

# 近世地震學

王應偉編

---

**Modern Seismology**

By

**Y. W. WANG**

## 近世地震學序

地球物理現象，變幻最驟，探討最難，當推地震。當其發生也，城郭邱墟，山川崩陷，被害之烈，莫與倫比。則研究是學，不僅有裨科學，亦所以拯救人羣也。世界各國，以地震著稱或如日本，如大意大利，如東印度羣島，歷來所發生之著名地震，彰彰可考，世界研究地震學者，亦實繁有徒，然地震學至今尚未到完備時代，誠以來因孔多，殊難全以幾何方式，窮其究竟也。然學術賴研究而昌明，而研究則有賴於書籍；碩甫先生，洪深斯學，因國內尚乏專籍，竭數月之力，編成是書，於理論實用，均詳為闡說，而於彈性力學，尤特加注意，誠為得地震學之數要。書成屬丙然序。丙然以吾國近來，常見地震巨災，而其重要，亦漸為一般學者所注意，用敢以一言為介。至於是書內容之豐富，說理之精詳，固無庸丙然之贅也。

蔣丙然序 二〇，六，一九，



## 編譯例言

1. 本書之各部分，譯者多而編者少，與其云編輯，無庸謂為編譯，以明不敢掠美之意。

2. 本書所述，僅係地震學之概要。如讀者欲詳細研究，可購讀第十一章第六節所開具之參考書籍。

3. 本書目的，以實用為主，而實用均從理論而出，故書中第二章至第六章，為理論部分；第七章以下，則注重於實地應用。

4. 彈性力學，為地震學理論所自出，所以書中特設彈性波動一章，凡與地震學有關係之彈力學公式，均加以系統的說明，以省讀者翻閱他書之勞。

5. 書中所引用之高等數學暨高等物理學，諸公式，為節省篇幅，及避免與他書重複起見，不能一一加以證明。如對於是種科學素養，未有充分準備者，則將具複雜諸公式之各章節，省讀之亦無不可。

6. 書中術語，雖英德譯互出，實際上則以德譯為主，英譯輔之。因地震學之基本理論，創始於德籍者甚多，而英譯之大部分，亦從德譯而出，且英籍亦較少地震學善本也。

8. 地震波與波動論有關，地震機械，完全為振子運動之應用書中於二者敘述獨詳，故本書對於研究波動力學及剛體力學者，亦不無部分的參考之助。

5. 編譯者於公務餘暇，倉卒成書，章節中或不無謬誤之處，深望海內讀者，匡其不逮，俾於再版時更正，尤為無上欣幸。

9. 本書編譯竣事，承觀象臺同事那君樹藩薛君鍾彝，任繪圖之勞，殊深感謝；而余之長子大珩為之盡心校對，亦得其相當之助力。

民國二十年七月下旬王應偉識於青島觀象臺

# 近世地震學

## 目次

### 第一章 地震之一般事項及其統計

1. 地震
2. 地震帶
3. 地震回數之統計
4. 地震之週期
5. 地震之種類
6. 伴地震所起之諸現象
7. 前震及餘震

### 第二章 彈性波動

1. 彈性體之歪力
2. 彈性體之平衡
3. 彈性體之歪
4. 諸種之彈性率
5. 彈性波動之一般運動方程式
6. 縱波及橫波
7. 平面波
8. 球面波
9. 彈性波之運動Energy
10. 減衰傳播波
11. 表面波
12. 基於表面波之地面運動
13. 表面波Energy之減衰
14. Love波

### 第三章 地震波之反射及屈折

1. 彈性波之反射與屈折
2. 橫波入射(振動垂直於入射面之例)
3. 橫波入射(振動在入射面內之例)
4. 縱波入射

### 第四章 地震波之傳播

1. 震波線之方程式
2. 射出角
3. 走時曲線
4. 地震內部之震波速度
5. 震源之深

### 第五章 地震機械之理論

1. 觀測範圍內之地震動
2. 地震計上使用之無摩擦單振子
3. 地震計上使用之無摩擦物理振子
4. 一自由度之地震計
5.  $n$  自由度之地震計
6. 無摩擦地震計之描針運動(其一)
7. 無摩擦地震計之描針運動(其二)
8. 有制振作用地震計之描針運動(其一)
9. 有制振作用地震計之描針運動(其二)
10. 有制振作用地震計之描針運動(其三)
11. 可動部分之摩擦影響(其一)
12. 可動部分之摩擦影響(其二)
13. 可動部分之摩擦影響(其三)
14. 描針尖端之摩擦

### 第六章 地 計

1. 地震計之種類
2. 水平振子
3. 上下動地震計
4. 制振裝置
5. 記錄裝置
6. 傾斜計
7. 密爾痕氏之地震計
8. 維開爾氏之地震計
9. 加里青氏之地震計
10. 大森氏之地震計

## 第七章 地震計之常數

1. 地震計常數之種類
2. 常數之決定(其一)
3. 常數之決定(其二)
4. 特種之常數

## 第八章 地震記象

1. 地震之記象紙
2. 地震記象(其一)
3. 地震記象(其二)
4. 地震記象之讀取法
5. 地震記號
6. 地震報告

## 第九章 地震波之觀測

1. 走時曲線
2. 地震波之速度
3. 射出角及振動角
4. 地震波之週期

5. 表面波之分散及吸收
6. 表面波振動之水平及垂成分
7. 近地地震之研究

## 第十章 震央及震源

1. 初期震動與震央距離
2. 近地地震之震央位置
3. 遠地地震之震央位置
4. 震源之深

## 第十一章 雜論

1. 地震動之人身感覺
2. 震波之加速度及加速計
3. 特殊地震
4. 脈動
5. 地面之傾斜及地塊運動
6. 地震學之參考書籍

## 附錄 關於地震觀測設備及操作上之注意

1. 地震計室
2. 地震計臺
3. 地震計之使用法
4. 記象紙之準備及調製
5. 時計之處理及其差數補正
6. 發震時刻之計算

# 近世地震學

## 第一章

### 地震之一般事項及其統計

1. 地震 地震者，因基於某原因而地殼起動搖現象之謂也，地震二字之用語，在狹義方面，本單就起因於地殼內部之地震而言；但現在則作火山所起之地震，及山崩等所起之地面震動，依其規模之大小，亦以地震名之，要而言之，地震之真實定義，尚不無曖昧之嫌，惟地殼之振動，若起於人工的，及海波，瀑布，強風等，則通例仍不稱為地震，蓋前者關於火藥爆發，動力機械及車輛通過等；後者則現今所謂脈動的地殼振動是也，關於脈動一項，當於後章另行說述，此處所述，僅限於狹義的方面之地震。

就現今地震學自身之程度而論，對於地震之原因，尚不能徹底闡明，伴火山噴發所起之地震，其原因雖非常明瞭，但此僅屬於地震中之特種類，而不足概括一般地震，而況火山自身之原因，說明上仍多困難乎？故若火山原因，得以完全闡明，則地震之原因，或能連帶解決，亦未可知，蓋基於同一原因而起火山噴發，及地震兩現象，事實上為可能也，現時地震學家，只能按科學進步自然之程序，而施研究工作，即當地震發生之際，其所得之現象暨事實，務記載真確，然後再求其與他科之關係，而得其理論之援助，進而推地震之原因，以達地震之豫知及豫防之境界，斯為研究地震學惟一之目的，故本書所述，在地球物理學分科中，係以地震觀測為基礎，而關於地震發生之原因及機巧等，初未涉及。（對於此種現象雖有種種臆說，然不能辨其真偽也。）

發生地震動之原因，雖不能確知，然其發源必在地殼內部，則毫無疑義，此發源之處，特稱為震源，(Earthquake focus hypocenter)震源所占範圍，當然可甚廣，但普通為說明上便利起見大都視為一點，即設想由該點出發振動，而再傳播於周圍也，故亦有稱該點為始震點者，惟地震學上所稱之震源，與俗所稱之震源地，其意義全然不同，此又不可不注意也。



震源在地層之下，可於地圖上指定一震源直上之地點；此地點特稱之為震央。(Epicenter)通俗稱為震源地者，係指地震動最激烈之地域，吾人大都設想該地與震央地域符合，然因各地之地質構造不同，最激烈地，未必即為震央，有時且可有甚大之差異，斯又不可混同者也。

2. 地震帶 由吾人恆久之經驗，覺地球上有多地震之區域，又有地震極稀少之地域，且將多地震之各區域聯合，每成帶狀。如斯之地帶，特稱為地震帶。全世界之最有名者，尤推環太平洋之地震帶，即連太平洋沿岸之地域，如日本列島，南洋諸島，南北美洲西岸，及 Aleutian 羣島等所連結之地帶也。其次則為歐亞地震帶，即中國內部新疆一帶，印度，小亞細亞，希臘，伊太利，再西至地中海所連結之地帶。然而就狹義而言，東亞著名之地震帶有二，均在日本，一為日本東海岸，即太平洋沿岸走向之地震帶；一為彼國沿日本海之地帶，此外尚有多數之小地震帶，均從大地震帶中所抽出者也。

上所述地震帶之概念，其間有應行注意之處，即屬於同一地震帶中所發之地震，雖不可不設想其互有關係，然有時亦未必如是也。總之地震帶，係表示地殼之一弱線。前日本地震家大森氏曾發表關於地震帶活動之說，即：地震帶中，若 A 處生大地震，則 A 處之不安定情狀，爰被除去，其次則 B 處有地震，再其次則 C 處有地震，即各處之不安定，逐次除去，而成地震蔓延發生之情狀也。

大森氏之說，雖不乏實例可以證明，然關於任何之大地震，未必能與該說一一符合也。而在現今則凡小規模之地震，殊有不發現於地震帶之傾向，此因就小區域以調查其地震屢發各地點，宛如星狀之散布，而不作帶狀之存在焉。

3. 地震回數之統計 地球上之地震，其發現回數，應至於何種程度，頗難得正確之決定，惟由諸觀測所之觀測結果，亦約略可知其大概，據 Sioberg 氏之統計，地球全體一年地震回數之平均如次表：

全地震	9000回即平均1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> 時間可得一回
有感覺地震	5000回即平均1 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> 時間可得一回
大地震	114回即平均3 <sup>1</sup> / <sub>5</sub> 日可得一回
世界的地震	20回即平均18日可得一回

然遠東之多地震國如日本，據其中央氣象臺所發行之氣象要覽所載，其地震回數之統計如次表：

	1925年	1926年	1927年
無感覺地震	3411	3641	3958
有感覺地震	1886	1272	2069
顯著地震	18	17	13

將此表與前表相比較，覺 Sieberg 之統計中，除大地震及世界的地震之外，未免過少，大概局部的地震，或未算入也。

世界中地震次數最多區域，為南北美洲西岸地域，日本列島，Aleutian 方面，中國內陸之新張一帶，南洋方面，阿非利加東岸地域，印度，小亞細亞，伊太利，希臘等處。

4. 地震之週期 地震現象，是否含有週期性，邇來學者就古來多數之地震發現狀態，加以研究，頗不乏人，惟其結果，則甚形複雜，蓋地震之週期性果否存在，仍難斷言也，通常推求太陽及月之位置，對於地震頻度之關係耳，由此等結果，就特定區域，而詳細調查，宛如有約略之週期性可以存在，然在種種地域，經過長年月後，是類約略之週期性，是否不變，仍為疑問，今為參考便利起見，將諸家之統計結果，掲載如次：

Conrad氏就澳大利亞之地震，加以月別之統計，(1897—1907)如次表：

十二月	194回	三 月	298回	六 月	138回	九 月	147回
一 月	268	四 月	261	七 月	169	十 月	145
二 月	280	五 月	227	八 月	160	十一月	210
冬	742	春	786	夏	467	秋	592

G.F. Koiderup就諾威之328回地震，(1834—1886)及494回之地震，(1887—1911)加以統計，其回數之百分率如次：

十二月	8.4%	三 月	9.2%	六 月	6.4%	九 月	8.0%
一 月	14.8	四 月	8.2	七 月	4.6	十 月	9.0
二 月	9.5	五 月	5.8	八 月	7.9	十一月	8.2
冬	32.7	春	23.2	夏	18.9	秋	25.2

A. Cavasino 統計伊太利之地震得次之結果：

十二月	975	三 月	1134	六 月	1090	九 月	1183
一 月	1184	四 月	1098	七 月	1238	十 月	999
二 月	898	五 月	1011	八 月	1164	十一月	1022
冬	3057	春	3253	夏	3492	秋	3204

由上數表觀之，澳大利與諾威之地震，其回數以冬或春為最多，夏季較少；而伊太利之地震，其回數在一年中似無甚大變化。

其在東亞日本之地震，據大森氏將十四世紀以後之破壞地震 106 回，而施行統計，則如次：

十二月	22回	三 月	18回	六 月	19回	九 月	16回
一 月	10	四 月	12	七 月	23	十 月	19
二 月	13	五 月	18	八 月	32	十一月	14
冬	45	春	48	夏	74	秋	49

由此表觀之，則冬季最多，而夏季最少，似與前列各表正相反對；但氏所作小地震回數之統計，則六七八九等月為最少數，而二月五月十一月回數頗見增加也。

要而言之，春或冬地震最多，較略與事實相近，而其是否有週年之週期，則仍無從推知也。

以上但就一年中地震回數之分布而言，此外尚有一日之分布，太陰日，太陰月之分布，及長年月之分布等，關於是種類之研究，雖經多數學者之努力，而尚

未得良好結果，從而在科學價值上不甚重要；故此處姑付闕如。（關於此等事項可參照日人今村氏所著之地震學）

5. 地震之種類 地震之分類，現有種種，均由其出發點而異，分述如次：

(第一)基於地震動之強弱而分類，即

無感覺地震 敏銳之地震計稍有輕微感覺。

有感覺地震 自微震，弱震以至強震，烈震等皆屬之。

烈震 有感覺中之最強者，建築物傾倒，山崩，川裂等皆屬之。

是等皆係有地震動地點，觀測所得之結果，故嚴格言之，非真正地震之分類。設果欲以之為標準，而行分類，則對於一地震，無庸在諸觀測所中，採用其震勢最強者，較有意義焉。

(第二)基於地震自身規模之大小而分類，即

局部地震 僅狹小地域有感覺，或震央附近單能用器械觀測而得者。

小區域地震 周圍一二百里許之地域有感覺。

稍顯著地震 周圍四五百里許區域，互有感覺。

顯著地震 多數地域均生感覺。

此種分類，東西之氣象臺，亦有用之者，但由其定義，無庸失之太寬泛，若將種種之地震歸入此分類中，其困難自不待言。

(第三)以觀測地對於震央距離之遠近而分類，即

近地地震

中距離地震

遠地地震

最遠地地震

(第四)依震央地域而定名稱，僅限於海震 (Sea shocks) 一方面，此性質似與通常地震稍異。

(第五)特種之地震，即此種地震，由於其發生狀態，震源之深，及震央距離

等，而附以特種之名稱，即

二子地震 (Twin earthquakes)

- 引繼地震 (Relay earthquake)  
 深層地震 (Deep earthquake)  
 深源地震 (Oceanic earthquake)  
 火山地震 (Volcanic earthquake)  
 餘震，前震 (After shocks, fore shocks)

(第三)及(第五)之定義及性質等，均詳述於後。

#### 6. 伴地震所起之諸現象

(i) 動搖 所謂動搖者，雖係地震自身所生之現象，然因其動搖情勢，而得以推知種種地震之性質，即動搖之方向，為強烈之上下動時，則知距地震源較近；且因其動搖之週期，及其繼續時間，得以知地震規模之大小，及震央距離之遠近。

(ii) 地鳴 當大地震之發現也，(有時因地域關係，局部地震亦然。)在震動前後，往往可聞地鳴。(Earth sound) 通例是種音響，雖與風聲略相類似，然較近於震源地附近時，則宛如大礮之音，遠東有名之地鳴區域，為日本之筑波山麓，至其他易起地震之地域，亦約略一定也。

(iii) 被害 激烈地震發現之時，往往天然物及人造物發生破壞，有時并間接而起洪水或火災等之災害，其例亦甚多，通常被害最甚地域，亦即為振動最激烈地域，此等地域，當然為震央地無疑；然因地質構造之關係，震央區域有時可不被顯著之災害，而距震央之處，被害反甚者，大抵山地及臺地等，地盤較為鞏固，而沿谷間，沖積層及河川等地，極為被害較烈之地也。

(iv) 斷層 大地震之際，在震央地域，往往發生斷層現象，彼日本濃尾之斷層，最為著名，北丹地震時亦然。此等現象出現時，有時為上下之斷層，有時由水平滑動而成，惟此種斷層，果否為地震之原因，抑為結果，現時仍無從確定，總之發生此種現象處，為地殼之不安定區域，則無疑義也。

(v) 巨浪 大地震時，每生巨浪，大部 V 字形之灣內，為其所被害最甚。巨浪之傳播速度  $v$ ，在理論有次之關係式：

$$v = \sqrt{gh}$$

$h$  為水深， $g$  為重力加速度，此式約略與實際上適合。當日本地震時，其巨浪往往波及於美洲海岸，亦不足異焉。

(vi) 電氣及磁氣的現象 古來大地震之際，每聞人言，可發生電氣的或磁氣的不可思議之現象者；然至近年經精密調查，此類現象，伴起甚稀；即或有之，亦極稀少而甚微弱也。

(vii) 土地之隆起及陷沒 此種現象，有時可發生於地震之前，然在大地震之後，土地隆起或陷沒，其例甚多，數年前日本東京之大地震，即其顯例。但此等隆起或陷沒之土地，再經長年月後，每有漸復原狀之傾向。

(viii) 山崩地裂及其他現象 此為大地震時之普通現象，然亦有謂此類現象，為大地震之前兆者，即地震前井水之變化，溫泉之變化及生物等現異狀等皆是。但此均係地震以後，迴想地震前之情狀，而為此臆說，實際上果否與地震發生因果關係，仍屬疑問。又大地震後，每多餘震，其詳由次節述之。

7. 前震及餘震 大地震前，宛如有小接觸之小地震發現，特稱為前震。前震云者，其實至大地震後，而始加以是項名稱也。逆而言之，小地震發生時，是否即為大地震之前震，現在尚無此決定法。惟關於是類問題，近時諸地震家正在努力研究中，將來或有統系的研究結果，亦未可知。

大地震後，每伴生幾多之小震，迨經過相當時日，而小震之回數，亦次第減少，馴至規復原狀，是為恆例。故此等小地震，可視為大地震之附屬震動，特呼之為餘震。餘震回數，有時由原地震之大小而生多少之差異。又同強度之大地震出現，未必有同回數之餘震發生。據日人大森氏之統計，設  $F$  為餘震回數， $t$  為原地震後之經過時間，則有次之關係式：

$$F = \frac{k}{h+t} \dots \dots \dots (1)$$

$h$  與  $k$  均為常數，對於各地震均不同。又震源距離較遠，則該地所感之餘震回數亦減少，故氏由統計上，更得次式：

$$F = ab^{-r} \dots \dots \dots (2)$$

$r$  為觀測地對於原地震之震央距離， $a, b$  為常數，亦由於各地震而異；例如彼國濃尾地震之際，則得

$$\log F = 2.89 - 0.0105r \dots\dots\dots(3)$$

又對於餘震回數，關谷氏更作一較精密之實驗式如次：

$$F = k \log \left\{ 1 + \frac{1}{A + Bt} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

式中之k, A, B均為常數。

又山下氏由實驗岩石彈性之結果，視餘震為一種 Hysteresis 之現象，發得次之公式：

$$F = c k \log \left\{ 1 + \frac{p^2}{(2p+1)t + 2(p+1) + t^2} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

p 為起岩石之地震時，其蘊儲 Energy 之必要時間；即起大地震後，再至其次大地震之時間，其值至少為數十年或數百年；而 t 為原地震後至餘震之時間，故以之與 p 相較，為甚小之值，若將式中之 t 項省去之，(5)與(4)即為同形之式。又如展開(4)式，而將第二式以下省去之，即得(1)式。

此處尚應起一疑問，即吾人對於餘震之研究，為何僅調查其回數，而不涉及餘震 Energy 之計算；蓋餘震之 Energy，較諸餘震回數，誠然有充分的物理學意義存在。但就他方面設想，大地震之後，先現震度較強之餘震，此後則每發餘震一回，其強度亦逐次減小，亦即地震之 Energy，由其餘震回數，逐漸減小也。故若就餘震之 Energy 而施行計算，在吾人預期之結果，應得對數曲線，但依近時之調查，果得一簡單結果，即餘震之 Energy，為對數的減衰云。

## 第二章

### 彈性波動

1. 彈性體之歪力 依近時地球表面層諸種岩石彈性之測定，地球為一大彈性體，已毫無疑義。故當地震之際，構成地殼之物質，應起一種彈性振動，由震源而波及於四方；質言之，地震為物理學中之波動現象，亦即彈性學中之波動現象也。故欲研究地震之理論，當以彈性波動論為出發點。

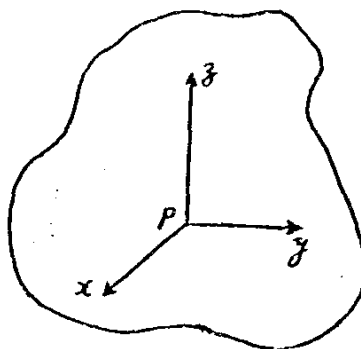
今如第一圖先就彈性體內部之任意一點P設想，而以之為座標原點。然則通過P點可作無數之平面，在此任意之平面內，其引張或壓迫之狀態，均各不同。此種引張或壓迫之狀態，特稱為歪力。(Stress) 故欲就任意之平面，表示歪力，非常不便，無甯先定座標軸之方向，則無論界面之方向如何，而均得以完全表示也。通例在彈性力學上，用直角座標所表示之歪力，其量有九，茲順述如次：

先就與x軸成直角之yz平面設想，對於該平面之單位面積上，其+x側及於-x側之力，命之為

$$x_x, \quad y_x, \quad z_x,$$

此處文字傍之添數(suffix) x，係表示+x側及於-x側之力；而x, y, z則表示x軸, y軸, z軸三方向之力。如斯所表示之歪力，與普通力學上所稱之力，顯有差異，普通之力，有正負之方向，而係一種之Vector；至於歪力，則作用於界面一側之引張力，同時更作用於他側，而不能區分方向，故屬於Tensor。蓋歪力為正時，係表示界面兩側之引張力；歪力為負時，則為界面兩側之壓迫力。故就此等之性質，以施解釋，則 $x_x$ 係表示yz面之+x側，向x方向引張-x側之力，(若係向-x方向則為壓迫力)同時亦生-x側，向-x方向引張+x側之力； $y_x$ 係

第一圖

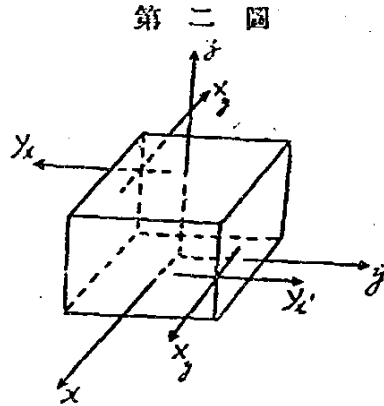




表示yz面之+x側，向y方向引張-x側之力，(若係向-y方向則為壓迫力)同時亦生-x側，向-y方向引張+x側之力； $z_x$ 亦然。故知 $x_x$ 之作用方向，與yz面成直角； $y_x, z_x$ 則在yz面內，而其作用方向，與y, z軸相一致也。由是種解釋，與界面成直角之歪力，特稱為法線歪力；(Normal stress) 在界面內之歪力，特稱為切線歪力。(Tangential stress) 法線歪力，易於了解，而切線歪力，則難於想像：例如以手押重疊之紙上，而將手移動時，紙面內有一種之力作用，即切線歪力也。

依同樣之論法，對於zx面及xy面之單位面積，其作用之歪力，則為 $x_y, y_y, z_y$ 及 $x_z, y_z, z_z$ 也明矣。

用上述 $x_x, y_x, z_x, x_y, \dots$ 之九量，得以確定彈性體內任意一點之歪力；惟是等九種之間，尙有相互之關係存在；今於彈性體內，設想一微小之平行正六面體，其各面順序，與x軸, y軸, z軸平行。且垂直於x軸之二面，有y方向之作用力 $y_x$ 等存在，如此力為正，則在垂直於x軸之兩平行面內，其力之方向，正相反對，成一種之偶力作用，由是該六面體可在z軸之周圍，而起迴轉運動。今命六面體三邊之長為 $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ ，則其起迴轉運動時，兩偶力之能率為



$$\Delta y \Delta z y_x \times \Delta x = y_x \Delta x \Delta y \Delta z,$$

$$\Delta x \Delta z x_y \times \Delta y = x_y \Delta x \Delta y \Delta z.$$

若六面體保持平衡狀態，而靜止不動，則兩能率不可不相等：即

依同理

$$\left. \begin{aligned} y_x &= x_y \\ z_x &= x_z \\ z_y &= y_z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

其在波動之例，物質中應起運動，而非靜止，(1)式之條件，似難應用；但實際上該條件亦能成立也。因吾人設想之六面體，既非常微小，波動之際，該部

分雖起迴轉，其迴轉之角速度  $\omega$ ，不可不為有限值，今對於  $z$  軸，其小六面體之慣性能率為  $I$ ，則  $I \frac{\partial \omega}{\partial t}$ ，不可不等於由  $y_x$  及  $x_y$  所生之偶力差：即

$$I \frac{\partial \omega}{\partial t} = (y_x - x_y) \Delta x \Delta y \Delta z.$$

設微小六面體之密度為  $\rho$ ，則其質量為  $\rho \Delta x \Delta y \Delta z$ ，故由力學上之計算，

$$I = \rho \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2}{12} \Delta x \Delta y \Delta z.$$

由是得

$$\rho \frac{\Delta x^2 + \Delta y^2}{12} \frac{d\omega}{dt} = y_x - x_y.$$

$\Delta x^2$  及  $\Delta y^2$ ，均為第二次無限小數，故  $y_x - x_y = 0$ 。此即證明在波動之例，(1)之關係，亦能成立也。

準上所述，吾於是得六個之獨立量  $x_x, y_y, z_z, y_x, z_x, x_y$ ，以之表示歪力。

2. 彈性體之平衡 如第三圖所示，假想彈性體中微小正六面體之三邊為  $dx, dy, dz$ 。在  $yz$  面之單位面積上，向  $x$  方向所作用之歪力為  $x_x$ ，惟因固體之隣接部分，作用於該面之引張力，為  $x$  之負方向，故其法線歪力為

$$-x_x dy dz.$$

又距  $yz$  面為  $dx$  之平行面，由其隣接部分所受之法線歪力為  $x$  之正方向，故得

$$\left(x_x + \frac{\partial x_x}{\partial x} dx\right) dy dz.$$

第三圖

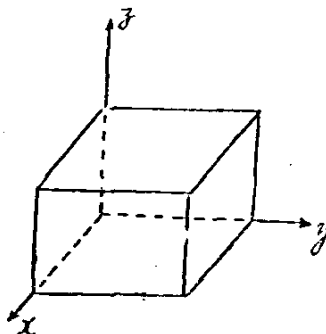
由是  $x$  方向之法線歪力和為

$$-x_x dy dz + \left(x_x + \frac{\partial x_x}{\partial x} dx\right) dy dz = \frac{\partial x_x}{\partial x} dx dy dz.$$

依同理對與  $y$  軸及  $z$  軸成直角之微小面積，其作用之切線歪力和為

$$-x_y dx dz + \left(x_y + \frac{\partial x_y}{\partial y} dy\right) dx dz = \frac{\partial x_y}{\partial y} dx dy dz,$$

$$-z_x dx dy + \left(z_x + \frac{\partial z_x}{\partial z} dz\right) dx dy = \frac{\partial z_x}{\partial z} dx dy dz.$$



今作用於固體單位體積之力，其  $x$  方向之成分，命之為  $x$ ，則作用該六面體之  $x$  方向成分，應為

$$x \rho dx dy dz.$$

此處之  $\rho$ ，為六面體之密度。設該六面體遠平衡狀態，則在  $x$  方向其上記諸力之

和，不可不等於零。由是

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial x_x}{\partial x} + \frac{\partial x_y}{\partial y} + \frac{\partial z_x}{\partial z} + \rho x = 0 \\ \text{依同理} & \frac{\partial x_y}{\partial x} + \frac{\partial y_y}{\partial y} + \frac{\partial y_z}{\partial z} + \rho y = 0 \\ & \frac{\partial z_x}{\partial x} + \frac{\partial y_z}{\partial y} + \frac{\partial z_z}{\partial z} + \rho z = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

(2) 式為平衡方程式，在彈性固體內部之任何點，均能成立。

3. 彈性體之歪 彈性體因受歪力作用，體內各質點爰起變位，由其變位而生物質之變形，此變形狀態，特稱為歪。(Strain) 今就彈性體中一點 P。設想，其坐標命之為 x, y, z, 經過歪後，其坐標為 x+u, y+v, z+w。此 u, v, w 之值，由點之位置而異，質言之即 x, y, z 之函數也。又 P。點近傍 P 之坐標為 x+δx, y+δy, z+δz, 歪之後應為 x+δx+u+δu, y+δy+v+δv, z+δz+w+δw。今令 u=f(x, y, z), u+δu=f(x+δx, y+δy, z+δz), 則由 Taylor 之定理，

$$f(x+\delta x, y+\delta y, z+\delta z) = f(x, y, z) + \frac{\partial f}{\partial x} \delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \delta z + \text{含 } \delta x \text{ 等二次及二次以上項,}$$

故 
$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z + \dots\dots\dots$$

惟因 δx, δy, δz 為非常微小量，故可省去右邊之一次以上項，得

$$\left. \begin{aligned} \delta u &= \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z \\ \text{依同理} & \delta v = \frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \delta y + \frac{\partial v}{\partial z} \delta z \\ & \delta w = \frac{\partial w}{\partial x} \delta x + \frac{\partial w}{\partial y} \delta y + \frac{\partial w}{\partial z} \delta z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

(3) 式中  $\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \dots$  之九量，僅與 P。點有關，對於 δx, δy, δz 之任意值不生何等關係。故 P。之位置一定時，該九量均為常數。設是等量均為已知即得推知 P。點近傍任意點之變位及其物質變形。若是等之量，均等於零，則 δu=δv=δw=0, 即不生何等之變形，故此九量特稱為變形係數。

P。點近傍之任意點，皆與 P。點起相同之變位，即上所述九量皆等於零時，則不生變形，而彈性體變為剛體。但逆而言之，物質不起變形，而  $\frac{\partial u}{\partial x}, \dots$  九量，

未必均同時皆零也。其在此例， $P_0, P$  兩點之距離不變，而可生迴轉運動，亦包含於(3)式內。以下分述如次：

(i) 迴轉 今如第四圖，以  $P_0$  為原點，假定  $x$  軸垂直於紙面之上，對於  $x$  軸之迴轉為  $\xi$ ，由此迴轉，在  $x$  方向不生若何之變位也明矣，(如圖所示)即  $\delta u = 0$ 。設命  $P_0P = r$ ， $P$  移至  $P'$  時， $PP'$  在  $y$  及  $z$  軸上之射影，等於  $P'R$  及  $PR$ 。若  $PP'$  之距離，非常微小，則

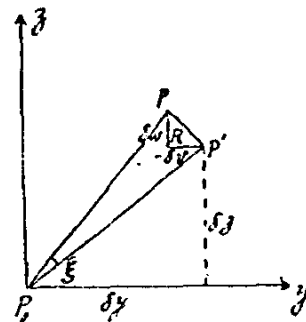
$$-\delta v = P'R = PP' \cos P\hat{P}'R = r\xi \frac{\delta z}{r},$$

即得

$$\delta v = -\xi \delta z,$$

及

$$\delta w = \xi \delta y.$$



第四圖

依同一之論法，對於  $y$  及  $z$  軸之迴轉為  $\eta$  及  $\zeta$ ，

$$\delta u = \eta \delta z, \quad \delta v = 0, \quad \delta w = -\eta \delta x,$$

及

$$\delta u = -\zeta \delta y, \quad \delta v = \zeta \delta x, \quad \delta w = 0.$$

惟因對於任意軸之迴轉，可視為對於  $x, y, z$  三軸適當迴轉之組成。故其一般之迴轉式，為

$$\left. \begin{aligned} \delta u &= -\zeta \delta y + \eta \delta z \\ \delta v &= \zeta \delta x - \xi \delta z \\ \delta w &= -\eta \delta x + \xi \delta y \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

(ii) 純粹之應剪變形  $P_0$  點附近之物質，假定在  $x$  方向不起伸縮，於  $y, z$  軸間二等分線之方向在  $yz$  面內，則有一定比率之延長或收縮。今命其比率為  $e_{yz}$ ，(即對於單位長度之延長或收縮為  $e_{yz}$ ) 則如第五圖所示， $P_0A$  方向之延長，與  $P_0B$  方向之收縮，適相等時，則關於  $y, z$  軸稱為純粹之應剪變形，(Pure shear) 惟因  $x$  之方向，不起何等之伸縮，故

$$\delta u = \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \delta y + \frac{\partial u}{\partial z} \delta z = 0.$$

此式成立之必要條件，為

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

第 五 圖

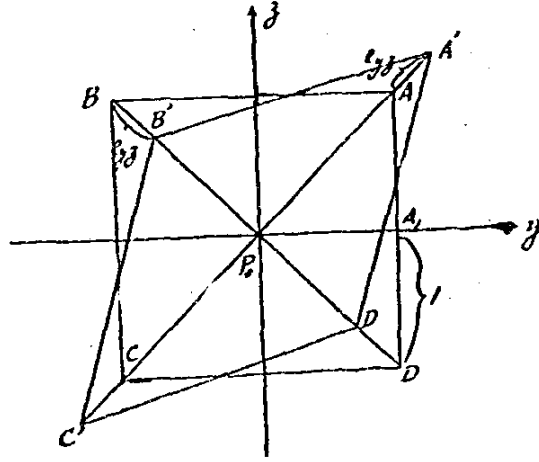
次如第五圖所示，假定正方形之邊為 2，則延長  $AA' = P_c A \times c_{yz} = \sqrt{2} c_{yz}$ ，而在本例， $\delta x$  為任意值，

$$\Delta A_1 = \delta z = \delta y = 1,$$

$$\therefore \delta v = \delta w = c_y.$$

將是種關係，代入於 (3) 式內，

$$\begin{aligned} c_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ &= \frac{\partial v}{\partial x} \delta x + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}. \end{aligned}$$



此式若對於  $\delta x$  之任意值，均能成立，其條件為  $\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$ ，由是得

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = c_{yz}.$$

更就圖中之 B 點而施同一之論法，即對於  $\delta x$  之任意值，得

$$\delta y = -1, \quad \delta z = 1, \quad \delta v = c_{yz}, \quad \delta w = -c_{yz}.$$

及

$$-\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} = c_{yz}.$$

由是等之式得

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial y} = c_{yz}.$$

故由上所述各式，關於  $y, z$  軸之純粹應剪變形，其九種之量，均可求得。於是將是等之值，代入 (3) 式中，而得任意點之變位為

$$\delta u = 0, \quad \delta v = c_{yz} \delta z, \quad \delta w = c_{yz} \delta y.$$

全然依同一之論法，在  $zx$  及  $xy$  面，有比率  $c_{zx}$  及  $c_{xy}$  之純粹應剪變形時，更得二次列之關係式：

$$\delta u = c_{zx} \delta z, \quad \delta v = 0, \quad \delta w = c_{zx} \delta x,$$

$$\delta u = c_{xy} \delta y, \quad \delta v = c_{xy} \delta x, \quad \delta w = 0.$$

若三方面之純粹應剪變形，同時出現，則得一般之形。逆而言之，凡任何微小之純粹應剪變形，可視為由  $x, y, z$  三方向之純粹應剪變形組合而成。故其一般式，為

$$\left. \begin{aligned} \delta u &= e_{xy} \delta y + e_{xz} \delta z \\ \delta v &= e_{xy} \delta x + e_{yz} \delta z \\ \delta w &= e_{xz} \delta x + e_{yz} \delta y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

(iii) 延長 僅 x 方向，物質以一定之比率而延長，其 y 與 z 兩方向，則不生變化，如斯之變形，特稱為延長。今命延長之比率為  $e_x$ ，(即單位長度之延長)則由假定  $\delta v = 0$ ， $\delta w = 0$ ，於 (3) 式中，對於  $\delta x$ ， $\delta y$ ， $\delta z$  任意值，而能滿足此條件，不可不

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0; \quad \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

又因 u 不於 y 及 z 兩方向起位置變化，故不可不

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial z} = 0.$$

今  $\delta x = 1$ ，則  $\delta u = e_x$ ，若  $\delta x$  不等於 1，則  $\delta u = e_x \delta x$ ，由是對於 x 方向之延長，(3) 式為

$$\delta u = e_x \delta x, \quad \delta v = 0, \quad \delta w = 0.$$

依同理，設 y, z 方向之延長為  $e_y$  及  $e_z$ ，則更得其他二列之式。其結果得三方向延長式，為

$$\delta u = e_x \delta x, \quad \delta v = e_y \delta y, \quad \delta w = e_z \delta z \dots\dots\dots (6)$$

惟在一般之變形，係迴轉，應剪變形及延長三者組合而成，故其式為

$$\left. \begin{aligned} \delta u &= e_x \delta x + e_{xy} \delta y + e_{xz} \delta z - \zeta \delta y + \eta \delta z \\ \delta v &= e_y \delta y + e_{xy} \delta x + e_{yz} \delta z + \zeta \delta x - \xi \delta z \\ \delta w &= e_z \delta z + e_{xz} \delta x + e_{yz} \delta y - \eta \delta x + \xi \delta y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

更將 (3) 式變形之，令

$$\left. \begin{aligned} \delta u &= \frac{\partial u}{\partial x} \delta x + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \delta y + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta z \\ &\quad - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \delta y + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta z \\ \delta v &= \frac{\partial v}{\partial y} \delta y + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \delta x + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \delta z \\ &\quad + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \delta x - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \delta z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\left. \begin{aligned} \delta w = \frac{\partial w}{\partial z} \delta z + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \delta x + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \delta y \\ - \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \delta x + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) \delta y \end{aligned} \right\}$$

更於(7)式中，令

$$c_x = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad c_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad c_z = \frac{\partial w}{\partial z} \dots\dots\dots(9)$$

$$c_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad c_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad c_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \dots\dots(10)$$

$$\xi = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \eta = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial y} \right), \quad \zeta = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \dots\dots(11)$$

即與(8)式相同，而為(3)式之變形明矣。

今就要用之一例，以明上式之用，即如第六圖所示，在xy面內，矩形P<sub>0</sub>AB<sub>0</sub>之一邊P<sub>0</sub>A，固定不動，因歪力作用，而CB邊向右移動，成P<sub>0</sub>AB'C'平行四邊形。且假定 P<sub>0</sub>C = AB = 1，CC' = BB' = D，P<sub>0</sub>為原點，P<sub>0</sub>A為x軸，P<sub>0</sub>C為y軸，在本例CC'與P<sub>0</sub>C成比例，即δu與δy成比例，而y, z兩方向又不起何等之變化，由是得次之關係式：

第 六 圖

$$\delta u = D \delta y, \quad \delta v = 0, \quad \delta w = 0$$

此關係成立之條件，由上述種種之理論，為

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

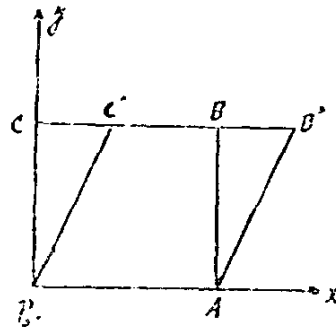
將是等之關係，代入(9)(10)(11)三式中，

得

$$c_x = 0, \quad c_y = 0, \quad c_z = 0, \quad c_{xy} = \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{D}{2}, \quad c_{yz} = 0, \quad c_{zx} = 0$$

$$\xi = 0, \quad \eta = 0, \quad \zeta = -\frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{2} D.$$

觀乎此，知本例不生延長之變化，而有 $\frac{1}{2}D$ 之應剪變形，及 $-\frac{1}{2}D$ 之迴轉。（對於z軸）今命 $\angle CP_0C' = \theta$ ，且 $\theta$ 為微小之角時，可令



$$CC' = PC \times \theta = D.$$

因  $FO=1$ ，故  $\theta=2 e_{xy}$ ，此  $e_{xy}$  關於  $x, y$  軸，特稱為應剪變形角。(Angle of shear) 在微小之應剪變形，於變形前後之矩形  $P_0ABC$ ，與平行四邊形  $P_0AB'C'$ ，其面積可相等。故就三軸方向而組合之，知由應剪變形所起之變化，只能變物質之形，而不能變其體積，此為應剪變形之重要性質。至於迴轉，則僅移動物體之位置，而尤與體積變化無關。故歪後物體之變化，惟與延長有關係。即邊長等於 1 之正立方體，歪後之體積為

$$(1+e_x)(1+e_y)(1+e_z) = 1 + e_x + e_y + e_z + \dots$$

惟  $e_x$  等均為微小量，可省去其合乘積諸項，由是對於單位體積，則起  $e_x + e_y + e_z$  之體積變化，故  $V$  體積之物體，經過歪後，其所生之變化為  $\delta V$ ，則

$$\delta V = V(e_x + e_y + e_z).$$

右邊括弧內之各項，通例以  $\theta$  表之，即  $\delta V/V = \theta = e_x + e_y + e_z$ ，

即 
$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \dots \dots \dots (12)$$

(12)式特稱為容積膨脹率 (Volume dilatation)

4. 諸種之彈性率 於彈性體上，加以外力，則其體中之各部分，起一種之抵抗力，而欲恢復其原狀，此即前所述之歪力。惟外力若過大，超過彈性之極限，(Limit of elasticity) 則將失去彈力作用，故彈性學中所論述之變位及變形等諸事項，皆在此極限以內。由實驗之結果，在彈性極限內，歪與歪力成比例，斯即 Hooke 氏之法則是也。(Hooke's law) 例如單位體積變化  $\theta$ ，與歪力  $P$  有次之關係：

$$P = k\theta \dots \dots \dots (13)$$

$k$  為比例常數，特稱為容積彈性率。(Modulus of Volume elasticity)

又如應剪變形  $\theta$  與歪力  $P$  之間，有次之關係：

$$P = \mu 2\theta \dots \dots \dots (14)$$

$\mu$  特稱為剛性率 (Modulus of rigidity) 此因應剪變形，不起體積之變化故也。

有張力或壓力，作用於彈性體時，則在力之方向，起延長或收縮之現象。今命對於彈性體單位之長，其延長或收縮為  $\alpha$ ，則歪力  $P$  與  $\alpha$  間，有次之關係：



$$P = E \cdot \alpha \dots\dots\dots(15)$$

E 特稱為楊氏彈性率。(Young's modulus)

又加張力於彈性體，則於其力之方向而生延長，同時又於其垂直方向而起收縮。今命對於單位之長，其所起收縮為  $\beta$ ，則  $\alpha$  與  $\beta$  間，有

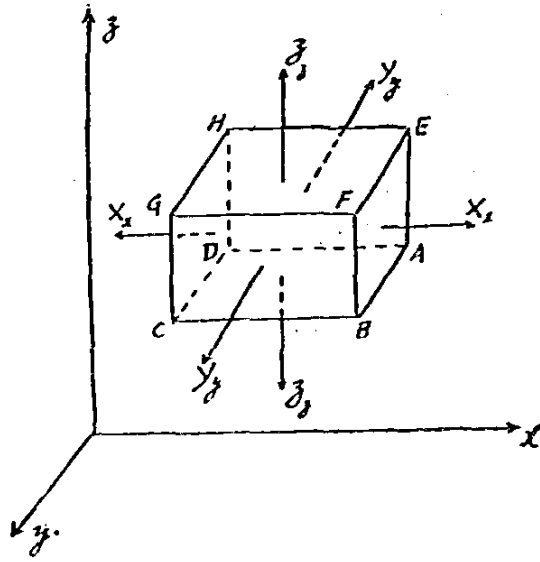
$$\beta/\alpha = \sigma \dots\dots\dots(16)$$

之關係。(16)式特稱為 Poisson 比。(Poisson's ratio)

以上所舉之彈性率，皆由 Hooke 之法則誘導而出，其中以楊氏彈性率及 Poisson 比，尤為重要，蓋在地震學上，其構成地殼之種種岩石，須測定其楊氏彈性率及 Poisson 比，而後各種岩石中所傳播彈性波（即地震波）之速度，始能決定也。

第七圖

今更如第七圖，於彈性體內取微小正方體，其各邊與  $x, y, z$  軸平行，此正方體之各面，有法線垂力  $x_x, y_y, z_z$ ，互相反對而起作用，則準(15)式，正方體在  $x$  方向之延長(對於單位之長)為  $\frac{X_x}{E}$ 。惟他面有  $y$  及  $z$  方向之法線垂力  $y_y, z_z$ ，同時而起作用，該二力之直角方向，(即  $x$  軸方向)應生收縮，其對於單位長度之收縮量，準(15)及(16)，應為  $\sigma \frac{y_y}{E}$



， $\sigma \frac{z_z}{E}$ ，故在  $x$  方向其正方體之延長，為

$$\frac{1}{E} \{ X_x - \sigma(y_y + z_z) \}.$$

然從他方面設想，設以  $v, u, w$  表彈性體之變位，則在  $x$  方向其對於單位長度之延長，由(9)式為

$$e_x = \frac{\partial u}{\partial x}.$$

由是得次式：

依同理

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{1}{E} \{x_x - \sigma(y_y + z_z)\} \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= \frac{1}{E} \{y_y - \sigma(z_z + x_x)\} \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= \frac{1}{E} \{z_z - \sigma(x_x + y_y)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

17)係表示法線歪力與變位(即歪之量)  $u, v, w$  之關係。更將該三式相加，且參照(12)，得

$$\sigma = \frac{1}{E}(1-2\sigma)(x_x + y_y + z_z) \dots\dots\dots (18)$$

更由(17)式，得

$$\left. \begin{aligned} x_x &= \frac{E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \left\{ (1-\sigma) \frac{\partial u}{\partial x} + \sigma \left( \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \\ y_y &= \frac{E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \left\{ (1-\sigma) \frac{\partial v}{\partial y} + \sigma \left( \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} \\ z_z &= \frac{E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \left\{ (1-\sigma) \frac{\partial w}{\partial z} + \sigma \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

或參照(18)式，而變為

$$\left. \begin{aligned} x_x &= \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \sigma + \frac{E}{1+\sigma} \frac{\partial u}{\partial x} \\ y_y &= \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \sigma + \frac{E}{1+\sigma} \frac{\partial v}{\partial y} \\ z_z &= \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)} \sigma + \frac{E}{1+\sigma} \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

又由(10)及(14)，得

$$\left. \begin{aligned} y_z &= \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ z_x &= \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ x_y &= \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

上數式中之常數  $E, \sigma, \mu$ ，其間有相互之關係，此關係在彈性學上，頗關重要，茲特說明如次：

如第八圖，各邊等於單位長度之正立方體，其各邊與  $x, y, z$  軸平行。(圖為平行於  $yz$  面之截面) 今於立方體之四面，各加以切線力  $T$ ，而生  $q$  之應剪變形，則由(14)有  $T = 2\mu q$  之關係，今坐標軸若迴轉  $45^\circ$ ，而令對角線  $BD, AO$  與  $y, z$

軸平行，則  $q$  為  $y$  方向之延長，及  $z$  方向之收縮，故

$$q = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad -q = \frac{\partial w}{\partial z} \dots\dots\dots (22)$$

又  $y$  方向  $T$  之合力為  $\sqrt{2}T$ ，作用於  $AC$  面之法線垂力為  $\sqrt{2}y_y$ ，故其平衡之條件，為

$$y_y = T \dots\dots\dots (22')$$

將 (22) 及 (22') 之關係，代入於 (19) 之第二式中，且因  $x$  方向在本例不起延長或收縮，

(即  $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ ) 於是得

$$T = \frac{E}{1+\sigma} q.$$

將此式與  $T = 2\mu_1$  相比較，得

$$\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)} \dots\dots\dots (23)$$

由上所述，雖就特例，更推出切線垂力及法線垂力，隨座標軸方向而異之法則，但此法則，對於一般之坐標變換，均能成立，即合乎 Tensor 之合成法則也。

今將 (23) 代入於 (20) 中，且令  $\lambda = \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$ ，即得

$$\left. \begin{aligned} x_x &= \lambda_0 + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ y_y &= \lambda_0 + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ z_z &= \lambda_0 + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

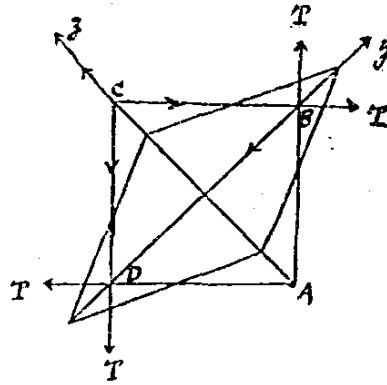
$\lambda, \mu$  特稱為 Lamé 之常數 (Lamé's Constant) 而 (21) 及 (24) 尤為彈性學上重要之公式。惟吾人用彈性理論為基礎，而以之推究地震波動速度之傳播，則直接用常數  $E, \sigma$  無庸較  $\lambda, \mu$  為優，蓋  $E, \sigma$  可以實驗的決定也。惟因  $\lambda = \frac{\sigma E}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$ ，故以之與 (23) 相組合，得

$$\sigma = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, \quad E = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} (3\lambda + 2\mu) \dots\dots\dots (25)$$

次就容積  $V$  之正方體設想，今於各面各加以壓力  $P$ ，其容積為  $V - \delta V$ ，故對於單位容積之收縮，為  $-\frac{\delta V}{V}$ 。故在此例，

$$x_x = y_y = z_z = -P, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\delta V}{V}.$$

第 八 圖



將(24)之第一，第二，第三式邊邊相加，並將上之關係代入之，得

$$P = (\lambda + \frac{2}{3}\mu) \frac{\delta V}{V}.$$

由(13)式，得

$$k = \lambda + \frac{2}{3}\mu \dots\dots\dots(26)$$

如欲以 E 及  $\sigma$ ，表示容積彈性率 k，則由上所述，得

$$k = \frac{E}{3(1-2\sigma)} \dots\dots\dots(27)$$

由理論或實驗上，Poisson 比  $\sigma$ ，對於任何物質，其值約略一定，即約為 0.25，以此值代入上述諸式，則種種彈性率間之關係，得以簡單之形表出之，即

$$\left. \begin{aligned} \lambda = \mu = \frac{2}{5}E \\ k = \frac{2}{3}E \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

5. 彈性波動之一般運動方程式 彈性體之平衡條件，已述於本章第 2 節，今更設想有等方等質之彈性體，其密度為  $\rho$ ，體中之任意一點  $P(x, y, z)$ ，經重力及外力之作用，其變位量在直交坐標軸上之射影為  $u, v, w$ ，然則  $u, v, w$  不僅與  $x, y, z$  有關，且為時間  $t$  之函數。設  $P$  點之加速度在坐標軸上之射影，為

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial t^2},$$

則準力學之基本法則，接近  $P$  點之微小質量  $\rho d\tau$ ，與加速度之乘積，等於其作用力之和。惟由 2 節所述，其  $x$  方向作用力之和，為

$$\left( \frac{\partial x_x}{\partial x} + \frac{\partial x_y}{\partial y} + \frac{\partial z_x}{\partial z} + \rho x \right) d\tau;$$

故  $x$  方向之運動方程式，為

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} d\tau = \left( \frac{\partial x_x}{\partial x} + \frac{\partial x_y}{\partial y} + \frac{\partial z_x}{\partial z} + \rho x \right) d\tau.$$

依同理，可求得  $y$  及  $z$  方向之運動式。惟通例在波動論中，法線歪力及切線歪力，恆以  $N$  及  $T$  表之，今令

$$X_x = N_1, \quad Y_y = N_2, \quad Z_z = N_3, \quad Y_z = T_1, \quad Z_x = T_2, \quad X_y = T_3$$

即得次之運動方程式：

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial T_3}{\partial y} + \frac{\partial T_1}{\partial z} + \rho x \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_3}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + \frac{\partial T_1}{\partial z} + \rho y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} + \frac{\partial T_z}{\partial z} + \rho z \quad ]$$

在地震學上，論地震波傳播之際，外力僅係重力，以此與重力相比較，至為微小，省去之亦無甚大之誤差，故準此論法，且將(29)與(21)，(24)相組合，得次一列之式：

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \mu \Delta u + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial x} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \mu \Delta v + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial y} \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \mu \Delta w + (\lambda + \mu) \frac{\partial \theta}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

此處之  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ，係一種數學上之記號。(30)式係彈性波動式之一般形。

6. 縱波及橫波 若彈性波當傳播之際，媒質之各小部分，不起迴轉運動，則是種之波，媒質之方向與波之傳播方向相一致。特稱為縱波，(Longitudinal wave)亦稱為非迴轉波。(Irrotational wave)其條件為(11)式中之

$$\xi = 0, \quad \eta = 0, \quad \zeta = 0.$$

由是

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial y},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right),$$

以之代入於(30)之第一式

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta u \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta v \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

(31)為縱波一般方程式之形，此波當傳播時，媒質各小部分，由疎密狀態，發生體積變化，而不起迴轉運動也。

設彈性波傳播之際，媒質不作生體積變化，則其振動方向與傳播方向相垂直，特稱為橫波，(Transverse wave)亦稱為扭振波 (Distortional wave) 其條件為

$\sigma=0$ ，代入於(30)式中，得

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta u \\ \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta v \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

為橫波一般方程式，

惟因(30)式所包含之意義較廣，研究彈性運運之一般理論， $u, v, w$  通例由條件的，用其他四函數  $\Psi, L, M, N$  表之，但此四者，俱為  $x, y, z, t$  之函數，即

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \left( \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} \right) \\ v &= \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \left( \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} \right) \\ w &= \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \left( \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

但  $L, M, N$  間之條件，為

$$\frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial y} + \frac{\partial N}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (34)$$

今以(11)與(33)相組合，且參照(34)，則得

$$2\xi = -\Delta L, \quad 2\eta = -\Delta M, \quad 2\zeta = -\Delta N.$$

故若  $L=M=N=0$ ，則自然的  $\xi=\eta=\zeta=0$ ，故

$$L=M=N=0,$$

為縱波之條件。

又以(12)與(33)相組合，得

$$\sigma = \Delta \Psi,$$

故若  $\Psi=0$ ，則自然的  $\sigma=0$ ，故

$$\Psi=0,$$

為橫波之條件。

更就(30)之第一，第二，第三式，順次取對於  $x, y, z$  之微分，而邊邊相加，得

$$\Delta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \Delta \left( \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta \Psi \right),$$

故若

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho} \Delta \Psi \dots\dots\dots (35)$$

則自然的合乎上式之條件，且(35)不含有 L, M, N 之函數，故係表示縱波之方程式。

又於(31)之第三，取對於 y 之微分；於第二式，取對於 z 之微分而相減，其結果得

$$\Delta \frac{\partial^2 L}{\partial t^2} = \Delta \left( \frac{\mu}{\rho} \Delta L \right),$$

故若

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 L}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta L \\ \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta M \\ \frac{\partial^2 N}{\partial t^2} &= \frac{\mu}{\rho} \Delta N \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

依同法

則自然的合乎上式之條件，且(36)不含有Ψ之函數，故為橫波之方程式。

(35)，(36)與(31)，(32)為同形之式，惟用以推波動之理論，其所包含之意義，較為完全也。且準上所論，設有函數φ，滿足次之方程式：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \Omega^2 \Delta \phi \dots\dots\dots (37)$$

則該函數，必係表示波動。并由Ω之值不同，而波動亦異其種類。且是種方程式，均由(30)式導出。故知在一般波動之例，媒質各部分，既生體積變化，復起迴轉運動，即縱波及橫波同時可獨立存在焉，而欲研究其波動情勢，則歸宿又求(37)微分方程式之解而已。

但準數學方法；推論波動，在一般之例，可得非常複雜之結果。此處則就關於地震波動之要例，述(37)之解法，如下數節：

7. 平面波 先就平面波之例，以求(37)之解。令

$$r - \Omega t = p, \quad r + \Omega t = q.$$

但適合乎次之平面方程式(如第九圖所示之 ABC 平面)

$$lx + my + nz = r.$$

l, m, n 為方向餘弦，有

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

之關係，由是得

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial x} = \left( \frac{\partial \varphi}{\partial p} + \frac{\partial \varphi}{\partial q} \right) l,$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p \partial q} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q^2} \right) l^2.$$

用同法計算，得  $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}$ ， $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$  之式，將是等

之式相加，得

$$\Delta \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p^2} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p \partial q} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q^2}.$$

更依同一之運算，得

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \Omega^2 \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p^2} - 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial p \partial q} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial q^2} \right).$$

將以上兩式，代入於(37)式，其結果為

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial p \partial q} = 0.$$

此微分方程式之解式，為

$$\varphi = F_1(p) + F_2(q),$$

或

$$\varphi = F_1(r - \Omega t) + F_2(r + \Omega t) \dots \dots \dots (38)$$

$F_1 F_2$  為任意之函數，此二函數所表示之波動，果含有何種之意味，當然有解釋的必要，今為簡單起見，先就函數  $F_1(r - \Omega t)$  推究，當  $r - \Omega t$  發生變化時， $F_1$  亦隨之而變化，今於  $r$  之方向，取  $r_1$  及  $r_2$  二值，且  $r_2 = r_1 + \Omega \tau$ ，則對於時間  $t_1$  在距離  $r_1$  處之波動，為  $F_1(r_1 - \Omega t_1)$ ；對於時間  $t_1 + \tau$ ，在  $r_2$  距離處之波動，為

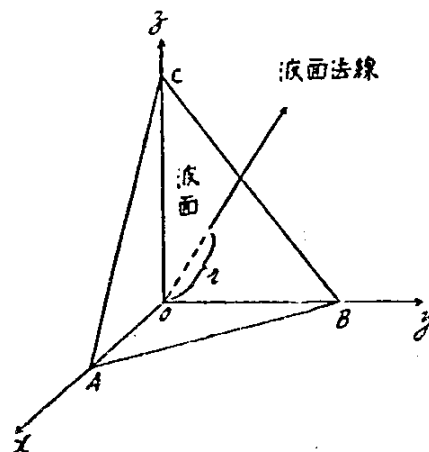
$$F_1 \left\{ r_1 + \Omega \tau - \Omega(t_1 + \tau) \right\} = F_1(r_1 - \Omega t_1).$$

故對於  $r$  之種種值，由  $t$  之變化，而  $r - \Omega t$  得一定之值時，則  $F_1$  亦得同一之值，設  $r - \Omega t = \text{一定}$ ，則  $\frac{d}{dt}(r - \Omega t) = 0$ 。即

$$\frac{dr}{dt} = \Omega \dots \dots \dots (39)$$

(39) 係表示速度之式。即  $F_1(r - \Omega t)$  所示之波動，經過一定時間後，以同一之情形，向  $r$  之方向傳播，而  $\Omega$  即為傳播速度。依同理， $F_2(r + \Omega t)$  所示之波動，用同一之速度  $\Omega$ ，向  $r$  之負方向傳播。而(38)式則表示在  $r$  之正負兩方向，有二平面

第九圖





波，以相同之速度  $\Omega$ ，同時傳播也。

在地震波動，其媒質之變位，通例以次式表之，即

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 \sin \left\{ \omega t - (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right\} \\ v &= v_0 \sin \left\{ \omega t - (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right\} \\ w &= w_0 \sin \left\{ \omega t - (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

或用簡單記法，

$$(u, v, w) = (u_0, v_0, w_0) \sin \left\{ \omega t - (\alpha x + \beta y + \gamma z) \right\} \dots\dots\dots (41)$$

設波之傳播速度為  $\Omega$ ，週期為  $T$ ，波長為  $\lambda$ ，則

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad \lambda = \Omega T.$$

又命  $\alpha x + \beta y + \gamma z = \Phi$ ，以之表示第九圖之波面，則原點與波面距離，為

$$r = \frac{\Phi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}}.$$

今照波動之普通形式，變(41)為次形：

$$(u, v, w) = (u_0, v_0, w_0) \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\Omega t - r) \dots\dots\dots (42)$$

則  $\Omega$ ， $\lambda$ ，應由次式決定之，即

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \frac{4\pi^2}{\lambda^2},$$

$$\Omega = \frac{\Phi}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}} = \frac{\lambda}{2\pi} \Phi.$$

更將(40)代入於(30)內而簡單之，且令

$$\Phi_0 = \alpha u_0 + \beta v_0 + \gamma w_0,$$

則得

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + \mu)\alpha\Phi_0 + \mu u_0(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) &= \rho u_0 \omega^2 \\ (\lambda + \mu)\beta\Phi_0 + \mu v_0(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) &= \rho v_0 \omega^2 \\ (\lambda + \mu)\gamma\Phi_0 + \mu w_0(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) &= \rho w_0 \omega^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (43)$$

設  $\Phi_0 \neq 0$ ，則由(43)，得

$$u_0/\alpha = v_0/\beta = w_0/\gamma \dots\dots\dots (44)$$

此式即表示波之振動方向，與波面法線相一致，此即縱波之所以命名也。

次以  $\alpha, \beta, \gamma$  順次乘(43)之 1, 2, 3 式而相加，

$$[(\lambda + 2\mu)(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) - \rho\omega^2]\Phi_0 = 0 \dots\dots\dots(45)$$

此式中之  $\Phi_0 \neq 0$ ，則括弧內之值不能不等於零，故命適於此條件之傳播速度為  $\Omega_1$ ，則

$$\frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}} = \Omega_1 = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} \dots\dots\dots(46)$$

此即縱波之傳播速度也。其容積膨脹率，由(12)式，得

$$\theta = -(\alpha u_0 + \beta v_0 + \gamma w_0) \cos(\omega t - \Phi) = -\Phi_0 \cos(\omega t - \Phi) \dots\dots\dots(47)$$

觀此式，知  $\Phi_0 \neq 0$  時， $\theta$  亦決不能為零。即此種波動，在傳播時，恆起容積之變化也。又此波在  $\mu = 0$  之媒體中，(即流體中)亦起傳播之作用，可以推而知之。

設傳播方向與  $z$  軸相一致，則平面縱波之方程式，可得簡單之形：

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

此式之解為

$$w = w_0 \sin \frac{2\pi}{\lambda} (\Omega_1 t - z) = W_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right)$$

其體積之減縮率(Condensation)  $C$ ，及媒體之速度  $V$ ，則為

$$\left. \begin{aligned} C = -\theta &= -\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2\pi}{\lambda} w_0 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) \\ V = \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{2\pi}{T} w_0 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(48)$$

可知兩者為同時(Synchronous)所起之事項。且知媒體中任意質點之速度，向傳播方向時，則體積減縮；反對傳播方向時，則體積膨脹。(Dilatation)

若  $C$  及  $V$  之振幅為  $C_0$  及  $V_0$ ，則有次之關係：

$$\lambda C_0 = TV_0, \quad V_0 = C_0 \Omega_1$$

次於(45)式，令  $\Phi_0 = 0$ ，則

$$\alpha u_0 + \beta v_0 + \gamma w_0 = 0$$

此式係表示波之振動方向，與傳播方向成直角，斯即橫波之所以命名。且於(43)式，令  $\Phi_0 = 0$ ，而命橫波之傳播速度為  $\Omega_2$ ，則得

$$\frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2}} = \Omega_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \dots\dots\dots(49)$$

併由(47)式，知體積膨脹率  $\theta$ ，恆等於零，即橫波可在無體積變化之媒質中傳播也。

設橫波之傳播方向，與  $z$  軸相一致，則  $w=0$ ，由是其波動方程式，為

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \quad \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}.$$

上式之解為

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) \\ v &= v_0 \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

此振動在與  $oz$  軸相垂直之平面內，設其振動與  $x$  軸成  $\alpha$  角，則

$$\tan \alpha = \frac{v}{u} = \frac{v_0}{u_0}.$$

又就(50)之第一式而加以推究，知其變形(Deformation)  $D$ ，及媒質速度  $V$ ，為

$$D = -\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{2\pi}{\lambda} u_0 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right),$$

$$V = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi}{T} u_0 \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right).$$

觀此式，知  $V$  與  $u$  雖為同方向，而  $D$  則迴轉於  $y$  軸之周圍，且  $D$  及  $V$  同時存在於波面，而互相垂直。

次由(46)及(48)，且用 Poisson 比  $\sigma$  表示 Lamé 常數  $\lambda$  及  $\mu$ ，則得

$$\frac{\Omega_1}{\Omega_2} = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\mu}} = \sqrt{2 \frac{1-\sigma}{1-2\sigma}}.$$

觀此式，知  $\Omega_1 > \Omega_2$ ，且若以數值表之，則如次表：

$\sigma$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	0
$\Omega_1/\Omega_2$	$\infty$	2	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$

若令  $\Omega_1/\Omega_2 = \gamma$ ，則

$$\sigma = \frac{1-2\gamma^2}{2(1-\gamma^2)}.$$

其在流體之例， $\mu=0$ ，則  $\Omega_2=0$ ，即流體中不存在有橫波。其在非常堅硬之物質內，則  $\mu$  比  $\lambda$  為甚大之值，縱而  $\sigma$  幾接近於零，斯時  $\frac{\Omega_1}{\Omega_2}$  幾等於零。

8. 球面波 更就球面之例，以求(37)之解。今以球心為坐標原點，其同心各球面上之波動情狀各相等。設空間任意一點之坐標為  $x, y, z$ ，該點之原點距離為  $r$  則

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2, \quad \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r}.$$

由是

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r},$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{x}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{x^2}{r^3} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{x^2}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}.$$

依同法，對於 y 及 z 亦得同形之式，并將是等之式相加，得

$$\Delta \varphi = \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \left( 2 \frac{\partial \varphi}{\partial r} + r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 (r\varphi)}{\partial r^2}.$$

代入於(37)式，其結果為

$$r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \Omega^2 \frac{\partial^2 (r\varphi)}{\partial r^2}.$$

惟因 r 與 t 相互獨立無關係，故上式可書如次形：

$$\frac{\partial^2 (r\varphi)}{\partial t^2} = \Omega^2 \frac{\partial^2 (r\varphi)}{\partial r^2}.$$

由是依前節之論法，得

$$r\varphi = f_1(r - \Omega t) + f_2(r + \Omega t),$$

或

$$\varphi = \frac{1}{r} \left\{ f_1(r - \Omega t) + f_2(r + \Omega t) \right\}.$$

$f_1$  及  $f_2$  為任意之函數，其意味可準平面波之例同樣說明之，惟在本例波動情狀之變化，與球心距離 r 成反比，而在球心處，則  $r=0$ ，從而  $\varphi$  為無限大，似對於問題發生矛盾，但實際上殊不如是也，蓋  $r=0$ ，則  $r\varphi=0$ ，從而

$$f_1(-\Omega t) = -f_2(\Omega t),$$

此即表示球心處之波動情勢，不起不連續之變化也。

在吾人通常所論述之球面波，大都用三角函數表示其振動，從而球面縱波時之  $u, v, w$ ，均可由前節平面之各式求得之。

其在橫波之例，其求法亦同。今為簡單起見，假定僅有函數 L 存在，而  $M=N=0$ ，則微分方程式(36)化如次形：

$$\frac{\partial^2 (rL)}{\partial t^2} = \Omega^2 \frac{\partial^2 (rL)}{\partial r^2}.$$

故其解式為

$$L = \frac{1}{r} f(\Omega t + r) + \frac{1}{r} F(\Omega t - r) \dots\dots\dots(51)$$

今為推究此類波動傳播狀態起見，設一特別解，令

$$L = \frac{A}{r} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right), \quad M=0, \quad N=0 \dots\dots\dots(52)$$

則球面橫波之  $u, v, w$  知次：

$$\begin{aligned}
 u &= 0 \\
 v &= \frac{\partial L}{\partial z} = \frac{\partial L}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial z} \\
 &= -\frac{2\pi A}{\lambda} \frac{z}{r^2} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) - A \frac{z}{r^3} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \\
 w &= -\frac{\partial L}{\partial y} = \frac{\partial L}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} \\
 &= \frac{2\pi A}{\lambda} \frac{y}{r^2} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) + A \frac{y}{r^3} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)
 \end{aligned}
 \tag{53}$$

由(53)更得次之關係式：

$$vy + wz = 0 \tag{54}$$

由是觀之，此種運動，係以  $ox$  為軸之迴轉運動；其振動方向，與球面之切線相一致；且為次之二振動所合成：

$$\begin{aligned}
 &\frac{2\pi A}{\lambda} \frac{\sin \varphi}{r} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right) \\
 &A \frac{\sin \varphi}{r^2} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} \right)
 \end{aligned}$$

此處之  $\varphi$  為餘緯度，(Colatitude) 兩振動之位相差，為其週期之  $\frac{1}{4}$ 。今就此振動之傳播推想，兩波雖各各作一樣狀態 (Uniform) 之傳播，而其振幅，則由其傳播距離，不能作同樣情形之變化；從而由兩者所合成之球面震波，亦不能作一樣狀態之傳播。今將兩者合記之，則為

$$(v, w) = (-v_0 z, w_0 y) P \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta \right) \tag{55}$$

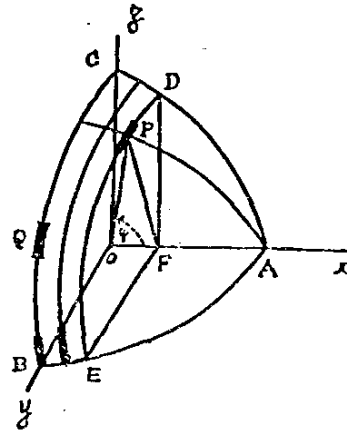
此處之

$$P = \frac{A}{r^2} \sqrt{4\pi^2 + \frac{1}{r^2}}, \quad \tan 2\pi \delta = \frac{2\pi r}{\lambda} \tag{56}$$

即  $\delta$  之值，由  $\lambda$  及  $r$  而變化，從而所謂波長之意義，在此處約略為廣義的，今  $t$  當一定不變，對於  $r$  之最小變化值，而  $\sin$  仍得同一之值時，以之為波長之定名，而命之為  $\Lambda$ ，即得次之條件：

$$\frac{r + \Lambda}{\lambda} - \delta_1 = 1 + \frac{r}{\lambda} - \delta_0$$

第十圖



此  $\delta_1$  及  $\delta_0$  適合乎次式：

$$\tan 2\pi \delta_0 = \frac{2\pi r}{\lambda}, \quad \tan 2\pi \delta_1 = \frac{2\pi(r+\Lambda)}{\lambda}.$$

由上三式，更得

$$\tan 2\pi \frac{\Lambda-\lambda}{\lambda} = \frac{2\pi\lambda\Lambda}{\lambda^2 + 4\pi^2 r(r+\Lambda)} \dots\dots\dots (57)$$

因  $\Lambda$  由  $r$  而變，若  $\Lambda = \lambda$ ，則  $r = \infty$ ，又因位相之傳播速度，應用位相一定時之  $dr/dt$  表示，即當

$$\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda} + \delta = \text{const}$$

時，再由此式及(56)  $\frac{dr}{dt} = \frac{\lambda}{T} \left( 1 + \frac{\lambda^2}{4\pi^2 r^2} \right) \dots\dots\dots (58)$

此速度當  $r=0$  為無限大，當  $r=\infty$  為  $\lambda/T$ 。

9. 彈性波之運動Energy 彈性波動當傳播之際，應有若干之 Energy 量，抑亦當前之重要問題焉。今於彈性體中，取任意一點，并就該點周圍之微小體積設想，而命其質量為  $m$ ，則其運動之 Energy，與其速度之自乘成比例。其在平面波之例，設  $C$  為比例常數， $I$  為 Energy 之量，則由7節之式，

$$I = c \left( \frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 = \frac{4\pi^2 w_0^2 c}{T^2} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right).$$

因餘弦之絕對值，在 0 與 1 之間，故知  $I$  之變化範圍，為在 0 與  $\frac{4\pi^2 w_0^2 c}{T^2}$  之間。但任意時刻之 Energy 量，固不能由此式導出，而一週期間之平均量，則可直接求得。今命其平均量為  $I_m$ ，

$$I_m = \frac{4\pi^2 w_0^2 c}{T^2} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right) dt = \frac{2\pi^2 w_0^2 c}{T^2},$$

即一週期間 Energy 之平均值，等於其最大值  $4\pi^2 w_0^2 c/T^2$  二分之一。此雖僅就平面縱波而言，其在橫波，當然亦得同樣之結果。且此 Energy 之量，若不為媒體所吸收，則振幅  $w_0$ ，與距離  $z$  無關係。但在球面波，則波動由震原出發，向四方傳播，其至量之減少，與震原距離有關，從而其運動 Energy 之減少量，當然亦隨震原距離而增加也。

通常彈性波動，在傳播時往往受媒體之吸收作用，而 Energy 之量，爰漸次減少。今為簡易說明起見，就平面波之例，論述如次：

先假定彈性體中有  $AB$  之平面層，其厚為  $h$ ，如第十一圖所示，與該層成直角之

彈性波，傳播方向為  $x$  軸方向， $A, B$  兩點之坐標為  $x_1$  及  $x_2$  在  $A$  點彈性波之 Energy 為  $I_1$ ，在  $B$  點為  $I_2$ 。今於  $AB$  層內取任意一點  $M$ ，其坐標為  $x$ ，在該點之 Energy 為  $I$ ；與  $M$  點極相接近點  $M'$  之坐標為  $x+dx$ ，在  $M'$  點之 Energy 量為  $I+dI$ 。然則  $dI$  為彈性波經過薄層  $dx$  後所吸收之 Energy 量也明甚，從而  $dI$  在本質上為負量。故是種 Energy 之變化量  $dI$ ，當與所通過之薄層  $dx$ ，及入射之 Energy  $I$  成比例，即

$$dI = -kI dx.$$

$k$  為比例常數，其在彈性波之例，則  $k$  之值，由週期  $T$  而異。今將上式書如  $dI/I = -k dx$ ，而以  $x=x_1$  及  $x=x_2$  為積分界限而積分之，得

$$\log \frac{I_2}{I_1} = -k(x_2 - x_1),$$

故 
$$I_2 = I_1 e^{-k(x_2 - x_1)}$$

由此式更得次之關係：

$$\frac{I_1}{e^{-kx_1}} = \frac{I_2}{e^{-kx_2}} = \frac{I_3}{e^{-kx_3}} = \dots = \text{一定}.$$

今命一定之值為  $I_0$ ，即得一般之式為

$$I = I_0 e^{-kx} \dots \dots \dots (59)$$



$k$  特稱為吸收率，(Absorption Coefficient) 由此式觀之，知彈性平面波之 Energy，由距離增加，從而減少。至於球面波，則因吸收而減衰之外，尚須如前所述，加入震源中心距離增大時之減衰量。但一般之彈性波為媒體所吸收時，其吸收之 Energy，大都變成熱之作用也。

10. 減衰傳播波 設當波動傳播之際，發生一種之阻力，與媒體之振動成比例，以阻止其振動，則此種波動，特稱為減衰傳播波。即於通常之波動方程式內，加入與速度成比例之一項，而得次形之方程式：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2k \frac{\partial u}{\partial t} = \Omega^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots \dots \dots (60)$$

此式之積分，可書如次形：

$$u = e^{(-k+i\omega)t - i\omega'x} \dots \dots \dots (61)$$

代入於式(60)，(但  $i = \sqrt{-1}$ ) 其結果得

$$\Omega^2 \omega'^2 = \omega^2 + k^2.$$

由是波動之週期  $T$ ，波長  $\lambda$ ，傳播速度  $V$ ，可準下列各式求之，即

$$\left. \begin{aligned} \omega &= \frac{2\pi}{T}, & \omega' &= \frac{2\pi}{\lambda} \\ V &= \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{\omega'}, & V^2 &= \Omega^2 - \left(\frac{\lambda k}{2\pi}\right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (62)$$

觀(62)式，知波長  $\lambda$ ，及減衰度  $k$  愈大，則傳播速度愈遲，蓋波長與週期相對應， $\lambda$  之值大，即週期增長也。惟在地震記象上之主要波，由經驗所及，週期較長之波，每先發現，似與現在之理論不相符合。其實對於地震波之波動，尚有其他多種原因存在之故。

11. 表面波 (Rayleigh波) 彈性波入射於二種媒體之境界面，則可生種種複雜之其他波動。地球既為一種之彈性體，則當地殼內某部分突然發生變化，以之為震源，而同時傳播縱波與橫波於四周，爰構成地震動，當是種波動入射於地表面之境界面，遂有所謂表面波者發生。由實地觀測之結果，知表面波之存在，已毫無疑義。

表面波為收縮 (Condensation) 與扭振 (Distorsion) 波兩者所合成，為 Rayleigh 爵士 (Lord Rayleigh) 所導出，故特稱為 Rayleigh 波。

表面波 (Surface wave) 在地震學上，極關重要，其波動情勢，當然適合於彈性波動之一般理論，而本節之目的，僅在討論地震波，由震源出發，入射於地表面時，於是處所生之波動之模樣而已。

今為簡易起見，以  $xy$  面為境界面； $z$  軸之方向，以向媒體之內部者為正。(若境界面為地表面則向下為正) 且凡平行於  $y$  軸線上之諸點，皆成一種共通運動，而與  $xy$  面平行，質言之，在  $y$  方向不起若何之運動。由如斯之假定，其在界面之附近， $v=0$ ，而  $u, w$  僅為  $x, z, t$  之函數也明矣。更設想 Rayleigh 波之傳播方向，與  $x$  方向相一致，則波之情勢，可假定以次式表之，即

$$\left. \begin{aligned} u &= P_0 \frac{2\pi z}{V} \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \\ w &= Q_0 \frac{2\pi z}{V} \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (63)$$



觀此式，知  $z$  之值增加， $u, w$  即急速減少，故適合於表面波之條件。今由上之假定，

$$v=0, \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0, \quad \frac{\partial w}{\partial y}=0,$$

以決定  $P, Q, V$  之值，其法如次：

先以(63)式代入(30)中，且因  $\frac{\mu}{\rho} = \Omega_2^2, \frac{\lambda + \mu}{\rho} = \Omega_1^2 - \Omega_2^2$ ，其結果則得

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{T^2} - \frac{\Omega_1^2}{\lambda^2} + \frac{\Omega_2^2}{v^2} - \frac{\Omega_1^2 - \Omega_2^2}{\lambda v} \frac{Q}{P} &= 0 \\ \frac{1}{T^2} - \frac{\Omega_2^2}{\lambda^2} + \frac{\Omega_1^2}{v^2} + \frac{\Omega_1^2 - \Omega_2^2}{\lambda v} \frac{P}{Q} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(64)$$

由此二式消去  $Q/P$  及  $P/Q$ ，則

$$\left( \frac{1}{T^2} - \frac{\Omega_1^2}{\lambda^2} + \frac{\Omega_2^2}{v^2} \right) \left( \frac{1}{T^2} - \frac{\Omega_2^2}{\lambda^2} + \frac{\Omega_1^2}{v^2} \right) = - \frac{(\Omega_1^2 - \Omega_2^2)^2}{\lambda^2 v^2},$$

即 
$$\left( \frac{1}{T^2} - \frac{\Omega_1^2}{\lambda^2} + \frac{\Omega_2^2}{v^2} \right) \left( \frac{1}{T^2} - \frac{\Omega_2^2}{\lambda^2} + \frac{\Omega_1^2}{v^2} \right) = 0.$$

故命  $v^2$  之二根為  $v_1^2$  及  $v_2^2$ ，則

$$\frac{1}{v_1^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{T^2 \Omega_1^2}, \quad \frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{T^2 \Omega_2^2} \dots\dots\dots(65)$$

$\frac{1}{v}$  為入地愈深，振幅愈形減小之係數， $v = v_1$ ，則與表面收縮波相對應； $v = v_2$ ，則與扭振波相對應也。今命表面波之傳播速度為  $\Omega_3$ ，則其收縮與扭振兩波，均為

$$\Omega_3 = \frac{\lambda}{T}.$$

設  $v = \infty$ ，則得

$$\Omega_3 = \Omega_1, \text{ (收縮波)} \quad \Omega_3 = \Omega_2, \text{ (扭振波)}$$

更以(65)之一二兩式，順次與(64)式相組合，並命其對應之  $P$  及  $Q$ ，為  $P_1, Q_1$  及  $P_2, Q_2$ ，則得

$$Q_1 = - \frac{\lambda}{v_1} P_1, \quad Q_2 = - \frac{v_2}{\lambda} P_2$$

之關係。此兩組  $v, P, Q$  之值，均能滿足(30)之微分方程式也明甚。由是表面波之式如次：

$$\left. \begin{aligned} u &= \left( P_1 e^{-\frac{2\pi z}{v_1}} + P_2 e^{-\frac{2\pi z}{v_2}} \right) \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ w &= - \left( \frac{\lambda}{v_1} P_1 e^{-\frac{2\pi z}{v_1}} + \frac{v_2}{\lambda} P_2 e^{-\frac{2\pi z}{v_2}} \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(66)$$

其在境界面，(例如地表面)則切線及法線之歪力，不可不等於零，即

$$z_x = T_2 = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 0 \quad ,$$

$$z_z = N_3 = \lambda \sigma + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad .$$

或將上之第二式，書如次形：

$$(\Omega_1^2 - 2\Omega_2^2) \frac{\partial u}{\partial x} + \Omega_1^2 \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad .$$

將是等條件，與(66)式相組合後，而令 $z=0$ ，其結果得

$$\frac{2P_1}{v_1 v_2} = -P_2 \left( \frac{1}{v_2^2} + \frac{1}{\lambda^2} \right) \quad ,$$

$$\frac{2P_2}{\lambda^2} = -\frac{2P_1}{\lambda^2} + \frac{P_1}{\Omega_2^2} \left( \frac{\Omega_1^2}{\lambda^2} - \frac{\Omega_1^2}{v_2^2} \right) \quad .$$

故由(65)式，得

$$\frac{2P_1}{v_1 v_2} = -P_2 \left( \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\Omega_2^2 T^2} \right) \quad , \quad \frac{2P_2}{\lambda^2} = -P_1 \left( \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\Omega_2^2 T^2} \right) \quad \dots\dots(67)$$

將上兩式邊邊相乘，

$$\frac{4}{\lambda^2 v_1 v_2} = \left( \frac{2}{\lambda^2} - \frac{1}{\Omega_2^2 T^2} \right)^2 \quad .$$

再以此式與(65)式消去 $v_1, v_2$ ，

$$\frac{1}{\lambda^4} \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{\Omega_1^2 T^2} \right) \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{\Omega_2^2 T^2} \right) = \left( \frac{1}{\lambda^2} - \frac{1}{2\Omega_2^2 T^2} \right)^4 \quad .$$

展開之而令 $\frac{\lambda}{T\Omega_1} = k$ ，得

$$k^6 - 8k^4 + 16 \left( \frac{3}{2} - \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2} \right) k^2 - \left( 1 - \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2} \right) = 0 \quad .$$

此三次方程式， $k^2$ 至少有一實根，其值則隨 $\Omega_2^2/\Omega_1^2$ 之值而變；而 $\Omega_2^2/\Omega_1^2$ 又為 Poisson 比 $\sigma$ 之函數，(參照本章7節)故 $k$ 亦為 Poisson 比 $\sigma$ 之函數。其在地殼之例， $\sigma$ 約略為0.25，從而 $\Omega_2^2/\Omega_1^2 = \frac{1}{3}$ ，以之代入於上之三次方程式，得

$$3k^6 - 24k^4 + 56k^2 - 32 = 0 \quad .$$

此三次方程式，由方程式符號法則，知有三正根，即

$$k_1^2 = 4 \quad , \quad k_2^2 = 2 \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 3.1547 \quad , \quad k_3^2 = 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 0.8453 \quad .$$

此三根中惟0.8453，能適合乎前述之條件。此因 $k^2 = \frac{\lambda^2}{\Omega_2^2 T^2}$ ，而由(65)式 $\frac{1}{v_2^2} = \frac{1}{\lambda^2}$

$(1 - \frac{\lambda^2}{\Omega_1^2 T^2})$ ，不能不為正數，從而  $k^2 < 1$ 。由是表面波之傳播速度，為

$$\Omega_s = \frac{\lambda}{T} = k\Omega_2 = 0.9194 \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} \dots\dots\dots(68)$$

而  $\Omega_2$  為傳播於地殼表層彈性震波之速度，故  $\Omega_s < \Omega_2$ 。且知表面波之速度，亦係彈性率之函數，而媒體之彈性率一定時，其速度即為常數。

上述之事實，與實測之結果，頗相符合，即當地震波傳播之際，觀測所之地震記錄上，最初至者為縱波，其次為橫波，而表面波則發現於橫波之後也。

12. 基於表面波之地面運動 當表面波傳播之際，地表面應起何種類之振動，抑亦有研究之必要。今於(66)式中，令  $z=0$ ，則得

$$\left. \begin{aligned} u &= (P_1 + P_2) \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ w &= - \left( \frac{\lambda}{v_1} P_1 + \frac{v_2}{\lambda} P_2 \right) \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(69)$$

0) 為橢圓之方程式。此橢圓為互相垂直之兩單弦振動所合成，故知當地震之際，地表面在水平垂直兩方向，同時起單弦振動，即地震學上所稱為水平動及上下動者是也。但二者之位相，則有  $\frac{\pi}{2}$  之差。質言之，因該兩振動之合成，而地面上之質點，以兩振幅為長短半徑而畫橢圓。

今準前節之理論，以求兩振幅之比，即橢圓長短半徑之比，則由(65)，(67)等式，得

$$\frac{\lambda^2}{v_1^2} = 1 - k^2 \frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2}, \quad \frac{\lambda^2}{v_2^2} = 1 - k^2, \quad P_2 = -P_1(1 - \frac{1}{4}k^2).$$

今由  $k^2 = 0.8453$ ， $\Omega_2^2/\Omega_1^2 = \frac{1}{4}$  之條件下，而實施計算，則得

$$\frac{\lambda}{v_1} = 0.8475, \quad \frac{v_2}{\lambda} = 2.5425, \quad \frac{P_2}{P_1} = -0.5773$$

代入於(69)式，於是得

$$\frac{\text{垂直振幅}}{\text{水平振幅}} = 1.468 \dots\dots\dots(70)$$

故知在等方彈性之地殼，在地震時，傳播表面波之際，水平與垂直兩方向之振幅，各異其值，而此則一定不變。若地殼表層為異方性，則(70)式當然不適用，且此式尚未經充分之實驗的證明，其是否正確，仍有研究之餘地也。

13. 表面波 Energy 之減衰 通常在遠地地震，表面波沿地表面傳播之際，往往在途中為地表面所吸收，而漸次減衰；故表面波 Energy 減衰率之決定，對

於地震之研究，有相互之關係。今命  $a$  為表面上一點水平變位之振幅， $T$  為其振動之週期，則表面波之 Energy 為  $I$ ，可由第 9 節  $I = \frac{2\pi^2 a^2 c}{T^2}$  決定之。設地表面上任意一點之震央距離，命之為  $\Delta$ ，則此  $\Delta$  係沿大圓弧所測之弧長，通例  $\Delta$  對於地心所夾之圓心角  $\theta$  為甚小。故若命地半徑為  $R$ ，則  $\theta = \Delta / R$ 。惟因地表上有震央距離  $\Delta$  之點，皆可視為以  $r = R \sin \theta$  為半徑之圓周上點，故若將表面波之減衰，暫時置諸不論，則準 Energy 不減之原則，命震央距離  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots$  處之 Energy 為  $I_1, I_2, I_3, \dots$  則有

$$I r = I_1 r_1 = I_2 r_2 = I_3 r_3 = \dots = A = \text{定數}.$$

由前述之關係， $\theta$  甚小時， $r, r_1, \dots$  約略與  $\Delta, \Delta_1, \dots$  相等，由是

$$I = \frac{A}{r}, \quad I_1 = \frac{A}{r_1}, \quad I_2 = \frac{A}{r_2}, \dots$$

此等之式，當  $\theta = \frac{\pi}{2}$  時， $I$  為最小； $\theta > \frac{\pi}{2}$  則  $I$  再增加。故在對震央，(Antipicentro) 即對於地球中心之震央反對側， $I$  之值，當與震央同，即在該處可生激烈之地震，實言之，如假定不起減衰現象，則表面波可往復起於震央及對震央之間，而生強烈震動。但因實際上由土地之性質，而起表面波之減衰，迨其波及對震央時，其所生之震度，較震央大為減弱也。今命對於土地性質之減衰率為  $k$ ，則上式中之  $A$ ，應為震央距離之函數，即由 (59) 式，應為  $I_0 e^{-k\Delta}$  由是得

$$I = \frac{I_0}{r} e^{-k\Delta} \dots \dots \dots (71)$$

此處所宜注意者，震原及震央均不能視為一點，故  $r=0$ ，(71) 式不能成立。

設地表面上，有震央距離相異之兩觀測所，測定表面波之 Energy，則可求得減衰率  $k$ 。若係一個觀測所，則測定由震央及對震央所傳來表面波之 Energy，亦可決定  $k$ 。即其由震央傳來者為  $I_1$ ，振幅為  $a_1$ ，週期為  $T_1$ ；由對震央所傳來者為  $I_2$ ， $a_2$ ， $T_2$ ，則

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= 2\pi^2 c \frac{a_1^2}{T_1^2} = \frac{I_0}{r} e^{-k\Delta} \\ I_2 &= 2\pi^2 c \frac{a_2^2}{T_2^2} = \frac{I_0}{r} e^{-k(40000-\Delta)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (72)$$

式中之  $\Delta$  及地球周南距離 40000，皆以 km 為單位。其  $r$  之值，對於震央為

$$r = R \sin \frac{\Delta}{R},$$

對於對震央，為

$$r = R \sin \frac{40000 - \Delta}{R} = R \sin \left( 2\pi - \frac{\Delta}{R} \right) = -R \sin \frac{\Delta}{R},$$

即兩種之絕對值相等，故以(72)之第二式除第一式，而去其符號，得

$$\left( \frac{a_1}{a_2} \right)^2 \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^2 = e^{k(40000 - 2\Delta)}$$

故

$$k = \frac{2}{\log_{10} e} \frac{\log \left( \frac{a_1}{a_2} \right) - \log \left( \frac{T_1}{T_2} \right)}{40000 - 2\Delta} \dots \dots \dots (73)$$

如後所述，k 之實測值之平均，約為 0.00028，由此值以求震央及對震央表面波 Energy 之比，得

$$e^{-0.00028 \times 20000} = \frac{1}{270}.$$

即對震央之 Energy，約為震央之二百七十分之一。

14. Love波 由 Love 氏所導出之彈性波，亦係一種之表面波，即沿地殼表面薄層所傳播之震波也。是種震波，在地震動中，為振幅最大之部分，由質地觀測，而得證是波之存在，即地震計記象紙上，在主要動之前所現出之波。

今假定有厚 h 之地層，其上面為空氣，其下面則為其他彈性物質層，(例是 magma 等彈性之突然變化他物質層) 其境界面均係平面，且如第十二圖所示，以下層之境界面為 xy 平面；z 軸之方向，以向上者為正。且薄層地層 h 之彈性係數及密度為  $\mu$  及  $\rho$ ，橫波速度為

$$\Omega = \sqrt{\mu/\rho}.$$

其在 magma 層者為  $\mu'$  及  $\rho'$ ，而速度為

$$\Omega' = \sqrt{\mu'/\rho'}.$$

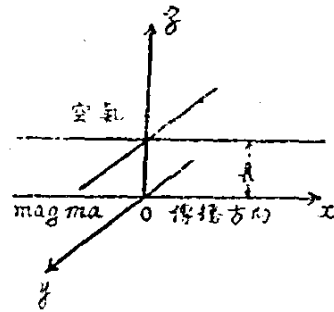
更如圖所示，震波之傳播方向，假定與 x 軸相一致；振動之變位，僅存在於 y 軸之方向，則 y 方向之變位成分，可書如次形：

$$v = (A \cos sz + B \sin sz) \cos(\omega t - \alpha x) \dots \dots \dots (74)$$

此式恰滿足  $\sigma = 0$  之條件，且同時并欲滿足下式：

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \dots \dots \dots (75)$$

第十二圖



不可不適合乎次之關係式：

$$s^2 = \frac{\omega^2}{\Omega^2} - \alpha^2 \dots\dots\dots (76)$$

更假定 magma 層中，亦存在有橫波；且由其中之振動因愈深而愈減衰之關係；該層中之變位，可書如下式：

$$v' = A e^{\sigma z} \cos(\omega t - \alpha x) \dots\dots\dots (77)$$

今以  $v'$  代(75)式之  $v$ ，而以此式代入之，其結果更得

$$\sigma^2 = \alpha^2 - \frac{\omega^2}{\Omega^2} \dots\dots\dots (78)$$

其在兩層之境界面，則  $z=0$ ，其兩者之變位，不可不互相等，然將  $z=0$ ，代入於(74)及(77)兩式中，均能滿足此條件也明甚。又同時切線方向之重力，亦不可不相等，即由(21)式，得

$$\mu \frac{\partial v}{\partial z} = \mu' \frac{\partial v'}{\partial z}, \quad \mu s B = \mu' \sigma A \dots\dots\dots (79)$$

其在地層與空氣之境界面，則  $z=h$ ，於是有切線方向重力等於零之條件，故

$$\frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad -A \sin sh + B \cos sh = 0.$$

由(79)得  $\tan sh = \mu' \sigma / \mu s \dots\dots\dots (80)$

由(76)及(78)消去  $\omega$ ，(因此兩式中之  $\omega$  為同值)

得  $\sigma^2 = \alpha^2 \left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega'^2}\right) - s^2 \frac{\Omega^2}{\Omega'^2}.$

代入於(80)式，得

$$\begin{aligned} \tan sh &= \frac{\mu'}{\mu} \sqrt{\frac{\alpha^2 \left(1 - \frac{\Omega^2}{\Omega'^2}\right) - \frac{\Omega^2}{\Omega'^2}}{\Omega'^2 \frac{\mu^2}{\mu'^2} \tan^2 sh + \Omega^2}} \\ \text{或} \quad \alpha h &= \frac{sh}{\sqrt{\left(\frac{\Omega'^2}{\Omega^2} - 1\right) \frac{\mu^2}{\mu'^2} \tan^2 sh + \Omega^2}} \dots\dots\dots (81) \end{aligned}$$

即當  $\Omega' > \Omega$  時，恆有一解之存在，若問題能滿足此條件，則對於  $\alpha$  (或波長  $\lambda = 2\pi/\alpha$ ) 之任意之值，必有一  $s$  之值，與之相應。且由(74)式觀之， $s$  之值設沿  $z$  之方向而論，則  $\frac{2\pi}{s}$  可視作波長也明甚。而  $sh$  自  $0$  變至  $\pi/2$ ，其間  $\alpha$  自  $0$  變至  $\infty$ ，與之對應。

更在  $ox$  之方向，其波之傳播速度，命之為  $\Omega''$ ，則由(74)及(76)式，得

$$\Omega'' = \frac{\omega}{\alpha} = \Omega \sqrt{1 + \frac{s^2}{\alpha^2}} \dots\dots\dots (82)$$

若  $s$  及  $\alpha$  迫近於 0，則(81)式可表示如  $(s/\alpha)^2 \rightarrow \frac{\Omega'^2}{\Omega^2} - 1$ ，從而由(82)式； $\Omega''$  可與  $\Omega'$  等值。即波長  $\lambda$  當無限增加時， $\Omega''$  可與 magma 中橫波傳彈時之速度  $\Omega'$  相等。

又  $sh$  迫近於  $\pi/2$  時，則  $\alpha$  為無限大，從而由(82)式， $\Omega''$  可等於  $\Omega$ 。即波長  $\lambda$  當甚小時， $\Omega''$  之值可與上層中橫波速度  $\Omega$ ，甚相近迫也。

Love 波由相異之波長，其傳播速度，亦因之而異，即所謂起分散 (Dispersion) 現象是也。其下層之速度  $\Omega''$ ，既大於上層速度  $\Omega$ ，故 Love 波之分散，其波長較大者，其速度較速。

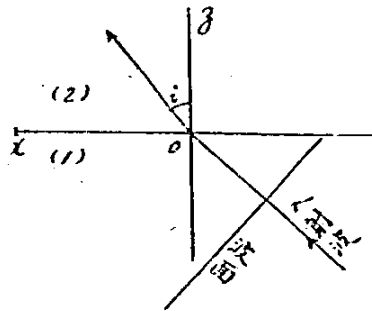
### 第 三 章

#### 地震波之反射及屈折

1. 彈性波之反射及屈折 假設有一二兩種等方質之媒體，以平面為其境界面，且媒體 2 為由固體或流體所成。今有某種擾亂，(disturbance)由媒體 1 傳播而達境界面，再生他種擾亂，再傳播於媒體 1 及媒體 2 之中，斯即所謂反射及屈折是也。此際滿足於境界面之條件如次：(i) 通過境界面（如第十三圖所示  $xoy$  面）時，變位  $u, v, w$  為連續的變化，(ii) 通過境界面時，歪力  $N_3, T_1, T_2$  為連續變化。

波動若滿足上述兩條件，則在通常之例，一種之縱波，(或橫波)自媒體 1 入射於境界面時，可生四種之波：即二種為縱波，(反射波及屈折波) 他二種為橫波。(反射波及屈折波)

第 十 三 圖



今為說明上便利起見，假定入射波在  $xoz$  平面中，變位  $u, v, w$ ，僅為  $x$  及  $z$  之函數，而與  $y$  之方向無關，則在境界面上所滿足之條件如次：

(i) 就境界面上之變位設想，則有次之關係：

$$\Sigma u_1 = \Sigma u_2, \quad \Sigma v_1 = \Sigma v_2, \quad \Sigma w_1 = \Sigma w_2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

式中文字傍之添數 1, 2, 係表示媒體之符號。

(ii) 就境界面上之歪力設想，則

$$\left. \begin{aligned} N_3 &= \lambda \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial w}{\partial z}, \\ T_1 &= \mu \frac{\partial v}{\partial z}, \quad T_2 = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

無論在媒體 1 或媒體 2 均相等。設媒體 2 為氣體，則

$$N_3 = T_1 = T_2 = 0,$$



為滿足境界之條件。

今姑定入射面為  $xoz$  面，入射波之方程式為

$$(u, v, w) = (U, V, W) \sin \{ \omega t - (\alpha x + \gamma z) \} \dots \dots \dots (3)$$

之形，(若如第一圖所示則  $\alpha > 0, \gamma > 0$ ) 而反射波或屈折波，則含次之因子，即

$$\sin \{ \omega' t - (\alpha' x + \beta' y + \gamma' z) \}.$$

則由境界面之連續條件，不可不

$$\beta' = 0 \quad \omega = \omega' \quad \alpha = \alpha' \dots \dots \dots (4)$$

此即表示波動之週期不變，而波線恆在同一平面內，且當為反射波及屈折波之際，反射角(或屈折角)與入射角之間，恆成立(5)之關係，可以推知。

$$\frac{\Omega}{\Omega'} = \frac{\sin i}{\sin i'} \dots \dots \dots (5)$$

$\Omega$  為入射角之傳播速度， $\Omega'$  為反射波(或屈折波)之傳播速度， $i$  及  $i'$  為入射角及反射角，(或屈折角)故知當縱波入射而為橫波之反射時，反射橫波之反射角，恆小於入射角。

第十四圖係表示縱波入射之例，此例有縱波及橫波之二反射波。但在媒體 2 中，其速度小時，則有兩屈折波；又在媒體 2 中，其速度大時，有時可成全反射。

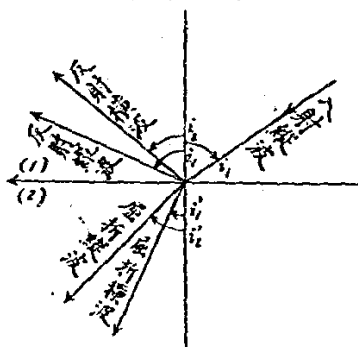
第十五圖係表示橫波入射之例。(橫波之振動在入射面之例)若  $i_2$  為較小之角，雖有二反射波，然  $i_2$  稍大，則反射縱波，即不存在，此角之限界，例如在  $\sigma = 0.25$  之媒體中因

$$\Omega_2 : \Omega_1 = 1 : \sqrt{3} = 0.5773,$$

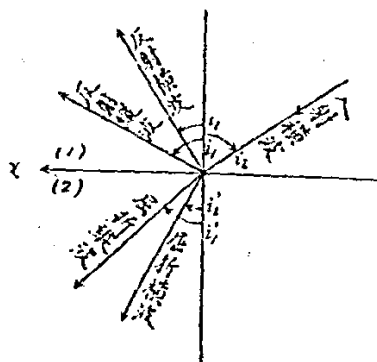
( $\Omega_1$  及  $\Omega_2$  為縱波及橫波之速度)故其限界角為  $i_2 = 35^\circ 16'$ 。

又當  $\Omega_1 < \Omega_2$ ，雖恆有二屈折波，然若  $\Omega_1 > \Omega_2$ ，有時屈折縱波可不存在，且若  $\Omega_1^2$

第十四圖



第十五圖



$> \Omega_2$ , 有時可成全反射。

2. 橫波入射 (振動垂直於入射面之例) 其在此例, 僅有反射橫波及屈折橫波二者。今假設入射波之振幅為 1, 則是等之波, 可以次式表示之。

$$\left. \begin{aligned} \text{入射波 } v_1 &= \sin\{\omega t - (\alpha x + \gamma z)\} \\ \text{反射波 } v'_1 &= V_1 \sin\{\omega t - (\alpha x - \gamma z)\} \\ \text{屈折波 } v_2 &= V_2 \sin\{\omega t - (\alpha x + \gamma_2 z)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

其境界面之條件, 為

$$\begin{aligned} (i) \quad v_1 + v'_1 &= v_2, \quad (z=0) \\ (ii) \quad \mu_1 \left( \frac{\partial v_1}{\partial z} + \frac{\partial v'_1}{\partial z} \right) &= \mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial z}, \quad (z=0) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{即 } 1 + V_1 &= V_2 \\ \mu_1 \gamma (1 - V_1) &= \mu_2 \gamma_2 V_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

命入射角為  $i$ , 屈折角為  $r$ , 則

$$\gamma = \alpha \frac{\cos i}{\sin i}, \quad \gamma_2 = \alpha \frac{\cos r}{\sin r} \dots\dots\dots (8)$$

由(7)(8)兩式, 得

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{\mu_1 \cos i \sin r - \mu_2 \cos r \sin i}{\mu_1 \cos i \sin r + \mu_2 \cos r \sin i} \\ V_2 &= \frac{2\mu_1 \cos i \sin r}{\mu_1 \cos i \sin r + \mu_2 \cos r \sin i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

又媒體 1 及媒體 2 之密度, 若為  $\rho_1$ , 及  $\rho_2$ , 則有次之關係:

$$\frac{\mu_1}{\rho_1 \sin^2 i} = \frac{\mu_2}{\rho_2 \sin^2 r}$$

以此式與(9)式結合, 得

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{\rho_1 \sin i \cos i - \rho_2 \sin r \cos r}{\rho_1 \sin i \cos i + \rho_2 \sin r \cos r} \\ V_2 &= \frac{2\rho_1 \sin i \cos i}{\rho_1 \sin i \cos i + \rho_2 \sin r \cos r} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

其在特別之例: 設  $\mu_1 = \mu_2$ , 則

$$V_1 = -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \quad V_2 = \frac{2 \sin r \cos i}{\sin(i+r)} \dots\dots\dots (11)$$

又若  $\rho_1 = \rho_2$ , 則

$$V_1 = \frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)}, \quad V_2 = \frac{2 \sin 2i}{\sin 2i + \sin 2r} \dots\dots\dots(12)$$

設第二媒體為真空或氣體，則由於屈折波之不存在，而  $V_1 = 1$ ，即係全反射。惟此際應行注意者，其在境界面之振幅，為  $V_2 = 2$ 。在地表面之地震波，第二媒體為氣體，則適與此例相合。

3. 橫波入射(振動在入射面內之例) 吾人對於縱波之振動，通常用適合於下列條件之函數  $\Psi$  表示之，即

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} &= \Omega_1^2 \Delta \Psi, \\ u &= \frac{\partial \Psi}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

又橫波則用函數  $M$  表示之，(但合乎次式之條件)

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 M}{\partial t^2} &= \Omega_2^2 \Delta M, \\ u &= \frac{\partial M}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial M}{\partial x} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

故由兩波動所起之變位，得由合成式

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \frac{\partial M}{\partial z}, \quad w = \frac{\partial \Psi}{\partial z} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

以表示各媒體內之情勢。

其在境界面之條件，則為

$$(i) \quad u_1 = u_2, \quad w_1 = w_2 \dots\dots\dots(16)$$

$$(ii) \quad \left. \begin{aligned} N_3 &= (\lambda + 2\mu) \Delta \Psi - 2\mu \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial x \partial z} \right) \\ T_2 &= \mu \left( 2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

之兩式，在境界面之兩側均各相等。

先就固體之兩媒體設想，則函數  $\Psi$  及  $M$ ，可書如次形：

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \sin \{ \omega t - (\alpha x + \gamma z) \} + \varphi_1 \sin \{ \omega t - (\alpha x - \gamma z) \} \\ M_2 &= \varphi_2 \sin \{ \omega t - (\alpha x + \gamma z) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= \psi_1 \sin\{\omega t - (\alpha x + \gamma_1 z)\} \\ \Psi_2 &= \psi_2 \sin\{\omega t - (\alpha x + \Gamma_2 z)\} \end{aligned} \right\}$$

而因兩媒體內縱波及橫波之傳播速度，為  $\frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}}$ ， $\frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}}$  及  $\frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_2^2}}$ ， $\frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \Gamma_2^2}}$ ，於是有次之關係：

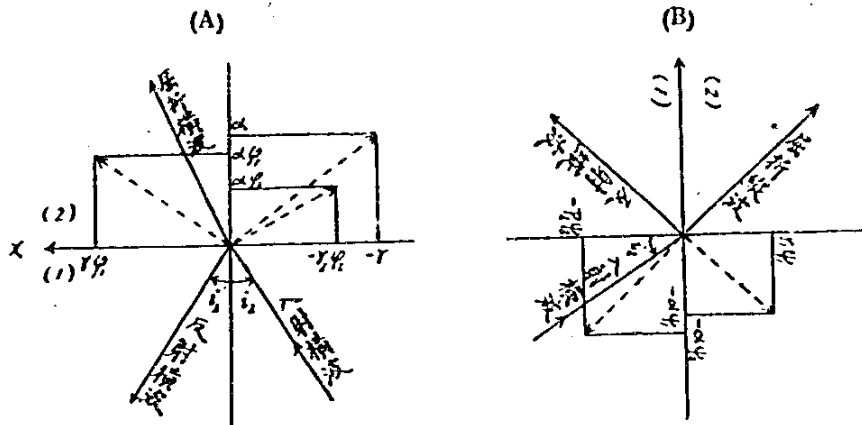
$$\left. \begin{aligned} \mu_1(\alpha^2 + \gamma^2) &= (\lambda_1 + 2\mu_1)(\alpha^2 + \gamma_1^2) = \rho_1 \omega^2 \\ \mu_2(\alpha^2 + \gamma^2) &= (\lambda_2 + 2\mu_2)(\alpha^2 + \Gamma_2^2) = \rho_2 \omega^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

在境界面之條件，則有下列四式：

$$\left. \begin{aligned} -\alpha_1 \psi_1 - \gamma(1 - \varphi_1) &= -\alpha \psi_2 - \gamma_2 \varphi_2 \\ \gamma_1 \psi_1 + \alpha(1 + \varphi_1) &= -\Gamma_2 \psi_2 + \alpha \varphi_2 \\ \mu_1[(\alpha^2 - \gamma^2)\psi_1 + 2\alpha\gamma(1 - \varphi_1)] &= \mu_2[(\alpha^2 - \gamma^2)\psi_2 + 2\alpha\gamma_2 \varphi_2] \\ \mu_1[-2\alpha\gamma_1 \psi_1 - (\alpha^2 - \gamma^2)(1 + \varphi_1)] &= \mu_2[2\alpha\Gamma_2 \psi_2 - (\alpha^2 - \gamma^2)(1 + \varphi_2)] \end{aligned} \right\} (20)$$

由(20)式得決定  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ 。而對於五種之波，其振幅則如次：

$$\left. \begin{aligned} \text{入射橫波 } u &= -\gamma, & w &= \alpha & \therefore u^2 + w^2 &= \alpha^2 + \gamma^2 \\ \text{反射橫波 } u &= \gamma\varphi_1, & w &= \alpha\varphi_1 & \therefore u^2 + w^2 &= \varphi_1^2(\alpha^2 + \gamma^2) \\ \text{屈折橫波 } u &= -\gamma_2\varphi_2, & w &= \alpha\varphi_2 & \therefore u^2 + w^2 &= \varphi_2^2(\alpha^2 + \gamma_2^2) \\ \text{反射縱波 } u &= -\alpha\psi_1, & w &= \gamma_1\psi_1 & \therefore u^2 + w^2 &= \psi_1^2(\alpha^2 + \gamma_1^2) \\ \text{屈折縱波 } u &= -\alpha\psi_2, & w &= -\Gamma_2\psi_2 & \therefore u^2 + w^2 &= \psi_2^2(\alpha^2 + \Gamma_2^2) \end{aligned} \right\} \dots\dots (20')$$



第十六圖

第十六圖係表示對於入射橫波，(振動在入射面內)其反射橫波及屈折橫波，(如 A 圖)與反射縱波及屈折縱波之進行模樣。(如 B 圖)

(特例 1) 第二媒體係真空或空氣時 今就特種之例設想，若第二媒體為真空或氣體之時，則屈折波可以不存在，從而(20)之條件，可簡單之如次：

$$\left. \begin{aligned} (\alpha^2 - \gamma^2)\psi_1 + 2\alpha\gamma(1 - \varphi_1) &= 0 \\ 2\alpha\gamma_1\psi_1 + (\alpha^2 - \gamma^2)(1 + \varphi_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

今命  $i'$  為反射縱波之反射角，則

$$\begin{aligned} \sin i &= \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}}, & \cos i &= \frac{\gamma}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}}, & \Omega_2 &= \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}}, \\ \sin i' &= \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}}, & \cos i' &= \frac{\gamma_1}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}}, & \Omega_1 &= \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}}. \end{aligned}$$

此處之  $\Omega_1$  及  $\Omega_2$ ，為縱波及橫波之速度。將上列各式代入於(21)式，得

$$\cos 2i\psi_1 = \sin 2i(1 - \varphi_1)$$

$$\sin 2i'(\alpha^2 + \gamma_1^2)\psi_1 = \cos 2i(\alpha^2 + \gamma^2)(1 + \varphi_1)$$

今令入射橫波之振幅為 1，反射橫波或縱波之振幅令等於  $\varphi_1$  及  $\psi_1$ ，則於上式中，應以  $\psi_1/\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}$ ， $(1 - \varphi_1)/\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$ ， $(1 + \varphi_1)/\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}$  代其  $\psi_1$ ， $1 - \varphi_1$ ， $1 + \varphi_1$ ，由是得

$$\left. \begin{aligned} (1 - \varphi_1)\sin 2i &= \frac{\Omega_1}{\Omega_2} \cos 2i \cdot \psi_1 \\ (1 + \varphi_1)\cos 2i &= \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \sin 2i' \cdot \psi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

由是

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 &= \frac{1 - m}{1 + m}, & \psi_1 &= \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \frac{2m}{1 + m} \operatorname{tg} 2i \\ m &= \frac{\cos 2i}{4 \sin^2 i \cos i} : \sqrt{\frac{\Omega_2^2}{\Omega_1^2} - \sin^2 i} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

又就表面上之媒體運動而加檢驗，則由(20)式，知有

$$u = -\alpha\psi_1 - \gamma(1 - \varphi_1),$$

$$w = \gamma_1\psi_1 + \alpha(1 + \varphi_1),$$

之最大變位。故與前行同樣之補正，且參照(22)式，得

$$\left. \begin{aligned} u &= -\psi_1 \frac{\sin i'}{2 \sin 2i}, & w &= \psi_1 \frac{\cos i'}{\cos 2i} \\ \operatorname{tgi}_0 = \frac{u}{w} &= -\frac{\cos 2i}{2 \sin 2i} \operatorname{tgi}' = -\frac{\operatorname{tgi}'}{\operatorname{tgi}} \cotg 2i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

$i_0$  係表示在地表面之運動方向。若  $i=45^\circ$ ，則地表面之運動為垂直，又  $\sin i'=1$ ， $\cos i'=0$ ，則  $\operatorname{tgi}_0 = \infty$ ，而地表之運動為水平，此際之  $i$ ，為有反射縱波之限界角度。

若橫波入射，其入射角大於限界角，則反射縱波可不存在。蓋由  $\sin i/\sin i' = \Omega_2/\Omega_1$ ，在  $\sin i' < 1$  條件下，應  $\sin i < \Omega_2/\Omega_1$ 。故若  $\sin i > \Omega_2/\Omega_1$ ，即不生反射縱波，但此在境界面所生之縱波，則為沿境界面所傳播之波。設姑假定此波為反射縱波，則此反射縱波或反射橫波，與入射波不能有相同之位相，故此際為計算簡單起見，用虛數表示  $M$  及  $\Psi$  時，則其形如次：

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= e^{i(\omega t - (ax + \gamma z))} + \varphi_1 e^{i\delta} e^{i(\omega t - (ax - \gamma z))} \\ \Psi_1 &= \psi_1 e^{i\mu} e^{i\gamma z} e^{i(\omega t - ax)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

$\delta$  及  $\mu$  係位相之差，其可消失之反射縱波，可如次形：即係二運動之合成，而其相互之位相差為  $\frac{\pi}{2}$  也。質言之，即若令  $\Psi_1 = e^{i\gamma z} \sin(\omega t - ax)$ ，則

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} = -ae^{i\gamma z} \cos(\omega t - ax) \\ w &= \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} = \gamma_1 e^{i\gamma z} \sin(\omega t - ax) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

此運動係橢圓，其軸則與  $ox$ ， $oz$  軸平行也。其可消失之反射縱波，則成沿  $oz$  軸傳播之表面波。（若能照此說述時）其振幅則由漸次離開境界面，而急速減殺。

其在境界面之條件，則各由虛實相等之關係，而得四關係式，以之得決定  $\varphi_1, \psi_1, \delta, \mu$ 。故由是等關係，得

$$-\operatorname{tgi}\mu = \frac{\varphi_1 \sin \delta}{1 - \varphi_1 \cos \delta} = \frac{1 + \varphi_1 \cos \delta}{\varphi_1 \sin \delta},$$

由是得

$$\varphi_1^2 = 1 \dots\dots\dots (27)$$

之結果，即知入射波動之 Energy，悉成為反射橫波也。然其可消失之反射縱波，存於境界面者，則成為定常波而存在。蓋其發生時，雖需 Energy，而保存時，即

無需乎此，知其間固不相矛盾也。

(特例 2) 第二媒體為流體時(不能置密度於不顧) 就前所求一般之例於其第二媒體之 $\mu_2$ ，設想其達極限值 $0$ 時，則 $\frac{\mu_2}{\rho_2} = 0$ 。惟因由(19)式  $\mu_1(\alpha^2 + \gamma^2) = \rho_2 \omega^2$ ，而  $\rho_2 \omega^2$  為有限值，故亦 $\mu_2 \gamma^2$ 亦應為有限值，從而(20)之條件內， $\varphi_1 = 0$ 。今用

$$\mu_2 \gamma^2 = \rho_2 \omega^2 = \frac{\rho_2}{\rho_1} \mu_1 (\alpha^2 + \gamma^2) \dots\dots\dots(28)$$

之關係，則在此例，其(20)境界面條件式，成次之三式：

$$\left. \begin{aligned} \gamma_1 \psi_1 + \alpha(1 + \varphi_1) &= -\Gamma_2 \psi_2 \\ (\alpha^2 - \gamma^2) \psi_1 + 2\alpha\gamma(1 - \varphi_1) &= -\frac{\rho_2}{\rho_1} (\alpha^2 + \gamma^2) \psi_2 \\ 2\alpha\gamma_1 \psi_1 + (\alpha^2 - \gamma^2)(1 + \varphi_1) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

由(29)得求 $\varphi_1, \psi_1, \psi_2$ 。

若入射角較大，則反射縱波，可沿 $ox$ 軸而反射。(  $\gamma_1 = 0$  )此際則成

$$\gamma_1 = 0, \quad \varphi_1 = -1, \quad \psi_2 = 0, \quad \psi_1 = -4\alpha\gamma / (\alpha^2 - \gamma^2) \dots\dots\dots(30)$$

又在屈折縱波，沿 $ox$ 軸而射出之例，(  $\Gamma_2 = 0$  )則成

$$\Gamma_2 = 0, \quad \varphi_1 = -1, \quad \psi_1 = 0, \quad \psi_2 = -4\alpha\gamma / \frac{\rho_2}{\rho_1} (\alpha^2 + \gamma^2) \dots\dots\dots(31)$$

即入射時之 Energy，悉成反射橫波。

4. 縱波入射 此例亦與前同理，其 $\Psi_1, \Psi_2, M_1, M_2$ 可用次式表之，即

$$\left. \begin{aligned} \Psi_1 &= \sin[\omega t - (\alpha x + \gamma z)] + \psi_1 \sin[\omega t - (\alpha x - \gamma z)] \\ \Psi_2 &= \psi_2 \sin[\omega t - (\alpha x + \Gamma_2 z)] \\ M_1 &= \varphi_1 \sin[\omega t - (\alpha x - \gamma z)] \\ M_2 &= \varphi_2 \sin[\omega t - (\alpha x + \gamma z)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(32)$$

其在境界面之條件，為

$$\left. \begin{aligned} -\alpha(1 + \psi_1) + \gamma_1 \varphi_1 &= -\alpha \psi_2 - \gamma_2 \varphi_2 \\ -\gamma(1 - \psi_1) + \alpha \varphi_1 &= -\Gamma_2 \psi_2 + \alpha \varphi_2 \\ \mu_1 [(\alpha^2 - \gamma_1^2)(1 + \psi_1) - 2\alpha\gamma_1 \varphi_1] &= \mu_2 [(\alpha^2 - \gamma_2^2) \psi_2 + 2\alpha\gamma_2 \varphi_2] \\ \mu_1 [2\alpha\gamma(1 - \psi_1) - (\alpha^2 - \gamma_1^2) \varphi_1] &= \mu_2 [2\alpha\Gamma_2 \psi_2 - (\alpha^2 - \gamma_2^2) \varphi_2] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

設在特別之例，其第二媒體為真空或空氣時，則(33)式成爲次列二式：

$$\left. \begin{aligned} (\alpha^2 - \gamma_1^2)(1 + \psi_1) &= 2\alpha\gamma_1\varphi_1 \\ 2\alpha\gamma(1 - \psi_1) &= (\alpha^2 - \gamma_1^2)\varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

若用

$$\sin i = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}}, \quad \sin i' = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}},$$

及

$$\Omega_1 = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma^2}}, \quad \Omega_2 = \frac{\omega}{\sqrt{\alpha^2 + \gamma_1^2}}, \quad \frac{\sin i}{\Omega_1} = \frac{\sin i'}{\Omega_2}$$

之關係，并準前特例 1 同一之論法，則(34)式成

$$\left. \begin{aligned} \cos 2i'(1 + \psi_1) + \Omega_2/\Omega_1 \sin 2i' \cdot \varphi_1 &= 0 \\ \sin 2i(1 - \psi_1) + \Omega_1/\Omega_2 \cos 2i' \cdot \varphi_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

解此式，得

$$\psi_1 = \frac{1 - m}{1 + m}, \quad \varphi_1 = -\frac{\Omega_1}{\Omega_2} \frac{2}{m + 1} \cot 2i' \dots\dots\dots(36)$$

$$m = \left( \frac{\Omega_1^2}{\Omega_2^2} - 2 \sin^2 i \right)^2 \frac{1}{4 \sin^2 i \cos i} : \sqrt{\frac{\Omega_1^2}{\Omega_2^2} - \sin^2 i}$$

將 $\varphi_1$ 視如反射波之振幅，而施前同樣之補正，則由(33)可表以次式：

$$\left. \begin{aligned} u &= -\alpha(1 + \psi_1) + \gamma_1\varphi_1 \\ w &= -\gamma(1 - \psi_1) + \alpha\varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(37)$$

於是準前同一論法，得

$$\left. \begin{aligned} u &= \varphi_1 \frac{\cos i'}{\cos 2i'}, \quad w = \frac{\varphi_1}{2 \sin i'} \\ \operatorname{tg} i_0 &= \frac{u}{w} = \operatorname{tg} 2i' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(38)$$

$i_0$  表示地表面之運動，而  $i'$  爲反射橫波之反射角即  $i_0 = 2i'$

若  $i = 90^\circ$ ，(水平入射)  $\Omega_2 : \Omega_1 = 1 : \sqrt{3} = 0.577$  時，則可得

$$i' = 35^\circ 15' \quad i_0 = 70^\circ 30'$$

又若  $i_0$  用入射角  $i$  之函數表示，則

$$\sin \frac{i_0}{2} = \sin i' = \frac{\Omega_2}{\Omega_1} \sin i \dots\dots\dots(39)$$



## 第四章

### 地震波之傳播

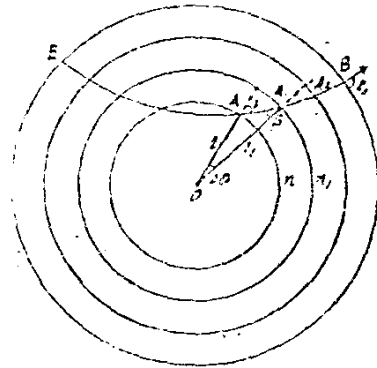
1. 震波線之方程式 地震波由震源而傳播於四方，最初有縱波及橫波之二種波動，已述於前。惟是種波動之傳播，其所取之經路，應為何種形式，係地震學上極重要之問題。其傳播經路，特稱震波線。(Seismic ray)

地震波動，在地球內部傳播之際，無論為縱波或橫波，其形成之震波線，均與波面相垂直，此等處與光波極相類似。而縱波及橫波之傳播速度，既不相同，於是其傳播經路，(即震波線)亦不能無多少之差異。惟其數學的求法，則全然相同。質言之其所得震波線之軌道方程式，形式均同，而僅常數不同耳。

若地球內部之組織，係由一樣之等方體所成，則地震波之傳播，當然為直進運動，從而震波線為直線，問題即非常簡單。但實際上地層之彈性，大都入地愈深，而愈形增加，於是地震波在地球內部傳播時，同時伴生屈折現象，而震波線爰形成曲線；且遇地表面，或存在於內部之彈性的不連續面，則當波動入射之際，一部分固起屈折，而他一部分并起反射，即前章所述之理論，在本節均能適用也。

今為說明簡明起見，先假定地球之組織，係對於地球中心，成一種球狀對稱的物體。就是種物體內所發生彈性波動之傳播，而根據一定法則，以說明其諸種現象，即本節中惟一之主旨。如第十七圖所示，震波由震源出發而達B，因由假定，視球殼如球狀對稱體，而得劃分為無數之同心球面，而成無數之球殼。若是種球殼之層，為非常之薄層，則在此各球殼內，其地震波之速度，可視為一定不易，今就圖中任意二層之球殼設想，并假定震波經過第一層球殼，其速度為 $v$ ，經過第二層時其速度為 $v_1$ ，

第十七圖



更於兩層球殼之交界處，取任意一點  $A_1$ ，其中心距離為  $r_1$ ，經過該點震波線之入射角為  $\beta$ ，其屈折角為  $i_1$ ，又為計算便利起見，命  $v = \frac{1}{n}$ ， $v_1 = \frac{1}{n_1}$ ，則準前章所述，有次之關係：

$$n_1 \sin i_1 = n \sin \beta \dots\dots\dots (1)$$

今如圖所示，半徑  $r$  之球面上(即第一層球面與直下地層交界之球面)A 點處之屈折角為  $i$ ，則

$$i = \beta + \Delta o \dots\dots\dots (2)$$

因含 A 及  $A_1$  點兩球面甚相接近，故  $\Delta o$  為甚小之量，於是將 (2) 代入於 (1)，得

$$n_1 \sin i_1 = n(\sin i - \Delta o \cos i) \dots\dots\dots (3)$$

又令  $OA = r$ ， $OA_1 = r_1 = r + dr$ ，則有

$$\Delta o = \frac{dr}{r_1} \operatorname{tg} i$$

之關係，代入於 (3) 式中而整理之，得

$$n_1 r_1 \sin i_1 = n r \sin i$$

故在震波線中，必存在有次之關係：

$$nr \cos e = \text{const} \dots\dots\dots (4)$$

此處之  $e$  為射出角，(emergent angle) 有  $e = 90^\circ - i$  之關係。(4) 式之右邊，若用地表面之諸量( $n_0, r_0, e_0$ ) 代入之，則得

$$nr \cos e = n_0 r_0 \cos e_0 \dots\dots\dots (5)$$

今由 (5) 式以導出關於震波線之諸式，其法如次：

由第十八圖，得

$$ds \cos e = r d\theta$$

即 
$$\sqrt{r^2 + \left(\frac{dr}{d\theta}\right)^2} \cos e = r$$

故 
$$\frac{d\theta}{dr} = \frac{\cos e}{\sqrt{r^2 - r^2 \cos^2 e}}$$

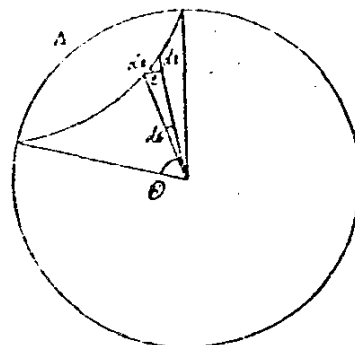
用 (5) 式之關係消去  $\cos e$ ，得

$$d\theta = \frac{n_0 r_0 \cos e_0 dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - n_0^2 r_0^2 \cos^2 e_0}} \dots\dots\dots (6)$$

今為簡單起見，令

$$\rho = \frac{r}{r_0}, \quad v = \frac{n}{n_0} = \frac{v_0}{v}, \quad \cos e_0 = a \dots\dots\dots (7)$$

第十八圖



則(8)式爲

$$d\theta = \frac{\alpha d\rho}{\rho \sqrt{v^2 \rho^2 - \alpha^2}} \dots \dots \dots (8)$$

此處之  $v$  (即關於震波速度之量) 可爲  $\rho$  (即關於地球內深度之量) 之函數, 從而  $v\rho$  亦爲  $\rho$  之函數。今令

$$v\rho = \varphi(\rho) \dots \dots \dots (9)$$

則(8)式可書如次形:

$$d\theta = \frac{\alpha d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2(\rho) - \alpha^2}} \dots \dots \dots (10)$$

震波線由震源出發, 通過地殼內部之地層, 畫成一曲線而射出於地表面, 其最深所之兩側, 由前之假定, 可成對稱型。設最深所之  $\rho$  爲  $\rho_m$ , 其  $v$  爲  $v_m$ , 則由(5)式

$$v_m \rho_m = \varphi(\rho_m) = \alpha.$$

今命震央距離爲  $\Delta$ , 則有  $\Delta = r_c \Theta$  之關係, (參照第二圖) 故由(10)式, 得

$$\Delta = 2r_c \alpha \int_{\rho_m}^1 \frac{d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2(\rho) - \alpha^2}} = \Phi_1'(\alpha) \dots \dots \dots (11)$$

又此震波線之全長爲  $L$ , 則

$$L = \int ds = \int \frac{r_c}{\alpha} v \rho^2 d\theta, \quad \left( ds = \frac{r_c d\theta}{\cos c} \right)$$

由是得

$$L = 2r_c \alpha \int_{\rho_m}^1 \frac{v \rho d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2(\rho) - \alpha^2}} \dots \dots \dots (12)$$

又傳播此震波線之全路程所需之時間爲  $T$ , (通常稱爲走時) 則

$$T = \int \frac{ds}{v} = \int n ds = n_1 \int v ds = 2n_1 r_c \alpha \int_{\rho_m}^1 \frac{v^2 \rho d\rho}{\rho \sqrt{\varphi^2(\rho) - \alpha^2}} = \Phi_2(\alpha) \dots \dots \dots (13)$$

(11)及(13)由第三變數 (Parameter) 結合以表示曲線, 所謂走時曲線 (Time curve) 者是也。

更進而於震波線上之任意一點, (如第一圖之 A 點) 而求其曲率, 則其法如次: 今如第一圖, 命  $\beta - i_1 = d\omega$ , 曲率半徑爲  $R$ , 則  $\frac{1}{R} = \frac{d\omega}{ds}$ 。推由(1)式, 得  $\sin(i_1 +$

$$d\omega) = \frac{n_1}{n} \sin i_1 = \frac{n + dn}{n} \sin i_1, \text{ 即 } d\omega = \frac{1}{n} \operatorname{tg} i_1 dn. \text{ 又 } ds = \frac{1}{\cos i} dr, \text{ 故}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{n} \sin i \frac{dn}{dr}, \quad (\text{因 } i_1 \text{ 可視爲與 } i \text{ 相等})$$

$$\text{或} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{r_c v} \frac{dv}{d\rho} \cos c \dots \dots \dots (14)$$

設  $dv/d\varrho=0$ , 則  $R=\infty$  即若震波速度到處相等, 則震波線成直線。又最深地點之曲率, 為

$$\frac{1}{R_m} = \frac{1}{r_c v_m} \left( \frac{dv}{d\varrho} \right)_{\varrho=\varrho_m}$$

2. 射出角 今以  $n_c \alpha$  乘前節之(11)式, 以減(13)式, 得

$$\begin{aligned} T - n_c \alpha \Delta &= 2n_b r_c \int_{\varrho_m}^1 \frac{v^2 \varrho^2 d\varrho}{\varrho_m \varrho \sqrt{\varphi^2(\varrho) - \alpha^2}} - 2n_c r_c \int_{\varrho_m}^1 \frac{\alpha^2 d\varrho}{\varrho_m \varrho \sqrt{\varphi^2(\varrho) - \alpha^2}} \\ &= 2n_b r_c \int_{\varrho_m}^1 \frac{\sqrt{\varphi^2(\varrho) - \alpha^2}}{\varrho} d\varrho \end{aligned}$$

惟因  $\varrho_m$  為  $\alpha$  之函數, 故於上式就  $\alpha$  微分之, 得

$$\begin{aligned} \frac{dT}{d\alpha} n_c \Delta - n_c \alpha \frac{d\Delta}{d\alpha} &= -2n_b r_c \alpha \int_{\varrho_m}^1 \frac{-d\varrho}{\varrho \sqrt{\varphi^2(\varrho) - \alpha^2}} \\ &\quad - \left[ 2n_b r_c \frac{\sqrt{\varphi^2(\varrho) - \alpha^2}}{\varrho} \right]_{\varrho=\varrho_m} \frac{d\varrho_m}{d\alpha} \end{aligned}$$

因上右邊之第二項為零, 故

$$\begin{aligned} \frac{dT}{d\alpha} n_c \Delta - n_c \alpha \frac{d\Delta}{d\alpha} &= n_c \Delta \\ \alpha = \cos e_0 &= \frac{1}{n_b} \frac{dT}{d\Delta} \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

(15)為重要之式, 即地表面射出角  $e_0$ , 雖不能直接觀測而得, 若知地表面之傳播速度, 及走時曲線之傾度  $\frac{dT}{d\Delta}$ , 即可推得射出角。

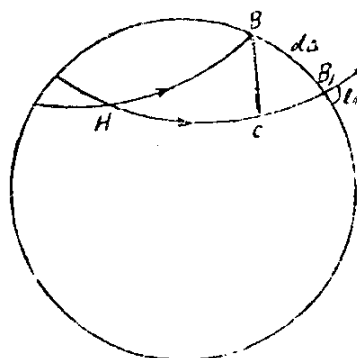
或以  $V$  表示震波傳播於地表面時之外見上速度, (Apparent Velocity) 則

$$V = \frac{d\Delta}{dT}, \text{ 從而}$$

$$\alpha = \frac{v_0}{V}$$

(15)式如用幾何的方法證明, 則尤明瞭而便於記憶, 因在通常之地震, 大都震源不位於極深之地層內, 從而對於震源深度之影響, 僅限於震源附近區域。若距震源稍遠, 則走時曲線之形, 幾全不蒙其影響。故今以是種設想為出發點, 如第十九圖所示,  $H$  為震源,  $B$  與  $B_1$  為地

第十九圖



表面上極相接近之兩點，此兩點之距離，命之為  $d\Delta$ ， $HB$  與  $HB_1$  為震波所取之經路。今由  $B$  點引垂線  $BC$  於震波線  $HB_1$ ，設  $B_1$  點之射出角為  $e_0$ ，則於小三角形  $BCB_1$ ，得

$$CB_1 = d\Delta \cos e_0.$$

又從他方面設想，經過  $CB_1$  距離之時間，命之為  $dT$ ，地殼表層震波之傳播速度為  $v_0$ ，則

$$CB_1 = v_0 dT,$$

由是

$$\cos e_0 = v_0 \frac{dT}{d\Delta},$$

或

$$\cos e_0 = \frac{1}{n_0} \frac{dT}{d\Delta} \dots\dots\dots (15')$$

3. 走時曲線。今於前所述

$$\Delta = \Phi_1(\alpha), \quad T = \Phi_2(\alpha) \dots\dots\dots (16)$$

之間消去  $\alpha$ ，則  $T$  可以震央距離  $\Delta$  之函數表示之，即

$$T = \Psi(\Delta) \dots\dots\dots (17)$$

(17) 即走時曲線之方程式。此際  $\Psi(\Delta)$  之函數形，通例為未知，須由已知函數  $\Psi(\Delta)$  以求  $\varphi(\Delta)$ ，但實際上頗形困難，故往往先立假設，以之決定函數  $\varphi(\Delta)$  之形而再求  $\Psi$  也。今就二三簡單之例，彙述如次：

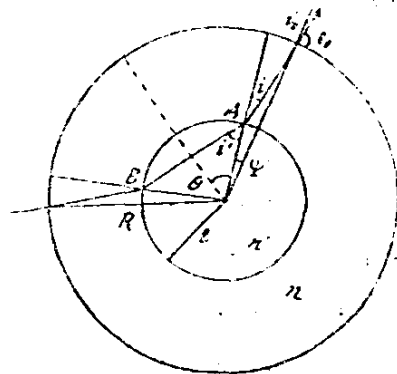
(i) 地殼內部僅限有一不連續面。其在此例，可將地球分為二部分。在各部分之震波速度，各為一定不易，且假定於外部之速度逆數為  $n$ ，內部之速度逆數為  $n'$ ，地球之半徑為  $R$ ，境界面之半徑為  $r$ ，則如第二十圖所示，

$$\frac{R}{\sin i} = \frac{r}{\sin i'}, \quad n \sin i = n' \sin i'.$$

且因  $\theta$  及  $\Psi$  之關係，為  $\Psi = i - i'$ ， $\theta = \frac{\pi}{2} - i' + \Psi$ ，故通過全體之時間  $T$ ，可用下式求得之，即

$$T = 2 \left( nR \frac{\sin \Psi}{\sin i} + n'r \cos i' \right) \dots\dots\dots (18)$$

第二十圖



(ii) 震波速度隨地層之深而增加。

由假定，令震波速度  $v$  為

$$v = \mu \left( \beta^2 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \dots \dots \dots (19)$$

或由 (7) 式

$$v = \frac{v_0}{\mu(\beta^2 - \varrho^2)} \dots \dots \dots (20)$$

此處之  $\beta$  及  $\mu$ ，均為常數， $r_0$  為地球之半徑， $r$  為地心距離，今試求其震波之曲率，則由 (14) 式，

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_0 v} \frac{dv}{d\varrho} \cos c = \frac{\alpha}{r_0 \varrho v^2} \frac{dv}{d\varrho} = \frac{2\mu\alpha}{r_0 v_0} \dots \dots \dots (21)$$

即其曲率為一定，故此震波線為圓弧之一部分。

今令  $\varphi = \frac{r_0}{2R} = \alpha\mu/v_0 \dots \dots \dots (22)$

震波線中最深所之點為  $M$ ，則中心距離  $CM$ ，有次之關係

$$\frac{CM}{r_0} = \varrho_m = \frac{\alpha}{v_{\max}} = \varphi(\beta^2 - \varrho_m^2) \dots \dots \dots (23)$$

又於三角形  $CFN$ ，(如圖所示)

$$\cos \theta = \frac{2\varrho_m \frac{R}{r_0} + \varrho_m^2 + \varrho^2}{2\varrho \left( \frac{R}{r_0} + \varrho_m \right)} \dots \dots \dots (24)$$

惟由 (23)

$$\varrho_m = \frac{1}{2\varphi} (-1 + \sqrt{1 + 4\varphi^2 \beta^2}) ,$$

故

$$\frac{R}{r_0} + \varrho_m = \sqrt{1 + 4\varphi^2 \beta^2} , \quad 2\frac{R}{r_0} \varrho_m + \varrho_m^2 = \beta^2 .$$

從而

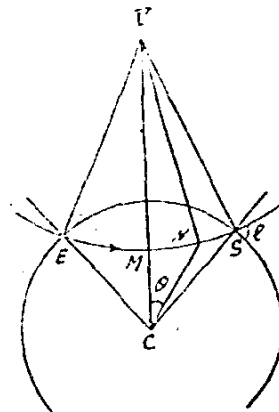
$$\theta = \cos^{-1} \left( \frac{\beta^2 + \varrho^2}{\varrho} \frac{\varphi}{\sqrt{1 + 4\varphi^2 \beta^2}} \right) \dots \dots \dots (25)$$

今以角度  $\Theta$  表全波線之震央距離，并於 (24) 式中，令  $\varrho = 1$ ，則

$$\Theta = 2\cos^{-1} \left[ \frac{\varphi}{\sqrt{1 + 4\varphi^2 \beta^2}} (\beta^2 + 1) \right] \dots \dots \dots (26)$$

故  $\varphi$  (或  $\alpha$ ) 若為已知，即得計算  $\Theta$ ，而并可得  $\Gamma$  之位置，從而全震波線得以畫出也。

第二十一圖



次由  $\varphi = \alpha_1/v_c$  之關係，代入於(26)式中而變化之，

$$\frac{\alpha_1}{v_c} = \frac{1}{\sqrt{(1+\beta^2)^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\Theta}{2} + (\beta^2-1)^2}}$$

更令  $(\beta^2+1)/(\beta^2-1) = C$ ，且因  $\mu(\beta^2-1) = v_c$ ，故

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{c^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\Theta}{2} + 1}}$$

惟由(15)式，知

$$\alpha = \frac{1}{n_c} \frac{dT}{d\Delta} = \frac{1}{n_c r_s} \frac{dT}{d\Theta}$$

由是

$$\frac{dT}{n_c r_s} = \frac{d\Theta}{\sqrt{c^2 \operatorname{tg}^2 \frac{\Theta}{2} + 1}}$$

由積分法得

$$\sin h \left[ \frac{T}{2c n_c r_s} \sqrt{c^2 - 1} \right] = \sqrt{c^2 - 1} \sin \frac{\Theta}{2}$$

或

$$\sin h \left( \frac{T}{2n_c r_s} \sqrt{c^2 - 1} \right) = \sqrt{c^2 - 1} \sin \frac{\Delta}{2R} \dots\dots\dots (27)$$

(27)即係走時與震央距離之關係式。

(iii) 震波速度可用次式表示之例

$$v = \rho^k \dots\dots\dots (28)$$

其在此例，震央距離及走時之公式，為

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= 2r_s \alpha \int_{e_0}^1 \frac{d\rho}{\rho \sqrt{\rho^{2k+2} - \alpha^2}} \\ \dot{T} &= 2n_c r_s \int_{e_0}^1 \frac{\rho^{2k+1} d\rho}{\sqrt{\rho^{2k+2} - \alpha^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

此兩式為積分可能之形，其結果可用次列簡單之形表示之，即

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= \frac{2r_s}{K+1} e_0 \\ T &= \frac{2n_c r_s}{K+1} \sin e_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

A. Mohorovičić 應用此式，而為近地地震之研究，故頗重要。

(iv) B. Galizin 之方法

為計算上簡單起見，氏曾用次列關係或決定  $x, y$ ，即

$$x = \rho^2 \quad y = \varphi^2 (\rho) \dots\dots\dots (31)$$

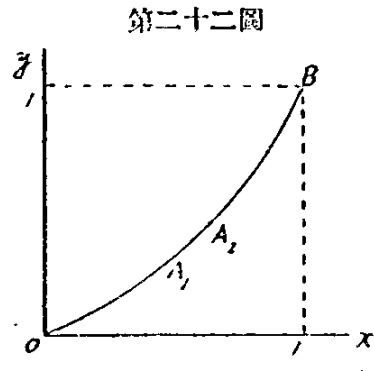
即  $y = v^2 x \dots\dots\dots (32)$

因  $v$  之值，在地殼內到處均係有限，故  $x=0$  時， $y=0$ 。又在地表面  $x=1$  時， $y=1$ 。

故若設想  $y$  可用  $x$  之函數表示時，則得如第二十二圖所示，當  $A_1, A_2$ ，二點極相接近，則次式已能充分顯出其關係：

$$y = a + bx + cx^2 \dots\dots\dots (33)$$

且由圖所示，曲線在原點  $o$  之近傍，不可不  $a=0$ 。又在  $B$  點之近傍：（即接近於地表面之部分）不可不



$$b = 1 - a - c \dots\dots\dots (34)$$

由是用新變數  $x, y$  表示震央距離，則得式如次：

$$\Delta = r_c \alpha \int_{x_m}^1 \frac{dx}{x \sqrt{y - \alpha^2}} \dots\dots\dots (35)$$

但  $x_m = \rho_m^2$ ，又其相對應之  $y_m$  值，由  $v_m \rho_m = \alpha$  之關係，得

$$y_m = \alpha^2 \dots\dots\dots (36)$$

由(33)及(35)，得

$$\Delta = r_c \alpha \int_{x_m}^1 \frac{dx}{x \sqrt{(a - \alpha^2) + bx + cx^2}} \dots\dots\dots (37)$$

今由不定積分法，知

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{dx}{x \sqrt{(a - \alpha^2) + bx + cx^2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - a}} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2(a - \alpha^2) + bx}{2\sqrt{\alpha^2 - a} \sqrt{(a - \alpha^2) + bx + cx^2}} \dots\dots (38) \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \Delta &= r_c \alpha (I) \Big|_{x_m}^1 \\ &= r_c \alpha \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 - a}} \left( \operatorname{tg}^{-1} \frac{2(a - \alpha^2) + b}{2\sqrt{\alpha^2 - a} \sqrt{1 - \alpha^2}} - \frac{\pi}{2} \right). \end{aligned}$$

更令

$$w = \frac{2\sqrt{\alpha^2 - a} \sqrt{1 - \alpha^2}}{2(\alpha^2 - a) - b} \dots\dots\dots (39)$$



則由  $\operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{w} - \frac{\pi}{2} = \operatorname{tg}^{-1} w$

之關係，得  $\Delta = \frac{r_0 a}{\sqrt{a^2 - a}} \operatorname{tg}^{-1} w \dots\dots\dots(40)$

依同理用  $x, y$  表示走時，則得

$$T = n_0 r_0 \int_{x_m}^1 \frac{y dx}{x \sqrt{y - a^2}} \dots\dots\dots(41)$$

以(33)中  $y$  之值代入之，

$$T = n_0 r_0 \int_{x_m}^1 \frac{(a + bx + cx^2) dx}{x \sqrt{(a - a^2) + bx + cx^2}} \dots\dots\dots(42)$$

但由不定積分法，

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \int \frac{dx}{\sqrt{(a - a^2) + bx + cx^2}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{c}} \log \frac{b + 2cx + 2\sqrt{c} \sqrt{(a - a^2) + bx + cx^2}}{b + 2cx - 2\sqrt{c} \sqrt{(a - a^2) + bx + cx^2}} \quad c > 0 \\ I_2 &= \int \frac{xdx}{\sqrt{(a - a^2) + bx + cx^2}} = \frac{1}{2c} (2\sqrt{(a - a^2) + bx + cx^2} - bI_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(43)$$

故將(43)及(38)一併用入(42)於中，則走時  $T$  爲

$$\begin{aligned} T &= n_0 r_0 \left[ aI + \frac{b}{2} I_1 + \sqrt{a - a^2 + bx + cx^2} \right]_{x_m}^1 \\ &= n_0 r_0 \left[ \frac{a}{\sqrt{a^2 - a}} \operatorname{tg}^{-1} w \right. \\ &\quad \left. + \frac{b}{2} \frac{1}{2\sqrt{c}} \log \frac{b + 2c + 2\sqrt{c} \sqrt{1 - a^2}}{b + 2c - 2\sqrt{c} \sqrt{1 - a^2}} + \sqrt{1 - a^2} \right] \dots\dots\dots(44) \end{aligned}$$

若最初(33)之假定，爲

$$y = bx + cx^2 \dots\dots\dots(45)$$

從而用  $v^2 = b + cx$

之簡單形，得充分表示時，則前所求之諸值，即化成簡單形，此際(45)式之應用範圍，在距地表若干之深層，恰與(34)式中之  $a = 0$  相當，故

$$b = 1 - c \dots\dots\dots(46)$$

從而前所求  $w$  之值，為

$$w = \frac{2\alpha\sqrt{1-\alpha^2}}{2\alpha^2-1+c} = \frac{\sin^2 2e_0}{\cos 2e_0+c} \dots\dots\dots(47)$$

而震央距離為  $\Delta = r_c \text{tg}^{-1}w \dots\dots\dots(48)$

又(44)之走時為

$$T = n_c r_c \left[ \sin e_0 + \frac{1-c}{4\sqrt{c}} \log \frac{1+c+2\sqrt{c} \sin e_0}{1+c-2\sqrt{c} \sin e_0} \right] \dots\dots\dots(49)$$

3. 地殼內部之震波速度 前節之最後假定，雖係最簡單形，然對於地殼之薄層，(即對於  $e$  狹隘變化)已得充分表示其實際之狀態。故吾人當求地殼內部震波速度之際，須將地殼分為無數之薄層，由地表面而至內部，逐一求其震波速度方可。然觀於(48)式，若震央距離及其時之射出角為已知，則關於地殼內震波速度變化所示之係數  $c$ ，可以求得，即由(47)，及(48)，得

$$c = \frac{\sin(2e_0 - \Theta)}{\sin \Theta} \dots\dots\dots(50)$$

此處之  $\Theta = \frac{\Delta}{r_c}$  係用角度所表示之震央距離。又如欲求震波線所及之深，則不可不知  $x_m$  之值，此值若用  $c$  及  $\alpha$  表出，則得次式：

$$y_m = bx_m + cx_m^2 = \alpha^2 = \cos^2 e_0 \dots\dots\dots(51)$$

以  $b=1-c$  之關係代入，而解此二次方程式，得

$$x_m = \frac{1}{2c} \left[ \sqrt{(1-c)^2 + 4c\alpha^2} - (1-c) \right] \dots\dots\dots(52)$$

由(50)及(52)消去  $c$ ，得

$$x_m = \frac{\cos e_0 \cos \frac{\Theta}{2}}{\cos \left( e_0 - \frac{\Theta}{2} \right)} \dots\dots\dots(53)$$

設所求之深與地心距離為  $r_1$ ，則得

$$r_1 = r_c \cos \Theta = r_c \sqrt{x_m} \dots\dots\dots(54)$$

又在地心距離  $r_1$  處之震波速度為  $v_1$  則

$$v_1 = \frac{v_0}{v_m} = v_0 \sqrt{\frac{x_m}{y_m}} = v_c \frac{\sqrt{x_m}}{\cos \Theta} \dots\dots\dots(55)$$

由上述之方法例如震央距離 1000km. 之射出角  $\theta$ ，若為已知，則根據(50)及(54)以求得  $\theta$  及  $r_1$ ，從而對於震波線所達之深處，其震波速度之狀況，可以推知。但此處所宜注意者，射出角須由(15)式求出，而非由直接觀測而得也。

次再就地殼內部而實施研究例如就 2000 km. 之震央距離，而考察其震波線之情狀，則可如前所述，就  $r_1$  為半徑之球面內部狀況，而實施調查，即得相同之效用。蓋此種調查，宛如將  $r_1$  為半徑之球面，姑視為地表面，以求得其球面上之值，而施同樣之操作也。質言之，即由走時曲線，得以決定與震央距離  $\Delta'$  (例如  $\Delta' = 2000$  km.) 相當之  $\alpha' = \cos \theta'$ 。(如第二十三圖所示)且在此例，亦準前同樣之論法，先令

$$q_1 = \frac{r}{r_1}, \quad v_1 = \frac{n}{n_1} = \frac{v}{v_1} \dots\dots\dots(56)$$

然後再設想由震央距離  $\Delta'$  所傳播之震波，侵入於半徑  $r_1$  之球層，其對應之震央距離為  $\Delta_1$ ，射出角  $\theta_1$ ，則  $\alpha_1 = \cos \theta_1$ ，此值可由次式決定之，即

$$v_m q_m \cos \theta_1 = \alpha' = \cos \theta' \dots\dots\dots(57)$$

因前所求之  $v_m, q_m$  及  $\alpha'$  為已知，故得計算  $\theta_1$ 。至於求  $\Delta_1$  與  $\Delta'$  之差，則如第七圖所示，

$$\frac{\Delta'}{r_0} = \Theta', \quad \frac{\Delta_1}{r_1} = \Theta_1$$

故知  $\Theta' > \Theta_1$ 。

而求  $\Theta' - \Theta_1$  則可應用公式

$$d\Theta = \frac{\alpha' dq}{q \sqrt{v^2 q^2 - \alpha'^2}}$$

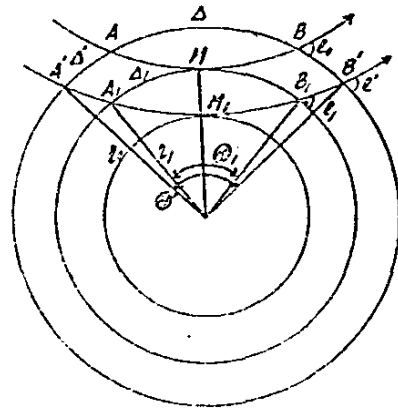
而歸宿於決定半徑  $r_1$  及  $r_0$  間所夾震波之部分  $A'A_1$ ，惟因

$$q = \frac{r}{r_0}, \quad x = q^2, \quad \sqrt{v^2 q^2 - \alpha'^2} = y = bx + cx^2, \quad \alpha = \alpha'$$

故 
$$d\Theta = \frac{1}{2} \alpha' \frac{dx}{x \sqrt{bx + cx^2 - \alpha'^2}}$$

就此式自半徑  $r_1$  層至地球表面，即自  $x = x_m$  至  $x = 1$ ，而施積分，將其結果二倍之，即得  $\Theta' - \Theta_1$  也明矣，即

第二十三圖



$$\begin{aligned} \Theta_1 &= \Theta' - \alpha' \int_{x_m}^1 \frac{dx}{x \sqrt{bx + cx^2 - \alpha'^2}} \\ &= \Theta' - \left\{ \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\alpha' \sqrt{b+c-\alpha'^2}}{2\alpha'^2-1+c} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2\alpha' \sqrt{bx_m + cx_m^2 - \alpha'^2}}{2\alpha'^2 - (1-c)x_m} \right\}. \end{aligned}$$

於是由(46)及(51)式，得

$$\Theta_1 = \Theta' - \left\{ \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sin 2e'}{\cos 2e' + c} - \operatorname{tg}^{-1} \frac{2 \cos e' \sqrt{\cos^2 e_0 - \cos^2 e'}}{2 \cos^2 e' - (1-c)x_m} \right\} \dots (57)$$

由(50)及(53),  $c$  及  $x_m$  均為已知，故得藉此改算半徑  $r_1$  球面上之  $\Delta_1$ ，從而該震波線通過地層最深處時，(如圖所示其地心距離為  $r_1$ ) 其對應之  $e$ ，亦可求得。(參照(50)式) 故依此方法，順次將地殼分為多數之薄層，而均可實施調查，惟薄層之分法，須在平滑之走時曲線範圍耳。

5. 震源之深 本節所述者，係根據震央地附近之觀測，由走時曲線，以求震源深度之例：其法先就走時曲線，對於種種之震央距離，求其射出角  $e_0$ ，其所據之公式為

$$\alpha = \cos e_0 = v_0 \frac{dT}{d\Delta},$$

其震央距離之式，為

$$\Delta = r_0 \alpha \int_{e_1}^1 \frac{dq}{q \sqrt{v^2 q^2 - \alpha^2}} \dots (58)$$

此處之  $e_1 = \frac{r_1}{r_0}$ ，且如第二十四圖所示， $r_1$  為自地心至 H 點之距離。

今為計算上便利起見，特設新變數  $\xi$ ，適合乎次之等式：

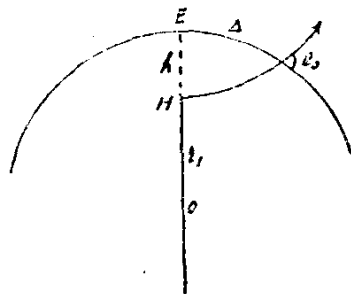
$$\xi = 1 - q \dots (59)$$

從而  $v$  亦可視為  $\xi$  之函數也明矣。今於地殼內部所到之處，設  $\xi$  增加，震波速度隨之而增加，則  $v$  因而減少。且當  $\xi = 0$  時， $q = 1$ ， $v = 1$ 。故若就地表面附近之狀態設想， $\xi$  為小於 1 之量。

由是  $v$  與  $\xi$  間之關係，得以次式充分表示之，即

$$v = 1 - a_1 \xi + a_2 \xi^2 \dots (60)$$

第二十四圖



$a_1$  及  $a_2$  爲當震波速度增加時所表示之係數，且其中之  $a_1$  爲正量。

今將(59)及(60)，代用於(58)式中，而省去含  $\xi^3$  之項，則得

$$\begin{aligned}\Delta &= \frac{r_0 \alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} \int_0^{\xi_1} (1+2A_1\alpha+3A_2\xi^2) d\xi \\ &= r_0 \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} (\xi_1 + A_1\xi_1^2 + A_2\xi_1^3) \dots\dots\dots(61)\end{aligned}$$

此處  $\xi_1 = 1 - \theta_1$ ，係表示震源之深度。但

$$A_1 = \frac{1}{2} \frac{2+a_1-\alpha^2}{1-\alpha^2},$$

$$A_2 = \frac{1}{6} \frac{1}{(1-\alpha^2)^2} \left[ (6+4a_1-2a_2+2a_1^2) - (5-2a_1-2a_2-a_1^2)\alpha^2 + 2\alpha^2 \right].$$

由(61)之結果，以求  $\xi_1$ ，不可不先知  $a_1$  及  $\alpha$  之二係數，若此二係數爲未知，則至少如(61)之式，須有三個。實言之，須有震央距離  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  之三個觀測所，而後可求也。又若地表面上速度  $v_s$  亦爲未知時，則  $\alpha$  亦爲未知數，則更須知  $\Delta_1$  之射出角。通常就多數之震央距離  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots$ ，由其走時曲線所得之射出角，用入於震央距離式，(如(61)式)依最小自乘法，以求震源之深，并同時決定  $a_1, a_2$  等之係數。但  $\Delta_1$  等均係表示最近之震央距離。(即限於震波線不通過深於震源之範圍內)

若於(61)式中，省去含  $\xi^3$  之項，則得式尤形簡單，即

$$\Delta = r_0 \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}} \xi_1 (1 + A_1 \xi_1).$$

此式於實用上，已能充分應用。

# 第五章

## 地震機械之理論

1. 觀測範圍內之地震動 用地震計所觀測之運動，究係何種類之運動，不可不先知其大體情狀。今試取互相垂直之  $x, y, z$  三軸，(但  $z$  軸向上為正) 且假定地表面上任意點之變位為  $\xi, \eta, \zeta$ ，則在該點處單位質量所受之重力三成分，為

$$-\frac{d^2\xi}{dt^2} + \Delta g_x, \quad -\frac{d^2\eta}{dt^2} + \Delta g_y, \quad -g - \frac{d^2\zeta}{dt^2} + \Delta g_z, \dots\dots\dots(1)$$

此處之  $\Delta g_x, \Delta g_y, \Delta g_z$ ，係由他天體所作用重力(例如引力類之力)之擾亂 (Stürung) 成分。而  $-\frac{d^2\xi}{dt^2}$  等，則因地震動所附加之成分，(宛如重力發生變化模樣) 惟因其他之擾亂項比  $g$  甚小，故所合成重力之強，為

$$g + \frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_z, \dots\dots\dots(2)$$

而重力方向之傾斜，則為

$$i_x^{(g)} = \frac{1}{g} \frac{d^2\xi}{dt^2} - \frac{\Delta g_x}{g}, \quad i_y^{(g)} = \frac{1}{g} \frac{d^2\eta}{dt^2} - \frac{\Delta g_y}{g}, \dots\dots\dots(3)$$

$i_x^{(g)}$  係表示重力平行於  $(x, z)$  面之傾斜， $i_y^{(g)}$  則平行於  $(y, z)$  面之傾斜；其正負之方向，則  $z$  之正方向至  $x$  或  $y$  之正方向，取最近之道而迴轉時為正，否則為負。

惟因地震動大都為週期的振動，(參照第二章12節) 故得表以次式：

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \bar{\xi} \sin 2\pi \frac{t + \delta\xi}{T} \\ \eta &= \bar{\eta} \sin 2\pi \frac{t + \delta\eta}{T} \\ \zeta &= \bar{\zeta} \sin 2\pi \frac{t + \delta\zeta}{T} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

$T$  為週期， $\bar{\xi}, \bar{\eta}, \bar{\zeta}$  為振幅， $\delta\xi, \delta\eta, \delta\zeta$  為決定位相(Phase)之常數。

在是類之例，由地震動之原因，而重力之外見上變化，可成合成之形式，當其極大值時，(就絕對值而言) 為

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \bar{\zeta}, \dots\dots\dots(5)$$

又其傾斜當極大值時，則為

$$\bar{i}_x^{(g)} = \frac{1}{g} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \bar{\xi}, \quad \bar{i}_y^{(g)} = \frac{1}{g} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \bar{\eta} \dots\dots\dots (6)$$

因由地震所起之垂直變位，每隨地所而異。當地震動時之地表面，對於平靜時之地表面，可起一種傾斜，若就地表面實際之傾斜而言，則前用  $i^{(g)}$  所表示之傾斜，(因重力方向傾斜而生)則為外見上之傾斜，斯二者之用語，當然不可混同也。其實際之傾斜，可表以次式：

$$i_x = -\frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad i_y = -\frac{\partial \zeta}{\partial y} \dots\dots\dots (7)$$

此傾斜之方向，其正負定義與前同，而外見上之傾斜，則為

$$\left. \begin{aligned} [i_x] &= -i_x^{(g)} = -\frac{1}{g} \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \frac{\Delta g_x}{g} \\ [i_y] &= -i_y^{(g)} = -\frac{1}{g} \frac{d^2 \eta}{dt^2} + \frac{\Delta g_y}{g} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

今沿  $x$  軸所傳播之縱振動，暫設想為由次式所表示之波：

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \bar{\xi} \sin 2\pi \left( \frac{t + \delta \xi}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \zeta &= \bar{\zeta} \sin 2\pi \left( \frac{t + \delta \zeta}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

其傳播速度為  $v = \lambda/T$ ，由其波動所生實際之傾斜，如第二十五圖，

$$i_x = -\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{2\pi \bar{\zeta}}{\lambda} \cos 2\pi \left( \frac{t + \delta \zeta}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (10)$$

而其外見上之傾斜，由水平振動而生者，為

$$[i_x] = \frac{1}{g} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \bar{\xi} \sin 2\pi \left( \frac{t + \delta \xi}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (11)$$

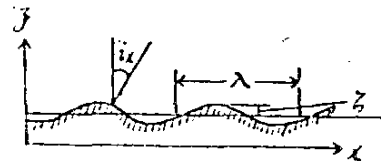
而兩者極大值之比較，則為

$$\frac{\bar{i}_x}{[i_x]} = \frac{2\pi \bar{\zeta}}{\lambda} / \frac{1}{g} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \bar{\xi} = \frac{2\pi \bar{\zeta}}{\lambda} / \frac{\bar{\xi}}{\Lambda} \dots\dots\dots (12)$$

$\Lambda$  為地震振動之振子當長，在通常之地震，與波長  $\lambda$  相比，為甚小之量。從而外見上之傾斜，較實際之傾斜為大，可由(12)式推知之。

今更將地震時垂直軸周圍之回轉運動，一併入於吾人思考之範圍內，先以觀測之位置，作為座標原點，設原點之水平變位，命之為  $\xi, \eta$ ，則其附近點  $(x, y)$  處

第二十五圖



• 在  $x$  方向及  $y$  方向之水平變位，為

$$\xi + \frac{\partial \xi}{\partial x}x + \frac{\partial \xi}{\partial y}y, \quad \eta + \frac{\partial \eta}{\partial x}x + \frac{\partial \eta}{\partial y}y \dots\dots\dots(13)$$

而由原點所引  $v$  方向之線，由力學上之計算，以

$$\omega_v = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \cos 2(v, x) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) \sin 2(v, x) \dots\dots\dots(14)$$

之角度迴轉也明矣。若取其種種方向之平均，則知為

$$\omega = \frac{1}{2\pi} \int \omega_v d(v, x) = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \xi}{\partial y} \right) \dots\dots\dots(15)$$

若將(14)及(15)，適用於前所述縱方向水平振動之波

$$\xi = \bar{\xi} \sin 2\pi \left( \frac{t + \delta \xi}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad \eta = 0 \dots\dots\dots(16)$$

則有

$$\left. \begin{aligned} \omega_v &= \bar{\omega}_v \cos 2\pi \left( \frac{t + \delta \xi}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \\ \bar{\omega}_v &= \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\xi} \sin 2(v, x); \quad \omega = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

之迴轉，而在橫方向水平振動之波

$$\xi = 0, \quad \eta = \bar{\eta} \sin 2\pi \left( \frac{t + \delta \eta}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots\dots\dots(18)$$

則有

$$\left. \begin{aligned} \omega_v &= \bar{\omega}_v \cos 2\pi \left( \frac{t + \delta \eta}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad \bar{\omega}_v = -\frac{2\pi}{\lambda} \bar{\eta} \cos^2(v, x) \\ \omega &= \bar{\omega} \cos 2\pi \left( \frac{t + \delta \eta}{T} - \frac{x}{\lambda} \right), \quad \bar{\omega} = -\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\eta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

之迴轉，而其縱橫振動之迴轉最大值，為

$$\frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\xi}, \quad \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\eta}.$$

以此與以前所述實際之傾斜相比較，則為

$$\bar{i}_x = \frac{2\pi}{\lambda} \bar{\xi}.$$

知為同程度之量。

吾人試再就地震計臺之運動，而詳為推究。以前所論者，為地表面之運動；但用地震計觀測所得者，則為地震計臺與地震計內可動部分之相對運動，故若將地震計視作剛體，則準剛體力學所述，可由三方向之變位，及三方向之迴轉，表



示其運動，即 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 及 $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 是也。

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ 係表示在 $x, y, z$ 軸周圍之迴轉量，其正負號之決定，例如就 $\omega_x$ 而言，係由 $y$ 軸之正方向，取最近之道，向 $z$ 軸之正方向而迴轉則為正；向反對之方向而迴轉則為負，餘以此類推。故與前所求地表面之傾斜，有密切之關係，即 $\omega_x$ 與 $-i_y$ 相應， $\omega_y$ 與 $i_x$ 相應也。

用 $\sigma$ 及 $\omega$ 之六量，固足表示地震計臺之位置，但此種之量，與地表面之地震動，其關係如何，為當前之緊要問題，其尤關重要者，當分解臺之運動 $\sigma$ 及 $\omega$ 時，其所擇之點，須與地表面之標準點（該標準點由地震動所起之變位為 $\xi, \eta, \zeta$ ，迴轉為 $i_x, i_y, \omega_x, \omega_y, \omega_z$ ）相一致也。

通常為簡單起見，得令標準點之變位為

$$\left. \begin{aligned} \xi = \sigma_x, \quad \eta = \sigma_y, \quad \zeta = \sigma_z \\ i_x = \omega_y, \quad i_y = -\omega_x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

但若地面甚為柔軟，或地震計所據之位置，為建物之高處，則上之關係，每難滿足。然(19)之關係，通例仍保持於吾人思考之範圍內，則其時之 $\xi, \eta, \zeta, i_x, i_y$ 等，其意味不能不與前所述者相異。質言之，即是種之量，已非表示因地震動所起之地表面運動諸量，而實以之表示地震計臺之變位及傾斜，其運動之分解，則置諸地表面標準點之位置也。但 $\omega_x$ 與 $\omega_y$ 或 $\omega_z$ 之關係，則由地震計之所在位置而定，故表示地震計之運動，仍然用 $\omega_x$ 之量。此處則於地表面之標準點定地震計之位置，而以

$$\xi, \eta, \zeta, i_x, i_y, \omega_x \dots\dots\dots(20)$$

六量，為所分解之諸量。今假想座標原點與標準點相一致， $x, y, z$ 為地震計內某點之座標。（即靜止時之座標）然當地震動發生時，該點之座標，則為

$$x + \xi + zi_x - y\omega_x, \quad y + \eta + zi_y + x\omega_x, \quad z + \zeta - xi_x - yi_y,$$

即點 $(x, y, z)$ 之變位，為

$$\xi + zi_x - y\omega_x, \quad \eta + zi_y + x\omega_x, \quad \zeta - xi_x - yi_y \dots\dots\dots(21)$$

若此運動，對於上述標準點以外之點而行分解，（即 $x, y, z$ 變為新座標點 $X, Y, Z$ ）則 $i_x, i_y, \omega_x$ 雖與前相同，而 $\xi, \eta, \zeta$ 則成為新座標點之 $\xi, \eta, \zeta$ ，此時該點之

變位，爲

$$\xi + Zi_x - y^0_z, \quad \eta + Zi_y + X^0_z, \quad \zeta - Xi_x - Yi_y, \dots \dots \dots (22)$$

(附錄)地震計之種類 由觀測範圍內地震運動之種類而言，則地震計大概可分爲二種：

(I) 測變位  $\xi, \eta, \zeta$  者，即所測者爲地表面外見上之傾斜，及重力外見上之變化。

(II) 測迴轉  $i_x, i_y, \theta_z$  者，即所測者爲地表面實際之傾斜，及垂直軸周圍之迴轉。

其中之 (I) 更區分如次：

A. 測水平變位  $\xi, \eta$  者，(即外見上之傾斜)通常稱爲水平動地震計。

B. 測垂直變位者，(即重力垂直成分之變化)通常稱爲上下動地震計。

(II) 亦再區分爲二

A. 測實際之傾斜  $i_x, i_y$  者，通常稱爲傾斜計。(Klinograph)

B. 測垂直軸周圍之迴轉者，此種裝置，在現今地震學上尙未達使用之目的。

2. 地震計上使用之無摩擦單振子 今如第二十六圖，AA 爲迴轉軸，有單振子得在該軸之周圍迴轉，其質量則假定完全集於 M 一點。今將此裝置，用於地震計上，其迴轉軸或描針尖端之摩擦，及空氣之抵抗等，姑均置諸不論。

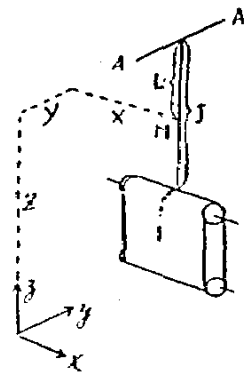
因假定振子之振動面，與 x 軸平行，故須僅將地震動時，對於地震計臺之標準點 o，其所生之變位及其迴轉  $i_x, \theta_z$  之影響，列入吾人思考之範圍內，斯可矣。

今命 X, Y, Z 爲靜止時振子中心 M 之座標，L 爲振子之長，(Pendellänge) 即 M 點至迴轉軸之距離。且其振子之週期 T，有

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{L} \dots \dots \dots (23)$$

之關係也明矣。并如圖所示，尙有一 J 之量，特稱爲描針之長，即描針尖端至迴轉軸之距離也。設器械之裝置，有  $i$  角之傾斜，與振動面平行，則描針一端在橫

第二十六圖



方向，生 $J_i$ 之偏倚距離，故 $J$ 稱為對於傾斜之地震計感度。依此定義，設此處有含水平方向 $S$ 之垂直面 $(z, s)$ ，則對於平行於該垂直面之地震計傾斜，其感度可記為 $J^{(s)}$ 。翼言之，即對於該方向之感度，宛如對於平行於振子振動面之傾斜，而有 $J^{(s)}$ 之描針之長，其結果相同，故 $J^{(s)}$ 特稱為對於 $S$ 方向之描針當長。(Äquivalent Indikatorlänge)又 $s$ 之方向之重力變化，設為 $\Delta g_s$ ，則 $g_s = \Delta g_s$ ，故傾斜 $i_s = \Delta g_s / g$ ，從而 $J^{(s)} i_s = \left(\frac{J^{(s)}}{g}\right) \Delta g_s$ ，為 $s$ 方向描針之偏倚距離，由是 $J^{(s)} / g$ 為平行於 $s$ 方向重力變化之感度。

惟如第二十六圖所示，則為 $J^{(s)} = J$ ， $J^{(r)} = 0$ 。而對於地震計臺，其點之運動，由於描針，可如次所示，

$$V = \frac{J}{L} \dots\dots\dots (24)$$

即因有 $V$ 倍之擴大，故 $V$ 特稱為描針倍率。(Indikatorvergrößerung)當起急激之地震振動，而 $M$ 點暫時保持其不動位置時，則 $-V$ 為急速水平振動之倍率。又若地震動平行於 $S$ 方向，則其時之倍率為 $-V^{(s)}$ 。而在上所述之例，則與次式相當，即

$$V^{(s)} = \frac{J^{(s)}}{L}, \quad V^{(r)} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

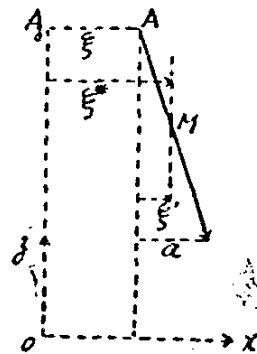
又對於非常急激之傾斜變化， $M$ 點尚能保持其不動之位置時，其描針之偏倚距離，知為 $-V^{(s)} Z i_s$ ；對於垂直軸之迴轉 $\theta_x$ ，其描針之偏倚距離，知為 $V^{(s)} Y \theta_x$ 。故依前同一之理由，設有含 $S$ 方向之垂直面，對於平行於該垂直面之傾斜，其感度為 $-W^{(i_s)}$ ，對於 $z$ 軸周圍之迴轉其感度為 $-W^{(\theta_x)}$ ，惟在吾人現所述之例，則

$$\left. \begin{aligned} W^{(i_s)} &= V^{(s)} Z = \frac{J^{(s)}}{L} Z, & W^{(\theta_x)} &= 0 \\ W^{(\theta_x)} &= -V^{(s)} Y = -\frac{J^{(s)}}{L} Y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

至於當地震之際，欲作描針之運動方程式，則應先就簡單之例設想，即地震時其變位運動，不伴生迴轉運動之例。今命地震動之變位為 $\xi$ ，地震計臺與 $M$ 點之相對變位為 $\xi'$ ，(如圖所示)則 $M$ 點對於地面之標準點，其變位為

$$\xi^* = \xi + \xi' \dots\dots\dots (27)$$

第二十七圖



也明矣。

但振子當運動時，作用於M點之重力為 $-Mg$ ；當振子傾斜時，作用於x方向之力為 $-Mg\frac{\xi'}{L}$ 。由是得振子之運動方程式

$$M\frac{d^2\xi^*}{dt^2} = -M\frac{g}{L}\xi' \dots\dots\dots(28)$$

以此式與(27)式相合，且以描針之偏倚距 $a$ ，表示 $\xi'$ ，則表示變位地震動時，其描針之運動方程式如次：

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{g}{L}a - \frac{J^{(x)}}{L}\frac{d^2\xi}{dt^2} \dots\dots\dots(29)$$

次將迴轉及重力之變化，一併列入吾人思考範圍內，則對於運動方程式之作法如次：

若垂直軸之迴轉，起於M點(靜止位置)之周圍，則對於描針之運動，其影響極微小，省略之亦無甚妨害。因平行於 $(z, x)$ 面之傾斜為 $i_x$ ，振子吊絲之方向，與垂直向生 $(i_x - \frac{\xi'}{L})$ 之傾斜，故作用於x方向，有 $(i_x - \frac{\xi'}{L})Mg$ 之力，由是得運動方程式

$$M\frac{d^2\xi^*}{dt^2} = -Mg\left(\frac{\xi'}{L} - i_x\right).$$

現今因令 $\xi^*$ 等於 $\xi'$ ，故得次式：

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{g}{L}a + \frac{J^{(x)}}{L}gi_x \dots\dots\dots(30)$$

於此式中，更加入重力變化之項， $(M\Delta g_x)$ 則得

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{g}{L}a + \frac{J^{(x)}}{L}(gi_x + \Delta g_x) \dots\dots\dots(31)$$

今更就一般之例設想，即對於任意之地震動，而求其描針之運動方程式，則應於前所述之 $\xi^*$ ，令

$$\xi^* = \xi + Zi_x - Y\theta_z + \xi' \dots\dots\dots(32)$$

即可準前同一之法，得振子之運動方程式

$$M\frac{d^2\xi^*}{dt^2} = -Mg\left(\frac{\xi'}{L} - i_x\right) + M\Delta g_x \dots\dots\dots(33)$$

從而描針之運動方程式，為

$$\begin{aligned} \frac{d^2a}{dt^2} &= -\frac{g}{L}a - \frac{J^{(x)}}{L}\left(\frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - W^{(i_x)}\frac{d^2i_x}{dt^2} - W^{(\theta_z)}\frac{d^2\theta_z}{dt^2} \\ &= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(x)}\left(\frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - W^{(i_x)}\frac{d^2i_x}{dt^2} - W^{(\theta_z)}\frac{d^2\theta_z}{dt^2} \dots\dots\dots(34) \end{aligned}$$

若地震計所占之方向，為任意方向，則為

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2a}{dt^2} = & -\frac{g}{L}a - \frac{J^{(x)}}{L} \left( \frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x \right) - \frac{J^{(y)}}{L} \left( \frac{d^2\eta}{dt^2} - gi_y - \Delta g_y \right) \\ & - W^{(i_x)} \frac{d^2i_x}{dt^2} - W^{(i_y)} \frac{d^2i_y}{dt^2} - W^{(i_z)} \frac{d^2i_z}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots(35)$$

在上式中若振子之振動方向，為 k 方向時，則有次之關係：

$$\left. \begin{aligned} J^{(x)} = J \cos(k, x), \quad J^{(y)} = J \cos(k, y), \\ W^{(i_x)} = V^{(x)}Z, \quad W^{(i_y)} = V^{(y)}Z, \quad W^{(i_z)} = V^{(z)}X - V^{(x)}Y \\ V^{(x)} = V \cos(k, x), \quad V^{(y)} = V \cos(k, y) \quad V = J/L \end{aligned} \right\} \dots(35)$$

(35)式中右邊之

$$-W^{(i_x)} \frac{d^2i_x}{dt^2} - W^{(i_y)} \frac{d^2i_y}{dt^2} - W^{(i_z)} \frac{d^2i_z}{dt^2} \dots(35)'$$

稱為第二種地震動之項。在質地之地震觀測，因其影響甚小，可以置諸省略之列。

惟在地震計上觀測所得之結果，於地震動外，尚有其他種種之擾亂作用，一併混入其中，如  $\left( \frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x \right)$  等類之合成，其結果備複雜，故在地震計之記象內，欲將地震變位運動  $\frac{d^2\xi}{dt^2}$ ，及傾斜  $i_x$  而施分離觀測，為不可能之事，但(35)式中右邊第二種地震動之項，即(35)'所表示之式，在觀測上亦非絕對的不可分離也，此因  $W^{(i_x)} = V^{(x)}Z$ ，由Z值之大小，(即地震計所據位置之高低)而可得相異之記象，今就(35)式中，含  $i_x$  之二項，而比較其影響，設  $i_x$  可表以

$$i_x = \bar{i}_x \sin 2\pi \frac{t + \delta_x}{T}$$

之形，則

$$W^{(i_x)} \frac{d^2i_x}{dt^2} = -\frac{Z}{\Lambda} V^{(x)} gi_x \dots(37)$$

即其值由Z/Λ而定。但  $\Lambda = g / \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2$ ，為T週期時之振子常長。在通常地震週期，自一秒至二十秒時，Λ之值可自4m至100m。故當近地地震之際，Λ之值甚小，即用單振子之地震計，亦可因Z值之變化，區別第二種地震動之項。至於遠地地震，則因Λ之值較大，即其區別為不可能。彼 Schlüter 氏所作地震計 Klinograph 之構造，即基於上述之理，即  $W^{(i_x)}$ ， $W^{(i_y)}$ ，比  $V^{(x)}$ ， $V^{(y)}$  為甚大也。

3. 地震計使用上之無摩擦物理振子 本節更就物理振子之使用於地震計上者

設想，為便利起見，當無地震時，而考察該振子自己振動之狀況，今如第二十八圖所示， $M$  為振子之質量， $s$  為重心  $G$  與迴轉軸  $A$  間之距離，設當描針生偏倚距  $a$  時，則必發生有恢復原位置(即靜止位置)之力，其力之迴轉能率為  $Mgsa/I$ 。此處之  $I$ ，稱為描針之長，(Zeigerlänge) 即迴轉軸至描針尖端之長，此與用同樣之迴轉能率，作用於描針之力  $Q^{(a)}$ ，其設想正同，由是得

$$Q^{(a)} I = -Mgsa/I \dots\dots\dots(38)$$

之關係，故當自己振動之際，其重力之作用點，可假想其移置於描針之處，而其量為

$$Q^{(a)} = -fa \dots\dots\dots(39)$$

上式右邊之係數  $f$ ，為

$$f = Mg \frac{s}{I^2} \dots\dots\dots(40)$$

至於運動方程式之求法，則可應用 D'Alembert 之法則，即

作用力與慣性力(即以物體質量乘其加速度所得之量而方向相反者)之和，等於零之條件。今距迴轉軸  $r$  距離，有微小質量  $d\mu$ ，其加速度為  $\frac{r}{I} \frac{d^2a}{dt^2}$ ，故其慣性力為  $-\frac{r}{I} \frac{d^2a}{dt^2} d\mu$ ，從而其迴轉能率(向  $i_x$  之正方向)為  $d\mu \frac{r}{I} r \frac{d^2a}{dt^2}$ 。若從振子之全部設想，則其迴轉能率為

$$\frac{\oplus}{I} \frac{d^2a}{dt^2}, \quad \oplus = \int r^2 d\mu \dots\dots\dots(41)$$

此雖係振子全體之迴轉能率，若假想描針之處，有如斯之質量，且得有相同之迴轉能率，則其質量  $m$ ，可由次式求得之，

$$m = \frac{\oplus}{I^2} = \int \left(\frac{r}{I}\right)^2 d\mu \dots\dots\dots(42)$$

故求自己振動之方程式，只須於描針之處，置其作用力與慣性力之和，令等於零，即得次式：

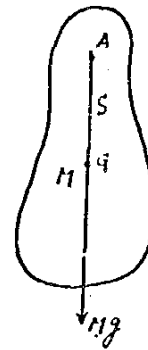
$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{f}{m} a = -\frac{g}{\frac{\oplus}{Ms}} a \dots\dots\dots(43)$$

由是其週期  $T$  及振子當長  $L$ ，有次之關係：

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{L} = g \frac{Ms}{\oplus}, \quad L = \frac{\oplus}{MS} \dots\dots\dots(44)$$

今進而求地震時之運動方程式：由重力之變化，其所得迴轉能率為  $-MS\Delta g_x$

第二十八圖



對於傾斜  $i_x$ ，(振子之迴轉軸方向為  $y$  軸方向) 振子有  $(i_x - \frac{a}{l})$  之傾斜，因是而得迴轉能率  $Mg^2(i_x - \frac{a}{l})$ ，故當有是等擾亂之際，依於重力之作用，而所得力之迴轉能率為

$$MS\left(\frac{g}{l}a - gi_x - \Delta g_x\right) \dots\dots\dots(45)$$

而由其慣性力所起之迴轉能率，則起因於迴轉軸周圍之傾斜  $(i_x - \frac{a}{l})$ ，及平行變位  $(\xi + Z_A i_x)$  二者之和，(此處之  $Z_A$  係表示自標準水平面至迴轉軸之高) 而由前者所起迴轉能率，為

$$-Im \frac{d^2}{dt^2} (Ii_x - a) = -\Theta \left( \frac{d^2 i_x}{dt^2} - \frac{1}{l} \frac{d^2 a}{dt^2} \right) \dots\dots\dots(46)$$

由後者所起者，為

$$MS \frac{d^2}{dt^2} (\xi + Z_A i_x) = MS \left( \frac{d^2 \xi}{dt^2} + Z_A \frac{d^2 i_x}{dt^2} \right) \dots\dots\dots(47)$$

故準 D'Alembert 之法則，(45)，(46)，(47) 三式所示之迴轉能率之和為零，由是得描針之運動方程式如次：

$$MS\left(\frac{g}{l}a - gi_x - \Delta g_x\right) - \Theta\left(\frac{d^2 i_x}{dt^2} - \frac{1}{l} \frac{d^2 a}{dt^2}\right) + MS\left(\frac{d^2 \xi}{dt^2} + Z_A \frac{d^2 i_x}{dt^2}\right) = 0 \dots\dots(48)$$

$$\text{或} \quad \left. \begin{aligned} \frac{d^2 a}{dt^2} &= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(x)}\left(\frac{d^2 \xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - W^{(i_x)} \frac{d^2 i_x}{dt^2} \\ &= -\frac{g}{L} a - \frac{J^{(x)}}{L} \left(\frac{d^2 \xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - W^{(i_x)} \frac{d^2 i_x}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(49)$$

此處之  $J^{(x)} = I$ ,  $V^{(x)} = \frac{J^{(x)}}{L} = \frac{IMS}{L} \ominus$ ,  $W^{(i_x)} = V^{(x)} (Z_A - L)$  .....(50)

故此物理振子，與絲長  $L$  之單振子，有同一之週期，且若當急激之地震動時，距迴轉  $L$  距離之點，有暫時不動之性質，此點特稱為振動點或不動點，并知(48)式與前所述單振子時相比較，全然得同一之形式。

次更就稍複雜之例設想，即物理振子用彈性物體支持時，質言之，於重力之外，更加以彈性力之作用者，其在此例，尚須加入由彈性力所起之迴轉能率  $fIa$ ，然於前式中，令各係數改書如次之關係：

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 &= \frac{g}{L} = \frac{f'}{m} \mp \frac{g}{L_0} \\ V^{(x)} &= \mp \frac{I}{L_0}, \quad J^{(x)} = V^{(x)}L = \mp I \frac{L}{L_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(51)$$

$$W^{(ix)} = V^{(x)} Z = \mp I \frac{Z}{L_0} \quad ]$$

及  $m = \frac{\oplus}{I^2}, \quad I_0 = \frac{\oplus}{MS}, \quad Z = Z_A \pm L_0 \dots\dots\dots(52)$

即與前得相同之公式。但此處之  $I$ ，為自迴轉軸至描針之距離，(相當之距離)實際即云至光點之距離，亦無差誤， $L_0$  為至振動點之距離， $Z_A$  為自地表面標準點至迴轉軸之高， $Z$  為振動點之高。由於用  $f$  所示彈性力之助，例如重心及振動點在迴轉軸上時，則得安定之平衡。其在此例，(51)，(52)式之上下複號，應取其上面之符號。

物理振子時之運動方程式，與述單振子時，全然得同一之結果，既如上述。但實際之製作上，因迴轉軸甚得接近於重心，即  $Z$  可使成為甚大之值，故如前所論，地震動之水平運動及傾斜二者，有分離觀測之可能性，此則與用單振子時之不同點。而 Schlüter 所作之 Klinograph，即應用此理也。

4. 有一自由度之地震計 地震計之可動部分，或基於軸，或基於槓杆，或基於彈簧而為之支持，此處則就是種一般形之地震計，而實行討論。惟求簡單起見，可動部分先假定僅有一個自由度，即可動部分之諸點，各得在某曲線上具移動情勢也。質言之，在此條件下，不外乎以描針之偏倚距離  $a$ ，得完全表顯可動部分之狀況而已。

欲計算可動部分之慣性力，不可不從其絕對運動始。今命  $\xi^*, \eta^*, \zeta^*$  為可動部分內某點絕對變位，(所謂絕對云者指對於地球而言)  $\xi', \eta', \zeta'$  為該點對於地震計臺之相對變位，其在地震動微小時，則得令

$$\left. \begin{aligned} \xi^* &= \xi' + \xi + z i_x - y \theta_z \\ \eta^* &= \eta' + \eta + z i_y + x \theta_z \\ \zeta^* &= \zeta' + \zeta - x i_x - y i_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(53)$$

$x, y, z$  為靜止位置之座標。(對於地表面之標準點)

今先就無地震擾亂時設想，當描針起偏倚距  $a$ ，則同時生回復靜止位置之力，(由於重力及彈力等)在偏倚距  $a$  之微小範圍內，則該力可與  $a$  成比例，即可書如次式：



$$Q^{(G)} = -fa \dots\dots\dots(54)$$

$Q^{(G)}$  為在可動部分方面作用力之合力；惟此處則假想將該合力移置於描針之處而起作用也。 $f$  為一種常數。

次求慣性力之合力，設擾亂在微小程度內，則可動部分之運動，可與描針之偏倚距  $a$  相比例，故

$$\left[\frac{\xi'}{a}\right], \left[\frac{\eta'}{a}\right], \left[\frac{\zeta'}{a}\right] \dots\dots\dots(55)$$

等之量，於可動部分內之任意點，為一定之值，而關於此點之速度三成分，為

$$\left[\frac{\xi'}{a}\right] \frac{da}{dt}, \left[\frac{\eta'}{a}\right] \frac{da}{dt}, \left[\frac{\zeta'}{a}\right] \frac{da}{dt};$$

加速度則為

$$\left[\frac{\xi'}{a}\right] \frac{d^2a}{dt^2}, \left[\frac{\eta'}{a}\right] \frac{d^2a}{dt^2}, \left[\frac{\zeta'}{a}\right] \frac{d^2a}{dt^2}.$$

故若命  $d\mu$  為可動部分內小部分之質量，則慣性力之三成分，為

$$-du \left[\frac{\xi'}{a}\right] \frac{d^2a}{dt^2}, -d\mu \left[\frac{\eta'}{a}\right] \frac{d^2a}{dt^2}, -d\mu \left[\frac{\zeta'}{a}\right] \frac{d^2a}{dt^2}.$$

假想將此力移置於描針之處而起作用時，則得

$$-du \left[\frac{\xi'}{a}\right]^2 \frac{d^2a}{dt^2}, -du \left[\frac{\eta'}{a}\right]^2 \frac{d^2a}{dt^2}, -d\mu \left[\frac{\zeta'}{a}\right]^2 \frac{d^2a}{dt^2}.$$

故在無地震時而求慣性力之合力，則得式如次：

$$Q^{[G]} = -m \frac{d^2a}{dt^2} \dots\dots\dots(56)$$

此處之

$$m = \int d\mu \left\{ \left[\frac{\xi'}{a}\right]^2 + \left[\frac{\eta'}{a}\right]^2 + \left[\frac{\zeta'}{a}\right]^2 \right\} = \int d\mu \left[ \frac{\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2}{a^2} \right] \dots\dots(57)$$

當無地震擾亂時，作用力  $Q^{(G)}$  及慣性力  $Q^{[G]}$  之和，應為零，由是描針之固有振動，為  $Q^{(G)} + Q^{[G]} = 0$ ，即

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{f}{m} a \dots\dots\dots(58)$$

觀此式其週期  $T$  及振子當長  $L$ ，可有次之關係：

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \frac{g}{L} = \frac{f}{m} \dots\dots\dots(59)$$

今更進而求地震發生之運動方程式，因地震計臺之傾斜，或重力之變化等，均作用於可動部分，而使描針偏倚。故應將是等之合力，加入於前所述無地震時之(54)式中，方合手續。因可動部分之小部分  $d\mu$  起傾斜及重力變化，而在  $x$  方向受  $(g_x^i + \Delta g_x) d\mu$  之力，將此視為在描針處之作用力則為  $(g_x^i + \Delta g_x) d\mu (\xi'/a)$ ；依

同理在  $y, z$  方向亦得同形之作用力，故其結果得

$$Q^{(i)} + Q^{(g)} = \left( \int d\mu \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right) (g i_x + \Delta g_x) + \left( \int d\mu \left[ \frac{\eta'}{a} \right] \right) (g i_y + \Delta g_y) + \left( \int d\mu \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \Delta g_z \dots\dots\dots(60)$$

$Q^{(i)}$  為由臺之傾斜所起之合力， $Q^{(g)}$  為由重力變化所起之合力。

至於所作用之慣性力，則可區分為二：即 (1) 係對於地震計臺為相對的，即以前表所述之(56)式

$$Q^{(a)} = -m \frac{d^2 a}{dt^2};$$

(2) 係數種之慣性力，同時存在而起臺之運動：即 (i) 依於平行變位而起之  $Q^{[i]}$ ，(ii) 為由傾斜所起之  $Q^{[j]}$ ，(iii) 依於垂直軸周圍之迴轉而起之  $Q^{[o_x]}$ ，以式表示之，則得

$$Q^{[a]} = - \left( \int d\mu \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right) \frac{d^2 \xi}{dt^2} - \left( \int d\mu \left[ \frac{\eta'}{a} \right] \right) \frac{d^2 \eta}{dt^2} - \left( \int d\mu \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \frac{d^2 \zeta}{dt^2} \dots\dots\dots(61)$$

且因有  $i_x$  之傾斜，其所生變位為

$$\xi^* = z i_x, \quad \eta^* = 0, \quad \zeta^* = -x i_x,$$

及  $i_y$  之傾斜，其所生變位為

$$\xi^* = 0, \quad \eta^* = z i_y, \quad \zeta^* = -y i_y.$$

故 
$$Q^{[i]} = - \left( \int d\mu z \left[ \frac{\xi'}{a} \right] - \int d\mu x \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \frac{d^2 i_x}{dt^2} - \left( \int d\mu z \left[ \frac{\eta'}{a} \right] - \int d\mu y \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \frac{d^2 i_y}{dt^2} \dots\dots\dots(62)$$

又因由迴轉  $\theta_x$  所起之變位為

$$\xi^* = -y \theta_x, \quad \eta^* = x \theta_x, \quad \zeta^* = 0.$$

故 
$$Q^{[o_x]} = - \left( \int d\mu x \left[ \frac{\eta'}{a} \right] - \int d\mu y \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right) \frac{d^2 \theta_x}{dt^2} \dots\dots\dots(63)$$

設想是等之力，悉作用於描針之處時，則由 D'Alembert 之法則，其總和應為零，即

$$Q^{(a)} + Q^{(i)} + Q^{(g)} + Q^{[a]} + Q^{[S]} + Q^{[j]} + Q^{[o_x]} = 0 \dots\dots\dots(64)$$

從而描針之運動方程式，為

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 a}{dt^2} = & - \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 a - V^{(x)} \left( \frac{d^2 \xi}{dt^2} - g i_x - \Delta g_x \right) - V^{(y)} \left( \frac{d^2 \eta}{dt^2} - g i_y - \Delta g_y \right) \\ & - V^{(z)} \left( \frac{d^2 \zeta}{dt^2} - \Delta g_z \right) - W^{(i_x)} \frac{d^2 i_x}{dt^2} - W^{(i_y)} \frac{d^2 i_y}{dt^2} - W^{(\theta_x)} \frac{d^2 \theta_x}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(65)$$

$$= -\frac{g}{L}a - \frac{J^{(x)}}{L}\left(\frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - \frac{J^{(y)}}{L}\left(\frac{d^2\eta}{dt^2} - gi_y - \Delta g_y\right) - \frac{J^{(z)}}{L}\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - g_z\right) - W^{(i_x)}\frac{d^2i_x}{dt^2} - W^{(i_y)}\frac{d^2i_y}{dt^2} - W^{(o_z)}\frac{d^2o_z}{dt^2}$$

此處之

$$\left. \begin{aligned} \dot{m} &= \int d\mu \left[ \frac{\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2}{a^2} \right], & \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 &= \frac{g}{L} = \frac{1}{m}, \\ V^{(x)} &= \frac{J^{(x)}}{L} = \frac{1}{m} \int d\mu \left[ \frac{\xi'}{a} \right], & V^{(y)} &= \frac{J^{(y)}}{L} = \frac{1}{m} \int d\mu \left[ \frac{\eta'}{a} \right], \\ V^{(z)} &= \frac{J^{(z)}}{L} = \frac{1}{m} \int d\mu \left[ \frac{\zeta'}{a} \right], & W^{(i_x)} &= \frac{1}{m} \int d\mu \left( x \left[ \frac{\eta'}{a} \right] - y \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right), \\ W^{(i_y)} &= \frac{1}{m} \int d\mu \left( z \left[ \frac{\eta'}{a} \right] - y \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right), & W^{(o_z)} &= \frac{1}{m} \int d\mu \left( x \left[ \frac{\eta'}{a} \right] - y \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right) \end{aligned} \right\} (65)'$$

上式中之各文字含有次列之意味：

- V<sup>(x)</sup>, -V<sup>(y)</sup>, -V<sup>(z)</sup> ..... 對於急激變位運動之倍率；
- J<sup>(x)</sup>/g, J<sup>(y)</sup>/g, J<sup>(z)</sup>/g ..... 對於傾斜之感度；
- J<sup>(x)</sup>/L, J<sup>(y)</sup>/L, J<sup>(z)</sup>/L ..... 對於重力變化之感度；
- W<sup>(i<sub>x</sub>)</sup>, W<sup>(i<sub>y</sub>)</sup>, W<sup>(o<sub>z</sub>)</sup>, ..... 對於急激傾斜或迴轉之感度。

而V<sup>(x)</sup>, V<sup>(y)</sup>, V<sup>(z)</sup>, 則呼為描針倍率, J<sup>(x)</sup>, J<sup>(y)</sup>, J<sup>(z)</sup>, 則呼為描針當長。

在通常之例, 凡地震計之構造, 大都適合於本章第二節所述之條件, 即第二種地震動之項, 在實地觀測, 影響甚小, 可置諸省略也。準乎此則描針之運動方程式, 可書簡形如次：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2a}{dt^2} &= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(x)}\left(\frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - V^{(y)}\left(\frac{d^2\eta}{dt^2} - gi_y - \Delta g_y\right) - V^{(z)}\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_z\right) \\ &= -\frac{g}{L}a - \frac{J^{(x)}}{L}\left(\frac{d^2\xi}{dt^2} - gi_x - \Delta g_x\right) - \frac{J^{(y)}}{L}\left(\frac{d^2\eta}{dt^2} - gi_y - \Delta g_y\right) - \frac{J^{(z)}}{L}\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_z\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(66)$$

設地震動變位之水平方向為K, 而以V<sup>(k)</sup>, J<sup>(k)</sup>表V, J等之K方向成分, 則更得簡單之形, 即

$$\left. \frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(k)}\left(\frac{d^2k}{dt^2} - gi_k - \Delta g_k\right) - V^{(z)}\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_z\right) \right\} \dots\dots(67)$$

$$= -\frac{g}{L}a - \frac{J^{(k)}}{L}\left(\frac{d^2k}{dt^2} - g_k - \Delta g_k\right) - \frac{J^{(s)}}{L}\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_s\right) \quad \Bigg\}$$

故在普通之水平地震計，其描針之方程式為

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2a}{dt^2} &= -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V\left(\frac{d^2k}{dt^2} - g_k - \Delta g_k\right) \\ &= -\frac{g}{L}a - \frac{J}{L}\left(\frac{d^2k}{dt^2} - g_k - \Delta g_k\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (68)$$

而上下動地震計，則為

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2a}{dt^2} &= -\left(\frac{2\pi}{a}\right)^2 a - V\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_s\right) \\ &= -\frac{g}{L}a - \frac{J}{L}\left(\frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_s\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (69)$$

但此處之  $V, J$ ，則為  $V^{(k)}, J^{(k)}$  及  $V^{(s)}, J^{(s)}$  之代用。

5. 有  $n$  個自由度之地震計 今進而就有自由度  $n$  個之地震計，加以考究。其在此例，對於地震計臺可動部分，得有  $n$  個之振動，從而欲決定可動部分之位置，必須有  $n$  個之量。設在是種條件下，利用可動部分之運動，而施驗震的方法，則得附以  $n$  個之描針。今命其描針之偏倚距為  $a, b, c, \dots\dots$ ，可動部分某點  $P$  之變位，（對於地震計臺而言）為  $\xi', \eta', \zeta'$ ，則是等之變位，當然與  $a, b, c, \dots\dots$  有關係，而得以一次式之形表示之，即

$$\left. \begin{aligned} \xi' &= \left[\frac{\xi'}{a}\right] a + \left[\frac{\xi'}{b}\right] b + \left[\frac{\xi'}{c}\right] c + \dots\dots\dots \\ \eta' &= \left[\frac{\eta'}{a}\right] a + \left[\frac{\eta'}{b}\right] b + \left[\frac{\eta'}{c}\right] c + \dots\dots\dots \\ \zeta' &= \left[\frac{\zeta'}{a}\right] a + \left[\frac{\zeta'}{b}\right] b + \left[\frac{\zeta'}{c}\right] c + \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (70)$$

此處之  $\left[\frac{\xi'}{a}\right]$  等均係常數，而用記號的表示之也。

今對於可動部分中某點  $P$  有  $X, Y, Z$  之力，各各作用於  $x, y, z$  之方向。而在是種三成分之力作用下，設假想有  $Q_a, Q_b, Q_c, \dots\dots$  之力，作用描針處，以之為前者之代用，則可得同一之結果。故依上所述之理， $Q_a, Q_b, Q_c, \dots\dots$  之力與前者可得次之關係：

$$\left. \begin{aligned} Q_a &= \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \Xi + \left[ \frac{\eta'}{a} \right] H + \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] Z \\ Q_b &= \left[ \frac{\xi'}{b} \right] \Xi + \left[ \frac{\eta'}{b} \right] H + \left[ \frac{\zeta'}{b} \right] Z \\ Q_c &= \left[ \frac{\xi'}{c} \right] \Xi + \left[ \frac{\eta'}{c} \right] H + \left[ \frac{\zeta'}{c} \right] Z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (71)$$

$Q_a, Q_b, Q_c, \dots$  特稱為  $\Xi, H, Z$  之描針成分。

又可動部分自靜止之位置而起偏倚運動，則同時發生恢復原位置之力，設想作用於各描針處有  $Q_a^{(G)}, Q_b^{(G)}, Q_c^{(G)}, \dots$  之力，與之轉換，而能得同樣之結果，并假定是種之力，與  $n$  個描針之偏倚距  $a, b, c, \dots$ ，有直線的關係時，則可成立次式：

$$\left. \begin{aligned} Q_a^{(G)} &= -f_{11}a - f_{12}b - f_{13}c - \dots\dots\dots \\ Q_b^{(G)} &= -f_{21}a - f_{22}b - f_{23}c - \dots\dots\dots \\ Q_c^{(G)} &= -f_{31}a - f_{32}b - f_{33}c - \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

$f_{\mu, \nu}$  為常數，且由上述之理，其間無論  $\mu, \nu$  為任何數字，而知有  $f_{\mu, \nu} = f_{\nu, \mu}$  之關係。

今由地震計之固有運動，對於臺之相對的運動，其可動部分之慣性力，若命之為  $Q_a^{[G]}, Q_b^{[G]}, Q_c^{[G]}, \dots\dots\dots$ ，則將(56)式應用於此處，知

$$\left. \begin{aligned} Q_a^{[G]} &= -m_{11} \frac{d^2 a}{dt^2} - m_{12} \frac{d^2 b}{dt^2} - m_{13} \frac{d^2 c}{dt^2} - \dots\dots\dots \\ Q_b^{[G]} &= -m_{21} \frac{d^2 a}{dt^2} - m_{22} \frac{d^2 b}{dt^2} - m_{23} \frac{d^2 c}{dt^2} - \dots\dots\dots \\ Q_c^{[G]} &= -m_{31} \frac{d^2 a}{dt^2} - m_{32} \frac{d^2 b}{dt^2} - m_{33} \frac{d^2 c}{dt^2} - \dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

此處之  $m_{11}, m_{12}, \dots$ ，係用

$$m_{11} = \int d\mu \left( \left[ \frac{\xi'}{a} \right]^2 + \left[ \frac{\eta'}{a} \right]^2 + \left[ \frac{\zeta'}{a} \right]^2 \right), m_{12} = \int d\mu \left( \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \left[ \frac{\xi'}{b} \right] + \left[ \frac{\eta'}{a} \right] \left[ \frac{\eta'}{b} \right] + \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \left[ \frac{\zeta'}{b} \right] \right), \dots\dots$$

所表示之係數，故由 D'Alembert 之法則，知  $Q_a^{(G)} + Q_a^{[G]} = 0, Q_b^{(G)} + Q_b^{[G]} = 0, \dots$

即

$$\left. \begin{aligned} m_{11} \frac{d^2 a}{dt^2} + m_{12} \frac{d^2 b}{dt^2} + m_{13} \frac{d^2 c}{dt^2} + \dots &= -f_{11} a - f_{12} b - f_{13} c - \dots \\ m_{21} \frac{d^2 a}{dt^2} + m_{22} \frac{d^2 b}{dt^2} + m_{23} \frac{d^2 c}{dt^2} + \dots &= -f_{21} a - f_{22} b - f_{23} c - \dots \\ m_{31} \frac{d^2 a}{dt^2} + m_{32} \frac{d^2 b}{dt^2} + m_{33} \frac{d^2 c}{dt^2} + \dots &= -f_{31} a - f_{32} b - f_{33} c - \dots \end{aligned} \right\} \dots (74)$$

今命週期為T, 且各描針之運動, 能適合於次之等式:

$$\left. \begin{aligned} a &= p\alpha, \quad b = p\beta, \quad c = p\gamma, \dots \\ \text{及} \quad p &= P \sin 2\pi \frac{t + \delta}{T} \end{aligned} \right\} \dots (75)$$

以之代用於(74)式, 即得

$$\left. \begin{aligned} \left\{ m_{11} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{11} \right\} \alpha + \left\{ m_{12} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{12} \right\} \beta + \left\{ m_{13} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{13} \right\} \gamma + \dots &= 0 \\ \left\{ m_{21} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{21} \right\} \alpha + \left\{ m_{22} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{22} \right\} \beta + \left\{ m_{23} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{23} \right\} \gamma + \dots &= 0 \\ \left\{ m_{31} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{31} \right\} \alpha + \left\{ m_{32} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{32} \right\} \beta + \left\{ m_{33} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{33} \right\} \gamma + \dots &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (76)$$

由上式消去  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ , 得

$$\begin{vmatrix} m_{11} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{11} & m_{12} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{12} & m_{13} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{13} & \dots \\ m_{21} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{21} & m_{22} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{22} & m_{23} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 - f_{23} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} = 0 \dots (77)$$

(77) 為求週期之式, 即週期之個數與自由度之數相等也。此 n 個之週期, 設為  $T_1, T_2, T_3, \dots$ , 則將此等之值, 代入於(76)式中, 可得  $\alpha, \beta, \gamma, \dots, n$  組之值。從而自己振動之一般形, 可由 n 個單弦振動而成; 而(74)式之微分方程式解, 為

$$\left. \begin{aligned} a &= \alpha_1 p_1 + \alpha_2 p_2 + \alpha_3 p_3 + \dots \\ b &= \beta_1 p_1 + \beta_2 p_2 + \beta_3 p_3 + \dots \\ c &= \gamma_1 p_1 + \gamma_2 p_2 + \gamma_3 p_3 + \dots \\ \dots & \dots \end{aligned} \right\} \dots (78)$$

此處之  $P_1 = P_1 \sin 2\pi \frac{t + \delta_1}{T_1}$ ,  $P_2 = P_2 \sin 2\pi \frac{t + \delta_2}{T_2}$ .....

更進而討論有地震時描針之運動情勢，則可準前節同樣之論法，祇須將地震動時之影響於描針方面者，悉加入於(74)之運動方程式內，即達所求之目的。但此處為簡便起見，單就合偏倚距  $a$  之描針，而求其方程式；其餘則由附加文字之轉換，可直接書出也。今以(78)與(74)之第一式組合，且參照(59)及(65)，則描針運動，可書如次式：

$$\left. \begin{aligned} & (m_{11}\alpha_1 + m_{12}\beta_1 + \dots) \left\{ \frac{d^2 P_1}{dt^2} + \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 P_1 \right\} + (m_{11}\alpha_2 + m_{12}\beta_2 + \dots) \left\{ \frac{d^2 P_2}{dt^2} + \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 P_2 \right\} + \dots \\ & = - \left( \int d\mu \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right) \left( \frac{d^2 \xi}{dt^2} - g_{ix} - \Delta g_x \right) - \left( \int d\mu \left[ \frac{\eta'}{a} \right] \right) \left( \frac{d^2 \eta}{dt^2} - g_{iy} - \Delta g_y \right) \\ & \quad - \left( \int d\mu \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \left( \frac{d^2 \zeta}{dt^2} - \Delta g_z \right) - \left( \int d\mu x \left[ \frac{\xi'}{a} \right] - \int d\mu x \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \frac{d^2 i_x}{dt^2} - \left( \int d\mu z \left[ \frac{\eta'}{a} \right] \right. \\ & \quad \left. - \int d\mu y \left[ \frac{\zeta'}{a} \right] \right) \frac{d^2 i_y}{dt^2} - \left( \int d\mu x \left[ \frac{\eta'}{a} \right] - \int d\mu y \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \right) \frac{d^2 \theta_z}{dt^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(79)$$

(79)式之形，因欲使其外見上易於辨別，其  $V_1^{(x)}, V_2^{(x)}, \dots, V_n^{(x)}$  之量，須由次式求得之，即

$$\left. \begin{aligned} & (m_{11}\alpha_1 + m_{12}\beta_1 + \dots) V_1^{(x)} + (m_{11}\alpha_2 + m_{12}\beta_2 + \dots) V_2^{(x)} + \dots = \int d\mu \left[ \frac{\xi'}{a} \right] \\ & (m_{21}\alpha_1 + m_{22}\beta_1 + \dots) V_1^{(x)} + (m_{21}\alpha_2 + m_{22}\beta_2 + \dots) V_2^{(x)} + \dots = \int d\mu \left[ \frac{\xi'}{b} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots(80)$$

至於  $W_1^{(ix)}, W_2^{(ix)}, \dots, W_1^{(iy)}, W_2^{(iy)}, \dots, W_1^{(oz)}, W_2^{(oz)}, \dots$  之量，亦得各各用同樣之相應式求之。惟因與(79)同形之微分方程式，有  $n$  個，故將  $\frac{d^2 P_1}{dt^2} + \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 P_1$  等，視為未知量，而解此一次聯立方程式，其結果得描針之運動方程式一般形如次：

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d^2 P_v}{dt^2} = - \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 P_v - V_v^{(x)} \left( \frac{d^2 \xi}{dt^2} - g_{ix} - \Delta g_x \right) - V_v^{(y)} \left( \frac{d^2 \eta}{dt^2} - g_{iy} - \Delta g_y \right) \\ & \quad - V_v^{(z)} \left( \frac{d^2 \zeta}{dt^2} - \Delta g_z \right) - W_v^{(ix)} \frac{d^2 i_x}{dt^2} - W_v^{(iy)} \frac{d^2 i_y}{dt^2} - W_v^{(oz)} \frac{d^2 \theta_z}{dt^2} \end{aligned} \right\} (81)$$

此處  $v=1, 2, \dots, n$ ，更由(81)式所得之  $F_1, P_2, \dots$  代入於(78)式內，而得描針之偏倚距

a, b, c, ...等。

將(81)與前節之(65)相比較，知n個自由度之地震計，宛如與n個獨立地震計(一個自由度)之組合者相當。

就實際而言，當地震計構造之際，其各描針大都附屬於互相獨立之地震計內。質言之，a可由於 $P_1$ , b可由於 $P_2$ 表示之，誠如是，則於(81)中得以a代 $P_1$ , b代其 $P_2$ ，而為實地應用也。

6. 無摩擦地震計之描針運動(其一) 普通地震計之描針運動，既如上述，須用極複雜方程式之形，始能表顯。然當其無地震動等之擾亂時，則頗形簡單，即其固有運動之方程式，為

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a = -\frac{g}{L} a \dots\dots\dots(82)$$

此式之解，為

$$a = A \sin 2\pi \frac{t+\delta}{T} \dots\dots\dots(83)$$

或者書如次形：

$$a = S \sin 2\pi \frac{t}{T} + C \cos 2\pi \frac{t}{T} \dots\dots\dots(84)$$

A,  $\delta$ , S, C雖為任意之常數，然其間有次之關係也明矣。

$$\left. \begin{aligned} S &= A \cos 2\pi \frac{\delta}{T}, & A &= \sqrt{S^2 + C^2}, \\ C &= A \sin 2\pi \frac{\delta}{T}, & \text{tg } 2\pi \frac{\delta}{T} &= \frac{C}{S} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(85)$$

又描針之速度，則由

$$\frac{da}{dt} = \frac{2\pi}{T} A \cos 2\pi \frac{t+\delta}{T} = \frac{2\pi}{T} S \cos 2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi}{T} C \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

決定之。

A,  $\delta$ , S, C之常數，雖由於最初瞬間 a 及  $\frac{da}{dt}$  之值而決定之，然於最初瞬間 a 與  $\frac{da}{dt}$  各取相異之值時，則其描針之運動，可起若何之變化情狀，尤有推究之必要。蓋在此例，在某瞬間以後，(即所謂最初之瞬間)受同樣之擾亂(Störung)作用，與最初瞬間之狀態相異，於是有一描針運動之差，今描針之偏倚距表以 $a_1$ 及 $a_2$ ，此時在描針運動方程式內，以 $a_1$ 及 $a_2$ 代入之，而求其每相對瞬間之差，則得

$$\frac{d^2(a_2 - a_1)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (a_2 - a_1) \dots\dots\dots(86)$$



由是得

$$\left. \begin{aligned} a_2 - a_1 &= S \sin 2\pi \frac{t}{T} + C \cos 2\pi \frac{t}{T} \\ \frac{da_2}{dt} - \frac{da_1}{dt} &= \frac{2\pi}{T} S \cos 2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi}{T} C \sin 2\pi \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \dots\dots(87)$$

此際之 S 及 C 之值，本基於 a 及  $\frac{da}{dt}$  最初之值決定之，而此處由相異之最初條件，生描針運動之差，即知有由是種條件而生自己振動之差也。

今假設有某種擾亂 (Störung) 成分可分解為多數之成分，即

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_1 + \xi_2 + \dots\dots\dots & i_x &= (i_x)_1 + (i_x)_2 + \dots\dots\dots \\ \eta &= \eta_1 + \eta_2 + \dots\dots\dots & i_y &= (i_y)_1 + (i_y)_2 + \dots\dots\dots \\ \zeta &= \zeta_1 + \zeta_2 + \dots\dots\dots & o_z &= (o_z)_1 + (o_z)_2 + \dots\dots\dots \\ \Delta g_x &= (\Delta g_x)_1 + (\Delta g_x)_2 + \dots\dots\dots \\ & & & \dots\dots\dots \end{aligned}$$

對於是等之擾亂成分，從各方程式得次之關係：(但其記法則對於  $\xi, \eta, \zeta$  之描針偏倚距為 a 對於  $\xi_1, \eta_1, \dots$  之描針偏倚距為  $a_1$  等)

$$\frac{d^2(a - a_1 - a_2 - \dots)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (a - a_1 - a_2 - \dots) \dots\dots(88)$$

從而

$$\left. \begin{aligned} a - a_1 - a_2 - \dots &= S \sin 2\pi \frac{t}{T} + C \cos 2\pi \frac{t}{T} \\ \frac{da}{dt} - \frac{da_1}{dt} - \frac{da_2}{dt} - \dots &= \frac{2\pi}{T} S \cos 2\pi \frac{t}{T} - \frac{2\pi}{T} C \sin 2\pi \frac{t}{T} \end{aligned} \right\} \dots\dots(89)$$

若於最初之瞬間，有

$$a = a_1 + a_2 + \dots\dots\dots, \quad \frac{da}{dt} = \frac{da_1}{dt} + \frac{da_2}{dt} + \dots\dots\dots$$

之關係，則此後并可持續其

$$a = a_1 + a_2 + \dots\dots\dots$$

之關係，得以推知也。

上所述者，稱為重複 (Superposition) 之原理。此原理在地震學上，舉凡作用於地震計之種種擾亂成分，可設想使之分離，而化繁為簡，故頗形重要。例如地面之平行變位，傾斜，迴轉，暨重力之變化等，以及其所取種種方向之成分，或地震動及其他振動，(人爲的又氣象的)同時相混雜時，吾人若將其各各分離而行推究，由上述重複之原理，容易知其合成之描針運動情勢也。

因已知上所述重複之原理，故如欲求解(65)之描針運動方程式，可歸宿於下列二式之解式：

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(s)} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} = -\frac{g}{L} a - \frac{J^{(s)}}{L} \frac{d^2 \sigma}{dt^2} \dots\dots\dots(90)$$

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a + V^{(s)} g i_s = -\frac{g}{L} a + \frac{J^{(s)}}{L} g i_s \dots\dots\dots(91)$$

何則今於(90)中，以  $W^{(i_s)}$  或  $W^{(o_s)}$  代其  $V^{(s)}$ ；以  $i_s$  或  $o_s$  代其  $\sigma$ ；又於(91)中以  $\Delta g_s$  代其  $g i_s$ ，均得同形之式，其結局可藉以得(65)之解也。

7. 無摩擦地震計之描針運動(其二) 本節所述，係上節(90)及(91)之解法：

(i) 求  $\frac{d^2 a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(s)} \frac{d^2 \sigma}{dt^2}$  之解，即係僅有平行變位  $\sigma$ ，作用於地震計之例。先以  $\sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt$  乘(90)式之兩邊，在  $t_0$  與  $t_1$  之間，而實行積分，則得

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \frac{d^2 a}{dt^2} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \int_{t_0}^{t_1} dt a \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} - V^{(s)} \int_{t_0}^{t_1} dt \frac{d^2 \sigma}{dt^2} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T}$$

惟由部分積分法，

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \frac{d^2 a}{dt^2} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} = -\left(\frac{da}{dt}\right)_0 \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{2\pi}{T} \int_{t_0}^{t_1} dt \frac{da}{dt} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} \cdot \text{而}$$

$$\int_{t_0}^{t_1} dt \frac{da}{dt} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} = a_1 - a_0 \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} - \frac{2\pi}{T} \int_{t_0}^{t_1} dt a \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} \cdot$$

故最初之積分得次之簡單式：

$$a_1 = a_0 \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{T}{2\pi} \left(\frac{da}{dt}\right)_0 \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} - \frac{TV^{(s)}}{2\pi} \int_{t_0}^{t_1} dt \frac{d^2 \sigma}{dt^2} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} \dots\dots\dots(92)$$

上式右邊最後項之積分，再施部分積分法，其結果則得

$$a_1 = a_0 \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{T}{2\pi} \left\{ \left(\frac{da}{dt}\right)_0 + V^{(s)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} - V^{(s)} \int_{t_0}^{t_1} dt \frac{d\sigma}{dt} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} \dots\dots\dots(93)$$

再由部分積分法，

$$a_1 + V^{(s)} \sigma_1 = (a_0 + V^{(s)} \sigma_0) \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{T}{2\pi} \left\{ \left(\frac{da}{dt}\right)_0 + V^{(s)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{2\pi}{T} V^{(s)} \int_{t_0}^{t_1} dt \sigma \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} \dots\dots\dots(94)$$

(94)係當平行變位之際，描針運動方程式之一般解。  $a_0$  為在  $t_0$  瞬間之  $a$  之值，而

$a_1$  則與  $t_1$  相應。

(ii) 求  $\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a + V^{(a)} g i$  之解，即僅有傾斜變化  $i$  作用於地震計之例，此式與前式(i)相異者，僅右邊第二項，故若以  $-g i$  代前式中  $\frac{d^2\sigma}{dt^2}$ ，即得同樣之解法，故觀於(92)式，而知其一般解為

$$a_1 = a_0 \cos 2\pi \frac{t_1 - t_0}{T} + \frac{T}{2\pi} \left(\frac{da}{dt}\right)_0 \sin 2\pi \frac{t_1 - t_0}{T} + \frac{T}{2\pi} V^{(a)} g \int_{t_0}^{t_1} dt i_s \sin 2\pi \frac{t_1 - t_0}{T} \dots (95)$$

又對於充分之短時間，(與  $T$  比較)無論其變位運動之量若何，(93)式可滿足次式：

及

$$\left. \begin{aligned} a_1 - a_0 &= -V^{(a)} (\sigma_1 - \sigma_0) \\ \left(\frac{da}{dt}\right)_1 - \left(\frac{da}{dt}\right)_0 &= -V^{(a)} \left\{ \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_1 - \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} \end{aligned} \right\} \dots (96)$$

即  $-V^{(a)}$  為對於急激變位運動之倍率。(此業已陳述於前)依同理對於急激之傾斜變化，由(95)式得

$$\left. \begin{aligned} a_1 - a_0 &= 0, \\ \left(\frac{da}{dt}\right)_1 - \left(\frac{da}{dt}\right)_0 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (97)$$

其在此例，描針不受直接之作用，但此僅就第一種地震動之項推論，若將第二種地震動之項，即  $-W^{(i_s)} \frac{d^2 i_s}{dt^2}$ ，列入思考時，則得

$$a_1 - a_0 = -W^{(i_s)} \left\{ (i_s)_1 - (i_s)_0 \right\} \dots (98)$$

惟因關於地震或脈動之記象等，地震計上往往記錄規則的正弦振動，此為吾人既知之事實，尤其是當地面振動時，調查地震計之描針運動，為吾人必要之工作。

今如斯所生之擾亂，(Störung) 例如變位運動，若以

$$\sigma = S_\sigma \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} + C_\sigma \cos 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \dots (99)$$

或

$$\sigma = \sqrt{S_\sigma^2 + C_\sigma^2} \sin 2\pi \frac{t + \delta\sigma}{T_\sigma}, \quad \text{tg } 2\pi \frac{\delta\sigma}{T_\sigma} = C_\sigma / S_\sigma \dots (99)'$$

之形表示時，則  $\sqrt{S_\sigma^2 + C_\sigma^2}$  為其振幅，而  $T_\sigma$  則為其週期。此際地震計之振動，(即描針之運動) 於自己振動之外，尚有  $T_\sigma$  週期之強制振動。今暫將自己振動，摺

設不論，則強制之描針振動式，得表以次形：

$$a = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \dots\dots\dots(100)$$

蓋選擇適當時間，而為振動之開始時，則可令位相 $\delta_a$ 等於零也。

今將(99)與(100)，代用於描針運動式

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(s)} \frac{d^2 \sigma}{dt^2}$$

內，則得

$$\left[ S_a \left\{ \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{T_\sigma}\right)^2 \right\} - V^{(s)} S_\sigma \left(\frac{2\pi}{T_\sigma}\right)^2 \right] \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} - V^{(s)} C_\sigma \left(\frac{2\pi}{T_\sigma}\right)^2 \cos 2\pi \frac{t}{T_\sigma} = 0,$$

因此係恆等式，故得

$$C_\sigma = 0, \quad S_\sigma = -\frac{S_a}{V^{(s)}} \frac{T^2 - T_\sigma^2}{T^2} \dots\dots\dots(101)$$

故地面之變位運動，若為有 $T_\sigma$ 週期之振動，則描針之記象上，其倍率為

$$\mathcal{M}_{T_\sigma}^{(s)} = -V^{(s)} \frac{T^2}{T^2 - T_\sigma^2} \dots\dots\dots(102)$$

若 $T_\sigma$ 比 $T$ 為甚小，即當急激振動之際，其時之倍率為

$$\mathcal{M}_0^{(s)} = -V^{(s)} = -\frac{J^{(s)}}{L} \dots\dots\dots(103)$$

若 $T_\sigma$ 比 $T$ 為甚大，則

$$\mathcal{M}_{T_\sigma}^{(s)} = V^{(s)} \frac{T^2}{T_\sigma^2} \dots\dots\dots(104)$$

此倍率 $\mathcal{M}$ 之值，當 $T_\sigma = 0$ 時，則為 $\mathcal{M}_0^{(s)}$ ；迨 $T_\sigma$ 漸增加，則亦隨之而增加，及 $T_\sigma = T$ ，則為無限大；後 $T_\sigma$ 再增加，則又漸次減少，而達於甚小之值。

以上所述，雖未涉及地震計之自己振動，然依重複(Superposition)之原理，儘可分別考慮，而隨後加入之，即姑定當地面之正弦振動未至以前，地震計尚保持靜止之狀態，其時吾人為問題簡單起見，假想地面之振動，最初係突然而起，(Plötzliches Einsatz)即其突然而起之時，恰當 $t = t_0$ ，爾後則持續其

$$\sigma = S_\sigma \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \dots\dots\dots(105)$$

之運動也。當 $t = t_0$ 之瞬間， $\sigma$ 之值突然為 $\sigma_0$ ，其速度則為 $\left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0$ 并由(96)，知

$$a_0 = -V^{(s)} \sigma_0, \quad \left(\frac{da}{dt}\right)_0 = -V^{(s)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \dots\dots\dots(106)$$

故一般解(94)為

$$a_1 = -V^{(s)} \sigma_1 + \frac{2\pi}{T} V^{(s)} \int_{t_0}^{t_1} dt \sigma \sin 2\pi \frac{t_1 - t}{T} \dots\dots\dots(107)$$

今以 $a$ 及 $\sigma$ 代上式之 $a_1$ 及 $\sigma_1$ ，且將(105)代入之，再與(101)組合而消去 $V^{(s)}$ ，則得

$$a = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} - \frac{T_\sigma}{T} S_a \cos 2\pi \frac{t_0}{T_\sigma} \sin 2\pi \frac{t-t_0}{T} - \left(\frac{T_\sigma}{T}\right)^2 S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \cos 2\pi \frac{t-t_0}{T} \dots\dots\dots(108)$$

此式中之 $t$ ，與前式中之 $t_1$ 相當，式中最初之項係強制振動；後二項則表示自己振動。設自己振動之振幅為 $S'_a$ ，則由(108)，得

$$S'_a = \frac{T_\sigma}{T} S_a \sqrt{\left(\frac{T_\sigma}{T}\right)^2 \sin^2 2\pi \frac{t_0}{T_\sigma} + \cos^2 2\pi \frac{t_0}{T_\sigma}} = \frac{T_\sigma}{T} S_a \sqrt{\left\{\left(\frac{T_\sigma}{T}\right)^2 - 1\right\} \sin^2 2\pi \frac{t_0}{T_\sigma} + 1} \dots\dots\dots(109)$$

故知其最大及最小值為 $\left(\frac{T_\sigma}{T}\right)^2 S_a$ 及 $\frac{T_\sigma}{T} S_a$ 。

觀乎此若地震動之週期小於地震計之週期，( $T_\sigma < T$ )則與其逆( $T_\sigma > T$ )相比，而自己振動之振幅為小；設兩者之週期相一致時，則自己振動之振幅，與強制振動之振幅為同大。質言之，即兩者之週期，當約略相等時，因描針幾畫同大之振幅及相等之週期，可起宛如唸之現象之運動，其唸之振幅為 $2S_a$ ，其週期為 $\frac{T T_\sigma}{T - T_\sigma}$ ，斯則吾人於習音響學時所熟知之事項也。

次就地面傾斜之週期的變化，而考究地震計之描針運動，其運動方程式，既如前述，為

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a + V^{(s)} g i_{(s)} = -\frac{g}{L} a + \frac{J^{(s)}}{L} g i_{(s)} \dots\dots\dots(110)$$

設其傾斜變化，表以

$$i_s = S_i \sin 2\pi \frac{t}{T_i} + C_i \cos 2\pi \frac{t}{T_i} \dots\dots\dots(111)$$

則準前同一之論法，由其時間之最初點，而加以適當選擇，其描針之強制振動，可以

$$a = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_i} \dots\dots\dots(112)$$

表示之。以(111)及(112)代用於(110)中，而由恆等式之條件，得

$$S_i = -\frac{S_a}{J^{(s)}} \frac{T^2 - T_i^2}{T_i^2}, \quad C_i = 0 \dots\dots\dots(113)$$

$$\left. \begin{aligned} S_a &= F_{r_i}^{(s)} S_i \\ F_{r_i}^{(s)} &= -J^{(s)} \frac{T_i^2}{T^2 - T_i^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(114)$$

$F_{r_i}^{(s)}$  係表示感度。(對於 $T_i$ 週期之傾斜變化)當 $T_i = \infty$ ，(例如緩漫之傾斜)其值為

$J^{(0)}$ , 又  $T_1 = T$ , 則為無限大。今假想當  $t = t_0$ , 其傾斜突然而起, 則依前同一之論法, 知  $a_0 = 0, \left(\frac{da}{dt}\right)_0 = 0$ , 由是(95)式為

$$a = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_1} - \frac{T}{T_1} S_a \cos 2\pi \frac{t_0}{T_1} \sin 2\pi \frac{t-t_0}{T_1} - S_a \sin 2\pi \frac{t_0}{T_1} \cos 2\pi \frac{t-t_0}{T_1} \dots\dots\dots(115)$$

自己振動之振幅, 則為

$$S'_a = \frac{T}{T_1} S_a \sqrt{\left\{\left(\frac{T_1}{T}\right)^2 - 1\right\} \sin^2 2\pi \frac{t_0}{T_1} + 1} \dots\dots\dots(116)$$

至於振幅之最大最小值, 則為  $S_a$  及  $\frac{T}{T_1} S_a$  也明矣。

由傾斜變化所生自己振動之振幅, 與由變位運動所生者, 正相反對, 即當  $T_1 > T$ , 其值減少, 至  $T_1$  約略與  $T$  相等時所起驗之現象, 與前論變位運動時相同。

8. 有制振作用地震計之描針運動(其一) 凡地震計上描針當運動之際, 同時必發生一種抵抗, 以阻礙其運動。但以上所述者, 僅為說明便宜計, 從未涉及是種抵抗。實際上前述之運動方程式內, 須加是類抵抗之項, 而後在地震計之製作上, 始能實地效用。且是等抵抗種類若何, 強度若何, 尤覺有考究之必要也。

由質地研究, 對於描針運動之抵抗, 知有二種類存在: 即 (i) 阻礙地震計可動部分之運動速度者, 若速度減至零, 則其抵抗亦隨之而消滅。(ii) 與速度無關係者, 即可動部分靜止時, 而此項抵抗, 仍行存在, 前者基於液體或氣體等之粘性所生; 後者則基於固體間之摩擦而起也。以下因欲易於辨別, 前者稱為制振, 後者稱為摩擦。

本節先就制振作用, 開始論述, 且為避去計算上之繁雜起見, 姑設次之假定: 即對於運動之抵抗, 僅與速度成比例, 而於描針之偏倚情狀無關係。此種假定, 恰與對於電磁的制振作用, 利用流體粘性, 以作制振器等之例相同, 而在本問題, 當然亦係充分滿足之條件也。

從上之假定, 由制振作用所生之力  $Q^{(D)}$ , 可表以次式:

$$Q^{(D)} = -\varphi \frac{da}{dt} \dots\dots\dots(117)$$

$\varphi$  為常數。今將此制振作用, 加入於(64)式中, 則運動方程式(65)如次形:

$$\begin{aligned} \frac{d^2a}{dt^2} = & -\frac{f}{m}a - \frac{\varphi}{m} \frac{da}{dt} - V^{(x)} \left( \frac{d^2\xi}{dt^2} - g^i_x - \Delta g_x \right) - V^{(y)} \left( \frac{d^2\eta}{dt^2} - g^i_y - \Delta g_y \right) \\ & - V^{(z)} \left( \frac{d^2\zeta}{dt^2} - \Delta g_z \right) - W^{(i_x)} \frac{d^2i_x}{dt^2} - W^{(i_y)} \frac{d^2i_y}{dt^2} - W^{(o_z)} \frac{d^2o_z}{dt^2} \dots\dots (118) \end{aligned}$$

因附加此制振作用之項，於倍率或度等，雖不生何等之關係，但週期T則隨之而變化，即不能如前所述僅由f及m表示也。

今先就本例之自己振動設想，則(118)式即得簡單之形：

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{f}{m}a - \frac{\varphi}{m} \frac{da}{dt} \dots\dots\dots (119)$$

此式之解為

$$a = A_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t+\delta}{T} = e^{-\frac{t}{\tau}} \left( S \sin 2\pi \frac{t}{T} + C \cos 2\pi \frac{t}{T} \right) \dots\dots (120)$$

A, δ, S, C, T, τ等，均為常數；而A, δ, S, C, 則由最初之條件決定之。至T, τ與f, φ, m之關係，則由(120)代入於(119)之結果，有

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{f}{m} - \left( \frac{\varphi}{2m\tau} \right)^2, \quad \tau = \frac{2m}{\varphi} \dots\dots\dots (121)$$

之關係。T為週期，τ為Relaxationszeit，即振幅減至 $\frac{1}{e}$ 時所需之時間。

於(120)之解中，若假定 $m\tau > \left( \frac{\varphi}{2} \right)^2$ ，則T為實數。又若除去制振作用時，其週期為 $T_0$ ，則

$$\left( \frac{2\pi}{T_0} \right)^2 = \frac{f}{m} = \frac{g}{L} \dots\dots\dots (122)$$

$T_0$ 轉稱為還元週期。(Reducirte Schwingungsperiode)此T與 $T_0$ 之關係，由(121)及(122)，得

$$T = T_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{T_0}{2\pi\tau} \right)^2}}, \quad T_0 = T \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{T}{2\pi\tau} \right)^2}} \dots\dots\dots (123)$$

又當起制振作用時，其固有振動中相連續兩最大偏倚距（由靜止之位置互為反方向）之比，轉稱為減衰比。(Dämpfungsverhältnis)由(120)知

$$\text{減衰比} = e^{-\frac{T}{2\tau}} \dots\dots\dots (124)$$

前述之解式(120)，係 $\tau < \frac{T_0}{2\pi}$ 。若 $\tau > \frac{T_0}{2\pi}$ 則(119)之解，應為

$$a = A_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + A_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \dots\dots\dots (125)$$

$A_1, A_2$ 為常數，基於最初條件決定之，而 $\tau_1, \tau_2$ 則稱為(Dämpfungszeit)，係用

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\tau_1} &= \frac{1}{\tau} \left( 1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_c}\right)^2} \right) \\ \frac{1}{\tau_2} &= \frac{1}{\tau} \left( 1 + \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_c}\right)^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(126)$$

所表示之量，當  $\tau < \frac{T_c}{2\pi}$  則  $\tau_1$  及  $\tau_2$  均為實數，而如 (125) 所示之固有運動，已不存在有振動性，即係無週期的 (Aperiodisch) 運動也。又若  $\tau = \frac{T_c}{2\pi}$ ，則 (125) 式之極限值，由微分方程式論中所述，為

$$a = a_0 e^{-\frac{t}{\tau}} (S't + C) \dots\dots\dots(127)$$

$S'$  及  $C$  為任意之常數。

現今吾人論述有制振作用之描針方程式，(如 (118) 所示) 當然與論無制振作用時相同，亦可應用重複 (Superposition) 之原理。惟在通常之摩擦，則此原理不獲應用。(說見後) 蓋在本節之例，舉凡諸種之擾亂作用，無同時考察之必要，儘可順序就各項之影響，分別攻究也。故本節之運動方程式，可歸着於次列兩方程式之解：即

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_c}\right)^2 a - \frac{2}{\tau} \frac{da}{dt} - V^{(s)} \frac{d^2\sigma}{dt^2} \dots\dots\dots(128)$$

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_c}\right)^2 a - \frac{2}{\tau} \frac{da}{dt} + \left(\frac{2\pi}{T_c}\right)^2 J^{(s)} I_{(s)} \dots\dots\dots(129)$$

9. 有制振作用地震計之描針運動(其二)

(A) 先求 (128) 之解，即僅係有地面變位運動  $\sigma$  作用於地震計之例。此種解式，可分為次列三種：

(i)  $\tau > \frac{T_c}{2\pi}$ ，則  $T$  為實數而且有限，由是用第 7 節所述之法，以

$$\frac{T}{2\pi} a_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt$$

乘 (128) 之兩邊，以  $t_1$  及  $t_0$  為積分之上限及下限，而實施積分，即

$$\begin{aligned} \frac{T}{2\pi} \int_{t_0}^{t_1} \frac{d^2(a + V^{(s)}\sigma)}{dt^2} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt &= -\frac{T}{2\pi} \left(\frac{2\pi}{T_c}\right)^2 \int_{t_0}^{t_1} a_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt \\ &\quad - \frac{T}{2\pi} \frac{2}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} \frac{da}{dt} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt \\ &\quad \dots\dots\dots(128)' \end{aligned}$$



惟由部分積分法，設  $\varphi$  為  $t$  之函數，則

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \frac{d^2\varphi}{dt^2} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt &= -\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} \\ &\quad - \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\varphi}{dt} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt \\ &\quad + \frac{2\pi}{T} \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\varphi}{dt} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt, \\ \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\varphi}{dt} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt &= -\varphi_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} - \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} \varphi_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \\ &\quad \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt + \frac{2\pi}{T} \int_{t_0}^{t_1} \varphi_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt, \\ \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\varphi}{dt} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt &= \varphi_1 - \varphi_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} \\ &\quad - \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} \varphi_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt - \frac{2\pi}{T} \int_{t_0}^{t_1} \varphi_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt \end{aligned}$$

今以  $a + V^{(s)}\sigma$  及  $a$  代上式中之  $\varphi$ ，而再代入於(128)'式中，且參照(123)式，知

$$\frac{T(2\pi)^2}{2\pi(T_0^2)} = \frac{2\pi}{T} + \frac{T}{2\pi T^2},$$

及

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{T} - \frac{T}{2\pi T^2} &= \frac{2\pi T}{T^2} \left(1 - \frac{T^2}{4\pi^2 \tau^2}\right) = \frac{2\pi T}{T_0^2} \left(1 - \frac{T_0^2}{4\pi^2 \tau^2}\right) \left[1 - \frac{T_0^2(1 + \frac{T_0^2}{4\pi^2 \tau^2})}{4\pi^2 \tau^2}\right] \\ &= \frac{2\pi T}{T_0^2} \left(1 - \frac{T_0^2}{4\pi^2 \tau^2}\right) \left[1 - \frac{T_0^2}{4\pi^2 \tau^2} - \left(\frac{T_0^2}{4\pi^2 \tau^2}\right)^2\right] = \frac{2\pi T}{T_0^2} \left(1 - \frac{2T_0^2}{4\pi^2 \tau^2}\right). \end{aligned}$$

由是(128)'式之積分結果，為

$$\begin{aligned} a_1 + V^{(s)}\sigma_1 &= (a_0 + V^{(s)}\sigma_0) e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{T}{2\pi\tau} (a_0 + V^{(s)}\sigma_0) e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} \\ &\quad - \frac{TV^{(s)}}{\pi\tau} \sigma_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{T}{2\pi} \left\{ \left(\frac{da}{dt}\right)_0 + V^{(s)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} \\ &\quad + \frac{2\pi T}{T_0^2} \left(1 - \frac{T_0^2}{2\pi^2 \tau^2}\right) V^{(s)} \int_{t_0}^{t_1} \sigma_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt + \frac{2V^{(s)}}{\tau} \int_{t_0}^{t_1} \sigma_0 e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt \\ &\quad \dots\dots\dots(130) \end{aligned}$$

(ii)  $\tau = \frac{T_0}{2\pi}$  則  $T$  為無限大，由是以  $(t_1-t_0) e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} dt$  乘(128)之兩邊，(或用  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{T}{2\pi}$

$e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \frac{\sin 2\pi \frac{t_1-t}{T}}{2\pi \frac{1}{T}} dt = e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} (t_1-t) dt$  亦可) 用與

前同一之方法，而施積分，結果則得

$$a_1 + V^{(s)}\sigma_1 = (a_0 + V^{(s)}\sigma_0) \left(1 + \frac{t_1-t_0}{\tau}\right) e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} - 2V^{(s)}\sigma_0 \frac{t_1-t_0}{\tau} e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} + \left\{ \left(\frac{da}{dt}\right)_0 + V^{(s)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} (t_1-t_0) e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} + \frac{2\pi V^{(s)}}{T_0} \int_{t_0}^{t_1} \sigma \left(2 - \frac{t_1-t}{\tau}\right) e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} dt \dots\dots\dots(131)'$$

(iii)  $\tau < \frac{T}{2\pi}$  即  $T$  為虛數，則以

$$\left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) dt$$

乘(128)式之兩邊，而實施積分，且於積分之際，參照(126)式，而注意次列兩式：

$$\frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - \frac{1}{\tau_1} e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} = \frac{1}{\tau} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) - \frac{1}{\tau} \sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right)$$

$$\frac{1}{\tau_1^2} e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - \frac{1}{\tau_2^2} e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} = \frac{2}{\tau^2} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) - \frac{2}{\tau^2} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} + e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right)$$

則其結果得

$$a_1 + V^{(s)}\sigma_1 = (a_0 + V^{(s)}\sigma_0) \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_1}} + e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_2}} \right) + \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2}} (a_0 - V^{(s)}\sigma_0) \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_2}} \right) + \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2}} \left\{ \left(\frac{da}{dt}\right)_0 + V^{(s)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_2}} \right) - \frac{1}{\tau} \frac{2 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2}} V^{(s)} \int_{t_0}^{t_1} \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) dt$$

$$+ \frac{1}{\tau} V^{(e)} \int_{t_0}^{t_1} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} + e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) dt \dots\dots\dots (132)$$

(B)次僅就傾斜變化作用於地震計之例設想，則此例當歸宿於求(129)式之解式。其法亦與前條相同，由

$$\tau \begin{cases} > \frac{T_0}{2\pi} \\ < \frac{T_0}{2\pi} \end{cases},$$

從而其解區分為次列三類：

(i)  $\tau > \frac{T_0}{2\pi}$  則用同法，以

$$\frac{T}{2\pi} e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt$$

乘(129)之兩邊，而實施積分，其結果得

$$\begin{aligned} a_1 = & a_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} + \frac{T}{2\pi\tau} a_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} \\ & + \frac{T}{2\pi} \left( \frac{da}{dt} \right)_0 e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t_0}{T} \\ & + \frac{T}{2\pi} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 J^{(e)} \int_{t_0}^{t_1} i_s e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t_1-t}{T} dt \dots\dots\dots (133) \end{aligned}$$

(ii)  $\tau = \frac{T_0}{2\pi}$ ，則以  $(t_1-t) e^{-\frac{t_1-t}{\tau}}$  dt 乘之，而施積分，得

$$\begin{aligned} a_1 = & a_0 \left( 1 + \frac{t_1-t_0}{\tau} \right) e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} + \left( \frac{da}{dt} \right)_0 (t_1-t_0) e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} \\ & + J^{(e)} \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \int_{t_0}^{t_1} i_s (t_1-t) e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} dt \dots\dots\dots (134) \end{aligned}$$

(iii)  $\tau < \frac{T_0}{2\pi}$ ，則以  $(e^{-\frac{t_1-t}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}}) dt$  乘之，而施積分，其積果為

$$a_1 = \frac{1}{2} a_0 \left( e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_1}} + e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_2}} \right) - a_0 \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{2\pi\tau}{T_0} \right)^2}} \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_1}} - e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_2}} \right)$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2}} \left(\frac{da}{dt}\right)_0 \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}} - e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau_2}} \right) \\
 & + \frac{\tau}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\pi\tau}{T_0}\right)^2}} J^{(s)} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \int_{t_0}^{t_1} i_s \frac{1}{2} \left( e^{-\frac{t_1-t}{\tau}} - e^{-\frac{t_1-t}{\tau_2}} \right) dt \dots (135)
 \end{aligned}$$

上所述(A)(B)兩條之結果，係前節描針運動方程式(128)及(129)之一般解。

若對於T或 $\tau$ ，而起甚短時間內之急激變位運動，則有

$$\left. \begin{aligned}
 a - a_0 &= -V^{(s)}(\sigma - \sigma_0) \\
 \left(\frac{da}{dt}\right) - \left(\frac{da}{dt}\right)_0 &= -V^{(s)} \left\{ \frac{d\sigma}{dt} - \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 \right\} + \frac{2}{\tau} V^{(s)}(\sigma - \sigma_0)
 \end{aligned} \right\} \dots (136)$$

之關係。又對於急激之傾斜變化，則有次式：

$$a - a_0 = 0, \quad \frac{da}{dt} - \left(\frac{da}{dt}\right)_0 = 0 \dots (137)$$

(137) 係表示無制動作用之影響。

以上所論有制振作用之描針運動方程式，其解式比較的複雜，但若將其與無制振作用時相對勘，則其解式之各項中，均含  $e^{-\frac{t_1-t}{\tau}}$ ，此即其相異之點也。蓋項中既含有  $e^{-\frac{t_1-t}{\tau}}$ ，則當  $t_1-t$  增大，各項即從而減少。故知制振作用者，實由時間之經過，而使最初之狀態，及地震動等擾亂之影響，有減衰之趨勢也。惟其減衰之趨勢，則因制振作用之強弱而有遲速，即在制振作用，稍稍微弱之間，而滿足  $\tau > \frac{T_0}{2\pi}$  之條件時，則  $e^{-\frac{t_1-t}{\tau}}$  及  $e^{-\frac{t_1-t_0}{\tau}}$  均由  $\tau$  之減小，而令制振作用增大，馴至  $\tau = \frac{T_0}{2\pi}$ ，(即無週期界限)則原來之週期的影響，悉歸消失，爾後制振作用，若再增大，至  $\tau < \frac{T_0}{2\pi}$  時，則  $\tau_1$  雖隨  $\tau$  而減少，而  $\tau_2$  則反由  $\tau$  減少而增大，即制振作用強而消失反遲，早於地震計使用，有不適用之情勢。故通常地震計之制振度，即欲其增強，而決不能越  $\tau = \frac{T_0}{2\pi}$  之界限。

10. 有制振作用地震計之描針運動(其三) 惟因地震動係一種週期的震動，故前節所述關於描針運動方程式之解，雖有數種，然為實際觀測上所要者，則係週期的變位運動，及傾斜變化二種。所以就是類之描針運動，而加以推究，可

先就變位運動設想，而不涉及附加之自己振動。且為說明便宜起見，於次式

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a - \frac{2}{\tau} \frac{da}{dt} - V(\sigma) \frac{d^2\sigma}{dt^2} \dots\dots\dots(133)$$

中，代以

$$\sigma = S_\sigma \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} + C_\sigma \cos 2\pi \frac{t}{T_\sigma} = \sqrt{S_\sigma^2 + C_\sigma^2} \sin 2\pi \frac{t + \delta_\sigma}{T_\sigma} \dots\dots\dots(139)$$

且適當取時間之原點，則準前同樣之論法，描針之運動，可以次式表之，

$$a = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \dots\dots\dots(140)$$

由是得

$$\left. \begin{aligned} S_\sigma &= -\frac{S_a}{V(\sigma)} \left(1 - \frac{T_\sigma^2}{T_0^2}\right), \\ C_\sigma &= \frac{S_a}{V(\sigma)} 2 \frac{T_0}{2\pi\tau} \frac{T_\sigma}{T_0}, \\ \operatorname{ctg} 2\pi \frac{\delta_\sigma}{T_\sigma} &= \frac{1}{2} \frac{2\pi\tau}{T_0} \left(\frac{T_\sigma}{T_0} - \frac{T_0}{T_\sigma}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(141)$$

故

$$\frac{S_a}{\sqrt{S_\sigma^2 + C_\sigma^2}} = \frac{V(\sigma)}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{T_\sigma}{T_0}\right)^2\right\}^2 + 4 \left(\frac{T_0}{2\pi\tau}\right)^2 \left(\frac{T_\sigma}{T_0}\right)^2}} \dots\dots\dots(142)$$

在此處對於週期 $T_\sigma$ 之變位運動，其倍率為

$$\mathcal{Z}(\sigma) = \frac{V(\sigma)}{\sqrt{\left\{1 - \left(\frac{T_\sigma}{T_0}\right)^2\right\}^2 + 4 \left(\frac{T_0}{2\pi\tau}\right)^2 \left(\frac{T_\sigma}{T_0}\right)^2}} \dots\dots\dots(143)$$

至於對於週期的傾斜變化，則於

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a - \frac{2}{\tau} \frac{da}{dt} + \frac{2\pi}{T_0} J(\sigma) \dot{a} \dots\dots\dots(144)$$

之式，而以

$$i_a = S_i \sin 2\pi \frac{t}{T_i} + C_i \cos 2\pi \frac{t}{T_i} = \sqrt{S_i^2 + C_i^2} \sin 2\pi \frac{t + \delta_i}{T_i} \dots\dots\dots(145)$$

及

$$a = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_i}$$

代入之，則得

$$\left. \begin{aligned} S_i &= \frac{S_a}{J(\sigma)} \left(1 - \frac{T_0^2}{T_i^2}\right), \\ C_i &= \frac{S_a}{J(\sigma)} 2 \frac{T_0}{2\pi\tau} \frac{T_0}{T_i}, \\ \operatorname{ctg} 2\pi \frac{\delta_i}{T_i} &= \frac{1}{2} \frac{2\pi\tau}{T_0} \left(\frac{T_i}{T_0} - \frac{T_0}{T_i}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(146)$$

故用前同一之論法，對於週期 $T_i$ 之傾斜變化，其外見上之描針之長為

$$\mathcal{D}^{(i)} = \frac{S_a}{\sqrt{S_i^2 + C_i^2}} = \frac{J^{(i)}}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2\right)^2 + 4\left(\frac{T_o}{2\pi\tau}\right)^2 \left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2}} \dots\dots\dots(143)$$

(143)及(148)右邊根號內之數，無論如何，不能等於零，故 $\mathcal{D}^{(i)}$ 及 $\mathcal{D}^{(o)}$ ，不能有無限大之值，又當 $T_i = T_o$ ，則

$$\frac{\mathcal{D}^{(i)}}{J^{(i)}} = \frac{\mathcal{D}^{(o)}}{V^{(o)}} \left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2 = \frac{\mathcal{D}^{(o)}}{V^{(o)}} \frac{\Lambda}{L} \dots\dots\dots(149)$$

惟因 $J^{(o)} = V \cdot L$ ，故

$$\mathcal{D}^{(i)} = \mathcal{D}^{(o)} \Lambda \dots\dots\dots(150)$$

即週期 $T_o$ 之變位運動，及週期 $T_i$ 之傾斜變化，其外見上之倍率及描針之長，有(150)之簡單關係。此與無制振作用時，週期 $T_o$ 之地震計，其倍率 $V^{(o)}$ 與描針當長 $J^{(o)}$ 之關係，形式相同。

由(143)所示之倍率 $\mathcal{D}^{(i)}$ 於實際應用上，頗關重要，此處并將其性質研究如次：因 $\mathcal{D}^{(i)}$ 隨 $T_o$ 之值而起變化，故於(143)，取其對於 $T_o$ 之微係數，得

$$\frac{d\mathcal{D}^{(i)}}{dT_o} = 2V^{(o)} \frac{T_o}{T_i} \frac{1}{T_o} \frac{1 - 2\left(\frac{T_o}{2\pi\tau}\right)^2 - \left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2}{\sqrt{\left\{\left(1 - \left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2\right)^2 + 4\left(\frac{T_o}{2\pi\tau}\right)^2 \left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}} \dots\dots\dots(151)$$

若  $\left(\frac{T_o}{T_i}\right)^2 = 1 - 2\left(\frac{T_o}{2\pi\tau}\right)^2 \dots\dots\dots(152)$

則 $\frac{d\mathcal{D}^{(i)}}{dT_o} = 0$ ，於此條件下， $\mathcal{D}^{(i)}$ 為極大值。故在通常之例，不可不

$$\tau > \sqrt{2} \frac{T_o}{2\pi} \dots\dots\dots(153)$$

觀此式知制振作用過強時， $\mathcal{D}^{(i)}$ 之極大值，即不存在。而當其為極大值時，則為

$$\mathcal{D}_{in}^{(i)} = \frac{1}{2} \frac{2\pi\tau}{T_o} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{T_o}{2\pi\tau}\right)^2}} \dots\dots\dots(154)$$

(153)之境界值，為

$$\frac{T_o}{2\pi\tau} = \sqrt{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(155)$$

故由(123)

$$T/T_0 = \sqrt{2} \dots\dots\dots(156)$$

此際之減衰比，由(124)為

$$\epsilon = e^{\pi} : 1 = 23.1 : 1 \dots\dots\dots(157)$$

此係甚強之制振之例，普通所見者，減衰比不能如是之大。故就一般而言，倍率 $V^{(\sigma)}$ 當地震波週期等於零時，則等於描針倍率 $V^{(\sigma)}$ 。此後則由地震波週期之增加，而隨之加大，迨至達極大值後，而再形減少也。

第二十九圖，係表示倍率 $V^{(\sigma)}$ 之值，觀此得以知倍率與制振作用之關係。至於欲知其詳，則在後章所述之觀測法內。其下附加之圖，則示同時位相之遲度 $\delta$ 蓋記象上之位相，比地震波之位相為遲，其間恰生 $\delta$ 之差也。其詳細揭載於後章。

由週期的地震動所生之強制振動，既如前述。但實際上最初地震計描針所生之自己振動，同時伴之而起。今更就其自己振動，論述如次：

先假想當 $t_0$ 時刻，靜止之地震計上，忽起地面之突然震動，其後，則持續其

$$\sigma = S_{\sigma} \sin 2\pi \frac{t}{T_{\sigma}} + C_{\sigma} \cos 2\pi \frac{t}{T_{\sigma}} \dots\dots\dots(158)$$

之變位運動，即此際描針運動之偏倚距，得以

$$a = a^{(\sigma)} + a' \dots\dots\dots(159)$$

表示之。式中之 $a^{(\sigma)}$ ，為強制振動，而 $a'$ 則為自己振動。惟由時間始點之適當選擇， $a^{(\sigma)}$ 得表以次式：即

$$a^{(\sigma)} = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_{\sigma}} \dots\dots\dots(160)$$

$S_a$ 及 $S_{\sigma}, C_{\sigma}$ 間之關係，與前節所述之(141)式相同，而對於 $a'$ 則表以次式：

$$a' = S'_a e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \sin 2\pi \frac{t-t_0}{T} + C'_a e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t-t_0}{T} \dots\dots\dots(161)$$

現在之問題，為求 $S'_a$ 及 $C'_a$ 之值。若對於甚短時間之擾動，(Störung)則如前節(136)所示，

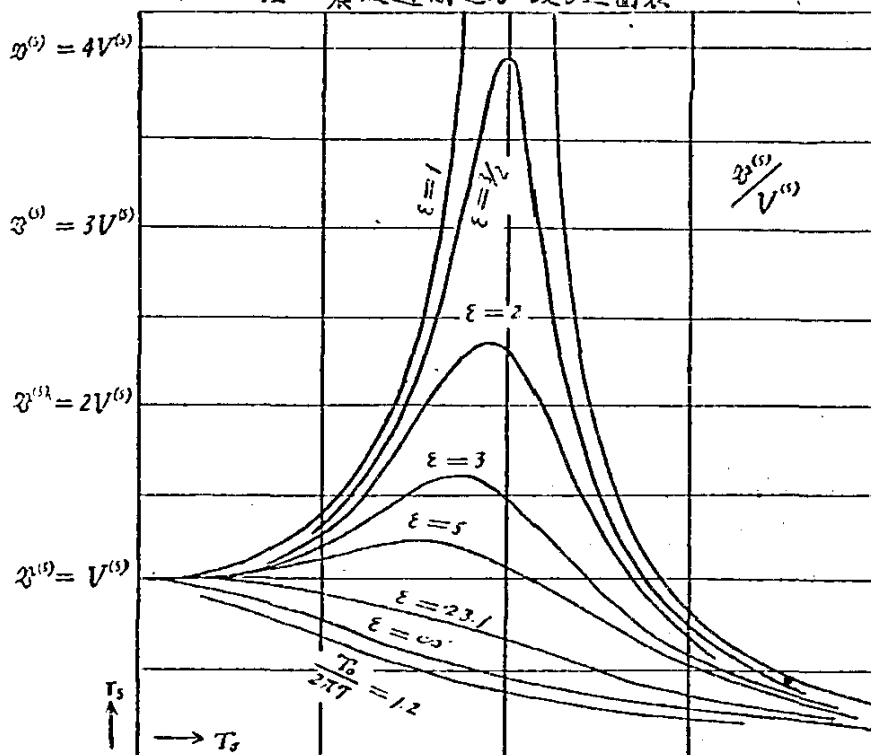
$$a = -V^{(\sigma)}\sigma + \text{常數}, \quad \frac{da}{dt} = -V^{(\sigma)} \frac{d\sigma}{dt} + 2V^{(\sigma)} \frac{\sigma}{\tau} + \text{常數}$$

而於現在之問題，則由 $a=0, \frac{da}{dt}=0, \sigma=0, \frac{d\sigma}{dt}=0$ 。即知若 $\sigma = \sigma_0, \frac{d\sigma}{dt} = \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0$ 時，則可得

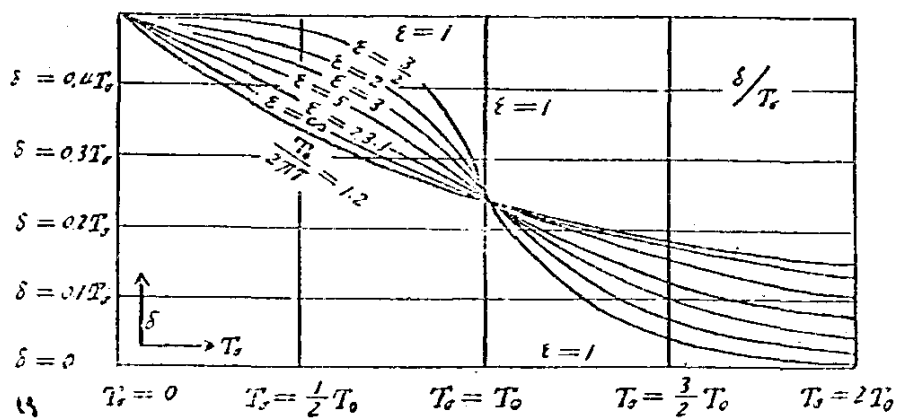
$$a_0 = -V^{(\sigma)}\sigma_0, \quad \left(\frac{da}{dt}\right)_0 = -V^{(\sigma)} \left(\frac{d\sigma}{dt}\right)_0 + 2V^{(\sigma)} \frac{\sigma_0}{\tau}$$

第二十九圖

對於種種地震波週期之 $\omega$ 及 $\delta$ 之圖表



$\xi$  減衰比  
 $T_0$  地震波之週期  
 $T_s$  地震計無制振作用時之固有週期





由此等之式，并將(158),(159),(160),(161)與(141)相組合，而得

$$\left. \begin{aligned} S'_a &= S_a \frac{T}{T_0} \left\{ \frac{T_0}{2\pi\tau} \left( \frac{T_0}{T_c} \right)^2 \sin 2\pi \frac{t_0}{T_0} - \left[ 1 - 2 \left( \frac{T_0}{2\pi\tau} \right)^2 \right] \frac{T_0}{T_0} \cos 2\pi \frac{t_0}{T_0} \right\} \\ C'_a &= - \left\{ \left( \frac{T_0}{T_c} \right)^2 \sin 2\pi \frac{t_0}{T_0} + 2 \frac{T_0}{2\pi\tau} \frac{T_0}{T_0} \cos 2\pi \frac{t_0}{T_0} \right\} \end{aligned} \right\} \dots (162)$$

之結果。

若當 $t_0$ 時刻，突然起地面之傾斜變化，而就其現象設想，則由 $a_0 = 0, \left( \frac{da}{dt} \right)_0 = 0$ ，而施與上所述者同樣之計算，而得

$$\left. \begin{aligned} S'_a &= -S_a \frac{T}{T_c} \left\{ \frac{T_0}{2\pi\tau} \sin 2\pi \frac{t_0}{T_0} + \frac{T_0}{T_0} \cos 2\pi \frac{t_0}{T_0} \right\} \\ C'_a &= -S_a \sin 2\pi \frac{t_0}{T_0} \end{aligned} \right\} \dots (163)$$

11. 可動部分之摩擦影響(其一) 地震計之可動部分，當運動時，同時必生一種摩擦，以阻止其運動。現吾人對於是種摩擦，設次之假定：

- (1) 基於運動中摩擦之抵抗，與速度無關係。
- (2) 相對的靜止物體間所作用之摩擦，當外力打勝抵抗時，(即與運動中摩擦相當之抵抗)有阻止可動部分運動開始之情勢，

上述之假定，當然在實際上不能正確符合，不過為便宜上起見而已。蓋作用於地震計之摩擦影響，大概可分為二：(1)對於可動部分之摩擦，(2)對於描針之摩擦。(若係攝影記錄裝置則無後者之摩擦)今就作用於可動部分摩擦力之影響，先為論述，且假定由摩擦所生抵抗力之合力，在描針之處而起作用，其力以 $Q^{(R)}$ 表之。且以 $R$ 表 $Q^{(R)}$ 之運動中之值，(符號為正)然則描針運動向正方向時，則 $Q^{(R)} = -R$ ；向負方向時，則 $Q^{(R)} = R$ ；當描針欲靜止時，則可 $-R > Q^{(R)} > R$ 。

今由摩擦所生之力，加入於描針之運動方程式內，則得

$$\frac{d^2a}{dt^2} = - \left( \frac{2\pi}{T_c} \right)^2 a - \frac{2}{\tau} \frac{da}{dt} + \frac{Q^{(R)}}{m} + (\text{Störang}) \text{ 之項} \dots (164)$$

式中之 $m$ ，為可動部分之質量。而在此處，則依前同一之論法，假想其在描針處之量，但由上所述，且有

$$- \frac{R}{m} \leq \frac{Q^{(R)}}{m} \leq + \frac{R}{m} \dots (165)$$

之關係。但當 $\frac{da}{dt} > 0$ ，則上式中取上之限界值； $\frac{da}{dt} < 0$ ，則取下之限界值，又當描

針靜止時，則(164)為

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a = \frac{Q^{(R)}}{m} \dots\dots\dots(166)$$

此式中之  $Q^{(R)}$ ，與 (165) 之條件相合。故描針之偏倚距  $a$ ，有次之關係：

$$-r \leq a \leq r \dots\dots\dots(167)$$

但  $r$  由次之條件決定之，即

$$\frac{R}{m} = r \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = r \frac{g}{L} \dots\dots\dots(168)$$

即無地震動及其他擾亂時，描針得在  $\pm r$  之範圍內任意之所靜止。此  $r$  特稱為摩擦偏倚距之極大值，(Maximaler Reibungsausschlag) 或簡單稱為摩擦值，即於 (164) 中，以含  $r$  之項表  $Q^{(R)}$  時，則得

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a - \frac{2}{r} \frac{da}{dt} \mp \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 r + (\text{Störung})\text{-之項} \dots\dots\dots(169)$$

上式中之複號，當然由  $\frac{da}{dt}$  之正負決定之。

今假定描針先在中央之位置，(即  $a=0$  之位置) 本係靜止，由地震動及其他擾亂，而欲令描針開始運動，則不可不有打勝摩擦力之加速度  $\frac{d^2 a}{dt^2}$ 。簡言之，例如擾亂之項，僅為  $-\frac{J^{(s)}}{L} \left(\frac{d^2 \xi}{dt^2} - g_{ix} - \Delta g_x\right)$ ，則此項之值，不能不大於

$$\pm \frac{R}{m} = \pm \frac{g}{L} r。$$

由是得次之結果：即擾亂項  $i_x, \Delta g_x, \frac{d^2 \xi}{dt^2}$  等之量，而使描針運動開始，必大於一定之界限值。此界限值即係在無摩擦時，使描針生偏倚距  $r$  之必要值也。但靜止之描針，在偏倚距  $a$  之位置，而欲使其開始運動時，若係向前之方向，則擾亂之量較大；若係後退之方向，(即反方向) 則擾亂之量較小。前者係無摩擦時使描針生偏倚距  $a+r$  之必要量；後者則使描針生  $a-r$  之必要量也。

(169) 因為運動中之方程式，然該式得書次形：

$$\frac{d^2(a \pm r)}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 (a \pm r) - \frac{2}{r} \frac{d(a \pm r)}{dt} + (\text{Störung})\text{-之項} \dots\dots\dots(170)$$

觀此式吾人可得次之定理：

描針向某方向運動時，因有摩擦之作用，其描針之中央位置，宛如生  $r$  距離(與運動方向反對)之移動，此特稱為中央位置移動之定理。若描針之運動方向有變化，則其外見上之中心位置，可突然有  $2r$  距離之移動。

又對於擾亂(Störung)作用所用之重複(Superposition)原理，不適用於有摩擦

之例，由上述事項，可以推知。但亦有補救之法，即將摩擦自身亦視為擾亂項之一種，而併入(164)中之 $Q^{(2)}/m$ 於擾亂項中也可矣。

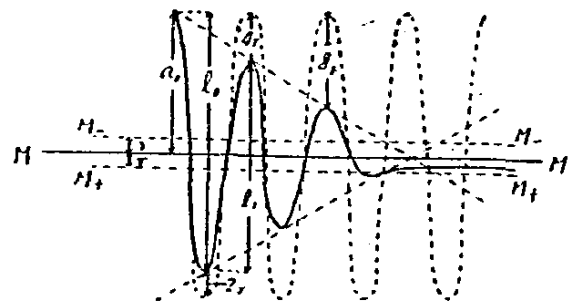
12. 可動部分之摩擦影響(其二) 本節應用中央位置移動之原理，而就有摩擦時之自己振動設想。惟為便利計，先將制振作用，暫置諸不論。今假定無摩擦時之描針運動，為正弦振動，(如三十圖所示之點線)但因運動時有摩擦，中央線MM，可移動至 $M_+M_+$ 或 $M_-M_-$ 處，而生 $\pm r$ 之距離，於是其振動凸形之高(即振幅)與其次反對方向之極大，生 $2r$ 距離之差。依此論法，其凸形之高，順次遞減，馴至距實際之中央線而為微小距離，其振動遂形停止也。今命順次序之振幅為 $a_0, a_1, a_2, \dots$ ，(均為正)則如圖有

第三十圖

次之關係：

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= a_0 - 2r, \\ a_2 &= a_1 - 2r = a_0 - 4r, \\ \dots\dots\dots \\ a_n &= a_0 - 2nr, \end{aligned} \right\} (171)$$

故 
$$r = \frac{1}{2n}(a_0 - a_n).$$



此處所宜注意者，連結圖中各振幅頂點(即極大極小值之點)之線，均為直線，(特稱為頂點線)對於中央線MM點，占對稱之位置。此直線之傾度，每對於振動週期 $T_0$ ，有 $4r$ 距離之接近也。

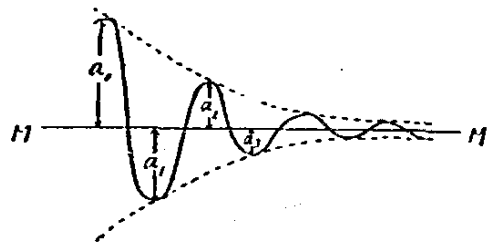
此頂點線於有限距離處與中央線相交。由此可知可動部分間之摩擦影響與其制振作用相較，實有本質的差異。蓋當僅有制振作用而無摩擦時，則其頂點線為指數曲線，其方程式為

$$a = \pm a_0 e^{-\frac{t-t_0}{\tau}} \dots\dots\dots (172)$$

即頂點線與中央線不能於有限距離相交。

第三十一圖

第三十一圖，係表示有制振作用之自己振動，但減衰比約為1.5。



在實際上用全振幅 $l_0, l_1, \dots$ ，較諸

用半振幅 $a_0, a_1, \dots$ , 多便利之處, 即因

$$\left. \begin{aligned} l_0 &= a_0 + a_1 \\ l_1 &= a_1 + a_2 \\ \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (173)$$

故得

$$\left. \begin{aligned} l_n &= l_0 - 4nr \\ r &= \frac{1}{4n} (l_0 - l_n) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (174)$$

即與(171)得同一之關係。

今更將制振作用之條件加入, 即就有摩擦而又有制振作用之自己振動設想, 其在此例, 亦可用中央位置移動之原動理以說明之, 即命無摩擦時之減衰比為 $\epsilon$ , 有摩擦時自己振動之連續振幅為 $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ , 則得

$$\left. \begin{aligned} a_1 + r &= (a_0 - r) \frac{1}{\epsilon} \\ a_2 + r &= (a_1 - r) \frac{1}{\epsilon} \\ \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (175)$$

順次以 $1/\epsilon^{n-1}, 1/\epsilon^{n-2}, \dots$ 乘(175)之第一, 第二,  $\dots$ 等式, 且邊邊相加而變化之, 得

$$a_n + r \frac{1 + \frac{1}{\epsilon}}{1 - \frac{1}{\epsilon}} \left(1 - \frac{1}{\epsilon^n}\right) = a_0 \frac{1}{\epsilon^n} \dots \dots \dots (176)$$

由是其第 $n$ 振幅, 有

$$a_n + r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} = (a_0 + r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1}) \frac{1}{\epsilon^n} \dots \dots \dots (177)$$

之關係。依同理, 對於全振幅亦得同形之式:

$$l_n + 2r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} \left( l_0 + 2r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} \right) \frac{1}{\epsilon^n} \dots \dots \dots (178)$$

惟因 $\epsilon = e^{\frac{T}{2\tau}}$ ,  $\epsilon^n = e^{\frac{nT}{2\tau}}$ 。(參照(124)式)故若 $t_n$ 為與第 $n$ 振幅相應之時間,  $t_0$ 與

$a_n$ 相對應, 則

$$\frac{nT}{2} = t_n - t_0 \dots \dots \dots (179)$$

從而

$$a_n + r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} = \left( a_0 + r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} \right) e^{-\frac{t_n - t_0}{T}} \dots\dots\dots(180)$$

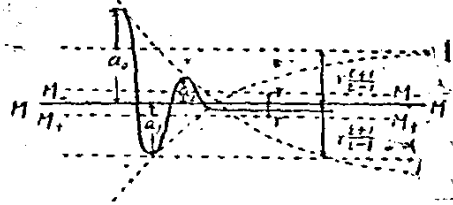
上式可如第三十二圖所示，頂點線  
為指數曲線，與無摩擦時同。然對於中  
央線，則表示有

$$\pm r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1}$$

之移動，故中央線非頂點線之漸近線，

而以距中央線  $r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1}$  距離之二平線為其漸近線，故二頂點線之交點在中央線上。

第三十二圖



又由(177)及(178)知第 n 振幅及全振幅，為

$$a_n = a_0 \frac{1}{\epsilon^n} - r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} \left( 1 - \frac{1}{\epsilon^n} \right) \dots\dots\dots(181)$$

$$l_n = l_0 \frac{1}{\epsilon^n} - 2r \frac{\epsilon + 1}{\epsilon - 1} \left( 1 - \frac{1}{\epsilon^n} \right) \dots\dots\dots(182)$$

又相順序之兩振幅差，則為

$$a_n - a_{n+1} = a_n \left( 1 - \frac{1}{\epsilon} \right) + r \left( 1 + \frac{1}{\epsilon} \right) \dots\dots\dots(183)$$

若同方向兩隣振幅之差，則為

$$a_n - a_{n+2} = a_n \left( 1 - \frac{1}{\epsilon^2} \right) + r \left( 1 + \frac{1}{\epsilon^2} \right) \dots\dots\dots(184)$$

今觀第三十二圖，在中央線上相交之兩點頂線交角，因有制振作用，知較諸  
僅有摩擦時之交角(即第三十二圖所示之頂點線交角)為大。即僅有摩擦時之頂點  
線，每經過 T 時間後，有  $8r$  之距離，而現在之例，則尚不止此。

13. 可動部分之摩擦影響(其三) 本節更就可動部分，當既有摩擦而又有週  
期的地震動，及其他擾亂發生時，而研究其可動部分之運動情勢。今地震動及其  
他擾亂之方向，假定為 S 方向，(單就第一種地震動項設想)且將地震計之制振  
作用，暫置不論，則描針之運動方程式，為

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = - \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 a \mp \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 r - V^{(*)} \left( \frac{d\sigma^2}{dt^2} - g_{is} - \Delta g_s \right) \dots\dots\dots(185)$$

今打勝摩擦而使描針開始運動，(設單就變位運動而言)其所需之擾亂 (Störung)

$\sigma$ , 設可表以次式:

$$\sigma = \sum \sin 2\pi \frac{t + \delta}{T_\sigma} \dots\dots\dots(186)$$

則振幅  $\Sigma$  及週期  $T$  之間，不能不滿足次式：

$$\Sigma > \left(\frac{T\sigma}{T}\right)^2 \frac{r}{V(\sigma)} \dots\dots\dots (187)$$

又單就傾斜變化而言，則有

$$i > r/J^{(0)} \dots\dots\dots (188)$$

之關係。上式與擾亂之週期無關係。

今假定地震動或其他擾亂，使描針起甚大之運動，此時若無摩擦，而取適當之時間最初點，則運動可表以

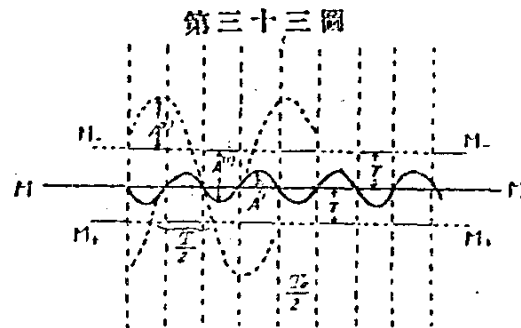
$$a^{(0)} = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \dots\dots\dots (189)$$

之形。

今因受摩擦，其所運動之描針，遂係非連續的運動，致時在相當處所，有停止模樣。但為簡便計，姑設想描針最初在半週期間，向某方向運動，他半週期間，則向他方向運動。則其由摩擦所生之力，作用於描針每半週期間，其強度為一定，而方向與描針運動相反也，可以推知。故由前節所述，將由摩擦所起之力，姑視為一種之 Störung，描針受是種力之作用，而發生吾人所設之假想的運動，然後再將重複 (Superposition) 之原理，應用於此處也。

第三十三圖之實線曲線，為由摩擦力所起之假想的描針運動。圖中用點線所示縱平行線，其間隔為  $T_\sigma/2$ ，即描針向同方向運動之區間。從而在同區間，其摩擦於同方向起一定之作用；在兩區域之境界間，則突然變化其方向。

在該區間內，描針之自己振動，因欲應用中央線移動之原理，故圖中所移動之中央線，以實線表之；自己振動中，(其振幅



為  $A^{(0)}$ ) 現在不必要之部分，以點線表之。由摩擦力所生之假想的描針運動，其相當處所，則用實線表之。(其振幅為  $A'$ ) 在縱點線處描針之加速度  $\frac{da}{dt}$  為不連續，但  $\frac{da}{dt}$  及  $a$  則係連續。

準上所述，知由摩擦力所生之假想的描針運動，為正弦振動一部分之連續，而非完全之正弦振動。

適當選擇時間之最初點，則在所作假想的描針運動部分處，其自己振動，可表以次式：

$$a^{(r)} \pm r = A^{(r)} \cos 2\pi \frac{t}{T} \dots\dots\dots(190)$$

但由圖所示，知

$$A^{(r)} \cos 2\pi \frac{T_\sigma}{4T} = r \dots\dots\dots(191)$$

故由摩擦力所生之假想的運動，其振幅  $A'$  為

$$A' = A^{(r)} - r = r \frac{1 - \cos 2\pi \frac{T_\sigma}{4T}}{\cos 2\pi \frac{T_\sigma}{4T}} \dots\dots\dots(192)$$

設 Störung 之週期  $T_\sigma$ ，小於固有週期  $T$ ，則 (192) 可用級數展開之，即

$$A' = r \frac{\pi^2}{8} \left( \frac{T_\sigma}{T} \right)^2 \left( 1 + \frac{5\pi^2}{48} \left( \frac{T_\sigma}{T} \right)^2 + \dots \right) \dots\dots\dots(193)$$

又描針之速度，在中央線處若為  $\frac{da^{(r)}}{dt}$  則由 (190) 有次之關係：

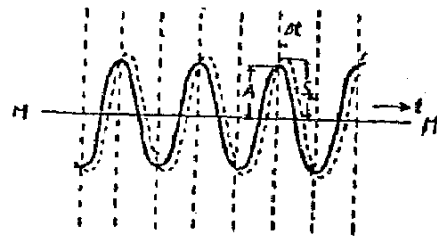
$$\frac{T_\sigma}{2\pi} \frac{da^{(r)}}{dt} = r \frac{T_\sigma}{T} \operatorname{tg} 2\pi \frac{T_\sigma}{4T} \dots\dots\dots(194)$$

今進而推究對於週期的 Störung，且同時有摩擦之地震計描針運動。但依重複之原理，將今所求者，與 (189) 所示之運動，(即無摩擦時對於 Störung 之描針運動) 相重複組合也可矣。

今如第三十四圖所示，用點線所示之曲線，則與無摩擦時之強制振動相當；(即與 (189) 所示者相當) 實線曲線，係將實際上有摩擦時之強制振動，由重複組合所得之結果，即兩曲線之差，用以表顯  $a^{(r)}$  者也。

又縱點線之平行線，位於曲線 (即組合所得結果之曲線) 極大值 (或極小值) 處，則與前第三十三圖所示之此等值相一致，因欲表明此關係，在縱點線處，前第

第三十四圖



三十三圖中假想曲線之速度，與第三十四圖中點線曲線之速度，應其值相等，而方向相反。準乎此，爰不可不有次式：

$$S_a \sin 2\pi \frac{\Delta t}{T_\sigma} = \frac{T_\sigma}{2\pi} \frac{da^{(r)}}{dt} \dots\dots\dots(195)$$

但 $\Delta t$ 則如圖所示，係表示位相之差。即因有摩擦，極大值起有 $\Delta t$ 之位相差，而振幅則減小，遂有

$$A = S_a \cos 2\pi \frac{\Delta t}{T_\sigma} \dots\dots\dots(196)$$

$$S_a^2 - A^2 = \left( \frac{T_\sigma}{2\pi} \frac{da^{(r)}}{dt} \right)^2 \dots\dots\dots(197)$$

之關係。式中之 $A$ ，為有摩擦時強制振動之振幅，而 $S_a - A$ ，則為因摩擦而振幅之減少量。

至若地震動或其他擾動，不能達一定程度之強，則前述之論法，亦有不能應用之時。在此例，即第三十四圖中實曲線之極大(極小)值，不能在吾人最初所假定之位置，蓋在該位置，其曲線亦僅為 $\frac{da}{dt} = 0$ ，其後則更可生增大之情勢。此限界在縱點線之位置，如該曲線之 $\frac{d^2}{dt^2}$ 不可不恰等於零，而其時之條件，則為

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 A^{(r)} \cos 2\pi \frac{T_\sigma}{4T} = \left( \frac{2\pi}{T_\sigma} \right)^2 S_a \cos 2\pi \frac{\Delta t}{T_\sigma} \dots\dots\dots(198)$$

由(191), (195), (196)(197)等式，且如第三十四圖所示，由 *Störung* 所起之描針運動，當無摩擦時，其振幅至少為

$$S_a = \left( \frac{T_\sigma}{T} \right)^2 r \sqrt{1 + \left( \frac{T}{T_\sigma} \right)^2 \operatorname{tg}^2 2\pi \frac{T_\sigma}{4T}} \dots\dots\dots(199)$$

從而實際之描針運動，其振幅至少為

$$A = \left( \frac{T_\sigma}{T} \right)^2 r \dots\dots\dots(200)$$

設振幅比上式為小，則描針暫時靜止，而又運動，其運動即備極複雜，而不易推知也。

今更進一步設想前問題中同時存在有制振作用，則應於描針方程式之右邊，加入 $-\frac{2}{r} \frac{da}{dt}$ 之一項。驟見之，問題似更形複雜，然在數學上之運算，則全然與前相同。

為說明便利計，仍如前所述，假定對於地震動或其他擾亂，最初之半週期(即 $\frac{T_\sigma}{2}$ )描針向某方向運動，其他半週期則向他方向運動，而在此各半週期間描

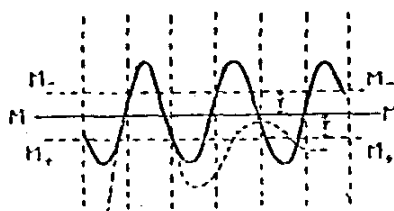


針之自己振動，各各基於中央線之移動。依此論法，對於由摩擦力所生描針之假想的運動，其求法全與前同。

第三十五圖所示者，即與前第三十三圖相匹敵。圖中點線之曲線，為所移動之自己振動；實線之曲線，則為描針之假想的運動，此與前所異者，即兩曲線之分歧點

，不在MM之中央線上也。此因在縱點線上，假想的運動之曲線，其 $\frac{da}{dt}$ 之值為一定，其方向則不可不順次相反對故也。今屬於 $M_+M_+$ 線之自己振動，若適當選擇時間之始點，其曲線得以

第三十五圖



$$a^{(r)} = A^{(r)} e^{-\frac{t}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t}{T} - r \dots \dots \dots (201)$$

表之。今自時間 $t_1$ 至 $t_2$ 自己振動之部分，設想為由假想的描針運動所得之曲線所形成，其時令

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = \Delta t \dots \dots \dots (202)$$

因 $t_2 - t_1 = \frac{T\sigma}{2}$ ，故  $t_1 = \Delta t - T\sigma/2$ ，  $t_2 = \Delta t + T\sigma/2$   $\dots \dots \dots (203)$

在 $t_1$ 與 $t_2$ 之時刻，而有 $a_1^{(r)}$ ， $(\frac{da^{(r)}}{dt})_1$ 及 $a_2^{(r)}$ ， $(\frac{da^{(r)}}{dt})_2$ 與之相應，則決定假想的描針運動之曲線，可有次之條件：

$$a_1^{(r)} + a_2^{(r)} = 0, \quad (\frac{da^{(r)}}{dt})_1 + (\frac{da^{(r)}}{dt})_2 = 0 \dots \dots \dots (204)$$

故由(201),  $\Delta t$  及  $A^{(r)}$  可由次式求之：

$$\text{tg } 2\pi \frac{\Delta t}{T} = \frac{-\frac{T}{2\pi\tau} + \frac{B_1}{B_2} \text{tg } 2\pi \frac{T\sigma}{4T}}{1 + \frac{T}{2\pi\tau} \frac{B_1}{B_2} \text{tg } 2\pi \frac{T\sigma}{4T}} \dots \dots \dots (205)$$

$$A^{(r)} \frac{1}{2} \left\{ e^{-\frac{t_1}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1}{T} - e^{-\frac{t_2}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_2}{T} \right\} = r \dots \dots \dots (206)$$

(205)式中

$$B_1 = e^{T\sigma/4\tau} - e^{-T\sigma/4\tau}, \quad B_2 = e^{T\sigma/4\tau} + e^{-T\sigma/4\tau} .$$

而假想的曲線之振幅，及在縱點線處之速度，則為

$$\bar{a}^{(r)} = A^{(r)} \frac{1}{2} \left\{ o^{-\frac{t_1}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_1}{T} - o^{-\frac{t_2}{\tau}} \cos 2\pi \frac{t_2}{T} \right\} \dots\dots\dots(207)$$

$$\frac{T_\sigma}{2\pi} \frac{d\bar{a}^{(r)}}{dt} = \mp A^{(r)} o^{-\frac{\Delta t \mp T_\sigma/4}{\tau}} \left\{ \frac{T_\sigma}{2\pi\tau} \cos 2\pi \frac{\Delta t \mp \frac{T_\sigma}{4}}{T} + \frac{T_\sigma}{T} \sin 2\pi \frac{\Delta t \mp \frac{T_\sigma}{4}}{T} \right\} \dots\dots\dots(208)$$

(208) 中得任意取上下之符號。

今將如上所述強制的假想振動，(即基於摩擦所得者)與

$$a^{(o)} = S_a \sin 2\pi \frac{t}{T_\sigma} \dots\dots\dots(209)$$

之運動，(即無摩擦時之強制振動)重複組合時，即得現所欲求運動式之目的物。

且前第三十四圖，亦得應用於此處，設  $\Delta t$  為由摩擦所起之位相移動，則有

$$S_a \sin 2\pi \frac{\Delta t}{T_\sigma} = \frac{T_\sigma}{2\pi} \frac{d\bar{a}^{(r)}}{dt} \dots\dots\dots(210)$$

之關係。又因摩擦而振幅減少，其振幅若為  $A$ ，則

$$A = S_a \cos 2\pi \frac{\Delta t}{T} - \bar{a}^{(r)} \dots\dots\dots(211)$$

又若地震動及其他擾動，其週期小於固有週期，而制振作用亦形微弱時，則

(201) 得以

$$a^{(r)} = \pm r 2\pi^2 \left\{ \left( \frac{T_\sigma}{4T_o} \right)^2 - \left( \frac{t}{T} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(212)$$

充分表示之。此處之時間  $t$ ，適用於  $-\frac{T}{4}$  與  $+\frac{T}{4}$  之間，而其運動之最大偏倚距為

$$A' = r \frac{\pi^2}{8} \left( \frac{T_\sigma}{T_o} \right)^2 \dots\dots\dots(213)$$

在縱點線之處，則

$$\bar{a}^{(r)} = o, \quad \frac{T_\sigma}{2\pi} \frac{d\bar{a}^{(r)}}{dt} = r \frac{\pi}{2} \left( \frac{T_\sigma}{T_o} \right)^2 \dots\dots\dots(214)$$

而  $\Delta t$  則於

$$S_a \sin 2\pi \frac{\Delta t}{T_\sigma} = r \frac{\pi}{2} \left( \frac{T_\sigma}{T_o} \right)^2 \dots\dots\dots(215)$$

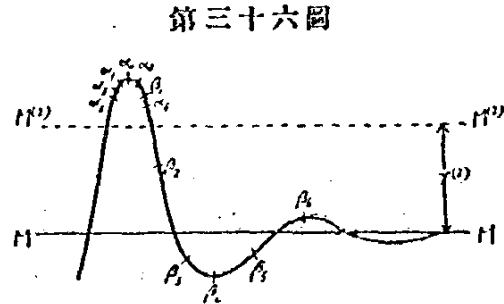
求得之，而因有摩擦，其振幅之減少，則由次式得簡單求出之：

$$S_a^2 - A^2 = \left\{ r \frac{\pi}{2} \left( \frac{T_\sigma}{T_o} \right)^2 \right\}^2 \dots\dots\dots(216)$$

若地震動及其他擾動之週期較大，則問題即形複雜，上所述之簡單方法，即不能使用，無寧由圖示法較為便利。第三十六圖之曲線，係表示有制振作用時描

針自己振動。今於曲線內取出一部分，假想其為由摩擦力所生之強制振動，則如圖中所示， $(\alpha\beta_1)$ ,  $(\alpha\beta_2)$ ,  $(\alpha\beta_3)$ ...之部分，即為所求之目的物。蓋準此論法，在兩端之速度相等，而符號相反也

其時間距離，須等於Störung週期之半  $T_0/2$ ；且其兩端所生偏倚距之算術平均，不可不等於摩擦值  $r$ 。又圖中之  $M^{(1)}M^{(2)}$  點線，為與  $(\alpha\beta_1)$  相當之中央線移動位置，在其他  $(\alpha\beta)$ ，當然各異其位置。質言之，即對於相異之Störung週期，有相異之摩擦值  $r$ ，與之相應也。

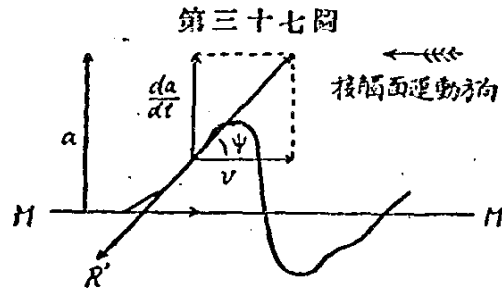


第三十六圖

圖中  $(\alpha\beta_1)$  係  $T_0 = \frac{1}{10}T$ ,  $(\alpha\beta_2)$  係  $T_0 = \frac{1}{2}T$ ,  $(\alpha\beta_3)$  係  $T_0 = T$ ,  $(\alpha\beta_4)$  係  $T_0 = 2T$ 。又如  $T_0 = T/2$ , 而  $\epsilon = 5$  時, 則  $T/2\pi r = 0.512$ ,  $T_0/4r = 0.40$ , 從而  $\Delta t/T = -6.2/360$ ,  $\Delta t/r = 0.055$ ,  $a_1^{(r)} = 0.988A^{(r)} - r$ ,  $a_2^{(r)} = 0.552A^{(r)} - r$ ,  $A^{(r)} = 1.30r$ ,  $\bar{a}^{(r)} = 0.28r$ 。

又觀乎前圖，當  $T_0$  非甚小之值，而為通常的強度之制振作用，則基於假想的摩擦力之振動之振幅，得以知摩擦值  $r$  程度之大小，至對於甚小之 Störung 週期，則摩擦之影響甚小，觀 (213) 式，可以知之。

14. 描針尖端之摩擦 用機械的記錄描針之運動，則描針尖端，不能不有摩擦；而描針接觸面之運動，又與摩擦之大小有關。第三十七圖，表示一種之描針記象：MM 為中央線，接觸面運動方向，為自右而左，其速度為  $v$ 。惟描針運動方向，與接觸面進行方向之關係，每基於器械之製作及調整而異，故此處就其特別之例，論述如下：



第三十七圖

(a) 描針之運動，係直線的，且垂直於中央線時。今如第三十七圖所示，設描針對於 MM 線，其相對運動之角度為  $\psi$ ，則

$$\text{tg } \psi = \frac{1}{v} \frac{da}{dt} \dots \dots \dots (217)$$

至關於摩擦力，則此處仍根據前所述之假設，以為說明。故若描針之運動不停止時，則恆有一定之摩擦力  $R'$ ，作用於運動反對方向。故命  $a$  方向之摩擦力為  $Q^{(R')}$ ，則

$$Q^{(R')} = -R' \sin \psi = -\frac{R' da}{v dt} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{v} \frac{da}{dt}\right)^2}} \dots\dots\dots(218)$$

若  $\frac{da}{dt}$  比  $v$  為甚小之值，則  $Q^{(R')}$  約略與  $\frac{da}{dt}$  成比例；若  $\frac{da}{dt}$  比  $v$  為甚大之值，則與  $R'$  之極大值相接近。由是知在描針尖端所作用之摩擦力，占前述制振作用與可動部分摩擦之中間位置也。

(b) 描針為直線之運動，而其運動方向，則與中央線成  $x$  之傾角。其在此例，即  $x$  角係表示接觸面當靜止時，描針之偏倚距  $a$  與中央  $MM$  所成之角，故如第三十八圖所示，得

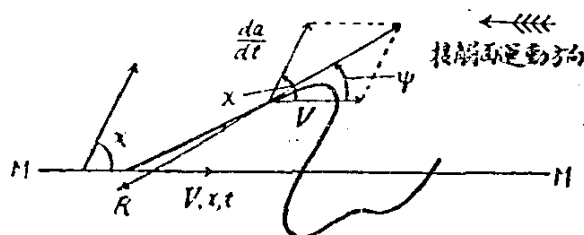
$$\text{ctg} \psi = \frac{1}{\sin x} \frac{v}{da} + \text{ctg} x \dots\dots\dots(218)$$

$$Q^{(R')} = -R' \cos(x - \psi) \dots\dots\dots(219)$$

由此兩式消去  $\psi$ ，即得所求。

第三十八圖

若  $\frac{da}{dt}$  比  $v$  為甚小之值，則

$$\left. \begin{aligned} \sin \psi &= \sin x \frac{1}{v} \frac{da}{dt} \\ \cos \psi &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots(220)$$


從而  $Q^{(R')}$  可書如次形：

$$Q^{(R')} = -R' \cos x - \left(\frac{R'}{v} \sin^2 x\right) \frac{da}{dt} \dots\dots\dots(221)$$

即前者係一定之作用力，後者略與制振作用相似。又若  $\frac{da}{dt}$  比  $v$  為甚大之值，則

$$\left. \begin{aligned} \psi &\approx x \text{ 或 } \psi \approx x - \pi \\ Q^{(R')} &= \mp R' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(222)$$

即與可動部分之摩擦得相同之結果。

(c) 描針之運動畫圓弧時 其最簡單之例，則係描針運動之記象，與中央線  $MM$  垂直相交。但就通例則而論，其交角不能為直角，在此例則可如第三十九圖

所示，描針所畫之偏倚距 $a$ ，以中央線 $MM$ 為基礎，而以之作起算點；復自圓心（即描針所畫圓弧之圓心）引半徑與中央線平行，在該半徑與中央線所夾之弧長為 $\alpha$ 。設 $\psi$ 及 $x$ 為如前節所述之量，而 $x_0$ 為 $a=0$ 時之 $x$ 值，則如圖有

$$x = \frac{\pi}{2} \mp \frac{a}{\rho} \mp \frac{a}{\rho} = x_0 \mp \frac{a}{\rho} \dots\dots\dots(223)$$

之關係。但 $\rho$ 為圓弧之半徑，而式中之複符號，則基於接觸面運動方向，與圓弧中心位置之關係而定。若如第三十九圖所示，則應取上之符號，至描針所受之摩擦力其求法與前條(b)相同，即由次兩式消去 $\psi$ 而得所求之結果。

$$\left. \begin{aligned} \text{ctg } \psi &= \frac{1}{\sin x} \frac{v}{da} + \text{ctg } x \\ Q^{(R)} &= -R' \cos(x - \psi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(224)$$

若描針之速度甚小，則得如前(221)同形之式。且此處因欲得簡單之結果，設描針之偏倚距，亦係甚小之值則(221)中之 $\cos x$ 及 $\sin^2 x$ ，得以 $\cos x_0$ 及 $\frac{a}{\rho} \sin x_0$ 及 $\sin^2 x_0$ 置換之，而得

$$Q^{(R)} = \mp \left( \frac{R'}{\rho} \sin x_0 \right) a - R' \cos x_0 - \left( \frac{R'}{v} \sin^2 x_0 \right) \frac{da}{dt} \dots\dots\dots(225)$$

此際之摩擦力，知為三項：即第一項比例於描針之偏倚距，（回復地震計安定位置之力）第二項為一定之力，第三項宛如制振作用之力。其複號則基於接觸面運動之方向而定。又若接觸面之速度 $v$ ，比 $da/dt$ 為甚小時，則得簡單之式

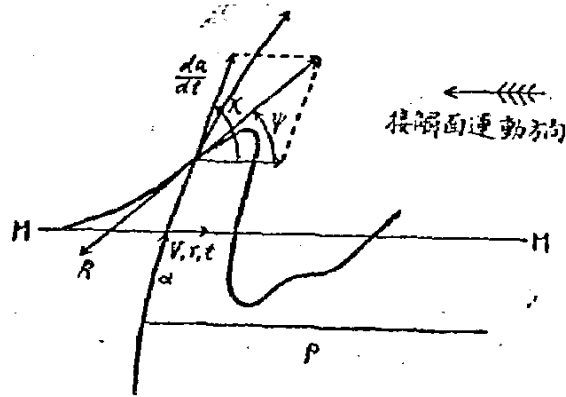
$$Q^{(R)} = \mp R'$$

即與前相同。

今將本節所述者，即描針尖端摩擦之影響，（例如(a)條所述）加入於描針之運動方程式內，得

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = - \left( \frac{2\pi}{T_0} \right)^2 a - \frac{2}{r} \frac{da}{dt} \mp \frac{R}{m} - \frac{R'}{mv} \frac{dv}{dt} \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \frac{1}{v} \frac{da}{dt} \right)^2}} + \text{Störung之項} \dots\dots\dots(227)$$

第三十九圖



其餘如(b),(c)等條，亦得同樣之方程式。

當解釋(227)式時，因為簡便計，設次之二假定：即(1)地震動及其他擾動為非常遲緩之例；(2)地震動及其他擾動為非常急激之例。

(A) 因描針之速度，比接觸面運動之速度，非常遲緩，故描針對於接觸面之相對運動，恆與記象之方向生甚小之傾角。其在此例，描針所畫者，無論為如何之曲線弧，而其一般之運動方程式，可書如次形：

$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\frac{R'}{m} \cos x_0 - \left\{ \left( \frac{2\pi}{T_c} \right)^2 \pm \frac{R'}{qm} \sin x_c \right\} a - \left( \frac{2}{\tau} + \frac{R'}{vm} \sin^2 x_0 \right) \frac{da}{dt} \mp \frac{R}{m} + \text{Störung 之項} \dots (228)$$

式中之  $q$  係表示描針在中央位置時，其所畫弧之曲率半徑。其他諸文字之意味，則約略與前同。含  $R'$  項之複符號，與接觸面運動方向，及曲率方向之兩者有關； $R/m$  之複號，則關於  $\frac{da}{dt}$  之正負。

(228) 式右邊各項之意義，可解釋如次：因有描針尖端摩擦，而週期  $T_c$  變為  $T'_0$ ，其量由次式求之：

$$\left( \frac{2\pi}{T'_0} \right)^2 = \left( \frac{2\pi}{T_c} \right)^2 \pm \frac{R'}{qm} \sin x_0 = \left( \frac{2\pi}{T_c} \right)^2 \left( 1 \pm \frac{r'}{q} \sin x_0 \right) \dots (229)$$

$$r' = \left( \frac{T_c}{2\pi} \right)^2 \frac{R'}{m} \dots (230)$$

$r'$  為關於  $R'$  之摩擦值。若  $T_c$  與  $T'_0$  之間相差甚小，則

$$T'_0 = T_c \left( 1 \mp \frac{r'}{2q} \sin x_0 \right) \dots (231)$$

又 (228) 右邊之第一項。係表示摩擦所生描針之偏倚距為一定，其量  $a'$  有

$$\left\{ \left( \frac{2\pi}{T_c} \right)^2 \pm \frac{R'}{qm} \sin x_c \right\} \left\{ \frac{-\frac{R'}{m} \cos x_0}{\left( \frac{2\pi}{T_c} \right)^2 \pm \frac{R'}{qm} \sin x_0} - a \right\} = \left( \frac{2\pi}{T'_0} \right)^2 \left( -\frac{\frac{R'}{m} \cos x_0}{1 \pm \frac{r'}{q} \sin x_0} - a \right) = -\left( \frac{2\pi}{T'_0} \right)^2 (a' + a) \dots (232)$$

之關係，在最簡單之例，則  $a'$  可以次式表之：

$$a' = r' \cos x_0 \dots (234)$$

上述之二者，在實際上大都影響甚小。此處所最關重要者，則係因此摩擦作

用，而使制振作用增強耳。蓋 Relaxionszeit  $\tau$ ，因摩擦變為  $\tau'$ ，其量由次式求之：

$$\frac{1}{\tau'} = \frac{1}{\tau} + \frac{R'}{2mv} \sin^2 x_0 = \frac{1}{\tau} + \frac{2\pi^2}{T_0} \frac{r'}{w_0} \sin^2 x_0 \dots\dots\dots(234)$$

但此處  $T_0 v = w_0$  觀上式， $\tau'$  之值，因  $v$  之增加而  $\tau'$  與  $\tau$  之差減少。

今地震計恰達無週期限界時，則

$$\frac{T_0'}{2\pi\tau'} = \frac{T_0'}{2\pi\tau} + \frac{T_0'}{4\pi} \frac{R'}{mv} \sin^2 x_0 = \frac{T_0'}{2\pi\tau} + \pi \frac{T_0'}{T_0} \frac{r'}{w_0} \sin^2 x_0 \dots\dots\dots(235)$$

$x_0$  約略與  $90^\circ$  相近，且制振作用極形微弱時，(即  $\tau$  甚大時)則可得

$$R' = \frac{4\pi mv}{T_0'}, \quad r' = \frac{w_0 T_0'}{\pi T_0} \dots\dots\dots(236)$$

即因描針尖端之摩擦，往往容易使達無週期之境界。例如減衰比等於5，而  $T/2\pi = 0.456$ ，則如次式所示，摩擦之強，即達無週期限界。

$$R' = 0.544 \frac{4\pi mv}{T_0'}, \quad r' = \frac{0.544}{\pi} w_0 = 0.173 w_0 \dots\dots\dots(237)$$

(B) 因描針之運動，比接觸面之速度，非常急激，故描針與接觸面之相對運動，宛如接觸面具靜止不動模樣。其在此例，描針之運動方程式，為

$$\begin{aligned} \frac{d^2 a}{dt^2} &= -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 a - \frac{2}{r} \frac{da}{dt} \mp \frac{R+R'}{m} + \text{Störung 之項} \\ &= -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 (a \pm r \pm r') - \frac{2}{r} \frac{da}{dt} + \text{Störung 之項} \dots\dots\dots(238) \end{aligned}$$

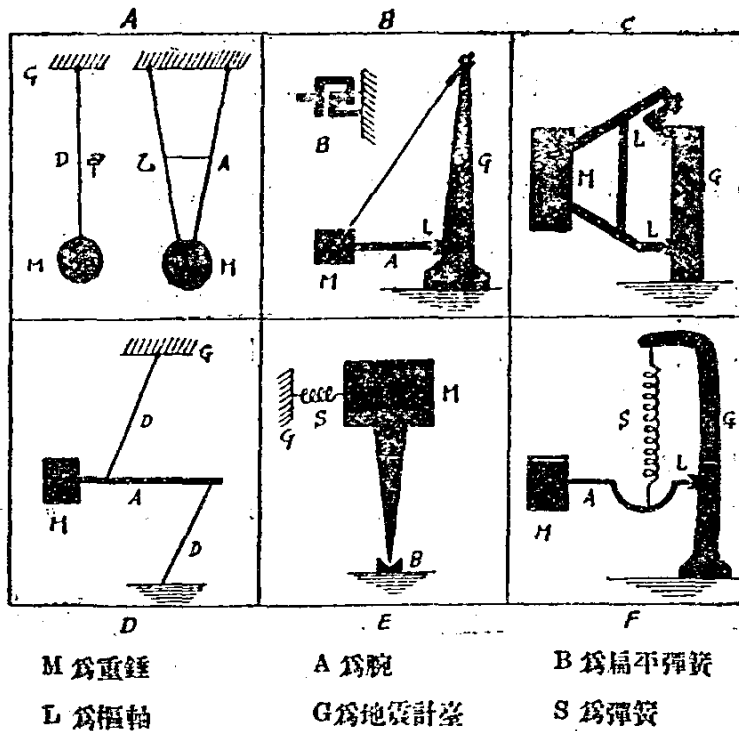
(237) 式之複符號，由  $\frac{da}{dt}$  之正或負，從而取上或下之符號。觀此式，即知描針尖端有摩擦時，與可動部分有摩擦之例，毫無所異。

# 第六章

## 地震計

1. 地震計之種類 由前章之理論，得以製作諸種之地震計，即利用自記裝置，而為種種之地震記錄。器之主要部，為地震計臺。質言之，即與地面有彈性的連絡之振動體也。蓋地震計臺，固定於地面，而地震計之可動部分，對於地震計臺，發生相對運動，即為製作地震計之惟一目的。且就實際而言，可動部分，常使保持安定之平衡，所謂振動體，即在其平衡位置之周圍，而起振動。若其安定度不穩固，(即近於不安定之平衡)於地震觀測上，往往不能達預期之目的，故現時對於稍不安定之地震計，實用上甚為少見。又器械內之可動部分，當起相對運動時，不能不蒙摩擦之抵抗，此種關係，在現今製作地震計上，尚須加以種種之完善設計也。

第四十圖





近時所通用之地震計，其主要型式，大都如第四十圖所示之(A),(B),(C),(D),(E),(F)，其自(A)至(E)均為水平動地震計之型，而(F)則為上下動之型也。

(A)為垂直振子之型，如圖中之甲。此型對於水平動任何方向之地面振動，均能感覺，若加以記錄裝置，即將其地面運動，得記錄於平面上。但通常之垂直振子，則如圖中之乙，振動僅限於一方向。當地震觀測時，僅限於水平振動在該方向之成分，是為通例。

上所述垂直振子型，在地震計之發展上固不無多少助力，但由其固有振動之週期過大，實際上殊多困難，從而此類地震計，近時用之者為極少數。

(B),(C),(D)均為水平振子型，所謂水平振子者，可動部分之振動，約略在同一水平面之謂；從嚴密言之，則迴轉軸幾為垂直軸之謂也。(B)為圓錐振子型，由上方用絲或金屬線吊之，下方則以樞軸(Pivot)或彈簧支持之。日本大森式之地震計及中村式之地震計，均係此型。惟前者則用樞軸，後者則用彈簧支持也。

(C)為水平振子中兩端用樞軸(Pivot)所支持之型。此型大都用於簡單之型，其構造上則與前毫無所異，但有時用彈簧代樞軸亦可。此種地震計，雖於製作暨使用方面，比較的簡易，但摩擦影響甚大，當然非精密之器械，現今之簡單微動計及強震計，多係此型。

(D)為用二線懸掛之水平振子型，或稱為Zöllner型。此型摩擦極小，而係一種理想的懸掛裝置，故為極敏銳之地震計，此外在製作上亦不形困難。惟因敏銳太過。於基本振動方向以外之方向，亦有振動之可能性，故對於急激之地震動，不能得其完全之效果。但現今已有一種補救之設計，彼Galitzin氏地震計之水平動部分，即應用此方法也。

要而言之，(B),(C),(D)各型，基於同一之原理而成：或利用絲之張力而懸掛之，或利用樞軸之壓力而支持之，雖外見上有差異，其實均屬於同一之種類也。

(E)為倒振子型，即在振子之下端，用彈簧支持之，而使之倒立。雖係不安定之位置，然由其彈力，尚可保持其少許之安定平衡。其振動則平面振動，（嚴密言之，則為球面振動）從而在於此種地震計上所記錄之水平地震動，同時得分解

爲兩成分。(即  $x, y$  方向之成分)此型現時最爲流行，東亞方面，如青島觀象臺，上海徐家匯之地震室，及日本各地震觀測所等所用 *wiechert* 之地震計，卽此型也。

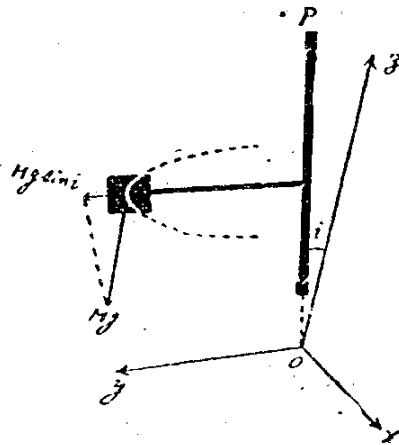
(F) 爲上下動地震計中現今所最通行之型。蓋上下動地震計之重錘，係用彈性螺線懸掛之，惟因欲其固有週期較長，故如前圖所示，支架上出彎曲之槓杆，一端繫重錘，螺線之下端，則連結於槓杆之凹處，使之振動，不過爲垂直振子之一種改良設計而已。

本節僅就地震計之主要部分論述，而未遑論及制振作用及記錄裝置。蓋地震計本分若干種類，此種說明，無寧移諸後節，較爲得策也。

2. 水平振子 水平振子之優點，在於能得週期較長之振動。現今之水平動地震計，大多數爲水平振子型。由物理學上之觀察，振動體中之最簡單者，首推單振子，(垂直振子)然欲得較長之振動週期，甚爲困難，卽欲得十秒之週期，則絲之長約須 25m，是種之長振子，在實際上決不適用，此卽改用水平振子之主要原由也。水平振子之原理，不過欲將作用於振子重力成分，使之減小，從而其安定度亦與之俱減，蓋水平振子之名稱，既由其振子振動，略近水平而得，故其迴轉軸與垂直軸所成之角，極爲微小，此角稱爲水平振子之傾角，通例以  $i$  表之，第四十一圖係表示在重力作用條件下水平振子

第四十一圖

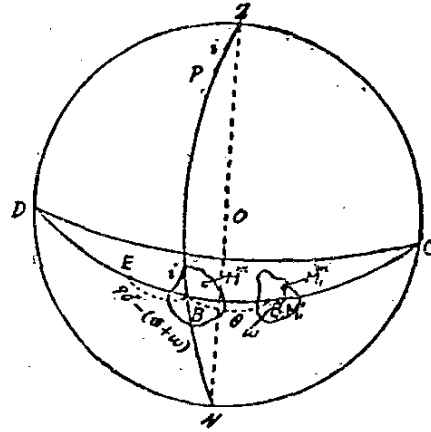
之振動模樣， $Oz$  軸取鉛直之方向，(向上爲正)迴轉軸  $OP$  與  $Oz$  所成之角爲  $i$ ，可動部分在  $y$  之方向。今設想可動部分之全質量  $M$  集於重錘之中心，其處因受重力，有  $Mg$  之力作用之，而方向則向下。惟因可動部分之運動，在垂直於  $OP$  軸之平面內，故  $Mg$  僅有在該平面之分力，卽  $Mg \sin i$ 。由是知水平振子之重力加速度，不爲  $g$  而爲  $g \sin i$ ，至其餘則與單振子(垂直振子)之使用上相同，若不將可動部分之質量視作集於一點時，當然亦得同樣之結果。



今就一般之例，而作水平振子之運動方程式，則如第四十二圖所示，以  $B$  爲

重心之可動部分，由靜止位置而生  $\theta$  角之偏倚，則前在M位置之小部分，（其質量為m）可移至M<sub>1</sub>之位置。今命B與M（或B<sub>1</sub>與M<sub>1</sub>）之經度差為 $\omega$ ，在M小部分之重力為mg，（方向向下）由M<sub>1</sub>至迴轉軸OP之距離為r，則因重力之作用，此小部分所變之

第四十二圖



能率為  $mgr \cos \gamma$ ， $\gamma$  為ON方向與OE方向間之角，E為弧  $\widehat{OBD}$  上之點。該點之決定法，則於弧  $\widehat{OBD}$  取與M<sub>1</sub>同經度之一點M<sub>1</sub>，令M<sub>1</sub>與E之經度差，恰得  $90^\circ$ 。（其方向為自M<sub>1</sub>至E）故CE之方向，若為可動部分之運動方向，而含質量m之小部分，生角度  $\theta$  之移動時，則因重力之作用，同時受欲恢復其原位置之力。而  $Mgr \cos \gamma$ ，即是種力之能率也明矣。惟由直角球面三角形，

$$\begin{aligned} \cos \gamma &= \cos \widehat{EB} \cos \widehat{BN} \\ &= \cos \{90^\circ - (\theta + \omega)\} \cos (90^\circ - i) \\ &= \sin(\theta + \omega) \sin i \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

故該能率為  $Mgr \sin(\theta + \omega) \sin i$ 。若  $\theta$  之方向，如圖所示，向右移動，則  $\theta$  為正，而能率為負。由是因重力作用，可動部分各部分能率之總和，為

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= -\sum mgr \sin i \sin(\theta + \omega) \\ &= -g \sin i (\sin \theta \sum mr \cos \omega + \cos \theta \sum mr \sin \omega). \end{aligned}$$

今命可動部分之全質量為M，自重心OP之距離為r<sub>0</sub>，則因

$$\sum mr \cos \omega = Mr_0, \quad \sum mr \sin \omega = 0.$$

由是得

$$\mathcal{M} = -g \sin i \sin \theta Mr_0.$$

若  $\theta$  為甚小之角，則

$$\mathcal{M} = -g \sin i \theta Mr_0, \dots\dots\dots (2)$$

故可動部分之自己振動方程式，為

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + g \sin i \frac{Mr_0}{K} \theta = 0$$

此處之K爲慣性能率，有時且令

$$l = \frac{K}{M_r} \dots\dots\dots(3)$$

即 l 爲其假想之相當的單振子之長。由是方程式爲

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g \sin i}{l} \theta = 0 \dots\dots\dots(4)$$

由上式觀之，覺與垂直振子相異者，不過變 g 爲 g sin i 而已。故知其自己振動之週期，爲

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sin i}} \dots\dots\dots(5)$$

即欲增大其週期時，不僅限於 l 之增大，而若使傾角 i 之減小，亦可達同一之目的，此即水平振子之優點。例如 l = 20 cm 之地震計，欲得 25 秒之週期，則

$$\sin i = \frac{4\pi^2}{625} \times \frac{20}{980},$$

$$i = 4'26.$$

此種程度之傾角，用於通常地震計，在水平振子地震計理論上，恆令

$$\sin i = i, \quad \cos i = 1,$$

亦無大差也。

今姑想水平振子靜止之位置在 y 方向。當受地震動之影響時，其地震動於 x 方向之水平變位運動爲  $\xi$ ，x 方向之傾斜變化爲  $i_x$ ，及 z 軸周圍之迴轉爲  $\theta_z$ ，則其運動方程式，爲

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g \sin i}{l} \theta - \frac{1}{l} \left( \frac{d^2\xi}{dt^2} - g i_x \right) - \frac{d^2\theta_z}{dt^2} \dots\dots\dots(6)$$

觀此式不過於(4)式中，加入關於地震動之項耳。今以描針之長 l，乘(6)式之兩邊，且因  $I\theta = a$ ， $I = lV^{(z)}$ ，及  $\frac{g \sin i}{l} = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ ，故得

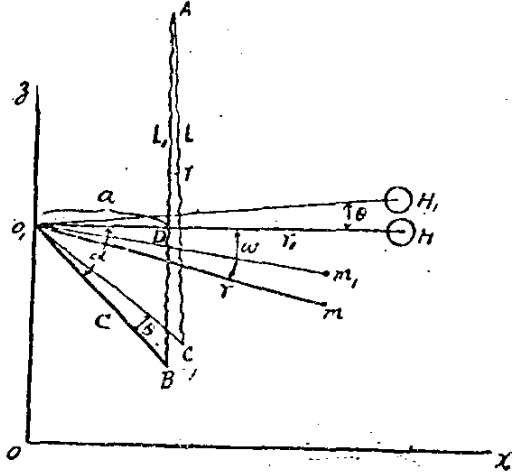
$$\frac{d^2a}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V^{(z)} \left( \frac{d^2\xi}{dt^2} - g i_x \right) - I \frac{d^2\theta_z}{dt^2} \dots\dots\dots(7)$$

此與前章第三節(65)之簡單式相當，右邊末項之係數 I，即  $W^{(\theta_z)}$  之特種之值也。

3. 上下動地震計 製作上下動地震計，其主要部分，既如本章第一節第四十圖(F)所示，即用螺絲懸掛重錘，而使之發生振動也。惟固定於可動部分之螺絲端，其位置務求其下，此爲上下動地震計之特色。蓋由其位置之變化，而得調節其固有週期，宛如水平振子可由傾角 i，而可自由變化其週期也。今如第四十三圖

· A 爲螺線一端之固定點，他端與可動部分連結，其支點爲B。且設想可動部分在水平迴轉軸 $O_1$ 之周圍，自下而上，迴轉 $\theta$ 之角。設H爲可動部分之重心，則H移至 $H_1$ 之位置，可動部分內任意小部分 $m$ 移至 $m_1$ ，支點B則移至 $C$ 。此際因螺線AB之變爲AC，而其張力於是生差異：若 $AB > AC$ ，則張力減弱，可動部分有向下之傾向，其由運動而所生 $\theta$ 之角爲甚小時，則變成安定之平衡。

第四十三圖



今從最初螺線張力之能率設想，因此能率，與作用於可動部分之重力能率相平衡，故有次之關係：

$$P_0 a = -g M r_0 \dots\dots\dots (8)$$

$P_0$  爲螺線長  $L_0$  時 (即 AB 之長) 之張力， $a$  爲  $O_1 D$  之長，故  $P_0 a$  爲螺線張力之能率， $r_0$  爲重心之迴轉軸距離， $M$  爲可動部分之總質量。

因可動部分生  $\theta$  角之偏倚，螺線之長，爰由  $L_0$  變至  $L_c$  (即 AC 之長) 而其張力之變化，則爲

$$P - P_0 = \beta (L - L_0) \dots\dots\dots (9)$$

$P$  爲螺線長  $L$  時之張力， $\beta$  爲對於螺線伸長之彈性係數，由張力之變化，其所生能率之變化，爲

$$\delta W = P_0 c \cos(\alpha - \theta + \gamma) - P_0 a \dots\dots\dots (10)$$

$c$  爲  $O_1 B$  之長， $\alpha$  爲  $O_1 B$  與  $O_1 H$  之交角， $\gamma$  爲螺線方向之變化角，惟因  $\gamma, \theta$  均爲甚小之角，故

$$\begin{aligned} \delta W &= P_0 \left\{ \cos \alpha + \sin \alpha (\theta - \gamma) \right\} - P_0 a \\ &= P \left\{ a + h \left( 1 - \frac{h}{L} \right) \theta \right\} - P_0 a \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

但  $h = c \sin \alpha$ , 即  $O_1H$  線下之支點  $B$  與  $O_1H$  線距離之量也。而

$$L_0 \gamma = c \sin \alpha,$$

得  $\gamma = h / L_0$ .

又由  $L_0 - L = c \cos \alpha = a$

之關係，得

$$P = P_0 + \beta(L - L_0) = P_0 - \beta a.$$

於是(11)式可書如次：

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{M} &= (P_0 - \beta a) \left\{ a + h \left( 1 - \frac{h}{L} \right) \theta \right\} - P_0 a \\ &= - \left\{ \beta a^2 - P_0 h \left( 1 - \frac{h}{L} \right) \right\} \theta \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

但上式之計算，係省去含  $\theta^2$  之項。今命  $K$  為可動部分之慣性能率，則此地震計之自己振動式，為

$$K \frac{d^2 \theta}{dt^2} = - \left\{ \beta a^2 - P_0 h \left( 1 - \frac{h}{L} \right) \right\} \theta \dots\dots\dots(13)$$

此處  $K = \Sigma m r^2$

作用於上下動地震計之地面振動，大都以地面垂直變位  $\xi$  為主，由於此種地震動所生之能率，為

$$- \Sigma r \frac{d\xi}{dt} dm = - M r_0 \frac{d\xi}{dt}$$

將此能率加入於(13)式之右邊，得

$$K \frac{d^2 \theta}{dt^2} = - \left\{ \beta a^2 - P_0 h \left( 1 - \frac{h}{L} \right) \right\} \theta - M r_0 \frac{d\xi}{dt} \dots\dots\dots(14)$$

通常令

$$l = \frac{K}{M r_0} = \frac{\Sigma m r^2}{M r_0} \dots\dots\dots(15)$$

$$n^2 = \frac{\beta}{K} a^2 - \frac{P_0 h}{K} \left( 1 - \frac{h}{L} \right) \dots\dots\dots(16)$$

$l$  之意義，與前節之(3)式同，由是(14)式如次之簡單形：

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} = - n^2 \theta - \frac{1}{l} \frac{d^2 \xi}{dt^2} \dots\dots\dots(17)$$

此運動方程式，係用可動部分之偏倚角  $\theta$  表示。若欲得關於描針運動  $a$  之方程式，則用前節同一之法以  $l$  乘(17)式之兩邊，而由  $l\theta = a$  之關係，得

$$\frac{da^2}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 a - V \frac{d^2\zeta}{dt^2} \dots\dots\dots (18)$$

此式與前章第三節(69)相當。T為週期，V為倍率，在實際之地震計上，當然尚須加入制振作用及摩擦等項。

由自己振動式(13)，知週期T為

$$T = \frac{2\pi}{n} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\beta}{K} a^3 - \frac{P_c h}{K} \left(1 - \frac{h}{L_c}\right)}} \dots\dots\dots (19)$$

若根號內之值為負，則此地震計即不存在有安定之平衡。在此例，當然置諸不論。又觀(19)式，知就同一地震計而言，其T之大小，由h之值而異。設h=0，則週期得簡單之形T<sub>1</sub>，即

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{a^3\beta}} \dots\dots\dots (20)$$

若h<0，則T<T<sub>1</sub>即增加安定度，若h>0，則安定度減少，設h漸次增加，馴至根號內等於零，則達無週期之界限。故知h之增大，宛如與水平振子傾角i之減少相當，所以上下地震計之週期，可得任意調整之。

又(15)式所表示l之量，其意義頗關重要。即假想O<sub>1</sub>H線上有一點，其距迴轉軸O<sub>1</sub>，其長恰等於l，如將可動部分之質量，集合於該點時，則於實際上得同樣之結果，所以此l特稱為振子當長，(Reduzierte Pendellänge)有時或稱為迴轉軸與不動點間之距離，比l在求倍率時，為重要之量，即倍率V，描針之長I，與l有次之關係式：

$$\frac{I}{l} = V \dots\dots\dots (21)$$

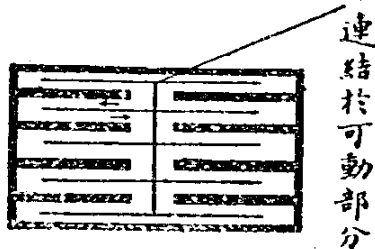
4. 制振裝置 凡地震計不能無制振器，(Damper)其理想之制振器，則可發生一種阻止運動之抵抗力，與地震計可動部分對於地震計臺之相對速度成比例。而現今所用之制振器，大體分為下列三類：

- (i) 基於液體之粘性。
- (ii) 基於氣體之粘性，(渦動粘性)
- (iii) 基於電磁作用。

屬於第一類中所利用之液體，其主要者為油，特稱為油制振器。(Oil damper)即如圖所示，器中灌以油，有數葉之金屬板，可令其在板之平行方向狹小間隙內

移動，由是金屬板與容器壁間之相對運動，因器內油之粘性而起阻止，即生制振作用，此制振作用之強度，由間隙之狹小而增強。故可調節間隙之寬狹，而得任意強度之制振作用。

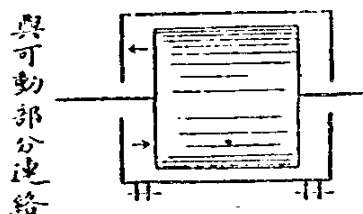
第四十四圖



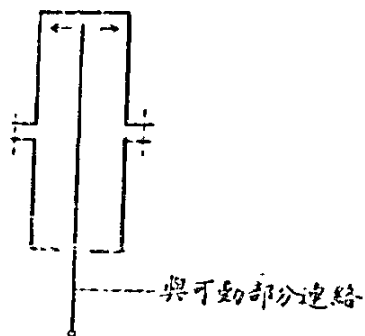
由液體粘性所起抵抗力，大部與相對速度成比例，以此為制振作用，與理論上適相符合，故得充分應用。但實際上當地震動之時，使油動搖，可起反作用，且油亦易溢出，多不便利之處，現今用油制振器者已不甚多，僅強震計，Mainka 上下動地震計等尚用此。

至於利用氣體粘性所製之制振器，係於適當之容器內，置金屬板或金屬圓筒，使其間所餘之間隙甚狹，當金屬板或金屬圓筒與容器壁生相對運動之際，因間隙內空氣之粘性而起抵抗力，其所起之力，大都由於渦動粘性。第四十五圖及第四十六圖，係表示二種之制振器。前者為Wieckert 氏地震計所用，即在圓筒內，

第四十五圖



第四十六圖

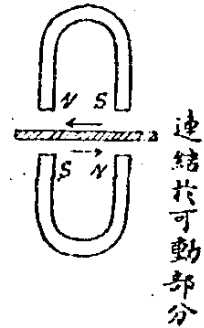


裝置與可動部分連結之其他小圓筒，可在外圓筒中自由運動，兩圓筒間之隙，非常狹小，當內圓筒與地震計之可動部分同時起動搖時，則兩圓筒間之相對運動，由狹小間隙空氣之粘性抵抗，受阻止之力，而此時并蒙其他空氣之反作用及壓縮等。是種之一切抵抗力，大都與相對運動之速度成比例，故可以之達制振之目的。



第四十六圖所示之機械，幾全與第與第四十五圖同，但型式有差異耳，即 Mainka 地震計所用之扇形制振器，在狹小之處，裝置特種之扇形，利用空氣之渦動粘性，使成制振作用；其制振作用之強弱，則歸因於間隙之大小，然實際上欲調整其制振作用，大抵如圖所示，開閉器上空氣逸出之孔而使適當，是為通法。

應用電磁作用之制振器，其大多數根據永久磁石之法，即於其磁石之磁場內，裝置銅板而令其移動，(如圖所示)則其時生 Foucault 之電流，而銅板受其阻止力。故若將銅板連結於可動部分，永久磁石固定於地震計臺，即可利用之而成制振器。此制振作用，因 Foucault 電流，與銅板之速度成比例，故其抵抗力亦與銅板之速度成比例，所以是種制振器，約略與理想的相符合。至其制振度之強弱，可加減相對之兩永久磁石間距離而調整之，用時既極簡便，而又少器械之故障，由是該制振器，現時大有流行之傾向。Galitzin 之地震計，中村式地震計，以及大森式地震計，簡單微動計，強震計，大都均用電磁作用之制振器。



5. 記錄裝置 對於地震計可動部分之地震計臺，因欲記錄其相對運動，故凡自記地震計，不可不有記錄裝置。此種記錄裝置，大體可分為二類：即一為機械的，一為光學的。然就嚴格言之，後者更可細分為二：蓋有藉光之作用，而為攝影的記錄；亦有由電磁作用，將可動部分之運動，變為電流之大小，用電流計而行光學的記錄。

記錄裝置，不僅使記錄可動部分之運動，同時并記錄其擴大模樣。機械之擴大，係基於槓桿之理。但當槓桿運動時，可動部分同時受其反作用，愈欲使之擴大，則所附槓桿愈多，而其所受之反作用亦愈大，從而可動部分，不可不裝置質量較大之重錘。且在此例，描針尖端亦有摩擦，此即機械的記錄使用較大重錘之理由也。至於光學的擴大，則既無反作用，又無摩擦，故所用之重錘，可不必過大，似極便利，但因其有攝影裝置，使用上既極複雜，而需費又巨，故現今使用之自記地震計，大半多採用機械的記錄法。蓋此法通常使描針尖端接觸於油煙紙

之表面，面行記錄，方法既輕便而費用又較省也。

其基於槓杆擴大之理，而為機械的記錄時，則此槓杆亦為可動部分之一部分，且在製作上不能使受地震動之影響，是為普通原則。以故地震計倍率之計算，每每有因此以致誤，斯則不可不特別注意者也，又在機械的記錄方面，描針運動雖垂直於記象紙之進行方向，然其移動之迹，則為圓弧而非直線，計算內尚須加入多少之補正。又油煙紙面與描針尖端間壓力之大小，直接與記象之鮮明度有關，且同時尚須顧慮及摩擦之大小，故時常施行調整手續，尤屬必要也。

光學的記錄法，則係於通常地震計之可動部分，附以小鏡，由其鏡之表面，起方向之角度變化，根據其所發之光線而為攝影的記錄，若施以適當調整，使鏡之位置與記象紙間之距離，相隔甚遠，則其記象即不為圓弧，而幾與直線相近，而當倍率計算之際，因光學的槓杆無反作用，故較為簡單。且記象時並無摩擦，其裝置蓋甚與理想相近，但光線之光度，常須保其一定，而使集於記象紙之一點，則為其必要之調整也。

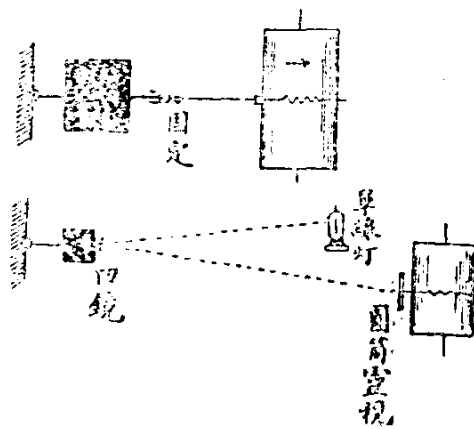
無論機械的或光學的記錄，當記象之際，有時刻記錄符號，同時印於記象紙上，亦極重要。

第四十八圖

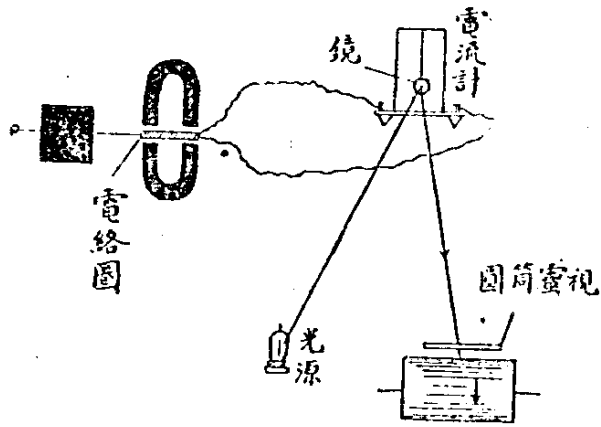
第四十八圖，即係表示機械的及光學的記錄法之簡單圖形。

電流的記象，雖係特種光學的記錄，然須將可動部分之運動，變為電流，在記錄裝置上，為一種特別設計，其優點所在，雖地震計與記錄器相距甚遠，而可以電線連絡之。且若用敏銳之電流計，即可動部分之微小運動，亦能記錄。惟使用既感困難，而

理論上亦有不便之處，尤其是當可動部分急激運動時，電流計不伴之而運動，即不適於實用，從而電流的記象，祇適用測遲緩地震，故此種裝置，可專用以觀測遠地地震。如第四十九圖所示，附着於可動部分之電絡圈，(Coil) 在磁場間運動



第五十圖



·發生電流，而迴路中之電流，因生成感應作用，其附着於電流計之鏡，於是生迴轉運動，而得光學的記錄也。該圖所示，即係其簡單形之裝置。

今將電流計記象之理論，略述如次：（如欲知詳細可參照 Galitzin 所著之地震

學費）由前述之理論，地震計自己振動方程式，其形為

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\epsilon \frac{d\theta}{dt} + n^2\theta = 0$$

而電流計之偏倚角若為 $\varphi$ ，則吾人所熟知之電流計方程式，其形為

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\epsilon_1 \frac{d\varphi}{dt} + n_1^2\varphi = 0.$$

惟因電流計內所流入電流之大小，與 $\frac{d\theta}{dt}$ 成比例，從而電流計之強制振動方程式，為

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2\epsilon_1 \frac{d\varphi}{dt} + n_1^2\varphi + k \frac{d\theta}{dt} = 0 \dots\dots\dots(22)$$

故地震計由地震動而起強制振動時，將其 $\frac{d\theta}{dt}$ 之值，代用於(22)式中而得知電流計內鏡之運動。故若記象紙上光點之偏倚距為 $y$ ，鏡與光點之距離為 $A$ ，即得

$$y = 2A\varphi \dots\dots\dots(23)$$

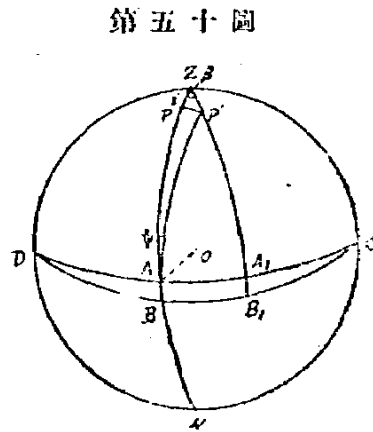
故若地震計之常數 $\epsilon, n^2$ ，及電流之常數 $\epsilon_1, n_1^2$ 並 $A$ ，均為已知數，即可得由地震動所起之種種記象，在通常觀測之例，設器械施適當之調整，可使 $\epsilon = \epsilon_1, n = n_1$ ，從而計算上即較形簡單矣。

6. 傾斜計(Klinograph) 傾斜計有二種：一係測地面之傾斜，其他則用以測地面之傾斜變化。質言之，前者所測者為靜的傾斜，後者則特稱為 Klinograph，即在前章理論內所稱為測定第二種地震動之器械也。但通常吾人所稱為傾斜計云者，則係專指前者而言。

傾斜計在實際上不過水平振子之一應用，今如第五十圖，假定水平振子有  $i$  之傾角，傾於岡之前面，且以  $OA$  為軸，而迴轉  $\psi$  之角，則向下降，而  $D$  往上升，水平振子之靜止位置為  $B$ ，因迴轉而由  $B$  移至  $B_1$ ，而所生之偏倚角為  $\beta$ ，則  $i, \psi, \beta$  之間，有次之關係：

$$\beta = \frac{\psi}{i} \dots \dots \dots (24)$$

何則，由  $\triangle PAP'$ ，得  $\widehat{PP'} = \psi \cos i = \psi$ ；又由  $\triangle ZPP'$ ，得  $\widehat{PP'} = \beta \sin i = \beta i$ ，由是得上式。

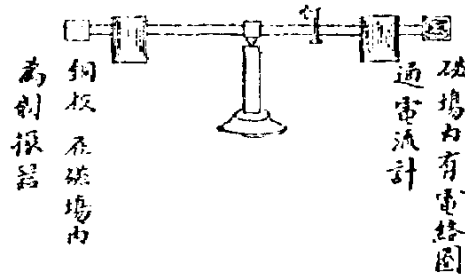


第五十圖

故對於地面傾斜，水平振子之靜止位置，則生  $\beta$  之偏倚。假如  $i$  為甚小之值，則無論  $\psi$  如何微小，必有相當之  $\beta$  值，與之對應，此即表示  $i$  之值愈小，則傾斜計之感度愈敏銳也。又因  $i \propto \frac{1}{T^2}$ ，并知水平振子之週期增大時，愈能成感度靈敏之傾斜計。通常測算地面之傾斜，用二十秒乃至一分之週期者甚多；但欲用自記法記錄傾斜，則無寧附入攝影裝置，而採用光學的方法，較為得策。而其中之最宜注意者，器械及其他裝置，均不能使受溫度變化之影響，當制作時須預行慮及也。

傾斜計中以施柳兌氏 (Schlüter) 所製作者，最為有名，約略如簡單之天秤形。此器如地震計理論所述，其重心位置，極與迴轉軸相近，附有制振器。第五十一圖，係表示其大體之構造。若使重心與迴轉軸相一致，則自己週期可為無限大。

第五十一圖



今若地面發生傾斜，則此可動部分，在空間幾保持靜止情狀，而地面與可動部分發成相對的傾斜。惟就實際而言，如地震動之傾斜，既極微小，而欲施實測，不免感度失之過鈍。故此傾斜計之自記部，不可不有特別之擴大裝置，故施柳兌氏於該器械橫木之一端，懸以特種之鏡，以之為擴大裝置。但如用電流

計記錄裝置，亦係一種良善方法也。

當實際觀測，若可動部分之重心，幾與迴轉軸相一致，而其器械不安定，則不能達使用之目的。故通常令其重心稍稍下移，或用彈力物支持；但如此裝置，此傾斜計已距理想的器械甚遠，不能不受水平地震變位運動之影響。至地面之傾斜及變位兩種，同時相混，則早已不適於傾斜計之用也明矣。

施柳兌氏之傾斜計可動部分橫木之長為150 cm，兩端附以重錘，其值為（各符號可參照前章第三節(51)及(52)兩式）

$$\begin{aligned} \Theta &= 7 \text{ kgm}^2, & I &= 700 \text{ m}, & V^{(x)} &= -\frac{1}{20} \\ M &= 15 \text{ kg}, & L_0 &= \Theta / MS = 12000 \text{ m}, & J^{(x)} &= 6 \text{ m}, \\ S &= 0.04 \text{ mm}, & Z &= Z_A - L_0 = 12000 \text{ m}, & W^{(i_x)} &= 700 \text{ m}, \\ Z_A &= 0 & T &= 20 \text{ sec.} \end{aligned}$$

若應用單振子，而使生上述之作用，則須將長 144 m 之單振子，其一端懸至 15000 m 之高所，其運動為  $\frac{1}{20}$  之縮小記錄時，始得相同之結果也。

設地面之傾斜迴轉，非常遲緩，則如前所述，用水平振子型之傾斜計，或類似水準器之測器，或由其他特種方法，得以詳細觀測。故因太陽及月之引力所起地殼之傾斜，或因潮汐，降水，日射等所起之地面之傾斜，均係非常遲緩，幾可視為靜的傾斜，就此類而實施測定，當然得種種有意義之結果。尤其是地殼面傾斜之研究，因其可為豫知地震之助力，近年最為盛行也。

當地震之際，其地面傾斜變化之測定，雖有施柳兌氏之傾斜計，及他種種設計之測器，漸能發見，然充分實地觀測之施行，尚未見諸事實。此因對於第二種地震動之地震計，容易與第一種地震動相混，而觀測殊形困難故也。然如近年多地震國如日本等，國內學者，研究不遺餘力，於近地地震，類皆有充分之經驗，將來測驗第二種地震動，當然具有可能性也。

本節以下更將現今所通用之各家地震計，述其大概。

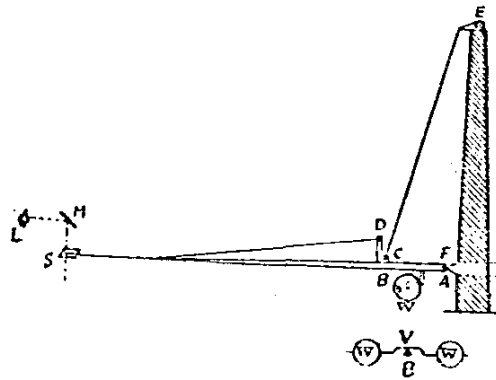
7. 密爾痕氏之地震計 密爾痕氏之地震計，(Milne Seismograph) 其水平振子之特長，則係用鋁製之長管，為其水平槓杆。(五十二圖中之AS) 其長為95cm，槓杆一端S之中央，有薄金屬板，板上開細長之孔，當地盤振動時，則光線可通過

此細孔，而以之為攝影之用，槓杆之他端A，則附有瑪瑙皿，支柱下部突出之金屬尖端F，適接觸於此皿，得以支持槓杆。支柱係鐵製之物，其下出三足，而均係螺旋裝置。螺旋迴轉時，得讀其刻度，以知支柱對於鉛直線之傾度。因支柱對於鉛直線起任意角之傾斜時，吾人欲知槓杆一端S，於水平面內所起對應之變位，故S之細孔附近，附有密里密達尺。

水平振子之重錘，為兩個砝碼所成，(如圖中之W) 即以B為支點，而懸於天秤之兩端者也。V為天秤臂中央之碼瑙皿，V與W之水平距離，為12 cm, 其垂直距離為2.3 cm, 又A與B之水平距離則為3.1 cm,

槓杆AS及其一切附屬品，其重量之和為236g. 若除去重錘，則其他一切之和為19.8g 懸振子之線，其一端固定於小孔C，他端則用輪軸使與支柱之上部相連結，由輪軸之迴轉，而得伸縮其線，E與F之垂直距離為45cm, 水平振子自己振動之週期為15秒，此為密爾痕氏之創意，蓋如此則與世界各地之同形

第五十二圖



振子之記錄比較，方便利也。又S板之下，有密閉之攝影箱，其中為卷成光紙之圓筒，附以適當之時計裝置，由是每分鐘感光紙約可經過1 mm之距離。密閉箱有細孔，在於S板細長孔之下而與細長孔成直角。(攝影箱等之裝置未列入圖內)

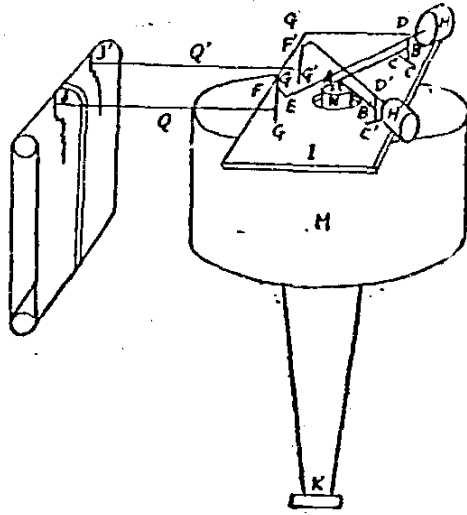
因地震而振子之端起振動，則由光源L所發之光，經平面鏡M而向下反射，過通S板之細長孔，而成直線狀之光線，與密閉箱之細孔相遇；於是箱內之攝影紙，得一點之攝影。故當地盤振動，而S板之細長孔起振動時，光點亦起同樣之振動，由是箱內感光紙起一種波動之印痕。

密爾痕氏之振子，其振動之減衰率甚小。設振動之幅，不及1 cm時，雖經七八回或十數往復振動之後，尚能認出其振動。故地震之際，初期微動，至為明

瞭。又此器械無制振器，且由攝影法而令其自記，故摩擦之影響較少；然振子之固有振動，非常顯著，其初期微動以後之相，而欲求明顯，頗為困難也。

8. 維開爾氏之地震計 (Wieckert's Seismograph) 氏之地震計，現時最為流行，已述於前。其器械有大小兩種，今將其大體之構造，說明如次：即如第三十三圖所示，M 為非常重之重錘，支持於一種特別構造之支點上，而使之直立；K 係由發條所成之器，得於東西或南北方向振動，K 與重錘組合，可成一倒振子之形。重錘之中央，有突起狀物 N，突出於板 I 之上，(板 I 與地盤相接續) 由 N 上端 A，出二槓杆 AB 及 A'B'，其方向適與東西及南北相一致，其一端 B 及 B'，各與槓杆 CGD 及 C'D' 相連結。此兩裝置，全然相同，僅其方向有 90° 之差，此處只記述其一種，而即可該括其他一種也。

第五十三圖



由預定之設計，OCD 得以 CO 為軸而起迴轉運動，槓杆 DE 與 CCB 連接而平行於 AB，HDE 之一端與描針相連，他端則接續於制振器 II，即 DE 之一端 E，經由 F 點而接於 GG 之軸，若重錘在 AB 之方向運動，則 DE 即迴轉於 GG 軸之周圍，於是描針即向 DE 之方向運動，而於煤烟紙 J 上，依樣記錄也。至 CCB 及 GG，則均固定於板 I 之上，而重錘之頭部，係鐵片所組立之圓筒形，其大者直徑 80 cm，高 40 cm，其重約為 1000 kg，其中央突起物 N 之直徑，約 8 cm，而倒振子之高約為 1 m。

重錘之下部為柱狀體，其最下部則接續於互成直角之兩發條物上，如第五十四圖所示， $\alpha'$  為固定於地盤之部分， $\alpha$  為壓重錘重量之部分， $\alpha$  之下有二發條 f, f，重錘得以 f, f 為軸，而往復振動。又有 p, p' 二發條，固定於  $\alpha'$  上，其構造與 f, f 全同。但  $\alpha$  與  $\alpha'$  則如圖所示，互為直角而結合，故重錘亦得以 p, p' 為軸而往復振動。設 ff 為東西向，則重錘即得於東西及南北兩方向自由振動，從而對於任意方

向之振動，皆得視為此兩方向之合成振動。

用制振作用，以減殺地震計之自己振動，為維開爾氏所創始。氏所用者為空氣制振器，其構造與作用，已述於本章第四節。蓋此器之優點，如將空氣流通之孔關閉，則抵抗力非常增加，即較重之重錘，其所生之自己振動，亦得阻止也。

在實際上維開爾氏之地震計，其裝置備極複雜，且近時并加以改良，決不如第五十三圖之簡單，但其基本裝置之原理，則仍未少變。

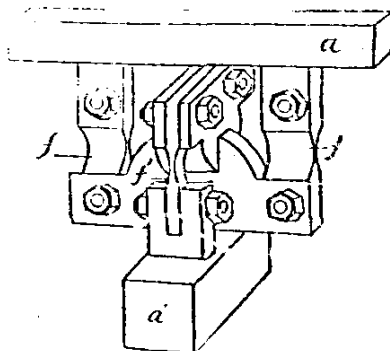
9. 加里青氏之地震計(Galitzin's Seismograph) 氏之地震計，其水平振子，係用 Zöllner 型，地震計臺之三足，均為三水平螺旋；重錘之重為7kg. 因欲自記不動點之振動，故如第五十五圖所示，不動點M之先端E，用適當裝置，附有四個電絡圈，(Coil)夾於方向相對之一對馬蹄形磁石GG內，又電絡圈之近傍F處，置有厚銅板一枚，挾於另一對之馬蹄形磁石 H H 內，而以之為制振作用。

今M起振動時，則與此相連之電絡圈 E 及銅板F，即於馬蹄形磁石所生之磁場內運動，從而電絡圈內起感應電流，銅板中亦發生 Foucault 電流。(Foucault's current) 將電絡圈之電流，導入於一種鏡電流計內，則電流計之鏡，即起迴轉運動，而得電流的地震記象，并同時含有磁的制振作用，如本章第四第五兩節所述，皆得適用於此處。

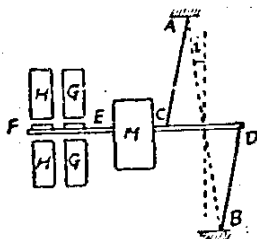
加里青氏之地震計，其記錄圓筒之周圍，約長一米遠；其迴轉速度，每秒為3cm. 此器較比其他地震計感度為敏銳，用以觀測遠地地震，最為適宜也。

第五十六圖，係表示加里青氏上下動地震計(Galitzin vertical component Seism-

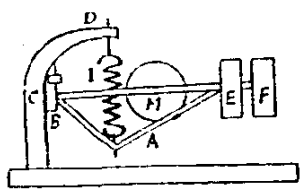
第五十四圖



第五十五圖



第五十六圖



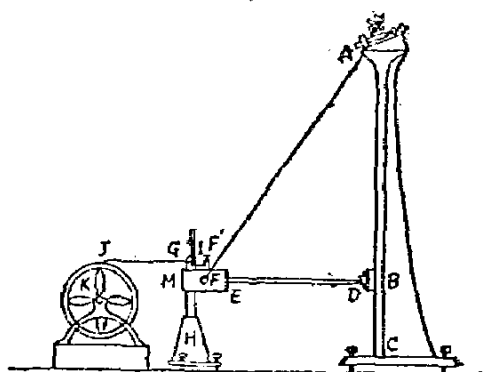


ograph) 大體之構造。此器之裝置框架，長在一米遠以外，其闊與高則均不及一米遠。因欲避免重錘竿之彎曲，故將重錘置於金屬板條B等所組合之架A上；并由器之上部D，出一粗螺線I，連結於架之下部，而保其水平位置。圖中之E及F，則為電格圈及銅板，其作用與水平動地震計所裝置者全同。

10. 大森氏之地震計(Omori Seismograph) 此器亦係水平振子型，如第五十七圖，ABC為鑄鐵製之支柱，由重錘M出一米遠許之橫棒ED，其一端D接觸於支柱之下部B處；支柱之頂部A，則出金屬線AF及AF'二條，以稀結重錘M，而使之成水平。M之重，約為15 kg，AB之長約1 m。

今A與B若在同一之鉛直線上，則對於紙面成直角之地震，M之中央軸，可保持不動之位置。由是以與地盤直接連結之鉛直軸為支軸，而設極輕之描針G，其一端啣接於M中央軸延長部分作刀狀之I處，他端J接觸於記錄圓筒之表面。當地震之時，G點則起運動，而I可不動，故記錄上得以記出地盤之振動模樣。

第五十七圖



實際上A與B兩點，置於於同一鉛直線上，殊多困難點，故AB線與鉛直線成微小之傾角*i*而使M保持安定平衡也。其振子之振動週期，由(5)式知為

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sin i}}$$

也明矣

今進而述重錘M對支柱ABC之壓力，命AF及AF'支持重錘之力，其和為T；重錘壓支點之力為P，則其平衡條件，為

$$\frac{M}{\cos \theta} = \frac{P}{\sin \theta} = T,$$

故

$$P = M \tan \theta \dots \dots \dots (25)$$

$\theta$  為AF或AF'，與AB線所成之角。由(25)式觀之，知壓力P，與錘M之重，及吊線與支柱所成之角有關，從而橫棒之尖端D，如受強壓力，則尖端即磨滅，不能與

支柱接觸於一點，故M之重及DE之長，不能過大，此即該器械之缺點。又因無制振器，故地震之際，其記錄上所受機械自己振動之影響甚大，蓋自己振動之週期，(Free vibration period) 可比地盤振動之週期為大，實際上地震停止後，而尚餘有自己振動也。

除以上所述者外，尚有 Bosch 氏，Mainka 氏，田中館氏，中村氏等之地震計，以及其他之微動計(Tromometer)等，種類甚多。然其裝置上，與上述之地震計，均大同小異，無庸一一記述。惟微動計之構造，與普通地震計相較，其倍率甚大耳。

## 第七章

### 地震計之常數

1. 地震計常數之種類 所謂地震計常數云者，蓋指表示地震計之構造，性能，狀態等諸值而言。凡地震計各有裝置之原理，雖由其使用之目的，而異其構造暨性狀等，可如前章所述。然結局則根據其器械之裝置，而諸種常數，爰以決定，抑亦地震觀測家必要之工作焉。此因用地震計所觀測之結果，其器械當時之狀態，(即其時常數值)苟不預知，則其充分之解析的研究，即無從着手，故地震計之常數，係一種重要之量。惟該常數雖由器械構造之不變，而一定不易，然有時因調整之手續，或因觀測時之狀態，及其周圍之狀況，可變動其值，苟不時常檢定，則觀測地震，可發甚大之謬誤。

地震計之常數。為通常所用者，如次列各種：

- (1)  $T$  固有週期 (Eigenperiod)
- (2)  $\epsilon$  或  $\nu$  減衰比 (Dämpfungverhältnis)
- (3)  $r$  摩擦值 (Maximaler Reibungsausshlag)
- (4)  $(r)_1 = \frac{r}{T_0^2}$  摩擦係數 (Reibungskoeffizient)
- (5)  $M$  可動部分之質量 (Masse)
- (6)  $L$  單振子之相當長 (Äquivalent Pendellänge)
- (7)  $J$  描針之相當長 (Äquivalent Indikatorlänge)
- (8)  $I$  描針之長 (Zeigerlänge)
- (9)  $l$  振子之長 (Pendellänge)
- (10)  $V$  倍率，描針倍率 (Indikator Vergrößerung)

以上所率之常數，其中後者有由其他常數引導而出者，固全非獨立之值也。

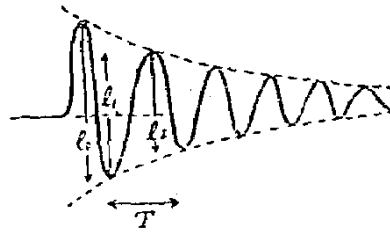
#### 2. 常數之決定(其一)

(1) 固有週期 假定地震計為一種振動體所成，則其可動部分，應有固有週期。所謂固有週期云者，即無減衰現象之理想的自己振動之週期也。原來通常地

震計，均裝置有制振器，雖求固有振動，應將制振器之作用，令非常微弱，而使地震計單有自己振動之意義。但地震計之自己振動，無論如何，終不能免摩擦及制振作用之影響，故求固有週期，不可不將自己振動之週期，完全達到無制振作用時之原狀，所以 $T_0$ 有時稱為Reduzierte Eigenperiod也。

受微弱制振作用及摩擦之自己振動，若如右圖所示之例，應先測週期 $T$ ，而後再求此振動之減衰比。此振動雖由摩擦及微弱制振作用(大抵由四圍空氣之抵抗所生)兩者之影響，而減衰其振幅，但由制振作用所生之減衰比 $\epsilon_0$ ，可由次式得之

第五十八圖



$$\epsilon_0 = \frac{l_1 - l_{n-1}}{l_1 - l_n} \dots\dots\dots (1)$$

式中 $\epsilon$ 傍所加 $0$ 之符號，係表示此非由制振器所生之減衰比，蓋除制振器作用之外，尚有所謂減衰比 $\epsilon_0$ 存在也。 $l_0$ 等為全振幅， $l_n$ 為第 $n$ 全振幅。(n為任意數)又此振動時之摩擦為 $r$ ，則(1)式由

$$\epsilon_0 = \frac{l_1 - 2r}{l_1 + 2r} = \frac{l_1 - 2r}{l_2 + 2r} = \dots\dots\dots = \frac{l_{n-1} - 2r}{l_n + 2r} \dots\dots\dots (2)$$

之關係導出之。

若減衰比 $\epsilon_0$ 之值為已知，則固有週期 $T_0$ ，可由此振動週期 $T$ 求得之，即其關係式為

$$T_0 = \frac{T}{\sqrt{1 + 0.53720 \Delta_0^2}} \dots\dots\dots (3)$$

式中之 $\Delta_0$ ，係由

$$\Delta_0 = \log_{10} \epsilon_0$$

所求得之對數制振度。

(ii)減衰比 $\epsilon$ 或 $\nu$  凡地震計大半均備有制振器，故於觀測時不可不知其制振器之強度。表示制振器強度之強弱，多數用減衰比，然亦有用Relaxationszeit  $\tau$ ，或上述之對數制振度者，但此種之量，亦係從減衰比誘導而出也。設此處地震計上之振動記象，僅受制振作用之關係，則其順次相隣兩凸波之比，即為減衰比也明矣，(當然用順次相隣之兩全振幅以為比)自易由自己振動之記象求得；惟在實

際測定時，不無發生困難，此因自己振動，恆不能免受摩擦之影響，故無寧由前節之(1)式求之，似較便利。但在制振作用甚強之際，其振動經二三往復，往往即呈靜止，即不得利用數多之振幅，故在此例，可用前節(2)式

$$\epsilon = \frac{l_0 - 2r}{l_1 + 2r} \dots\dots\dots (6)$$

求之。惟此式中r，須為既知之量，r如為未知量，則可用次式求之，即

$$\epsilon = \frac{l_0 - l'_0}{l_1 - l'_1} \dots\dots\dots (6)$$

式中之 $l_0$ 及 $l_1$ ，蓋由其他振動所得一對之全振幅。觀第五十九圖自明也。

(III)摩擦值r及摩擦係數( $r$ )<sub>1</sub>或 $\frac{r}{T^2}$  所謂摩擦云者，蓋指欲阻止地震計由可動部分運動所生之抵抗中，有與運動方向正反對之力而言，既於第五章述地震機械理論時言及矣。蓋此類摩擦，一則作用於地震計之可動部分，一則作用於描針先端。細言之，似可分而為二，但通常則將兩者合一而論也。(尤其是關於描針先端者則附以，之符號如r'(r')<sub>1</sub>等)

摩擦值之定義，既述於第五章第11節之(167)及(168)兩式，即r之大小，係表示摩擦力之大小。但摩擦力雖云一定，而與週期之自乘成逆比例而變化，故 $\frac{r}{T^2}$ 係週期等於1之摩擦值之摩擦係數，為求摩擦力大小時之重要之量。

就地震計以求摩擦值，務將制振器之作用，使非常微弱，而令成自己振動。惟由摩擦力及僅少之制振作用，而振動即起減衰情狀，故當此時，由制振作用所起之減衰比 $\epsilon$ 即可如前述公式(1)

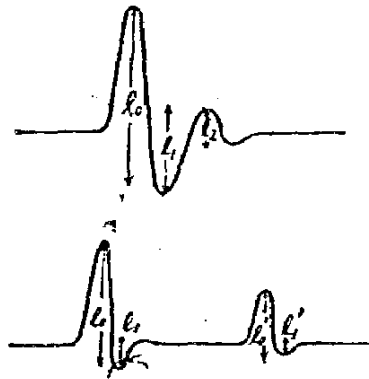
$$\epsilon_0 = \frac{l_0 - l_{n-1}}{l_1 - l_n}$$

求得，由是摩擦值依次式求之，可得精密之結果，即

$$r = \frac{\sum_{n=1}^{n-1} l_n - \epsilon_0 \sum_{n=1}^n l_n}{2n(\epsilon_0 + 1)} \dots\dots\dots (7)$$

其在簡單之例，設n=1。則

第五十九圖



$$r = \frac{I_0 - \epsilon I_1}{2(\epsilon_0 + 1)} \dots\dots\dots(8)$$

摩擦值之測度，通常以密里適當 (mm) 為單位，從而摩擦係數之測度，以 mm/sec<sup>2</sup> 為單位。

摩擦係數，當求地震計之感度時，係一種重要之量。

3. 常數之決定(其二)

(iv) 可動部分之質量 M 地震計之可動部分，通例由較重之重錘所成，蓋充分利用其慣性力，而為製作上之要點也。由此重錘之重量表示，則該地震計之大體模樣，從而感度倍率等，均可藉此得其觀念，以加入於常數中。蓋就實際觀測而言，於可動部分全體之重量，雖有時可僅取含慣性部分之質量，以為常數，惟為簡單計，大多數則就可動部分之全重而言也。實用上凡可動部分，本由重錘與其樞及擴大裝置而成，但後者比前者質量甚小，可置諸省略，而單以重錘之質量為常數，要而言之，所謂常數云者，僅舉大體之值，而非含有嚴密之意味，而普通則以 kg 為其單位之測度。

(v) 單振子之當長 L 單振子之當長，可由固有週期 T<sub>0</sub> 直接求出之。蓋依其定義，宛如與有固有週期 T<sub>0</sub> 之單位振子其長相當也，其公式如次：

$$L = g \left( \frac{T_0}{2\pi} \right)^2 \dots\dots\dots(9)$$

(vi) 描針之當長 J 所謂描針當長云者，即如有前所述單振子當長之長之振子，加以附屬裝置，恰相當於自迴轉軸至描針距離之長也。(此距離若途中尚有槓杆等之擴大裝置則尚須具相當之致獻)換言之，對於 i 之傾斜，(器械上最有效之方向) 描針生偏倚距 a 時，則有

$$a = Ji \dots\dots\dots(10)$$

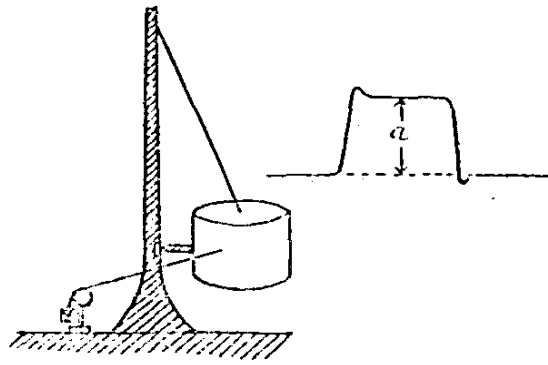
之關係。J 即描針之當長，今將求 J 之法，述之如次：

(第一法) 即(10)式之應用。其法先令地震計臺，略形傾斜，使成微小之角 i，而測描針之偏倚距 a，然後再求 J。至傾斜 i 則由螺旋之步，及螺旋之迴轉角等決定之。若傾斜之方向，與可動部分運動之方向，不能一致時，則尚須以其間夾角之餘弦乘之。

(第二法) 用一定之力，使之作用於可動部分，而使描針生偏倚距之法也。

所謂一定之力云者，普通用銅砵碼之重量代之。其在水平振子之型，則如第六十圖所示，用細絲繫銅砵碼絲之一端，通過重錘之重心，而成水平，使經由滑車而下垂，令其力作用於振子振動之方向，此際描針在記錄圓筒上起偏倚距 $a$ ，設銅砵碼之質量為 $P$ ，(以克蘭姆為單位)重錘之質量為 $M$ ，則描針當長，由

第六十圖

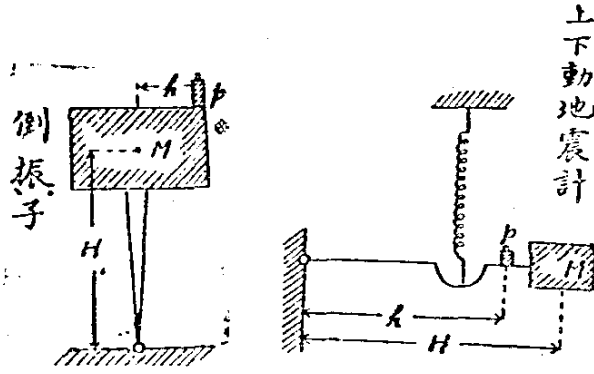


$$J = \frac{aM}{P} \dots\dots\dots(11)$$

求得之。

若在倒立振子或上下動地震計，則銅砵碼之細絲，不能使之通過重心而起作用。其在此例，則由銅砵碼之適當裝置，(如第六十一圖所示)而求可動部分之偶力，而使描針有偏倚距 $a$ ，設 $H$ 為自迴轉軸至可動部分重心之距離， $b$ 為至銅砵碼之距離，則描針當長 $J$ ，由次式求得之，即

第六十一圖



$$J = \frac{aMH}{ph} \dots\dots\dots(12)$$

式中 $p, M$ 均與前同，但在倒立振子之例，則銅砵碼之位置，僅適於描針一方面之運動。

(Vii)描針之長 $l$  所謂描針之長云者，即謂自迴轉軸至描針尖端之距離。但該距離與通常之意味稍異，設器械之中間有廣大裝置等，從而較為複雜，故從最簡便方面，言其定義，若可動部分於迴轉軸之周圍，迴轉 $\theta$ 之角度，而描針之偏倚距為 $a$ ，則描針之長 $l$ ，有次之關係：

$$I = \frac{a}{\sigma} \dots \dots \dots (13)$$

故知直接應用(13)式，以求描針之長，非不可能之事，有時且因器械構造之簡單，尚可用尺度直接測定也。但如後所述，則尚可用其他之量，間接求得之。

(Viii) 振子之長  $l$  此處所云振子之長，係指自迴轉軸至振動中心之距離，(即對於急激振動之暫時不動點)有時稱為 Reduzierte Pendellänge, 此因為說明簡易計，遂將地震計之可動部分，暫視作長度  $l$  之單振子，故遂有是稱也。此  $l$  之長，直接由器械求之，當然可能，即先令可動部分之迴轉軸成水平，使地震計之可動部分，生自己振動，而知其週期為  $T$ ，再由此以求相當之單振子當長，即係振子之長。其在上下動地震計，則令鉛直懸掛之彈簧，(Spring) 發生振動，而施同樣之操作。此法現今固不斷應用，但在一般之例，則不用此方法也。又於水平振子型式之地震計，其傾斜角  $i$ ，得任意變更；其週期  $T_0$ ，則於次式求之，即

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \sin i}} \dots \dots \dots (14)$$

故在傾角次第變化時，若得測其傾角及週期，即可求得  $l$ 。

但傾角自身之測定為不可能，惟有變化其傾角，從而推其週期之變化，再由此以得推求  $l$  之方法也。

(ix) 倍率，描針倍率  $V$  倍率云者，其本來之意味，係指地震計上之描針記錄，將實際之地震動擴大若干倍之謂也。但地震計每由地震動之種類，而其倍率不能一定；故通常所謂倍率者，大都單就某種地震時擴大若干倍而言。其由地震計之構造，所成擴大裝置之倍率，特別呼之為描針倍率。故描針倍率云者，即急速地震動之倍率，即振動中心之運動，在擴大記錄上，增至若干倍之謂也。由是振動中心之位置，(即  $l$  之長)及描針之長  $J$ ，若為已知，即得

$$V = \frac{J}{l} \dots \dots \dots (15)$$

上式亦可云確定  $V$  之定義。若知單振子當長  $L$ ，及描針當長  $J$ ，則  $V$  更可由次式求得之，即

$$V = \frac{J}{L} \dots \dots \dots (16)$$

由前所述之方法，通常對於描針當長，得求其正確之值，而單振子之當長，則由固有週期，可直接導出，從而由(16)式可得  $V$ 。其在水平振子之例，則與求描針當



長之方法相同，由次式求出之，即

$$V = \frac{4\pi^2 a M}{p g T_0^2} \dots\dots\dots(17)$$

其為倒立振子及上下動地震計，則由

$$V = \frac{4\pi^2 a M H}{p g h T_0^2} \dots\dots\dots(18)$$

求之，(17)及(18)式所代用之文字，其意義全與前所述者同，此處爰從省略。

4. 特種之常數 有特種裝置，或由特種目的所製作之地震計，當然有特種之常數。今就其電流記象之地震計而言，則地震計常數之外，更有電流計之常數，如電流計抵抗，及固有週期等皆是也。此外則關於地震計運動，及電流計運動之連絡情勢，暨電流計之鏡與記象圓筒之距離等，皆含有必要之常數，是種常數，及其求法，均揭載於 B. Galitzin 所著之 Vorlesungen über Seismometrie, 此處從略。

測地面遲緩之傾斜運動，則有傾斜計。此器械之製作，通常應用水平振子之理，與普通之地震計無所差異，業已敘述於前。惟記象部分，則記象圓筒之迴轉，須非常遲緩，始合要用之目的，故傾斜計之常數，可云與地震計全同，尤其是靜力學的傾斜變化，描針之尖端，(或光點)對於一秒應起若干距離之移動，此為最關緊要之事實，即所稱為傾斜計之倍率或感度者是也。今若以  $V'$  表此值，則由描針當長之定義，

$$V' = \frac{J}{206000} \dots\dots\dots(19)$$

或

$$V' = V \cdot g \left( \frac{T_0}{2\pi} \right)^2 \doteq 206000 \dots\dots\dots(20)$$

此處之  $V$ ，為描針之倍率。

又如前所述，測地面之傾斜變化，有 Klinograph 之器械。此外測地面之迴轉運動，應有迴轉計。迴轉計現今雖尚未發明，然以後當有完全作成之日，果凡是種器械，業已詳述於第五章之各節，而對於此種迴轉運動  $W$ ，(第二種地震運動)實有知感度之必要。即  $W$  為其重要之常數，該常數詳細求法，此處雖付闕如，但觀第五章中之理論諸節，當可明瞭。

此處更將感度之意義，詳為解釋。蓋感度云者，即地震計感度敏銳與否之謂

，而倍率則為別種之用語。然有時不無混同之弊，惟就正確之意味言之，則兩者間當然差異。感度二字，其定義雖隨人而定，但地震計之感度，吾人可藉次列二條件，以之為定義之標準

(i) 地震計打勝摩擦力而起運動，其所得之最小加速度。

(ii) 在地震記象上，認所有某種擾動之記錄，其所得某擾動之最小加速度。上之(ii)通常為人所漠視，此因地震計之記象，若由甚大之擴大裝置，而得滿足條件(i)之最小加速度，則條件(ii)可概括在條件(i)之內，而當然滿足。但遇記象不明瞭時，或擴大裝置，未達一定之程度，例如雖滿足條件(i)，而使地震計動搖，不能有明顯之記象，則(ii)即為定感度之必要條件。要而言之感度為作用於地震計所得之最小加速度，決不能與擴大若干倍之倍率相混同。惟通常倍率之大小，與器械感度之大小成比例，此即感度一語為倍率代用之所由來也。

## 第八章

### 地震記象

1. 地震記象紙 由地震計之描針運動，以記錄地震，而得所謂地震記象。地震記象，現時分爲二種：一爲光學的記象，一爲油煙紙記象，前者應用攝影術，於記象圓筒之感光紙上，印細小而又明顯之光點，其各種注意事項，與用於攝影術相同；後者則用輕金屬筆尖，記象於油煙紙上，惟所用之紙，必須平滑，然後燻以油煙，則使用時方能減少筆尖之摩擦力，而筆尖亦須滑而細者，使之輕觸於紙面，蓋過重則增加摩擦力，過輕又記象不明瞭也。既得記象後，當用特種之油，刷於紙上，使油煙歷久不剝落，尤爲必要。

在地震記象紙上，記錄地震，通常自左而右。惟筆尖當或上或下振動時，重錘應爲何方向之運動，從而何方向之地震動與之相對應，實有預知之必要。通例記象紙上，書有文字N者，即係記錄地面自南而北之方向，恰與記風之方向相逆，不可混同。

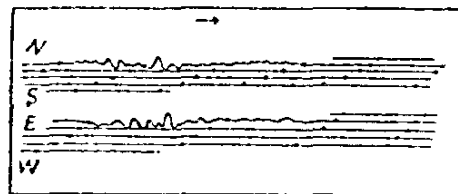
地震記象中，有記錄時刻之記號，或於描針之側打小點，或使描針於一定時間內，使其記象中止一次，或一定分時間內，描針橫動一次，總務須令其明瞭。通常短記號爲一分一次，長記號爲一時間一次

當地震記象時，記象圓筒之迴轉，(即記象之速度)其遲速須適當而均一，

故須與精密之時計裝置組合，使一分間約經過 2 cm. 及至 4 cm. 之長。又記象兩線間之距離，不可過狹，致地震記象，起混淆之弊；但亦不可過寬，致費紙而勞人工，通常以數密里米爲宜。

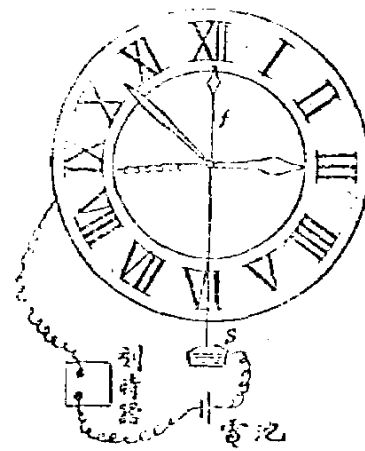
記象紙之時刻記錄，其方法雖有種種，然最普通者，則用打分時計。如第六十三圖所示，f 爲時計面之秒針，即每經一分間，迴轉於時計面一週，其與針尖

第六十二圖



反對之一端，伸出於時計面之外，時計盤下另裝置水銀盞S，秒針與水銀盞之間，設電池及刻時器。（刻時器上裝置電磁石與地震計之描針連接未載於圖中）今如圖以導線作成電路，則秒針每迴轉一週，針端即與水銀盞中之水銀接觸一次，從而電流在導線中發生，而刻時器內之電磁石，由接電之作用，使地震計之描針記錄時刻。

第六十三圖



2. 地震記象(其一) 在通常之例，無地震時，描針亦能起微小運動，此種運動，由廣義言之，稱為脈動。又此脈動之外，有時變其他擾亂，亦可惹起地震計描針之運動。次所舉者，為地震以外之描針運動：

- (1) 基於氣象要素之脈動。
- (2) 基於海浪，水流，及物體落下之脈動。
- (3) 基於車馬交通之脈動。
- (4) 基於動力機關動搖之脈動。
- (5) 當人入地震室，尤其是人行至地震計臺時，其所生描針之動搖。
- (6) 地震計適對風向，或地震室及地震計中各部分間，生空氣對流，尤其是人在地震計傍運動，使描針受感覺而起動搖。
- (7) 基於溫度等急激變化之影響。

以上所舉，雖非地震，而均能使地震計描針發生動搖。然此種描針記象，與其真正地震時之記象相較，實有顯著之差異，經驗較久者，一見即能辨別也。蓋地震之記象，有其固有之特徵者，實因射出地震波之源，位於地殼之深處；而為一種通過地殼內部之波動。若人工的爆發，或物體之落下，其所生之波動，雖為傳播於地表面之表面波，而不甚占優勢。至地震之波動，則本為傳播地殼內部之彈性縱波及彈性橫波，可先表面波而至觀測地點。是故地震之記象，係集合種種性質之波動而成，此因地殼之構造，既極複雜，而地震之際，遂不能不有此等種種複

雜現象也。又近於地震發現處之觀測，與遠於地震發現處之觀測相比較，其記象則生明顯之差異，所以地震記象，可由所謂震央距離之遠近，而為之分類。此外關於震源之位置，暨地震之性質等，亦有特種之記象型，但此處暫不詳述。

今就地震計上記象的地震波動，而簡單敘述如次；即當地震源發生擾亂時，即射出有縱波及橫波二種之彈性波動。若在震央距離較近處，實施觀測，則此二波在記象內，得以辨別也，凡波動於記象內出現時刻，稱為位相，縱波傳播之速度較大，故最先至觀測地點，通常用記號P表之

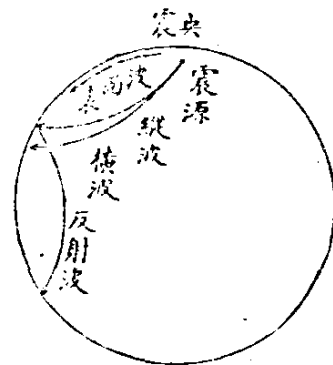
，即 *Primae undae* 之略也。從而記象之最初動搖，稱為P相。縱波到達後，經少許之時，而橫波繼至，亦於記象上現出此記號特稱為S相，蓋 *Secundae undae* 之略也。又地震波動於前記之外，尚有沿地表面傳播之表面波，此表面波之位相，亦有出現於記象中者，通常用記號L表其相，即 *Longae undae* 之略，蓋因表面波之波長為長波也。但表面波之相欲明瞭辨別，須震央距離有相當之大而後可。

若震央距離較大之時，則於前記之諸波外，尚生有反射波即縱波或橫波，經地面一度之反射，而後再達觀測地點之波也。若縱波僅經一次反射，則其位相通常以PP或PR<sub>1</sub>記之，橫波則以SS記之，若係二度反射，則記以PPP或PR<sub>2</sub> (SSS或SR<sub>2</sub>) 又彈性波反射以後，縱波不限定仍為縱波，而亦可生橫波，對於此種波，稱為轉變波 (*Wechselwellen*) 其記號為PS或SP，或更複雜為PSP, SPS等。

當大地震發生之時，表面波及反射波，有由劣弧傳播而至者，亦有由優弧傳播而至者，質言之，即有二種之波存在也。尤其是表面波，其時有繞行地球一週而後至者，故對於是類之表面波，特附以 W<sub>2</sub>, W<sub>3</sub>, W<sub>4</sub>, 等之記號，即最初之波為通優弧而至之表面波第二為繞地一週之表面波，第三為第一波再繞一週後之波，以下順次附其記號。

又由地球之構造而生特殊之波， $\bar{P}$ ,  $\bar{S}$  兩相，為 Mohorovičić 所發見之特殊相

第六十四圖



，即歸因於地面附近，(地下約 60 km 處)地震有不連續層之相也。此外尚有通過地球核心而來之波，則以  $P'$  記之。又於地球核心境界面，有反射屈折等複雜之波，如  $\overline{S_1P_1P}$ ，或  $\overline{S_1P_1SP}$ ，擬於後節再行說明。

3. 地震記象(其二) 凡地震記象，由於觀測地之震央距離而異其情狀，蓋各有相應之記象出現也。故地震觀測，恆以震央距離之遠近，而將地震區分為次列三種類：

a) 近地地震 (Nahbeben) 其震央距離，約至 2000 km 止。且於震央地附近，觀測地震之時，有特附以 Ortsbeben 之名稱者，然如日本等之多地震國，近地震一語，係對於 1000 km 以下而言者亦甚多。要而言之，此等用語，實不能定明確之界限，無寧由地震記象之情狀判別之，較為得策焉。

若震央距離，自 200 km 至 1000 km 則地震記象，可如第六十五圖 (2) 之形。在通常之例，每由不甚明顯之 P 波開始，然後繼以振幅較大之 S 波。然此振幅較大之主要動，其相不為 S 而為 L，其例亦甚多，惟此波每能將橫波隱沒，無寧設想其為 S 波，較覺妥當。此際表面波雖可繼 S 波而出現，但出現之始，不甚明顯，故通常每不取 L 之相。若振動時間稍長，其最終之部分，即宛如設想地層自己振動到達時，則取 C 相，是為通例。

此處應特別注意者，有時 P 相之後，即接續有明瞭之  $\bar{P}$  相存在，該相轉稱為 Mohorovičić 相，為研究近地地震之重要之項目，又有時尚有  $P^*$  相，亦可接續於 P 相之後，但如  $\bar{P}$  或  $P^*$  就其存在而言，不無議論之餘地，即對於任何地震，不敢斷言其一定存在也。即或有該相存在，而觀測不能決定，亦未可知。

近地地震中，比較的稍遠者，為自 1000 km 至 2000 km 之震央距離。其地震記錄，P 及 S 頗為明瞭，其後有時可續以 L 相，有時是否續以 L 相，往往不明。惟此後之繼續時間頗長，所謂終期微動 (Coda) 部分之持續是也。

(b) 遠地地震 (Fernbeben) 係指 2000 km 至 10000 km 之震央距離而言，其中 5000 km 許震央距離之地震，有時稱為中距離地震。(Mittelweite Beben)

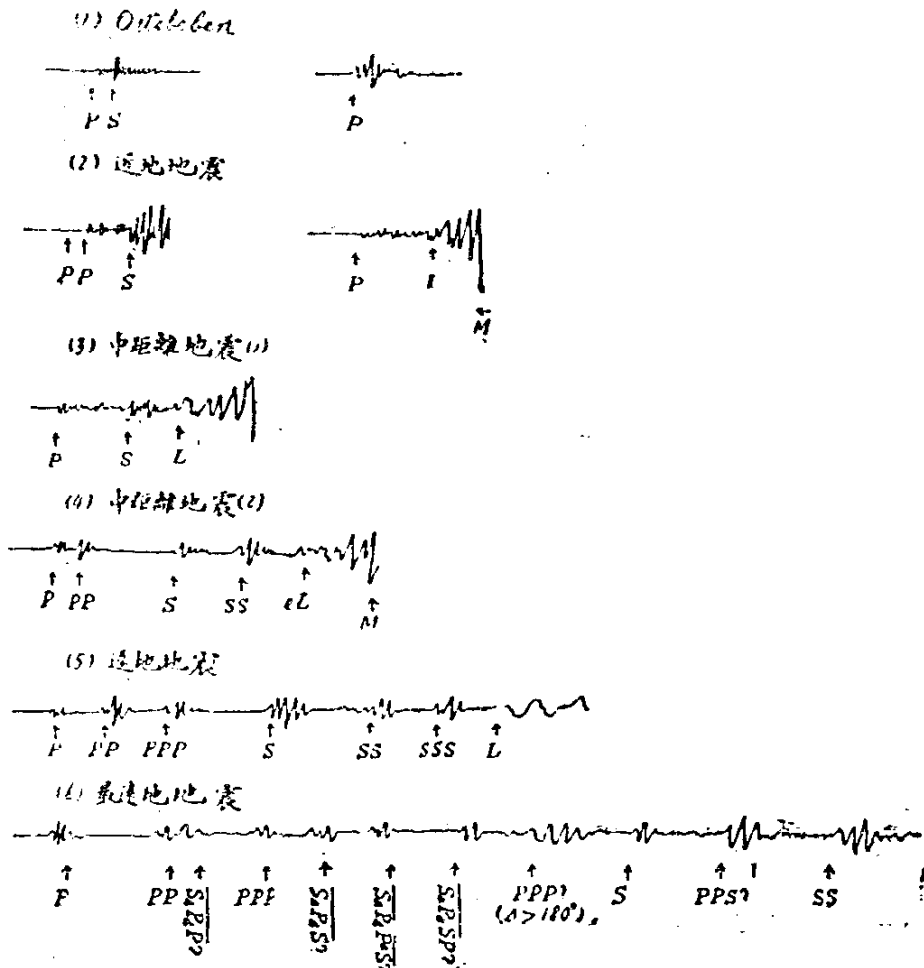
中距離地震，雖指遠地地震中之稍近於近地地震者而言，然其記象之性質，殊與遠地地震相似。惟其中震央距離較小時，則與近地地震之震央距離較大者相

似。第六十五圖之(3),即表示此記象。

中距離地震之一般記象型,則如第六十五圖之(4)所示,最初為P相,繼以反射波PP相,而在通常之例,此PP相比P相為大,又依同理,S相後有繼以SS相者,而後接以長週期之表面波,該相通例不甚明瞭,故圖中特記以L,此L字即表示不明瞭之意,此後再由主要動而入於終期微動。

遠地地震記象型之例,則如第六十五圖之(5)所示,與中距離地震相比,更可見出數多之反射波。又其振動甚緩,當表面波開始時,其週期約自70秒至40秒

許 第六十五圖



，此後則為振幅較大之主要動，其週期約為30秒許，以後週期減至20秒許或20秒以下。又因終期微動，持續較久，此際有如 $W_2$ 或 $W_3$ 之遠路迂回，及更繞地球一週之表面波，可以出現。

(o)最遠地震(Weite Fernboden)係指10000km至20000km許之遠地地震而言。是種地震通過地球核心之波，亦可於記象中想像見出之。通例最初出現微弱之相，而PP相大部亦不強大，但至出現S時，由過地球核心種種複雜之反射，或屈折波所組成種種之相，亦隨之而出現，及現L相後，則有多數之極大動M而入終期微動，然後再來 $W_2$ 等之波，第六十五圖之(G)，是其一例。惟相之取法等，現今尚有議論之餘地，今後尚須作進一步之研究也。

第六十五圖所示之記象，不過為理想中之一例，關於種種地震，記象未必一一與此圖相似。蓋地震記象，由觀測地質狀態，及地震計而大異其趣，此為吾人經驗上所熟知之事項也。

4. 地震記象之讀取法 得地震記象，應用數字作報告，而或保存之，故不可不就記象中之諸要素，施行實測，特稱為讀取法，讀取時所用必要之器具，為尺度，計算尺，表，顯微鏡，以及關於讀取之諸表。又有時因達讀取之目的，而用刻尺度之玻璃者。

既得地震記象，而在讀取之前，應先於記象紙上，寫明觀測月日，且由記象紙內，所記錄時刻之符號，明瞭與否，而調查時計及機械，是否發生故障，然後再就次列要項讀取之：

- (1)相之讀取    (2)測是等之時間    (3)週期之測定  
(4)振幅之測定    (5)施適當之補正    (6)記入適當之參考

(1)相之讀取，既述於前節，(參照第六十五圖)蓋就地震記象，及後節所述，對於地震之諸記號法，可自得其會心也。此種會心之處，須由熟練及經驗二者而來，其對於震波之速度，地震計之性能等，均有充分智識之豫備，自為必要事項。惟此處所宜注意者，當讀取種種之相時，必持公平無私之態度，決不可牽強附會，陷於自己獨斷之謬誤。

在近地地震之例，最初為P相，其次為S相，此後所出現者，則取L相及主



要動時極大動  $M_1, M_2$  等。且在通常之例，并取終期微動開始時之  $C$  相。此外若出現  $\bar{P}$  或  $P^*$  及  $\bar{S}, S^*$  等相時，亦不可遺漏，但有時尚有名稱不明之明瞭之相出現，亦必特別記出。（無論何種地震此為必要）

當中心距離甚遠地震，并須留意及反射波之存在，而表面波出現時，雖有數多之極大動，然須經適當選擇，而後讀取之。此外在大地震之例，則須檢查其迂回波或再來波(Wiederkehrwellen)  $W_3, W_4$  等之有無，尤為必要。

至於最遠距離地震，由於地球核心之存在，其時對於種種之相，務須特別注意；而迂回波及再來波之留意，亦不可忽略。尤其是在初動附近，於問題至有重要關聯，對於其記象不明瞭處，更有注意必要。

(2) 相之讀取既畢，迨觀測其發現時刻。由本章第一節所述，地震計之附屬裝置中，設有精確之時計，從而記象紙上，可由此而得任意時刻之記錄，惟是種時刻記錄，尚須加入補正耳。（即時計之補正及記錄與時刻符號間若有誤差時均須補正）補正既竣，則記象紙上，各相發現之時刻，乃始正確。但記象上所顯之時刻，有時尚有應補正之相，（如極大動之例）須如後(5)所述補正之。

(3) 設時刻符號，得完全記錄，則波動之週期，容易測定。但有時因波動之狀態，而其週期測定，每發生困難，其例亦甚多。

(4) 初動之振幅，各相之振幅，及極大動之振幅，在吾人思考中，均係必要；所以是類之振幅，應悉數測定而記出之。至於振幅之方向，當然亦應記出，但是等中有時須如後(5)所述，加以補正。

(5) 此處所應行之補正，分為二種：即如(2)所述，關於極大動位相遲現之補正，及如(4)所述，應加入於振幅之補正。前者已述於第五章理論中，凡地震動之波動，與地震計描針之運動，其位相不一致，而描針運動，常生若干之遲。後者為振幅之補正，此因用倍率除振幅，而始得實際上地震動之振幅，但倍率由地震動之週期，及地震計之狀態而異，故應就各例所得之倍率，除其相對應之振幅，而求其實際之振幅始可。

對於極大動位相遲現之補正，須由地震計固有週期制振之強，及極大動之週期導出之。蓋由嚴密之意味而言，欲得真正之補正，固甚困難，吾人僅用近似的

方法，姑設想地震動之週期為正弦運動時，其位相應生幾何之遲，而加以補正耳。此補正之量，業已詳於第五章第十節。(其值如二十九圖所示)但實地應用，製成一表，最為便利，次表所列，非係補正值 $\delta$ ，乃係用地震動週期  $T_{\sigma}$  所除得之值，且下表中之 $T_0$ 為地震計之固有週期， $\epsilon$  則為減衰比。

極大動位相遲現 ( $\delta/T_{\sigma}$ ) 之表

$T_{\sigma}/T_0$	$\epsilon=4$	$\epsilon=5$	$\epsilon=8$	$\epsilon=10$	$\epsilon=13$	$\epsilon=23.1$	$\epsilon=\infty$
0.1	0.49	0.49	0.48	0.48	0.48	0.48	0.47
0.2	0.48	0.47	0.47	0.46	0.46	0.46	0.44
0.3	0.46	0.45	0.45	0.44	0.44	0.43	0.41
0.4	0.45	0.44	0.42	0.42	0.41	0.40	0.38
0.5	0.43	0.41	0.40	0.40	0.39	0.38	0.36
0.6	0.41	0.39	0.37	0.37	0.36	0.35	0.33
0.7	0.38	0.36	0.34	0.34	0.33	0.32	0.30
0.8	0.34	0.32	0.31	0.31	0.30	0.29	0.28
0.9	0.30	0.29	0.27	0.28	0.28	0.27	0.26
1.0	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
1.1	0.21	0.22	0.22	0.22	0.23	0.23	0.23
1.2	0.17	0.19	0.19	0.20	0.20	0.21	0.22
1.3	0.15	0.16	0.17	0.18	0.19	0.18	0.20
1.4	0.13	0.15	0.15	0.17	0.17	0.17	0.19
1.5	0.11	0.13	0.14	0.15	0.16	0.16	0.19
1.6	0.10	0.12	0.12	0.13	0.14	0.14	0.18
1.7	0.09	0.11	0.11	0.13	0.14	0.13	0.17
1.8	0.08	0.10	0.10	0.12	0.13	0.12	0.16
1.9	0.07	0.09	0.10	0.11	0.12	0.11	0.15
2.0	0.07	0.09	0.10	0.10	0.11	0.11	0.15
2.2	0.07	0.08	0.09	0.10	0.10	0.10	0.13
2.5	0.06	0.06	0.08	0.08	0.09	0.09	0.12
2.7	0.05	0.06	0.07	0.07	0.08	0.09	0.11
3.0	0.05	0.05	0.06	0.07	0.07	0.08	0.10

次再述加入振幅之補正，即以倍率除所測得之振幅而得者。若地震動係由甚急激地震之衝動而起，則振幅可由地震計之描針倍率所除得者求出之，但如正弦運動所起之波動，而生極大動時，其倍率與描針倍率不同，其理論已述於第五章理論中，且用第二十九圖，表示該倍率之值矣，若地面起正弦運動，而欲使描針運動所記錄之振幅，以求地面運動之振幅，則可使用第二十九圖所示之倍率值。但當通常用例，每作成倍率之表，至為便利。次表所載，非係倍率 $B$ ，而係描針倍率 $V$ 與倍率 $B$ 之比，即係

$$B = V/U \dots\dots\dots(1)$$

關係式中之U之值。蓋由地震計之描針倍率V,表示制振度ε,固有週期T<sub>0</sub>,及地震動週期T<sub>ε</sub>所決定之量也。

倍率補正 U 之表 (  $u = \frac{T_{\epsilon}}{T_0}$  ) 其一

$\frac{u}{\epsilon}$	0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	$\frac{u}{\epsilon}$
2.0	1.00	0.991	0.963	0.917	0.853	0.773	0.678	0.572	2.0
2.2	1.00	0.991	0.964	0.920	0.861	0.785	0.698	0.605	2.2
2.4	1.00	0.991	0.966	0.924	0.867	0.796	0.716	0.633	2.4
2.6	1.00	0.992	0.967	0.927	0.871	0.805	0.729	0.653	2.6
2.8	1.00	0.992	0.968	0.929	0.876	0.812	0.741	0.671	2.8
3.0	1.00	0.992	0.969	0.931	0.881	0.819	0.752	0.688	3.0
3.2	1.00	0.993	0.970	0.934	0.885	0.820	0.765	0.705	3.2
3.4	1.00	0.993	0.971	0.936	0.889	0.833	0.774	0.720	3.4
3.6	1.00	0.993	0.972	0.938	0.893	0.840	0.785	0.735	3.6
3.8	1.00	0.993	0.973	0.940	0.897	0.846	0.794	0.748	3.8
4.0	1.00	0.993	0.974	0.942	0.900	0.852	0.803	0.761	4.0
4.2	1.00	0.994	0.974	0.943	0.903	0.857	0.811	0.773	4.2
4.4	1.00	0.994	0.975	0.945	0.906	0.863	0.820	0.785	4.4
4.6	1.00	0.994	0.976	0.947	0.910	0.868	0.827	0.797	4.6
4.8	1.00	0.994	0.977	0.949	0.913	0.873	0.835	0.808	4.8
5.0	1.00	0.994	0.977	0.950	0.916	0.878	0.842	0.817	5.0
5.2	1.00	0.994	0.978	0.952	0.919	0.882	0.849	0.827	5.2
5.4	1.00	0.995	0.978	0.954	0.921	0.887	0.856	0.836	5.4
5.6	1.00	0.995	0.979	0.955	0.924	0.891	0.862	0.845	5.6
5.8	1.00	0.995	0.980	0.956	0.927	0.895	0.868	0.853	5.8
6.0	1.00	0.995	0.980	0.957	0.929	0.899	0.873	0.860	6.0
6.2	1.00	0.995	0.981	0.959	0.931	0.903	0.879	0.868	6.2
6.4	1.00	0.995	0.981	0.960	0.934	0.906	0.885	0.876	6.4
6.6	1.00	0.995	0.982	0.961	0.936	0.910	0.890	0.884	6.6
6.8	1.00	0.996	0.982	0.962	0.938	0.914	0.895	0.891	6.8
7.0	1.00	0.996	0.983	0.964	0.940	0.917	0.900	0.897	7.0
7.2	1.00	0.996	0.983	0.965	0.943	0.921	0.905	0.905	7.2
7.4	1.00	0.996	0.984	0.966	0.945	0.924	0.910	0.911	7.4
7.6	1.00	0.996	0.984	0.967	0.946	0.927	0.914	0.916	7.6
7.8	1.00	0.996	0.985	0.968	0.948	0.929	0.918	0.922	7.8
8.0	1.00	0.996	0.985	0.969	0.949	0.932	0.923	0.927	8.0
8.2	1.00	0.996	0.986	0.970	0.951	0.935	0.926	0.933	8.2
8.5	1.00	0.996	0.986	0.971	0.954	0.938	0.931	0.940	8.5
9.0	1.00	0.997	0.987	0.973	0.957	0.944	0.940	0.951	9.0
10.0	1.00	0.997	0.989	0.977	0.964	0.955	0.956	0.973	10.0

倍率補正U之表( $u = \frac{T_{\sigma}}{T_0}$ )其二

$\frac{u}{\epsilon}$	0.80	0.90	1.00	1.10	1.20	1.30	1.40	1.50	$\frac{u}{\epsilon}$
2.0	0.467	0.384	0.371	0.458	0.625	0.846	1.09	1.37	2.0
2.2	0.518	0.460	0.466	0.554	0.780	0.918	1.17	1.49	2.2
2.4	0.559	0.519	0.535	0.625	0.711	0.980	1.22	1.49	2.4
2.6	0.589	0.558	0.582	0.667	0.826	1.02	1.26	1.52	2.6
2.8	0.615	0.592	0.623	0.710	0.867	1.06	1.30	1.56	2.8
3.0	0.639	0.624	0.660	0.756	0.906	1.10	1.33	1.59	3.0
3.2	0.665	0.654	0.699	0.794	0.944	1.14	1.37	1.63	3.2
3.4	0.684	0.681	0.727	0.826	0.977	1.17	1.40	1.66	3.4
3.6	0.704	0.707	0.756	0.858	1.002	1.20	1.43	1.69	3.6
3.8	0.723	0.730	0.784	0.887	1.04	1.23	1.46	1.71	3.8
4.0	0.739	0.751	0.807	0.913	1.06	1.26	1.48	1.74	4.0
4.2	0.755	0.770	0.826	0.936	1.09	1.28	1.51	1.77	4.2
4.4	0.772	0.791	0.853	0.962	1.11	1.31	1.53	1.79	4.4
4.6	0.786	0.809	0.874	0.984	1.14	1.33	1.56	1.81	4.6
4.8	0.802	0.827	0.894	1.01	1.16	1.35	1.58	1.83	4.8
5.0	0.814	0.843	0.912	1.02	1.18	1.37	1.60	1.85	5.0
5.2	0.826	0.859	0.929	1.04	1.20	1.39	1.62	1.87	5.2
5.4	0.839	0.873	0.947	1.06	1.22	1.41	1.64	1.89	5.4
5.6	0.851	0.888	0.963	1.08	1.24	1.43	1.66	1.91	5.6
5.8	0.861	0.900	0.978	1.10	1.25	1.45	1.67	1.93	5.8
6.0	0.870	0.911	0.990	1.11	1.27	1.46	1.69	1.94	6.0
6.2	0.880	0.923	1.000	1.12	1.28	1.48	1.70	1.96	6.2
6.4	0.890	0.936	1.02	1.14	1.30	1.49	1.73	1.97	6.4
6.6	0.900	0.948	1.03	1.15	1.31	1.51	1.75	1.99	6.6
6.8	0.909	0.958	1.04	1.17	1.32	1.52	1.76	2.00	6.8
7.0	0.917	0.968	1.05	1.18	1.34	1.53	1.78	2.01	7.0
7.2	0.926	0.980	1.07	1.19	1.36	1.55	1.79	2.03	7.2
7.4	0.935	0.989	1.08	1.21	1.37	1.56	1.80	2.04	7.4
7.6	0.943	0.998	1.09	1.22	1.38	1.57	1.81	2.05	7.6
7.8	0.949	1.01	1.10	1.23	1.39	1.58	1.82	2.07	7.8
8.0	0.956	1.01	1.11	1.24	1.40	1.59	1.82	2.08	8.0
8.2	0.962	1.02	1.12	1.25	1.41	1.60	1.83	2.09	8.2
8.5	0.971	1.03	1.13	1.26	1.42	1.62	1.85	2.10	8.5
9.0	0.986	1.05	1.15	1.28	1.44	1.64	1.87	2.13	9.0
10.0	1.017	1.08	1.18	1.32	1.49	1.68	1.91	2.17	10.0

倍率補正U之表( $u = \frac{T_{\sigma}}{T_0}$ )其三

$\frac{u}{\epsilon}$	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	$\frac{u}{\epsilon}$
2.0	1.67	2.34	3.09	3.93	4.84	5.83	6.96	8.08	2.0
2.5	1.80	2.46	3.20	4.04	4.95	5.95	7.03	8.16	2.5
3.0	1.88	2.54	3.28	4.10	5.02	6.01	7.09	8.24	3.0
3.5	1.90	2.61	3.35	4.18	5.08	6.08	7.15	8.30	3.5
4.0	2.03	2.67	3.41	4.23	5.14	6.13	7.20	8.36	4.0
4.5	2.09	2.73	3.46	4.28	5.19	6.18	7.25	8.41	4.5
5.0	2.14	2.78	3.51	4.33	5.24	6.23	7.30	8.45	5.0
5.5	2.18	2.82	3.55	4.38	5.28	6.27	7.34	8.49	5.5
6.0	2.22	2.86	3.59	4.41	5.32	6.31	7.38	8.53	6.0
6.5	2.26	2.90	3.63	4.45	5.36	6.35	7.42	8.57	6.5
7.0	2.30	2.94	3.67	4.49	5.39	6.38	7.45	8.61	7.0
7.5	2.33	2.97	3.70	4.52	5.42	6.41	7.48	8.64	7.5
8.0	2.36	3.00	3.73	4.55	5.45	6.44	7.51	8.66	8.0
8.5	2.39	3.02	3.75	4.57	5.48	6.46	7.54	8.69	8.5
9.0	2.41	3.05	3.78	4.59	5.50	6.49	7.56	8.71	9.0
10.0	2.43	3.09	3.82	4.64	5.54	6.53	7.60	8.75	10.0

倍率補正U之表( $u = \frac{T_{\sigma}}{T_0}$ )其四

$\frac{u}{\epsilon}$	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0	4.4	4.8	5.2	5.6
2.0	9.33	10.6	12.0	13.5	15.1	18.4	22.1	26.1	30.4
4.0	9.59	10.9	12.3	13.8	15.3	18.7	22.4	26.4	30.7
6.0	9.77	11.1	12.5	14.0	15.5	18.9	22.5	26.5	30.9
8.0	9.89	11.2	12.6	14.1	15.6	19.0	22.7	26.7	31.0
10.0	9.99	11.3	12.7	14.2	15.7	19.1	22.8	26.8	31.1

$\frac{u}{\epsilon}$	6	7	8	9	10	15	20	25	30
2.0	35.1	48.1	63.1	80.1	99.1	224	399	624	899
4.0	35.3	48.3	63.3	80.3	99.3	224	399	624	899
6.0	35.5	48.5	63.5	80.5	99.5	225	400	625	900
8.0	35.6	48.6	63.6	80.6	99.6	225	400	625	900
10.0	35.7	48.7	63.7	80.7	99.7	225	400	625	900

5. 地震記號 地震之報告調查等，其國際記號如次：

(i) 位相之記號

P 第一前走波。

$\bar{P}$  Mohorovicic相。

P' 通過地球核心之縱波。

PR<sub>1</sub>或PP 第一前走波，對於地表面經一回反射之波。

PR<sub>2</sub>或l'PP 第一前走波，對於地表面經二回反射之波。

S 第二前走波。

SR<sub>1</sub>或SS 第二前走波，對於地表面經一回反射之波。

SR<sub>2</sub>或SSS 第二前走波，對於地表面經二回反射之波。

PS, SP 變轉波，即縱波(橫波)對於地表面反射時所變成之橫波。(縱波)

PSP, SPS 變轉波之更複雜者。

L 主要動之長波。

M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub> 主要動之極大動。(此等之時間，係已實施位相遲現之補正。)

C 終期微動。

W<sub>1</sub> 由震央沿地球劣弧所傳來之表面波。

W<sub>2</sub> 由震央沿地球優弧所傳來之表面波。

W<sub>3</sub> W<sub>1</sub>迴繞地球一周後所傳來之表面波。

W<sub>4</sub> W<sub>2</sub>繞地球一周後所傳來之表面波。

F 能辨別之最終動。

此外尚有經過地球內部之不連續面，由屈折所傳來之波，則於記號上附以橫棒，但反射波則否。屈折之際，其不連續面之順序符號，則用數字添數以示區別。例如 $\bar{P}_4\bar{P}_4\bar{S}$ 則係表示由震源發P波，經第四不連續面(即地球核心之境界面)而起屈折，仍為P波，再經地球核心而再屈折後，變為S波時之波。

(ii) 運動之種類及時間，諸量之記號。

i 相之明瞭者。

o 相之不明瞭者。

? 相之可疑者。

T 週期。(以秒為單位)

A 實際上地面振動之半振幅。(以Micron)為單位

此外尚有 $A_N, A_E, A_S$ 為地面振動半振幅南北東西，及上下之成分，(但北，東，上為正) 時間則 Greenwich 平均太陽時之夜半為零時，數至 23 時止。地震動之長單位為Micron,用 $\mu$ 表之。加速度之單位，約為重力加速度百萬分之一。(Milligar) 震央距離，通例用 $\Delta$ 表之，其單位為 Kilometer。

6. 地震報告 凡地震觀測所，均備有觀測原簿，將地震觀測所得之結果，詳為記錄，且以之報告於其他各觀測所。此種報告之樣式，若不一定，則處理備極繁雜。現今環球各國所採用之報告式，大體如次所列，而其記號法則均如前所述。

○○觀測所

緯度——經度——距海面之高——

所使用地震計之名

其常數(倍率，固有週期，減衰比，摩擦係數)

月 日 (Datum)	相 (Phase)	時 刻 (Zeit)	振幅 (Amplitude)			週 期 (Periode)	$\Delta$	備 考 (Bemerkungen)
			$M_N$	$M_E$	$M_S$			

第三行之時刻項，記相之入射時刻；至秒之十分之一止，若有極大勁等之補正時，則所示者為已補正之時刻。又振幅之項，實施關於倍率之補正，而得真正地震動之振幅，應以單位符號 $\mu$ 記入之，并附以正負號(十或一)以定其方向。 $\Delta$ 之處，則係由P, S或L等相之入射時刻所推得之；震央距離，以 Kilometer 為單位記入之。至最後備考欄，若各事項均極明瞭，則可將震央之地名，及其經緯度，震央地被害，或其他關於該地震所發生之諸事件，一一錄出。又如意大利，日本等多地震之國，類多近地地震，大都并將由於人身感覺所得之震度，振動之性質，(急或緩)及地鳴之有無等，加入於備考欄，其例亦甚多。

---

此外尚有所謂脈動之報告者，當然不能與地震報告相混。當有脈動時，其振幅，(三成分)週期，通常於 $0^h, 6^h, 12^h, 18^h$ 觀測之，而作報告，如遇脈動驟然增大或減小時，則記其時刻及狀態。



## 第九章

### 地震波之觀測

1. 走時曲線 因地震波動係由震源而向四圍傳播，故若在地球所設之各觀測所觀測是種種之波動，而得其結果，即可推知該波動在地球表面之傳播模樣。今以橫軸表震央距離，縱軸表波動之到着時間，則對於某波波動，得以曲線表示其傳播狀況，即第四章中所稱之走時曲線(Laufzeitkurve)若震源之深，一定不變；地球之構造，為規則的球狀對稱，則於種種之地震，應得同樣之走時曲線。無如事實上震源既有深淺，地球構造，又決不能若是之簡單，從而走時曲線之形，亦隨之而異。但由吾人日常之經驗，當震央距離甚大時，其走時曲線，約略有一定之值，又走時曲線，因波之種類而異，而地震波因係種種之波所成，故亦有種種之走時曲線。例如縱波，橫波，表面波以及其他各波等，而各有其對應之走時曲線存在。是等之大體模樣，可如第六十六圖所示。該圖係 B. Gutenberg 氏所製作，由觀測結果與推論二者而得，但就其中各小部分觀察，不無可疑之點，而種種走時曲線之大體情狀，則可於是圖推得之也。

此圖中表面波之走時曲線，未經列入，因表面波在地表面傳播，其速度約略為一定，從而其走時曲線成直線形，其直線之傾斜形，當然為傳播速度。但表面波可迴繞地球數次，從而可得數條之走時曲線，是類走時曲線，雖容易由觀測求得之，惟其走時自身之值，(即由震源至觀測所，其波動傳播之時間。)不得而知，故走時曲線，不能絕對的測得，就嚴密言之，應稱為相對的走時曲線，始為合理，惟通常則單稱為走時曲線而已。此因求絕對的走時曲線，須知震源之發震時間，而發震時間之測定，則大非易事也。惟地震震源在地表面時，則事實即形簡單，而容易求其絕對的走時曲線耳。

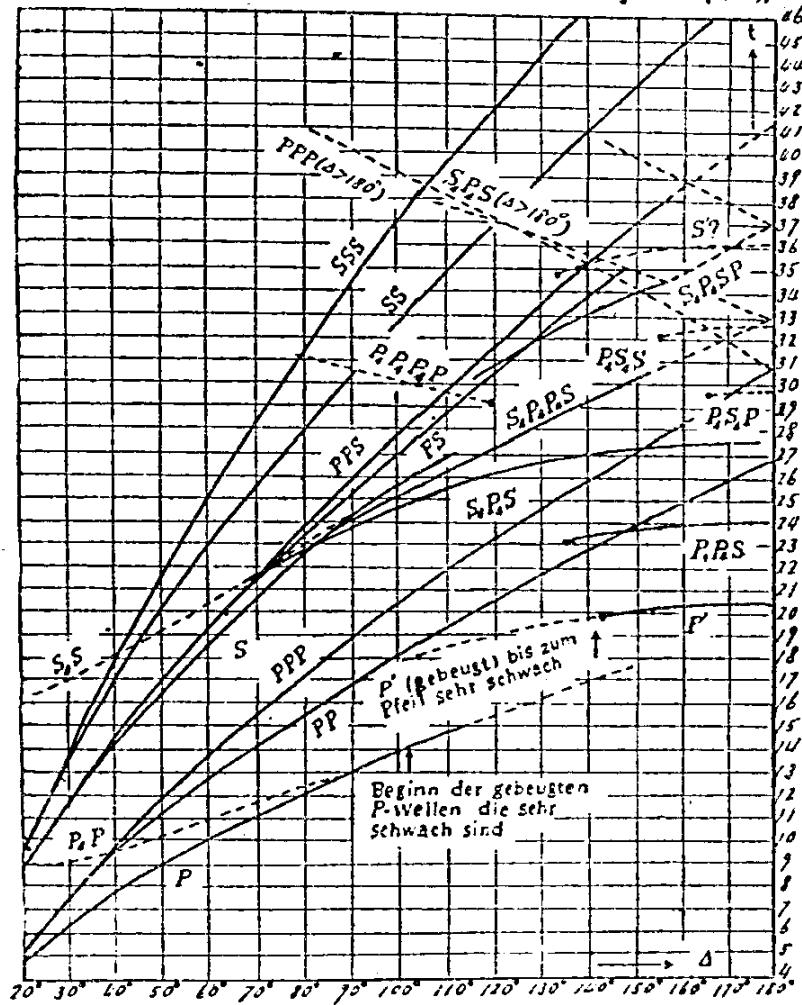
有若干深度之地震震源，其所得之走時曲線，用適當方法變化之，宛如震源在地表面時，其結果相同，則所得之新走時曲線，特稱為還元走時曲線。(Reduzierte Laufzeitkurve)若地球之構造，係規則的球狀對稱，則對於任何地震，應得

同一之還元走時曲線。

走時曲線在地震學方面，為基礎的要項。蓋以此為出發點，而可以明瞭地震之諸性質，再進而涉及地殼內部之構造，亦可藉以推論焉。

第六十六圖

走時曲線分

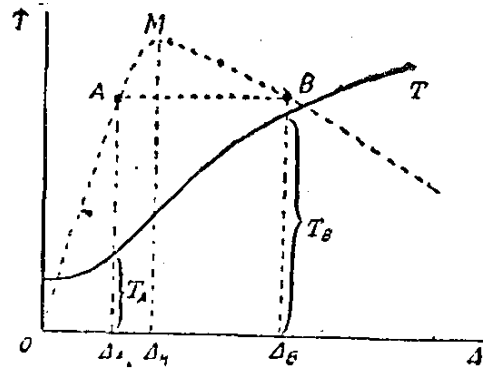


●表示由於理論之焦點 ·····表示不明路

作還元走時曲線，在地震觀測上，頗占重要。此方法由S. Mohrovicic所考得，即如第六十七圖所示，T 為已求得之走時曲線，其點線則為由  $\frac{dT}{d\Delta}$  所表示之曲

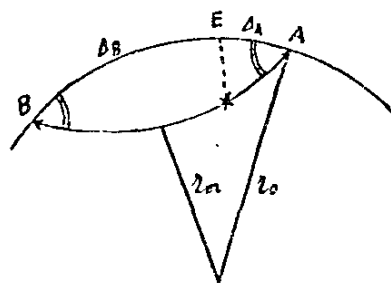
線。今於點線曲線上取A, B 二點令該二點之  $\frac{dT}{d\Delta}$ , 其值相等, 則其對應之震央距離為  $\Delta_A$  及  $\Delta_B$ , 其走時應為  $T_A$  及  $T_B$ , 惟因  $\frac{dT}{d\Delta}$  之值, 係表示震央距離處入射角之大小, 故A, B 二點之震央距離處, 其入射角相等。故可如第六十八圖所示, 即震源位於地表面時, (例如圖中之A點) 而震波取AOB之方向進行, 於事實上為可能。但無論如何, 其震央距離, 應為  $\Delta_A + \Delta_B$ , 其走時應為  $T_A + T_B$ , 所以得由第六十七圖之原走時曲線, 使震源移置地表面A點, 則在B點之處, 當然適當於震央距  $\Delta_A + \Delta_B$ , 及走時  $T_A + T_B$ , 而得以求其還元走時曲線也。

第六十七圖



若震央距離甚小, 則其還元走時曲線, 當然求之甚難。其在此例, 則  $\frac{dT}{d\Delta}$  應由極大值M點震央距離  $\Delta_M$  之二倍震央距離始, 故由還元走時曲線之  $2\Delta_M$ , 其相當於震央小距離處之走時曲線部分, 能由觀測推知之, 即用表面地震材料, 施行外插法也可矣。

第六十八圖



2. 震波之速度 由地震源所發之諸波動, 具有種種之性質, 而向四圍傳播, 其關於傳播速度, 則可由觀測之走時曲線研究得之。惟因地球非係等質構造, 故震波速度在地表面與其內部, 決不能相同, 抑係當然之事實也。

(i) 縱波及橫波

地球之最上表面層。每具有地方的性質之柔軟薄層。但在地震學上, 除特別之例外, 是類之地震層, 通例不列入吾人思考之範圍內。

地球之構造, 大部至其內部, 則為密度及彈性率較大之物質所形成, 已從種種方面推論所及; 而震波之速度, 則大抵入地愈深, (地球之核心附近止) 而愈形

增大，由地震觀測之結果，業已無疑義矣。惟其增大模樣，為連續的，或不連續的，則為當前之重要問題。幸近來之地震觀測，震波速度，在地球內部傳播，可漸次增大，但覺得其間有數個之不連續處，可以存在。

近地球表面之地殼狀態，由近地地震之研究，不無多少之闡明。據 Mohorovičić 等所說，現在地殼上層之震波速度，大體如次表：

	縱 波	橫 波
表面	(P <sub>0</sub> ) 5.5 km/sec	(S) 3.0 km/sec
約 30 km 附近止	( $\bar{P}$ ) 5.7 "	( $\bar{S}$ ) 3.1 "
約 60 km 附近止	(P*) 6.2 "	(S*) 3.4 "
約 60 km 以下	(P) 7.9 "	(S) 4.3 "

由是觀之，震波速度約略一定之二地層，似乎可存在於地表面下。其中對於通過上層之震波，稱為 $\bar{P}$ 波或 $\bar{S}$ 波；通過下層者稱為P\*波或S\*波，此等地層，在地球上未必任何地域，均能存在，僅就大陸方面設想及之，至於大洋下，則其狀況不明也。

至於地殼上層內特種層之下部，其震波速度，業由遠地地震之走時曲線，而加以研究矣。

由上之結果，大約可分地殼為外層，中間層，核心三部分。其在外層，震波速度急激增加，至入中間層，則逐漸增減，及至核心之際，震波速度反形急減。其在核心之中，則為僅少之增大，又可想像而得焉。尤其是核心中橫波存在與否，尚為未確定之問題。又中間層彷彿有數個之不連續層存在。(深約1700km及2450 km等)次表係震波速度大體之值，而第六十七圖則係是種簡單之圖示。

深 度	縱 波	橫 波
地 表	5.6 km/sec	4.5 km/sec
約 60 km (地殼上層之下)	8.0	4.3
約1200 km(外層之中間層之境)	12.4	6.4

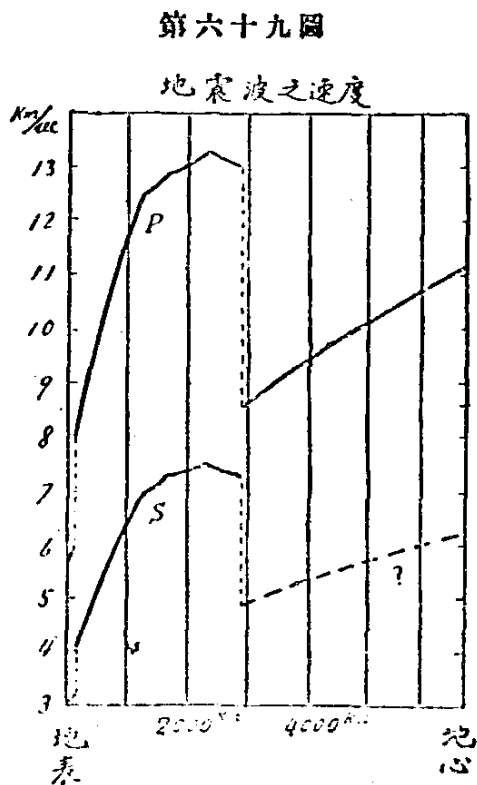
約1700 km(中間層內之不連續面)	12½	7½
約2450 km(中間層內之不連續面)	13½	7½
約2900 km(中間層之最深)	13.—	7½
約2900 km(核心之表面)	8½	5.—?
地 心	11.—	0.3?

原來因地殼內部之地震波速度，缺乏觀測材料，且調查亦殊形困難，故將來或能發見較善之求法，亦未可知。此處所示者，僅現今所求得之一結果，此外尚有因各人求法之不同，而所得結果亦異，抑亦當然之事實也。上表係 Gutenberg 所求得者也。

(ii) 表面波

因震源起地震活動，而震央附近之地帶，遂擾亂而起表面波。表面波者，以一定之速度，(地表面物質為一定時) 傳播地球表面之波也。其速度由於多數人之研究，其波中極大動之速度，已知為 3.8 km/sec 許。但從地球優弧所傳來之波  $W_2$ ，約為 3.7 km/sec 許，稍比前者為小。若係繞過地球一周後再來之波  $W_3$ ，則其速度可減至 3.4 km/sec 許，此原因蓋起於表面波之分散也。

表面波為 Love 波及 Rayleigh 波所成，既述於前，而其傳播速度，則 Love 波恆比 Rayleigh 波為速，故當地震之際，其地震記象中，表面波之最初部分為 Love 波，後繼者為 Rayleigh 波，在記象內實地測出者，不乏其人。但從來當求表面波之速度時，視察間往往涉於曖昧，蓋因求極大動相之速度，基於表面波之分散作用



而欲不誤其相，為明瞭之測定，頗生困難之感也。故表面波之速度，每由所生之地震及所求之人而異。

又表面波之速度，由其所經過之徑路而異，此事為 Angenheister 及 Tams 等所見出。此外則對於地殼之構造，至有關係，亦為多數人論議所及，茲列其值如次：

Angenheister	{ 海洋通過 大陸通過	3.897±0.028 <sup>km/sec</sup>
		3.801±0.029
Tams	{ 海洋通過 大陸通過	4.58—4.70 <sup>km/sec</sup>
		3.87—4.09

因是種之值，實測至為困難，故對於上所列者，當然屢有論議之餘地。且其所示海陸之差，其值未免過大，惟兩者間之必有差異，固毫無疑義也。

3. 射出角(或入射角)及振動角 當地震波觀測之際，其最重要者，厥為波之振動方向；尤其是初動之振動方向，尤應注意。蓋初動為由縱波所形成，故若知其波之進行方向，即可以推知波之徑路，或震源之方向也。此處所稱為射出角者，即如前所述，係指由地殼內射出之波線，與地表面之交角而言。若震波線與地表面法線所成之角，則稱為入射角，而為射出角之餘角。又所稱為振動角者，當橫波之際，(將其振動假想為偏光的振動時)係指振動面與入射面(係一平面含垂直於地表面之震波線者)間之角而言，此二者均須由地震波之觀測而得，但是種觀測之處理，備極複雜。

(i) 入射角之觀測

假定有東西，南北，上下三成分之地震計，以之觀測地震波之初動，且為簡單起見，三地震計并有具同一之常數，則初動振幅之三成分，即係表示震波線之方向，而可以定外見上入射角之值。今命初動振幅之三成分為  $A_E, A_N, A_z$ ，外見上之入射角為  $\bar{i}$ ，則有次之關係：

$$\text{tg } \bar{i} = \frac{\sqrt{A_E^2 + A_N^2}}{A_z} \dots\dots\dots(1)$$

但此  $\bar{i}$  與真正之射出角  $i$  相較，其值不一致，(除特別之例外)業於震波理論中，

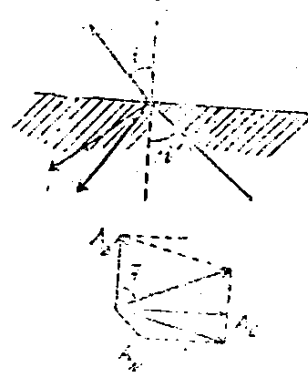
說明其理由矣，即因反射波於縱波之外，更生有橫波也。此外見上之入射角與實際之入射角間，由第三章第四節，知有次之關係：

$$\sin i = \frac{V_t}{V_l} \sin \bar{i} \dots\dots\dots(2)$$

此處之 $V_t, V_l$ 係縱波橫波之速度。通常 $V_t:V_l$ 之值，約為 1.79。(2) 式之計算，可如下表示之，但  $V_t:V_l = 1.789$ 。

當觀測外見上之入射角，如所用之東西，南北，上下之三地震計，其常數不同，則由是等觀測所得之三振幅 $A_E, A_N, A_U$ ，須施以適當之補正，此又務宜注意焉。

第七十圖



外見上之入射角( $\bar{i}$ )		真正入射角( $i$ )	
0°	0'	0	0'
10	0	8	58
20	0	18	6
30	0	27	35
40	0	37	44
50	0	49	7
56	0	57	8
62	0	67	8
66	0	77	0
67	40	84	56
67	58	90	0

此外對於種種之震央距離，由走時曲線之理論，所計算之外見上射出角及實地觀測射出角之平均值，則可如次表所示：

震央距離△	Gutenberg(計算)	Galitzin(觀測)	Schlüter(觀測)
2000 km	51°	—	29°—39°
2500	55	48°	57°
3000	58	45	59
4000	63	42	—
5000	66	44	—
6000	67	48	—
8000	70	62	69
9000	75	67	76
11500	78	72	78
13000	78	74	—

上列各項，基於地殼上層之構造，而生顯著之變化。且因地表附近之地殼構造，頗形複雜，故由外見上射出角之觀測，以求震波線之方向，不甚適當。通常欲求真正射出角，以走時曲線為依據，始為精確，(參照第四章第二節)

(ii) 振動角之觀測

振動角之定義，雖已述於前，然橫波之偏光面與入射面間之角 $\beta$ ，對於實際地震，應有何種之關聯，抑亦甚饒興味之問題也。若構造地球之物質，由球狀對稱所成，則吾人設想 $\beta$ 之角，可為0或90°。然實際所求得之 $\beta$ ，時時發生變化者，蓋因地殼上層構造之不規則而起也。但通常 $\beta$ 角之測定，則根據於震波之橫波相內第一波之振動方向。

求振動角 $\beta$ 時，其必要之觀測有三：即(1)為縱波第一波之入射角 $i$ ，(真正入射角)(ii)其震動方向 $\alpha$ ，(iii)橫波第一波之振動方向 $\alpha$ 。求 $i$ 之法，已述於前； $\alpha$ 之求法，亦頗簡單，即可由水平動初動之振幅比

$$\text{tg } \alpha = \frac{A}{A_N} \dots\dots\dots(3)$$

求得之。又依同理，就橫波之第一波以求 $\alpha$ ，然後振動角 $\beta$ ，可由下式求得，即

$$\text{tg } \beta = \text{tg } \gamma \cos i \dots\dots\dots(4)$$

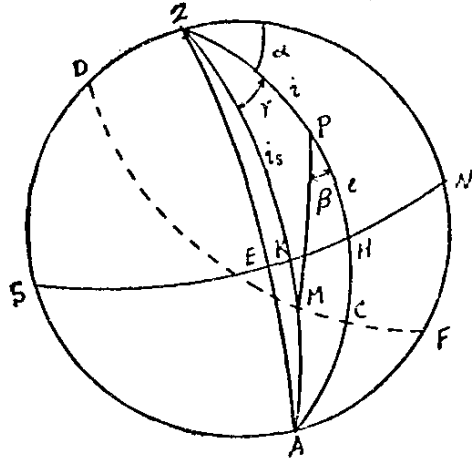


$$\gamma = \alpha - \alpha \dots \dots \dots (5)$$

(4)式之證明如次；如第七十一圖，觀測所在球之中心，赤道面為地表面，

第七十一圖

Z為天頂，E及N指東及北，P為縱波傳來之方向，於是 $\widehat{ZP} = i$ ， $\widehat{PH} = 0$ ， $\angle NZP = \alpha$ 之關係。今因橫波之振動，垂直於P之方向，故其振動方向，恆在以P為極之大圓DF中，姑命之為M，則 $\widehat{ZM} = i_s$ ， $\angle NZM = \alpha_s$ ，又因振動面為通過P，M之大圓，入射面為通過APZ之大圓，故振動角 $\beta$ 為 $\angle APM$ 。由是有



$$\cos i_s = -\sin i \cos \beta \dots \dots \dots (6)$$

$$\cos i_s \cos i + \sin i_s \sin i \cos \gamma = 0 \dots \dots \dots (7)$$

之關係。

$$\cos i_s = -\frac{\sin i \cos \gamma}{\sqrt{1 - \sin^2 i \sin^2 \gamma}} \dots \dots \dots (8)$$

由消去法，(即消去  $i_s$ ) 得

$$\text{tg } \beta = \text{tg } \gamma \cos i \dots \dots \dots (9)$$

此處之 $\beta$ ，在 $90^\circ$ 與 $-90^\circ$ 之間。

4. 地震波之週期 在震央附近地帶，觀測地震，則地震之週期，最初甚短，為秒之分數之程度；自此以後，則漸次達數秒程度之振動，是為通例。惟在震央距離較大之處，施行觀測，則又覺震波週期，有隨震央距離而增大之傾向。但震央距離達某程度時，(即稱為遠地地震之震央距離)則對於各種之波，約略有一定之週期存在。據一般觀測之統計，大約第一前走波，(P波)其週期自5秒至7秒；第二前走波，(S波)自11秒至13秒，其例頗多。而在特種之例，則前者亦可有11秒許程度之週期，後者亦可有11秒以內之週期也。凡週期之大小，在種種觀測所，施行地震觀測，類多有相同之傾向，而9秒內外之週期，則類不多見。由觀測之結果，第一及第二前走波週期之比，約略得1:1.8-2.0之比。即兩前

走波之週期，宛如有與其速度成逆比例之關係。

至進而論表面波之週期，則表面波當出現於地震記象內時，可由其記象而區分為二部分，即主要波與後波 (Nachläufer) 是也。主要波出現於記象內，最初其週期甚大，其後達極大動項。而又生顯著之減少。大抵對於任何地震，而由震央距離之漸次增加，終可得一定值之週期。據 K. Wegener 之觀測，極大動之週期，如次所示：

震央距離	2500	5000	7500	10000—17000 km
週期(M)	6—18	12—26	15—30	17—35秒

而 O. Meissner 在 Upsala 及 Potsdam 所觀測之結果，其主要動最初波之週期，如次列各值：

震央距離	3000	4000	7000	8000	9000	10000	11000	12000 km
週期(Upsala)	23	21	37	39	38	44	—	53秒
週期(Potsdam)	—	—	32	35	37	40	47	53

由上列之值觀之，週期因觀測地點而稍異，即其他觀測者，在各地所得之觀測結果，亦未必能與上值相一致。且地震波之週期，並可由震央位置，及其所通過地方之性質不同，而得各異之值也。

至於表面波中之第二部分，即形成地震記象最終部之後波，其週期比較容易調查，多數人對之均無間言。據 Rösener 在 Göttingen 多次之觀測，得後波週期，為 12 秒及 18 秒。而 Angenhoister 在 Apia 之觀測結果，則後波週期為 11 秒及 18 秒。此二人所得之結果，約略相同。但該波之經路，為大陸乎，抑海洋乎，不可不入吾人思考之範圍內也明矣。而 Wellmann 之主張，則謂後波之週期對於各觀測所地層之構造性質，完全不受影響，此說是否真確，固無從斷言也。

#### 5. 表面波之分散及吸收

##### (i) 分散

於第二章述彈性表面波時，既就 Love 波及 Rayleigh 波，加以理論的說明，且知 Love 波係分散的波動矣。但在 Rayleigh 波之例，若震波當傳播之際，發生吸收作用，則當然亦得分散的波動。B. Galitzin 嘗就 Rayleigh 波，加以理論的

闡明，即該波沿均質媒體之表面，其所受之制振作用，與振動速度成比例時，則其波動之傳播速度 $V_R$ ，可準波動週期 $T$ 之增大，從而減小，即

$$V_R = \frac{V_{R_0}}{\sqrt{1 + \frac{T^2}{\tau^2}}} \dots\dots\dots(10)$$

此處之 $V_{R_0}$ ，為無吸收時之速度，由Galitzin之觀測， $\tau$ 為一定之時間，約為60秒。反而言之，Love波則週期較長者，速度應速，為吾人既知之事實。故欲由實際之觀測，以求是等關係，頗形困難也。

在實際方面，求地震記象上所表現eL之週期，與其速度之關係，最初Rosenthal在Göttingen及Po'sdam實施觀測，得次之結果：

eL之週期	15秒	25秒	32秒	45秒	70秒
eL之速度(Göttingen)	—	—	3.8	3.9	4.4 km/sec
eL之速度(Potsdam)	3.77	3.77	3.88km/sec	—	—

由此值觀之，速度隨週期而增加。其後Angenheister亦約略得同樣之結果，即表面波最初出現之eL，非Rayleigh波也。又eL之週期，由震央距離增大而愈形增大，從而表面最初出現之速度，亦因隨震央距離而增大，故Rosenthal得次之結果：

震央距離	<2000	2000—8000	8000—14000 km
eL之速度(Tiflis)	3.00	3.34	3.95 km/sec
eL之速度(göttingen)	—	3.87	4.43 km/sec

又Gutenberg曾觀測Love波之分散，而加以調查，以之推論大陸，大洋等地殼之構造。

(ii)吸收

表面波恆存在有吸收作用，已述於第二章第十三節，且由公式知吸收係數(Absorptionsfaktor) $k$ ，由表面之週期及振幅而異。

此種吸收係數，業經多數人之觀測，茲揭其結果如次：

人 名	波之種類	吸 收 係 數	備 考
Angenheister	M及W <sub>2</sub> 之平均值	k=0.00026	在Göttingen所觀測之六回地震
同 上	M之平均值	k=0.00031	在Göttingen及Samoa所觀測之九回地震
Galitzin	M及W <sub>2</sub> 之平均值	k=0.00027	在Pulkowa觀測之Messina地震
同 上	同 上	k=0.00028	Island地震
Meisner	W <sub>2</sub> 之平均值	k=0.00026±02	在Potsdam觀測之24回地震
同 上	W <sub>2</sub> 之平均值	k=0.00026±03	同上

Angenheister 并唱導次說，即吸收係數，由表面波傳播之經路而異。次所示之觀測值，係表示吸收係數，大陸比大洋為小也。

週 期	通過大陸之 k	通過大洋之 k	備 考
31秒	0.00017	0.00032	水 平 動
25	0.00010	0.00038	
20	0.00009	0.00037	
20秒	0.00022	0.00030	上 下 動

6. 表面波振動之水平及垂直成分 表面波若係 Rayleigh 波，則其在地表之振動，垂直成分可較水平為大，其垂直成分與水平成分之比 Z:H=14，為理論上預期之值。Meinka 更就此問題，加以詳密調查，氏在 Pulkowa 之觀測，得次之結果：

Z:H	0.5—0.6	0.6—0.7	0.7—0.8	0.8—0.9	0.9—1.0	1.0—1.1	1.1—1.2	
%	2.6	3.6	3.2	6.2	30.7	6.2	6.7	
Z:H	1.2—1.3	1.3—1.4	1.4—1.5	1.5—1.6	1.6—1.7	1.7—1.8	1.8—1.9	>1.9
%	8.8	10.3	8.4	1.3	0.9	2.2	0.6	8.8

當然對於地震計之考慮，其他不備之點甚多，但此種調查，在理論方面，其預期值 $Z:H=1\frac{1}{2}$ 之附近，尙未有極大值求出，此因地殼上層構造，備極複雜，迺始有此結果也。若表面波為 Love 波時，則 $Z:H$ 應等於零。(雖不無此等之近似值)但實際上所得正確之觀測值中，亦未經見。故在現時之解釋，地震記象之最初部分，姑視為 Love 波，入後之部分，視為 Rayleigh 波，不過為理論方面之理想的事項，而對是等實地觀測之結果，則不相一致也。

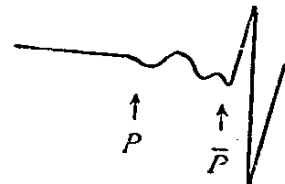
7. 近地地震之研究( $\bar{P}$ 層及  $P^*$ 層) 此處所謂近地地震者，係指震央距離在 1000 km 以內之地震也。因震央距離較小，故將是種研究，歸入小規模地震之範圍內，亦無不可。在遠地地震之觀測，吾人固可藉以略知地殼內部之狀況，而近地地震之觀測，則可調查地殼上層之構造也。

近地地震研究中，其最著名者，為 A. Mohorovičić 之不連續層發見，該發見蓋實由次列二方面所導出也：

#### (i) $\bar{P}$ 相之發見

地震記象中開始為 P 相，其次為 S 相，固不俟論，然實際上當觀測近地地震，(大約數百 km 之震央距離) P 波之出現，甚形微弱，且爾後有稍稍明顯之一相見出，其例數見不鮮。Mohorovičić 則以最初微弱之波為 P 相，其次明顯之波為  $\bar{P}$  相，此  $\bar{P}$  相蓋由於震央距離，而可以明瞭出現。依同理 S 相之後，時時有  $\bar{S}$  相之發見。第七十圖所示，係地震記象最初部分 P 相及  $\bar{P}$  相出現之一例。是種相之出現，吾人可設想其起因於不連續層也。(說明在後)

第七十二圖



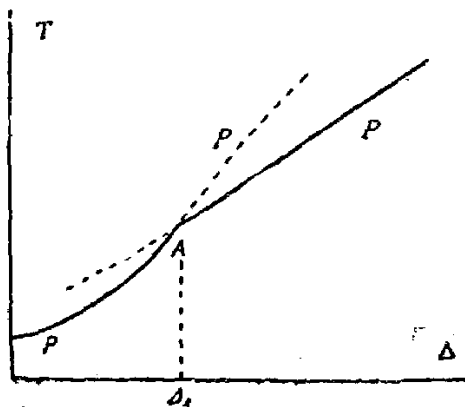
#### (ii) 走時曲線之異常

近地地震之際，其所得之走時曲線，約如第七十三圖所示，為在 A 點處微折之曲線。此 A 點之震央距離，大體為 100 km 許之程度。(由於震源之深及其他事項而異) 其微折之起因，實係初動之走時。並非一波之曲線，蓋至 A 點又變為他波之走時曲線也。今試就地震記象而詳細視察之，則可得 P 相及  $\bar{P}$  相之兩波走時曲線，而 A 為其二曲線之交點也。

當震央距離較小時，地震記象中，最初之相，驟為 P 相，若震央距離較大，

則達 A 點相當之  $\Delta_A$  後，始為 P 相。其後則現  $\bar{P}$  相，因  $\bar{P}$  相係勢力較大之波動，(說明在後)故如前所述，為 P 相後明瞭之相也。又若震央距離甚大時，則 P 相為記象之始，而  $\bar{P}$  相則歸消滅。故  $\bar{P}$  相僅為近地(地震央距離約 200—800 km 許)所觀測之相也。

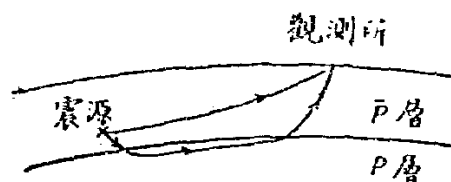
第七十三圖



由以上所述之二事項言之，知

地殼上層有震波速度甚遲之層存在，故由吾人設想所及，可如第七十四圖觀  $\bar{P}$  相為速度遲緩之地層內所通過之波，P 相為速度較速之下層地層內所通過之波，則上之兩事實，得以明瞭說明焉。并且支持此說之有力材料，尙有地表面地震之走時曲線。則更可恍然矣。

第七十四圖



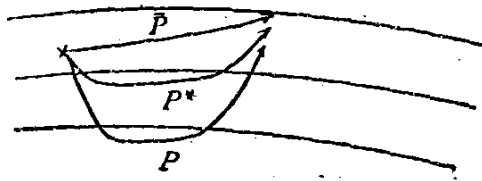
由地方的爆發而起地表面地震，由吾人經驗所及，其所得之走時曲線

，可為  $\bar{P}$  與  $\bar{S}$  之曲線。而在現今則 Mohorovičić 層(係指震波速度較遲之上層)之存在，業已確定。該層在羅歐巴大陸，其深約 60 km 內外。其次則亞美利加大陸或日本附近，亦確定該層之能存在，但其深則未必一定在 60 km 內外耳。而在日本，則該層之存在，似乎甚淺。但經種種方面之研究，該層僅存在於大陸地方，而大洋底是否存在，或存在而為較淺之層，尙未決定焉。

Gutenberg 由表面波分散之理論，得次之結論，即太平洋底則缺乏此層，大西洋底則為 10 km 內外之層，而近時 Conrad 及 Jeffreys 等之說，則謂地殼上層，於 Mohorovičić 層之外，尙有其他一地層存在，特稱為 Jeffreys, Conrad 層，并設想通過是層之波，以  $P^*$  波及  $S^*$  波記之，或簡稱為  $P^*$  層，使與  $\bar{P}$  層相對待。故  $P^*$  層之存在，其所生事實，較諸  $\bar{P}$  層存在時愈形複雜。從而地震記象有三相出現，其走時曲線，亦應有  $P, \bar{P}, P^*$  之三相組成矣。(如七十五圖所示)

當實際地震觀測時，能證明  $P^*$  層之存在，其例亦不少。在日本則有松澤武雄氏等，檢出  $P^*$  波之存在。蓋地殼上層之構造，既假想其如是之複雜，而對於求震源之深，此事實當然極關重要。實言之，震源可由種種相異之地震記象，及走時曲線而求得之也。

第七十五圖



由上所述，從近地地震之精密觀測，推想及於複雜之地殼構造，雖至近時仍在研究時期，即  $\bar{P}$  層或  $P^*$  層之厚，以及其中之震波速度等，現在所求得者，將來不無改正之餘地，但就大體而言，則可如次述：

S. Mohorovičić 推想及此等層之厚，應由地球上各地域而異，若僅論其大概，則  $\bar{P}$  層在大陸地方，約為 40 km，在喜馬拉耶地帶，可至 100 km，大西洋下約在 10 km 以上，太平洋下則付闕如。至於  $P^*$  層在大陸地方，約厚 20 km，喜馬拉耶地方，則付闕如。又在大洋地方之深，約設想可在地表下 60 km 許。而其震波速度，則  $\bar{P}$  波大約為 5.6 km/sec， $P^*$  波約為 6.3 km/sec， $P$  波則 3.0 km/sec。但 Jeffreys 則又謂其層甚薄，而日人松澤氏觀測之結果，則  $\bar{P}$  層之厚，在該國附近，約為 20 km， $P^*$  層為 30 km 許，其震波速度，則約略與 Mohorovičić 之結果相同也。

# 第十章

## 震央及震源

1. 初期微動與震央距離 用地震計以觀測地震，其震源之決定，在地震調查上為惟一之目的，即震央位置及其深度是也。但於通常地震，其震源之深，大抵數十 km 者居多數，得視為甚與地表面接近之處，故吾人第一要求者，厥為震央距離也。

由第二章第六節所述，既知縱波速度大於橫波，從而其地震記象，(Seismogram) 最初出現者為 P 相，其次為 S 相，又其次為 L 相，均為吾人平常經驗所得之事實。而自 P 相以至 S 相其振動非常微弱，特稱為初期微動，(Preliminary tremor) 通例吾人於記象紙上，辨別 P 相及 S 相以決定其發現時刻，因而得初期微動繼續時間，(Duration of preliminary tremors) 蓋該時間即 P 相與 S 相發現時刻之差也，以 P-S 之符號表之。

實際上初期微動命名之由來，蓋指人身感受地震，自最初微動以至大振動開始而言，故就嚴格而論，自 P 波傳來後至 S 波出現，稱為第一初期微動，(First preliminary tremor) 自 S 波以至表面波出現，稱為第二初期微動，(Second preliminary tremor) 即初期微動云者，實包含此二者之振動也。但上述之 P-S，則僅係第一初期微動。

由第四章第三節所述，已知地震波之走時  $T$ ，為震央距離  $\Delta$  之函數。今命 P 波之走時為  $T_P$ ，S 波之走時為  $T_S$ ，則由公式得

$$T_P = \varphi_P(\Delta), \quad T_S = \varphi_S(\Delta) \dots\dots\dots(1)$$

從而

$$T_S - T_P = \varphi_S(\Delta) - \varphi_P(\Delta) = \varphi(\Delta) \dots\dots\dots(2)$$

即初期微動繼續時間，仍為震央距離  $\Delta$  之函數。其函數之形，當然非常複雜，不能用簡單之方法求出。惟單欲知其近似值，則 (2) 式可用級數展開之，即

$$\varphi(\Delta) = A + B\Delta + C\Delta^2 + D\Delta^3 + \dots\dots\dots(3)$$



此處之A, B, C, D等爲常數，適例由多數之觀測結果，用最小自乘法決定之。設爲問題簡單起見，假定(3)式之右邊，僅取 $\Delta$ 之一次或二次式，即能求得近似值，則在應用上非常便利。但實際方面，P-S與 $\Delta$ 之關係，既不能如是之簡單，欲應用上述之假定，無寧加以種種制限，視同實驗式中之有效範圍，似稍適當。茲將諸家所作初期微動繼續時間與震央距離之近似式，列表如次：

作者	公 式	有效範圍	作者	公 式	有效範圍
Stiatiessi	$5.34t_2 + 38 = \Delta$	$t_2 < 6$ 分	Stiatiessi	$19.3t_1 - 2377 = \Delta$	$t_1 > 4$ 分
同 上	$5.52t_2 + 45 = \Delta$	$t_2 > 6$ 分	Laska	$16.7t_1 - 1000 = \Delta$	$t_1 > 1$ 分
Conrad	$5.8 + 8.09t_2 - 0.009t_2^2 = \Delta$		大 森	$7.1t_1 - 1330 = \Delta$	$5分 < t_1 < 11分$
大 森	$7.51t_1 + 24.9 = \Delta$		同 上	$7.42t_1 = \Delta$	$\Delta < 100km$
同 上	$14.7t_1 = \Delta$		同 上	$6.54t_2 + 720 = \Delta$	$3.5分 < t_2 < 3\frac{1}{4}分$

上表中之 $t_1$ 爲第一初期微動，即P-S； $t_2$ 爲第一第二初期微動之和，即P-L，是種公式，均由諸家就其自己觀測經驗而得，對於任何之地震，在其有效範圍內，當然不能一一適合也。

因初期微動繼續時間與震央距離，既含複雜之關係，而上表所列之公式，不能推及於一般應用上，則無寧取多數之實測值，詳爲列出，以推求初期微動繼續時間與震央距離之關係，較爲得策焉。Zeissig氏特就 Wiechert及 Zöppritz 二人之多數之觀測值，詳爲統計，而作成初期微動繼續時間P-S與震央距離之相互關係表，以發表於世，現爲國際地震學界所通用，而以之爲求震央距離惟一之根據，即世所稱爲 Zeissig表是也。今將該表照錄如次：

P-S與△之相互關係表(其一)

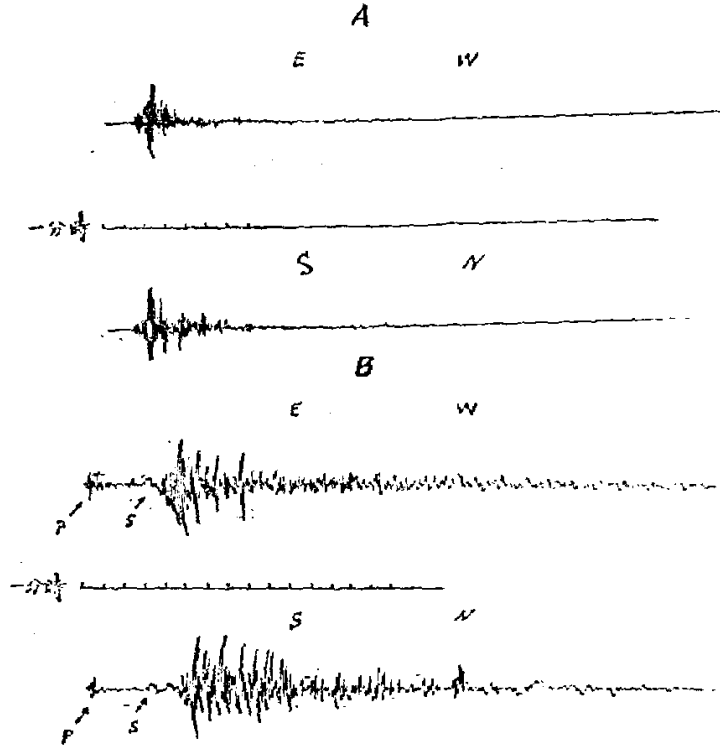
Km	m. s.	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000		
		Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km		
		m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.		
0	0	0	1 48	3 23	4 43	5 47	6 42	7 36	8 29	9 20	10 10	10 58	11 41	12 21	
10	1	1	49	24	44	48	43	37	30	20	11	59	41	21	
20	2	2	50	25	44	48	43	37	30	21	12	59	42	22	
30	3	3	51	26	45	49	44	38	31	21	12	59	42	22	
40	4	4	52	28	46	49	44	38	31	22	13	11 0	43	22	
50	6	6	53	28	47	50	45	39	32	22	13	0	43	23	
60	7	7	54	28	47	51	45	39	32	23	14	1	43	23	
70	8	8	55	29	48	51	46	40	33	23	14	1	44	24	
80	9	9	56	30	49	52	47	40	33	24	15	2	44	24	
90	10	10	57	31	50	52	47	41	34	24	15	2	45	24	
100	11	11	58	32	50	53	48	41	34	25	16	2	45	25	
10	12	12	59	33	51	53	48	42	35	25	16	3	45	25	
20	13	2	0	34	52	54	49	43	35	26	17	3	46	25	
30	15	1	1	35	52	55	49	43	36	26	17	4	46	26	
40	16	2	2	35	53	55	50	44	36	27	18	4	47	26	
50	17	3	3	36	54	56	50	44	37	27	18	5	47	26	
60	18	4	4	37	54	56	51	45	37	28	19	5	47	27	
70	19	5	5	38	55	57	51	45	38	28	19	6	48	27	
80	20	6	6	39	56	57	52	46	38	29	20	6	48	28	
90	21	7	7	39	57	58	53	46	39	29	20	7	49	28	
200	22	8	8	40	58	58	53	47	39	30	20	7	49	28	
10	23	9	9	41	58	59	54	47	40	30	21	7	50	29	
20	24	10	10	42	58	60	54	48	40	31	21	8	50	29	
30	26	11	11	43	59	0	55	48	41	31	22	8	50	30	
40	27	12	12	44	5	0	1	55	49	41	32	9	51	30	
50	28	13	13	44	1	1	56	50	42	32	23	9	51	30	
60	29	14	14	45	1	2	56	50	42	33	23	10	51	31	
70	30	15	15	46	2	2	57	51	43	33	23	10	52	31	
80	31	16	16	47	3	3	57	51	43	34	24	11	52	31	
90	32	17	17	48	4	4	58	52	44	34	25	11	53	32	
300	33	18	18	49	5	4	58	52	44	35	25	11	53	32	
10	34	19	19	49	5	5	59	53	45	35	26	12	53	32	
20	36	20	20	50	5	5	7	0	53	45	36	12	54	33	
30	37	21	21	51	6	6	0	54	46	36	27	13	54	33	
40	38	22	22	52	7	6	1	54	46	37	27	13	55	34	
50	39	23	23	53	7	7	1	55	47	37	28	14	55	34	
60	40	24	24	54	8	7	2	55	47	38	28	14	55	34	
70	41	25	25	55	9	8	2	56	48	38	29	15	56	35	
80	42	25	25	55	9	9	3	57	48	39	29	15	56	35	
90	43	26	26	56	10	10	3	57	49	40	30	15	57	35	
400	44	27	27	57	10	10	4	58	50	40	30	16	57	36	
10	45	28	28	58	11	10	4	58	50	40	31	16	57	36	
20	46	29	29	59	12	11	5	59	51	41	31	17	58	36	
30	47	30	30	59	13	11	5	59	51	42	32	17	58	37	
40	49	31	4	0	13	12	6	8	0	52	42	32	18	59	37
50	50	32	1	14	12	7	0	52	43	33	18	18	59	37	
60	51	33	2	14	13	7	1	53	43	33	18	12	0	38	
70	52	34	3	15	13	8	1	53	44	34	19	19	0	38	
80	53	35	4	16	14	8	2	54	44	34	19	19	0	38	
90	54	36	4	16	15	9	2	54	45	35	20	20	1	39	

P-S與△之相互關係表(其二)

		1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	11000	12000
		Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km	Km
Km	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.	m. s.
5000	55	2 37	4 5	5 17	6 15	7 9	8 3	8 55	9 45	10 35	11 20	12 1	12 39
10	56	38	6	18	16	10	3	55	46	36	20	1	39
20	57	39	7	18	16	10	4	55	46	36	21	2	40
30	58	40	7	19	16	11	5	56	46	37	21	2	40
40	59	41	8	20	17	12	5	57	47	37	22	3	40
50	1	42	9	20	17	12	6	57	48	37	22	3	41
60	2	43	10	21	18	13	6	58	48	38	23	3	41
70	3	44	11	21	19	13	7	58	49	38	23	4	42
80	4	45	11	22	19	14	7	59	49	39	24	4	42
90	5	45	12	23	20	14	8	59	50	39	24	5	42
600	6	46	13	24	20	15	8	0	50	40	24	5	43
10	7	47	14	24	21	15	9	0	51	40	25	5	43
20	8	48	15	25	21	16	9	1	51	41	25	6	43
30	9	49	15	26	22	16	10	1	52	41	26	6	44
40	10	50	16	26	23	17	10	2	52	42	26	7	44
50	11	51	17	26	23	17	11	2	53	42	27	7	44
60	12	52	18	27	24	18	11	3	53	43	27	7	45
70	13	53	18	28	24	18	12	3	54	43	27	8	45
80	15	54	19	28	25	19	12	4	54	44	28	8	45
90	16	55	20	29	25	20	13	4	55	44	28	9	46
700	16	56	21	30	26	20	13	5	55	45	29	9	46
10	18	57	21	30	26	21	14	5	56	45	29	10	46
20	19	58	22	31	27	21	15	6	56	45	30	10	47
30	20	59	23	31	28	22	15	6	57	46	30	10	47
40	21	3 0	24	32	28	22	15	7	57	46	30	11	47
50	22	0	24	33	29	23	16	7	58	47	31	11	48
60	23	1	25	33	29	23	17	8	58	47	31	12	48
70	24	2	26	34	30	24	17	8	59	48	32	12	48
80	25	3	27	34	30	24	18	9	59	48	32	12	49
90	26	4	28	35	31	25	18	9	10 0	49	32	13	49
800	27	5	28	35	31	25	19	10	0	49	33	13	49
10	28	6	29	36	32	26	19	10	0	49	33	14	50
20	29	7	30	37	32	26	20	11	1	50	34	14	50
30	30	8	30	37	33	27	20	11	2	50	34	14	50
40	31	9	31	38	34	27	21	12	2	51	34	15	51
50	32	10	32	39	34	28	21	12	3	51	35	15	51
60	33	11	33	39	35	28	22	13	3	52	35	16	51
70	34	12	34	40	35	29	22	13	4	52	36	16	52
80	36	12	34	40	36	30	23	14	4	53	36	16	52
90	37	13	35	41	36	30	23	14	5	53	36	17	53
900	38	14	36	41	37	31	24	15	5	54	37	17	53
10	39	15	36	42	37	31	24	15	6	54	37	17	53
20	40	16	37	43	38	32	25	16	6	54	38	18	54
30	41	17	38	43	38	32	25	16	7	55	38	18	54
40	42	18	39	44	39	33	26	17	7	55	38	19	54
50	43	19	39	44	39	33	26	17	8	56	39	19	55
60	44	19	40	45	40	34	27	18	8	56	39	19	55
70	45	20	41	45	41	34	27	18	9	57	40	20	55
80	46	21	42	46	41	35	28	19	9	57	40	20	55
90	47	22	42	47	42	35	28	19	10	58	41	21	56
1000	48	23	43	47	42	36	29	20	10	58	41	21	56

此處特設實例，以明上表之用。

第七十六圖



第七十六圖，係民國十六年(1927年)二月三日安徽之地震，(如圖A)及是年五月七日日本大阪附近之地震，(如圖B)在青島觀象臺之地震記象，A圖中之P-S為38秒，檢表得

$$\Delta = 340 \text{ km.}$$

B圖中之P-S為2分33秒，檢表得

$$\Delta = 1460 \text{ km.}$$

但由實地調查，前者之震央距離位置與青島之距離，約為350 km許；後者約為1500 km許。惟因震央位置，必占若干面積，而決不能為一點，故知推算值與實測值二者，約略相符合也。

惟因地殼之構造，具有種種之複雜性質，故 Zoissig 之表，對於任何地震，不能悉數密合。但現今尚無較善之法，以求震央距離，不得不藉此以知其大體之值耳。又此處尚有應注意之點，即震央距離之求法，對於近地地震與遠地地震，大相差異也。蓋近地地震，可假定將地表面視為平面，而遠地地震，則應歸入於球面問題之範圍內，於是在地圖上不能用簡單之作圖法行之。但在近地地震之例，對於震源之深，既至有關係，而地殼上層存在之特殊層，亦有考慮之必要。其地震記象內  $P, \bar{P}, P^*, S$  等之相，雖得檢出，而欲求表面波明瞭之相，則甚困難也。至於遠地地震，則震源深度之關係，幾可視為無足重輕；地殼之地方的特殊構造，亦無考慮之必要。在地震記象中  $P, S$  相之外，且有是種反射波之相，而表面波亦頗多可以明瞭認識，以之與近地地震相較，其性質幾完全不同，從而兩者間之震央地之求法，當然各有其特殊情形也明矣。

2. 近地地震之震央位置 由 Zoissig 之表，雖可以求近似之震央距離，而不足以定震源位置，蓋震源位置，必須由經度，緯度，深度三成分，始確定也。此處則將其求法，分述如次：

(i) 一個觀測所之單獨求法 此法須根據次列二要素：

(A) 初動方向

(B) 初期微動繼續時間

(A) 由初動方向，求震央位置之方向，其說明如次：

吾人因想及地震波之最初運動，由震源發出之縱波所生，故地面最初動之方向，可為震源之方向，不然則為其正反對之方向，二者必居其一。若最初之縱波為疏波，則特稱為索引波，(Pull) 其在此例，初動之方向，亦即震源之方向；若最初為密波，則稱為壓縮波，(Push) 其時初動之方向，正指震源正反對之方向。但所謂索引與壓縮云者，須由上下動地震計所觀測之初動方向而定，若該方向係表示地面向上運動，(稱為up)則為壓縮；地面向下運動，(稱為down)則為索引，蓋震源存在於地表面下時，必能得是種結果也。

由觀測以求初動方向，必根據東西，南北兩地震計之記象，故通常所謂初動方向者，多數係指水平方向，而不涉及上下動之方向也。而上下動之觀測，單用

以知地面向上(up)或向下(down)之動耳。今命水平方向兩記象初動之振幅為 $A_E, A_N$ ，則由兩者之比，容易求得初動之方向。(由北向東迴轉之度)但此處之 $A_E, A_N$ ，係實施補正後之值，而視作地面實際振動之振幅。故若兩地震計之常數均同，或甚相近似，則計算即形簡單，若兩常數大相逕庭，則其補正甚形複雜也。

準上所述，當吾人求水平方向，須同時調查上下動之初動情狀，若上下動之初動為上向，則所求之水平方向，正與震央方向反對；若為下向，則震央方向，即所求之水平方向。

此處所宜注意者，應用上下動振幅 $A_{z1}$ (當然係補正後之值)及前述之 $A_E$ 及 $A_N$ ，即可得初動之水平方向，及其伏角，質言之，即知地震波傳來之方向，而震源位置，(即深度)可觀測至某程度而止焉。然實際上以求地震源之位置，往往發生甚大之謬誤，此因觀測地附近之地質構造，既有調查之必要，而由近地地震之研究，對於地質構造之複雜，影響既大，而震源之深，除特種地震外，決非用此簡單方法所可求得也。蓋地殼之地方的不規則問題，將來實有充分研究之餘地焉。

(B)初期微動繼續時間與震央距離之關係，業已詳述於前節，而在近地地震，則其繼續時間非常短促，并不能有第一第二初期微動之分，且有時有全然不出現者。通例大都用P-S表示全初期微動繼續時間，以求震央距離，如前節所述。

此處更有一重要問題，即初期微動繼續時間，與震源距離兩者間，是否有簡單之關係存在是也。設P波及S波各以一定之速度傳播，則P-S應與震源距離成比例；故由是種推想，而施多數之觀測經驗後，爰得次式：

$$\text{震源距離(km)} = (P-S) \times 8.0 \text{ 乃至 } 10 \dots\dots\dots (4)$$

式中自8.0至10之係數，由震源之深淺而定。大抵震源淺者係數小，震源深者係數大。通常最多見者，為數十km深之地震，其係數約為8.0至8.5，此係數之不能有定值者，則基乎S波之出現，在記象紙上，是否明瞭；及由經過地方之關係，往往不能有一定種類之震波傳來也。

要而言之，近地地震，對於震源之深，既大有影響，故作初期微動繼續時間與震央及震源距離之關係式，決不能如上述之簡單；而況更加入各地方的地殼構造之影響，其困難更不待言。故單就一觀測所之觀測，以求地震之震央或震源

位置，如欲得精密之值，為不可能。且有時測驗初動方向，陷於謬誤者，亦不乏其人；而上下動方向若生謬誤，即成正反對，此又觀測時不可不鄭重注意者也。惟積長時間之經驗，而觀測又非常熟習者，始能免此過失耳。

(ii) 數個觀測所之共同求法 由一觀測所以求震央位置，易生謬誤，既如上述，綜合多數觀測所之觀測材料，其能減少謬誤，自是必然之結果。現今國際間震央距離之求法，大都均用此法。蓋由數多之觀測所，以測定P—S之值，則初動方向，已無觀測之必要，由是用Zeissig之表，各得其震央距離，再依此法，以各觀測所為中心，震央距離為半徑而畫圓，就理想而言，是等之圓，應交於一點，但實際上為不可能，僅考察是等圓之交點所在處，以求約略之震央位置已耳，此雖非善法，因其簡便，故用者頗多。

在震源較淺之地震，上法雖能充分應用，設如有數百km之深層地震，則是法亦屢屢失敗，此亦不可不留意焉。

若在震央附近地，觀測所甚多，宛如圍繞震央而施行觀測，則可用等發震時線(Coseisma'es)及等P—S線等之法。此雖最與理論接近，然須設立多數之觀測所，方有效用，即先將各觀測所發震時刻，填入地圖之中，以線連之，宛如天氣圖上等壓線形，而可得數多之等發震時線，通例則每十秒而引一線也。

等發震時線，就理想而言，應為同心圓，然因觀測有誤差，及其他地震傳播之異常，實際上不克若是。只能擇是種略與圓相近之等發震時線羣，以求其中心(或稱重心)位置，而決定震央所在地耳。至於等P—S線，則為地圖上初期微動繼續時間相等之連結線，約略與等發震時線相似。設亦每隔十秒而引一線，則線與線之間隔，通常比等發震時線為寬，換言之，即P波之傳播速度，較P—S波(假想的波)之速度為遲也。

等發震時線或等P—S線，當然由震源之深而異其形狀。但依大體而言，恆能以震央為中心，而得與圓略相近似之線羣。惟震央位於海中時，則殊多困難，無論用其他任何方法，終難得良好之結果。

用多數觀測地點，以定震央位置，除上述之方法外，尚有比例分割法，此法基於次之假定：即震源距離與初期微動繼續時間P—S成比例，故此法無寧稱為

直接求震源位置之法也。今假定對於某地震有二觀測所 A, B, 其地震記象上初期微動繼續時間 P-S 為  $T_A$  及  $T_B$ , 則由假定, 兩觀測所之震源距離比, 若  $T_A$  比  $T_B$  也明矣, 此應歸入於初等幾何學上之求軌跡問題, 即自空間一點至二定點 A, B 之距離比, 等於一定之軌跡是也, 該軌跡為一定球面。惟因  $T_A, T_B$  可由觀測而得, 故此球面之作圖甚為容易。依同理設第三觀測所 C 之 P-S 為  $T_C$ , 則將  $T_A$  或  $T_C, T_B$  相組合, 則震源又在距 A, C 或 B, C 二點有一定比之球面上, 是等球面之交點, 即為震源所在地。惟依此法, 須有三個以上之觀測所, 始能得球面交點之震源, (實際上未必能交於一點不過得近似而已) 然後再由震源以推震央位置。

用比例分割法, 以求震源位置, 各觀測地點, 苟不適當配置, 則在作圖上不無困難之點。但由震源距離與 P-S 成比例之假定, 不必知其比例係數, 而即達所求之目的, 則應用方面, 至為便利; 即或以為現所設之前提, 失之不精密, 而更設複雜之假定, 苟能講求適當之方法, 并充分有多數觀測所之配置, 亦可得同樣之作圖也。

要之求近地地震之震央距離, 苟得多數之觀測材料, 無論採用何法, 均得減少其謬誤。惟震央若在洋海等處, 則震央附近, 既乏觀測資料, 須具適當之注意, 大抵能精密調查等發震時線及 P-S 之值, 初動之方向等, 并對於震源之深, 恆具深切之注意, 則震央位置之決定, 亦非甚難之事也。

### 3. 遠地地震之震央位置

(i) 一觀測所之單獨求法 此法與求近地地震之例相同, 先由初動方向而知震央之方向, 次由 Zeissig 之表, 用 P-S 之值, 以求震央距離。惟此處所宜注意者, 在遠地地震之例, 應將地球表面視為球面, 而決不能如近地地震之簡易也。今先就其求法述之如次:

因地震記象中 P 相與 S 相, 可由觀測而得, 故若能由 P-S 之時間, 以知震央距離, 固多便利, 但實際上決不能得精確之結果。設若記象紙上反射波 PPP, SS, SSS 等之相, 均能測定其發現時刻, 則獲相當之補助也明矣。Gutenberg 氏由多數之觀測材料, 將 P 相之走時, 及其他各相與 P 相之走時差, 對於震央距離之關係, 作成次表:



震央距離		P	P-PP	P-PPP	P-S	P-PS	P-SS
度	km.						
10	1110	2 <sup>m</sup> 26 <sup>s</sup>	0 <sup>m</sup> 01 <sup>s</sup>	0 <sup>m</sup> 02 <sup>s</sup>	1 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup>	—	2 <sup>m</sup> 00 <sup>s</sup>
11	1220	40	03	03	2.05	—	18
12	1330	54	03	05	16	—	31
13	1440	3.07	05	07	27	—	44
14	1560	21	07	09	37	—	57
15	1670	34	09	11	48	—	3.11
16	1780	47	11	13	58	—	24
17	1890	4.00	13	16	3.08	—	38
18	2000	13	15	19	18	—	51
19	2110	25	17	22	28	—	4.05
20	2220	37	20	25	38	—	19
21	2330	49	22	28	47	—	33
22	2440	5.01	25	32	55	—	47
23	2560	12	27	35	4.03	—	5.00
24	2670	24	30	39	12	—	14
25	2780	35	33	43	20	—	28
26	2890	45	36	47	28	—	41
27	3000	56	40	51	35	—	55
28	3110	6.07	43	55	42	—	6.09
29	3220	17	46	59	49	—	22
30	3330	27	49	1.04	55	—	36
31	3440	36	53	09	5.02	—	50
32	3560	45	57	14	09	—	7.03
33	3670	54	1.01	19	16	—	17
34	3780	7.03	04	24	23	5.23	31
35	3890	11	08	30	30	31	44
36	4000	29	12	35	37	38	58
37	4110	28	16	40	44	46	8.12
38	4220	35	20	46	50	52	26
39	4330	43	24	51	57	6.00	39
40	4440	50	28	57	6.03	10	53
41	4560	58	32	2.02	09	14	9.06
42	4670	8.05	36	08	16	22	20
43	4780	13	40	14	22	29	33
44	4890	20	44	20	28	36	46
45	5000	27	48	25	36	43	58
46	5110	34	52	31	41	50	10.11
47	5220	42	56	36	47	57	23
48	5330	49	2.00	42	54	7.05	36
49	5440	56	04	47	7.00	12	48
50	5560	9.03	07	52	06	19	59
51	5670	11	10	57	12	26	11.10
52	5780	18	13	3.02	19	33	21
53	5890	25	15	07	25	40	31
54	6000	32	18	12	31	46	42

震 央 距 離		P	P-PP	P-PPP	P-S	P-PS	P-SS
度	km.						
55	6110	9 <sup>m</sup> 39 <sup>s</sup>	2 <sup>m</sup> 20 <sup>s</sup>	3 <sup>m</sup> 16 <sup>s</sup>	7 <sup>m</sup> 38 <sup>s</sup>	7 <sup>m</sup> 54 <sup>s</sup>	11 <sup>m</sup> 53 <sup>s</sup>
56	6220	46	23	21	44	8.00	12.04
57	6330	52	26	26	51	07	15
58	6440	59	29	31	57	16	25
59	6560	10.05	32	36	8.04	24	35
60	6670	11	34	41	10	32	45
61	6780	17	37	46	17	39	55
62	6890	23	39	51	23	45	13.05
63	7000	29	41	56	29	52	14
64	7110	35	44	4.01	36	59	24
65	7220	41	46	06	42	9.06	33
66	7330	47	48	10	48	13	42
67	7440	52	51	15	55	20	51
68	7560	58	53	20	9.01	28	14.00
69	7670	11.03	55	25	07	35	09
70	7780	09	58	30	14	42	18
71	7890	15	3.00	35	20	49	27
72	8000	21	02	40	26	57	36
73	8110	27	04	44	32	10.04	45
74	8220	33	06	49	37	11	54
75	8330	39	08	53	43	18	15.03
76	8440	45	11	57	49	26	12
77	8560	51	12	5.02	51	34	21
78	8670	56	14	06	10.00	42	30
79	8780	12.01	16	10	05	50	39
80	8890	07	18	14	11	58	48
81	9000	12	20	18	16	11.06	56
82	9110	18	23	22	21	13	16.04
83	9220	24	25	26	26	20	13
84	9330	30	27	30	31	26	21
85	9440	35	29	34	36	32	30
86	9560	41	32	38	41	38	38
87	9670	47	34	43	45	43	47
88	9780	53	36	47	50	49	55
89	9890	58	39	52	54	54	17.04
90	10000	13.04	42	56	58	59	12
91	10110	09	44	6.01	11.01	12.04	21
92	10220	15	47	06	05	09	29
93	10330	20	49	10	09	14	37
94	10440	25	52	15	11	19	45
95	10560	30	54	20	14	25	54
96	10670	35	57	25	17	30	18.02
97	10780	40	59	30	20	36	10
98	10890	45	4.01	34	23	42	19
99	11000	50	04	39	28	48	27
100	11110	55	06	44	31	54	35

由上表觀之，震央距離在 $100^\circ$ 以上，S波無觀測值，而P波則可設想其變為通過地球核心之P'波。故知如此大距離之震央，應就反射波等之研究以算出之，較為得策。次表係提出種種反射之走時，亦係 Gutenberg 所作成也。

震 央 距 離		P	P'	PP	PPP	PPP'
度	km					
100	11110	13 <sup>55</sup>	17 <sup>50</sup>	18 <sup>01</sup>	20 <sup>39</sup>	39 <sup>05</sup>
102	11330	14.04	58	17	57	38.8
104	11560	13	18.06	33	21.15	38.6
106	11780	22	14	49	32	38.4
108	12000	31	22	19.07	48	38.2
100	12220	40	30	23	22.04	38.1
112	12440	50	38	39	20	37.9
114	12670	59	45	54	35	37.7
116	12890	15.09	52	20.09	53	37.5
118	13110	18	58	23	23.09	37.3
120	13330	27	19.03	38	25	37.2
122	13560	36	07	52	40	37.0
124	13780	45	11	21.06	56	36.8
126	14000	55	14	20	24.12	36.6
128	14220	16.04	18	33	27	36.4
130	14440	13	22	46	42	36.3
132	14670	22	26	58	57	36.1
134	14890	31	29	22.10	25.11	35.9
136	15110	40	33	23	25	35.7
138	15330	49	37	35	38	35.5
140	15560	58	41	47	52	35.3
142	15780	17.07	44	59	26.06	35.1
144	16000	16	48	23.10	20	34.8
146	16220	25	52	22	34	34.6
148	16440	34	57	34	48	34.4
150	16670	43	20.01	46	27.03	34.1
152	16890	—	05	58	17	33.9
154	17110	—	08	24.10	32	33.6
156	17330	—	12	22	47	33.4
158	17560	—	15	34	28.02	33.2
160	17780	—	18	47	17	33.0
162	18000	—	20	59	32	32.7
164	18220	—	21	25.11	47	32.5
166	18440	—	22	23	29.02	32.3
168	18670	—	23	35	17	32.1
170	18890	—	23	47	32	31.9
172	19110	—	24	58	47	31.7
174	19330	—	24	26.10	30.02	31.5
176	19500	—	25	21	17	31.3
178	19780	—	25	31	32	31.0
180	20000	—	25	40	47	30.8

表中之PPP'，為通過優弧所傳來之二回反射波，故與 $(360^\circ - \Delta)$ 之走時相當。

既知震央距離，及由初動方向，知震央位置之方向，則可準次法，以求震央位置：

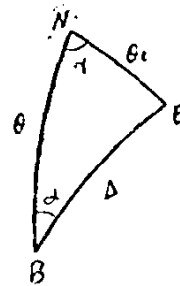
今如第七十七圖所示，B為觀測所，E為震央，N為北極， $\angle NBE$ 既可由初動方向推得，命之為 $\alpha$ （由北向東迴轉所得之角）觀測所之餘緯為 $\theta$ ，經度為 $\lambda$ ，震央之餘緯為 $\theta_e$ ，經度為 $\lambda_e$ ，且以 $\gamma$ 表 $\angle BNE$ ，則由球面三角之公式，

$$\begin{cases} \cos \Delta = \cos \theta \cos \theta_e + \sin \theta \sin \theta_e \cos \gamma, \\ \frac{\sin \gamma}{\sin \Delta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \theta_e}, \end{cases}$$

得

$$\text{tg} \gamma = \frac{\sin^2 \alpha \sin \theta \sin \Delta}{\cos \Delta - \cos \theta \cos \theta_e} \dots \dots \dots (5)$$

第七十七圖



今用  $x$  為補助角，令

$$\text{tg} x = \cos \alpha \text{tg} \Delta \dots \dots \dots (6)$$

則可變公式

$$\begin{aligned} \cos \theta_e &= \cos \theta \cos \Delta + \sin \theta \sin \Delta \cos \alpha, \\ \text{爲} \quad \cos \theta_e &= \frac{\cos \Delta \cos(\theta - x)}{\cos x} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

將(6),(7)兩式與(5)式相組合，得

$$\text{tg} \gamma = \frac{\text{tg} \alpha \sin x}{\sin(\theta - x)} \dots \dots \dots (8)$$

用是震央之緯度 $\theta_e$ 及經度 $\lambda_e$ ，入可由次式求之：

$$\theta_e = 90^\circ - \theta_e, \quad \lambda_e = \lambda \pm \gamma \dots \dots \dots (9)$$

(ii) 數個觀測所之共同求法 由多數觀測所以求震央位置，亦與論近地地震同，其初動方向，可視為無足重輕，單由震央距離，即得以定震央位置也。

若在近地地震之例，則A,B二觀測所之震央距離，若為已知，則以A,B為中心，各震央距離為半徑畫圓，則在地圖上，其震央距離，必為兩交點之一。惟在遠地地震，則不可不設想地球為球面，而上述簡單作圖法，不能適用。此處差幸有Stereographic地圖，即以南極為中心，投影於赤道面之地圖是也。此地圖之優點，為地球表面上之圓，在此地圖亦為圓。故由某觀測所求出一定之震央距離軌跡時，則在Stereographic地圖上為圓。今將此地圖，應用於遠地地震，則當然亦

可如近地地震時之作圖也明矣。

今由某觀測所，將△距離之軌迹，畫入 Stereographic 地圖中，則其圓之中心，不能與觀測所相符合，稍須向外方移動，而其半徑亦由觀測之緯度而異。今 Stereo 地圖中所畫圓之半徑，命之為r，中心之移動距離，命之為d，則r及d可由次式決定之：

$$\begin{cases} d = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi + \cos \Delta} \\ r = \frac{\sin \Delta}{\sin \varphi + \cos \Delta} \end{cases} \dots\dots\dots(10)$$

φ為觀測所之緯度，d, r及震央距離△，均以角度計算。實際上在地圖上畫圓時，將地圖上赤道圓半徑乘之，即得所求，此處假定地球之半徑為 20 cm.，將緯度各異之觀測所對於各種之震央距離，其 d 與 r 之值，掲載如次表：

Stereo地圖使用表(半徑20 cm.)

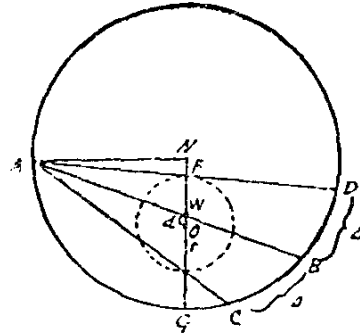
緯度 (φ) 半徑(△)		20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°
10°	d	1.7	1.4	1.2	1.0	0.9	0.8	0.8
	r	26.3	24.6	23.3	22.3	21.4	20.6	19.9
15°	d	3.8	3.3	2.7	2.1	1.8	1.7	1.6
	r	39.6	37.3	35.3	33.7	32.2	30.9	30.0
20°	d	6.7	5.7	4.9	4.0	3.4	3.0	2.7
	r	53.3	50.3	49.0	45.2	43.2	41.6	40.1
25°	d	10.5	8.9	7.8	6.6	5.6	4.8	4.3
	r	67.7	63.7	60.2	57.2	54.6	52.4	50.5
30°	d	15.4	13.2	11.4	9.6	8.2	7.1	6.2
	r	82.4	77.6	73.2	69.6	66.4	63.5	61.3
35°	d	22.1	18.5	15.8	13.4	11.5	10.0	8.5
	r	99.1	92.3	87.0	82.4	78.5	75.3	72.3

40°	d	29.5	25.3	21.3	18.1	15.3	13.3	11.4
	r	116	109	102	95.9	91.2	87.3	84.0
45°	d	39.0	32.8	28.4	23.6	20.1	17.2	14.7
	r	135	125	117	110	105	100	96.1
50°	d	49.6	43.6	36.0	30.8	25.7	21.9	18.7
	r	155	144	134	126	119	113	109
55°	d	65.2	54.4	45.9	38.5	32.8	27.6	23.3
	r	179	164	153	143	135	128	122
60°	d	83.4	68.9	57.6	48.4	40.5	34.6	28.9
	r	206	187	173	161	151	144	137
65°	d	105	87.5	72.3	60.1	50.4	42.3	35.9
	r	237	215	166	182	170	160	153
70°	d	135	109	90.6	74.6	62.0	52.1	43.3
	r	275	243	224	205	191	179	169
75°	d	173	139	113	93.0	76.5	63.4	52.9
	r	322	284	255	232	214	200	189
80°	d	224	176	142	115	94.6	77.9	64.1
	r	381	330	293	263	242	223	209
85°	d	299	228	176	144	116	95.7	78.0
	r	465	385	339	302	272	251	233
90°	d	409	302	231	181	145	117	95.5
	r	585	474	400	349	311	283	261

在Stereo地圖上，以一定點為基點，作一定距離之軌跡，(即圓)應用幾何的方法，尤形便利。今如第七十八圖，AGD圓，表地圖中赤道，N為北極，W為觀測所，先引NA線，該線之經度與W之經度差為 $90^\circ$ ，連結AW作直線，與赤道圓

交於B;再於B點之兩側，沿赤道圓求△之距離，（以緯度計算即對於赤道圓中心所夾之角）得C及D，連結AO及AD與NG直線交於E，F兩點，EF之中點O，即所求之圓心，而OE或OF為其半徑。依此理，由其他各觀測所之△，用同樣之作圖法，可得一羣圓，此類圓羣之交點，即所求之震央地點。

第七十八圖

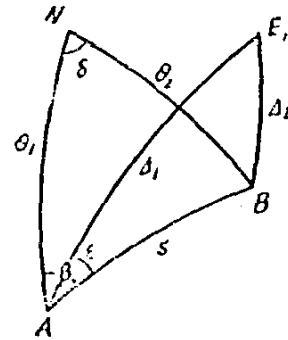


若不使用Stereo地圖，則決不能有如是之簡單方法。今假定由A，B兩觀測所，其觀測之震央距離為 $\Delta_1, \Delta_2$ ，則欲求震央之緯度，舍計算外，實無他法。設A觀測所(緯度 $\varphi_1$ ，經度 $\lambda_1$ ，震央距離 $\Delta_1$ )與B觀測所(緯度 $\varphi_2$ ，經度 $\lambda_2$ ，震央距離 $\Delta_2$ )之經度差為 $\delta$ ，則

$$\delta = \lambda_2 - \lambda_1$$

但以後之計算，則以餘緯 $\theta_1, \theta_2$ 代其緯度。（參照第七十九圖）

第七十九圖



依此法所求得之震央有二：其一為 $E_1$ ，其他一為 $E_2$ ，則在計算中同時所求得者也。更命A，B觀測所之距離為s，及弧NA與弧BA之交角為 $\beta$ ，則由球面三角形ANB，其s及 $\beta$ ，可由次式表示之：

$$\begin{cases} \cos s = \frac{\cos \theta_2 \cos(\theta_1 - \omega)}{\cos \omega} \\ \text{tg } \beta = \frac{\text{tg } \delta \sin \omega}{\sin(\theta_1 - \omega)} \end{cases} \dots\dots\dots(11)$$

此處之 $\omega$ ，為適合於次式之補助角，

$$\text{tg } \omega = \cos \delta \text{tg } \theta_2 \dots\dots\dots(12)$$

但s， $\Delta_1, \Delta_2$ 均用角度表示。故由三角形AEB，而知大圓AB及AE<sub>1</sub>間之角 $\epsilon$ ，即

$$\begin{cases} \text{tg } \frac{\epsilon}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p - \Delta_1) \sin(p - s)}{\sin p \sin(p - \Delta_2)}} \\ p = \frac{\Delta_1 + \Delta_2 + s}{2} \end{cases} \dots\dots\dots(13)$$

而此處之震央方向，則由通過 A 點之緯度起算，用其方位角  $\alpha$  (自北向東) 決定之且因  $\alpha$  有

$$\begin{cases} \alpha = \beta - \epsilon \\ \alpha = \beta + \epsilon \end{cases} \dots\dots\dots (14)$$

之二值，故知所求之震央有二也。

要之在遠地地震之例，震央附近地帶，必現甚大之振動。尤其是震央在陸地時，并有相應之被害，即不用上述之震央求法，而以被害最甚及振動最激烈之地域，以之為震央，如我國甘肅，陝西，安徽等及日本東京之大地震，其例亦甚多也。

4. 震源之深 在普通之地震，其震源之深，大多數為30至40 km 許；但其深為20 km或20 km以下者，亦不在少數。至於100 km 以上之地震，則比較為少數，但有時亦可至500 km內外者。凡震源之深，在100 km 以上之地震，特稱為深層地震。在此等特例，計算上對於震源之深，決不可忽視。故其深之求法，有考研之必要。通常數十 km 程度之淺地震，苟不於震央附近，得充分觀測之材料，則欲精密求其震源之深，殊非易事也。此處述其種種求法如次：

(i) 由於震度及其他特種現象

當地震之際，若勢力甚強，則在震央附近之人身，必起特種之感覺<sup>3</sup>，此等感覺之程度，距震央地愈遠，當然愈弱。若在震央地附近之感覺，至數十 km 距離，即為弱震；再至100 km距離，即無感覺，則該地震為淺層地震。又若震央地附近人身之感覺。雖不甚強，但其感覺地域之散布，非常廣大，則知其為深層地震。尤其是數百km深之地震，人身感覺區域，頗形異常。此例在日本數見不鮮，故如上述，基於人身感覺之分布，而再積長時期之經驗，約略可以推知其震源之深焉。

(ii) 基於地震之記象型

此法即應用地震記象中所現出 P, S, 及表面波之情狀，以推測震源之深。驟視之似甚曖昧，但積數多之經驗，則有相當效用，尤其是憑一個觀測所之觀測材料時，更形重要。蓋震源愈深，則記象紙上 P 與 S 之相愈覺明瞭，而表面波之記



象，則比較的鮮少。吾人觀於深層地震，而得知此說之真確也。

(iii)由比例分割法

此方法論近地地震求震央時，業已述及，即觀測所之位置，及觀測所之數，能適當分布，且 P-S 之值，能精確測定時，則震源深度之求法，甚形簡單。惟就根本而言，此法先基於一種假定，故不能以之得精密之結果。

(iv)用走時曲線法

當地震之際，如能得 P 波及 S 波之走時曲線，則利用該曲線，可以求震源之深。惟不可不在走時曲線之震央附近，及其彎曲點附近，實施充分的觀測，以精密決定其曲線耳。蓋在通例，其走時曲線在震央附近，雖為  $d^2T/d\Delta^2 > 0$ ，而震央距離增加，則彎曲隨之減少，至達某震央距離，則  $d^2T/d\Delta^2 = 0$ ，以後則  $d^2T/d\Delta^2 < 0$ ，此  $d^2T/d\Delta^2 = 0$  之處，稱為彎曲點與該點處相當之震央距離大小，為決定震源深度之重要量。

用走時曲線，以求震源之深，其方法有種種，今就其最顯著者，述之如次：

(a) 用最小自乘之方法 此法不用走時曲線，而單用  $dT/d\Delta$  之值，故震波之入射角，與震央距離間之關係，可以推知，從而得以求震源之深。實言之，即先就震波速度對於震源之深，其所起之變化模樣，設簡單之假定，然後計算從某種深度之震源，其發出之地震波，達至某震央距離之觀測所時，應生如何之入射角，即其關係，可表以次之函數形；

$$f(H, \Delta, \frac{d\Delta}{dt} v_0, a_1, a_2, \dots) = 0 \dots\dots\dots(15)$$

H 為震源之深， $v_0$  為震波之地表面速度， $a_1, a_2, \dots$  為隨震源深度而異之數值。(最通常係數之類)由(15)式觀之，先從走時曲線，得  $\Delta, d\Delta/dt$  之一羣既知值，至其他未知量，則用最小自乘法決定之，於是震源之深 H，及其副產物  $v_0, a_1, a_2, \dots$  均得求出焉。第四章第五節所示者，即此法之一例。該節最後之公式，如用 H 表出之，則為

$$\Delta = \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} H (1 + A \frac{H}{r_0}) \dots\dots\dots(16)$$

但  $A = \frac{1}{2} \frac{2+a_1-a^2}{1-a^2}$ ， $a = \cos c_0$ ， $r_0$  為地球半徑。

由本條所述之法，以求震央之深，為最精密之法，惟運算手續，不免繁重耳。

(b) 由於走時曲線彎曲點之位置 走時曲線彎曲點之位置，對於震源之深，至有關係，而在現今多數之地震觀測中，若地殼內部之震波速度，得能完全確定，則震源之深，與走時曲線彎曲點之對應的震央距離 $\Delta_M$ 間，當然有一定之關係，可以求出。惟其間之最感困難者，觀測之際，由走時曲線以求 $\Delta_M$ 每失之不精確，其誤差可至 $\pm 50$  km 許也。Gutenberg 由近地地震之研究就歐洲大陸之震波速度，得兩者間之關係如次表：

震源之深(km)	10	20	30	40	50	60
$\Delta_M$ (km)	180	250	280	300	315	325

(c) 用 $\bar{P}$ 波法 在近地地震之記象中，稍經過 $P$ 相後，即可檢出 $\bar{P}$ 相，其例亦甚多。蓋 $P$ 相與 $\bar{P}$ 相之走時差 $P-\bar{P}$ ，每隨震源深度之大小而起差異焉。逆而言之，對於某震央距離，可以由該兩相之時差，而確定其震源之深也。惟應用此方法，若地殼內震波速度，及連續層之厚，苟不充分調查精密，即無從得良好之結果。尤其是地殼上層之構造，近時諸家對之論議喧騰，惟將來研究有進步，此法或能完全應用，或未可知。茲為便於學者參考起見，將 Gutenberg 在歐洲統計之值，列如次表：

由 $P-\bar{P}$ 以求震源深度之表

$\Delta$ (km) \ 深(km)	100	200	300	400	500	600
0	—	-3.9	1.4	6.7	12.0	17.1
10	—	-2.6	2.6	7.8	13.0	18.1
20	—	-1.0	3.8	8.9	14.0	—
30	-5.0	0.1	5.0	10.0	15.0	—
40	-3.0	1.2	6.2	11.0	—	—
50	-1.4	2.5	7.3	12.5	—	—
60	-0.6	8.9	8.5	—	—	—

表中之時間為 $P-\bar{P}$ ，負號係表示 $\bar{P}$ 相先 $P$ 相而出現，其缺項則表示 $\bar{P}$ 相或 $P$ 相未經出現者，即實際上觀測較為困難之例。

用走時曲線以求震源之深，除上述方法外，尚有應用還元走時走時曲線之作法者，亦歸着於求彎曲點之位置。惟因該位置之決定，本非易事，從而不能得精密之 $\Delta_M$ 值，其結果仍不免多誤差。蓋諸法中惟(a)法較為完善，而(c)法因尚未完成，尤不可妄用，斯又不可不格別注意焉。總之震源之深，無論用何種方法推求，而就現在之觀測材料而言，均未達完全之步驟也。

# 第十一章

## 雜論

1. 地震動之人身感覺 所謂人身感覺者，地震動時由人身直接所感之之謂也。至於由地震動所生之其他現象，例如懸掛物或液面之動搖，門窗之震聲等，即無地震計之設置，亦可藉此以知有地震發生，此類現象，雖習慣上不能與人身感覺，相提並論；但其間判別之界限，亦頗曖昧。蓋地震之際，其強弱之感覺，每由人身注意力之敏銳與否而起差異焉。

凡地震而能使人身起感覺，其最低限度，應為若何之加速度，實當前之重要問題也。且人身在坐臥，起立，或行動時，其所感知之程度，當然不能一致，但就通常而言，大抵地面動搖，達重力加速度之 $\frac{1}{400}$ ，人身即起感覺也。

地震動之人身感覺，在震央地附近，自不待言，惟當地震勢力甚大之際，雖震央距離遠至1000 km 內外，尚起地面動搖之感知，其例亦數見不鮮。至如世界上多地震國如日本等，時時由近地地震之經驗，此種感覺，每月至少有數回，(例如東京)幾成一種習慣。然而今世地震學家，往往由其平日之經驗，能以人身感覺判別地震度之強弱。質言之，即震動之性質，地鳴之有無，震動之方向等，皆得由其感覺力而決定焉。尤其是震源在陸地時，并可藉以知震央距離之大概。此處將Rossi-Forel 之震度，日本中央氣象臺之震度，及絕對震度，列表對照之如次：

日本氣象臺震度	De Rossi-Forel之震度	絕對震度
0. 無感覺	I. 地震計上略受感動	I. 2.5mm/sec <sup>2</sup> 以下之加速度
I. 微震(Slight)靜止或注意之人有感覺	II. 少數靜止之人有感覺	II. 最大加速度 2.5—5.0 mm/sec <sup>2</sup>
	III. 多數靜止之人有感覺	III. 最大加速度 5.0—10 mm/sec <sup>2</sup>
II. 弱震(Moderate) 普通人受感覺門戶等動搖(即弱震中之較弱者)	IV. 行動之人亦受感覺運動之物體及門窗等均發生漸續音響	IV. 最大加速度 10—25mm/sec <sup>2</sup>

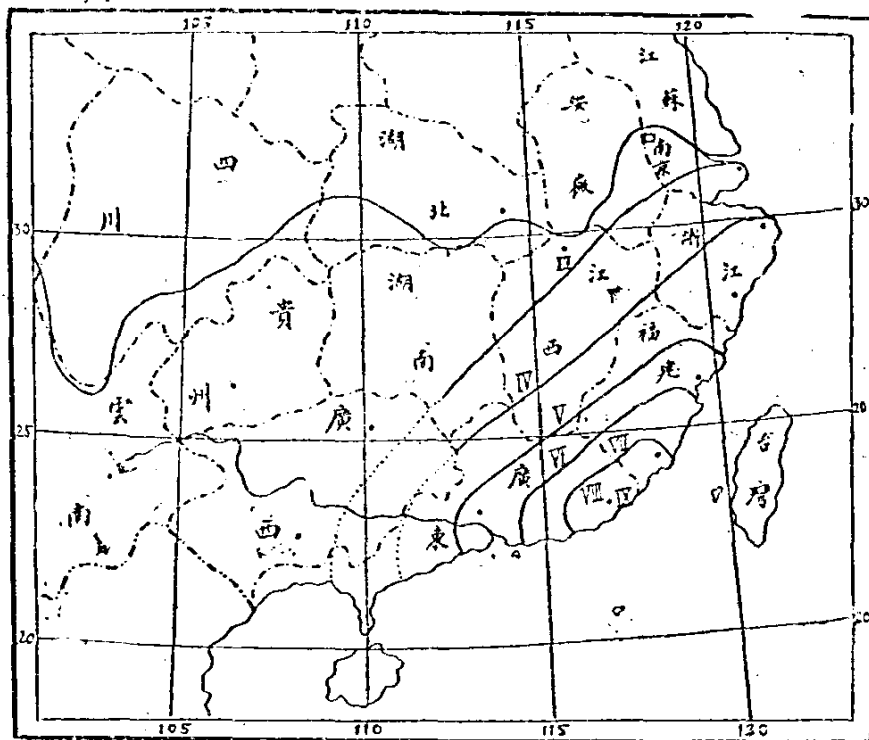
III. 弱震 (Rather Strong) 家屋動搖門窗發聲時計 之振子停止懸掛物及液 體動搖	V. 無論何人均生感覺較 大之物體及家具等動搖 VI. 眠者驚醒，時計停 止樹枝動搖少數之人逃 出戶外	V. 最大加速度 25—50mm/sec <sup>2</sup>
IV. 強震 (Strong) 家屋急 激動搖，不安定之物轉 倒。液體溢出	VII. 不安定之物轉倒居 人驚惶但建築物不生損 害	VI. 最大加速度 30—100mm/sec <sup>2</sup>
V. 強震 (Very strong) 壁 有龜裂，石碑等轉倒烟 囪起破損	VIII. 烟囪倒塌壁生龜裂	VII. 最大加速度 100—250mm/sec <sup>2</sup> VIII. 最大加速 250—500mm/sec <sup>2</sup> .
VI. 裂震 (Disastrous) 屋宇倒塌，山嶽崩壞， 地盤起大變動	IX. 建築物之一部或全 部分俱破壞	IX. 最大加速度 500—1000mm/sec <sup>2</sup> .
	X. 地層龜裂，山嶽崩壞	X. 最大加速度 1000—2500mm/sec <sup>2</sup> .
		XI. 最大加速度 2500—5000mm/sec <sup>2</sup> .
		XII. 最大加速度 5000-10000mm/sec <sup>2</sup> .

人身感覺之觀測結果，大抵在震央附近最強，距震央漸遠，其感覺程度亦漸殺，而在地圖上，則所謂等震度線 (Isoseismic line) 者，即連結震度相等各地方所形成之曲線也。就理想而言，凡等震度線應以震央為中心之同心圓，而實際則因地盤之強弱，不能均一，是等之連結線，均成不規則形。第八十圖，為民國七年二月十三日汕頭一帶大地震之等震線圖。該圖由中央觀象臺依 Rossi-Forel 之震度階級，而繪出也。圖中之點線為懸擬之等震線。(因未接該區域震度報告)

在同距離之等震度線，大抵海岸，河岸，平野等，震度較大；而山嶽地方則反是。惟在普通之淺層地震，其人身之感覺分布，約略可以震央為中心，然遇深層地震，其感覺分布，往往生奇異之現象，此等處特稱為異常震域。是種特例，在日本甚多，例如震央在日本海時，則感覺區域，僅存在於太平洋沿岸方面，民國十五年七月二十七日，彼國中央部琵琶湖南岸附近之深層地層，(深約 300km 許) 即其最明顯之例。

上所述異常震域，由深層地震而起，係近時所發見，但該區域發生之原因，現時尚未有充分之說明焉。

第 八 十 圖



2. 震波之加速度及加速計 實際上欲調查由地震所記之災害，及建築上之耐震材料等，則地震時所起之地面加速度，(即地面動搖之加速度)為當前之重要問題。通例吾人由地震計之地震記象上，計算是類之加速度，雖時遇困難之點；然若假定地震動為簡單之正弦運動，則可於記象紙上，測得振幅A及週期T，於是通常物理之說明，其最大加速度 $\alpha$ ，可表以次式

$$\alpha = \frac{4\pi^2 A}{T^2} \dots\dots\dots (1)$$

但就現時地震計之製作而言，週期務求其大，然後再由地震動以求地面之變位。故若根據是類地震計之地震記象，即欲推知地震加速度之大小，殊感困難，而加速度既為觀測上一種重要之量，則無寧製出一直接測定加速度之器，應用方形便利，即所謂加速度計者是也。現在各國地震觀測所，加速度計雖未實地使用，將來以此類器械，代強震計及人身感覺之觀測，在今世之多地震國，尤覺其有

必要，但現在週期較小，倍率較大地震計，則亦可為加速度計之代用也。

又地震之際，對於液體壁面之壓力變化，當然可用適當之方法，使之有明顯之記錄，現時雖有應用是種原理，而有相當之器械製出，然實驗室中，以之用於日常觀測者，仍不多見。

大地震之際，若地面所起震動，非常激烈，不能適用器械觀測，則往往由各種物體之顛倒，滑動，拋出等，以推測地震動之最大加速度。此類方法，大抵適用於蒙震災之地方。茲列舉如次：

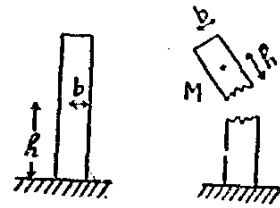
(i) 物體之顛倒

例如四角柱顛倒時。設重力加速度為g，則其最大加速度α，可表以次式：

$$\alpha = \frac{b}{h}g \dots\dots\dots(2)$$

b 為重心之側面距離，h 為重心之高，(如第八十一圖 A)此處所宜注意者，即物體之密度，與加速度不生關係也。此 α 當四角柱顛倒之際，當然由靜力學的計算出之，但對於複雜之地震而起顛倒，此值未必能符合也。以下均倣此。

第八十一圖 (A) (B)



(ii) 物體之折斷

如棒類之物體，當折斷時，其加速度 α 可表以次式：

$$\alpha = \frac{JgZ}{bhM} \dots\dots\dots(3)$$

J 為折斷部分之慣性能率，(若從斷面內之面設想，則通過該面之中心，且與轉倒方向垂直，而作直線，則該線即為其迴轉軸) Z 為對伸長力之抵抗度，(可由實驗得之) b 為折斷面邊長之半，h 為折斷部分重心之高，(如第八十一圖 B) M 為折斷部分之質量。

(iii) 物體之拋出

當地震動時物體若起拋出之現象，則其加速度 α 為

$$\alpha = \sqrt{\frac{gF^2}{2H}} \dots\dots\dots(4)$$

F 為拋出之水平距離，H 為落下之高。

(iv) 物體之滑動

當地震時，物體不轉倒而起滑動，則物體與其下方接觸面間之摩擦係數 $\mu$ ，應有次式之關係：

$$\mu < \frac{h}{b} \dots\dots\dots(5)$$

$b$  及  $h$  之意義與前同，從而物體當滑動開始時，其加速度為

$$\alpha = \mu g \dots\dots\dots(6)$$

之值由物體及接觸面之性質而異，據日人大森氏之實驗，得次表之值：

	$\mu = 0.50$ (乾)	$\mu = 0.68$ (濕)
木在木之上而		
金屬在金屬面之上	0.18	—
木在金屬面之上	0.60	0.65
石在石或磚之上	0.71	—
木在石之上	0.60	—
石在鐵之上而	0.45	—

3. 特殊地震(尤其是深層地震) 地震每由其發生情勢，震波傳播，及發現地點，而具種種相異之性質，是類地震，因其特異性而爰附以特種之名稱，今將其中之主要者，簡單說明如次：

(i) 深層地震

此類係指地震源深度中特別加深者而言，通常約 100 km 以上之深，可稱為深層地震。但深度約在 300 km 內外之地震，其發現回數最多，可以為深層之標準，特稱為狄義的深層地震。而在 100 km 乃至 200 km 深之地震，則特呼為稍深層地震。

(a) 深層地震之發現區域及頻度

由近地地震之研究，而推定深層地震之存在，係近時日本地震家調查所得，而其餘各國，尚未聞着手此項研究。日本深層地震之區域，大都為日本海北方，八丈島南西之遠洲灘，伊勢海，及琵琶湖附近等處，其中尤以遠洲灘之深層地震，近年發現回數較多。蓋就日本國附近地域而論，大都大規模之深層地震，每年約發現四五回；若加入小規模之深層地震，及稍深層地震，則一年可十數回。此



類地震之頻度，與通常淺層地震相比，當然較為稀少。但深層地震，大概係大規模的出現，以之與同程度之淺層地震相較，覺兩者之頻度，亦無甚大差也。

#### (b) 地震記象之特異性

因深層地震，由地殼內之深層發出，其發生表面波，比較甚少。故其地震記象，與通常淺層地震相比，呈顯著之異狀，即最初之 P 波及 S 波，其相非常明瞭。因表面波之微弱，於是總振動時間

比較的甚短。第八十二圖，係深層地震時，其地震記象之二種代表的型式，A 型表示 P 波甚大，而往往 S 波為其所掩；至於 B 型，則 P 波小而 S 波大，所謂初期微動繼續時間者，尤覺其非常明瞭也。蓋在 A 型由 P 相至 S 相，雖含有相當之初期微動，惟因

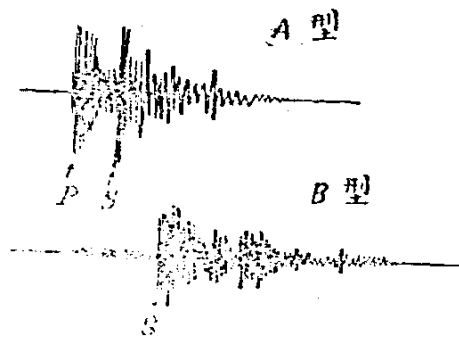
P 波過大，外見上宛如有缺乏初期微動之勢，斯則觀測之際，所最宜注意者也。又 A 型通常為震央附近之記象，B 型則適合於震央距離較遠之地點。但有時因深層地震之發見區域，及觀測所之位置，而發現特殊之情狀者，蓋其間之關係，本備極複雜也。

#### (c) 異常震域

深層地震之有異常震域，既略述於前節，但就實際而言，則深層地震與異常震域之存在，有直接之關係，蓋地震既由地殼內之深處發出，則其震域（人身有感覺區域）在地表面之分布，當然較廣，從而其所亘地域，應比淺層地震，為異常之分布，不難想像得之。且有時其異常震域之現象，可出吾人想像以上者。今就日本之深層地震，例舉之如次：

震央在日本海北方時之深層地震，其發生之際，人身之感覺區域，時常限於日本島國之太平洋沿岸，此種現象，在十數年前，每驚為不可思議，至於現時則是類地震，決定為深層地震，殆無疑義，又八丈島南西之深層地震，日本之關東地方及奧羽地方，雖恆為震域，而彼國之中部地方及近畿地方反若不受人身感覺

第八十二圖



，此種特例，幾不勝枚舉，總之深層地震發生之際；常生明顯之異常震域；且即當稍深層地震發生時，通例亦存在有程度較弱之異常震域也。

#### (d) 深層地震與淺層地震之關係

深層地震與淺層地震，是否發生相當之關係，雖為近年來研究之一問題，而仍未得正確之結論。惟現在深層地震發見區域，即為古來大地震(淺層地震)所出現之地點，其例亦甚多，且經近年之調查，似乎深層地震與淺層大地震，兩者發現之間，有相當之關係存在。故今後若於深層地震，為進一步之研究，或者對於淺層大地震之活動，得以豫知，亦未可知焉。

#### (ii) 深海地震

所謂深海地震云者，我國特稱為海嘯，即廣大之深海地域而發生之地震。由其種種之特性，可將此類地震，視為特別一種類。其在東亞方面，則日本之千島羣島東南，北海道南方及奧羽地方之東方所蟬聯存在之深海地域，發現極多。其地震之特性，則為震度甚強，週期遲緩，而總振動時間則甚長也。且觀其地震記象，P及S兩相，甚不明瞭，而表面波頗占優勢，終期微動，則持續較久，是為恆例。質言之，即由震央距離方面，以觀地震記象之模樣，殊帶遠地地震之色彩，故就其表面波之優勢而言，知深海地震之震源，距海底甚淺，可以推察知之。

有時深海地震，甚形巨大，惟就其發現狀態觀之。宛如有同程度大地震之一羣。組合發生模樣，此特稱為深海震之羣發性。此類發生模樣，為深海地震最顯明特性中之一，與通常地震大有差異。又有因深海地震，海中發生波浪，其例亦甚多，但現今關於是類地震調查，尚未臻完全之域，不過僅就其發生地域之特種構造，而設想其具如此之特性已耳。

又當深海地震之際，通例內陸諸觀測所，人身不生感覺，惟巨大之深海地震，則內陸廣大之地域中，人身可生微弱感覺。此際感覺地域，不相連續，宛如自前所述異常區域之存在。但與深層地震之所謂異常區域，不相類似。蓋其有感覺區域，均互相隔離而不連續也。今考其理由，大都宜內陸諸地，凡同程度之遲緩的振動。其傳播範圍固甚廣，但由觀測地點，及觀測之感覺敏銳與否，發生上述之現象，或未可知焉。故此等不連續分布的有感覺地域，決不能與深層地震之異

常區域，等量齊觀。所以現今地震家對於深海地震所生者，稱為第二種異常震域；對於深層地震之異常震域則稱為第一種云。

(iii) 誘發地震，引繼地震，二子地震

所謂誘發地震者，發現一地震後，以之為原因更誘發他地震之謂也。引繼地震(Relay earthquakes)云者，甲地震之震動，促起乙地震，而此乙地震之波動，更促起丙地震，恰如 Relay 競走模樣，故得此名。至於二子地震，(Twin earthquakes)則係誘發地震之一種，即因一地震發生，地殼生不安定之區域，或其他不安定之區域，亦促起活動，幾同時發現同程度之二種地震也。此等現象在吾人實地經驗上，不足為奇異。但誘發地震一語，其應用上應至何種程度而止，其間殊難規定。蓋任何地震之起，有假想其為由二種互相誘發之可能。且一地震之發生，亦可歸因於前時或長年月以前之地震，故此謂誘發地震者，單指其因果關係極相密接，兩地震之時間距，極相短促者而言也。

4. 脈動 凡地殼即無地震時，亦每持續其微弱之振動。宛如人體中脈搏無間斷然，故此現象特稱之為脈動。脈動(Pulsatoric Oscillation)之原因甚多，其起於人為的，則大都為運轉工業機關，及交通機關等；其天然的則為流水，風，波浪，氣壓變化等。惟由種種原因所起之脈動，其振動情勢亦異。故須有適當之分類，據 Galitzin 之分類，則有次列兩種：

第一種 週期約七秒許之脈動

第二種 週期三十秒許之脈動

此二種似非人為的脈動。Hecker 氏更就週期四秒以下之脈動，由局部原因所生者，及週期至一分許之遲緩脈動，分為四種。而 Gutenberg 則區分為二種：即第一種為局部原因所生，第二種為由遠距離原因所生者。但就是等之分類別之，不外次列數種：

- (1) 基於工業機關及交通機關
- (2) 基於水之下流等
- (3) 基於火山作用
- (4) 基於地方的暴風或急激之氣壓變化

- (5) 基於地表面空氣之摩擦
- (6) 基於海之風波
- (7) 基於海岸壁之波浪激擊
- (8) 基於霜

惟由人爲的，及局部的原因所起之脈動，在地震上不視爲重要。蓋此現象貴在廣範圍之地域，而施同時觀測也。以下僅就狹義的脈動，加以說明。其週期約爲三十秒許者，其主要起因，大都爲海洋波浪，及海岸衝擊之碎浪等。至於由局部的，或氣壓之急變等所生者，雖與此不無混同，然亦屬於其範圍狹小之現象也。通常週期三秒乃至十秒之脈動，而成規則形之波動者，特名爲規則的振動。

#### (i) 脈動之振幅

脈動之振幅，雖時時刻刻發生變化，然取其一年之平均振幅觀之，各觀測所約略如有一定之值；且此種之值相互比較，每生甚大之差異。

脈動振幅之大小，由於四季而異，據 Hamburg 及日本東京之觀測，其一年中之月平均如次表：(以 Microa 爲單位)

月 別	Hamburg (半振幅)	東京(全振幅)
1	7.3 $\mu$	24.6 $\mu$
2	3.5	17.2
3	2.5	24.0
4	2.0	18.1
5	1.2	9.5
6	0.4	11.9
7	0.4	3.2
8	0.7	8.7
9	1.1	11.8
10	3.5	17.3
11	3.4	13.7
12	4.6	39.4

但表中之數，係在脈動振幅中較大振動之振幅平均，而非總振動之平均值也。由此表觀之，知脈動冬季大於夏季。至於一日中脈動振幅之變化模樣，據各國之調查，似以正午時爲最大，其餘時刻殆不見何等之變化。此外則局部的暴風影響，亦與之不無關係焉。

就天氣圖之氣壓配置，以研究脈動振幅之變化，最易明瞭。據日本東京氣象

台之調查，低氣壓沿日本太平洋岸而至東京，則脈動增加，通過房總沖而達最大。又低氣壓在東京附近上陸，則亦生極大之脈動。此外則急激之不連續線，通過東京附近，則脈動亦急激增大。又低壓在日本之北東，而彼國之氣壓傾度，為西高東低，而強風呈發展模樣時，則對於此類之氣壓配置，其強勢之脈動，可持續至數日之久。而通過日本海之低氣壓，若不上陸，則與東京之脈動，幾無關係。由是等之現象，以觀東京之脈動增大，似可歸因於東京附近海洋大波浪之發生。故知關於脈動之起因，雖尚有調查之餘地，而海波為脈動之最大原因，則可無疑義焉。

#### (ii) 脈動之週期

脈動之週期在同一之地域，亦恆不相等，且由季節，時刻及振幅而異。準歐美各國各觀測所之經驗，大都週期隨振幅而增加；然而東京之觀測，則每與此不相一致。又據歐美各國多數地點之調查，脈動週期，自四秒至八秒最多，故日本大森氏特名四秒許週期者為 $Q_1$ 脈動，八秒許之週期者為 $Q_2$ 脈動。又脈動所起之原因，若與某地方之海岸有關者，則其同時刻所生之脈動，距海岸較近之地週期可小，而距離較遠者，其週期可較大。

對於脈動週期一年內之消長，Mainka氏特就歐洲及中央亞細亞之觀測材料，而施行統計，其結果如次表：

月別 \ 週期	三 秒	四 秒	五 秒	六 秒	七 秒
1	3	4	10	15	19
2	3	4	10	15	16
3	4	6	10	13	12
4	7	11	10	8	8
5	12	17	8	4	4
6	18	21	6	4	2
7	21	21	6	4	2
8	20	16	7	5	2
9	9	10	11	8	4
10	3	7	14	11	7
11	1	4	15	14	14
12	0	3	10	20	26

由此表觀之，知夏季多短週期之脈動，而冬季則多長週期之脈動也。

要而言之，脈動之週期，與觀測地之地層構造，及發生原因之所在地，至有關係，當為盡人所首肯也。且如前所述，三秒乃至十秒週期之規則脈動，亦尚多調查與研究之餘地。而就現時以言，則說明只能以此為止。又長週期（30秒乃至60秒許）之不規則的脈動，在脈動中亦頗重要，但對於是種脈動，現時論議甚多，有謂此非土地之實際的動搖，而乃係他種現象作用於地震計而生者，如溫度變化及氣流等）有謂實際為地面振動者，又有謂基因於地下之水流，地中溫度及霜等者，總之尚無確定的調查也。

5. 地面之傾斜及地塊運動 現時位於地震帶之國，往往勃發巨大地震，同時生斷層，地裂，土地之升降等現象，其例甚多。但對於是種大地震之地域，在地震前是否生地表面之傾斜，則與地震豫知之問題，至有關係，用水平振子以測地面之傾斜，今時已有實行者，（例如日本）今綜合其結果，大抵在地震前後，地面傾斜之發生，約略成為事實。且其傾斜方向，與震源方向，彷彿可生一定之關係者，但實際上則為疑問。故由傾斜推測，以求達地震預知之目的，仍需相當研究之時日也。

用通常水平振子，（Zollner 型之水平振子即二線懸掛之水平振子有攝影記錄裝置者）以測地面傾斜，其週期為20秒乃至30秒者，最為適當。但此際所宜注意者，溫度變化，往往影響於機械及地震計等，而因以誤認為地面傾斜，在所不免故現時多用熔融之水晶線，以懸掛水平振子焉。

今由是種之觀測結果言之，覺總不能脫去外界溫度之影響。蓋其所觀測之地面傾斜曲線，與溫度（尤其是地下數生的密達處之溫度）之曲線，有平行傾向，頗為明顯。至於觀測所若位於山崖或山腹等，則日射之影響，亦頗顯著，設欲除去是等之影響，以求真正由地殼內部變化所起之地表面傾斜，僅從觀測結果，施行判斷，實非常困難也。

又由近來種種研究之結果，知地殼表層，可視為多數地塊之集團所組成，此事實由近時日本北丹大地震，已得明顯之證明。蓋就北丹大地震後之斷層及地變，陸地測量部所施行之精密三角測量之結果，餘震之研究，以及其他之調查等，知北丹地震，係形成與謝半島之地塊運動結果。又民國十九年十一月二十六日，

該國伊豆大地震時，據其事後之報告，其震災地之東方地塊，向北移動，西方地塊，向南移動，亦決定其為地塊運動之地震也。故本此論調，以研究地震發現之原因。則地塊運動，或基於地殼下之岩漿流動，亦未可知。設果因岩漿運動而起地震，因而生地塊運動，則任何地震，皆可歸入於火山地震一類矣。所以現今在地震學上，地塊運動一語，實含有重大之意義也。

至於其他之地震研究，最近世界各國，正在努力調查中。目前此學科雖未達完全時期，將來終有成功之一日。即如第二種地震動之實測，及地震之預報等，當然可預期其實現也。

6. 地震學之參考書籍 地震一科，為分門中之專門，在科學領域中，所占範圍甚狹，故關於該科之出版物，亦不能如他科學之多。茲將其有名之著書，略介紹一二如次：

B. Galitzin, Vorlesungen über Seismometrie.

此書對於地震理論，及地震計之自記裝置，暨一切觀測之理論，記載均極精密，為從事於地震觀測之良參考書。

A. Sieberg, Erdbebenkunde.

此書對於地震計之構造，及觀測上之必要事項，應有盡有。

C. Mainka, Physik der Erdbebenwellen.

此書對於地震波之理論，敘述精詳，係極有價值之刊物。

E. Wiechert, Theorie der automatischen Seismographen

此書於自記地震計之一般理論，說述無遺，為現時地震計理論之惟一良書。

B. Gutenberg, Aufbau der Erde.

H. Jeffreys, The Earth.

此二書雖係地球物理學，其關於地震波動部分，論述頗詳。此外如地殼之性質及構造等，均有理論的闡發，在在與地震學之基本相關，亦為研究地震學者所必備之書。

本書之取材，大部分根據於以上各著書。此外尚有G. W. Walker所著之 Modern Seismology，則較上列各書，已大有遜色。至如C. G. Knott之The Physics of Ea-

---

Earthquake Phenomena 以及其餘各刊物，則大都偏重於地震統計及記載，此處不一  
- 備錄焉。



## 附 錄

### 關於地震觀測設備及操作上之注意

1.地震計室 建築地震計室，必先調查土地之地質。其主要目的，務求地盤之堅固，故不宜於地層相鬆之地質。若地質為沖積層，則以之為地震計臺之基礎，尤形適當。至於火車電車之經路，工廠之地點，其附近處皆在禁止之列。尤其是火車之線路，與地震觀測所之距離，尤關重要。蓋火車之振動，與其經過地之地質，至有關係，大抵地盤愈堅牢，則其影響所及亦愈遠。若為沖積層洪積層，則距離1000m許，大都火車及工場等之影響，全可避免矣。關於此問題，通常用微動計實驗之，最為適宜。如無此項器械，則用滿盛水銀之器驗之亦可。

地震室務避除潮濕，且室內按日之溫度變化，務求其小，故每掘地建築，使室之下半在地平線下，成半地下室，并能防濕氣之侵入，苟或不然，則宜北向開窗通光線，其餘三面，總以不被溫度之影響為主。

2.地震計臺 建築地震計臺，須將地層掘至若干之深，由建築法令地盤非常堅固。至其所掘之深度，則由地質之種類而異。若掘地出水時，則須將堅牢之木樁打入，於其上鋪三和土，(Concrete) 然後再以整磚砌成臺，臺上蓋平滑之石，方達充分堅固之目的。

臺之高約為三尺許，地下之整磚基，須厚一密突內外，其整磚基下之三和土，可自一密突至四密突之厚，而由其地盤所具之性質定之。若地震計係倒振子型，(如 Wieckort 之地震計)則無須築臺，單使地盤充分堅固即得。

3.地震計之使用法 地震計之各部分，須常使保持清潔，而不可令其生銹；尤時須掃除，俾不沾染塵埃。水平振子之自己振動，週期雖以大為宜，但不能使其有不定之模樣。有時因欲達使用之目的，振動重錘，(例如測常數時)但振動之後，不可不令其復歸原位置，而成靜止狀態。又器械各部分，因某種原因，(例如生銹之類)增大摩擦，往往使描針尖端，動搖後不能復歸原位，如在普通地震計，此時須檢查重錘之支點，(即支持重錘處)是否破損或生銹；描針之尖端，

是否失之太尖或生銹。蓋描針之尖端，設太尖或太重，則當其接觸於煤烟紙時，均能生較大之摩擦也。如所用之地震計，為倒振子型，則須時常檢查倒振子下部之發條片，(如五十四圖中之廿等)位置是否適合；制振器內之金屬圓筒，位置是否保持水平，以及其他部分，是否生故障。斯又日常所宜注意者也。

地震計之構造，隨種類而異，以上所述，不過為大體之舉例。凡從事於地震觀測者，務須求人與器相習，然後始得盡地震計使用之能事也。

4. 記象紙之準備及調製 當記象紙燻煤烟之時，須先用平滑之紙，卷於記象圓筒上。而後將圓筒軸支於燻烟臺或燻烟架，成一種之迴轉裝置，其臺或架之下部，設有石油盞，點着其細長之燈心，油烟即向上升。同時徐徐迴轉圓筒之軸，紙面即熔附有煤烟。但所燻之烟，不可過薄或過厚，而使記象不明。此種工作，大都經一二次經驗後，即能獲良好結果也。

煤烟紙圓筒。裝入地震計內，而使迴轉開始時，須記精密之時分秒(根據打分時計上已經補正之時刻)及年月日，以備日後之查考。將煤烟紙取出時亦如之。

凡有地震記象之煤烟紙，因欲其永久保存，紙面須塗以伐尼希(Varnish)油與酒精之混合液，其分量則油約十分之二，酒精約十分之八，塗後晒之使乾，則煤烟即永不剝落矣。

5. 時計之處理及其差數補正 用打分時計，以記錄地震記象紙之時刻，已述於本書第八章第一節。但此處所宜注意者。按日溫度之變化，對於時計之影響甚大，故此種時計，須安置於適宜之處，而以能避去溫度影響，并不受潮濕為要。(通常大都安置於地震計室內)

用鍵捲時計之發條，每日須按一定之時刻，通例於取換油烟紙時行之。捲時須徐徐迴轉，并數其回轉數若干，其最後之回轉次數，尤宜格外注意。蓋所捲之回數，必須預知，而後可知其日差之變化模樣。時計有應二日捲一次者，則以每日捲之為宜；亦有應八日捲一次者，則每週捲之可矣。至若時計之日差變化，甚形複雜，則雖八日一捲之時計，亦應按日捲之也。

時計之日差云者，即每經二十四時間後，時計面之針行過速或過遲時，對於

真正時刻之差數也。設針行過速，則差數之符號為負，過遲則符號為正。例如經二十四時間，指針速二秒七，則日差為 $-2^{\circ}7'$ 。大凡時計之日差變化，其主要原因，基於氣溫之變化。若日差變化，有一定規則可尋，則其時計有價值；若日差不定，則難得正確之時刻。

因時計面之指針，不可使之停止，所以其差數補正，應分為二，即日差及補正數是也。補正數者，真正時刻與時計面指針所指時刻之差也。例如指針所示為十一時四十五分二十八秒，真正時刻為九時二十二分十三秒，則補正數為 $-2^{\text{h}}23^{\text{m}}15^{\text{s}}$ 。至於任意時刻之差數補正，則應由一定時刻之補正數，及差二者計算之，例如某日正午之補正數為 $2^{\text{h}}25^{\text{m}}13^{\text{s}}$ ，日差為 $-3^{\circ}6'$ ，則是日十八時之差數補正，應由次式得之：

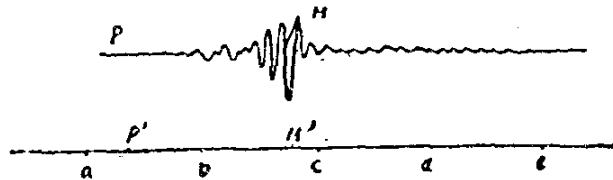
$$2^{\text{h}}25^{\text{m}}13^{\text{s}}.0 + (-3^{\circ}.6 \times \frac{18-12}{24}) = 2^{\text{h}}21^{\text{m}}.1.$$

對於時計，應備置比較簿，將按日一定時刻之補正數及日差記入之，如觀測所備有子午儀或六分儀，則此種差數補正，可由天體觀測求得之，或由觀測機關所在地點之報時信號，以施更正。不然則用時計搬運法，託由該地點之無線電報局，聽取其他測候機關之無線電報報時亦可。

6. 發震時刻之計算 發震時刻云者，記象紙上地震動之開始時刻也。該時刻在地震觀測方面，為最重要之要素。但在普通之地震計，時刻記錄描針，與地震記象描針，位置雖平行而其尖端則互有參差。(因欲避去兩尖端之衝突)今假定前者之針尖，較後者之針

第八十三圖

尖，後退3mm，即如八十三圖所示，則發震點P與時刻記錄線上之P'相應，即P'對於P之真

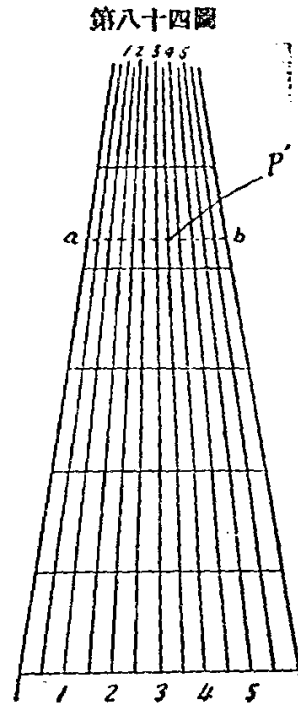


正對應點，應後退 3mm. 也。設地震計之記象描針，同時能記錄時刻，則 a, b, ... 點，對於記象線上，觀測尤形便利。惟因  $ab = bc = cd = \dots$ ，均以表經過一分間之線長，即迴轉記象圓筒之時計裝置，務求精密，使圓筒等速回轉，為其必要之條件也。至經過線長之時間  $x$ ，可由次式求之，即

$$x = \frac{ap'}{ab} \times 60''.$$

ab及ap'之長，通例以密里密達尺量之。

上所述者，為普通之算法，但現時為避去計算上煩瑣起見，大都如八十四圖所示，用雲母片或玻璃之刻線器，以代運算。其法將ab中間之發震點 P'，塗以朱色，然後以透明之刻線器，印於記象紙上，使ab線恆與器之橫線平行，而徐徐移動，使 a,b 點與其兩端之縱線相符合。設如圖所示，P'在 3 與 4 之間，則知為30秒與40秒之間，此時由目之觀察，則圖中之P'點，與37秒相當。



# 勘 誤 表

頁 數	行 數	誤	正	頁 數	行 數	誤	正
首 頁	3	如 大 意 利	如 意 大 利	60	16	第 七 圖	第 二 十 三 圖
目 次 2	27	地 計	地 震 計	61	14	$\Delta -$	$\Delta =$
目 次 4	2	垂 成 分	垂 直 成 分	70	13	其 結 果 備 複 雜	其 結 果 備 極 複 雜
同 上	5	初 期 震 動	初 期 微 動	75	11	$\left(\int d\mu \left[\frac{\xi'}{a}\right] \frac{d\xi'}{dt}\right)$	$\left(\int d\mu \left[\frac{\xi'}{a}\right]\right) \frac{d^2 \xi'}{dt^2}$
11	10	吾 於 是	吾 人 於 是	76	6	$\left(x \left[\frac{\eta'}{a}\right] - x \left[\frac{\xi'}{a}\right]\right)$	$\left(z \left[\frac{\xi'}{a}\right] - x \left[\frac{\xi'}{a}\right]\right)$
17	1	$PC \times \Theta$	$PC \times \Theta$	90	10	$\frac{2\pi}{T} + \frac{T}{2\pi T^2}$	$\frac{2\pi}{T} + \frac{T}{2\pi r^2}$
21	25	$\frac{\partial T_1}{\partial z}$	$\frac{\partial T_2}{\partial z}$	91	3	$(a_0 + V^{(3)} \sigma_0)$	$(a_0 + V^{(3)} \sigma_0)$
23	6	彈 性 運 運	彈 性 體 運 動	同 上	11	$\frac{2}{T_2} \left( e^{\frac{t_1-t}{T_1} - e^{\frac{t_1-t}{T_2}}} \right)$	$\frac{2}{T_2} \left( e^{\frac{t_1-t}{T_1} - e^{\frac{t_1-t}{T_2}}} \right)$
24	19	歸 宿 又	歸 宿 於	92	1	$\left( e^{\frac{t_1-t}{T_1} + e^{\frac{t_1-t}{T_2}}} \right)$	$\left( e^{\frac{t_1-t}{T_1} + e^{\frac{t_1-t}{T_2}}} \right)$
28	21	幾 等 於 零	幾 等 於 $\sqrt{2}$	93	10	無 制 動 作 用	無 制 振 作 用
29	3	$\frac{x^3}{r^3} \frac{\partial x}{\partial r}$	$\frac{x^3}{r^3} \frac{\partial \varphi}{\partial r}$	94	14	$\mathcal{D}^{(6)} =$	$\mathcal{D}^{(6)} =$
31	18	$\cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right)$	$\cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{z}{\lambda} \right)$	95	2	$\left( 1 - \left( \frac{T_0}{T_1} \right)^2 \right)^2$	$\left( 1 - \left( \frac{T_0}{T_1} \right)^2 \right)^2$
33	2	$\omega = \frac{2\pi}{\lambda}$	$\omega' = \frac{2\pi}{\lambda}$	98	3	$C'_a = -$	$C'_a = -S_a$
34	4	V 之 值	v 之 值	103	4	$i = r \sqrt{J^{(6)}}$	$i = r \sqrt{J^{(6)}}$
36	3	彈 性 震 波	彈 性 橫 波	同 上	10	致 時 在	致 插 針 在
39	20	$2\pi \alpha$	$2\pi / \alpha$	105	15	$\Delta' t - T_0 / 2$	$\Delta' t - T_0 / 4$
40	2	傳 彈 時	傳 播 時			$\Delta' t - T_0 / 2$	$\Delta' t + T_0 / 4$
41	6	x o. y	x o. z	125	3	則	則 C
42	28	且 若 $\Omega^2$	且 若 $\Omega_2^2$	133	20	以 上 所 率	以 上 所 舉
45	8	$-\alpha_1 \psi_1$	$-\alpha \psi_1$	157	21	六 十 七 圖	六 十 九 圖
同 上	10	$(\alpha^2 - \gamma^2) \psi_2$	$(\alpha^2 - \gamma_2^2) \psi_2$	161	24	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A}{A_2}$	$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_E}{A_2}$
同 上	11	$(\alpha^2 - \gamma^2) (1 + \varphi_0)$	$(\alpha^2 - \gamma_2^2) \varphi_2$	177	5	則 將 $T, T_A$	則 將 $T_0, T_A$
46	14	$1 - \varphi_1 1 + \varphi_2$	$1 - \varphi_2 1 + \varphi_2$	187	17	由 P - P	由 P - P
47	7	但 此	但 此 時	197	9	規 則 的 振 動	規 則 的 脈 動
52	12	第 二 圖	第 十 八 圖				
同 上	21	第 一 圖	第 十 七 圖				
53	8	$\frac{dT}{d\alpha} = r_0 \Delta$	$\frac{dT}{d\alpha} = r_0 \Delta$				
同 上	11	$= r_0 \Delta$	$= -r_0 \Delta$				
54	14	已 知 函 數 $\Psi(\Delta)$	已 知 函 數 $\Psi(\Delta)$				

## 表之勘誤

頁	欄	行	誤	正
148	3	9	9.993	0.993
150	4	9	3.35	3.55
157	3	2	4.5	3.5
170	3	3	$t_2 > 6$ 分	$t_2 < 6$ 分
179	4	23	11	10
180	7	2	$39^m .0^s$	$39^m .0$
同上	1	7	100	110
183	4	7	5.44	54.4
187	3	4	- 1.0	- 1.3

中華民國二十九年九月出版

平裝一厚冊 定價國幣肆圓

發行者 山東青島市觀象臺

印刷者 中國科學公司

上海空爾鳴路一二二號  
電話三三六五九號

銷售者 觀象臺事務處

青島觀象臺二路

代售者 上海商務印書館

