

中華民國三十五年

統

計

學

陸軍大學印

魏地戰術源流

行。這些事為當時所重視，並現世之說。

三、被簾帶之物，一、行李及箱、皮鞋、雨衣、洗面巾。

宋人詩集

三、從事研究：1、熟讀教材；2、精研地圖；3、現地偵查。

三、佈陣佈五營：1. 故該標兵 2. 賽研地盤 3. 現地佈陣（後續
計圖）（前進陣地、營壘陣地均可用）• 王陣地、公地、半陣地、內部
各隊三站，要在空隙地之間，要詳細研究。

詩述流竹之清韻

第一章 緒論

第二節 統計學之定義及其應用

統計學者利用數字表顯社會或自然現象之動態或靜態並分析其數字間關係之學也。

統計學計量而不計質，欲比較貧富智愚，必先有可以計算貧富或智愚之數量，方能比較，故數字不能與統計分離，統計學上大半數字均由計數而來，故雷翁裏氏以計數之學爲統計學之定義，蓋計數爲統計學之主要職務也，再者統計學之數字未必均由計數而來，有時用估量方法求其近似之數值，故定義中計數與估量並列。

古代統計學研究之對象爲國家，故有以研究國家之學爲統計之定義者，後來研究範圍漸廣，其對象由國家推及社會與自然現象，此種現象或同時同地，或同時異地，或同地異時，包括甚廣。

統計學亦有作爲研究平均數之科學者，統計學用種種方法分析數字間之關係不只平均數一種，故謂統計學之任務在根據大量觀察而闡明其數字間之平均關係則可，若謂統計學爲研究平均數之學則不可。

統計學

二一

統計學之應用甚廣，其舉要大者分述如下。

1. 統計學與社會政策

社會政策與社會方法之要點在於社會之弊病，必須查明其原因，然後設法予以最有效之統計不可。例如根據工業上之災害統計，於是實行強迫保險。

2. 統計與公共衛生

衛生當局參考人口之疾病死亡統計，決定施政方針，設法防止疾病蔓延，平息補救，藉統計之宣傳，可得各方贊助，誠為廣泛衛生之一急務也。

3. 統計與商業

現代商業範圍廣大，關於內部浪費之減少，工作之效能，分公司之營業，售貨之比較，其外部如市場供給與需要之狀況，商業之盛衰等等皆與商業之關係甚巨，故現代商業公司皆認識統計之重要。

4. 統計與財政

歐美各財政專家每根據歷年統計而預測未來收入，雖有時與實際數目相差甚遠，然預測與實際適合者為常事，而相差甚大者僅例外事耳。

5. 統計與軍事

監軍須利用統計分析機關有無浪費，其工作效率如何，成績之良窳，是否進步，抑有退步。攻守計劃須利用統計而決定其實施方法與時間，軍需供應品之數量，應參考統計加以準備，予以調度；軍隊輸送雖以運輸工具為先決問題，但以往統計結果為調動軍隊可靠之參考，匪但輸送方法可以預決，而軍輸送所需時間亦可預料也。

第二節 統計之誤用

1. 不同事物比較之誤

統計之妙用在乎比較，然事物之性質不相同者則無比較之可能，例如1898年美國陸軍部長論非列賓之美國兵士死亡率事，當時外界對於多數兵士之死亡頗有責言，該部長置辯，謂兵士之死亡率不過萬分之一七二，以華盛頓波士頓一般人口之死亡率相差無幾，故兵士之死亡率不能謂為過高云云，其實軍隊與一般人口性質不同，一般人口之中有老有少，極老極少之人口死亡率當然高出常，而兵士率皆壯年之青年，且多經鍛鍊者，豈能與老少人口同時比較。

2. 百分比之誤

數目選小，不宜用百分比，必須將實在數目同時并列，方不致使閱者發生誤會，例如美國約

統計學

四

翰哈金斯大學有一趣聞，該校女生 $\frac{33}{100}$ 與教員成爲眷屬，人皆以爲該校教員竟與女生全數 $\frac{3}{1}$ 結婚，爲數不少，但實際上只女生一人與教員結婚，蓋當女生共三名，其一名當然是全數內 $\frac{33}{100}$ 故

3. 原因瞭漏之誤

有時事實之原因甚多，若獨取其一，脫漏其他原因，其結論常不確，例如美國某大學調查學生吸煙爲不及格之原因，其人數如下。

調查學生數	全年平均分數	不及格之百分比
完全不吸者	111	3.2
吸煙不多者	35	14.1
吸煙極多者	18	24.1
	59.7	

學生好吸煙者重視他種活動，不注重學業，或為體育家或者注重享受，吸煙為不重學業之間接表示非不及格之主因也。

4. 偏見之誤

統計學家當有超然客觀態度，切不可先有偏見，然後假藉統計以維護其偏見，例如美國有人反對強迫種痘，引用英國統計如下。

五歲以下天花死亡總數（1905—1910年）——26

在幾次下種痘死亡總數（1905—1910年）——98

根據以上統計種痘死者反而超出天花死者數倍，但實際上天花死亡減少由於種痘，倘不種痘，天花死亡當時必不在少數。

5. 統計本身之誤

由於調查之疏忽，由於計算之錯誤，在所不免，必須審慎，對於他人所編統計亦須詳加分析，以免輕信也。

第三節 統計之法則

統計常態法則 由一大羣中任意抽出一水飼餌平均。差不多能保持全部之特性，例如雞蛋十萬個，而欲求其平均重量，只取其中不太大不太小的一千個稱其重量而求其平均數，雖未必與實際十萬雞蛋之平均重量一致，但相差無幾，可作平均重量之代表。

小數永存之法則 由一大羣中任意抽出之部份既能代表全體，則其餘一部份自當與第一部份

相似，若第一部份有幾項具有異常特性，則在第二部份亦可預期發見幾項異常者，其項數亦差不多，統計家蒲蘭謂各種職業專家（專醫特種難症之醫師，及販古董之商人，皆賴此法則維生。

大量慣性之法則 在外界原因不變情況之下，若觀察之範圍擴大甚廣，則每年之統計當得相似之數量，例如火災之損失，就一城而言，歷年損失或有出入，然就全國或全世界而言，若房屋建築與防火之設備未改變，則每年火災損失當能保持一定數量，蓋甲城火災損失或增加，乙城之損或減少，增加者與減少者約略相抵，故全部整個結果變動甚微。

第四節 統計方法之程序

1. 搜集資料
2. 整理資料
3. 發表資料
4. 分析資料

例如清查戶口，先須確定其清查之範圍，調查表之問題及格式，施行方法，及舉行日期等等，皆屬於搜集資料之工作。

然後點明其人口之總數，男女各若干，已婚與未婚者各若干，識字與不識字者各若干，其年

齡之分配如何，其職業分配如何，皆屬於整理資料之範圍。

再根據所得各事項之數目，製成圖表公布之，此即發表材料之工作。

統計學不但表示各事項之確切數字，吾人尤當利用其數字發見一定之規律，例如由各國人口年齡之比較發見分配曲線，大致有一定趨勢，並分析夫妻間年齡之繫聯係數，諸如此類概屬分析資料之範圍。

統

計

學

八

第二章 統計表

第一節 統計表之功用

統計不能與數字分離，故其結果恒有無數複雜之數字，表示統計事項之動態或靜態，將此項數字擇要列表，則統計結果即可一目瞭然，茲將統計表之重要功用分述如下。

- (1) 統計資料之排列且顯明且合於邏輯之系統。
- (2) 易得密切之概念。
- (3) 易於記憶。
- (4) 便於比較。
- (5) 易於檢查錯誤及遺漏。
- (6) 免去文字上重複解釋之煩。
- (7) 便於總計平均及其他較深之計算。

第二節 統計事項之特性

欲將統計資料依系統排列成表，必先有預定之目的，然欲預定目的，必須先確定統計事項之特性，所謂特性即其個別之性質也，例如田地一項，土質之肥瘠，面積之大小，產量之多少，市

統計學

一〇

價高低之地位之優劣等為特性，可稱特性之至說或二類作為排列之標準。

統計事項之特性有可以累積與不可累積之別，例如商店售貨總額可以依此累積，工廠中發明作工人數則不能累積，蓋意義各有不同也。

統計事項之特性不止一種，其相互關係有別，或可合併計算，或則彼此不能相混，例如售皮鞋與衣服之商人，此兩項售出額不能相混。

統計事項之特性又有「原始」與「附生」之別，例如商店整成商品之總值隨估計價值之標準而異，前者為附生特性，後者為原始特性。

統計事項之特性(1)或有因果之關係，(2)或彼此無關。(3)或雖是排列並肩，而無一定關係，例如橡皮生產之限制與橡皮價格有因果關係，工人工資額與工廠發工資次數無關，商店之銷售與營業額雖共同排列而無二生之關係。

第二節 總表與摘要表

統計表有總表與摘要表之分，將有關研究現象之一切已知事項列之於表，是為總表，故其記載甚為詳盡，此表包括原始資料，為編製摘要表之準備，摘要表者就總表中所載之資料摘要記載或加以分析而減之表也。

第四節 統計表之形式及製表規律

統計表之最簡單者爲單項表，就作一種比較之次式，較繁者可於表中作二種三種或四五種比較，此種表式名曰雙項，三項，四項，五項表。

表中地位有優劣之別。有便於比較者，有不便於比較者，善製表者先確定各種比較重要性之大小，最重要之比較，置於最優之地位，餘類推。

表中之地位何者便於比較，何者不便於比較，繞行同行數字較同列數字便於目力，故表中最優地位爲同行相鄰數字之比較，其次爲同列相鄰數字之比較。

若欲於表中作第三種比較，可用胡問之一法，而同行既優於同列，故第三種較優地位即當比較數字於同行而隔列相間，至於同列而隔行相間數字之比較，可作爲第四種比較。

茲就第一表序此四種比較之先後輕重，與表中地位之優劣次序互相對照如下。

第一位。同行相鄰數字之比較（滿20歲與不滿20歲之比較）

第二位。同列”””””（男性與女性之比較）

第三位。同行而隔列相間數字之比較（已婚與未婚之比較）

第四位。同列而隔行相間數字之比較（華人與外人之比較）

統計表之標題置於表之上端，以求明確，亦需將標題示表中重要各點，表中行列，亦須冠以適當之標目，例如上圖之某事統計表其結果有死者，有傷者，而傷者之中有傷手者，傷足者，傷目者之別。

統計表中之總數均置於各數之末，今則置於各數之首，首創者爲美國華盛頓人口清查局，其目的在使總數與表之標題相近，蓋閱者無注意總數與標題也。

表中行列須以直線劃分，其線有粗細多少之別，普通項目之間用一細線，重要項目之間則用粗線或雙線畫之，上下兩端，亦須劃更線或粗線，各項重要性之大小須與界線之粗細多少相應，各行亦應各冠一字母或數字，以便引用參考，例如以A、B、C、D區別各行，以1、2、3、4區別各列，以資代表。

一、表中數字須排列整齊，以便計算，所用單位須在數字之前註明，在摘要表中所用之單位不宜過小。

普通讀者祇知統計結果之大概，故單位要小之數字，並無必要。單位以下之數字可依四捨五入法取捨之。

表中項目不宜過多，不如分製數表較為明顯，統計表若非單獨發表，其地位須與正文接近，若正文為統計表之說明，則先列統計表而後正文，若統計表為正文之補充，則先列正文後統計表。表中資料之來源須註明以供參考，可於標題下或表之下端註明之。

第五節 統計數列

統計專項之特性隨時隨地或隨情況而變，例如工人之工資，甲時之工資與乙時之工資不同，甲地之工資與乙地之工資不同，甲地之工資與乙類之工資不同，故工資在時間在空間在各情況中，有許多數值，這樣特性在統計學中名曰變量，這許多數值即為變量之數值。

在研究之時間空間或情況中變量之數值依一定之次序相連而成一列，是曰統計數列，或單稱數列。

統計數列可分為(1)時間數列(2)空間數列(3)質量數列，時間數列與空問數列與變量更與地理分類而組成之數列，至於依性質或數量的分類而組成之數列名曰質量數列。

數量數列中有一種數列，在統計學上特別重要者，曰類數數列，例如工人工資分配之狀況，每月工資在半元以下者若干人，半元與半元之間者若干人，半元半十五元之間者若干人，每五元

為一組，全體工人分配於各組之中，是曰頻數分配，各組所有人數名曰頻數，此類數列名曰頻數數列。

統計學家亦有將數列分為(1)頻數數列(2)時間數數與(3)類別數列之三類者，至于空間數列及非常之質量數列均包括於類別數列之內。

統計數列又可分為(1)連續數列(2)非連續數列。與(3)近似連續數列三種，若變量之兩個不同數值中有無限不同之數值，則由此變量而生之數列，名曰連續數列，例如年歲在三十歲與三十一歲之間有無限不同之數值，在三十歲與三十歲一月之間，或在三十歲與三十歲零一日之間仍有無限不同之數值，故年歲數列為一連續數列，變量之兩個不同數值中，祇有有限不同之數質，由此變量所生之數列，名曰非連續數列，例如人數十人與十三人之間祇有十一人與十二人二數，此數列為非連續數列，此外尚有一種數列，其變量之數值亦若連續數列連續不絕；但其連續非自然，而係人為，名曰近似連續數列，百分率與死亡率之數列即其例也。

第七節 頻數表

設有學生十人，其總平均分數如下：

45, 74, 72, 85, 65, 62, 86, 62, 85, 94

得85分者四人，62分者一人，其餘均一人，故85分之頻數為4.62分之頻數為一，其餘均為零，其頻數表如下。

變量之數值即使完全不同，或相同者甚少，亦可製頻數表，可將全部數列依其大小分成數組，而以變量之數值盡納於各組之中，全部數列在各組間之分配，名曰頻數分配，而此表名曰分組頻數表。例如標金箱市（民22年八月）洪11十六個。

832,80元	842,60元	856,80元
833,00	832,60	835,80
831,00	833,80	838,20
832,20	832,00	837,60
829,60	835,20	838,20
833,30	834,86	836,20
831,70	836,60	

由上述之數列可得下列之分組頻數表。

各組之大小名曰組距，組距兩端為組限，其較大者曰上限，其較小者曰下限，每組中間之數值名

由組中點或單稱中點時即用兩組限之平均數去上表第一組之中點爲29元。三、十、八歲計算編製此組頻數表，須（1）確定組數之多少，換言之，確定組距之大小，（2）確定組限之位置，及其表現之方法。若組距太大，則組中各數相差太大，其中點雖代表全組，不能表顯頻數之分配，若組距太窄，既不便處理，又不能顯示其重要趨勢。

分組頻數表（ F ）簡單頻數表與（ Σf ）累積頻數表，於簡單頻數表中，以各組之頻數表依次累積，則成累積頻數表。

第五表	第六表	第七表	第八表	第九表	第十表
833.90	833.90	833.90	833.90	833.90	833.90

頻數累積有向左與向下之別，若各組之排列由小而大，則頻數依次向上累積，如第五表，名曰較大制，反之，如各組之排列由大而小，則頻數依次向下累積。如第六表，名曰較小制。

第三章 統計圖

第一節：統計圖之功用及製圖之原則

統計圖之功用在表顯統計事項之大概情形。不待比較而予讀者以深切之印象。故統計圖為表現統計數字間之關係最有效之科學方法也。茲將其重要功用分述如下。

(1) 讀者僅耗甚短之時間，即能得明確之概念。

(2) 易於記憶。

(3) 便於比較。

(4) 利於演講宣傳或廣告。

(5) 用插補法求近似值以免計算之煩。

(6) 由抽樣之樣本確定全部分配狀況。

(7) 可供精深分析之用。

統計第二節：統計圖之分類

統計圖可依其形式、細的，應用環境及比較之性質而分類。

就形式言，可分為：

(1) 線形圖。(2) 統計地圖。(3) 面積圖

(4) 體積圖。(5) 線圖

就其目的而言。可分為：

(1) 說明圖。(2) 分析圖。(3) 計算圖

就其應用環境而言。可分為：

(1) 生理圖。(2) 崇圖。(3) 書圖

就其比較之性質而言。可分為：

(1) 時間比較圖。(2) 空間比較圖

(3) 數量比較圖。(4) 頻數分配圖

第三節 條形圖

條形圖者以平行寬條若干條比較統計事項之數量或其百分比之圖也。有橫條形圖與縱條形圖之分。寬條自左而右平行者。曰橫條形圖。其上下平行者曰縱條形圖。

橫條形圖又可分為(1)簡單橫條形圖(第一圖)。(2)組合橫條形圖(第二圖)。(3)簡單成分橫條形圖(第三圖)。(4)組合成分橫條形圖。

簡單橫條形圖以橫條若干比較統計事項。以條之長短作一種比較。

第一圖

組合橫條形圖以多種橫條比較統計事項。以條之種類作多種比較。

第二圖

簡單成分橫條形圖者。各條之內，分成細段之簡單橫條形圖也。可作種種比較。各條全部相比。條內各段相比。而各條各段又可一一相比。

第三圖

第七圖

組合成分橫條形圖者。各條之內分細段之組合橫條形圖也。乃統計事項百分比之比較。下圖為此種統計圖之一種。各橫條之長短相等。若改百分比為實際數量。則各橫條之長短各不相等。

第四圖

第八表

上述各種橫條形圖各有其應用。如作同一時期內各種數量之簡單比較可用簡單橫條形圖。若比較之事項過多。則圖中橫調亦可換用橫線。若欲比較同時期內各小部數量之多少。則橫條形圖

之選擇須視總數之多少而定。若祇有一個總數即可用簡單橫條形圖。以一橫條代表一小部。而另取一橫條以代表其全部，雖此種比較，可用圓形圖，然究不若簡單橫條形圖簡而明。若有兩三個總數則可用組合橫條形圖，若總數過多。可用簡單成分橫條形圖。至組合成分橫條形圖最適用於若干總數百分比分配之比較。

縱條形圖之普通者（1）有簡單縱條形圖（第五圖）。（2）條線混合圖（第六圖）。（3）頻數分配縱條形圖（第七圖）。

第五圖

簡單縱形圖者僅以一種縱條若干比較統計專項之圖也。此圖祇有高低縱條。祇可作一種比較

條線混合圖者縱條與曲線混合而成之圖也。縱條與曲線各表示一種比較。如第六圖中之縱條比較每月底本年已交換之票據總金額。而每月中之交換額則由曲線之高低表示之。

第六圖

第九圖

頻數分配縱條形圖者。以縱條之高低比較分組頻數表中各組頻數多少之圖也。此圖適用於非

連續數列分配之比較。

第七圖

第四節 統計地圖、面積圖、體積圖

統計地圖者。乃表示統計事項。在空間的分配。最簡單且最有效之統計圖也。如欲表示各省人口密度。各省生產狀況。適用此圖。統計地圖有(1)彩色統計地圖。(2)交叉線統計地圖。(3)點式統計地圖。用數種顏色或一種深淺不同之顏色表示統計事項者。曰彩色統計地圖。用數種形式不同之交叉線者且交叉圖。用數量不同或粗細不等之大小點者。曰點式統計地圖。

點式統計地圖又分為(1)單點統計圖。(2)連點統計地圖。(3)四分點統計地圖。

輪盤統計地圖上每區祇有一點。點之大小不一。數量多者用大點。少者用小點。以點之大小表示數量之多少。

密點統計地圖上之點則相反。各點之大小相等。但各區之點數不一。以點數之疏密表示數量之多少。

四分點統計地圖則介于前二者之間。所用之點雖不一致，然其種數有限。各區內所用點數則有不只一點者。然究不甚密。四分點之種類有五。以點之形式表示量之多少如下：

統計學

一一一

- 一萬石以下
- 一萬石以上二萬石以下
- 二萬石以上三萬石以下
- 三萬石以上四萬石以下
- 四萬石以上五萬石以下

面積有長寬二邊。體積有長寬高三邊。均不便於比較。在原則上均當避用。惟圓形圖號爲面積圖之一種。當適用於簡單之比較。他如正方形圖用者甚少。

圓形圖者以圓分成數部而以各部之大小比較統計事項之分配狀況者也。其繪製之步驟如下。

- (1) 求各項在總數中所佔之百分比。
- (2) 以各部之百分比乘 360° 得各部在圓內應佔有之度數。
- (3) 造圓心引若干界線依照求得之角度分全圓爲若干部。
- (4) 各部之區分或僅用界線，或界線以外更用各種顏色，或交叉線以示區別。
- (5) 各部內須書各項之名稱及其百分比，但不書角度，蓋角度爲製圖之助而非讀者所欲知也。

體積圖有高方圓球形圖與像形圖之別，所謂像形圖乃以實體之形像比較統計事項之圖也，例如以高矮不同二軍人，描寫兩國陸軍軍力之大小，或以一大飛機與一小紙鳶表示兩國空軍力量之懸殊，此種統計圖不便比較，而適於宣傳或廣告之用。

第五節 線圖

線圖表以曲線之升降表示統計事項變動之圖也，線圖不僅說明事實，且能供分析之用，時間數列之變動及頻數分配之狀況均可用線圖表示，對於科學管之研究（如監車）及軍事問題之探討尤為不可缺少之工具。

繪製線圖時在圖上先引互為垂直線二，在此二線之上各有尺度，橫線上之尺度名曰橫尺度，縱線上之尺度曰縱尺度，橫線與縱線通常稱為X軸與Y軸，平面上任何一點在橫尺度上所測之數量為該點之橫坐標，其在縱尺度上所測之數量為縱坐標，故各點均各有其在兩種尺度上所測之數量，聯接各點而成之線名曰曲線，其升降起伏即可測知統計事項變動之狀況。

線可分為(1)歷史線圖與(2)頻數線圖，表示時間數列變動狀況之線圖名曰歷史線圖，表示頻數分配情形之線圖名曰頻數線圖，前者以時間為橫坐標，數量為縱坐標，後者以分組為橫坐標，頻數為縱坐標。

線圖又可依縱尺度分隔之標準，而分爲（1）算術圖與（2）單對數圖。縱尺度上相等之距離可代表相等之量，或相等之倍數，前者名曰算術圖，後者名曰單對數圖或比例圖，所謂單對數者乃半用算術標準（橫尺度），半用對數標準（縱尺度）之謂也。但亦有在橫尺度上用對數標準，而在縱尺度上用算術標準者，若在縱橫尺度上俱用對數標準，則名曰雙對數圖，惟用者甚少。

依綿圖之形式而言，其連接各點而成之折線名曰角曲線，修去角曲線之角而成之曲線名曰修勻曲線。

歷史線圖有簡單與累積之別，前者比較各時期內簡單數量之變動（第九圖），後者則表示各時期累積之數量。

第九圖

若歷史線圖有兩種曲線，而兩種數列之平均數又極差甚大，則在縱線上可用兩種尺度以便比較，將兩種尺度分置於左右兩端，則一圖之上有二曲線，距離不遠，其起伏即易於比較矣。

歷史曲線圖修勻之目的在除免不規則之變動，而使統計事得有確實之表現，以決定長期之趨勢。

頻數分配之狀況可用幾條形圖，或線圖表示，第十圖中之曲線得即表示頻數分配之曲線也，

此曲線乃由各點連接而成，各點之橫坐標爲各組之中點，而其縱坐標則爲各組之頻數，此曲線與最小組之下限及最大組之上限連接而成一多邊形，此即所謂頻數多邊形是也，若於每組之上割一矩形（矩底爲底，頻數爲高），則此無數矩形之高低亦可用以比較頻數之分配，此種統計圖，名曰直方圖，如第十圖中，直方圖可視爲從條形圖之一種，亦可作爲繪製修勻曲線之初步。

第十圖

第十表

頻數曲線之修勻規則分述如下：

- (1) 在修勻曲線下之面積應與直方圖各矩形面積之和相等。
- (2) 各組上修勻曲線之一部，與兩組線上之二縱線所包圍之面積在可能範圍內，須使與原矩形之面積相等。

(3) 修勻曲線之轉折務須和緩。

通常修勻曲線之最高點應在角曲線之上，因所謂頻數分配並非變量之各數值應有之實際頻數，吾人所求者乃其比例頻數，蓋修勻曲線表示全體頻數分配狀況，吾人製圖時，假定各組內之頻數分配完全勻稱，但普通各組內之頻數分配必集中於一點，在中央組內中間之頻數必多于兩端，

故修勻曲線之最高點應在角曲線之上。

頻數曲線有簡單與累積之別，以各組之簡單頻數為縱坐標而成之曲線名曰簡單頻數曲圖，第十圖中之曲線B，即其例也，以各組之累積頻數為縱坐標而成之曲線，名曰累積頻數曲線，（參看第四章）

累積頻數又有向上累積與向下累積之別，向上累積曲線以各組之上限為橫坐標（第十一圖A）向下累積曲線以各組之下限為橫坐標（第十一圖B）。

第十一圖

若統計事項之變動，在吾人研究時期之前後兩期中相差甚大，則變動之確實狀況不能在算術圖上顯示，茲假前後兩期中某變動之各數值如下：

前期第一年	10	後期第一年	100
第二年	15	第二年	150
第三年	20	第三年	200
第四年	25	第四年	250

若用算術尺度（第十二圖），則吾人將疑前期之變動甚微，後期之變動甚烈，但實際上後期

中變量之各數值適十倍於期中變量之各數值，其變動完全一致，與第十二圖所顯示者完全相反，若用對數尺度，則其實際狀況能顯示於圖上，茲將前例各數用對數求之如下：

前期第一年 $\log 10 = 1$.

後期第一年 $\log 100 = 2$

第一年 $\log 15 = 1.176$

第二年 $\log 150 = 2.176$

第三年 $\log 20 = 1.801$

第三年 $\log 200 = 2.301$

第四年 $\log 25 = 1.398$

第四年 $\log 250 = 2.398$

前期中前後兩年對數之差，與後期中前後兩年對數之差完全相同（ $\log 1.176 = .176$ 後者 $2.398 - 1.801 = .598$ ）故圖中之縱尺度若以爲對數尺度，則前後兩期由來之起伏即完全一致，（第十二圖）

第十二圖 算術圖

對數相差之數即爲實際數量相比之數，縱尺度上相等之距離即代表實際數量相等之倍數，茲將單對數表解釋如下：

(一) 單對數圖之橫尺度爲算術尺度，縱尺度爲對數尺度，換言之，即爲 $y = \log x$ 。 (但亦有橫尺度爲對數尺度，縱尺度爲算術尺度者，換言之，即爲 $x = e^y$ 或 $\log x$)。

(2) 算術圖有零線(即零之尺度)，而單對數則無。

(3) 若曲線上升或下降而幾與直線平行，則所代表之統計事項增加率或減少率幾相等。

(4) 若曲線離直線而向上彎曲，則其增加率增大；反之，則增加率減少。

(5) 在縱尺度上相等之距離表示相等之比例，或相等倍數。

(6) 若曲線一部之方向與其他一部同，則其變動之百分比亦相同，若此二部之斜度不等，則其斜度較大之部變之百分率亦較速。

第十三圖 單對數圖

第六節 作圖規則

(1) 作圖應自左而右。

(2) 數量宜以直線表示，勿用面積或體積，蓋面積體積容易令人發生誤誤之印象。

(3) 繪畫曲線時，宜慎選其縱尺度，俾零線亦能畫入。

(4) 如其縱尺度決不能將零線畫入時，則可在圖之下部留一空白斷面，俾零線仍能畫在斷面

之下。

(5) 無論縱橫尺度，零線應稍闊，俾與其他格線分別。

(6)曲線之表示百分數者，其百分之100或其他標準值之線應特別分明。

(7)如其橫尺度為日期，而時期又不成一完全單位者，其第一第二兩線，以不分明為佳。蓋

本無始末之意。

(8)曲線如畫在對數圖上，其對數尺度之界線均須為十之方數，必要時亦可變通。

(9)圖上格線原為醒目之用，其不必要者不必畫入。

(10)所畫圖線應與格線特別分明。

(11)如其曲線表示若干觀察值，其代表觀察值之各點，以分明標出為佳。

(12)橫尺度自左而右，縱尺度自下而上。

(13)尺度之數字應列在左方與下方，或設縱橫二軸。

(14)曲線所代表之數字或公式，宜一併列在圖上。

(15)統計數字如不列在圖上，作為附註亦可。

(16)圖上一切文字數字須向下或向右，俾從下方或右方讀去，可以一目了然，(例如ABC

如不能如此寫清，亦可書ABC，但不能書作A.B.C.)。

(17)圖之標題愈清楚完全者愈佳，有時為明白起見，尚須加小標題，或其他說明。

指數 (Endes number)

III

- 一、圖解同率數 (圖解複雜事實)。
二、異地異時之時代關係比較。
三、定期性比
の環比
の類比
の類比

第四章 平均數

頻數分配表於比較統計事項猶感不便，例如有兩班學生，欲比較其成績之優劣。除分配表以外，須養一代表的成績，以作比較之根據。有時雖可用總數比較兩班學生之成績，然若學生人數不等，則此種比較即無意義。然所謂代表的成績決非最好的學生，何非最劣的學生，乃通常學生平均的成績，換言之，即平均數之問題也。

平均數非異常之事項，乃通常的事項，非極端之現象，乃中心的現象，故在頻數分配之中最集中之一點，實為最適宜之代表，換言之，即頻數最多之數值也。此項數值名曰衆數。若就頻數曲線而言，則衆數之地位即在X軸上縱坐標最高之一點，但在時間數列，曲線最高之點，為異常之狀態，而非衆數。

衆數雖可為一數列之代表，然此數列之代表未必一定用衆數。故衆數僅為代表數列平均之一種。

考就統計事項依其大小之次序排列，則其中間之二項亦可作為全部之代表，是曰中位數，例如學生九人其分數依次排列如下：

50, 55, 60, 64, 68, 72, 76, 78, 85.

其中間之數爲 68 是即中位數也，設項數爲偶數，則中間有二數，此二數相加之半，即爲中位數。

若以數列之各項相加，而以項數除之，則求得之商，亦可爲全部之代表，是曰算術平均數，亦即通常所謂平均數，試就前例而言。則學生九人之總分數爲 607，而算術平均數爲其九分之一。 $(607 \div 9 = 67)$ 即 67。

此外尚有幾何平均數與 2. 倒數平均數，亦爲統計上通用之平均數。設一數例由 n 項組成，則此 n 項乘積之 n 方根即爲此數例之幾何平均數，若取各項之倒數而求算術平均數，則此算術平均數之倒數即爲倒數平均數。

衆數，中位數，算術平均數，幾何平均數與倒數平均數爲統計學上通用之五種平均數。其計算方法分別解釋於以下各節。

第二節 算數平均數

以數列之項數除其總和，即爲算術平均數，其公式如下：

式 $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

或 $\bar{x} = \frac{\sum x}{\text{項數}}$

M = 總和之記號，讀如Sigma

X = 標量之數值

$$\bar{X} = \frac{M}{n} X$$

例如第十一表所示，欲求其算術平均數，則 $M X$ 即為各種行市之總和，而 n 即為所開行市之次數。

第十一表

應用公式(一)即得：

$$\bar{X} = \frac{M}{n} X = \frac{13325}{16} = 832.8 \frac{1}{16}$$

上例中之各種標金行市有大於平均數者，有小於平均數者，此種大於或小於平均數之重量。

在統計學上，謂之離中差，依數學原理，若平均數為算術平均數，則各項離中差之總和等於零。

$$M(X_{\text{离中差}} - \bar{X}) = 0$$

X = 標量之數值。

X = 算術平均數。

茲就上例各項離中差作表如下：

統計學

統計學

三

簡捷法

$$28.7 \frac{1}{16} - 28.7 \frac{3}{16} = \odot$$

數例之各項若數值甚大而相差甚微，可先設一假定平均數。以計算各項對此假定平均數之離中差，求其總和，然後可決定此假定平均數與真正平均數二者之差額，蓋此二者之差額即各項對於假定平均數所有離中差之平均數也。於是求得算術平均數之法曰簡捷法。其計算公式如下：

$$\bar{x} = x + \frac{\Sigma (x - \bar{x})}{n}$$

\bar{x} = 簡捷平均數

\bar{x} = 假定平均數

x = 實際之數值

n = 項數

就上述標價而言，用簡捷法求算術平均數，以 830 為假定平均數，作下列表計算各項對於假定平均數離中差之總和。

\bar{x} 第十三表

$$68, 10, 12, 20, 45, 90$$

算術平均代入各式(3)

$$\bar{x} = \bar{X} + \frac{45.90}{16} = 832.8 \frac{11}{16}$$

若統計資料已製成頻數表，則算術平均數可自下列公式求得。

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i X_i}{\sum f_i}$$

$$\text{簡捷法 } \bar{x} = \bar{X} + \frac{\sum f_i (X_i - \bar{X})}{\sum f_i}$$

\bar{x} = 算術平均數

X = 假定平均數

f_i = 頻數之數值

X_i = 各項與假定平均數之差

f_i = 頻數

由第十四表計算算術平均數如下：

第十表

由頻數表求算術平均數

統計學

(4)

(5)

統 計 學

第十屆卷

$$0.069 - 0.021 = 0.048$$

普通法 $\bar{X} = \frac{1.248}{2.4} = 0.052$

簡捷法 $\bar{X} = 0.050 + \frac{0.048}{2.4} = 0.052$

全分組頻數表求算術平均數之公式是

普通法 $\bar{X} = \frac{\sum f m}{\sum f}$

簡捷法 $\bar{X} = \bar{X}_0 + \frac{\sum f(m\bar{X}_0 - 1)}{\sum f}$

\bar{X}_0 = 算術平均數

\bar{X} = 假定平均數

m = 組中點

f = 頻數

應用以上各式計算上表

III K

(6)

(7)

第十六章

$$173 - 45 = 128$$

$$\text{應用公式(6)} \quad \bar{x} = \frac{1538.5}{217} = 7.0 \frac{195}{217}$$

$$\text{應用公式(7)} \quad \bar{x} = 6.5 + \frac{128}{217} = 7.0 \frac{195}{217}$$

但以上所舉之例，其組距爲 1，均計算便利，若組距大於 1，或小於 1，則下列公式爲捷徑之算法。

$$\bar{x} = \bar{x}_0 + \frac{\sum (f_i d_i)}{\sum f_i} \bar{x}_i$$

$$\bar{x}_i = \text{算術平均數}$$

$$\bar{x}_0 = \text{假定平均數} (\text{須為任何一組之中點})$$

$$d_i = \text{各組與假定平均數所在組相對之組數}$$

$$f_i = \text{頻數}$$

$$i = \text{組距}$$

以上所舉公式均以數例之各項，視為同等重要，然有時須有輕重之分，例如新生入學考試，

須經國文數學英文之試驗，若學校認此三種試驗為同等重要，則求三種試驗之總成績入而以三除之，即得平均成績，若學校當局偏重國文而以數學與英文為次要課目，則計算平均成績以前，須將各種成績各乘以相當的數值，是曰權數，故算術平均數之中又有單純專加權二種，加權平均數可利用下列公式求得之：

$$\bar{W.A.} = \frac{\sum (w \cdot X)}{\sum w}$$

$w \cdot A.$ = 加權平均數

w = 權數

X = 選取之數值

茲就 1926 年美國農部在農業年鑑上所發表之蛋價統計說明加權平均數之計算法如下：

$$\text{第十九表} \quad \begin{array}{l} \text{月} \\ \text{份} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{數} \\ \text{量} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{價} \\ \text{格} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{數} \\ \text{量} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{價} \\ \text{格} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{數} \\ \text{量} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{價} \\ \text{格} \end{array} \\ \text{應用公式(9) } \quad W.A. = \frac{155.11 \times 17.1 + 447.417.8}{28.85} = 28.85$$

由以上所見之例，吾人知權之必要，蓋各月蛋價對於平均價格之影響不同，貿易較盛之月，其影響較大，貿易較淡之月，其影響較小。若不權其輕重追求單純算術平均數，則所得之數非真，令一年內之平均價格。

第三節 中位數

中位數之來源在其地位，而不在於計算，故亦名地位平均數，將統計事項依數值之大小，順次排列，取其中間一項，即為中位數，若項數為偶數，則取其中間二項之算術平均數。

欲知數列中之第幾項為中位數可應用下列公式：

$$Om = \frac{n+1}{2}$$

Om——中位數在數列中之項數

n ——項數

試取第十一表中之標金行市依次排列，則中位數即為第八項與第九項之和之半。

$$Om = \frac{n+1}{2} = \frac{16+1}{2} = 8.5$$

8.5 介於 8.9 之間，故取第八與第九兩項，標金行市共有 16 個。

標金行市 6 項擇一，依次列舉如下：

第 5 項 — 830.5

第 7 項 — 832.2

第 6 項 — 830.8

統計學

海 試 鋒

四〇

第8項——833.5

第9項——834.0

第10項——834.8

第八項為833.5，第9項為834.0，第六中位數為833.756。

由分組頻數表求中位數可先用公式(10)確定第幾項為中位數，然後用插補法依下列之公式

計算中位數之數值。

$$M = L + \frac{2}{f} \times i$$

$$\frac{M - V}{\frac{n}{2}} = u$$
$$M = V + \frac{n}{2} \times i$$

M=中位數

D=項數

f=中位數所在組之頻數

i=組距

1. = 小於中位數各組頻數之和。

2. = 大於中位數各組頻數之和。

L_c = 中位數所在組之下限。

V = 中位數所在組之上限。

頻數表之排列若由小而大則用公式(11)，若由大而小則用公式(12)。

茲就上海市社會局所發表民國元年至十六年上海粗米每担按月平均價，先製分數頻數表，然後應用公式(10)與(11)計算中位數。

第十一表

$$Om = \frac{n+1}{2} = \frac{192+1}{2} = 96.5$$

據累積頻數可知中位數在第七組。

$$L_c = 8.25$$

$$f = 4$$

$$\bullet = 96$$

$$i = 0.5$$

統計學

四十一

$$u = 192$$

代入公式(14)如下：

$$m = 8.25 + \frac{96 - 95}{4} \times 6.5 = 8.375$$

若頻數表之排列由大而小，則

$$U = 8.75$$

$$f_1 = 4$$

$$u = 93$$

$$i = 0.5$$

$$n = 192$$

代入公式(12)如下：

$$m = 8.75 - \frac{96 - 95}{4} \times 0.5 = 8.375$$

時間數列中位數之計算不以時間之先後，而以數量之大小為標準，即以各期之數量依照大小之次序排列，其中間一項，即為中位數。

任何數列之中位數，與各項相差絕對值之和為最小，例如下列之數列：

8, 10, 11, 13, 15, 16, 19, 22, 26.

其中位數 16 與各項相差絕對值之和為：

$$7+5+4+2+0+1+4+7+11=41$$

試任取其他一項，而求其與各項相差絕對值之和，均較 41 為大。

第四節 四分位數 十分位數及百分位數

中位數分數列爲前後二部，此前後二部又各有其中位數，故一種數列亦可分成相等四部份，此四部份之分界點，名曰四分位數，前半部之中位數，名曰第一四分位數，或下四分位數，後半部之中位數名曰第三四分位數，或上四分位數，而第二四分位數，即爲全部數列之中位數，統計學上亦有分數列爲十等分或一百等分者，其分點名曰十分位數，或百分位數。

中位數，四分位數，十分位數與百分位數可由累積頻數圖求得，茲就中位數之求法（四分位數，十分位數與百分之位數之求法可類推），茲述其程序如下：

(1) 作累積頻數表。

(2) 繪累積頻數曲線圖，並將曲線化爲修勻曲線。

(3) 由 Y 軸上頻數之中點，引 X 軸之平行線，與修勻曲線相交於 R 点。

統計學

四
四

(4) 過 R 點引 Y 軸之平行線，交 X 軸於四點。

(5) 在 X 軸上量 m 點所代表之數值，此數值即為中位數。

茲就前例，依上述之程序而求中位數。

第十四圖

量測點在X軸上之數值約得8.66，此即中位數。

$$Ogm = \frac{m_{B+1}}{4} \quad (14)$$

$$Odm = \frac{m(n+1)}{10} \quad (15)$$

$$OPm = \frac{m(n+1)}{100} \quad (16)$$

四分位數及十分位數等計算公式如下：

$$OPM = \frac{m}{m(n+1)}$$

卷之二

Uganda 在殖民地之地位

Odm = 33 + 66

OPm=??

三項數

確定四分位數等在分組頻數表中第幾組可依下列公式求其數值。

$$Q_1 = L + \frac{4}{f} \times i$$

$$Q_3 = L + \frac{4}{f} \times i$$

$$\frac{\min_i - l}{10}$$

$$D_m = L + \frac{100}{f} \times i$$

$$\frac{\min_i - l}{10}$$

$$P_m = L + \frac{100}{f} \times i$$

Q_m = 第 $m/4$ 分位數

D_m = 第 m 十分位數

P_m = 第 m 百分位數

$n = \text{項數}$

$i = Q_m, D_m, P_m$ 所在組之頻數

$i = \text{組距}$

統計學

概率論

第六

$l = \text{小於 } Q_m, D_m \text{ 或 } P_m \text{ 各組頻數之和}$

$L = Q_m, D_m \text{ 或 } P_m$ 所在組之下限設就前例而求 Q_1 (第一四分位數), Q_3 (第三四分位數) , 徒類推。

(1) 求 Q_1

$$Q_1 = \frac{n+1}{4} = \frac{192+1}{4} = 48 \frac{1}{4}$$

$$\frac{1 \times 192}{4} - 40$$

$$= 6.75 + \frac{4}{26} \times 0.5$$

$$= 6.75 + \frac{48-40}{26} \times 0.5$$

$$= 6.75 + \frac{4}{26} = \underline{\underline{6.904}}$$

(2) 求 Q_3

$$Q_3 = \frac{3(n+1)}{4} = \frac{573}{4} = \underline{\underline{144.3}}$$

$$Q_3 = 10.73 + \frac{144 - 130}{7} \times 0.5 = 11.167$$

第五節 衆數

最普通之工資，最普通之城市，皆所謂衆數，真正衆數不易決定，非研究曲線之配方法不用，通常所用者為近似的數值，所謂近似衆數者是也，茲述其通用之求法如下：

(1) 衆數之概念，改為最普通之數值，故在分組頻數表中可以頻數最多一組中點為衆數，是為最普遍之方法，茲就第十六表說明之。

表中「—8組」之頻數為最大，故可以此組之中點（即 7.5 ）為衆數，但同一資料，增減其組距之大小，或變更其組限之位置，足以發生不同之結果，故衆數之值似不一定，蓋當所取項數太少之故，若將項數無限增加，則其中遇見項數最多之數值，即真正之衆數，若組距太大，則僅表大體，若組距過小，則實際分配之表現較為真切，但普遍之統計事項往往有限，若組距過于減縮，則每致缺乏集中之勢。

就統計事項而配以最適合之曲線，利用弦圓法，不必增加項數，則衆數之值亦可求得。

(2) 番組頻數表中如有一組頻數最大，則衆數之數值易於決定，若表中不甚整齊，則衆數地

位頻離斷言，在此情形之下，可用併組法以求之，其法，先自第一組起，將每兩組之頻數相加，次則移下一組，自第二組起¹，將每兩組之頻數相加，若衆數之地位，尚未確定²，則行三組相加之法，先自第三組起³，將每三組之頻數相加，次則移下一組，自第二組起，將每三組之頻數相加，次則更移下一組即自第三組起⁴，將每三組之頻數相加，若衆數之地位仍未確定，再行四組五組相加之法⁵，其程序可依此類推。參閱第二十一表。

第二十一表

第一次併組時，衆數之地位似在十三與十四之間，蓋123在合併頻數中為最大，但若移下一組⁶，即自第三組起將每兩組之頻數相加，則衆數之地位，又似在八與九之間，蓋122在合併頻數中為最大，衆數之地位，既不能確定，須再行三組相加之法，三組相加之結果，中點為9，一組之頻數，均包含在合併頻數最多一項之內，故確定衆數為9。

(3) 第一法以衆數所在組之中點為衆數，但若組距甚大，則衆數之地位在組中何點，似屬問題，例如第十五圖，衆數之地位在7—8之一組中，但其左右兩組之面積大不相同，6—7組之大小遠在8—9組之上，若似組距中點為衆數，不甚恰當，此衆數之地位受鄰組之影響，當視其左右兩組之大小而定，下列各式即據此理而成。

$$Z = L + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \quad (19)$$

$Z = L$

f_2 = 頻數組之下限

f_1 = 頻組

$f_1 =$ 次數數組略小一組之頻數

$f_2 =$ 次數數組略大一組之頻數

第十五圖

如以用原除標一例之事項代入公式(19)即得下列之結果

$$Z = 7 + \frac{32 \times 1}{32 + 60} = 7 + \frac{32}{92} = 7.35$$

第六節 幾何平均數

幾何平均數者，乃 n 數相乘後開 n 方所得之方根也，其公式如下...

$$G = \sqrt[n]{X_1 X_2 X_3 \dots \dots \dots X_n} \quad (20)$$

統計學

G = 幾何平均數

n = 項數

X = 變量之數值

例假設 1•4•8•16 數其幾何平均數為

$$G = \sqrt[3]{2 \times 4 \times 8} = \sqrt[3]{64} = 4$$

但實際上幾何平均數之計算須用對數表，上列公式可變為..

$$\log G = \frac{1}{n} \sum \log X \quad (21)$$

幾個平均數之對數乃等於各數量之對數之算術平均數，故幾何平均數亦名曰對數平均數，其

計算過程為..

A. 各項之對數

B. 將各項對數相加

C. 以項數除 B

D. 應用對數表求 C 之真數。

例如民國十一年木材類市價對稅價之比例，茲用幾何平均法計算之如..

第十一表

$$\log G = \frac{10.43703}{5} = 2.08741$$

$$\therefore G = 12.3$$

加權平均數亦可有加權平均數，其公式如下：

$$\log W.G. = \frac{1}{M} \sum (W \log X)$$

$W.G.$ = 加權平均數

W = 權數

X = 數量之數值

(22)

設今有甲乙丙三物，甲物之價不變，乙物之價較去年加倍，丙物之價較去年減半，此即謂今年平均漲價若干，甲之價既不變，則其價比為 100，乙物價加倍等於 200，丙物價減半等於 500 茲用算術平均數求三種價比之平均數。

$$\overline{X} = \frac{100+200+50}{3} = 117$$

按算術平均數而論，今年價較去年價為高(117 - 100)，但實際上今年乙物之平均價應與去年亦等，故算術平均數不適用，茲用幾何平均數計算之。

$$G = \sqrt[3]{100 \times 200 \times 50} = \sqrt[3]{100^2 \times 100} = 100.$$

故幾何平均數與事實相符。

第五章 離中趨勢

第一節 離中趨勢之意義及其測定之法

平均數之外，尚須有離中趨勢與偏態之測定，方能明瞭頻數分配之算則，平均數表示一切數量中心性質，而離中趨勢表示其離中之程度，故平均數之意義，隨離中趨勢之大小而定，離中趨勢大，則平均數之價值小，離中趨勢小，則平均數之價值大，故平均數為一切數量之代表。而離中趨勢則表示平均數之「非」代表性也。

用原有之單位，表示離中趨勢之單位者，曰絕對離中趨勢或離中差，用抽象數量者，曰相對離中趨勢或離中係數。

兩種單位不同之數量，或單位雖同而其平均數相差甚大之兩種數列，只知離中差，猶未能比較其離中趨勢之大小，例有甲、乙、丙三種數列，甲之離中差為三尺五寸，其平均數為三十五尺，乙之離中差為四角八分，其平均數為四十八元，丙之離中差為四角八分，其平均數為二十四元，甲與乙丙之單位不同，故其離中差之大小，無從比較，乙與丙之單位雖同，但其平均數相差太

大。仍不能比較其離中趨勢之大小，例如二人之身長與鼻長相差均為一分，其量雖同，而其相差之程度迥殊，故離中差之外，尚須計算離中係數，俾異質不同或平均數相異其大之數列，亦能比較其離中趨勢之大小。

離中係數之計算，以平均數除離中差即得，就上述甲乙丙三數列，而計算其離中係數。

$$\text{甲為 } \frac{\text{三尺五寸}}{\text{三十五尺}} = \frac{3.5\text{尺}}{3.5\text{尺}} = \frac{1}{10} = \frac{1}{10}$$

$$\text{乙為 } \frac{\text{四角八分}}{\text{四十八元}} = \frac{0.48}{48} = \frac{1}{100} = \frac{1}{100}$$

$$\text{丙為 } \frac{\text{四角八分}}{\text{一十四元}} = \frac{0.48}{24} = \frac{1}{50} = \frac{1}{50}$$

故其離中差之程度甲最大，丙次之，乙更次之。

離中差之計算有數種分述如下。

第二節 全距

所謂全距者，即最大一項與最小一項二者之差也，統計事項如已編成分組頻數表，則以成最

小一組之下限與最大一組之上限之距離為全距可也。

然全距不甚可靠，蓋全距之大小，祇依極端兩項之數值而定，一二項之增減足以影響全距之

性質，且兩數列之全距相等而離中程度不等者有之，離中趨勢相等，而長距之半短不等者亦有之，故全距之長短，不足為測定離中趨勢之正當尺度。

第三節 四分位差

利用四分位數以表示離中趨勢之大小者曰四分位差。

中位數分全體數量為二， Q_1 與 Q_3 將中分之二部份，又各分為二。

則 Q_1 與中位數之間，當有全體數量四分之一， Q_3 與中位數之間亦有四分之一，故 Q_1 與 Q_3 可表示離中狀況，蓋 Q_1 與 Q_3 之間有全體數量之半， Q_1 與 Q_3 之距離不定，此距離愈短其集中之程度愈大，而離中趨勢愈小，故此 Q_1 與 Q_3 之距離折半，即得四分位差($Q.D.$)其公式如下：

$$Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2} \quad (1)$$

以 Q_1 與 Q_3 之平均數除四分位差，即四分位係數其公式如下。

$$Q'D. = \frac{Q.D.}{\frac{Q_3 + Q_1}{2}} = \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} \quad (2)$$

如以底線 L 與 Q_1 與 Q_3 中間之數為 m ，則全體數量之半，必在 m 與 $Q.D.$ 距離中，譬如在前
章「四分位差」列中。

$$Q_3 = 7.83$$

$$Q1 = 6.37$$

$$Q.D. = \frac{7.83 - 6.37}{2} = 0.73$$

$$M_d = 6.37 + 0.73 = 7.10$$

全數之半，當在 $7.10 + 0.73$ 之間，頻數分配如能完全相復，則 m 之數值與中位數符合。

第四節 平均差

以上所述非離中差不過以間接方法觀察離中之程度而已，其根據數量測定離中趨勢之大小者有二法，曰平均差，曰標準差。

諸數量之離中差或過或不及，若其平均數為算術平均數，則過者與不及者相因，即正觀諸項之和等於負號諸項之和，諸項相加之結果為零，且過猶不及，苟其絕對值相同，其離中之程度亦同，故求平均差時，各項離中差之符號為正為負，均可不問，以項數除各項與平均數相差絕對值之和，即得平均差。

$$A.D. = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}$$

(3)

$$A.D. = \text{平均差}$$

$n = \text{項數}$

$f = \text{頻數}$

$\bar{d} = \text{各項與平均數相差之絕對值。}$

統計家通常用中位數為計算平均差之標準，蓋中位數與各項相差絕對值之和為小，較為合理，惟間有用算術平均差以計算平均差者。

若以中位數求平均差，當以中位數除平均差，以求平均差係數，其公式如下：

$$(4) \quad A' \cdot D' = \frac{A \cdot D}{M}$$

$A' \cdot D' = \text{平均差係數}$

$A \cdot D = \text{平均差}$

$M = \text{中位數}$

茲以最簡單之一例，說明計算平均差之方法如下。

第二十四表平均差之計算法

X	f	d
3	1	6
6	1	3
9	1	0
12	1	4
14	1	5
	5	18

M=9

$$A.D. = \frac{18}{5} = 3.6$$

$$A.D. = \frac{3.6}{9} = 0.4$$

茲就玉蜀黍與粳米價，用普通法與簡捷法，比較其離中趨勢，以示平均差與平均差係數之計算。

普通法

第二十五表

先應用以下公式計算數列之第幾項為中位數。

$$\text{Om} = \frac{n+1}{2}$$

$$= \frac{217+1}{2} = 109$$

然後用以下公式計算中位數之數值。

$$M = L + \frac{\frac{n}{2} - 1}{f_x} \times i$$

$$= 7.5 + \frac{\frac{217}{2} - (8+7+22+60)}{85} \times 1$$

$$= 7 + \frac{108.5 - 72}{85} \times 1$$

7.19

再應用以下公式求平均數

$$A.D. = \frac{\Sigma(\bar{x}_i f_i)}{n}$$

$$\frac{195.23}{217} = 0.9(\text{英尺})$$

再應用到各頻率平均均異係數

$$A'D' = \frac{A \cdot D'}{M}$$

$$= \frac{0.9}{7.19} = \underline{\underline{0.125}}$$

重複率。

可應用下列公式。

$$A \cdot D' = \frac{i \sum f d'}{n} + (a - b)e \quad (5)$$

$A \cdot D'$ = 平均指差

n = 頻數 (即頻數之總和)

d' = 偏距

f = 頻數

統計學

五

\overline{d} = 各組與假定平均數所在組相差之絕對值。

c = 改正數，即中位數與假定平均數相差之絕對值。

b = 若中位數大於假定平均數。

則 b 為大於中位數各組頻數之和，若中位數小於假定平均數，則 b 為大於中位數各組頻數之和，若中位數小於假定平均數，則 b 為小於中位數各組頻數之和。

$a = n - b$

$M' = 7.50$

$\overline{d} =$

$$= M' - M = 7.50 - 7.19$$

$$= 0.31$$

$a = 125$

$b = 217 - 125 = 92$

$i = 1$

$$\Delta \Omega = \frac{185 + 33 \times 0.81}{217} = \frac{169.25}{217} = 0.78 (\text{度})$$

列車運轉率計算法

列車運轉率

$$Om = \frac{192+1}{2} = 96.5$$

客貨列車之比

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{92}{2} > 0.159$$

$$M = 8.25 + \frac{2}{4} \times 0.5 = 8.375$$

$$\text{普通法 } A.D. = \frac{45.3725}{192} = \frac{3.919}{192} = 0.382$$

簡便法：列車運轉率 = 96.5

$$c = 0.125(8.5 - 8.375)$$

$$a = 97$$

$$A.D. = \frac{95}{0.90 \times 3.919 + 3 \times 0.382}$$

客
貨
列
車
運
轉
率

$$\Delta \cdot D = \frac{0.60 \times 918 + 2 \times 0.125}{192}$$

$$\sqrt{\frac{459.25}{192}} = 2.49\text{元}$$

均方上兩種計算方法結果相同

$$\Delta \cdot D = \frac{A \cdot D}{N} = \frac{2.3915}{8.375} = 0.285$$

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{0.285^2 - 0.125^2} \\ &= 0.385 > 0.125 \end{aligned}$$

故標準差之值中趨勢數字與各中趨勢為大。

(四) 第五節 標準差

平均差之算法不顧正負符號，于理不合，至于標準差之算法則不然，以一切離中差日稱，則負號消失，然再將此乘方之平均數開方，以資還原。

標準差之計算，可以算術平均數為中心，並以其差數值以從算術平均數計算者為最小，求標準差之公式如下：

$$Q = \sqrt{\frac{S}{n}}$$

(8)

$$Q_1 = \frac{S}{\sqrt{n-1}}$$

$Q_1 = \sqrt{\frac{S}{n-1}}$

$Q = \text{標準差}$

$Q = \text{標準差係數}$

$\bar{x} = \text{算術平均數}$

$n = \text{項數}$

$x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

標準差是下：

$Q = \sqrt{\frac{S}{n}}$

標 11+7 標

$$\bar{x} = 9(18+6+9+12+9=)$$

$$Q = \sqrt{\frac{90}{5}} = \sqrt{18} = 4.24$$

$$Q = \frac{8}{54} = 0.33$$

標 標 標

題

$$\bar{x} = \frac{4.24}{9} = 0.471$$

上例中算術平均數適為整數，故計算平方並不費難，但算術平均數係以項數除總和而得，常有小數，則更不₁₈之計算甚為複雜，實際上常用簡捷法計算之，其公式如下..

$$\bar{x} = \frac{\sum (X - \bar{x})^2 + 15}{n}$$

(8)

\bar{x} = 平均數
 \bar{x} = 標準差

$$\bar{x} = \frac{\sum X}{n} = \text{項數}$$

$$d = \bar{x} - \text{固定平均數}$$

 $d = \bar{x}$

各項與固定平均數之差

 $\bar{x} = \text{算術平均數}$

\bar{x} = 民國元年至二十年我國之運輸出値，計算標準差，應用公式(8)。

\bar{x} = $\frac{\sum X}{n}$
標十八表

$$\bar{x} = \frac{9157}{20} = 457.85$$

$$d = \frac{-15}{20} = -0.75$$

$$N \bar{x}^2 = \sqrt{457.85^2 + 15} = 21.39 \quad (4\text{萬英噸})$$

$$\bar{x} = \frac{15}{20} = 0.75$$

(8)

$$\Omega' = 21.39$$

$$= 0.322$$

若統計量項已編成分組頻數表，則以下公式計算之。

$$\Omega = \sqrt{1.22(10^2)} = c^2$$

茲仍取上圖參照，計算如下：

第十九表

$$48 - 137 = -89$$

$$(-89 \times) \frac{3}{217} = -0.412$$

$$(A, D) = \frac{\sum (f_i) \bar{d}_i}{n}$$

$$Q = \sqrt{\frac{13 \times 3}{217}} = 0.412$$

$$\sqrt{-0.4885 \div 0.1681} = \sqrt{1.3204}$$

±1.15 (英尺)

統計學

$$\bar{X}' = 7.50$$

$$\sqrt{\bar{X}} = \bar{X}' + \varepsilon$$

$$= 7.50 - 0.41 = 7.09 \text{ 單位}$$

$$Q^1 = \frac{1.1571}{7.09} = 0.162 \text{ 單位}$$

標本率 機率

第一節 機率

機率者，一事或成機會之比率也，例如取一錢而擲之，面向上與背向上之機會相等，面向上之機率為 $\frac{1}{2}$ 。背向上之機率亦為 $\frac{1}{2}$ ，又如擲骰之結果有六種，故一擲而得一點者，其機率為 $\frac{1}{6}$ ，其他點數之機率為 $\frac{1}{6}$ 。

假有某事實現之結果有 a 種，不實現之結果有 b 種，而機會各相等，則此事實現之機率為 $\frac{a}{a+b}$ ，不實現之機率為 $\frac{b}{a+b}$ ，此種機會程度以一為最大限度，以零為最低限度，如為零，即表示此事決不能實現，如為一，即表示此事必然實現，如為 $\frac{1}{2}$ ，即表示實現與不實現之機會各半，亦即同等機會之意，故一為數學上之必然符號，凡事不出實現與不實現兩條路，故實現與不實現，

機率之總和爲 1，設以 p 為實現之機率，則 $1-p$ 為不實現之機率，例如獎券之中獎機率爲

$\frac{1}{200,000,000}$ ，則不中獎之機率爲 $\frac{199,999,999}{200,000,000}$ ，足見中獎機率甚小也。

例如一囊內有紅球 20，白球 16，黑球 14，取得紅球之機率爲 $\frac{20}{50}$ ，白球之機率爲 $\frac{16}{50}$ ，黑球之機率爲 $\frac{14}{50}$ ，紅球與黑球互相排斥，即二者不能同時取得，故抽取紅球或黑球之機率爲紅球與黑球機率相加之和

$$\frac{20}{50} + \frac{14}{50} = \frac{34}{50}$$

設一事之實現有 a_1 法，又有 a_2 法，全體可能之方法爲 $a_1 a_2$ 而此種種方法互相排斥，則其實現之機率爲各項機率之和。

$$a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

例如有兩口袋，一儲黑球 7，白球 9，一儲黑球 4，白球 11，試採手取之，從第二口袋取得黑球之機率爲 $\frac{7}{16}$ ，從第一口袋取得黑球之機率爲 $\frac{4}{15}$ ，然則從此兩口袋同時各得一黑球之機率若干？第一口袋共十六球，第二口袋共十七球，由兩口袋各取一球，其結果共有 16×15 種，而第一口袋中六七個黑球，各球均有與第二口袋四個黑球之任何一個同時取得之機會，故兩口袋各得

總事件數

總事件數之結果亦有 7×4 種，而所得之機率為 $\frac{1}{16} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{16 \times 15}$ 即一輝純事件之機率乘以乘積也。

由上式可得 $P_1 = \frac{1}{16} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{240}$ 而 $P_2 = \frac{1}{16} \times \frac{1}{15} = \frac{1}{240}$ 故 $P_1 = P_2$

設有單純事件 a_1, a_2, b_1, b_2 其一實現之方法有 a_1 種不實現之方法有 b_1 種第二事件實現之方法有 a_2 種不實現之方法有 b_2 種

二事件同時實現之結果共在 $(a_1+b_1)(a_2+b_2)$ 種。

兩種時 $(a_1+b_1)(a_2+b_2)$ 中二事件同實現之方法有 $a_1 a_2$ 種，二事件均不實現之方法有

1. $b_1 b_2$ 種，其各據據如圖：

$$P_1 = \frac{a_1 a_2}{(a_1+b_1)(a_2+b_2)}$$

二事件均不實現 $b_1 b_2$

二事件均實現 $a_1 a_2$

二事件只實現一者 $a_1 b_2 + b_1 a_2$

二事件只不實現一者 $b_1 b_2 + a_1 a_2$

要之繁複事件之機率乃獨立單純事件機率之成績也。

譬如擲骰二個而得五點之機率，解釋如下：吾人試就此兩骰而名之，一曰甲，一曰乙，則擲得五點之方法不出下列四種。

甲骰

乙骰

1 —————— 4
2 —————— 3

3 —————— 2
4 —————— 1

甲骰擲得一點之機率爲 $\frac{1}{6}$ ，而乙骰擲得四點之機率亦爲 $\frac{1}{6}$ ，故此二者同時實現之機率等於 $\frac{1}{36}$ ，此就第二種結果言也，其他三種結果之機率，亦各爲 $\frac{1}{36}$ ，而此四種結果均得五點，假以擲得五點之機率爲 P ，則：

$$P = \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{1}{9}$$

故擲骰二個共得五點之機率爲 $\frac{1}{9}$ 。

總之，其最有實現之機會者，即其機率最大之一種，例如取雷二枚，同時擲之，則其結果如

統計學

四

甲乙 甲乙 甲乙
面面 背背 背面 背背

試求三種結果，而此三種之中，一面一背之概率為最大，故最有實現之機。

二皆具面向上—— $\frac{1}{4}$

一面向上，一背向上—— $\frac{1}{2}$

二者具背向上—— $\frac{1}{4}$

或用總機率之總和等於 1、 $(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = 1$

兩川者之中必有一種實現，不待言，若取三點同時擲之，則有下列八種結果。

甲乙丙， 甲乙丙， 甲乙丙， 甲乙丙， 甲乙丙，
面而面 面而背 面背面 背而面 面背背 背背面 背背背

以上各結果不必圖示。

(1)三面 (2)二面 (3)一面 (4)無面

$$\text{而其機率為 } \frac{1}{8}, \frac{3}{8}, \frac{3}{8}, \frac{1}{8}$$

假定以實現之機率為 p ，不實現之機率為 q ，則擲幣一枚各種結果之機率，適為下展開式之各項。

$$(D+g)^n = P_2 + pg + g^2$$

本例 $p=g=\frac{1}{2}$ ，故其各種結果之機率可據上式得之。

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})^n = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

此即第一例之結果，設幣有三枚。

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{1}{8}$$

此即第二例各種結果之機率也。

故吾人欲知各種結果，或然的實現次數，可依上式求之。

$$N(D+g)^n$$

以上公式中 N 代表所擲次數， n 代表各獨立事件之數量，擲幣一枚，各種結果之機率等于 C 。

$(p+q)^n$ 展開式之各項，若擴及次，即各項結果之次第等於 $N(p+q)^n$ 之項，能據此而得。

$(p+q)^n$ 展開式中各項之係數，可由上之算術三角形求得。

	一	二	三	四	五	六	七	八	九	十
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
		1	4	10	15	20	35	56	84	120
			1	6	16	35	70	126	210	352
				1	10	45	120	210	45	10
					1	15	35	70	126	210
						1	6	21	56	84
							1	7	28	36
								1	9	10
									1	1

若 N 為 3 時，其三行，得各項之係數。

1, 3, 3,

若 n 為 5，則查第四行，得各項之係數。

1, 5, 10, 10, 5, 1

第七章 指數

第一節 指數之意義與種類

指數者，用簡單之數字表示複雜事實之變化者也，譬如物價，其變化甚復雜，其種類亦甚多，其變化趨勢亦不一律，或漲價或跌價，或相差甚鉅，或變動甚微，就生產而論煤鐵以噸計，米麥以石計，布綢以疋計，動力以馬力計，如欲將此性質不同，單位不同之產量比較其不同時間不同空間之變化，非先將複雜之事實化為簡單數字不可，此簡單之數字即指數也。

指數之應用甚廣，其用以測量物價之變動者，曰物價指數，他如貿易消長，股票漲落，工資增減，生產費之高低，生產消費之狀況，莫不用指數表示之。

第二節 物價指數編製之方法

物價指數乃指數中之最重要者，茲述其編製之方法如下，其他指數之編製大體相似，可類推

同一物品在兩時期可用價比，以示其變動，所謂價比，即甲時物價與乙時物價之比率，（通常常以一百）甲時物價名曰計算價，乙時之物價名曰基價，基價或為一日之價，或為一年或數年之平均價，所謂基價之時期曰基期，基期可短為一日，長主數十年，基價有固定與變動之別，以

所謂「基期」之物價為基價而計算各時期之價比者，名曰固定基期法，以前一年或前一月之物價為基價而計算下一期之價比者名曰變動基期法，前者之價比名曰定基價比，後者之價比名曰環比，上表中第三行為定基價比，基期為民國十一年，第四行為環比，計算民國十三年之環比時基期為民國十一年，除類推，故民國十三年之環比為

$$\frac{7.110}{7.594} \times 100 = 93.6$$

「民國十四年之環比為..」

$$\frac{7.282}{7.110} \times 100 = 102.4$$

第三十一表

定基價比之外尚有一種價比名曰鎖比，鎖比者將環比之各環相乘而得之價比也，例如第五年之鎖比為五環比相乘之積，第六年之鎖比為六環相乘之積，故以去年之鎖比與今年之環比相乘，即得今年之鎖比，例如前例中之未以 100 為民國十一年之鎖比，以民國十一年之鎖比與民國十三年之環比相乘，則得民國十三年之鎖比。

$$\frac{100 \times 93.6}{100} = 93.6$$

$$\frac{93.6 \times 102.4}{100} = 95.8$$

以民國十三年之鎔比與民國十四年之環比相乘，則得民國十四年之鎔比。

$$\frac{93.6 \times 102.4}{100} = 95.8$$

註：參閱第三十一表，95.8—5與表中之95.9略有差異，因小數四捨五入之故，各年之鎔比各與其定基價比相等。

若物品不止一種，則二者之數值不必相同以各期之定基價比為一數列，則可比較各時期之物價，對於基價之變動。若數種物品用同一時期為基期，則更可比較此數種物價對於基價變動之同異，下表(1)(2)(3)三行為棉花米絲之每年平均價，(4)(5)(6)三行為基價比。

第三十一表

若以表中平均價製圖，因絲價與棉米價相差甚大，圖上之曲線相離甚遠，若用價比製圖，則民國十二年之價比均為100，各曲線之出發點相同，故觀曲線之起伏，可知其對於基價變動之方向及其程度，此價比優於實際價格也。

棉花米絲價格變動之方向未必一致，各有其個別變動之原因，如欲推測一般物價之變動趨勢，須選取重要物品可以代表全部數字，此即所謂物價指數也。

代表之方法不一，各項物價之總值或其平均數均可作為一切物價或貨比之代表，唯代表若能正確測定一般物價之趨勢則為良指數，否則為不良指數。

由物品總數編製指數，其公式如下：

$$A_g = \frac{M_p}{M_{p_0}}$$

$$A_g = \frac{\sum M_p}{\sum M_{p_0}}$$

$$B_o = \frac{P_p}{P_{p_0}}$$

$$P_p = \frac{\sum P_p}{\sum P_{p_0}}$$

$$P_{p_0} = \frac{\sum P_{p_0}}{\sum P_p}$$

$$P_{p_0} = \frac{\sum P_{p_0}}{\sum P_p}$$

米——常熟糙糧一市石之價

小麥——漢口小麥一担之價

麵粉——綠兵船麵粉一袋(49磅)八價

棉花——通州棉花一担之價

三、高粱白面一担之價

若用價比以代實價，則各物單位之影響可以避免，例如上幾種貨物，若以民國十二年為基期，則民國十三年米之價比為93.6。

$$\frac{7110}{7594} \times 100 = 93.6$$

若表示米價應用之單位改一担為一千擔，則民國十三年米之價比仍為93.6。

$$\frac{7110}{7594} \times 100 = 93.6$$

單位之變動比價比無關，故以價比之平均數作指數，較得物價高低之真相，但須選擇物價變動不太之時期為基期，物價變動不大則其趨中趨勢小，故在選擇基期之前，預先計算離中趨勢之大小。

平均數可用於指數之編製，其公式如下：

$$M_t = \frac{\sum p_t b_t}{\sum p_0}$$

(2)

$$\log G = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \frac{P_i}{P_0}$$

$A = \text{簡單算術式指數}$

$e = \text{簡單幾何式指數}$

$P_0 = \text{基數物價}$

$P_1 = \text{計算期物價}$

$n = \text{物品總數}$

若取順次排列中間之一價，則為簡單中位數式指數，若取最普通之價比，則為簡單幾何式指數。

物價變態之時期，不宜選作基期，基期不言過遠，蓋經過之時期愈遠，則價比之分配愈緩慢，而求得之指數亦不足代表一般物價之趨勢，故須常由較遠之基期換至較近之基期，是曰轉換基期。

因此有用連續指數以代定基指數者，故吾人將基期變動，以前一年或前一月為基期，計算本年或本月之指數，名曰連續指數，由連續指數又化為連鎖指數。

其方法與由環比化為鎖比相似，相鄰兩年或兩月之價相比。則較價升降益顯。

茲就第三十二表五種重要物品編製各指數如下。

第三十四表

編製指數若用算術平均數，當物價上升時，連鎖指數之變化通常大於定基指數，當物價下降時連鎖指數之變化通常小於定基指數。

第三十五表

各項物價常有一中心之傾向，其中離中心已多者歸還中心之傾向常多於離中之傾向，故平均數以上之價比上升之傾向少，而下降之傾向多，反之，平均數以下之價比上升之傾向多，而下降之傾向少，故當物價上升之時，連鎖指數之變化常大於定基指數，當物價下落之時連鎖指數之變化常小於定基指數。

連鎖指數與定基指數之差異與年俱積，歷時愈久其差異亦愈大，且連鎖指數不若定基指數之簡明，此則連鎖指數之缺點也。

第八章 直線繫聯

第一節 直線繫聯之意義

宇宙現象各項因衆關係，統計學所研究者為各現象間相互關係之存否，及其相關之程度，此相互之關係名曰繫聯。

茲就匯兌而論，在一定時期有開發之匯票，亦有兌付之匯票，其價值頗有出入，若開發匯票額較大，其兌付匯票額亦大，其開發額較小，其兌付額亦小，其現象有一種繫聯，名曰正繫聯。

若開發匯票額較大，其兌付匯票額反小，開發額小，其兌付額反大，此種繫聯曰負繫聯。

若開發匯票額之大小不影響兌付匯票額，則兩者之間無繫聯，名曰零繫聯。

若在垂直標軸畫分之平面上，以開發匯票額為縱坐標，兌付匯票額為橫坐標，確定各點之地位，則每一匯兌銀行或郵局有一點，各點散佈之地位不同，可以直線代表之，名曰直線繫聯。

有時各點不可以直線代表，可取曲線代表者，曰非直線繫聯。

第二節 繫聯直線之測定

測定直線即確定直線位置之謂也，其最簡便之方法名曰隨手畫法，其法，先詳察圖中各點之散佈，然後隨手畫一直線，在可能範圍內，務須使其與各點最能接近。

欲避免自由畫線之無標準，可先確定一點P，然後遇P點引一直線，較為準確，此P點之橫

坐標爲各期發匯票額之平均數，其縱坐標爲各兌付匯票額之平均數，但通過一點，仍有無數可能直線，故精密方法當先求聚點直線之方程式，在解析於幾何中，一直線之方程式如下。

$$Y = a + bX$$

b 為直線之斜度， a 為直線與 X 軸交點之縱坐，已知 a 與 b 之數值即可確定直線之位置，蓋由二定點依一定之斜度，只可引一直線也。

依最小平方法定理， a 與 b 之數值即可確定直線之斜度。

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\sum XY - \bar{X} \sum Y}{\sum X^2 - (\bar{X})^2} \\ b &= \frac{n \sum (XY) - \bar{X} \bar{Y}}{n \sum X^2 - (\bar{X})^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

a = 聚點直線與 X 軸交點之縱坐標

b = 聚點直線之斜度

X = 第一變量

Y = 第二變量

n = 數據

統計學

八二

由是求得之直線必經過上述之P點，此直線名曰最小平方線茲計算如下。

第三十六表

$$\Sigma X = 940$$

$$\Sigma Y = 950$$

$$\Sigma X^2 = 75794$$

$$\Sigma (X Y) = 75794$$

$$\Sigma (X^2 Y) = 79584$$

$$n = 23$$

應用公式(2)得..

$$a = \frac{940 \times 75794 - 940 \times 79584}{23 \times 75794 - 940^2} = 3.26$$

$$b = \frac{23 \times 79584 - 940 \times 950}{23 \times 75794 - 940^2} = 1.09$$

故繫聯直線之方程為

$$Y = -3.26 + 1.09 X$$

設 $X = 10$ 則 $Y = 7.64$

設 $X = 100$ 則 $Y = 105.74$

確定 A(10, 7.64) 與 B(100, 105.74) 之位置，連結 AB 即得緊密直線。

第十五圖

第九章 長期趨勢

第一節 長期趨勢之意義及其測定

長期趨勢者，一種變量在一長時期內，逐漸向上或向下變動之傾向也，此種傾向或受外界之影響，或依自然之趨勢，此傾向時期或短至數年或長至數十年，數百年，人口誕生率高於其死亡率，故人口之變動常有向上之趨勢，房屋之建築與消防設備改善，故每年火災之數亦逐漸減少，嘗其例也。

測定長期趨勢最簡單之方法為極大極小法，即取時間數列中之極大數值與極小數值，而分別比較之，若極大與極小值之趨勢均為上漲，則全部數列之趨勢亦為下落，試以民國元年至十六年上海粳米指數為例。

統計學

第三十七表

民國元年至十六年上海粳米指數

民 國	指 數	民 國	指 數
元年	50	九年	61
二年	46	十年	61
三年	41	十一年	71
四年	47	十二年	71
五年	45	十三年	65
六年	42	十四年	69
七年	42	十五年	100
八年	44	十六年	94

極大值：

極小值：

47(民國四年)

41(民國五年)

八四

71(民國十一年，十二年) 42(民國六年，七年)

100(民國十五年)

65(民國十三年)

極大值與極小值之趨勢均為上漲，故可知民國元年至十六年上海粳米之市價有上漲之趨勢。

至于如何上漲如何下落當■疑問。

長期趨勢可分為直線趨勢與曲線趨勢。

第一節 直線趨勢之測定

直線趨勢者，變量之長期趨勢可以直線表示者也，故趨勢直線即繩梯直線之一種。

若年數為奇數，則中間一年為時期之中點，以時間數之算術平均數作為中間一年之數值，而
將之平圖，則得一點，依統學原理最小平方法，至其斜度則可自下列二公式之一求得。

$$b = \frac{\Sigma(XY)}{\Sigma X^2} \quad (1)$$

$$b = \frac{M(Y)}{M(X^2)} \quad (2)$$

b = 斜度

X = 各年與中間一年相差之年數

Y = 時間數列之各項

g = 時間數列之各項與其算術平均數之差。

斜度b亦即每年增減之量，若為正數，則為每年增加之量，若為負數，則為每年減少之量。

(一) 第一法 (應用於偶(1))

A. 求時間數列之算術平均數

B. 求各年與中間一年相差之年數X

C. 求各項與算術平均數之差Y

D. 求X與Y相乘之積，再以所得各乘積相加，而得 $\Sigma(XY)$ 。

E. 求X之平方，再以所得各平方相加，而得 ΣX^2 。

F. 以 ΣX^2 除 $\Sigma(XY)$ ，即得斜度b

G. 以時間數列之算術平均數作為中間一年之數量。

4. 總計期長，依次遞減 a 。當計算長時，依次遞減 b 。因總研究期內，長期趨勢之比率遞減。

第四章 (趨勢分析(2))

A. 求各年與中間一年相差之年數X

B. 求時間數列之各項Y與X相乘之積，再以所得各乘積相加，即得 $\Sigma(XY)$ 。

C. 求X之平方，再以所得各平方相加，即得 ΣX^2 。

D. 以 ΣX^2 除 $\Sigma(XY)$ ，即得斜度b。

E. 求時間數列之算術平均數，並以之作為中間一年之數量。

F. 前半期各年，依次遞加 b ，後半期各年依次遞減 b ，即得研究時期內長期趨勢之各年數量。

用第一法與第二法所得之數即與長期趨勢之各年數量均相同。
茲就民國元年至十五年上海粳米指數依第一第二兩法分別計算其長期趨勢，如下列兩表。

第三十八表
用最小平方法求長期趨勢直線
(年數為奇數)
(第一法)應用公式(1)

民國	粳米指數Y	X	y	Xy	X^2	長期趨勢
元年	50	-7	-7	49	49	36
二年	46	-6	-11	66	36	39
三年	41	-5	-16	80	25	42
四年	47	-4	-10	40	16	45
五年	45	-3	-12	36	9	48
六年	42	-2	-15	30	4	51
七年	42	-1	-15	15	1	54
八年	44	0	-13	0	0	57
九年	61	1	4	4	1	60
十年	61	2	4	8	4	63
十一年	71	3	14	42	9	66
十二年	71	4	14	56	16	69
十三年	65	5	8	40	25	72
十四年	69	6	12	72	36	75
十五年	100	7	43	103	49	78
Y = 57				839	280	

$$b = \frac{836}{280} = 3$$

若年數為偶數，假定十六年，則時期之中點。在第八年之末，第九年之始，故在長期趨勢中，第八年之數量，即自算術平均數減去半年增加之量，第九年之數量，當以半年增加之量，加以算術平均數，故須以半年為一單位，而公式中 b ，亦即半年間增減之量，其計算之程序如下：

第一法（應用公式(1)）

- A. 求時間數列之算術平均數。
- B. 求各年與時期中點相差半年之數 X ，故 X 當為……-5, -3, -1, +1, +3, +5……。
- C. 求各項與算術平均數之差 y 。
- D. 求 Xy 與 y^2 相乘之積，再以所得各乘積相加而得 $\Sigma(XY)$ 。
- E. 求 X^2 之平方，再以所得各平方相加，而得 ΣX^2 。
- F. 以 ΣX^2 除 $\Sigma(XY)$ 即得斜度 b 。
- G. 以時間數列之算術平均數加 b ，即得時期中點後半年之數量，在其後各年，依次遞加 $2b$ ，即得研究時期內長期趨勢之各年數量。

第二法（應用公式(2)）

- A. 求各年時期中點相差半年之數， X 故 X 當為……-5, -3, -1, +1, +3, +5……。

B. 求時間數列之各項Y與X相乘之積，再以所得各乘積相加，而得 $(XY)^{\frac{1}{2}}$ 。

C. 求X之平方，再以所得各平方相加而得 X^2 。

D. 以 $\frac{1}{2} X^2$ 除 (XY) 即得斜度b。

E. 求時間數列之算術平均數。

F. 以時間數列之算術平均數加b之數量，即得時期中點後半年之數量。

在其後之各年依次遞加 $2b$ 。在其前之各年依次遞減 $2b$ 。即得研究時期內長期趨勢之各年數量。

茲依第一第二兩法。分別計算民國元年至十六年上海粳米指數之長期趨勢。不論年數為奇數或偶數，第一與第二兩法所得之結果相同。

以十二除每年增加之量。或以六除半年增加之量，即得每月增加之量。若年數為奇數例如十五年，則時期之中點。在第八年六月末。七月之初，故以算術平均數。加半月增加之量。即為第八年七月之數量。其後各月。依次遞加每月，增加之量，計算如下。

$$\frac{3}{12} \text{ (增加之量} b) = 0.25 \text{ 每月增加量}$$

$$\frac{0.25 \text{ (每月增加量)}}{2} = 0.13 \text{ 每年月增加量}$$

民國八年 一月	長期趨勢 55.73	民國八年 七月	長期趨勢 57.13
二月	55.88	八月	57.38
三月	56.18	九月	57.68
四月	56.38	十月	57.88
五月	56.68	十一月	58.13
六月	56.88	十二月	58.38

七月 $57.13 - 57.13 = 0$

八月 $57.13 + .25 = 57.38$

九月 $57.38 + .25 = 57.68$

六月 $57.13 - .25 = 56.88$

五月 $56.88 - .25 = 56.63$

餘類推

曲線趨勢者。可以曲線表示長期變動之趨勢也。其測定方法之最簡單者曰移動平均數法。此

第三節 曲線趨勢之測定

法為以若干年之移動平均數代替原每時間數列之各項。而表此新數列之曲線，即為原數列之趨勢曲線也。計算移動平均數之年數無一定之限制，但通常為奇數，即三年五年、七年是也。設欲求上海粳米指數之五年移動平均數，則先求民國元年至五年之平均數得46。即書於民國三年（中間一年）之旁。以代替原有之指數41。然後將年份移下一年，即求民國二年至六年之平均數得44。即書於民國四年（中間一年）之旁，以代替原有指數49，餘款推計算如下表。

第四十二表 移動平均數

民 國 年 元 二 三 四 五 六 七 八 九 十 十 一 十 二 十 三 十 四 十 五 十 六	指 數	五年移動平均數				
		平 均 數	動 平 均 數	動 平 均 數	動 平 均 數	動 平 均 數
年	50	46	44	44	44	44
年	46	45	47	45	47	47
年	41	42	42	42	42	42
年	47	44	44	44	44	44
年	45	61	61	61	61	61
年	42	62	66	66	66	66
年	42	66	67	67	67	67
年	44	71	71	71	71	71
年	61	65	65	65	65	65
年	61	69	69	69	69	69
年	71	100	100	100	100	100
年	71	24	24	24	24	24

試以原有指數與求得之移動平均數各繪一曲線。則前者之起伏甚多，而後者甚少。故又以後者測定前者之趨勢。

第十七圖 用移動平均數法測定長期趨勢

第十章 季節變動

第一節 季節變動之性質及其效用

季節變動者。時間數列受季節之影響而生之變動也。夏布與皮衣之營業均季節影響。他如火鍋之需要，煤電之消費。靡不受季節影響。凡此皆因氣候等。自然現象之變動。使時間數列發生變動，即所謂自然因子是也。此外尚有人爲因子，有時亦爲造成季節變動之原因。我國新年與歐美聖誕節之習俗，我國三節還帳與歐美十二月雙薪之慣例。足以影響營業變動。此則人爲因子影響於季節變動之例也。人爲因子有時亦能緩和季節之變動。例如煤炭商常廉價銷售，使夏季營業得以維持。此即人爲因子緩和季節變動之例也。

茲述其效用於下

1. 季節變動能使吾人對於某種變動得一正確之觀念。例如某工業產品盛銷於夏。則該工業之失業人數在冬季增加。乃係季節變動。不能謂爲經濟衰落。某國通貨在清潔季節需用較多。則二

時之多量通貨亦係季節變動，不能謂爲通貨膨脹，更無所謂提高物價之危險。

2. 季節變動能便吾人確定非季節性之變動，例如民國二十年十二月之失業人數多於同年六月，此種失業人數之增加是否受季節變動之影響，抑尚有其他變動，在此情形之下。非自時間數列中消除季節變動。不能測定其他變動。

3. 季節變動能使吾人確定循環變動之時日，例如季節變動未除去以前，物價之下降，始自一月，但在循環變動中，物價之下降或在十二月已開始，或至二月方開始，故欲確定循環變動之時日，非先研究季節變動而設法消除之不可。

4. 季節變動之研究能使吾人對於經濟定理之價值。與以正當之評判。有時經濟定理似與事實相反，或由於季節變動未消除之故，欲研究經濟定理，必先研究季節變動，而設法消除之。

第二節 季節變動存在之確定

季節變動雖爲時間數列變動原因之一，然並非一切時間數列均有季節變動，故在分析季節變動之前，須先將原有數列作圖，以斷定有無季節變動，此項斷定方法有數種，第一法則以此數列繪於單對數紙上，若某月常升，某月常降，則季節變動即可斷定其必然存在。

另有一法用透明紙作圖，每年數字各作一圖，然後將各圖疊而觀之，如各年起伏升降之情形

時相符合，則季節變動之存在，可以斷言。

此外另有一法，曰環比法，茲就上海雞蛋價（第四十二表）計算其環比如下表（第四十三表）。

第四十二表

第四十三表

上表中第一橫行表示歷年一月對於上年十二月之關係，第二橫行則為二月對一月之關係，可用平均數求得其平均關係，一月之環比有七，二月之環比亦有七，各月之環比各成一數列，共十二數列，可將此十二數列各組成頻數分配表，為便於比較起見，須將此十二數列合成一表如第四表，表中組距為 1% 而組中點定為整數，但有時季節變動甚微，則此表組距非用 0.1% ，不可，至於百分尺度之起訖，須視環比兩端之情形而定，要不使「以上」「以下」兩組中之頻數極少為定，此表將十二數列集合於一表，故曰多項頻數表。

第四十四表

觀此表各頻數離中方向可以測定季節變動之有無，有時季節變動明知存在，但不能測定正確者，則多項頻數表中之組距單位不必用 1% ，即用 2% 或 5% 亦無不可。

二三 第三節 季節指數之計算

季節變動之存在既已確定，其次為季節指數之計算，其方法有數種，其最適當者為四環比中位數法，其計算方法如下：

(一) 環比中位數法

A、環比中位數。上表之環比每月各有七個，第一步之計算須就各月之環比，各求其平均數，因所需要者為其通常之變化非例外變化，故平均數以中位數為適當，例如一月之環比依數值之大小順次排列，則有：

$$124, \dots, 116, \dots, 102, \dots, 100, \dots, 99, \dots, 99,$$

取其中間一數(100)為平均數，是曰環比中位數，如環比之數為偶數，則取其中間二數之算術平均數，如環比之數為奇數，則取中間三數或五數之算數平均數為環比中位數。

B、鎖比。環比表示一月與下一個月之關係，各月環比中位數尚不能作為季節指數，欲使十一月之價格能互相比較，須先擇定一月(十二月或一月)為標準，然後計算其他十一月對此一月之百分比，是即各月之鎖比，求得十一月之鎖比後，再乘以十一月之環比，此鎖比應為 100% 與第一次所得之十一月鎖比相等，然令 $100 \times 0.913 = 1.00 - 0.913 = 8.7\%$ 則

比稍有差誤，則以環比中位數與鎮比相乘之故，愈積而愈大，至十二月而相差有8.7%之多。欲求季節指數必先將此項差誤校正。

C／校誤。校正差誤之目的在使十二月之鎮比等於100%。

設每環比中位數之差誤為d%

$$d = \frac{8.7(\text{十二個差誤之數})}{12 \text{ (十二個月)}} = 0.725$$

每月差誤之數 = 0.725

欲校正差誤，可就一月之鎮比加上 $1d = 1\%$ 之鎮比加上 $2d$ ，餘類推，所得結果為校正鎮比，即第四十四表中第(5)行。

第四十五表

$$1097.4 \div 12 = 91.5$$

d／季節指數。校正鎮比為各月對於十二月之百分比，環比中位數之最後一步須將其化為各月對於其一年平均數之百分比，故校正鎮比算出後，即求十二個百分比之算術平均數：($1097.4 \div 12 = 91.5$)，再以此算術平均數除各月之校正鎮比，所得結果即為季節指數，上表中最後一行

之數字即所謂季節指數是也。

$$\text{一月 } 100.7 \div 91.5 = 110$$

$$\text{二月 } 103.5 \div 91.5 = 113$$

$$\text{三月 } 96 \div 91.5 = 105$$

$$\text{四月 } 84.5 \div 91.5 = 92$$

餘類推。

以此項季節指數作圖。則為第十八圖。

第十八圖

計算季節指數。時期愈長愈佳。至少須在十年以上。本章例題中雞蛋價格僅取七年。其實在便於計算其算法也。

第十一章 循環變動

第一節 循環變動之意義

天時之循環變動有春夏秋冬之別。經濟之循環變動有繁榮盛衰之不同。所否極泰來。循環變化也。利用統計方法察往知來。可作種種預測以為經營事業之機關。

自時間數列之變動中除去長期趨勢與季節變動，以確定其循環變動。故計算長期趨勢與季節變動為研究循環變動之準備。

盛衰循環之變遷乃產業之常態，蓋近世產業之特點為分工。而分工常受下列三種影響。

(1) 物價持平需要。製造者所能售者為物品非物價。故價值由欲望與購買力而定。社會中是項影響此需要之事物甚多。富力急增。文明程度愈高則需要之變化亦急速。需要一變。財產必隨之而衰落。其影響所及不僅一兩項產業。莫互相聯繫之諸產亦無不受其影響。

(2) 每一產業之成功有賴於其他產業。一面仰賴其他產業之製品為原料。一面仰賴其他產業購用製成品以資推銷。各產業成一聯環。相互關聯。局部變動，牽動全局。

(3) 產業之成敗。由於供給需要。一業失敗。此業失其購買力。於是面零售商。面批發商，而工廠而他產業。其影響各有變動。

第二節 循環變動之測定

自時間數列之變動中除去長期趨勢與季節變動之影響。其結果即為循環變動。若時間數列祇由按年統計組成則季節變動之影響本已有消除。故只須除去長期趨勢即得循環變動。

其法自時間數列之各項減去長期趨勢之各項。所得之差量有正有負。此即表示循環變動之變

差也。茲就1896年至1913年英國之物價指數。而求其循環變差如下。

第四十六表

1896年至1913年英國物價指數之循環變差。

第十九圖

第四十六表之循環變差乃時間數列之各項與長期趨勢之各項相差之量。欲測定循環變動須視此差量在長期趨勢中所佔百分比之大小。故須再以長期趨勢之各項。除此等差量。由是求得之百分比。即可繪之於圖。以示時間數列之循環變動。

第十二章 時間數列之繫聯

第一節 時間數列繫聯之特性

二數列之繫聯者。非指長期趨勢。亦非指季節變動。乃指循環變動。及月與月間或年與年間之變動。可以繫聯方法計算其繫聯程度。惟在計算繫聯以前。其他一切不相干之影響。須先除去。然後繫聯係數乃有意義。

第二節 循環變動繫聯之測定

計算繫聯係數之公式如下

統計學

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

r = 循環趨勢之整聯系數

$x = x$ 數列之循環變差

$y = y$ 數列之循環變差

茲就1896年至1913年英法兩國物價指數之循環差應用公式計算其整聯係數如下

第四十七表

$$r = \frac{230.28}{\sqrt{246.88 \times 301.4}}$$

第十一圖

第十三章 他種整聯

第二節 等級整聯

有時統計數列非等物之實際數值。乃事物之等級。其中整聯決定方法與以上所求者稍有不同。

。根據事物之等級而計算之繁聯名曰等級繁聯。其公式如下。

$$P = 1 - \frac{6\sum (Vx - Vy)^2}{n(n^2 - 1)}$$

P = 等級繁聯指數

Vn = 兩數列中各項之等級

Vy = y數列中各項之等級

n = 項數

例如中學會考之結果各校高中部與初中部之名次相等。即高中部之成績若為第一。初中部之成績亦為第一。高中部之成績若為第二。初中部之成績亦為第二。則兩數列相對兩項等級之差均等於零。則公式右邊之第二項等於零。P之數值將等於一。即表示高中部之成績與初中部成績有完全之正繫聯存在。換言之。某校高中部之成績優。其初中部之成績亦優。高中部之成績劣。其初中部之成績亦劣。反之若某校高中部之成績優。其初中部之成績及劣。高中部之成績劣。其初中部之成績反優。則P之數值等於一。設有十校會考。假定其成績如下。

第三章

101

高中部(Vx)

初中部(Vy)

甲校	1	0
乙校	2	9
丙校	3	8
丁校	4	7
戊校	5	6
己校	6	5
庚校	7	4
辛校	8	3
壬校	9	2
癸校	10	1

$$\sum (Vx - Vy)^2 = 81 + 49 + 25 + 9 + 1 + 1 + 9 + 25 + 49 + 81 = 380$$

卷之三

$$P = 1 - \frac{6 \times 380}{10 \times 99} = 1 - 2 = -1$$

茲就我國各電區所管局數及所用職工人數之等級而計算其繫聯係數如下表。

第四十八表

$$\Sigma (Vx - Vy) : = 96$$

$n = 21$

代入公式則得

$$P = 1 - \frac{6 \times 96}{21 \times 440} = 1 - 0.062$$

$$= \underline{\underline{0.938}}$$

第二節 相應增減法

吾人已知繫聯有正負大小之別。若不計其量。只欲知其正負。須應用相應增減法。至其計算
當分別時間數列與非時間數列。若屬前者。須比較本期與上期之數量。若屬後者。則須將數列之各
項與其平均數比較。設欲研究民國元年至十年我國輸出輸入之關係。則須以民國二年之輸出入額

與民國元年之輸出入額相較。民國三年之輸入額與民國二年之輸出入額相較。餘類推。若民國二年之輸出入額均較民國元年為多。或較民國元年為少。則此二年為相應。應記（相應一分）。

若自民國元年至二年輸出額增加而輸入額減少。或輸出額減少而輸入額增加。則此二年為不相應。應記（不相應一分）。

若自民國元年至二年輸出額不變。或輸入額不變。或輸出輸入額均無變動。則此二年介於相應與不相應之間。應記（相應與不相應各半分）。

又設額比較吾國各電區所轄局數與所用職工人數。則先計算各區之平均局數與平均人數。若江蘇之局數與人數均在平均數之上。或均在其下。則為相應。當記（相應一分）。

若江蘇之局數較多於平均局數。而其人數較少于平均人數。或前者較少而後者較多。則為不相應。當記（不相應一分）。

若江蘇之局數與人數有一或兩者與平均數相等。則介於相應與不相應之間。當記（相應與不相應各半分）。相應與不相應分數記畢後相加。然後應用下列公式計算之。

$$R' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|A_i - B_i|}{\max(A_i, B_i)}$$

R' = 相應聚聯係數

$R' = \pm$ 相應分數， $\frac{1}{n} = \pm 1$

若 $\frac{2l'}{n} = \frac{n}{n}$ 時相應分數與不相應分數之和

若 $\frac{2l'}{n} > \frac{n}{n}$ 時正數則取正號，若為負數則取負號。

若 $l' = 0.2$

$$\text{則 } R = \sqrt{\frac{2l' - n}{n}} + \frac{2l' - n}{n} = +1$$

若 $l' = 0$ 時 $R = 0$

$$\text{則 } R' = -\sqrt{\frac{e-n}{n}} = \pm \sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$B_1 = \frac{1}{n} + \frac{3}{3-n} = +\sqrt{\frac{10}{4}}$$

$$\text{若 } l' = \frac{n^2}{n} = n^2$$

$$\text{則 } R' = \sqrt{\frac{2l' - n}{n}} = 0$$

茲取時間數列與非時間數列應用公式，分別計算其相應聚聯於下列兩表。

統 計 學

IQK

第四十九表

$$l' = 11.5$$

$$l' = 11.5 + 7.5 = 19$$

代入公式則得

$$R' = + \sqrt{+ \frac{28 - 19}{19}} = + \sqrt{\frac{4}{19}} = + 0.46$$

財棉織品與棉紗之輸入額間之繁聯為正繁聯。

第五十表

非時間數列相應繁聯之計算

$$l' = 6.5$$

$$n = 6.5 + 3 = 10$$

代入公式則得

$$R' = + \sqrt{+ \frac{13 - 10}{10}} = + 0.55$$

即英文與數學成績之繫聯爲正繫聯

第三節 圖表法

圖表法者將圖表並列以橫條之長短表示繫聯・正負之方法也。例如第二十一圖爲一種負繫聯之表示。第二十二圖爲一種正繫聯之表示。第二十三圖爲一種零繫聯之表示。

第二十一圖

第二十一圖中銷貨淨額之分組由小而大。但表示盤存額之橫條則（除第九組外）均由長而短。故兩者之間，顯然有一負繫聯存在。

第二十二圖

第二十一圖中銷貨淨額之分組由小而大。表示銷售率之橫條（除第七組外）均由短而長。故知兩者之間必有一正繫聯存在。

第二十三圖

第二十三圖中橫條長短相差甚微。且無一定之標準。足見銷貨淨額。與每百元營業費中薪資額實無關係之可言。

第十四章 統計資料之搜集與整理

第二節 統計資料之搜集方法

統計資料之搜集對於研究結果之影響甚大。何則？所調資料者不過於研究有用，或全無用，則雖「精密」之統計方法亦屬徒然。以精密之統計方法應用于不適當或不準確之資料，不特浪費金錢與時間與精力，且當招致入極乖謬之結論。故統計資料之搜集，不可不有適當之方法。惟適當方法之確定，大抵須賴認識之應用與常識須得之於經驗。然所謂經驗非「蹴可幾」，非短時期之實際工作難得嘗嘗美之經驗，故又不得不借用他人已得之經驗以為實際工作之指南，此即本章所討論者也。搜集資料以前須先預定調查之目的，否則搜得之資料或殘缺不全，或一部無用，或謬誤百出，例如吾人欲調查工人家庭之兒女人數，吾人須先問調查之目的安在。設欲吾人研究工人之家庭生活費用，而已死兒女與生活無關，即無庸調查。研究工人家庭之誕生率而不調查已死兒女，則若資料即不無用，由是而得之結論必較實在誕生率為低。研究工人家庭之生活費用而調查已死兒女，搜得資料有一部無用，而多浪費一部無用資料耶？多浪費二部有用之金錢時間與精力。又吾人欲研究工人工資率之大小，則工人每週或每月收入額之多少，吾人可以不同。蓋工人之工作時間相等，收入額之多少不即為工資率大小之標準，若貿然搜集即犯謬誤不富

之弊，由是觀之。搜集資料以前非先確定調查目的不可。

其次須確定調查之範圍。設吾人欲編製全國物價指數則何城物價須在調查之列？何城物價可無庸調查？不可不先確定。又設吾人欲研究全國產米之量，吾人可先調查重要產米區域之產量，然後估計全國之產量；然所謂重要產米區域何所指？年產若干石米之區域方得為重要產米區域？搜集資料以前不可不先規定一種界限，規定重要產米區域之界限即確定產米調查之範圍。

調查之目的及其範圍確定後，吾人方可進行資料之搜集。有時吾人所欲搜集之資料他人已搜集在前，若此資料準確可靠而又適合吾人之用，則吾人不必再行調查，應用他人已搜集之資料，加以編製可也。此種資料在統計學上名曰次級資料。若他人已搜集之資料不甚可靠或許可靠而不適吾人之應用，則吾人須自行調查，由是而得之資料名曰原始資料，以與次級資料相別，設吾人欲調查甲乙丙丁四城之生產狀況，甲乙二城應用他人已搜集之資料，丙丁二城則自行搜集一鄉資料，前者之資料為次級資料，後者之資料為原始資料，抑原始資料與次級之分係隨主觀而異，甲乙二城之資料在吾人為次級資料，但在最初直接搜集者為原始資料，丙丁二城之資料在吾人為原始資料，但在應用成吾人資料者為次級資料。此亦實有不可不審者也。

原編次級資料與次級之分既明，今譯更舉前例以不資料選擇之標準外譯吾人欲調查全國棉花種植

面積吾人已知前立法院統計處與經濟聯合會各奉種種面積之估價俱不可靠也或吾人本意所起就是非財吾人須設法搜集原始資料說吾人欲調查全國工人工資擬定上海市社會局所搜集之工資資料為準確可靠，則關於上海一地之工人工資吾人可用次級原料，但設吾人欲調查上海紡織工人之工資則社會局所搜集之工資資料即絕對準確，亦不能通用，而則社會局所搜集工資資料為一般沿關直，人之工資，而吾人欲升羌者，則為麻紗、卷工人之工資或不能應用次級資料，吾人亦可不另行搜集原始資料，有時及舊資料雖不堪可靠，然吾人不能搜集更可靠之原始資料，或報差甚微，不直巨大調查經費之代價，則真捨原始資料而收次級資料，例如海關報告冊上之資料不甚可靠，吾人固可向輸出入商人直接調查，惟由是求得之結果未必能較勝于次級資料，故海關報告冊仍不失調查

國際貿易者最適當之次級資料

資料來源已有原始與次級之分，登載原始資料之刊物名曰「原始來源」，登載次級資料之來源名
目次級來源，例如國際貿易局所編之國際貿易導報，其資料取自海關報告冊，故海關報告冊為原
始來源，國際貿易導報為次級來源。

第二節 級級資料之編製

次級資料之來源常不止一種，吾人須選擇原端來源；蓋自原始來源歷轉至次級來源，數字易

有錯誤而表下之註亦易脫落惟原始來源而發表之數字若據隨時消息而尚非確定之數字，則編製次級資料時須採用最後更正之數字。

各級政府之報告，各職業團體與研究機關之刊物以及各種年鑑雜誌與日報均可為次級資料之來源。

次級資料未必均能適用，編製之時須先加以測驗，茲就應注意各點列舉於下，以免誤用：

(一)供給次級資料之機關，任何統計機關均有其設立之目的與特殊之使命，有政府設立之機關，亦有私人組織之機關，有聲譽卓著之老機關，亦有創立未久之新機關，有經費充裕得向適當來源搜集資料之機關，亦有經費拮据祇能在可能來源搜集之機關，有可使用強迫權力以搜集資料之機關，有僅數被詢人之善意合作以搜集資料統計機關之組織如何？其聲譽如何？其搜集資料之方法又如何？均為編製次級資料者所不可不知。

(二)次級資料之性質，資料有無錯誤與否抽樣而得？亦不可不詳加考察，資料之誤或由於調查者故意剔除一部之事實，或由於資料過少不能代表全部，或由於環境或時期選擇之不當，資料若係抽樣而得，則抽樣本可有種種限制，或限於某時某地，或限於某款某特牲，次級資料之價值隨規定限制之當否而異。

(三)次級資料之單位。各時各地或各類所用之單位是否一致？亦不可忽視，例如我國前立法院統計處與紗廠聯合會對於全國綿紗種植面積之估計均以各地估計面積之畝最相加而得。惟各地畝之大小不同即所用之單位不等，故此種次級資料應用時亦須注意。

(四)資料之準備程度。社會經濟變劣之測量常不能絕對準確，統計學上所謂準確乃指相對準確而言，吾人編製次級資料時雖不能期其絕對準確，然須考察其準確程度之大小，準確程度過小則不可輕意應用，計算有無錯誤？資料如何報告？答案有無標準？估計有何依據均與準確程度之大小有關，編製次級資料者不可不詳加分析。

(五)資料是否同質？資料若非同質，則不能作異地異時之比較，例如歐戰後德法之地域俱有變更，故戰前與戰後德國之物價亦非同質，歐戰後德國貨幣膨脹，馬克暴跌，戰前與戰後德國之物價亦非同質，故均不能比較。編製次級資料時對於資料之同質異質務須審慎分析，以免謬誤。

(六)次級資料是否適用？有時次級資料雖甚準確可靠，然不適於吾人之用，若貿然應用，即得極不準確之結論，故次級資料是否切合吾人之研究問題，亦為編製次級資料者所不可不知。

第三節 原始資料之搜集與整理

資料之搜集必有其目的，必有一研究之問題。此問題性質如何？能否適用統計方法？吾人怎

搜集原始資料以前須先詳細考察。研究問題已明，統計方法已能應用，吾人尤須探討何種資料適於吾人之用，吾人需要之資料能否在適宜之形式取得？取得之資料能否達到預期之準確程度？能否保持一致而有比較之可能？搜集之資料能否於規定時間內取得以免明日黃花之說？搜集資料時，需否行使強迫權力以助調查之進行？凡此種問題均為搜集原始資料者所不可不預事籌謀者也。

原始資料之搜集須依一定程序進行，惟搜集程序隨調查之目的及其計畫而異，故事前須將研究問題澈底考慮，自始至終均須在計劃內規定，統計工作不能急進，須逐漸進步方能達到最後之成功。完善之計劃乃成功之基礎。

資料須自來源搜集。惟同一資料常有無數來源，例如工人之工資，資料可向工人搜集，亦可向工廠搜集，又可向工會搜集，各種來源所供給之資料常有極大之出入，又若用抽樣法搜集資料，則何者須包含在內，何者擯除在外，對於調查之結果影響甚大。故搜集原始資料者須先決定向何人或何處搜集資料。主持調查者須先列舉可能來源然後研究其所供給資料之可能錯誤以為選舉來源標準，至於樣本之選擇，則維使主要各部均有代表在樣本之內，且能保持適當之比例而無畸輕畸重之弊。

原始資料之搜集或較資料來源之記錄，或憑被詢人之估計，或須由調查一二計數，工廠之產

鋪狀況，職工人數均有詳細記錄，故此種資料可由原始記錄抄寫明年營業狀況之預測，未來一般商業之趨勢，無記錄可資依據，故須憑推銷員之意見或其估計而取得資料。至於全國人口清查，上海市小學校則須一一計數方能取得所需資料。

搜集原始資料之途徑不一，或由主持調查者親往訪問或派其代表前往訪問，或用私人信件探詢消息，或用調查表格發覆問題應依何種途徑須視察研究問題之性質與統計機關之財力而異。

訪問法之成功全待訪問者之幹練，故主持調查若不親往訪問，對於訪問者之選擇須詳細考慮，茲略舉選擇之標準於下。

- (一) 訪問者須智勇機警，富好奇心而能交際。
- (二) 訪問者須能了解研究問題之內容與被詢人之心理。
- (三) 訪問者須能解釋被詢人所供給之消息。
- (四) 訪問者須有健全之記憶力。

用私人信件探詢消息時須遵守下列各點然後有成功之希望：

- (一) 須向能供給消息者搜集資料。
- (二) 明白規定所需資料。

(三) 問題中所用單位雖單純通俗，不致誤解。

(四) 不可要求供給難於搜集或需費甚大之資料。

(五) 保證不供競爭者之利用，以免被詢人猜疑。

調查表格或由調查員分發，或由郵局調查員分發，則答案可由調查員填寫，或由被詢人填寫，可受調查員之指導，調查之目的，問題之性質以及所用術語均可由調查員詳細解釋，被詢人猜疑可以消除。答案有疑義時調查員可用反證方法深詢究竟，故問題不妨稍多。

調查之成敗常繫於調查員之得力與否，故主持調查者對於調查員之人選務須特別注意，未出發前尤當預擬調查須知，俾調查員切所遵循，茲就調查員應知各項略舉其重要者如下：

(一) 調查員於未調查前，須先將應調查事項悉心研究，調查時被詢人如有疑問須詳細解釋。

(二) 調查員調查時對於被調查機關職員要謙恭有禮，態度務須鎮靜，語言須簡單扼要，被詢人如有谎言或錯誤，切不可直接加以辯論務須用間接方法，糾正其錯誤。

(三) 調查員與被詢人約定時間，切不可失信。

(四) 調查員調查時如遇被詢人談話敷衍，不着邊際，切不可隨之作區論，應即提出調查事項，可以取得必要消息。

(五) 任何消息，調查員不得洩漏。

(六) 調查時期須遵守調查表上規定時期，不得任意更改，其因被詢人無法供給規定時期內資料而不得不更改時，亦須將更改原因與更改時期，詳細註明表上，以便查考。

(七) 調查員填表務須精細準確，由計算或收錄而得之數字，須加復核，以免錯誤。

(八) 調查員須各備一日記簿，凡非表上所載而與調查有關之消息，均須記入。
調查表格若由郵局寄去，則被詢人填寫時無人指導，一切疑點即難由解釋此種調查欲以成效，須嚴守下列各點：

(一) 調查若依法律規定進行，列須在調查表格內說明，若係私人調查，則亦須說明所欲研究問題之重要

(二) 信函須附回信信封與郵票

(三) 問題不可太多，且須簡單而切合調查之目的

(四) 單位須明確規定，單純而通俗，定義與解釋須置於表中，蓋填寫者對於表之上下不甚注意

(五) 分格劃線須簡單明確，以免誤填。

(六)每一答案須予以充分地位，相關問題須互相接近。

(七)用反證問題以防錯誤或不準確之答案。

(八)各種計算爲合計百分比等須留待統計機關自作。

(九)問題之意義務須簡明而能人人了解以防誤解雙關或有意掩飾之答案。問題語調須婉轉客氣，切忌命令式問題。問題之排列須合邏輯而使被詢人易於答覆，問題須能用「是」「否」二字或簡字數字答覆。

調查表格以同時寄出爲原則，蓋被詢人常因接到表格之先後而生猜疑，同時寄出，收回時亦不致相距過遠，否則截止時期難於確定，遲到答案亦不易處理，調查表格發出後若無答案寄回則可去函催索，惟語氣雖特別客氣。以促使被詢人之好感。

調查表格寄回後須分別歸類。填寫各項須辨別其正誤，發見矛盾錯誤之處，如能自行改正則改正之，若有懷疑而不能決其正誤則須致函被詢人探其究竟，若填寫各項太不可靠，則棄而不用，調查表格經一次淘汰後，其留存者比較可靠而能適合調查者之用，然後依其性質應用活頁卡片分別歸類以便編製圖表。

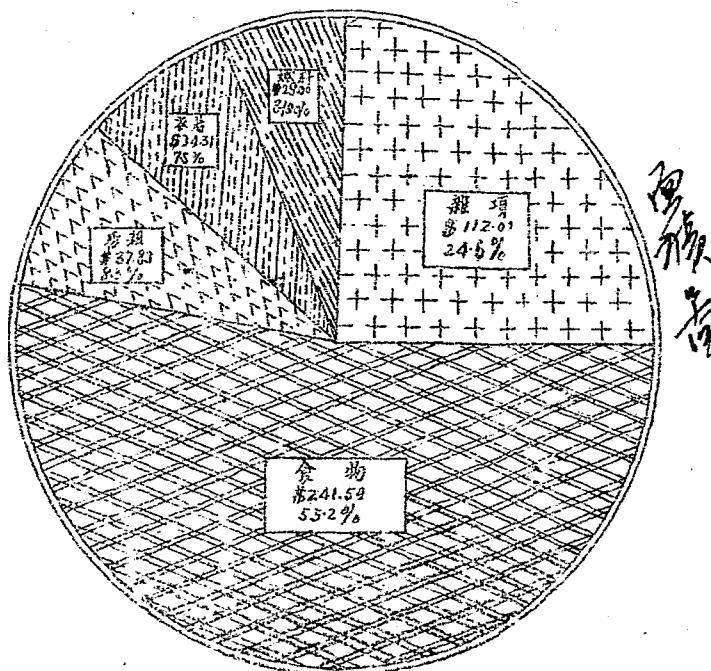
統

計

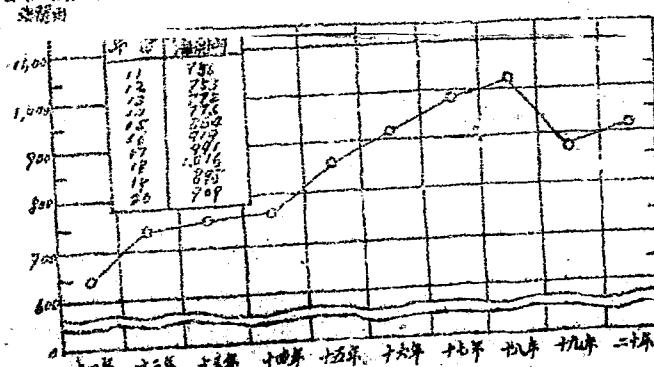
學

二一八

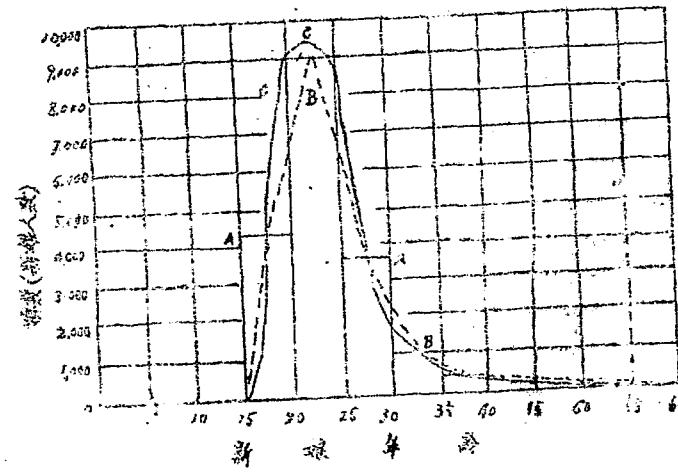
第八圖 上海工人家庭生活費用百分比分配圖
(民國十八年四月至十九年三月)



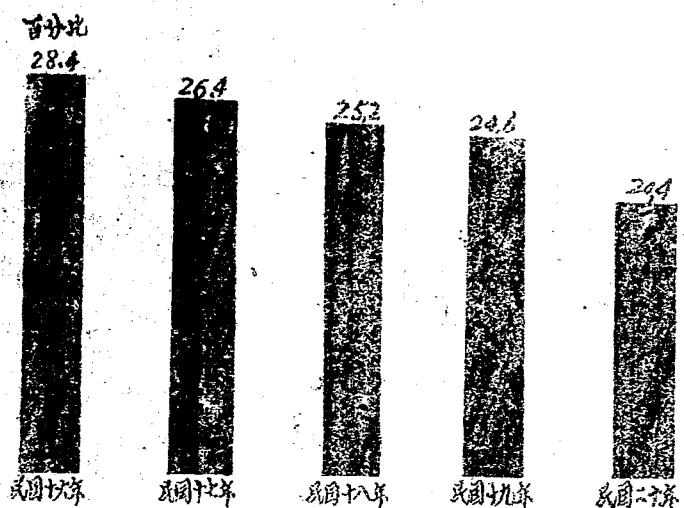
· 第六圖 民國十一年至二十年我國出口總值消長圖



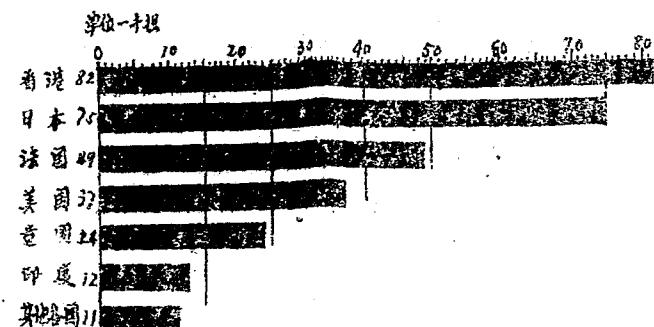
第十圖 1917年美國威士康辛州鐵礦石分佈圖



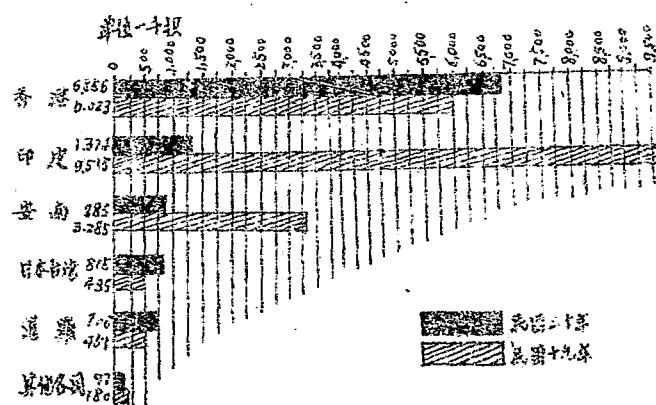
第五圖 最近五年日本及台灣在我國輸入總額中所佔之百分比



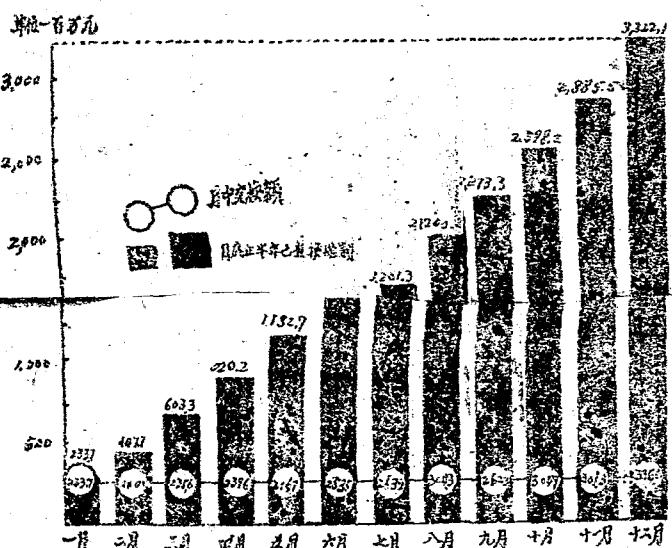
第一圖 民國二十年我國輸往外國總量按國比較圖。



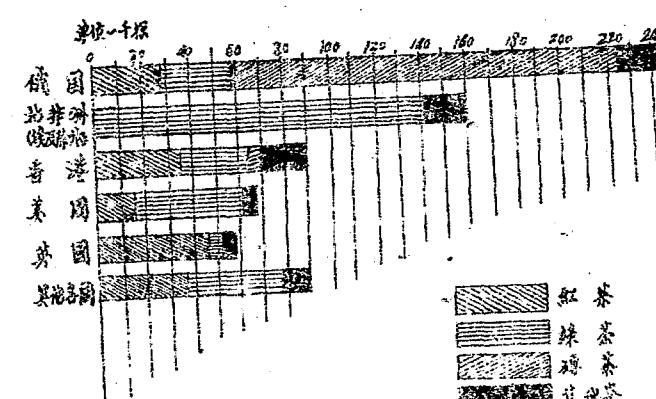
第二圖 民國十九年及民國二十年外國輸入我國茶量按國比較圖



第六圖 民國二十三年上海票據交換所交換數額表

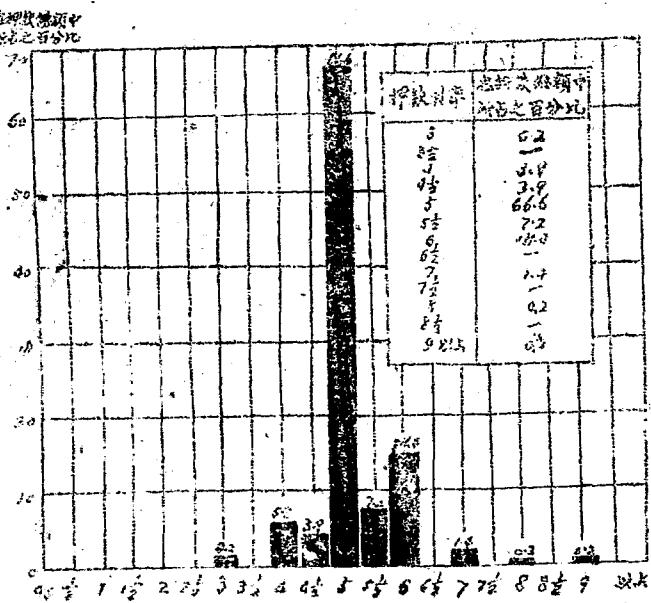


一九三〇年我國輸往外國茶葉總量按類比較圖



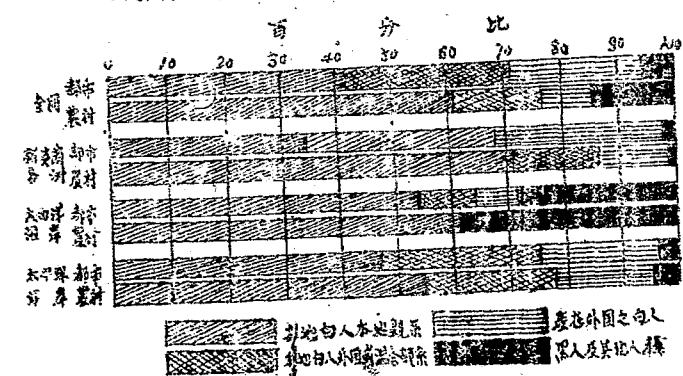
第七圖 美國威士裏華州丹村農業理款利率比較圖

(依各種外率或支之押款額在押款總額中所佔之百分比)

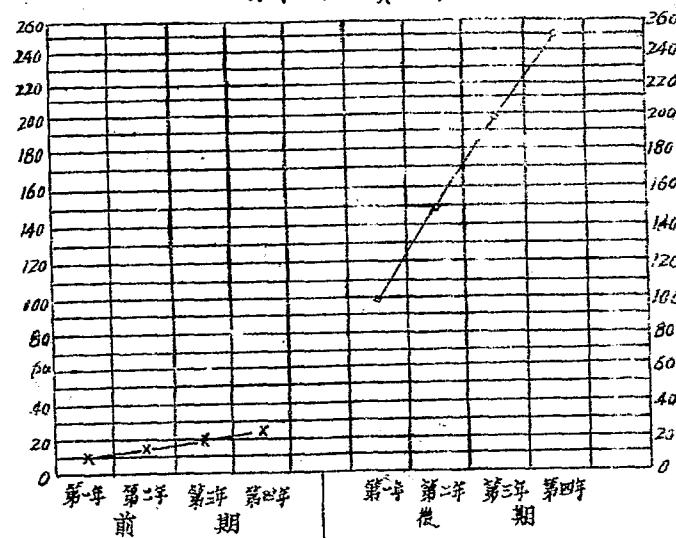


第四圖 1910年美國人口百分比分配圖

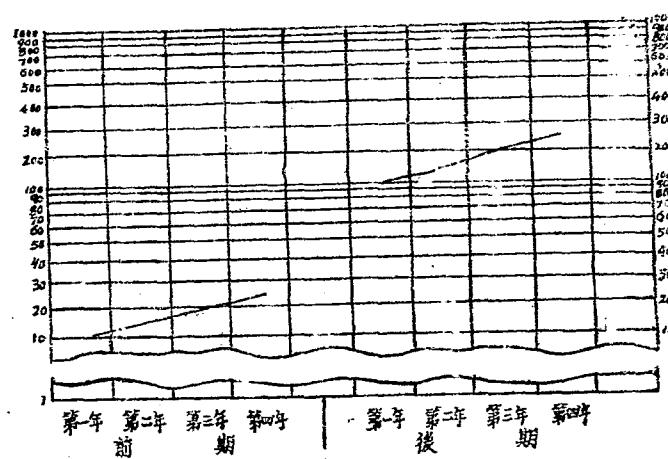
(被蟲侵蝕，人種、觀音與蝴蝶之區別而比較)



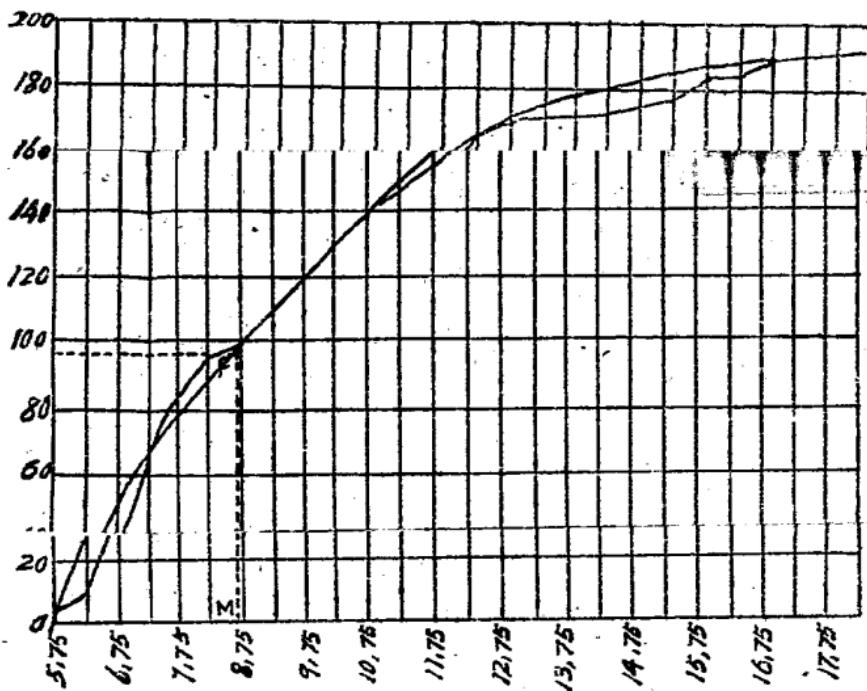
第十二圖 算術圖



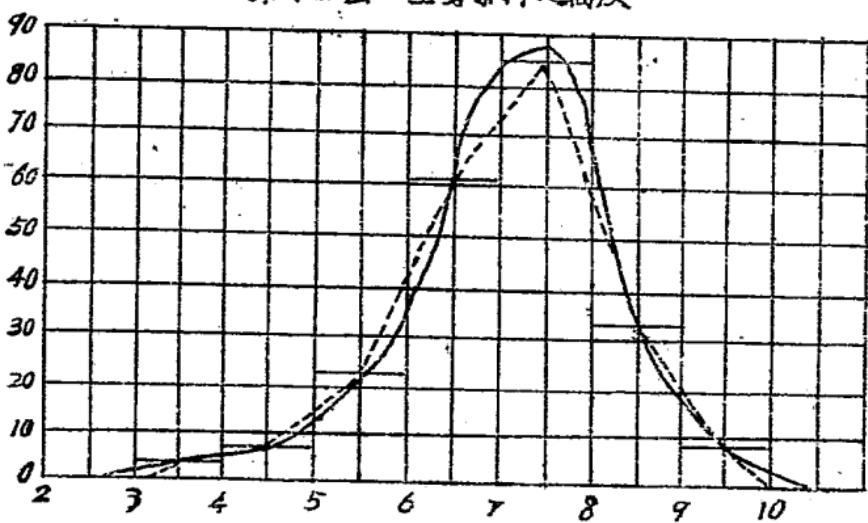
第十三圖 一單對數圖



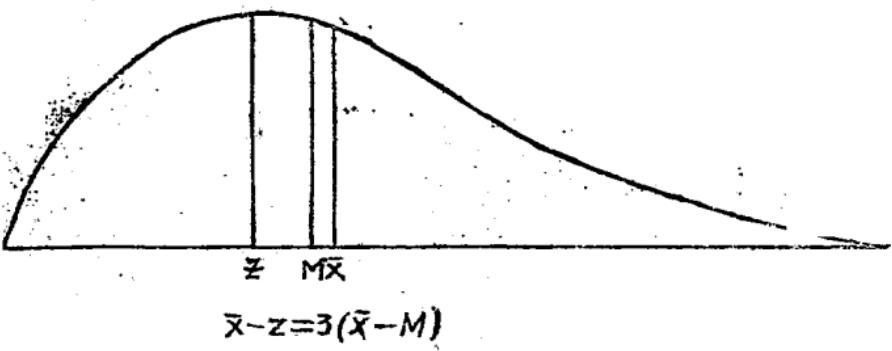
第十四圖 由累積頻數圖求中位數



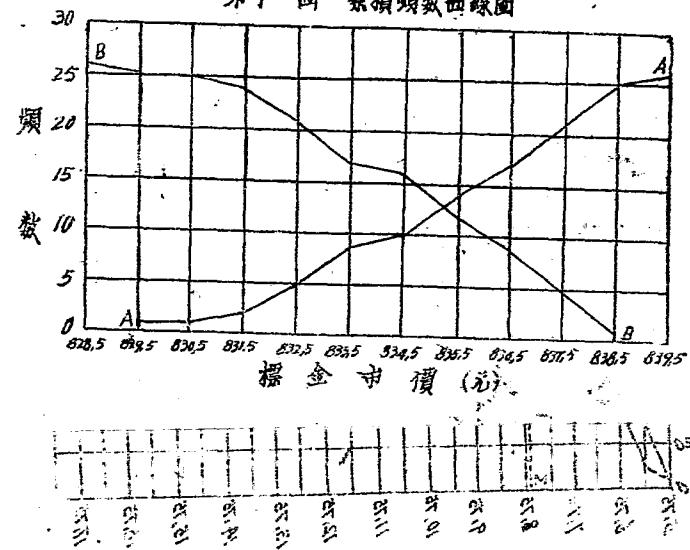
第十五圖 玉蜀黍之高度



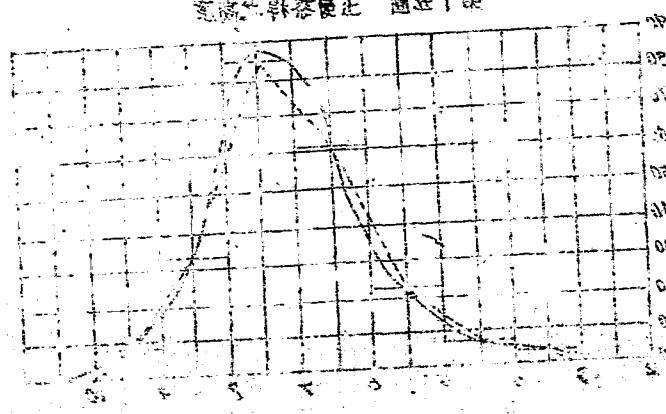
第十六圖 算術平均數中位數與眾數之間係

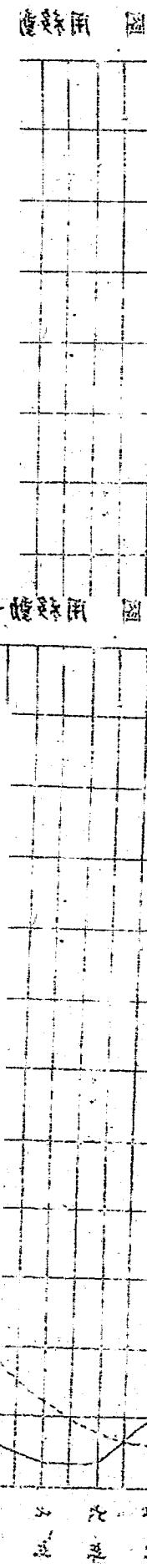


第十一圖 累積頻數曲線圖

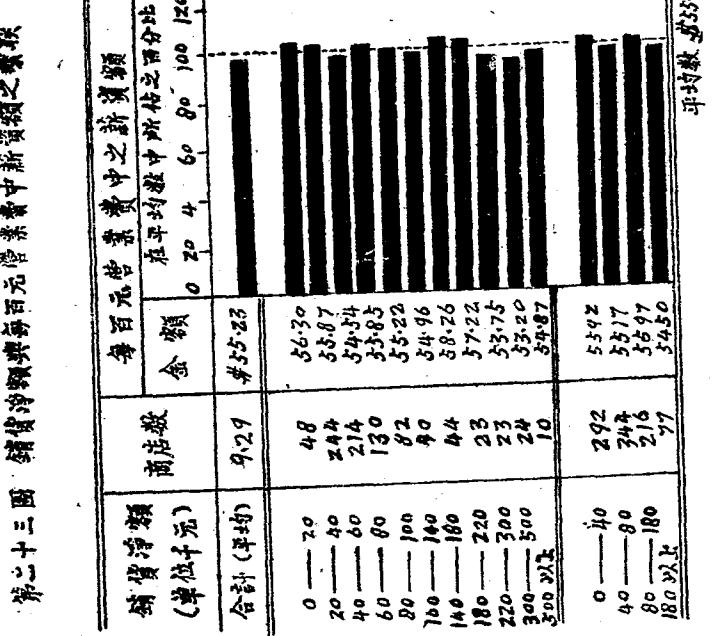


第十二圖 千萬

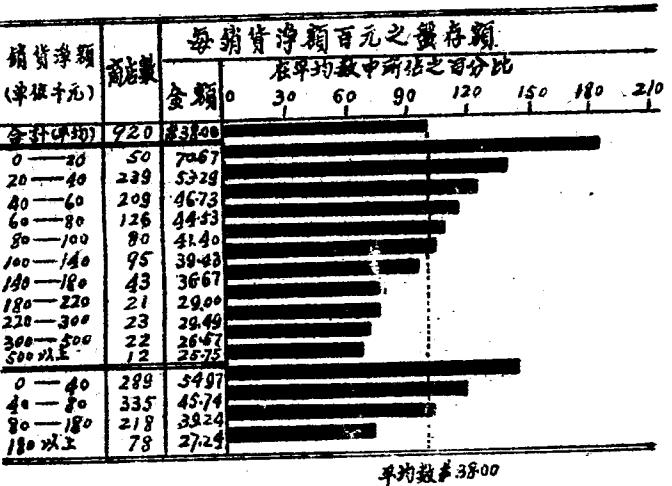




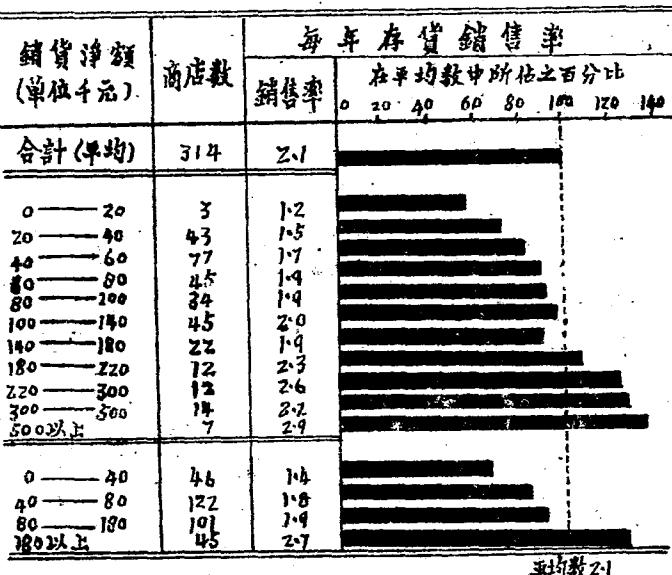
銷貨淨額 (單位千元)	商店數	每百元營業額中之新資額									
		金額	在平均數中所佔之百分比	0	20	40	60	80	100	120	140
合計(平均)	929	#55.23		4.8	5.63	5.58	7.1	5.45	5.45	5.45	5.45
0—20	79	4.8	1.2								
20—40	40	2.44	1.5								
40—60	60	2.14	1.7								
60—80	80	1.30	1.9								
80—100	82	0.82	1.4								
100—120	100	0.40	2.0								
120—140	160	0.44	1.9								
140—160	160	0.44	2.3								
160—180	220	0.23	2.6								
180—220	72	0.12	2.6								
220—300	12	0.12	2.7								
300—500	7	0.07	2.9								
500以上	45	0.45	2.1								
0—40	46	1.14									
40—80	122	1.18									
80—120	101	1.19									
120以上	45	2.17									



第二十三圖 銷貨淨額與每百元營業額中新資額之關係

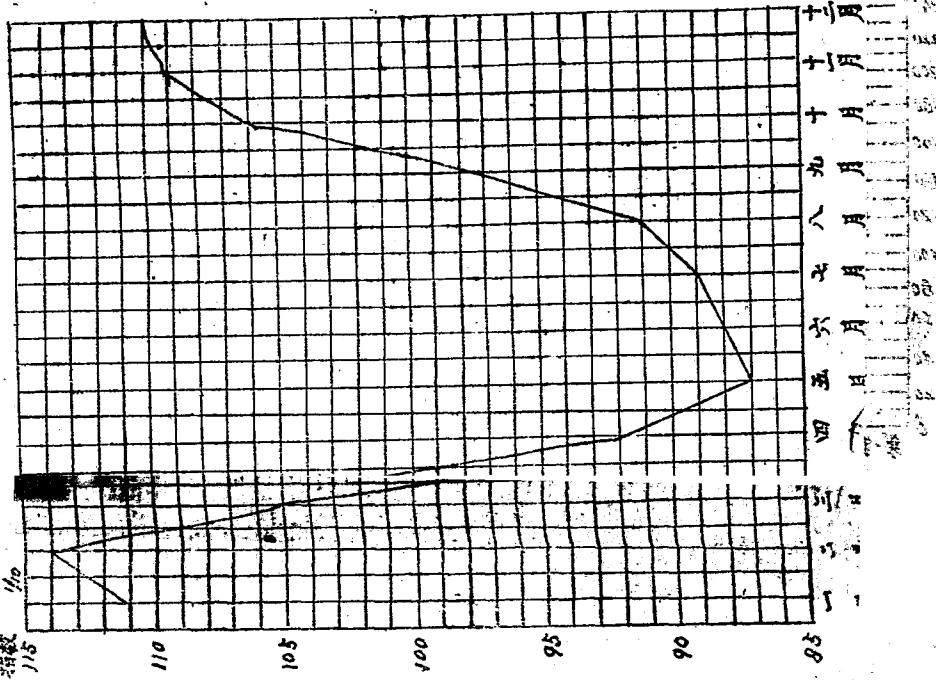


第二十二圖 銷貨淨額與每年存貨銷售率之關係

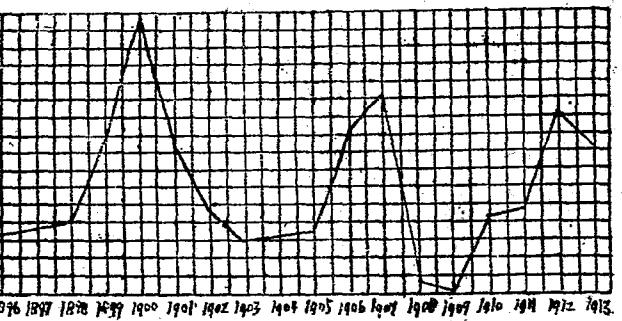


平均數2.1

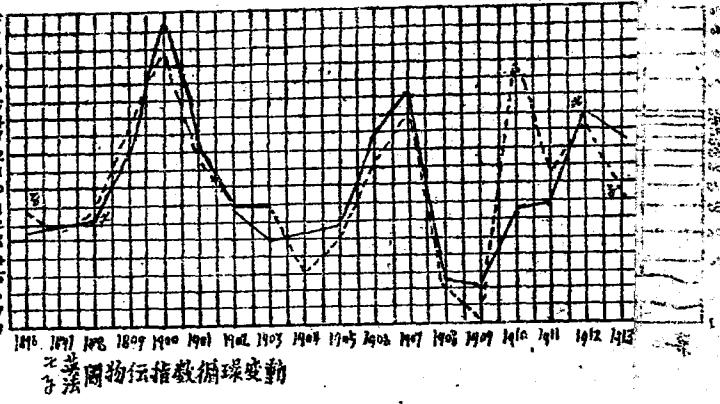
第二十一圖 上海總售額與每年存貨額之關係

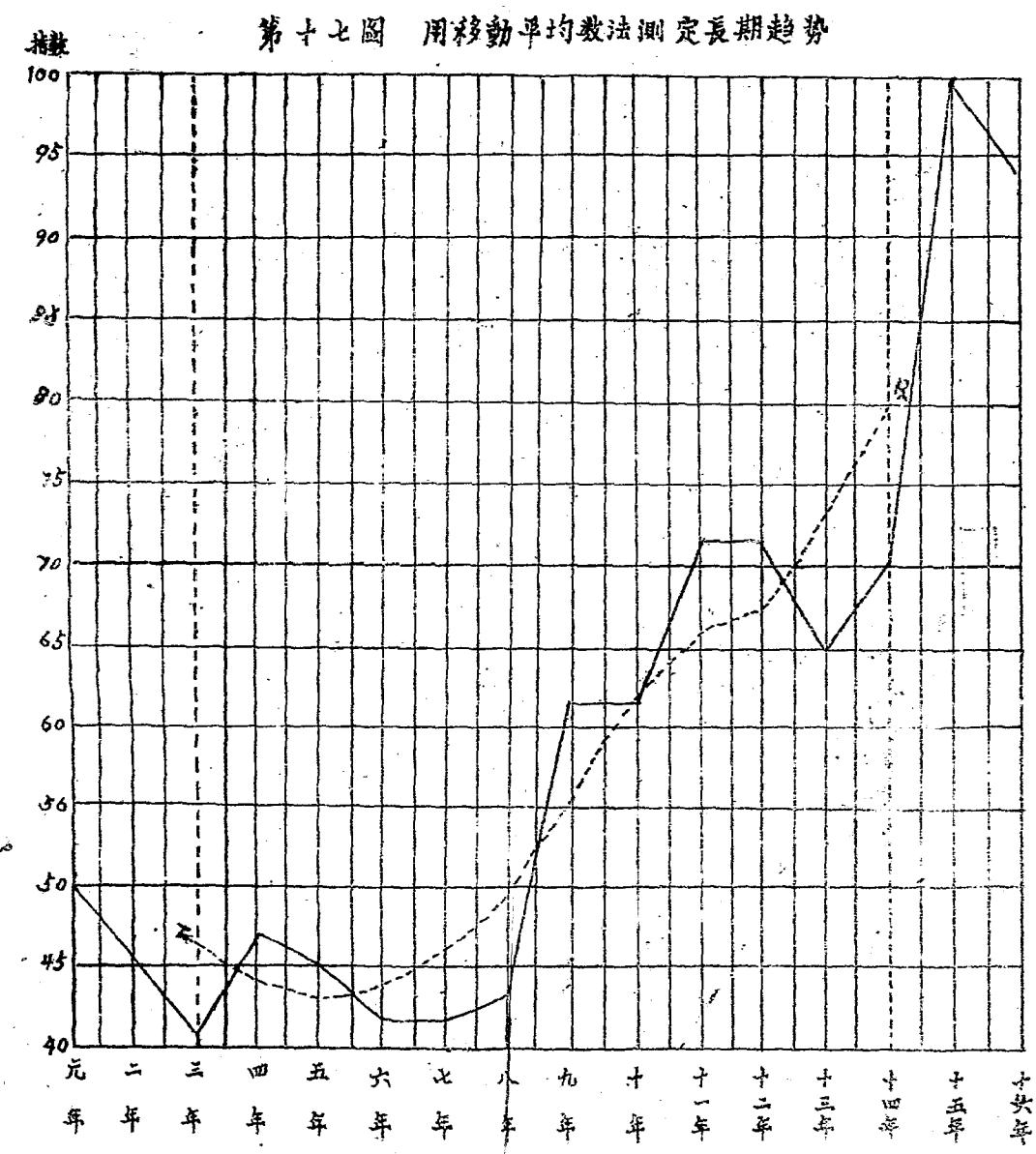
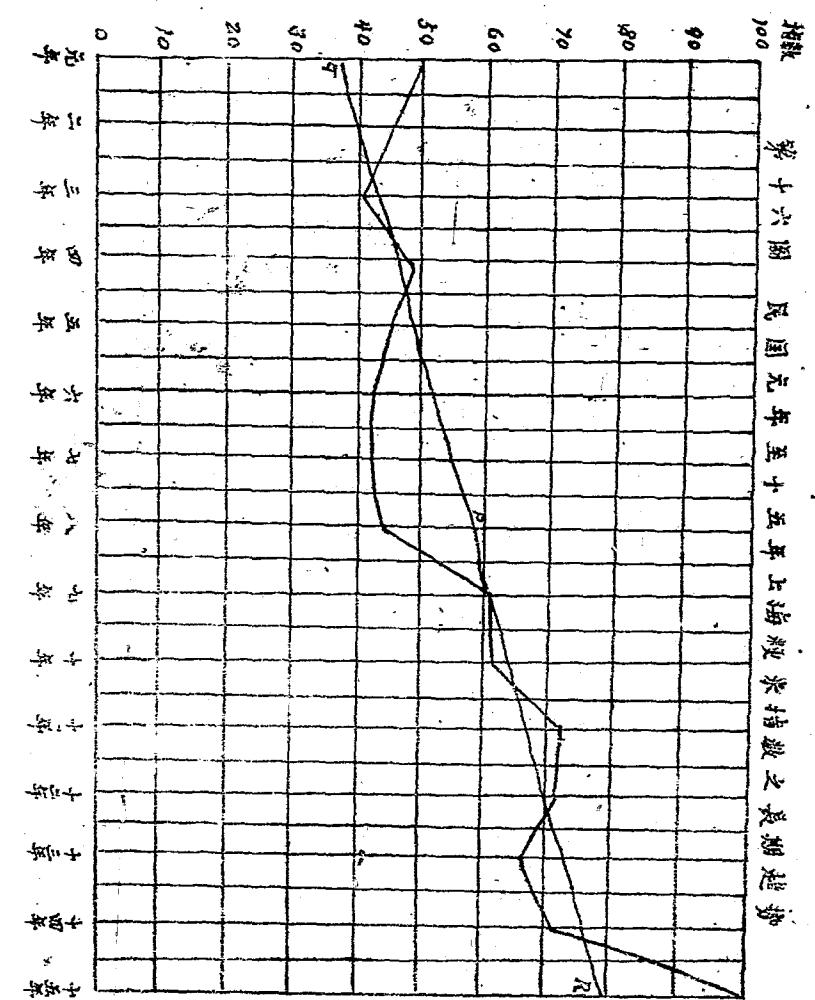


第十九圖 1896—1913年美國物價指數之循環變動



第二十圖 1896—1913年英法物價指數循環變動之比較





第四十表
用最小平方法求長期趨勢直線
(年數為偶數)
(第一法)應用公式(1)

民國	糧米指數 Y	X	\bar{Y}	Σxy	Σx^2	長期趨勢
年	50	-15	-9.5	139.5	225	34.70
元	46	-13	-13.3	172.9	69	37.98
三	41	-11	-19.7	201.3	121	41.26
四	47	-9	-18.3	110.7	81	44.54
五	45	-7	-12.3	100.1	49	47.82
六	42	-5	-14.3	86.5	25	51.10
七	42	-3	-13.3	51.9	9	54.38
八	44	-1	-15.3	15.3	1	57.66
九	61	1	1.7	1.7	9	60.94
十	61	3	1.7	5.5	25	64.22
十一	71	5	1.7	81.9	49	67.50
十二	65	7	1.7	51.3	81	70.78
十三	69	9	1.7	106.7	121	74.06
十四	100	11	1.7	520.1	169	77.34
十五	94	13	1.7	520.5	225	80.62
十六						83.90
		$\bar{Y} = 59.3$		2233.0	1360	

第四十一表 用最小平方法求長期趨勢直線 (年數為偶數)
(第二法)應用公式(2)

民國	糧米指數 Y	X	XY		Σx^2	長期趨勢
			-	+		
年	50	-15	750		225	34.70
元	46	-13	598		169	37.98
三	41	-11	451		121	41.26
四	47	-9	423		81	44.54
五	45	-7	315		49	47.82
六	42	-5	210		25	51.10
七	42	-3	126		9	54.38
八	44	-1	44		1	57.66
九	61	1	61		9	60.94
十	61	3	183		25	64.22
十一	71	5	355		49	67.50
十二	65	7	497		81	70.78
十三	69	9	385		121	74.06
十四	100	11	497		169	77.34
十五	94	13	585		225	80.62
十六			759			83.90
		$\bar{Y} = 59.3$		2917 5150	1360	
				2233		

$$b = \frac{2233}{1360} = 1.64$$

$$2b = 3.28$$

辛
卑

海國圖志

卷之三

卷之三

118
2
118

卷之三

七言律詩

房主戰由之流經之日，有責至攻勢。
總力，民憂之。三十四年，至側攻志。

三、神教及至漢代。〔改革華留位置〕

