

職業教科書委員會審查通過

商業算術

褚鳳儀編著



商務印書館發行



職業學校商業算術 實價壹元壹角

職業學校教科書

商業算術

褚鳳儀編著

商務印書館發行

中華民國二十二年十二月初版
中華民國二十七年十月十版

◆(503823)

職業學校
教科書
商業算術一冊

每冊實價國幣壹元壹角

外埠酌加運費匯費

編著者 褚鳳儀

發行人 王雲五
長沙南正路

印刷所 商務印書館
長沙南正路

發行所 商務印書館
各埠



版權所有
翻印必究

(本書校對者王煊蕃)

編印職業教科書緣起

我國中等教育，從前側重於學生之升學。但事實上能升學者，究佔少數；大部分不能不從事職業。故現在中等教育之方針，已有漸重職業教育之趨勢。近年教育部除督促各省市教育行政機關擴充中等職教經費，並撥款補助公私立優良職業學校，以資鼓勵外，對於各類職業學校之教學，亦擬有改進辦法。其最重要者，為向各省市職業學校徵集各科自編講義，擇尤刊印教本，供各學校之採用。先後徵得講義二百餘種，委託敝館組織職業教科書委員會，以便甄選印行。敝館編印中小學各級教科書，已歷多年，近復編印大學叢書，供大學教科參考之用。關於職業學校教科書，亦曾陸續出版多種，並擬有通盤整理之計畫。自奉教育部委託，即提前積極進行。經於二十五年春，聘請全國職業教育專家及著名職業學校校長組織職業學校教科書委員會。該會成立後，一面參照教育部印行之職業學校課程表及教材大綱，釐訂簡明目錄，以便各學校之查

考；一面分科審查教育部徵集之講義及敝館已出未出之書稿。一年以來，賴各委員之熱忱贊助，初審複審工作，勉告完成。計教育部徵集之講義，經委員會選定最優者約達百種，自廿六年秋季起，陸續整理印製出版。本館已出各書，則按照審查意見澈底修訂，務臻妥善；其尚未出版者，亦設法徵求佳稿，以求完備。委員會又建議，職業學校之普通學科，內容及分量，均與普通中學不同，亟應於職業學科外，編輯普通學科教本，以應各校教學上之迫切需要。敝館謹依委員會意見，聘請富有教學及編著經驗之專家，分別擔任撰述。每一學科，並分編教本數種，俾各學校得按設科性質，自由選用。惟我國各省職業環境不同，課程科目亦復繁多，編印之教科書，如何方能適應各地需要，如何方能增進教學效率，非與各省實際從事職業教育者通力合作不為功。尚祈全國職業教育專家暨職業學校教師，賜以高見，俾敝館有所遵循，隨時改進。無任企幸之至。

中華民國二十六年七月一日 王雲五

結 論

文化日進，生活漸形複雜。人類之需要愈多，而滿足人類需要之方法，亦與日俱增。富者不必論；即至貧之人，每日所需之物，亦多為他人生產之品。蓋人不能盡產其所需；故不得不以其所餘，易其所無。而交易尚焉。凡便利交易之一切行爲，若運輸、貿易、銀行、保險等，均名之曰商業。

近世商業之進步，一日千里。交易之範圍，亦迥非昔比。商業上之計算，已不僅限於計算利息，確定損益等，極簡易之問題矣。他若年金、基金、保險、債券、國外匯兌等計算，均為重要商業日常所通有。故欲從事商業者，不可不有相當之數學知識。以數理之研究，運用於商業，然後能以精確迅速之方法，解答急要複雜之問題。

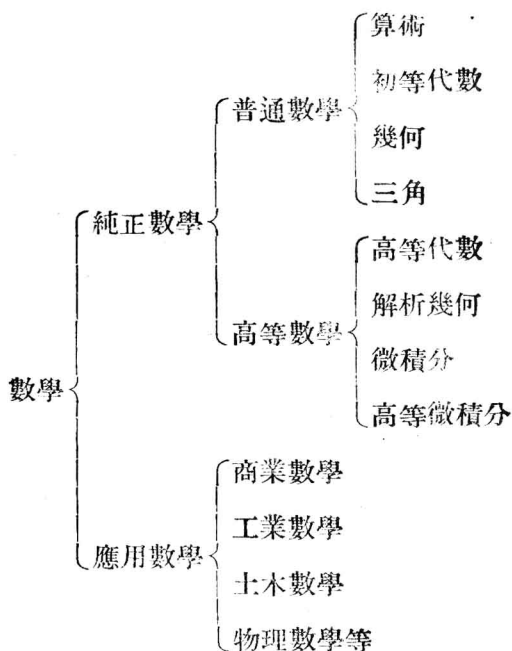
研究商業計算之數理，雖為商業數學目的之一，然其最後目的，乃在實際交易之訓練。欲使臨陣不亂，交易敏捷，則不可不兼學商業習慣，以為異日服務之準備。試以銀行貼現而論，其意義

與手續若何？匯票與本票之區別何在？貼現息之計算，與背書人所負之責任又若何？凡此均不可不預為熟習，庶能臨事應付裕如。

明計算數理，諳商業習慣，猶不能謂盡商業數學之能事。計算敏捷，答案精確，尤為重要。計算遲緩，則需人較多，而成本較重；且顧客亦有不能久待，捨而之他者，其損失為何如？答案若有差誤，則非損人利己，即屬損己利人。損人利己，則顧客覺而交涉，商店之名譽受損。損己利人，則不忠實之顧客，知而不言，商店之物質受損。二者俱不利於商店之營業。故有志於商業者，不可不常練習計算，以資純熟。

由是以觀：商業數學者，探討商業交易計算之數理，並研究其習慣之學術也。以研究之結果，運用於商業計算之實踐；循簡捷之徑，以解複雜之題，而無毫釐之差，乃其主要目的也。

就數理而言，商業數學與普通數學，本無區別。惟普通數學，以數理為主，專以養成數之觀念為其目的。而商業數學，則以數理應用於商業交易為其目的者也。故商業數學，實為數學之一部，而屬於所謂應用數學之一派。蓋數學所含之範圍雖大，大別之，可分為純正數學，與應用數學二種。前者專以研究數理為主，後者則以數理應用於其他科學。茲列表於下，以示商業數學在數學上所佔之地位。



商業數學，又可分為商業算術(或普通商業數學)，與高等商業數學二種。商業算術，僅以算術上之數理，應用於商業交易之計算。(間亦有應用初等代數，以助數理之說明者，但實際應用，則非必要)。而研究高等商業數學者，則須有較深之數學知識。若初等代數，幾何，高等代數等，均常有應用之時；不可不有相當之修養。本書限於商業算術，故僅以複名數法，百分法，利息法，連鎖法，級數等之數理，應用於實際之商業。

目 錄

緒論	1
第一編 複名數法	1
第一章 複名數之化法	1
第二章 複名數之四則	6
第三章 複名數之換算	12
第二編 百分法	14
第一章 百分法之原理	14
第二章 百分法之應用	18
第一節 商業折扣	18
第二節 成本,售價,利益,相互之關係	22
第三節 損益計算	26
第四節 手續費及經紀人佣金	33
第五節 破產清算	41
第六節 捐稅	48
第七節 運輸	59
第八節 保險	61

第三編	利息	67
第一章	單利	67
第一節	普通利息	75
第二節	準確利息	84
第二章	複利	94
第三章	貼現	110
第四章	票據掉換	127
第四編	活期存款	150
第一章	活期存款帳之記載及其利息之計算	151
第二章	活期存款餘額之稽查	167
第五編	連鎖法	173
第一章	連鎖法之原理	173
第二章	國外匯兌	176
第六編	股票及債券	183
第一章	股票	183
第二章	債券	189
第七編	按分法	194
第一章	按分法之原理	194
第二章	按分法之應用	198

第一節 合夥損益之分配.....198

第二節 共同保險損失之分攤.....202

第八編 級數..... 205

第一章 級數之種類及其原理205

第二章 等比級數之應用211

第一節 年金.....211

第二節 分期償債.....224

第三節 基金.....228

第四節 有計劃之儲蓄.....232

附錄

一 我國度量衡237

二 法國之度量衡242

三 英美日俄之度量衡245

四 南洋各地之衡制256

五 中外貨幣258

六 金鎊先令辨士換算表260

七 計算面積體積之公式261

八 所得稅暫行條例263

九 所得稅施行細則270

十 第二類所得納稅額計算表278

十一	保險價目表	280
十二	日數推算表	287
十三	複利終值表	288
十四	複利現值表	291
十五	複貼現現值表	294
十六	債券價值表	296
十七	年金終值表	297
十八	年金現值表	298
十九	年賦金表	299
二十	速算摘要	300

商業算術

第一編 複名數法

第一章 複名數之化法

數之祇有一名者，曰單名數。其有二名，或二名以上者，曰複名數。若 10 斤，3 元，5 石，皆單名數也。反之：若 10 斤 6 兩，3 元 4 角 5 分，5 石 2 斗 3 升 4 合，則皆複名數也。由複名數化爲單名數，或由單名數化爲複名數，名曰複名數化法。卽不變各數之價值，而易其單位之法也。由複名數化爲單名數，名曰通法，例若化 10 斤 6 兩，爲 166 兩，化 3 元 4 角 5 分爲 3.45 元，化 5 石 2 斗 3 升 4 合爲 5234 合。由單名數化爲複名數，名曰命法，例若化 245 先令爲 12 鎊 5 先令，化 182 丈爲 1 里 3 引 2 丈。

複名數通法，又分爲上項通法，中項通法，與下項通法三種。由複名數化爲高單位之單名數，名曰上項通法，例若化 1 丈 8 尺 4 寸爲 1.84 丈。由複名數化爲中間單位之單名數，名曰中項通

法，例若化 1 丈 8 尺 4 寸爲 18.4 尺。由複名數化爲低單位之單名數，名曰下項通法，例若化 1 丈 8 尺 4 寸爲 184 寸。

例一： 化三鎊七先令十一辨士爲鎊。

$$(第一法) \quad 3 + \frac{7}{20} + \frac{11}{20 \times 12} = 3.39583 \text{ 鎊}$$

$$(第二法) \quad 7 \times 12 + 11 = 95d. \quad 3 + \frac{95}{240} = 3.39583 \text{ 鎊}$$

關於金鎊，先令，辨士之化法，亦可應用換算表，以免計算。

(第三法) 查金鎊，先令，辨士換算表，得

$$7s. 11d. = £0.39583$$

$$3 + 0.39583 = £3.39583。$$

例二： 化三方里四方引十五方丈四方尺爲方尺

$$\begin{array}{r} \text{ 3 方里} \\ \times \text{ 225} \\ \hline \text{ 675 方引} \\ + \text{ 4 方引} \\ \hline \text{ 679 方引} \\ \times \text{ 100} \\ \hline \text{ 67900 方丈} \\ + \text{ 15 方丈} \\ \hline \text{ 67915 方丈} \\ \times \text{ 100} \\ \hline \text{ 6791500 方尺} \\ + \text{ 4 方尺} \\ \hline \text{ 6791504 方尺} \end{array}$$

例三： 化三鎖二桿四碼二呎四吋爲碼。

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ 鎖} \\
 \times 4 \\
 \hline
 12 \text{ 桿} \\
 + 2 \\
 \hline
 14 \text{ 桿} \\
 \times 5\frac{1}{2} \\
 \hline
 77 \text{ 碼} \\
 + 4 \\
 \hline
 81 \text{ 碼}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 12 \overline{) 4 \text{ 吋}} \\
 \underline{0.3333 \text{ 呎}} \\
 + 2 \\
 \hline
 3 \overline{) 2.3333 \text{ 呎}} \\
 \underline{0.7778 \text{ 碼}} \\
 + 81 \\
 \hline
 81.7778 \text{ 碼}
 \end{array}$$

複名數命法，亦分爲上項命法，下項命法，與上下項命法三種。由單名數化爲高單位之複名數，名曰上項命法，例若化 184 寸爲 1 丈 8 尺 4 寸。由單名數化爲低單位之複名數，名曰下項命法，例若化 1.84 丈爲 1 丈 8 尺 4 寸。由單名數之一部，化爲高單位，他部化爲低單位之複名數，名曰上下項命法，例若化 18.4 尺爲 1 丈 8 尺 4 寸。

例四： 化 £ 0.4836 爲先令辨士。

$$\begin{array}{r}
 \text{(第一法)} \quad \text{£ } 0.4836 \\
 \times 20 \\
 \hline
 9.6720 \dots\dots s. \\
 \times 12 \\
 \hline
 13440 \\
 6720 \\
 \hline
 8.0640 \dots\dots d.
 \end{array}$$

答 9s.8.064d.。

$$\begin{array}{r}
 \text{(第二法)} \quad \pounds 0.4836 \\
 - 0.48333 \dots\dots 9s. 8d. \text{ (查表)} \\
 \hline
 0.00027 \\
 \times 240 \\
 \hline
 0.06480 \dots\dots d. \\
 \text{答} \quad 9s. 8.0648d. \text{ (註)}
 \end{array}$$

(註) 第二法所得之結果，與第一法略異，此由於換算表上所載鎊之小數，係近似數之故。

例五： 化 5843 尺為複名數。

$$\begin{array}{r}
 10 \mid 5843 \text{ 尺} \\
 10 \mid 584 \text{ 丈} \dots\dots 3 \text{ 尺} \\
 15 \mid 58 \text{ 引} \dots\dots 4 \text{ 丈} \\
 3 \text{ 里} \dots\dots 13 \text{ 引}
 \end{array}$$

答 3 里 13 引 4 丈 3 尺。

例六： 化英國常衡 563.45 呔為複名數。

$$\begin{array}{r}
 2 \mid 563 \text{ 呔} \\
 4 \mid 281 \text{ 夸脫} \dots\dots 1 \text{ 呔} \\
 20 \mid 70 \text{ 擔} \dots\dots 1 \text{ 夸脫} \\
 3 \text{ 噸} \dots\dots 10 \text{ 擔}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 0.45 \text{ 呔} \\
 \times 14 \\
 \hline
 6.30 \dots\dots \text{磅} \\
 \times 16 \\
 \hline
 4.80 \dots\dots \text{噸} \\
 \times 16 \\
 \hline
 12.80 \dots\dots \text{打蘭}
 \end{array}$$

答 3 噸 10 擔 1 夸脫 1 呔 6 磅 4 兩 12.8 打蘭

習 題 一

1. 化 $£8 \frac{12}{5} \frac{1}{2}$ 爲鎊。
2. 化 3 里 4 引 5 丈爲尺。
3. 化 3 貫 50 匁 7 分 5 釐爲斤。
4. 化 $£8.3546$ 爲複名數。
5. 化 48567 兩爲複名數。
6. 化 563.45 噸(金衡)爲複名數。

第二章 複名數之四則

複名數加減法，先將各單位，依次並對應排列，然後加減之。

因高低單位之比非必十進，故進位借位時，須特別留意。

例一： 3 碼 2 呎 9 吋 + 4 碼 5 吋 + 6 碼 1 呎。

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ 碼} \quad 2 \text{ 呎} \quad 9 \text{ 吋} \\
 4 \qquad \qquad \qquad 5 \\
 +6 \qquad \qquad 1 \\
 \hline
 14 \text{ 碼} \quad 1 \text{ 呎} \quad 2 \text{ 吋}
 \end{array}$$

或即 2 桿 3 碼 1 呎 2 吋。

例二： 3 磅 4 兩 18 英錢 - 2 磅 5 兩 14 英錢 22 喱。

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ 磅} \quad 4 \text{ 兩} \quad 18 \text{ 英錢} \quad 0 \text{ 喱} \\
 -2 \quad \quad 5 \quad \quad 14 \quad \quad 22 \\
 \hline
 11 \text{ 兩} \quad \quad 3 \text{ 英錢} \quad 2 \text{ 喱}
 \end{array}$$

複名數乘法

(第一法) 以乘數分別乘各單位，然後依次進位。

(第二法) 先將複名數化爲單名數，然後以乘數乘之，乘得之數，再依命法化爲複名數。

例三： 8×3 噸 4 英錢 5 哩。

(第一法)	\times	3 噸	4 英錢	5 哩
				8
		0 磅	24 噸	32 英錢
+	2	+	1	+
	2 磅	25	33	40 哩
		-24	-20	-24
		1 噸	13 英錢	16 哩

答 2 磅 1 噸 13 英錢 16 哩

(第二法)	\times	3 噸	1541 哩
		\times	20
		60 英錢	24 12328 哩
	+	4	20 513 英錢..... 16 哩
		64 英錢	12 25 噸..... 13 英錢
	\times	24	2 磅..... 1 噸
		1536 哩	
	+	5	
		1541 哩	

複名數若爲金鎊，先令，辨士時，可用整除數法計算。即先以乘數乘金鎊，再將先令，辨士，分成數部，後之部分，須能整除前之部分；若是則各部不必與乘數分別相乘。以整除之商，除前一部分，所得之結果，即爲後一部分與乘數相乘之積。例以 456，乘 3 鎊 12 先令 6 辨士，可先以 456 乘 3 鎊，得 1368 鎊，再將 12 先令 6 辨士，分成 10 先令，與 2 先令 6 辨士，10 先令除 3 鎊，得整數 6，而 2 先令 6 辨士，除 10 先令，亦得整數 4。故以 6 除 1368 鎊，得 228 鎊，即爲 456 與 10 先令相乘之積。以 4 除 228 鎊，得 57 鎊，即爲 456 與 2 先令 6 辨士相乘之積。三數相加，得 1653

鎊，即為 456 與 3 鎊 12 先令 6 辨士相乘之積。

例四： £ 9¹⁶/7 × 1324,

$$\begin{array}{r}
 \text{£}10 \dots\dots\dots \text{£}13240 \\
 -1 \dots\dots\dots 1324 \\
 \hline
 \text{£}9 \dots\dots\dots \text{£}11916 \\
 10s. \dots\dots\dots 662 \\
 5s. \dots\dots\dots 331 \\
 1s.3d. \dots\dots\dots 82.75 \\
 3d. \dots\dots\dots 16.55 \\
 1d. \dots\dots\dots 5.51667 \\
 \hline
 \text{£}9^{16}/7 \dots \text{£}13013.81667
 \end{array}$$

查表得 £ 13,013.16s.4d.

例五： 1 擔之價，為 12s.4d. 時，

求 15 擔 1 夸脫 8 磅之價。

15 擔 1 夸脫 8 磅 = 15.3214286 擔，

12s.4d. = £ 0.61667，

若用省略計算，求至小數五位為止，則得

$$\begin{array}{r}
 0.6166700 \\
 68.2412351 \\
 \hline
 6166700 \\
 3083350 \\
 185001 \\
 12333 \\
 617 \\
 246 \\
 12 \\
 5 \\
 \hline
 \text{£}9.448261^*
 \end{array}$$

查表得 £ 9⁸/11½。

*參看附錄二十

貨物之面積，以呎，吋表示時，可用十二進法計算。即上下二單位之間，均以十二與一之比計算。

例六：求 4 呎 8 吋 \times 5 呎 7 吋之面積。

(十二進法)	4 呎	8 吋	
	5 .	7	
	23 方呎	4	(5 呎 \times 4 呎 8 吋)
	2	8 8	(7 吋 \times 4 呎 8 吋)
	26 方呎	0 8	

答 26 方呎 8 方吋。

(普通法)

$$4\frac{8}{12} \times 5\frac{7}{12} = 4\frac{2}{3} \times 5\frac{7}{12} = \frac{14}{3} \times \frac{67}{12} = \frac{469}{18} = 26\frac{1}{18} \text{ 方呎}$$

$$= 26 \text{ 方呎 } \frac{144}{18} \text{ 方吋} = 26 \text{ 方呎 } 8 \text{ 方吋。}$$

例七：求 5 呎 3 吋 \times 8 呎 2 吋 \times 9 呎 9 吋之體積。

(十二進法)	呎	吋	
	5	3	
	8	2	
	42 方呎	0	
		10 6	
	42 方呎	10 6	
	9	9	
	385 立方呎	10 6	
	32	1 10 6	
	418 立方呎	0 4 6	

$$4 \times 12 + 6 = 54.$$

答 418 立方呎 54 立方吋。

(普通法) 5 呎 3 吋 = 63 吋,

8 呎 2 吋 = 98 吋,

9 呎 9 吋 = 117 吋,

$63 \times 98 \times 117 = 722358$ 立方吋 = 418 立方呎

54 立方吋。

複名數除法

(第一法) 以除數分別除各單位, 除不盡者, 以其餘數化爲下一單位, 與其原數合併, 然後以除數除之。

(第二法) 先將複名數, 化爲單名數, 然後以除數除之, 除得之商, 再依命法化爲複名數。

例八: $£ 918 \frac{9}{4} \div 8,$

(第一法)

$$\begin{array}{r} \text{£} \quad \text{s} \quad \text{d} \\ 8 \overline{) 918 \quad 9 \quad 4} \\ \underline{114 \quad 16 \quad 2} \end{array}$$

(第二法) $£ 918 \frac{9}{4} \div 8 = £ 918.46667$

$$8 \overline{) £ 918.46667} \\ \underline{£ 114.80833} = £ 114 \frac{16}{2}.$$

習 題 二

- 3 里 4 引 5 丈 2 尺 3 寸 + 8 里 8 丈 8 尺 + 5 引 3 丈 8 寸。
- 3 方里 4 方丈 1 方尺 - 1 方里 20 方丈 24 方尺。
- 1 哩 3 浪 3 桿 2 碼 $\times 8$ 。

4. 用整除數法,求下之乘積:
- $£8^5/4 \times 1468$ 。
 - $£15^6/3 \times 2853$ 。
 - $£84^8/5 \times 594$ 。
 - $£9^{16}/4 \times 3678$ 。
5. 用十二進法,求下之面積與體積:
- 8 呎 4 吋 \times 9 呎 8 吋。
 - 5 呎 6 吋 \times 3 呎 2 吋 \times 8 呎 5 吋。
 - 5 呎 11 吋 \times 6 呎 7 吋。
 - 4 呎 8 吋 \times 3 呎 10 吋 \times 4 呎 2 吋。
6. 12 磅 8 嘑 12 英錢 12 喱 $\div 3$ 。
7. 1 磅(藥衡)之價,爲 $£2^3/4$ 時,求 54 磅 3 嘑 3 打蘭 14 喱之價。
8. 房間之長,爲 12 呎 6 吋,寬爲 10 呎 6 吋,今欲油漆其地板,其價爲每方碼 1 先令 6 辨士,問共需油漆費若干鎊?
9. 一圓形地之週圍,築以竹籬,共費 $£26.5s.$, (每碼之價爲 $1s.6d.$) 問此圓形地之直徑長若干碼?
10. 每邊 $3\frac{1}{2}$ 碼之方毯,鋪於長 $13\frac{3}{4}$ 呎,寬 $12\frac{1}{2}$ 呎之地板上,今欲油漆不鋪地毯之處,其價爲每方碼 $1s.3d.$, 問共需油漆費若干鎊?

第三章 複名數之換算

由甲國之度量衡或貨幣，不變其值，而化爲乙國之度量衡或貨幣，名曰複名數之換算，例以我國市尺 7 尺 5 寸，化爲法國 2 畝 5 村，或以英國 10 磅，化爲我國 4.536 公斤。

例一： 化 3 里 4 引 5 丈 2 尺 3 寸爲法國制。

查表得 3 里 4 引 5 丈 2 尺 3 寸 = 4952.3 尺。

$$1 \text{ 尺} = \frac{1}{3} \text{ 畝},$$

$$4952.3 \times \frac{1}{3} = 1650.767 \text{ 畝}$$

答 1 裡 6 引 5 丈 7 村 6 粉 7 裡。

例二： 化 3 公鎰 4 公擔 6 公衡 8 公斤 3 公兩 4 公錢 8 公分 9 公絲，爲英國制。

查表得 3 公鎰 4 公擔 6 公衡 8 公斤 3 公兩 4 公錢 8 公分 9 公絲 = 3468.348009 公斤，

$$1 \text{ 磅} = 0.45359243 \text{ 公斤},$$

$$\frac{3468.348009}{0.45359243} = 7646.4 \text{ 磅}.$$

$$\begin{array}{r}
 46 \\
 4535921) 34683480(7646.39 \\
 \underline{2932012} \\
 210460 \\
 \underline{29024} \\
 1808 \\
 \underline{446} \\
 41
 \end{array}$$

依命法得 7646.4 磅 = 3 噸 8 擔 1 夸脫 2 磅 6 唎 6.4 打蘭。

* 參看附錄二十

習 題 三

1. 俄英制 3 噸 5 擔 6 磅 4 唎爲法國制。
2. 化 4 里 5 丈 6 尺 3 寸爲英國制。
3. 化 3 公石 4 公斗 5 公合爲英國制。
4. 化日制 3 里 8 町 1 間爲我國市用制。

第二編 百分法

第一章 百分法之原理

百分法者，依一定百分率，求一數之百分數，或已知此百分數，而求其最初之數；或此二數俱知，而求其百分率之法也。其應用之範圍甚廣，幾包含商業計算之大部。若商業折扣，損益計算，以及關於佣金，捐稅，運輸，保險等之計算，均須運用百分法原理。故學者不可不熟習之。

基數，子數，與百分率，百分法中之三數也。例如 500 之百分之五，為 25，此 25 即子數 (Percentage) 也，500 即基數 (Base) 也，而百分之五即百分率 (Rate) 也。百分率之符號，為 %；故 8%，即百分之八也。已知此三數中之二數，即可求其第三數，其公式如下：

$$\text{基數} \times \text{百分率} = \text{子數}$$

$$\frac{\text{子數}}{\text{百分率}} = \text{基數}$$

$$\frac{\text{子數}}{\text{基數}} = \text{百分率}$$

例一：求 \$585 之 17.5%。

$$\begin{array}{r}
 \text{(第一法)} \qquad \qquad \qquad 585 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 0.175 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 2925 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 4095 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 585 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \$102.375
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(第二法)} \qquad 10\% \qquad 58.5 \\
 \qquad \qquad \qquad 5\% \qquad 29.25 \\
 \qquad \qquad \qquad 2.5\% \qquad 14.625 \\
 \hline
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \$102.375
 \end{array}$$

例二：某數之 25% 為 484，求某數。

$$\text{某數} = 484 \div \frac{25}{100} = 484 \times \frac{100}{25} = 1936。$$

例三：問 654 為 5450 之百分之幾？

$$\text{百分率} = \frac{654}{5450} = 12\%。$$

習 題 四

1. 求下表中之合計，增加數及百分率(至小數一位為止)：

僑居爪哇(包含孟都拉)華人人數

地 別	1920	1930	增 加	
			人 數	百 分 率
West Java	168,355	260,924		
Midden Java	96,039	130,266		
Djocjakarta	7,250	12,625		
Soerakarta	13,823	21,213		
Lost-Java	98,751	158,332		
合 計				

2. 求下表中之合計，減少額，及百分率！（至小數一位為止）

民國二十三年與二十四年由外國輸入我國各類棉貨貨值按國比較

國 別	輸 入 棉 貨 貨 值				減 少 額	
	民國二十三年		民國二十四年		金單位	百分率
	金單位	百分率	金單位	百分率		
美 國	27,227,223		13,188,149			
日 本	8,565,252		9,214,828			
印 度	15,649,064		7,069,963			
英 國	7,217,524		4,635,227			
其他各國	5,574,376		4,060,407			
合 計						

3. 求下表中之合計，減少額，及百分率！（至小數一位為止）

民國二十三年與二十四年由外國輸入我國各類棉貨貨值按類比較

類 別	輸 入 棉 貨 貨 值				減 少 額	
	民國二十三年		民國二十四年		金單位	百分率
	金單位	百分率	金單位	百分率		
棉 花	45,986,750		22,788,706			
布	漂白或染色棉布	8,138,334		6,931,089		
	印花棉布	2,959,188		1,966,416		
	本色棉布	1,148,507		1,258,941		
	雜類棉布	1,407,774		1,316,092		
	棉布合計					
棉 紗 棉 線	2,786,320		2,301,983			
廢棉花廢紗頭及棉胎	99,305		19,504			
其他棉製品	1,707,261		1,585,843			
棉 類 合 計						

4. 求下列各題中之子數：

基數	百分率
(a) 645	90%
(b) 586.25	82.5%
(c) 483.45	27.5%
(d) 124.85	$1\frac{1}{3}\%$

5. 求下列各題中之基數：

子數	百分率
(a) 845	24%
(b) 432	25%
(c) 863.42	$2\frac{2}{3}\%$
(d) 538.68	8%

第二章 百分法之應用

第一節 商業折扣

商業折扣 (Commercial Discounts) 爲百分法重要應用之一。批發商人所售之貨，鮮有不給折扣者。所謂折扣者，卽由商品定價中，或發票上所開金額中，扣去一部，以給購貨者之謂也。扣去後，購貨者應付之貨價，名曰淨價 (Net Cost)。

商業折扣有現付折扣，批發折扣，與變價折扣之別。現付折扣 (Cash Discount) 者，因顧客早付貨價，而給之折扣也。商業之資金，貴能流轉敏捷，故商人常以些微之折扣，換取早清貨價之利益。外國發票上，常有所謂 4/10, 2/30, N/60 者，蓋卽謂十日內付清九六折，三十日內付清九八折，六十日內付清不給折扣之謂也。批發折扣 (Trade Discount) 者，製造商給與批發商，或零售商之折扣也。折扣之大小，視商業關係之深淺，定貨之多少而異。商務印書館批與小書店之書，均給以折扣，卽其例也。變價折扣 (Fluctuation Discount) 者，製造商在貨價目錄中，規定一標準價格，復隨時斟酌市場價格之變動，而給與顧客之一種或數

種折扣也。所謂數種折扣者，即因貨價屢跌，繼續給與顧客之連環折扣 (Serial Discounts) 也。例如最初折扣為 50%，其後因貨價下落，給以新折扣 10%，而成連環折扣 50%，10%，若貨價更下落，而再給以新折扣 20%，則成連環折扣 50%，10%，20%。有時連環折扣，竟多至八九個者。

例一：汽車之定價為 5,000 元，其折扣為 25%，10%，求淨價。

$$\begin{array}{r}
 \text{(第一法)} \quad \$5,000 \\
 - 25\% \quad \underline{1,250} \\
 \quad \quad \quad \$3,750 \\
 - 10\% \quad \underline{375} \\
 \quad \quad \quad \underline{\$3,375} \text{ 淨價}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(第二法)} \quad & 5000 \times \left(1 - \frac{25}{100}\right) \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) \\
 & = 5000 \times \frac{75}{100} \times \frac{90}{100} = 3,375 \text{ 元} \cdots \cdots \text{淨價}
 \end{aligned}$$

例二：求等於連環折扣 50%，25%，10% 之單一折扣 (Single Discount)。

$$\begin{array}{r}
 \text{(第一法)} \quad 100\% \\
 - 50\% \quad \underline{50\%} \\
 \quad \quad \quad 50\% \\
 - 25\% \quad \underline{12.5\%} \\
 \quad \quad \quad \underline{37.5\%} \\
 - 10\% \quad \underline{3.75\%} \\
 \quad \quad \quad \underline{33.75\%} \\
 \quad \quad \quad \underline{100.00\%} \\
 \quad \quad \quad \underline{66.25\%} \quad \text{單一折扣}
 \end{array}$$

$$(第二法) \left(1 - \frac{50}{100}\right) \left(1 - \frac{25}{100}\right) \left(1 - \frac{10}{100}\right)$$

$$= \frac{50}{100} \times \frac{75}{100} \times \frac{90}{100} = \frac{3375}{10000}$$

$$1 - \frac{3375}{10000} = \frac{6625}{10000} = 66.25\% \text{ 單一折扣。}$$

例三： 某甲購包車一輛，淨付洋 218 元 2 角 5 分，連環折扣 50%，10%，已自定價中除去，求定價。

$$\begin{array}{r} 100\% \\ - 50\% \quad \underline{50\%} \\ \quad \quad \quad \underline{50\%} \\ - 10\% \quad \underline{5\%} \\ \quad \quad \quad \underline{45\%} \end{array} \text{ 即淨價爲定價之 } 45\%$$

$$218.25 \div \frac{45}{100} = 218.25 \times \frac{100}{45} = 485 \text{ 元。}$$

連環折扣愈多，計算愈繁，故凡連環折扣較多之商店，均預製折扣表，化連環折扣爲淨價，以備應用。

	10%	12½%	15%	20%	30%	40%
2%	0.882	0.8575	0.833	0.784	0.686	0.588
3%	0.873	0.84875	0.8245	0.776	0.679	0.582
5%	0.855	0.83125	0.8075	0.76	0.665	0.57
10%	0.81	0.7875	0.765	0.72	0.63	0.54
10%, 2%	0.7938	0.77175	0.7497	0.7056	0.6174	0.5292
10%, 3%	0.7857	0.763875	0.74205	0.6984	0.6111	0.5238
10%, 5%	0.7695	0.748125	0.72675	0.684	0.5985	0.513
10%, 10%	0.729	0.70875	0.6885	0.648	0.567	0.486
20%	0.72	0.7	0.63	0.64	0.56	0.48
20%, 2%	0.7056	0.686	0.6664	0.6272	0.5488	0.4704
20%, 3%	0.6984	0.679	0.6596	0.6208	0.5432	0.4656
20%, 5%	0.684	0.665	0.646	0.608	0.532	0.456
20%, 10%	0.648	0.63	0.612	0.576	0.504	0.432
10%, 10%, 2%	0.71442	0.694575	0.67473	0.63504	0.55566	0.47628

例四：汽車之定價為 5,000 元，其折扣為 20%，5%，10%，求淨價！

查第十三列(20%，5%)與第二行(10%)相交之數，或第八列(10%，5%)與第五行(20%)相交之數，得淨價 0.684

$$5,000 \times 0.684 = 3,420 \text{ 元。}$$

習 題 五

1. 求下列各題中之淨價：

定價	折扣	淨價
(a) \$ 540	25%	
(b) 650.50	10%，20%	
(c) 752.85	50%，10%	
(d) 800.00	30%，20%，10%。	

2. 求下列各題中之定價：

淨價	折扣	定價
(a) \$ 425	15%	
(b) 267.75	30%，15%	
(c) 264	25%	
(d) 240	50%，20%。	

3. 填寫下表空白之處：

問題	折	扣	何種折扣利於顧客前或後	節省定價之幾百分之幾	定價	節省金額
a	50%，20%，10%	或 40%，25%，15%			\$500.00	
b	50%，20%	或 30%，40%			485.65	
c	20%，30%	或 40%，10%			583.23	
d	60%，20%	或 30%，50%			691.30	
e	50%，5%	或 30%，15%，10%			600.00	
共					省	

4. 稽核折扣表中第十二列(20%，3%)各數。

第二節 成本,售價,利益,相互之關係

成本與原價,似同而實異。原價(Prime Cost Price)者,買主付給賣主商品之代價,或製造家為製造而支出之生產費也。絲廠為繅絲而支出之費,若資本之利息,工場之折舊,繭及燃料之代價,工人之工資,以及其他雜費,其由一擔生絲應負之額,即一擔生絲之原價也。成本(Cost Price)者,買主付給賣主商品之原價,與其他為購貨而支出佣金,保管,保險,運輸等費之總稱也。

售價(Selling Price)者,賣主售去商品,所得之代價也。若賣主應負關稅,保險,運輸等費之一部或全部,則此墊付之費,應自買主支付之額扣除,所餘之數,即為賣主所得之售價也。售價超過成本之額,即為買賣之利益(毛益 Gross Profit)。有時因市價跌落售價反低於成本,不足之額,則為買賣之損失(毛損 Gross Loss)。商人因經營商業而支出之費,若職員之薪津,房租,捐稅,水電,廣告等費,總稱曰營業費(Expense)。毛益超過營業費之額,名曰純益(Net Profit)。不足之額(或毛損與營業費之總額),名曰純損(Net Loss)。故賣主所得之售價,通常包含成本,營業費,純益,三部。

成本與營業費加重,則純益減少。反之,則增多。故經營商業者,不可不於其所售之商品,詳細分析其售價。其中百分之幾,屬

於成本；百分之幾，屬於營業費；百分之幾，屬於純益。有此一完備之統計，然後能與人言競爭。

例一： 已知售價百分之二十五為營業費，百分之十為純益，並知成本為 \$ 195，求售價。

$$\begin{aligned} \text{成本} &= \text{售價} - \text{營業費} - \text{純益} \\ &= \text{售價} - 25\% \times \text{售價} - 10\% \times \text{售價} \\ &= (1 - 25\% - 10\%) \times \text{售價} \end{aligned}$$

故此題之演算如下：

$$\begin{array}{r} 100\% \\ - \left\{ \begin{array}{l} 25\% \\ 10\% \end{array} \right. \\ \hline 65\% \end{array} \quad \text{即成本為售價之 } 65\%$$

$$195 \div \frac{65}{100} = 195 \times \frac{100}{65} = 300 \text{元(售價)}。$$

例二： 每斤茶葉之售價，為四元。其中二元五角為其成本，八角五分乃其應負之營業費，求成本，營業費，純益，在售價中所佔之百分率。

$$\begin{aligned} \text{純益} &= \text{售價} - \text{成本} - \text{營業費} \\ &= 4.00 - 2.50 - 0.85 \\ &= 0.65 \end{aligned}$$

$$\text{應用公式} \quad \frac{\text{子數}}{\text{基數}} = \text{百分率}$$

$$\text{得} \quad \frac{2.50}{4.00} = 62.5\% \text{ 成本}$$

$$\frac{0.85}{4.00} = 21.25\% \text{ 營業費}$$

$$\frac{0.65}{4.00} = 16.25\% \text{ 純益。}$$

例三： 已知售價為 \$120，營業費為 \$24.50，純益為售價之 15%，求成本在售價中所佔之百分率。

$$\text{(第一法)} \quad \text{純益} = 120 \times \frac{15}{100} = 18$$

$$\begin{aligned} \text{成本} &= \text{售價} - \text{營業費} - \text{純益} \\ &= 120 - 24.50 - 18 \\ &= 77.50 \end{aligned}$$

$$\frac{\text{成本}}{\text{售價}} = \frac{77.50}{120} = 64.6\%。$$

(第二法) 先求營業費在售價中所佔之百分率。

$$\frac{\text{營業費}}{\text{售價}} = \frac{24.50}{120} = 20.4\%$$

$$\text{成本} = \text{售價} - (\text{營業費} + \text{純益})$$

故

$$\begin{array}{r} 100 \% \\ - \left\{ \begin{array}{l} 20.4 \% \\ 15 \% \end{array} \right. \\ \hline 64.6 \% \end{array}$$

習題六

1. 求下列各題中之售價：

	成 本	營業費在售價中所佔之百分率	純益在售價中所佔之百分率	售 價
a	\$ 563.45	25	10	
b	58.50	20	15	
c	186.33	18	16	
d	75.00	15	19	

2. 求下列各題中，成本，營業費，純益，在售價中所佔之百分率(至小數一位為止)：

	售 價	成 本	營 業 費	純 益
a	\$ 500.00	\$ 325.00	\$ 112.50	\$
b	625.50	500.00		45.50
c	895.40		128.00	125.00
d		625.50	102.25	85.25

3. 已知售價為 \$ 250，營業費為 \$ 45.50，純益為售價之 18%，求成本在售價中所佔之百分率(至小數一位為止)。

4. 已知售價為 \$ 456.50，純益為 \$ 56.50，成本為售價之 70%，求營業費在售價中所佔之百分率(至小數一位為止)。

5. 已知售價為 \$ 600，成本為 \$ 451.50，營業費為售價之 12%，求純益在售價中所佔之百分率(至小數一位為止)。

第三節 損益計算

投資之道雖不一，然其目的，均所以增厚其資本。經營得其道，則獲利厚，而資本之繁殖也速。經營不得其道，則獲利薄，而資本之繁殖也緩；或竟年有虧損，資本漸減，尋至不得不破產者。故經營商業者，須常計其營業之結果，而察其損益之原因。利之可增者，須設法增加之，損之可減者，須設法減少之。明損益，然後能知所增減。

有交易即有損益，有一次交易之損益 (Profit and Loss on a Single Transaction)，亦有繼續數次交易之損益 (Profit and Loss on a Series of Transactions)。一次交易之損益，雖易於計算，然若每次交易，均須計算其損益，則每日千百次交易，將有千百次損益之計算，其繁可知。故商人常於每月，每半年，或每年之末，就一月，半年，或一年間之交易，總計此一月，半年，或一年之損益；此即繼續數次交易之損益也。

一月，半年，或一年間之交易，有購進之商品，有售去之商品，有已售而退進之商品，有已購而退出之商品，有給與顧客之折扣，以及其他之收支，故欲計算一期之損益，須先熟諳與此有關之商業名稱。茲擇其重要者，述其定義如下：

售貨總額 (Gross Sales)，一期間，售出商品之總數。

已售退進額(Returned Sales), 商品已售與顧客, 因種種理由而仍退回商店者。

售貨折扣(Sales Allowances), 給與顧客之種種折扣。

售貨淨額(Net Sales), 售貨總額, 減去已售退進額, 與售貨折扣所餘之數。

進貨總額(Gross Purchases), 一期間購進商品之總數。

已購退出額(Returned Purchases), 商品已自製造商, 或批發商購進, 因種種理由而仍退回售主者。

進貨淨額(Net Purchases), 進貨總額, 減去已購退出額所餘之數。

盤存底貨額(Inventory), 每期末盤查存貨時, 所有未售商品, 依照成本估計價值之總數(成本高於市價時, 依會計學原理, 須照市價估計)。

利息(Interest), 借用資金所付之代價。商店存出資金所收之利息為利益, 借入資金所付之利息為損失。

股利(Dividend), 發行股票之公司, 每期發給股東之盈餘。商店常以一時不需之資金, 購買股票, 每期所收之股利, 為商店之利益。

租金(Rent), 借用房屋, 地產, 所付之代價。商店之房屋, 地產, 租與他人, 而收入之租金, 為利益, 商店向他人租地, 借屋, 而

支付之租金，為損失。

營業費(Expenses)，商店因營業而支出之費用，例若職員之薪津，捐稅，保險費，以及水電，廣告等費。

一期間之損益，可照下列公式，依次求得之：

$$1. \text{ 售貨總額} - \text{已售退進額} - \text{售貨折扣} = \text{售貨淨額}$$

$$2. \text{ 進貨總額} - \text{已購退出額} = \text{進貨淨額}。$$

3. $\text{期初盤存底貨額} + \text{進貨淨額} - \text{期末盤存底貨額} = \text{售貨成本(Cost of Goods Sold)}。$

4. $\text{售貨淨額} - \text{售貨成本} = \text{營業毛益 (Gross Profit from Trading)}。$

5. $\text{營業毛益} - \text{營業費} = \text{營業純益 (Net Profit from Trading)}。$

6. $\text{營業純益} + \text{其他利益} - \text{其他損失} = \text{商業純益(Net Business Profit)}。$

例：就下列營業之結果編製損益計算表(Profit and Loss Statement)

售貨總額

\$ 98,654.35

已售退進額	1,546.42
進貨總額	55,482.39
已購退出額	2,045.48
期初盤存底貨額	23,654.82
期末盤存底貨額	22,248.50
薪津	7,800.00
租金	1,800.00
捐稅	564.00
保險費	362.00
煤電	543.35
廣告費	1,765.00
雜費	982.00
銀行存款利息	365.42
債券利息	295.00
股票股利	500.00
收入租金	420.00
原有不動產成本	30,000.00
不動產售價	12,000.00
餘存不動產成本	19,500.00

損益計算表

售貨總額		\$98,654.35		
已售退進額		1,546.42		
售貨淨額			\$ 97,107.93	100%
期初盤存底貨額		23,654.82		
進貨總額	\$55,482.39			
已購退出額	2,045.48			
進貨淨額		53,436.91		
進貨及期初盤存		77,091.73		
期末盤存底貨額		22,248.50		
售貨成本			54,843.23	56.5%
營業毛益			42,264.70	43.5%
營業費				
薪津		7,800.00	8.03%	
租金		1,800.00	1.85%	
捐稅		564.00	0.58%	
保險費		362.00	0.37%	
煤電		543.35	0.56%	
廣告費		1,765.00	1.82%	
雜費		982.00	1.01%	
總數			13,816.35	
營業純益			28,448.35	14.2% 29.3%
其他利益				
銀行存款利息		365.42		
債券利息		295.00		
股票股利		500.00		
收入租金		420.00		
不動產買賣利益		1,500.00		
總數			3,080.42	
商業純益			31,528.77	

$$(解) (1) 98,654.35 - 1,546.42 = 97,107.93$$

售貨淨額

$$(2) 55,482.39 - 2,045.48 = 53,436.91$$

進貨淨額

$$(3) 23,654.82 + 53,436.91 - 22,248.50 = 54,843.23$$

售貨成本

$$\frac{54,843.23}{97,107.93} = 56.5\% \quad \text{售貨成本在售貨淨額中所}$$

佔百分率

$$(4) 97,107.93 - 54,843.23 = 42,264.70 \quad \text{營業毛益}$$

$$\frac{42,264.70}{97,107.93} = 43.5\%$$

$$\text{或 } 100\% - 56.5\% = 43.5\%$$

} 營業毛益在售貨淨

額中所佔百分率

$$(5) 7,800.00 + 1,800.00 + 564.00 + 362.00 + 543.35$$

$$+ 1,765.00 + 982.00 = 13,816.35 \quad \text{營業費}$$

$$\frac{13,816.35}{97,107.93} = 14.2\% \quad \text{營業費在售貨淨額中所佔}$$

百分率

(營業費各項所佔百分率，與營業費總數所佔百分率，同一求法，惟小數多求一位)

$$42,264.70 - 13,816.35 = 28,448.35 \quad \text{營業純益}$$

$$\frac{28,448.35}{97,107.93} = 29.3\%$$

$$\text{或 } 43.5\% - 14.2\% = 29.3\%$$

} 營業純益在售貨淨

額中所佔百分率

$$(6) 12,000.00 + 19,500.00 - 30,000.00 = 1,500.00$$

不動產買賣利益

$$365.42 + 295.00 + 500.00 + 420.00 + 1,500.00$$

$$= 3,080.42 \quad \text{其他利益}$$

$$28,448.35 + 3,080.42 = 31,528.77 \quad \text{商業純益}$$

習 題 七

1. 就下列營業之結果,編製損益計算表:

(百分率至小數一位爲止)

售貨總額	\$ 56,834.45
已售退進額	1,236.85
進貨總額	43,865.69
已購退出額	748.96
期初盤存底貨額	20,864.37
期末盤存底貨額	27,549.32
薪津	6,450.00
煤電	1,325.00
廣告費	1,256.45
送貨費	753.45
捐稅	896.00
雜費	1,565.46
保險費	325.54
折舊	180.00
呆帳	563.48
收入利息	845.00
收入租金	800.00
收入股利	200.00
原有不動產成本	10,000.00
不動產售價	4,500.00
餘存不動產成本	5,000.00

2. 求下題中各年之百分率(至小數一位為止):

年份	售貨淨額	售貨成本	售貨在淨額中所佔百分率	成售額佔率	營業毛益	營業毛益在淨額中所佔百分率	營業費	營業費在淨額中所佔百分率	營業純益	營業純益在淨額中所佔百分率
民國16年	\$41,585.65	\$27,394.62					\$10,385.25			
民國17年	51,869.45	31,634.28					15,493.86			
民國18年	71,838.24	39,632.85					17,548.32			
民國19年	98,635.45	54,738.26					19,842.35			
民國20年	124,853.27	71,649.35					29,864.35			
五年平均										

第四節 手續費及經紀人佣金

爲他人服務而得之報酬，名曰手續費(Commission)。牙行，代理商，爲他人買賣商品；經紀人居於賣主與買主之間，以媒介其商行爲；銀行代人收付款項，經理政府公債，公司債券之還本付息，以及對於顧客之其他服務，均得手續費之報酬。即商店中之售貨員，亦有於薪水之外，並給手續費，以資鼓勵者。經紀人媒介他人間之商行爲，所得之手續費，名曰經紀人佣金(Brokerage)。

手續費與經紀人佣金，通常依照一定百分率計算。但亦有規定一金額者。

例一： 某米商委託牙行代售米 600 石，每石價 9.50 元，牙行墊去運費 80 元，手續費規定售價(運費包含在內)百分之五。問牙行應以若干元寄交某米商？

$$\begin{array}{r}
 9.50 \text{ 元 米一石之價} \\
 \underline{600} \\
 5700.00 \text{ 元 米 600 石之價} \\
 - \left\{ \begin{array}{l} 285.00 \text{ 元 手續費} \\ 80.00 \text{ 元 運費} \end{array} \right. \\
 \hline
 5335.00 \text{ 元 某米商應得之數。}
 \end{array}$$

例二： 某米商委託牙行代購米 850 石，每石價 8.50 元，牙行墊去運費 105 元；手續費規定為買入原價與運費總數百分之三。問某米商應以若干元寄交牙行？

$$\begin{array}{r}
 8.50 \text{ 元 米一石之價} \\
 \underline{850} \\
 7225.00 \text{ 元 米 850 石之價} \\
 + 105.00 \text{ 元 運費} \\
 \hline
 7330.00 \text{ 元 買入原價與運費之總數} \\
 + 219.90 \text{ 元 手續費} \\
 \hline
 7549.90 \text{ 元 某米商應付之數。}
 \end{array}$$

例三： 某商以五千元寄交牙行，託購啤酒若干打。不滿一打之錢，退還某商。啤酒一打之價，為 4.85 元，手續費 $3\frac{1}{2}\%$ 。問五千元可購啤酒若干打？退還金額若干元？

	4.85 元	啤酒一打之價
$2\frac{1}{2}\%$	0.12125	
1%	<u>0.0485</u>	
$3\frac{1}{2}\%$	0.6975 元	啤酒一打之手續費
	<u>5.01975 元</u>	啤酒一打買價與手續費之總數

$$\frac{5000}{5.01975} = 996 \text{ 購入打數}$$

$$5000 - 996 \times 5.01975 = 0.33 \text{ 元 退還金額}$$

此題演算可用下法稽核之。

	4850.00 元	啤酒 1000 打之買價
	<u>- 19.40 元</u>	啤酒 4 打之買價
	4830.60 元	啤酒 996 打之買價
$2\frac{1}{2}\%$	120.765	
1%	<u>48.306</u>	
$3\frac{1}{2}\%$	169.07 元	啤酒 996 打之手續費
	<u>4999.67 元</u>	啤酒 996 打買價與手續費之總數
	0.33 元	退還金額
	<u>5000.00 元</u>	某商匯款額

例四：某機器商給與售貨員之手續費，規定如下：

機器售價為一千元或一千元以下 2%，

機器售價在一千元以上五千元以下(五千元包含在內)

一千元 2%，

	一千元以外之數	1%,
機器售價在五千元以上	一千元	2%,
	四千元	1%,
	五千元以外之數	$\frac{1}{2}\%$,

某售貨員在一年內；售去機器十部，其售價如下：

第一部	585 元
第二部	1,800
第三部	5,000
第四部	24,500
第五部	800
第六部	34,000
第七部	4,500
第八部	1,000
第九部	48,500
第十部	6,500

求某售貨員應得手續費之總數。

(解)此題本可先求各部機器之手續費，然後求其總數，然為計算簡便起見，可將各部機器之售價，依照手續費百分率之大小分析，而作表如次：

機 器 售	價	應給手續費 2%之部	應給手續費 1%之部	應給手續費 1/2%之部
第一部	585元	585元		
第二部	1,800	1,000	800	
第三部	5,000	1,000	4,000	
第四部	24,500	1,000	4,000	19,500元
第五部	800	800		
第六部	34,000	1,000	4,000	29,000
第七部	4,500	1,000	3,500	
第八部	1,000	1,000		
第九部	48,500	1,000	4,000	43,500
第十部	6,500	1,000	4,000	1,500
合 計	127,185	9,385	24,300	93,500

即售去總額 127,185元中,9,385元應給手續費 2%;24,300元應給手續費 1%;93,500元應給手續費 $\frac{1}{2}\%$;故某售貨員應得手續費之總數如下:

$$\begin{array}{r}
 187.70 \text{ 元} \quad 9,385 \text{ 元} \times 2\% \\
 243.00 \text{ 元} \quad 24,300 \text{ 元} \times 1\% \\
 \underline{467.50 \text{ 元}} \quad 93,500 \text{ 元} \times \frac{1}{2}\% \\
 898.20 \text{ 元}
 \end{array}$$

例五：華商證券交易所，代顧客買賣公債，徵收經紀人佣金，按買賣實價 $1 \frac{0}{100}$ ($\frac{0}{100}$ 千分一之記號)。茲有某甲購入甲

種統一公債二萬，尋又售去。購時市價為 71.45 元(票面 100 元之價)，售時為 73.20 元，問某甲共須納經紀人佣金若干元？

$$71.45 \times \frac{20000}{100} = 14290 \text{ 元} \quad \text{買價}$$

$$73.20 \times \frac{20000}{100} = 14640 \text{ 元} \quad \text{售價}$$

$$14290 + 14640 = 28930 \quad \text{買價與售價之總數}$$

$$28930 \times \frac{1}{1000} = 28.93 \text{ 元} \quad \text{經紀人佣金}$$

例六：金業交易所代人買賣標金，每條(標金十兩)徵收經紀人佣金一角，茲有某甲在交易所所營之投機如下：

第一次 購入標金七條@1155.3 元

第二次 購入標金十四條@1154.8 元

第三次 售去標金二十一條@1160.2 元

第四次 購入標金三十五條@1158.4 元

第五次 售去標金二十一條@1162.3 元

第六次 售去標金十四條@1159.5 元

求某甲投機之結果。

(解)進出均徵經紀人佣金一角，故進時須加入市價之內，出時須自市價內減去，計算某甲投機之結果，可作標金投機計算表如下：

買賣 次序	購或 售	行 情	加佣或去佣 後之行情	條 數	購 價	售 價
1	購	1155.3	1155.4	7	8087.8	
2	購	1154.8	1154.9	14	16168.6	
3	售	1160.2	1160.1	21		24362.1
4	購	1158.4	1158.5	35	40547.5	
5	售	1162.3	1162.2	21		24406.2
6	售	1159.5	1159.4	14		16231.6
					64803.9	64999.9
						64803.9
					某甲獲利之數	196.0

習 題 八

1. 某甲在華商證券交易所所營之投機如下：

購入甲種統一公債三萬@71.45元，

乙種統一公債一萬五千@65.05元；

售去丙種統一公債二萬五千@62.15元。

問某甲須共納經紀入佣金(1%)若干元？

2. 某甲在金業交易所所營之標金投機如下：

第一次 購入十四條@1148.3元，

第二次 購入二十一條@1151.4元，

第三次 售去二十八條@1153.2元，

第四次 購入十四條@1149.8元，

第五次 售去二十一條@1153.4元。

求某甲投機之結果(進出佣金每條一角)。

3. 求下表中之手續費：

代售手續費，依照售價(運費包含在內)計算，代購手續費，依照買入原價

與運費之總數計算。

	買 價	賣 格	運 費	手續費率	手 續 費
					代 售 代 購
a.	\$ 580.50		\$ 10.45	$3\frac{1}{2}\%$	
b.	485.00		9.65	5%	
c.	1,680.00		28.50	$1\frac{1}{2}\%$	
d.	3,496.00		40.00	$4\frac{1}{2}\%$	

4. 甲乙丙丁四米商,各以下列銀數寄交牙行,託購米若干石。不滿一石之價,退還四米商。米一石之價為 10.50 元,手續費 $5\frac{1}{2}\%$,問甲乙丙丁四米商各可購米若干石?退還款若干元?

米商	匯款額	購米石數	退還金額
甲	\$ 10,000		
乙	5,000		
丙	4,500		
丁	3,000		

5. 某機器商給與售貨員之手續費如下:

機器售價為一千元或一千元以下:	$2\frac{1}{2}\%$
機器售價在一千元以上一萬元以下(一萬元包含在內)	$2\frac{1}{2}\%$
1,000 元以外之數	1%
機器售價在一萬元以上	$2\frac{1}{2}\%$
1,000	$2\frac{1}{2}\%$
9,000 元	1%
10,000 元以外之數	$\frac{1}{4}\%$

某售貨員在一年內售去機器八部，其售價如下：

第一部	\$45,000	第五部	\$43,000
第二部	1,850	第六部	7,800
第三部	950	第七部	1,000
第四部	6,800	第八部	10,000

求某售貨員應得手續費之總數。

第五節 破產清算

商店營業，不能僅恃現金交易。顧客購貨後，通常先付貨價一部，餘額或俟三節清算，或約分期支付。若顧客在清償貨款以前，不幸而破產，則商店猶未收回之貨款，雖未必全部受損，然亦不能不有相當之損失，即所謂呆賬是也。損失幾何？須視破產者所負債務，與所有資產之比例而定，而其所負債務，尤須視其有無償還優先權。蓋無優先權之債權人，須俟優先權債務清償後，方得與其他債權人分配破產者餘存之資產也。

例一：破產者之負債額，為 3,856.95 元，其資產淨額為 2,548.65 元，問債權人可收回其債權百分之幾？（至小數一位為止）。

（解）此題解法，與求普通百分率同，惟因問題性質之特異，不能應用四捨五入法。蓋若改 45.46% 為 45.5%，則破產者所有資產，不能盡償其債務。故省略小數位時，須用祇捨不入之法。

$$\frac{2548.65}{3856.95} = 66.0\%$$

例二：破產者之資產淨額為 84,578.65 元，其負債額為 236,854.45 元，其中 5,0000 元之債權人，享有償還優先權。問普通債權人可收回其債權百分之幾？(至小數一位為止)。

$$\begin{array}{r} 84,578.65 \text{ 元} \cdots \cdots \text{資產淨額} \\ - 50,000.00 \text{ 元} \cdots \cdots \text{優先債額} \\ \hline 34,578.65 \text{ 元} \cdots \cdots \text{清償優先債額後所餘之資產。} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 236,854.45 \text{ 元} \cdots \cdots \text{負債總額} \\ - 50,000.00 \text{ 元} \cdots \cdots \text{優先債額} \\ \hline 186,854.45 \text{ 元} \cdots \cdots \text{普通債額} \end{array} \quad \frac{34,578.65}{186,854.45} = 18.5\%$$

例三：破產者之資產額為 £ 2365¹⁵/₆，清理資產，用去 £ 458³/₉，其負債總額為 £ 5287¹⁰/₄，其中 £ 184⁴/₃ 為優先債務。會計師徵收清理手續費，係就分配額之 2 $\frac{1}{2}$ % 計算。求會計師之手續費，及普通債務一鎊之償還額(至法新為止)。

(解) £ 2365¹⁵/₆ - £ 458³/₉ = £ 1907¹¹/₉ 資產淨額，若會計師不徵手續費，則資產淨額，即為分配與債權人之額。但會計師徵收手續費 2 $\frac{1}{2}$ %，此百分率係依照分配額計算，故

$$\text{資產淨額} = \text{分配額} + \text{分配額} \times \frac{2\frac{1}{2}}{100} = \text{分配額} \times \frac{102\frac{1}{2}}{100}$$

$$£ 1907^{11}/9 \div \frac{102 \frac{1}{2}}{100} = £ 1861^1/3 \text{ 分配額}$$

$$£ 1907^{11}/9 - £ 1861^1/3 = £ 46^{10}/6 \text{ 手續費}$$

優先債務，有償還優先之權。故分配於普通債權人之額，僅有

$$£ 1861^1/3 - £ 184^4/3 = £ 1676^{17}/-$$

而普通債務，則共有

$$£ 5287^{10}/4 - £ 184^4/3 = £ 5103^6/1,$$

故得普通債務一鎊之償還額如下：

$$\frac{1676^{17}/-}{5103^6/1} = 6s, 6 \frac{3}{4}d.$$

例四：破產者之資產淨額，為 14,856.80 元，其所負債務如下：

債權人	優先債務	普通債務
甲	3,000.00 元	
乙		11,385.85 元
丙	2,500.00 元	3,654.50 元
丁		8,785.50 元

問普通債權人可收回其債權百分之幾？（至小數一位為止）。

各債權人各可分得若干元？

$$3000 + 2500 = 5500 \text{ 元 優先債務總額。}$$

$11385.85 + 3654.50 + 8785.50 = 23825.85 \text{ 元 普通債務總額。}$

$$14856.80 - 5500 = 9356.80 \text{ 元 普通債權人應得總額，}$$

$$\frac{9356.80}{23825.85} = 39.2\% , \text{ 普通債務償還百分率。}$$

各債權人各可分得金額如下：

甲 3,000.00 元

乙 $11385.85 \times 39.2\% =$ 4,463.25 元

丙 $2500 + 3654.50 \times 39.2\% =$ 3,932.56 元

丁 $8785.50 \times 39.2\% =$ 3,443.92 元
14,839.73 元

例五： 在破產者之賬上，發現下列各項：

負債總額 34,673.80 元

資產之估計價值：

機器 8,750.00 元

商品 10,000.00 元

應收未收各賬 7,500.00 元

清理後，資產之實收價值：機器為估計值之 85%，商品為估計值之 65%，應收未收各賬為估計值之 54%，問債權人可收回

其債權百分之幾?(至小數一位爲止)。

$$8750 \times \frac{85}{100} = 7,437.50 \text{ 元} \quad \text{機器淨值}$$

$$10000 \times \frac{65}{100} = 6,500.00 \text{ 元} \quad \text{商品淨值}$$

$$7500 \times \frac{54}{100} = 4,050.00 \text{ 元} \quad \text{應收未收賬淨值}$$

$$\underline{17,987.50 \text{ 元}} \quad \text{資產淨值}$$

$$\frac{1,7987.50}{3,4673.80} = 51.8\%$$

例六：破產者之負債總額爲 £ 8653，經清算後，每鎊債權得收回 $9s. 3 \frac{1}{2} d.$ ，若會計師就其分配之額，徵收手續費 $2 \frac{1}{2}\%$ ，則可得手續費若干鎊？

$$8653 \times 9s. 3 \frac{1}{2} d. = £ 4020.9 \frac{1}{2} d. \text{ 分配額}$$

$$£ 4020.9 \frac{1}{2} d. \times \frac{2 \frac{1}{2}}{100} = £ 100.10s. \text{ 手續費。}$$

習 題 九

1. 求下列各題中之普通債務償還百分率(至小數一位爲止)。

	資產淨額	負債總額	優先債額	普通債務 償還百分率
a.	\$85,684.95	\$245,600.40	\$15,000.—	

b.	24,854.80	108,546.45	4,000.—
c.	36,540.50	49,805.60	12,000.—
d.	16,854.75	29,968.55	10,000.—

2. 填寫下表中空白之處(百分率至小數一位為止)。

資 產 總 額	資 產 清 理 費	資 產 淨 額	會 計 師 手 續 費 率 (依 照 分 配 額 計 算)	分 配 額 手 續 費	優 先 債 額	普 通 債 務 分 配 額	普 通 債 額	普 通 債 務 償 還 百 分 率
a. \$ 50,880.45	\$ 6,854.60		$2\frac{1}{2}\%$		\$5,000.—		\$68,945.35	
b. 48,530.00	10,000.00		5%		10,000.—		60,000.—	
c. 85,000.00	15,000.00		$7\frac{1}{2}\%$		4,500.—		150,000.—	
d. 145,000.00	30,000.00		10%		20,000.—		250,000.—	

3. 破產者之資產淨額為 \$ 85,645.65,其所負債務如下:

債 權 人	優 先 債 務	普 通 債 務
甲	\$ 5,000	
乙	4,000	\$ 18,653.—
丙		25,000.—
丁	10,000	42,800.—
戊		45,645.—

問普通債權人,可收回其債權百分之幾(至小數一位為止)?各債權人各可分得若干元?

4. 求下列各題中之普通債務償還百分率(至小數一位為止):

負債總額	資產之估計價值			資產之實收百分率			普通債務償還百分率
	優先債額	機器	商 品	顧客欠賬	機 器	商 品	
a. \$ 85,480.—	\$ 5,000.—	\$ 8,000.—	\$ 12,000.—	\$ 20,000.—	85%	70%	55%
b. 68,420.—	3,000.—	7,500.—	14,000.—	25,000.—	90%	72%	54%
c. 185,600.—	4,000.—	12,000.—	14,500.—	34,500.—	80%	65%	56%
d. 245,000.—	2,000.—	20,000.—	25,000.—	45,000.—	84%	64%	60%

第六節 捐稅

捐稅(Taxes)者，國家或地方政府，依法律之規定，向人民徵收，以充政費之金額也。就徵收之主體而論，則有國稅(National Tax)，省稅(Provincial Tax)與地方稅(Local Tax)之別；就捐稅之負擔者而論，則有直接稅(Direct Tax)與間接稅(Indirect Tax)之別；就捐稅之計算而論，則有從價稅(Ad Valorem Tax)與從量稅(Specific Tax)，比例稅(Proportional Tax)與累進稅(Progressive Tax)之別。

從價稅者，以商品及不動產等之價額為標準，而徵收之稅也。從量稅者，以商品及不動產等之數量為標準，而徵收之稅也。例如絹紡蠶絲進口，海關徵收貨價60%，此從價稅也。鉛粉出口，海關徵收每公擔1.90元，此從量稅也。

比例稅者，以同一之稅率，不分階段，就應稅之額，比例計算而徵收之稅也。累進稅者，稅率隨應稅額之增加而漸進，應稅額愈大課稅愈重之稅也。例如我國所得稅(參看附錄八至十)對第三類所得，不問所得之多寡，均徵稅千分之五十，此比例稅也，但對第一第二兩類所得，其稅率隨所得額之增加而漸高，此累進稅也。

累進稅又有全額累進與超額累進之別。全額累進制者，對較

大應稅額適用較高稅率，而此較高稅率適用於應稅額之全部之稅制也。超額累進制者則不然，較高稅率僅適用於超過定額之部，其未超過定額之部，仍依較低稅率徵稅。我國所得稅對第一類所得，採取全額累進制，但對第二類所得，則採取超額累進制。茲錄其稅率分級於下，以示全額累進制與超額累進制之區別。

第一類甲乙兩項所得應課之稅率：

所得合資本實額百分之五，未滿百分之十者，課稅千分之三十。

所得合資本實額百分之十，未滿百分之十五者，課稅千分之四十。

所得合資本實額百分之十五，未滿百分之二十者，課稅千分之六十。

所得合資本實額百分之二十，未滿百分之二十五者，課稅千分之八十。

所得合資本實額百分之二十五以上者，一律課稅千分之一百。

第二類所得應課之稅率：

每月平均所得自三十元至六十元者，每十元課稅五分。

每月平均所得超過六十元至一百元者，其超過額每十元

課稅一角。

每月平均所得超過一百元至二百元者，其超過額每十元課稅二角。

每月平均所得超過二百元至三百元者，其超過額每十元課稅三角。

每月平均所得超過三百元至四百元者，其超過額每十元課稅四角。

每月平均所得超過四百元至五百元者，其超過額每十元課稅六角。

每月平均所得超過五百元至六百元者，其超過額每十元課稅八角。

每月平均所得超過六百元至七百元者，其超過額每十元課稅一元。

每月平均所得超過七百元至八百元者，其超過額每十元課稅一元二角。

每月平均所得超過八百元以上時，每超過一百元之額，每十元增課二角，至每十元課稅二元為最高限度。

每月所得之超過額不滿五元者，其超過部分免稅，五元以上者以十元計算。

例一：某荳商以大荳 4,850 公擔，蠶荳 6,500 公擔，菜荳

4,250 公擔，赤荳 5,000 公擔，豌豆 3,500 公擔，運往外國，問共須納出口稅若干元？

(解)查民國二十三年六月二十一日國民政府公布之海關出口稅稅則，得荳類之出口稅率如下：

大荳每公擔徵收出口稅 \$ 0.23

蠶荳 0.23

萊荳 0.38

赤荳 0.38

豌豆 0.23

$4850 \times 0.23 = \$1,115.50$ 大荳 4850 擔之出口稅

$6500 \times 0.23 = 1,495.00$ 蠶荳 6500 擔之出口稅

$4250 \times 0.38 = 1,615.00$ 萊荳 4250 擔之出口稅

$5000 \times 0.38 = 1,900.00$ 赤荳 5000 擔之出口稅

$3500 \times 0.23 = 805.00$ 豌豆 3500 擔之出口稅

\$6,930.50 某荳商應納出口稅之總額。

例二：某出口商以中國墨，香皂，生漆，鉛粉，運往外國。計共輸出中國墨值 4,280 元，香皂值 3,858 元，生漆值 1,235 元，鉛粉 45 公擔，問某出口商共須納出口稅若干元？

(解)查海關出口稅稅則，得題中各貨品之出口稅率如下：

中國墨	從價	7½%
香皂	從價	5%
生漆	從價	5%
鉛粉	從量	每公擔 1.90 元

$$4250 \times \frac{7\frac{1}{2}}{100} = 318.75 \text{ 元} \cdots \cdots \text{中國墨之出口稅}$$

$$3858 \times \frac{5}{100} = 192.90 \text{ 元} \cdots \cdots \text{香皂之出口稅}$$

$$1235 \times \frac{5}{100} = 61.75 \text{ 元} \cdots \cdots \text{生漆之出口稅}$$

$$45 \times 1.90 = 85.50 \text{ 元} \cdots \cdots \text{鉛粉之出口稅}$$

658.90 元……某商應納之出口稅總額

例三：某進口商由法國輸往上海香肥皂若干箱，其在上海之躉發市價，共值海關金單位 8,545，問某進口商應納進口稅若干金單位？（民國二十四年四月二十日中央銀行掛牌：1 金單位 = 1.71 元）。

（註）進口稅則暫行章程第一款第一節，凡應從價納稅之進口貨，其完稅價格，應以輸入口岸之躉發市價，作為計算根據。此項躉發市價，無論係何種貨幣，均應按照特定公布之兌換率，折合海關金單位。惟此項市價，應視為超過完稅價格，其超過數目為

（甲）該貨稅率之數，

(乙)該貨完稅價格百分之七，

核定完稅價格之公式如下：

$$\text{完稅價格} = \frac{\text{躉發市價} \times 100}{100 + \text{稅率} + 7}$$

(注意)稅率為 5%，則書 5；稅率為 10%，則書 10。

(解)依照民國二十三年七月國民政府公布之海關進口稅則，香肥皂之進口稅率為 30%。

依核定完稅價格之公式，得

$$\begin{aligned} \text{完稅價格} &= \frac{8545 \times 100}{100 + 30 + 7} = \frac{854500}{137} \\ &= 6237.23 \text{ 海關金單位} \end{aligned}$$

$$\text{應納稅額} = 6237.23 \times \frac{30}{100} = 1871.17 \text{ 海關金單位。}$$

例四： 某甲月薪一百六十五元，問應納所得稅若干元？

依所得稅暫行條例第五條之規定，月薪 165 元以 170 元計算。

最初 30 元 納稅 0.05 元

30 元至 60 元之部 納稅 $3 \times 0.05 = 0.15$ 元

60 元至 100 元之部 納稅 $4 \times 0.10 = 0.40$ 元

100 元至 170 元之部 納稅 $7 \times 0.20 = 1.40$ 元

2.00 元 某甲應納
所得稅額。

爲便於計算計，吾人可就每月所得分組，預製第二類所得納稅額計算表（附錄十），以便納稅時之檢查。查表中每月所得滿165元至未滿175元一組，即得某甲應納之所得稅額。

例五：某乙年俸一萬三千五百元，問每月應納所得稅若干元？

$$\frac{13500}{12} = 1125 \text{ 元 每月所得}$$

查第二類所得納稅額計算表，得：

95.60 元 每月所得滿1105元者應納之所得稅額

$$1125 - 1105 = 20$$

$$20 \times \frac{2}{10} = 4$$

95.60 + 4 = 99.60 元 某乙每月應納之所得稅額。

例六：某公司之資本實額爲五十萬元，其純益額爲七萬三千元，問某公司應納所得稅若干元？

$$\frac{73000}{500000} = 14.6\%$$

依所得稅暫行條例第三條之規定，某公司應課稅千分之四十。

$$73000 \times \frac{40}{1000} = 2920 \text{ 元 某公司應納之所得稅額。}$$

例七：美國聯邦所得稅，分普通稅(Normal Tax)與附加

稅(Surtax)二種。普通稅，就純所得額，減去免稅額，所餘之數徵收。第一之 \$ 4,000，稅率為 $1\frac{1}{2}\%$ ；第二之 \$ 4,000，稅率為 3% ；\$ 8,000 以上之數，稅率為 5% 。附加稅，就純所得額，減去 \$ 10,000 所餘之數徵收。第一之 \$ 4,000，稅率為 1% ；第二之 \$ 2,000，稅率為 2% ；第三之 \$ 2,000，稅率為 3% ；第四之 \$ 2,000，稅率為 4% ；又勞力所得，得就此勞力所得額，計算普通稅，而免去四分之一。茲有美人 A，其純所得額為 \$ 19,375.22，其中 \$ 10,000 係勞力所得，A 之免稅額為 \$ 3,900，問 A 須共付聯邦所得稅若干元？

(解) \$19,375.22 純所得額
 3,900.00 普通稅免稅額
 \$15,475.22 應納普通稅之部

此數應分成三部，而計算 A 所應納之普通稅。

\$4,000.00@ $1\frac{1}{2}\%$\$ 60.00
 4,000.00@ 3% 120.00
 7,475.22@ 5% 373.76
 \$553.76 普通稅

\$19,375.22 純所得額
 10,000.00 附加稅免稅額
 9,375.22 應納附加稅之部

此數亦應分成四部，而計算 A 所應納之附加稅。

\$4,000.00@1%.....	\$40.00
2,000.00@2%.....	40.00
2,000.00@3%.....	60.00
1,375.22@4%.....	55.01
	<u>\$195.01</u> 附加稅

\$10,000. —	勞力所得額
<u>3,900. —</u>	普通稅免稅額
\$6,100. —	勞力所得應納普通稅之部

此數應分成二部，而計算勞力所得應納之普通稅。

$$\$4,000. @ 1\frac{1}{2}\% \dots\dots \$60.$$

$$2,100. @ 3\% \dots\dots 63.$$

4 | \$123 勞力所得應納之普通稅

\$30.75 勞力所得減免之稅

\$553.76	普通稅
<u>+ 195.01</u>	附加稅
\$748.77	普通稅與附加稅之和
<u>- 30.75</u>	勞力所得減免之稅
\$718.02	聯邦所得稅。

習 題 十

1. 填寫下表中空白之處：

進口貨物	進口稅率	臺發市價	完稅價格	應納稅額
(海關金單位)				
a. 棉質橡皮雨衣布	25%	8,525		
b. 手帕	40%	1,500		
c. 純毛或雜毛橡皮雨衣布	40%	2,500		
d. 純毛或雜毛剪絨回絨	50%	5,865		
e. 純絲或雜絲橡皮雨衣布	80%	6,450		
f. 純絲或雜絲針織綢緞	80%	8,500		
g. 絹紡蠶絲	60%	3,500		

2. 填寫下表中空白之處：

純所得額	普通稅 免稅額	勞力所得額	普通 稅	附加 稅	勞力所得 之免稅	美國聯邦 所得稅
a. \$ 6,278.40	\$ 3,500	\$ 5,000.—				
b. 13,106.04	3,900	7,500.—				
c. 3,295.17	3,500	3,295.17				
d. 18,902.65	1,500	10,000.—				
e. 16,721.02	4,700	10,000.—				
f. 3,100.64	3,500	2,100.64				
g. 19,643.20	3,900	8,500.—				
h. 9,765.83	1,500	5,000.—				
i. 15,289.65	3,500	7,200.—				
j. 19,043.81	5,100	10,090.—				

3. 填寫下表中空白之處：

資本實額	純益額	純益額合資本 實額之百分率	所得稅率	應納所得稅額
a. \$ 100,000	\$ 50,000			

b.	150,000	15,000
c.	200,000	14,000
d.	300,000	48,000
e.	400,000	200,000
f.	500,000	200,000
g.	1,000,000	300,000

4. 填寫下表中空白之處：

	繳足資本額	公積金額*	資本實額	純益額	純益額合實額之百分率	資本所得稅率	應納所得稅額
a.	\$ 500,000	\$ 25,876		\$ 38,543			
b.	400,000	136,950		49,860			
c.	450,000	250,000		80,000			
d.	500,000	300,000		120,000			
e.	1,000,000	250,000		360,000			
f.	1,500,000	1,500,000		390,000			
g.	2,000,000	3,000,000		450,000			

5 填寫下表中空白之處：

	每月平均所得額	每月應納所得稅額	平均稅率
a.	\$ 74		
b.	275		
c.	384		
d.	1,100		
e.	2,000		
f.	4,000		
g.	6,000		

* 參看所得稅施行細則第七條

第七節 運輸

以一地之貨品，輸送於他地，名曰運輸 (Transportation)。運輸業者，代人運輸貨品，而略得運費 (Freight) 之報酬。運費之計算，有比例法，遞減法，與分區法之別。比例法者，不論距離之遠近，以同一之運輸率，按運輸之距離，比例計算運費之法也。遞減法者，以不同之運輸率，計算不同距離之運費；距離愈遠，運輸率愈低之法也。分區法者，分運輸區域為若干區，而每區各規定一運輸率之法也。採行分區法所計算運費，又有從量與從價之分；從量者，以運輸貨量為標準；而從價者，以運輸貨價為標準也。

例一：某商以檳榔，由上海託招商局輪船，運至鎮江，南京，蕪湖，漢口，其數量如下：

<u>鎮江</u>	325 公擔
<u>南京</u>	1,250 公擔
<u>蕪湖</u>	500 公擔
<u>漢口</u>	3,500 公擔

問某商須共納運費若干元？

查招商局民國二十三年六月一日起，實行之運輸價目表，由上海運檳榔至各地，每公擔運費規定如下：

<u>鎮江</u>	0.91 元
-----------	--------

南京 1.24 元

蕪湖 1.65 元

漢口 1.90 元

$325 \times 0.91 = 295.75$ 元

$1250 \times 1.24 = 1,550.00$ 元

$500 \times 1.65 = 825.00$ 元

$3500 \times 1.90 = 6,650.00$ 元

9,320.75 元 運費總數。

例二：某商以貨品重 1865 斤，由甲站運至乙站（距離 185 公里），每 100 斤，每公里之運費，為大洋一分五釐，不滿 50 斤者，以 50 斤計算，問某商須納運費若干元？

（解）貨重雖僅 1865 斤，但運費須以 1900 斤計算。

$$\frac{1900}{100} \times 185 \times 0.015 = 52.73 \text{ 元} \cdots \cdots \text{運費。}$$

習 題 十 一

1. 求下表中之運費：

	貨 重	運輸距離	每公里每 100 斤之運費	運費
(a)	583 斤	85 公里	\$ 0.02	
(b)	865 斤	153 公里	0.025	
(c)	1840 斤	256 公里	0.03	
(d)	955 斤	100 公里	0.035	

(以上各題中不滿 25 斤者以 25 斤計算)。

2. 求下表中之運費：

	貨 價	貨價百元之運費	運 費
(a)	\$ 4,000	\$ 1.25	
(b)	4,500	1.54	
(c)	5,625	1.82	
(d)	6,450	2.50	

第八節 保險

保險(Insurance)者，一方豫防未來之危險，以期取得損害之賠償，他方欲以賠償損害之約言，換取些微之報酬，而訂之契約也。就社會經濟而言，保險制度，乃以一定危險所生之損害，分配多數人之制度也。

受人報酬，而負賠償損害之責者，名曰保險者(Insurer)，即保險公司是也。依附保險之本人，或被保險物之所有者，名曰被保險者，或保戶(The Insured)。訂結保險契約，而負支付保險費之義務者，名曰保險訂約者(Contractors of Insurance)。通常被保險者，即為保險訂約者；但亦有例外者。享受保險金之權利者，名曰領款人(Payee or Beneficiary of the Insured Amount)。領款人，通常即為被保險者，與保險訂約者；但亦有屬於第三人者。人壽保險，即其例也。保險者，被保險者，保險訂約者，領款人，乃保險之當事人也。

保險之種類甚多，但得大別之爲：對物保險 (Property Insurance)，與對人保險 (Personal Insurance) 二種。

對物保險之最通行者，有火險，水險，兵險，盜險，汽車保險，收穫保險，牲畜保險等。露天表演之戲園與展覽會，且可與保險公司訂結天雨保險者。

對人保險之最通行者，有人壽保險，養老保險，不測保險，殘廢保險，失業保險，健康保險等。

欲明保險計算，不可不知保險用語，茲擇其主要者，釋其定義如下：

保險費 (Insurance Premium) 者，被保險者依保險契約之規定，按期付給保險者之報酬也。

保險單 (Insurance Policy) 者，記載保險契約之證書也。

保險價額 (Insured Value) 者，被保險物之時價也。

保險金額 (Insured Amount) 者，保險者應負賠償責任之金額也。

保險率 (Rate of Insurance) 者，保戶對於 100 元之保險金額應付之保險費也。

例一：某甲年五十歲，其妻年四十八歲，其子年二十四歲，今同時向美國友邦人壽保險公司投保三益保險。甲保二萬元，妻保一萬元，子保七千五百元，問全年須繳保險費若干元？

查表得三人之保險率如下：

甲 8.36 元

妻 8.03 元

子 5.97 元

$$\text{甲全年應繳之保險費} = 8.36 \times \frac{20000}{100} = 1,672.00 \text{ 元}$$

$$\text{妻全年應繳之保險費} = 8.03 \times \frac{10000}{100} = 803.00 \text{ 元}$$

$$\text{子全年應繳之保險費} = 5.97 \times \frac{7500}{100} = 447.75 \text{ 元}$$

三人應繳全年保險費之總額 2,922.75 元。

例二：某汽車行在公共租界，設有總行，在法租界，閘北，南市，各設分行一處。今同時向中國保險公司投保火險，總行保十萬元，分行各保五萬元。總行與法租界分行房屋，屬於 *B* 等，其他分行房屋屬於 *U* 等；問某汽車行全年應共繳保險費若干元？（保險費係照價目表二折計算）。

（解）先依價目表總計保險費，然後求其二成。

查價目表得各行應繳之保險費如下：

$$\text{公共租界總行} \quad 24 \times \frac{100000}{1000} = 2,400.00 \text{ 元}$$

$$\text{法租界分行} \quad 24 \times \frac{50000}{1000} = 1,200.00 \text{ 元}$$

$$\text{閩北分行} \quad 40 \times \left(1 + \frac{25}{100}\right) \times \frac{50000}{1000} = 2,500.00 \text{ 元}$$

$$\text{南市分行} \quad 40 \times \left(1 + \frac{10}{100}\right) \times \frac{50000}{1000} = \underline{2,200.00}$$

8,300.00 元

$$8300 \times \frac{2}{10} = 1660 \text{ 元} \quad \text{某汽車行應繳保險費之總額。}$$

例三： 某甲有房屋一所，值洋一萬元，向保險公司投保火險六千元。保險率六角五分。保險一年後，房屋被焚，保險公司照保險金額賠償，問某甲共損失若干元。

$$\frac{6000}{100} \times 0.65 = 39 \text{ 元} \dots\dots \text{保險費}$$

$$10000 + 39 - 6000 = 4039 \text{ 元} \dots\dots \text{某甲損失總額。}$$

例四： 美商 A 向美國保險公司投保火險二萬元，保險率一元二角。預繳保險費一年。經過三十五日後，中止保險。問公司應退還美商 A 保險費若干元？

(解) 此題應分保戶退保，與公司退保計算。

(甲) 保戶退保

查短期價目表，35 日之保險率，為全年保險率之 23.5%，故應退還全年保險費之 76.5%。

$$1.2 \times \frac{20000}{100} \times \frac{76.5}{100} = 183.60 \text{ 元} \dots\dots \text{應退還保險費額。}$$

(乙) 公司退保

35 日爲全年(一年以 360 日計算)之 $\frac{35}{360}$ ，故應退還全年保險費之 $\frac{325}{360}$ 。

$$1.2 \times \frac{20000}{100} \times \frac{325}{360} = 216.67 \text{ 元} \dots\dots \text{應退還保險費額。}$$

習 題 十 二

1. 求下表中之全年保險費及退還保險費額：

保險金額	保險率	全年保險費	經過日數	退還保險費額 保戶退保	保險公司退保
(a) \$ 2,000	\$ 1.20		60		
(b) 3,000	0.90		45		
(c) 1,500	0.95		35		
(d) 3,500	0.85		28		
(e) 2,400	0.75		15		

以上各題中保險者，係美國保險公司。

2. 填寫下表中之空白處：

(保險者，係中國保險公司，保險費以二折計算。)

種類	地址	房屋等級	保險實價 (每千元之 保險費)	全年 保險 費	短期 保期 百分 率	短期 保險 費
(a) 銀行	公共租界	B		400,000元	3月	
(b) 旅館	關北	C		100,000	4月	
(c) 戲館	法租界	B		150,000	5月	
(d) 米廠	浦東	C		25,000	5天	
(e) 毛織廠	南市	C		30,000	15天	
(f) 麵粉廠	關北	C		40,000	8月	
(g) 學校	法租界	B		50,000	9月	
(h) 教堂	公共租界	B		45,000	10月	

3. 填寫下表中之空白處：

	保戶年齡	保險金額	每年應繳 保 險 費	每半年應 繳保險費	每季應繳 保 險 費
(a)	20	\$ 10,000			
(b)	24	15,000			
(c)	28	20,000			
(d)	32	25,000			
(e)	36	30,000			

第三編 利息

運用他人之資金，而支付之報酬，名曰利息(Interest)。銀行以媒介資金與信用(Credit)爲其主要之業務，關於利息之計算，幾無時無之。即其他一般商業，亦靡不與他人有金錢來往，故咸計算利息。經營商業者日常所需之流動資本，常借自他人，故每年須支出鉅額之利息，我國各紗廠每年支出之利息，普通大於工人所得工資之總額，故利息實爲計算成本中之重要一項。經營商業者以一時不需之款存入銀行，以備需要時之支用，或於顧客之延期付款者，徵收相當金額，以資補償，故利息之收入，亦幾無日無之。

向人借用之金額，名曰本金(Principal)。使用本金之期間，名曰時期(Time or Term)。對於單位本金在單位時期內所支付之利息，名曰利率(Rate of Interest)。本金與利息之和，名曰本利合計(Amount)。

第一章 單利

計算利息所根據之本金，若在投資期內，假定不變，換言之，

即每期收入之利息，假定不再投資，則投資時期內收入利息之總額，名曰單利息(Simple Interest)，而計算單利息之方法，即名曰單利法。投資期內之本金，既假定不變，則每單位時期內收入之利息相等，設本金為 P ，利率為 i ，則每單位時期內收入之利息均為 Pi ，而 n 期內收入利息之總額為 Pin ，以算式表之如下：

$$I = Pin \dots \dots \dots (1)$$

I 單利息

P 本 金

n 時 期

i 利 率

觀上式可知單利息與時期，本金，利率成正比例，此四數中若已知其三數，即可求得第四數，蓋由公式(1)可化得下列三式故也。

$$P = \frac{I}{in} \dots \dots \dots (2)$$

$$i = \frac{I}{Pn} \dots \dots \dots (3)$$

$$n = \frac{I}{Pi} \dots \dots \dots (4)$$

本利合計為本金與單利息之和，故本利合計與本金，利率，時期亦有一定之關係，其公式如下：

$$S = P + I \dots\dots\dots (5)$$

$$S = P(1 + in) \dots\dots\dots (6)$$

S 本利合計

P 本金

i 利率

n 時期

本金·單利息，利率，時期，本利合計為單利法中之五數，已知此五數中之三數，但此三數中，至少有一數須為 i 或 n ，即可求其他二數，茲列其公式於下：

$$S = I \left(1 + \frac{1}{in} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$P = \frac{S}{1 + in} \dots\dots\dots (8)$$

$$I = \frac{Sin}{1 + in} \dots\dots\dots (9)$$

$$n = \frac{\frac{S}{P} - 1}{i} \dots\dots\dots (10)$$

$$i = \frac{\frac{S}{P} - 1}{n} \dots\dots\dots (11)$$

例一：本金 500 元，利率 6%，求八年後之單利息（時期之單位為一年）。

應用公式(1),得:

$$I = 500 \times 0.06 \times 8 = 240 \text{ 元。}$$

例二: 本金 300 元, 利率 4%, 求六月後之本利合計(時期之單位爲一年)。

應用公式(6),得:

$$S = 300(1 + 0.04 \times \frac{1}{2}) = 300 \times 1.02 = 306 \text{ 元。}$$

例三: 已知:

$$i = 5\frac{1}{2}\%$$

$$n = 2.5$$

$$S = 3981.25 \text{ 元}$$

求 I 與 P 。

(第一法)應用公式(9),得:

$$I = \frac{3981.25 \times 0.055 \times 2.5}{1 + 0.055 \times 2.5} = \frac{547.421875}{1.1375} = 481.25 \text{ 元}$$

$$P = S - I = 3981.25 - 481.25 = 3500 \text{ 元。}$$

(第二法)應用公式(8),得:

$$P = \frac{3981.25}{1 + 0.055 \times 2.5} = \frac{3981.25}{1.1375} = 3500 \text{ 元}$$

$$I = S - P = 3981.25 - 3500 = 481.25 \text{ 元。}$$

第二法較第一法爲簡。

例四: 已知:

$$i = 5\%$$

$$n = 2$$

$$I = 30 \text{ 元}$$

求 P 與 S 。

(第一法) 應用公式(2), 得:

$$P = \frac{30}{0.05 \times 2} = \frac{30}{0.1} = 300 \text{ 元}$$

$$S = P + I = 300 + 30 = 330 \text{ 元。}$$

(第二法) 應用公式(7), 得:

$$S = 30 \left(1 + \frac{1}{0.05} \times 2 \right) = 30 \left(1 + \frac{1}{0.1} \right) = 30 \times 11 = 330 \text{ 元}$$

$$P = S - I = 330 - 30 = 300 \text{ 元。}$$

第一法較第二法爲簡。

例五: 本金 250 元, 五年後得本利合計 306.25 元, 求利率
(時期之單位爲一年)。

$$(第一法) I = S - P = 306.25 - 250 = 56.25 \text{ 元}$$

應用公式(3), 得:

$$i = \frac{56.25}{250 \times 5} = \frac{11.25}{250} = 4.5\%$$

(第二法) 應用公式(11), 得:

$$i = \frac{\frac{306.25}{250} - 1}{5} = \frac{1.225 - 1}{5} = \frac{0.225}{5} = 4.5\%$$

第一法較第二法爲簡。

例六： 本金 500 元，利率 6%，問若干年後可得本利合計洋 620 元？(時期之單位爲一年)。

$$(第一法) I = S - P = 620 - 500 = 120 \text{ 元}$$

應用公式(4)，得：

$$n = \frac{120}{500 \times 0.06} = \frac{120}{30} = 4 \text{ 年。}$$

(第二法) 應用公式(10)，得：

$$n = \frac{\frac{620}{500} - 1}{0.06} = \frac{1.24 - 1}{0.06} = \frac{0.24}{0.06} = 4 \text{ 年。}$$

第一法較第二法爲簡。

P, I, i, n, S 爲單利法中之五數，已如上述，此外尚有一數，有時亦爲問題中之一要件。吾人有時欲知本利合計爲本金之二倍，三倍，四倍，……或 p 倍時所必須經過之時期，此表示倍數之 p 卽爲單利法中之第六數， p 與 n 之關係如下式所示：

$$n = \frac{p-1}{i} \dots\dots\dots (12)$$

n 時期

i 利率

p 倍數。

例七： 利率 5%，求本利合計爲本金四倍時所必須經過之

時期(時期之單位爲一年)。

應用公式(12),得:

$$n = \frac{4-1}{0.05} = \frac{3}{0.05} = 60 \text{ 年。}$$

利率有年利率,月利率與日利率之別。以一年爲單位時期而計算利息時所用之利率,名曰年利率。以一月爲單位時期而計算利息時所用之利率,名曰月利率。以一日爲單位時期而計算利息時所用之利率,名曰日利率。年利率通常用幾分幾釐幾毫表之,年利率一分二釐意即謂 12%,或即本金一元一年之利息爲 0.12 元;年利率七釐五毫,意即謂 $7\frac{1}{2}\%$,或即本金一元一年之利息爲 0.075 元。月利率通常亦用幾分幾釐幾毫表示,但此之所謂分釐毫,與前迥異,月利率一分二釐,意謂 1.2% 而非 12%,或即本金一元一月之利息爲 0.012 元而非 0.12 元,學者不可不詳察也。日利率通常用幾毫幾絲表示,所謂幾毫即指萬分之幾而言,故日利率二毫五絲爲 0.025%,或即本金一元一日之利息爲 0.00025 元。

利率若用年利率,則公式中之 n 爲年數;若用月利率,則 n 爲月數;若用日利率,則 n 爲日數。

例八: 本金 300 元,日利率三毫五絲,求 45 日後之單利息。

應用公式(1)得：

$$I = 300 \times 0.00035 \times 45 = 4.73 \text{ 元。}$$

若時期爲日數而利率用年利率，則一年有作爲 360 日者，有作爲 365 日，或 366 日（閏年）者。根據 360 日爲一年，而計算之利息，名曰普通利息（Ordinary Interest）。根據 365 日或 366 日爲一年，而計算之利息，名曰準確利息（Exact Interest）。德法美等國商業上通用普通利息法，而我國與英日等國則採用準確利息法。

習 題 十 三

填寫下列各題中空白之處：

	本金	年利率	時期	單利息	本利合計
1.	\$ 548	$3\frac{1}{2}\%$	3 年		
2.		4%	5 年		\$ 960
3.	\$ 600	5%		\$ 60	
4.			4 年	\$ 60	\$ 310
5.	\$ 368		2 年 4 月	\$ 47.23	
6.		$8\frac{1}{2}\%$	5 月	\$ 50	
7.		9%	3 年 7 月		\$ 1,000
8.	\$ 653	$9\frac{1}{2}\%$	4 年 3 月		
9.		10%	2 年 1 月	\$ 100	

求下列各題中之利息：

	本金	利率	時期
10.	\$ 565	年利率 1 分 4 釐	4 年
11.	845	年利率 7 釐 5 毫	4 年 3 月
12.	580	月利率 1 分	8 月
13.	100	月利率 6 釐	12 月
14.	100	日利率 4 毫	360 日
15.	100	日利率 4 毫	365 日

求下列各題中之時期

	本金	本利合計	年利率
16.	\$ 1,000	\$ 3,500	6 %
17.	P	$5P$	6 %
18.	P	$6P$	4 %

第一節 普通利息

計算日數時，通常以借款日與計息日作為一日計算，本書中除有特別說明外，均以僅計一日為標準。

普通利息之日數，可自計息年月日，減去借款年月日即得。不論月之大小，一月均以三十日計算。例自民國二十年三月十八日，至民國二十一年五月六日之日數為 408 日。其求法如下：

$$\begin{array}{r}
 \text{民國 21 年 5 月 6 日} \\
 \underline{\text{20 年 3 月 18 日}} \\
 \text{1 年 1 月 18 日}
 \end{array}$$

$$1 \times 360 + 1 \times 30 + 18 = 408 \text{ 日}$$

普通利息，可用下之公式求之：

$$I = Pi \times \frac{d}{360} \dots \dots (13)$$

I = 普通利息 P = 本金 i = 年利率 d = 日數

例一： 本金 350 元，年利率六釐，求 53 日之普通利息。

應用公式(13)，得：

$$I = 350 \times 0.06 \times \frac{53}{360} = 3.09 \text{ 元。}$$

計算普通利息，有整除法 (Method of Aliquotation) 與定除數法 (Method of Constant Divisor) 等簡捷法，而整除法又有本金整除法，利率整除法與時期整除法之別。

整除法者，將本金，利率或時期分成數部，使後一部能整除前一部，先求各部利息，然後求其總和之法也。被分之部若為本金，則為本金整除法；若為利率，則為利率整除法；若為時期，則為時期整除法。

例二： 本金 17500 元，年利率五厘，求 90 日之普通利息。

$$\text{令 } 17500 = 10000 + 5000 + 2500$$

5000 能整除 10000，而 2500 亦能整除 5000

$$10000 \times 0.05 \times \frac{90}{360} = 125$$

10000 元	125 元
5000 元	62.5 元
2500 元	31.25 元
<hr style="width: 100%;"/> 17500 元	<hr style="width: 100%;"/> 218.75 元

例三： 本金 3000 元，年利率四厘七毫半，求 90 日之普通利息。

$$\text{令 } 4.75\% = 4\% + 0.5\% + 0.25\%$$

0.5% 能整除 4%，而 0.25% 亦能整除 0.5%

$$3000 \times 0.04 \times \frac{90}{360} = 30$$

4%	30 元
0.5%	3.75 元
<u>0.25%</u>	<u>1.875 元</u>
4.75%	35.625 元

時期整除法又有年法 (Year Rule) 與一厘法 (One Per Cent Method) 之別。年法者，先求一年之標準利息，然後依次計算各部利息之法也。一厘法者，先求相當於一厘標準日數之利息，然後依次計算各部利息之法也。

例四： 本金 550 元，年利率六厘，求 4 年 7 月 15 日之普通利息。

$$550 \times 0.06 = 33$$

4 年 之 利 息	132 元
6 月 之 利 息	16.5 元
<u>1 月 15 日 之 利 息</u>	<u>4.125 元</u>
4 年 7 月 15 日 之 利 息	152.625 元

普通利息，既以一年作為 360 日計算，故年利率若為六釐，則 60 日之利息，適為本金之 1%。年利率若為四釐五毫，則 80

日之利息，適為本金之1%。餘可類推。一釐法者，即應用此原理以求普通利息之簡法也。其法先製成利率一釐應得之日數表如下：

年利率	利率一釐應得之日數	年利率	利率一釐應得之日數
1½%	240	8%	45
2%	180	9%	40
3%	120	10%	36
4%	90	12%	30
4½%	80	15%	24
5%	72	18%	20
6%	60	20%	18

應用一釐法時，以題中日數，分成數部，其中一部須為上表中應得日數或其倍數。若為表中應得日數，則將本金之小數點，移上二位，即為此部之利息。若為應得日數之十倍，則將本金之小數點，移上一位，即為此部之利息。若為應得日數十分之一，則將本金之小數點，移上三位，即為此部之利息。其他各部之日數，須為標準部日數之分數。其利息即依標準部利息，比例計算，將各部之利息相加，即得所求之利息。

例五： 本金 38,665 元，年利率六釐，求 69 日之普通利息。

(解) 查表得 60 日，故可將 69 日，分成 60，與 6，與 3 三部。

60 日之利息	386.65 元
6 日之利息	38.665
3 日之利息	19.3325
<u>69 日之利息</u>	<u>444.6475 元</u>

例六： 本金 50,000 元，年利率一分八釐，求 245 日之普通利息。

(解)查表得 20 日，故可將 245 日，分成 200 日，與 40 日，與 5 日三部。

200 日之利息	5,000 元
40 日之利息	1,000
5 日之利息	125
<u>245 日之利息</u>	<u>6,125 元</u>

例七： 本金 45,865 元，年利率四釐五毫，求 12 日之普通利息。

(解)查表得 80 日，故可將 12 日分成 8 日，與 4 日二部。

8 日之利息	45,865 元
4 日之利息	22,932.5
<u>12 日之利息</u>	<u>68,797.5 元</u>

若題中之利率，為表中所無，則可自表中利率，推算求得。例若年利率為七釐，則可先求六釐之利息，再以其六分之一加之；或先求八釐之利息，再減去八分之一。

例八： 本金六萬元，年利率七釐，求 65 日之普通利息。

(第一法) 依照六釐推算

	60 日之利息	600 元
	5 日之利息	50
年利率六釐	65 日之利息	650 元
	+	108.33
年利率七釐	65 日之利息	758.33 元

(第二法) 依照八釐推算

	45 日之利息	600 元
	15 日之利息	200
	5 日之利息	66.667
年利率八釐	65 日之利息	866.667 元
	-	108.333
年利率七釐	65 日之利息	758.334 元

上述三種整除法中，本金整除法最少應用，蓋本金常不易分成整除各部也。利率較為複雜時，應用利率整除法較為便利。至於時期整除法，則應用甚廣，學者不可不熟諳者也。

若依同一年利率，計算各個本金所生利息之總和，則以應用定除數法計算利息，較為便利。定除數法者，先就各本金，分別計算其積數 (Interest Figures)，而求其總積數，然後由總積數化為利息之法也。所謂積數，即本金 (以一元為單位) 與日數相乘之積也。設本金為 100 元，日數為 45 日，則積數為 4500；本金為 250.25 元，日數為 40 日，則積數為 10010；餘可類推。以一定除數除總積數，即得所求之利息，此一定除數名曰定除數 (Fixed or Constant Divisor)。定除數之數值，隨年利率而異，年利率愈高，則定除數之值愈小，年利率愈低，則定除數之值愈

大，茲將主要年利率之定除數，列表如下：

年 利 率	定 除 數	年 利 率	定 除 數
二 厘	18,000	七 厘 五 毫	4,800
二 厘 五 毫	14,400	八 厘	4,500
三 厘	12,000	八 厘 五 毫	4,235
三 厘 五 毫	10,286	九 厘	4,000
四 厘	9,000	九 厘 五 毫	3,789
四 厘 五 毫	8,000	一 分	3,600
五 厘	7,200	一 分 一 厘	3,273
五 厘 五 毫	6,545	一 分 二 厘	3,000
六 厘	6,000	一 分 三 厘	2,769
六 厘 五 毫	5,538	一 分 四 厘	2,571
七 厘	5,143	一 分 五 厘	2,400

定除數法尤便於活期存款(參看第四編)之計息，蓋活期存款中之餘額常有變動，計息日數頗不一致，而計算各餘額利息所用之年利率則均相同故也。

例九：年利率四厘，求下列各本金所生普通利息之和：

本 金	日 數
650 元	15 日
545 元	18 日
1,865 元	22 日
1,535 元	3 日

900 元 19 日

700 元 4 日

540 元 18 日

680 元 25 日

(解)

$$650 \times 15 = 9,750$$

$$645 \times 18 = 9,810$$

$$1,865 \times 22 = 41,030$$

$$1,535 \times 3 = 4,605$$

$$900 \times 19 = 17,100$$

$$700 \times 4 = 2,800$$

$$540 \times 18 = 9,720$$

$$\frac{680 \times 25 = 17,000}{\text{總積數 } 111,815}$$

查定除數表之四厘得 9,000

$$\frac{111815}{9000} = 12.42 \text{ 元。}$$

習 題 十 四

1. 應用一釐法求下題中之利息：

	本金	年利率	日數	普通利息
(a)	\$ 50,000	5%	74	

b.	45,800	$4\frac{1}{2}\%$	122
c.	3,645	9%	7
d.	6,000	8%	99
e.	1,285	12%	336
f.	54,938	7%	65
g.	6,500	$3\frac{1}{2}\%$	48
h.	4,215	$5\frac{1}{2}\%$	124
i.	365	11%	58
j.	1,254	13%	62

2. 填寫下表中空白之處：

	本金	年利率	時 年	期 月	日	日數	普通利息
a.	\$ 563.45	7%	1	5	12		
b.	485.25	3%		4	8		
c.	1,865.20	$7\frac{1}{2}\%$	2	1			
d.	4,000.00	8%		6	5		
e.	3,500.00	18%		3	8		

3. 填寫下表中空白之處：

	本金	年利率	起	期	止	期	年月日	日數	普通利息
a.	\$5,000	6%	20年	3月	8日	20年	8月3日		
b.	4,500	5%	20年	2月	9日	21年	7月5日		
c.	4,000	4%	20年	12月	3日	21年	5月8日		
d.	3,500	3%	20年	1月	6日	22年	4月6日		
e.	3,000	2%	20年	5月	9日	23年	4月3日		

4. 本金 4,525 元, 年利率四厘五毫, 求民國二十五年四月八日至民國二十六年六月四日間之普通利息。

5. 本金 14,500 元, 年利率六厘, 應用本金整除法, 求 60 日之普通利息。

6. 應用利率整除法, 求下表中之普通利息:

本金	年利率	日數
a. 4,500 元	8.75%	54 日
b. 5,000 元	5.275%	85 日

7. 本金 3,000 元, 年利率五釐, 應用年法, 求民國二十五年三月五日至民國二十六年七月二十日間之普通利息。

8. 應用定除數法, 求下表中普通利息之總和(年利率三厘五毫)

本金	日數
4,000 元	38 日
3,500 元	4 日
2,550 元	12 日
3,525 元	18 日
7,545 元	12 日
9,045 元	17 日
3,045 元	5 日
1,545 元	62 日

第二節 準確利息

準確利息, 以一年作為 365 日或 366 日。故計算準確利息, 須以兩時期間, 實在經過之日數為日數。例如欲計算三月十八日至五月十六日之準確利息, 須自三月十八日數至五月十六日, 方得

準確日數。但爲計算便利起見，可先製成日數推算表；計算時，即可由表檢出兩時期之日數，然後相減，而得所求之日數。

例一： 求自三月十九日至十一月二十五日之準確日數。

(第一法) 自三月十九日數至十一月二十五日

12	三月	份未經過日數
30	四月	
31	五月	
30	六月	
31	七月	
31	八月	
30	九月	
31	十月	
25	十一月	
251	日	

(第二法) 自十一月二十五日，數至次年三月十九日，再以求得日數，自 365 日內減去。

5	十一月
31	十二月
31	一月
28	二月
19	三月
114	
365	
251	日

(第三法) 應用日數推算表

查表得十一月二十五日	329
三月十九日	78
	251 日

若兩時期在前後兩年，則求後一時期之日數，須以 365 日加

I 一部平年，一部閏年之準確利息

P 本金

i 年利率

d_1 平年內之日數

d_2 閏年內之日數

(註)由西曆確定閏年與平年，有一定規則可循。不能以4整除各年，均為平年，例如西曆1933,1934,1935均為平年。能以4整除而不能以100整除各年，均為閏年，例如西曆1932,1936均為閏年。能以100整除而不能以400整除各年，均為平年，例如西曆1700,1800,1900均為平年。能以400整除各年，均為閏年，例如西曆1600,2000均為閏年。

例四： 本金一萬元，年利率六厘，求自1918年九月十八日，至1919年五月三日之準確利息。

$$d_1 = 123 + 365 - 261 = 227$$

應用公式(14)，得：

$$I_1 = 10000 \times 0.06 \times \frac{227}{365} = 373.15 \text{ 元}$$

例五： 本金五千元，年利率八厘，求自1920年三月十九日，至同年七月十八日之準確利息。

$$d_2 = (199 + 1) - (78 + 1) = 121$$

應用公式(15),得:

$$I_2 = 5000 \times 0.08 \times \frac{121}{366} = 132.24 \text{ 元}$$

例六: 本金三千元,年利率五厘,求自 1923 年七月八日,至 1924 年三月十九日之準確利息。

(解)此題計息期間,一部在平年,(1923 年七月八日至同年十二月三十一日),一部在閏年,(1924 年一月一日至三月十九日),故計算準確利息,須應用公式(16)。

$$d_1 = 365 - 189 = 176$$

$$d_2 = 78 + 1 = 79$$

$$\begin{aligned} I &= 3000 \times 0.05 \times \frac{366 \times 176 + 365 \times 79}{133590} \\ &= 150 \times \frac{93251}{133590} = \frac{13987650}{133590} = 104.71 \text{ 元} \end{aligned}$$

平年計算準確利息,可用除三遞退法* (The Third, Tenth and Tenth Rule, 日人小林行昌譯爲七三法, 和田喜八譯爲三分二重一割法)較爲簡捷,其求法分述如下:

$$A. \quad \frac{\text{本金} \times \text{年利率} \times \text{日數} \times 2}{1000}$$

$$B. \quad A \div 3$$

$$C. \quad B \div 10$$

* 參看拙著投資數學第二編第一章第二節。

$$D. C \div 1$$

$$E. A + B + C + D$$

$$F. E - \frac{E}{10000}$$

例七： 本金一萬元，年利率五釐，求 83 日之準確利息。

$$10000 \times 0.05 \times 83 \times 2 = 83000$$

$$\begin{array}{r} A \quad 83 \\ B \quad 27.6667 \\ C \quad 2.7667 \\ D \quad 0.2767 \\ \hline E \quad 113.7101 \\ \quad -0.0114 \\ \hline F \quad 113.6987 \end{array}$$

定除數法亦能應用於準確利息之計算。惟定除數既以年利率除一年內日數而得，故準確利息之定除數，與普通利息之定除數互異，茲就平年準確利息，將主要年利率之定除數，列表如下：

年 利 率	定 除 數	年 利 率	定 除 數
二 厘	18,250	七厘五毫	4,867
二厘五毫	14,600	八 厘	4,563
三 厘	12,167	八厘五毫	4,294
三厘五毫	10,429	九 厘	4,056
四 厘	9,125	九厘五毫	3,842
四厘五毫	8,111	一 分	3,650
五 厘	7,300	一分一厘	3,318
五厘五毫	6,636	一分二厘	3,042
六 厘	6,083	一分三厘	2,808
六厘五毫	5,615	一分四厘	2,607
七 厘	5,214	一分五厘	2,453

例八： 年利率四厘，求下列各本金所生準確利息之和：

本金	日數
650 元	15 日
545 元	18 日
1,865 元	22 日
1,535 元	3 日
900 元	19 日
700 元	4 日
540 元	18 日
680 元	25 日

(解)

$$\begin{array}{r}
 650 \times 15 = 9750 \\
 545 \times 18 = 9810 \\
 1865 \times 22 = 41030 \\
 1535 \times 3 = 4605 \\
 900 \times 19 = 17100 \\
 700 \times 4 = 2800 \\
 540 \times 18 = 9720 \\
 680 \times 25 = 17000 \\
 \hline
 \text{總積數} \quad 111815
 \end{array}$$

查定除數表之四厘得 9125

$$\frac{111815}{9125} = 12.25 \text{ 元}$$

按此題即第一節中之例九，兩者之答數互異，普通利息為 12.42 元，準確利息為 12.25 元。計算普通利息與半年準確利息

之日數若相等，則兩者之間有一定關係，用公式表之如下：

$$I'' = I - \frac{I}{73} \dots\dots\dots(17)$$

$$I = I'' + \frac{I''}{72} \dots\dots\dots(18)$$

I 普通利息

I'' 平年準確利息

試以上題，則得：

$$I'' = 12.42 - \frac{12.42}{73} = 12.25 \text{ 元}$$

$$I = 12.25 + \frac{12.25}{72} = 12.42 \text{ 元}$$

整除數法有時雖亦應用於準確利息之計算，然因不能應用最通行之一厘法，故計算準確利息，鮮有應用整除數法者。

普通利息與準確利息，既有一定關係，故凡普通利息之簡捷法，均可間接應用於準確利息，而準確利息之簡捷法，亦均可間接應用於普通利息。

習 題 十 五

1. 應用除三遞退法，求下列各題中之準確利息：

	本金	年利率	日數	準確利息
a.	\$ 50,000	6%	53	
b.	45,000	5%	68	

c.	42,500	7%	93
d.	4,500	8%	150
e.	3,245	3%	64

2. 求下列各題中之準確日數：

	起 期			止 期			日數
	年	月	日	年	月	日	
a.	1923	4	5	1923	8	19	
b.	1923	8	12	1924	1	17	
c.	1924	1	17	1924	3	18	
d.	1924	3	18	1924	8	15	
e.	1923	10	15	1924	3	15	

3. 求下列各題中之準確利息：

	本金	年利率	起 期			止 期			準確利息
			年	月	日	年	月	日	
a.	\$ 50,000	6%	1923	4	5	1923	8	19	
b.	45,000	7%	1923	8	12	1924	1	17	
c.	3,200	$5\frac{1}{2}\%$	1924	1	17	1924	3	18	
d.	2,450	8%	1924	3	18	1924	8	15	
e.	1,850	$3\frac{1}{2}\%$	1923	10	15	1924	3	15	

4. 應用定除數法，求下表中利息之總和(年利率三厘五毫)：

- a. 普通利息；
b. 平年準確利息。

本金	日數
\$ 485	3
1,285	14

1,785	16
785	24
285	4
3,285	12
5,285	56

5. 本金 2,500 元, 年利率 5%, 求 245 日之半年準確利息。

a. 應用除三遞退法;

b. 應用一厘法, 先求普通利息, 然後化為準確利息。

6. 本金 3,500 元, 年利率 6%, 求 186 日之普通利息。

a. 應用一厘法;

b. 應用除三遞退法, 先求準確利息, 然後化為普通利息。

第二章 複利*

複利(Compound Interest)者,每期利息,於每期之末,加入舊本金,而成新本金;再由新本金,計算下期利息之法也。即所謂利上生利是也。債券持票人,盡以其所得利息,購買新債券,以生新利息,此複利法也。銀行存款人,以其應得利息,重行存入,以生新利息,此亦一複利法也。複利在商業上之應用甚廣,凡有計畫之儲蓄,及其他一切之長期投資,均須應用複利計算。

複利法中之本利合計,名曰複利終值(Compound Amount)。複利終值與本金之差額,即為複利息(Compound Interest)。單利法中之本金不變,故單利息與本金,利率,時期成正比例,複利法則不然,每期之複利息隨本金而漸增,故複利息不能由本金,利率與時期三者連乘而得,複利終值與複利息,可應用下列二公式求得:

$$S = Pu^{n**} \dots \dots \dots (19)$$

* 參看拙著投資數學第二編第二章。

** u^n 為 n 個 u 連乘之積,故: $1.06^3 = 1.06 \times 1.06 \times 1.06$, $1.04^5 = 1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04$

$$F = S - P = P(u^n - 1) \dots \dots \dots (20)$$

S 複利終值

P 本 金

i 年 利 率

n 年 數

I 複 利 息

$u = 1 + i$

公式(19)之來源，可自下之推論而得，試就最初之本利作表

如下：

	期初本金	利息	期末本利合計
第一期	P	Pi	$P + Pi = P(1+i)$
第二期	$P(1+i)$	$Pi(1+i)$	$P(1+i) + Pi(1+i) = P(1+i)^2$
第三期	$P(1+i)^2$	$Pi(1+i)^2$	$P(1+i)^2 + Pi(1+i)^2 = P(1+i)^3$
第四期	$P(1+i)^3$	$Pi(1+i)^3$	$P(1+i)^3 + Pi(1+i)^3 = P(1+i)^4$

上表中各期末之本利合計，相差僅一指數。第一期末指數爲一，第二期末指數爲二，第三期末指數爲三，第四期末指數爲四。以此推論，則第 n 期末指數爲 n ，故得公式(19)。

例一： 本金 5,000 元，年利率六厘，求三年後之複利終值與複利息。

應用公式(19),得:

$$S = 5000 \times 1.06^3 = 5000 \times 1.06 \times 1.06 \times 1.06 = 5955.08 \text{ 元}$$

$$I = 5955.08 - 5000 = 955.08 \text{ 元}$$

上題中,僅有三年,故尙易計算。若年數增至數十年,則應用公式,須以數十個 1.06 連乘,非特浪費時間,且一有錯誤,即連累及最後之結果,計算與覆核之繁,實爲事實所不許。複利終值表者,即所以應此需要而作。表上所載之數,係本金一元,依利率 i ,至 n 期末之終值也。 i 與 n ,均詳載表上。試就上題而論,則可查三期,六厘,而得 1.191016。即本金一元,三年後,可得複利終值 1.191016 元也。 $5000 \times 1.191016 = 5955.08$ 元。

若題中之時期,爲複利終值表所無,則須將時期分成數部,分別檢查其複利終值,然後連乘。例如 5% 30 期爲表中所無,但吾人可將 30 期分成兩個 15 期而求下之連乘積:

$$1.05^{15} \times 1.05^{15},$$

吾人亦可將 30 期分成 10 期與 20 期而求下之連乘積:

$$1.05^{10} \times 1.05^{20}$$

或其他分法,惟各部期數之和,須與題中之期數相等。

例二: 本金一千元,年利率六厘,求三十年後之複利終值。

分三十期爲二十期與十期。

查複利終值表，得： $1.06^{20} = 3.20713547$

$$1.06^{10} = 1.7908477$$

$$S = 1000 \times 3.20713547 \times 1.7908477 = 5743.49 \text{ 元}$$

若時期非爲整數，則不滿一期之利息，可用單利計算。

例三： 本金一千元，年利率五厘，求十五年八月後之複利終值。

(解) 本題可先算十五年後之複利終值然後再以其八月間所生之利息加入，即得十五年八月後之本利合計。

查五厘十五期，得 2.07892818 本金一元，十五年後之複利終值。

$2.07892818 \times 1000 = 2078.92818$ 本金一千元，十五年後之複利終值。

$2078.92818 \times 0.05 \times \frac{2}{3} = 69.297606$ 本金 2078.92818 元，八月間所生之利息。

$2078.92818 + 69.297606 = 2148.23$ 本金一千元，十五年八月後之本利合計。

每年複利次數，隨問題而異。若每年一次，則利息至一年末，始加入本金，以成新本金。若每年兩次，則利息至半年末，即加入本金以成新本金。債券利息若每年支付一次，則持票人祇能於每年末以其應得利息，購買新債券，以生新利息也。反之若每年

支付二次或四次，則持票人於每半年末或每三月末，已能以其應得利息，購買新債券，以生新利息也。前者持票人運用其資金每年祇能複利一次，而後者則能複利至二次或四次。一年內複利之次數愈多，投資者所得之利息愈大。試以本金 100 元年利率八厘爲例，若每年複利一次，則投資者於一年末得複利息洋 8 元。若一年複利二次，則投資者於六月末得利息 4 元，加入舊本金而成新本金 104 元，更以新本金按年息八厘生息，於一年末復得利息 4.16 元，故投資者共得複利息 8.16 元。若一年複利四次，則投資者於三月末得利息 2 元，加入舊本金而成新本金 102 元，更以新本金按年息八厘生息，於六月末得利息 2.04 元，更以新本金 104.04 元按年利八厘生息，於九月末得利息 2.0808 元，更以新本金 106.1208 元按年息八厘生息，於一年末得利息 2.122416 元，故投資者共得複利息 8.243216 元。以上三例雖均名爲年利率八釐，然投資者在一年內實際收入之利息，則各各不同。同一本金，同一時期，而實際收入之利息不等，則計算利息之實際利率，亦不一致，故利率有虛利率 (Nominal Rate of Interest) 與實利率 (Effective Rate of Interest) 之別。若每年複利一次，則虛利率與實利率相等；若每年複利不止一次，則實利率大於虛利率，每年複利之次數愈多，兩者之差亦愈甚，其關係可用公式列之於下：

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1 \dots \dots \dots (21)$$

$$j = i - \frac{m-1}{2m} i^2 + \frac{2m^2-3m+1}{6m^2} i^3 \dots \dots (22) *$$

i 實利率

j 虛利率

m 每年複利次數。

例四： 年利率八釐，每年複利四次，求實利率。

應用公式(21)，得：

$$i = 1.02^4 - 1 = 1.08243216 - 1 = 8.243216\%$$

例五： 某銀行規定每年複利二次，存款者欲得年利率七厘之實利率，求虛利率。

應用公式(22)，得：

$$j = 0.07 - \frac{1}{4} \times 0.07^2 + \frac{1}{8} \times 0.07^3 = 0.07 - 0.001225$$

$$+ 0.000043 = 6.882\%$$

若每年複利不止一次，則公式(19)中之 u ，可以 $\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m$ 代入，故複利終值可自下式求得：

$$S = P \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm} \dots \dots \dots (23)$$

*此係求虛利率近似值之公式。

S 複利終值

P 本金

n 年數

m 每年複利次數

j 虛利率。

例六： 本金 500 元，年利率五厘，每年複利二次，求十年末之複利終值。

應用公式(23)，得：

$$S = 500 \times 1.025^{20} = 500 \times 1.63861644 = 819.31 \text{ 元}$$

有時複利終值，為投資者預定若干年後收到之金額，則此終值為已知之數，而現當投資之額，反猶未知。例如存款者欲於十年後自銀行取得一萬元，則現當存入之額，須經計算求得，由是求得之數名曰十年後一萬元之現值(Present Value)。十年後收到之一萬元，與五年後收到之一萬元，雖同為一萬元，然其現在之價值則迥然不同，蓋五年後收到之一萬元，再經五年之投資，至十年末之金額，遠在一萬元以上，故同一金額，收到之時期愈早，其現值亦愈大。複利現值公式，可自複利終值公式化得如下：

$$P = Sv^n \dots \dots \dots (24)$$

$$P = S \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-nm} \quad (25)$$

P 複利現值

S 複利終值

n 年數

i 實利率

$$v = \frac{1}{1+i}$$

j 虛利率

m 每年複利次數

公式(25)中,若 $m=1$,則:

$$j = i$$

$$P = S(1+i)^{-n} = Sv^n$$

即得公式(24)。

公式(24)中,若 $S=1$,則 $P=v^n$, 複利現值表即根據此式而作,故複利現值表中所載之現值,乃依年利率 i 投資,在 n 年後收到一元之現值也。

例七: 某甲欲於十年後積洋一萬元,問現須以若干元存入銀行?

$$* \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-nm} = \left(\frac{1}{1 + \frac{j}{m}}\right)^{nm} \quad \text{故:}$$

$$1.03^{-10} = \frac{1}{1.03^{10}}$$

$$1.04^{-20} = \frac{1}{1.04^{20}}$$

(a) 年利率七厘，每年複利一次；

(b) 年利率七厘，每年複利二次。

(a) 應用公式(24)，得：

$$P = 10000 \times 1.07^{-10} = 5083.49 \text{ 元}$$

(b) 應用公式(25)，得：

$$P = 10000 \times 1.035^{-20} = 5025.66 \text{ 元}$$

若題中之時期為複利現值表所無，則須將時期分成數部，分別檢查其複利現值，然後連乘。例如 5% 30 期為複利現值表中所無，但吾人可將 30 期分成兩個 15 期而後求下之連乘積

$$1.05^{-15} \times 1.05^{-15}$$

吾人亦可將 30 期分成 20 期與 10 期而求下之連乘積

$$1.05^{-20} \times 1.05^{-10}$$

或其他化分法。惟各部期數之和，須與題中之期數相等。

例八：某甲欲於三十年後積洋一萬元，問現須以若干元存入銀行（實利率六厘）？

$$\text{令 } 30 = 20 + 10$$

$$\begin{aligned} P &= 10000 \times 1.06^{-20} \times 1.06^{-10} \\ &= 10000 \times 0.31180473 \times 0.55839478 \\ &= 1741.10 \text{ 元} \end{aligned}$$

上所述者，為複利終值與複利現值之計算。若欲求複利時

期，則可先求本金一元 n 年後之複利終值或 n 年後一元之複利現值，然後檢查複利終值表或複利現值表，應用比例法，以求複利時期之近似值。

例九： 本金二千元，依實利率六厘投資，問若干年後可得終值四千元？

$$(解) \quad P = 2000$$

$$S = 4000$$

$$\frac{S}{P} = 2$$

$$\frac{P}{S} = 0.5$$

故此題可應用複利終值表，亦可應用複利現值表。

(第一法) 查複利終值表 6% 得：

$$11 \text{ 年} < *n < 12 \text{ 年}$$

$$1.06^{12} = 2.0122$$

$$1.06^{11} = 1.8983$$

$$\underline{0.1139}$$

$$1.06^9 = 2$$

$$1.06^{11} = 1.8983$$

$$\underline{0.1017}$$

$$0.1139 : 0.1017 = 1 \text{ 年} : x \text{ 年}$$

*前數小於後數之記號，例 $3 < 4$ 。

$$x = \frac{0.1017}{0.1139} = 0.9 \text{ 年}$$

$$n = 11 + 0.9 = 11.9 \text{ 年}$$

(第二法) 查複利現值表 6% 得:

$$11 \text{ 年} < n < 12 \text{ 年}$$

$$1.06^{-11} = 0.5268$$

$$1.06^{-12} = \frac{0.4970}{0.0298}$$

$$1.06^{-11} = 0.5268$$

$$1.06^{-n} = \frac{0.5}{0.0268}$$

$$0.0298 : 0.0268 = 1 \text{ 年} : x \text{ 年}$$

$$x = \frac{0.0268}{0.0298} = 0.9 \text{ 年}$$

$$n = 11 + 0.9 = 11.9 \text{ 年}$$

複利終值爲複利現值之二倍時，複利時期之近似值，可自下式求得：

$$n = \frac{0.693}{i} + 0.35 \dots\dots\dots (26)$$

n 年數

i 實利率。

例十： 本金二千元，依實利率七厘投資，問若干年後可得

終值四千元？

$$P = 2000$$

$$S = 4000$$

$$\therefore S = 2P$$

應用公式(23), 得:

$$n = \frac{0.693}{0.07} + 0.35 = 9.9 + 0.35 = 10.25 \text{ 年}$$

若欲求利率, 則可先求本金一元, n 年後之複利終值或 n 年後一元之複利現值, 然後檢查複利終值表或複利現值表, 應用比例法, 以求利率之近似值。

例十一: 本金一千元, 二十年後可得本利合計二千五百元, 求實利率。

(解) 此題以應用複利終值表為較便。

$$P = 1000$$

$$S = 2500$$

$$\frac{S}{P} = 2.5$$

查複利終值表 20 年, 得:

$$4\frac{1}{2}\% < i < 5\%$$

$$1.05^{20} = 2.6533$$

$$1.045^{20} = 2.4117$$

$$\underline{0.2416}$$

$$(1+i)^{20} = 2.5$$

$$\frac{1.045^{20} = 2.4117}{0.0883}$$

$$0.2416 : 0.0883 = 0.005 : x$$

$$x = \frac{0.0883 \times 0.005}{0.2416} = 0.002$$

$$1+i = 1.045 + 0.002 = 1.047$$

$$i = 1.047 - 1 = 4.7\%$$

例十二： 本金五千八百元，十三年後可得本利合計一萬元，求實利率。

(解) 此題以應用複利現值表為較便。

$$P = 5800$$

$$S = 10000$$

$$\frac{P}{S} = 0.58$$

查複利現值表 13 年，得：

$$4\% < i < 4\frac{1}{2}\%$$

$$1.04^{-13} = 0.6006$$

$$\frac{1.045^{-13} = 0.5643}{0.0363}$$

$$1.04^{-13} = 0.6006$$

$$\frac{(1+i)^{-13} = 0.58}{0.0206}$$

$$0.0363 : 0.0206 = 0.005 : x$$

$$x = \frac{0.0206 \times 0.005}{0.0363} = 0.003$$

$$1+i = 1.04 + 0.003 = 1.043$$

$$i = 1.043 - 1 = 4.3\%$$

複利終值爲複利現值之二倍時，實利率之近似值，可由下式求得：

$$i = \frac{0.693}{n - 0.35} \dots\dots\dots (27)$$

i 實利率

n 年數。

例十三： 本金一千元，六年後可得本利合計二千元，求實利率。

$$P = 1000$$

$$S = 2000$$

$$\therefore S = 2P$$

應用公式(27)，得：

$$i = \frac{0.693}{6 - 0.35} = \frac{0.693}{5.65} = 12.3\%$$

習 題 十 六

1. 求下列各題之複利終值與複利息：

	本 金	年 利 率	每 年 複 利 次 數	時 期	複 利 終 值	複 利 息
a.	\$ 4,500	6%	一 次	10年		
b.	\$ 3,250	6%	四 次	5年		
c.	\$ 3,000	8%	二 次	15年		
d.	\$ 2,500	7%	二 次	20年		
e.	\$ 4,250	5%	一 次	9年 6 月		
f.	\$ 3,500	12%	二 次	3年 4 月		
g.	\$ 3,250	4%	二 次	5年 6 月		
h.	\$ 4,000	4%	二 次	5年 4 月		
i.	\$ 4,250	6%	一 次	25年		
j.	\$ 4,500	6%	二 次	13年		

2. 化下列各題中之虛利率為實利率：

	虛 利 率	每 年 複 利 次 數
(a)	10%	2
(b)	6%	4
(c)	5%	2
(d)	12%	4

3. 求下列各題中之現值：

	複 利 終 值	年 利 率	年 數	每 年 複 利 次 數
(a)	\$ 1,000	5%	30	1
(b)	1,500	6%	10	4
(c)	2,500	5%	15	2
(d)	3,500	9%	10	1
(e)	4,000	9%	10	2
(f)	5,000	8%	15	4

4. 求下列各題中之時期：

	複利終值	複利現值	實利率
(a)	\$ 10,000	\$ 3,500	8%
(b)	3,800	1,000	9%
(c)	1,000	560	7%
(d)	2,000	1,000	7%
(e)	2,000	1,000	8%

5. 求下列各題中之實利率：

	複利終值	複利現值	年數
(a)	\$ 10,000	\$ 6,550	9
(b)	2,000	1,000	10
(c)	2,000	1,400	10
(d)	19,800	10,000	17
(e)	4,600	2,000	20

6. 化下列各題中之實利率為虛利率：

	實利率	每年複利次數
(a)	6%	4
(b)	5%	12
(c)	7%	3
(d)	8%	6

7. 本金 1,000元，投資十五年，前五年年利率五厘，其後五年年利率四厘五毫，最後五年年利率四厘，求十五年末之複利終值。

第三章 貼現*

貼現 (Discount) 者，定期支付票據之持票人，在未到期前，以票據上所載權利，移讓於人，藉以換取現金之謂也。貼現在商業上之效用甚大，直接能使資金之流轉迅速，間接即所以促進商業之發展。例如製造商以其出品售於批發商，約定三月後付款，在未到期前，製造商須添購原料，支付工資，均需充分之現金，以資週轉；若製造商得以其對於批發商之權利，轉讓於人，則三月後到期之貨款，隨時可變為現金，以維持其繼續不絕之生產。故貼現已成為工商業發展國家商業資金最重要來源之一。美國商業百分之八十五，賴貼現而得流動之資金。

票據貼現既為發展工商業之工具，則欲促進票據之流行，對於票據之執票人，不可不有迅速確實之保障，故各國靡不制定票據法，以利票據之流行。我國票據法，於民國十八年十月三十日公佈施行，而票據法施行法，則於民國十九年七月一日公佈施行。票據法上所載關於票據之種類，各國立法未能一致，德法等

* 參看拙著投資數學第二編第三章。

國僅以匯票(Bill of Exchange)與本票(Promissory Note)爲票據，而我國與英美日等國，則以支票(Check)與匯票，本票同包含在票據之內。惟支票爲見票即付票據，故不適用於貼現之用。

本票爲債務人約期支付之票據，而匯票則爲債權人命令債務人，於規定時期，付款若干於某人之票據也。故匯票有發票人，受款人與付款人三當事人，而本票祇有發票人與受款人二當事人，蓋本票之發票人即自爲付款人也。匯票之發票人雖命令付款人定期付款，然付款人苟無承認付款之表示，則匯票到期時付款人無付款之義務，而執票人亦不能強其付款也。故欲使付款人有到期付款之義務，須先使其有承認付款之表示，而此承認付款之表示，即票據法上所謂承兌(Acceptance)是也。付款人承兌時，以承認到期付款之意，表示於匯票之上。承兌後付款人始負票面金額支付之義務，故爲確定支付義務計，匯票執票人須向付款人提示承兌。

本票或匯票之執票人，以其債權轉讓於人時，除執票人票據(認票不認人)祇須交付即可流行外，均須簽字於票據之背面，以爲移讓債權之憑證，是謂背書(Indorsement)。背書之人，名曰背書人(Indorser)，而受讓債權之人，則名曰被背書人(Indorsee)。付款人不能支付票據時，背書人亦負支付之責，蓋依票據法之規

定，執票人得行使追索權 (Right of Recourse) 也。所謂追索權，即匯票遇拒絕付款或拒絕承兌，與本票遇不能付款時，執票人得向發票人，背書人，或票上其他債務人，請求償還票面金額之權也。

票面上所載之金額，名曰面值 (Face Value)。貼現票據，既未到期，則未到期前利息，應由貼現人貼補，是謂貼現息 (Discount)。面值一元在單位時期內支付之貼現息，名曰貼現率 (Rate of Discount)。自面值內，扣去貼現息，所餘之金額，名曰淨收額 (Proceeds 日人譯爲手收金)。

發行票據之日，名曰出票日 (Date of the Note)。到期付款之日，名曰到期日 (Date of Maturity)。貼現票據之日，名曰貼現日 (Date of Discount)。自貼現日至到期日之日數，名曰貼現時期 (Discount Period)。

票據有帶息票據 (Interest-Bearing Note) 與不帶息票據 (Non-Interest-Bearing Note) 之別，前者到期時付款人除照付面值外，尚須依票面上規定利率，支付出票日與到期日間之利息，而後者則到期時付款人僅照面值付款，而無支付利息之義務也。票據到期時付款人應付之總額名曰到期值 (Maturity Value)。帶息票據之到期值大於其面值，而不帶息票據之到期值，則與其面值相等也。貼現票據若爲帶息票據，則貼現率即爲

到期值一元在單位時期內支付之貼現息，而淨收額即為到期值與貼現息相差之額。本書中所稱票據，除有特別說明外，均指不帶息票據而言。

請求貼現之票據，通常為數月之短期票據，但間亦有數年之長期票據者。短期票據之貼現，通常應用單利法，而長期票據之貼現，則非用複利法不可，故貼現又有單貼現與複貼現之別。

單貼現 (Simple Discount) 者，依單利法計算貼現息之法也。貼現率為到期值一元在單位時期內支付之貼現息，而淨收額為到期值與貼現息之差。單貼現息，淨收額，與到期值，可自下列三式求得：

$$I = Sdn \dots\dots\dots (28)$$

$$P = S - I = S(1 - dn) \dots\dots\dots (29)$$

$$S = \frac{P}{1 - dn} \dots\dots\dots (30)$$

I 單貼現息

S 到期值

P 淨收額

d 貼現率

n 年數

貼現人借用之資金，為淨收額，而非到期值，故貼現人對於

借用資金支付之利率實大於貼現率。利率與貼現率，似同而實異，前者為計算淨收額 P 在 n 年內之利息所用之百分率，而後者則為計算到期值 S 在 n 年內之貼現息所用之百分率。兩者之關係如下：

$$i = \frac{d}{1 - dn} \dots\dots\dots (31)$$

$$d = \frac{i}{1 + in} \dots\dots\dots (32)$$

i 單利率

d 單貼現率

n 年數

根據以上二式，可作單利率與單貼現率比較對照表如下：

單利率	折 合 單 貼 現 率			單貼現率	折 合 單 利 率		
	一 年	六 月	三 月		一 年	六 月	三 月
%	%	%	%	%	%	%	%
3	2.9126	2.9557	2.9777	3	3.0928	3.0457	3.0227
4	3.8462	3.9216	3.9604	4	4.1667	4.0816	4.0404
5	4.7619	4.8780	4.9383	5	5.2632	5.1282	5.0633
6	5.6604	5.8252	5.9113	6	6.3830	6.1856	6.0914
7	6.5421	6.7633	6.8796	7	7.5269	7.2539	7.1247
8	7.4074	7.6923	7.8431	8	8.6957	8.3333	8.1633
10	9.0909	9.5238	9.7561	10	11.1111	10.5263	10.2564

若依單利率貼現票據，則可應用公式(8)先求淨收額，然後計算貼現息，蓋淨收額即為公式(8)中之本金，而到期值即為其本利合計也。若依單貼現率貼現票據，則可應用公式(28)先求貼現息，然後計算淨收額。銀行貼現票據，多依單貼現率計算貼現息，蓋以其計算較簡，且於銀行有利也。故後法名曰銀行貼現法，而前法則俗稱確實貼現法。凡計算銀行預收利息之利率，均指貼現率而言。

例一：某甲以面值五千元六月後到期之匯票請求貼現，求貼現息與淨收額。

(a) 依單貼現率 5% 貼現；

(b) 依單利率 5.1282% 貼現。

(a) 先求貼現息

應用公式(28)，得：

$$I = 5000 \times \frac{5}{100} \times \frac{1}{2} = 125 \text{ 元}$$

$$P = 5000 - 125 = 4875 \text{ 元}$$

(b) 先求淨收額

應用公式(8)，得：

$$P = \frac{5000}{1 + 0.051282 \times \frac{1}{2}} = \frac{5000}{1.025641} = 4875 \text{ 元}$$

$$I = 5000 - 4875 = 125 \text{ 元}$$

兩者之答數相同，蓋六月期之單貼現率 5% 與單利率 5.1282% 相等故也。

例二： 某甲向某乙購貨，共值洋一萬元，除付現金三千元外，餘由某甲開發三月後到期之本票，由乙持向銀行請求貼現，其淨收額應與貨款餘額相等，求面值。

(a) 依單利率 5% 貼現；

(b) 依單貼現率 4.9383% 貼現。

(解) $P = 10000 - 3000 = 7000$

(a) 應用公式(6)，得：

$$\begin{aligned} S &= 7000(1 + 0.05 \times \frac{1}{4}) = 7000 \times 1.0125 \\ &= 7087.50 \text{ 元} \end{aligned}$$

(b) 應用公式(30)，得：

$$\begin{aligned} S &= \frac{7000}{1 - 0.049383 \times \frac{1}{4}} = \frac{7000}{1 - 0.01234575} \\ &= \frac{7000}{0.98765425} = 7087.50 \text{ 元} \end{aligned}$$

兩者之答數相同，蓋三月期之單利率 5% 與單貼現率 4.9383% 相等故也。

觀此二例，可知淨收額之計算，以根據單貼現率為較便，而面值之計算，則以根據單利率為較便。

例三： 某甲以六月後到期之六厘匯票請求貼現，面值八千

元，單貼現率五厘，求貼現息與淨收額。

$$\text{到期值} = 8000 + 8000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{2} = 8240 \text{ 元}$$

應用公式(28)，得：

$$I = 8240 \times \frac{5}{100} \times \frac{1}{2} = 206 \text{ 元}$$

$$P = 8240 - 206 = 8034 \text{ 元}$$

銀行貼現票據，有以貼現日與到期日，均算入貼現時期之內者，有僅算一日者，本書各題，除有特別說明外，均以後法為標準。

例四：某甲以七月十五日出票二月後到期之匯票，於七月二十日持向銀行請求貼現，面值二萬五千元，貼現率八厘，求貼現息與淨收額（一年作為365日）。

出票日後二月到期，故到期日為九月十五日。

自貼現日至到期日共有57日。

應用公式(28)，得：

$$I = 25000 \times 0.08 \times \frac{57}{365} = 312.33 \text{ 元}$$

$$P = 25000 - 312.33 = 24687.67 \text{ 元}$$

英國票據法上，有所謂恩惠日 (Days of Grace 或譯猶豫日) 者，即票據到期後，得猶豫三日，至到期後第三日，始為法定日期 (Legal Due Date)，故貼現英國票據時，日數須多算三日。

例五：五月六日出票，三月後到期之本票，於五月十二日在英國貼現，面值 1000 鎊，貼現率 3%，求貼現息與淨收額（一年作為 365 日）。

出票後三月到期，故到期日為八月六日，而法定期日為八月九日。自五月十二日至八月九日共有 89 日。

應用公式(28)，得：

$$I = £1000 \times 0.03 \times \frac{89}{365} = £7.31507 = £7\frac{3}{4}$$

$$P = £1000 - £7\frac{3}{4} = £992\frac{1}{8}$$

複貼現(Compound Discount)者，依複利法計算貼現息之法也。單貼現之淨收額，吾人已知自下式求得：

$$P = S(1 - dn)$$

但上式中之 n ，若等於 $\frac{1}{d}$ 或大於 $\frac{1}{d}$ ，例如 d 為 0.05， n 為 20 或 25，則 dn 等於一或大於一，而淨收額為零或為負數，兩者均非合理，故長期票據之貼現，不能應用單貼現法。

單貼現中，有依單利率貼現者，亦有依單貼現率貼現者，複貼現亦然。其依複利率貼現者，貼現票據之淨收額，即為到期值之複利現值，故可自複利現值公式求得。其依複貼現率貼現者，則淨收額與貼現息，可自下列二式求得：

$$P = S(1 - d)^n \dots\dots\dots (33)$$

$$I = S - P = S[1 - (1 - d)^n] \dots\dots (34)$$

P 淨收額

S 到期值

d 貼現率

n 年數

公式(33)中若 $S=1$, 則

$$P = (1-d)^n$$

即為到期值一元之淨收額, 吾人可據此編製複貼現現值表, 以便計算。

例六: 某甲以面值一千元十年後到期之票據請求貼現, 求淨收額與貼現息。

(a) 依複貼現率 6% 貼現;

(b) 依複利率 6% 貼現。

(a) 查複貼現現值表 6% 10 期, 得:

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right)^{10} = 0.53861511$$

$$P = 1000 \times 0.53861511 = 538.62 \text{ 元}$$

$$I = 1000 - 538.62 = 461.38 \text{ 元}$$

(b) 查複利現值表 6% 10 期, 得:

$$\left(1 + \frac{6}{100}\right)^{-10} = 0.55839478$$

$$P = 1000 \times 0.55839478 = 558.39 \text{ 元}$$

$$I = 1000 - 558.39 = 441.61 \text{ 元}$$

利率有實利率與虛利率之分，貼現率亦有實貼現率 (Effective Rate of Discount) 與虛貼現率 (Nominal Rate of Discount) 之別。設銀行以一萬元連續投資於半年期票據之貼現；另以一萬元連續投資於三月期票據之貼現，則雖依據同一貼現率貼現，銀行對於一年後到期值一元實際取得之貼現息則迥異，換言之，即其實際計算貼現息之貼現率，二者互異。何則？設二者均依貼現率 6% 貼現，則前者現可貼現到期值 10309.28 元

$\left(\frac{10000}{1 - \frac{3}{100}} = 10309.28 \right)$ 之票據，至六月後即以收到之 10309.28

元貼現到期值 10628.12 元 $\left(\frac{10309.28}{1 - \frac{3}{100}} = 10628.12 \right)$ 之票據，若

是則對於一年後到期值一元，銀行僅得貼現息 $\frac{10628.12 - 10000}{10628.12}$

即 0.05910 元，故名義上貼現率為 6% 實際上貼現率為 5.910%

前者名曰虛貼現率，後者名曰實貼現率。若銀行以一萬元連續投資於三月期票據之貼現，則投資之初，可貼現到期值 10152.28

元 $\left(\frac{10000}{1 - \frac{1.5}{100}} = 10152.28 \right)$ 之票據，至三月後即以收到之

10152.28 元貼現到期值 10306.88 元 $\left(\frac{10152.28}{1 - \frac{1.5}{100}} = 10306.88 \right)$

之票據，至六月後即以收到 10306.88 元貼現到期值 10463.84

元 $\left(\frac{11306.88}{1 - \frac{1.5}{100}} = 10463.84 \right)$ 之票據，至九月後即以收到之

10463.84 元貼現到期值 10623.19 元 $\left(\frac{10463.84}{1 - \frac{1.5}{100}} = 10623.19 \right)$

之票據，若是則對於一年後到期值一元，銀行僅得貼現息

$\frac{10623.19 - 10000}{10623.19}$ 即 0.05866 元，故虛貼現率為 6% 而實貼現

率僅有 5.866%。連續投資於半年期票據之貼現，則資金每年運

轉二次；連續投資於三月期票據之貼現，則資金每年運轉四次。

資金之運轉，若每年一次，則實貼現率與虛貼現率相等；若每年

不止一次，則實貼現率小於虛貼現率，運轉之次數愈多，其相差

亦愈甚。由虛貼現率化實貼現率，可應用下之公式：

$$d = 1 - \left(1 - \frac{f}{m} \right)^m \dots\dots\dots (35)$$

d 實貼現率

f 虛貼現率

m 每年運轉次數

例七：虛貼現率 8%，每年運轉二次，求實貼現率。

應用公式(35)，與複貼現現值表，得：

$$d = 1 - \left(1 - \frac{4}{100} \right)^2 = 1 - 0.9216 = 7.84\%$$

由實貼現率化虛貼現率，可應用下列公式，求其近似值：

$$f = d + \frac{m-1}{2m}d^2 + \frac{2m^2-3m+1}{6m^2}d^3 \dots\dots (36)$$

虛貼現率

d 實貼現率

m 每年運轉次數

例八：化實貼現率 5% 爲虛貼現率：

(a) 每年運轉二次；

(b) 每年運轉四次。

應用公式(36)，得：

$$\begin{aligned} (a) \quad f &= 0.05 + \frac{1}{4} \times 0.05^2 + \frac{3}{24} \times 0.05^3 \\ &= 0.05 + \frac{1}{4} \times 0.0025 + \frac{1}{8} \times 0.000125 \\ &= 0.05 + 0.000625 + 0.000015625 \\ &= 5.064\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad f &= 0.05 + \frac{3}{8} \times 0.05^2 + \frac{21}{96} \times 0.05^3 \\ &= 0.05 + \frac{3}{8} \times 0.0025 + \frac{7}{32} \times 0.000125 \\ &= 0.05 + 0.0009375 + 0.00002734375 \\ &= 5.0965\% \end{aligned}$$

若每年運轉不止一次，則公式(34)中之 $(1-d)$ ，可以 $\left(1 - \frac{f}{m}\right)^m$

代入，故複貼現淨收額可自下式求得：

$$P = S \left(1 - \frac{f}{m} \right)^{nm} \dots\dots\dots (37)$$

P 淨收額

S 到期值

n 年數

m 每年運轉次數

f 虛貼現率

例九： 某甲以面值一千五百元五年後到期之票據請求貼現，求淨收額與貼現息：

(a) 依複貼現率 8% 貼現，每年運轉二次；

(b) 依複利率 8% 貼現，每年複利二次。

(a) 應用公式(37)，得：

$$\begin{aligned} P &= 1500 \left(1 - \frac{4}{100} \right)^{10} = 1500 \times 0.66483264 \\ &= 997.25 \text{ 元} \end{aligned}$$

$$I = 1500 - 997.25 = 502.75 \text{ 元}$$

(b) 應用公式(25)，得：

$$\begin{aligned} P &= 1500 \times 1.04^{-10} = 1500 \times 0.67556417 \\ &= 1013.35 \text{ 元} \end{aligned}$$

$$I = 1500 - 1013.35 = 486.65 \text{ 元}$$

習 題 十 七

1. 求下列各題中之到期值, 貼現息與淨收額(一年作為 365 日):

面值	出票日	到期日	貼現日	票據種類	到期值	貼現方法	貼現息	淨收額
(a) \$5,000	四月十日 五日	出票後 二月	四月十日 八日	五厘帶 息票據		依單貼 現率六 厘貼現		
b) 6,000	五月十日 八日	出票後 九十日	五月二 十日	不帶息 票據		依單利 率六厘 貼現		
(c) 7,000	六月十日 七日	八月十 八日	六月二 十日	不帶息 票據		依單貼 現率七 厘貼現		
(d) 8,000	七月三 日	十月五 日	七月二 十日	六厘帶 息票據		依單利 率七厘 貼現		
(e) 9,000	八月一 日	十月三 日	八月二 十日	不帶息 票據		依單貼 現率五 厘貼現		
(f) 10,000	八月三 日	十二月 四日	八月二 十日	不帶息 票據		依單貼 現率八 厘貼現		

2. 製下列單利率與單貼現率比較對照表：

單利率	折 合 單 貼 現 率			單貼現率	折 合 單 利 率		
	一 月	二 月	三 月		一 月	二 月	三 月
%				%			
3				3			
4				4			
5				5			
6				6			
7				7			
8				8			
9				9			
10				10			

3. 某甲以面值二萬二千五百元三月後到期之匯票請求貼現，求貼現息與淨收額：

- (a) 依單貼現率 6% 貼現；
- (b) 依單利率 6.0914% 貼現；
- (c) 依單利率 6% 貼現；
- (d) 依單貼現率 5.9113% 貼現。

4. 某甲向某乙購貨，共值洋二萬元，除付現金五千元外，餘由某甲開發六月後到期之本票，由乙持向銀行請求貼現，其淨收額應與貨款餘額相等，求面值：

- (a) 依單利率 7% 貼現；
- (b) 依單貼現率 6.7633% 貼現；
- (c) 依單貼現率 7% 貼現；
- (d) 依單利率 7.2539% 貼現。

5. 七月十八日出票，四月後到期之本票，於八月一日在英國貼現，面值 2,500

鎊，貼現率 $2\frac{7}{8}\%$ ，求貼現息與淨收額（一年作為 365 日）

6. 化下列各題中之虛貼現率為實貼現率：

	虛貼現率	每年運轉次數	實貼現率
(a)	8%	二次	
(b)	14%	四次	
(c)	6%	二次	
(d)	12%	三次	

7. 化下列各題中之實貼現率為虛貼現率：

	實貼現率	每年運轉次數	虛貼現率
(a)	5%	三次	
(b)	5%	四次	
(c)	4%	四次	
(d)	4%	二次	

8. 某甲以面值二千五百元五年後到期之票據請求貼現，求淨收額與貼現息：

- (a) 依複貼現率 3% 貼現；
- (b) 依複利率 3% 貼現。

9. 某甲以面值三千元五年後到期之票據請求貼現，求淨收額與貼現息：

- (a) 依複貼現率 12% 貼現，每年運轉四次；
- (b) 依複利率 12% 貼現，每年運轉四次。

10. 某甲以面值八百五十元五年後到期之票據請求貼現，求淨收額與貼現息：

- (a) 依單貼現率 6% 貼現；
- (b) 依複貼現率 6% 貼現；
- (c) 依複貼現率 6% 貼現，每年運轉二次。

第四章 票據掉換*

兩票據或兩組票據在同一時日，依同一利率或同一貼現率貼現，若得同一淨收額，則在此時日，此兩票據或此兩組票據名曰等值票據 (Equivalent Notes)，而此時日，名曰兩票據或兩組票據等值日 (Date of Equivalence of two Notes or of two Sets of Notes)。以甲票據或甲組票據，掉換與此等值之乙票據或乙組票據，名曰票據掉換 (Exchange of Notes)。票據掉換須在票據等值日執行，蓋其貼現後淨收額祇在此日相等故也。貼現有單貼現與複貼現之分，故票據掉換亦有單貼現法與複貼現法之別。

以新票掉換舊票，新票之到期值可自下列四式求得：

(a) 依單貼現率 d 貼現：

$$S'' = \frac{S(1-dn)}{1-dn'} \dots\dots\dots (38)$$

(b) 依單利率 i 貼現：

* 參看拙著投資數學第二編第四章。

$$S' = \frac{S(1+in')}{1+in} \dots\dots\dots (39)$$

(c) 依複貼現率 d 貼現：

$$S' = S(1-d)^{n-n'} \dots\dots\dots (40)$$

(d) 依複利率 i 貼現：

$$S' = S(1+i)^{n'-n} \dots\dots\dots (41)$$

S' 新票之到期值

S 舊票之到期值

n' 新票之貼現時期

n 舊票之貼現時期

d 貼現率

i 利率。

例一：到期值 5800 元於六十日後到期之票據，其付款人欲更換一張七十日後到期之票據，求新票之到期值（一年作為 360 日）：

(a) 依單貼現 4% 貼現；

(b) 依單利率 4% 貼現。

(a) 應用公式(38)，得：

$$S' = \frac{5800 \left(1 - \frac{4}{100} \times \frac{60}{360} \right)}{1 - \frac{4}{100} \times \frac{70}{360}} = \frac{5800(9000-60)}{9000-70}$$

$$= \frac{5800 \times 8940}{8930} = 5806.49 \text{ 元}$$

(b) 應用公式(39), 得:

$$\begin{aligned} S' &= \frac{5800 \left(1 + \frac{4}{100} \times \frac{70}{360} \right)}{1 + \frac{4}{100} \times \frac{60}{360}} = \frac{5800(9000 + 70)}{9000 + 60} \\ &= \frac{5800 \times 9070}{9060} = 5806.40 \text{ 元。} \end{aligned}$$

例二：三年後到期，到期值 4500 元之付款人，欲更換一張二年後到期之票據，求新票之到期值：

(a) 依複貼現率 6% 貼現；

(b) 依複利率 6% 貼現。

(a) 應用公式(40), 得:

$$S' = 4500 \times \left(1 - \frac{6}{100} \right)^{3-2} = 4500 \times \frac{94}{100} = 4230 \text{ 元}$$

(b) 應用公式(41), 得:

$$\begin{aligned} S &= 4500 \times 1.06^{2-3} = 4500 \times 1.06^{-1} = 4500 \times 0.94339623 \\ &= 4245.28 \text{ 元} \end{aligned}$$

依單貼現法以新票掉換舊票，新票之貼現時期，可自下列二式求得：

(a) 依單貼現率 d 貼現：

$$n' = \frac{S' - S(1 - dn)}{dS'} \dots\dots\dots(42)$$

(b) 依單利率 i 貼現：

$$n' = \frac{S'(1+in) - S}{iS} \dots\dots\dots (43)$$

n' 新票之貼現時期

n 舊票之貼現時期

S' 新票之到期值

S 舊票之到期值

d 單貼現率

i 單利率

例三：到期值 1060 元於八十五日後到期之票據，其付款人欲更換一張到期值 1050 元之票據，問新票應在若干日後到期（一年作為 360 日）？

(a) 依單貼現率 6% 貼現；

(b) 依單利率 6% 貼現。

(a) 應用公式(42)，得：

$$\begin{aligned} n' &= \frac{1050 - 1060 \left(1 - \frac{6}{100} \times \frac{85}{360} \right)}{\frac{6}{100} \times 1050} \\ &= \frac{1050 \times 6000 - 1060(6000 - 85)}{360 \times 1050} \\ &= \frac{6300000 - 1060 \times 5915}{360 \times 1050} = \frac{30100}{360 \times 1050} \text{ 年} \end{aligned}$$

$$= \frac{30100}{1050} \text{ 日} = 28 \frac{2}{3} \text{ 日}$$

(b) 應用公式(43), 得:

$$\begin{aligned} n' &= \frac{1050 \left(1 + \frac{6}{100} \times \frac{85}{360} \right) - 1060}{\frac{6}{100} \times 1060} \\ &= \frac{1050(6000 + 85) - 1060 \times 6000}{360 \times 1060} \\ &= \frac{1050 \times 6085 - 6360000}{360 \times 1060} = \frac{29250}{360 \times 1060} \text{ 年} \\ &= \frac{29250}{1060} \text{ 日} = 27 \frac{63}{106} \text{ 日} \end{aligned}$$

依複貼現法以新票掉換舊票, 新票之貼現時期, 可應用下列二式, 並檢查複利終值表, 複利現值表或複貼現現值表, 依比例計算求得:

(a) 依複貼現率 d 貼現:

$$(1-d)^{n-n'} = \frac{S'}{S} \dots \dots \dots (44)$$

$$\text{或 } (1-d)^{n'-n} = \frac{S}{S'} \dots \dots \dots (45)$$

(b) 依複利率 i 貼現:

$$(1+i)^{n'-n} = \frac{S'}{S} \dots \dots \dots (46)$$

n' 新票之貼現時期

n 舊票之貼現時期

S' 新票之到期值

S 舊票之到期值

d 複貼現率

i 複利率

例四：三年後到期，到期值 4500 元之付款人，欲掉換一張到期值 5000 元之票據，求新票之到期日：

(a) 依複貼現率 6% 貼現；

(b) 依複利率 6% 貼現。

(a) 應用公式(45)，得：

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right)^{n'-n} = \frac{4500}{5000} = 0.9$$

查複貼現現值表 6% 得：

$$1 < n' - n < 2$$

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right)^1 = 0.9400$$

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right)^2 = \frac{0.8836}{0.0564}$$

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right)^1 = 0.9400$$

$$\left(1 - \frac{6}{100}\right)^{n'-n} = \frac{0.9000}{0.0400}$$

$$0.0564 : 0.0400 = 1 \text{ 年} : x \text{ 年}$$

$$x = \frac{0.0400}{0.0564} = 0.71 \text{ 年}$$

$$n' - n = 1 + 0.71 = 1.71 \text{ 年}$$

$$\text{但 } n = 3 \text{ 年}$$

$$\therefore n' = 3 + 1.71 = 4.71 \text{ 年}$$

(b) 應用公式(46), 得:

$$1.06^{n'-n} = \frac{5000}{4500} = 1.1111$$

查複利終值表 6%, 得:

$$1 < n' - n < 2$$

$$1.06^2 = 1.1236$$

$$1.06' = \frac{1.06}{0.0636}$$

$$1.06^{n'-n} = 1.1111$$

$$1.06' = \frac{1.06}{0.0511}$$

$$0.0636 : 0.0511 = 1 \text{ 年} : x \text{ 年}$$

$$x = \frac{0.0511}{0.0636} = 0.80 \text{ 年}$$

$$n' - n = 1 + 0.80 = 1.80 \text{ 年}$$

$$\text{但 } n = 3 \text{ 年}$$

$$\therefore n' = 3 + 1.80 = 4.80 \text{ 年}$$

以一新票掉換無數舊票，此新票之到期值，可自下列四式求得：

(a) 依單貼現率 d 貼現：

$$S' = \frac{\Sigma S_1 - d \Sigma (S_1 n_1)}{1 - dn'} \dots\dots\dots (47)$$

(b) 依單利率 i 貼現：

$$S' = (1 + in') \Sigma \frac{S_1}{1 + in_1} \dots\dots\dots (48)$$

(c) 依複貼現率 d 貼現：

$$S' = \Sigma [S_1 (1 - d)^{n_1 - n'}] \dots\dots\dots (49)$$

(d) 依複利率 i 貼現：

$$S' = \Sigma (S_1 v^{n_1 - n'}) \dots\dots\dots (50)$$

S' 新票之到期值

S_1 舊票之到期值

n' 新票之貼現時期

n_1 舊票之貼現時期

d 貼現率

i 利率

$v = \frac{1}{1+i}$

Σ (讀如 sigma) 總和之記號 (ΣS_1 即 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_t$)

之縮寫， t 為舊票之張數)。

例五：某甲欲以五十日後到期之本票掉換下列三票：

甲票二十日後到期，到期值 900 元；

乙票三十日後到期，到期值 870 元；

丙票四十二日後到期，到期值 1200 元；

求新票之到期值（一年作為 360 日）：

(a) 依單貼現率 4% 貼現；

(b) 依單利率 4% 貼現。

(a) 應用公式(47)，得：

$$\begin{aligned}
 S^* &= \frac{(900+870+1200) - \frac{4}{100} \left(900 \times \frac{20}{360} + 870 \times \frac{30}{360} + 1200 \times \frac{42}{360} \right)}{1 - \frac{4}{100} \times \frac{50}{360}} \\
 &= \frac{2970 \times 360 - \frac{4}{100} (18000 + 26100 + 50400)}{360 - 2} = \frac{1065420}{358} \\
 &= 2976.03 \text{ 元}
 \end{aligned}$$

(b) 應用公式(48)，得：

$$\begin{aligned}
 S^* &= \left(1 + \frac{4}{100} \times \frac{50}{360} \right) \left(\frac{900}{1 + \frac{4}{100} \times \frac{20}{360}} + \frac{870}{1 + \frac{4}{100} \times \frac{30}{360}} + \frac{1200}{1 + \frac{4}{100} \times \frac{42}{360}} \right) \\
 &= \frac{181}{180} \left(\frac{810000}{902} + \frac{261000}{301} + \frac{3600000}{3014} \right) \\
 &= \frac{1629000}{1804} + \frac{524900}{602} + \frac{3620000}{3014}
 \end{aligned}$$

$$= 902.993 + 871.927 + 1201.062$$

$$= 2975.98 \text{ 元。}$$

例六： 某甲欲以四年後到期之本票掉換下列三票：

甲票二年後到期，到期值 1000 元；

乙票三年後到期，到期值 1200 元；

丙票五年後到期，到期值 1400 元；

求新票之到期值：

(a) 依複貼現率 5% 貼現；

(b) 依複利率 5% 貼現。

(a) 應用公式(49)，得：

$$S' = 1000 \left(1 - \frac{5}{100}\right)^{-2} + 1200 \left(1 - \frac{5}{100}\right)^{-1} + 1400 \left(1 - \frac{5}{100}\right)^0$$

$$= \frac{1000}{\left(\frac{95}{100}\right)^2} + \frac{1200}{\frac{95}{100}} + 1400 \times \frac{95}{100}$$

$$= \frac{1000000}{9025} + \frac{120000}{95} + 1330 = 3701.19 \text{ 元}$$

(b) 應用公式(50)，得：

$$S' = 1000v^{-2} + 1200v^{-1} + 1400v^0$$

$$v^{-2} = \frac{1}{v^2} = \frac{1}{\frac{1}{(1+i)^2}} = (1+i)^2 = 1.1025$$

$$v^{-1} = \frac{1}{v} = \frac{1}{\frac{1}{1+i}} = 1+i = 1.05$$

$$v^1 = 0.95238095$$

$$S' = 1102.5 + 1260 + 1333.33 = 3695.83 \text{ 元}$$

依單貼現法以一新票掉換無數舊票，此新票之貼現時期，可自下列二式求得：

(a) 依單貼現率 d 貼現：

$$n' = \frac{d\Sigma(S_1 n_1) - \Sigma S_1}{dS'} + \frac{1}{d} \dots\dots\dots (51)$$

(b) 依單利率 i 貼現：

$$n' = \frac{S'}{i\Sigma \frac{S_1}{1 + in_1}} - \frac{1}{i} \dots\dots\dots (52)$$

n' 新票之貼現時期

n_1 舊票之貼現時期

S' 新票之到期值

S_1 舊票之到期值

d 單貼現率

i 單利率

Σ 總和之記號

例七： 某甲欲以到期值 2920 元之本票掉換下列三票：

甲票八十日後到期，到期值 1500 元；

乙票九十日後到期，到期值 600 元；

丙票七十日後到期，到期值 840 元；

求新票之到期日（一年作為 360 日）：

(a) 依單貼現率 6% 貼現；

(b) 依單利率 6% 貼現。

(a) 應用公式(51)，得：

$$n' = \frac{\frac{6}{100} \left(1500 \times \frac{80}{360} + 600 \times \frac{90}{360} + 840 \times \frac{70}{360} \right) - (1500 + 600 + 840)}{\frac{6}{100} \times 2920} + \frac{100}{6}$$

$$= \frac{20 + 9 + 9.8 - 2940}{175.2} + \frac{100}{6} = \frac{18.8}{175.2} \text{年} = 38 \frac{46}{73} \text{日}$$

(b) 應用公式(52)，得：

$$n' = \frac{2920}{\frac{6}{100} \left(1 + \frac{\frac{6}{100} \times 80}{360} + 1 + \frac{\frac{6}{100} \times 90}{360} + 1 + \frac{\frac{6}{100} \times 70}{360} \right)} - \frac{100}{6}$$

$$= \frac{2920}{\frac{6}{100} \left(\frac{1500 \times 600}{600 + 8} + \frac{600 \times 600}{600 + 9} + \frac{840 \times 600}{600 + 7} \right)} - \frac{100}{6}$$

$$= \frac{2920}{6 \left(\frac{9000}{608} + \frac{3600}{609} + \frac{5040}{607} \right)} - \frac{100}{6}$$

$$= \frac{2920}{6(14.803 + 5.911 + 8.303)} - \frac{100}{6}$$

$$= \frac{2920 - 2901.7}{6 \times 29.017} = \frac{18.3}{6 \times 29.017} \text{年} = \frac{18.3 \times 60}{29.017} \text{日} = 37.8 \text{日}$$

若新票之到期值與各舊票到期值之總額相等，則依單貼現率 d 貼現而得新票之貼現時期，可自下式求得：

$$n' = \frac{\sum (S_1 n_1)}{\sum S_1} \dots \dots \dots (53)$$

n' 新票之貼現時期

n_1 舊票之貼現時期

S_1 舊票之到期值

Σ 總和之記號

上式中無 d ，故 n' 之數值與單貼現率無關。題中貼現時期若為日數，則不必化為年數，即以之代入公式中之 n 可也。由是求得之 n' 亦為日數。

例八：上題中新票之到期值若改為 2940 元，若依單貼現率 6% 貼現，則新票應在何日到期？

$$1500 + 600 + 840 = 2940$$

新票之到期值與各舊票到期值之總額相等，故可應用公式 (53)：

$$1500 \times 80 = 120000$$

$$600 \times 90 = 54000$$

$$840 \times 70 = 58800$$

$$232800$$

$$n' = \frac{232800}{2940} = 79 \frac{9}{49} \text{ 日}$$

依複貼現法以一新票掉換無數舊票，此新票之貼現時期，可應用下列二式，並檢查複利現值表或複貼現現值表，依比例計算求得：

(a) 依複貼現率 d 貼現：

$$(1-d)^{n'} = \frac{\Sigma[S_1(1-d)^{n_1}]}{S'} \dots\dots(54)$$

(b) 依複利率 i 貼現：

$$v^{n'} = \frac{\Sigma(S_1 v^{n_1})}{S'} \dots\dots\dots(55)$$

n' 新票之貼現時期

n_1 舊票之貼現時期

S' 新票之到期值

S_1 舊票之到期值

d 複貼現率

i 複利率

$v = \frac{1}{1+i}$

Σ 總和之記號

例九： 某甲欲以一張到期值 3600 元之新票，掉換下列三

舊票：

甲票二年後到期，到期值 1000 元；

乙票三年後到期，到期值 1200 元；

丙票五年後到期，到期值 1400 元；

求新票之到期日。

(a) 依複貼現率 5% 貼現；

(b) 依複利率 5% 貼現。

(a) 查複貼現現值表 5%，得：

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^2 = 0.9025$$

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^3 = 0.857375$$

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^5 = 0.77378094$$

代入公式(54)，得：

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{5}{100}\right)^{n'} &= \frac{1000 \times 0.9025 + 1200 \times 0.857375 + 1400 \times 0.77378094}{3600} \\ &= \frac{902.5 + 1028.85 + 1083.293316}{3600} = \frac{3014.643316}{3600} \\ &= 0.83740 \end{aligned}$$

查複貼現現值表 5%，得：

$$3 < n' < 4$$

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^3 = 0.85738$$

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^4 = \frac{0.81451}{0.04287}$$

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^3 = 0.85738$$

$$\left(1 - \frac{5}{100}\right)^{n'} = \frac{0.83740}{0.01998}$$

$$0.04287 : 0.01998 = 1 \text{ 年} : x \text{ 年}$$

$$x = \frac{0.01998}{0.04287} = 0.47 \text{ 年}$$

$$n' = 3 + 0.47 = 3.47 \text{ 年}$$

(b) 查複利現值表 5%，得：

$$v^2 = 0.90702948$$

$$v^3 = 0.86383760$$

$$v^5 = 0.78352617$$

代入公式(55)，得：

$$\begin{aligned} v^{n'} &= \frac{1000 \times 0.90702948 + 1200 \times 0.86383760 + 1400 \times 0.78352617}{3600} \\ &= \frac{907.02948 + 1036.60512 + 1096.936638}{3600} \\ &= \frac{3040.571238}{3600} = 0.84460 \end{aligned}$$

查複利現值表 5%，得：

$$3 < n' < 4$$

$$v^8 = 0.86384$$

$$v^4 = \frac{0.82270}{0.04114}$$

$$v^8 = 0.86384$$

$$v^{n'} = \frac{0.84460}{0.01924}$$

$$0.04114 : 0.01924 = 1 \text{ 年} : x \text{ 年}$$

$$x = \frac{0.01924}{0.04114} = 0.47 \text{ 年}$$

$$n' = 3 + 0.47 = 3.47 \text{ 年}$$

習 題 十 八

1 求下列各題中新票之到期值(一年作為 360 日):

	舊票之到期值	舊票之到期日	貼現方法	新票之到期日
(a)	\$ 5,000	90 日後	單貼現率 6%	80 日後
(b)	5,500	70 日後	單利率 5%	60 日後
(c)	6,000	5 年後	複貼現率 4%	3 年後
(d)	6,500	6 年後	複利率 4½%	4 年後
(e)	7,000	80 日後	單利率 3%	90 日後
(f)	7,500	60 日後	單貼現率 4%	70 日後
(g)	8,000	3 年後	複貼現率 5%	5 年後
(h)	8,500	4 年後	複利率 6%	6 年後

2. 求下列各題中新票之到期日(一年作為 360 日):

	舊票之到期值	舊票之到期日	貼現方法	新票之到期值
(a)	\$ 4,000	5 年後	複貼現率 7%	\$ 3,800

(b)	5,000	4 年後	複利率 6%	4,700
(c)	5,000	90 日後	單貼現率 5%	4,950
(d)	6,000	80 日後	單利率 4%	5,950
(e)	4,000	5 年後	複貼現率 4%	4,100
(f)	5,000	4 年後	複利率 5%	5,100
(g)	5,000	90 日後	單利率 6%	5,050
(h)	6,000	80 日後	單貼現率 7%	6,050

3. 某甲欲以一張新票掉換下列三張舊票：

甲票 40 日後到期，到期值 2,000 元；

乙票 60 日後到期，到期值 2,500 元；

丙票 80 日後到期，到期值 3,000 元；

求下列各種掉換方法中，新票之到期值或其到期日（一年作為 360 日）：

	新票之到期值	新票之到期日	貼現方法
(a)		70 日後	單貼現率 5%
(b)		50 日後	單利率 6%
(c)		45 日後	單貼現率 4%
(d)		40 日後	單利率 3%
(e)	\$ 7,550		單貼現率 5%
(f)	7,500		單貼現率 6%
(g)	7,450		單貼現率 7%
(h)	7,550		單利率 7%
(i)	7,500		單利率 6%
(j)	7,450		單利率 5%

4. 某甲欲以一張新票掉換下列三張舊票：

甲票 4 年後到期，到期值 3,000 元；

乙票 6 年後到期，到期值 3,500 元；

丙票8年後到期,到期值 5,000 元;

求下列各種掉換方法中新票之到期值或其到期日:

	新票之到期值	新票之到期日	貼現方法
(a)		2年後	複貼現率 5%
(b)		3年後	複利率 6%
(c)		5年後	複利率 7%
(d)		7年後	複貼現率 8%
(e)	\$ 11,500		複貼現率 8%
(f)	11,000		複貼現率 7%
(g)	11,500		複利率 6%
(h)	11,000		複利率 5%

本編應用公式

$$I = Pin \dots\dots\dots (1)$$

$$P = \frac{I}{in} \dots\dots\dots (2)$$

$$i = \frac{I}{Pn} \dots\dots\dots (3)$$

$$n = \frac{I}{Pi} \dots\dots\dots (4)$$

$$S = P + I \dots\dots\dots (5)$$

$$S = P(1 + in) \dots\dots\dots (6)$$

$$S = I \left(1 + \frac{1}{in} \right) \dots\dots\dots (7)$$

$$P = \frac{S}{1+in} \dots\dots\dots (8)$$

$$I = \frac{Sin}{1+in} \dots\dots\dots (9)$$

$$n = \frac{\frac{S}{P} - 1}{i} \dots\dots\dots (10)$$

$$i = \frac{\frac{S}{P} - 1}{n} \dots\dots\dots (11)$$

$$n = \frac{p-1}{i} \dots\dots\dots (12)$$

$$I = Pi \times \frac{d}{360} \dots\dots\dots (13)$$

$$I_1 = Pi \times \frac{d_1}{365} \dots\dots\dots (14)$$

$$I_2 = Pi \times \frac{d_2}{366} \dots\dots\dots (15)$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{Pi(366d_1 + 365d_2)}{133590} \dots\dots\dots (16)$$

$$I' = I - \frac{I}{73} \dots\dots\dots (17)$$

$$I' = I'' + \frac{I''}{72} \dots\dots\dots (18)$$

$$S = Pu^n \dots\dots\dots (19)$$

$$I = S - P = P(u^n - 1) \dots\dots\dots (20)$$

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1 \dots\dots\dots (21)$$

$$j = i - \frac{m-1}{2m} i^2 + \frac{2m^2-3m+1}{6m^2} i^3 \dots\dots (22)$$

$$S = P \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{nm} \dots\dots (23)$$

$$P = Sv^n \dots\dots (24)$$

$$P = S \left(1 + \frac{j}{m}\right)^{-nm} \dots\dots (25)$$

$$n = \frac{0.693}{i} + 0.35 \dots\dots (26)$$

$$i = \frac{0.693}{n - 0.35} \dots\dots (27)$$

$$I = Sdn \dots\dots (28)$$

$$P = S - I = S(1 - dn) \dots\dots (29)$$

$$S = \frac{P}{1 - dn} \dots\dots (30)$$

$$i = \frac{d}{1 - dn} \dots\dots (31)$$

$$d = \frac{i}{1 + in} \dots\dots (32)$$

$$P = S(1 - d)^n \dots\dots (33)$$

$$I = S - P = S[1 - (1 - d)^n] \dots\dots (34)$$

$$d = 1 - \left(1 - \frac{f}{m}\right)^m \dots\dots (35)$$

$$f = d + \frac{m-1}{2m} d^2 + \frac{2m^2-3m+1}{6m^2} d^3 \dots\dots (36)$$

$$P = S \left(1 - \frac{f}{m}\right)^{nm} \dots\dots\dots (37)$$

$$S' = \frac{S(1-dn)}{1-dn'} \dots\dots\dots (38)$$

$$S' = \frac{S(1+in')}{1+in} \dots\dots\dots (39)$$

$$S' = S(1-d)^{n-n'} \dots\dots\dots (40)$$

$$S' = S(1+i)^{n'-n} \dots\dots\dots (41)$$

$$n' = \frac{S' - S(1-dn)}{dS'} \dots\dots\dots (42)$$

$$n' = \frac{S'(1+in) - S}{iS} \dots\dots\dots (43)$$

$$(1-d)^{n-n'} = \frac{S'}{S} \dots\dots\dots (44)$$

$$(1-d)^{n'-n} = \frac{S}{S'} \dots\dots\dots (45)$$

$$(1+i)^{n'-n} = \frac{S'}{S} \dots\dots\dots (46)$$

$$S' = \frac{\Sigma S_1 - d \Sigma (S_1 n_1)}{1-dn'} \dots\dots\dots (47)$$

$$S' = (1+in') \Sigma \frac{S_1}{1+in_1} \dots\dots\dots (48)$$

$$S' = \Sigma [S_1 (1-d)^{n_1-n'}] \dots\dots\dots (49)$$

$$S' = \Sigma (S_1 v^{n_1-n'}) \dots\dots\dots (50)$$

$$n' = \frac{d\Sigma(S_1 n_1) - \Sigma S_1}{dS'} + \frac{1}{d} \dots\dots\dots (51)$$

$$n' = \frac{S'}{i\Sigma \frac{S_1}{1+in_1}} - \frac{1}{i} \dots\dots\dots (52)$$

$$n' = \frac{\Sigma(S_1 n_1)}{\Sigma S_1} \dots\dots\dots (53)$$

$$(1-d)^{n'} = \frac{\Sigma[S_1(1-d)^{n_1}]}{S'} \dots\dots\dots (54)$$

$$v^{n'} = \frac{\Sigma(S_1 v^{n_1})}{S'} \dots\dots\dots (55)$$

第四編 活期存款

活期存款(Current Account 亦名往來存款)者，存款人得隨時存入或支出之存款也。此種存款，利率雖低，然以其存支便利，故最適宜於商店。且支款時，可用支票(英名 Cheque，美名 Check)支付，故不必親至銀行取款，商店自批發商購進商品時，即可以支票付之，月初支付房租，或月底支付職員薪水時，亦均可以支票付之。凡在銀行限額(上海各銀行所定支票支款之最低限度，普通爲法幣五元)以上之支出，靡不可付以支票。商店由顧客收入之支票，或其他票據，亦均可隨時存入銀行；銀行即代其收取，收入之款，銀行即收在商店之活期存款帳上。故此種存款，每日之交易甚多。

活期存款之存款人，得與銀行約定透支款項。所謂透支(Overdraft)即在存款額以外支款之謂也。譬如存款額祇有一千元，而存款人以其支票，支取一千三百元，此超過存款額之三百元，即向銀行透支之款也。存款人欲向銀行透支，須繳相當擔保品，以供透支款項之保證。而透支金額，銀行亦須預定一最高限度，

其金額之多少，隨顧客而異。

第一章

活期存款帳之記載及其利息之計算

活期存款之交易甚繁，故其記帳之簡單，計算之敏捷，不可不特別注意。存款人得以未到期之票據持向銀行，請求代收。銀行處置此種票據之方法有二：或暫不記入存款人之帳上，俟款項收到後，再行記入。或即記入存款人之帳上，俟款項收到後，再以期日填入。存款人發出之支票，持票人或於數日後始向銀行兌現，銀行對此，亦有相異之處置。或以票面上之日期為支款日，或以實際兌現日為支款日。因此種種處置方法之各異，故活期存款帳上，有祇載一種日期者，有分記帳日與期日者。後者計息時，須以期日為計算日數之標準。

活期存款得隨時存支，故其餘額常有變動，而其所存日數，亦不一律。計算利息時，或就各餘額，分別計算其利息，而求其總和。或應用定除數法，先就各餘額，分別計算其積數，而求其總積數，然後以定除數除總積數，除得之數即為所求之利息。

例一： 某甲之活期存款，其餘額與日數如下：

餘 額	日 數
\$ 350	14
285.50	18
265	25
364.25	38

問某甲應得普通利息若干元?(年利率二厘)。

$$(第一法) \quad 350 \times 0.02 \times \frac{14}{360} = \$ 0.27$$

$$285.50 \times 0.02 \times \frac{18}{360} = 0.29$$

$$265 \times 0.02 \times \frac{25}{360} = 0.37$$

$$364.25 \times 0.02 \times \frac{38}{360} = \frac{0.77}{\$ 1.70}$$

$$(第二法) \quad 350 \times 14 = 4900$$

$$285.50 \times 18 = 5139$$

$$265 \times 25 = 6625$$

$$364.25 \times 38 = \frac{13842}{30506}$$

查第三編中之定除數表,普通利息二厘,得 18000,

$$\frac{30506}{18000} = \$1.69$$

與第一法相差一分，此係小數四捨五入之故。

活期存款之記帳與計息，有直接法，間接法，與每日餘額法之別。直接法(Direct Method) (亦稱順進法 Progressive Method 或英國法 English Method)者，以期末爲決算日，對於收支各金額，分別計算其利息或積數之法也。間接法(Indirect Method) (亦稱逆進法 Retrograde Method 或法國法 French Method)者，以期初爲假決算日，對於收支各金額，分別計算其利息或積數之法也。每日餘額法(Daily Balance Method) (亦稱德國法 German Method)者，每次進出，即計算其餘額，並就各餘額，及其存款之日數，分別計算其利息或積數之法也。

例二：某甲在中國銀行存有活期存款，其進出如下：

民國二十二年一月一日存入洋 10000 元

三月八日以支票 A 3081 支取洋 2000 元

三月廿四日以支票 A 3082 支取洋 2500 元

四月五日存入洋 3500 元

五月四日以支票 A 3083 支取洋 3250 元。

試記某甲在中國銀行之活期存款帳，並於六月三十日計算利息(準確利息年利率三厘)。

(直接法) (以二十二年六月三十日爲決算日)

貸 方

甲 菜

借 方

年月日	摘要	金額	日數	積數
22/3/8	支票 A 3081	2000.—	114	228000
3/24	支票 A 3082	2500.—	98	245000
5/4	支票 A 3083	3250.—	57	185250
6/30	積數差額			1442750
6/30	差額轉入下期	5868.58		
				13618.58
				2101000
				13618.58
				2101000

直接法中之日數，係自交易日之次日，算至決算日之當日。而決算日在一期之末，故日數之計算，通常向前順進。例自三月八日至六月三十日，除三月八日不計外，共有 114 日，以此日數，乘交易額 2000 元，即得積數 228000，餘可類推。

借方之金額，係某甲欠銀行之款，故其積數之多少，與某甲應付利息之多少，成比例；反之，貸方之金額，係銀行欠某甲之款，故其積數之多少，與銀行應付利息之多少，成比例。題中貸方積數，多於借方，故以定除數除積數差額，即為某甲應得之利息。

(間接法) (以二十一年十二月三十一日爲假決算日)

借方			某甲			貸方			
年月日	摘要	金額	日數	積數	年月日	摘要	金額	日數	積數
22/3/8	支票 4 3081	2000.—	67	134000	22/1/1	存入	10000.—	1	10000
3/24	支票 4 3082	2500.—	83	207500	4/5	存入	3500.—	95	332500
5/4	支票 4 3083	3250.—	124	403000	6/30	積數差額及利息			1442750
6/30	差額 \$ 5750 之積數		181	1040750			118.58		
6/30	差額轉入下期	5868.58							
				13618.58					1785250

間接法中之日數，係自假決算日之次日，算至交易日之當日。而假決算日在一期之初，故日數之計算，通常向後逆進。例自二十一年十二月三十一日至二十二年三月八日，除十二月三十一日不計外，共有 67 日。以此日數乘交易額 2000 元，即得積數 134000，餘可類推。

假決算日在各交易日之前，故若在是日清理借貸，則債權者應支付利息，以補償債務者早付之損失，故借方之積數，與銀行應付之利息成比例，而貸方之積數，則與某甲應付之利息成比例。適與直接法相反。但實際決算日，爲二十二年六月三十日，而非二十一年十二月三十一

日，故差額(某甲存款淨額) 5750 元，181 日(自十二月三十一日至六月三十日)之積數，須加於借方之積數。題中借方積數，多於貸方，故以定除數除積數差額，即為某甲應得之利息。

(每日餘額法)

某 甲

年月日	摘 要	借 方	貸 方	餘 額	日 數	積 數
22/1/1	存 入		10,000.—	10,000.—	66	660000
3/8	支票 A 3081	2,000.—		8,000.—	16	128000
3/24	支票 A 3082	2,500.—		5,500.—	12	66000
4/5	存 入		3,500.—	9,000.—	59	261000
5/4	支票 A 3083	3,250.—		5,750.—	57	327750
6/30	利息 3%		118.58	5,868.58		1442750
6/30	差額轉入下期	5,868.58				
		<u>13,618.58</u>	<u>13,618.58</u>			

在每日餘額法中，每次交易，均即結算餘額。自舊餘額至新餘額之日數，即為舊餘額存款之日數。例自一月一日至三月八日(兩端僅算一日)，共有 66 日，即在此 66 日間，其存款額為 10000 元，自三月八日至三月二十四日，共有 16 日，即在此 16 日間，其存款額為 8000 元。至於最後一次餘額，即 5750 元，其日數須自交易日算至決算日，計有 57 日，即在此 57 日間，其存款

額爲 5750 元。以各餘額乘其存款之日數，即得積數。將各積數相加，而以定除數除其和，則即爲某甲應得之利息。

例三： 某乙在交通銀行存有活期存款，其進出如下：

22/1/1	上期差額	\$ 5,000. —	21/12/31 期
1/18	支票 B1862	2,000. —	22/1 /18 期
1/31	存 入	4,500. —	1/31 期
2/7	支票 B1861	1,500. —	21/12/18 期
2/18	存 入	3,500. —	21/12/11 期
6/5	存 入	1,000. —	22/7 /12 期
6/12	支 出	1,200. —	8/1 期

試記某乙在交通銀行之活期存款帳，並於民國二十二年六月三十日，計算利息。(準確利息，年利率三厘五毫)。

題中收支款項之期日，有在期初之前者，亦有在期末之後者。故其記帳與計息，較例二爲複雜。茲仍依前列三法比較其演算如下：

(直接法) (以二十二年六月三十日為決算日)

借 方		乙		貸 方	
記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數
22/1/18	支票 B1882	2,000.—	22/ 1/18	163	326000
2/ 7	支票 B1861	1,500.—	21/12/18	194	291000
6/12	支 出	1,200.—	22/ 8/ 1	<u>152</u>	<u>138400</u>
	正積數總數			617000	
	減去負積數			<u>38400</u>	
	借方總積數			578600	
	積數差額			<u>1692900</u>	
6/30	差額轉入下期	9,462.33			
		<u>14,162.33</u>			
	要金額				
	22/1/ 1 上期差額	5,000.—	21/12/31	181	905000
	1/31 存 入	4,500.—	22/ 1/31	150	675000
	2/18 存 入	3,500.—	21/12/11	201	703500
	5 存 入	1,000.—	22/ 7/12	<u>12</u>	<u>12000</u>
	正積數總數				<u>2283500</u>
	減去負積數				<u>12000</u>
	貸方總積數				<u>2271500</u>
6/30	利息 3 $\frac{1}{2}$ %				
					<u>162.33</u>
					<u>14162.33</u>

期日在決算日前，利息應由債務人支付；在決算日後，則應由債權人支付。直接法以期末為決算日，故普通期日均在決算日之前，其在決算日後者，不過少數例外耳。決算日前後到期之款項，其利息之支付，既異其方向，則其積數，亦自有正負之別。期日在決算日之前者，其積數為正，其在決算日之後者，則其積數為負，負積數可書以紅色，或圍以方格，以示區別。題中 38400 為借方之負積數；2000 為貸方之負積數；負積數應自正積數內減去。借方之正積數總數，為 578600 減去 38400 所餘即為借方總積數。貸方之正積數總數為 2271500 減去 12000 所餘即為貸

(間接法) (以二十一年十二月三十一日爲假決算日)

借方 某乙 貸方

記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數	記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數
22/1/18	支票 B1862	2000.—	22/ 1/18	18	36000	22/1/ 1	上期差額	5000.—	21/12/31	0	0
2/ 7	支票 B1861	1500.—	21/12/18	13	19500	1/31	存入	4500.—	22/ 1/31	31	139500
6/12	支出	1200.—	22/ 8/ 1	213	255600	2/18	存入	3500.—	21/12/11	20	70000
6/30	差額 \$9300 之積數			181	16-3300	6/ 5	存入	1000.—	22/ 7/12	193	193000
	正積數總數				197400		正積數總數				332500
	減去負積數				19500		減去負積數				70000
	借方總積數				1955400		貸方總積數				262500
6/30	差額轉入下期	9462.33				6/30	積數差額及利息	162.33			1692500
								14162.33			1955400

間接法以月初爲假
 決算日，故普通期日，
 均在假決算日之後。
 其在假決算日之前
 者，僅係少數例外耳。
 在假決算日前後到
 期之款項，關於利息
 支付之方向相反；故
 其積數亦有正負之
 別。惟在間接法中期
 日在假決算日之後
 者，其積數爲正。其在
 假決算日之前者，則
 其積數爲負。此則適
 與直接法相反也。題
 中 19500 與 70000 爲
 負積數，故須分別自
 借方總積數，與貸方
 總積數內減去。

(每日餘額法)

某 乙

記帳日	摘 要	借 方	貸 方	餘 額	期 日	日 數	積 數
22/1/ 1	上期差額		5000.—	5000.—	21/12/31	18	90000
1/18	支票 B1802	2000.—		3000.—	22/ 1/18	13	39000
1/31	存 入		4500.—	7500.—	22/ 1/31	44	330000
2/ 7	支票 B1861	1500.—		6000.—	21/12/18	7	42000
2/18	存 入		3500.—	9500.—	21/12/11	213	2023500
6/ 5	存 入		1000.—	10500.—	22/ 7/12	20	210000
6/12	支 出	1200.—		9300.—	22/ 8/ 1	32	297600
	正積數總數						2362500
	減去負積數總數						
	總積數						669600 1692900
6/30	利息 $3\frac{1}{2}\%$		162.33	9462.33			
6/30	差額轉入下期		9462.33				
			<u>14162.33</u>	<u>14162.33</u>			

記帳日與期日，非盡一致，故記帳日有先後之次序，而期日則先後參差不齊。題中某乙若於二十二年一月十八日，取回二十一年十二月三十一日期之存款，則銀行須付給某乙十八日之利息。但若某乙於二十一年十二月十八日支取二十二年一月三十一日期之存款，則某乙須付給銀行四十四日之利息。故期日之由先而後者，其積數爲正。其由後而先者，則其積數爲負。題中圍有方格之積數，均負積數也。

例四： 某丙在交通銀行存有活期存款，並得透支一萬元。存款利率，年息二厘，透支利率，年息八厘，一年以 365 日計算。試就下列交易，記某丙在交通銀行之活期存款帳，並於民國二十二年六月三十日結算利息。

22/1/ 1	上期存款餘額	\$ 10000. —	21/12/31 期
1/ 6	存 入	\$ 5000. —	22/ 1/ 6 期
1/15	支票 C 6541	\$ 4500. —	22/ 1/15 期
3/14	支票 C 6542	\$ 11000. —	22/ 3/14 期
4/18	支票 C 6543	\$ 5000. —	22/ 4/16 期
5/ 3	存 入	\$ 10000. —	22/ 5/ 3 期

(直接法)(以二十二年六月三十日爲決算日)

借 方 某 丙 貸 方

記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數	記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數
22/1/15	支票 C 6541	4500	22/1/15	166	747000	22/1/1	上期存款餘額	10000	21/12/31	181	1810000
3/14	支票 C 6542	11000	22/3/14	108	1188000	1/6	存入	5000	22/1/6	175	875000
3/14	積數差額@2%				804000	3/14	差	500	22/3/14	108	540000
		15500			2739000			15500			2739000
22/3/14	差額	500	22/3/14	108	54000	22/5/3	存入	10000	22/5/3	58	580000
4/18	支票 C 6543	5000	22/4/18	75	375000	5/3	積數差額@8%				110000
5/3	差額	4500	22/5/3	58	261000			10000			690000
		10000			690000						
22/6/30	積數差額@2%					22/5/3	差				
6/30	利息(積數110000@8%)	24.11				6/30	利息(積數1065000@2%)	4500	22/5/3	58	261000
6/30	差額轉入下期	4534.25									
		4558.36									

三月十四日支取之
 11000元,其中10000
 元係提取存款,500
 元係透支,前者依照
 年息二厘計算,後者
 依照年息八厘計算,故
 自此以後,利率由二
 厘變爲八厘,須將帳
 帳暫結,500元之透
 支利息,歸入第二部
 計算,10000元存款
 之利息,則在第一
 部計算,惟借方已記
 11000元之積數,多
 算500元,故在貸方
 補記以抵消之。
 五月三日存入之
 10000元,其中500
 元係償還透支,500
 元係存入之款,前者
 依照年息八厘計算,
 後者依照年息二厘
 計算,故自此以後,利
 率又由八厘改爲二
 厘,須將帳暫結,500
 元之存款利息,歸入
 第三部計算,500元
 之透支利息,則在第二
 部計算,惟貸方已
 記10000元之積數,
 多算500元,故在借
 方補記以抵消之。

4558.36

(間接法) (以二十一年十二月三十一日為假決算日)

借方 丙 貸方

借方	記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數	記帳日	摘要	金額	日期	日數	積數
	22/1/15	支票 C 6541	4500.-	22/1/15	15	67500	22/1/1	上期存餘額	10000.-	21/12/31	0	0
	3/14	支票 C 6542	11000.-	22/3/14	73	803000	1/6	存入	5000.-	22/1/6	6	30000
			15500.-				3/14	差額	500.-			
	22/3/14	差額	500.-						15500.-			
	4/18	支票 C 6543	5000.-	22/4/16	106	530000	22/5/3	存入	10000.-	22/5/3	123	1230000
	5/3	差額	4500.-						10000.-			
	6/30	差額	10000.-						4500.-			
	6/30	差額 4500 元之積數			181	814500	22/5/3	差額	4500.-			
	6/30	透支利息 @ 6% (8% - 2%)					6/30	積數差額及利息	52.33			955000
		500 元 50 日	18.80									
		5000 元 17 日	4543.25									
	6/30	差額轉入下期										
			4552.33						4552.33			2215000

三月十四日支取
11000 元中之 5000
元，與四月十八日
支取之 5000 元，均
係透支；此兩項透
支，至五月三日存
入 10000 元時中
止；故前者透支五
十日，後者透支十
七日，透支利率較
存款利率多六厘，
而此透支額之積
數，與存款額之積
數，混合計算，即透
支額之利息，亦依
年息二厘計算，較
規定利率少算六
釐，故某丙須依照
年息六厘，補償銀
行 500 元五十日
之利息，與 5000 元
十七日之利息，即
22.08。

(每日餘額法)

某 丙

記帳日	摘 要	借 方	貸 方	借或餘 或貸	額 期	日 日	積 數	
							數 借	方 貸
22/1/ 1	上期存款餘額		10000.—	貸	10000.—	21/12/31	6	60000
1/ 6	存 入		5000.—	貸	15000.—	22/ 1/ 6	9	135000
1/15	支票 C6541	4500.—		貸	10500.—	1/15	58	609000
3/14	支票 C6542	11000.—		借	500.—	3/14	33	16500
4/18	支票 C6543	5000.—		借	5500.—	4/18	17	93500
5/ 3	存 入		10000.—	貸	4500.—	5/ 3	58	261000
6/30	利息							
	借方8%							
	貸方2%	24.11	58.36	貸	4534.25			110000 1065000
6/30	差額轉入下期	4534.25						
		<u>25058.36</u>	<u>25058.36</u>					

某丙有透支之權，故餘額有借貸之分，而積數亦有借貸之別，借方餘額之積數，書於積數之借方；貸方餘額之積數，書於積數之貸方；借方積數，依照透支利率，化爲利息，應由某丙支付，貸方積數，依照存款利率，化爲利息，應由銀行支付。

由上述三法所得之結果雖同，然其記帳與計息，顯有難易繁簡之別。茲就其異同各點，比較之如下：

一、直接法中，積數差額與利息，在相反二方；而在間接法中，則反是。

二、間接法中，須於帳末增記自假決算日，至決算日間，借貸兩方差額之積數；而在他法則否。

三、間接法與每日餘額法中之日數與積數，可隨時記入，

但在直接法中，則不能。蓋若預先記入，而存款人欲於決算日前提盡存款，則日數與積數，須重行計算。

四、直接法中，期日之在決算日之後者，其積數為負。間接法中，期日之在假決算日之前者，其積數為負。每日餘額法中，期日之由後而先者，其積數為負。

五、存款之得透支者，在直接法與間接法中，每遇餘額變換方向時，須將帳暫結，而每日餘額法則否。

六、每日餘額法記帳簡易，計息敏捷，數理又甚簡明，且餘額常在帳上顯示，尤便於銀行對於存款透支之稽查。故較其他二法為優。

商店與人交易之往來帳，其記帳與利息，與往來存款同。惟在往來存款帳上，存款與透支之利率不同，而在商店往來帳上，兩方餘額之利率，通常相同。故計算較稍簡易。

習 題 十 九

1. 就某甲在中央銀行之交易，用直接法，間接法，每日餘額法，記活期存款帳並於民國二十二年六月三十日結算利息（普通利息年利率三厘）。

民國二十二年一月四日存入洋 25000 元

二月十四日以支票 18001 支取洋 2500 元

三月十九日存入洋 5400 元

四月十九日以支票 18002 支取洋 754 元

五月六日以支票 18003 支取洋 3856 元

2. 就某乙在上海銀行之交易,用直接法,間接法,每日餘額法,記活期存款帳,並於民國二十二年六月三十日結算利息(準確利息,年利率二厘五毫)。

22/1/ 1	上期差額	\$ 10,000.—	21/12/31 期
1/25	存 入	3,000.—	22/ 1/25 期
2/13	支票 53002	2,500.—	22/ 2/13 期
2/17	支票 53001	3,500.—	21/12/15 期
2/19	存 入	4,000.—	21/12/29 期
6/15	支 出	2,000.—	22/ 8/ 1 期
6/28	存 入	1,540.—	22/ 7/ 3 期

3. 某丙在浙江實業銀行,存有活期存款,並得透支五千元。存款利率,年息三厘,透支利率,年息八厘,一年以 365 日計算。試就下列交易,用直接法,間接法,每日餘額法,記某丙在浙江實業銀行之活期存款帳。並於民國二十二年六月三十日結算利息。

22/1/ 3	存 入	10,000 元
2/18	支票 65001	4,000 元
3/19	存 入	2,500 元
3/27	支票 65002	11,500 元
4/12	存 入	5,000 元
4/29	存 入	3,500 元
5/ 4	支票 65003	7,000 元

第二章 活期存款餘額之稽查

商店發出之支票，持票人未必即向銀行兌現。此猶在市場流行之支票，名曰流行支票(Outstanding Checks)。流行支票上所載之金額，在商店之帳上，已記入銀行之貸方；而在銀行之帳上，猶未記入商店之借方。譬如商店之活期存款，原有一千元，今若發出五百元之支票一紙，則在商店帳上，僅尚有存款五百元，但若此五百元之支票，猶在市場流行，即持票人猶未持向銀行兌現，則銀行不知商店發出此五百元之支票，故在銀行帳上，商店仍有存款一千元。雙方帳上之餘額，即相差五百元，故即雙方記帳無誤，每月終，銀行寄與商店之活期存款清單上所載之餘額，常與商店自己帳上所載之餘額不符。然則雙方記帳之準確與否，將何由稽查？考商店本月發出之支票，及上月末猶在市場流行之支票中，有向銀行兌現者，有尚在市場流行者；而銀行本月兌現之支票中，有本月發出之支票，亦有前月發出之支票；此皆雙方記帳不符之原因。故商店接到銀行寄來之清單後，須以支票簿之存根與銀行清單，一一對照。求得本月支票猶未兌現額，及前月支票已在本月兌現額，然後應用下之公式，稽查雙方記帳之有否錯誤。

(清單上餘額) - (本月支票猶未兌現額) - (上月末流行支票) + (前月支票已在本月兌現額) = (商店帳上餘額)。

例：永興商店，在中國銀行存有活期存款。四月四日，接到銀行寄來三月份清單如下：

月日	支 票				存 款	餘 額
	上月結存					1,022.48
3 2	38.92	14.00	13.00		234.32	1,150.88
3 3					225.00	1,415.88
3 4	355.00	422.00	9.45	44.00		
	12.10	6.78				566.55
3 8	245.00	544.00	11.99		987.77	753.33
3 9	10.00	5.00				738.33
3 10	123.45	44.56	77.89		779.00	1,271.43
3 13	455.00	34.88	9.32	11.34		
	34.04	56.07	12.00	960.67	785.00	483.11
3 15	15,120.00	33.00			16,000.00	1,330.11
3 16	11.00	5.00				1,314.11
3 18	60.00	50.00			189.00	1,393.11
3 20	500.00	677.00			1,030.00	1,246.11
3 22	233.45	455.32				557.34
3 23					235.00	792.34
3 24	122.00	11.25	14.50	6.77		
	35.00	12.00	13.44		557.76	1,135.14
3 26					495.00	1,630.14
3 28	122.00	45.00				1,463.14
3 29	11.00	6.00	5.66			1,440.48
3 30	1,000.00				559.88	1,000.36

永興商店三月份發出支票五十四張其金額如下：

月 日	支 票					
3 2	38.92	18.56	14.00	13.00		
3 4	355.00	422.00	9.45	12.10	6.78	
3 8	245.00	38.95	544.00	11.99		
3 10	123.45	44.56	77.89	36.54	61.35	
3 13	455.00	9.32	11.34	34.04	56.07	12.00 960.67
3 15	15,120.00	33.00				
3 16	11.00	5.00				
3 18	60.00	25.25	50.00			
3 20	500.00	677.00				
3 22	233.45	455.32				
3 24	122.00	11.25	14.50	6.77	35.00	12.00 13.44
3 28	122.00	15.26	45.00	13.59	11.24	
3 29	11.00	6.00	5.66			
3 30	1,000.00	8.34	9.51			

二月末，永興商店尚有支票六張，在市場流行，計共 127.91 元，各張支票之金額如下：

44.00 10.00 5.00 34.88 15.64 18.39

三月末，永興商店帳上尚有存款 727.74 元。

試稽查雙方記帳，以求適合。

(解) 檢查銀行清單與支票簿之存根，見

前月支票四張 已在本月兌現	本月支票十張 尚在市場流行
44.00	18.56
10.00	38.95
5.00	36.54
34.88	61.35
<u>93.88</u>	25.25
	15.26
	13.59
	11.24
	8.34
	9.51
	<u>238.59</u>

代入上之稽查公式，得

$$1000.36 - 238.59 - 127.91 + 93.88 = 727.74,$$

查與永興帳上餘額相符。

習 題 二 十

六月三十日，大昌商店帳上存款餘額 1221.67 元。

六月三十日流行支票六張，

#332 44.17 元 · #410 89.75 元 #430 2.95 元

#397 16.05 元 #429 364.02 元 #433 18.90 元

六月三十日銀行清單上餘額 1757.51 元。

七月份大昌發出支票五十五張。

	元		元		元		元		元
#435	437.15	#446	57.18	#457	135.42	#468	93.20	#479	64.30
436	1.25	447	573.40	458	29.10	469	25.75	480	204.65
437	82.04	448	64.36	459	25.09	470	403.24	481	34.00
438	8.40	449	129.02	460	35.00	471	200.00	482	200.00
439	25.00	450	3.70	461	18.75	472	450.00	483	175.20
440	35.00	451	40.00	462	204.80	473	109.40	484	60.84
441	100.65	452	75.00	463	95.87	474	2.95	485	219.91
442	1.60	453	2.95	464	565.37	475	6.80	486	4.75
443	83.25	454	120.00	465	1.80	476	12.80	487	10.00
444	45.32	455	64.37	466	3.75	477	5.95	488	35.97
445	25.30	456	291.73	467	18.90	478	213.85	489	37.75

七月份大昌存入十一次。

五 日	589.75 元
八 日	642.30 元
十二日	850.00 元
十五日	937.10 元
十八日	349.27 元
二十二日	349.27 元
二十三日	625.05 元
二十五日	404.89 元
二十六日	387.52 元
二十八日	249.36 元
三十日	759.48 元

七月份銀行清單如下

月 日	支	票	存款	餘 額
				1757.51
7 1	487.15 1.25 82.04 8.40	上月結存		1228.67
2	25.— 35.— 364.02			804.65
3	100.65			704.—
5			589.75	1293.75
7	83.25 16.05			1194.45
8			642.30	1836.75
10	57.18 129.02 45.32 64.36 573.40			967.47
11	2.95			964.52
12			850.—	1814.52
14	40.— 120.— 3.70 291.73			1359.09
15			937.10	2296.19
16	18.75 2.95 25.30 25.— 35.— 95.87 64.37			2028.95
17	1.80			2027.15
18			349.27	2376.42
21	204.80 18.90			2152.72
22			349.27	2501.99
23			625.05	3127.04
24	565.37 93.20 25.75 3.75 403.24 450.— 18.90 200.— 109.40			1257.43
25			404.89	1662.32
26	6.80 5.95 12.80		387.52	2024.29
28	34.— 213.85 60.84		249.36	1864.96
29	204.65			1760.31
30			759.48	2519.79
31	175.20 219.91 35.97			2088.71

試稽查六七兩月，雙方記帳，以求適合。

第五編 連鎖法

第一章 連鎖法之原理

由甲乙與乙丙之關係，以求甲丙之關係，或由甲乙，乙丙與丙丁之關係，以求甲丁之關係，是曰連鎖法 (Chain Rule)。例如肉三斤之價，與魚二斤半之價相等；魚半斤之價，與雞蛋八枚之價相等；雞蛋四十枚之價，爲大洋一元，問五元六角可買肉若干斤？前三種關係爲已知，後一種關係爲未知。前後關係中，必有一物相同，故曰連鎖。由已知之前三種關係，以求後一種關係，是即連鎖法。設將此四種關係，書成等式，則得

$$\text{肉 } 3 \text{ 斤} = \text{魚 } 2.5 \text{ 斤}$$

$$\text{魚 } 0.5 \text{ 斤} = \text{蛋 } 8 \text{ 枚}$$

$$\text{蛋 } 40 \text{ 枚} = \text{大洋 } 1 \text{ 元}$$

$$\text{大洋 } 5.6 \text{ 元} = \text{肉 } X \text{ 斤}$$

第一式之右邊，與第二式之左邊，物同而單位亦同；第二式之右邊，與第三式之左邊，第三式之右邊，與第四式之左邊，第四式之右邊，與第一式之左邊，亦莫不皆然。連鎖之名，卽以此。故

若以左右兩邊，各自相乘，則兩邊之物名與單位，俱可兩兩相消。

即得

$$3 \times 0.5 \times 40 \times 5.6 = 2.5 \times 8 \times 1 \times X$$

兩邊俱以 $2.5 \times 8 \times 1$ 除之，則得

$$X = \frac{3 \times 0.5 \times 40 \times 5.6}{2.5 \times 8 \times 1} = 16.8$$

故大洋五元六角，可買肉十六斤十分之八。

就上述之例，吾人可得連鎖法之計算步驟如下：

- 一、以 X 代未知數。
- 二、將各種關係，列成等式；前式之右邊，與後式之左邊，須為同一物，而有同一單位，最後一式之右邊，與第一式之左邊亦然。
- 三、以 X 同邊諸數，置於分母，異邊諸數，置於分子。此分數即為 X 之數值。

例一：甲十二日完成之事，乙可於十五日完成；乙十六日完成之事，丙可於二十四日完成。問丙十六日完成之事，甲可於若干日完成？

設 X 為甲完成之日數

$$\text{甲 } 12 \text{ 日} = \text{乙 } 15 \text{ 日}$$

$$\text{乙 } 16 \text{ 日} = \text{丙 } 24 \text{ 日}$$

$$\text{丙 } 16 \text{ 日} = \text{甲 } X \text{ 日}$$

$$X = \frac{12 \times 16 \times 16}{15 \times 24} = \frac{256}{30} = 8 \frac{8}{15}$$

即甲可於 $8 \frac{8}{15}$ 日完成。

例二： 1 里等於 150 丈，4.8 丈等於 16 畝，1000 畝等於 1 糧，問 3 糧等於若干里？

設 X 爲里數

$$1 \text{ 里} = 150 \text{ 丈}$$

$$4.8 \text{ 丈} = 16 \text{ 畝}$$

$$1000 \text{ 畝} = 1 \text{ 糧}$$

$$3 \text{ 糧} = X \text{ 里}$$

$$X = \frac{1 \times 4.8 \times 1000 \times 3}{150 \times 16 \times 1} = 6$$

即 3 糧等於 6 里。

習題二十一

1. 市用制 1000 畝，等於 6667 公畝，40467 公畝，等於 100 英畝，問 1 英畝，等於市用制若干畝？
2. 甲 3 日完成之事，乙須於 4 日完成；乙 6 日完成之事，丙須於 5 日完成；問丙 16 日完成之事，甲須若干日完成？

第二章 國外匯兌

以其所餘，易其所無，是貿易之道。自世界通商後，各國咸以其剩餘之商品，輸往外國；同時復自外國輸入其需要之商品，是即所謂輸出入貿易是也。輸出(Export)之品，須設法收回其貨款，輸入(Import)之品，須設法清償其貨款。而各國之貨幣，各不相同；以甲國之貨幣，支付用乙國貨幣表示之貨款，此國外匯兌(Foreign Exchange)之所由興也。

甲國之輸入商，自乙國購入商品後，其支付貨款之方法不一。或以現金輸往乙國；或對乙國之銀行，發出支票，(假定甲國之輸入商，在乙國之銀行，存有活期存款)或向甲國之銀行，購買銀行匯票；或由乙國之輸出商向甲國之輸入商，發出商業匯票；而乙國之輸出商，發出匯票後，或託銀行代收，或以之售於銀行，輸出商以商業匯票售於銀行時，或附以提貨單與保險單，或無此附帶單據。前者名曰跟單票(Documentary Bill)，後者名曰光票(Clean Bill)。國外匯兌者，即關於外國支票，與外國匯票之買賣也。

國外匯兌之發生，不僅由於商品之買賣。他若保險，運輸，旅

行等所必需之支出，以及國際賠款，與國際債務之清理，俱可爲外國匯票買賣之原因。此種匯票之需要與供給，不能常相等。有時供給多而需要少，有時供給少而需要多。故此種匯票在市場之價格，亦有上落。計算買賣價格之比率，名曰匯兌率 (Rate of Exchange)。而表示外國匯票之各種匯兌率之表，名曰匯兌行情表 (Table of Exchange)。

匯兌行情表中，所開之匯兌率，可分三種：第一種爲應收行情；即以本國貨幣若干單位爲標準，應收入外國貨幣之數也。第二種爲應付行情，即以外國貨幣若干單位爲標準，應支付本國貨幣之數也。第三種乃兼用應收與應付兩種行情。上海匯豐銀行之掛牌，昔屬第三種；蓋對英，美，德，法，印度，爪哇採應收行情，而對日本，新加坡，香港，則採應付行情。廢兩改元後，已改爲第一種。除英匯以法幣一元爲標準外，餘均以法幣百元計算。中央銀行之掛牌，最初屬於第二種，現亦改爲第一種。

匯兌率，雖隨匯票之需要與供給而上下，然在同一本位之國家，亦非絕無限制者。假定英美兩國，均維持其金本位，則美金一元所含之純金，與英金一鎊所含之純金，有一定之比例，是曰造幣平價 (Mint Par)。茲就英美兩國貨幣而計算其造幣平價於下：

例一：英國幣制法規定成色 $\frac{11}{12}$ 之金 40 磅鑄 1869 鎊，美國

幣制法規定純金 1 兩鑄 35 元，問英金 1 鎊之造幣平價，爲美金若干元？

$$\underline{\text{英金}} 1869 \text{ 鎊} = \text{成色 } \frac{11}{12} \text{ 之金 } 40 \text{ 磅}$$

$$\text{成色 } \frac{11}{12} \text{ 之金 } 12 \text{ 磅} = \text{純金 } 11 \text{ 磅}$$

$$\text{純金 } 1 \text{ 磅} = \text{純金 } 12 \text{ 兩}$$

$$\text{純金 } 1 \text{ 兩} = \underline{\text{美金}} 35 \text{ 元}$$

$$\underline{\text{美金}} x \text{ 元} = \underline{\text{英金}} 1 \text{ 鎊}$$

$$x = \frac{40 \times 11 \times 12 \times 35 \times 1}{1869 \times 12 \times 1 \times 1} = 8.2397 \text{ 元}$$

例如美商 A，自英商 B 購入商品，值英金一千鎊。假定由美運送現金至英，每鎊需費美金五分，則若 A 輸出現金以清償其貨款，則共需美金八千二百八十九元七角。若美國英匯行情，在造幣平價之下，或與造幣平價相等，則 A 以在美購買英匯爲合算。但若英匯行情，逐漸上漲，而超過造幣平價與運費之和，則 A 以輸出現金爲合算。英匯行情在 8.2897 ($8.2397 + 0.05 = 8.2897$) 時，美商用兩種支付方法，所需美金之數相等。超過此點後，則現金將由美流入英國。故此點名曰現金輸出點 (Gold Exporting Point)。反之若有美商 C 以值英金一千鎊之商品，售於英商 D，而收取現金；則除運費外，可淨得美金八千一百八十九元七角。若美國英匯行情，在造幣平價之上，或與造幣平價相等，則 C 以

在美售去英匯爲合算。但若英匯行情逐漸下落，而至 8.1897 (造幣平價與運費相差之數) 以下，則 C 以輸入現金爲合算。在 8.1897 時，C 用兩種收款方法，所得美金之數相等。跌至此點之下，則現金將由英國流入美國。故此點名曰現金輸入點 (Gold Importing Point)。在同一本位之國家，匯兌率雖隨匯票之需要與供給而上下，然在普通狀態，其上下之程度，常爲現金輸出入點所限制。

輸入商購買外匯，以清償其貨款時，不必直接購買輸出商所在國之匯票。例如上海商人某甲，自英國輸入商品，值英金一千鎊。某甲不必直接購買英國匯票以清償其貨款。有時彼可在上海購進美國電匯，同時在美國購進英國電匯，較直接匯兌爲合算。此種匯兌，名曰裁定匯兌 (Arbitration of Exchange)。上例中之裁定匯兌，取道之國，祇有美國一國，但實際運用，不必以一國爲限，某甲亦可在上海購進法國電匯，同時在法國購進德國電匯，在德國購進英國電匯，以清償其貨款。裁定匯兌之發生，亦不必由於貨款之支付。銀行中有因各國匯兌行情之相差，而謀藉此獲利者。惟作此裁定匯兌者，除消息靈通外，並須熟諳各國交易之習慣，稅率之大小，經紀人或代理人之手續費，電報費，及其他各種雜費。必如是，然後能有獲利之希望。

例二：上海商人某甲，自英國購入商品，值英金三千鎊。今欲清償其貨款，設於匯款時，上海與紐約之匯兌行情如下：

上海中央銀行掛牌 法幣 1 元 英金 $1s. 2\frac{1}{2}d.$

法幣 100 元 美金 30 元

紐約 倫敦電匯 4.8975

問直接匯兌與裁定匯兌，孰於某甲有利？（假定裁定匯兌時所需諸費，略而不計）。

（解）直接匯兌

法幣 1 元 = 英金 14.5 d.

英金 240d. = 英金 1 鎊

英金 3000 鎊 = 法幣 X 元

$$X = \frac{1 \times 240 \times 3000}{14.5 \times 1} = \frac{7200000}{145} = 49655.17 \text{ 元}$$

裁定匯兌

英金 1 鎊 = 美金 4.8975 元

美金 30 元 = 法幣 100 元

法幣 X 元 = 英金 3000 鎊

$$X = \frac{4.8975 \times 100 \times 3000}{1 \times 30} = 48975 \text{ 元}$$

故以間接匯兌為合算。

習 題 二 十 二

1. 某日各地匯兌之行情如下：

上海 法幣 1 元 = 英金 $14\frac{5}{8}d.$

法幣 100 元 = 美金 $30\frac{1}{4}$ 元

法幣 100 元 = 法金 633 法郎

倫敦 英金 1 鎊 = 法金 105.15 法郎

英金 1 鎊 = 美金 $4.89\frac{1}{4}$ 元

紐約 美金 $4.65\frac{7}{8}$ 元 = 法金 100 法郎

美金 $4.89\frac{1}{2}$ 元 = 英金 1 鎊

設上海商人某甲，欲匯一萬五千法郎至法國。問下列三種匯款方法中，孰最有利於某甲？（裁定匯兌時所需諸費，略而不計）。

(甲) 在上海購進法匯

(乙) 在上海購進美匯

在紐約購進法匯

(丙) 在上海購進英匯

在倫敦購進美匯

在紐約購進法匯

2. 德國新馬克二十馬克之重爲金銜 122.9177 噸；其成色爲 $\frac{900}{1000}$ 。求英德間之造幣平價。

3. 某日紐約之匯兌行情如下：

法金 100 法郎 = 美金 $4.65\frac{3}{4}$ 元

德金 100 馬克 = 美金 40.24 元

今有美人 A，售出德匯 5000 馬克；即以所得之美金，購進法匯，問可得法金若干法郎？

4. 民國二十五年十二月二日紐約美棉每磅價格：（單位分）

十二月期	12.23	一月期	12.06	三月期	12.04
五月期	11.92	七月期	11.76	十月期	11.26
現貨	12.64				

求以上各種美棉折合每擔法幣價格(法幣 100 元等於美金 30 元)。

5. 民國二十五年十二月二日孟買印棉每甘第價格:(單位羅比)

平果爾十二/一月期	160.50	平果爾三月期	161.00
奧姆拉十二/一月期	197.75	奧姆拉三月期	197.50
白洛去四/五月期	219.00		

求以上各種印棉折合每擔法幣價格(印幣 79.75 羅比等於法幣 100 元)。

6. 某日中央銀行之英匯賣價為 $1s.2\frac{3}{8}d.$ ，中國銀行之英匯賣價為 $1s.2\frac{1}{2}d.$ ，設有甲乙二人至中國銀行購買倫敦匯票，甲付法幣一萬元，乙得英金五百鎊，問若與中央銀行賣價相較，甲共多得若干金鎊，乙共少付若干法幣？

7. 填寫下表中空白之處(百分率至小數一位爲止)。

1932—1933年美英法意德日等國所得稅之全年稅收額

國別	所得稅收入額	國稅收入總額	所得稅收入額在國稅收入總額中所佔之百分率	匯兌行情	各國所得稅收入額折合我國法幣額(單位一百萬元)
美國	1,099,987,000 美金	2,171,927,000 美金		30元等於我國法幣100元	
英國	332,000,000 鎊	752,385,000 鎊		$14\frac{1}{2}d.$ 等於我國法幣1元	
法國	10,447,000,000 法郎	34,732,000,000 法郎		630 法郎等於我國法幣100元	
意國	3,819,000,000 里拉	15,812,000,000 里拉		562 里拉等於我國法幣100元	
德國	1,750,000,000 馬克	7,965,000,000 馬克		73.5馬克等於我國法幣100元	
日本	138,103,000 日金	683,728,000 日金		103 日金等於我國法幣100元	

第六編 股票及債券

第一章 股票

當此商戰時代，無雄厚之資金，不足與言競爭。信用之大小，與成本之輕重，靡不與資本有密切之關係。惟二三人之資金有限，斷無經營偉大企業之能力。故近代商業組織，多採股份公司形式。股份公司者，集無數人之財力而組成之營業團體也。公司之資本分成若干股(Stocks)。購股之人，名曰股東(Stockholder)。有限公司之股東，以七人爲最少(依吾國公司法之規定)。股東購股後，公司給以一票，證明其購股之數，及其對於公司之權利，是曰股票 (Stock Certificate)。股票上所載之股本額，名曰面值 (Face Value)。或票面金額 (Par)。

公司有盈餘時，即以其純益，分給股東，是曰股利 (Dividend)。股利之大小，隨盈餘之多少而異。股利通常以現金支付；但亦有用新股票支付者。前者謂之現金股利 (Cash Dividend)，後者謂之股票股利 (Stock Dividend)。

股票有普通股 (Common Stock) 與優先股 (Preferred

Stock)之別。優先股有分配股利之優先權。優先股分得股利後，若尚有盈餘，普通股始有分配股利之權利。優先股又有累積優先股 (Cumulative Preferred Stock) 與非累積優先股 (Non-Cumulative Preferred Stock) 之別。前者之優先股利，若有一年未付，或雖付而未清，則未付或未清之股利，須併入次年之優先股利計算。非累積優先股，則不然。未付或未清之優先股利，以後即不復支付。

股票有記名股票 (Registered Stock) 與不記名股票 (Bearer Stock) 之別。記名股票之上面，及公司之股東戶名簿上，均載明股東之姓名；故移讓之手續較繁。不記名股票，憑票不憑人；故移讓時，祇須交出股票可也。

例一：某公司發行優先股票二百萬元，普通股票八百萬元。規定優先股有股利六厘之優先權；優先股利付清後，若尚有盈餘，則依下列比例分配：

$$\text{普通股得 } \frac{9}{10}$$

$$\text{優先股得 } \frac{1}{10}$$

問面值一百元之優先股票，與普通股票，可各得股利若干元？

(甲) 純益十二萬元

(乙) 純益一百萬元

(丙)純益三百萬元

$$(解) (甲) 2000000 \times \frac{6}{100} = 120000 \text{ 優先股利}$$

$$120000 - 120000 = 0$$

故優先股票得股利 6 元, 普通股票不得股利。

(乙) $1000000 - 120000 = 880000$ 優先股利付清後之盈餘

$$880000 \times \frac{9}{10} = 792000 \text{ 普通股票應得股利之部}$$

$$880000 \times \frac{1}{10} + 120000 = 208000 \text{ 優先股票應得股利之部}$$

$$\frac{792000}{8000000} \times 100 = 9.90 \text{ 百元普通股票應得之股利}$$

$$\frac{208000}{2000000} \times 100 = 10.40 \text{ 百元優先股票應得之股利}$$

故優先股票分得股利 10.40 元, 而普通股票僅得 9.90 元。

(丙) $3000000 - 120000 = 2880000$ 優先股利付清後之盈餘

$$2880000 \times \frac{9}{10} = 2592000 \text{ 普通股票應得股利之部}$$

$$2880000 \times \frac{1}{10} + 120000 = 408000 \text{ 優先股票應得股利之部}$$

$$\frac{2592000}{8000000} \times 100 = 32.40 \text{ 百元普通股票應得之股利}$$

$$\frac{408000}{2000000} \times 100 = 20.40 \text{ 百元優先股票應得之股利}$$

故普通股票分得股利 32.40 元，而優先股票僅得 20.40 元。

例二：前題中若第一年僅有純益四萬元，第二年增至五十萬元，問此二年間股利之分配應如何？

(甲) 累積優先股票

(乙) 非累積優先股票

(解) (甲) 每年優先股利，規定為十二萬元，故除第一年之純益四萬元全部分給優先股東外，尚少八萬元，須於第二年補付。

$500000 - 80000 - 120000 = 300000$ 分給第一年優先股利缺額及第二年優先股利後之盈餘

$$300000 \times \frac{9}{10} = 270000 \text{ 普通股票應得股利之部}$$

$$300000 \times \frac{1}{10} + 200000 = 230000 \text{ 優先股票應得股利之部}$$

(乙) 第一年 純益四萬元，盡給優先股東。但缺少之部，不再補給。

第二年 $500000 - 120000 = 380000$ 分給優先股利後之盈餘

$$380000 \times \frac{9}{10} = 342000 \text{ 普通股票應得股利之部}$$

$$380000 \times \frac{1}{10} + 120000 = 158000 \text{ 優先股票應得股利之部}$$

股票可供投資或投機之用，蓋股票在市場上之價格，亦為供

給需要律所支配。投機者可於價低時購入，價高時售出，或於價高時售出，價低時補進。藉其價格之變動，以謀獲利。市場上股票買賣之價格，名曰市價(Market Value)。市價通常與面值異。市價在面值之上時，名曰溢價(at a Premium)；市價在面值之下時，名曰折價(at a Discount)。股票在歐美各國交易所中，每日成交甚多。惟在我國尚未發展，故在證券交易所中，每日股票之交易甚少。股票之買賣，須託交易所之經紀人辦理。經紀人略收手續費以爲買賣之酬報。

例三：某甲購入永興公司股票，面值五萬元，市價八十三元(以面值一百元爲標準)，越數日，重行售出，市價八十五元。經紀人手續費，買賣均徵市價之 $\frac{1}{800}$ 。問某甲共獲利若干元？

$$50000 \times \frac{83}{100} = 41500 \text{ 買價}$$

$$41500 \times \frac{1}{800} = 51.88 \text{ 買時手續費}$$

$$41500 + 51.88 = 41551.88 \text{ 買價與手續費之和}$$

$$50000 \times \frac{85}{100} = 42500 \text{ 賣價}$$

$$42500 \times \frac{1}{800} = 53.13 \text{ 賣時手續費}$$

$$42500 - 53.13 = 42446.87 \text{ 賣價扣去手續費後所餘之數}$$

$$42446.87 - 41551.88 = 894.99 \text{ 某甲獲利額。}$$

習 題 二 十 三

1. 福昌公司之資本爲五百萬元，其中五十萬元爲優先股票，四百五十萬元爲普通股票。優先股票之優先股利，定爲每年六厘。優先股利支付後，若尙有盈餘，則依下列比例分配：

$$\text{普通股利} \frac{95}{100}$$

$$\text{優先股利} \frac{5}{100}$$

問面值百元之優先股票，與普通股票，可各得股利若干元？

(甲)純益二萬元

(乙)純益四十萬元

(丙)純益二百萬元

(丁)上年純益一萬元，今年純益二十五萬元。

子、累積優先股票

丑、非累積優先股票

2. 某甲購進大盛公司股票，面值二萬元，市價七十八元(以面值百元爲標準)；越數日，收到股利六厘，更越數日，以市價七十五元售出。經紀人手續費，買時徵收市價之 $\frac{1}{8}\%$ ，賣時徵收市價之 $\frac{1}{10}\%$ ，問某甲共獲利若干元？

第二章 債券*

債券(Bond)者，政府或公司向公衆借款，而發行之證件也。股票之股利，隨營業之結果而定。債券則不然，不論發行公司之盈虧，每年均須付息。其利率常固定而不變。債券亦有記名券與不記名券之別。不記名之債券，常附以若干息票(Interest Coupon)。付息時，即將到期息票撕去，持向發行機關支取利息。債券之買賣，及其價格之變動，與股票相似。

債券爲借款之一種，故有一定之期限。債券之面值爲計算利息之標準，債券到期時通常均按面值償還。

債券之利率，雖固定不變，然因市價之變動，投資者所得之利率，常有高低之別。前者名曰債券利率(Bond Rate)，後者名曰投資利率(Investment Rate)。投資利率高於債券利率，則市價應在面值之下。反之，若低於債券利率，則市價應在面值之上。此外償本之時期，與市價之確定，亦有密切之關係。茲舉例以說明之如下：

例一： 面值一千元債券，利率五厘，每年付息二次，二年後

* 參看拙著投資數學第七編。

償本。設投資者欲得六厘之投資利率(每年複利二次),則債券之市價,應值幾何?

$$(解) 1000 \times \frac{5}{100} \times \frac{1}{2} = 25 \text{ 半年之利息}$$

若償本時照市價償還,則債券之市價,應值

$$25 \div \frac{0.06}{2} = 25 \div 0.03 = 833.33\frac{1}{3}$$

但到期時,公司償還之額,係債券之面值,而非市價,故投資者,除得六厘利息外,並於二年後多得

$$1000 - 833.33\frac{1}{3} = 166.66\frac{2}{3}$$

此多得之數,合之現在之價值,則爲

$$166.66\frac{2}{3} \times \frac{1}{1.03^2} = 166.66\frac{2}{3} \times 0.88848705 = 148.081$$

故若投資者,僅欲得六厘之投資利率,則債券之市價,須爲

$$833.33\frac{1}{3} + 148.081 = 981.414 \text{ 元。}$$

例二: 面值一千元債券,利率六厘,每年付息二次,二年後償本。設投資者欲得五厘之投資利率(每年複利二次),則債券之市價,應值幾何?

$$(解) 1000 \times \frac{6}{100} \times \frac{1}{2} = 30 \text{ 半年之利息}$$

若償本時照市價償還，則債券之市價，應值

$$30 \div \frac{0.05}{2} = 1200$$

但到期時，公司償還之額，僅有 1000 元；投資者每年雖得五厘利息，然於二年後少得

$$1200 - 1000 = 200$$

此少得之數，合之現在之價值，則為

$$200 \times \frac{1}{1.025^4} = 200 \times 0.90595064 = 181.19$$

故若投資者欲得五厘之投資利率，則須自 1200 元減去此少得之數，即

$$1200 - 181.19 = 1018.81$$

故債券之市價，應值 1018.81 元。

外國銀行計算債券之市價時，常應用債券價值表（Bond Value Table），較為簡捷。由此表可求債券之市價，或投資利率。

例三： 面值一百元債券，利率五厘，投資利率六厘，三十四年後償本。求債券之市價。

查債券價值表，34 年債券利率 5% 一行，與投資利率 6% 一行，相交之數，得 85.566 元；即為所求之市價。

例四： 面值 100 元，市價 85 元，債券利率五厘，三十三年六月後償本。求投資利率。

查債券價值表 $33\frac{1}{2}$ 年債券利率 5% 行中，與 85 相近之數，得 85.001；再由此數，查投資利率，得 6.05%；即為所求之利率。

習 題 二 十 四

1. 試填下表中之空白處：

	票面金額	債券利率	投資利率	償本時期	投資額
a.	\$ 100	5%	6%	34年	
b.	1,000	6%	7%	$33\frac{1}{2}$ 年	
c.	500	6%	$5\frac{1}{2}$ %	$33\frac{1}{2}$ 年	
d.	2,000	5%	7%	34年	
e.	25,000	$5\frac{1}{2}$ %	$6\frac{1}{2}$ %	34年	
f.	10,000	5%	$5\frac{1}{2}$ %	34年	
g.	5,000	$5\frac{1}{2}$ %	$6\frac{1}{2}$ %	$33\frac{1}{2}$ 年	
h.	200	6%	$5\frac{1}{2}$ %	$33\frac{1}{2}$ 年	
i.	3,000	5%	$6\frac{1}{2}$ %	34年	
j.	7,500	$5\frac{1}{2}$ %	7%	$33\frac{1}{2}$ 年	

投額總額

2. 試填下表中之空白處：

	票面金額	債券利率	每年付息次數	投資利率	每年複利次數	償本時期	投資額
a.	\$ 1,000	6%	二次	7%	二次	三年	
b.	1,500	5%	一次	4%	一次	四年	
c.	500	7%	二次	8%	二次	二年	
d.	2,000	8%	二次	7%	二次	二年六月	
e.	2,500	4%	一次	5%	一次	五年	
							投資總額

第七編 按分法

第一章 按分法之原理

按分法(Proportional Division)者，依一定之比例，將一數量分成數部之法也。例如分 20 爲 3 與 2 之比，或分 1000 爲 $\frac{2}{3}$ 與 $\frac{3}{4}$ 之比。此皆按分法也。前者之比，爲整數之比，後者之比，爲分數之比。

依整數之比，將一數分成數部，可先將諸整數相加，作爲若干分數之公分母，此若干分數之分子，即爲諸整數。以此若干分數，依次乘被分之數，即得各部之數值。

例一：分 120 爲四部，各部之比，當爲 3:4:5:8

$$3+4+5+8=20$$

$$120 \times \frac{3}{20} = 18 \quad \text{第一部}$$

$$120 \times \frac{4}{20} = 24 \quad \text{第二部}$$

$$120 \times \frac{5}{20} = 30 \quad \text{第三部}$$

$$120 \times \frac{8}{20} = 48 \quad \text{第四部}$$

依分數之比，將一數分成數部，其計算之步驟如下：

一、將各分數通分。

二、以各新分子之和為分母，以各新分子為各分數之分子。

三、以各分數依次乘被分之數。

例二：分 120 為四部，各部之比，當為 $\frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{1}{6} : \frac{2}{15}$

$$\frac{2}{3} = \frac{20}{30},$$

$$\frac{4}{5} = \frac{24}{30},$$

$$\frac{1}{6} = \frac{5}{30},$$

$$\frac{2}{15} = \frac{4}{30},$$

$$20 + 24 + 5 + 4 = 53.$$

$$120 \times \frac{20}{53} = \frac{2400}{53} = 45 \frac{15}{53}, \quad \text{第一部}$$

$$120 \times \frac{24}{53} = \frac{2880}{53} = 54 \frac{18}{53}, \quad \text{第二部}$$

$$120 \times \frac{5}{53} = \frac{600}{53} = 11 \frac{17}{53}, \quad \text{第三部}$$

$$120 \times \frac{4}{53} = \frac{480}{53} = 9 \frac{3}{53}. \quad \text{第四部}$$

例三：以一千七百元，分給甲、乙、丙、丁四人。甲與乙之比，

爲 4:3; 丙所得, 爲乙所得之 $\frac{2}{3}$; 丙所得之 7 倍, 等於丁所得之 6 倍。問四人各得若干元?

(解) 丙所得爲乙所得之 $\frac{2}{3}$, 則乙與丙之比爲 3:2; 丙所得之 7 倍, 等於丁所得之 6 倍, 則若丙所得爲 2, 丁所得即爲 $\frac{14}{6}$ 或 $\frac{7}{3}$; 故甲、乙、丙、丁各所得之比, 爲 4:3:2: $\frac{7}{3}$

$$\text{通分後, 則得 } \frac{12}{3} : \frac{9}{3} : \frac{6}{3} : \frac{7}{3},$$

$$12+9+6+7=34,$$

$$1700 \times \frac{12}{34} = 600 \text{ 甲}$$

$$1700 \times \frac{9}{34} = 450 \text{ 乙}$$

$$1700 \times \frac{6}{34} = 300 \text{ 丙}$$

$$1700 \times \frac{7}{34} = 350 \text{ 丁}$$

例四: 某甲以一萬元, 分給三子。次子所得, 爲長子所得之 $\frac{3}{4}$; 幼子所得, 爲長子所得之 $\frac{2}{3}$; 問三子各得若干元?

$$\text{三子各所得之比, 爲 } 1 : \frac{3}{4} : \frac{2}{3}$$

$$\text{通分後, 則得 } \frac{12}{12} : \frac{9}{12} : \frac{8}{12}$$

$$12+9+8=29$$

$$10000 \times \frac{12}{29} = 4137 \frac{27}{29} \text{元} \quad \text{長子所得}$$

$$10000 \times \frac{9}{29} = 3103 \frac{13}{29} \text{元} \quad \text{次子所得}$$

$$10000 \times \frac{8}{29} = 2758 \frac{18}{29} \text{元} \quad \text{幼子所得}$$

習題二十五

1. 分 500 爲四部，各部之比爲 3:2:4:8.
2. 分 1500 爲五部，各部之比爲 $\frac{2}{3} : \frac{3}{5} : \frac{5}{6} : \frac{7}{8} : \frac{5}{9}$.
3. 分 2500 爲三部，各部之比爲 $\frac{5}{12} : \frac{4}{5} : \frac{3}{4}$.
4. 以 7000 元分給甲、乙、丙、丁四人，甲與乙之比爲 3:2，丙所得之 5 倍，與甲所得之 2 倍相等；丁所得之 5 倍，與乙所得之 2 倍相等；問甲、乙、丙、丁四人各得若干元？

第二章 按分法之應用

第一節 合夥損益之分配

集二人或二人以上之財力，以共營同一之事業者，名曰合夥 (Partnership)。各人投資之額，與損益分配之比例，均於成立之時，詳載於契約之上，是曰合夥契約。決算後所得之損益，即憑合夥契約之規定而分配。

例一：甲、乙、丙、丁四人合夥共營茶業。甲出資三千元，乙出資三千五百元，丙出資二千五百元，丁出資一千元，契約上規定損益之分配，以出資額之多少為比例。設於合夥解散時，得純益五千元，問甲、乙、丙、丁四人各應得若干元？

甲、乙、丙、丁四人投資額之比例，為

$$3000 : 3500 : 2500 : 1000$$

$$3000 + 3500 + 2500 + 1000 = 10000$$

$$5000 \times \frac{3000}{10000} = 1500 \text{ 元} \quad \text{甲應得之款}$$

$$5000 \times \frac{3500}{10000} = 1750 \text{ 元} \quad \text{乙應得之款}$$

$$5000 \times \frac{2500}{10000} = 1250 \text{ 元} \quad \text{丙應得之款}$$

$$5000 \times \frac{1000}{10000} = 500 \text{ 元} \quad \text{丁應得之款}$$

例二：甲、乙、丙、三人，合夥共營酒業。第一年甲出資三千元，乙出資七千元，丙出資一萬元；第二年，甲增加資本五千元，乙增加一千元，丙不增，第三年，甲不增，乙增加資本五千元，丙增加二千元。契約上規定損益之分配，以投資額之多少，與投資時期之長短為比例。設於第三年末，合夥解散，得純益一萬三千元，問甲、乙、丙、三人各可分得若干元？

(第一法)	甲	乙	丙
第一年投資額	3000 元	7000 元	10000 元
第二年投資額	8000	8000	10000
第三年投資額	8000	13000	12000
	19000	28000	32000

即以投資一年為標準，則三人投資額之比例，為

$$19000 : 28000 : 32000$$

$$19000 + 28000 + 32000 = 79000$$

$$13000 \times \frac{19000}{79000} = 3126.58 \text{ 元} \quad \text{甲應得之款}$$

$$13000 \times \frac{28000}{79000} = 4607.59 \text{ 元} \quad \text{乙應得之款}$$

$$13000 \times \frac{32000}{79000} = 5265.82 \text{ 元} \quad \text{丙應得之款}$$

(第二法)若以投資一年為標準，則第一年初交來之投資額，應以 3 乘之，第二年初交來之投資額，應以 2 乘之，第三年初交來之投資額，應以 1 乘之，故得：

$$\text{甲投資之額} = 3000 \times 3 + 5000 \times 2 = 19000$$

$$\text{乙投資之額} = 7000 \times 3 + 1000 \times 2 + 5000 \times 1 = 28000$$

$$\text{丙投資之額} = 10000 \times 3 + 2000 \times 1 = 32000$$

即三人投資額之比為：

$$19000 : 28000 : 32000$$

以後計算，與第一法同。

例三：甲、乙二人，於民國二十年一月一日，合夥販米。契約上規定出資額及支取額，均以年息六厘計算。（一年以 365 日計算）損益之支配，以出資總額（利息亦計算在內）之多少為比例。設甲於一月一日出資一萬元，三月四日支取五百元，六月七日支取八百元，乙於一月一日出資八千元，二月五日支取三百元，五月八日支取四百五十元，九月三日支取五百元；又設於十二月卅一日決算，得純益五千元，問甲、乙各應分得若干元？

(解)先結算甲、乙兩人應得之利息

甲

年 月 日	摘 要	借 方	貸 方	餘 額	日 數	積 數
20/ 1/ 1	收入		10000.—	10000.—	62	620000
3/ 4	支出	500.—		9500.—	15	902500
6/ 7	支出	800.—		8700.—	207	1800900
11/31	利息		546.34	9246.34		3323400

乙

年 月 日	摘 要	借 方	貸 方	餘 額	日 數	積 數
20/ 1/ 1	收入		8000.—	8000.—	35	280000
2/ 5	支出	300.—		7700.—	92	708400
5/ 8	支出	450.—		7250.—	118	855500
9/ 3	支出	500.—		6750.—	119	803250
12/31	利息		435.17	7185.17		2647150

故甲、乙出資總額之比爲：

$$9246.34 : 7185.17$$

$$9246.34 + 7185.17 = 16431.51$$

$$5000 \times \frac{9246.34}{16431.51} = 2813.60 \text{ 元 甲分得之額}$$

$$5000 \times \frac{7185.17}{16431.51} = 2186.40 \text{ 元 乙分得之額。}$$

習 題 二 十 六

- 1 甲、乙、丙三人，於民國二十二年一月一日，合夥營業。契約上規定出資額及

支取額，均以年息六厘計算（一年以三六〇日計算）。損益之分配，以出資總額（利息亦計算在內）之多少為比例。設甲於一月一日出資一萬元，三月十九日支取五百元，四月六日支取四百五十元，八月十七日支取二百五十元；乙於一月八日出資一萬五千元，二月四日支取一千五百元，五月十九日支取七百五十元；丙於一月四日出資七千元，一月三十一日支取一百元，四月八日支取一百元，七月十二日支取二百元；又設於十二月三十一日決算，得純益七千五百元；問甲、乙、丙三人各應分得若干元？

2. 甲乙丙三人合夥營業。第一年初，甲乙丙各出資一萬元，第二年初，甲增資二千元，乙提去二千元，丙不增不減，第三年初，甲提去二千元，乙不增不減，丙增資二千元，契約規定，損益之分配，以投資額之多少，及投資時期之長短為比例。設於第三年末合夥解散時，得純益六千五百元，問甲乙丙三人各應分得若干元。

3. 甲乙丙丁四人，合夥營業，甲出資一萬元，乙出資八千元，丙出資六千元，丁出資四千元。六月後，丙增資三千元，丁增資五千元。又六月後，甲乙丙三人，各增資二千元，丁增資三千元。契約上規定，損益之分配，以投資額之多少，及投資時期之長短為比例。設於第二年末，合夥解散時，得純益一萬二千五百元；問甲乙丙丁四人各應分得若干元？

第二節 共同保險損失之分攤

同一財產，或同時向數公司保險，蓋保險公司之信用雖佳，然若財產之價值過大，亦難斷其必能照賠。故價值偉大之財產，以同時分向數公司保險，較為安全。抑保險公司，亦不欲冒此過大之危險；為營業之穩健計，亦以與其他保險公司合保此貴重之財產，較為得策。此種保險，名曰按分保險（Pro Rata Insurance）。損失之分攤，則以各保險公司所保之額為比例也。

例一：房屋一所，向甲、乙、丙、丁四保險公司共保三十萬元。其比例為 $3:2\frac{1}{2}:4:1\frac{1}{2}$ ，設此屋一部被焚，共損失八萬八千元，問甲、乙、丙、丁四公司各應賠償若干元？

先將各分數通分，得

$$\frac{6}{2} : \frac{5}{2} : \frac{8}{2} : \frac{3}{2},$$

$$6+5+8+3=22,$$

$$88000 \times \frac{6}{22} = 24000 \text{ 元} \quad \text{甲公司應賠之款}$$

$$88000 \times \frac{5}{22} = 20000 \text{ 元} \quad \text{乙公司應賠之款}$$

$$88000 \times \frac{8}{22} = 32000 \text{ 元} \quad \text{丙公司應賠之款}$$

$$88000 \times \frac{3}{22} = 12000 \text{ 元} \quad \text{丁公司應賠之款}$$

例二：茲有甲、乙、丙、丁四保險公司，甲公司保得某工廠火險五十萬元，而以其五分之二，分給乙公司；乙公司亦以其五分之二，分給丙公司；丙公司又以其四分之一，分給丁公司；故某工廠實對此四公司保有按分保險。設工廠之一部被焚，共損失十萬元，問甲、乙、丙、丁四公司各應賠償若干元？

$$\text{(解) 甲公司所保之額 } 500000 \times \frac{3}{5} = 300000$$

$$\text{乙公司所保之額} (500000 - 300000) \times \frac{3}{5} = 120000$$

$$\text{丙公司所保之額} (200000 - 120000) \times \frac{5}{4} = 60000$$

$$\text{丁公司所保之額} 80000 - 60000 = 20000$$

$$100000 \times \frac{300000}{500000} = 60000 \text{ 元} \quad \text{甲公司應賠之額}$$

$$100000 \times \frac{120000}{500000} = 24000 \text{ 元} \quad \text{乙公司應賠之額}$$

$$100000 \times \frac{60000}{500000} = 12000 \text{ 元} \quad \text{丙公司應賠之額}$$

$$100000 \times \frac{20000}{500000} = 4000 \text{ 元} \quad \text{丁公司應賠之額}$$

習 題 二 十 七

求各保險公司應賠之額：

	保險總額	各保險公司保額之比例				損 失	各保險公司應賠之額			
		甲	乙	丙	丁		甲	乙	丙	丁
1.	\$ 300,000	4	3	2	1	\$ 150,000				
2.	400,000	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	200,000				
3.	500,000	3	$3\frac{1}{2}$	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	220,000				
4.	600,000	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	280,000				

第八編 級數

第一章 級數之種類及其原理*

凡有若干項數字連續，而其前後項有一定之關係，得以一公式表示其各項之數值者，均名曰級數(Progression or Series)。

例如：

3	5	7	9	11	13
2	6	18	54	162	
1	4	9	16	25	
1	8	27	64	125	

均級數也；第一級數中，前後兩項，相差之數，均相等。第二級數中，以前項除後項，其商均相等。至於第三級數，則第一項爲一之平方，第二項爲二之平方，第三項爲三之平方，第四項爲四之平方，第五項爲五之平方。第四級數，則第一項爲一之立方，第二項爲二之立方，第三項爲三之立方，第四項爲四之立方，第五項爲五之立方。亦均有一定之關係。第三第四兩種級數，不在本書範圍之內，故略而不論。今請論第一第二兩種級數。

第一級數前後項之差相等，故曰等差級數，或算術級數

* 參看拙著投資數學第三編。

(Arithmetic Progression)。其相等之差，名曰公差 (Common Difference)。

設首項爲 a ，末項爲 l ，公差爲 d ，項數爲 n ，則

第一項 = a 。

第二項 = $a + d = a + (2-1)d$ ，

第三項 = $a + 2d = a + (3-1)d$ ，

第四項 = $a + 3d = a + (4-1)d$ ，

故第 n 項即 l ，當爲：

$$l = a + (n-1)d \dots\dots\dots (1)$$

已知等差級數之首項，項數，與公差，即可應用公式(1)以求其末項。

例一：等差級數之首項爲 3，公差爲 4，求第十項。

應用公式(1)，得：

$$l = 3 + (10-1)4 = 3 + 9 \times 4 = 39$$

由公式(1)，可得下列諸公式：

$$a = l - (n-1)d \dots\dots\dots (2)$$

$$d = \frac{l-a}{n-1} \dots\dots\dots (3)$$

$$n = 1 + \frac{l-a}{d} \dots\dots\dots (4)$$

設 s 爲等差級數之和，則

$$s = a + (a+d) + (a+2d) + \cdots + (l-2d) + (l-d) + l;$$

若以等式之右邊，前後倒置，則得：

$$s = l + (l-d) + (l-2d) + \cdots + (a+2d) + (a+d) + a;$$

若將以上兩式之左右兩邊，各自相加，則左邊爲 $2s$ ，右邊之第一項，爲

$$a+l,$$

其第二項爲

$$(a+d) + (l-d) = a+l,$$

其第三項爲

$$(a+2d) + (l-2d) = a+l,$$

故右邊之各項，均爲 $a+l$ ，即

$$2s = (a+l) + (a+l) + (a+l) + \cdots + (a+l)。$$

但右邊共有 n 項，故

$$2s = n(a+l),$$

$$\text{即 } s = \frac{n(a+l)}{2} \cdots \cdots (5)$$

以 l 之數值，代入上式，則得

$$s = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2} \cdots \cdots (6)$$

已知等差級數之首項，項數，與末項，(或公差)，可應用公式(5)，[或公式(6)]，以求其和。

例二：已知等差級數之首項爲 1，末項爲 11，項數爲 6，求等差級數之和。

應用公式(5)，得

$$s = \frac{6(1+11)}{2} = 36。$$

由公式(5)與(6)，亦可化出其他公式。學者可自求之。

第二級數，即

$$2 \quad 6 \quad 18 \quad 54 \quad 162,$$

其前後項之比相等；故曰等比級數，或幾何級數(Geometric Progression)。其相等之比，名曰公比(Common Ratio)。設首項爲 a ，末項爲 l ，公比爲 r ，項數爲 n ，則

$$\text{第一項} = a,$$

$$\text{第二項} = ar = ar^{2-1},$$

$$\text{第三項} = ar^2 = ar^{3-1},$$

$$\text{第四項} = ar^3 = ar^{4-1},$$

故第 n 項即 l ，當爲

$$l = ar^{n-1} \dots \dots \dots (7)$$

已知等比級數之首項，公比，與項數，可應用公式(7)，以求末項。

例三：已知等比級數之首項爲 1，公比爲 2，求第六項。

應用公式(7)，得

$$l = 1 \times 2^5 = 32,$$

設 s 爲等比級數之和，則

$$s = a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1}$$

若以 r 乘上式之兩邊，則得：

$$rs = ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n$$

第一式之右邊，除首項外，俱與第二式之右邊（末項除外）相等；故若自上式減去下式，則得：

$$s - rs = a - ar^n,$$

$$\text{即} \quad (1-r)s = a(1-r^n),$$

$$\therefore \quad s = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad (8)$$

以 l 代 ar^{n-1} ，則得：

$$s = \frac{a - rl}{1-r} \quad (9)$$

已知等比級數之首項，公比，與項數，（或末項），可應用公式(8)，[或公式(9)]，以求其和。

例四： 已知等比級數之首項爲3，公比爲2，求前10項之和。

應用公式(8)，得：

$$s = \frac{3(1-2^{10})}{1-2} = \frac{3(2^{10}-1)}{2-1} = 3(1024-1) = 3069.$$

習 題 二 十 八

1. 填寫下表空白之處：

	首項	公差	項數	末項	等差級數之和
a.	4	3	25		
b.	22		6	7	
c.	2	5		22	
d.		2	10	19	
e.	8		6	28	

2. 求下列各等比級數之和：

	首項	公比	項數	等比級數之和
a.		1.06	20	
b.	1.06	1.06	20	
c.	$\frac{1}{1.06}$	$\frac{1}{1.06}$	20	
d.	1	$\frac{1}{1.06}$	20	

3. 已知等比級數之首項為 9, 公比為 2, 求第八項之數值。

第二章 等比級數之應用

第一節 年金*

按期收受，或支付一定之金額，是曰年金 (Annuity)。每月初支付之房金，每兩月初支付之房租，每季或每年初支付之保險費，每月末收受之養老金，每半年或每年末收受之債券利息，是皆年金也。年金之收支，在每期之末者，日期末付年金，(或稱普通年金 Ordinary Annuity)；在每期之初者，日期初付年金，(或稱到期年金 Annuity Due)。

年金又可分為確實年金與生命年金二種。年金之收支，在規定期限間，不受任何事故之影響者，曰確實年金 (Annuity Certain)。年金之收支，因一人或數人之死亡而終止者，曰生命年金 (Life Annuity)。

確實年金，有定期年金，延期年金，永續年金，與延期永續年金之別。約定年金之支付，以若干期為限者，曰定期年金 (Temporary Annuity)。約定最初若干期，不付年金，以後若干期，繼續支付年金者，曰延期年金 (Deferred Annuity)。年金之支付，永

* 參看拙著投資數學第四編與第十編第一章。

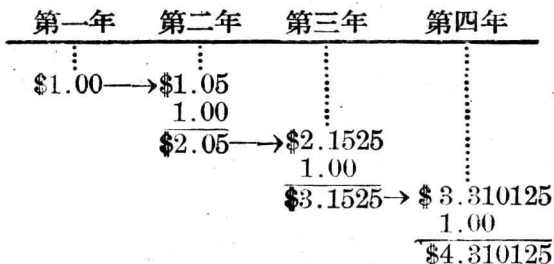
遠繼續，而無終止之期者，曰永續年金(Perpetuity)。約定最初若干期，不付年金，以後永遠繼續支付者，曰延期永續年金(Deferred Perpetuity)。本節僅論定期年金；其他年金，則在高等商業數學內詳細討論，故本書從略。

每期支付之年金，在規定期限末之總值，名曰年金終值(Final Value of the Annuity)。其在訂約時之總值，名曰年金現值(Present Value of the Annuity)。換言之，年金終值，即為每期支付額終值之總和；而年金現值，即為其現值之總和。

例一： 期末付年金一元，年利率五厘，每年複利一次，求第四年末之年金終值。

(第一法)	\$1.00	第一年末之年金
	<u>× 1.05</u>	
	\$1.05	第一次年金至第二年末之終值
	<u>+\$1.00</u>	第二年末之年金
	\$2.05	最初兩次年金至第二年末之終值
	<u>× 1.05</u>	
	\$2.1525	最初兩次年金至第三年末之終值
	<u>+\$1.00</u>	第三年末之年金
	\$3.1525	最初三次年金至第三年末之終值
	<u>× 1.05</u>	
	\$3.310125	最初三次年金至第四年末之終值
	<u>+\$1.00</u>	第四年末之年金
	\$4.310125	最初四次年金至第四年末之終值

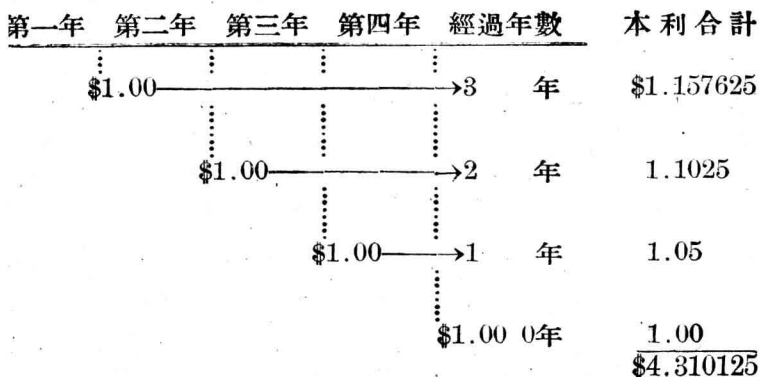
以上解法，可圖示之如下：



(第二法) 第一年末與第四年末, 相隔三年, 故第一年末之年金一元, 至第四年末之終值, 即為本金一元三年後之本利合計。同理, 第二年末之年金一元, 至第四年末之終值, 即為本金一元二年後之本利合計。餘可依次類推。查複利終值表, 得

\$1.157625	第一年末年金一元之終值
1.1025	第二年末年金一元之終值
1.05	第三年末年金一元之終值
1.00	第四年末年金一元之終值
<u>\$4.310125</u>	年金終值

上法亦可圖解之如下:



設 i 爲每期利率，則第一期末之年金一元，至第 n 期末之終值爲 $(1+i)^{n-1}$ ；第二期末年金一元之終值則爲 $(1+i)^{n-2}$ ；餘可依次類推。

即	$(1+i)^{n-1}$	第一期末年金一元之終值
	$(1+i)^{n-2}$	第二期末年金一元之終值
	$(1+i)^{n-3}$	第三期末年金一元之終值
	
	$(1+i)^2$	第 $(n-2)$ 期末年金一元之終值
	$1+i$	第 $(n-1)$ 期末年金一元之終值
	1	第 n 期末年金一元之終值

設 $s_{\bar{n}}$ 爲年金終值，則

$$s_{\bar{n}} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-3} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}$$

等式之右邊，爲一等比級數，首項爲 1，公比爲 $1+i$ ，項數爲 n ，代入公式 (8)，則得：

$$s_{\bar{n}} = \frac{1 - (1+i)^n}{1 - (1+i)} = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

即
$$s_{\bar{n}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \dots \dots \dots (10)$$

公式 (10)，爲期末付年金求終值之公式。

應用公式 (10)，以解例一，則得：

$$s_{\overline{4}|} = \frac{1.05^4 - 1}{0.05} = \frac{1.21550625 - 1}{0.05} = 4.310125 \text{ 元。}$$

例二： 期末付年金一元，年利率五厘，每年複利一次，年金支付期限，規定四年，求年金現值。

(解) 現在1元，至第一年末為1.05元，(本金一元，一年後之本利合計。)則第一年末之1元，現在僅值 $\frac{1}{1.05}$ 元；現在1元至第二年末，為1.05²元，(本金1元，二年後之本利合計。)則第二年末之1元，現在僅值 $\frac{1}{1.05^2}$ 元；同理，第三年末與第四年末之1元，現在僅值 $\frac{1}{1.05^3}$ 與 $\frac{1}{1.05^4}$ 元。

$$\frac{1}{1.05} = 0.95238095 \quad \text{第一年末年金一元之現值}$$

$$\frac{1}{1.05^2} = 0.90702948 \quad \text{第二年末年金一元之現值}$$

$$\frac{1}{1.05^3} = 0.86383760 \quad \text{第三年末年金一元之現值}$$

$$\frac{1}{1.05^4} = 0.82270247 \quad \text{第四年末年金一元之現值}$$

$$\$3.54595050 \quad \text{年金現值}$$

設 i 為每期利率，則現在之1元，至第一期末為 $1+i$ 元；反之，第一期末之1元，現在僅值 $\frac{1}{1+i}$ 元；同理，第二期末之1元，現在僅值 $\frac{1}{(1+i)^2}$ 元，餘可依次類推。

即 $\frac{1}{1+i}$ 第一期末年金一元之現值

$\frac{1}{(1+i)^2}$ 第二期末年金一元之現值

$\frac{1}{(1+i)^3}$ 第三期末年金一元之現值

.....

$\frac{1}{(1+i)^{n-2}}$ 第 $(n-2)$ 期末年金一元之現值

$\frac{1}{(1+i)^{n-1}}$ 第 $(n-1)$ 期末年金一元之現值

$\frac{1}{(1+i)^n}$ 第 n 期末年金一元之現值

設 $a_{\bar{n}}$ 爲年金現值，則

$$a_{\bar{n}} = \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} \\ + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n}.$$

等式之右邊，爲一等比級數。首項爲 $\frac{1}{1+i}$ ，公比爲 $\frac{1}{1+i}$ ，項數爲 n ，代入公式(8)，則得：

$$a_{\bar{n}} = \frac{\frac{1}{1+i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right)}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{1+i-1}$$

即

$$a_{\bar{n}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

$$\text{令 } v = \frac{1}{1+i}$$

$$\text{則 } a_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{i} \dots\dots\dots (11)$$

上式爲期末付年金，求現值之公式。

應用公式(11)，以解例二，則得：

$$a_{\overline{4}|} = \frac{1 - \frac{1}{1.05^4}}{0.05} = \frac{1 - 0.82270247}{0.05} = 3.5459506 \text{ 元。}$$

例三： 期初付年金一元，年利率五厘，每年複利一次，求第四年末之年金終值。

(解) 第一年初與第四年末，相隔四年，故第一次年金一元，至第四年末之終值，爲 1.05^4 ，而非 1.05^3 ；此即期初付年金與期末付年金之異點也。依此原理，則得各次年金之終值如下：

$$\begin{array}{r} \$1.05^4 = \$1.21550625 \quad \text{第一年初年金一元之終值} \\ 1.05^3 = 1.157625 \quad \text{第二年初年金一元之終值} \\ 1.05^2 = 1.1025 \quad \text{第三年初年金一元之終值} \\ \quad 1.05 \quad \text{第四年初年金一元之終值} \\ \hline \$4.52563125 \quad \text{年金終值} \end{array}$$

設 $s'_{\overline{n}|}$ 爲期初付年金終值， i 爲每期利率，則

$$\begin{aligned} s'_{\overline{n}|} &= 1+i + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots\dots\dots + (1+i)^{n-2} \\ &\quad + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n. \end{aligned}$$

等式之右邊，爲一等比級數，首項與公比，均爲 $1+i$ ，項數爲 n ，代入公式(8)，則得：

$$s'_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)[1-(1+i)^n]}{1-(1+i)} = \frac{(1+i)[(1+i)^n-1]}{1+i-1}$$

即
$$s'_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} \dots\dots\dots (12)$$

上式爲期初付年金，求終值之公式。

應用公式(12)，以解例三，則得：

$$s'_{\overline{4}|0.05} = \frac{1.05^5 - 1.05}{0.05} = \frac{1.27628156 - 1.05}{0.05} = 4.5256312 \text{ 元}$$

例四： 期初付年金一元，年利率五厘，每年複利一次，年金支付期限，規定四年，求年金現值。

(解)	\$ 1.00	第一年初年金一元之現值
	\$ $\frac{1}{1.05}$	= 0.95238095 第二年初年金一元之現值
	$\frac{1}{1.05^2}$	= 0.90702948 第三年初年金一元之現值
	$\frac{1}{1.05^3}$	= 0.86383760 第四年初年金一元之現值
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
	\$ 3.72324803	年金現值

設 $a'_{\overline{n}|i}$ 爲期初付年金現值， i 爲每期利率，則

$$a'_{\overline{n}|i} = 1 + \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots\dots\dots + \frac{1}{(1+i)^{n-3}} \\ + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

等式之右邊，爲一等比級數。首項爲 1，公比爲 $\frac{1}{1+i}$ ，項數爲 n ，代入公式 (8)，則得：

$$a'_{\overline{n}|i} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{1 - \frac{1}{1+i}} = \frac{(1+i) - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{1+i-1}$$

即
$$a'_{\overline{n}|i} = \frac{1+i - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} \dots\dots\dots (13)$$

上式爲期初付年金，求現值之公式。

應用公式 (13)，以解例四，則得：

$$a'_{\overline{4}|0.05} = \frac{1.05 - \frac{1}{1.05^3}}{0.05} = \frac{1.05 - 0.8638376}{0.05} = 3.723248 \text{ 元。}$$

實際計算年金問題時，可應用年金終值表與年金現值表，較爲簡捷。附錄中第十七表，爲期末付年金終值表；表中終值，以年金一元爲標準。例如期末付年金一元，年利率五厘，每年複利一次，若欲求十年末之年金終值，祇須查 10 期，5%，即得 12.57789254 元。附錄中第十八表爲期末付年金現值表；表中現值，以年金一元爲標準。例如期末付年金一元，年利率五厘，每年複利一次，年金時期十年，若欲求年金現值，祇須查 10 期，5%，即得 7.72173493 元。

例五：某商店自其每年盈餘中，提出一千元存入銀行；年

利率六厘，每年複利一次。問至第十年末，此項存款，共有若干元？

查年金終值表 10 期 6 %，得：

13.1807949 元 每年存款 1 元之終值

$$1000 \times 13.1807949 = 13,180,79 \text{ 元}$$

即每年存款 1000 元，十年末之終值。

第十七表雖為期末付年金終值表，但期初付年金終值之計算，亦可應用，蓋公式(12)，可書作

$$s'_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - \frac{i}{i}$$

即
$$s'_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1$$

但
$$\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} = s_{\overline{n+1}|i}$$

∴
$$s'_{\overline{n}|i} = s_{\overline{n+1}|i} - 1 \dots \dots \dots (14)$$

故若欲求期初付年金十期末之終值，祇須在表中查十一期之終值；查得之數，再減去 1，即得。

例六：某銀行之零存整付儲蓄存款，規定期限五年，年利率一分，每年複利二次；茲有某甲於每半年初，存入二十五元。問至五年末，可共得本利合計洋若干元？

半年為一期，故五年為十期；各期利率，則為五厘。查年金終值表 11 期 5 %，得

14.2067872

14.2067872-1=13.2067872 每期存款一元之終值

25×13.2067872=330.17 元 每期存款 25 元之終值。

例七：某銀行之整存零付儲蓄存款，規定期限十年，年利
率一分，每年複利二次。茲有某甲，欲於每半年末，得洋一百元；
問現須一次存入洋若干元？

查年金現值表 20 期 5 %，得：

12.46221034 元

每期年金一元之現值

100×12.46221034=1246.22 元 某甲一次存入額

第十八表雖為期末付年金現值表，但期初付年金現值之計
算，亦可應用，蓋公式(13)，可書作：

$$a'_{\bar{n}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} + \frac{i}{i}$$

即
$$a'_{\bar{n}} = \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} + 1$$

但
$$\frac{1 - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} = a_{\overline{n-1}|}$$

$$\therefore a'_{\bar{n}} = a_{\overline{n-1}|} + 1 \dots \dots \dots (15)$$

故若欲求期初付年金繼續支付十期之現值，祇須在表中查
九期之現值；查得之數，再加上 1，即得。

例八： 期初付年金一百元，年利率四厘，每年複利一次，年金支付期限，規定十五年，求年金現值。

查年金現值表 14 期 4%，得：

$$10.56312293$$

$10.56312293 + 1 = 11.56312293$ 元 每期年金一元之現值。

$100 \times 11.56312293 = 1156.31$ 元 每期年金一百元之現值

例九： 某甲欲於十年後，得洋一萬元。問每年初，須以洋若干元存入銀行？(年利率六厘，每年複利一次。)

先求年金一元之終值，

查期末付年金終值表 11 期 6%，得：

$$14.97164264$$

$14.97164264 - 1 = 13.97164264$ 年金一元之終值

$$\frac{10000}{13.97164264} = 715.74 \text{ 元} \quad \text{每年初某甲存入之額。}$$

習 題 二 十 九

1 求下表中期末付年金之終值：

	每 年 付 款 總 額	每 年 付 款 與 複 利 次 數	期 限	年 利 率	終 值
a.	\$ 500.—	1 次	10 年	6 %	
b.	150.—	2 次	5 年 6 月	10 %	
c.	425.—	4 次	5 年	12 %	

d.	135.—	2次	10年	9%
e.	525.—	1次	15年	7%
f.	400.—	1次	25年	8%
g.	300.—	1次	15年	5%

2. 求下表中期初付年金之終值：

	每年付款總額	每年付款與複利次數	期限	年利率	終值
a.	\$ 1,500	1次	10年	6%	
b.	800	2次	5年	10%	
c.	650	1次	10年	7%	
d.	500	1次	15年	4%	
e.	450	4次	4年	14%	
f.	550	2次	10年	12%	
g.	250	1次	18年	3%	

3. 求下表中之年金現值(付款與複利次數均為每年一次)：

	年金額	期初付或期末付	期限	年利率	現值
a.	\$ 500	期初	10年	6%	
b.	650	期末	15年	7%	
c.	45	期末	12年	8%	
d.	35	期初	11年	9%	
e.	125	期初	10年	10%	

4. 求下表中之期末年金額(付款與複利次數均為一年一次)：

	年金終值	年利率	年數	年金額
a.	\$ 10,000	6%	10	
b.	5,000	6%	15	
c.	7,500	4%	15	

d.	8,000	3%	18
e.	10,000	5%	18

第二節 分期償債*

政府或公司發行債券時，或規定一次償還，或規定分期償還。前者每期僅付一定額之利息；後者則每期除付未收回債券之利息外，並收回一部債券，以減輕其負債之總額，故每年應付之利息，亦隨本金而漸減。此種償債之方法，名曰分期償債 (Amortization)。分期償債，對於債務人甚為便利。設有農人某甲，欲向農民銀行借款一百元，購置田地。若借款期限，僅有一二年，則借款到期時，某甲仍無償還之能力。若借款期限，延長至一二十年，而規定一次償還；則某甲初因到期之日尚遠；而盡耗其田地中之收益。及至償期將迫，又因債額過大，已無充分償還之能力；或雖能按期儲蓄，但因未能用於穩健有利之投資，而遭受極大之損失。反之，若與銀行約定十年或二十年分期償還，則某甲於每年收益中，提交一部於銀行，即能於十年或二十年後，清償其債務，債務人支付利息，及償還本金之總額，若每年相等，則最初之債額，即為期末付年金之現值。故若負債額為 P ，年賦金額為 R ，償債時期規定為 n 年，則

* 參看拙著投資數學第五編第二章第二節與第七編第一章。

$$P = Ra_{\overline{n}|i}$$

$$\therefore R = P \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \dots \dots \dots (16)$$

$a_{\overline{n}|i}$ 雖可檢查年金現值表，然為便於計算，可另製一表，以求 $\frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$ ，是曰年賦金表。表中年賦金額，以負債額一元為標準。例如負債額一元，年利率五厘，每年複利一次，分十年償還，若欲求年賦金額，祇須查 10 期，5%，即得 0.12950458 元。

例一：某甲向銀行借款一萬元，約定年利率一分二厘，每年複利二次，十年內分期償還，每半年償本付息一次，每次支付本息之總額相等，求每次支付總額。

查年賦金表 20 期 6%，得：

$$0.08718456$$

$$R = 10000 \times 0.08718456 = 871.85 \text{ 元}$$

即某甲應於每半年末，以 871.85 元，付給銀行，則其債務能於十年內償清。

例二：某公司發行面值一百元之債券一萬張，規定十年內分期償還，年利率六厘，每年付息一次。公司支出償本付息之總額，每年相等。求公司每年支出總額，及每年收回債券張數。

查年賦金表 10 期 6%，得：

$$0.13586796$$

$$R = 1000000 \times 0.13586796$$

$=135867.96$ 元 公司每年支出總額

(第一年) $10000 \times 6 = 60000$ 元 應付利息

$135867.96 - 60000 = 75867.96$ 元 償還本金額

但面值之最低額為一百元，故僅能收回債券 758 張。

$$\frac{75867.96}{100} = 758 \text{ 收回債券張數}$$

$10000 - 758 = 9242$ 未收回債券張數

$75867.96 - 75800 = 67.96$ 元 第一年餘額

(第二年) $67.96 \times 0.06 = 4.08$ 元 第一年餘額之利息

$67.96 + 4.08 + 135867.96 = 135940$ 元 第二年公司支出

額與去年積存之和，

$9242 \times 6 = 55452$ 元 應付利息

$135940 - 55452 = 80488$ 元 償還本金額

$$\frac{80488}{100} = 804 \text{ 收回債券張數}$$

$9242 - 804 = 8438$ 未收回債券張數

$80488 - 80400 = 88$ 元 第二年餘額

(第三年) $88 \times 0.06 = 5.28$ 元 第二年餘額之利息

$88 + 5.28 + 135867.96 = 135961.24$ 元 第三年公司支出

額與去年積存之和，

$8438 \times 6 = 50628$ 元 應付利息

$135961.24 - 50628 = 85333.24$ 元 償還本金額

$\frac{85333.24}{100} = 853$ 收回債券張數

$8438 - 853 = 7585$ 未收回債券張數

$85333.24 - 85300 = 33.24$ 元 第三年餘額

其餘七年之計算，與前三年相似。茲作償還明細表 (Amortization Table)，以示歷年償本付息之狀況。

償 還 明 細 表

年 份	未收回債券張數	應付利息	償還本金額	收回債券張數	餘 額	利息	次年公司支出額與 本年積存額本利之和
第一年	10000	60000	75867.96	758	67.96	4.08	135940.00
第二年	9242	55452	80488.—	804	88.—	5.28	135961.24
第三年	8438	50628	85333.24	853	33.24	1.99	135903.19
第四年	7585	45510	90393.19	963	93.19	5.59	135966.74
第五年	6682	40092	95874.74	958	74.74	4.48	135947.18
第六年	5724	34344	101603.18	1016	3.18	0.19	135871.33
第七年	4708	28248	107623.33	1076	23.33	1.40	135892.69
第八年	3632	21792	114100.69	1141	0.69	0.04	135868.69
第九年	2491	14946	120922.69	1209	22.69	1.36	135892.01
第十年	1282	7692	128200.01	1282	0.01		

習 題 三 十

1. 求下表中分期償還之每年償還額：

	借款額	利率	年數	每年償還額
a.	\$1,000	3%	5	
b.	2,000	4%	10	
c.	3,000	5%	15	
d.	4,000	6%	20	
e.	5,000	7%	20	

2. 某公司發行面值五十元之債券一萬張，規定五年內分期償還。年利率五厘，每年付息一次，公司支出償本付息之總額，每年相等。求公司每年支出總額，並作償還明細表。

第三節 基金*

發行債券之政府或公司，每年提存若干元，以備債券到期時償本之需；每年提出之款，用於極穩健之投資，利上生利，使於債券到期之時，所積之款，適與債券總額相等；此項提存積聚之資金，名曰基金 (Sinking Funds)。基金在商業數學上之意義，與普通人所了解者略異。此之所謂基金，專指預備一次償還債額；或積成一定金額，每年提成之資金而言也。機器房屋之折舊，與

* 參看拙著投資數學第五編第二章第三節。

發展事業之準備金，均可用基金方法造成。每年提存之款，來自捐稅，或於公司決算之時，故常於每年或每期之末，撥入基金。撥入之額，若每年相等，則基金總額，即等於期末付年金之終值。故若基金總額為 K ，每期提存基金額為 R ，規定於 n 期末積成，則

$$K = R s_{\overline{n}|i}$$

$$\therefore R = K \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \dots \dots \dots (17)$$

但 $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i^*$

$$\therefore R = K \left(\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i \right) \dots \dots \dots (18)$$

例一：某公司於每年末，提出若干元，按年利率四厘（每年複利一次）投資，欲於二十年末，積成基金三萬元。求每年提出之額。

應用公式(18)，得：

$$\begin{aligned} * \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} &= \frac{i}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} \\ &= \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} - \frac{i}{(1+i)^n - 1} \\ &= \frac{i[(1+i)^n - 1]}{(1+i)^n - 1} = i \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i$$

$$R = 30000 \left(\frac{1}{a_{\overline{20}|}} - 0.04 \right) = 30000(0.07358175 - 0.04)$$

$$= 30000 \times 0.03358175 = 1007.45 \text{ 元}$$

例二： 某公司發行債券一百萬元，債券利率六厘，每年付息一次，二十年後償本。問某公司每年須提出若干元，以備到期時償本付息之需？基金按年利率五厘投資，每年複利一次。

$$1000000 \times 0.06 = 60000 \dots \dots \text{每年利息額}$$

應用公式(18)，得：

$$R = 1000000 \left(\frac{1}{a_{\overline{20}|}} - 0.05 \right)$$

$$= 1000000(0.08024259 - 0.05)$$

$$= 30242.59 \text{ 元} \quad \text{每年提存基金額}$$

$$60000 + 30242.59 = 90242.59 \text{ 元} \quad \text{每年於盈餘中提出之額}$$

例三： 某甲購一新汽車，價 2000 元，估計可用五年。五年後，僅值洋二百元。問某甲須於每年末，提存基金若干元，則可於五年末，將舊車出售，重購一新車（價亦二千元）？基金按年利率六厘投資，每年複利一次。

$$2000 - 200 = 1800 \text{ 五年末應有之基金}$$

應用公式(18)，得：

$$R = 1800 \left(\frac{1}{a_{\overline{5}|}} - 0.06 \right) = 1800(0.23739640 - 0.06)$$

$$= 1800 \times 0.17739640 = 319.31 \text{ 元}$$

例四：某公司發行甲種債券一百萬元，乙種債券五十萬元。甲種債券十年後償本，年利率六厘，每年付息一次。乙種債券二十年後償本，年利率七厘，每年付息一次。問某公司每年末，須共提出若干元，以備兩種債券到期付息，與每年提存基金之需？基金按年利率五厘投資，每年複利一次。（兩種基金規定不能混用）。

$$1000000 \times 0.06 = 60000 \text{ 元} \quad \text{甲種債券每年應付利息}$$

$$500000 \times 0.07 = 35000 \text{ 元} \quad \text{乙種債券每年應付利息}$$

應用公式(18)，得：

$$\begin{aligned} R_1 &= 1000000 \left(\frac{1}{a_{\overline{10}|}} - 0.05 \right) = 1000000(0.12950458 - 0.05) \\ &= 79504.58 \text{ 元} \quad \text{甲種債券每年應提存之基金} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_2 &= 500000 \left(\frac{1}{a_{\overline{20}|}} - 0.05 \right) = 500000(0.08024259 - 0.05) \\ &= 500000 \times 0.03024259 = 15121.30 \text{ 元} \quad \text{乙種債券每年應} \end{aligned}$$

提存之基金

甲種債券償本後，其每年應提存之基金，與應付之利息，均已終止；故某公司每年末提出償本付息之額，前十年多於後十年。

$$60000 + 35000 + 79504.58 + 15121.30 = 189625.88 \text{ 元} \quad \text{前}$$

十年每年末提出總額

$$35000 + 15121.30 = 50121.30 \text{ 元} \quad \text{後十年每年末提出總額。}$$

習 題 三 十 一

1 求下表中每年提存額：

	基 金	利 率	年 數	每 年 提 存 額
a.	\$ 10,000	6 %	10	
b.	20,000	4 %	15	
c.	50,000	$4\frac{1}{2}$ %	20	
d.	5,000	7 %	20	
e.	20,000	5 %	30	

2. 某公司發行甲種債券五十萬元，乙種債券一百萬元。甲種債券二十年後償本，年利率六厘，每年付息一次。乙種債券三十年後償本，年利率七厘，每年付息一次。問某公司每年末，須共提出若干元，以備兩種債券到期付息，與提存基金之需？基金按年利率四釐投資，每年複利一次。

第 四 節 有 計 劃 之 儲 蓄

儲蓄為積聚資金之母。然僅知儲蓄而無預定之計劃，則死藏現金，不能利用者有之，用於不穩健之投資，因而喪失其資金者有之；不能充分利用複利之作用，以加速其資金之積聚者，更比比皆是。故不善儲蓄者，雖常節衣縮食，而終難積聚其所預期之資金。善於儲蓄者，則不然。平日無儲蓄之苦，而年老時養老之需，已積聚於不知不覺之中。此無他，蓋有預定之計劃使然也。譬如儲蓄者，年僅二十五歲，欲自六十歲起，每半年得洋六百元，則

依目前通行之利率，(年利率一分，每年複利二次。)現僅須於每半年存洋二十元四角，換言之，每月僅需儲蓄三元四角。凡月入五六十元之人，均能有此儲蓄能力，讀者疑吾言乎？請舉下例，以證吾說。

例一：某甲年二十五歲，欲於六十歲時，退職休養。並欲於退職後，每半年末，自銀行得洋六百元，以備每月一百元之開支。問現須於每半年末，存洋若干元於銀行(年利率一分，每年複利二次)？

(解) 每半年欲得洋 600 元，則某甲於退職時，須有資金 $600 \div 0.05 = 12000$ 元。

自 25 歲至 60 歲，共經 35 年，即 70 期(每期半年)。故 12000 元，即 70 次年金若干元之終值。先求年金 1 元之終值。

應用公式(10)，得：

$$s_{\overline{70}|} = \frac{1.05^{70} - 1}{0.05} = \frac{30.4264255 - 1}{0.05} = 588.52851$$

$$\frac{12000}{588.52851} = 20.39 \text{ 元 每半年末某甲應存入銀行之}$$

數。

例二：某甲每月儲蓄五十元，每半年末，以儲蓄之款，存入銀行。年利率六厘，每年複利二次。問二十年後，某甲在銀行共有存款若干元？若以此款繼續存在銀行，則某甲每月可得利息若干

元?

應用公式(10),得:

$$s_{\overline{40}|} = \frac{1.03^{40} - 1}{0.03} = \frac{3.2620378 - 1}{0.03} = 75.40126 \text{元 年金一元之終值}$$

$50 \times 6 = 300$ 元 某甲每次存入銀行之數

$300 \times 75.40126 = 22620.38$ 元 二十年末某甲

存在銀行之總數

$22620.38 \times 0.03 = 678.61$ 元 某甲每半年應得之利息

$678.61 \div 6 = 113.10$ 元 某甲每月應得之利息

習 題 三 十 二

1. 填寫下表空白之處:

	每年投 資 額	每年投資與 複利 次數	年利率	年數	終值	每年收益	每月收益
a.	\$ 200	2	10%	25			
b.	250	2	10%	10			
c.	500	1	6%	10			
d.	250	1	6%	10			
e.	250	1	6%	35			
f.	375	2	8%	30			
g.	750	1	5%	30			
h.	500	1	4%	15			

i.	1,000	2	10%	20
j.	300	1	3%	15

2. 填寫下表中空白之處(投資與複利,均每年一次):

	預期每月 收益	每年收益	年利率	年數	終值	應付年金額
a.	\$ 100		6%	20		
b.	250		6%	10		
c.	300		6%	15		
d.	125		5%	15		
e.	150		5%	20		
f.	500		4%	20		
g.	400		6%	15		
h.	350		6%	15		
i.	1,000		6%	20		
j.	750		6%	10		

本編應用公式

$$l = a + (n-1)d \dots\dots\dots (1)$$

$$a = l - (n-1)d \dots\dots\dots (2)$$

$$d = \frac{l-a}{n-1} \dots\dots\dots (3)$$

$$n = 1 + \frac{l-a}{d} \dots\dots\dots (4)$$

$$S = \frac{n(a+l)}{2} \dots\dots\dots (5)$$

$$S = \frac{n\{2a + (n-1)d\}}{2} \dots\dots\dots (6)$$

$$l = ar^{n-1} \dots\dots\dots (7)$$

$$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \dots\dots\dots (8)$$

$$S = \frac{a-rl}{1-r} \dots\dots\dots (9)$$

$$s_{\bar{n}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \dots\dots\dots (10)$$

$$a_{\bar{n}} = \frac{1-v^n}{i} \dots\dots\dots (11)$$

$$s'_{\bar{n}} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i} \dots\dots\dots (12)$$

$$a'_{\bar{n}} = \frac{1+i - \frac{1}{(1+i)^{n-1}}}{i} \dots\dots\dots (13)$$

$$s'_{\bar{n}} = s_{\bar{n}+1} - 1 \dots\dots\dots (14)$$

$$a'_{\bar{n}} = a_{\bar{n}-1} + 1 \dots\dots\dots (15)$$

$$R = P \frac{1}{a_{\bar{n}}} \dots\dots\dots (16)$$

$$R = K \frac{1}{s_{\bar{n}}} \dots\dots\dots (17)$$

$$R = K \left(\frac{1}{a_{\bar{n}}} - i \right) \dots\dots\dots (18)$$

附 錄

一 我國度量衡

長 度 表

(甲)標準制

1 公里 = 10 公引

1 公引 = 10 公丈

1 公丈 = 10 公尺

1 公尺 = 10 公寸

1 公寸 = 10 公分

1 公分 = 10 公釐

1 公尺 = 3 市尺

(乙)市用制

1 里 = 15 引

1 引 = 10 丈

1 丈 = 10 尺

1 尺 = 10 寸

1 寸 = 10 分

1 分 = 10 釐

1 釐 = 10 毫

1 市尺 = $\frac{1}{3}$ 公尺 = 0.333 公尺

地 積 表

(甲)標準制

1 公頃 = 100 公畝

1 公畝 = 100 公釐

1 公畝 = 100 方公尺

1 公畝 = $\frac{3}{20}$ 畝 = 0.15 畝

(乙)市用制

1 頃 = 100 畝

1 畝 = 10 分

1 分 = 10 釐

1 釐 = 10 毫

1 畝 = 6000 方尺

1 畝 = $6\frac{2}{3}$ 公畝 = 6.667 公畝

容 量 表

(甲) 標準制

1 公乘 = 10 公石

1 公石 = 10 公斗

1 公斗 = 10 公升

1 公升 = 10 公合

1 公合 = 10 公勺

1 公勺 = 10 公撮

1 公升 = 1 立方公寸

1 公升 = 1 升

(乙) 市用制

1 石 = 10 斗

1 斗 = 10 升

1 升 = 10 合

1 合 = 10 勺

1 勺 = 10 撮

1 升 = 27 立方寸

1 升 = 1 公升

重 量 表

(甲) 標準制

1 公 鎰 = 10 公 擔

1 公 擔 = 10 公 衡

1 公 衡 = 10 公 斤

1 公 斤 = 10 公 兩

1 公 兩 = 10 公 錢

1 公 錢 = 10 公 分

1 公 分 = 10 公 釐

1 公 釐 = 10 公 毫

1 公 毫 = 10 公 絲

純水一立方公寸在百度寒暑表四度時之重量爲 1 公斤

1 公斤 = 32 兩

(乙) 市用制

1 擔 = 100 斤

1 斤 = 16 兩

1 兩 = 10 錢

1 錢 = 10 分

1 分 = 10 釐

1 釐 = 10 毫

1 毫 = 10 絲

純水一立方寸在百度寒暑表四度時之重量爲

1.185185 兩

1 兩 = 四度純水 0.804575 立方寸之重

1 兩 = 31.25 公分

二 法國之度量衡

長度表

1 裡 (Km.) (Kilomètre) = 10 糊 (Hm.)

1 糊 (Hectomètre) = 10 杖 (Dam.)

1 杖 (Décamètre) = 10 积 (M.)

1 积 (Mètre) = 10 籽 (dm.)

1 籽 (Décimètre) = 10 粉 (cm.)

1 粉 (Centimètre) = 10 糲 (mm.) (Millimètre)

1 积 = 1 公尺

面積表

1 方裡 (Km.²) (Kilomètre carré) = 100 方糊 (Hm.²)

1 方糊 (Hectomètre carré) = 100 方杖 (Dm.²)

1 方杖 (Décamètre carré) = 100 方积 (M.²)

1 方积 (Mètre carré) = 100 方籽 (dm.²)

1 方籽 (Décimètre carré) = 100 方粉 (cm.²)

1 方粉 (Centimètre carré) = 100 方糲 (mm.²) (Millimètre

carré)

1 方呎 = 1 方公尺

地 積 表

1 頃(Ha.) (Hectare) = 100 畝(A.)

1 畝(Are) = 100 壘(ca.) (Centiare)

1 壘 = 1 公畝

體 積 表

1 立方裡(Km.³) (Kilomètre cube) = 1000 立方柵(Hm.³)

1 立方柵(Hectomètre cube) = 1000 立方杖(Dm.³)

1 立方杖(Décamètre cube) = 1000 立方呎(M.³)

1 立方呎(Mètre cube) = 1000 立方料(dm.³)

1 立方料(Décimètre cube) = 1000 立方粉(cm.³)

1 立方粉(Centimètre cube) = 1000 立方裡(mm.³) (Milli-
mètre cube)

1 立方呎 = 1 立方公尺

容 量 表

1 噸(Kl.) (Kilolitre) = 10 站(Hl.)

1 珎(Hectolitre) = 10 斗(Dal.)

1 斗(Décalitre) = 10 珎(L.)

1 珎(Litre) = 10 蛤(dl.)

1 蛤(Décilitre) = 10 勺(cl.)

1 勺(Centilitre) = 10 撮(ml.) (Millilitre)

1 珎 = 1 公升

重 量 表

1 噸(T) (Tonne) = 10 贍(Q.)

1 贍(Quintal) = 10 贍(Mg.)

1 贍(Myriagramme) 10 斤(Kg.)

1 斤(Kilogramme) = 10 剋(Hg.)

1 剋(Hectogramme) = 10 錢(Dg.)

1 錢(Décagramme) = 10 分(G.)

1 分(Gramme) = 10 厘(dg.)

1 厘(Décigramme) = 10 毫(cg.)

1 毫(Centigramme) = 10 絲(mg.) (Milligramme)

1 剋 = 1 公分

三 英美日俄之度量衡

甲. 英國

長 度 表

1 長哩(League) = 3 法定哩

1 法定哩(Statute Mile) = 8 浪

1 浪(Furlong) = 10 鎖

1 鎖(Chain) = 4 桿

1 桿(Pole, Rod, or Perch) = $5\frac{1}{2}$ 碼

1 碼(Yard) = 3 呎

1 呎(Foot) = 12 吋

1 吋(Inch) = 12 吩(Line)

1 哩(或海哩) (Nautical mile or Seamile) = 6075.60 呎

1 呎 = 0.30479967 公尺 = 0.914399 尺

面 積 表

1 方哩(Square mile) = 640 英畝

1 英畝 (Acre) = 4 路得

1 路得 (Rood) = 2.5 方鎖

1 方鎖 (Square chain) = 16 方桿

1 方桿 (Square pole) = $30\frac{1}{4}$ 方碼

1 方碼 (Square yard) = 9 方呎

1 方呎 (Square foot) = 144 方吋 (Square inch)

1 方呎 = 0.092902838 方公尺 = 0.836125542 方尺

1 英畝 = 40.46710 公畝 = 6.070065 畝

體 積 表

1 立方碼 (Cubic yard) = 27 立方呎

1 立方呎 (Cubic foot) = 1728 立方吋 (Cubic inch)

1 立方呎 = 0.028316776 立方公尺 = 0.764552952 立方尺

容 量 表

液量或乾量 (Liquid or drymeasure)

1 卡爾奪蘭 (Chaldron) = $4\frac{1}{2}$ 夸脫

1 夸脫 (Quarter) = 8 噲

1 噲 (Bushel) = 4 斗

1 呌(Peck) = 2 畚

1 畚(Gallon) = 4 呌

1 呌(Quart) = 2 哈

1 哈(Pint) = 4 酌(Gill)

1 噐 = 1.283676 立方呎 = 36.3677048 公升
= 36.3677048 升

1 畚 = 277.274 立方呎 = 4.5459631 公升
= 4.5459631 升

配藥用液量(Fluid measure for Compounding
Liquid Medicines)

1 畚(Gallon) = 8 哈

1 哈(Pint) = 20 液囑

1 液囑(Fluid ounce) = 8 液打

1 液打(Fluid drachm) = 60 密業姆(Minim)

1 畚 = 277.274 立方呎 = 4.5459631
公升 = 4.5459631 升

重 量 表

常衡(Avoirdupois weight)

1 噸(Ton) = 20 擔

1 擔 (Hundredweight) = 4 夸脫

1 夸脫 (Quarter) = 2 哞

1 哞 (Stone) = 14 磅

1 磅 (Pound) = 16 唞

1 唞 (Ounce) = 16 打蘭

1 打蘭 (Drachm) = 27.34375 喱 (Grain)

1 磅 (即 7000 喱) = 0.4535924277 公斤

= 14.514957686 兩

金衡 (Troy weight)

1 磅 (Pound) = 12 唞

1 唞 (Ounce) = 20 英錢

1 英錢 (Pennyweight) = 24 喱 (Grain)

1 磅 (即 5760 喱) = 0.37324176806 公斤

= 11.9437365779 兩

藥衡 (Apothecaries' weight)

1 磅 (Pound) = 12 唞

1 唞 (Ounce) = 8 打蘭

1 打蘭 (Drachm) = 3 司克路步

1 司克路步 (Scruple) = 20 喱 (Grain)

1 磅 (即 5760 喱) = 0.37324176806 公斤

= 11.9437365779 兩

乙. 美國

長度*面積體積與英制相同。

容 量 表

普通液量(Liquid measure)

1 潘治温(Puncheon) = 2 脫亞士

1 脫亞士(Tierce) = 42 罇

1 罇(Gallon) = 4 呷

1 呷(Quart) = 2 哈

1 哈(Pint) = 4 叻(Gill)

1 罇 = 231 立方吋 = 3.785434497 公升 = 3.785434497 升

配藥用液量(Fluid measure for compounding
liquid medicines)

1 罇(Gallon) = 4 呷

1 呷(Quart) = 2 哈

1 哈(Pint) = 15 液嘑

1 美國長度單位 = 1.00000875 英國長度單位

1 美國面積單位 = 1.00000575 英國面積單位

1 美國體積單位 = 1.000008625 英國體積單位

1 液嘑(Fluid ounce) = 8 液打

1 液打(Fluid drachm) = 60 密業姆(Minim)

1 嚮 = 231 立方吋 = 3.785434497 公升
= 3.785434497 升

乾量(Dry measure)

1 卡爾奪蘭 (Chaldron) = $4\frac{1}{2}$ 夸脫

1 夸脫(Quarter) = 8 噶

1 噶(Bushel) = 4 斗

1 斗(Peck) = 2 嚮

1 嚮(Gallon) = 4 呀

1 呀(Quart) = 2 哈(Pint)

1 噶 = 1.244458 立方呎 = 35.2392816 公升
= 35.2392816 升

1 嚮 = 4.4049102 公升，故美國各乾量單位均較同名
稱之液量單位為大。

重 量 表

金衡藥衡與英制相同，惟常衡略異。

1 噸(Ton) = 20 擔

1 擔(Hundredweight) = 100 磅

1 磅(Pound) = 16 兩(Ounce)

1 磅 = 0.4535924277 公斤 = 14.514957686 兩。

(註)英噸重於美噸,故有輕重噸或長短噸之分。

丙. 日本

長 度 表

1 里 = 36 町

1 町 = 36 丈

1 丈 = $1\frac{2}{3}$ 間

1 間 = 6 尺

1 尺 = 10 寸

1 寸 = 10 分

1 分 = 10 釐

1 釐 = 10 毛

1 毛 = 10 絲

日本 1 尺 = 0.30303 公尺 = 0.909091 尺

面 積 表

(普 通)

1 方丈 = $2\frac{7}{9}$ 方間

1 方間 = 36 方尺

1 方尺 = 100 方寸

日本 1 方尺 = 0.091827181 方公尺 = 0.836444629 方尺

(地 積)

1 町 = 10 段

1 段 = 10 畝

1 畝 = 30 坪

1 坪(方間) = 10 合

1 合 = 10 勺

1 坪 = 0.0330579 公畝 = 0.004958685 畝

體 積 表

1 立方間 = 216 立方尺

1 立方尺 = 1000 立方寸

日本 1 立方尺 = 0.0278263906 立方公尺 = 0.751312546

立方尺

容 量 表

1 石 = 10 斗

1 斗 = 10 升

1 升 = 10 合

1 合 = 10 勺

日本 1 升 = 1.803907 公升 = 1.803907 升

重 量 表

1 貫 = 6.25 斤

1 斤 = 160 匁

1 匁 = 10 分

1 分 = 10 釐

1 釐 = 10 毛

1 毛 = 10 絲

日本 1 斤 = 0.6 公斤 = 1.2 斤

丁. 俄國

長 度 表

1 阜斯得 (Verst) = 500 晒射

1 晒射 (Sagene) = 3 埃徙

1 埃徙 (Archine) = 16 胃索

1 胃索 (Vershok) = 17.5 里尼

1 里尼 (Linia) = 10 套去加 (Totchka)

1 埃徙 = 0.7112 公尺 = 2.1336 尺

面 積 表

1 方阜 (Square verst) = $104\frac{1}{6}$ 臺利聽

1 臺利聽 (Dessiatina) = 2400 方晒

1 方晒 (Square sagine) = 9 方埃

1 方埃 (Square archine) = 256 方胃 (Square vershok)

1 方埃 = 0.5058 方公尺 = 4.552 方尺

體 積 表

1 立方晒 (Cubic sagine) = 27 立方埃

1 立方埃 (Cubic archine) = 4096 立方胃 (Cubic vershok)

1 立方埃 = 0.3597 立方公尺 = 9.712 立方尺

容 量 表

液 量

1 薄卡 (Bochka) = 40 浮駝羅

1 浮駝羅 (Vedro) = 10 許多夫

1 許多夫 (Schtoff) = 10 却爾楷 (Tcharka)

1 浮駝羅 = 12.299329 公升 = 12.299329 升

乾 量

1 拉斯脫 (Last) = 12 乞多浮脫

1 乞多浮脫 (Tchetvert) = 2 哇司密那

1 哇司密那 (Osmina) = 4 淺多維立克

1 淺多維立克 (Tchetverik) = 8 加你南 (Garnetz)

1 淺多維立克 = 26.238567 公升 = 26.238567 升

重 量 表

1 倍可惠士 (Berkovetz) = 10 波特

1 波特 (Pood) = 40 諷脫

1 諷脫 (Funt) = 12 賴乃

1 賴乃 (Lana) = 8 若羅丁克

1 若羅丁克 (Zolotink) = 96 陀拉 (Dola)

1 諷脫 = 0.409512 公斤 = 13.10438 兩

四 南洋各地之衡制

甲. 印度

1 甘弟 (Kandy) = 20 芒特

1 芒特 (Maund) = 40 希爾

1 希爾 (Seer) = 80 托拉

1 托拉 (Tola) = 180 喱 (Grain)

1 托拉 = 11.663805 公分

(註一) 以上衡制，與我國標準衡制之關係，隨印度各地而異，

茲列表於下，以資比較。

孟加拉 (Bengal) (廠用)	1 芒特 = 33.8682 公斤
孟加拉 (Bengal) (市用)	1 芒特 = 37.2545 公斤
孟買 (Bombay)	1 芒特 = 12.7006 公斤
加爾各答 (Calcutta) (廠用)	1 芒特 = 34.7565 公斤
卡拉治 (Karachi)	1 芒特 = 36.2874 公斤
麻打拉薩 (Madras)	1 芒特 = 11.1974 公斤
潘拿 (Poona)	1 芒特 = 35.7685 公斤
蘇拉脫 (Surat)	1 芒特 = 16.3293 公斤

(註二)關於印棉重量之換算,須依下列標準:

1 甘第 = 28 芒特

1 芒特 = 英衡 1 夸脫 = 標準制 12.7006 公斤

乙. 荷屬東印度

1 擔 (Picul) = 100 斤

1 斤 (Catty) = 16 兩 (Tael)

荷印 1 斤 = 0.6168857 公斤

丙. 英屬馬來(新嘉坡)

1 高陽 (Koyan) = 40 擔

1 擔 (Pikul) = 100 加帝

1 加帝 (Kati) = 16 他吼爾

1 他吼爾 (Tahil) = 10 溪

1 溪 (Chee) = 10 霍痕 (Hoon)

1 加帝 = 0.6047899 公斤

丁. 菲律賓

1 擔 (Picul) = $5\frac{1}{2}$ 扣痕他爾

1 扣痕他爾 (Quintal) = 4 阿陸排

1 阿陸排 (Arroba) = 25 里勃拉

1 里勃拉 (Libra) = 16 翁柴 (Onza)

1 里勃拉 = 0.46 公斤

五 中外貨幣

中國 國幣 1 元 = 10 角 1 角 = 10 分 1 分 = 10 釐

英國 1 Pound = 20 Shillings, 1 Shilling = 12 Pence,
1 Penny = 4 Farthings.

美國 1 Dollar = 100 Cents.

法國 1 Franc = 20 Sous, 1 Sou = 5 Centimes.

德國 1 Mark = 100 Pfennige.

意國 1 Lira = 100 Centesimi.

俄國 1 Rouble = 100 Kopecks.

日本 1 圓 = 100 錢 1 錢 = 10 釐

西班牙 1 Peseta = 100 Centesimos.

葡萄牙 1 Escudo = 100 Centavos.

荷蘭 1 Florin = 100 Cents.

比國 1 Belga = 100 Centimes.

瑞士 1 Franc = 100 Centimes.

瑞典, 挪威, 丹麥 1 Krona = 100 Öres..

-
- 土耳其 1 Piastre = 40 Para.
- 希臘 1 Drachma = 100 Lepta.
- 墨西哥 1 Peso (or Dollar) = 100 Centavos.
- 印度 1 Rupee = 16 Annas, 1 Anna = 4 Pices, 1 Pice = 3 Pies.
- 暹羅 1 Tical = 4 Salungs, 1 Salung = 25 Satang.
- 錫蘭 1 Rupee = 100 Cents.
- 新嘉坡 1 Straits Settlement Dollar = 100 Cents.
- 安南 1 Piastre = 100 Cents.
- 菲律賓 1 Peso (or Dollar) = 100 Centavos (Cents).
- 荷屬東印度 1 Gulden (Florin) = 100 Cents.

六 金鎊先令辨士換算表

S.先令	d.辨士	£ 1 之數	S.先令	d.辨士	£ 1 之數	S.先令	d.辨士	£ 1 之數	S.先令	d.辨士	£ 1 之數	S.先令	d.辨士	£ 1 之數
		100417	4		120417	8		140417	12		160417	16		180417
		200833			220833			240833			260833			280833
		30125			32125			34125			36125			38125
		401667			421667			441667			461667			481667
		502083			522083			542083			562083			582083
		6025			6225			6425			6625			6825
		702917			722917			742917			762917			782917
		803333			823333			843333			863333			883333
		90375			92375			94375			96375			98375
		1004167			1024167			1044617			1064167			1084167
		1104583			1124583			1144583			1164583			1184583
1	—05		5	—25		9	—45		13	—65		17	—85	
		105417			125417			145417			165417			185417
		205833			225833			245833			265833			285833
		30625			32625			34625			36625			38625
		406667			426667			446667			466667			486667
		507083			527083			547083			567083			587083
		6075			6275			6475			6675			6875
		707917			727917			747917			767917			787917
		808333			828333			848333			868333			888333
		90875			92875			94875			96875			98875
		1009167			1029167			1049167			1069167			1089167
		1109583			1129583			1149583			1169583			1189583
2	—1		6	—3		10	—5		14	—7		18	—9	
		110417			130417			150417			170417			190417
		210833			230833			250833			270833			290833
		31125			33125			35125			37125			39125
		411667			431667			451667			471667			491667
		512083			532083			552083			572083			592083
		6125			6325			6525			6725			6925
		712917			732917			752917			772917			792917
		813333			833333			853333			873333			893333
		91375			93375			95375			97375			99375
		1014167			1034167			1054167			1074167			1094167
		1114583			1134583			1154583			1174583			1194583
3	—15		7	—35		11	—55		15	—75		19	—95	
		115417			135417			155417			175417			195417
		215833			235833			255833			275833			295833
		31625			33625			35625			37625			39625
		416667			436667			456667			476667			496667
		517083			537083			557083			577083			597083
		6175			6375			6575			6775			6975
		717917			737917			757917			777917			797917
		818333			838333			858333			878333			898333
		91875			93875			95875			97875			99875
		1019167			1039167			1059167			1079167			1099167
		1119583			1139583			1159583			1179583			1199583
4	—2		8	—4		12	—6		16	—8		20	—	

七 計算面積體積之公式

(甲) 平面

矩形 = 長 × 寬

平行四邊形 = 高 × 底

三角形 = $\frac{\text{高} \times \text{底}}{2} = \sqrt{S(S-a)(S-b)(S-c)}$

(a, b, c 為三角形之三邊) $S = \frac{a+b+c}{2}$

弦² = 勾² + 股²

圓面積 = $\pi \times \text{半徑}^2$ ($\pi = 3.1416$)

圓周 = $2\pi \times \text{半徑}$

(乙) 立體

棱柱體積(或圓柱體積) = 高 × 底面積

棱柱體側面積(或圓柱體側面積) = 高 × 底周

棱錐體積(或圓錐體積) = $\frac{1}{3} \times \text{高} \times \text{底面積}$

棱錐體側面積(或圓錐體側面積) = $\frac{1}{2} \times \text{底周} \times \text{傾斜面高}$

矩形體積 = 長 × 寬 × 高

球體積 = $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{半徑}^3$

球面積 = $4 \times \pi \times \text{半徑}^2$

八 所得稅暫行條例(三十五年七月九日立法院通過) (三十五年七月二十一日公布)

第一章 總則

第一條 凡有下列所得之一者，依本條例征所得稅。

(第一類) 營利事業所得：

(甲) 凡公司，商號，行棧，工廠，或個人資本在二千元以上

營利之所得；

(乙) 官商合辦營利事業之所得；

(丙) 屬於一時營利事業之所得。

(第二類) 薪給報酬所得：凡公務人員，自由職業者及其他從事各業者薪給報酬之所得。

(第三類) 證券存款所得：凡公債，公司債，股票及存款利息之所得。

第二條 下列各種所得，免納所得稅：

(一) 不以營利爲目的之法人所得；

(二) 第二類所得：

(子) 每月平均不及三十元者；

(丑)軍警,官佐,士兵及公務員因公傷亡之卹金;

(寅)小學教職員之薪給;

(卯)殘廢者,勞工,及無力生活者之撫卹金,養老金,及贍養費。

(三)第三類所得:

(子)各級政府機關存款;

(丑)公務員及勞工之法定儲蓄金;

(寅)教育慈善機關或團體之基金存款;

(卯)教育儲金之每年所得息金,未達一百元者。

第二章 稅率

第三條 第一類甲、乙兩項所得應課之稅率,分級如下:

(一)所得合資本實額百分之五,未滿百分之十者,課稅千分之三十;

(二)所得合資本實額百分之十,未滿百分之十五者,課稅千分之四十;

(三)所得合資本實額百分之十五,未滿百分之二十者,課稅千分之六十;

(四)所得合資本實額百分之二十,未滿百分之二十五者,課稅千分之八十;

(五) 所得合資本實額百分之二十五以上者，一律課稅千分之一百。

第四條 第一類丙項所得，能按資本額計算者，依前條稅率課稅。不能按資本額計算者，依其所得額課稅，其稅率如下：

- (一) 所得在一百元以上，未滿一千元者，課稅千分之三十。
- (二) 所得在一千元以上，未滿二千五百元者，課稅千分之四十；
- (三) 所得在二千五百元以上，未滿五千元者，課稅千分之六十；
- (四) 所得在五千元以上者，每增一千元之額，遞加課稅千分之十；

前項所得之課稅，其最高稅率，以千分之二百為限。

第五條 第二類所得應課之稅率如下：

- (一) 每月平均所得自三十元至六十元者，每十元課稅五分；
- (二) 每月平均所得超過六十元至一百元者，其超過額每十元課稅一角；
- (三) 每月平均所得超過一百元至二百元者，其超過額每十元課稅二角；
- (四) 每月平均所得超過二百元至三百元者，其超過額每十元課稅三角；

- (五) 每月平均所得超過三百元至四百元者，其超過額每十元課稅四角；
- (六) 每月平均所得超過四百元至五百元者，其超過額每十元課稅六角；
- (七) 每月平均所得超過五百元至六百元者，其超過額每十元課稅八角；
- (八) 每月平均所得超過六百元至七百元者，其超過額每十元課稅一元；
- (九) 每月平均所得超過七百元至八百元者，其超過額每十元課稅一元二角；
- (十) 每月平均所得超過八百元以上時，每超過一百元之額，每十元增課二角，至每十元課稅二元為最高限度。
- 每月所得之超過額不滿五元者，其超過部分免稅。五元以上者，以十元計算。

第六條 第三類所得應課之稅率為千分之五十。

第三章 所得額之計算及報告

第七條 計算所得額之方法如下：

- (一) 第一類之所得，以純益額計算課稅；
- (二) 第二類之所得，以月計者或以年計者，均按月平均計算

課稅。其所得無定期或一時所得者，以各該月之所得額，計算課稅；

(三) 第三類之所得，以每次或結算時付給之利息計算課稅。

第八條 第一類甲、乙兩項之所得，應由納稅義務者，於每年結算後三個月內，將所得額，依規定格式，報告於主管征收機關。

第九條 第一類丙項之所得，應由扣繳所得稅者，或自繳所得稅者，於結算後一個月內，將所得額，依規定格式，報告於主管征收機關。

第十條 第二類之所得，應由扣繳所得稅者，或自繳所得稅者，按照納稅期限，將所得額，依規定格式，報告於主管征收機關。

第十一條 第三類之所得，應由扣繳所得稅者，或自繳所得稅者，於付給或領取利息後一個月內，將所得額，依規定格式，報告於主管征收機關。

第十二條 主管征收機關，對於所得額之報告，發現有虛偽隱匿或逾限未報者，得逕行決定其所得額。

第四章 調查及審查

第十三條 主管徵收機關，於各類所得額，經報告義務者報告後，得隨時派員調查。

第十四條 主管徵收機關，決定各類所得額，及其應納稅額後，

應通知納稅義務者。

納稅義務者接到前項通知後，如有不服，得於十日內敘明理由，連同證明文件，請求當地主管徵收機關，重行調查。主管徵收機關，應即另行派員覆查決定之。

經覆查決定後，納稅義務者，應即依法納稅。

第十五條 納稅義務者，接到前條覆查決定之通知後，仍有不服時，得於十日內申請審查委員會審查決定之。

主管徵收機關，對於申請審查之稅款，應存放當地殷實銀行，俟審查委員會決定後，依其決定，為退稅或補稅，主管徵收機關為前項退稅時，應將退稅部份之利息，一併退還之。

第十六條 納稅義務者，對於審查委員會之決定不服時，得提起行政訴願或訴訟。

第十七條 審查委員會，於市縣或其他徵收區域設置之。

審查委員會，設委員三人至七人，為無給職，由財政部於當地公務員，公正人士，及職業團體職員中聘任之，任期三年。

審查委員會開會時，主管徵收機關長官或其代表應列席。

第五章 罰則

第十八條 不依期限報告，或怠於報告者，主管徵收機關得科以二十元以下之罰鍰。

第十九條 隱匿不報，或為虛偽之報告者，除科以二十元以下之罰鍰外；並得移請法院，科以漏稅額二倍以上五倍以下之罰金，其情節重大者，得併科一年以下有期徒刑或拘役。

第二十條 納稅義務者或扣繳所得稅者，不依期限繳納稅款，主管徵收機關得移請法院追繳；並依下列規定處罰之：

- (一) 欠繳稅額全部或一部逾三個月者，科以所欠金額百分之三十以下之罰金；
- (二) 欠繳稅額全部或一部逾六個月者，科以所欠金額百分之六十以下之罰金；
- (三) 欠繳稅額全部或一部逾九個月者，科以所欠金額一倍以下之罰金。

第六章 附則

第二十一條 本條例施行細則，及審查委員會組織規程，由財政部擬訂，呈請行政院核定之。

第二十二條 本條例施行日期，以命令定之。

九 所得稅施行細則(二十五年八月十八日行政院通過 六月二十二日行政院公布)

第一條 本細則依照所得稅暫行條例(以下簡稱暫行條例)第二十一條規定制定之。

第二條 駐在中華民國境內各國外交官之所得，免予徵稅。

第三條 在中華民國境內居住未滿一年之外國人，其所得之來源，不出自中華民國境內者免予徵稅。

第四條 前兩條之規定，以各外國對於中華民國有同一之待遇者為限，適用之。

第五條 凡營利事業，本店在中華民國國外，分支店營業所在國內，或分支店營業所在國外，而本店在國內者，無論其資本是否與本店互為劃分，均就其在中華民國境內營業盈利之部份，計算其所得額，準用暫行條例第四條稅率課稅。

第六條 本店及其分支店營業所，同在中華民國境內，而其資本互為劃分者，應分別計算其所得額。

第七條 稱資本者，謂照公司組織實在繳足之股金，或其他組織實際投入之本金。

有公積金者，得按其總額，以三分之一併入資本計算。

第八條 第一類甲、乙兩項營利事業之所得，得依各業習慣，每年結算一次，其不滿一年者，就其營業期間之所得，計算課稅。

第九條 營業年度變更時，依新舊年度交替期間之所得，計算課稅。

第十條 第二類所得，以星期計者，每月按四星期計算課稅。

第十一條 第二類所得，以月計者，不足一月時，就其所得之實數，計算課稅。

第十二條 買賣與本業務無關之物品證券或金銀貨幣，而其所得，又不在本業務收入項下計算者，以一時營利事業論。

非營業之個人為前項之買賣，而不於約定期日，以現貨交割者，亦同。

第十三條 非營利事業之法人或團體，而兼營營利事業者，視為營利事業。

第十四條 稱法定儲蓄金者，以政府法令規定之儲金為限。

第十五條 計算第一類所得時，應就其收入總額內，減除營業期間實際開支、呆帳、折舊、盤存消耗、公課及依法令所規定之公積金，以其餘額為純益額，依照暫行條例第三條規定之稅率課稅。

第十六條 下列各項收入，均屬第二類薪給報酬之所得：

(一)公務員之俸給，薪金，歲費，獎金，退職金，養老金及其他職務上所得之給與金；

(二)自由職業者，其他從事各業者，因職業及工作上所受之薪金、年金、報酬及其他金錢之給與。

第十七條 計算自由職業者及其他從事各業者之所得，如有下列各項費用時，應先行扣除，以其餘額為所得額；

(一)業務所房租；

(二)業務使用人薪給報酬

(三)業務上必需之舟車旅費；

(四)其他業務上直接必需之費用。

業務人就其居所為營業所者，其房租應比例扣除之；但不得超過租金總額百分之六十。本條第一項第三款之舟車旅費，以受有報酬者為限；但不得超過其各個報酬額百分之三十。

第十八條 自由職業者，及其他從事各業者，設有兩個以上之業務所，各有其獨立之賬簿者，應分別計算其所得額。

第十九條 依本細則第十二條規定之營利，應於各個交易結數時，計算其所得額。

第二十條 扣繳所得稅者，或自繳所得稅者，應依照暫行條例第八條至第十一條規定之期間，向當地主管徵收機關，申報所得額。

第二十一條 無行為能力人，及限制行為能力人之所得額，由其法定代理人依照前條規定，代為申報。

第二十二條 第一類甲、乙兩項之營利事業，因合併，解散，歇業，清理；經結算後，仍有所得者，應於結算日起二十日內，向當地徵收機關，申報其所得額。

受破產之宣告經清理後，仍有所得者，破產管理人，依前項之規定，申報其所得額。

第二十三條 營業年度變更時，執行業務之負責人，應依照本細則第九條規定，於結算日起二十日內，申報其所得額。

第二十四條 第一類所得之申報人，於申報時，應提出財產目錄，損益計算書，資產負債表，或其他足以證明其所得額之賬簿文據。

第二十五條 所得稅稅款，由財政部主管徵收機關，委託國家銀行，或郵政儲金匯業局徵收之，其當地無上列機關者，得指定其他銀行，商號，或處所，代為經收。

第二十六條 各類所得稅之納稅期限，依下列規定：

(一) 第一類甲、乙兩項納稅期限，應依各業每年之結算期，於每年三月一日起至五月末日止，或八月一日起至十月末日止，一次繳納之，丙項所得稅，於結算申報時繳納；

(二) 第二類所得稅，按月繳納之；

(三)第三類所得稅於結算息金申報時，繳納之。

第一類丙項，第二類自繳之所得稅及本細則第二十二條第一項，第二項，第二十三條，應繳之所得稅，於結算申報日起，二十日內繳納之。

第二十七條 所得稅繳納方法如下：

- (一)屬於第一類甲、乙兩項者，由業務負責人自行繳納；
- (二)屬於第一類丙項者，如有支付所得之機關，由該機關業務負責人代為扣繳；如無支付機關，由納稅義務人或其代理人，自行繳納；
- (三)屬於第二類者，由直接支付薪給報酬之機關長官或雇主，代為扣繳；無支付機關或雇主者，自行繳納；
- (四)屬於第三類者，由付息機關之業務負責人，代為扣繳。

第二十八條 扣繳所得稅者，於扣繳稅款時，應通知納稅義務人；並將稅款向當地經收稅款機關繳納之；

前項扣繳所得稅者，除支付無記名證券利息及存款利息，另以特種表式申報外，應開具各個納稅義務人所得額，申報當地主管徵收機關。

第二十九條 經收稅款機關，於收到前條所扣稅款時，應掣給主管徵收機關規定之正式收據。

第三十條 扣繳所得稅者，如能依照法定手續期限完成其扣繳

之職責者，當地主管徵收機關，得照其扣繳之總額，給予千分之五之獎勵金。

前項獎勵金，於政府機關不適用之。

第三十一條 自繳所得稅者，於接到當地主管徵收機關決定所得稅額之通知書後，應各依納稅期限，向經收稅款機關繳納所得稅。

前項自繳者，應向經收稅款機關，掣取主管徵收機關規定之正式收據。

第三十二條 財政部主管徵收機關，應制定各類所得人納稅額通知書，發交各地徵收機關，依暫行條例第十四條之規定，通知納稅者。

第三十三條 當地主管徵收機關，應於收到申報人申報十五日內，為其所得稅額之決定；如申報人請求重行調查時，應自接收請求之日起，十日內重行決定其稅額。

第三十四條 當地主管徵收機關，認申報人申報不實時，得指定期限，要求申報人提示有關納稅額之證明文據。

申報人對於前項要求怠不履行時，當地主管徵收機關，得依調查或其他方法，逕行決定其所得額，及納稅額；並通知之。申報人受前項通知時，應依納稅期限納稅。

第三十五條 當地主管徵收機關，對於扣繳之稅額發現不足時，

應責令扣繳所得稅者繳足之。

第三十六條 納稅義務人，對於扣繳之所得稅，認有應行減除者，得向當地主管徵收機關聲請退稅。

第三十七條 財政部主管徵收機關，應製定各類所得額申報表，發交各地徵收機關，由申報者自行具領填報。

前項申報表，得由各地徵收機關，委託當地行政機關，商會，同業公會，郵政局，或經收稅款機關，存備申報者具領；並公告或揭示之。

第三十八條 各類所得額申報表，不得附徵任何費用。

第三十九條 當地主管徵收機關，應設置各類所得名簿，按照申報表及決定通知書之內容，將納稅者姓名、住址、職業、所得額，決定納稅額及其他應行記載事項，分別記載之。

第四十條 所得稅額決定通知書，應分所得種類，編號登記。

第四十一條 扣繳所得稅者，自繳所得稅者，或代繳所得稅者，對於調查，覆查，審查人員，要求提示之憑證，不得加以拒絕。

第四十二條 申報人對於明知不實之所得額，故為申報者，除依暫行條例第十九條罰鍰或論罪外，其有觸犯刑法偽造文書罪之情形者，主管徵收機關，並應報請法院法辦。

第四十三條 徵收所得稅機關人員，對於納稅人之所得額，納稅額及其證明關係文據，應絕對保守祕密；違者，經主管長官查

實，或於受害人告發，經查實後；主管長官應予以撤職或其他懲戒處分。觸犯刑法者，並應報請法院法辦。

第四十四條 當地主管徵收機關依暫行條例第十八條、第十九條、第二十條各款規定科罰時，應向受罰人送達處分書，對於繳納之罰款，應予收據。

前項處分書及收據，應加蓋處罰機關之關防及負責人之名章。

第四十五條 股份有限公司或股份兩合公司發行股份時，應將股份總額，股票種類，每股金額，營業年度，報明當地主管徵收機關。

已發行之股票，應由各該公司，於本細則施行日起一個月內，將前項應報事項，報明當地主管徵收機關。

第四十六條 公司，商號，行棧，工廠及營利之個人，應於本細則施行日起一個月內將姓名，住址，營業，資本，或股本實額，報明當地主管徵收機關。

第四十七條 本細則所定各種書表，簿冊，單據格式，由財政部製定之。

第四十八條 本細則未盡事宜，財政部得隨時呈准行政院修正之。

第四十九條 本細則施行日期，自民國二十五年十一月一日起施行。

十 第二類所得納稅額計算表

每 月 所 得	納 稅 額	每 月 所 得	納 稅 額	每 月 所 得	納 稅 額
\$ 30 至未滿 \$ 35	\$0.05	\$235 至未滿 \$245	\$ 3.80	\$455 至未滿 \$465	\$13.20
35 至未滿 45	0.10	245 至未滿 255	4.10	465 至未滿 475	13.80
45 至未滿 55	0.15	255 至未滿 265	4.40	475 至未滿 485	14.40
55 至未滿 65	0.20	265 至未滿 275	4.70	485 至未滿 495	15.00
		275 至未滿 285	5.00	495 至未滿 505	15.60
65 至未滿 75	0.30	285 至未滿 295	5.30		
75 至未滿 85	0.40	295 至未滿 305	5.60	505 至未滿 515	16.40
85 至未滿 95	0.50			515 至未滿 525	17.20
95 至未滿 105	0.60	305 至未滿 315	6.00	525 至未滿 535	18.00
		315 至未滿 325	6.40	535 至未滿 545	18.80
105 至未滿 115	0.80	325 至未滿 335	6.80	545 至未滿 555	19.60
115 至未滿 125	1.00	335 至未滿 345	7.20	555 至未滿 565	20.40
125 至未滿 135	1.20	345 至未滿 355	7.60	565 至未滿 575	21.20
135 至未滿 145	1.40	355 至未滿 365	8.00	575 至未滿 585	22.00
145 至未滿 155	1.60	365 至未滿 375	8.40	585 至未滿 595	22.80
155 至未滿 165	1.80	375 至未滿 385	8.80	595 至未滿 605	23.60
165 至未滿 175	2.00	385 至未滿 395	9.20		
175 至未滿 185	2.20	395 至未滿 405	9.60	605 至未滿 615	24.60
185 至未滿 195	2.40			615 至未滿 625	25.60
195 至未滿 205	2.60	405 至未滿 415	10.20	625 至未滿 635	26.60
		415 至未滿 425	10.80	635 至未滿 645	27.60
205 至未滿 215	2.90	425 至未滿 435	11.40	645 至未滿 655	28.60
215 至未滿 225	3.20	435 至未滿 445	12.00	655 至未滿 665	29.60
225 至未滿 235	3.50	445 至未滿 455	12.60	665 至未滿 675	30.60

第二類所得納稅額計算表(續)

每 月 所 得	納稅額	每 月 所 得	納稅額	每 月 所 得	納稅額
\$675 至未滿 \$685	\$31.60	\$815 至未滿 \$825	\$48.40	\$965 至未滿 \$975	\$70.80
685 至未滿 695	32.60	825 至未滿 835	49.80	975 至未滿 985	72.40
695 至未滿 705	33.60	835 至未滿 845	51.20	985 至未滿 995	74.00
		845 至未滿 855	52.60	995 至未滿 1005	75.60
705 至未滿 715	34.80	855 至未滿 865	54.00		
715 至未滿 725	36.00	865 至未滿 875	55.40	1005 至未滿 1015	77.40
725 至未滿 735	37.20	875 至未滿 885	56.80	1015 至未滿 1025	79.20
735 至未滿 745	38.40	885 至未滿 895	58.20	1025 至未滿 1035	81.00
745 至未滿 755	39.60	895 至未滿 905	59.60	1035 至未滿 1045	82.80
755 至未滿 765	40.80			1045 至未滿 1055	84.60
765 至未滿 775	42.00	905 至未滿 915	61.20	1055 至未滿 1065	86.40
775 至未滿 785	43.20	915 至未滿 925	62.80	1065 至未滿 1075	88.20
785 至未滿 795	44.40	925 至未滿 935	64.40	1075 至未滿 1085	90.00
795 至未滿 805	45.60	935 至未滿 945	66.00	1085 至未滿 1095	91.80
		945 至未滿 955	67.60	1095 至未滿 1105	93.60
805 至未滿 815	47.00	955 至未滿 965	69.20		

每月所得滿 1105 元者納稅 93.60 元,每月所得超過 1105 元者其超過之數每滿十元增稅二元。

十一 保險價目表

甲. 美國友邦人壽保險公司三益保險(二十年養老,終身及殘廢保險)之保險率表

年齡	全年繳	半年繳	按季繳	年齡	全年繳	半年繳	按季繳
20	元 5.800	元 3.015	元 1.535	36	元 6.735	元 3.500	元 1.785
21	5.840	3.035	1.550	37	6.820	3.545	1.805
22	5.880	3.060	1.560	38	6.900	3.590	1.830
23	5.925	3.080	1.570	39	6.985	3.630	1.850
24	5.970	3.105	1.580	40	7.075	3.680	1.875
25	6.020	3.130	1.595	41	7.165	3.725	1.900
26	6.075	3.160	1.610	42	7.270	3.780	1.925
27	6.130	3.190	1.625	43	7.380	3.840	1.955
28	6.190	3.220	1.640	44	7.495	3.895	1.985
29	6.260	3.255	1.660	45	7.610	3.955	2.015
30	6.310	3.280	1.670	46	7.740	4.025	2.050
31	6.375	3.315	1.690	47	7.885	4.100	2.090
32	6.440	3.350	1.705	48	8.030	4.175	2.130
33	6.510	3.385	1.725	49	8.195	4.260	2.170
34	6.585	3.425	1.745	50	8.360	4.345	2.215
35	6.660	3.465	1.765				

(註)三益保險之保戶，有三種利益而祇須付一種保險費。(1)永久之保障，(2)二十年後之養老金，(3)殘廢之優待。例如某甲年三十歲，投保三益保險一萬元。全年保險費六百三十一元。至五十歲時，即可親領養老金一萬元，而公司仍繼續永遠保障其生命之險。且保戶無須再繳保險費。以後無論何時，發生不測，則公司再以一萬元之賠款，付與其家庭收領。設某甲於繳費期內身故，則其家庭領取賠款一萬元，但不給養老金。又設某甲於繳費期內，猝遭不測，或雙目失明，或失去兩手，或失去兩足，或失去一手一足，則以後應繳之保險費，即作為付畢論。且每月得向公司領取優待金五十元，直至天年為止。至五十歲時，仍可親領養老金一萬元。至天年時，公司再以一萬元之賠款，交付其家庭收領。

乙. 中國保險股份有限公司上海火險價目表

種 類	價 目	
	B等	C等
銀行，醫院，莊號，教堂，公署，公所，住宅，學校， 公會(證明無製造無堆儲貨物者)	8元	24元
石庫門典當，住宅，店鋪，零售或躉批之行號，可 存儲貨物者(惟證明不儲棉花及危險品者)	12	24
茶館，酒樓，總會，公衆寄宿所	12	24
旅館	24	50

印刷所	43	85
庫門房屋開設之印刷所(用馬達不逾十匹馬力者)	16	32
汽車行	24	40
戲館	50	100
影戲院	60	120
絲廠,絲織廠	21.5	43
絲頭廠	29	57.5
篩茶棧	29	57.5
炒茶棧	43	85
米廠	29	57.5
織布廠	21.5	43
染坊	29	57.5
毛織廠	29	57.5
煙廠(香煙雪茄煙製造者)	29	57.5
製罐廠	43	85
肥皂廠	57.5	85
肥皂廠(用水汀者)	43	85
木場(段木無鋸木者)	18	18
板木場(用手工鋸木者)	35	35
鋸木廠(用電力者)	85	127.5

麵粉廠	57.5	85
棉花堆棧	40	60
堆棧(儲絲繭雜貨等無危險品者)	15	30
針織廠	29	57.5
房屋建築工程(連地場上之材料)	9	12.5

(註一)以上價目,均以每年每千元計算,係在公共租界及法租界內者。如在閘北及南市陸家浜路之南,以及浦東,照章加二成半。南市及城內加一成。

(註二)房屋用磚石或鋼骨水門汀泥建築,四面有大牆,屋頂用白鐵,或瓦蓋者,爲 *B* 等;房屋用磚木建築,或木板門面,屋頂用瓦蓋者,爲 *C* 等。

丙. 中國保險股份有限公司火險短期價目表

保 期	保費計算照全 年之保費收	保 期	保費計算照全 年之保費收
五天起碼	5%	五個月者	55%
十五天者	10%	六個月者	65%
一個月者	15%	七個月者	75%
二個月者	25%	八個月者	80%
三個月者	35%	九個月者	85%
四個月者	45%	十個月者	90%

十一個月者 95%

(註)如保全年之單,用過數月後,退保時,亦按以上所保之時期計算保費外,退還餘費。

丁. 美國保險公司火險短期價目表

日期	%	日期	%	日期	%	日期	%	日期	%	日期	%
1	2.10	21	17.70	41	26.30	61	31.17	81	38.85	101	43.67
2	3.86	22	18.23	42	26.58	62	32.10	82	39.13	102	44.00
3	5.25	23	18.68	43	26.79	63	32.80	83	39.34	103	44.33
4	6.26	24	18.96	44	26.93	64	33.27	84	39.48	104	44.67
5	7.00	25	19.10	45	27.00	65	33.50	85	39.55	105	45.00
6	8.00	26	19.40	46	27.50	66	34.32	86	39.70	106	45.33
7	8.80	27	19.64	47	27.90	67	34.97	87	39.82	107	45.67
8	9.40	28	19.82	48	28.20	68	35.46	88	39.91	108	46.00
9	9.80	29	19.94	49	28.40	69	35.79	89	39.97	109	46.33
10	10.00	30	20.00	50	28.50	70	35.95	90	40.00	110	46.67
11	11.33	31	21.17	51	28.85	71	36.30	91	40.33	111	47.00
12	12.40	32	22.10	52	29.13	72	36.58	92	40.67	112	47.33
13	13.20	33	22.80	53	29.34	73	36.79	93	41.00	113	47.67
14	13.73	34	23.27	54	29.48	74	36.93	94	41.33	114	48.00
15	14.00	35	23.50	55	29.55	75	37.00	95	41.67	115	48.33
16	15.00	36	24.32	56	29.70	76	37.50	96	42.00	116	48.67
17	15.80	37	24.97	57	29.82	77	37.90	97	42.33	117	49.00
18	16.40	38	25.46	58	29.91	78	38.20	98	42.67	118	49.33
19	16.80	39	25.79	59	29.97	79	38.40	99	43.00	119	49.67
20	17.00	40	25.95	60	30.00	80	38.50	100	43.33	120	50.00

日期	%	日期	%	日期	%	日期	%	日期	%	日期	%
121	50.33	161	63.67	201	73.50	241	80.17	281	86.84	321	93.50
122	50.67	162	64.00	202	73.67	242	80.34	282	87.00	322	93.67
123	51.00	163	64.33	203	73.84	243	80.50	283	87.17	323	93.84
124	51.33	164	64.67	204	74.00	244	80.67	284	87.34	324	94.00
125	51.67	165	65.00	205	74.17	245	80.84	285	87.50	325	94.17
126	52.00	166	65.33	206	74.34	246	81.00	286	87.67	326	94.34
127	52.33	167	65.67	207	74.50	247	81.17	287	87.84	327	94.50
128	52.67	168	66.00	208	74.67	248	81.34	288	88.00	328	94.67
129	53.00	169	66.33	209	74.84	249	81.50	289	88.17	329	94.84
130	53.33	170	66.67	210	75.00	250	81.67	290	88.34	330	95.00
131	53.67	171	67.00	211	75.17	251	81.84	291	88.50	331	95.17
132	54.00	172	67.33	212	75.34	252	82.00	292	88.67	332	95.34
133	54.33	173	67.67	213	75.50	253	82.17	293	88.84	333	95.50
134	54.67	174	68.00	214	75.67	254	82.34	294	89.00	334	95.67
135	55.00	175	68.33	215	75.84	255	82.50	295	89.17	335	95.84
136	55.33	176	68.67	216	76.00	256	82.67	296	89.34	336	96.00
137	55.67	177	69.00	217	76.17	257	82.84	297	89.50	337	96.17
138	56.00	178	69.33	218	76.34	258	83.00	298	89.67	338	96.34
139	56.33	179	69.67	219	76.50	259	83.17	299	89.84	339	96.50
140	56.67	180	70.00	220	76.67	260	83.34	300	90.00	340	96.67
141	57.00	181	70.17	221	76.84	261	83.50	301	90.17	341	96.84
142	57.33	182	70.34	222	77.00	262	83.67	302	90.34	342	97.00
143	57.67	183	70.50	223	77.17	263	83.84	303	90.50	343	97.17
144	58.00	184	70.67	224	77.34	264	84.00	304	90.67	344	97.34
145	58.33	185	70.84	225	77.50	265	84.17	305	90.84	345	97.50
146	58.67	186	71.00	226	77.67	266	84.34	306	91.00	346	97.67
147	59.00	187	71.17	227	77.84	267	84.50	307	91.17	347	97.84
148	59.33	188	71.34	228	78.00	268	84.67	308	91.34	348	98.00
149	59.67	189	71.50	229	78.17	269	84.84	309	91.50	349	98.17
150	60.00	190	71.67	230	78.34	270	85.00	310	91.67	350	98.34
151	60.33	191	71.84	231	78.50	271	85.17	311	91.84	351	98.50
152	60.67	192	72.00	232	78.67	272	85.34	312	92.00	352	98.67
153	61.00	193	72.17	233	78.84	273	85.50	313	92.17	353	98.84
154	61.33	194	72.34	234	79.00	274	85.67	314	92.34	354	99.00
155	61.67	195	72.50	235	79.17	275	85.84	315	92.50	355	99.17
156	62.00	196	72.67	236	79.34	276	86.00	316	92.67	356	99.34
157	62.33	197	72.84	237	79.50	277	86.17	317	92.84	357	99.50
158	62.67	198	73.00	238	79.67	278	86.34	318	93.00	358	99.67
159	63.00	199	73.17	239	79.84	279	86.50	319	93.17	359	99.84
160	63.33	200	73.34	240	80.00	280	86.67	320	93.34	360	100.00

(註一)百分率係照全年之保費計算。

(註二)投保全年之保戶退保時若係保戶主動，則亦按上表計算保費，而退還所餘之費。若係公司主動，則就經過日數，比例計算(一年以 360 日計算)。

十二 日數推算表

日	月	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
一	日	1	32	60	91	121	152	182	213	244	274	305	335
二	日	2	33	61	92	122	153	183	214	245	275	306	336
三	日	3	34	62	93	123	154	184	215	246	276	307	337
四	日	4	35	63	94	124	155	185	216	247	277	308	338
五	日	5	36	64	95	125	156	186	217	248	278	309	339
六	日	6	37	65	96	126	157	187	218	249	279	310	340
七	日	7	38	66	97	127	158	188	219	250	280	311	341
八	日	8	39	67	98	128	159	189	220	251	281	312	342
九	日	9	40	68	99	129	160	190	221	252	282	313	343
十	日	10	41	69	100	130	161	191	222	253	283	314	344
十一	日	11	42	70	101	131	162	192	223	254	284	315	345
十二	日	12	43	71	102	132	163	193	224	255	285	316	346
十三	日	13	44	72	103	133	164	194	225	256	286	317	347
十四	日	14	45	73	104	134	165	195	226	257	287	318	348
十五	日	15	46	74	105	135	166	196	227	258	288	319	349
十六	日	16	47	75	106	136	167	197	228	259	289	320	350
十七	日	17	48	76	107	137	168	198	229	260	290	321	351
十八	日	18	49	77	108	138	169	199	230	261	291	322	352
十九	日	19	50	78	109	139	170	200	231	262	292	323	353
二十	日	20	51	79	110	140	171	201	232	263	293	324	354
二十一	日	21	52	80	111	141	172	202	233	264	294	325	355
二十二	日	22	53	81	112	142	173	203	234	265	295	326	356
二十三	日	23	54	82	113	143	174	204	235	266	296	327	357
二十四	日	24	55	83	114	144	175	205	236	267	297	328	358
二十五	日	25	56	84	115	145	176	206	237	268	298	329	359
二十六	日	26	57	85	116	146	177	207	238	269	299	330	360
二十七	日	27	58	86	117	147	178	208	239	270	300	331	361
二十八	日	28	59	87	118	148	179	209	240	271	301	332	362
二十九	日	29		88	119	149	180	210	241	272	302	333	363
三十	日	30		89	120	150	181	211	242	273	303	334	364
三十一	日	31		90		151		212	243		304		365

十三 複利終值表

期數	每 期 利 率					期數
	1 %	1 $\frac{1}{2}$ %	2 %	2 $\frac{1}{2}$ %	3 %	
1	1.01	1.015	1.02	1.025	1.03	1
2	1.0201	1.030225	1.0404	1.050625	1.0609	2
3	1.030301	1.04567838	1.061208	1.0768063	1.092727	3
4	1.04060401	1.06136355	1.08243216	1.10381289	1.12550881	4
5	1.05101005	1.07728400	1.10408080	1.13140821	1.15927407	5
6	1.06152015	1.09344326	1.12616242	1.15969342	1.19405230	6
7	1.07213535	1.10984491	1.14368567	1.18838575	1.22987387	7
8	1.08285671	1.12649259	1.17165938	1.21840290	1.26677008	8
9	1.09368527	1.14338998	1.19509257	1.24886297	1.30477318	9
10	1.10462213	1.16054083	1.21899442	1.28008454	1.34391638	10
11	1.11566835	1.17794894	1.24337431	1.31208666	1.38423387	11
12	1.12682503	1.19561817	1.26824179	1.34488882	1.42576089	12
13	1.13809328	1.21355244	1.29360663	1.37851104	1.46853371	13
14	1.14947421	1.23175573	1.31947876	1.41297382	1.51258972	14
15	1.16096896	1.25023207	1.34586834	1.44829817	1.55796742	15
16	1.17257864	1.26898555	1.37278571	1.48450562	1.60470644	16
17	1.18430443	1.28802033	1.40024142	1.52161826	1.65284763	17
18	1.19614748	1.30734064	1.42824625	1.55965872	1.70243306	18
19	1.20810895	1.32695075	1.45681117	1.59865019	1.75350605	19
20	1.22019004	1.34685501	1.48594740	1.63861644	1.80611123	20
期數	1 %	1 $\frac{1}{2}$ %	2 %	2 $\frac{1}{2}$ %	3 %	期數
每 期 利 率						

期數	每 期 利 率					期數
	$3\frac{1}{2}\%$	4%	$4\frac{1}{2}\%$	5%	6%	
1	1.035	1.04	1.045	1.05	1.06	1
2	1.071225	1.0816	1.092025	1.1025	1.1236	2
3	1.10871788	1.124864	1.14116613	1.157625	1.191016	3
4	1.14752300	1.16985853	1.19251360	1.21550625	1.26247616	4
5	1.18768631	1.21665290	1.24618194	1.27628156	1.33822558	5
6	1.22925533	1.26531902	1.30226012	1.34009564	1.41851911	6
7	1.27227826	1.31593178	1.36086183	1.40710042	1.50363026	7
8	1.31680904	1.36856165	1.42210061	1.47745514	1.59383807	8
9	1.36289735	1.42331181	1.48609514	1.55132822	1.68947896	9
10	1.41059876	1.48024428	1.55296942	1.62889463	1.79084770	10
11	1.45986972	1.53945406	1.62285305	1.71033936	1.83829856	11
12	1.51106866	1.60103222	1.69588143	1.79585633	2.01219647	12
13	1.56395606	1.66507351	1.77219610	1.88564914	2.13292826	13
14	1.61869452	1.73167645	1.85194492	1.97993160	2.26090396	14
15	1.67534883	1.80094351	1.93528244	2.07892818	2.39655310	15
16	1.73398604	1.87298125	2.02237015	2.18287459	2.54035168	16
17	1.79467555	1.94790050	2.11337681	2.29201832	2.69277279	17
18	1.85748920	2.02581652	2.20847877	2.40661923	2.85433915	18
19	1.92250132	2.10684918	2.30786031	2.52695020	3.02559950	19
20	1.98978886	2.19112314	2.41171402	2.65329771	3.20713547	20
期數	$3\frac{1}{2}\%$	4%	$4\frac{1}{2}\%$	5%	6%	期數
每 期 利 率						

期數	每 期 利 率				期數
	7%	8%	9%	10%	
1	1.07	1.08	1.09	1.10	1
2	1.1449	1.1664	1.1881	1.21	2
3	1.225043	1.259712	1.295029	1.331	3
4	1.31079601	1.36048896	1.41158161	1.4641	4
5	1.40255173	1.46932808	1.53862395	1.61051	5
6	1.50073035	1.58687492	1.67710011	1.771561	6
7	1.60578148	1.71382427	1.82803912	1.9487171	7
8	1.71818618	1.85093021	1.99256264	2.14358881	8
9	1.83845921	1.99900463	2.17189328	2.35794769	9
10	1.96715136	2.15892500	2.36736367	2.59374246	10
11	2.10485195	2.33163900	2.58042641	2.85311671	11
12	2.25219159	2.51817012	2.81266478	3.13842838	12
13	2.40984500	2.71962373	3.06580461	3.45227121	13
14	2.57853415	2.93719362	3.34172703	3.79749834	14
15	2.75903154	3.17216911	3.64248246	4.17724817	15
16	2.95216375	3.42594264	3.97030588	4.59497299	16
17	3.15881521	3.70001805	4.32763341	5.05447028	17
18	3.37993228	3.99601950	4.71712042	5.55991731	18
19	3.61652754	4.31570106	5.14166125	6.11590904	19
20	3.86968446	4.66095714	5.60441076	6.72749995	20
期數	7%	8%	9%	10%	期數
	每 期 利 率				

十四 複利現值表

n	1%		1 $\frac{1}{2}$ %		2%		2 $\frac{1}{2}$ %		3%	
1	0.9900	9901	0.9852	2167	0.9803	9216	0.9756	0976	0.9708	7379
2	0.9802	9605	0.9706	6175	0.9611	6878	0.9518	1440	0.9425	9591
3	0.9705	9015	0.9563	1699	0.9423	2233	0.9285	9941	0.9151	4166
4	0.9609	8034	0.9421	8423	0.9238	4543	0.9059	5064	0.8884	8705
5	0.9514	6569	0.9282	6033	0.9057	3081	0.8838	5429	0.8626	0878
6	0.9420	4524	0.9145	4219	0.8879	7138	0.8622	9687	0.8374	8426
7	0.9327	1805	0.9010	2679	0.8705	6018	0.8412	6524	0.8130	9151
8	0.9234	8322	0.8877	1112	0.8534	9037	0.8207	4657	0.7894	0923
9	0.9143	3982	0.8745	9224	0.8367	5527	0.8007	2836	0.7664	1673
10	0.9052	8695	0.8616	6723	0.8203	4830	0.7811	9840	0.7440	9391
11	0.8963	2372	0.8489	3323	0.8042	6304	0.7621	4478	0.7224	2128
12	0.8874	4923	0.8363	8742	0.7884	9318	0.7435	5589	0.7013	7988
13	0.8786	6260	0.8240	2702	0.7730	3253	0.7254	2038	0.6809	5134
14	0.8699	6297	0.8118	4928	0.7578	7502	0.7077	2720	0.6611	1781
15	0.8613	4947	0.7998	5150	0.7430	1473	0.6904	6556	0.6418	6195
16	0.8528	2126	0.7880	3104	0.7284	4581	0.6736	2493	0.6231	6694
17	0.8443	7749	0.7763	8526	0.7141	6256	0.6571	9506	0.6050	1645
18	0.8360	1731	0.7649	1159	0.7001	5937	0.6411	6591	0.5873	9461
19	0.8277	3992	0.7536	0747	0.6864	3076	0.6255	2772	0.5702	8603
20	0.8195	4447	0.7424	7042	0.6729	7133	0.6102	7094	0.5536	7575

n	$3\frac{1}{2}\%$	4%	$4\frac{1}{2}\%$	5%	6%					
1	0.9661	8357	0.9615	3846	0.9569	3780	0.9523	8095	0.9433	9623
2	0.9335	10700	0.9245	5621	0.9157	2995	0.9070	2948	0.8899	9644
3	0.9019	42710	0.8889	9636	0.8762	9660	0.8638	3760	0.8396	1928
4	0.8714	42230	0.8548	0419	0.8385	6134	0.8227	0247	0.7920	9366
5	0.8419	73170	0.8219	2711	0.8024	5105	0.7835	2617	0.7472	5817
6	0.8135	00640	0.7903	1453	0.7678	9574	0.7462	1540	0.7049	6054
7	0.7859	90960	0.7599	1781	0.7348	2846	0.7106	8133	0.6650	5711
8	0.7504	11560	0.7306	9021	0.7031	8513	0.6768	3936	0.6274	1237
9	0.7337	30970	0.7025	8674	0.6729	0443	0.6446	0892	0.5918	9846
10	0.7089	18810	0.6755	6417	0.6439	2768	0.6139	1325	0.5583	9478
11	0.6849	45710	0.6495	8093	0.6161	9874	0.5846	7929	0.5267	8753
12	0.6617	83300	0.6245	9705	0.5896	6386	0.5568	3742	0.4969	6936
13	0.6394	04150	0.6005	7409	0.5642	7164	0.5303	2135	0.4688	3902
14	0.6177	81790	0.5774	7508	0.5399	7286	0.5050	6795	0.4423	0096
15	0.5968	90620	0.5552	6450	0.5167	2044	0.4810	1790	0.4172	6506
16	0.5767	05910	0.5339	0818	0.4944	6932	0.4581	1152	0.3936	4625
17	0.5572	08780	0.5133	7325	0.4731	7639	0.4362	9669	0.3713	6142
18	0.5383	61140	0.4936	2812	0.4528	0037	0.4155	2065	0.3503	4379
19	0.5201	55690	0.4746	4242	0.4333	0179	0.3957	3396	0.3305	1301
20	0.5025	65880	0.4563	8695	0.4146	4286	0.3768	8948	0.3118	0473

n	7%	8%	9%	10%
1	0.9345 7944	0.9259 2593	0.9174 3119	0.9090 9091
2	0.8734 3873	0.8573 3882	0.8416 7999	0.8264 4628
3	0.8162 9788	0.7938 3224	0.7721 8348	0.7513 1480
4	0.7628 9521	0.7350 2985	0.7084 2521	0.6830 1346
5	0.7129 8618	0.6805 8320	0.6499 3139	0.6209 2132
6	0.6663 4222	0.6301 6963	0.5962 6733	0.5644 7393
7	0.6227 4974	0.5834 9040	0.5470 3424	0.5131 5812
8	0.5820 0910	0.5402 6888	0.5018 6628	0.4665 0738
9	0.5439 3374	0.5002 4897	0.4604 2778	0.4240 9762
10	0.5083 4929	0.4631 5349	0.4224 1081	0.3855 4329
11	0.4750 9280	0.4288 8286	0.3875 3285	0.3504 9390
12	0.4440 1196	0.3971 1376	0.3555 3473	0.3186 3082
13	0.4149 6445	0.3676 9792	0.3261 7865	0.2896 6438
14	0.3878 1724	0.3404 6104	0.2992 4646	0.2633 3125
15	0.3624 4602	0.3152 4170	0.2745 3804	0.2393 9205
16	0.3387 3460	0.2918 9047	0.2518 6976	0.2176 2914
17	0.3165 7439	0.2702 6895	0.2310 7318	0.1978 4467
18	0.2958 6392	0.2502 4903	0.2119 9374	0.1758 5879
19	0.2765 0832	0.2317 1206	0.1944 8967	0.1635 0799
20	0.2584 1900	0.2145 4821	0.1784 3089	0.1486 4363

十五 複貼現現值表

n	3%	3 $\frac{1}{2}$ %	4%	4 $\frac{1}{2}$ %	5%					
1	0.9700	0000	0.9650	0000	0.9600	0000	0.9550	0000	0.9500	0000
2	0.9409	0000	0.9312	2500	0.9216	0000	0.9120	2500	0.9025	0000
3	0.9126	7300	0.8986	3213	0.8847	3600	0.8709	8388	0.8573	7500
4	0.8852	9281	0.8671	8000	0.8493	4656	0.8317	8960	0.8145	0625
5	0.8587	3403	0.8368	2870	0.8153	7270	0.7943	5907	0.7737	8094
6	0.8329	7200	0.8075	3970	0.7827	5779	0.7586	1291	0.7350	9189
7	0.8079	8284	0.7792	7581	0.7514	4748	0.7244	7533	0.6983	3730
8	0.7837	4336	0.7520	0115	0.7213	8958	0.6918	7394	0.6634	2043
9	0.7602	3106	0.7256	8111	0.6925	3400	0.6607	3961	0.6302	4941
10	0.7374	2413	0.7002	8227	0.6648	3264	0.6310	0633	0.5987	3694
11	0.7153	0140	0.6757	7239	0.6332	3933	0.6026	1105	0.5688	0009
12	0.6938	4236	0.6521	2036	0.6127	0976	0.5754	9355	0.5403	6009
13	0.6730	2709	0.6292	9615	0.5882	0137	0.5495	9634	0.5133	4208
14	0.6528	3628	0.6072	7078	0.5646	7331	0.5248	6450	0.4876	7498
15	0.6332	5119	0.5860	1631	0.5420	8638	0.5012	4560	0.4632	9123
16	0.6142	5365	0.5655	0573	0.5204	0292	0.4786	8955	0.4401	2667
17	0.5958	2604	0.5457	1303	0.4995	8681	0.4571	4852	0.4181	2034
18	0.5779	5126	0.5266	1308	0.4796	0334	0.4365	7684	0.3972	1432
19	0.5606	1272	0.5081	8162	0.4604	1920	0.4169	3088	0.3773	5360
20	0.5437	9434	0.4903	9526	0.4420	2043	0.3981	6899	0.3584	8592

n	6%	7%	8%	9%	10%
1	0.9400	0.9300	0.9200	0.9100	0.9000
2	0.8836	0.8649	0.8464	0.8281	0.8100
3	0.8305	0.8043	0.7786	0.7535	0.7290
4	0.7807	0.7480	0.7163	0.6857	0.6561
5	0.7339	0.6956	0.6590	0.6240	0.5904
6	0.6898	0.6469	0.6063	0.5678	0.5314
7	0.6484	0.6017	0.5578	0.5167	0.4782
8	0.6095	0.5595	0.5132	0.4702	0.4304
9	0.5729	0.5204	0.4721	0.4279	0.3874
10	0.5386	0.4839	0.4343	0.3894	0.3486
11	0.5062	0.4501	0.3996	0.3543	0.3138
12	0.4759	0.4185	0.3676	0.3224	0.2824
13	0.4473	0.3892	0.3382	0.2934	0.2541
14	0.4205	0.3620	0.3111	0.2670	0.2287
15	0.3952	0.3367	0.2862	0.2430	0.2058
16	0.3715	0.3131	0.2633	0.2211	0.1853
17	0.3492	0.2912	0.2423	0.2012	0.1667
18	0.3283	0.2708	0.2229	0.1831	0.1500
19	0.3086	0.2518	0.2051	0.1666	0.1350
20	0.2901	0.2342	0.1886	0.1516	0.1215

十六 債券價值表

33 $\frac{1}{2}$ 年				34年			
債券 利率	5%	5 $\frac{1}{2}$ %	6%	債券 利率	5%	5 $\frac{1}{2}$ %	6%
投資 利率				投資 利率			
5.50	92.386	100.000	107.614	5.50	92.348	100.000	107.654
5.55	91.674	99.243	106.813	5.55	91.631	99.239	106.848
5.60	90.970	98.495	106.020	5.60	90.924	98.487	106.051
5.65	90.275	97.756	105.237	5.65	90.226	97.744	105.263
5.70	89.588	97.025	104.462	5.70	89.536	97.010	104.484
5.75	88.909	96.303	103.697	5.75	88.855	96.285	103.715
5.80	88.238	95.589	102.940	5.80	88.181	95.568	102.955
5.85	87.576	94.884	102.193	5.85	87.516	94.859	102.203
5.90	86.921	94.187	101.453	5.90	86.858	94.159	101.460
5.95	86.273	93.498	100.722	5.95	86.209	93.467	100.726
6.00	85.633	92.817	100.000	6.00	85.566	92.783	100.000
6.05	85.001	92.143	99.286	6.05	84.932	92.107	99.282
6.10	84.376	91.478	98.580	6.10	84.305	91.439	98.573
6.15	83.759	90.820	97.882	6.15	83.685	90.779	97.872
6.20	83.148	90.170	97.191	6.20	83.073	90.126	97.179
6.25	82.545	89.527	96.509	6.25	82.468	89.481	96.494
6.30	81.948	88.891	95.834	6.30	81.869	88.843	95.816
6.35	81.359	88.263	95.167	6.35	81.278	88.212	95.146
6.40	80.776	87.642	94.507	6.40	80.694	87.589	94.484
6.45	80.200	87.028	93.855	6.45	80.116	86.973	93.829
6.50	79.630	86.420	93.210	6.50	79.545	86.383	93.182
6.55	79.067	85.820	92.572	6.55	78.981	85.761	92.542
6.60	78.511	85.226	91.942	6.60	78.423	85.166	91.909
6.65	77.961	84.639	91.318	6.65	77.871	84.577	91.283
6.70	77.417	84.059	90.701	6.70	77.326	83.995	90.664
6.75	76.879	83.485	90.091	6.75	76.787	83.419	90.052
6.80	76.347	82.917	89.488	6.80	76.254	82.850	89.446
6.85	75.821	82.356	88.891	6.85	75.728	82.288	88.848
6.90	75.301	81.801	88.301	6.90	75.207	81.731	88.256
6.95	74.787	81.252	87.717	6.95	74.692	81.181	87.670
7.00	74.279	80.709	87.140	7.00	74.183	80.637	87.091

(註) 此表僅係全表之一部

十七 年金終值表

n	3%		3 $\frac{1}{2}$ %		4%		5%		6%	
1	1.0000	0000	1.0000	0000	1.0000	0000	1.0000	0000	1.0000	0000
2	2.0300	0000	2.0350	0000	2.0400	0000	2.0500	0000	2.0600	0000
3	3.0909	0000	3.1062	2500	3.1216	0000	3.1525	0000	3.1836	0000
4	4.1836	2700	4.2149	4288	4.2464	6400	4.3101	2500	4.3746	1600
5	5.3091	3581	5.3624	6588	5.4163	2256	5.5256	3125	5.6370	9296
6	6.4684	0988	6.5501	5218	6.6329	7546	6.8019	1281	6.9753	1854
7	7.6624	6218	7.7794	0751	7.8982	9448	8.1420	0845	8.3938	3765
8	8.8923	3605	9.0516	8677	9.2142	2626	9.5491	0888	9.8974	6791
9	10.1591	0613	10.3684	9581	10.5827	9531	11.0265	6432	11.4913	1598
10	11.4638	7931	11.7313	9316	12.0061	0712	12.5778	9254	13.1807	9494
11	12.8077	9569	13.1419	9192	13.4863	5141	14.2067	8716	14.9716	4264
12	14.1920	2956	14.6019	6164	15.0258	0546	15.9171	2652	16.8609	4120
13	15.6177	9045	16.1130	3030	16.6268	3768	17.7129	8285	18.8821	3767
14	17.0863	2416	17.6769	8636	18.2919	1119	19.5986	3199	21.0150	6593
15	18.5989	1389	19.2956	8088	20.0235	8764	21.5785	6359	23.2759	6988
16	20.1568	8130	20.9710	2971	21.8245	3114	23.6574	9177	25.6725	2808
17	21.7615	8774	22.7050	1575	23.6975	1239	25.8403	6636	28.2128	7176
18	23.4144	3537	24.4996	9130	25.6454	1288	28.1323	8467	30.9056	5255
19	25.1168	6844	26.3571	8050	27.6712	2940	30.5390	0391	33.7599	9170
20	26.8703	7449	28.2796	8181	29.7780	7858	33.0659	5410	36.7855	9120

十八 年金現值表

n	3%		3 $\frac{1}{2}$ %		4%		5%		6%	
1	0.9708	7379	0.9661	8357	0.9615	3846	0.9523	8095	0.9433	9623
2	1.9134	6970	1.8996	9428	1.8860	9467	1.8594	1013	1.8333	9267
3	2.8286	1135	2.8016	3698	2.7750	9103	2.7232	4803	2.6730	1195
4	3.7170	9840	3.6730	7921	3.6298	9522	3.5459	5050	3.4651	0561
5	4.5797	0719	4.5150	5238	4.4518	2233	4.3294	7667	4.2123	6379
6	5.4171	9144	5.3285	5302	5.2421	3686	5.0756	9206	4.9173	2433
7	6.2302	8296	6.1145	4398	6.0020	5467	5.7863	7340	5.5823	8144
8	7.0196	9219	6.8739	5554	6.7327	4487	6.4632	1276	6.2097	9381
9	7.7861	0892	7.6076	8651	7.4353	3161	7.1078	2168	6.8016	9227
10	8.5302	0284	8.3166	0532	8.1108	9578	7.7217	3493	7.3600	8705
11	9.2526	2411	9.0015	5104	8.7604	7671	8.3064	1422	7.8868	7458
12	9.9540	0399	9.6633	3433	9.3850	7376	8.8632	5164	8.3838	4394
13	10.6349	5533	10.3027	3849	9.9856	4785	9.3935	7299	8.8526	8296
14	11.2960	7314	10.9205	2028	10.5631	2293	9.8986	4094	9.2949	8393
15	11.9379	3509	11.5174	1090	11.1183	8743	10.3796	5804	9.7122	4899
16	12.5611	0203	12.0941	1681	11.6522	9561	10.8377	6956	10.1058	9527
17	13.1661	1847	12.6513	205	12.1656	6885	11.2740	6625	10.4772	5969
18	13.7535	1308	13.1896	8173	12.6592	9697	11.6895	8690	10.8276	0348
19	14.3237	9911	13.7098	3742	13.1339	3940	12.0853	2086	11.1581	1649
20	14.8774	7486	14.2124	0330	13.5903	2634	12.4622	1034	11.4699	2122

十九 年賦金表

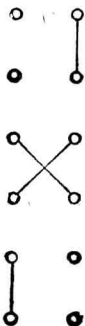
n	3%		3 $\frac{1}{2}$ %		4%		5%		6%	
1	1.0300	0000	1.0350	0000	1.0400	0000	1.0500	0000	1.0600	0000
2	0.5226	1094	0.5264	0049	0.5301	9608	0.5378	0488	0.5454	3689
3	0.3535	3036	0.3569	3418	0.3603	4854	0.3672	0856	0.3741	0981
4	0.2690	2705	0.2722	5114	0.2754	9005	0.2820	1183	0.2885	9149
5	0.2183	5457	0.2214	8137	0.2246	2711	0.2309	7480	0.2373	9640
6	0.1845	9750	0.1876	6821	0.1907	6190	0.1970	1747	0.2033	6263
7	0.1605	0635	0.1635	4449	0.1666	0961	0.1728	1982	0.1791	3502
8	0.1424	5639	0.1454	7665	0.1485	2783	0.1547	2181	0.1610	3594
9	0.1284	3386	0.1314	4601	0.1344	9299	0.1406	9008	0.1470	2224
10	0.1172	3051	0.1202	4137	0.1232	9094	0.1295	0458	0.1358	6796
11	0.1080	7745	0.1110	9197	0.1141	4904	0.1203	8389	0.1267	9294
12	0.1004	6209	0.1034	8395	0.1065	5217	0.1128	2541	0.1192	7703
13	0.0940	2954	0.0970	6157	0.1101	4373	0.1064	5577	0.1129	6011
14	0.0885	2634	0.0915	7073	0.0946	6897	0.1010	2397	0.1075	8491
15	0.0837	6658	0.0868	2507	0.0899	4110	0.0963	4229	0.1029	6276
16	0.0796	1085	0.0826	8483	0.0858	2000	0.0922	6991	0.0989	5214
17	0.0759	5253	0.0790	4913	0.0821	9852	0.0886	9914	0.0954	4480
18	0.0727	0870	0.0758	1684	0.0789	9333	0.0855	4622	0.0923	5654
19	0.0698	1388	0.0729	4033	0.0761	3862	0.0827	4501	0.0896	2086
20	0.0672	1571	0.0703	6108	0.0735	8175	0.0802	4259	0.0871	8456

二十 速算摘要

計算務求敏捷，故解題須循簡捷之徑，惟速算之方法甚多，初學者每不易記憶，故本篇僅就速算與省略算中之較重要而記憶較易者，列舉若干條，以備應用。

1. 兩位數，三位數，或四位數之乘法，可如下圖所示，依次相乘：

兩位數之乘法



例

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 46 \\ \hline 1610 \end{array}$$

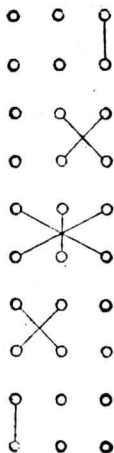
(I) $5 \times 6 = 30$

(II) $3 + 3 \times 6 + 4 \times 5 = 3 + 18 + 20 = 41$

$$(III) \quad 4 + 3 \times 4 = 4 + 12 = \underline{16}$$

即得 1610

三位數之乘法



例

$$\begin{array}{r} 323 \\ \times 453 \\ \hline 146319 \end{array}$$

$$(I) \quad 3 \times 3 = \underline{9}$$

$$(II) \quad 3 \times 2 + 5 \times 3 = 6 + 15 = \underline{21}$$

$$(III) \quad 2 + 3 \times 3 + 5 \times 2 + 4 \times 3 = 2 + 9 + 10 + 12 = \underline{33}$$

$$(IV) \quad 3 + 5 \times 3 + 4 \times 2 = 3 + 15 + 8 = \underline{21}$$

$$(V) \quad 2 + 4 \times 3 = 2 + 12 = \underline{14}$$

即得 146319

四位數之乘法



(I) $4 \times 1 = \underline{4}$



(II) $4 \times 4 + 2 \times 1 = \underline{18}$



(III) $1 + 4 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 1$



$= 1 + 8 + 8 + 3 = \underline{20}$



(IV) $2 + 4 \times 3 + 2 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 1$

$= 2 + 12 + 4 + 12 + 5 = \underline{35}$



(V) $3 + 5 \times 4 + 3 \times 2 + 2 \times 3$

$= 3 + 20 + 6 + 6 = \underline{35}$



(VI) $3 + 5 \times 2 + 3 \times 3 = 3 + 10 + 9$

$= \underline{22}$



(VII) $2 + 5 \times 3 = 2 + 15 = \underline{17}$

即得 17255084

五位數與六位數等之乘法，可依此類推，惟位數太多，錯誤甚易，故不便應用。若乘數之位數較少於被乘數，則所缺各位可視作為零。

例

$$\begin{array}{r} 523 \\ \times 46 \\ \hline 24058 \end{array}$$

(I) $6 \times 3 = \underline{18}$

(II) $1 + 6 \times 2 + 4 \times 3 = 1 + 12 + 12 = \underline{25}$

(III) $2 + 6 \times 5 + 4 \times 2 = 2 + 30 + 8 = \underline{40}$ (因乘數無百位數,
故沿第三線之乘積爲零)

(IV) $4 + 4 \times 5 = \underline{24}$ (因乘數無百位數,故沿第二線之乘積
爲零)

即得 24058

$$\begin{array}{r} 4321 \\ \times 546 \\ \hline 2359266 \end{array}$$

(I) $6 \times 1 = \underline{6}$

(II) $6 \times 2 + 4 \times 1 = 12 + 4 = \underline{16}$

(III) $1 + 6 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 1 = 1 + 18 + 8 + 5 = \underline{32}$

(IV) $3 + 6 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 2 = 3 + 24 + 12 + 10 = \underline{49}$ (因乘
數無千位數,故沿第四線之乘積爲零)

(V) $4 + 4 \times 4 + 5 \times 3 = 4 + 16 + 15 = \underline{35}$ (因乘數無千位數,
故沿第三線之乘積爲零)

(VI) $3 + 4 \times 5 = \underline{23}$ (因乘數無千位數,故沿第二線之乘積
爲零)

即得 2359266

2. 加法與乘法,可應用 9 之倍數之原理,稽核其演算。

各位數字相加

346382.....26	26-2×9=8) 相 加
486547.....34	34-3×9=7	
539248.....31	31-3×9=4	
398765.....38	38-4×9=2	
498432.....30	30-3×9=3	
637482.....30	30-3×9=3	
586415.....29	29-3×9=2	
64286.....26	26-2×9=8	
38745.....27	27-3×9=0	
+ 386423.....26	26-2×9=8	
3982725.....36	45	

*

各位數字相加

4336.....16	16-1×9=7) 相 乘
× 2864.....20	20-2×9=2	
12418304.....23	14	

**

3. 以 11 乘某數，可如下圖所示，依次相加

$$11 \times \overbrace{3} \overbrace{4} \overbrace{2} \overbrace{5} \overbrace{6} \overbrace{8}$$

(I) $\underline{8}$

(II) $6+8=\underline{14}$

(III) $1+5+6=\underline{12}$

* 此演算若無錯誤，則兩數之差須為 9 之倍數，否則必有錯誤；但若兩數之差為 9 之倍數，尙未能決定此演算之必無錯誤。

** 此演算若無錯誤，則兩數之差須為 9 之倍數，否則必有錯誤；但若兩數之差為 9 之倍數，尙未能決定此演算之必無錯誤。

$$(IV) \quad 1+2+5=\underline{8}$$

$$(V) \quad 4+2=\underline{6}$$

$$(VI) \quad 3+4=\underline{7}$$

$$(VII) \quad \underline{3}$$

即得 3768248

以上演算，可依下法稽核之：

$$\left. \begin{array}{r} 3+6+2+8=19 \\ \underbrace{3 \quad 7 \quad 6 \quad 8 \quad 2 \quad 4 \quad 8} \\ \underbrace{7 \quad + \quad 8 \quad + \quad 4} = 19 \end{array} \right) \text{此兩數之差須爲 11 之倍數，否} \\ \text{則必有錯誤。}$$

4. 若被乘數與乘數均較 10, 100, 1000, 10000 等略大；則可依下列步驟演算：

- (I) 將被乘數左端之 1 劃去，然後與乘數相加；
- (II) 於求得結果之後添置若干 0，若與 100 比較則添置二個 0，若與 1000 比較則添置三個 0，餘類推。
- (III) 將被乘數與乘數之餘數（即較比較數略大之數）相乘，而與以上求得之結果相加，即得所求之乘積。

例 13×12

$$\begin{array}{r} 13 \cdots \cdots \cdots 3 \\ + 12 \cdots \cdots \cdots 2 \end{array} \text{相乘}$$

$$\begin{array}{r} 150 \\ + 6 \\ \hline 156 \end{array}$$

$$104 \times 103$$

$$\begin{array}{r} 104 \dots\dots\dots 4 \\ + 103 \dots\dots\dots 3 \\ \hline 10700 \\ \quad + 12 \\ \hline 10712 \end{array} \text{相乘}$$

$$1009 \times 1011$$

$$\begin{array}{r} 1009 \dots\dots\dots 9 \\ + 1011 \dots\dots\dots 11 \\ \hline 1020000 \\ \quad + \quad 99 \\ \hline 1020099 \end{array} \text{相乘}$$

5. 若被乘數與乘數均較 10, 100, 1000, 10000 等略小, 則可依下列步驟演算:

- (I) 被乘數與乘數相加, 而省去其和左端之 1;
- (II) 於求得結果之後添置若干 0, 若與 100 比較則添置二個 0, 若與 1000 比較則添置三個 0, 餘類推。
- (III) 將被乘數與乘數之補數(即較比較數略小之數)相乘, 而與以上求得之結果相加, 即得所求之乘積。

例 98×97

$$\begin{array}{r} 98 \dots\dots\dots 2 \\ + 97 \dots\dots\dots 3 \\ \hline 9500 \\ \quad + 6 \\ \hline 9506 \end{array} \text{相乘}$$

$$993 \times 992$$

$$\begin{array}{r} 993 \dots\dots\dots 7 \\ + 992 \dots\dots\dots 8 \\ \hline 985000 \\ \quad + 56 \\ \hline 985056 \end{array} \text{相乘}$$

$$9987 \times 9989$$

$$\begin{array}{r} 9987 \dots\dots\dots 13 \\ + 9989 \dots\dots\dots 11 \\ \hline 99760000 \\ \quad + 143 \\ \hline 99760143 \end{array}$$

6. 若被乘數較 10,100,1000,10000 等略大而乘數略小,則可依下列步驟演算:

- (I) 將被乘數左端之 1 劃去,然後與乘數相加;
- (II) 於求得結果之後,添置若干 0,若與 100 比較則添置二個 0,若與 1000 比較則添置三個 0,餘類推。
- (III) 將被乘數之餘數與乘數之補數相乘,而自以上求得之結果減去,即得所求之乘積。

例 105×98

$$\begin{array}{r} 105 \dots\dots\dots 5 \\ + 98 \dots\dots\dots 2 \\ \hline 10300 \\ \quad - 10 \\ \hline 10290 \end{array} \text{相乘}$$

$$1006 \times 997$$

$$\begin{array}{r} 1006 \cdots \cdots \cdots 6 \\ + 997 \cdots \cdots \cdots 3 \\ \hline 1003000 \\ - 18 \\ \hline 1002982 \end{array} \text{相乘}$$

$$10008 \times 9988$$

$$\begin{array}{r} 10008 \cdots \cdots \cdots 8 \\ + 9988 \cdots \cdots \cdots 12 \\ \hline 99960000 \\ - 96 \\ \hline 99959904 \end{array} \text{相乘}$$

7. 若除數較 10, 100, 1000, 10000 等略小, 則可依下列步驟演算:

- (I) 若比較數為 1000, 則置一直線於被除數右端三位數之左, 若比較數為 10000, 則置一直線於被除數右端四位數之左, 餘類推;
- (II) 以除數之補數乘第一列直線左端之數, 而書其乘積於第二列 (第二列與第一列右端須對準), 以除數之補數乘第二列直線左端之數, 而書其乘積於第三列 (第三列與第一第二兩列右端須對準), 餘類推。
- (III) 將各列相加, 直線左端之數為商數, 直線右端之數為餘數, 若餘數尚大於除數, 則以其包含除數倍數之部, 加入商數。
- (IV) 若求得之商須有小數二位, 則被除數須帶有二位小

數，若求得之商須有小數三位，則被除數須帶有一位小數，餘類推。

例 $93856 \div 997$

$$\begin{array}{r} 93856 \\ 93 \overline{) 279} \quad (3 \times 93) \\ \underline{279} \\ 1135 \\ 93 \overline{) 1135} = 94 \frac{138}{997} \end{array}$$

$235463218 \div 9998$

$$\begin{array}{r} 23546 \overline{) 3218} \\ \underline{47092} \quad (2 \times 23546) \\ 8 \quad (2 \times 4) \\ \hline 23550 \overline{) 10318} = 23551 \frac{320}{9998} \end{array}$$

$83549 \div 9992$ 至小數二位爲止

$$\begin{array}{r} 8.35 \overline{) 4900} \\ \underline{6680} \quad (8 \times 835) \\ 8.35 \overline{) 11580} = 8.36 \frac{1588}{9992} \end{array}$$

8. 小數乘法，可依下列步驟，計算其近似值：

- (I) 乘法之結果，若至小數 r 位爲止，則將乘數之單位數，置於被乘數第 $r+1$ 位之下；
- (II) 將乘數倒置而書於被乘數之下；
- (III) 將乘數中各位數字，自右而左，依次與被乘數相乘，每次相乘時，先與上端右方之一數字相乘，然後自右

而左，依次與其他各數字相乘，乘積中之末一數字，依四捨五入法進捨；

(IV) 各列乘積之右端須對準；

(V) 將各列相加，而依四捨五入法，略去其中末一數字。

34.564389 × 63.8956497 至小數二位爲止。

34564389	
794659836	(乘數中之單位數 3 置於被乘數中第三位數 4 之下)
2073863	(6 × 3456438)
103693	(3 × 345643)
27651	(8 × 34564)
3110	(9 × 3456)
173	(5 × 345)
20	(6 × 34)
1	(4 × 3)
2208.511	

9. 小數除法，可依下列步驟，計算其近似值：

- (I) 先確定求得商數之位數 r ；
- (II) 除數之位數較商數之位數多取二位，即 $r+2$ 位；
- (III) 若被除數之前 $r+2$ 位大於除數之前 $r+2$ 位，則取 $r+2$ 位，否則多取一位，即 $r+3$ 位，
- (IV) 每次相除後，除數中之位數減去一位（四捨五入），再以之除多餘之數，至商數已有 $r+1$ 位爲止；
- (V) 商數中之第 $r+1$ 位，依四捨五入法進捨。

例 $\frac{6394752}{385634}$ 至小數二位爲止

商數有二位整數與二位小數,故共有四位。

除數取六位,639475 大於 385634,故被除數亦取六位。

$$\begin{array}{r}
 96 \\
 385634 \overline{) 639475} \quad (16.582 \\
 \underline{253841}^* \\
 22463 \\
 \underline{3183} \\
 95 \\
 \underline{17}
 \end{array}$$

$$639475 - 1 \times 385634 = 253841$$

$$253841 - 6 \times 38563 = 22463$$

$$22463 - 5 \times 3856 = 3183$$

$$3183 - 8 \times 386 = 95$$

$$95 - 2 \times 39 = 17$$

例 $\begin{array}{r} 54862375 \\ 73856493 \overline{) } \end{array}$ 至小數二位爲止

商數祇有二位小數而無整數,故僅二位。

除數取四位,5486 小於 7385,故被除數取五位。

$$\begin{array}{r}
 49 \\
 7385 \overline{) 54862} \quad (0.742 \\
 \underline{3160} \\
 204 \\
 \underline{56}
 \end{array}$$

* 此係意大利式除法