最近三年間

諸官立學校入學試驗

數學問題答案

數學敎授法研究會編

東京 東華堂發兌

緒　　言

本書ハ最近三年間即チ明治三十八年度ヨリ同四拾年度ニ至ル諸官立學校入學試驗數學問題ヲ解釋シタル者ニシテ其意專ラ該諸學校入學受驗者ノ參考ノ用ニ供スルニアルヲ以テ其解釋ハ平易ニシテ會得シ易カランヿヲ力メタリト雖恐ラクハ尙ホ迂解ヲ免カレザル所アラン看者諸士諒セヨ

明治四拾年十二月

編　者　識

數學試驗問題答案目次

三十八年度

三十九年度

四十年度

諸官立學校入學試驗問題答案

數　學

明治三十八年度

高　等　學　校

算　　術

1. 甲酒2升ト乙酒3升トノ價ハ3圓60錢ニシテ甲酒3升ト乙酒4升トノ價ハ5圓7錢ナリ今之ヲ混合シテ1升75錢ノ酒3斗8升ヲ造ラントス各幾許ヲ要スルカ

2. 與ヘラレタル整數ヲ8ニテ整除シ得ルヤ否ヤヲ知ル方法及ヒ其理由如何

[答案] 1. 5圓7錢ト3圓60錢トノ差即チ1圓47錢ハ甲酒1升ト乙酒1升トノ價ノ和ナルコト題言ニ依テ明[illegible]ニ甲酒3升ト乙酒3升トノ價ノ和ハ1圓47錢[illegible]即チ4圓41錢ナリ然ルニ甲酒2升ト乙酒3升[illegible]3圓60錢ナリト云フ故ニ甲酒1升ノ價ハ4圓[illegible]錢トノ差即チ81錢ナルコトヲ知リ得ベシ之[illegible]升ノ價ハ1圓47錢ト81錢トノ差即チ66錢ナル[illegible]題ハ1升81錢ノ甲酒ト1升66錢ノ乙酒トヲ混[illegible]升75錢ノ酒3斗8升ヲ造ラントスルニ各酒幾[illegible]ノ問題ナル故ニ和較法ニテ算出スルコト次ノ如シ

75	[illegible]	9
	[illegible]	6

但シ　75−66=9
　　　81−75=6

ニ混合ノ割合甲酒ト乙酒トハ9ト6ノ如シ

而シテ　$9+6=15$　ナルガ故ニ

$$甲酒=38\times\frac{9}{15}=22{\cdot}8升$$

$$乙酒=38\times\frac{6}{15}=15{\cdot}2升$$

2. 與ヘラレタル整數ノ最後ノ三位ガ8ニテ整除シ得ルトキ本數モ8ニテ整除シ得ベシ然ラザレバ整除スルコト能ハズ其理由ハ次ノ如シ

$$\begin{aligned}286144&=286000+144\\&=286\times1000+144\\&=286\times125\times8+144\\&=8ノ倍數+144\end{aligned}$$

之ニ由テ144ガ8ニテ整除シ得レバ286144モ8ニテ整除シ得ルコト明カナルベシ

代　數

1. 金若干ヲ貸シ一年ノ後元利合セテ140圓ヲ得タリ若シ元金25圓多ク年利率4分高カリセバ元利合セテ174圓ヲ得ベカリシト云フ元金及ヒ年利率ヲ問フ

2. 次ノ分數ヲ約セヨ

$$\frac{6a^4-5a^3-20a^2+1}{4a^4-17a^2-10a+3}$$

［答案］ 1. 元金ノ圓ノ數$=x$,　年利率$=y$　トスレバ題意ニヨリテ次ノ兩方程式ヲ得

$$x(1+y)=140\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$(x+25)\left(1+y+\frac{4}{100}\right)=174\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1)式ヨリ$1+y=\dfrac{140}{x}$　ヲ得ル故ニ之ヲ(2)式ニ代入スレバ

$$(x+25)\left(\frac{140}{x}+\frac{4}{100}\right)=174$$

分母ヲ掃ヘバ　$x^2-825x+87500=0$

即チ　$(x-700)(x-125)=0$　$\therefore$　$x=700$　或　125

然ルニ前者ハ題意ニ合ハズ故ニ後者ノ125圓ヲ以テ所求ノ元金トス又　$x=125$ヲ以テ(1)式ニ代入シテyノ値ヲ求ムレバ　$y={\cdot}12$　ヲ得之ニ由テ元金ハ125圓，年利率ハ1割2分ナリ.

2. 分母子ノ最高公因數ヲ求ムルコト次ノ如シ

$$\begin{array}{rl}
 & 6a^4-5a^3-20a^2+1\\
 & \times\hphantom{6a^4-5a^3-20a^2+}2\\
4a^4-17a^2-10a+3\big) & 12a^4-10a^3-40a^2+2\quad(3\\
 & \underline{12a^4-51a^2-30a+9}\\
 & -10a^3+11a^2+30a-7\\
 & 4a^4-17a^2-10a+3\\
 & \times\hphantom{4a^4-17a^2-10a+}5\\
-10a^3+11a^2+30a-7\big) & 20a^4-85a^2-50a+15\quad(2a\\
 & \underline{20a^4-22a^3-60a^2+14a}\\
 & 22a^3-25a^2-64a+15\\
 & -10a^3+11a^2+30a-7\\
 & \times\hphantom{-10a^3+11a^2+30a-}11\\
22a^3-25a^2-64a+15\big) & -110a^3+121a^2+330a-77\quad(-5\\
 & \underline{-110a^3+125a^2+320a-75}\\
 -2\big) & -4a^2+10a-2\\
 & 2a^2-5a+1\\
2a^2-5a+1\big) & 22a^3-25a^2-64a+15\quad(11a+15\\
 & \underline{22a^3-55a^2+11a}\\
 & 30a^2-75a+15\\
 & \underline{30a^2-75a+15}
\end{array}$$

故ニ原式ノ分母子ノ最高公因數ハ　$2a^2-5a+1$　ナルヲ知ル之ニ由テ原式ハ次ノ如クナル

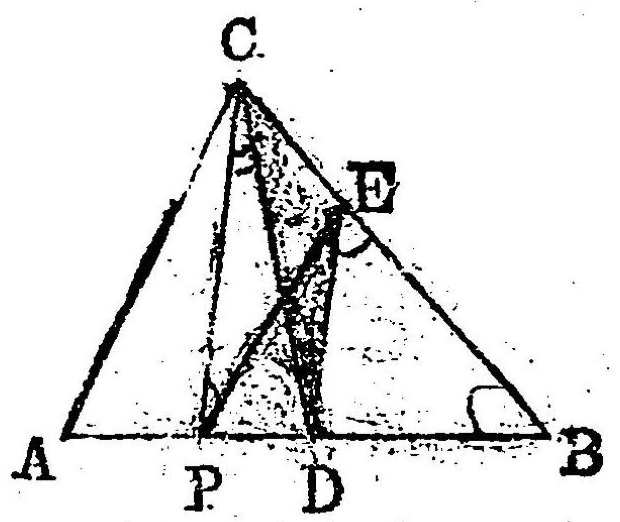
$$原式=\frac{(2a^2-5a+1)\,(3a^2+5a+2)}{(2a^2-5a+1)\,(2a^2+5a+3)}=\frac{3a^2+5a+2}{2a^2+5a+3}$$

幾何

1. 三角形ABCノ壹邊ABノ上ニアル壹點Pヲ過リテ其面積ヲ貳等分スル直線ヲ引クコトヲ求ム

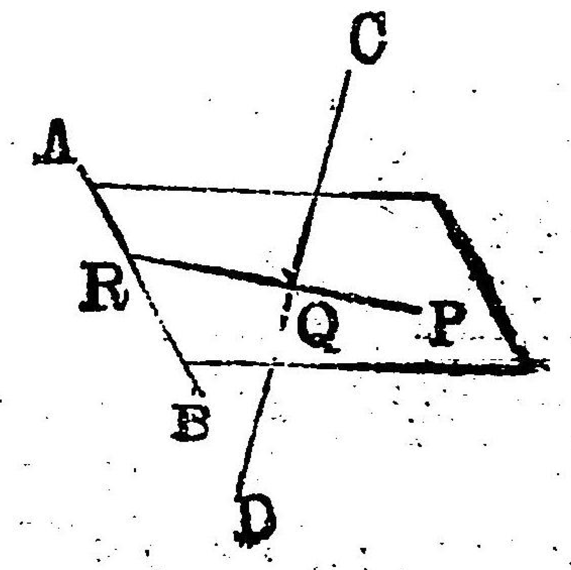
2. 壹ツノ點ヲ過リ同シ平面ノ上ニアラザル貳ツノ直線ニ出會フ直線ノ位置ヲ求ム

[答案] 1. [作法] 先ツABヲDニ於テ二等分シPCニ平行シテDEヲ引キテ他ノ二邊中ノ一ツニ會スル點ヲEトス(茲ニEハBCニ會スルモノトス)然ルトキ直線PEハ所求ノ二等分線ナリ



[證明] DEハPCニ平行ナル故ニCDヲ結ビ付クレハ△PDE=△CDE 此各ニ△BDEヲ加フレハ△PDE+△BDE=△CDE+△BDE 即 △PEB=△CBD 然ルニBD=ADナル故ニ $\triangle CBD=\frac{1}{2}\triangle ABC$ ナルコト明カナルベシ之ニ由テ $\triangle PEB=\frac{1}{2}\triangle ABC$ 故ニPEハ三角形ABCノ面積ヲ二等分ス

2. 一ツノ點Pヲ過リ同シ平面上ニアラザル二ツノ直線AB, CDニ出會フベキ直線ノ位置ヲ求ム



[作法] ABヲ含ミテP點ヲ過ル平面ヲ畫キCDニ交ル點ヲQトスレハP, Qヲ過ル直線PQRハ所求ノ直線ナリ

[證明] 直線AB及ヒ點Q, Pハ今畫キタル平面上ニアルガ故ニP, Qヲ過ル直線ハABニ出會フナリ但シP, Qヲ過ル直線ガABニ平行ナルトキ今畫キタル平面ガCDニ交ラザルトキハ不能ナリ

三角法

1. $\tan\theta=\frac{b}{a}$ ナルトキ $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}+\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}=\frac{2\cos\theta}{\sqrt{\cos 2\theta}}$ ナルコトヲ證明セヨ

2. 三角形ノ三ツノ角ヲA, B, Cトシ其對邊ヲ夫々a, b, cトス

$B=60^\circ$ ナルトキ $\frac{a+c}{2b}=\operatorname{Sin}(30^\circ+C)$ ナルコトヲ證明セヨ

[答案] 1. $\frac{b}{a}=\tan\theta$ ヨリ $\frac{a-b}{a+b}=\frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta}$ ヲ得ル故ニ

$$\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}+\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}=\frac{\sqrt{1-\tan\theta}}{\sqrt{1+\tan\theta}}+\frac{\sqrt{1+\tan\theta}}{\sqrt{1-\tan\theta}}=\frac{2}{\sqrt{1-\tan^2\theta}}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta}}}=\frac{2\cos\theta}{\sqrt{\cos^2\theta-\sin^2\theta}}$$

$$=\frac{2\cos\theta}{\sqrt{\cos 2\theta}}$$

2. 正弦比例ニヨリテ

$$\frac{a}{b}=\frac{\sin A}{\sin B},\qquad \frac{c}{b}=\frac{\sin C}{\sin B}$$

$$\therefore\ \frac{a+c}{b}=\frac{\sin A+\sin C}{\sin B}=\frac{2\sin\frac{A+C}{2}\cos\frac{A-C}{2}}{\sin B}$$

$$=\frac{2\sin 60^\circ \cos\frac{A-C}{2}}{\sin 60^\circ}=2\cos\frac{A-C}{2}$$

$$=2\cos\frac{180^\circ-(B+C)-C}{2}=2\cos\frac{180^\circ-(60^\circ+C)-C}{2}$$

$$=2\cos(60^\circ-C)=2\sin[90^\circ-(60^\circ-C)]$$

$$=2\sin(30^\circ+C)$$

$$\frac{a+c}{2b}=\sin(30^\circ+C).$$

東京高等商業學校

算術

1. 甲乙丙三人アリ一工事ヲ爲スニ甲ハ 24 日ヲ要シ乙ハ 36 日ヲ要シ丙ハ 40 日ヲ要スベシ今三人協同シテ此工事ヲ爲スコト 3 日ニシテ甲ハ休業セリ仍テ乙丙兩人ニテ其殘業ヲ成就セリト云フ起工ノ始ヨリ落成ニ至ル迄ノ日數ヲ問フ(日ノ端數ハ分數ニテ示スベシ)

2. 一樽20圓50錢ノ酒ト一樽18圓60錢ノ酒トヲ 5 ト 8 トノ割合ニ混合シ之ニ 1 割 5 分ノ水ヲ加ヘテ 1 升 2 合ニ付キ73錢ノ價ニテ賣ルトキハ原價ニ對シ利益ノ歩合如何(歩合ノ數ハ有効數字三位マデ算出スベシ)但シ一樽ハ 3 斗 8 升入トス

3. 次ノ等式ヲ證明セヨ

(a) $\tan(45^\circ+A)-\tan(45^\circ-A)=2\tan 2A$

(b) $\dfrac{\sin B+\sin 5B}{\cos \cancel{A}\,B-\cos 5B}=\cot 2B$

4. 三角形 ABC ニ於テ $B=60^\circ\ 40'$, $C=59^\circ 10'$, $a=10{\cdot}62$ ナリ b. ヲ問フ

$\log 106=2{\cdot}0253$　　$\log\sin 60^\circ=9{\cdot}9375-10$

$\log 107=2{\cdot}0294$　　$\log\sin 61^\circ=9{\cdot}9418-10$

[答案] 1. 一工事=1ト假定スレハ

甲 1 日ノ業$=\dfrac{1}{24}$,　乙 1 日ノ業$=\dfrac{1}{36}$,

丙 1 日ノ業$=\dfrac{1}{40}$

故ニ　三人協同 3 日ノ業$=\left(\dfrac{1}{24}+\dfrac{1}{36}+\dfrac{1}{40}\right)\times 3$

$$=\frac{17}{180}\times 3=\frac{17}{60}$$

故ニ　乙丙兩人ニテ殘業ヲ成ス日數

$$=\left(1-\frac{17}{60}\right)\div\left(\frac{1}{36}+\frac{1}{40}\right)$$

$$=\frac{43}{60}\div\frac{19}{360}$$

$$=\frac{43}{60}\times\frac{360}{19}$$

$$=13\frac{11}{19}$$

之ニ由テ

起工ノ始ヨリ落成迄ノ日數$=3+13\frac{11}{19}=16\frac{11}{19}$.

2. 上酒ヲ5樽下酒ヲ3樽混合スルトセバ水ハ其1割5分ナル故ニ水ハ$(5+3)\times{\cdot}15$　即1·2樽ナリ之ニ由テ

總原價$=20{\cdot}50\times5+18{\cdot}60\times3=158{\cdot}30$圓

總升數$=(5+3+1{\cdot}2)\times38=349.6$升

總賣價$=({\cdot}73\div1.2)\times349{\cdot}6=\frac{31901}{150}$ 圓

故ニ　所求ノ步合$=\left(\left(\frac{31901}{150}-158{\cdot}30\right)\div158{\cdot}30\right)$

$$=\frac{32624}{600}\times\frac{100}{15830}={\cdot}343$$

即チ所求ノ步合ハ3割4分3厘ナリ

3. (a) 原式ノ左邊$=\frac{\tan45^\circ+\tan A}{1-\tan45^\circ\tan A}-\frac{\tan45^\circ-\tan A}{1+\tan45^\circ\tan A}$

$$=\frac{1+\tan A}{1-\tan A}-\frac{1-\tan A}{1+\tan A}$$

$$=\frac{4\tan A}{1-\tan^2A}=2\tan2A.$$

(b) 左邊 $=\frac{2\sin3B\cos2B}{2\sin3B\sin2B}=\frac{\cos2B}{\sin2B}=\cot2B.$

4. 正弦比例ニヨリ　$\frac{b}{a}=\frac{\sin B}{\sin A}\ \therefore b=\frac{a\sin B}{\sin A}$

$\therefore\ \log b=\log a+\log\sin B-\log\sin A$

$=\log10{\cdot}62+\log\sin60^\circ40'-\log\sin60^\circ10'$......(1)

$\log10{\cdot}7=1{\cdot}0294$　　　$\log10{\cdot}62=1.0253+d$

$\frac{\log10.6=1{\cdot}0253}{.1\qquad .0041}($—　　$\frac{\log10{\cdot}6=1{\cdot}0253}{{\cdot}02\qquad d}($—

${\cdot}1:{\cdot}02={\cdot}0041:d\quad\therefore\ d={\cdot}0008$

$\therefore\ \log10{\cdot}62=1{\cdot}0253+{\cdot}0008=1{\cdot}0261$..............(2)

又 $\log\sin61^\circ=9{\cdot}9418-10$　$\log\sin60^\circ40'=9{\cdot}9375+d-10$

$\frac{\log\sin60^\circ=9{\cdot}9375-10}{1^\circ\qquad{\cdot}0043}$ — $\frac{\log\sin60^\circ\quad=9{\cdot}9375-10}{40'\qquad\qquad d}($—

$60':40'={\cdot}0043:d\quad\therefore\ d={\cdot}0029$

$\therefore\ \log\sin60^\circ40'=9{\cdot}9375+{\cdot}0029-10=9{\cdot}9404-10$...(3)

又 $\mathrm{loblin}61^\circ=9{\cdot}9418-10$　$\log\sin60^\circ10'=9{\cdot}9375+d-10$

$\frac{\log\sin60^\circ=9.9375-10}{1^\circ\qquad{\cdot}0043}($— $\frac{\log\sin60^\circ\quad=9{\cdot}9375-10}{10'\qquad\qquad d}($—

$60':10'=.0043:d\quad\therefore\ d={\cdot}0007$

$\therefore\ \log\sin60^\circ10'=9{\cdot}9375+{\cdot}0007-10=9{\cdot}9382-10$...(4)

(2), (3), (4) ヲ以テ (1) ニ代入スベシ

$\log b=1{\cdot}0261+9{\cdot}9404-\cancel{10}-9.9382+\cancel{10}=1.0283$

然ルニ　$\log10{\cdot}7=1{\cdot}0294$　　$\log b=1{\cdot}0233$

$\frac{\log10{\cdot}6=1{\cdot}0253}{{\cdot}1\qquad{\cdot}0041}($—　$\frac{\log10{\cdot}6=1{\cdot}0253}{b-10{\cdot}6\qquad .0030}($—

${\cdot}0041:{\cdot}0030={\cdot}1:b-10{\cdot}6$

$\therefore\ b-10{\cdot}6={\cdot}073\quad\therefore\ b=10{\cdot}6+{\cdot}073=10{\cdot}673$.

代　　數

1. 次式ヲ簡單ニセヨ

$$-\frac{bc(x-a)^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{ca(x-b)^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{ab(x-c)^2}{(c-a)(c-b)}$$

2. x ト y トノ比ガ $x+z$ ト $y+z$ トノ比ノ二乘比

ニ等シキトキハ z ハ x ト y トノ比例中項ナルコトヲ證明セヨ但シ x ハ y ニ等シカラザルモノトス

3. 二次方程式アリ其二ツノ根ノ差ハ 3 ニシテ其平方ノ和ハ65ナリ此二次方程式ヲ求ム

4. 等差級數アリ其第七項ハ12第十二項ハ 7 ニシテ各項ノ和ハ 171 ナリ其項數ヲ求ム

5. $(x+1)^{m+n}$ ノ展開式ニ於テ x^m ト x^n トノ係數ガ相等シキコトヲ證明セヨ

［答案］

1. 原式 $=-\left\{\dfrac{bc\,(x-a)^2}{(a-b)(c-a)}+\dfrac{ca\,(x-b)^2}{(b-c)(a-b)}+\dfrac{ab\,(x-c)^2}{(c-a)(b-c)}\right\}$

$$=-\left\{\frac{bc(b-c)(x-a)^2+ca(c-a)(x-b)^2+ab(a-b)(x-c)^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}\right\}$$

故ニ 大括弧内ノ分子 $=\{bc(b-c)+ca(c-a)+ab(a-b)\}x^2$
$-2abc\{(b-c)+(c-a)+(a-b)\}x+abc\{a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)\}$

$$=-(a-b)(b-c)(c-a)x^2$$

之ニ由テ

$$原式 = -\left\{\frac{-(a-b)(b-c)(c-a)x^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}\right\}=x^2$$

2. 題意ニヨリテ $x:y=(x+z)^2:(y+z)^2$ ナル故ニ $x(y+z)^2=y(x+z)^2$ 之ヲ解キテ悉ク左邊ニ移セハ

$x^2y-xy^2-xz^2+yz^2=0$ 　$\therefore\ xy(x-y)-z^2(x-y)=0$

$\therefore\ (x-y)(xy-z^2)=0$ 　而シテ題意ニヨレハ $x-y$ ハ零ニ等シカラザル故ニ $xy-z^2=0$ 　即チ $xy=z^2$

$\therefore\ x:z=z:y.$

3. 所求ノ二次方程式ノ根ヲ α, β トスレハ此二次方程式ハ次ノ如シ

$$x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0\ldots\ldots(1)$$

然ルニ題意ニヨレハ $\alpha-\beta=3\ldots\ldots(2)$ 　$\alpha^2+\beta^2=65\ldots(3)$

(2)式ノ平方ヲ(3)式ヨリ減スレハ

$2\alpha\beta=56\ldots\ldots(4)$ 　　$\therefore\ \alpha\beta=28\ldots\ldots(5)$

(3), (4) ヲ相加ヘテ平方ニ開ケハ $\alpha+\beta=\pm11\ldots\ldots(6)$

(5), (6) ヲ以テ(1)ニ代入スレハ

$x^2\pm11x+28=0$ 之レ所求ノ二次方程式ナ.

4. 初項 $=a$, 通差 $=d$ トスレハ末數ヲ求ムル公式即チ 末＝初＋(項－1)×差 ニ倣テ

$$12=a+6d\ldots\ldots(1)$$

$$7=a+11d\ldots\ldots(2)$$

(1)ヨリ(2)ヲ減スレハ $5=-5d$ 　$\therefore\ d=-1$

之ヲ(1)ニ代入シ a ノ値ヲ求ムレハ $a=18$

又總和ヲ求ムル公式 $S=\dfrac{n}{2}\left\{2a+(n-1)d\right\}$ ニヨリテ

$$171=\frac{n}{2}\left\{2\times18+(n-1)(-1)\right\}=\frac{n}{2}(37-n)$$

$\therefore\ n^2-37n+342=0$ 　即 $(n-19)(n-18)=0$

$\therefore\ n=19$ 或 18

5. $(x+1)^{m+n}$ ノ展開ニ於テ

第 $(\gamma+1)$ 項 $=\dfrac{\lfloor\underline{m+n}}{\lfloor\underline{\gamma}\ \lfloor\underline{m+n-\gamma}}\,x^{m+n-\gamma}$

$m+n-\gamma=m$ トスレハ $\gamma=n$

$$\because 第(n+1)項=\frac{\underline{|m+n}}{\underline{|n}\ \underline{|m}}x^{n}$$

又 $m+n-\gamma=n$ トスレハ $\gamma=m$

$$\therefore 第(m+1)項=\frac{\underline{|m+n}}{\underline{|n}\ \underline{|m}}x^{n}$$

之ニ由テ x^m ト x^n トノ係數ハ相等シク倶ニ $\frac{\underline{|m+n}}{\underline{|m}\ \underline{|n}}$ ナリ

神戸高等商業學校

算術

1. 高2尺4寸底面ノ直徑1尺4寸ナル直圓錐体アリ其体積及ヒ表面積各幾何ナルカ

2. 或人年1割4分ノ單利ニテ金450圓ヲ借リ第一年末ニハ金213圓ヲ返濟シ第二年末ニハ米8石ヲ以テ辨濟シ第三年末ニハ金273圓60錢ヲ支拂ヒテ皆濟シタリト云フ然ラハ米1石ノ價ヲ金幾何ト計算シタルカ但シ毎年末ノ返濟額中ニハ元金ノ一部ト各年末迄ノ利息トヲ含ムモノトス

3. 長160尺高15尺厚6尺ノ堤防ヲ築クニ甲工人16ト乙工5人トヲ使役スレハ50日ニシテ竣工スベク甲工17人ト乙工10人トヲ使役スレハ40日ニシテ竣工スベシト云フ今長720尺高14尺厚8尺ノ堤防ヲ築カンニ甲工20人ト乙工45人トヲ使役セハ幾日ニシテ竣工スベキカ

4. 下式ヲ小數點以下四桁迄計算スベシ

$$\frac{0{\cdot}411\dot{5}\dot{4}}{13{\cdot}59\dot{4}}+\frac{3\frac{6}{55}}{1-\frac{274}{499}}\div 8{\cdot}9$$

［答案］ 1. $体積=\frac{1}{3}\times底面積\times高=\frac{1}{3}\times圓積率\times\overline{直徑}^2\times高=\frac{1}{3}\times{\cdot}7854\times14^2\times24=1231{\cdot}5072$ 立方寸

又 表面積＝底面積＋曲面積

$$={\cdot}7854\times14^2+\frac{1}{2}\times3{\cdot}1416\times14\times\sqrt{24^2+7^2}$$

$$=153{\cdot}9384+549{\cdot}78$$

703.7184 平方寸

2. 第一年末ノ利息＝450×·14＝63圓

故ニ 第一年末ノ元金返金高＝213−63＝150圓

故ニ 第二年目ノ初ノ元金＝450−150＝300圓

又 第三年目ノ初ノ元金＝273·60÷1·14＝240圓

然ラバ米8石ノ價ハ(300×1·14−240)圓ニ等シキコト明カナルベシ故ニ

米1石ノ價＝(300×1·14−240)÷8＝12.75圓

3.

$$甲16人乙5人共力1日ノ業=\frac{160\times15\times6}{50}=288$$

$$甲17人乙10人共力1日ノ業=\frac{160\times15\times6}{40}=360$$

故ニ 甲1人乙5人共力1日ノ業＝360−288＝72

故ニ 甲16人乙80人共力1日ノ業＝72×16＝1152

故ニ 乙75人1日ノ業＝1152−288＝864

故ニ 乙1人1日ノ業＝$\frac{864}{75}=\frac{288}{25}$

故ニ　甲1人1日ノ業$=72-\frac{288}{25}\times 5=\frac{72}{5}$

故ニ　所求ノ日數$=720\times 14\times 8\div\left(\frac{27}{5}\times 20+\frac{288}{25}\times 45\right)$

$$=720\times 14\times 8\div\frac{4032}{5}$$

$$=720\times 14\times 8\times\frac{5}{4032}=100\text{日}.$$

4. 原式 $=\dfrac{\dfrac{41154-411}{99000}}{\dfrac{13594-13}{999}}+\dfrac{\dfrac{171}{55}}{\dfrac{225}{499}}\div\dfrac{89}{10}$

$$=\frac{40743}{99000}\times\frac{999}{13581}+\frac{171}{55}\times\frac{199}{225}\times\frac{10}{89}$$

$$=\frac{333}{11000}+\frac{18962}{24475}=\frac{71647}{89000}$$

代　　數

1. 次ノ式ノ値ヲ小數點以下三位マデ正シク計算スベシ

$$\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}+\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$$

2. 次ノ式ヲ因子ニ分割セヨ

$$(1+y)^2-2x^2(1+y^2)+x^4(1-y)^2$$

3. 某電車ノ乘車劵ハ一枚ノ代價三錢ナリシ時ハ平均一日ノ發賣n枚アリシト云フ然ルニ一枚四錢トナシタルニヨリ發賣數a枚減少シタリ而シテ切符發賣數ノ減少ハ代價ノ增加ニ比例ストシテ該電氣鐵道會社ノ收入額ヲ最大ナラシメンニハ一枚ノ代價ヲ幾何ニスレバ可ナルカ

4. 甲乙二人同時ニ相離レタル兩地ヨリ出發シ五時間ニシテ相會シタリ今若シ甲ガ毎時一哩速ク旅行シ乙ガ一時間早ク出發スルカ或ハ乙ガ毎時一哩遲ク旅行シ甲ガ一時間晩ク出發セシナラバ二人ガ最初出逢ヒシ所ニテ相會フベシト云フ兩地間ノ距離ヲ問フ

[答案]　1. 原式 $=\frac{\sqrt{5}}{2-\sqrt{5}}\times\frac{2+\sqrt{5}}{2+\sqrt{5}}+\frac{2-\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}\times\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

$$=\frac{2\sqrt{5}+5}{-1}+\frac{6-4\sqrt{2}}{2}$$

$$=3-2\sqrt{2}-2\sqrt{5}-5=-2(1+\sqrt{2}+\sqrt{5}$$

$$=-2(1+1.4142+2.2360)=9.300.$$

2. 原式 $=(1+y)^2-x^2(2+2y^2)+x^4(1-y)^2$

$$=(1+y)^2-x^2(1+2y+y^2+1-2y+y^2)+x^4(1-y)^2$$

$$=(1+y)^2-x^2(1+y)^2-x^2(1-y)^2+x^4(1-y)^2$$

$$=(1+y)^2(1-x^2)-x^2(1-y)^2(1-x^2)$$

$$=(1-x^2)\{(1+y)^2-x^2(1-y)^2\}$$

$$=(1+x)(1-x)\{(1+y)+x(1-y)\}.\{(1+y)-x(1-y)\}$$

3. 所求ノ一枚ノ代價$=x$錢

切符發賣數$=y$トスレバ題意ニヨリテ

$4-3:a=x-n:3-y$

$\therefore n-y=a(x-3)\quad\therefore y=3a+u-ax$

$\therefore$收入額$=xy=(3a+n)x-ax^2$

$$=a\left\{\left(\frac{3a+n}{a}\right)x-x^2\right.$$

$$=a\left(\frac{3a+n}{2a}\right)^2-\left(\frac{3a+n}{2a}\right)^2+\left(\frac{3a+n}{a}\right)x-n^2\Big\}$$

$$=a\left\{\left(\frac{3a+n}{2a}\right)^2-\left(\frac{3x+n}{2a}-xn\right)^2\right\}$$

此結果ヲ最大ナラシムルニハ $\left(\frac{3a+n}{2a}\right)^2$ ヲ最小ナラシムルニアリ然ルニ平方數ナル故ニ最小ハ零ヨリ下ラズ

$$\therefore\left(\frac{3a+n}{2a}-x\right)^2=0\quad\therefore\quad x=\frac{3a+n}{2a}.$$

4. 甲毎時ノ速ヲ x 哩トシ乙毎時ノ速ヲ y 哩トスレハ兩地間ノ距離ハ $5(x+y)$ ナリ而シテ題意ニヨリテ次ノ兩方程式ヲ得

$$\frac{5x}{x+1}=\frac{5y}{y}-1\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{5x}{x}+1=\frac{5y}{y-1}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) ヨリ $\frac{5x}{x+1}=4\quad\therefore\quad x=4$

(2) ヨリ $\frac{5x}{y-1}=6\quad\therefore\quad y=6$

故ニ　兩地間ノ距離 $=(4+6)5=50$ 哩,

山口等高商業學校

算　術

1. $$\frac{\dfrac{0{\cdot}02226}{0{\cdot}001825}-\dfrac{0{\cdot}2574}{0{\cdot}143}}{0{,}31\times0.17+\dfrac{1{\cdot}171962}{0.594}}$$ 之ヲ簡單ニセヨ

2 或人金700圓ヲ月利1分2厘ニテ甲乙兩人ニ分チ貸シタルニ甲ヨリ得タル九ヶ月分ノ利子ハ乙ヨリ得タル十二ヶ月分ノ利子ト相等シカリシト云フ然ラハ甲乙ヘ各幾圓宛ヲ貸セシカ

[答案] **1.** 原式 $$=\frac{\dfrac{22260}{1325}-\dfrac{2574}{1430}}{\dfrac{527}{10000}+\dfrac{1171962}{594000}}=\frac{\dfrac{84}{5}-\dfrac{9}{5}}{\dfrac{527}{10000}+\dfrac{1973}{1000}}$$

$$=\frac{\dfrac{75}{5}}{\dfrac{2500}{1000}}=\frac{15}{\dfrac{5}{2}}=6.$$

2. 相等シト云フ利子ヲ1トスレハ

割合ノ甲ニ貸シタル金 $=\frac{1}{\cdot012\times9}=\frac{250}{27}$

同　乙ニ貸シタル金 $=\frac{1}{\cdot012\times12}=\frac{125}{18}$

∴ 眞ノ甲ニ貸シタル金 $=\left\{700\div\left(\frac{250}{27}+\frac{125}{18}\right)\right\}\times\frac{250}{27}$

$$=700\times\frac{54}{875}\times\frac{250}{27}=400\text{圓}.$$

同　乙ニ貸シタル金 $=\left\{700\div\left(\frac{250}{27}+\frac{125}{18}\right)\right\}\times\frac{125}{18}$

$$=700\times\frac{54}{875}\times\frac{125}{18}=300\text{圓}.$$

代　數

1. $(a+b+c)^2=3\,(ab+bc+ca)$ ナル式ヲ滿足スル a, b, c ハ互ニ相等シキコトヲ證明セヨ
但シ a, b, c ハ何レモ正ノ實數ナリ

2. 或人自轉車旅行ヲナスニ初日ノ行程ハ l 里ニシテ其後ハ常ニ其前日ノ行程ノ $\frac{1}{m}$ 宛ヲ增加セリト云フ然ルトキハn日間ノ總行程ハ幾里ナルカ

[答案] 1. 原式ノ括弧ヲ解ケハ

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=3ab+3bc+3ca$

$\therefore 2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca=0$

即チ　$(a^2-2ab+b^2)+(b^2-2bc+c^2)+(c^2-2cv+a^2)=0$

$(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2=0$

平方數ノ和ガ零ニ等シトキ各項ハ零ニ等シキガ故ニ

$(a-b)^2=0,\quad (b-c)^2=0,\quad (c-a)^2=0$

$\therefore a=b,\quad b=c,\quad c=a$　之ニ由テ　$a=b=c$　ナリ.

2. 等比級數ニ於テ初項ヲ a, 等比ヲ r, 項數ヲ n, 總和ヲSトスレハSヲ求ムル公式ハ

$$S=\frac{a\ (r^n-1)}{r-1}$$

ナリ而シテ本題ニ於テ　$a=l$　$r=1+\frac{1}{m}$　ナル故ニ

$$S=\frac{l\left\{\left(1+\frac{1}{m}\right)^n-1\right\}}{\frac{1}{m}}=\frac{l\left\{\frac{(m+1)^n-m^n}{m^n}\right\}}{\frac{1}{m}}.$$

$$=\frac{l}{m^{n-1}}\left\{\left(m+1\right)^n-m^n\right\}$$

幾何三角法

1. 與ヘラレタル二點ヨリノ距離ノ比ガ與ヘラレタル比ニ等シキ點ノ軌跡ヲ求ム

2. 錐体ノ体積ハ同底同高ナル柱体ノ体積ノ三分ノ一ニ等シキコトヲ證明セヨ

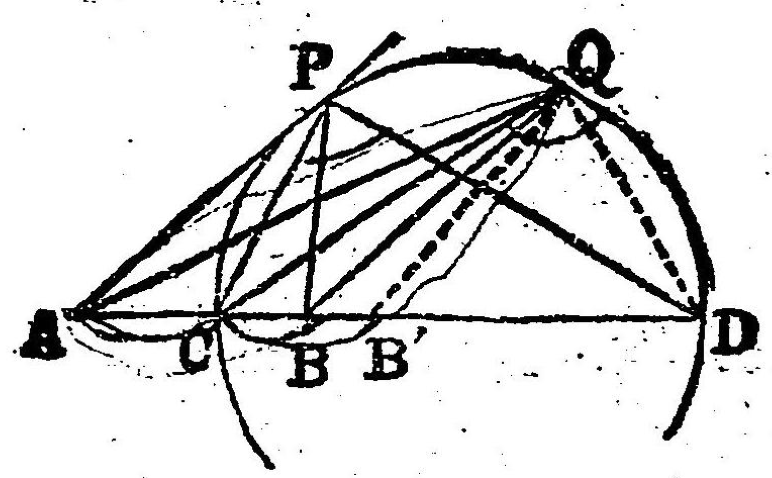
3. $\tan\frac{A}{2}=\frac{1}{2}$ ナルトキ $\sin A$ ノ値ヲ求ム

4. 一ツノ三角形ノ三ツノ角ヲ夫々A, B, Cトスレバ次式ヲ證セヨ

$$\sin A+\sin B+\sin C=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}.$$

[答案] 1. 二定點ヲA,Bトシ動點ヲPトシ定比ヲM:Nトス而シテ常ニ PA:PB=M:N ナルトキP點ノ軌跡ヲ求ム

先ツ二定點ノ連結線ABヲ定比ニCニ於テ內分シDニ於テ外分シ即チAC:BC:=M:N AD:BD=M:NトスレバAC:BC=PA:PB......(1)



AD:BD=PA:PB......(2)

ナル故ニ PC, PD ヲ結ビ

付クレハPCハ角APBヲ二等分シPDハ其外角ヲ二等分スル故ニ角CPDハ直角ニ等シ之ニ由テPハCDヲ直徑トスル圓周上ニアリ

又此圓周上ニ於テ任意ニQ點ヲ設ケQA, QB, QCヲ結ビ付クルトキQCガ角AQBヲ二等分スルナレハ

QA ; QB＝AC : BC＝M ; Nナル故ニ圓周上ノ任意ノ點ヨリ二定點ニ至ル距離ノ比ハ定比M ; Nヲ有ス然レトモ若シQCガ角AQBヲ二等分セザルモノトスレハ角AQCニ等シク角CQB'ヲ取リタリト假定セヨ 今QDヲ結ビ付クレハ角CQDハ直角ナル故ニQDハ角AQB'ノ外角ノ二等分線ナルコト容易ニ知リ得ベシ

故ニ　AC : B'C＝QA : QB'，及ヒAD : B'D＝QD : QB'

ナリ由テ　AC : B'C＝AD : BD……………………(3)

然ルニ(1), (2)ヨリ AC : B'C ＝ AD : BD…………(4)

(3), (4)ヨリ　B'C : B'D ＝ BC : BD

∴ B'C ＋ B'D : B'D＝BC＋BD : BD

即チ　CD : B'D ＝ CD : BD　∴　B'D ＝ BD

即チ　QB'ハQBニ合スル故ニQCハ角AQBヲ二等分ス之ニ由テQA : QB ＝ AC : BC ＝ M : N　故ニ此圓周上ノ任意ノQ點ヨリ二定點A, Bニ至ル距離ノ比ハ定比M:Nヲ有ス故ニ所求ノ軌跡ハCDヲ直徑トスル圓周ナリ

2. 圓錐体ノ底ノ半徑ヲγトシ高ヲhトスレハ

圓錐ノ体積＝$\frac{1}{3}\pi\gamma^2 h$　ナリ

又同底同高ノ　圓柱ノ體積＝$\pi\gamma^2 h$　ナル故ニ

圓錐ノ體積＝$\frac{1}{3}$(圓柱ノ體積)

3. $\sin A = 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2} = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}\cos^2\frac{A}{2}$

$$=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{\sec^2\frac{A}{2}}=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{\sqrt{1+\tan^2\frac{A}{2}}}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}$$

$$=\frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2}{5}\sqrt{5}$$

4. 左邊$=2\sin\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}(A-B)+2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}$

$$=2\cos\frac{C}{2}\cos\frac{1}{2}(A-B)+2\cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{C}{2}$$

$$=2\cos\frac{C}{2}\left\{\cos\frac{1}{2}(A-B)+\cos\frac{1}{2}(A+B)\right\}$$

$$=2\cos\frac{C}{2}\left\{2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\right\}$$

$$=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$$

長崎高等商業學校

數學

1. 次ノ數ヲ小數第三位マデ示セ

$$5^{-3},\quad 16^{\frac{3}{4}},\quad 6^{\frac{3}{2}},\quad \frac{5}{\sqrt{7}}$$

2. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-9}=\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-7}$　ヲ解ケ

3. 外切スル二ツノ圓ニ共通ナル切線ハ二圓ノ直徑ノ比例中項ヲナス

4. 人アリ B點ヨリ或山ノ頂點 C ヲ測リシニ

付クレハPCハ角APBヲ二等分シPDハ其外角ヲ二等分スル故ニ角CPDハ直角ニ等シ之ニ由テPハCDヲ直徑トスル圓周上ニアリ

又此圓周上ニ於テ任意ニQ點ヲ設ケQA, QB, QCヲ結ビ付クルトキQCガ角AQBヲ二等分スルナレハ

QA ; QB＝AC : BC＝M ; Nナル故ニ圓周上ノ任意ノ點ヨリ二定點ニ至ル距離ノ比ハ定比M ; Nヲ有ス然レトモ若シQCガ角AQBヲ二等分セザルモノトスレハ角AQCニ等シク角CQB'ヲ取リタリト假定セヨ 今QDヲ結ビ付クレハ角CQDハ直角ナル故ニQDハ角AQB'ノ外角ノ二等分線ナルコト容易ニ知リ得ベシ

故ニ　AC : B'C＝QA : QB', 及ヒ AD : B'D＝QD : QB'

ナリ由テ　AC : B'C＝AD : BD……………………(3)

然ルニ (1), (2) ヨリ AC : B'C ＝ AD : BD…………(4)

(3), (4) ヨリ　B'C : B'D ＝ BC : BD

$\therefore$ B'C ＋ B'D : B'D＝BC＋BD : BD

即チ　CD : B'D ＝ CD : BD　$\therefore$　B'D ＝ BD

即チ　QB' ハ QB ニ合スル故ニ QC ハ角AQB ヲ二等分ス之ニ由テ QA : QB ＝ AC : BC ＝ M : N　故ニ此圓周上ノ任意ノQ點ヨリ二定點A, B ニ至ル距離ノ比ハ定比M:Nヲ有ス故ニ所求ノ軌跡ハCDヲ直徑トスル圓周ナリ

2. 圓錐体ノ底ノ半徑ヲrトシ高ヲhトスレハ

圓錐ノ体積＝$\frac{1}{3}\pi r^2 h$　ナリ

又同底同高ノ　圓柱ノ體積＝$\pi r^2 h$　ナル故ニ

圓錐ノ體積＝$\frac{1}{3}$(圓柱ノ體積)

3. $\sin A = 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2} = \frac{2\sin\frac{A}{2}}{\cos\frac{A}{2}}\cos^2\frac{A}{2}$

$$=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{\sec^2\frac{A}{2}}=\frac{2\tan\frac{A}{2}}{\sqrt{1+\tan^2\frac{A}{2}}}=\frac{2\times\frac{1}{2}}{\sqrt{1+\frac{1}{4}}}$$

$$=\frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2}{5}\sqrt{5}$$

4. 左邊$=2\sin\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}(A-B)+2\sin\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}$

$$=2\cos\frac{C}{2}\cos\frac{1}{2}(A-B)+2\cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{C}{2}$$

$$=2\cos\frac{C}{2}\{\cos\frac{1}{2}(A-B)+\cos\frac{1}{2}(A+B)\}$$

$$=2\cos\frac{C}{2}\left\{2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\right\}$$

$$=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$$

長崎高等商業學校

數學

1. 次ノ數ヲ小數第三位マデ示セ

$$5^{-3},\quad 16^{\frac{3}{4}},\quad 6^{\frac{3}{2}},\quad \frac{5}{\sqrt{7}}$$

2. $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-9}=\frac{1}{x-3}+\frac{1}{x-7}$ ヲ解ケ

3. 外切スル二ツノ圓ニ共通ナル切線ハ二圓ノ直徑ノ比例中項ヲナス

4. 人アリ B點ヨリ或山ノ頂點 C ヲ測リシニ

27° 18′ ヲ得タリ又同シ水平面上 500 間後方ナル A 點ヨリ之ヲ測リシニ 16° 10′ ヲ得タリト云フ依テ山ノ高ヲ求ム

但シ A, B, C ハ同壹垂面內ニアリ

次ノ對數ハ使用スルコトヲ得

$$\begin{aligned} &\mathrm{L}\sin 27^\circ\ 18' = 9{\cdot}66148 \\ &\mathrm{L}\sin 16^\circ\ 10' = 9{\cdot}44472 \\ &\mathrm{L}\sin 11^\circ\ 8' = 9{\cdot}28577 \\ &\log 5 = .69897, \qquad \log 3307 = 3{\cdot}51940 \end{aligned}$$

〔答案〕 **1.** $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125} = {\cdot}008.$

$16^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3 = 2^3 = 8.$

$6^{\frac{3}{2}} = \sqrt{6^3} = \sqrt{6^2 \times 6} = 6\sqrt{6} = 6 \times 2{\cdot}4492 = 14{\cdot}695.$

$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5}{7}\sqrt{7} = \frac{5}{7} \times 2{\cdot}6457 = 1{\cdot}889$

2. 原方程式ヲ $\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-7} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-9}$

此ノ如クシテ解クコト次ノ如シ

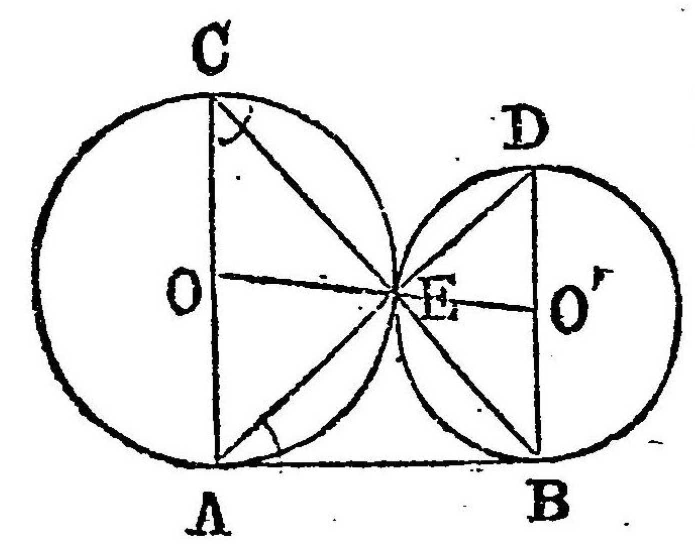
$$\frac{-6}{(x-1)(x-7)} = \frac{-6}{(x-3)(x-9)}$$

$\therefore\ (x-1)(x-7) = (x-3)(x-9) \quad \therefore\ x = 5.$

3. O 及ヒ O′ ヲ中心トスル兩圓ガ E ニ於テ外切スルトキ A, B ニ於テ兩圓ニ切スル共通切線 AB ヲ引キ又兩圓ノ直徑 AC, BD ヲ引ケバ

AC : AB = AB : BD ナリ

〔証明〕 直線 AD, BC ハ切點 E ニ於テ相交ルモ



ノナリ何トナレバ先ツ AE 及ヒ DE ヲ結ビ付クベシ而シテ直線 OO′ ハ切點 E ヲ貫クコトハ定理ニヨリテ知ル所ナリ又 AC, BD ハ AB ニ垂線ナル故ニ平行ナリ

∴ ∠AOE = ∠DO′E 即チ二個ノ二等邊三角形 AOE, DO′E ノ頂角相等シキガ故ニ各底角モ相等シ即チ ∠AEO = ∠DEO′ ナル故ニ AED ハ壹直線ナリ同樣ニ BEC モ壹直線ナリ由テ AD, BC ハ互ニ E ニ於テ相交ル故ニ兩三角形 ABC, ABD ニ於テ ∠BAC = ∠ABD = R_t, ∠ACB = ∠BAD 〔AB ガ O 圓ノ切線ナレバナリ〕故ニ此兩三角形ハ相似ナリ

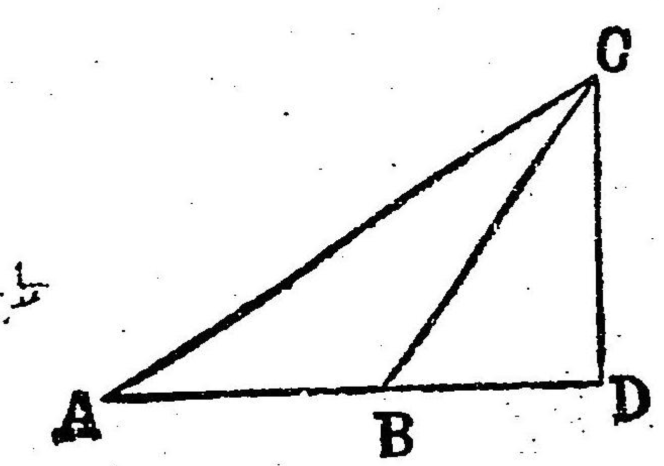
∴ AC : AB = AB : BD ナリ

4. CD ヲ AB ノ延長ヘノ垂線トシ

$$\left.\begin{aligned} \angle\mathrm{CBD} &= 27^\circ\ 18' = \beta \\ \angle\mathrm{CAD} &= 16^\circ\ 10' = \alpha \end{aligned}\right\}$$ ト名ク

AB = 500 而シテ CD = x, BD = y トスレバ

$\tan\alpha = \frac{x}{500+y}$ …… (1) $\qquad \tan\beta = \frac{x}{y}$ …… (2)



(1) ヨリ

$\cot\alpha = \frac{500+y}{x} = \frac{500}{x} + \frac{y}{x}$ …………… (3)

(2) ヨリ $\cot\beta = \frac{y}{x}$ …… (4)

(4) ヲ以テ (3) ニ代入スレバ

$\cot\alpha=\frac{500}{x}+\cot\beta \quad \therefore \quad x\cot\alpha=500+x\cot\beta$

$\therefore \quad x=\frac{500}{\cot\alpha-\cot\beta}=\frac{500\sin\alpha\sin\beta}{\sin\beta\cos\alpha-\cos\beta\sin\alpha}$

$=\frac{500\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)}=\frac{500\sin16^\circ10'\sin27^\circ18'}{\sin11^\circ8'}$

$\therefore \quad \log x=\log500+\log\sin16^\circ10'+\log\sin27^\circ18'$

$-\log\sin11^\circ8'$

$=2{\cdot}69897+9{\cdot}44472-10+9{\cdot}66148-10-9{\cdot}28577+10$

$=2{\cdot}51940$

然ルニ但シ書ニヨレバ $\log330{\cdot}9=2{\cdot}51940$ ナルガ故ニ

$x=330{\cdot}7$ 間

東京高等工業學校

數學

1. 次ノ二式ヲ小數點以下二位マデ計算セヨ

(1) $\frac{0{\cdot}85\times23\times126\times35\times15^2\times0{\cdot}7854}{3300\times12}$

(2) $4{\cdot}14\sqrt{\frac{5}{70}}$

2. 床ノ面積117平方尺ナル室アリ壹方ノ壁ノ面積ハ130平方尺ニシテ之レニ隣レル壁ノ面積ハ90平方尺ナリ此室ノ幅長サ高サ各幾尺ナルカ

3. 次ノ方程式ノ根ヲ小數點以下二位マデ計算セヨ

$$5^{x+1}=3^{x^2-1}$$

但シ　$\log2=0{\cdot}30103.$　　$\log3=0{\cdot}47712.$

4. 壹ツノ平面 P ニ垂直ナル直線 AB ヲ含ム平面 Q ハ P 平面ニ垂直ナリ之ヲ證明セヨ

5. 壹邊ノ長サ1尺ナル正八邊形ヲ底トシ側稜ト高サトガ互ニ30度ノ角ヲナス直錐ノ立積ヲ計算セヨ

〔答案〕 1. (1)

原式 $=\frac{85\times23\times126\times35\times225\times7854}{3300\times12000000}$

$=\frac{17\times23\times7\times7\times9\times3927}{22\times80000}=\frac{677136537}{1760000}=384{\cdot}73$

(2) 原式 $=4{\cdot}14\sqrt{\frac{1}{14}}=4{\cdot}14\sqrt{\frac{1}{2\times7}}$

$=4{\cdot}14\sqrt{\frac{1}{2\times7}\times\frac{2^3\times7^3}{2^3\times7^3}}=4{\cdot}14\sqrt{\frac{2744}{2^4\times7^4}}$

$=\frac{4{\cdot}14}{2\times7}\sqrt[4]{2744}=\frac{207}{700}\sqrt[4]{2744}$

$=\frac{207}{700}\sqrt{52{\cdot}383203}=\frac{207}{700}\times7{\cdot}237=2{\cdot}14.$

2. 幅長高ノ尺數ヲ順次ニ x, y, z トスレバ題意ニヨリテ次ノ三方程式ヲ得

$xy=117$ .... (1)

$yz=130$ .... (2)

$xz=90$ .... (3)

(1), (3) ノ相乘ヲ (2) ニテ除スレバ $x^2=81 \quad \therefore \quad x=9$

同樣ノ法ニテ $y=13,\ z=10$ ヲ得

3. 原式ヨリ $(x+1)\log5=(x^2-1)\log3$

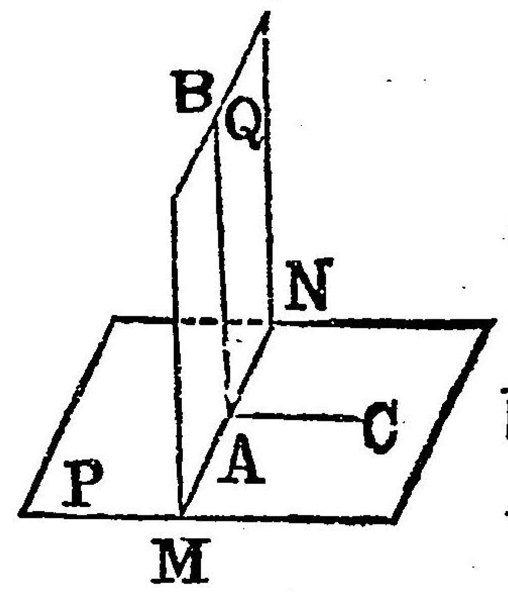
$\therefore \quad (x+1)\{\log5-(x-1)\log3\}=0$

$\therefore \quad x+1=0$ 或 $\log5-(x-1)\log3=0$

前者ヨリ　$x=-1$

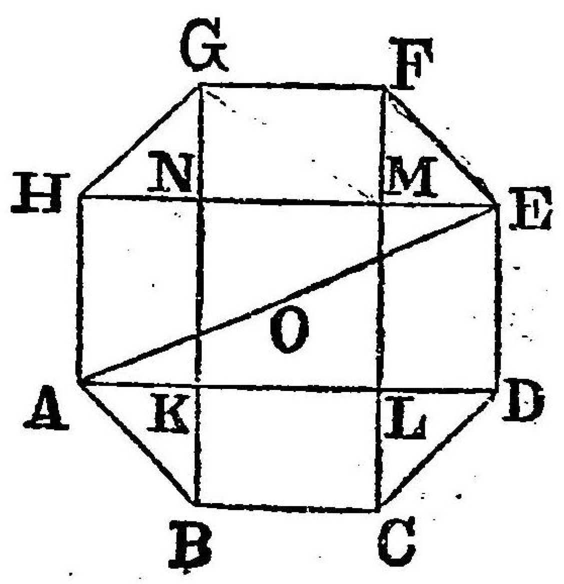
後者ヨリ　$x-1=\frac{\log 5}{\log 3}=\frac{\log 10-\log 2}{\log 3}$

$=\frac{1-0.30103}{0.47712}=1.46$　∴　$x=2.46.$



4. P, Q 兩平面ノ交リヲ MN トシ P 平面上ニ於テ MN ニ垂直ニ AC ヲ引ケハ $\angle BAC=R_L$ ニシテ此角ハ P, Q 兩平面ノナス二面角ヲ度ル角ナルガ故ニ Q 平面ハ P 平面ニ垂直ナリ

5 ABCDEFGH ハ直錐ノ底面ナル正八邊形ヲ表ハシタルモノニシテ對角線 AD, HE, BG, CF ヲ引キ其交點ヲ K, L, M, N トスレハ KLMN ハ正方形ニシテ三角形 ABK, CDL, EFM, GHN ハ直角二等邊三角形ナルコト明カナリ而シテ



$AB=BC=CD=DE\ldots\ldots=1$尺 ナル故ニ

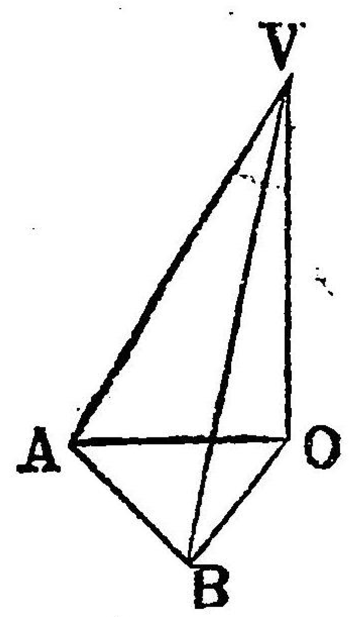
$AK=KB=CL=LD=\frac{1}{\sqrt2}$ ナルコト容易ニ知ルコトヲ得ベシ

故ニ　底面ABCDEFGH＝矩形ADE~~F~~H＋2×梯形ABCD

$=DE\times AD+2\times\frac{AD+BC}{2}\times KB$

$=1\times\left(\frac{1}{\sqrt2}+1+\frac{1}{\sqrt2}\right)+2\times\frac{\frac{1}{\sqrt2}+1+\frac{1}{\sqrt2}+1}{2}\times\frac{1}{\sqrt2}$

$=1+\sqrt2+1+\sqrt2=2(1+\sqrt2)$



又對角線 AE ヲ引ケハ之レ底面ノ外接圓ノ直徑ナリ而シテ

$\overline{AE}^2=\overline{AD}^2+\overline{DE}^2$

$=\left(\frac{1}{\sqrt2}+1+\frac{1}{\sqrt2}\right)^2+1^2$

$=(1+\sqrt2)^2+1=2(2+\sqrt2)$

∴　$AE=\sqrt{2(2+\sqrt2)}$

故ニ　半徑 $AO=\frac{1}{2}\sqrt{2(2+\sqrt2)}$

又錐体ノ頂點 V ヨリ底面ヘ垂線 VO' ヲ引ケハ題意ニヨリテ $\angle AVO=30^\circ$ ナルガ故ニ

$VA=2AO=\sqrt{2(2+\sqrt2)}$　∴

$\overline{VO}^2=\overline{VA}^2-\overline{AO}^2=2(2+\sqrt2)-\frac12(2+\sqrt2)=\frac32(2+\sqrt2)$

∴　$VO=\frac12\sqrt{6(2+\sqrt2)}$

∴　錐体ノ体積＝$\frac13$×高×底面

$=\frac13\times\frac12\sqrt{6(2+\sqrt2)}\times2(1+\sqrt2)$

$=\frac13(1+\sqrt2)\sqrt{6(2+\sqrt2)}$ 立方尺.

大阪高等工業學校

數學

1. 次ノ八ツノ數ノ平均數ヲ求メ且ツ其中ニ最大及ヒ最小ナル數ハ平均數ニ對シ幾「パーセント」ニ當ルカヲ計算セヨ

79·23	81·07	87·90	76·42
73·65	80·88	79·51	78·31

2. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)}$$

3. 凸多角形アリ其内角ハ等差級數ヲ爲シ最小角ハ120度, 公差ハ5度ナリト云フ其邊數ヲ求ム

4. 與ヘラレタル周ヲ有シ與ヘラレタル正方形ニ等シキ矩形ヲ畫ケ且ツ此圖法ヲ應用シテ二次方程 $x^2-10x+16=0$ ノ根ヲ作圖ニヨリテ出セ

5. A, B 及ヒ C ハ三角形ノ三ツノ角ナリ $\sin^2A+2\sin B\sin C\cos A=\sin^2B+\sin^2C$ ナルコトヲ証セ

6. 正三角形 ABC ノ外接圓ノ中心 O ヨリ其三角形ノ平面ニ垂線 OD ヲ立テ OD=AB ナラシムルトキハ面 ABC ト面 ABD トノ爲ス角ノ餘弦 (cosine) ヲ求ム

〔答案〕 1.

79·23　　平均數 $=636·97\div8=79·62125$

81·07

最大數……87·90　　$\dfrac{87·90}{79·62125}\times100=110\dfrac{25330}{63697}$

76·42

最小數……73·65

80·88　　$\dfrac{73·65}{79·62125}\times100=92\dfrac{31876}{63697}$

79·51

+ 78·31

636·97

故ニ平均數ニ對シテ最大數ハ $110\dfrac{25330}{63697}$「パーセント」ニシテ最小數ハ $92\dfrac{31876}{63697}$「パーセント」ナリ.

2.

$$=-\frac{a^2}{(a-b)(c-a)}-\frac{b^2}{(b-c)(a-b)}-\frac{c^2}{(c-a)(b-c)}$$

$$=-\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$=-\frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}=1$$

3. 等差級數ノ總和ヲ求ムル公式ハ次ノ如シ

$$S=\frac{n}{2}\left\{2a+(n-1)d\right\}$$

此公式ニ於テ n ヲ邊數トシ $a=120°$ $d=5°$ トスレハ幾何ノ定理ニヨリテ

$L = a+(n-1)d$

$S=n\times180°-360°$ ナル故ニ

120+15×5

$$n\times180°-360°=\frac{n}{2}\left\{2\times120°+(n-1)\times5\right\}$$

195

$\therefore\ n^2-25n+144=0\quad\therefore\ (n-16)(n-9)=0$

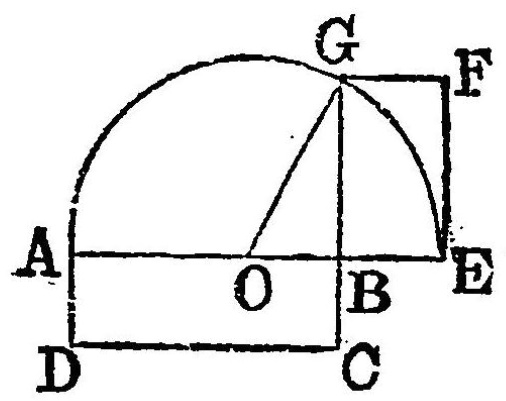
$\therefore\ n-16=0$ 或 $n-9=0\quad\therefore\ n=16$ 或 $n=9$

前者ハ題意ニ合ハズ何トナレハ $n=16$ トシテ末項即チ最大角ヲ求ムレハ 195° ヲ得然ルニ凸多角形ノ各

角ハ 180° ヨリ小ナレハナリ故ニ邊數 9 ヲ以テ答トス

4. 與ヘラレタル周 $2l$ ヲ有シ與ヘラレタル正方形 K^2 ニ等シキ矩形ヲ作ルコトヲ要ム

〔作法〕 l ニ等シク AE ヲ置キ之レニ垂線 EF ヲ引キテ EF=K トシ EA ニ平行シテ FG ヲ引キ AE 上ニ畫キタル半圓周ト G ニ於テ會セシメ. AE ニ垂線 GB ヲ引キ之ヲ C マデ引長シテ BC ヲ BE ニ等シクナシ矩形 ABCD ヲ作レハ之レ所求ノモノナリ



〔証明〕 圓心ヲ O トシ OG ヲ結ビ付クレハ

$\overline{BG}^2=\overline{OG}^2-\overline{OB}^2=(OG+OB)(OG-OB)$

$=(OA+OB)(OE-OB)=AB.BE=AB.BC$

即チ $K^2=AB.BC.$

今方程式 $x^2-10x+16=0$ ノ兩根ヲ α,β トスレハ $\alpha+\beta=10,\ \alpha\beta=16=4^2$ ナル故ニ前圖ニ於テ

$AB=\alpha,\ BE=\beta$ 及ヒ $\overline{BG}^2=\alpha\beta=4^2\ \therefore\ BG=4$

又 $AB+BE=\alpha+\beta=10$ ナル故ニ $OA=OG=OE=5$

$\therefore\ OB=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore\ \alpha=AO+OB=5+3=8,\ \ \beta=OE-OB=5-3=2$

5. 左邊 $=\mathrm{Sin}^2(B+C)-2\mathrm{Sin}B\mathrm{Sin}C\cos(B+C)$

$=(\mathrm{Sin}B\cos C+\cos B\mathrm{Sin}C)^2-2\mathrm{Sin}B\mathrm{Sin}C(\cos B\cos C$
$-\mathrm{Sin}B\mathrm{Sin}C)$

$=\mathrm{Sin}^2B\cos^2C+2\mathrm{Sin}B\cos C\cos B\mathrm{Sin}C+\cos^2B\mathrm{Sin}^2C$

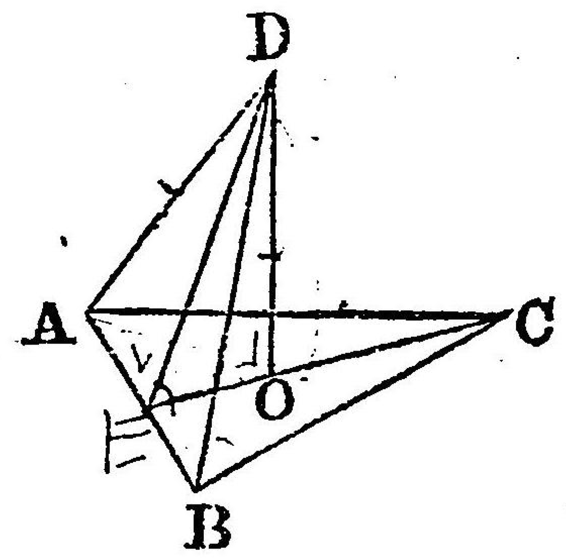
$-2\mathrm{Sin}B\mathrm{Sin}C\cos B\cos C+2\mathrm{Sin}^2B\mathrm{Sin}^2C$

$=\mathrm{Sin}^2B\cos^2C+\cos^2B\mathrm{Sin}^2C+2\mathrm{Sin}^2B\mathrm{Sin}^2C$

$=\mathrm{Sin}^2B(1-\mathrm{Sin}^2C)+(1-\mathrm{Sin}^2B)\mathrm{Sin}^2C+2\mathrm{Sin}^2B\mathrm{Sin}^2C$

$=\mathrm{Sin}^2B+\mathrm{Sin}^2C$

6. CO ヲ結ビ引長シテ AB ニ會スル所ヲ E トスレハ CE ハ AB ニ垂線ナルトコ明カナルベシ (平面幾何學ニヨル) 故ニ DE モ AB ニ垂線ナリ(立体幾何ノ定理) 之ニ由テ角 DEO ハ平面 ABC ト平面 ABD トノナス角ナリ



今 $AB=BC=AC=DO=2a$ トスレハ

$CE=\sqrt{\overline{AC}^2-\overline{AE}^2}=\sqrt{4a^2-a^2}=a\sqrt{3}$

$\therefore\ EO=\frac{1}{3}CE=\frac{a}{\sqrt{3}}.$

$\overline{DE}^2=\overline{EO}^2+\overline{DO}^2=\frac{a^2}{3}+4a^2=\frac{13}{3}a^2$

$\therefore\ DE=\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}a$

$\therefore\ \cos DEO=\frac{EO}{DE}=\frac{a}{\sqrt{3}}\div\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{3}}a=\frac{1}{\sqrt{13}}$

名古屋高等工業學校

算術

1. 毎日工夫150人手傳人足75人掛リテ日數120日間ヲ要スル工事ニ着手セルニ餘儀ナキ事情ノ爲メ全工事ノ $\frac{1}{3}$ ヲ終ルニ90日ヲ費シタリ今期限迄ニ該工事ヲ竣工セシメンニハ91日目ヨリ幾何ノ工夫ト手傳人足ヲ増加スベキカ但シ前ノ人數ニ應シテ増加スルモノトス

2. 1698181681ノ四乘根ヲ求メヨ

〔答案〕 1 複比例ノ法ニヨリテ計算スルコト次ノ如シ

$$\left.\begin{array}{r}\frac{1}{3} : \frac{2}{3}\\ 120-90 : 90\end{array}\right\}=150+75 : x$$

$$\therefore\ x=225\times\frac{2}{3}\times90\times\frac{3}{1}\times\frac{1}{30}=1350$$

故ニ　工夫ノ増加$=(1350-225)\times\frac{150}{225}=750$人.

手傳人足ノ増加$=(1350-225)\times\frac{75}{225}=375$人.

2. $\sqrt[4]{1698181681}=\sqrt{\sqrt{1698181681}}=\sqrt{41209}=203$

此演算ハ次ノ如シ

4	$\sqrt{1698181681}=41209$
4	16
81	98
1	81
822	1718
2	1644
82409	741681
9	741681

2	$\sqrt{41209}=203$
2	4
403	1209
3	1209

代數

1. $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ナルトキ

$\frac{x^3}{a^2}+\frac{y^3}{b^2}+\frac{z^3}{c^2}=\frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^2}$ ナルコトヲ證セヨ

2. 次ノ方程式ヲ解ケ

$$\frac{1}{x^3}-\frac{1}{y^3}=91$$

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=1$$

〔答案〕 1. $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}=r$ トスレハ

$$\frac{x^2}{a^2}=\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2}=r^2$$

$$\therefore\ \frac{x^3}{a^2}=r^2x,\quad \frac{y^3}{b^2}=r^2y,\quad \frac{z^3}{c^2}=r^2z$$

$$\therefore\ \frac{x^3}{a^2}+\frac{y^3}{b^2}+\frac{z^3}{c^2}=r^2(x+y+z)\ \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

又 $r=\frac{x+y+z}{a+b+c}$ ∴ $r^2=\frac{(x+y+z)^2}{(a+b+c)^2}$ 之ヲ以テ

(1) 式代入スレハ $\frac{x^3}{a^2}+\frac{y^3}{b^2}+\frac{z^3}{c^2}=\frac{(x+y+z)^3}{(a+b+c)^2}$

2. $\dfrac{1}{x}=p,\ \dfrac{1}{y}=q$ トスレバ原兩方程式ヨリ

$$p^3-q^3=91\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$
$$p-q=1\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

(1) ヨリ $(p-q)(p^2+pq+q^2)=91$ 之ニ (2) ヲ代入スレバ

$$p^2+pq+q^2=91\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

(2) ヨリ $p^2-2pq+q^2=1\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$

(3) ヨリ (4) ヲ減スレバ $3pq=90$ ∴ $pq=30$ 之ヲ (3) ニ加フレバ $p^2+2pq+q^2=121$

$$\therefore\quad p+q=\pm 11\ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

(2), (5) 兩式ヲ並用シテ p, q ノ値ヲ求ムレバ

$p=6,\ q=5$ 或 $p=-5,\ q=-6$

$$\therefore\quad x=\frac{1}{6},\ y=\frac{1}{5}\ 或\ x=-\frac{1}{5},\ y=-\frac{1}{6}$$

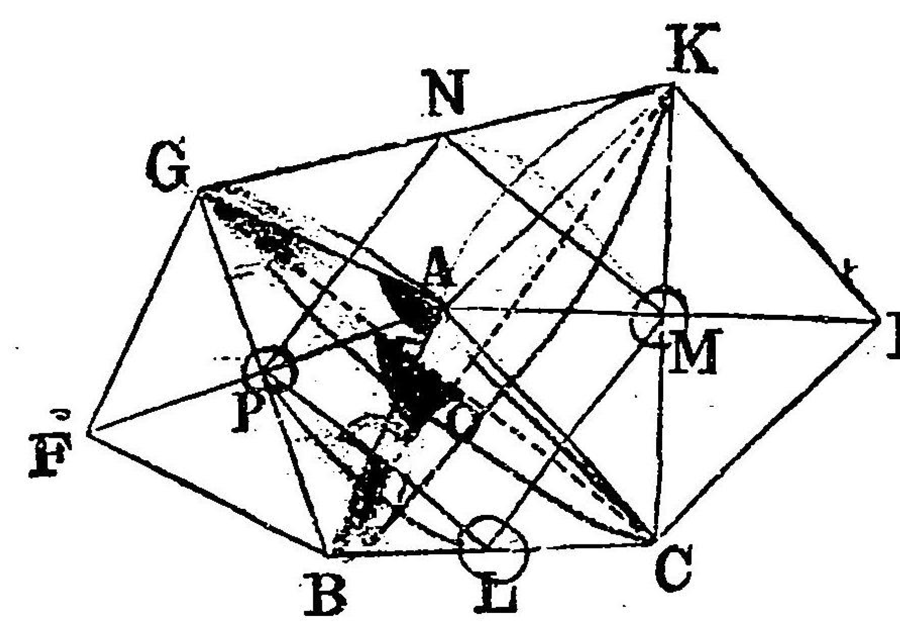
幾何

1. 三角形 ABC ノ二ツノ邊 AB 及ヒ AC ノ上ニ正方形 ABFG, ACHK ヲ外側ニアル樣ニ作ルトキハ此二ツノ正方形ノ中心ト BC 及ヒ GK ノ中點トハ一ツノ正方形ノ四ツノ頂點ヲナスコトヲ證セヨ

2. 三邊ノ和及ヒ三ツノ角ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ

〔答案〕 1. 正方形 ABFG ノ中心 (兩對角線ノ交點ヲ P トシ正方形 ACHK ノ中心ヲ M トシ BC ノ中點ヲ L トシ GK ノ中點ヲ N トスレバ四邊形 LMNP ハ正方形ナルベシ

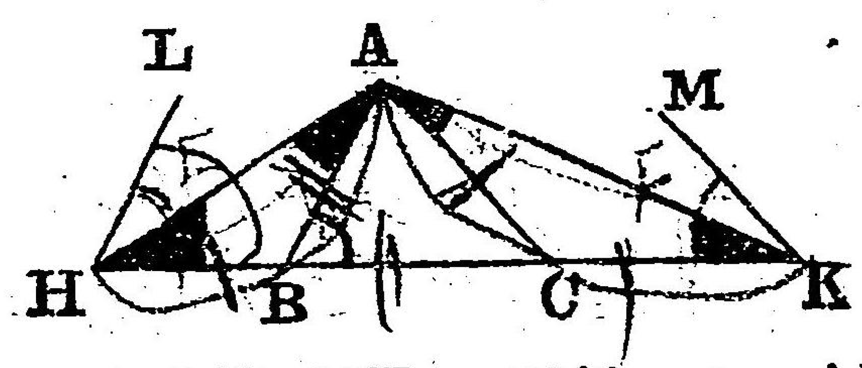
〔證明〕 BK, CG ヲ結ブ直線ノ交點ヲ O トスベシ



今兩三角形 BAK, CAG ニ於テ AK＝AC, AB＝AG, 及ヒ ∠BAK＝∠CAG ナルコト明カナルベシ故ニ此兩三角形ハ全等形ナリ ∴ ∠ABK＝∠AGC 及ヒ BK＝CG 之ニ由テ ∠BOG＝∠BAG＝R_L ナルコト容易ニ知リ得ベシ 然ルニ PL∥CG∥NM (三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ビ付クル直線ハ第三邊ニ平行スレバナリ) 又 PL＝NM＝$\frac{1}{2}$CG (三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ビ付クル直線ハ第三邊ノ半分ニ等シケレバナリ) 同樣ニ PN, LM ハ BK ニ平行シテ且ツ BK ノ半分ニ等シ之ニ由テ LMNP ハ正方形ナリ

2. s ニ等シキ三邊ノ和ヲ有シ角 E, F, G ニ等シキ三ツノ角ヲ有スル三角形ヲ作ルコトヲ要ム

〔作法〕 直線 HK ヲ s ニ等シク置キ E 角ニ等シク KHL 角ヲ作リ F 角ニ等シク HKM 角ヲ作リ此兩角ノ二等分線 HA, KA ノ會點 A ヨリ LH, MK ニ平行シテ AB, AC ヲ引キ HK ニ會スル所ヲ B, C トスレバ ABC ハ所求ノ三角形ナリ



〔證明〕 作法ニヨリテ ∠BAH＝∠AHL＝∠AHB

ナルコト明カナルガ故ニ AB＝HB 同様ニ AC＝CK

$\therefore\ AB+BC+CK=HB+BC+CK=HK=s.$

又 $\angle ABC=\angle KHL=E,\ \angle ACB=\angle HKM=F$ ナルコト明カナルベシ之ニ由テ ABC ハ所求ノ三角形ナリ

三角法

1. $\cos\theta=\dfrac{\cos\varphi-e}{1-e\cos\varphi}$ ナルトキ

$\tan\dfrac{\theta}{2}=\sqrt{\dfrac{1+e}{1-e}}\tan\dfrac{\varphi}{2}$ ナルコトヲ証セヨ

2. 三角形ニ於テ A, B ヲ二角, a, b ヲ之ニ對スル二邊トスレハ次ノ關係アルコトヲ証セヨ

$$\frac{a+b}{a-b}=\tan\frac{A+B}{2}\cot\frac{A-B}{2}$$

〔答案〕 1. $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}$ ナルトキ $\dfrac{b-a}{b+a}=\dfrac{d-c}{d+c}$ ナル形狀ニナスコトヲ得ルガ故ニ之ニ倣テ

$\dfrac{\cos\theta}{1}=\dfrac{\cos\varphi-e}{1-e\cos\varphi}$ ヨリ

$$\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}=\frac{1+e-\cos\varphi-e\cos\varphi}{1-e+\cos\varphi-e\cos\varphi}$$

$$=\frac{1+e-\cos\varphi(1+e)}{1-e+\cos\varphi(1-e)}=\frac{(1+e)(1-\cos\varphi)}{(1-e)(1+\cos\varphi)}.$$

然ルニ $\dfrac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}=\dfrac{2\sin^2\frac{1}{2}\theta}{2\cos^2\frac{1}{2}\theta}=\tan^2\dfrac{\theta}{2}$ ナル故ニ上式變シテ次ノ如クナル

$$\tan^2\frac{\theta}{2}=\frac{1+e}{1-e}\tan^2\frac{\varphi}{2}$$

$$\therefore\ \tan\frac{\theta}{2}=\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{\varphi}{2}$$

2. 正弦比例ニヨリテ

$$\frac{a}{b}=\frac{\sin A}{\sin B}\quad\therefore\ \frac{a+b}{a-b}=\frac{\sin A+\sin B}{\sin A-\sin B}$$

$$\frac{2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}}{2\cos\frac{A+B}{2}\sin\frac{A-B}{2}}=\tan\frac{A+B}{2}\cot\frac{A-B}{2}.$$

東京高等師範學校豫科

算術

1. 甲ナル人ハ縱六十五間半横四十二間ノ地面ノ地均(デナラシ)ニ金六百八十七圓七十五錢ヲ支拂ヒタリ又乙ナル人ハ縱四十九間横三十六間ノ地面ノ地均ヲナサシメシニ其地面ハ甲ノ地面ヨリモ工事困難ニシテ其地面十四坪ノ手間ハ甲ノ地面十七坪ノ手間ニ當リタリ乙ハ幾何ノ金ヲ支拂ヒタルカ

2. 三百六十五平方「メートル」ノ面積ヲ坪數ニテ表セ但シ坪以下二位マデ正シク計算セヨ

〔答案〕 1. 複比例ノ法ニ依リテ計算スルコト次ノ如シ

$$\left.\begin{array}{r} 65{\cdot}5 : 49 \\ 42 : 36 \\ 14 : 17 \end{array}\right\}=687{\cdot}75 : x$$

$$x=\frac{49\times36\times17\times68775}{6550\times42\times14}=535{\cdot}50\ \text{圓}$$

2. 1「メートル」ハ 3尺3寸ナル故ニ 1平方「メートル」ハ 3.3^2 平方尺即チ 10.89 平方尺ニ當リ又 1 間ハ 6 尺ナルガ故ニ 1 平方間即チ 1 坪ハ 36 平方尺ニ當ル之ニ由テ

365 平方「メートル」$=365\times 10.89\div 36=110.41$ 坪.

代數

3. 或軍隊ガ敵ノ軍隊ト三回ノ戰鬪ヲナシ毎戰將校三十六名、下士卒一割ツヽヲ失ヒタリ而シテ第二戰ノ終リニ生存セル將校ノ數ト下士卒ノ數トノ比ハ第一戰ノ終リニ於ケル比ノ三分ノ二ニシテ第三戰ノ終リニ生存セル下士卒ノ數ハ第二戰ノ終リニ生存セル將校ノ數ノ平方ニ等シカリキト云フ最初ノ將校ノ數及ヒ下士卒ノ數幾何ナルカ

4. $x=\dfrac{a}{b+c},\quad y=\dfrac{b}{c+a},\quad z=\dfrac{c}{a+b}$ ナルトキ $xy+yz+zx+2xyz$ ノ値ヲ求ム

〔答案〕 3.

$\begin{cases}\text{最初ノ將校ノ數}=x\\ \text{同　下士卒ノ數}=y\end{cases}$ トスレハ

$\begin{cases}\text{第一戰ノ終リニ生存セル將校ノ數}=x-36\\ \text{同　　　　　　　　下士卒ノ數}=\frac{9}{10}y\end{cases}$

$\begin{cases}\text{第二戰ノ終リニ生存セル將校ノ數}=x-72\\ \text{同　　　　　　　　下士卒ノ數}=\frac{81}{100}y\end{cases}$

$\begin{cases}\text{第三戰ノ終リニ生存セル將校ノ數}=x-108\\ \text{同　　　　　　　　下士卒ノ數}=\frac{728}{1000}y\end{cases}$

今題言ニ從テ方程式ヲ作レハ次ノ兩式ヲ得

$$\frac{x-72}{\frac{81}{100}y}=\frac{2}{3}\times\frac{x-36}{\frac{9}{10}y}\quad\cdots\cdots\cdots\quad(1)$$

$$\frac{729}{1000}y=(x-72)^2\quad\cdots\cdots\cdots\quad(2)$$

(1) 式ヲ解ケハ容易ニ $x=126$ ヲ得之ヲ (2) 式ニ代入スレハ $y=4000$ ヲ得之ニ由テ最初ノ將校ノ數126人下士卒ノ數 4000 人ナリ

4. $x=\dfrac{a}{b+c},\quad y=\dfrac{b}{c+a},\quad z=\dfrac{c}{a+b}$ ナル故ニ

$$xy+yz+2xyz=\frac{ab}{(b+c)(c+a)}+\frac{bc}{(c+a)(a+b)}+\frac{ca}{(a+b)(b+c)}+\frac{2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)}$$

$$=\frac{ab(a+b)+bc(b+c)+ca(c+a)}{(b+c)(c+a)(a+b)}+\frac{2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)}$$

$$=\frac{a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)}$$

$$=\frac{(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)}{(b+c)(c+a)(a+b)}$$

$$=\frac{(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}}{(b+c)(c+a)(a+b)}=\frac{(b+c)(c+a)(a+b)}{(b+c)(c+a)(a+b)}=1.$$

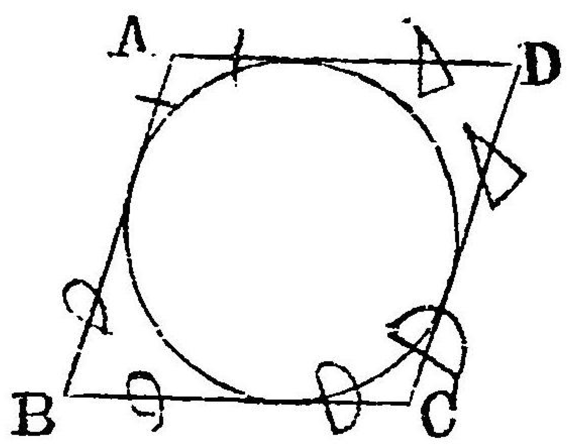
幾何

5. 圓ニ外切スル平行四邊形ハ菱形ナリ之ヲ證明セヨ

6. 二ツノ點 A, B ト B ヲ過ルーツノ直線ト A, B 二點ノ間ヲ過リテ此直線ニ平行ニ引キタル他ノ一ツノ直線トガ與ヘラレタルトキ A ヲ過リテ此二ツノ平

行直線ト夫々 M 及ヒ N ニ於テ交ル直線 AMN ヲ引キ BM 及ヒ BN ノ長サヲ等シクセヨ又此 AMN ノ如キ直線ハ幾何引キ得ルカ

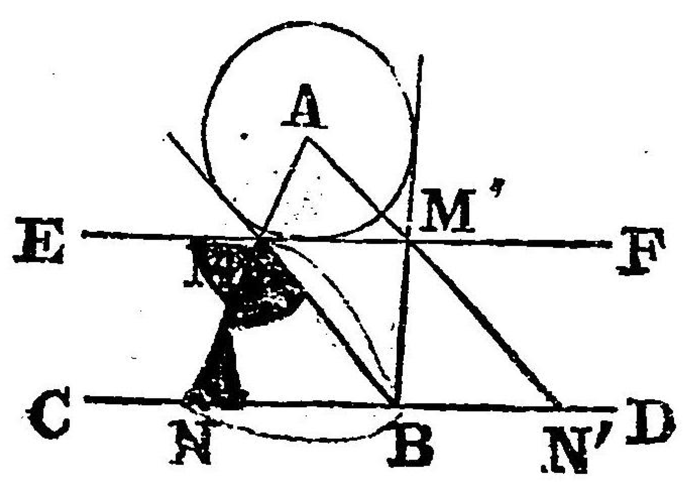
〔答案〕 5. 圓ニ外切スル平行四邊形 ABCD ハ菱形ナルベシ



〔証明〕 ABCD ハ平行四邊形ナルガ故ニ AB=CD, BC=AD 又 ABCD ハ圓ニ外切スル四邊形ナル故ニ AB+CD=BC+AD 即 2AB=2BC ∴ AB=BC 故ニ ABCD ハ菱形ナリ〔相隣レル二邊ガ等シキ平行四邊形ハ菱形ナルコトニ留意セヨ〕

6. 〔作法〕 B 點ヲ過ル直線ヲ CD トシ A, B 二點ノ間ヲ過リ CD ニ平行ナル直線ヲ EF トス今 A ヲ中心トシテ EF ニ切スル圓周ヲ作リ B ヨリ此圓ニ引ク切線ガ EF ニ交ル點ヲ M トシ直線 AM ヲ引長シテ CD ニ會スル點ヲ N トスレハ之レ所求ノ直線ニシテ必ス BM=BN ナリ

〔証明〕 圓外ノ一點ヨリ圓心ニ引ク直線ハ其點ヨリ此圓ニ引ク二切線ノ夾角ヲ二等分スルモノナルガ故ニ



∠NME=∠BMN 又 CD∥EF ∴ ∠NME=∠BNM 之ニ由テ ∠BMN=∠BNM

∴ BM=BN 又直線 AM'N' モ所求ノモノナリ之ニ由テ所求ノ直線ハ二條アリ

女子高等師範學校

算術

1. 一「キロメートル」平方ノ土地ノ面積ヲ段別ニテ表ハセ

2. 甲乙二地ノ間ヲ往復スルニ往路ニハ毎日平均十六里二十四町ヅヽ歩ミ歸路ニハ十二里半ヅヽ歩ミタルガ為ニ歸路ニ費セシ日數ハ往路ヨリモ二日多シト云フ此二地ノ間ノ距離ヲ求ム

3. 或小學校ノ生徒數男生徒ハ總員ノ九分ノ五ヨリ五人少ク女生徒ハ總員ノ七分ノ三ヨリ十一人多シト云フ男女生徒ノ數各如何

4. 馬ト牛トハ力ノ比 2:3 ニシテ速サノ比 7:5 ナリトスレハ牛十二頭ニテ七日間ニ運フ荷物ヲ馬九頭ニテ幾日間ニ運ビ得ルカ

5. 今ヨリ五ケ年後ニ償還サルベキ年五分利付ノ債券ヲ額面百圓ニ付九十六圓ニテ買フ時ハ單利ニテ計算シテ年利何程ノ利廻リニ當ルカ

〔答案〕 1. 1「キロメートル」ハ 1000「メートル」ニシテ 1「メートル」ハ 3尺3寸ナル故ニ

1「キロメートル」平方=3.3×1000 尺平方
=3300 尺平方

∴ 1平方「キロメートル」=3300^2 平方尺

$=10890000$ 平方尺

$=10890000\div6^2$ 坪

$=302500$ 坪

$=100$ 町 8 段 3 畝 10 步

(註) 1 町ハ 10 段, 1 段ハ 10 畝, 1 畝ハ 30 步(坪) ナル故ニ 302500 ヲ 30 ニテ除スレハ商 10083 ヲ得テ殘リ 10 ナリ之ヲ讀テ百町八段三畝十步ト云フ

2. 甲乙二地ノ距離ヲ 1 ト假定スレハ

往路ノ日數 $=\dfrac{1}{16\frac{2}{3}}=\dfrac{3}{50}$

歸路ノ日數 $=\dfrac{1}{12\frac{1}{2}}=\dfrac{2}{25}$

故ニ $\dfrac{2}{25}-\dfrac{3}{50}$ ハ 2 日ニ相當ス

故ニ 二地ノ距離 $=2\div\left(\dfrac{2}{25}-\dfrac{3}{50}\right)=2\div\frac{1}{50}=100$ 里

3. 總員ヲ 1 ト假定スレハ

5 人多キ男ノ數 $=\frac{5}{9}$

11 人少キ女ノ數 $=\frac{3}{7}$

故ニ 6 人少キ總員 $=\frac{5}{9}+\frac{3}{7}=\frac{62}{63}$

之ニ由テ $1-\frac{62}{63}$ ハ 6 人ニ相當ス

故ニ 全キ總員 $=6\div(1-\frac{62}{63})=6\div\frac{1}{63}=378$ 人

故ニ 全キ男ノ數 $=378\times\frac{5}{9}-5=205$ 人

全キ女ノ數 $=378\times\frac{3}{7}+11=173$ 人

4. $\left.\begin{array}{l}2:3\\7:5\\9:12\end{array}\right\}=7:x$

故ニ $x=\dfrac{3\times5\times12\times7}{2\times7\times9}=10$ 日

5. $100\times\cdot05\div96=\cdot052083\ldots\ldots$ 即チ 5 分 2 厘餘

盛岡高等農林學校

算術

1. 或人二百圓ヲ借リ二ヶ月後五拾圓ヲ返シ其後四ヶ月ヲ經テ七拾五圓ヲ返シ又其後六ヶ月ヲ經テ八拾九圓五拾錢ヲ返シ元利金ヲ返濟シタリト云フ年利率幾何

2. 長方形ノ地積アリ其邊ノ長サト幅トノ比ハ 3 : 2 ノ比ヲナシ面積二町七段三畝二拾四步ナリ此周圍ヲ木柵ニテ圍繞セントシ四隅ニ一本宛及ヒ九尺ニ一本ノ割合ヲ以テ杭ヲ立テンニハ總杭數幾本ナリヤ

〔答案〕 1. 總利金 $=50+75+89\cdot50-200=14$ 圓 50 錢

故ニ 200 圓 2 月ノ利金 + 150 圓 4 月ノ利金 + 75 圓 6 月ノ利金ハ即チ 14 圓 50 錢ナリ

然ルニ 150 圓 4 月ノ利金ト等シキ利金ヲ得ンニハ元金 200 圓ニ對シテノ月數ハ $4\times\frac{150}{200}=3$ 月ナリ

又 75 圓 6 月ノ利金ト等シキ利金ヲ得ンニハ元金 200 圓ニ對シテノ月數ハ $6\times\frac{75}{200}=2\frac{1}{4}$ 月ナリ

之ニ由テ 元金 200 ヲ $2+3+2\frac{1}{4}$ 即チ $7\frac{1}{4}$ 月間借リテ利金 14 圓 50 錢ヲ拂フ割合ナリ故ニ

年利率 $=14\cdot50\times\dfrac{12}{7\frac{1}{4}}\div200=\cdot12$ 即チ 1 割 2 分

2. 2 町 7 段 3 畝 24 步 $=\boxed{273\times30+24=8214 \text{ 步}}$

$a(1+b)$

$a(1+b)=S(b)=\dfrac{S-a}{(a)}$

$a+ab=S$

故ニ　長 $=3\times\sqrt{\dfrac{8214}{3\times2}}=3\times37=111$ 間

幅 $=2\times\sqrt{\dfrac{8214}{3\times2}}=2\times37=74$ 間

而シテ　9尺 $=1\frac{1}{2}$ 間　ナル故ニ

周圍ニ立ツル杭ノ總數 $=2\times(111+74)\div1\frac{1}{2}=246\frac{2}{3}$

即チ　246本ナリ

代　數

3. 次ノ方程式ヲ解ケ

(a) $$\frac{1}{x-25}+\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x-24}+\frac{1}{x+3}$$

(b) $$\frac{x^2-3x}{x^2-1}+2+\frac{1}{x-1}=0$$

4. $\dfrac{x}{a}=\dfrac{y}{b}=\dfrac{z}{c}$　ナルトキ

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=\frac{(x+y+z)^2}{(a+b+c)^2}$$ ナルコトヲ証セヨ

〔答案〕原方程式ノ項ヲ移シテ次ノ如クナシ順次解ケバ

$$\frac{1}{x-25}-\frac{1}{x-24}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}$$

故ニ $$\frac{1}{(x-25)(x-24)}=\frac{1}{(x+3)(x+4)}$$

$\therefore\ (x-25)(x-24)=(x+3)(x+4)$

$\therefore\ 56x=588\qquad\therefore\ x=10\frac{1}{2}$

4. 本題ハ名古屋高等工業學校代數第一問題ト同一ナル故ニ解ヲ畧ス

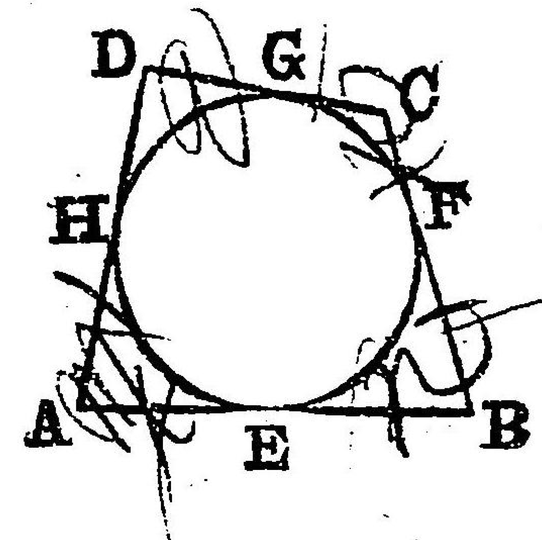
幾　何

5. 圓ニ外接セル四邊形ノ對邊ノ和ハ互ニ相等シキコトヲ証セヨ

6. 三角形 ABC ニ於テ二邊 AC, AB ノ中點 E, F ヲ連結スルトキハ梯形ヲ生シ其積ハ AEF 三角形面積ノ三倍ナルコトヲ証明セヨ

〔答案〕 5. 圓ニ外接スル四邊形ヲ ABCD トスレハ對邊 AB, CD ノ和ハ對邊 BC, DA ノ和ニ等シ

〔証明〕 切點ヲ E, F, G, H トスレハ圓外ノ一點ヨリ其圓ニ引ク二切線ハ等長ナル故ニ $AH=AE=m$, $BE=BF=n$, $CF=CG=p$, $DG=DH=q$ ト名クレハ



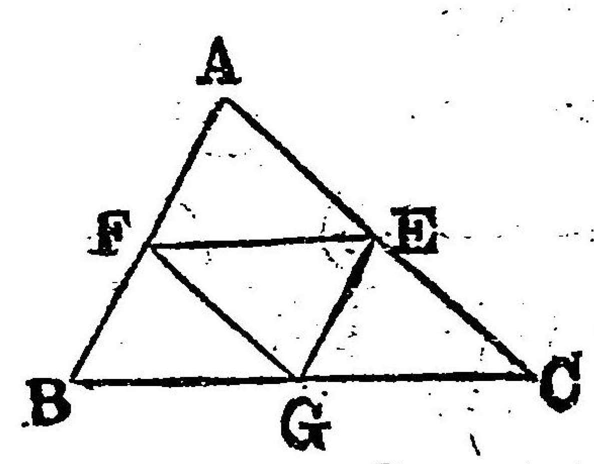
$AB=m+n,\quad CD=p+q$

$\therefore\ AB+CD=m+n+p+q$

又 $BC=n+p$, $DA=q+m$　$\therefore\ BC+DA=m+n+p+q$

之ニ由テ　$AB+CD=BC+DA$

6. 〔証明〕 底邊 BC ノ中點ヲ G トシ EG, FG ヲ引ケハ AEGF ハ平行四邊形ナリ何トナレハ三角形ノ二邊ノ中點ヲ結ビ付クル直線ハ第三邊ニ平行スレハナリ之ニ由テ $\triangle AEF\equiv\triangle EFG$〔平行四邊形ノ對角線ハ本形ヲ全等形ナル二ツノ三角形ニ分ツト云フ定理ニヨル〕



同理ニテ　$\triangle BFG \equiv \triangle EFG$,　$\triangle CEG \equiv \triangle EFG$
之ニ由テ　$3\times$(三角形 AEF)＝梯形 BCEF.

札幌農學校

數　學

1. 一ツノ與ヘラレタル三角形ノ面積ノ三分ノ一ニ等シキ面積ヲ有スル正方形ヲ作レ

2. S ヲ調和列點 A, B, C, D ヲ含ム直線外ノ一點トシ C ヲ過リ SD ニ平行ニ一直線ヲ引キ SA, SB ト夫々 G, H ニ於テ交ラシムルトキハ GC＝CH ナルコトヲ記セヨ

3. 玆ニ甲乙ノ器アリ各酒精ト水ノ混合セルモノヲ入ル其割合甲ニ於テハ酒精ト水ノ比ハ 1 ト 3 乙ニ於テハ 3 ト 5 ナリト云フ今酒精ヲ五升, 水ヲ九升含ム丙器ヲ得ンニハ甲乙ヨリ各幾升宛ヲ丙器ニ移セハ可ナリヤ

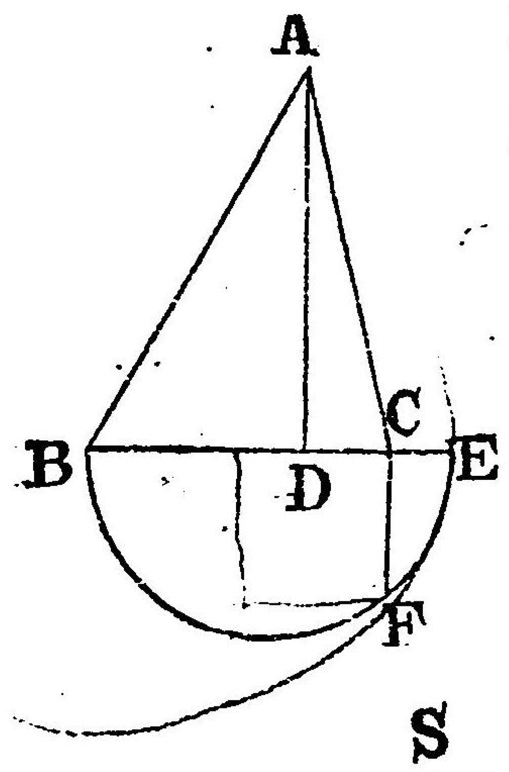
4. $6x^4+5x^3-38x^2+5x+6=0$ ヲ解ケ

5. 弧度法トハ如何ナルモノナリヤ
　　n° ノ角ヲ弧度ニテアラハセ

6. $\tan 7{\cdot}5^\circ$ ノ値ヲ求メヨ而シテ角ノ tangent ガ之レト同シ値ヲ有スル如キ角ノ一般ノ公式ヲ記セ

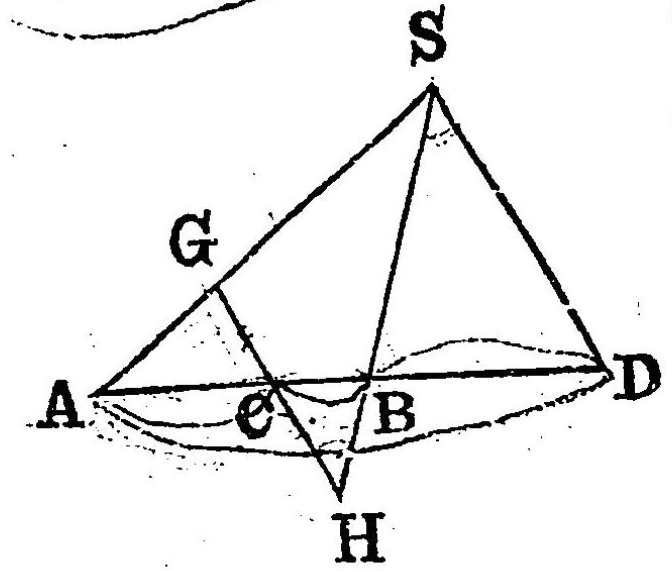
〔答案〕 1. 三角形 ABC ノ面積ノ三分ノ一ニ等シキ面積ヲ有スル正方形ヲ作ルコトヲ要ム

〔作法〕 底邊 BC ヲ引長シテ CE トシ CE ヲ高 AD ノ六分ノ一ニ等シクナシ BE ニ垂線 CF ヲ引キ



BE ヲ直徑トスル半圓周ニ會スル所ヲ F トスレハ CF 上ノ正方形ハ所求ノモノナリ

〔證明〕 $\overline{CF}^2=CE.BC=\frac{1}{6}AD.BC$
$=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AD.BC=\frac{1}{3}\triangle ABC.$



2. $\triangle ACG \backsim \triangle ADS$ 及ヒ
$\triangle BCH \backsim \triangle BDS$ ナル故ニ
　CA : DA＝CG : DS　及ヒ
　CB : DB＝CH : DS
　然ルニ A, C, B, D ハ調和列點ヲナス故ニ
　CA : CB＝DA : DB
　∴ CG : DS＝CH : DS
　∴ CG＝CH.

3. 甲ヨリ丙ニ移スヘキ量ヲ x 升トスレハ乙ヨリ丙ニ移スヘキ量ハ $14-x$ 升ナリ今題意ニヨリテ方程式ヲ立ツレハ次ノ如シ

$$\frac{1}{4}x+\frac{3}{8}(14-x)=5$$

分母ヲ去ル爲メニ兩節ニ 8 ヲ乘スレハ
$2x+3(14-x)=40$　∴ $x=2$ 升. 之レ即チ甲ヨリ丙ニ移スヘキ量ナリ由テ乙ヨリ丙ニ移スヘキ量ハ 14－2 即チ 12 升ナリ

4. 原方程式 $6x^4+5x^3-38x^2+5x+6=0$ ヲ x^2 ニテ除スレハ $6x^2+5x-38+\frac{5}{x}+\frac{6}{x^2}=0$

$$\therefore\quad 6\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-38=0$$

即チ $$6\left\{\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2\right\}+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-38=0$$

$$\therefore\quad 6\left(x+\frac{1}{x}\right)^2+5\left(x+\frac{1}{x}\right)-50=0$$

$$\left\{3\left(x+\frac{1}{x}\right)+10\right\}\left\{2\left(x+\frac{1}{x}\right)-5\right\}=0$$

$\therefore\quad 3\left(x+\frac{1}{x}\right)+10=0$ 或ハ $2\left(x+\frac{1}{x}\right)-5=0$

前者ヨリ $3x^2+10x+3=0$ 即 $(3x+1)(x+3)=0$

$\therefore\quad x=-\frac{1}{3}$ 或ハ -3.

又後者ヨリ $2x^2-5x+2=0$ 即 $(2x-1)(x-2)=0$

$\therefore\quad x=\frac{1}{2}$ 或ハ 2.

5. 弧度法トハ圓ノ半徑ニ等シキ長サノ弧ニ對スル中心角ヲ單位トシテ他ノ角ヲ度ル法ヲ云フ

而シテ圓周ハ半徑ノ 2π 倍(但シ $\pi=3{\cdot}1415926\ldots\ldots$)ニ等シキ故ニ 360° ハ弧度法ニテハ 2π ナリ

故ニ n° ヲ弧度ニテ表ハセバ $\frac{2\pi}{360}\times n=\frac{n\pi}{180}$ ナリ

6. 公式 $\tan A=\frac{\sin 2A}{1+\cos 2A}$ ニ倣テ

$$\tan 7{\cdot}5^\circ=\frac{\sin 15^\circ}{1+\cos 15^\circ}=\frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}}{1+\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}}=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}+\sqrt{3}+1}\times\frac{2\sqrt{2}-(\sqrt{3}+1)}{2\sqrt{2}-(\sqrt{3}+1)}$$

$$=\frac{(\sqrt{3}-1)(2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1)}{4-2\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}-1}=\frac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{2\sqrt{6}-2\sqrt{3}+2\sqrt{2}-4}{2}=\sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2.$$

又角ノ正切ガ之レト同シ値ヲ有スル一般ノ角度ハ $n\times 180^\circ+7{\cdot}5^\circ$ ナリ (但シ n ハ任意ノ整數).

帝國農科大學

代數學

1. 次式ヲ最單ニセヨ

(a) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ $(x-2)(x-3)$

$(x-3)(x-4)$

(b) $\frac{x^3-6x^2+14x-15}{x^3-2x^2+2x+5}$

2. 次方程式ヨリ x ノ値ヲ見出セ

(a) $\frac{a}{x+a}+\frac{b}{x+b}+\frac{c}{x+c}=3$

(b) $3x^2-10x+6=0$

3. 一町歩ノ土地ヲ甲乙丙丁ノ四人ニ分配セントス甲ノ所得ハ丁ノ所得ヨリモ多キコト丙ノ所得ノ三分ノ一ナリ乙ノ所得ハ丙ノ所得ノ半ナリ若シ乙ノ所得ヲ三百坪ダケ増シタランニハ甲丁ノ所得ヲ合セタルモノニ等シカラント云フ各人ノ所得如何

〔解答〕**1.** (a) 原式 $=\frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)}=\frac{x-2}{x-4}$

(b)　原式$=\dfrac{x^3-3x^2-3x^2+9x+5x-15}{x^3+\cancel{3}x^2-3x^2-3x+5x+5}$

$$=\frac{x^2(x-3)-3x(x-3)+5(x-3)}{x^2(x+1)-3x(x+1)+5(x+1)}$$

$$=\frac{(x-3)(x^2-3x+5)}{(x+1)(x^2-3x+5)}=\frac{x-3}{x+1}$$

2.　(a)　$\dfrac{a}{x+a}-1+\dfrac{b}{x+b}-1+\dfrac{c}{x+c}-1=0$

$$\frac{-x}{x+a}+\frac{-x}{x+b}+\frac{-x}{x+c}=0$$

$\therefore$ $x=0$ 或 $\dfrac{1}{x+a}+\dfrac{1}{x+b}+\dfrac{1}{x+c}=0$

後者ヨリ　$(x+b)(x+c)+(x+a)(x+c)+(x+a)(x+b)=0$

$\therefore$　$3x^2+2(a+b+c)x+bc+ac+ab=0$

$\therefore$　$x=-\frac{1}{3}\{a+b+c\pm\sqrt{(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)}\}$

(b)　原方程式ヨリ　$x^2-\frac{10}{3}x+2=0$

$\therefore$　$x^2-\dfrac{10}{3}x+\left(\dfrac{5}{3}\right)^2-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2+2=0$

即　$\left(x-\dfrac{5}{3}\right)^2=\dfrac{7}{9}$　$\therefore$　$x-\dfrac{5}{3}=\pm\dfrac{\sqrt{7}}{3}$

$\therefore$　$x=\dfrac{5\pm\sqrt{7}}{3}$

3.　丙ノ所得$=x$坪，丁ノ所得$=y$坪トスレハ甲ノ所得$=y+\dfrac{x}{3}$，乙ノ所得$=\dfrac{x}{2}$　ナリ今題言ニ從テ方程式ヲ立ツレハ次ノ兩方程式ヲ得

$$\frac{x}{2}+300=y+\frac{x}{3}+y\;\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$y+\frac{x}{3}+\frac{x}{2}+x+y=3000\;\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

(1) ヨリ　$x-12y=-1800$ ……………… (3)

(2) ヨリ　$11x+12y=18000$ ……………… (4)

(3), (4) ヲ相加ヘテ y ヲ消去スレハ　$x=1350$ 坪

之ヲ (3) ニ代入スレハ　$y=262{\cdot}5$

故ニ　甲ノ所得$=262{\cdot}5+\dfrac{1350}{3}=712{\cdot}5$ 坪

乙ノ所得$=\dfrac{1350}{2}=675$ 坪

丙ノ所得$=1350$ 坪

丁ノ所得$=262{\cdot}5$ 坪

幾何學

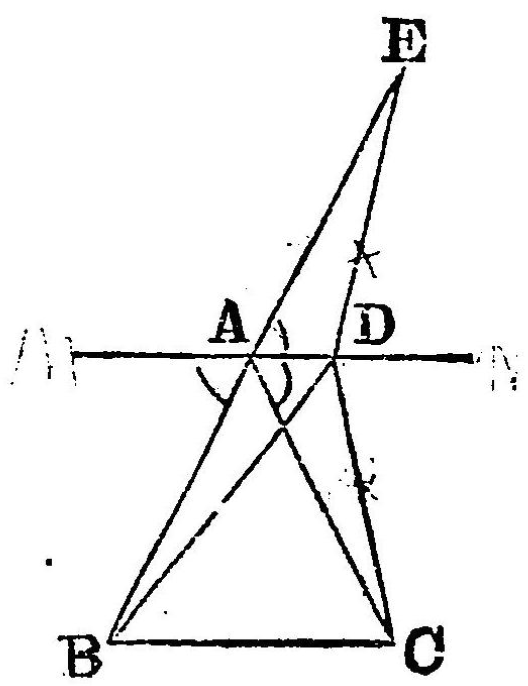
1.　同底上ニ立ツ等周ノ三角形ノ中ニ於テ二等邊三角形ガ最大ナルコトヲ証セヨ

2.　(a)　與ヘラレタル直線ノ上ニ與ヘラレタル角ヲ内容スル弧ヲ作クレ

(b)　五角形ノ地面ヲ等積ナル三角形ノ地面ニ變スル法ヲ圖示セヨ

3.　正六角錐体アリ底面ノ一邊ハ 1 寸 8 分ニシテ高ハ 4 寸 7 分ナリト云フ其体積幾何ナルカ

〔答案〕　1.　同底上ニ立ツ等周ノ三角形ノ中ニ於テ二等邊三角形最モ高シ何トナレハ二等邊三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行シテ頂點 A ヲ貫ク直線 MN 上ニ他ノ三角形 DBC ノ頂點 D ヲ置キ BA ヲ E ニ引長シテ CA=AE トシ D, E ヲ連結スレハ兩三角形 ADE,



ADC ニ於テ AE=AC, AD ハ共通, $\angle DAE=\angle BAM=\angle CAD$

$\therefore\ \triangle ADE\equiv\triangle ADC$

$\therefore\ DE=DC$

$\therefore\ DB+DC=DB+DE,$

又 $AB+AC=AB+AE=BE$

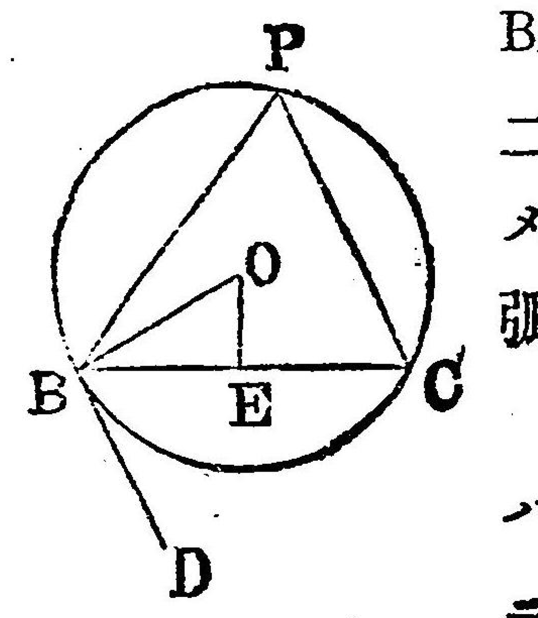
然ルニ $DB+DE>BE$

$\therefore\ DB+DC>AB+AC$

之ニ由テ等底上ニ立ツ等高ノ三角形ノ中ニ於テ周圍ハ二等邊三角形最モ短シ故ニ等周ナルトキ二等邊三角形最モ高キコト明カナルベシ由テ面積最大ナリ

2. (a) 與ヘラレタル直線 BC 上ニ與ヘラレタル角 A ヲ內容スル弧ヲ作レ

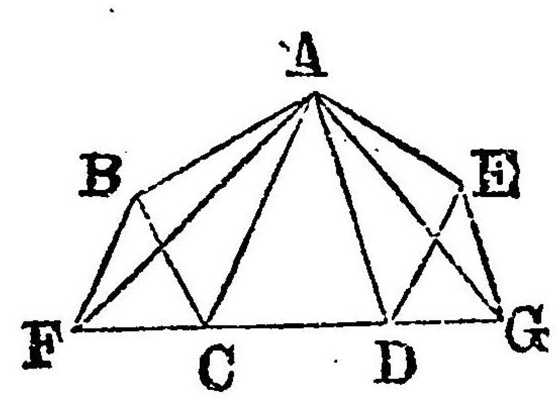
〔作法〕 A 角ニ等シク CBD 角ヲ作リ BD ニ垂線 BO ヲ引キ BC ヲ E ニ於テ直角ニ二等分スル直線ト O ニ於テ會セシメ O ヲ中心トシ OB ヲ半徑トシテ弧 BPC ヲ作レハ之レ所求ノ弧ナリ



〔証明〕 今作リタル圓ニ於テ BD ハ切線ニシテ BC ハ弦ナル故ニ定理ニヨリテ $\angle BPC=\angle CBD=A$

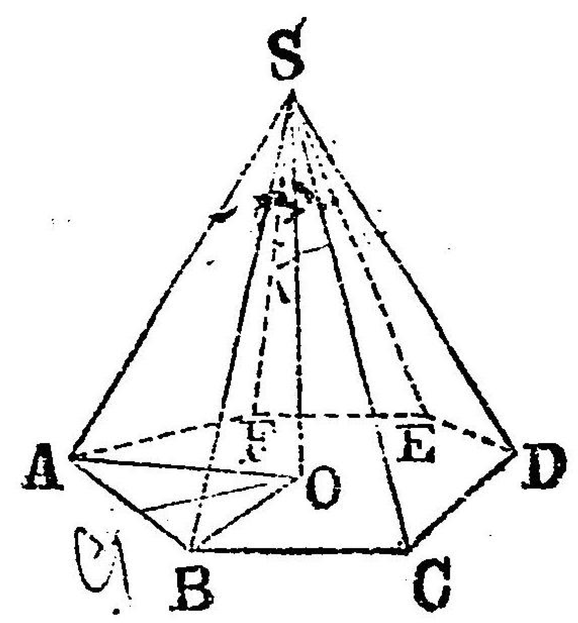
(b) 五角形 ABCDE ヲ之レト等積ナル三角形ニ變スルコトヲ要ム

〔作法〕 先ツ對角線 AC, AD ヲ引キ之レニ平行シテ BF, EG ヲ引キ CD ノ引長線ト F, G ニ於テ會セシメ AF, AG ヲ結ビ付クレハ AFG ハ所求ノ三角形ナリ



〔証明〕 兩三角形 BAC, FAC ハ底邊 AC ヲ共通シテ之レト同シ平行線ノ間ニアル故ニ等積ナリ同様ニ兩三角形 EAD, GAD モ等積ナリ之ニ由テ三角形 AFG ハ原五角形ト等積ナルコト明カナルベシ

3. 正六角錐体 SABCDEF ノ頂點 S ヨリ底面 ABCDEF ヘ垂線 SO ヲ引キ OA, OB ヲ結ビ付クレハ AOB ハ正三角形ナルコト明カナルベシ又 AB ヘ垂線 OG ヲ引ケハ



$OA=1{\cdot}8,\ AG={\cdot}9$ ナル故ニ

$OG=\sqrt{1{\cdot}8^2-{\cdot}9^2}=1{\cdot}558$ 寸

$\therefore\ \triangle AOB={\cdot}9\times 1{\cdot}558$

$=1{\cdot}4022$ 平方寸

$\therefore$ 底面 $ABCDEF=6\times 1{\cdot}4022$

$=8{\cdot}4132$ 平方寸

故ニ　体積$=\frac{1}{3}\times$高$\times$底面

$=\frac{1}{3}\times 4{\cdot}7\times 8{\cdot}4132=13{\cdot}18$ 立方寸餘

專　門　學　校

算　術

1. 或商人 1 升ニ付キ賣價 51 錢ノ酒ト賣價 66 錢ノ酒トヲ混シテ 1 升ニ付キ 62 錢ニ賣ラハ各種ノ酒

ヲ別々ニ賣ルヨリハ更ニ 1 升ニ付キ $\frac{3}{8}$ 錢ダケ餘計ノ利ヲ得ルト云フ混合酒 3 斗 6 升ノ中ニハ各種ノ酒幾許ヅヽアルカ

2. 年利 6 分 2 厘,利子ハ毎年半期ニ元金へ繰込ムモノトシテ明治三十六年一月一日ニ金 100 圓,同三十七年一月一日ニ金 150 圓,同三十八年一月一日ニ金 200 圓ヲ或銀行ニ預ケ入レタリト云フ然ラバ明治三十八年末日ニ於ケル元利合計幾許トナルカ

代　數

3. 次ノ方程式ヲ解ケ

$$\frac{x-3}{x-\frac{1}{x}}+2+\frac{1}{x-1}=0$$

4. 初項 a, 公比 r ナル等比級數 n 項ノ和ハ幾許ナルカ又等比級數 n 項ノ積ハ初項ト末項トノ積ノ n 乘ノ平方根ニ等シキコトヲ証セヨ　$\frac{a(r^n-1)}{r-1}$　a

5. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{1}{2}\log 20449+\log\frac{4}{7}-\log\frac{13}{15}+\log\frac{5}{11}$$ $\cancel{(a+l)}$

但 log ハ常用對數ヲ表ハスモノトス

〔答案〕 1. 平均 1 升ニ付キ 62 錢ニ賣ラバ 1 升ニ付キ $\frac{3}{8}$ 錢ダケノ利ヲ得ルト云フ故ニ平均 1 升ニ付キ $62-\frac{3}{8}=\frac{493}{8}$ 錢ニ賣ラハ損益ナカルベシ故ニ今和較法ニテ計算スルコト次ノ如シ

$$\frac{51,\quad 66,\quad \frac{493}{8}}{408,\quad 528,\quad 493}(8$$

493	408	35	7	但シ $35=528-493$
	528	85	17	$35=493-498$

之ニ由テ 3 斗 6 升ノ中ニ於テ下酒ト上酒トノ比ハ 35 ト 85 ノ割合即約シテ 7 ト 17 ノ割合ニ含ムモノナリ

故ニ　下酒 $=36\times\frac{7}{24}=10{\cdot}5$ 升, 上酒 $=36\times\frac{17}{24}=25{\cdot}5$ 升

2. 年利 6 分 2 厘ナル故ニ半期毎ニ 3 分 1 厘ノ利ヲ附スル割合ナリ之ニ由テ

所求ノ元利合計

$$=100\times1{\cdot}031^6+150\times1{\cdot}031^4+200\times1{\cdot}031^2$$

$$=1{\cdot}031^2\times(100\times1{\cdot}031^4+150\times1{\cdot}031^2+200)$$

之ヲ計算スレハ可ナリ

3. 原方程式ヨリ $\frac{x^2-3x}{x^2-1}+\frac{1}{x-1}+2=0$

$\therefore\quad \frac{x^2-2x+1}{x^2-1}+2=0$ 即 $\frac{x-1}{x+1}+2=0$

$\therefore\quad x=-\frac{1}{3}.$

4. 總和ヲ S トシ末項ヲ l トスレハ

$$S=a+ar+ar^2+\dots\dots+ar^{n-1}\dots\dots\dots(1)$$

此兩節ニ r ヲ乘スレハ

$$rS=ar+ar^2+ar^3+\dots\dots+ar^{n-1}+ar^n\dots\dots(2)$$

(1) ヨリ (2) ヲ減スレハ

$$(1-r)S=a-ar^n$$

$$\therefore\quad S=\frac{a(1-r^n)}{1-r}$$

又等比級數 n 項ノ積ヲ K トスレハ

$$\left.\begin{aligned} K &= a\times ar\times ar^2\times ar^3\times\ldots\ldots\ldots\times l \\ K &= l\times\frac{l}{r}\times\frac{l}{r^2}\times\frac{l}{r^3}\times\ldots\ldots\times a \end{aligned}\right\}(\times$$

$$K^2=(al)\ (al)\ (al)\ (al)\ \ldots\ldots\ldots\ldots(al)=(al)^n$$

$$\therefore\quad K=\sqrt{(al)^n}$$

5. $\frac{1}{2}\log 20440=\frac{1}{2}\log(11\times 13)^2=\log 11+\log 13,$

$\log\frac{4}{7}=\log 4-\log 7=2\log 2-\log 7,$

$\log\frac{13}{35}=\log 13-\log 35=\log 13-\log 5-\log 7,$

$\log\frac{5}{11}=\log 5-\log 11$ ナル故ニ

原式$=\log 11+\log 13+2\log 2-\log 7-\log 13+\log 5+\log 7$
$+\log 5-\log 11$
$=2\log 2+2\log 5=2(\log 2+\log 5)$
$=2\log(2\times 5)=2\log 10=0.$

幾　何

1. 三角形 ABC ノ內切圓ノ中心 O ト頂點 A トヲ過ギル直線ガ此三角形ノ外接圓ノ周ト交ル點ヲ D トスレハ DB, DO, DC ノ三ツノ長サガ相等シキコトヲ證セヨ

2. 三角形 ABC ノ邊 AB ニ平行ナル直線ニテ本形ヲ二等分スルコトヲ求ム

3. 四面体 ABCD ノ底面 ABC ニ平行ナル截面ヲ作リ此截面ノ邊ノ中點 G, H, K ト底面ノ對角頂 C, A, B トヲ連結スル三直線 GC, HA, KB ハ壹點ニ會スルコトヲ證セヨ

三　角

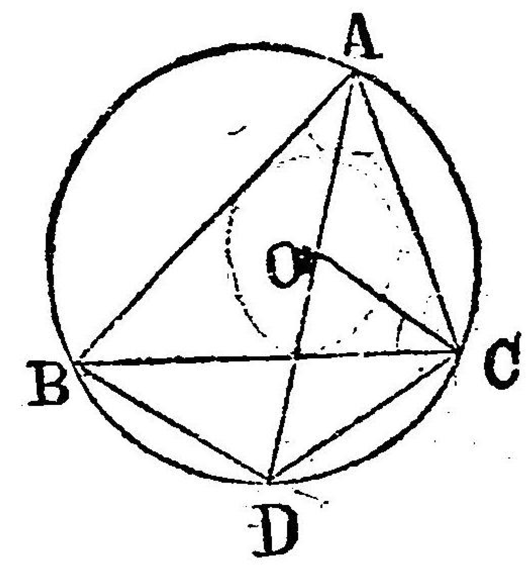
4. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\cos^2 A+\cos^3(A+120^\circ)+\cos^2(A+240^\circ)$$

5. 三角形 ABC ニ於テ

$\tan\frac{A}{2}=\frac{5}{6},\quad \tan\frac{B}{2}=\frac{20}{37}$ ナラバ $\tan C$ ノ値如何

〔答案〕 1. O ハ內切圓ノ中心ナル故ニ AOD ハ角 A ヲ二等分シ BO ハ角 B ヲ二等分スルコト明カナルベシ



$\therefore\ \angle CAD=\angle BAD=\angle BCD=p$

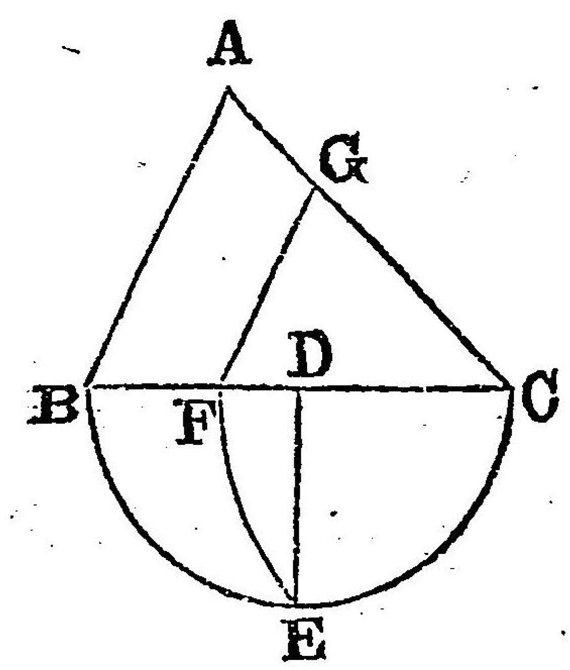
$\angle ACO=\angle BCO=q$ ト名クレハ

$\angle DOC=\angle CAD+\angle ACO=p+q$

$\angle DCO=\angle BCD+\angle BCO=p+q$

之ニ由テ $\angle DOC=\angle DCO$

$\therefore$ DC=DO 又 DB=DC ナルコト明カナル故ニ DB=DC=DO ナリ



2. 〔作法〕 BC ノ中點 D ニ於テ之ニ垂直ナル直線 DE ヲ引キ BC 上ノ半圓周ト E ニ於テ會セシメ CB 上ニ於テ CE ニ等シク CF ヲ取リ BA ニ平行シテ FG ヲ引ケハ之レ本形ヲ二等分スル直線ナリ

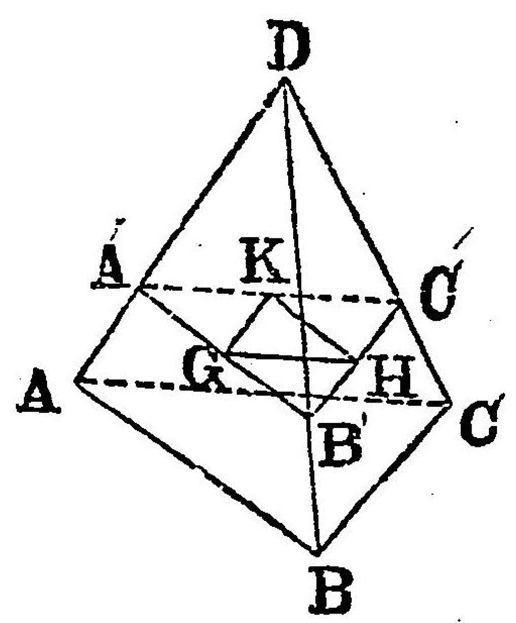
〔證明〕 兩三角形 ABC, GFC ハ相似ナル故ニ

$\triangle ABC : \triangle GFC = \overline{BC}^2 : \overline{FC}^2 = \overline{BC}^2 : \overline{EC}^2$

$= \overline{BC}^2 : BC.CD = BC : CD = 2 : 1$

之ニ由テ FG ハ三角形 ABC ヲ二等分ス

3. 〔証明〕 四面体 DABC ノ底面 ABC ニ平行ナル截面ヲ A'B'C' トシ A'B', B'C', C'A' ノ中點ヲ夫々 G, H, K トスレハ直線 GC, HA, KB ハ壹點ニ交ルベシ何トナレハ A'B' ハ AB ニ平行シ KH ハ A'B' ニ平行ナルコト明カナル故ニ AB, KH ハ相平行ス由テ AH, BK ハ同平面上ニアル故ニ必ス相交ル今其交點ヲ O トスレハ



$$AO : OH = AB : KH = AB : \frac{A'B'}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

又同様ニテ AH, CG モ相交ル故ニ其交點ヲ O' トスレハ

$$AO' : O'H = AC : GH = AC : \frac{A'C'}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

然ルニ截面ハ底面ニ相似ナルガ故ニ

$$AB : A'B' = AC : A'C'$$

$$\therefore \quad AB : \frac{A'B'}{2} = AC : \frac{A'C'}{2}$$

故ニ (1), (2) 兩比例ヨリ AO : OH = AO' : O'H

故ニ O, O' ハ合シテ壹點トナル之レ本題ヲ証明シタルモノナリ

4. 原式

$$= \frac{1+\cos 2A}{2} + \frac{1+\cos(2A+240^\circ)}{2} + \frac{1+\cos(2A+480^\circ)}{2}$$

$$= \tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{2}\{\cos 2A + \cos(2A+480^\circ) + \cos(2A+240^\circ)\}$$

$$= \tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{2}\{2\cos(2A+240^\circ)\cos 240^\circ + \cos(2A+240^\circ)\}$$

$$= \tfrac{3}{2} + \tfrac{1}{2}\{-\cos(2A+240^\circ) + \cos(2A+240^\circ)\}$$

$$= \tfrac{3}{2}.$$

5. $\tan\frac{A}{2} = \frac{5}{6}, \quad \tan\frac{B}{2} = \frac{20}{37}$ ナル故ニ

$$\tan\frac{A+B}{2} = \frac{\tan\frac{A}{2} + \tan\frac{B}{2}}{1 - \tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2}} = \frac{\frac{5}{6} + \frac{20}{37}}{1 - \frac{5}{6}\,\frac{20}{37}}$$

$$= \frac{\frac{300}{222}}{\frac{61}{111}} = \frac{150}{61}$$

$$\therefore \quad \tan C = -\tan(A+B) = -\frac{2\tan\frac{A+B}{2}}{1-\tan^2\frac{A+B}{2}}$$

$$= -\frac{\frac{300}{61}}{1-\left(\frac{150}{61}\right)^2} = \frac{18300}{8779}.$$

千葉醫學專門學校

代 數

1. 三角形 ABC ノ各邊ノ中點ヲ結ビ付ケテ三角形 DEF ヲ作リ其各邊ノ中點ヲ結ビ付ケテ更ニ三角形 GHK ヲ作リ以下次第ニ際限ナク同シ方法ヲ繰返ス然ラバ三角形 ABC 以下凡テノ三角形ノ面積ノ和ト三角形 ABC ノ面積トノ比何程ナリヤ

2 $4^x+8=9\times2^x$ ヲ滿足スベキ x ノ値ヲ求ム

幾何

3. 圓外ノ壹點ヨリ壹直線ヲ引キ其圓內ニアル部分ヲ與ヘラレタル直線ノ長サニ等シカラシムル法如何

4. 三角形 ABC ノ二邊 AB, AC ノ包ム矩形ハ外接圓ノ直徑ト A 點ヨリ BC ニ下セル垂線トノ包ム矩形ニ等シキコトヲ證明セヨ

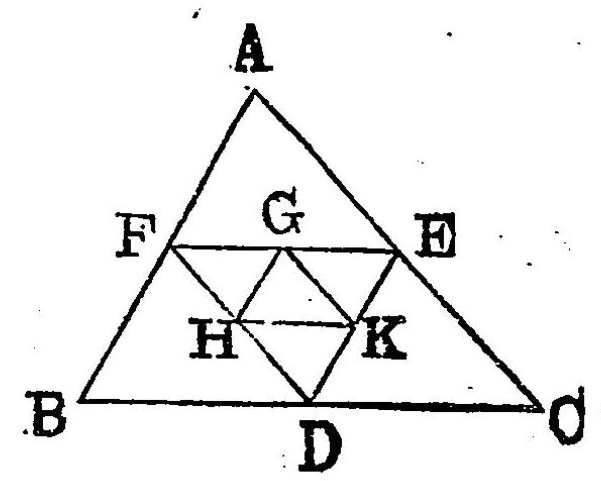
三角法

5. $2+\mathrm{Sin}^2\theta=3\mathrm{Sin}\theta\cos\theta$ ナラハ $\tan\theta$ ノ値如何

6. 次ノ等式ヲ證明セヨ

$$\mathrm{Sin}2\theta=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}$$

〔答案〕 1. $\triangle ABC=1$ トスレハ $\triangle DEF=\frac{1}{4}$, $\triangle GHK=\frac{1}{16}$



以下次第ニ $\frac{1}{4}$ ノ面積ヲ有ス故ニ原三角形ノ他ノ凡テノ面積ノ和ヲ S トスレハ

$$S=\frac{1}{4}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\cdots\cdots$$

$$=\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\triangle ABC$$

∴ $S:\triangle ABC=1:3$

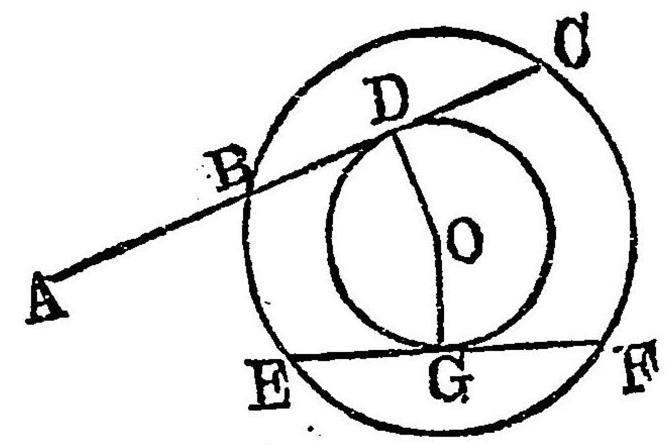
2. 原方程式ハ即チ $2^{2x}+8=9\times2^x$ ナル故ニ $2^x=y$ トスレハ $y^2+8=9y$, ∴ $y^2-9y+8=0$

即チ $(y-8)(y-1)=0$ ∴ $y=8$ 或 1

即チ $2^x=8=2^3$ 或 $2^x=1=2^0$

∴ $x=3$ 或 0.

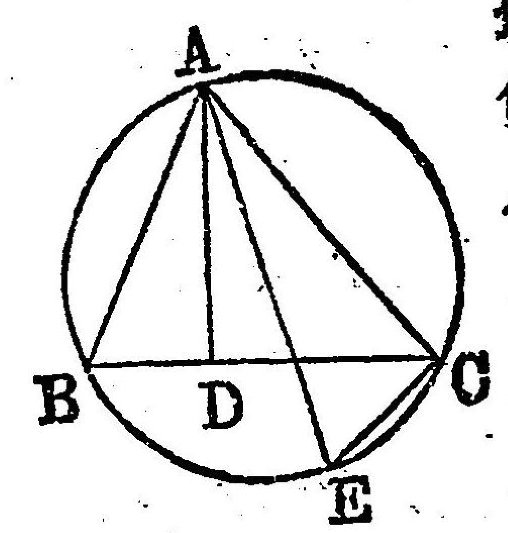
3. 中心 O ナル圓外ノ壹定點 A ヨリ直線 ABC ヲ引キ其圓內ニアル部分 BC ヲシテ與ヘラレタル長サ α ニ等シカラシムル法ヲ要ム



〔作法〕 α ニ等シキ弦 EF ヲ引キ中心 O ヨリ之ニ引ク垂線 OG ヲ半徑トシ O ヲ中心トシテ圓ヲ書キ此圓ニ切シテ直線 ABC ヲ引ケハ可ナリ

〔證明〕 切點 D ト中心 O トヲ結ビ付クレハ BC ヘ垂直ナリ而シテ OG=OD ナル故ニ定理ニヨリテ BC=EF=α.

4 〔證明〕 A ヨリ BC ヘ引ク垂線ヲ AD トシ外接圓ノ直徑ヲ AE トシ EC ヲ結ビ付クレハ



$\angle ADB=\angle ACE=R_{\llcorner}$

$\angle ABD=\angle AEC$

∴ $\triangle ABD\backsim\triangle ACE$

∴ $AD:AC=AB:AE$

∴ $AB.AC=AE.AD$

5. 原式ノ兩節ヲ $\cos^2\theta$ ニテ除スレハ

$\sec^2\theta+\tan^2\theta=3\tan\theta$ 即 $1+\tan^2\theta+\tan^2\theta=3\tan\theta$

$\therefore$ $2\tan^2\theta-3\tan\theta+1=0$ 即 $(2\tan\theta-1)(\tan\theta-1)=0$

$\therefore$ $\tan\theta=\frac{1}{2}$ 或ハ 1.

6. $$\mathrm{Sin}2\theta=2\mathrm{Sin}\theta\cos\theta=\frac{2\mathrm{Sin}\theta}{\cos\theta}\cos^2\theta$$

$$=\frac{2\tan\theta}{\sec^2\theta}=\frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta}.$$

仙臺醫學專門學校

數學

1. 直圓壔ノ側面積ガ 169·56 平方「メートル」ニシテ其高サト直徑トノ比ハ 2 : 3 ナリ其体積如何
但シ π ヲ 3·14 トシテ計算セヨ

2. 次ノ式ヲ証セヨ
$$\log mn=\log m+\log n$$

3. 四邊形ノ面積ハ其二ツノ對角線ヲ二邊トシ對角線ノ夾ム所ノ角ヲ夾角トセル三角形ノ面積ニ等シキコトヲ証セヨ

4. $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+20}=2\sqrt{x+11}$ ヲ解ケ
但シ根號 $\sqrt{\ }$ ハ平方根ノ正ナルモノヲ示スモノトス

5. $\tan\mathrm{B}=\dfrac{2\mathrm{Sin}\mathrm{A}\mathrm{Sin}\mathrm{C}}{\mathrm{Sin}(\mathrm{A}+\mathrm{C})}$ ナラバ cotA, cotB, cotC ハ等差級數ヲナスコトヲ証セヨ

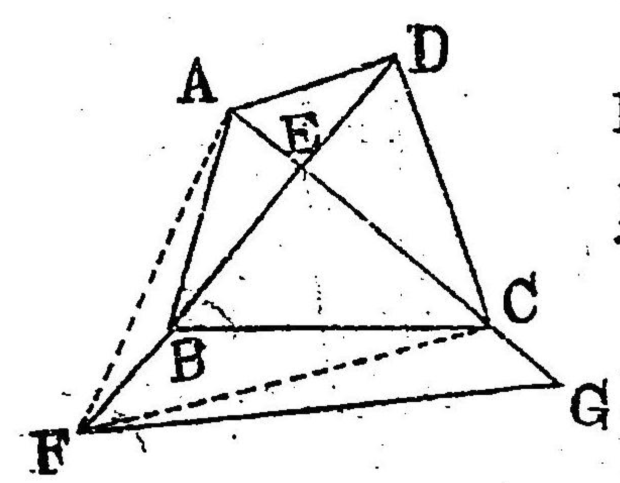
〔答案〕 1 高ヲ $2x$「メートル」, 直徑ヲ $3x$「メートル」トスレバ 側面積$=3x\pi\times2x=6\pi x^2=6\times3{\cdot}14x^2$ 平方「メ

ートル」ナル故ニ $6\times3{\cdot}14x^2=169{\cdot}56$ $\therefore$ $x=3$
之ニ由テ高サハ 6「メートル」ニシテ直徑ハ 9「メートル」ナルヲ知ル故ニ

$$体積=\frac{\pi}{4}9^2\times6=\frac{3{\cdot}14}{4}\times81\times6=381{\cdot}51$$ 立方「メートル」

2. $10^x=m$, $10^y=n$ トスレバ $\log m=x$, $\log n=y$ 又 $10^{x+y}=mn$ ナル故ニ
$\log mn=x+y=\log m+\log n.$

3. 四邊形 ABCD ノ對角線 AC, BD ノ交點ヲ E トシ AC ヲ G マデ引長シ DB ヲ F マデ引長シテ EG, EF ヲ對角線 AC, DB ニ等クシ直線 FG ヲ引ケバ三角形 EFG ハ原四邊形 ABCD ト等積ナルベシ



〔証明〕 直線 AF, CF ヲ引ケバ DB=EF ナル故ニ △ABD=△AFE 及ヒ △CBD=△CEF
∴ △ABD+△CBD=△AEF+△CEF
即チ □ABCD=△FAC 又 AC=EG ナル故ニ
△FAC=△EFG ∴ □ABCD=△EFG.

4. 原方程式 $\sqrt{x+4}+\sqrt{x+20}=2\sqrt{x+11}$ ヲ平方ニスレバ $\sqrt{(x+4)(x+20)}=x+10$ 又之ヲ平方ニスレバ $(x+4)(x+20)=(x+10)^2$ $\therefore$ $x=5.$

5. 原式ヨリ

$$\cot B=\frac{\sin(A+C)}{2\sin A\sin C}=\frac{\sin A\cos C+\cos A\sin C}{2\sin A\sin C}$$

$=\frac{1}{2}(\cot C+\cot A)$　$\therefore$　$\cot A+\cot C=2\cot B$

$\therefore$　$\cot C-\cot B=\cot B-\cot A$　故ニ　$\cot A,\ \cot B,\ \cot C$　ハ等差級數ヲナス

東京音樂學校

算術

1. 某音樂會ニ於テ特別劵一圓五拾錢,通常劵五拾錢ノ二種ノ入場劵ヲ發賣セシニ其賣上高合計入場劵一千枚, 金額八百圓ナリト云フ依テ各入場劵ノ賣上枚數ヲ問フ

2. 音響ノ速度ハ一秒間ニ一千百尺ナリ然ラハ音ガ一「キロメートル」ノ遠キニ達スルニハ幾許時間ヲ要スルカ

3. 某數アリ之ニ其三分ノ一ヲ乘スレハ二千百八拾七個トナル某數幾許

4. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{\frac{3}{4}-\left(\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{3}}{\left(4\frac{1}{2}-2\frac{1}{2}\right)\div\left(3\frac{1}{3}-1\frac{1}{6}\right)}$$

〔答案〕 1. 特別劵ヲ通常劵ト見做シ即チ 1000 枚ヲ悉ク通常劵ト見做セハ其總金ハ　$\cdot50\times1000=500$ 圓トナリテ總計ニ於テ減少スルコト　$800-500=300$ 圓ナリ　又 1 枚ニ於テ減少スルコト　$1\cdot50-\cdot50=1$ 圓ナル故ニ

特別劵ノ枚數$=300\div1=300$ 枚

通常劵ノ枚數$=1000-300=700$ 枚.

2. 1「メートル」ハ 3 尺 3 寸ニシテ 1「キロメートル」ハ 1000「メートル」ナル故ニ

$$1100\text{ 尺}=\frac{1100}{3\cdot3}=\frac{1000}{3}\text{「メートル」}$$

故ニ　所求ノ時間$=1000\div\frac{1000}{3}=3$ 秒.

3. 某數ニ其 $\frac{1}{3}$ ヲ乘スルハ某數ノ平方ヲ 3 除スルニ等シクシテ之レ 2187 ナリト云フ故ニ某數ノ平方ハ此三倍即チ 6561 ナリ

故ニ　某數$=\sqrt{6561}=81.$

4. 原分數ノ分子$=\frac{3}{4}-\frac{1}{3}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4},$

原分數ノ分母

$$=\left(\frac{9}{2}-\frac{7}{3}\right)\div\left(\frac{10}{3}-\frac{7}{6}\right)=\frac{13}{6}\div\frac{13}{6}=1.$$

之ニ由テ　原分數$=\frac{\frac{1}{4}}{1}=\frac{1}{4}.$

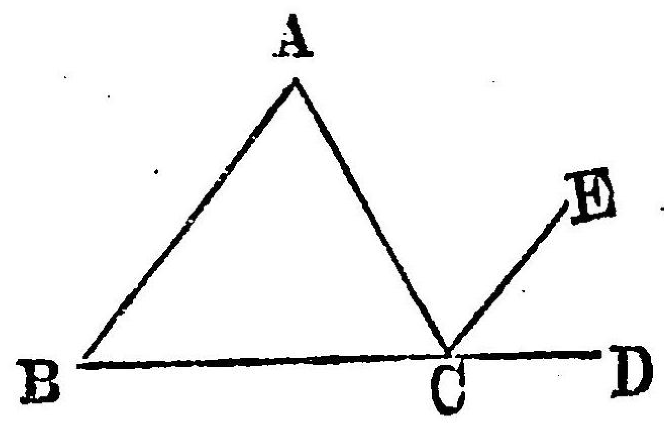
幾何

1. 三角形ノ三ツノ內角ハ合セテ二直角ニ等シキコトヲ証セヨ

2. 圓ノ中心ヨリ弦ノ中點ヘ引ケル直線ハ弦ニ垂線ナルコトヲ証セヨ

3. 矩形ノ相隣レル二邊ノ長サガ六寸ト八寸ナルトキハ其對角線ノ長サ幾許ナルカ

〔答案〕 1. 〔證明〕 三角形 ABC ニ於テ BA ニ平行シテ CE ヲ引キ又 BC ヲ D マデ引長スレハ

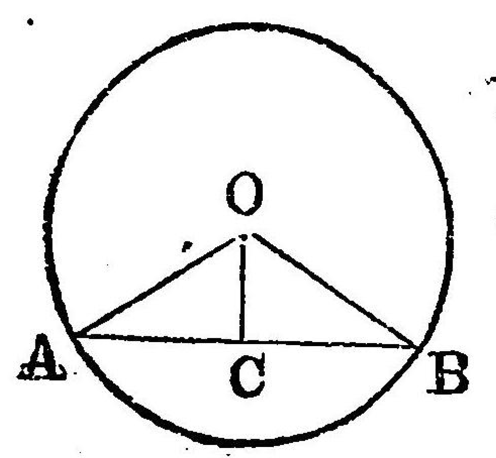


$\angle A=\angle ACE,\ \angle B=\angle DCE$

$\therefore\ \angle A+\angle B=\angle ACE+DCE$
$=ACD$

$\therefore\ \angle A+\angle B+\angle C=ACD+\angle C=2R_L$

2. 圓心 O ヨリ弦 AB ノ中點 C ヘ引ケル直線 OC ハ AB ニ垂線ナルベシ



〔證明〕 半徑 OA, OB ヲ引ケハ兩三角形 AOC, BOC ニ於テ OA=OB, AC=BC, OC ハ共通

$\therefore\ \triangle AOC \equiv \triangle BOC$

$\therefore\ \angle ACO=\angle BCO=R_L$

3. 對角線ノ長サ $=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$ 寸.

海軍兵學校

算術

1. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$1\frac{4}{39}-\frac{2\frac{1}{2}}{3\frac{1}{4}}-\frac{1\frac{1}{2}-\frac{5}{6}}{1\frac{1}{4}+\frac{5}{6}}.$$

2. 東京新橋ヨリ神戸ニ至ル鐵道ノ長サハ 372.2 哩ニシテ神戸ヨリ下ノ關ニ至ル長サハ 329.3 哩ナリトス或人午後六時新橋發ノ急行列車ニテ翌日ノ午前九時廿分ニ神戸ニ着シ又午前十時神戸發ノ列車ニテ翌日ノ午前五時廿五分ニ下ノ關ニ達セリト云フ然ラハ此人ガ汽車ニテ一哩ヲ走レル時間平均何分ナルカ

但シ小數以下ハ四捨五入セヨ

3. 毎時間十八海里ノ速サニテ走リツヽアル軍艦ヨリ發セル砲聲ガ十二海里四分ノ一ヲ距ツル地點ニ聞ユル迄ノ時間ニ此軍艦ハ何海里ヲ航行スベキヤ

但シ一海里ハ六千八拾呎ニシテ音ノ速度ハ毎秒一千百十七呎ニナリトス

4. $\dfrac{1-\sqrt{.128}}{\sqrt{0.56+1}}$ ヲ小數點以下四位迄計算セヨ

5. 某校ニ於テ生徒ヲ募集セシニ志願者ノ二割五分ハ身體檢査ニテ不合格トナリ殘リノ九分ノ四ハ第一日ノ學術試驗ニテ落第セルヲ以テ七百四十八人殘レリト云フ志願者總數如何

6. 甲乙丙三人同時ニ同方向ニ同所ヲ出發シテ周圍廿一里ノ島ヲ巡ルアリ甲ハ一日ニ五里乙ハ八里丙ハ十里ノ割合ニテ行クトキハ出發ノ後幾日ニシテ三人會合スベキカ

〔答案〕 1. 原式

$$=\frac{43}{39}-\frac{\frac{5}{2}}{\frac{13}{4}}-\frac{\frac{3}{2}-\frac{5}{6}}{\frac{5}{4}+\frac{5}{6}}=\frac{43}{39}-\frac{10}{13}-\frac{\frac{4}{6}}{\frac{25}{12}}$$

$$=\frac{43}{39}-\frac{10}{13}-\frac{8}{25}=\frac{13}{975}=\frac{1}{75}$$

2. 午後六時ヨリ翌日午前九時廿分迄ノ時間ハ 15 時 20 分 即チ 920 分ナリ
又 午前十時ヨリ翌日午前五時廿五分迄ノ時間ハ 19 時 25 分 即チ 1165 分ナリ
故ニ 所求ノ時間$=(920+1165)\div(372{\cdot}2+329{\cdot}3)=3$分

3. 砲聲ガ $12\frac{1}{4}$ 海里ヲ距ツル地點ニ聞ユル迄ノ時間ハ $6080\times12\frac{1}{4}\div1117{\cdot}2=\frac{200}{3}$ 秒 ナル故ニ此時間ニ軍艦ガ航行スヘキ路程ハ $(18\div3600)\times\frac{200}{3}=\frac{1}{3}$ 海里ナリ

4. 原式$=\dfrac{1-\sqrt{{\cdot}128}}{\sqrt{1{\cdot}0256}}\times\dfrac{\sqrt{1{\cdot}0256}}{\sqrt{1{\cdot}0256}}$

$$=\frac{\sqrt{1{\cdot}0256}-\sqrt{{\cdot}128\times1{\cdot}0256}}{1{\cdot}0256}$$

$$=\frac{1{\cdot}0127191-{\cdot}3623214}{1{\cdot}0256}={\cdot}6341$$

5. 志願者總數ヲ 1 トスレハ身體檢查ニテ不合格トナリタルモノヲ引去リシ殘人員ハ $1\times(1-{\cdot}25)$ 即チ $\frac{3}{4}$ ニシテ此內學術試驗ニテ落第シタルモノヲ引キ去リタル殘人員ハ $\frac{3}{4}\times(1-\frac{4}{9})$ 即チ $\frac{5}{12}$ ナリ是レ七百四十人ニ相當スルモノナリ故ニ

志願者總數$=740\div\frac{5}{12}=1776$ 人.

6. 出發後初メテ丙ガ甲ニ追付クマデノ日數ハ $21\div(10-5)=\frac{21}{5}$ 日 又乙ガ甲ニ追付クマデノ日數ハ

$21\div(8-5)=7$ 日 ナル故ニ出發シテヨリ三人ガ同時ニ會合スルマデノ日數ハ $\frac{21}{5}$ ト 7 ノ最小公倍數ナラサルベカラズ而シテ分數ノ最小公倍數ハ分子ノ最小公倍數ヲ分子トシ分母ノ最大公約數ヲ分母トスル分數ナル故ニ $\frac{21}{1}$ 即チ 21 日ナリ本題ニ於テハ會合ノ塲所ハ原出發點ナリ

代　數

1. 次ノ商ヲ求メヨ

$$\left(x^4-\tfrac{5}{4}x^3+\tfrac{11}{8}x^2-\tfrac{1}{2}x\right)\div\left(x^3-\tfrac{1}{2}x\right)$$

2. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$(a)\quad \frac{\dfrac{a^3+b^3}{b}-a}{\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{a}}\times\frac{a^2-b^2}{a^3+b^3}$$

$$(b)\quad (c^{-x}+c^{x})(c^{-x}-c^{x})+(c^{x}+c^{-x})^2$$

3. 次ノ分數ヲ變化シテ其分母ヲ有理式トシ然ル後 $x=\dfrac{2ab}{b^2+1}$ ヲ代入シタル價ヲ求ム

$$\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}$$

4. 次ノ方程式ヲ解ケ

$$(a)\quad \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2,\qquad xy=ab.$$

$$(b)\quad \sqrt{2x+9}+\sqrt{3x-15}=\sqrt{7x+8}$$

5. 等差級數ヲナス四ツノ數アリ其和ハ 20 ニシテ第一第四ノ積ハ 16 ナリト云フ各數幾何

6. 次ノ二次方程式ノ兩根ノ差ノ平方ハ 4 ナリト

云フ p ノ値ヲ如何ニ撰ムベキカ

$$x^2-px+15=0$$

7. 次式ノ價ヲ 3 ナラシムベキ x ノ實數ヲ問フ且ツ a ノ範圍ニ就テ吟味セヨ

$$\frac{x^2-ax-12}{x^2+2}$$

8. 二項定理ヲ記シ之ヲ應用シテ $(99)^5$ ヲ計算セヨ

9. 其戰役ノ第一第二第三戰ニ於ケル某大隊ノ死傷者ハ毎回將校下士併セテ十八人ト兵卒一割トナリ而シテ第三戰ニ參加シタル將校下士ト兵卒トノ比ハ第二戰ニ參加シタルモノヽ比ノ九分ノ七ニシテ第三戰後ニ生存セル兵卒ハ第三戰ニ參加シタル將校下士ヨリ十五人ヲ減シタル者ノ平方ニ等シカリシト云フ某大隊ノ兵卒幾許

〔答案〕 **1.**

$$\begin{array}{r|l}
x^2-\frac{1}{2}x & x^4-\frac{5}{4}x^3+\frac{11}{8}x^2-\frac{1}{2}x \quad \big(x^2-\frac{3}{4}x+1 \\
& \underline{x^4-\frac{1}{2}x^3} \\
& \quad -\frac{3}{4}x^3+\frac{11}{8}x^2 \\
& \quad \underline{-\frac{3}{4}x^3+\frac{3}{8}x^2} \\
& \qquad\qquad x^2-\frac{1}{2}x \\
& \qquad\qquad \underline{x^2-\frac{1}{2}x}
\end{array}$$

2. (a) 原式 $=\dfrac{\dfrac{a^2-ab+b^2}{b}}{\dfrac{a-b}{ab}}\times\dfrac{(a+b)(a-b)}{(a+b)(a^2-ab+b^2)}$

$$=\frac{a(a^2-ab+b^2)}{\cancel{a-b}}\times\frac{\cancel{(a+b)}\cancel{(a-b)}}{\cancel{(a+b)}(a^2-ab+b^2)}=a.$$

(b) 原式 $=(c^x+c^{-x})(c^{-x}-c^x+c^x+c^{-x})$

$$=2c^{-x}(c^x+c^{-x})=2(1+c^{-2x}).$$

3. 原式

$$=\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}\times\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}$$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2-x^2}}{x}$$

$$=\frac{a+\sqrt{a^2-\left(\dfrac{2ab}{b^2+1}\right)^2}}{\dfrac{2ab}{b^2+1}}=\frac{a+\dfrac{a(b^2-1)}{b^2+1}}{\dfrac{2ab}{b^2+1}}$$

$$=\frac{a(b^2+1)+a(b^2-1)}{2ab}=b.$$

4. (a) $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=2,\qquad xy=ab$

第一式ヨリ $bx+ay=2ab$ ....(1)

(1) 式ノ平方ヨリ第二式ノ $2ab$ 倍ヲ減シ平方ニ開ケハ $bx-ay=0$ ....(2)

(1), (2) 兩式ヲ並用シテ x, y ノ値ヲ求ムレハ

$$x=a,\quad y=b.$$

(b) 原方程式 $\sqrt{2x+9}+\sqrt{3x-15}=\sqrt{7x+8}$ ヲ平方ニシテ項ヲ移セハ $\sqrt{(2x+9)(3x-15)}=x+7$ 又之ヲ平方ニシテ左邊ヘ移セハ $5x^2-17x-184=0$ 即チ $(5x+23)(x-8)=0$ $\therefore\ x=-\frac{23}{5}$ 或 $x=8$ 之レ所求ノ根ナリ然レトモ原方程式ノ根號ノ符號正ノ

ミヲ用ユルモノトスレハ前者ハ適合セズ此ノ如キ場合ニハ後者即チ $x=8$ ヲ以テ所求ノ根トス

5. 等差級數ヲナス四ツノ數ヲ $x-3y,\ x-y,\ x+y,\ x+3y$ トシ題言ニ從テ方程式ヲ立ツレハ

$$\begin{cases}(x-3y)+(x-y)+(x+y)+(x+3y)=20\\ (x-3y)(x+3y)=16\end{cases}$$

第一式ヨリ $x=5$ ヲ得ル故ニ之ヲ第二式ニ代入シテ y ヲ求ムレハ $y=1$ ヲ得之ニ由テ所求ノ四ツノ數ハ 2, 4, 6, 8 ナリ

6. $x^2-px+15=0$ 此兩根ヲ $\alpha,\ \beta$ トスレハ

$\alpha+\beta=p,\quad \alpha\beta=15$ ナリ

$\therefore\quad (\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=p^2-60$

然ルニ題意ニヨレハ $(\alpha-\beta)^2=4\quad\therefore\quad p^2-60=4$

$\therefore\quad p=\pm 8.$

7. $\dfrac{x^2-ax-12}{x^2+2}=3$ トスレハ $2x^2+ax+18=0$

ヲ得ル故ニ二次方程式ノ解法ニヨリテ

$x=\dfrac{-a\pm\sqrt{a^2-144}}{4}$ 之ニ由テ x ガ實數ナル爲メニハ a ノ値ガ -12 ト $+12$ トノ間ニアラザルコトヲ要ス

8. 二項定理ハ次ノ如シ

$$(a+b)^n=a^n+\frac{n}{1}a^{n-1}b+\frac{n(n-1)}{1.2}a^{n-2}b^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{1.2.3}a^{n-3}b^3$$

$$+\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1.2.3.4}a^{n-4}b^4+\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1.2.3.4.5}a^{n-5}b^5+\cdots\cdots$$

今此式ニ於テ $a=100,\ b=-1,\ n=5$ トスレハ

$$(100-1)^5=(100)^5-5(100)^4+10(100)^3-10(100)^2+5(100)-1$$

$$=9509900499$$

即チ $(99)^5=9509900499.$

9. 最初ノ將校下士ノ數ヲ x トシ兵卒ノ數ヲ y トスレハ

第二戰ニ參加シタル數 $\begin{cases}\text{將校下士}=x-18\\ \text{兵卒}=\dfrac{9}{10}y\end{cases}$

第三戰ニ參加シタル數 $\begin{cases}\text{將校下士}=x-36\\ \text{兵卒}=\left(\dfrac{9}{10}\right)^2y=\dfrac{81}{100}y\end{cases}$

第　戰後生存者ノ數 $\begin{cases}\text{將校下士}=x-54\\ \text{兵卒}=\left(\dfrac{9}{10}\right)^3y=\dfrac{729}{1000}y\end{cases}$

之ニ由テ次ノ方程式ヲ得

$$\begin{cases}\dfrac{x-36}{\dfrac{81}{100}y}=\dfrac{7}{9}\times\dfrac{x-18}{\dfrac{9}{10}y}\\[2ex] \dfrac{7.9}{1000}y=(x-36-15)^2\end{cases}$$

第　式ヨリ $x=78$ ヲ得以テ第二式ニ代入スレハ

$y=1000.$

平面幾何

1. 二ツノ三角形ガ全ク相等シキ場合ヲ列擧セヨ

2. 與ヘラレタル矩形ニ等シキ面積ノ正方形ヲ作ルコト

3. 河岸ノ一點 (P) ニ一樹アリ正對岸 (A) ニ立チ其レヨリ岸ニ沿ヒテ四十歩下リ (B) 點ニ止マリ更ニ PB ニ直角ニ五十歩歩メバ PA 線中ニ到ルト云フ此河幅ヲ問フ

但シ一歩ヲ七十五「センチメートル」トス

4. 二ツノ與ヘラレタル點ヨリノ距離ガ與ヘラレタル比ヲ有スル點ノ軌跡ヲ求ム

5. 三角形ノ一ツノ頂點ヨリ之ニ對スル邊ヘ引ケル垂線ノ足ハ此垂線ノ延長ガ外接圓ノ周ニ出會フ所ノ點ト垂心トノ半途ニアリ

〔答案〕 1. 二ツノ三角形ガ全ク相等シキ場合ハ次ノ如シ

〔第一〕 二邊ト其夾角ガ相等シキトキ

〔第二〕 二角ト其間ノ邊ガ相等シキトキ

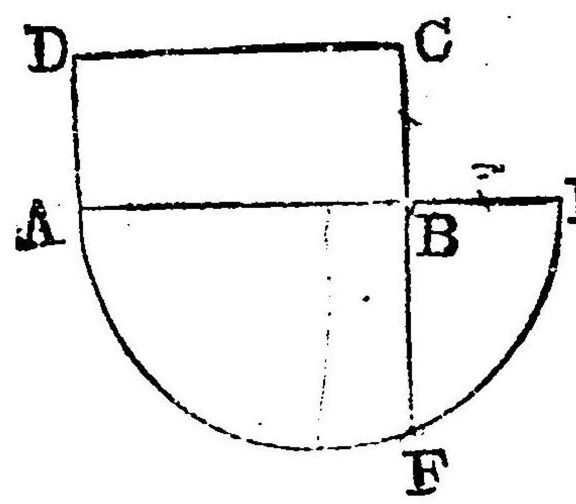
〔第三〕 三邊ガ夫々相等シキトキ

〔第四〕 二邊ガ相等シク一双ノ等邊ニ對スル角ガ相等シク他ノ一双ノ等邊ニ對スル角ガ共ニ鋭角ナルカ共ニ鈍角ナルカ或ハ共ニ直角ナルトキ

〔第五〕 二角ガ相等シク一双ノ等角ニ對スル邊ガ相等シキトキ

2. 與ヘラレタル矩形 ABCD ニ等シキ面積ノ正方形ヲ作ルコトヲ要ム

〔作法〕 AB ノ延長線 BE ヲ作リテ BE=BC トシ

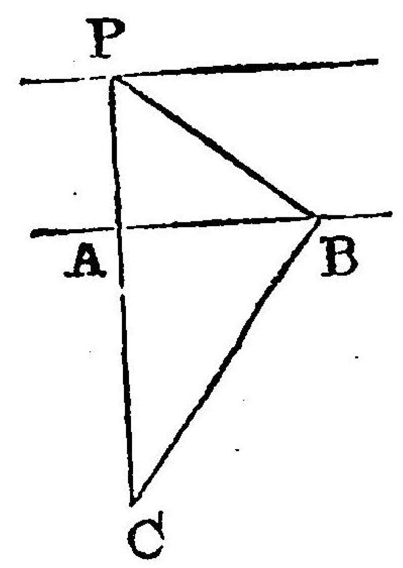


B ヨリ AB ニ垂線 BF ヲ引キ AE ヲ直徑トスル半圓周ニ會スル點ヲ F トスレバ BF 上ニ作ル正方形ハ原矩形ト等積ナリ

〔證明〕 圓周上ノ一點ヨリ直徑ニ引ク垂線上ノ正方形ハ其垂線ニテ分タレタル直徑ノ二分ノ包ム矩形ニ等シト云フ定理ニヨリテ

$\overline{BF}^2=AB.BE=AB.BC=$矩形 ABCD.

3. AP=河幅, AB=40 歩, BC=50 歩



$AC=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{50^2-40^2}=30$ 歩

又 $\angle PBC=R_L$ ニシテ BA ハ PC ニ垂線ナル故ニ

$AC.AP=\overline{AB}^2$ 即 $30AP=40^2=1600$

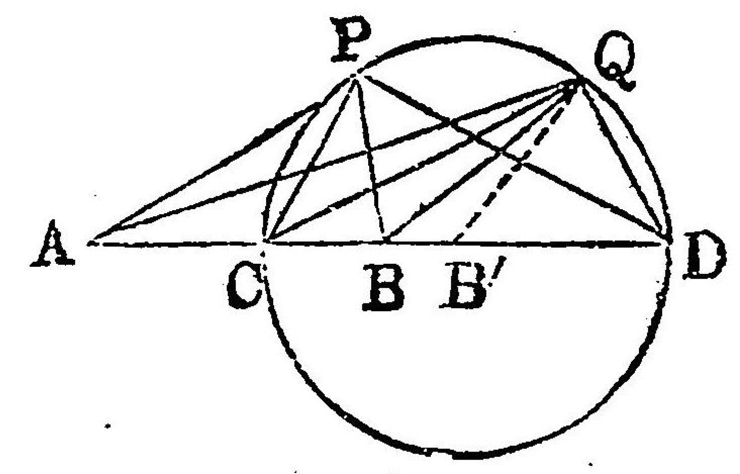
$\therefore\ AP=\frac{160}{3}$歩$=\frac{160}{3}\times\frac{75}{100}=40$「メートル」.

但シ 1「メートル」ハ 100「センチメートル」ナル故ニ 75「センチメートル」ハ $\frac{75}{100}$「メートル」ニ等シ

4. 二ツノ與ヘラレタル點ヲ A, B トシ動點ヲ P トス今比 PA : PB ガ恒ニ與ヘラレタル比 M : N ニ等シキトキ P 點ノ軌跡ヲ求ム

〔解〕 二定點ヲ結ビ付クル直線 AB ヲ定比ニ等シク C ニ於テ内分シ D ニ於テ外分ス即チ

CA：CB＝M：N 及ヒ DA：DB＝M：N トスレハ題意ニヨリテ



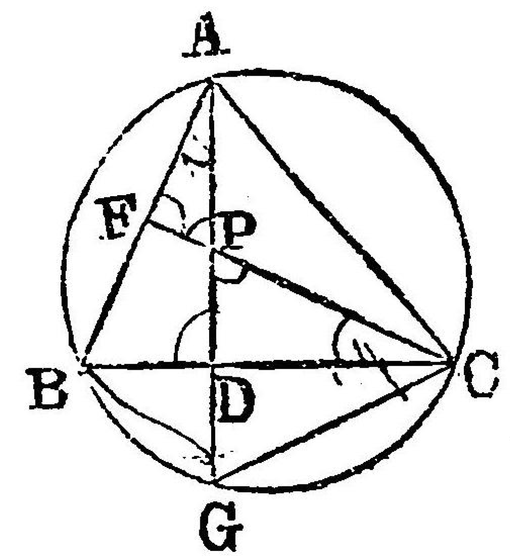
PA：PB＝M：N ナル故ニ CA：CB＝PA：PB 及ヒ DA：DB＝PA：PB ヲ得由テ PC ハ角 APB ヲ二等分シ PD ハ其外角ヲ二等分スルコトヲ知ル故ニ角 CPD ハ直角ナルコト明カナルベシ故ニ P ハ CD ヲ直徑トスル圓周上ニアリ又逆ニ此圓周上ノ點ガ要件ニ適スルコトヲ證センニ此圓周上ノ任意ノ點ヲ Q トシ直線 QA, QB, QC ヲ引クトキ QC ガ角 AQB ヲ二等分スレハ Q ハ要件ニ適スル點ナルコト勿論ナリ何トナレハ此場合ニハ QA：QB＝CA：CB＝M：N ナレハナリ由テ若シ QC ガ角 AQB ヲ二等分セサルモノトセバ角 AQC ニ等シク角 CQB′ ヲ作ルベシ然ルトキ QD ハ角 AQB′ ノ外角ヲ二等分スルコト容易 證明スルコトヲ得ベシ故ニ CA：CB′＝QA：QB′ 及ヒ DA：DB′＝QA：QB′ ∴ CA：CB′＝DA：DB′ 然ルニ CA：CB＝DA：DB ナル故ニ CB′：DB′＝CB：DB

∴ CB′＋DB′：DB′＝CB＋DB：DB

即チ CD：DB′＝CD：DB ∴ DB′＝DB 之ニ由リテ QB′ ハ QB ニ合ス故ニ QC ハ角 AQB ヲ二等分ス之ニ由テ Q ハ要件ニ適スルコト前述ノ如シ

5. 三角形 ABC ノ頂點 A ヨリ之ニ對スル邊 BC

ヘ引ケル垂線 AD ノ足 D ハ此垂線ノ延長ガ外接圓周ニ出會フ點 G ト垂心 P トノ半途ニアリ



〔證明〕 $\angle CDP=\angle AFP=R_L$, $\angle CPD=\angle APF$ ナルガ故ニ $\angle PCD=\angle FAP$ ナルコト明カナルベシ又 $\angle DCG=\angle FAP$ (同弧 BG 上ノ圓周角ナレハナリ) ∴ $\angle PCD=\angle DCG$ 之ニ由テ兩三角形 PCD, GCD ハ全等形ナルコト容易ニ知ルコトヲ得ベシ故ニ PD＝DG ナリ

平面三角

1. −45°, 135°, −300735 ノ正弦及ヒ餘弦ヲ求ム

2. 直角ニ交ル甲乙兩直線アリ長サ a 尺ノ直線ガ甲トナス角ヲ 30° トナス甲乙兩直線上ニ於ケル此直線ノ正射影ノ長サヲ求ム

3. 次ノ三式ヲ證明セヨ

(a) $\mathrm{Sin}^2A+\cos^2A=1$, (b) $1+\tan^2A=\sec^2A$,

(c) $1+\cot^2A=\mathrm{cosec}^2A$.

4. 二ツノ角ノ正弦及ヒ餘弦ヲ用キテ其角ノ和及ヒ差ノ正弦及ヒ餘弦ヲ表ハス公式ヲ列記シ次ノ二角ノ正弦及ヒ餘弦ヲ計算セヨ

(a) 105° (b) 15°

5. $2\mathrm{Sin}^2\theta+\mathrm{Sin}^2 2\theta=2$ ヲ解ケ

6. 三角形 ABC ノ角 B ハ 38° 26′ 8″ 角 C ハ

72° 15′ 0″ 邊 BC ハ 1824·5 尺ナリ角 B ニ對スル邊ノ長サヲ求ム

但シ

log1·824＝·261025	L Sin38° 26′＝9·793514
log1·825＝·261263	L Sin38° 27′＝9·793673
log1·212＝·083503	L Sin69° 18′＝9·931018
log1·213＝·083861	L Sin69° 19′＝9·971066

〔答案〕 1. $\operatorname{Sin}(-45°) = -\operatorname{Sin}45° = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$

$$\operatorname{Sin}135° = \operatorname{Sin}(180°-45°) = \operatorname{Sin}45° = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\operatorname{Sin}(-300735°) = -\operatorname{Sin}(835 \times 360° + 135°)$$

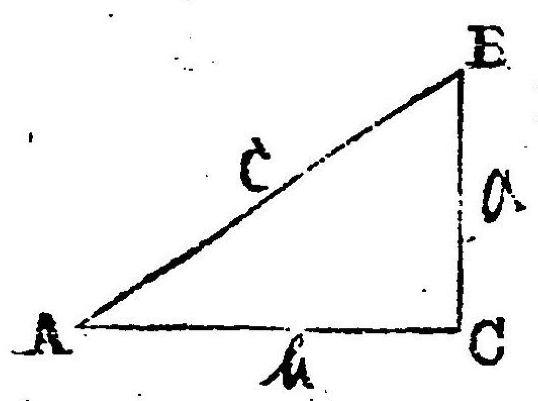
$$= -\operatorname{Sin}135° = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

2. 甲ナル直線 AC ト乙ナル直線 BC トガ C ニ於テ直角ニ交リ長サ a 尺ナル直線ヲ AB トシ而シテ $\angle A = 30°$ ナルトキ AC, BC ノ長サヲ求ムルコト次ノ如シ

$$\frac{AC}{a} = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \quad AC = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

又 $\frac{BC}{a} = \operatorname{Sin}30° = \frac{1}{2} \quad \therefore \quad BC = \frac{a}{2}.$

3. C 角ガ直角ナル所ノ直角三角形 ABC ニ於テ



$$\operatorname{Sin}A = \frac{a}{c}, \qquad \cos A = \frac{b}{c},$$

$$\tan A = \frac{a}{b}, \qquad \cot A = \frac{b}{a},$$

$$\sec A = \frac{c}{b}, \qquad \operatorname{cosec} A = \frac{c}{a}$$

ナルガ故ニ $\operatorname{Sin}^2 A + \cos^2 A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2+b^2}{c^2} = 1.$

又 $1 + \tan^2 A = 1 + \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^2+b^2}{b^2} = \frac{c^2}{b^2} = \sec^2 A.$

又 $1 + \cot^2 A = 1 + \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^2+b^2}{a^2} = \frac{c^2}{a^2} = \operatorname{cosec}^2 A.$

4. $\operatorname{Sin}(A+B) = \operatorname{Sin}A\cos B + \cos A\operatorname{Sin}B$

$\operatorname{Sin}(A-B) = \operatorname{Sin}A\cos B - \cos A\operatorname{Sin}B$

$\cos(A+B) = \cos A\cos B - \operatorname{Sin}A\operatorname{Sin}B$

$\cos(A-B) = \cos A\cos B + \operatorname{Sin}A\operatorname{Sin}B$

(a) $\operatorname{Sin}105° = \operatorname{Sin}(60° + 45°)$

$$= \operatorname{Sin}60°\cos45° + \cos60°\operatorname{Sin}45°$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}.$$

$\cos105° = \cos(60° + 45°) = \cos60°\cos45° - \operatorname{Sin}60°\operatorname{Sin}45°$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}.$$

(b) $\operatorname{Sin}15° = \operatorname{Sin}(45° - 30°)$

$$= \operatorname{Sin}45°\cos30° - \cos45°\operatorname{Sin}30°$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}.$$

$\cos15° = \cos(45° - 30°) = \cos45°\cos30° + \operatorname{Sin}45°\operatorname{Sin}30°$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}.$$

5. 公式 $\cos2\theta=1-2\mathrm{Sin}^2\theta$ ヨリ $2\mathrm{Sin}^2\theta=1-\cos2\theta$ ヲ得又 $\mathrm{Sin}^2 2\theta=1-\cos^2 2\theta$ ナル故ニ之レラヲ以テ原方程式ニ代入スレハ $\cos^2 2\theta+\cos2\theta=0$ トナル故ニ即チ $\cos2\theta(\cos2\theta+1)=0$ $\therefore$ $\cos2\theta=0$ 或ハ $\cos2\theta=-1$

前者ヨリ $2\theta=(2n+1)\dfrac{\pi}{2}$ $\therefore$ $\theta=(2n+1)\dfrac{\pi}{4}$

後者ヨリ $2\theta=(2n+1)\pi$ $\therefore$ $\theta=(2n+1)\dfrac{\pi}{2}$

6. $\mathrm{B}=38^\circ\ 26'\ 8''$ $\mathrm{C}=72^\circ\ 15'\ 6''$ ナル故ニ

$\mathrm{A}=180^\circ-(\mathrm{B}+\mathrm{C})=69^\circ\ 18'\ 46''$

又 $a=1824{\cdot}5$ 尺ナリ 今 b 邊ノ長サヲ求メントス

正弦比例ニヨリテ $\dfrac{b}{a}=\dfrac{\mathrm{SinB}}{\mathrm{SinA}}$ $\therefore$ $b=\dfrac{a\mathrm{SinB}}{\mathrm{SinA}}$

$\therefore$ $\log b=\log a+\log\mathrm{SinB}-\log\mathrm{SinA}$

$=\log1824{\cdot}5+\log\mathrm{Sin}38^\circ26'8''-\log\mathrm{Sin}69^\circ18'46''$

今此式中ニ含ム對數ヲ次ノ如ク求メテ之ニ代入セントス

$$\begin{array}{rl} \log1825=3{\cdot}261263 & \\ \log1824=3{\cdot}261025 & \\ \hline 1\quad {\cdot}000238 & (- \end{array}\qquad \begin{array}{rl} \log1824{\cdot}5=3{\cdot}261025+x & \\ \log1824\quad=3{\cdot}261025 & \\ \hline {\cdot}5\qquad\qquad x & (- \end{array}$$

$\therefore$ $1:{\cdot}5={\cdot}000238:x$ $\therefore$ $x={\cdot}000119$

故ニ $\log1824{\cdot}5=3{\cdot}261025+{\cdot}000119$

$={\cdot}3{\cdot}261144$

$$\begin{array}{rl} \log\mathrm{Sin}38^\circ\ 27'=9{\cdot}793673-10 & \\ \log\mathrm{Sin}38^\circ\ 26'=9{\cdot}793514-10 & \\ \hline 1'\quad {\cdot}000159 & (- \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log\mathrm{Sin}38^\circ\ 26'\ 8''=9{\cdot}793514-10+x & \\ \log\mathrm{Sin}38^\circ\ 26'\quad=9{\cdot}793514-10 & \\ \hline 差\quad 8''\qquad\qquad x & (- \end{array}$$

$60'':8''={\cdot}000159:x$ $\therefore$ $x={\cdot}000021$

故ニ $\log\mathrm{Sin}38^\circ\ 26'\ 8''=9{\cdot}793514-10+{\cdot}000021$

$=9{\cdot}793535-10$

$$\begin{array}{rl} \log\mathrm{Sin}69^\circ\ 19'=9{\cdot}971066-10 & \\ \log\mathrm{Sin}69^\circ\ 18'=9{\cdot}971018-10 & \\ \hline 1'\quad {\cdot}000048 & (- \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log\mathrm{Sin}69^\circ\ 18'\ 46''=9{\cdot}971018-10+x & \\ \log\mathrm{Sin}69^\circ\ 18'\quad=9{\cdot}971018-10 & \\ \hline 46''\qquad\qquad x & (- \end{array}$$

$\therefore$ $60'':46''={\cdot}000048:x$ $\therefore$ $x={\cdot}000037$

故ニ $\log\mathrm{Sin}69^\circ\ 18'\ 46''=9{\cdot}971018-10+{\cdot}000037$

$=9{\cdot}971055-10$

之ニ由テ

$\log b=3{\cdot}261144+9{\cdot}793535-10-9{\cdot}971055+10$

$=3{\cdot}083624$

然ルニ

$$\begin{array}{rl} \log1213=3{\cdot}083861 & \\ \log1212=3{\cdot}083503 & \\ \hline 1\quad {\cdot}000358 & (- \end{array}\qquad \begin{array}{rl} \log b=3{\cdot}083624 & \\ \log1212=3{\cdot}083503 & \\ \hline b-1212\quad {\cdot}000121 & (- \end{array}$$

$\therefore$ ${\cdot}000358:{\cdot}000121=1:(b-1212)$

$\therefore$ $b-1212={\cdot}338$ $\therefore$ $b=1212{\cdot}338$

海軍機關學校

算術

1. 六桁ノ數ニテ 3, 7, 8, 11 ノ孰レニテモ約シ得ベキ最小數ト最大數トヲ求メヨ

2. 下ノ二式ヲ最簡ニセヨ

$$\frac{2^6\times(2^6-1)}{2\times3\times4\times5\times6}\times\frac{1}{42},$$

$$\frac{2^{10}\times(2^{10}-1)}{2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10}\times\frac{5}{66}.$$

3. 下式ノ値ヲ求メヨ

$$1{\cdot}35^3+4{\cdot}05\times1{\cdot}35^2-1{\cdot}5325\times1{\cdot}35+0{\cdot}015375.$$

4. 甲乙二杖アリ甲ハ乙ヨリ長キコト乙ノ六十五分ノ二ナリ今二人ノ兒童ガ一ツ宛此杖ヲ持チ長サ三十三間ノ廊下ノ一端ヨリ始メテ次第ニ此杖ヲ前進シテ他端ニ到ラシメタルニ杖ノ長サノ連續シタル回數孰レモ五十ニシテ甲杖ハ廊下ノ末端ヨリ若干尺脱出シ乙杖ハ未ダ末端ニ及ハサルコト若干尺ナリ而シテ甲ノ超シタル長サト乙ノ不足シタル長サトハ相等シカリシト云フ二杖ノ長サ各幾何

5. 或人定價若干ノ書籍若干部ヲ二割引ニテ買入レ直チニ買入レタル部數ノ五分ノ三ヨリ十部多クヲ定價通リニ賣リテ元金ヲ回收シタリト云フ買入レタル部數幾何

〔答案〕 1. 3, 7, 8, 11 ノ孰レニテモ約シ得ヘキ數ハ此四數ノ最小公倍數ノ倍數ナラサルベカラズ而シテ此

最小公倍數ハ 1848 ナリ又六桁ノ整數ニテ最小ナルハ 100000 ニシテ最大ナルハ 999999 ナリ今除法ニヨリテ 100000 ハ 1848 ノ 54 倍ヨリ大ニシテ 55 倍ヨリ小ナルヲ知ル故ニ所求ノ最小數ハ 1848×55 即チ 101640 ナリ

又 999999 ハ 1848 ノ 541 倍ヨリ大ニシテ 542 倍ヨリ小ナルヲ知ル故ニ所求ノ最大數ハ 1848×541 即 999768 ナリ

2. $$\frac{2^6\times(2^6-1)}{2\times3\times4\times5\times6}\times\frac{1}{42}$$

$$=\frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times63}{2\times3\times4\times5\times6}\times\frac{1}{42}=\frac{2}{15}.$$

又 $$\frac{2^{10}\times(2^{10}-1)}{2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9}\times\frac{5}{66}$$

$$=\frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times1023}{2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9}\times\frac{5}{66}$$

$$=\frac{2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times3\times11\times31}{2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9}$$

$$\times\frac{5}{2\times3\times11}=\frac{4}{567}.$$

3. 原式

$$=1{\cdot}35\times(1{\cdot}35^2+4{\cdot}05\times1{\cdot}35-1{\cdot}5325)+0{\cdot}015375$$

$$=1{\cdot}35\times5{\cdot}7575+0{\cdot}015375$$

$$=7{\cdot}772625+0{\cdot}015375$$

$$=7{\cdot}788.$$

4. 乙杖ノ長$=1$ トスレハ 甲杖ノ長$=1+\frac{2}{65}=\frac{67}{65}$ ナル故ニ題意ヲ案スルニ $(1\times50+\frac{67}{65}\times50)\times\frac{1}{2}$ ハ 33

間即チ 193 尺ニ相當ス之ニ由テ

乙杖ノ長$=198\div\{(1\times 50+\frac{67}{65}\times 50)\times\frac{1}{2}\}=3{\cdot}9$ 尺

故ニ　甲杖ノ長$=3{\cdot}9\times\frac{67}{65}=4{\cdot}02$ 尺.

5　總定價ヲ 1 トスレハ總買入レ價ハ $1-0{\cdot}2$ 即チ $\frac{4}{5}$ ナリ而シテ題意ニヨレハ總定價ノ $\frac{3}{5}$ ト 10 部ノ定價トノ和ハ總定價ノ $\frac{4}{5}$ ニ等シキヲ知ル故ニ 10 部ノ定價ハ總定價ノ $\frac{4}{5}-\frac{3}{5}$ 即チ $\frac{1}{5}$ ニ等シキ故ニ 1 部ノ定價ハ總定價ノ $\frac{1}{50}$ ニ等シキコト明カナルベシ

之ニ由テ　總部數$=1\div\frac{1}{50}=50$.

代　數

1.　$A+B(x+2)+C(x+2)^2+D(x+2)^3$ ヲ簡單ニナストキハ $1+x^3$ ニナルト云フ A, B, C, D ノ値各幾何ナルカ但シ A, B, C, D ハ皆 x ヲ含マザルモノトス

2　下ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$xy+x+y=19$$
$$yz+y+z=29$$
$$zx+z+x=23$$

3.　聯立方程式 $3x^2+5y^2=15,\ y=mx$ ニ適スル x, y ノ値ノ一組ヲ α, β トシ又聯立方程式 $3x^2+5y^2=15,\ y=\frac{3}{5m}x$ ニ適スル x, y ノ値ノ一組ヲ $\gamma\ \delta$ トセハ $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$ ハ m ノ値ノ如何ニ係ラズ常ニ同シ其値ヲ求メヨ

4.　或學校ニテ數學教科書若干部ト化學教科書若干部トヲ購買シ其代價合セテ金四十二圓九十錢ヲ書肆ニ仕拂ヘリ然ルニ其後書肆ニ於テ數學書一部ノ代價ト化學書一部ノ代價トヲ取違ヘテ計算シタルヲ發見シ金壹圓六十五錢ヲ返却シ來レリ因テ學校ニテハ其一圓六十五錢ヲ以テ更ニ數學教科書一部ト化學教科書一部トヲ購買シタリト云フ買入レタル教科書數學化學ヲ合セテ幾部ナルカ

5.　下式ヲ最簡ニセヨ

$$\frac{x^{-1}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{1}{3}}}{\dfrac{x^{\frac{3}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt{1-x^3}}+x^{-\frac{3}{2}}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{1}{3}}}$$

6.　$3x+5y-7z=0,\ 11x-13y+12z=0$ ヨリ $x:y:z$ ヲ求メヨ

7.　4 ト 12 トノ間ニ二項ヲ挿入シテ初メノ三項ガ等比級數ヲナシ終リノ三項ガ等差級數ヲナス様ニセヨ

〔答案〕1　原式ヲ簡單ニスレハ

$A+2B+4C+8D+(B+4C+12D)x+(C+6D)x^2+Dx^3$ ニシテ題意ニヨレハ $1+x^3$ ト恆同ナル故ニ係數ヲ比較スレハ

$$A+2B+4C+8D=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$
$$B+4C+12D=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$
$$C+6D=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$
$$D=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(4) ヲ (3) ニ代入スレハ　$C=-6$　又 D ト C ノ値ヲ (2) ニ代入スレハ　$B=12$　又 D ト C ト B ノ値ヲ (1) ニ代入スレハ $A=-7$.

2

$$xy+x+y=19 \quad \cdots\cdots(1)$$
$$yz+y+z=29 \quad \cdots\cdots(2)$$
$$zx+z+x=23 \quad \cdots\cdots(3)$$

(1) 式ノ兩節ニ 1 ヲ加フレハ　$xy+x+y+1=20$

$$\therefore \quad (x+1)(y+1)=20 \quad \cdots\cdots(a)$$

同様ニ (2) ヨリ　$(y+1)(z+1)=30$ ……(b)

(3) ヨリ　$(z+1)(x+1)=24$ ……(c)

(a) ト (c) ノ相乘ヲ (b) ニテ除スレハ

$(x+1)^2=16 \quad \therefore \quad x+1=\pm 4 \quad \therefore \quad x=3$ 或 -5

同様ノ法ニテ　$y=4$ 或 -6,　$z=5$ 或 -7

之ニ由テ　$x=3,\ y=4,\ z=5$ 或 $x=-5,\ y=-6,$ $z=-7$.

3. 第一ノ聯立方程式ノ x, y ニ配スルニ α, β ヲ以テスレハ

$$3\alpha^2+5\beta^2=15$$
$$\beta=m\alpha$$

此兩式ヨリ　α^2, β^2 ノ値ヲ求ムレハ

$$\alpha^2=\frac{15}{5m^2+3}, \qquad \beta^2=\frac{15m^2}{5m^2+3}$$

又第二ノ聯立方程式ノ x, y ニ配スルニ γ, δ ヲ以テスレハ

$$3\gamma^2+5\delta^2=15$$
$$\delta=\frac{3}{5m}\gamma$$

此兩式ヨリ　γ^2, δ^2 ノ値ヲ求ムレハ

$$\gamma^2=\frac{25m^2}{5m^2+3}, \qquad \delta^2=\frac{9}{5m^2+3}$$

$$\therefore \quad \alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2$$
$$=\frac{15}{5m^2+3}+\frac{15m^2}{5m^2+3}+\frac{25m^2}{5m^2+3}+\frac{9}{5m^2+3}$$
$$=\frac{8(5m^2+3)}{5m^2+3}=8.$$

4. 數學書ノ部數ヲ x, 化學書ノ部數ヲ y トシ又數學書ノ一部ノ代價ヲ z 錢トスレハ題意ニヨリテ化學書一部ノ代價ハ $165-z$ 錢ナリ由テ次ノ兩方程式ヲ得

$$x(165-z)+yz=4290$$
$$xz+y(165-z)=4125$$

此兩方程式ヲ相加フレハ

$$165(x+y)=8415 \quad \therefore \quad x+y=51.$$

5. 原式

$$=\frac{\dfrac{1}{x}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{1}{3}}}{\dfrac{x^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1-x^3}(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{2}{3}}}+\dfrac{(1+\sqrt{1-x^3})^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{3}{2}}}}$$

$$=\frac{x^{\frac{3}{2}}\sqrt{1-x^3}(1+\sqrt{1-x^3})}{x\{x^3+\sqrt{1-x^3}(1+\sqrt{1-x^3})\}}$$

$$=\frac{x^{\frac{1}{2}}\sqrt{1-x^3}(1+\sqrt{1-x^3})}{x^3+\sqrt{1-x^3}+1-x^3}$$

$$=x^{\frac{1}{2}}\sqrt{1-x^3}=\sqrt{x(1-x^3)}.$$

6. 設タル所ノ兩方程式ノ各ヲ y ニテ除スレハ

$$\frac{3x}{y}-\frac{7z}{y}=-5$$

$$\frac{11x}{y}+\frac{12z}{y}=13$$

此兩方程式ヲ並用シテ $\frac{x}{y}$ 及ヒ $\frac{z}{y}$ ノ値ヲ求ムレハ $\frac{x}{y}=\frac{31}{113}$ 及ヒ $\frac{z}{y}=\frac{94}{113}$ ヲ得ルガ故ニ

$x:y:z=31:113:94.$

7. 挿入スベキ二項ヲ x, y トスレハ 4, x, y, 12 ニ於テ 4, x, y ハ等比級數ヲナシ x, y, 12 ハ等差級數ヲナスト云フ故ニ

$$x^2=4y \quad 及ヒ \quad x+12=2y$$

此兩方程式ヨリ y ヲ消去スレハ

$$x^2-2x-24=0 \quad \therefore \quad (x-6)(x+4)=0$$

$\therefore$ $x=6$ 或 -4 從テ $y=9$ 或 4 ナルヲ知ル之ニ由テ $x=6$, $y=9$ 或ハ $x=-4$, $y=4$.

平面幾何

1. 頂角ヲ共有スル二ツノ三角形 ABC, ADE アリテ $AD=AE=\frac{1}{2}(AB+AC)$ ナルトキハ三角形 ADE ノ底邊 DE ハ三角形 ABC ノ底邊 BC ヲ二等分ス

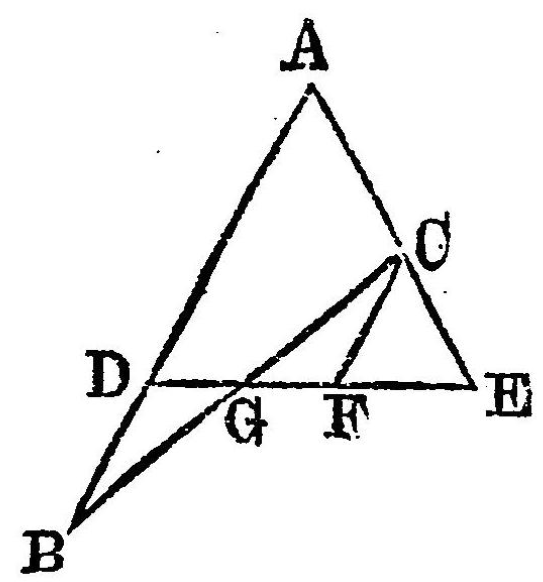
2. 三角形 ABC ニ於テ一ツノ底角 B ガ他ノ底角 C ノ二倍ナルトキハ底邊ノ中點ト高サノ足トノ距離ハ邊 AB ノ半ナリ

3. 一圓ノ周ノ上ニ順次ニ四點 A, B, C, D ヲ取リテ此圓周ヲ四分シ而シテ弧AB, 弧BC, 弧CD, 弧DA ヲ次第ニ小サクナル様ニ取ルトキハ弦 BD ハ常ニ弦 AC ヨリ大ナリ

4. 三角形ニ於テ底邊ノ長サト頂角ノ大サトガ不變ナルトキハ二ツノ底角頂ヨリ對邊ニ引ク垂線ノ足ヲ結ビ付クル直線ノ長サハ不變ナリ

5. 三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行ナル一ツノ直線 EF ヲ引キ二邊 AB, AC ト夫々 E, F ニ於テ交ラシメ而シテ E ヲ底邊ノ中點 D ニ結ビ付クルトキ直線 ED ガ角 ADB ヲ二等分セハ直線 FD ハ角 ADC ヲ二等分ス

〔答案〕 1. 〔証明〕 AB ニ平行シテ CF ヲ引キ DE ニ會スル點ヲ F トスレハ

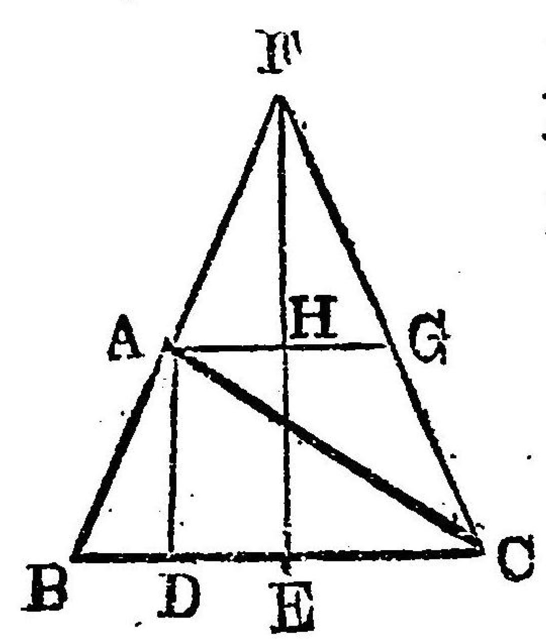


$\angle CFE=\angle ADE=\angle AED$

$\therefore$ $CF=CE$

又題意ニヨレハ DB=CE ナルベキガ故ニ CF=DB 故ニ今 DE ト BC トノ交點ヲ G トスレハ兩三角形 BDG, CFG ハ全等形ナルコト容易ニ知リ得ベシ由テ BG=GC.

2. 三角形 ABC ニ於テ一底角 B ガ他ノ一底角 C ノ二倍ナルトキ底邊 BC ノ中點 E ト高サ AD ノ足 D トノ距離即チ DE ハ邊 AB ノ半ナリ



〔証明〕 底邊 BC ニ垂直ニ EF ヲ引キ BA ノ延長ト F ニ於テ會セシメ CF ヲ結ビ付クレハ FBC ハ二等邊三角形ナルコト明

カナル故ニ　$\angle BCF=\angle B=2\angle C$

之ニ由テ CA ハ角 BCF ヲ二等分ス

今 BC ニ平行シテ直線 AHG ヲ引キ H, G ニ於テ夫々 EF, CF ニ出會ハシムレハ

$$\angle CAG=\angle ACB=\angle ACG$$

ナル故ニ　$AG=CG$　即　$2AH=AB$

即又　$2DE=AB$　∴　$DE=\frac{1}{2}AB.$

3. 題意ニヨリテ　弧BC＞弧DA　ナル故ニ双方ヘ 弧CD ヲ加フレハ　弧BC＋弧CD＞弧CD＋弧DA

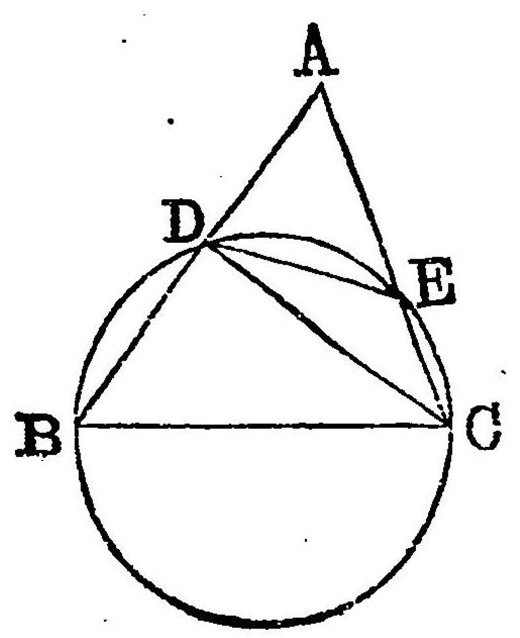
即チ　弧BCD＞弧CDA ……………………(1)

又題意ニヨリテ　弧AB＞弧CD　ナル故ニ双方ヘ弧DA ヲ加フレハ　弧DA＋弧AB＞弧CD＋弧DA

即チ　弧DAB＞弧CDA ……………………(2)

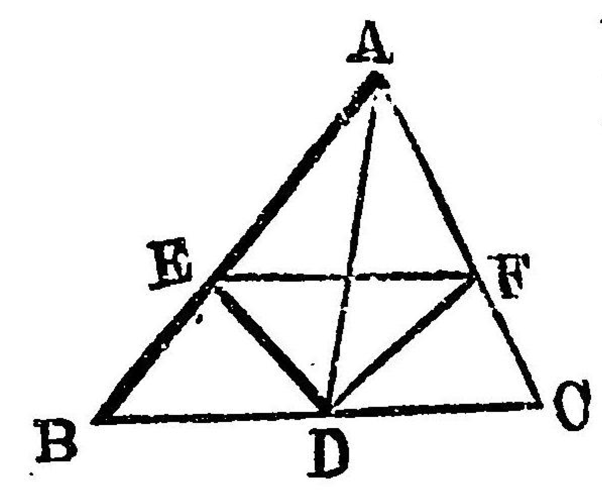
(1) 及ヒ (2) ニヨレハ弦 BD ハ弦 CA ヨリ大ナルコト明カナリ

4. 三角形 ABC ノ底邊 BC ノ長サト頂角 A ノ大サトガ不變ナルトキ兩底角頂ヨリ對邊ヘ引ケル垂線 BD, CE ノ足ヲ結ビ付クル直線 DE ノ長サハ不變ナリ



〔證明〕 $\angle BEC=\angle BDC=R_1$ ナル故ニ BC ヲ直徑トスル圓周ハ D 及ヒ E ヲ過ル由テ DE ハ常ニ此定圓ノ弦ナリ而シテ頂角 A ノ大サガ不變ナル故ニ此定圓ノ圓周角 DBE ノ大サモ不變ナルコト明カナルベシ之ニ由テ DE ノ長サ不變ナリ

5. 〔證明〕 DE ガ角 ADB ヲ二等分スル故ニ



AE : EB＝AD : BD＝AD : CD

又 EF ガ BC ニ平行ナル故ニ

AE : EB＝AF : FC

∴　AF : FC＝AD : CD

之ニ由テ DF ハ角 ADC ヲ二等分ス

平　面　三　角

1. 下ノ式ノ値ヲ小數二桁マデ求メヨ

$$\frac{\tan 60^\circ-\tan 30^\circ}{\sin 60^\circ-\sin 45^\circ}$$

2. $\cos^2\theta=\frac{3}{5}$ ナルトキ $\sin^4\theta+\cos^4\theta$ ノ値ヲ求メヨ

3. 矩形ノ相隣レル二邊ガ m 寸又ヒ n 寸ナルトキハ此矩形ノ二ツノ對角線ガ交リテナス角ノ正切幾何

4. $\cos 20^\circ\cos 40^\circ\cos 80^\circ$ ノ値ヲ求メヨ

5. 三角形 ABC ニ於テ　$\sin(A+B)=\frac{1}{2}$, $\cos(A-C)=\frac{1}{2}$ ナルトキ A, B, C ノ大サヲ求ム

〔答案〕 **1.** 原式

$$=\frac{\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{\frac{2}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{6}-2}{2\sqrt{2}}}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)}$$

$$=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{6}-2)}\times\frac{\sqrt{3}(\sqrt{6}+2)}{\sqrt{3}(\sqrt{6}+2)}=\frac{4}{3}(3+\sqrt{6})$$

$$=\tfrac{4}{3}(3+2\cdot449)=7\cdot26.$$

2. $\mathrm{Sin}^4\theta+\cos^4\theta=(\cos^2\theta-\mathrm{Sin}^2\theta)^2+2\mathrm{Sin}^2\theta\cos^2\theta$

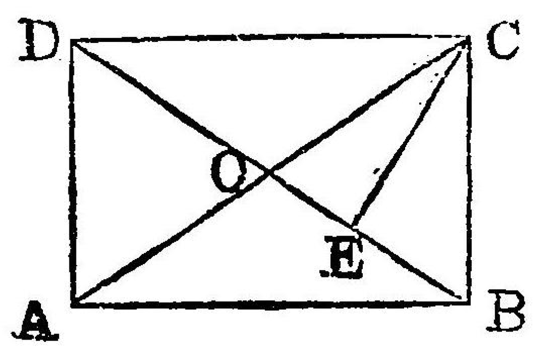
$=\cos^2 2\theta+\frac{1}{2}\mathrm{Sin}^2 2\theta$

$=\cos^2 2\theta+\frac{1}{2}(1-\cos^2 2\theta)$

$=\frac{1}{2}(1+\cos^2 2\theta)$

$=\frac{1}{2}(1+\frac{9}{25})=\frac{17}{25}.$

3. 矩形 ABCD ニ於テ $AB=m$, $BC=n$ ナル故ニ $AC=\sqrt{m^2+n^2}$ 故ニ兩對角線ノ交點ヲ O トスレハ



$OC=\frac{1}{2}\sqrt{m^2+n^2}$

又 $CE=\frac{mn}{\sqrt{m^2+n^2}}$ ナル故ニ

$OE=\sqrt{\overline{OC}^2-\overline{CE}^2}$

$=\sqrt{\frac{1}{4}(m^2+n^2)-\frac{m^2n^2}{m^2+n^2}}$

$=\frac{m^2-n^2}{2\sqrt{m^2+n^2}}$

$\therefore\ \tan COE=\frac{EC}{OE}=\frac{mn}{\sqrt{m^2+n^2}}\div\frac{m^2-n^2}{2\sqrt{m^2+n^2}}$

$=\frac{2mn}{m^2-n^2}$

故ニ又 $\tan AOB=-\frac{2mn}{m^2-n^2}$ ナルコト容易ニ知ルコトヲ得ル故ニ所求ノ正切ノ値ハ $\pm\frac{2mn}{m^2-n^2}$ ナリ

4. $\cos20°\cos40°\cos80°=\frac{1}{2}(\cos60°+\cos20°)\cos80°$

$=\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+\cos20°)\cos80°=\frac{1}{4}\cos80°+\frac{1}{2}\cos20°\cos80°$

$=\frac{1}{4}\cos80°+\frac{1}{4}(\cos100°+\cos60°)$

$=\frac{1}{4}(\cos80°+\cos100°+\frac{1}{2})$

$=\frac{1}{4}(2\cos90°\cos10°+\frac{1}{2})=\frac{1}{8}.$

〔$\cos90°=0$ ナルコトニ留意セヨ〕

5. $\mathrm{Sin}(A+B)=\frac{1}{2}$ 及ヒ $\cos(A-C)=\frac{1}{2}$ ナル故ニ $A+B=150°$ 及ヒ $A-C=60°$ 然ルニ $A+B+C=180°$ ナル故ニ容易ニ $A=90°$, $B=60°$, $C=30°$ ナルコトヲ知リ得ルナリ

東京商船學校

算術

1. 相續稅ヲ下ノ如ク區分シテ遞次ニ計算スルモノトセハ 13000 圓ニ對スル稅金額如何

5000 圓以下ノ金額ニ對シテハ千分ノ十二.

5000 圓ヲ超ユル金額ニ對シテハ千分ノ十五.

10000 圓ヲ超ユル金額ニ對シテハ千分ノ十七.

2. 年 1 割 1 分ノ配當アル某會社ノ株券額面 50 圓ノモノヲ 75 圓ニ買入ルヽト年 5 分ノ軍事公債額面 100 圓ノモノヲ 90 圓ニテ買入ルヽトハ何レガ利益ノ步合多キカ又 3600 圓ノ金額ニ對スル利息ノ差ハ幾何ナルカ

〔答案〕 1.

$5000\times\frac{12}{1000}+5000\times\frac{15}{1000}+3000\times\frac{17}{1000}=186$ 圓

之レ所求ノ稅金ナリ

2. 株劵ノ利益ノ歩合$=50\times{\cdot}11\div75=\cdot073\frac{1}{3}$.

軍事公債ノ利益ノ歩合$=100\times\cdot05\div90=\cdot055\frac{5}{9}$.

$\cdot073\frac{1}{3}-\cdot055\frac{5}{9}=\cdot017\frac{7}{9}$ 株劵ノ方多キコト 1 分 $7\frac{7}{9}$ 厘ナリ

又 3600 圓ノ金額ニ對スル利息ノ差$=\cdot017\frac{7}{9}\times3600=$ 64 圓.

代　　數

1. $a^{-\frac{5}{3}}b^3c^{-\frac{2}{3}}\div\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}}b^4c^{-1}}$ ヲ簡單ニセヨ

2. $(1-a^2)(x+a)-2a(1-x^2)=0$ ヲ解ケ

3. $a,\ b,\ c$ ハ等差級數ヲナス三數ニシテ $a,\ b$ 及ヒ $b,\ c$ ノ等比中項ヲ夫々 $x,\ y$ トセハ $x^2,\ b^2,\ y^2$ ハ等差級數ヲナスコトヲ証セヨ

4. $\log2=\cdot301030$, $\log3=\cdot477121$ ヲ與ヘテ $\log14{\cdot}4$ ヲ求ム

〔答案〕 1 原式

$$=a^{-\frac{5}{3}}b^3c^{-\frac{2}{3}}\div a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{4}{3}}c^{-\frac{1}{3}}$$

$$=a^{-\frac{5}{3}-\frac{1}{6}}b^{3-\frac{4}{3}}c^{-\frac{2}{3}+\frac{1}{3}}$$

$$=a^{-\frac{11}{6}}b^{\frac{5}{3}}c^{-\frac{1}{3}}=\frac{b^{\frac{5}{3}}}{a^{\frac{11}{6}}c^{\frac{1}{3}}}=\sqrt[6]{\frac{b^{10}}{a^{11}c^2}}$$

$$\frac{b}{a}\sqrt[6]{\frac{b^4}{a^5c^2}}.$$

2. 原方程式ヲ化シテ $2ax^2+(1-a^2)x-a(1+a^2)=0$ トシ分括スレハ $(x-a)(2ax+1+a^2)=0$ トナル故ニ $x=a$ 或ハ $-\frac{1+a^2}{2a}$.

3. 題意ニヨリテ $a+c=2b$, $x^2=ab$, $y^2=bc$ ナル三方程式ヲ得之ニ由テ

$x^2+y^2=ab+bc=b(a+c)=2b^2$

故ニ $x^2,\ b^2,\ y^2$ ハ等差級數ヲナス.

4. $\log14{\cdot}4=\log\frac{144}{10}=\log144-\log10=2\log12-1$

$=2\log(2^2\times3)-1=2(2\log2+\log3)-1$

$=2(2\times\cdot301030+\cdot477121)-1$

$=1{\cdot}158362$.

幾　　何

1. 四角形ガ平行四邊形タルベキ爲メニ要スル條件ヲ列擧セヨ

2. 圓 ABC ノ直徑 AB ノ一端ヨリ圓周上ノ一點 C ノ切線 CD ニ垂線 AD ヲ引キ之ヲ延長シテ BC ノ延長線ト E ニ交ラシムレハ AE=AB ナリ其証ヲ問フ

3. 三角形 ABC ノ頂角 A, B ヨリ其對邊ニ垂線 AD, BE ヲ引クトキハ $\overline{AB}^2=AC.AE+BC.BD$ ナリ其証ヲ問フ

4. 梯形 ABCD ノ平行ナル二邊 AB, CD ヲ夫々 H, K ニ延長シ BH=CD, DK=AB ナラシメ H, K ヲ結ビ AB, CD ノ中點 E, F ヲ結ベル直線ト G ニ交ラシム若シ AB=7, CD=9, EF=8 ナラハ EG ノ長サ如何

〔答案〕 1. 四角形ガ平行四邊形タルヘキ條件ハ次ノ如シ

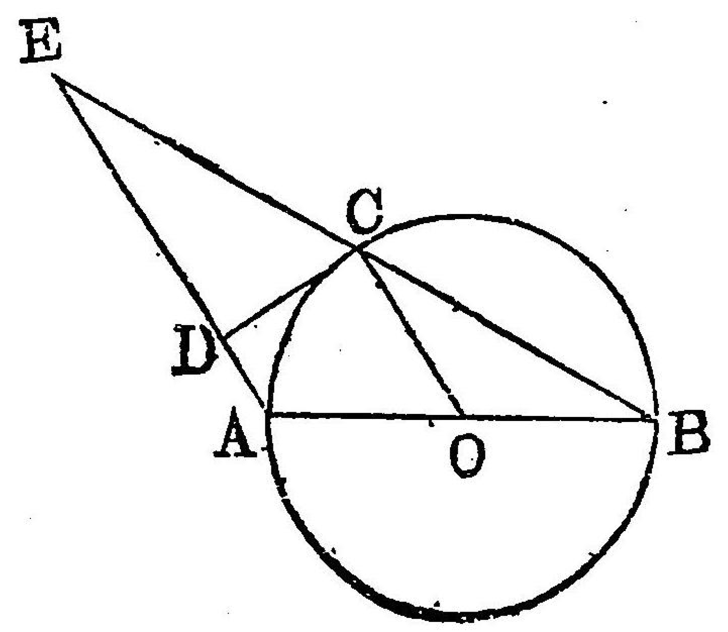
〔第壹〕 相對スル邊ガ相等シキトキ

〔第二〕 相對スル角ガ各相等シキトキ

〔第三〕 相對スル一双ノ邊ガ相等シク且ツ平行ナルトキ

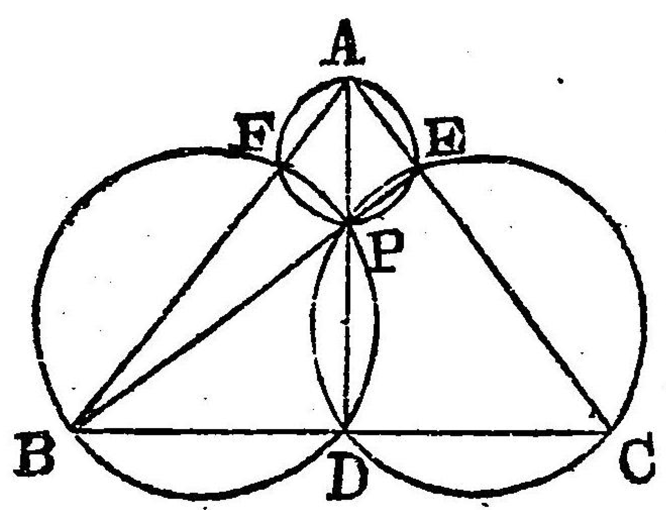
〔第四〕 二ツノ對角線ガ各地ヲ二等分スルトキ

2. 〔証明〕 半徑 OC ヲ引ケハ切線 CD ニ垂直ニシテ又題意ニヨリテ AE モ CD ニ垂直ナル故ニ AE, OC ハ相平行ス ∴



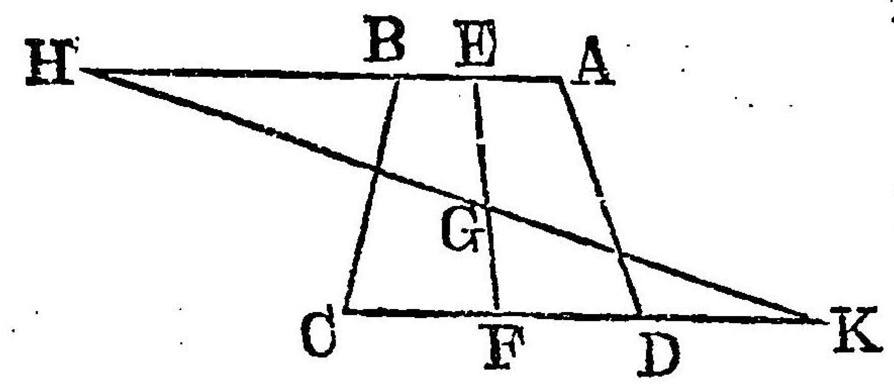
$\angle AEB=\angle OCB=\angle OBC$ 之ニ由リテ AE=AB ナリ.

3. AD, BE ノ交點ヲ P トシ AB ヘ垂線 PF ヲ引ケハ三ツノ四角形 DCEP, AEPF, BDPF ノ各ニ外接圓ヲ作ルコトヲ得何トナレハ各形ノ對角ガ各直角ナレハナリ ∴



$AC.AE=AD.AP=AB.AF$ 及ヒ $BC.BD=BE.BP=AB.BF$ 此兩式ヲ相加フレハ $AC.AE+BC.BD=AB(AF+BF)=AB.AB=\overline{AB}^2$.

4. $AB=DK=7$, $BH=CD=9$, $EF=8$ 而シテ E ハ AB ノ中點ニシテ F ハ CD ノ中點ナル故ニ $EH=12{\cdot}5$, $FK=11{\cdot}5$ 今 $EG=x$ トスレハ



$FG=8-x$ ナリ而シテ兩三角形 EGH, FGK ハ相似ナルコト明カナルベシ

∴ $EH : EG=FK : FG$ 即チ $12{\cdot}5 : x=11{\cdot}5 : 8-x$

∴ $11{\cdot}5x=12{\cdot}5(8-x)$ ∴ $x=4\frac{1}{6}$.

三角法

1. $\tan A=2-\sqrt{3}$ ナラハ $\cos A$ ノ値如何

2. $b\cos A-a\cos B=\dfrac{b^2-a^2}{c}$ ナルコトヲ証セヨ

〔答案〕 **1.**

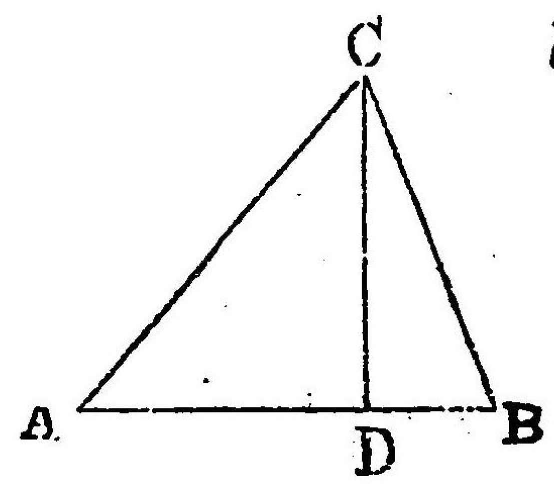
$$\cos A=\frac{1}{\sec A}=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 A}}=\frac{1}{\sqrt{1+(2-\sqrt{3})^2}}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2(4-2\sqrt{3})}}=\frac{1}{\sqrt{2(\sqrt{3}-1)^2}}$$

$$=\frac{1}{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}=\frac{1}{(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}.$$

2. $b\cos A=AD$, $a\cos B=BD$ ナル故ニ



$$b\cos A-a\cos B=AD-BD$$

$$=\frac{\overline{AD}^2-\overline{BD}^2}{AD+BD}$$

$$=\frac{b^2-\overline{CD}^2-(a^2-\overline{CD}^2)}{c}=\frac{b^2-a^2}{c}$$

同校

無試驗入學志願者撰拔試驗

數學

1. 同型ナル甲乙ノ二船アリ其長サ甲ハ 400 呎乙ハ 374 呎ニシテ甲ノ排水量 15200 噸ナルトキハ乙ノ排水量如何

但シ同型ナル船舶ノ排水量ハ其長サノ立方ニ比例スルモノトス

2. 下式ヲ証明スベシ

$$(y-z)^3+(x-y)^3-3(x-y)(y-z)(z-x)=(x-z)^3$$

3. 下式ヲ解ケ

$$x^2-xy+y^2=84$$
$$x-\sqrt{xy}+y=6$$

4. 三角形ノ兩底角頂ヨリ其對邊ニ引キタル垂線互ニ相等シキトキハ其三角形ハ二等邊ナリ其証ヲ問フ

5. 三角形 ABC ノ底邊 BC ノ中點 D ヲ貫キテ直線 EDFG ヲ引キ AB, AC 若クハ其延長線ト E, F ニ交ラシメ BC ニ平行ナル直線 AG ト G ニ交ラシムルトキハ EG : ED＝FG : FD ナリ其証ヲ問フ

6. A+B+C=180° ナラハ次式ノ理アリ其証ヲ問フ

$$\mathrm{Sin}A+\mathrm{Sin}B+\mathrm{Sin}C=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}.$$

〔答案〕 1. $400^3 : 374^3=15200$: (乙ノ排水量)

故ニ 乙ノ排水量$=\dfrac{374^3\times 15200}{400^3}=12424$ 噸强.

2. $(x-y)+(y-z)+(z-x)=0$ ナルガ故ニ

$(x-y)+(y-z=-z-x)$ トシテ立方ニスレハ

$$(x-y)^3+3(x-y)^2(y-z)+3(x-y)(y-z)^2+(y-z)^3$$
$$=-(z-x)^3$$

$$\therefore\ (x-y)^3+(y-z)^3+(z-x)^3$$
$$=-3(x-y)(y-z\{x-y)+(y-z)\}$$
$$=-3(x-y)(y-z)\{-(z-x)\}$$
$$=3(x-y)(y-z)(z-x)$$

$$\therefore\ (y-z)^3+(x-y)^3-3(x-y)(y-z)(z-x)=(x-z)^3.$$

3. $x^2+xy+y^2=84$ ……………………(1)

$x-\sqrt{xy}+y=6$ ……………………(2)

(2) 式ヲ以テ (1) 式ヲ除スレハ

$x+\sqrt{xy}+y=14$ ……………………(3)

(3) ヨリ (2) ヲ減スレハ

$2\sqrt{xy}=8$ $\therefore$ $xy=16$ ……………………(4)

(4) ヲ (1) ニ加ヘテ平方ニ開ケハ

$x+y=\pm 10$ ……………………(5)

(4) ノ三倍ヲ (1) ヨリ減シテ平方ニ開ケハ

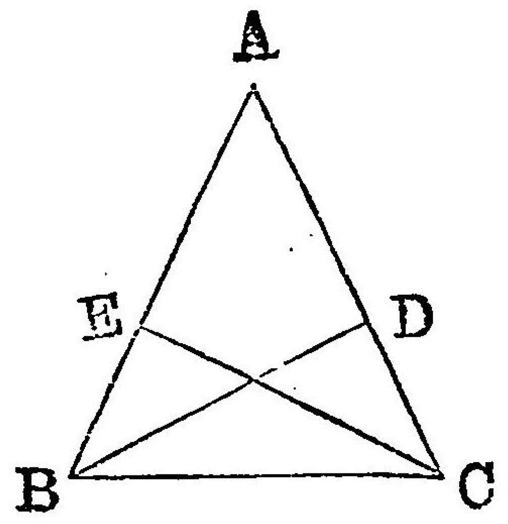
$x-y=\pm 6$ ……………………(6)

(5), (6) 兩式ヲ並用シテ x, y ノ値ヲ求ムレハ

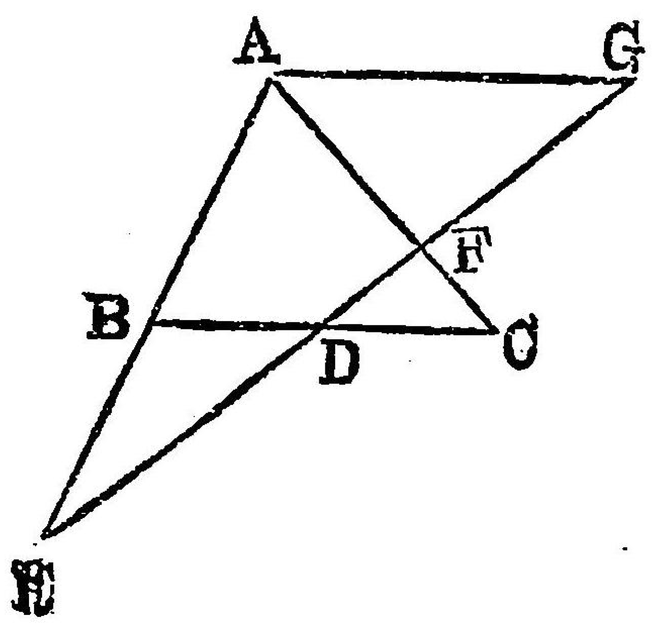
$x=8$, $y=2$ 或ハ $x=2$, $y=8$.

4. 三角形 ABC ノ底邊 BC ノ兩端ヨリ對邊ヘ引ケル垂線 BD, CE ガ相等シケレハ本形ハ二等邊三角形ナリ

〔証明〕 兩三角形 ABD, ACE ニ於テ



$\angle ADB=\angle AEC=R_L$, $BD=CE$,
A 角ハ共有ナル故ニ此兩三角形ハ全等形ナリ
$\therefore$ $AB=AC$.



5. $\triangle AEG \backsim \triangle BED$ 及ヒ $\triangle AFG \backsim \triangle CFD$ ナルコトハ容易ニ知ルヲ得ベシ
故ニ $EG:ED=AG:BD$
及ヒ $FG:FD=AG:CD$
然ルニ $BD=CD$ ナル故ニ
$EG:ED=FG:FD$.

6. 左邊

$$=2\,\mathrm{Sin}\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}+2\,\mathrm{Sin}\frac{C}{2}\cos\frac{C}{2}$$
$$=2\cos\frac{C}{2}\cos\frac{A-B}{2}+2\cos\frac{A+B}{2}\cos\frac{C}{2}$$
$$=2\cos\frac{C}{2}\left(\cos\frac{A-B}{2}+\cos\frac{A+B}{2}\right)$$
$$=2\cos\frac{C}{2}\left(2\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\right)$$
$$=4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}.$$

同 校

體格檢查合格者選抜試驗

數 學

1. $x^2+1000x+25=0$ ヲ解キ小數四桁迄計算スベシ

2. 若シ $x-\frac{1}{x}=1$ ナラバ $x^2+\frac{1}{x^2}=3$ 及ヒ $x^3-\frac{1}{x^3}=4$ ナリ其証ヲ問フ

3. 直角三角形ノ斜邊上ノ正方形ハ他ノ二邊ノ上ノ正方形ノ和ニ等シ其証ヲ問フ

4. 二ツノ同心圓アリ外圓周上ノ一點ヨリ內圓ニ切線 AD, AE ヲ引キ切點 D, E ヲ結ビ ED, AD ヲ延長シテ外圓周ト夫々 B, C ニ會セシムレバ
(甲) 三角形 ABE ハ三角形 BCD ニ相似形
(乙) $\overline{AB}^2:\overline{BC}^2=BE:BD$ ナリ其証ヲ問フ

5. 二邊及ヒ夾角ガ與ヘラレタルトキ之ヲ三角形ニテ解ク法如何

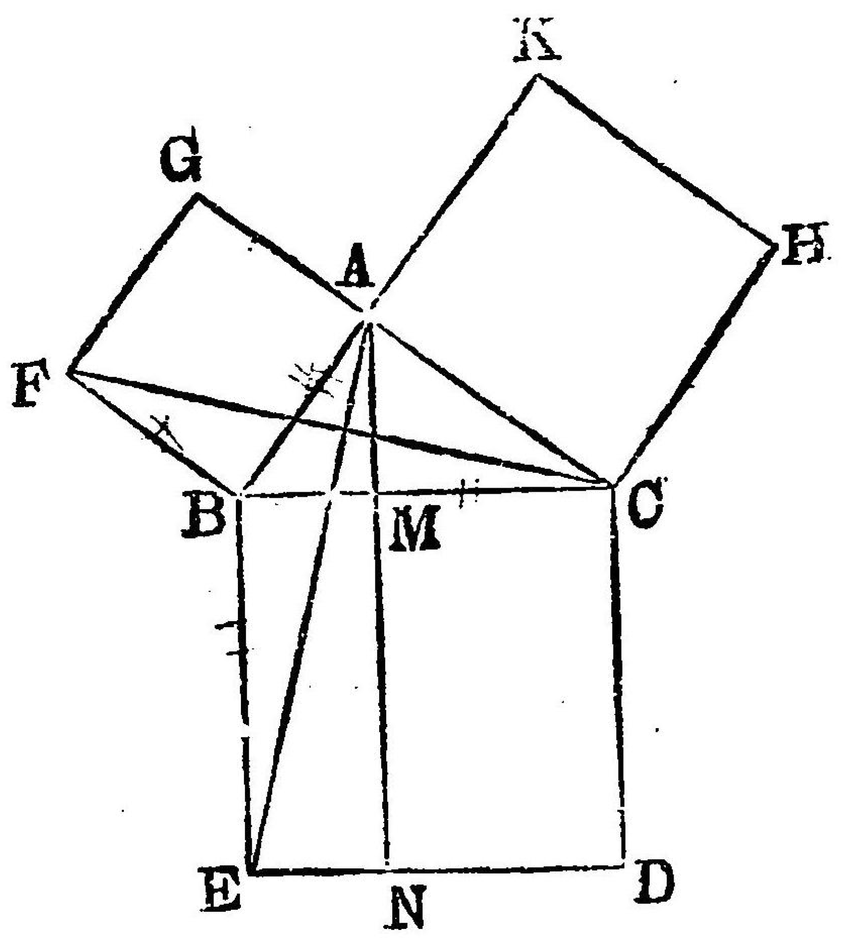
〔答案〕 1. $x^2+1000x+25=0$
$\therefore$ $x^2+1000x+500^2=249975$
$\therefore$ $x+500=\pm\sqrt{249975}=\pm15\sqrt{1111}=\pm499{\cdot}9749$
$\therefore$ $x=-500\pm499{\cdot}9749$
$\therefore$ $x=-999{\cdot}9749$ 或 $-{\cdot}0251$.

2. $x-\frac{1}{x}=1$ ナル故ニ

$$x^2+\frac{1}{x^2}=x^2-2+\frac{1}{x^2}+2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2=1+2=3.$$

又 $$x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)\left(x^2+1+\frac{1}{x^2}\right)=3+1=4.$$

3. 直角三角形 ABC ノ斜邊 BC 上ノ正方形 BCDE ハ他ノ二邊 AB, AC 上ノ正方形 ABFG ト ACHK ト ノ和ニ等シ



〔證明〕 BC ニ垂線 AM ヲ引キ延長シテ DE ニ會スル點ヲ N トス又 AE, CF ヲ引クベシ　然ルトキ

□ABFG=2△BCF, □BENM=2△ABE ナルコト明カナルベシ

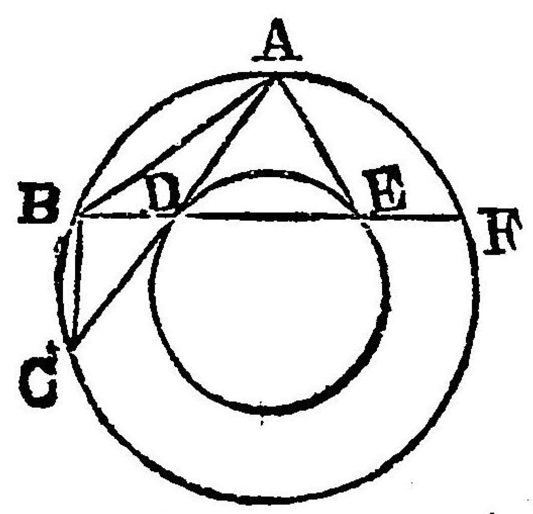
又 △BCF, △ABE ニ於テ BC=BE, BF=AB, ∠CBF=∠ABE=∠ABC+R∠

∴ △BCF≡△ABE　∴ □ABFG=□BENM

同樣ニ □ACHK=□CMND　此兩式ヲ相加フレハ

□ABFG+□ACHK=□BENM+□CMND=□BCDE.

4. (甲) DE ヲ延長シテ外圓周ニ會スル點ヲ F トスベシ　然ルトキ



弧AF=弧AB ナル故ニ ∠ABE=∠BCD, 又 ∠AEB=∠ADE=∠BDC

∴ △ABE∽△BCD.

(乙) 上ニ証明シタル相似三角形ニ於テ次ノ兩比例式ヲ得

$$AB : BC = BE : CD$$
$$AB : BC = AE : BD$$

而シテ AE=AD=CD 即チ AE, CD ハ相等シキ故ニ此兩比例式ヲ相乘スレハ

$$\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 = BE : BD.$$

5. 三角形 ABC ニ於テ b, c 及ヒ A ヲ與ヘラレタルモノトスレハ

$$\frac{\tan\frac{1}{2}(B-C)}{\tan\frac{1}{2}(B+C)}=\frac{b-c}{b+c}$$ ナル公式ヨリ

$$\tan\tfrac{1}{2}(B-C)=\frac{b-c}{b+c}\tan\tfrac{1}{2}(B+C)=\frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$$ ヲ得

此右邊ハ已知ナル故ニ此式ヨリ B−C ノ値ヲ求ムルコトヲ得

又 B+C=180°−A=已知

此ノ如ク角 B, 角 C ノ和及ヒ差ヲ知リタル故ニ容易ニ各ノ角ノ値ヲ求ムルコトヲ得

又正弦比例 $\mathrm{Sin}B : \mathrm{Sin}A = b : a$ ヨリ

$a=\dfrac{b\,\mathrm{Sin}A}{\mathrm{Sin}B}$ 此式ヨリ a ノ値ヲ求ムルコトヲ得ルナリ

同校

體格檢査合格者試驗

數學

1. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$x+y+z=0$$
$$ax+by+cz=0$$

$$a^3x + b^3y + c^3z = 1$$

2. 或人宅地若干坪ヲ毎月 30 圓ノ借地料ヲ以テ借入レ其中 200 坪丈ケヲ自カラ使用シ殘リヲ毎月一坪ニ付キ 2 錢宛ノ利ヲ得テ他ニ又貸セシ爲メ總体ノ借地料ヲ償フテ尚毎月拾圓ヲ餘セリト云フ然ラバ借リ入レタル地坪及ヒ一坪ノ借地料各如何

3. 三角形 ABC ノ CA, AB, BC ノ長サハ夫々 51 寸, 52 寸, 53 寸ナリ今 BC ヲ直徑トシテ圓ヲ畫キ AB, AC ト夫々 D, E ニ於テ會セシムルトキハ DB, DC 及ヒ DE ノ長サ各如何

4. 二個ノ正方形ノ比例中項ニ等シキ積ヲ有スル正方形ヲ作レ

5. $\cot\theta - \tan\theta = \sec\theta + \operatorname{cosec}\theta$ ヲ解ケ

〔答案〕 **1.**

$$x + y + z = 0 \ldots\ldots (1)$$
$$ax + by + cz = 0 \ldots\ldots (2)$$
$$a^2x + b^2y + c^2z = 1 \ldots\ldots (3)$$

(1) ニ c ヲ乘シタル式ヲ (2) ヨリ減スレハ

$$(a-c)x + (b-c)y = 0 \ldots\ldots (4)$$

(1) ニ c^2 ヲ乘シタル式ヲ (3) ヨリ減スレハ

$$(a^2-c^2)x + (b^2-c^2)y = 1 \ldots\ldots (5)$$

(4) ニ $b+c$ ヲ乘シタル式ヲ (5) ヨリ減スレハ

$$\{(a^2-c^2) - (a-c)(b+c)\}x = 1$$

$$\therefore\ x = \frac{1}{(a-b)(a-c)} = -\frac{1}{(c-a)(a-b)}$$

同樣ニ $y = -\dfrac{1}{(a-b)(b-c)}$, $z = -\dfrac{1}{(b-c)(c-a)}$

2. 借地ノ坪數ヲ x トシ一ヶ月一坪ノ借地料ヲ y 錢トスレハ題意ヲ按シテ次ノ兩方程式ヲ得

$$xy = 3000 \ldots\ldots (1)$$
$$(y+2)(x-200) = 4000 \ldots\ldots (2)$$

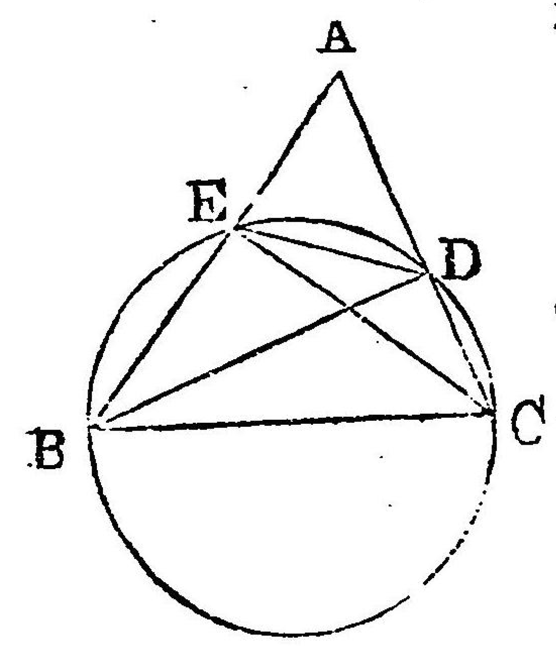
(2) ヨリ $x = 100y + 700$ ヲ得ル故ニ之ヲ (1) ニ代入スレハ

$$y^2 + 7y - 30 = 0 \quad \therefore\ (y+10)(y-3) = 0$$

$\therefore\ y = 3$ 之ヲ (1) ニ代入スレハ $x = 1000$

之ニ由テ借地ノ坪數ハ 1000 坪ニシテ一ヶ月一坪ノ借地料ハ 3 錢ナリ

3. CA=51, AB=52, BC=53 ニシテ角 BDC ガ直ナル故ニ DB=x トスレハ



$$53^2 - x^2 = 51^2 - (52-x)^2$$

$\therefore\ x = 28$ 寸

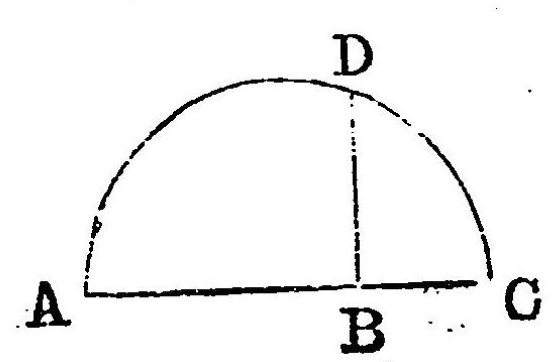
$\therefore\ \mathrm{DC} = \sqrt{53^2 - 28^2} = 45$ 寸

又兩三角形 ABC, ADE ハ相似ナル故ニ AC : AD = BC : DE

即チ 51 : 52−28 = 53 : DE

$$\therefore\ \mathrm{DE} = \frac{24 \times 53}{51} = 24\frac{16}{17} \text{ 寸}$$

4. 一邊ノ長サ a 及ヒ b ナル二個ノ正方形ノ比例中項ニ等シキ面積ヲ有スル正方形ヲ作レ



〔作法〕 a ニ等シク AB ヲ置キ此延長線 BC ヲ b ニ等シク

AB ニ垂線 BD ヲ引キテ AC ヲ直徑トスル半圓周ト D ニ於テ會セシムレハ BD ハ所求ノ正方形ノ一邊ナリ

〔証明〕 $\overline{BD}^2 = AB.BC = a.b = \sqrt{a^2 \times b^2}$.

5. 原式ハ即チ $\dfrac{\cos\theta}{\mathrm{Sin}\theta} - \dfrac{\mathrm{Sin}\theta}{\cos\theta} = \dfrac{1}{\cos\theta} + \dfrac{1}{\mathrm{Sin}\theta}$

$\therefore \quad \dfrac{\cos^2\theta - \mathrm{Sin}^2\theta}{\mathrm{Sin}\theta\cos\theta} = \dfrac{\cos\theta + \mathrm{Sin}\theta}{\mathrm{Sin}\theta\cos\theta}$

$\therefore \quad \cos^2\theta - \mathrm{Sin}^2\theta = \cos\theta + \mathrm{Sin}\theta$

$\therefore \quad (\cos\theta + \mathrm{Sin}\theta)(\cos\theta - \mathrm{Sin}\theta - 1) = 0$

$\therefore \quad \cos\theta + \mathrm{Sin}\theta = 0$ 或 $\cos\theta - \mathrm{Sin}\theta - 1 = 0$

前者ヨリ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta + \dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{Sin}\theta = 0$

即 $\mathrm{Sin}\dfrac{\pi}{4}\cos\theta + \cos\dfrac{\pi}{4}\mathrm{Sin}\theta = 0 \quad \therefore \quad \mathrm{Sin}\left(\dfrac{\pi}{4} + \theta\right) = 0$

$\therefore \quad \dfrac{\pi}{4} + \theta = n\pi \quad \therefore \quad \theta = n\pi - \dfrac{\pi}{4}.$

又後者ヨリ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathrm{Sin}\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

即チ $\cos\dfrac{\pi}{4}\cos\theta - \mathrm{Sin}\dfrac{\pi}{4}\mathrm{Sin}\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

即 $\cos\left(\dfrac{\pi}{4} + \theta\right) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$\therefore \quad \dfrac{\pi}{4} + \theta = 2n\pi \pm \dfrac{\pi}{4} \quad \therefore \quad \theta = 2n\pi.$

同　校

豫　備　試　驗

算　術

1. 壹工事アリ甲乙二人協力シテ之ヲ營メハ 30 日間ニテ落成スヘキ豫定ナリシニ甲ガ 8 日間休ミタル爲メ落成期日三日間後レタリト云フ然ラハ此工事ヲ一人ニテ爲セハ各幾日ヲ要スヘキカ

2. 一晝夜ニ 1 分 30 秒後ルヽ時計ヲ日曜日ノ正午ニ正シク合セ置カハ次ノ日曜日ノ正午ニ此時計ノ示ス時刻如何又此時計ノ示ス其日ノ正午ハ正シキ時ノ何時ニ當ルカ

3. 大小二枚ノ鐵板アリ其重サ 3800 斤ニシテ之ヲ比較スルニ長サハ 3 ト 2, 幅ハ 5 ト 4 ノ如ク其厚サハ大ハ小ノ二倍ナリ然ラハ其重量各如何

〔答案〕 1. 壹工事ヲ 1 トスレハ

兩人協力 1 日ノ業 $= \dfrac{1}{30}$,

甲 1 日ノ業 $= \dfrac{1}{30} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{1}{80}$,

乙 1 日ノ業 $= \dfrac{1}{30} - \dfrac{1}{80} = \dfrac{1}{48}$.

故ニ 甲ノミニテ成了スヘキ日數 $= 1 \div \frac{1}{80}$ 日.

乙ノミニテ成了スヘキ日數 $= 1 \div \frac{1}{48} = 48$ 日.

2 日曜日ノ正午ヨリ次ノ日曜日ノ正午マデノ間ニ此時計ノ後ルヽコトハ (1 分 30 秒 $\times 7 =$ 10 分 30 秒ナリ故ニ此時ニ此時計ノ示ス時刻ハ

12 時 $-$ 10 分 30 秒 即チ 午前 11 時 49 分 30 秒ナリ

又 此時計ノ示ス其日ノ正午ノトキ正シキ時ガ先ンヅル分ノ數ヲ x トスレハ

$24-\frac{1}{40}:1.5=168:x \quad \therefore \quad x=10$ 分 $30\frac{90}{137}$ 秒

故ニ此時ノ正シキ時ハ午後 12 時 10 分 $30\frac{90}{137}$ 秒 ナリ

（但シ式中ノ $\frac{1}{40}$ ハ 1 分 30 秒ヲ時數ニ直シタルモノ又 168 ハ日曜日ノ正午ヨリ次ノ日曜日ノ正午マデノ時數ナリ）

3. 大小鐵板ノ大サノ割合ハ $3\times5\times2$ ト $2\times4\times1$ 即チ 30 ト [illegible] ノ割ナリ故ニ

大ノ重 $=3800\times\frac{30}{38}=3000$ 斤

小ノ重 $=3800\times\frac{8}{38}=800$ 斤

代 數

1. $a+bx^3$ ナル式ノ値ガ $x=10$ ナルトキ 100 ニシテ $x=11$ ナルトキ 120 ナレハ $x=12$ ナルトキノ値如何

2. $ax^2+2bx+c=0$ ナル方程式ニ於テ係數 $a,\ b,\ c$ ガ變化スルモ $\frac{b^2-ac}{a^2}$ ガ變化セサレハ其兩根ノ差ハ恒ニ一定ノ値ヲ有スベシ其証ヲ問フ

3. 等比 $\frac{1}{m}$ ナル無究等比級數 n 項ノ和ヲシテ其總和ノ $\frac{9}{10}$ ヨリ大ナラシメンニハ $n>\frac{1}{\log_{10}m}$ ナラシメザルベカラズ其証ヲ問フ

但シ m ハ 1 ヨリ大ナルモノトス

〔答案〕 **1.** 題意ニヨリ次ノ兩方程式ヲ得

$$a+1000b=100$$
$$a+1331b=120$$

此兩方程式ヲ並用シテ $a=\frac{13100}{331},\quad b=\frac{20}{331}$ ヲ得此値ト $x=12$ ヲ以テ原式ニ代入スレハ

$$\text{原式}=\frac{13100}{331}+\frac{20}{331}\times12^3=143\frac{327}{331}.$$

2. $ax^2+2bx+c=0$ 此兩根ヲ $\alpha,\ \beta$ トスレハ

$\alpha+\beta=-\frac{2b}{a}$ 及ヒ $\alpha\beta=\frac{c}{a}$ ナルガ故ニ

$$\alpha-\beta=\sqrt{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta}=\sqrt{\frac{4b^2}{a^2}-\frac{4c}{a}}=2\sqrt{\frac{b^2-ac}{a^2}}$$

題意ニヨレハ此結果ハ一定ノ値ナル故ニ $\alpha-\beta$ モ一定ナリ

3. $S=a+\frac{1}{m}a+\frac{1}{m^2}a+\frac{1}{m^3}a+\cdots\cdots$ ニ於テ

$$n\text{ 項ノ和}=\frac{a\left(1-\frac{1}{m^n}\right)}{1-\frac{1}{m}}=\frac{a(m^n-1)}{m^{n-1}(m-1)}$$

$$\text{又}\quad S=\frac{a}{1-\frac{1}{m}}=\frac{ma}{m-1}$$

題意ニヨリテ $\frac{a(m^n-1)}{m^{n-1}(m-1)}>\frac{9}{10}\left(\frac{ma}{m-1}\right)$

$\therefore\ 10m^n-10>9m^n \quad \therefore\ m^n>10 \quad \therefore\ n\log_{10}m>\log10$

$\therefore\ n>\frac{1}{\log_{10}m}.$

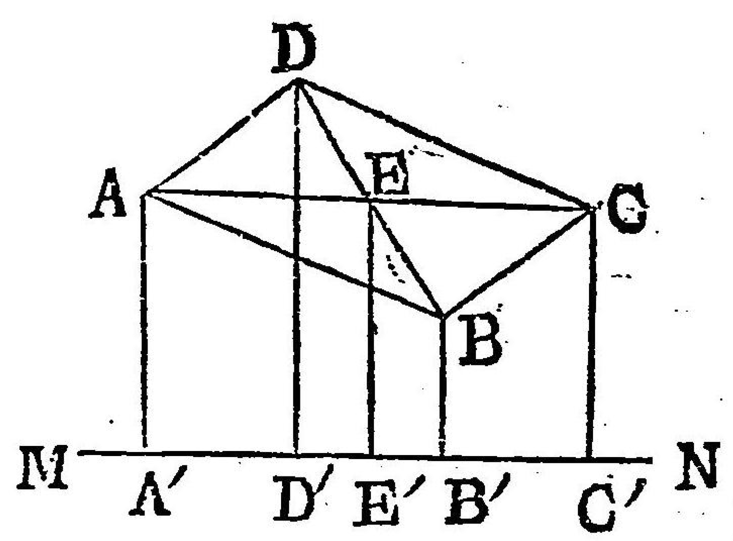
幾　　何

1. 平行四邊形ノ兩對角頭ヨリ其形外ノ與ヘラレタル直線ニ引キタル垂線ノ和ハ他ノ對角頭ヨリ引キタル垂線ノ和ニ等シ其証ヲ問フ

2. 圓ノ弦 AB ガ P ニ於テ與ヘラレタル其直徑ト半直角ヲ以テ交ルトキハ AP, PB ノ平方ノ和ハ弦ノ位置ニ拘ハラズ恒ニ半徑ノ平方二倍ニ等シ其証ヲ問フ

3. AB ナル直線ニ C, D ナル二點ヲ設ケテ AB : AD＝AD : AC ナラシメ A ヨリ任意ノ方向ニ壹線 AE ヲ引キテ之ヲ AD ニ等シク BE, CE, DE ヲ結ブトキハ DE ハ角 BEC ヲ二等分スベシ其証ヲ問フ

〔答案〕 1. 平行四邊形 ABCD ノ各角頭ヨリ形外ナル一定直線 MN ヘ垂線 AA′, BB′, CC′, DD′ ヲ引ケハ AA′+CC′=BB′+DD′ ナリ



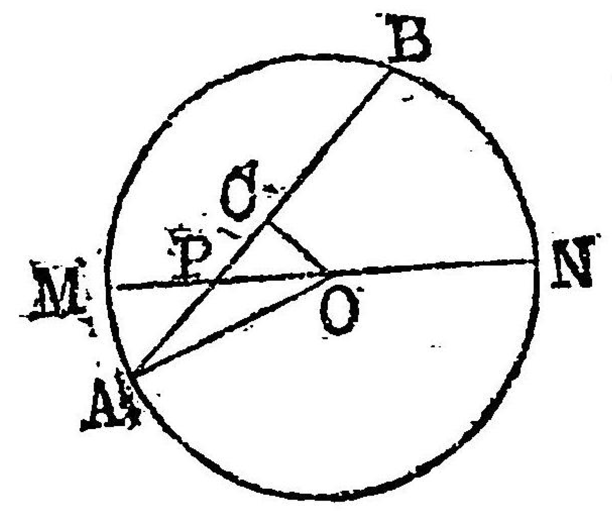
〔証明〕 兩對角線 AC, BD ノ交點ヨリ MN ヘ垂線 EE′ ヲ引ケハ E ハ AC, BD ノ中點ナル故ニ

$AA'+CC'=2EE'$,

$BB'+DD'=2EE'$

$\therefore\ AA'+CC'=BB'+DD'$.

2. MN ヲ直徑トス又角 BPN ハ半直角ナル故ニ圓心 O ヨリ AB ヘ垂線 OC ヲ引ケハ PC＝OC ナルコト明カナルベシ故ニ



$\overline{AP}^2+\overline{PB}^2$

$=(AP-PC)^2+(AP+PC)^2$

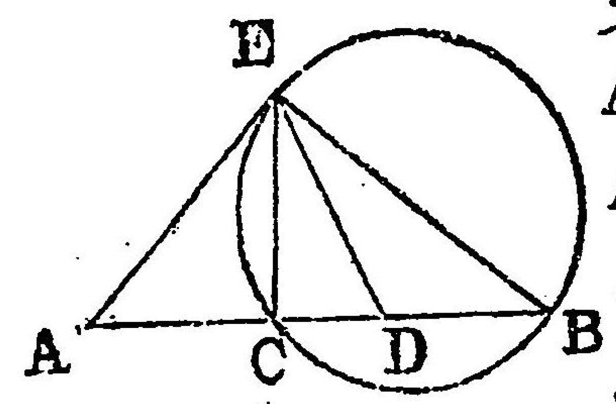
$=2(\overline{AP}^2+\overline{PC}^2)$

$=2(\overline{AP}^2+\overline{OC}^2)$

$=2.\overline{OA}^2$.

3. 〔証明〕 AE＝AD ナル故ニ

$\angle AED=\angle ADE$ ……………………(1)



又 B, C, E ヲ過リ圓ヲ畫ケハ AB : AD＝AD : AC ヨリ $AB.AC=\overline{AD}^2$ ヲ得ル故ニ AE ハ BCE 圓ニ切スルヲ知ル

$\therefore\ \angle AEC=\angle ABE$ ………(2)

(1) ヨリ (2) ヲ減スレハ

$\angle AED-\angle AEC=\angle ADE-\angle ABE$

即チ $\angle CED=\angle BED$ 由テ ED ハ角 BEC ヲ二等分ス

三　　角

1. 下式ヲ証明スベシ

$$(\cos A+\cos B)^2+(\sin A+\sin B)^2=4\cos^2\frac{A-B}{2}.$$

2. $\tan\theta=\dfrac{b}{c}$ ナレハ $\tan(\theta-45°)=\dfrac{b-c}{b+c}$ ナリ其証ヲ問フ

3. 三角形 ABC ニ就テ下式ヲ証明スベシ

$$(a^2-b^2)\cot C+(b^2-c^2)\cot A+(c^2-a^2)\cot B=0$$

〔答案〕 1. 左邊

$$=\cos^2A+2\cos A\cos B+\cos^2B+\sin^2A+2\sin A\sin B+\sin^2B$$

$$=2+2(\cos A\cos B+\sin A\sin B)$$

$$=2+2\cos(A-B)=2+2\left(2\cos^2\frac{A-B}{2}-1\right)$$

$$=4\cos^2\frac{A-B}{2}.$$

2.

$$\tan(\theta-45^\circ)=\frac{\tan\theta-\tan45^\circ}{1+\tan\theta\tan45^\circ}=\frac{\frac{b}{c}-1}{1+\frac{b}{c}}=\frac{b-c}{b+c}.$$

3.

$$\cot C=\frac{1}{\tan C}=\frac{1-\tan^2\frac{C}{2}}{2\tan\frac{C}{2}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\tan\frac{C}{2}}-\tan\frac{C}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\sqrt{\frac{s(s-c)}{(s-a)(s-b)}}-\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{s(s-c)-(s-a)(s-b)}{\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}\right\}=\frac{1}{2}\left\{\frac{(a+b-c)s-ab}{S}\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\frac{\frac{1}{2}(a+b-c)(a+b+c)-ab}{S}\right\}=\frac{a^2+b^2-c^2}{4S}$$

$$\therefore\quad (a^2-b^2)\cot C=\frac{a^4-b^4-a^2c^2+b^2c^2}{4S}$$

同理ニテ $(b^2-c^2)\cot A=\dfrac{b^4-c^4-b^2a^2+c^2a^2}{4S}$

$$(c^2-a^2)\cot B=\frac{c^4-a^4-c^2b^2+a^2b^2}{4S}$$

之ニ由テ $(a^2-b^2)\cot C+(b^2-c^2)\cot A+(c^2-a^2)\cot B=0$ ナルコト明カナルベシ

陸軍士官學校

算術

1. 甲乙二船アリ甲ハ長サ二千四百「メートル」ノ河ヲ壹時間ニ溯リ十五分間ニ下リ得ベシ今若シ乙ハ同シ航路ヲ一時二十分間ニ溯ルトセバ幾時間ニ下ルコトヲ得ベキカ

2. 甲乙二人ニテ一事ヲ金二百十圓ニテ請負ヒタリ若シ之ヲ甲一人ニテ爲ストキハ十八日ニ卒フルベク乙一人ニテ爲ストキハ二十四日ニ卒フルベシ然ルニ二人共ニ業ヲ執リタルニ甲ハ病ニヨリ二日間休業セリト云フ作業ノ割合ニヨリテ此金ヲ分ナバ各幾何ヲ得ヘキカ

3. 三男ニテスルモ五女ニテスルモ七童ニテスルモ三日間ニ百二十六歩ノ草ヲ苅ルコトヲ得ベシ此場合ニテ五男八女九童共ニ働カバ幾日間ニ九百五十六歩ノ草ヲ苅ルコトヲ得ヘキカ

4 直六面体ノ一ツノ頂點ニ出會フ三ツノ面ノ面積ハ夫々三千五百十平方寸,三千九百四十二平方寸,四千七百四十五平方寸ナリトセハ各稜ノ長サ幾何ナルカ

〔答案〕 1.

甲每時溯ル速サ＝2400「メートル」

同　下ル速サ＝2400×4＝9600「メートル」

故ニ　每時ノ水速＝(9600－2400)÷2＝3600「メートル」

又　乙毎時溯ル速サ$=2400\div1\frac{1}{3}=1800$［メートル］
故ニ
乙毎時下ヲ速サ$=1800+2\times3600=9000$［メートル］
故ニ　乙下ルニ要テル時間$=2400\div9000$
$=\frac{4}{15}$時$=16$分．

2.　壹事業ヲ1トスレハ
甲毎日ノ業$=\frac{1}{18}$，乙毎日ノ業$=\frac{1}{24}$
此業ニ着手シテヨリ成了マデノ日數
$=(1+\frac{1}{18}\times2)\div(\frac{1}{18}+\frac{1}{24})$
$=\frac{10}{9}\div\frac{7}{72}$
$=11\frac{3}{7}$日．
甲ノ成セシ業$=\frac{1}{18}\times(11\frac{3}{7}-2)=\frac{11}{21}$
乙ノ成セシ業$=\frac{1}{24}\times11\frac{3}{7}=\frac{10}{21}$
即チ甲ト乙ガ成セシ業ノ割合ハ$\frac{11}{21}$ト$\frac{10}{21}$即チ11ト10トノ如シ此割合ニ210圓ヲ分ツコト次ノ如シ
甲ノ所得$=210\times\frac{11}{21}=110$圓，
乙ノ所得$=210\times\frac{10}{21}=100$圓．

3　1男1日ニ莇ルコト$=\dfrac{126}{3\times3}=14$步
1女1日ニ莇ルコト$=\dfrac{126}{5\times3}=\dfrac{42}{5}$步
1童1日ニ莇ルコト$=\dfrac{126}{7\times3}=6$步
故ニ　所求ノ日數$=956\div(14\times5+\frac{42}{5}\times8+6\times9)$
$=956\div\frac{956}{5}=5$日．

4.　長×幅$=4745$，長×高$=3942$，幅×高$=3510$

故ニ　長×幅×高$=\sqrt{4745\times3942\times3510}$
$=\sqrt{73^2\times65^2\times54^2}=73\times65\times54$
故ニ　長$=\dfrac{73\times65\times54}{3510}=73$寸，
幅$=\dfrac{73\times65\times54}{3942}=65$寸，
高$=\dfrac{73\times65\times54}{4745}=54$寸．

代　數

1.　一元二次方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ二根ノ和 $-\dfrac{b}{a}$ ニシテ其積ハ $\dfrac{c}{a}$ ナルコトヲ証セヨ

2.　$\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}$ ヲ簡單ニセヨ

3.　一年間ノ報酬トシテ金百三十五圓ト衣服一着トヲ受クベキ被傭人ガ七ケ月ニシテ解傭セラレタルニ依リ金六十七圓ト衣服一着トヲ受ケタリ此衣服一着ハ金幾圓ニ相當スルカ

4.　甲乙丙等六人ヲ一列ニ並ブル方法ハ幾通リアルカ但シ甲ト乙トハ常ニ相隣レルモノトス

〔答案〕　1.　元式ハ即チ $x^2+\dfrac{b}{a}x+\dfrac{c}{a}=0$ ナル故ニ此二根ヲ α, β トスレハ $(x-\alpha)(x-\beta)=0$
即 $x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta=0$ 之レ原方程式ト同一ナルガ故ニ

$\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$ 及ヒ $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$.

2. 原式 $=\dfrac{2}{1-x^2}+\dfrac{2}{1+x^2}+\dfrac{4}{1+x^4}$

$$=\frac{4}{1-x^4}+\frac{4}{1+x^4}=\frac{8}{1-x^8}.$$

3. 衣服一着ノ價ヲ x 圓トスレハ

$$\frac{135+x}{12}=\frac{67+x}{7} \quad \therefore \quad x=28{\cdot}20 \text{圓}.$$

4. 所求ノ數 $=2\times{}_5P_5=2\,\underline{|5}=2\times5\times4\times3\times2\times1=240$

幾何

1. 餘角, 補角, 錯角, 同位角, 正多角形, 相似直線形ノ定義ヲ求ム

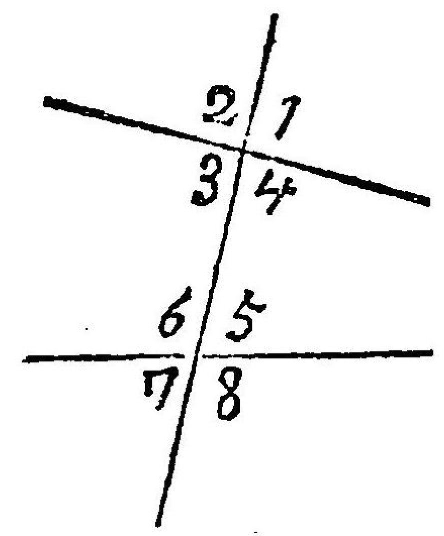
2. 一ツノ直線ヲ二分シ其二ツノ部分ニテ作レル矩形ヲシテ與ヘラレタル正方形ト等積ナラシメヨ

3. 圓周上ノ一點 P ヲ過ル三ツノ弦 PA, PB, PC ト P 點ニ於ケル切線ニ平行セル直線 MN トノ交點ヲ夫々 H, K, L トスレハ PA×PH=PB×PK=PC×PL ナリ之ヲ證セヨ

4. 直圓壔ノ高サ 1「メートル」ニシテ其全表面積(曲面及ヒ兩底ノ面積ノ和ヲ云フ)ハ半徑 [illegible]「メートル」ナル圓ノ面積ニ[illegible]シト云フ圓壔ノ半徑及其体積ヲ問フ

〔答案〕 1. 二角ノ和ガ一直角ニ等シキトキ各ノ角ヲ他ノ餘角ト云フ

二角ノ和ガ二直角ニ等シキトキ各ノ角ヲ他ノ補角ト云フ



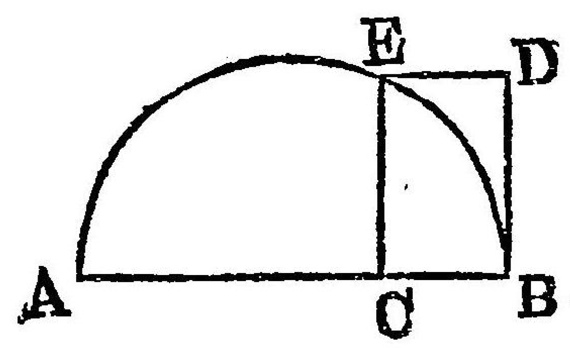
一ツノ直線ガ他ノ二ツノ直線ニ交リ八ツノ角ヲナス而シテ次ノ圖ニ於テ 4 ト 6 又 3 ト 5 ヲ錯角ト云フ又 1 ト 5, 2 ト 6, 3 ト 7, 4 ト 8 ヲ同位角ト云フ

多角形ノ各邊各角相等シキモノヲ正多角形ト云フ

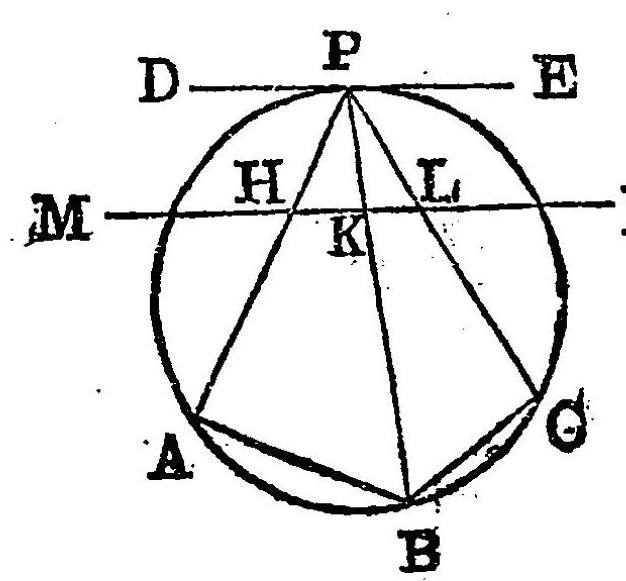
二ツノ直線形ガ等角ニシテ對應邊ガ比例ヲナストキ此二ツノ直線形ヲ相似直線形ト云フ

2. 一ツノ直線 AB ヲ二分シ其二ツノ部分ニテ作レル矩形ヲシテ與ヘラレタル正方形 K^2 ト等積ナラシムルコトヲ要ム

〔作法〕 AB ニ垂直ニ BD ヲ引キテ BD=K トシ BA ニ平行シテ DE ヲ引キ E ニ於テ AB ヲ直徑トスル半圓周ニ會セシメ AB ニ垂線 EC ヲ引ケハ C ハ所求ノ分點ナリ



〔證明〕 $AC.CB=\overline{CE}^2=\overline{BD}^2=K^2$.



3. 〔證明〕 DPE ハ切線ナル故ニ AB, BC ヲ結ベハ ∠APD=∠ABP 又 DE, MN ハ平行線ナル故ニ ∠APD=∠PHK

∴ ∠ABP=∠PHK 之ニ由テ四角形 ABKH ニ外接

圓ヲ畫クコトヲ得同樣ニ四角形 BCLK ニモ外接圓ヲ畫クコトヲ得故ニ定理ニヨリテ

$PA \times PH = PB \times PK = PC \times PL.$

4. 直圓壔ノ半徑ヲ r トシ高サヲ h トスレハ其側面積ハ $2\pi r \times h$ ニシテ兩底面積ノ和ハ $2\pi r^2$ ナルガ故ニ

$$全表面積 = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi r(h+r)$$

然ルニ題言ニヨレハ全表面積ハ $2^2\pi = 4\pi$ ナル故ニ $2\pi r(h+r) = 4\pi$ ∴ $r^2 + hr - \pi = 0$ 然ルニ $h = 1$ ナル故ニ $r^2 + r - \pi = 0$ ∴ $r = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{1+4\pi})$

之ニ由テ 体積 $= \pi r^2 h = \frac{\pi}{4}(-1 \pm \sqrt{1+4\pi})^2$. 立方「メートル」

三　角

1. 下ノ各式ヲ證明セヨ

(a) $\cot A - \tan A = 2\cot 2A.$

(b) $\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = 2.$

2. 次ノ各方程式ヨリ θ ノ値ヲ求ム但シ θ ハ 0° ト 180° トノ間ニアルモノトス

(a) $\sin 2\theta = 0.$

(b) $2\sin\theta \sin 3\theta = 1.$

3. 三角形 ABC ニ於テ $\cos B = \frac{\sin A}{2\sin C}$ ナルトキハ $\angle B = \angle C$ ナルコトヲ證明セヨ

4. 傾斜三十度長サ二百五十「メートル」ナル斜面 BC アリ其麓ノ一點 B ニ於テ山頂 A ヲ望ミ仰角六

十度ヲ得タリ今 BCA 角ヲ百三十五度ナリトスレハ A ハ B ヨリ高ギコト幾何

〔答案〕 1. (a) $\cot A - \tan A$

$$= \frac{\cos A}{\sin A} - \frac{\sin A}{\cancel{\tan A}\ \cos A} = \frac{2(\cos^2 A - \sin^2 A)}{2\sin A\cos A}$$

$$= \frac{2\cos 2A}{\sin 2A} = \cancel{2\cot A}.\ 2\cot 2A$$

(b) $$\frac{\sin 3A}{\sin A} - \frac{\cos 3A}{\cos A} = \frac{\sin 3A\cos A - \cos 3A\sin A}{\sin A\cos A}$$

$$= \frac{2\sin(3A - A)}{\sin 2A} = 2.$$

2. (a) $\sin 2\theta = 0$ ∴ $2\theta = n \times 180°$ ∴ $\theta = n \times 90°$

今 $n = 0, 1, 2$ トスレハ $\theta = 0°, 90°, 180°.$

(b) $2\sin\theta\sin 3\theta = \cos 2\theta - \cos 4\theta$ ナルガ故ニ

$\cos 2\theta - \cos 4\theta = 1$ ∴ $\cos 2\theta = 1 + \cos 4\theta = 2\cos^2 2\theta$

∴ $\cos 2\theta(2\cos 2\theta - 1) = 0$ ∴ $\cos 2\theta = 0$ 或 $\frac{1}{2}$

∴ $2\theta = (2n+1) \times 90°$ 或 $2n \times 180° \pm 30°$

∴ $\theta = (2n+1) \times 45°$ 或 $n \times 180° \pm 0°$

今 $\theta = (2n+1) \times 45°$ ニ於テ $n = 0, 1$ トスレハ

$\theta = 45°$ 或 $135°$

又 $\theta = n \times 180° \pm 30°$ ニ於テ $n = 0, 1$ トスレハ

$\theta = 30°$ 或 $150°$

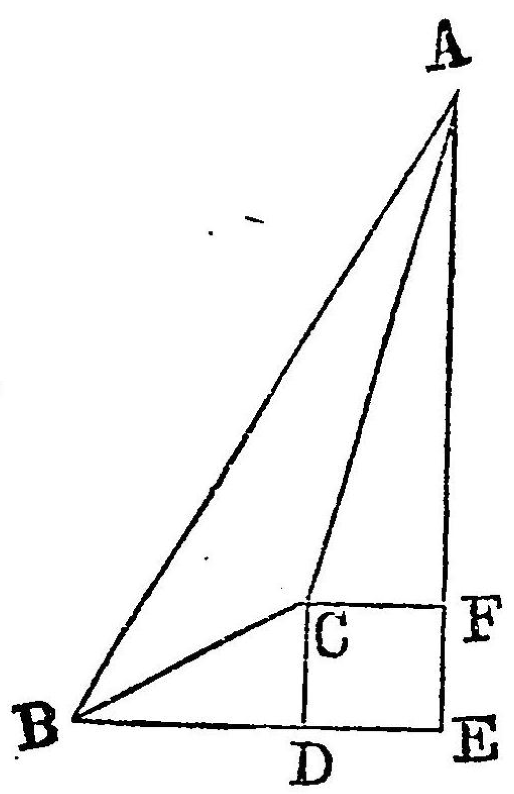
3. 原式ヨリ

$2\cos B\sin C = \sin(B+C) = \sin B\cos C + \cos B\sin C$

∴ $\sin B\cos C - \cos B\sin C = 0$ 即 $\sin(B - C) = 0$

∴ $B - C = 0°$ ∴ $\angle B = \angle C.$

4 BC=250「メートル」 $\angle CBD = 30°,$



$\angle ABD=60^\circ$,　$\angle BCA=135^\circ$ ナル故ニ　$\angle ABC=30^\circ$, $\angle BAC=15^\circ$,　$\angle ACF=75^\circ$ ナルコトヲ容易ニ知ルコトヲ得ベシ

$$EF=DC=BC\sin 30^\circ=250\times\tfrac{1}{2}=125,$$

又　$\sin 15^\circ : \sin 30^\circ=250 : AC$

$$\therefore\quad AC=\frac{250\sin 30^\circ}{\sin 15^\circ}=\frac{250\times\frac{1}{2}}{\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}}=125(\sqrt{6}+\sqrt{2}),$$

又　$AF=AC\sin 75^\circ=125(\sqrt{6}+\sqrt{2})\times\dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=125(2+\sqrt{3}).$

$\therefore$　$AE=AF+EF=125(2+\sqrt{3})+125=125(3+\sqrt{3})$ 「メートル」.

陸軍幼年學校

算術

1. 東西兩地相距ルコト三百二十四里ニシテ甲ハ東地ヨリ西地ニ向ヒ一日ニ十三里ヅヽ乙ハ西地ヨリ東地ニ向ヒ一日ニ十二里ヅヽ行クトセバ兩人同時ニ出發シ十二日ノ後相距ルコト幾里ナルカ

2. 左式ヲ計算シ且其結果ヲ小數ニ化セヨ但シ小數四位マデ求ムベシ

$$\frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}}\div\frac{2}{5-\dfrac{5}{6+\frac{1}{9}}}$$

3. 城兵七百二十人ヲ三十五日間支フベキ糧食アリ然ルニ二十日ノ後百八十人ノ援兵ヲ得タリトセハ殘リノ糧食ニテ此後幾日ヲ支フベキカ

4. 工夫百五十人ニテ毎日八時間ヅヽ業ヲ執リ毎月二十四日ヅヽ働キ七ケ月間ニ成就スベキ一事ヲ工夫百二十人ニテ毎月二十八日ヅヽ働キ六ケ月間ニ成就セシメンニハ毎日幾時間ヅヽ業ヲ執ラシムヘキカ

〔答案〕 1. 十二日間步ミシ兩人ノ里數ノ和ハ $(13+12)\times 12$ 即チ 300 里ナル故ニ此時兩人相距ルコト $324-300=24$ 里ナリ

2.
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{30+20+15+12}{60}=\frac{77}{60}.$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}-\frac{1}{5}=\frac{30+20-15-12}{60}=\frac{23}{60}.$$

$$5-\frac{5}{6+\frac{1}{9}}=5-\frac{5}{\frac{55}{9}}=5-\frac{9}{11}=\frac{46}{11}.$$

故ニ　原式$=\dfrac{\frac{77}{60}}{\frac{23}{60}}\div\dfrac{2}{\frac{46}{11}}=\dfrac{77}{60}\times\dfrac{60}{23}\div\left(2\times\dfrac{11}{46}\right)$

$$=\frac{77}{60}\times\frac{60}{23}\times\frac{1}{2}\times\frac{46}{11}=7.$$

3. $720+180 : 720=35-20 :$ (所求ノ日數)

故ニ　所求ノ日數$=\dfrac{720\times 15}{900}=12$ 日.

4. $\left.\begin{array}{r} 120 : 150 \\ 28 : 24 \\ 6 : 7 \end{array}\right\} = 8 : x$

故ニ　$x=\dfrac{150\times24\times7\times8}{120\times28\times6}=10$ 時.

水産講習所

算術及代數

1. 或人一年毎ニ利ニ利ヲ加フル約束ニテ銀行ヘ金10000圓預ケ置キシニ三年ノ終リニ元利合計 11130.25 圓ニナリシト云フ年利率ヲ求ム

2. A樽ニハ 4 : 3 ナル酒水ノ混合物アリ B樽ニハ 10 : 9 ナル酒水ノ混合物アリ此兩種ヲ混シテ 6 : 5 ナル酒水ノ混合物六石六斗ヲ造ラントス各樽ヨリ幾何宛ヲ出シテ混スヘキカ

3. 次ノ方程式ヲ解ケ

$$x+\frac{4}{y}=1,\qquad y+\frac{4}{x}=25.$$

4. 太郎, 次郎, ………… 七郎ノ七人ヲ一列ニ並ベントス次郎ト三郎トガ相隣ラサル並べ方ハ幾通アルカ

〔答案〕 1. $10000\times(1+\text{年利率})^3=11130{\cdot}25$ ナル式ヨリ

$$\text{年利率}=\sqrt[3]{\frac{11130{\cdot}25}{10000}}-1=\sqrt[3]{1{\cdot}113025}-1$$

$$=1{\cdot}036-1={\cdot}036\ \text{强}\quad \text{即}\ 3\text{分}\ 6\text{厘强}.$$

2. A樽ノ酒ハ全量ノ $\frac{4}{7}$, B樽ノ酒ハ全量ノ $\frac{10}{19}$

To be continued

混合物ノ酒ハ全量ノ $\frac{6}{11}$ ナル故ニ和較法ニヨリテ計算スルコト次ノ如シ

$\frac{4}{7}$, $\frac{10}{19}$, $\frac{6}{11}$ ヲ整數ニナス爲メニ各ニ $7\times19\times11$ ヲ乘スレハ 836, 770, 798 トナル故ニ

$$798\left|\begin{array}{l} 836 \\ 770 \end{array}\right)\left|\begin{array}{l} 28 \\ 38 \end{array}\right.$$

故ニ A B 兩樽ヨリ出スベキ量ノ割合ハ 28 : 38 ナリ

之ニ由テ　A樽ヨリ出スヘキ量$=66\times\frac{28}{66}=28$ 斗.

B樽ヨリ出スヘキ量$=66\times\frac{38}{66}=38$ 斗.

3. 原方程式ノ分母ヲ掃ヘハ

$xy+4=y$ 及ヒ $xy+4=25x$ トナル故ニ

$y=25x$ 之ヲ原方程式ノ第一式ニ代入スレハ

$x+\dfrac{4}{25x}=1\quad\therefore\quad 25x^2-25x+4=0$

$\therefore\quad(5x-4)(5x-1)=0\quad\therefore\quad x=\frac{4}{5}$ 或 $\frac{1}{5}$.

從テ　$y=20$ 或 5.

4. 所求ノ數$=5\times{}_6P_6=5\times\underline{|6}=3600$.

幾何及三角

1. 圓ニ內接スル四邊形ノ相對スル邊ノ延長ガナス角ノ二等分線ハ直角ニ交ルコトヲ證セ

2. 三面角ノ稜ヲ過リ對面ニ垂直ナル平面ハ同一ノ直線ニ於テ相交ルコトヲ證セ

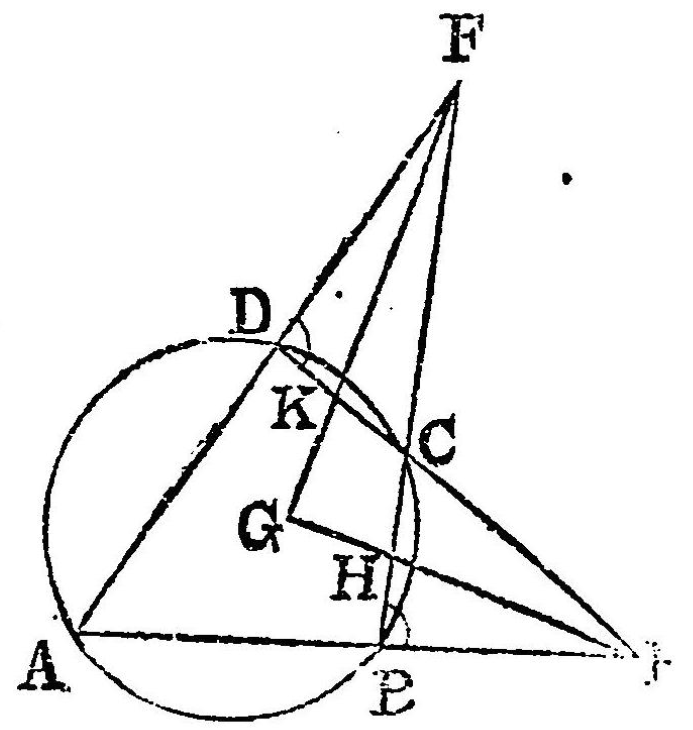
3. 正三角形ノ一角ヲ 2 : 1 ノ比ニ分ツ直線ハ對邊ヲ如何ナル比ニ分ツヤ (但シ $\cos20°={\cdot}94$)

4. 塔アリ某所ヨリ其頂點ヲ望ミシニ方位ハ正北ニ

シテ仰角ハ α° ナリ其所ヨリ正西ノ方向ニ l 尺進ミ更ニ塔頂ヲ望ミシニ仰角 β° ナリシト云フ塔ノ高サヲ求ム

但シ塔ノ基礎及二ケノ測點ハ同水平面上ニアリ

〔答案〕 1. 圓ニ內接スル四邊形 ABCD ニ於テ AB, DC ノ延長ガ會スル點ヲ E トシ AD, BC ノ延長ガ會スル點ヲ F トシ角 E, 角 F ノ二等分線 EG, FG ガ會スル點ヲ G トスレハ角 EFG ハ直角ナルベシ



〔證明〕

$\angle BEG=\angle CEG=m$,

$\angle CFG=\angle DFG=n$,

又 EG ガ BC ニ交ル點ヲ H トシ FG ガ CD ニ交ル點ヲ K トシ $\angle EBH=p$, $\angle FDK=q$ トスレハ

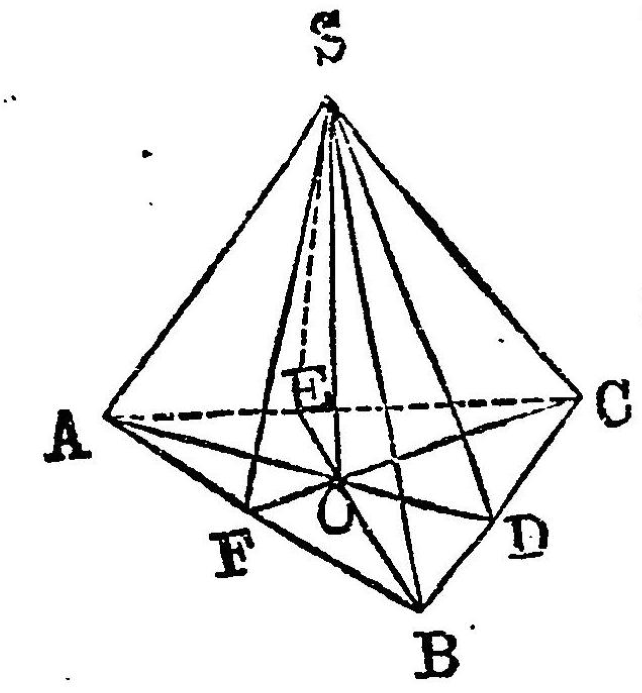
兩三角形 FGH, BEH ニ於テ $\angle G+n=p+m$

兩三角形 EGK, FDK ニ於テ $\angle G+m=q+n$

此兩式ヲ相加フレハ　$2\angle G=p+q=2R_L$

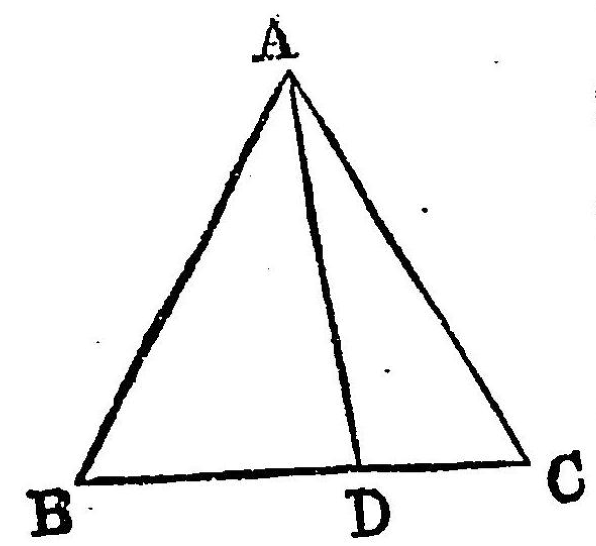
$\therefore\ \angle G=R_L$.

2. 三面角ノ三稜ヲ SA, SB, SC トシ SA ヲ含ミ對面 BSC ニ垂直ナル平面 SAD ト SB ヲ含ミ對面 ASC ニ垂直ナル平面 SBE トノ交リヲ SO トシ O ニ於テ SO ニ垂直ナル平面 ABC ヲ作リ三稜ニ交ル點ヲ A, B, C トスレハ SAD 面ハ兩面 SBC, ABC



ニ垂直ナルコト明カナルベシ故ニ AD ハ BC ニ垂直ナリ同理ニテ BE ハ AC ニ垂直ナルヲ知ル由テ SC, SO ヲ含ム平面 SCF ヲ作レハ CF ハ AB ニ垂直ナルコト明カナルベシ（平面幾何ニ依ル）故ニ SF ハ AB ニ垂直ナリ（三垂線ノ定理ニヨル）之ニ由テ SCF 面ハ SAB面ニ垂直ナリ之レ本題ヲ證明シタルモノナリ

3. 正三角形 ABC ニ於テ直線 AD ヲ引キテ頂角ヲ二分シ $\angle BAD:\angle CAD=2:1$ トスレハ BD : DC ノ值ヲ求ム



〔解〕

$\angle BAD=40^\circ$,　$\angle CAD=20^\circ$ ナルコト明カナルベシ今兩三角形 ABD, ACD ニ於テ正弦比例ニヨリ

$\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{\mathrm{Sin}40^\circ}{\mathrm{Sin}60^\circ}$ 及ヒ $\dfrac{AD}{DC}=\dfrac{\mathrm{Sin}60^\circ}{\mathrm{Sin}20^\circ}$ 此兩式ヲ相乘スレハ

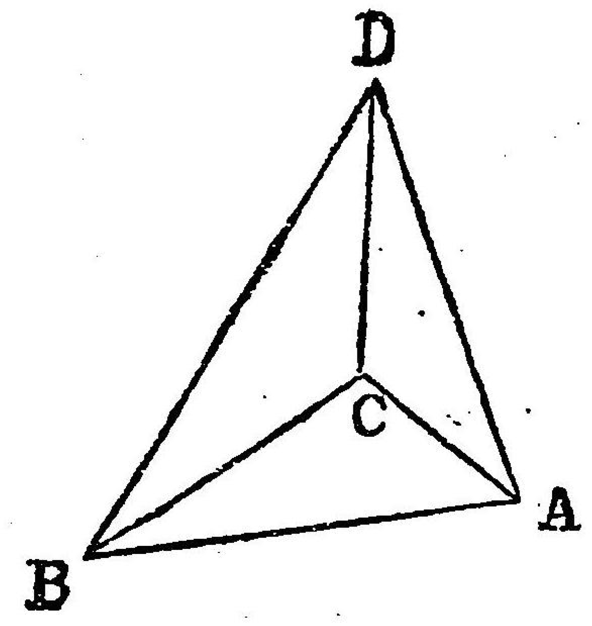
$$\frac{BD}{DC}=\frac{\mathrm{Sin}40^\circ}{\mathrm{Sin}20^\circ}=\frac{2\mathrm{Sin}20^\circ\cos20^\circ}{\mathrm{Sin}20^\circ}$$

$$=2\cos20^\circ=2\times\cdot94=1\cdot88$$

$$=\frac{188}{100}=\frac{47}{25}$$

故ニ BD : DC $=47:25$.

4. 塔ヲ CD トシ其基礎ヲ C トス又最初ノ測點ヲ A トシ次ノ測點ヲ B トス然ルトキ $\angle CAD=\alpha$, $\angle CBD=\beta$, $AB=l$ ナリ



今 $CD=x$ トスレハ

$AC=x\cot\alpha$,　$BC=x\cot\beta$

而シテ $\angle BAC=90°$ ナル故ニ

$\overline{BC}^2-\overline{AC}^2=\overline{AB}^2$

$\therefore\ x^2\cot^2\beta-x^2\cot^2\alpha=l^2$,　$\therefore\ x^2(\cot^2\beta-\cot^2\alpha)=l^2$

$$\therefore\ x^2=\frac{l^2}{\cot^2\beta-\cot^2\alpha}=\frac{l^2\mathrm{Sin}^2\alpha\mathrm{Sin}^2\beta}{\mathrm{Sin}^2\alpha\cos^2\beta-\cos^2\alpha\mathrm{Sin}^2\beta}$$

$$=\frac{l^2\mathrm{Sin}^2\alpha\mathrm{Sin}^2\beta}{\mathrm{Sin}(\alpha+\beta)\mathrm{Sin}(\alpha-\beta)}$$

$$\therefore\ x=\frac{l\mathrm{Sin}\alpha\mathrm{Sin}\beta}{\sqrt{\mathrm{Sin}(\alpha+\beta)\mathrm{Sin}(\alpha-\beta)}}.$$

明治三十九年度
高等學校大學豫科
數學

代數

(1) $\dfrac{2\sqrt{15}+8}{5+\sqrt{15}}\div\dfrac{8\sqrt{3}-6\sqrt{5}}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}$ ヲ最簡形ニ化セヨ

〔答案〕

$$\frac{2\sqrt{15}+8}{5+\sqrt{15}}\times\frac{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}{8\sqrt{3}-6\sqrt{5}}$$

$$=\frac{2(\sqrt{15}+\sqrt{4})}{\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{15})}\times\frac{\sqrt{5}\sqrt{3}(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{2\sqrt{3}(4-\sqrt{15})}$$

$$=\frac{(4+\sqrt{15})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(4-\sqrt{15})}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$$

$$=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}=\frac{8+2\sqrt{15}}{2}$$

$$=4+\sqrt{15}$$

(2) 次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$x^2y+y^2x=30$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$$

〔答案〕 前式ヲ (A) トシ後式ヲ (B) トス

(B) 式ニ xy ヲ乘ズ而シテ (A) 式ヲ書キ代フレバ

$xy(x+y)=30$…………(C)

$x+y=\dfrac{5}{6}xy$…………(D)

(D) 式ノ値ヲ (C) 式ニ代入スレバ

$$\frac{5}{6}x^2y^2=30$$

$x^2y^2=36$

$xy=\pm6$...........(E)

(D) 式ト (E) 式トヨリ

$x+y=5$...........(F)

$xy=6$...........(G)

(F) 式ノ二乘ヨリ (G) 式ノ 4 倍シタルモノヲ引キ平方ニ開ケバ

$x-y=\pm1$...........(H)

コレヨリ

$x=3$ or 2.　　$y=2$ or 3.

算術

(1) 甲乙丙三人池ノ周圍ヲ散歩スルニ甲ハ 8 分,乙ハ 12 分,丙ハ 16 分ニテ一周スト云フ今三人同時ニコノ池ノ周圍ノ一點ヲ發シ上記ノ速サニテ池ヲ廻ルトシ再ビ出發點ニ於テ三人一所ニナルマデノ時間ヲ問フ

〔解答〕 $48\div16=3$　甲ノ二人ト合スル回數

$48\div12=4$　乙ノ　〃

$48\div8=6$　丙ノ　〃

故ニ

16, 12, 8, ノ最小公倍數ヲ求ムレバ

答 48 分

(2) 甲ナル人 2000 圓ノ資金ヲ以テアル商業ヲ開始シタリ乙ハ三ケ月經過ノ後 3000 圓,丙ハソノ後更ニ三ケ月經過ノ後 4500 ノ資金ヲ出シ甲ト共同シテ同業ニ從事シタルニ創業ヨリ一ケ年ノ後ニ 2500 圓ノ純益ヲ得タリコノ中二割五分ヲ積立金トシ殘額ヲ出金額及投資ノ期間ニ應ジテ三人シテ分配セントス各人ノ所得如何

〔解答〕 題意ニヨリ

$2500\times(1.00-0.25)=1875$

コノ配當分ヲ三人ニ分ツニ

甲ハ　2000 圓

乙ハ　3000 (三ケ月後)

丙ハ　4500 (六ケ月後)

$\therefore$ $2000\times12:3000\times9:4500\times6$

即 $26:8:9:9$

甲 $1875\times\dfrac{8}{26}=576.92$ 圓 錢

乙 $1875\times\dfrac{9}{26}=649.04$

丙 $1875\times\dfrac{9}{26}=649.04$

又 $xy=-6$ ノ場合ヲ考フルニ

$x+y=-5$...........(I)

$xy=-6$...........(J)

(I) 式ヲ二乘シソレヨリ (J) 式ノ四倍ヲ引キ平方ニ開ケバ

$x-y=\pm7$...........(K)

(I) 式ト (K) 式トヨリ

$x=1.$　or $-6.$

$y=-6.$　or 1.

故ニ所要ノ根ハ

$x=3.$　or 2.

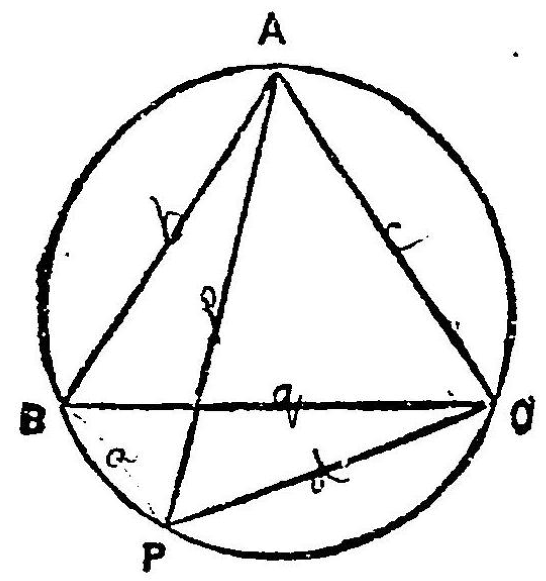
$x=1.$　or $-6.$

$y=2.$　or 3.

$y=-6.$　or 1.

幾何

(1) ABC ヲ圓ニ內接スル正三角形トシ P ヲ弧 BC ノ上ニアル任意ノ點トスルトキハ PA=PB+BC ナルコトヲ証セ



(証) △ABC ハ假設ニヨリテ正三角形ナリ

∴ AB=BC=AC

今 假リニ

AB=b
AC=c
AP=p
BC=q
BP=a
CP=d

トスレバ，圓ニ内接スル四角形ノ對角線ノ積ノ定理ヨリ

$$p \times q = b.d + c.a$$

ナルベシ，然ルニ假設ニヨリ

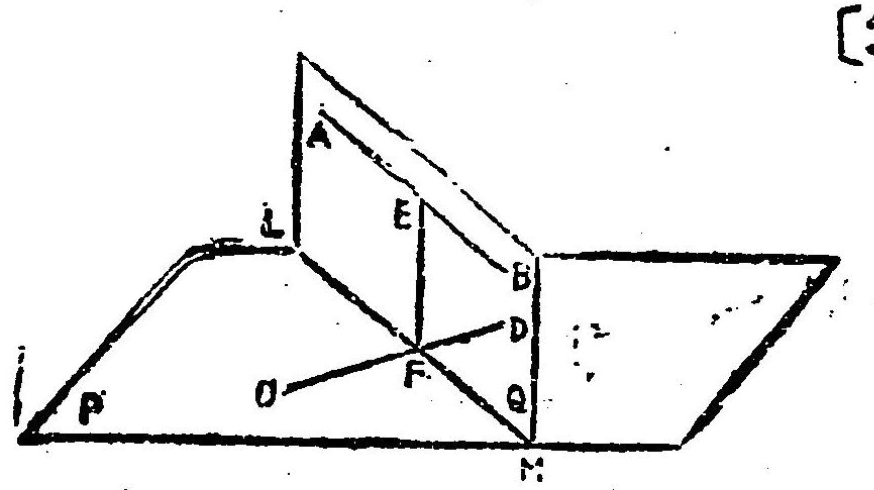
$$b=c=q$$

∴ $p=d+a$

即 AP=BP+CP

(2) 相交ハラザルニ直線ニ出會ヒ且双方ニ垂直ナル直線ヲ引ケ

〔答案〕



(假設) AB, CD ヲ相交ラザル二直線トス，コノ AB, CD ニ出會ヒ且双方ニ垂直ナル直線ヲ引カントス

(作圖) CD ヲ過ギ AB ニ平行ナル P 平面ヲ作リ AB ヲ過ギコノ P 面ニ垂直ナル Q ヲ作リコノ平面ノ交リ LM ト CD トノ交點ヲ F トシ，平面 Q 上ニ於テ F ヲ過リテ LM ニ垂直ナル EF ヲ引キ AB ト E ニ於テ交ハラシム，然ルトキハ EF ハ所要ノ直線ナリ

(証) EF ハ平面 P ニ垂直ナル平面 Q 上ニアリテ，コノ二ツノ平面ノ交リナル LM ニ垂直ナルヲ以テ平面 P ニ垂直ナリ

故ニ EF ハ OD ニ垂直ニテ又 LM ニモ然リ

AB ハ LM ニ平行ナリ

∴ EF⊥AB

即 EF ハ AB, CD ニ交ハリ且ツ垂直ナリ

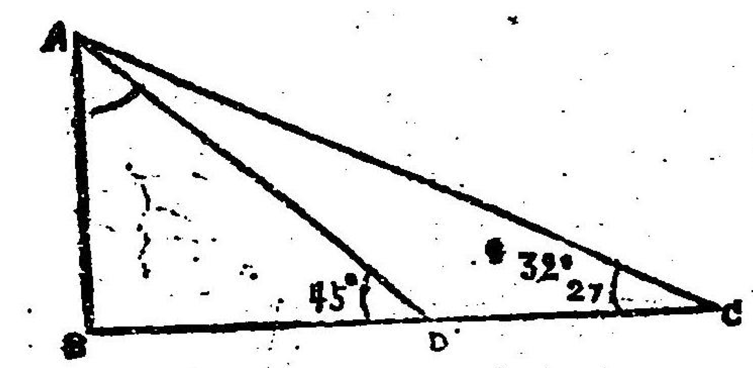
三角法

(1) 直立セル一塔アリソノ底ヲ通ズル水平面上ノ一點ニテ其ノ頂ヲ見レバ仰角 $32°27'$ ナリ コノ點ヨリ塔ニ向ツテ同平面上尚 100 尺ヲ進ミタル點ニテ頂ヲ見レバ仰角 $40°$ ナリコノ平面上ノ塔ノ高サ幾ナルカ

但シ $\tan 32°20' = 0.6330$
$\tan 32°30' = 0.6371$

ナリトス

〔答案〕 直立セル一塔ヲ AB トシ，ソノ底ヲ通ズル水平面上ノ一點ヲ C，コノ點ヨリ塔ノ方ヘ 100 尺進シタル點ヲ D トス



直角三角形ナル △ABD ニ於テ ∠ADB=45° ナレバ ∠BAD モ亦 45° ナリ

∴ ∠BAD=∠ADB

AB=X トスレバ

$$BC=BD+DC=x+100$$
$$AB=Bc \tan C$$
$$x=(x+100)\tan 32°27'$$

コノ式ヨリ x ヲ求ムレバ

$$x=\frac{100 \tan 32°27'}{1-\tan 32°27'}$$

$\tan 32^\circ 20' = 0.6330$

$\tan 32^\circ 30' = 0.6371$

ナルヲ以テ

$\tan 32^\circ 27' = 0.63587$

$$x = \frac{100 \times 0.63587}{1 - 0.63587} = 174 + \ldots\ldots$$

(2) $\cos A = \dfrac{\cos B - K}{1 - K \cos B}$ ナルトキハ

$$\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{1+K}{1-K}} \tan \frac{B}{2}$$

ナルコトヲ証明セヨ

$\cos A$ ノ値ヨリ $\sin A$ ヲ求ムレハ

$$\sin A = \frac{\sqrt{(1-K^2)}\sqrt{(1-\cos^2 B)}}{1 - K \cos B}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{(1-K^2)} \sin B}{1 - K \cos B}$$

又 $1 + \dfrac{\cos B - K}{1 - K \cos B} = \dfrac{(1-K)(1+\cos B)}{1 - K \cos B}$

$$\tan \frac{A}{2} = \frac{\sin A}{1+\cos A} = \frac{\sqrt{(1-K^2)} \sin B}{1 - K \cos B} \div \frac{(1-K)(1+\cos B)}{1 - K \cos B}$$

$$= \frac{\sqrt{(1-K^2)} \sin B}{1 - K \cos B} \times \frac{1 - K \cos B}{(1-K)(1+\cos B)}$$

$$= \frac{\sqrt{(1+K)} \sin B}{\sqrt{(1-K)}(1+\cos B)} = \sqrt{\frac{1+K}{1-K}} \tan \frac{B}{2}$$

東京高等商業學校

入學試驗問題

代數及幾何

(1) $3x=1$ ナル時次式ノ値ヲ求ム

$$\frac{2(1+2\sqrt{x})}{1-\sqrt{x}} - \frac{1-\sqrt{x}}{1+2\sqrt{x}}$$ =10

上式 $= \dfrac{2(1+2\sqrt{x})^2 - (1-\sqrt{x})^2}{(1-\sqrt{x})(1+2\sqrt{x})}$

$$= \frac{2(1+4\sqrt{x}+4x) - 1 + x}{1 - 2x + \sqrt{x}} = \frac{9x + 8\sqrt{x} + 1}{1 - 2x + \sqrt{x}}$$

上式 $3x=1$ ナルヲ以テ $x = \dfrac{1}{3}$ 之ヲ入レテ

$$\frac{9 \times \frac{1}{3} + 8\sqrt{x} + 1}{1 - 2 \times \frac{1}{3} + \sqrt{x}} = \frac{4 + 8\sqrt{x}}{\frac{1}{3} + \sqrt{x}}$$

$$\frac{4 + 8\sqrt{x}}{\frac{1}{3} + \sqrt{x}} \times \frac{\frac{1}{3} - \sqrt{x}}{\frac{1}{3} - \sqrt{x}} = \frac{\frac{4}{3} + \frac{8\sqrt{x}}{3} - 4\sqrt{x} - 8x}{\frac{1}{9} - x}$$

$$= \frac{4 + 8\sqrt{x} - 12\sqrt{x} - 24x}{3} \times \frac{9}{1 - 9x}$$

$$\frac{4 - 4\sqrt{x} - 24x}{1 - 9x} = \frac{4 - 4\sqrt{x} - 24 \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3} \times 9}$$

$$= \frac{-4\sqrt{x} - 8}{1 - 3}$$

此ノ答ナガク

$$=\frac{-4(2+\sqrt{x})}{-2}=\frac{2(2+\sqrt{x})}{}$$，畧ル、

(2)　二ツノ正數ノ等差中項ト等比中項トハ何レカ大ナルカ

二數ノ等差級數及等比級數ヲ夫々 ab トシ其中項ヲ夫々 A 及 G トセハ

$A=a+d$ 及 $A=b-d$

$G=a+d=b-d$

$\therefore\quad A=\frac{a+b}{2}$ (爰ニ d ハ通差)

又　$G=ar$ 及 $G=\frac{b}{r}$

依テ　$ar=\frac{b}{r}$

$\therefore\quad G=\sqrt{ab}$　(r ハ通比)

$A=\frac{a+b}{2}$，及 $G=\sqrt{ab}$ ヲ各自乘シテ 4 ニテ掛ケレハ

$A^2=\frac{(a+b)^2}{4}$　$G^2=ab$

$4A^2=(a+b)^2$　$4G^2=4ab$　2ab ヲ減シテ

$\underline{(a+b)^2-2ab},\quad \underline{2ab}$

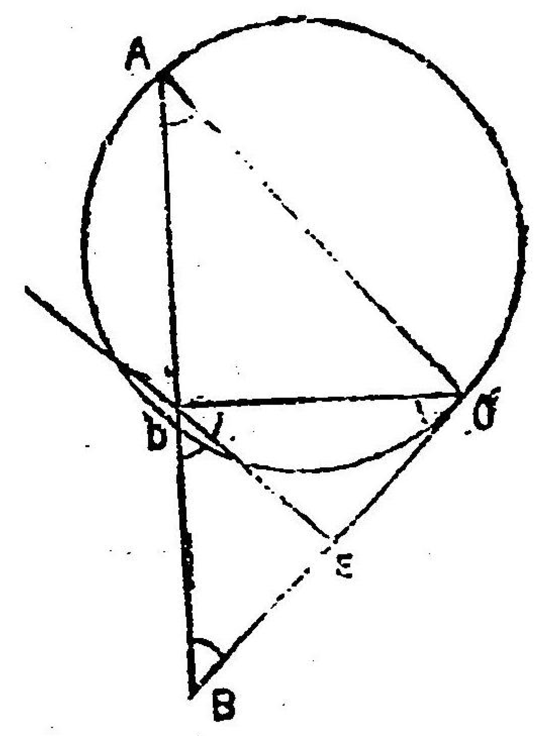
此ニ依テ見レハ a 及 b ハ正ノ整數ナルヲ以テ必スヤ

$a^2+b^2>2ab$ ナラサル可ラズ

故ニ元ノ式ニ於テ

$A>G$ ナリ

(3)　直角三角形ニ於テ直角ヲ夾ム邊ノ一ツヲ直徑トシテ圓ヲ畫ケハ此圓ガ斜邊ト交ハル所ノ點ニ於テ之ニ切スル直線ハ他ノ邊ヲ二等分ス



直△ABC ニ於テ LC ＝ RL，AC ヲ直徑トシテ圓ヲ畫ケハ圓周ハ AB ト D ニ交ル

切線 DE ハ BC ヲ E ニ於テ等分スヘシ

(證)　DC ヲ結ヒツケヨ，AC ハ直徑ナルヲ以テ BC ニ此圓ニ切線ナリ

$\therefore$　$EC=ED$ ($\because$ 圓外ノ一點ヨリ引ケル二ツノ切線ハ相等シ)

$\therefore$　$\angle ECD=\angle EDC$

次ニ $\angle ECD=\angle CAD$ ($\because$ 切線ト弦トナス角ハ其隣リノ弓形ニ於テノ角ニ等シ)

又　$\angle CDB=\angle R$ ($\because$ AC ハ直徑ナレバナリ)

$\angle EDB$ ハ $\angle CDE$ ノ餘角ナリ

$\angle EBD$ ハ $\angle BCD$ ノ餘角ナリ

然ルニ前証ニヨリ $\angle ECD=\angle EDC$

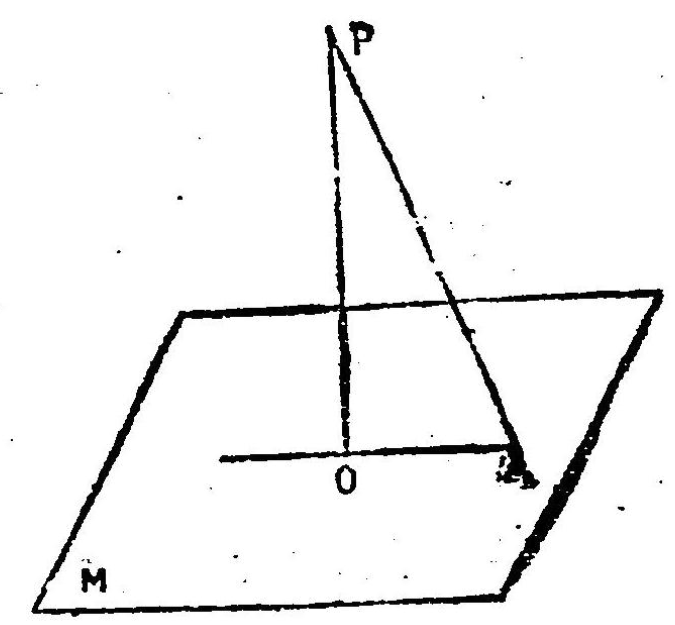
$\therefore$　$\angle EBD=\angle EDB$

$\therefore$　$ED=EB$ (二等邊ナリ)

然ルニ　$EC=ED$

$\therefore$　$CE=EB$

即チ DE ハ BC ヲ E ニ於テ二等分ス



(4)　平面外ノ一定點ヨリ此平面上ノ一定點ヲ切リテ此平面上ニアル直線ニ下セル垂線ノ足ノ軌跡ヲ求ム

(1) $$\frac{6\frac{2}{3}+4\frac{1}{2}-\left(7\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\right)}{5\frac{1}{21}-\left\{2\frac{9}{14}\div\left(5\frac{1}{9}\div8\frac{4}{11}\right)\right\}}$$ ヲ計算シ小數三倍マデ求ム

分子 $\frac{20}{3}+\frac{9}{2}-\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{2}\times\frac{1}{\cancel{3}}=\frac{40+27}{6}-\frac{5}{2}=\frac{52}{6}$

分母 $\frac{106}{21}-\left(\frac{37}{14}\div\frac{11}{18}\right)=\frac{106}{21}-\frac{333}{77}$

$=\frac{74942-6993}{1617}=\frac{\overset{226683}{\cancel{68049}}}{\underset{539}{\cancel{1617}}}$

$=\frac{22683}{539}=42.564$ 弱

(2) 砲十六門ヲ七分間ニ四回ノ割合ニテ發射シ一時三十分間ニ敵兵二百七十人ヲ斃セリ然ルトキハ九分間ニ八回ノ割合ニ發射シテ四十分間ニ四百二十人ヲ斃サンニハ砲幾門ヲ要スルカ

七分間ニ四回ノ割合ナルヲ以テ一回ニハ $\frac{7}{4}$ 時ヲ要ス依テ一時間半即チ 90分間ニハ $\frac{7}{4}\times90$ 時間ヲ要ス

次ニ八分間ニ九回ノ發射ナルヲ以テ，一回ニハ $\frac{9}{8}$ 時間ヲ要ス，依テ 40 分間ニハ $40\times\frac{9}{8}$ 時ヲ要ス

問題ノ意ヲ按スルニ

270 人ノ敵ヲ殺スニハ $90\times\frac{4}{7}$ 時ヲ要シテ之ガタメニハ砲 16 門ヲ要ス

420 人ノ敵ヲ殺スニハ $40\times\frac{9}{8}$ 時間ヲ要シテ砲 x

門ヲ要ス

然ルニ砲ノ數ト之ニ要スル時間トハ反比例ス乃チ砲數ヲ增セハ其發射スル時間ハ減ズルコト恰カモ速度ハ里程トノ如シ

人數ト(殺ス)砲數ハ勿論比例ス依テ

$$\left.\begin{matrix}270 : 420\\ 40\times\frac{4}{7} : 90\times\frac{9}{8}\end{matrix}\right\}=16 : x$$

$$x=\frac{\overset{6}{\cancel{420}}\times\overset{\overset{6}{12}}{\cancel{360}}\times16\times9}{\underset{3}{\cancel{270}}\times\underset{2}{\cancel{320}}\times7}=36 \text{ 即 } 36 \text{ 門}$$

(3) 現今ヨリ一ケ年後ニ支拂フベキ金二千五百圓アリ八ケ月後ニ金千五百圓ヲ支拂フトキハ殘額ハ何時之ヲ支拂フ可キカ

題意ニヨリ之ヲ按スルニ

一ケ年（即チ 12 ケ月後）ニ支拂フヘキ金二千圓ハ其 12×2500 圓ノ金ガ一ケ月ニ生ズ利息ト等シ即

$12\times2500=30000$ 圓ガ一ケ月ニ生ム利息ニ等シ

8 ケ月後金 1500 ガ生ム利子ハ一ケ月即

$8\times1500=12000$ 圓ガ一ケ月後生ム利息ト等シ．依テ殘額

$30000-12000=18000$ 圓

18000 圓ガ一ケ年後生スル利子ト

$18000\div12$ 圓ガ一ケ月後生スル利子トハ全ク相等シ

故ニ

$18000\div12=1500$

依テ殘金 18000 ハ 15ケ月ノ後乃チ來年ノ三月後支拂フヘキモノトス

東京商船豫備試驗

幾何

1. 正多角形ノ一角カ $\frac{9}{5}$ 直角ナルトキ其邊數如何

〔答案〕 $\frac{2n-4}{n}=\frac{9}{5}$

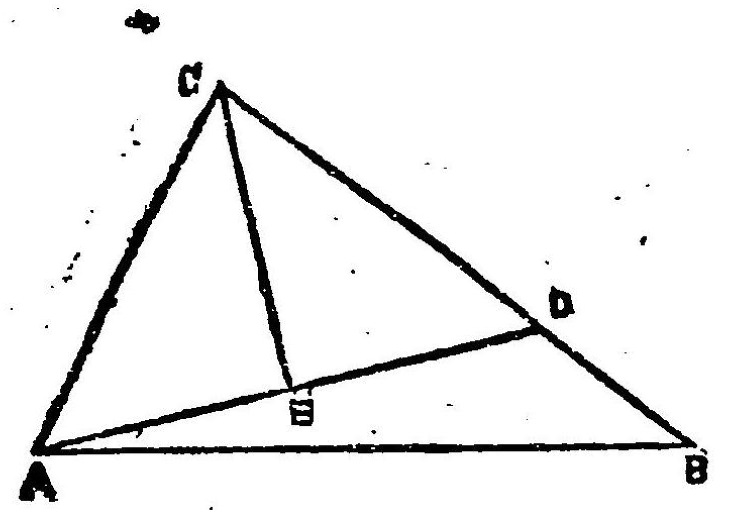
$\therefore \frac{2n-4}{n}-\frac{9}{5}=0$

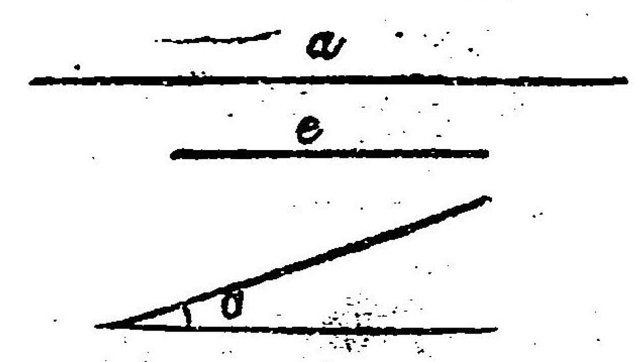
$\therefore 10n-20-9n=0$

$\therefore n=20$

故ニ此ノ正多角形ノ邊ハ二十邊ナリ

2. 三角形ノ二邊ノ差, 兩底角ノ差及ビ底邊ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ





三角形ノ二邊ノ差ヲ b, 兩底角ノ差ヲ c 角, 底邊ヲ a, トセヨ

今 AB ヲ a ニ等シク, DB ヲ b ニ等シク, 角 BAD ヲ角 C ノ半分ニ等シク取リ此ヲ延長シテ DB ト D 點ニ於テ交ハラセヨ, 又 AD ノ中點 E ヲ過ギリ AD ニ垂直線ヲ引キ DB ノ延長線ト C ニ於

テ交ハラセ, 而シテ C ト A ヲ連結スレバ三角形 ABC ハ求ムル三角形ナリ

何トナレバ三角形 CAD ハ二等邊三角形ニシテ其邊 CA ハ CD ニ等シ故ニ邊 CB ト CA ノ差ハ DB 即チ與ヘラレタル差 b ニ等シ

又角 CAD ハ角 ABD ト角 BAD トノ和ニ等シク角 CAB ハ角 ABD ヨリモ大ナルコト角 BAD ノ二倍ナリ即チ與ヘラレタル角丈ケ大ナリ

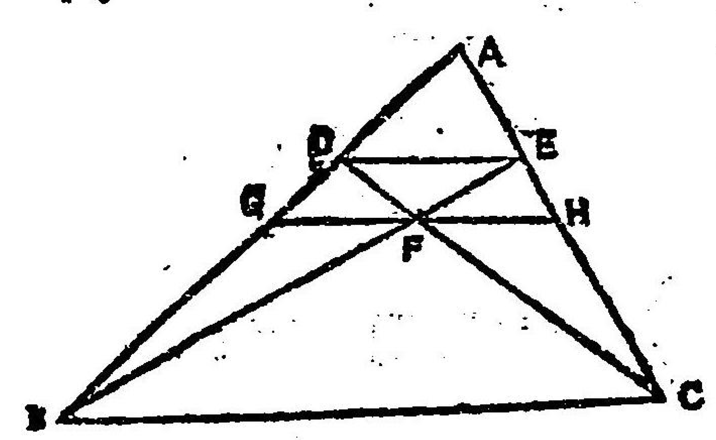
而シテ底邊 AB ハ與ヘラレタル底邊ニ等シク取レリ

故ニ作ラレタル三角形 ABC ハ與ラレタル條件ニ適フ三角形ナリ

3. 三角形 ABC ノ二邊 AB, CA ノ上ニ夫々 D, E ナル點ヲ設ケテ AD:DB=AE:EC=1:2 ナラシメ CD, BE ヲ結ビテ其交點ヲ F トシ, F ヲ過リテ底邊 BC ニ平行シテ GH ヲ二邊ノ間ニ引クトキ

第一. GF=FH

第二. G, H ハ夫々 AB, AC ノ中點ナリ 其證ヲ問フ



三角形 DEB ト三角形 DEC ニ於テ

BF : BE=CF : CD

又 DE ト FH トハ平行ナルヲ以テ FH : DE=CF : CD

又 DE ト GF トハ平行ナルヲ以テ FG : DE=BF : BE 然ルニ BF : BE=CF : CD ナリ

故ニ FG : DE=FH : DE.

而シテ DE ハ共通ナルガ故ニ FG : FH ニ等シ

AD　A=1:3. 又 DE ト BC ハ並行ナルヲ以テ

$AD : AB = DE : BC = 1:3.$

而シテ三角形 DEF ト三角形 FBC ハ相似形ナルヲ以テ $DF : FC = EF : FB = DE : BC = 1:3.$

DE ト FG ハ並行ナルガ故ニ

$EF : FB = DG : GB = 1:3.$

$AD : DB = 1:2$ ニシテ

$DG : GB = 1:3$ ナルガ故ニ

G 點ハ其中心タルコトヲ (AB 線ノ) 知ルヲ得ベク又從テ

H 點モ AC ノ中點タルコトヲ知ルヲ得ベシ

三角

1. $2\sin(A+30^0)=\cos A$ ナラバ A ノ値如何.

$2\sin(A+30^0)=\cos A$

即 $2\sin A\cos 30^0+2\cos A\sin 30^0=\cos A.$

由テ $2\sin A\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cos A\frac{1}{2}=\cos A.$

故ニ $\sqrt{3}\sin A+\cos A=\cos A.$

$\therefore\ \sqrt{3}\sin A=0.$

$\therefore\ \sin A=0.$

$\therefore\ A=n\pi$

2. $\sec^2 A-\cos 2A=\frac{4\tan^2 A}{1-\tan^4 A}$ ヲ證明ス可シ.

$$\sec 2A-\cos 2A=\frac{1}{\cos 2A}-\cos 2A.$$

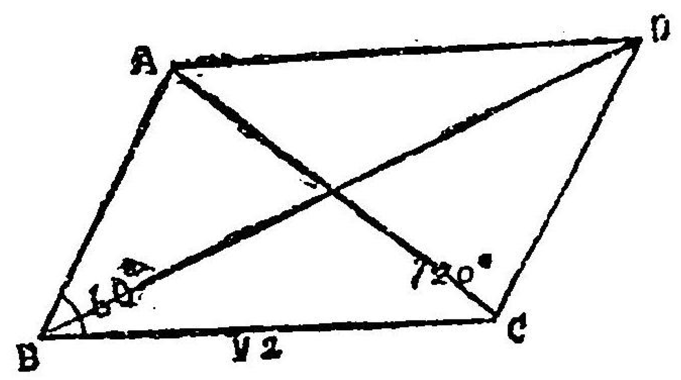
$$=\frac{1-\cos^2 2A}{\cos 2A}=\frac{\sin^2 2A}{\cos^2 A-\sin^2 A}$$

$$=\frac{4\sin^2 A\cos^2 A}{\cos^2 A-\sin^2 A}=\frac{4\sin^2 A\cos^2 A}{(\cos^2 A-\sin^2 A)(\cos^2 A+\sin^2 A)}$$

$$=\frac{4\sin^2 A\cos^2 A}{\cos^4 A-\sin^4 A}=\frac{\dfrac{4\sin^2 A\cos^2 A}{\cos^4 A}}{\dfrac{\cos^4 A-\sin^4 A}{\cos^4 A}}$$

$$=\frac{4\tan^2 A}{1-\tan^4 A}$$

3. 平行四邊形ノ二邊ノ長サ 8 尺及 12 尺ニシテ其交角 60^0 ナルトキハ對角線ノ長サ各如何.



$\overline{AC}^2=8^2+12^2-2\times8\times12\cos 60^0$

$=64+144-2\times8\times12\times\frac{1}{2}$

$=112$ 尺

$\therefore\ AC=\sqrt{112}=10.5$ 尺强

$\overline{BD}^2=8^2+12^2-2\times8\times12\cos 120^0$

$=64+144+2\times8\times12\times\frac{1}{2}$

$=304$ 尺

$\therefore\ BD=\sqrt{304}=17.4$ 尺强

代數

1. $\dfrac{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a}+\frac{1}{b+c}}\times\left\{1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right\}$ ヲ簡單ニセヨ

$=1\times\left\{1+\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}\right\}=\frac{2bc+b^2+c^2-}{2bc}$

$$=\frac{(b+c)^2-a^2}{2bc}=\frac{(b+c-a)(b+c+a)}{2bc}$$

2. $\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}=\frac{10}{3}\left(\frac{x}{3}-\frac{4}{x}\right)$ ヲ解ケ

$$\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}=\frac{10}{3}\left(\frac{x}{3}=\frac{4}{x}\right)$$

$$=\frac{x^2}{9}+\frac{16}{x^2}-\frac{10x}{9}+\frac{40}{3x}=0$$

$x^4+144-10x^3+120x=0.$

$x^4-24x^2+144-10x^3+120x+24x^2=0.$

$(x^2-12)^2-10x(x^2-12)+24x^2=0.$

(x^2-12) ヲ y トシテ

$y^2=10xy+24x^2=0.$

$(y-4x)(y-6x)=0.$

$y=4x,$ or $y=6x.$

今 $y=4x$ トスルトキハ

$x^2-12=4x.$

$x^2-4x-12=0.$

$(x+2)(x-6)=0.$

$x=-2$ or $x=6.$

今 $y=6x$ トスルトキハ

$x^2-12=6x.$

$x^2-6x-12=0.$

$$x=\frac{6\pm\sqrt{36-4\times-12}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{84}}{2}$$

3. P ヲ元金トスレバ

$\frac{8\text{ P}}{100}$ ハ利子ナリ

$$\left(\text{P}+\frac{8\text{ P}}{100}\right)\left(\frac{8\text{ P}}{100}\right)^x=2\text{ P}$$

$$\frac{108\text{ P}}{100}\left(\frac{8\text{ P}}{100}\right)^x=2$$

$$\left(\frac{8\text{ P}}{100}\right)^x=\frac{200}{108}$$

$x(\log 8+\log \text{P}-\log 100)=\log 200-\log 108$

$x(3\log 2+\log \text{P}-2)=\log 2+2-2\log 2-3\log 3$

$$x=\frac{2-\log 2-3\log 3}{3\log 2-2+\log \text{P}}$$

$$=\frac{2-0.30\,1030-3\times 0.477121}{3\times 0.30\,1030-2+\log \text{P}}$$

$$=\frac{0.267607}{0.903090-2+\log \text{P}}$$

專門學校入學試驗問題解答

數學ノ一

算　術

(1) 中等客人 5 或ハ上等客 3 人ノ 1 週間分ノ賄費ヲ 1 圓トス

然ルトキハ中等 1 人ノ賄費ハ $\frac{1}{5}$ 圓ナリ
又上等 1 人ノ賄費ハ $\frac{1}{3}$ 圓ナリ {但シ 1 週間ノ}

故ニ中等 10 人ヲ 4 週間賄フニハ

$\frac{1}{5}^{圓}\times 10\times 4=8^{圓}$ ナリ

中等客 20 人ヲ 1 週間賄フニハ

$\frac{1}{5}^{圓}\times 20=4^{圓}$ ナリ

$8^{圓}-4^{圓}=4^{圓}$

10 人ヲ 4 週間賄フ金子ハ 20 人ノ人ヲ 1 週間賄ツテモマダ $4^{圓}$ 餘ルナリ

$\therefore\ 4\div\frac{1}{3}=12^{人}$ トナルナリ

即チ中等ノ人 20 人上等ノ人 12 人ヲ 1 週間賄ヒ得ルナリ

(2) 759 圓ニ賣レバ 1 割ヲ利スルヲ以テ 759 圓ハ元價ト元價ノ割トニ相當スルヲ以テ元價ヲ 1 トスレバ 1+0,1 ガ 759 圓ナリ

故ニ次ノ如キ比例ヲ得

$759:621=1{,}1:x$

$$x=\frac{\overset{9}{\cancel{621}}\times\overset{0,1}{\cancel{1{,}1}}}{\underset{69}{\cancel{759}}}=0{,}9$$

故ニ 621 圓ハ元價ノ 9 割 =1 當ル, 故ユ割ノ損ナリ

代　數

(1) $\frac{x^2}{x+1}+\frac{x+1}{x^2}=2$

$\frac{x^2}{x+1}=y.$ トス 然ル時ハ $\frac{x+1}{x^2}=\frac{1}{y}$ ナリ

$y+\frac{1}{y}=2,\quad y^2+1=2y,\quad y^2-2y+1=0$

$(y-1)(y-1)=0\quad y=1,$ ノ等根ナリ

タメシ, $y+\frac{1}{y}=2,\ 1+\frac{1}{1}=2,$ ($y=1$ ト置ク)

$\frac{x^2}{x+1}=1,$ ($y=1$ ナル故ニ)

$x^2=x+1,\ x^2-x-1=0,\ x=\frac{1\pm\sqrt{(1+4)}}{2},\ x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

タメシ, $\frac{\left(\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right)^2}{\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}+1}=1,\ \frac{\frac{1\pm2\sqrt{5}+5}{4}}{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}}=1,$

$\frac{2(\cancel{3\pm\sqrt{5}})}{2(\cancel{3\pm\sqrt{5}})}=1,\ 1=1,$ ノ最初ノ方程式ノ根ハ $\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ ナリ

(2) $2-1\frac{1}{3}+\frac{8}{9}$

此ノ級數ハ等比級數ナリ.

故ニ $2\div1\frac{1}{3}=\frac{2}{\frac{-4}{3}}=\frac{-3}{2}$

$s=a\dfrac{1-\gamma^n}{1-\gamma}$ ノ無限項ナラザルトキノ公式ヲ用キテ

{s=和, a=初項, γ=通比, n= 項ノ數}

$a=2,\quad \gamma=\dfrac{-3}{2},\ n=n$

$$s=2\times\frac{1-\left(\frac{-3}{2}\right)^n}{1-\frac{-3}{2}}=\frac{2\left(1-\left(\frac{-3}{2}\right)^n\right)}{\frac{5}{2}}=\frac{4\left(1-\left(\frac{-3}{2}\right)^n\right)}{5}$$

$s=\dfrac{a}{1-\gamma}$ ナル無限項ナルトキノ公式ヲ用キテ

$a=2,\quad \gamma=\dfrac{-3}{2}$

$$s=\frac{2}{1-\frac{-3}{2}}=\frac{2}{\frac{5}{2}}=\frac{4}{5}$$

(3) $10^y=a$ ナルトキハ y ガ a ノ常用對數ナル故ニ

$x+\dfrac{11}{10}$ ノ常用對數ヲ y トスレバ x ノ對數ハ

$\dfrac{y+1}{2}$ ナリ

$10^y=x+\dfrac{11}{10}$............(1)

$10^{\frac{y+1}{2}}=x$............(2)

(2) ノ式ヲ二乘ス　　$10^{y+1}=x^2$

(1) ノ式ニ 10 ヲ掛ケル　$10^{y+1}=10x+11$

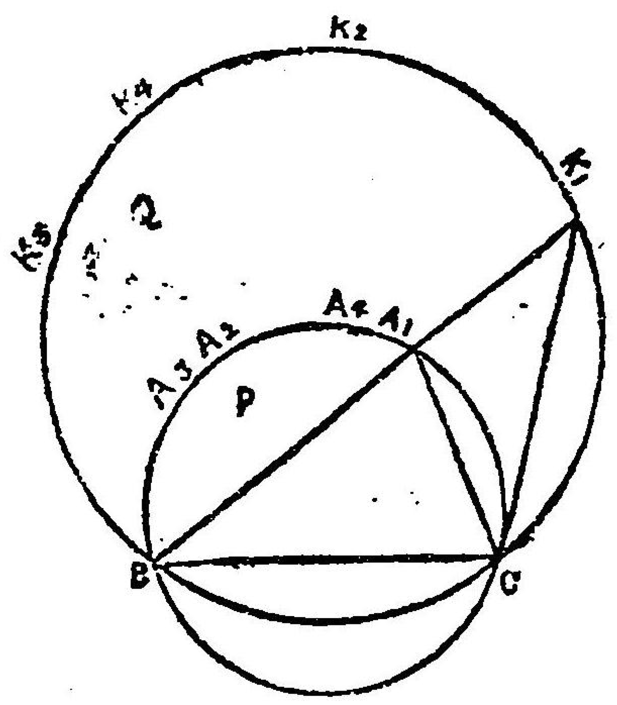
(2) −(1).................. $0=x^2-10x-11$

$x^2-10x-11=0$

$x=5\pm\sqrt{25+11}=5\pm6=11$ or -1.

幾　何

(1) $\dfrac{\text{底邊}}{b.}$  $\dfrac{\text{二邊ノ和 (底邊外ノ)}}{s}$



底邊ヲ b トシ
頂角ヲ $\angle a$ トシ
二邊ノ和ヲ s トス

作圖
底邊 b ヲ取リ
b ヲ弦トシテ $\angle a$ ヲ含ム
弧ヲ畫ク
此ノ弦ヲ BC トス

又タ BC ヲ弦トシテ $\angle a$ ノ半分ノ角ヲ含ム弦ヲ作リ前ナル圓ヲ P ナル圓トシ後ナル圓ヲ Q ナル圓トス

二邊ノ和ノ長サ S ナル半徑ヲ以テ BC ヲ中心トシテ圓ヲ畫ガケバ Q ナル圓ノ周ト K_1, K_2, K_3, K_4, ノ四ツノ點ニテ出合フ

K_1, K_2, ヲ B ニ K_3, K_4, ヲ C ニ結ブ時ハ各ノ直線ハ P ナル圓ノ周ニ A_1 A_2, 及ビ A_3, A_4, ニテ順次ニ交ル

然ルトキハ其ノ四ツノ點ノ中ノ一ツト B 及ビ C トヲ結ビテ得タル三角形ガ求ムル三角形ナリ

證明

今其ノ内ノ一ツ A_1 ヲ取リテ證明セン

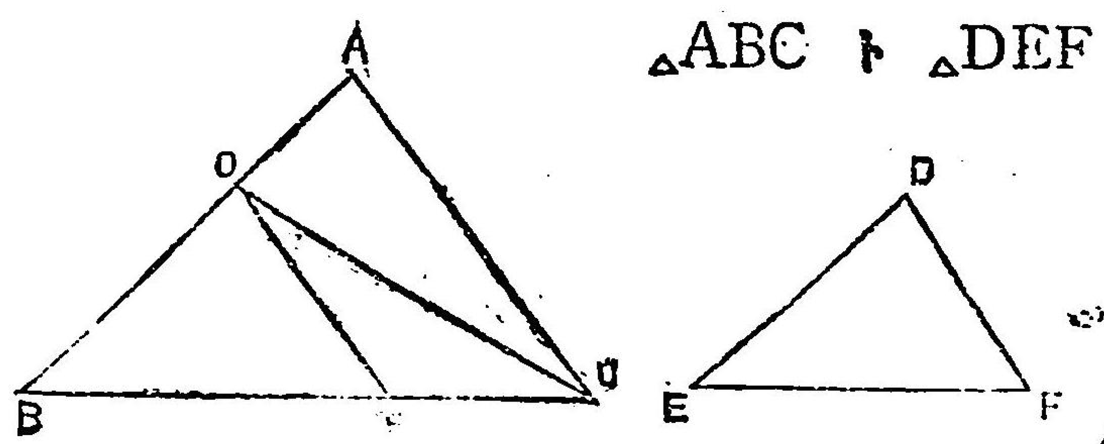
A_1B, 延長ガ Q 圓ト交ル點 K_1 ト C トヲ結ブ

然ルトキハ K_1, ハ Q 圓周上ニアルヲ以テ $\angle BK_1C$ ハ $\angle BA_1C$ ノ半分ナリ

數學ノ二

$\angle A_1CK_1 = \angle BA_1C - \angle BK_1C$　ナリ
$\angle BA_1C = 2\angle BK_1C$　ナルヲ以テ
$\angle A_1CK_1 - \angle BK_1C$　ナリ
$\therefore$　$BA_1 + A_1C = S$ (即チ二邊ノ和ニ等シ)
然シテ頂角ハ BC ノ上ニ $\angle a$ ニ等シキ角ヲ含ム弧ヲ取リタルヲ以テ頂角即チ $\angle BA_1C$ ハ $\angle a$ ニ等シ
然シテ元ヨリ底邊ハ BC ナル故ニ A^1BC ノ三角形ガ求ムル三角形ナリ
即チ A_1, A_2, A_3, A_4 ノ內ノ一ツト BC トヲ結ビ得ル三角形ハ皆求ムル三角形ナリ
A_2 ヲ取ルモ作圖証明ハ同ジ
A_3, A_4, ハ A_1 A_2 ニ對照的ナルヲ以テ作圖證明モ又タ對照的ニ全ク同ジナル故之レヲ略ス
下ノ如キ場合ニハ三角形ハ出來ズ
　$b > S$
　$S > Q$ 圓ノ直徑
{$S = Q$ 圓ノ直徑ノトキハ A_1, A_2, ハ合シ, A_2, A_3 ハ合ス}

(2)

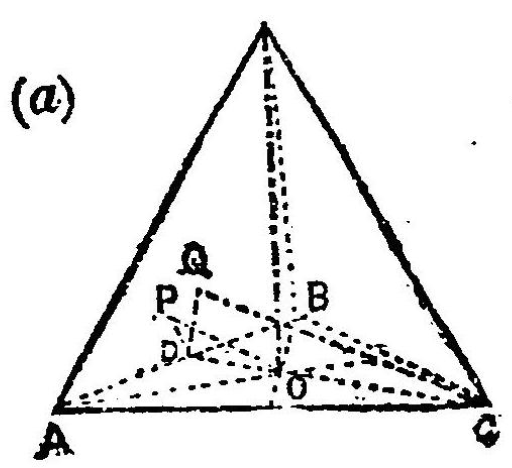


$\triangle ABC$ ト $\triangle DEF$ ハ相似ニ作リシナリ
$\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$
作圖
E ヲ B 點ノ上ニ置キ ED ヲ AB ノ上ニ EF ハ BC ノ上ニ來ル樣ニ置ク
D 點ノ跡ヲ D′ トシ F 點ノ跡ヲ F′ トス

然ルトキハ $\triangle BD'F'$ ハ $\triangle EFD$ ニ等シキコトハ明カナリ
D′C ヲ結ブ
證明
$\triangle ABC : \triangle D'BF' = (AB . BD')$ ノ二乘比ナルコトヲイハントス
　$\triangle ABC : \triangle D'BC = AB : BD'$ (高ガ C ニテ等シキヲ以テ)
　$\triangle D'BC : \triangle D'BF' = BC : BF'$ (高サガ D′ ニテ等シキヲ以テ)
然ルニ二ツノ三角形ハ相似ナルヲ以テ
　$AB : DE = BC' : EF$
　$AB : BD' = BC \quad BF'$
故ニ　$\triangle ABC : \triangle D'BC = AB : BD'$
　　　$\triangle D'BC : \triangle D'BF' = AB : BD'$
　　　$\triangle ABC : \triangle D'BF' = (AB : BD')$ ノ二乘比
故ニ　$\triangle ABC : \triangle D'EF' = (AB : BD')$ ノ二乘比ナリ

(3)

(a)



ABCS ハ正四面体ナリ
作圖
$\triangle ABC$ ノ重心 O ヲ求メ頂點 S ト結ブ SO ハ面 ABC ニ直角ナリ
即チ SO ハ此正四面体ノ高サナリ
O ヨリ ABS 面ヘ垂線 OP ヲ引クトキハ
　$SO : PO = 3 : 1$ ナルコトヲ證明セントス
證明
今 C ヨリ ABS 面ヘ垂線 CQ ヲ引ケバ ABCS ガ正四面体ナルヲ以テ SO ト CQ ハ等シ

CO ニ結ビ之レヲ延長シテ AB ト D 點ニ於テ交ハラシム

之レ $\triangle ABC$ ノ頂點 C ヨリ AB ニ下シタル中線ナリ

DC : DO=3:1 ナリ

D, P, ト D. Q トヲ結ブ時ハ

$\triangle DPO \infty \triangle DQC$ ナリ　(∞ ハ相似ノ符號)

何故ナレバ
$\angle DQC=\angle DPO$ (OP, CQ ガ ABS 面ヘ垂直ナル故)
$\angle DCQ=\angle DOP$ (OP ガ CQ 二平行ナル故)
$\angle QDC=\angle PDO$ (三角形ノ二角等キ故)

∴ DC　DO=QC : PO

DC : DO=3:1 (CD ガ中線, O ガ重心ナルヲ以テ)

∴ QC : PO=3:1 ナリ

即チ SO : PO=3:1 ナリ

高サハ其ノ足ヨリ一ツノ面ヘ引ケル垂線ノ三倍ニ等シ

(3) $t=\frac{1}{3}mh$ ノ公式ヲ用キテ $\begin{cases} t=\text{体積}. \ m=\text{底面積} \\ h=\text{高サ} \end{cases}$

$\text{体積}=\frac{1}{3}(\text{ABC ノ面積})+l^{\text{尺}}$

(a) ノ方ノ圖ニ於テ $DC=\sqrt{l^2+\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{10l^2}{9}}=\frac{l\sqrt{10}}{3}$

$AC=2a \quad (AD=a)$

$$\sqrt{(2a)^2-a^2}=\frac{l\sqrt{10}}{3}, \quad \sqrt{3a^2}=\frac{l\sqrt{10}}{3},$$

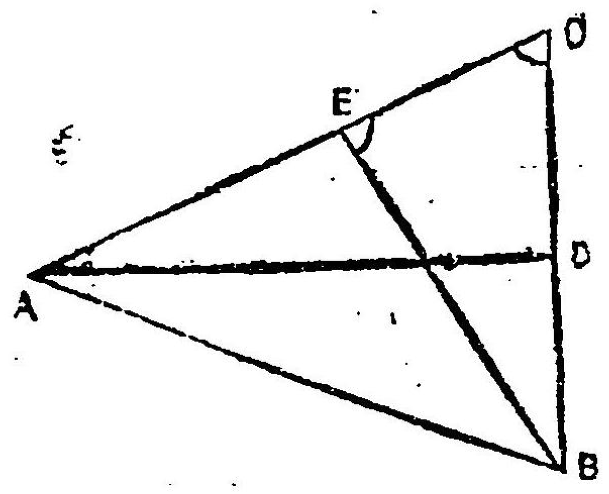
$$a=\frac{l\sqrt{10}}{3\sqrt{3}}=\frac{l\sqrt{30}}{9}$$

$$\triangle ABC=a, \ DC=\frac{l\sqrt{10}}{3}\times\frac{l\sqrt{30}}{9}=\frac{l^2\sqrt{300}}{27}=\frac{10l^2\sqrt{3}}{27}$$

$\text{体積}=\frac{1}{3}\times\frac{10l^2\sqrt{3}}{27}\times l=\frac{10l^3\sqrt{3}}{81}$ 立方尺ナリ

三角

(1)



頂角 BAC ガ 36^0 ナル二等邊三角形 ABC ニ於テ $\angle$ABC ノ二等分線ヲ BE トセバ

AE=BE=BC

$\triangle BEC \infty \triangle ABC$ ニシテ $\angle$DAC ハ 18^0 ナリ

今 DC ヲ l, AC ヲ x トセバ

$\frac{AC}{BC}=\frac{BC}{EC}$ ナルヲ以テ $\frac{x}{2l}=\frac{2l}{n-2l}$ ナリ

$x^2-2\,lx-4\,l=0, \ x^2\frac{2l\pm\sqrt{20l^2}}{2}=l(1\pm\sqrt{5})$

而シテ $l(1-\sqrt{5})$ ハ題意ニ適セザルヲ以テ之レヲ捨テテ

∴ $\text{S in } 18^0=\frac{DC}{AC}=\frac{l}{l(\sqrt{5}\times 1)}=\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ナリ

正絃ハ即チ sin ナルヲ以テ 18^0 ノ正絃ハ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ナリ

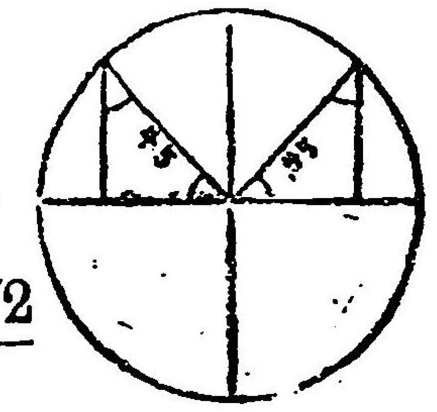
(2) $\cos\theta+\cos 2\theta+\cos 3\theta=0$

$\cos\theta+2\cos 2\theta-1+4\cos^3\theta-3\cos\theta=0$

$2\cos\theta(2\cos^2\theta+\cos\theta-1)=1, \ 2\cos\theta\,2\cos\theta-1)$

$(\cos\theta+1)=1$

$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{2}}$ or $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ ト置ク



$$2\times\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\times\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}=1$$

$$2\times\frac{-1}{\sqrt{2}}\times\frac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{\ }}\times\frac{-1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{-2\times-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$$

$=1 \quad \therefore \theta=45^0$ or 135^0 ナリ

東京商船學校入學試驗

体格檢査合格者選拔試驗問題

數學

(1) 甲乙二人ノ學生ヲシテ x ニ付キ二次ナル三項式ヲ兩因數ニ括ラシメ＝甲ハ x ノ係數ヲ書キ誤レルガ爲メ $(x-12)(x-9)$ ナル答ヲ得, 乙ハ x ヲ合マザル項ヲ書キ誤レルガタメ $(x-19)(x-5)$ ナル答ヲ得タリ, 然ラバ正シキ兩因數如何

〔答案〕$(x-12)(x-9)$ ヨリ $x^2-9x-12x+108=0$

$x^2-21x+108=0$

然ルニ x ノ係數ヲ書キ誤レルガ故ニ $21x$ ニ誤リアルナリ

次ニ $(x-19)(x-5)$ ヨリ $x^2-5x-19x+95=0$

$x^2-24x+95=0$

然ルニ x ヲ合マザル項ヲ書キ誤レルガ故ニ 95 ニ誤リアルナリ

故ニ元ノ方程式ハ

$x^2-24x+108=0$ ナリ

コレヲ因數ニ括ラバ

$x(x-18)-6(x-18)=0$

$(x-6)(x-18)=0$

(2) 下ノ式ノ値ヲ求ムベシ

$${}_nC_1+{}_nC_2+{}_nC_3+\cdots\cdots+{}_nC_n$$

但シ或ル項 ${}_nC_r$ ハ n 個ヨリ r 個ヲ取レル組合セノ數ヲ示セルモノナリ

〔答案〕n 個ノ物ヲ r 個ヅヽ取リタル組合ノ一ヲトリテ考フルニコノ組合ノ中ニアル物ヲ變ヘズニ唯ソノ

順序ヲ變ヘルコトニヨリ r! 個ノ順列ヲ得ベシ故ニ n 個ノモノヲ r 個ヅヽ取リタル組合ト n 個ノモノヲ r 個宛トリタル順列トヲ比較スルトキハ組合一ツニ付キ順列 r! 個アルコト明ナリ故ニ

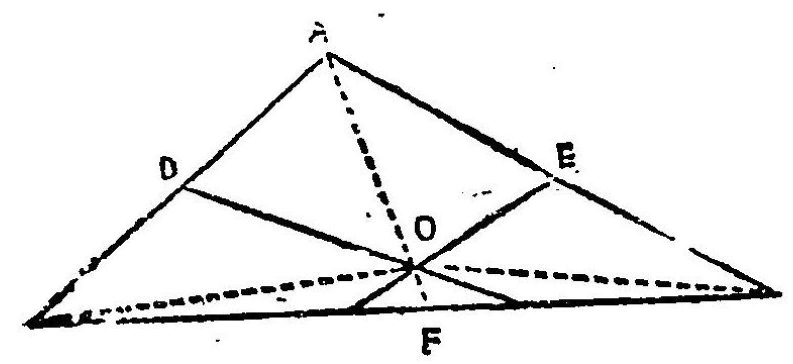
$$r!\times{}_nC_r={}_nP_r=n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)$$

コレヨリ

$${}_nC_r=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots\cdots(n-r+1)}{r!}$$

ヲ得ルナリ

(3) 三角形ノ各邊ノ中點ヨリソノ邊ニ垂直ニ引ケル直線ハ一點ニ於テ相會スベシソノ證ヲ問フ



(仮設) △ABC ニ於テ各邊ノ中點ヲソレゾレ D, E, F トシソレヨリ邊ニ垂直ニ OD, OE, 及ビ OF ヲ設ケバ各 OD, OE, OF ハ一點 O ニテ相會スベシ

(證) 今, A, B 及ビ C 點ト O 點トヲ結べ, 然ラバ △BOF ト △COF トニ於テ

∠BFO=∠CFO=RL

BF=CF

OF ハ共通

∴ △BOF ト △COF トハ相等シ

次ニ △AOD ト △BOD トニ於テモ同樣ニ

∠ADO=∠BDO=RL

AD=BD

OD ハ共通

∴ △AOD ト △BOD トハ等シ

同樣ニシテ △AEO ト △CEO トモ相等シ

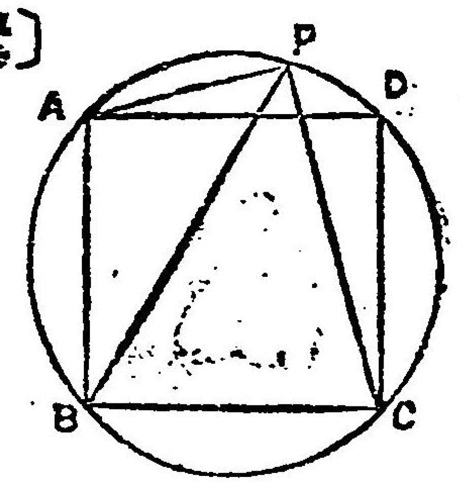
∴ OD, OF, OE ハ一點 O ニテ會ス

(4) ABCD ナル正方形ニ外接スル周圍アリソノ弧 AD ノ上ノ任意ナル一點ヲ P トシ P ヨリ A, B, C, D ニ引キタル直線ヲソレゾレ a, b, c, d ニテ表ハストキハ

$$a^2+c^2=b^2+d^2$$

ナルコトヲ證明セヨ

〔答案〕



題意ニヨリ
$AP=a$
$BP=b$
$CP=c$
$DP=d$
トス

然ルニ □ABCD ハ正方形ナルヲ以テソノ對角線ノ交點ハソノ外接圓ノ中心ナリ
從ヒテ ∠APC ト ∠ADC トハ直角ニシテ相等シ

故ニ　△APC 及ビ △ADC ハ直角三角形ニシテ

$\overline{AC}^2=a^2+c^2$

$\overline{BD}^2=b^2+d^2$

然ルニ　$AC=BD$

從ヒテ　$\overline{AC}^2=\overline{BD}^2$

$\therefore$　$a^2+c^2=b^2+d^2$

(5) 下ノ式ヲ解ケ

$$\sin\theta\sin 2\theta+\sin 3\theta\sin 6\theta=0$$

〔答案〕:

$$\sin\theta\sin 2\theta=\frac{1}{2}\times 2\sin\frac{1}{2}(4\theta)\sin\frac{1}{2}(2\theta)$$

$$=\frac{1}{2}\times 2\sin\frac{1}{2}(3\theta+\theta)\sin\frac{1}{2}(3\theta-\theta)$$

$$=\frac{1}{2}(\cos\theta-\cos 3\theta)$$

又 $\sin 3\theta\sin 6\theta=\frac{1}{2}\times 2\sin\frac{1}{2}(12\theta)\sin\frac{1}{2}(6\theta)$

$$=\frac{1}{2}\times 2\sin\frac{1}{2}(9\theta+3\theta)\sin\frac{1}{2}(9\theta-3\theta)$$

$$=\frac{1}{2}(\cos 3\theta-\cos 9\theta)$$

$\therefore$ $\sin\theta\sin 2\theta+\sin 3\theta\sin 6\theta=\frac{1}{2}(\cos\theta-\cos 3\theta+\cos 3\theta-\cos 9\theta)$

$$=\frac{1}{2}(\cos\theta-\cos 9\theta)$$

$$=\frac{1}{2}\times 2\sin\frac{1}{2}(9\theta+\theta)\sin\frac{1}{2}(9\theta-\theta)$$

$$=\sin 5\theta\sin 4\theta.$$

海軍機關學校

算術

(一)　21756 ノ素因數ヲ求メヨ

(二)　或ル品物ノ定價ガ元價ノ二割五分增ナルトキハ定價ノ一割引ニ賣リテ生ズル利益ハ元價ノ何割ニ當ルカ

(三)　我金貨十圓ハ英貨 1「ポンド」$2\frac{3}{8}$「ペンス」ニ相當スルトキハ英貨 1「ポンド」ハ我邦ノ何圓何錢何厘ニ當ルカ但シ

　　1「ポンド」=20「シルリング」,

　　1「シルリング」=12「ペンス」.

(四)　水一立方「センチメートル」ノ重サハ一「グラム」ナルトキハ水一立方尺ノ重サハ何貫何匁ナルカ但シ 1「メートル」=3.3尺, 1匁=3.75「グラム」

(五)　某中學校ノ二年生ハ一年生ヨリ二十八少ナクシテ三年生ヨリ三十八多ク又四年生ハ三年生ヨリ二十八少ナクシテ五年生ヨリ十五人多シ而シテ五年生ハ生徒總員ノ十分ノ一ナリ各學年ノ生徒ノ數如何

(六)　五人アリ其年齡ノ比甲ト乙トハ 5 : 4　乙ト丙トハ 3 : 2 丙ト丁トハ 8 : 7 丁ト戊トハ 4 : 3 ナリ而シテ甲ハ戊ヨリ三十九歲多シト云フ各年齡如何

(七)　對角線ノ長サガ四尺ナル正方形ノ一邊ヲ分位マデ計算セヨ

〔答案〕 (1)　$21756 \div 2 = 10878$　$10878 \div 2 = 5439$

$5439 \div 3 = 1813$　$1813 \div 7 = 259$　$259 \div 7 = 37$

所要ノ素因數ハ　2, 3, 7, 37 ナリ

(2)　題意ニヨリ品物ノ元價ヲ 1 トスレバ,ソノ定價ハソレノ二割五分增ナレバ 1·25 ナリ

然ルニ定價ノ一割引ハ 0·125 ナリ　故ニ所要ノ利益ハ

$$0{\cdot}25 - 0{\cdot}125 = 0{\cdot}125 \text{ ナリ}$$

答　元價ノ一割二分五厘

(3)　1「ポンド」ハ $20 \times 12 = 240$「ペンス」ナリ

從ツテ　$2\frac{3}{8}$「ペンス」ハ $\dfrac{2\frac{3}{8}}{240}$「ポンド」ナリ

コレヨリ　$1\dfrac{2\frac{3}{8}}{240} : 1 = 10 : x$

$$x = \frac{10}{1\dfrac{2\frac{3}{8}}{240}} = \frac{10}{\dfrac{1939}{1920}} = 9.900\cdots\cdots$$

英貨 1「ポンド」ハ我ガ貨幣ニ打算シテ九圓九十錢余ニ相當ス

(4)　題意ニヨリ 1「メートル」ハ 3尺 3寸ナリ

故ニ　1 尺 $= \dfrac{100}{3{\cdot}3} = \dfrac{1000}{3{\cdot}3}$「センチメートル」

1^3「センチメートル」: $\left(\dfrac{1000}{3{\cdot}3}\right)^3 = 1 : x.$

$x = \dfrac{1000000000}{35937}$　　而シテ 1 匁ハ題意ヨリ 3·75「グラム」ナリ　100 匁=375「グラム」

$$\therefore\ \frac{1000000000}{35937} \div \frac{375}{100} = 7423 \text{ 匁} 4$$

所要，答 7貫 423 匁 4分

(5) 五年生々徒人員ヲ x トスレバ

四年生 $x+15$

三年生 $x+15+20=x+35$

二年生 $x+35+30=x+65$

一年生 $x+65+20=x+85$

全人員ハ $5x+200$

然ルニ題意ニヨリ五年級ノ人員ハ全体ノ $\frac{1}{10}$ ナルヲ以テ 200 人ハ五年生々徒數ノ 5 倍ナリ

$\therefore$ $200\div5=45$

四年生 $40+15=55$

三年生 $40+35=75$ 所要ノ答

二年生 $40+65=105$

一年生 $40+85=125$

(6) 題意ニヨリ

甲：乙 ＝ 5：4　　乙：丙 ＝ 3：2

丙：丁 ＝ 8：7　　丁：戊 ＝ 4：3

甲：乙：丙 ＝ 15：12：8

丙：丁：戊 ＝ 32：28：21

コレヨリ

甲：乙：丙：丁：戊＝60：48：32：28：21

甲ト戊トノ差ノ比ハ

$$\frac{60}{169}-\frac{21}{169}=\frac{39}{169}$$

$\frac{39}{169}$ ガ 39 ニ當ル　$39\div\frac{39}{169}$ ハ五人ノ年齢ノ和

甲ノ年齢ハ $169\times\frac{60}{169}=60$歳

乙ノ年齢 $169\times\frac{48}{169}=48$ 〃

丙ノ年齢 $169\times\frac{32}{169}=32$ 〃　所要ノ答

丁ノ年齢 $169\times\frac{28}{169}=28$ 〃

戊ノ年齢 $169\times\frac{21}{169}=21$ 〃

(7) $x=\sqrt{\frac{(4)^2}{2}}=\sqrt{8}=2{\cdot}82$

```
      4
48 ────
     400
     384
     ────
     1600
562  1124
     ────
```

代　數

(一) $\left(1+\frac{12}{x+1}-\frac{4}{x+3}\right)\left(1+\frac{4}{x+5}-\frac{12}{x+7}\right)$

ヲ最簡ニセヨ

(二) $3x^3-4x^2-5x+2$, $6x^3-17x^2+11x-2$,

$3x^3-x^2-12x+4$ ノ最大公約數ヲ求メヨ

(三) 下ノ方程式ヲ解ケ

$$\frac{1}{x-7}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+7}=0$$

(四) a ニ如何ナル値ヲ與フレバ $x^2-9x+a=0$ ノ二

根ノ立方ノ和ガ零トナルカ

(五) 等比級數ヲナス四數アリ始メノ二項ノ和ハ六十三ニシテ終リノ二項ノ和ハ百十二ナリ四數如何

(六) 下ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$yz=y-2z,\quad zx=6z-x,\quad xy=x-y.$$

(七) $(3x+2y)^7$ ノ展開ニ於ケル x^4y^3 ノ係數ヲ求メヨ

〔答案〕 (1)

$$原式=\left\{1+\frac{8x+32}{(x+1)(x+3)}\right\}\left\{1+\frac{-(8x+32)}{(x+5)(x+7)}\right\}$$

$$=\left\{\frac{(x+1)(x+3)+8x+32}{(x+1)(x+3)}\right\}\left\{\frac{(x+5)(x+7)-(8x+32)}{(x+5)(x+7)}\right\}$$

$$=\left\{\frac{x^2+12x+35}{(x+1)(x+3)}\right\}\left\{\frac{x^2+4x+3}{(x+5)(x+7)}\right\}$$

$$=\left\{\frac{(x+5)(x+7)}{(x+1)(x+3)}\right\}\left\{\frac{(x+3)(x+1)}{(x+5)(x+7)}\right\}=1$$

(2) a) $3x^3-4x^2-5x+2=3x^3-6x^2+2x^2-4x-x+3$

$=3x^2(x-2)+2x(x-2)-(x-2)=(x-2)(3x^2+2x-1)$

$=(x-2)(x+1)(3x-1)$

b) $6x^3-17x^2+11x-2=6x^3-12x^2-5x^2+10x+x-2$

$=6x^2(x-2)-5x(x-2)+(x-2)=(x-2)(6x^2-5x+1)$

$=(x-2)(2x-1)(3x-1)$

c) $3x^3-x^2-12x+4=3x^3-6x^2+5x^2-10x-2x+4$

$=3x^2(x-2)+5x(x-2)-2(x-2)=(x-2)(3x^2+5x-2)$

$=(x-2)(3x-1)(x+2)$

故ニ所要ノ最大公約數ハ $(x-2)(3x-1)$ ナリ

(3)

$$\frac{1}{x-7}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+7}=0$$

$$\frac{1}{x-7}+\frac{1}{x+7}+\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x+1}=0$$

$$\frac{2x}{(x-7)(x+7)}+\frac{2x}{(x-1)(x+1)}=0$$

$$2x\left\{\frac{1}{(x-7)(x+7)}+\frac{1}{(x-1)(x+1)}\right\}=0$$

$\therefore\ x=0$

$$\frac{1}{(x-7)(x+7)}+\frac{1}{(x-1)(x+1)}=0$$

$(x-1)(x+1)+(x-7)(x+7)=0$

$x^2-1+x^2-49=0$

$2x^2-50=0\qquad x^2=25\qquad x=\pm5$

(4) $x^2-9x+a=0$ コノ方程式ノ二根 α,β ノ ~~平方~~ 立方ノ和ガ 0 トナルタメニハ如何ナル値ヲ與フベキカト云フニ

$\alpha^3+\beta^3=0$

$\cancel{\alpha+\beta=9\qquad \alpha\beta=a\qquad \alpha^2+\beta^2=0}$

$\cancel{(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2=2\alpha\beta=9^2=81}$

$\therefore\ \cancel{2a=81\qquad a=\frac{81}{2}}$

$\alpha^3+\beta^3$

$=(\alpha+\beta)^3-3\alpha\beta(\alpha+\beta)$

$=9^3-3a\times9$

即 $27a=729$

$\boxed{a=27}$

(5) 等比級數ヲナス四數ヲ

$a,\ ar,\ ar^2,\ ar^3$ トス

$a+ar=64,\qquad a(1+r)=64$ ....(A)

$ar^2+ar^3=112,\qquad ar^2(1+r)=112$ ....(B)

B÷A, $\quad r^2=112\div64\qquad r=\frac{11}{8}$

$a(1+r)=64\qquad a\left(1+\frac{11}{..}\right)=64$

$a\left(\frac{19}{8}\right)=64 \qquad a=64\div\frac{19}{8}$

$a=26\frac{18}{19}=\frac{512}{19}$

∴ $a=\frac{512}{19} \qquad ar=\frac{704}{19} \qquad ar^2=\frac{968}{19}$

$ar^3=\frac{1331}{19}$

所要ノ四數ハ $\frac{512}{19}$, $\frac{704}{19}$, $\frac{968}{19}$, $\frac{1331}{19}$ ナリ

(6) $yz=y-2z$......(A) $\qquad xz=6z-x$......(B)

$xy=x-y$......(C)

(A) 式ヨリ $y=\frac{y}{z}-2$ $\qquad$ (C) 式ヨリ $y=1-\frac{y}{x}$

∴ $\frac{y}{z}-2=1-\frac{y}{x}$

$xy+yz=3xz=18z-3x$..................(D)

(A)+(C) $xy+yz=x-2z$ ....(E)

(D) 式ト (E) 式トヨリ

$x-2z=18z-3x \qquad 4x=20z \qquad x=5z$

(C) 式ヨリ

$$y=\frac{x}{x+1}=\frac{5z}{5z+1}$$

(A) 式ヨリ

$\frac{5z}{5z+1}z=\frac{5z}{5z+1}-2z \qquad 5z^2=5z-2z(5z+1)$

$15z^2=3z \qquad 5z^2=z \qquad z=0$ or $\frac{1}{5}$

∴ $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} x=\frac{1}{2} \\ y=1 \\ z=\frac{1}{5} \end{matrix}$

三角

(一) $\sin A=\frac{2}{3}$, $\cos B=\frac{3}{5}$ ヲ知リテ $\sin(A+B)$ 及ビ $\cos(A-B)$ ヲ求メヨ但シ A, B ハ孰レモ 0° ト 90° トノ間ニアルモノトス

(二) 下ノ二式ヲ最簡ニセヨ

(A) $\cos 2A+\frac{2}{\cot^2 A+1}$

(B) $\sin(180°+A)-\cos(90°+A)$

(三) 0° ト 180° トノ間ニ於テ下ノ方程式ニ適スル x ノ總テノ値ヲ求メヨ

$$2\cos^2 x+3\sin x=3$$

(四) 三角形 ABC ニ於テ A=120°, 邊 b=12尺, 邊 c=9尺ナルトキ邊 a ヲ寸位迄求メヨ

(五) 直立セル旗竿ガ地上ニ投ズル影ノ長サ 23.27 尺ニシテ此時太陽ノ仰角(高度ノ事ナリ) 44° 48′ ナリ旗竿ノ長サ幾何ナルカ但シ

log 2,31=,3636

log 2,32=,3655 $\qquad$ L tan 44°44′=9,9949

log 2,33=,3674 $\qquad$ L tan 44°50′=9,9975

〔答案〕 (1) $\sin A=\frac{2}{3}$, $\cos B=\frac{3}{5}$,

$\cos A=\sqrt{1-\sin^2 A}=\frac{\sqrt{5}}{3} \qquad \sin B=\sqrt{1-\cos^2 B}=\frac{4}{5}$

$\sin(A+B)=\sin A\cos B+\cos A\sin B$

$$=\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{4}{5}$$

$$=\frac{6+4\sqrt{5}}{15}$$

$\cos(A-B)=\cos A\cos B+\sin A\sin B$

$$=\frac{\sqrt{5}}{3}\times\frac{3}{5}+\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}$$

$$=\frac{8+3\sqrt{5}}{15}$$

(2) **(A)** $\cos 2A+\dfrac{2}{\cot^2 A+1}$

$$=1-2\sin^2 A+\frac{2}{\operatorname{cosec}^2 A}$$

$$=1-2\sin^2 A+2\sin^2 A$$

$$=1.$$

(B) $\sin(180^\circ+A)-\cos(90^\circ+A)$

$$=-\sin A+\cos A$$

(3) $2\cos^2 x+3\sin x-3=0$

$2(1-\sin^2 x)+3\sin x-3=0$

$2\sin^2 x-3\sin x+1=0$

$(2\sin x-1)(\sin x-1)=0$

$\sin x=\frac{1}{2}$ or $\sin x=1.$

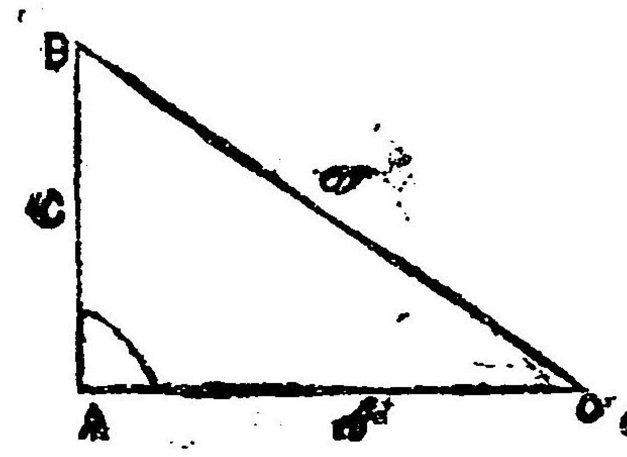
$x=30^\circ$ $\quad x=90^\circ$

及ビ $x=180^\circ-30^\circ=150^\circ$

x ノ値ハ $30^\circ,\ 90^\circ,\ 150^\circ.$

(4) 三角形 ABC ニ於テ

$\angle A=120^\circ$ 邊 $b=12$ 尺 邊 $c=9$ 尺



$a=\sqrt{b^2+c^2-2bc\cos 120^\circ}$

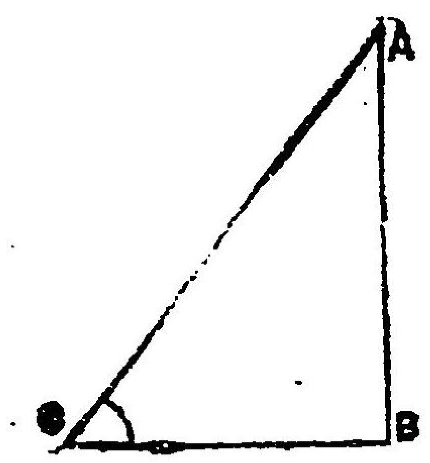
コレニ與ヘラレタル値ヲ代入スレバ

$a=\sqrt{12^2+9^2+(2\times12\times9)\cos 60^\circ}$

$=\sqrt{333}$ $\quad =18$ 尺.

(5) 題意ニヨリ $BC=23{\cdot}27$

$\angle C=44^\circ\ 48'$



$AB=CB\tan C.$

$=23{\cdot}27\tan 44^\circ48'$

$\log AB=\log 23{\cdot}27+\log\tan 44^\circ48'$

$\tan 44^\circ50'=9{\cdot}9975$

$\tan 44^\circ40'=9{\cdot}9949$ (−

$10'=0{\cdot}0026$

$10:8=26:x$

$$x=\frac{8\times26}{10}=20{\cdot}8$$

$\tan 44^\circ48'=9{\cdot}9949+0{\cdot}0021=9{\cdot}9970$

$\log 23{\cdot}3=1{\cdot}3674$

$\log 23{\cdot}2=1{\cdot}3655$

$0{\cdot}1=0{\cdot}0019$

$19:2=0{\cdot}1:x$ $\quad x=\frac{2}{19}=.01$

$AB=23{\cdot}1+0{\cdot}01=23{\cdot}11.$

幾　何

(一)　梯形ハ其平行ナル二邊ノ和ニ等シキ底邊及ビ其二邊ノ距離ニ等シキ高サノ矩形ノ半分ニ等シ之ヲ證明セヨ

(二)　四邊形 ABCD ニ於テ四邊 AB, BC, CD, DA ノ中點ヲ夫々 P, Q, R, S トシ下ノ二件ヲ證明セヨ

(i)　二ツノ對角線 AC, BD ガ相等シキトキハ PR, QS ハ直角ニ交ハル

(ii)　二ツノ對角線 AC, BD ガ直角ニ交ハルトキハ PR, QS ハ相等シ

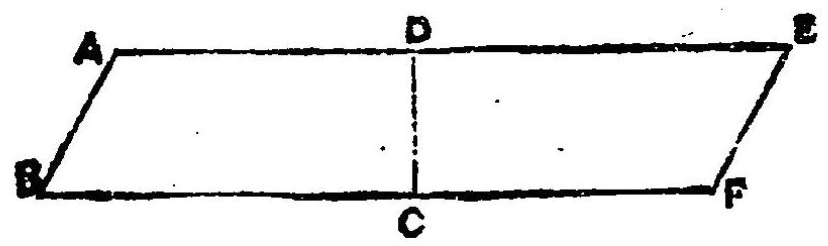
(三)　一邊ノ長サ一尺ノ正方形ニ外接スル圓ト一邊ノ長サ二尺四寸ノ等邊三角形ニ內接スル圓トハ孰レガ大ナルカ

(四)　頂角, 底邊及ビ他ノ二邊ノ和ヲ與ヘテ三角形ヲ作レ

(五)　三角形ノ頂角ヲ二等分スル直線ハ底邊ヲ他ノ二邊ノ比ニ內分ス之ヲ證明セヨ

(六)　二等邊三角形アリテ底邊ノ高サニ於ケルハ 3 ノ 2 ニ於ケルガ如クナルトキハ內心ニテ分タレタル高サノ分ノ比如何

〔答案〕 (1)



梯形 ABCD ニ於テ AD ハ BC ニ平行スルモノトス然ラバコノ梯形ハ AD, BC ノ和ヲ底トシコノ二邊間ノ距離ヲ高サトスル矩形ノ半ニ等シ

(証) △ABCD ト全等形ナル △CDEF ヲ作リ, CD ト等シキ邊ヲ CD ト全ク重ネ ∠ADC ニ等シク ∠FCD ヲ占メシメヨ

然ラバ ∠ADC ト ∠BCD ハ補角ヲナスニヨリ CF ハ BC ト DE ハ AD ト一直線ヲナス

$CF=AD \qquad DE=BC$

$\therefore \quad BF=BC+CF=BC+AD$

$AE=AD+DE=AD+BC$

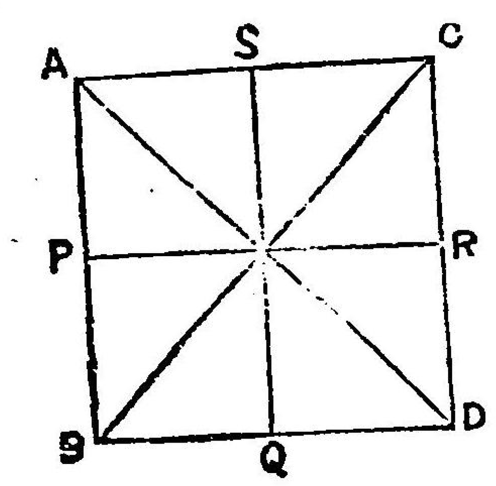
$\therefore \quad BF=AE$

即　ABEF ハ平行四邊形ナリ

然ルニコノ ABEF ハ BF ヲ底トシ AD, BC 間ノ距離ヲ高サトセル矩形ニ等シ

故ニ △ABCD ハ AD, BC ノ和ヲ底トシソノ梯形ノ高サヲ高サトセル矩形ノ半ニ等シ

(2)



(i) 四邊形 ABCD ニ於テ四邊 AB, BC, CD, DA ノ中點ヲソレゾレ P, Q. R, S トスレバ (AD=BC) PR ト QS トハ直角ニ交ルベシ

(証) 仮設ニヨリテ AD=BC ナレバコノ四邊形ハ矩形ナリ

$\therefore \quad \angle PAS=\angle POS=RL$

即チ PR ハ QS ニ直角ニ交ル

(ii) (假設) AC ト BD トガ直角ニ交ルヲ以テ四邊形 ABCD ハ菱形ナリ

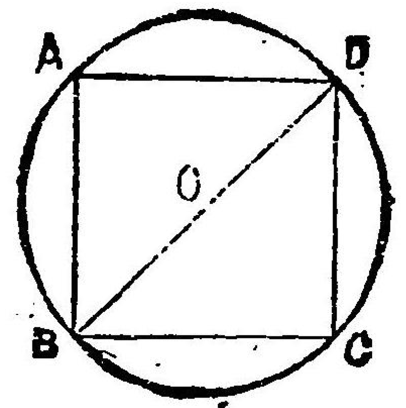
∴ AB=AD

而シテ AB ∥ QS

AD ∥ PR

即チ QS=PR

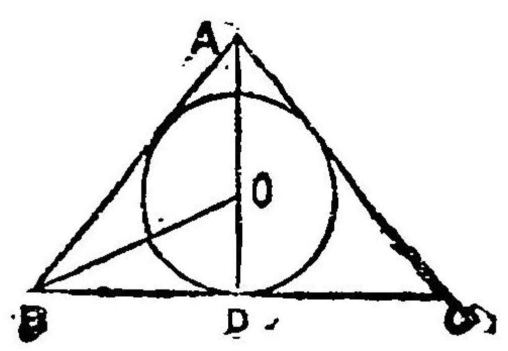
(3) 題意ニヨリ一邊ノ長サ 1 尺ナル正方形ニ外接スル圓ノ半徑ハ即チ OD ニシテソノ長サハ



$$\sqrt{\frac{10^2+10^2}{2}}=\sqrt{\frac{200}{2}}=7$$

ナリ

若シ第二ノ場合ノ如ク



△ABC ニ内切スル圓ニ於テ

AB=24

BD=24÷2=12

$AD^2=AB^2-BD^2$

$=24^2-12^2=432$

∴ $AD=\sqrt{432}$

OD ヲ x トスレバ

$AD=AD-x=\sqrt{432}-x$

$\angle ABO=\angle DBO$

∴ $AB : AD-OD=BD : OD$

$24 : \sqrt{432}-x=12 : x$

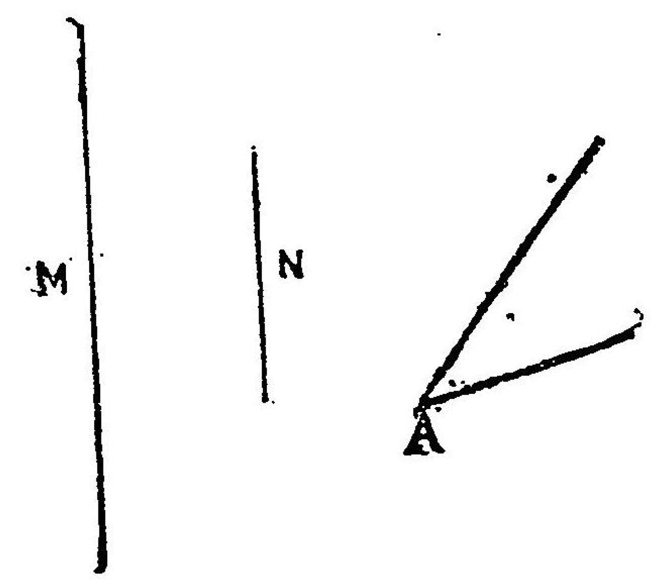
$24x=12\sqrt{432}-12x$

$2x=\sqrt{432}-x$

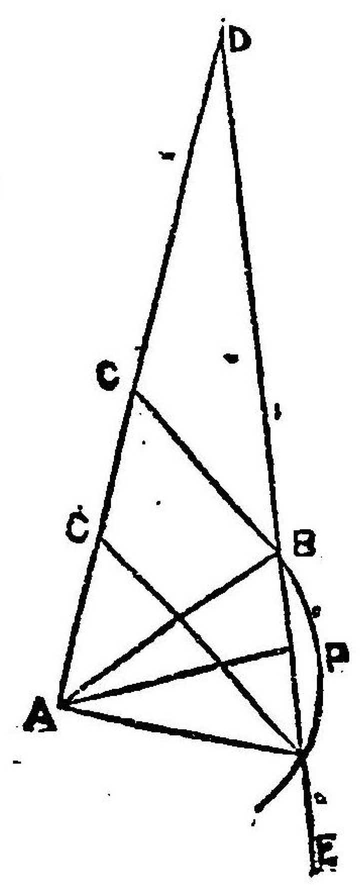
$$x=\frac{\sqrt{432}}{3}=4$$

故ニ第一ノ場合ガ大ナリ

(4) (假設) 與ヘラレタル底邊ヲ N トシ二邊ノ和ヲ M トシ頂角ヲ A トス



(作圖) AD ヲ M ト同長ニトリ D ニ於テ ∠A ノ $\frac{1}{2}$ ヲ以テ DE ヲ作リ A ヲ中心トシテ N ヲ半徑トシテ圓ヲ畫キ D ト E トノ交點ヲ B, B′ トス, B 及ビ B′ ニ於テ DE ト $\frac{1}{2}$∠A ヲナス直線ヲ引キ AD トノ交點ヲ C 及ビ C′ トセヨ然ルトキハ △ABC 及ビ △A′B′C′ ハ求ムル三角形ナリ



(證明) △BCD ニ於テ ∠B=∠D

∴ BC=DC

∴ AC+BC=AD

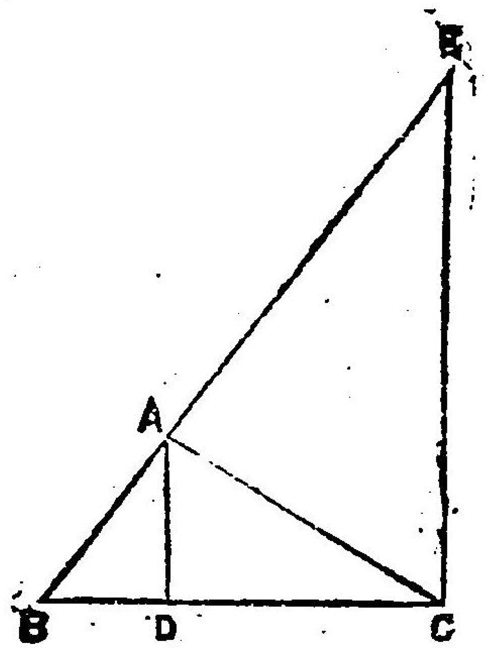
∠ACB=∠B+∠D=∠A

而シテ AB ハ半徑ナルヲ以テ M ト長サ等シ

∴ △ABC ハ求ムル三角形ナリ

△A′B′C′ モ亦同樣ナリ

(5) (假設) 三角形ノ頂角 A ヲ二等分スル直線 AD ハ底 BC ヲ他ノ二邊ノ比ニ内分スベシ即



AB : BD＝AC : CD ナルベシ

(証明) AB ヲ延長シ AE ヲ AC ニ等シク切リ EC ヲ結ベ

然ラバ ∠BAD＝∠DAC＝∠AFC＝∠ACE　故ニ　EC ∥ AD

又 △AFC ハ二等邊三角形ナレバ

AE＝AC

依テ　AB : BD＝AE : CD　　然ルニ　AE＝AC

∴　AB : BD＝AC・CD

(6) 題意ニヨリ

$$BC : AD = 3 : 2$$

$$\therefore\ BD : AD = 1{\cdot}5 : 2$$

$$AB = \sqrt{2^2 + 1{\cdot}5^2} = 2{\cdot}5$$

今, OD ヲ x トスレバ

$$AB : 2 - x = BD : x$$

$$2{\cdot}5 : 2 - x = 1{\cdot}5 : x$$

$$15(2 - x) = 25x$$

$$3 \times 2 - 3x = 5x \qquad x = \tfrac{6}{8} = \tfrac{3}{4}$$

$$AO : OD = 2 - \tfrac{3}{4} : \tfrac{3}{4}$$

$$= \tfrac{5}{4} : \tfrac{3}{4}$$

$$= 5 : 3$$

コレ所要ノ比ナリ

陸軍士官學校

算術

6 (1) 或人若干里程ヲ行クニ毎時 28 町ヲ行ケバ豫定時間ヨリ 2 時間遲ク到着シ毎時 42 町ヲ行ケバ豫定時間ヨリ 1 時間早ク到着スルト云フ全里程ヲ求ム

X (2) 甲乙丙三人ニ或金ヲ分配スルニ甲ハ全體ノ $\frac{4}{15}$ ヲ取リ乙ハソノ $\frac{2}{5}$ ヲ取リシガ後乙ハ其所得ノ $\frac{1}{4}$ ヅヽヲ甲ト丙トニ與ヘタルタメ丙ノ所得ハ 82 圓トナレリト云フ甲ト乙トノ實收入ヲ求ム

0 (3) 金 173 圓ヲ甲乙丙三人ニ分配スルニ甲ト乙トハ 4 ト 3 ノ割合乙ト丙トハ 5 ト 6 ノ割合ニ取レリ各ノ所得ヲ求ム

5 (4) 立方體(正六面體)ノ全面積 937.5 平方寸ナルトキハ其體積ハ幾何ナルカ

〔答案〕 (1) $\dfrac{1}{\cancel{82}}$ 28 …… 一町ニ要スル時間

$\dfrac{1}{42}$ …… 急ギタルトキニ要スル時間

$\dfrac{1}{\cancel{82}}$ 28 $- \dfrac{1}{42} = \dfrac{1}{84}$ ハ一町ヲ行クニ要スル時間ノ差

題意ニヨリ時間ノ差ハ　$2 + 1 = 3$　ナリ

故ニ　$3 \div \dfrac{1}{84} = 252$ 町　　$252 \div 36 = 7$ 里

(2) 甲ハ全体ノ $\dfrac{4}{15}$

乙ハ 〃 $\dfrac{2}{5}$

丙ハ 〃 $1 - \left(\dfrac{4}{15} + \dfrac{2}{5}\right) = \dfrac{1}{3}$ ナリ

題意ニヨリ

$$甲ハ全体ノ \quad \frac{4}{15}+\frac{2}{35}=\frac{34}{105}$$

$$乙 \quad 〃 \quad \frac{2}{5}-\frac{2}{35}=\frac{10}{35}$$

$$丙 \quad 〃 \quad \frac{1}{3}+\frac{2}{35}=\frac{41}{105}$$

丙ノ所得ハ題意ニヨリ

$$82\div\frac{41}{105}=210$$

甲，乙ノ所得ハ

$$210\times\frac{34}{305}=68\text{圓} \cdots\cdots\cdots\cdots 甲$$

$$210\times\frac{10}{35}=60\text{圓} \cdots\cdots\cdots\cdots 乙$$

(3)　甲，乙，丙三人ノ比ハ　[illegible] : [illegible] : $\frac{3}{4}\times\frac{6}{5}$　即チ 20 : 15 : 18　ナリ，故ニ甲ノ所得ハ

$$371\times\frac{20}{53}=140\text{圓} \cdots\cdots\cdots\cdots 甲$$

$$371\times\frac{15}{53}=105\text{圓} \cdots\cdots\cdots\cdots 乙$$

$$371\times\frac{18}{53}=126\text{圓} \cdots\cdots\cdots\cdots 丙$$

(4)　立方体ノ全面積ハ底面ノ周ト高サトノ積ト底面積トノ和ニ等シ

故ニ題意ニヨリ底面積ハ　$937{\cdot}5\div6=156{\cdot}25$

コレヨリ立方体ノ一邊ハ　$\sqrt{156{\cdot}25}=12{\cdot}5$ 寸

而シテ立方体ノ体積ハ底面積ト高サトノ積ニ等シ即チ 12·5 ノ立方ナリ

$$\therefore \quad 所要ノ体積=(12{\cdot}5)^3=1953{\cdot}125 \text{ 立方寸}$$

代　數

(1)　$ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}+\cdots\cdots$ ガ x ノ有理整式ナルトキ a ヲ x ニ代入シテ零トナレハ本式ハ $x-a$ ニテ整除セラルヽコトヲ証セヨ

(2　次ノ各式ヲ簡單ニセヨ

$$\text{I.} \quad \frac{1}{(a-b)(c-b)}+\frac{1}{(b-c)(a-c)}+\frac{1}{(c-a)(b-a)}$$

$$\text{II.} \quad \frac{1}{x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}+1}\div\frac{x}{x^{\frac{1}{3}}-1}$$

(3)　a ガ b ト c ノ算術平均ニシテ b ガ a ト c ノ幾何平均ナルトキハ　c ハ a ト b トノ調和平均ナルコトヲ證セヨ

(4)　平行セル線路ヲ走ル二列車アリ甲ノ前端ガ乙ノ後端ニ追及シテヨリ兩車ガ相離ルヽマデニ 12 秒ヲ要ス．今乙ノ速力ヲ以前ノ 3 倍トスルトキハ 30 秒ヲ要ストイフ　甲ノ長サヲ 60「ヤード」乙ノ長サヲ 72「ヤード」トスルトキハ甲乙兩車ハ毎時幾里ノ速力ナルカ

〔解答〕　(1)　$ax^n+bx^{n-1}+cx^{n-2}+\cdots\cdots\cdots$ ナル式ヲ $x-a$ ニテ除スレバ $x=a$ ト置キテ計算スベシ然ルニ a ヲ x ニ代入スレバ零トナルヲ以テ $x-a$ ニテ整除シ得ベシ　即チ　$(x-a)(1x^{n-1}+\cdots\cdots\cdots)$　トナル

(2)

$$\text{〔I.〕} \quad \frac{1}{(a-b)(c-b)}+\frac{1}{(b-c)(a-c)}+\frac{1}{(c-a)(b-a)}$$

$$=\frac{-(a-c)+(a-b)+(b-c)}{(a-b)(b-c)(a-c)}=\frac{-a+c+a-b+b-c}{(a-b)(b-c)(a-c)}$$

$$=\frac{0}{(a-b)(b-c)(a-c)}=0.$$

II. $$\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}+1}+\frac{x}{x^{\frac{1}{3}}-1}$$

$$=\frac{x^{\frac{1}{3}}-1-(x^{\frac{1}{3}}+1)-x^{\frac{2}{3}}(x^{\frac{1}{3}}-1)+x(x^{\frac{1}{3}}+1)}{(x^{\frac{1}{3}}+1)(x^{\frac{1}{3}}-1)}$$

$$=\frac{\cancel{x^{\frac{1}{3}}}-1-\cancel{x^{\frac{1}{3}}}-1-\cancel{x}+x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{4}{3}}+\cancel{x}}{x^{\frac{2}{3}}-1}$$

$$=\frac{x^{\frac{4}{3}}+x^{\frac{2}{3}}-2}{x^{\frac{2}{3}}-1}=\frac{\cancel{(x^{\frac{2}{3}}-1)}(x^{\frac{2}{3}}+2)}{\cancel{(x^{\frac{2}{3}}-1)}}=x^{\frac{2}{3}}+2$$

(3) 算術平均ハ $a=\frac{b+c}{2}$ 幾何平均 $b=\sqrt{ac}$ ナルトキハ $c=\frac{2ab}{a+b}$ ナリ

何故ナレバ $b^2=ac$ $c=\frac{b^2}{a}$ ………………(A)

$a=\frac{b+c}{2}$ ニ (A) ヲ代入スレバ

$$a=\frac{b+\frac{b^2}{a}}{2}=\frac{\frac{ab+b^2}{a}}{2}$$

$2a=\frac{b(a+b)}{a}$ $a=\frac{b(a+b)}{2a}$ ………………(B)

(B) ヲ $b^2=ac$ ニ代入シテ

$b^2=\frac{b(a+b)}{2a}c$ $c=b^2\times\frac{2a}{b(a+b)}$ 即チ $\frac{2ab}{a+b}$

幾何

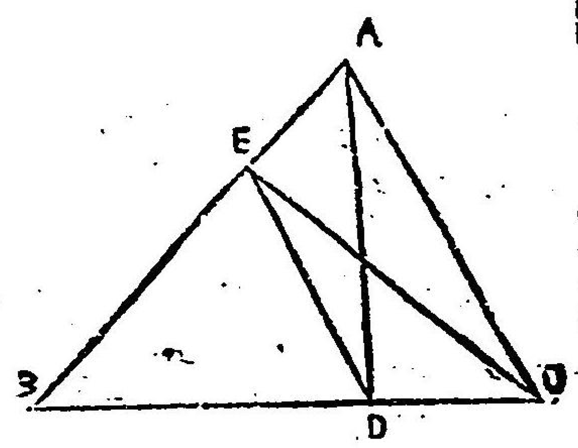
1. 鋭角三角形 ABC ノ角頂 A, C ヨリ對邊ニ引ケル垂線ヲソレゾレ AD, CE トスルトキハ三角形 DEB ハ元ノ三角形 ABC ニ相似ナルコトヲ證セヨ

2. 三角形 ABC ノ底邊 BC ニ平行ナル直線ガ邊 AB, AC ニ交ル點ヲ夫々 D, E トシ BE, DC ノ交點ヲ O トスルトキハ三角形 AOE, AOD ハ等積ナルコトヲ證セヨ

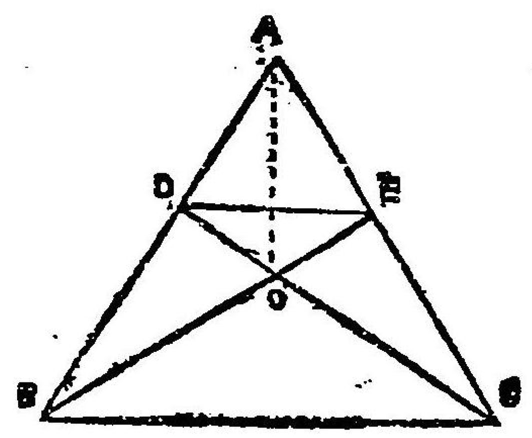
3 O ヲ中心トスル圓周ノ一點 A ニ切線ヲ引キ半徑 OB ト交ル點ヲ C トシ AD ヲ OB ニ引ケル垂線トスルトキハ AB ハ角 CAB ヲ二等分スルコトヲ證セヨ

4. 同一ノ直線ニ垂直ナル二ツノ平面ハ互ニ平行ナルコトヲ證セヨ

〔解答〕 1. 題意ニヨリ ∠ADC 及ヒ ∠CEA ハ各直角ナル故 A, C, D, E ハ同上ノ圓周上ニアリ故ニ ∠CAE=∠EDB 且又 ∠B ハ共通ナル故 ∴ △DEB, ABC ハ相似ナリ

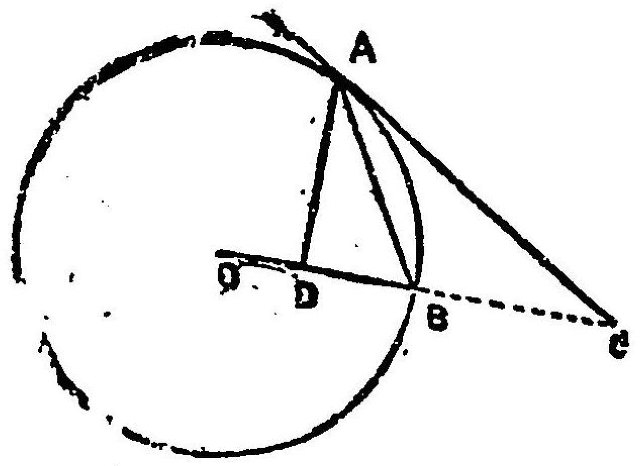


2. 題意ニヨリ DE ハ BC ニ平行ナリ
今 △ABE, △ACD ニ於テ BE=CD.
又 DB=EC, AD=AE ∴ AB=AC.



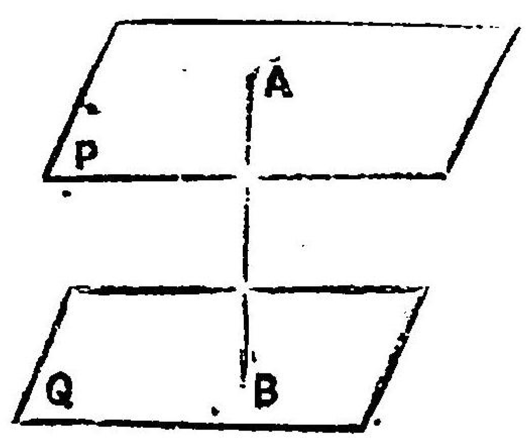
然レバ　$\triangle AOD$, $\triangle AOE$ ニ於テ二角ハ夫々相等シク且又邊 $AD=AE$ 而シテ AO ハ兩形ニ通ズ夫故 $\triangle AOD=\triangle AOE$ 即チ等積ナリ

3\.



題意ニヨリ OB ハ半徑ナル故 $\angle BDA=$∟R ナリ $\angle BCA=$∟R ナリ而ルニ AC ハ切線ナル故 $\angle BAD=\angle BAC$ 故ニ題意ニヨリ AC ハ切線, AD ハ垂線 故ニ $DB=CB$ B ハ DC ノ中點ナリ $\therefore \angle ABD=\angle ABC$.

4\.



直線 AB ヲ P, Q ナル二ツノ平面ニ A, B ニ於テ垂直ナリトセヨ

然ルトキハ P, Q ハ互ニ平行ナルベシ

若シ P, Q ナル二ツノ平面ガ出會ヘバ其ノ交點ニ任意ノ點 γ ヲトリ γA, γB ヲ結ビ付ケヨ, 然ラバ AB ハ P ニ垂直ナルヲ以テ γA ハ AB ニ垂線ナリ, 同樣ニ γB モ亦 AB ニ垂線, 然ルニ一ツノ直線 AB ニ一點 γ ヨリ二ツノ垂線ヲ引クヲ得ズ, 夫故 P, Q ハ出會ハズ即チ平行ナリ

三　角

1\. 30°, 45°, 90° 及 120° ノ三角函數ヲ求メヨ

2\. 次ノ恒等式ヲ證明セヨ

I. $\dfrac{\sin A+\sin 3A}{\cos A-\cos 3A}=\cot A$

II. $\operatorname{cosec}(90^\circ-A)+\tan(180^\circ-A)\sin A=\sin(90^\circ+A)$

3\. A, B, C ハ三角形ノ三ツノ角ナルトキ次ノ恒等式ヲ證セヨ

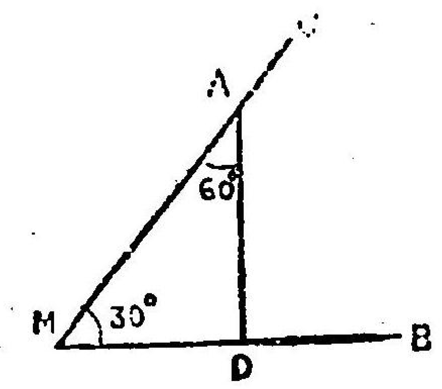
I. $\dfrac{a}{2\sin A}=\dfrac{a\cos A+b\cos B+c\cos C}{\sin 2A+\sin 2B+\sin C}$

II. $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$.

4\. 平地上 250 [メートル] ノ山上ヨリ觀測者ト同一垂直面ニアル平地上ノ二點ヲ望ミ俯角 28°, 及 33°,2 ヲ得タリ二點間ノ距離ヲ求ム. 但シ函數ノ値ハ次表ニヨリテ求メヨ

	正弦	餘切
4°	0.0698	14.007
5°	0.0872	11.4301
28°	0.4695	1.8807
29°	0.4848	1.8040
33°	0.5446	1.5399
34°	0.5592	1.4829

〔解答〕 1. 30° ノ三角函數ハ



30° ノ角 BMC ヲ作リ MC 上ノアル點ヨリ MB ヘ垂線 AD ヲ作レバ 30° ノ角ノ 正弦, 餘弦, 正切, 餘切, 正割, 餘割ハ

$$\frac{AD}{MA},\quad \frac{MD}{MA},\quad \frac{AD}{MD},\quad \frac{MD}{AD},\quad \frac{MA}{MD},\quad \frac{MA}{AD}$$

幾何學ノ定理ニヨリ

$$MA=\frac{MA\sqrt{3}}{2},\qquad AD=\frac{MA}{2}$$

∴ 30° ノ角ノ Sin ハ $\frac{AD}{MA}=\frac{MA}{2}\div MA=\frac{1}{2}$

cos ハ $\frac{MD}{MA}=\frac{MA\sqrt{3}}{2}\div MA=\frac{\sqrt{3}}{2}$

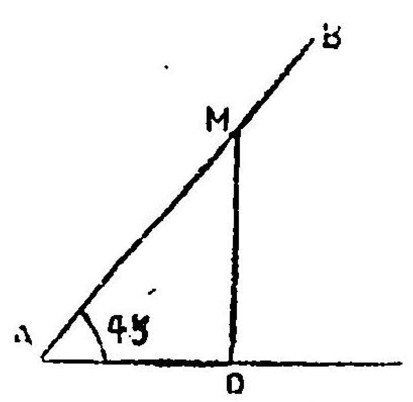
tan ハ $\frac{AD}{MD}=\frac{MA}{2}\div\frac{MA\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

cot ハ $\frac{MD}{AD}=\frac{MA\sqrt{3}}{2}\div\frac{MA}{2}=\sqrt{3}$

sec ハ $\frac{MA}{MP}=MA\div\frac{MA\sqrt{3}}{2}=\frac{2}{\sqrt{3}}$

cosec ハ $\frac{MA}{AD}=MA\div\frac{MA}{2}=2$

45° ノ角ノ三角函數



∠A=45°, MD=垂線夫故幾何學ノ定理ニヨリ

AD=MD, AM=MD$\sqrt{2}$ 依リテ

Sin ハ $\frac{MD}{AM}=\frac{MD}{MP\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

cos ハ $\frac{AD}{AM}=\frac{MP}{MP\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

餘ハ 30° ノ時ト同ジク三角ノ公式ニ從ヒテ夫々

tan45°=1　cot45°=1　sec45°=$\sqrt{2}$　cosec45°=$\sqrt{2}$

同樣ニ 90° ノ三角函數ハ

Sin90°=1　cos90°=0

tan90°=∞　cot90°=0

sec90°=∞　cosec90°=1

又 120° ノ三角函數ハ

$$\mathrm{Sin}(180°-60°)=\mathrm{Sin}60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(180°-60°)=-\cos60°=-\frac{1}{2}$$

∴ $\tan120°=\sqrt{3}$　$\cot120°=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\sec120°=2$　$\mathrm{cosec}120°=\frac{2}{\sqrt{3}}$

2. I. $\frac{\mathrm{Sin}A+\mathrm{Sin}3A}{\cos A-\cos3A}=\cot\frac{A}{2}$

公式ニヨリ $\frac{2\,\mathrm{Sin}\frac{A+3A}{2}\cos\frac{A-3A}{2}}{-2\mathrm{Sin}\frac{3A+A}{2}\,\mathrm{Sin}\frac{A-3A}{2}}$

∴ $\frac{\cos\frac{-2A}{2}}{-\mathrm{Sin}\frac{-2A}{2}}$　−2デ割リテ

$$=\frac{\cos A}{\mathrm{Sin}A}=\cot A$$

II. $\mathrm{cosec}(90°-A)+\tan(180°-A)\mathrm{Sin}A=\mathrm{Sin}(90°+A)$

$$=\frac{1}{\mathrm{Sin}(90°-A)}+\frac{\mathrm{Sin}(180°-A)}{\cos(180°-A)}\mathrm{Sin}A$$

$$=\frac{1}{\cos A}+\frac{\mathrm{Sin}\,\mathrm{Sin}A}{-\cos A}=\frac{1}{\cos A}-\frac{\mathrm{Sin}^2A}{\cos A}$$

$$=\frac{1-\mathrm{Sin}^2A}{\cos A}=\frac{\cos^2A}{\cos A}=\cos A$$

又右邊ハ　$\text{Sin}\,90°+\text{A})=\text{Sin}90°\cos\text{A}+\cos9\ °\text{SinA}$

而シテ　$\text{Sin}90°=1,\quad \cos 90°=0,\quad \therefore\ \cos\text{A}$

3. II. $\tan\text{A}+\tan\text{B}+\tan\text{C}=\tan\text{A}\tan\text{B}\tan\text{C}.$

$$\frac{\text{SinA}}{\cos\text{A}}+\frac{\text{SinB}}{\cos\text{B}}+\frac{\text{SinC}}{\cos\text{C}}$$

$$=\frac{\text{SinAcosB}+\text{cosASinB}}{\cos\text{A}\ \cos\text{B}}+\frac{\text{SinC}}{\cos\text{C}}$$

$$=\frac{\text{Sin}(\text{A}+\text{B})}{\cos\text{A}\ \cos\text{B}}+\frac{\text{SinC}}{\cos\text{C}}\quad (\text{Sin}(\text{A}+\text{B})=\text{SinC}\ \text{ナル故ニ})$$

$$\frac{\text{SinCcosC}+\text{SinCcosAcosB}}{\cos\text{A}\ \cos\text{B}\ \cos\text{C}}=\frac{\text{SinC}(\cos\text{C}+\cos\text{AcosB})}{\cos\text{C}\ \cos\text{A}\ \cos\text{B}}$$

$$=\frac{\text{SinC}\{-\cos(\text{A}+\text{B})+\cos\text{AcosB}\}}{\cos\text{C}\ \cos\text{A}\ \cos\text{B}}$$

$$=\frac{\text{Sin}(-\cos\text{AcosB}+\text{SinASinB}+\cos\text{AcosB})}{\cos\text{C}\ \ \cos\text{A}\ \ \cos\text{B}}$$

$$=\frac{\text{SinCSinASinB}}{\cos\text{CcosAcosB}}=\tan\text{C}.\ \tan\text{A}.\ \tan\text{B}\quad \text{ナリ.}$$

神戸高等商業學校

代　　數

1 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{x^3-x^2-13x+4}{2x^4+7x^3+5x^2+11x-4}$$

2 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{1}{(a-b)(a-c)(x+a)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)(x+b)}$$
$$+\frac{1}{(c-a)(c-b)(x+c)}$$

3. $\dfrac{n\text{E}}{ax+by}$, ナル式ニ於テ xy ナルコトヲ知ル此式カ最大値ヲ有スル時ハ $a, b, x, y,$ 間ニ如何ナル關係アルカヲ示セ. 式中 n, E, a, b, ハ正ノ定數ナリ

4. $(1.05)^{10}$ ヲ二項定理ヲ適用シテ展開シ然ル後零點以下三位マデ計算スベシ

〔解答〕 **1.** 分母子ノ最大公約數ヲ見ルベシ然ルトキハ

$$\frac{x^3-x^2-13x+4}{2x^4+7x^3+5x^2+11x-4}=\frac{(x-4)(x^2+3x-1)}{(2x^2+a+4)(x^2+3x-1)}$$
$$=\frac{x-4}{2x^2+x+4}$$

2. $$\frac{1}{(a-b)(a-c)(x+a)}+\frac{1}{(b-c)(b-a)(x+b)}$$
$$+\frac{1}{(c-a)(c-b)(x+c)}$$

$$=-\frac{1}{(a-b)(c-a)(x+a)}-\frac{1}{(b-c)(a-b)(x+b)}$$
$$-\frac{1}{(c-a)(b-c)(x+c)}$$

$$=-\frac{(b-c)(x+b)(x+c)+(c-a)(x+c)(x+a)+(a-b)(x+b)(x+a)}{(a-b)(b-c)(c-a)(x+a)(x+b)(x+c)}$$

分子 $=(b-c)(x+b)(x+c)+(c-a)(x+c)(x+a)$
$$+(a-b)(x+b)(x+a)$$

$$=(b-c)\{x^2+x(b+c)+bc\}+(c-a)\{x^2+x(a+c)+ac\}$$
$$+(a-b)\{x^2+x(a+b)+ab\}$$

$$=x^2\{b-c+c-a+a-b\}+x\{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2\}$$
$$+b^2c-bc^2+ac^2-a^2c+a^2b-ab^2$$

$$=b^2c-bc^2+ac^2-a^2c+a^2b-ab^2$$
$$=c^2(a-b)-c(a^2-b^2)+ab(a-b)$$
$$=(a-b)\{c^2-ca-cb+ab\}=(a-b)(c-a)(c-b)$$
$$=-(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$\therefore\ \text{原式}=\frac{-(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)(x+a)(x+b)(x+c)}$$
$$=\frac{(a-b)(b-c)(c-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)(x+a)(x+b)(x+c)}$$
$$=\frac{1}{(x+a)(x+b)(x+c)}$$

3. 單ニ $\dfrac{nE}{ax+by}$ ノ式ガ最大値ヲ有スルガ爲ニハ nE ヲ定メザルベカラズ然本問ニテハ nE ノ定メナシ

$\dfrac{nE}{ax+by}$ ノ式ガ最大ナルタメニハ $ax+by$ ヲ最少ニスルヲ要ス. 之レヲ最小ニスルニハ $ax=by$ ナルヲ要ス

$$\therefore\ \frac{a}{b}=\frac{y}{x}\quad \text{即}\quad a:b=y:x\quad \text{ナリ}$$

4. $(1.05)^{10}=(1+.05)^{10}$

$$(1+.05)^{10}=1+{}_{10}C_1(.05)+{}_{10}C_2(.05)^2+{}_{10}C_3(.05)^3$$
$$+{}_{10}C_4(.05)^4+{}_{10}C_5(.05)^5+{}_{10}C_6(.05)^6+{}_{10}C_7(.05)^7$$
$$+{}_{10}C_8(.05)^8+{}_{10}C_9(.05)^9+(.05)^{10}$$
$$=1+10\times(.05)+45\times(.0025)+120\times(.000125)$$
$$+210\times(.00000625)+252\times(.0000003125)$$
$$+210\times(.000000015625)+120\times(.00000000078125)$$
$$+45\times(.0000000000390625)$$

$$+10\times(.000000000001453125)$$
$$+.00000000000009765625=1.62889$$

算術

(注意) 答數及算式ヲ整然且明瞭ニ記載スベシ

1. 面積27町・段6畝16歩アル正方形ノ地所アリ今其周圍ニ6尺6寸ヅヽヲ隔テヽ樹木ヲ植エントスレバ幾本ノ樹木ヲ要スベキヤ

2. 一升ノ價金76錢ノ上酒ト一升ノ價金58錢ノ下酒トヲ混シ尚之ニ若干ノ水ヲ加ヘテ一升ノ價金66錢ノ中酒2石8斗ヲ作ラントス然ラバ上酒下酒及水ノ混合量各幾何ナルカ但下酒混合量ハ上酒混合量ノ $\frac{1}{2}$ ナルコトヲ要ス

3. 甲乙丙丁四人ノ所持金ヲ比スレバ甲ト乙トハ4ト3トノ如ク乙ノ8倍ハ丙ノ五倍ニ等シク丙ノ $\frac{1}{6}$ ハ丁ノ $\frac{1}{7}$ ニ等シ今若シ各自ノ所持金ノ内甲ハ金260圓ヲ費シ乙ハ金18[illegible]圓ヲ費シ丙ハ金268圓ヲ費シ丁ハ金375圓ヲ費サバ四人ノ殘金總額金2653圓トナルベシトイフ然ラバ最初ノ所持金各幾何ナルカ

4. 二ツノ整數ノ和ハ104055ニシテ其最大公約數ハ6937ナリト云フ此クノ如キ二數ハ幾通リアルカ其ノ總テノ場合ヲ示セ

〔解答〕 **1.** 先ヅ面積ヲ立方尺ニ直スレバ $81796\times36=2944656$ 立方尺トナル. 故ニ

正方形ノ一邊 $=\sqrt{2944656}=1716$ 尺

全周 $=1716\times4=6864$ 尺

故ニ全周ヲ 6.6 デ除セバ本數ヲウ．然ルニ本數ハ間隔常ニ一本多シ

故ニ　(6864÷6.6)+1=1040+1=1041 本

開方

```
        2 | 94 | 46 | 56 ( 1716
        1 |
       -------------------
  27    1  94
        1  89
 341   --------
           5  46
           3  41
3426      --------
           2  05  56
           2  05  56
          ----------
                0
```

2. 75 錢ノ上酒ヲ 2 トセバ 58 錢ノ下酒ハ 1 トナル

76×2=152
58×1= 58

3)210(70
210

0

70 錢ハ上酒 2 下酒 1 ノ割ニ混シタル酒一升代

66	70	66	33
	0	4	2

35：33=280：x　x=264 升

35：2=280：x　x=16 升

又　3：2=264：x　x=176 升

3：1=264：x　x=88 升

答　水=16 升　下酒=88 升　上酒=176 升

3. 甲：乙=4：3　乙：丙=5：8　丙：丁=6：7

甲：乙：丙：丁=4：3：$\frac{24}{5}$：$\frac{28}{5}$

260+185+268+375=1088　甲乙丙丁ノ消費金總額

$4+3+\frac{24}{5}+\frac{28}{5}=\frac{87}{5}$

$\frac{87}{5}:4=3741:x$　$x=860$ 圓…甲ノ所求ノ金額

$\frac{87}{5}:3=3741:x$　$x=645$ 圓…乙ノ所求ノ金

$\frac{87}{5}:\frac{24}{5}=3741:x$　$x=1032$ 圓…丙ノ所求ノ金

$\frac{87}{5}:\frac{28}{5}=3741:x$　$x=1204$ 圓…丁ノ所求ノ金

4. 二數ヲ A, B トス．H ヲ最大公約數トス

$\left.\begin{array}{l}\frac{A}{H}=a\\ A=Ha\end{array}\right\}$　$\left.\begin{array}{l}\frac{B}{H}=b\\ B=Hb\end{array}\right\}$　又 $A+B=Ha+Hb=H(a+b)$

$\therefore\ 104055=6937(a+b)$

$\therefore\ 15=a+b$

$a=1$ トセバ $b=14$	$a=8$ トセバ $b=7$
$a=2$ ……… $b=13$	$a=9$ ……… $b=6$
$a=3$ ……… $b=12$	$a=10$ ……… $b=5$
$a=4$ ……… $b=11$	$a=11$ ……… $b=4$
$a=5$ ……… $b=10$	$a=12$ ……… $b=3$
$a=6$ ……… $b=9$	$a=13$ ……… $b=2$
$a=7$ ……… $b=8$	$a=14$ ……… $b=1$

十四通リトナルモ二通ヅヽ合スルヲ以テ四通ヲ以テ答トス

(1 ト 14)　(2 ト 13)　(4 ト 11)　(7 ト 8)