90
179ロ
90-179ロ
1200501333207

始

90-179

東京高等工業學校
教授工學博士
中原淳藏講述

PRACTICAL MECHANICS

第二版

實用力學

東京
東京工業雜誌社發行

第一版敍言

工業敎育の必要を論する既に晩矣。今や此の敎育場裡に先驅する敎員、學生諸氏の爲に敎科書、掛圖、標本等の必需品を供給すべき時機に屬す、而して從來此等の備はるもの殆んと絶無の感あり、是れ不文を顧ず此書を公にする所以なり。

此小冊子の著作は、曾て東京工業學校に於て、應用力學の階梯として講述せし案に基きたるものにして仕事の原則(The Principle of Work)の應用を畧述せしに過ず。但し其說明の方法に至りては專ら學理の續き合ひに注意して順序を正し、日常目睹し易き實例に藉りて理解を附し、讀者をして健全の知識を得しめんことを期せり、每編の終りに加へたる問題も亦此點に於て便益あるを信ず。然りと雖ども、力學の如き工業的實地と直接の關係ある

學科に至りては、單に教科書のみを讀み、講義のみを聽き、以て健全の智識を得べきものに非ず、此の如きは、猶ほ自轉車の用法のみを知て其熟練を望むがごとし。蓋し眞理を了得する最良法は、躬ら研究し、躬ら實驗するに在り。

本書に用ゆる術語には適當ならざるもの多し、此等は固より工學社會に於て相當なる術語の見出さるゝに隨ひて訂正する必要あるべし。尙ほ其譯語に係るものは讀者の參考に便する爲め原語と對照して之を卷末に附す。

本書の挿圖は水戶傳氏の助力に依りて整頓するに至れり、中に就て器械の圖は實物と比較して大小を考定せられたれば、初學者をして其物に就て不當の想念を描かしむるの患なきに庶幾し。又本書の刊行に就ては工業雜誌社主幹鳥居巖人氏の斡旋に

依る所多し、玆に兩氏の勞を謝す。

明治三十四年四月

中原淳藏誌

實用力學目次

序論

第一編　運動の法則

第二編　力の釣合

實用力學目次終

實用力學

工學博士　中原淳藏講述

序論

力學は一名重學と云ふ力の作用を論ずる學科なり。最初に物理學の一科として之を學ぶを常例とす、されど其應用を研究する前には尙ほ其緊要なる法則を反覆熟習するを要す、而して力學の如き實科と近密の關係を有するものは自己の實驗見聞を以て之を補ふにあらざれば健全なる知識を得難し。故に第一着に改めて學生の注意を惹起し置かざるべからざることあり、他にあらず、力學は單に書冊上に存在するのみにあらず、日常見聞する所の機械、橋梁等は勿論各自の身躰家屋舟車より瑣細の日用器具に至るまで皆な悉く力學の法則を說明せざるものなく、農家の門戸の傾く所以を究むれば重力の構造物に及ぼす影響を解すべく、行商の擔桿は

ざるは力學を學ぶ上に於て最も緊要なることとこれなり。

測算に用ゐる單位

力學中の要則を示し、材料の經濟を敎ふ、此般書籍外の實物に就て日常觀察を怠ら力學を修むるに當りては先づ測算に用ゐる單位及び其算法を熟習するを要す、而して此等單位の大小は、各自の腦底に其想像を描出し得るまでに至らざれば、實際に臨んで用を爲さゞるものとす。凡そ數量を定むるには總て三の基本單位に因る、即ち時間、距離、質量の三單位これなり。

時間の單位　世上一般に行はるゝ時間の單位は秒なり、此秒とは平均太陽日の秒を云ふ。太陽日とは太陽が或地の子午線を經過してより再び同一の子午線を經過するまでの時間を云ふものにして、日々少しづゝの增減あるものなり、即ち一秒とは此太陽日を平均したるものの八萬六千四百分の一を云ふ。

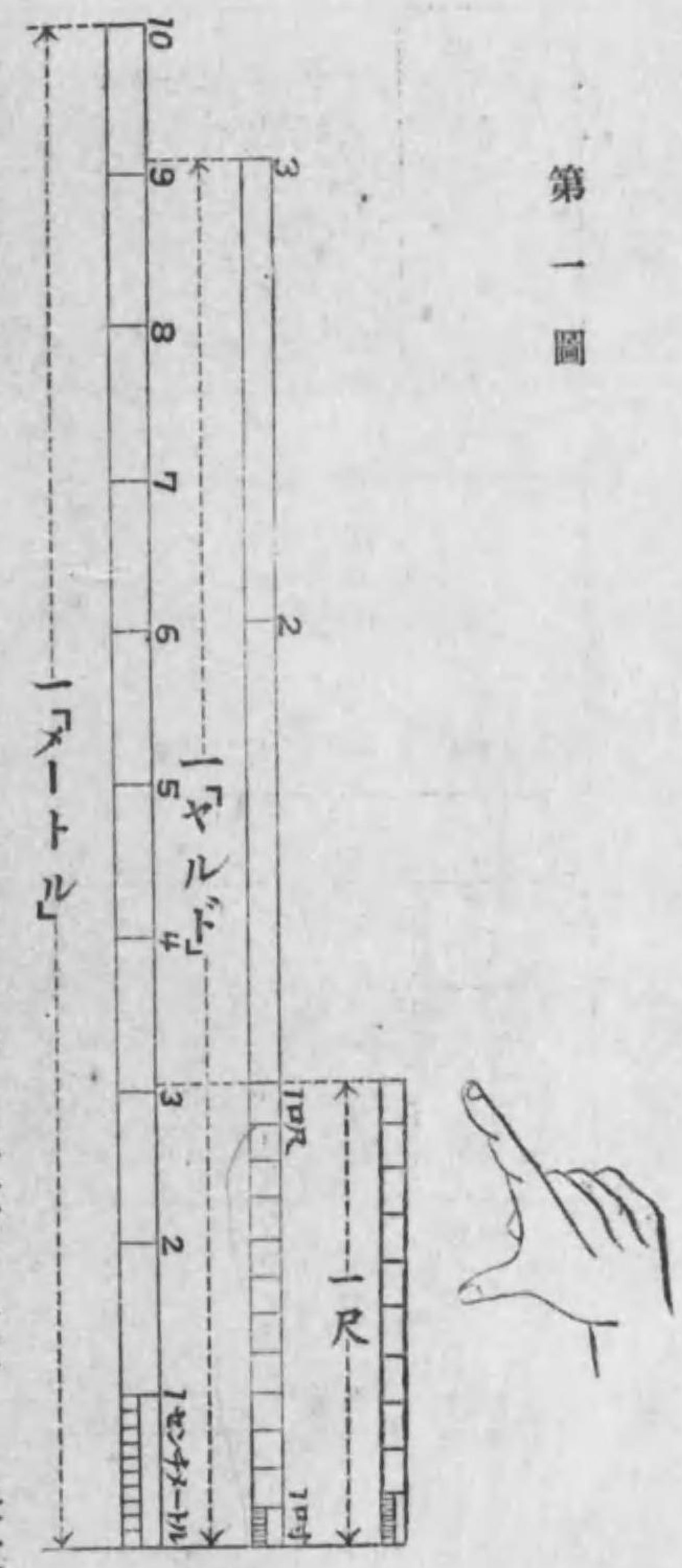
尺度の單位　本邦尺度の原器は白金、イリデアムの合金を以て製したる棒にして我農商務省に保管しあり、此原器の攝氏溫度寄零一五に於ける兩つの標線間の長さの三十三分の十を以て、基本單位とし之を一尺と稱す。「メートル」法の基本「メートル」に基きて定められたるものとす。英國尺度の單位は基本「ヤルド」なり、銅、錫、亞鉛の合金を以て製したる原器の、華氏六十二度の溫度に於ける標線間の長さを云ふ。何れの制に於ても其他の尺度單位は基本單位の若干倍及び若干分の一を取りて定めたるものとす、日本、メートル法、英尺度の比較は次の表の如し。

日本寸	英吋「インチ」	メートル法 糎「センチメートル」
1	1.193	3.030
0.838	1	2.540
0.330	0.364	1

尺	呎（$\frac{1}{3}$ヤルド）「フート」	メートル法
1	0.994	0.3030
1.006	1	0.3050
3.300	3.281	1

里	哩「マイル」	粁「キロメートル」
1	2.440	3.927
0.410	1	1.609
0.255	0.621	1

第一圖



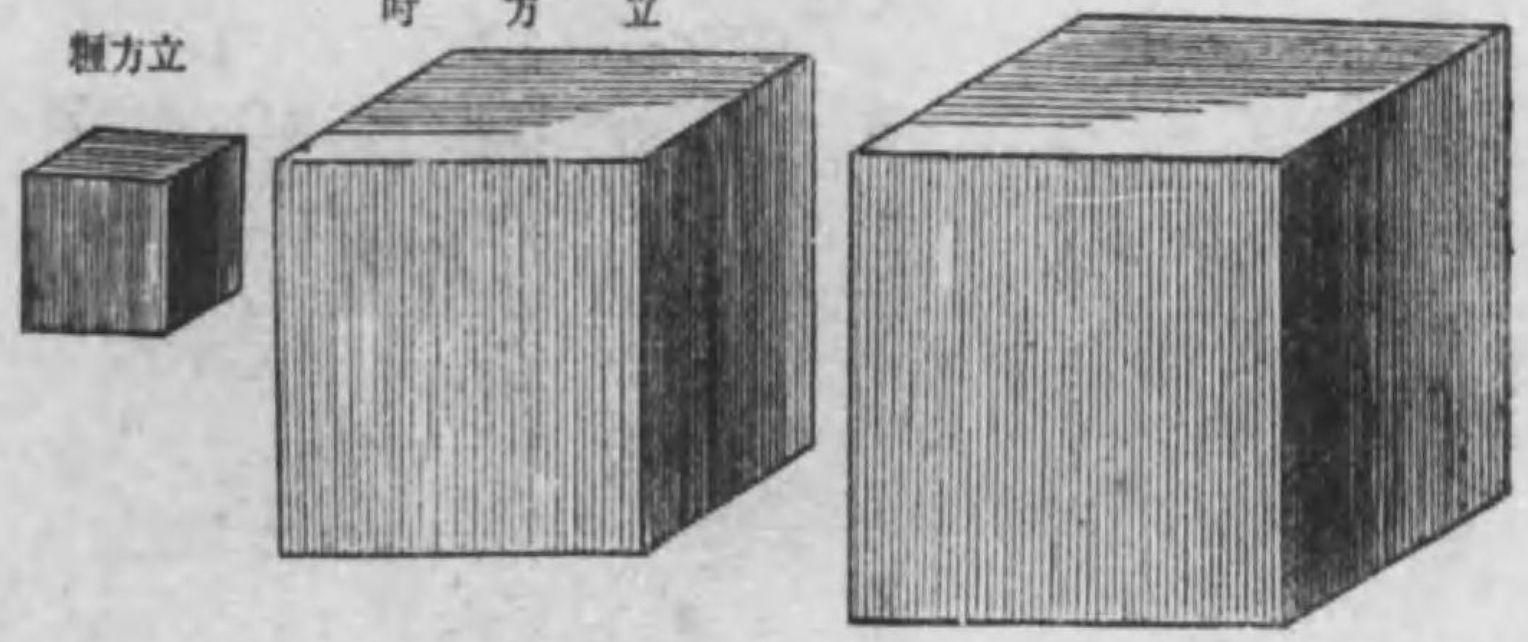
面積及び立積の單位　面の廣狭躰積の大小を測る單位は尺度より決定す。即ち面積の單位は各邊の長さ尺度の一單位に等しき正方形にして、之を平方尺、平方寸、平方分と云ふ立積の單位は各邊の長さ尺度の一單位に等しき正方躰なり、之を立方尺、立方寸、立方分と云ふ。英法、メートル法も同様に尺度の單位に平方若くは立方の二字を附して讀むべし。左に各制の比較を示す。

第二圖

日本 平方寸	英 平方吋	メートル法 平方糎
1	1.423	9.183
0.703	1	6.451
0.109	0.155	1

平方尺	平方呎	平方「メートル」
1	0.988	0.0918
1.0117	1	0.0929
10.8900	10.764	1

第三圖

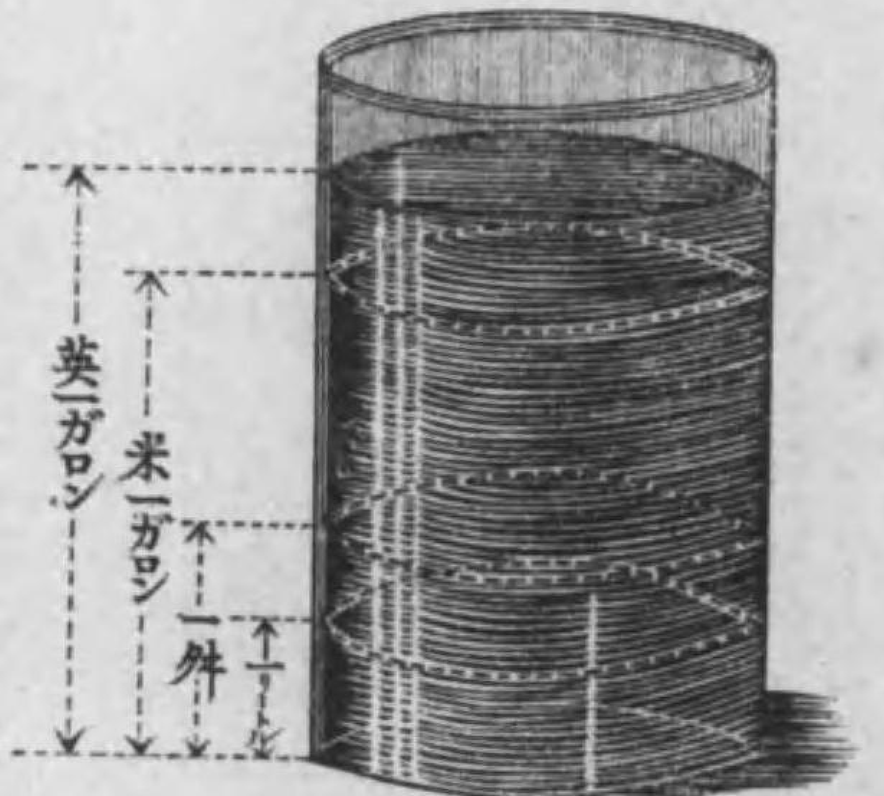


日本 立方寸	英 立方吋	メートル法 立方糎
1	1.698	27.826
0·589	1	16.386
0.036	0.061	1

立方尺	立方呎	立方「メートル」
1	0.983	0.0278
1.0176	1	0.0283
35.937	35.317	1

容量の單位 液躰の立積を測るには斗量の單位を用ゆ、即ち石、斗、升、合と稱す。メートル法は「リートル」、英米は「ガロン」を常用とす。

第四圖



日本	英	米	メートル法
升 (64.827 立方寸)	「ガロン」 (.1604 立方呎)	「ガロン」 (.1337 立方呎)	「リートル」 (1000 立方糎)
1	0.397	0.477	1.804
2.520	1	1.200	4.546
2.098	0.833	1	3.786
0.554	0.220	0.264	1

質量の單位 本邦質量の單位を貫と云ふ。其原器は白金「イリデアム」の合金を以

て作りたる一つの分銅にして其實質の十五分の四を一貫と定む。メートル法のキログラム(基)原器を取りたるものなり。英制にも一つの原器あり、之を封(ポンド)と稱す。物躰の質量は總て衡器を以て測定す、而して衡器に用ゆる分銅は此原器に基きて制定したるものとす。

日本 貫	日本 斤	英 封	メートル法 佛基
1	6.25	8.27*(8⅓)	3.75(3¾)
0.16	1	1.32(1⅓)	0.60
0.12*	0.75	1	0.45
0.26(4/15)	1.6(1⅔)	2.205	1

*0.120958　　*8.26738

英一噸＝50本(ハンドレッツトウエート)

＝2240封

＝270.9459貫　(約271)

＝1016.048基　(約1016)

一萬斤＝5·905噸　(約6)

17912

62.5

天秤にて測りたるものは、學理上質量と云ふべきものなれども、世間普通には重量又は目方と稱す、故に以後質量のことを重量或は目方と稱することもあるべし。

應用例題

(一)幅二尺、厚さ六寸、長さ七尺の槻材の才數如何。
　但し木材の一才は、長さ六尺の一寸角を云ふ。
　　答　一四〇才

(二)長さ十呎、幅五呎、厚さ八分の五吋の鐵板の目方、幾貫目なるや。
　但し鐵板一平方呎、厚さ八分の一吋の目方は約そ五封とす。
　　答　約一五〇貫

(三)水一立方呎の重量は、常溫度に於て約そ六二、五封なり。一升の重量は何匁なるや。
　　答　約四八〇匁

(四)鐵道軌條の重量を、一「ヤールド」に付八十五封とせば、一哩に付軌條幾貫を要するや。

答　一七九五二貫

（五）水路あり、其斷面は梯形にして上邊四十二呎、底邊二十八呎、深さ十呎あり、橫斷面積如何。

答　三五〇平方呎

（六）鑄鐵地の內空柱あり、長さ三、メートルの四分三なり、橫斷面の外圍は正六角形にして一邊の長さ二百粍、內形は圓にして直徑百二十五粍なり。今鑄鐵の比重を七とせば、柱の重量幾貫なるや。

答　六四一、五五貫

（七）內徑一吋の鉛管あり、長さ十五呎にして重量七十封なり。此管の厚さ幾吋なるや。但し鉛一立方吋の重量を〇、四一二封とす。

答　〇、二四吋

（八）圓筒形の橫汽罐あり、直徑十呎、長さ十二呎にして罐內の水面は直徑の四分の三に達すと云ふ。水の容積及び重量を石及び貫にて計算すべし。

答　一一九石　五六八〇貫

（九）前題汽罐の周圍の水面上にある部分を保溫料にて厚さ二吋を塗覆せんとす。今保溫料の代價一平方呎厚さ一吋に付金十八錢とせば、此費金如何。

答　四五圓

（十）橫斷面工字形の鑄鐵梁あり。上耳（フランヂ）$6'' \times \frac{3}{4}''$、下耳$6'' \times 1''$、膀板の厚さ$\frac{1}{2}''$、梁の全き深さ$12''$なり。此梁の重量は長さ一呎に付幾封なりや。

答　四九封

第一編　運動の法則

第一章　物躰の運動

力の物に及ぼす作用の顯著なるものを運動とす、蒸氣の膨脹力巧に汽機を廻はし、電氣の力能く電車を進行せしめ、地球の引力速かに物躰を落下せしむ、人の日常見聞する事柄にして、之を證明するもの尠からず、力の作用を研究するには先づ運動のことを知らざるべからず。

運動　運動とは、一つの物か他の物に對して位置を變ずるを云ふ。列車の動くは即ち地球の一部に對して列車が其位置を變ずるなり、又靜止とは一つの物が他の物に對して其位置を變ぜざるを云ふ、人の船中に靜立するは即ち船躰に對して人が其位置を變ぜざるなり、是を以て物の動靜を定むるには必ず之に對する標準物なかるべからず、此標準物たる自ら動くも動かざるも妨なし。世上多くは大地を標準とすれども力學にては往々地球に對して動くものを標準とすることあり、例へば汽車機關の一部の運動を論ずるには機關車の臺を標準として臺が地上に對する動靜を問はざるものとす。

直線動、圓運動　一つの物の他の物に對する位置は相互の方向及び距離を以て決定するものなるが故に、物の動くや單に距離のみを變ずるものあり、又單に方向のみを變ずるものあり。前者は**直線動**の一例にして、後者の一平面上に於てするものを**廻轉動**又は**圓運動**と云ふ、自由落躰の直線動を爲し、車輪の一點が其軸に對して廻轉動を爲すが如し。

速度　運動を決定するには先づ其遲速を知るを要す。**運動の方向に於ける位置變更の時間に就ての割合を速度**と云ふ。物の動く時間内に於て或瞬間の速度と他の瞬間の速度と常に相等しきときは之を常速度と云ひ、或瞬間の速度と、他の瞬間の速度と、相等しからざるものを變速度と云ふ。列車の停車塲發着のときは變速動を爲し、中途に至りて一定の速度に達したる際は殆んど常速動を爲すが如し。常速直線動を爲す物躰の速度を測定するには、或時期に於て物躰の位置を見定めて適宜の時間を經たる後再び其位置を見定め、先後二つの位置の間の距離を測るべし。之をs呎とし、其時間をt秒とすれば、所要の速度 $v=\frac{s}{t}$ にして、其結果は一秒

に付若干呎と讀む、亦略して呎秒（フートセコンド）と云ふ。

變速動にありては、物の速度を單に若于呎秒と稱すること能はず、必ず速度を測りたる時刻若くは場所を附言すべし。例へば自由落躰の速度は一秒の終りに於て三十二、一五呎秒と云ふべきが如し、盖し其の意味たる今より前の一秒間に三十二呎、一五を降りしと謂ふにあらず、又今より後の一秒間に同距離を降るべしと謂ふにもあらず、若し今の時刻、即ち第一秒の終りに於ける速度と同一の速度を以て進行するとせば、一秒に付正に三十二呎、一五を進行すべきを云ふなり。是を以て變速動を爲す物躰の速度は常速動の如くして速度を測定し難し。其法二つあり、

第一、運動を妨阻する諸種の抵抗を實地上及ぶたけ減して、速度を測定せんと欲する瞬間に於て動を起す所の力を撤去し、其時期より小時間に進行せし距離を測るべし、之を s 呎とし、其時間を t 秒とすれば、前例の如く所要の速度 $v=\frac{s}{t}$ なり。何となれば運動の第一則に因れば已に運動せる躰は力之を妨ぐるに非れば永久に常速直線動を爲すを以てなり。アトウード氏の機械を以て自由落躰の速度を測定する法は即ち此理に基く。

第二、動躰が極小の時間に通過したる距離を測るべし、之を Δs とし、其時間を Δt 秒とすれば、所要の速度 $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ に等し。是れ時間充分に短かければ、其間の速度は變ぜざるものと見做すを得るを以てなり。砲彈の初速度を測定するクロノグラフは即ち此理に基く。

○（例）一定の距離を隔てゝ二つの小銅線を架し、砲彈にて之を截斷し、其各〻の瞬間に於て、電氣に依りて白金尖針に電火を發して、一定の速さにて回轉しつゝある圓筒側面に目標を附くべき裝置あり。今一の砲彈を發射して之を試驗せしに兩線の距離十呎、圓筒の直徑四呎、一分間三百回轉のとき、目標の距離曲面上に於て一、三二呎なりと云ふ。砲彈の速度幾何なるか。

圓筒面の線速度 $=\frac{300\times4\pi}{60}=62.83$ 呎秒

故に目標間を通過する時間 $=\frac{1.32}{62.83}=.021$ 秒

因りて砲彈の速度 $=\frac{10}{.021}=476$ 呎秒

平均速度　茲に或時間に或距離を動く物躰あるときは、其速度の變ずると否とに拘らず、其物と同時間に同距離を經過せしむべき一つの常速度を假定し得べし、之を平均速度とす。例へば自由落躰は最初の二秒間に六十四、三呎を落下するを以

て其動くや漸次速度を增すに關せず、其間の平均速度は三十二・一五呎秒なり、又新橋神戸間の鐵道里程を三百七十六哩とす、之を進行するに二十時間を要するとせば、列車の時々速度を變じ、又途中停車するに拘らず、東京神戸間の平均速度は一時間十八・八哩と云ふべきが如し。之を要するに如何なる場合にても平均速度は $v=\frac{s}{t}$ 式を以て算定するを得べし。

速度の單位　前の數例に記したる如く速度を測るには通例秒及び呎を用ゆ、此單位を呎秒と云ふ、即ち一呎秒とは一秒間に付一呎を動くべき速度を云ふなり。然れども時に或は呎及び分時を用ゆることあり、又哩及び時を用ゆること便なるときあり。汽車の速度は通例一時間に付若干哩と云ふ。汽船の速度を「ノット」と稱す、一「ノット」とは一時間に付一海哩(浬)を航進すべき速度なり。玆に各單位の比較を示す。

$$1^{\text{哩時}} = 88^{\text{呎分}} = 1\frac{7}{15}^{\text{呎秒}}$$

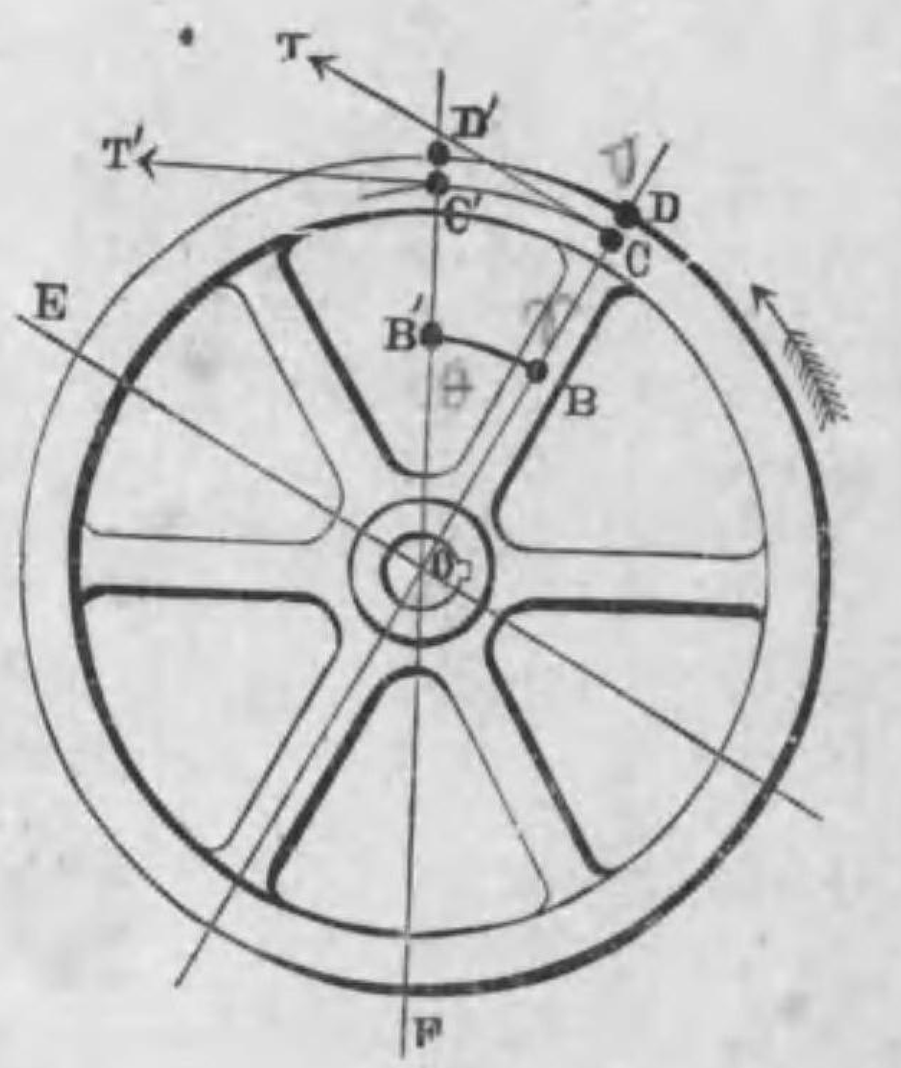
$$1^{\text{ノット}} = 1^{\text{浬時}} = 1\frac{5}{33}^{\text{哩時}}$$

$$1^{\text{哩}} = 5280^{\text{呎}}$$

$$1^{\text{浬}} = 6080^{\text{呎}}$$

角速度　直線動を爲す物躰の運動を測定するには體中の何れの點を取るも差異なきものとす、躰の各點皆同方向に同一の速度を有するを以てなり。廻轉動の例にありては點の速度は其位置に據りて異なり。玆に矢の方向に廻轉する物躰、例へばは汽機のはづみ車(第五圖)ありとせん、其各點の動を考ふるにC點はCC'の弧を書き、B點はBB'、D點はDD'を描くべし。而して運動の方向は瞬間毎に變ず、C點に於ける運動の方向はCTの切線にしてC'點に於てはC'T'の切線なり。又此廻轉を常速動としCC'弧を經過する時間をtとすれば、C點の速度はCC'弧の長さをtにて除したるものに等し、即ち $\frac{\text{弧}CC'}{t}$ なり。何となればCC'弧線は極小なる無數の直線より成り立つものと見做すべく、而してC點の各直線を動くや一線毎に其方向を變ず

其五圖



るも速度に至りては始終同一なればなり、即ち其速度

$$\frac{\text{極小なる直線の長さの和}}{t} = \frac{\text{弧 CC'}}{t}$$

之をC點の線速度と云ふ。

同理に據りてD點の線速度は $\frac{DD'}{t}$ に等しく、B點の線速度は $\frac{BB'}{t}$ に等し。然るにDD'はCC'より長くBB'はCC'より短かし。而して弧を描く時間は各々等しきを以て、Dの速度はCの速度より大にして、Bの速度はCの速度より小なり。是を以てある點の線速度のみを知りて全躰の廻轉動を決定し難し。必ず線速度と其點の中心を去る距離とを知るを要す。或場合には斯の如く一點の線速度と軸心よりの其位置とを與へて廻轉動を定むること便なれども、一般に云へば角速度に依るを簡便なりとす。其法たる廻轉躰の一定點の代りに、軸心を貫く一の定直線の運動を考ふるにあり。今一秒間に定線OCがOC'の位置に到るとすればOCが描く角度はCOC'なり、唯OCのみならず、OE、OFを取るも一秒間に描く角度は皆COC'に等しきこと明かなり。故に廻轉躰の任意直徑が一秒間に描くべき角度を知れば其運動は全く決定せらる。之を角速度と云ふ。即ち角速度とは廻轉する物躰中の直徑が角度を描く速さを云ふ。

角速度の單位　角速度を測るには、時間の單位は秒、角度の單位は弧度法に據るを最も便なりとす。弧度法の單位は長さ半徑に等しき圓弧が圓心に於て張る所の角にして、之を「レーデアン」と云ふ。此法に據れば一直角は全周の四分の一を半徑に除したるもの即ち $\frac{2\pi r}{4} \div r = \frac{\pi}{2}$「レーデアン」にして、二直角は $\frac{2\pi r}{2} \div r = \pi$「レーデアン」なり、故に一「レーデアン」は $\frac{180}{\pi}$ 即ち五十七度奇零三餘に相當す。角速度の單位は一秒毎に一「レーデアン」を廻轉すべき速さとす。

前法は學理を論ずるに專ら用ゆるものにして、機械の運轉は一分間の回轉數を以て其速度を表すこと多し。今 θ を弧度法にて測りたる角速度とし、Nを一分間の廻轉數とすれば

$$\theta = \frac{2\pi N}{60} = \frac{\pi N}{30} = 0.10472N$$

角速度と線速度との關係　廻轉躰の角速度を弧度法にて記すれば、其任意點の線速度は容易に算定するを得べし。(第五圖)半徑OCを r とし、角速度を θ とし、

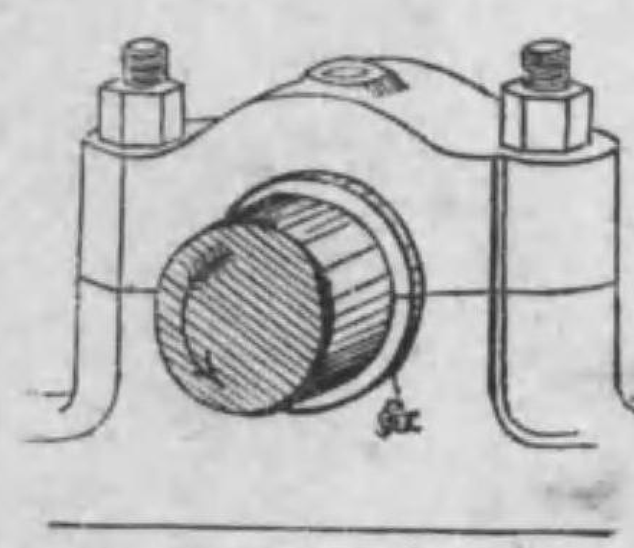
C點の線速度をvとすればt秒間に通過すべき弧の長さ

$CC'=vt$,　$\angle COC'=\theta t$ [レーディアン]　又 $\angle COC'=\dfrac{CC'}{r}=\dfrac{vt}{r}$ [レーディアン]

$\therefore\ \dfrac{vt}{r}=\theta t$ 即ち $v=\theta r$.

(例) 半徑三吋の心軸あり、第六圖の如く軸承に乘りて一分間に百五十廻轉をなす。其角速度如何、又心軸の外面と釭の内面と相摩る速度如何。

第六圖



角速度 $\theta=\dfrac{\pi N}{30}=\dfrac{\pi\times150}{30}$

$=3.1416\times5$

$=15.708$ [レーディアン]

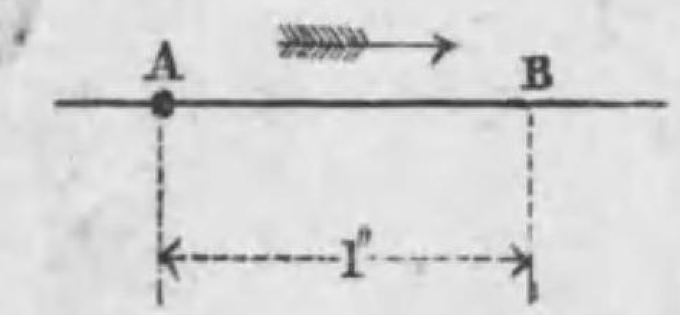
又摩る速度 $v=\theta r=\dfrac{15.708\times3}{12}$

$=3.927$ 呎秒

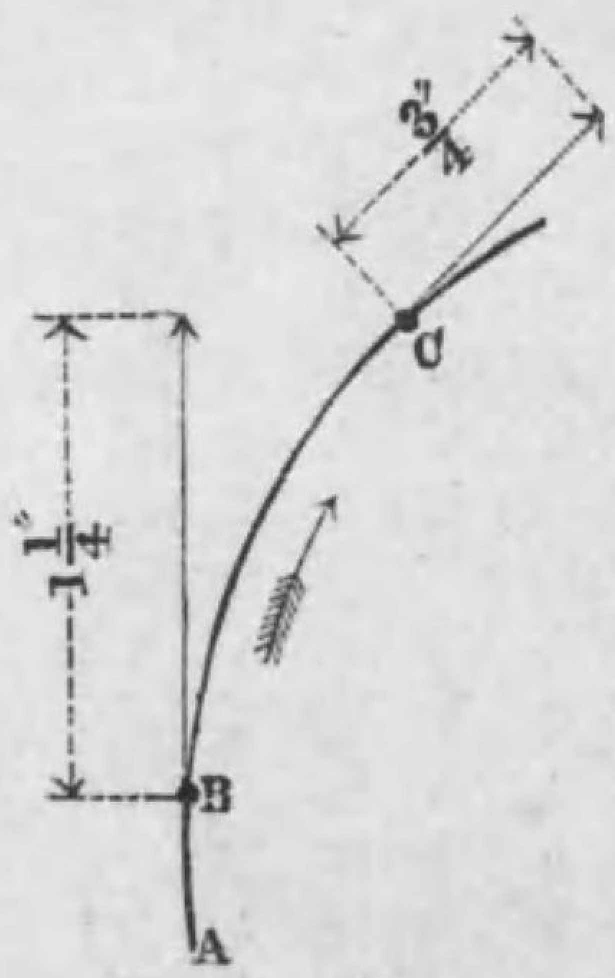
速度圖示法　動躰が動きたる蹤跡の任意點に於ける運動は其速度の大さ及び方向を以て決定す、而して速度の大さ及び方向は兩つながら直線を以て簡便に圖示するを得べし。

第七圖、ABを蹤跡とし、A點に於ける速度八呎秒にして其方向矢の如しとすれば、之を圖示するには先づA點より矢の方向に直線を引き、適宜の尺度を擇び其長さを以て八呎秒を表はすべし。例へば$\frac{1}{8}$"を以て一呎秒とすればABの長さは一吋なり、

第七圖



第八圖

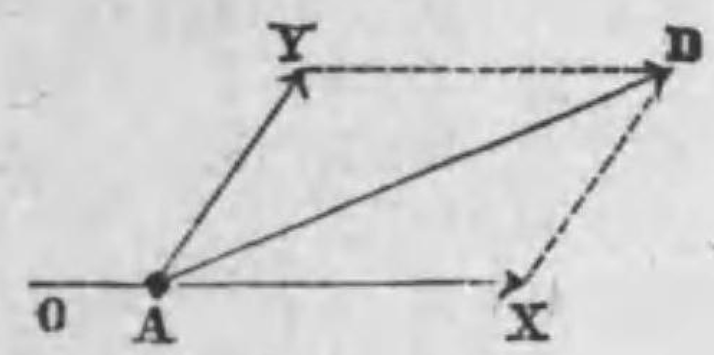


又曲線上に變速動を爲すものありとし(第八圖)ABCの經路を動きてB點に於ける速度は十呎秒、C點に於ける速度は六呎秒とす、之を圖示するにはB C兩點に於て各切線を引き、其長さを以て

各速度の大さを示せばよし。前例の尺度を用ふればBの切線を一吋の四分の一としCの切線は四分の三吋とすべし。

速度合成法　圖示法に依れば運動に關する定理を容易に理解し得べし。茲に一の動躰或速度を以てOXの方向に進行しつゝあり（第九圖）而して其A點に到りし時、忽然AYの方向に或速さの運動を與ふるとせば、動躰はAXの方向に進まず亦AYの方向にも進まずして、一定の速度を以て其中間なるADの方向に進むべし。此の如く

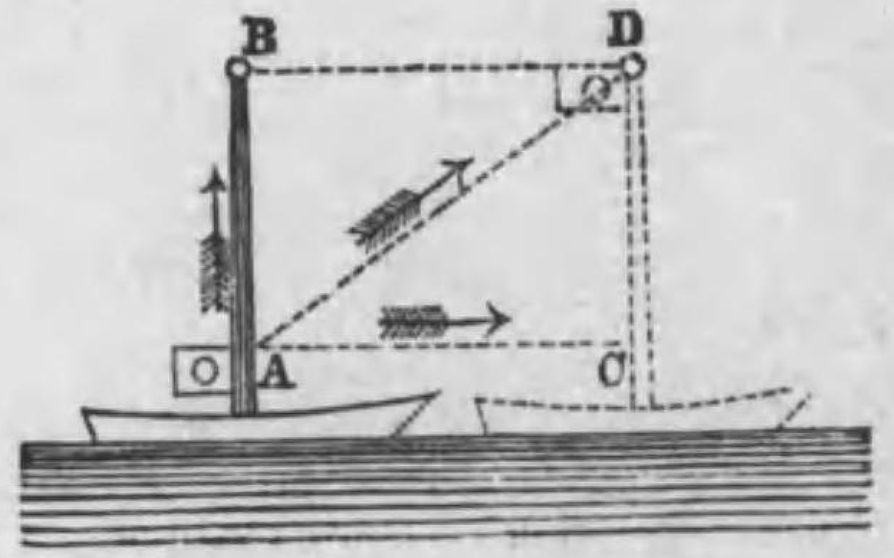
第九圖



二つの速度の組合せより生ずる速度及び其方向を見出す法を速度合成法と云ひ、二つの速度を組合せたる結果を合成速度と云ふ。合成速度合成法は速度並行形と名くる重要なる定理に由る、即ち左の如し

一點より二直線を作りて與へられたる二つの速度を表はし、此二直線を隣邊として並行四角形を作れば、其點より出づる對角線は合成速度の方向及び大さを表はす。第九圖に於てAX及びAYを以て二つの速度を表はし、並行四角形ADを完結すれば、對角線ADは合成速度を表はす。

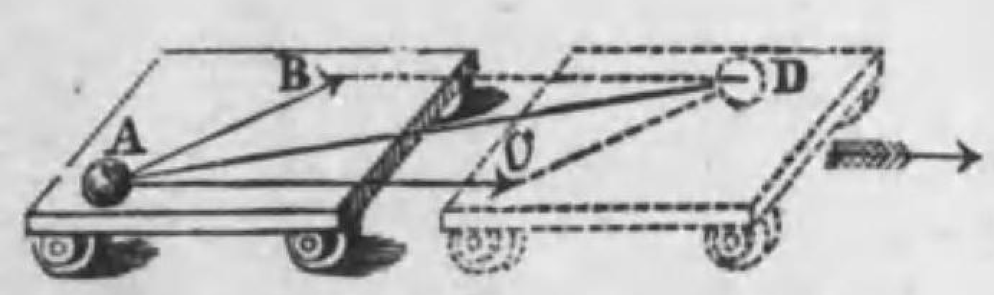
第十圖



今簡易なる一二の例を擧げて之を證せん。一船あり（第十圖）常速度を以てACの方向に進み、一秒間にAよりCに到るとす、即ち船の速度はACに等し。又同時に常速度を以て檣ABに縁りて旗を扛ぐるとし、一秒間にAよりBに達するとす、即ち旗の速度はABに等し。偖て一秒の終りに於て旗の所在を考ふるに、旗は始終船と共に進むと同時に檣に上るが故に一秒の終りに至れば必ずD點に在るべし。此間にA點はACの線を進み、B點はBDの線を進み、旗はADの徑路を取るべし、即ち其速度及び方向はADを以て表はすを得べし。

前例は二つの速度が互に直角をなすものなり、然し如何なる角をなす例に就ても同樣に證するを得べし。例へば車輪附きの臺（第十一圖）あり、或速度を以て矢の方向

第十一圖



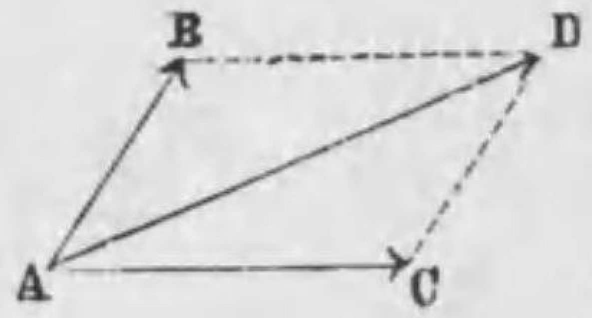
に進むとし、其速度をACとす。而して同時にA點より一つの球をABの方向に轉ずるとし、其速度をABとす。然るときは前例と同樣に一秒の終はりには、臺の位置は點線の如く變するを以て球はDの對角線を傳はりてDの位置に至るべし。

二つの速度を同時に物躰に附與したる結果は此速度並行形の定理に據り圖を作りて容易に見出すを得べし。

速度分解法　二つの速度を合成して單一の速度を發見する法の逆によりて單一の速度を分解して是と同結果を顯はす二つの速度に分つことを得べし。之を**速度分解法**と云ひ、分たれたる速度を**分速度**と云ふ。(第十二圖)ADを作りて與へられたる速度を表はし、之を二つの方向AB、ACに分解するには、ADを對角線としてABDCの並行形を完結すべし。然すればAB、ACの長さは即ち所要の分速度を表はす。

速度分解法は頗る緊要なるを以て尚一例を取りて之を說明すべし。人若し鐵道の傍に佇立して列車の走るを瞻望せば、速度は一定なるも其運動の目に感ずるや始めは徐々として來り、近くに隨ひて漸く速さを增し面前に來りて最も速かに走り、夫れより遠かるに隨ひ漸く速さを減じ、終に悠々烟と共に眼界を去るべし。第十三圖ABCDEを線路とし、Av、Bv、Cv、……を取りてA、B、C、……各點に於ける列車の速度とす。さすれば、O點に佇立する人の眸子に映ずる者はAO、BO、CO、……の視線に直角なる分速度A1、B2、C3、……にして「視線の方向に分解したる分速度は少しも人目に感ぜざるものとす。然るに視線に直角なる分速度はAに於て甚だ小にして、Bに於て少しく增し、Cに至りて最大なり。夫れよりD、Eに至れば漸次減少す。是れ前述の如く人目に感ずる所以なり。

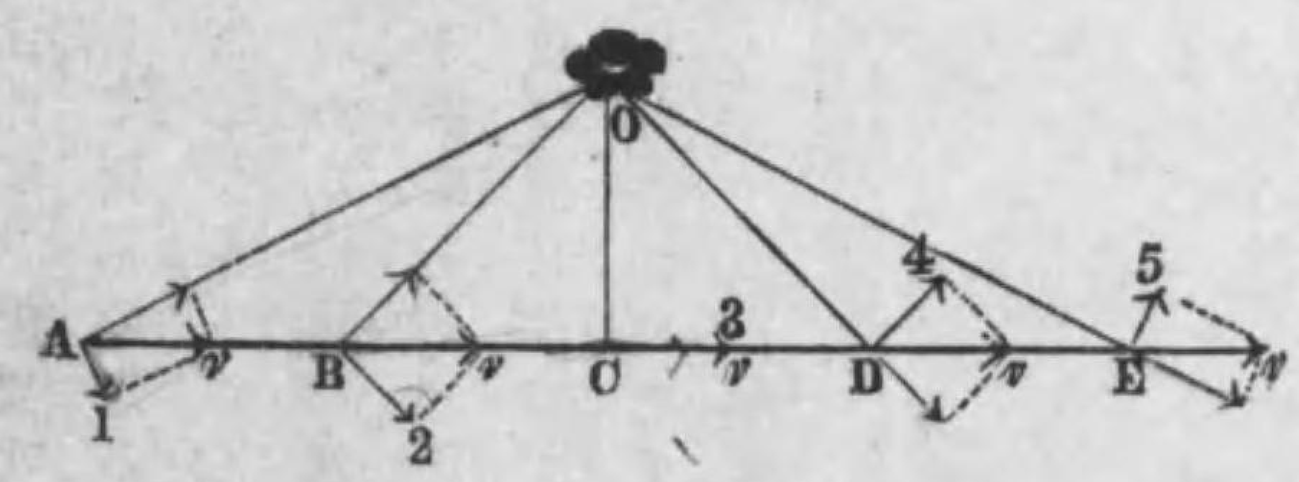
第十二圖



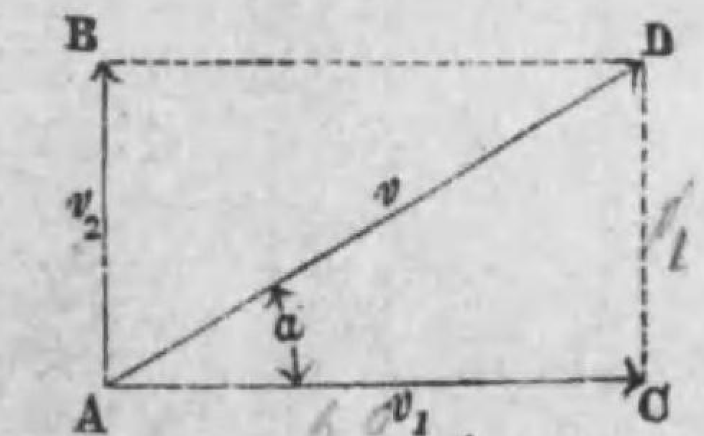
互に直角をなす二つの分速度と合成速度との關係を三角法式に依りて表せば次の如し。合成速度AD(第十四圖)をvとし、DAC角をαとし、水平分速度ACをv_1とし、垂直

分速度ABをv_2とすれば

第十三圖



第十四圖



$$v_1=v\cos\alpha,$$

$$v_2=v\sin\alpha,$$

$$v=\sqrt{v_1^2+v_2^2}.$$

應用例題

（一）地球自轉の角速度如何。

地球の半徑を20900000呎とせば、赤道上の一地點の速度如何。

答　$\frac{\pi}{43200}$「レーデアン」秒。一五一九呎秒。

（二）某汽船の速度十七「ノット」なり。一秒間に幾呎を進行するや。

答　二八・七呎

（三）蒸汽機械のはづみ車、徑六呎三吋にして一分間に百二十廻轉をなす。輪周上の線速度は幾呎秒なるや。

答　三九・二七呎秒

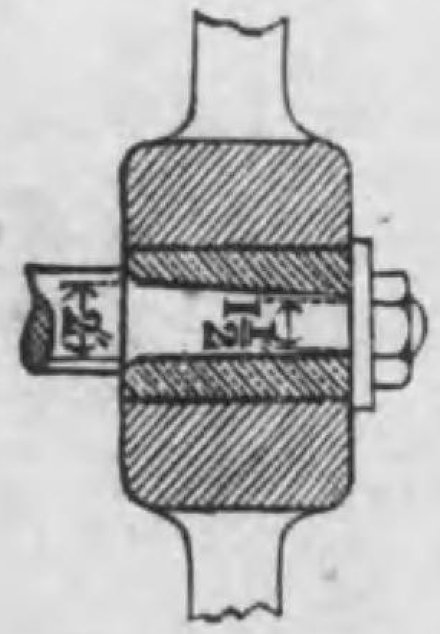
（四）鑄鐵を削る平均速度は、毎分十六呎より毎分十二呎に至るを適當とす。今プレーニングマシーシの往復する距離三呎にして削る時間は還る時間の二倍なりとせば、一分間の往復回數幾何にして可なるや。

答　三回九分の五　乃至　二回三分の二

（五）眞鍮を削るに適良の平均速度は、毎分二十五呎、錬鐵は毎分二十二呎なり。今旋盤にて徑二呎の眞鍮栓を削らば、旋盤の廻轉數、幾何にして可なるや。又徑二分の一吋の錬鐵桿を削らば如何。

答　四八　一六八

（六）圓錐形の軸あり、圖の如き車の軸心に架して、一分間に八十廻轉をなす。最大摩擦速度及び平均の摩擦速度如何。



答　〇・六九八呎秒　〇・六一一呎秒

（七）汽車あり、一時間十哩の常速度を以て傾斜六十分の一の線路を上る、一分間に直立幾呎の高さに達すべきや。

答　十四・六呎

（八）旋盤の送り螺旋（角）あり、外徑二吋四分の一、螺節（ピッチ）四分の一吋なり。今一分間に三十廻轉をなすとせば、角螺旋の外面と女螺旋の内面と互に相摩る速度は幾秒なるや。

答　〇・六呎秒

第二章　加速度

加速度　運動の第一則に因れば凡そ靜躰は力之を動かすにあらざれば永久に靜止し、動躰は力之を妨ぐるにあらざれば永久に常力直線運動を爲す、語を換へて言へば物躰の永久に靜止するは力加わらざるが故にして、動躰の速度若しくば方向を變ずるは力加わるが故なり。是れ人の日常見聞する現象が直接間接に證明する所なり。運動の方向に於る速度變更の時に就ての割合を加速度と云ふ。故に加速度は速度の増減を一秒間に割當てゝ測るものなり。例へば自由落躰は一秒毎に三十二呎秒、一五の速度を増すを以て、其加速度は一秒間三十二呎秒・一五と云ふ。又玆に十呎秒の速度を有する動躰ありて、同じ割合に速度を減じて、二秒の終りに六呎秒の速度を有するに至るとせば。其速度を減ずる割合は一秒間に付二呎秒なり。而して此塲合に於ても尙加速度なる語を用ひ負號を以て之を區別すること便利なり。即ち前例の加速度は一秒間 +32.15呎秒 にして、後例の加速度は一秒間 −2呎秒 と稱す。

速度の變更する割合に終始相等しきものと等しからざるものとあり。前者を常加速度と云ひ、後者を變加速度と云ふ。自由落躰の如きは常加速度を以て降り列車の停車場發着の際は變加速度を有す。要するに一定不變の力物躰に加わるときは、運動の法則に因りて必ず常加速動を爲す、動躰に加はる力一定せざれば變加速動を爲すものとす。

常加速動を爲す動躰の加速度を見出すには或時期に於て其速度を認め、而して適宜の時間を過ぎたる後再び其速度を見るべし。今前後二つの速度を v_1、v_2 とし、變化の時間を t とすれば所要の加速度

$$a=\frac{v_2-v_1}{t}$$

變加速動にありては、變速度を測定すると同法にて見出すことを得べし、即ち極めて短かき時間內に於て速度の變化を見るべし。之を Δv とし、其時間を Δt とすれば、其時期に於ける加速度

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

蓋し、時間充分短ければ、其間の加速度は變ぜざるものと見做すを得るを以てなり。

常加速動に於ては前々式より

$$v_2=v_1+at \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

此式に依て初速度と最終速度との關係を見出すべし。

又 v_1 の速度を有するものが同じ割合に速度を變じて v_2 に達するを以て、其時間內の平均速度は $\frac{v_1+v_2}{2}$ なり。故に t 時間に經過したる距離

$$s=\frac{v_1+v_2}{2}t \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

此簡易なる(1)(2)の二式は常加速動の原法則を示すものなり。常加速動に關する問題は總て此二式より算定するを得べし。例へば加速度を與へて距離と速度との關係を求むるには

(1)式より　$at=v_2-v_1$　　(2)式より　$s=\frac{v_2+v_1}{2}t$

$\therefore$　$as=\frac{v_2^2-v_1^2}{2}$　即ち　$s=\frac{v_2^2-v_1^2}{2a} \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$

又加速度を知りて距離と時間の關係を求むるには(3)式の v_2 に(1)式の値を代用す

$$s=v_1t+\tfrac{1}{2}at^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

自由落躰の静止より始る運動公式は此格段なる例なり、(1)(2)(3)(4)式に於て

$$v_1 = 0,\quad v_2 = v,\quad a = g,$$

とすれば

$$v = gt,\quad v^2 = 2gs,\quad s = \tfrac{1}{2}gt^2.$$

是れ物理學に於て諸子の能く習知する所なり、gは落躰の加速度にして東京に於ては一秒に付約三二、一五呎秒なり。

加速度の合成及び分解　加速度は結局時間の一單位に於ける速度の增減を表はすものなれば、速度に關する規則は總て加速度にも應用すべし。即ち速度が直線を以て完全に圖示せらるゝ如く、加速度も亦直線を以て完全に圖示するを得べく、又速度並行形の定理は加速度にも均しく適用すべし。是を以て加速度の合成及び分解法は全く速度と同樣なり。

加速度と力との關係　運動の第二則に曰く運動量の變更は力と比例し而してその方向に於てす。此法則に云ふ運動量なる語は、單に動躰の質量を顯はす數と、速度を顯はす數との相乘積に附したる名稱にして、深き意味を含むものにあらず、其字義より考ふれば、運動を測る量の如く見ゆれども、決して特に運動を測る爲めに設たるものにあらず。抑も物躰の運動は已に詳述したる如く、其速度及び方向に依りて決定するものなり、但し動を起す源因の力は、其速度の變更と質量とに比例するものなれば、力と運動との關係を論ずるに當りて、便利の爲めに設けたる語たるに過ぎず。今玆に質量十封の動躰五呎秒の速度を有するときは其の運動量を五十とす、一般に質量m封の動躰、v呎秒の速度を有するときは、其運動量はmvなり。運動量の變更とは此質量と速度との相乘積の變更を云ふ。玆に質量m封の動躰ありて、初めv_1呎秒の速度を有し若干時を經てv_2呎秒の速度を有するに至るとせば、其運動量の變更は

$$mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1).$$

偖て法則の第一部は、此運動量の變更は變更を起す所の力に正比例するを云ふなり。玆に靜止せる質量m封のものあり、或力を加へて之を動かせば、或時間にv呎秒の速度を加ふるとせよ。然らば同躰に二倍の力を加へて之を動かさば同時間に二倍の速度即ち2v呎秒の速度を加ふべし、故に質量同一なれば加りたる速度は力と

正比例をなすべし。次に質量m封のものと、2m封のものと甲乙二躰あるとせよ。然れば此二躰をして同時間に同速度を得しむるには乙に働く力は甲に働く力の二倍なるを要すること明なり、何となれば、乙の質量2mは甲の質量mを二個合せたるものに等しきを以て乙をして同速度を得しむるには、其各々のmに甲と働く力と等しき力を加へざるべからざればなり、故に加はりたる速度同一なるときは、力は質量と正比例をなさゝるべからず。是を以て質量も、加はりたる速度も共に異なるときは、力は速度と質量との相乗積と正比例をなすべし。一般に $m_1v_2-m_1v_1$ を甲躰の運動量の變更とし、其力をfとし、又 $m_2V_2-m_2V_1$ を乙躰の運動量の變更とし、其力をFとすれば

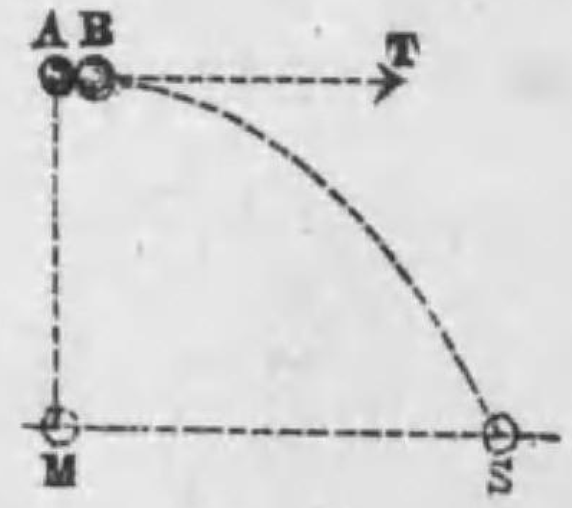
$$\frac{f}{F}=\frac{m_1v_2-m_1v_1}{m_2V_2-m_2V_1}$$

其變更を起したる時間をt秒とすれば前式は次の如く變ずるを得べし

$$\frac{f}{F}=\frac{m_1\dfrac{v_2-v_1}{t}}{m_2\dfrac{V_2-V_1}{t}}=\frac{m_1a_1}{m_2a_2}$$

但し、a_1、a_2は甲乙動躰の加速度を表はすものと知るべし。故に語を換ゆれば第二法則は質量と加速度との相乗積は力と正比例をなすと云ふを得べし。此法則はアトウード機を以て實驗上證明すること容易なり。

第十五圖



法則第二節は、運動量は必ず力の働く直線の方向に於て變更を起し毫も他の力の其躰に働くと、働かざると若しくは其躰の動きつゝあると、靜止するとに關係せざることを云ふ。汽船の檣頭より石を落せば必ず檣の直下に落つ、即ち地引力が石の運動量を變更するや、必ず垂直線に於てす、而して其作用は毫も石が船と共に進行しつゝあると靜止するとに關係せざるなり。前に説明したる速度の並行四邊形は即ち此理に基く。又茲に質量等しきA、Bの二球あり、共に同所より同時に發動するとせん、而してAは自由にAMの垂直線を落下し、Bは外力を以てBTの水平線に擲射せらるゝものとすべし。然るときはA、B兩球同時に或水平面MSに達すべし。此例に於てBは外力の作用を受け、Aは之を受けずと雖ども、地引力は垂

直の方向に同一の速度を附與す。則ち外力の作用すると否とに拘らず直垂の方向には運動量の變更同一なるを見るべし。

力の單位

運動に關する二則は前節にて說了せしを以て、今一歩を進めて力の測定法を論ぜん。力を測定する仕方は其作用の物に顯はるゝ結果に基く。其結果の睹易きものを擧ぐれば

第一　地引力に反對して物質を保持す

第二　彈條を伸縮す

第三　物躰に加速度を附與す

世間普通に行はるゝものは重力制と稱するものにて、即ち第一の結果に基く。此制の單位は質量の原器に働く地引力即ち重力とす。而して質量と同じく貫、封、基と稱す。人あり、筋力能く一貫の質量を支持するときは、詳しく之を言へば、我農商務省に貯藏する質量の原器に働く重力の三倍（四分の三）と相匹敵するときは、其人の力は一貫なりと稱すべし。機械學に廣く用ふるものは封若くは基なり、一封の力と云ふは英國基本封の分銅の實質に働く重力と平均するものなり、一基の力も之に準ず。是故に重力制の單位は細かに論ずれば確實なるものにあらず。蓋し一貫若くは一封の質量に働く重力は地球上の場所に依りて異なり、赤道にありて百七十六封のものは極地に於ては約そ百七十七封なり。東京に於ける一封の力は倫敦に於ける一封の力と小異あり。故に確實に力の大小を言ひ表はすには、之を測りたる位置を併せて記せざるべからざるの不便あり。然れども實地上に於ては重力制にて充分なり。例へば玆に直徑四吋の柱ありて赤道に於て或物躰を保持するに充分なりと云ふ、若し同じ物躰を極地に於て保持せんには同じく直徑四吋にて可なるや否やと云ふに、精しく算すれば柱の面積は（百七十六分の百七十七）の比を以て增さゞるべからず、故に其直徑

$$d=4\times\sqrt{\frac{177}{176}}=4.''012$$

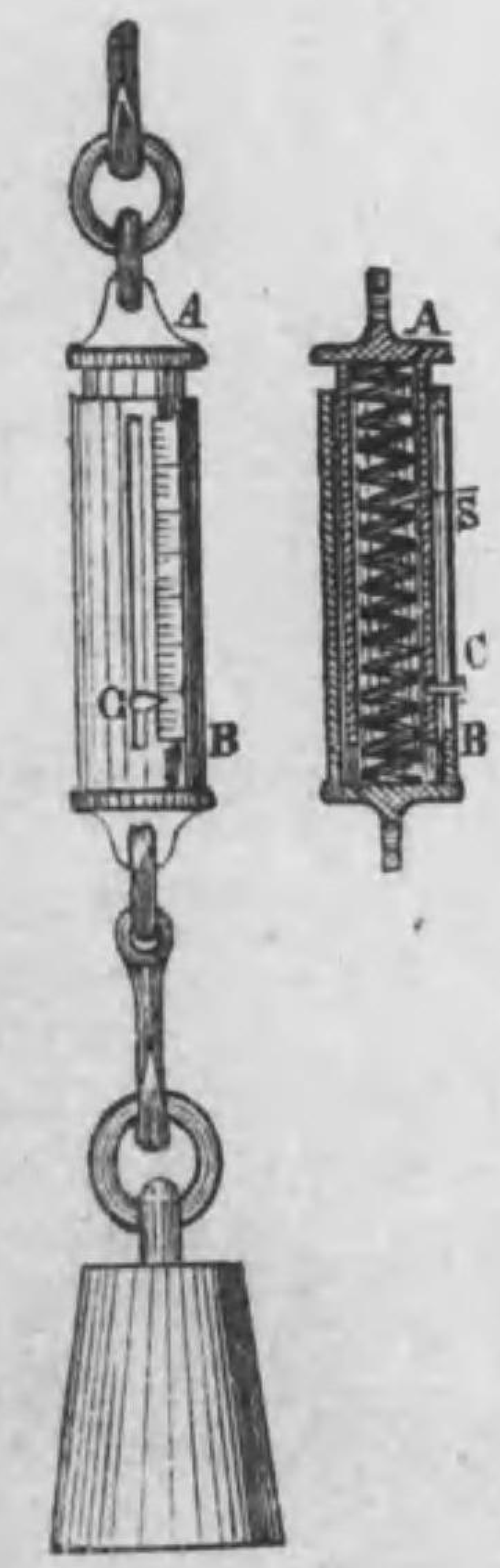
其差は實に（百分の一）吋餘にして甚だ僅小なりと云ふべし。原の直徑四吋にて充分なりとせし斷定には、固より此の如き重量の差異は、少しも差支へなき餘地を存しあるは明白なり。

質量と重量との區別

物躰の質量は、重力の量即ち重量と同じく一貫若くは一封と稱するを以て世間一般に之を混同するもの多し。然れども全く同名異義

のものとす、恰も米一升と一升の代價と異なるが如し。蓋し質量は物躰中に含む實質の量なれば、其所在の地に關せず固より一定不易なり。今白金及びイリデアム合金製の原器が含む所の質量は、赤道に在るも極地に存するも東京に於ても倫敦に於ても固より異なるべき理なし。然ども此原器に働く地球の引力が、之を支持する物を壓する力即ち重量は場所によりて異なり、恰も米一升は何地に於ても變せざるも一升の代價は土地によりて異なるが如し。尤も物躰の質量を測定するには、之に加はる重力と原器の代表者たる分銅に加はる重力とを比較して計るべし。何となれば同一の場所に於て地引力の物躰に附與する加速度は相等しきを以て、運動の第二則によりて質量と重力は正比例をなせばなり。故に重力相等しきものは質量亦等し。即ち一封の原器と物躰とを天秤に懸けて互に平準するときは其物躰の質量は即ち一封なり。是を以て、日常用ゆる所の天秤は物の質量を測るものにして重量を測るものにあらず。何となれば質量一封の物に働く重力は場所に依りて異なるものなれども、天秤にて測れば一封のものは何の場所に於ても一封なればなり。物の重量を汎く測るには彈條秤器に依るべし。第十六圖は此秤器の一を示すものなり。Sは螺旋狀の彈條にして上端はAの圓筒に固定せられ下端はBの圓筒に固定せらる。Aの下部に指針Cを取附け彈條の伸縮に伴ふてB圓筒に穿てる溝の中に昇降せしめ、溝側に尺度を劃して重量を示す。此秤器は彈條の伸縮によりて測るものなれば地引力の異なるに從て示す所の重量亦異なり。

第十六圖



然れども實地上には質量一封のものは、其重量も亦一封として大なる不都合なし、只學理を論ずるには常に此區別を明瞭に記憶すべし。

質量の單位

世間一般に行はるゝ質量の單位は今まで稱へたる如く貫基若くは封なれども、力と加速度との關係を論ずるには其單位を次の如く定むること便利なり。茲に或る一つの物躰ありて之に一單位の力を加ふれば一秒に付一單位

の加速度を生ずるとせよ、此物躰の質量を即ち質量の單位と定む。英制にては一封の力を加へて一秒に付一呎秒の加速度を生ずべき質量を單位とす。此單位を用ゆれば運動第二則は極めて簡單に次の如く記するを得。

$$F = Ma$$

Mは此單位を以て表したる質量にして、aは加速度、Fは力なり、

何となれば、一秒に付一呎秒の加速度を一單位の質量に附與する力が一封てあれば、一秒に付a呎秒の加速度を同じ質量に附與すべき力はa封なり。又質量一單位に一秒に付aの加速度を附與する力がa封度てあれば質量M單位に同じくaの加速度を附與すべき力はMa封なればなり。

そこて玆に重量W封の物躰ありとすれば其質量は此單位を以て計れば幾何なるかと云ふに、重量W封は即ち一つの力にして一秒に付g呎秒の加速度を生ずるを以て今其物躰の質量をXとすれば $W = Xg$ なり。故に重量W封を有する物躰の質量 $X = \frac{W}{g}$ なり是を以て前式 $F = Ma$ は次の如く記すべし

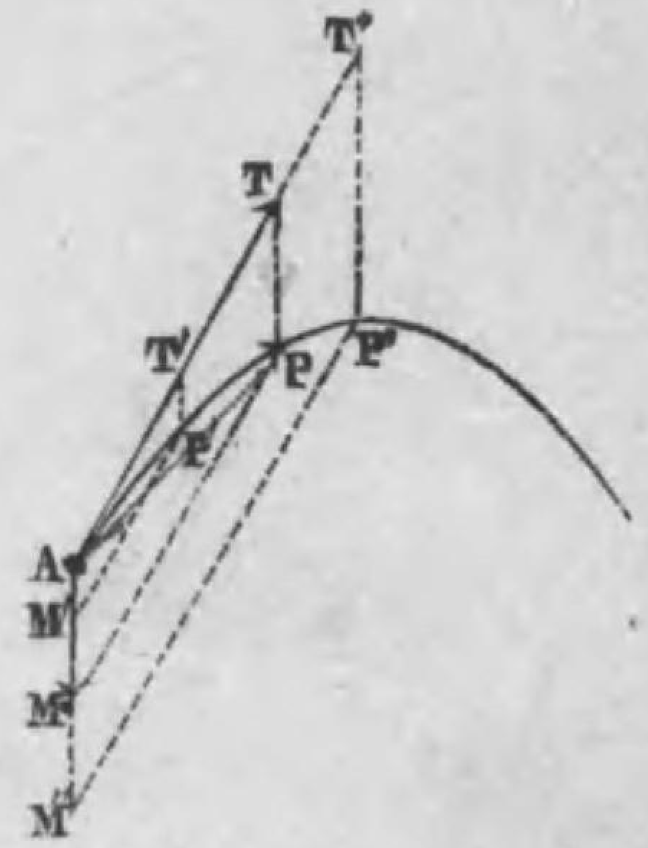
$$F = \frac{W}{g}a$$

此式は力と加速度との關係を示す緊要公式なりとす。

抛物の運動

運動法則の應用例として抛物の運動を説かん。擲射せらるゝ物躰例へば弾丸若くは小孔より流出する水滴の如きはパラボラの經路を取りて進行するものなり。一の物躰A(第十七圖)を垂直ならざるATの方向に擲射すとせん、然るときはAはAPの如き經路を取りて進行すべし。今擲射したる速度をvとすれば、單に擲射力の爲めにt時間に進行すべき距離

第十七圖



$$AT = vt \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

又AMを垂直に引きて地引力の爲めに同時間に落下すべき距離とすれば

$$AM = \frac{1}{2}gt^2 \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

而して此二力は運動の第二則に依り互に相障碍せずして、各々自己の方向に作用を逞ふするを以てt時間の終りに於ける物躰の位置は並行四邊形ATPMの對角線の一端Pに在り。(1)(2)の二式よりtを消去すれば、

$$AT^2 = \frac{2v^2}{g} . AM \quad 即ち \quad PM^2 = \frac{2v^2}{g} . PT \cdots\cdots\cdots (3)$$

之を辭にて言ひ顯はせば、一の定直線ATに並行に計りたるP點の距離PMの平方は、他の一直線AMに並行に計りたる距離PTに或常數を乘じたるものに等し。而して獨りP點に於て此關係あるのみならず、經路の何れの點(P′P″)に於ても同一の關係あり。故にAPの線は抛物線なるを知るべし。

第十八圖

第十八圖に於てATを以て擲射速度を表はし之を水平及び垂直の方向に分解すべし、今擲射速度をvとし、其角度をαとすれば

垂直の分速度 $AN = v\sin\alpha$.

水平の分速度 $AM = v\cos\alpha$.

抛物の擲射は此兩分速度を同時に與へたるものと見做すを得べし。故に物體が垂直に上昇する最高距離Sは垂直分速度 $v\sin\alpha$ が地引力の爲めに全く減却せらるゝ迄の高さとす。即ち

$$S = \frac{AN^2}{2g} = \frac{v^2\sin^2\alpha}{2g}$$

之を抛物の上昇すべき最高距離とす。又抛物の最高點に達する時間の落體の公式より、

$$S = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v^2\sin^2\alpha}{2g} \quad \therefore \ t = \frac{v\sin\alpha}{g}.$$

然るに抛物が最大の高さに達し夫れより再び原水平線RAに着する迄の時間Tは此二倍なり。即ち

$$T = \frac{2v\sin\alpha}{g}.$$

之を抛物の飛行時間と云ふ。又抛物の到達距離とは其進行したる距離を水平面に於て測りたるものを云ふ。第十八圖のRA是れなり。而して抛物がARの方向に進行するは單に $v\cos\alpha$ の分速度に因るものなり。

$$AR = v\cos\alpha \times T = \frac{v^2\sin 2\alpha}{g}.$$

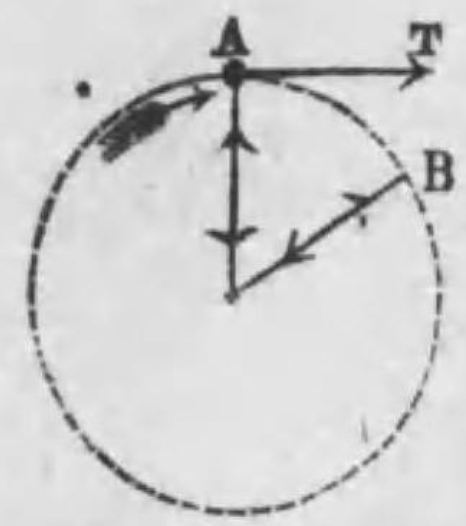
抛物の理論は頗る趣味あるものなり。然れども實際に於ては空氣の抵抗大に運動に影響して理論上の結果と適合せず。速度大なるときは差異殊に甚だし。

常速圓運動

運動の第一則に依れば、凡そ運動する所の物體は力之に働かざ

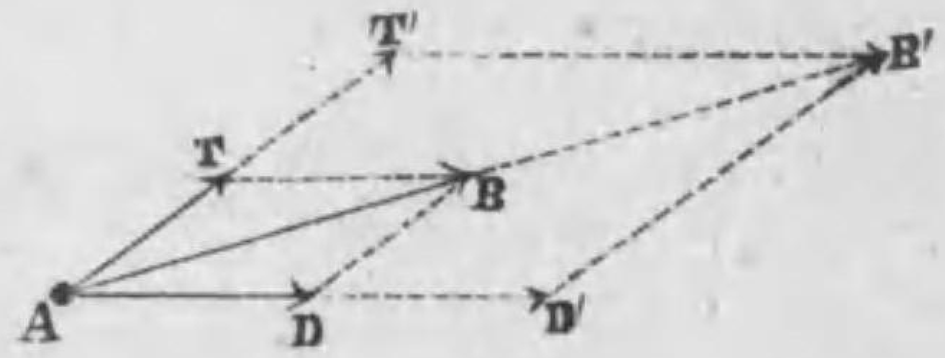
れば一定の速度を以て一直線に進行すべし。故に茲に一物躰ありて、直線に進行せずして曲線の經路を取るときは、則ち直線の進路より其方向を變ぜしむる外力之に加はるを知るべし。前段に論じたる拋物は其一例なり。又汽車が曲線を行くときは、其進みつゝある直線より發動輪を抑制して、曲線に進ましむる力あるを要す。軌條の反抗力是なり。

今糸を以て懸垂したる石若くは錘の如きものを取り手にて水平面に於て旋轉するとせよ。先づA點より運動し始むるとし、其初速度をATとすれば、Aは運動の第一則に依り切線ATに進まんとす。然れども糸の爲めに制せられATの方向に進む能はずしてABの圓弧に動くべし。強て此方向を取らしむる力は即ち糸を張る力なり。手を以て此糸を支持すれば手に感ずる力卽ち是れなり。若し糸にして此力を傳達するに充分なる強さを有せれば、Aの物躰は周圍に動かずして、切線の方向に飛ぶは吾々が能く知る所なり。其力と加速度との關係を求むるは、運動の第二則に依る。



第十九圖

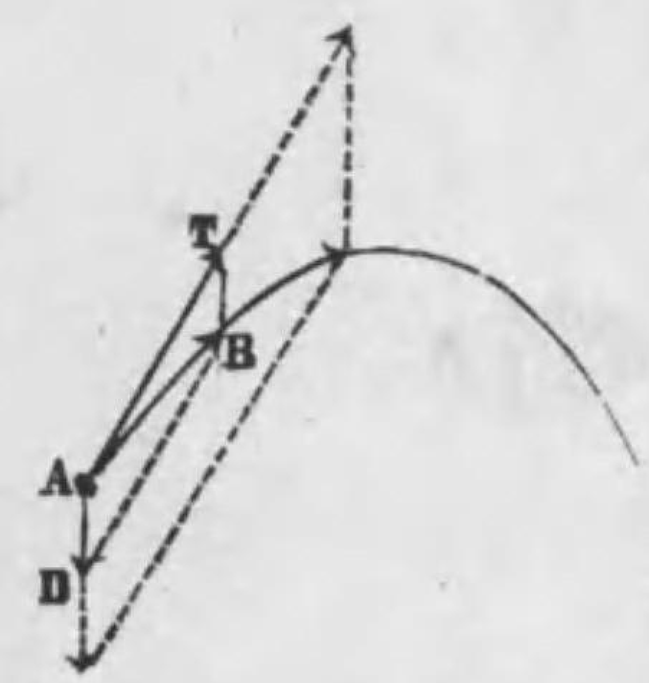
倘て物躰A（第二十圖）にAT、ADの方向に同時に或速度を附與すれば、前に述べたる如く、Aは一秒の終りに至れば各速度の爲に進行すべき距離AT、ADを以て作りたる並行四邊形の對角點Bにあり、同理にて二秒間の終りにはB′にあり、即ち其踪跡は直線AB′なり、



第二十圖

次にAT（第二十一圖）の方向に或速度を以て物躰を擲射するとも、は同時に地引力働くを以て一秒の終りに至れば其の位置は、擲射速度及び重力の爲めに別々に進行すべき距離AT、ADにて作れる並行四邊形の對角點Bにあり、而して其進路は前に述べたる如く拋物線なり。逆に言へば或速度を以て擲射したる物躰をして、拋物線の經路を進ましむるには、一定方向に働く一定の力即ち地引力を斷へず加へざるべからず。然らば或速度を以て擲射したる物躰をして常速圓運動をなさしむるには如何なる力を要するや、是れ本問題の要點なり。倘て圓運動の場合に於ても、Aは常速動を以て前例の如く（第十九圖）AT

第二十一圖



第二十二圖

の方向に進まんとす、而して一定の力ありて斷へず之を引く、然れども引力の方向は糸の方向に從て始終變ずるものとす。故に擲射物の如く並行四邊形の原理を應用するには極微の時間を以て論ぜざるべからず、蓋し時間小なれば力の方向變ぜざるものと見做すを得るを以てなり。今其時間をtとし擲射速度をvとし、切線ATを作り(第二十二圖)其長さを以て此極微時間內に直行すべき距離を表はす。然れば

$$AT=vt.$$

又此間中心Cに引附ける力の方向は變ぜざるものと見做すべきが故にTBをADと並行に作りAB弧とDに會せしめ、ATBDの矩形を作れば、Bはt時の終りに於ける物躰の位置にしてTBは引力の爲めにt時間に引き附られたる距離を表はすべし、今此力の加速度をaとすれば

$$TB=AD=\tfrac{1}{2}at^2$$

前の二つの方程式よりtを消去すればBD=ATなるを以て

$$BD^2=v^2\times\frac{2AD}{a}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

又半徑CAをrとすれば幾何の一定理に依りて

$$BD^2=(2r-AD)AD \quad 即ち \quad \frac{BD^2}{2r}=AD-\frac{AD^2}{2r}.$$

然るにtは極めて少なるを以てADは直徑に比較すれば增々極めて小なり、即ち$\frac{AD^2}{2r}$は其極限に於て零とすべし。故に

$$\frac{BD^2}{2r}=AD\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1)(2)兩式より

$$v^2\times\frac{2AD}{a}=2r\times AD \quad 即ち \quad a=\frac{v^2}{r}.$$

之を語譯すれば常速度を以て圓運動をなさしむるに必要なる中心に向ふ力の加速度は速度の自乘を半徑にて除したるものに等し。又之を角速度θにて表はせば

$$a=\frac{\theta^2r^2}{r}=\theta^2r.$$

此加速度は單に運動の方向を變じて其速度の大さを變ぜざるものとす、之を半徑狀加速度と名く、物軆の重量をWとし其中心に引く力(重力制)をfとすれば

$$f=\frac{Wa}{g}=\frac{Wv^2}{gr}$$

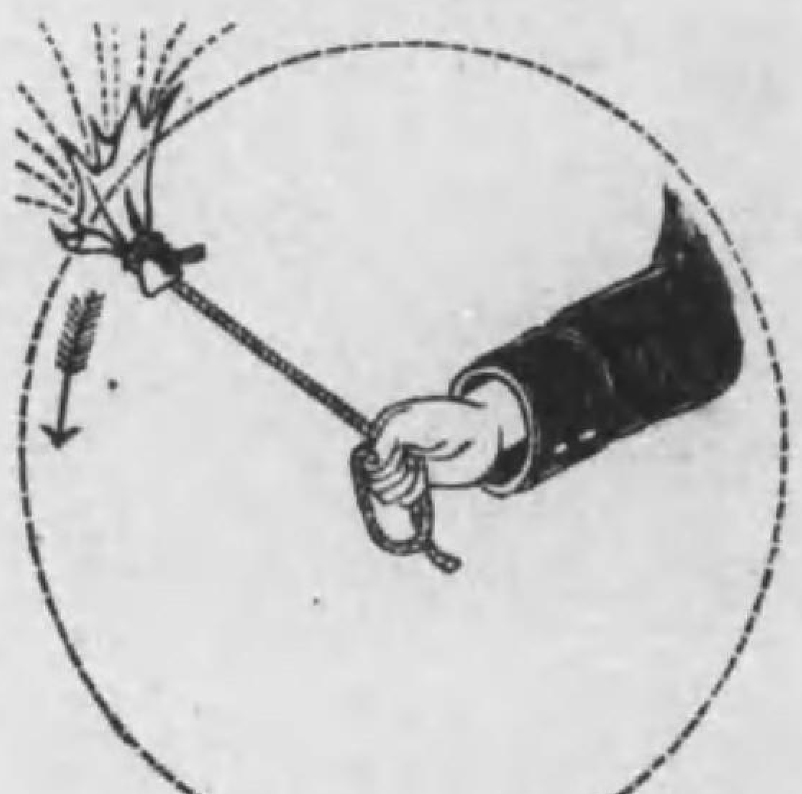
此力を稱して求心力と云ふ、又中心に引く力あれば之に對する反抵力あらざるべからず、此反抗力は中心より終始物軆を遠ざけんとする力にして之を遠心力と云ふ、其大さは固より$\frac{Wv^2}{gr}$に等し。

遠心力を應用したる實例頗る多し、今一二の例を假りて之を說明せん、人若し手拭の一端を握り他の端を少しく水に濕し、第二十三圖の如く成るべく急速に五六回旋轉せば、水分は遠心方の爲めに飛散して直ちに乾くを見るべし。今一秒間に三回旋轉するとし手拭の長さを三呎として、試に其遠心力を算すれば次の如し、Wを手拭の端に附着する一の水分子の重量とすれば、遠心力

$$f=\frac{W}{g}\times\frac{(3\times2\pi\times3)^2}{3}=\frac{1080}{32.15}W=33.6W(約)$$

即ち水分子の遠心力は約そ其重量の三十三倍半に等し、倚詳く之を言ひ換ゆれば鉛より三倍重き液軆を綿布に盛るに等し、其附着力に打勝ちて飛散する所以のもの論を待たず。此平易なる學理は工業上應用尠からず、遠心力脫水器の如き此適例なり。今砂糖清淨器械の如き此遠心力は如何なる作用を爲すや少しく之を說明せん。砂糖を製造する際眞空鍋にて煑詰めたるものは砂糖の結晶分と液分と互に混和したる糖水なり、此結晶分より液分を分離する爲めに遠心力を利用す。其方法は直徑三尺餘の鐵桶の側壁に數百の小孔を穿ち之に前の糖水を盛り非常の速度を以て之を旋轉す。さすれば、糖水は直ちに周圍に飛散して其中の液分は遠心力の爲めに小孔より驅り出されて結晶分のみ桶中に抑留せらるゝに至る。而して倚鐵桶が旋轉しつゝある間に豫て調製しある少許の清淨なる糖水を結晶分に撒布すれば、結晶に殘留する最終の汚物を洗ひ去りて終に無垢純白の結晶の層厚さ二三吋を生す。是れ市場に販賣する砂糖なり。脫水器の作用も亦粗ぼ之と同じ。

第二十三圖



應用例題

(一) 十呎秒の初速度を有する動軆あり、百五十三呎の距離を通過する間に漸次速度

を增して二十四呎秒に達するとせば此加速度如何。

答　毎秒一呎秒九分の五

(二)七呎秒の初速度を有する動躰が一分の間斷へず毎秒三呎秒の加速度を受くるときは經過する距離如何。

答　五八二〇呎

(三)十七呎秒二分の一の初速度を有する動躰あり漸次速度を減じ七秒を經て終に休止すと云ふ加速度如何。

答　負　二.五呎秒

(四)蒸汽機械あり動程九呎なり今其喞子の速度を測るに動程の三分の一を經過せし際に於て十二呎秒の最大速度を有すと云ふ此距離を經過せし時間及び平均加速度如何。

答　〇.五秒　毎秒二四呎秒

(五)列車あり停塲車を發してより十分を經て一時間五十哩の速度に達す進行したる距離及び平均加速度如何。

答　四.一七哩　毎秒九十分の十一呎秒

(六)球あり四十五度の斜面を轉下し運動の初めより三秒を經て六十六呎秒の速度を得ると云ふ垂直及び水平の方向に於ける加速度如何。

答　毎秒一五.五六呎秒

(七)變加速運動をなす躰あり最初より五秒を經たる際の加速度は一秒に付百呎秒なりと云ふ此加速度の意味を説明すべし。

(八)重量五百十二封の物躰に一秒に付七呎秒二分の一の加速度を與ふるには幾封の力を要するや。

答　一一九.二七封

(九)重量百二十封の物躰あり十八呎秒の速度を有す今外力之に働きて四秒半の間に三十六呎秒の速度に達すと云ふ外力を求む。

答　一四.九封

(一〇)重量八十封の物躰あり五呎秒の速度を有す今之に九封の力を加ふれば若干時を經て五十呎秒の速度を有するに至ると云ふ此變化を起す爲めには幾秒間

を要するや。

答　一二・四秒

(一一)機關車及び列車の重量合せて二百噸なり、此列車初め毎時一哩の速度を以て走り、十秒間を經て毎時三哩の速度に達すると云ふ。此間の進行力如何。

答　一・八二噸

(一二)一「ポンダル」は幾「ダイン」に等しきや、又一貫の重力は東京にて幾何「ポンダル」なるや。

答　一三七〇〇「ダイン」　二六五・八六「ポンダル」

(一三)重さ十封の銃丸あり、長さ二呎半の銃筒を出づる際の速度は千五百呎秒なり。銃丸を發射せし平均壓力如何。

答　六二・四噸

(一四)糸の兩端に、十七封及び十五封の分銅を結び付け、之を摩擦なき滑車に懸け以て自由に落下せしむるときは、其加速度如何。又糸を張る力幾何封なるや。

答　自由落躰加速度の十六分の一　一五封十六分の十五

(一四)若し地球が自轉速度を增して六時間に一廻すると假定し、而して尙現在の形狀を保つとせば、赤道に於ける質量m封の重力幾何封となるべきや。

答　〇・九四m封

(一五)月球は地球の周圍に於て、殆んど圓運動をなし、二十七日四分の一に一週すと云ふ。月球と地球の相互引力は幾噸なるや。

但し　月球の質量 = 6.98×10^{19}噸　距離 = 240000.哩

答　1.96×10^{7}噸

(一六)玆に十封の重さを支ふるに足る糸あり、今此糸の長さ二呎を取り、一端に重量四封の物體を釣り、他の一端を握りて之を水平面に廻轉せしむるときは、一分に付幾廻轉をなさば、其糸を截斷し得べきや。

答　六三廻轉

(一七)一定の速度を以て物體を擲射するとき最も遠距離に到達せしむる爲めには如何なる角度に擲射すべきや。

答　四五度

(一八)抛物の線路の最高點に於て、突然水平の方向に力を加へて其速度を變するとせば、物體が或水平面に達する時間は、増すべきや、亦減ずべきや。

(一九)軍艦より海岸の砲塞を測量せしに、其水平距離二千呎、水面上の高さ八百呎なりしと云ふ。今一千呎秒の初速度を以て砲塞を射撃せんとせば、如何なる角度にて放射すべきや。

但し空氣の抵抗なきものとす。

答　二十三度四十分　又八十八度十分

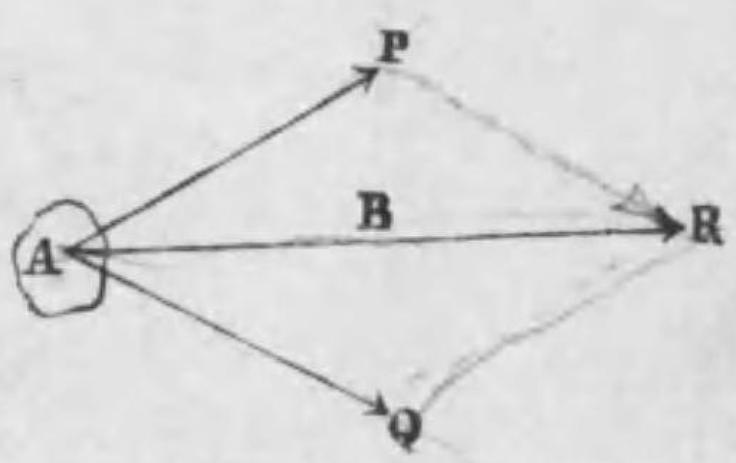
第二編　力の釣合

第一章　力の合成及び分解

力の並行形

二つの力P及びQが圖の如く物體Aに働くときは、A體はPの方向に動かず、亦Qの方向にも動かずして、其中間ABの如き方向に動くべし。今此二力の代りにRの如き或單一の力を加へて之と同一の運動を起すことを得るは明白なり。此の如く二つ若くは二つ以上の力と同一の結果を現はす單一の力を稱して與へたる力の合力と云ふ。此合力を見出すには直ちに加速度の合成法を適用するを得べし。蓋し力は質量と加速度の相乘積を以て測定するものなれば、同一の物體に働く力は加速度に正比例を爲すものとす。故に今玆に直線を引き其長を以て動體の加速度を表はせば、此線は亦或他の尺度にて其加速度に關する力を表はすべし。是を以て加速度を起したる力を表はす並行形

第二十四圖



の法則は直ちに力の合成法に適用するを得べし。是を力の並行形と云ふ。即ち任意の一點より二つの直線を出して物體に働く二力を表はし。此二線を隣邊として並行四邊形を作れば其點より出る對角線は二力の合力の大さ及び方向を表はす。

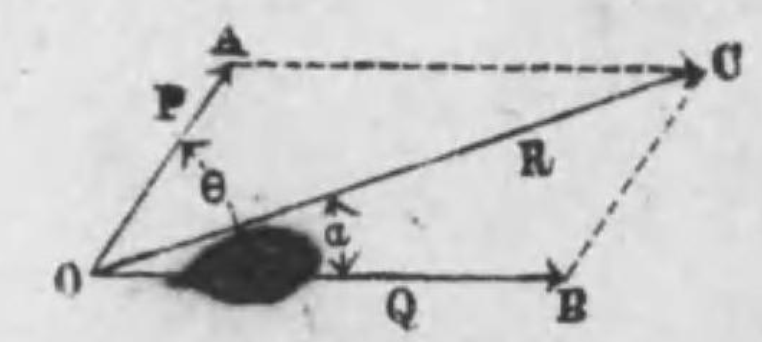
二つの力が物體の一點に働くとき若くは其方向互に相會するときの合力は此法則に由り容易に見出すことを得べし。紙上に第二十五圖の如くOA OBを引てPQ二力を表はし並行四邊形を作りて對角線OCの長さ[illegible]ば合力Rの大さを得べく測角器にてCOBの一角を度れば其方向を得べし。又此關係を式にて表はせば

$$R = \sqrt{(P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta)}.$$

$$\frac{\sin\alpha}{P} = \frac{\sin\theta}{R} = \frac{\sin(\theta-\alpha)}{Q}.$$

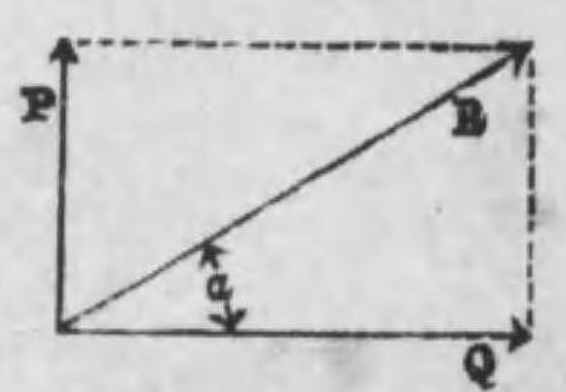
與へたる二力の合力は其夾角の如何によりて大小あるを見るべし。

第二十五圖

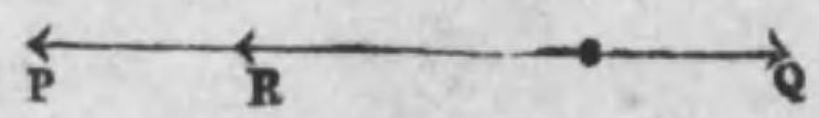


第二十六圖

第二十七圖



第二十八圖



第一、$\theta = 0$ なれば　$R = P + Q.$　$\alpha = 0$　（第二十六圖）

第二、$\theta = 90°$ なれば　$R = \sqrt{P^2 + Q^2}.$　$\sin\alpha = \frac{P}{R}$　（第二十七圖）

第三、$\theta = 180°$ なれば　$R = P - Q.$ 或は $Q - P.$　$\sin\alpha = 0$　（第二十八圖）

此の如く二力の合力はθの値に從て消長するものなり。偖て$\cos\theta$の最大なる値は1にして最小なる値は-1なり。故にRの最大なるときは$\theta = 0°$にして$P + Q$なりRの最小

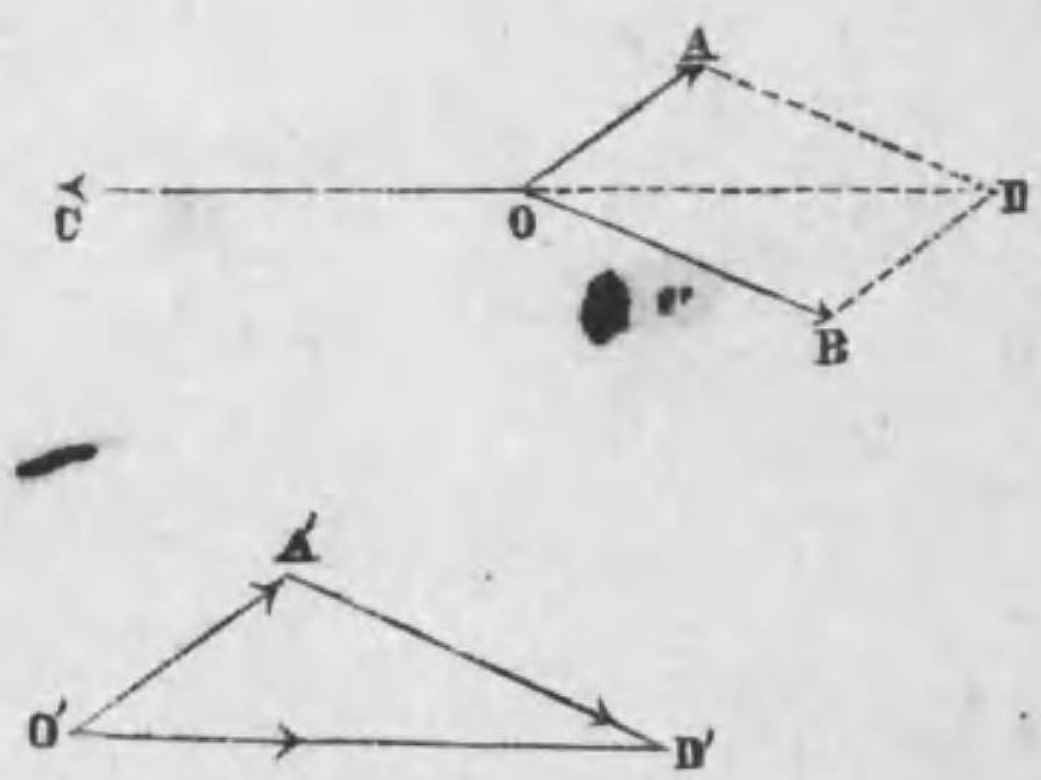
なるときは $\theta = 180°$ にして $R = P - Q$ なり、而して θ の大小に從て此間を消長するものとす。

力の釣合　二つの力物體に加はるとき、其大さ相等くして其方向正反對なれば互に平均して少しも物體の動靜を變せず、三つ又は三つ以上の力加はるときも、其中の一力他の諸力の合力に等くして方向正反對なれば此諸力互に平均して少しも物體の動靜を變ぜざるものとす、即ち物體既に運動せるものなれば以前の速度にて以前の方向に直線運動を繼續すべく、又物體已に靜止せるものなれば依然靜止すべし、此の如く二つ以上の力同時に物體に加りて互に平均するときは之を釣合を爲すと云ふ、

力の三角形　第二十九圖OA、OB二力の合力ODを見出し之と同じ大さの力OCをCDと正反對の方向に加ふるときは前述の如く物體Oは少しも動靜を變ぜざるなり、即ちOA、OB、OCの三力は互に釣合を爲すべし、然るに此三力の方向及大さは三角形OADの三邊OA、AD、DCを以て表はさるゝなり、故に三角形OADに相似の三角形O'A'D'を作れば其三邊は順次に三力と比例すべし、是を以て

三力互に釣合をなすとき三力に並行して三線を引き以て三角形を作れば此三角形の三邊は夫々に三力と比例すべし。

第二十九圖

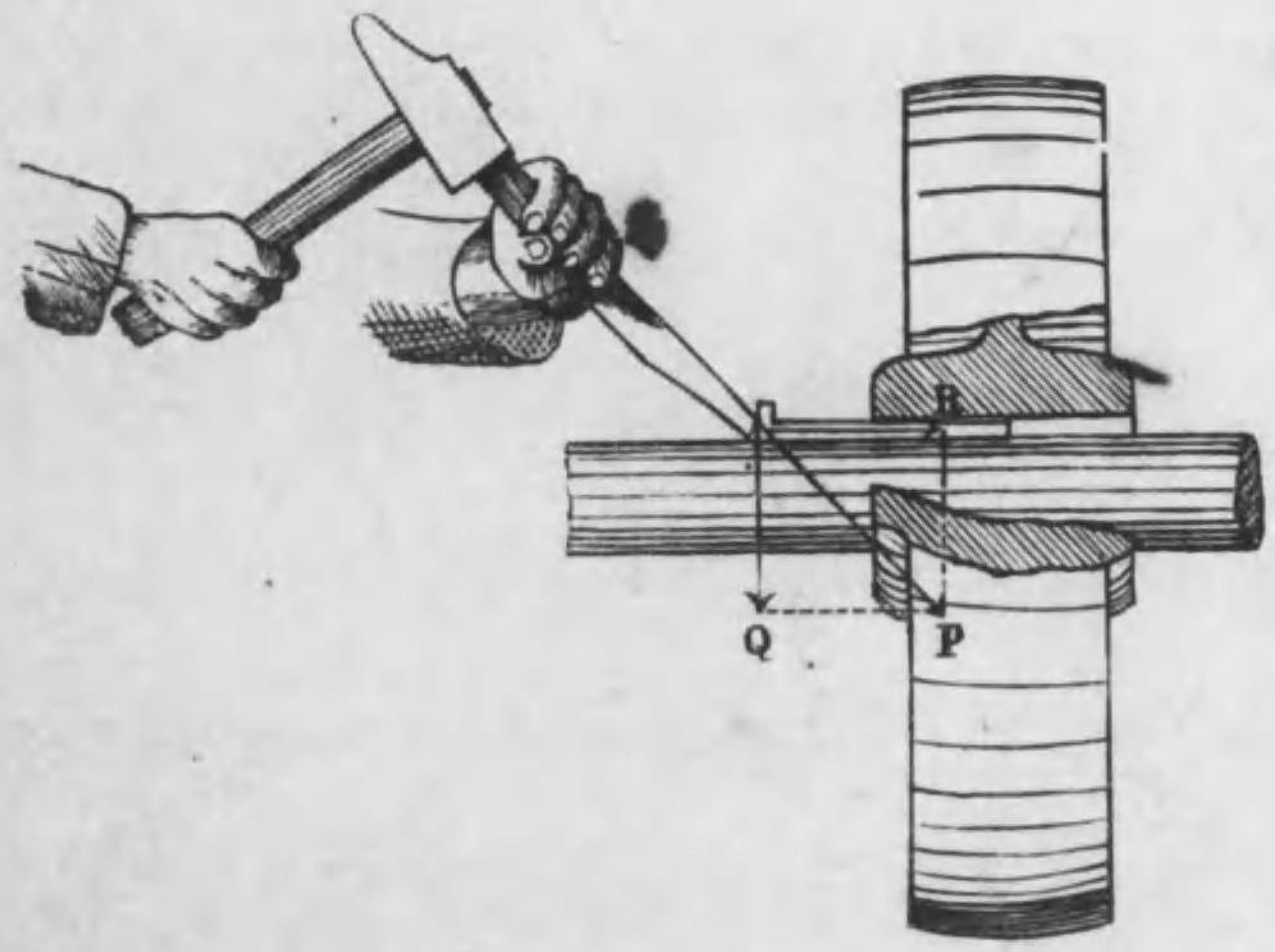


此定理は並行四邊形の定理を他の語にて言ひ換へたるものにして實地上甚だ緊要なるものなり、是に依りて所與の二力の合力を見出すべし、例へばOA、OB二力の合力を求むるにはO'A'、A'D'を作りて二力を表はし、O'D'を結べばO'D'の長さは合力を表はすべし其方向を知るには順次にO'A'、A'D'と矢を附し、D'、O'に到りて矢を反對にすべし、

此定理の逆も亦正なり、之を一點に働く三力の釣合を爲す條件とす、而して之を力の三角形と云ふ、即ち

三力一點に會するとき三力に並行して三線を引き以て作りたる三角形の三邊、

第三十一圖

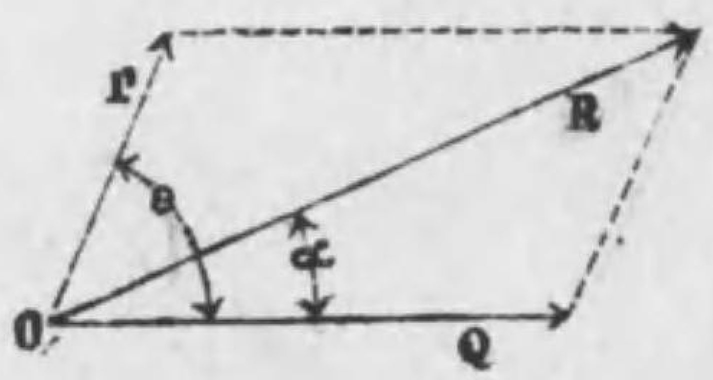


順次に三力と比例をなせば此三力は互に釣合を爲すべし。

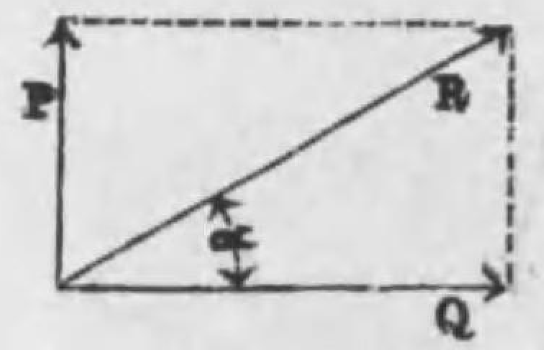
力の分解

力の分解法も亦加速度の分解と同一なり。與へられたる一つの力を與へられたる方向に分解するには、其力を對角線とし分力の方向を表はす二線を隣邊として、並行四邊形を作れば二邊の長さは分力を表はすべし。與へられたる二力の合力は其夾角の變ずるに從て隨意に增減し得る故に一つの力の分力も與へられたる方向を變ずれば如何にも變ずることを得べし。然れども實際に於ては力の働く物躰の結構上より分力の方向は必ず一定するものとす。例へば調車を軸に固定する場合に於て、(第三十一圖)栓の頭部に斜めに鐵杆を當て鎚を以て其杆頭を打つとせば栓を壓する所の力Pは分れてR、Qの二つとなるべし。Qは軸に直角に働き以て之を壓し、Rは軸に並行に働くものとす。直角なる分力は栓溝の底面の抵抗力にて打ち消され、軸に並行なる力が即ち栓を動かすものなり、此力と同じ大さの力を正反對の方向に加ふるとせば、栓は固より靜止して更に打ち込まるゝことなかるべし。

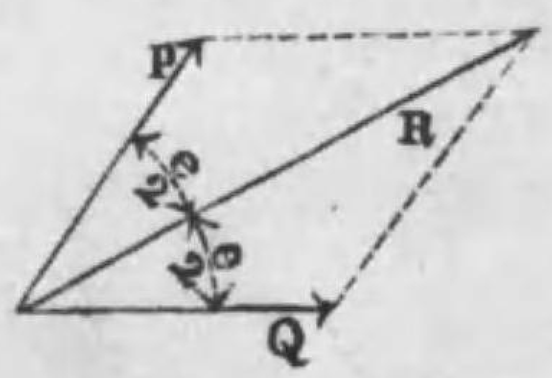
第三十二圖



第三十三圖



第三十四圖

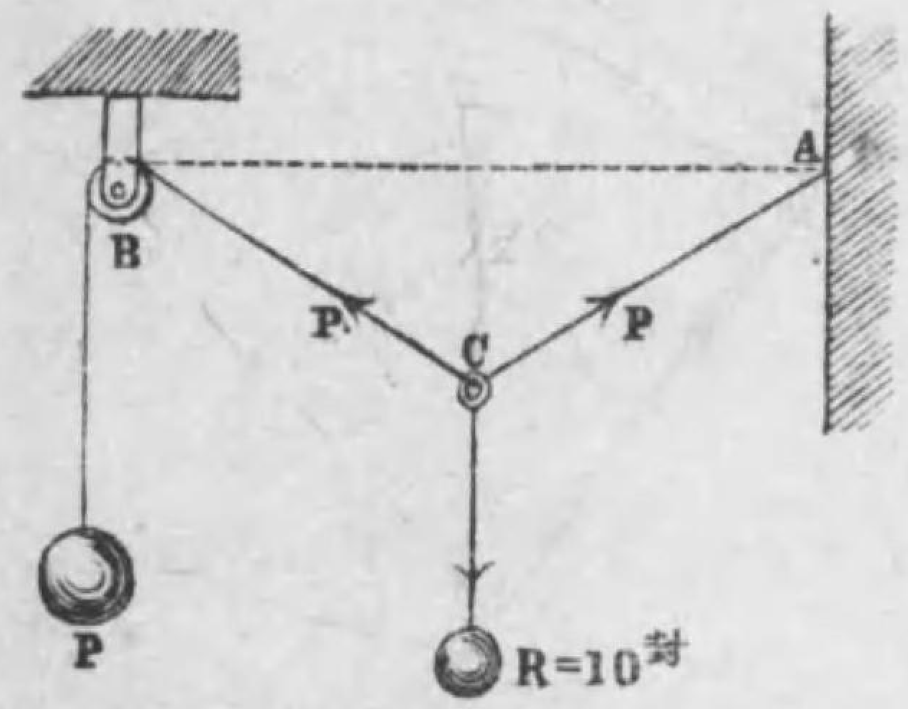


第三十二圖に於てRを與へられたる一つの力とし、分力の夾角をθとし、QのRと作る角をαとす。然るときは

$$P=\frac{R\sin\alpha}{\sin\theta},$$

$$Q=\frac{P\sin(\theta-\alpha)}{\sin\alpha}.$$

第三十五圖



要用なる一二の特別の塲合を擧ぐれば左の如し、

第一、$\theta=90.$ のときは(第三十三圖)

$P=R\sin\alpha.$　　$Q=R\cos\alpha.$

第二、$\alpha=\theta-\alpha$ 即ち $\alpha=\frac{1}{2}\theta$ のときは(第三十四圖)

$$P=\frac{R\sin\alpha}{\sin\theta}=\frac{R}{2\cos\frac{\theta}{2}}$$

$$Q=P=\frac{R}{2\cos\frac{\theta}{2}}$$

力を分解するにも力の三角形を書きて分力を見出せば甚だ簡便なり

(例)　玆に一例を擧げて前に講述したる分力につきて說明すべし繩の一端を壁の一點Aに定着して、(第三十五圖)同じ水平の位置にある滑車Bに懸け滑なる輪を以てC點に重さ拾封の球Rを釣るす、今他の一端にPを釣るしてACB角が百二十度のときに於て平均せしめんとせばPの重量如何、又百五十度のときは如何、百七十度のときは如何。

此例には十封の方向は無論繩と同角を作すを以て、繩を張る力は何れの部分に於ても同一なり、即ち

$$P=\frac{R}{2\cos\frac{\theta}{2}}$$

故に

$$\theta=120^\circ,\quad P=\frac{10}{2\cos60^\circ}=\frac{10}{2\times\frac{1}{2}}=10.^{封}$$

$$\theta=150^\circ,\quad P=\frac{10}{2\cos75^\circ}=\frac{10}{2\times0{,}26}=19.2^{封}$$

$$\theta=170^\circ,\quad P=\frac{10}{2\cos85^\circ}=\frac{10}{2\times0{,}087}=58.^{封}$$

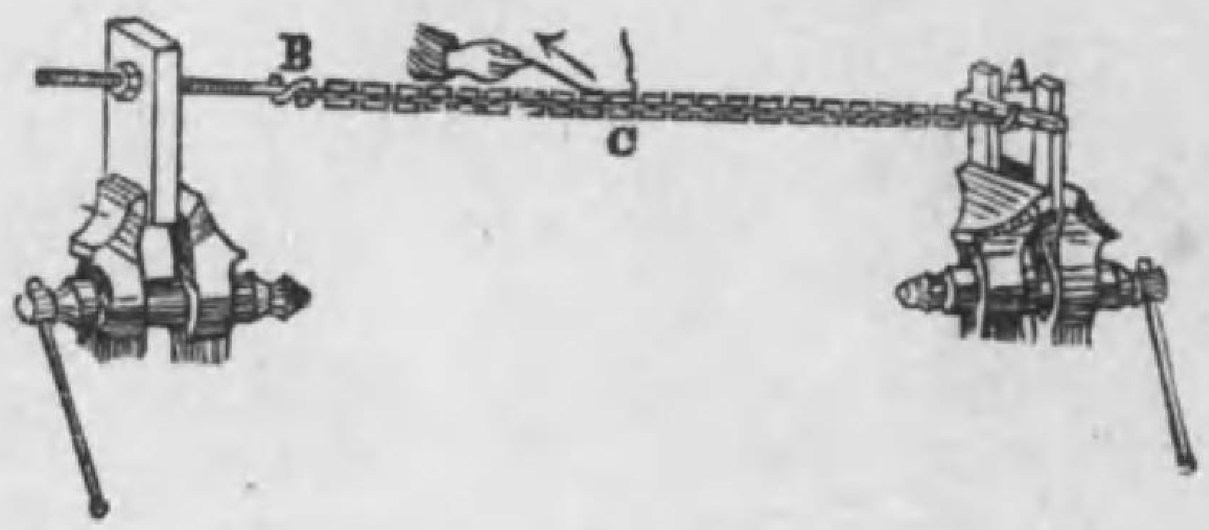
$\theta=176^\circ$,　$P=\dfrac{10}{2\cos 88^\circ}=\dfrac{10}{2\times 0{,}035}=135.$封

$\theta=178^\circ$,　$P=\dfrac{10}{2\cos 89^\circ}=\dfrac{10}{2\times 0{,}175}=286.$封

$\theta=179^\circ\,30'$,　$P=\dfrac{10}{2\cos 80^\circ 45}=\dfrac{10}{2\times 0{,}006}=833.$封

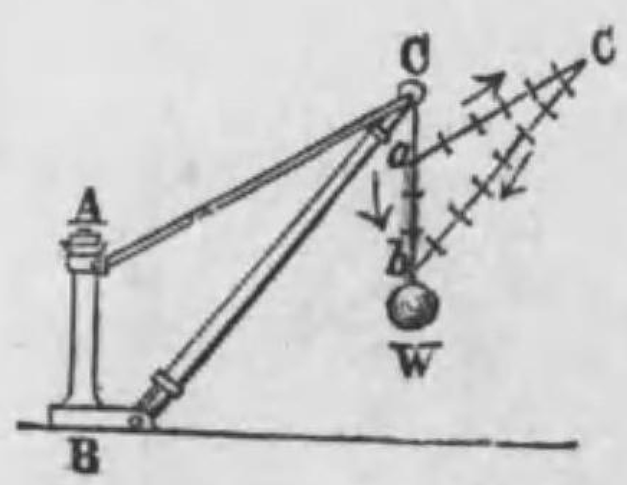
是に由て之を觀れば、C點の位置によりてPの張力は大に差あるを知る、ACBの角度愈々大なればPの張力益々大なり、ACBの角百八十度に至ればPは無限大となるべし。此事實は實地見聞する事柄に付て證するを得べし、水平に引き張りたる繩は萬夫の勇と雖も決して眞の直線狀に伸暢すること能はざるは即ち此理なり、又電信線を見るも二つの柱の間に於て決して直線をなさず、必す多少の弧狀をなすなり、最初電信線を懸けるときには或に特殊の器具を用ゐ大なる力を以て引き張りたるに拘らず、直ならしむる能はざる理由は線の重量之を下に引き卸すを以てなり、之に反し索を懸けて之を下より引くときは僅かの力にても容易に線を破壞するを得べし、此事實を證すべき一つの面白き試驗(第三十六圖)あり、ABは長さ八呎許の鎖にして其一端は螺旋桿Bに結着し、他端はAなる杉材の太さ凡そ半吋角、長さ五吋位のものに結着す、此杉材Aは兩端を二つの鐵杆に捻ぢ附けて、鐵杆は動かざる様に萬力に取り附くべし、そこでBの螺旋にて鎖を引き締め其中央Cに二十封乃至三十封の重量を釣るすに足る强さの繩を附け

第三十五圖



靜かに之を引けばAの木材は直ちに切斷せらるゝなり。借て半吋にして長さ五吋の杉材を折るには少くも百封以上の力を加へざるべからず、然るに僅に二十封以下の力にて之を切斷するを見る、繩より鎖に傳はる分力の大なるを以て知るべきなり。

第三十六圖



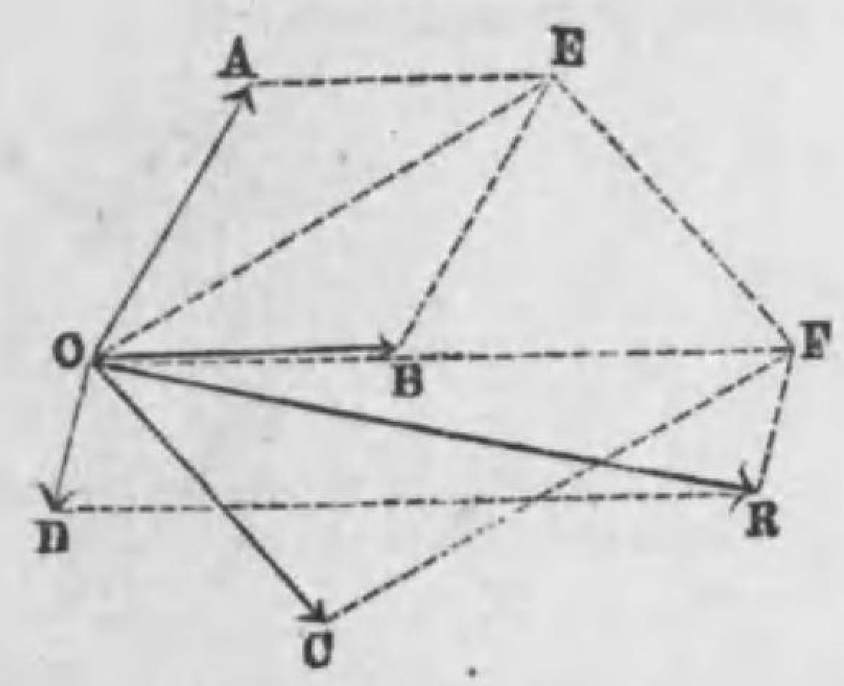
(例)　第三十六圖に示す起重機の如き力の三角形を適用して其各部に働く力を見出し得べし、圖中ABは直立したる柱BCは腕杆、ACはA點とC點とを結び付けたる杆なり、今C點より重量W例へば三噸の重さを釣るすとせばAC及BCに加はる力如何と云ふに先づ便宜の尺度にてCWの垂直線に沿ふて ab＝3噸を取り、bよりBCに並行にbcを引き、aよりACに並行にacを引きbcとcに會せしめばBCに加はる壓力はbcの長さを測り以て知る

を得べくACに加はる張力はacの長さに依りて知るを得るなり、即ち八噸と六噸なり。

二力以上の合成法

力の並行形の原理は同平面内にありて方向互に相會する二力以上の合力を見出すことにも適用し得べし例へば一點O(第三十七圖)に働くOA OB OC ODの合力を見出すには、先づOA OBの合力OEを作り、次にOEとOCの合力OFを見出すべし此の如く順次に並行四邊形を作れば最終の對角線ORは總ての力の合力なり然れども此合力を見出すには力の多角形と云へる定理に依るを最も簡便なりとす其法次の如しP、Q、R、S、Tを與へられたる力とすれば紙上に一點Oを取り(第三十八圖)OよりPに並行してOAを引き以てPの方向及大さを表はし次にAよりABをQに並行に引き以てQを表はし順次此の如くして諸力を表はすべし然るときは最終の點Eと原點Oとを結付けたるOEの線は所要の合力を表はす而して其方向を決するにはOAより順次に矢を附して最終の邊OEに到り反對の矢を附すれば可なり其理由は圖の如くOB OC ODを結び力の三角形を敷衍すれば明かなり。

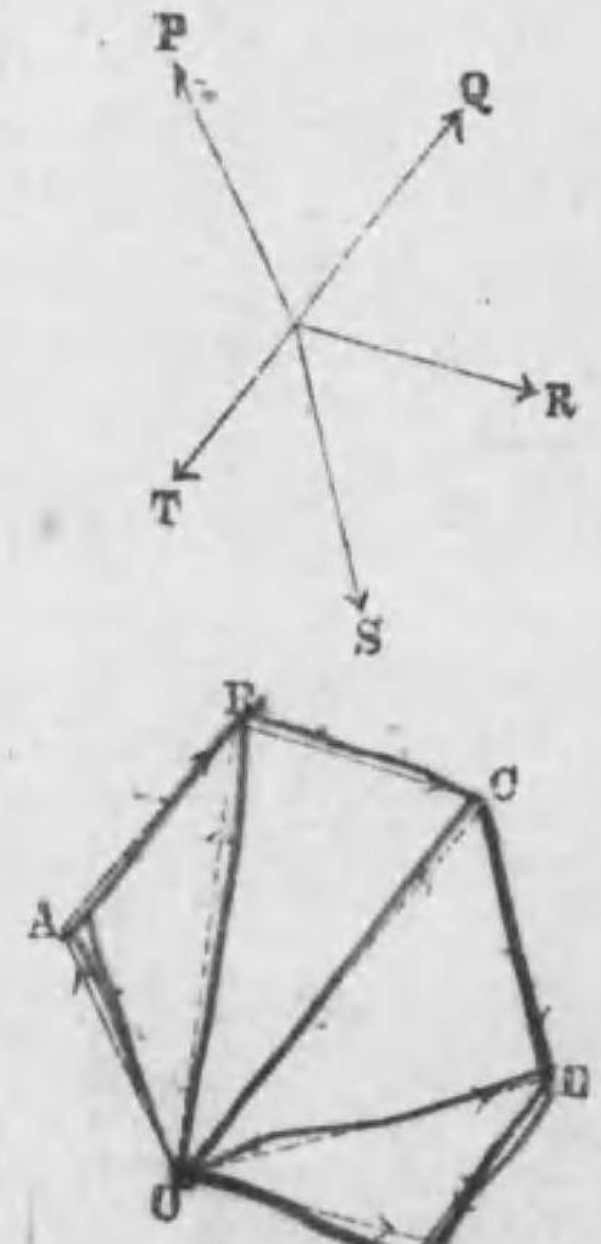
第三十七圖



力の多角形

今合力OEに正反對に夫れに等しき力を加ふるときは此諸力は互に釣合をなすべし、故に一點に働く所の諸力が多邊形の邊を以て順次に表はされ得るときは此諸力は互に釣合をなすべし之を力の多角形と云ふ圖法力學に於て重要なる定理の一なり力の多角形は同平面に在らざる諸力の例にも適用するを得べし。

第三十八圖



前に說明したる、

。同平面上に在りて一點に會する力の直角分力

一つの力を直角に分解する法は二力以上に應用して其合力を求むべし、P_1、P_2、P_3等を所與の力とし、其會點をOとす、Oを貫きて XOX′ YOY′ の縱橫線を直角に引き、$P_1P_2P_3$等の XOX′ となす角等を α_1、α_2、α_3等とすべし、然れば各力の XOX′ に沿ふたる分力は $P_1\cos\alpha_1$、$P_2\cos\alpha_2$、$P_3\cos\alpha_3$、……にして YOY′ に沿ふたる分力は $P_1\sin\alpha_1$、$P_2\sin\alpha_2$、$P_3\sin\alpha_3$……なり、而して此二組の分力は各々同じ直線上に働くを以て、各合力は其代數和に等し。即ち之をX、Yとすれば

$$X = P_1\cos\alpha_1 + P_2\cos\alpha_2 + P_3\cos\alpha_3 + \ldots,$$

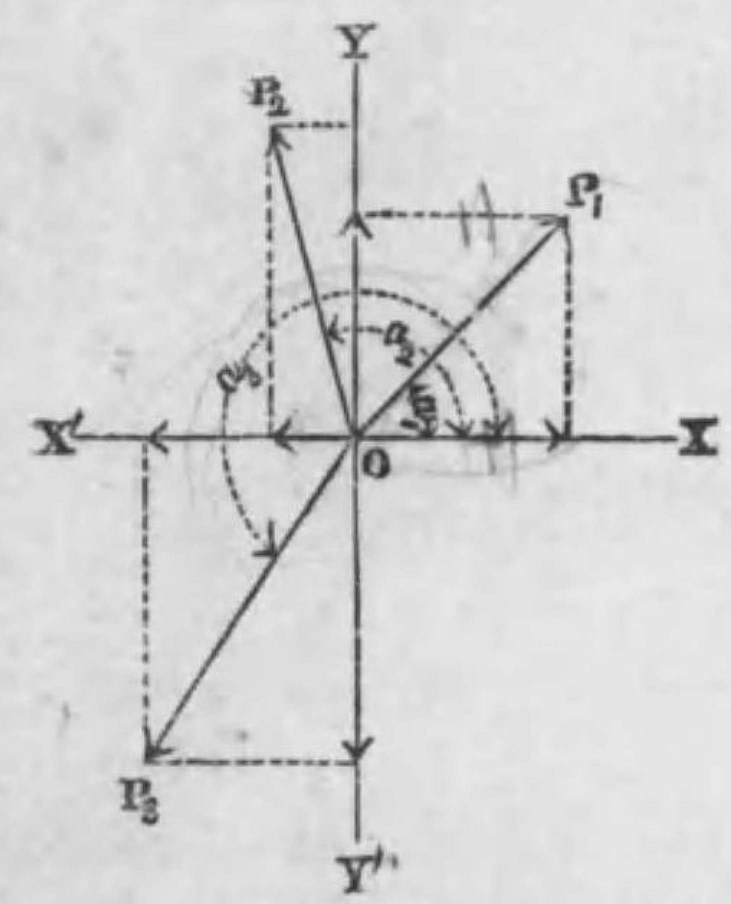
$$Y = P_1\sin\alpha_1 + P_2\sin\alpha_2 + P_3\sin\alpha_3 + \ldots,$$

而して所與の諸力の合力はX、Yの合力に等し、故に之をRとすれば

$$R^2 = X^2 + Y^2 \ldots\ldots\ldots(1)$$

又RがXOX′と作る角度をθとすれば

第三十九圖

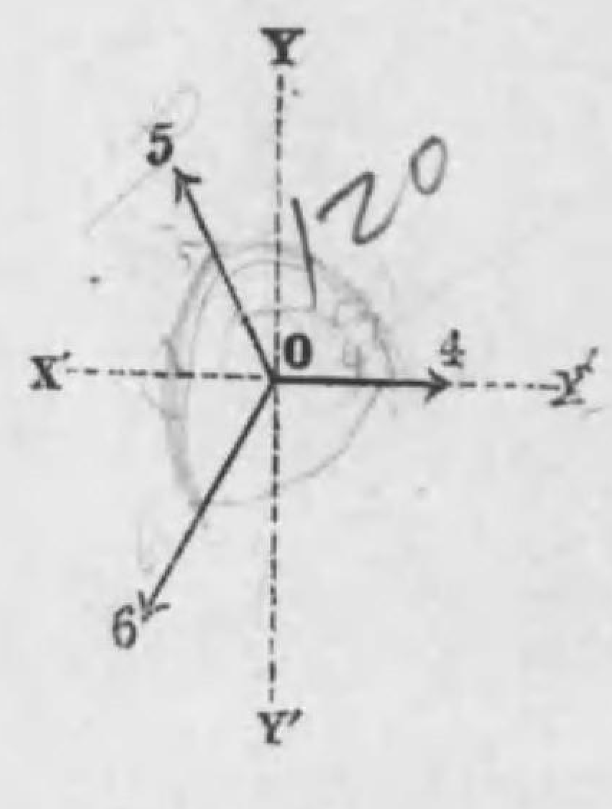


$$\tan\theta = \frac{Y}{X}\ldots\ldots\ldots(2)$$

（例）四、五、六封の三力互に百二十度の角度を作りて一點に働くものあり、其合力を求む。

此問題を解するには次圖の如く一力の方向をXOX′とすれば計算を省き得べし。

第四十圖



$$X = 4\cos 0^\circ + 5\cos 120^\circ + 6\cos 240^\circ$$
$$= 4 - 2.5 - 3$$
$$= -1.5$$
$$Y = 4\sin 0^\circ + 5\sin 120^\circ + 6\sin 240^\circ$$
$$= 0 + \frac{5\sqrt{3}}{2} - 3\sqrt{3}$$
$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\therefore R = \sqrt{\left\{(-1.5)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2\right\}} = \sqrt{3} = 1.73\text{封}$$
$$\text{又}\ \tan\theta = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$
$$\therefore \theta = 210^\circ$$

此の如く角度の函數簡易にして平素記臆し得べきものなれば上の算式に依るを便な

りとすれども、實地に於ては力の多角形を應用して畫法に依るを便なりとす、上の算式の如きは學理を論ずるに用ふること多し。

(1)式に於てRが零なるためにはX、Y共に零ならざる可らず、之を辭に述れば同平面にある諸力が互に釣合を保つときは二つの直角方向に分解したる分力の代數和は各々零に等し。

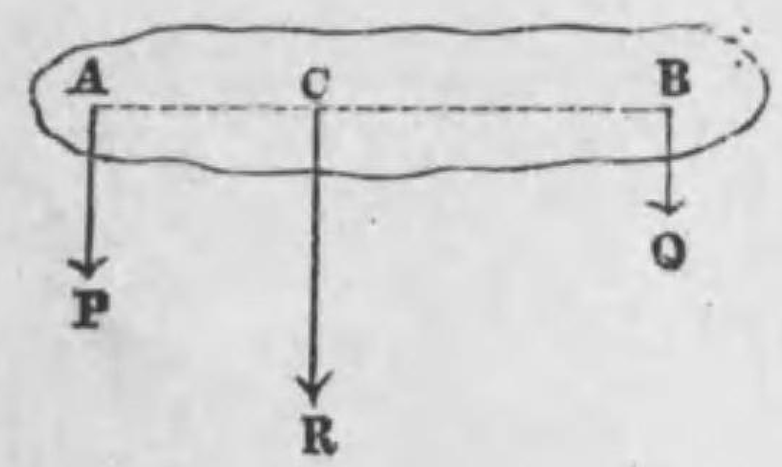
並行力の合成

二つの並行力P、Q第四十一圖の如く或物體のA及びB點に於て同方向に働くときは、其合力Rは明白にPとQとの和に等し。又其方向がABに會する點をCとすれば

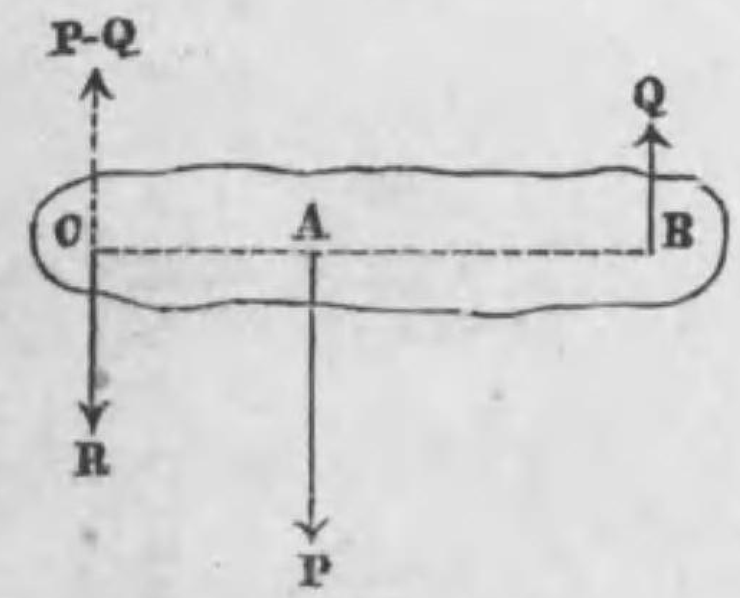
$$AC : BC :: Q : P,\ \text{即ち}\ Q \times BC = P \times AC\ \text{なり。}$$

何となればC點を保持するときは物體ACBは平準を爲す

第四十一圖



第四十二圖



を以てなり。

又二つの並行力PQ第四十二圖の如く反對の方向に働くときはBAを大なる力Pの方にCまで延長し

$$P : Q :: BC : AC$$

ならしむべし、然るときはP、Qの合力Rは二力と並行して大なる力Pと同方向にCに働き、而して其大さはP−Qに等し。何となれば今假りにC點に於てP−Q力をRと反對の方向に加ふるとすれば物體は平準すべし、是れQ及P−Qは二つの並行力にして同方向に働くを以て其合力はQ＋P−Q即ちPに等しく、又作法によりて

$$Q : P :: AC : BC \qquad \therefore P - Q : Q :: AB : AC$$

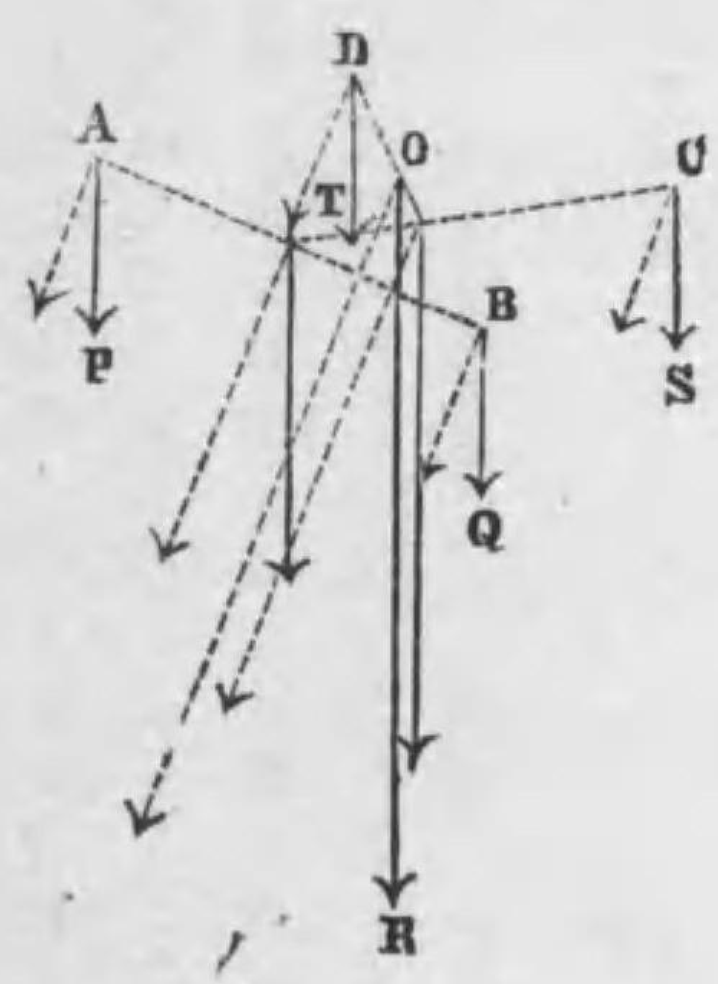
即ち $(P - Q)\,AC = Q.\,AB$

なればなり。故に方向相反する並行力P、Qの合力RはP−Qに等しくして、其着點CはABを二力と逆比例に外分するなり。

二つ以上の並行力の合力を求むるには、先づ其内の任意の二力を取り前法に依り

て其合力を求め、次に其合力と殘りの一つを取りて其合力を求むべし、逐次此の如くすれば最終の合力は所要のものなり。

第四十三圖



並行力の合力の働く點を**並行力の中心**と云ふ、並行力の働く諸點及び力の大さ一定なれば、共通の方向は如何に變ずるも其中心の位置は變ぜざるものとす、是れ並行力の中心の特殊の性質なり、即ち第四十三圖に示すが如し。實際に於て並行力の中心を求むるには「モーメント」の定則に依るを最も簡便なりとす。

力のモーメント

茲に或物躰か第四十四圖の如くOの定點に就て自在に廻轉し得るとす、今Pの力がO點よりOMの距離を隔てMPの方向に加はるときは、此物躰は右矢の方向に廻轉せんとすべし、而して廻轉せんとする傾向は固よりPの大小に從て强弱あり、又OMの長短に由て增減するものとす。故に物躰が或定點に就て廻轉せんとする傾向は力の大さと定點より作りたる垂線の長さとの相乘積にて測定するなり。此相乘積を力の「**モーメント**」と云ふ、垂線距離OMをPの**臂**と云ふ、此例に於て定點Oに於けるPの「モーメント」はP.OMなり。

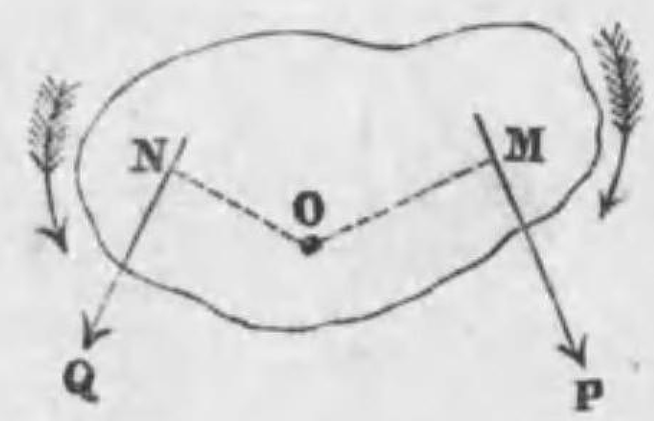
又Pと反對の側に於てQの力ONの距離を隔て働くときは、Qは物躰を左矢の方向に廻轉せしめんとす、而して其力の「モーメント」は Q.ON なり。此の如く力の定點に關する位置異なるに從て、物躰を時計針狀若くは反時計針狀に廻轉せんとす。此傾向を區別する爲めに正負號を用ゆ、尤も何れの力の「モーメント」を正とするも隨意なり、即ちPの「モーメント」を+P.OMと記すればQの「モーメント」は−Q.ON と記すべし。

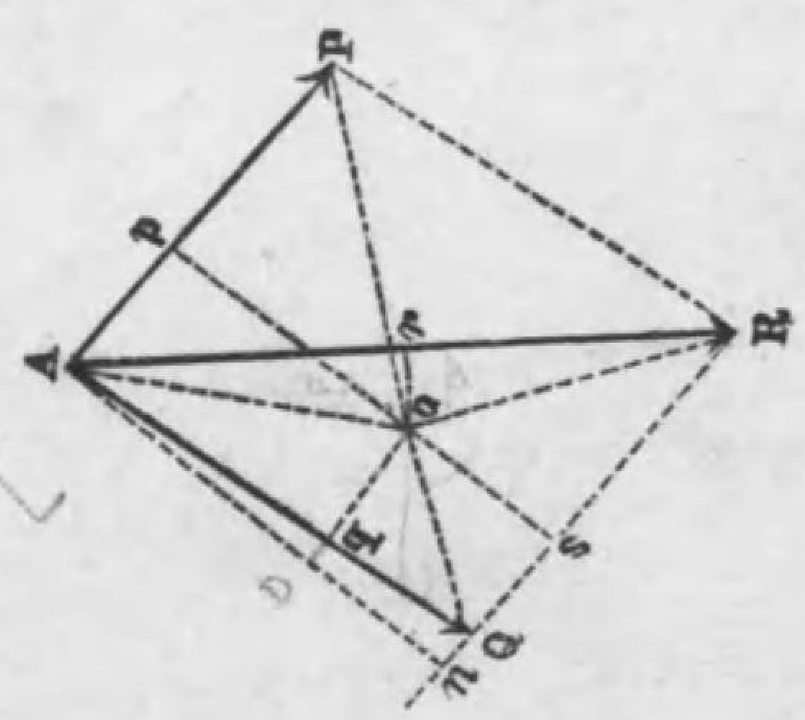
力の「モーメント」の定則は次の如し、

同平面に在る諸力の任意點に於ける「モーメント」の代數和は合力の「モーメント」に等し。

先づ並行ならざる二力に付て之を證せん。

第四十四圖





第四十五圖

第四十五圖に於てP、Qの二力Aに働きRを合力とす、並行四角形APRQを作り、任意に一定點Oを取るべし、而してOよりP、Q、Rへ垂線op、oq、orを作るときは

$$P.op - Q.oq = R.or$$

今之を證せんが爲にOA、OP、OQ、ORを結び、A點よりQRへ垂線Anを作りpoを引長してsに到らしむべし、然るときは

$$po = An - os, \qquad AP = QR$$

なるを以て

$$\triangle AOP = \triangle AQR - \triangle QOR = \triangle AOQ + \triangle AOR.$$

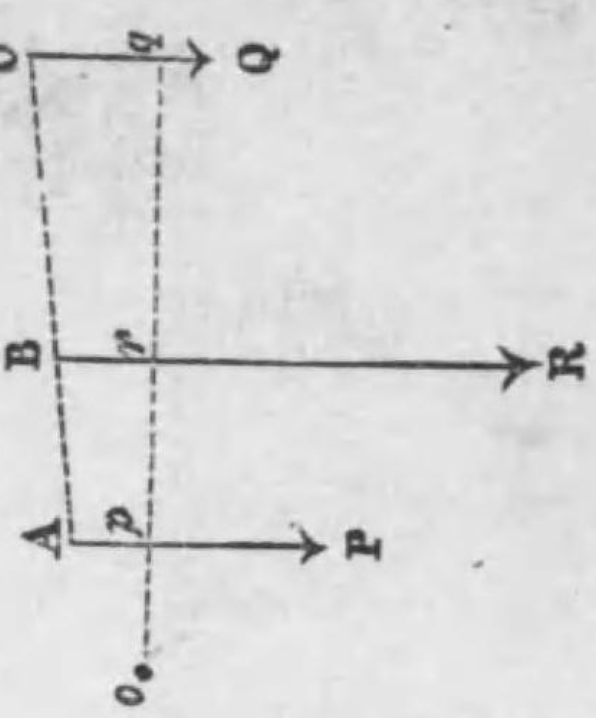
即ち

$$\tfrac{1}{2}P.op = \tfrac{1}{2}Q.oq + \tfrac{1}{2}R.or$$

$$\therefore P.op - Q.oq = R.or$$

O點を形外に取るも同様に分力の「モーメント」の代數和は合力の「モーメント」に等しきことを證し得べし。

次に二つの並行力に就て此定則を證せん。



第四十六圖

第四十六圖に於てPQを二つの並行力としRを合力とす、而してA、C、Bを三力の着點とし任意の點Oより垂線oprqを作れば

$$P.op + Q.oq = R.or$$

何となれば

$$P.op + Q.oq = P(or - pr) + Q(or + rq)$$
$$= (P + Q)or + Q.rq - P.pr$$

然るに

$$\frac{P}{Q} = \frac{CB}{AB} = \frac{rq}{pr}, \qquad \text{即ち} \qquad Q.rq = P.pr.$$

又R=P+Qなり、故に

$$P.op + Q.oq = (P + Q)or = R.or$$

同様に方向相反する二つの並行力に就き證明し得べし。

最終に同平面に働く任意數の力に付て之を證すべし、玆にP、Q、S、T等の力ありとせん、先づP、Qの二つを取り、前に說明したる一法によりて其合力を求め之をR_1とし、次にR_1とSとの合力をR_2とし、R_2とTの合力をRとす、然るときはRはP、Q、S、Tの合力なり、今任意の定點を取りて各力の「モーメント」を求むれば

R の「モーメント」$= R_2$ 及 T の「モーメント」の代數和、

R_2の 〃 〃 $= R_1$ 及 S の 〃 〃

R_1の 〃 〃 $= P$ 及 Q の 〃 〃

故に

Rの 〃 〃 $= P,Q,S,T$ の「モーメント」の代數和、

凡そ同平面に働く諸力互に釣合を爲すときは、其合力は固より零なれば面上何れの點を取りても合力の「モーメント」亦零なること明なり。故に互に釣合を爲す力に付て「モーメント」の定則を適用すれば次の如し、

同平面に在る諸力互に釣合を爲すときは、任意の點に就ての諸力の「モーメント」の代數和は零なり。

此定則は同平面上に在る力の一點に會すると會せざるとを問はず並行すると否とに拘らず汎く適用すべし。

(例)　七、二、八、四、六封の同向並行力、順次に等距離を保ちて一直線上にある五の點に働くあり。此並行力の中心を求む。

本題の並行力は皆同向なれば其合力

$$R = 7 + 2 + 8 + 4 + 6 = 27\text{封}.$$

次に相互の距離をaとし、七封の着點に就てモーメントをとり其點より合力までの距離をxとすれば

$$Rx = 2 \times a + 8 \times 2a + 4 \times 3a + 6 \times 4a.$$

$$x = \frac{54a}{R} = \frac{54a}{27} = 2a.$$

即ち此並行力の中心は八封の着點と一致す。

偶力

並行力に付て前に論じ殘したる一つの格段なる場合あり、即ち二つの並行力の方向相反して、其大さ相等しき例是れなり。

並行力P,Q反對の方向に働くときQを大なる力とすれば(第四十七圖)

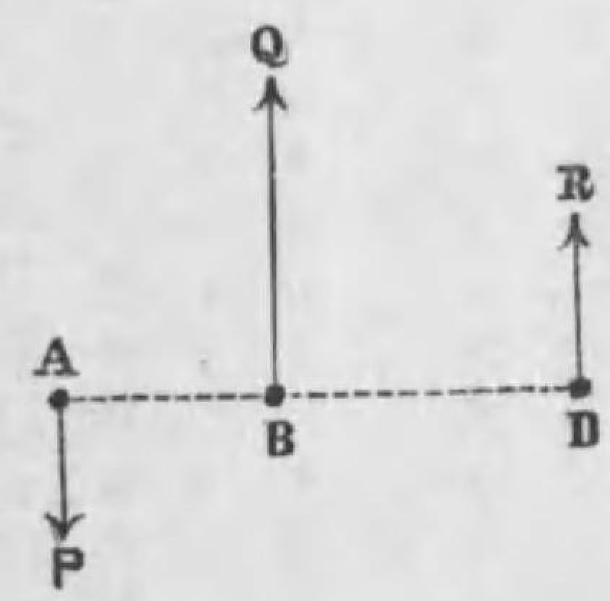
$$R = Q - P$$

而して其着點はDにしてBDの値は次の如し。

$\frac{BD}{AD} = \frac{P}{Q}$ なるゆへ $\frac{BD}{AD-BD} = \frac{P}{Q-P}$ 即ち $BD = \frac{P}{Q-P} AB.$

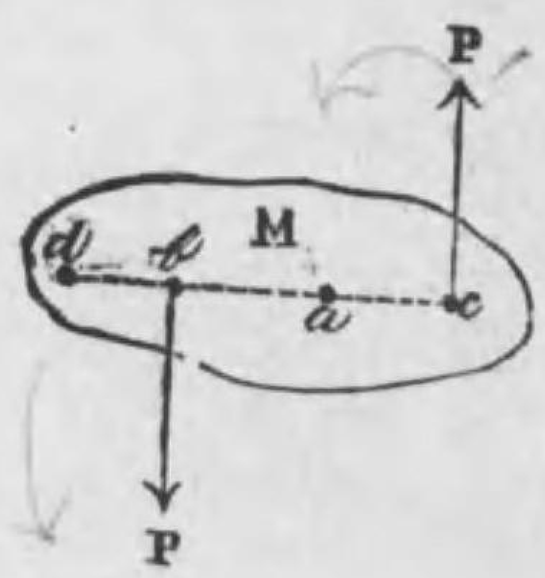
今 $P = Q$ なるときは $R = 0, BD = \infty$ なり、其意たる有限の距離にありてはP,Qの合力なるもの丶存せずと云ふ義なり、即ち單一の力を如何なる點に加ふるもP,Qと平均する能はざるものとす。此の如く方向相反する二つの等しき並行力を稱して偶力と云ひ、其中間の垂線距離を偶力の臂と云ひ、其一つの力と臂との相乘積を偶力の「モーメント」云ふ。

第四十七圖



偖て偶力は合力を有せざるを以て物軀に働きても其全軀を移動することなし、其作用は物軀自由なれば其實質の中心に就て之を廻轉せしむるものとす、又定軸を有するときは其軸に就て之を廻轉せんとす、而して何れの點に定軸を有しても一定の「モーメント」を有す、例へばMなる物軀にP,Pの等しき二力並行して反對に働くときaを軸とすれば(第四十八圖)

第四十八圖



$$P.ac + P.ab \quad 即ち \quad P.bc$$

の、「モーメント」にて、反時計針狀に廻轉すべし、又dを定軸とするも

$$P.dc - P.db = P.bc$$

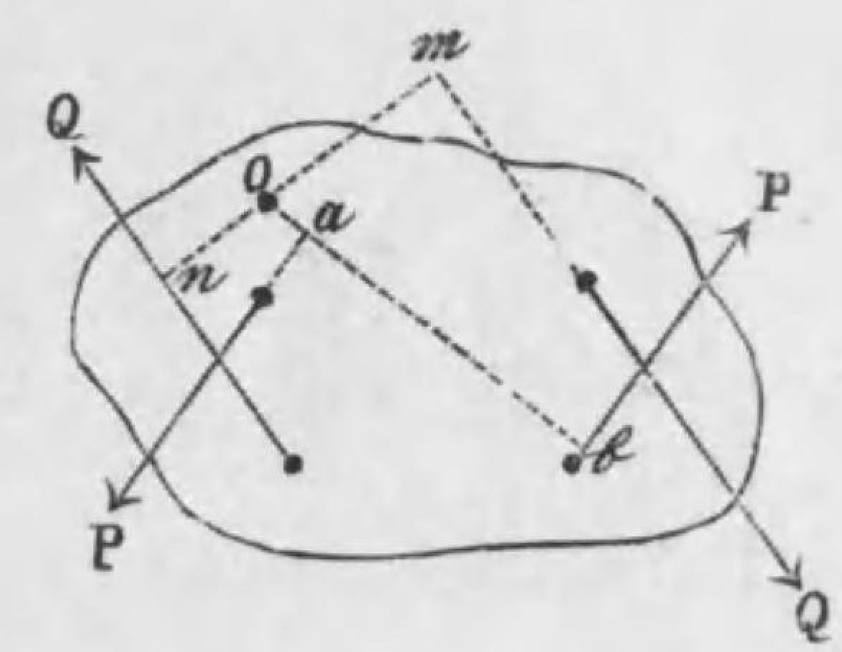
の「モーメント」を以て、矢張り反時計針狀に廻轉すべし。偶力の「モーメント」は必ず常數なり、

第四十九圖

今機械に就て一例を擧ぐれば、兩手にて等しき力を加へて廻轉する、把手輪の如きは、偶力の作用を受くるものなり(第四十九圖)。

偶力を平均せしむるには、單一の力を以てすることと能はず、等しくして反對の「モーメント」を有する

第五十圖



偶力を之れに加ふるを要す。其理は容易に證明するを得べし。

P、P' 及びQ、Q' 二對の偶力第五十圖の如く物體に働くとき、其「モーメント」相等しくして反對なるときは四力互に釣合を爲すべし。何となれば、隨意にO點を取りてP、P' 及びQ、Q' に垂線 oab 及び mon を作り、各力の「モーメント」の代數和を求むれば

$$Q.om + Q.on - P.ob + P.oa = Q.mn - P.ab$$

(P.ob + P.oa)

然るに題意によりて

$$Q.mn - P.ab = O$$

なり、即ちO點に付て諸力の「モーメント」の代數和は零なればなり。同樣に何處にO點を取るも此の如くなることを證し得べし。

同平面に在る力の釣合條件　以上一點に會する力、並行力、及偶力に就て說明したる所に由り、力の釣合條件を汎く言ひ表せば左の如し。

同平面に在りて任意の方向に働く力が互に釣合を保つ爲めには

第一　任意の縱橫線の方向に分解したる直角分力の代數和は各々零となるを要す。

第二　任意の一點に就て「モーメント」の代數和は零となるを要す。

此條件は必要にして且充分なり。何となれば凡そ同平面に在る總ての力を合成したる結果は、力の方向如何に拘らす、其合力は零となるか單一となるか、又は偶力となるか必ず其一に歸すべし。然るに所與の力は第一項に適合するを以て單一合力となるの理なく、又第二項に適合するを以て偶力となるの理なし。故に必ず零とならざるを得ざるなり。總て力の釣合に關する問題は此條件に據りて解答すべきものとす。

(例)　ABCはBを支點とする直桿にしてC點に重さ七十封の球を架し、枝桿BDの端に圖の如く百封の力を直角に加ふ、今A點にP錘を釣るしてABCを水平ならしめんとす、Pの重さ及支點Bを壓する力各幾何

B點に於る反抗力をRとし、RがBCと作る角をθとす、先つ各力を水平及垂直の方向に分解すれば第一の條件によりて

$R\cos\theta - 100\cos 40^\circ = 0 \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$

$R\sin\theta + 100\sin 40^\circ - P - 70 = 0 \cdots\cdots (2)$

次にB點に就てモーメントをとれば第二の條件によりて

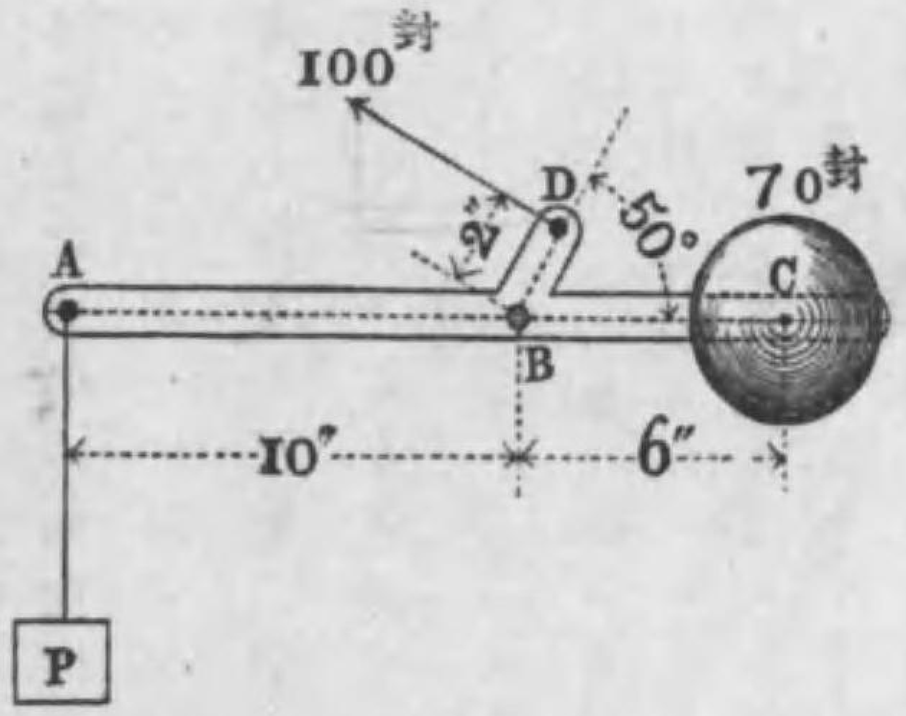
$P \times 10 + 100 \times 2 - 70 \times 6 = 0 \cdots\cdots (3)$

之を解すれば

$P = 22$封

$\theta = 20^\circ$（約）

$R = 81.45$ 封



應用例題

（一）AP、AQ、ARの三つの繩をA點に結び付け三人にて各之を引き以て互に平均するあり。然るにPAQ角は百二十度QAR角は百三十二度にしてAPを引く人の力は二十四封半なり。AQ、ARを引く人の力各如何。

答　AQ二二、六封　AR一八、〇封

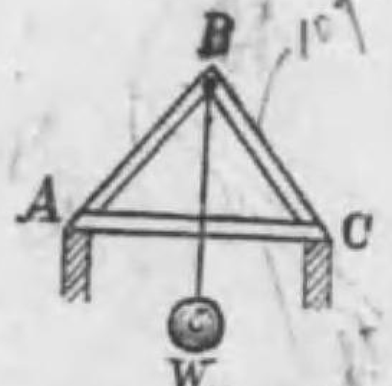
（二）同平面に在りてP、Q、Rの三力一點Oに働くあり。Pは七十七封、Qは四十封、Rは七十二封半にして、POQ角は十七度QOR角は五十二、度なり。其合力を求む。

答　一六四・五封　Pと二九度

（三）人あり、過ちて凧を電柱間の線の中央に懸け、垂直に之を引き離さんとして終に線を引き切りしとせよ。今線の强さ二千封にして切斷せし際のA、Bに於ける角度を各々四分の一度とせば、人の凧糸を引きし力如何。但し線は元と百封の力を以て緊張せられたるものとす。

答　一七封

（四）ABCD三脚臺の角頭AよりAWの糸にて百封の重量を釣るせり。三脚を壓する力各如何。但し各脚間の角は九十度にして皆等長なり。



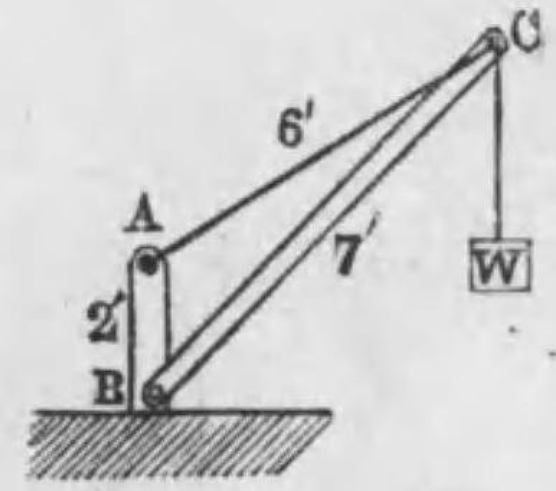
答　四、八封

（五）三角形ABCの形に組立てたる框あり、ACの兩端は壁上に置かれ、AB、BCは共に十呎、ACは十二呎なり、今二千封の重

量をBに懸くるとせば、AB、BC、CD の諸部が受くる力各如何、又A、C の兩點に於て壁を下壓する力如何。

答　AC を張る力七五〇封。BC、BA を推す力各一二五〇封。下壓力各一〇〇〇封。

（六）紙鳶の風力を受けて飛揚する作用を詳解すべし。又帆艇の殆んど風力と反對に航し得る理由如何。



（七）AB は地上に直立したる柱、BC は腕木にしてB點に於て蝶鉸を以て取附たるもの、AC はA點とC點とを引張付けたる鎖なり。今C點より一噸の重量を釣るせば AC 及び BC に加はる力如何、

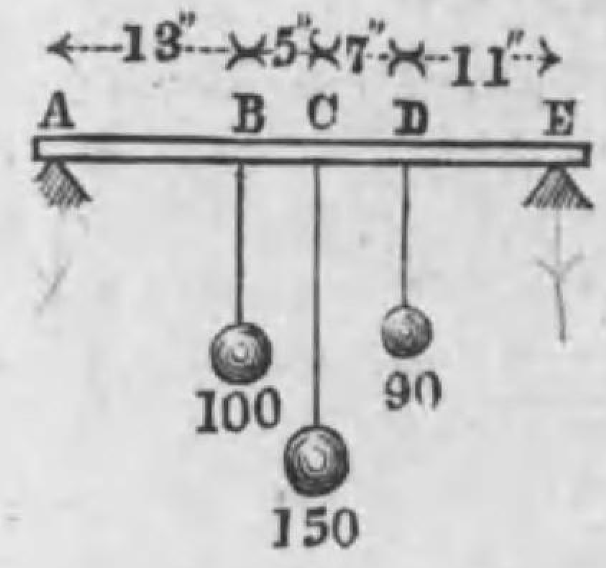
答　AC の張力三噸、CB の推力三噸半

（八）重量W封の球あり、三十度の傾斜をなす一の平滑なる斜面に轉下すと云ふ。球の加速度如何。又斜面の長さを八呎とせば、頂上より轉じて最下端に達する際の速度如何。

答　一秒に付一六、一呎秒　一六呎秒

（九）百五十二封の重量を二人の肩にて荷ふあり、重量の位置兩肩間の距離を一と三との比に分つとせば、負擔する重量各如何。

答　一一四封及三八封

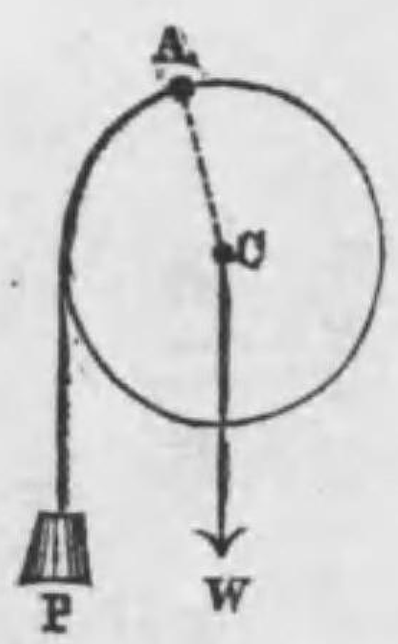


（一〇）人あり、二個の重量を長さ四十吋の棒の兩端にて荷ふ、一の重量は六貫にして、他は四貫なり、肩の位置及び其壓力を問ふ、

答　六貫より一六吋　一〇貫

（一一）圖の如く兩端を支持したるABCDE梁のB、C、D の三所より百封五十封九十封の重量を釣るすものあり、A及びEに於ける壓力を求む、

答　A壓力一六六、四封
B同　一七三、六封



（一二）圓板あり、圓周の一點Aの定軸にて懸垂せられ其重量はWなり、今圓周に糸を卷き其一端にPの重錘

を釣るせば圖の如き位置に於て平均すべし。ACが垂直線と作る角如何。

答　$\sin\theta = \dfrac{P}{P+W}$

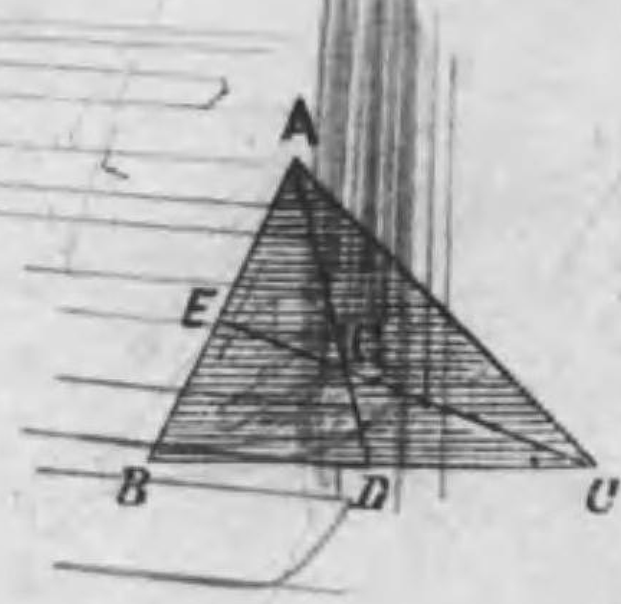
第二章　重　心

重心　物躰を組成する各分子に加はる地引力は實際に並行なるものと見做すを得べし。此並行力の中心を支持するときは躰は釣合を保つべし、而して前に論せし如く並行力の中心の位置は力の共通方向を變するも變ぜざるが故に、物躰が如何なる位置を取りても、其中心を支持すれば必ず釣合を保つべし。此中心を重心と云ふ。是を以て物躰の重心とは、或る定點にして、其點を支持するときは、物躰が如何なる位置を取りても釣合を保つ點を云ふなり。

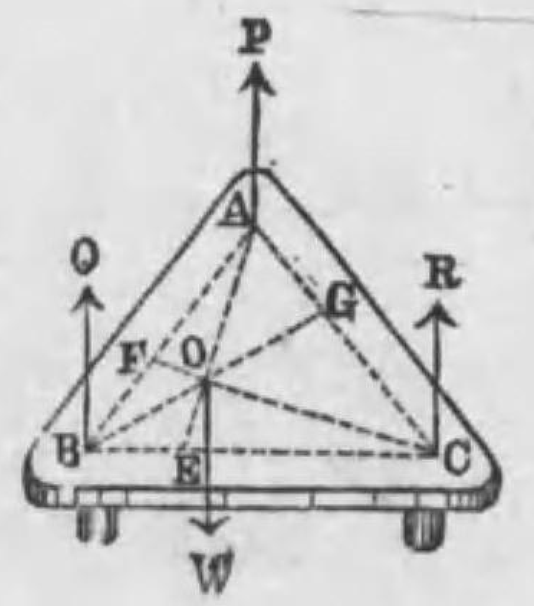
重心を求むる法　(一)實質粗密なき圓形、並行四邊形、矩形、正方形の板、又は球、直柱躰、圓筒の如きものゝ重心は固より形躰の中心にあり。

(二)三角形の重心は、中線を三等分したる點にあり。ABC三角形(第五十一圖)の薄き板あり、之を底邊に並行する線にて、無數の小片に分つべし、然るときは其一片の重心

第五十一圖



第五十二圖



は其中央にあり而して各片の重心皆な悉く其中央にあるを以て、全形の重心は中線ADの中にあり、同理に因て、全形の重心は亦CEの中に在り、故に其交點Gは重心にして、即ちADの三等分點なり。

三角形ABCの角頭に等しき重さの三躰を置けば、其重心は三角形の重心と一致すべし。Wを各躰の重量とすれば(第五十一圖)B、C二點に置きたるWの合力は2WにしてD點にあり、又D點に於ける2Wと、A點に置きたるWとの合力はADを三等分したる所のG點にあるなり。故に三角形の卓子の重心に物を置けば、各脚の負擔する重量即ち各脚の壓力は同一にして全量の三分の一とす。

三角形卓子の何れの部分に物を置くも、各脚の負擔する重さは決定するものとす。

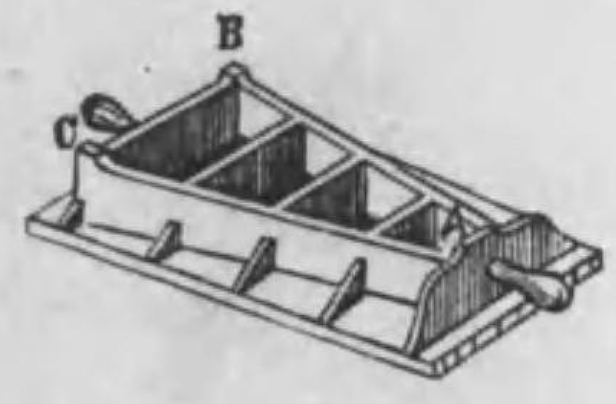
ABC 三角臺(第五十二圖)の上にWの重量を隨意にO點に置くものとせんに、P、Q、Rを三脚が負擔する重量とし、Oを貫きAE、BG、CFを作ればモーメントの定則に由りて、

$$\frac{W}{P} = \frac{AE}{OE} = \frac{\triangle ABC}{\triangle BOC},\quad \frac{W}{Q} = \frac{BG}{OG} = \frac{\triangle ABC}{\triangle AOC}$$

$$\frac{W}{R} = \frac{FC}{OF} = \frac{\triangle ABC}{\triangle AOB} \quad \therefore \quad P:Q:R :: \triangle BOC : \triangle AOC : \triangle AOB.$$

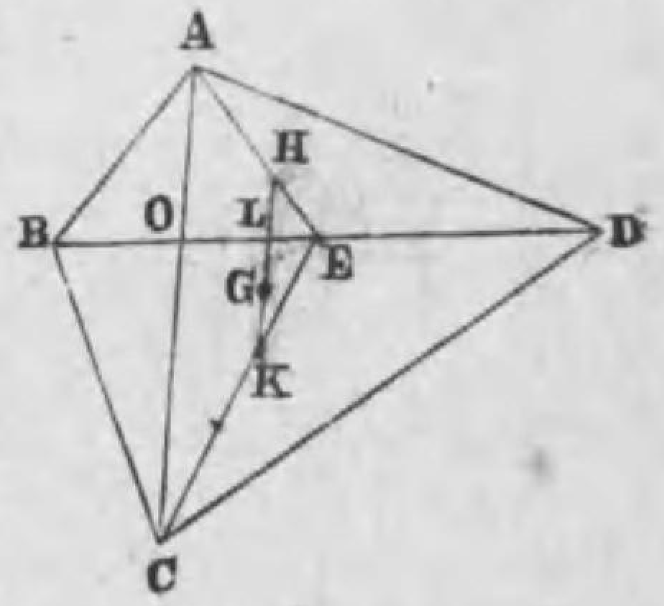
是を以て卓子を較や凸凹ある面に置くも能く据はるものとす。然れども**四脚の卓子に物を置けば、各脚の負擔する重量は不定なり。**而して少しく凸凹ある面に置けば一脚は地に接せざることあり、爲めに据はり惡しくして動搖し易し、

第五十三圖



是故に眞水平に据付くるを要する電流計、經緯儀等の器械は必ず三個の平準螺旋の上に立つ、而して此の三個の螺旋は三角形を形づくるを以て、一個の螺旋を上下すれば器械は他の二個の螺旋の下端に付て廻轉す。由りて一個つゝ螺旋を上下して、容易に水平ならしむるを得るなり。又經書版の如きも(第五十三圖)ABCの如く三個の趾あり、若し四個の趾を付くるときは、之を載する臺の面少しにても不規則なれば安定せずして動搖するの傾きあり。

第五十四圖



(三) **ABCD四邊形の重心を求むるには、**先づ對角線DBを作り、Eに於て之を二等分し、EA、ECを作りKE = $\frac{1}{3}$EC とし、EH = $\frac{1}{3}$EA とすべし、次にKHを作りBDとLに會せしめ、HG = KLとすべし。然るときはGは所要の重心なり。

何となれば他の對角線AOCを作るべし、偖てKは△DCBの重心、Hは△DABの重心なり、故に全形の重心はKHを△CDBと△DABの反比例に分割したる點にあるべし、然るに

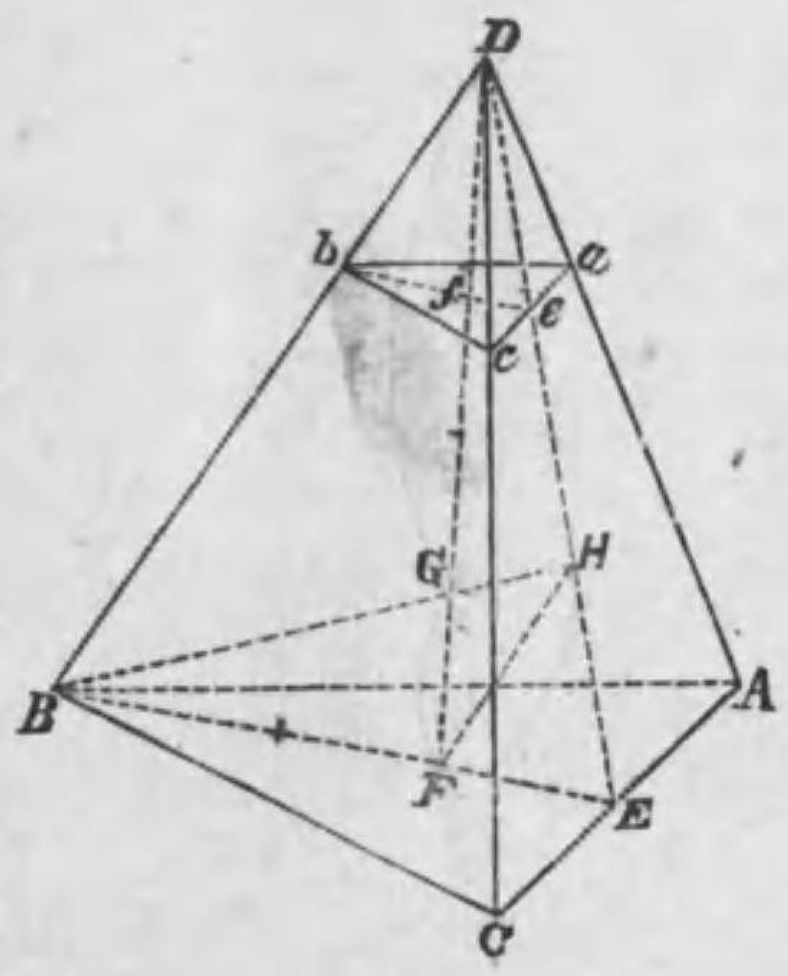
$$\frac{KG}{GH} = \frac{HL}{LK} = \frac{AO}{OC} = \frac{\triangle DAB}{\triangle DCB}$$

（四）故にＧはABCD四形邊の重心なり。

三角錐體の重心は、底面の重心と、頂角頭を聯ねたる線の中にあり、而して底面より之れを四等したる處にあり。ABCを底面とし、Dを角頭とす、ABCの重心FとDとを聯ね、底面に並行する面を以て、三角錐體を無數の小片に分つときは、各小片例へばabcの重心は其中線beとDF線との交點fにあり、故に全錐の重心はDFの中にあり、同理にてDCAを底面とすれば全形の重心は亦DCAの重心HとBとを聯ねたるHB線の中にあり、故に其交點Gは所要の重心なり、然るに

$$\frac{FG}{GD}=\frac{HF}{DB}=\frac{EF}{EB}=\frac{1}{3}\ \therefore\ GD=3FG\ \text{即ち}\ FG=\frac{1}{4}DF.$$

第五十五圖

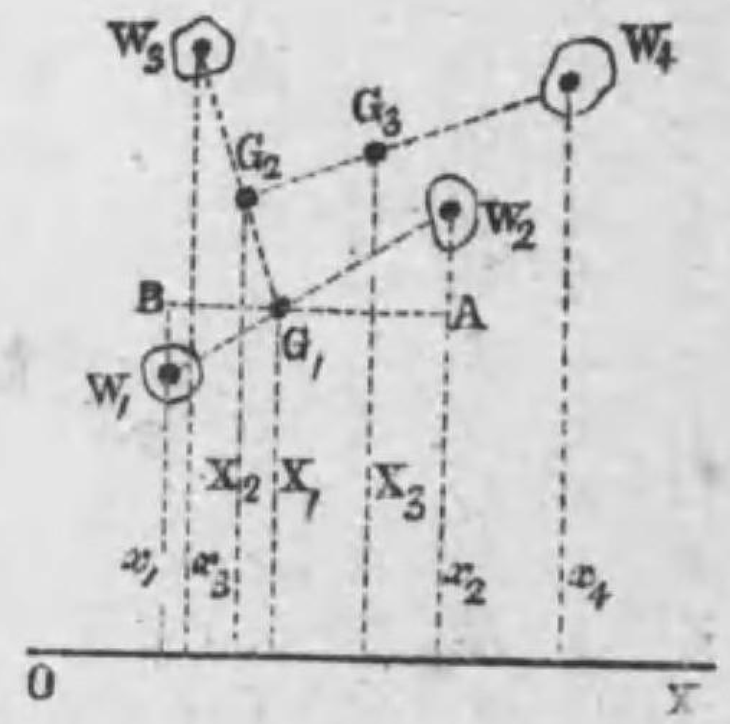


（五）同理にて、任意の多角錐體、及び圓錐體の重心も、底面の重心と頂點とを聯ねたる直線の四等分點にあることを證明し得べし、

（六）梯形、錐臺、及び其他不規則なる形狀を有する物體の重心を求むるには、並行力の原則に基く、一つの緊要なる定理に因るを便なりとす、其定理は、$W_1\ W_2\ W_3\ W_4$……を物體組織の各分子の重量とし（第五十六圖）、$x_1\ x_2\ x_3\ x_4$……を或る定面OXより測りたる各分子の距離とするときは此分子組織の重心が同面を距る距離

$$X=\frac{W_1x_1+W_2x_2+W_3x_3+\cdots\cdots}{W_1+W_2+W_3+\cdots\cdots}=\frac{\Sigma Wx}{\Sigma W}.$$

第五十六圖



先づW_1W_2を結び之をG_1の點に於て、W_1W_2と反比例に分つべし、然るときはG_1はW_1及びW_2の重心なり、而してBG_1AをOXに並行に引きG_1のOXを距る高さをX_1とすれば

$$\frac{W_1}{W_2}=\frac{W_2G_1}{W_1G_1}=\frac{W_2A}{W_1B}=\frac{x_2-X_1}{X_1-x_1}\ \therefore\ W_1(X_1-x_1)=W_2(x_2-X_1)$$

$$(W_1+W_2)X_1=W_1x_2+W_2x_2$$

$$X_1=\frac{W_1x_1+W_2x_2}{W_1+W_2}$$

次にG_1W_3を結ひ之をG_2に於てW_1+W_2とW_3との反比例に分つべし然るときは前と同樣に即ち前式のW_1をW_1+W_2と見做しx_1をX_1としW_2x_2をW_3x_3とすれば

$$X_2=\frac{(W_1+W_2)X_1+W_3x_3}{W_1+W_2+W_3}=\frac{W_1x_1+W_2x_2+W_3x_3}{W_1+W_2+W_3}.$$

又同理にて

$$X_3=\frac{(W_1+W_2+W_3)X_2+W_4x_4}{W_1+W_2+W_3+W_4}=\frac{W_1x_1+W_2x_2+W_3x_3+W_4x_4}{W_1+W_2+W_3+W_4}.$$

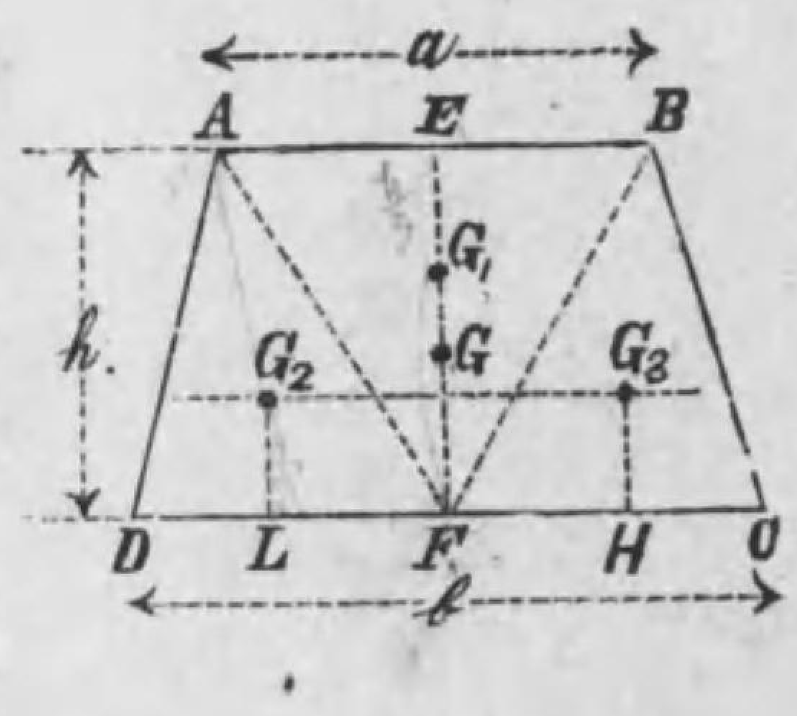
故に一般に

$$X=\frac{W_1x_1+W_2x_2+W_3x_3+W_4x_4+\cdots\cdots}{W_1+W_2+W_3+W_4+\cdots\cdots\cdots\cdots}=\frac{\Sigma Wx}{\Sigma W}$$

物躰組織の重心の位置を決定するには此法に因りて互ひに直角をなす三面より其距離を定むべし若し物質分子同じ平面にあるときは此定理にて互ひに直角をなす二つの定線よりの距離を求むれば重心の位置は充分に決定せらるゝものとす又此定理は或る定面よりの垂直距離に付て證明せりと雖も各點の距離を並行線にて計りたるときにも亦適用し得べし

(例)　梯形ABCDの薄板の重心を求む

第五十七圖



AB、CDの中點E、Fを結ふべし此長さをhとす全形の重心はEF線中にあること明かなり之をGとす偖てGかEF中何れの點にあるかを求むるにはAF、BFを作り全形を三つの三角形に分つべし然るときは△AFBの重心はEF線にあり之をG_1とすれば

$G_1E=\frac{1}{3}h.$

又△ADF及ひ△FBCの重心をG_2、G_3とし、CDよりのそれの距離をEFと並行なるG_2L、G_3Hにて測れば

$G_2L=G_3H=\frac{1}{3}h.$

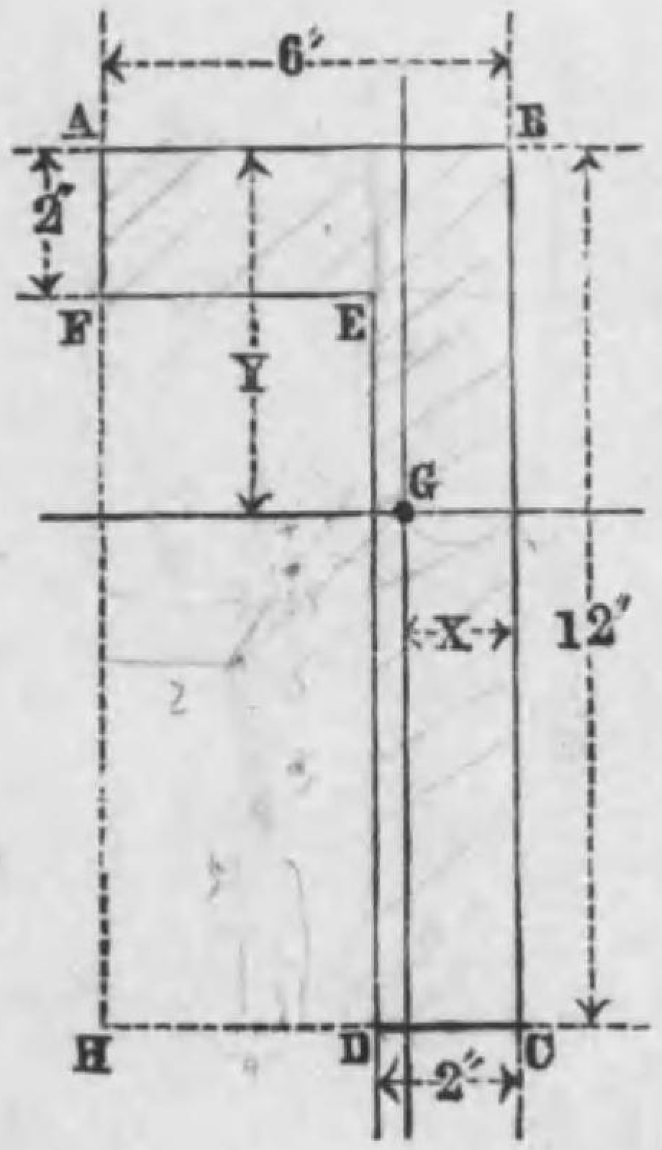
偖てABCDは厚さ平等なる板なるを以て各三角形の重量は各形の面積と比例すべし然るに此三つの三角形は同並行線内にあるを以て其面積は底邊と比例すべし故にAB=a, DC=bとすれば△AFBの面積はaを以て表はすべく△ADF及び△FBCの面積は何つれも$b/2$にて表はすことを得べし故に定理に因て

$$GF=\frac{a\times\frac{2}{3}h+\frac{b}{2}\times\frac{1}{3}h+\frac{b}{2}\times\frac{1}{3}h}{a+\frac{1}{2}b+\frac{1}{2}b}$$

$$=\frac{h}{3}\times\frac{2a+b}{a+b}.$$

(例)　ABCD直角定規あり、AB=6″,BC=12″,CD=AF=2″なり其重心を求む先づ重心Gの距離をBCよりXとしABよりYとし、CD・AFを延長してHに會せしむ然るときは□AHCBの重心距離

第五十八圖



は FC より 3″ にして □ HE の重心距離は 4″ なり、故に

$$X(12\times6-10\times4)+4\times10\times4=6\times12\times3.$$

$$X=\frac{216-160}{72-40}=\frac{56}{32}=1''\tfrac{3}{4}$$

又 □ HB の重心距離は AB より 6″ にして、□ HE の重心距離は 7″ なり故に

$$Y(12\times6-10\times4)+4\times10\times7=6\times12\times6.$$

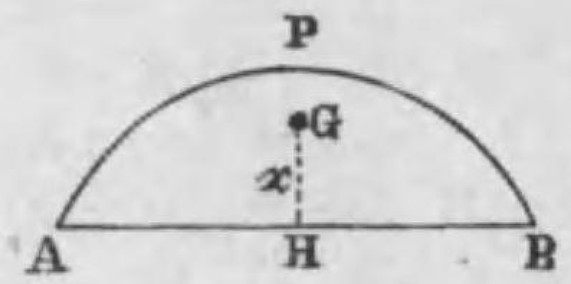
$$Y=\frac{432-280}{32}=\frac{152}{32}=4''\tfrac{3}{4}.$$

ガルダイナスの性質　線又は面の廻轉より形つくらるゝ形躰の重心に關して、二つの特性あり、ガルダイナスの性質と名くるもの是なり。

第一、APB は或る曲線(針金等にて製したる)にして、G を其重心とす、然るときは AB の軸に付て APB を廻轉して以て作りたる外面積は、APB の長さに、其重心 G が書きたる圓周の長さを乗じたるものに等し、即ち APB の長さを L とし、重心距離を X とし、S を面積とすれば

$$S=2\pi X L$$

第五十九圖



第二、APB 面の重心を G とすれば $\widehat{AB}$ の軸に付て、APB 面を廻轉して以て作りたる躰の立積は、APB の面積に、其重心 G が書きたる圓周の長さを乗じたるものに等し、即ち a を APB の面積とし、x を重心距離とし、V を躰積とすれば

$$V=2\pi x a.$$

此の廻轉より成る形躰の特性は二様に應用すべし、立躰の躰積、若くは面積を知りて之を書きたる曲線若くは面の重心を求むることを得べく、又重心を知りて面積若くは躰積を求むるを得べし、

(例)　半圓面の重心を求む

x を重心距離とし r を半徑とすれば、直徑を軸とし半圓面を廻轉して、形つくりたる球の躰積

$$\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{\pi r^2}{2}\times2\pi x.$$

$\therefore x = \frac{4r}{3\pi}$.

(例)　金屬の線を半圓周に曲げたるものあり、其重心を求む
半圓周の廻轉より成る球面は
$4\pi r^2 = \pi r \times 2\pi x$.
$\therefore x = \frac{2r}{\pi}$.

應用例題

(一) 正方形を對角線にて四個の三角形に分ち一個の三角形を取り除きたる殘形の重心を求む。

答　取除きたる邊より一邊の長の十八分の十一

(二) ABCは重さ十封の三角板なり、A點に五封、B點に五封、C點に十封の重錘を置かば重心の位置如何。

答　ABより中線の九分の四

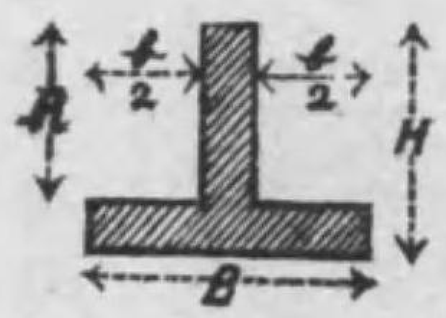
(三) 直徑十二吋の圓板に直徑四吋の圓孔を穿ちたるものあり、外線と內線の最短距

離一吋なり、重心を求む。

答　中心より八分の二にして圓孔中心と正反對にあり

(四) 正四角形の角頭に三封、八封、七封、六封の錘を順次に置き十封の錘を中心に~~而~~置かば、重心の位置如何。

答　3.6　邊より一邊の十七分の十　6.7　邊より十七分の八

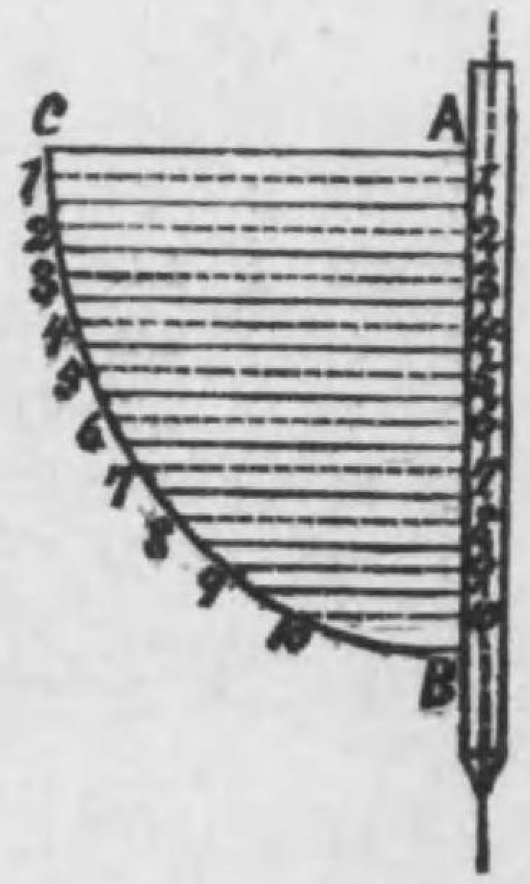


(五) 圓分の重心及び弓形の重心を求む

答　圓心より $\frac{2}{3}\frac{弦\times半徑}{弧}$ 及 $\frac{弦^3}{12面積}$

(六) 前圖の如き形の重心を求む、

答B より $\frac{BH^2+bh^2-2bHh}{2(BH-bh)}$



1,1 ·····	9″.7
2,2 ·········	9″.6
3,3 ·········	9″.4
4,4 ·········	9″.1
5,5 ·········	8″.7
6,6 ·········	8″.2
7,7 ·········	7″.6
8,8 ·········	6″.9
9,9 ·········	5″.0
10,10 ·····	2″.0

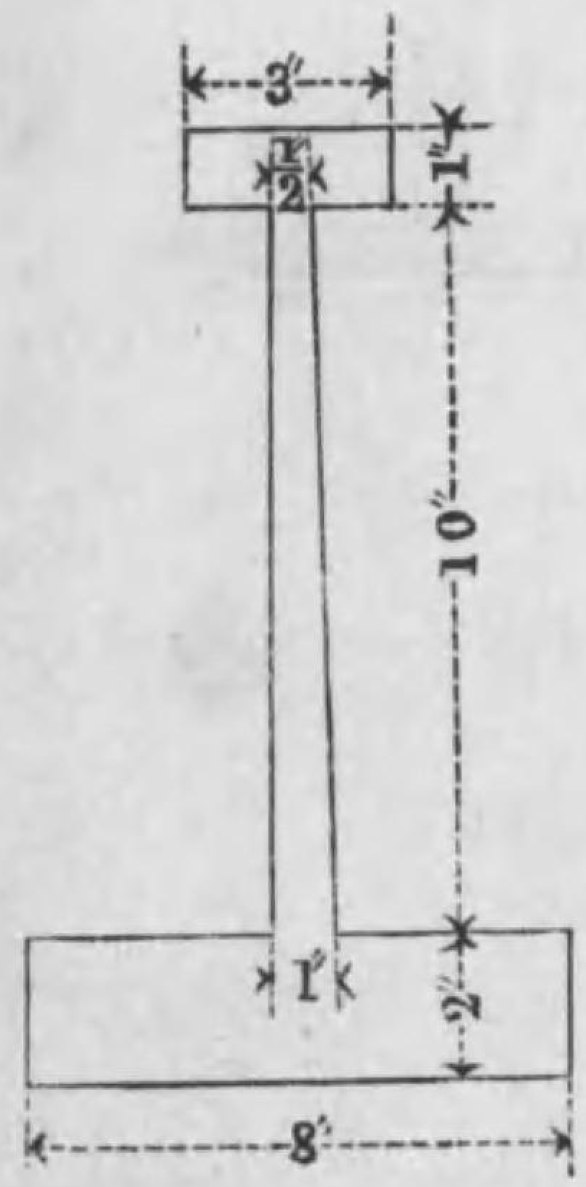
（七）前圖の如き引型にて鑄造したる瓶ありABは十吋にして之を十等分し、各分の中央に於て1.1. 2.2. 3.3. 等の長さを計れば前表の如し。ABC面の重心を求め以て瓶の容積を算定せよ。

答　ABより四・一八吋　容積二〇〇〇立方吋

（八）圓錐臺及錐臺の重心は底面を離るゝこと $\dfrac{A+2\sqrt{Aa}\times 3a}{A+\sqrt{Aa}+a}\times\dfrac{h}{3}$ なり之を證明すべし。

但Aは底面積、aは上面積、hは臺の高さとす。

（九）次圖の如き切斷面の柱梁あり、重心を算定せよ。　答　底邊より三・八吋



第三編　働力及び抵抗

第一章　働力及び抵抗

凡て物躰の運動は或力に因て妨げらるゝものなり、是を抵抗力又は單に抵抗と云ふ。運動を繼續するには、必ず此抵抗に等しき力を運動の方向に加へざるべからず、是を働力と云ふ。

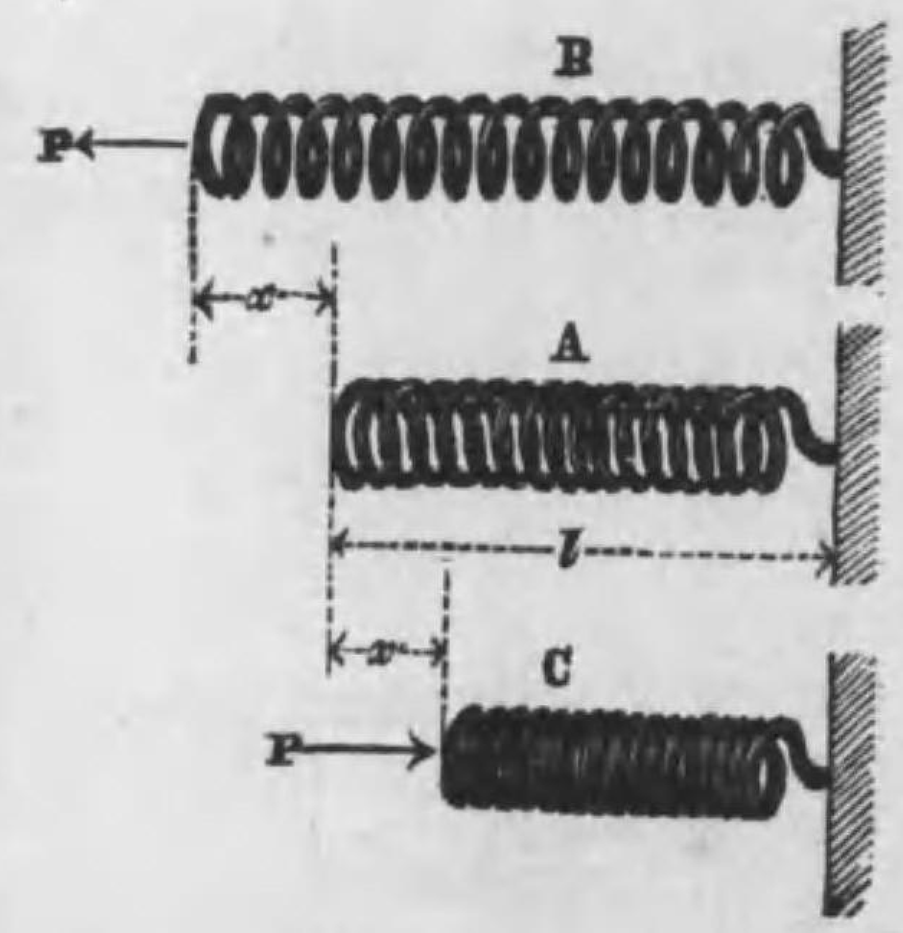
手を以て物を扛ぐるときは地引力の抵抗ありて手の力は其働力たり。蒸汽機械の喞子の運動を妨ぐるものは機械自己の摩擦と機械が爲す所の工事の抵抗にして、其働力は蒸汽の膨脹力なり。時計針の廻轉を妨ぐる抵抗は重に時計仕掛の各部に發生する摩擦にして其働力は彈條の彈力若くは錘に加はる地引力なり。力を加へて自由物躰を運動せしむるときは、則ち物質の惰性之に抵抗するものとす。然り而して以上に列擧したる抵抗の中ち、摩擦を除く外は亦働力の原因たることあり。例へば物を扛ぐるときは地引力は抵抗の作用をなすと雖も、水車、打杙機械に於ては働力たり。氣躰の彈力は熱氣發動機に於ては働力たりと雖も空氣壓縮機に於ては

抵抗力たり。彈條を卷くときの抵抗は時計針を廻轉する所の働力たり。又物躰の運動を起すときに抵抗する惰性は物躰の運動を止むるときには働力の作用をなす。故に此等の抵抗を稱して交換性抵抗と云ふ。運動を妨ぐる所の摩擦は、交換性抵抗と性質を異にして働力となすを得ず、故に之を不交換性抵抗と云ふ。摩擦のことは第二章に讓り先づ交換性抵抗を說明せん。

重力　地球の引力は働力若くは抵抗の一大原因たり。高地に在る溜水の如き、之を水車の水瓶(バケツト)に移せば其重量に賚りて水車を運轉すべく、之を管にて導き落せば過旋水車(タービン)を廻轉すべし。此二例に於て働力は即ち水の實質に働く地引力なり。此働力の强弱は彈條秤器又は常用の衡器を以て測定すべし。若し衡器の便を欠くときは、其立積を測れば其立方單位の重量を知りて全躰の重力を測算するを得べし。

彈條の彈力　螺旋彈條(スパイラル、スプリング)を伸暢し、若くは短縮するときの抵抗は、試驗に依りて見出すを便利にして且つ精確なりとす。其法は彈條を垂直に裝置し之に重錘を載せ若くは釣るして長さの增減を見るべし。而して重錘を種々に換へて斯の如き實驗を爲せば重量と伸縮とは常に一定の關係あるを發見すべし。

第六十圖



第六十圖に於てAは彈條の固有の長さを示す、今Pの力を加へて之を伸縮すればB及びCの如くなる、其伸縮したる長さをxとすれば、x若しlに比較して大ならざればPとxとの關係は次の如し。

$$\frac{P}{x} = C$$

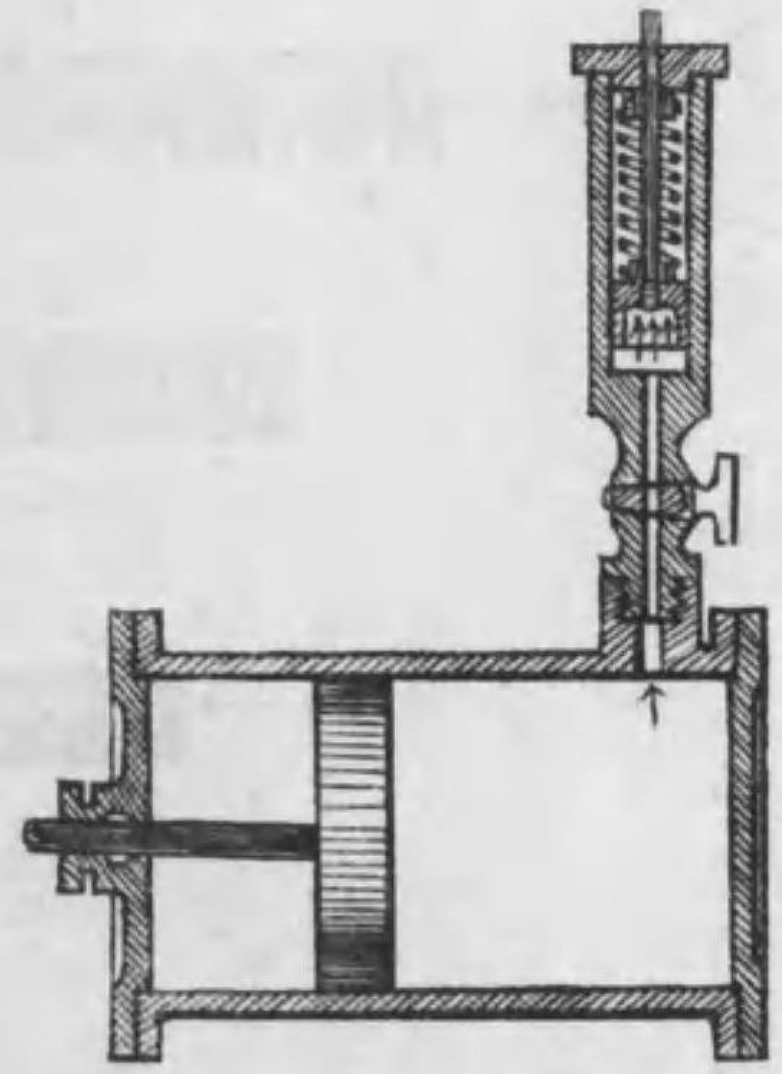
Cは定數にして彈條の材質、大小、鍛錬の度合により値を異にす。

此關係を語にて顯はせば一つの彈條の伸縮は其抵抗力と正比例をなす、而して此一定の關係あるを以て或一の伸縮に對する抵抗力を知れば、他の伸縮に相當する抵抗力は容易に見出すを得べし、是れ彈條が力を測るに適する所以なり。

氣躰の壓力　氣體の壓力とは氣躰が之を容るゝ器の周壁を壓する力あるを

云ふ、此内壓力若し器の外壓力に勝つとき、容器伸縮自在なれば周方に膨脹するや、風船玉の如し。又容器圓筒形にして滑動すべき喞子を具ふれば、喞子の内面を壓して之を移動せしむ、此際圓筒内の氣鉢は膨脹して漸く壓力を失ひ、終に外壓力と釣合をなすに至りて停止す。又此氣鉢に熱を加ふれば彈力愈々猛烈となり、強大の抵抗に打勝ちて喞子を推進すべし、是れ熱(エネルギー)を利用して働力を得る一大公法なり。

氣鉢の壓力は一定の面積を有する小喞子を以て彈條を壓せしめ、其伸縮の度を以て測定するを得べし。



第六十一圖

其法は壓力を測定せんと欲する器に第六十一圖の如き彈條と小喞子とを具へたる圓筒を捻ぢ附けて喞子桿頭の上動を見るにあり。今此彈條を六十封の重錘にて二分の一吋短縮するものと假定し、喞子の面積一平方吋、喞子桿頭の上動したる高さ四分の三吋とせば、氣鉢の喞子面を壓する力は

$$60 \times \frac{\frac{3}{4}}{1} = 45\text{封}$$

なり。而して氣鉢の壓力は器の内面の何れの部分に於ても其面積と比例をなすを以て、氣鉢の壓力は一平方吋に付若干と稱すること便利なり、前例に於て氣鉢の壓力は一平方吋に付四十五封とす。蒸汽機械の圓筩内の汽壓を試驗するには此圖に示す如き器を用ふ、之を汽力指示器(インヂケートル)と云ふ。

氣鉢が膨脹若くは壓縮せらるゝ間に其壓力の消長する狀は氣鉢の性質及び境遇に依りて一樣ならず、之を支配する定律を研究すること頗る難し。然れども略ぼボイルの定則に適合する氣鉢尠からず、且つ其應用法甚だ簡易なるを以て、氣鉢の壓力の變化を算定するには多くは此定則を用ゆ、即ち左の如し。

温度變ぜざれば一定量の氣鉢が之を容るゝ器の内面を壓する力は其容積と反比例をなす。

V_1、p_1を一定量の氣鉢の立積及び一平方單位に付ての其壓力とす、此氣鉢の温度を同一に保ちて、其立積をV_2に變更し、因りて壓力p_2となるとすれば

$\frac{p_2}{p_1}=\frac{V_1}{V_2}$ 即ち $V_2p_2=V_1p_1=$ 常數。

此單簡なる關係に據りて一定量の氣軆が或時に於て塡充せる立軆及び壓力を知れば、他の立積に相當する壓力は容易に算定し得べし。從來永久瓦斯と稱し來たるものは能く此定則に適合す。蒸汽機械の圓筩內の蒸汽も概略の計算には此定則を應用して可なり。

動物力　動物の力は其種屬に依りて大差あるのみならず、同一の種屬にても各個一々强さを異にす。蓋し動物力の强弱は固より各個の軆格、年齡、健康、性情、及び日常の境遇に關係するものなれば、一定の數を以て表し難し。從來試驗せし結果も只各種の中に付て概略の平均を示すものと知るべし、

工夫の供給し得べき働力は大に勞働の時間、仕方、器械の種類、及び力を用ふる速さに關する者にして、普通の軆格を具備する丁年者は暫時なれば十五貫內外の力を勞し得べきも、數時間勞働を繼續するには其五分の一を出すこと尋常の業にあらず。又同じ工事にても勞働の仕方によりて得失あり、例へば綱を引く力は膝の高さ位に於て最大にして身長の高さに於ては最小なり。又使用する器械の種類によりて差異あり、橈の如く橫に推し引きするもの最も能く力を出し得べく、把手輪を廻轉する法之に次ぎ、普通喞筩の如く槓杆を上下するもの之に次ぐ。又速度急なれば緩なるときの如く大なる力を生ずる能はず。

牛馬の働力も亦勞働の性質、時間、及び速度に關係すること大なり、鐵道馬車の如く速度高きときは通例の荷馬車の如く速度低きときよりも牽引力弱し、又馬力機を動かすときの如く圓道を廻ぐるときは直線路に働くときより力弱し。玆に泰西に於て從來實驗したる結果の大要を示して參考に資す。

動物	勞働の性質	働力（[illegible]）	速度（[illegible]）	勞働時間	一日の工程（[illegible]）
人	橈の如く水平に推し引きするもの	26.5	2.0	8.0	1526400
仝	曲柄若くは把手輪を回轉するもの	18.0	2.5	8.0	1296000

牛の平均牽引力は粗ぼ馬に等しく又最良速度は馬の三分の二にして一日の工程之に準ず、表中にある工程の事は後の編に於て說明すべし。

此表は泰西に於て試驗したるものなれば、本邦の人馬の力は是より幾分か弱かるへし。普通の略算には其八割を取りて可ならん歟。

仝	喞筒の槓杆を上下するもの	13.2	2.5	10.0	1188000
馬	鐵道馬車の如く小走りして車を引くもの	30.5	14.6	4.0	6412000
仝	徐に歩行して舟若くは荷車を引くもの	120.0	3.6	8.0	12441600
仝	徐に歩行して馬力機を運轉するもの	100.0	3.0	8.0	8640000
仝	小走りして馬力機を運轉するもの	69.0	6.5	4.5	7265700

應用例題

（一）手桶の口徑は九寸、底徑六寸深さは八寸五分を通例とす。此手桶一杯の水を提ぐるには、幾封の力を要するや。

答　三〇封

（二）一つの螺旋彈條あり、之を三吋半短縮するには八百四十封の壓力を要すと云ふ。尚八分の五吋短縮せんとせば、幾何の力を要するや。

答　八七〇封

（三）第六十一圖に示す汽壓指示器の喞子直徑八分の一吋にして蒸汽の壓力一平方吋に

付き汽壓以上三十封、又彈條の彈性は三十二封に對して一吋短縮すと云ふ。蒸汽壓力の爲めに喞子桿頭の上る高さ幾吋なるや。

答　〇二八八吋

（四）常壓（一平方吋に付一四封、七常溫度の空氣一封を一立方尺の容積に壓縮せば幾何の壓力を生ずるや。

但し常壓常溫度の空氣の重さは水の八百分の一なりとす。

答　一平方吋に付一八八封

（五）直高三十呎の場所より一の鐵管にて水を導くあり。此鐵管の下端を栓にて閉塞せば、栓を壓する力は一平方吋に付幾封なるや。

答　約一三封

（六）綱を以て荷物を高さ十二呎の二階に引き扛ぐるときの平均速度を二呎秒とし綱を下ぐるときの速度を三呎秒とす、而して休息時間は働く時間の二分の一なりとせば、通常の人にして八時間に荷物幾噸を扛げ得べきや。

但し働力を一八封と假定す。

答　一五噸七分の三

（七）馬の牽引力は一時間二哩の速度にて馳すれば百六十六封、一時間四哩の速度にて馳すれば八十三封なりと云ふ。今道路の抵抗を荷重一噸に付三十封とせば此等の速度にて各幾噸の荷物を運搬し得るや。

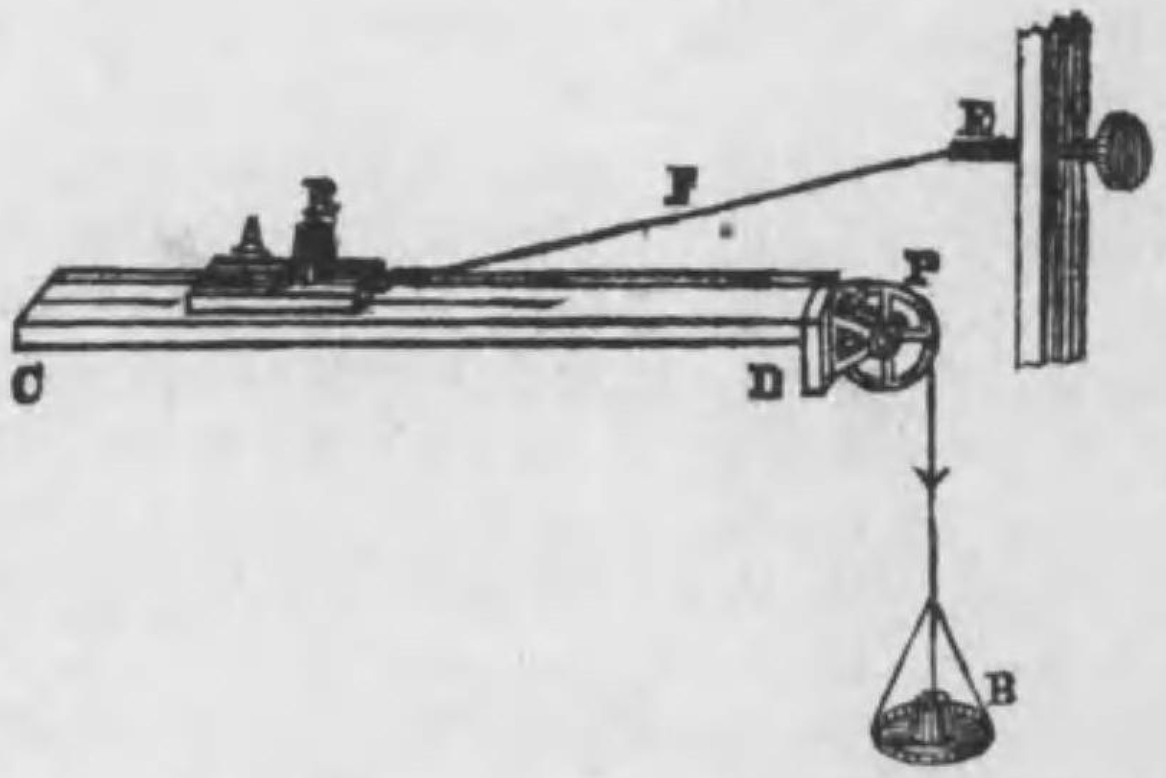
答　五·五噸　二·七六噸

第二章　摩擦

摩擦　二躰の面相接觸して互に壓せらるゝとき甲を乙の面上に動かさば必ず運動を障碍する所の抵抗あるべし、此抵抗を摩擦と云ふ。例へば蒸汽機械の喞子、導臺、曲柄軸が其接觸面の爲めに運動を妨げらるゝが如し、此摩擦の多少は接觸面の狀況に關し、又互に壓迫せらるゝ力に依るものとす。先づ直線運動をなす躰に付て其法則を論ぜん。

運動摩擦及び靜止摩擦　摩擦の作用たる頗る繁雜にして理論上より法則を論定する能わず、全く實驗の結果より考定するの外なし、之を實驗するには先づ金屬若くは木製の板をCD（第六十二圖）の如く水平に据へ、其上に實驗せんとする材料にて作りたる角臺Aを置き、又其上に重錘Rを載せ、Aには圖の如く糸を附けてPの滑車に懸け、其端にBの重錘を釣るすべし。然すればAはBの重錘にて糸の方向に曳かるゝなり、然れどもBの重錘輕ければAとCDとの接觸面に生ずる摩擦の爲めに支へられて少しも動くことなし。されどBを漸々增して或極限に達せしむればAは等速運動をなすに至るべし、此極限に於けるBの重量は即ちAとCDとの摩擦なり。摩擦の源因は接觸面を如何樣に平滑に製するも實際上多少の凹凸は免れ難きが故に、壓力の爲めAの凸き所がCDの凹き所に押込まれて運動を妨ぐるにあり、兩面の間に油を注げば、油は凹き所

第六十二圖



に滲入してAがCDに直接する代りに油層の上に載せられ爲めに摩擦を減却するものとす。偖て此法に依りRとBとの重錘を種々に變更して摩擦を見出せば、其結果より法則を考定し得べし。

口上の試驗は斯く簡單なれども實際の試驗は甚だ困難なり、Aが徐々に等速動を始むる際限を見定むること非常に困難なり、Bを増しても容易に動かざるときあり、或は少しく増せば俄かに加速動を起すことあり、而して漸くに見出したる結果は一定の法則に遵はざるもの多し。然れども能く注意して細かに試驗すれば、遂にAが靜止の位置より動き始むる際限と、Aが常速動をなす際限とは同じからざることを發見すべし、前者を**靜止摩擦**と云ひ、後者を**運動摩擦**と云ふ。靜止摩擦は運動摩擦より稍大にして且つ之を見出すこと困難なり、其一例を擧ぐれば前の試驗に於てAが正に動き始むる際限は、Aを暫くCDに放置したる後に試驗すると、直ちに試驗するとは結果等しからざるを見出すべし、是れAを放置するも暫時は兩面密接せず時を經るに從て次第に密接して摩擦を増すが故なり。

實際に有用なるものは運動摩擦なり。之を見出すにはAの動き始むる際限に拘らず、常速動をなす際限を見るべし。凡そ物躰常速動をなす時は運動の法則に依り働く力と摩擦と相等しき際なり、何となれば働く力優れば必ず加速動をなし、摩擦優れば必ず減速動をなして終に靜止すべければなり。此常速動をなす際限を見るにはAにFの糸を付けてEの螺旋に取付け、試驗の初めに此螺旋を二三回廻はしてAを小しく動かし常速動をなすや否やを試むべし、然すれば動き始むる際限に拘らずして常速動の際限を見ることを得次にP滑車も多小の摩擦あるを以て小さき彈條秤にてAに近き糸の部分の張力を計るべし。數回此の如き手數をなして糸の張力を見出せば即ち所要の運動摩擦を得るなり。從來試驗せしものは此れと同樣なる方法にして尙綿密且つ大仕掛なりき、其結果は粗ぼ下記の法則に從ふことを見出せり。

第一　**摩擦は壓力と比例す**。

前に述べたる試驗に於て兩面の壓力はRの重量とAの重量の和なり、之をR封とし、糸の張力即ち摩擦をFとすれば

$$F = \mu R.$$

但し、μは係數にしてFとRとの比を表はすものとす、此係數を稱して**摩擦係數**と云ふ。

第二　**摩擦は接觸面の廣狹に關係せず。**

此意味は茲に甲乙二躰ありて材質同一にして壓力等しければ、接觸する面積の異なるものと雖も摩擦相等しと云ふことなり。例へば甲の接觸面は一百平方吋、乙は五十平方吋にして共に一百封の壓力を受くるとせば其摩擦相等しと云ふ意なり。

今摩擦係數を0.25とすれば

$$\text{甲の每平方吋の摩擦} = \frac{100}{100} \times 0.25 = 0.25\text{封}$$

$$\therefore \quad \text{全面の摩擦} = 100 \times 0.25 = 25\text{封}$$

又

$$\text{乙の每平方吋の摩擦} = \frac{100}{50} \times 0.25 = 0.50\text{封}$$

$$\therefore \quad \text{全面の摩擦} = 50 \times 0.50 = 25\text{封}$$

第三　**摩擦係數は運動の速度に關係せず。**

第四　**摩擦係數は接觸面の性質及び狀況に關係す。**

先づ木製の面と金屬製の面とは係數を異にし、又金屬の中にても鐵の面と砲金の面とは分子組織を異にするを以て其差、金屬と木材との如く甚しからずと雖も、亦多少の差あり。又同質のものと雖も油を注ぐことの多少及び油の性質に依りて係數を異にするものとす。

茲にモーリン將軍が實驗したる結果の概略を擧ぐれば

性質	狀況	係數
木製面の上に木製面を置きたるもの	充分乾燥して且つ清淨なるもの	0.25....0.5
仝	少しく油を注ぎたるもの	0.15
金屬のもの	乾燥したるもの	0.15
仝	能く油を注ぎたるもの	0.07....0.08

爰に一言すべきことあり、モーリン氏が實驗せし速度は十呎秒以下にして其壓力百二十八封以下なりしこと是なり。故に此係數の値は此範圍內に於ては正しきもののなるべきも此範圍外に於ては或は其値を異にすべし。

摩擦の法則も亦第四を除く外は只其概畧を云ふものと知るべし。

廻轉軸の摩擦　軸承の上に廻轉する軸の摩擦は機械學者の研究すべき緊要なる事柄の一なり、其法則は壓力小なるときは前に述べたる如し、車軸に就てモーリン氏が實驗せし結果次の如し。

鐵軸　乾燥したるもの	0.08
仝　　時々油を注ぐもの	0.07……0.08
仝　　絶へず油を注ぐもの	0.03……0.05

然れども廻轉軸の摩擦係數は、近時慣用せらるる壓力、及び油の注ぎ方を用ゐるときは前述の法則と全く異なるを見出せり。

玆に一例を擧ぐればビーチャム、タワル氏が直徑四吋長さ六吋の軸承に付て試驗せし結果は

油の種類	鯨油
軸承上の壓力(軸の縦斷面積一平方吋に付き)	100封　乃至　415封
接觸面の速度	$1\frac{3}{4}$ 呎秒　乃至　7呎秒

なるときに常に軸を油に浴せしむれば摩擦係數

$$\mu = 0.276\,\frac{\sqrt{v}}{p}.$$

但し v は接觸面の速度を呎秒にて表したるもの。

p は軸受上の壓力を平方吋封にて表したるもの。

車輪の抵抗　荷車、馬車、汽車等を牽引するに抵抗する力は普通の摩擦と性質を異にすれども、便利の爲めに玆に少しく之を述べん。此抵抗は車軸の摩擦と道路が輪周の廻轉を妨ぐる抵抗より成るものなり、其値は通例荷重一噸に付き若干封と記す、實驗の結果二三を擧ぐれば

土の道路	一噸に付き	約200封
丸き小石を敷詰めたる道路	仝	〃 90封
電車鐵道(一時間六哩の速度にて)	仝	〃 30封
蒸汽鐵道(一時間二十哩の速度にて)	仝	〃 10封

デー、ケー、クラーク氏に因る

應用例題

(一)金屬製の平板に重さ二十封の錘を置き糸を以て摩擦試驗法の如く十封の重量を釣るすときは如何なる運動を發すべきや。若し等加速動をなすとせば其加速度如何。

但し摩擦係數を0.15とす、

答　等加速動を起す、一秒に付七・五呎秒

(二)一つの體Aを平板上に置き、或力を以て之を直下に壓すれば少しも動かざるべし、由て力の方向を次第に傾斜せしむるときはA終に動き始むる時期あるべし。摩擦係數を知りて其際限の角度θを求むる式を算定すべし。

但しA躰の重量は算入せず。

答　$\tan.\theta = \mu$

(三)直徑六吋の滑車ありて直徑一吋の軸に架す、而して重量合せて十二封なり。今此車に糸を懸け兩端に各四封の分銅を釣るせば、互に平均すべし。一方の分銅を增して常速動をなさしむるとせば、加ふる所の重量如何。

答　$\dfrac{20\mu}{6-\mu}$

(四)馬の牽引力は每時四哩の速度を以て走れば平均八十三封なり。今小丸石を敷詰めたる道路にて荷車を引かしむるときは、此速度にて幾何の重量を牽引し得べきや。

答　一八五九封

第四編　仕事の原則

第一章　仕事

仕事及エ子ルギー　一の抵抗力に反對して物躰を移動せしむるときは之を稱して仕事を爲すと云ふ。人若し地上の石を持ち扛くるときは仕事を爲したるなり、此例に於て石を動かすものは人の力にして、人が仕事を爲したる理なれども學理を論ずるには此所作を二つに區分するを便なりとす、即ち力を石に加へて之を動かす所作と石が地引力に逆ふて動く所作との二つなり。前段をエ子ルギーを加ふと稱し、後段を仕事を爲すと稱す。玆にエ子ルギーを加ふと云ひ、仕事を爲すと云ふは、結局同一の所作を意味するものにして、働力の方よりすれば之をエ子ルギーを加ふると云ひ、抵抗力よりすれば之を仕事を爲すと云ふなり。

若し石を持つて單に佇立するときは、力を勞すると雖も、石を移動せざるを以て、力學上より云へばエ子ルギーを加へたるものにあらず。又水平にして摩擦なき平面現存するものとせば、其上に物躰か等速運動をなすも仕事を爲せりと云ふ可からず、物躰運動を爲すと雖も、抵抗する力なきを以てなり。之を要するにエ子ルギーを加へ若くは仕事を爲すには必ず力と移動の二原素を具備せざるべからず。

又仕事を爲し若くはエ子ルギーを加ふるには少くも三躰を要す。

(一)働力を供給する躰即ちエ子ルギーを加ふるもの、例へば人の如し。
(二)動かさるゝ躰、例へば地上の石の如し、
(三)移動に反對する抵抗力の原因、例へば地球の如し。

エ子ルギーとは仕事を爲し得る能を云ふ。人は若干のエ子ルギーを有す、地引力に反對して物を扛けて仕事を爲すを以てなり、巻きたる彈條は若干のエ子ルギーを有す、時計内部の摩擦に逆ふて時針を動かすを以てなり。又飛行しつゝある銃丸は若干のエ子ルギーを有す、標的の抵抗に反對して之を穿貫するを以てなり、其他爆裂薬の如き非常に強大なるエ子ルギーを有すと云ふべし、此エ子ルギーは爆裂薬を組成する各分子の化學親和力に存す、一旦化學的變化を爲すや、強大なる抵抗力に反對して岩石をも破るべし。此の如くエ子ルギーの存在する状況極めて多しと

雖も、凡そ二種に分つことを得べし。

第一静エナルギー(又潜勢と云ふ)。

第二動エナルギー(又顯勢と云ふ)。

静エナルギーとは物躰の組織が其位置の關係上より保有するものを云ひ、動エナルギーとは物躰組織が運動しつゝある爲に有するものを云ふ、地面より或る高さに存在する物躰、巻きたる彈條、壓縮したる氣躰は静エナルギーを有し、飛行しつゝある銃丸の如き、降下しつゝある鐵鎚の如きは動エナルギーを有するものとす。

仕事及エ子ルギーの單位

エナルギーは仕事を爲す源因にしてエナルギーを加ると云ひ仕事を爲すと云ふは、結居同種の事柄を意味するものなるを以て、共に同一の單位にて測るべし。通常單位は仕事の最も簡易なる例、即ち重錘を持ち扛くる働きより撰定したるものなり、英制は一封の重量を高さ一呎持ち上ぐる仕事を一單位とし、之を呎封(フートポンド)と云ふ、尤も塲合によりては他の單位を用ゆるものあり、例へば一噸の重量を一吋扛くる仕事を單位とするが如し、之を吋噸(インチトン)と云ふ。本邦には抵抗力を貫にて記し距離を尺にて測り、仕事の單位を尺貫と名けて可なり。又獨、佛には一基の物を高さ一「メートル」扛くる仕事を一單位とし之を基米(キログラム・メートル)と稱す。

$$1^{尺貫} = 8.219^{呎封} = \frac{25}{22}^{基米}$$

$$1^{呎封} = 0.1382^{基米} = 0.8596^{尺貫}$$

$$1^{基米} = \frac{22}{52}^{尺貫} = 7.233^{呎封}$$

仕事測算法

一つの躰が抵抗力に反對して動くとき。働力と抵抗力と互に釣合を爲す例にありては、物躰は常速度にて運動し少しも運動の有様を變せざるものなり、此の如き例に於て加へたるエナルギー若くは仕遂げたる仕事を計算すること容易なり、即ち働力若くは抵抗力と其方向に移動したる距離との相乘積を求むればよし。今二三の例を擧げて其算法を説明せん、

(例)　一の列車の重量二噸にして其抵抗力は一噸に付き二十封なり、此列車を牽引し常速

度にて五十「ヤード」進行せしむるには幾千のエチルギーを加ふべきや。

但し加ふべきエチルギーは固より仕事に等し即ち

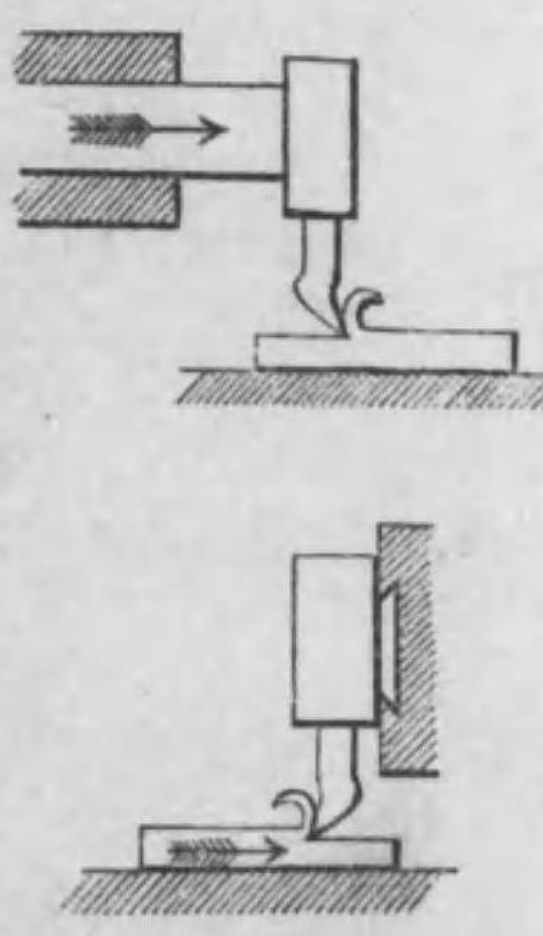
$$2 \times 20 \times 3 \times 50 = 6000 \text{呎封}$$

若し此の例に於て列車か常速度を以て進行せざるものなれば、働力と抵抗力と互に等しからざるなり。此塲合は後に證明すべし。

(例) 削盤(シカルベン)に於て金屬か刄物に抵抗する力は、R封にして金屬の削り白の長さL呎なり、一削りの仕事は幾何なるや。

一削りの仕事＝R封×L呎＝RL呎封

第六十三圖



此例に於て刄物定着して削る所の金屬運動するも、又金屬定着して刄物運動するも(第六十三圖)爲したる仕事は同一なり。

機械を以て仕事を爲す例に就て往々計算を要するものを喞筒とす。喞筒に於て爲す仕事は固より水を揚ぐるにあり。例へば船渠の水を汲揚ぐる喞筒の如し其仕事は船渠の中にある水量を少し宛或る高さに揚ぐるにあり。此の如く物量の一部づゝを扛ぐる塲合に於て全き仕事を見出す簡單なる一法あり。今之を說明すべし、

$W_1\ W_2\ W_3$……………を物躰を組織する諸部分の重量とす、

$x'_1\ x'_2\ x'_3$……………を一の定水平面より測りたる諸部分の高さとす、

$x_1\ x_2\ x_3$……………を之を扛けたる後の諸部分の高さとす。

然るときは爲したる仕事は合せて

$$= W_1(x_1 - x_1') + W_2(x_2 - x_2') + W_3(x_3 - x_3') + \cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$= (W_1x_1 + W_2x_2 + W_3x_3 + \cdots\cdots) - (W_1x_1' + W_2x_2' \times W_3x_3' + \cdots\cdots\cdots)$$

今全躰の重心の初めの高さをX'とし、後の高さをXとし、全躰の重量をWとすれば前章重心に關する一法則に由りて

$$WX' = W_1x_1' + W_2x_2' + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$WX = W_1x_1 + W_2x_2' + \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\therefore 仕事 = WX - WX' = W(X - X')$$

即ち全躰の重量に重心の昇りたる高さを乘すれば仕事を得るなり。故に船渠等を汲み乾す仕事を求むるには、喞筒の一廻轉毎に別々に求むるに及ばず、水の總量に其重心の昇りたる高さを乘すればよし。

廻轉動の例に於ても働力と抵抗力と釣合を爲すときは、直線動と同様に仕事を計算し得べし、例へば一機械の把手輪(第六十四圖)を廻轉する際に於て、把手に及ぶ抵抗をR封とすれはθの角度を廻轉する仕事は

$= R \times$ 動きたる距離 $= R \times \theta r$

$= Rr \times \theta =$ 抵抗力の「モーメント」× 角度

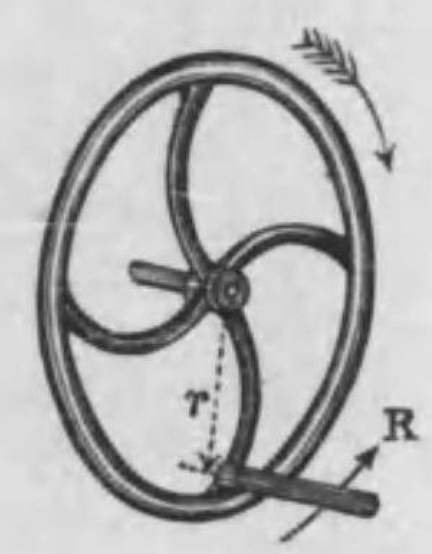
而して一回轉の仕事は

$= Rr \times 2\pi = 2\pi r R$ 呎封

又n回轉の仕事は

$= 2\pi r n R$ 呎封

第六十四圖



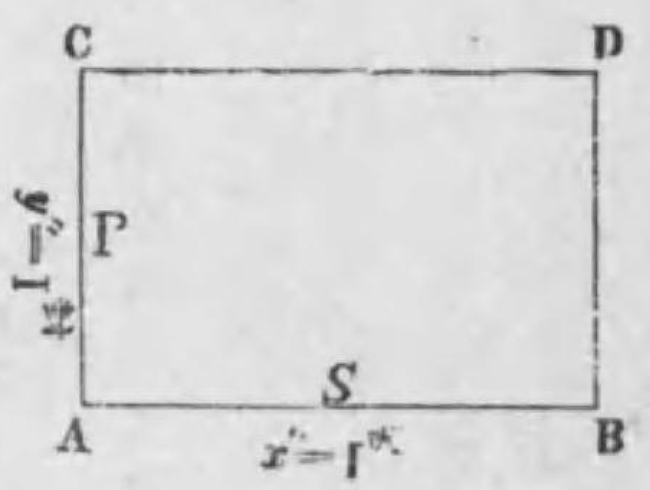
仕事圖示法

凡そ任意の數量は直線の長さを以て表明すべく、二つの數量の相乘積は面積を以て表明すべきものとす。而してエチルギー若くは仕事は、力と距離との相乘積を以て測るものなるが故に面積を以て簡使に表明し得へし。

Pを封にて記るしたる働力とし、Sを呎にて記るしたる其行程とす、即ち加へたるエチルギーはPS呎封なり。

今此を表はすには、先づAB AC(第六十五圖)を互に直角に引き、或る尺度($x''=1$呎)にてABの長さを取りS呎を表はすべし、又或る他の尺度($y''=1$封)にてACの長さを取りP封を表はすへし、然るときは

第六十五圖



面積 $AD = AB \times AC = Py \times Sx$ 平方吋 $= PS \times xy$ 平方吋

故にADの面積は xy 平方吋 $= 1$ 呎封の尺度にてPS呎封を表はす。例へば

$S = 3$ 呎　$P = 80$ 封にして 1 吋 $= 1$ 呎　$\frac{1}{16}$ 吋 $= 1$ 封

の尺度を用ゆれは、ABの長さは三吋、ACは五吋なり、而して其面積は十五平方吋にして

$1 \times \frac{1}{16}$ 平方吋 $= \frac{1}{16}$ 平方吋 $= 1$ 呎封

の尺度にてエチルギーを表はすべし、即ち

加へたるエチルギー $= 15 + \frac{1}{16} = 240$ 呎封

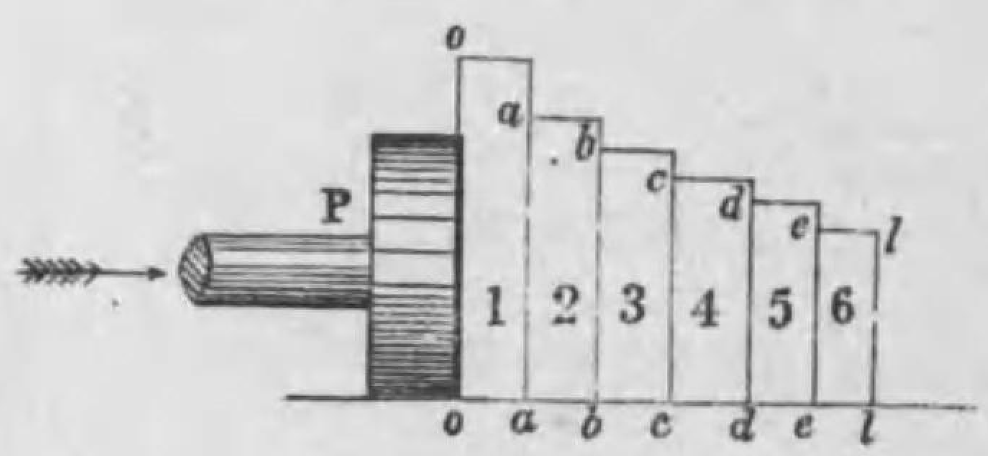
同様に廻轉躰の仕事も、亦書法に因て表はすを得へし、Rを抵抗力としrをRが働く所の半徑とす、然るときは一廻轉毎に爲す仕事は $2\pi rR$ 呎封なるか故に、AB(第六十五圖)を作り或る尺度にて $2\pi r$ を表はし、又ACを作り或る他の尺度にRを表はせは、ABCDの面積は仕事を表はすへし。

此の如き簡易の例に在りては、書法を以て表はすも著しく便利を感ぜすと雖も、尚繁雜なる例に在りては其便特に大なりとす。

凡べて實際に於ては働力若くは抵抗力一定せすして始終變更するもの多し、而して斯かる例に於て仕事を見出すには圖示法に依るを最便なりとす。例へば(第六十六圖)直線動を爲す躰Pか ol の距離を動くとき、其抵抗力は小距離を動く毎に變更するものと假定せん、即ち

oa を進む間の抵抗力は oo、ab 間は aa、bc 間は bb、追て cc、dd、ee 等となす、然るときは前に

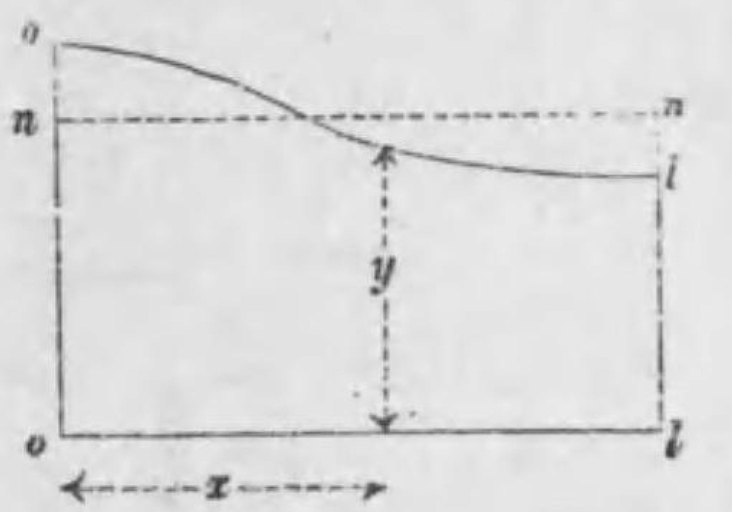
第六十六圖



説明したる圖示法に由りて、oa の距離を進む間に爲したる仕事は、1の長方形の面積を以て表はすことを得べし、ab 間の仕事は2の長方形、bc 間の仕事は3の長方形、以下順を追て、4、5、6の長方形を以て表はすべし、故にPか全距離 ol を動きて爲したる仕事は各長方形の面積の和に等し、而して諸長方形の上邊は一種の屈線を形つくること圖の如し。

今此の抵抗力、小距離を隔て、變更する代りに斷へず變更するものとせば屈線の段楷はなくなりて ol の如き曲線を形づくるべし(第六十七圖)。此塲合に於ても爲したる仕事は固より $ooll$ 形の面積に等し、曲線 ol は要用なる性質を備ふ、即ち其の縦徑は動程の任意點に於ける抵抗力を表はす、例へば o より x 距離を動きたる際の抵抗は y を以て表はすなり、故に ol の曲線を稱して**抵抗曲線**と云ふ。

第六十七圖

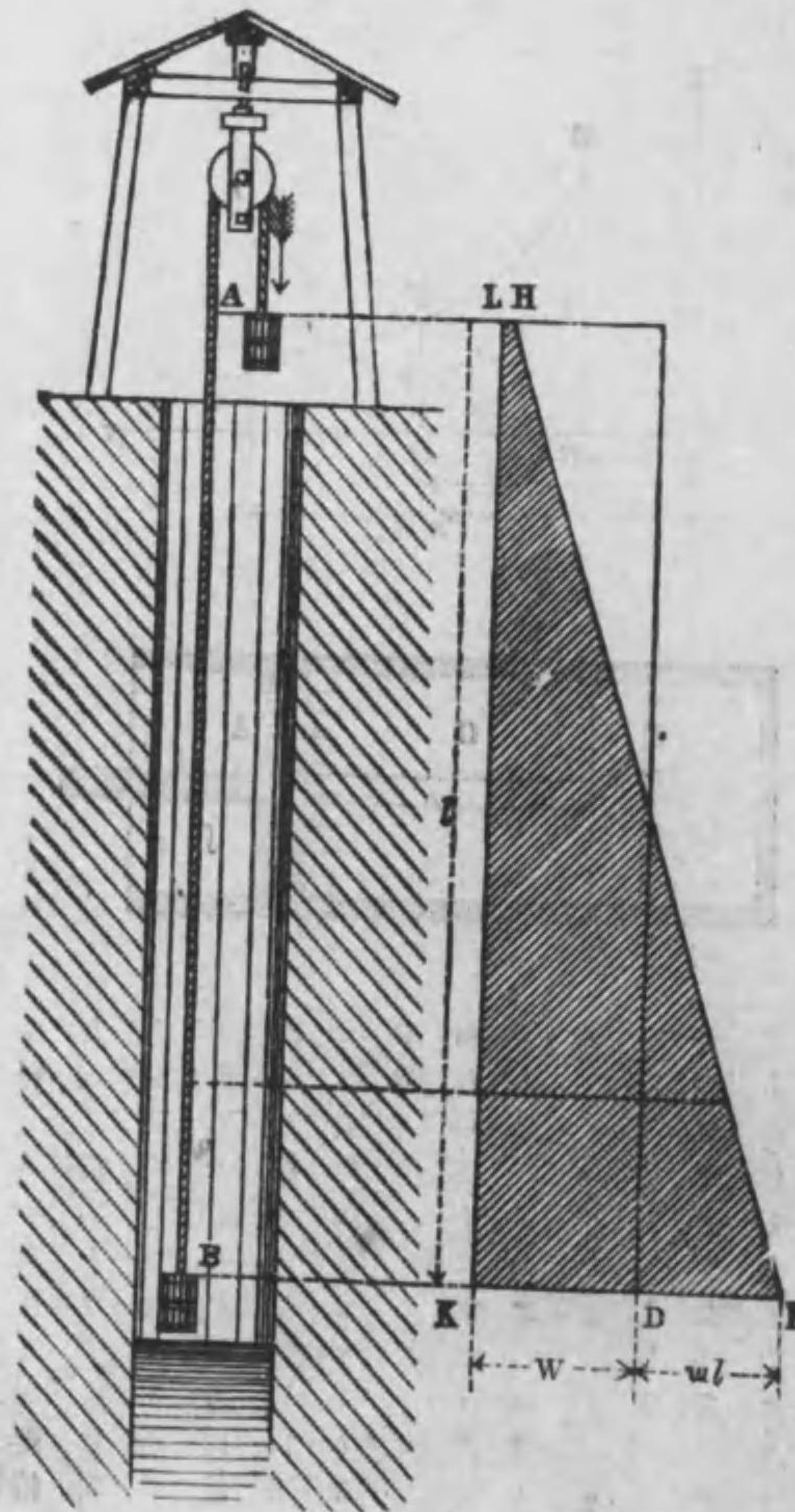


變更する抵抗力と同一の距離を働きて、同量の仕事を生ずる常力を**平均抵抗力**と云ふ。上圖に於て $ooll$ 形と等積の長方形 $onnl$ を作れば、長方形の高さ nl は平均抵抗力を表はすものとす。之を R_m とすれば

$$R_m = \frac{ooll}{ol} = \frac{\text{仕事}}{\text{距離}}$$

(例) 第六十八圖の如く井車にて水を卷き上ぐるときは、初めの抵抗力は懸垂したる綱の重量と釣瓶中の水の重量なり、水の重量は一定なれども、懸垂する綱の長さは卷き上げらるゝに伴れて變更す、故に抵抗力は始終變更するものとす。先づ水の重量をW封とし、綱の不釣合なる部分ABの長さを l 呎とし、毎一呎の重量を w 封とすれば最初の抵抗力は $W+wl$ なり、夫れより平等に遞減して最終の抵抗力は $W-wl$ なり、由りてLKにて l を表はし、KEを以て $W+wl$ を表はし、LHを以て $W-wl$ を表し、HEを作るべし然るときは、HEは抵抗曲線にしてKEHLの面積は所要の仕事を表すべし即ち

第六十八圖



$$\text{仕事} = LHEK = \frac{LH+KE}{2} \times LK = Wl$$

又平均抵抗力をKDとすれ

（例）　$KD = \text{面當}LHEK \div LK = Wl \div l = W$

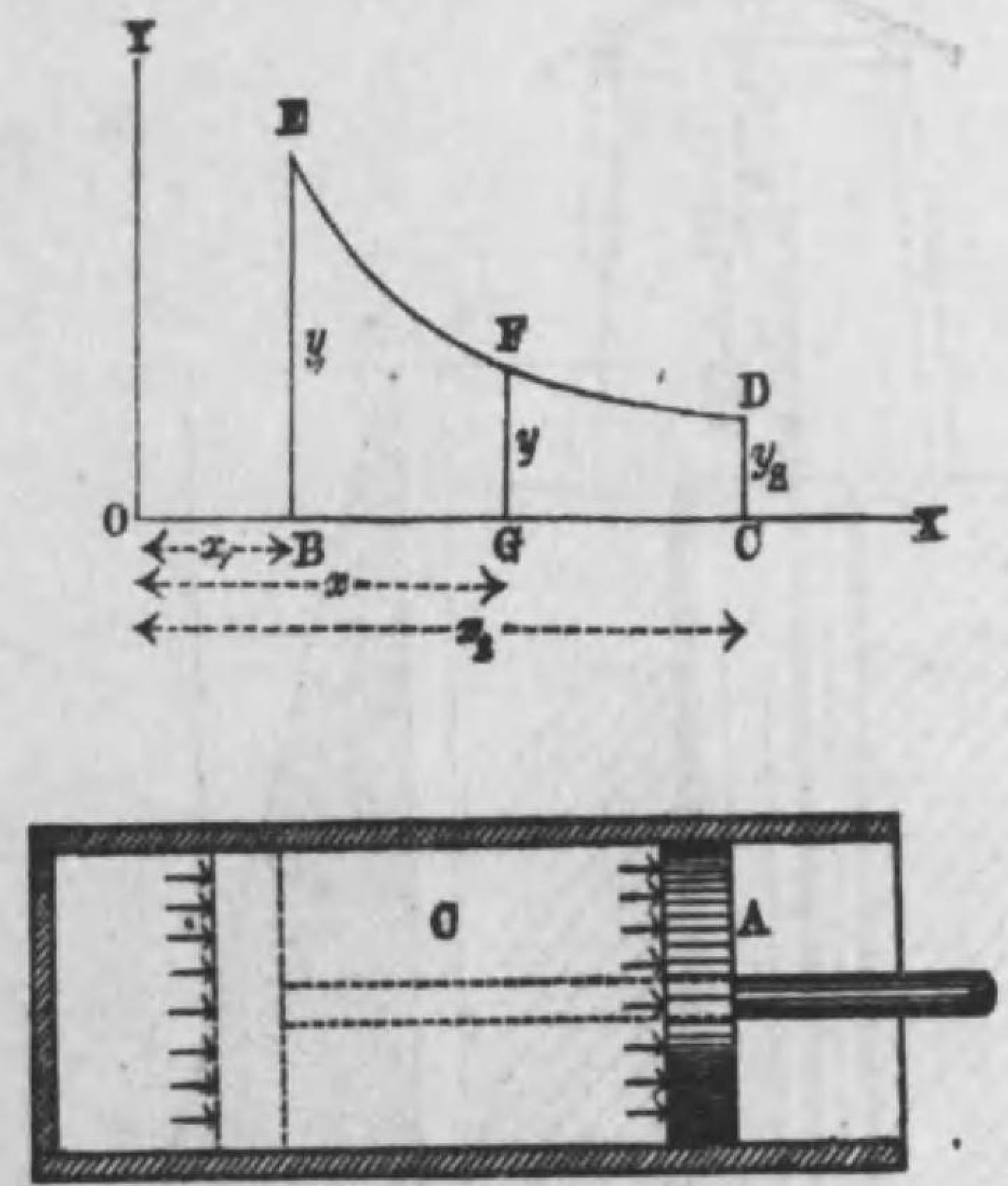
（第六十九圖）圓筒Cに或る彈性ある氣躰を容るゝあり、氣躰の壓力每平方呎P_2封、躰積V_2立方呎なりと云ふ。

今喞子Aを以て之を壓縮して、壓力P_1、立積V_1となすには幾何の仕事を要するや或は初めに壓力P_1、立積V_1のものが外力に反對して膨脹し壓力P_2、立積V_2に變するとせば、氣躰の費すエネルギーは何程なるや。

何れの場合に於ても全一の答を得るを以て、此處には後の場合を取らん。

Aを平方呎にして表はしたる喞子の面積とす、先つ其一平方呎に付き氣躰か費したるエネルギーを見出すべし、

第六十九圖



OX、OYを直角に引き、OBを取りて圓筒の底より呎にて測りたる喞子の最始距離を表し、OCを取りて最終距離を表す、之をx_1、x_2と命す。又BE、DCの直立線を引て壓力P_1、P_2を表し、之をy_1、y_2とす。今氣躰膨脹して喞子か任意の位置Gに進みたるとき立積をVとし、壓力をPとし、GFを作りてPを表はし、之をyとしOGをxとす。然るときはマリオット氏の定則に依りて

$$P_1V_1 = PV = P_2V_2 \quad \therefore P_1Ax_1 = PAx = P_2Ax_2$$

即ち

$$x_1y_1 = xy = x_2y_2$$

之を辭にて表せは……曲線EFDの任意點の橫徑及び縱徑にて含まれたる長方形は常數なり、此の如き性質を有する曲線を直角双曲線と云ふ、此の双曲線にて圍まれたるEBCDの面積は下式に依りて計算すべし、

$$\text{面當}\,BEDC = BE.OB\log_e\frac{OC}{OB} = CD.OC\log_e\frac{OC}{OB}.$$

氣躰か喞子面の一平方呎に付費せしエネルギーをeとし$\frac{x_2}{x_1}$をrとすれば

$$e = P_1x_1\log r = P_2x_2\log r \text{ 封呎}$$

又喞子全面に働きたるエネルギーをEとし、平均抵抗力をR_mとすれば

$$E = P_1x_1A\log r = P_1V_1\log r = P_2V_2\log r.$$

$$R_m = \frac{P_1V_1 \log r}{x_2 - x_1} = P_1A\frac{\log r}{r-1}.$$

此式は完全瓦斯に適するものとす、完全瓦斯とは全くマリオツト氏の定則に從ふものを云ふ。蒸汽機關に用ゆる蒸汽の如きは全く此定則に適從するものに非ざるも、概略の計算には此式を用ゐて可なり。

有効仕事及消耗仕事　直線若くは廻轉動を爲す機關に於て働力に抵抗する力は一種のものにあらずして、通例二種の抵抗より成るものとす、有効の抵抗及び摩擦是なり。例へは横蒸汽機關に於て喞子を推進する汽壓力に抗するものは喞子桿に傳はる抵抗及び喞子と汽箭との間に生ずる摩擦より成る、此摩擦は喞子自己の重量と彈條の反撥力の爲に生ずるものなり。喞子の重量をWとし、彈條の力をSとし、摩擦係數をμとすれば

摩擦抵抗 $= \mu(W + S)$.

故に喞子桿上の抵抗をQとすれば全躰の抵抗Rは

$R = Q + \mu(W + S)$.

又喞子かL呎動くものと假定すれば

仕事 $= QL + \mu(W + S)L$,

此のQLとμ(W＋S)Lの二項は全く其性質を異にす。即ちQLは吾々が所望のものにして有効の仕事なれども第二項は無用のものなり、此摩擦の爲に消費したる仕事は熱エネルギーに化して復た用ゆること能はず、故に之を消耗仕事と云ふ。

廻轉躰に付ても摩擦の爲に幾分のエネルギーを失ふものとす、Bを廻轉軸(第七十圖)とし、Sなる外力の爲に軸受Aに押し付けらるゝときは、此廻轉に抵抗する摩擦力

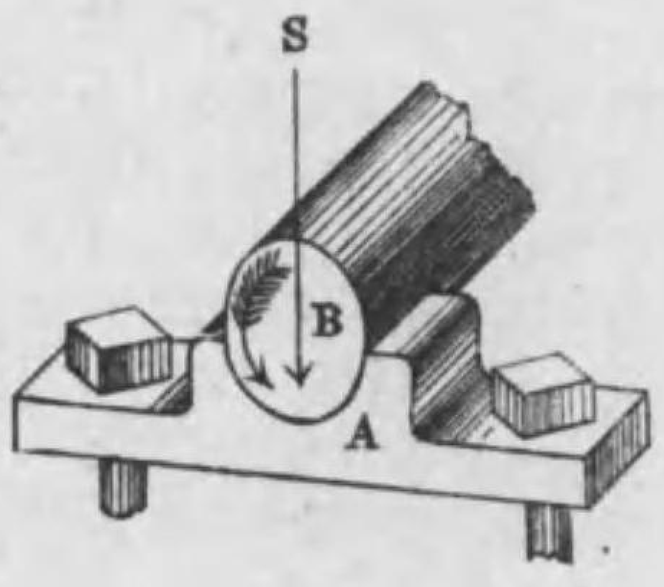
$F = \mu S$

にして、軸心より半徑r呎の距離に於て働くものとす。而して抵抗力の「モーメント」

$M = \mu Sr$.

又此の摩擦の爲に一廻轉毎に消費する仕事は

第七十圖



$\mu S \times 2\pi r = 2\pi \mu S r$.

馬力

仕事は單に力と距離との相乘積にて測り、而して距離は速度と時間とに因りて變ずるものなれば、同じ機械にしても働く時間長ければ仕事を爲すこと多く、働く時間短ければ仕事を爲すこと少し、故に各機械の働きを比較するには一定時間内に於て爲す仕事の量を以てせざる可からず、之を機械の工程と云ふ。

機械の工程を測るに通例用ゐる單位を馬力と云ふ一馬力とは一分間に付三萬三千呎封即ち一秒間に付五百五十呎封の仕事を爲す工程を云ふ、元來馬力なる語はワット氏が始めて用ゐたる英語に所謂「ホース、パワー」なり、畧して H.P. 或はHPと記す、佛國にては「フォースドセバル」獨逸にては「フェルデクラット」と云ふ、孰れも馬の力と云ふ義なり、尤も佛獨の一馬力は（一秒に付七十五キログラムメートル）英國の一馬力よりも約そ七十分の一を減ず。偖て馬力と云へば馬の働きを意味する樣なれども、馬には固より強弱ありて、之が力を以て機械力の標準を立つると素より難し、其字義は元と馬の爲す仕事より由來したること疑なしと雖も、現今謂ふ所の馬力は單に毎分間三萬三千呎封の工程を意味するものと知るべし。

電氣機械の工程を測るに用ゐる單位を「キロワット」と云ふ。一「キロワット」は英馬力の七百四十六分の一千に相當す、即ち一・三四馬力に等し。

（例）一の炭坑の卷上機械は、深き一千二百呎の坑内より、四十五秒間に二十一「ハンドレットウエート」の石炭を卷き上ぐると云ふ。此機械の有効馬力如何。

$$\text{H.P.} = \frac{1200 \times 21 \times 112 \times 60}{33000 \times 45} = 114.$$

應用例題

（一）躰重百五十封の人、百四十四封の荷物を躬ら三十呎の高さに運搬するときは總て幾何の仕事を爲すや。若し荷揚機械を使用して同量のエチルギーを費すとせば有効仕事を何割程增すべきや。

但し機械は加へたるエチルギーの三分の一を摩擦の爲に消耗するものとす。

答　八八二〇呎封、　三割六分

（二）地面に仆れたる六吋角の銑鐵數塊あり。今之を長さ六呎、幅五呎、高さ四呎に堆積するには幾何の仕事を要するや。

答　八四二〇呎封

（三）毎時二十哩の速度を以て駛走する自轉車あり、機械及び乘手の重量合せて百八十封なり。今道路の抵抗を全重量の百分の一と假定せば、幾馬力を要するや。

答　〇・〇九六馬力

（四）直立の縁を有する海水溜あり、水の面積五萬平方「ヤード」深さ二十呎なり。今喞筒を用ゐて二晝夜に之を汲み干さんとす。但し喞筒の水を排出する所は水底より二十六呎の高さにあり、又海水三十五立方呎の重さを一噸とす。所要の馬力如何

答　九七馬力

（五）碇の重さ五噸四分の三にして、鎖の重さ八尋に付一噸なり。一船あり深さ九尋の所に碇泊し、甲板の高さ水面より十呎なり、又鎖は甲板の端より四分圓の形をなして懸ると云ふ。第一鎖のみを卷き上る仕事、第二碇のみを上ぐる仕事を算定すべし但し水の浮力を算定するに及ばず。

答　八五・三呎噸　三六八呎噸

（六）直徑十二吋半、重さ十二噸の曲柄軸あり、三十六噸の力にて水平の方向に軸受に引き附けらるゝと云ふ。一分時に九十廻轉をなさば、摩擦の爲に消耗せらるゝ馬力如何。

但し $\mu = .06$

答　四五・五馬力

第二章　仕事の原則

仕事の原則とはエネルギーの保存說を機械學上に適用したるものにして、一般科學に在りて保字說の緊要なると同樣に機械學に在りて最も大切なるものとす。此原則一旦貫通するに至れば、機械の原理、精と無く粗と無く到らざる所なし。事實機械學の建設せらるゝ基礎の一つは此原則に存すると謂つべし。

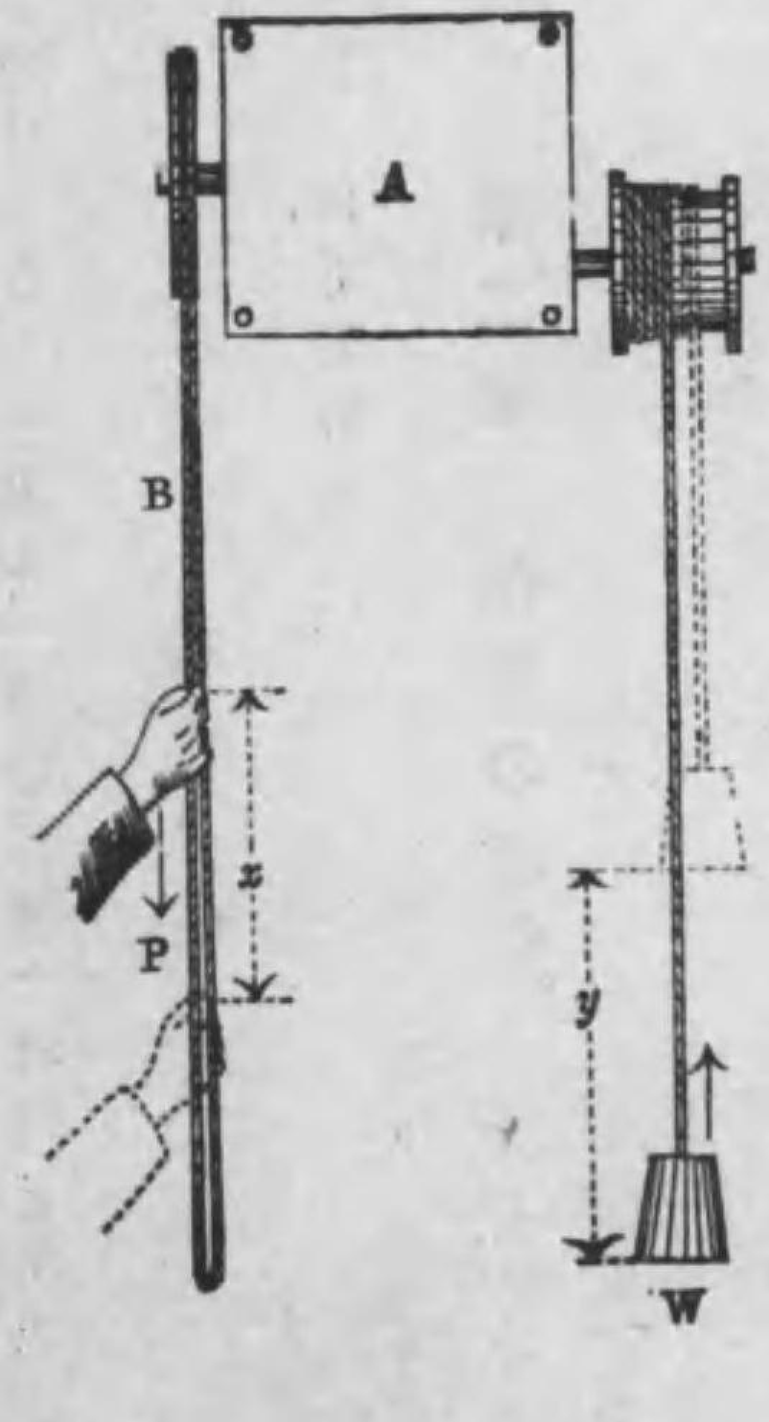
凡そエネルギーは其狀態を變化すべく、又一の物軆より他軆に傳達すべし、但し之を消滅する能はず。如何なる機械を使用するも其構造の簡なると繁なるとに拘らず、又其作用の巧なると拙なきとに關せず**若干のエネルギーを加ふれば必ず同量の仕事を爲す之を仕事の原則と云ふ**。

働力と抵抗と釣合を爲す例

働力と抵抗と釣合を爲すときは、機械が一旦發動するに到れば、働力の繼續する間は、始終常速度を以て運轉す。此際に在りて仕事の原則は即ち左の如し、

加へたるエチルギー＝有効仕事＋消耗仕事

例へば、茲に一の機械を筐A（第七十一圖）の中に藏むるものありとせん、筐中の仕掛は其何たるを知らず、只Bの綱にPの力を加へて、徐にx呎引き卸せばWの重錘はy呎上ることを實驗せりとせん、而してPとWとは釣合を保つものとす。然らば機械仕掛の何たるに論なく



第七十一圖

$$Px = Wy + L,$$

但しLは摩擦衝突等の爲に消耗したる仕事量を表す、此消耗仕事は終に熱エチルギーに變して周方に瀰漫し、復た收用すべからざるに至る、若し假りに些しも摩擦衝突等の爲に損失なきものとすれば

$$Px = Wy.$$

仕事と抵抗と釣合はざるとき、例へば機械の運動を始め若くは終らんとする際の如き塲合に於ては、必ず速度の變化を生ず。而して仕事の原則は即ち左の如し、

加へたるエチルギー＝有効仕事＋消耗仕事＋運動エチルギーの變更

此の塲合は姑く後に讓り、專ら前例に就て述べん、

仕事の原則は或る例に在りては說明を待たずして了解すべし、手を以て石を扛るときの如し、他の例に於ては一見するのみにては關係明かならざるものあり、然れども如何なる塲合に於ても、細かに其理を究むれば必ず原則の支配を脫することなきを認むべし。抑も仕事の原則の如きは根原の定律にして、他の原理より導き出すべきものにあらず、但し如何なる實例と雖も必ず之に適合することを證明し得べし。

機械　凡そ仕事を成就するにはエチルギーを供給する原因を要すること前に

述べたる如し、或る小數の事例に於ては其エチルギーを直接に使用して仕事を爲し得べし、例へば荷車を挽かんとするとき、道路の抵抗百封内外なれば直ちに牛馬のエチルギーを利用して恰當の仕事をなし得べし、然れども多數の事例に於ては爲さんと欲する仕事と、供給せらるゝエチルギーと情狀を異にして、エチルギーを直接に利用し難し、例へば人力を以て重さ一噸の物を一呎扛けんと欲するときの如き、固より直接に一噸の力を勞する能はず、然れども人は容易く二十封の働力を供給し得べきを以て、此力にて百十二呎の距離を働けば、一噸を一呎扛くる仕事と同量のエチルギーを出し得べし、但し玆に此エチルギーを受け之を傳達して、終に力を百十二倍に增し、其運動を百十二分の一に減じて、以て所要の仕事を爲すべき方便を要す、即ち機械の便に倚らざる可からず、

斯の如く、機械の用たる單に所與の自然エチルギーの情狀を適宜に變更して所要の仕事を爲さしむるに過ぎず、而して仕事は力と運動距離との相乘積より成るを以て、小なる働力にて大なる抵抗力に對せんには力を增すと同じ割合に其速度を減ぜざる可からず、又速度を增さんには速度を增すと同じ割合に其力を減ぜざる可らず、工事の性質に據り力を增すの必要あるものあり、起重機の如き是れなり、又速度を增すの必要あるものあり、裁縫機械の如き是れなり、是を以て機械の作用を研究するには

第一、機械に於て力の增減する割合即ち抵抗と働力との比を知るを要す、之を力比と云ふ、一名之を機械の利益と云ふ、

第二、速度の變化する割合即ち抵抗力の速度と働力の速度との比を知るを要す、之を速比と云ふ、

第三、機械のエチルギーを傳達する割合を知らざる可らず、加へたる所のエチルギーが幾何分の有効仕事を爲すや、又幾何分の消耗仕事を爲すやを研究するを要す、有効仕事と加へたるエチルギーとの比を機械の効率と云ふ、

若し少しの損耗なき機械ありとせば其効率は一なり、然し實際多少の損失は免れざるを以て効率は常に一個より小さき數にて表はさる、其効率の多少を詮議するは、機械の良否を決定する一大要件とす、

是より仕事の原則を應用して、最も簡易なる機械の作用を研究せん、

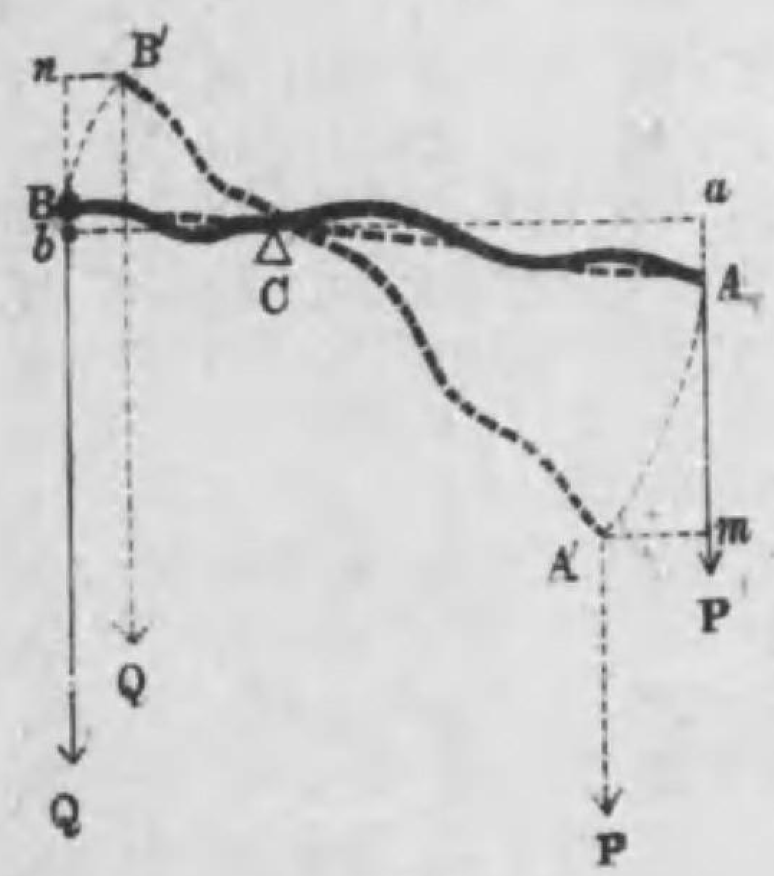
槓杆

單性機械の中に就て最も簡易にして、頗る應用の廣きものを槓杆とす第七十二圖は一種の槓杆を示す。通例鐵若くは木材を以て作りたる棒にして其一端に働力を加へ他の一端に抵抗力を掛くるものとす、而してCの定點に就て少く。廻轉する仕掛なり、C點を支點と云ふ、Pを働力とし、Qを抵抗力とす、今PとQと正に釣合を爲すとき、徐にA點をA′點まで引き下せば、BはB′に上るべし、此間A點はPの方向にAmの距離を動き、B點はQの方向に反對してBnの距離を動く、即ち加へたるエチルギーは(P×Am)に等しく、仕事は(Q×Bn)に等しく故に仕事の原則に因りて

$$Q \times Bn = P \times Am.$$

$$\therefore \text{力比} = \frac{Q}{P} = \frac{Am}{Bn} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{AC}{BC}.$$

$$\text{速比} = \frac{Bn}{Am} = \frac{BC}{AC}.$$



第七十二圖

又

$$\text{効率} = \frac{Q.Bn}{P.Am} = (\text{力比}) \times (\text{速比}) = 1.$$

力の方向と支點との最短距離を臂と云ふ、Caは働力の臂にして、bCは抵抗力の臂なり、前式を譯すれば左の如し。

(一)槓杆に於て働力と抵抗力と互に釣合を保つときは力は其臂の長さと反比例を爲す、或は働力の「モーメント」は抵抗力の「モーメン」に等し。

(二)働力の速度と抵抗力の速度とは其臂の長さと正比例を爲す。

此二つの關係は單り此種の槓杆に限らず、他種に就ても容易に同一なることを證すべし。

(三)効率は力比と速比との相乘積に等し。

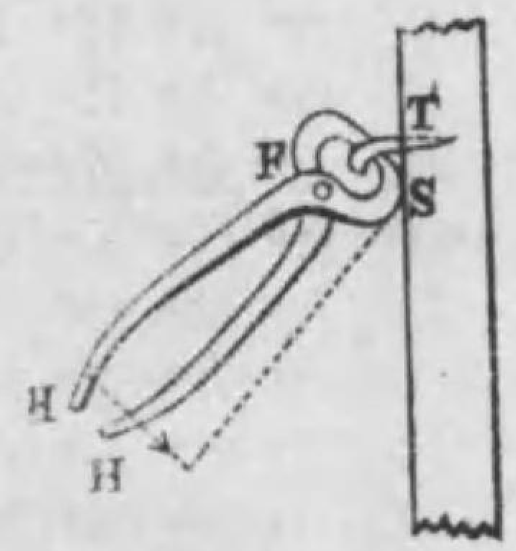
此關係は單槓杆に限らず、如何なる機械に付ても同一なり、而して摩擦なきものとすれば効率は一箇に等しく。速比は力比の倒數に等し、讀者宜しく記臆すべし。

槓杆と支點と互に相壓する力を、支點の支持力と云ふ、此壓力は働力と抵抗との合力に等しくして、第七十二圖に於ては其和に等し、又此壓力の爲に發生する摩擦は

比較的小なるを以て、槓杆の計算には通例管入せずして可なり。槓杆の理に由りて働く機械器具の類例頗る多し、今其一二を説明せん。

一 釘拔 日常使用する所の釘拔は一種の槓杆なり、而も二樣の作用を爲す、第一、HHの兩端を**握りて釘頭を**堅く嚙み締むるときは、即ち是れFを支點とする槓杆に外ならず、**第二、齒の一方Sを圖の**如く、木材に押し付け、之を支點として釘を拔くときは、是れ亦槓杆なり。此引き拔かんとする力は、其臂の長さに從つて如何にも增すことを得べし、例へばHSをSTの八倍とすれば、僅かに十五封の力を以て百二十封の力を得べし、但し五分打込みたる釘を拔くには手を四寸動かさゞるべからず。

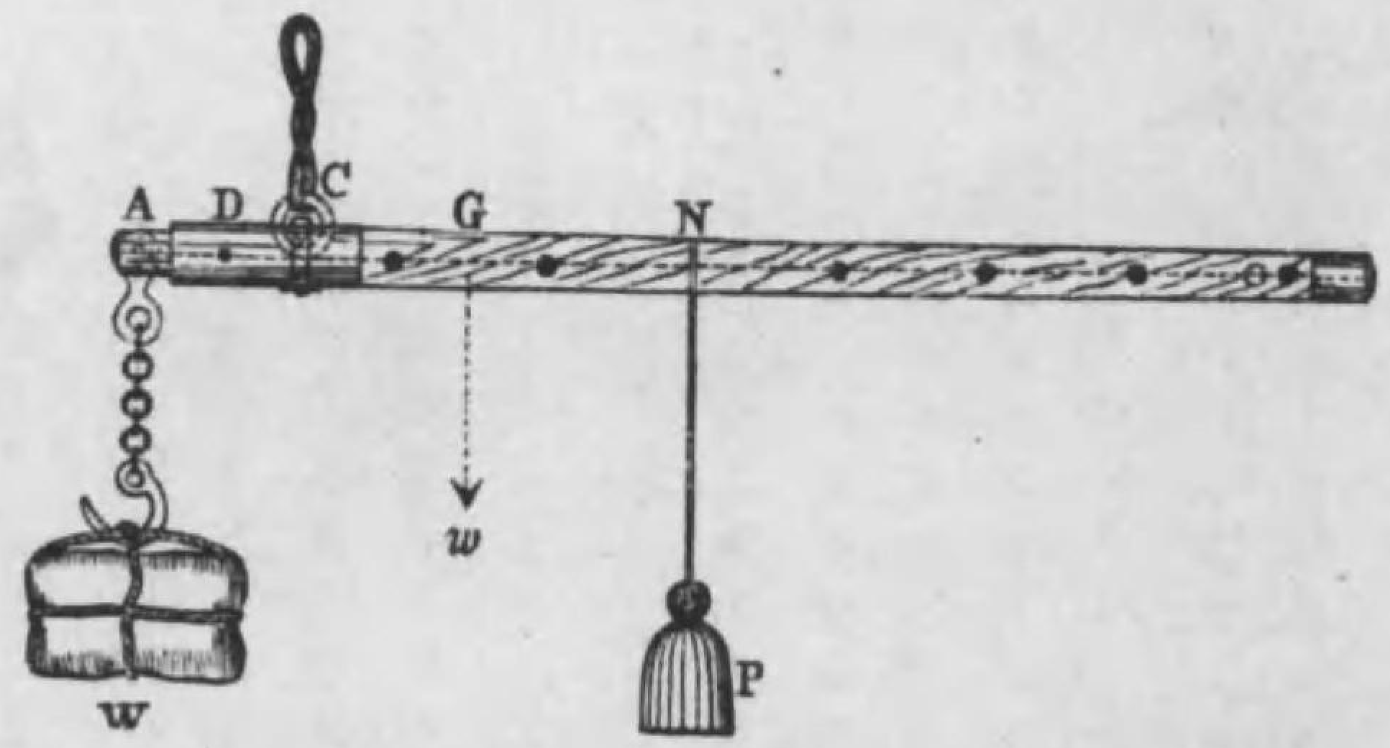
第七十三圖



堅く打込みたる杙を拔く手段も亦此理に基く、棒一本を取り來りて杙の根本に堅く結附け、其下に適宜の枕を据へて、棒の一端を推せば、容易に杙を拔き得ることは讀者の數々實驗せし所ならん。

二 棹秤 さをばかり第七十四圖は三貫目懸の棹秤を示す。直なる堅材の棒にて製し、Cは提緒にして、摩擦を減する爲に鋼鐵製の刄頭及ひ輪にて接觸す、荷物の懸點も亦同樣の

第七十四圖



仕掛あり。Pは分銅にして鑄鐵若くは黃銅にて製す。今棹、鈎及ひ之に附屬したる一切の重量をwとし、其重心をGとし、測らんと欲する物品の重量をWとし、分銅PをN點に懸くれば、槓杆は正に平準をなすと假定せよ、然るときは諸力の「モーメント」はCの支點に就て左右相等し、即ち

$$P.CN+w.CG=W.AC$$

故に

$$W=\frac{P.CN+w.CG}{AC}=\frac{CN+\frac{w}{P}CG}{AC}P.$$

今Wを除きPを或點Dに持ち來りて以て平準を保たしむれば

$$P.CD=w.CG$$

即ち

$$CD=\frac{w}{P}CG.$$

$$\therefore W = \frac{CN+CD}{AC}P = \frac{DN}{AC}P.$$

是に由りてDを起點として、DNを順次にACの1, 2, 3等の倍數に等しく取り、大目を記せばPの倍數を測り得べく、又此距離を十等分、若くは百等分すれば其小數分を測り得べし。實際には測らんと欲する最大重量に等しき原器を以てPと平準を得せしめ、Pの位置を記し其點とD點との間を等分すればよし、

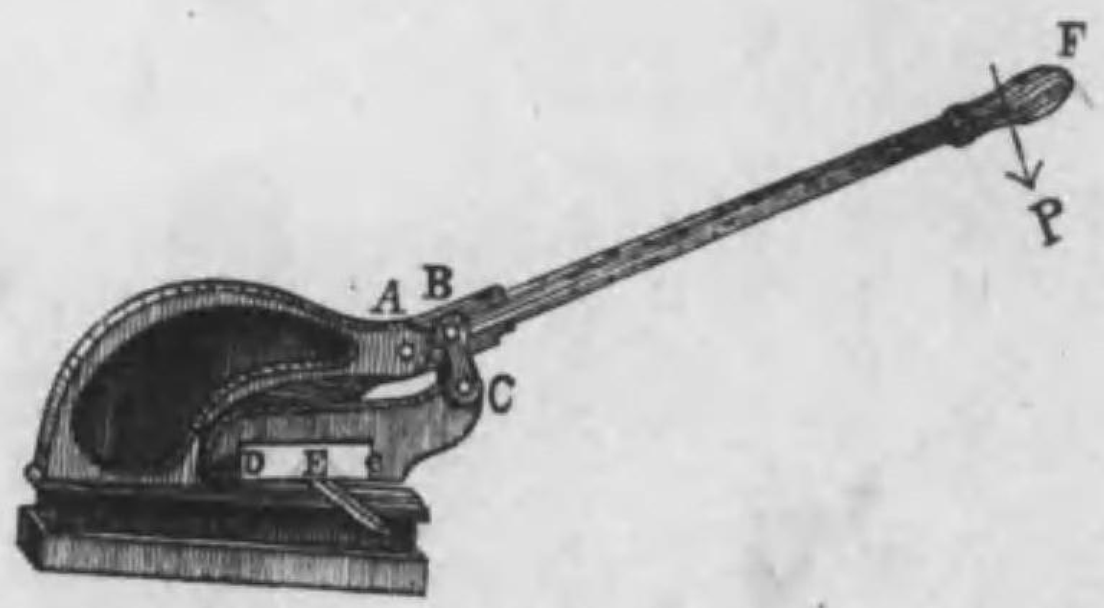
横杆を二個以上組合せたる仕掛を複横杆と云ふ、單一のものよりも倚力比を增すものなり、茲に其應用例一二を述べん、

三、てこはさみ　金工、銅工の所持するものにして、棒鐵若くは板鐵を剪むに用ふ、其仕掛は圖に示す如く、鑄鐵の堅固なる臺に ABF 及び DEC の二つの横杆を取附けBCの聯條を以て之を聯結す、剪刀はDEにして、DECの横杆に捻附けあり、又A、B、C、Dの接合部は皆目釘にして自由に旋くるを要す。茲に圖するものは

$$AF = 22^{吋} \qquad AB = 1.8^{吋} \qquad DC = 8^{吋}$$

なり、今角鐵の一片をD點より三吋半の點Eに挾み、F點にP封の力を加ふれば角鐵に及ぶ力は幾何なるやを試に計算せんに、先つBCに傳ふる力をQとし、角鐵に及ぶ力をWとすれば

第七十五圖



$$W \times DE = Q \times DC.$$
$$P \times AF = Q \times AB.$$

故に

$$力比\ \frac{W}{P} = \frac{AF \times DC}{AB \times DE} = \frac{22 \times 8}{1.8 \times 3.5} = 27.9.$$

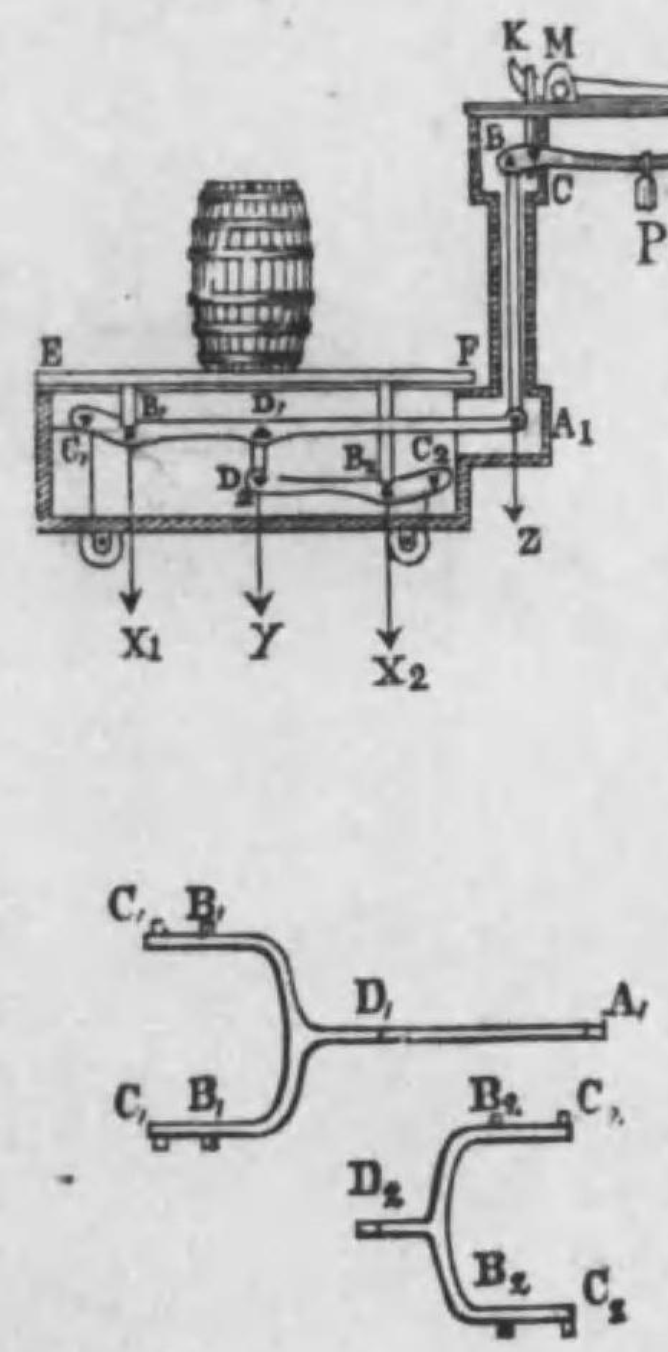
即ち全數にて力を二十八倍すると言ふべし。實驗に由れば四分の一吋角鐵を剪斷するには約そ三千二百封の力を要すと云へば、此際F點に加ふべき力は僅に

$$\frac{3200}{28} = 114.封$$

を要するに過ぎず、暫時なれば人の容易に出し得るものとす。

四、臺秤（だいばかり）臺秤も亦横杆を組合せたるものなり、英國形は第七十六圖に示す如し。EFの平板ありて横杆の仕掛を蔵むる函の上を蓋ひ、荷物を載するの用をなす、平板にB_1B_2：の四脚ありて大小二個の横杆（$C_1B_1D_1A_1$）（$C_2B_2D_2$）の双B_1B_2：の上に立つ、此二個の横杆は平面圖に示す如くY字形の鐵桿にして、C_1C_1及びC_2C_2の双に就て廻轉し、聯條を以て互にD_1、D_2の

第七十六圖



刃を聯結す。大杆の一端A_1はBA_1の杆を以て秤棹ACBのB點に懸垂し、又秤棹の支點CはM點に就て廻轉するKMLの槓杆の一端Kより懸垂す。故に臺秤不用のときL端を揚くれば、刃Cは其支點と接せずして總ての槓杆自ら落ち、EF板は函の周圍と接觸すべし、而してLを推し下げて圖に示す如き位置を取らしむれば、刃Cは其の座に復してEF平板を上げ、以て再び用を爲すに到る。借て荷物をEF板上任意の處に置くとすれば、其重量Wは二對の支柱を傳はりて二對の刃B_1B_1及B_2B_2を壓す、B_1B_1の受くる分をX_1とし、B_2B_2の受くる分をX_2とし、X_2がD_2D_1の聯絡に移す力をYとし、A_1に及ぶ總ての力をZとす、而して各槓杆の臂の長さを命する左の如し、

$$C_1A_1 = a_1,\ C_1B_1 = C_2B_2 = b_1,\ C_1D_1 = C_2D_2 = c_1,$$

$$CP = x,\quad BC = b,$$

然るときは

$$Y = \frac{b_1}{c_1} X_2$$

$$Z = \frac{b_1}{a_1} X_1 + \frac{c_1}{a_1} Y = \frac{b_1}{a_1}(X_1 + X_2) = \frac{b_1}{a_1} W.$$

是に由りて之を觀れば、平板上何れの處にWを置くとも、A_1Bを引き下げんとする力は常に$\frac{b_1}{a_1}$Wに等し、即ち秤棹のB刃に及ぶ壓力は常にWと比例す、又

$$Z = \frac{x}{b} P.$$

故に

$$\frac{x}{b} P = \frac{b_1}{a_1} W,\quad 即ち\quad W = \frac{a_1 x}{b_1 b} P.$$

例へば$\frac{a_1}{b_1}=10$とすれば$W = 10P \times \frac{x}{b}$なり、之を譯すればP分銅の臂xがbと等しきときはWはPの拾倍に等しく、xがbの十倍なればWはPの百倍に等し。

Aの重錘はPを加へざるときにABCを平準せしむるものにして、因て以て各横杆及び聯條の重量の影響を除く用を爲す。

輪軸　輪軸は小力を以て重き荷物を扛ぐるの用を爲す、所謂起重機の一たり。第七十七圖に示す如く、直徑を異にせる大小二個の圓柱躰ＡＢより成る、Aを輪と云ひ鏈鎖若くは苧綱を巻きて働力Pを加ふる用に供す、Bを軸と云ひ輪の如く鏈鎖若くは苧綱を反對に巻きて荷物Wを扛ぐるに便にす、而して共に較や小なる心軸Cに固定して、其軸受に就て廻轉するものとす。

第七十七圖

輪軸の作用は恰も一の横杆を間斷なく使用するが如し、Rを輪の半徑とし、rを軸の半徑とす、先づ始めに摩擦及び其他無効の抵抗なきものと假定せんに、P力を加へ常速度にて輪を一廻轉するときは即ち費したるヱチルギーは $2\pi RP$ に等しく、又仕遂げたる仕事は $2\pi rW$ に等し、仕事の原則に由りて

$$2\pi RP = 2\pi rW \quad \therefore \text{加比}\ \frac{W}{P} = \frac{R}{r}$$

$$\text{速比} = \frac{2\pi r}{2\pi R} = \frac{r}{R}$$

$$\text{効率} = \frac{2\pi rW}{2\pi RP} = \frac{r}{R} \cdot \frac{W}{P} = \text{速比} \times \text{力比} = 1.$$

次に摩擦等を算入すべし

輪軸に於ける無効抵抗力は二つの性質に分つべし、即ち一は引き扛くる荷量の多少に由りて變ずるもの、他は殆んど常數なるものなり、前者は重にP及びWの爲に發生する心軸の摩擦より成り、後者は重に輪軸自身の重量の爲に發生する心軸の摩擦と、鏈鎖若くは苧綱の頑固なる爲に之を巻き附け又は巻き繙く部分に於て發生する抵抗より成る。而して此抵抗力は理論上より定むること困難にして、實驗よ

り見出すを便なりとす。其法は單に輪軸を空轉(からまはし)する丈けの働力を見出せば可なり、假りに之を b と命じ、心軸の摩擦係數を f とし、其半徑を r' とすれば、仕事の原則に由りて

$$2\pi RP = 2\pi rW + 2\pi Rb + f(P-b+W) \times 2\pi r'$$

故に

$$P = \frac{r+fr'}{R-fr'}W + b.$$

此第二項は b 即ち無效なる抵抗の定數分なり、第一項Wの係數 $\frac{r+fr'}{R-fr'}$ を a とすれば

$$P = aW + b.$$

故に

$$力比 = \frac{W}{P} = \frac{1}{a}\left(1-\frac{b}{P}\right) \qquad 速比 = \frac{2\pi r}{2\pi R} = \frac{r}{R}.$$

$$効率 = \frac{r}{aR}\left(1-\frac{b}{P}\right)$$

a 及び b の係數は實驗の結果より導き出すことを得べし。

(例)　玆に一の輪軸あり、輪の周圍八十八吋半、軸の周圍十四、九吋、心軸の直徑の四分の三吋なり。今此輪軸に就て充分油を注きて數回試驗を施行したる結果はW七十封のときはPは十四封、二又W八十四封のときはPは十七封、三なりきと云ふ。此輪軸に於てPとWの關係は左の如く定むべし

$$b+70a=14.2 \quad 又 \quad b+84a=17.3$$

之を解して

$$b=.5 \qquad a=.2$$

を得、故に

$$P=.5+.2W.$$

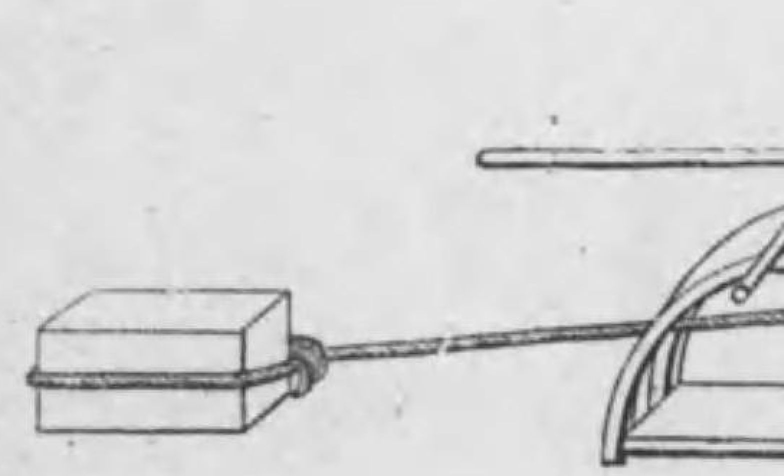
人若し此輪軸に十五封の力を加ふるとせば七十二封半の重量を扛ぐべし、而して

$$力比\ \frac{W}{P} = \frac{1}{.2}\left(1-\frac{.5}{P}\right) = 5\left(1-\frac{.5}{15}\right) = 4.8$$

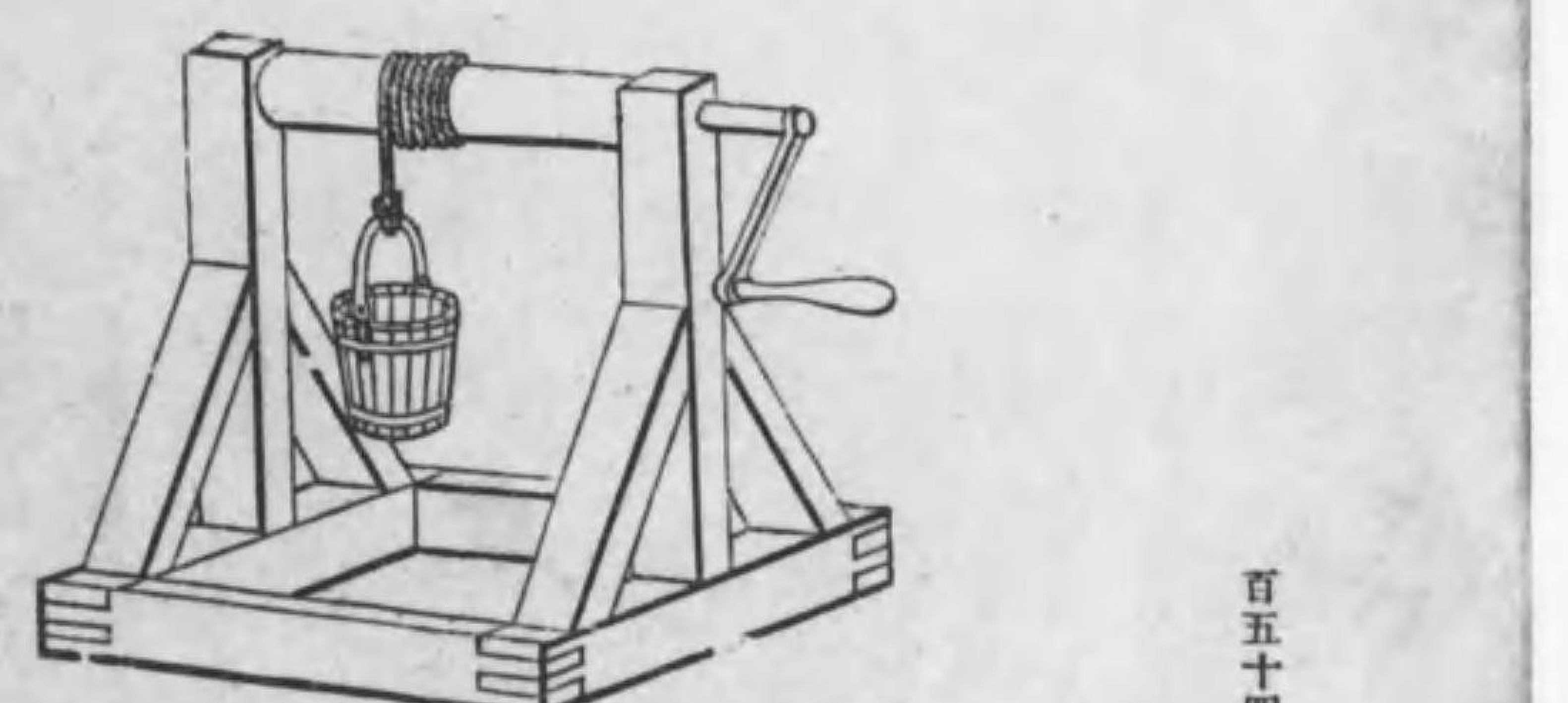
$$速比 = \frac{14.9}{88.5} = \frac{1}{5.94}. \qquad 効率 = \frac{4.8}{5.94} = .8$$

即ちエチルキーの二割は空しく消耗せらるゝなり。

第七十八圖



第七十九圖



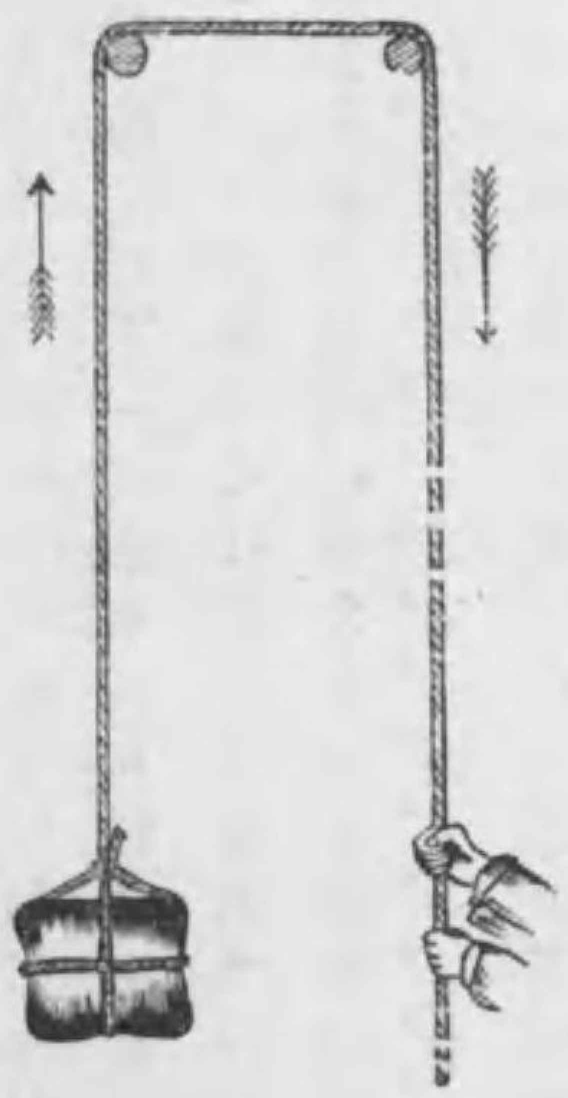
輪軸は荷物を揚ぐるに用ゆるのみならず、平地若くは板路に於て重量大なるものを牽引するに便なり、其形狀は種々あれども大概第七十八圖及び第七十九圖に示す如し、心軸の水平なるものを英語にてウヰンドラスと云ひ、垂直なるものをカプスタンと云ふ。カプスタンに於ては圖の如く中心より輻射する棒の兩端に、各々等しき力を加ふるときは此二力は偶力を成して少しも軸受を壓せず、單に綱の張力のみ之を壓す、故にウヰンドラスの如く堅固なる軸受を要せず、實際軸受を上部に具へざるもの多し。此般の機械を船舶に用ひたる例は各々已に觀察せし所ならん。

滑車(せみ)　滑車一名溝車(みぞぐるま)は周圍に溝を有し、之に綱を纏ふたる圓輪にして、小さき心軸に就て廻轉する仕掛なり、第八十一圖に示せる井車は其一例なり。先づ滑車の仕掛が何故に實用に便なるやを説明せん。

滑車の最大効用は力の方向を轉ずるにあり、而してエチルギーを損せざるにあり。單に力の方向を轉ずる丈けなれば滑車の外種々の仕掛ありと雖も、何れもエチルギーを損すること多し、例へば下より二階に荷物を引き揚げんとする際に於て、下に引く力をして上に引かしむるには、第八十圖の如く二本の棒を水平に渡し、綱を

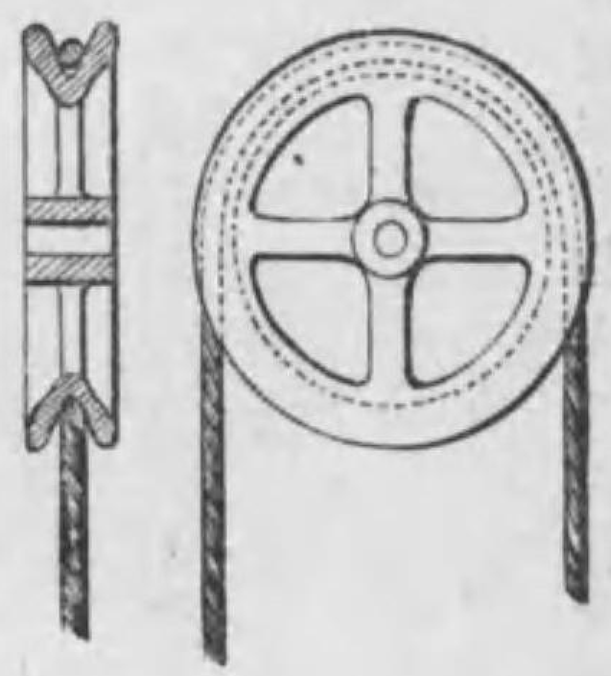
是に掛くれば力の方向は滿足に變することを得、但し僅小の重量を引き揚ぐるに多量の力を勞す。教授ボール氏の試驗する所に依れば、八吋を距りて直徑(八分の五)の鐵

第八十圖



棒二本を水平に取附け、之に苧繩を掛くれば十四封の物を引揚ぐるに六十七封の分銅を要せりと云ふ、今若し少しも摩擦なきものなれば、十四封のものを引き揚ぐるには、十四封にて足るべし、然るに斯く三倍餘の力を要する所以は、苧繩の纎維と棒の表面と相擦りて障害を爲すに由るは言を須たざるなり。之に反して此仕掛の代りに直徑十四吋の鑄鐵製(第八十一圖)滑車を用ひしに僅に十四封半の力にて充分なりきと云ふ。斯の如く所要の力に大差ある理由は、滑車にては第八十一圖の如く、繩はV字形の溝に堅く喰ひ込まるゝを以て、繩と溝の内面と互に壓迫せらるゝのみにして些しも關係運動を起さず、滑車と繩とは恰も一躰の如

第八十一圖



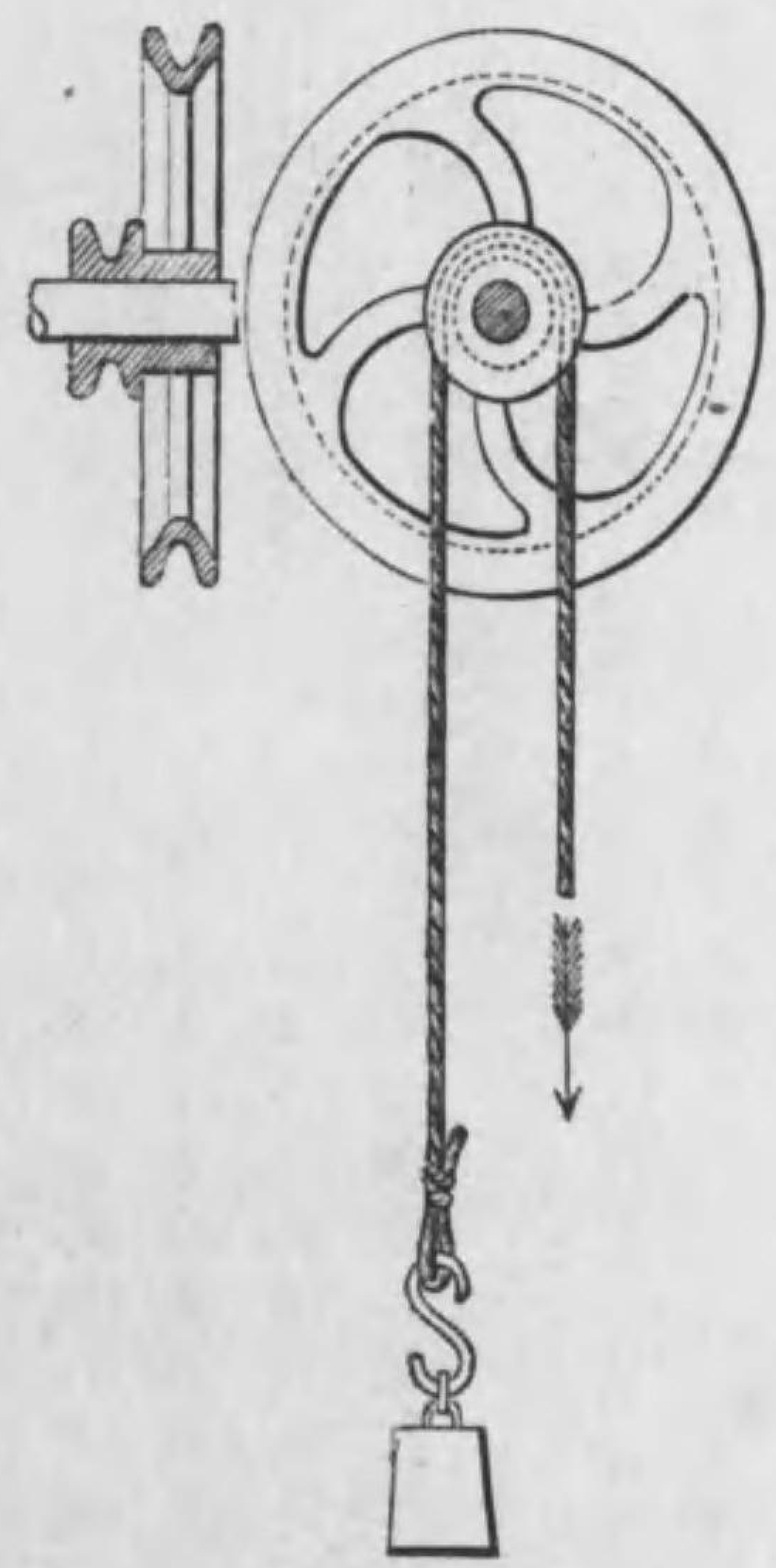
く其心軸に就て廻轉するにあり、心軸は壓力を受くると雖も心軸の廻轉を妨ぐる摩擦は、前章の表に示す如く甚だ僅少なり、且つ摩擦は心軸の表面に生じ之に打ち勝たんとする力は輪周に働くが故に、輪軸の理によりて此力は極めて少なり原來心軸同一なる滑車に於て、摩擦に打ち勝つ爲に要する力は其直徑と反比例するものなり、

教授ボール氏此事に就て實驗したる結果あり、輪周四十三吋及ひ九吋半なる大小二つの滑車を第八十二圖の如く一躰に造り、之を直徑(八分の五)吋の心軸に架して、大輪に繩を懸けしに十四封の分銅を扛くるに十四封、二八の分銅を要せり、又小輪の方に繩を懸けしに十五封・三五の力を要せりと云ふ、偖て滑車及ひ兩側にある分銅の重量は前後殆んと同一なれば摩擦も亦前後相等しからざるへからず、然るに大輪は僅に〇、二八封を要し、小輪は一、三五封を要せり、今之を比較すれば

$$\frac{\text{大輪に與へし力}}{\text{小輪に與へし力}}=\frac{.28}{1.35}=\frac{1}{4.5}.$$

$$\frac{\text{小輪の直徑}}{\text{大輪の直徑}}=\frac{9.5}{43}=\frac{1}{4.7}.$$

即ち所要の力は約そ滑車の直徑と反比例を爲すを見るべし。是故に摩擦多き程、滑車の直徑を大にするを利ありとす、礦物巻揚機械の輪周を大きく作るは蓋し此理に由る。

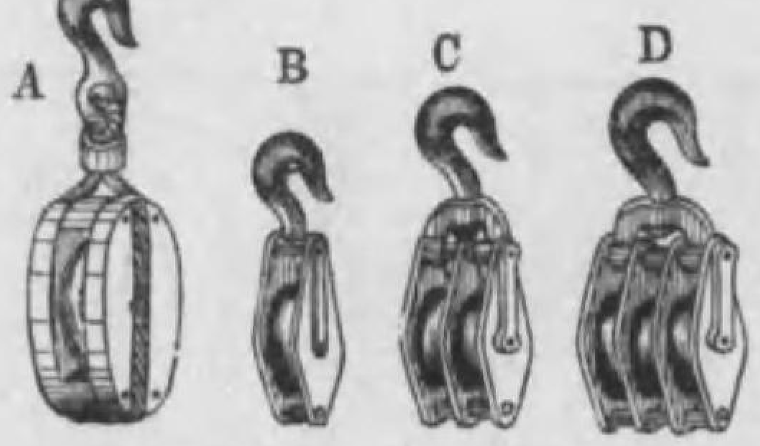

第八十二圖

滑車の理を利用して摩擦を減少するの法は諸般の器具建築等に應用せられたるもの頗る多し。大たる門扉、引戸、雨戸等に附けたる轉子(ローラル)は其一例なり、其他機械の一部にして、他の部と相接し、互に關係運動を爲すものは、小なる金屬製の轉子を其間に設く、之を減摩轉子(フリツクシヨンローラル)と云ふ。

荷物を扛くるに使用する滑車は、凡そ第八十三圖の如し、Aは木製にしてBCDは鐵製とす、此の如きものを種々に組合せて使用すれば、大に力比を増すことを得べし、之を滑車の組合(プーリーブロック)と云ふ。其組方數多あれども、實際に適するものは先づ第八十四圖に示すが如し。

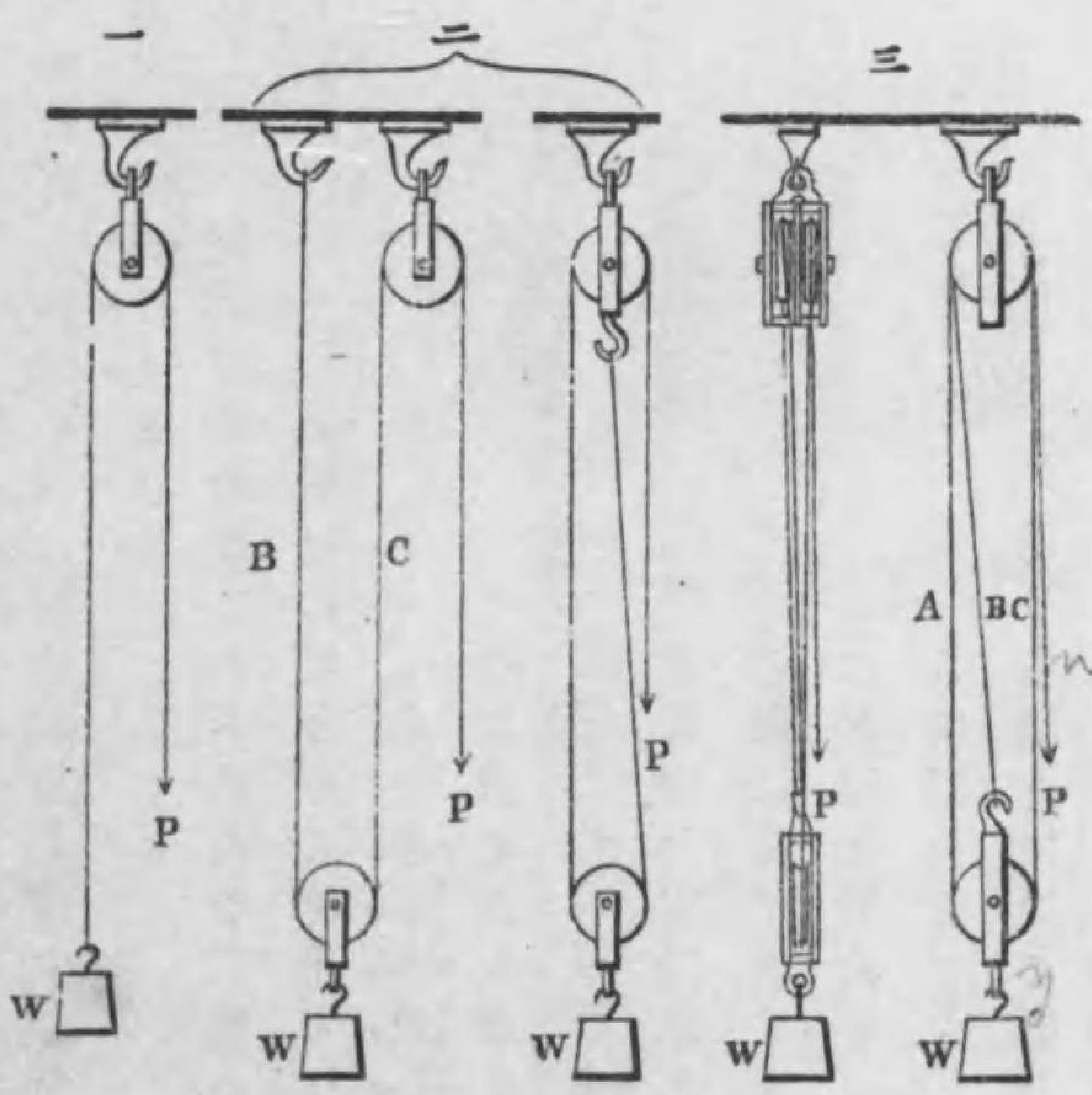
荷物と共に移動するものを動滑車と稱し、上にあるものを、定滑車と稱す、力比は動滑車及び定滑車の數に從て增すものとす。最初に動滑車の重量及び摩擦を算入せずして各組合に於て、力の增大する所以を論ぜん。

各組合に於て、働力Pを加へ、綱をx呎引き卸せば、Wの抵抗はy呎上るものとす、然るときは仕事の



第八十三圖

第八十四圖



原則に由りて

$$Px = Wy.$$

第一に於ては

$$x = y, \quad P = W.$$

即ち 力比 = 速比 = 1.

第二に於てはPを假りに一呎引くとすればBC二本の綱は各六吋宛短くなるべし即ち

$$x = 2y.$$

故に

$$力比 \frac{W}{P} = 2. \quad 速比 \frac{y}{x} = \frac{1}{2}.$$

第三に於てはPを假りに一尺二寸引くとすればABC三本の綱は各四寸宛短くなるべし即ち

$$x = 3y.$$

故に

$$力比 \frac{W}{P} = 3, \quad 速比 \frac{y}{x} = \frac{1}{3}.$$

一般に動滑車を釣す所の綱條の數をnとすれば

$$x = ny \quad \therefore \; Wy = ny \times P$$

$$力比 \frac{W}{P} = n, \quad 速比 \frac{y}{x} = \frac{1}{n}, \quad 効率 = n \times \frac{1}{n} = 1.$$

斯の如く滑車の數を増せば何程までも力比を増すことを得るが如しと雖も實際は摩擦甚しく増加するを以て定動兩滑車共三個以上のものは多く用ひざるものとす。

滑車に於て仕事を消耗する原因は動滑車及び綱の重量と各車の心軸に生する摩擦と巻き縮きに抵抗する綱の剛さとに在り此諸般の無効抵抗は輪軸の例に於けると同様に常數分及び變數分に區別すべし今lを以て滑車を空轉するに必要な

る働力とすればbは無効抵抗の當數分なり、又變數分に對する消耗仕事はcWyを以て表はすべし但しcは常數なり故に仕事の原則によりて

$$Px = Wy + cWy + bx.$$

$$P = (1+c)\frac{y}{x} \times W + b.$$

速比$\frac{y}{x} = \frac{1}{n}$とし、$(1+c)\frac{1}{n} = a$とすれば

$$P = aW + b$$

此a及びbは實驗上見出すを得べし、

例へば定動滑車共に直徑二吋半の鑄鐵輪三個より成るものに就て實驗せし結果は左の如し

$$P = 2.36 + .238W.$$

Wが二百封なればP＝50なり、故に

力比 $\frac{W}{P} = \frac{200}{50} = 4$，速力 $\frac{1}{n} = \frac{1}{6}$

効率 $= 4 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$.

故に此滑車は加へたるエネルギーの三分の一を消耗する割合なり。

微動滑車

前に述べたる如く、輪數を增せば從て力比を增すの理ありと雖も、實際は之と同時に摩擦を增すを以て、徒に輪數を多くするは良法にあらず、玆に輪數を增さずして力比を增すの仕掛あり、名けて微動滑車と云ふ(第八十五圖)、其定滑車は僅かに直徑を異にせる大小BA二個の輪より成る、動滑車Cは一輪なり、而して端なき鏈鎖は圖の如くAよりCに懸り、CよりBに懸り、Bより下に垂れて再びAに返るべく裝置せらる。

先づ最初に摩擦及び動滑車の重量に關せず其作用を研究せん。Bの半徑をRとし、Aの半徑をrとす、偖てBより懸垂する綱に、Pの働力を加へてBを一廻轉せしむれば、綱のE部は$2\pi r$の距離を下る、而してD部は同時に$2\pi R$を上る、故に重量Wの扛けられたる高さは$2\pi(R-r)$の二分一に等し、仕事の原則に由りて

$$2\pi R \times P = W \times 2\pi(R-r) \times \frac{1}{2}$$

第八十五圖

$$力比\ \frac{W}{P} = \frac{2R}{R-r}.\quad 速比 = \frac{R-r}{2R}$$

R−rの差小なる程益々力比を増加するを得べき理なり、但し同時に速度益々緩漫となるを以てR−rはRの二十分の一位を極度とす。

次に摩擦及び其他の抵抗を算入するときは、通例の滑車の如く

$$P = aW + b.$$

と假定するを得べし、直徑四吋及び三吋半の微動滑車に就て實驗したる結果は

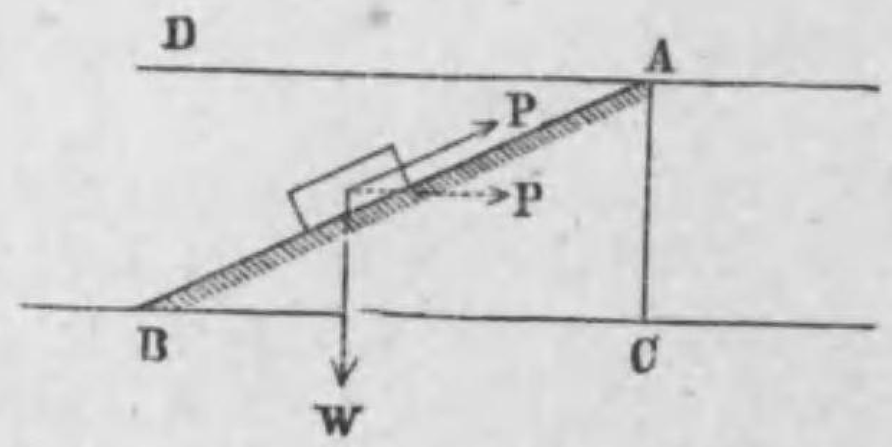
$$a = .1508,\quad b = 3.87$$

なり、

斜面　斜面も亦力比を増すに用ふる仕掛なり。茲に高抵ある三つの水平面AD及

(2)

第八十六圖



びCBありて(第八十六圖)荷物をCBよりADに扛けんとす、而して使用する働力が荷物を垂直に引き揚ぐるには不充分なるものとせん、例へば一疋の馬にて百貫以上の物を引き扛け、若くは一人にて三四十貫の荷を引き扛くるが如し。斯の如き場合に遭遇せば、CB水平線よりに向つて一つの斜面ABを作るを一便法とす

AD先づ働力PがAB面に並行するときは則ち加へたるエネルギーはP.ABに等しく、仕遂げたる仕事はW.AC等に等し、故に仕事の原則によりて

$$W.AC = P.AB$$

$$\therefore\ \frac{W}{P} = \frac{AB}{AC}.\quad 速比 = \frac{AC}{AB}.$$

次に働力PがBCに並行するときは則ち加へたるエネルギーはP.BCに等しく、仕遂げたる仕事はW.ACに等し故に

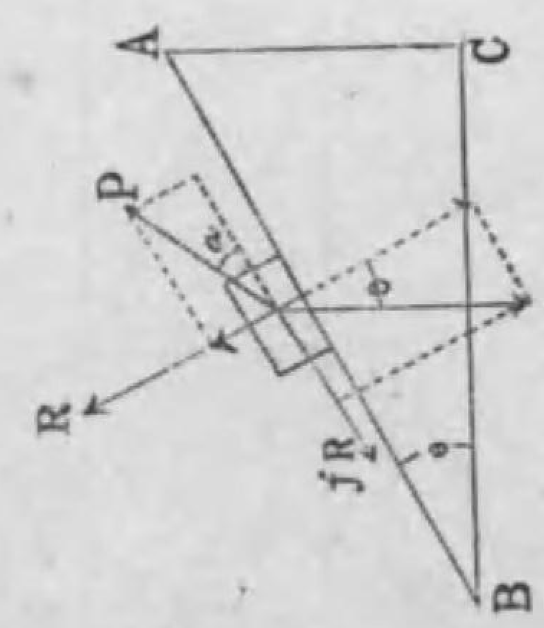
$$W.AC = P.BC$$

$$\therefore \frac{W}{P} = \frac{BC}{AC}. \qquad 速比 = \frac{AC}{BC}.$$

同じ斜面に就て言へば前の場合は後のものよりも力比を増すこと多し、次に摩擦を參考して斜面の作用を研究すべし而して便利の爲めに力が如何なる方向に働く場合にも適用すべき公式を見出さん。

働力Pは斜面と任意の角度αを作りて働くものとし(第八十七圖)、Rを斜面の直角抗抗力とす、さすれば物躰と斜面との間に生する摩擦抵抗は摩擦係數fとRとの相乘積にして物躰が動く方向と反對に働くべし、今物躰がPの爲めに常速度にて斜面に沿ふて引上けらるゝとすればW、P、R、fRの四力は正に釣合を保つべし故に力の釣合條件に據りて互に直角をなす二つの方向例へばBA及びRの方向に分解したる分力の代數的和は各々零なり即ち

第八十七圖



$$P\cos\alpha - W\sin\theta - fR = 0 \cdots\cdots(1)$$

$$P\sin\alpha + R - W\cos\theta = 0 \cdots\cdots(2)$$

(2)にfを乘じて(1)を加ふれば

$$P(\cos\alpha + f\sin\alpha) - W(\sin\theta + f\cos\theta) = 0$$

$$\therefore \frac{W}{P} = \frac{\cos\alpha + f\sin\alpha}{\sin\theta + f\cos\theta} \cdots\cdots(3)$$

(一)先づPが斜面に沿ふて働くときは則ちαは零なり、故に(3)式より

$$力比\ \frac{W}{P} = \frac{1}{\sin\theta + f\cos\theta}$$

$$速比\ \frac{AC}{AB} = \sin\theta$$

$$効率 = \sin\theta \times \frac{1}{\sin\theta + f\mathrm{sco}\theta} = \frac{\tan\theta}{f + \tan\theta}$$

實際には荷物を轉ばすが或は荷物を用ふるを以てfの値は甚だ小なり

(一)力比を表す式は次の如く改むることを得べし、

$P = f W\cos\theta + W\sin\theta$. 之にABを乘ずれば

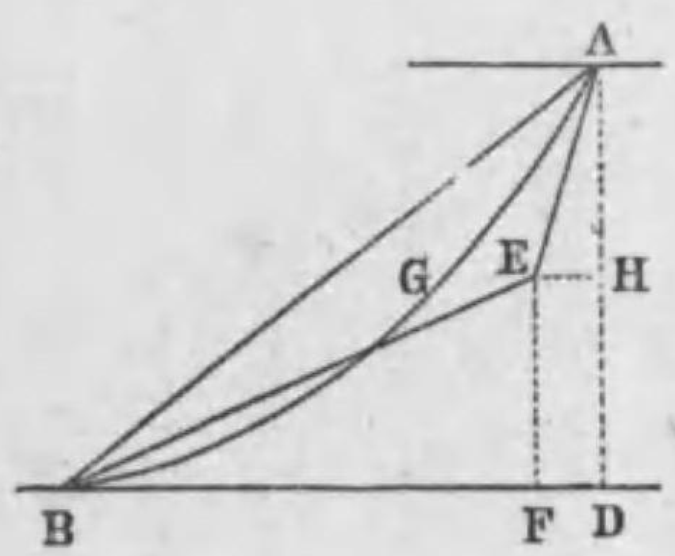
之を語譯すれば、一つの荷物を或る斜面に依りて引き扛げるに要するエネルギーは斜面と同一の摩擦係數を有する底面に沿ふて之を運ぶ仕事と、其垂直の高さに引き扛げる仕事との和に等し、此學理に由りて一の緊要なる法則を推論し得べし、即ち次の如し、

$$P.AB=f\,W.BC+W.AC.$$

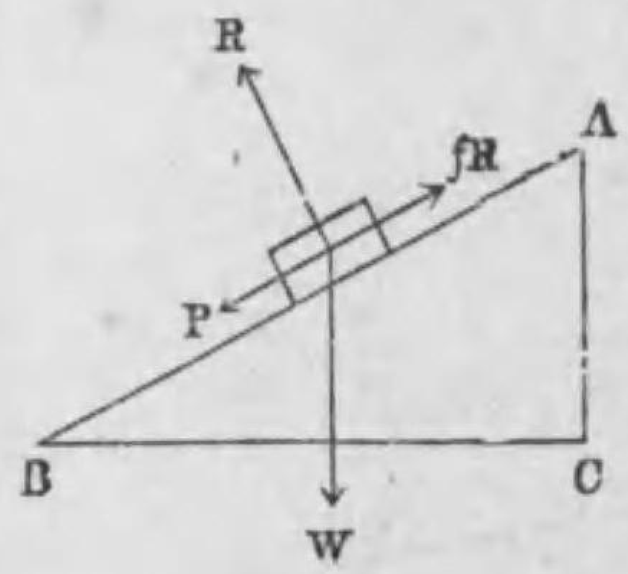
一の位置より他の位置まで、荷物を扛げる仕事は其經路に關せず必ず相等し。

例へば茲に(第八十八圖)BよりAに登るに、三條の經路あり、一はABの斜面にして、次はBE EA二つの斜面より成り、而して第三はBGA弧線より成る、さすればBEAを引き扛げる仕事は先づBFの底面に沿ふてF點に運び、而してFEの垂直線に沿ふてE點に扛げ更にEHの水平路を運びてAHの高さに、引き扛げるに等し、即ちBDの水平面に就て荷物をD點に運び而して、DAの高さに之を引き扛げるに要する仕事と相等し、是れ既に證明せし如くABの斜面に沿ふて引き扛げる仕事なり。其理を敷衍してBGA曲線に就て荷物を扛げときの仕事も亦相等しきを證すべし、如何となればBGAの經路は無數の斜面より成るを以てなり、

第八十八圖



第八十九圖



(二)次に斜面に荷物を牽き下たす例に就て少しく說明せん、茲に重量Wの物躰AB斜面上にあり(第八十九圖)Pの力を加べて之を牽き下せは、常速度を以て下降するものとせん、此場合に於ける力比は前公式に於てP及てfを負數とすれば直に求むることを得べし、即ち

$$P=W(f\cos\theta-\sin\theta)=W\cos\theta(f-\tan\theta)$$

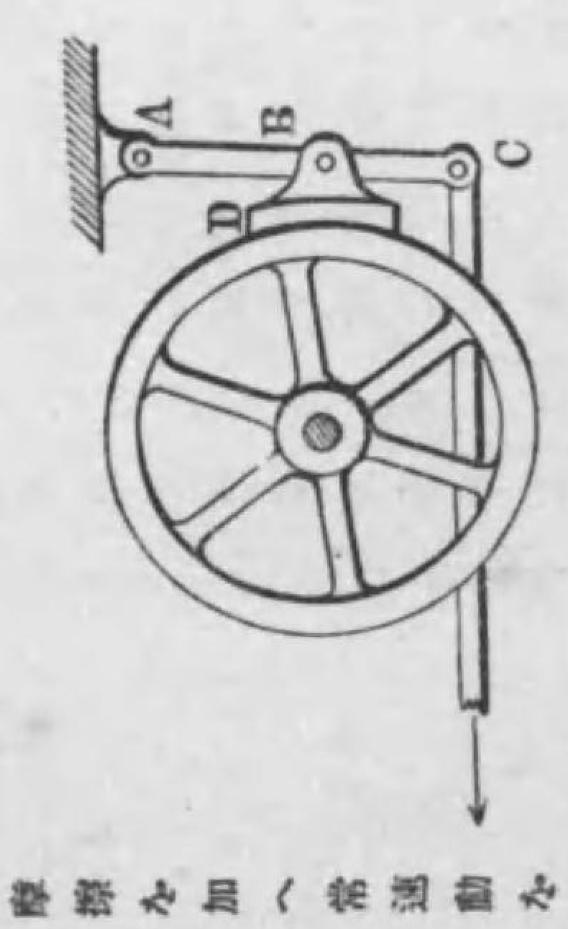
今此式を吟味するに

第一、$f>\tan\theta$なれはPは正數なり、此意味たる、常速度を以てWを降下せしむるには、或る力を以て之を牽き下たすを要するを示す。

第二、$f=\tan\theta$なれはPは零なり、蓋し此意たる少しも力を要せすして、物躰は自ら常速運動を爲すを示す、故に斜面の傾斜角θを適宜に變更して、物躰か自己の重量の爲に、正に降下し始むる際限(若くは常速動をなす際限)を見る仕掛を作れは、其角度の正切より摩擦係數を見出すを得、是れ摩擦係數を實驗する一法たるは諸子の知る所なり。此角を摩擦角(アングル、オヴ、フリクション)と云ふ。

第三、$f<\tan\theta$なれはPは負數なり、蓋し此意たる、物躰をして常速度にて斜面を降下せしむ

るには、逆に或る力を加へて之を控制すべきを示す。



第九十圖

この場合に於て常速動を爲さしむるには力を以て物躰を後へに控制する外に一法あり、即ち摩擦を加ふるにあり、機關車、自轉車等の制輪機はこの實例なり、制輪機は第九十圖に示す如し、Dは木片若くは鑄鐵を以て造りたるものにして輪周の弧狀と相接す、運轉急速に失するか若くは運轉を停止せんとするときは、ABCの槓杆を引き張りて、Dを輪周に壓迫し、其の强弱によりて隨意摩擦を增減するを得べし。偖て前例に返り、斜面を降下するに當りて速度急激に赴くの恐あるときは此の如き仕掛によりて摩擦を加へ常速動を爲さしむべし、然れとも其仕事は空しく消費せられて熱に變ずるものとす、

(二)次にPが水平に働くときは則ちαは$-\theta$なり、故に(3)式より

$$力比\ \frac{W}{P} = \frac{\cos\theta - f\sin\theta}{\sin\theta + f\cos\theta}$$

$$速比\ \frac{AC}{BC} = \tan\theta$$

$$効率 = \tan\theta.\ \frac{\cos\theta - f\sin\theta}{\sin\theta + f\cos\theta}$$

今摩擦角をϕとすれば、即ち$f=\tan\phi$とすれば効率は容易に記憶し得べき式に化すべし

$$効率 = \tan\theta.\ \frac{\cos\theta\cos\phi - \sin\theta\sin\phi}{\sin\theta\cos\phi + \sin\phi\cos\theta}$$

$$= \frac{\tan\theta}{\tan(\theta+\phi)}.$$

(三)第三に物躰が平地に於て引かるゝときは則ちθは零なり、故に(3)式より

$$力比\ \frac{W}{P} = \frac{\cos\alpha + f\sin\alpha}{f} = \frac{\cos\alpha + \tan\phi\sin\alpha}{\tan\phi} = \frac{\cos(\alpha-\phi)}{\sin\phi}$$

$$速比 = 1$$

$$効率 = \frac{\cos(\alpha-\phi)}{\sin\phi}$$

(例)　斜面又は平地に於て荷物を牽引するとき、勞力を最小ならしむるには如何なる角度に

て力を加ふべきか。

斜面に於けるPとWとの關係は一六七ページ(3)式より次の如し

$$P=\frac{\sin\theta+f\cos\theta}{\cos\alpha+f\sin\alpha}W$$

fを$\tan\phi$とすれば

$$P=\frac{\sin(\theta+\phi)}{\cos(\alpha-\phi)}W$$

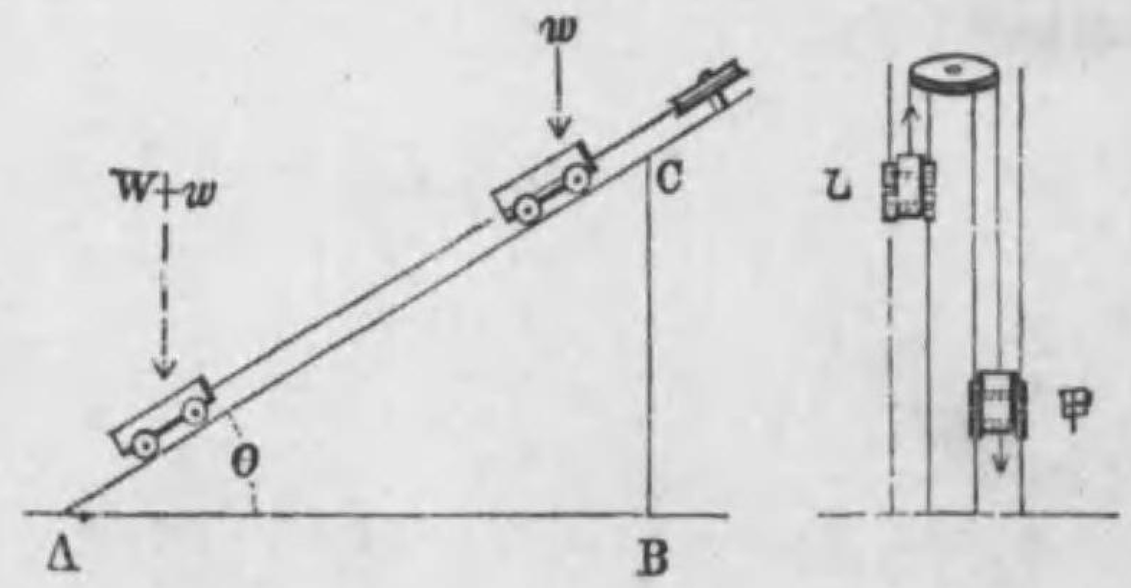
さて此式中θ、ϕは常數なり、故にPを最小ならしむるには$\cos(\alpha-\phi)$を最大にすればよし。即ち

$$\alpha=\phi$$

平地に於ても同一の答を得べし

二重斜面　或る場合に於てはペヂー百七十に説明したる車輛を控御するに費ゆる力を利用して、空車を引き扛くるに用ゆることあり。鑛山、石山等に設けある二重斜面は即ち此適例なり、其仕方は山の中腹に斜面を造りて軌道二線を附敷し、頂邊に滑車を据へて之に綱を巻き荷車を聯絡する第九十一圖の如し、然すれば甲

第九十一圖



車、荷を積んで降るときは、乙の空車昇り、乙車荷を載せて降れば甲の空車昇る、只頂上と麓とに人夫ありて荷を揚卸しすれば足れり。Wを荷物の重さとし。wを空車の重さとし、fを摩擦係數とすれば一昇降毎に費すエネルギーは$(W+w)BC$にして有効仕事は$w.BC$消耗仕事は$f(W+w)AB+fw.AB$に等し、故に仕事の原則に由りて

$$(W+w).BC=w.BC+f(W+w)AB+fw.AB$$

$$\therefore\ \frac{BC}{AB}=\tan\theta=f.\frac{W+2w}{W}.$$

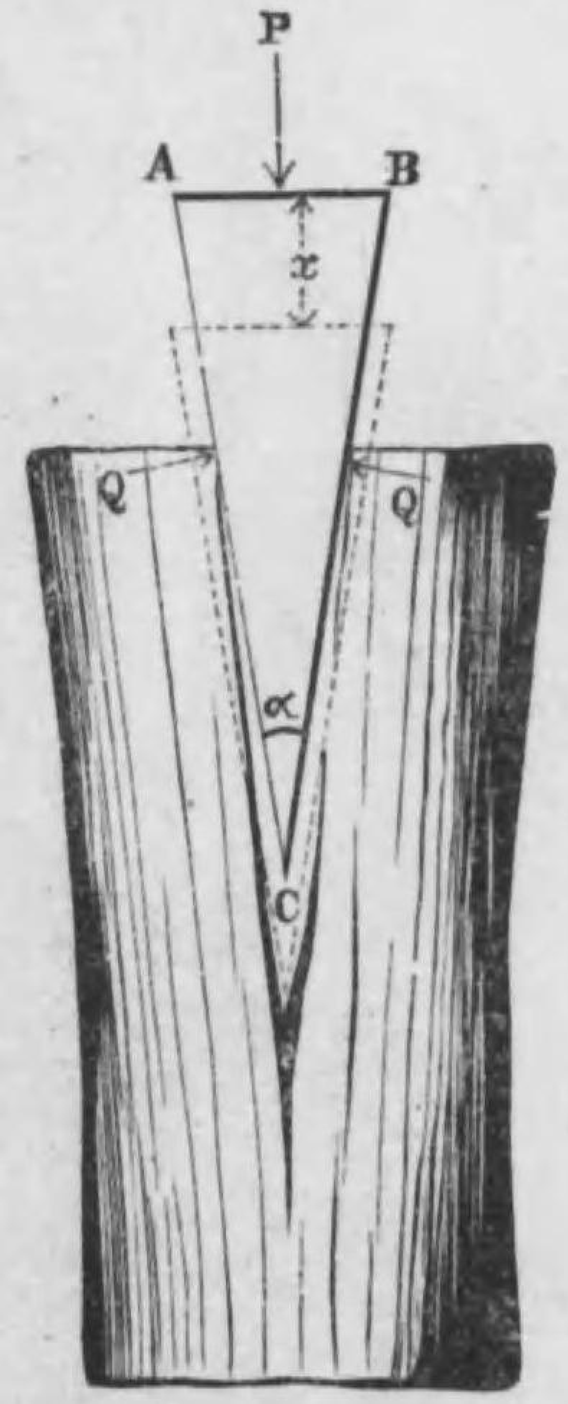
斜面の傾斜角を此θに等しくすれば、車輪は常速動を以て昇降して、少しも危險なし。若し傾斜角此θより異なるときは常速動を爲さしむるには

$$\{W\sin\theta-f(W+2w)\cos\theta\}r$$

に等しきモーメントを滑車の心軸に(綱の運動方向と反對若くは同方向に)加ふる

を要す、但しrは其力臂とす。

楔 楔は斜面の特別なる一例なり、多くは材料の接合部を堅く締附くるに用ひ、或は木材、石材等を破碎する器具に利用するものあり。ABC二等邊三角形(第九十二圖)を、材料に打込みたる楔の切斷面とし、最初實線の位置に在るときP力を加へて之を打ち込めば、點線の位置に至るとせよ、而して材料の之に抵抗する左右の力は等邊に直角に働きて各相等しきものと見做すべし、之をQとす、今Pの働きたる距離をxとすれば、Qに反對して斜面の動きたる距離は、斜面に直角なる方向に於てxを投射したる影とす、即ち $x\sin\frac{\alpha}{2}$



第九十二圖

に等し、故に仕事の原則に依りて

$$Px = 2\times Q\times x\sin\frac{\alpha}{2}.$$

$$\therefore\ \frac{2Q}{P} = \mathrm{cosec}\,\frac{\alpha}{2}.$$

然し楔の作用には、摩擦大に關係するを以て、前式は殆んど無用に屬す、兩斜面の摩擦係數をfとすれば、摩擦の爲めに消耗せらるゝ仕事は、左右に於て各々 $fQx\cos\frac{\alpha}{2}$ なり、故に

$$Px = 2Qx\sin\frac{\alpha}{2} + 2fQx\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{2Q}{P} = \frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}+f\cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$効率 = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{\alpha}{2}+f\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\tan\frac{\alpha}{2}}{f+\tan\frac{\alpha}{2}}.$$

例へは尖角二十五度の楔を、木材に打込む際に於て、木材抵抗力を左右各々三百封と假定せは、平均何程の力を要するかと云ふに

$$\frac{2Q}{P}=\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}+f\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{1}{\sin 12^{\circ}.5+f\cos 12^{\circ}.5}$$

$$=\frac{1}{.2164+f\times.9763}$$

今摩擦係數を0.36と假定すれは

$$\frac{2Q}{P}=\frac{1}{.2164+.36\times.9763}=\frac{1}{.5677}=1.8$$

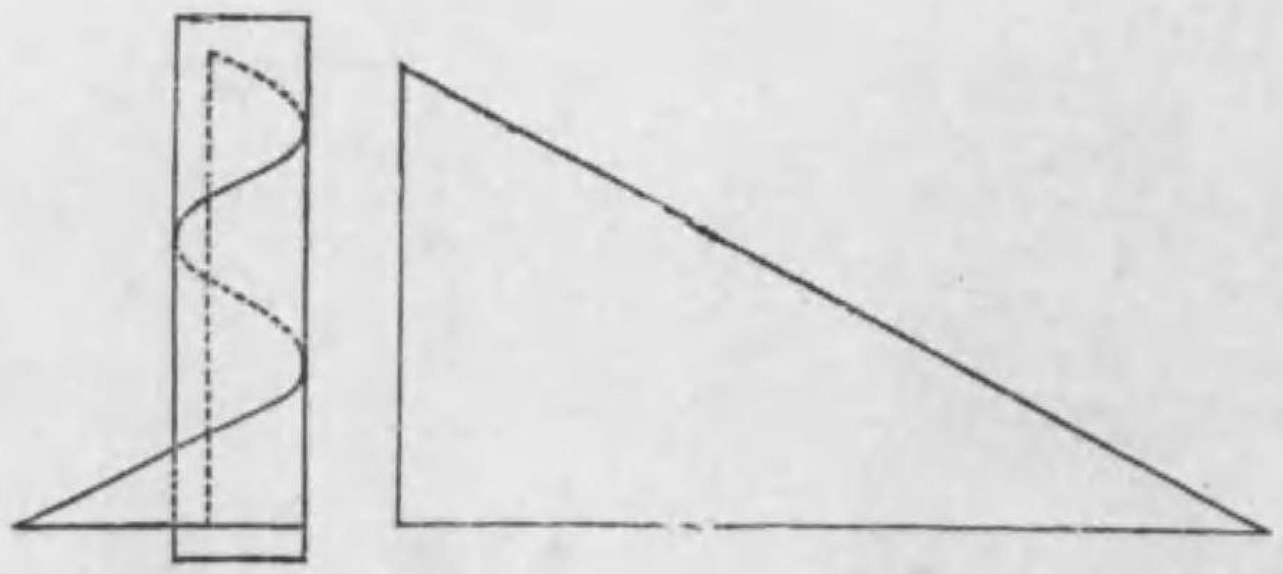
$$\therefore P=\frac{2Q}{1.8}=\frac{600}{1.8}=333^{封}$$

$$又効率=\frac{.2164}{.2164+.36\times.9763}=0.37$$

螺旋

螺旋も亦斜面の特例なり。紙を直角三角形に切りて第九十三圖の如く圓筒の周圍に捲けば三角形の斜邊は一種の捻れたる曲線を作る、之を螺糸と云ふ、此螺糸に沿ふて三角若くは四角の山を附すれば、第九十四圖の如き螺旋となる、Aを

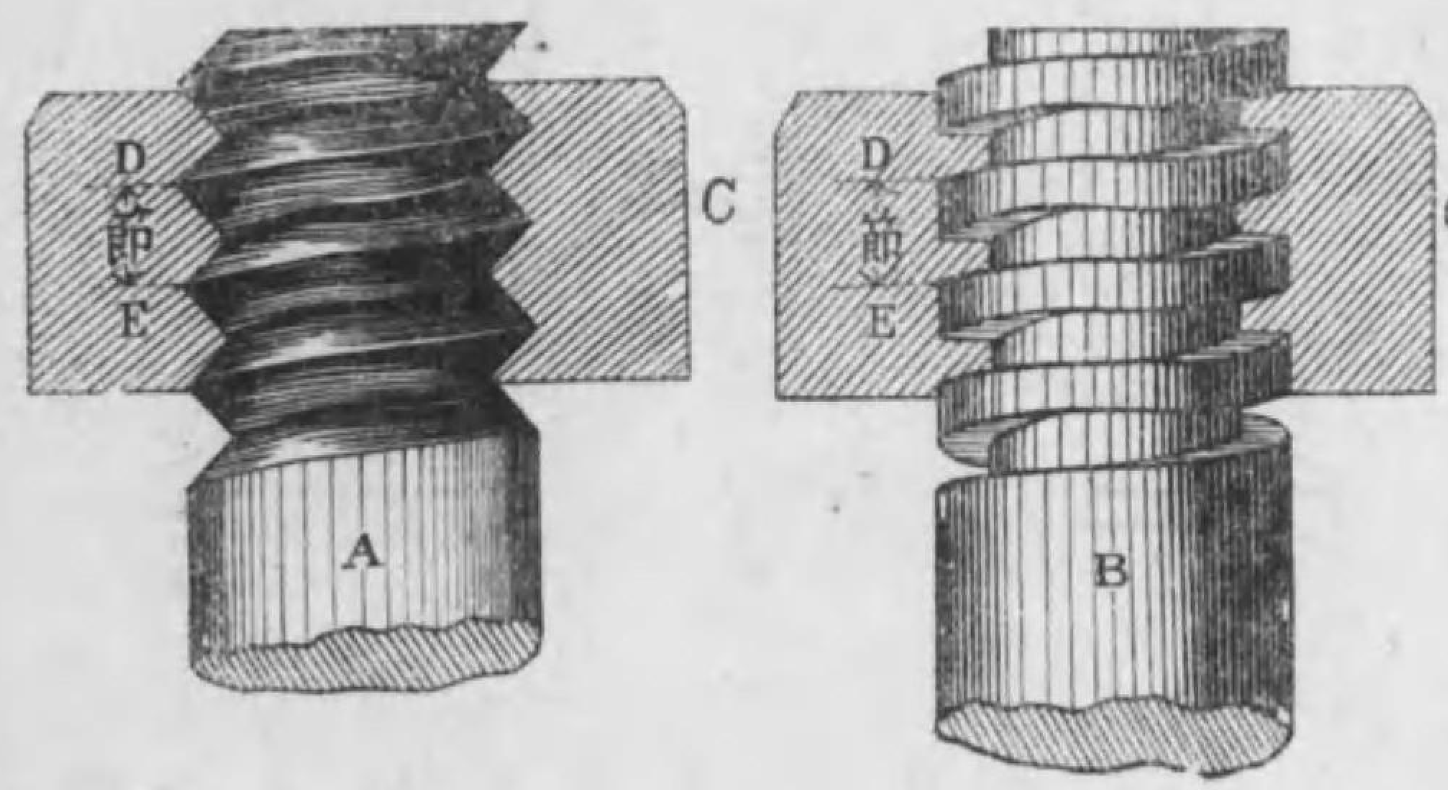
第九十三圖



三角螺旋、Bを角螺旋と稱す。一の螺旋山（ネヂヤマ）より次の山までの距離を軸線に並行に測りたるものを節（ピッチ）と云ふDEは即ち節なり。

螺旋を用ゆるには其山の形に溝を作りたる配偶物ありて、必ず之と組合を爲す、此二つのものを區別して男螺旋、女螺旋と云ふ、Cは即ち女螺旋なり。力比を増す爲に用ゆるものは女螺旋を固定して之に男螺旋を嵌め、把手柄を廻して之を捻ぢ込む仕掛なり、多くは物を壓縮するに用ふ。把手柄を時計針狀に一回轉すれば、螺旋は一節降るなり。第九十五圖は螺旋壓搾器を示すものにして製本職の書冊を壓搾するに用ゆるものとす。此壓搾器に就て先つ摩擦なきものとして仕事と抵抗との關係を求めん。

第九十四圖

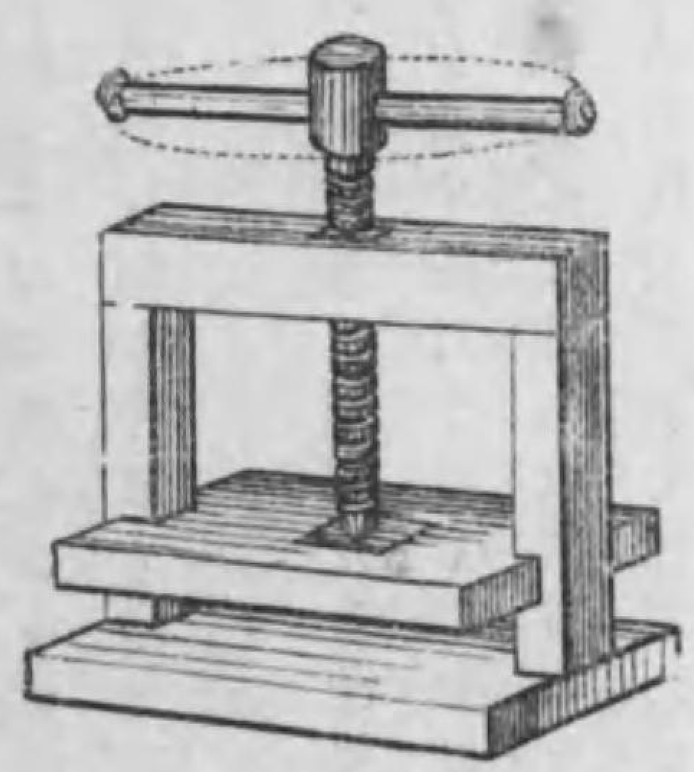


Qを螺旋の下端に抵抗する力とし、Pを長さRの把手柄に加ふる働力とし、pを螺節とす、今把手柄を一廻轉するとせば仕事の原則に由りて

$$2\pi RP = Qp$$

$$\therefore \frac{Q}{P} = \frac{2\pi R}{p}$$

第九十五圖

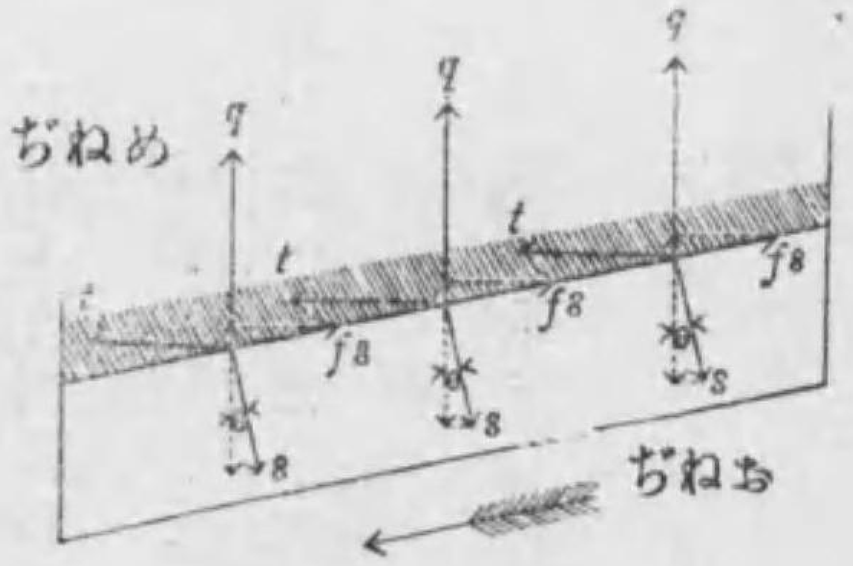


次に摩擦を算入して力比を求めん。先づ男螺旋の面と女螺旋の面と互に壓迫せらるゝ部分を取りて之を開展すると想像すべし、然れば第九十六圖の如きものを得べし、而して其運動は、正に男螺旋の山の斜面が、同じ長さの女螺旋の斜面に壓迫せられて矢の如く滑動するに同じ。而して此螺旋が能く仕上げたるものなれば、之に加る力は接觸面の全部に平等に配布せらるゝものとすべし、故に螺旋を廻さんとする働力は t, t …の如く、抵抗力は q, q …の如く斜面の直壓は s, s …の如く、摩擦は fs, fs …の如く分配せらるべし、今此螺旋常速動を爲すときは此數力は組毎に互に釣合を保つべし、故に s, t, fs 及び q 四力の垂直分力の代數和は零に等しく、則ち斜面角を θ

$$q + fs\sin\theta - s\cos\theta = 0.\quad 即ち\quad s = \frac{q}{\cos\theta - f\sin\theta}$$

$$\therefore fs = \frac{fq}{\cos\theta - f\sin\theta}.$$

第九十六圖



何れの組に付ても同様の關係あるを以て

$$\text{摩擦の全量} = \frac{fQ}{\cos\theta - f\sin\theta.}$$

倍て働力を加へて把手柄を一廻轉するときは

加へたるエネルギー$=2\pi$RP.　有効仕事$=$pQ

$$\text{消耗働作} = \frac{p}{\sin\theta} \times \frac{fQ}{\cos\theta - f\sin\theta.}$$

$$\therefore 2\pi \mathrm{RP} = p\mathrm{Q} + \frac{fp\mathrm{Q}}{\sin\theta} \times \frac{1}{\cos\theta - f\sin\theta.}$$

$$\text{即ち}\ \frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}} = \frac{2\pi\mathrm{R}}{p} \times \frac{\sin\theta(\cos\theta - f\sin\theta)}{f + \sin\theta(\cos\theta - f\sin\theta)}$$

$$= \frac{2\pi\mathrm{R}}{p} \times \frac{\sin\theta(\cos\theta - f\sin\theta)}{f\cos^2\theta + \sin\theta\cos\theta}$$

$$= \frac{2\pi\mathrm{R}}{p\cot\theta} \times \frac{\cos\theta - f\sin\theta}{f\cos\theta + \sin\theta}.$$

今螺旋の平均半徑をrとすれば、$p\cot\theta = 2\pi\mathrm{r}$なり故に

$$\frac{\mathrm{Q}}{\mathrm{P}} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}} \cdot \frac{1 - f\tan\theta}{f + \tan\theta} \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

$$\text{又速比} = \frac{p}{2\pi\mathrm{R}} \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

$$\therefore \text{効率} = \frac{p}{2\pi\mathrm{R}} \cdot \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{r}} \cdot \frac{1 - f\tan\theta}{f + \tan\theta}$$

$$= \frac{p}{2\pi\mathrm{r}} \cdot \frac{1 - f\tan\theta}{f + \tan\theta}$$

$$= \tan\theta. \frac{1 - f\tan\theta}{f + \tan\theta}$$

此式中のfを$\tan\phi$とすれば

$$\text{効率} = \frac{\tan\theta}{\tan(\theta + \phi)}. \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

上記の式は仕事の原則に據り導き出したれども、前に述たる斜面の式中、働力が底面に並行なる場合の式を適用すれば直に見出すを得べし。

(例)　平均直徑一吋四分の一、節三分の一吋の鍛鐵角螺旋を、鍛鐵女螺旋に捻ち込み、之に長さ十吋四分の一の把手柄を附し、實驗を爲せしにQとPとの關係は左の如くなりしと云ふ、

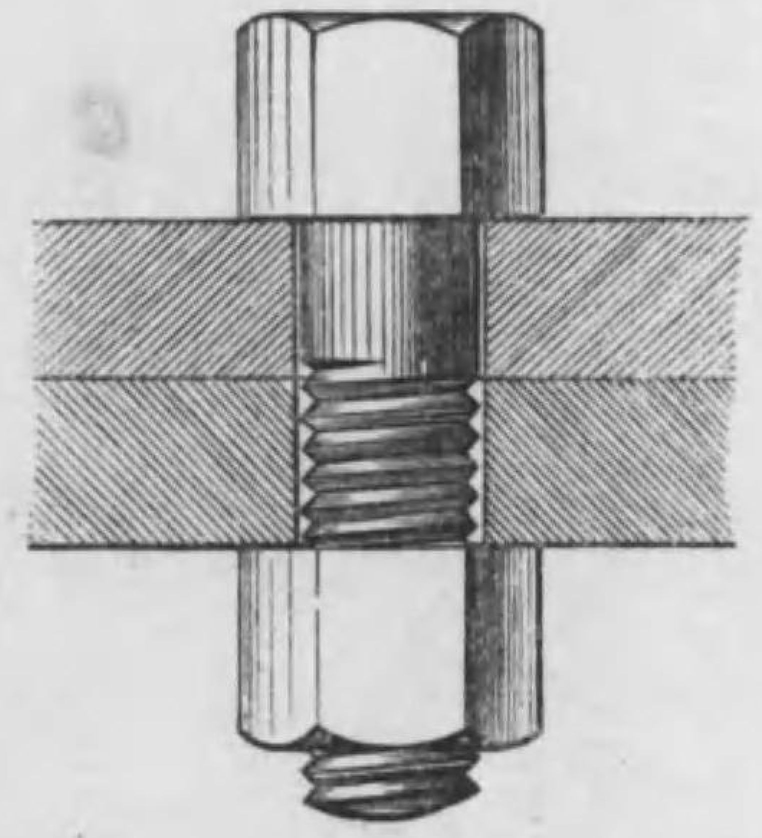
$$P = .0143Q.$$

今前式(1)に於てfを0.15とすれば、之と同一の結果を得べし、即ち

$$\tan\theta = \frac{\frac{1}{4}}{2\pi\times\frac{5}{8}} = .0848$$

なるを以て

第九十六圖



$$\frac{Q}{P} = \frac{R}{r}\cdot\frac{1-f\tan\theta}{f+\tan\theta} = \frac{10\frac{1}{4}}{\frac{5}{8}}\cdot\frac{1-.15\times.0848}{.15+.0848} = 69$$

即ち$P=.0144Q$ 又 速比$=\frac{\frac{1}{4}}{2\pi\times10\frac{1}{4}} = \frac{1}{193}$.

効率$= 69\times\frac{1}{193} = .35.$

力比は實驗の結果と能く符合するを見る而して効率は摩擦なき時の値に三割五分に減ずるも、尚力は六十九倍増すを見るべし。

物の部分を接合するに用ふる螺旋の一對は第九十六圖に示す如し、之をボールト、アンド、ナットと云ふ、此の螺部は前例より較や短きが故に効率小にして、通例四分の一内外なり、されど力を増す大なるを以て僅小の力にて強く締め附くることを得、例へば長一呎の螺旋廻を以て、一吋に付十個の螺糸を有するものを締め附くるとし、少しも摩擦なきものとすれば、力比は

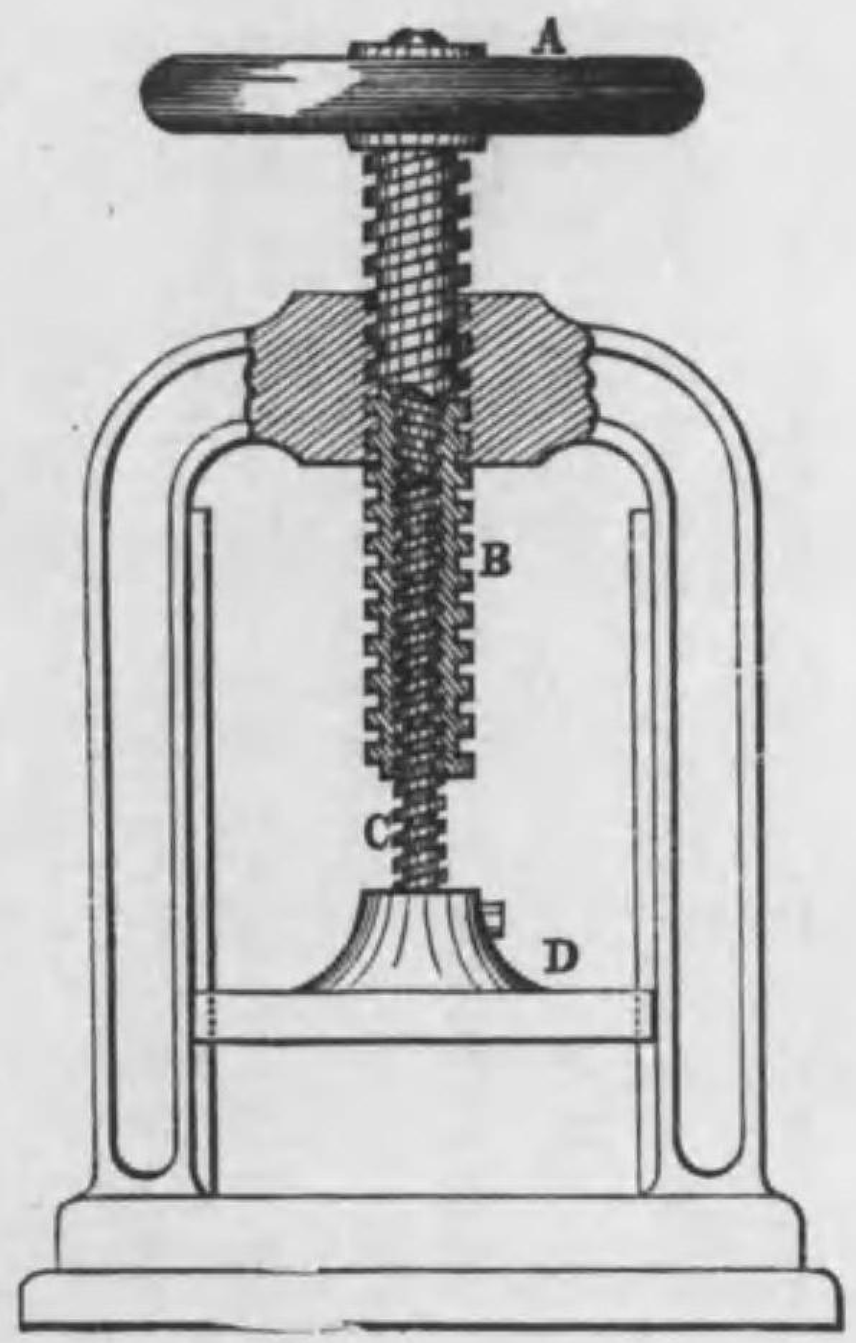
$$2\pi\times12\div\frac{1}{10} = 754.$$

に等し、摩擦を算入すれば力比は此四分の一即ち188として大差なし、言ひ換ゆれば僅に十二封の力を加ふれば188×12=2256 一噸餘の力にて締め附けらるゝ割合なり。而して螺旋の効用は特り力を増すのみならず、一旦締め附くれば弛み戻らざるに在り、傾斜面の正切は摩擦係數より小なるを以て如何に大なる力Qを加ふるも、めぬぢが廻らざればをれぢは少しも動かざるものとす。

微動螺旋

一の角螺旋棒を內空に作り、內側に小なる節の女螺旋を切り、之に相當の男螺旋を捻ぢ込むときは更に力を増すべし、但し此男螺旋は廻轉せずして單に上下すべくなすを要す。之を應用したる壓搾器あり、ハンター氏螺旋壓搾器と云ふ其構造は第九十七圖の如し、Aは把手輪にしてBの螺旋を廻轉する用に供すCは小なる螺旋にして、押板Dに取附けられて共に上下動を爲すのみ。さてAを時

第九十七圖



計針狀に一廻すればBは其一節に等しき距離を下る而してCは同時にBに對して其一節に等しき距離を上る故に押板Dの下る距離は兩節の差に等し、此大小二節をp,p'とし、把手輪の半徑をRとすれば、

$$\frac{Q}{P}=\frac{2\pi R}{p-p'}$$

例へばRを十四吋とし、pを二分の一吋p'を四分の一吋とれば

$$\frac{Q}{P}=\frac{2\pi\times 14}{\frac{1}{2}-\frac{1}{4}}=112\pi=352.$$

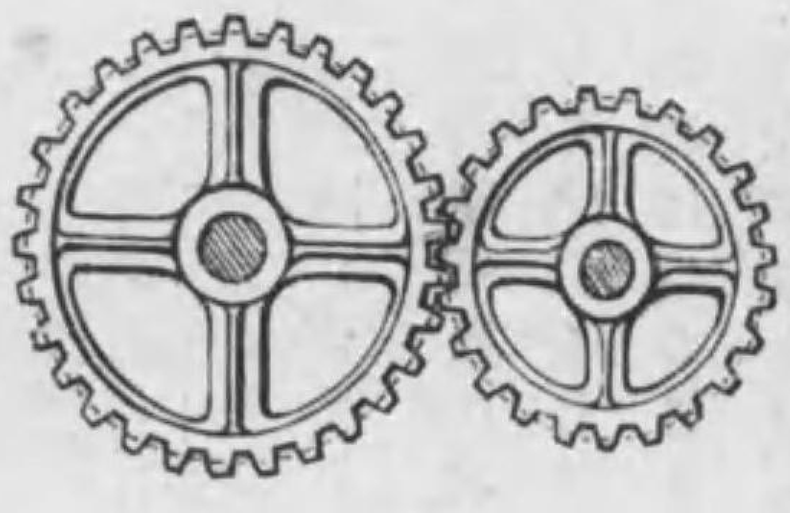
然れども同時に摩擦を增すこと甚しきを以て多く用ひられず。

齒車

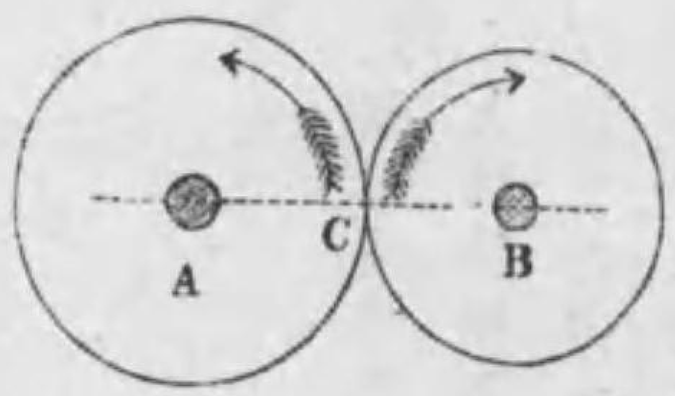
齒車は周圍に齒を附けたる圓板にして、一の軸より他の軸に運動及力を

傳達するに用ゆるものなり而して齒車は少なくも必ず一對を要する第九十九圖に示すが如し。凡そ一の軸より他の軸に運動を傳ふるには、二つの圓板を兩軸に固定して其周面を互に接觸せしむる第百圖の如くするも可なり、Aを矢の如く廻轉すればBはCに於てAと迫壓せらるゝ爲に反對の方向に廻轉すべし、尙委しく言へば二つの粗造面がCに於て接觸するを以て、A面の凸き所がB面の凹き所に懸りて、Aが廻轉すればBは餘儀なく廻轉するものとす、但し兩軸間の距離は必す兩半徑の和に等しきを要す、而して兩面少しも互に滑へらされは、輪周の線速度は常に相等し、此の如き運動を稱して純粹轉動(ピュアーローリング)と云ふ。N_A N_BをA B兩輪の一分時間に廻轉する數としr_A r_Bを其半徑とし、Vを共通の輪周速度(呎秒)とすれは、純粹轉動を

第九十九圖



第百圖



爲すときは

$$V=\frac{2\pi r_A N_A}{60}=\frac{2\pi r_B N_B}{60}.$$

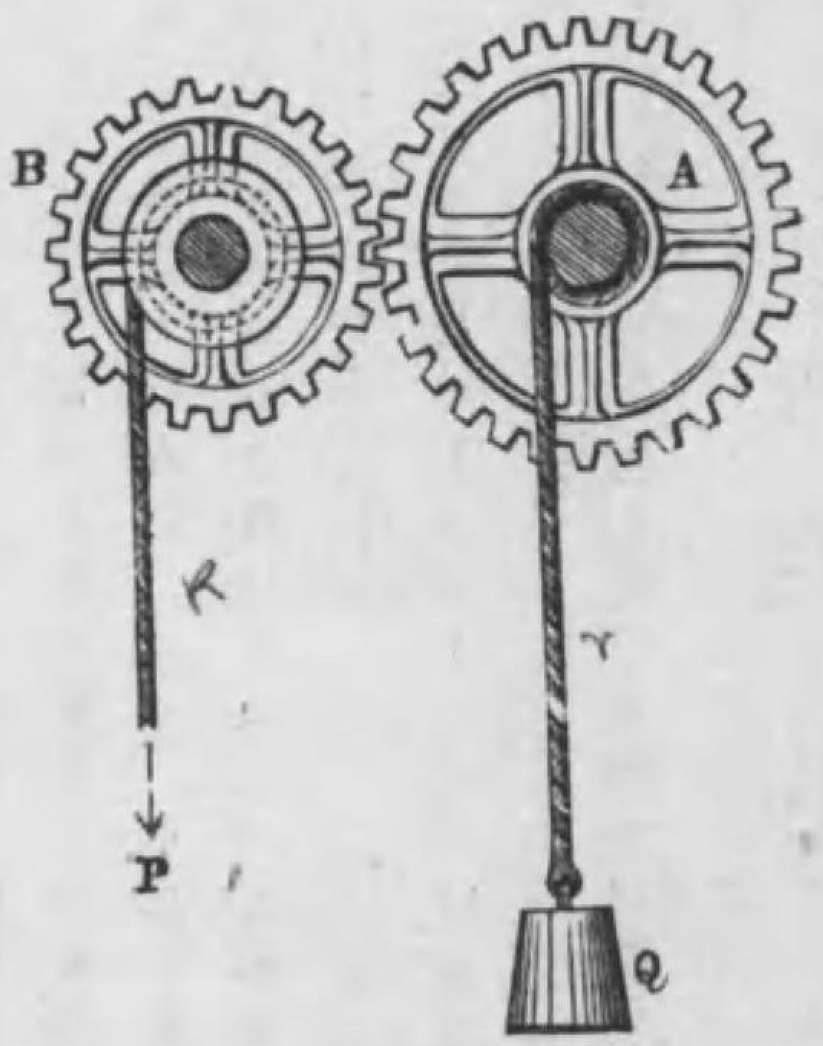
$$\therefore\ \frac{N_A}{N_B}=\cancel{\frac{r_A}{r_B}}\ \frac{r_B}{r_A}.$$

即ち兩車の廻轉數は其半徑と反比例を爲す、然れとも實際は多少の滑りあるものとす、尤も傳達する力小なれは殆んと純粹轉動を爲し以て實用に供するに足る、彼の製絲機械に用ゆるものの如し、傳達する力大なるときは實用に適せず、故に大なる力を傳達するとき、又左なきも速比の正確なるを要する塲合には、必す齒車を用ゆるものとす。

齒の適當なる形狀は如何なる性質を要するや、又之を書く方法の如何は諸子の已に知得するものなれば玆に略す、其要點は左の如く約言すべし、**齒の形狀は兩輪をして其歩圓**(ピッチサークル)**に就て恰も圓板の如く純粹轉動を爲さしむべきものたるを要す。**

兩齒車の歩圓直徑を知れは廻轉數は直に計算するを得べし、又廻轉數と兩軸間の距離を知れは歩圓の直徑を決定すると容易なり、例へば玆に十吋の距離にある兩並行軸ありて齒車を以て運動を傳へんとす、而して其廻轉數の比は三と二との如しとすれは十吋を三と二との比に分ては可なり、即ち緩なる車の直徑は六吋にして急なる車の直徑は四吋なり、齒數も亦此比を有す。

第百一圖



齒車の組合に由りて力比を增すには大小齒車を組合せ、小車の軸に働力を加へ、大車の軸に抵抗力を掛くる第百一圖の如くすべし、大車の直徑をr_Aとし、小車の直徑をr_Bとし、一分間の廻轉數をN_A N_Bとすれば

$$\frac{N_A}{N_B}=\frac{r_B}{r_A}.$$