全然實驗的研究によつて摩擦抵抗を計る外はない。

今任意の断面を有する管 (併し其断面は長さの方に一樣であるとする) に一杯に水が流れてるとする。断面積 $a \text{ m}^2$ 長さ $l \text{ m}$, その間の摩擦水頭損失が $h \text{ m}$, 平均水速 $v \text{ m/sec}$.

フロート氏の平面板摩擦に關する實驗に於て板が動く方向に充分長い時は流體摩擦抵抗は板の表面積に比例することが明かになつた。又平均流速の n 乗に比例することも確かめられた。(此の研究については後に詳しく説明する) 管の流體に接して居る表面積は管の長さ l と管の断面に於て水に接して居る周囲の長さ s との積 $sl \text{ m}^2$ である。故に摩擦抵抗は摩擦係數 f' を



用ひて $f'slv^n$ である。然るにこれに
打勝つ力は l の長さにて圧力の強
さの減小 δp 断面積 a との積 $a\delta p$ kg
である。

カ $\therefore a\delta p = f'slv^n$

而して $\delta p = wh$ により摩擦のための
水頭損失 h は

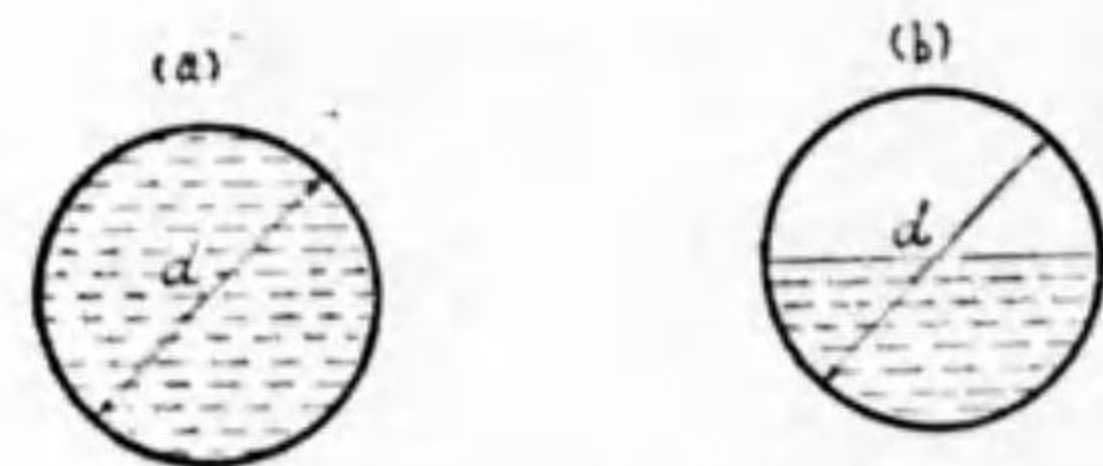
$$h = \frac{f'}{w} \frac{l}{a} v^n$$

となる $a/s = m$, $f'/w = f$ と置けば

$$h = f \frac{l}{m} v^n, \text{メートル} \dots\dots\dots(81)$$

である。 m は水力水深と云ひ周囲 s に割當てた平均深さである。第 84 圖。水力學上では實
際の深さよりも重要なものである。即ち式(81)に於て摩擦水頭は實際の深さではなくこの m
の逆比例になつてゐるのである。

例 第 85 圖



第 85 圖

$$s = \pi d$$

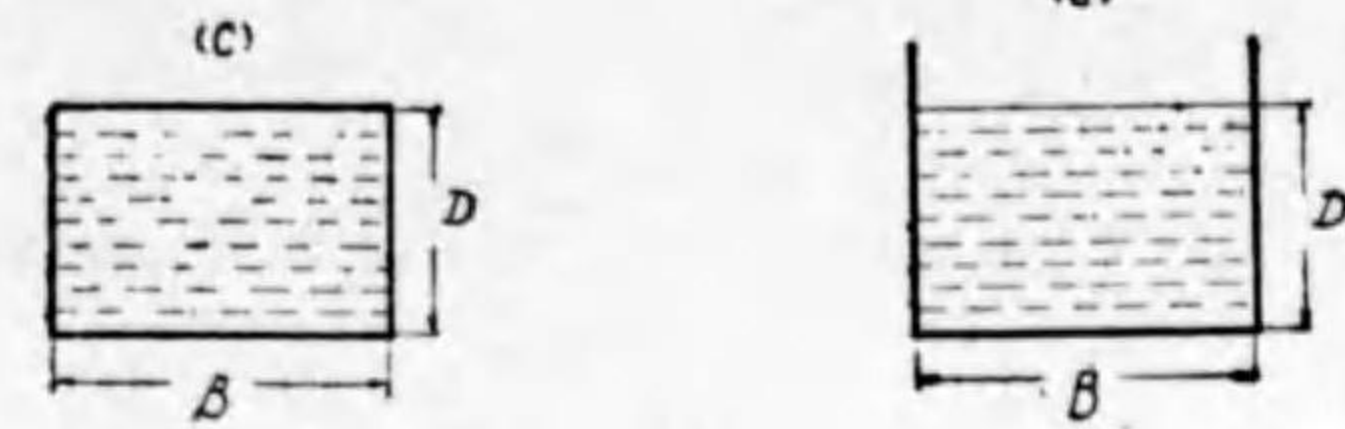
$$s = \frac{\pi}{2} d$$

$$a = \frac{\pi}{4} d^2$$

$$a = \frac{\pi}{8} d^2$$

$$\therefore m = \frac{d}{4}$$

$$\therefore m = \frac{d}{4}$$



第 85 圖

$$s = 2(B + D)$$

$$s = B + 2D$$

$$a = BD$$

$$a = BD$$

$$\therefore m = \frac{BD}{2(B + D)}$$

$$\therefore m = \frac{BD}{B + 2D}$$

直径 d の圓管に一杯に流れてゐるときは

$$m = d/4 \text{ 故に式(81)は}$$

$$h = f \frac{l}{d} v^n \dots\dots\dots(82)$$

前に述べたレイノルツの實驗が示す如く與へられた管にては d, l が定まつて居て $h \propto v^n$ と
なつた譯である。併し乍ら直径を變へた時は如何であるか。 f が表面の粗さ、流體密度、粘り
係数のみによるならば式(82)の如く h は d の逆數であるが果して如何であるかを調べるため
に d^x と置いて見る。依つて式(82)を

$$\frac{h}{l} = f \frac{v^n}{d^x}$$

と書き換へ且 $h/l = i$ とすると

$$i = f \frac{v^n}{d^x} \dots\dots\dots(83)$$

となる。此式を對數で展開して

$$\log i = \log f - x \log d + n \log v$$

と書く。前に述べたレイノルツの實驗が示す如く與へられたる圓管では $\log i$ と $\log v$ との關



係が一直線に依つて表はされる。(但し非常な高速度になると少し變はつて来る)其直線の傾斜角を θ とすれば

※ $\tan\theta = n$

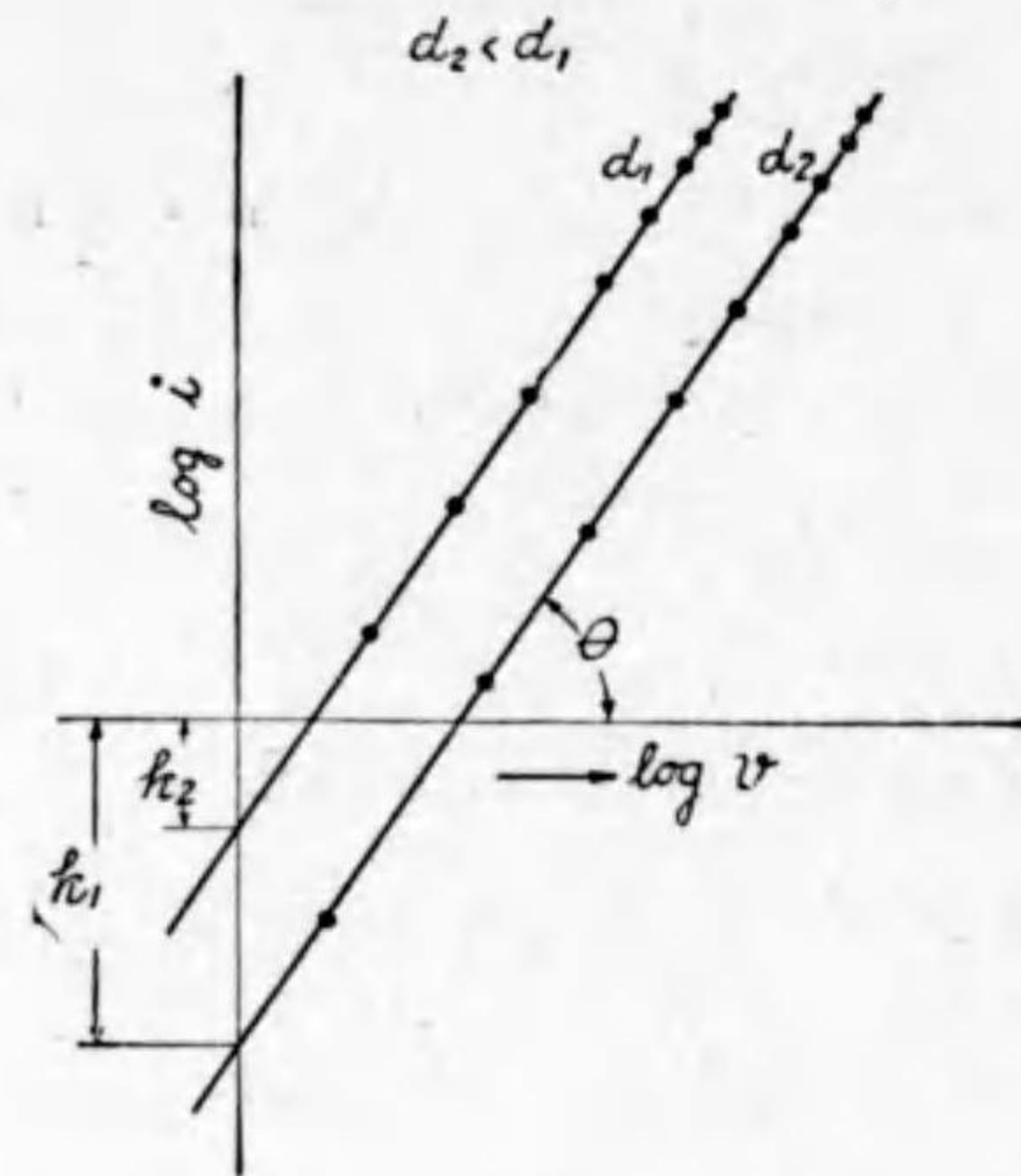
である。

カ 同じ種類の管で異なる内径のものについてやつて見ると n の同じ値を得る。(これも多少の議論があるが)

今第 86 圖に示す如く大なる直径 d_1 の場合よりも小なる直径 d_2 の場合の方が直線が上に出る。それの各が $\log v = 0$ 即ち $v=1$ の垂直線と交叉した所の $\log i$ の値 k は

$$k_1 = \log f - x \log d_1$$

$$k_2 = \log f - x \log d_2$$



第 86 圖

である。この聯立方程式から f と x とが定まる。若し三種以上の大きさの管について f と x とを定めんとするには最小二乗法を用ふる。斯の如くして n, x, f が定まつた。

第十六表

タットン氏の摩擦係数及指數の値, $h = f v^x d^{-x}$

d 呎, v 呎/秒, h 呎

面の種類	管直径呎, 資料範圍	$f \times 10^6$	x	n
木	1.05~6.0	439	1.295	1.96
新鍊鐵管	0.4~4.0	347~606	1.129	1.82
アスファルト塗鐵管	0.4~4.0	446~706	1.129	1.82
新鑄鐵管セメント塗の管	0.27~2.0	300~458	1.295	1.96
古鑄鐵管 { 少しく腐蝕 }	0.8~4.0	426~945	1.295	1.96
古鑄鐵管 { 甚しく腐蝕 }		1120~7250	1.295	1.96



大體に於て $n+x=3$ になることは大に注意すべき事である。

レイノルズの理論 レイノルズは圓管の摩擦抵抗を一般的に表はすことに成功した最初の人である。即ち長さ l の圓管の摩擦による壓力損失 δp が管の半径 r , 流體の粘り係数 μ , 流體密度 ρ 及流速 v 及管の長さ l の函數であるとして次の如く表はした。

$$\delta p = k r^x \mu^y \rho^z v^n l \dots\dots\dots(84) \quad \text{カ}$$

k が純粹の定數となる如く他の定數 x, y, z を n の函數で表はさんとするのである。これには式(84)の兩邊のデimeンションが一致しなければならぬことから出發する。

時間を T , 長さを L , 質量を M とすると

i 速度のデimeンションは

$$[v] = \frac{L^1}{T^1} = L^1 T^{-1}$$

ii 加速度のデimeンションは

$$[\alpha] = \frac{[v]}{T} = L^1 T^{-2}$$

iii 力は

$$[F] = M[\alpha] = M^1 \frac{L^1}{T^2} = M^1 L^1 T^{-2}$$

iv 壓力の強さは單位面積上の力なる故

$$[p] = \frac{[F]}{L^2} = M^1 L^{-1} T^{-2}$$

v 粘りの抵抗 f は單位面積上の力である。

$$[f] = \left[\mu \frac{dv}{dy} \right] = M^1 L^{-1} T^{-2}$$

$$\therefore [\mu] = \frac{f}{\frac{dv}{dy}} = \frac{M^1 L^{-1} T^{-2}}{\frac{L}{T} \frac{1}{L}} = M^1 L^{-1} T^{-1}$$

vi 密度 ρ は單位體積中の質量



$$\therefore [\rho] = \frac{M^1}{L^3} = M^1 L^{-3}$$

よつて式(84)の両邊のディメンションは

$$M^1 L^{-1} T^{-2} = L^x (M^1 L^{-1} T^{-1})^y (M^1 L^{-3})^z (L^1 T^{-1})^n L^1$$

兩邊のディメンションが合ふためには

$$\begin{aligned} x - y - 3z + n + 1 &= -1 \\ y + z &= 1 \\ -(y + n) &= -2 \end{aligned}$$

となるべきである。依つて

$$x = n - 3, \quad y = 2 - n, \quad z = n - 1$$

これを式(84)に用ゐると

$$\delta p = k r^{n-3} \mu^{2-n} \rho^{n-1} v^n L$$

となる。而して $\delta p = q \rho h$ 又 $h/d = i$, $d = 2r$ とすれば

$$i = \frac{k}{2^{n-3} g} \left(\frac{\mu}{\rho} \right)^{2-n} \frac{v^n}{d^{1-n}} \quad (85)$$

h, n は管の内面の粗さで決まるものである。前節に於て得た(83)

$$i = f \frac{v^n}{d^n}$$

の形である。此所に $x+n=3$ なることは非常に興味あることである。

又式(85)を書き換へて

$$h = c \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right)^{2-n} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (86)$$

を得る。 c は面の粗さによりて變はる定數である。又(86)を

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad (87)$$



と書くと

$$\lambda = \varphi \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right) \quad (88)$$

である。

★の管を水で實驗し又空氣で實驗するとき $\mu/(\rho v d) = \text{一定}$ なる如く流速 v を適當に取れば兩方の實驗で λ の値が等しい。

$$\text{即ち} \quad \frac{h}{l} \frac{d}{v^2} = \lambda = \text{一定} \quad (89)$$

となる。即ち摩擦係數 λ は水の場合のものを以て直ちに空氣の場合の係數とすることが出来る。これをレイノルツの比較法則と云ふ。而して μ/ρ はその流體に特有の物理的數量である

$$\text{から} \quad \frac{\mu}{\rho} = \nu = \text{運動の粘り係數} \quad (90)$$

と云ふ。又

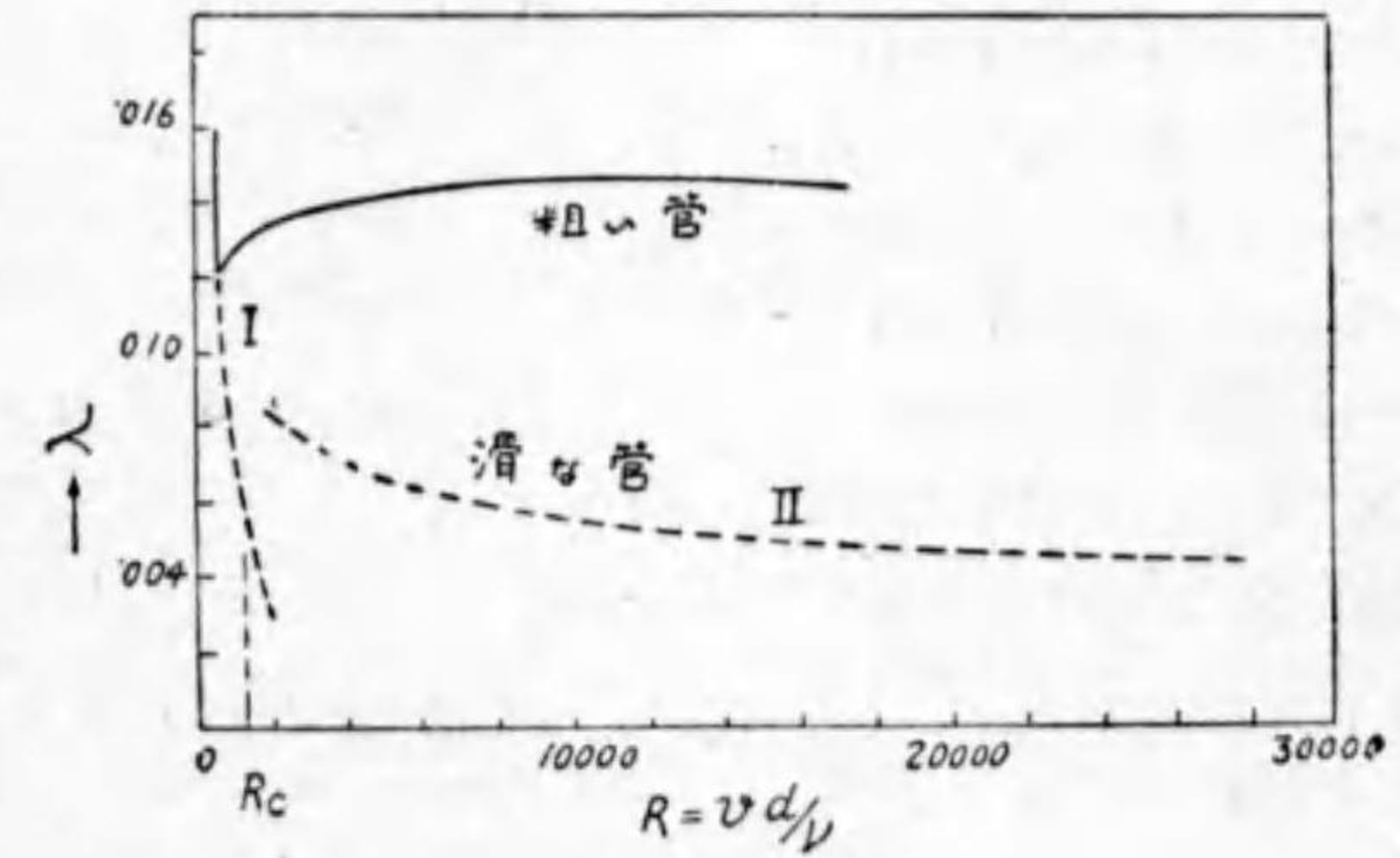
$$\frac{v d}{\nu} = R = \text{レイノルツ數} \quad (91)$$

と云つて

$$\lambda = \varphi \left(\frac{1}{R} \right) \quad (92)$$

である。レイノルツの數 R は流體摩擦に關する抵抗を表はすには無くてはならない數量である。

例へば本章の初めに述べた圓管の摩擦抵抗は管の直径或は流速について夫々分けて表はしたのであるが水でも



第 87 圖

空気でも又油でも同一の管についてレイノルツ数 R が等しいものをもつて来れば必ず λ の等しい値を與へる。即ち第 87 圖に示す如く一の滑かな管に対してはどの流體で實驗しても摩擦係数 λ は一の曲線の上に来るのである。他の粗い一本の管について實驗すれば λ は高い所に表はされた一本の曲線上に来る。

流體中を進行する物體の表面摩擦も亦レイノルツの函数である。
レイノルツの数 $R=vd/\nu$ はディメンションのない數である。即ちどここの國の單位にも無關係である。讀者檢算して見よ。

而して第 87 圖に表はした $\lambda-R$ 曲線に於て流線状態 I から混亂状態 II に移る所の R の限界値 R_c は普通に 2000 位と云はれてゐたが丁寧な實驗によると $R_c=1100$ 位にもなる。

第 88 圖には水及空氣の運動粘り係数 $\nu=\mu/\rho$ の値を溫度(攝氏)に對して示した。空氣の ν は水の ν の十數倍である。

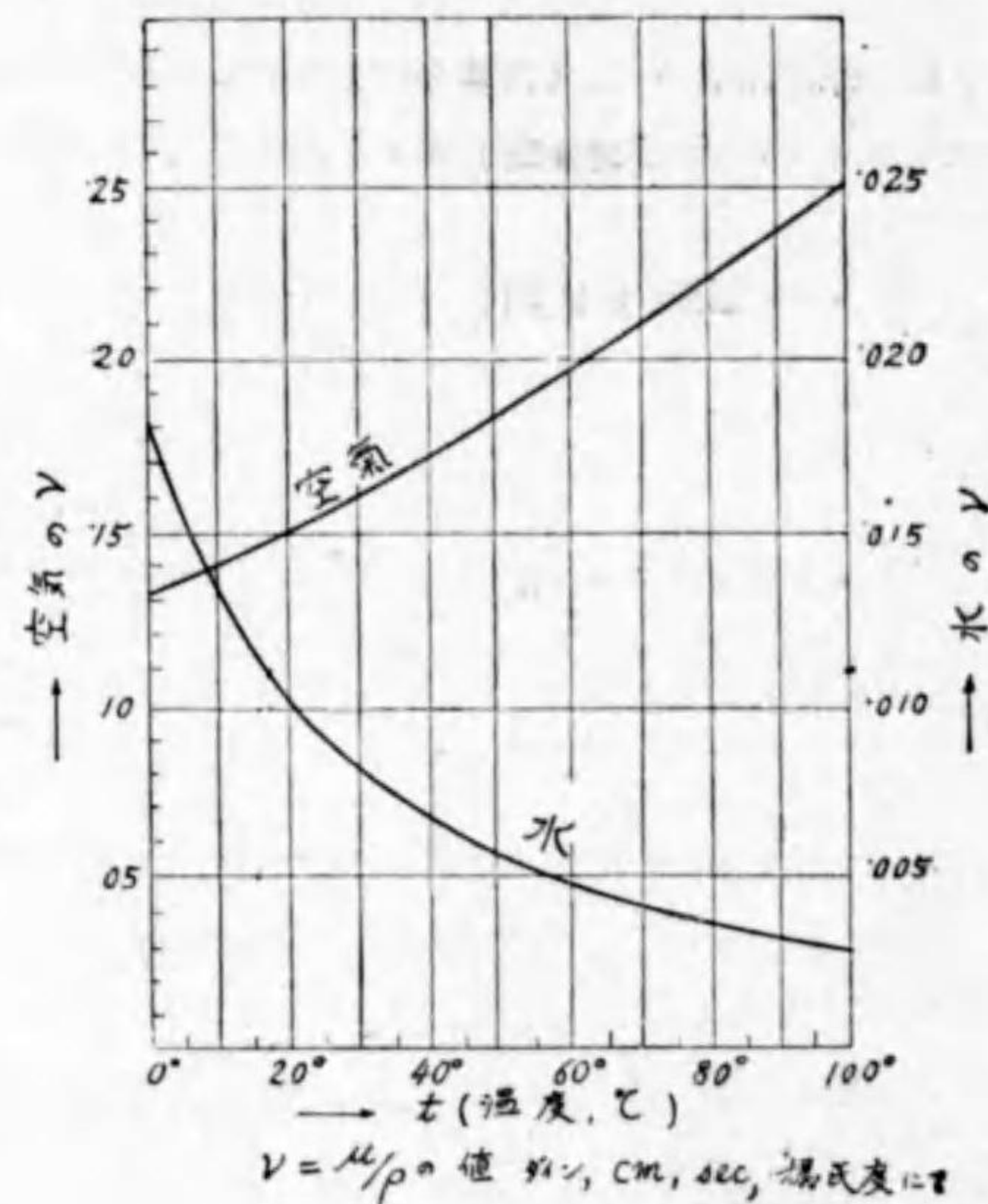
例へば 20°C の所で空氣の ν は 0.15, 水の ν は 0.01 で丁度 15 倍になる。即ち同一の管に對しては空氣を水の速度の 15 倍の速さで通せば λ の値が同じになるのである。

レイノルツの得た式(85)或は(86)は一般的假定の下に誘導したのであるから流線状態にも適するか否かを調べて見る。

式(86)に於て $n=1$ と置くと

$$h=c \frac{\mu}{\rho v d} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

實驗値と比べると $c=64$ で



第 88 圖

$$h=64 \frac{\mu}{\rho v d} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(93)$$

$$=64 \frac{\mu}{\rho} \frac{l}{d^2} \frac{v}{2g} \dots\dots\dots(94)$$

或は $\frac{\delta p}{l} = \frac{8\mu}{r^2} v$ $\delta p = \rho g h$

で前に得た式(80)と全々同一である。

例題 内徑 50mm の鋼管に粘り係数 $\mu=1.01$ (ダイン, cm, sec), 密度 $\rho=0.92$ の油を毎秒 0.24 リットル流すときは長さ 100m では壓力の損失 δp , kg/cm² は幾何なるか。

$$Q=240 \text{ cc/s, } v=12.2 \text{ cm/s,}$$

$$\delta p = \frac{8 \times 1.01}{2.5^2} \times 12.2 \times 10000 \text{ ダイン/cm}^2$$

$$= \frac{15.8 \times 10000}{680} \text{ gr. 重量/cm}^2$$

$$= 0.162 \text{ kg 重量/cm}^2$$

流動の二状態と摩擦抵抗

I 流線状態, 摩擦抵抗は

- 1 流速に正比例する
- 2 液體の場合には液體の壓力に殆ど無關係である
- 3 流體に接する表面の大きさに正比例する
- 4 流體の接する表面の精粗(甚しく粗ならざれば)に無關係である。
- 5 流體の粘り係数に正比例する即ち溫度の影響が大きい

II 混亂状態

- 1 流速の n 乗に比例する $n \leq 2$
- 2 液體の場合には液體の壓力に殆ど無關係である
- 3 流體に接する表面の長さに關係する。表面が流れの方に長い程單位面積當りの表面摩擦抵抗は減少して一定の値に近づく。即ち非常に長い面では即ち管の如き場合には總抵抗が長さに正比例となる。(後に詳説する)
- 4 流體に接する表面の精粗に大いに關係する



5 摩擦係数 $\lambda = \varphi \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right)$ に於て粘り係数 μ は流線状態 I の場合程大きい影響を及ぼさない。

水 次ぎにこの事を説明して見よう。

ブラシウスは真鍮管の混乱流動に對して

カ
$$h = 0.3164 \left(\frac{\mu}{\rho v d} \right)^{1/4} \frac{l}{d} \frac{v^3}{2g} \dots\dots\dots (95)$$

と云ふ式を得たがこれはレイノルズの式(85)に於て $n=1.75$ と置いたものに相當する。

又第 87 圖を見ると滑かな管でも亦粗い管でも $R=vd/\nu$ の大なるに従つて摩擦係数 λ が夫々一定になつて来る。即ちレイノルズ數に無關係になつて来る。

3 〔平板の表面摩擦〕 此問題を初めて實驗的に深く究した人は英國のウィリアム、フロード (1872) である。高さ 483 mm 厚さ 4.76 mm 長さ 0.61~15.25m の板を水中に没して或速度で曳動かした、板の尖端及び支柱の抵抗は別に計つて置いて後にそれを差引くこととする。

板の表面には種々なるものを塗付けて夫々の摩擦抵抗を試験した。

板の高さ B 、長さ L とすれば水に接する面積 $A=2BL$ それで表面摩擦 R は

$$R = f \cdot A \cdot v^n$$

n は表面の粗い程大きくて 2 に近づく。數多の實驗結果中板面に小粒の砂を塗付けた場合(1) と錫箔張りの場合(2)とを比較する。曳行速度 $v=3.05\text{m/s}$ の場合

第十七表

	面の長さ, m	0.61	2.44	6.10	15.25
砂塗面	n	2.00	2.00	2.00	2.00
	R/A	4.40	3.06	2.61	2.39
錫箔張	n	2.16	1.99	1.90	1.83
	R/A	1.47	1.36	1.28	1.20

此結果に依ると n は面の滑かな程小さい。又 n は板の長い程 2 から段々小さくなる。

R/A は表面の單位面積當りの摩擦抵抗であるがこれも亦板の長い程小さくなつて遂に或る値に近づく。これは如何なる理由によるかと云ふに今静止して居る水中で板を曳行するべき板の尖端には静止して居る水が打當るから尖端から少し許りの所は表面と水の間の速度の差大きくて表面摩擦が大きい。然るにこの水が後方に流れて行く間に粘りのために段々板の速度を受けるから後の方に於ては單位面積當りの摩擦が小さくなる。板が長ければ後方に於ては一定の

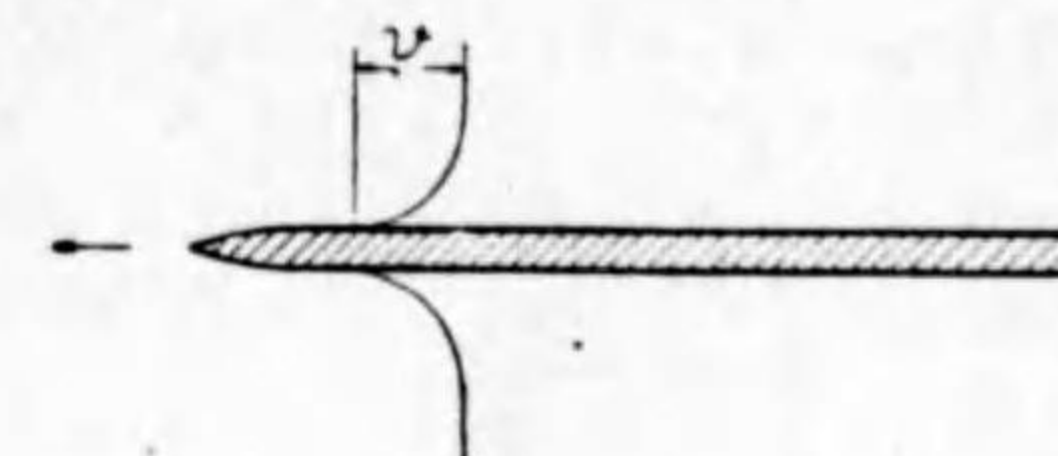


状態に落付く。即ち板が長ければ總摩擦抵抗は板の長さに正比例する様になる。これを式に表はして見ると $A \propto L$ であるから定數 a, b を用ひて $R=a+bL$ 即ち

$$\frac{R}{L} = \frac{a}{L} + b$$

となり且つ b は面が粗い程大きい。このフロードの研究は船體の摩擦抵抗に關して重要な説明を與へたものであつて今日飛行機翼の摩擦抵抗に關する基礎を作つたものである。

今日の精密なる研究によれば表面摩擦の影響は餘り遠くまでは及ばぬもので即ち板の表面に接した薄い層が摩擦を受ける部分第 89 圖、と見られる。この層を境界層と名付けて居る。板の尖端に近い所ではこの層の中は流線状態 I であり、



第 89 圖

後方では層の中は混乱状態 II であると考へられる。二の状態の變化の位置や層の厚さ等は何れもレイノルズの數で定まる。又全體の摩擦抵抗も亦レイノルズの數で表はされる。

ゲーベルス(1916)は滑かな板を水中で曳行したときに總摩擦抵抗 W , kg, m, sec 單位で

$$W = 0.103 \left(\frac{v}{lv} \right)^{0.125} \rho A v^3 \dots\dots\dots (96)$$

を得た。此場合 l =板の長さ A =表面積= $2Bl$ v =曳行速度、 ν =運動の粘り係數で

$$\frac{lv}{\nu} = \text{レイノルズ數}$$

である。これによつても又長い程抵抗係數 $W/\rho A v^3$ が減ることが分る。

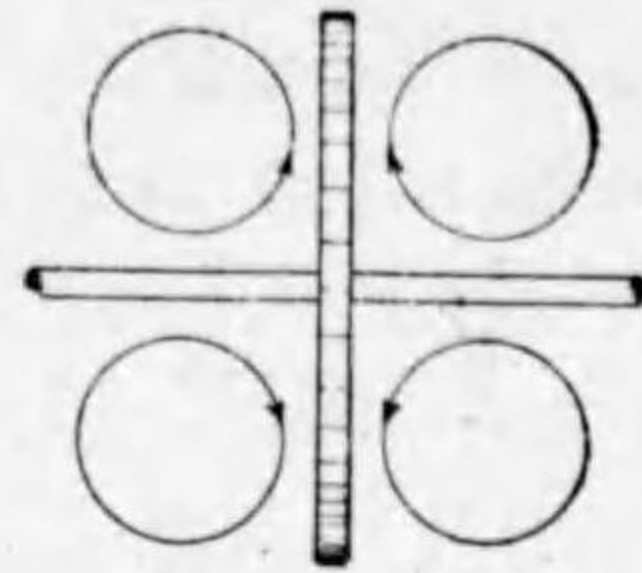
境界層は管の場合にも勿論ある。大きな管であると中央部は管壁の影響を受けることなく一樣の速度で流れ壁に近い所のみ速度が急に小さくなる。これは後に管の中の流速測定部に詳説する。

流れる流体と固定表面との間の熱の傳導にはこの境界の中の流動状態が非常に大なる關係がある。

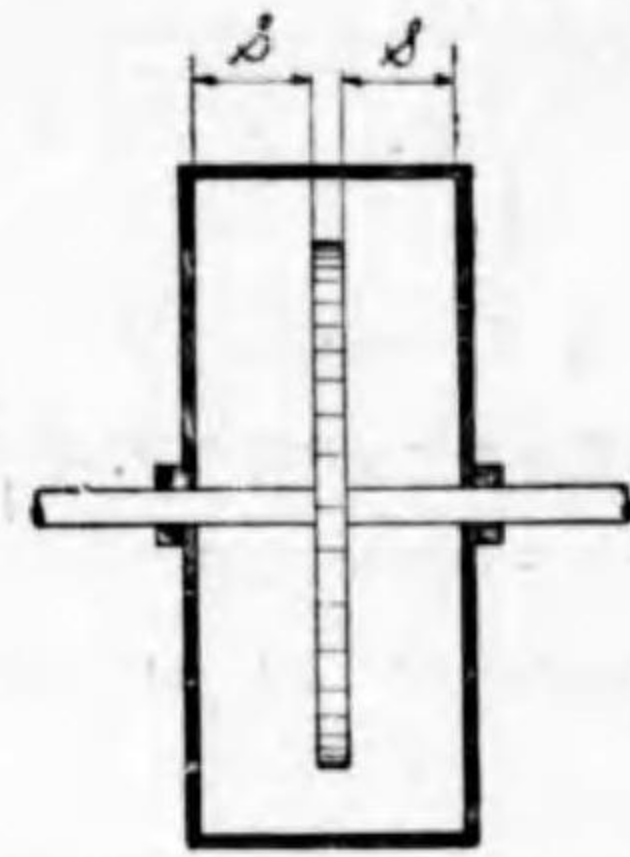
圓板摩擦 静止して居る水又は空氣中で薄い圓板が軸を中心として廻轉するときその圓板を圍む所の空氣や水は圓板面に對して摩擦抵抗を呈する。且又長く廻つて居る間には粘りのために圓板面に引かれて圓運動をする所の流体は遠心力のために外方に投出されるが中心軸の所



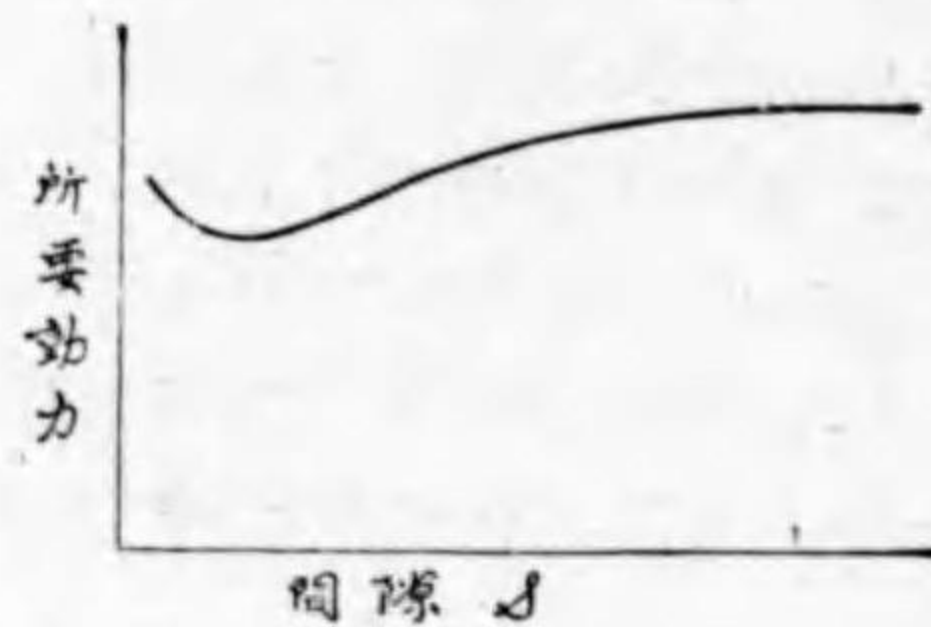
は空虚になつて軸に沿ふて速くから流體を吸寄せせる。即ち横から見れば第 90 圖の様な對流がある。即ち流體はこの様な對流をしながら中心軸の周圍に廻轉するのである。この對流は可なり大きな勢力消費となる。第 91 圖の様圓板を一の圓筒形室内に入れると其中の空氣又は水は對流をし難いから軸の所要動力は第 92 圖の如く廣い流體中に於て廻轉するものより遙かに小さい。然し圓板面と圓筒室側壁との距離 s 、第 91 圖が極く小さい時は、其間にある薄い層狀の流體摩擦は



第 90 圖



第 91 圖

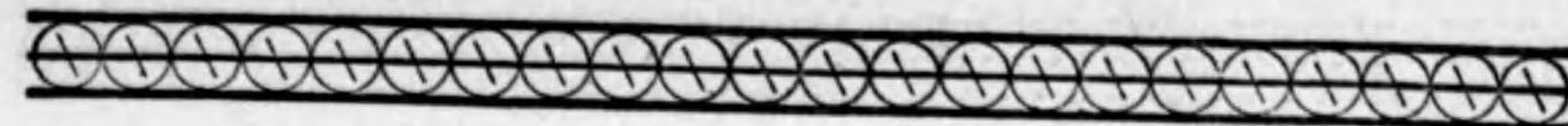


第 92 圖

d/ds に比例して非常に大きくなる。故に距離 s と所要動力との關係を圖示すれば第 92 圖の様になる。この問題は廻轉する機械部分の動力損失を防止する上に大切な事柄である。例へばジャイロスコープの圓板の廻轉は非常に高いので空氣の抵抗が随分大きい。よつて周圍を適當に圍んで出来るだけ摩擦に基づく動力損失を少くするのである。

圓板の表面に接したる境界層内の水或は空氣は圓周方向に廻轉すると同時に半徑方向に外方に流れる。この運動狀態を正確に表はす所の運動方程式を作れば圓板の軸の周りのモーメントは又レイノルズの數の函數で表はされる筈である。近頃此種類の研究をする人が諸方にある。木谷要一博士の水に對する圓板の摩擦抵抗實驗に於ては圓板の廻轉が低い程第 93 圖に示す如く距離 s の影響大きく現はれてゐる。これは廻轉が高い程境界層が薄くなり s を可なり小さくしても外壁の邪魔が餘り甚しくならないのであると説明してゐる。又同實驗では圓板の外縁に接近してその周圍に圓管壁を設け圓板面に沿ふて半徑方向に流れ出る水を阻止した所軸の所要動力が著しく減小した。

これ等の種々複雑なる事柄があるが今次ぎには圓板の受ける摩擦抵抗の大體について計算し



て見る。

表面に沿ふては半徑方向には流れが無く唯圓周方向にのみ圓板と水との關係運動があるとする。半徑 r の所で δr の幅の輪狀の面積 $2\pi r \cdot \delta r$ は ωr の速度で動くから静止してゐる水に對しては

$$f 2\pi r \cdot \delta r \cdot \omega r^n$$

の摩擦がある。故に此の圓板面の全モーメント (片側で) は、但し f は一定と假定して

$$M = \int_0^a f \cdot \pi r \cdot dr \cdot \omega r^n r$$

$$= 2\pi f \omega^n \int_0^a r^{n+2} dr = \frac{2\pi f \omega^n}{n+3} a^{n+3} \dots (97)$$

又これに要する動力即ち單位時間の仕事量は

$$M\omega = \frac{2\pi f \omega^{n+1}}{n+3} a^{n+3} \dots (98)$$

若し $n=2$ ならば

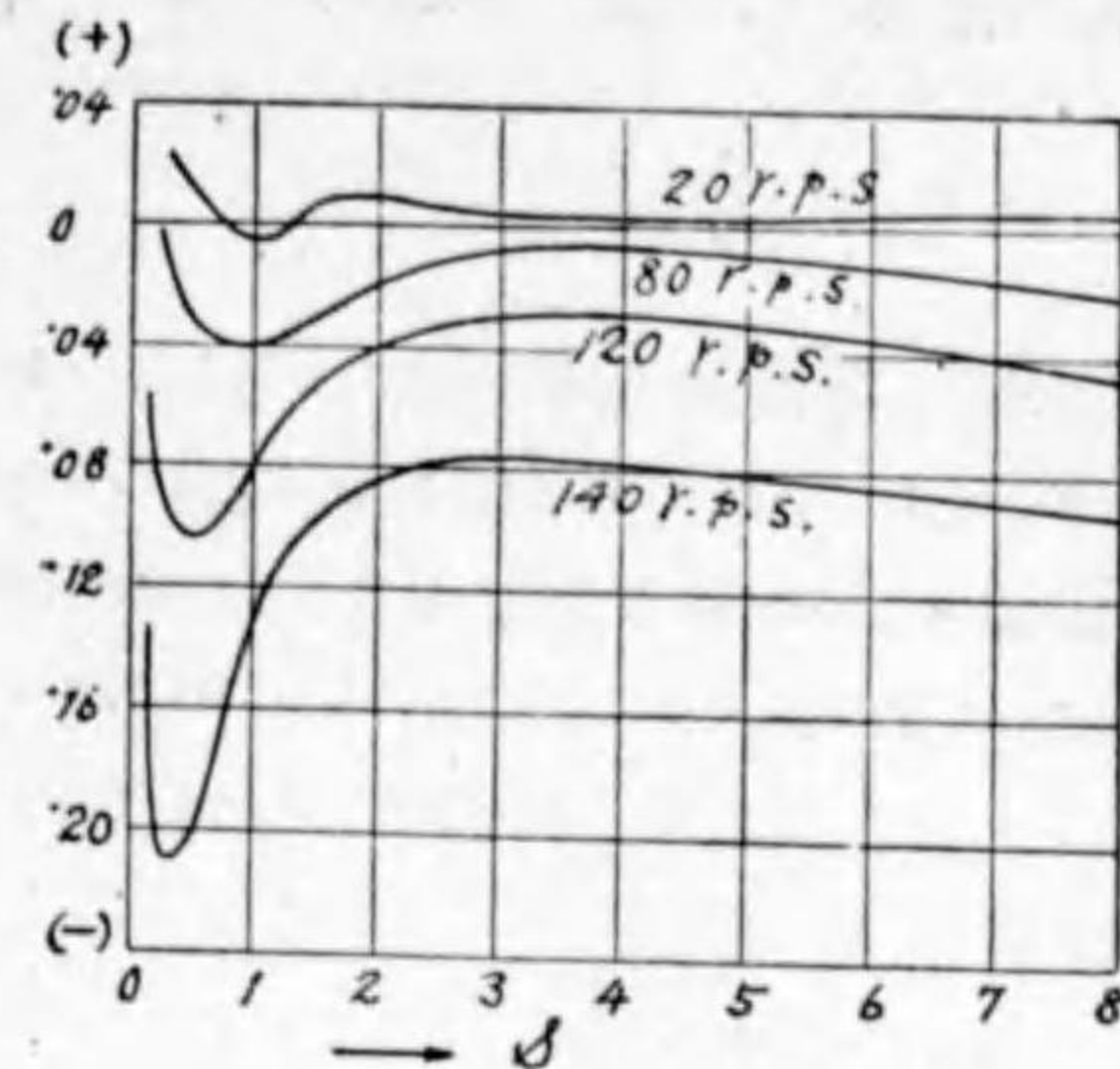
$$M = \frac{2\pi f \omega^2}{5} a^5, \quad M\omega = \frac{2\pi f \omega^3}{5} a^5 \dots (99)$$

である。一般に圓板の材料の強さによつて圓周速度 ωa が制限される。その許されたる圓周速度内で摩擦のための動力損失 $M\omega$ を出来るだけ小さくするには

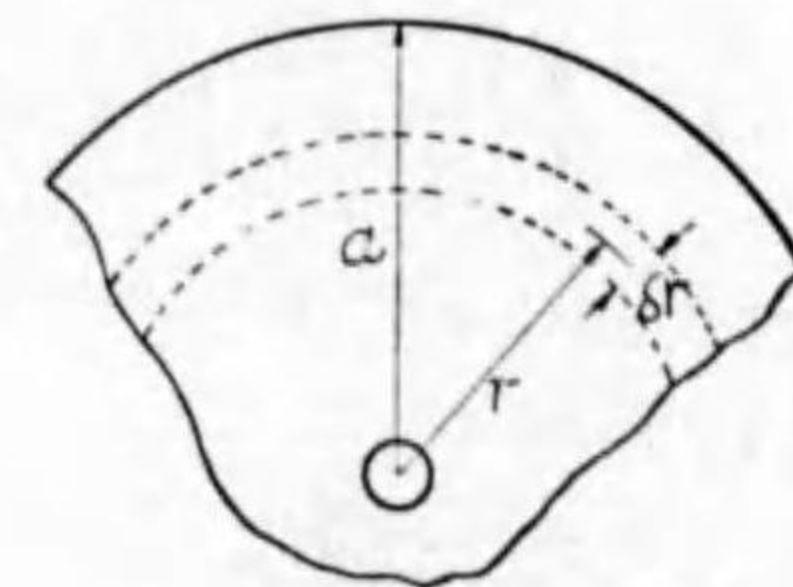
$$M\omega = \frac{2\pi f \omega a^3}{5} \dots (100)$$

によつて圓板の半徑 a を小さくすればよいことが分かる。これ水車ポンプ其他一般の廻轉式流體機械に於て設計上特に注意すべき事柄である。

大氣中の抵抗に對する所要馬力の減少率



第 93 圖



第 94 圖



圓管の摩擦係数 λ の公式、(前に得た公式)

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$$

は圓管の摩擦水頭を速度水頭の倍数で表はしてゐるので送水管の全損失水頭を計算するに當つては此形が最も都合がよい。即ち實驗的の公式である λ はレイノルツの数の函數であるから μ/ρ は勿論 v や d を含む公式で表はさるべきであるが水力學の發達の初期には極く簡単な形で表はされて居た。次ぎに最も主なもののみを擧げて見る。

ダルシー(1857)の公式。その當時フランスの有力なる技術家であつたダルシーは數多の實驗的研究の結果。

新しい鑄鐵管に對して

$$\lambda = \frac{1}{1000} \left(20 + \frac{1}{2d} \right), \text{ m, sec. にて} \dots\dots\dots (101)$$

古く且凹凸の出來た鑄鐵管に對して

$$\lambda = \frac{1}{1000} \left(40 + \frac{1}{d} \right), \text{ m, sec. にて} \dots\dots\dots (102)$$

即ち古い管は新しい管の2倍の損失があることとなる。此公式は今日でもまだ用ひられるが比較的細い管に適して居る。

ダルシーの λ の中に水速 v が入つてゐないのは管の場合水速は大體範圍が定まつてゐるから定數と見たのである。

ピール(1907)の公式 その時迄に發表されたる總ての實驗結果に就て公算的研究をした結果

$$h = \left(a + \frac{b}{\sqrt{d}} + \frac{c}{v\sqrt{d}} + \frac{\mu}{\rho} \right) \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots (103)$$

を得た。 a は定數、 b は面の粗度に関する數、 c は粘りに関する數。種々なる管種に就て b, c は定められたが一例として擧げれば新鑄鐵管に水を流す場合上の式(103)は

$$\lambda = \frac{1}{1000} \left(9.42 + \frac{5.65}{\sqrt{d}} + \frac{0.895}{v\sqrt{d}} \right), \text{ m, sec. にて} \dots\dots\dots (104)$$

ミーゼス(1914)の公式 レイノルツの比較法則が圓管の摩擦公式に就て成立するためには幾何的相似形が成立して居ることが必要である。面の凹凸の度と管の直径との比が等しければ



摩擦の程度が等しいと考へられる。その考へで行けば同じ種類の鑄鐵管であつても小さい管よりも大きい管の方が比較的滑かであると云ひ得る。よつてミーゼスは面の凹凸の度を k と表はして

$$\lambda = 0.0096 + 5.7 \sqrt{\frac{k}{d}} + 1.7 \sqrt{\frac{\nu}{vd}} \dots\dots\dots (105)$$

とした。これでは λ がレイノルツの数の函數でもある。次の表で k は cm 單位である。

第十八表

管の種類	10%
ガラス, 眞鍮, 鉛, 銅	0.2~1.0
ガス管(銲接鋼管)	20~50
鑄鐵管(新品)	100~200
同(使用品)	250~500
銲接鋼管	250~500

ミーゼスの表にはセメント管はガス管と同じ位にしてゐるが他の學者殊にピール氏タットン氏等はセメント管を鑄鐵管と同じにしてゐる。

木管の滑かに削つたものはガス管と同じく粗削りのは鑄鐵管の新品或はこれ以上である併し木管は數年使用するも摩擦係數變化せざるに對してセメント管は多少摩擦増し鐵管は何れも二倍位に増す。

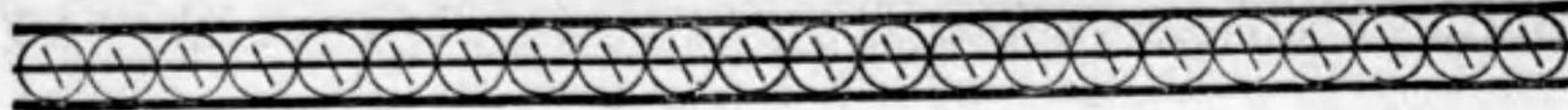
麻ホースは我國で一般に消防に用ふるものなるが古き鐵管に相當し内徑 65mm で $\lambda = 0.04$ 位である。ゴムホースはその $\frac{1}{3}$ 乃至 $\frac{1}{2}$ である。

例題1 内徑 15 cm にして長さ 300m の鐵管に水を 3m³/min 通すとき摩擦水頭は幾何なるか。但し $\lambda = 0.04$ ととれ。 答 32.7 m

例題2 ミーゼスの公式を用ひて内徑 10 cm の新鑄鐵管に攝氏 15°C の水を 1m/s の速さで通すときの λ の値を求めよ。 $k = 100 \times 10^6 \text{ cm}$ ととれ。

15°C にて $\nu = 0.0101$ 總て cm 單位

$$\therefore \lambda = 0.0096 + 5.7 \sqrt{\frac{100}{10^6} \frac{1}{10}} + 1.7 \sqrt{\frac{0.0101}{100 \times 10}}$$



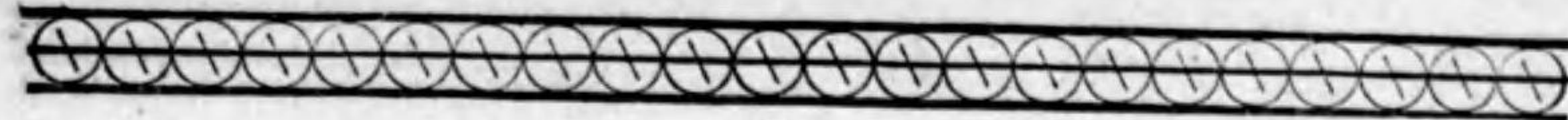
$$= 0.0096 + \frac{5.7}{1000} \sqrt{10} + \frac{1.7}{1000} \sqrt{10}$$

$$\text{水} \quad = 0.0096 + 0.0234 = 0.033$$

これに対して前に述べたダルシーの $\lambda = 0.025$, ポールカ $\lambda = 0.030$ である。

カ 斯の如く λ の値が公式によつて甚だしく異なるが一般には新しい公式程真に近い値を與へるものと見てよいのであらう。

心



第七章

管路に於ける摩擦以外の損失

水

管路とは管を數多繼いで出來た管の路のことである。その途中には次に述べる様な箇所があつて水頭の損失を生ずる。大別すれば、

カ

i 通路面積の變化する場所

ii 通路方向の變化する場所

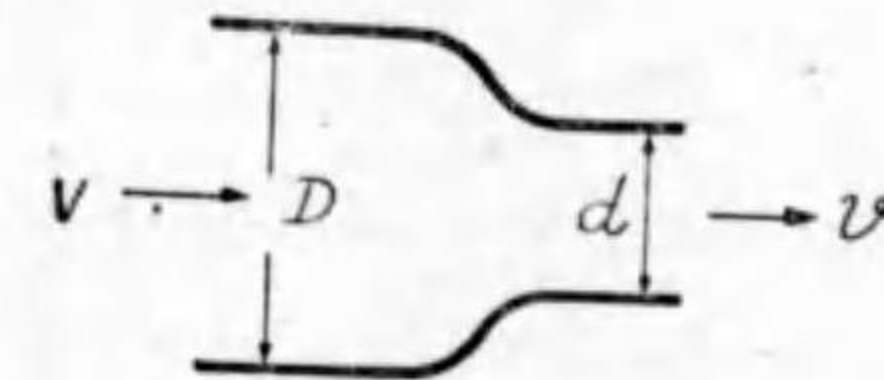
心

この前者は速度の大きさの變化後者は速度の方向の變化を生ずるのである。且つその各々に緩徐なる變化をするものと急激なる變化をするものとある。以下順次説明して見よう。

1 緩かに狭くなる場合。

その水頭損失を

$$h_1 = f_0 \frac{v^2}{2g}$$



第 95 圖

とする。但し v は細い所の流速である。

リヒター氏は第 95 圖に示す如き管の出口について實驗した。其中で流速が可なり大なる場合の結果から推定するに f_0 の値は次の様である。

$m = (d/D)^2 = .49$.36	.25	.16
$f_0 = .094$.083	.059	.040

フリーマンの消防用ノズル (第四章) では

$m = 0.09 \sim 0.20$ で平均の $C = 0.98$ 故に

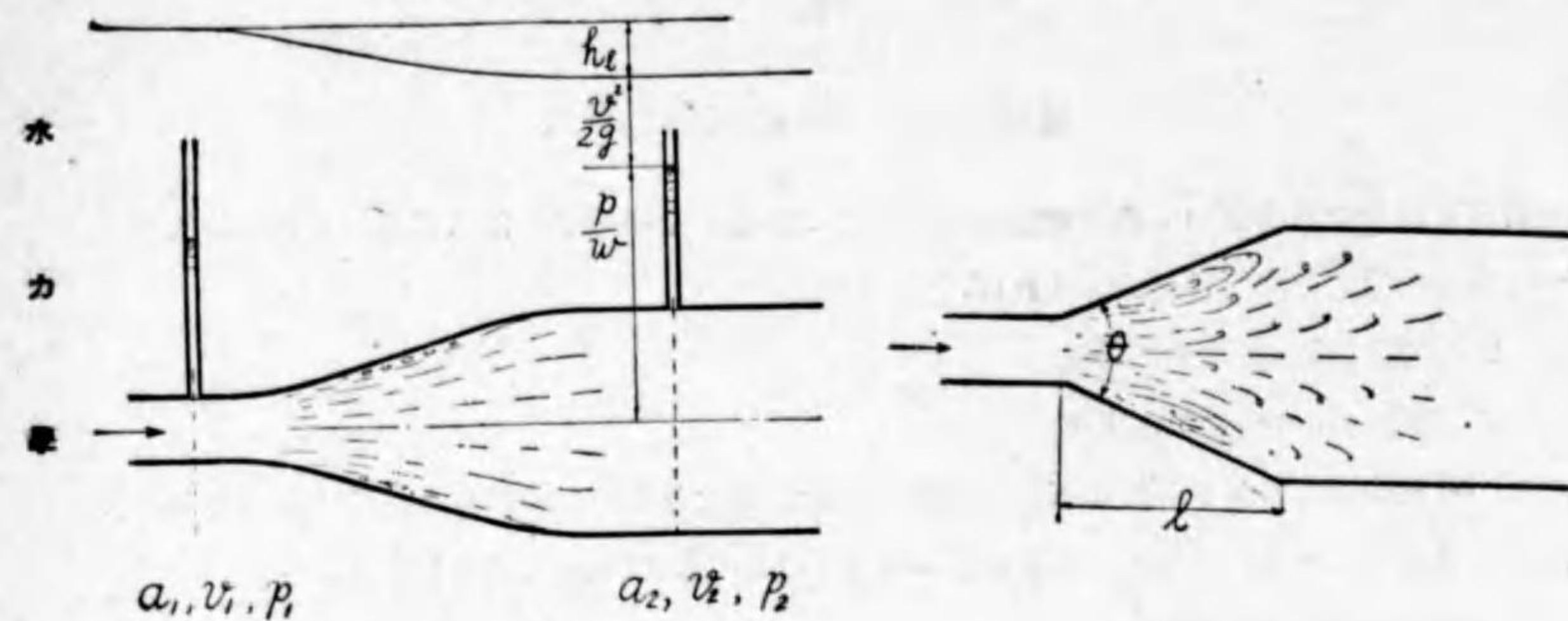
$$\text{抵抗係数 } f_0 = 1 - 0.98^2 = 0.04$$

兩者の結果は大體一致して居る様である。併此處に相違することは消防ノズルは長いから摩擦は大きいが壁によくついて行く、第 95 圖の様なのは出口に於て水流が收縮し過ぎて實際は $C < 1$ となりそれがため流量係数 C が小さくなるのではないか。

2 緩かに廣がる場合。

面積 a_1 から a_2 に廣がる時に生ずる損失水頭を h_1 とすれば管の中心が水平なる場合に、

$$\frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{w} + \frac{v_2^2}{2g} + h_1$$



第 96 圖

である。此損失水頭 h_e は管の廣がる角 θ によつて大に變はる。今兩面積 a_1, a_2 を與へて廣がる部の l を變へれば即ち圓錐角 θ が變はる。 θ 甚大なれば水流は壁面から離れて水流と壁面との間には渦を生じ又主流は太い方の管の中の速度小なる水に衝突して結局何れも損失となり熱に化する。次に θ が極く小なれば渦及衝突の損失は殆どなくなる併し面積 a_1, a_2 が與へられて θ の小さいときは長さ l が大きいので壁面の摩擦が増す。今(1)と(2)の間に入る損失水頭 h_e を

$$h_e = f_1 \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} \dots (106)$$

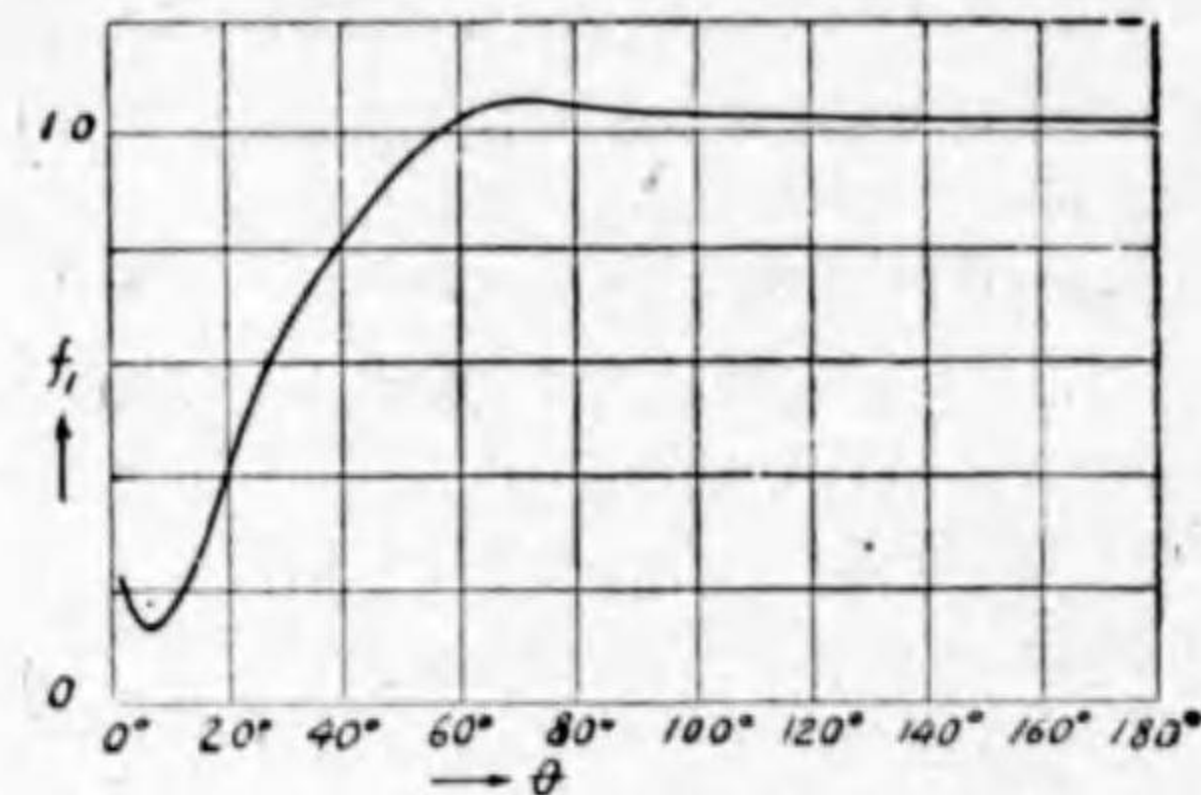
と表はすと第 98 圖に示す如く

f_1 は $\theta = 5^\circ 30'$ の附近で最小で約 $f_1 = 0.135$ である。 $\theta = 180^\circ$ になれば $f_1 = 1$ である。

此所に損失水頭 h_e を $(v_1 - v_2)^2/2g$ で表はしたのは高い速度 v_1 の水が低い速度 v_2 の水に衝突すると云ふ考へで、力學に於て速度の異なる二の物體が衝突する時に生ずる勢力の損失を表はすのと同じ形を用ひたものである。

緩かに廣がる管は水の高速度を僅少の損失を以て低速度に變へるのに用ひられるものであるこのときには廣がりの圓錐角 $\theta = 5^\circ 30'$ 即ち 6° 附近にとるとよい。ポンプの出口、水車の吸出管等はその最も重要な應用である。

第 97 圖



第 98 圖



3 急激に廣がる場合

前節の $\theta = 180^\circ$ の場合で $f_1 = 1$ である。これは正しく 1 と云ふのではなく實驗値で 1 に極近いと云ふのである。

$$h_e = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)^2$$

或は

$$h_e = f_1 \frac{v_1^2}{2g}$$

$$f_1 = \left(1 - \frac{a_1}{a_2}\right)^2 \dots (107)$$

即ち損失は面積比 a_2/a_1 の函數である。 a_2 が a_1 に比して非常に大きいとき即ち管から出た水が大きな水槽に突入する様な場合には

$$h_e = \frac{v_1^2}{2g} \dots (108)$$

即ち運動の勢力は全部損失となり熱と化する。

4 急激に狭くなる場合。

第 100 圖に示す如く急に狭くなる所に於ては水流が一度收縮して後再び太くなつて細い方の管に一杯になる。

水流の最小断面積を a_0 速度を v_0 とすると a_0 に到る迄は丁度縁の鋭い流れ口に起ると同じ位の損失があることは流出の運動勢力の .03~.04 である。これに反して a_0 から a_2 に廣がるには大體前節に述べた様な渦と衝突の損失が起る。これが此場合の損失の大部分を占める。

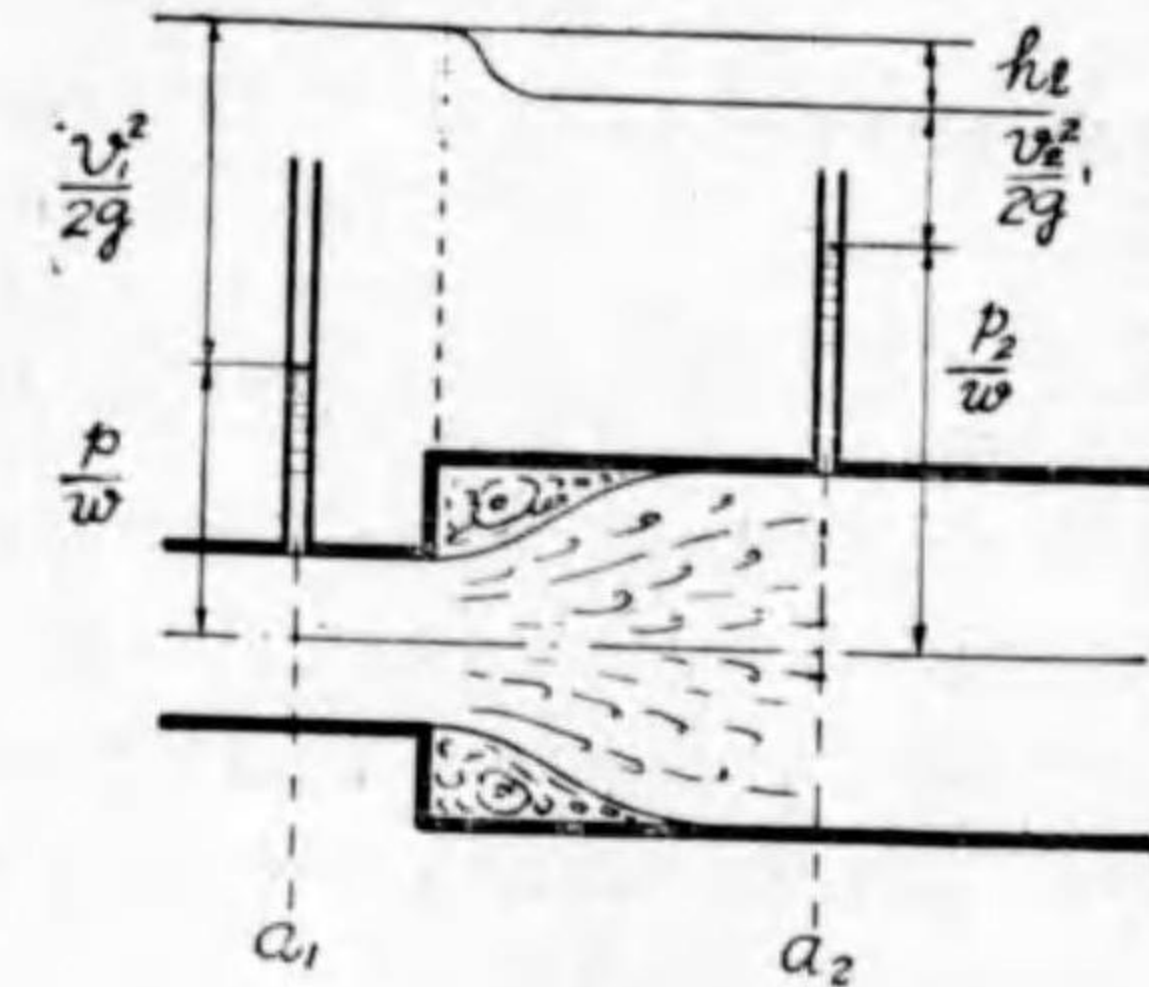
依つて便宜上全損失を

$$h_e = \frac{(v_0 - v_2)^2}{2g}$$

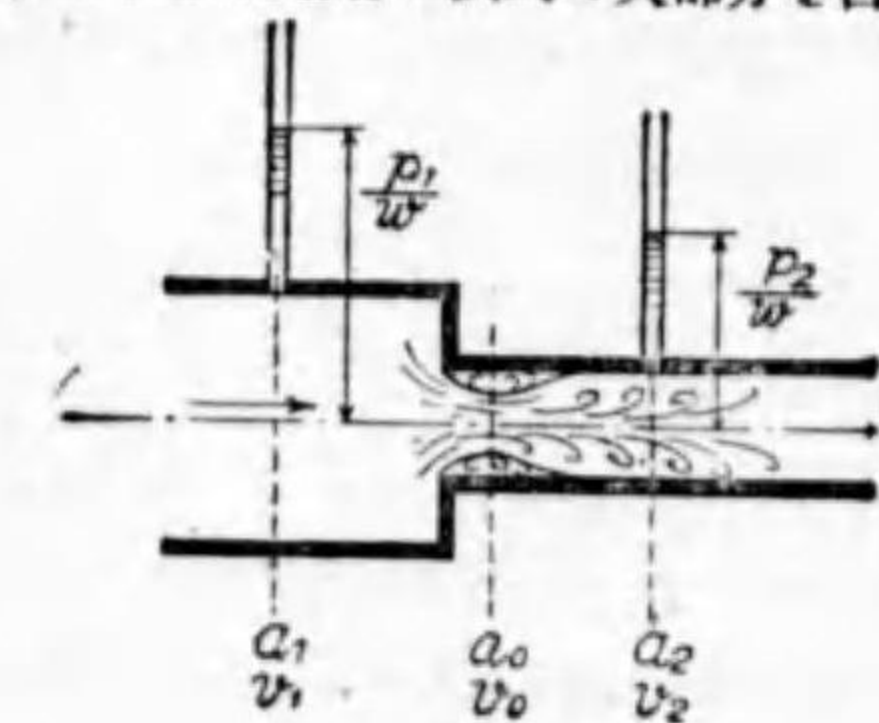
と表はし後に適當なる修正を施す。此處に

$$\text{流量 } Q = a_1 v_1 = a_0 v_0 = a_2 v_2$$

又 $a'/a_2 = \text{收縮係數 } c_c$ とする。依つて



第 99 圖



第 100 圖



$$h_1 = \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{v_0}{v_2} - 1 \right)^2 = \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{a_0}{a_2} - 1 \right)^2$$

亦
$$= \frac{v_2^2}{2g} \left(\frac{1}{c_c} - 1 \right)^2$$

カ
$$h_1 = f_3 \frac{v_2^2}{2g}, \quad f_3 = \left(\frac{1}{c_c} - 1 \right)^2 \dots\dots\dots (109)$$

と表はすことを得。

畢
$$f_3 = \frac{h_c}{v_2^2/2g}$$

によりて f_3 は実験結果から定められ (109) によつて収縮係数 c_c が定まる。此所に c_c は實際の収縮係数ではなくて f_3 に合せる如く修正されたる c_c である。

c_c の値は a_2/a_1 の函數である。 $a_2=a_1$ のときは $c_c=1$ 即ち $f_3=0$ 。 a_1 が a_2 に比して非常に大きいとき即ち水槽から圓管に入る所では実験により $f_3=0.48 \sim 0.50$ 。これを圓管入口の損失と云ひ管の流速を v とすれば

$$h_1 = 0.50 \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots (110)$$

と表はす。

又或實驗によれば a_1 の直徑 d_1 , a_2 の直徑 d_2 とし

d_1	d_2	a_2/a_1	f_3	c_c
15cm	7.5cm	0.25	0.461	0.595
15cm	10cm	0.44	0.198	0.692

を得た。これで大略 c_c と a_2/a_1 の數係が知れる。

フリーマンの實驗によれば

$\frac{d_2^2}{d_1^2}$.1	.3	.5	.7	.9	1.0
f_3	.469	.387	.298	.212	.079	0

二の表の示す値が一致しないのは c_c は面積比 a_2/a_1 のみならず管の寸法によつても多少變はるからである。



5 管の中に孔を穿つた隔板を置いた場合。

隔板に穿つた孔を通し流れ出た水流は一度収縮して面積 a_0 、速度 v_0 となりその後再び管一杯に廣がる。前節と同様に取扱つてこの隔板を挿入したために特に起る此の損失を h_1 とすれば

$$h_1 = \frac{(v_0 - v)^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{v_0}{v} - 1 \right)^2$$

流量 $Q = av = a_0 v_0$

孔と管との面積比 $a_0/a = m$

水流収縮係数 $a_0/a_1 = c_c$

とすれば

$$h_1 = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{c_c m} - 1 \right)^2$$

或は

$$h_1 = f_4 \frac{v^2}{2g}, \quad f_4 = \left(\frac{1}{c_c m} - 1 \right)^2 \dots\dots\dots (111)$$

ワイスバツハの實驗によれば孔が圓管に對して同心圓であり孔の縁が鋭い場合に

$m = \frac{a_2}{a}$.1	.3	.5	.7	.9	1.0
f_4	226	17.5	3.75	.797	.06	0
c_c	.624	.643	.681	.755	.892	1.00

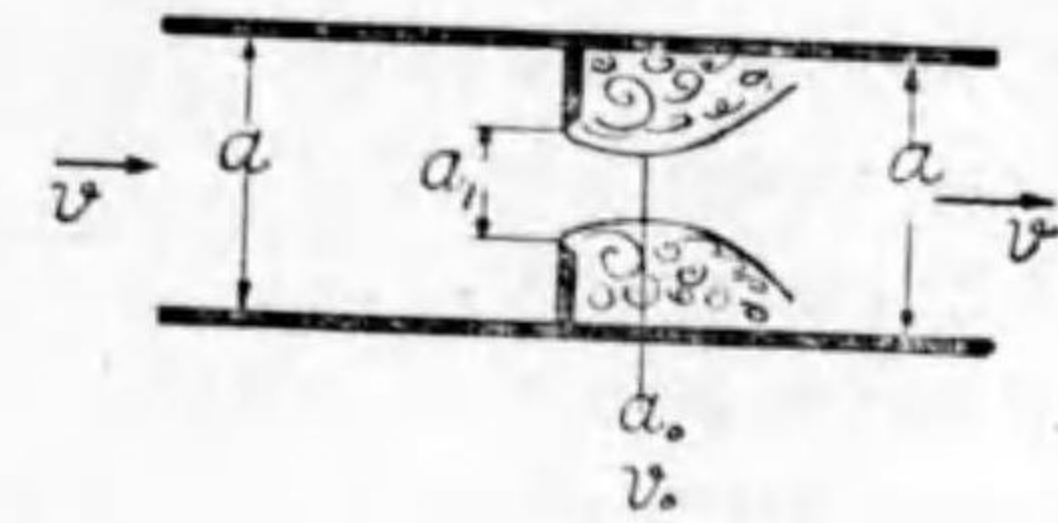
(111) からして流量公式を作ることを得即ち

$$Q = av = \frac{a}{\frac{1}{c_c m} - 1} \sqrt{2gh_1}$$

或は

$$Q = a_1 \frac{c_c}{1 - c_c m} \sqrt{2gh_1} \dots\dots\dots (112)$$

此所に a_1 は孔の面積である。故に収縮係数 c_c と m との關係、 h_1 の計り方等が明にされれば



第 101 圖

流量が算出されるのである。此の事については後章に説明する。

上に述べたワイスバツハの實驗結果及び係数は今日の委しい研究結果と大差ない。ワイスバツハは今から約 80 年程前の人であるが其卓見と手腕とは誠に驚嘆に値する。

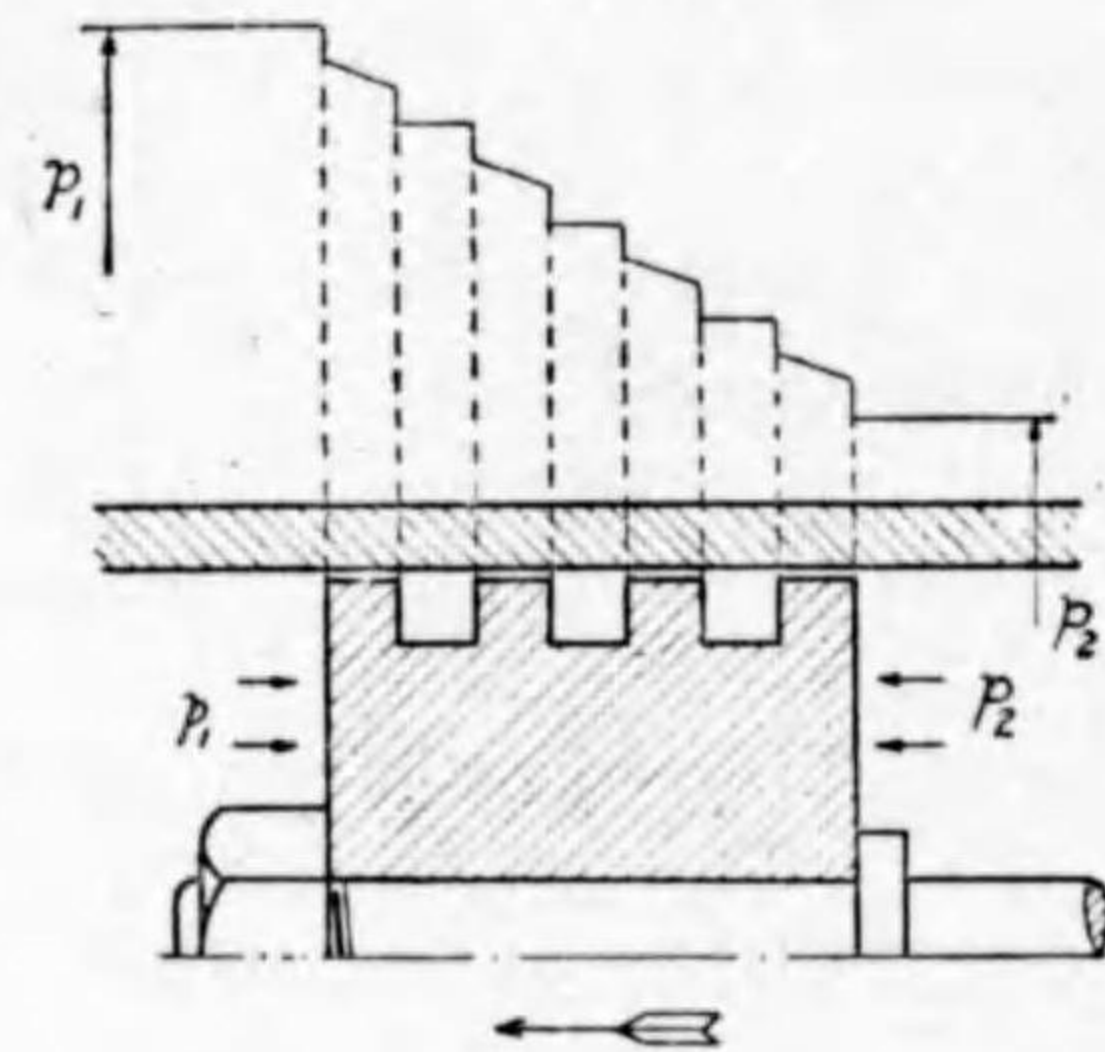
6 ラビリンス バツキング。

以上述べた様な面積の急變による水頭損失を有効に利用したものがある。

第 102 圖はポンプのピストンに數多の溝を設けて填めものなしでも漏水を止め得るものを示す。今ピストンが左の方に進むときは壓力は左の方が高い。

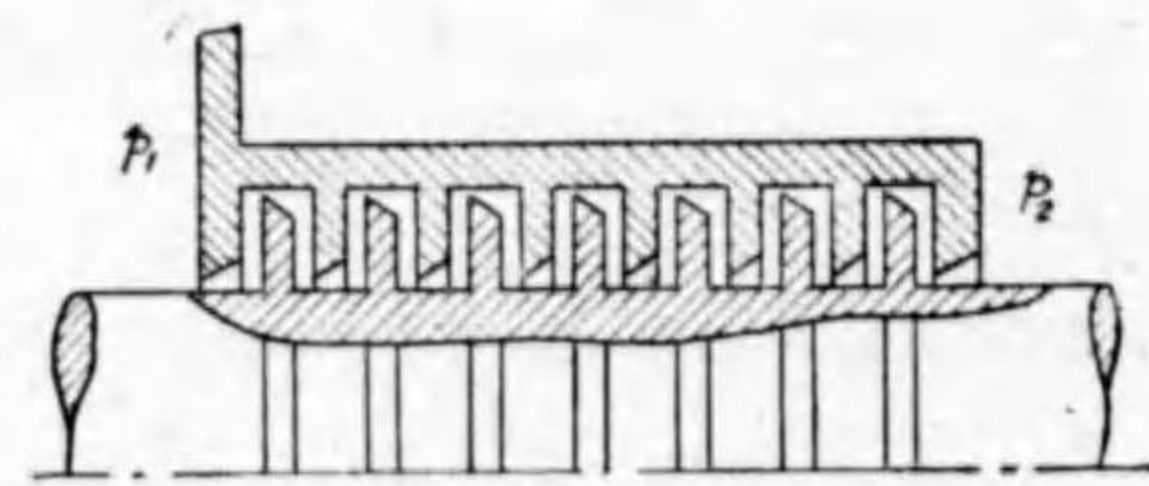
故にピストンと圓筒壁との間を漏水は右の方へ進む。薄い隙間を進むときは粘りの抵抗のために壓力が落ちる。

溝の所へ來ると急に通路が廣がるので急に壓力が落ちる。薄い隙間に入るときに急に狭まるので復少し壓力が下がる。結局右側に出たときに右側の壓力 p_2 になる。斯くの如く全然通らないのではないが非常に抵抗が大きいから通る量が極く少ないのである。油のポンプの場合には尙更都合がよい。



第 102 圖

次に第 103 圖には蒸氣タービンの軸が外匣から外へ出る所に用ひられるラビリンスバツキングの断面を示す。高熱で軸が損傷するので普通の填めもの即ちパッキングが用ひられない。そこで圖に示した様に軸と外匣とは接觸させず唯非常に狭い間隙から廣い間隙に出る時に壓力が落ちるのを利用して結局漏出する蒸氣の量を極く少なくすることが出来るのである。



第 103 圖

7 弁及びコック類。

弁やコックも大體は通路面積の急變を起すことによつて流水の抵抗を増して流量を變へるものである。

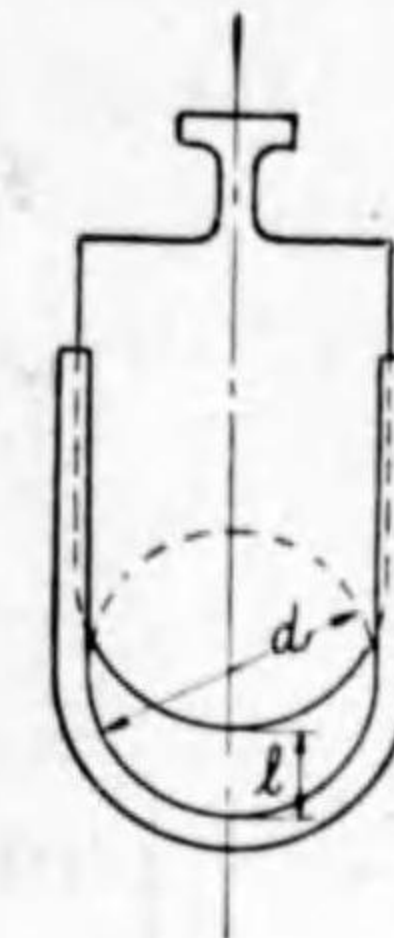
スルースバルブ即ち仕切弁は第 104 圖に示す如く管の直徑 d に對して l 丈開いて居るとき水

流通路が急變するため

$$h_l = f_s \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (113)$$

て表はす様な水頭損失を起す。 v は管の中の平均水速である。 f_s は抵抗係數で l/d の函數である。ワイスバツハが第 104 圖に示す如き簡単な装置で實驗した結果は

$\frac{l}{d}$	1/8	1/4	3/8	1/2	5/8	3/4	7/8	1
f_s	97.8	17.0	5.52	2.06	0.81	0.26	0.07	0



第 104 圖

Wisconsin 大學で普通市場にある仕切弁、第 105 圖を試驗した結果は次の通りである。

第十九表 仕切弁の抵抗係數 f_s の値

弁の呼稱直徑 inch.	開 きの 度 l/d					
	1/8	1/4	3/8	1/2	3/4	1
4	67.2	13.0	4.62	1.93	0.412	0.164
6	87.3	17.1	6.12	2.64	0.522	0.145
8	66.0	13.5	4.92	2.19	0.464	0.103
12	96.2	17.4	5.61	2.29	0.414	0.047

弁座孔の直徑 d 及び接續管直徑 k と弁の呼稱直徑との差は共に 2mm. を越えず。

大體に於てワイスバツハの表と大差ないが満開のときに尙抵抗が消えないのは實際の弁にあつては弁座が多小凹凸してゐるからである。

グローブバルブ即ち球形弁。第 106 圖に於て弁座孔の直徑 d に對して弁が l 開く時式 (113) で抵抗係數を表はす。

1 吋球形弁の f_s の値

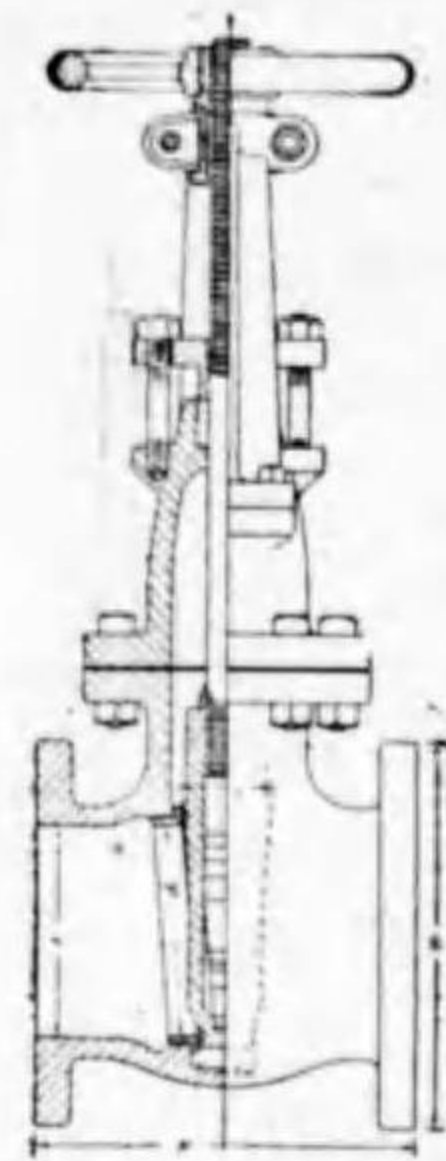
$$d = \text{弁座孔直徑} = 25.5\text{mm} \quad l = \text{弁の上り mm.}$$

$\frac{l}{d}$	1/4	1/2	3/4	1
f_s	16.3	10.3	7.68	6.09

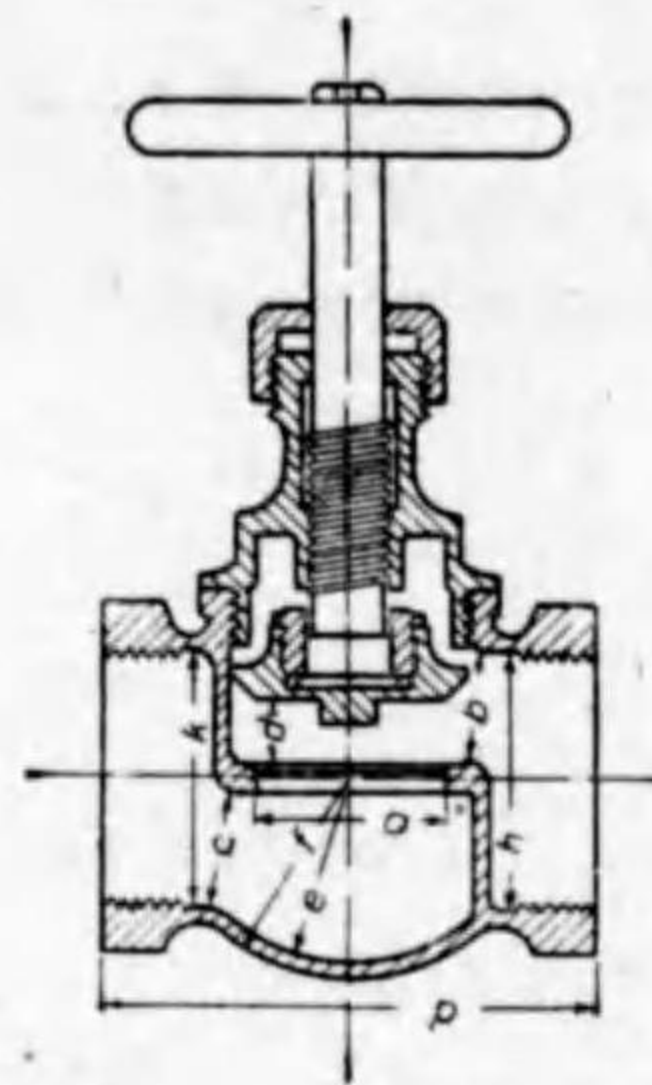
(此試驗は早稲田大學水力實驗室で白川稔氏が行つたものの内の一部である)



水
力
學



第 105 圖



第 106 圖

球形弁は満開と云つても大抵 $l < d$ であつて面積のみならず方向が急變するのであるから満開のときにも抵抗係数 f_0 が仲々大きい。即ち此場合の f_0 は次に示す様なものである。

第二十表 球形弁の抵抗係数 f_0

弁の呼稱直徑 inch.	弁座孔直徑 mm.	ウイスコンシン大學實驗	早稻田大學實驗
1/2	12.7	12.6~14.6	—
3/4	19.0	6.19~6.76	—
1	25.4	5.99~6.17	8.6
	22.0	—	15.0
	19.5	—	15.9
2	51.0	—	8.8~5.8
	50.8	6.21~8.45	6.8
	38.0	—	16.5

呼稱直徑は同じでも構造によつて大に抵抗が異なることが分かる。

止め弁として完全なる動きをするものは仕切弁と球形弁とである。仕切弁は満開のときに抵



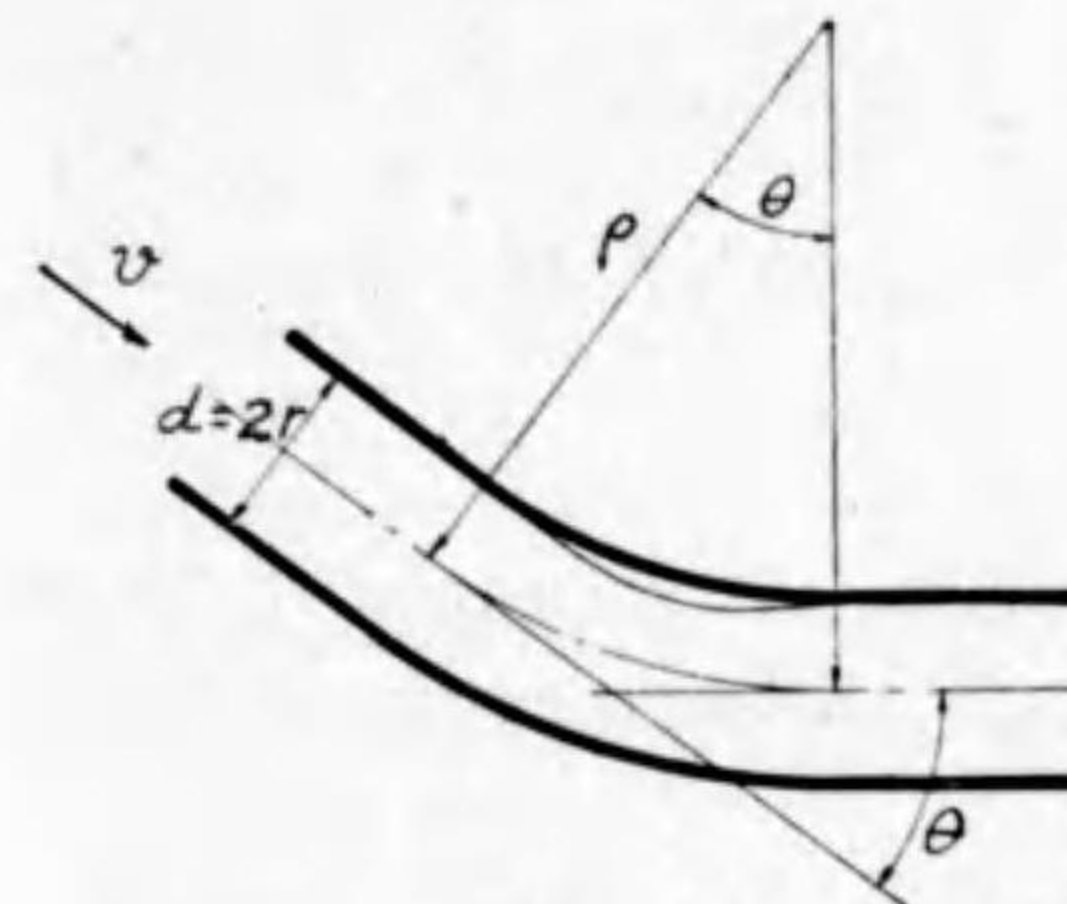
抗係数殆ど零で此處では理想的弁であるがこれを高温度の蒸気に用ふると長く縮めて置いた後には座口密着して容易に開き難い。

球形弁はこの恐れがないので高温度の蒸気に用ひられる。

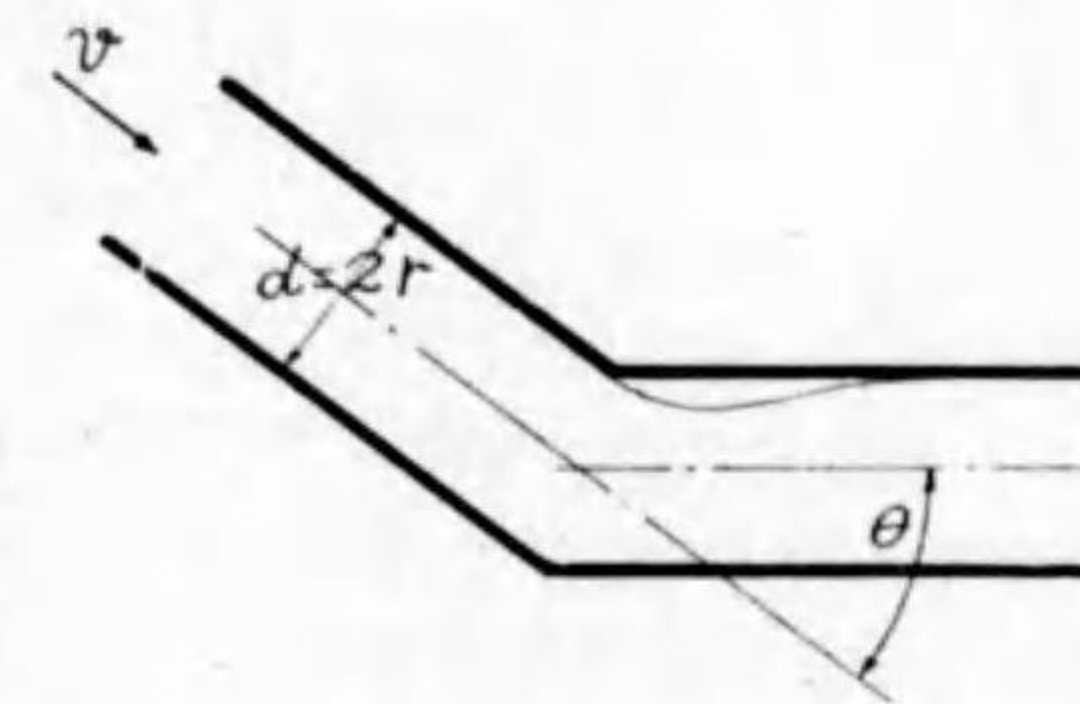
コックは止め弁であり又満開のときに抵抗が極く少ない。蝶形弁 (バタフライバルブ) は單に流量の調節用に適して居る。

8 方向の變化によるもの。

水
力
學

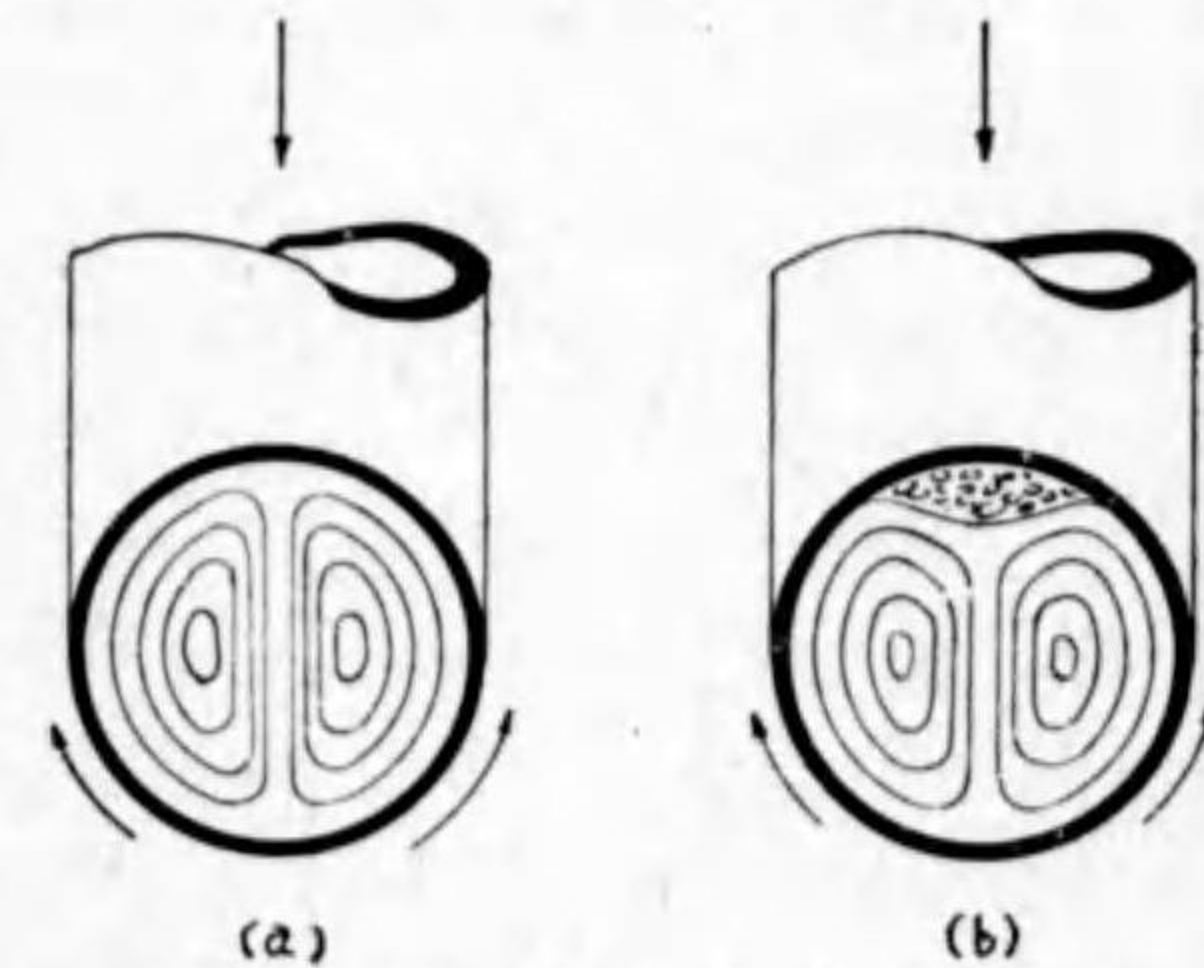


第 107 圖 曲管



第 108 圖

曲管 (ベンド) は緩かに方向を變じ肘管 (エルボー) は急激に方向を變へるものである。固体の運動の様急激に方向を變へるためにその方の分速度による運動勢力を失ふと云ふ様な事は流体にはない。第 107 圖及第 108 圖に示してある様に方向を變へると一度流水が細くなつて後に再び廣がりそこに衝突や渦が起つて水頭損失が生ずるのである。併し乍ら速度の低い間は水流の收縮が起らない。何れにしても水流は壁面の摩擦のため中央部は速度大きくて勢よく突進むので曲つた後に於ては第 109 圖 (a), (b) に示す如く對流が起る。(a) は流速の低い場合。(b) は流速の高き場合を示す。(a) の場合は即ち流線運動の場合であるが此の對流あるために直管の流線運動よりは水頭損失が多小大



(a)

(b)

第 109 圖

水流收縮なき場合

水流收縮ある場合



い°
 曲管の水頭の損失 ワイスバツハは実験の結果から次の如き公式を得た。曲管部の水頭損失
 水 h_1 は

$$h_1 = \left[0.131 + 1.847 \left(\frac{r}{\rho} \right)^{\frac{7}{2}} \right] \frac{\theta}{180} \frac{v^2}{2g}$$

$$= f_0 \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (114)$$

θ = 角度, $2r$ = 管の直径, ρ = 曲半径, v = 管の中の流速 = $Q/\pi r^2$

此公式によれば $\theta = 90^\circ$ で $\rho/r = 2$ なるとき $f_0 = 0.147$ 即ち損失水頭は速度水頭の約 $1/7$ に過ぎない。

それから曲半径が大きくなるに従つて $f_0 = 0.065$ に近づく。
 併し其後の研究によれば曲管の抵抗係数は可なり複雑なものであることが分かつた。多くの
 人々の研究の中でバルチ氏は内径平均 77mm の鉄管を種々なる曲半径で 90° 丈曲げたものゝ
 流水抵抗を計つた。曲管部の抵抗を

第二十一表 バルチ氏曲管抵抗係数, $d=77\text{mm}$ $\theta=90^\circ$

$\frac{\rho}{d}$	管内平均水速 ft/sec.			
	4	6	8	10
19.93	.0405	.0420	.0415	.0421
14.91	.049	.0518	.0516	.0527
9.96	.0527	.0522	.0507	.0501
6.98	.044	.0461	.0454	.045
4.03	.0615	.0642	.0643	.065
3.11	.0611	.0651	.067	.0678
2.0	.1455	.147	.1435	.143
1.87	.1910	.188	.179	.175
1.08	.379	.365	.346	.335
0.725	.955	.942	.902	.887



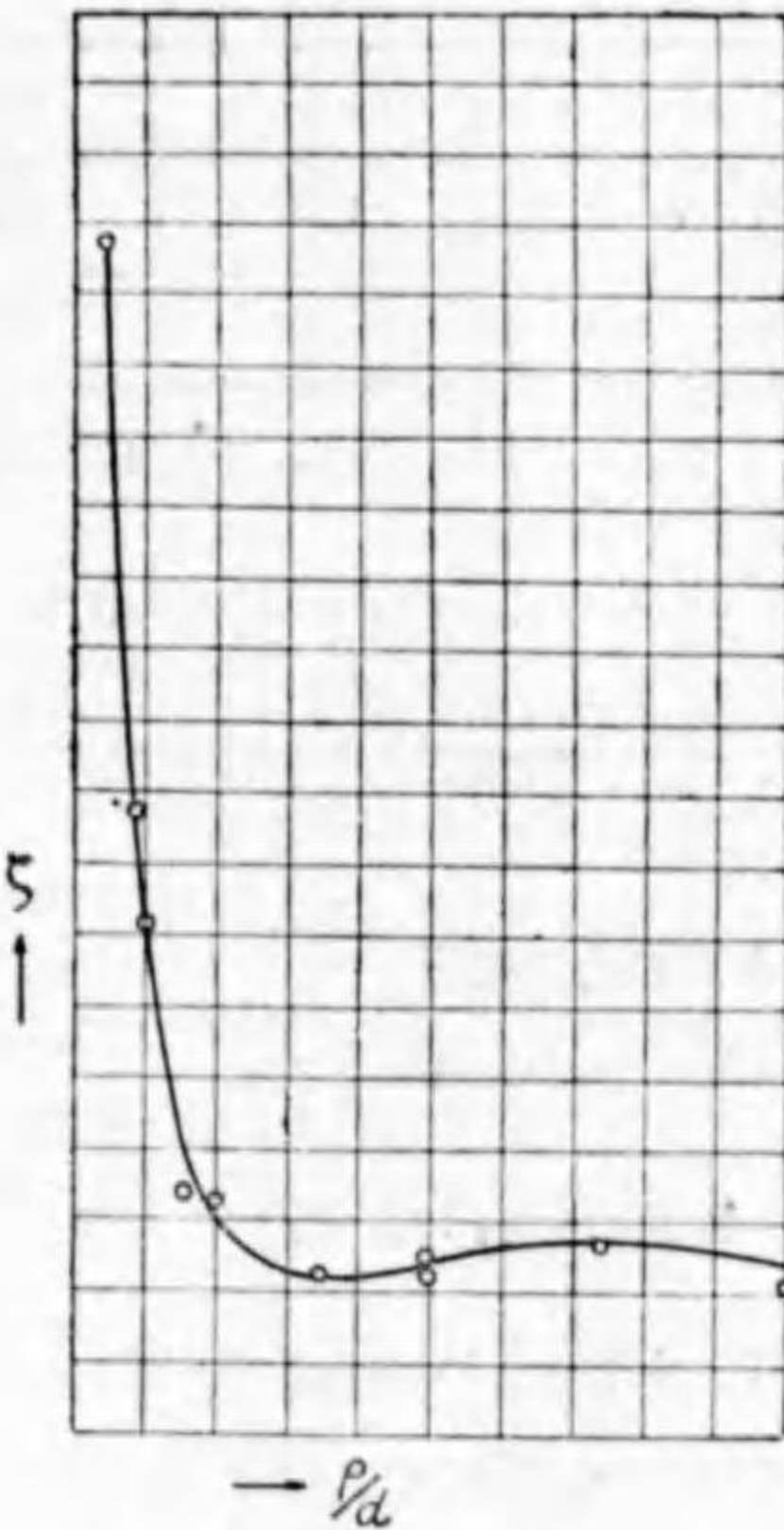
$$h_1 = \zeta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad \text{即ち} \quad f_0 = \zeta \frac{l}{d} \dots \dots \dots (115)$$

と云ふ形で表はした。 l = 曲管の部の長さ = $\rho\theta = \rho\pi/2$, d = 管の内徑

これを曲線に表はすと ρ/d の關係は第.110 圖
 の如くなる。此曲線が右の方に延びると結局は
 直管の摩擦係数 λ の高さに落付くのである。バル
 チの場合同直径に於て $\lambda = 0.027$ である。即ち
 $\zeta - \lambda$ は同じ長さの直管の摩擦抵抗を差引いた即
 ち純粹に曲りのための抵抗の係数である。式(115)
 に於て $l = \rho\theta$ 故に

$$f_0 = \zeta \frac{\rho}{d} \theta, \quad \theta = \text{ラジアン}$$

即ち $f_0 = (\rho/r \text{ の函数}) \times \theta$ の形である。形に
 於て式(114)の f_0 と同じ様でも内容は異なり第
 一にバルチ氏の實驗による f_0 の方が大きな値で
 あること、第二にバルチ氏實驗では $\rho/d = 5$ の附
 近で ζ の値が一度最小値になることである。この
 事實はバルチ氏以前の研究者によつても發見され
 又其後の委しい實驗でも明かに現はれてゐる。 ζ
 の最小値に對する ρ/d の値は種々でリヒター氏の
 40mm 管の實驗では $\rho/r = 5$ 位の所にある。



第 110 圖

曲管の特殊なる場合として螺旋管がある。是の面白い事はコイルの半径を ρ とし管の直径 $d = 2r$ とするとき ρ/r が小さい程管の中の流れが安定で流線運動から混亂運動に移る點が高くなり、臨界レイノルツ數 $R_c = 10000$ にも達する。直管の場合は $R_c = 2000$ の附近なる事は既に述べた。混亂流動に於ての螺旋管内の流水抵抗は同じ ρ/r を有する曲管に比して稍大きい様であるが大體大差ないものとしてよい。これに就ては富田久三郎氏の丁寧な實驗(機械學會誌第180號)がある。氏の研究によればコイルの同じ直径に對してゴツチが増す程抵抗が減する。

肘管即ちエルボの抵抗は曲管より稍大きい。ワイスバツハ氏は屈折角 θ に對して

$$h_0 = f_1 \frac{v^2}{2g}$$



$$f_f = 0.946 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 2.05 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

水と云ふ実験式を得た。これが此項の^{*}実験とも大體合ふ。

ギブソンは幅1吋、高さ0.5吋の矩形断面の肘管で実験した所次の様な値を得た。

カ

第二十二表 肘管の f_f の値

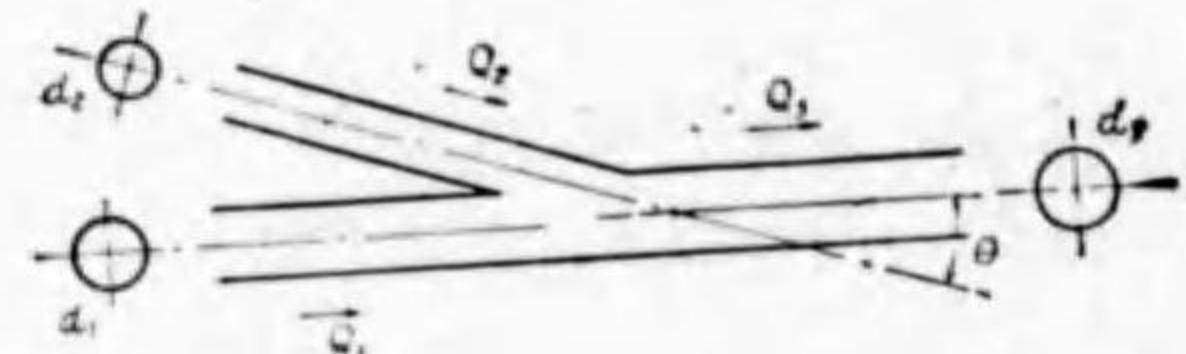
θ	90°	60°	45°	30°	15°
ギブソン 實 驗	1.20	.492	.263	.111	.024
式 (116)	.99	.365	.183	.073	.022

畢

ブライトモア氏は直徑3吋及4吋の直角肘管で水速 5~10ft/s で実験した所

$$f_f = 1.14 \sim 1.26, \quad \text{平均} = 1.18$$

を得た。曲管の抵抵に比すれば餘程大きい。



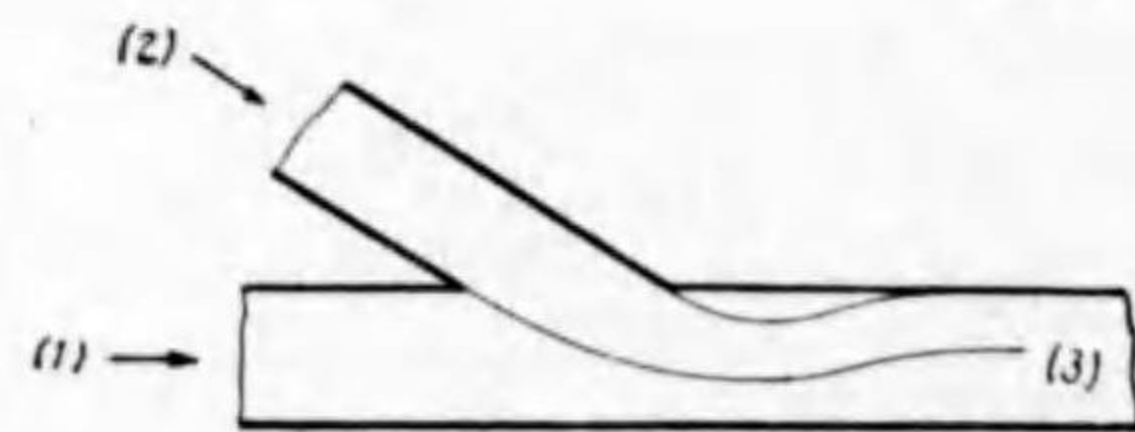
第 1 1 1 圖

9 合流管及分岐管。

第111圖には合流管を示す。

$$\text{流量は } Q_1 + Q_2 = Q_3$$

圖の様に本管が(1)から(3)へ直に流れてゐる所へ支管(2)が流入すると互に邪魔され夫々相當の水頭損失を生ずる。此の損失は夫々の管の太さ、流量、衝突角によつて變はるので非常に面倒な性質を有して居る。それで今日迄決定的解決が與へられて居ないが九州大學の葛西氏の實驗(第111圖に示



第 1 1 2 圖

すもの)結果は其一部を纏めたものである(機械學會誌第157號)。總て此所には直管の摩擦を差引き純粹に衝突のみによる損失を式に表はすとす。 (1) 管の斷面積 a_1 , 同 (2) 管は a_2 , $a_1/a_2 = d_1^2/d_2^2 =$ 面積比 m , 流量比 $Q_1/Q_2 = n$ とせば衝突のための全損失勢力 E は

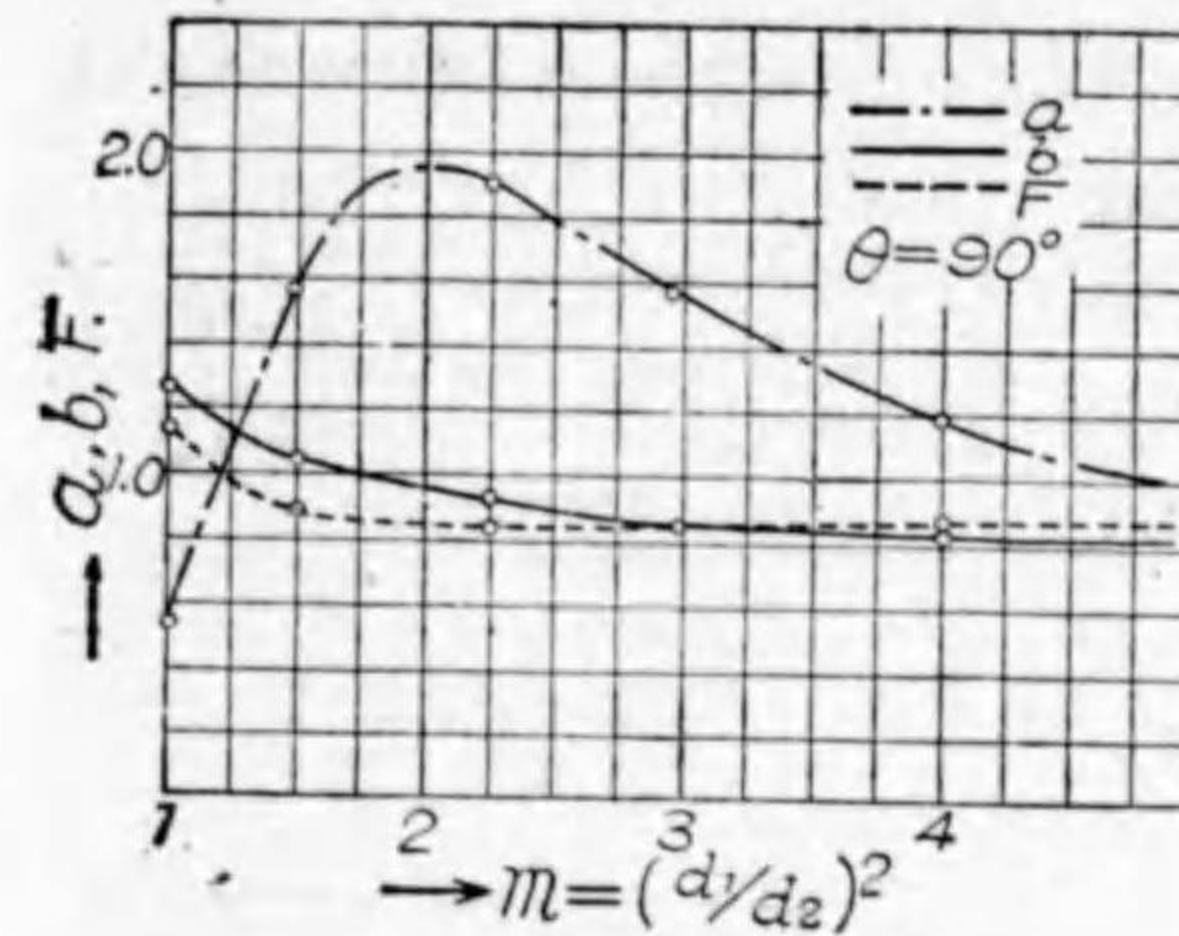
$$E = \left[a \left(\frac{n}{m} \right)^2 + b \right] \frac{v_1^2}{2g} (Q_1^{\frac{1}{m}} + Q_2) \dots \dots \dots (117)$$



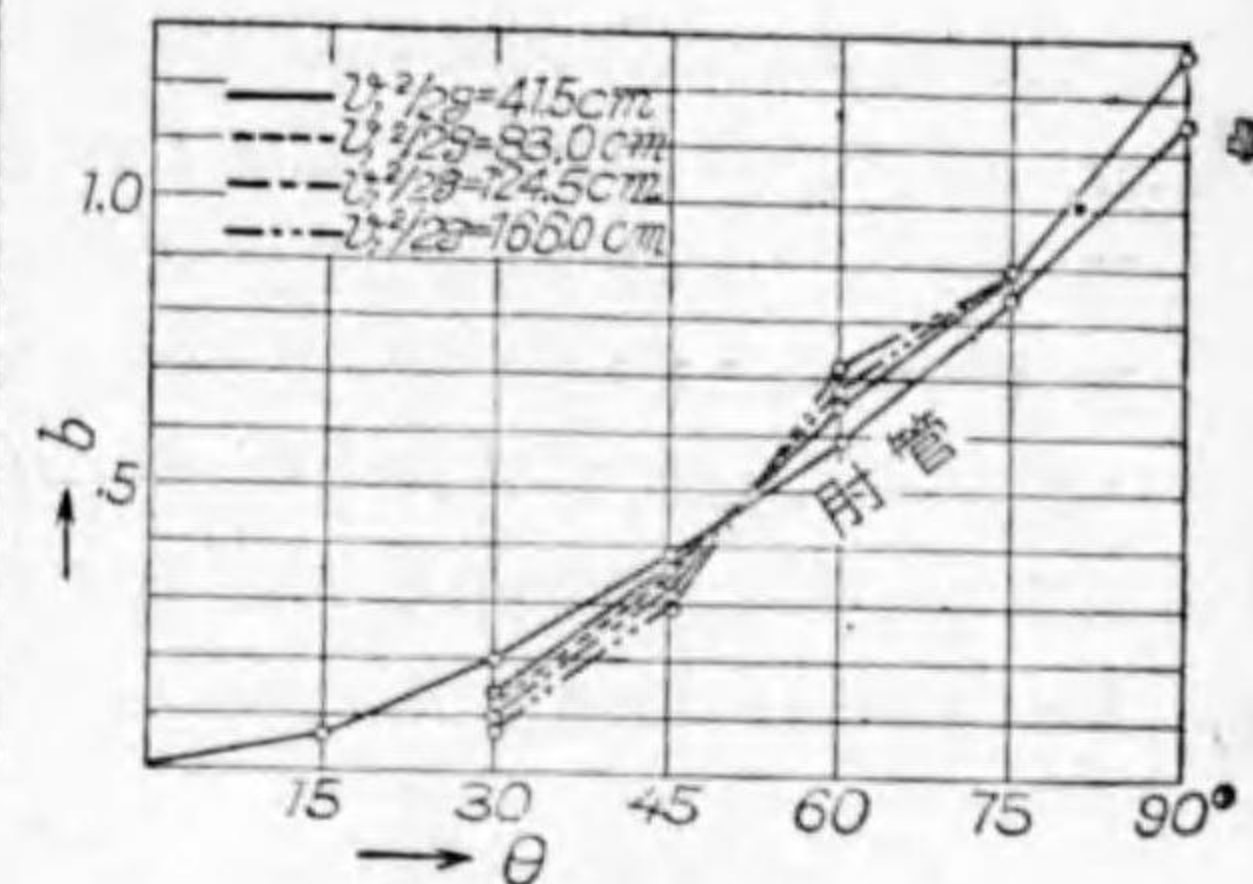
である。葛西氏の研究は $d_1 = 25 \sim 36 \text{mm}$, $d_2 = 15 \sim 30 \text{mm}$, 即ち $m = a_1/a_2 = 1/1 \sim 4/1$, $\theta = 90^\circ \sim 15^\circ$ である。

第113圖には其中の $\theta = 90^\circ$ の場合の a, b の實驗値を $m = 1 \rightarrow 4$ に對して示す。又 $d_1 = d_2$ 水 = 25mm 即ち $m = 1$ の場合に種々なる θ に對する b の値は第114圖に、 v の値は第23表に示す v は cm/sec. E は cm, rg 重量, Q は cm^3/sec . である。

カ



第 1 1 3 圖



第 1 1 4 圖

第二十三表

θ	90°	75°	60°	45°	30°
a	0.542	0.723	0.482	0.482	$0.964 - 50 \frac{2g}{v_1^2}$

第113圖に F とあるは第111圖の(1)管を途中で閉ちて盲管とした場合の(2)管の損失水頭係数を示す。葛西氏は斯の如き装置を以て得たる實驗結果から(2)管の損失水頭

$$\left[\left(\frac{m-1}{m} \right)^2 + \frac{0.000930}{m} \theta^{1.58} \right] \frac{v_2^2}{2g} = F \frac{v_2^2}{2g} \dots \dots \dots (117)$$

を得た。 θ は角度, 即ち $\theta = 90^\circ$ のときは

$$F = \left(\frac{m-1}{m} \right)^2 + \frac{1.1379}{m}$$

第114圖にエルボーとしたのも亦式(117)による F の値で $m = 1$ であるから

$$F = 0.000930 \theta^{1.58} \quad \theta = \text{角度} \dots \dots \dots (118)$$

を圖示してある。

葛角氏の云ふ如く式(118)は肘管即ちエルボの水頭損失を表はすものと見てよい。

これ等の諸公式の計算例は次の章に示す。

分岐管に關しては資料が無い。T字管に關しては合流、分岐の場合が以前に竹村勘吾博士によつてなされたものがある。(工業雜誌大正六年七月)

10 管路出口の損失。

管路の終端出口に於ては出口を通る時の抵抗のために失はれる勢力と口の外に持去られる勢力とを分けて考へなければならぬ。而して此前者は熱となつて全く失はれるものであるが後者は更に有益に利用されることもあり或は全然放棄されて仕舞ふ場合もある。即ち二の場合がある。今一例として第115圖について説明するに管中の平均速度 v 、壓力 p とし、噴出水の平均速度 v_1 、壓力 p_1 とすれば



第 115 圖

場合 i 出口通過の際の水頭損失 $\zeta \frac{v_1^2}{2g}$

有益に利用され得る水頭 $\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{w}$

場合 ii 出口通過の際の水頭損失 $\zeta \frac{v_1^2}{2g}$

噴出後放棄される水頭 $\frac{v_1^2}{2g}$

保留される水頭 $\frac{p_1}{w}$

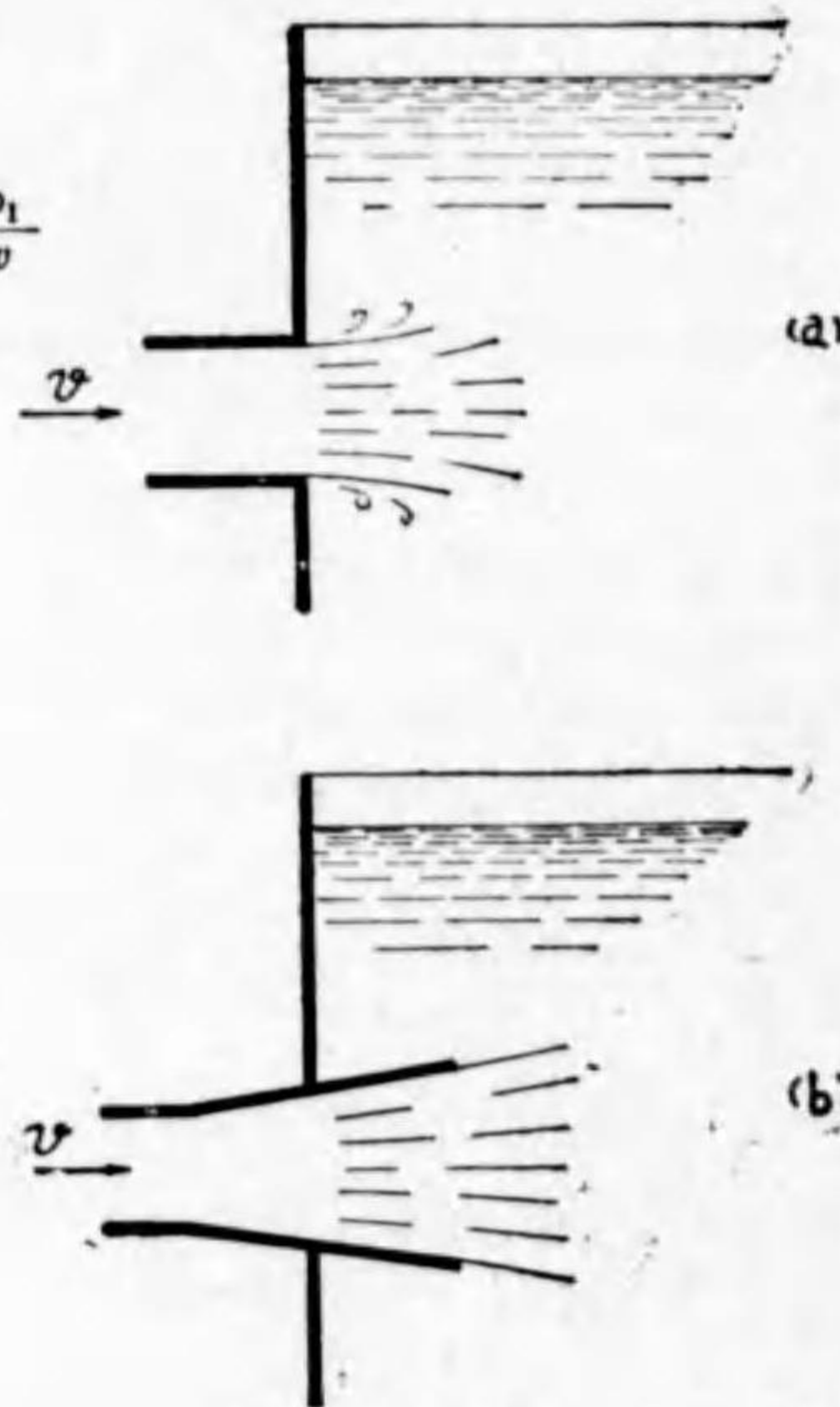
何れの場合も水頭の方程式は

$$\frac{p}{w} + \frac{v^2}{2g} = \frac{p_1}{w} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g}$$

管路出口の損失と稱する

ものは此所では

$$h_l = f_s \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(119)$$



第 116 圖

とし 場合 i では

$$h_l = \zeta \frac{v_1^2}{2g} = \zeta \frac{v_1^2}{v^2} \frac{v^2}{2g}$$

$$\therefore f_s = \zeta \frac{v_1^2}{v^2}$$

場合 ii では

$$h_l = \frac{v^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g} = (1 + \zeta) \frac{v_1^2}{2g} = (1 + \zeta) \frac{v_1^2}{v^2} \frac{v^2}{2g}$$

$$\therefore f_s = (1 + \zeta) \frac{v_1^2}{v^2}$$

管の出口に弁があるときにはこの ζ が非常に大きいのである。

第 116 圖 (a) では

$$f_s = 1 \quad \therefore h_l = \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(120)$$

第 116 圖 (b) では廣がる管で速度勢力を幾分回復する故

$$h_l = f_s \frac{v^2}{2g} \quad 0 < f_s < 1 \dots\dots\dots(121)$$

管路の總損失と流量 一の管路内に起る總ての水頭損失の總和を H_L とする

$H_L =$ 摩擦水頭 + 其他の損失水頭

$$= \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + f_0 \frac{v^2}{2g} + \dots\dots\dots + f_s \frac{v^2}{2g}$$

$$= (\lambda \frac{l}{d} + f_0 + \dots\dots\dots + f_s) \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(122)$$

管路の途中には前記の諸損失が全部存在するとは限らない。其内或物は缺け或物が特に大きな働きを現して居ることもある。



第 八 章

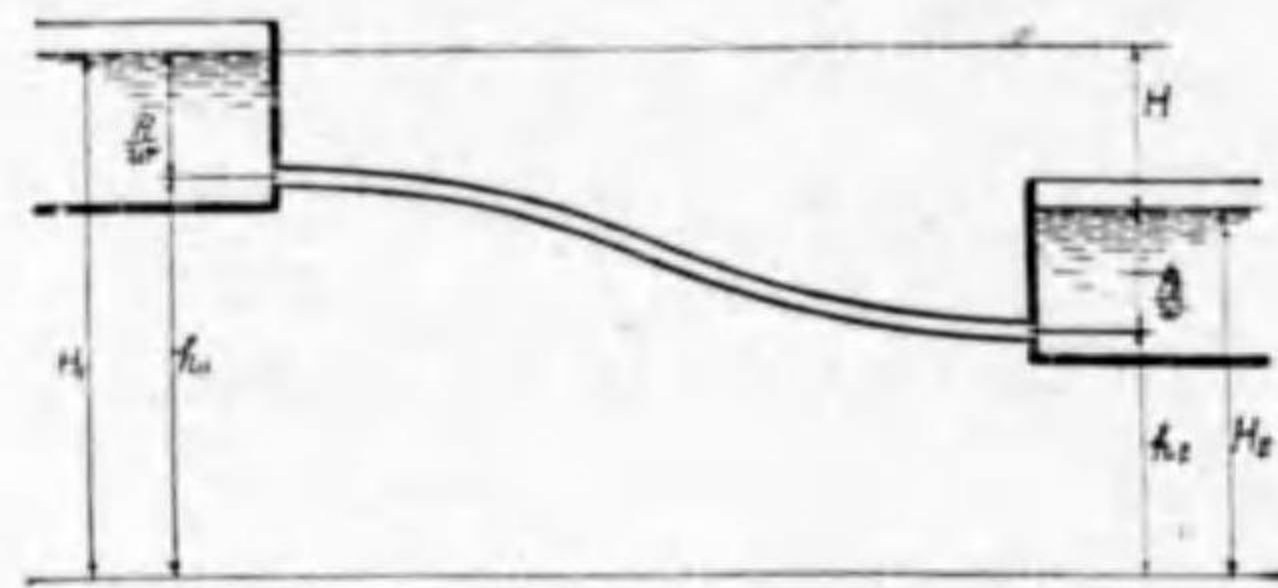
水

管路に関する一般問題

カ

一管路の水頭方程式 一例として第 117 圖に示す如く二の水槽を一本の管路にて結び付けた場合を考へる。假に其管路は全長 l に亘つて一様な材料一様な断面 a でありとし其間に弁、屈曲等の抵抗があるとする。

畢



第 1 1 7 圖

然るときは次の様な方程式が成立つ

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_1}{w} + h_1 &= \frac{P_2}{w} + h_2 + H_L \\ H_L &= \left(\lambda \frac{l}{d} + f_0 + \dots \right) \frac{v^2}{2g} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (123)$$

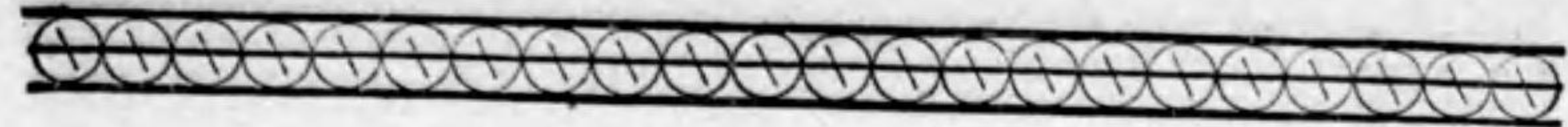
故に $H_L = H_1 - H_2 = H \dots \dots \dots (124)$

H を兩水槽間の水面落差或は單に落差と云ふ、即ち管路の入口及出口は各水槽の水面下幾何の深さにあるかは関係ないのである。

(123) 及 (124) によつて

$$H = \left(\lambda \frac{l}{d} + f_0 + \dots \right) \frac{v^2}{2g}$$

$$\therefore v = \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + f_0 + \dots}} \dots \dots \dots (125)$$



$$\therefore \text{流量 } Q = av = a \sqrt{\frac{2gH}{\lambda \frac{l}{d} + f_0 + \dots}}$$

次に二三の例題を示す。

水

例題 1. 大なる水槽の横壁の水面下 4 m の所に長さ $l=5$ m, 内径 $d=100$ mm の鐵管を水平に取付ける。管の入口には適當なる丸味を付けて抵抗なき様にし管の中程に一の蝶形弁を置き管の出口では水流が自由に放出するものとする。管の摩擦係數 $\lambda=0.04$ とし蝶形弁の抵抗係數 f_s はワイスバツハの定めたものを用ひる。

カ

管の中の水速を v とせば

畢

總損失水頭 $H_L =$ 摩擦水頭 + 弁抵抗 + 出口損失

$$= 0.04 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + f_s \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}$$

$$= (0.04 \frac{5}{0.1} + f_s + 1) \frac{v^2}{2g} = (3 + f_s) \frac{v^2}{2g}$$

$H_L = H = 4$ m 故に

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{3 + f_s}} = \frac{8.86}{\sqrt{3 + f_s}} \text{ m/s}$$

弁抵抗係數 f_s に値を入れると

$\theta =$	5°	20°	40°	60°	70°
$f_s =$.24	1.54	10.8	118	751
$v =$	4.93	4.16	2.39	.805	.323

横座標に角 θ を取り縦座標に v m/s をとり上記の計算結果を圖示して見ると弁は閉ち終りの方に急に水量が少なくなる。弁は開いてる通路の面積に比例して水量が減るのでなく抵抗の増大によつて水量が減るのである。

第 118 圖は蝶形弁を示す。此弁は止め弁ではなく絞り弁即ち加減弁である。



第 1 1 8 圖



例題 2. 内径 D , 長さ l の管路で一貯水池 A から水を B 水槽に導く。B 水槽の横壁上に一の小流れ口があつてその中心は A 貯水池の水面下 H の所にある。然らば流れ方が一定状態に落付いたときに B 水槽内の水面は流れ口の中心より幾何の所にあるか。求むる高さを h とす。又簡単のため管路損失は摩擦抵抗によるもののみとする。

流れ口の流量 Q_1 は

$$Q_1 = C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gh}$$

又管路によつて B 水槽に流入する水量 Q_2 は下の通りである

$$H-h = \lambda \frac{l}{D} \frac{v^2}{2g} \quad \therefore v = \sqrt{\frac{2g(H-h)D}{\lambda l}}$$

$$\therefore Q_2 = \frac{\pi}{4} D^2 \sqrt{\frac{2g(H-h)D}{\lambda l}}$$

而して $Q_1 = Q_2$ なるべきにより

$$C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{2gh} = \frac{\pi}{4} D^2 \sqrt{\frac{2g(H-h)D}{\lambda l}}$$

$$h = H \frac{D^5}{D^5 + C^2 \lambda l d^4}$$

例題 3. 二大水槽を結ぶ鐵管路の初め 1000 m は内径 20 cm にして次の 500 m は内径 10 cm である。管の入口、直径の急に細くなる所、低い方の水槽に放流する所に水頭損失がある。鐵管の摩擦係数 $\lambda = 0.04$ ととれ。兩水槽水面落差 $H = 50$ m なる時流出水量 Q を求めよ。

$v_1 = 20$ cm 管中の水速, $v_2 = 10$ cm 管中の水速, 共に m/sec. 故に

$$v_2 = 4v_1$$

によつて常に v_1 にて水頭損失を表はすこととする。

管路入口損失, 式 (110) により



$$= 0.5 \frac{v_1^2}{2g} \text{ m}$$

20 cm 管中摩擦水頭

$$= 0.04 \frac{1000}{0.20} \frac{v_1^2}{2g} = 200 \frac{v_1^2}{2g} \text{ m}$$

20 cm 管から急に 10 cm 管に移る所, 式 (109) に於て $\alpha_2 = 0.60$ とし損失水頭は

$$\left(\frac{1}{0.60} - 1 \right)^2 \frac{v_2^2}{2g} = 0.444 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$= 0.444 \times 16 \frac{v_1^2}{2g} = 7.11 \frac{v_1^2}{2g}$$

10 cm 管の摩擦水頭

$$= 0.04 \frac{500}{0.10} \frac{v_2^2}{2g} = 200 \frac{v_2^2}{2g}$$

$$= 200 \times 16 \frac{v_1^2}{2g} = 3200 \frac{v_1^2}{2g}$$

管路出口の損失式 (120) の $f_s = 1$ 故に

$$= \frac{v_2^2}{2g} = 16 \frac{v_1^2}{2g}$$

依つて總損失水頭は

$$H_L = (0.5 + 200 + 7.11 + 3200 + 16) \frac{v_1^2}{2g}$$

$$= 3423.6 \frac{v_1^2}{2g}$$

而して $H_L = H = 50$ 故に

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g \times 50}{3423.6}} = 0.535 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 2.14 \text{ m/s}$$



流量 $Q = \frac{\pi}{4} \cdot 0.20^2 \times 0.535 = 0.0163 \text{ m}^3/\text{sec.}$

水 長距離管路 例題 1 に於て弁がないときを考へると摩擦抵抗の 2 に對して管路出口の放出勢
力カが 1 に當る。併し弁が半分以上閉ぢたる場合には弁の抵抗が特に大きい。例題 3 に於ては弁
カ の如き特殊の抵抗のない場合には摩擦抵抗のみが大きくて其他は殆ど問題にならない。今摩擦
のみをとつて計算して見ると、

總損失水頭 $H_L = 3400 \frac{v_1^2}{2g}$

$\therefore v_1 = \sqrt{\frac{2g \times 50}{3400}} = 0.537 \text{ m/s}$

即ち速度及水量に於て 0.4% の差であつて此種の問題としては省略して差支へない程度である。
依つて長距離管路に於て特別に大きな抵抗を含んで居ない時は摩擦抵抗のみで計算して充分で
ある。

圓管の經濟的直徑 管路の目的によつて管の經濟的直徑が異なる、今管路の長さ l にして管
の内徑 d 、水速 v なりとし、前節によつて摩擦抵抗のみをとつて總損失を表はすと

$H_L = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad v = \frac{Q}{\frac{\pi}{4} d^2}$

$\therefore H_L = \frac{4^3 \lambda l}{2g \pi^5} \frac{Q^2}{d^5}$
 $= kl \frac{Q^2}{d^5} \quad k = \frac{4^3 \lambda}{2g \pi^5} \dots \dots \dots (126)$

λ はレイノルツ數の函數であるが次の様な問題を考へるためには $\lambda = \text{一定}$ としても大なる差
支はない。今管路の長さ及材質が與へられたとき同一の水量を送るには損失水頭は (126) によ
つて d^5 に反比例するのである。即ち (126) に於て k, l, Q 一定なれば

$\frac{\Delta H_L}{H_L} = -5 \frac{\Delta d}{d} \dots \dots \dots (127)$

なのである。例へば直徑に於て二割の減小は摩擦抵抗を倍加せしめることになる。

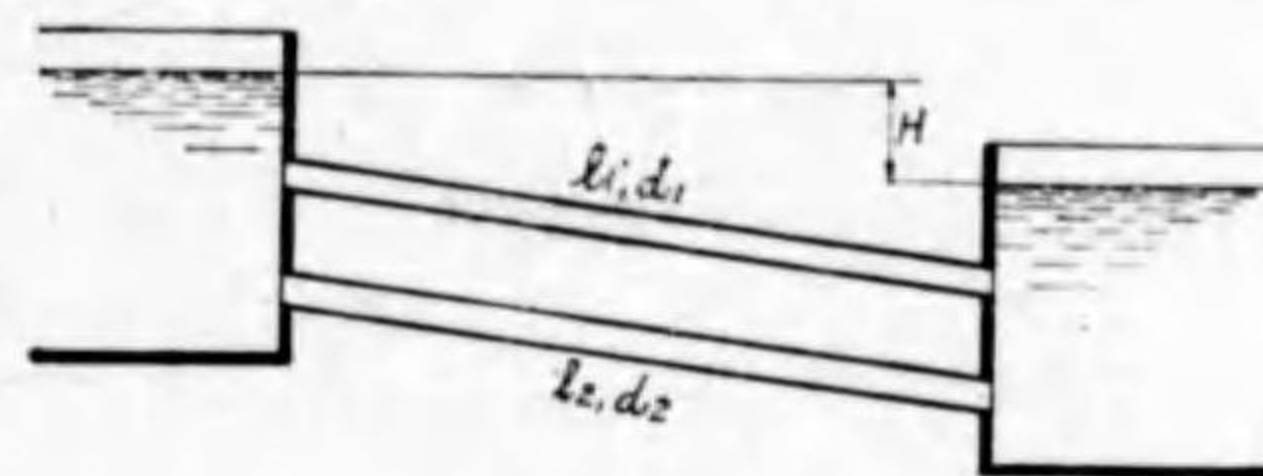
與へられたる水面落差を有する二水槽間で一定の水量を送るには管の直徑も唯一の値をとる
わけであるがポンプで遠方に水を送る様な場合には小さい管を用ひてポンプの壓力を高くして



もよい。管の價格とポンプの運轉費との比較によつて最も經濟的な直徑が定まるのである。管
の直徑は水速を指定することによつて定まる。次に二三の實用水速を示して見る。

管路の目的	水速 v m/s.	注
1 水源地から數十キロの地に送水する管	0.5~0.7	水
2 市内水道本管	1	
3 ポンプで工場内に送水する管(細い管は小さい速度の方をとる)	1~2	カ
4 水車の導水管(ペンストック)	3~4	
5 消防ポンプのホース	6~10	馬

數本の管路併用の場合、水面落差 H なる二水槽間に同じ材質で一方は長さ l_1 、内徑 d_1 、他
方は l_2 、 d_2 の二つの管を用ひて送水すること第 120 圖の如くなりとする。摩擦抵抗のみをとつ



第 120 圖

て考へると (126) により各管の流
水量 Q_1 及 Q_2 は

$H = kl_1 \frac{Q_1^2}{d_1^5}$

$H = kl_2 \frac{Q_2^2}{d_2^5}$

に依つて定まる。 $l_1 = l_2$ で且つ假に $k = \text{一定}$ とすれば

$\frac{Q_1}{Q_2} = \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{\frac{5}{2}}$

又總流量は

$Q = Q_1 + Q_2 = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\lambda}} \left[\left(\frac{d_1^5}{l_1} \right)^{\frac{1}{2}} + \left(\frac{d_2^5}{l_2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]$

兩管路が長さのみならず内徑も等しとすると

$l_1 = l_2 = l, d_1 = d_2 = d$

$\therefore Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\lambda}} 2d^{\frac{5}{2}}$

一本の管、内徑 D で前記の水量 Q を送るとすると



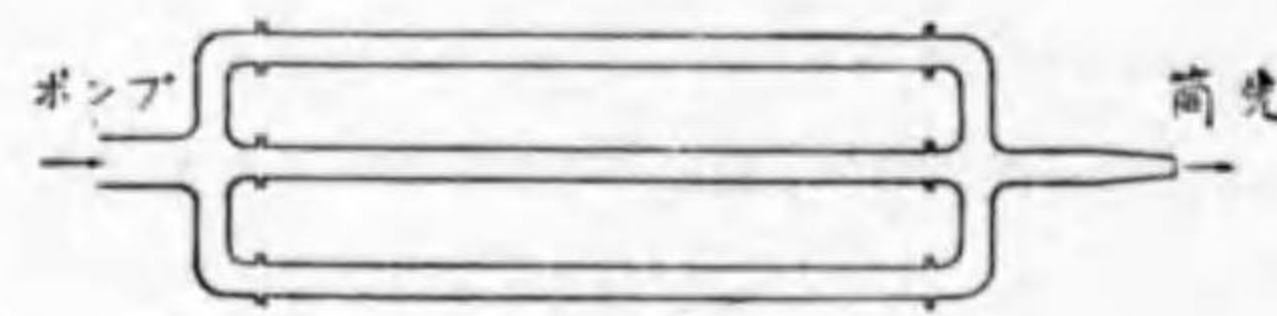
$$Q = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2gH}{\lambda l}} D^{\frac{5}{2}}$$

水 $\therefore D = 2^{\frac{2}{3}} d = 1.32d$

カ 大きい管の面積は二本の小さい管の面積の和より少し小さい。

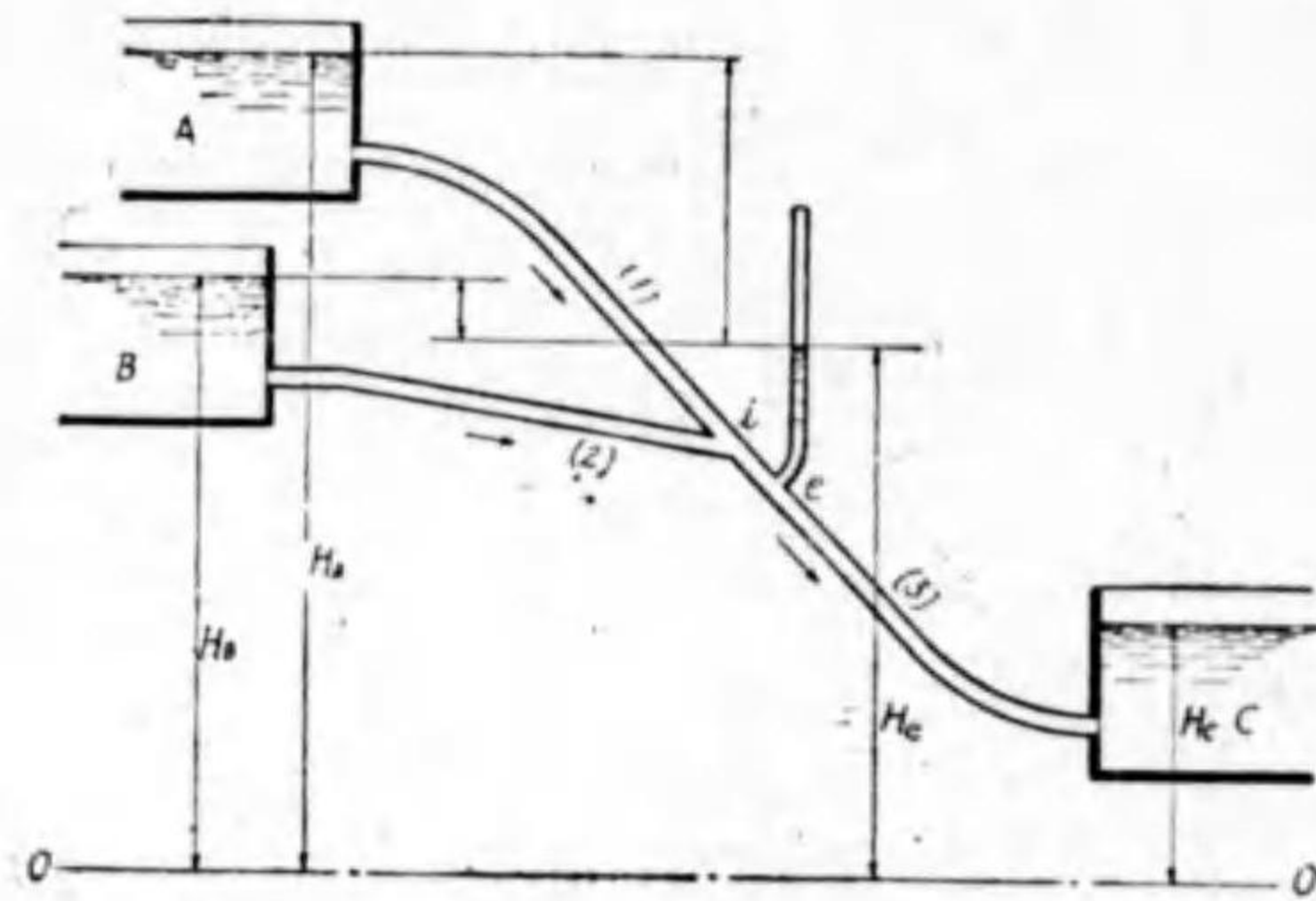
大きい消方ポンプではポンプの

出口が三あつて三本のホースを併用して一本の筒先即ちノZZルに送水することがある。これはポンプの最大圧力が定まつてゐるために筒先に於て所要の水頭を得るに



第 1 2 1 圖

は途中の損失を少なくするだけ送水距離を延ばせるからである。此計算は後にやつて見る。



第 1 2 2 圖

とする。i より少し下流の e に硝子管を立てたとし A, B, C 及 e に於ける水面の高さを H_A, H_B, H_C 及 H_e とする。各管路に於ける摩擦抵抗及 i に於ける合流のための水頭損失を考へ管路入口の損失は省略する。

圖に示す場合は

$$Q_1 + Q_2 = Q_3$$

各管内の水速 v_1, v_2, v_3 故に



$$Q_1 = \frac{\pi}{4} d_1^2 v_1, \quad Q_2 = \frac{\pi}{4} d_2^2 v_2, \quad Q_3 = \frac{\pi}{4} d_3^2 v_3$$

i に於て (1) 管路の水頭損失を h_1 , (2) 管路のを h_2 とすると三の管路に對する水頭方程式 水

$$\left. \begin{aligned} H_A &= H_e + \frac{v_1^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} \frac{v_1^2}{2g} \right)_1 + h_1 \\ H_B &= H_e + \frac{v_2^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} \frac{v_2^2}{2g} \right)_2 + h_2 \\ H_C &= H_e + \frac{v_3^2}{2g} + \left(\lambda \frac{l}{d} \frac{v_3^2}{2g} \right)_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (123) \quad \text{カ}$$

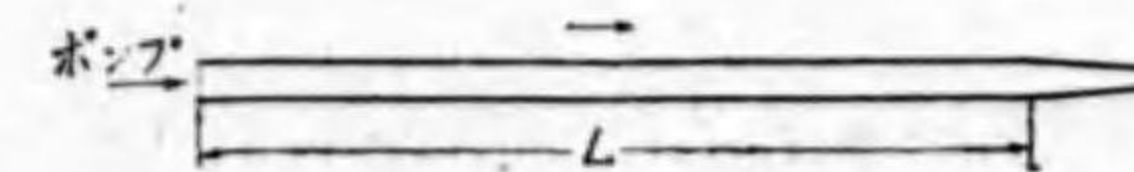
合流管の總ての場合について h_1 及 h_2 を別々に表はす公式はない。葛西氏の研究(前章合流管の部)によれば一方の流れが甚だしく負ける場合には多少大きな水頭損失が起るが兩方の管の水速が共に小さいときは h_1 も h_2 も共に速度水頭と同じ位のものである事が知れる。

そこで三本の管路が何れも長いときは摩擦抵抗を考へるだけで充分である。この様にして

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= k \sqrt{\frac{d_1^5}{l_1} (H_A - H_e)} \\ Q_2 &= k \sqrt{\frac{d_2^5}{l_2} (H_B - H_e)} \\ Q_3 &= k \sqrt{\frac{d_3^5}{l_3} (H_C - H_e)} \\ Q_1 + Q_2 &= Q_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (129) \quad \text{カ}$$

を得る。此所に $k = \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{2g}{\lambda}}$ にして便宜上摩擦係數 λ は三管路に共通とする。此の聯立方程式を解いて Q_1, Q_2, Q_3 を得る。

消防用ノZZル及びホース ノZZルに就ては既に第四章に述べたが此所にはホースの摩擦抵抗がポンプの所要壓力に如何なる關係を及ぼすかを明かにして見る。



第 1 2 3 圖



簡単のために、ポンプからノズル付根に至る長さ \$L\$、内径が \$D\$ のホース内は摩擦損失のみとし、曲り等の損失はなきものとする。ポンプからホースに入る所の圧力を \$p\$、速度 \$v\$、ノズル付根の圧力を \$p_0\$、速度 \$v_0\$、水量 \$Q\$ とすれば

$$\frac{p-p_0}{w} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad Q = \frac{\pi}{4} D^2 v$$

ノズル出口の直径 \$d\$、流出係数 \$C\$、但し収縮係数 \$C_c=1\$ とすると第四章流れ口の部に述べた所により

$$Q = C \frac{\pi}{4} d^2 \sqrt{\frac{2g}{1-C_c^2} \frac{p_0}{w}}, \quad m = \left(\frac{d}{D}\right)^2$$

但し \$1-C_c^2\$ は \$1-m^2\$ としても大差ない。

此れ等二式から \$p_0\$ を追出して

$$\frac{p}{w} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\pi d^2}\right)^2 \left[\left(\frac{1}{C_c^2} - m^2\right) + m^2 \lambda \frac{L}{D} \right] \dots\dots\dots (130)$$

或は \$\frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{\pi d^2}\right)^2 = \text{ゼットの速度水頭} = h\$ とせば

$$\frac{p}{w} = h \left[\left(\frac{1}{C_c^2} - m^2\right) + m^2 \lambda \frac{L}{D} \right] \dots\dots\dots (131)$$

消防ポンプの圧力 \$p\$ は大抵定まつてゐる。ゼットの速度水頭 \$h\$ も市街の建物の高さから定まつてゐる。この高さ \$h\$ を保持するにはホースの長いときには小さなノズルを用ひなければならぬ。

併し距離を延しても尙大きなノズルを用ひて所要の \$h\$ を保持するには前に述べた様に二本或は三本のホース列を併用する。ホース列の数を \$n\$ とせば (131) の代りに次の式を用ふべきである。

$$\frac{p}{w} = h \left[\left(\frac{1}{C_c^2} - m^2\right) + \frac{m^2}{n^2} \lambda \frac{L}{D} \right] \dots\dots\dots (132)$$

但し合流及分岐管の損失を省略した。ノズルの流出係数 \$C\$ は第四章流れ口の部に述べたもの。我國の多くの都市で用ひられる消防用麻ホースは直径 \$64\text{mm} (= 2\frac{1}{2}\text{-吋})\$ 或は \$70\text{mm}\$



(\$= 2\frac{3}{4}\text{-吋}\$) であるが \$v=6\text{m/s}\$ 位では \$\lambda=0.036\$ 位である。繼乎其他の抵抗を加へて

\$\lambda=0.037\$ とすればよい。

例題 \$D=64\text{mm}\$, \$d=25.4\text{mm}\$, \$L=305\text{m}\$, \$Q=18.6\text{L/S}\$, \$C=0.985\$ としポンプに於ける壓力水頭 \$p/w\$ を算出せよ。 答 384m

上の場合ホース列を三本としたときは如何 答 104m

水力勾配線 一の管路に於て管路入口から或點に到るまでの間に \$h_1\$ の水頭損失ありとせば此點に於ての水頭の總和は

$$\frac{p}{w} + h + \frac{v^2}{2g} + h_1 = \text{一定} = H$$

\$H\$ は管路に入る前の水頭即ち水槽中の水面の或る基線からの高さ。

今一の管路の途中で真直ぐで一樣なる直径を有する部分をとり其中で二點に硝子管を立てる

事第 124 圖の如くする。此硝子管の中の水の頂點を繼いだ直線 \$ab\$ を水力勾配線と云ふ。此勾配線が、水平線となす角を \$\theta\$ とすれば

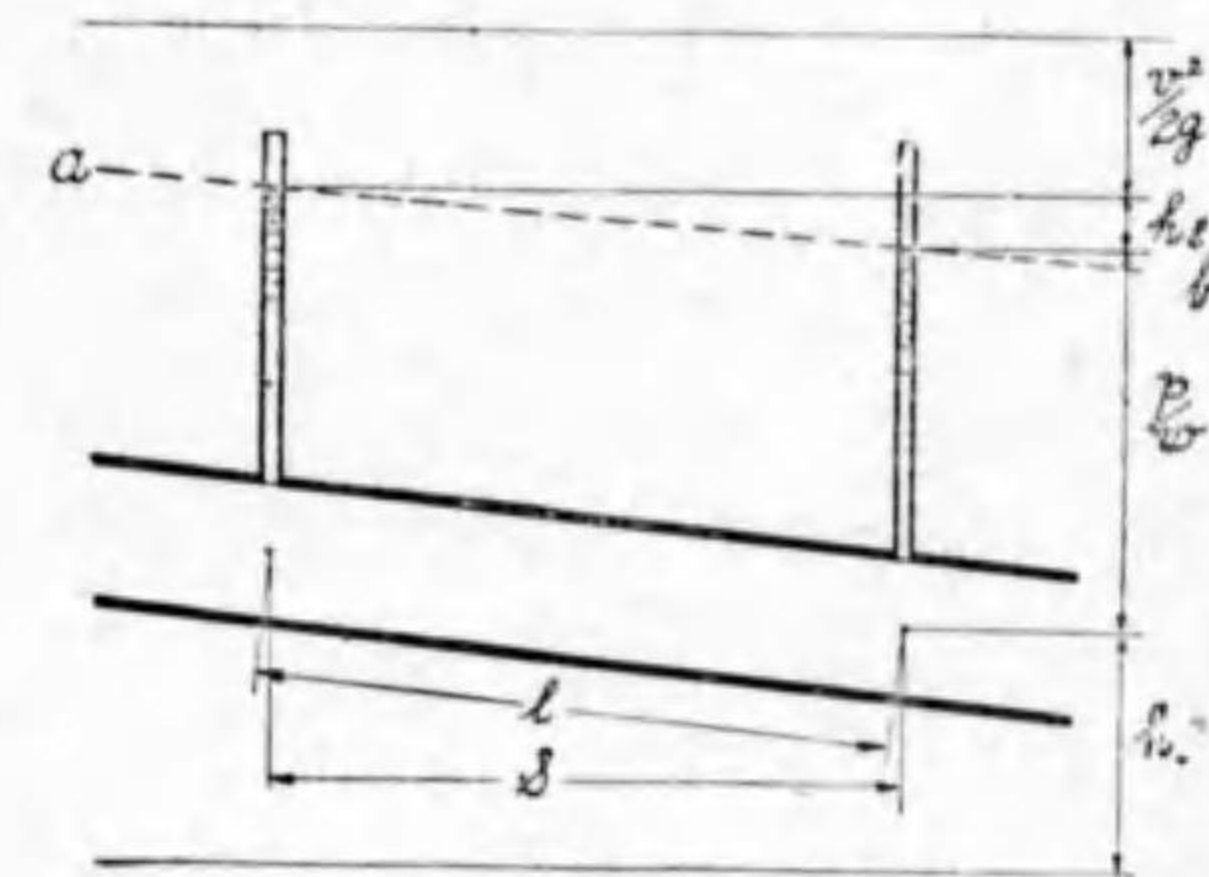
$$\tan \theta = \frac{h_1}{s} \dots\dots\dots (133)$$

此所に \$s\$ は二點間の水平距離、\$h_1\$ は此間の摩擦水頭である。一般的に云へば

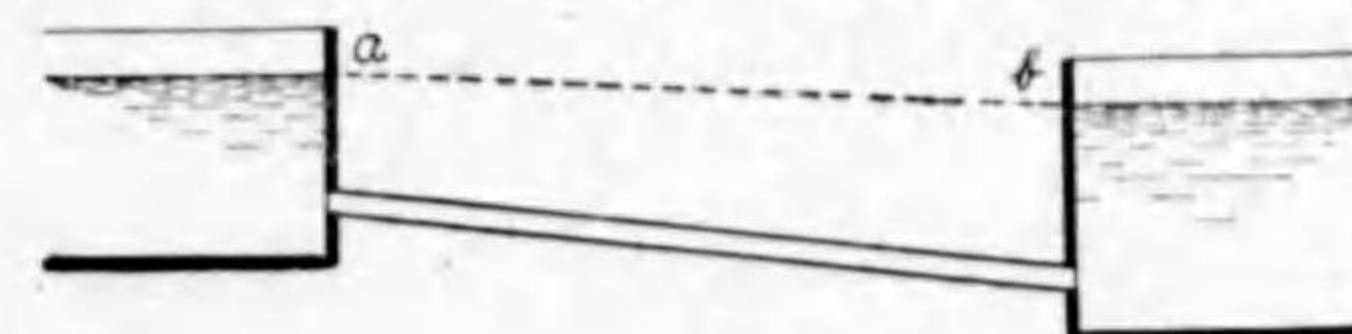
$$-\frac{d}{ds} \left(\frac{p}{w} + h\right) = \tan \theta \dots\dots\dots (134)$$

は水力勾配線の傾斜を定める。

此勾配線の傾斜は管軸の傾斜には無關係であつて管の摩擦抵抗其他の抵抗によつて變はる即ち一の與へられた管路では流量の大小によつて勾配線が位置を變へる。



第 124 圖



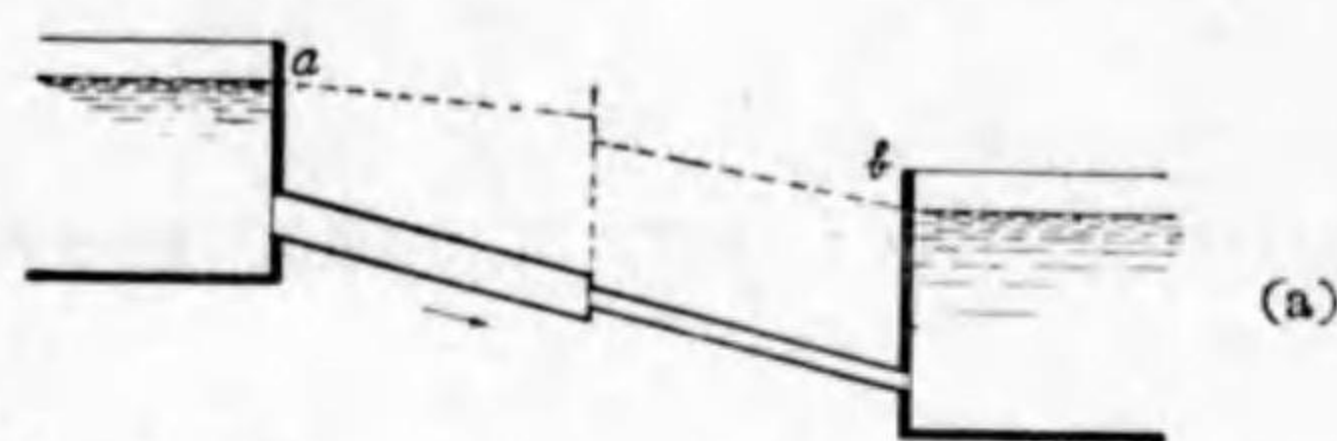
第 125 圖



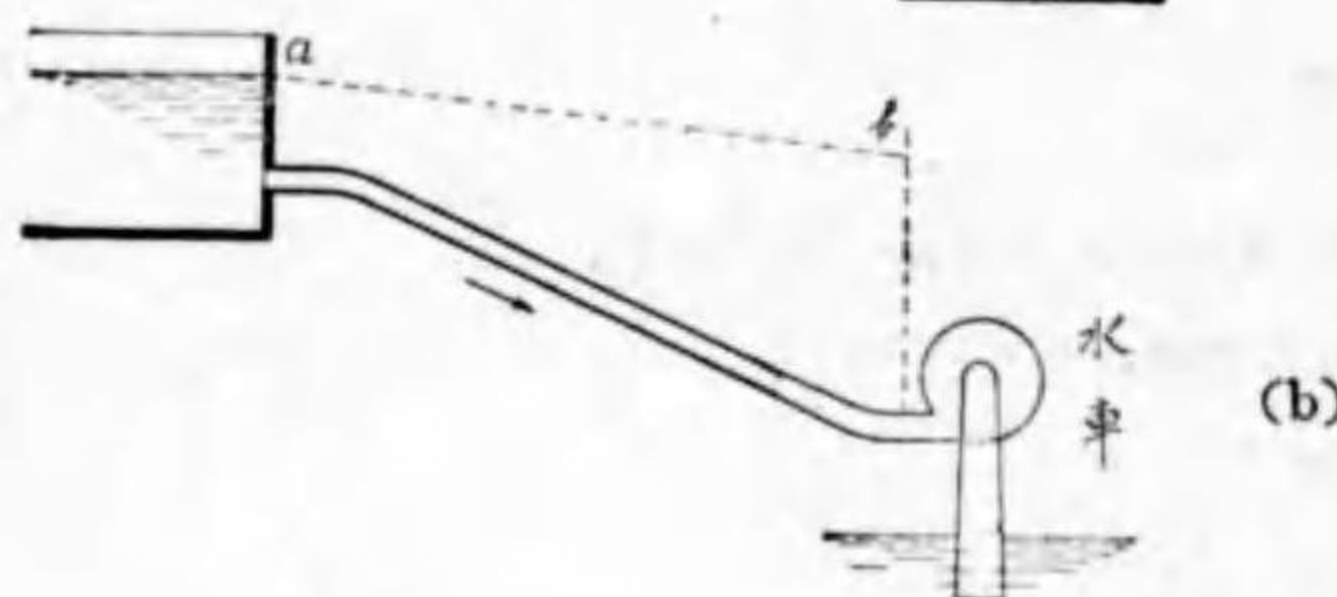
水力勾配線の諸例

i 二大水槽を繋ぐ一本の内径一樣なる直線管 此場合管路入口の損失と速度水頭の和を h_1 とすれば、水力勾配線は高い方の水槽の横壁上の水面から h_1 だけ下がった所から始まり、こゝと低い方の水槽横壁上の水面とを真直ぐに繋いだものである。併し既に述べた様に長い管路では摩擦以外の抵抗は極く小さいから第125圖に示す様に ab 線を以て水力勾配線とする。

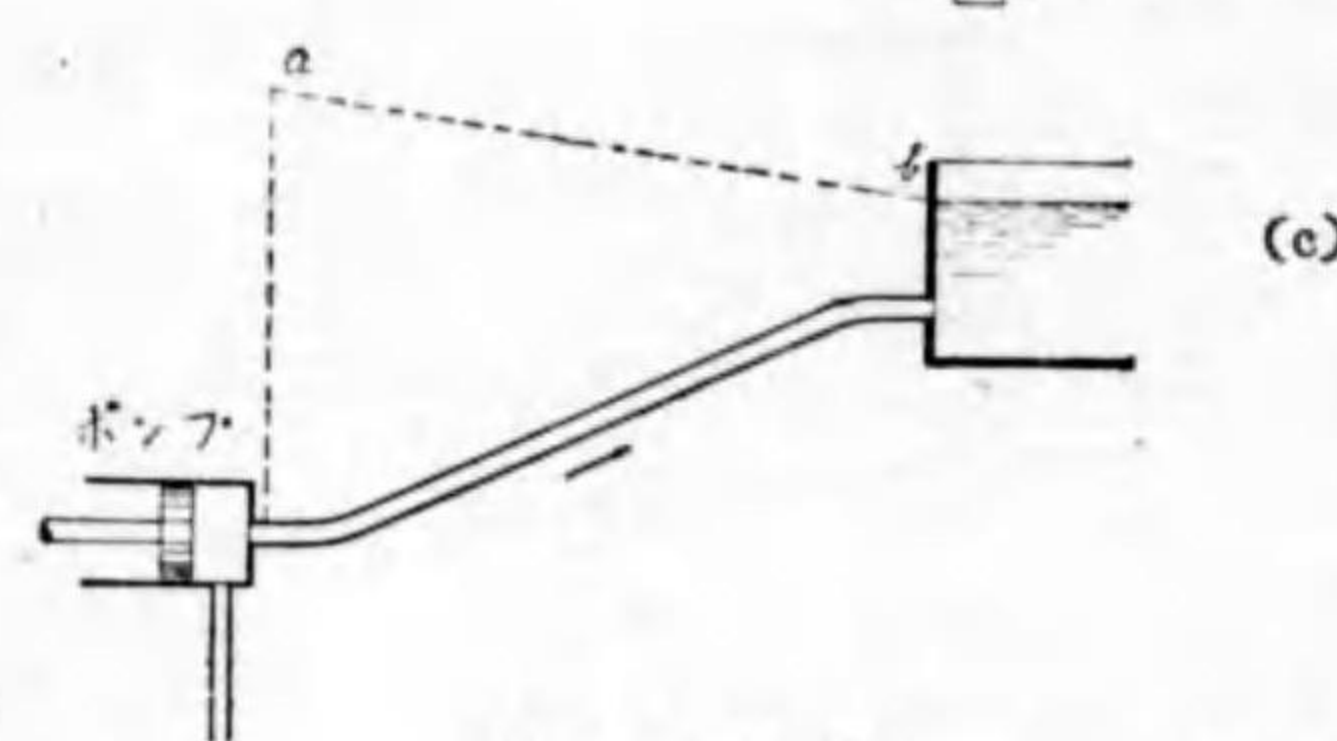
水
力
學



(a)



(b)



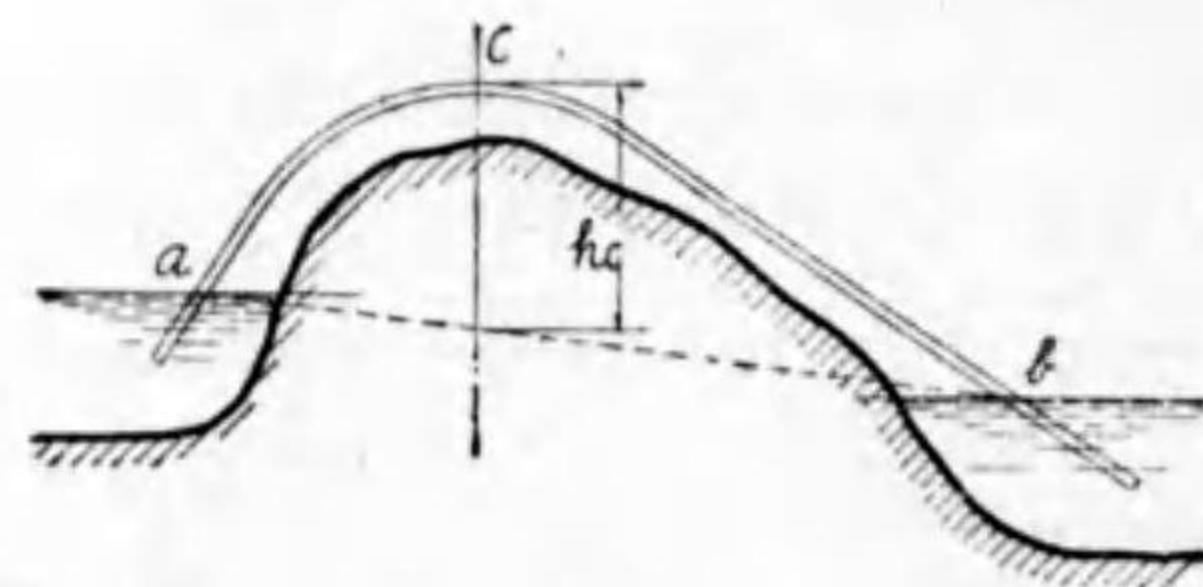
(c)

ii 第126圖(a)には二水槽間の管路が初め太く後細い場合を示す。管の太さによつて勾配線の傾きが異なることに注意せよ。

iii 水車の導水管、
iv ポンプ送水管

共に勾配線は常に水の流れる方に下がる。第127圖は山を越して二貯水池或は川を繋ぐ所の管即ちサイフオンの一例を示す。管路 abc は非常に大きな半径で曲げてあるから水力勾配線は直線 ab で表はされる。普通の氣壓では $h_c < 10.3\text{m}$ ならば

水が切れないで通るわけである。併し實際は水蒸氣、遊離空氣等のため $h_c < 8\text{m}$ なるを要する。



第127圖



第九章

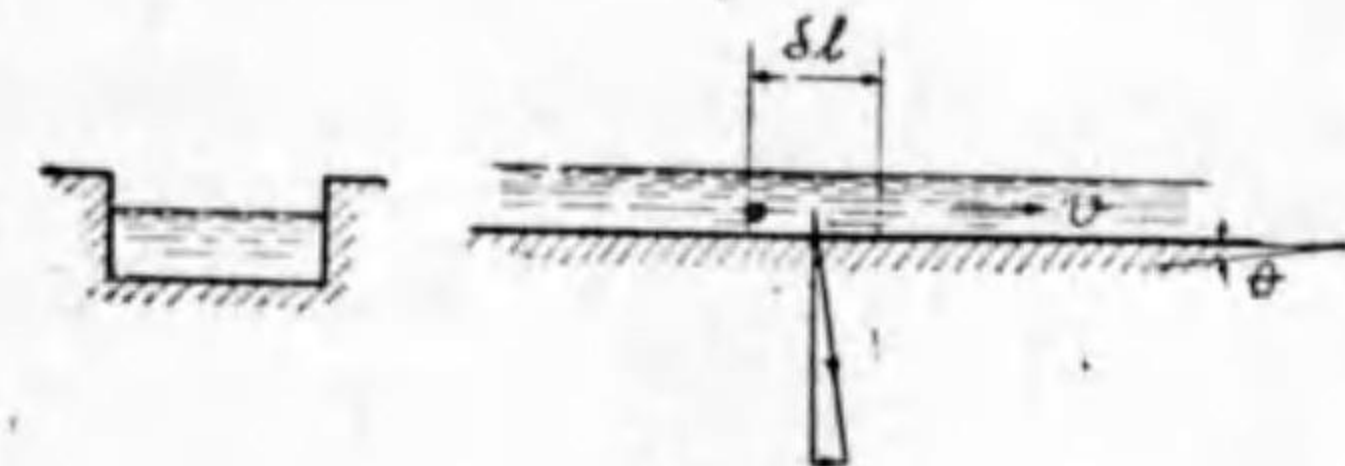
溝渠

水
力
學

溝渠に對する速度公式

水流の表面が到る所一樣なる壓力の下にある事即ち自由表面であることが前章迄考へた密閉水路と異なる。

初は第128圖に示す様に溝渠の断面も材質及び水底勾配も全線に互つて一樣で水速は最大限度に達して一樣になつたときを考へる。即ち水深が一樣なのである。これは重力の分力が全く壁面の摩擦抵抗に等しくなつたときである。



第128圖

水路の断面積 a 、傾斜角 θ なるとき長さ δl なる部分の水の重量は $wa\delta l$ 、その流れの方向の分力は $wa\delta l \sin \theta$ 。

水路断面に於て水の壁に接する周囲の長さを s とせば今考へてゐる水の部分の壁に接觸する面積は $s\delta l$ 、摩擦抵抗は v^2 に比例するとせば摩擦係數 f を用ひて

$$\text{摩擦抵抗} = fs\delta l v^2$$

等速度になつたときには

$$wa\delta l \sin \theta = fs\delta l v^2$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{f}{w} \frac{1}{a} v^2 \frac{s}{s}$$

$\frac{a}{s}$ = 水力平均深さ = m とし、 $\frac{w}{f} = C^2$ とする。

一般に勾配緩かなため $\sin \theta$ の代りに $\tan \theta = i$ を用ゆる。然るときは上の式は

$$i = \frac{1}{C^2 m} v^2$$

$$\therefore v = C \sqrt{mi} \dots\dots\dots (135)$$



となる。これをシェジの公式と云ひ速度係数 C を知れば速度 v を定めることを得。溝渠に於ては地形によつて勾配 i が大體定められて居るから溝渠には此公式が都合よい。

水路の場合には摩擦係数 λ がレイノルツ数の函数であつたが第六章の圓管の摩擦係数の所に述べた通りレイノルツ数が大きくなるに従つて λ は段々小さくなり結局或値に近づく即ちレイノルツ数が非常に大きくなれば $\lambda = \text{一定}$ となる。今河川溝渠はレイノルツ数の非常に大きい場合である故に上の摩擦抵抗が v^2 に比例するとしたのは誤りでは無い。即ち管路の場合の λ 、溝渠の場合の C は非常に大なるレイノルツ数に於ては唯壁面の凹凸の度に關係する數である。

次に普通に用ひられる流速係数 C の公式を擧げて見る。

バザンの公式 (1897)

$$C = \frac{87}{1 + \frac{Y}{\sqrt{m}}} \quad \text{m sec 單位} \dots\dots\dots (135)$$

m は水力平均深さで Y は壁面溝底の粗さによつて定まる數

クツター及びガンギエーの公式 (1869)

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0.00155}{i}}{1 + \left(23 + \frac{0.00155}{i}\right) \frac{n}{\sqrt{m}}} \quad \text{m sec 單位} \dots\dots\dots (137)$$

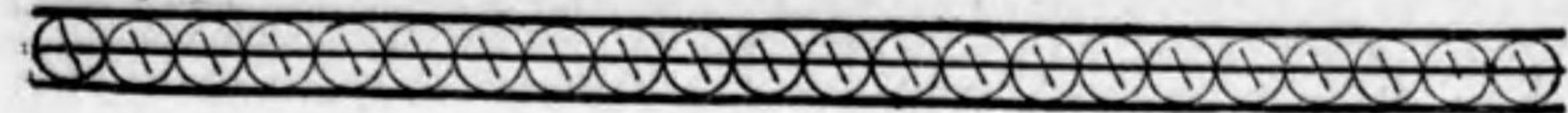
i は勾配, n は面の粗さによつて定まる。次に Y 及び n の値を示す。

	Y	n
1 滑かなるセメント塗, 削つた木板	0.06	0.01
2 削らない木板, 切石, 煉瓦	0.16	0.012~0.013
3 粗石積	0.46	0.017
4 良好なる土床	0.85	0.025
5 尋常なる土床	1.30	—
6 粗き小石, 草類のある川	—	0.03
7 極く不規則な土床	1.75	—

圓管の摩擦公式

$$h_f = \frac{\lambda}{4} \frac{l}{m} \frac{v^3}{2g} = \zeta \frac{l}{m} \frac{v^3}{2g}$$

を書き變へ $\frac{2g}{\zeta} = C^2, \frac{h_f}{l} = i$ とすると前同様



$$v = C \sqrt{mi}$$

となる。

圓管の場合に述べたミーゼスの公式は

$$\zeta = 0.0024 + \sqrt{\frac{k}{m}} + 0.3 \sqrt{\frac{v}{vm}}$$

となる。レイノルツ数の大なる場合は最後の項を省略して

$$\zeta = 0.0024 + \sqrt{\frac{k}{m}} \dots\dots\dots (139)$$

ミーゼスの與へた k (cm にて) の値は次の如くである。

	$k \times 10^6$
セメント面 { 研出し	7.5~15
{ 普通	20~40
木 { 粗面	100~200
{ 鈎仕上	25~50
{ 普通	50~100
切石工	200~400
煉瓦 { 良好	200~400
{ 普通	300~600
粗き碎石	2000~4000
小石で固めた土床	10000~20000

例 水力平均深さ $m = 25$ cm なるセメント溝の C をバザン公式及ミーゼス公式にて算出せよ。

$$\text{バザン公式 } C = \frac{87}{1 + \frac{0.06}{\sqrt{0.25}}} = \frac{87}{1 + 0.12} = 77.7$$

ミーゼス公式 $k = 40 \times 10^{-6}$ ととり

$$\zeta = 0.0024 + \sqrt{\frac{40}{10^6 \times 25}} = 0.0037$$

$$C = \sqrt{\frac{2g}{\zeta}} = \sqrt{\frac{19.60}{0.0037}} = 72.8 \text{ m sec 單位}$$



即ちミーゼス公式から得る C は

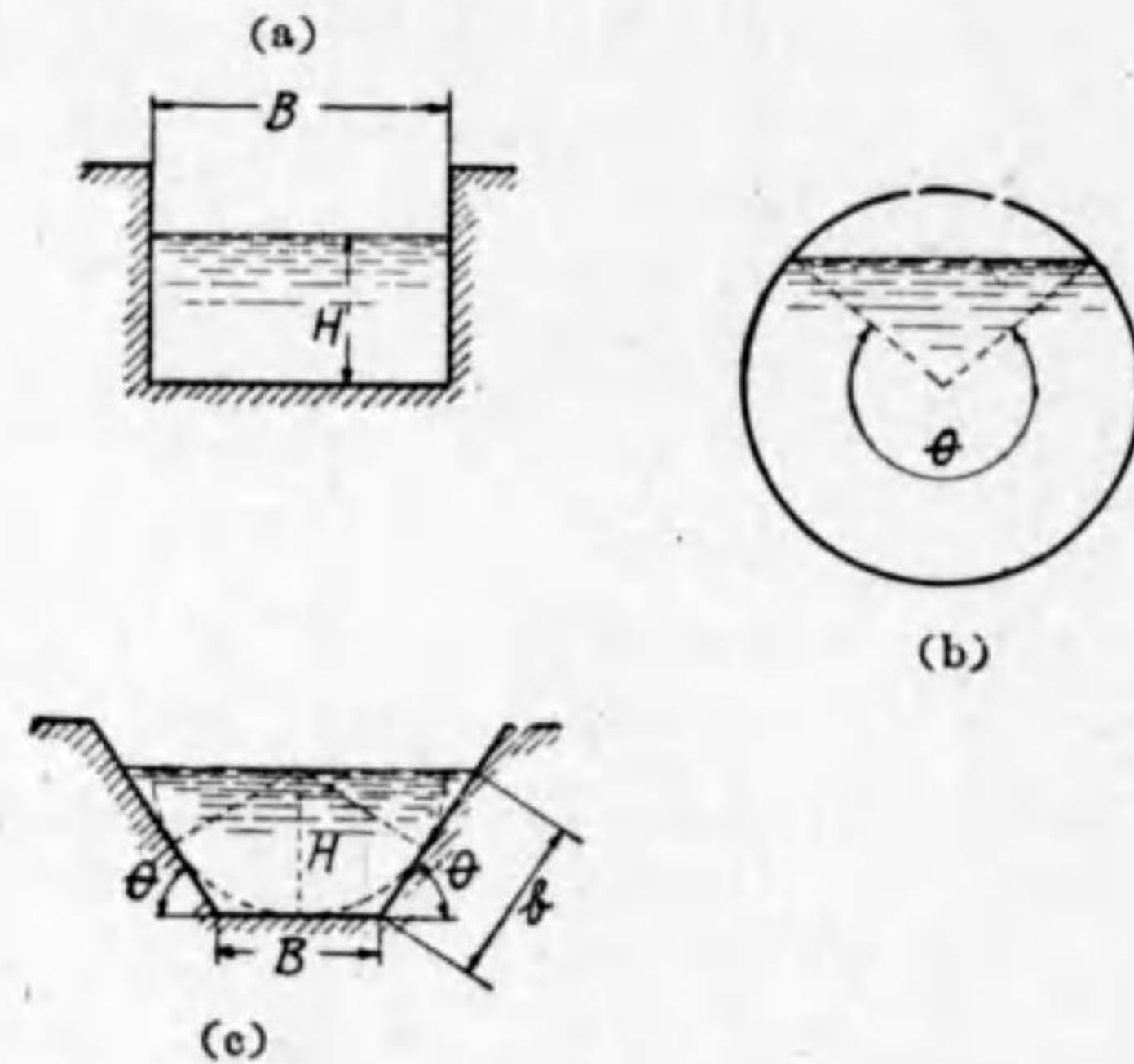
水 $C = \sqrt{\frac{19.60}{0.0024 + \sqrt{\frac{k}{m}}}}$ m sec 単位……………(140)

力 但し k 及 m は cm にて式の大體の性質がバザンの公式と似て居る。

* 例題 滑かなセメント面を有する矩形溝 ($B=2H$) がある。毎時 4200m^3 の水を流すに要する溝の大きさ及勾配 i を求む。バザン公式を用ひよ。

答 溝 $B=1528\text{mm}$
勾配 $i=1/2400$

溝の断面の最良の割合。與へられたる断面積に對して水に接した周囲が最も短いのが摩擦面積少なく従つて流れ易い。 $m=a/s$ が大きいので $v=C\sqrt{mi}$ に於て速度 v が大きいのである。斯の如きを最も良い割合の溝の断面と云ふ。



第 129 圖

i 矩形溝 第 129 圖

(a) 最大速度には

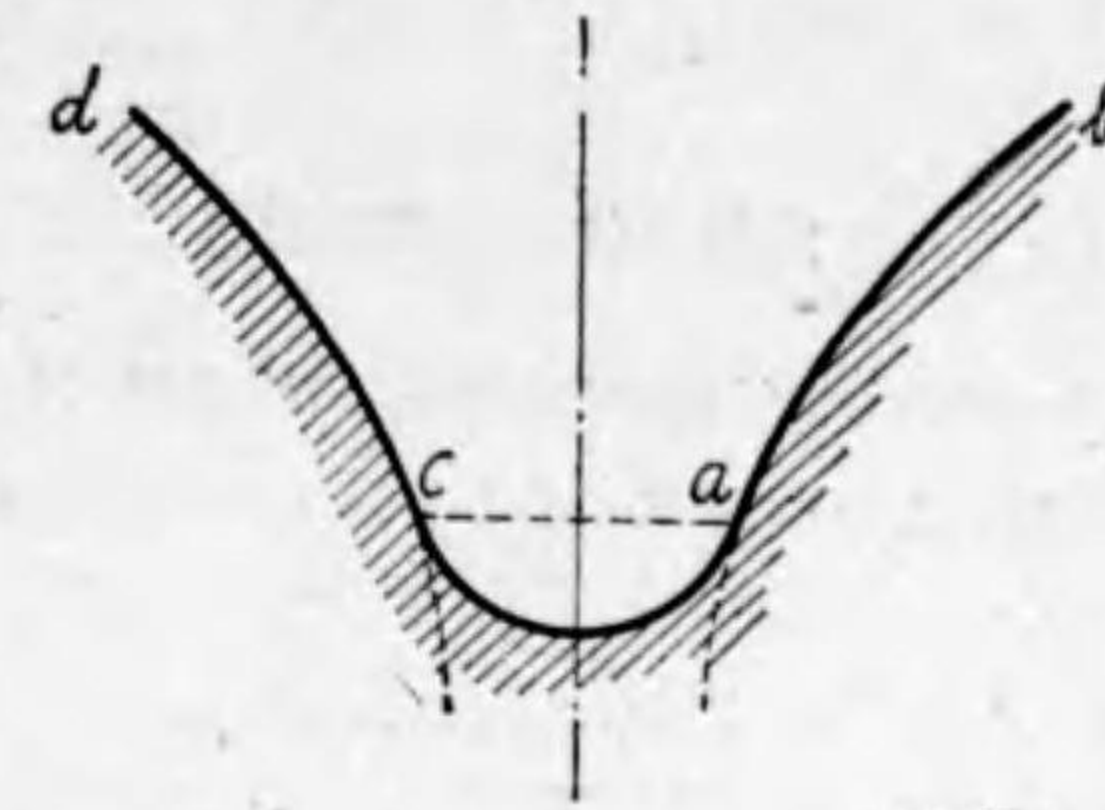
$$B=2H$$

ii 梯形溝 同圖(b) 側面傾斜角 θ が與へられてゐるとき最大速度には $B=2b(1-\cos\theta)$

iii 圓形溝 半径 r が與へられて居るとき 最大速度には

$$\theta = 257 \frac{1}{2}^\circ \text{ 附近}$$

水力平均深さ一樣なる場合、上の例で分る様に溝に於て水深が變はれば水力平均深さ m が變はり従つて流速 v が變化する。速度小なれば水中の砂泥が沈澱する。又速度大なれば岸を洗ひ流す。依つて普通には $0.6 < v < 1\text{m/s}$ とする。併し若し水深が増減しても m = 一定なる如き溝の形があれば流速は變化しないから常に最もよい有様に保たれるのである。斯の如き曲線は計算で求められる。



第 130 圖

第 130 圖に示す様な一の對數曲線である。これに半圓或は矩形の底をつけるのである。

水
力
學

第十 章

水 速 及 流 水 量 測 定 法

水

水量測定法としてピストンのある圓筒又は水車の型のもも用ひられるが此所に述べるのはその原理が全く水力學の應用によるもののみである。流れ口及堰は既に述べた。其他のものを次ぎに説明する。

1. 管の中にある流れ口 (パイプオリフィス) 此所には圓管と同心的に置いた圓形流れ口のみを考へる。

$m =$ 面積比 $(d/D)^2$, $a =$ 流れ口面積 $= \frac{\pi}{4}d^2$, $h =$ 流れ口兩側の水頭差, $C_c =$ 水流收縮比, $C_v =$ 速度係數, とすれば

流出水量

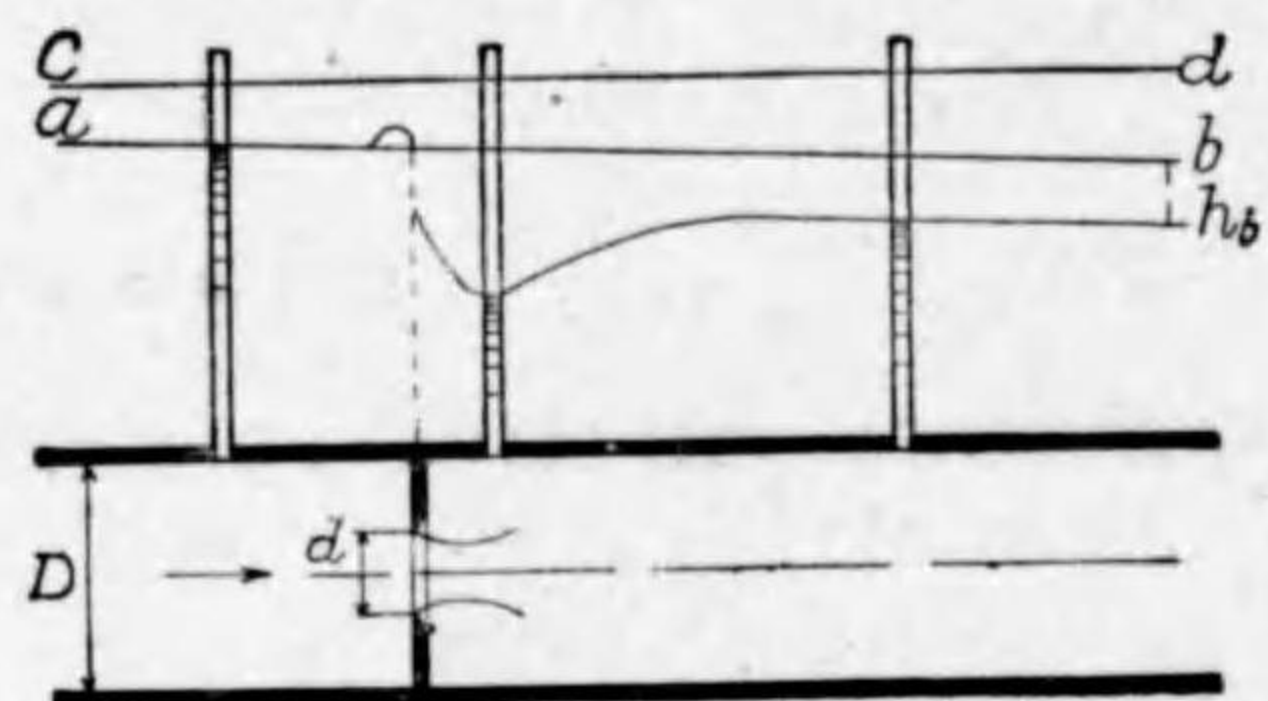
$$Q = C_v \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 m^2}} a \sqrt{2gh}$$

$$= ka \sqrt{2gh}, \quad k = C_v \frac{C_c}{\sqrt{1 - C_c^2 m^2}} \dots \dots \dots (141)$$

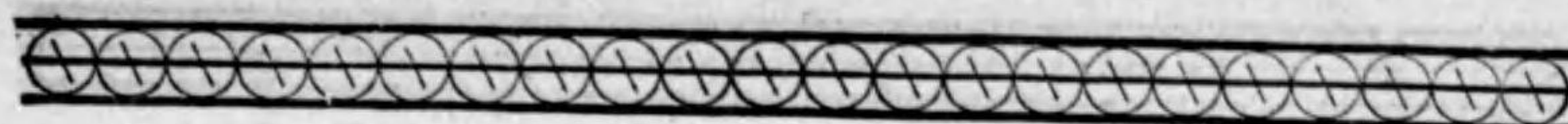
である。此所に面倒なことは流れ口前後の壓力の變化である。第131圖に示した様に壓力は流れ口の上流側に於ても流れ口の影響を受けて圓管の直径或は其一倍半位の所から多少變化する。下流側に於ては流れ口の直径に於て高速度のために壓力が一度低く下がり再び回復される。

併し元と同じにはならない。

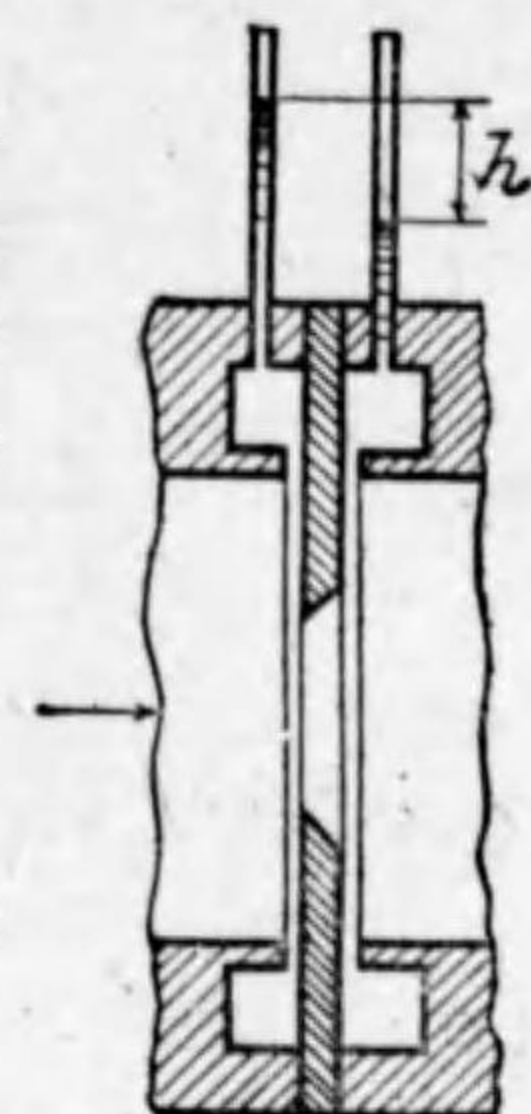
第131圖に於て ab 線は流れ口板のない場合に Q の水量が通るときの水力勾配を示す。cd 線は水の静止してゐるときの水頭を示す線、即ち cd, ab 兩線間の距離は摩擦損失、同圖の h は結局回復しない損失水頭で流れ口を置いたために増加した損失水頭である。第八章の式(112)ではこれを用ひて流出量を定めた。 h は圓管直径の 5 倍より遠くの下流に現はれ且つこれを測るのは面倒である。それ故式(112)は不便である。式(141)に於ける h を定める



第 131 圖



ために流れ口直前直後の何れの點に於て水頭を計るべきかは多くの學者が屢々論議した所である。結局今日に於ては第132圖に示す様に流れ口板が作る上流下流側の隅の所で壓力差 h を計るのが最も良いとされそれ従つてウイツテ氏(1930)は薄双圓形流れ口に對する數多の實驗結果から k の値を求めて次ぎの如く發表した。



第 132 圖

水

力

學

第二十四表

管中流れ口の流量係數 k , Witte 氏の値 $m = (d/D)^2$, $h =$ 水頭差 (第142圖による)

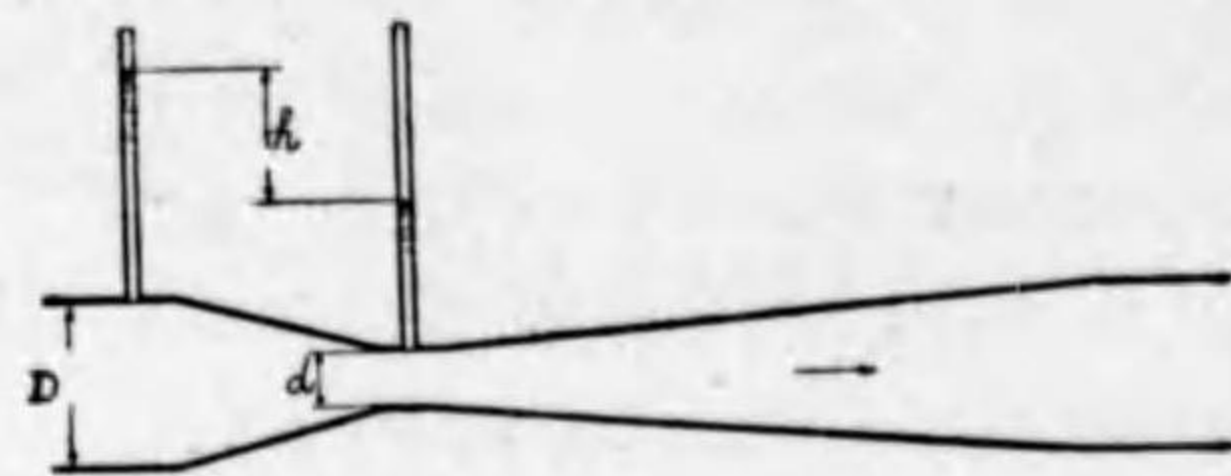
m	.05	.1	.15	.2	.25	.3	.35
k	.598	.602	.6075	.615	.624	.634	.646
m	.4	.45	.5	.55	.6	.65	.7
k	.661	.676	.696	.717	.742	.770	.806

此表の k の値は管の内徑 $D = 50 \sim 300\text{mm}$ の内面滑かな圓管或は内徑 $D = 1000\text{mm}$ 位になれば内面は多少粗でも適用する。 $D < 300\text{mm}$ で内面粗なれば k の値は少しく増す。又表の k の値は流速大なる場合に適用し流速小なれば k は少しく増す。圓管は少くとも流れ口の上流側に $10D$ 乃至 $20D$, 下流側に $5D$ の真直ぐな邪魔物のない部分を必要とする。流れ口がラツパ型のものがあるレイノルズ數以上になると k の値が一定になり都合がよい。ラツパ型の形の少しの差で k の値が夫々異なるから薄双流れ口の如く標準型とするには一般性を帯びて居ない。それがため外國にはこのラツパ型の形狀を精しく指定した所がある。

2. ヴェンチュリー管、圓管の途中に細い所を設けてその壓力の下り方で流量を知る装置である。第133圖の如く下流の方は緩かに開いてゐる。これは出来る丈水頭損失を少なくするためである。



水
力
學

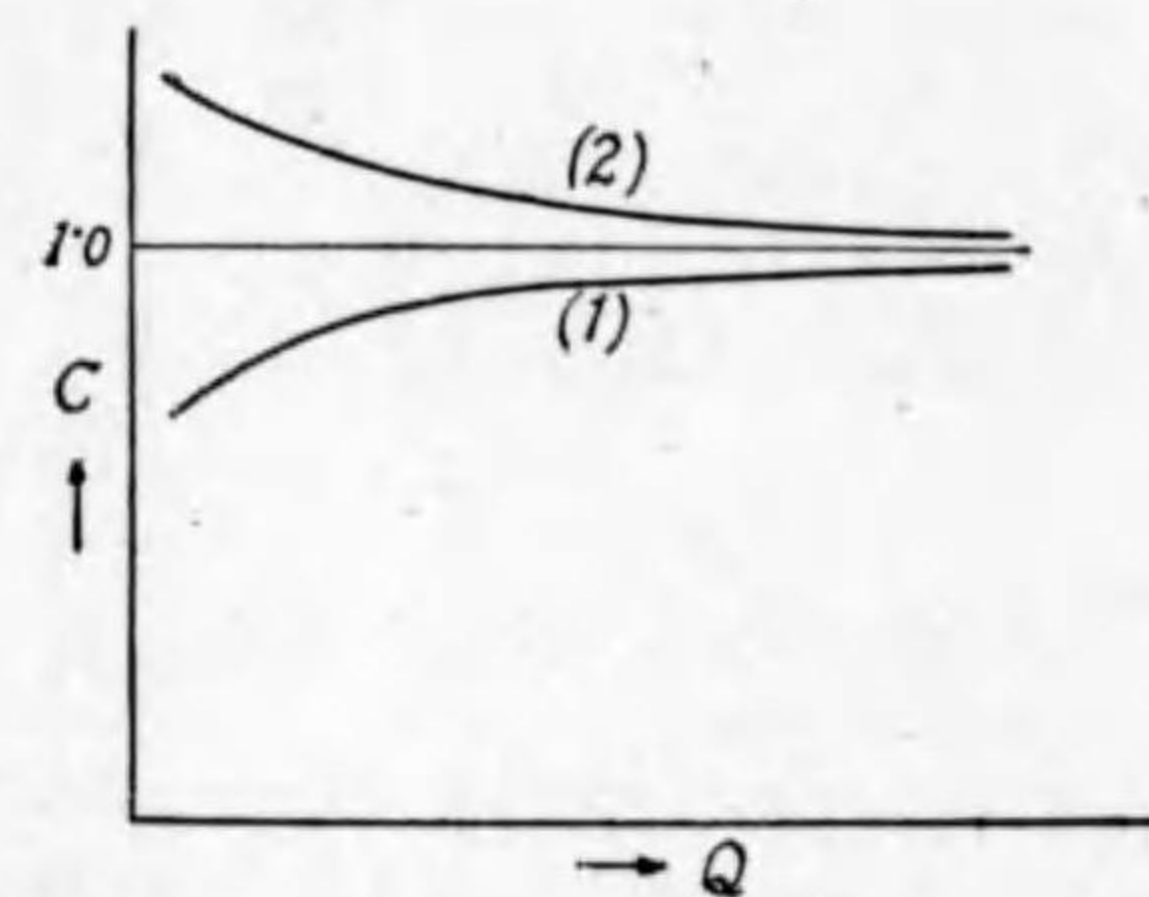


第 133 圖

$$Q = C \frac{\pi}{4} D^2 \sqrt{\frac{2gh}{m^2 - 1}}, \quad m = \left(\frac{D}{d}\right)^2 \dots\dots\dots (142)$$

流量係数 C は 1 に近い数であるが流水量によつて變化するので面倒である。咽喉部の壓力計孔の位置によつて係数 C の變化の有様が非常に違ふ。つまり段々細くなる圓錐管から咽喉部に入つた所で水流が收縮する。その後廣がつたり又反動で收縮したりする傾向がある。

壓力計孔の場所によつて水頭差 h が大き過ぎ或は小さ過ぎて現はれる。従つて係数 C が小



第 134 圖

さ過ぎ或は大き過ぎる様になる。第 134 圖の(1) は壓力計孔が水流收縮部にあるとき又(2) は水流の廓大部にあるときの C 曲線を示す。この事實は板谷松樹氏(機械學會誌第 181 號)の發見したるものにして永く疑問とされたる問題を見事に解決したことは誠に敬服に値する。

3 森式量水計 圓管の出口を特に廣い空の様に廓大し其所に起る壓力の増大を利用して一本の細い支管を通して流水の一小部を分岐せしむる。本流を Q 支流を q とする。森氏はこの分岐管に特別の考案を施して Q の大なる範圍に互つて $k=Q/q$ が一定なる様にした。即ち q を計れば本流の流水量 Q が知れる。

即ち $Q = kq$

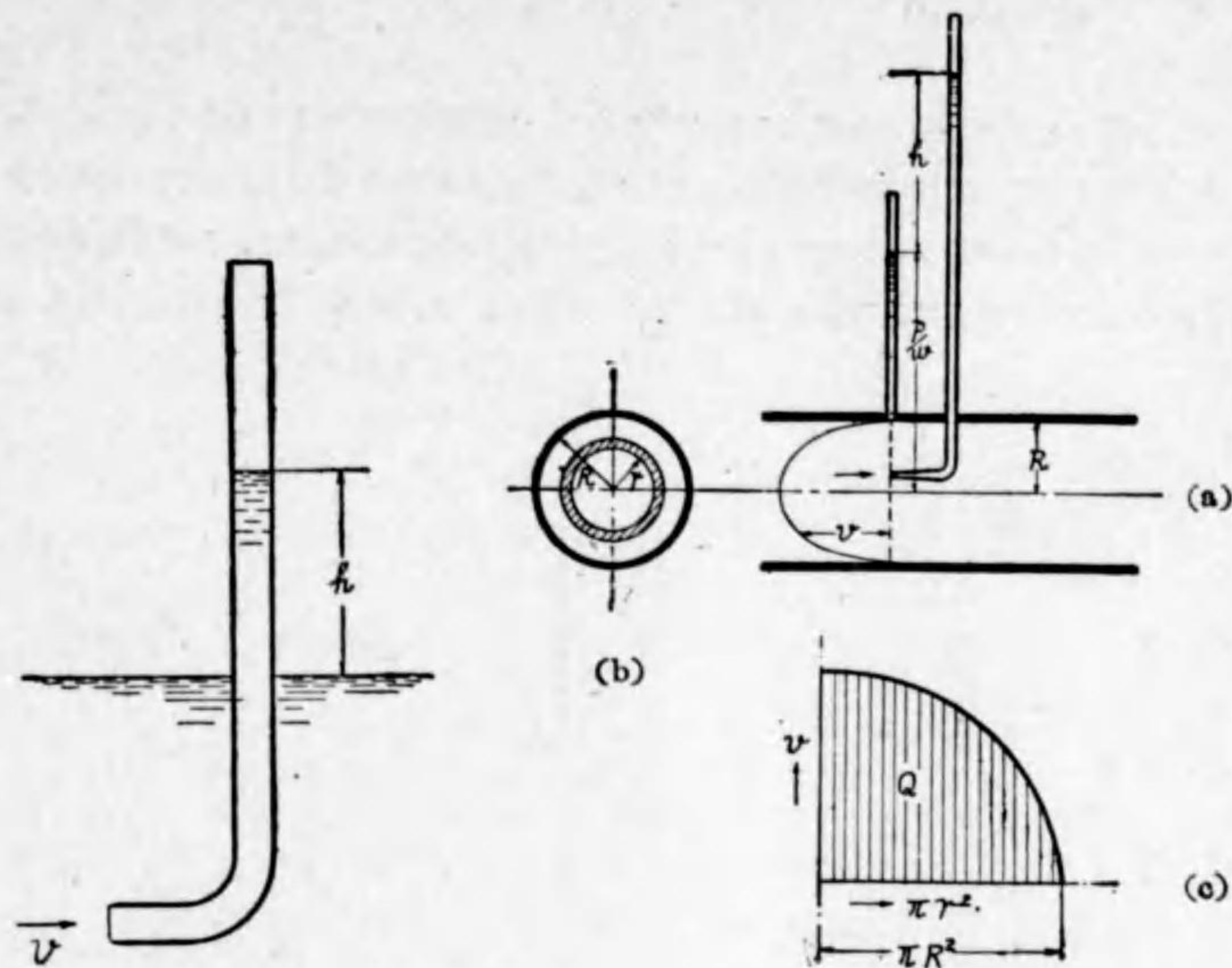
k は數千と云ふ數である。本装置は或場合には非常に便利なる水量計である。

4 ビト一管

ビト一 (1732) は第 135 圖の如く硝子管を曲げて下の口を上流に向けて流速 v を計ることを考へ付いた。硝子管の中に上る水の高さは川の水面から h であつて



水
力
學



第 135 圖

第 136 圖

$$h = C \frac{v^2}{2g}$$

而して實驗の結果 $C=1$ で

$$h = \frac{v^2}{2g} \quad \text{即ち} \quad v = \sqrt{2gh} \dots\dots\dots (143)$$

となる。

今日用ひられるものには硝子管の先端を丁寧に尖がらしたものがある。尖端の内徑 0.2mm 位のもある。この様なものを用ひて管の中の流速分布を調べる。第 136 圖(a) は管のある断面に於ての壓力水頭 p/w と速度水頭 $h=v^2/2g$ を同時に計る装置を示す。斯くの如くして一断面上の速度分布が知れそれを用ひて流水量を求むるには同圖(b)の如く數多の同心圓に分ち

$$Q = \int_0^R v^2 \pi r dr$$

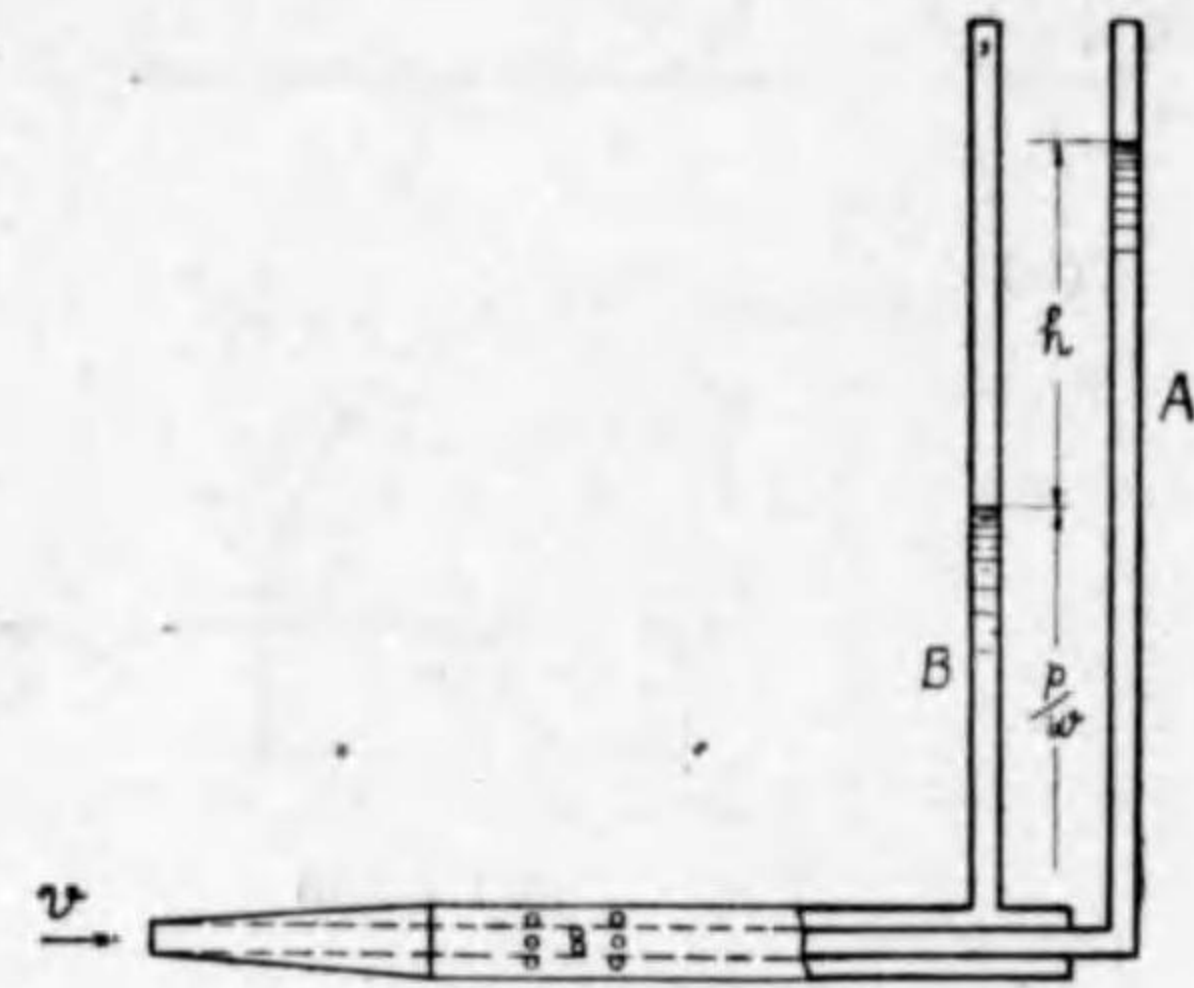


$$= \int_0^r v d(\pi r^2)$$

水とする。然るときは同圖(c)に示す如く流水量 Q は面積分にて直ちに知れる。

水或は空気の廣い流れの中で或一點に於ての流速 v と壓力 p とを同時に計るために第 137 力圖に示す如きものがある。管が二本あつて A 管は壓力水頭と速度水頭、B 管は壓力水頭を示す。壓力は外管の側面にある小さな孔から中へ傳はる。A、B 兩管の指示水頭の差 h は即ち

$$v = \sqrt{2gh}$$



第 137 圖



第 138 圖

を與へる。此型式では非常に速度の低い時でさへ誤差 2% 以下なることが近頃の丁寧なる實驗によつて確められた。

ピトー管は第 138 圖の如く流れよりそらせると管の衝突壓力の指示水頭が小さくなることは想像出来る。眞正面へ向けた時が最も高いからピトー管は流速の大きさを計るのみならず流れの方向を確かめる計器である。

空氣やガスの場合には熱線風速計なるものがあつてピトー管に代用出来る。近頃小さいピトー管や熱線風速計を用ひて圓管や平な板の壁面に近い所の速度分布を計ることが盛んに行はれその結果表面摩擦の及ぶ所は表面から極く近い所のみでそれより遠い所は殆ど摩擦を感じないかの如く流動してゐる事が分かつた。摩擦のため速度が表面に於て零で表面から δ 離れた所迄速度が段々増しそれから離れると速度一定と見られる様になる。この表面に接した厚さ δ の層を境界層と云ひ、獨逸のプラントル教授が提唱したもので近頃表面摩擦の問題として又傳



熱の問題として非常に喧しく論じられてゐる。初めは境界層の中は全部流線運動をすると思はれて居たが近頃では或場所の外は多く混亂流動であることが確められた。第 139 圖が示す様に有限の長さの二枚の板の間が近いときは間の流體には全部摩擦が及ぶが間が遠く離れて居ると中程の所は摩擦の影響なく一樣の速度で流れてゐる。長い管のときは特に明瞭な境界層はなく断面全部が摩擦を受けて速度も中央から管壁まで段々に減じてゐる。

5 流速計 (カーレントメーター)、プロペラー型或は四つのコツプの付いた風見型の小さな水速計である。これを溝や川或は大きな圓管の中に入れて夫々の點の水速を計る、一分間に車の廻轉する數は直接に指針で或は電氣コンタクトで水面上から讀める様にしてある。少し大きな速度になれば毎分廻轉數と水速とは正比例する。これを用ひて水路の各分割面 a_i 上の平均速度 \bar{v}_i を求める。これと各分割面積 a_i との積の總和は

$$\text{流水量 } Q = \sum_{i=1}^n a_i \bar{v}_i$$

である。 n は分割面の數である。

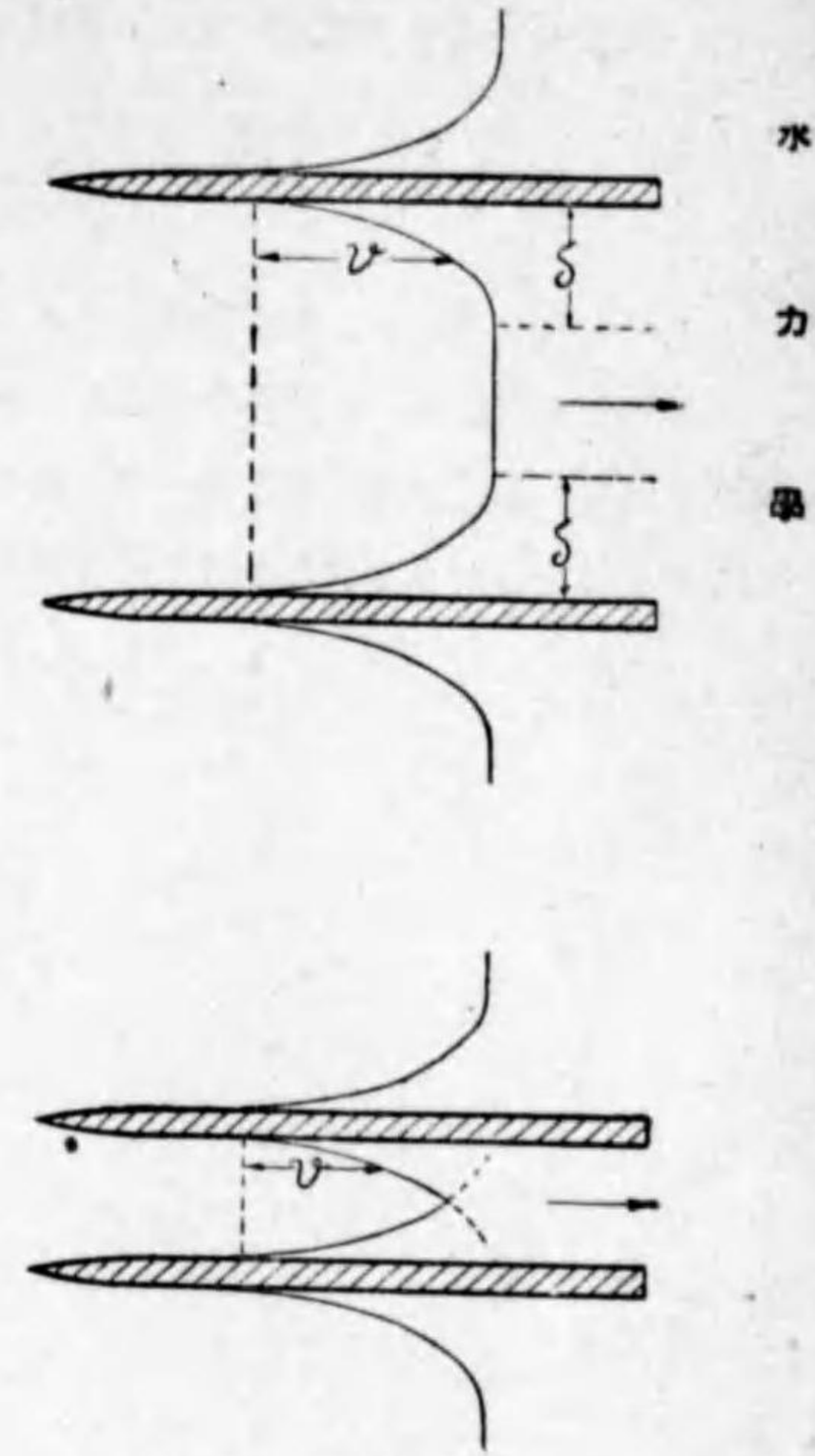
6 食塩濃度法 これは上述の方法が用ひられない場合に用ふべきものである。管又は水路の上流の一點に於て既知の濃度の食鹽溶液を本流に混入しそれから可なり離れた下流の一點に於て試料を採つてその食鹽含有量を化學分析に依つて定むれば本流の水量が分かる。

今計らんとする本流の水量を Q L/sec. とし其水には元來 a gr/L の食鹽が自然に含まれてゐるとする。これに q L/sec の割合で食鹽水を加へる。それには b gr/L の食鹽を溶してある。採取した試料には c gr/L の食鹽があるとす。さうすると

$$c(Q+q) = aQ + bq$$

の方程式が成立す

$$Q = \frac{b-c}{c-a} q \text{ L/sec.}$$



第 139 圖

加へるべき食鹽水には水1リットルにつき食鹽 300gr を入れる即ち $b=300$ 。而して q は Q の一萬分の一より少なくはせぬ。故に上式は

水 $Q = \frac{b}{c-a} q \text{ L/sec.}$

カ としても差支へない。食鹽濃度法による水量測定は0.2% 迄精しく出来ると云ふ。

其他食鹽速度法、移動幕法がある。前者は誤差大きく後者は設備に費用がかかるので廣く用

畢 ひられない。食鹽濃度法と云へども大きな川に用ひるには攪拌装置も大きくなり又食鹽の消費も莫大になるから必ずしも常に實行出来るものではない。

(終)

水 車

東京工業大學教授 工學博士

松 本 容 吉



水 車

第一章 總 論

緒 言	1
水力利用の發達	2
我國に於ける水力	4
水力と火力の利害得失	5
水力發電所	6
水量と落差	9
出力と效率	10

第二章 水車の種類

水車と水カタービン	13
舊式水車	16
衝撃水車	17
反動水車	19

第三章 ベルトン水車

ベルトン水車に於ける水の作用	23
ベルトン水車の構造	26
ベルトン水車の水量加減装置	28

第四章 フランシス水車

フランシス水車に於ける水の作用	31
フランシス水車の種類と構造	34
フランシス水車の水量加減装置	42

第五章 比較廻轉度 n_s

單位落差に関する量	46
n_s とは何か	49
n_s による水車の分類	51

第六章 高速水車

n_s を高める方法	56
超高速水車	60

第七章 吸出管

吸出管の作用	67
吸出管の形状と構造	70

第八章 速度及び壓力の調整

調整機の構造	75
調速機の作用	81
調速と負荷	82
壓力の調整	85

第九章 發電所の計畫

流量と負荷	92
導水管	95
水車の選定	99

第十章 水車の理論及び設計

水車の理論	103
噴流が羽根に及ぼす力	107
ペルトン水車の設計	109
フランス水車の設計	111

水 車

第一章 總論

1. 緒言

我國は水力が豊富な點に於て、又水力電氣の異常な發展を遂げた點に於て、今日世界でも著しい國である。此豊富な水力を利用して發電するに當つて、其設備の中樞を占めるものは實に水車である。

本講座に於ては遺憾乍ら頁數に制限がある爲、水車萬般に涉つて詳細に述べる事は不可能である。従つて水車の理論設計等に關する部分は概略を記する事にした、これ等の點に就ては内丸博士、生源寺博士、芦葉氏等の著書を参考せられん事をお勧めする。

本講座中に引用した術語は最近機械學會に於て撰定發行した、機械工學術語集になるべくよる事とした。

本講座中に用ひた單位はすべてメートル法により、次の記號を用ひた。

單位	記號	單位	記號
メートル	m	平方メートル	m ²
センチメートル	cm	平方センチメートル	cm ²
キロメートル	km	分	min
立方メートル	m ³	秒	sec
キログラム	kg	キロワット	kW
攝氏の度	°C	馬力	HP

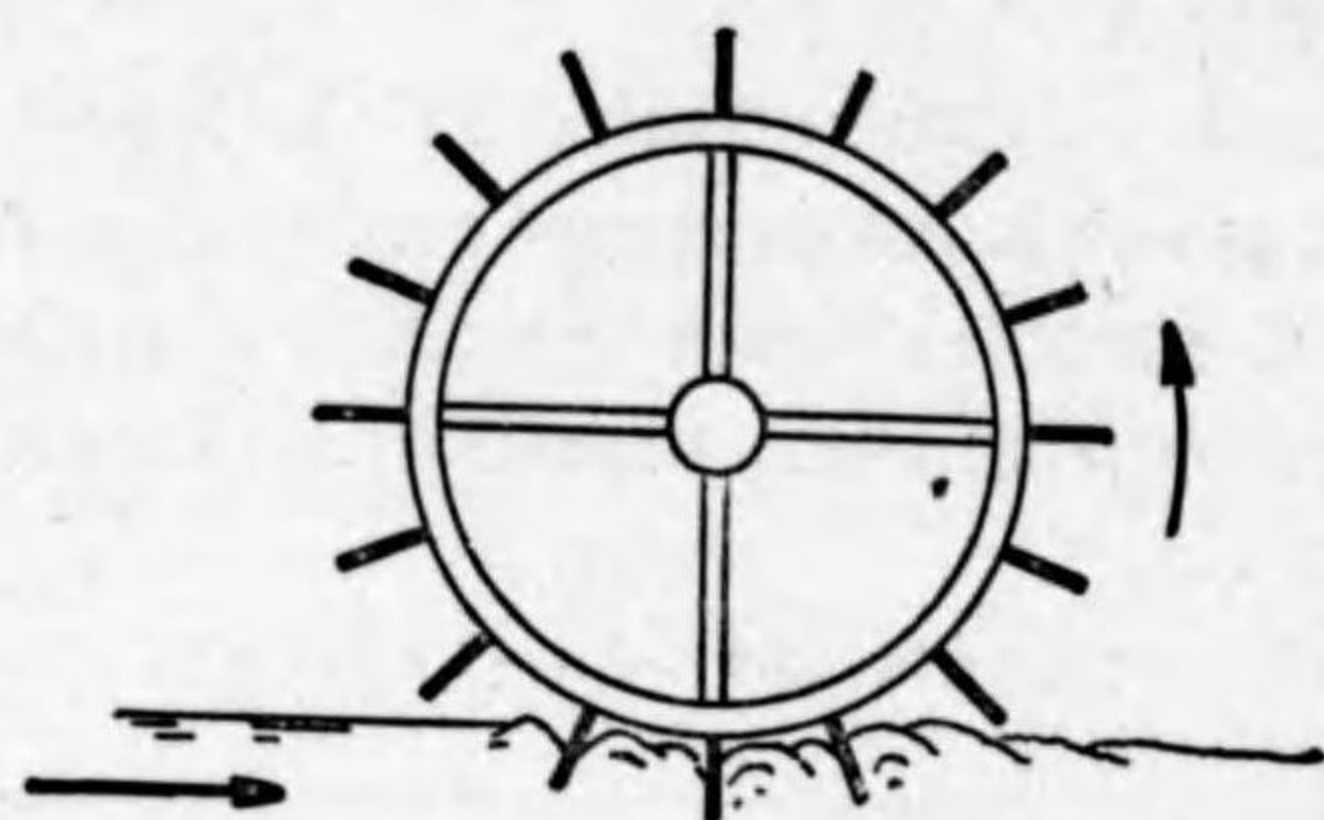
其他毎秒メートルを m/sec、毎平方センチメートルに付キログラムを kg/cm²、毎分1回轉を rev/min 等で表はした。

本講座中の説明圖、寫眞等は最近機械學會で撰定出版した、國產教材資料中より借用し、又水車製造家並に電力會社より水車に關する寫眞其他の圖面多數の提供を受けて掲載した。機械學會、各水車製造家並に電力會社に厚く謝意を表する。

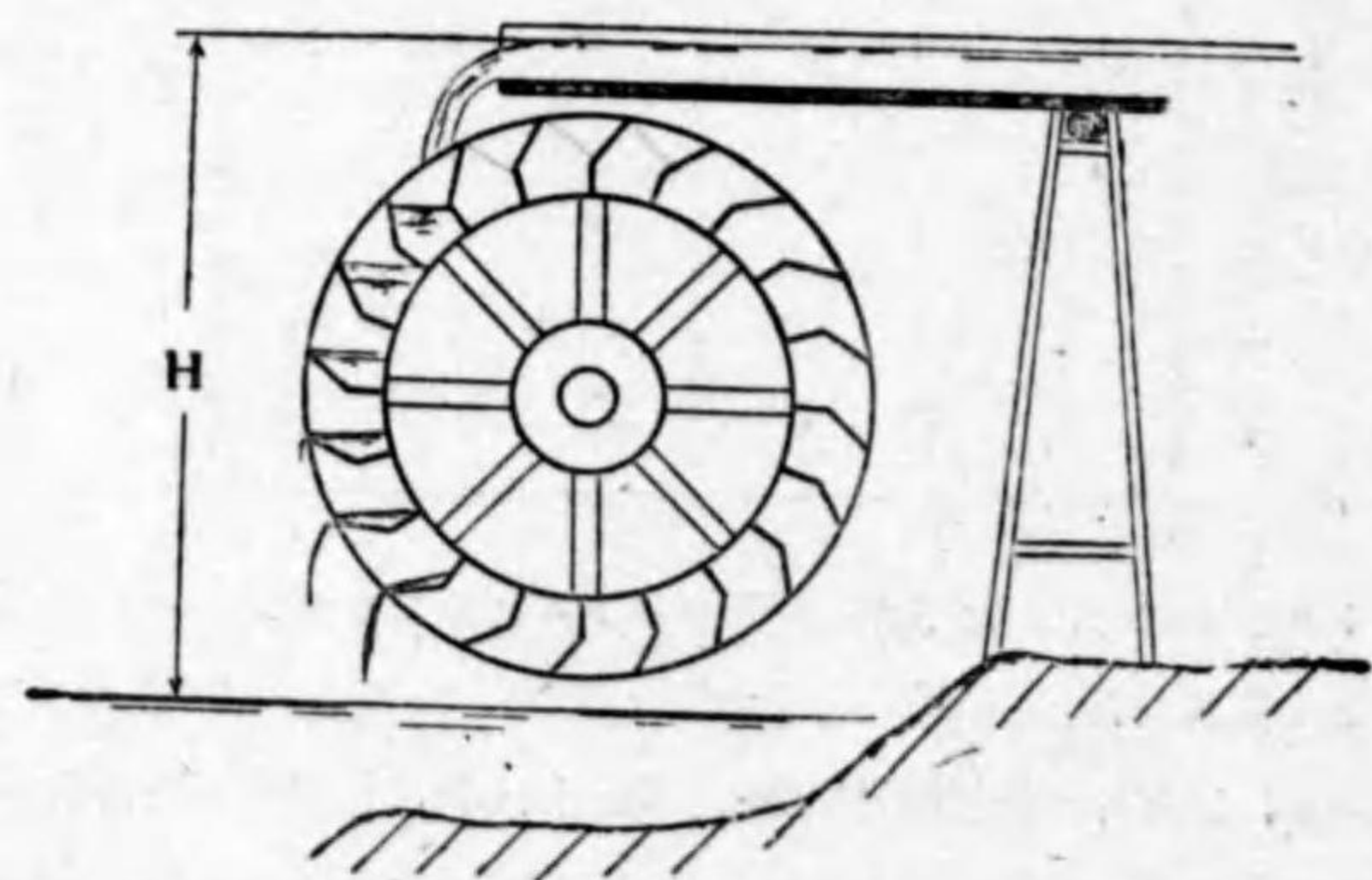
2. 水力利用の發達

水車 (Water Wheel) 又は水力タービン (Water Turbine) は、水力 (Water Power) 即ち水の有するエネルギーを利用して、それを機械力 (Mechanical Power) に變換する爲の機械である。水力 (Water Power) としては一度蒸發し、高い所で凝結した水の位置のエネルギーが主として利用されるのであるから、結局水力は大陽熱の間接の利用であると言つてよい。此外にも湖の干満を利用する處の潮力 (Tidal Power) なるものもあるが、現在では未だ試験時代であつて、實施されてゐるものは極めて稀である。

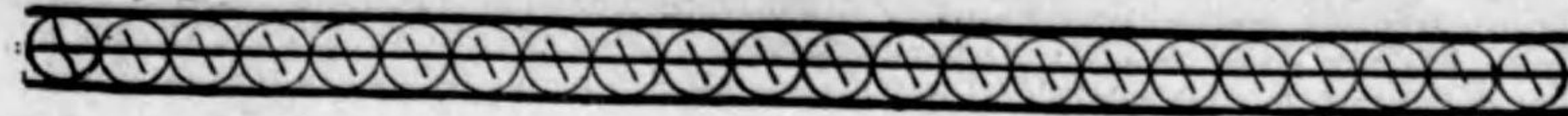
水力の利用は各國とも非常に古くから行はれて居た。然し乍ら其當時利用してゐた方法は頗る原始的なもので、第1圖に示す様に輻射羽根 (Radial Vane) を附けた木製の車を自然の流れに浸け、其の運動のエネルギー $\frac{v^2}{2g}$ を利用するだけであつた。



第 1 圖



第 2 圖



其後今日農家に殘存してゐる様な(第2圖参照)稍進歩した水車が作られ、短い乍ら水を水車まで導く爲の溝又は樋を設け、位置のエネルギーも稍都合よく利用する様になつた。水力利用に於ては此溝や樋の事を導水路と稱し、又水車で利用した水が流れる溝の事を放水路と稱してゐる。此場合導水路の水面と放水路の水面との高さの差 H に相當する位置のエネルギーが、水車に利用さるべき水力のエネルギーであつて、此高さ H の事を落差 (Head) と稱してゐる。水力學に於ける位置水頭に相當するものである。

此様に水車と水路とを綜合したものが水力原動所 (Water Power Plant) であつて、單に水車のみを用ひた時代から見れば此間に非常な進歩があつたと云ふ可きである。例へば流の速さ v が毎秒 1.5 m である河へ水車を漬けた場合利用し得る速度水頭 H は

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{1.5^2}{2 \times 9.8} = \frac{2.25}{19.6} = 0.115 \text{ m}$$

となる。即ち高さにして僅に 10 cm である、従つて水車の幅を廣く作つて餘程多量の水を作用させないと相當の動力が得られぬ。然るに導水路を設けた水車では $H=3\text{m}$ 位の落差を利用する事は容易である。更に導水路の代りに鐵管によつて水を水車に導けば數百 m の落差を利用する事も出来る。以上に述べた水車は主として穀物の精製、製紙、製材、灌溉等に用ひられてゐた。

十九世紀の初めに蒸汽機關が發明されて以來、工業が大仕掛となり、それに使用する原動機としては専ら蒸汽機械が用ひられ、山間僻地でなければ利用出来ない水力は殆ど顧みられなかつた。然るに近年電氣工學が進歩した結果、あらゆる方面に電力を用ひる事が便利になり、殊に高壓の電力を送電線によつて遠方の土地へ經濟的に輸送する事が可能となつて以來、(例へば黒部、東京間の送電距離は、293.6 km、又笹津、大阪間の送電距離は、314.9 km、である) 動力發生の場所は何等制限を受けることなく、最も經濟的な方法を取れば良い事になつた。

其以前より歐米の専門家によつて研究改良されて居た水車は、早速發電機の運轉に使用され今日の様水力電氣の非常な發展を見るに至つた。最近ソビエツトロシアのドニボロストロイといふ發電所に 据附られた最大の水車は、其單位出力が 100,000 馬力に達すると言はれて居る。又北米ナイアガラの發電所の水車は單位出力が 70,000 馬力に達する。内地では日本電力會社の蟹寺發電所(富山縣神通川)の水車が 38,500 馬力、關東水力電氣會社の佐久發電所(群馬縣利根川)の水車が 36,000 馬力、である。之等の大水車に於ては効率が 90% 以上に達すると稱せられてゐる。猶最近出來た米國フーズーダムの大發電所では 115,000 馬力の水車 15 臺及び 55,000 馬力の水車 4 臺を据付け、合計 1,330,000 kW を發電する計畫である。又朝鮮長津江發電所へ据付けた(電業社製作)の水車 3 臺は各 52,300 馬力である。

3. 我國に於ける水力

水 我國では川は小さいが幸ひ急流が多いから可成の水力が得られる。逓信省の調査によると平水時に約1千萬キロワット、濁水時に於て約其半分の水力が利用し得られると云ふ。北米合衆國と加奈陀を除いた水力調査済の國々の中では最も豊富である、又既に開發された水力も亦世界第三位と云はれてゐる。我國に於てはじめて水力電氣事業が起つたのは明治24年(西曆1891)5月京都市が琵琶湖疏水工事に附隨して120馬力の水車2臺を設備し80kwの發電機を運轉して電力を供給した時にはじまる。

明治年間に於ては水力による發電は火力發電に及ばなかつた。然るに大正に入つてから水力電氣は急に増加し今日では水力による發電が火力による發電より遙に大きくなつた。今我國に於ける(朝鮮、臺灣等を除く)發電力増加を火、水力別にキロワット(kW)で示すと次の様になる。

	火力發電	水力發電
明治 3 6 年	31,128 kW	13,124 kW
" 3 8 "	55,827 "	18,574 "
" 4 0 "	76,288 "	38,622 "
" 4 2 "	108,709 "	73,504 "
明治 4 4 "	177,733 "	143,831 "
大正 1 "	228,864 "	233,339 "
" 3 "	299,383 "	416,586 "
" 5 "	335,655 "	469,634 "
" 7 "	386,842 "	597,124 "
" 9 "	552,156 "	825,387 "
" 1 1 "	709,113 "	1,070,060 "
大正 1 3 "	763,146 "	1,474,357 "
昭和 1 "	1,236,644 "	1,965,970 "
" 3 "	1,531,703 "	2,290,356 "
" 5 "	1,601,677 "	2,797,637 "
" 9 "	2,223,113 "	3,268,834 "

今我國に於て利用し得べき平水時の水力が約10,000,000 kWで、昭和9年度末落成した水力發電所の總出力が3,268,834 kWであり、綜合効率を75%とすれば、約4,360,900 kWの水

力を使用してゐる事になる。従つて全水力の約43.6%が開發利用されてゐる事となる。

我國で据附けられた水車も歐洲大戰前には外國品が多く、其主な製造家は、瑞西のエッシャーウイス(Escher Wyss)會社、獨逸のフイト(Voith)、瑞典のベーヴィング(Böving)會社等であつたが其後電業社原動機製造所(東京市蒲田區)、日立製作所(茨城縣助川)等で製作する國産品が次第に多く使用される様になり、今日に於ては特殊の場合を除き、殆どすべて國産品が採用される事となつた。上記製造家の外に米國のアリス・チャルマース(Allis Chalmers)會社、三菱重工業(神戸)等も水車を供給してゐる。

4. 水力と火力の利害得失

水力と火力とによる發電の利害得失を比較すると、水力發電に要する費用は主として大なる工事や設備に對する金利の如何によつて左右され、その運轉に要する費用は餘り重大でない。従つて一度これを設備した以上發生動力の多少に關せず經費は略一定である。

これに反して火力發電に於ては、その設備に要する費用は水力の場合程巨額でない。従つてそれに對する利子の如何は餘り重大でないが、これを運轉するに要する燃料費は大きな額に達する。故に動力發生の多少によつて全經費は大いに左右される譯である。

今或る一例について其割合を示すと、水力發電所に於ては其建設に投下した資金の利子は全經費の68%にも達するが、火力發電に於てはこれが僅かに18%である。

又火力發電に於ては燃料に要する費用は全經費の67%に達するが、水力發電に於ては運轉するに要する費用は僅かに5.5%である。

この様な相違があるから水力發電所に於ては主として基礎になる負荷を引受けた方が利益である。即ち其設備をなるべく休みなく利用して、動力を發生せしめた方が利益である。之れに反して火力發電所は水力による發電が不足する場合これを運轉せしめる様に計畫した方が利益である。要するに火力發電所は豫備發電所に適する性質を有してゐる、この事は下に示す昭和9年度の我國に於ける發電量の比較を見れば了解出来る。

	原動力別 發電量	百分率
水 力	15,800,173,037 kW時	84.1
汽 力	2,973,466,366 kW時	15.8
内 燃 力	19,970,743 kW時	0.1
合 計	18,793,910,146 kW時	100.00

5. 水力発電所

水 水力発電所 (Hydro-Electric Power Plant) は落差の高低、水量の大小、地形の如何等によつて種々な形を取るが、低落差と高落差の二種類に大別する事が出来る。落差の高低に就いてはその範囲を明瞭にあらはす事は出来ないが、大體に於いて 30m 以下を低落差、20m~150m、までを中落差、120m、以上を高落差と稱するものと考へてよろしい。

■ 扱て低落差の水力発電所としては、勾配の餘り大きくない河川の水力を利用したもので第 3 圖はその一例である。



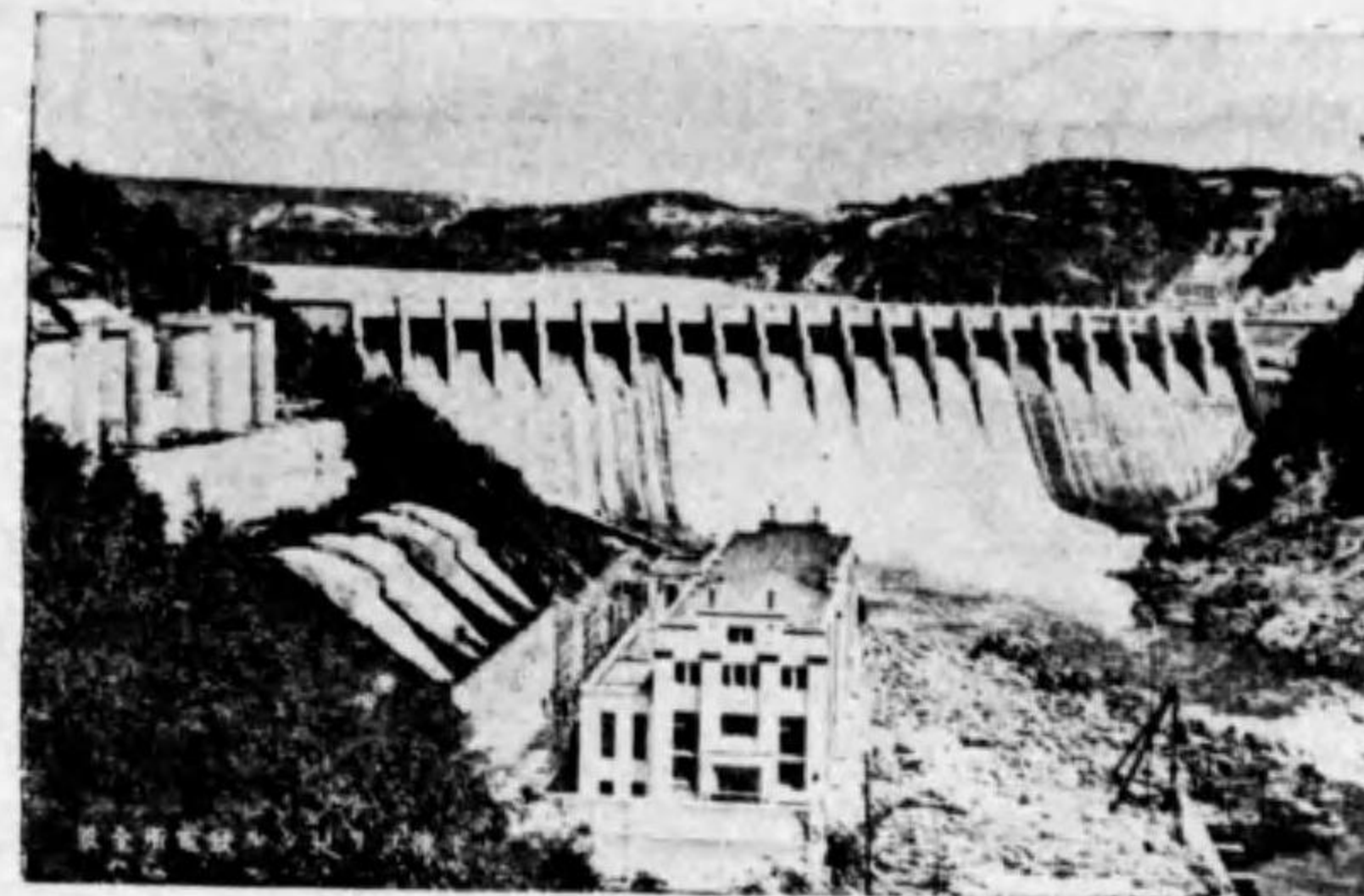
- 1—堰 堤
- 2—取 入 口
- 3—導 水 路
- 4—水 車 室
- 5—放 水 路
- 6—自然の流

第 3 圖

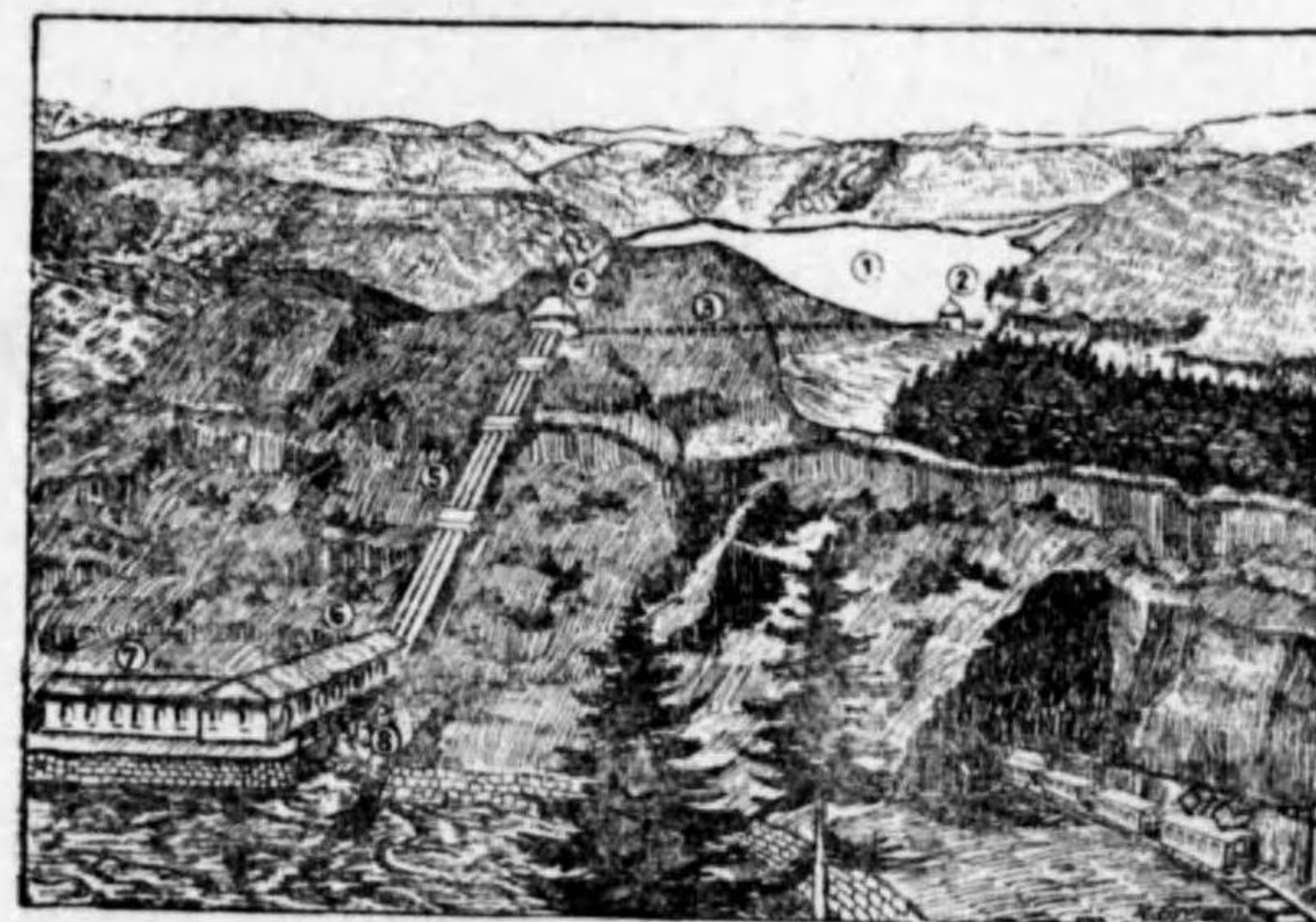
この種の発電所に於いては河を横切つて堰堤(Dam)を設け、その上流を一種の貯水池(Storage Reservoir)に作り、人工的に落差を増すと同時に水量を調整する爲に用ひる。水は取入口(Intake)より導水路又は原水路(Head Race)と稱する人工的の河によつてその下流に設けた水車室(Turbine House)内の水車に導かれる。水車によつて利用された水力のエネルギーは先づ機械力に変換され、更に此の機械力によつて発電機(Generator)を運轉して電力を發生するのである。第 4 圖は大同電力會社の木曾川大井発電所である落差は 42.5 m であるから中落差とも云へるが、水量が非常に多い爲、大體に於て低落差水力発電所の形式をとつて居ると云つてよろしい。

水車によつて利用された水は放水路(Tail Race)によつて再び自然の流まで導かれる。

次に第 5 圖は高落差水力発電所の一例を示す。



第 4 圖

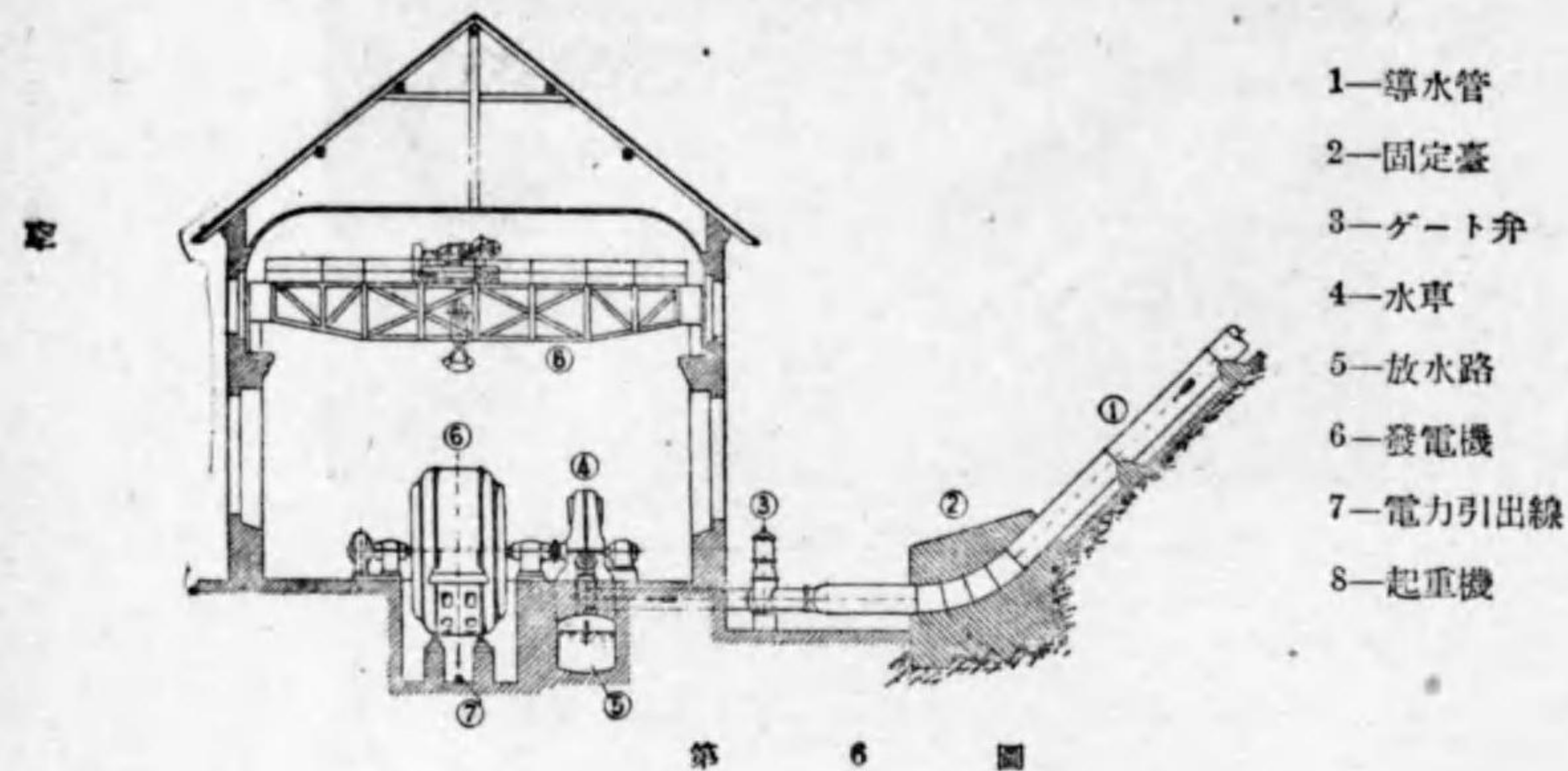


第 5 圖

- 1 山湖又は貯水池
- 2 取入口
- 3 壓力隧道
- 4 上水槽
- 5 導水管
- 6 水車室
- 7 配電及變壓室
- 8 放水路

低落差発電所の例に於いて示したと同様に、上流に堰堤を設けて一種の貯水池を作り、その水を取入口より導水路によつて水車室へ導く種類もあるが、又第 5 圖の様に山湖を直ちに貯水池として利用し、取入口より壓力隧道(Pressure Tunnel)又は水路を経て上水槽(Head Tank)

又は調整池 (Forebay) に導き、それより多くは急勾配に設けた一本乃至数本の導水管 (Penstock) と稱する鐵管によつて水車室に導く。水車によつて利用された水は矢張り放水路によつて自然に流れ下る所まで導かれる。



第 6 圖は此種の發電所の機械室の断面圖である。導水管を流下した水はゲート弁 (Gate Valve) を經て水車に導かれる。而して水車に作用した水は水車並にそれと通常直結されてゐる發電機を回轉せしめる。第 7 圖の寫眞は中央電氣會社鳥坂發電所の全景である。落差は 203 m で高落差の一例である。



第 7 圖

6. 水量と落差

水車に作用せしめる水量は通常 Q で表はされ、其單位は m^3/sec を用ひる。従つて嚴密に云へば水量でなくて流量と云ふべきである。

假て $1 m^3$ の水の重量は $1,000 kg$ であるから、 $Q m^3/sec$ の水量を重量で表はすと $1000 \times Q kg/sec$ となる。この重量の水が $H m$ の有効落差を通して落下する場合、重力によつて爲される仕事の割合は、若し其エネルギーの變換が完全に行われるものと假定すれば、 $1000 \times Q \cdot H kg m/sec$ である。然るに 1 馬力は $75 kg \cdot m/sec$ であるから、此仕事の割合を馬力に換算すると、

$$W.H.P. = \frac{1000 Q \cdot H}{75} = 13.3 Q \cdot H \dots\dots\dots (1)$$

となる。但し此式によつてあらはされる馬力 W.H.P は、水車の中で起る種々なエネルギーの損失を考へず、只有効落差 H を通して落下した Q なる水の出し得る馬力であるから、之を理論馬力 (Theoretical Horse power) 又は水馬力 (Water Horse Power) と云つてゐる。

又上記の動力をキロワットに換算すると、

$$L_h = \frac{1000 Q \cdot H}{102} = 9.8 Q \cdot H \dots\dots\dots (2)$$

となる。此式によつてあらはされる L_h は水車の理論動力をキロワットであらはしたもので、即ち理論動力である。

従來用ひられて居つた英式の單位では、水量 Q を ft^3/sec であらはし、又落差は呎であらはしてゐる。従つて水馬力に對する式は

$$W.H.P. = \frac{62.4 Q \cdot H}{550} = \frac{QH}{8.8}$$

となる。呎の代に尺を用ひた場合には

$$W \cdot H \cdot P = 0.111 QH$$

となり、呎單位の場合とは稍異なる。尙毎秒一立方尺の水量の事を個と稱してゐる。

假て式 (1) 及び (2) 等から明かな通り、水車に於いて利用し得る動力は、毎秒の水量 Q と落差 H との積 $Q \times H$ の大きさによつて定まる。従つて水量と落差は水力の二要素であると云ふ事が出来る。例へば $H=100 m$ の落差に於て、 $Q=1 m^3/sec$ の水量を利用する場合得る所



の動力と、 $H=10\text{m}$ の低落差に於て、 $Q=10\text{m}^3/\text{sec}$ の水を利用した場合、得る所の動力は略等しくなければならぬ。然るに落差が低く水量が大きい場合には、水車其他の設備が一般に大きくなつて不利益である。従つて同じ河川に於ても、比較的高落差の水力が得られる處の上流が先づ開發され、次第に下流の水力が利用されるのが普通である。潮力の如きは水量は非常に大きい、落差は極く小さいから、此點から云つて之を利用する事が經濟的に困難である。

7. 出力と効率

章

有効落差 H に於て Q なる水量を利用する場合、その有するエネルギーを全部機械力に變へる事は勿論不可能である、即ち水が水車を通過する際、そのエネルギーの一部は失はれ、残りのエネルギーが水車の軸に傳達される。此の動力を有効水馬力 (Hydraulic Horse Power) 又は有効水動力と稱する。而して有効水動力と理論動力との比を水力効率 (Hydraulic Efficiency) と稱してゐる。之を式で示すと、

$$\eta_h = \frac{\text{H.H.P.}}{\text{W.H.P.}} \dots\dots\dots (3a)$$

$$\text{又は } \eta_h = \frac{I_h}{L_h} \dots\dots\dots (3b)$$

但し I_h は有効水動力をキロワットであらした値である。此 η_h の値は水車の種類、出力の大小は勿論の事、設計や工作の如何によつて變るが現今の水車に於ては凡そ

$$\eta_h = 80 \sim 98\%$$

の範囲にある。

有効水動力の計算には軸受 (Bearing)、詰物箱 (Stuffing Box) 等で、摩擦によつてエネルギーの一部が失はれ又回轉部分 (例へば軸接手) に於て生ずる伴風 (ともかぜ、Windage) によつても多少のエネルギー損失がある。之等の損失を軸動力から差引いた残りが水車の有効なる出力であつて、之を制動馬力 (Brake Horse Power) 又は正味動力と稱してゐる。又正味動力と有効水動力の比が水車の機械効率 (Mechanical Efficiency) と稱するものである。今機械効率 η_m を式で示すと

$$\eta_m = \frac{\text{B.H.P.}}{\text{H.H.P.}} = \frac{\text{B.H.P.}}{\eta_h \times \text{W.H.P.}} \dots\dots\dots (4a)$$



$$\text{又は } \eta_m = \frac{I_e}{L_e} = \frac{I_e}{\eta_h L_h} \dots\dots\dots (4b)$$

但し B.H.P は正味動力を馬力で表はした値で、又 L_e は正味動力をキロワットであらした値である。之より

$$\text{B.H.P.} = \eta_m \eta_h \times \text{W.H.P.} \dots\dots\dots (5a)$$

又は

$$L_e = \eta_m \cdot \eta_h \cdot L_h \dots\dots\dots (5b)$$

機械効率 η_m も亦水車の種類によつて異なるが略

$$\eta_m = 94\% \sim 99\%$$

と稱せられる。

水車に於ける水力損失並に機械損失を併せ考慮した場合の効率を e とすれば

$$e = \frac{\text{B.H.P.}}{\text{W.H.P.}} \dots\dots\dots (6a)$$

$$\text{又は } e = \frac{I_e}{L_h} \dots\dots\dots (6b)$$

となる。又

$$e = \eta_m \eta_h \dots\dots\dots (7)$$

であらわされるから、上に記した η_h 及び η_m の値から計算すると、此の効率の値は

$$e = 75\% \sim 92\%$$

となる。従つて正味動力は

$$\text{B.H.P.} = (75 \sim 92) \text{W.H.P.} \dots\dots\dots (8a)$$

又は

$$L_e = (75 \sim 92) L_h \dots\dots\dots (8b)$$

となる。此効率は勿論水車の種類や大きさによつて異なる。



尙發電機 (Generator) を水車に直結した場合、發電機の効率を e_g とし、その出力をキロワットであらしたものを L_g とすれば

$$L_g = e_g \cdot L_n = e_g \cdot \eta_m \cdot \eta_h L_n \dots\dots\dots(9)$$

今水車と發電機との総合効率 (Combined Efficiency) を e_c とすれば

$$e_c = e_g \cdot \eta_m \cdot \eta_h \dots\dots\dots(10)$$

水

故に

$$L_g = e_c \cdot L_n \dots\dots\dots(11)$$

發電機の効率を

$$e_g = 92\% \sim 96\%$$

とすれば

$$e_c = 72\% \sim 88\%$$

となる。發電機の出力を概算する場合には $e_c = .75$ と假定するのが普通である。]



第二章 水車の種類

8. 水車と水力タービン

水車 (Water Wheel) と水力タービン (Water Turbine) なる二つの言葉は共に用ひられてゐるが、其區別は判然たるものではない。或る人の定義によると、原始的な種類、例へば現在農家に残つてゐる みづぐるま の様なものが水車であつて、新しい設計によるものは總て水力タービンであると云つてゐる。又他の人の説によると羽根車 (Runner) の圓周の一部が水に作用されるものが水車であつて羽根車の全圓周に水が作用するものが水力タービンであると云つてゐる。然し乍ら實際にはこの二つが混同して用ひられてゐる。例へば現在高落差に廣く用ひられてゐる處のペルトン水車は新しい設計になるものであるから、第一の説によると立派な水力タービンである。又現に衝撃タービン (Impulse Turbine) とも云はれてゐる。然るに水は其の羽根車の一部にのみ作用するものであるから、第二の説によると明かに水車である。この様な事情であるから、水車と水力タービンの間には強ひて區別を付ける必要が無い。只本書に於いては便宜上總て水車と稱する事にした。

尙、水力原動機 (Hydraulic Prime Mover) としては、この他に往復運動する所の水力機關 (Hydraulic Engine) や、又自動揚水機の原動部分の如きも、その一種と見る事が出来るが、之等は極めて微々たるものであるから、本書に於いては廻轉運動をなす處の水力原動機、即ち水車に就いてのみ述べる事にする。

水が作用する有様によつて水車を分類すると、次の三種になる。

- (1) 重力水車 (Gravity Wheel)
- (2) 衝撃水車 (Impulse Wheel)
- (3) 反動水車 (Reaction Turbine)

此の區別を明かにする爲めには、エネルギーの種類によつて説明するのが便利である。

第8圖について水車が水のエネルギーを受ける直前、及び直後に於ける水の速度、並に壓力をそれぞれ v_1 , v_2 , p_1 及び p_2 とし、此の二つの切口の間の垂直距離を H_r とすれば、エネルギーを水車に與へる直前に於いて流れの有してゐるエネルギーは (水力学の中のベルヌーイの定理を参照) 1 kg について

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + H_r = H_1$$



である。但し g は重力の加速度、 γ は単位容積の水の重量である。

次にエネルギーを水車に與へた直後に於いて、流れの中に残存するエネルギーは

$$\frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} = H_2$$

である。

之等の式によつてあらはされるエネルギーは、いづれも 1 キログラムの水が有してゐるエネルギーである。而して H_1 を流れる間に生ずる損失エネルギーは省略する。扨て水車が 1 キログラムの水から受けとるエネルギーを H とすれば、このエネルギーは上に記した二つのエネルギーの差でなければならない。即ち

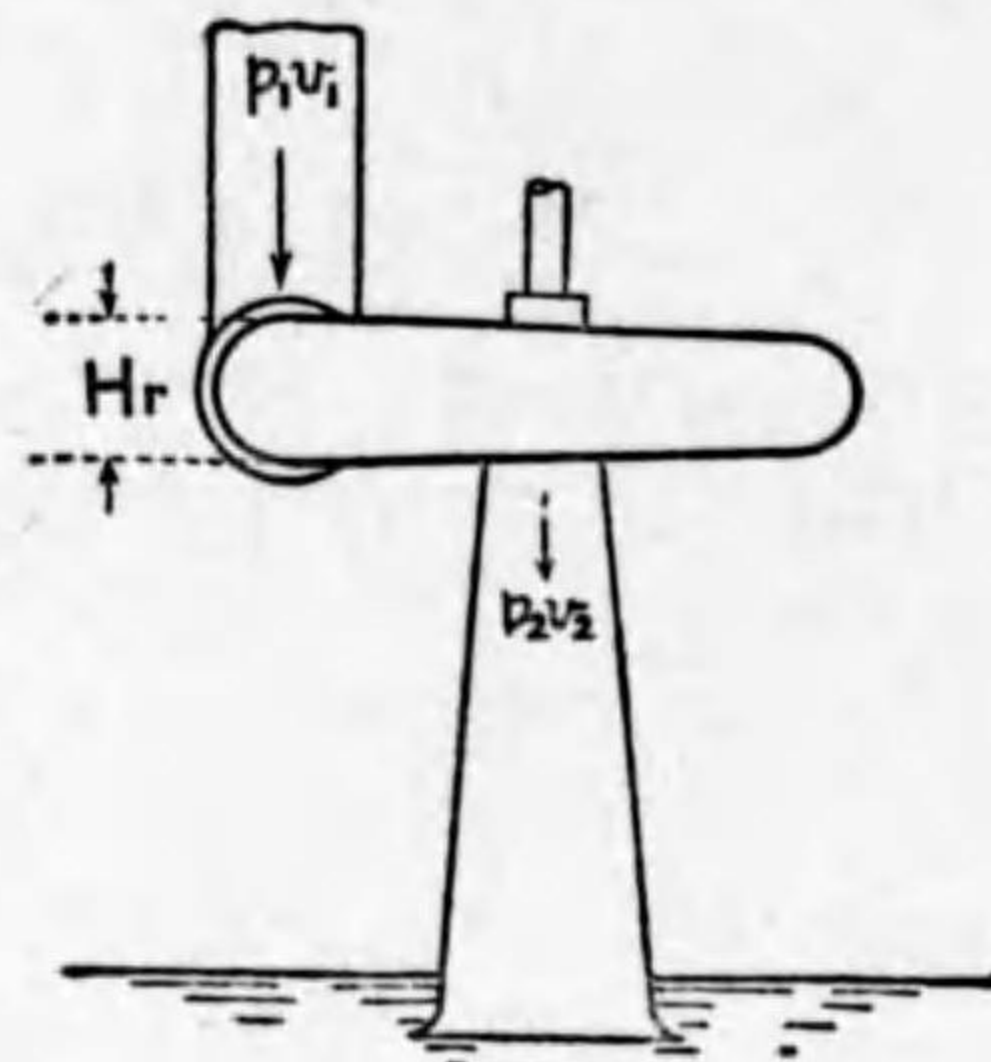
$$H = H_1 - H_2 = H_r + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{p_1 - p_2}{\gamma} \dots \dots \dots (12)$$

(1) の重力水車ではエネルギー H の大部分が上式の第一項 H_r によつて定まる。換言すれば主として水が H_r なる落差を通して落下する際の重力によつて動かされる水車である。農家で用ひてゐる水車には之に屬するものが多い。

(2) 衝撃水車に於いては H_r 即ち重力に相當する項と、 $\frac{p_1 - p_2}{\gamma}$ 即ち壓力の項は殆んど消失し、エネルギー H の大部分は $\frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$ のみによつて決定される。即ち水の有するエネルギーは殆んど全部速度のエネルギーとなり、其衝撃によつて水車を廻す。

(3) 反動水車では H_r の項は殆んど無視する事が出来るが、水が羽根車を通過する間に其の壓力が減じ、同時にその絶対速度も減する事によつて水車にエネルギーを與へる。従つて流れに對する羽根車の通路は常に流れによつて満たされてゐる必要がある。

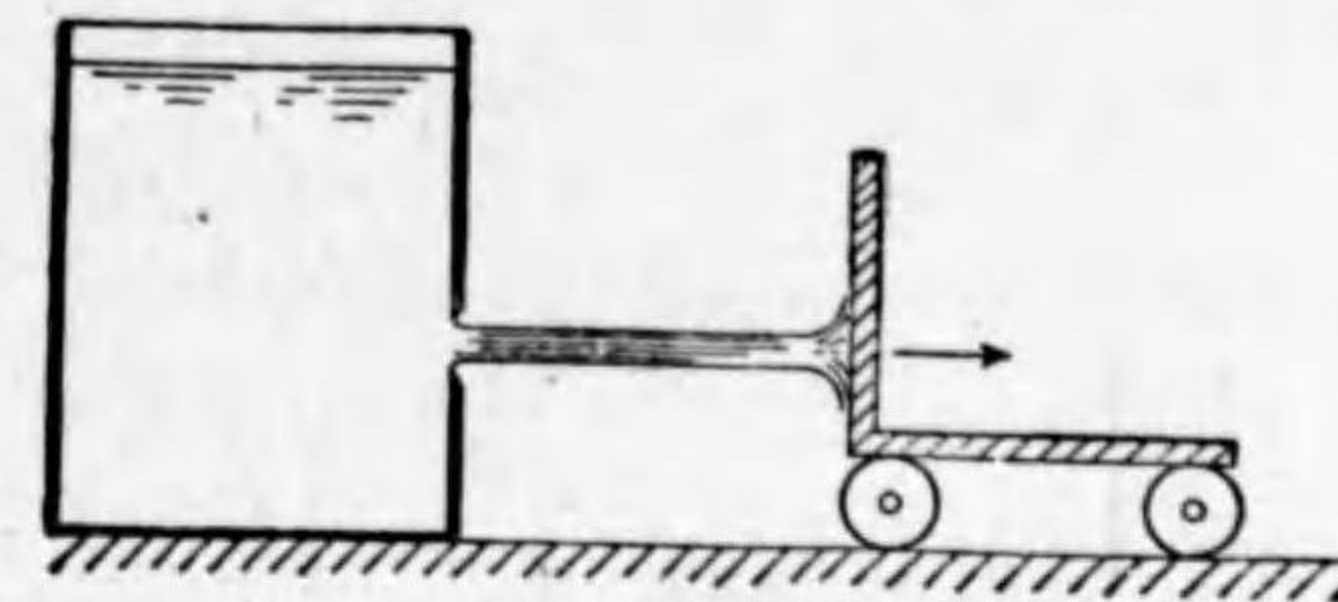
今衝撃水車と反動水車に於ける水の作用を簡単に説明しやう。第 9 圖は衝撃水車の作用をあらはすもので水のエネルギーは殆どすべて速度のエネルギーとなる。即ち噴射 (Jet) 又は噴流となつて、羽根車に相當する車體を噴射の方向に動かす。第 10 圖は實際の衝撃水車の略圖を



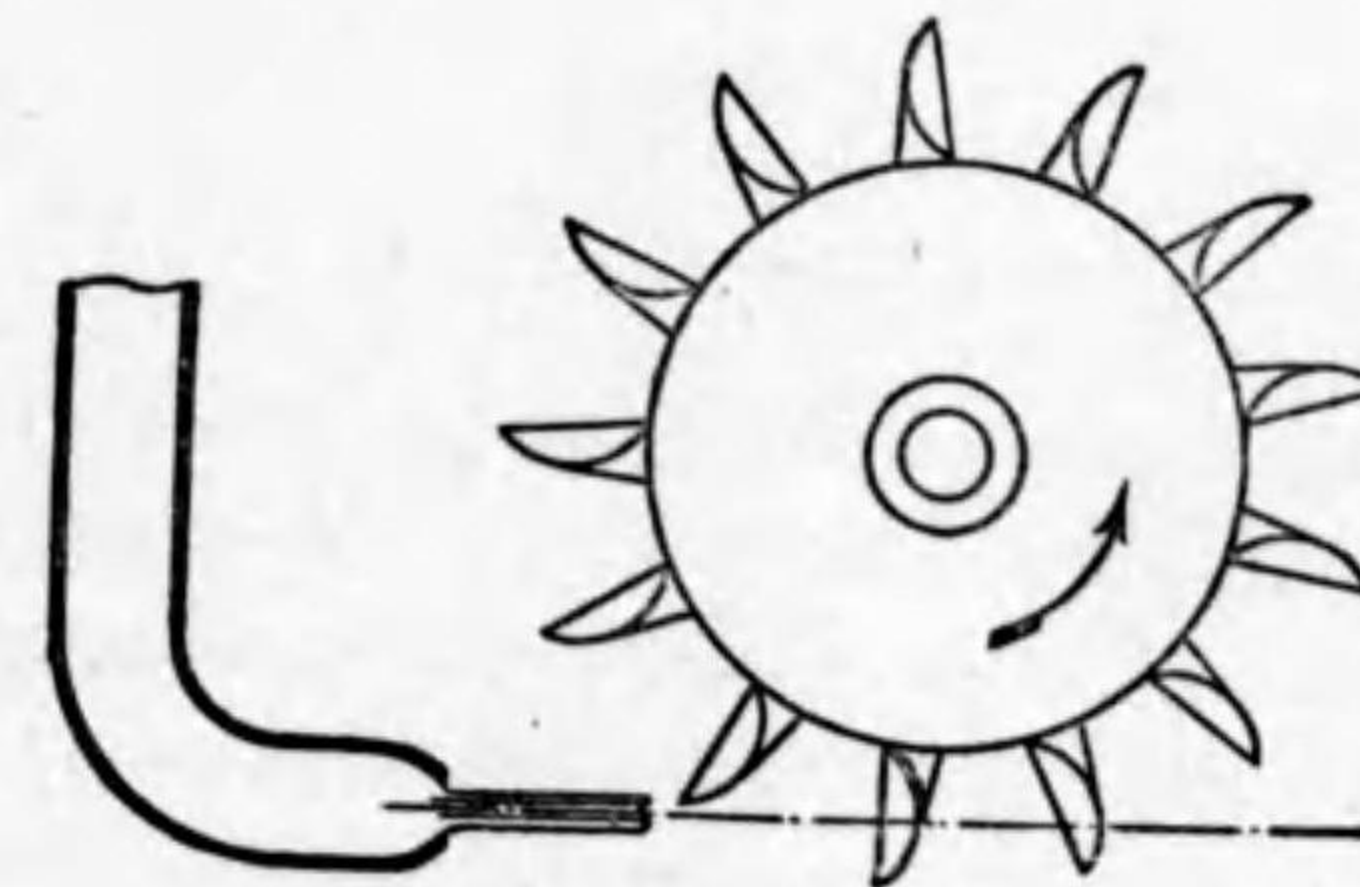
第 8 圖



示してゐる。



第 9 圖

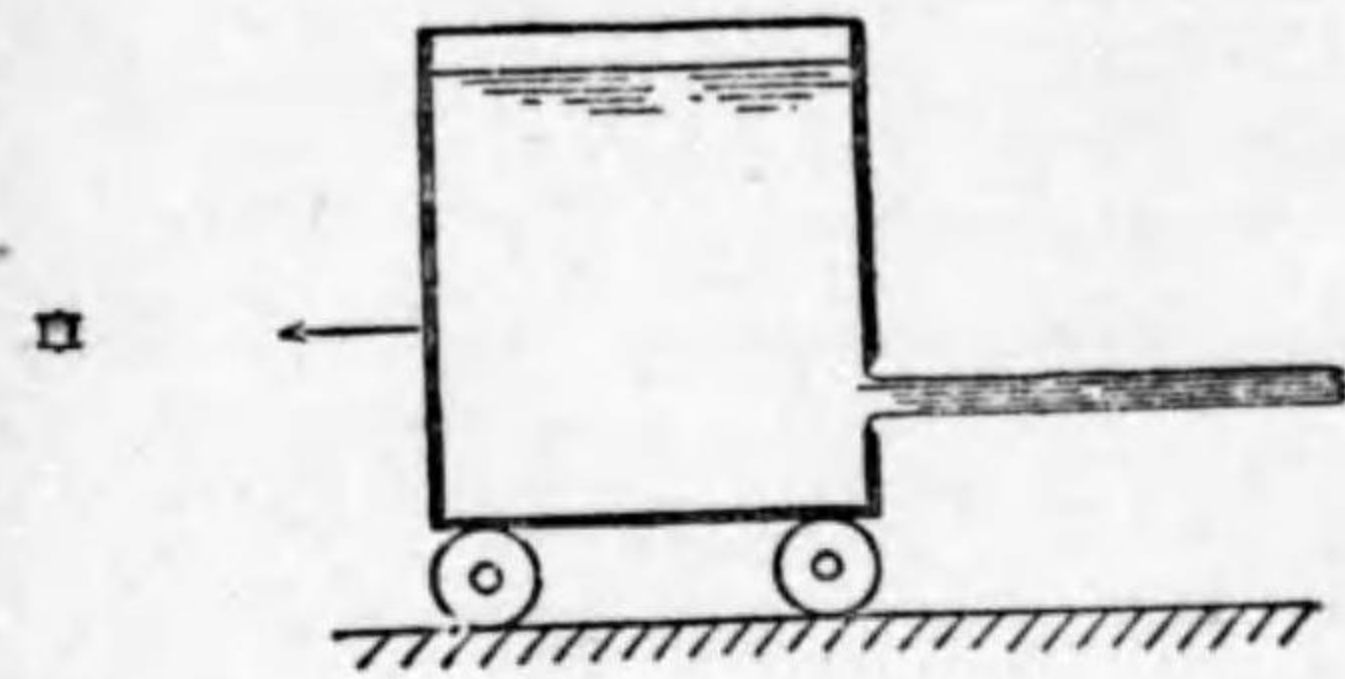


第 10 圖

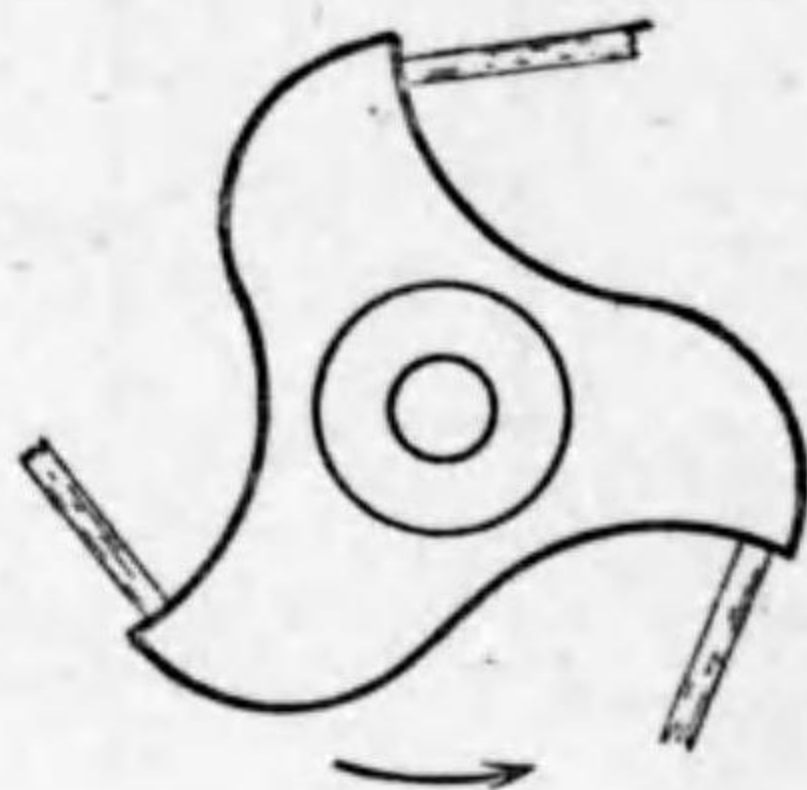
第 11 圖は反動水車に於ける水の作用を示すものである。水が水槽から流出する際に、その反動によつて水槽を流れと反對の方向に動かす。即ち此の場合は水槽それ自身が羽根車に相當する。第 12 圖は最も簡單なる反動水車を示すものである。以上説明した四つの圖を對照する事によつて衝撃水車、反動水車に於ける水の作用の大體を會得する事が出来やう。



水



第 11 圖



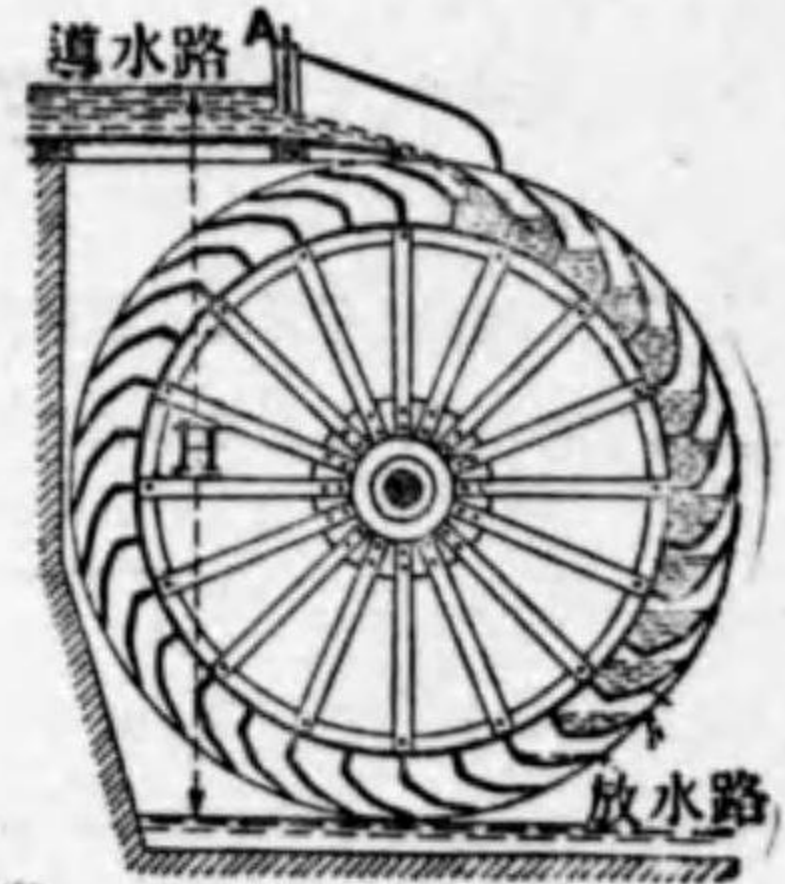
第 12 圖

9 舊 式 水 車

既に述べた様に各國に於いて古代から種々な水車が作られ、實用に供されて居つた。然し之等の多くの水車は、夫々何等かの缺點がある爲にすたれ今日に於いては高落差用として**ベルトン水車**、中落差並に低落差用として**フランシス水車**が専ら用ひられ、又最近に至つては極く低い落差に於いて大きな力を得る爲に、**カプラン水車**等の超高速水車が次第に注意される様になつた。然し乍ら何故上記の水車が専ら用ひられ又何故其他の水車がすたれたかを會得する爲に、舊式の水車に就いても一應説明する事にしよう。

(1) **上掛水車 (Over Shot Wheel)** 第 13 圖に示す様に水は車の上部に作用する。多少衝擊作用もあるが主として重力によつて動かされる。即ち重力水車的一種である。此種の水車で大きな落差 H を利用しようとするれば、水車の直徑が非常に大きくなり、不經濟なものとなる。従つて農家に於いて用ひられる以外には全く使用されない。

(2) **胸掛水車 (Breast Wheel)** 水は水車の胸のあたりから流入し全く重力によつて動かされる (第 14 圖参照)。此の水車は上掛水車と同様の理由で、小動力用

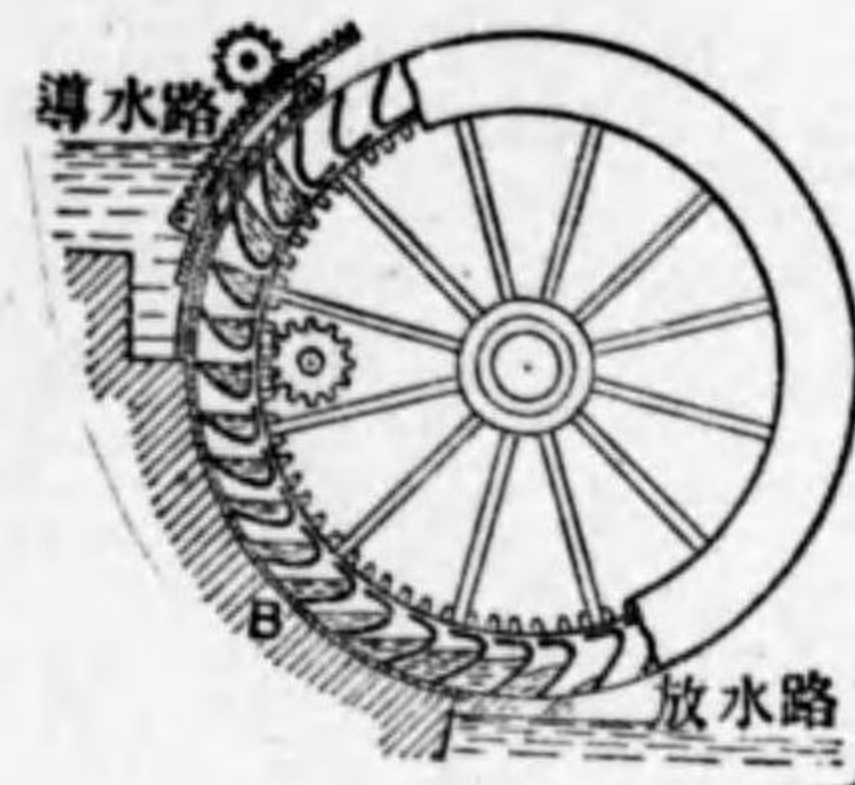


第 13 圖

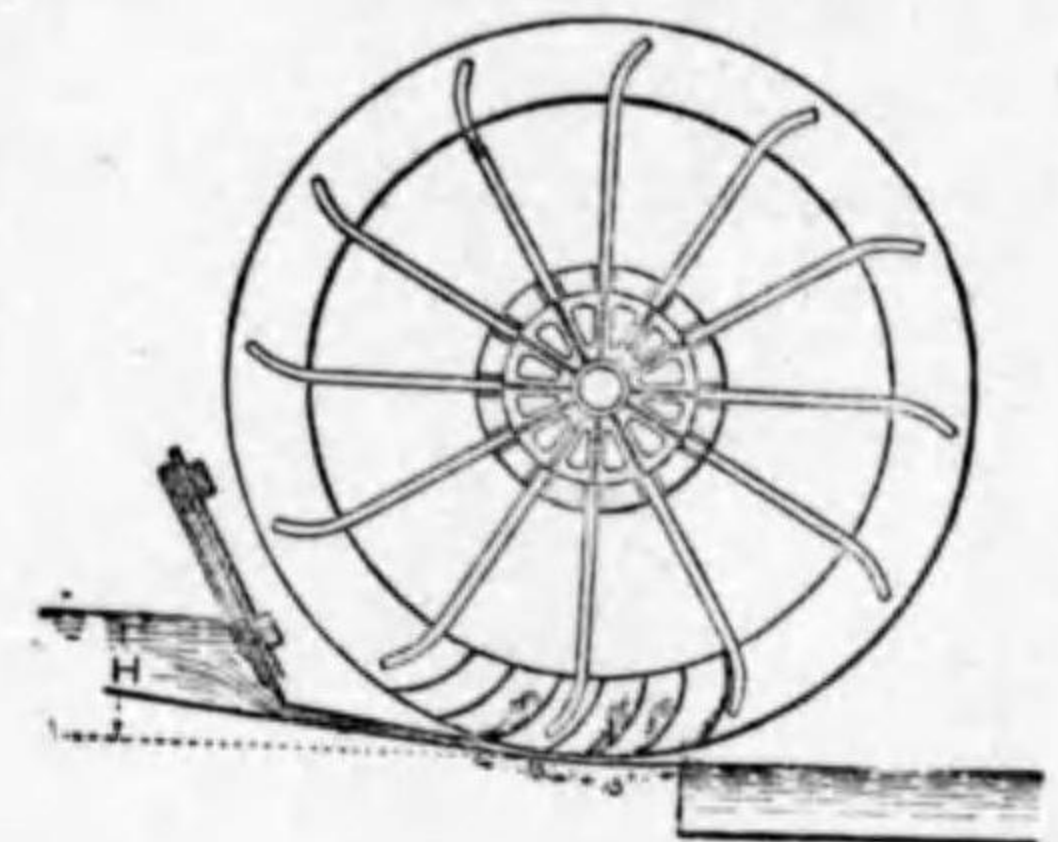


以外には用ひられない。殊に我國では少ない。

(3) **下掛水車 (Under Shot Wheel)**、第 15 圖に示す様に流れを一部せき止め、水は堰止板 (せきとめいた) の下から大きな速度を以て車の下部に衝擊を與へて廻轉せしめる。一種の衝擊水車である。羽根は平板のものもあるが**ポンスレ (Poncelet)** は水と車の速度を考慮し、衝突によるエネルギーの無益な損失をさけるために、曲面羽根の水車を作つた (西曆 1826 年頃)。之を**ポンスレ水車 (Poncelet Wheel)** と稱する。

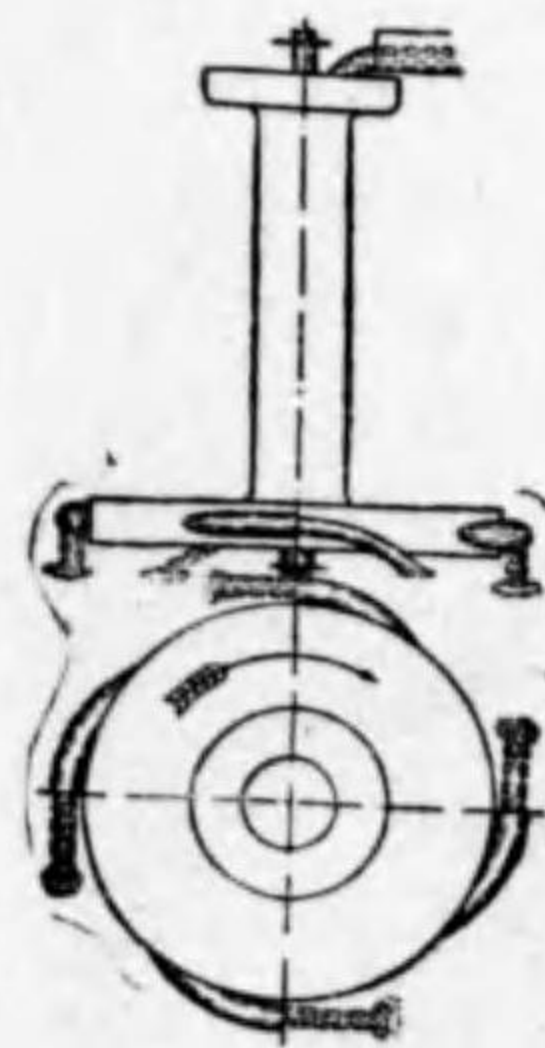


第 14 圖



第 15 圖

此種の水車では、圖に於て H なる落差によつて生ずる噴流の速度、 $v = \sqrt{2gH}$ に相當する運動のエネルギーを利用するのであるから、結局小さな出力しか得られない。且つ効率が一般に低い。



第 16 圖

- (a) 切線水車 (Tangential Wheel)
- (b) 輻流水車 (Radial Wheel)

(4) **バーカー水車 (Barker's Mill)** 一種の反動水車である。第 16 圖の様に直立管の上から水を供給し、其の管の下の端に連がつてゐる圓板狀の室の周圍に取付けた四本のノズルから、切線の方向に水を噴出せしめ、其際生ずる反動によつて、圓板を噴射と反對の方向に廻轉せしめ、直立管の中の軸に動力を傳へる。すこぶる原始的のものであるが現今多く用ひられる反動水車の元祖と云ふ點に於て興味のある水車である。

10 衝 撃 水 車

衝擊水車に於ては噴射が羽根車の羽根に向つて進む方向によつて



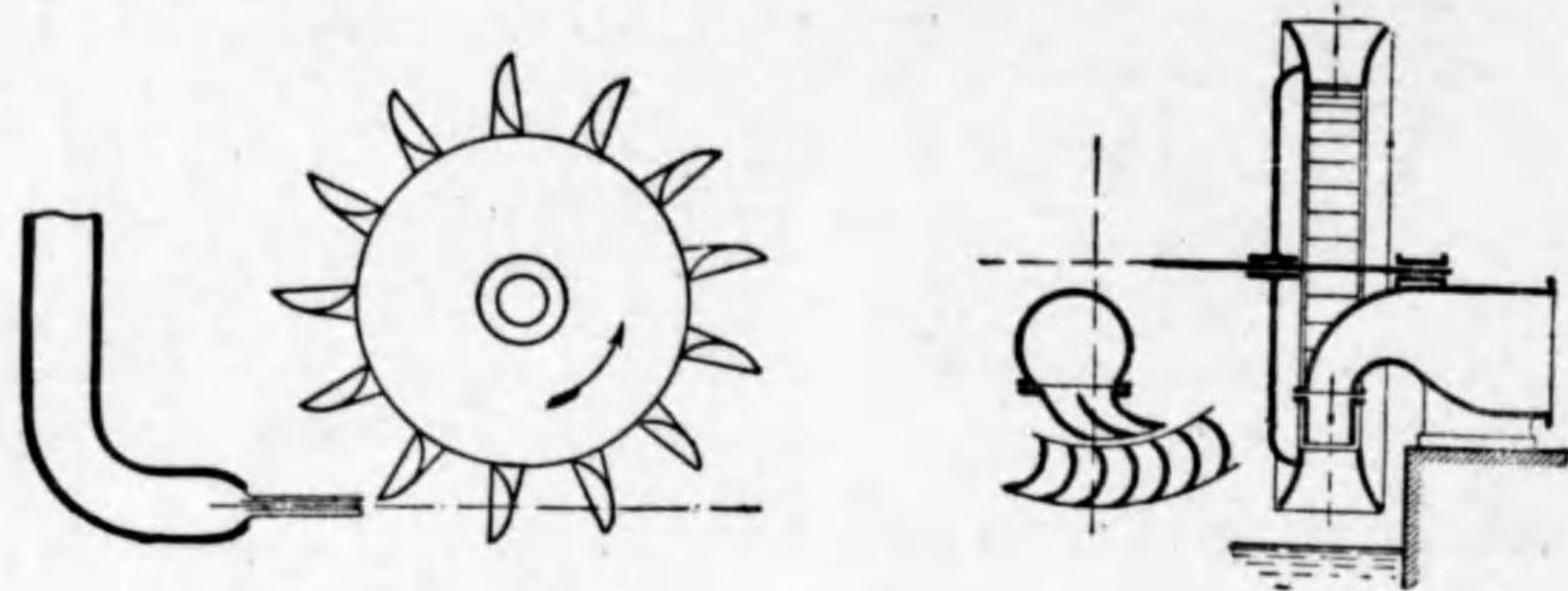
(c) 軸流水車 (Axial Wheel)

の三種に區別する。衝擊水車は大體に於て高落差で水量が比較的少い場合に適する。

水 (1) ペルトン水車 (Pelton Wheel) ペルトン水車は北米カリフォルニアのペルトン氏によつて發明された (西曆 1870 年頃) 衝擊水車である。第 14 圖に示す様にノズル (Nozzle) と稱する次第に細くなつた筒先から噴出した水が羽根車の周圍へ切線方向に作用する。切線水車である。此水車は其後種々改良され現今フランス水車に次いで最も多く用ひられる水車である。

車 此水車については後に詳述する。

(2) ジラルール水車 (Girard Turbine) 佛人ジラルールによつて發明された (西曆 1856 年頃)

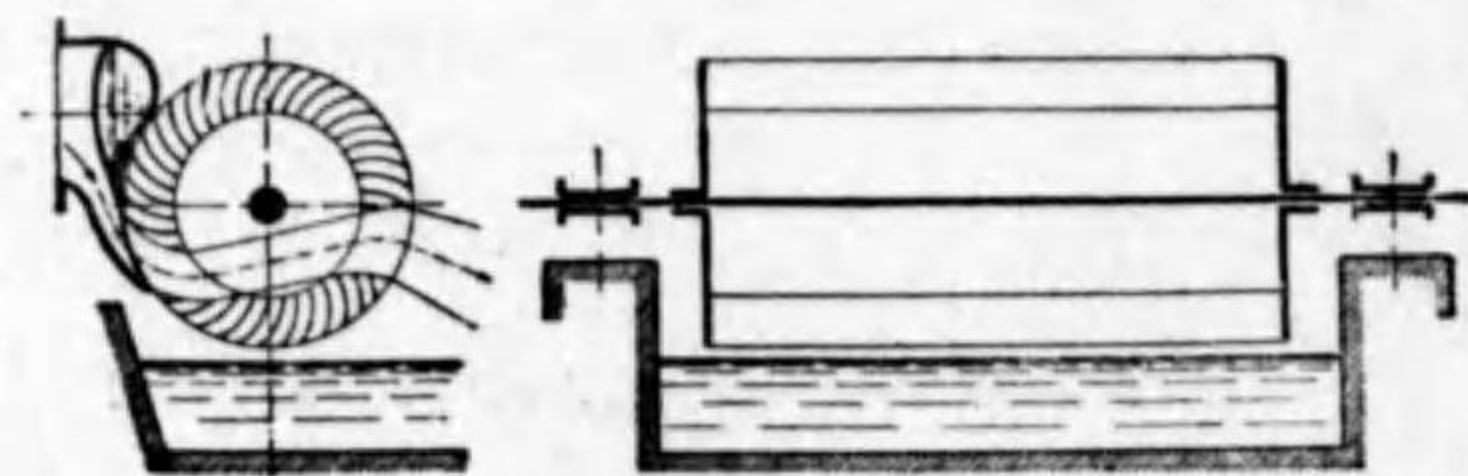


第 17 圖

第 18 圖

衝擊水車である。軸流のものもあるが第 18 圖に示す様に通常輻流である。圖について水は管によつて下向きのノズルに導かれ、次第に壓力を減じて速度を増し、大氣中に噴出して羽根に作用する。この水車は大體に於いてペルトンとフランスとの中間の條件に適するものであるが、この二つの水車に比して効率が低い爲め現今では少しも用ひられてゐない。

(3) バンキ水車 (Banki Turbine) ハンガリー人バンキ教授によつて歐州大戰頃に發明され



第 19 圖

た輻流水車である。第 19 圖に示す様に水は先づ内向きに羽根車に入り、更に外向きに再び羽



根車に作用する。ペルトン水車より比較的水量の多い場合に用ひる爲に作られた水車である。理論は面白いが、出力の大きなものを作る事が困難である爲、實際には殆ど用ひられてゐない。

11 反動水車

水

反動水車に於いても水が羽根車を通過する方向によつて次の様に分類する。

- (a) 輻流水車 (Radial Flow Turbine)
- (b) 軸流水車 (Axial Flow Turbine)
- (c) 混流水車 (Mixed Flow Turbine)

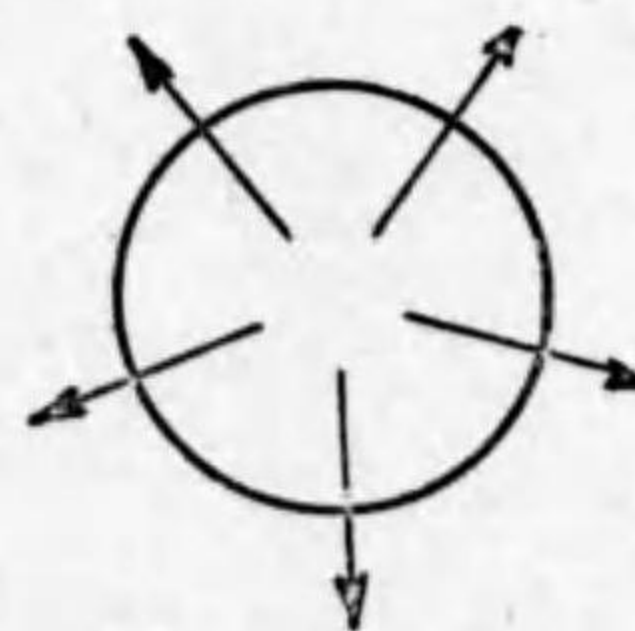
車

この中で (a) を更に二つに區別し

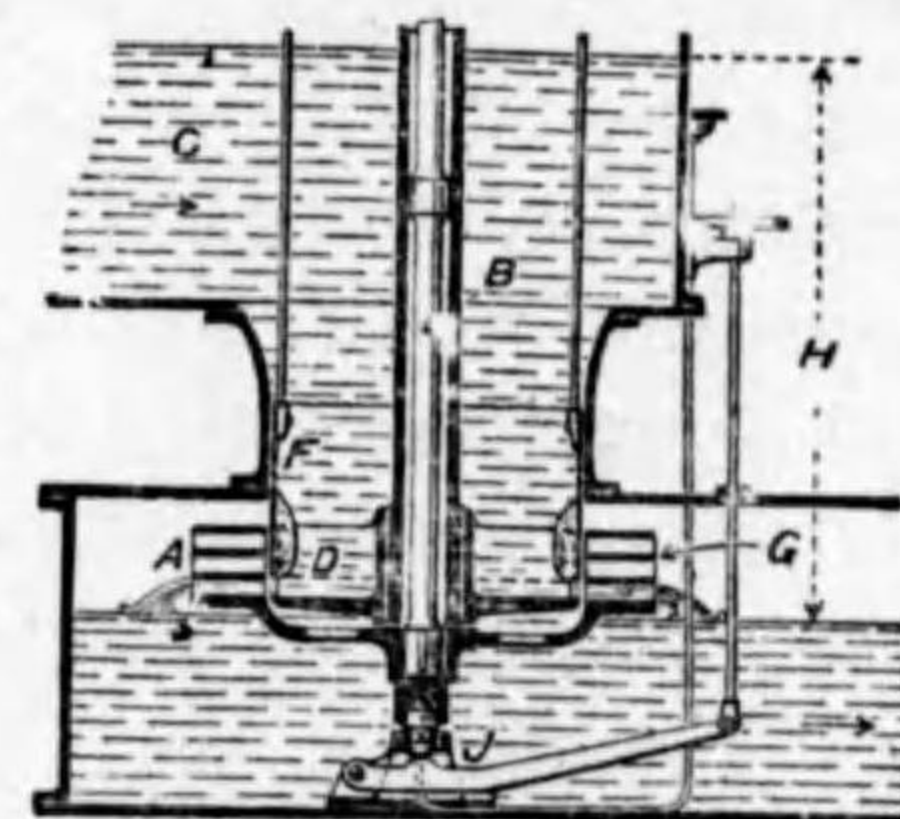
- (a.i.) 内向き輻流水車 (Radial Inward Flow Turbine)
- 又は求心水車 (Centripetal Turbine)
- (a.ii) 外向き輻流水車 (Radial Outward Flow Turbine)
- 又は遠心水車 (Centrifugal Turbine),

とする。反動水車は大體に於て衝擊水車より落差が低く、水量の多い場合に適する。

(1) フルネ、ロン水車 (Fourneyron Turbine) 佛人フルネ、ロンの發明にかゝる反動水車



第 20 圖



第 21 圖

である (西曆 1827 年頃)。この水車は外向輻流水車であつて、(第 20 圖参照) 其原理に於いてパーカー水車に似てゐる。第 21 圖に就いて、水は上の C から下り、D なる案内通路を經



て羽根車 A に入り、反動によつて羽根車を廻し乍ら流れ出る。

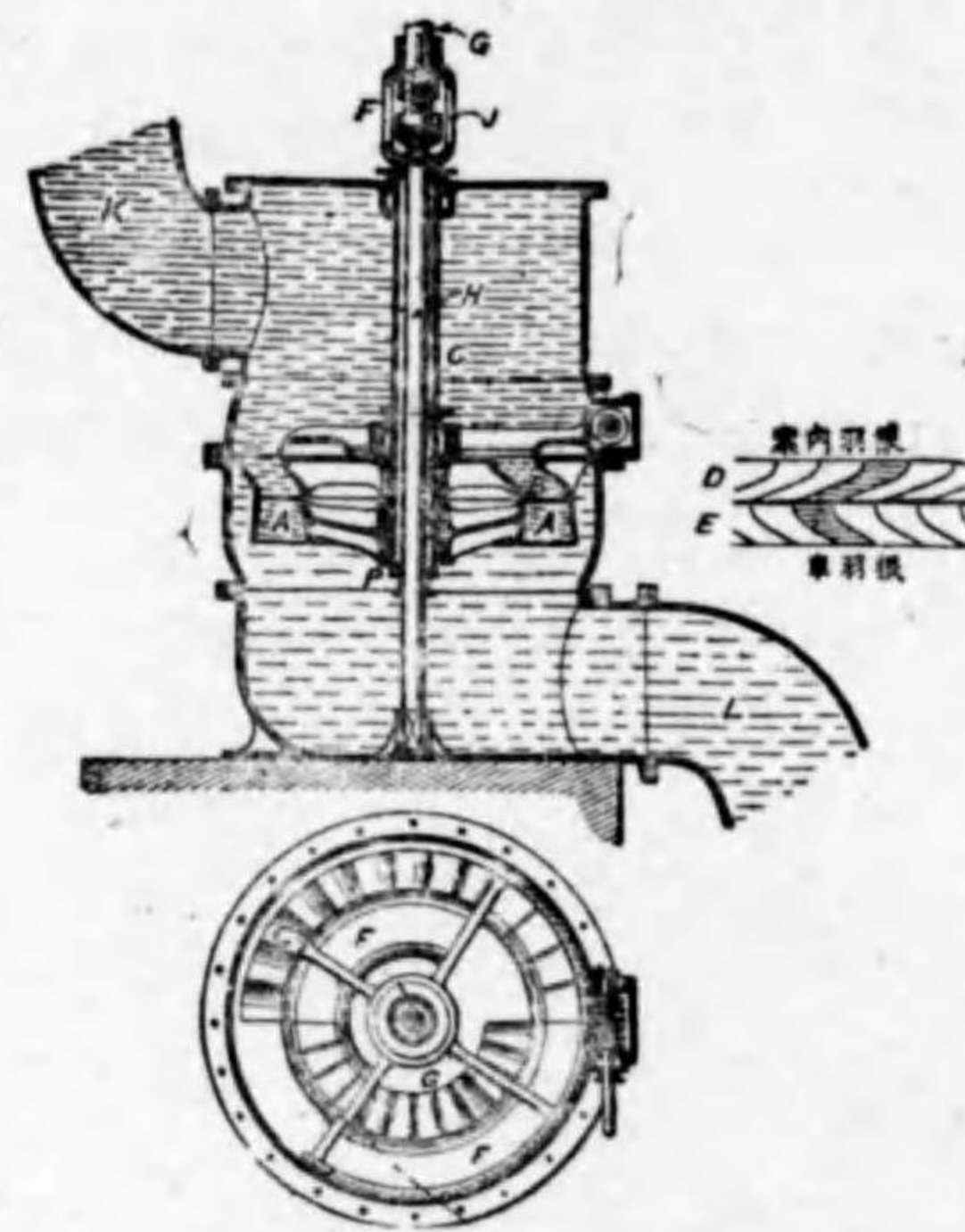
羽根車の内部に圓筒形の堰板があり、之を上下する事によつて、羽根車への通路の切口面積を増減し、水量を加減する。この堰板が一部分開いてゐる場合（これを部分開口と稱する）流れの亂れる範圍を制限する爲に、羽根車に於ける流れの通路を二枚の板によつて上下に三分してゐる。

フルネ、ロンの様な遠心水車では、（第 20 圖参照）負荷の減少によつて廻轉速度が増した場合、外方に向つて遠心力による壓力を増加せしめるから、其壓力に押されて羽根車を水が却つて多く流れる傾向がある。其の結果廻轉速度を一層高める缺點がある。又水量を加減する装置、即ち堰板が羽根車の内側にある事は調節に不便である。

(2) ジョナル水車 (Jonval Turbine) 佛人ジョナルによつて發明された軸流反動水車である（西曆 1843 年頃）。第 22 圖に就いて、水は

K から案内通路 B を通つて羽根車 A に入る。案内通路の入口 G は平面圖で見ると半徑の異つた二つの扇形を爲してゐる。而して其上に取付けた同じく扇形の堰板 F を廻す事によつて、G の入口を必要程度だけ閉ぢて水量を加減する。

羽根車を出た水は下に取付けられた管 L によつて放水路に導かれる。従つて羽根車よりの流出は水の中で行はれる、この管がある爲めに水車を放水面より或る程度高く据付け、洪水の際に安全ならしめ、而も水車と放水面との間の落差を利用する事が出来る。この管を吸出管 (Draft Tube) と稱してゐる。現今の反動水車は總てこの吸出管を具へてゐる。



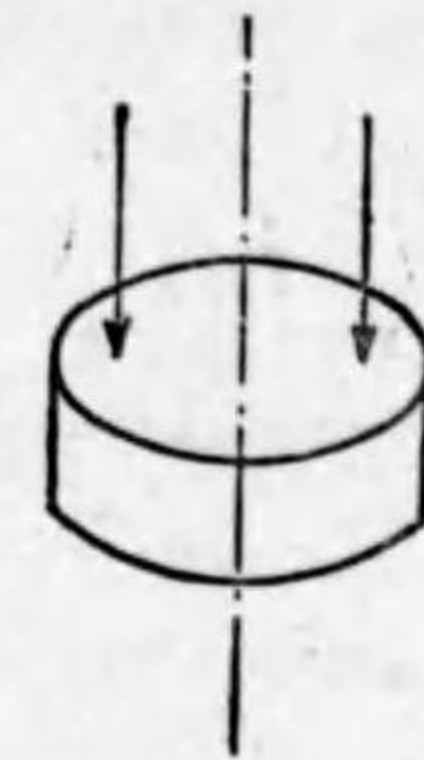
第 22 圖

ジョナル水車の様な軸流水車では、（第 23 圖参照）外向輻流水車の場合に起る遠心力の影響は殆どないが、案内通路を出て羽根車に入らうとする水の速度は、切口の各點に於いて略一様であると見なし得るに反し、羽根車の圓周速度は半徑と共に變るから、羽根車に入る水は其中にある水と衝突する恐れがある。此の缺點をさける爲めには、羽根車の半徑方向の幅を成る可く狭く作らねばならぬと云ふ不都合がある。

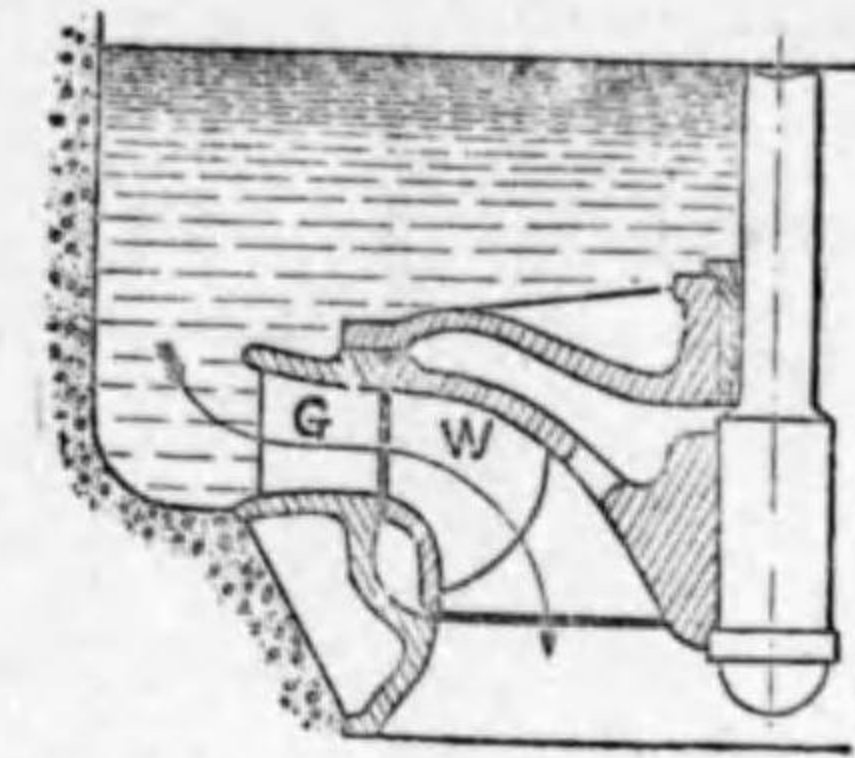
(3) フランシス水車 (Francis Turbine) 米國のフランシス (J.B.Francis) によつて發明された（西曆 1849 年頃）反動水車である。第 24 圖について G は案内羽根 (Guide Vane)



W は羽根車である。混流水車に屬し、水は第 25 圖に示す様に羽根車へ略心向に入り、羽根

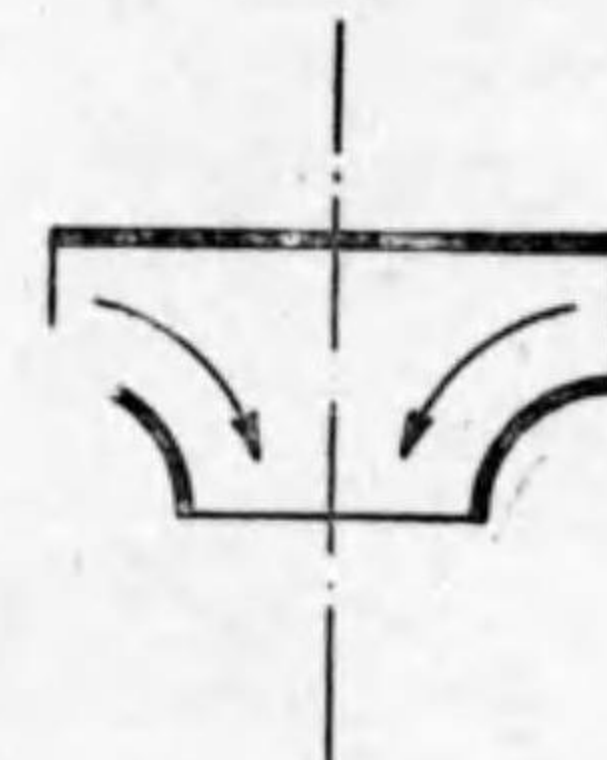


第 23 圖

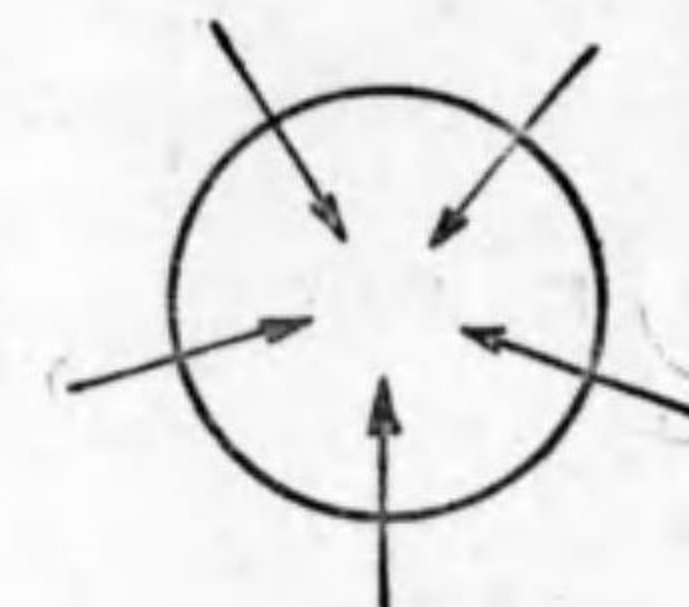


第 24 圖

車を通る間に次第に其方向を變へて、遂に軸方向へ出て行く。要するに輻流と軸流との混じたものである。今日最も多く用ひられる水車で、これについては後に詳述する。



第 25 圖



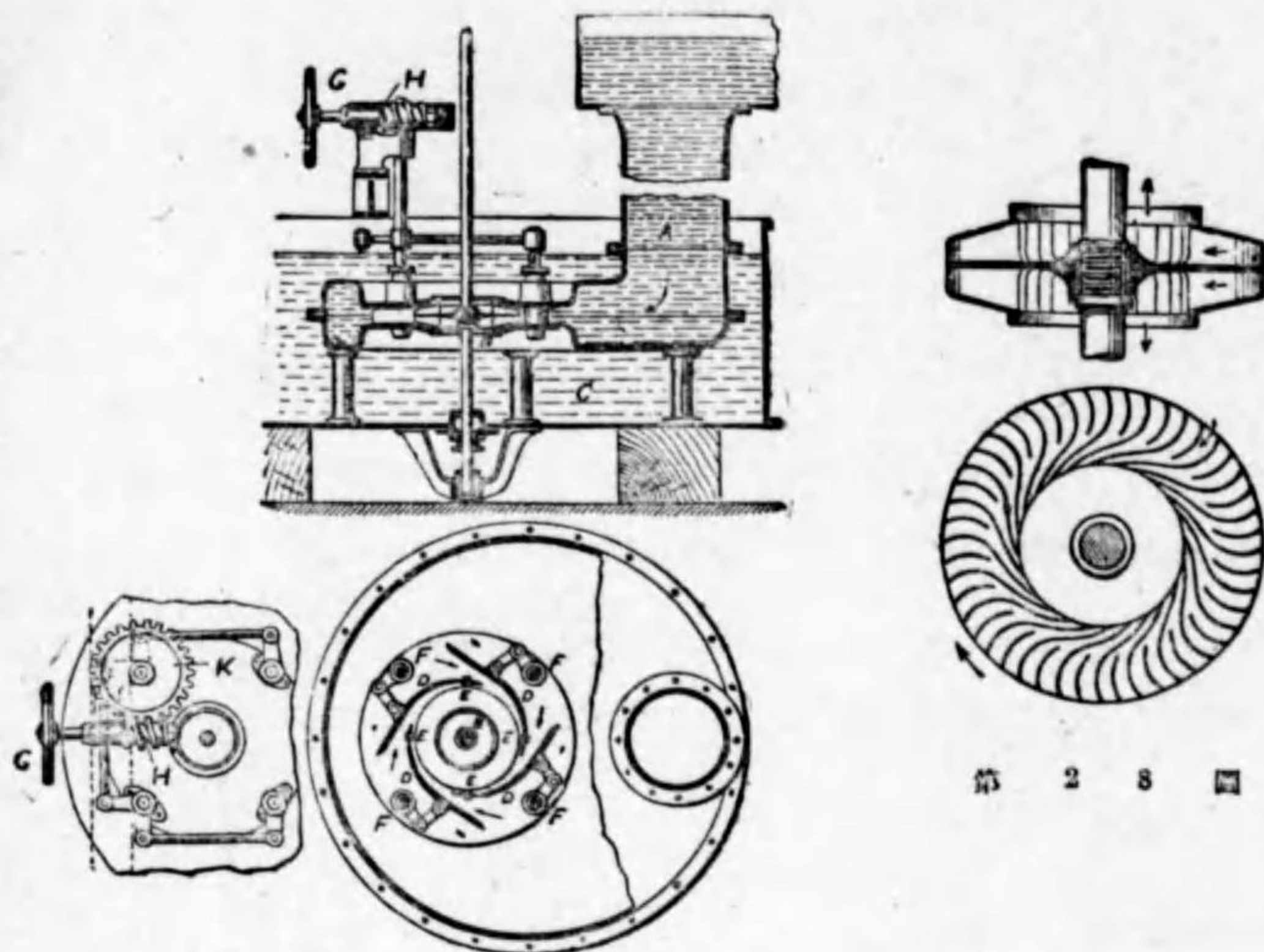
第 26 圖

(4) トムソン水車 (Thomson Turbine) 英人トムソンによつて發明された（西曆 1851 年頃）内向輻流反動水車（第 26 圖）である。第 27 圖に就いて説明すると、羽根車の外側に四枚の曲面案内羽根 D があり、其一端は E でピボットされてゐる。又羽根の外側はリンクとクランクによつてピン F に連結されてゐる。而して上の方にある、把手車 W を廻すと四枚の羽根が一齊に同じ角だけ傾き、何れの方向に於いても一様に水量を加減する。而も其際流れの切口面積に急激な變化を與へない。この様な動き案内羽根を改良したものが現今フランシス水車等に廣く用ひられてゐる。

此水車で水は羽根車（第 28 圖参照）を略半徑方向に流れ、出口に於いて上下の軸方向に方向を變へる。實際水は最早や羽根車に作用しない。此點がフランシス水車の様な混流水車と異



水
車

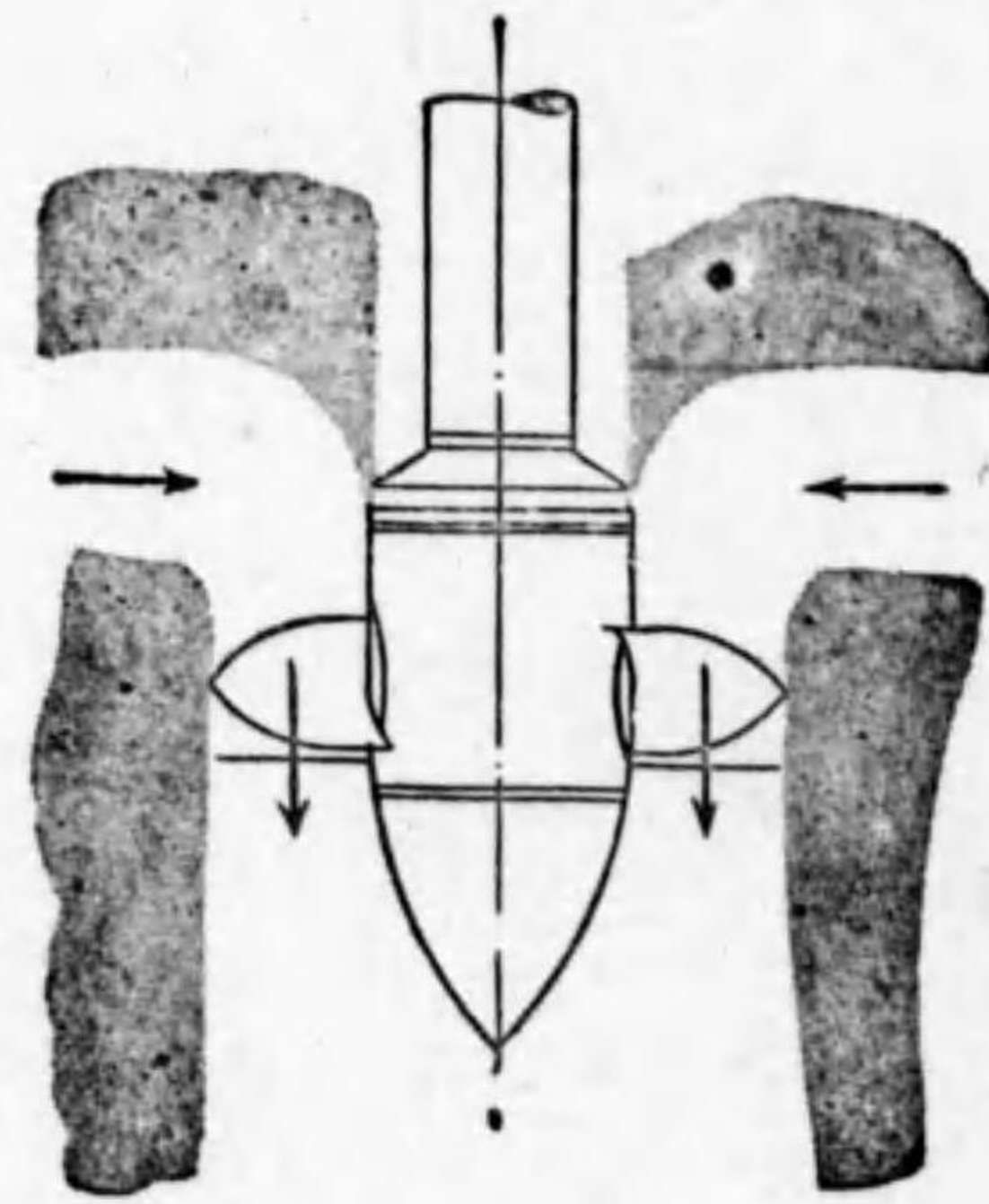


第 27 圖

第 28 圖

る點である。

(5) プロペラ水車 (Propeller Turbine) プロペラ水車には Kaplan 水車 (Kaplan Turbine) 其他種々な水車がある。第 29 圖に示す様に水は軸方向に羽根車を通過する。一種の軸流水車である。いづれも歐洲大戰前後に作られた水車であつて、低落差に於て大きな動力を經濟的に得られるのが特徴である。使用されて居るのは極少數であるが、將來有望な水車である。



第 29 圖



第三章 ベルトン水車

水

12. ベルトン水車に於ける水の作用

此水車は高落差で水量が比較的少ない場合に最も適する衝撃水車である。殊に落差が 200m 以上の場合には殆んど此の水車のみが用ひられて居る。

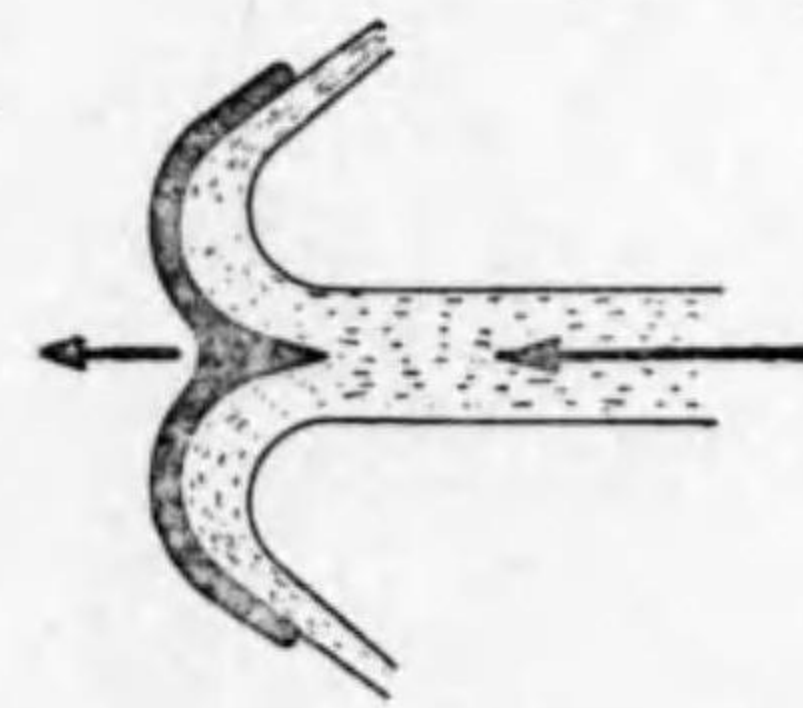
ベルトン水車の羽根車は第 30 圖に示す様に、圓板の圓周に多くの橢圓形の水受 (Bucket) を取付けたもので、其の軸は通常水平である。

壓力水は導水管から通常一個又は二個のノZZルに導かれ、壓力エネルギーを次第に速度エネルギーに變へ、遂に大氣中に噴出せしめる。此噴射が水受到り、其中央にある水切 (Ridge) によつて左右に曲けられ (第 31 圖参照)、水受の兩側から流れ去る。その間に羽根車にエネルギーを與へるのである。水受を離れた水はもはや仕事をしないで、放水面へ落下する。換言すれば水受と放水面の間の落差は利用されないのが普通である。従つてベルトン水車を放水面から余り高く据附けるのは不利益である。



第 30 圖

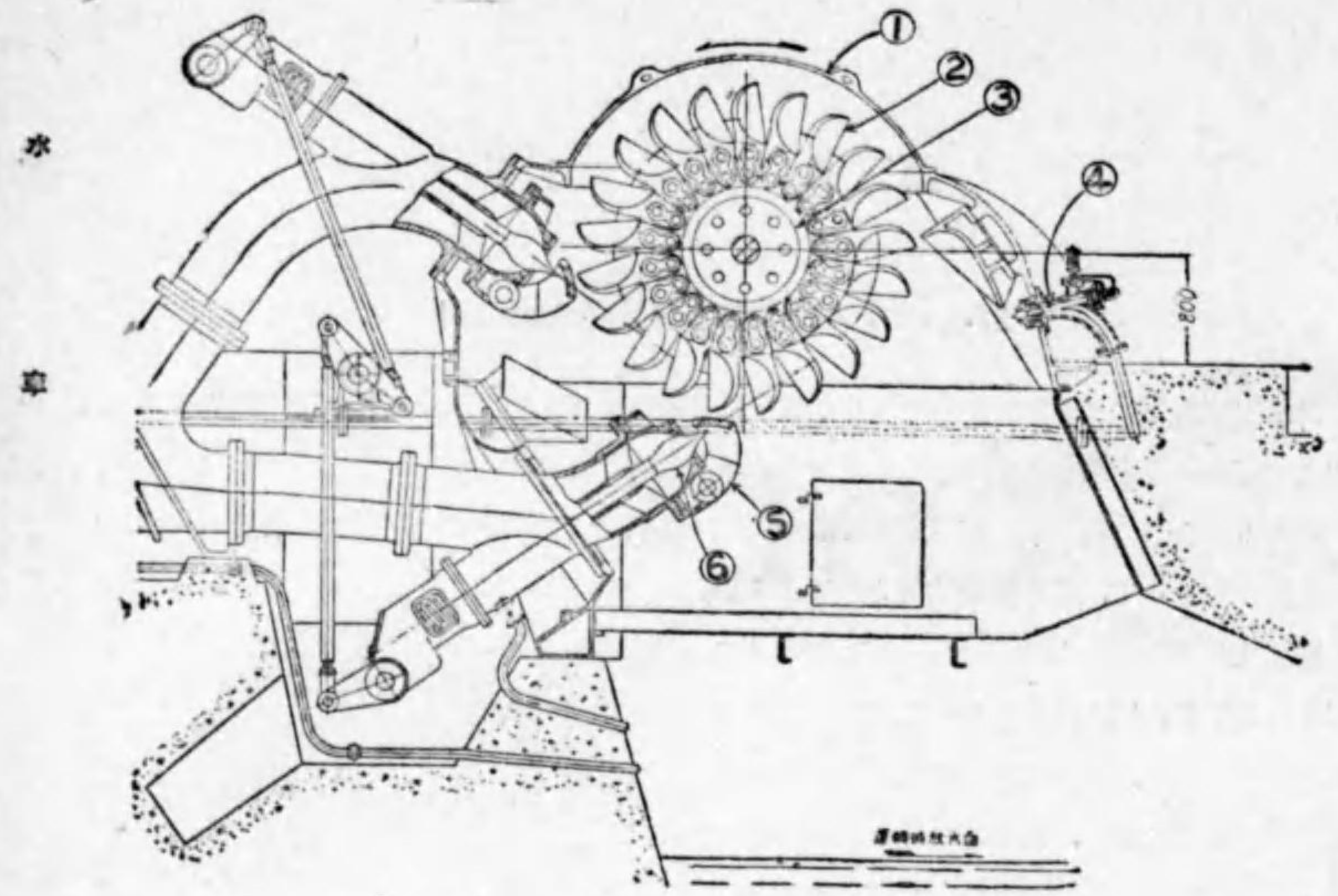
第 32 圖に示すのは二本のノZZルを有する例である。富山縣電氣局眞川發電所のベルトン水車であつて (日立製作所製)、有効落差 518 m, 最大水量 3.14 m³/sec, 回轉數 450 rev/sec, 最大出力 18,650 馬力、國産ベルトン水車として最大容量のものである (前號口繪参照)。圖について①はケーシング、②は水受、③は車盤、④は噴射制動用ノZZル、⑤噴射そらせ板、⑥尖り弁である。



第 31 圖

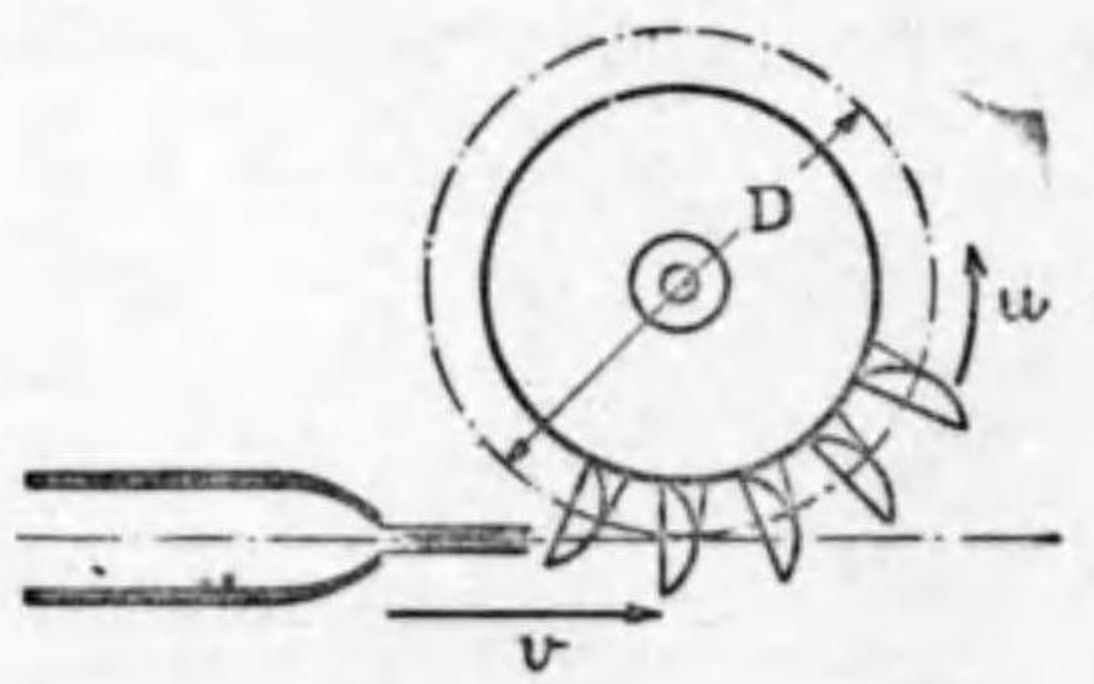
第 30 圖は此水車用の羽根車を示す。

ノZZルから出た噴射の中心線は、羽根車に於て直徑 D なる圓に切線となる (第 33 圖參



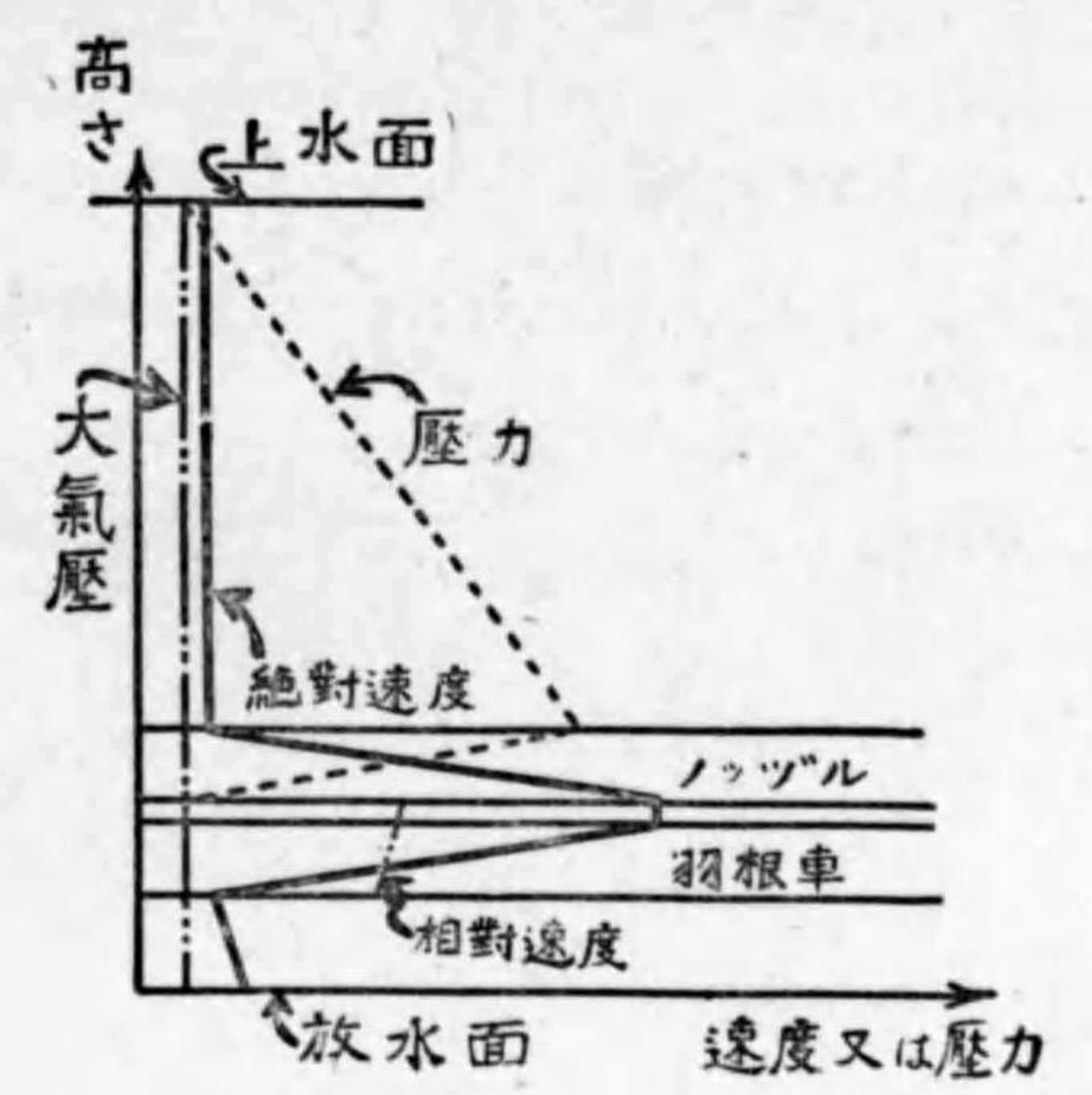
第 3 2 圖

照)。即ち切線水車である。而して此の圖の事を刻み圓 (Pitch Circle) と稱し、羽根車の大きさを表はすのに此の刻み圓の直徑 D を用ひる。今刻み圓に於ける圓周速度を u とし、噴射の速度を v とすれば、動水力學によると、理論上 $u = \frac{v}{2}$ とした場合に水車の効率が最も良くなる。實際に於ても略此の關係に設計されてゐる。尙水受の一部は刻み圓より外に飛び出している。



第 3 3 圖

第 34 圖はペルトン水車に於ける水の壓力、並びに速度の變化する状態を示す線圖で、水の高さの位置を縦に取り、壓力と速度を横にとつて引いたものである。先づ實線で示した速度の



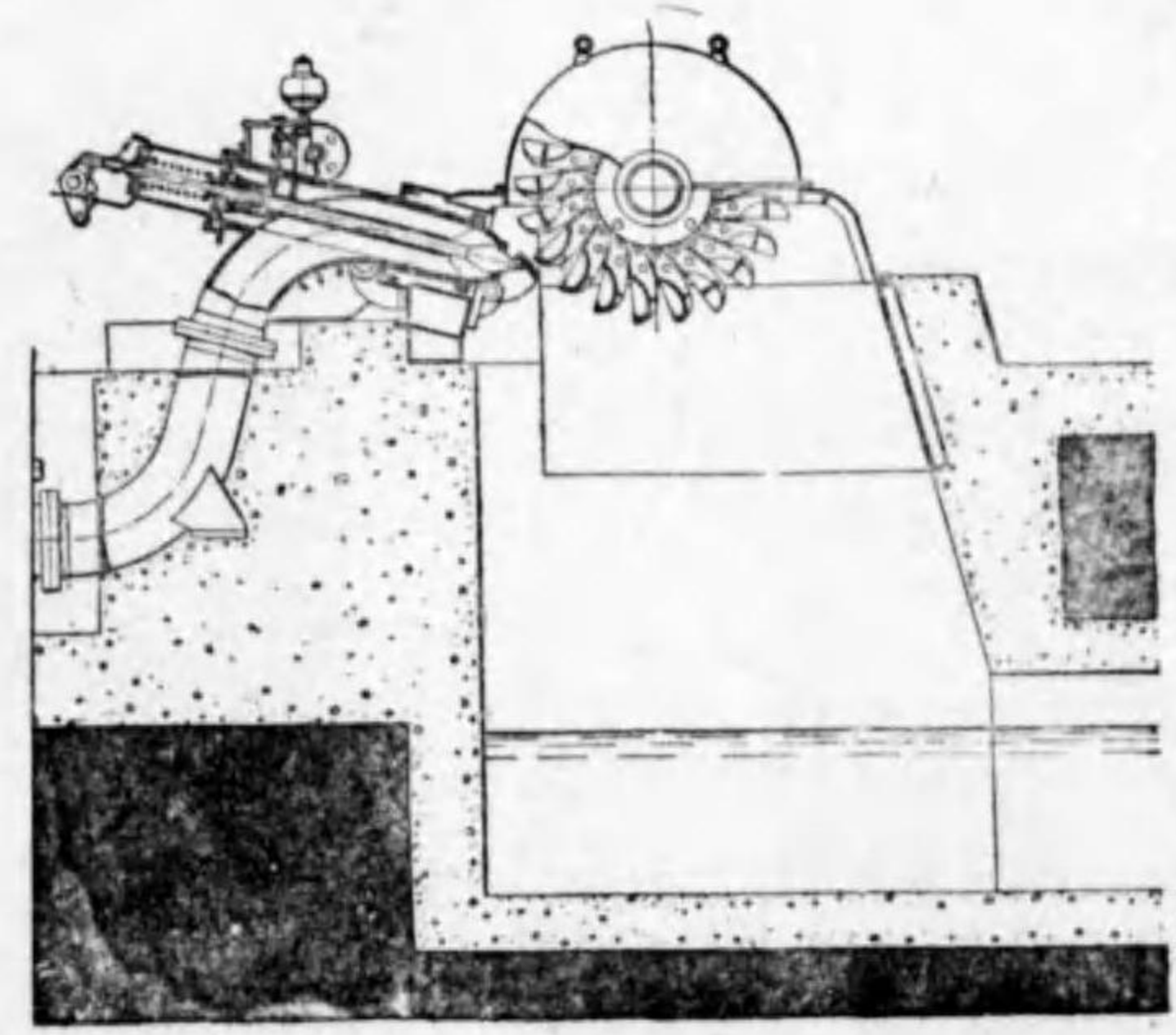
第 3 4 圖

變化に就いて述べると、導水路の水面即ち上水面 (Head Race Level) から導水管を通過してノZZルの入口まで速度は略一定である。此の速度はノZZルに入ると急に増し、ノZZルを出た後に最大値となり、次に羽根車に入ると急に減する。然し乍ら水受に對する相對速度は殆んど變化しない。

次に壓力は點線で示す様に導水管を流れ下る間に次第に高くなり、ノZZルの入口に於いて最大値となる。ノZZルの中では速度が増すと同時に壓力は急

に下り、ノZZルの出口に於いて大氣壓に等しくなる。

尙最も高い落差に使用されて居るペルトン水車は瑞西のフリー (Fully) 發電所で、落差 1,650 m である。従つて噴射の速さは約 180 m/sec に達する。國産品として最高落差の水車は日本海電氣株式會社の小口川第三發電所 (富山縣) のペルトン水車で (電業社製)、落差 620 m、出力 12,000 馬力で



第 3 5 圖

ある(第 35 圖並に口繪参照)。

水

13. ベルトン水車の構造

最初造られたベルトン水車の水受は矩形であつたが、現在用ひられて居る水受は總て第 36

圖の様に楕圓形で中央に水切りがある。此の水切りと縁とが出合ふ部分が切取られて居る。之は此の部分に噴射が當つた場合、水切りと縁とによつて互に直角な方向に曲けられ



第 36 圖

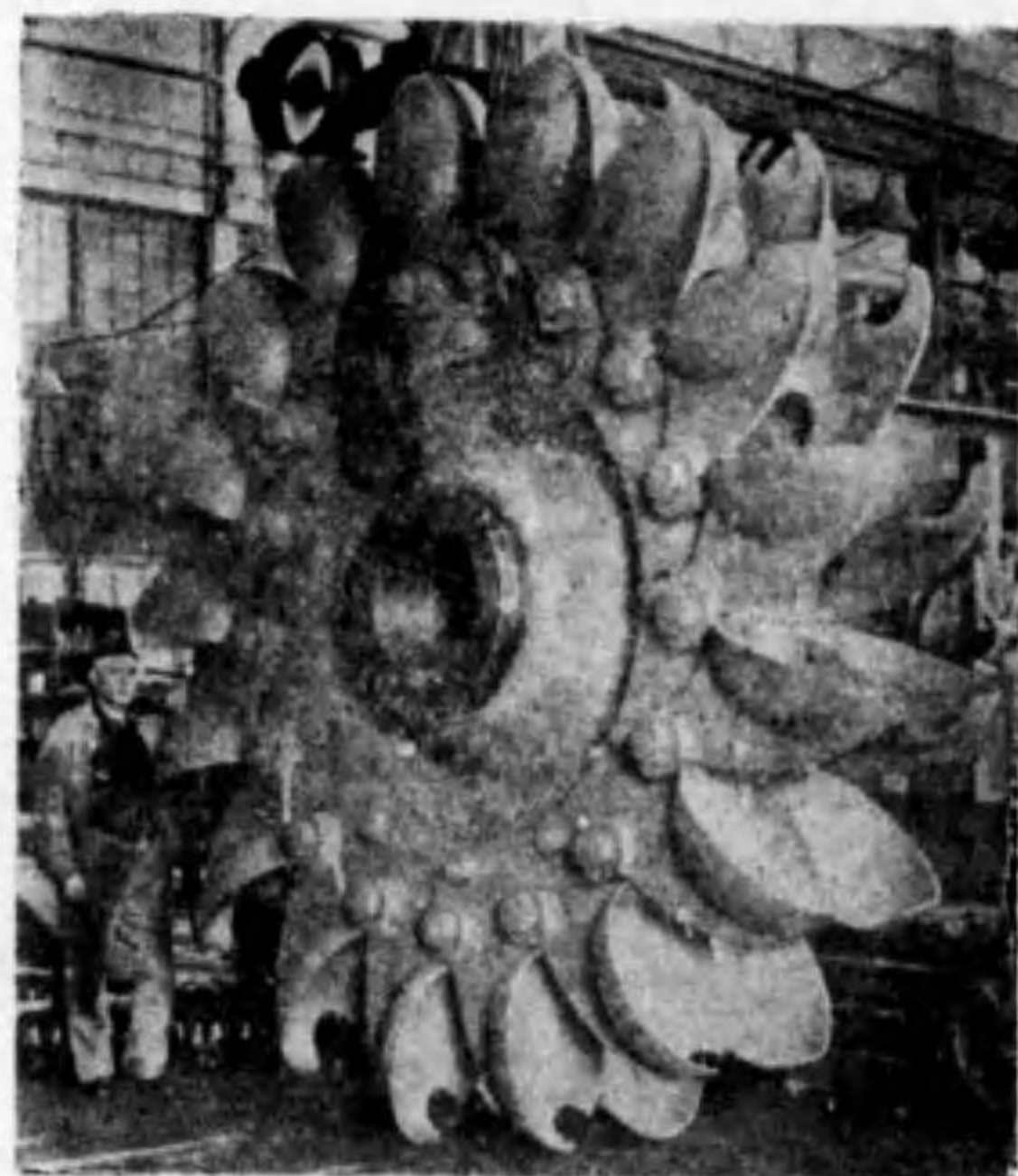
た流れが、衝突する事を避ける爲に切り取られてゐるのである。

水受は通常鑄鋼製であるが、特に腐蝕の恐れがある場合には砲金で作る事もある。一般に水受の内面は流れに対して摩擦抵抗を與へない爲に研磨されてゐる。

水受の大きさは噴射の直徑によつて略定まり、又噴射の直徑は水量 Q と落差 H とから定まる。然るに圓板の周圍に取付ける水受の数は餘り多くても又少くても不利益である。例へば水受の数を多くすると、羽根車の一回轉の間に水受によつて噴射を切る度数を徒に増す事となり、又反對に水受の数を餘り少くすると噴射の一部はどの水受にも當らず、換言すれば羽根車によつて利用されずに突き



第 37 圖



第 38 圖



抜ける恐れがある。従つて水受の数は噴射と羽根車の相對運動を考慮して適當に定めなければならぬ。羽根車の圓板は通常鑄鋼製であつて、其の周圍に打込ボルト (Reamer Bolt) で水受が取付けられる。

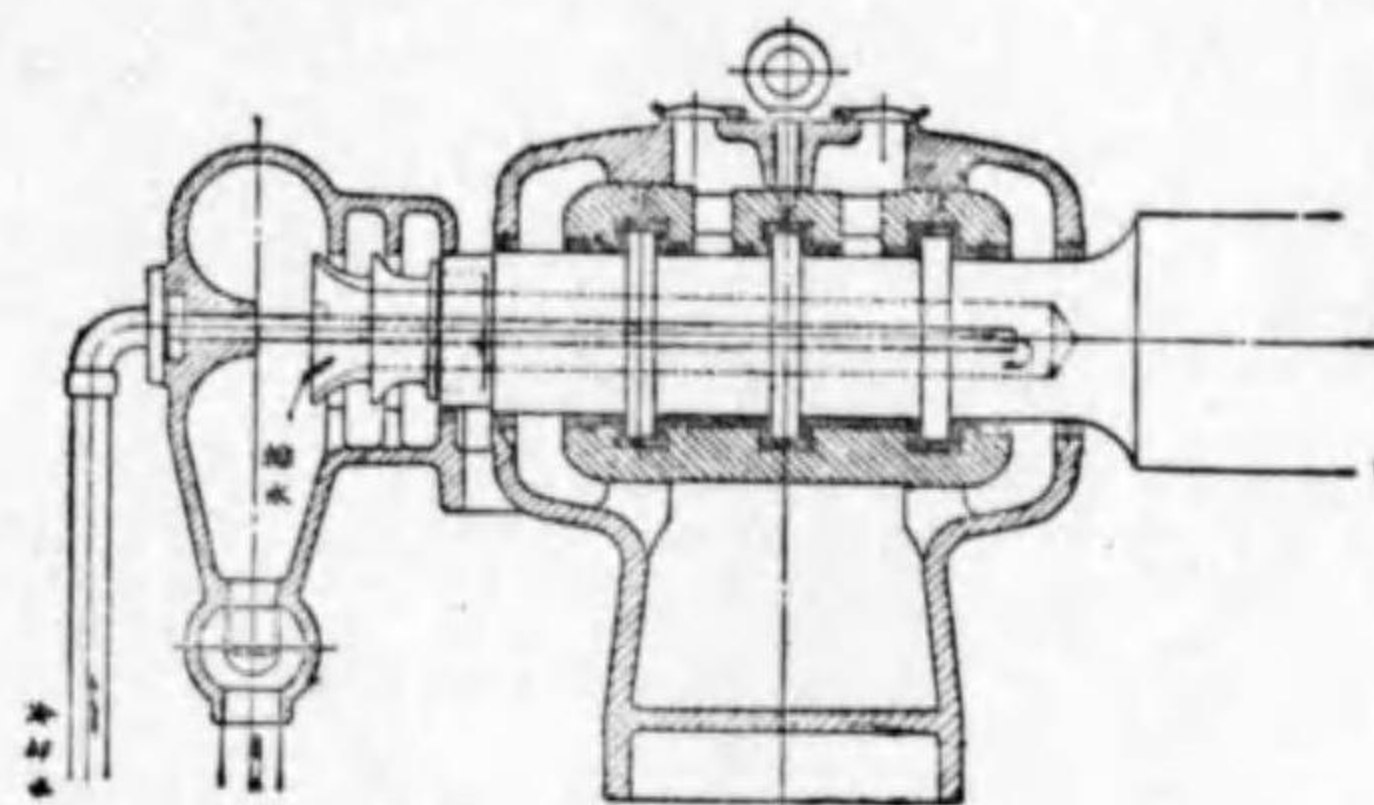
水

然し乍ら圓板の周圍に比して水受が大きき場合には取付けが困難であるから稀には第 37 圖の様に圓板と水受とを一體として鑄出すか又は第 38 圖の様に連鎖型と稱して一本のボルトが二個の水受にかかる様に取付ける事がある。第 39 圖に示したのは前記最高落差を有するフリー發電所に於けるベルトン水車の水受取付方法を示すもので、蒸汽タービンの羽根を取付ける

車



第 39 圖

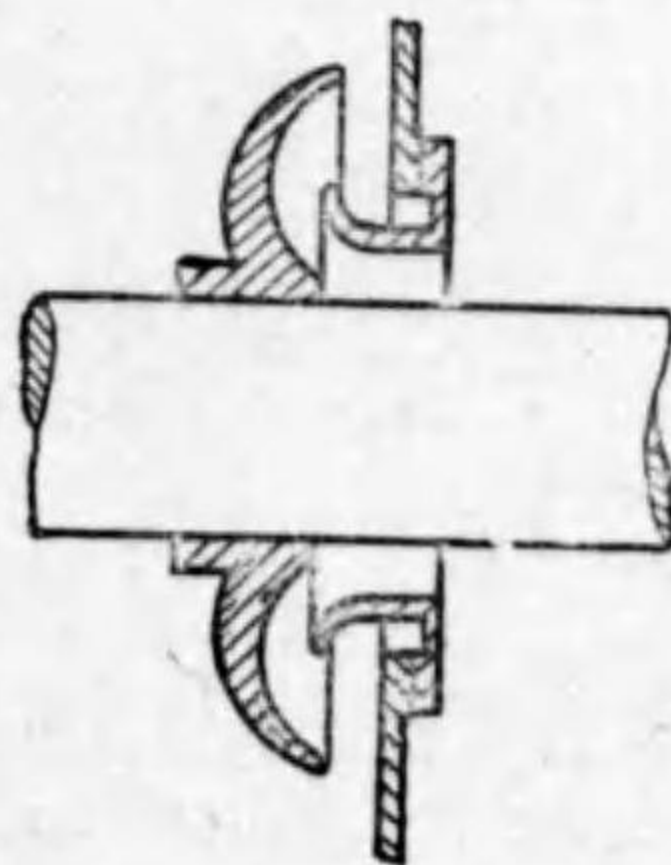


第 40 圖

のと同様の方法である。水受の中心と噴射の中心線とは、同じ平面に来る様に精密に取付ける必要がある。若し僅かでも此の中心が狂つて居ると、噴射の力によつて狂ひを益々大きくする恐れがある。従つて一方の軸受にスラスト軸受 (Thrust Bearing) を用ひ (第 41 圖参照)、

羽根車の横づれを防ぐのが普通である。

羽根車は水が飛び散るのを防ぐ爲にケーシング (Casing) で覆はれてゐる。而して軸がケーシングを貫く部分には、第 41 圖の様に水止 (Water Guard) を取付け、水が此の部分から飛び出すのを防ぐ。



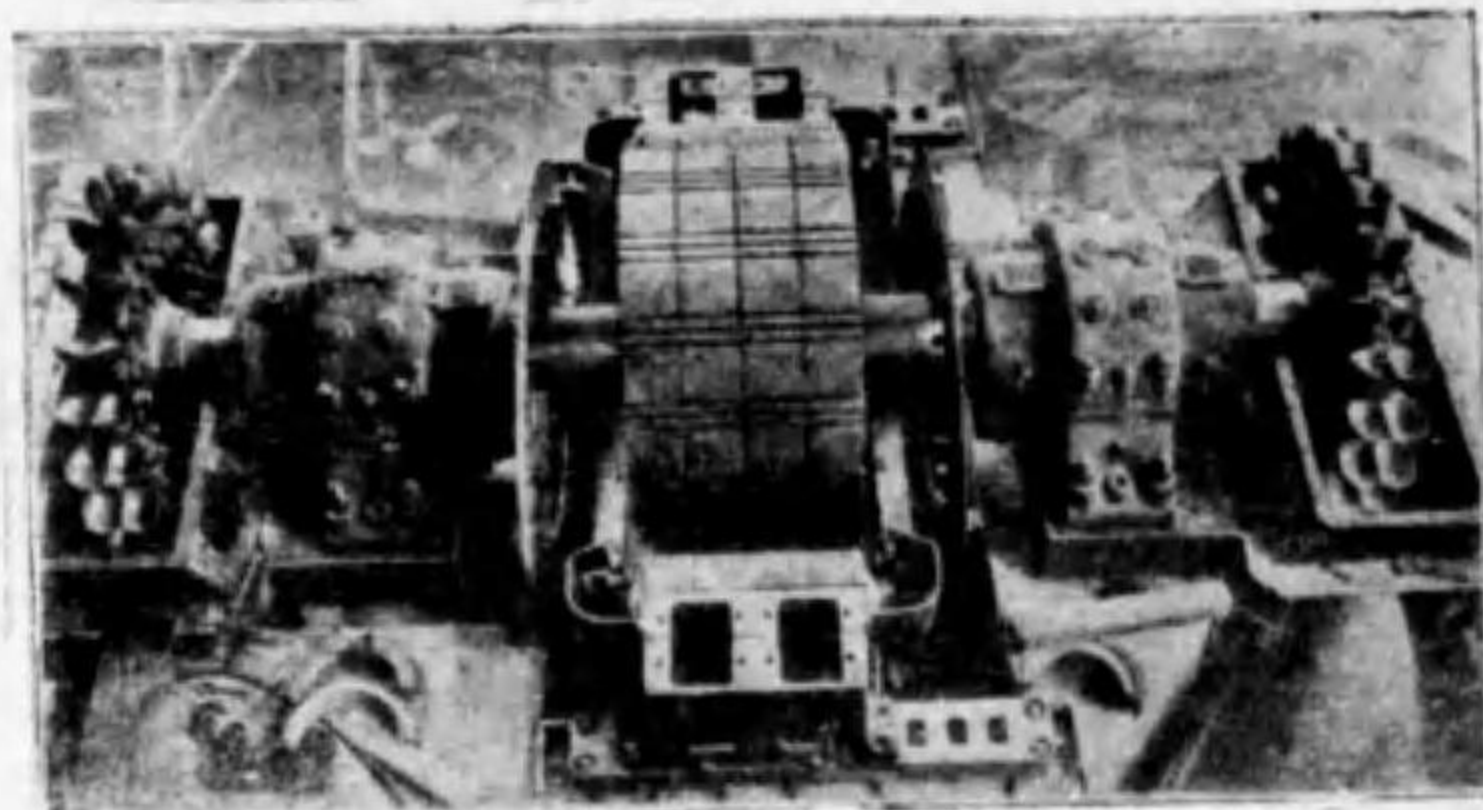
第 41 圖

ベルトン水車は普通横軸で、發電機に直結されて居るが、重い發電機の廻轉子を二つの軸受で支へ、水車の羽根車を軸受の外へ片持 (Overhung) にして軸受の数を減する事がある。第 42 圖に示



す例は発電機の兩側の軸受の外側へ、各一個の羽根車を取りつけたものである。

二木のノズルを取りつける場合、噴射の中心線の角度が 60° 乃至 90° あればろしい。併し乍ら實際には機構の取付の関係其他で、



第 4 2 圖

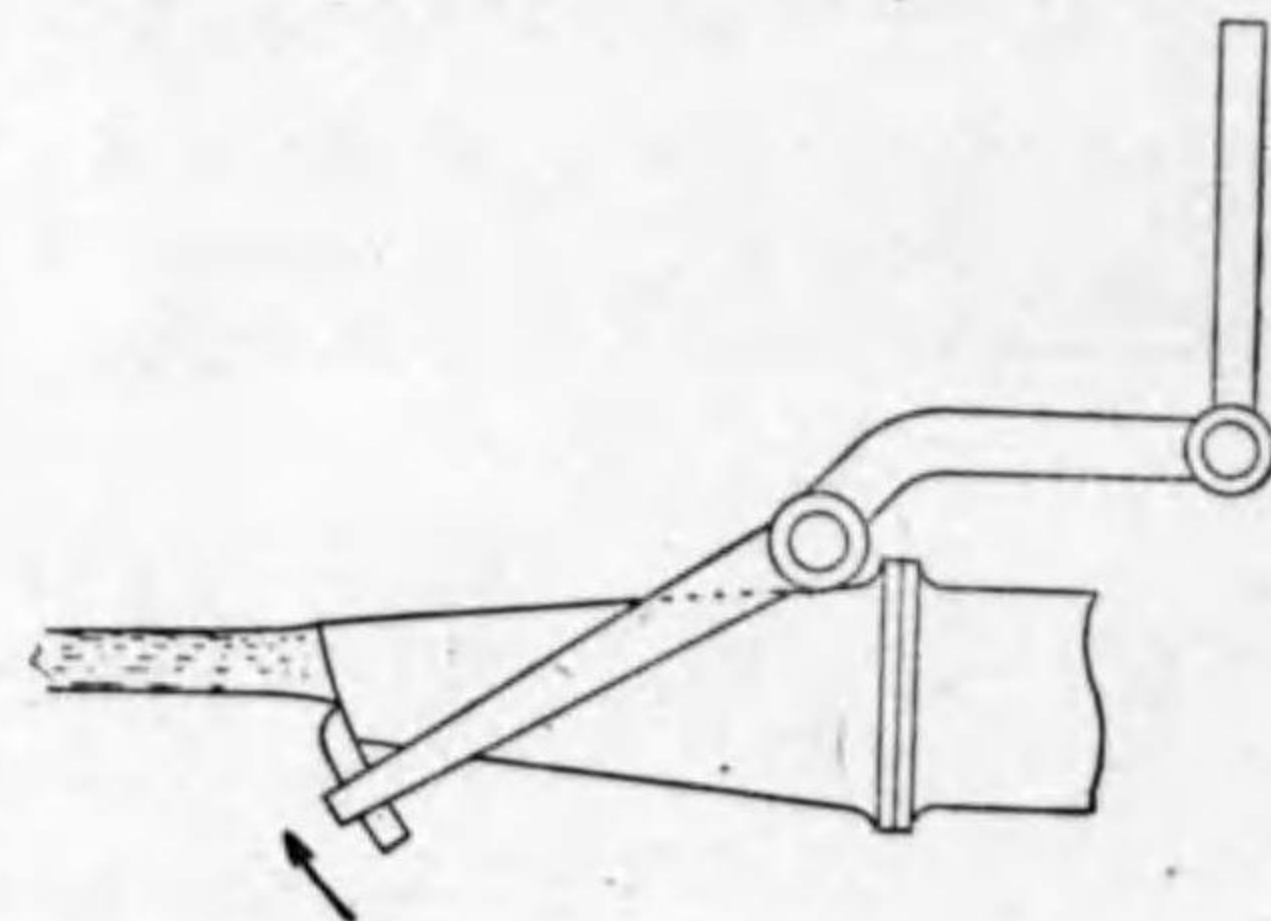
横軸の場合は三本とする事は殆どない。稀には第 86 圖の様に縦軸のベルトン水車を作る事がある。此場合には車の周圍に四本のノズルを取りつける事が出来る(第 86 圖参照)。第 73 圖は種々な水車の型式を一覽的に示すもので、此中 1 から 4 迄はベルトン水車である。

猶朝鮮赴戦江の發電所にあるベルトン水車(口繪参照)はノズル二個を有し、落差 $H=665\text{m}$ 、水量 $Q=5.8\text{ m}^3/\text{sec}$ 、回轉數 $n=300\text{ rev}/\text{min}$ 、出力 $L=46,000\text{ HP}$ で我國最大容量の水車(フオイト社製)であり、又單輪ベルトン水車としては世界最強であると云はれて居る。落差も我國最高である。世界最大のベルトン水車は北米南加洲 ビッグ クリーク (Big Creek 2A) 發電所の水車で出力 $L=56,000\text{ HP}$ に達する。其他既記長津江の水車 $52,300\text{ HP}$ がある。

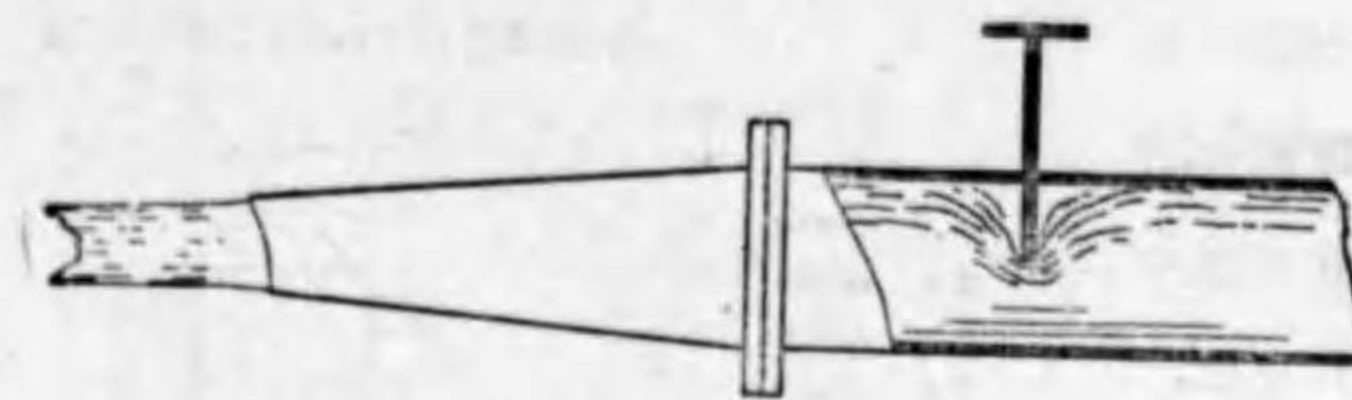
14. ベルトン水車の流量加減装置

ベルトン水車へ入る水量を加減する装置としては、以前にはノズルの出口を板でせばめる方法(第 43 圖)、そらせ板

(Deflector) の一種を用ひて噴射を水受の外にそらせる方法、又はノズルへ入る流れを弁で絞る方法(第 44 圖)等を用ひて居たが、そらせ板によると一部の水は水車にエネルギーを與へずに流れ去る。又板で出口をせばめたり、弁によつて



第 4 3 圖

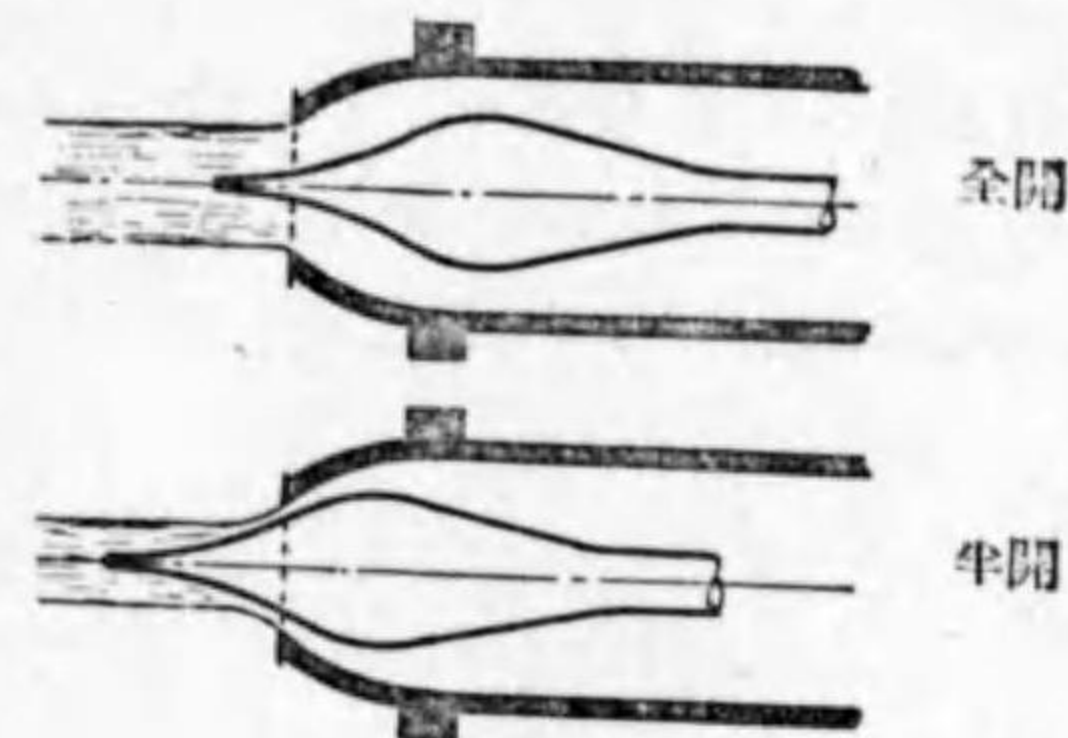


第 4 4 圖

絞る方法によると、流れは餘分の抵抗を受け、且流が亂されると云ふ缺點がある。従つて今日では之等の缺點がない尖り弁(又はニードル瓣(Needle Valve))

のみを用ひて居る(第 45 圖参照)。只今日でも水車の負荷が突然減じた場合、一時的に噴射を水受の外にそらせる爲に、そらせ板を尖り弁と併用して居る。

尖り弁の流量加減装置(Discharge Regulator)はノズルの中央に尖り弁を置き、此の弁の進退によつて、ノズルの出口と弁との間に生ずる環状面積を増減し、其面積を通過して羽根車にエネルギーを與へる處の噴射の量を加減する仕掛である。

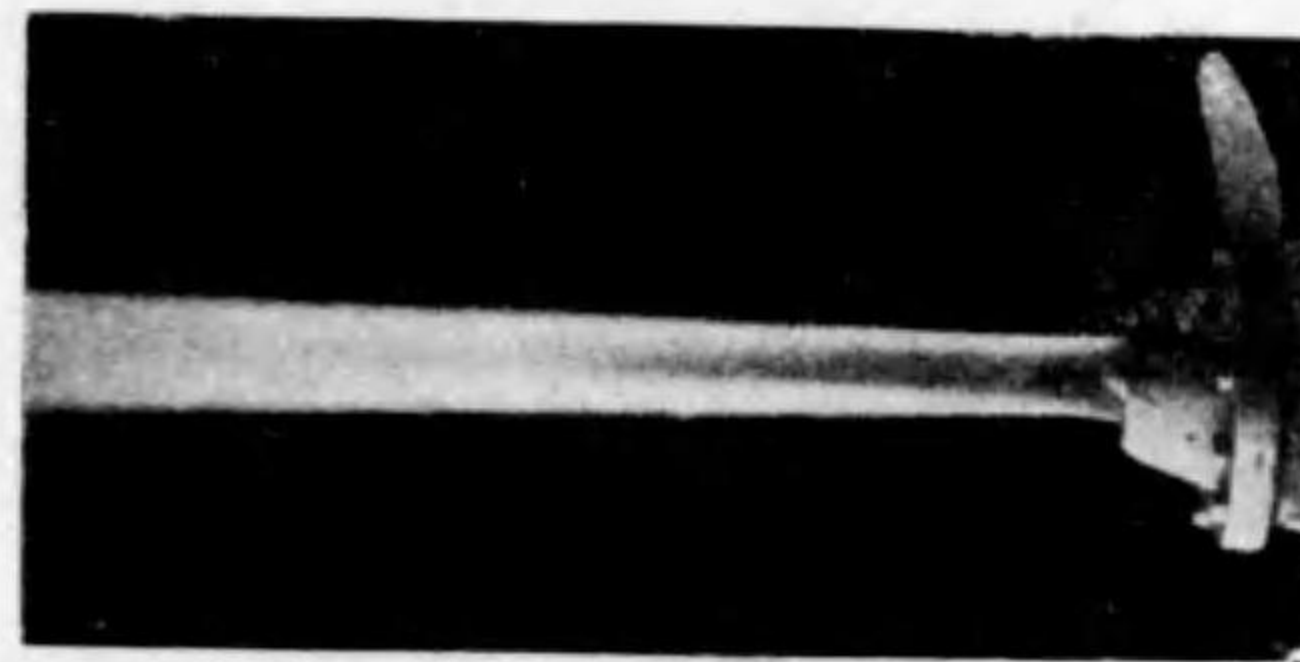


第 4 5 圖

此の方法によると流量の増減に拘はらずノズルよりは常に丸い切口の流れが噴出し(第 46 圖参照)、中心線は同一方向に向

ひ、且つ噴射の速度も常に殆ど一定である。換言すれば噴射は最も有効な條件に於て水受到

り、且つ水を少しも無益に失ふ事が無い。従つて部分負荷(Part Load)に對する部分開口(Part Gate)の場合にも効率が正常負荷(Normal Load)、即ち正常開口(Normal Gate)の場合に較べて餘り低下しない。此點がベルトン水車の大きな長所である。第 47 圖に示す効率曲線圖



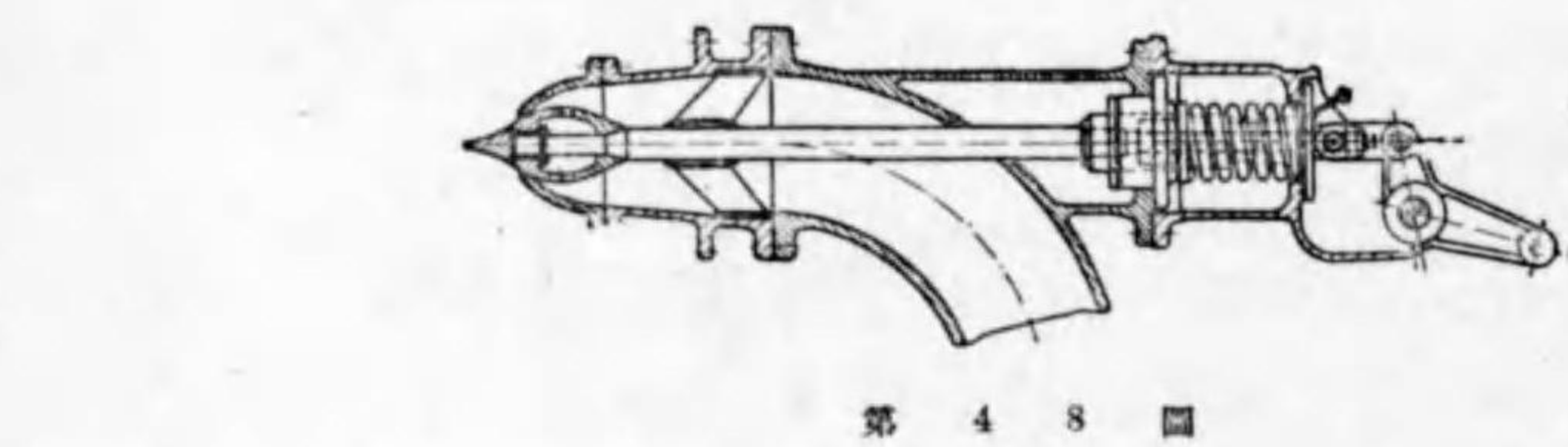
第 4 6 圖

は第 32 圖のベルトン水車に對するものである。尙尖り弁の動作は後に述べる様に、調速機(Governor)の作用によつて自動的に行はれる。

ノズルの胴は落差の高低に應じ鑄鋼製又は鑄鐵製とする。而して最も磨滅し易いノズルの先だけを取替へ得る様に別に作る。ノズルの先の材料としては特に硬い砲金又は特殊鋼を用

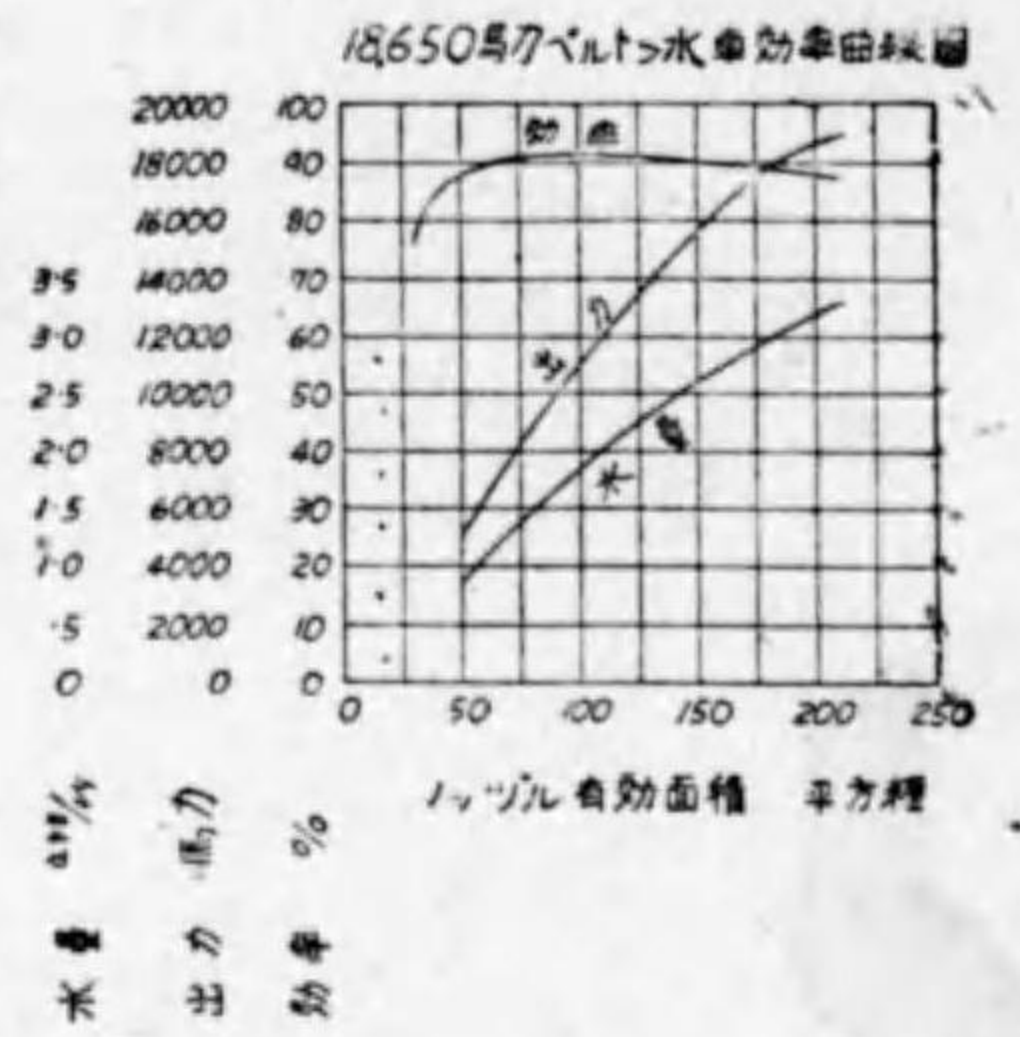


ひ尖り弁も矢張り特殊砲金或は鍛鋼製であるが、其製作は相當精密を要し、運搬取付けに際し、先端を損じ無い様に注意を要する。尙取付けに際して特に注意する事は、尖り弁とノZZルの中心線が完全に一致する事、尖り弁が振動しない様に適當な滑り案内を設け、其中に弁の心棒がはまる様に取付ける。更に尖り弁の先がノZZルの先端から全開の際にも突出して、噴射に案内を與へる様にする(第45圖参照)ノZZルの胴は第48圖に示す様に普通曲管とし、尖り弁の心棒の端がノZZル胴から外へ突



第 4 8 圖

出して調速機との連結に都合よく出来て居る。然し曲管によつて生ずる流れの混亂とエネルギーの損失とをさける爲に、眞直なノZZル胴を用いたものもある。此の方法によると調速機との連結が面倒である。



第 4 7 圖



第四章 フランシス水車

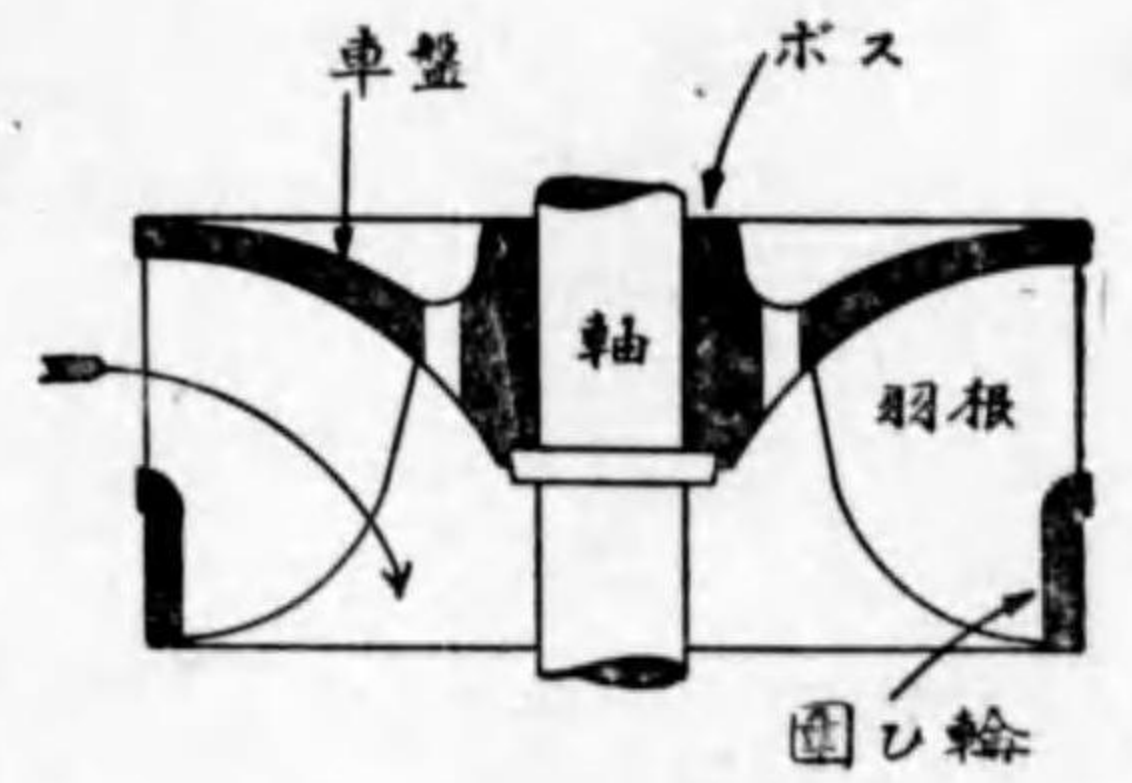
15. フランシス水車に於ける水の作用

フランシス水車は發明されて以來、種々改良され、殊に流量加減装置として、動き案内羽根 (Movable Guide Vane) の改良したものを用ひてから、他の反動水車を斷然壓倒して、今日の様に廣く用ひられる様になつた。

フランシス水車はベルトン水車に比較して、落差が低く水量が多い水力に適する水車である。我國に於ても最も多く、非常に高い落差の場合を除き、あらゆる水力に用ひられてゐる。

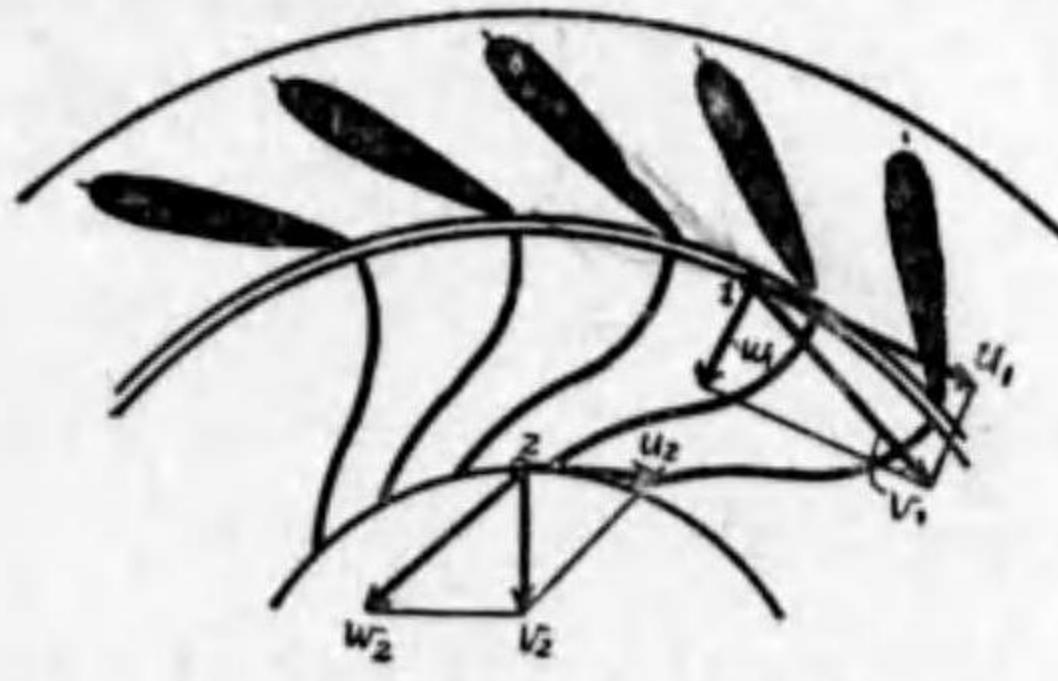
フランシス水車に於ては水は羽根車の外側にある案内羽根によつて軸の周圍に大きな渦巻を作る様に導かれる。羽根車を此の渦巻の中で廻轉せしめ、渦運動のエネルギーを利用する。

羽根車は第49圖に示す様にそのボス (Boss) と連がつて曲面を爲して居る車盤 (Crown) とそれに相對する圍ひ輪 (Shroud Ring) との間に多くの曲面羽根 (Curved Vane) を有し、車盤と圍ひ輪並に相隣つた二つの羽根によつて、羽根数と同じ数の羽根車通路 (Runner Passage) に分たれてゐる。



第 4 9 圖

第50圖について水は案内羽根の間即ち案内通路を略 v_1 の方向に出て羽根車に入る。それに対して車羽根は一見逆の方向に向ひ、



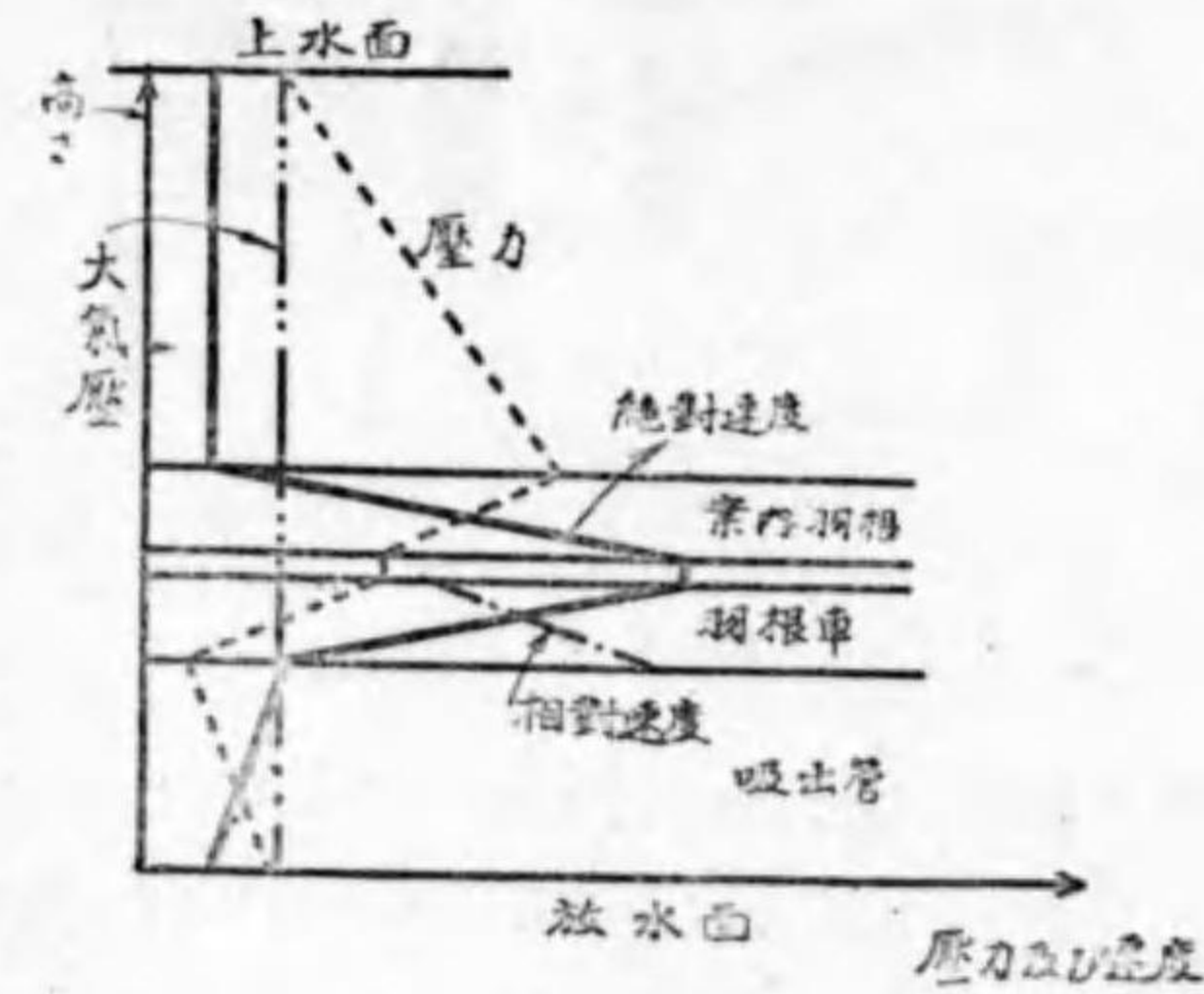
第 5 0 圖

水と羽根とが衝突しそうに見へる。然しながら實際には羽根車は其入口に於て、 u_1 なる圓周速度を以て矢の方向に動いて居るから、車羽根に關する水の相對速度は w_1 で示される。故に此 w_1 の方向に車羽根の入口を向けて置けば、流と羽根の間に衝突が起らないのである。即ち水は此羽根車を内向に稍々斜な方向に入



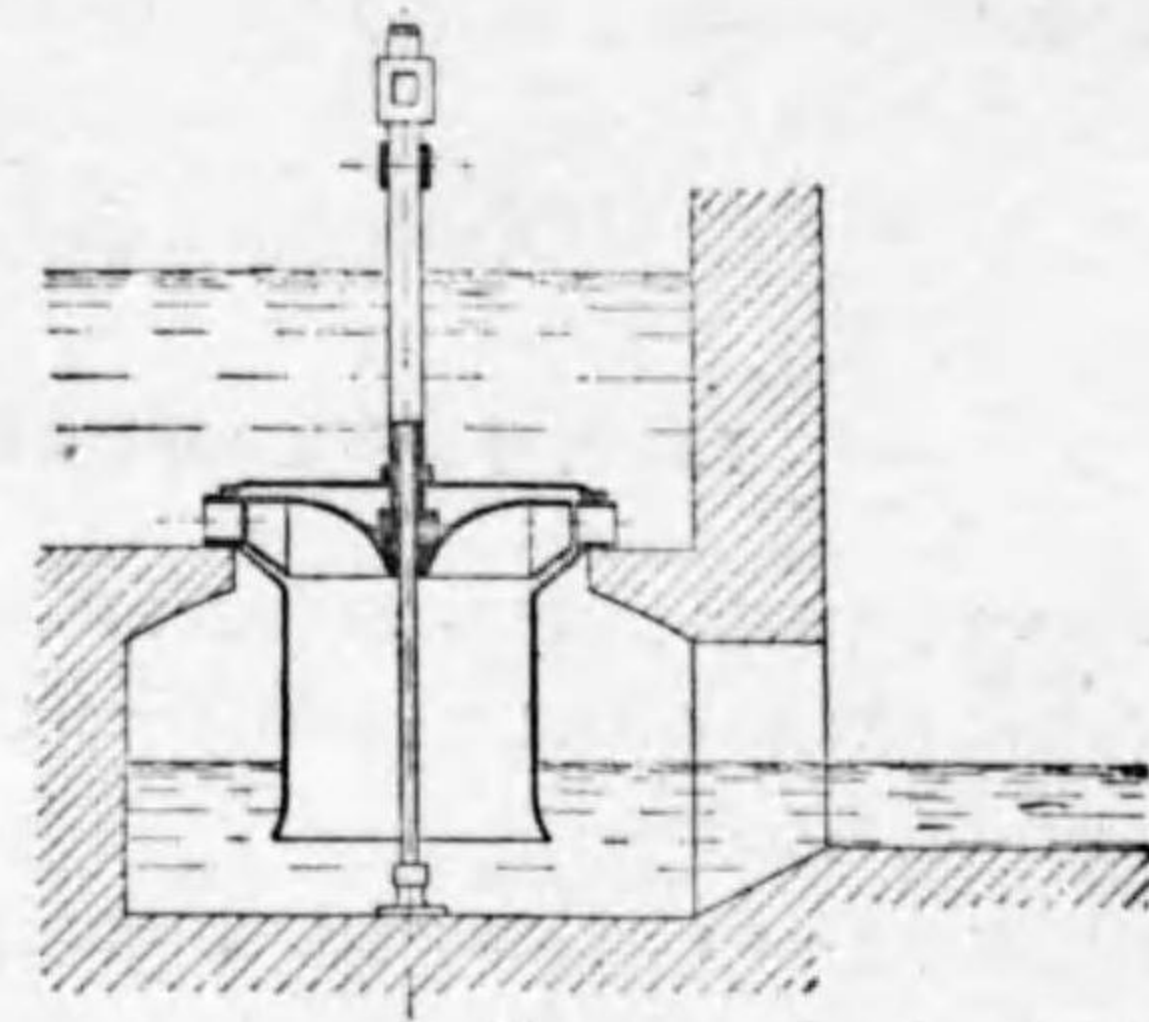
り、第 49 圖の様に羽根車を通過する間に次第に方向を變へ、結局軸方向に羽根車を出て行く、所謂混流水車である。羽根車にエネルギーを與へた後水の渦運動がなくなり、正常の運轉状態 (Normal Running Condition) に於ては、吸出管へ眞直に流れ出る様に設計されてゐる (第 51 圖参照)。

ペルトンの様な衝撃水車では羽根車を通過する流れの壓力は略一定であるが、フランスの様な反動水車では、羽根車を通過する間に水の壓力が著しく變化する。第 52 圖はフランス水車に於ける水の壓力並に速度の變化を示した線圖であつて、水の高さの位置を縦に取り、壓力と速度を横に取つて引いた圖である。



第 52 圖

次に壓力は點線で示す様に、上水面から導水管を流れ下る間に次第に高くなり、水車の入口に於いて略最高壓力に達する。案内羽根を通る間には速度が急激に増加する爲に、壓力は次第



第 51 圖

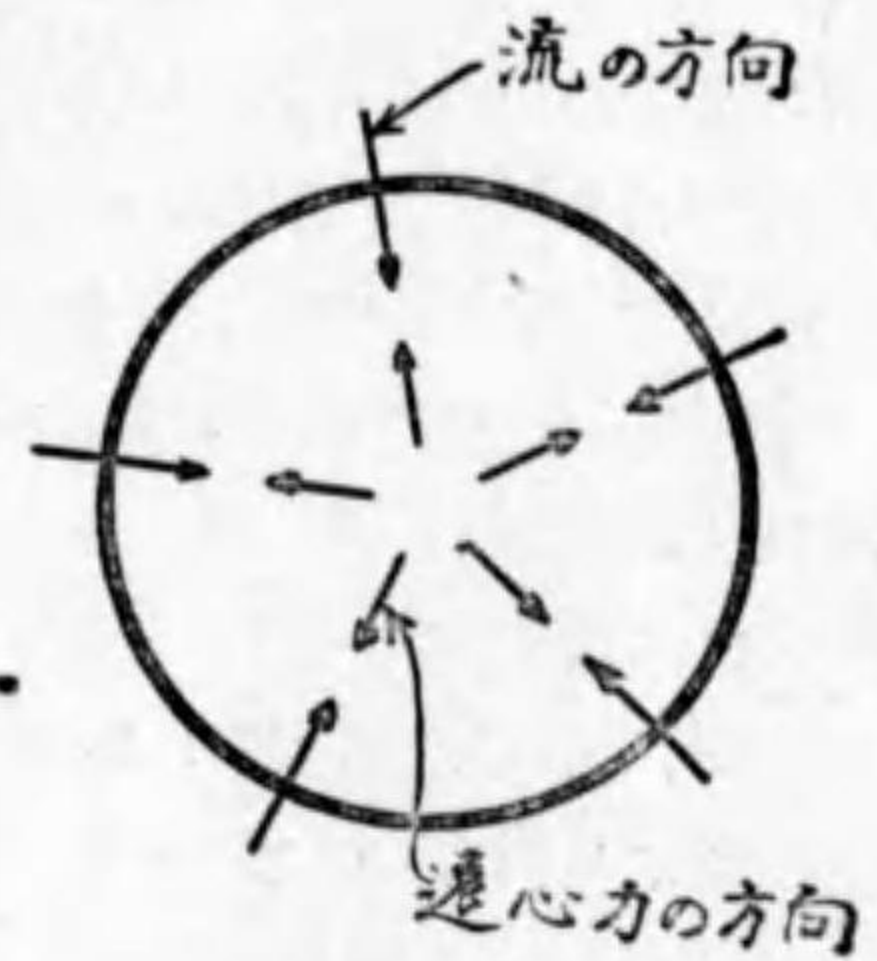
に減じ、羽根車に於ては速度が著しく減ずにもかかわらず壓力も亦更に減じ、羽根車を出る時には大氣壓以下に下る。これはエネルギーを羽根車に與へる爲め速度、壓力兩種のエネルギーが共に減ずる結果である。吸出管を流れる間には壓力が次第に恢復され、再び大氣壓となつて放水路に出て行く。



に減じ、羽根車に於ては速度が著しく減ずにもかかわらず壓力も亦更に減じ、羽根車を出る時には大氣壓以下に下る。これはエネルギーを羽根車に與へる爲め速度、壓力兩種のエネルギーが共に減ずる結果である。吸出管を流れる間には壓力が次第に恢復され、再び大氣壓となつて放水路に出て行く。

フランス水車は所謂求心水車 (Centripetal Turbine) である爲にフルネイロンの様な遠心水車に比して、次に述べる三つの利益な點がある。

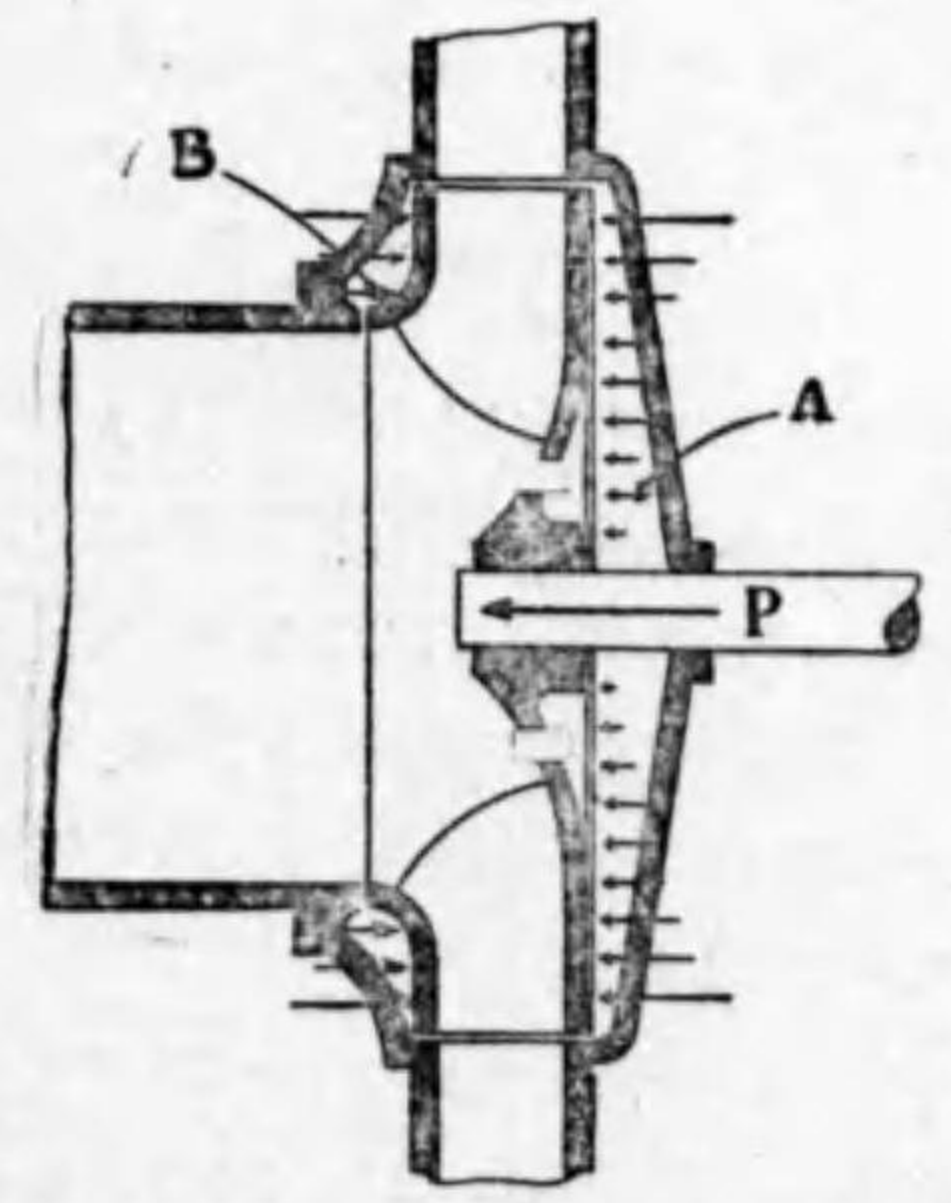
(1) 水が羽根車を内向きに流れるから、流れの切口面積は水が中心へ近づくに従つて次第に狭まる様に出て来る。其結果流が壁から離れたり、亂れる事が少く、常に通路を充して流れるから、エネルギーの損失が少い。又羽根車に對して反動を確實にあらはす事が出来る。



第 53 圖

(2) 求心水車であるから負荷の減少によつて廻轉速度が高まつた場合には、羽根車の外方に向つて遠心力による壓力の上昇を生じ、羽根車に流れ込む水量を減じ様とする傾向がある。従つて羽根車に流れ込むエネルギーを減じ、或程度の自己調整を行ふ。

(3) 水が羽根車を軸方向に出て行くから吸出



第 54 圖

管を取付けるのに便利である (第 51 圖参照)。

猶第 54 圖に示す様に、羽根車の入口に出来てゐる隙間 (Clearance) から、高壓の水が羽根車の兩側の A 及び B に洩れて出る。然るに A 側の車盤の面積は B 側の圓形輪の面積より大きく且つ吸出管へ通じて居る羽根車の出口に於ては壓力が常に低い。従つて羽根車は壓力の低い吸出管の側へ常に推される事になる。此壓力 P は軸方向に作用するから軸方向推し又は軸推力 (Axial Thrust)



と稱してゐる。車盤に穴のあるのは其兩側の壓力差をなるべく減ずる爲にあげたのである。

な

16. フランス水車の種類と構造

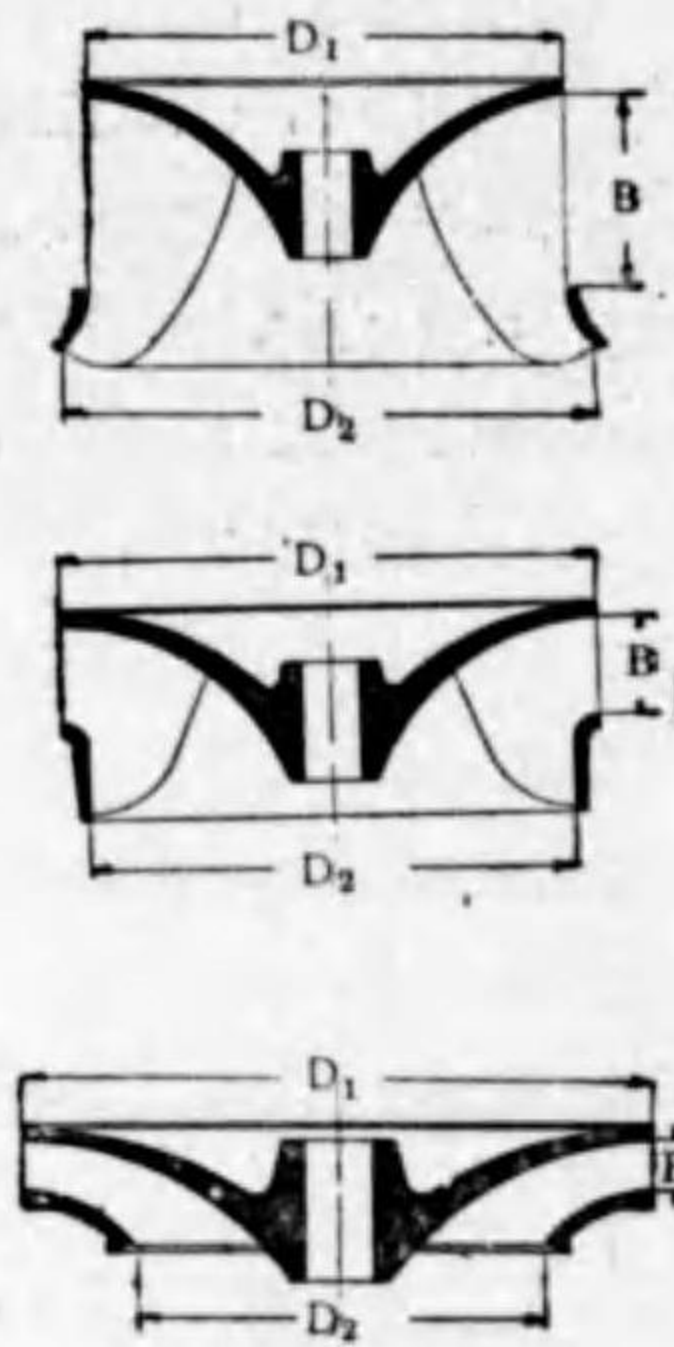
フランス水車は極く高い落差を除いたあらゆる水力に用ひられてゐる。従つてその型式には種々ある。

先づ羽根車の形について云ふと、大體次の三種類に分ける事が出来る。

車

- (1) 低速羽根車(Slow Runner)
- (2) 中速羽根車(Normal Runner)
- (3) 高速羽根車(Quick Runner)

低速羽根車は落差が高く水量が少ない場合に適するもので、第 55 圖の下に示す様に、入口の直径 D_1 が出口の直径 D_2 に比べて大きく、入口の幅 B が小さい。而して比較回轉度 (Specific Speed) n_s が低い。之に反して低落差に於て大水量を用ひる處の高速羽根車では、圖の上に示す様に D_2 が D_1 より大きく、又 B が大きい。而して n_s が高い。中速羽根車は上記二種の間で相當する羽根車で、圖の中央に示す様に D_1 は略 D_2 に等しい。第 56 圖に示すのは低速車を出口の方から見た寫眞である。



第 55 圖



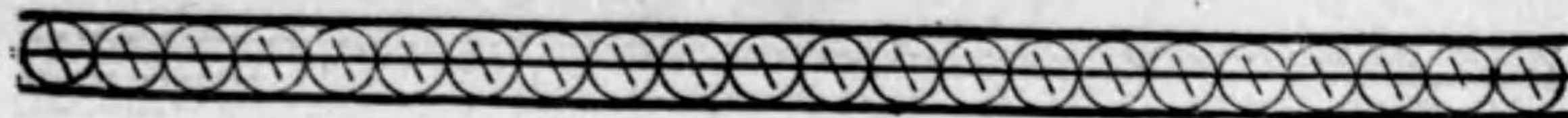
第 56 圖

又第 57 圖は車軸にとりつけたまゝの中速車で、第 58 圖は高速車と其模型である。

(n_s に就いては後に詳しく述べる)。

羽根車は低落差の場合には鑄鐵、中落差以上の場合には通常鑄鋼製であるが、特殊砲金で作る事もある。

次に水車全體の型式についてもフランス水車は下記の三種に大別する事が出来る。



水

車

第 57 圖

第 58 圖

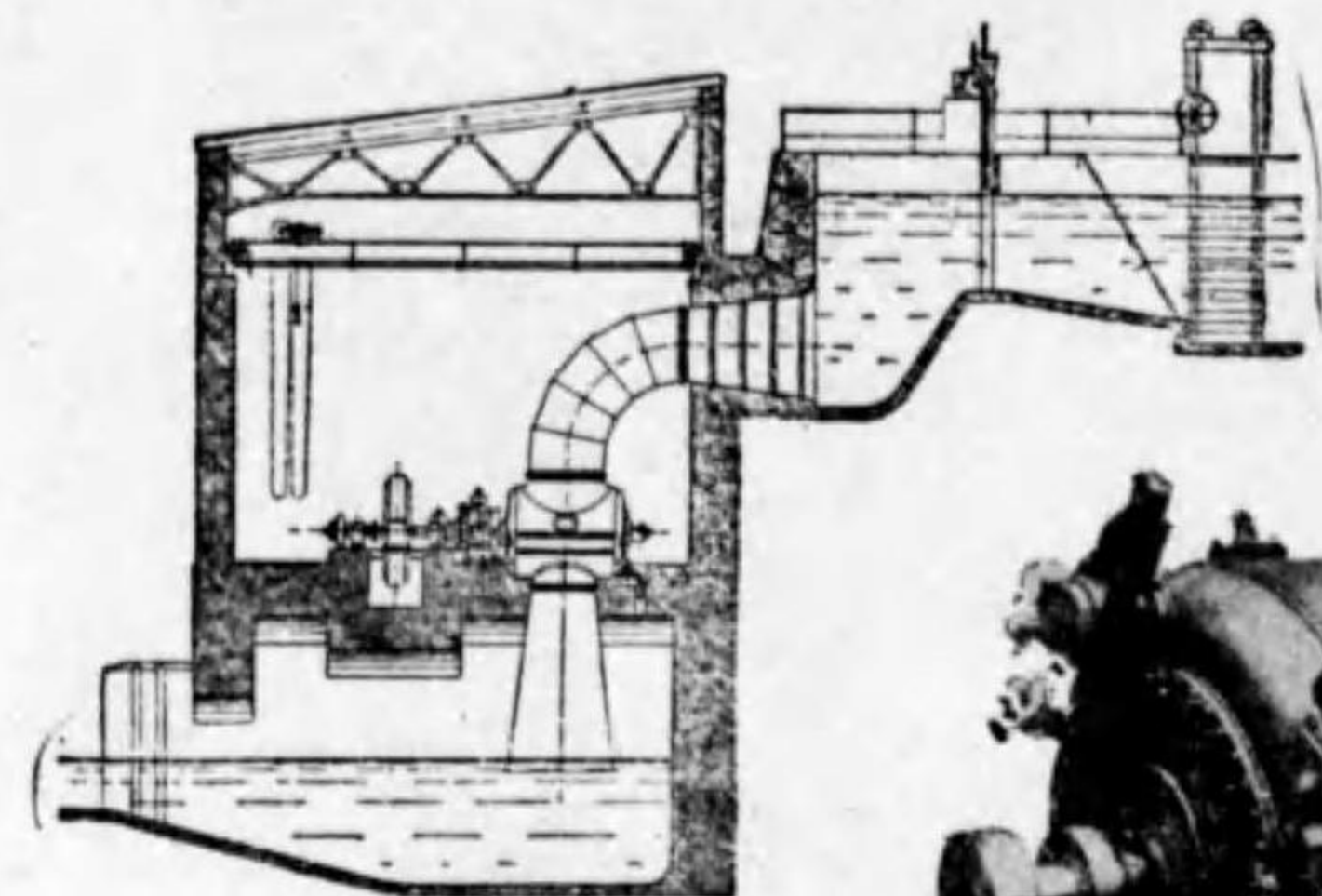
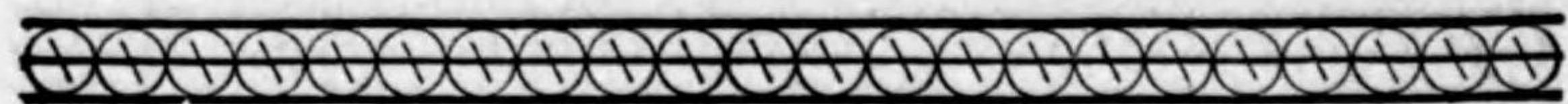
- (a) 露出型又は開渠型 (Open Flume Type)
- (b) 胴型(Drum Type)
- (c) 渦巻型(Spiral Type)

(a) 露出型 は通常 15 m 以下の低い落差で水量が比較的多い場合に用ひられる水車である。此種類の水車には第 51 圖に示す様に導水管もケーシングも設けず、水車は導水路と直接連結されてゐる水槽の中に据付けられ、案内羽根の外側が水中に露出して見へる (第 59 圖は此種の水車の寫眞で一本の軸に二つの羽根車がとりついた型である)。従つて露出型又は裸水車とも稱せられる。

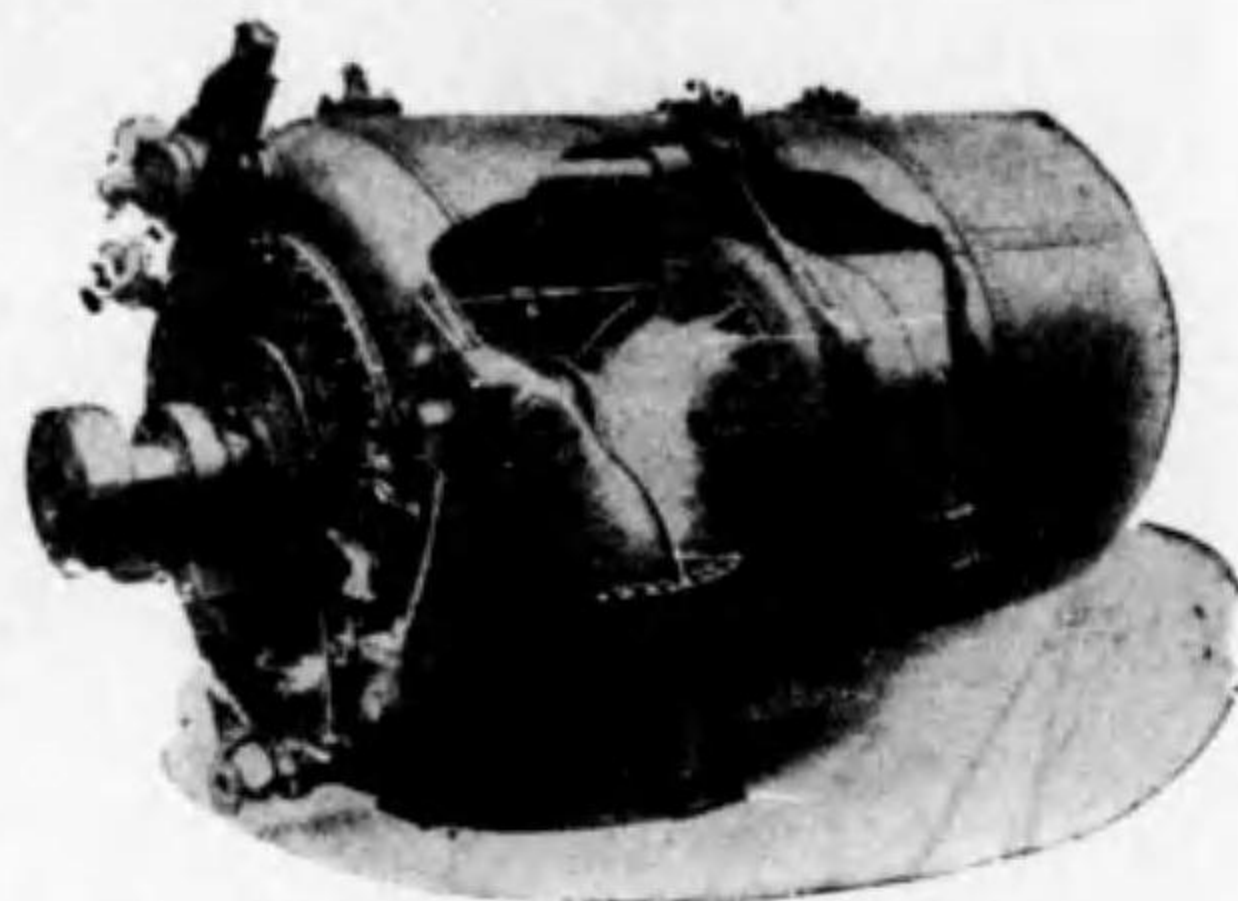


第 59 圖

(b) 胴型 (Drum Type) 落差がやゝ高く 10 m ~ 45 m 位で、水量が比較的大きい場合、鐵板で太鼓の胴状に作つた室の中に案内羽根と羽根車とをおさめ、此の胴と導水路とを矢張り鐵板で作つた導水管で結び付ける。この種類の中で第 60 圖寫眞の様に導水管の先を太く作つて胴としたものを前口水車又は直向水車 (Frontal Turbine) と稱し、又第 61 圖の様に胴の中心線と導水管の中心線とを直角に結び付けたものを横口水車



第 60 圖

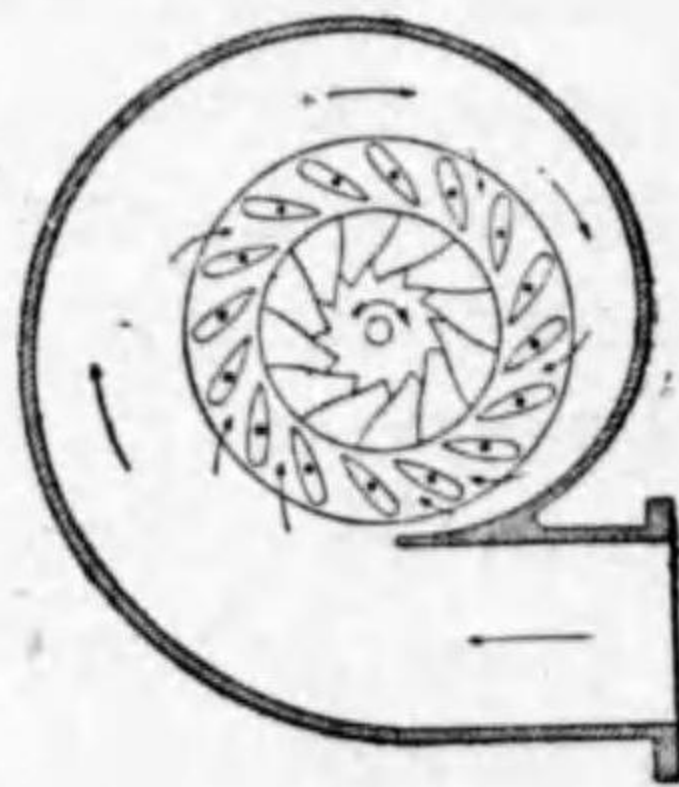


第 61 圖

又は交叉水車 (Cross Inlet Turbine) と稱する。

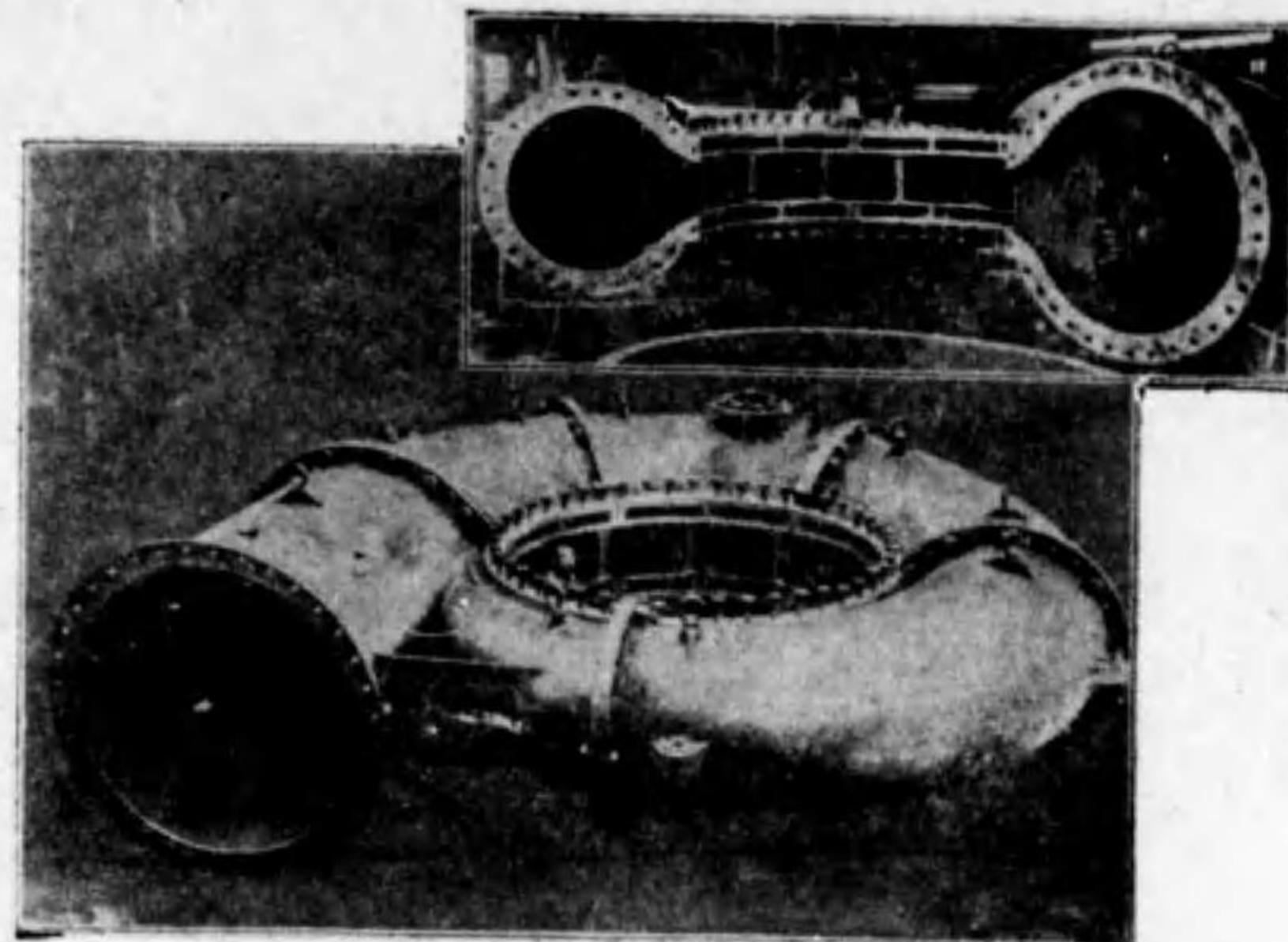
(c) 渦巻型 (Spiral Type) 近來最も多く用ひられる種類である。落差の高い方面では 200m 以上に使用されるものがあり、ベルトン水車の使用範囲に迄及んで居る。例へば最大容量の國産品として巻頭の口輪に出した朝鮮松興第二発電所の水車は (電業社製) 落差 214 m である。又瑞西のピオチノ発電所の水車はフランス水車として最高の落差で、約 326 m と云ふ事である。渦巻型は落差の低い方面でも胴型や露出型の使用範囲に浸入して盛んに用ひられてゐる。

落差が 50 m 位になると水圧が相當高く、胴型のケーシングでは其強さが水壓に對して不充分である。従つて第 62 圖の様にケーシングを渦巻型に作り、その中の水の流れの速度を大きく取り、流れの切口面積を小さくしてケーシングの強さを増し、同時に全周囲から案内羽根へ水が都合よく流入する様に作つてある。



第 62 圖

渦巻胴 (Spiral Casing) は低落差の場合鑄鐵製とし高落差には鑄鋼製のものを用ひる。第 63 圖は此種のケーシングである、又低落差で水量が大きな場合にはケーシングが非常に大き



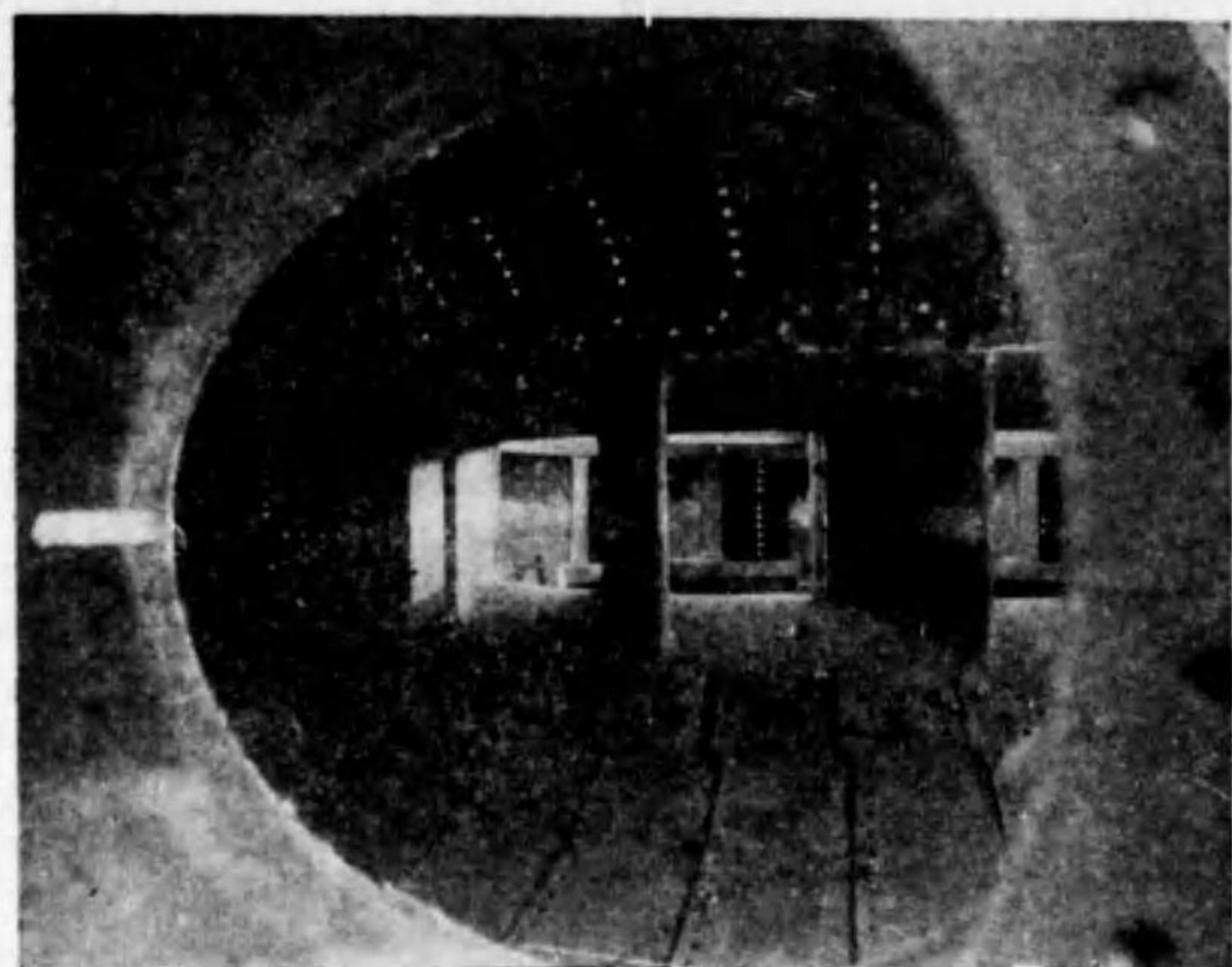
第 63 圖

くなるから、鐵板製を用ひる事もある。更に堅軸の大型水車では渦巻胴の大部分をコンクリートで造る事がある。鑄物で出来たケーシングでは強さを増す爲に其兩側を控へボルト (Stay Bolt) で締め付ける。鐵板又はコンクリート製の大型渦巻胴及び高壓用渦巻胴の場合には、此控へボルトが太くなるから、其代りに其部分を特にフレーム (Frame) に作る。これをスピードリング (Speed Ring) と稱する。第 64 圖は渦巻胴をとり去つてスピードリングを見せた寫眞で、又第 65 圖の寫眞は渦巻胴の中からスピードリングの一部を寫したものである。猶羽根車の車盤



第 64 圖

水
車



第 65 圖

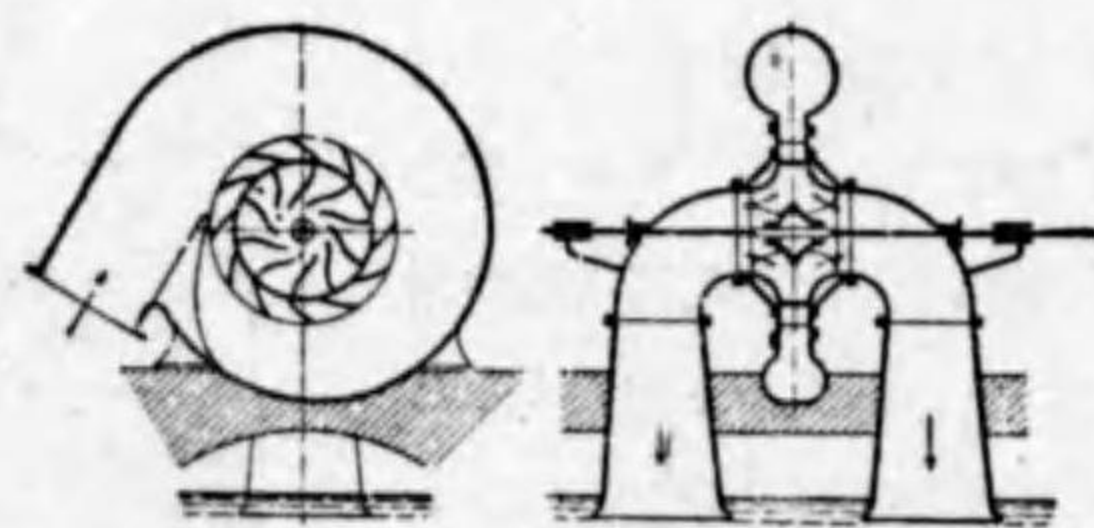
側に出来る渦巻胴の大きな穴は水車カバー (Turbine Cover) で覆はれてゐる。

一般にフランス水車も軸の方向によつて、横型 (Horizontal Type) と堅型 (Vertical Type) に分類されるが、横型水車即ち水平軸の場合には、軸方向推

し (Axial Thrust) を釣合せる爲めに、水量を二つに分けて両向き流れ又は復流 (Double Flow) にするか、或は双子水車又は双輪 (Twin Turbine) とする。兩向流れは第 66 圖の様

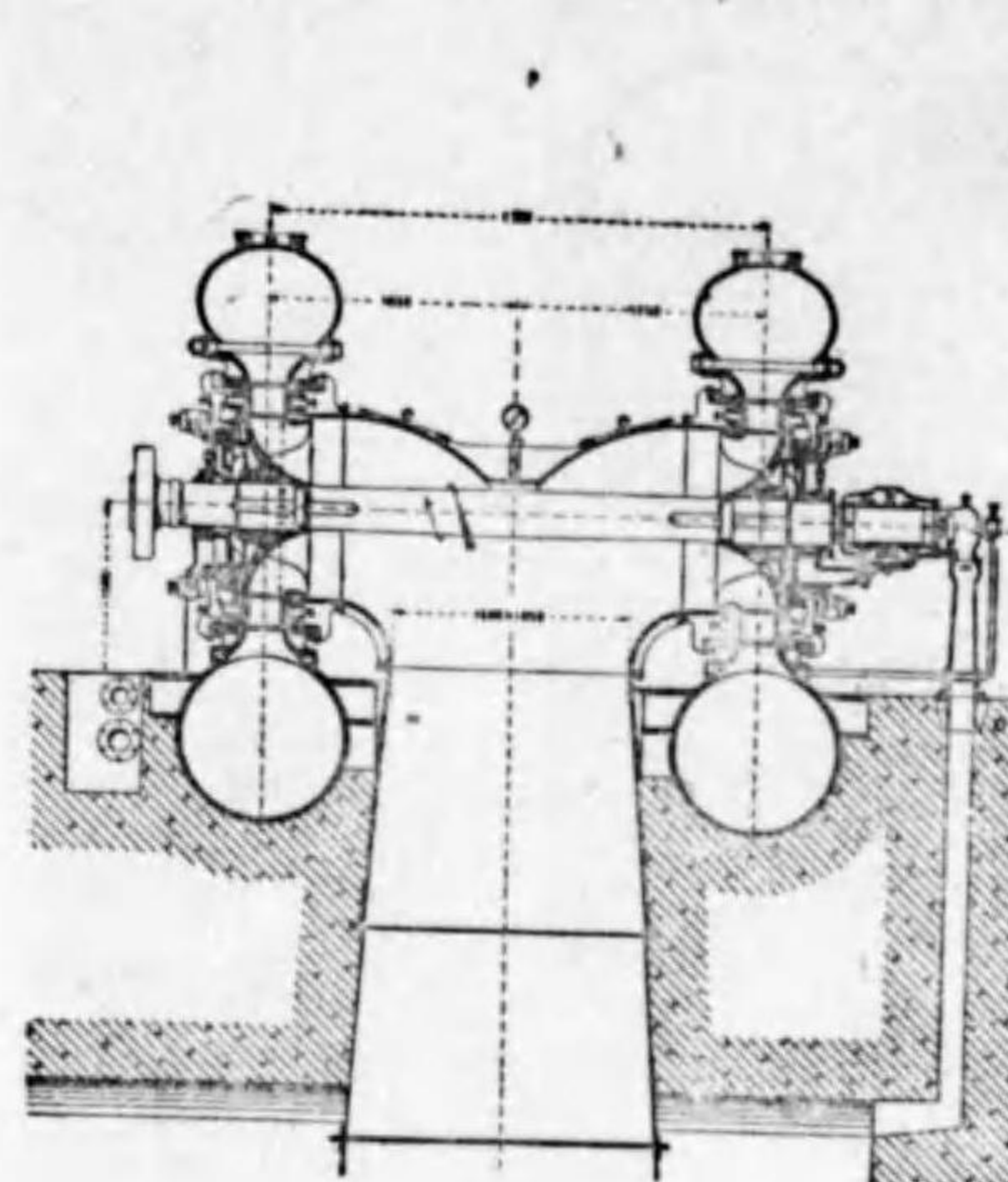


第 66 圖

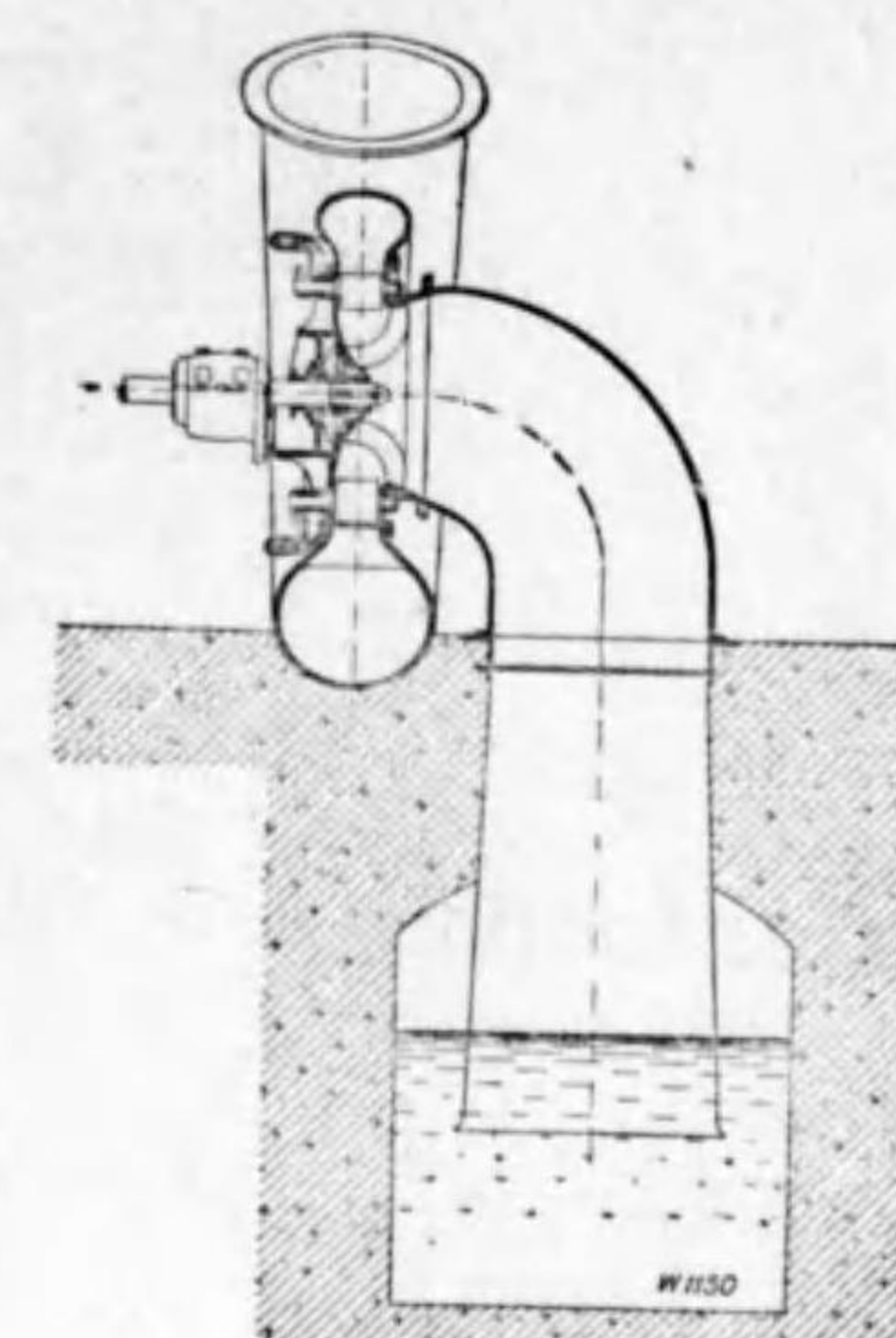


第 67 圖

に二つの羽根車が背中合せに一體として鑄造されたもので、第 67 圖の様に渦巻胴は共通であるが吸出管は別々になつてゐる。之に反し双子型では第 68 圖に示す様に羽根車及び渦巻胴は二つあつて、吸出管が共通になつてゐる。



第 68 圖

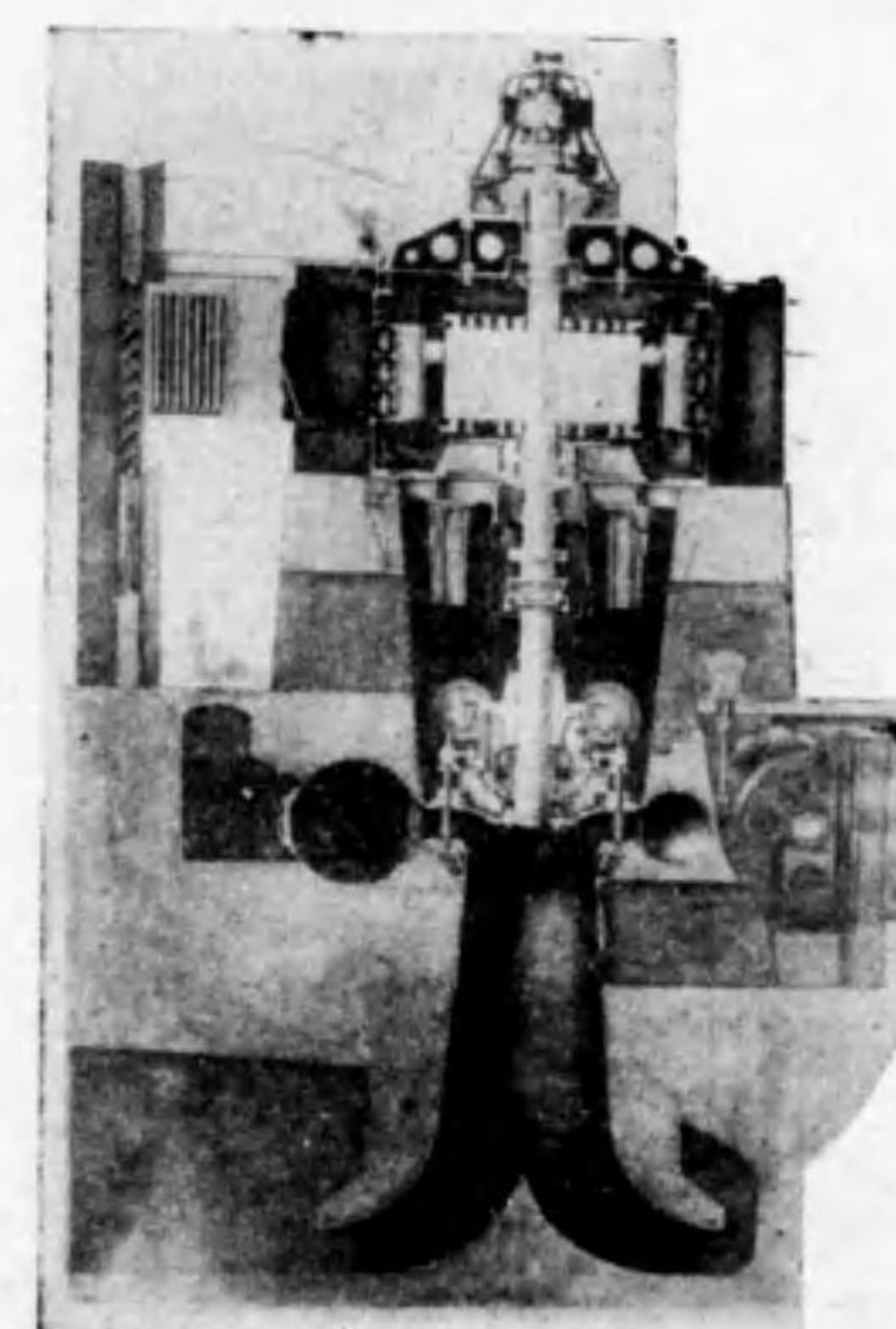


第 69 圖

水
車

兩向流れに對して普通の羽根車を片流れ又は單流 (Single Flow) と稱す(第 69 圖参照)。此場合には軸方向推しによつて羽根車が動かされるのを防ぐ爲めにスラスト軸受 (Thrust Bearing) を用ひなければならぬ(第 40 圖参照)。

堅型水車即ち垂直軸の水車に對して、近頃適當なスラスト軸受の製作が出来る様になつた結果、この型が盛んに用ひられる。殊に大型のフランス水車は總て堅型の渦巻水車である。第 70 圖は關東水力電氣會社佐久發電所の水車で出力 36,000 HP (アリス・チャルマース社製) 堅型大水車の一例である。堅型用のスラスト軸受としてはキングスベリー式スラスト軸受 (Kingsbury Thrust Bea-



第 70 圖