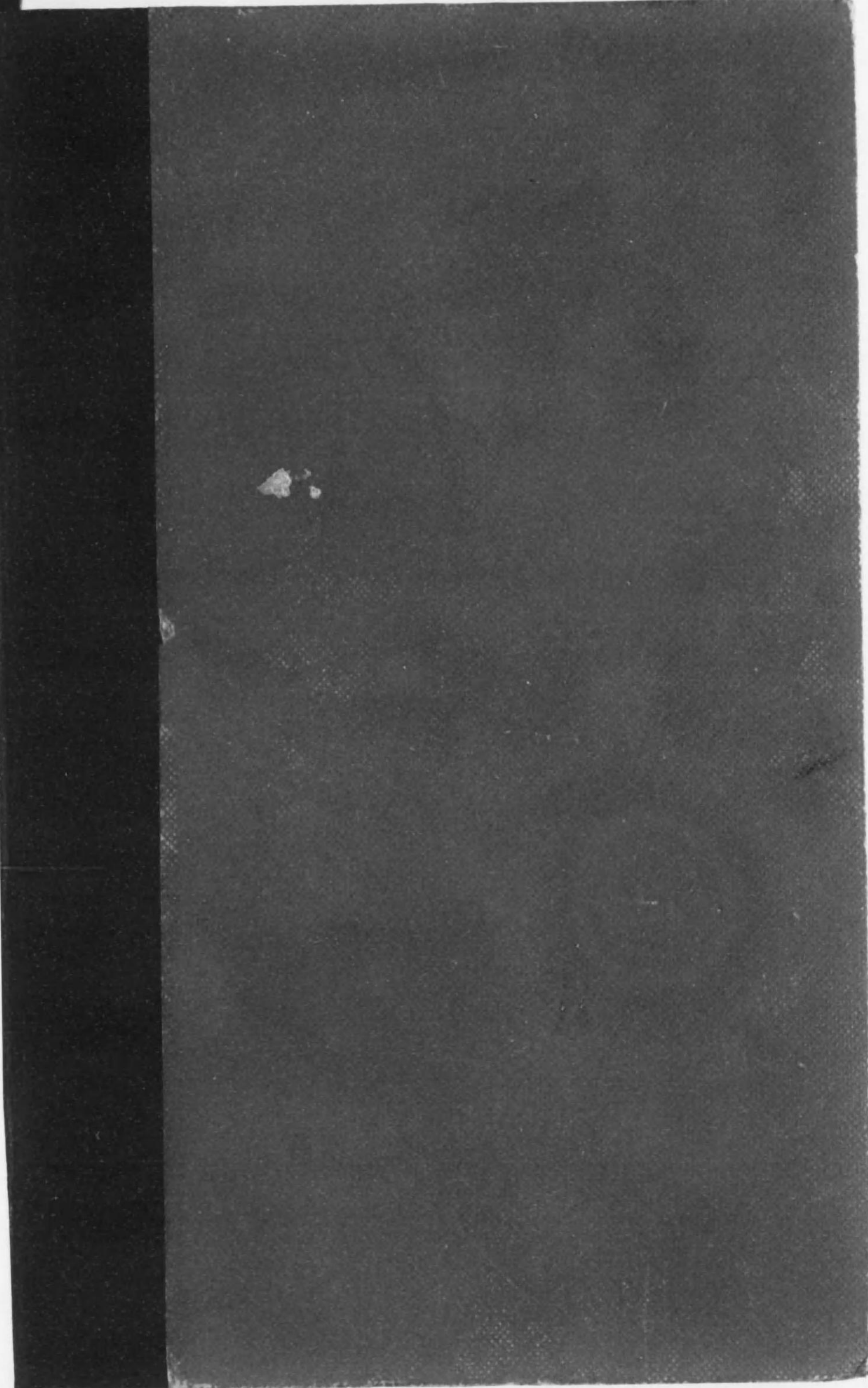
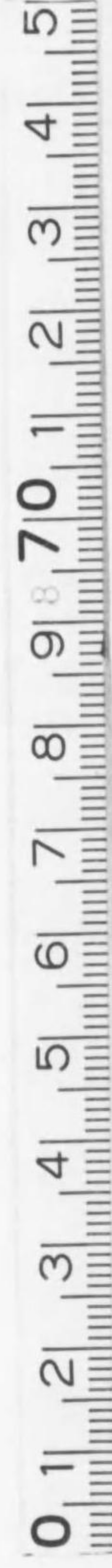




始



46

430

90



學

物

理

下

卷

京都帝國大學理學部教授

理學博士

吉田卯三郎

東京・大阪

三省堂



目 次

第一章 光の反射及び屈折

1 幾何光學と物理光學 . . . . .	1	6 フェルマーの原理 . . . . .	8
2 光の反射 . . . . .	1	7 プリズム . . . . .	9
3 光の屈折 . . . . .	3	8 分光計によるプリズムの屈折率の測定及びプルフリッヒ屈折計 . . . . .	11
4 全反射 . . . . .	6		
5 平面境界面に於ける屈折による像 . . . . .	6		

第二章 鏡及びレンズ

1 拋物鏡, 球面鏡, 楕圓面鏡 . . . . .	15	7 レンズの光心 . . . . .	27
2 球面鏡による像 . . . . .	17	8 肉厚レンズ . . . . .	30
3 球面鏡によつて生ずる像 . . . . .	19	9 薄いレンズの組合せ . . . . .	33
4 球面による屈折 . . . . .	21	10 薄いレンズを密着しない場合の像 . . . . .	35
5 球屈折面によつて生ずる物体の像 . . . . .	23	11 球面収差 . . . . .	36
6 レンズ . . . . .	25	12 一種の無収差レンズ . . . . .	40

第三章 光の分散

1 光の分散 . . . . .	44	5 色消レンズ . . . . .	47
2 分散度 . . . . .	45	6 虹の生成に関するデカルトの理論 . . . . .	49
3 色消プリズム . . . . .	46		
4 直視分光器 . . . . .	47		

## 第四章 光學器械

- |                       |                                       |
|-----------------------|---------------------------------------|
| 1 六分儀及び人工水平 . . . 53  | 5 顕微鏡 . . . . . 57                    |
| 2 眼 . . . . . 54      | 6 ハイゲンス及びラムスデン<br>の對眼レンズ . . . . . 58 |
| 3 視角, 光角及び調節作用 . . 54 | 7 望遠鏡 . . . . . 59                    |
| 4 廓大鏡 . . . . . 56    |                                       |

## 第五章 光の速度及び光の本性

- |                                       |                                     |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 1 光の速度 . . . . . 62                   | 5 物質内に於ける光の速度 . 67                  |
| 2 ローマーの方法及びブラッ<br>ドレーの方法 . . . . . 62 | 6 光の弾性波説及び電磁説及<br>び其の他 . . . . . 69 |
| 3 フォゾーの方法 . . . . . 64                | 7 光束及び照度 . . . . . 70               |
| 4 フーコーの方法 . . . . . 65                | 8 光度計 . . . . . 72                  |

## 第六章 光の干渉

- |                         |                       |
|-------------------------|-----------------------|
| 1 波動のエネルギー . . . . . 76 | 4 ニュートン環 . . . . . 83 |
| 2 フレネルの鏡 . . . . . 77   | 5 マイケルソンの干渉計 . . 85   |
| 3 薄膜の色 . . . . . 82     | 6 光の定常波 . . . . . 87  |

## 第七章 光の廻折

- |                                      |                         |
|--------------------------------------|-------------------------|
| 1 光の直進 . . . . . 91                  | 5 廻折格子, 分散能 . . . 108   |
| 2 光の廻折, 刃の縁による廻折 . 98                | 6 分解能 . . . . . 110     |
| 3 細隙による光の廻折 . . 101                  | 7 圓孔による廻折 . . . . . 116 |
| 4 數多の等間隔の平行細隙に<br>よる廻折 . . . . . 104 | 8 望遠鏡の分解能 . . . . . 117 |
|                                      | 9 顕微鏡の分解能 . . . . . 118 |

## 第八章 偏 光

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| 1 偏光, 電氣石を通過するこ<br>とによる偏光及び反射屈折<br>による偏光 . . . . . 121 | 5 ニコルプリズム . . . . . 133             |
| 2 偏光角, プリュースターの法<br>則及び屈折による偏光 . . 124                 | 6 偏光の干渉 . . . . . 134               |
| 3 複屈折による偏光 . . . 126                                   | 7 収斂又は發散光の干渉 . . 139                |
| 4 單光軸結晶内に於ける波面   | 8 偏光面の廻轉 . . . . . 141              |
| 129  | 9 液體及び氣體による偏光面<br>の廻轉 . . . . . 144 |

## 第九章 スペクトル, 温度輻射及び光の分散

- |                         |  |
|-------------------------|--|
| 1 發光の方法 . . . . . 147   | 6 輻射線が吸収されるときそ<br>の強さの減少 . . . . . 151 |
| 2 スペクトルの種類 . . . 147    | 7 スペクトル線の逆轉 . . 151                    |
| 3 スペクトル分析 . . . . . 149 | 8 太陽の温度 . . . . . 153                  |
| 4 光に関するドブレル効果 . 149     | 9 正則分散と變則分散 . . 154                    |
| 5 温度輻射, 輻射線 . . . 150   |  |

## 第十章 静 電 氣

- |                         |                                     |
|-------------------------|-------------------------------------|
| 1 電氣 . . . . . 157      | 10 導體の表面 . . . . . 173              |
| 2 驗電氣 . . . . . 159     | 11 導體の電氣容量及び電氣の<br>配布 . . . . . 175 |
| 3 感應起電機 . . . . . 159   | 12 電氣作用の遮斷 . . . . . 176            |
| 4 電氣の理論 . . . . . 161   | 13 蓄電器 . . . . . 178                |
| 5 クーロムの法則 . . . . . 163 | 14 帶電體の靜電エネルギー . 182                |
| 6 電場 . . . . . 164      | 15 電位計 . . . . . 183                |
| 7 ガウスの定理 . . . . . 165  | 16 透電率と蓄電器の容量 . . 186               |
| 8 電力管 . . . . . 168     | 17 擴張されたガウスの定理 . 188                |
| 9 電位 . . . . . 169      |                                     |

- |                          |                       |
|--------------------------|-----------------------|
| 18 静電感應管及び電気變位 . . . 190 | 20 電媒質の有するエネルギー 195   |
| 19 電媒質の受ける力 . . . 193    | 21 焦電気及び壓電気 . . . 197 |

### 第十一章 磁 氣

- |                         |                                      |
|-------------------------|--------------------------------------|
| 1 磁氣と磁性體 . . . . . 201  | 7 磁化 . . . . . 215                   |
| 2 クーロムの法則 . . . . . 202 | 8 磁化曲線及び磁氣履歴 . . . 217               |
| 3 磁場 . . . . . 203      | 9 磁氣感應度 . . . . . 220                |
| 4 磁位 . . . . . 206      | 10 磁性體の受ける力及びエネ<br>ルギー . . . . . 223 |
| 5 振れ及び振動の實驗 . . . 210   |                                      |
| 6 地磁氣 . . . . . 212     |                                      |

### 第十二章 電流の熱及び化學作用

- |                                   |                          |
|-----------------------------------|--------------------------|
| 1 電流及び電動力 . . . . . 228           | 8 電流のなす仕事 . . . . . 245  |
| 2 電池 . . . . . 230                | 9 ジュール熱の應用 . . . . . 247 |
| 3 オームの法則 . . . . . 234            | 10 熱電氣 . . . . . 248     |
| 4 抵抗の連結及び電池の連結 236                | 11 熱電流と熱力學 . . . . . 251 |
| 5 電動力及び抵抗の測定 . . 239              | 12 電氣分解 . . . . . 253    |
| 6 比抵抗 . . . . . 241               | 13 電解質の電氣傳導 . . . 255    |
| 7 電氣抵抗に及ぼす諸種の影<br>響 . . . . . 244 | 14 電池の電動力 . . . . . 257  |
|                                   | 15 金屬の電氣傳導 . . . . . 259 |

### 第十三章 電流の磁氣作用

- |                         |                          |
|-------------------------|--------------------------|
| 1 ビオサヴァールの法則 . . 267    | 5 磁場の電流に及ぼす作用 . 276      |
| 2 電流の作る磁場 . . . . . 268 | 6 可動コイル電流計 . . . . . 278 |
| 3 電流の磁位 . . . . . 271   | 7 電流の相互作用 . . . . . 280  |
| 4 磁針電流計 . . . . . 273   | 8 電流動力計 . . . . . 282    |

- |                        |                          |
|------------------------|--------------------------|
| 9 電磁石及び磁氣回路 . . . 284  | 12 兩單位の大きさの比及び元 . 290    |
| 10 帶電體の運動と磁氣作用 . 286   | 13 電氣の實用單位 . . . . . 295 |
| 11 静電及び電磁單位系 . . . 288 |                          |

### 第十四章 電磁感應

- |                         |                        |
|-------------------------|------------------------|
| 1 電磁感應 . . . . . 299    | 8 發電機の種類 . . . . . 314 |
| 2 感應係數 . . . . . 301    | 9 交流回路 . . . . . 315   |
| 3 感應係數を含む回路 . . . 303   | 10 交流の實効値及び波形 . . 319  |
| 4 感應係數の測定 . . . . . 305 | 11 變壓器 . . . . . 322   |
| 5 感應コイル . . . . . 308   | 12 電動機 . . . . . 324   |
| 6 磁場内の回路の運動 . . . 309   | 13 三相交流 . . . . . 327  |
| 7 發電機 . . . . . 312     | 14 送話器及び受話器 . . . 329  |

### 第十五章 電氣振動及び電磁波

- |                          |                                      |
|--------------------------|--------------------------------------|
| 1 電氣振動 . . . . . 335     | 7 振動子と電磁波 . . . . . 347              |
| 2 電氣振動の發生 . . . . . 337  | 8 ヘルツの實驗 . . . . . 348               |
| 3 導線に沿ふ電磁波 . . . . . 340 | 9 無線通信 . . . . . 350                 |
| 4 變位電流 . . . . . 341     | 10 電磁光論 . . . . . 351                |
| 5 電磁氣場の基礎方程式 . . 343     | 11 輻射壓及び電磁エネルギー<br>の流れ . . . . . 354 |
| 6 電磁波の式 . . . . . 345    |                                      |

### 第十六章 眞空及び氣體内放電

- |                          |                         |
|--------------------------|-------------------------|
| 1 低壓氣體内の放電 . . . . . 357 | 5 氣體の電離 . . . . . 365   |
| 2 陰極線 . . . . . 359      | 6 氣體イオンの速度及び擴散 367      |
| 3 電子の比電荷 . . . . . 360   | 7 電子の電荷 . . . . . 371   |
| 4 陽極線 . . . . . 363      | 8 衝突による電離 . . . . . 373 |

9 火花放電 . . . . . 375	12 二極真空管 . . . . . 383
10 電弧放電 . . . . . 377	13 三極真空管 . . . . . 385
11 熱電子 . . . . . 380	14 三極真空管の應用 . . . 387

### 第十七章 X 線

1 X線の發生及び檢出 . . . 392	8 X線の散亂 . . . . . 407
2 X線管球 . . . . . 394	9 散亂によるX線の波長の變化 . . . . . 409
3 X線の廻折 . . . . . 396	10 X線の眞の吸收 . . . . . 411
4 X線の反射 . . . . . 398	11 X線による結晶分析 . . . 413
5 X線分光器 . . . . . 401	12 微細結晶の排列及び大きさ . 416
6 X線スペクトル . . . . . 402	
7 X線の吸收 . . . . . 405	

### 第十八章 放射能

1 放射能物質 . . . . . 418	7 原子の構造 . . . . . 425
2 $\alpha$ 線 . . . . . 418	8 原子核の構造 . . . . . 427
3 $\beta$ 線 . . . . . 420	9 宇宙線 . . . . . 427
4 $\gamma$ 線 . . . . . 420	10 陽電子 . . . . . 428
5 放射性物質の變脱 . . . 421	11 中性子 . . . . . 428
6 放射性物質の壽命 . . . 424	12 重水素, 重水 . . . . . 428

### 第十九章 量子論

1 舊物理学の困難及び光量子 . . . . . 429	4 ゼーマン効果 . . . . . 437
2 原子の量子論, 水素原子 . 431	5 スタルク効果 . . . . . 438
3 X線スペクトルの理論 . . 435	6 新量子論 . . . . . 438

第二十章 相対性理論

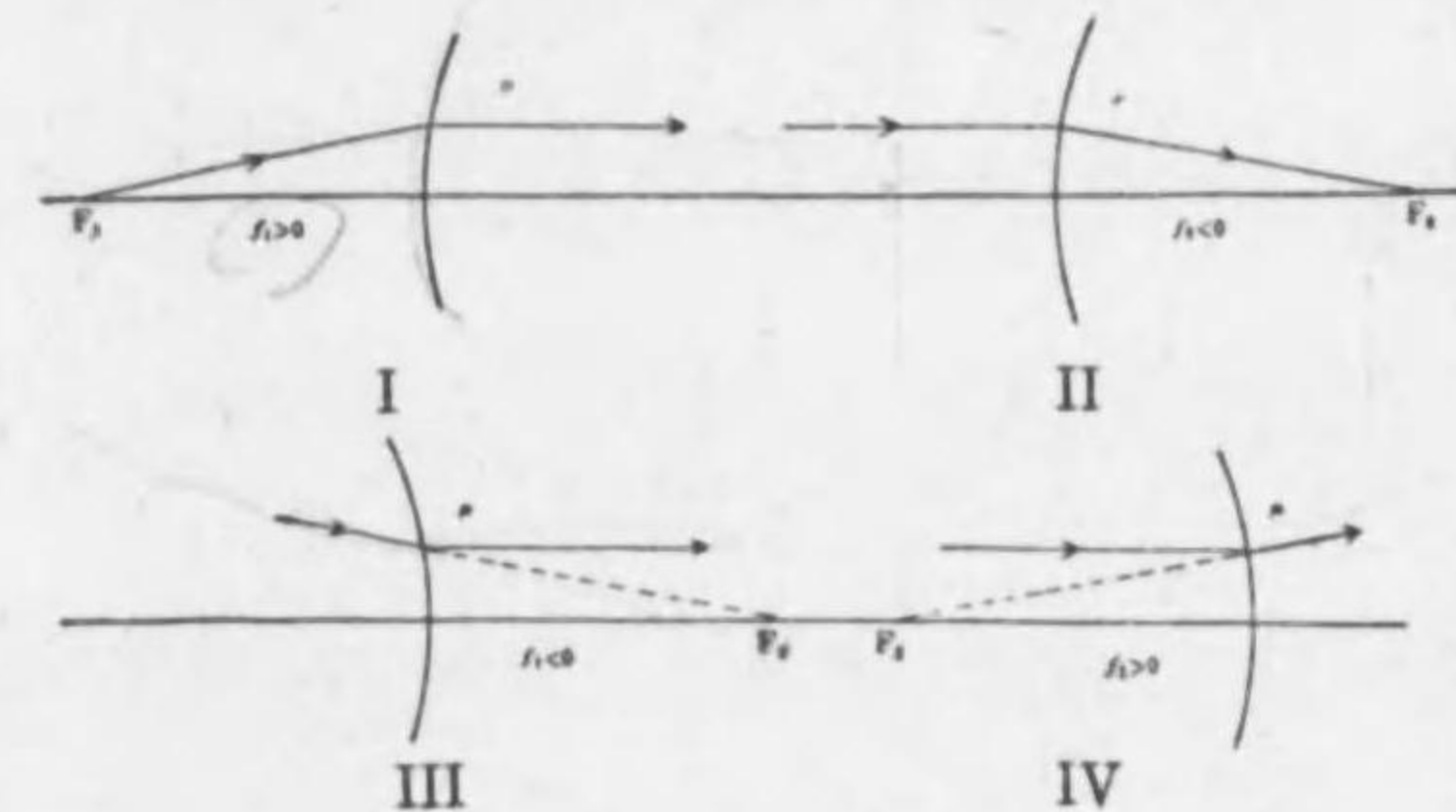
1 絶対運動の不可能 . . . . . 441	4 速度の合成 . . . . . 448
2 相対性原理 . . . . . 443	5 運動物体の質量, 及びエネルギーと質量との関係 . . . 449
3 時間, 長さ及び同時刻の概念 . . . . . 446	



欠

と置けば

$$f_2 = \frac{\mu r}{\mu - 1} \begin{cases} r < 0 & \text{凸} \\ r > 0 & \text{凹} \end{cases} \dots\dots\dots(8)$$



この  $f_2$  を第二主焦点距離と云ふ。主軸に平行に進む光線は屈折後第二主焦点に向ふ ( $f_2 < 0$ ) か、若しくは第二主焦点

31 圖

から發した方向をとる ( $f_2 > 0$ )。 (31圖 II, IV)

$f_1$  と  $f_2$  の式から直に

$$\mu f_1 + f_2 = 0 \dots\dots\dots(9)$$

若し光が屈折率  $\mu_1$  の物質から  $\mu_2$  の物質に入るときは上式は

$$\frac{f_1}{\mu_1} + \frac{f_2}{\mu_2} = 0 \dots\dots\dots(10)$$

物體と像との位置

- i) 凹屈折面. この場合は  $f_2 > 0$ , (5) から  $\mu/v = 1/u + \mu/f_2$ . 故に  $u > 0$  (物體實) ならば  $v > 0$  で像は虚である. 又 (5) から

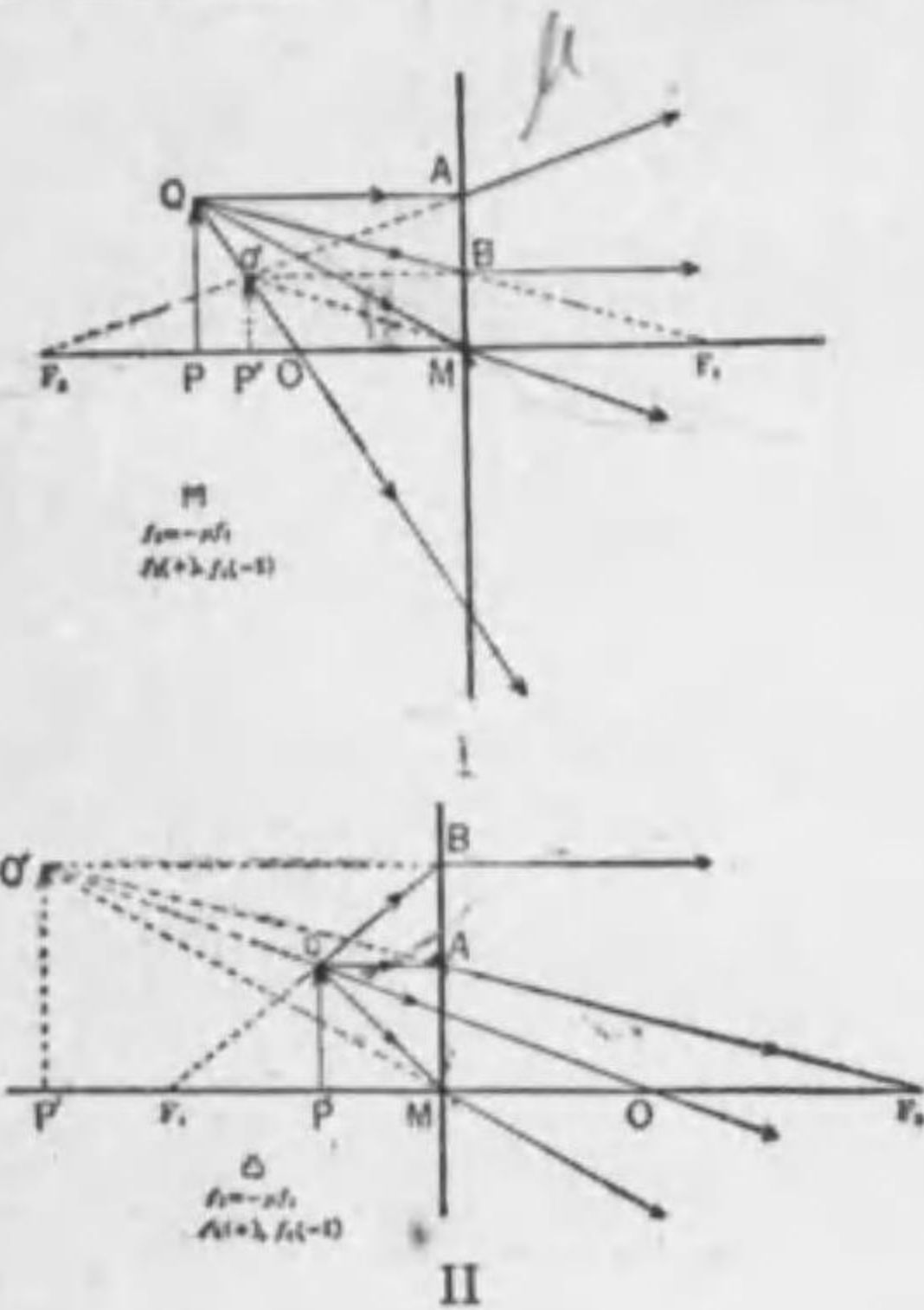
$$\frac{r}{u} - 1 = \mu \left( \frac{r}{v} - 1 \right)$$

故に  $u < r$  の時は  $v < r$ , 又  $u > r$  の時は  $v > r$ . 而して何れの場合も像は物體よりも曲率中心に近い.

- ii) 凸屈折面. この場合は  $f_1 > 0$  故に  $\mu/v = 1/u - 1/f_1$  から  $u > f_1$  の時は  $v < 0$  で面の負側に實像を生じ,  $u < f_1$  の時は  $v > 0$  で虚像を生ずる.

§5 球屈折面によつて生ずる物體の像 球面鏡の時と同様に主軸上に直立する小物體は球屈折面の場合にも軸上に直立

欠



32 圖

する物体の像を生ずる。面の頂点Mを通つて主軸に垂直な平面所謂主面<sup>1)</sup>を作り、これを以つて屈折面に置きかへる。

さて32圖に於て

$$MF_2 = f_2 = \mu r / (\mu - 1),$$

$$MF_1 = f_1 = -r / (\mu - 1)$$

とすれば  $F_2$  及び  $F_1$  はそれぞれ第二、第一主焦点である。而して凹面の場合では(圖I)  $r > 0$ , 凸面では

$r < 0$  ある(圖II)。前者の場合に於ける作圖法は次の通りである。

- i) 軸に平行な光線 QA は屈折後  $F_2$  から進んできた光線の様な方向をとる。
- ii)  $F_1$  に向つて進む光線 QB は屈折後主軸に平行となる。これを逆に逆長する。
- iii) 曲率中心 O を通る光 QO は屈折を生ぜず。
- iv) 頂点 M に向ふ光に対しては屈折光線との間に

$$\angle QMP = \mu \angle Q'MP'$$

なる関係がある。

上の四つの光線のうち何れか二つを選んでその交点  $Q'$  を求め、 $Q'$  から軸に垂直な  $Q'P'$  を引けばよい。凸面の場合も上と同様にして求められる。

次に 
$$\tan QMP = \frac{PQ}{MP}, \quad \tan Q'MP' = \frac{P'Q'}{MP'}$$

1) principal plane, Hauptebene

$\angle QMP$  及び  $\angle Q'MP'$  が共に小さいときは

$$\angle QMP = \frac{PQ}{MP}, \quad \angle Q'MP' = \frac{P'Q'}{MP'}$$

屈折の法則により

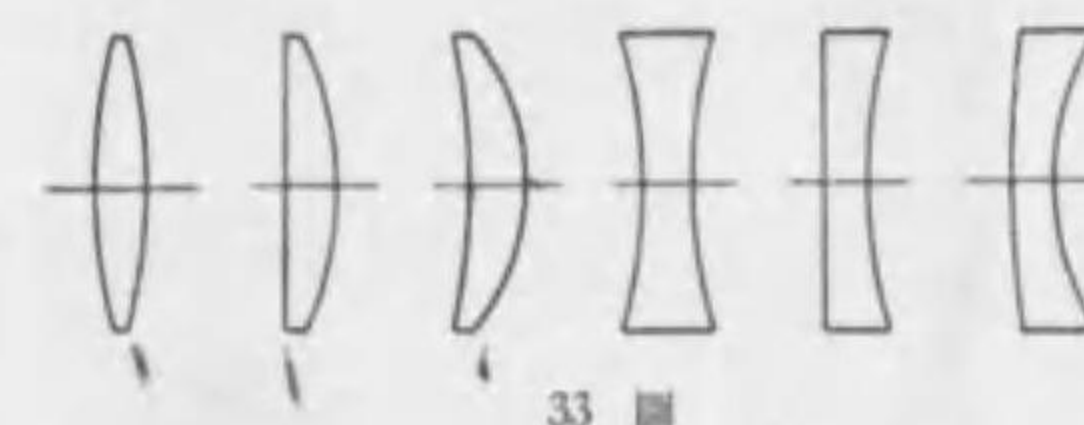
$$\angle QMP = \mu \angle Q'MP'$$

$$\therefore \frac{PQ}{MP} = \mu \frac{P'Q'}{MP'}$$

$$\therefore \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{1}{\mu} \frac{MP'}{MP} = \frac{v}{\mu u} (=m) \dots\dots\dots(1)$$

これは屈折面による像の物体に対する倍率を表す式である。 $v < 0$  のときは  $m < 0$ ,  $v > 0$  のときは  $m > 0$ , 前者のときは倒立像を生じ、後者の場合では正立像を生ずる。

§6 レンズ、薄レンズによる屈折 <sup>1)</sup> レンズは二つの球面又は一つの球面と一つの平面とで囲まれた透明体で兩球面の中心



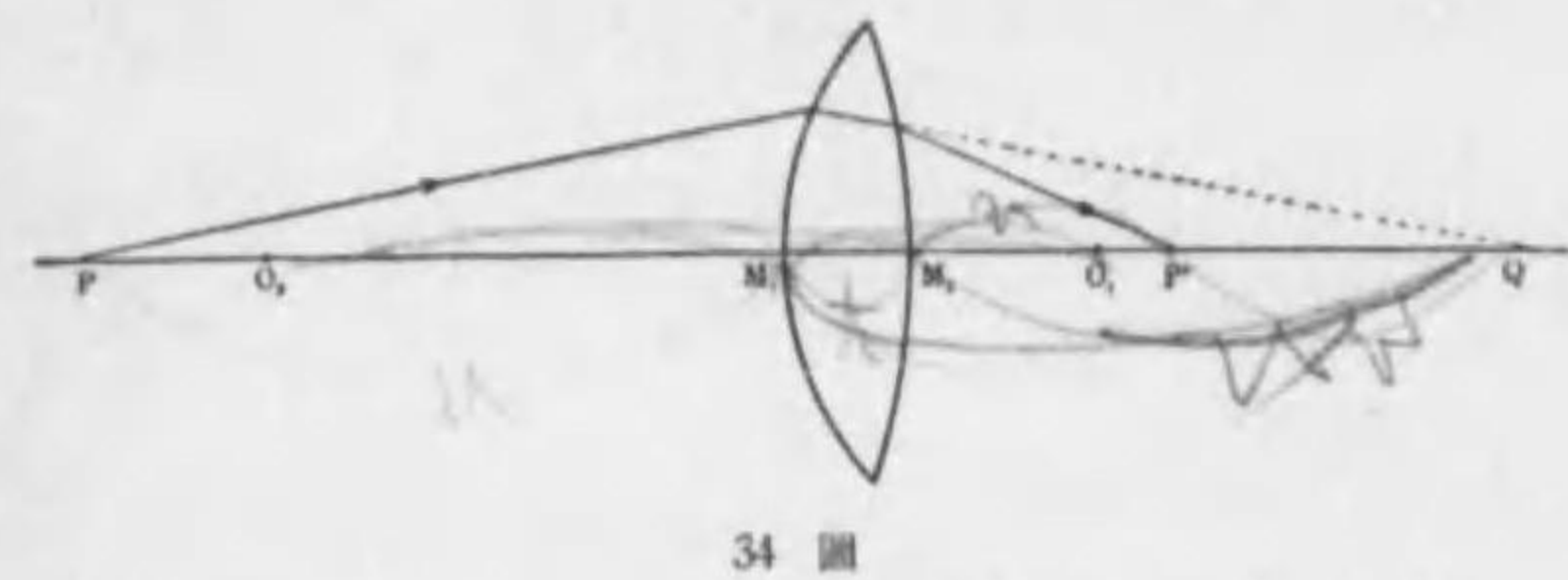
33 圖

を結ぶ直線を主軸、主軸が兩面と交る點をレンズの頂点又は極と云ふ。レンズの種の形は33圖に示す様なものである。

左から <sup>2)</sup> 兩凸、<sup>3)</sup> 平凸、<sup>4)</sup> 兩凹、<sup>5)</sup> 平凹、<sup>6)</sup> 凸凹、<sup>7)</sup> 凹凹レンズの名稱で呼ばれる。このうち始めの三者は中央肉厚で一般に凸レンズ又は収斂レンズ<sup>8)</sup>、後の三者は中央肉薄で凹レンズ又は發散レンズ<sup>9)</sup>と云ふ。

レンズに於ても今までと同様レンズの面から測つた距離が入射光の方向と反対の方向を(正)と取り、これに反する方向を(負)と取る。

1) lens, Linse  
 2) double or biconvex lens, bikonvexe Linse  
 3) plano-convex lens, plankonvexe Linse  
 4) concavo-convex lens, konkav-konvexe Linse  
 5) double or biconcave lens, bikonkave Linse  
 6) plano-concave lens, plankonkave Linse  
 7) convexo-concave lens, konvexkonkave Linse  
 8) converging lens, Samellinse  
 9) diverging lens, Zerstreuungslinse



34 圖

屈折率  $\mu$  の  
レンズの主軸  
上の一 点 P から  
發する光の  
像 P' の位置を

求めて見る。兩面の曲率半径  $M_1O_1, M_2O_2$  を  $r_1, r_2$  とし  $M_1P$  を  $u$  とすると §4 (5) により前面の屈折による像 Q までの距離  $v'$  は

$$\frac{\mu}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{\mu-1}{r_1} \dots\dots\dots(1)$$

で與へられる。今レンズの厚さ  $M_2M_1$  を  $t$  とすれば  $M_2Q = v' + t$  ( $v' < 0, t > 0$  なることに注意) である。次に光が第二面で屈折して  $\mu=1$  の空間に出るときは  $M_2P' = v$  は次式で與へられる。

$$\frac{(1/\mu)}{v} - \frac{1}{v'+t} = \frac{(1/\mu)-1}{r_2}$$

$$\therefore \frac{1}{v} - \frac{\mu}{v'+t} = \frac{1-\mu}{r_2} \dots\dots\dots(2)$$

もしレンズが薄くて  $v'$  に対して  $t$  が省略される場合は

$$\frac{1}{v} - \frac{\mu}{v'} = \frac{1-\mu}{r_2} \dots\dots\dots(3)$$

(1) と (3) とを加へると

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = (\mu-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots\dots\dots(4)$$

これによつて光點と像との相互位置が知られる。もしレンズ及び外部の空間の屈折率がそれぞれ  $\mu_2, \mu_1$  である場合は  $\mu$  の代りに  $\mu_2/\mu_1$  と置けば (4) は次の様になる

$$\frac{\mu_2}{v} - \frac{\mu_1}{u} = (\mu_2 - \mu_1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots\dots\dots(5)$$

(4) に於て  $v = \infty$  とすれば

$$\frac{1}{u} = -(\mu-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots\dots\dots(6)$$

この  $u$  を  $f_1$  としてこれを第一主焦點距離と云ふ。

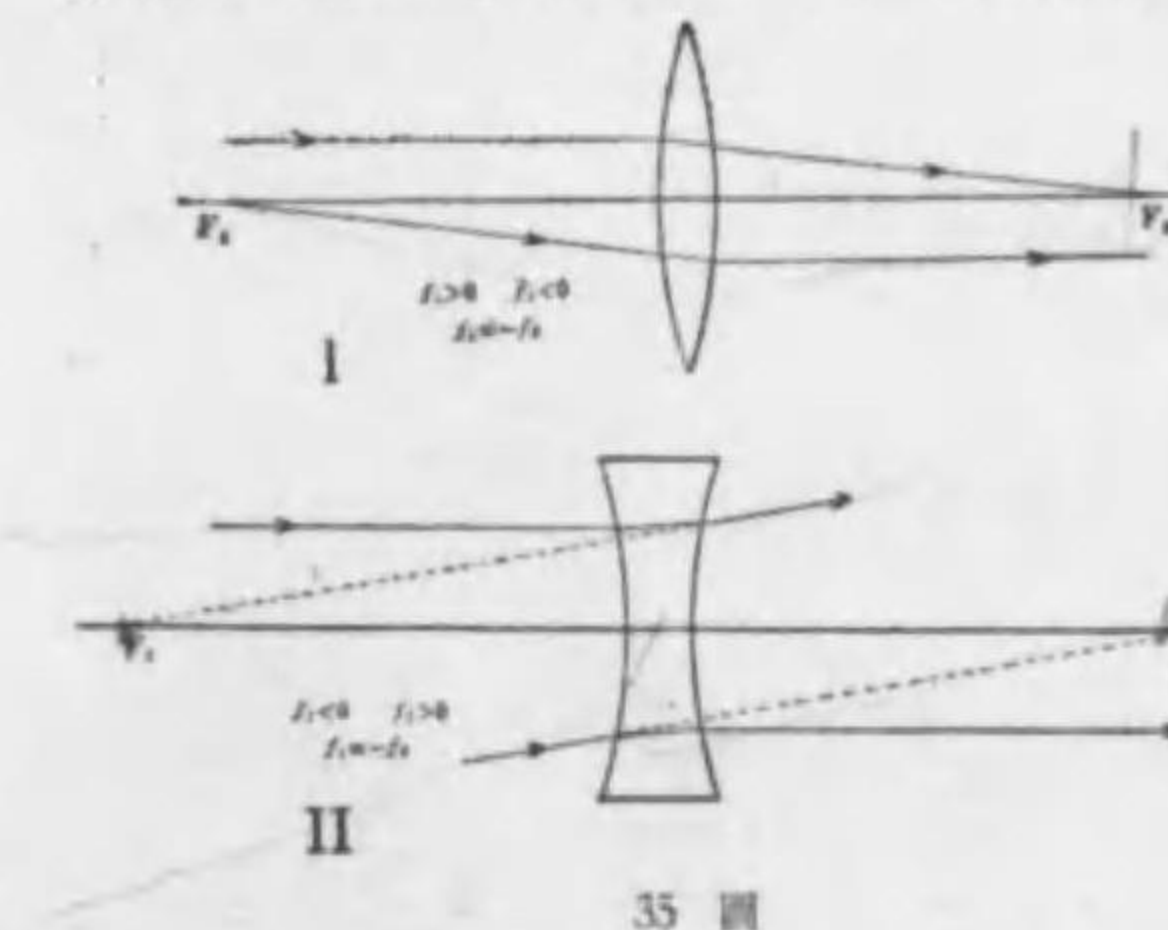
次に  $u = \infty$  とすれば

$$\frac{1}{v} = (\mu-1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \dots\dots\dots(7)$$

この  $v$  を  $f_2$  としてこれを第二主焦點距離と云ふ。(6) 及び (7) から  $f_1 = -f_2$ , 即ちこれらの主焦點はレンズの兩側にあることが分かる。 $f_1$  と  $f_2$  の絶対値は相等しいから通常  $f_2$  をレンズの主焦點距離と名づけこれを  $f$  で表はす。従つて (4) は

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \dots\dots\dots(8)$$

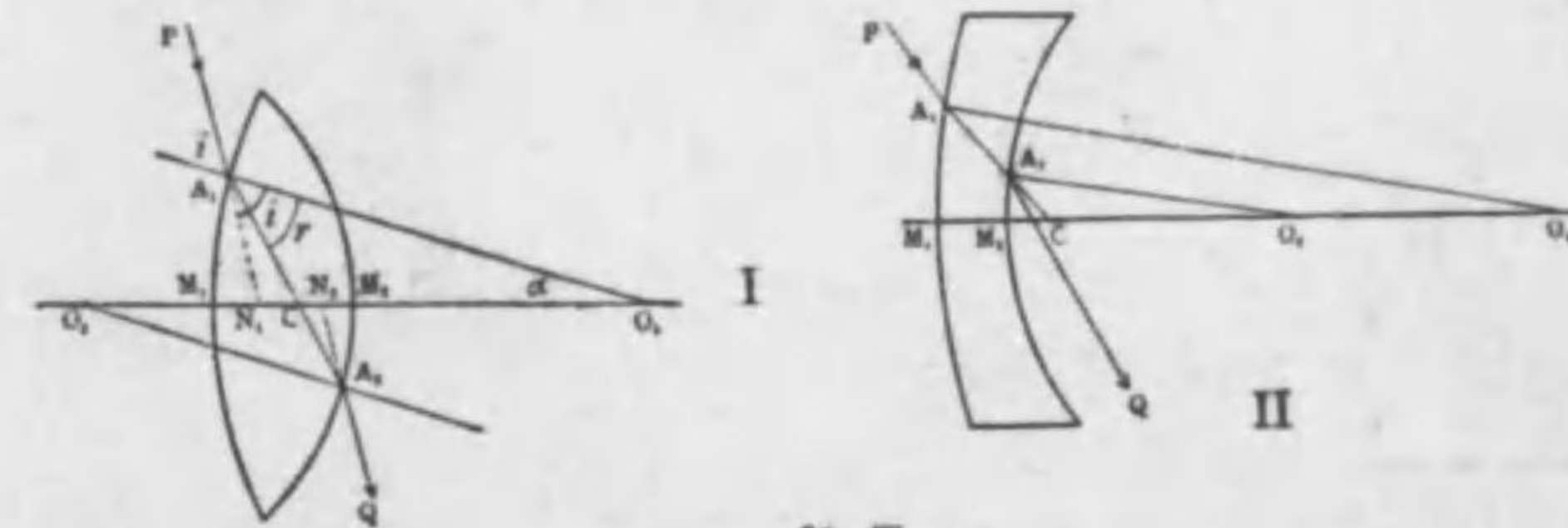
普通に用ひられるレンズは主として兩凸レンズか兩凹レンズ



35 圖

かである。前者では  $f < 0, (\mu > 1)$ , 後者では  $f > 0, (\mu > 1)$ , である。主焦點は前者では實で後者では虚である。第一、第二主焦點の意味は左圖を見れば略明かであらう。

§7 レンズの光心 レンズによる像の作圖. 36 圖に於て  $O_1, O_2$  をそれぞれレンズの兩面の曲率の中心とし、曲率半径を  $r_1, r_2$  とし、この兩者を互に平行に引けば ( $A_2O_2 \parallel A_1O_1$ ),  $A_1, A_2$

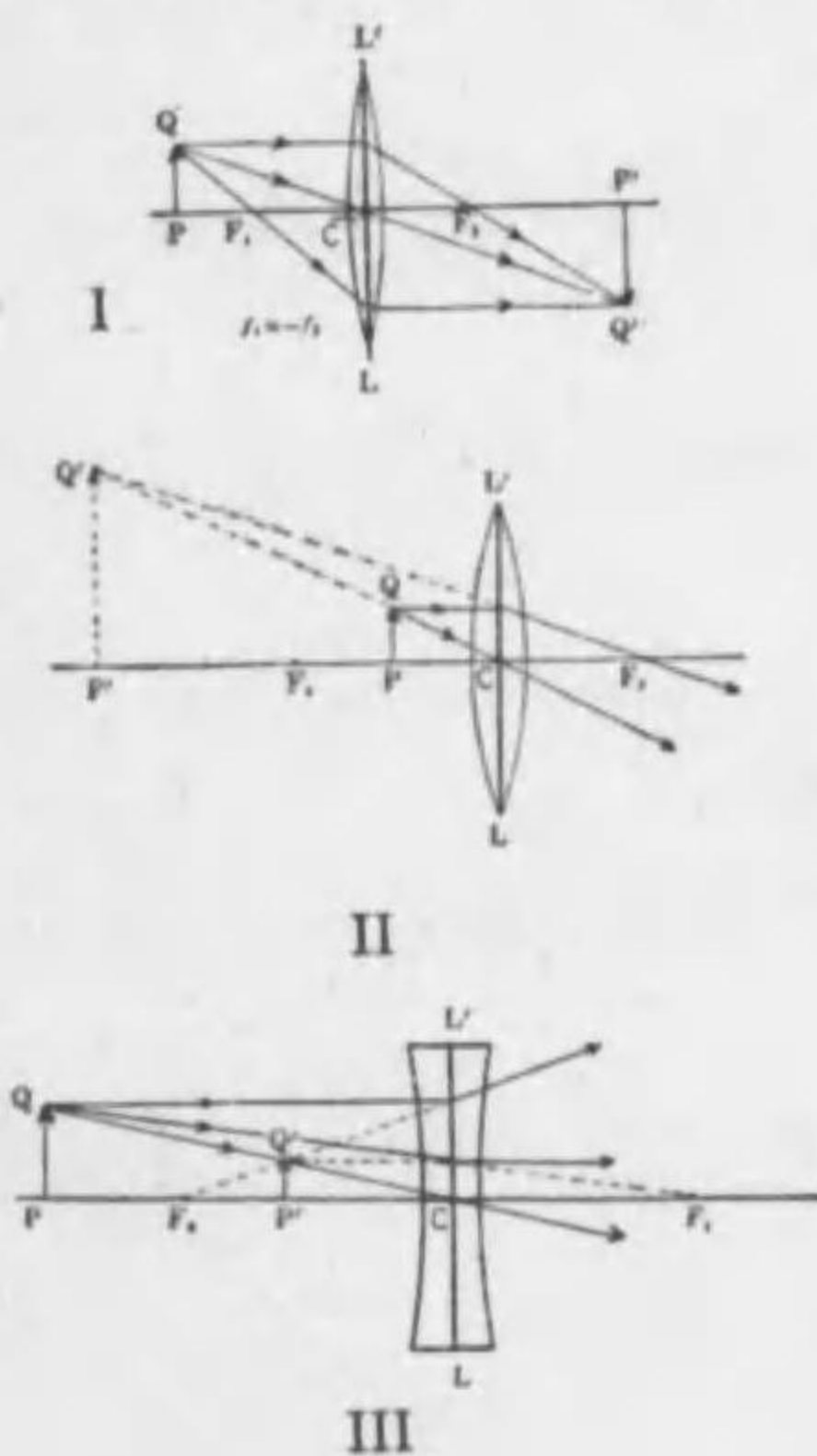


36 圖

に於ける面の微小部分は互に平行である。従つて屈折光  $A_1A_2$  はレンズを出た後は最初の入射方向  $PA_1$  に平行である。  $A_1A_2$  が軸と交る点を  $C$  とすれば  $\triangle O_2CA_2$  と  $\triangle O_1CA_1$  とは相似であるから

$$\frac{CO_2}{CO_1} = \frac{r_2}{r_1}$$

即ち  $C$  は二定点  $O_1, O_2$  間を定比に分つ点であるから定點である。即ちレンズを通つて方向を變へない様な光線は  $C$  を通



37 圖

- i) 軸に平行な光線は屈折後  $F_2$  を通る。
  - ii) 光心を通る光線は屈折せず。
  - iii)  $F_1$  を通る光線は屈折後軸に平行になる。
- 以上の三つの光線のうち任意の二つの交點を求めて  $Q$  の像  $Q'$  を求めればよい。

1) optical centre, optischer Mittelpunkt

過する。この  $C$  をレンズの光心と云ふ。逆に光心を通る光はレンズの通過の前後に於て方向が變らない。かやうな光はレンズの通過の前後に於て多少光路が平行に移動するが、レンズが薄いときはこの移動を無視してもよろしく、また兩頂點と光心とがほぼ一致してゐると見做してもよろしい。それで薄いレンズを主面で置き換へることがある。37 圖は凸及び凹レンズによる像の作圖で、凸レンズでは

凹レンズの場合も圖によつて理解されよう。物體と像との相互位置に關しては上の作圖法より明かであるが、次の様にして知られる。

- i) 凸レンズ(収斂レンズ) この場合は  $f < 0$  であるから  $f$  の絶對値を  $F$  とおけば

$$\frac{1}{v} = \frac{1}{u} - \frac{1}{F}$$

今  $u > F$  とすれば(即ち物體が  $F_1$  の外にある場合)  $1/v < 0$  即ち  $v < 0$  で實像を生ずる。  
又  $u < F$  とすれば(即ち物體が  $F_1$  の内にある場合)  $1/v > 0$  即ち  $v > 0$  で虚像を生ずる。

- ii) 凹レンズ(發散レンズ) この場合は  $f > 0$  で
- $$\frac{1}{v} = \frac{1}{u} + \frac{1}{f}$$
- から  $u > 0$  ならば  $v > 0$  で虚像を生ずる。また上式から  $1/v > 1/u$  従つて  $v < u$ 、即ち像の位置は物體よりもレンズに近いことになる。

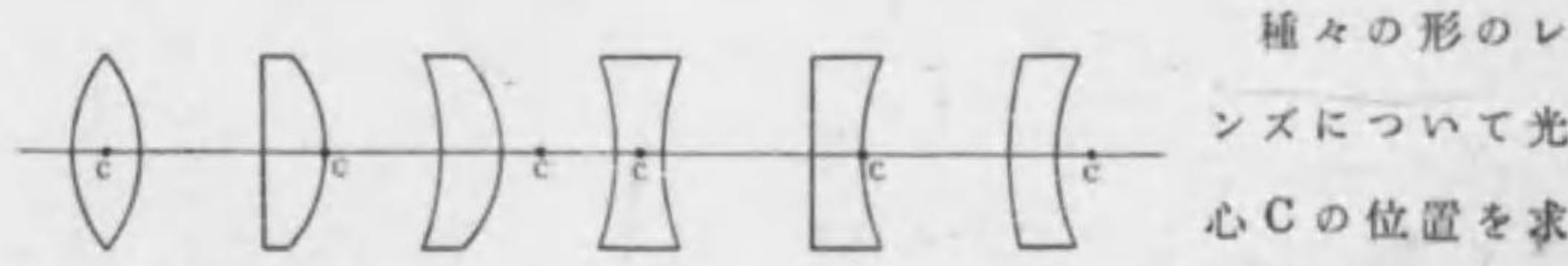
次に倍率は圖から明かな様に

$$m = \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{v}{u}$$

又 §6 (8) を用ひると

$$m = \frac{v}{u} = \frac{f}{u+f} = \frac{f-v}{f}$$

$m > 0$  のときは正立像で  $m < 0$  のときは倒立像である。



38 圖

種々の形のレンズについて光心  $C$  の位置を求めるとは左圖

の様になる。

1) 節點 レンズには更に次の二つの定點がある。36圖I に於て入射光 PA<sub>1</sub> の入射角及び屈折角を i 及び r とすれば

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \mu$$

また  $\frac{\sin i}{\sin \alpha} = \frac{N_1O_1}{A_1N_1}, \frac{\sin r}{\sin \alpha} = \frac{CO_1}{A_1C}$

$$\therefore \mu = \frac{N_1O_1}{A_1N_1} \cdot \frac{A_1C}{CO_1}$$

今レンズの開きが充分小さいと假定し近軸光線について考へると

$$A_1N_1 \doteq M_1N_1, A_1C \doteq M_1C,$$

$$\therefore \frac{N_1O_1}{M_1N_1} = \mu \frac{CO_1}{M_1C}$$

同様にして

$$\frac{N_2O_2}{M_2N_2} = \mu \frac{CO_2}{M_2C}$$

然るに C, O<sub>1</sub>, O<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>2</sub> は何れも定點であるから上式により N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> も亦定點でなければならぬ。この點を節點と云ふ。光が何れか一つの節點に向つて入射するときは光は他の節點を通り入射光に平行に進む。

§8 肉厚レンズ 肉厚レンズの理論は複雑であるがレンズの第一面に對しては §6 により

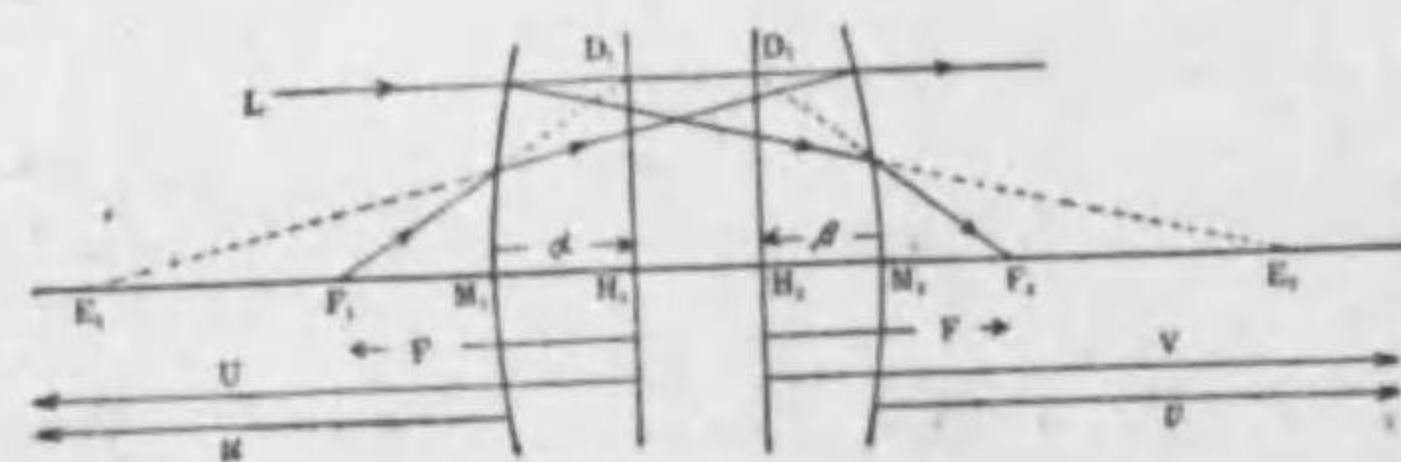
$$\frac{\mu}{v'} - \frac{1}{u} = -\frac{1}{f_1}$$

但し  $f_1 = \frac{r_1}{1-\mu}$

第二面に對しては

$$\frac{1}{v} - \frac{\mu}{v'+t} = \frac{1}{f_2}$$

但し  $f_2 = \frac{r_2}{1-\mu}$



39 圖

1) nodal points, Knotenpunkte

各式から v' を求めて等しと置けば

$$\frac{\mu u f_1}{f_1 - u} = -t + \frac{\mu v f_2}{f_2 - v} \dots\dots\dots(1)$$

或は

$$\{\mu(f_2 - f_1) + t\} uv + (\mu f_1 f_2 - f_2 t) u - (\mu f_1 f_2 + f_1 t) v + f_1 f_2 t = 0 \dots\dots\dots(2)$$

この式に於て

$$a = \frac{f_1 t}{\mu(f_2 - f_1) + t} \dots\dots\dots(3)$$

$$\beta = \frac{f_2 t}{\mu(f_2 - f_1) + t} \dots\dots\dots(4)$$

$$F = -\frac{\mu f_1 f_2}{\mu(f_2 - f_1) + t} \dots\dots\dots(5)$$

と置けば (2) は

$$\frac{1}{v - \beta} - \frac{1}{u - a} = \frac{1}{F} \dots\dots\dots(6)$$

なる形に變形することが出来る。而して a, beta は f<sub>1</sub>, f<sub>2</sub>, t によつて定められるから、一つのレンズについては一定の値を有する。

今レンズの面から軸上にそれぞれ a, beta の長さに等しくその符號に應じて二點 H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> を取れば H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> はレンズに就ての定點である。H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> をレンズの主要點<sup>1)</sup>と云ひ、H<sub>1</sub>, H<sub>2</sub> を通つて軸に垂直な平面を主要面<sup>2)</sup>と云ふ。

今 u - a = U, v - beta = V とおけば (6) は

$$\frac{1}{V} - \frac{1}{U} = \frac{1}{F} \dots\dots\dots(7)$$

となり形式上薄いレンズと同一である。(7) に於て V = infinity と置けば U = -F, U = infinity と置けば V = F となり、レンズの兩側に主要點から等距離に焦點が出来る。U, V は云ふまでもなく

1) principal points, Hauptpunkte

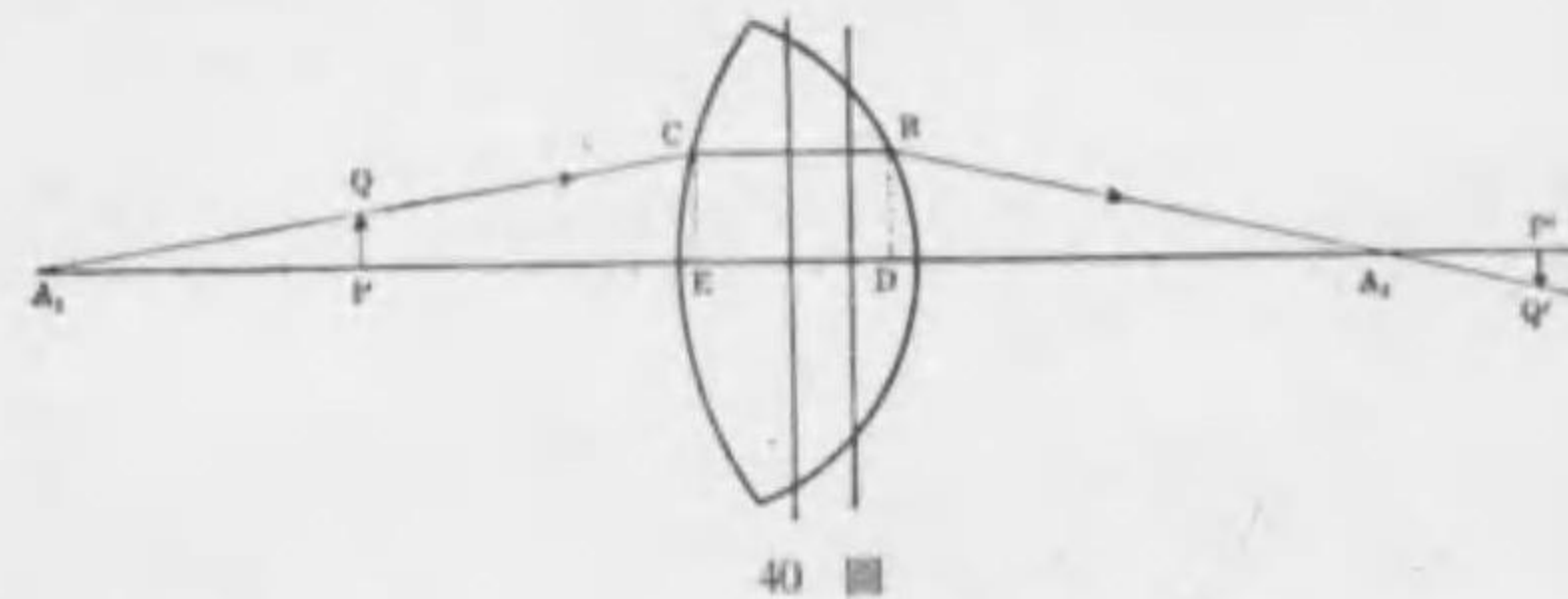
2) principal planes, Hauptebenen

主要点から物体及び像までの距離である。なほ(6)から

$$v - \beta = \frac{(u - a)F}{F + u - a}$$

であるから  $u = a$  とすれば  $v = \beta$ , 即ち主要点  $H_1$  上の光点の像は他の主要点  $H_2$  上にある。従つて  $H_1$  と  $H_2$  は共轭点である。

次に倍率を求めて見る。近軸光線  $A_1CBA_2$  を考へるに  $A_1, A_2$



をそれぞれ第一面の第一主焦点及び第二面の第二主焦点とすれば,  $CB$  は  $ED$  に平行であり, 且つ  $E$  及び  $D$  は殆んどレンズ面上の点と見做してもよろしい。今  $EA_1 = f_1$ ,  $DA_2 = f_2$  とすれば

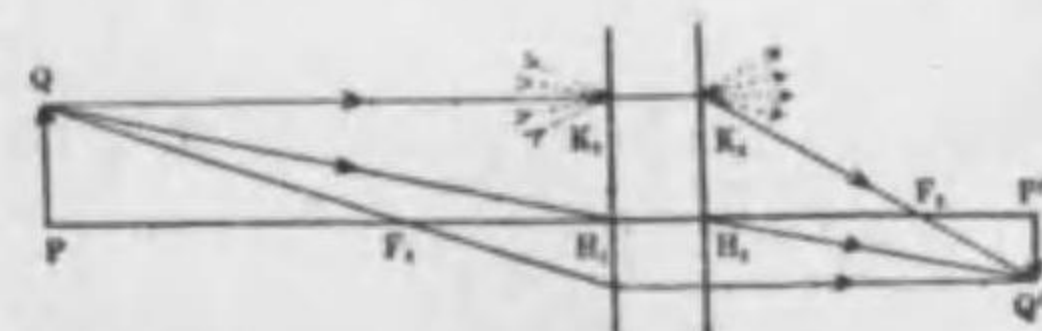
$$\frac{PQ}{EC} = \frac{f_1 - u}{f_1}, \quad \frac{P'Q'}{DB} = -\frac{v - f_2}{f_2}$$

$$\therefore m = \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{f_1(f_2 - v)}{f_2(f_1 - u)} \dots\dots\dots(8)$$

次に光点在第一主面内にありとすれば  $u = a$ ,  $v = \beta$  であり(3), (4)から  $f_1\beta = f_2a$  であるから此の場合には

$$m = \frac{f_1f_2 - f_1\beta}{f_2f_1 - f_2a} = +1 \dots\dots\dots(9)$$

即ちレンズに入る前に光が第一主要面上  $h$  の高さの点に収斂する様な方向をとる場合にはレンズの屈折によつて第二主要



41 圖

面上  $h$  の高さの点から發散した様になる(41圖参照)。

扱て  $U, V, F$  を用ひると薄いレンズ同様に取扱ふこ

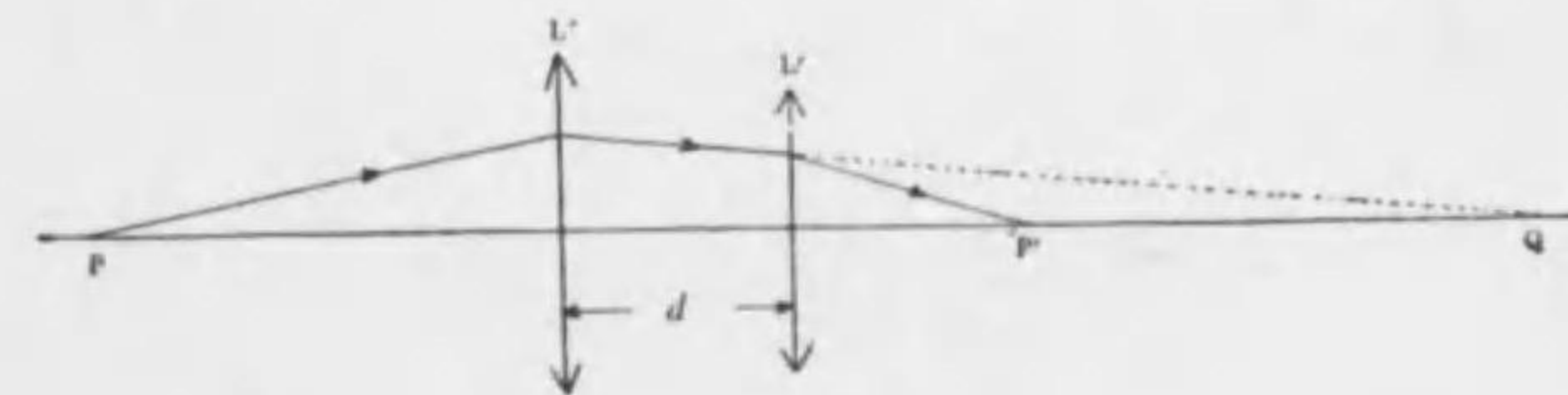
とが出来から主要面  $H_1K_1, H_2K_2$  を以つて厚いレンズを代表させることが出来る。尚ほ主要面の倍率は1であるから像の作圖は簡單である。  $Q$  から發する軸に平行な光線は第一主要面と  $K_1$  で交り, 第二主要面と軸から等高の  $K_2$  で交り, こゝで急に折れて焦点  $F_2$  を通る。  $Q$  から  $F_1$  を通る光は第一主要面と交り, こゝで折れて軸に平行となる。この二光線の交点  $Q'$  を求めればよい。

また  $QH_1, Q'H_2$  を引くと倍率は簡単に

$$\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{-F_1}{U - F_1} = \frac{V - F_2}{-F_2} = \frac{V}{U}$$

故に  $\triangle QH_1P$  と  $\triangle Q'H_2P'$  とは相似である。従つて  $QH_1$  と  $H_2Q'$  とは平行である。即ち主要点に向つて入射する光はレンズ通過後入射光線と平行で他の主要点から出發したと同じである。故に §7 の節点は主要点に一致する。但しレンズの両側の物質の屈折率が異ると節点は主要点に一致しないが, この場合は論じない。従つて像の作圖には主要点に向ふ光線をとつてもよろしい。43圖の  $H_1, H_2$  は各種レンズの主要点の位置を示す。

§9 薄いレンズの組合せ 二枚の薄いレンズ  $L, L'$  を距離



42 圖

$d$  を距て、共通の軸上に對立させるとき光点  $P$  よりの光が  $L, L'$  を通過した後の像  $P'$  の位置を求めて見る。  $L, L'$  の焦点距離をそれぞれ  $f, f'$  とすれば  $L$  に対しては

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \dots\dots\dots(1)$$

Q は L' に対しては虚の光点で、その距離は L' から v'+d であるから (v' と d とは符號反對)最後の P' の位置は

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v'+d} = \frac{1}{f'} \dots\dots\dots(2)$$

で與へられる。今レンズを密着したものとすれば d=0 であるから (2) は

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v'} = \frac{1}{f'} \dots\dots\dots(3)$$

(1), (3) から

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} \dots\dots\dots(4)$$

今  $1/f + 1/f' = 1/F$  と置けば (4) は

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{F} \dots\dots\dots(5)$$

即ち f, f' の焦點距離を有する二つの薄いレンズを密着して置けば、焦點距離 F の只一つのレンズと同一の効果を有する。このレンズを組み合わせレンズと同一の場所に置けば像の大きさ及び位置共に組み合わせレンズによるものと同じである。若し F<0 ならば凸レンズ、F>0 ならば凹レンズと同効果であること勿論である。

上と同様の考へ方で f, f', f'', ……の焦點距離を有する多くの薄いレンズを組み合わせた場合、これと同一効果を有する只一つのレンズの焦點距離 F が次式で與へられることは容易に證明し得る。

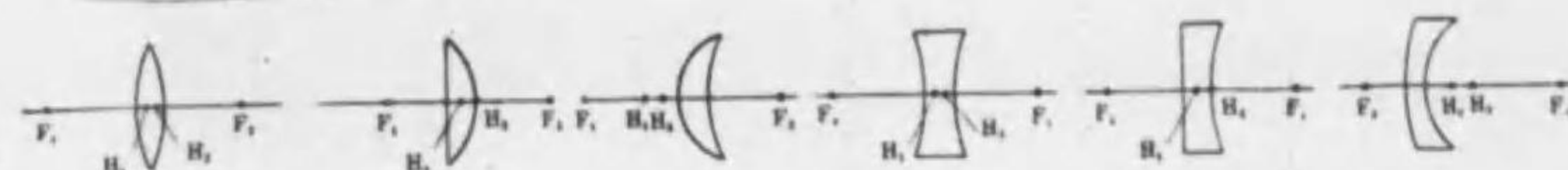
$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''} + \dots\dots\dots(6)$$

この公式を用ひるに當つて f, f', f'' 等の符號の正負を考慮すること勿論必要である。

次にレンズの収斂又は發散の程度は焦點距離の小なる程大であるから、その強さを表はすのに  $f=1m$  のレンズの強さを單位にとり、これを **ディオプター**<sup>2)</sup> と云ふ。例へば  $f=50cm$  のレンズの強さは  $1/0.5=2$  ディオプターである。

尙、凸レンズの強さを正とし凹レンズの強さを負ととることもある。

眼鏡の度数は通常焦點距離を吋で表はしたものを使用する。 $1m=40inch$  であるから n 度の眼鏡の焦點距離は  $\frac{n}{40}m$  であり  $\frac{40}{n}$  ディオプターの強さをもつ。



43 圖

§10 薄いレンズを密着しない場合の像 二枚の薄いレンズを d の間隔をおいて對立させた場合の一般論は厚いレンズの場合と同様やゝ複雑である。§9 の (1), (2) から

$$\frac{1}{v'} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{1}{v} - \frac{1}{v'+d} = \frac{1}{f'} \dots\dots\dots(2)$$

(1), (2) から v' を消去して v を求めて像の位置を決定することもできるが、兩式から v' を消去すれば §8 と全く同様にして

$$\frac{1}{v-\beta} - \frac{1}{u-\alpha} = \frac{1}{F} \dots\dots\dots(3)$$

なる形が得られる。但し

$$\alpha = \frac{-fd}{f+f'+d} \dots\dots\dots(4)$$

$$\beta = \frac{f'd}{f+f'+d} \dots\dots\dots(5)$$

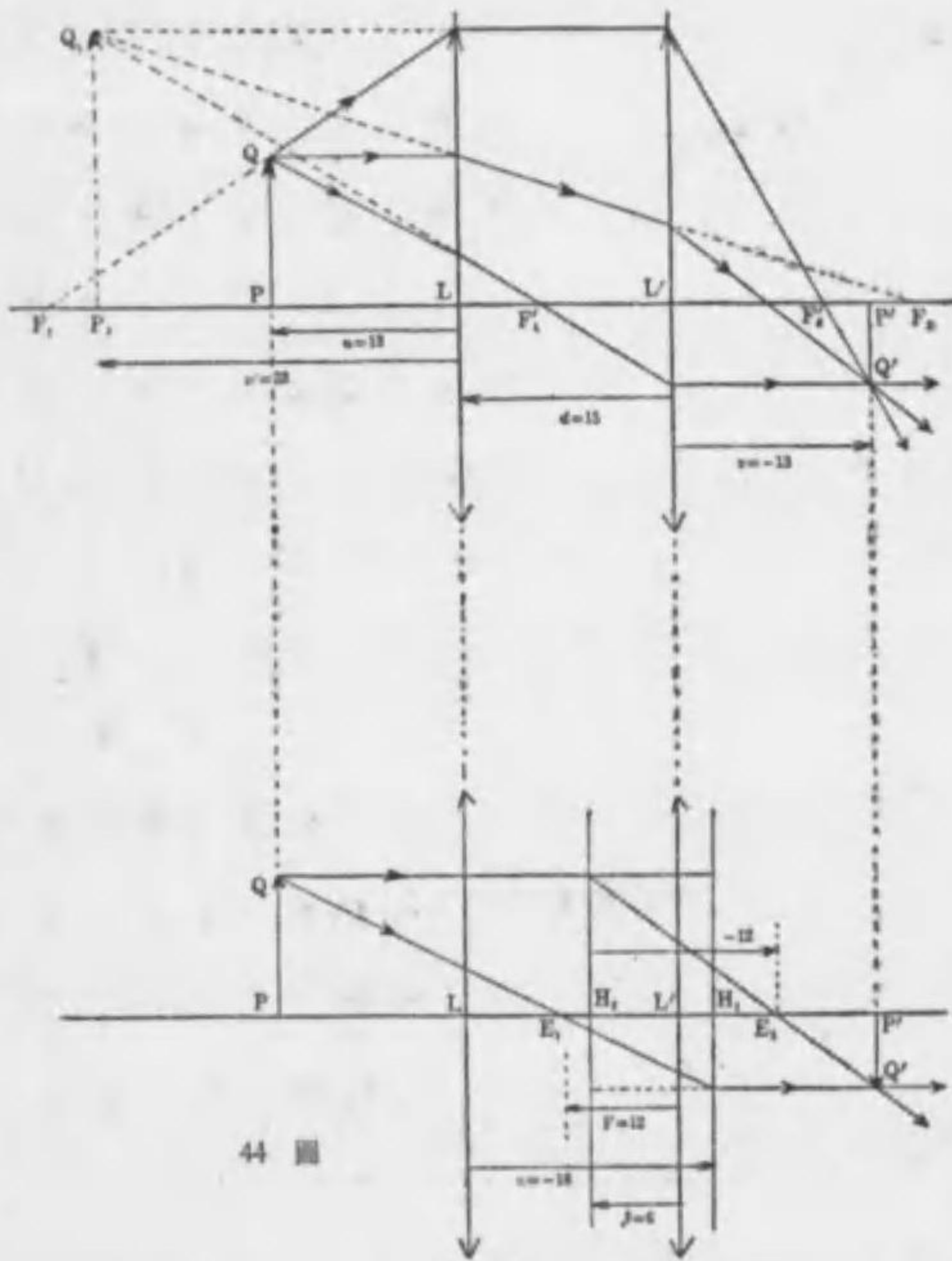
1) power, Stärke oder Brechkraft

2) dioptr, Dioptrie





$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} + \frac{d}{ff'} \dots\dots\dots(6)$$



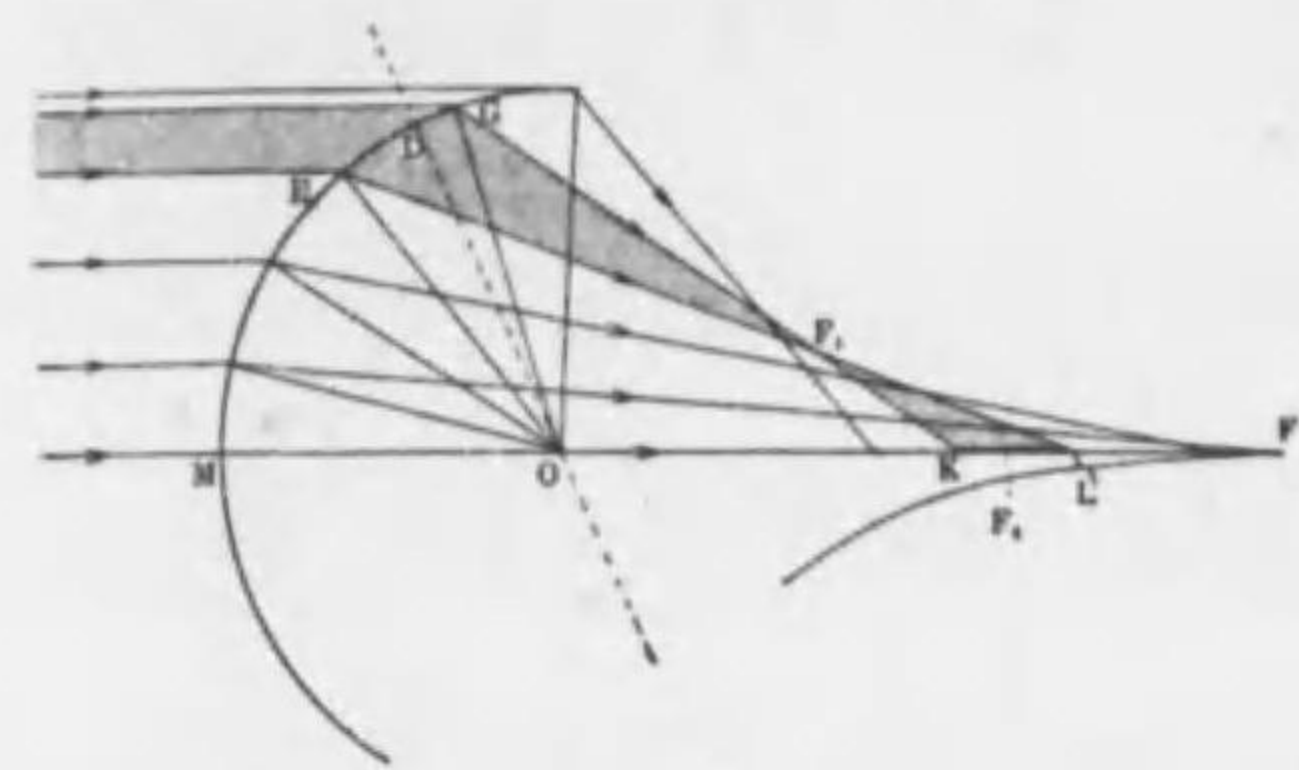
44 圖

茲に  $a, \beta$  はそれぞれ焦点距離  $f, f'$  のレンズから測つた距離であり、その測る方向及び像の作圖法共に厚いレンズの場合と同様である。

圖は焦点距離がそれぞれ  $30(LF_2 = -30)$  及び  $10(L'F_2' = -10)$  の凸レンズの組み合わせに於て  $u=13, d=15$  である場合

の像の作圖を示し、上圖は先づ第一レンズ L による物體 PQ の像  $P_1Q_1$  を求め、この像の第二レンズ  $L'$  による像  $P'Q'$  を作圖したもので、下圖はレンズ系の理論により (4), (5), (6) の式から  $a, \beta, F$  を求めて主要面  $H_1, H_2$  を決定し、像  $P'Q'$  を作圖したものである。兩方の作圖法は異なるが最後の像  $P'Q'$  の位置及び大きさには變りがない。

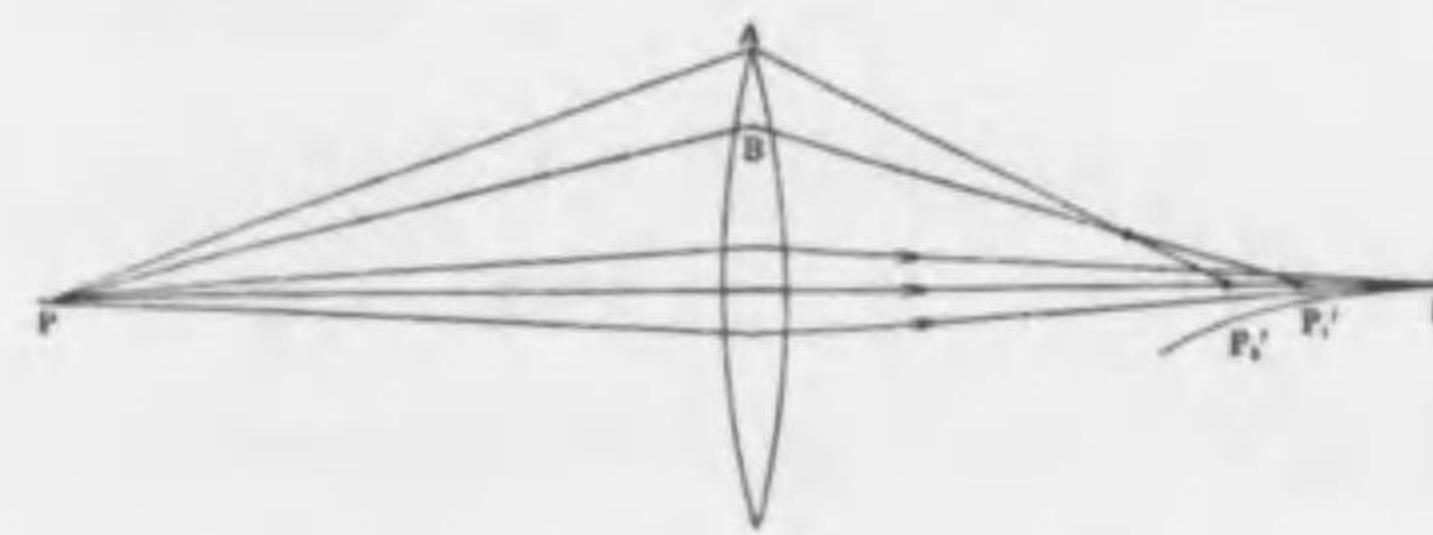
§11 球面収差 今まで論じたことは總べて反射面或は屈折面の開きが充分小さいと假定すること、即ち近軸光線のみを考へたが、開きが大きい場合では圖に示す様に屈折光は完全には一點に収斂しない。屈折面の軸に極近く平行に入射する光は



45 圖

面の第二主焦点 F に集るが、軸より遠ざかるにしたがひ、軸に平行な入射光でもその屈折光は次第に面に近い所で軸と交る。かやうな現象を球面収差<sup>1)</sup>と云ふ。尚

ほ近接二平行入射光は屈折後それぞれが軸と交る前に互に相交り、一種の焦点の一連と見做すことが出来る所謂焦曲線を作る。上述の現象は二つの屈折面を有するレンズについても起る。

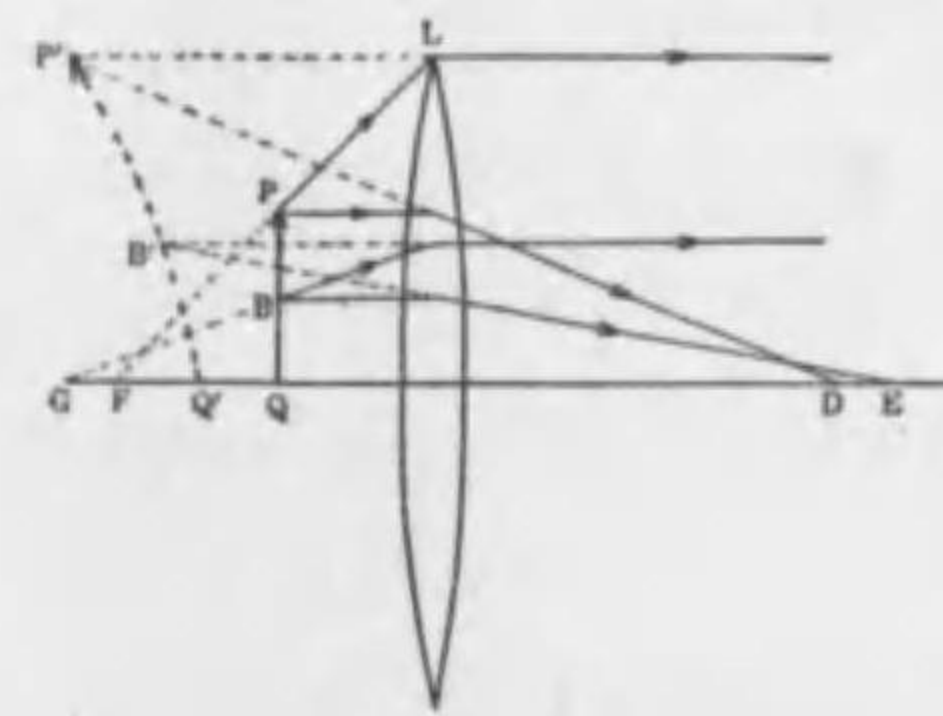


46 圖

即ち軸上の一 P から發する所謂同心光束<sup>2)</sup>はレンズ通過後完全には一點に収斂せず、入射光

がレンズの周縁に近づく程屈折光は軸とレンズ面に近いところで交る。かやうな球面収差のある場合にレンズによる像の作圖を研究して見る。

i) レンズの開き大なる場合。物體 PQ がレンズの焦点距離以内にあるものとする。P の



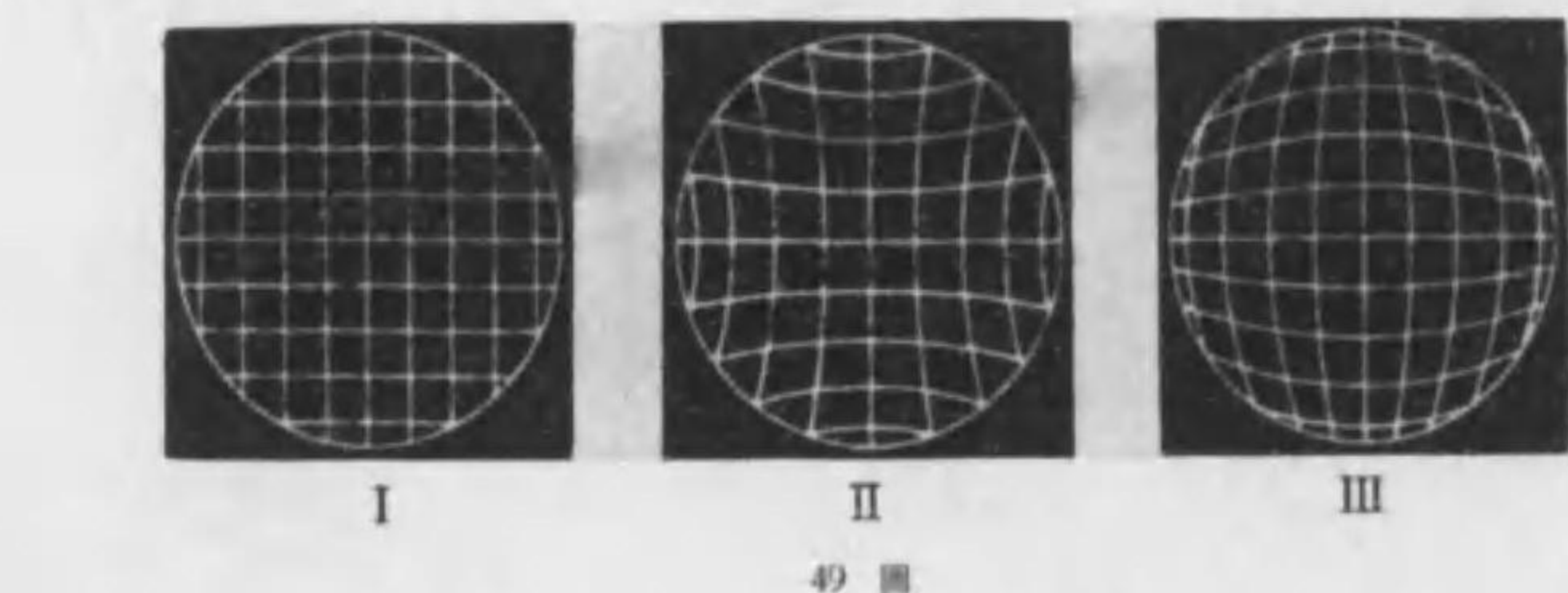
47 圖

一端から出る光線 PL はレンズの周縁に當り屈折後軸に平行になつたとすれば PL の延長が軸と交る點 F はレンズの焦点よりもレンズに近い。また軸に平行

1) spherical aberration, sphärische Aberration  
2) homocentric pencil, homozentrisches Bündel

な光線は屈折後レンズの焦点より内側で軸と交る。この二つの光線の交点  $P'$  を求めるとこれが  $P$  の像である。また  $B$  を  $PQ$  の中点とするとこの像  $B'$  は前と同様にして求められる。この作圖法により明かに  $P'Q'$  は彎曲し、尚ほ  $B'$  は  $P'Q'$  の中点とはならず  $P'B'$  部は  $B'Q'$  部よりも大きくなり、像の歪曲することが分る。故に方眼紙をレンズの焦点内に入れ、レンズを通して眼でその虚像を見ると外部は内部よりも擴大する結果 49 圖 II の様に見える。實像を生ずるときも前とほぼ同様に作圖し得る(48 圖)。この場合は方眼紙の像は 49 圖 III の様に現れる。

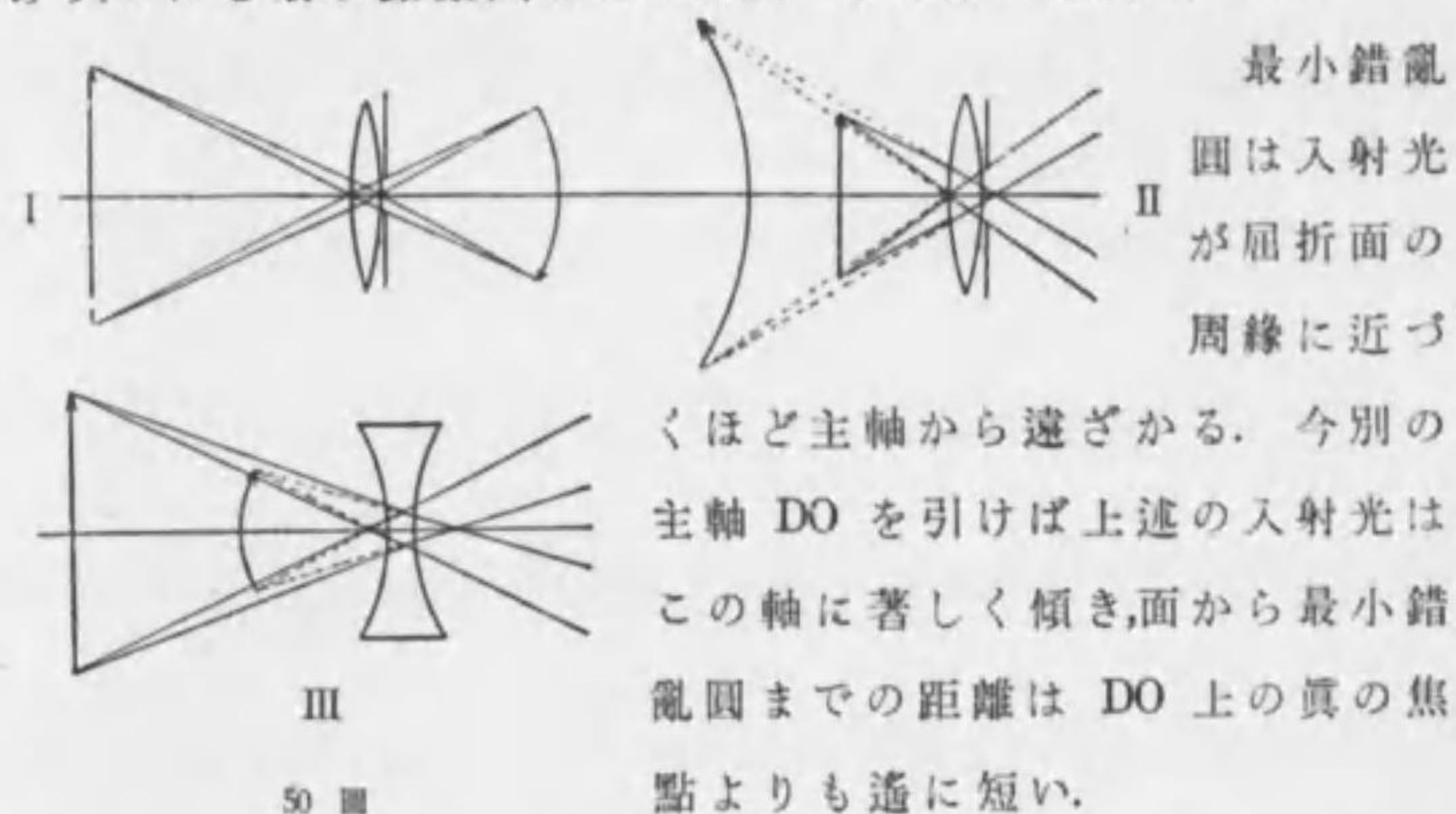
ii) 絞りを用ひてレンズの開きを小さくした場合。45 圖に於て  $EG$  間に入射する光線(影の部分)を考へる。今  $MF$  を軸として、圖を少しく廻轉して見ると  $EG$  は屈折面の小部分を描き、



$F_1$  は紙面に直角の小線分を描く、上述小部分  $EG$  からの屈折光は總べてこの小線分を通る。この線分を第一焦点と云ふ。次に屈折光が軸を切る線分  $KL$  は廻轉によつて動かぬから、屈折光はまた  $KL$  (線分  $F_2$ ) を通る。即ち屈折光は互に直角な二線分を通るから光束の横断面は直線→橢圓→圓→橢圓→直線と變る。この様な性質があらはれる光束を非点光束と云ふ。こ

1) astigmatic pencil, astigmatisches Bündel

の内、圓の部分<sup>1)</sup>が事實上、焦点に比すべきもので  $F_1$  と  $F_2$  の間にあり、これを最小錯亂圓<sup>1)</sup>と云ひ、線分  $F_2$  を第二焦点と云ふ。



最小錯亂圓は入射光が屈折面の周縁に近づくほど主軸から遠ざかる。今別の主軸  $DO$  を引けば上述の入射光はこの軸に著しく傾き、面から最小錯亂圓までの距離は  $DO$  上の眞の焦点よりも遙に短い。

(i) で述べたことから近軸光線だけを用ひると像の歪曲を防げるから、絞りによつて開きを制限すればよいが、それでも物體が相當に大きくレンズの中心に對して大なる角を張る場合は像は彎曲する。その理由は前述の如く入射光が軸に傾けば事實上の焦点距離が短くなるからである。

50 圖 I の場合で實像が生ずると、レンズの焦点距離が短い程、像はレンズに接近して生ずるから、像の兩端はレンズに引き寄せられる。

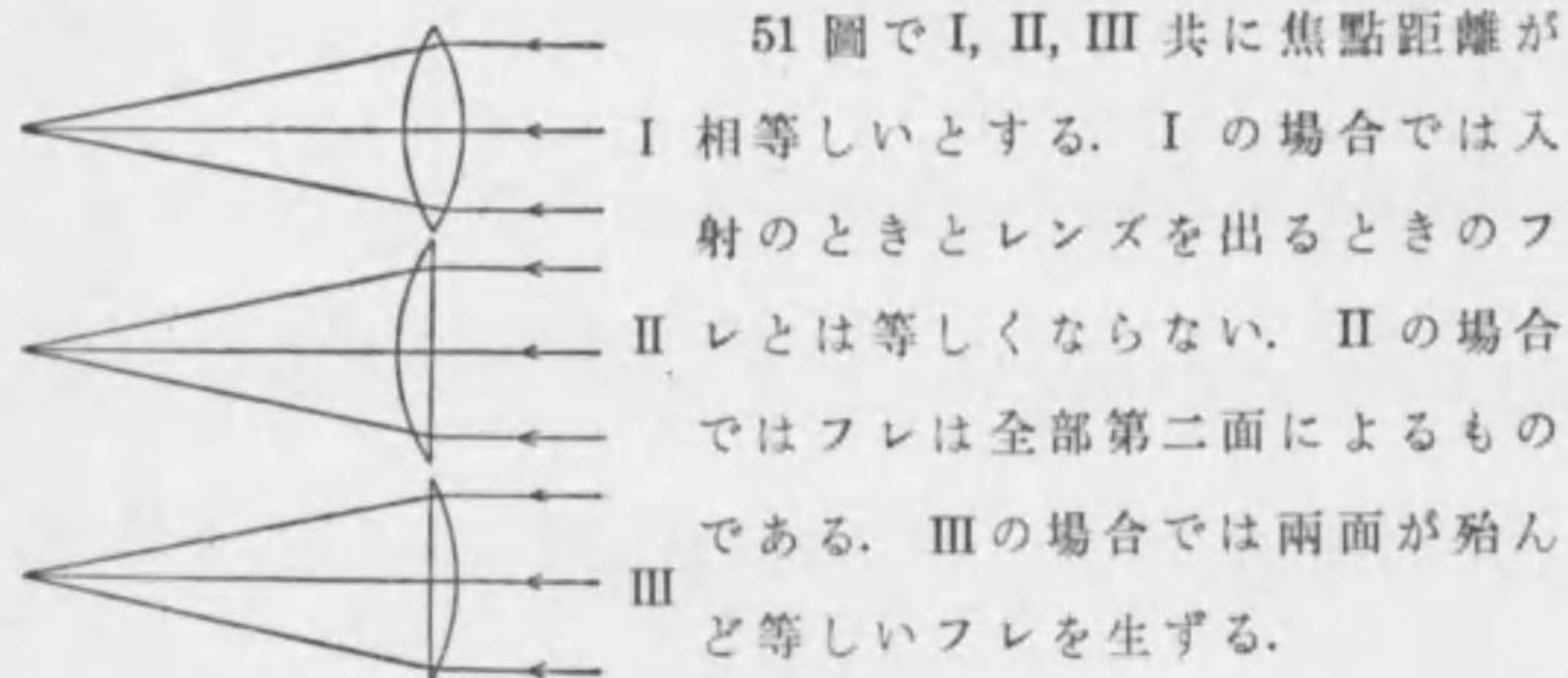
50 圖 II の場合で虚像が生ずると、レンズの焦点距離が短い程、像はレンズから遠ざかるから、像の兩端はレンズから引き離される。

50 圖 III の場合で焦点距離が短い程、像はレンズに近いから、像の兩端はレンズに引き寄せられる。

次に収差を減ずるには絞りを用ひるのもよいが、また二枚以上のレンズを組み合はせることもある。然し同一の焦点距離

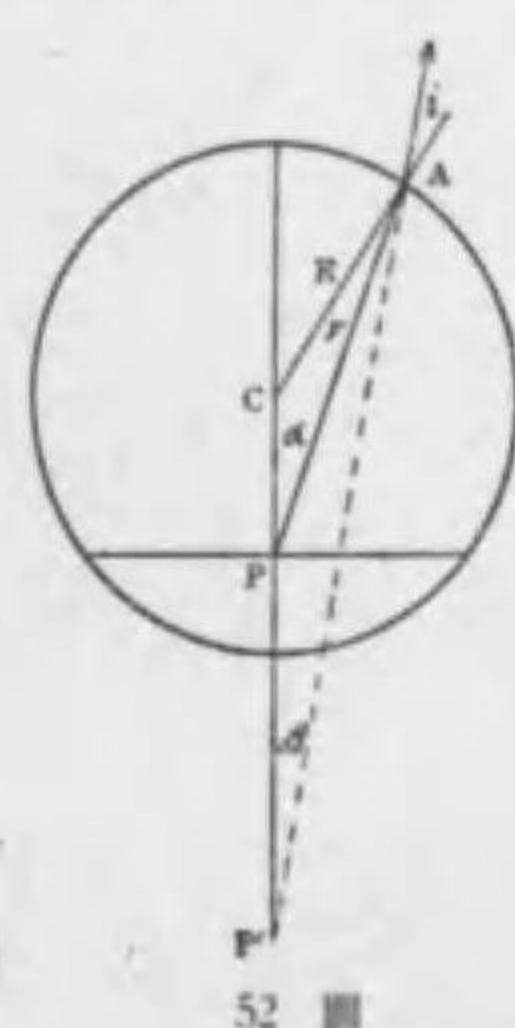
1) circle of least confusion, Zerstreuungskreis

を有する単レンズでも其の形及び使用法によつて収差を減ずることが出来る。それには入射光の第一面によるフレと通過光の第二面によるフレとが各出来るだけ小さくなるやうにすればよく、光の各面によるフレが相等しいとき収差が最も小さい。第一面によるフレが小さくても第二面によるフレが大きいときは、これによる収差は甚だ大きい。



51 圖

51 圖で I, II, III 共に焦點距離が I 相等しいとする。I の場合では入射のときとレンズを出るときのフレとは等しくならない。II の場合ではフレは全部第二面によるものである。III の場合では両面が殆んど等しいフレを生ずる。計算上 II の場合は III の場合の四五倍の収差を生ずることが知られてゐる。故に光學器械では一般に曲率の大なる面を入射光の方に向けるのである。二箇以上のレンズの物質或は曲率を適當に選んで収差を出来るだけ小さくしたものを無収差レンズ<sup>1)</sup>と云ふ。



52 圖

§12 一種の無収差レンズ 倍率の大きい顯微鏡の對物レンズとして用ひられる肉厚のレンズは開きが大きくても球面収差を生じない。このレンズの原理は次の通りである。

半径  $R$  の硝子球内の一 $P$  から發する光は  $A$  で屈折して外に出る。この光の虚像が  $P'$  であるとする。このとき若し  $CP = \frac{R}{\mu}$  ( $C$  は中心) ならば  $CP' = \mu R$  であることを證明する。

1) aplanatic lens, aplanatische Linse

$$\frac{CP}{R} = \frac{\sin r}{\sin a'}, \quad \frac{CP'}{R} = \frac{\sin i}{\sin \beta}$$

$$\therefore \frac{\sin r}{\sin a} = \frac{1}{\mu} = \frac{\sin r}{\sin i}$$

$$\therefore a = i$$

又  $\beta + i = a + r$  なる故  $\beta = r$

$$\therefore CP' = R \frac{\sin i}{\sin \beta} = R \frac{\sin i}{\sin r} = \mu R$$

上の計算には  $A$  の位置に關して何等の制限をも設けてゐないから  $P'$  は定點である。故に  $P$  から發するすべての光線は  $P'$  (虚點) を通る。かやうな點  $P, P'$  を不遊點<sup>1)</sup>と云ふ。

## [問題]

1. 平凸レンズ凸面の曲率半径を  $10\text{ cm}$  とすればこれを水中に沈めたときの主焦點距離は何程か。但し水及び硝子の屈折率をそれぞれ  $\frac{4}{3}$  及び  $\frac{3}{2}$  とする。 [答]  $-80\text{ cm}$
2. 兩凸レンズの各面の曲率半径をそれぞれ  $20\text{ cm}$  及び  $30\text{ cm}$  とし主焦點距離を  $24\text{ cm}$  とすれば硝子の屈折率は幾何か。 [答]  $1.5$
3. 兩凸レンズの凸面は何れも曲率半径  $20\text{ cm}$  である。このレンズを以つて水を容れた長い管の一端を閉ち光點をレンズの軸上に於て管外  $100\text{ cm}$  の所に置けば像はどこに生ずるか。 [答]  $-52\text{ cm}$
4. 半径  $a$  の半球體のガラスレンズの曲面の側が渡銀してある。レンズの軸上平面の側から  $d$  の距離にある光源の平面による反射像が、背面の球面による反射像と同じ位置に生じたとすればガラスの屈折率は  $a/(a-2d)$  なることを證せよ。
5. 燭火の凸レンズによる像が燭火から  $a$  の距離にある衝立上に生ずるのを見た。次にレンズを  $d$  なる距離を移動したるに再び燭火

1) aplanatic points, aplanatische Punkte

の明瞭な像が衝立上に生じた。然らばレンズの焦点距離は  $(a^2-d^2)/4a$  なることを證せよ。

6. 凸レンズによる物体の衝立上に生じた像の高さは  $l$  である。今物体と衝立の位置を移動することなくレンズを衝立の方に移動したるに再び明瞭な像が衝立上に生じた。このときの像の高さを  $l'$  とすれば物体の高さは  $\sqrt{ll'}$  なることを證明せよ。

7. 光点  $S$  は薄き凸レンズの前方  $a$  の距離にあり、而して其の後方  $b$  なる距離に曲率半径  $r$  なる凹面鏡ありて鏡軸はレンズの軸と共に  $S$  を通過す。反射光線を再び  $S$  に集合せしむるにはレンズの主焦点距離を幾許に定むべきや。(昭2.東.工)

$$[\text{答}] f = \frac{a(b-r)}{r-a-b} \quad \text{又は} \quad f = \frac{-ab}{a+b}$$

8. 組み合わせレンズの焦点距離を測定せんとするに、先づ光源と衝立の距離を  $l$  に固定し、レンズをその間に置いて衝立上に光源の像を作る。このときその倍率を  $m$  とし、衝立よりこれに面したレンズの表面までの距離を  $l_1$  とする。次にレンズを逆向きにし適當に移動すれば、衝立上に前に等しい倍率を有する光源の像を生ずるに至る。このとき衝立より光源に面するレンズの表面までの距離を  $l_2$  とする。

然るときは所要の焦点距離  $f$  は

$$f = \frac{l_1 + l_2 - l}{m - \frac{1}{m}}$$

で與へられることを證せよ。(昭10.東.文理)

9. 焦点距離が  $20\text{cm}$  の凸レンズと  $12\text{cm}$  の凹レンズとが  $18\text{cm}$  隔てて對立してゐる。凸レンズの前方にある光源からの光が凹レンズを通過後平行光線となるには光源を凸レンズの前方幾  $\text{cm}$  の所に置くべきか。 [答]  $60\text{cm}$

10. 屈折率  $1.4$  半径  $5\text{cm}$  なる硝子球の中心より  $2\text{cm}$  の處に黒點あり。此の黒點と中心とを結ぶ直線に沿ふて之を兩側より見るときは各の場合此の黒點は何處にある如く見ゆるか。(昭9.京.工)

[答]  $2.6\text{cm}, 8.3\text{cm}$

11. 厚さ  $2\text{cm}$  の兩凸レンズの各面の曲率半径は  $20\text{cm}$  及び  $30\text{cm}$  である。屈折率を  $1.5$  とすればその主要點はどこにあるか。

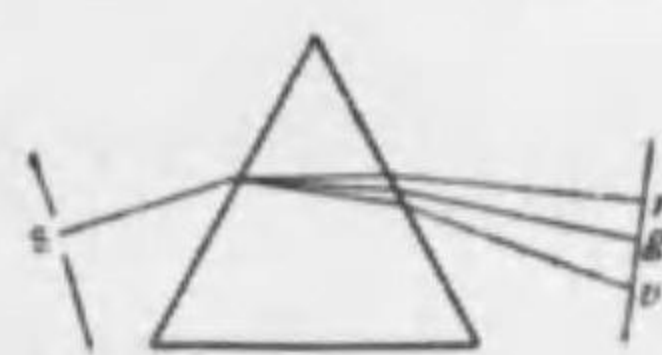
[答]  $\alpha = -0.54\text{cm}$   $\beta = 0.81$

12. 屈折率  $\mu$  の硝子で作つた半径  $r$  の球體のレンズは焦点距離  $\frac{-r}{2(1-\mu)}$  なる薄いレンズを球の中心に置いたと同等であることを證せよ。

13. 屈折率  $\mu$ 、半径  $r$  の半球體の硝子レンズの一つの主要點は曲球と軸との交點にあり、他の主要點は硝子中平面から  $\frac{r}{\mu}$  の距離にあることを證せよ。またこのレンズの焦点距離は  $\frac{r}{1-\mu}$  なることを證せよ。

第三章 光の分散

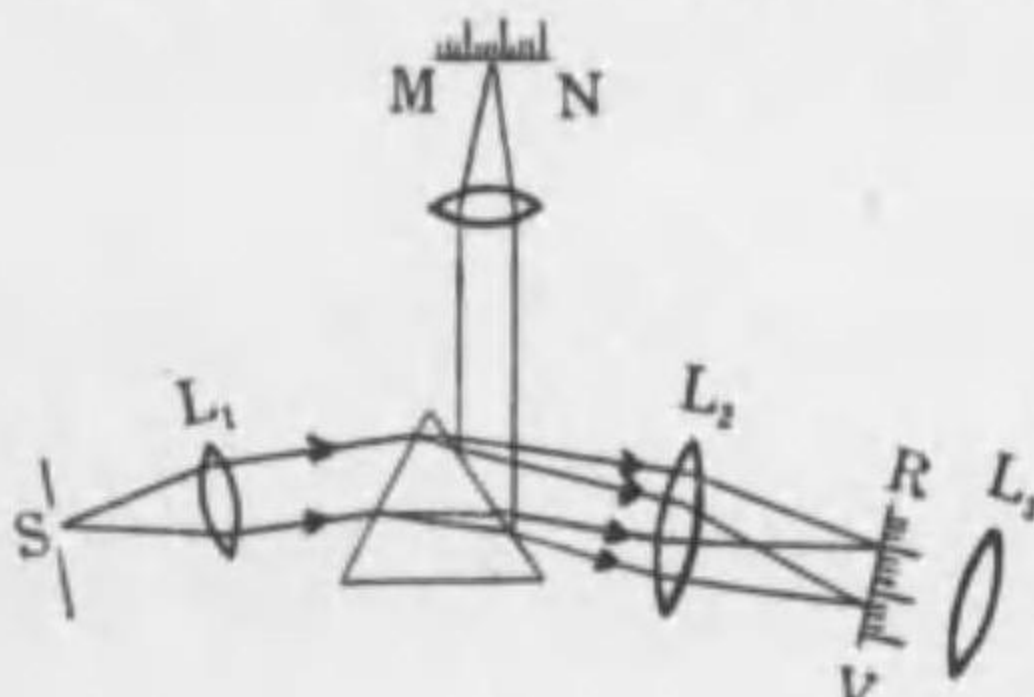
§1 光の分散 日光を細隙を通してプリズムに入射せしめ



53 圖

ると通過光は赤,橙,黄,緑,青,藍,堇の順序に分かれる。この色光の順序及びその屈折方向から見て各色の屈折率は赤が最小で次第に増加して堇に至つて最大である。かく色によつて屈折率の異なる現象を<sup>1)</sup>分散と云ひ、分散によつて生ずる色の排列を<sup>2)</sup>スペクトルと云ふ(分散及びスペクトルに関する詳論は後章に出づ)。

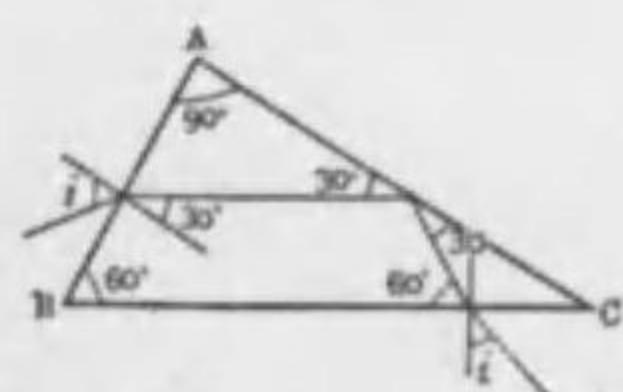
スペクトルを検する装置を一般に<sup>3)</sup>分光器と云ふ。細隙 S から



54 圖

から来る光はコリメーターレンズで平行光線となり、これがプリズムで分散されてスペクトルを RV 上に現はす、一方硝子窓に刻んだ尺度 MN のプリズムで反射され

て生ずる實像をスペクトルと同じ位置に結ばせ、これを對眼レンズ L3 で擴大して各色の位置を定める。第 1 章 §8 で述べた分光計ではコリメーターとプリズムを固定して望遠鏡の十字線を或るスペクトル線に合はせる様に移動したが、55 圖に示す様に一角が 60° の直角プリズム



55 圖

1) dispersion, Dispersion

2) spectrum, Spektrum

3) spectroscopy, Spektroskop

を用ひるとコリメーター及び望遠鏡を固定することが出来る。今プリズム内で BC の邊に平行になる様に光を送ると入射光と通過光とは 120° の角をなすから、コリメーターと望遠鏡とを 120° に傾けておけばプリズムを廻轉することにより任意のスペクトル線を望遠鏡内に望むことが出来る。

太陽光線を分光器で見ると赤から堇に至る連続スペクトル中に數多の暗線が見える。これを<sup>3)</sup>フラウンホーフェル (Fraunhofer) 線と云ふ。その主なるものには A, B, C, D...H 等の名稱が附してあるが、このうち A, B, C は赤, D は黄, E は緑, F は青, G は藍, H は堇である。これらの暗線は何れも各種元素の放つスペクトル線の位置と一致するものであるため、例へばナトリウムの黄色線のことを D 線と呼ばれてゐる。

§2 分散度 頂角  $\alpha$  のプリズムに光が入射するとき通過光のフレの角  $\delta$  は



56 圖

$$\delta = i + i' - \alpha, \quad (r + r' = \alpha)$$

今  $\alpha$  が小さいとし、更に入射角  $i$  従つて屈折角も小さいとすると

$$\sin i = i, \quad \sin r = r, \\ \sin i' = i', \quad \sin r' = r'$$

$$\therefore i = \mu r, \quad i' = \mu r'$$

$$\therefore \delta = (\mu - 1)\alpha$$

この関係を C, D, F 線について書けば

$$\delta_c = (\mu_c - 1)\alpha, \quad \delta_D = (\mu_D - 1)\alpha, \quad \delta_F = (\mu_F - 1)\alpha$$

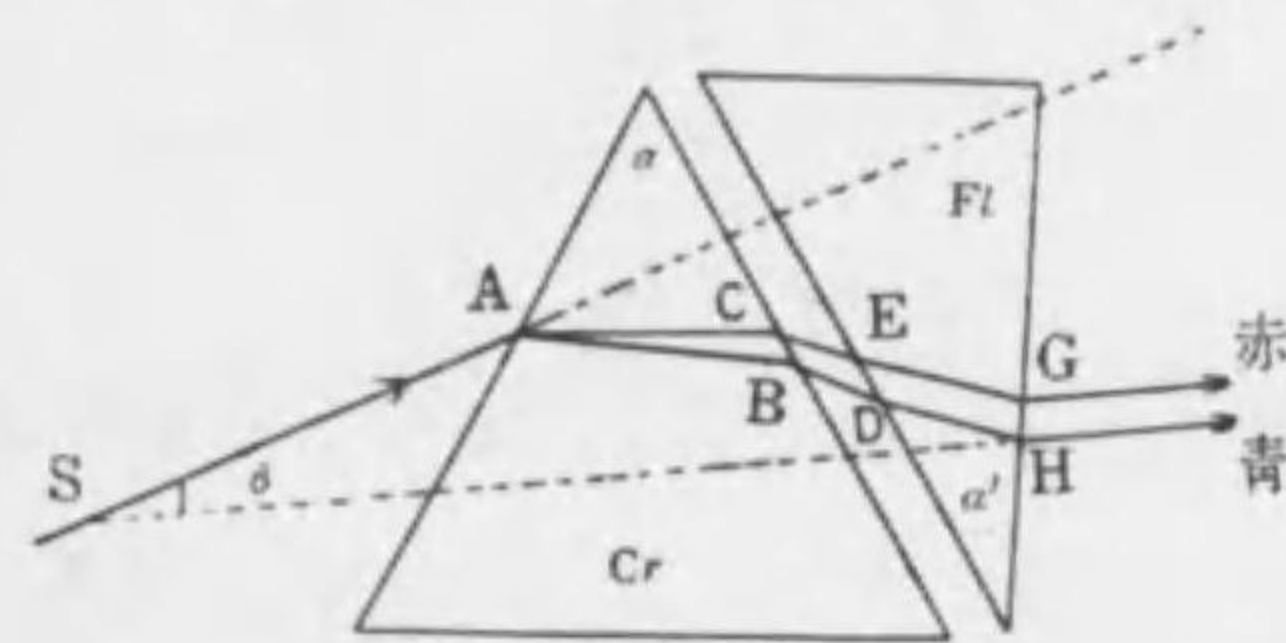
$$\therefore \frac{\delta_F - \delta_c}{\delta_D} = \frac{\mu_F - \mu_c}{\mu_D - 1} = \omega$$

$\delta_F - \delta_c$  は赤線 C と青線 F との間のスペクトルの開きに相當するものと見られ、又  $\delta_D$  は日光スペクトルの平均屈折率に相當

するもので、この兩者の比をプリズムの<sup>1)</sup>分散能と云ふ。分散能はプリズムの角の小なる範圍に於てはプリズムを作る物質の種類のみによりて定り、その角に關係しない。

	$\mu_D$	$\mu_v - \mu_c$	$\frac{\mu_v - \mu_c}{\mu_D - 1}$
水	1.3330	0.0060	0.0180
CS <sub>2</sub>	1.6303	0.0345	0.0547
クラウン硝子	1.5160	0.0073	0.0141
輕フリント硝子	1.5718	0.0113	0.0197
重フリント硝子	1.7545	0.0273	0.0363

§3 色消プリズム 圖の様に頂角がそれぞれ  $a, a'$  である



57 圖

フリント硝子とクラウン硝子のプリズムを二箇組み合はせてこれに日光を通すと各プリズムによる F 線と C 線間のスペクトルの開きは

第一のプリズムにつき

$$\delta_v - \delta_c = (\mu_v - \mu_c)a$$

第二につき  $\delta'_v - \delta'_c = (\mu'_v - \mu'_c)a'$

故に兩者によるスペクトルの開きを等しくすれば、通過光は平行となり着色しないこととなる(圖参照)。即ち

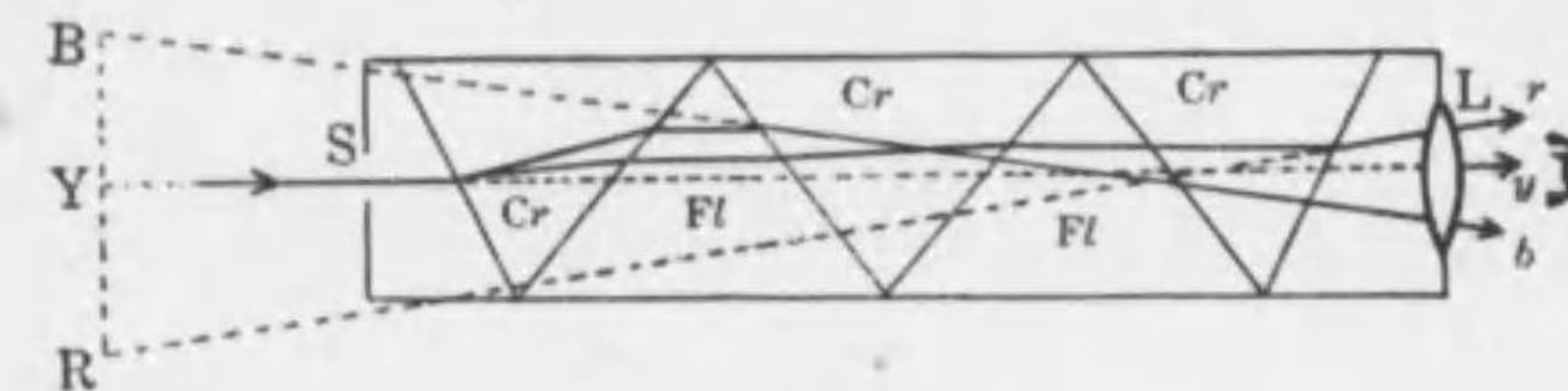
$$\frac{a}{a'} = \frac{\mu'_v - \mu'_c}{\mu_v - \mu_c} \dots \dots \dots (1)$$

なる様にプリズムの角  $a, a'$  を定むればよい。但しこの際通過光は入射光 SA に対して  $\delta$  のフレの角を生ずる。かやうに

1) dispersive power or relative dispersion, relative Dispersion

組み合はせられたプリズムを<sup>1)</sup>色消プリズムと云ふ。

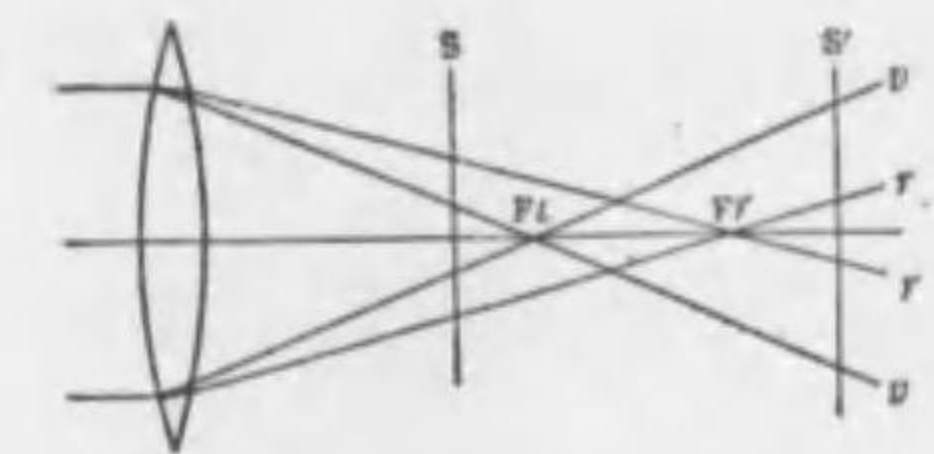
§4 直視分光器 57圖に於てフリント硝子プリズムの角を適當に増加して、之によるスペクトルの中央部のフレがクラウン硝子プリズムによるフレと相等しく、方向反對になる様にす



58 圖

ると兩プリズムを通過した光の中央部は略、眞直に進み、その上下に分散が生ずる。<sup>2)</sup>直視分光器は數箇のクラウン硝子とフリント硝子のプリズムを圖の様に組み合はせたもので、光が細隙 S から入るとスペクトルのほぼ中央部の黄色部は眞直に進み、分散された光はレンズ L により虚像 BR として觀察せられる。

§5 色消レンズ レンズに白色光を當てるとガラスの屈折



59 圖

率は各色により多少異なるから各色の光線は正確に一點に焦點を結ばない。この現象を<sup>3)</sup>色収差と云ふ。

故に圖に於て S の位置に衝立を立てると中心が莖で外部が赤の圓輪



60 圖

が生じ、S' の位置に衝立を立てると中心が赤で外部が莖の圓輪が生ずる。かやうな色収差を避けるためにクラウン硝子の凸レンズとフリント硝子の凹レンズとを密着して赤線 C と青線 F とが同一點に焦點を結ぶやうに<sup>4)</sup>して所謂色消レンズを作る。

1) achromatic prism, achromatisches Prisma  
 2) direct-vision spectroscope, geradsichtiges Prisma  
 3) chromatic aberration, chromatische Aberration  
 4) achromatic lens, achromatische Linse

C.D.F  $\delta = (\mu - 1)a$

今二つのレンズの組み合わせが色消しである条件を求めるに、クラウン硝子レンズ及びフリント硝子レンズのC線及びF線に対する焦点距離をそれぞれ  $f_c, f_f; f'_c, f'_f$ 、屈折率を  $\mu_c, \mu_f; \mu'_c, \mu'_f$  とすれば

クラウン硝子レンズに対しては

$$\frac{1}{f_c} = (\mu_c - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad \frac{1}{f_f} = (\mu_f - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

フリント硝子レンズに対しては

$$\frac{1}{f'_c} = (\mu'_c - 1) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right), \quad \frac{1}{f'_f} = (\mu'_f - 1) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right)$$

故に組み合わせレンズのC線及びF線に対する焦点距離をそれぞれ  $F_c, F_f$  とすれば

$$\frac{1}{F_c} = \frac{1}{f_c} + \frac{1}{f'_c} = (\mu_c - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + (\mu'_c - 1) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right) \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{1}{F_f} = \frac{1}{f_f} + \frac{1}{f'_f} = (\mu_f - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + (\mu'_f - 1) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right) \dots \dots \dots (2)$$

色消しの条件  $F_c = F_f$  は

$$(\mu_f - \mu_c) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) + (\mu'_f - \mu'_c) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right) = 0 \dots \dots (3)$$

次にD線に対する焦点距離  $f_d, f'_d$  は

$$\frac{1}{f_d} = (\mu_d - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad \frac{1}{f'_d} = (\mu'_d - 1) \left( \frac{1}{r'_1} - \frac{1}{r'_2} \right)$$

故に上の条件は

$$\frac{\mu_f - \mu_c}{(\mu_d - 1)f_d} + \frac{\mu'_f - \mu'_c}{(\mu'_d - 1)f'_d} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

即ち  $\frac{\omega}{f_d} + \frac{\omega'}{f'_d} = 0 \dots \dots \dots (5)$

上式は色消しの条件である。  $\omega, \omega'$  は共に正であるから  $f_d$  と  $f'_d$  は反対の符號を有しなければならぬ。即ち一方が凸レンズならば他方は凹レンズでなければならぬ。また(5)に於て  $\omega = \omega'$  とすると

$$\frac{1}{f_d} + \frac{1}{f'_d} = \frac{1}{F_d} = 0$$

即ち  $F_d = \infty$  となりレンズの用をなさない。従つて兩レンズは相異なる物質で作られなければならぬ。

二枚のレンズを離して置くと同一物質のレンズでも色消しにすることが出来る。  $d$  なる距離を有する二枚のレンズの焦点距離を  $f, f'$  とし組み合わせレンズの焦点距離を  $F$  とすれば第二章 §10 により

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} + \frac{d}{ff'}$$

これについて前と同様の色消しの条件を作ると(但し  $\mu = \mu'$  として)

$$\frac{\mu_f - \mu_c}{\mu_d - 1} \frac{1}{f_d} + \frac{\mu'_f - \mu'_c}{\mu'_d - 1} \frac{1}{f'_d} + \{(\mu_f - 1)^2 - (\mu_c - 1)^2\} \frac{d}{(\mu_d - 1)^2 f_d f'_d} = 0$$

即ち  $\frac{\omega}{f_d} + \frac{\omega'}{f'_d} + \omega(\mu_c + \mu_f - 2) \frac{d}{(\mu_d - 1)f_d f'_d} = 0$

今D線の屈折率が太陽スペクトルの平均屈折率を有するとして

$$\frac{\mu_f + \mu_c}{2} = \mu_d$$

と置けば

$$\frac{1}{f_d} + \frac{1}{f'_d} + \frac{2d}{f_d f'_d} = 0$$

即ち

$$d = -\frac{(f_d + f'_d)}{2}$$

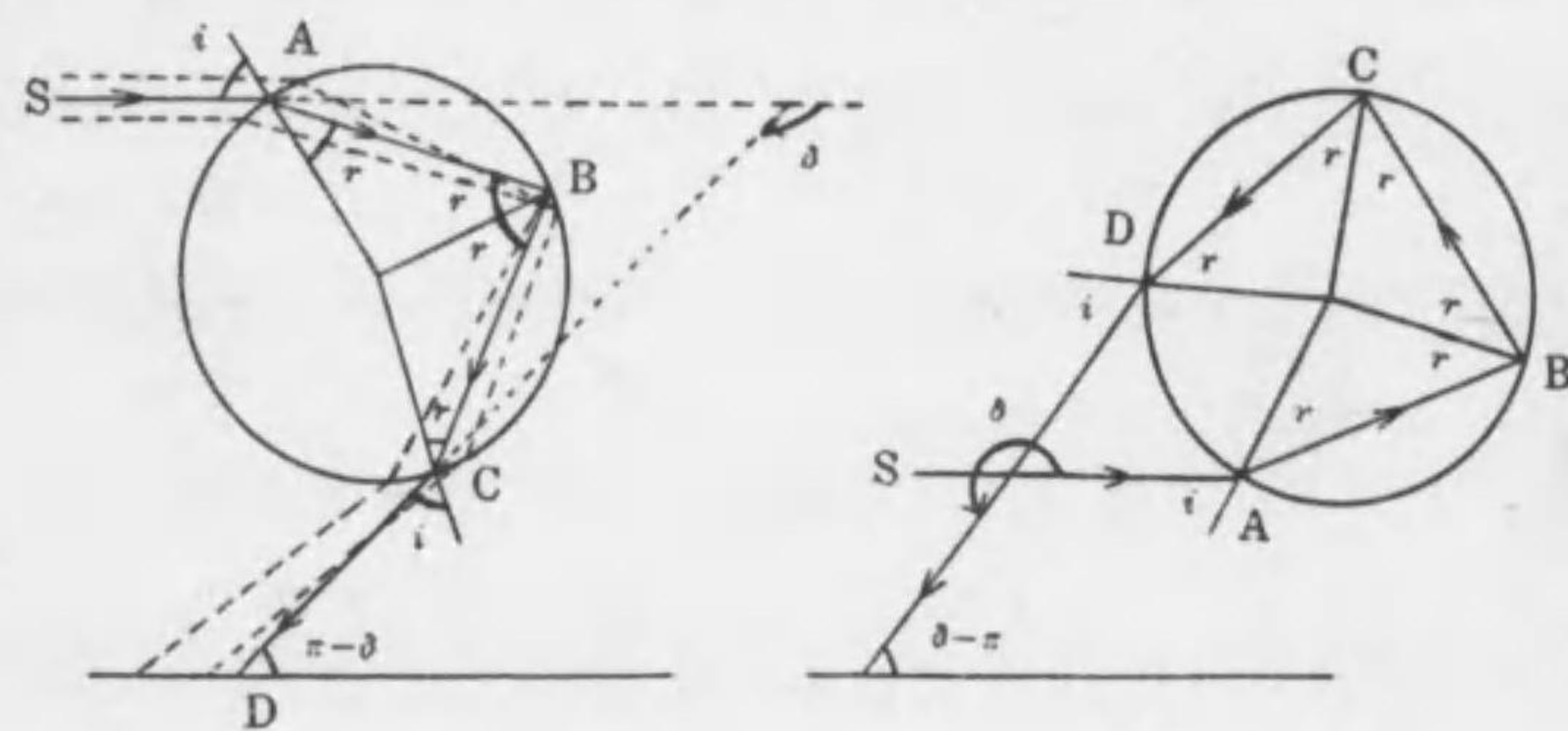
即ち兩レンズをその焦点距離の和の半に等しい距離を隔てて置けば色消しになる。後章に述べるハイゲンスの接眼レンズはこの条件を満足してゐる。

§6 虹の成生に関するデカルト (Descartes) の理論 <sup>1)</sup> 虹は大

1) rainbow, Regenbogen

$\frac{\partial F - \delta c}{\partial d} = \frac{\mu_f - \mu_c}{(\mu_d - 1)} = 0$  虹の成生

氣中の水滴内に於ける光の反射及び屈折の結果生ずるもので太陽と観測者とを結ぶ軸を中心として生ずる着色せる圓弧で、外側赤となりスペクトルの順に着色したものを第一虹と云ふ。



61 圖

この他に内側赤の第二虹を生ずることがあるが、これは第一虹に比し著しく光輝が弱い。

今太陽の平行光線が水滴の上半に入射すると二回の屈折と一回の反射で光は下方に出る(61圖I)。このとき入射光 SA が通過光 CD となる迄に受けるフレの角を  $\delta$  とすれば圖から明かな様に

$$\delta = (i-r) + (\pi - 2r) + (i-r) = 2i - 4r + \pi \dots\dots(1)$$

一方  $\sin i = \mu \sin r \dots\dots(2)$

今  $i$  の如何なる値に對して  $\delta$  が極小となるべきかを調べるために(1)から

$$\frac{d\delta}{di} = 2 - 4 \frac{dr}{di} = 0 \dots\dots(3)$$

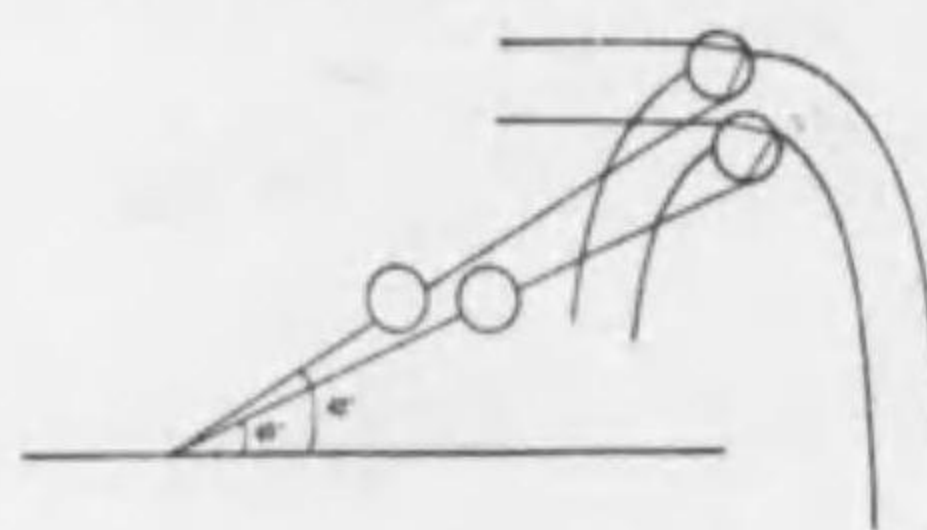
(2) から

$$\cos i = \mu \cos r \frac{dr}{di} \dots\dots(4)$$

(3) 及び (4) から容易に ( $i < 90^\circ$  なる故に)

$$\cos i = \sqrt{\frac{\mu^2 - 1}{3}} \dots\dots(5)$$

即ち(5)で與へられる點の附近に入射する光線束に對してはフレの角  $\delta$  の變化は最も小さいから、通過光は殆ど平行し遠くに進んでも光が弱らぬ。故にこの方向の人にはある特定の色(5式の  $\mu$  に対する)が特に強く感ぜられる。而してこの關係は観測者と太陽とを結ぶ直線を軸とし半頂角を  $i$  とする圓錐上の



62 圖

すべての水滴に對して成立するから、観測者に對して強い色光を送る。次に光線が水滴の内部で二回反射した後、外に出るときフレの角  $\delta$

$$\delta = (i-r) + (\pi - 2r) + (\pi - 2r) + i - r = 2i - 6r + 2\pi$$

このとき最小のフレの角を與へる入射角  $i$  は

$$\cos i = \sqrt{\frac{\mu^2 - 1}{8}} \dots\dots(6)$$

で與へられる。これが第二虹である。

下表は赤線 B と堇線 H とについて第一虹、第二虹に對し  $\pi - \delta$  及び  $\delta - \pi$  を計算したものである。

	B( $\mu=1.332$ )	H( $\mu=1.345$ )
第一虹 $\pi - \delta$	42°18'	40°23'
第二虹 $\delta - \pi$	50°34'	53°56'

表を見れば明かな通り第二虹は第一虹の外側に生じ、その色の排列は第一虹と反對であることが分る。この外に第三虹、第四虹を生ずる理であるが光輝甚だ弱く、且つ第三、第四虹は太陽の側に生ずるから見えない。



【問題】

1. 屈折率を異にする二枚のガラス製レンズを用いて三色の色消しの不可能なることを證せよ。(昭3.東北工)

2. D線に対する焦点距離が20cmであるクラウン硝子の収斂レンズと同じくD線に対する焦点距離が60cmである發散レンズとを用いて色消レンズが組み立ててある。然らばC線に対するクラウン硝子の屈折率は何程か。但し  $\mu_D(\text{クラウン})=1.559$ ,  $\mu_D(\text{フリント})=1.637$ ,  $\mu_C(\text{フリント})=1.632$  とする。 [答] 1.557

3. 相異なる二つの物質で作られた収斂レンズと發散レンズとが色消しの組合はせであるとき、この組合はせが全體として収斂レンズであるためには何れのレンズが大なる分散能を有すべきか。

[答] 發散レンズ

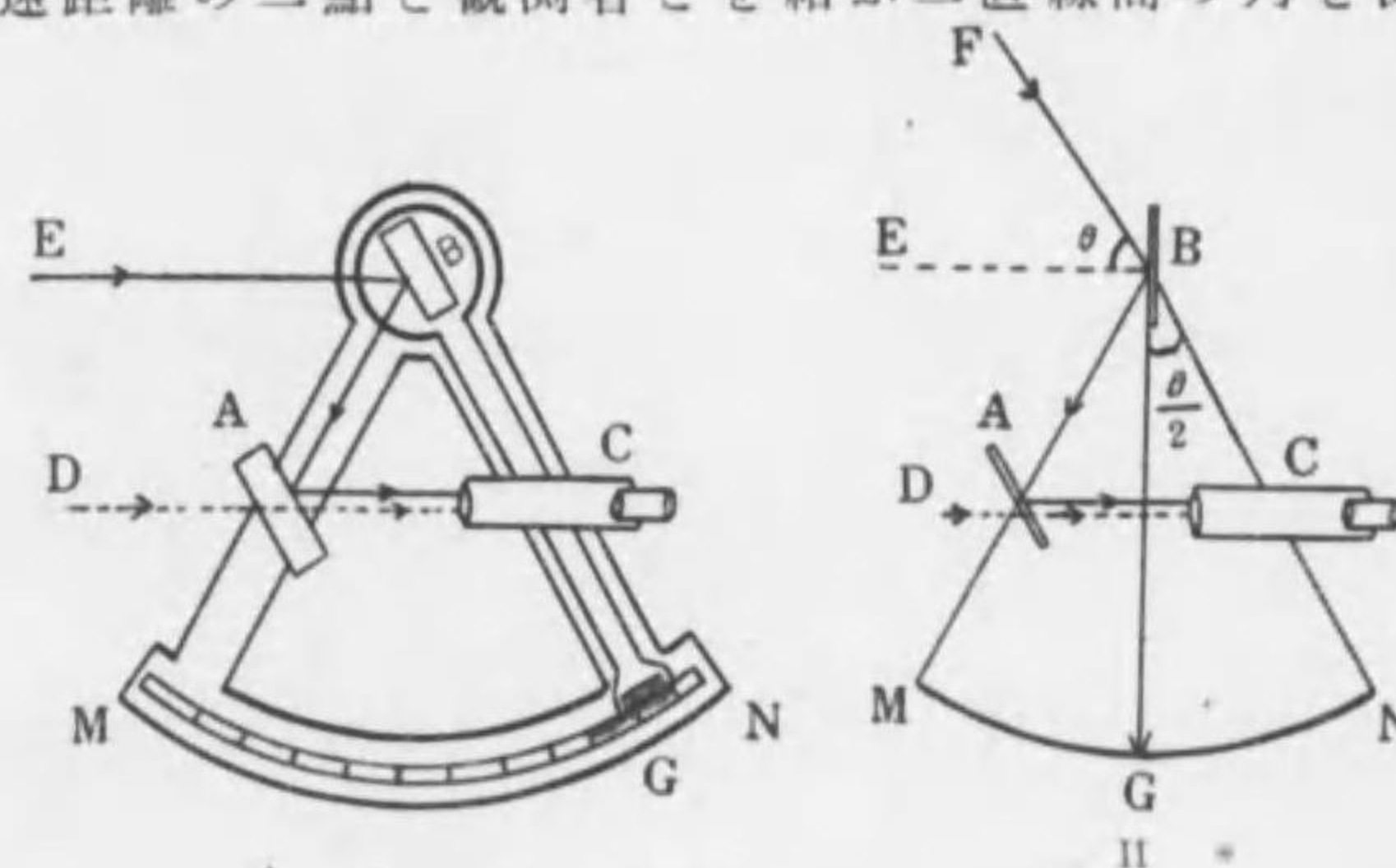
4. クラウン硝子の収斂レンズとフリント硝子の發散レンズとの組合はせが焦点距離50cmの色消レンズである。兩レンズの密接してある面の曲率半径は何れも25cmであるとすれば兩レンズの他の面の曲率半径はいくらか。但しクラウン及びフリント硝子に対するC, D, F線の屈折率は次の如し。

	C	D	F
クラウン硝子	1.531	1.534	1.540
フリント硝子	1.583	1.587	1.597

[答] 11.3 cm, 23.6 cm

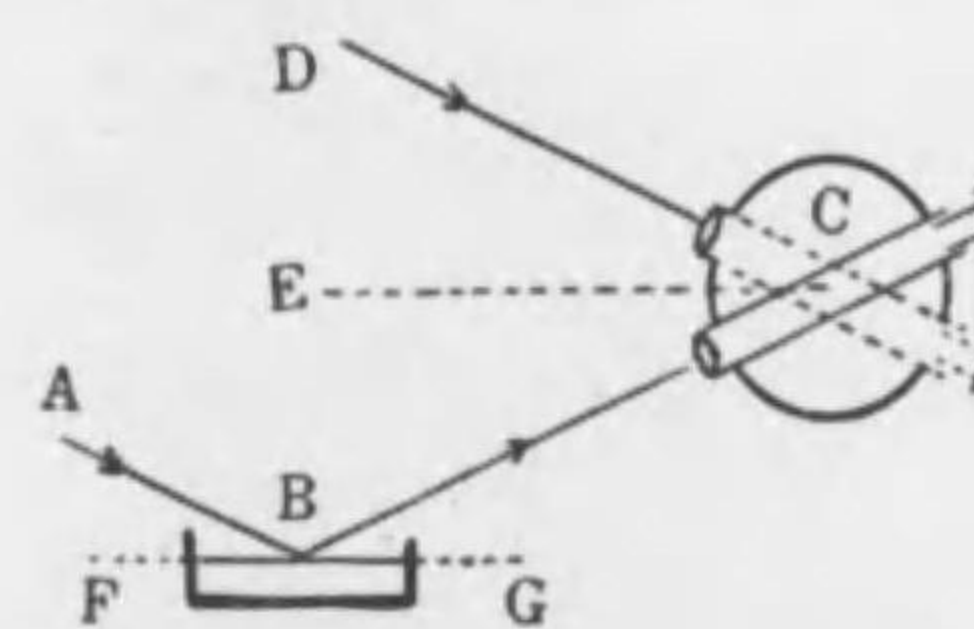
第四章 光學器械

§1 六分儀及び人工水平 i) 六分儀<sup>1)</sup> 海上に於て天體の高度或は遠距離の二點と觀測者とを結ぶ二直線間の角を測定す



63 圖

るのに六分儀を用ひる。A, Bは鏡でAは下半分(紙面に直角な面の)だけ鍍銀されMBと60°の角をなす様に固定され、Bは廻轉せられ、その角は副尺Gで讀まれる。望遠鏡Cで水平線Dを直接硝子Aを通して望み、次にBより來る光はまたB, Aで二回反射せられて内に入るが、このとき兩光線による水平線Dの像が一直線上に一致する様に見えるるとBはAに平行である。



64 圖

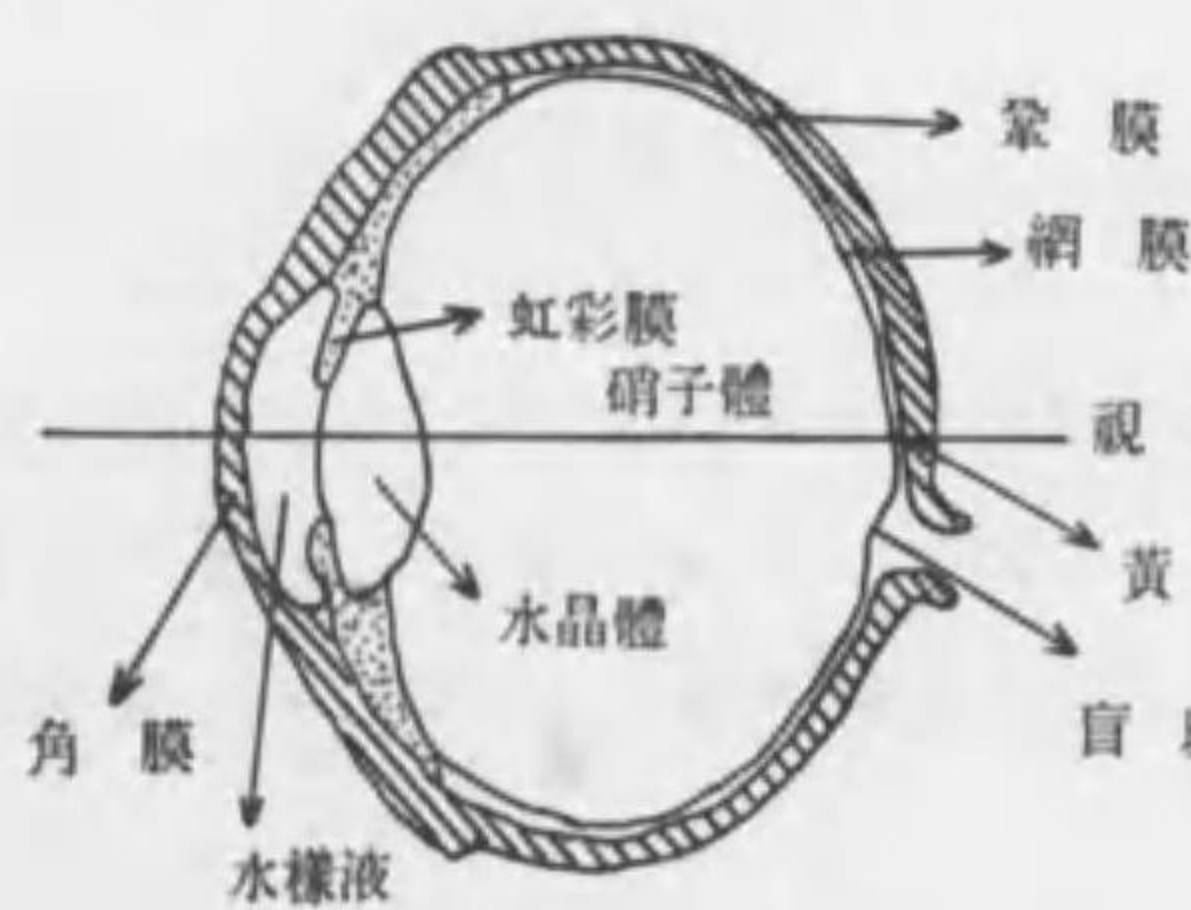
この位置が副尺の零の讀みである。次に天體Fから來る光FがC中に入り其像が水平線Dの像と一致する様にBを廻轉してその位置を讀めばこの角の2倍が

1) sextant, Sextant

仰角を與へる。

ii) **人工水平**<sup>1)</sup> 陸上に於て天體の高度を知らんとするときには人工水平を作る必要がある。天體から来る光 AB を水銀面で反射させて望遠鏡 C 内に入れ、次に同一の天體から来る光 DC (AB ∥ DC) を再び望遠鏡内に見得る様に廻轉して ∠DCB を測れば  $\frac{1}{2}\angle DCB$  は天體の高度を與へる。

§2 眼 眼の要部は大體圖に示す様なもので眼球を包む**鞏膜**<sup>2)</sup>の前方は彎曲の度の特に大きい透明な**角膜**<sup>3)</sup>である。角膜と



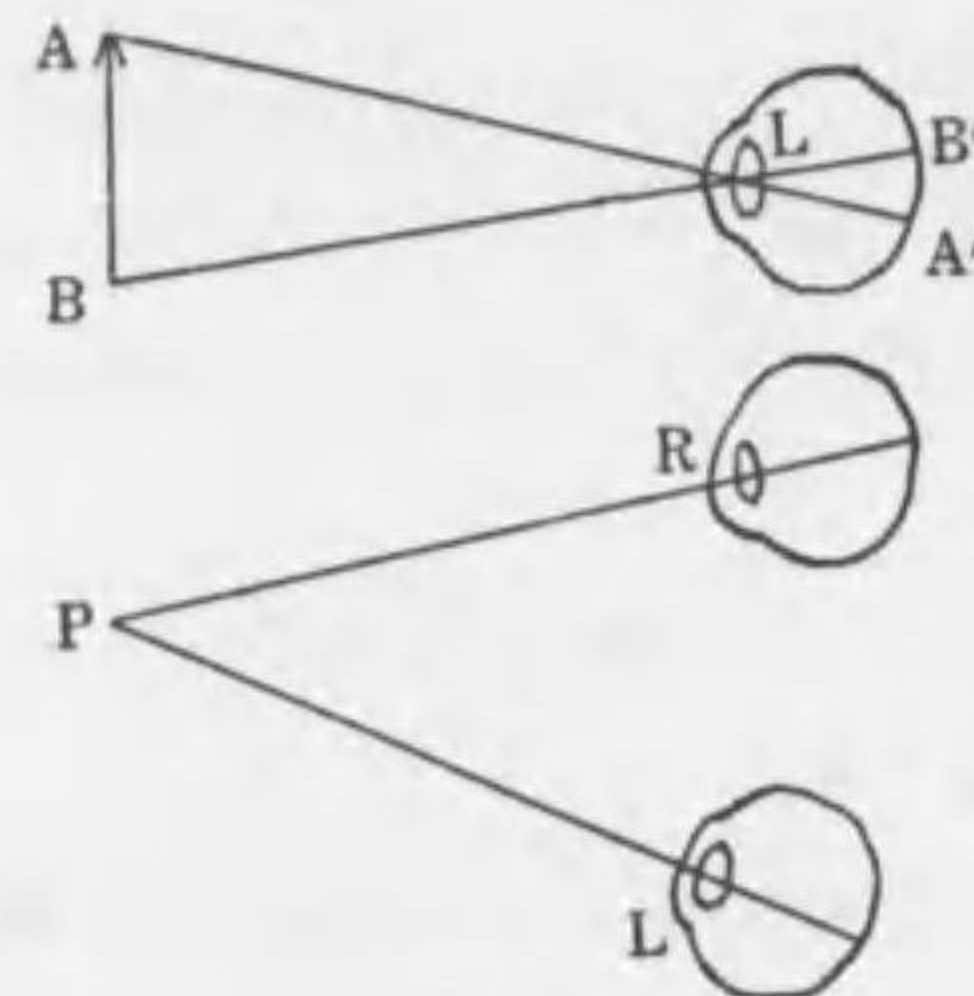
65 圖

**水晶體**<sup>4)</sup>との間には**水様液**<sup>5)</sup>が充ちてゐる。水晶體は種々屈折率の異なる層から成り、外部から内層に入るに従ひ屈折率は増し (1.386-1.404), 種種の收差を防ぐやうになつてゐる。又曲率大

で事實上眼を代表するものと見做してもよろしい。水晶體の前に**虹彩**<sup>6)</sup>があり、これは絞りの役目をする。この中央の孔を**瞳孔**<sup>7)</sup>と云ふ。水晶體の後には膠質の**硝子體**<sup>8)</sup>が充ちてゐる。眼球の内部をなす**網膜**<sup>9)</sup>が眼球の對稱軸である**視軸**<sup>10)</sup>と交る點を**黄斑**<sup>11)</sup>と云ひ最も鋭敏に光を感じる點である。黄斑に隣る**盲斑**<sup>12)</sup>は視神經の入り込む點でこゝでは光を感じない。

§3 視角、光角及び調節作用 吾々が物體の大小を識別し得

- |   |                                  |
|---|----------------------------------|
| 1) artificial horizon, künstlicher Horizont | 2) sclerotika, Sehnhaut          |
| 3) cornea, Hornhaut                         | 4) crystalline lens, Kristalline |
| 5) aqueous humor, Kammerwasser              | 6) iris, Iris                    |
| 7) pupil, Pupille                           | 8) vitreous body, Glasskörper    |
| 9) retina, Netzhaut                         | 10) optical axis, optische Achse |
| 11) yellow spot, gelber Fleck               | 12) blind spot, blinder Fleck    |



66 圖

るのは網膜上に映ずる像の大小による。従つて**視角**<sup>1)</sup>の大小で定まる。故に大さの異なる物體でも視角が等しければ見掛けの大きさは等しく、同一物體でも眼に近い程大きく見える理由である。視角が次第に小さくなつて二點を二點として分離出来なくなる極限

を眼の**分解能**<sup>2)</sup>と云ひ普通 1'-2' 程度のものである。

また物體の遠近を識別し得るのは兩眼が物體に張る**光角**<sup>3)</sup>で定まる。一眼で針に糸の通し難いのは光角が零となるためである。

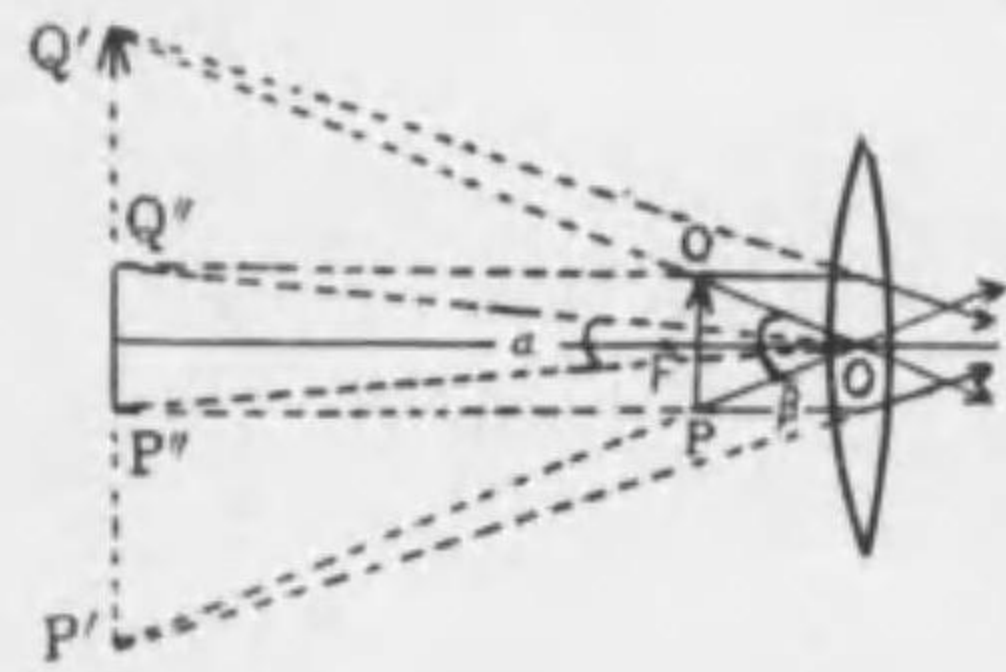
水晶體の曲率は筋肉の作用により物體の遠近に順應して變化し得るもので、この作用を眼の**調節作用**<sup>4)</sup>と云ふ。調節可能な最も遠い距離を**遠點**<sup>5)</sup>と云ひ、最も近い距離を**近點**<sup>6)</sup>と云ふ。健眼では遠點は無遠で近點は 15 cm であるが、疲勞を感じないで物體を明瞭に見得る距離は眼前 25 cm の距離である。これを**明視の距離**<sup>7)</sup>と云ふ。

近視眼は遠點が有限の所にあるもので遠視眼は近點が健眼よりも遠方にあるものである。前者は水晶體の彎曲が強すぎるか、或は眼底が深過ぎるため像が網膜に達しない前に結ぶもので、凹レンズの眼鏡で補正することが出来、後者は水晶體の彎曲が小さ過ぎるか、又は眼底が淺過ぎるため像が網膜の後方に生ずるによるものである。これを補正するには凸レンズの眼

- |  |  |
|--|--|
| 1) visual angle, Schwinkel                         | 2) resolving power, Auflösungsvermögen |
| 3) optical angle, optischer Winkel                 | 4) accommodation, Akkomodation         |
| 5) far point, Fernpunkt                            | 6) rear point, Nahepunkt               |
| 7) distance of distinct vision, deutliche Sehweite |  |

鏡を用ひる。

§4 廓大鏡<sup>1)</sup>(或は蟲眼鏡, 單顯微鏡) 物體の見掛けの大きさを大にするには物體を眼に近づけ視角を大きくすればよい理由であるが, 近點以内に近づけると眼の疲労を増し, 且つ明瞭な像が生じ難いから, 或る程度以上大なる像を見るには器械の助けを借らなければならぬ。この目的のために廓大鏡或は顯微鏡を用ひる。廓大鏡はたゞ一箇の凸レンズで, このレンズの焦點の少しく内側に物體を置いて眼をレンズ



67 圖

に近づけて見ると廓大せられた虚像が見える。廓大鏡或は次に述べる顯微鏡の倍率とは明視の距離に生じた物體の像と, 物體を明視の距離に退却させたと考へたとき, 像及び物體が眼に張る角(視角)の比を云ふのである。

今物體を明視の距離に後退させたととき( $P''Q''$ )の視角を  $\alpha$ , 像  $P'Q'$  の視角を  $\beta$  とし  $\alpha, \beta$  が餘り大きくないとすると近似的に倍率  $m$  は

$$m = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{P'Q'}{P''Q''} = \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{v}{u}$$

但し  $u, v$  はそれぞれレンズから物體及び像までの距離とする。一方  $\frac{1}{v} - \frac{1}{u} = \frac{1}{f}$  であり, 眼がレンズに相當近いものとして明視の距離を  $D$  とすると

$$m = \frac{v}{u} = 1 - \frac{v}{f} \approx 1 - \frac{D}{f} \quad (D > 0, f < 0)$$

今  $D = 25 \text{ cm}$  とし  $f$  の絶対値を  $F$  とすれば

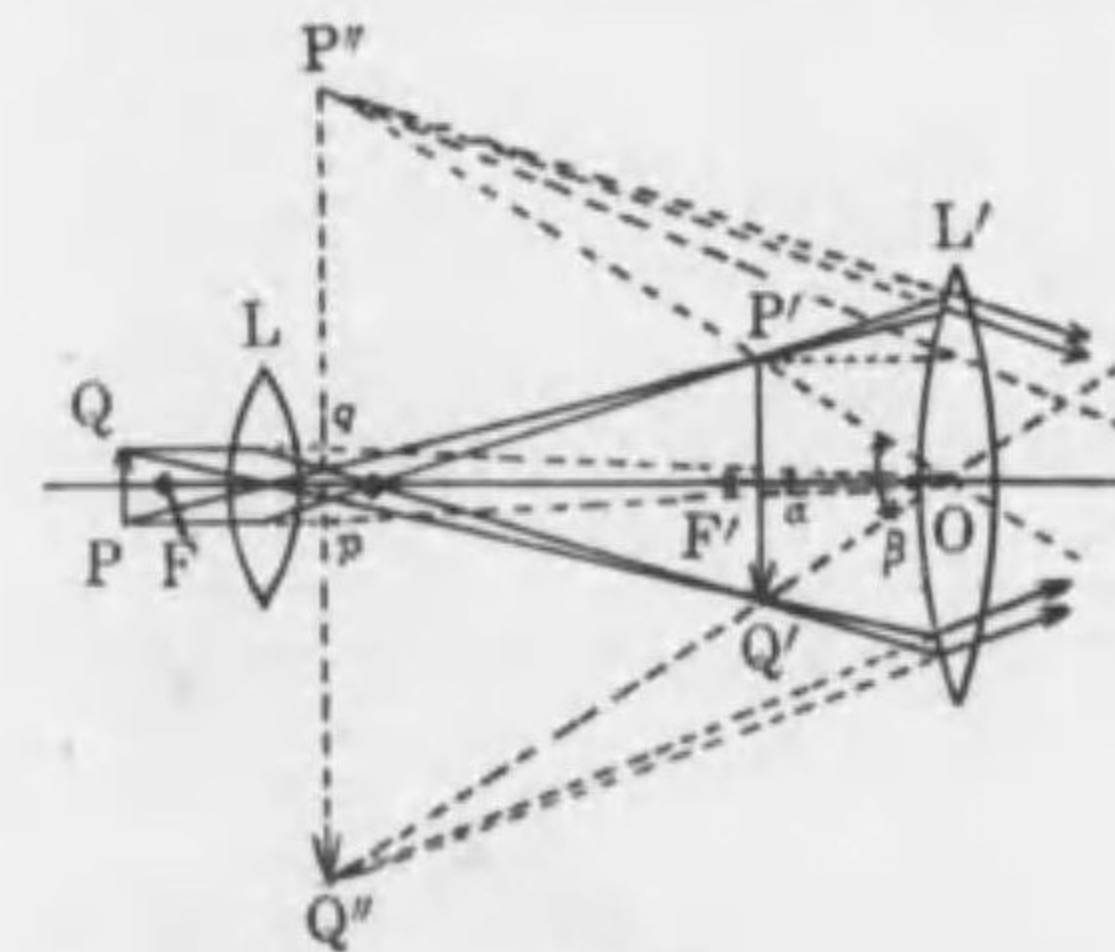
$$m = 1 + \frac{25}{F}$$

1) magnifying glass, Lupe (simple microscope, einfaches Mikroskop)

§5 顯微鏡<sup>1)</sup> 蟲眼鏡の倍率は上式により  $F$  を小さくすればいくらかでも増加し得る様であるが  $F$  を小さくすることは

$$\frac{1}{f} = (\mu - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

に於て  $r_1$  或は  $r_2$  を小さくすること即ちレンズの曲率を増すことであり, 結局球面収差が著しくなる。故に或る程度以上倍率を大きくするには顯微鏡を用ひなければならぬ。顯微鏡の



68 圖

對物レンズ<sup>2)</sup>  $L$  は種々の曲率半径及び屈折率を有するレンズ系で作られ甚だ複雑で球面収差, 色収差を除く様に作られてあるが全體としては一箇の凸レンズであるから簡單のために  $L$  を以つて代表する。

$L$  の焦點距離  $f$  は甚だ短く, この焦點  $F$  の少しく外側に物體を置き, これの實像  $P'Q'$  を對眼レンズ<sup>3)</sup>  $L'$  の焦點  $F'$  (焦點距離  $f'$ ) の少しく内側に入れて廓大せられた像  $P''Q''$  を観るのである。倍率は  $Q''P''$  及び  $PQ$  を明視の距離を置いて見たときの視角の比であるから, 明視の距離を  $D$  とし  $\alpha, \beta$  は餘り大きくないとすれば

$$\text{倍率 } m = \frac{P''Q''}{PQ} = \frac{P'Q'}{PQ} \cdot \frac{P''Q''}{P'Q'}$$

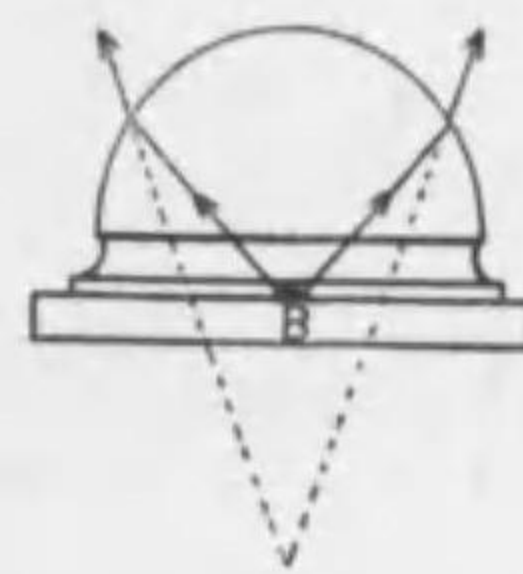
$$\text{對物レンズによる倍率} = \frac{P'Q'}{PQ} = \frac{v}{u} = 1 - \frac{v}{f} = \frac{d}{f}$$

(但し  $d$  は  $L$  と  $P'Q'$  間の距離)

1) microscope, Mikroskop 2) objective, Objektiv 3) eye-piece or ocular, Okular

$$\text{對眼レンズによる倍率} = \frac{P''Q''}{P'Q'} = 1 - \frac{D}{f'} - \frac{D}{f}$$

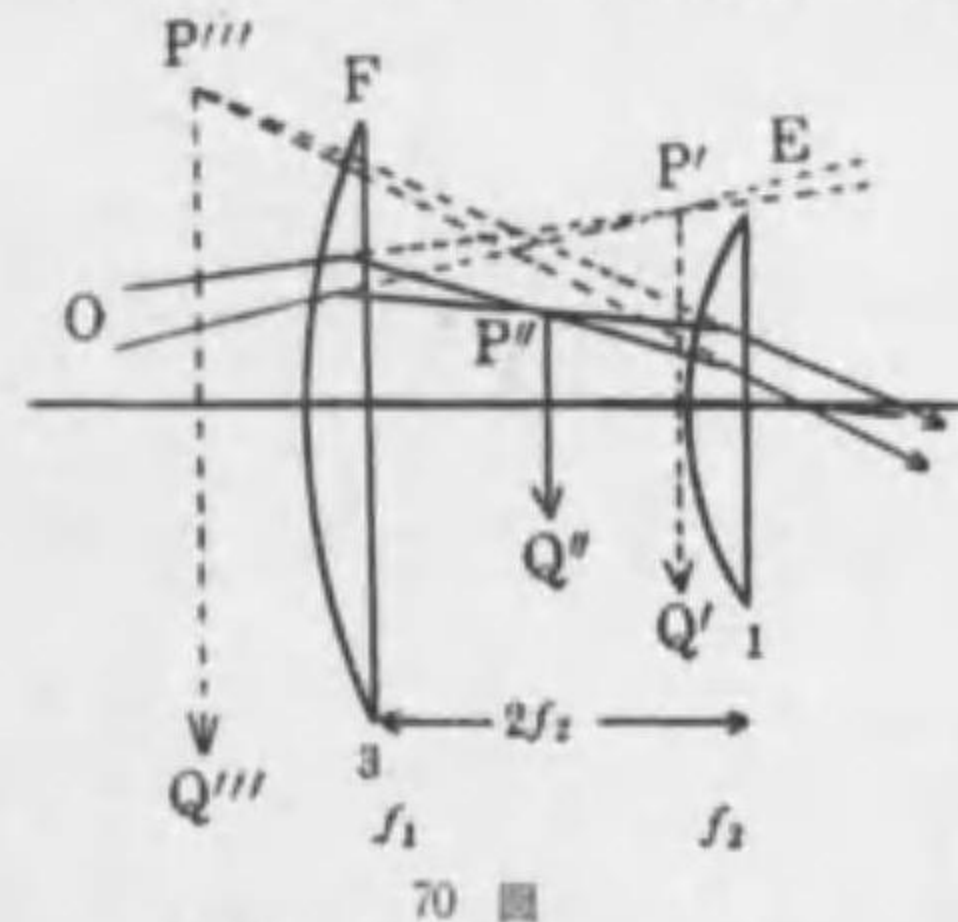
$$\therefore m = \frac{d}{f} \cdot \frac{D}{f'}$$



60 圖

顕微鏡の對物レンズ系の最初のレンズは多く半球形で、高度の倍率を有するものではこのレンズとデツキ硝子との間にセダ油<sup>1)</sup>等を入れ所謂等油浸系<sup>2)</sup>を作り、油の屈折率と硝子の屈折率を等しからしめ物體からの光がレンズ面で反射することを防ぎ多量の光を入れて物體を明瞭に見得る様にしてある。又油浸系を用ひると後章に於て述べる如く顕微鏡の分解能を大にする利益がある。更に物體 B をレンズの不遊點に置けば、このレンズの球面収差を防ぐことが出来る(第二章 §12 参照)。

§6 ハイゲンス及びラムステンの對眼レンズ 顕微鏡や望遠鏡の對眼レンズとして單一レンズを用ひると對物レンズ O による實像からの光が多量に來ないから、普通ハイゲンス又はラムステンの對眼レンズを用ひる。



70 圖

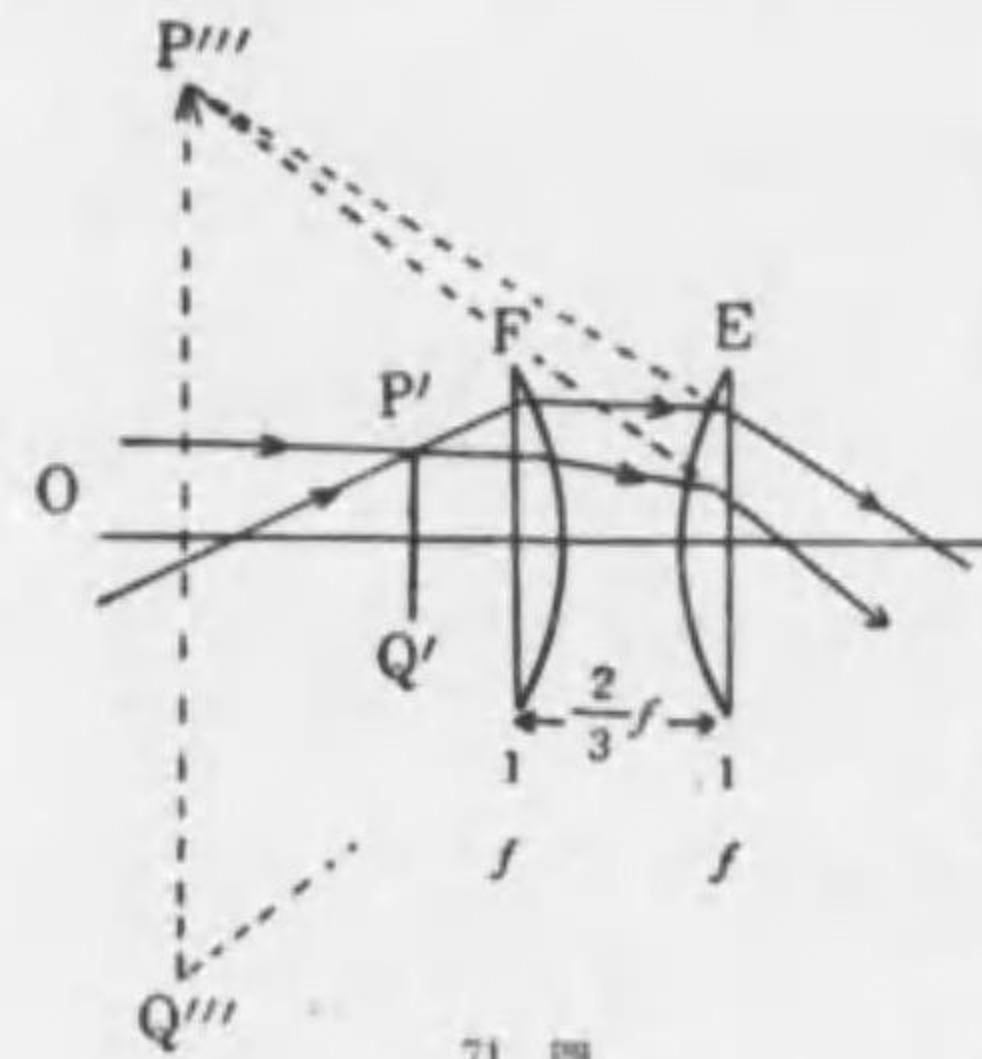
70 圖はハイゲンスの對眼レンズで途中に収束レンズ<sup>3)</sup>を入れて接眼レンズ E の端を通るべき光をも集めて實像 Q'P' を作り、これを E で廓大した虚像 Q''P'' を見るのである。但しこの際収束レンズ F の焦點距離  $f_1$  を接眼レンズの焦點距離  $f_2$  の 3 倍に

1) ceder oil, Zederöl

2) homogeneous immersion system, homogenes Immersionssystem

3) collecting lens, Kollektivlinse

4) eye lens, Augenlinse



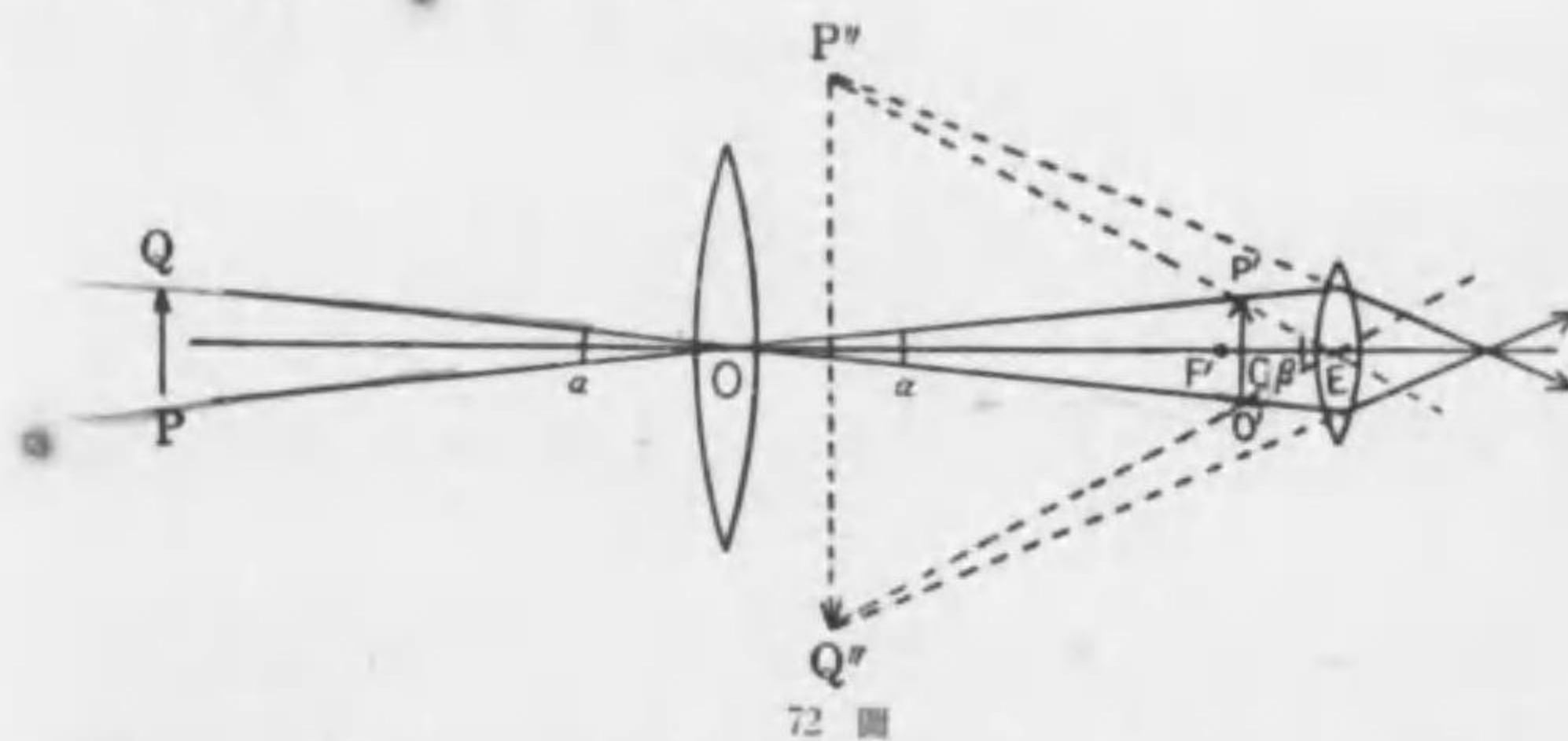
71 圖

等しからしめ、兩レンズを  $2f_2$  だけ離して對立せしめるのである。かくするとこのレンズ系は第三章 §5 で述べた様に色消しの條件を満足し、且つ事實上球面収差も少い。

ラムステンの對眼レンズ(71 圖)もほぼ同様の性質を有するもの

で収束、接眼の兩レンズは焦點距離等しく且つ兩者の距離は焦點距離の  $\frac{2}{3}$  だけ隔てて對立したものである。

§7 望遠鏡 i) 天體望遠鏡<sup>1)</sup> 望遠鏡は遠方の物體を鮮明に見るために成るべく光を多量に集める必要上對物レンズは對眼レンズに比し著しく大きい。



72 圖

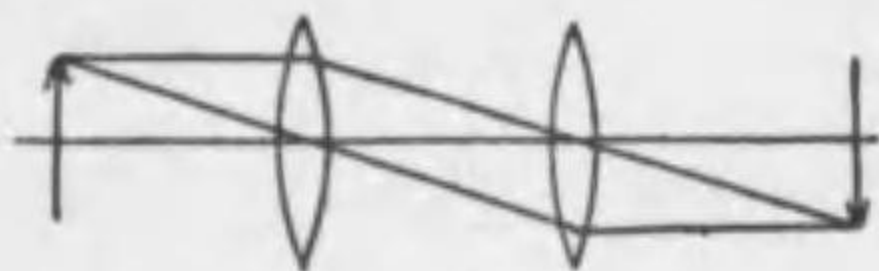
望遠鏡の倍率とは物體を望遠鏡を通して明視の距離に於て視たときの視角と物體を直接視たときの視角との比である。天體望遠鏡では物體 PQ を對物レンズ O によつて其の焦點近くに生ずる實像 P'Q' を對眼レンズ E の焦點 F' の少しく内側に入れ、このレンズによつて廓大して見るのである。

1) astronomical telescope, astronomisches Fernrohr

$$\text{倍率 } m = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{OC}{CE} \cdot \frac{f}{f'} \dots\dots\dots(1)$$

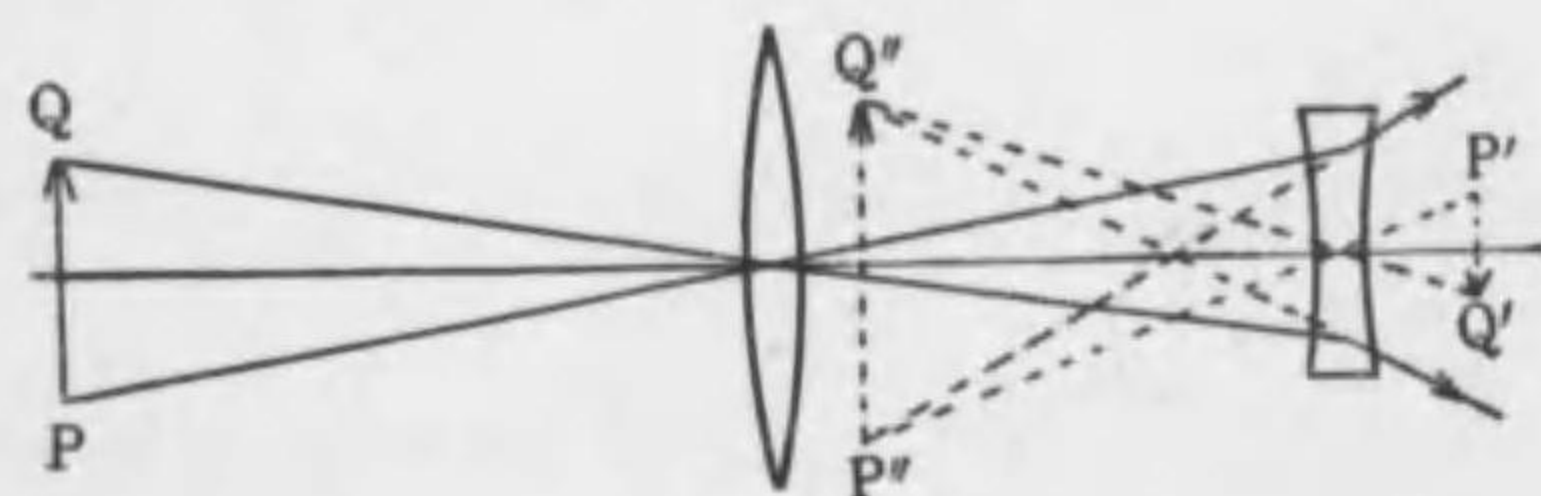
但し  $f, f'$  はそれぞれ対物及び対眼レンズの焦点距離である。而して望遠鏡の筒長は  $f+f'$  である。今物体 PQ をその距離の  $\frac{1}{m}$  まで近づけると視角が  $m$  倍されることにより、そのときの視角が丁度  $\beta$  であるから倍率  $m$  の望遠鏡を用ひることは物体をその距離の  $\frac{1}{m}$  の所に置いて直接見ると同結果である。而して此の倍率を大にするには対物レンズの焦点距離  $f$  を対眼レンズの焦点距離  $f'$  に比し著しく大にしなければならぬ。

ii) 地上望遠鏡<sup>1)</sup> 地上望遠鏡では像の倒立を防ぐために対物レンズと対眼レンズとの間に焦点距離  $f$  の相等しい二箇のレンズを  $f$  の距離を隔てて対立し、像を正立せしめる。

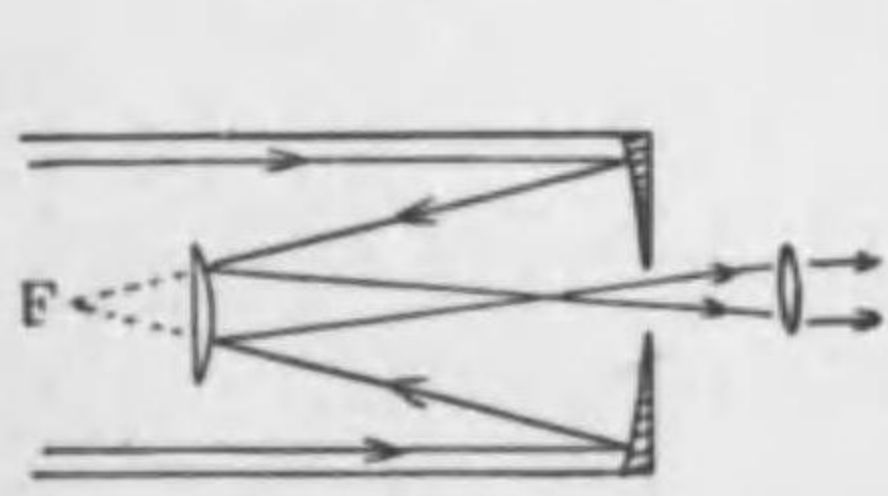


73 圖

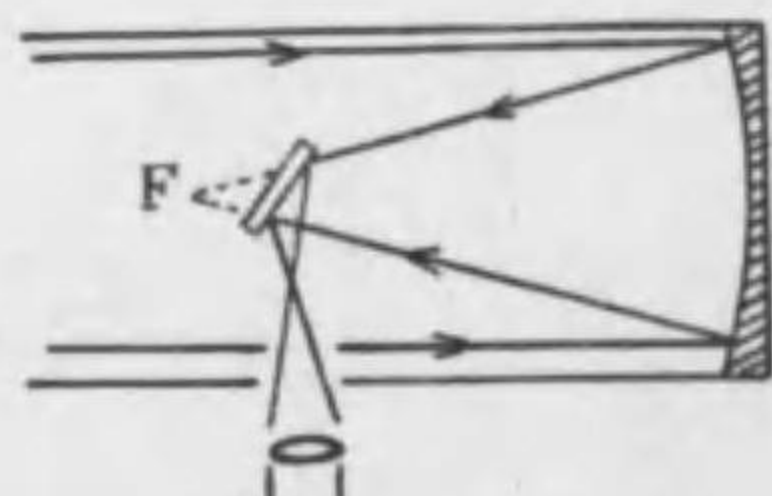
ガリレオの望遠鏡では対眼レンズとして凹レンズを用ひ直ちに像を正立せしめることが出来る。



74 圖



75 圖



76 圖

倍率は此の場合も(1)で與へられるが、筒長は焦点距離の差であるため多少短く、雙眼鏡として用ひられる。

1) terrestrial telescope, Erdfernrohr

iii) 反射望遠鏡 屈折天體望遠鏡では大なる對物レンズを要するが、レンズを作るべき良質の大きな硝子塊を得ることが困難であり、球面収差、色収差を完全に除去することも容易でない。このために反射望遠鏡<sup>1)</sup>が屢、用ひられる。これには種々の型があるが75圖はカセグレン (Cassegrain) の反對望遠鏡で76圖はニュートンの反射望遠鏡である。

[問 題]

1. 望遠鏡の筒長は 100 cm である。倍率が 9 である場合、對物レンズ及び對眼レンズの各焦点距離を求めよ。 [答] 90 cm 及び 10 cm
2. 星に焦点を合せたとき、對物レンズと對眼レンズとの間の距離は 50 cm であり對眼レンズの焦点距離は 1.2 cm である。今 10 m の高さの樹木を見るには對眼レンズを 0.25 cm だけ引き出さなければならぬとすれば観測者から樹木までの距離は何程か。また對物レンズで作られた像の大きは何程か。 [答] 95.7 m, 5.1 cm
3. 焦点距離 23 cm 及び 1 cm の二箇の凸レンズを用ひて一箇の望遠鏡たらしむるには、このレンズを如何様に排列すべきか。遠き物體より來る光の進路を描き、且つこれの倍率を求めよ。 (昭 5. 東北理)
4. 倍率  $m$  のガリレイ望遠鏡で非常に遠方の點を見たとき、對物對眼兩レンズの間は  $a$  cm であつた。次に近距離の一物體を見るために對眼レンズを  $b$  cm だけ引き出す必要があつた。後の場合に物體までの距離は

$$\frac{am}{b(m-1)} \left( \frac{am}{m-1} + b \right) \text{cm}$$

であることを證せよ。 (昭 7. 東. 文理)

1) reflecting telescope, Spiegelteleskop

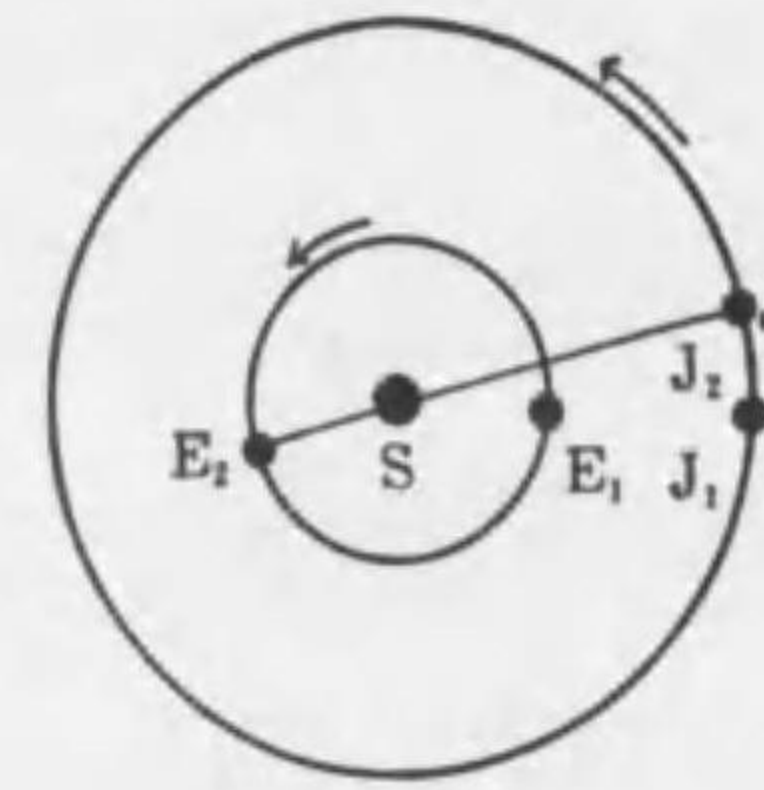
第五章 光の速度及び光の本性

§1 光の速度 光の速度は物理学に於ける種々の恒数中最も重要なものの一つであつて、これが物理学発展の歴史に於て屢、重要な役割を演じた。後述する如くフィゾー (H. Fizeau) 及びフーコー (L. Foucault) は光速が水中よりも空中では大であることを立證し、ニュートンの光粒子説<sup>1)</sup>は光の波動説<sup>2)</sup>によつて置き換へられ、更に静電單位と電磁單位との比が實驗的結果として光の速度に極めて近似してゐるといふ事實はマクスウェルをして光は電磁的振動なりと結論せしめ、最後に相對性原理<sup>3)</sup>の發見は光の速度の重要さを更に加へるに至つた。即ち光速不變の原理(後述)はその根本假定の一つを成してゐるからである。

古代ギリシに於ては光は傳播するに時間を要しないと考へられてゐたが 1600 年頃ガリレオ (G. Galileo) が始めて光速を測らうと企てた。甲乙二箇所立つ觀測者の一方が光を明滅する時間と他がこの明滅を見る時間との差を求める方法であつたが光速が極めて大であるため、此の方法は勿論失敗であつた。

§2 ローマーの方法及びブラッドレーの方法 1675 年にローマー (O. Römer) が木星の第一衛星(木星のまはりの公轉週期 42.5 時)の食(衛星が木星の後方に隠れてゐる間)を研究中、地球と木星の相對的位置の關係により、食と食との間の時間が規則正しく或は延び或は短くなることを觀測した。即ち地球 E<sub>1</sub> と木

1) corpuscular theory, Korpuskulartheorie  
 2) undulatory theory or wave theory, Undulationstheorie oder Wellentheorie  
 3) principle of relativity, Relativitätsprinzip



77 圖

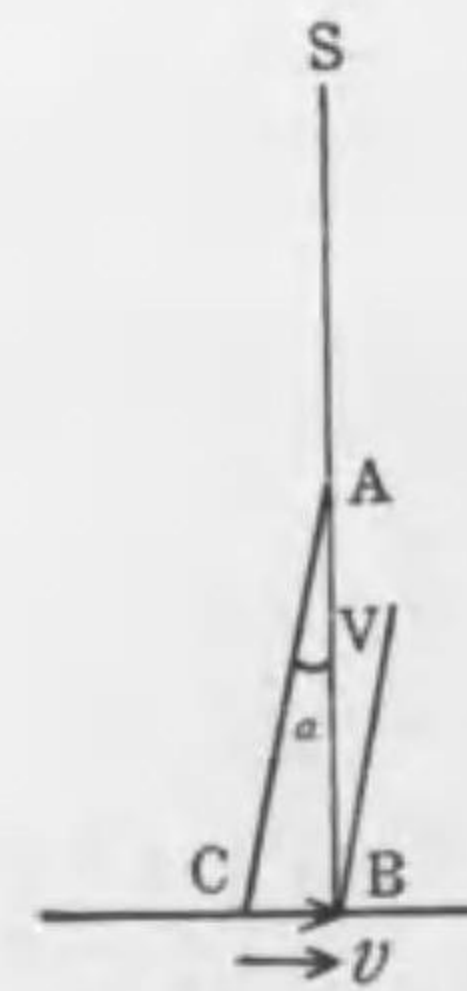
星 J<sub>1</sub> と太陽 S が一直線上にあつて圖の様な關係にあるときは一つの食と次の食との間の時間は約 42.5 時であるが、地球が矢の方向に公轉するに従ひこの週期は次第に増加し約半年後地球 E<sub>2</sub> と木星 J<sub>2</sub> が太陽の反對側にある時に觀測した食は最初 E<sub>1</sub> に於

て豫期して計算してあつた食の現るべき時間よりも約 996 秒遅れることを發見した。ローマーはこれを光の速度が有限であつて、地球の軌道直徑を進むに要する時間と考へた。即ち軌道直徑を  $299 \times 10^{11} \text{cm}$  とすれば光の速度 V は

$$V = \frac{299 \times 10^{11}}{996} = 3.01 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$$

ローマーの發見に對しては長く信が置かれなかつたが 1725

年にブラッドレー (J. Bradley) によつて上記の結果が確められた。即ち恆星を觀測するにあたり恆星の見える方向は恆星と地球との相對的位置によつて定まるわけであるが、實際に於ては地球の公轉速度によつて多少これと外れることを知つた。(地球の公轉速度は約 30 km/sec であり、自轉速度は赤道に於て約 0.46 km/sec であるから近似的には後者を前者に比して無視することが出来る。) 星から光が SA の方向に進んで來ても觀測者が CB の方向へ v の速度で運動してゐるときは望遠鏡を少しく CA の方向へ傾けなければならぬ。即ち星の位置と見かけの位置とは少しく異なる。かやうな現象を光行差<sup>1)</sup>



78 圖

1) aberration, Aberration

と云ひ、これは光に速度があるために外ならぬ。今  $V$  と  $CA$  の方向との間の角を  $\alpha$  とすれば

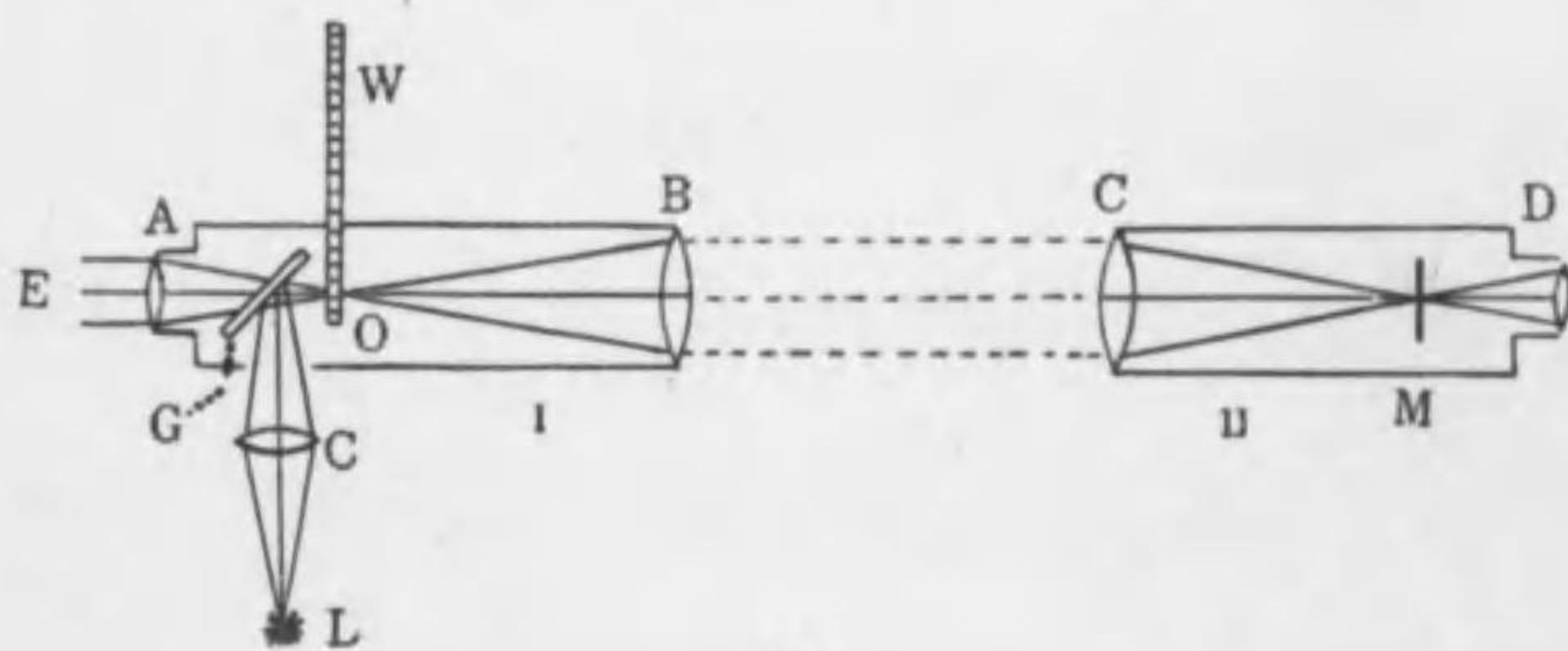
$$\tan \alpha = \frac{v}{V}$$

$\alpha = 20''.45$  であることが知られ、且つ  $v = 30 \text{ km/sec}$  であるから

$$\tan 20''.45 = \frac{30 \text{ km}}{V}$$

$$\therefore V = 3 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$$

§3 フィゾーの方法 上述の星學的方法に對してフィゾー (Fizeau) は 1849 年に始めて地球上に於て光速を測定した。光源  $L$  より出る光はレンズ  $C$  で集光され、次に硝子板  $G$  により反



79 圖

射せられ、齒車  $W$  の周邊  $O$  に焦點を結ぶ。この光が齒の間を通過した後、レンズ  $B$  で平行光線となり、更にレンズ  $C$  で集光され、反射鏡  $M$  の上に焦點を結ぶ。  $M$  で反射された光は前の道を通り、硝子板  $G$  を通過して目  $E$  に入る。今齒車を急速に廻轉すると、光は齒の間隙  $O$  を通り、  $M$  で反射されて歸つて来るが、若しその間に齒が前に間隙  $O$  の在つた所に来てゐると、  $E$  から光は見えない。次に車の廻轉を 2 倍にすると、光は再び齒の間隙を抜けて  $E$  に来る。かく車の廻轉數に應じて、  $E$  で光が明滅する。今初めて光が減したときの齒車の 1 秒間の廻轉數を  $n$ 、齒數を  $N$ 、望遠鏡  $I$  と  $II$  との距離を  $l$  とすれば、光速  $V$  は

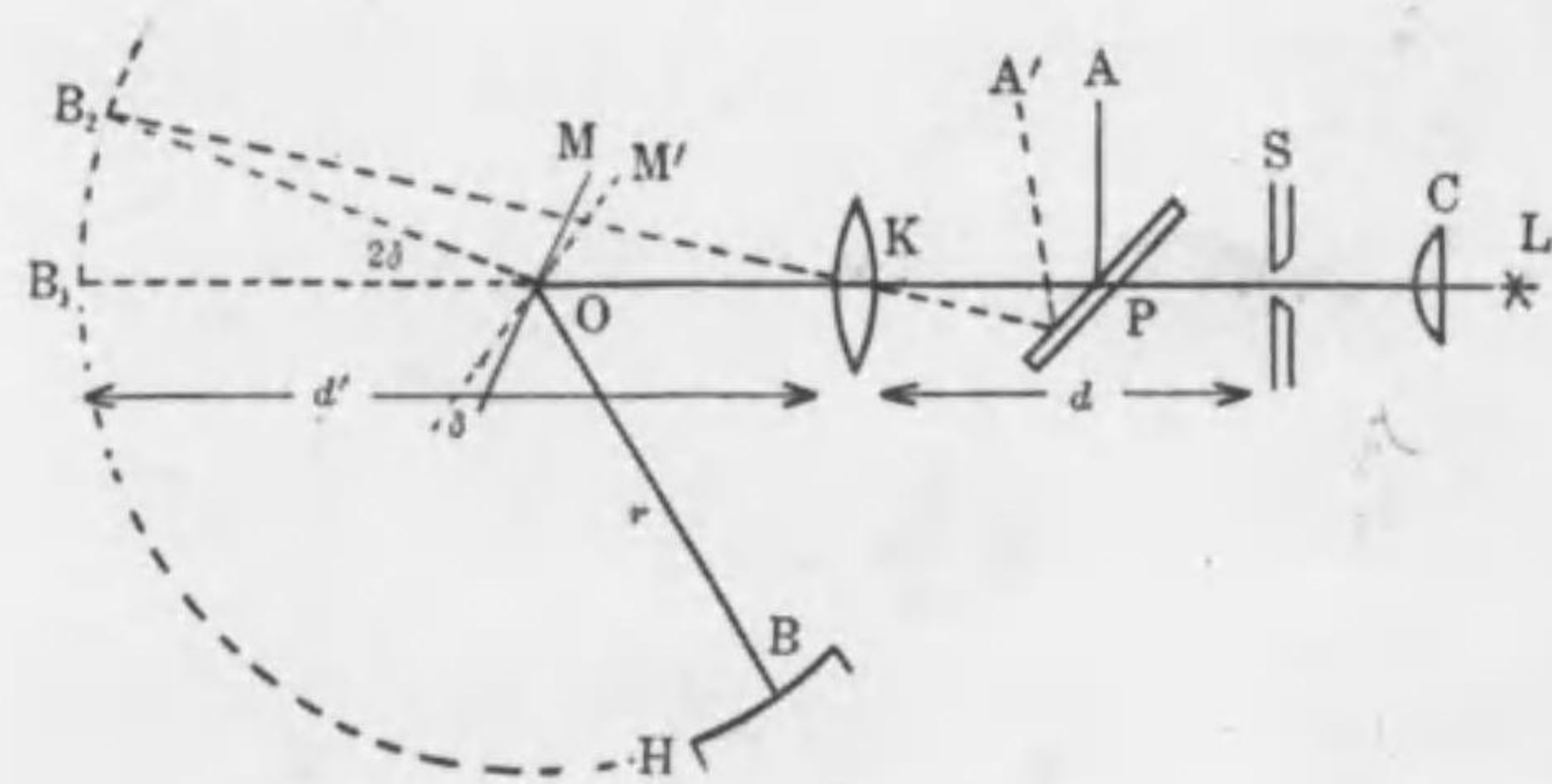
$$V = 2l / \left( \frac{1}{2N} \cdot \frac{1}{n} \right) = 4lNn$$

フィゾーの實驗では  $l = 8633 \text{ m}$  で  $N = 720$ 、  $n = 12.6$  のとき始めて光の減するのを見た。従つて光速として

$$V = 3.13 \times 10^{10} \text{ cm/sec}$$

の値を得た。

§4 フーコーの方法 フーコー (L. Foucault) は 1862 年に始めて實驗室内に於て光速を測定することに成功した。  $L$  から發する強い光は、レンズ  $C$  で集光せられ、細隙  $S$  を通過し、更に  $K$



80 圖

で集光せられる。  $M$  は紙面に直角な軸  $O$  の廻りに廻轉し得る反射鏡である。  $M$  がなければ細隙の實像が  $B_1$  に生ずる筈であるが、  $M$  が在るため、實像は球面反射鏡  $H$  上  $B$  點に生ずる。  $H$  の曲率の中心を  $O$  にしておけば、  $B$  が鏡面内に在る間は、光は元来た道を引き返す。この引き返した光が硝子板  $P$  面で反射されて  $A$  に細隙の實像を結ぶ。次に鏡  $M$  が廻轉し始めると、  $M$  で反射した光が球面鏡内に落ちる間だけ、像  $A$  が見えるから、この點で光の明滅が生ずる。鏡が次第に早く廻轉すると、像  $A$  は最初チラチラするが、一秒につき 10 回位以上の廻轉になると、  $A$  は定常的になる。廻轉が更に早くなり、  $M$  で反射された光が

Hで再び反射されてMに歸る間にMが角 $\delta$ だけ廻轉してM'の位置にあるとすると、BのM'による虚像はB<sub>1</sub>でなくてB<sub>2</sub>になる。従つて反射光はB<sub>2</sub>から來る様に見える。此の際 $\angle B_1OB_2=2\delta$ である。反射光はKで集光され、A'に實像を作る。

今  $AA'=l$ ,  $KS=KP+PA=d$ ,  $KB_1=d'$ ,  $OB=r$  とし鏡の一秒間の廻轉數を  $n$ , 光の速度を  $V$  とすれば鏡の角速度は  $2\pi n$ , 光がOBを往復するに要する時間は  $2r/V$  であるから此の時間内の鏡の廻轉角  $\delta$  は

$$\delta = 2\pi n \cdot \frac{2r}{V}$$

故に  $\angle B_1OB_2 = 2\delta = \frac{8\pi nr}{V}$

$\delta$  は非常に小さいから

$$B_1B_2 = r \angle B_1OB_2 = d' \angle B_1KB_2$$

即ち  $\angle B_1KB_2 = \frac{r}{d'} \angle B_1OB_2$

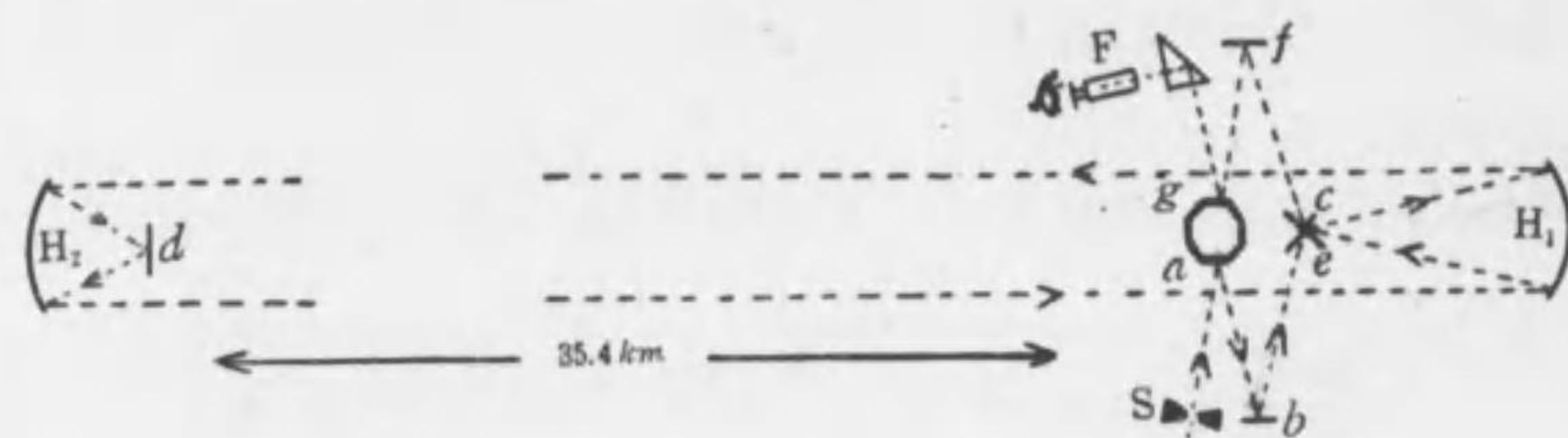
$$\therefore \angle B_1KB_2 = \frac{8\pi nr}{V} \cdot \frac{r}{d'}$$

次に  $AA' = l = d \cdot \angle B_1KB_2 = \frac{8\pi nr^2 d}{V d'}$

$$\therefore V = \frac{8\pi nr^2 d}{l d'}$$

故に對眼鏡に附したマイクロメーターで  $l$  を測れば  $V$  が知られる。フーコーは  $r=20\text{ m}$ ,  $n=800$  のとき  $l=0.7\text{ mm}$  となり  $V=298000\text{ km/sec}$  の値を得た。

**マイケルソンの方法** マイケルソン (A. A. Michelson) はフーコーの方法を改良し、今日最も正確と信ぜらるゝ光速度を決定した。その1925年に行つた實驗の概略は次の通りである。細隙Sを通る極めて強い光は八角形の廻轉反射鏡の面  $a$  で反射せられ、更に  $b$  及び  $c$  で反射されて凹面鏡  $H_1$  に向ふ。  $H_1$  はこれを平行光線として  $35.4\text{ km}$  遠



81 圖

方の  $H_2$  に送る。  $H_2$  で反射された光はその焦點にある反射鏡  $d$  で反射され、再び  $H_1$  に歸る。この光が  $c$  の少し下方にある鏡  $e$  によつて反射され、次に  $f$  の反射を経て廻轉鏡の面  $g$  で反射されて目に入る。然し鏡が廻轉しはじめると  $S$  の像が消える。それは  $a$  で反射した光が約  $70\text{ km}$  を進む間に反射面  $g$  が多少廻轉してゐるからである。更に早く廻轉して  $g$  の次の面が丁度  $g$  の場所に来てゐると  $S$  の像が再び見える(此の間に廻轉鏡は丁度  $45^\circ$  廻轉してゐる)。此の際の鏡の廻轉數は一秒 528 回であつたと報告せられてゐる。  $H_1, H_2$  間の距離及び其の他の極めて正確な測定値を用ひマイケルソンは真空中に於ける光速として

$$299796 \pm 4\text{ km/sec}$$

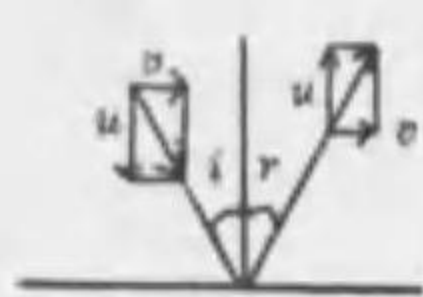
を得た。此の値は今日最も正確とせられてゐるものである。

**§5 物質内に於ける光の速度** フーコーは80圖のOとBとの間に水を充した管を入れて水中に於ける光速を測定し、その結果として水中に於ける光速は空中の光速の  $\frac{3}{4}$  であることを發見した。これは丁度空氣の水に対する屈折率に等しいものである。

フーコーの研究は光學的に密な物質中に於ける光速は粗な物質中に於ける光速よりも小であることを直接に定め得たばかりでなく、ニュートンの光の粒子説とハイゲンス、ヤング (T. Young) の光の波動説との間の論争に對して最後の決定を與へた。ニュートンによれば光とは光源からあらゆる方向に極めて大なる

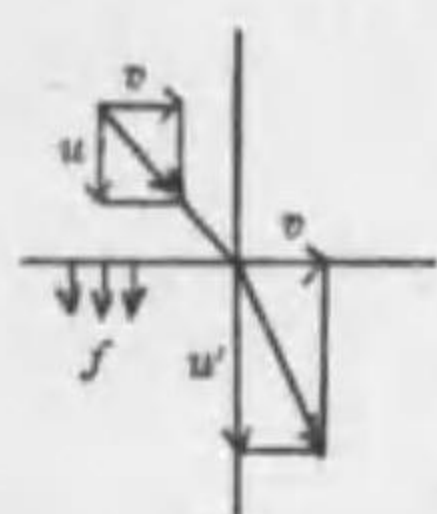


速度を以つて一直線上に飛び出す極めて小さい物質粒である。この假定は光が直進することを説明する爲めであるが、一方力学に於て障害物に妨げられない限り物質は永久直線運動をな



82 圖

すとの慣性定律の創設者であるニュートンが光に其の類似を求めたのは當然であらう。従つて反射及び屈折に關しても力學的説明を試みた。即ち光粒子が反射面の法線と  $i$  の角をなして入射するとき光粒子を完全弾性球の反射の如く考へると粒子の速度の水平分値  $v$  には變化なく、垂直分値  $u$  の方向だけ



83 圖

反對になる。従つて反射角  $r$  が入射角  $i$  に等しくなる。次に光粒子が物体の表面を通過すると、表面の極く薄層に存在する垂直力が下方に向つて光粒子に作用するものと假定した。此の垂直力は粒子の水平速度分値  $v$  には影響を及ぼさないが、垂直方向に加速度を生ずるため、この方向の速度は  $u$  から  $u'$  ( $u' < u$ ) になる。従つて光が屈折後法線に近づくことが理解される。然しこの結果かやうな物質内では光速が空気中よりも大であるとの結論になる。

上述のフーコーの研究はニュートンの死後行はれたものであるが、この研究によつて光の粒子説は廢棄せられなければならぬ運命になつた。

ハイゲンスの光の波動説によれば媒質の屈折率は第一媒質と第二の媒質中に於ける波動の速度の比で與へられる。この事實はフーコーによつて實證せられたが、マイケルソンはフーコーの方法を用ひて二硫化炭素中の光速を測定して  $V' = V/1.77$  を得た ( $V$  は空気中の光速)。然し二硫化炭素の屈折率から計算すると  $V' = V/1.64$  となるべき筈である。この二つの値の異なる理由は最初レーレー (Rayleigh) によつ

て明かにせられた。レーレーによればフーコーの方法によつて測定せらるゝ光速はハイゲンスの波面の進行速度(位相波の速度)ではなく群波の速度である(證明略)。上巻第七章 §10 により群波の速度  $V''$  は

$$V'' = V' - \lambda \frac{dV'}{d\lambda}$$

茲に  $V'$  は分散により波長と共に變る媒質内の速度である。二硫化炭素の場合では  $\frac{\lambda}{V'} \frac{dV'}{d\lambda}$  は(可視スペクトルの平均波長に對して) 0.075 である。従つて群速度として

$$V'' = V' - \lambda \frac{dV'}{d\lambda} = V' - V' \times 0.075 = (1 - 0.075)V'$$

上式に  $V' = V/1.64$  を代入して

$$V'' = \frac{V(1 - 0.075)}{1.64} = \frac{V}{1.77}$$

即ちマイケルソソの結果とよく一致する。

光の速度を直接に測定しようとする實驗は多くの場合群速度を測定してゐるのであるが、媒質の分散が著しくないため群速度と所謂波動の速度とは大した差違を示さないのである。

§6 光の彈性波説及び電磁説及び其の他 以上の所説によつて光速度に關する限り波動説が有力であるが、光の直進を説明するに際してはハイゲンスの理論は困難である。然るにヤングは波動論に基いて光の干涉を説明し、更にフレネルは干涉理論に基いて光の直進とは單に近似的事實に過ぎず、音波の如く障害物の背後にも進み得ることを明かにし、更に結晶による複屈折現象を觀察して光が横波なることを確證し、結局光は分子或は原子が振動によつて其の空間に惹き起す彈性横波なりと斷じた<sup>1)</sup>。この横波を傳へる媒體をエーテルと云ふ。

然し上述エーテルが横波を傳播する以上固体としての性質

1) aether, Äther

を有してゐなければならず、而かも天體が高速度で自由に其中を運行するのは甚だ不可解であるのみならず、弾性固體中に横波と共に存在すべき縦波は未だ發見せられたことなく、エーテルの本體は甚だ把捉し難いことになつた。

次で1864年にマックスウェル(C. Maxwell)は電磁光波の學説<sup>1)</sup>を樹て、電磁現象を傳へる媒體と光波を傳へる媒體とは同一なりとなし、光波は電磁波の波長の小なるものであるとの論を立てた。この理論はヘルツ(H. Hertz)の實驗によつて裏書せられ廣く世に承認せらるゝに至つた。

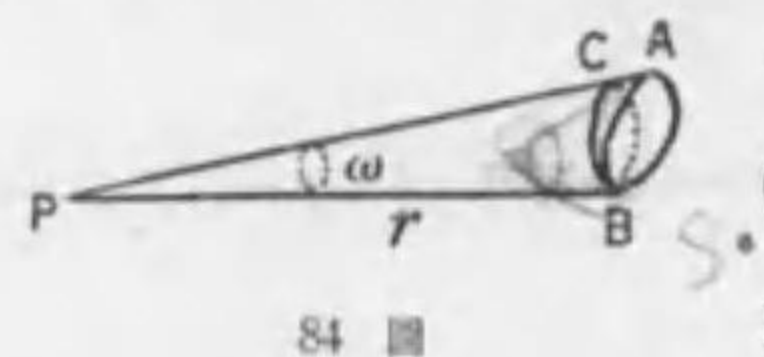
然るに1905年にアインシュタイン(A. Einstein)はプランク(M. Planck)の量子論<sup>2)</sup>を援用して光電効果<sup>3)</sup>(金屬面に光を當ると電子の飛び出す現象)を説明するに當り、再び光粒子を假定した。これを光量子<sup>4)</sup>と云ふ。この理論では光の傳播は波動的でなく恰も雨の如く空間を局部的に前進するものである。従つて連続的波動によつて説明せられた干涉等の現象を光量子によつて説明することは至難である。

フレネルの弾性媒體と云ひ、マックスウェルの電磁媒體と云ひ何れも其の本體は依然不明のものであつて、種々の實驗によるもその實在性は尙肯定せられるに至らない。アインシュタインは1928年頃より電磁現象を空間の幾何學的性質に歸せしめんとし、一方ハイゼンベルグ(W. Heisenberg)ディラック(P. A. M. Dirac)、シュレーディンガー(E. Schrödinger)等により主唱せられた波動力學は光の理論に關し新しい道を拓きつゝある。

#### §7 光束及び照度 或る面積を單位時間に通過する光の

- 1) electromagnetic theory of light, elektromagnetische Theorie des Lichts  
2) quantum theory, Quantentheorie 3) photoelectric effect, Lichtelektrischer Effekt  
4) light quantum, Lichtquantum

エネルギーの量を此の面積を通る光束<sup>1)</sup>と云ひ、單位の面積に對する光束を此の面の照度<sup>2)</sup>と云ふ。また單位の立體角(下記定義を見よ)に對する光束を光度<sup>3)</sup>と云ふ。Pを頂點とする圓錐を考へ、



これがPを中心とする球面から面積CBを截り取るとすれば、この面積CBは球の半径rの自乗に比例する。従つて(面積CB)/r<sup>2</sup>はrに無關係の一定の數で、これをCBがPに於て含む立體角<sup>4)</sup>と云ふ。これをωとすれば

$$\omega = \frac{\text{面積 CB}}{r^2}$$

次に圓錐がBを通る別の面から面積ABを截り取るとしBC、ABが充分小さいとして(面AB=dS)この兩面の法線間の角をθとすればdSがPに於て含む立體角dωは

$$d\omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2}$$

今光束をF、光度をIとすれば光度の定義により

$$I = \frac{F}{\omega}$$

光源を中心として半径r<sub>1</sub>、r<sub>2</sub>の球面を描けば立體角ωが兩球面から截り取る面積はωr<sub>1</sub><sup>2</sup>及びωr<sub>2</sub><sup>2</sup>である。故にωの内部を通る光束をFとすれば上記兩面積に於ける照度E<sub>1</sub>、E<sub>2</sub>は

$$E_1 = \frac{F}{\omega r_1^2}, \quad E_2 = \frac{F}{\omega r_2^2}$$

$$\therefore E_1 = \frac{I}{r_1^2}, \quad E_2 = \frac{I}{r_2^2}$$

$$\therefore E_1 : E_2 = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2}$$

- 1) luminous flux, Lichtfluss oder Lichtstrom  
2) intensity of illumination, Beleuchtungsstärke  
3) luminous intensity or illuminating power, Lichtstärke  
4) solid angle, Raumwinkel

即ち光を垂直に受ける受光面の照度は光源からの距離の自乗に逆比例する。これをランベルト(J. Lambert)の法則と云ふ。

次に二つの光源が同一の面から  $r_1, r_2$  の距離ににあり、此の面に對する照度が相等しい場合に(兩光源からの光は面に垂直に當るものとする)兩光源の光度を  $I_1, I_2$  とすれば

$$E = \frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2} \quad \text{或は} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

上式により二つの光源からの照度等しき點を求め、その時の光源から面までの距離を測つて兩光源の光度を比較し得る。光度計は此の理に基くものである。

次に84圖に於てCB及びABの面積を  $dS_1$  及び  $dS_2$  とすれば

$$dS_1 = r^2 d\omega, \quad dS_2 = (r^2 d\omega) \cos \theta$$

$d\omega$  内の光束を  $dF$  とすれば兩面の照度はそれぞれ

$$E_1 = \frac{1}{r^2} \frac{dF}{d\omega} \quad E_2 = \frac{\cos \theta}{r^2} \frac{dF}{d\omega}$$

$$\therefore E_1 : E_2 = 1 : \cos \theta$$

即ち面の法線が光線の方角と  $\theta$  の傾きをなすときは此の面の照度は此の角の餘弦に比例する。なほ此の関係は左圖を見れば明かなる様に平行光線の場合に成立すること勿論である。即ち



85 圖

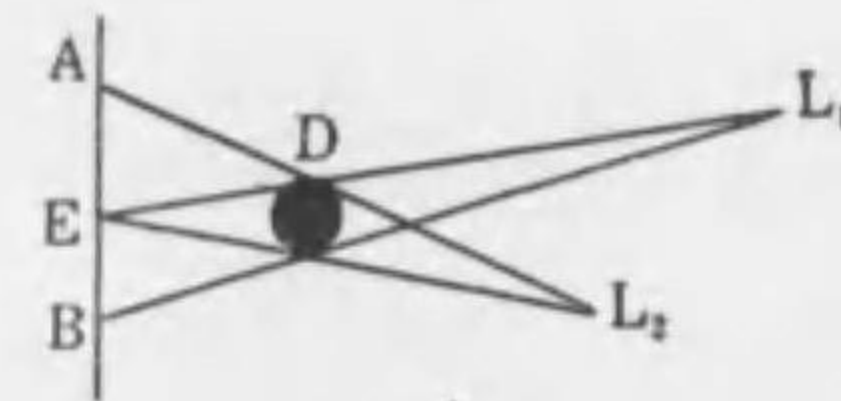
$$S_1 = S_2 \cos \theta$$

$$\therefore E_1 : E_2 = 1 : \cos \theta$$

§8 光度計 照度が光源からの距離の自乗に逆比例する性質を用ひて種々の光度計が考案されてゐる。以下その二三を示せば

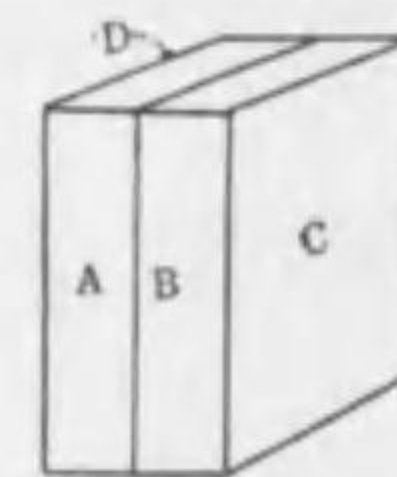
1) photometer, Photometer

i) **ルムフォード (Rumford) 光度計** 最も簡単な光度計で擦り硝子 AB の前に棒 D を置き光源  $L_1, L_2$  でこれを照し、AB 上



86 圖

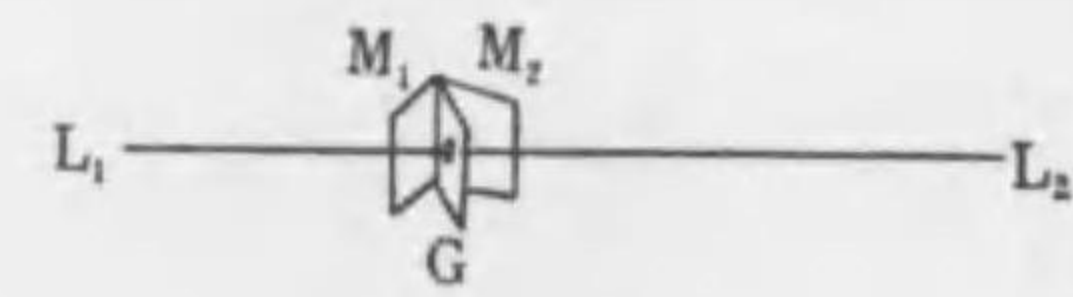
に影を生ぜしめ、この影の境が丁度接する様にして、AB の裏面から見るとき等しい暗さの影が生ずる様に光源を移動する。このとき  $L_2E, L_1E$  の距離を定めると光度を比較し得る。此際兩方の光は AB に同じ傾きであたる様に注意しなければならぬ。



87 圖

ii) **ジョリー (Jolly) 光度計** 圖の様に二つのパラフィン塊 A, B を錫箔を境として接せしめ C, D の兩面を光で照して AB 面を見、AB が同じ明るさになる様に光源の距離を調節すれば光度が比較出来る。

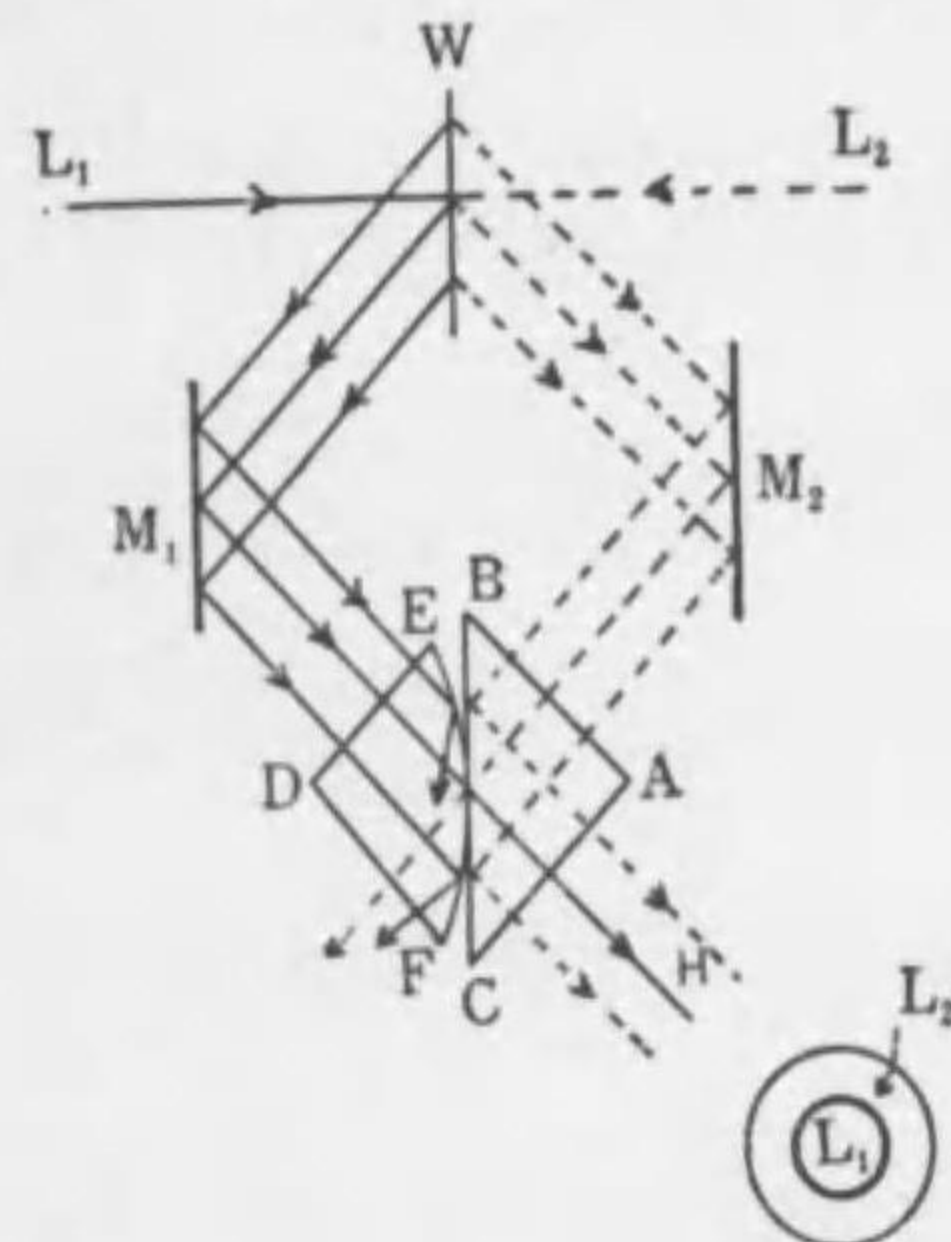
iii) **ブンゼン (Bunsen) 光度計** パラフィン又はグリースの斑



88 圖

點を紙に附けて紙を半透明にする。この紙を光の通路に直角に置いて斑點を兩光源  $L_1, L_2$  で照し、これを鏡  $M_1, M_2$  で反射させてその像が丁度等しい明るさに見える様に光源を移動させる。

vi) **ルンマー・ブロードム (Lummer-Brodhum) 光度計** 圖に於て W は焼石膏を塗つたスクリーンで兩光源  $L_1, L_2$  を結ぶ線に垂直であり、兩光源からの光は W の兩面で亂反射せられる。この光が  $M_1, M_2$  の鏡で反射せられて、プリズム DEF, 及び ABC の中に入る。兩プリズムは共に直角二等邊プリズムであるが、DEF の方は圖の様に一面が凸面で、兩プリズムは圓形の接觸面



89 圖

で密着してゐる。接觸は充分密で此の面で光が反射しない様にしてある。さて  $M_1$  で反射した光のうちプリズムの接觸面を通る光はそのまま  $H$  の方向へ進むが、これ以外の外部の光は凸面で全反射せられる。これに反し  $M_2$  で反射せられた光のうち接觸面を通る光はそのままプリズムから外に出で、外部の光だけが  $BC$  面で全反射せられて  $H$  の方向へ進む。故にこれを望遠鏡で望めば圓形の視野は明暗に分かれる。従つてこの明暗の差別が無くなる様に  $W$  と光源との間の距離を加減すれば光度を比較し得る。

#### 光度の標準

i) 英制では直径  $\frac{7}{8}$  吋、重さ  $\frac{1}{6}$  ポンドの鯨油燭燭<sup>1)</sup> が 1 時間に 120 グレーン (7.776 g) づつ燃焼するときの光度を単位とし、これを 1 キャンドルと云ふ。我國の普通一燭光と云ふのは英制 1 キャンドルに従ふものである。

ii) 佛制ではコルザ油を用ゆる所謂カルセル燈<sup>3)</sup> である。これが 1 時間に 42 g の油を燃焼し炎が 4 cm の長さの時の光度を単位としこれを 1 カルセルと云ふ。1 カルセルは 9.5 キャンドルに當る。

iii) 獨制はヘフネル燈<sup>4)</sup> である。これは錯酸アミールを燃料とし火口の直径 0.8 cm、炎の長さ 4 cm であるときの光度を単位とし、これを 1 ヘフネルと云ふ。これは 0.94 キャンドルに相當する。

1) spermaceti candle, spermaceti Kerze  
3) carcel lamp, Carcel Lampe

2) candle, Kerze  
4) Hefner lamp, Hefner Lampe

iv) ハルクールのペンタン燈<sup>1)</sup> これは空氣 20 容積とペンタン瓦斯 7 容積との混合氣體が  $\frac{1}{7}$  吋の火口で燃えて炎の長さが 2.5 吋のときの光度を単位とするもので國際燭光<sup>2)</sup> の單位である。これは英制約 1 キャンドルに相當する。

光束及び照度の單位 國際 1 燭光の光度を有する光源が單位立體角内(例へば 1 m の距離に於て 1 m<sup>2</sup> の面積)に 1 秒間に放射する光束を以つて光束の單位とし、これをルーメン<sup>3)</sup> と云ふ。

照度の單位としては國際 1 燭光の光度ある光源から 1 m の距離に於て光線に垂直な面に對する照度をとる。此の單位を米燭光<sup>4)</sup> 又はラックス<sup>5)</sup> と云ふ。

1) Harcourt pentane lamp, Harcourtsche Pentanlampe  
2) international candle, internationale Kerze  
3) lumen, Lumen  
4) metre-candle, Meter-kerze  
5) lux, Lux

## 第六章 光の干渉

§1 波動のエネルギー 媒体中の一点が振動運動をなすときは媒体中の各点次第にこの振動運動を傳へ所謂波動が生ずる。いま此際に波動が傳へるエネルギーを計算する。xの方向に進む波動を

$$y = a \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (1)$$

で表はせば質点の速度は

$$\frac{dy}{dt} = \frac{2\pi a}{T} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (2)$$

単位体積中に含まれる運動のエネルギーをEとし、密度をρ、振動数をnとすれば

$$E = \frac{1}{2} \rho \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho \cos^2 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (3)$$

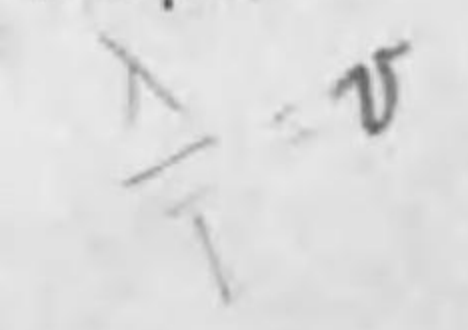
このエネルギーの最大値は  $2\pi^2 n^2 a^2 \rho$  で最小値は零である。媒体がこの波動のエネルギーを熱その他の形で他に逸散しないならばこの運動のエネルギーが最大のときは位置のエネルギーは最小で、位置のエネルギー最大ときは其の値は  $2\pi^2 n^2 a^2 \rho$  である。エネルギーの全量は保存されつゝ傳播する。

一波長中に含まれるエネルギーを  $E_\lambda$  とすれば

$$E_\lambda = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho \lambda$$

$E_\lambda$  が一週期 T 間に進行方向に直角な単位面積を通過するから、単位時間中にこの面積を通過するエネルギーは

$$\frac{2\pi^2 n^2 a^2 \rho \lambda}{T} = 2\pi^2 n^2 a^2 \rho v$$



このエネルギーを波動の強さと云ふ。波動の強さは振幅の二乗に比例する。

§2 フレネルの鏡 光を一種の波動の傳播と考へるならば光は音波等の如く波動に特有な干渉現象を生ずべき筈である。光に對してかやうな干渉現象の存することはヤングによつて發見されフレネルの歴史的研究によつて明かにせられた。

今  $L_1, L_2$  から發生する波動を  $S_1, S_2$  とすれば(91圖)

$$S_1 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$S_2 = A \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \dots\dots\dots (2)$$

$S_1, S_2$  の傾きが極めて小さく振動が殆んど同方向と見做し得る場合には合成波は

$$S = S_1 + S_2$$

上式は次の如くに書き得る

$$S = a \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} - \delta \right) \dots\dots\dots (3)$$

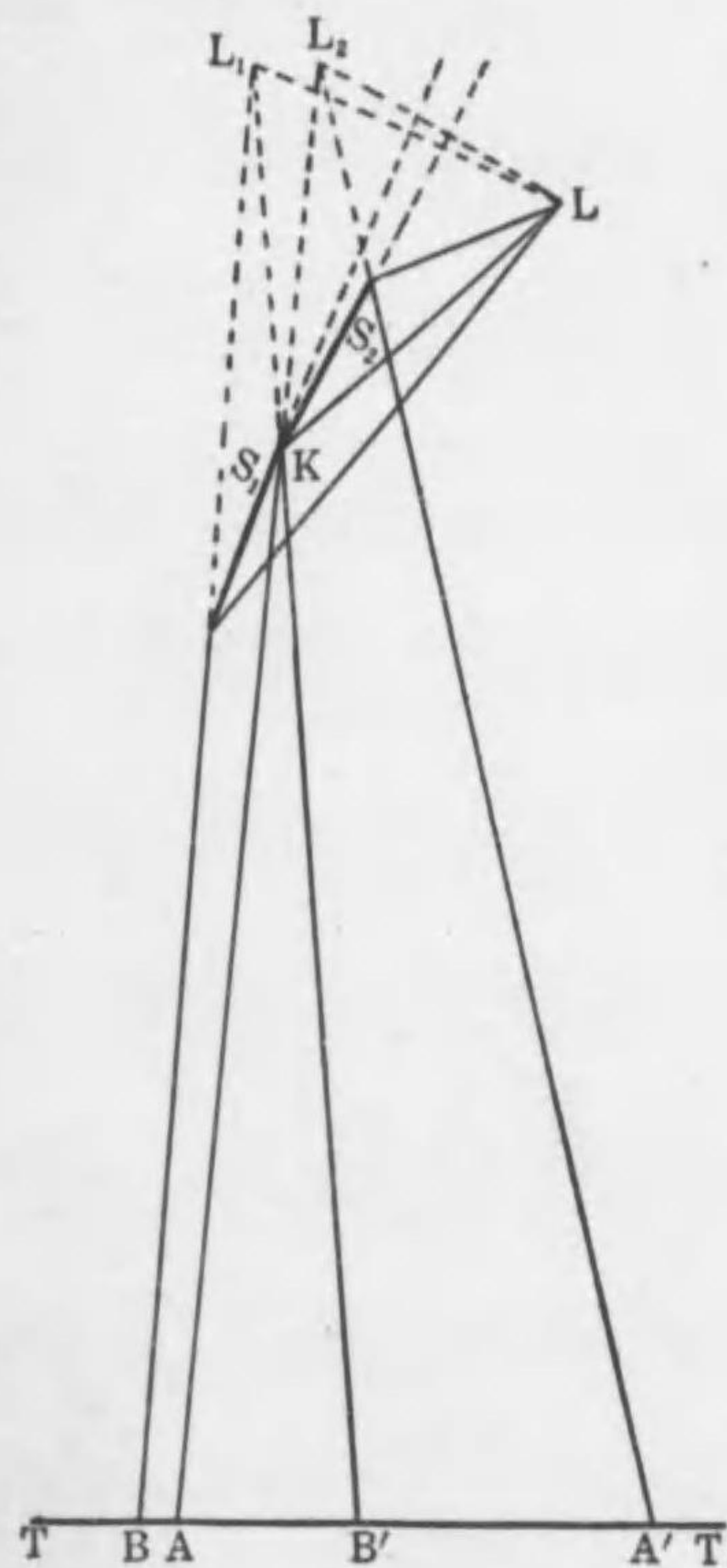
但し

$$\left. \begin{aligned} a \cos \delta &= A \cos 2\pi \frac{r_1}{\lambda} + A \cos 2\pi \frac{r_2}{\lambda} \\ a \sin \delta &= A \sin 2\pi \frac{r_1}{\lambda} + A \sin 2\pi \frac{r_2}{\lambda} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

(4)の二式を自乗して加へると合成せられた光の或る一点Pに於ける強さは前節により振幅の自乗に比例するから  $a^2$  を I とすれば

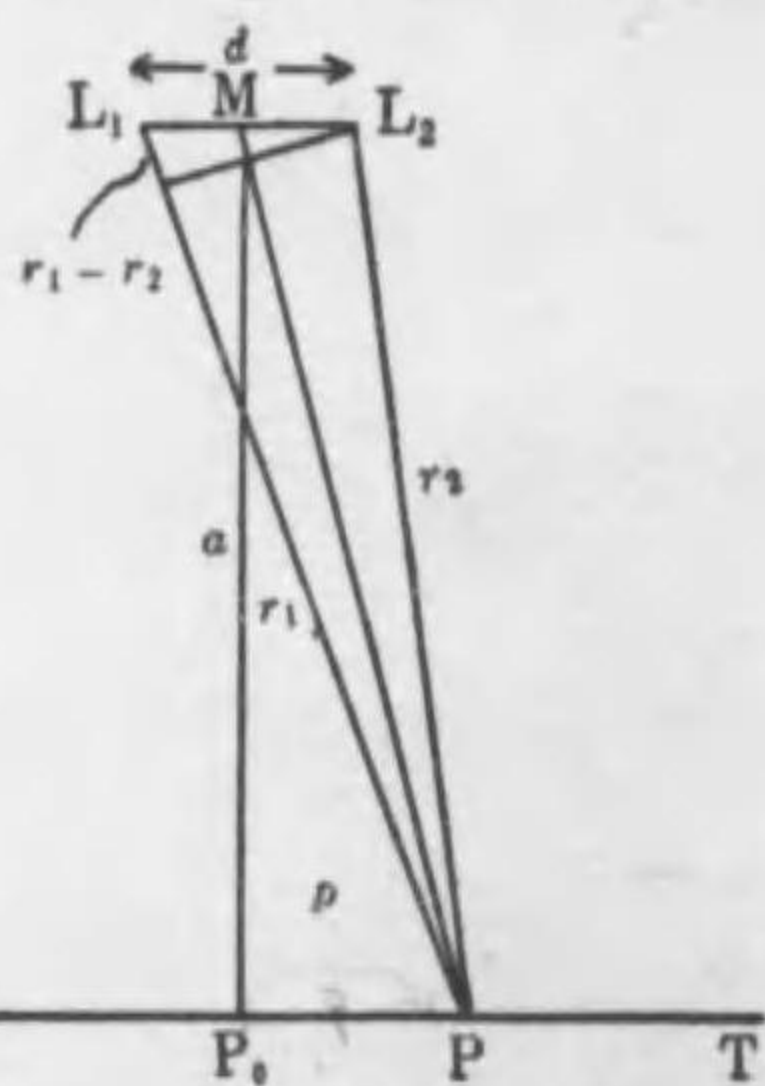
$$I = a^2 = 2A^2 + 2A^2 \cos 2\pi \frac{r_1 - r_2}{\lambda} \dots\dots\dots (5)$$

$\frac{2\pi(r_1 - r_2)}{\lambda}$  は(1), (2)から明かな様に二波の位相差である。この位相差を  $\Delta$  とすれば  $\Delta$  は合成せられた光の強弱を決定することになる。即ち  $\Delta = 0, 2\pi, 4\pi, \dots\dots$  では強さの極大が現れ  $\Delta = \pi, 3\pi, \dots\dots$  では極小が現れる。



90 圖

此等の條件はフレネルの鏡<sup>1)</sup>によつて實現せられる。90圖に於て  $S_1, S_2$  は交線  $K$  に於て交る平面鏡で極めて僅かだけ(數分)傾けてある。  $L$  は交線  $K$  に平行なスリットでその背後から單色光で照せば  $L$  を通る光は  $S_1, S_2$  で反射され反射光は恰も  $L$  の虚像  $L_1, L_2$  から來た様な觀を呈し、この兩反射光の



91 圖

通路の共通の部分にスクリーンを置けば明暗交互に現れる干渉の縞<sup>2)</sup>が見える。即ち上の計算により

$$r_1 - r_2 = \pm \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{3\lambda}{2}, \dots \dots \dots (6)$$

即ち光の行差が半波長の奇數倍になる様な點では暗線が生ずる。

今91圖に於て  $L_1L_2$  の距離を  $d$ ,  $L_1L_2$  の中點  $M$  からスクリー

1) Fresnel-mirror, Fresnelscher Spiegel

2) interference fringes, Interferenzstreifen

ンまでの距離  $MP_0$  を  $a$ ,  $P_0$  からスクリーン上の一 點  $P$  までの距離を  $p$  とすれば

$$r_1^2 = a^2 + \left(p + \frac{1}{2}d\right)^2$$

$$r_2^2 = a^2 + \left(p - \frac{1}{2}d\right)^2$$

$$\therefore r_1^2 - r_2^2 = (r_1 + r_2)(r_1 - r_2) = 2dp$$

$p$  及び  $d$  が  $a$  に比して充分小さい場合には  $r_1 + r_2 = 2a$  と置き得るから

$$r_1 - r_2 = \frac{dp}{a}$$

従つて(6)により

$$p = \pm \frac{a}{d} \cdot \frac{\lambda}{2}, \pm \frac{a}{d} \cdot \frac{3\lambda}{2}, \pm \frac{a}{d} \cdot \frac{5\lambda}{2}, \dots \dots \dots (7)$$

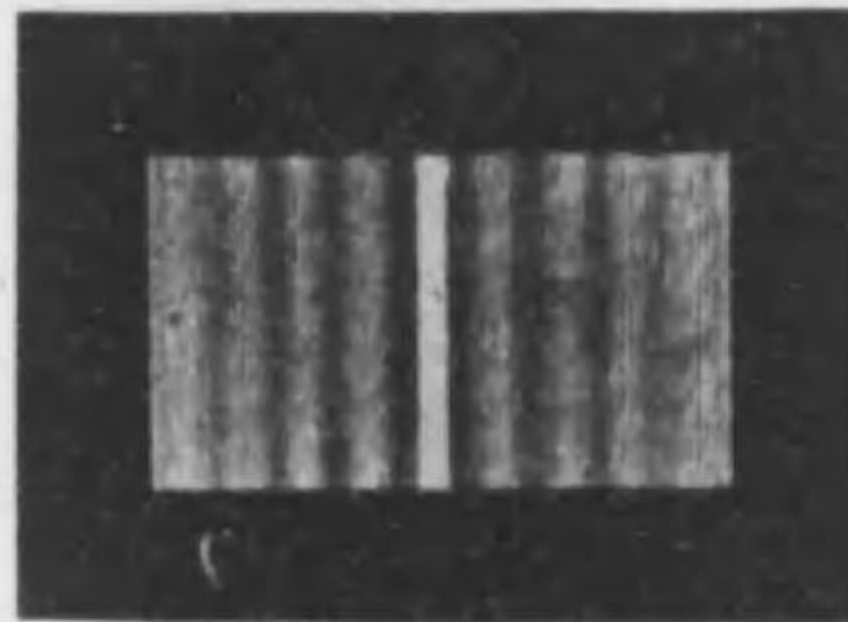
即ちスクリーンの上には  $a\lambda/d$  の間隔をおいて暗線が現れ、

$$p = 0, \pm \frac{a}{d}\lambda, \pm \frac{a}{d}2\lambda, \pm \frac{a}{d}3\lambda$$

の位置に明線が現れる。

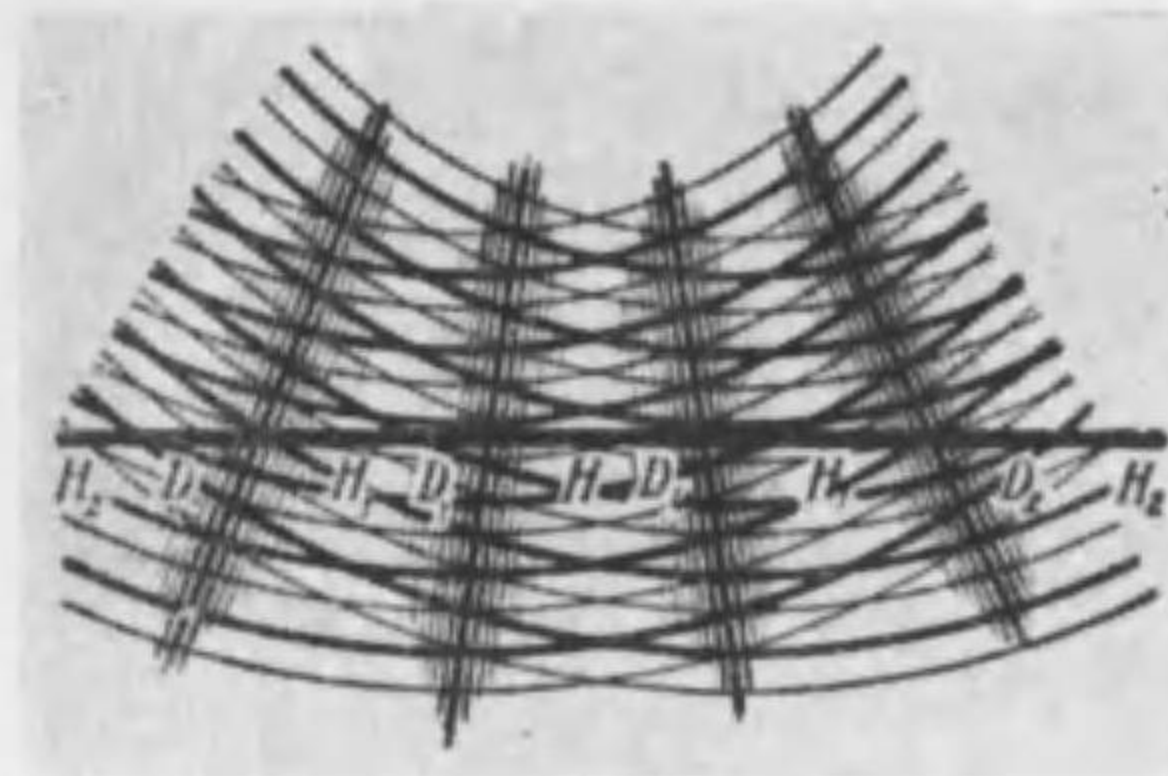
白色光を用ひるとスクリーンの上には各波長に應じてそれぞれ異なる點に光の強さの極大極小が生ずるため色縞が生ずる。然し  $P_0$  では總べての波長が皆極大をもつためこの點では色が生じない ( $r_1 - r_2 = 0$ )。

92圖はフレネル鏡を用ひて撮つた干渉縞を示し93圖は90圖



92 圖

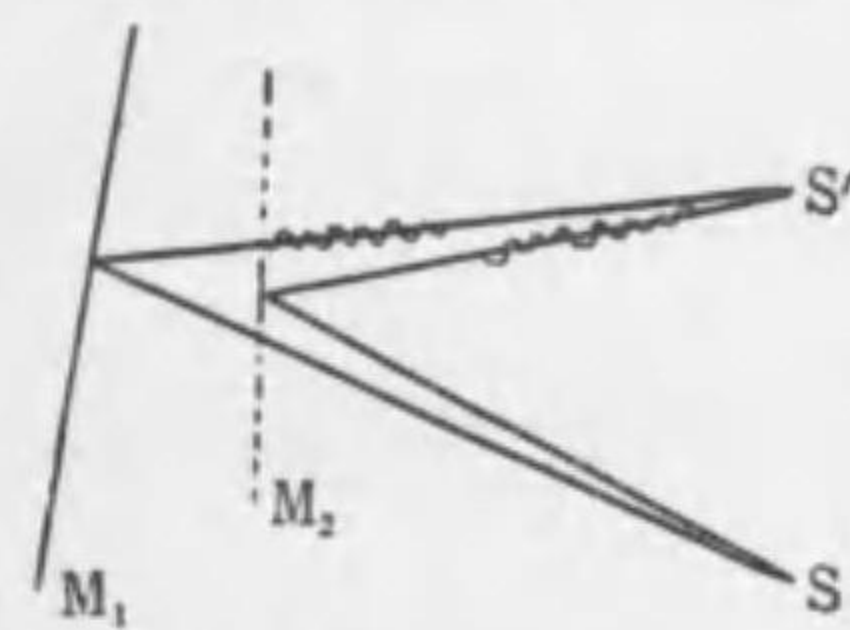
の  $AKB'$  の範圍内に於ける二波の干渉の模様を示す。波面の中の太い線は山、細い線は谷を表すものとすると、或る線に沿ふては(太い影で示してある線)一方の波系の山は他の波系の谷、一方の谷は他の山に重



93 図

なり常に位相が反対になつて光の効果を打ち消す。これに反しその中間の線に沿つては山は山、谷は谷に合し、二つの波系は常に位相を同じうするために光の効果を強め合ふ。

光の干渉を理解するに重要なことは二波が定常的に干渉し合ふためには二波の振動方向、及び振幅の間に一定の関係が常に成り立つてゐなければならぬ。一方に於ける変化はまた直に他方の変化を惹き起し、両者の相対的關係は常に不變でなければならぬ。故に若し二つの光源が互に獨立のものであると干渉の縞が現れない。即ち各光源から出る波動は全く獨立の位相及び振動方向を有するため、たとひ或る瞬間に或る點に於



94 図

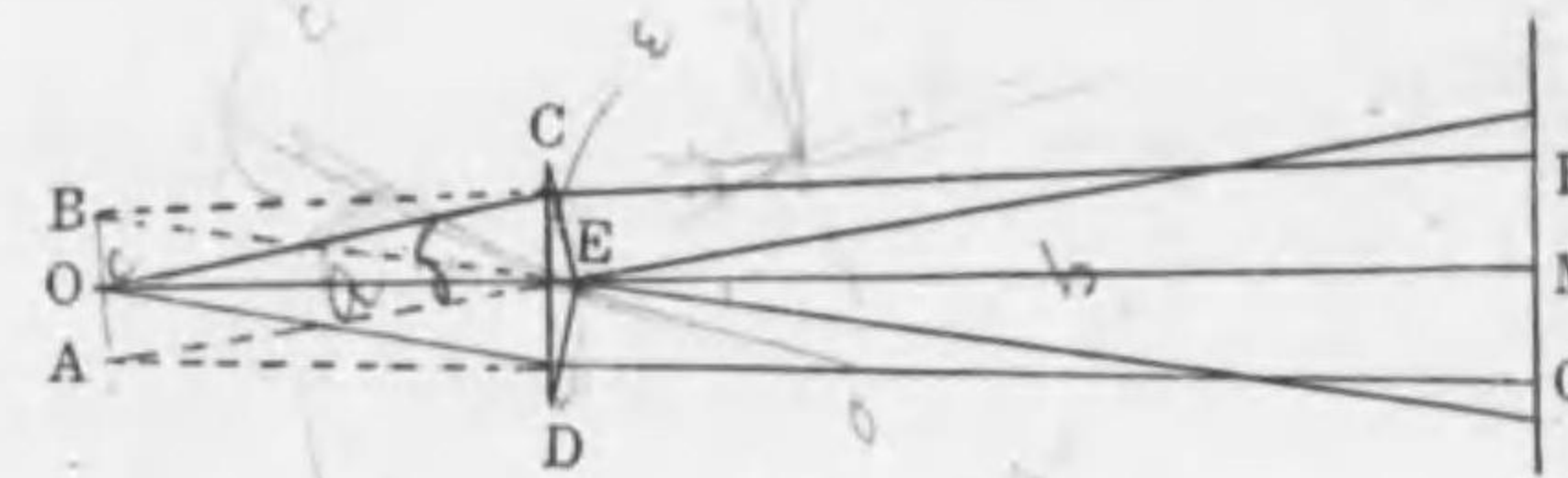
て二波が強め合ひ或は消し合ふことがあつても、次の瞬間には直ちにこの關係は失はれ結局全體として一様に明る見えるだけである。故に定常的に干渉の縞を生ぜしむるには必ず一つ波動を

反射又は屈折によつて二つに分離し、再びこれを合せしめなければならぬ。然しこの様にしても二つの光の行差が約一米以上にもなると干渉の縞が生じなくなる。これは一連の波<sup>1)</sup>の長さには限りがあるからである(1~2米)。定常的に互に干渉し得る波を互にコヒーレントな波<sup>2)</sup>と云ふ。

1) wave-train, Wellenzug

2) coherent waves, kohärierende Wellen

光の干渉を示す装置は種々工夫せられてゐるが、その中有名なものにフレネルの複プリズムがある。圖に於てCDEはこの複プリズムでC, Dが小角である二箇のプリズム CE, ED からなり、Eに於て接し



95 図

てゐる。Oから出る光はプリズムの上半ではプリズム通過後下方に下半では上方に曲げられ、それぞれB及びAより發散したかの如き觀を呈し、互にコヒーレントな二波を成す。従つてこの二波による干渉が起り、スクリーン上FGの部分には干渉の明暗が生ずる。實際には光源として細長い細隙から出る光を用ひ、細隙を充分プリズムの縁に平行な様に置く。

今  $OE=a$ ,  $EM=b$ ,  $AB=c$ ,  $\angle BEO=\delta$ ,  $\angle C=\epsilon$ , とすれば  $AE=BE=a$  であり、且つプリズムの角Cが小さい場合であるから  $\sin \delta \approx \delta = (\mu - 1)\epsilon$ . 従つて

$$c = 2a \sin \delta = 2a(\mu - 1)\epsilon \quad (\mu \text{ は屈折率})$$

故に(7)によりM點から

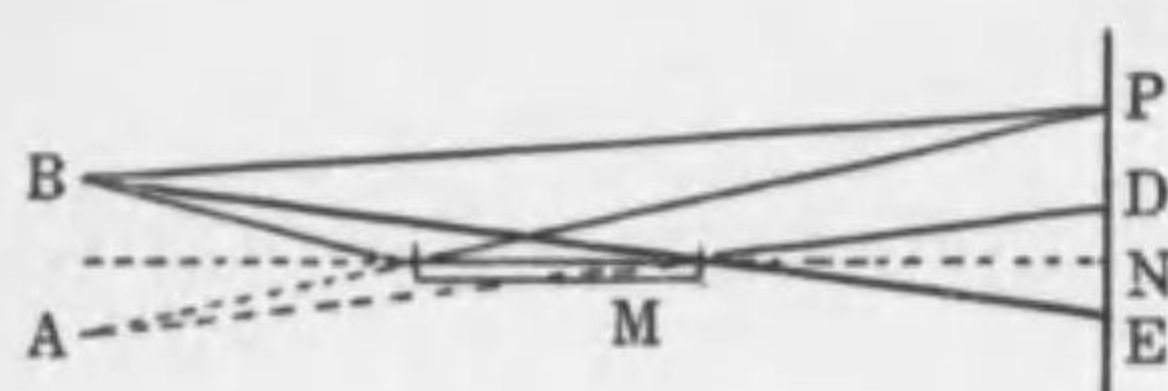
$$x = \frac{a+b}{c} 2n \cdot \frac{\lambda}{2} = \frac{a+b}{2a(\mu-1)\epsilon} \cdot 2n \cdot \frac{\lambda}{2} \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

の距離では明線が生じ、

$$x = \frac{a+b}{2a(\mu-1)\epsilon} (2n+1) \frac{\lambda}{2} \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

なる距離では暗線が生ずる。これによつて  $\mu, \epsilon$  が知られてゐるときは  $x, a, b$  を測定して  $\lambda$  を知ることが出来る。

次に最も簡単に光の干渉を起させる装置としてロイド(Lloyd)の鏡がある。Mはこの鏡で黒色の硝子平面鏡である。M平面に充分近い所に鏡の反射面に平行になつてゐる細隙Bから光を送ると光の一部



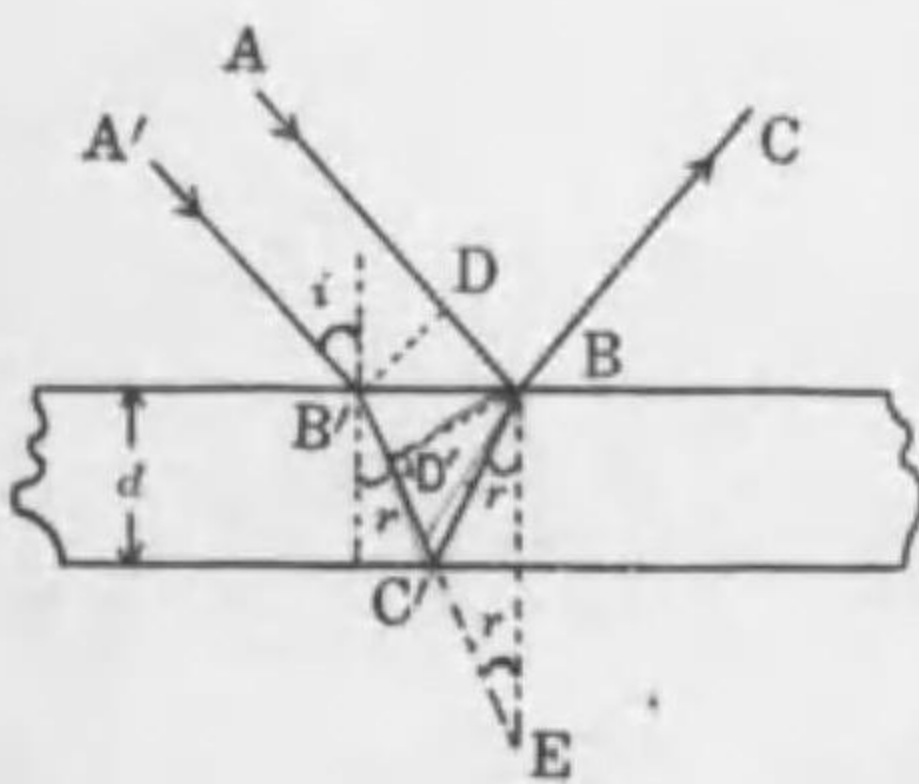
96 圖

は直に BP, BE の方向に進み、一部は反射せられて虚焦点 A から来た様な方向 AP, AD の方向に進む。この直接光及び反射光は勿論互に

コヒーレントであるからスクリーン PE 上両光の共通部 PD に干渉の縞が生ずる。注意すべきことはスクリーンの中央 N には反射光が来ないから今までの例の様に中央明帯が生じないことである。

**§3 薄膜の色** 白色光が石鹼膜或は水面上に擴がる油の薄膜等にあたると屢、美麗な色彩が見られる。同様の現象はまた磨いた鐵の表面が空氣に觸れて薄い酸化鐵の膜を生じた場合にも見られる。これらの現象は何れも薄膜の表面から反射する光と薄膜に入り其の後面で反射する光との干渉によつて説明せられるものである。

今空氣中に於ける波面が B'D である様な平面波が一様な厚さ  $d$  なる薄膜に達したとすると、これが屈折後の波面は  $BD'$  となる ( $BD'$  は  $B'C'$  に垂直) この際 B から出發する光を考へるに、AB が B で反射して BC の方向をとるものと膜の下面  $C'$  で反射して更に B を通つて BC の方向をとるものから成つてゐる。この兩光線の B に於ける行差は



97 圖

この兩光線の B に於ける行差は

$$D'C' + C'B = 2d \cos r$$

であるが、向  $C'$  に於ける反射は密から粗な媒質へ向ふため位相の變化は生じないが B 點では粗から密の媒質に向ふため半波長だけの位相の變化が生ずる。故に全體としての行差は

$$2d \cos r + \frac{1}{2} \lambda'$$

但し  $\lambda'$  は膜内に於ける光の波長である。

膜の屈折率を  $\mu$  とし、空氣中の光の波長を  $\lambda$  とすれば空中に於ける行差は

$$2d \mu \cos r + \frac{1}{2} \lambda$$

故に此の大きさが  $\frac{\lambda}{2}$  の偶數倍か奇數倍なるかに従ひ明暗を生ずる、即ち

$$2d \mu \cos r = (2n+1) \frac{\lambda}{2} \dots \dots \dots (1) \text{ のときは明}$$

$$2d \mu \cos r = 2n \frac{\lambda}{2} \dots \dots \dots (2) \text{ のときは暗}$$

(1), (2) の條件は投射角  $i$  を用ひて

$$2d \sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} = (2n+1) \frac{\lambda}{2} \dots \dots \dots (3)$$

$$2d \sqrt{\mu^2 - \sin^2 i} = 2n \frac{\lambda}{2} \dots \dots \dots (4)$$

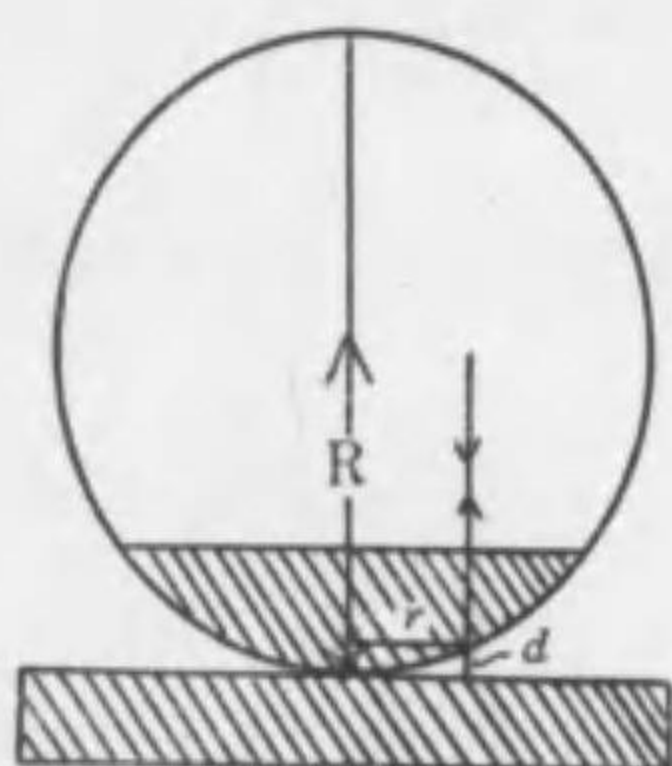
厚さ一定な薄膜を平行な單色光で照すとき  $\lambda$  が假に (1) を満足する場合には膜は一様にその色に見えるが白色光で照せば何れかの  $\lambda$  に対してのみ (1) が満足されるため膜は着色して見える。

次に厚さが次第に變つてゐる様な薄層たとへば楔形の層に平行單色光が入射すると (1) と (2) とが交互に満足されるため、楔の角縁に平行な明暗の縞が生じ、白色光の場合では色帯が生ずる。

白色光の投射の方向も一定でなく、また膜の厚さも場所によつて異なる場合では (1) 或は (2) を満足する  $\lambda$  は場合によつて種々異り、膜は複雑な曲線に沿つて複雑に着色して見える。

**§4 ニュートン環** 二枚の硝子板を密着させるとその間に挟まれた空氣層は硝子の最も密着してゐる點の廻りに着色した





98 圖

縞を生ずる。若しこの際圖の如く一方が球面で他方が平面の場合では兩者の接觸點を中心として空氣層の同じ厚さの所は同心圓の干渉の縞を生ずる。白色光を用ひれば美麗な色彩の同心圓が生じ、單色光の場合では明暗の縞となる。これを <sup>1)</sup>ニュートン環と云ふ。ニュートンは更に赤色光を用ふれば青色光を用ひたときよりも環の半徑が大きくなることも見出した。今此等の理を考へて見る。

球面の半徑を R, 接觸點から r の所の空氣層の厚さを d とすれば

$$r^2 = d(2R - d) \approx d \cdot 2R$$

$$\therefore d = \frac{r^2}{2R}$$

さて前節の (1), (2) に於て空氣に對しては  $\mu=1$ , また二つの硝子面の傾が極めて小さく光を眞上から送る場合には屈折角  $r=0$  と見做し得るから

$$2d\mu \cos r = 2 \cdot \frac{r^2}{2R} = \frac{r^2}{R}$$

故に  $\frac{r^2}{R} = n\lambda \dots\dots\dots(1)$  暗環

$$\frac{r^2}{R} = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \dots\dots\dots(2)$$
 明環

故に  $\lambda$  が大であるときは環の半徑も大となることが分る。今  $n$  番目及び  $n+1$  番目の暗環の半徑を  $r_n, r_{n+1}$  とすれば

$$r_{n+1}^2 - r_n^2 = \lambda R \dots\dots\dots(3)$$

1) Newton's ring, Newtonscher Ring

依て暗環の半徑を測ることによつて  $\lambda$  或は R の何れかが知られてゐるときは他を見出し得る。

前節及び本節の議論では薄膜であると云ふ條件が不必要である様に見える。然し膜が厚い場合には白色光では色彩の縞が現れない。その理由は次の様である。

今白色光中の二つの波  $\lambda, \lambda'$  に對して一方は消し合ひ、他方は強め合ふ場合を考へると

$$2d\mu \cos r = (2n+1)\frac{\lambda}{2} = 2n\frac{\lambda'}{2} \dots\dots\dots(4)$$

即ち  $\lambda' - \lambda = \frac{\lambda}{2n} \dots\dots\dots(5)$

而して  $d$  が  $\lambda$  又は  $\lambda'$  に比して相當大きいときは  $n$  は充分大きな値でなければならぬ。従つて (5) から  $\lambda' - \lambda$  は非常に小さくなる。換言すれば強め合ふ色と消し合ふ色は波長に於て極めて接近して交互に生じ、スペクトル中各色の一部が消され、残る光は集り、結果として白色に見える。

これに反し單色光を用ひるときは膜は比較的厚くても干渉の縞を見得るのである。

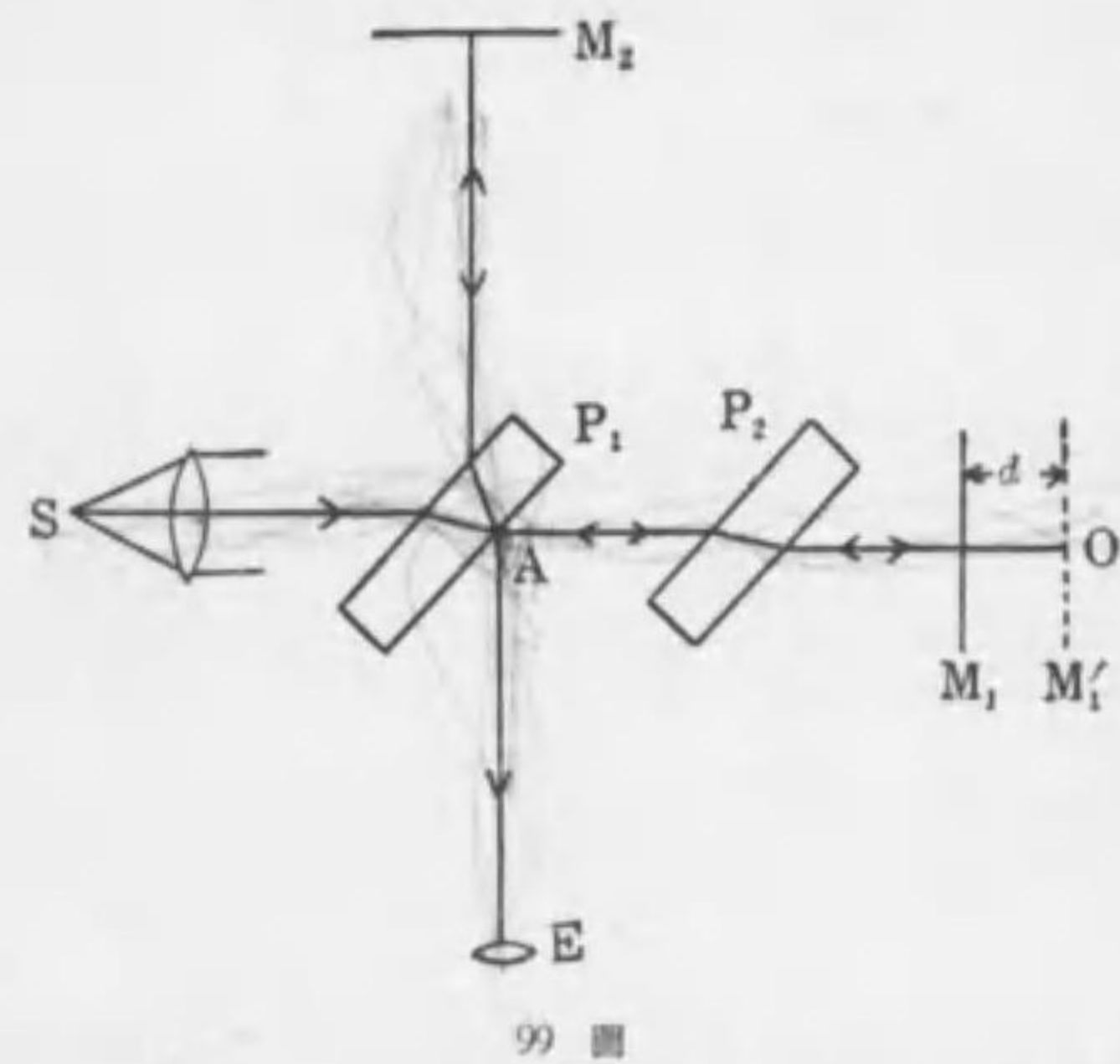
次に膜の厚さが減じ、波長に比して非常に薄くなると膜の前後兩面から反射する光の全行差

$$2\mu d \cos r + \frac{1}{2}\lambda$$

の第一項は省略せられ、行差は單に反射による位相差  $\frac{1}{2}\lambda$  だけとなる。従つて膜全體黒く見える。ニュートン環の中央が黒く見えるのも、また石鹼玉が充分膨れて將に破れんとするとき全體が黒く見えるのも上の理によつて説明せられる。

§5 マイケルソンの干渉計 <sup>1)</sup>マイケルソンの干渉計は光の波長を正確に測定するに最も重要な干渉計の一つである。圖に於て  $P_1, P_2$  は厚さの等しい兩面平行な同質の硝子板で、 $P_1$  の

1) interferometer, Interferometer



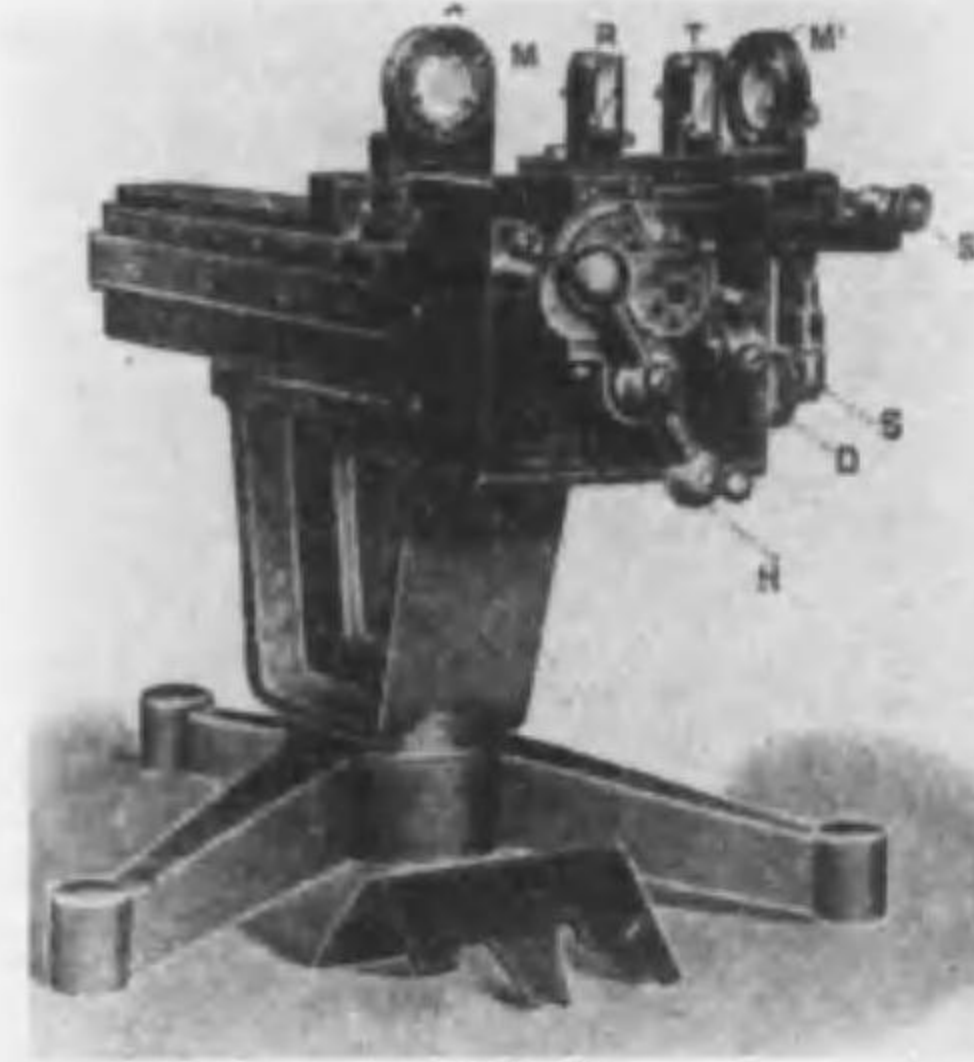
一面 ( $P_2$  に対する面) には薄く鍍銀してあるから、 $S$  から来る単色光の一部は  $A$  で反射によつて鏡  $M_2$  の方へ、一部分は通過して鏡  $M_1$  の方へ進む。両方の光は  $M_1, M_2$  で反射され再び前の徑を通つて目  $E$  に来る。

若し此の際  $M_1, M_2$  が光路に直角で兩光線の行路が等しければ、 $E$  に於ては二つの光は互に強め合つて明るい。硝子板  $P_2$  を用ひるのは光線  $SAM_1$  及び  $SAM_2$  に同一の幾何學的並びに光學的徑路を與へるために外ならない。今  $\lambda$  の波長を有する単色光を用ひるとし、 $M_1$  を  $\frac{\lambda}{4}$  だけ平行に移動すると、 $E$  にくる光は  $\frac{\lambda}{2}$  だけの行差を生じ、 $E$  の視野は暗くなる。 $M_1$  を更に  $\frac{\lambda}{4}$  だけ移動するとまた明るくなる。かく  $M_1$  の移動につれ視野に交互に明暗を生ずるが、このとき明るくなる回数を  $N$  とし  $M_1$  の移動距離  $d$  を測定すれば

$$d = N\lambda/2$$

により  $\lambda$  が知られる。

$E$  に於ける視野は事實上一様に明るくまたは暗くなるものでなく、同心圓の數多の縞が生ずる。それは光源が相當の擴がりを有し、そのために種々の傾きを有つ平行光線の組が  $P_1$  上に入射するからである。視野の中心の所を注目して居ればよいのであるから、これらの同心輪が生じても別に困る様なことはない。實際の干渉計は (100 圖) の様である。



100 圖

鏡  $M$  はハンドル  $H$  で移動し得る。 $M'$  は固定鏡である。この傾きは  $S, S'$  の螺旋で調節せられる。 $R, T$  は兩面平行の硝子板で  $R$  で光が二つに分離せられる。マイケルソンは此の方法でカドミュームの出す単色光を用ひ、行差を  $20\text{ cm}$  まで増し得ることを示した。従つて光波の振動状態は  $20/(3 \times 10^{10}) = 7 \times 10^{-10}\text{ sec}$  の間は干渉し得る状態にあることが知られた。次にカドミュームの赤、緑、青の三線の  $15^\circ\text{C}$ ,  $760\text{ mm}$  の乾いた空氣中に於ける  $1$  米内に含まれる波數として

赤線	$1\text{ meter} = 1553163.5$	即ち $\lambda = 6438.4722\text{ \AA}$
緑線	$= 1966249.7$	$\lambda = 5085.8240\text{ \AA}$
青線	$= 2083372.1$	$\lambda = 4799.9107\text{ \AA}$

$$\text{\AA} (\text{オングストローム}) = 10^{-8}\text{ cm}$$

此等の値は今日まで得られた値の中で最も正確なもので、特にカドミュームの赤線の波長は他の光の波長決定の規準に取られてゐるものである。

マイケルソンの干渉計は極めて正確を要する種々の測定に用ひられる。例へば水の膜の最も薄いものの厚さはこの干渉計によつて見出された。今厚さ  $t$  の薄膜を何れか一つの光の通路に入れると  $2(\mu-1)t$  の行差を生ずる ( $\mu$  は液膜の屈折率)。故に此の行差を干渉計で測定すれば  $t$  を知り得る。

**§6 光の定常波** 平滑な反射面に平面光波が垂直に入射すればこれは反射波と干渉して光の定常波が生ずる筈である。

1) Ångström

然し定常波の節面と節面との距離は $\frac{\lambda}{2}$ であり、光波に対して $\lambda$ は甚だ小さいため、その存在を実証すること極めて困難である。

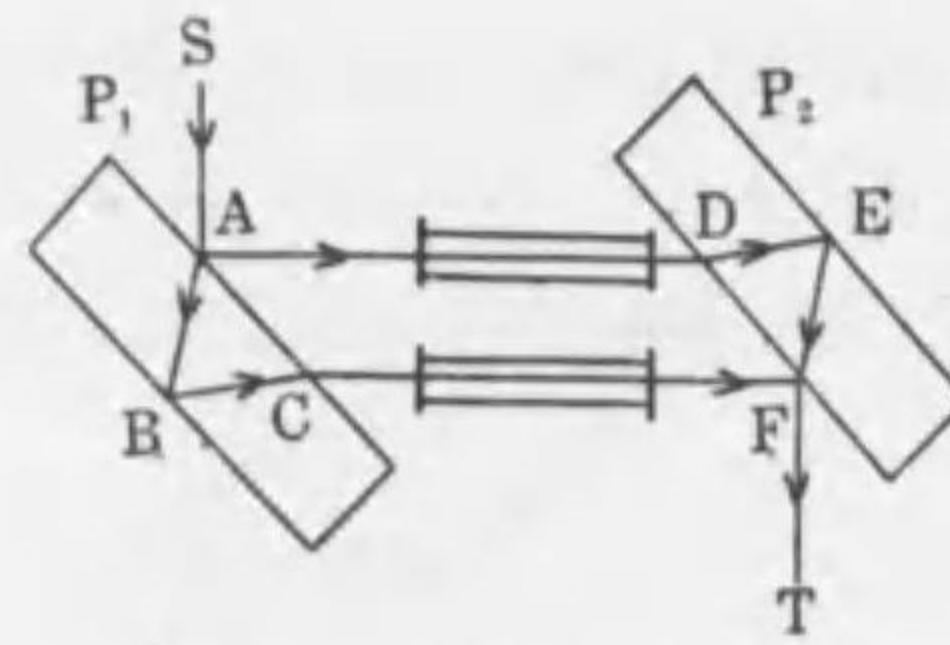


101 圖

る。ヴィーナー(O. Wiener)はこれを次の如くにして実験した。ABは極めて薄い感光膜(波長の $\frac{1}{20}$ 以内)で覆ふた硝子板で、感光膜を反射鏡MNに向はせ極く僅かの傾きを保持してある。かくして光に曝すと二面の交線に平行な明暗の縞が撮られた。これは定常波の腹に當る所は感光し、節に當る所が感光しなかつたことを示す。また二面の交線の附近が感光しなかつたことは反射面の表面は音波の場合と同様に節に相當し、反射の際光波の位相が反対になることを立証するものである。

リップマン(Lippmann)は上記定常波を用ひて天然色寫眞を作り得た。即ち水銀面を反射面とし、これに感光剤を含むゼラチン膜を密着せしめる。次にこれに単色光を入射せしめ現像定着するのである。かくすると膜の中には $\frac{\lambda}{2}$ の間隔毎に感光して銀層が出来る筈である。故にこの膜を白色光で反射させて見ると各波は各銀層から反射されるが、特に波長の $\lambda$ に等しいものだけに對し、行差が丁度 $\lambda$ に等しくなるため、干渉して強め合ひ波長 $\lambda$ に相等する色が見える。尙ほ此の際 $\frac{\lambda}{2}$ 、 $\frac{\lambda}{3}$ 等に相當する光も位相に於て一致するため強め合ふ筈である。これは例へば赤色光を用ひて作つた膜が赤の外に時に紫色を呈することがあることで分る。

ジャマンの(Jamin)干渉計 圖に於て $P_1$   $P_2$ は厚さの等しい二枚の平行硝子板でB及びEの面は鍍銀されてある。光をSAに沿ふて送るとAで二條の光線に分れ、硝子の後面B及びEで反射されて再びFで會し、望遠鏡Tに入る。兩板面平行の場合は二條の光線に對し反射屈折共に同一状態で行はれるから兩光はFで強め合ふ。今兩光線の



102 圖

通路に等長の管を置き、兩管に等温、等壓の氣體を封じた場合も同じく兩光はFで強め合ふ。次に一方の管の氣體の壓力又は温度を徐々に變へると、兩光の間に行差を生ずるからFでは強め合ひ又は消し合ひが生ずる。兩管内の氣體の最初の屈折率を $\mu_1$ 、一方を變化したときの屈折率を $\mu_2$ とし、この間に強め合ひが $n$ 回起つたとすれば管長 $l$ に對し

$$l(\mu_1 - \mu_2) = n\lambda$$

但し $\lambda$ は測定に用ひた單色光の波長である。この器械により氣體の屈折率又は屈折率の温度又は壓力の極く僅かの變化に對する差異を測定することが出来る。

### 【問題】

1. 單色光を二條の光線に分ち、そのうち一つを $1\text{mm}$ の厚さの水の層を通過せしめ、他はそのまゝ空氣中を通過せしめるとき兩光線が行差を生じない様にするには $1\text{mm}$ の水層に對し光線は幾何の空氣層を通過すればよいか。 [答]  $1.33\text{mm}$
2. 厚さ $12 \times 10^{-4}\text{cm}$ の薄い硝子板を複プリズムによる二つの干渉光線のうち一方の通路に入れると中央の明帯が10箇の帯の幅の距離だけ移動したとすれば、硝子板の屈折率は幾何か。但し實驗に用ひた光の波長は $6 \times 10^{-5}\text{cm}$ である。 [答] 1.5
3. 二枚の狭い硝子板が楔形になる様に一邊を接着し、これに上方から光を垂直に入射せしめると接着してある邊に平行に干渉の縞が現れる。今一つの干渉帯の幅が $3\text{mm}$ であり楔の角が $1 \times 10^{-4}$ ラヂアンであるとすると光の波長は何程か。 [答]  $6 \times 10^{-5}\text{cm}$
4. ニュートン環を生ずる装置に於て波長が

$$\lambda_1 = 6.0 \times 10^{-4} \text{ cm} \quad \text{と} \quad \lambda_2 = 4.5 \times 10^{-4} \text{ cm}$$

なる光を用いたるに  $\lambda_1$  に對する  $n$  番目の黒環が  $\lambda_2$  に對する  $n+1$  番目の黒環に一致した。球面の曲率半径が  $90 \text{ cm}$  であるとすれば、 $\lambda_1$  に對する  $n$  番目の黒環の半径を計算せよ。 [答]  $2.54 \text{ mm}$

5. ニュートン環を生ずる装置に於て空気層の代りに液層を用いたため  $n$  番目の黒環の直径が  $1.2 \text{ cm}$  から  $1 \text{ cm}$  に變つたとすれば液の屈折率は幾何か。 [答]  $1.44$

6. 曲率半径  $R_1$  の平凸レンズを曲率半径  $R_2$  の凸レンズの上に載せて上方から真直に入射する光でニュートン環を観測するとき、波長は次式で與へられることを證明せよ。

$$\lambda = \frac{D^2(R_1 + R_2)}{4nR_1R_2}$$

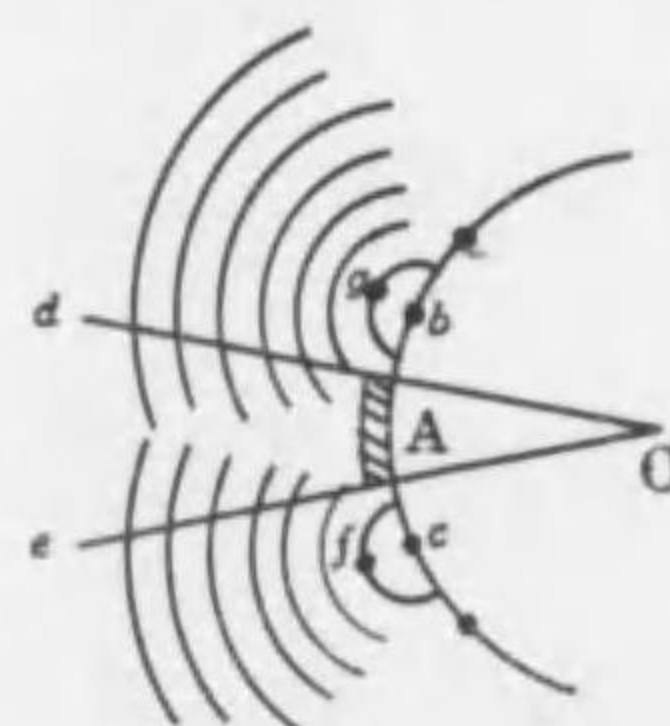
但し  $D$  は  $n$  番目の黒環の直径である。

7. 平凸及び平凹レンズを圖の如く重ね合せ、上方より波長が  $0.589 \text{ ミクロン}$  である光を當てたとき生ずる三番目の暗きニュートン環の直径は幾何なるか。但しそれ等のレンズの球面の半径はそれぞれ  $4 \text{ メートル}$  及び  $5 \text{ メートル}$  なりとする。 (昭6.東.理) [答]  $1.19 \text{ cm}$

8. 屈折率  $1.54$  の硝子板をマイケルソンの干渉計の一方の光の通路に入れたるに  $20$  箇の  $\text{Na}$  光の干渉縞が移動した。硝子板の厚さを求む。 [答]  $0.0109 \text{ mm}$

## 第七章 光の廻折

§1 光の直進 光の波動説を用ひると光の屈折、反射及び前章に述べた干渉等の諸現象は極めて明快に説明し得られるが、光の直進に關する限りニュートンの光粒子説は最も簡単な説明法であらう。實際光の波動説に依つて光の直進現象を理解する

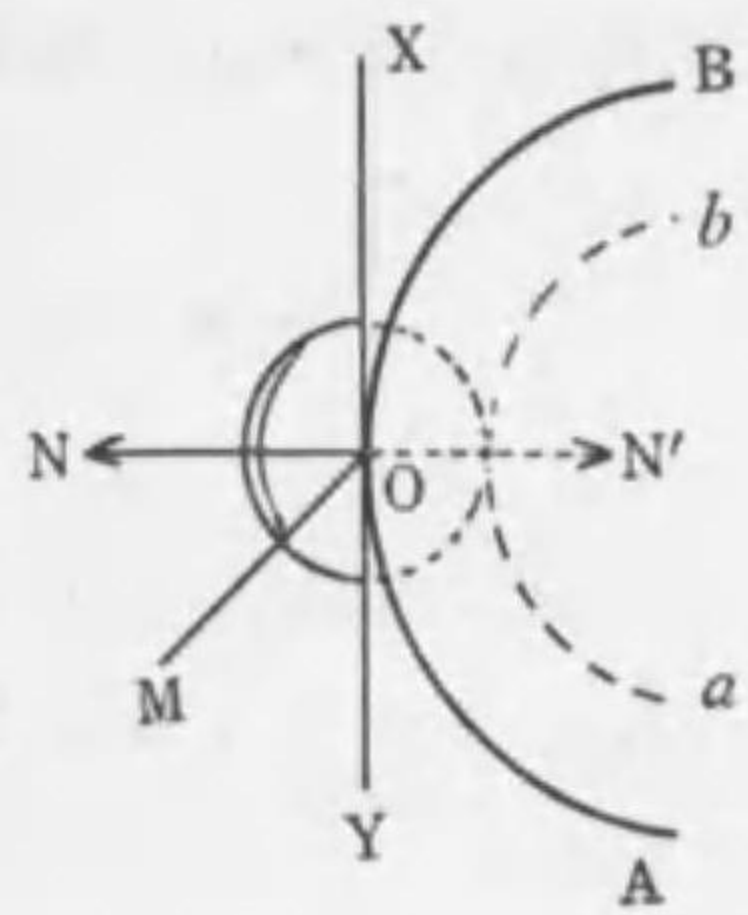


103 圖

ことは極めて困難な問題らしく見える。例へば一點  $O$  から出る光の進行途中に障礙物  $A$  を置けば  $A$  の後には影が生じ  $de$  の間には光が入らない。ハイゲンスの波動説が教へる様に波面上の各點例へば  $b, c$  に二次的小波が発生するならば圖に示す如く  $A$  の後にまで光が入り影が生じない筈である。此の難點を除いて光の直進を説明するためにハイゲンスは小波が光として効果を與へるのは  $g, f$  點の様に小波の最先端の點だけであるとする極めて奇矯な考へ方によつてこの困難を切り抜け得たかに思はれた。

此の問題は然しフレネル (Fresnel) によつて始めて見事に解決せられた。即ち物體の背後に影を生ずるのは二次小波が干渉によつて相殺するに外ならぬと考へた。この考へは影の生ずる所以を説明したばかりでなく、光が物體の端を廻つて少しく物體の後へ進行する所謂廻折の現象に對しても満足な説明を與へた。

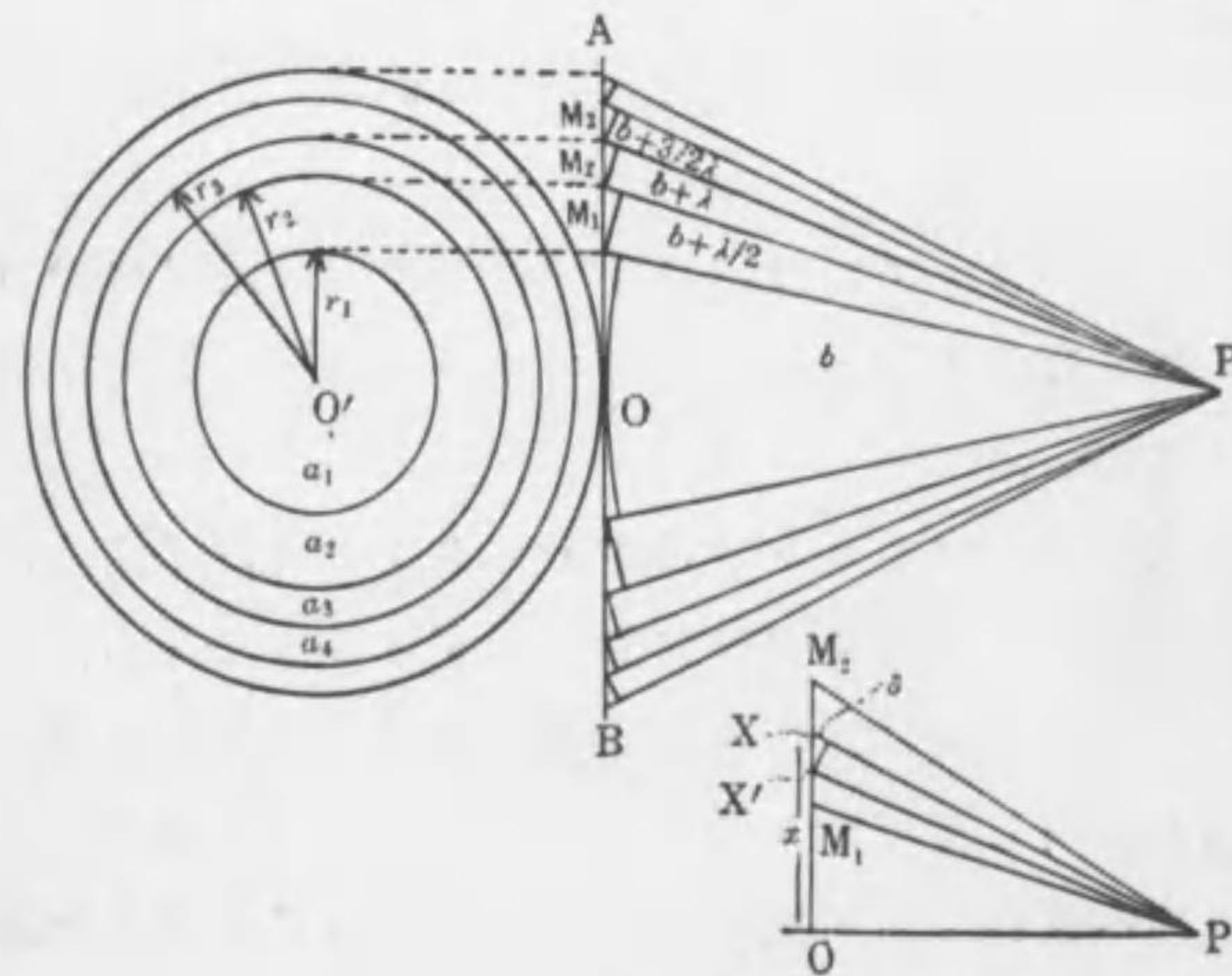
次に光は前方へは進むが後方へは進まない。即ち  $O$  を中心



104 圖

とする小波は其の後方 ON' の方向へ進む波面を作ることは事実上ない。これによりフレネルは小波の外部に対する影響は ON の方向に最も大で、ON から傾くに従ひ其の効果は小となり、切線 XY の後方には小波の効果がないと假定した。

此等の假定を用ひたフレネルの光の直進に対する説明は次の通りである。先づ平面波 AB の P 點に対する効果を考へるに、ハイゲンスの原理によりこの効果は AB 上の各點を中心として發する各小波の効果の總和であると考へ得る。今 P から AB までの距離を  $b$  とし P を中心として  $b + \frac{\lambda}{2}$ ,  $b + \lambda$ ,  $b + \frac{3}{2}\lambda$  等の球面を描けば、これらは波面と圖の様な同心圓で交る。此の二つの相隣れる同心圓間の面



105 圖

積を半周期帯<sup>1)</sup>と云ふ。今二つの相隣れる帯の P 點に対する効果を少しく正確に檢するのために帯  $M_1M_2$  を更に細分する。即ち P を中心として  $PM_1 = r$  及び  $r + \delta$ ,  $r + 2\delta$ ,  $r + 3\delta$ , ... を半徑として球面を描き AB と交らしめる。但し  $\delta = \frac{\lambda}{2}\epsilon$  とし、 $\epsilon$  は極めて小さい値とする。同様に  $M_2M_3$  等の帯をも細分する。かやうに細分された微小帯  $XX'$  の面積を計算するに相似三角形の理により

$$XX' : \delta = PX : x \quad (\text{但し } x \text{ は微小帯 } XX' \text{ の平均半徑})$$

$$x \cdot XX' = \delta \cdot PX$$

然るにこの微小帯の面積  $A$  は  $2\pi x \cdot XX'$  で上式により

$$A = 2\pi \delta \cdot PX$$

今  $\delta$  を一定にすれば X が中心 O から遠ざかるに従ひ面積は増加する。然るに  $XX'$  による波動の P に於ける振幅は  $XX'$  の面積に比例し、P からの距離に逆比例するから(エネルギーは距離の自乗に逆比例し振幅の自乗に比例する)  $XX'$  が P に及ぼす振幅  $JS$  は PX に無關係に一定となる。即ち

$$JS \propto 2\pi \delta = \text{一定}$$

この結果は總べての微小帯に対して成立する。一方半周期帯  $M_1M_2$  の第一微小帯は  $M_2M_3$  の第一微小帯よりも  $\frac{\lambda}{2}$  だけ P に近いから此等の微小帯の P に対する効果は互に相殺する。これは總べての微小帯の對應する一組に対して成立するから結局  $M_1M_2$ ,  $M_2M_3$ , ... の帯は全體として P に効果を及ぼさない。然し微小帯の一點と P とを結ぶ直線が波面への法線へ傾くこと(105圖参照)による振幅の減少を考慮すると各半週期帯の効果は嚴密には相殺せず、P 點に対する全効果は絶対値の次第に少しづゝ減少する各帯の効果の和に等しい。

1) half-period zone, Halbperiodezone

今中心の圓及び各半週期帯のPに於ける振幅を  $a_1, a_2, a_3, \dots$  とすればPに於ける波全体の振幅  $S$  は次の級数で表はされる.

$$S = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 \cdots (-1)^{n+1} a_n$$

茲に  $a_i > a_{i+1}$  である. 上式を書き換へて

$$S = \frac{a_1}{2} + \left( \frac{a_1}{2} - a_2 + \frac{a_3}{2} \right) + \left( \frac{a_3}{2} - a_4 + \frac{a_5}{2} \right) \\ + \cdots + \frac{a_n}{2} \quad (n: \text{奇数}) \\ \cdots + \frac{a_{n-1}}{2} - a_n \quad (n: \text{偶数})$$

$a_i$  は極めて徐々に變化するため括弧の中は小さい量である. 今  $a_i$  が  $a_{i-1}$  と  $a_{i+1}$  との相加平均より大であると假定すれば

$$S < \left( \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2} \right) \quad (n: \text{奇数})$$

$$S < \frac{a_1 + a_{n-1}}{2} - a_n \quad (n: \text{偶数})$$

或は  $S < \left( \frac{a_1}{2} - \frac{a_n}{2} \right) + \left( \frac{a_{n-1}}{2} - \frac{a_n}{2} \right) \quad (n: \text{偶数})$

次に級数を下の如くにも書くことが出来る.

$$S = a_1 - \frac{a_2}{2} - \left( \frac{a_2}{2} - a_3 + \frac{a_4}{2} \right) - \left( \frac{a_4}{2} - a_5 + \frac{a_6}{2} \right) \\ \cdots - \frac{a_{n-1}}{2} + a_n \quad (n: \text{奇数}) \\ \cdots - \frac{a_n}{2} \quad (n: \text{偶数})$$

従つて  $S > a_1 - \frac{a_2}{2} + a_n - \frac{a_{n-1}}{2} \quad (n: \text{奇数})$

或は  $S > \left( \frac{a_1}{2} + \frac{a_n}{2} \right) - \left( \frac{a_{n-1}}{2} - \frac{a_n}{2} \right) \quad (n: \text{奇数})$

$$S > \left( \frac{a_1}{2} - \frac{a_n}{2} \right) \quad (n: \text{偶数})$$

波面が相當廣く,  $n$  大となれば  $a_n, a_{n-1}$  は小となる従つて  $\left( \frac{a_{n-1}}{2} - \frac{a_n}{2} \right)$  を微小として無視すると  $n$  が奇数なるか偶数なるかに従ひ

$$S = \frac{a_1}{2} \pm \frac{a_n}{2}$$

この結果は  $a_i$  が  $a_{i-1}$  と  $a_{i+1}$  の相加平均より小さい場合にも成立する.

即ちP點に於ける振幅は中心の圓の振幅の半と最後の帯の振幅の半との和に等しい. 特に波面が充分廣い場合には  $a_n \rightarrow 0$  であるから

$$S = \frac{a_1}{2}$$

故に波全体によるPに於ける光の強さは中心帯だけによる光の強さの  $\frac{1}{4}$  に等しくなる. 今中心帯以外の全波面を覆ふとPでの振幅は  $a_1$  だけであるから却つて前より4倍だけ明るくなり, これに反し中心帯と次の帯以外を覆ふと

$$S = a_1 - a_2 = 0$$

であるからPには殆んど光が來ない.

更に帯を一つ増すと再び強さの極大が現はれ, 帯を一つ増す毎に極大と極小とが反復する. 然し光波の様に波長が短いと105圖のO點の周圍の極く僅かな範圍内に非常に數多くの半週期帯が含まれ, この少範圍が事實上全波を代表してゐる様な結果になる. 従つて或る程度以上に帯の數を増すと殆んど強さの極大極小が現れない様になる.

これに反し若しO點に障礙物を置いて中心帯だけを覆へばPに於ては

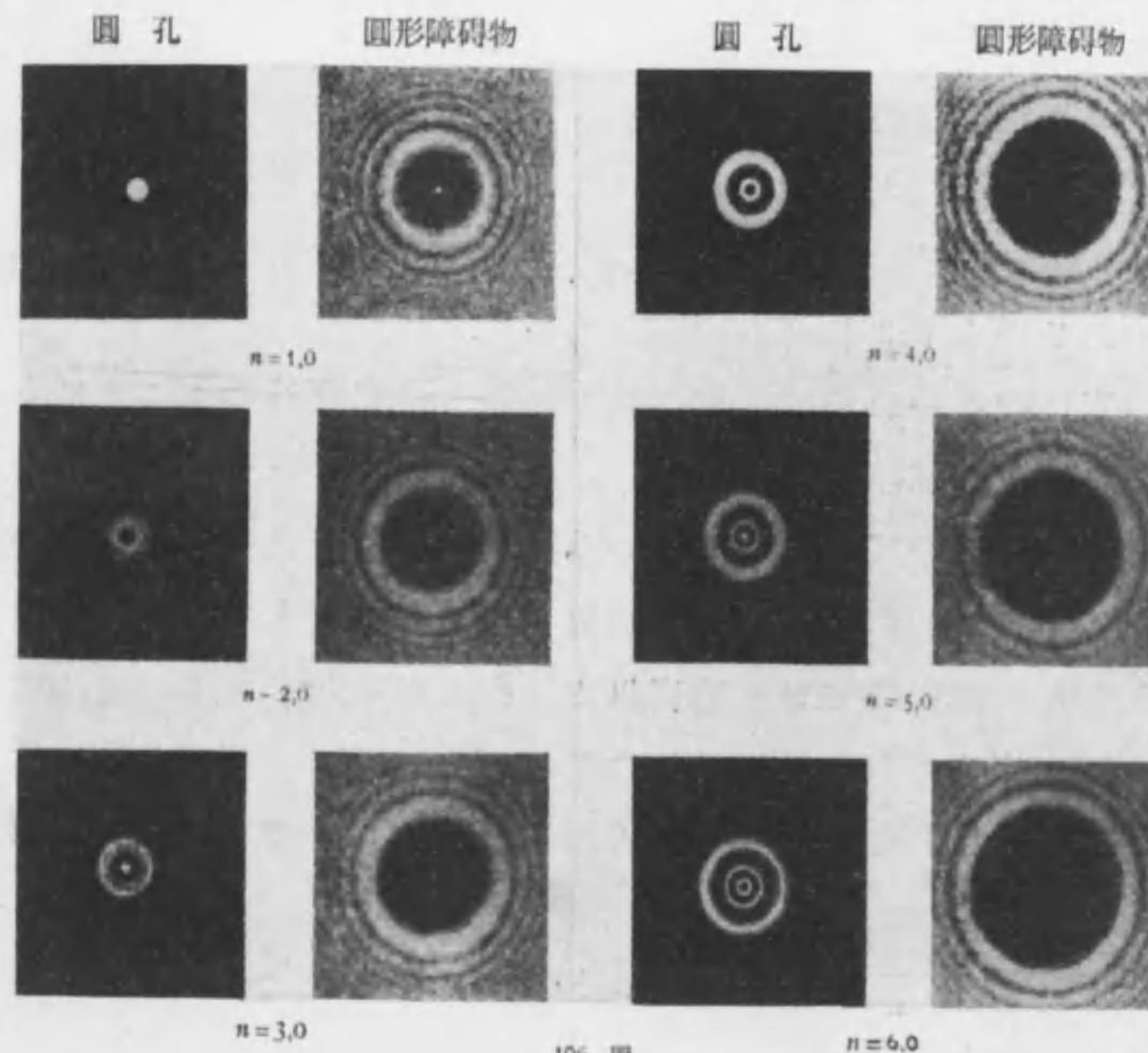
$$S = -a_2 + a_3 - a_4 + \cdots = -\frac{1}{2}a_2$$

二つの帯を覆へば

$$S = +a_3 - a_4 + a_5 - \dots = \frac{1}{2}a_3$$

以下同様にして覆ふ帯の数を次第に増しても P では明るさの極大極小を生ぜず次第に暗くはなるが矢張り光は来る。而かも帯の数は O の周りの小範囲に密集してゐるためこの部分に不透明な障害物を置けば P には殆んど光が来ず、所謂物體の影を生ずる。即ち近似的の光の直進が説明し得られるのである。

光の近似的の直進は上述の如く波長の極めて短いことから起ることで、音波の様に波長が長い場合にはあまり大きくない障害物では半週期帯を数多く覆ふことが出来なため音波の影が生じ難い。然し障害物が極めて大きいときは影が生ずる。例へば火山の爆發が一地方では聞き得るが、それより近距離の地方では山に遮られて聞き得ないやうな事が起るのである。



106 圖

106 圖は平面波が圓形の孔及び圓形の障害物に達する時、105 圖の P 點に於ける光の明暗を寫眞に撮つたもので、 $n$  は光が半週期帯を中心帯から數へて幾箇分通過を許し若しくは遮られたかを示す數である。尙この際寫眞の中心點のみの明暗を見るべきで、中心點の周圍に現れてゐる明暗の縞の生ずる理由は複雑な數學的取扱を要するためこゝでは論じない。

105 圖に於て  $n$  番目の半週期帯の外半徑  $r_n$ 、及び内半徑  $r_{n-1}$  に對しては

$$r_n^2 = \left(b + n \frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = bn\lambda + \frac{n^2}{4}\lambda^2$$

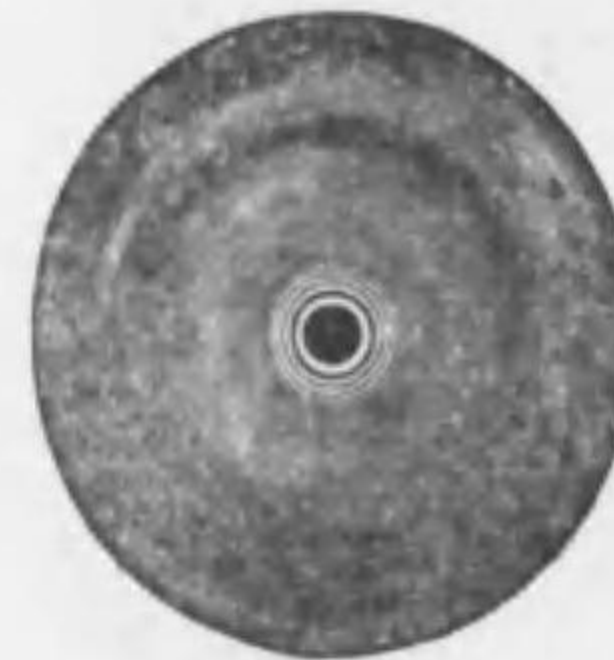
$$r_{n-1}^2 = \left(b + (n-1) \frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = b(n-1)\lambda + \frac{(n-1)^2}{4}\lambda^2$$

$b$  に比して、 $\lambda$  は充分小さいから  $\lambda^2$  の項を省略すれば半週期帯の面積は

$$\pi(r_n^2 - r_{n-1}^2) = \pi b \lambda$$

であり、各帯の面積は相等しい。また半徑は

$$r_n = \sqrt{n} \sqrt{b\lambda}, \quad r_{n-1} = \sqrt{n-1} \sqrt{b\lambda}$$



107 圖

即ち各半徑は自然數の平方根に比例する。この理により紙面に大きく數多の(約 230)同心圓を描き、各圓の半徑が自然數の平方根に比例する様にして各帯を一つおきに黒く塗り、これを寫眞板上に復寫縮少して(圖に示す位の大き)、これに平行光線を垂直に投射すれば、各帯の中心位相のものだけが通過し、光の一點に集ること丁度凸レンズの場合と同様で著しく明るくなる。上の様にして作った硝子板を帶板<sup>1)</sup>と云ひ、集光點を帶板の焦點と云ふ。帶板の焦點距離は波長  $\lambda$  の光に對しては

$$b = \frac{r_n^2}{n\lambda}$$

1) zone plate, Zonenplatte

で與へられる。今 $\lambda$ としてナトリウムの黄色線Dを用ひると

$$\lambda \approx 6 \times 10^{-4} \text{ mm}$$

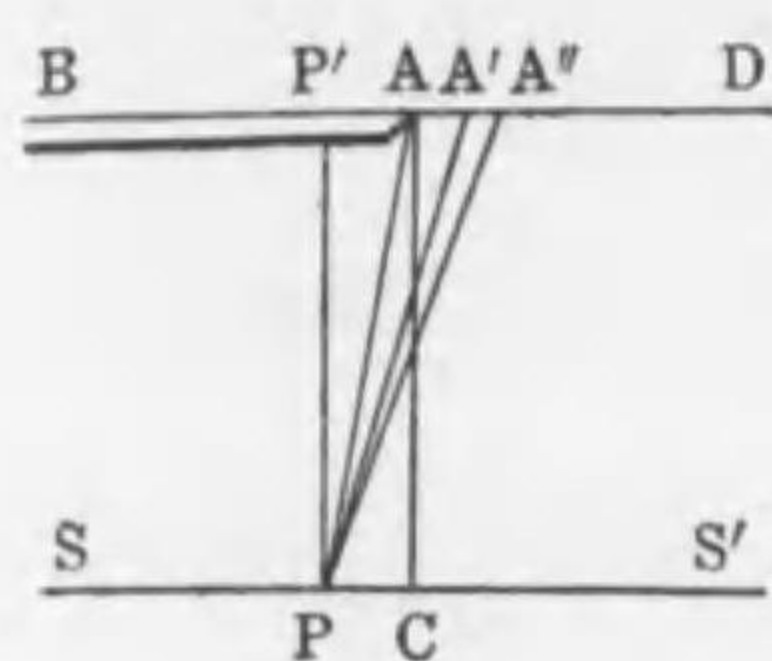
であるから、圖に示す様な大きさの帯板を用ひると板の後方約2mの所に光が集る。帯板を望遠鏡の對物レンズの代りに用ひ、或は暗箱に取り付けることにより普通のレンズを用ひると同様に鮮明な寫眞が得られる。

以上の様にしてフレネルはハイゲンスの素元波の考へに更に波動の干涉の原理を援用して光の近似的直進を説明し得たが、それには尙ほ嚴密な數學的根據が缺けてゐた。例へばフレネルの理論に於ては二次小波は波面の法線の方向に對して最大の効果を有し、これより傾くに從ひその効果が減少するとする假定が必要である。これはまた小波がその背面に進行して波面を作ることを避ける手段でもあつた。キルヒホッフ(G. Kirchhoff)は極めて一般な數學的推論の必然の結果として上述の假定を設けることなくして同一の結論に達し、更にゾムマールド(A. Sommerfeld)に至つて最も嚴密な數學的檢討が完成せられた。

§2 光の廻折、刃の縁による廻折 前節に述べた様に光の通路に波長に比してあまり大きくない障礙物を置けば、その背後に生ずる幾何學的影の内部へも多少光が入り込み、光が恰も物體の周縁で折れ曲つた様な觀を呈する。かやうな現象を光の廻折<sup>1)</sup>と云ふ。然し光の廻折現象の研究は單に幾何學的影の内部の光に限らず更にその外部に於ける光の強弱をもよく考慮すべきである。

圖に於てABは刃、Aはその縁とする。今刃の面に垂直にあたる平面波を考へるに、AからスクリーンSS'に下した垂線を

1) diffraction, Beugung



108 圖

ACとすれば、ACから左の部分は幾何學的影の生ずる部分である。この影の内部に一點Pをとれば、Pに光が來るか否かを決定するにはPの極P'の周圍に半週期帯を描いて、これらのPに對する効果を考へればよい。然し前節の如く實際の平面波を考へて比較的正確に計算を行へば初等的方法によつても問題は相當複雑である。故に問題を極めて單純化し、波面が極めて狭く、只直線BDで代表される様な場合(例へば水面の波の様な)を考へて大體の形勢を窺ふことにする。

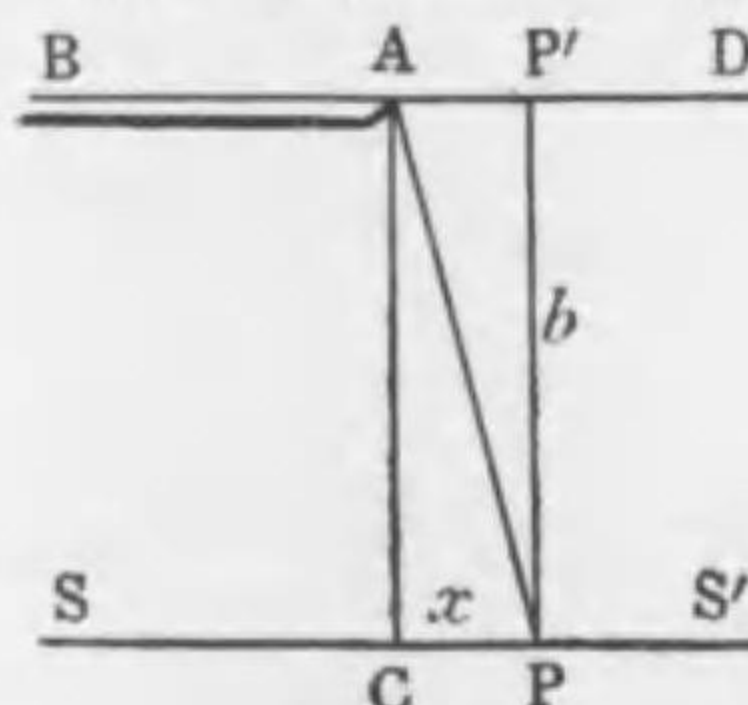
先づPがCに一致する場合には、Cに對する波面の効果は波面の右半に限られてゐるから前節により

$$\frac{1}{2}(a_1 - a_2 + a_3 - \dots) \approx \frac{1}{4}a_1$$

次にPがCから中心帯(今の場合は直線)の半徑だけ影の中に入るとP點への効果は

$$\frac{1}{2}(-a_2 + a_3 - \dots) \approx -\frac{a_2}{4}$$

従つてC、Pに於ける光の強さは $\frac{1}{16}a_1^2$ 、 $\frac{1}{16}a_2^2$ となり、次下同様にしてPが影の内部に深く進むに從ひ次第に光の強さが減少し、更に各帯のPの方向への傾きが増すため光の強さは急激



109 圖

に減少し強さの極大、極小を生ずる様なことはない。

次にPがCの右方にあるときはPから波面へ垂線PP'を下し(109圖)、CP=xとしxがPP'=bに比して相當小さいとすれば



$$AP = \sqrt{x^2 + b^2} \doteq b + \frac{x^2}{2b}$$

故に  $AP - P'P = \frac{x^2}{2b}$

従つて AP' が半週期帯を偶數箇だけ含むときは AP-P'P は  $\lambda/2$  の偶數倍であり、P には強さの極小が生ずる。即ち

$$\frac{x^2}{2b} = 2n \frac{\lambda}{2} \quad \text{或は} \quad x = \sqrt{2bn\lambda} \dots\dots\dots(1)$$

(1) に於て  $n=1, 2, 3, \dots$  とするとこれに應ずる  $x$  は極小の位置を與へる。これに反し AP' が奇數箇の半週期帯を含むときは P 點に極大が現れる。このときの位置は

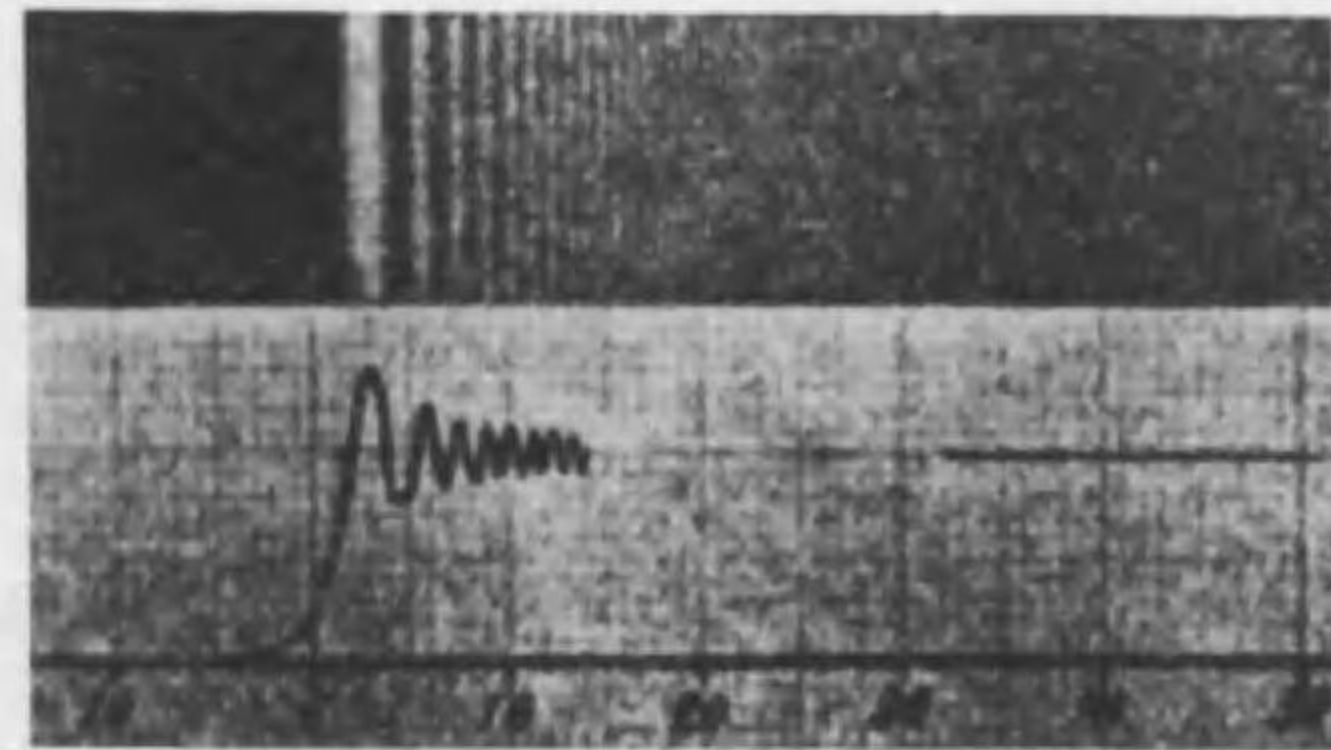
$$x = \sqrt{b(2n+1)\lambda} \dots\dots\dots(2) \quad (n=0, 1, 2, \dots)$$

(2) に於て  $n=0$  とすれば  $x = \sqrt{b\lambda}$  となり丁度中心帯の半徑に等しいから P 點に於ける効果は AP' と P'D との部分によるものの和に等しく

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}a_1 + \frac{1}{2}(a_1 - a_2 + a_3 - \dots) &= a_1 + \frac{1}{2}\left(-\frac{a_2}{2}\right) \\ &= a_1 - \frac{a_2}{4} \doteq \frac{3}{4}a_1 \end{aligned}$$

故に光の強さは約  $9a_1^2/16$  となり、C 點の強さのほゞ 9 倍に近くなる。

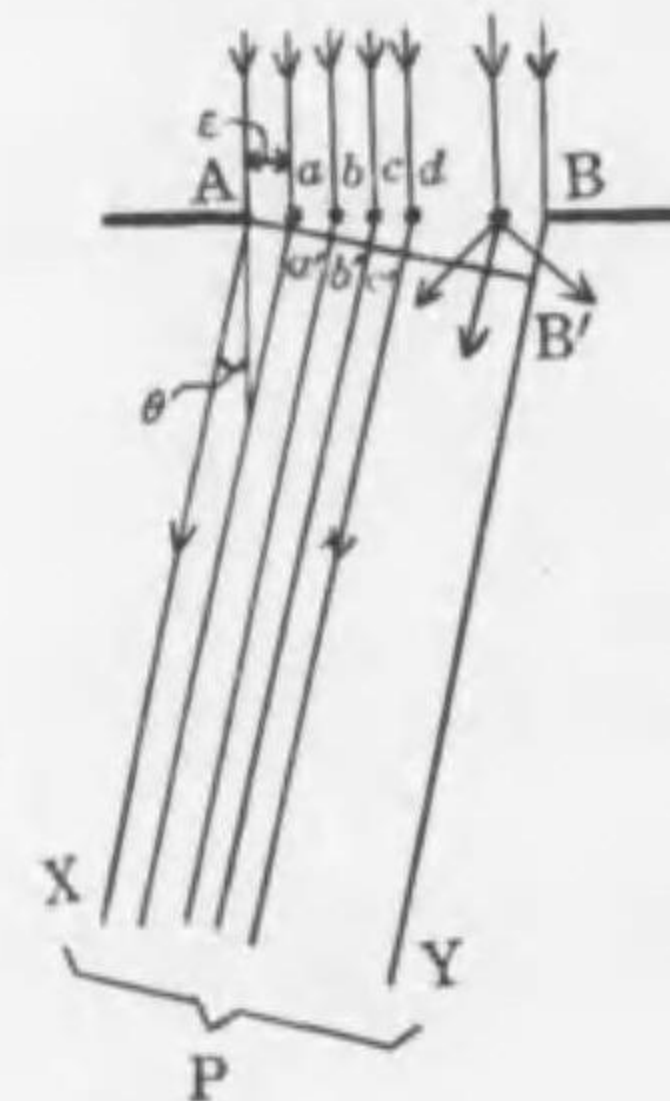
110 圖は刃の縁による廻折の寫眞で上述の條件にほゞ近い



110 圖

條件の下で撮られたものである。圖中の O は 108 圖又は 109 圖の C 點に對應する點である。

§3 細隙による光の廻折 圖に於て AB は細隙で細隙に對して垂直の方向に平面波(平行光線)が入射するときは、AB 間の



111 圖

各點はハイゲンスの二次小波の波源となり、各方向に光線を送ることになるが、その内特に細隙の法線と  $\theta$  の角をなす方向に進む光線の一束だけについて考へる。この光線束は平行であるから有限の距離に於ては集光しないが、細隙の背後に無限遠に調節された望遠鏡の對物レンズを置けばその焦點に集光し、光線束による光の強さを調べる事が出来る。

今 P 點に向ふ各平行光線の此の點に於ける綜合効果を調べるために、AB 間を極めて數多くの ( $k$  箇) 同じ小さい幅  $\epsilon$  をもつ小帯に分けて考へると、各小帯 Aa, ab, bc, ... から來る光は平行であり、且 AB 上の點に於ては同一位相であるから各帯からの光は同一の振幅を有し Aa から ab, ab から bc に移る毎に極めて僅かの位相差が生ずる。また各小帯から來る光の振幅は帯の幅  $\epsilon$  に比例することは明かであるから、Aa 間から發する光は

$$y_1 = \epsilon \sin 2\pi \left( nt - \frac{x}{\lambda} \right)$$

で表はされる。茲に  $n$  は光の振動數、 $x$  は Aa から P までの距離である。今 A から B 端より發する光 BY に垂線 AB' を下し各平行光線と a', b', c', ... で交らしめると、ab から發する光は Aa からの光に對して行差に於いて aa' だけ異なるから、この光に對しては

$$y_2 = \epsilon \sin 2\pi \left( nt - \frac{x + aa'}{\lambda} \right) = \epsilon \sin \left\{ 2\pi \left( nt - \frac{x}{\lambda} \right) - \frac{2\pi}{\lambda} aa' \right\}$$

今  $2\pi\left(nt - \frac{x}{\lambda}\right) = \alpha$ ,  $\frac{2\pi}{\lambda}aa' = \delta$  とおけば

$$y_1 = \epsilon \sin \alpha$$

$$y_2 = \epsilon \sin(\alpha - \delta)$$

以下同様にして

$$y_k = \epsilon \sin(\alpha - (k-1)\delta)$$

故に P 点に対して AB 間から發する光の効果は

$$y = \epsilon \sin \alpha + \epsilon \sin(\alpha - \delta) + \epsilon \sin(\alpha - 2\delta) + \dots + \epsilon \sin(\alpha - (k-1)\delta)$$

上の級数の和は三角法の公式により

$$y = \epsilon \frac{\sin \frac{k}{2}\delta}{\sin \frac{\delta}{2}} \sin\left(\alpha - \frac{1}{2}(k-1)\delta\right) = \epsilon \frac{\sin \frac{k}{2}\delta}{\sin \frac{\delta}{2}} \sin\left\{2\pi\left(nt - \frac{x}{\lambda}\right) - \frac{1}{2}(k-1)\delta\right\} \dots (1)$$

即ち合成振動の位相は丁度 AB の中點から發する光の位相と同一である。次に  $\delta$  は極めて小さいから  $\sin \frac{\delta}{2} = \frac{\delta}{2}$  と置けば振幅 A は

$$A = \epsilon \frac{\sin \frac{k}{2}\delta}{\frac{\delta}{2}} = \epsilon k \frac{\sin \frac{k}{2}\delta}{\frac{k}{2}\delta} \dots (2)$$

今細隙の幅 AB を  $a$  とすれば  $a = \epsilon k$  であり、また  $k\delta$  は A 端及び B 端から來る光の位相差である。これを  $2\varphi$  とすれば

$$A = a \frac{\sin \varphi}{\varphi} \dots (3)$$

従つて光の強さ I は

$$I = A^2 = a^2 \frac{\sin^2 \varphi}{\varphi^2} \dots (4)$$

によつて決定せられる。この式に於て(111圖参照)

$$2\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} BB' = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta \dots (5)$$

であるから I は云ふまでもなく  $\theta$  の函数である。この  $\theta$  を廻折角と云ふ。

次に I が  $\theta$  に対して、従つて  $\varphi$  に対して如何なるとき極大及び極小値をとるかを調べて見る。

i)  $\varphi = m\pi$  の時は  $I=0$  となり、スクリーンの上では暗線が生ずる。但し  $m=1, 2, 3, \dots$  である。  $m=0$  の時は細隙の丁度後方スクリーンの中央に極大値の明線を生ずる。  $m=0$  以外の場合では

$$\varphi = m\pi = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

即ち  $BB' = a \sin \theta = m\lambda$  を満す方向に於ては  $I=0$  である。

ii) 極大を求めるために  $\frac{dI}{d\varphi} = 0$  を作れば

$$\frac{dI}{d\varphi} = 2a^2 \frac{\sin \varphi}{\varphi} \cdot \frac{\varphi \cos \varphi - \sin \varphi}{\varphi^2} = 0$$

これから

$$\frac{\sin \varphi}{\varphi} = 0 \text{ 及び } \frac{\varphi \cos \varphi - \sin \varphi}{\varphi^2} = 0$$

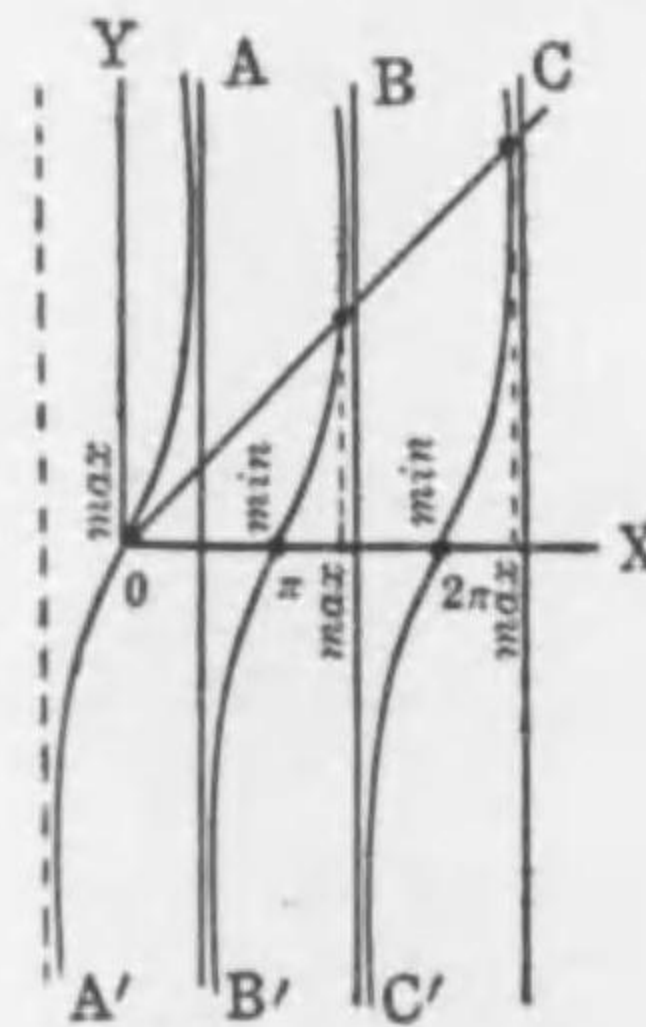
前者は i) に於て論じた所、後者からは

$$\varphi = \tan \varphi$$

この方程式を解くには圖的解法を用ひるのが便利である。今  $y=x$ ,  $y=\tan x$  のグラフを作れば左圖のようになる。

$y=x$  は OX に  $45^\circ$  の傾きを有する直線で  $y=\tan x$  は

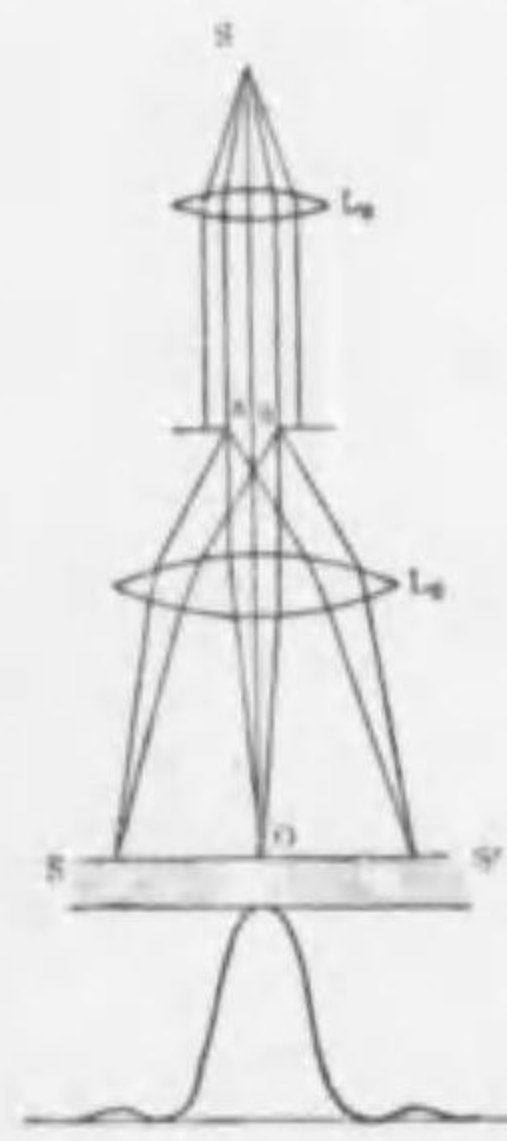
$$x = \pm \frac{\pi}{2}, x = \pm \frac{3}{2}\pi, x = \pm \frac{5}{2}\pi, \dots$$



112 圖

1) angle of diffraction, Beugungswinkel

を漸近線とする一群の曲線である。従つて極大値に対する  $\varphi$  は OC と AA', BB', CC', ... と交る點で決定せられる。このときの  $\varphi$  の値は  $\frac{\pi}{2}$  の奇數倍よりも小さいが,  $m$  が相當大きいときは殆んど  $(2m+1)\frac{\pi}{2}$  に等しいと考へても大した間違ひはない。  $\varphi$  の値を實際に計算すれば



113 圖

對しそれ以外は極めて弱い光しかこない。(113 圖参照)

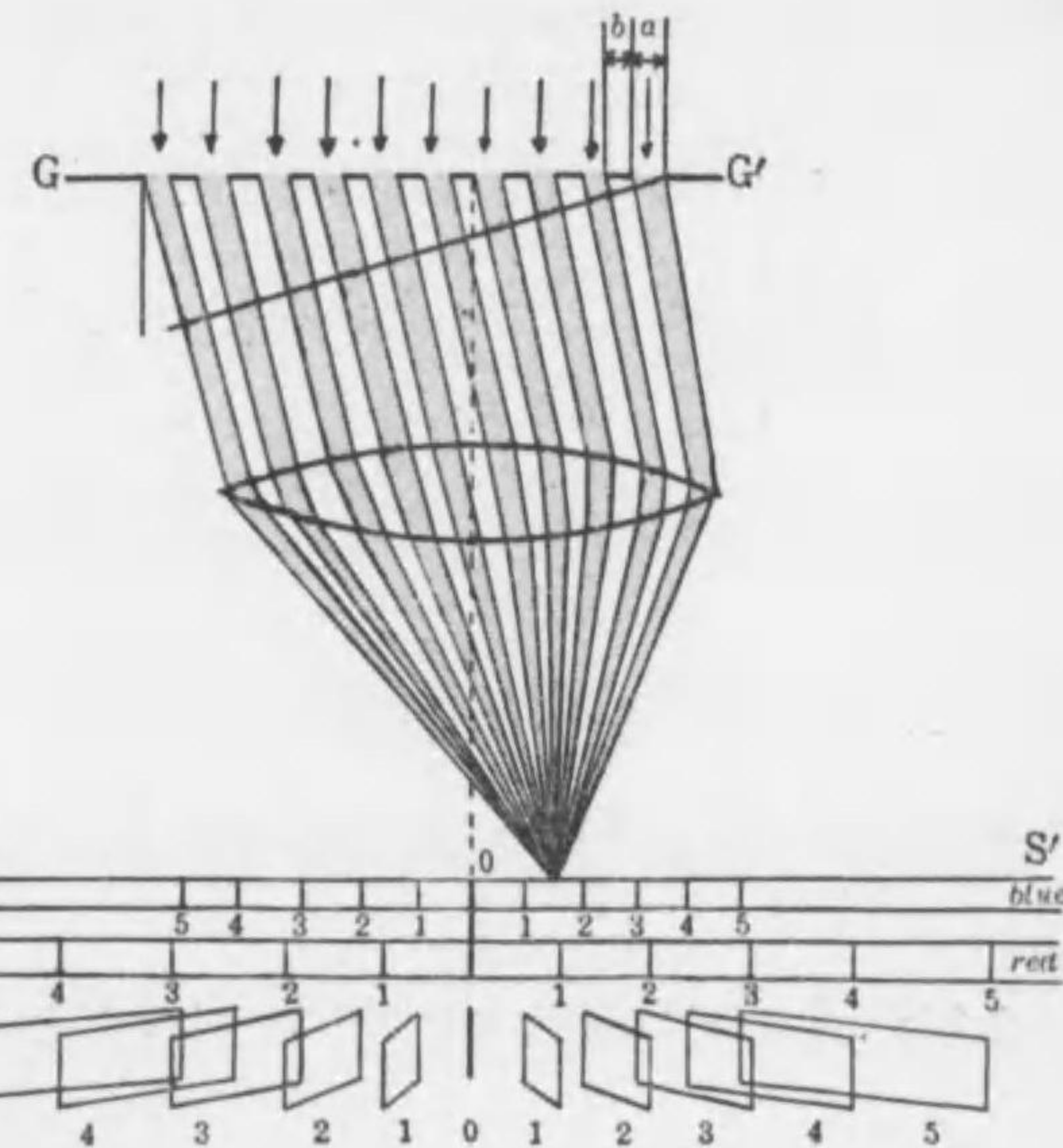
單色光の代りに白色光を用ひるとスクリーン上の中央極大値に相當する所は白色で(總べて同一位相)他の極大値の所では着色して見え重色が内部に赤色が外部に現はれることは容易に理解せられよう。

§4 數多の等間隔の平行細隙による廻折 今  $n$  箇の幅の等しい平行細隙が等距離にある場合に,この面に垂直の方向に平面波があたるときの廻折現象を考へて見る。細隙の幅を  $a$ , 細隙間の間隔を  $b$  とし,廻折角を  $\theta$  とするとき  $\theta$  の方向に進む平行光線の無限遠の點 P に於ける光の効果を調べて見る。細隙の中で任意の一つは前節(3)及び(5)式により

$$A = a \frac{\sin \varphi}{\varphi} \quad \text{但し} \quad \varphi = \frac{\pi}{\lambda} a \sin \theta$$

$\varphi_0=0$	$\varphi_4=4.477\pi$
$\varphi_1=1.430\pi$	$\varphi_5=5.482\pi$
$\varphi_2=2.459\pi$	$\varphi_6=6.484\pi$
$\varphi_3=3.471\pi$	$\varphi_7=7.486\pi$

今  $\varphi$  が  $(2m+1)\frac{\pi}{2}$  によつて近似的に表はされるものとし,中央極大値を 1 としてこれに引きつゞく極大値を  $\frac{\sin^2 \varphi}{\varphi^2}$  から計算すれば  $1, \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2, \left(\frac{2}{5\pi}\right)^2, \dots$  となり約  $1, \frac{1}{20}, \frac{1}{56}, \dots$  となるから中央極大値に



114 圖

なる振幅の波動を P 點に送る。次に相隣る二つの細隙の相對應する點から出る光の位相差を  $2\phi$  とすれば(114 圖)

$$2\phi = (a+b) \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \quad \dots \dots \dots (1)$$

従つて P 點では同一の振幅  $A$  を有し,位相差が順次  $2\phi$  づつ生じて行く  $n$  箇(細隙の數)の平行光線の綜合効果が生ずる。今この合成波動の振幅を  $Z$  とすれば前節(1)及び(3)式により

$$Z = \frac{A \sin n\phi}{\sin \phi} = \frac{a \sin \varphi}{\varphi} \cdot \frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \quad \dots \dots \dots (2)$$

従つて光の強さを  $J$  とすれば

$$J = \frac{a^2 \sin^2 \varphi}{\varphi^2} \cdot \frac{\sin^2 n\phi}{\sin^2 \phi} \quad \dots \dots \dots (3)$$

扱て上式に現れる  $\frac{\sin^2 \varphi}{\varphi^2}$  及び  $\frac{\sin^2(n\phi)}{\sin^2 \phi}$  は共に  $\theta$  の函數であつて,  $J$  を  $\theta$  の函數として直接その極大,極小を論ずるこ

とは極めて煩雑であるが、以下述べる如く J の極値の大勢は殆んど  $\sin^2(n\phi)/\sin^2\phi$  で決定されるから、先づこれについて考へて見る。今此因子が極値を取る条件として

$$\frac{d}{d\phi} \left( \frac{\sin^2 n\phi}{\sin^2 \phi} \right) = \frac{2\sin n\phi}{\sin^3 \phi} (n \sin \phi \cos n\phi - \cos \phi \sin n\phi) = 0$$

即ち (a)  $\sin n\phi = 0$ , (b)  $n \tan \phi = \tan n\phi$

i) 極小 (a) から

$$n\phi = m\pi \quad (m \neq 0, m \neq n, m \neq 2n, m \neq 3n \dots)$$

$$\therefore \frac{\sin n\phi}{\sin \phi} = 0, \quad n(a+b)\sin \theta = m\lambda$$

故に  $m=1, 2, 3, \dots$  ( $m$  が  $n$  の整数倍の場合を除く) に應じて J の第二因子の極小を生ずる。

ii) 主極大<sup>1)</sup> 若し  $\phi = m\pi$  の場合には  $\sin n\phi/\sin \phi$  の分母分子共に零となるが

$$\lim_{\phi \rightarrow m\pi} \left( \frac{\sin n\phi}{\sin \phi} \right)^2 = n^2, \quad (a+b)\sin \theta = m\lambda$$

このときの極大値は  $n^2$  ( $n$  は細隙の數) に比例し、次に述べる副極大<sup>2)</sup> に比し極めて大であるため主極大と云はれる。尚ほ主極大の位置は  $\phi = m\pi$  で與へられ極小の位置は  $\phi = \frac{m\pi}{n}$  で與へられるから二つの主極大の間に  $n-1$  箇の極小の位置が生ずる (115 圖参照)。

iii) 副極大.  $n \tan \phi = \tan n\phi$  の根は  $\phi = m\pi$  (これは主極大に對するもの) の外に、主極大に比すれば遙かに弱い極大が生ずる。これを副極大と云ふ。  $n \tan \phi = \tan n\phi$  から直に

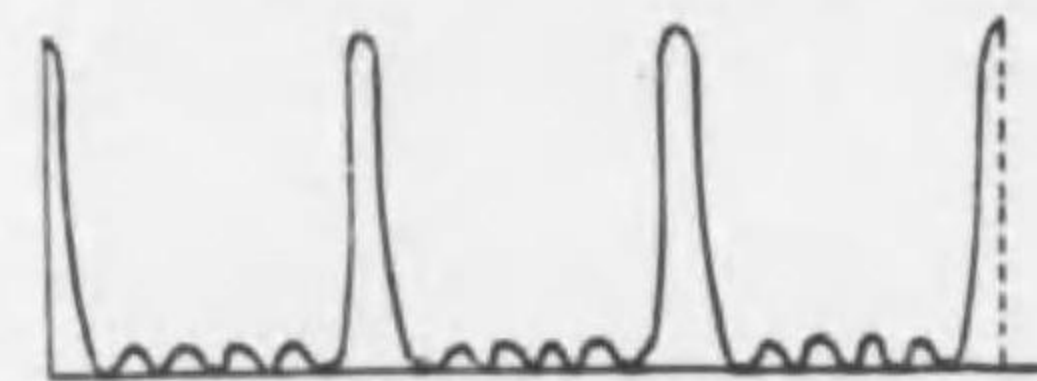
$$\frac{\sin^2 n\phi}{\sin^2 \phi} = \frac{n^2}{1+(n^2-1)\sin^2 \phi}$$

即ち副極大の主極大 ( $n^2$ ) に對する比は

1) principal maximum, Hauptmaximum  
2) secondary maximum, Nebenmaximum

$$\frac{1}{1+(n^2-1)\sin^2 \phi}$$

となり、 $n$  が充分大であるときは副極大は極めて弱く殆んど消失してしまう。圖は  $n=6$  の場合について描いたもので相隣

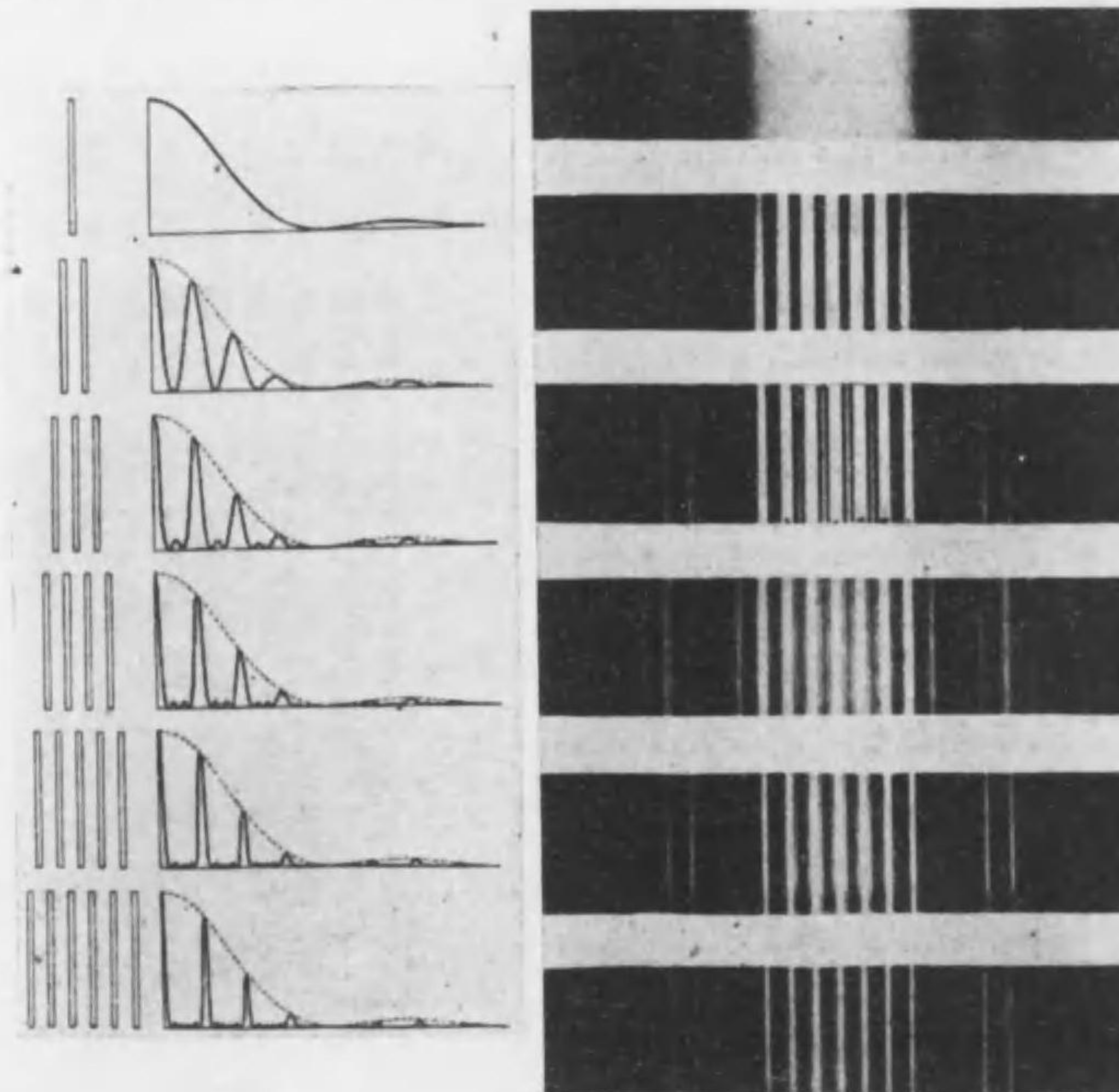


115 圖

る二つの主極大の間には  $6-1=5$  箇の極小値があり、從つて  $6-2=4$  箇の副極大が現はれる。尚副極大の位置は

$y = n \tan x$  及び  $y = \tan nx$  から圖的解方で定められるが重要でないからこれは論じない。

扱て(3)の J の第一因子の影響を考へて見るに、これが極小値



I

II

116 圖

を生ずる位置は

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a} \quad (m \neq 0)$$

で與へられ第二因子の極小値を生ずる位置は

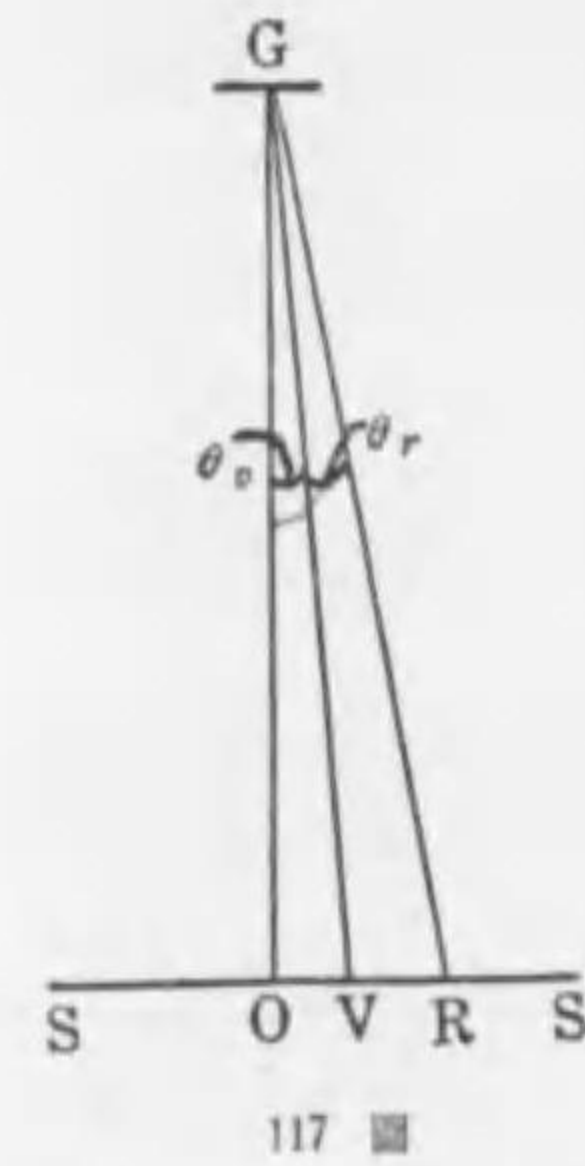
$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{n(a+b)} \quad (m \text{ が } n \text{ の整数倍ならずとする})$$

で與へられるから第二因子は第一因子に比し遙かに急速に振動することが分る。従つて第二因子が一振動する間は第一因子による振動の振幅は殆んど一定と見做し、振動の進むに従ひ振幅が静かに變化するものと考へてよい。附言すべきことは第一因子が零になるときは勿論  $J=0$  である。

116 圖は細隙の数がそれぞれ 1, 2, 3, 4, 5, 6 の場合に於ける  $J$  の分布及びこれに對する寫眞を示したものである。

§5 廻折格子、分散能 硝子或は金屬(次節で述べる)の表面に極めて數多の極めて繊細な平行線を引いた(普通は極く鋭利なダイヤモンドの尖端を以つてする)光學機械を廻折格子<sup>1)</sup>と云ふ。廻折格子で一時につき 10000 本以上の線が引かれてあるのは珍らしくない。この際、線と線との間の硝子の透明な部分<sup>1)</sup>は光を通し前節の細隙に相當する。而して前節  $a+b$  を格子常數<sup>2)</sup>と云ふ。既に述べた通り或は又 115 圖より明らかな通り、細隙の數を極めて多くすれば副極大は殆んど全く消失し、主極大は著しく強さを増し(前節により細隙の數の二乗に比例する)、光は殆んど主極大に集中され、更にその幅は狭くなり、遂に輝ける一本のスペクトル線になる。而して中央の極大を零次、それから左右へ順次生ずる主極大を一次、二次……等と云ひ、これを廻折格子によるスペクトルの次數<sup>3)</sup>と云ふ。

1) diffraction grating, Beugungsgitter      2) grating constant, Gitterkonstante  
3) order, Ordnung



廻折格子に限らず一般に光學器械に於て分散能<sup>1)</sup>は極めて重要な意味を有する。今廻折格子に就て考へて見るに、赤及び堇の  $n$  次のスペクトル線が現れる方向を  $\theta_r, \theta_v$  とすれば

$$\sin \theta_r = n\lambda_r / (a+b)$$

$$\sin \theta_v = n\lambda_v / (a+b)$$

この際  $\lambda_r > \lambda_v$  であるから  $\theta_r > \theta_v$  となる。今  $\theta$  が相當小さいものとすれば

$\tan \theta \approx \sin \theta$  であり、赤線と堇線との間の離距を VR、廻折格子の中央からスクリーンの中央へ下した垂線を GO とすれば

$$VR = GO(\tan \theta_r - \tan \theta_v)$$

であるから

$$VR = GO \frac{n}{a+b} (\lambda_r - \lambda_v)$$

即ち波長の差はスクリーン上のスペクトル線間の距離に比例する。今  $a+b$  を小さくすれば即ち線をなるべく密接して引けば、同一次數のスペクトル線は  $a+b$  に逆比例して引き離すことが出来る。

次に上述と内容に於ては同一の事柄であるが

$\sin \theta = n\lambda / (a+b)$  を直接微分して

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{(a+b)\cos \theta} \dots \dots \dots (1)$$

$\theta$  が小さいときは  $\cos \theta \approx 1$ 、従つて  $\theta$  の變化は  $\lambda$  の變化に比例し  $\lambda$  には關係しない。即ち同一の角變化は同一の波長變化を意味することになる。この様にスペクトル線が配置されてあるときは、このスペクトルを正常スペクトル<sup>2)</sup>と云ふ。この事は

1) dispersive power, Dispersionsvermögen      2) normal spectrum, Normalspektrum

プリズム分光器によるスペクトル線の配置と波長との関係の甚だ複雑なのに對し、著しく異なる點で廻折格子で波長を決定するとき甚だ役立つ事柄である。

(1)によつて表される  $d\theta/d\lambda$  を廻折格子の分散能と云ふ。分散能は次數  $n$  に比例し  $\cos\theta$  に逆比例するから、次數が高くなり従つて  $\theta$  が増加すれば分散能は甚だ大きくなる。従つて次數が高くなれば各次のスペクトルは重複して現れる。即ち114圖に示す様に一次スペクトルは大體純粹であるが、二次ではその赤色部と三次の紫色部が重り、三次以上では著しく重複の程度が増す。かやうなスペクトルを観察すると、プリズム分光器で見たスペクトルと著しくその趣を異にし、赤色線の中に紫色線が混合して現れる様な奇觀を呈するのである。

§6 分解能 波長の極めて接近してゐる二本のスペクトル線が外見上一本の如く見えないで、明確に二本の線として觀察



118 圖

し得るか否かは廻折格子の分解能<sup>1)</sup>による。レーレー (Rayleigh) によれば相接近してゐる二線  $\lambda, \lambda + \delta\lambda$  が二本の線として區別し得るためには、各線の極大の中央間の距離がこの中央に引きつゞいて生ずる最初の極小までの距離よりも小であることは出来ない。

圖はこの條件を丁度満足する二線を表はすものとする、この二線による強度曲線は EMCNF となり、中央が少しく弱く、線は二本と觀察せられるのである。上述の條件は  $\lambda + \delta\lambda$  の線の極大の中央が丁度  $\lambda$  の線に附隨する極小位置 B に現れるには幾何の波長變化  $\delta\lambda$  まで許し得るかと云ふことに他ならぬ。今  $n$  本の線を有する廻折格子の  $m$  次の主極値の右(116圖 I, 上から

1) resolving power, Auflösungsvermögen

例へば6列目)に隣る極小値に對する位置は §4, i) により

$$n\phi = (mn+1)\pi \dots\dots\dots(1)$$

何となれば各極小値の位置に對して  $n\phi$  は  $\pi$  の間隔を以つて現はれるから  $m$  次の主極値の右の極小値に對しては(1)が成立する。

次に  $\lambda + \delta\lambda$  の極大値に對しては §4, ii) により

$$\phi' = m\pi \dots\dots\dots(2)$$

(1), (2) から

$$2n\phi = 2(mn+1)\pi \text{ 及び } 2n\phi' = 2mn\pi$$

$$\text{従つて } n(a+b)\sin\theta = (mn+1)\lambda \dots\dots\dots(3)$$

$$n(a+b)\sin\theta' = mn(\lambda + \delta\lambda) \dots\dots\dots(4)$$

上式に於て  $\theta = \theta'$  ならば  $\lambda$  の極大の位置の直ぐ右の極小値は  $\lambda + \delta\lambda$  の極大位置に合する。この場合では

$$(mn+1)\lambda = mn(\lambda + \delta\lambda)$$

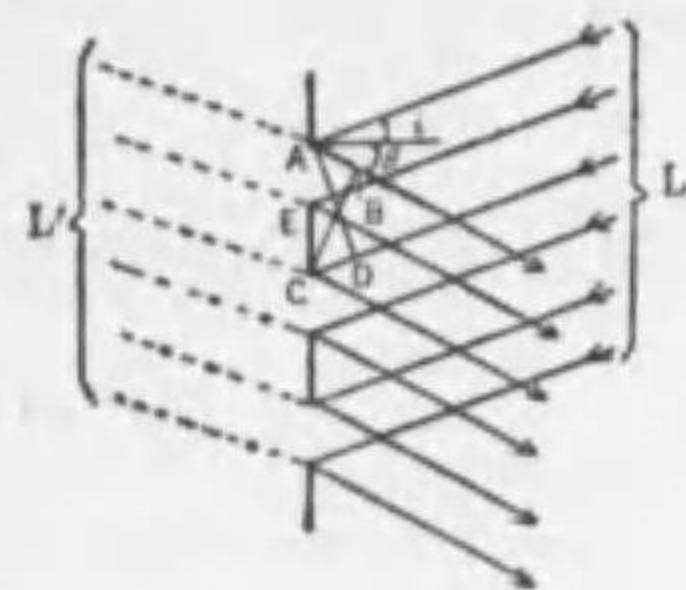
$$\text{或は } \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mn \dots\dots\dots(5)$$

(5)によつて定義される  $\frac{\lambda}{\delta\lambda}$  を分解能を云ひ、廻折格子ではその線の數とスペクトルの次數との積に等しい。ナトリウム D 線(極めて接近して現れる二本の線)の波長は 5890Å と 5896Å であるから

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = 1000$$

従つて D 線を二本として認め得るには一次スペクトルでは少くとも 1000本の線の引かれた廻折格子を要するが、二次スペクトルでは 500本の線を有する廻折格子でよいことになる。

i) 平面反射格子 金屬表面に數多の平行な溝を等距離に刻んだものを反射格子と云ふ。119圖の様な平面反射格子に光が L から平行に入射すると溝と溝の間 EC から反射する光は平面鏡の場合と同様



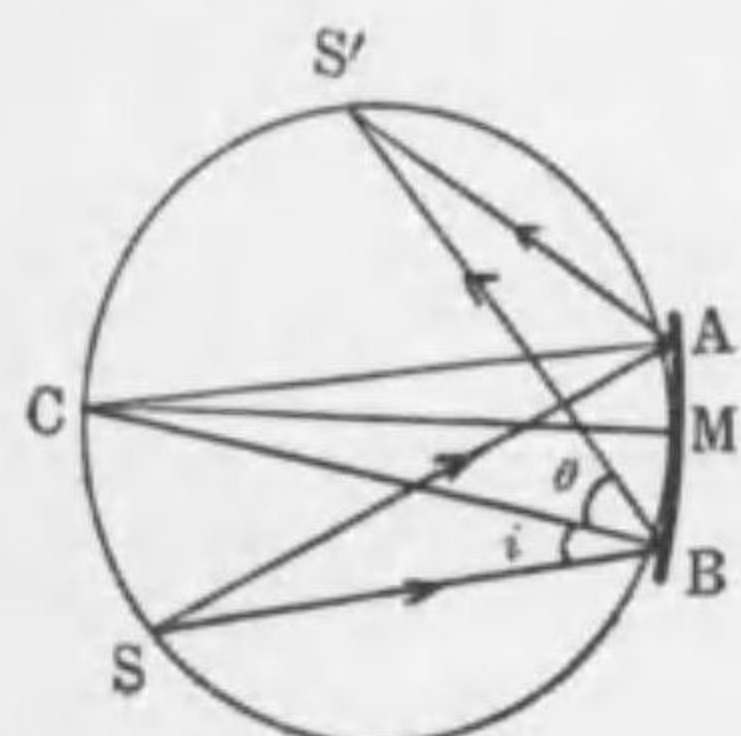
119 圖

に鏡の背後  $L'$  から来る様に見える。従つて反射光は §4 の通過格子と同様に二つの溝の間で廻折現象を起す。今入射角を  $i$ 、廻折角を  $\theta$  とし、 $A$  及び  $C$  から入射光線及び廻折光線に垂線  $AD$  及び  $CB$  を下せば此の二光線の行差は  $(a+b)(\sin i - \sin \theta)$  であるから §4, ii) により明線の位置は

$$(a+b)(\sin i - \sin \theta) = m\lambda$$

で與へられる。以下の議論は總べて通過格子の場合と同様であるから省略する。

ii) **ローランドの凹面反射格子** 上述の反射格子の特に凹球面をなすものはローランド (H. A. Rowland) の創めて考案したもので、これをローランドの**凹面格子**<sup>1)</sup>と云ふ。圖に於いて  $AB$  はかやうな格子で、 $C$  は  $AB$  の曲率の中心である。今  $AB$  の曲率半径  $MC$  を直径として圓を描き、圓周上の一 $S$  から光を送り、この光の同一圓周上の一 $S'$  に對する効果を考へるに、 $B$  點に於ける隣接二細隙間の小部分は殆んど平面と考へることが出来るから、平面反射格子と同様に行差は  $(a+b)(\sin i - \sin \theta)$  である。次に  $A$  點に入射した光を考へるに格子の面  $AB$  は圓  $CM$  に比し事實上小さいから圓  $CM$  上にあるものと見做してもよろしい。このときは  $AB$  上の任意の點に来る光に對して  $i$  及び  $\theta$  は同一である。故に隣接二細隙の部分から圓周上の任意の點に来る光の行差は皆同じである。故に



120 圖

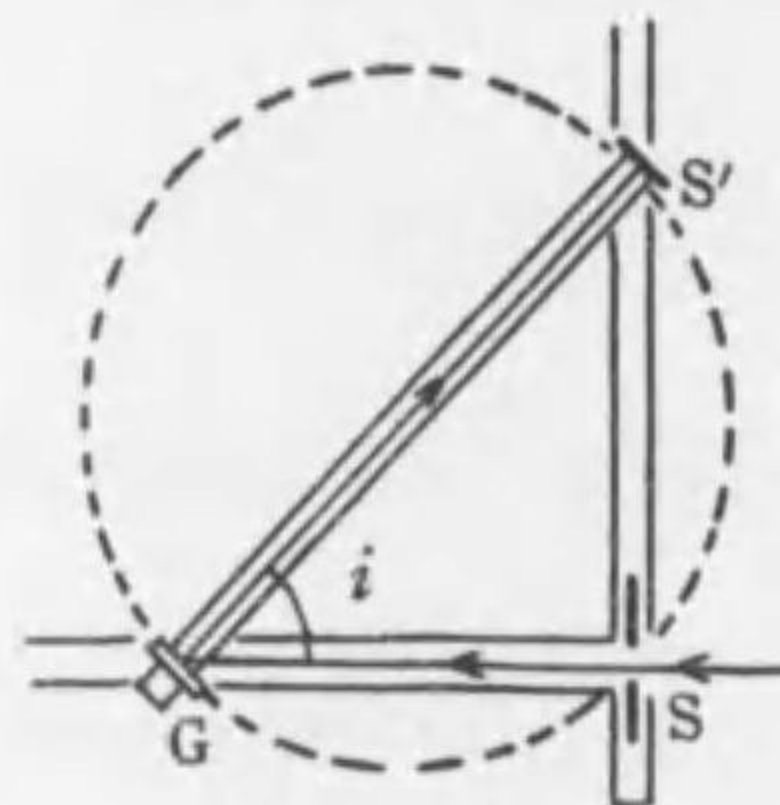
$$(a+b)(\sin i - \sin \theta) = m\lambda$$

のときは  $S'$  は明線の位置となる。

1) Rowland's concave grating, Rowlandsches Konkavgitter

今  $S'$  を  $C$  にとると  $\theta=0$ ,  $\angle MSS'=90^\circ$

故に  $(a+b)\sin i = m\lambda$



121 圖

ローランドは直角なレール上に棒  $GS'$  を置き、その両端に格子  $G$  及び寫眞乾枚  $S'$  を固定し、棒はレール上を滑る様にした。これにより  $i$  を變へ波長  $\lambda$  を測定することが出来る。  $a+b$  は前述の場合と異り、弧  $AB$  を細く等分したときの一部ではなく、弦  $AB$  を等分したときの一部である。従つて格子上では各溝の間の距離は嚴密に云へば一定ではない。

iii) **階段格子(エシェロングレーティング)** すでに述べた様に格子の分解能を大ならしめるためには細隙の數を著しく増し、且つ其の次數を高めてスペクトルを研究すればよい。然し細隙を著しく増すことには技術上の困難が生じ、又高次のスペクトルでは 116 圖の示す様にその強さが著しく減じる。マイケルソンは別の出發點よりして著しく次數を高め、極めて分解能の大きい分光器を考案した。これを述べる前に只二つの細隙を有する場合(122 圖)を考へる。その一方が平行平面の硝子板で覆はれてゐるときは、細隙の面に垂直に入る光は各細隙を通過後  $P$  點で著しい行差が生じ、 $P'$  には廻折による行差が更に生ずる。今硝子板の厚さを  $d$ 、その屈折率を  $\mu$ 、行差を  $\delta$  とすれば  $P$  點に於ては



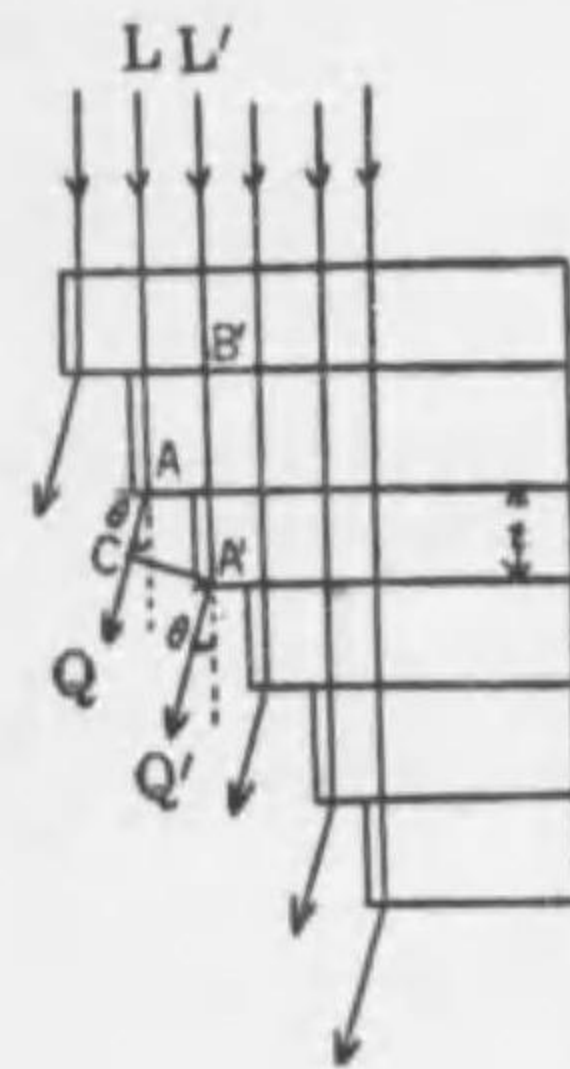
122 圖

$$\delta = d(\mu - 1)$$

例へば  $d = 5 \text{ mm}$ ,  $\mu = 1.5$   $\lambda = 5000 \text{ \AA} = 0.0005 \text{ mm}$

とすれば  $\delta = 5000\lambda$  となる。

マイケルソンの階段格子の原理は上記の原理と同様であつて、數多



123 圖

の正確に同一の厚さ(D線の波長の  $\frac{1}{20}$  以内の誤差で)の平行硝子板を階段状に積み重ねたものである。今光が硝子面に垂直に入射するとし LACQ, L'A'Q' を122圖の廻折光線に相当する二線とする。相隣る板の對應點 A, A' に於けるこれらの光の廻折角を  $\theta$  とし, A' から AQ に垂線 AC を下せば, この二光線の行差は  $\mu t - AC$  ( $t$  は板の厚さ), 階段の幅を  $s$  とすれば

$$AC = t \cos \theta - s \sin \theta$$

であるから行差  $\delta$  は

$$\delta = \mu t - AC = \mu t - t \cos \theta + s \sin \theta \dots\dots\dots(6)$$

実際の場合には  $\theta$  は甚だ小さいから  $\sin \theta = \theta$ ,  $\cos \theta = 1$  とし, 且つ  $\delta = m\lambda$  とすれば,

$$m\lambda = (\mu - 1)t + s\theta \dots\dots\dots(7)$$

$m$  が整数である様な  $\theta$  の方向に於て明線が生ずる。分散能  $d\theta/d\lambda$  を求めるために  $\theta$  を  $\lambda$  について微分すれば

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{s} - \frac{t}{s} \frac{d\mu}{d\lambda} \dots\dots\dots(8)$$

(7) から  $m$  の近似値を求めるために  $\theta = 0$  とし, このときの  $m$  の値を (8) に代入すると

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{t}{s} \left( \frac{\mu - 1}{\lambda} - \frac{d\mu}{d\lambda} \right) \dots\dots\dots(9)$$

$(\mu - 1)/\lambda$  は極めて大きいから分散能  $d\theta/d\lambda$  も亦従つて甚だ大であるが, 最も重要なことはこの器械の有する分解能である。今分解能に対する極く大體の計算をして見るに (7) に於て  $\theta = 0$ ,  $\mu = 1.5$ ,  $t = 1 \text{ cm}$  とし, 且つナトリウムの D 線を用ひるとは  $\lambda = 589 \text{ nm}$  であるから

$$m\lambda = (\mu - 1)t = 0.5 \times 20000\lambda$$

即ち  $m = 10000$  となり, 10000 次のスペクトルを得る。階段の数を 30 とし (5) が適用されるものと考へると, 分解能は  $10000 \times 30 = 300000$  とな

り, D 線では  $\lambda/\delta\lambda = 1000$  であるから, 密接してある二本の D 線の距離の  $\frac{1}{300}$  の距離に密接する二線をも分解し得るのである。

今  $n$  箇の階段を有する格子で  $m$  次のスペクトルに對し一般の分解能の式を求めるに明線を生ずるときは

$$mn\lambda = n\{(\mu - 1)t + s\theta\} \dots\dots\dots(10)$$

この明線に引きつゞいて最初現れる極小値の方向を  $\theta + \delta\theta$  とすれば (1) より (5) までと同様に考へて

$$(mn + 1)\lambda = n\{(\mu - 1)t + s(\theta + \delta\theta)\} \dots\dots\dots(11)$$

$$\lambda = ns\delta\theta$$

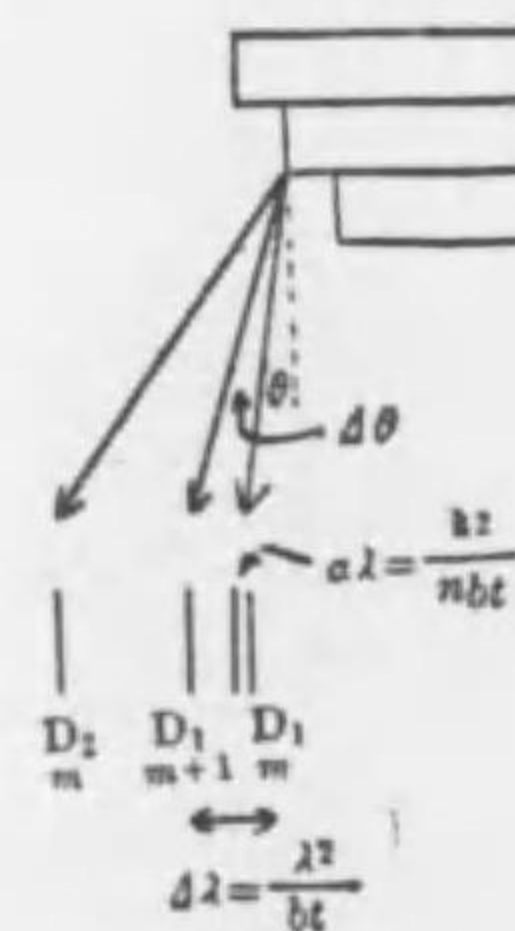
$$\delta\theta = \lambda/ns \dots\dots\dots(12)$$

今  $\lambda + d\lambda$  の波長の光が  $\theta + d\theta$  の方向に明線を生ずるとき  $\lambda$  と  $\lambda + d\lambda$  が區別されるためには  $d\theta = \delta\theta$  でなければならぬ。故に (12) を (9) に代入して

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = \frac{nt}{s} \left\{ (\mu - 1) - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

括弧内の値は硝子に對して一定の値である。従つて分解能は硝子板の數とその厚さに比例することがわかる。

階段分光器に於て最も重要なことは上述の如く取扱ふスペクトルの次數が極めて大で,  $\lambda$  の  $m$  次のスペクトルと, この  $\lambda$  に對する  $m + 1$



124 圖

次のスペクトルとは極めて接近して現れるのに對し, 分散能は甚だ大であるから, 同一次数の範囲内では全スペクトルの極く小部分しか現れない。數字的の計算は省略するが D 線の二重線を成す  $m$  次の  $D_1, D_2$  と  $m + 1$  次の線との關係は大體圖の様になる ( $D_1, D_2$  の開きは (9) から計算する)。

今  $\theta$  の方向に  $m$  次の  $\lambda$  の線が現れ,  $\theta + \delta\theta$  の方向に  $\lambda$  の  $m + 1$  次の線が現れるときは

$$mn\lambda = n\{(\mu - 1)t + s\theta\}$$



$$(m+1)n\lambda = n\{(\mu-1)t + s(\theta + \Delta\theta)\}$$

即ち 
$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{s} \dots\dots\dots(14)$$

今  $m$  次の  $\lambda + \Delta\lambda$  の線が  $m+1$  次の  $\lambda$  の線と丁度一致する方向をとるときは、(9) に於て  $d\lambda = \Delta\lambda$  と書けば、(14) の  $\Delta\theta$  と (9) の  $d\theta$  とは相等しかるべきにより

$$\Delta\lambda \cdot \frac{bt}{s\lambda} = \frac{\lambda}{s} \quad \text{但し} \quad b = (\mu-1)t - \lambda \frac{d\mu}{d\lambda}$$

或は 
$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{bt} \dots\dots\dots(15)$$

即ち (15) で與へられる波長差  $\Delta\lambda$  を有する  $\lambda + \Delta\lambda$  の  $m$  次の線は  $\lambda$  の  $m+1$  次の線と一致するから  $\lambda + \Delta\lambda$  の線の研究は困難になる。また (13) (15) から

$$d\lambda = \frac{\lambda^2}{nbt} = \frac{1}{n} \Delta\lambda \dots\dots\dots(16)$$

であるから、この分光器で分解し得る極限は  $m$  次と  $m+1$  次の開きの  $\frac{1}{n}$  であることが分る。

反射格子では次數の違いによる開きが大きいためスペクトルの重複はあまり著しくないが、階段分光器ではこの開きが小さいため各次のスペクトルは重複し、白色光を送ると白色に見える。故にこれを用ひるときには先づ単色光に分けて後、この光を階段分光器に送らなければならぬ。従つてこの分光器は波長自身を測定するものでなく、線の<sup>1)</sup>微細構造、<sup>2)</sup>ゼーマン効果(後述)等に於ける微小の波長差を調べる目的に使用せられる。

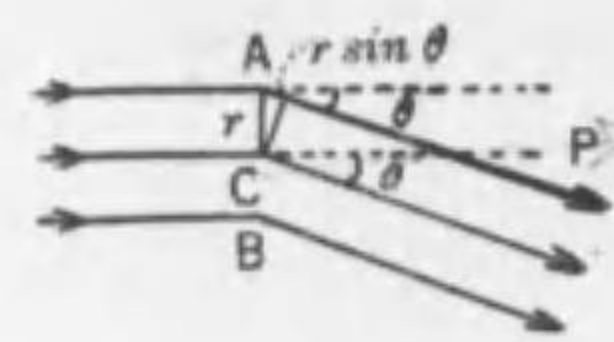
§7 圓孔による廻折 圓孔 AB の半徑を  $r$  とすると CP の方向では總べての小波の助け合ふ方向であるから明點を生ずるが、

$$r \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

即ち 
$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2r} = 0.5 \frac{\lambda}{r} \dots\dots\dots(1)$$

1) fine structure, Feinstruktur

2) Zeeman effect, Zeeman Effekt



125 圖

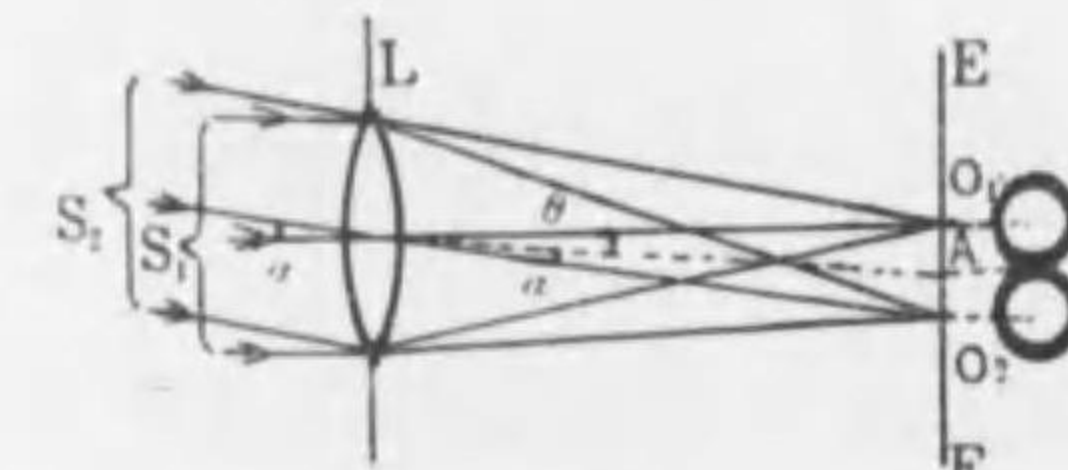
の方向では暗點を生ずる。而して總べての関係は CP 軸に對して對稱であるから、廻折圖形は P 點を中心とする同心圓で、 $\theta$  が増加するに應じて明暗の輪が交互に生ずる。

上の理論は略近的に細隙による廻折の考へ方をその儘用ひたもので、正確な理論は甚だ複雑でここには略するが、それによれば

$$\sin \theta = 0.61 \frac{\lambda}{r} = 1.22 \frac{\lambda}{R} \dots\dots\dots(2) \quad (R \text{ は直径})$$

によつて第一暗輪が定められる。

§8 望遠鏡の分解能 球面収差、色収差を除いても、尙ほレンズによる像は正確には明瞭な幾何學的像を生じない。これは



126 圖

以下述べる如く光の波動性による廻折に基づくもので避けることの出来ないものである。前節により遠方の星  $S_1$  は焦點面 EF 上に  $O_1$  を中心として

明暗輪が生じ、その第一暗圓  $O_1$  はレンズの直径を  $R$  とすれば

$$\sin \theta = \theta = 1.22 \frac{\lambda}{R} \dots\dots\dots(1)$$

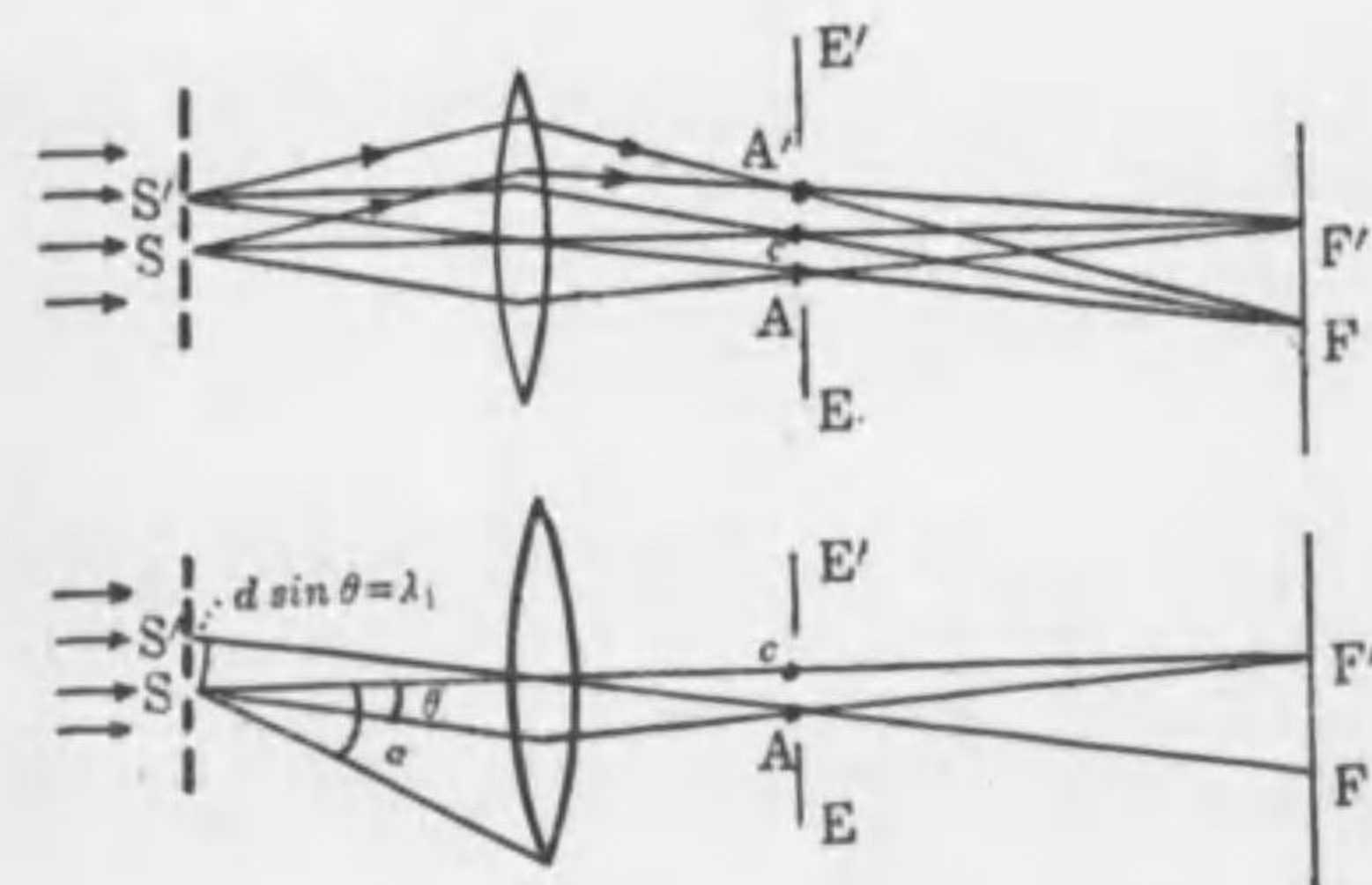
で定められる。而して明點  $O_1$  の明るさは  $O_1$  から A に向つて次第に減ずるから、 $S_1$  の實像は事實上圓  $O_1A$  と見るべきである。次に  $S_1$  と  $\alpha$  なる傾きをなす星  $S_2$  があると、その明點は  $O_2$  に出る。この際若しレンズの周圍を絞りで絞つて  $R$  を次第に小さくすると、暗圓を生ずべき  $\theta$  が増すから暗圓の半径が大きくなり、兩圓は二つとして識別し難くなる。又  $\alpha$  が極めて小さいときも同様識別困難である。故に二つの星が二つとして

區別し得る極限は  $O_2$  が  $S_1$  による第一暗輪  $A$  の上に來たときである。このときは  $\theta = \alpha$  即ち

$$\alpha = 1.22 \frac{\lambda}{R} \dots \dots \dots (2)$$

故に望遠鏡の對物レンズの直徑が大きい程、又波長が小さい程  $\alpha$  が小となり接近せる二點を識別しやすくなる。この  $\alpha$  を望遠鏡の分解能と云ふ。

§9 顯微鏡の分解能 アッベ (Abbe) によれば顯微鏡によつて物體の像の生ずるのは一種の廻折現象である。今簡單のため



127 圖

物體を廻折格子  $SS'$  で置き換へ、レンズの軸の方向に平行光線が來たとすると、レンズの焦面  $EE'$  上に廻折縞が出来る。  $A', C, A$  は明線の生ずる位置とする。この廻折縞が更に第二廻折格子としての役目をなす。アッベ等の複雑な計算によれば格子  $A'CA$  による廻折縞は更に幾何光學的に實像の生ずる面  $FF'$  に等間隔を有する明暗の縞となる。この縞が物體の像である。故にかやうな縞が生ずるためには、即ち  $A'CA$  が格子を作るためには、少くとも  $A', A$  が生じなければならぬ。故に物體のレンズに対する開き  $\alpha$  が小となるか、或は格子常數  $d$  が小さくなつて  $\theta$  が大きくなり (127 圖参照)、 $A$  を作るに必要な光がレンズの外に出ると  $A'CA$  は格子にはならぬ。故に像平面内に明暗の縞が生じ得る極限は  $\theta = \alpha$  の時である。故に  $d \sin \theta = \lambda$  から

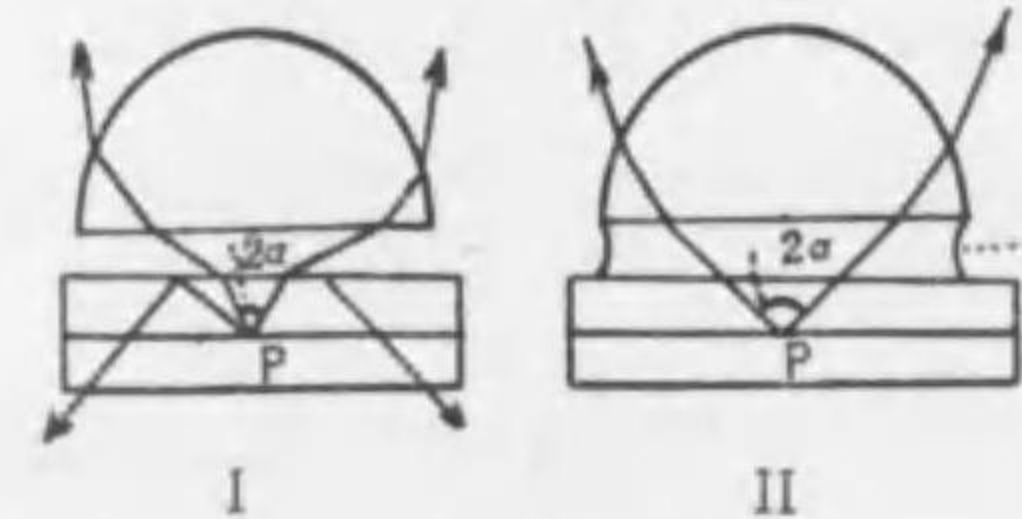
$$d = \frac{\lambda}{\sin \alpha} \dots \dots \dots (1)$$

もしレンズと物體との間に屈折率  $\mu$  の液體があるとし、液中の波長を  $\lambda'$  とすると

$$d \sin \theta = \lambda', \quad \lambda' = \frac{\lambda}{\mu}$$

であるから

$$d = \frac{\lambda}{\mu \sin \alpha} \dots \dots \dots (2)$$



128 圖

$\mu \sin \alpha$  を開口數<sup>1)</sup>と云ふ。上式の  $d$  が小さい程顯微鏡の分解作用が大きい。この作用を大にするには

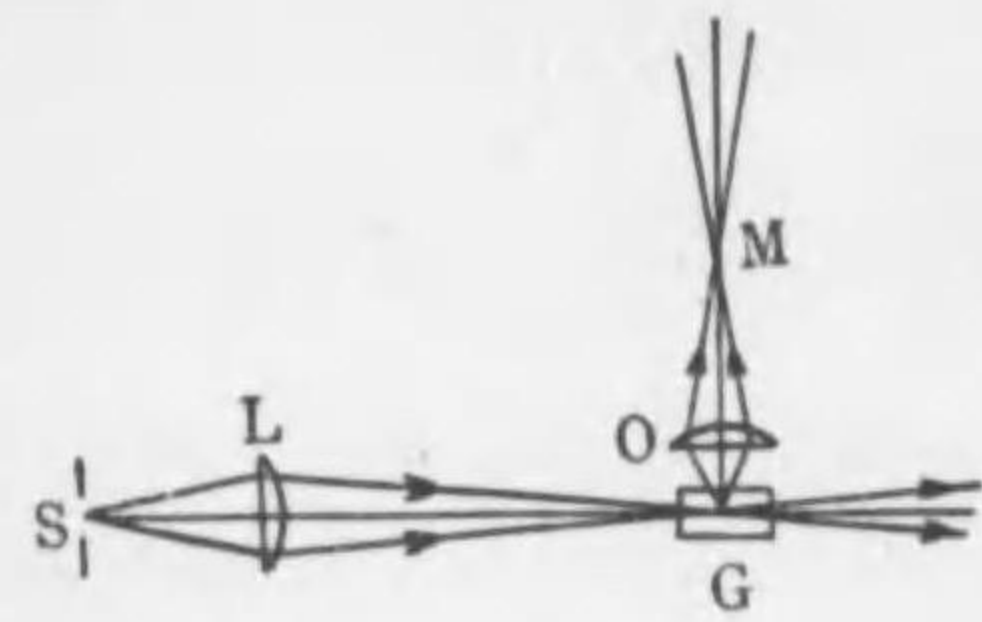
i)  $\mu$  を大にすればよい、  
かくすれば同時に  $\alpha$  も大となり (128 圖参照、 $P$  は半球レンズの不遊點とする) 又同時に物體  $P$  からの光量も多くなる。

ii) 波長の小なる光を用ふればよい。

(2) 式で表される  $d$  を顯微鏡の分解能と云ふ。

以上述べたことで顯微鏡で分解し得る距離には極限があることがわかる。しかし物體の構造を問題とせず、只單に物體の存在だけを觀る目的ならば、更に微細なものまでも指摘することが出来る。それは暗室内の塵埃が日光に當つて光を散亂し、その存在を認め得る様な場合である。限外顯微鏡<sup>2)</sup>はこの理を用ひたものである。圖に於て  $L$  は集光レンズで強い光を收斂し微粒子の浮游する函  $G$  を照し、この光が直接對物レンズ  $O$  に至ることなく、微粒子に散亂された光だけが入る様にすると、粒

1) numerical aperture, numerische Apertur  
2) ultramicroscope, Ultramikroskop



129 圖

方法でよく観察せられる。

子は暗黒の視野に輝ける点として其の存在を認められる。これを用ひると  $0.004\mu$  位の粒子の存在をも認めることが出来る。ブラウン運動(上巻292頁参照)は亦此の方法でよく観察せられる。

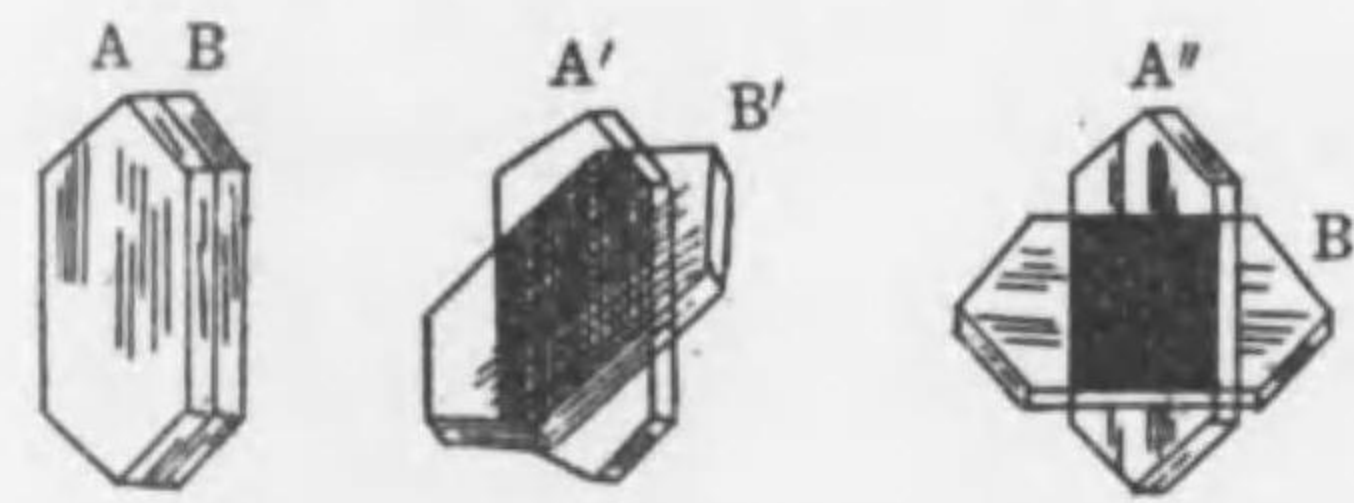
### 【問題】

1. 帯板の第一圓の半径は  $0.5\text{ mm}$  である。波長  $0.00005\text{ cm}$  の平面光波が帯板に當るとき光の焦点は何處に生ずるか。 [答]  $50\text{ cm}$
2. 針孔寫眞に於て映像を最も鮮明ならしむるに、孔と寫眞板の距離に應じて孔の直径に適當なる大きさあり、最も適當なる孔の大きさは何によりて定まるか。 (昭9.東北.理)
3. ヤークス天文臺の望遠鏡は口径40吋の對物レンズを有する。適當な波長を用ひてこの望遠鏡が二つの星を區別し得る最小の角を求めよ。
4.  $1\text{ cm}$  に4250本の格子線を引ける硝子通過格子に黄色光が直角に入射したとき、第二次スペクトルの廻折角が  $30^\circ$  であつた。黄色光の波長を求め。 [答]  $5.88 \times 10^{-4}\text{ cm}$

## 第八章 偏 光

§1 偏光、電氣石を通過することによる偏光及び反射、屈折による偏光 光の干渉及び廻折現象を説明するには、光に對し只單に空間を傳播する一種の波動としての性質を與へると充分であり、その進行方向と振動方向との間の關係は全く考慮する必要がない。音波に於ても干渉、廻折の現象の存在することは既に述べたのであり、更に音波が縦波であることも知り得たのである。光が縦波なりや、横波なりやを決定することは光の本質を知る上に於て極めて重要な事柄であるが、この問題は次に述べる二つの實驗的事實によつて決定的に解決せられた。

圖に於て A, B は結晶軸に平行に切つた電氣石<sup>1)</sup>の板である。



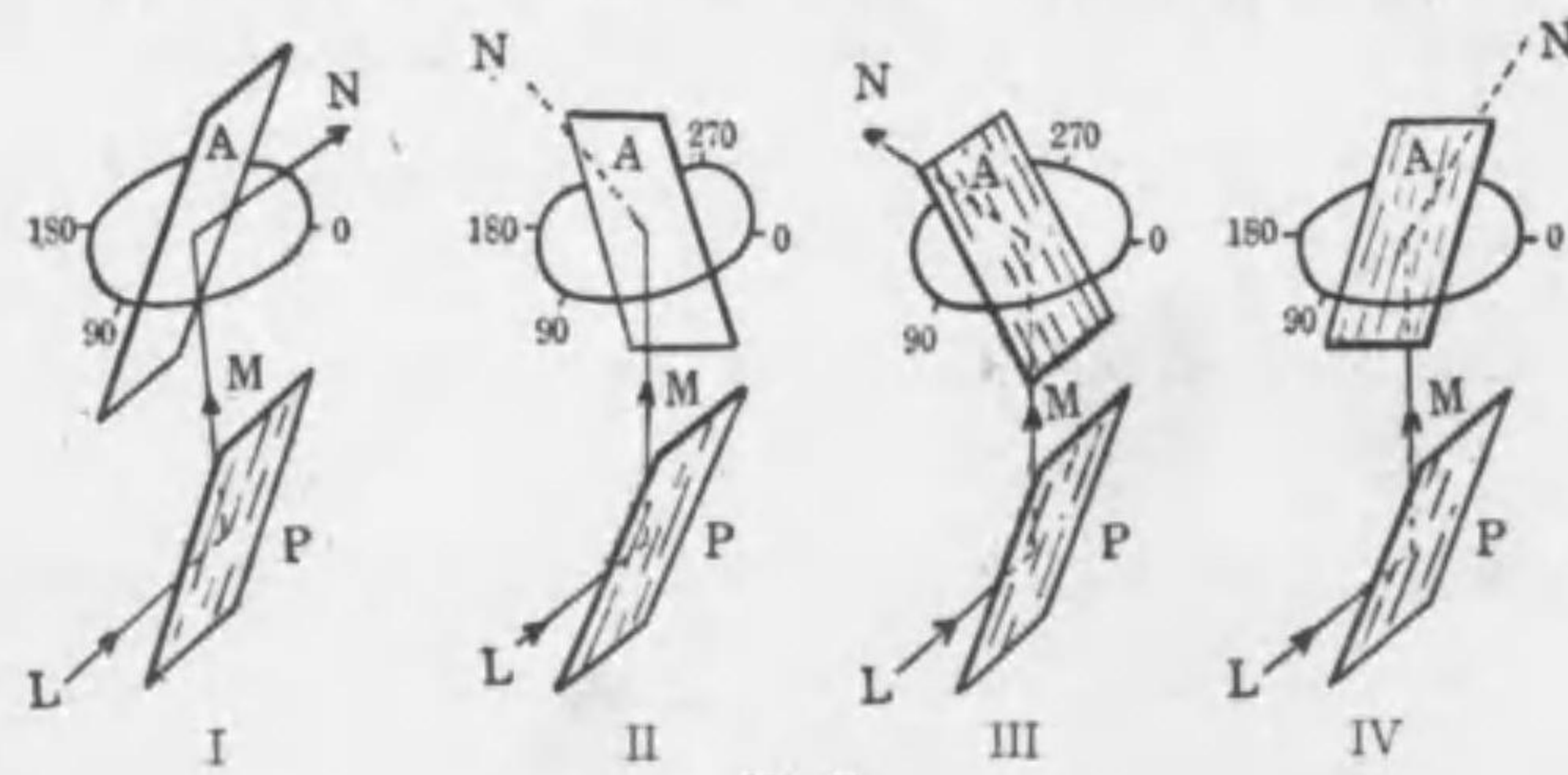
130 圖

今 A に光をあて、その通過光を更に B を通過せしめると兩板の結晶軸が平行の場合は A を通過したときも A, B を通過したときも光の強さは殆んど變らないが、兩板が A'B' の様な位置をとると兩板を通過した光は次第に弱くなり、A''B'' で示す様に軸の方向が直角になると光は全く通らない。この事實から次の様な事が考へられる。圖中一度電氣石を通過した光は通常の光と著しく趣を異にし、光の振動方向は光線の進行方向の周圍に對し其の對稱性を失ふに至る。而して縦波では明かに振動方向は波動の進行方向に對し

1) tourmaline, Turmalin

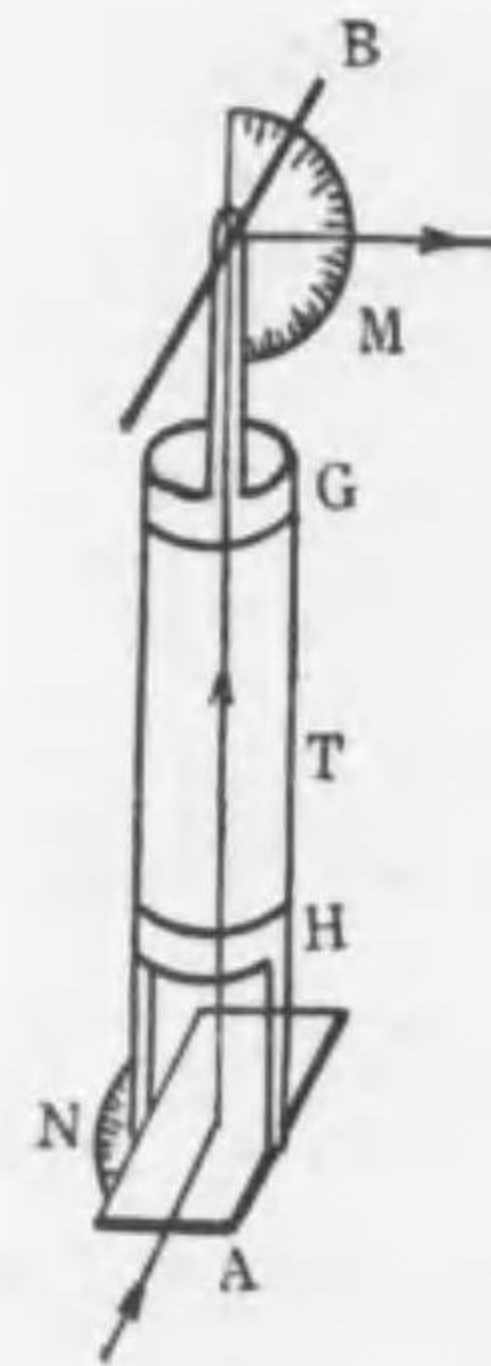
て對稱性を有するから、光が縦波であるとすれば第二の電氣石板を通過する際、板が如何なる傾を有つてゐても光の進行に對し効果を及ぼさない筈である。この故を以つて光は横波であると結論されよう。光を横波と考へて上述の實驗を次の様に解釋する。即ち通常の光はあらゆる方向に振動する横波の混合であり、これが一度電氣石を通過すれば結晶軸の方向の振動のみが通過を許され、これが更に第二の電氣石板の結晶軸に直角に當るときはその進行が阻まれる。而してその中間の位置に於ては軸に平行な分振動だけが通過するのである。電氣石<sup>1)</sup>を一度通過した光の様に振動方向が一定してゐるものを偏光<sup>2)</sup>と云ひ、特にこの場合の様な光を平面偏光<sup>3)</sup>と云ふ。一般に偏光を作るものを偏光子<sup>3)</sup>、偏光の有無を検するものを檢光子<sup>4)</sup>と云ひ、上述の場合では板Aは偏光子でBは檢光子である。

電氣石の場合と類似の現象は硝子面による光の反射の際にも現れる。即ち硝子面に或る角をもつて入射する光の反射光を電氣石板を檢光子として檢すると、板の軸が一廻轉する間に二度の明と暗とを生ずる。これによつてこの反射光は偏光し



131 圖

1) polarised light, polarisiertes Licht  
 2) linearly or planely polarised light, geradlinig polarisiertes Licht  
 3) polariser, Polarisator  
 4) analyser, Analysator



132 圖

てゐることが知られる。今檢光子として電氣石板の代りに他の硝子板を用ひても檢光の目的を達することが出来る。131圖に於てP及びAは裏面を黒く塗つた硝子板である。硝子板Pに入射する光の一部は硝子中に入つて裏面で吸収され、一部Mは反射せられる。この反射光が再びAで反射せられてNの方向に進むが、若しAを入射光Mを軸として廻轉させると、Aによる反射光の強さは四度變化する。その中でP及びAの各についての入射面が一致する場合(面LMと面MNとが一致する場合)はNの強さは最大で(131圖I, III)、直交する場合は最小となる(131圖II, IV)。

次にPに對する入射角を種々變化せしめるに、入射角が $57\frac{1}{2}$ の時にNの強さの變化は最も著しい。これらの變化を仔細に調べるものにビオ(Biot)の偏光器<sup>1)</sup>なるものがある。132圖はこの偏光器で二板の黑色硝子鏡A, Bは共に水平軸の周りに廻轉し得る。この廻轉角は度盛板N及びMで讀まれる。尚ほBは圓筒の軸の廻りに廻轉し得られ、その位置はG, Hの目盛りで知られる様に作られてある。

この實驗の結果として一度硝子面で反射せられた光はその進行方向の周圍に對して對稱性を失ふことが知られ、従つて光は横波であることが分かる。而してこの實驗事實を説明するには硝子面に入射する種々の振動面を有する光の中、振動方向が入射面(入射光線と入射點に於ける硝子面への法線を含む面)と直角のもの即ち硝子面に平行な振動方向を有する光だけが

1) polariscope, Polariskop

反射せられるものと考へればよい。光の進行方向を含み振動方向に直角な平面を偏光面<sup>1)</sup>と云ひ、光はこの面内に偏光していると云はれることがある。

§2 偏光角 ブリュースターの法則及び屈折による偏光 一般に透明體に光を入射せしめるとき、反射光は完全に偏光してゐるものではない。換言すれば振動方向は總べて平行ではないが、或る一定の角で入射させると反射光は殆んど完全に偏光する。このときの入射角を偏光角<sup>2)</sup>と云ふ。前節で述べた如く硝子では $57\frac{1}{2}$ であるが偏光角は物質によつて異なること勿論である。

ブリュースター (D. Brewster) によれば屈折率  $\mu$  なる物質の偏光角を  $i$  とすれば

$$\tan i = \mu$$

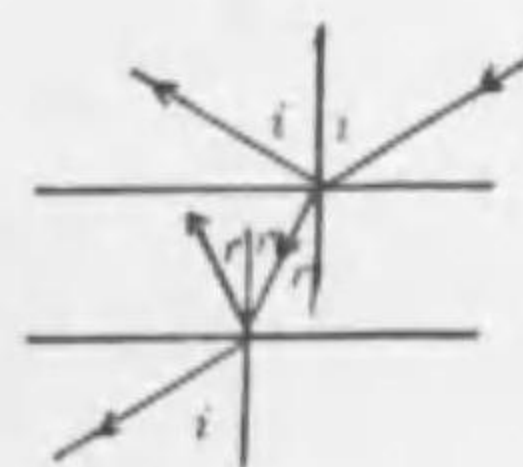
である。

屈折率の定義により  $\sin i / \sin r = \mu$  であるから上式により

$$\tan i = \sin i / \cos i = \mu = \sin i / \sin r$$

$$\therefore \cos i = \sin r = \cos(\pi/2 - r)$$

$$\therefore i + r = \frac{\pi}{2}$$



133 圖

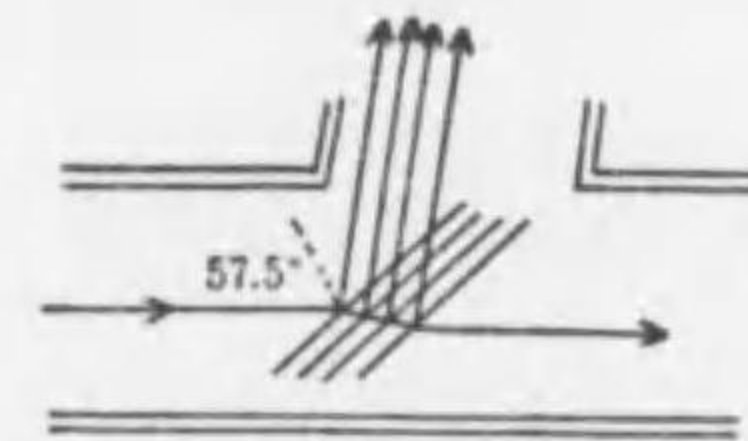
即ち反射光と屈折光とは互に直角をなす。次に屈折光が下面に當つて一部は反射し、一部が通過する場合は、通過光は屈折率  $1/\mu$  の物質中に入るようになるから  $\sin r / \sin i = 1/\mu$  従つてブリュースターの法則は次の様になる

$$\tan r = \sin r / \cos r = \sin r / \sin i = 1/\mu$$

故に  $\sin i = \cos r$ 。而してこの場合偏光角は  $r$  である。

1) plane of polarisation, Polarisationsebene  
2) angle of polarisation, Polarisationswinkel

硝子の表面に偏光角を以つて光を入射させても反射せられる偏光は非常に弱く、大部分は硝子板を通過する。故にこの硝

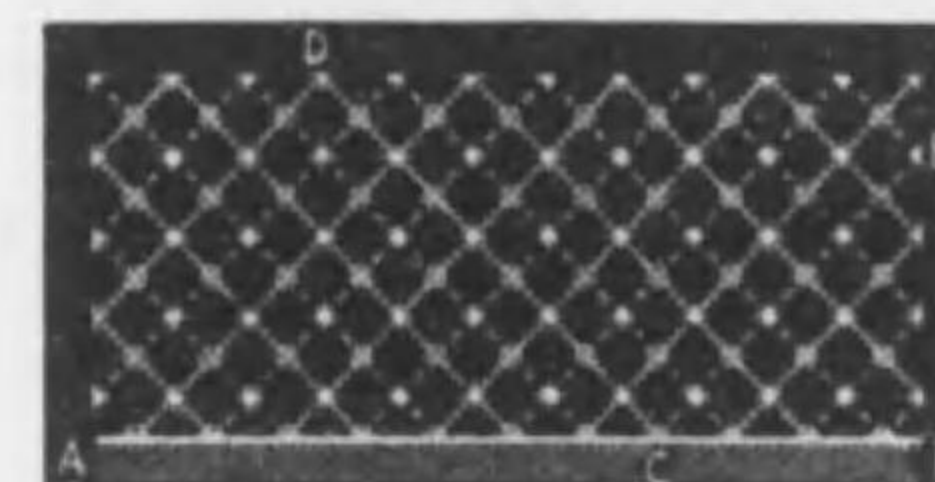


134 圖

子板に平行の他の硝子板を置けば、通過光はこの硝子板に再び偏光角を以つて入射するから(134 圖参照)更に反射偏光が得られる。従つて數板の板を重ねると同一方向の振動面を有する反射偏光の量は次第に多くなり、通過光は上の振動方向の光を缺くことになるから従つて次第に偏光量が増して來、その振動面は反射光の振動面とは互に直角をなす。この様に偏光を作る装置を板堆<sup>1)</sup>と云ふ。板堆による偏光は殆んど完全偏光である。

屈折率  $\mu$  は波長によつて異なるから、ブリュースターの法則により偏光角は波長により異なる。従つて或る偏光角に対しては或る一色のみが完全に偏光することになる。

ウィーナー (O. Wiener) の實驗。圖に於て AB はよく磨かれた銀の反射面で CD は紙面に直角な偏光波面の截口である。波面が AB に  $45^\circ$  の



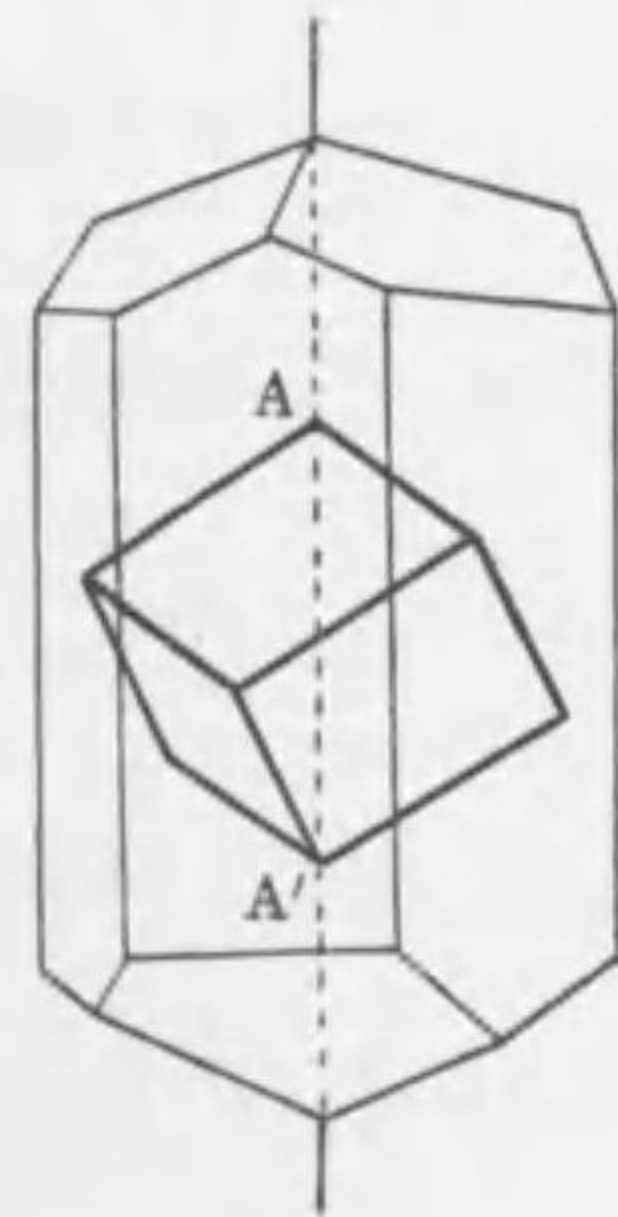
135 圖

傾きを有するときは反射波面 CE も亦 AB と  $45^\circ$  の傾きを有する。圖中の實線は波の山を、點線は谷を表はすものとする。CD が山を表はすものとすると、これが反射の際に位相に於て  $\pi$  だけの差が生ずるから CE は谷に相當する。従つて入射波が AB に沿ふて進むと、これに應じて反射波が生じ AB の上方では二組の波が存在する。圖中の小圓は入射波の山或は谷が反射波の谷或は山と重なる點を示す。これらの點は AB 面に平行な平面内にあることが明かである。故に波の山と谷が重なつて變位が零になるのは二つの

1) pile of plates, Glassäule

振動方向が同一直線上にあつて方向反対の場合だけである。従つて入射波と反射波の振動方向が紙面に直角である場合は上述の条件が満たれるが、若し入射波の振動方向が入射面内にあり、即ち CD に平行であり、反射波のそれが CE に平行である場合には山と谷の重る點では二つの直角の方向の振動が存在し、干渉して消える様なことはない。振動方向が前者の様な場合には反射面に平行に等距離を隔てて節平面が生じ、その中間に腹に相當する平面が生ずる筈である。相隣る節平面間の距離は  $\lambda/\sqrt{2}$  であるから極めて小さい。ウーナーは第六章 §6 に述べたと同様な方法でこの定常波の節平面と腹平面の存在することを證明し、且つ入射光線の振動方向が CD に平行の場合では上記の定常波の存在しないことを確めた。この事實は前節に於て硝子面の反射による偏光を證明するために基礎としたものである。

§3 複屈折による偏光 方解石<sup>1)</sup>は無色透明の結晶であつて最も普通の形は 136 圖に示す通りであるが、これを劈開面に沿ふて劈開させると平行六面體の結晶が得られる。この平行六



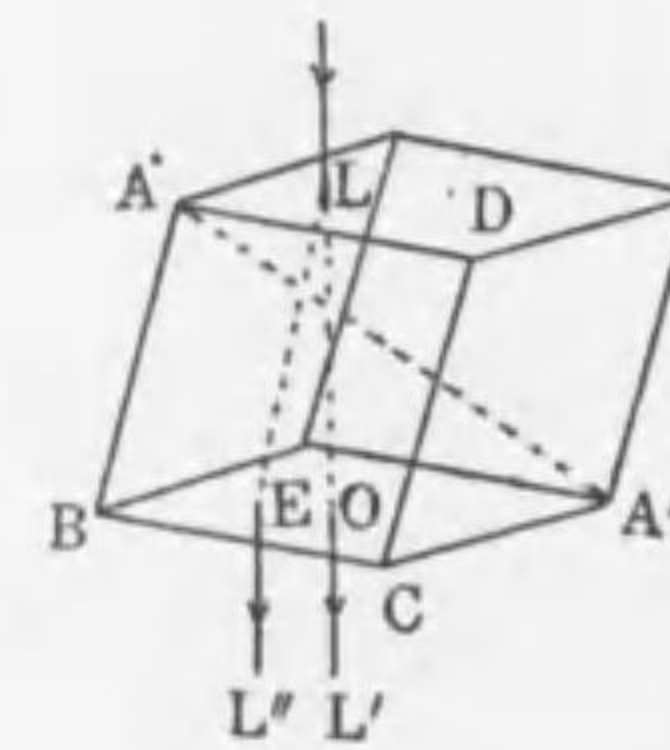
136 圖

面體の各面の稜間の角は  $101^{\circ}55'$  と  $78^{\circ}5'$  とであるが、六面體の八つの角頂のうち相對する二つの角頂(圖に於て A, A')では三つの鈍角が集り、残りの角頂では一つの鈍角と二つの鋭角が集つてゐる。A 又は A' を通つてこの點に集る三稜と等角をなす直線又はこの直線に平行な直線はこの結晶の結晶主軸<sup>2)</sup>であり、この軸の方向に進む光には以下述べる複屈折が起らず、従つてこれは所謂光軸<sup>3)</sup>である。劈開を適當に行

1) Iceland spar or calcite or calcspar, Kalkspat oder Kalzit  
2) principal crystallographic axis, kristallographische Hauptachse  
3) optical axis, optische Achse

つて平行六面體の各稜の長さを等しくすると、A と A' とを結んだ方向が光軸の方向となる。主軸を含む任意の平面を主截面<sup>1)</sup>と云ふ。

方解石の表面に垂直に光線が入射すると光線は方解石の内部に於て強さの等しい二條の光線 LO 及び LE に分れ、結晶外

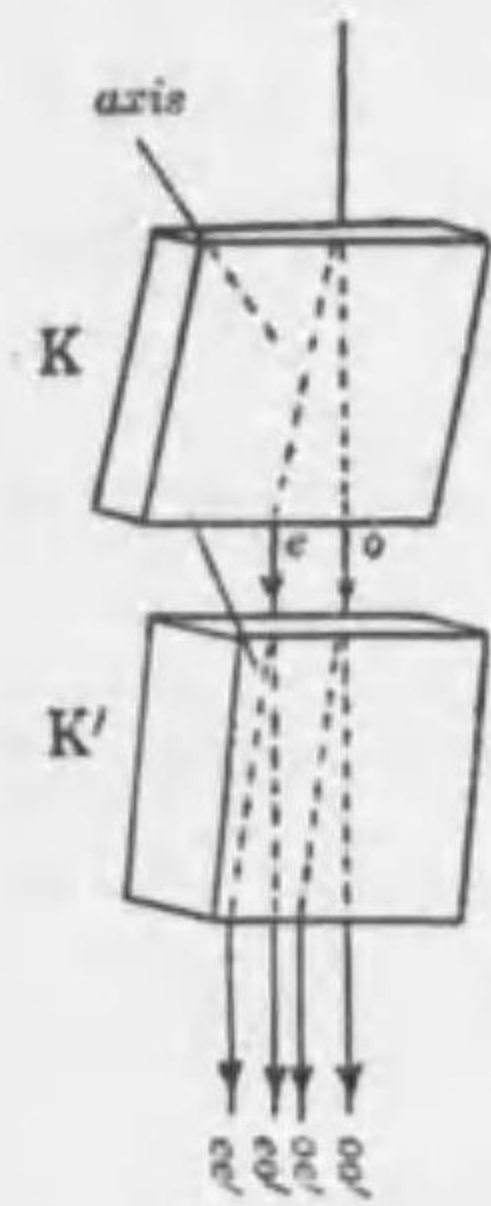


137 圖

では平行な OL' 及び EL' となつて下面に垂直に外に出る。この二條の光線のうち LOL' はその方向が變らず、通常の屈折法則に従ふもので、これを常光線<sup>2)</sup>と云ひ、LEL' はこの法則(方向並びに正弦則)に従はないもので、これを異常光線<sup>3)</sup>と云ふ。この様に二條の屈折の生ずる現象を複屈折<sup>4)</sup>と云ふ。

また上記二つの光線によつて決定される平面は結晶主軸に平行になつてゐる。結晶面への法線と結晶主軸とを含む平面を主面<sup>5)</sup>と云ふ。従つて異常光線は主面内にあり、且つ軸 AA' となす角は常光線 LO が AA' となす角よりも大きい。故に常光線 LL' を軸として結晶を廻轉させると、結晶軸の方向が變るから異常光線は常光線の周圍に廻轉する。この際 OL', EL' の強さは常に等しいが、この二光線を第二の方解石 K' の面に垂直に入射せしめると、常光線 o (138 圖) は K' の内部で新に常光線 oo' 及び異常光線 oe' の二つに分かれ、同時に異常光線 e は eo', ee' に分れる。従つて K' を通過する四條の平行光線が生ずる。次に oo', oe', eo', ee' の強さは結晶 K 及び K' の相互位置に關係する。即ち K の主面と K' の主面(K' に對する o, e の主面は平行

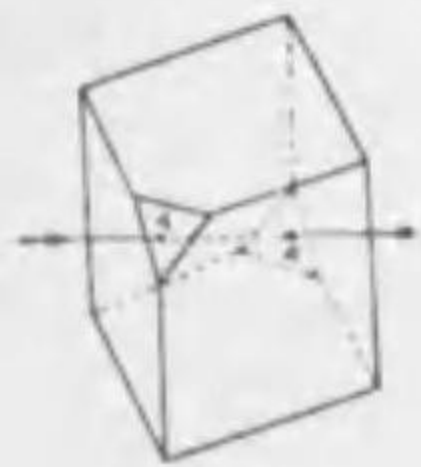
1) principal section, Hauptschnitt  
2) ordinary rays; ordentliche, ordinäre oder gewöhnliche Strahlen  
3) extraordinary rays; ausserordentliche, extraordinäre oder aussergewöhnliche Strahlen  
4) double refraction, Doppelbrechung  
5) principal plane, Hauptebene



138 圖

である)との間の角  $\alpha$  に依つて四條の光線の強さは定まる。K, K' の主面が平行である場合 ( $\alpha=0^\circ$  又は  $\alpha=180^\circ$ ) は K による  $o$  及び  $e$  はそのまま常光線  $oo'$  及び異常光線  $ee'$  として K' を通過するが、主面が直角をなす場合ではたゞ  $oe'$  と  $eo'$  だけが通過する。而して  $\alpha=45^\circ$  のときは四つの光線の強さは皆等しい。即ち結晶を平行の位置から次第に廻轉するに従ひ最初非常に弱い  $oe'$  と  $eo'$  は次第に明るさを増し、反対に  $oo'$  と  $ee'$  とは明るさを減じ、主面が直角をなすときに  $oe'$  と  $eo'$  が残り、更に廻轉を續けると  $oo'$  と  $ee'$  が現れ、 $180^\circ$  の廻轉で再び  $oo'$  と  $ee'$  のみとなつて  $oe'$ ,  $eo'$  は消失する。

以上の事實から一度結晶体内を通過した光は自然光と異なり、或る一定の振動方向の有ることが分り、更に常光線と異常光線の振動方向が互に直角をなすことが知られる。何となれば常光線  $oo'$  のみを常光線  $o$  より取り出すためには K と K' が平行であればよいが常光線  $eo'$  のみを異常光線  $e$  から取り出す



139 圖

には K と K' が直角でなければならぬ。同様に  $e$  及び  $o$  から異常光線  $ee'$  及び  $oe'$  を取り出す方向は互に直角をなすからである。尙電氣石板檢光子を用ひると直接に常光線及び異常光線が偏光してゐることが知られ、且つ前者の振動方向は主面に直角で、後者の振動方向は主面内にあることもわかる。一般に方解石の面に光を送れば複屈折を起すが、特に結晶主軸即ち光軸の方向に進む光は複屈折を生じない。また偏光をも生じないことが理解せられよう。圖に於て AA' はかや

うな方向を示す。

光の入射面が光軸と任意の傾きをなして入射するときは常光線、異常光線共に屈折を受け、前者は普通の屈折法則に従ふが、後者の屈折率は入射角によつて變るのみならず、その方向は一般に入射面内にはなく甚だ複雑でこゝにはこの一般の場合論じない。

常光線の屈折率は入射角に無關係で、方解石の場合に D 線を用ひると屈折率  $\mu$  は 1.65 であるが、異常光線に対しては  $\mu$  は入射角により 1.48 から 1.65 の間で變る。 $\mu=1.65$  の場合は光が光軸の方向をとるときで 1.48 は光軸に直角のときである。

電氣石は複屈折を起す結晶であるが、常光線は結晶に吸収され易く、1~2 mm の厚さで殆んど吸収され實際通過するのは異常光線だけである。この性質により電氣石は偏光子又は檢光子として使用されるのである。

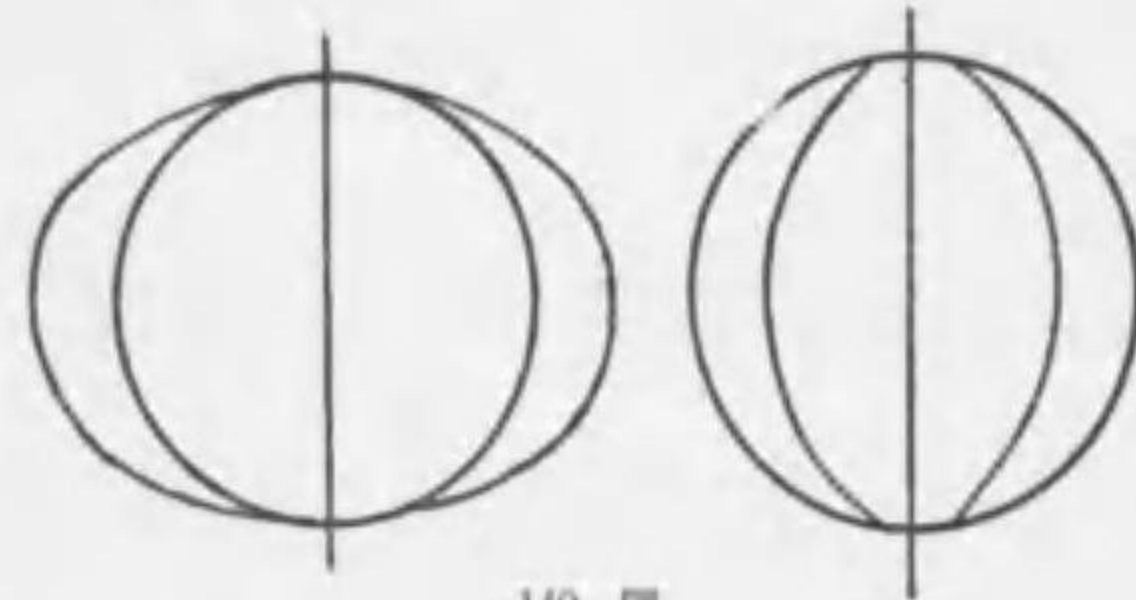
結晶は總べて複屈折を生ずるものではなく、等軸晶系に屬する結晶では複屈折は起らない。

§4 單光軸結晶内に於ける波面 方解石に於て複屈折を起さない方向を光軸と名づけ、この方向はこの結晶には只一つである。水晶、氷等に於てもかやうな方向が只一つ有る。光軸を只一つ有する結晶を單光軸結晶<sup>2)</sup>と云ふ。これに反し黄玉石、雲母等には複屈折を起さない二つの方向がある。かやうな結晶を雙光軸結晶<sup>3)</sup>と云ふ。この結晶も亦複屈折を生ずるが屈折率は二つとも通常の屈折法則に従はぬため何れも異常光線と見るべきである。以下論ずる所は單光軸結晶に關してである。

常光線が結晶體に於ては普通の屈折法則に従ひ、その屈折率

1) cubic system, kubisches System  
2) uniaxial crystal, einachsige Kristalle  
3) biaxial crystal, zweiachsige Kristalle

は二つの媒体内に於ける光速の比として與へられ、或る一點に入射する光はこの點を中心とする球面波となることは既に述べたところである。然し異常光線に於ては屈折率は入射角により異なり、屈折光の方向も一般には入射面内にないため波面は



140 圖

稍、複雑である。ハイゲンスは異常光線の波面として廻轉橢圓體の表面を假定した。この假定によれば任意の方向に進む異常

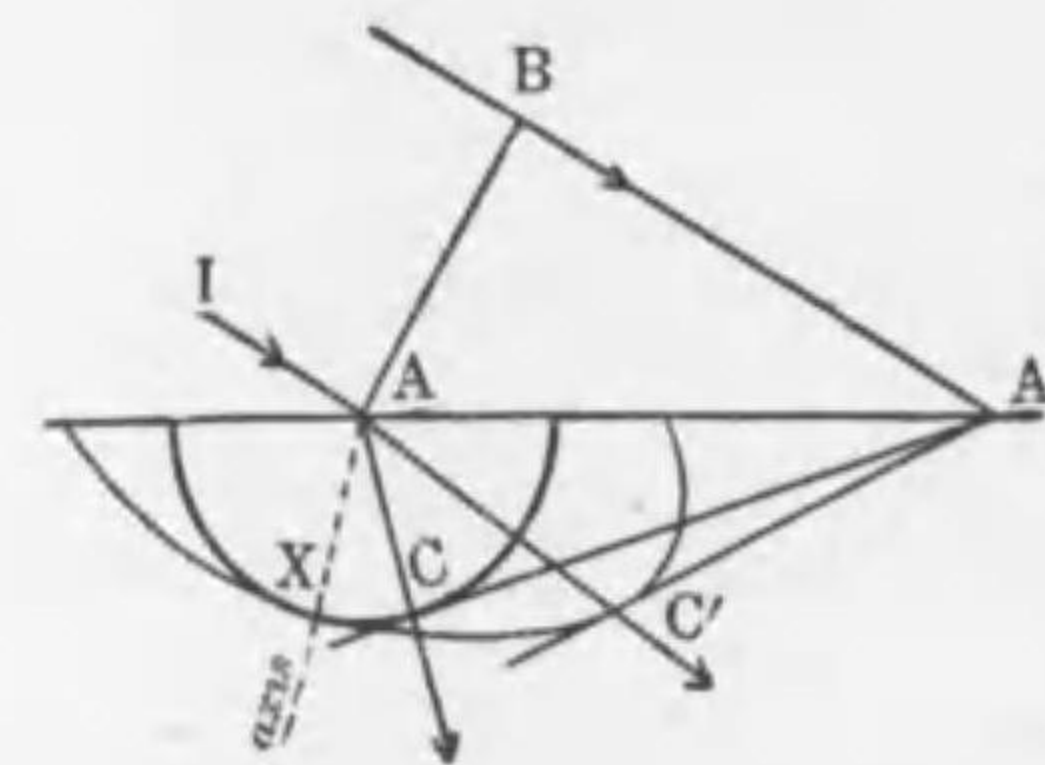
光線の速度は次の様にして得られる。即ち入射點に中心を有し、光軸を廻轉軸とする廻轉橢圓體を描き廻轉橢圓體の長軸と短軸の比を異常光線の最大と最小の屈折率に等しからしめると、任意の方向の屈折光の速度はこの橢圓體の動徑によつて定められる。

ハイゲンスによれば單光軸結晶では波面は球面と廻轉橢圓面との二つが存在し、前者は常光線の、後者は異常光線の波面を表はす。而して光軸の方向では複屈折が起らぬからこの軸上で二面が切することになる。方解石、電氣石等は球面は橢圓體面内に含まれ、水晶、氷等は球面が橢圓體面を含む。前者の場合を<sup>1)</sup>負結晶と云ひ後者を<sup>2)</sup>正結晶と云ふ。

前節に述べた様に入射面が光軸と任意の傾きをなす場合に屈折光の方向を定めることは複雑であるから、次の二三の簡単な場合についてのみ考へて見る。波面 AB の平面波が方解石の表面 AA' に IA の方向から當つた場合を考へるに、光が A に達すると常光線の波面は球面となり、異常光線の波面は橢圓體面となる。圖は結晶面に垂直な平面による截面を示し、特に

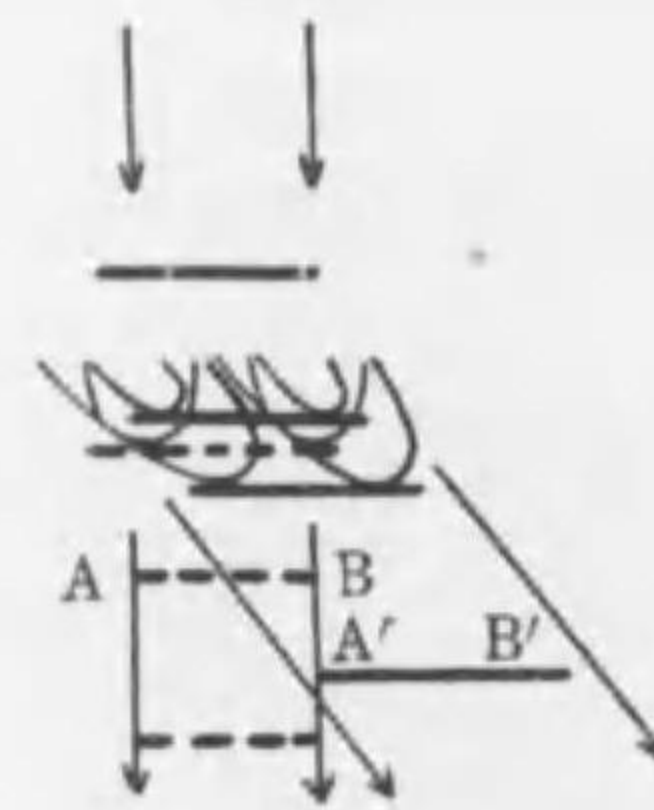
1) negative crystal, negative Kristalle

2) positive crystal, positive Kristalle



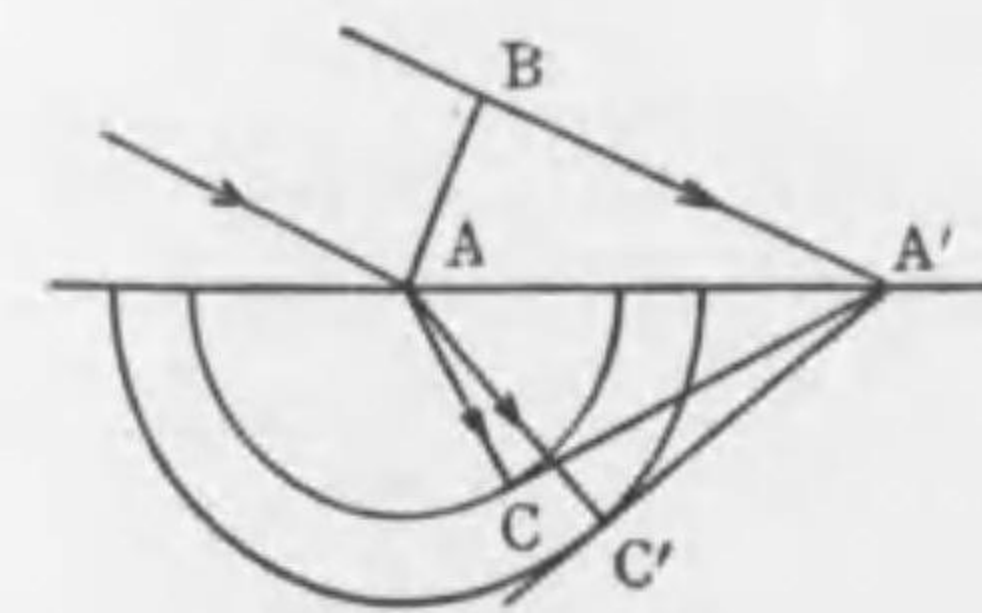
141 圖

光軸が紙面内にある特別の場合である。この際二つの波面は圓及び橢圓となり、光軸上の X 點で切する。入射波面の一點 B が A' に達する間に常光線及び異常光線がそれぞれ圖に示す圓及び橢圓の位置まで擴つたとすると、A' からこの圓及び橢圓に切線 A'C, A'C' を引けば一考すれば分る様に AC, AC' は共に入射面(紙面)内にあり二光線の屈折方向を示す。而して A'C, A'C' を含んで紙面に垂直な平面を作れば AA' 間の總べての點を中心とする球面及び橢圓體面は二平面に切する。即ちこの二平面は常光線及び異常光線の屈折波面である。尙 C と C' とが同一紙面内にあるのは光軸が紙面内(又は紙面に垂直)にあるからで、一般には C' は紙面外に出ることに注意しなければならぬ。



142 圖

142 圖は光が結晶面に垂直に當る場合で、結晶体内では常光及び異常光の波面即ち AB 及び A'B' は互に平行であるがその進行速度の異なることを示す。



143 圖

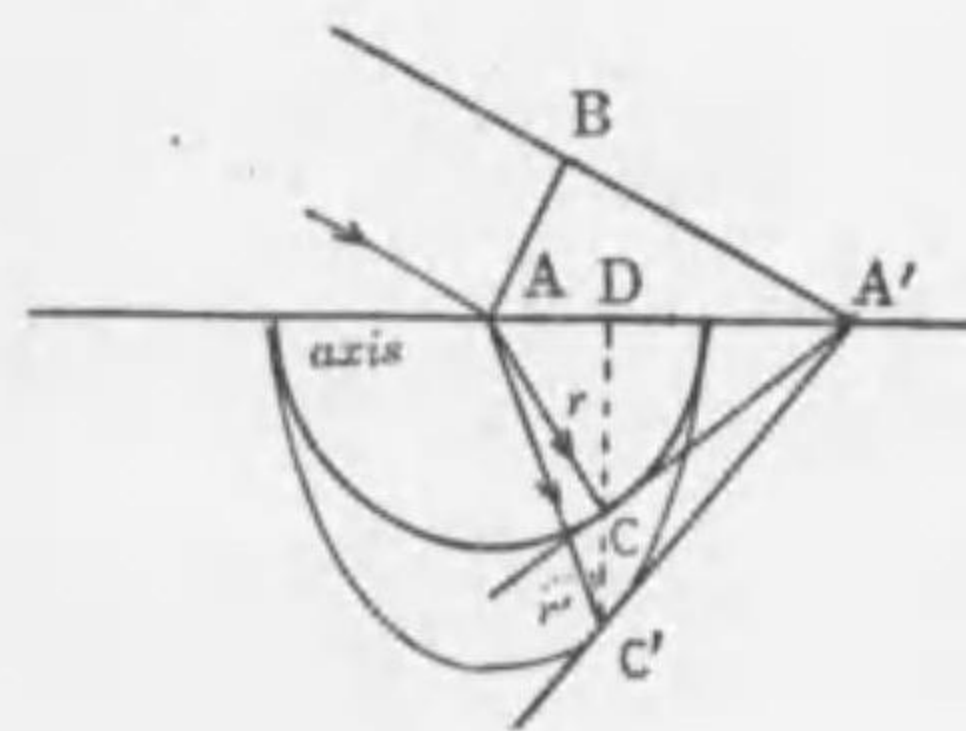
次に光軸が結晶面に平行で入射面(紙面)に垂直な場合では入射面による常光及び異常光の波面の截面は同心圓で、光軸の周りの對稱性によつて二切線 A'C, A'C' は共に紙面内にあることが分かる。今空氣中の光速を 1 とし異常光



線の速度を  $a$  とすれば

$$\sin i / \sin r = 1/a = \mu_e$$

この場合に於てのみ異常光線は正弦則に従ふ(屈折率は入射角に無関係)のみならず入射面内にも存在する。上式に定義せられる  $\mu_e$  を異常光線の屈折率として採用する。負結晶ではこの  $\mu_e$  は異常光線の屈折率の最小の値である(前節参照)。



144 圖

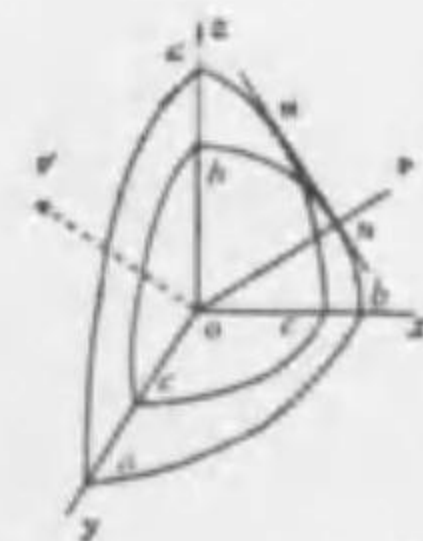
光軸が結晶面及び入射面に平行の場合(144 圖)では入射面による截面は圓及び橢圓である。A' から圓及び橢圓に切線 A'C, A'C' を引けば解析幾何學の教へる所

により CC' は AA' に垂直で

$$\frac{\tan r}{\tan r'} = \frac{DC'}{DC} = \frac{a}{b} = \frac{\mu_o}{\mu_e}$$

茲に  $b$  は常光線の速度で  $\mu_e$  はその屈折率である。この関係はマルス(Malus)によつて實驗的に證明せられ、本節の始めに述べたハイゲンスの作圖法の正しきを裏書するものである。

雙光軸結晶體に於ける波面は極めて複雑で到底本書で詳論することは出来ないが、フレネルの理論的研究によれば結晶體内の一點 O から發する光の波面は圖の様な複雑な二重の面で座標軸を適當に選べば、この面と  $xy$  面との交線は圓  $occ$  及び橢圓  $oab$ ,  $xz$  面との交線は圓  $obb$  及び橢圓  $oac$ ,  $yz$  面との交線は圓  $oaa$  と橢圓  $obc$  となる。而して  $xz$  面内では圓と橢圓とが交り、兩者の共通切線 MN(切平面)を引けばこの方向に直角な方向 OP (OP は MN に垂直なること明らか)は兩波面が共通の速度で進む方向で、この方向に対しては光は複屈折を起さぬ。かやうな方向は  $z$  軸の左側にもあり、この

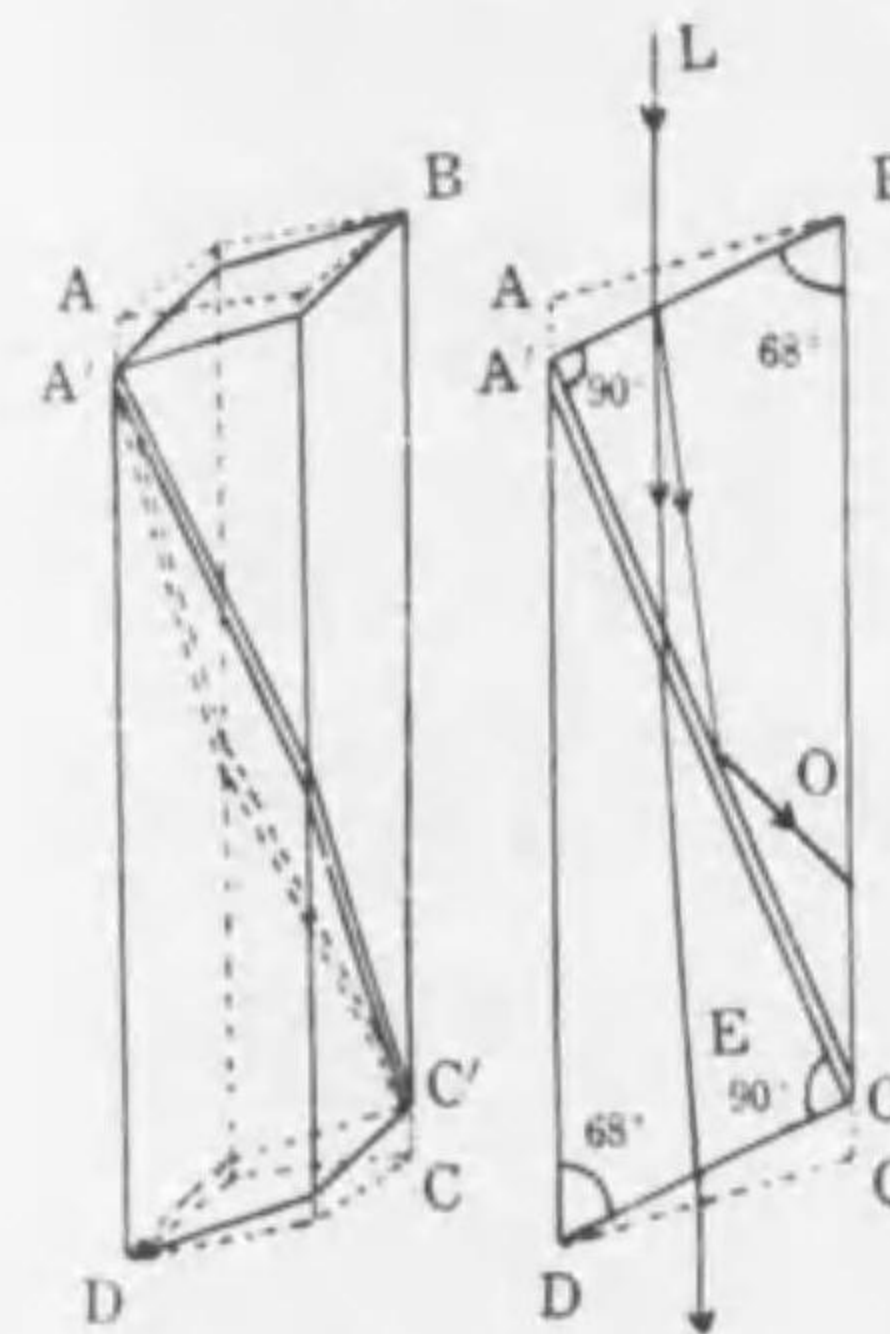


145 圖

引けばこの方向に直角な方向 OP (OP は MN に垂直なること明らか)は兩波面が共通の速度で進む方向で、この方向に対しては光は複屈折を起さぬ。かやうな方向は  $z$  軸の左側にもあり、この

二つの方向が光軸の方向である。雙光軸結晶の理論はフレネルにより研究せられ 145 圖の様な波面をフレネル波面と云ふ。

§5 ニコルプリズム 方解石を通過した光は常光線と異常光線とに分かれ、その偏光は完全で兩者の振動面は互に直角である。この兩光線を方解石で分離し空中で只一つだけ取り出すことが出来れば、方解石は檢光子とし甚だ便利である。この工夫はニコル(W. Nicol)によつてなされた。方解石の細長い菱形柱の結晶を劈開によつて作り、兩端面 A'B, DC' がそれぞれ BC', A'D と 68° の角をなす様に磨り減す。但し AB 及び DC は端面の菱形の短い方の對角線である。兩端を磨り減した結晶 A'C' を



146 圖

通り兩端の長い方の對角線に平行即ち主面に直角で、且つ兩端面 A'B, DC' に直角な平面で二分し、カナダバルサムで再びこの兩部分を密着して原形に復せしめる。これをニコルプリズムと云ふ。

今光がニコルプリズムに BC と平行の方向に入ると、光は常光線と異常光線とに分かれ、兩光線共に入射面(紙面)内にある。而してカナダバルサムの屈折率は常光線に対しては方解石より小で、異常光線に対しては方解石より大であるから常光線はバルサムの表面で全反射をなし、BC' を黒く塗つておけばこゝで吸収される。然るに異常光線のみはバルサム層を通過して外に



147 圖

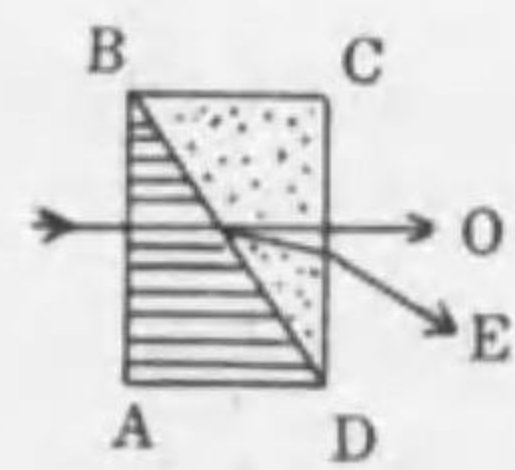
るに異常光線のみはバルサム層を通過して外に

1) Nicol's prism, Nicol'sches Prisma

出る。此の故にニコルプリズムは最も理想的な偏光子である。尙両端面を磨り減してB及びDに於ける角を $68^\circ$ にしたのは常光線がバルサム面で全反射をするのに適当な入射角を得るためである。

147 圖はニコルプリズムを通過した異常光線の振動の方向を示し端面菱形の短い対角線の方角をとることが了解されよう。

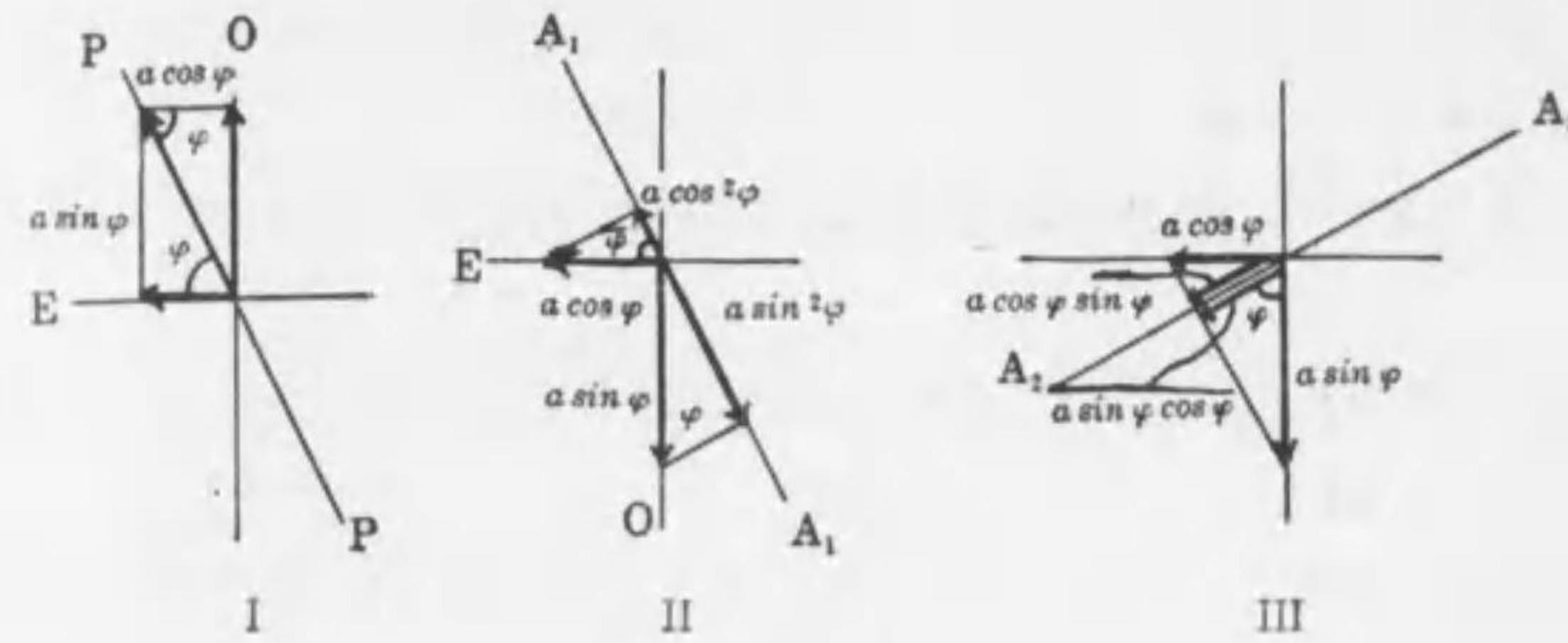
種々の実験に於て常光線、異常光線の兩方共必要な場合がある。方解石に光を當てると二條の光線に別かれ、その分離の間隔は結晶の厚さに比例するが、結晶をプリズムの形にすると通過した光はプリズムを離れるに従ひ次第に分離の間隔は増してくる。圖はこの目的で作られた



148 圖

ロション(Rochon)のプリズムを示す。プリズム ABD の屈折面は光軸に平行で、プリズム BDC の屈折面は光軸に垂直である。面 AB に垂直に入る光は光軸の方角をとるから、ABD 間では常光、異常光には別かれぬが、BD の面に達すると常光は AB、CD の面が平行であるからそのまま CD に直角に外部に出で入射光と平行であるが、異常光線は屈折を受ける。これによつて二つの光線を適当に離すことが出来る。

§6 偏光の干渉 方解石中に生ずる常光線と異常光線とは結晶内で傳播の速度が異なるために、方解石から出るに際して兩者間に位相差が生ずる。従つて結晶の厚さを適当にすれば位相差を半波長に相當する様にする事も出来る。然しこの際には今まで知つてゐる意味の干渉は生じない。従つて互に直角の方角に振動する光は互に影響を與へることなく進行する。然し方解石を通過した二條の光を同一振動面内にもつてくると干渉が生じ得る。今單色光を偏光子で偏光せしめ檢光子を偏光子に直角の位置に置けば光は通過しないが、石膏の薄い結



149 圖

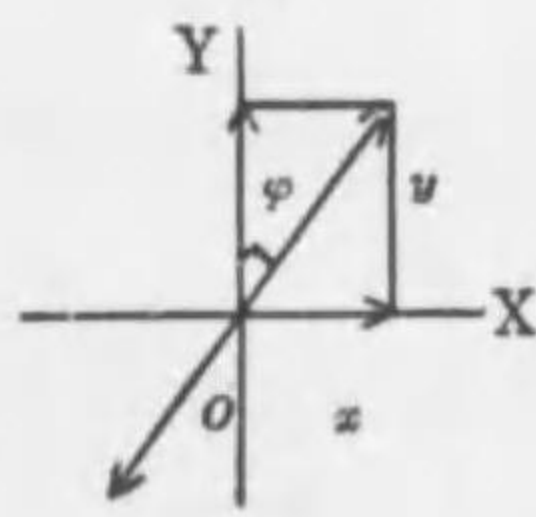
晶板をその間に入れると光は檢光子を通過し、石膏板を廻轉すると或る位置では明るく或る位置では暗くなる。今偏光子を通過し振動方向が PP となつた光が結晶軸に平行に切つた石膏板(紙面)に直角に入射すると振動は互に直角な分振動に別かれ、一は主面内に他は主面に直角に振動し(圖 I)、その振幅はそれぞれ  $a \sin \varphi$  及び  $a \cos \varphi$  である( $a$  は原振動の振幅)。今石膏板中を通過する二條の光の速度の異なることによつて生ずる位相差が半波長に相當するものとし、これにより  $a \sin \varphi$  の變位が前と逆になつたとすれば(圖 II)この二光線は振動方向は矢張り直角であるから、石膏板を出た後何等の干渉を生じない。然しこの光を檢光子(振動面  $A_1, A_1$  を偏光子の振動面 PP と平行なものとする)を通過させると、各分振動は更に二つに分かれ、檢光子の振動面の方向の分振動  $a \cos^2 \varphi$  及び  $a \sin^2 \varphi$  だけが通過する。この兩者は半波長の行差を有し、 $\varphi=45^\circ$  のときは振幅相等しく互に干渉相殺して効果を與へない。次に檢光子の振動面を  $90^\circ$  廻轉すると(圖 III)、 $a \cos \varphi \sin \varphi$  及び  $a \sin \varphi \cos \varphi$  の振動が檢光子を通過し而かもその變位方向が同一であるから干渉の効果は和として現れ  $\varphi=45^\circ$  のときは通過光の振幅は

$$2a \sin \varphi \cos \varphi = a \sin 2\varphi = a \sin 90^\circ = a$$

となつて石膏板がないときと同一の振幅である。

単色光の代りに白色光を用ひると、石膏の厚さは一定の波長に對してのみ位相差が半波長の奇數倍となり、他の波長に對しては偶數倍になり得る。従つて偏光子、檢光子を直交するとき、例へば綠色が通過するとすれば、これと少しく波長を異にする光は幾分弱められる。又或波長のもの完全には喰ひ止められる。その結果石膏板は綠色に見える様になる。次に檢光子を90°廻轉すると綠色は消え失せ、石膏板はその餘色即ち今の場合は赤紫色に見える。また偏光子、檢光子を動かさず、石膏板を廻轉すると色の種類は變らぬが、通過光の強さが次第に變化する。次に石膏板の厚さによつて通過光の色が異なるから、各部の厚さが一様でない石膏板を用ひると種々の色が同時に現れ、極めて美麗な觀を呈する。

圓偏光及び橢圓偏光 今まで述べ來つた光の振動は常に同一直線



150 圖

内であつたが、一般に週期が等しく位相が異なる互に直角な直線振動の合成振動は圓<sup>1)</sup>または橢圓<sup>2)</sup>である。これに相當する光の振動を圓偏光<sup>1)</sup>及び橢圓偏光<sup>2)</sup>と云ふ。圖に於て OX, OY は結晶板に於ける異常光及び常光の振動方向とし結晶板に入射する偏光の振動方向が OY と phi の傾きをなすものとす。

今入射光の振動を

$$s = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$$

とすれば OX, OY の方向の分振動は

$$x = a \sin \varphi \sin 2\pi \frac{t}{T} \dots \dots \dots (1)$$

$$y = a \cos \varphi \sin 2\pi \frac{t}{T} \dots \dots \dots (2)$$

1) circular polarization, zirkulare Polarisation  
2) elliptical polarization, elliptische Polarisation

結晶板を通過した後に於けるこれらの振動は

$$x = a \sin \varphi \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{e}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (3)$$

$$y = a \cos \varphi \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (4)$$

茲に e 及び o は異常光及び常光がそれぞれ結晶板を通過するに要する時間内に空氣中通過し得る距離を表はす。上式を次の様に書き換へる。

$$x = a \sin \varphi \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} + \frac{o-e}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (5)$$

$$y = a \cos \varphi \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (6)$$

今  $\varphi = 45^\circ$ ,  $o-e = (2n+1)\lambda/4$  とすれば

$$\sin \varphi = \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \cos 2\pi \left( \frac{o-e}{\lambda} \right) = 0, \quad \sin 2\pi \left( \frac{o-e}{\lambda} \right) = \pm 1$$

であるから

$$x = \pm \frac{a}{\sqrt{2}} \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (7)$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (8)$$

自乗して加へると

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2}{2} \dots \dots \dots (9)$$

即ち振動は圓でその半径  $\frac{a}{\sqrt{2}}$  は原振動の振幅の X, Y 軸への射影に等しい。

次に  $\varphi$  が  $0^\circ$  と  $45^\circ$  との間であり  $o-e = (2n+1)\lambda/4$  の場合には

$$x = \pm a \sin \varphi \cos 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (10)$$

$$y = a \cos \varphi \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots \dots \dots (11)$$

兩式より

$$\frac{x^2}{\sin^2 \varphi} + \frac{y^2}{\cos^2 \varphi} = a^2 \dots \dots \dots (12)$$

即ち振動は橢圓でその兩軸はそれぞれ  $\sin \varphi$  と  $\cos \varphi$  に比例する。

圓偏光及び楕圓偏光を作るには上述の如く  $o-e=(2n+1)\lambda/4$  でなければならぬが、特に  $o-e=\lambda/4$  である様な結晶薄板を  $\lambda/4$ -<sup>1)</sup>板と云ふ。かやうな薄板は雲母又は石膏の結晶から得られる。

ニコルプリズムに不偏光を送るときはニコルを廻轉しても通過光には強さの變化が起らない。また圓偏光は振幅相等しく互に直角で位相差が  $\pi/2$  である二つの直線偏光(平面偏光)の合成せられたものと考へられるから、ニコル内では同一振幅の直角な二つの直線偏光に分解されるものと考へられる。従つてニコルを廻轉しても通過光の強さの變化が起らない。この點に於て圓偏光は不偏光と似てゐるが、これは次の様にして直に區別し得る。即ち圓偏光の分振動は  $\pi/2$  の位相差を有するからこの圓偏光を一度  $\lambda/4$ -板を通すと新に  $\lambda/4$  即ち  $\pi/2$  だけの位相差が生ずる。従つて通過光では位相差は 0 又は  $\pi$  となり直線偏光に歸る。この光はニコルの廻轉によつて遮斷し得るが、不偏光は  $\lambda/4$ -板を通過させても直線偏光にはなり得ない。

楕圓偏光の場合もニコルで二つの振動に分解すると、楕圓は圓の様に對稱性をもたぬから、ニコルを廻轉すると光の強さに變化が現れる。この點では楕圓偏光は不完全な偏光所謂部分偏光と似てゐる。然し楕圓偏光を  $\lambda/4$ -板を通して直線偏光にすれば區別し得る。  $\lambda/4$ -板で直線偏光に直されてあるときは楕圓の兩軸は板の主面にそれぞれ平行及び垂直である。

(5), (6) 式に於て  $\varphi=45^\circ$  とすれば

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} + \frac{o-e}{\lambda} \right) \dots\dots\dots(13)$$

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin 2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) \dots\dots\dots(14)$$

今  $2\pi \left( \frac{t}{T} - \frac{o}{\lambda} \right) = \theta$ ,  $2\pi \frac{o-e}{\lambda} = \delta$  と置けば

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin(\theta + \delta)$$

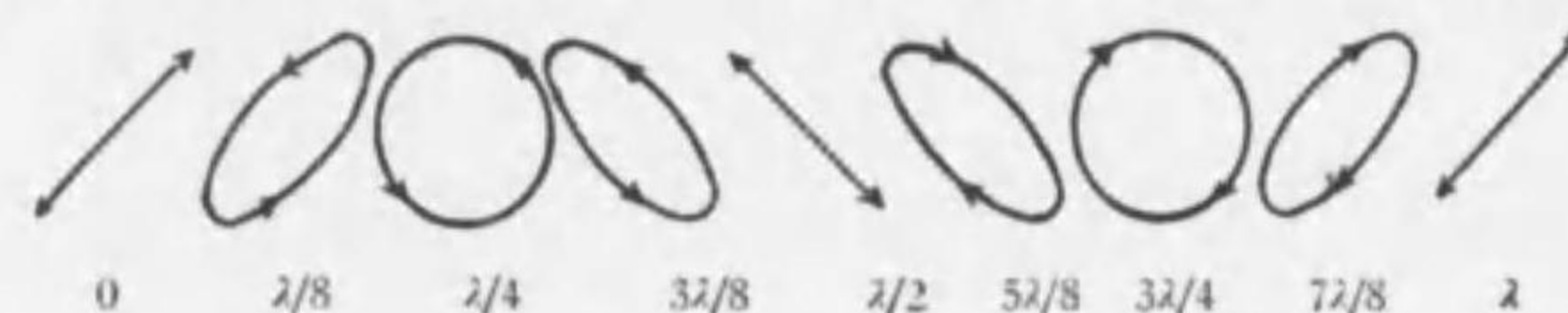
1) quarter-wave plate, Viertelwellenlängenplatte

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}} \sin \theta$$

この兩式から  $\theta$  を消去すれば容易に

$$x^2 + y^2 - 2xy \cos \delta = \frac{a^2}{2} \sin^2 \delta \dots\dots\dots(15)$$

が得られる。この式に於て  $\delta=0$  のときは直線となり、 $\delta=\pi/2$  のときは圓となる。 $\delta$  がその中間のときには楕圓である。従つて入射波が複屈折結晶體内に入り、入射波の振動方向が OX, OY と等しい傾きで

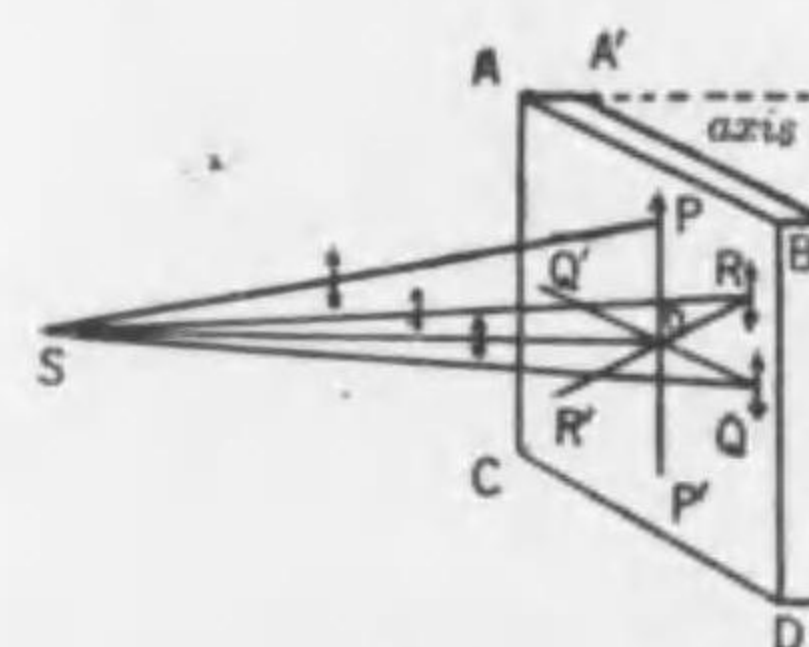


151 圖

あるときは結晶中では光は先づ直線偏光となり、次に楕圓偏光、圓偏光となり、刻々偏光の状態が變つて行く(151 圖)。

上圖から明らかな様に  $\delta=\pi/2$  のとき即ち行差が  $\lambda/4$  の時と  $3\lambda/4$  の時は共に圓偏光であるが廻轉の方向は反對になり、楕圓の場合も同様の關係が成立する(上巻第七章 §5 参照)。

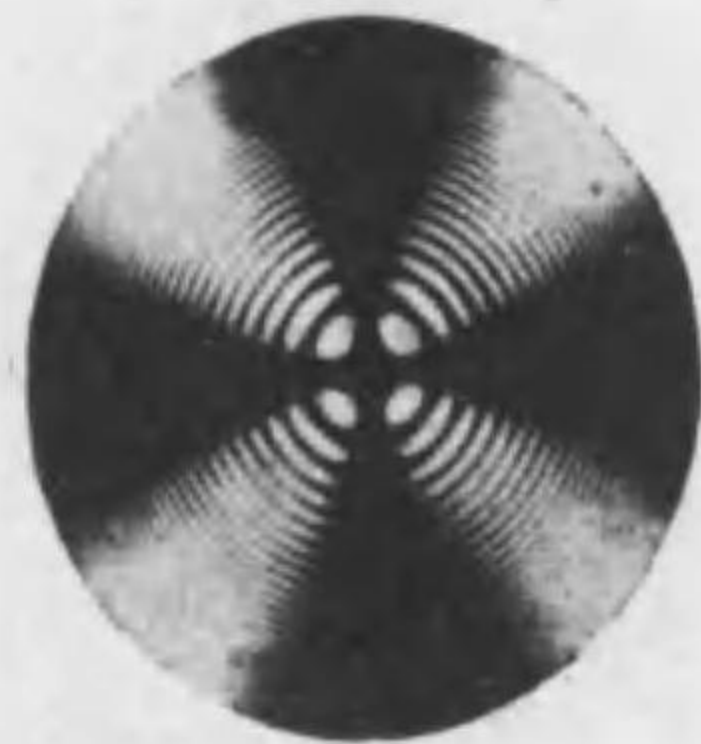
§7 收斂又は發散光の干渉 ニコルプリズムを通過させることにより振動方向の揃つた發散光(收斂光)が光軸に直角に切つた單光軸結晶板の表面に直角に入射する場合を考へる。圖



152 圖

に於て ABCD は結晶面、AA' は光軸の方向を示す。S から發する發散光は矢で示す様に鉛直面内に振動するものとする。P 點では入射光の振動面は光線を含む主面 SPP' 内にあるから、結晶板を通過する光は

異常光線だけで複屈折を生じない。また Q 點では振動方向は主面に直角であるから、常光線だけが結晶板中を通過し、同じく複屈折を生じない。故に結晶板の後に檢光ニコルを偏光ニコ



153 圖

ルに直角に置けば 153 圖に示す様に中心を通る十字の暗帯が生じ、兩ニコルが平行の際は 154 圖の様に明帯が生ずる。次に R 點の方へ進む光は振動方向が主面  $SRR'$  とある傾きを有するため複屈折が現れる。この際の振動は  $SRR'$  面に直角な分振動とこの面内の分振動と



154 圖

に分かれる。この二條の光は結晶中を互に異なる速度で進み、従つて兩者間に位相差が生ずる。この位相差は結晶中を通過した距離によつて定まり、而して入射光が O から R の方へ進むに従ひ、その傾きが増加するから通過距離が増加する。従つて通過した二條の光の位相差は OR に沿ふて異り、OR 上の或る點では入射光と同一方向の振動となり、或る點ではこれに直角の振動となる。故に檢光ニコルの位置に應じて或る振動は通過せしめ、他は遮斷する。R

に對稱な R' 點に對しても上述の事柄が成立し、結局 O を中心とする同心圓周上では位相差が一定であるからこれらの圓周は交互に明暗の輪となる。此の際白色光を用ひると色帯が生ずることになる。

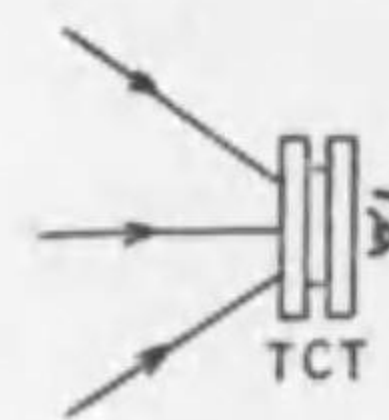


155 圖

雙光軸結晶に對しても上述の様な干涉輪が生ずるが、その取扱ひは複雑であるため今こゝには論じない。155 圖は雙光軸結晶の光軸間の角の二等分線に垂直な平面で切

つた結晶板を用ひて撮つた寫眞である。

上述の干涉を最も簡単に見るには二枚の電氣石板(例へば電氣石ピンセット)の間に結晶板を狭み、目を電氣石板に充分接近させて青空を見ればよい。このとき瞳孔に入る光は一種の收斂光と見做し得るからである。



156 圖

複屈折の現象は必ずしも結晶體に限らず、普通の非結晶體でも外部から加へられた物理的影響によつて生ずることがある。例へば一端に強い壓力を加へるか、或は熱した後急に冷した硝子板は複屈折の現象を生ずる。かやうな操作を経



157 圖

た硝子板を偏光子と檢光子との間に入れると種々の奇妙な干涉圖形が得られる(157 圖)。この圖から硝子板内部の歪の状態を知ることが出来る。優秀な光學的硝子板或はプリズム等を作るには磨く前に先づ偏光器で檢し干涉帯が生じない、従つて内部に歪がない様な硝子質を選ばなければならぬ。近時材料試験其の他に上記の方法が屢用ひられ

弾性光學なる一學科が存在してゐる。

§8 偏光面の廻轉(廻轉偏光) 既に述べた様にニコルの主面を互に直角にしておけば、(交叉ニコル)光は通過することが出来ない。この交叉ニコルの間に光軸に直角に切つた方解石板を入れると第一のニコルによる偏光はそのまゝ變化することなく方解石板を通過するから、この光は前と同じく第二ニコルによつて遮斷せられる。然し水晶の光軸の方向に直角に切つた板を交叉ニコルの間に入れると事情は著しく變る。即ち光は交叉ニコルを通過する。しかし單色光の場合では檢光ニコルを或る一定角だけ廻轉すると再び光を遮ることが出来る。従

1) photoelasticity, Photoelastizität

つて光が水晶板中を通過するときは偏光面の廻轉が起つたと考ふべきである。この現象を廻轉偏光<sup>1)</sup>と云ふ。廻轉偏光を生ずる様な物質を旋光質<sup>2)</sup>と云ふ。天然に産する水晶の中には偏光面を右に廻轉するものと、左に廻轉するものとの二種ある。こゝに右旋<sup>3)</sup>とは光源の方に向つて偏光面の廻轉を見る時、廻轉の方向が時計の針の廻轉方向と一致する方向である。これに反するものを左旋<sup>4)</sup>と云ふ。上記の性質を有する水晶をそれぞれ右水晶<sup>5)</sup>及び左水晶<sup>6)</sup>と云ふ。

ビオーの研究によれば偏光面の廻轉角は結晶板の厚さに比例する。尚ほその廻轉角は通過光の波長により異り、ほゞ波長の自乗に逆比例する。廻轉角が波長によつて異なる事實を廻轉分散<sup>7)</sup>と云ふ。次の表はフラウンホーフル線に対する一耗の厚さの水晶板による偏光面の廻轉角を示す。

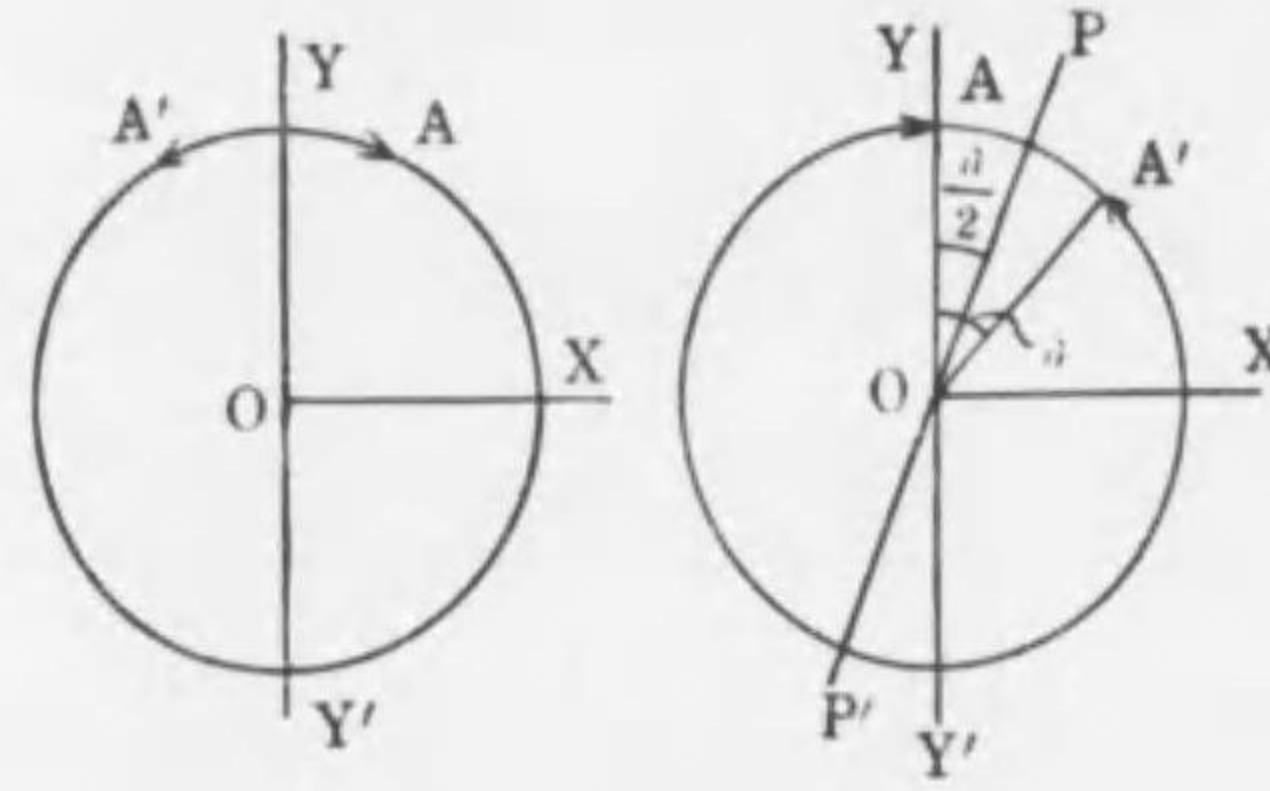
	A	B	C	D	E	F	G	H
波 長 Å(10 <sup>-8</sup> cm)	7600	6870	6563	5893	5270	4862	4341	3968
廻 轉 角	12°67	15°75	17°32	21°71	27°54	32°77	42°60	51°19

**偏光面の廻轉に対するフレネルの説明** 振動が直線的である場合にはこの振動は廻轉方向の反対な二つの圓運動に分解することが出来る。即ち  $y=2a \sin \omega t$  なる振動(158圖 I)は次の二つの圓運動と等價である

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a \cos \omega t \\ y_1 &= a \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1) \text{ (右廻り)}$$

1) rotatory polarisation, Rotationspolarization  
 2) optically active substance, optisch active Substanz  
 3) right-handed, rechtsdrehend  
 4) left-handed, linksdrehend  
 5) right-handed quartz, Rechtsquarz  
 6) left-handed quartz, Linksquarz  
 7) rotatory dispersion, Rotationsdispersion

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -a \cos \omega t \\ y_2 &= a \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2) \text{ (左廻り)}$$



I 158 圖 II

かやうな圓運動をする二點 A, A' が同時に Y から出發するときは, OY に平行な速度は相等しく方向は同一であるが, OX の方向の速度は相等しくて方向反対であるから互に消し合ふ。故にこの二つの

圓運動を同時に受ける點は YOY' 上の直線的振動となる。然るに旋光質に於てはフレネルの假定に従へば左右の廻轉圓運動は互に異なる速度を以つて結晶中を傳播し、從つて結晶を通過した後は兩圓運動間に位相差が生ずる。158圖 II に於て A が一廻轉を終へたとき A' が未だ一廻轉を終へないとし、位相差を  $\delta$  とすれば (1), (2) は

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= a \cos \omega t \\ y_1 &= a \sin \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3) \text{ (右廻り)}$$

$$\left. \begin{aligned} x_2 &= -a \cos(\omega t + \delta) \\ y_2 &= a \sin(\omega t + \delta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4) \text{ (左廻り)}$$

從つて通過光に対しては

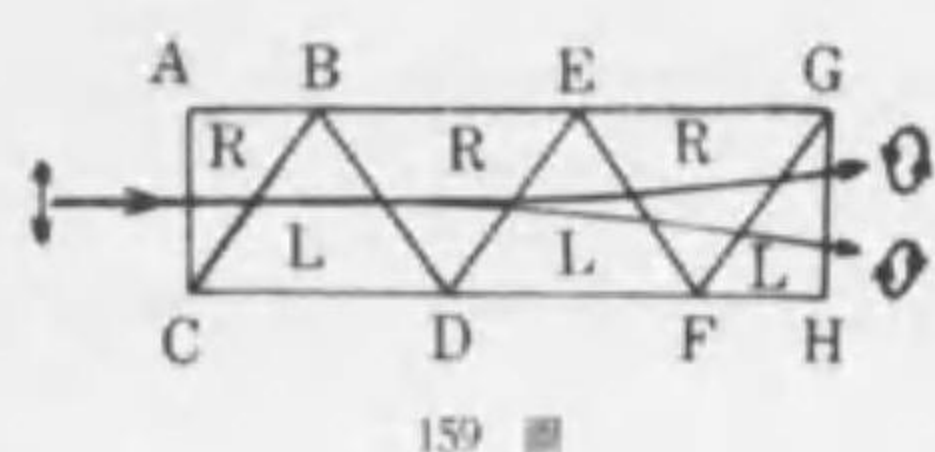
$$x = a \cos \omega t - a \cos(\omega t + \delta) = 2a \sin \frac{\delta}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) \dots\dots\dots(5)$$

$$y = a \sin \omega t + a \sin(\omega t + \delta) = 2a \cos \frac{\delta}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\delta}{2}\right) \dots\dots\dots(6)$$

(5), (6) は位相の相等しい互に直角な振動であるからこれを合成すれば OY と  $\delta/2$  の傾きを有する直線振動である。この事柄は次の様にしても分る。(5), (6) から

$$x/y = \tan \frac{\delta}{2}$$

即ち直線の方程式である。上述の様に考へて偏光面の廻轉が説明せられる。直線振動を二つの圓運動に分解して偏光面の廻轉を説明す



159 圖

る上述の方法は單に數學的遊戲でないことを實際に證明するためには圖に示す様な右水晶及び左水晶のプリズムを交互に並べた一組を作り各プリズムの光軸は何れも AG に平行になる様にする。初て平面偏光が AC に垂直に即ち光軸の方向に入るとき、實際に速度の異なる二つの圓振動に分れるならば BC に達したときは ABC 中で速度の大なるものが BCD 中では速度が小となる。又 ABC 中で速度の小なるものはこれに反する。従つて BC 面では一方は法線に近づき他は遠ざかる。この現象は各面 BD, DE 等で繰返されるから光が GH から出るときには二條の光線に分れる筈である。フレネルはかやうな二條の光線のあることを確め、各光線は何れも圓偏光であることを實證したのである。

§9 液體及び氣體による偏光面の廻轉(糖量計) 液體の或るものは偏光面を廻轉するが一般に固體よりも廻轉角が小さい。例へば厚さ 1mm の水晶板は D 線に對して 21°・71 の廻轉角を生ずるが 1mm の層のテレピンは 0°・3 である。また蔗糖の溶液は右旋光質であるに反し葡萄糖液は左旋光質である。液體のこの性質はこの液體を他の非旋光質の液體で稀めても、また蒸氣の状態にしても失はれることはない。

旋光質を非旋光質中に溶解し、この溶液が偏光面を廻轉する角は次に定義する比廻轉角<sup>1)</sup> [α] によつて測定せられる。即ち q を 100cc の溶液中の旋光質の瓦數とし、l を溶液を充した管の長さ(デシメートルで表はす)、α を測定せられた廻轉角とすると

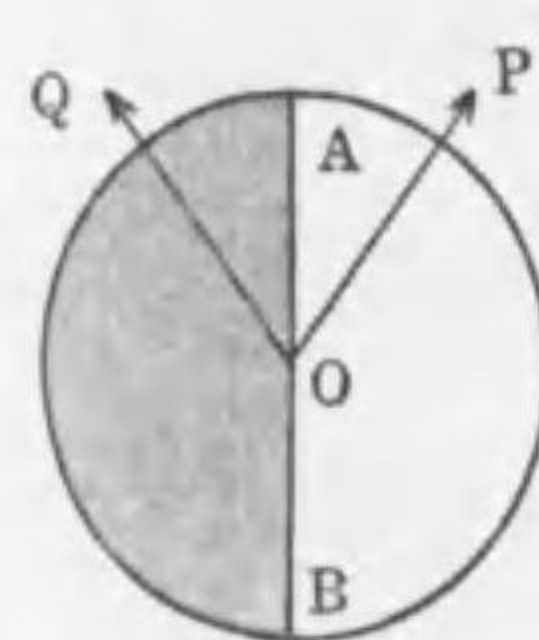
$$[\alpha] = \frac{100\alpha}{lq}$$

1) specific rotatory power, spezifisches Drehungsvermögen

蔗糖の水溶液の比廻轉角 [α]<sub>D</sub> は D 線に對して 66°・44 (20°C) である。

或る物質につきその [α] が知られてゐるときは偏光面の廻轉角 α の測定によりその溶液の濃度を知り得る。

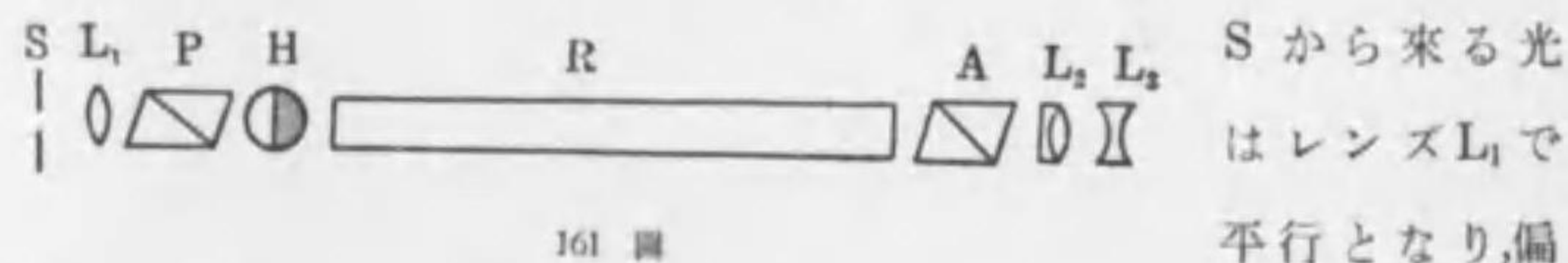
ローラン (Laurent) の半影糖量計<sup>1)</sup>はこの目的のために作られたもので、その原理は次の通りである。圖に於て AQB は光軸が



160 圖

紙面内にあつて AB に平行である半圓水晶板である。この面に垂直に平面偏光が入射すると、振動方向が OP であるとすると、水晶中で異常光線は OA に平行で常光線は OA に直角な振動となる。而して兩者の速度は相異なるから、水晶板の厚さを適當にしておけば、板の通過後兩者の位相差を π にすることが出来る。この場合兩者の振動を合成すれば直ちに證明できる通り直線振動が生じ、その振動方向は OQ である。茲に ∠AOP = ∠AOQ。APB は硝子板で水晶板による反射吸収と同量の反射吸収を生ぜしめるため取り附けたもので、硝子板を通過した光は原振動の方向を變へずに外に出る。故に檢光ニコルを通して APBQ を見れば一般には兩半の明るさが異なるが、檢光ニコルの主面が AB に垂直の場合では AB に直角の振動だけがニコルを通過し、而して OP, OQ は AB に對して等しい傾きをなすから、兩半圓は同じ明るさに見える。

161 圖はローランの半影糖量計の要領を示したもので、細隙



161 圖

1) Laurent's half shadow saccharimeter, Laurentsches Halbschattensaccharimeter

光ニコル P で平面偏光となり、次に半影板 H を照す。この光は管 R を通り更に檢光子を經、平行光線に焦點を合せてある望遠鏡  $L_2L_3$  によつて觀測せられる。尙 A は水平軸の周りに廻轉し得て、その廻轉角が讀み得るやうにしてある。最初 A を適當に調節して H の兩半面を同じ明るさにしておき、然る後 R に砂糖液を充すと、溶液の偏光面廻轉のため半影板の兩半は明るさが異り、檢光子 A を廻轉すれば再び兩半が一様の明るさになる。この時の A の廻轉角は砂糖液の偏光面廻轉角である。尙水晶板 H の厚さは用ひる光の半波長の差を生ずるものでなければならぬから、測定には單色光を用ひなければならぬ。通常ブンゼン焰で食鹽を燃すとき發するナトリウムの D 線を用ひる。

## 第九章 スペクトル、溫度輻射

### 及び光の分散

§1 發光の方法 物質のスペクトルを研究するに當り物質から發光せしむる方法には種々あるが、その内で主なるものは大體次の五種である。

i) 固體又は液體を直接高熱する。

ii) 火焰スペクトル<sup>1)</sup> Na, K, 其の他の金屬の鹽類等で比較的低温で發光せしめることの出来る化合物をブンゼン焰の中に入れて熱する。

iii) 弧光スペクトル<sup>2)</sup> Fe, Cu 等の電極間又は炭素棒に小孔を穿ち、この中に種々の物質を入れこの電極間に弧光を放たしめる。

iv) 火花スペクトル<sup>3)</sup> 金屬電極間に變壓器などによる高電壓を導き火花を飛ばす。

v) 真空管スペクトル<sup>4)</sup> 氣體を真空管中に封じて感應コイル又は變壓器の高電壓を導いて所謂真空放電を行ふ。

以上の外に真空管中に氣體を封じ、この氣體に加速せる電子流を送り氣體分子又は原子に衝突せしめ、電子の速度を適當に加減して特殊のスペクトルを生ぜしめる方法は近時屢用ひられる。

§2 スペクトルの種類 上記 i) に屬するスペクトルは連續スペクトルで如何に高度の分解能を有する分光器を用ひても

1) flame spectrum, Flammenspektrum

2) arc spectrum, Bogenspektrum

3) spark spectrum, Funkenspektrum

4) vacuum tube spectrum Vakuumrohrspektrum



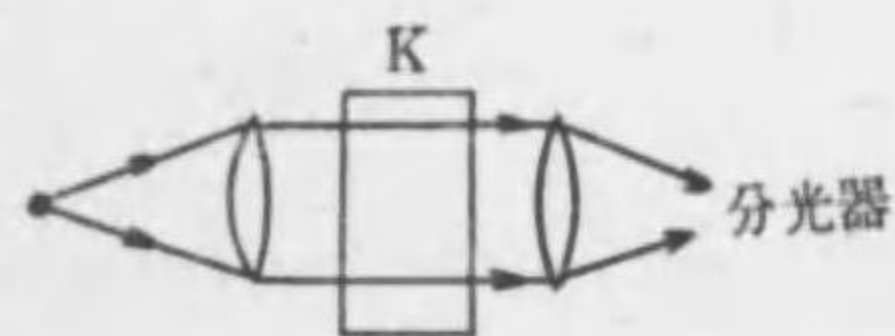
線スペクトルに分解し得ないものである。

ii, iii, iv, v によつて発生するスペクトルは一般には不連続スペクトルであるが, これは線スペクトルと帯スペクトルの二種に分類することが出来る。この氣體の發する不連続スペクトル



162 圖

中, 線スペクトルは中性又はイオン化した(電離した)原子の發生するスペクトルで, 帯スペクトルは分子の發するスペクトルであることは理論上確認せられてゐる。色刷圖版は種々の元素のスペクトルを示し, 162 圖はシアン(CN)の帯スペクトルを示す。以上



163 圖

は輝線スペクトルであるが, 163 圖に示す様にして連続スペクトルからなる光を氣體(場合によつては溶液)中を通過せしめると

(163 圖 K) 氣體が放つ輝線スペクトルの生ずる位置に黒線又は黒帯が生ずる。前者を吸収スペクトル線<sup>2)</sup>と云ひ, 後者を吸収スペクトル帯<sup>3)</sup>と云ふ。

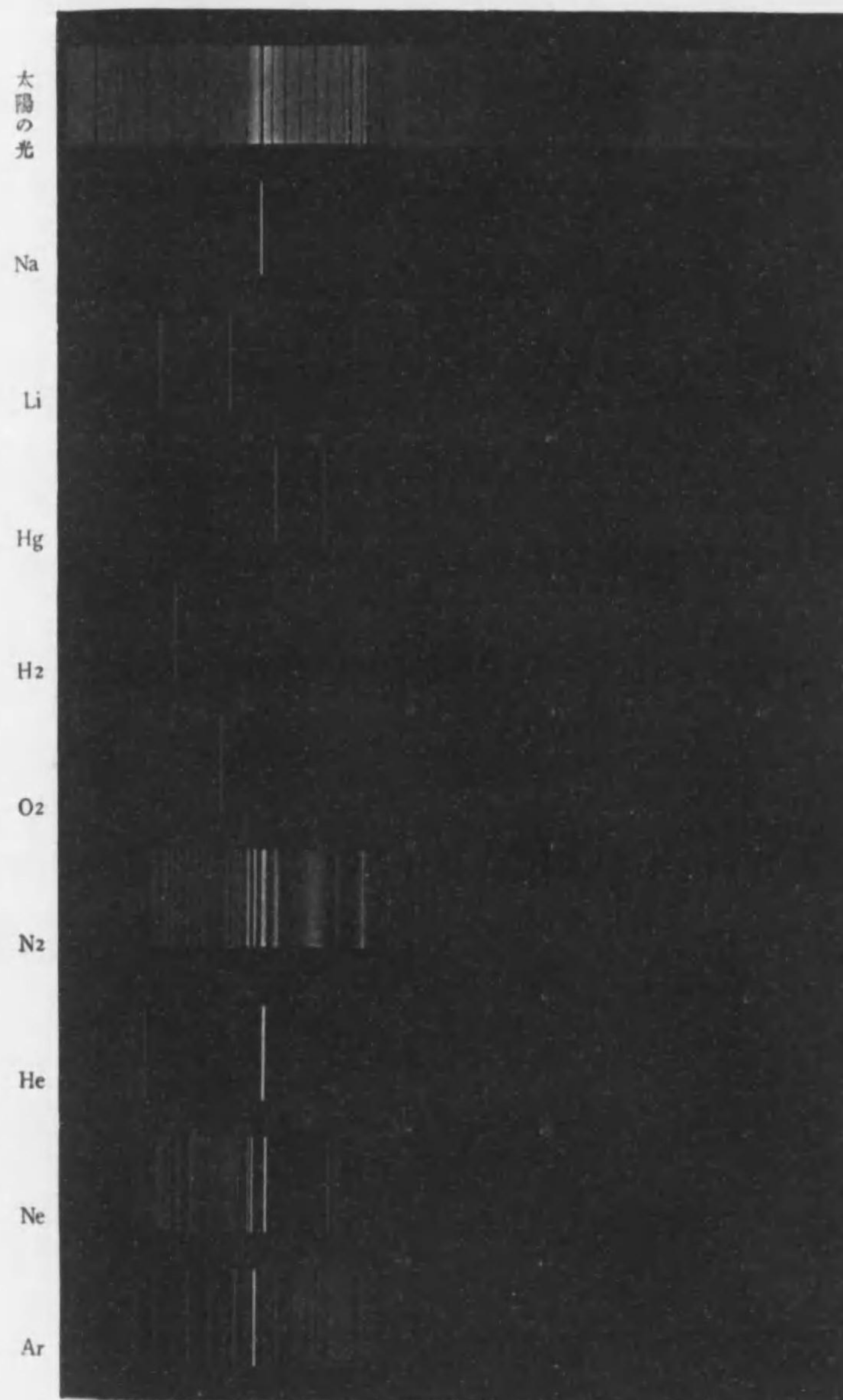
次にスペクトルの波長測定には今まで述べ來つた方法を繰り返して述べると,

- i) フレネルの複プリズムによる方法
- ii) ニュートン環による方法
- iii) マイケルソンの干渉計を用ふる方法
- iv) 廻折格子又は反射格子による方法
- v) プリズム分光器による方法

1) emission spectrum, Emissionspektrum

2) absorption line, Absorptionslinie

3) absorption band, Absorptionsband



太陽, 種々金屬蒸氣及び種々の氣體の發する光のスペクトル  
(圖中の數字は光の波長を $10^{-6}$ cm單位で表はしたもの)

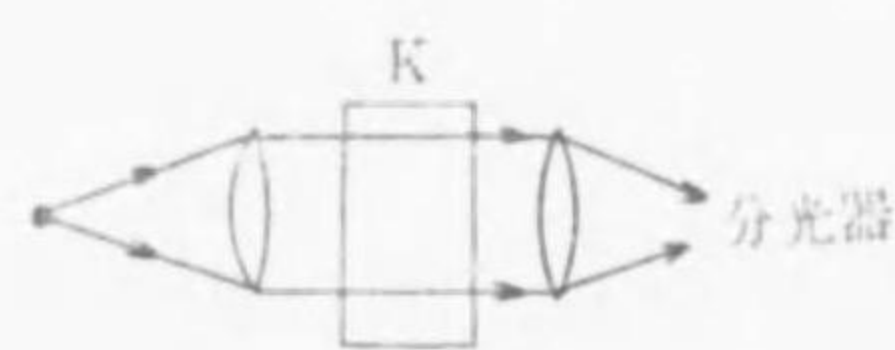
線スペクトルに分解し得ないものである。

ii, iii, iv, v によつて発生するスペクトルは一般には不連続スペクトルであるが、これは線スペクトルと帯スペクトルの二種に分類することが出来る。この氣體の發する不連続スペクトル中、線スペクトルは中性又はイオン化した電離した原子の發するスペクトルで、帯スペクトルは分子の發するスペクトルであることは理論上確認せられてゐる。色刷圖版は種々の元素のスペクトルを示し、162圖はシアン(CN)の帯スペクトルを示す。以上



162圖

は輝線スペクトルであるが、163圖に示す様にして連続スペクトルからなる光を氣體場合によつては溶液中を通過せしめると



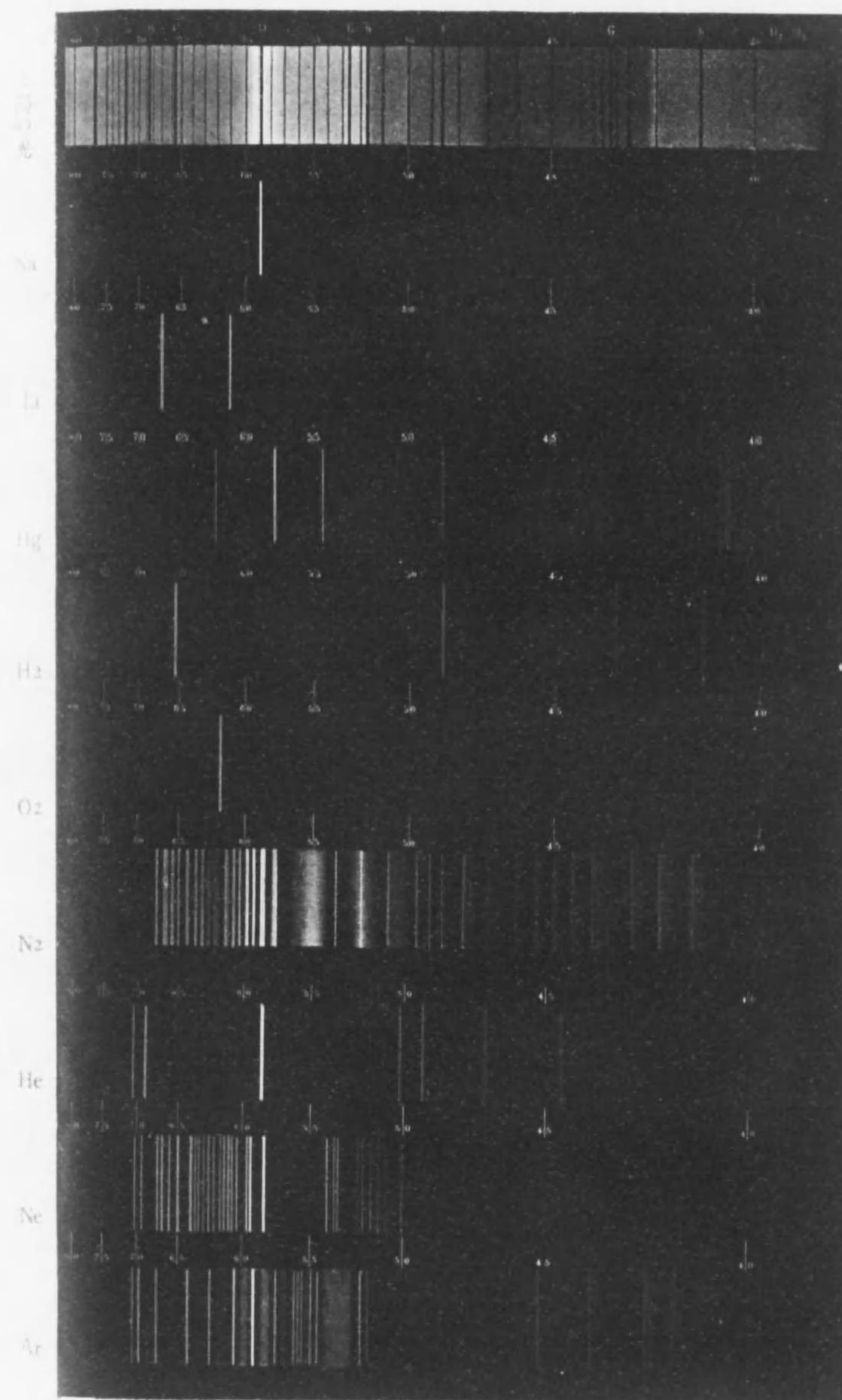
163圖

(163圖K) 氣體が放つ輝線スペクトルの生ずる位置に黒線又は黒帯が生ずる。前者を吸収スペクトル線と云ひ、後者を吸収スペクトル帯と云ふ。

次にスペクトルの波長測定には今まで述べ來つた方法を繰り返して述べると、

- i) フレネルの複プリズムによる方法
- ii) ニュートン環による方法
- iii) マイケルソンの干渉計を用ふる方法
- iv) 廻折格子又は反射格子による方法
- v) プリズム分光器による方法

1) emission spectrum, Emissionspektrum    2) absorption line, Absorptionlinie  
3) absorption band, Absorptionband



太陽、種々金屬蒸氣及び種々の氣體の發する光のスペクトル  
(圖中の數字は光の波長を $10^{-8}$ cm單位で表はしたもの)

上記諸方法があるが最も普通の方法はiv, vで特に前者では波長差が小さい間は二つのスペクトル線間の間隔は波長差に比例するため正確に波長を決定するに最も便利である。

§3 **スペクトル分析** 氣體から發するスペクトル線,特に其波長は各元素に固有のもので,元素が單獨であつてもまた始めに化合物を作つてゐたときでも變化がない。故に §1 の ii-v までの何れかの方法によつて元素から發光せしめ,そのスペクトル線の波長を讀み,別に各種元素のスペクトル線の波長を記載しある表と照し合はせて被檢物中の元素名を知ることが出来る。この方法は極めて正確で或元素の極めて微量でもそれが他物質中に存在する場合,その存在を検し得るのである。尙ほ近時スペクトル線の強さ(明るさ)を調べることにより定量分析にも應用せられる。

§4 **光に関するドップレル効果** 光が一種の波動であるとするれば,發光體と觀測者とが相對的に運動してゐるとき觀測者が觀測する波長は相對速度によつて異なる筈である。今觀測者が受取る波長を  $\lambda'$ , 觀測者と光源が相對的に靜止してゐるときの波長を  $\lambda$  とすれば

$$\lambda' = \lambda \left( 1 \pm \frac{v}{c} \right)$$

茲に  $v$  は相對速度,  $c$  は光の速度である。+符號は遠ざかるとき, -符號は近づくときである。今星が地球から遠ざかるときは  $\lambda' > \lambda$  であるから,スペクトル線の波長は實驗室内に於て生ぜしめた光波の波長よりも多少赤の方にずれ,近づくときは  $\lambda' < \lambda$  であるから多少紫の方にずれる道理である。故にこのズレの大小を讀んで,天體が地球に近づきつゝあるか,遠ざかりつゝあるかを決定し得られる。

§5 温度輻射, 輻射線 高温度の固体又は液体はその熱エネルギーを輻射のエネルギーに變じ所謂輻射線を出す. この現象を温度輻射と云ふ. 輻射線を通常<sup>1)</sup>赤外線(又は熱線), <sup>2)</sup>可視線, 紫外線(又は化學線)の三つに分ける. (廣義の輻射線はX線, γ線等も入れるが今こゝではこれは考へない.)

i) 赤外線は大體波長が  $300\mu$  から  $0.8\mu$  位までを云ひ, 熱作用最も著しく, これの研究には屢, 岩鹽プリズムを用ひ, これで分散した線をボロメーター(上巻 269 頁)に入射して熱エネルギーの配布を調べる.

ii) 可視線は波長約  $8000\text{\AA}$  から  $4000\text{\AA}$  までの間で, 眼で視得べく又寫眞作用を有し, 硝子プリズムで分散せしめることが出来るのは勿論, 多くの分光器械は殆んどこの範圍の研究に用ひられる.

iii) 紫外線は波長  $4000\text{\AA}$  から  $150\text{\AA}$  位までで寫眞作用, 化學作用著しく比較的長波長のもの水晶プリズム或は螢石プリズムで分散せしめてスペクトルを研究することが出来るが, ほぼ  $1000\text{\AA}$  以下では, 真空中で反射格子を用ひてスペクトルの研究が行はれる.

螢光及び燐光 ある種の物質では光を以つてこれを外部から照すと, 光のエネルギーを吸収し, 其の一部をまた光として放出することがある. この内, 吸収と同時に光として輻射するものを<sup>4)</sup>螢光と云ふ. 例へば螢石は青紫色, パラフィン油は青色, 白金シアン化バリウムは綠黄色の螢光を發する.

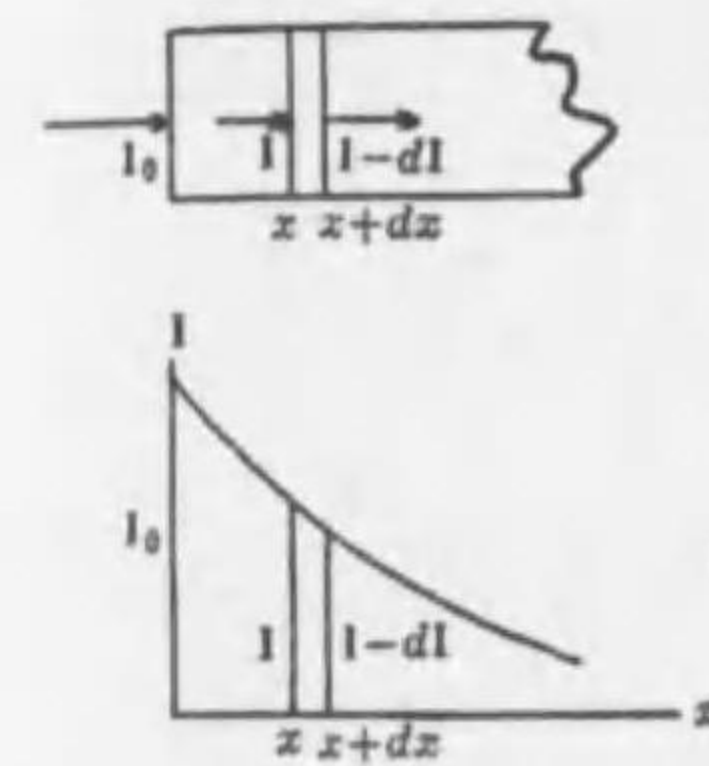
これに反し光の吸収と輻射との間に或る時間を要するものを<sup>5)</sup>燐光と云ふ. カルシウム, バリウム, ストロンチウムの硫化物は燐光を

1), infrared rays, ultrarote Strahlen      2) visible rays, sichtbare Strahlen  
3) ultraviolet rays, ultraviolette Strahlen      4) fluorescence, Fluoreszenz  
5) phosphorescence, Phosphoreszenz

發する.

一般に螢光又は燐光の波長は吸収した光の波長より長い, たかだか等しい. これを<sup>1)</sup>ストークスの法則と云ふ.

§6 輻射線が吸収されるときその強さの減少 強さ  $I_0$  の輻射線が物質に入ると薄層の厚さ  $dx$  に



164 圖

より吸収されるエネルギー  $-dI$  は層の厚さ  $dx$  と  $x$  なる點に於ける輻射線の強さ  $I$  とに比例することは明らかである. 即ち

$$dI = -aI dx \dots\dots\dots(1)$$

比例の常數  $a$  は物質の性質と波長と

に關する常數である. (1) から

$$\int \frac{dI}{I} = \int -a dx$$

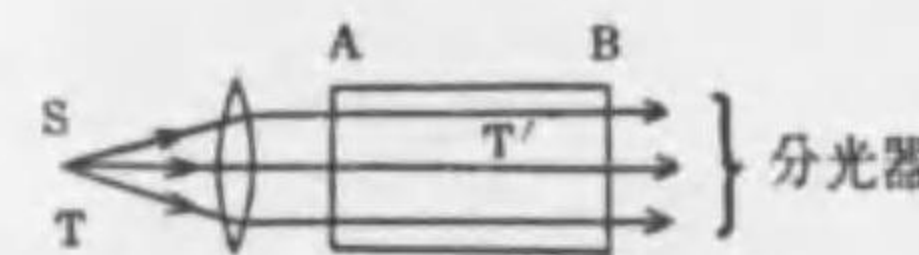
$$\therefore \log I = -ax + C$$

$x=0$  の時は強さは  $I_0$  であるから  $C = \log I_0$

$$\therefore I = I_0 e^{-ax} \dots\dots\dots(2)$$

164 圖の曲線は(2)の關係を示すものである.

§7 スペクトル線の逆轉 物質に輻射線が入射し物質が輻射線の一部を透過させるとき, 透



165 圖

過したエネルギーと入射したエネルギーとの比を<sup>1)</sup>透過能と云ひ, これを  $d_2$  で表はすことにする.

このとき反射能  $r_2$ , 吸収能  $a_2$ , 透過能  $d_2$  との間には上巻 270 頁(1)式を少しく擴張した

$$a_2 + r_2 + d_2 = 1 \dots\dots\dots(1)$$

1) penetrating power, Durchlassungsvermögen

なる関係が生ずることは明かである。

扱て圖に於て AB は横断面積  $1\text{cm}^2$  の筒とし, この中に絶対温度  $T'$  の蒸氣を充し, これに外部から絶対温度  $T$  の完全黒體 (上巻 269 頁参照) からの輻射線が入射する場合を考へる. この黒體からの入射エネルギーの一秒間に筒内に入るエネルギーを  $E_\lambda(T)$  とし, 且つ氣體の反射能を極めて小として無視すれば, 筒を透過するエネルギーは  $E_\lambda(T)(1-a_\lambda(T'))$  である.

又氣體が筒の B 端を通して外部に輻射するエネルギーは  $e_\lambda(T')$  とすれば全體として B 端を通して外部に出るエネルギーは

$$E_\lambda(T)(1-a_\lambda(T')) + e_\lambda(T')$$

故に A から入り込むエネルギーと B から出るエネルギーとの差を  $R_\lambda(T, T')$  とすれば

$$\begin{aligned} R_\lambda(T, T') &= E_\lambda(T) - [E_\lambda(T)(1-a_\lambda(T')) + e_\lambda(T')] \\ &= a_\lambda(T')E_\lambda(T) - e_\lambda(T') \end{aligned}$$

然るにキルヒホッフの法則(上巻 270 頁)により

$$e_\lambda(T') = a_\lambda(T')E_\lambda(T')$$

であるから

$$R_\lambda(T, T') = a_\lambda(T')(E_\lambda(T) - E_\lambda(T')) \dots \dots \dots (2)$$

然るに實驗的並びに理論的結果によれば  $T > T'$  のときは  $E_\lambda(T) > E_\lambda(T')$  である. (これは直接略推察できることであるが)

故に

i)  $T' > T$  のときは  $R < 0$ . 故に黒體輻射線が黒體よりも高温の蒸氣層を透過するとスペクトルは更に明るくなる.

ii)  $T' = T$  のときは  $R = 0$ . 故に黒體と同温度の蒸氣層を透過してもスペクトルの明るさに變化が起らない.

iii)  $T' < T$  のときは  $R > 0$ . 故に黒體よりも低温の蒸氣層を透るとスペクトルは暗くなる.

それは蒸氣が輻射する線の波長は物質に固有で, その数も一定である. 故にかやうなスペクトル線に対してのみ  $e_\lambda$  は零と異り, 他の波長に対しては  $e_\lambda$  は零であるからである. 従つて  $e_\lambda = a_\lambda E_\lambda$  の関係から  $a_\lambda$  も亦或る特殊の波長に対してのみ零と異り, 他の波長に対しては零である. 従つて(2)に於て  $T > T'$  の場合では上記特殊の線に対してのみ  $R > 0$  で, 他の波長に対しては  $R = 0$  となり明るさに變化がない. 依て高温の輻射線が低温の蒸氣中を通る時は蒸氣の放つ固有のスペクトル線に相當する波長の輻射線が吸収されて黒く見える. かやうな現象を **スペクトル線の逆轉**<sup>1)</sup> と云ふ.

太陽スペクトル中に現れる數多の黒線即ちフラウンホーフェル線は太陽中央部の高温の固體又は液體の發する連続スペクトルが比較的低温の太陽周囲にある蒸氣層による吸収の結果生ずる反轉である.

§8 太陽の温度 地球上で日光に直角な  $1\text{cm}^2$  の面積上に(平均距離に於て)一分間に落ちる輻射エネルギーにつき大氣による吸収の補正を行ひたるものを **太陽常數**<sup>2)</sup> と云ひ, 實測の結果によるとこの常數  $x$  は

$$x = 1.93 \frac{\text{cal}}{\text{min. cm}^2} = 0.0322 \frac{\text{cal}}{\text{sec. cm}^2} = 1.34 \times 10^6 \frac{\text{erg}}{\text{sec. cm}^2}$$

である.

i) 太陽を完全黒體と假定しステファン・ボルツマンの法則(上巻 271 頁)を用ひることが出来ることとすれば, 太陽から 1 秒間に輻射されるエネルギー  $E$  は

$$E = 4\pi r^2 \sigma T^4$$

但し  $r, T$  はそれぞれ太陽の半径及び絶対温度,  $\sigma$  はボルツマン

1) reversal, Umkehrung

2) solar constant, Sonnenkonstante

の常數である. 次に太陽と地球との平均距離を  $R$  とすれば

$$E = 4\pi R^2 x$$

$$\therefore T^4 = \frac{x}{\sigma} \left( \frac{R}{r} \right)^2$$

$\frac{r}{R}$  (太陽の視半徑) を  $16'$  として上式から  $T^4$  を求めると

$$T = 5760^\circ \text{ (絶対温度)}$$

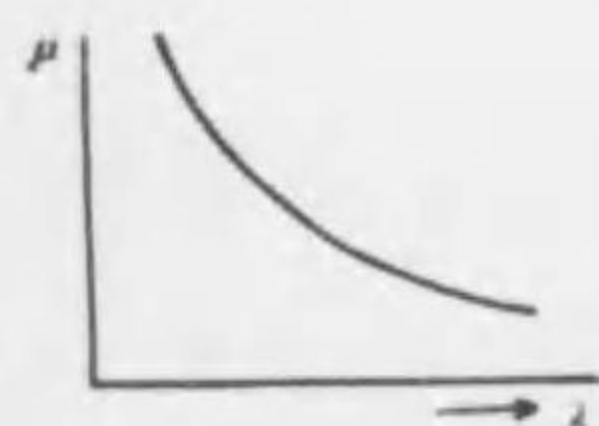
ii) 太陽を完全黒體と考へるとウィーンの法則(上巻 272 頁)からも求めることが出来る. 太陽スペクトル中最大のエネルギーに相當する波長  $\lambda_m$  は大體  $0.5\mu$  位である. 故にウィーンの法則  $\lambda_m T = 2920\mu$  度から

$$T = \frac{2920}{0.5} = 5840^\circ \text{ (絶対温度)}$$

となり, ステファン・ボルツマンの法則から出したものと一致する.

太陽を完全黒體と考へるのは一寸妙な感じがするが完全黒體の定義は  $a_\lambda = 1$  即ち入射するエネルギーを總べて吸収するといふ意味で黒體が高溫になれば吸収すると同時に盛に輻射しギラギラ輝くことになつても不思議ではない.

§9 正則分散と變則分散 硝子プリズムによる可視スペクトル



166 圖

の様にスペクトルが赤, 橙, 黄, 綠, 青, 藍, 堇の様な色の順序で波長が増加するに従ひ屈折率が減少する分散を正則分散と云ふ. 正則分散をなす物質に対しては波長と屈折率との間の關係として次のコーシー

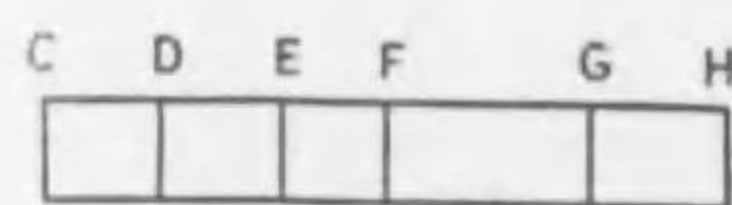
(Cauchy) の分散式が當てはまる.

$$\mu = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}$$

茲に  $A, B, C$  は物質の種類によつて異なる常數である.

1) normal dispersion, normale Dispersion

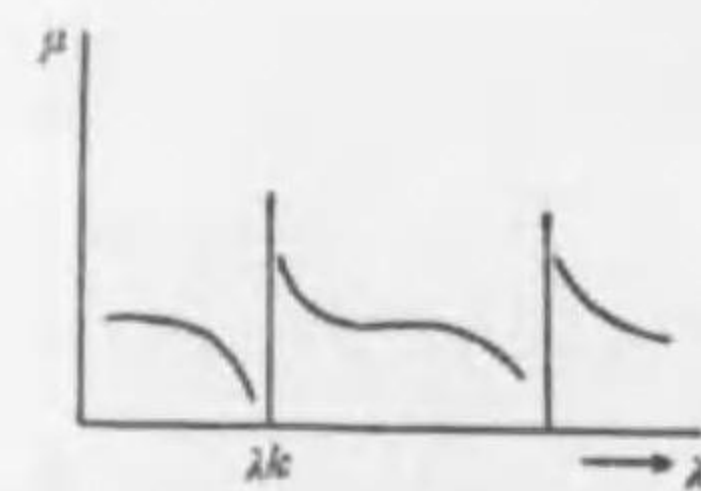
物質の種類によつては色の順序が上記と異なる排列を示すことがある. 例へばフクシンのアルコール溶液で薄いプリズムを作り, これで白色光を分散せしめると, スペクトルに於ける色の順序は前と異り, 青, 藍, 堇, 黒帶, 赤, 橙, 黄の順序になる. かやうな分散を變則分散と云ふ.



167 圖

167 圖 I は正則分散に於ける色の排列を示し, II はフクシン溶液に現る變則分散に於ける色の排列を示す. 變則分散をなす物質に対してはヘルムホルツ・ケッテレル (Helmholtz-Ketteler) の分散式が當てはまる. 即ち

$$\mu^2 = a^2 + \sum \frac{b_\lambda}{\lambda^2 - \lambda_\lambda^2}$$



168 圖

茲に  $a, b_\lambda, \lambda_\lambda$  は物質によつて定る常數で  $\lambda_\lambda$  は黒帶(吸收帶)或は黒線(吸收線)に相當する波長で,  $\sum$  は吸收帶(線)の數だけ集める意味である.

變則分散はフクシンに限らず, 或る色を選択的に吸収する所謂選擇吸收帶(線)を有するすべての物質はその帶(線)の近傍に於て變則分散を示すもので硝子の如きも可視, 不可視のスペクトル全體については矢張り吸收帶を有し, 變則分散を示す. フクシンは可視部に綠の吸收帶を有し, この部分に變則分散が生じたに過ぎない.

變則分散は上述の様に吸收帶(線)と密接の關係があり, 又吸収は光の共鳴と考へられるから, (分子又は原子は固有の振動數を

1) anomalous dispersion, anomale Dispersion

有し白色光中固有振動數に等しい振動數の光のエネルギーをとつて一種の共鳴現象を起す結果吸収黒帶(線)を生ずる)變則分散はかゝる共鳴現象の結果と見られる。

## 第十章 静電氣

§1 電氣 毛皮で摩擦したエボナイト棒或は絹布で摩擦した硝子棒を、紙片、木髓の如き軽い物體に近づけると、棒はこれを引きつける。エボナイト棒、硝子棒に限らず、適當の方法を以つてすれば、かゝる性質は總ての物體に與へることが出来る。物體がかゝる性質を有するとき、「物體は帶電してゐる」或は「電荷<sup>1)</sup>を有する」と謂はれ、その原因となるものを電氣<sup>2)</sup>といふ。

二本のエボナイト棒を毛皮で摩擦帶電し、一つを絹絲で水平に吊し、他をこれに近づけるとこれらは互に相斥ける。絹布で摩擦帶電した二本の硝子棒についても同様である。しかし毛皮で摩擦帶電したエボナイト棒と絹布で摩擦帶電した硝子棒とは互に相引く。このことから電氣には二種類あることが知られる。而して何れの物體を帶電せしめても上の二種の電氣の中の何れかである。されば絹布で摩擦した硝子棒の有する電氣を正電氣又は陽電氣といひ、毛皮で摩擦したエボナイト棒の有する電氣を負電氣又は陰電氣といふことにすれば、上の實驗の結果から、一般に電氣には正負の別があり、「同名の電氣は相斥け、異名の電氣は相引く」といふ法則<sup>3)</sup>を得る。

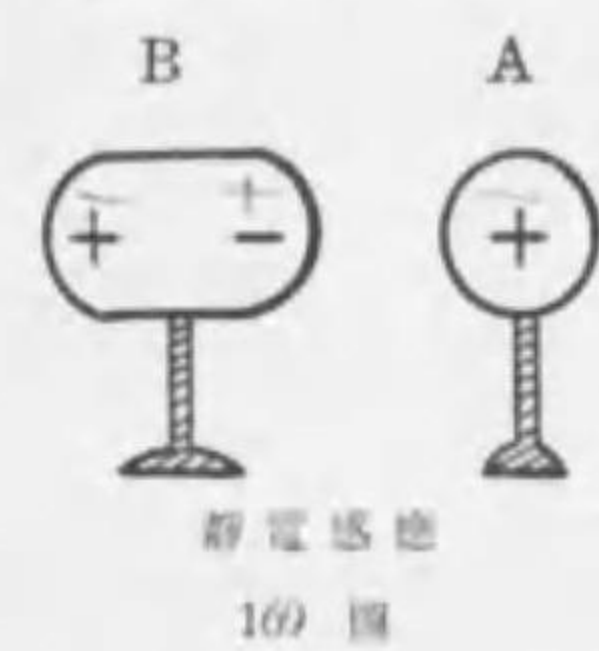
次に硝子の柄を有する金屬の一部分を毛皮で摩擦帶電すると金屬は全體にわたつて帶電し、硝子棒、エボナイト棒などは摩擦した部分のみ帶電する。物體の一部分に與へられた電荷が直ちにその全體に擴がる金屬の如きものを導體<sup>3)</sup>といひ、少しも

1) charge, Ladung  
3) conductor, Leiter

2) electricity, Elektrizität

電荷の移動しない硝子の如きものを不導體<sup>1)</sup>又は絶縁體<sup>2)</sup>といふ。完全な導體又は不導體は自然界に存在しないから、前者を良導體、後者を不良導體といふ方がよい。金属、木炭酸、金属鹽類の水溶液、人體などは良導體であり、油、陶器、毛皮、絹、封蠟、硫黄、エポナイト、雲母、琥珀、パラフィン、硝子、空氣などは不良導體である。木綿、木材、石材、紙などはこれらの中間に位し、半導體<sup>3)</sup>といはれる。

次に絶縁した導體Bの近くに他の帯電體Aを置けばBのAに近い端にはAと反対の電氣を生じ、遠い端にはAと同種の電氣を生ずる。かゝる現象を靜電感應<sup>4)</sup>といふ。AをBより遠ざ



けるとBはもとの無帯電の状態となり、再び近づけるとBには再び正負の電荷が現れる。即ち感應によつて生ずる電氣は正負等量である。次に導體でBを地球につ

なげば(即ち地絡すれば)、BのAに近い端の電荷はとゞまるが、遠い端の電荷はなくなる。このときBを絶縁しAを遠ざけると、BのAに近い端にあつた電荷はB上に擴がり、BはAと反対に帯電される。この方法を靜電感應による帯電(又は起電)といふ。

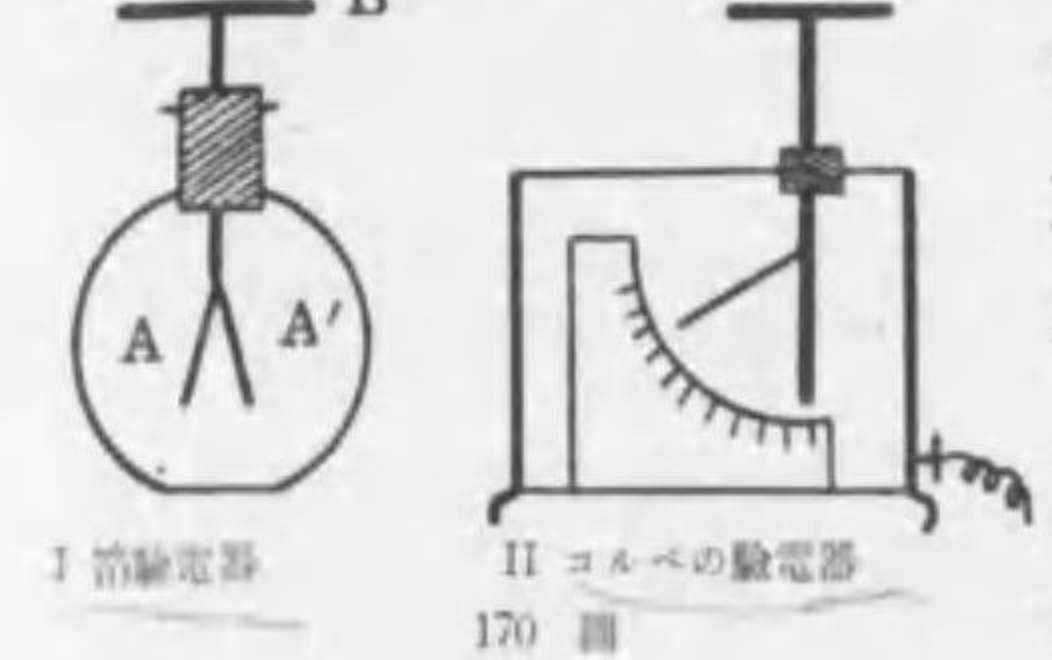
摩擦の際生ずる電氣の正負は各物質獨自のものではなく、これを摩擦する相手物質にもよる。例へば硝子は絹布で摩擦すれば正に帯電するが、毛皮で摩擦すれば負に帯電する。次に帯電列を示す。

- 1. 毛皮    2. フランネル    3. 封蠟    4. 硝子    5. 絹布
- 6. 金属    7. 護謨            8. 硫黄    9. エポナイト

この中任意の二つを摩擦すれば、列中前のものは正に、後のものは負に帯電する。しかし嚴密には同一物質でも、表面の状態、不純物の有無、温度の高低などによつて異なるから、上の順序は大略のものである。

1) non-conductor, Nichtleiter    2) insulator, Isolator  
3) semiconductor, Halbleiter    4) electrostatic induction, elektrische Induktion

§2 驗電器 電氣の有無ならびに正負を驗する器械を驗電器<sup>1)</sup>といふ。金箔驗電器<sup>2)</sup>は圖に示す如く、下端に二枚の金箔A、A'を有し、上端に金属球(或は金属板)Bを有する金属棒を絶縁して、硝子器(或は金属器)内に入れたものである。電氣の有無を驗するには可檢體を直接金属球に觸れる。



もし帯電して居れば、金属棒を経て二枚の箔は同種の電氣を得、相互間の斥力によつて開く。又電氣の正負を決定するには、豫め驗電器を正(又は負)に帯電せしめ、可檢體の電荷の一部を驗盤<sup>3)</sup>に取つてこれに觸れる。箔が更に開けば物體の電氣は正(又は負)であり、閉ぢるときは負(又は正)である。

感應現象を應用すれば可檢體又は驗盤を直接驗電器に接觸せしめなくても帯電の有無、正負を決定することが出来る。即ち金属球Bに帯電體Cを近づけるとBにはCと異種の電氣を生じ、従つて箔AA'にはCと同種の電氣を生じて、AA'は開く。又Bを一時地絡し、Cを遠ざけると、AA'はCと異種の電氣により開く。

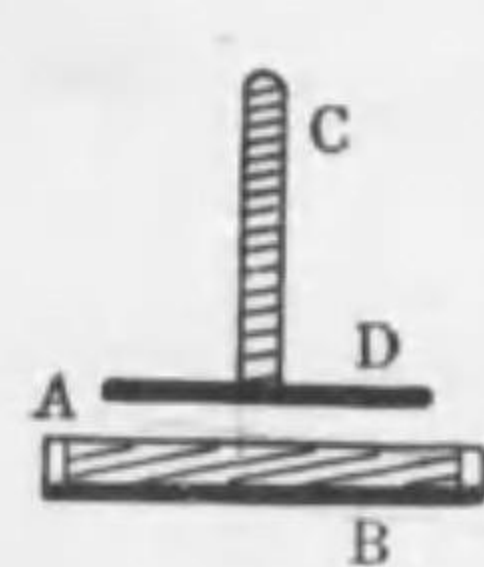
この方法により摩擦による二物體の帯電の状態を検し得るが、特にこれらを一緒に驗電器に近づけると箔は開かず、摩擦によつて生じた電氣も正、負等量なることを示す。一般に「電氣は正負同時に發生し、等量である」。

コルベ(Kolbe)の驗電器は金箔驗電器の二枚の箔の内一方を金属棒とし、箔の開きの大きさを目盛板上に讀みとる様にしたものである。

§3 感應起電機 靜電感應により多量に電氣を起す装置を

1) electroscope, Elektroskop    2) leaf-electroscope, Blattchenelektroskop  
3) testing disk, Probescheibe

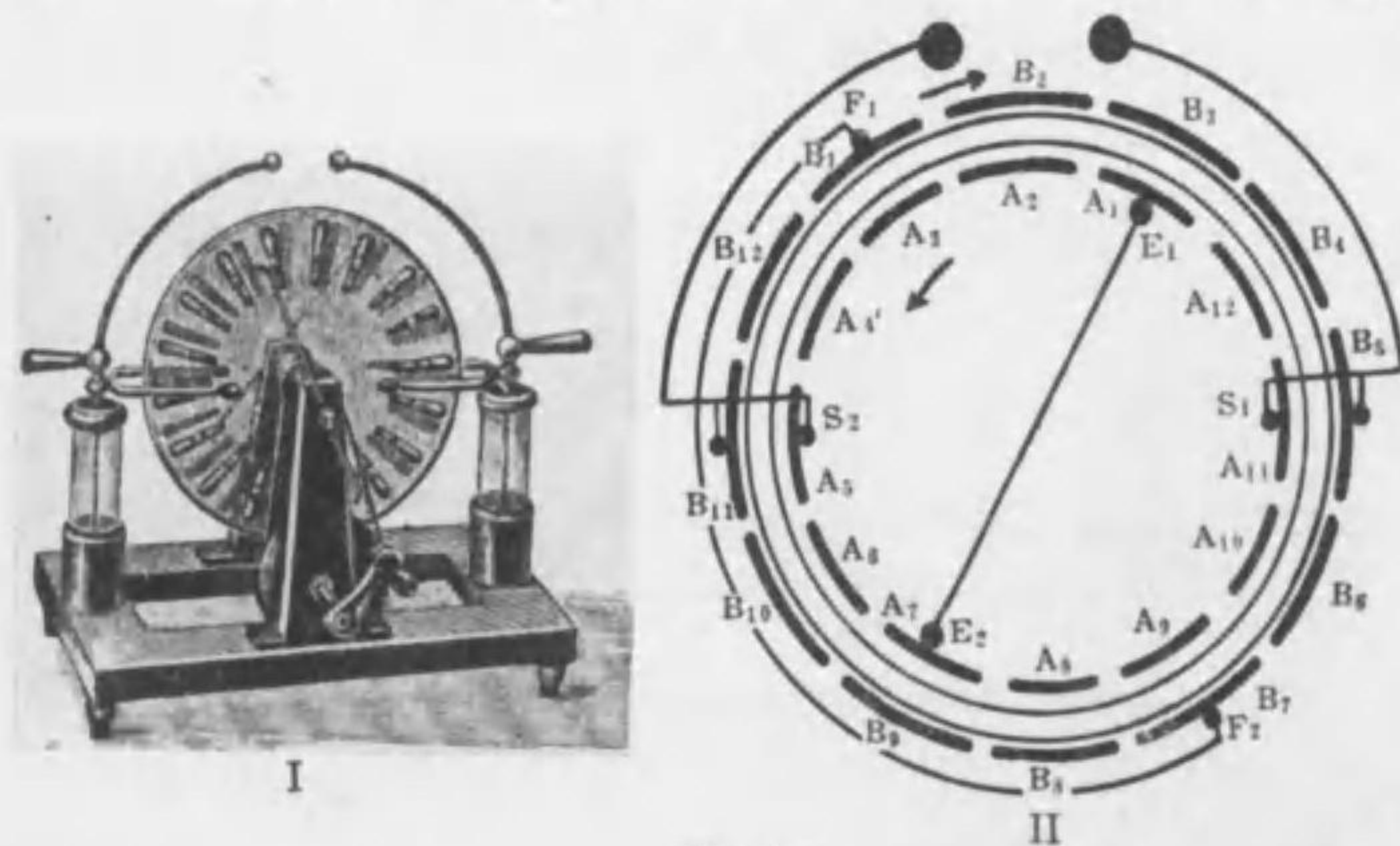




1) 感應起電機といふ。その最も簡單なるものは  
171 圖に示す電氣盆<sup>2)</sup>であり、樹脂 A を充した金  
屬盆 B と絶縁柄 C の附いた金属板 D よりなる。  
先づ A の表面を毛皮で摩擦して負に帯電し、こ  
の上に D を置けば、D は僅か數點にて A に接し、

感應により A に接する面には正電荷、他の面には負電荷を得る。  
D の上面の一點に指を觸れ負電荷を逃して後 C をもち A より  
離せば D は正に帯電する。この電荷を他に與へ、同様のことを  
繰り返せば多くの電氣を集めることが出来る。

ウイムスウルスト (Wimshurst) の感應起電機はこの操作を容  
易にしたものである。172 圖に示す如く反對の方向に廻轉し  
得る相對する二枚の硝子板の外面には多くの金属片  $A_i, B_i$  を  
有する。金属製刷子を有する金属棒  $E_1E_2, F_1F_2$  及び電氣を集



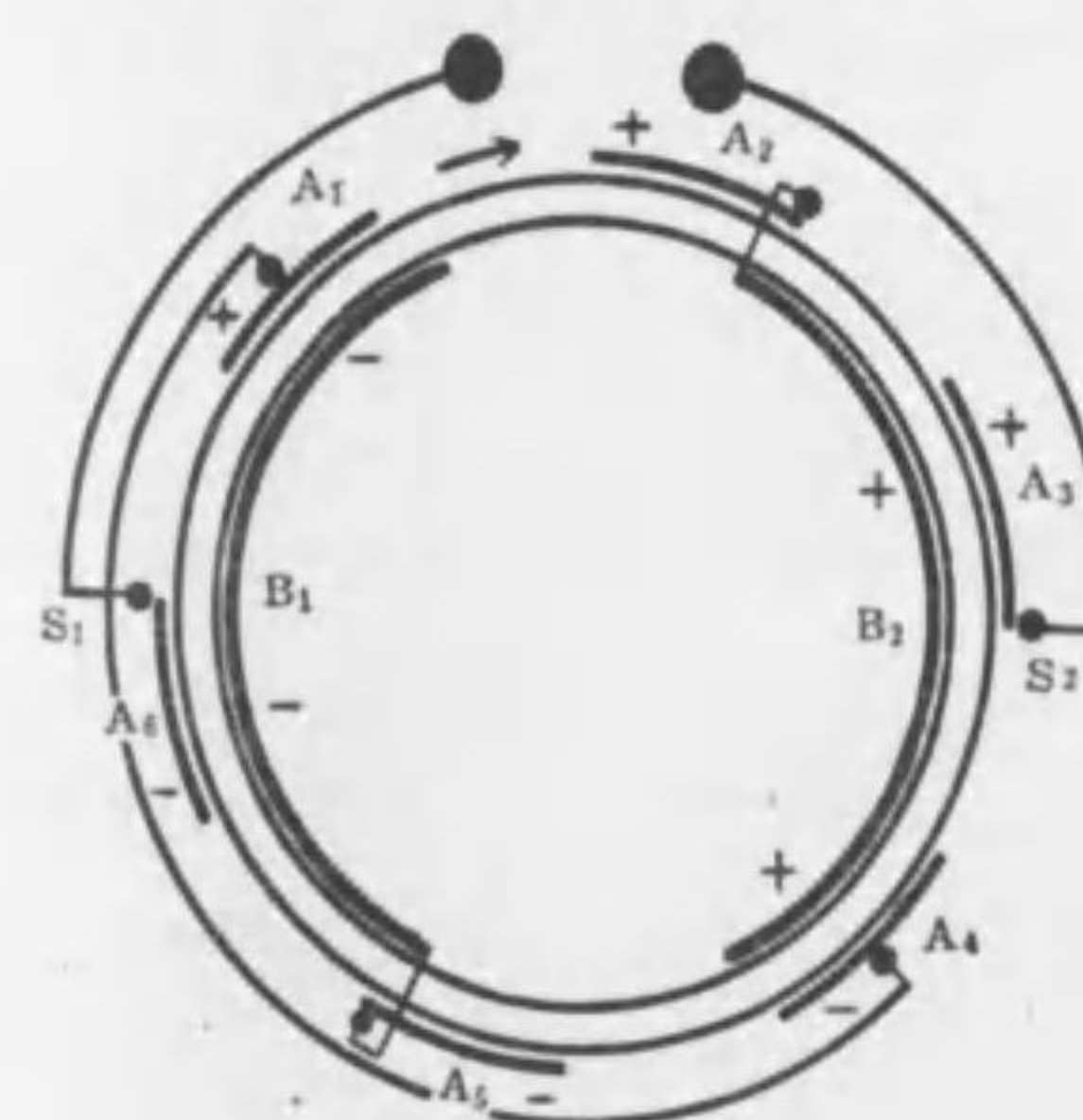
めるための金属製櫛  $S_1, S_2$  は何れも固定してある。今  $F_1$  との  
摩擦により  $B_1$  が極く少し正に帯電したとする。  $B_1$  は廻轉のため  
 $B_2, B_3$  の位置に來り、  $B_3$  と反對の側の  $A_1$  は感應により負電

1) influence machine, Influenzmaschine 2) electrophorus, Elektrophor

荷を得  $A_7$  は正に帯電する。  $A_1$  が廻轉して  $A_2, A_3$  と來れば  $B_1$   
は正に  $B_7$  は負に帯電する。  $A_1$  が更に廻轉して  $A_5$  に來れば  $S_2$   
に負電荷を與へ、次いで  $A_6, A_7$  と來れば  $B_7$  より廻轉して來て  
負電荷を有する  $B_9$  のため及び  $B_9$  に於ける感應のため  $A_1$  は正  
に帯電し、更に廻轉して  $A_{11}$  に至れば  $S_1$  に正電荷を與へる。  $B$   
についても同様のことが行はれ、順次かくの如くにして  $S_1$  には  
正電氣、  $S_2$  には負電氣が集積する。

テプラー・ホルツ (Töpler-Holtz) の感應起電機は金属片を有する二枚  
の硝子板よりなり、一方のみ廻轉する。173 圖に於て  $B_1$  に極く少しの  
負電氣を與へると、感應のため  $A_1$  には正電氣、  $A_1$  には負電氣を生ずる。  
廻轉により  $A_1$  が  $A_2$  に至れば  $B_2$  と正電氣を分ち、  $A_2$  に來れば  $S_2$  に正  
電氣を與へる。次に  $A_1$  に來れば  $B_2$  の正電氣による感應のため負に  
帯電し  $A_3$  に至る。順次同様のことを繰返し  $S_1$  には負電氣、  $S_2$  には正  
電氣が集積する。

§4 電氣の理論 電氣の本性に關しては古來種々の説が行  
はれた。シンメル (Symmer) は、電氣は秤量し得ない程軽い二種  
の流體よりなり、二種等量のときは電氣的に何等作用を現はさ



ないが、一方が他方よりも多  
いときは正又は負の帯電状  
態を示し、同種のもの相斥  
け、異種のは相引くとした。  
これ即ち二流體説である。  
フランクリン (Franklin) は  
唯一種の流體を考へ、無帯  
電のときも或る一定量を有  
し、一定量以上又は以下と  
なるに従ひ正負の帯電状態を



示し、この流體相互は相斥け、普通の物質とは相引くとした。これ即ち一流體説である。これらの流體説<sup>1)</sup>により、電氣の正負等量起ること、同名の電氣は相斥け、異名の電氣は相引くこと、静電感應などの諸現象を説明し得る。

其後フラデー (Faraday) は電氣現象はむしろ帶電體の周圍の絶縁體内に起因するものとし、導體を帶電することはその周圍の絶縁體内に一種の電氣的歪を與へることであり、帶電體が互に相引き或は互に相斥けるのはこの歪によるものとした。従つて帶電のエネルギーはこの歪のために周圍の絶縁體が有するエネルギーに等しいとした。その説によれば周圍の絶縁體即ち媒體の存在を必要とし、その結果電氣現象は一つの場所より他の場所に媒體を経て傳はることとなる。さればこれを媒達説<sup>2)</sup> (又は媒體説) といふ。これに對して中間に媒體を考へず電氣が電氣に直接作用するとする説を直達説<sup>3)</sup> といふ。

マックスウェル (Maxwell) は媒達説に於て電氣的歪及び磁氣的歪を彈性體歪と同様に考へ、計算の結果電氣現象は光と同じ速度を以つて媒體内を傳るものとなし、光は電氣現象の一部に過ぎないと結論した。これを電磁光論<sup>3)</sup> といふ。其後ヘルツ (Hertz) 等によつて實驗的にも確められ、媒達説の正しいことは、もはや疑ふ餘地のないものとなつた。媒達説に従へば絶縁體はその媒體となる。されば絶縁體のことを電媒質ともいふ。又電氣磁氣現象は真空中をも傳はるから、真空中にも媒體が存在するものとし、これをエーテル<sup>4)</sup> と稱へた。

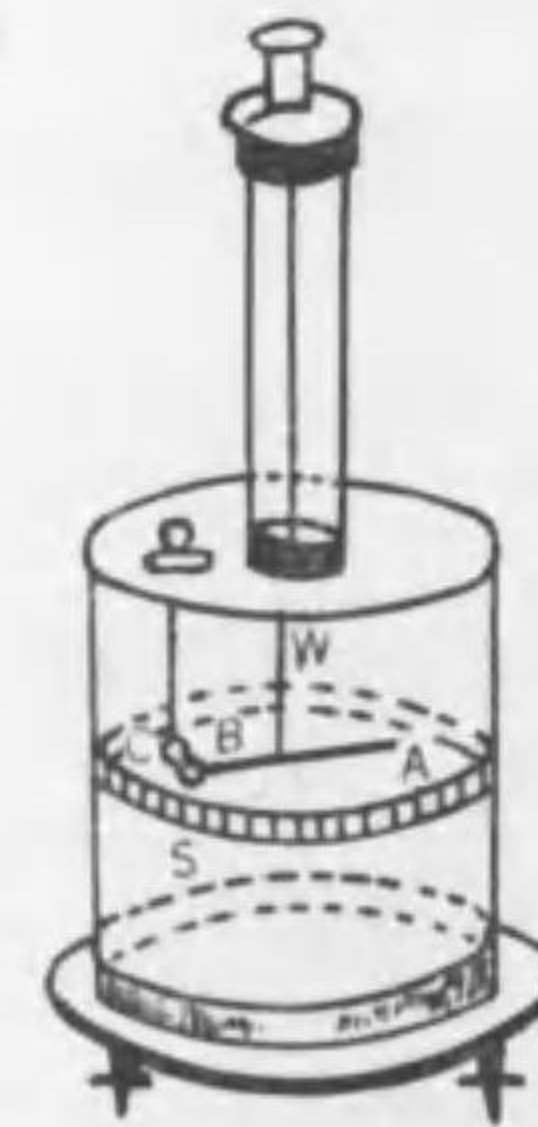
フラデー・マックスウェルの理論は謂はば熱學に於ける熱力學に相當するもので、他方分子運動論にも相當すべき理論が存在する。これに

1) fluid theory, Fluidtheorie      2) medium theory, Mediumtheorie  
3) electromagnetic theory of light, elektromagnetische Lichttheorie  
4) ether, Aether

よれば電氣(又は磁氣)は可分最小單位よりなり、これが物質の粒子に附隨して種々の物質を形成すると共に、種々の電氣(磁氣)現象を示すものとする。かゝる説を電子論といふ。

本章以下第十五章に記する現象は大體媒達説により説明し得るものであり、第十六章に記す現象はその説明に電子論を用ふるを要するものである。

§5 クーロムの法則 軽い絶縁體 AB の一端に鍍金した木髓 B を附し、細い銀線 W で硝子圓筒内に水平に吊す。B と同様



174 ■

の木髓 C を帶電し、B と同じ高さにおく。B が C に接すれば B は C の電荷の 1/2 を得、相互の反撥により針金 W は振れ、振れの角は B、C 間に働く力の能率に比例する。初め B の C に接するとき W に振れの無い様にすれば、振れの角は圓筒側面の目盛 S より知ることが出来、兩球間の電氣力及び距離を測定することが出来る。器の頭にあるネジにより W を振り、兩球間の距離を變化して電氣力を測定すれば電氣力と距離の長短との間の關係を得る。次に C を取り出し、同様な他の木髓と接觸せしめると C は電荷を分ち、もとの 1/4 となり、更に同様な他の木髓に接觸せしめると電荷はもとの 1/8 となる。斯様な操作をほどこして得た C を用ひ B との間の斥力を求めると電荷の大小と電氣力との關係を得る。クーロム (Coulomb) は斯様にして「二つの電荷の間に働く力即ち電氣力は距離の二乗に逆比例し、電荷の大きさの積即ち電氣量の積に比例する」といふ結果を得た。これを静電氣力に關するクーロムの法則といふ。二つの電氣量を  $q, q'$  とし電荷(嚴密には點狀)の距離を  $r$  とすれば、この間に働く電氣



力Fは

$$F = k \frac{qq'}{r^2} \dots\dots\dots(1)$$

こゝにkは比例常數である。(1)に於てq, q'の正負は電氣の正負を示し, Fの正負は斥力及び引力を示すものとすれば, この式は方向をも含むこととなる。

真空中, 等量の電氣を1cm離して置いたとき, 互に作用する電氣力が1ダインなる如き電氣量を單位にとり, これを電氣量の1 C. G. S 静電單位といふ。かくの如く電氣量の單位を定めると真空中(大體に於て空氣中)に於てはk=1となり(1)は

$$F = \frac{qq'}{r^2} \dots\dots\dots(2)$$

(2)によれば電氣量の元は

$$[MLT^{-2}] = [q^2]/[L^2] \text{ 故に } [q] = [M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}] \dots\dots\dots(3)$$

又電氣量の1 C.G.S 静電單位は小に過ぎるから, この $3 \times 10^9$ 倍を實用單位にとりこれを1 クーロム<sup>1)</sup>といふ。

§6 電場 静止せる電荷の近傍は他の電荷に電氣力を及ぼす。かゝる作用の及ぶ範圍を静電場<sup>2)</sup>又は單に電場<sup>3)</sup>といふ。電場内の一點に單位正電氣を持ち來るとき, これに作用する力によつて電場の強さ<sup>4)</sup>を表す。されば電場の強さはベクトル量である。強さEなる電場に電荷qを置くと, これに働く力Fは定義により

$$F = qE \dots\dots\dots(1)$$

ベクトルEの大き及び方向が至る所等しい様な電場を一様な電場といふ。電場が多くの點狀電荷 $q_i (i=1, 2, \dots)$ に基くときは, Eはこれらの點狀電荷が單位正電氣に及ぼす力のベクトル和即ちクーロムの法則による力 $q_i/r^2$ のベクトル和で與へられる。

1) coulomb, Coulomb  
2) electrostatic field, elektrostatisches Feld  
3) electric field, elektrisches Feld  
4) field intensity, Feldstärke

電場の強さの單位は(1)より明かに, 單位正電氣に作用して單位の力を及ぼす如き強さの電場である。又その元は

$$[MLT^{-2}] = [M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}][E] \text{ 故に } [E] = [M^{1/2}L^{-1/2}T^{-1}] \dots\dots\dots(2)$$

電場内に曲線を引き, この上の任意の點に於ける切線が, その點の電場の方向を示す如き線を静電力線<sup>1)</sup>又は單に電力線<sup>1)</sup>といふ。電力線は電氣の動く方向を示し, 正電氣の動く方向を電力線の正の方向とする。單位正電氣は正電荷には反撥され, 負電荷には吸引される。従つて電力線は正電荷より發し負電荷に到る。又導體の内部では電氣は自由に動くことが出來, もし電力線が存在せば電氣はその方向に動く。されば静止の状態では電力線は存在せず, 導體の内部及びその表面に沿つては電場は零である。

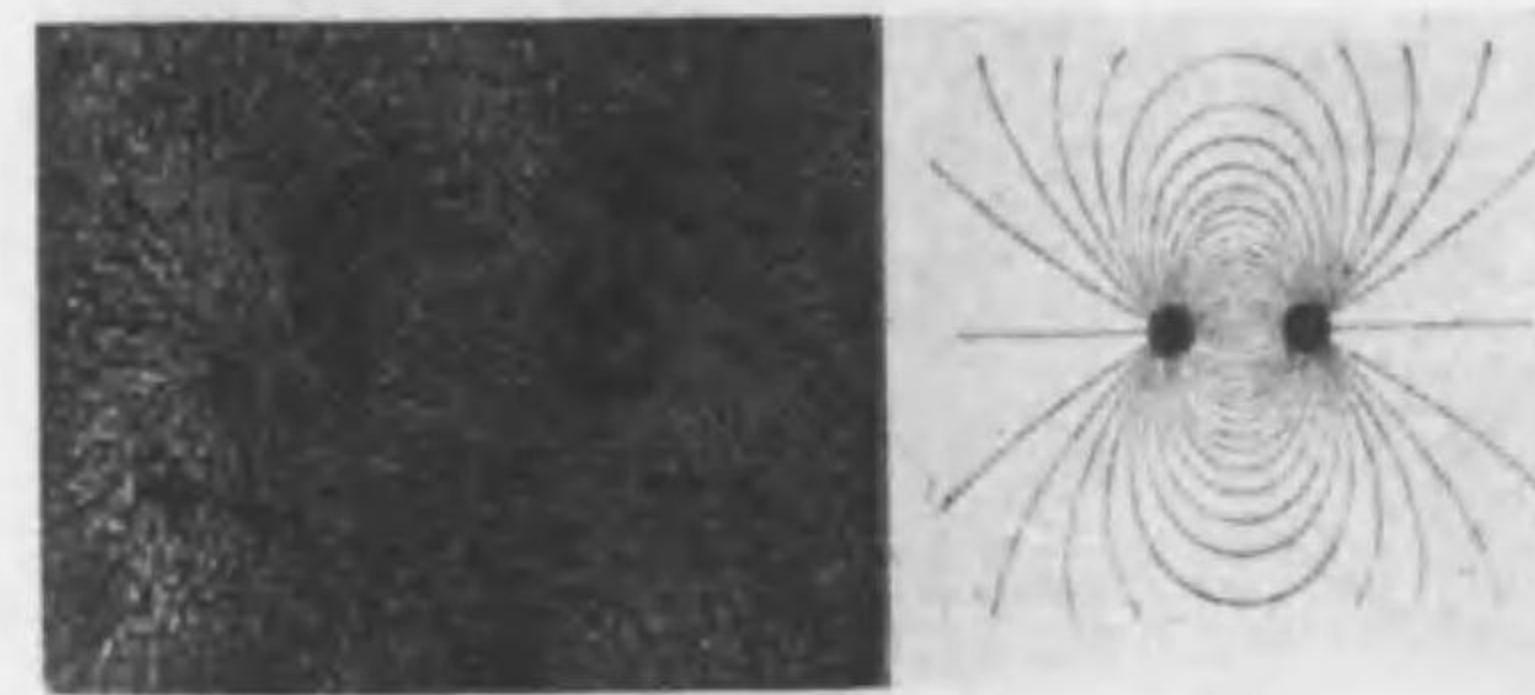
鍍金した木髓球を細い石英棒の兩端に附し, これを針の上に支へた



ものを電氣針といふ。木髓球に正負, 同量の電氣を與へると, 石英棒は電場の方向に向ふ。各點に於ける電場の方向をしらべ, これを滑かな線でつなげば

175 圖

電力線を得る。又檢べんとする帶電體の模型を鋤箔にて硝子板上につくり, 石膏粉をふりかけると石膏粉は一時電氣針の役目をなし, 圖の如き電力線を示す。



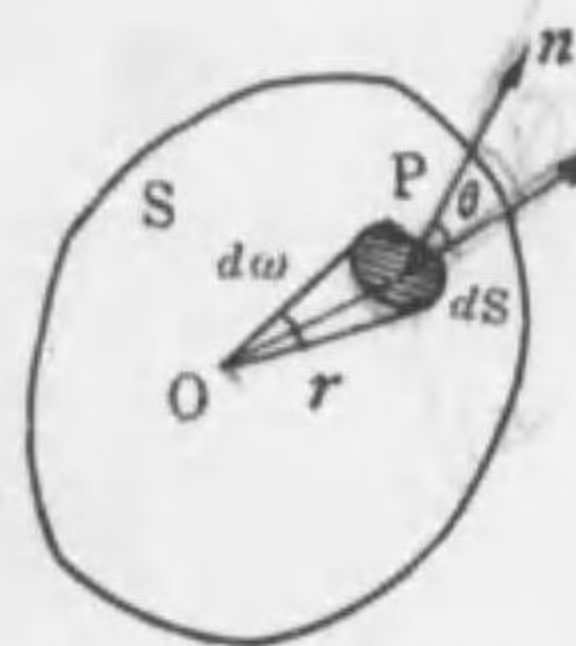
176 圖

§7 ガウスの定理 電場内に面積dSをとり, dSの法線nと電場の強さEとのなす角をθとする。Eのnの

1) line of electric force, elektrische Kraftlinie

方向の成分  $E \cos \theta$  と  $dS$  との積は  $dS$  を通過する電力線の束を示し、これを  $n$  の方向に  $dS$  を通過する電力束<sup>1)</sup> といふ。これを  $dN$  とすれば

$$dN = E \cos \theta dS \dots \dots \dots (1)$$



177 圖

次に空間内の閉曲面  $S$  を通過する全電力束を考へる。先づ圖に於て閉曲面  $S$  内の一<sup>1)</sup> 點  $O$  に電氣量  $q$  が存在するとき、 $S$  上の一<sup>1)</sup> 點  $P$  に於て  $dS$  をとる。  $OP$  間の距離を  $r$  とすれば  $P$  點に於ける電場の強さ  $E$  は

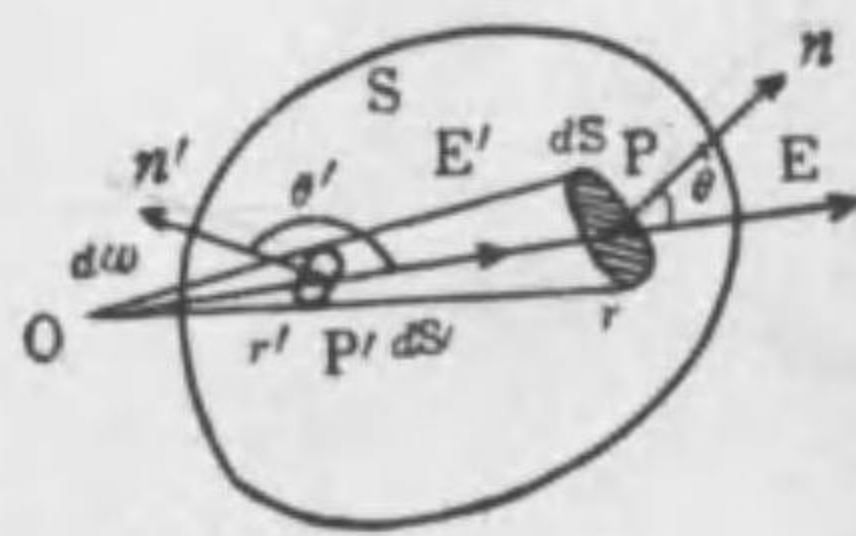
$$E = \frac{q}{r^2} \dots \dots \dots (2)$$

$P$  に於て  $dS$  の外方への法線  $n$  と  $E$  とのなす角を  $\theta$ 、 $dS$  が  $O$  に對して張る立體角を  $d\omega$  とすれば

$$d\omega = \frac{dS \cos \theta}{r^2} \dots \dots \dots (3)$$

閉曲面  $S$  を通過する全電力束  $N$  は

$$N = \oint E \cos \theta dS = \oint \frac{q}{r^2} \cos \theta dS = q \oint \frac{dS \cos \theta}{r^2} = q \oint d\omega = 4\pi q \dots \dots \dots (4)$$



178 圖

積分符號に小圓を附せるは表面全體に互つて積分すべきことを意味する。

次に閉曲面  $S$  外の一<sup>1)</sup> 點  $O$  に電氣量  $q$  が存在するときは 178 圖に示す如く

1) flux of electric force, elektrischer Kraftfluss

$S$  上の一<sup>1)</sup> 點  $P, P'$  に於て  $dS, dS'$  をとり、これを一對として考へる。  $OP, OP'$  をそれぞれ  $r, r'$ 、 $P, P'$  に於て  $dS, dS'$  の外方に向ふ法線  $n, n'$  とその點に於ける電場の強さ  $E, E'$  との間の角をそれぞれ  $\theta, \theta'$  とし、 $dS$  及び  $dS'$  が  $O$  に對して張る立體角を  $d\omega$  とすれば  $dS$  及び  $dS'$  を通過する電力束  $dN$  は

$$dN = E \cos \theta dS + E' \cos \theta' dS' = \frac{q}{r^2} \cos \theta dS + \frac{q}{r'^2} \cos \theta' dS' = q d\omega - q d\omega = 0 \dots \dots \dots (5)$$

従つて  $S$  全部を以上の如くに分けて考へると、 $S$  を通過する全電力束  $N$  は

$$N = \oint E \cos \theta dS = 0 \dots \dots \dots (6)$$

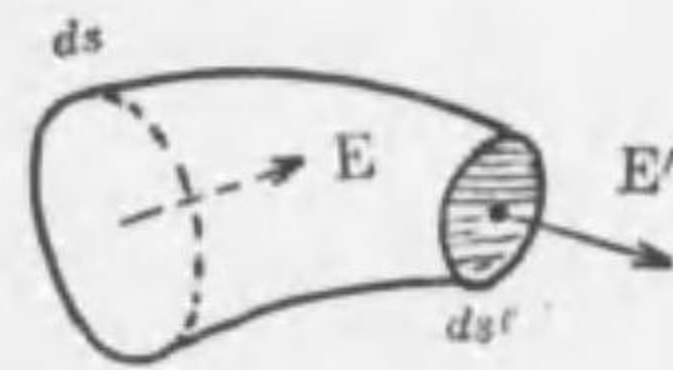
最後に閉曲面  $S$  の内外に多くの電氣量  $q_i (i=1, 2, \dots, p, p+1, \dots, s)$  が存在し、 $i=1, \dots, p$  は  $S$  内に、 $i=p+1, \dots, s$  は  $S$  外に存在するものとすれば、これらの電氣量による電場の強さ  $E$  の  $S$  上の一<sup>1)</sup> 點  $P$  に於ける法線の方向の成分  $E \cos \theta$  は、各電氣量による電場の強さ  $E_i$  のこの方向の成分  $E_i \cos \theta_i$  の和に等しい。されば  $S$  を通過する全電力束  $N$  は

$$N = \oint E \cos \theta dS = \oint \sum_{i=1}^s E_i \cos \theta_i dS = \sum_{i=1}^p \oint E_i \cos \theta_i dS + \sum_{i=p+1}^s \oint E_i \cos \theta_i dS = 4\pi \sum_{i=1}^p q_i \dots \dots \dots (7)$$

即ち「電場内の閉曲面を通過する全電力束は内部の總電氣量の  $4\pi$  倍に等しい」これをガウス (Gauss) の定理といふ。

或る閉曲面で包まれる物体内に連続的に電荷があるときは、これらの電荷を細分して、その各をあたかも點狀電荷の如く考へると、これらに對してもクーロムの法則が成立し、従つてガウスの定理も成立する。

§8 電力管 電場の方向は単位正電氣に作用する力の方向によつて定まり、電荷のある點、電場零の點を除けば電場内の一點を通る電力線は唯一本である。されば電力線は交らない。



179 圖

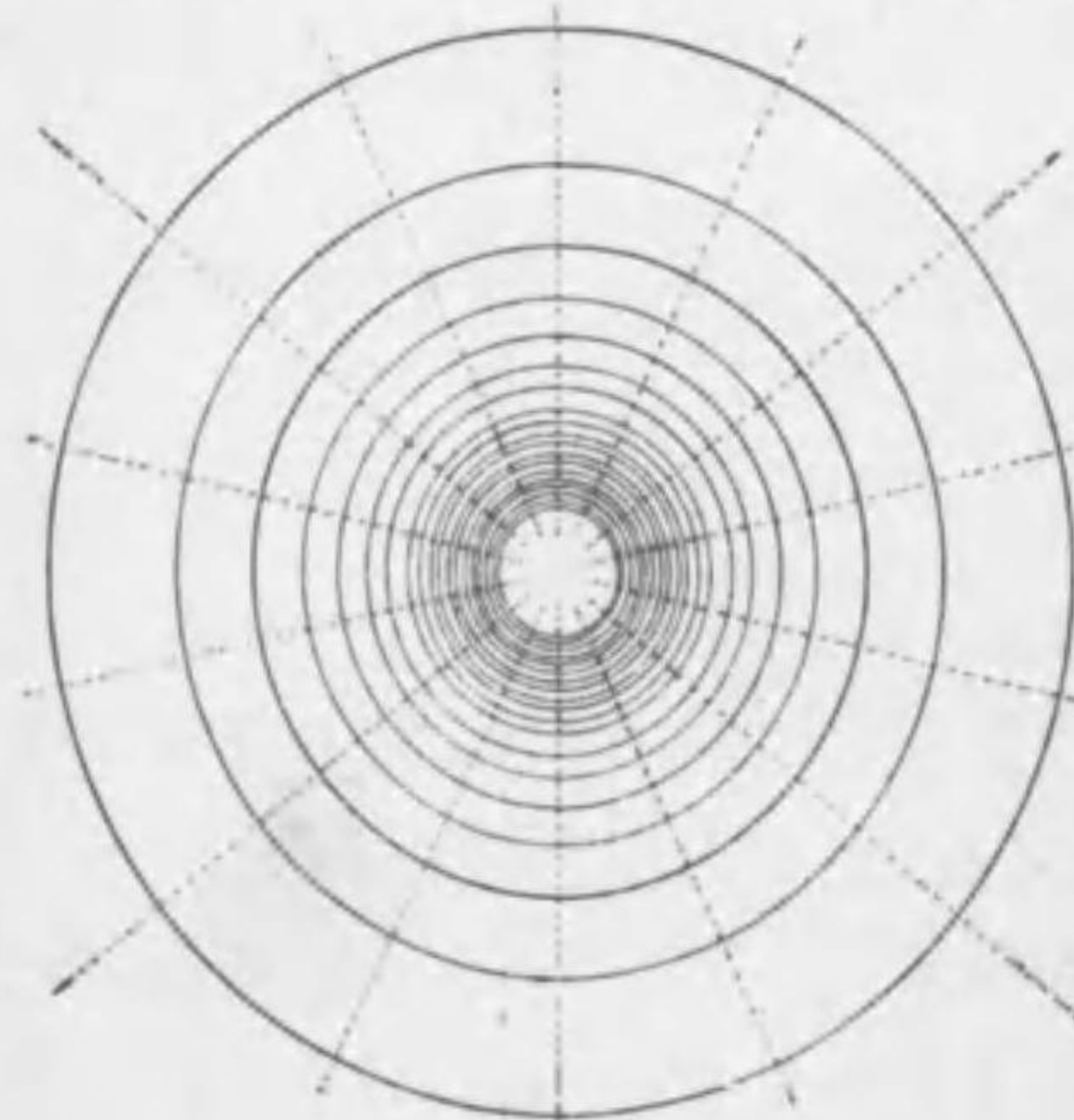
一つの電力線に垂直な面積  $ds$  の周囲を通る電力線は管を作る。これを電力管といふ。179 圖に於て電力管の任意の二點に於ける垂直断面積を  $ds, ds'$  とし、これと電力管の側面の作る閉曲面にガウスの定理を適用する。側面を通過する電力束は零であり、断面では電場の強さ  $E, E'$  の方向と法線の方向は一致するから電力束  $dN$  は

$$dN = \ominus EdS + E'dS' \dots \dots \dots (1)$$

内部に電氣量のなきときは  $dN=0$  であるから

$$EdS = E'dS' \dots \dots \dots (2)$$

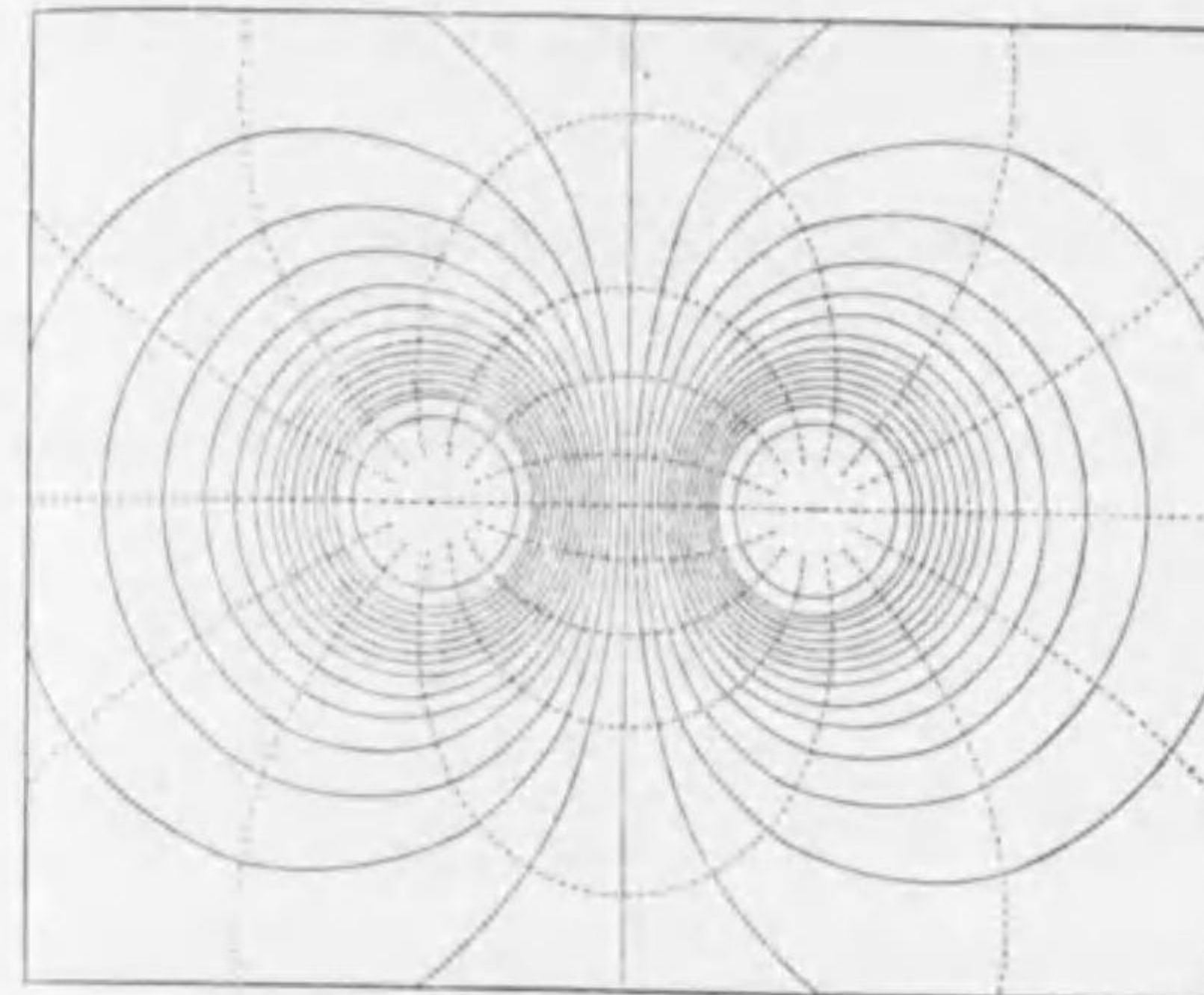
即ち一本の電力管については垂直断面積と電場の強さの積即ち電力管の任意の断面を通過する電力束は一定である。この値の1なる如きものを単位電力管といふ。単位電力管によつて電場を隙間なく分ち、今後各、に一本宛の電力線を引くものとする。単位電力管については電力束  $EdS=1$  であるから、強さ  $E$  なる電場では断面積は



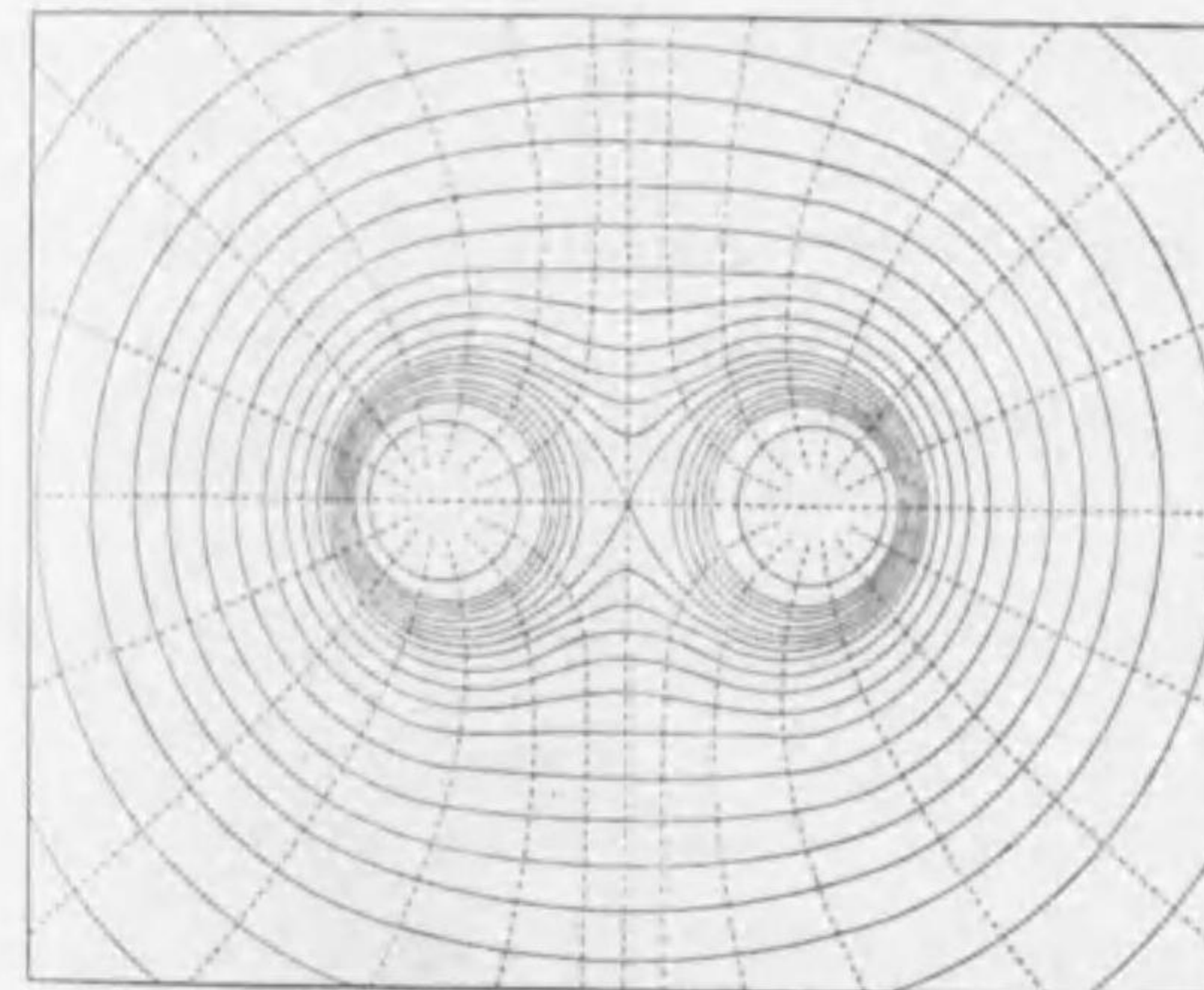
180 圖 I

1) tube of electric force, elektrische Kraftrohre

N: 電力束 } energy.  
F: 光束 }



180 圖 II



180 圖 III

$1/E$  となる。従つて單位面積について電力線は  $E$  本引けることとなる。即ち電力線の方向及び密度を見れば電場の強さが明かとなる。

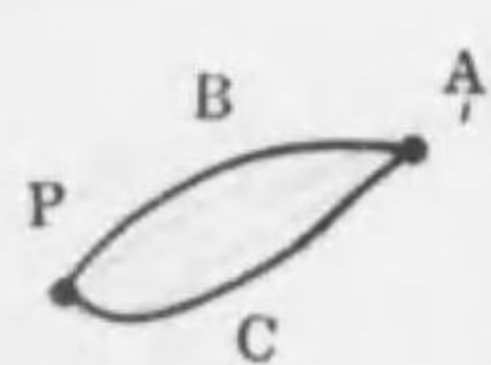
180 圖に於ける點線はその二三の例を示す。

電氣量  $q$  を含む閉曲面をその外方に向つて通過する電力束はガウスの定理により  $4\pi q$  であり、この面上には

$4\pi q$  箇の單位電力管があり、 $4\pi q$  本の電力線を引き得る。而して  $4\pi q$  本の電力線は正電氣量  $q$  より出で負電氣量  $-q$  に入る。

§9 電位 電場内に正電氣を置くと、これは電力線の方向に沿つて動く。このとき電場は荷電體に仕事をする。又これを反對の方向に動かすには荷電體に對し外より仕事をなすを要

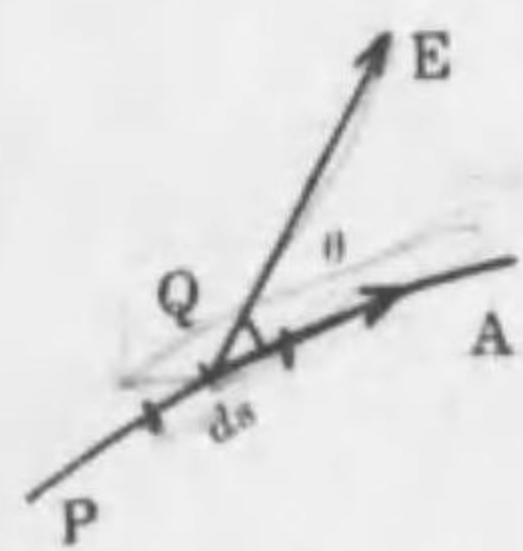
する。負電気についてはこれと反対である。電場内に二点 A, P をとり, A より P に到る任意の二つの道を ABP, ACP とする。正電気を ABPCA なる閉曲線に沿つて動かし, もとの位置にも



181 圖

どすと, エネルギー保存の法則により, この際外力のした仕事の総和は零である。従つて正電気を A より P に持ち來たすに要する仕事は ABP によるも, ACP によるも同一である。特に A を無限遠点にとり, これを基準とすれば, 単位正電気を P まで持ち來すに要する仕事即ち単位正電気が P 點に於て有すべき位置のエネルギーは P 點の位置のみによつて定まる。これを電位<sup>1)</sup>といふ。A より P に正電気を持ち來す場合, 外より仕事を要するとき, P の電位は A の電位よりも高いといひ, その電位差を正とする。特に A が基準であるときは A の電位は零であるから PA 間の電位差は即ち P の電位となる。この約束にしたがへば, 正電気は電位の低下する方向に移動し, 負電気は電位の高上する方面に移動する。

電場内に二点 P, A をとり, これを結ぶ任意の曲線を s とする。s 上の一<sup>1)</sup>点 Q を含み ds をとり, Q に於ける電場の強さ E と ds のなす角を  $\theta$  とせば  $E \cos \theta$  は E の ds の方向の分力であり, これに抗して単位正電気を ds だけ A より P の方向に動かすに要する仕事即ち ds 間の電位差 dV は



182 圖

$$dV = -E \cos \theta ds \dots \dots \dots (1)$$

されば PA 間の電位差  $V_P - V_A$  は

1) electric potential, elektrisches Potential

$$V_P - V_A = - \int_s^r E \cos \theta ds \dots \dots \dots (2)$$

又 (1) より

$$-\frac{dV}{ds} = E \cos \theta \dots \dots \dots (3)$$

(3) より電位 V の s の方向の勾配(微分係数)は, 電場の強さ E のその方向の成分を示す。

一点 O に存する點状電荷 q のため生ずる電場内の一点 P の電位を求める。正電気を動かす道を電場の方向にとれば (2) に於て  $\theta = 0$  であり, OP 間の距離を r とすれば

$$V = - \int_{\infty}^r \frac{q}{s^2} ds = \left[ \frac{q}{s} \right]_{\infty}^r = \frac{q}{r} \dots \dots \dots (4)$$

電位はスカラー量であるから, 多くの點状電荷  $q_i (i=1, 2, \dots)$  よりそれぞれ  $r_i$  だけ距る點 P の電位 V は

$$V = \sum \frac{q_i}{r_i} \dots \dots \dots (5)$$

又定義より明かに電位 V なる一点に於ける電荷 q' の有する位置のエネルギー W は

$$W = q' V \dots \dots \dots (6)$$

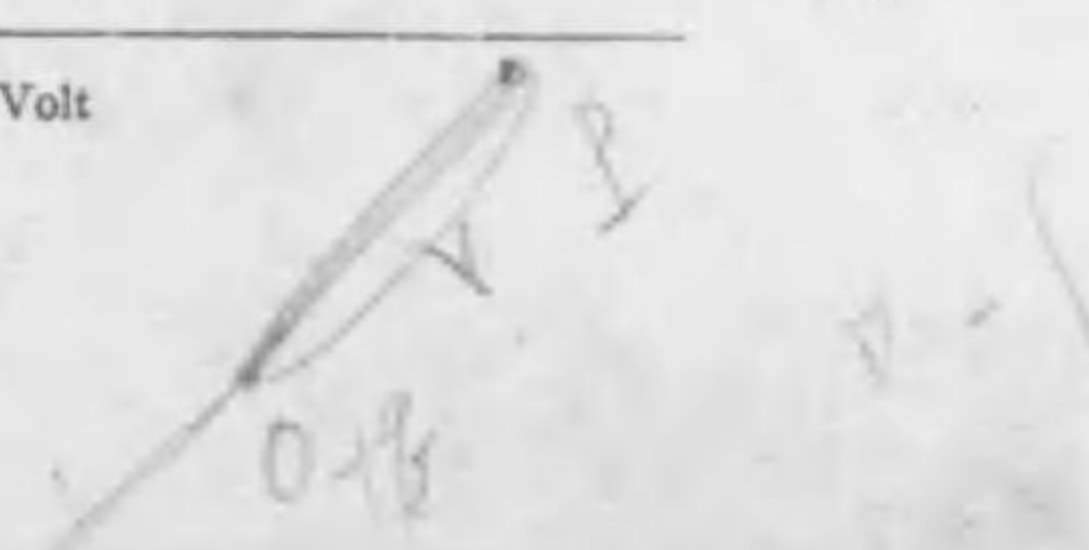
正の 1 静電單位の電氣量を運ぶに要する仕事が 1 エルグなる如き二點間の電位差を電位又は電位差の C.G.S 單位にとる。その元は (6) 及び §5 (3) より静電單位に對しては

$$[ML^2T^{-2}] = [M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}][V] \text{ 故に } [V] = [M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}] \dots \dots (7)$$

又 1 クーロムの電氣量を運ぶに 1 ジュールの仕事を要する如き二點間の電位差を電位の實用單位にとり, これを 1 **ヴォルト**<sup>1)</sup> といふ。

$$1 [\text{ヴォルト}] = \frac{1 [\text{ジュール}]}{1 [\text{クーロム}]} = \frac{10^7 [\text{エルグ}]}{3 \times 10^9 [\text{C.G.S. 静電單位}]} = \frac{1}{300} [\text{C.G.S. 静電單位}] \dots \dots (8)$$

1) volt, Volt



電場に於て電位の等しい点の集りは一つの面を形成し、これを等電位面<sup>1)</sup>といふ。等電位面上に曲線  $s$  をとれば、これに沿つては  $dV=0$  であり、(1) より  $\cos\theta=0$  となり、 $ds$  は  $E$  に垂直即ち電力線は等電位面に垂直となる。

§6により導体内及び其表面に沿ひては至る所、電場の強さは零であるから(1)より  $dV=0$  となり、電位は一定である。従つて導体の表面は等電位面であり、電力線はこれに垂直である。

等電位面に垂直な方向に  $ds$  をとり、特にこれを  $dn$  と書けば(3)より

$$-\frac{dV}{dn} = E \dots\dots\dots(9)$$

等電位差を隔てて一つ宛の等電位面を描けば  $E$  の大なる所ほど面は密になる。これによつても電場の様子を示すことが出来る。等電位面と一平面との交りを等電位線といひ、180 圖に於ける實線はその二三の例を示す。

唯一箇の點狀電荷による等電位面は(4)により、これを中心とする球面である。従つて電力線はこれより放射する直線である。

又電荷  $q$  を有する半径  $a$  なる球狀導體を考へるに、球の中心を中心とする半径  $r(>a)$  の球面をとれば、この面上の電場の強さ  $E$  は對稱の理により大さ相等しく、半径の方向に向ふ。この面にガウスの定理を適用すると

$$4\pi r^2 E = 4\pi q \quad \text{故に} \quad E = \frac{q}{r^2} \dots\dots\dots(10)$$

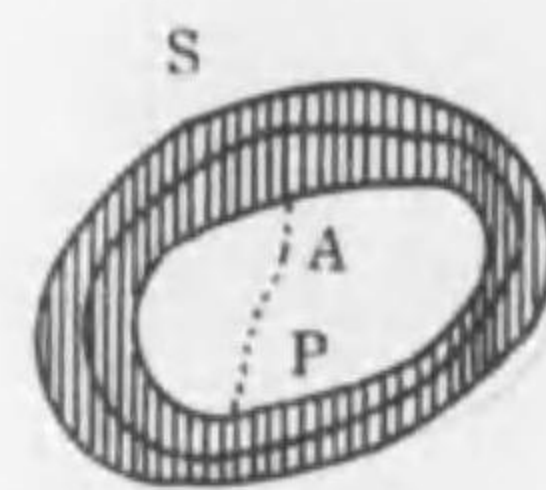
即ち球の中心に全電荷が集つたと同様である。さればこの點の電位  $V$  は  $q/r$  となり、等電位面は  $r$  が一定なる球面である。特に  $r=a$  なる等電位面は導體の表面であり、表面の電位は  $q/a$  に等しい。

1) equipotential surface, äquipotentielle Fläche  
2) 等電位面

$dV = -E \cos\theta ds$   
 $dV = 0$

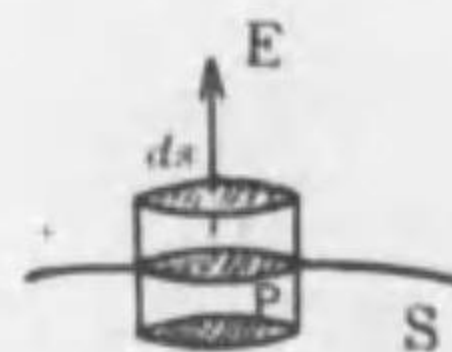
電位を考へる場合實際上重要なのはむしろ電位差である。されば實驗の場合は便宜上地球の電位を基準にとり、これを零とする。

§10 導體の表面 帶電した導體の内部に任意の閉曲面をとる、これにガウスの定理を適用すると、導體の内部の電場は至る所零であるから、この面を通過する全電力束は零となり、その内部には電氣は存在しないことを示す。即ち導體の電荷は總て



183 圖

表面に現れる。次に中空導體をとり 183 圖に示す如く全部この導體内部に含まれる閉曲面  $S$  をとれば矢張りその内部の電氣量の和は零となる。しかるに今若し中空の内面  $A$  に正電氣が存在すると假定すれば、 $A$  より出づる電力線は中空内面の何處か負電氣のある所例へば  $P$  に入る。従つて  $A$  の電位は  $P$  の電位よりも高いこととなり、導體は等電位であるといふ事實に矛盾する。即ちこの場合にも電荷は中空内面には存在せず、外面にのみ現れる。



184 圖

次に兩底面  $dS$  がそれぞれ導體の内外にある直圓筒狀閉曲面をとる、これにガウスの定理を適用する。導體のすぐ外では電場の強さ  $E$  は表面に垂直であり、内では零である。

$dS$  を表面に平行且つ無限に接近せるものとすれば

$$EdS = 4\pi\sigma dS$$

$$E = 4\pi\sigma \dots\dots\dots(1)$$

こゝに  $\sigma$  は  $dS$  に於ける單位面積上の電氣量即ち電氣量の表面密度を示す。

導體上の一箇點  $P$  のすぐ外に於ける電場の強さ  $E=4\pi\sigma$  は、 $P$  の近傍の導體上の電荷による電場の強さ  $E_1$  と、これ以外の部分に

$E = \frac{q}{r^2}$   
 $E = \frac{q}{r^2}$   
 $E = \frac{q}{r^2}$   
 $E = \frac{q}{r^2}$

よる強さ  $E_2$  との二つの部分よりなると考へることが出来る。  
 P のすぐ内では電場は零であり、 $E_2$  は實際上同じであるが、 $E_1$  の部分は方向が反対となる。即ち

$$E_1 + E_2 = 4\pi\sigma \quad \text{及び} \quad -E_1 + E_2 = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

故に  $E_1 = E_2 = 2\pi\sigma \quad \dots\dots\dots(3)$

されば P の近傍の  $dS$  上の電荷  $\sigma dS$  に他より作用する力は (3) 及び (1) から

$$F = E_2 \sigma dS = 2\pi\sigma^2 dS = \frac{E^2}{8\pi} dS \quad \dots\dots\dots(4)$$

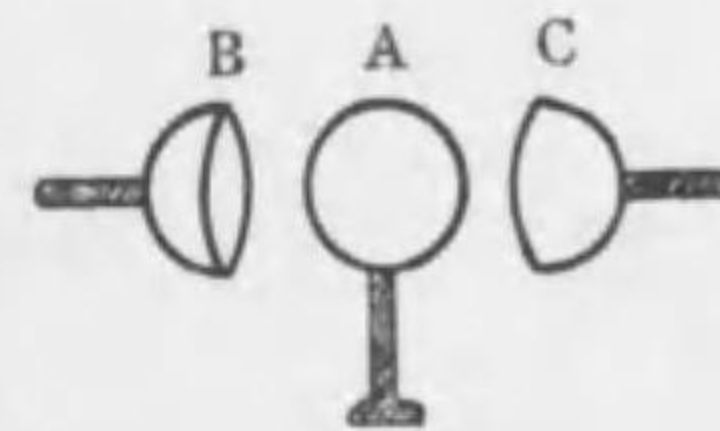
よつて単位面積について作用する力即ち張力 T は

$$T = 2\pi\sigma^2 = \frac{E^2}{8\pi} \quad \dots\dots\dots(5)$$

この力は導体の外方に向ふ。このことは石鹼球を帯電して実験することが出来る。

帯電導体の電荷が表面に集ることは種々の方法によつて実験的に示すことが出来る。中空の金属器を絶縁して帯電せしめ、これに穿たれた小孔より驗盤を入れ、内面に電荷の存在しないことを驗電器により檢する。この場合金属器の形は任意であるが特に球状のとき、この内部に電場が存在しない事はクーロムの法則より證明し得、又逆にこの法則が成立しない時は電場も零とならない。カベンヂッシュ (Cavendish) 及びマクスウェルは電場が零なることを実験的に證明し、これよりクーロムの法則が正確に成立することを確めた。

又絶縁した金属球 A を帯電し、これに丁度はまる二つの半球 B, C



185 圖

を A に接して蔽へば A の電荷は盡く B, C に移ることが驗電器により確められる。フレラデーは絶縁した金網の籠に驗電器を入れ感應起電機により籠を帯電したが驗電器には何等の影響もないことを確めた。

§11 導体の電気容量及び電気の配布 絶縁した導体を帯電すれば導体は全體として同一電位となる。導体の電位 V とその電荷 q とは比例する。即ち

$$q = CV \quad \dots\dots\dots(1)$$

比例常数 C を導体の電気容量<sup>1)</sup>といひ、表面の形、周圍にある物質、其他附近の導体の配置等によつても變化する。しかし單にある導体の電気容量といふときは、その導体が單獨に存在する場合についてである。例へば電荷 q を有する半径 a なる球狀導体が空間(真空中又は空氣中)に單獨にあるときは、その電位 V は  $q/a$  に等しく [§9], 従つて (1) より電気容量は

$$C = q/V = a \quad \dots\dots\dots(2)$$

即ち真空中(又は空氣中)に於ける導体の球の電気容量はその半径に等しい。

單位電氣量を以つて電位を單位だけ高め得る如き容量を電気容量の單位とする。その元は靜電單位のときは (1) 及び §5 (3), §9 (7) より

$$[M^{1/2}L^{3/2}T^{-1}] = [C][M^{1/2}L^{1/2}T^{-1}] \quad \text{故に} \quad [C] = [L] \quad \dots\dots\dots(3)$$

即ち電気容量の靜電單位は長さの單位に等しく、1 cm である。又 1 ヴォルトだけ電位を高めるに 1 クーロムの電氣量を要する如き電気容量をその實用單位にとり、これを 1 ファラッド<sup>2)</sup> といふ。しかしこれは大に過ぎるから、その  $10^{-6}$  を補助單位にとりこれを 1 マイクロファラッド<sup>3)</sup> といふ。

$$1[\text{ファラッド}] = \frac{1[\text{クーロム}]}{1[\text{ヴォルト}]} = \frac{3 \times 10^9}{\frac{1}{300}} = 9 \times 10^{11} \text{ cm} \quad \dots\dots\dots(4)$$

半径 a, a' なる二つの導体の球を相當離して置き、互の作用

1) electric capacity, elektrische Kapazität      2) farad, Farad  
 3) microfarad, Mikrofadar



はないものとする。これを細い針金(即ち導線)で結び全體として一つの導體とし、電荷を與へると、兩球は同一電位  $V$  となる。兩球の有する電荷を  $q, q'$ , 表面密度を  $\sigma, \sigma'$  とすれば

$$4\pi a^2 \sigma = q = aV, \quad 4\pi a'^2 \sigma' = q' = a'V \dots\dots\dots (5)$$

故に  $a\sigma = a'\sigma' = \text{一定} \dots\dots\dots (6)$

- (6)より半徑が小なる程表面密度は大きい。このことより、同一導體上でも電荷の配布は一様でなく、表面の曲率半徑の小さい所には電荷を多く有することが想像される。

實際絶縁した卵形の導體を帶電し、驗盤と驗電器とにより、各點の電荷を検すると、卵形の尖端に於て電荷は最大である。又この尖端の曲率半徑を小にし導體を針狀にすれば尖端には甚だしく電氣が集り、186圖に示す如く電場の強さも非常に大となる。この點では普通の状態に於ける絶縁體(例へば空氣など)も絶縁作用を失ひ電氣は逃れ去る。かゝる作用を尖端作用といひ、避雷針はこの理を應用したものである。



186 圖

187圖に示す如く、水平面内に廻轉し得る金屬球に針をまげて附し、



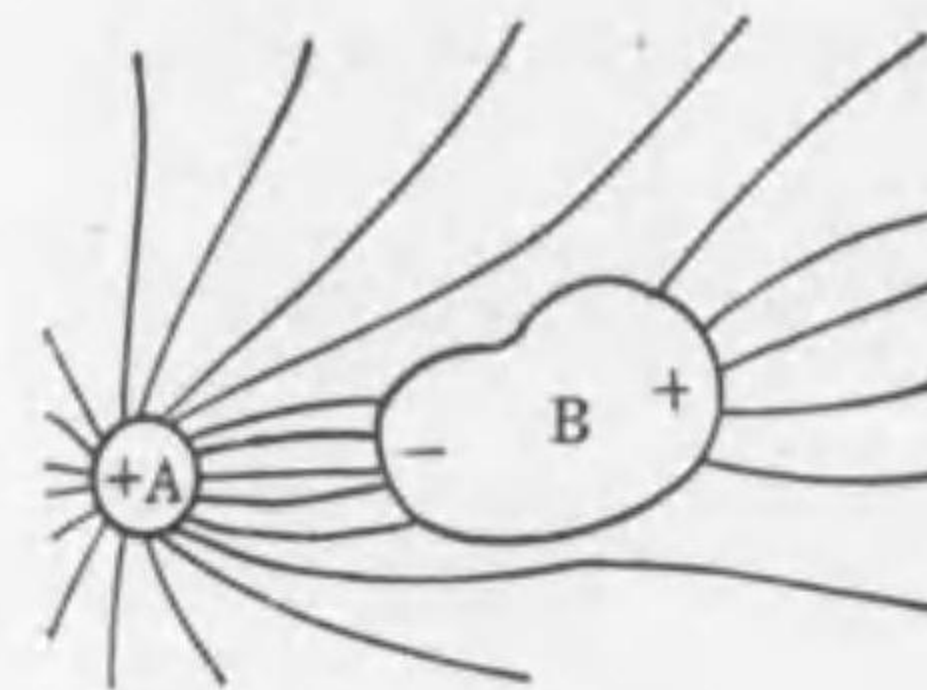
187 圖

感應起電機につなげば尖端より電氣は逃出し、その反作用として球は廻轉する。又逃去る電氣は空氣を伴ふから、點火せる焰を尖端の近くに置けば焰はおしやられる。これを電氣風<sup>1)</sup>といふ。起電機に用ひられる金屬掃

は尖端作用を利用したものであり、極や各部をまるくするのは尖端作用による電氣の逃去を防ぐためである[第十六章 §9 参照]。

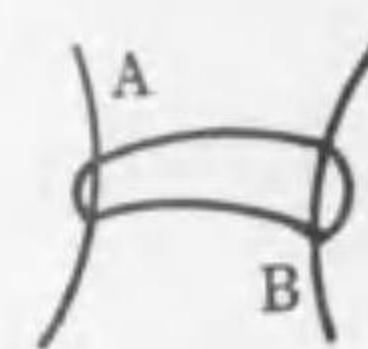
§12 電氣作用の遮斷 帶電した導體 A の近傍に絶縁した導體 B を持ち來すと A による電場の有様は變化し、188圖にその

1) electric wind, elektrischer Wind



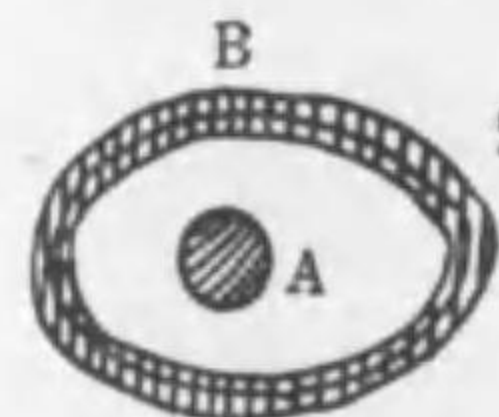
188 圖

大略を示す如く、Bの各部は等電位となる。このためにはBのAに近い端にはAと異なる電氣が現れ、遠い端にはAと同じ電氣が現れる。これ即ち §1 に記した静電感應である。189圖に示す如くAより初まりBに終る一つの電力管をとり、その側面と導體A, B内の一部とよりなる閉曲面にガウスの定理を適用すると、



189 圖

これを通過する電力線は存在せず、全電力束は零である。従つて内部の電氣量の和は零であり、電力管の端には正負等量の電氣量があることを示す。即ち電力管のBの端に生じた感應電氣は電力管のAの端の電氣量に等しい。されば今の場合電力管のことを静電感應管<sup>1)</sup>ともいふ。

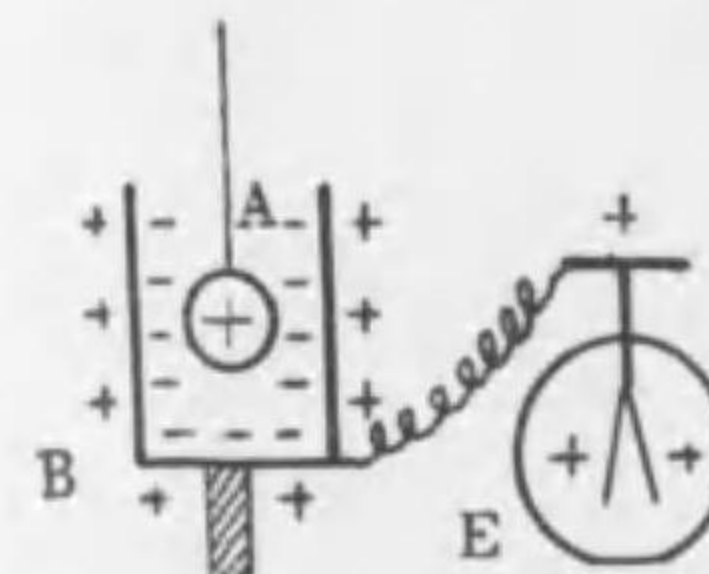


190 圖

帶電體 A が中空導體 B に完全に囲まれて居るときは、Aより出た感應管は總てBの内面に終り、こゝに  $-q$  の感應電氣を生ずる。

このことは 190圖に示す如く全部B導體內に存する閉曲面 S にガウスの定理を適用することによつても證明し得、外の電場の如何に關せず成立する。Bを地絡すれば

Bは地球と同電位となり、内部の影響は少しも外部に現れない。即ち閉じた導體は完全に電場を遮斷する。



191 圖

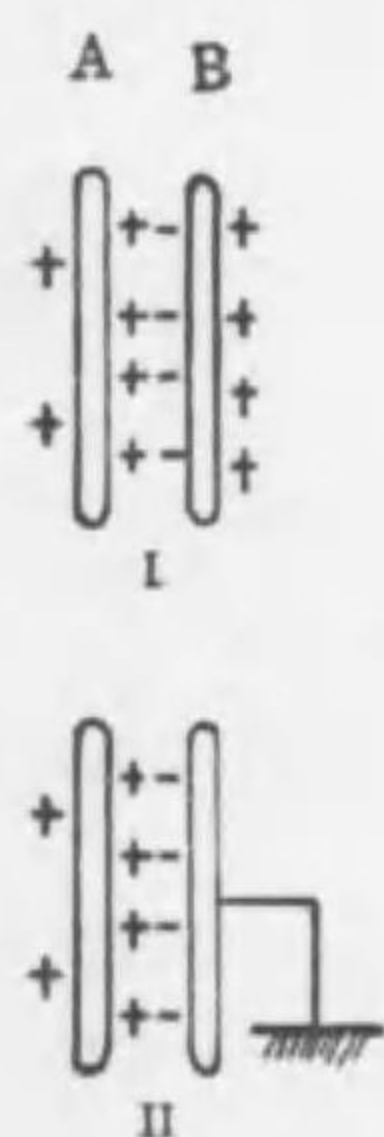
金屬罐 B を絶縁して驗電器 E に結び、正電荷を有する導體 A を絹絲に吊し、B の中に入れて、A の感應により B の内面には負

1) (tube of electrostatic induction, elektrostatische Induktionsröhre

電荷、外面及び驗電器の箔には正電荷が現れ、箔は開く。AをBに接しても、Eの箔の開きは變化しないが、接觸後Aを取り出すとAは全く電氣を失つて居ることがわかる。フラデーは斯様にしてAの正電荷と感應によつて現れたBの負電荷とは全く等量であることを實驗的に示した。これをフラデーの水桶の實驗といふ。

尙本節に於ては靜電感應管と電力管とは全く一致するのであるが、それは媒體としてエーテル(即ち眞空)又は空氣をとつた特別の場合であつて、一般にはこの二つの管は一致しない[§15 以下参照]。

§13 蓄電器 圖に示す如く正電荷を有する導體 A の近くに導體 B を置けば感應電氣のため A の電位は常に下る。B



192 圖

を地絡すれば A より遠い端の B の電荷は逃去り、A の電位は更に下る。従つて A を一定の電位に保つには更に多くの電荷をこれに與へなければならぬ。かくして吾々は適當な装置によりあまり電位を高上さずことなしに多くの電荷を蓄へることが出来る。かゝる装置を蓄電器<sup>1)</sup>といひ、これに電荷を與へることを充電<sup>2)</sup>、取り去ることを放電<sup>3)</sup>といふ。而して A, B 間の單位電位差に対する電荷を蓄電器の容量といふ。

次に蓄電器の容量を求める二三の例を示す。第一に半徑  $a, b$  なる二箇の同心球 A, B よりなる蓄電器の容量  $C$  を求める。對稱の理により電荷は一様に分布し電力線は半徑の方向に向ふ。半徑  $r(a \leq r \leq b)$  の同心球に対してガウスの定理を適用すると

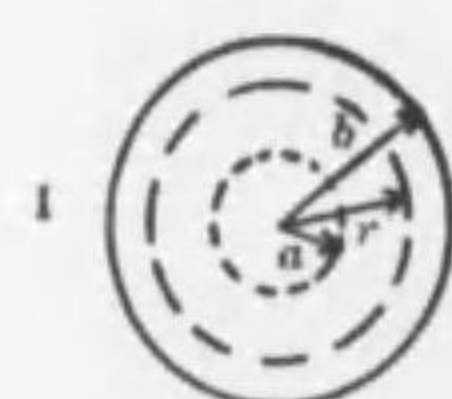
1) condenser, Kondensator  
2) charge, Ladung  
3) discharge, Entladung

2) charge, Ladung

$$4\pi r^2 E = 4\pi q \quad \text{故に} \quad E = \frac{q}{r^2} \dots\dots\dots(1)$$

こゝに  $E$  は半徑  $r$  の球上の電場の強さを示し、 $q$  は半徑  $a$  なる球の電荷である。(1)により半徑  $a, b$  なる兩球間の電位差  $V$  は

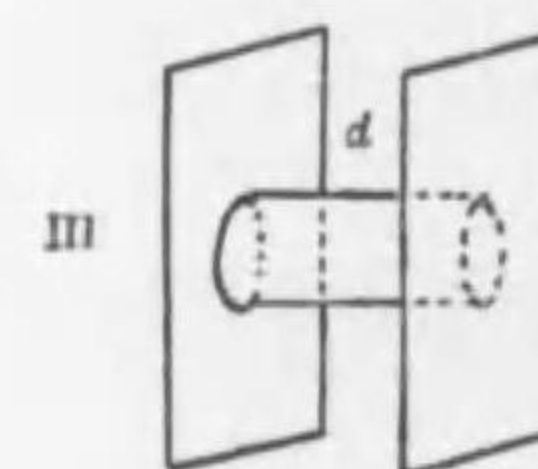
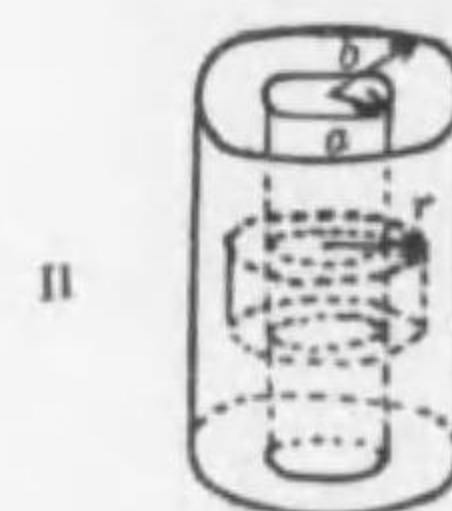
$$V = - \int_b^a \frac{q}{r^2} dr = \left[ \frac{q}{r} \right]_b^a = q \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \dots\dots\dots(2)$$



従つて

$$C = \frac{q}{V} = \frac{ab}{b-a} \dots\dots\dots(3)$$

この場合外側の球 B を地絡してもその容量は變化しない。



193 圖

第二に軸を共有し、長さ  $l$ 、半徑  $a, b$  なる二つの圓筒よりなる蓄電器の容量  $C$  を求める。内側の圓筒が單位の長さに対して有する電荷を  $q$  とし、193 圖 II に示す如く單位の長さを有し半徑  $r(a \leq r \leq b)$  なる圓筒の側面及び底面にガウスの定理を用ひる。端の影響を無視すれば側面上の電場の強さ  $E$  は半徑の方向に向ふ。

$$2\pi r E = 4\pi q \quad \text{故に} \quad E = \frac{2q}{r} \dots\dots\dots(4)$$

よつて電位差  $V$  は

$$V = - \int_b^a \frac{2q}{r} dr = - [2q \log r]_b^a = 2q \log \frac{b}{a} \dots\dots\dots(5)$$

單位の長さの容量を  $C_0$  とすれば

$$C_0 = \frac{q}{V} = \frac{1}{2 \log \frac{b}{a}} \dots\dots\dots(6)$$

されば長さ  $l$  に対しては

$$C = C_0 l = \frac{l}{2 \log (b/a)} \dots\dots\dots(7)$$

第三に面積  $S$  で距離  $d$  だけ距つた二つの平行板よりなる蓄電器の容量  $C$  を求める。単位面積毎の電荷を  $\sigma$  とし、相應する面上に単位面積の底を有する直塙の面にガウスの定理を用ひる。端の作用を無視すれば、電場は一様であり、その強さを  $E$  とすれば

$$E=4\pi\sigma \dots\dots\dots(8)$$

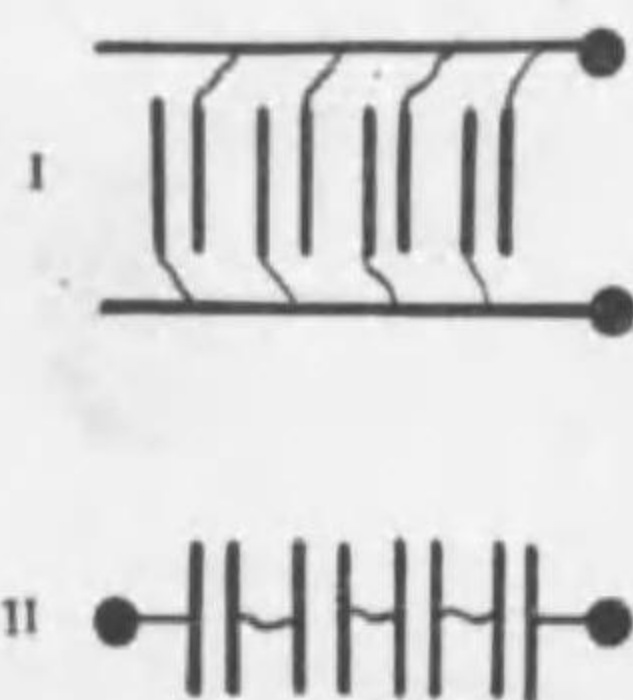
されば兩板の電位差  $V$  は

$$V=Ed=4\pi\sigma d \dots\dots\dots(9)$$

よつて単位面積毎の容量を  $C_0$ 、全容量を  $C$  とすれば

$$C_0=\frac{\sigma}{V}=\frac{1}{4\pi d} \dots\dots\dots(10)$$

$$C=C_0S=\frac{S}{4\pi d} \dots\dots\dots(11)$$



194 圖

次に 194 圖 I に示す如く數箇の蓄電器の兩板の一方のみ及び他方のみを結ぶを並列連結<sup>1)</sup>といふ。各蓄電器の容量を

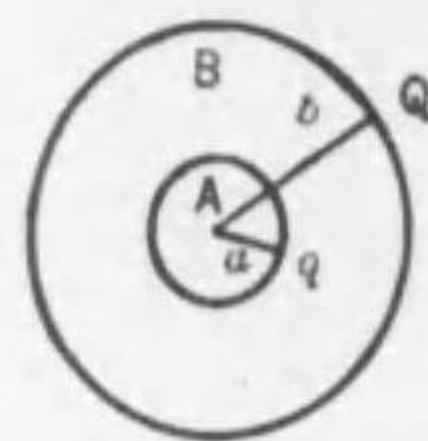
$C_i (i=1, 2, \dots)$ 、その電氣量を  $q_i$  とする。

電位差は共通でこれを  $V$  とし、又全體としての容量を  $C$ 、電氣量を  $q$  とすれば

$$C=\frac{q}{V}=\frac{\sum q_i}{V}=\sum \frac{q_i}{V}=\sum C_i \dots\dots\dots(12)$$

又 294 圖 II に示す如く、一つの蓄電器の電位の低い方の板を他の蓄電器の電位の高い方の板に結び、順次斯様にして數箇の蓄電器を結ぶを直列連結<sup>2)</sup>といふ。各蓄電器の容量を  $C_i (i=1, 2, \dots)$ 、電位差を  $V_i$  とする。電氣量は何れも等しく、これを  $q$  とし、全體としての容量を  $C$ 、電位差を  $V$  とすれば

1) parallel connection, Parallelschaltung  
2) series connection, Serienschaltung



195 圖

$$\frac{1}{C}=\frac{V}{q}=\frac{\sum V_i}{q}=\sum \frac{V_i}{q}=\sum \frac{1}{C_i} \dots\dots\dots(13)$$

195 圖に示す如く二つの導體よりなる同心球 A, B をとり、電荷  $q, Q$  を與へる。B 外即ち  $r \geq b$  なる點の電場の強さ  $E$  は半径  $r$  なる同心球にガウスの定理を

適用することにより  $(Q+q)/r^2$  となり、その電位  $V$  は

$$V=-\int_{\infty}^r E dr = -\int_{\infty}^r \frac{Q+q}{r^2} dr = \frac{Q+q}{r} \quad (r \geq b) \dots\dots\dots(14)$$

されば B の電位  $V_b$  は

$$V_b = \frac{Q}{b} + \frac{q}{b} \dots\dots\dots(15)$$

次に A, B 間即ち  $b \geq r \geq a$  なる點の電場の強さ  $E$  は  $q/r^2$  となり、その電位  $V$  は

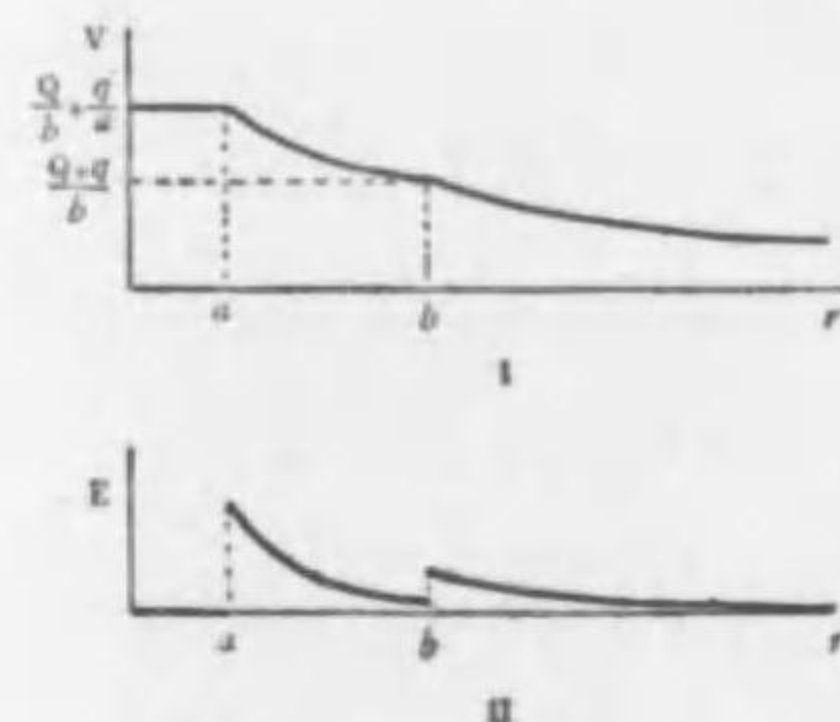
$$V = -\int_{\infty}^r E dr = -\int_{\infty}^b E dr - \int_b^r E dr = V_b - \int_b^r \frac{q}{r^2} dr \\ = V_b + \left(\frac{q}{r} - \frac{q}{b}\right) = \frac{Q}{b} + \frac{q}{r} \quad (b \geq r \geq a) \dots\dots\dots(16)$$

従つて A の電位  $V_a$  は

$$V_a = \frac{Q}{b} + \frac{q}{a} \dots\dots\dots(17)$$

しかるに A の内部には電荷は存在しないから、A 内即ち  $r \leq a$  の點の電位  $V$  は

$$V = V_a = \frac{Q}{b} + \frac{q}{a} \quad (a \geq r) \dots\dots\dots(18)$$



196 圖

(14) より (18) までの關係を圖示すれば 196 圖 I に示す如くであり、各點の電場の強さは 196 圖 II に示す如くである。

今外球 B を地絡すれば  $V_b=0$  となり、(15) より  $Q=-q$  となる。さればこのときの容量  $C$  は

$$C = \frac{Q}{V_A - V_B} = \frac{ab}{b-a} \dots\dots\dots(19)$$

(19) は (3) と同じである。次に内球 A を地絡すれば  $V_A = 0$  となり, (17) より  $Q = -(b/a)q$  となる。従つてそのときの容量 C は

$$C = \frac{Q}{V_B - V_A} = \frac{b^2}{b-a} = \frac{ab}{b-a} + b \dots\dots\dots(20)$$

(20) の第一項は B の内面の電荷に基き, 第二項は B の外面の電荷に基く。

§14 帯電體の静電エネルギー 帯電導體を細分すれば, 各部分は電荷相互の反撥により無限遠の所に到り, この際仕事をす。されば帯電體は静電エネルギーを有し, これは無限遠より電荷を持ち來り, 帯電するに要する仕事に等しい。

先づ空間に單獨に存在する帯電導體のエネルギー W を求める。(電位  $V'$ , 電氣量  $q'$  なる導體に更に  $dq'$  だけの電荷を與へる際に要する仕事  $dW$  は §9 (6) により  $V'dq'$  に等しく) 電位  $V$ , 電氣量  $q$  となるまで帯電するに要する仕事の量即ち静電エネルギー W は

$$W = \int_0^q V' dq' \dots\dots\dots(1)$$

導體の電氣容量を C とすれば

$$W = \int_0^q V' dq' = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{1}{C} \left[ \frac{q'^2}{2} \right]_0^q = \frac{q^2}{2C} = \frac{1}{2} qV \dots\dots\dots(2)$$

次に蓄電器の静電エネルギー W は, 蓄電器の兩板に正負の電氣量  $\pm q$  を分ち, 電位差 V を生ぜしめるに要する仕事に等しい。兩板間に電位差  $V'$  が存するとき, 更に電氣量  $dq'$  を一方より, 他方に移すに要する仕事は  $V'dq'$  に等しい。蓄電器の容量を C とすれば  $V' = q'/C$  であるから

$$W = \int_0^q V' dq' = \int_0^q \frac{q'}{C} dq' = \frac{q^2}{2C} = \frac{qV}{2} = \frac{1}{2} CV^2 \dots\dots\dots(3)$$

空間に單獨に帯電導體が存在する場合, その静電エネルギー W を求める際の積分(1)は次の如く行ふことも出来る。§9(5)によれば電位は一般に  $\Sigma(q_i/r_i)$  の如き形で與へられるから, 電荷を至る所  $\alpha$  倍すれば電位も至る所  $\alpha$  倍される。されば(1)に於て  $V' = \alpha V$ , 及び  $q' = \alpha q$  即ち  $dq' = q da$  とおき,  $\alpha$  を 0 から 1 迄變化せしめると, 丁度電荷零の状態から最後の状態に達する。されば

$$W = \int_0^q V' dq' = \int_0^1 \alpha V q da = qV \int_0^1 \alpha da = \frac{1}{2} qV \dots\dots\dots(4)$$

4) は(2)と全く同結果である。

次に空間に多くの導體 ( $i=1, 2, \dots$ ) が存在するとき, その全静電エネルギー W を求める。導體の電荷を  $q_i$  とし, 電位を  $V_i$  とすれば, 各導體の電位が  $\alpha V_i$  なるとき更に  $q_i da$  だけの電荷を與へるときの仕事は  $\Sigma \alpha V_i q_i da$  に等しい。されば仕事の總量即ち全静電エネルギー W は

$$W = \int_0^1 \Sigma \alpha V_i q_i da = (\Sigma q_i V_i) \int_0^1 \alpha da = \frac{1}{2} \Sigma q_i V_i \dots\dots\dots(5)$$

尙蓄電器の兩板の電荷を  $q_1, q_2$ , 電位を  $V_1, V_2$  とし, (5) を用ひると, この際  $q_1 = q, q_2 = -q, V_1 - V_2 = V$  であるから

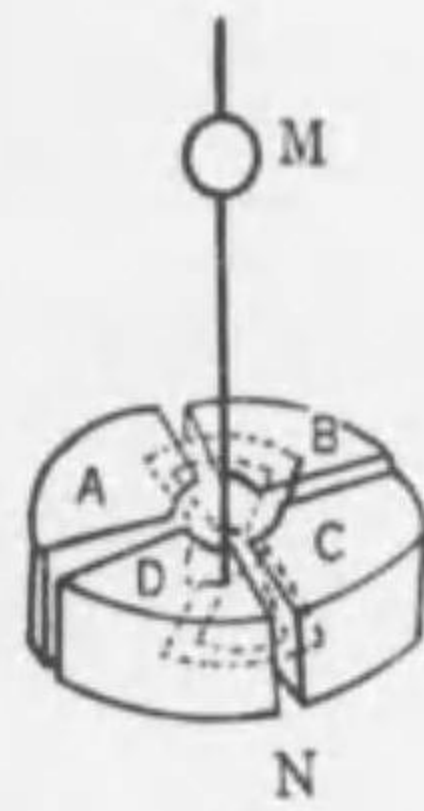
$$W = \frac{1}{2} (q_1 V_1 + q_2 V_2) = \frac{1}{2} q (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} qV \dots\dots\dots(6)$$

(6) は全く (3) と同結果である。

§15 電位計 静電氣力を利用して電位差を測定する装置を電位計<sup>1)</sup>といふ。その原理は何れも測定すべき電位差を以つて帯電した指針を動かし, その振れより求めるのである。

象限電位計<sup>2)</sup>は 197 圖に示す如く, 四象限 A, B, C, D に分れて絶縁された兩端面を有する短い金屬圓筒, 及びこの中に鍍銀せる石英線で吊した軽い金屬針 N よりなる。N を高電位  $V_3$  と

1) electrometer, Elektrometer,  
2) quadrant electrometer, Quadrantelektrometer



197 圖

し、A, C 及び B, D を連結すると、各象限が同電位にあるときは N は中央の位置にあり、A, C が電位  $V_1$ , B, D が電位  $V_2 (< V_1)$  となつたとすれば N は B, D に多く入り、 $\theta$  だけ廻轉する。これを更に  $\delta\theta$  だけ廻轉したと假定すれば AC と N の形成する蓄電器の容量は  $k'\delta\theta$  だけ減じ、BD と N の形成する蓄電器の容量は  $k'\delta\theta$

だけ増す。従つてこの際の假のエネルギーの増加即ち假仕事は §14 (3) により

$$-\frac{1}{2}k'\delta\theta(V_3-V_1)^2 + \frac{1}{2}k'\delta\theta(V_3-V_2)^2 = k'\delta\theta(V_1-V_2)\left(V_3 - \frac{V_1+V_2}{2}\right) \dots\dots(1)$$

及び水晶を振るに要する假仕事  $-k''\theta\delta\theta$  である。こゝに  $k'$ ,  $k''$  は常數である。釣合の状態にあるときは、この仕事の和は零であるから、 $k'/k''=k$  とおき、書き直せば

$$\theta = k(V_1-V_2)\left(V_3 - \frac{V_1+V_2}{2}\right) \dots\dots(2)$$

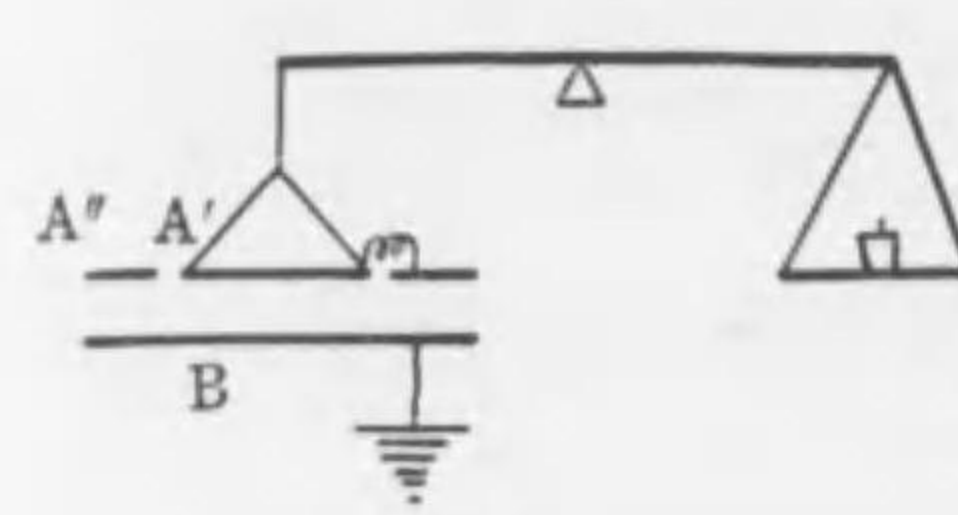
針 N の電位  $V_3$  を A, B の電位にくらべて大であるとすれば (2) は

$$\theta = k(V_1-V_2)V_3 \dots\dots(3)$$

即ち  $k, V_3$  が既知のときは、 $\theta$  を測定すれば電位差  $V_1-V_2$  が求まる。又針 N を AC に連結すると  $V_3=V_1$  となり、(2) から

$$\theta = \frac{k}{2}(V_1-V_2)^2 \dots\dots(4)$$

即ち  $\theta$  を測定すれば  $V_1-V_2$  が求められ、この場合  $V_1-V_2$  は二乗として現れるから急速に交番する電位の平均値をも測定出来る。尙  $\theta$  を精密に測定するため、普通石英線に小鏡 M を附し、光の反射を利用する。



198 圖

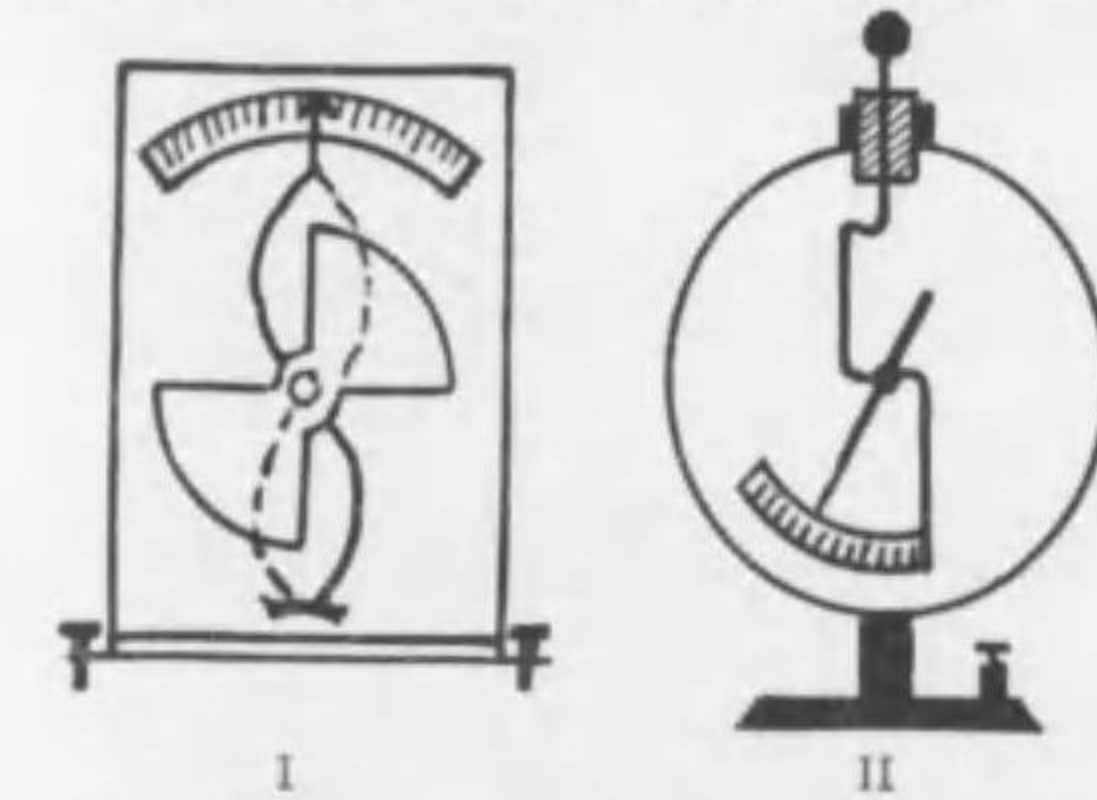
<sup>1)</sup> 絶対電位計は 198 圖に示す如く二つの金屬平行板 AB よりなり、A は中央の圓板 A' と細い針金で連結した周囲の環 A'' よりなる。AB に電位差 V を與へたと

き、A'' は A'B 間の電場を一様にするに役立ち、これを保護環といふ。AB 間の距離を  $d$  とすれば電場の強さ E は  $V/d$  に等しく、§10 (5) により A' に働く力 F は

$$F = S \frac{E^2}{8\pi} = \frac{SV^2}{8\pi d^2} \dots\dots(5)$$

こゝに S は A' の面積を示す。F を秤によつて測定すれば V を C.G.S. 單位によつて求めることが出来る。

<sup>2)</sup> 静電ヴォルト計は 199 圖 I に示す如く、象限電位計の一對の象限 B, D と針とよりなり、針は水平軸の周圍に動き、その振れを直接尺度上に讀む。數千乃至數萬ヴォルトの電位差を測定し得る。



199 圖

數千乃至數萬ヴォルトの電位差を測定し得る。

驗電器も一種の簡単な電位計である。器壁と箔との電位差のため箔は指針の役をなして動く。エクスナー (Exner) の電位計はこれを改良したものであり、別に極を造り、器壁と箔との電位差を明かにする。ブラウ

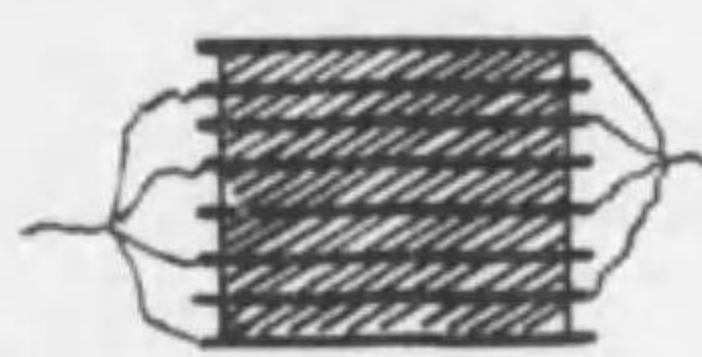
ン (Braun) の電位計は 199 圖 II に示す如く箔の代りに水平軸を有する軽い指針と金屬棒よりなり、數千ヴォルトの電位差の測定に用ひられる。

<sup>3)</sup> 絃電位計は針の代りに絃を用ひ、これを二つの刃端の間に張り、この兩端をあたかも二對の象限の如く考へて使用する。絃の張力を變化す

1) absolute electrometer, absolutes Elektrometer  
2) electrostatic voltmeter, elektrostatishes Voltmeter  
3) string electrometer, Saitenelektrometer

ることにより感度を變化することが出来る。

§16 透電率と蓄電器の容量 フラデーは全く同様な二つの蓄電器 A, B をとり, A の兩板間は空氣(厳密には眞空)とし, B の兩板間にはパラフィン, 油其他の絶縁體を入れ, これらと比較するに B の容量 C は A の容量 C<sub>0</sub> より増し, その比は絶縁體の種類にのみ關係する常數なることを發見した. この常數 K を電媒<sup>1)</sup>常數又は透電率といふ. よつて



200 圖

C=KC<sub>0</sub> .....(1)

従つて兩板の面積 S, 距離 d なる平板蓄電器に透電率 K なる絶縁體を入れた場合, 容量 C は §13 (11) 及び本節 (1) より

C =  $\frac{KS}{4\pi d}$  .....(2)

實際用ひられる蓄電器の多くは空氣以外の絶縁體を含む. 雲母又はパラフィン紙と錫箔との交互層に於て, 圖に示す如く錫

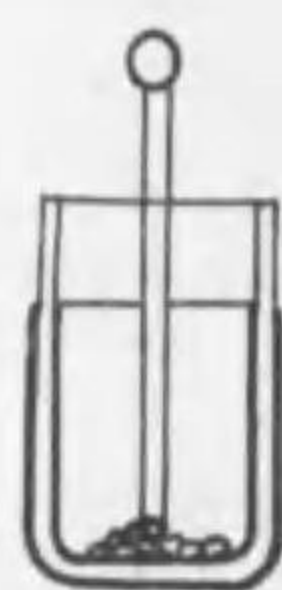
透電率

	透電率		透電率
パラフィン蠟	2	石 油	2.1
硫 黄	4	ベンジン	2.3
岩 鹽	5.6	酒 精	26.8
雲 母	6	水	81
硝 子	7	空 氣	1.00058

箔を交互に連結した平板蓄電器の容量 C は (2) によつて與へられ, K, S が大なると共に d が非常に小なるため容量 C は非常に大となる. 又ライデン瓶<sup>2)</sup>は 201 圖に示す如く硝子瓶の内外

1) dielectric constant, dielektrische Konstante

2) Leyden jar, Leydener Flasche



201 圖

兩面に 2/3 程の高さ迄錫箔を貼り, 鎖を有する金屬棒を瓶の口より入れ, 内側の箔に接せしめたものである. 相對する錫箔の面積を S, 硝子の厚さを d, 硝子の透電率を K とすれば, その容量 C は大體に於て (2) によつて與へられる.

種々の重要な物質に對する透電率 K の値は前頁の表にて示す.

容量がその中間の物質によつて異なることから, 電氣現象は導體のみならず, その周圍の絶縁體と密接な關係のあることが明かとなり, この現象は既に記したフラデー, マックスウールの媒達説の正しい事を示す一つの證となるが, 次に示す二つの實驗は更にこの説の正しい事を示すものである.

充電したライデン瓶を 202 圖に示す如き放電<sup>1)</sup>又により放電し, 暫時放置すれば再び放電せしめることが出来る, この操作は數



202 圖

回繰返すことが出来る. このことは一回の放電により硝子の電氣的歪が完全には無くならず, 暫時の後, 残留してゐた内部の歪が再び表面に現れ, 充電したと同様の結果となるによる. かゝる電氣を残留電氣<sup>2)</sup>といひ, 電媒質なる硝子内に電氣的歪の存することを示す. 次に豫めライデン瓶の硝子と内外の導體とを離せる様にして置き, 充電後硝子の部分を離し, 内外導體間に放電又を近づけるも放電は起らず, 再び組立てて後近づけると始めて放電する. 即ち電氣のエネルギーは電媒質内に存することを示す.

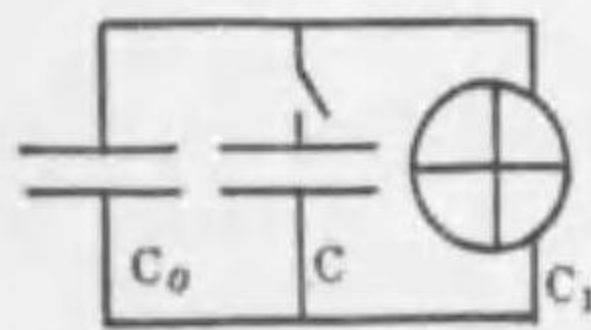
前節迄に記した如く電媒質がエーテル(即ち眞空)の場合には直達説によつても説明し得るが, エーテル以外の電媒質の場合

1) discharging rod, Entladungsstange

2) residual charge, Restladung

には媒達説によらねば説明し得ない。されば以下媒達説の考へ方を用ひて進む。

電氣容量を實驗的に比較するには次の如くする。容量  $C_0$  なる標準蓄電器を容量  $C_1$  なる電位計に並列連結して充電し、そのときの電位差を  $V_0$  とする。次に容量  $C$  なる蓄電器を更にこれと並列連結し、そのときの電位差を  $V$  とすれば、電氣量には増減がないから



203 圖

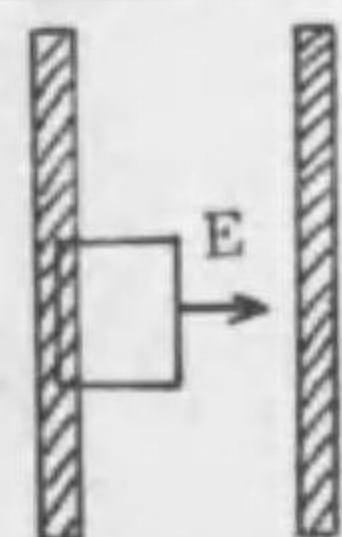
$$V_0(C_0 + C_1) = V(C_0 + C_1 + C)$$
$$C = \frac{V_0 - V}{V}(C_0 + C_1) \dots\dots\dots(3)$$

故に  $C_0$  に対して  $C_1$  が無視し得るときは

$$C = \frac{V_0 - V}{V} C_0 \dots\dots\dots(4)$$

$V_0, V$  を測定すると  $C, C_0$  の比は定まる。

§17 擴張されたガウスの定理 簡單のため兩板の面積  $S$ , 距離  $d$  なる二つの平板蓄電器  $A, B$  をとり、 $A$  は兩板間を真空とし、 $B$  には透電率  $K$  なる媒質を入れる。しからば  $B$  の容量  $C$  は  $A$  の容量  $C_0(=S/4\pi d)$  の  $K$  倍に等しく、兩板の電位差を  $A, B$  共に  $V$  とすれば、 $B$  の電氣量  $q$  は  $A$  の電氣量  $q_0$  の  $K$  倍となる。兩板間に於ては電場の強さ  $E$  は一定であり、 $A, B$  いづれに対しても  $V/d = q_0/C_0 d = 4\pi q_0/S$  となる。しかるに他方 204 圖に示す如き閉曲面をとり、これに対してガウスの定理を用ひると  $E = 4\pi q/S = 4\pi K q_0/S$  となり、電場の強さは實際に示される大きさ



204 圖

$4\pi q_0/S$  の  $K$  倍となる。されば  $K \neq 1$  の場合には、§7 に記したガウスの定理をそのまま用ひることが出来ない。  $K \neq 1$  なる電媒質の場合にも成立する如く、これを擴張するには、その中に含まれる二つの量即ち電場の強さ  $E$  と電氣量  $q$  との中、いづれか一方を

變更する必要がある。

第一に電氣量をそのままとすれば、電場の強さ  $E$  に相當する量として、これの  $K$  倍のものを用ふればよい。かゝる量を 静電感應度<sup>1)</sup> といふ。これを  $D$  で示せば

$$D = KE \dots\dots\dots(1)$$

等方質の場合には静電感應度  $D$  は電場の強さ  $E$  と同方向を有し、大きさがその  $K$  倍なるベクトル量である。

第二に電場の強さをそのままとすれば、電氣量  $q$  に相當する量として、その  $1/K$  倍のものをとればよい。かゝる量を 自由電荷<sup>2)</sup>  $q'$  といひ、これに対して電氣量  $q$  を 眞電荷<sup>3)</sup> といふ。

以上はいづれも平板蓄電器内の電場について記したのであるが、上記のことは一般に  $E, q$  及び  $K$  が任意の場合に成立するものと假定する。而してこの假定の正しいことはこれより導かれた多くの結果が事實と一致することによつて示される。電場の強さから電力束なる量を導いたと全く同様に、静電感應度より静電感應束なる量を導く。従つて擴張されたガウスの定理は次の如くなる。「電媒質内の閉曲面  $S$  を通過する全静電感應束は内部の眞電荷の代数和  $q$  の  $4\pi$  倍に等しい。」即ち面積  $dS$  に於ける法線と  $D$  とのなす角を  $\theta$  とすれば

$$\int D \cos \theta dS = 4\pi q \dots\dots\dots(2)$$

或は(1)より

$$\int KE \cos \theta dS = 4\pi q \dots\dots\dots(3)$$

又「電媒質内の閉曲面  $S$  を通過する全電力束は内部の自由電荷の代数和  $q'$  の  $4\pi$  倍に等しい。」即ち

1) electrostatic induction, elektrostatische Induktion

2) free charge, freie Ladung

3) true charge, wahre Ladung

$$\oint E \cos \theta dS = \frac{4\pi q}{K} = 4\pi q' \dots\dots\dots(4)$$

(2), (3) 及び (4) は K, D, E が一様でない場合にも成立する.

ガウスの定理(3)の直接の應用として、透電率 K なる一様な電媒質内の一點 O に電荷 q が存在するとき、これより r だけ距つた一點 P に於ける電場の強さ E を求める。對稱の理により E は O を中心として一様に放射状をなす。半徑 r の球面に(3)を用ひると

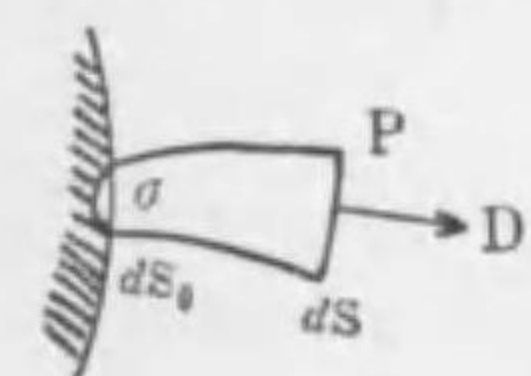
$$KE4\pi r^2 = 4\pi q \text{ 或は } E = \frac{q}{Kr^2} \dots\dots\dots(5)$$

即ち E は真空の場合の 1/K 倍となる。これより導かれる P 點の電位 V は q/Kr となり、矢張真空の場合の 1/K 倍となる。又點 P に電荷 q<sub>1</sub> が存在するときは、これに作用する力 F は(5)より

$$F = q_1 E = \frac{qq_1}{Kr^2} \dots\dots\dots(6)$$

F も真空の場合の 1/K 倍となり、(6)は一様な電媒質内のクーロムの法則を示すものである。但しこゝに注意すべき事は電媒質が一様でないときは(6)は成立せず非常に複雑となる。

§18 静電感應度及び電氣變位 静電感應度 D の方向を示す曲線を静電感應線又は略して感應線といふ。等方質内では D は電場の強さ E と同方向であるから感應線は §6 の電力線と一致する。電場内の面積 dS の周邊を通る感應線の作る管を静電感應管又は略して感應管といふ。



205 圖

眞電荷の存在しない電場内の任意の閉曲面にガウスの定理を用ひると、入つた感應束は全部出で、感應管は透電率 K が變化する所でも連續なることを示す。

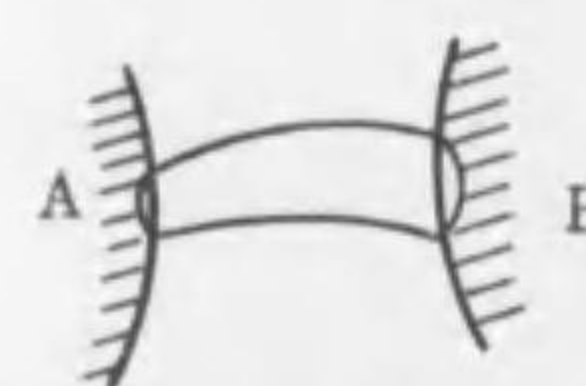
圖に示す如く一本の感應管をとり、その中の一點 P に於ける垂直斷面 dS と導體内部に於てその表面に近き斷面 dS<sub>0</sub> 及び

管側よりなる閉曲面にガウスの定理を用ひる。dS<sub>0</sub> に於ては電場は零であり、従つて感應度も零である。P に於ける透電率、電場の強さ、感應度をそれぞれ K, E, D とし、dS<sub>0</sub> に於ける導體表面の電氣密度を σ とすれば

$$4\pi \sigma dS_0 = DdS = KE dS \dots\dots\dots(1)$$

これより一本の感應管に對しては任意の斷面を通過する感應束は電力束の K 倍に等しく、又その端の電荷 σdS<sub>0</sub> の 4π 倍に等しく一定である。DdS の 1 なる管を單位靜電感應管といひ、この管にて電場を隙間なく分ち、各管につき一本宛の感應線を引くことと約束すれば、感應線の方向は感應度の方向を示し、密度はその點の感應度の大きさを示し、§6 の電力線の K 倍となる。

電氣量 q を含む閉曲面にガウスの定理を用ひると 4πq 本の感應線が出で、-q を含む閉曲面に用ひると 4πq 本の感應線が入ることがわかる。



206 圖

圖に示す如く感應管の側面と導體 A, B の内部よりなる閉曲面にガウスの定理を用ひる。感應管が導體面 A, B を截る面積を dS<sub>0</sub>, dS'<sub>0</sub>, 電氣密度を σ, σ' とすれば

$$\sigma dS_0 + \sigma' dS'_0 = 0 \text{ 或は } \sigma dS_0 = -\sigma' dS'_0 \dots\dots\dots(2)$$

即ち感應管の兩端の電荷は大きき相等しく、符號相反する。D が靜電感應度と呼ばれるのはこの事實に基く。又(1)より

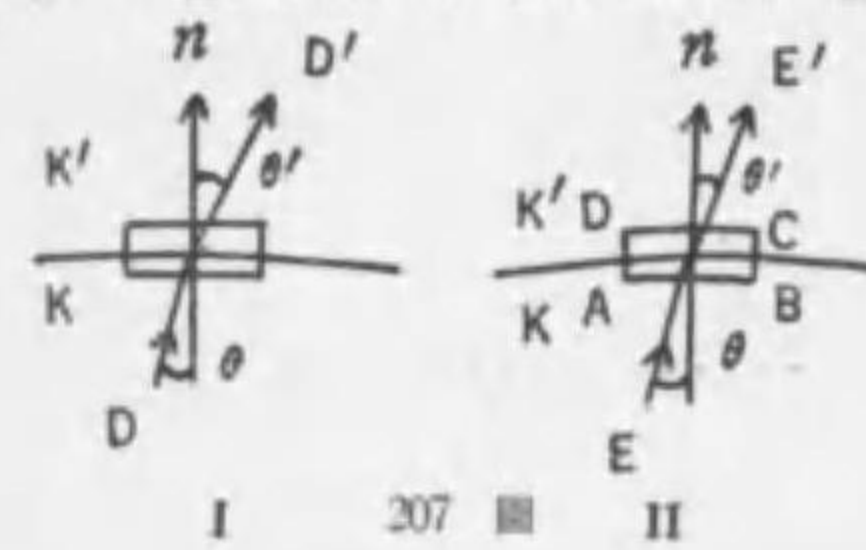
$$\sigma dS_0 = \frac{D}{4\pi} dS = \frac{KE}{4\pi} dS \dots\dots\dots(3)$$

即ち DdS/4π は管端の電荷 q = σdS<sub>0</sub> に等しく、マックスウェルは電場が作用したため、これだけの電荷が管に沿ひて微小距離だけ變位し兩端に ±q の電荷が現はれたものと考え、ベクトル量 D/4π を電氣變位<sup>1)</sup>と呼んだ。

1) electric displacement, elektrische Verschiebung



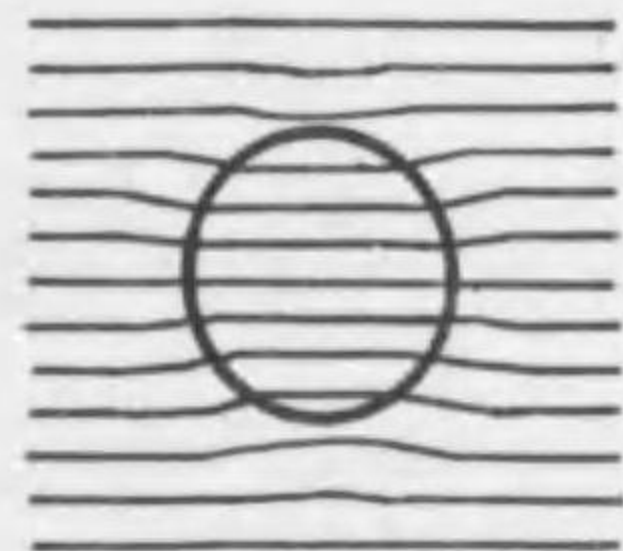
透電率  $K, K'$  なる二つの一様な電媒質の接觸面に於ける感應管の様子をみるため、兩電媒質内にそれぞれ兩底面  $dS$  を有する短い圓筒をとり、この面にガウスの定理を用ひる。接觸面のすぐ近くに於ける兩電媒質内の感應度及び電場の強さをそれぞれ  $D, D', E, E'$  とし、これが接觸面の法線となす角を  $\theta, \theta'$  とすれば、圓筒の高さを零にした極限に於ては



207 圖 I II

$$D \cos \theta = D' \cos \theta' \quad \text{或は} \quad K E \cos \theta = K' E' \cos \theta' \quad \dots\dots\dots(4)$$

又接觸面の近くに 207 圖 II に示す如き道 ABCD をとり、これに沿ひ單位正電氣を動かせば、エネルギー保存の法則により、この際なした仕事の和は零である。道の接觸面に接する極限に於ては仕事は

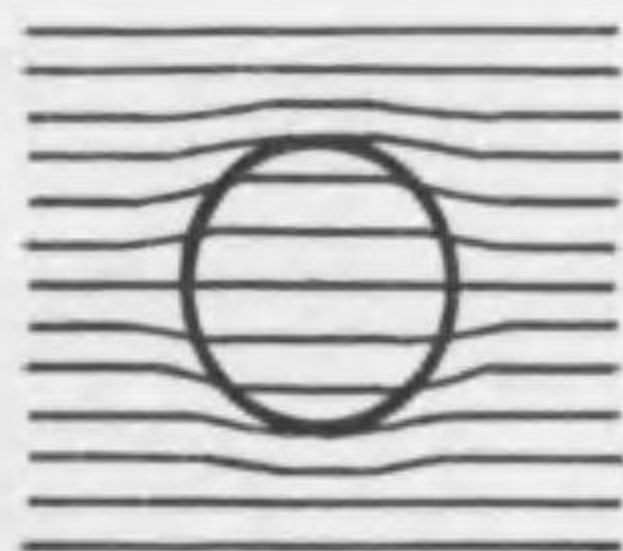


208 圖

$AB = -CD = ds$  間のみとなり

$$E \sin \theta = E' \sin \theta' \quad \dots\dots\dots(5)$$

(4) 及び (5) より



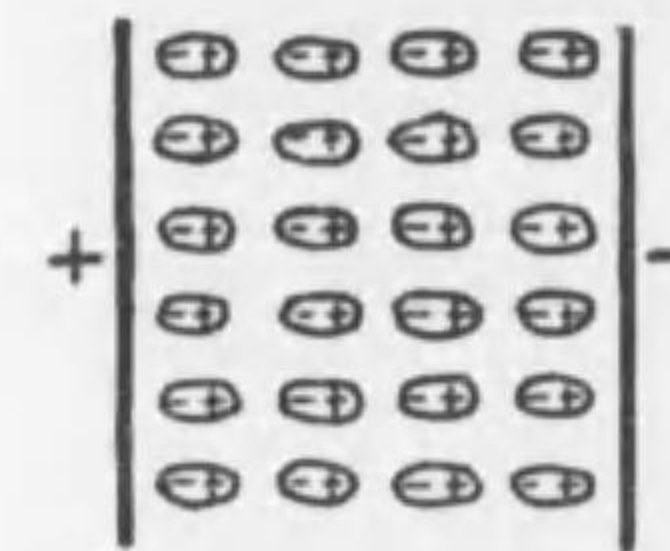
208 圖

$$\frac{\tan \theta}{\tan \theta'} = \frac{K}{K'} \quad \dots\dots\dots(6)$$

(6) を正切法則といふ。

一様な電場内に透電率がこれと異なる球を入れると (4), (5) などより感應線は大體 208 圖に示す如くなる。

電媒質内に於て電場の強さ  $E$  の起因となる電氣量が何故眞電荷  $q$  より自由電荷  $q'$  に減少するかを説明するには電媒質の分子構造を考へる必要がある。導體内には自由に動き得る帶電粒子が存在するが、絶縁体内では帶電粒子は限られた範圍即ち多くは一分子内のみ動き得、電場が作用すれば靜電感應のため 209 圖に示す如く、帶電粒子は



209 圖

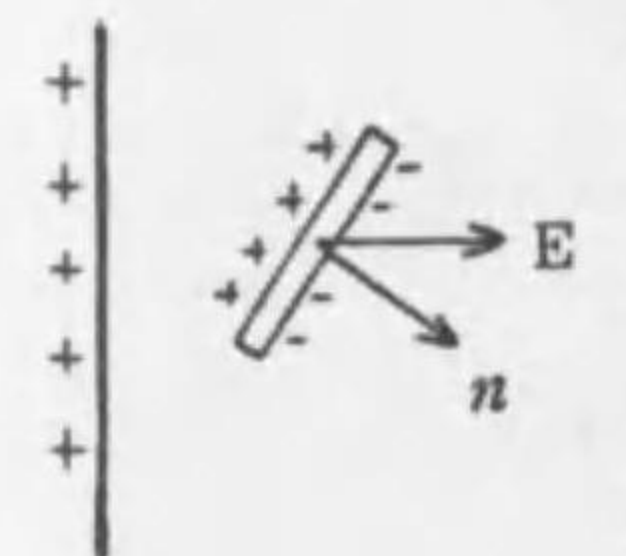
分子内で分離し、分子は雙極子<sup>1)</sup>となる。またある種の絶縁體に於ては分子は元來雙極子であるが、其方向が熱運動のため全く無秩序の状態にある。電場が作用すると、初めてその方向に向ふものが多くなる。これら二原因の内何れによるも絶縁體の表面には帶電

導體と反對の電荷  $q''$  が現れる。導體の電荷の眞電荷に對してこれを見掛けの電荷<sup>2)</sup>といふ。  $q$  が  $q'$  に減少するのは電媒質の表面に  $q''$  が現れるからである。

今簡單のため平板蓄電器をとり、眞電荷、自由電荷、見掛けの電荷の密度をそれぞれ  $\sigma, \sigma', \sigma''$  とすれば

$$\sigma'' = \sigma - \sigma' = \left(1 - \frac{1}{K}\right) \sigma \quad \dots\dots\dots(7)$$

210 圖に示す如く電媒質内に單位底面積を有する圓板狀空隙をとり、その法線  $n$  と電場の強さ  $E$  とのなす角を  $\theta$  とすれば雙極子のため



210 圖

兩底面には  $\pm \sigma'' \cos \theta$  の電荷が現はれ、これによる  $n$  の方向の電場の強さ  $E_0$  は §(10) により  $4\pi \sigma'' \cos \theta$  に等しい。  $E_0$  は  $\theta$  (即ち方向) によつて異り、  $\theta=0$  なるとき最大で、その値を  $4\pi P (=4\pi \sigma'')$  とおけば  $P$  は  $E$  と同方向の一

つのベクトルであり、  $E_0$  は  $4\pi P$  の  $\theta$  の方向の成分である。ベクトル量  $P$  を電氣分極<sup>3)</sup>といふ。  $D, E, P$  に對し、ガウスの定理及び(7)を用ひると

$$4\pi P = D - E = (K-1)E = \left(1 - \frac{1}{K}\right)D \quad \dots\dots\dots(8)$$

9 電媒質の受ける力 §18 (1) に於て感應管の側面を短くこれを零にした極限に於ては  $dS_0 = dS$  となり、  $D, E, K$  はそ

1) dipole or doublet, Dipol      2) apparent charge, scheinbare Ladung  
3) electric polarisation, elektrische Polarisation

れぞれ導体の表面の感応度、電場の強さ、及び透電率となる。されば §18 (1) は

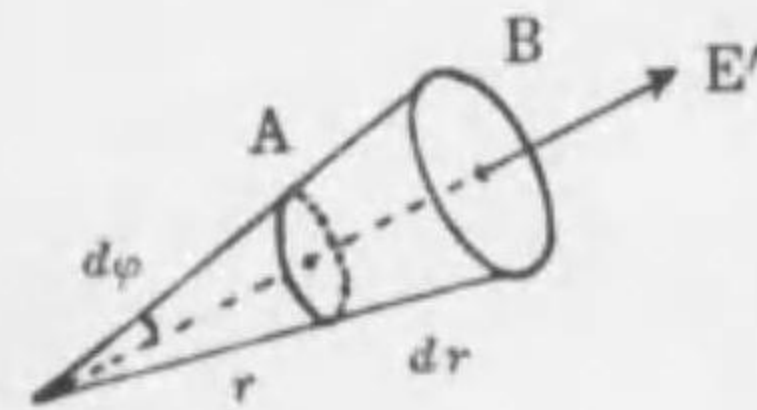
$$E = \frac{4\pi\sigma}{K} \dots\dots\dots(1)$$

§10 (2) と同様に E を二つの部分に分ちて考へると、透電率 K なる電媒質に接する導体の表面の受ける張力 T は外方に向ひ

$$T = \frac{2\pi\sigma^2}{K} = \frac{DE}{8\pi} = \frac{KE^2}{8\pi} \dots\dots\dots(2)$$

フラデーに従ひ電場内の電媒質は歪を受けて居るものとするれば、導体に働く張力の反作用として感應管は電力線の方向に  $\frac{DE}{8\pi}$  だけの張力 T を受け、感應管が静止するためには、その側面に同じ強さの壓力 T が作用する。

この壓力 P を求めるために、簡單のため電媒質内に電荷 q' を有する導体球が單獨に存在する場合を考へる。211 圖に示す如く導体球の



211 圖

中心を頂點とし頂角が 2dφ なる圓錐狀感應管をとり、これが半径 r 及び r+dr なる二つの等電位面 A, B で切斷された小部分について考へる。A, B に於ける張力、電場の強さ、感應度及び斷面積をそれぞれ T, T', E, E'; D, D' 及び dS, dS' とすれば DdS=D'dS' であり、dS, dS' に

作用する合力 F は圓錐軸と同方向であり

$$F = T'dS' - TdS = \frac{D'E'}{8\pi}dS' - \frac{DE}{8\pi}dS = \frac{DdS}{8\pi}(E' - E) \dots\dots\dots(3)$$

しかるに微分の高次の項を無視すれば

$$E = \frac{q'}{r^2}, \quad E' = \frac{q'}{(r+dr)^2} = \frac{q'}{r^2} \left(1 - 2\frac{dr}{r}\right) = E \left(1 - \frac{2dr}{r}\right)$$

$$dS = \pi(rd\varphi)^2$$

故に (3) は

$$F = -2T\pi r dr d\varphi^2 \dots\dots\dots(4)$$

他方壓力 P を圓錐軸に平行及び垂直の方向に分解し、面積を乗じてよ

せあつめると對稱の理により圓錐軸の方向のもののみ残る。この力を F' とすれば

$$F' = P \sin(d\varphi) \cdot dS' = Pd\varphi dS' \dots\dots\dots(5)$$

dS' は小部分の側面積を示し、

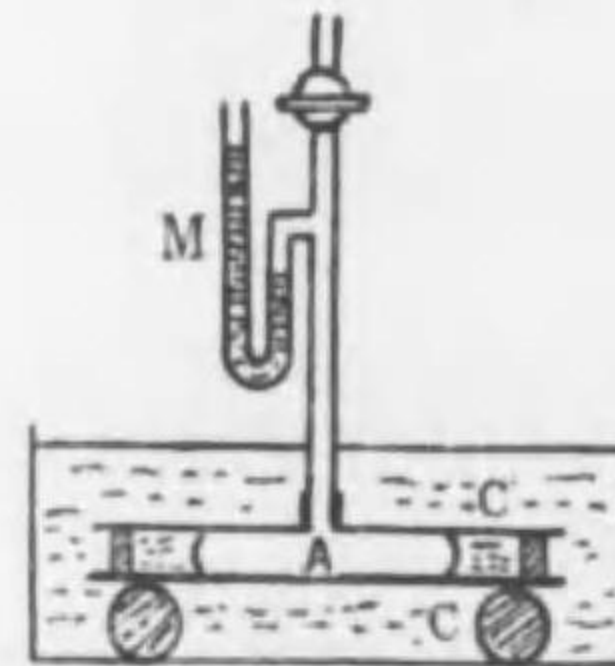
$$dS' = 2\pi(rd\varphi)dr$$

これを (5) に代入すれば

$$F' = 2P\pi r dr d\varphi^2 \dots\dots\dots(6)$$

しかるに静止するためには F'+F=0、即ち

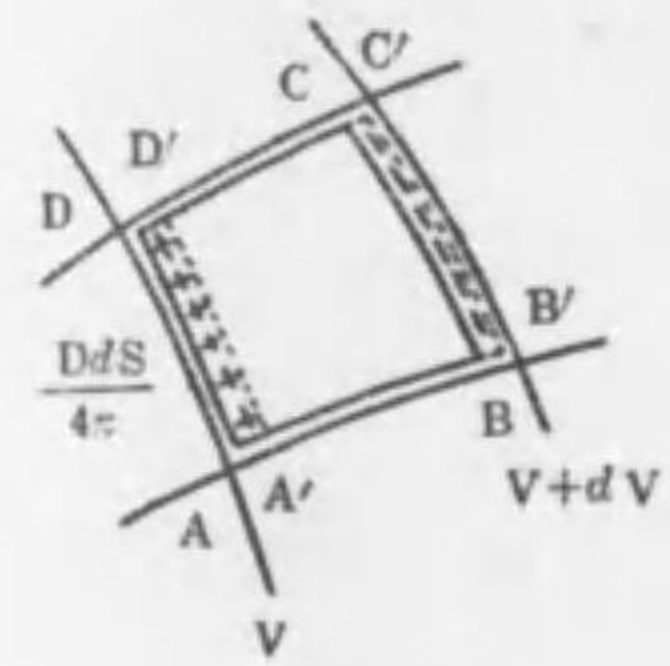
$$P = T = \frac{DE}{8\pi} = \frac{KE^2}{8\pi} \dots\dots\dots(7)$$



212 圖

(7) による力は透電率 K に關係するから、K の異なる場所には力が現れ、こゝに物體を置けば歪を受ける。これを電氣歪<sup>1)</sup>といふ。212 圖に於て平板蓄電器 C に空氣泡 A を作り、壓力計につなぐ。蓄電器を充電すれば壓力は變化し、電氣歪を示す。

§20 電媒質の有するエネルギー フラデー・マックスウェルに従へば帯電のエネルギーは全部電場内に蓄へられ、電媒質内に



213 圖

電氣變位を生ぜしめるに要する仕事に等しい。電位差 dV なる二つの等電位面と一つの感應管によつて限られた電媒質の小部分をとり、等電位面が感應管を切る長さを ds、感應管が等電位面を切る面積を dS、この點に於ける透電率を K、電場の強さを E、感應度を D、電位を V とすれば

$$dV = Eds \dots\dots\dots(1)$$

D の電氣變位を生ずるに要する仕事は二段に分けて考へるこ

1) electrostriction, Elektrostriktion

とが出来る。一つは感應度を 0 より D まで變化することであり、他は 213 圖に示す如く  $\frac{DdS}{4\pi}$  なる電荷を管にそひ少しく變位することである。しかるに後者は圖に於て ABCD が

A'B'C'D' と變位することであるから丁度電荷  $\frac{DdS}{4\pi}$  を電位 V より V+dV 迄持ち來すことと同様である。されば全仕事を dW とすると

$$dW = \frac{1}{2} \cdot \frac{DdS}{4\pi} \cdot dV = \frac{1}{2} \frac{DdS}{4\pi} Eds \dots\dots\dots(2)$$

電場の強さ E, 感應度 D なる眞のエネルギーの密度を  $W_0$  とすれば

$$W_0 = \frac{dW}{dsdS} = \frac{DE}{8\pi} = \frac{KE^2}{8\pi} \dots\dots\dots(3)$$

次に電媒質内に唯一つの帯電導體が存在する場合(3)を用ひて、電媒質内の全エネルギー W を求める。先づ電場を感應管と等電位面とに細分し各體積要素 dsdS 内に含まれるエネルギー  $W_0 dsdS$  を電媒質全體について寄せ合はす。即ち

$$W = \iint W_0 dsdS = \iint \frac{DE}{8\pi} dsdS \dots\dots\dots(4)$$

しかるに各管については  $\frac{DdS}{4\pi}$  は一定で、帯電體上の電荷  $sdS_0$  に等しく、また帯電體の電荷及び電位を q, V とすれば

$$\oint \frac{D}{4\pi} dS = \oint sdS_0 = q, \int Eds = \int_0^V dV = V \dots\dots\dots(5)$$

(4) より

$$W = \oint \frac{DdS}{8\pi} \int Eds = \frac{V}{2} \oint \frac{D}{4\pi} dS = \frac{V}{2} \oint sdS_0 = \frac{1}{2} qV \dots\dots(6)$$

(6) は全く §14 (2) と一致し、その静電エネルギーが導體に存在するとするも、又電場内に存在するとするも全く同結果となる。

214 圖に示す如く面積 S, 厚さ d なる空氣 (K=1) を含む平板蓄電器



214 圖

に透電率 K なる厚さ t の電媒質を挿入した場合の全エネルギーを求める。兩板の電荷を ±q とし、§17 (2) (3) の如く、擴張されたガウスの定理を用ひると電場の強さ E, 感應度 D は空氣及び電媒質に對してそれぞれ

$$D = E = \frac{4\pi q}{S} \dots\dots\dots(7)$$

$$D = KE = \frac{4\pi q}{S} \dots\dots\dots(8)$$

従つて蓄電器のエネルギー W は

$$\begin{aligned} W &= S \int_0^d \frac{DE}{8\pi} ds = S \left\{ \int_0^x \frac{DE}{8\pi} ds + \int_x^{x+t} \frac{DE}{8\pi} ds + \int_{x+t}^d \frac{DE}{8\pi} ds \right\} \\ &= S \left\{ \frac{(4\pi q)^2}{8\pi S^2} x + \frac{(4\pi q)^2}{8\pi K S^2} t + \frac{(4\pi q)^2}{8\pi S^2} (d-t-x) \right\} \\ &= \frac{2\pi q^2}{S} \left\{ d - t \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \right\} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

しかるに一方蓄電器の容量を C とすれば W は  $q^2/(2C)$  に等しく (9) と比較すれば

$$C = \frac{S}{4\pi \left\{ d - t \left( 1 - \frac{1}{K} \right) \right\}} \dots\dots\dots(10)$$

(10) に於て K=1 とおけば全く §13 (11) と等しくなる。

§21 焦電氣及び壓電氣 電媒質が等方質の場合には透電率 K は一定であるが、不等方質(等軸晶系以外の結晶體)の場合には K は方向によつて異なる。

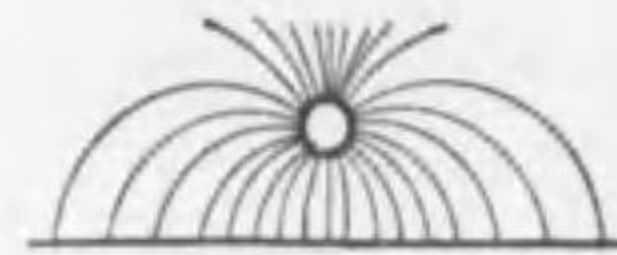
又電氣石の如き結晶を一様に熱すれば相對する面に反對の電荷が現れ、これを取り去つて後冷却すれば先とは反對の電荷が現れる。かく温度の變化する際現れる電氣を<sup>1)</sup>焦電氣といふ。かゝる結晶を壓すれば矢張り電荷が現れ、引張ればこれと反對の電荷が現れる。斯様に歪を加へるとき現れる電氣を<sup>2)</sup>壓電氣といふ。壓電氣は電氣石、水晶、ロッシェル鹽などに著しく現れる。水

1) pyroelectricity, Pyroelektrizität

2) piezoelectricity, Piezoelektrizität

電單位の點狀電荷が、この導體に引かれる力を求む。(昭5.東北.理)

[答]  $\frac{q^2}{d^2}$  ダイン



6. 一樣なる媒質内に無限に擴がつた一枚の導體平面の近くに、帶電した導體球をおくとき、その靜電力線の有様を描け。(大15.東.工)

7. 同一直線上に三點 A, B, C をとり、AB, AC の長さをそれぞれ  $a^2/f$  及び  $b^2/f$  とし、B, C に於ける點狀電荷の大きさをそれぞれ  $-ea/f$  及び  $e$  とすれば、A を中心とし半径  $a$  なる球は等電位面となることを説明せよ。

8. 電氣容量 0.003 マイクロ、フアラッドの蓄電器と同容量を有する孤立した球狀導體の直徑は幾何か。但し 1 フアラッド = 1 クーロン/ヴォルト =  $10^{-9}$  C.G.S. 靜電單位。(昭4.東.理)

[答] 5400 cm

9. 面積  $400 \text{ cm}^2$  の絶縁した二枚の金屬板を互に平行に 1 cm 離しておき、これに 1000 ヴォルトの電位差を與へたときの、金屬板間の電場の強さ、金屬板の互に引く力及び相對する面上の電荷の表面密度を求む。但し 1 ヴォルトは  $1/300$  C.G.S. 靜電單位に等しい。(大14.文.機)

[答] 1000 ヴォルト/cm, 177 ダイン及び  $79.6 \text{ クーロン/cm}^2$

10. 互に遠隔せる二つの導體を異なる電位  $V_1, V_2$  に帶電した後、細い導線で兩者を連結するとき導線を通る電氣量及び連結後の電位を求む。(大13.東.理)

[答] 兩導體の電氣容量を  $C_1, C_2$  とすれば  $\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} (V_1 - V_2)$  及び  $(C_1 V_1 + C_2 V_2) / (C_1 + C_2)$

11. 電氣容量  $C_1$  なる蓄電器を電壓  $V$  に充電しておき、これに電氣容量  $C_2$  なる他の蓄電器を列に連結すれば幾何のエネルギーが失はれるか。(昭6.東北.理)

[答]  $C_1 C_2 V^2 / 2(C_1 + C_2)$

12. 0.002 マイクロ、フアラッドのライデン瓶を 10 ヴォルトに帶電し、0.005 マイクロ、フアラッドのライデン瓶を 50 ヴォルトに帶電して列に連結すれば電壓は幾ヴォルトになるか、又連結後の靜電エネルギーの差は幾何か(大6.文.機)

[答] 38.6 ヴォルト及び 11.4 エルグ

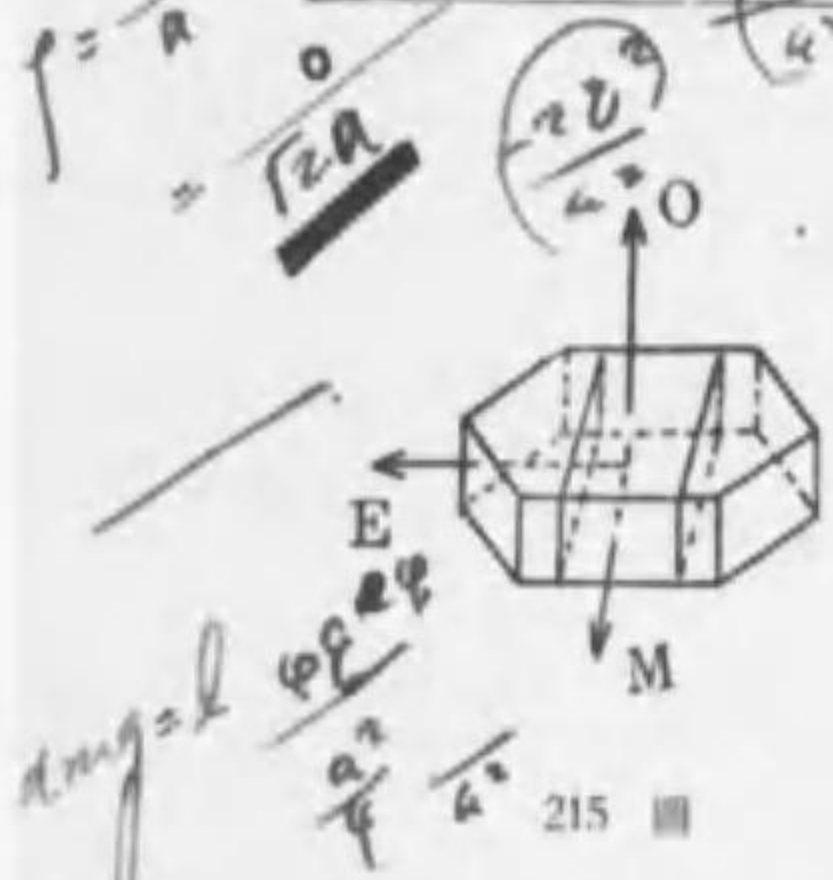
$$F = \frac{q}{r^2} = \frac{2q}{r^2} = \frac{2q}{r^2} \cdot \frac{1}{198}$$

$$F_1 = \frac{q}{r^2}, F_2 = \frac{2q}{r^2}$$

$$F_1 + F_2 = \frac{3q}{r^2}$$

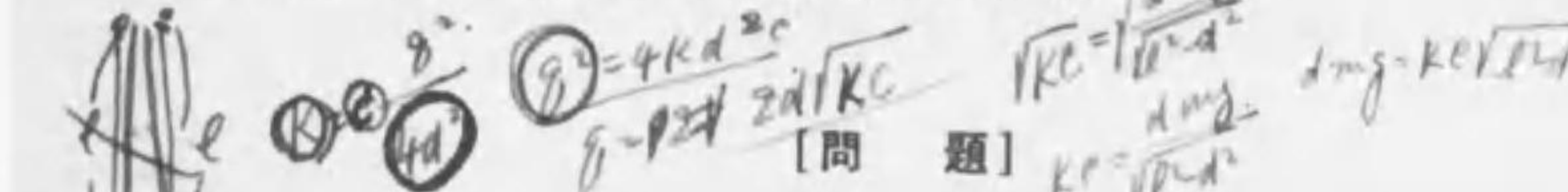
$$F_1 - F_2 = \frac{-q}{r^2}$$

$$F = \frac{q}{r^2} = \frac{2q}{r^2} = \frac{2q}{r^2} \cdot \frac{1}{198}$$



品に於ては結晶の主軸即ち光軸の方向に壓しては壓電氣は起らず、光軸に垂直であり六角柱の相對する二面に平行である三つの方向より壓すれば壓電氣は、これに垂直な面に起り、これを電氣軸 E といふ。また光軸、電氣軸に垂直な方向に壓すれば矢張り先きと同じ面に壓電氣が起り、この方向を機械軸 M といふことがある。壓電氣の大きさは壓力又は張力の大きさに比例する。

壓電氣現象は壓力の測定、超可聽音波(又は超音波)の發生、定周期電氣振動の發生などに應用せられる。



1. 長さ 1 cm なる二本の絲にて質量  $mg$  なる二つの小球を一點よりつり、これに等量の電氣量を與へたため、二つの小球が互に  $2d$  cm だけ離れたとすれば、小球に與へられた電氣量は幾何か。

[答] 重力の加速度を  $g \text{ cm/sec}^2$  とすれば



2. 一辺  $a \text{ cm}$  なる正方形 ABCD の頂點 A, B, C にそれぞれ  $q, q, q$  クーロンの電荷があるとき、頂點 D に於ける電位及び電場の強さを求む。

[答]  $(2 - \sqrt{2})q/a$  ヴォルト及び BD の方向に  $(\sqrt{2} - 1)q/a^2$  ヴォルト/cm

3. 互に  $d \text{ cm}$  離れた二點 AB にある點狀電荷の量をそれぞれ  $q, nq$  靜電單位とすれば、AB 上に於て電場の強さの零なる點を求む。

[答] A より  $\frac{d}{1 + \sqrt{n}}$  cm

4. 互に 5 cm 離れた二點に於ける點狀電荷の大きさを 1.40 靜電單位とすると、これらに基く等電位線の大略をグラフにて示せ。

5. 無限に擴がつた平面導體より  $d \text{ cm}$  の距離にある電氣量  $q$  靜