初級教育統計學

編輯者 范公任

世界書局印行

目　次

第一章　教育統計的意義與應用……………1
一　教育統計的意義……………1
二　教育統計的應用……………3
第二章　教育統計材料的蒐集……………5
一　蒐集教育統計材料事前的準備……………5
二　蒐集教育統計材料的方法……………6
三　蒐集教育統計材料事後的整理……………9
第三章　全體量數……………11
一　順序分配……………11
二　等級分配……………12
三　次數分配……………13
四　次數面積……………17
第四章　集中量數……………21
一　算術平均數……………21
二　中點數……………27
三　衆數……………31
四　下二十五分點……………36
五　上二十五分點……………38
第五章　差異量數……………40

一　全距……41
二　平均差……42
三　標準差……48
四　二十五分差……55
五　差異係數……57
六　偏斜係數……58
第六章　相關量數……64
一　相關量數的意義與種類……64
二　相關係數的計算方法……67
第七章　確度量數……83
一　確度量數的意義……83
二　求確度量數的方法……83
三　確度與機遇的關係……88
第八章　表列方法……90
一　表的功用……90
二　表的種類……91
三　製表的規則……95
第九章　圖示方法……97
一　圖的功用……97
二　圖的種類……97
三　製圖的規則……104
附錄……106
一　符號說明……106
二　參考書目……108

初級教育統計學

第一章　教育統計的意義與應用

一　教育統計的意義

教育統計是統計的應用的一種,所以在給你介紹教育統計的意義之前,先給你介紹統計的意義:

統計的英字是 Statistics, 法字是Statistique; Statistics與Statistique 二字都是拉丁字 Status 的轉音; Status 的意義是考察國家情形 (Inquiry into the condition of a state), 所以統計最初的意義,也便是考察國家情形的學術.

但近代的統計,無論其根據的原理與應用的方法,都有了新的建立與改進,因此統計也有了新的意義.現在可以把幾個近代的統計家對於統計的意義的解釋與論斷,介紹於下:

人鮑萊 (A. L. Bowley) 說: "統計是平均數的科

的科學."

人金 (W. L. King) 說: "統計是枚舉或搜集各種

目,而從其分析所得的結果,以研究自然或社會

全體現象的科學."

3. 美人茄羅米(Henry Jarome)說:"統計是從大量的數字事實中間,把顯著的眞實表現出來的技術."

4. 美人桑代克 (E. L. Thorndike) 說:"統計是測量天下萬事萬物的狀況及其差異,變化以及其相關的方法."

5. 美人塞克力斯脫 (H. Secrist) 說:"統計是彙集事實,用有系統的方法搜集,以求達到預定的目的,並就其彼此間的關係,依次排列,按照精確的標準,用數字敍述,計算,或估計,以求其顯著的因果關係."

綜合上述各家對於統計的解釋與論斷,我們可以瞭要的說:統計是探求事實的最客觀的最富有科學性的方法或技術,是深入學術境界的門徑.自十九世紀以來,一切科學的研究,莫不以事實做根據,因此統計便責無旁貸的成爲研究科學的最基本的最重要的工具之一了.教育是一種科學,久已爲近代的教育家所公認.美國教育家麥柯爾 (W. A. McCall) 曾經說:教育學的研究,也與旁的科學的研究一樣,已由獨斷階段 (Stage of authority) 而公斷階段 (Stage of speculation) 而實驗階段 (Stage of experimentation) 了,教育學上一切的論斷,都不再以少數人的意見爲意見,也不藉討論來決定主要的爭點,卻是把資料蒐集,把事實加以評價與測量,把數目字加以比較而求其結論了;所以

研究教育也往往要應用統計.這種應用在教育上的統計,便是教育統計.最先應用統計在教育上的人,當推美國的教育家桑代克.桑氏在一九〇四年著智力與社會的測量(Theory of Mental and Social Measurement)一書,對於教育統計的原理與方法,都有詳細的敍述與精微的發明.

二 教育統計的應用

教育統計最大的應用有三:

1.記錄事實 教育的事實本來有許多是可以用數字統計的,如一個城市的歷年教育經費的增減及其支配,就學與失學兒童的人數,教員的人數等等.至於教育的精神現象,如學生的智慧及其學業成績,教員的優劣,教育行政的效率等等,現在亦有採用單位,標準點(Reference point所謂標準點,就是測量的起始點,譬如測量溫度的高低,以攝氏寒暑表的冰點爲標準點,測量山的高低,以海平面爲標準點)及數字代表的趨勢,所以也都可以統計了.把這種統計記錄起來,如教育行政機關和學校的教育統計報告,便是教育統計的第一個應用.

2.解答問題 教育是指導人們在他們的環境中過圓滿的生活,環境是跟著時間的推進與空間的更張而變演,所以教育也因時因地要發生新的問題,而需要新的解

答.怎樣去探索教育問題的解答呢?消極的條件,須排除主觀的判斷;積極的方法,便可應用教育統計做工具,以推求客觀的指示.

3.考求學理　一切教育的原理,都存留在客觀的教育事實中間,一切教育的事實,都可以用數字表示.所以一切教育的原理也可以從表示教育事實的大量的數字中間去考求.譬如我們要考求小學課程原理,我們便可以先把過去的與現在的小學課程的門目,分量,和進度以及社會的需求,兒童的能力等等,調查出一個大量的數字事實,再用有系統的方法和精確的標準,仔細的加以分析,綜合與比較的研究,此卽所謂大量觀察(Large aggregates);務使他們的狀況,差異,變化和相關,完全顯示出來,這樣小學課程的原理,便有了客觀的根據和基礎了.

第二章　教育統計材料的蒐集

教育統計的材料是一切的教育事實.統計的結果是否準確,是否有價值,與統計的材料是否眞實,確當,精細,純粹與豐富,有非常密切的關係.所以我們對於如何才能獲得眞實的,確當的,精細的,純粹的與豐富的教育統計材料的問題,不能不加以仔細的研究.現在可以分蒐集教育統計材料事前的準備,蒐集教育統計材料的方法與蒐集教育統計材料事後的整理三門目討論之.

一　蒐集教育統計材料事前的準備

1.確定目的　無論進行一件什麽事業,一定先要有一個目的.事業的目的愈明確,事業的進行愈便利.這種淺顯的常識,是誰也了解的.根據這個常識,所以在進行一個統計的首先,也便是規定這個統計的目的.統計的目的規定之後,蒐集統計的材料才有標準與範圍,有了標準與範圍而蒐集到的統計材料,必然比較的確當與純粹.

2.規定計劃　計劃是達到目的的軌路,所以我們在

某一個統計的目的已經確定了之後,接著便應該精密的規定一個計劃,例如蒐集整理與計算的方法步驟以及工具等等.這個計劃不單要最適當最經濟的可以達到我們的目的,同時也要詳細的有系統的整個的具體的.一個完善的計劃等於成功之半,確是一句可信的經驗話;所以規定計劃是一部非常重要的工作,必須審慎周詳,力求完善.

二　蒐集教育統計材料的方法

1. 訪問法 (Interview)　訪問法是先把我們要調查的事項,擬成種種問題,然後由我們親自或派人去向知道這些問題的各個人或與這些問題有關係的各方面,一一訪問,並隨時把訪問到的結果,詳細的記錄下來.

實施訪問法應注意以下諸事項:

(一) 訪問者與被訪問者如不相識,最好要有一個第三者的介紹.

(二) 要使被訪問者完全明瞭訪問的意義與目的.

(三) 要揀被訪問者比較閒空的時候,才去訪問.

(四) 訪問者的態度要十分謙恭誠懇與鎮靜.

(五) 訪問者的問題要簡單扼要.

(六) 訪問者的問題的意義,須化全體爲部分,化抽象爲具體,化性質爲分量.

(七)訪問者的問題要有互相證實之處,以便校核被訪問者有無虛僞的回答.

(八)如遇被訪問者的言語半吞半吐或欲言復止的時候,要用興奮的話句去鼓勵他,使他盡情吐露.

(九)如遇被訪問者不肯把事實的眞相,明白宣布的時候,要用旁敲側擊的話句去試探他,使他於不知不覺中,毫無隱瞞的告訴你.

2.命題法 (Questionnaire)　命題法是先把我們要調查的事項,擬成種種問題,編成調查表,印在紙上,然後分發或郵寄給知道這些問題的各個人或與這些問題有關係的各方面,請他們按照問題塡寫答案,塡寫好了,再寄還我們或由我們去收取.

實施命題法應注意以下諸事項:

(一)調查表的開端,要有一段簡單的說明或塡表須知.

(二)問題的措辭,要十分明瞭,使塡寫答案者不至誤解或需要思索,如有專門名詞,須下一簡單註釋.

(三)問題的意義須化全體爲部分,化抽象爲具體,化性質爲分量.

(四)問題要有互相證實之處,以便校核塡寫答案者有無虛僞的答案.

(五) 問題的排列要前後銜接,合於論理 (Logical).

(六) 每一問題之下,要預先留出相當的空白地位,以便答案的填寫.

(七) 每一問題需要的答案,不可過長,最好在十字左右,能只用一二數目字或「是」「否」「有」「無」等字回答者亦佳.

(八) 調查表編成之後,須先用油印,印刷二三十份發出,徵求答案,作爲預試;等收回之後,再將不完善的地方,加以修改.

(九) 調查表修改妥當後,最好用厚紙鉛印,大小適中,且須一致,以便將來的整理與收藏.

(十) 調查表發出的數目須倍於自己所希望收回的數目,以防有人不肯填寫.

(十一) 調查表發出時,如須填寫答案的人寄回者,應附有印有回信地址及黏有郵票的信封.

3. 實驗法 (Experiment) 實驗法是用一種很謹嚴的技術 (Technique), 在控制著的情境下,變更其中某一因子,或將某種實驗因子 (Experimental factor) 或某數種實驗因子,應用在一人一物或一組人物上,到一定的時限之後,審察並度量其發生與變化的情狀與效果,隨時將其記錄下來.

實施實驗法應注意以下諸事項:

(一) 應使被試的各組,眞實地近乎相等.

(二) 一切因子,不應受任何先前因子所遺留的勢力的影響,若遇有此等遺留的勢力時,則應使各個因子受到同質同量的影響.

(三) 應使意外不相干的因子,不在實驗所得最純淨的效果裏面操縱過重的影響,若不能將此等影響儘量削減,則當用控制因子,以度量而折扣之.

(四) 當用單位相等的量表去量各個因子所產生的效果.

(五) 同一實驗,至少應實驗二次以上,以決定並增高其實驗的正確度.

三 蒐集教育統計材料事後的整理

1.校勘 教育統計材料既經蒐集到手了,便要一一的仔細的加以校勘.校勘的時候,如發現錯誤,應卽分別修改或剔除之,寧缺毋濫.玆將一般的錯誤及其處置的方法列舉於下:

(一) 誤入,卽記錄地位的錯誤,應改正.

(二) 遺漏,卽當記而未記,應設法重行調查補入.

(三) 模糊,卽記錄不淸楚,應設法重行調查修改淸

楚或剔除之.

(四) 矛盾,即記錄前後不符,應設法重行調查修改正確或剔除之.

(五) 虛偽,即記錄不真實,應設法重行調查修改正確或剔除之.

(六) 多餘,即無用的記錄,應剔除之.

2.**歸類**　教育統計材料經過了一番校勘之後,便可以就其性質,來源,時間與空間的異同,把他分門別類,一組一組的歸納起來,然後編製一個索引,以便檢查.這樣整理好的教育統計材料,當然是比較的完善了.

第三章　全體量數

用數理的方法把一個事實的全部表現出來,使人一看就能知道這個事實的全體的大概情形,便是全體量數(Measures of mass).把蒐集到的教育統計材料,即教育事實,轉化爲全體量數是教育統計上的第一步手續,在統計時無論是否需要,一定不可省略.全體量數普通有四種:

(一) 順序分配　　(二) 等級分配

(三) 次數分配　　(四) 次數面積

依次分別[illegible]於下

一　順序分配

順序分配 (Order distribution) 是把我們蒐集到的教育事實,由小而大,或由大而小,順序排列而成的一種表解.

製造順序分配的手續很簡單,只要把各量數中的最小的量數或最大的量數尋了出來之後,再把其餘的各量數,依次遞增或依次遞減,一一單列,到列完爲止,即成順序分配.

例如十二個學生的算術分數爲:

80, 65, 70, 85, 90, 60, 70, 68, 85, 80, 80, 75,

把他排列成順序分配則爲:

90, 85, 85, 80, 80, 80, 75, 70, 70, 68, 65, 60,

這樣排列之後,比了未排列之前,當然清楚得多了.但量數如若較多,要這樣排列,便未免冗長,不很便當了.所以順序分配只有量數較少者可以應用.

二　等級分配

等級分配 (Rank distribution) 是把我們蒐集到的教育事實,依照了他們各自在全體量數中間的地位,等級排列而成的一種表解.

順序分配	等級分配
90	1
85	2.5
85	2.5
80	5
80	5
80	5
75	7
70	8.5
70	8.5
68	10
65	11
60	12

製造等級分配,須以順序分配做底本,以確定各量數所處的等級爲第一第二第三等等.茲卽以前例順序分配化爲等級分配如左.

左表順序分配中,得85分的有兩個,他們在全體量數中所處的地位是第二與第三,把2與3相加得5,再用2除之得2.5,2.5

便是這兩個85分在全體量數中所處的平均的地位.得80分的有三個,他們在全體量數中所處的地位是第四第五第六,把4, 5與6相加得15,再用3除之得5, 5便是這三個80分在全體量數中所處的平均的地位.

三　次數分配

次數分配(Frequency distribution)是用分類方法,把我們蒐集到的教育事實,分組序列而成的一種很簡單很清楚的表解.這種表解在統計中便稱次數分配表.

製造次數分配表有下列四個步驟:

1.求全距(Range)　全距便是各量數中的最大量數與最小量數中間的距離;所以求全距的方法是先從各量數中尋出最大量數與最小量數後,再以兩者相減,所得差數,即爲全距.

2.決定組距(Class interval)　把全距分爲若干組,介於每組間的一定距離,便是組距,或稱級距(Step interval).決定組距的大小,應以全距包含的單位的多少做根據.如全距包含的單位甚多,則將單位歸併,分成少數組別,以圖簡捷;如全距包含的單位甚少,則每一單位,便可以代表一組.

據美國統計家雷格(Rugg)的主張:決定組距的大小

的標準,以能使次數分配的組數在十至二十之間,最爲合宜;因組數如在十以內,則精確之度必然減低,組數如在二十以外,則計算起來又太嫌繁瑣了.

綜上所說,決定組距有下列四個規則:

(一) 求全距.

(二) 用一適宜之數去除全距,要使除得的商數在十與二十之間.

(三) 這個除數便可作爲組距.

(四) 組距的大小,應各組一律,不可或大或小.

3. 決定組限 (Class limits) 組限卽組距的界限.在組距的小數一端爲下限 (Lower limit),在組距的大數一端爲上限 (Upper limit).例如5——10爲一組,5爲下限,10爲上限.

決定組距的界限有下列兩個標準:

(一) 要使事實的表列更容易且精確.

(二) 要使這次數分配便於後來的計算.

表示組限的方式普通有四種,舉例說明如下:

(1) 雙限簡法

分數	次數
5——6	2
6——7	4
7——8	5

(2) 雙限詳法

分數	次數
5.00—5.99	2
6.00—6.99	4
7.00—7.99	5

(3) 下限法

分數	次數
5	2
6	4
7	5

(4) 中點法

分數	次數
5.5	2
6.5	4
7.5	5

上面所舉的四種表示組限的方式,各有短長:雙限簡法最爲通用,不過排列次數時（即排列各量數在各組距中發見的次數）,有一點應注意,例如 5——6 一組,只有從 5 到 5.99…… 各量數才能歸入這一組,倘然滿了 6,便應歸入下一組 6——7 了.雙限詳法寫起來雖然麻煩一點,但最爲清楚,排列次數時,甚少發見錯誤,故宜於初學.下限法最爲簡便,但排列次數時須牢記上限,不然便容易誤入.中點法最便於統計時要應用到組距的中值者,但排列次數時頗費思索.

4.排列次數　即把各量數在各組距中發見的次數排列起來,排列完畢,即成次數分配表.

茲再舉一實例,以說明製造次數分配表的四個步驟:

下面是五十二個學生的國文分數,試製成次數分配表.

61,　55,　84,　71,　65,　73,　40,　75,　68,

68,　64,　72,　84,　71,　65,　73,　77,　74,

68, 68, 75, 72, 63, 71, 65, 57, 77,

74, 67, 84, 75, 85, 63, 78, 85, 57,

77, 74, 67, 80, 45, 84, 71, 78, 80,

62, 95, 74, 68, 90, 80, 62

(一) 求全距: 95－40＝55

(二) 決定組距: 55÷5＝11

(三) 決定組限: 用雙限詳法

(四) 排列次數: 當如下表:

52名學生國文分數的次數分配表

組距	排列	次數
40.00——44.99	|	1
45.00——49.99	|	1
50.00——54.99		0
55.00——59.99	|||	3
60.00——64.99	卌 ||	7
65.00——69.99	卌 卌	10
70.00——74.99	卌 卌 ||	12
75.00——79.99	卌 |||	8
80.00——84.99	卌 |	6
85.00——89.99	||	2
90.00——94.99	|	1
95.00——99.99	|	1
總數		52

四 次數面積

次數面積 (Frequency surface) 是用面積代表次數的一種很顯明很清楚的圖像.其繪製的方法,是利用一種方格圖,在方格圖的底線（亦稱橫軸或橫坐標 Abscissa）上列出組限,在邊線（亦稱直軸或縱坐標 Ordinate）上列出次數,然後在各組限中間代表該組所有次數之處,各置一點,再經過每點畫一較粗橫線,介於代表該組上下限之縱線中間,同時再在左右上下兩較粗橫線的中間,畫一較粗縱線,縱橫各線一起連接了起來,成不規則的梯形,在此梯形下的面積,卽爲次數面積.這種次數面積圖形,在統計中便稱次數面積圖.

次數面積因爲形態各異,所以次數面積可以大別爲三種:

(一) 常態次數面積

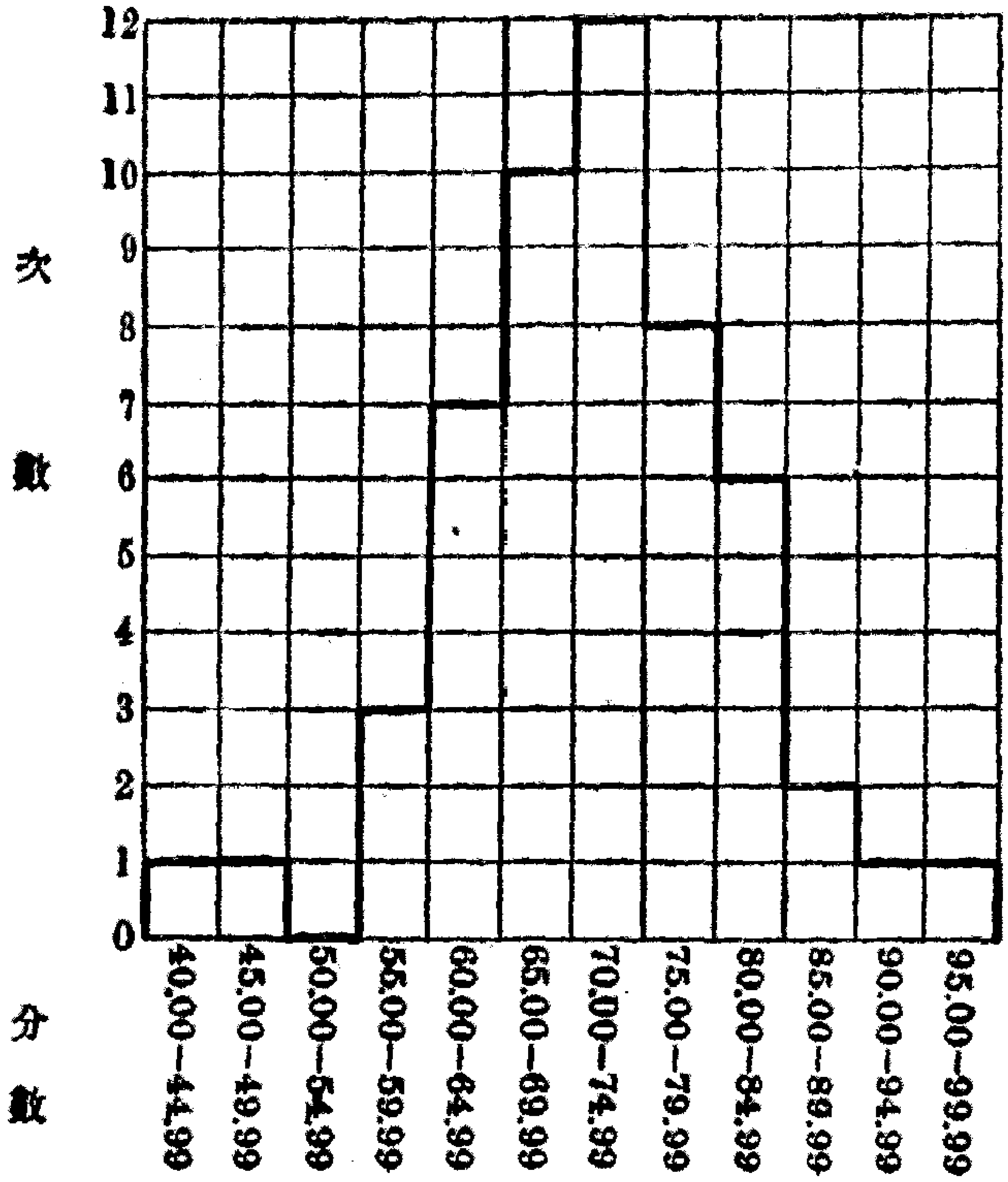
(二) 偏態次數面積

(三) 多衆數次數面積

依次分別講解於下:

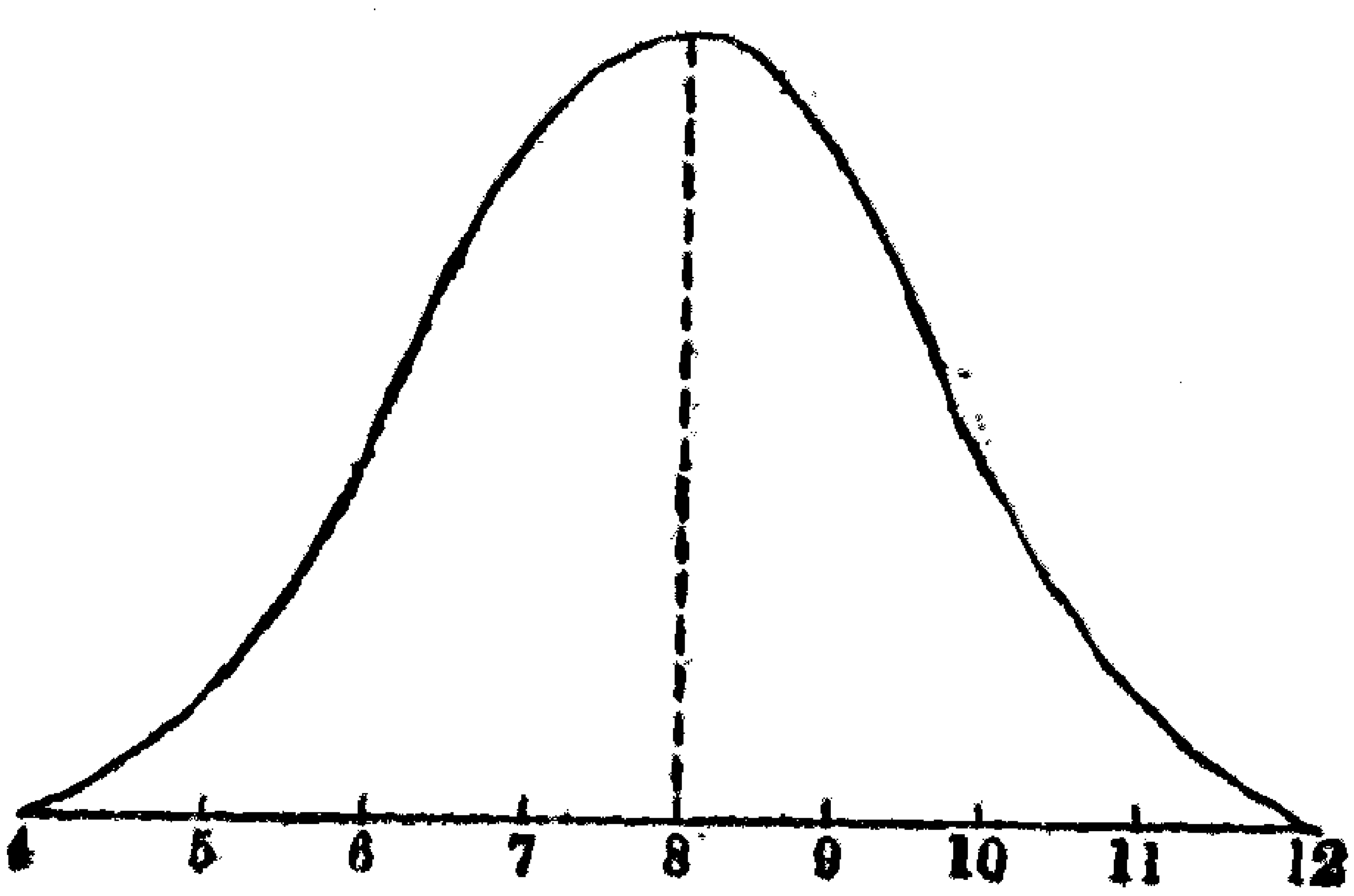
(一) 常態次數面積 (Normal frequency surface) 是一種單衆數的(Unimodal)分配,他的最大概率(Probability)的頂端居中,成集中趨勢 (Central tendency), 茲卽以表

次數分配表的事實,繪製成次數面積圖如下:



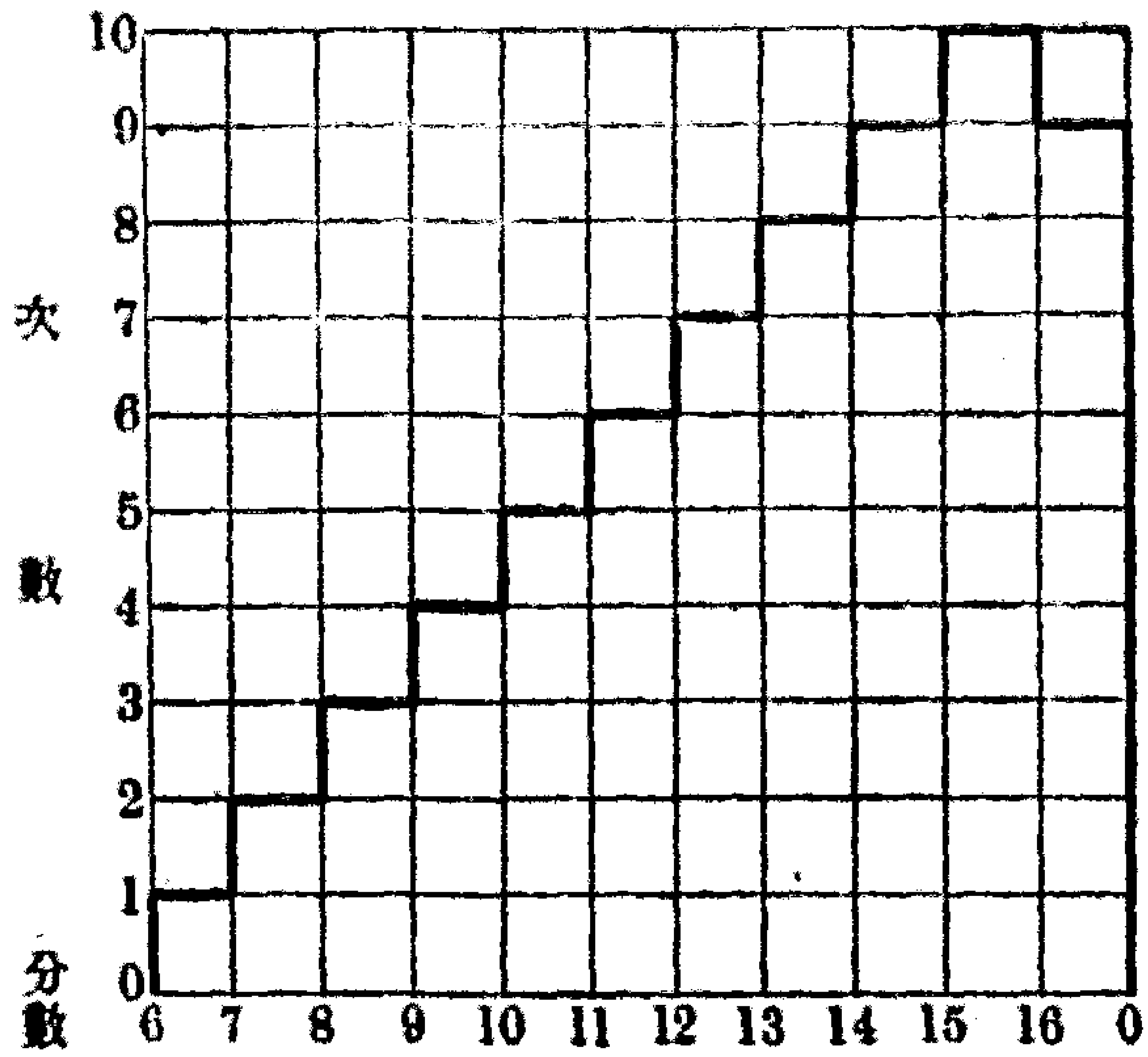
近似常態次數面積圖

上面的一個常態次數面積,是一個近似的常態次數面積,至理想的常態次數面積,是修匀的曲線,其形如鐘,集中趨勢愈大.例如左圖,

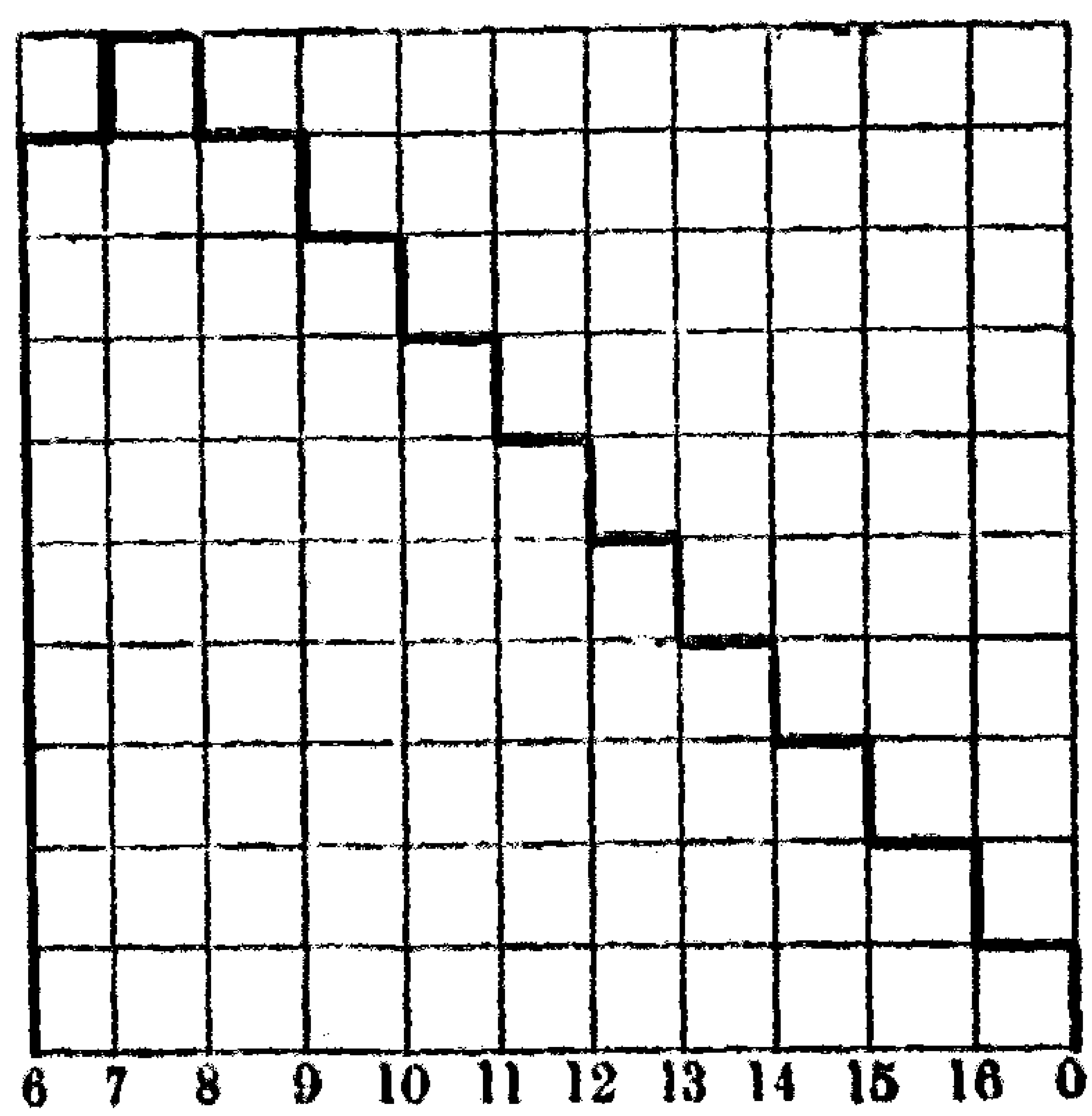


理想的常態次數面積

(二) 偏態次數面積 (Skewed frequency surface) 是反乎常態次數面積的圖形,也是一種單衆數的分配;只是他的最大概率的頂端偏斜在一邊. 偏態次數面積又分兩種: 一種是負的, 一種是正的, 例如右圖 3 是負的偏態, 圖 4 是正的偏態.



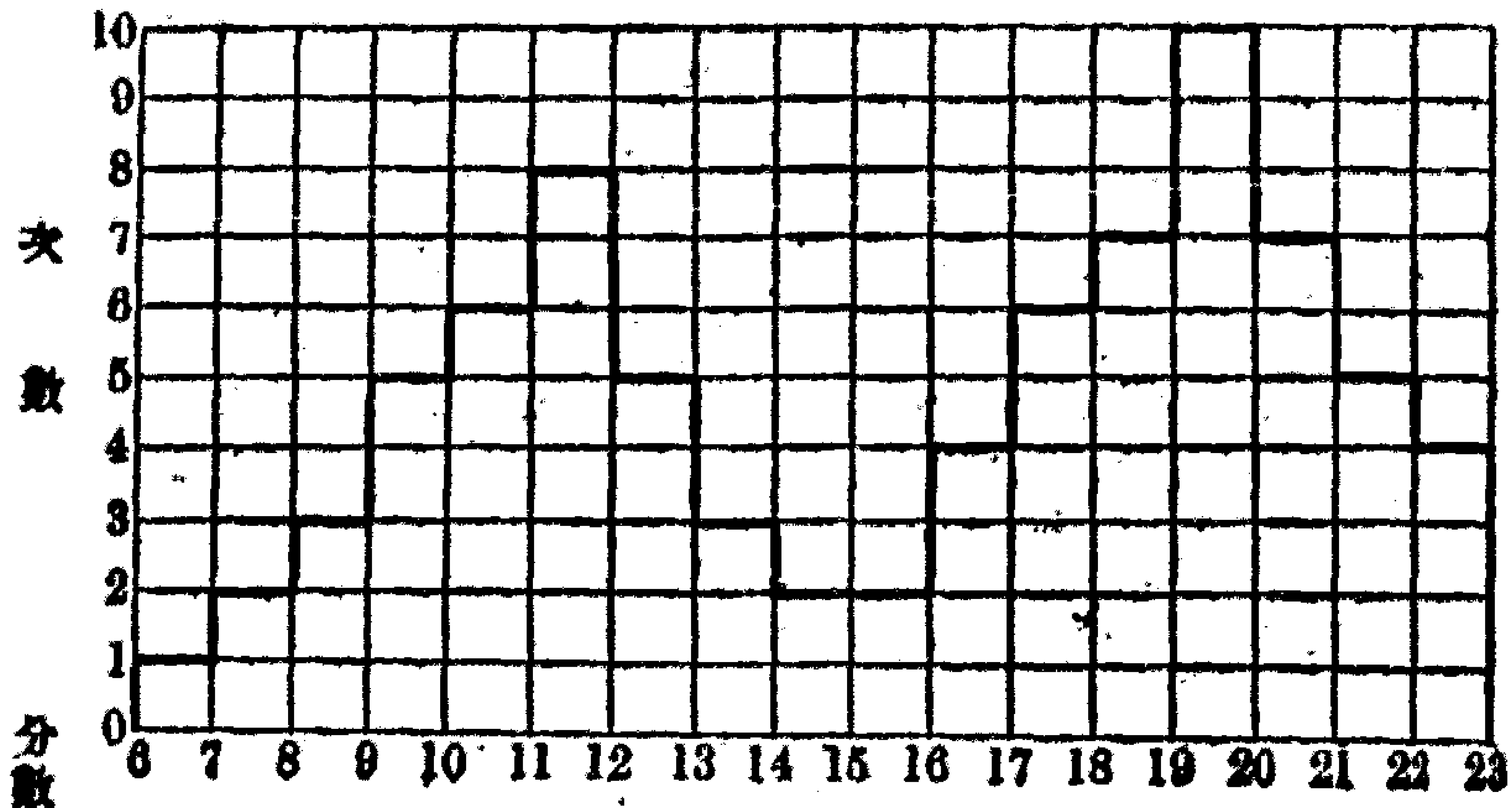
負的偏態



正的偏態

(三) 多衆數次數面積 (Multimodai frequency surface)

是有兩個或兩個以上的衆數或集中趨勢的分配,例如下圖:



多衆數次數面積

第四章　集中量數

集中量數 (Measures of central tendency) 是一類事實的全體量數中的可以代表的標準數量點,故集中量數亦稱代表數,或全體量數的標點.集中量數可以表示一類事實全體量數的中心位置,或表示若干量數集中的趨勢.

集中量數普通有五種:

(一) 算術平均數.

(二) 中點數.

(三) 衆數.

(四) 下二十五分點.

(五) 上二十五分點.

依次分別講解於下:

一　算術平均數

算術平均數 (Arithmetic mean) 也可簡稱平均數,是全體量數的一個平衡均等的代表數.在統計中,常以M做平均數的符號.

計算平均數的方法有三,分別講解於下:

【方法一】　先把各個分數相加,得一總數,然後以次數的總和除之,除得的商數,便是算術平均數.其公式如下:

$$M=\frac{\Sigma m}{N}$$

〔說明〕

M＝算術平均數.

Σ＝總和的記號讀 Sum.

m＝量數的數值.

Σm＝各量數的總和.

N＝次數的總和.

例如下面是二十個中學生的國文分數:

45	80	45	65	50	88	73	65	84	63
44	50	75	40	45	75	74	74	60	50

要計算上面的二十個中學生的國文分數的算術平均數,便可應用方法一的公式.其算計的程序如下:

(一) 求 Σm, 便是把二十個中學生的國文分數統統加起來,得一總和為1245.

(二) 求N,為20.

(三) 代入公式演算:

$$M=\frac{1245}{20}$$

$$=62.25.$$

【方法二】　有時同樣分數不止一個,便可把分數列爲一行,次數又列爲一行,然後以次數乘分數所得的積數,便是算術平均數.其公式如下:

$$M=\frac{\Sigma fm}{N}.$$

〔說明〕

M = 算術平均數.

Σ = 總和的記號.

f = 各量數的次數.

m = 量數的數值.

Σfm = 各量數與其次數的乘積的總和.

N = 次數的總和.

舉例列表演算並說明其程序如下:

分　數	次　數	分數乘次數
55	2	110
60	3	180
66	5	330
68	6	408
70	8	560
74	12	888
78	9	702
80	9	720
85	6	510
88	4	352
95	2	190
總　數	66	4950

(一) 求 fm, 便是把各分數乘其次數,得110,180,330……等數,寫入表上第三行.

(二) 求 Σfm, 便是把表上第三行各數相加爲4950.

(三) 求N,爲66.

(四) 代入公式演算:

$$M=\frac{4950}{66}$$
$$=75.$$

用方法二計算出來的平均數,亦稱加重平均數;可再舉一例說明之.若有某校每週各課上課時數爲國文六小時,英文五小時,算術四小時,歷史二小時,地理二小時,唱歌一小時,圖畫一小時,某生在學年考試時所得分數爲國文90,英文95,算術85,歷史70,地理65,唱歌40,圖畫45,其總平均數依方法一計算爲:

$$(90+95+85+70+65+40+45)\div 7=490\div 7$$
$$=70.$$

這種普通的計算是把各門功課等量齊觀,視同一律,但就實際說,各門功課的分量是頗有輕重的分別.比如每週上課六小時的國文與每週上課一小時的唱歌相較,其輕重不啻相差六倍,所以要計算某生的準確的總平均分數,應把各門功課的分數,依其上課鐘點的多

寡而得其相當的重點,故其算法應如下表:

科目	分數	加重點	分數乘加重點
國文	90	6	540
英文	95	5	475
算術	85	4	340
歷史	70	2	140
地理	75	2	150
唱歌	40	1	40
圖畫	45	1	45
總數		21	1730

把上表數目代入方法二的公式演算:

$$M=\frac{1730}{21}$$
$$=82.38$$

依方法二的計算,某生的總平均分數爲 82.38, 較之用方法一計算出來的總平均分數70,實多 12.38 分,則其相差不可謂不大了.

【方法三】 若量數已排列成次數分配表或量數數目繁多,亦可先把量數排列成爲次數分配表,然後計算其平均數.其公式如下:

$$M=EM+\frac{\Sigma fd}{N}\times i \cdots\cdots(1)$$ 或

$$M=EM+C \cdots\cdots(2)$$

〔說明〕

M＝算術平均數.

EM＝估計算術平均數.

Σ＝總和的記號.

f＝各量數的次數.

d＝任何一數量或組距與假設平均數的差數.

i＝組距的單位數.

N＝次數的總和.

$C=\frac{\Sigma fd}{N}\times i$＝校正數.

舉例列表演算並說明其程序如下:

組距	次數	量數與假設平均數之差	次數乘差數
55—60	3	−4	−12
60—65	5	−3	−15
65—70	9	−2	−18
70—75	11	−1	−11
75—80	16	0	0
80—85	9	1	9
85—90	8	2	16
90—95	4	3	12
95—100	2	4	8
總數	67		−11

(一) 求N,爲67.

(二) 求 EM, 依約略觀察, (75-80) 一組的次數最多,且居中間地位,故算術平均數可假定在此一組內,所以把這一組的組距中值 77.5 爲假設平均數.

(三) 求 d, 便是各組組距的中值與 (75-80) 組距的中值的差數,爲 -20, -15, -10, -5 及 5, 10, 15, 20, 再各以 5 (組距單位數) 除之,得 -4, -3, -2, -1, 及 1, 2, 3, 4 寫入上表第三行.

(四) 求 fd, 便是把次數乘差數,乘得的乘積,寫入上表第四行.

(五) 求 Σfd, 便是把上表第四行的負號的總和 -56 與正號的總和 45 相加,爲 -11.

(六) 代入公式演算:

$$\begin{aligned} M &= 77.5+\frac{-11}{67}\times 5 \\ &= 77.5+(-.16)\times 5 \\ &= 77.5+(-.8) \\ &= 76.7. \end{aligned}$$

二　中點數

中點數 (Medium) 卽量表中的一個中點,在此點的兩端,各有全體量數的半數;換言之,在中點數的上下兩端,各有全體量數的百分之五十,所以中點數亦稱五十分點,在

統計中,常以 Md 做中點數的符號.

計算中點數的方法有三,分別講解於下:

【方法一】 若量數的數目是單數,其中點數的計算法可舉例說明如下:

下面是十三個學生的常識測驗分數:

60	80	90	55	65	70	75
75	80	85	65	70	70	

要計算上面十三個分數的中點數,其程序如下:

(一) 把各量數排列成順序分配如下:

55	60	65	65	70	70	70
75	75	80	80	85	90	

(二) 把量數數目 13 加 1 爲 14,再以 2 除之爲 7.

(三) 7 爲中點所在的地位,卽此十三個量數裏的中點數,爲任何一端數起的第七個量數,卽 70, 70 卽中點數.

【方法二】 若量數數目是雙數,其中點數的計算法可舉例說明如下:

下面是十四個學生的常識測驗分數:

90	85	60	70	70	80	90
55	75	80	70	75	65	65

要計算上面十四個分數的中點數其程序如下:

(一) 把各量數排列成順序分配如下:

55	60	65	65	70	70	70
75	75	80	80	85	90	95

(二) 把量數的數目14加1爲15,再以2除之爲7.5.

(三) 7.5爲中點數所在的地位,即此十四個量數裏的中點數爲兩端數起的兩個第七個量數相加,(70+75)爲145,再以2除之爲72.5, 72.5即中點數.

【方法三】　若量數已排列成次數分配表,或量數數目繁多,亦可先把量數排列成次數分配表,然後計算其中點數,其公式如下:

$$Md = L + \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \times i \cdots\cdots\cdots\cdots(1)\text{或}$$

$$Md = U - \frac{\frac{N}{2} - F}{f} \times i \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

〔說明〕

公式(1)

Md = 中點數.

L = 含有中點數之組組距的下限.

$\frac{N}{2}$ = 次數總和的半數.

F = 由起端算至含有中點數之組的以下各

組（即較含有中點數組小的各組）次數的總和.

f＝含有中點數之組的次數.

i＝組距單位數.

公式(2)

U＝含有中點數之組組距的上限.

F＝由末端算至含有中點數之組的以上各組（即較含有中點數組大的各組）次數的總和.

要計算右面的一個次數分配的中點數,便可應用方法三的公式,其計算的程序如下:

(一) 求$\frac{N}{2}$,爲32,即次數的總和的半數,亦即中點數所在的地位.

(二) 求F,從次數的上端往下一一相加,一直加到含有次數的半數32的一組(65－70)（即含有中點數的一組）的前一組(60－65)爲止,共24,

組距	次數
40－45	2
45－50	3
50－55	4
55－60	6
60－65	9
65－70	10
70－75	8
75－80	7
80－85	6
85－90	5
90－95	4
總數	64

(三) 故 f 爲10.

(四) 故 L 爲30.

(五) 代入公式演算:

$$Md=65+\frac{32-24}{10}\times 5$$

$$=65+\frac{8}{10}\times 5$$

$$=65+.8\times 5$$

$$=65+4$$

$$=69.$$

三　衆數

全體量數中次數最多的數是衆數(Mode).在統計中,常以 Mo 做衆數的符號.衆數可分爲兩種,一種是視察衆數,一種是理論衆數;前者比較粗疏,後者比較精確,分別講解於下:

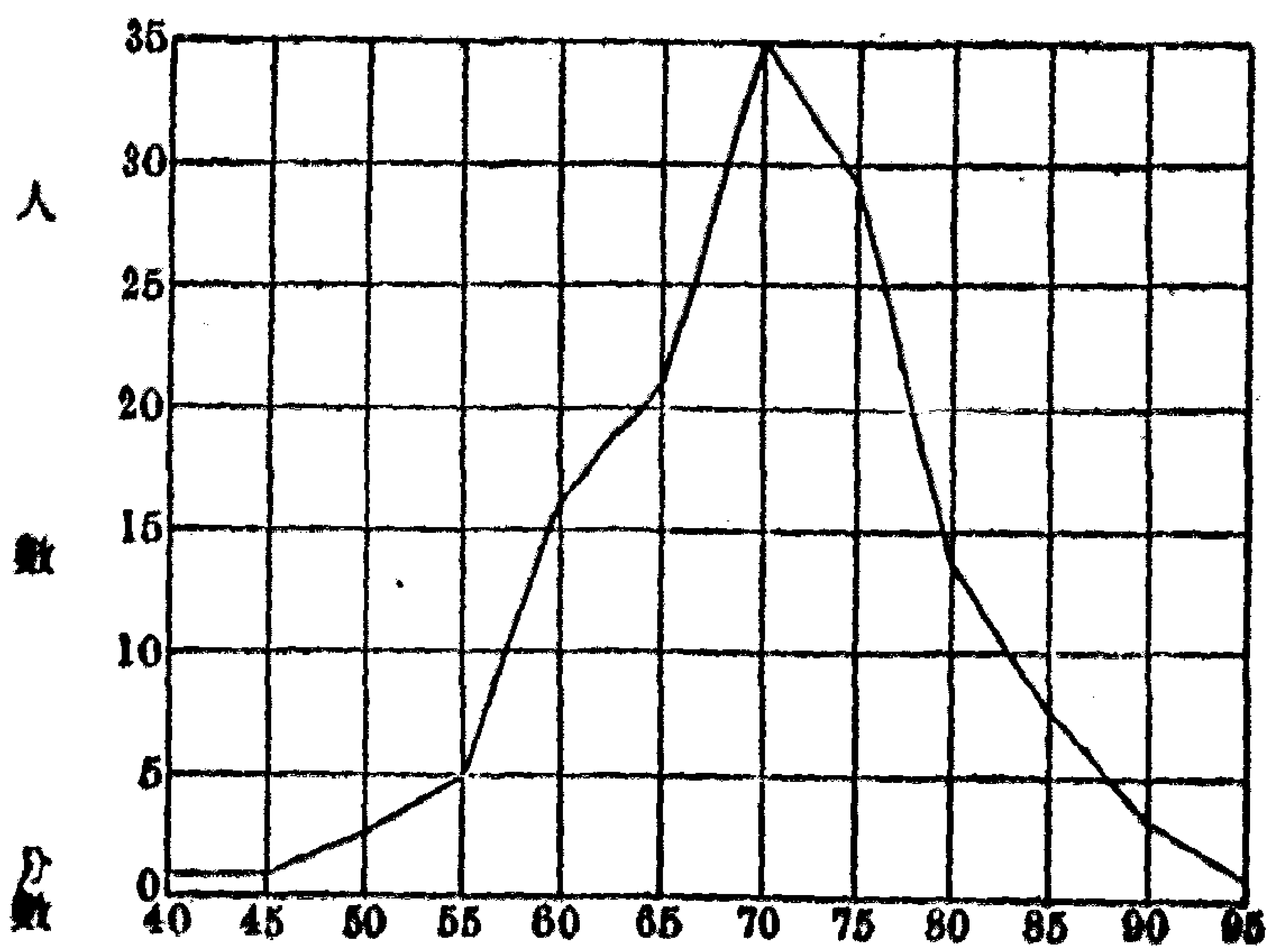
1.視察衆數　視察衆數是用視察而求出的衆數.求視察衆數祇須在次數分配表上察知次數最密集之處的量數,或在次數面積圖上察知最大縱線(Maximun ordinate)所在之處的量數,這種在次數分配表上的次數最密集之處的量數與在次數面積圖上的最大縱線所在之處的量數,便是視察衆數.

分數	人數
40	1
45	1
50	3
55	5
60	16
65	21
70	35
75	29
80	14
85	8
90	3
95	1
總數	137

〔例一〕

右表是一百三十七個學生算術測驗分數的次數分配表,其中得70分者共有35人,餘皆無如許人數;換言之,這個分配表中人數最密集之處是在分數70之一組中,故70即爲這個測驗分數的衆數.

〔例二〕



上面是依據例一次數分配表的事實製成的次數

面積圖,圖上最大縱線所在之處的量數爲 70, 70 便是衆數.

2.理論衆數 理論衆數是用數理而求出的衆數.數學中最精確的理論衆數,演算甚難,不易理解.由統計家的經驗,得有兩種方法,可以求出近似衆數(Approximate mode).

【方法一】 如次數分配表所列的事實係連續數,便可視最多次數屬於何組,即假定衆數在這一組裏,同時再將最多次數兩端的次數均衡之,以決定衆數所在的適宜的位置而求出衆數.其公式如下:

$$Mo = L + \frac{f_2}{f_1+f_2} \times i \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$ 或

$$Mo = U - \frac{f_1}{f_1+f_2} \times i \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

〔說明〕

Mo = 衆數.

L = 含有衆數組組距的下限.

f_1 = 鄰近衆數下一組的次數(即鄰近衆數的較小的一組).

f_2 = 鄰近衆數上一組的次數(即鄰近衆數的較大的一組).

i = 組距單位數.

U = 含有衆數組組距的上限.

例如右表是一百五十名中學生國文分數的次數分配表:

組距	次數
45—50	1
50—55	4
55—60	10
60—65	19
65—70	24
70—75	34
75—80	21
80—85	18
85—90	11
90—95	6
95—100	2
總數	150

要計算右面的次數分配的衆數,便可應用方法一的公式,其計算的程序如下:

(一) 因爲右表的次數分配中最多的次數爲34,所以衆數便可假定是在(70—75)的一組裏.

(二) 故 L 爲70.

(三) 故 f_1 爲25.

(四) 故 f_2 爲21.

(五) 代入公式演算:

$$Mo=70+\frac{21}{24+21}\times 5$$

$$=70+\frac{21}{45}\times 5$$

$$=70+.47\times 5$$

$$=70+2.35$$

$$=72.35.$$

如次數爲不規則的分配時,可用鄰近衆數所在之

組每端的兩組或兩組以上的次數而均衡之;甚至將每端所有的組數加上均衡,以求衆數亦可.若用此法以求上表所舉事實之衆數,則爲:

$$Mo=70+\frac{21+18+11+6+2}{24+19+10+4+1+21+18+11+6+2}\times 5$$

$$=70+\frac{58}{116}\times 5$$

$$=70+.5\times 5$$

$$=70+2.5$$

$$=72.5.$$

惟眞正的多衆數分配的事實,要計算他的衆數,此法不能適用.

【方法二】　各種教育事實的分配,大多數近於常態,卽次數均有聚集全距中部之趨勢.英國統計家皮爾生 (Pearson) 有見及此,於是發明一種經驗的法則,可以求出近似的衆數,此種衆數與正確之衆數相差甚微,其公式如下:

$$Mo=M-3(M-Md)$$

〔說明〕

Mo＝衆數.

M＝算術平均數.

Md＝中點數.

仍用一百五十名中學生國文分數的次數分配為例,計算其衆數,程序如下:

(一) 求 M 為 72.85.

(二) 求 Md 為 72.5.

(三) 代入公式演算:

$$\begin{aligned} Mo &= 72.85-3(72.85-72.5) \\ &= 72.85-3\times.35 \\ &= 72.85-1.05 \\ &= 71.8. \end{aligned}$$

惟皮爾生的這個公式,須與次數分配無大偏斜時才可以應用.

四 下二十五分點

下二十五分點 (Lower quartile point) 便是在量表上所居之位置,有百分之二十五的量數在彼以下,百分之七十五的量數在彼以上,故亦稱二十五分點.在統計中常以Q_1做下二十五分點的符號.其公式如下:

$$Q_1 = L + \frac{\frac{N}{4}-F}{f}\times i.$$

〔說明〕

Q_1 = 下二十五分點.

L = 含有下二十五分點之組組距的下限.

$\frac{N}{4}$ = 次數的總和的四分之一.

F = 由起端算至含有下二十五分點組以上各組的次數的總和.

f = 含有下二十五分點之組的次數.

i = 組距單位數.

例如下面是九十二名中學生的英文分數的次數分配表.

要計算下面的次數分配的下二十五分點,其程序如下:

組　距	次　數
40—45	1
45—50	0
50—55	2
55—60	4
60—65	13
65—70	18
70—75	25
75—80	16
80—85	5
85—90	5
90—95	3
95—100	2
總　數	92

(一) 求N,爲92.

(二) 求$\frac{N}{4}$,爲23.

(三) 求F,從次數的上端往下一一相加,直加到含有數次四分之一的數目(23)的一組(65–70)(卽含有下二十五分點的一組)的前一組(60–65)爲止,共20.

(四) 故f爲16.

(五) 故L爲65.

(六) 代入公式演算:

$$Q_1=65+\frac{23-20}{16}\times5$$

$$=65+\frac{3}{16}\times5$$

$$=65+.19\times5$$

$$=65+.95$$

$$=65.95.$$

五　上二十五分點

上二十五分點 (Upper quartile point) 便是在量表上所居之位置,有百分之七十五的量數在彼以下,百分之二十五的量數在彼以上,故亦稱七十五分點.在統計學中,常以Q_3做上二十五分點的符號.其公式如下:

$$Q_3=L+\frac{\frac{3}{4}N-F}{f}\times i.$$

〔說明〕

Q_3 = 上二十五分點.

L = 含有上二十五分點之組組距的下限.

$\frac{3}{4}N$ = 次數的總和的四分之三.

F = 由起端算至含有上二十五分點組以上各組的次數的總和.

f = 含有上二十五分點之組的次數.

i＝組距單位數.

再用上例九十二名中學生的英文分數的次數分配,計算其上二十五分點,其程序如下:

(一) 求 N, 爲 92.

(二) 求 $\frac{3}{4}N$, 爲 69.

(三) 求 F, 從次數的上端往下一一相加,直加到含有次數的四分之三的數目 (69) 的一組（75−80）（卽含有上二十五分點的一組）的前一組（70−75）爲止,共 61.

(四) 故 f 爲 16.

(五) 故 L 爲 75.

(六) 代入公式演算:

$$
\begin{aligned}
Q_3 &= 75+\frac{69-61}{16}\times 5\\
&= 75+\frac{8}{16}\times 5\\
&= 75+.5\times 5\\
&= 75+2.5\\
&= 77.5.
\end{aligned}
$$

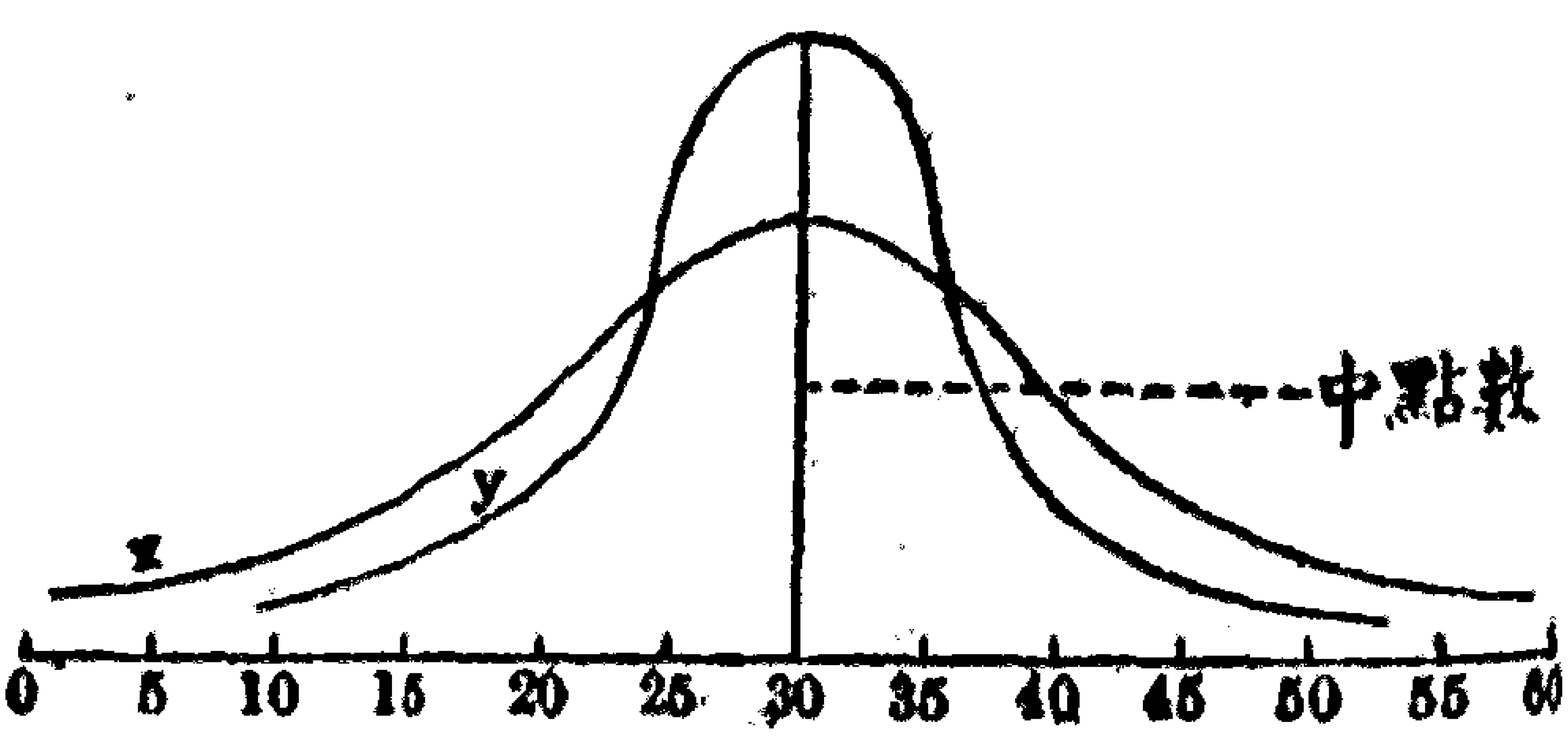
第五章　差異量數

教育事實的分配,有時聚集得很密,便是各個量數相差很小,有時散布得很廣,便是各個量數相差很大.集中量數只能代表一個分配的某一集中點的數值,卻不能顯示出一個分配的疏密的情狀,所以一個分配的平均數雖然相同,但這兩個分配的疏密的情狀,往往相差甚大呢.

例如下面甲乙兩個兒童的國文成績分數,其平均數雖同爲65,但兩者歷次分數的分配的疏密情狀,都大不相同了:

(甲)	68	66	65	70	65	60	66	55	70	65
(乙)	25	70	88	48	95	65	36	75	84	55

再如右圖x曲線代表甲組學生的國文成績,y曲線代表乙組學生的



國文成績,兩種成績的中點數雖同爲30,但兩種成績的分配的疏密,祇要看了圖上 x 曲線與 y 曲線的形象,已可見其差異了.

所以我們要比較兩種或兩種以上的教育事實的異同優劣或高下,單以集中量數做標準是不可靠的,同時必須再求其差異量數.

差異量數 (Measures of variability) 便是一類事實的內部各量數的參差度量數,或各量數與其平均數相差的一種量數,所以差異量數可以表示全體量數分配的狀況,或若干量數的離中的趨勢.

差異量數普通有四種:

(一) 全距. (二) 平均差.

(三) 標準差. (四) 二十五分差.

依次分別講解於下:

一 全距

全距 (Range) 是測量中的兩極端量數的差異數,卽量表上的全距離,他的所包括的量數,佔全體量數百分之一百.

計算全距的方法極爲簡單,只要把測量中最大量數減去最小量數卽得.

例如: 16, 24, 32,………………80, 85, 88, 90

上面的許多分數中最大的是90,最小的是16,90減去16得74,即全距.

二 平均差

平均差 (Mean deviation) 即一個分配中的各量數與其平均數（算術平均數,中點數或衆數）相較的算術平均數.因爲中點數較算術平均數容易計算,較衆數精確,由中點數計算出來的平均差其量最小,所以計算平均差大都用中點數.計算平均差時,要計算各量數與平均數之差,各差數相加,可不按正負符號,因由算術平均數,中點數或衆數所求出的各差數,若按其正負符號相加,所得之和,爲數甚小,或逕等於零.

在統計中,常以M.D.或A.D.或8做平均差的符號.

計數平均差的方法有三,分別講解於下:

【方法一】 如量數數目不多,可先將各量數排成順序分配,然後計算其平均差,公式如下:

$$M.D.=\frac{\Sigma d}{N}$$

〔說明〕

M.D. = 平均差.

Σ = 總和的記號.

d＝每一量數與中點數的差數.

N＝次數的總和.

例如下面是十個中學生的算術成績分數:

71　85　90　78　74　70　86　73　82　87

要計算這十個中學生的算術成績分數的平均差,可先將這十個量數,排成順序分配.試列表演算並說明其程序如下:

(一) 求量數數目,得10.

(二) 求中點數,得80.

(三) 求中點數與每個量數的差數得10, 7, 6, 5……等.

(四) 求差數的總和,不管其正負符號,悉將其相加,得64.

(五) 以量數數目10除差數,總和64,所得之差數算術平均數 6.4, 即所求的平均差.

量　數	差　數
90	10
87	7
86	6
85	5
82	2
78	−2
74	−6
73	−7
71	−9
70	−10
N＝10	64

(六) 代入公式演算:

$$\text{M. D.}=\frac{64}{10}$$

$$=6.4$$

【方法二】 如量數已排列成次數分配表,或量數數目繁多,亦可先把量數排列成次數分配表,然後求其平均差.其公式如下:

$$M.D.=\frac{\Sigma fd}{N}$$

〔說明〕

M.D. = 平均差.

Σ = 總和的記號.

f = 各量數的次數.

d = 每一量數與中點數的差數.

fd = 次數與差數相乘之積.

N = 次數的總和.

舉例列表演算並說明其程序如下:

組距	組距中點	次數	差數	次數乘差數
55—60	57.5	4	−19	−76
60—65	62.5	10	−14	−140
65—70	67.5	15	−9	−135
70—75	72.5	18	−4	−72
75—80	77.5	30	1	30
80—85	82.5	16	6	96
85—90	87.5	11	11	121
90—95	92.5	6	16	96
95—100	97.5	2	21	42
總數		112		808

(一) 求次數的總和,得112.

(二) 求中點數,得76.5.

(三) 求中點數與各組組距中點的差數,得 −19, −14, −9,……等.

(四) 以各量數次數乘各該差數,得 −76, −140, −135,……等.

(五) 求各次數乘各該差數之積的總和,不管其正負符號,悉將其相加,得808.

(六) 以次數總和 112 除各次數乘各該差數之積的總和 808, 得7.21, 卽所求之平均差.

(七) 代入公式演算:

$$M.D.=\frac{808}{112}$$
$$=7.21.$$

【方法三】　簡捷法,其公式如下:

$$M.D.=\frac{\Sigma fd+C(Nb-Na)}{N}\times i.$$

〔說明〕

Σfd = 次數乘差數(與假定中點數)的絕對值之和,正負號不計:

C = 校正數 $=\frac{T.Md-A.Md}{i}$.

T.Md = 真確中點數.

A.Md = 假定中點數.

Nb = 眞確中點數以下的量數.

Na = 眞確中點數以上的量數.

N = 次數的總和.

i = 組距單位數.

舉例列表演算並說明其程序如下:

組距	次數	差數	次數乘差數
45—50	4	4	16
50—55	12	3	36
55—60	16	2	32
60—65	27	1	27
65—70	28	0	0
70—75	32	1	32
75—80	22	2	44
80—85	18	3	54
85—90	8	4	32
90—95	3	5	15
總數	170	Σfd	288

(一) 求次數的總和,得170.

(二) 按求中點數的方法,求眞確中點數,得69.6.

(三) 用含有眞確中點數組距 (65—70) 的中值爲假定中點數,爲67.5.

(四) 假定各組量數相差爲 1,求假定中點數與

各量數的差數,得各差數,寫在表上第三行內.

(五) 以次數乘各該差數,得各次數乘差數之積,寫在表上第四行內.

(六) 求次數乘差數之積的總和爲288.

(七) 求校正數卽眞確中點數與假定中點數相差之數.例中眞確中點數爲69.6,假定中點數爲67.5,其相差之數爲2.1,此差數係按組距等於5計算,但上表計算的單位爲假設組距等於1,故每一量數的校正數爲$\frac{2.1}{5}=.42$.

(八) 求眞確中點數以上各組的次數總數與眞確中點數以下各組的次數總數.(若眞確中點數大於假定中點數,則將含有中點數組的次數與其下各組的次數相加;若眞確中點數小於假定中點數,則將含有中點數組的次數與其上各組的次數相加).因上表之眞確中點數大於假定中點數,故眞確中點數以上各組的次數總數(Na)爲$32+22+18+8+3=83$,眞確中點數以下各組的次數總數(Nb)爲$28+27+16+12+4=87$.

(九) 求$Nb-Na=87-83=4$.

(十) 將第六步求出之校正數與第九步求出之差數相乘,爲$42\times4=1.68$卽總校正數.

(十一) 將總校正數加於次數乘差數之積的總和之上,為 288+1.68=289.68.

(十二) 將次數總數 170 除 289.68 為 1.7 即平均差.但此平均差係假設組距之單位為 1 而求出的,現在組距之實際單位非 1 而為 5,這個平均差當非實際單位的平均差.

(十三) 用組距之實際單位乘第十二步求出之平均差為 1.7×5=8.5 即實際單位之平均差.

(十四) 代入公式演算:

$$
\begin{aligned}
\text{M. D.} &= \frac{288+.42(87-83)}{170}\times 5 \\
&= \frac{288+.42\times 4}{170}\times 5 \\
&= \frac{288+1.68}{170}\times 5 \\
&= \frac{289.68}{170}\times 5 \\
&= 1.7\times 5 \\
&= 8.5.
\end{aligned}
$$

三 標準差

標準差 (Standard deviation) 即分配中各量數與其平均數 (算術平均,中點數或衆數) 之差數的平方法的算

術平均數的平方根,故標準差或作平方差 (Mean square deviation). 在統計中,常以S. D. 或希臘字母 δ (Sigma) 做標準差的符號。

求標準差的方法有三,分別講解於下:

【方法一】 由未歸類事實求標準差,其公式如下:

$$S.D. = \sqrt{\frac{\Sigma d^2}{N}}.$$

〔說明〕

S. D. = 標準差.

Σd^2 = 各量數與算術平均數的差數的總和的平方.

N = 次數的總和.

舉例列表演算並說明其程序如右:

(一) 將各量數列成順序分配.

(二) 求量數的總和

分數	差數	差數方
55	−18	324
60	−13	169
60	−13	169
62	−11	121
65	− 8	64
67	− 6	36
70	− 3	9
70	− 3	9
70	− 3	9
70	− 3	9
75	2	4
75	2	4
80	7	49
80	7	49
85	12	144
85	12	144
90	17	289
95	22	484
N = 18	Σfd^2	2086

得18.

(三) 求算術平均數,得73.

(四) 求每個量數與算術平均數的差數,得上表第二欄中 −18, −13, −13, ……等數.

(五) 求各差數平方得上表第三欄中 324, 169, 169, ……等數.

(六) 求各差數平方的總和得2086.

(七) 以次數的總和18除差數平方的總和 2086 得 115.89, 此即標準差的平方.

(八) 求標準差的平方 115.89 的平方根得10.77.

(九) 代入公式演算:

$$S.D.=\sqrt{\frac{2086}{18}}$$

$$=\sqrt{115.89}$$

$$=10.77.$$

【方法二】 由已歸類事實求標準差,其公式如下:

$$S.D.=\sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N}}\times i.$$

〔說明〕

Σfd^2 = 次數與差數的平方相乘之積的總和,

N = 次數的總和,

i＝組距單位數.

舉例列表演算並說明其程序如下:

組　距	次　數	差　數	差數方	次數乘差數方
45－50	5	－4	16	80
50－55	14	－3	9	126
55－60	18	－2	4	72
60－65	25	－1	1	25
65－70	34	0	0	0
70－75	28	1	1	28
75－80	16	2	4	64
80－85	13	3	9	117
85－90	8	4	16	128
90－95	4	5	25	100
總　數	165		Σfd^2	740

(一) 求次數的總和,得165.

(二) 在次數最密集之處,揀出假設算術平均數67.5.

(三) 求每組之中値與假設算術平均數的差數,得上表第三欄 －4 －3 －2 …… 等數.

(四) 將各差數自乘.

(五) 將各平方差數與其相當的次數相乘,得上表第四欄 80, 126, 72 ……等數.

(六) 求各次數乘差數方的總和,得740.

(七) 以次數總和 165 除各次數乘差數方的總和 740, 得 4.48, 此卽標準差的平方.

(八) 求標準差的平方 4.48 的平方根,得 2.12.

(九) 用組距的單位數乘第八步求出的標準差,爲 2.12×5=10.6 卽實際單位的標準差.

(十) 代入公式演算:

$$
\begin{aligned}
\text{S.D.} &= \sqrt{\frac{740}{165}}\times 5 \\
&= \sqrt{4.48}\times 5 \\
&= 2.12\times 5 \\
&= 10.6.
\end{aligned}
$$

【方法三】 簡捷法其公式如下:

$$\text{S.D.} = \sqrt{\frac{\Sigma fd^2}{N} - C^2}\times i.$$

〔說明〕

Σfd^2 = 次數與差數的平方相乘之積的總和.

N = 次數的總和.

C^2 = 校正數的平方.

i = 組距單位數.

舉例列表演算並說明其程序如下:

組距	次數	差數	次數乘差數	次數乘差數方
40—45	8	−5	−40	200
45—50	10	−4	−40	160
50—55	13	−3	−39	117
55—60	25	−2	−50	100
60—65	28	−1	−28	28
65—70	34	0	0	0
70—75	30	1	30	30
75—80	24	2	48	96
80—85	18	3	54	162
85—90	16	4	64	256
90—95	10	5	50	250
N	216		246	1399

(I) 求次數的總和N:

(一) 將各量數的次數相加,得次數的總和N 216.

(II) 求校正數C:

(III) 求次數與差數的平方相乘的積數的總和 Σfd^2:

(二) 以數量最密集之處的一組的組距中值爲假定平均數,上例中之假定平均數爲組距(65—70),其中值爲67.5.

（三）假設組距為一單位，求假定平均數與各組中值的差數 d，得 $-1\ -2\ -3\cdots\cdots$ 和 $1\ 2\ 3\ \cdots\cdots$ 各差數.

（四）將各次數與其相當的差數相乘，求 fd，得 $-28\ -50\ -39\cdots\cdots$ 和 $30\ 48\ 54\cdots\cdots$ 各數.

（五）用代數法相加，求次數與差數相乘之積的總和 Σfd，得 $246-197=49$.

（六）用次數的總和 N 除 Σfd 求校正數 C，得 $\frac{49}{216}=.23$.

（七）每一 fd 各以其相當之 d 乘之，求 fd^2，得 $200, 160, 117, 100, 28\cdots\cdots$ 各數.

（八）求 fd^2 的總和 Σfd^2，得 1399.

(IV) 求校正數的自乘 C^2：

（九）用次數總和 N 除 Σfd^2，求 S^2，得 $\frac{1399}{216}=6.48$. S^2 是從假定平均數求出的標準差的平方，由假定平均數求出的差數平均數不能無誤，其錯誤之數卽為正負兩類差數相差之數的平均數，故必以此數校正之（若假定平均數適等於眞確平均數，則正負兩類差數相差之數必為 0，卽無庸校正）. 同此理由，可知差數平方的平均數錯誤之數，必為正負兩類差數的平均數的平方，故亦必以此數校正

之,是即C^2.

(十) 將校正數C自乘C^2得.05.

(V) 求標準差:

(十一) 由S^2減去C^2,求δ^2得$6.48-.05=6.43$.

(十二) 將δ^2開方,求δ得2.54.

(十三) 用組距單位數乘第十二步求出的標準差,為$2.54\times5=12.7$,即實際單位的標準差.

(十四) 代入公式演算:

$$
\begin{aligned}
S.D. &= \sqrt{\frac{1399}{216}-.05}\times5\\
&=\sqrt{6.48-.05}\times5\\
&=\sqrt{6.43}\times5\\
&=2.54\times5\\
&=12.7.
\end{aligned}
$$

四　二十五分差

二十五分差 (Quartile deviation) 即分配中下二十五分點與上二十五分點中間的一半的距離.在統計中,常以Q做二十五分差的符號.

求二十五分差的公式如下:

$$Q=\frac{Q_3-Q_1}{2}$$

〔說明〕

Q ＝二十五分差.

Q_3 ＝上二十五分點.

Q_1 ＝下二十五分點.

舉例列表演算並說明其程序如右:

組距	次數
45－50	7
50－55	15
55－60	18
60－65	27
65－70	28
70－75	24
75－80	20
80－85	17
85－90	8
總數	164

(一) 以4除次數的總數164,得41.

(二) 求Q_1: $Q_1=60+\dfrac{41-40}{27}\times5=60.2.$

(三) 求Q_3: $Q_3=75+\dfrac{123-119}{20}\times5=76.$

(四) 求$Q_3-Q_1=76-60.2=15.8.$

(五) 以2除第四步求得的差數15.8得7.9卽二十五分差.

(六) 代入公式演算:

$$Q=\frac{76-60.2}{2}$$

$$=\frac{15.8}{2}$$

$$=7.9.$$

差異量數除了上面已講解的四種外,還有差異係數與偏斜係數兩種,也是測量離中趨勢的法則,分別講解於

下:

五　差異係數

前面所講的全距,平均差,標準差,與二十五分差等都是絕對的差數(Measures of absolute variability).我們倘然要比較兩種事實的離中趨勢,即兩種事實的分配差異的大小,若(一)兩種事實的測量單位不同,如小學生默讀測驗成績之均方差的單位與小學生體量之均方差的單位,(二)兩種事實的測量的單位雖同,但其平均數的大小甚爲懸殊,如中學校經費的均方差與小學校經費的均方差,便不能用絕對差數直接比較,而必須用相對的差數(Measures of relative variability).此種相對的差數,通常稱之爲差異係數(Coefficient of variation).

求差異係數的最普通的方法可用<u>開而生</u>公式如下:

$$V=\frac{100\delta}{M}$$

〔說明〕

V = 差異係數.

δ = 標準差.

M = 算術平均數.

照實際講,以算術平均數除標準差所得的結果,即爲差異係數,再用 100 乘之,即化成百分比數;在他種統

計書中,所謂差異係數,本不用 100 去乘,此處係根據雷格的應用於教育上的統計法.

下例便是上述公式的應用:

某校本年度錄取生的國文成績的算術平均數爲 69.45, 均方差爲14.5,其差異係數卽爲:

$$V=\frac{100\times14.5}{69.45}=20.$$

投考生的國文成績的算術平均數爲 41.62, 均方差爲19.7,其差異係數卽爲:

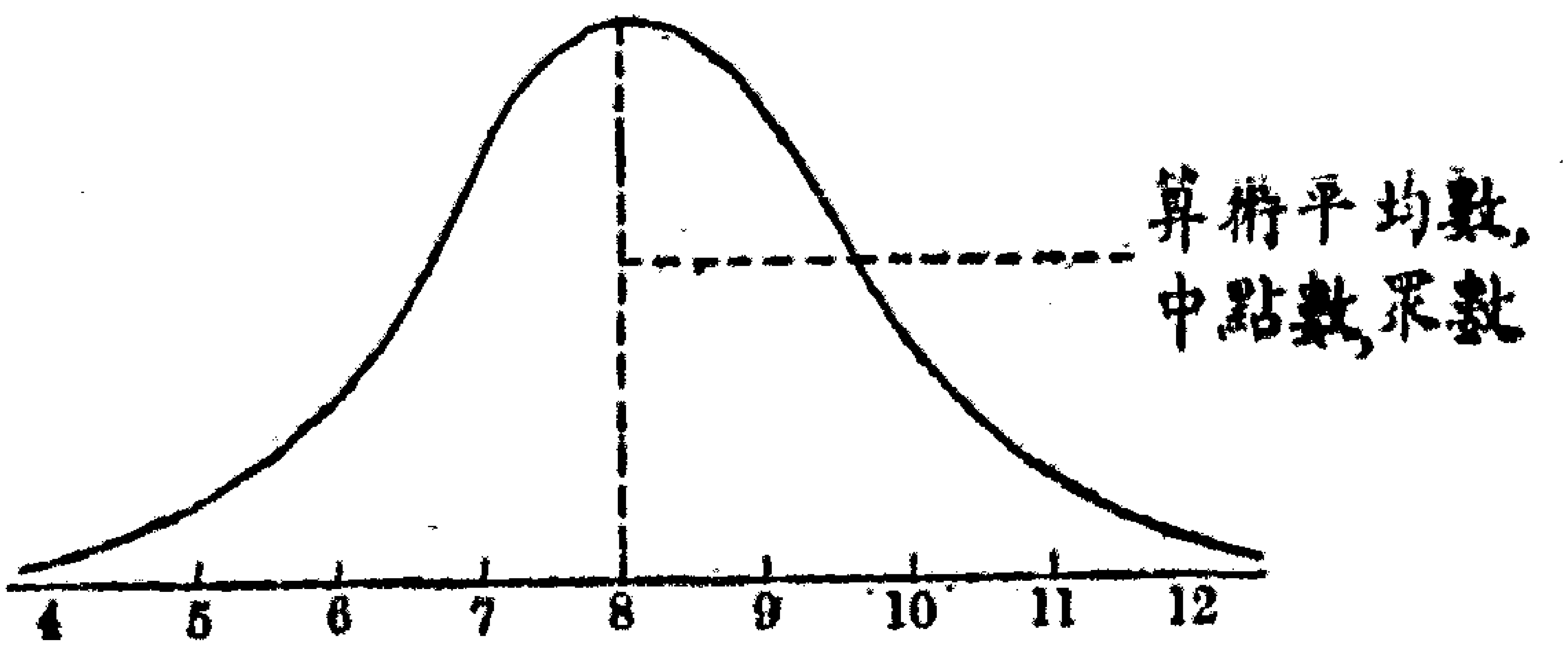
$$V=\frac{100\times19.7}{41.62}=47.$$

從此可知投考生的差數47實二倍於錄取生的差數20而有餘,質言之,卽錄取生的國文程度較投考生的國文程度整齊.若單比絕對的差數,則錄取生的差數是14.5,投考生的差數是19.7,其相差甚小.但實際上相差甚大,故必求比較的差數,方能明白也.

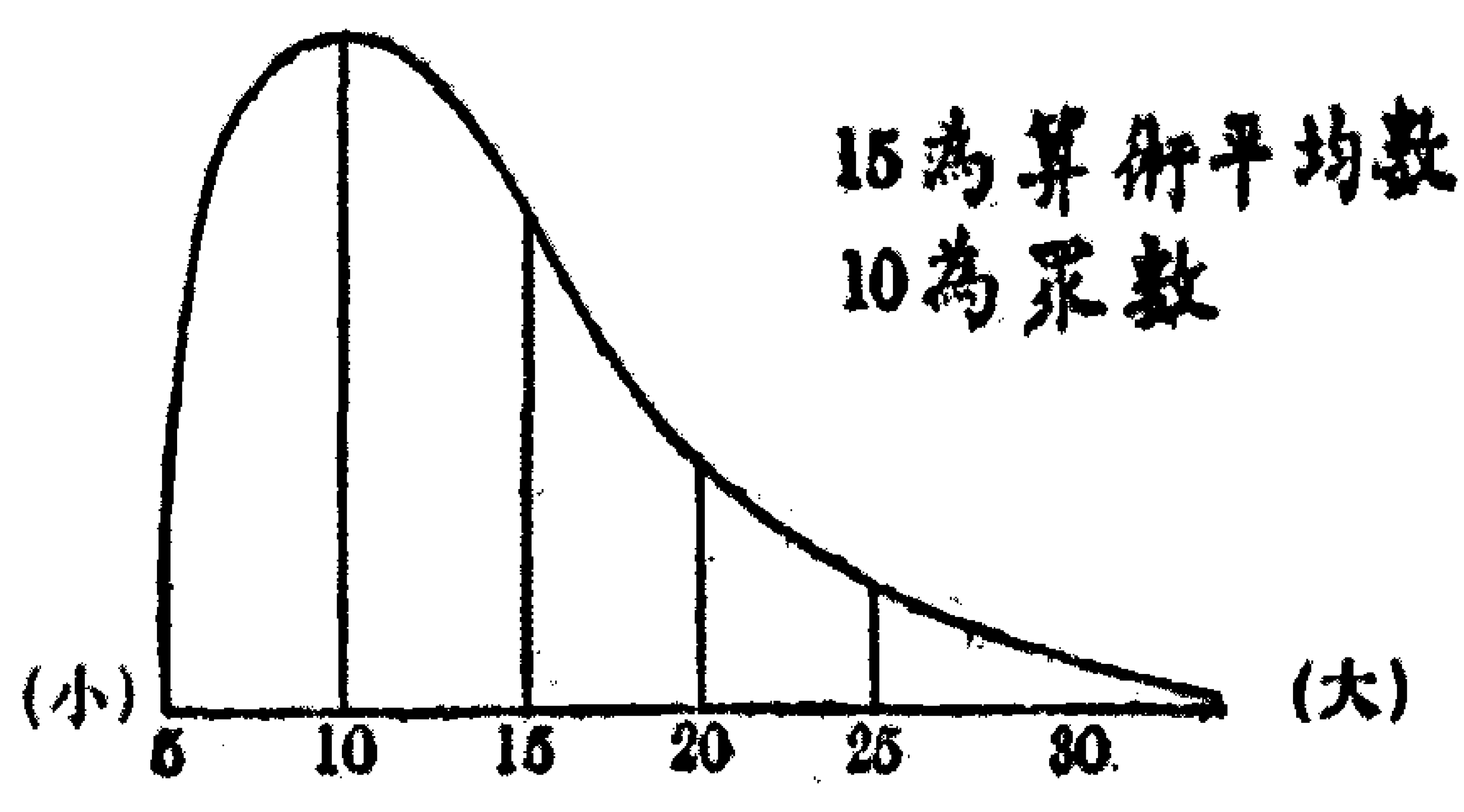
其他各種絕對的差數,如平均差,二十五分差等皆可用同樣法則求其差異係數,惟須注意:若求絕對的差數時係用某種集中量數,則求差異係數時亦必以該種集中量數除之.例如求平均差用中點數,則求此平均差的差異係數時,亦必以中點數去除.

六 偏斜係數

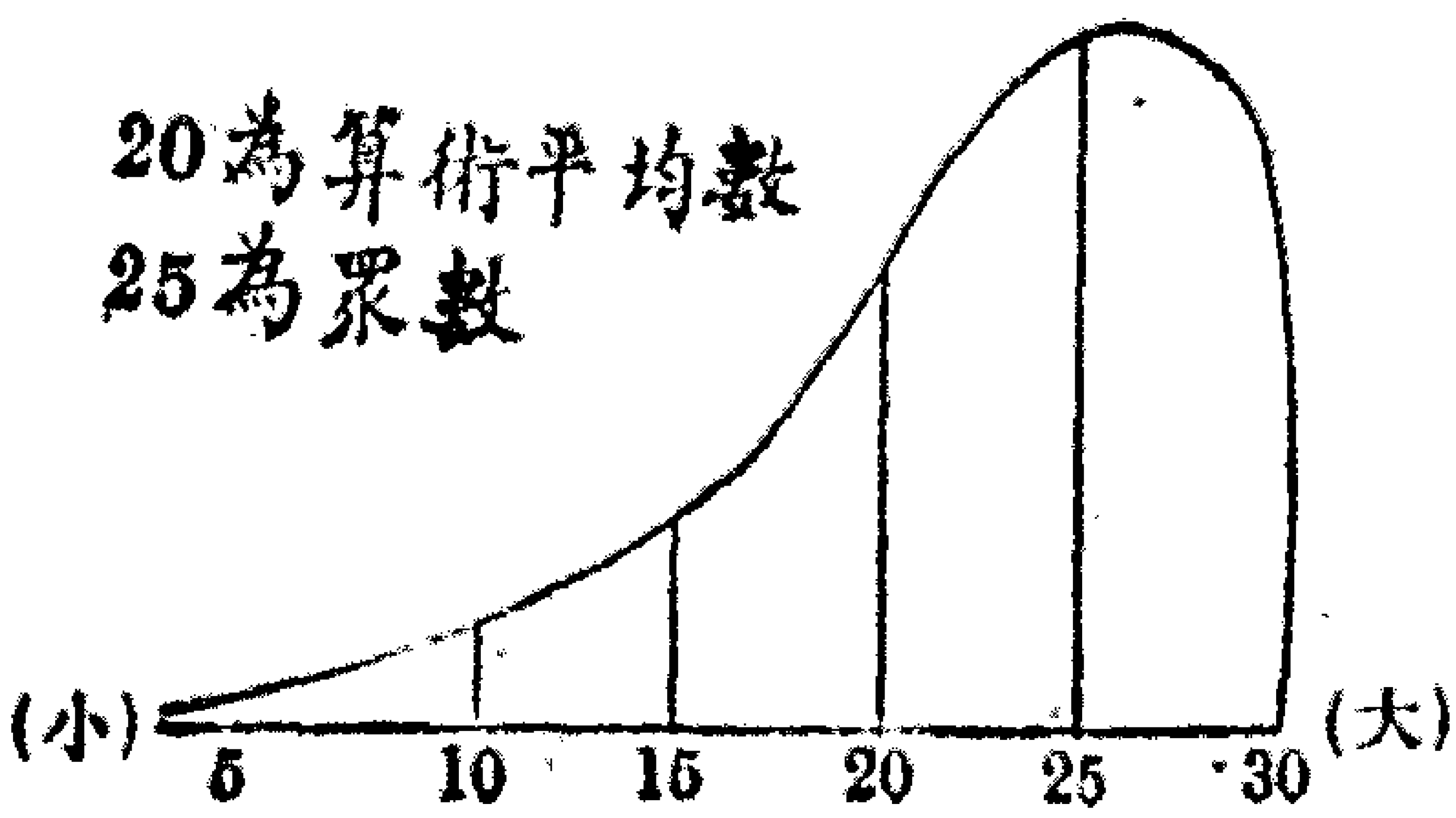
量數分配不對稱,謂之偏斜.在對稱的量數分配中,算術平均數,中點數與衆數三者的地位是完全吻合的.例如下圖:



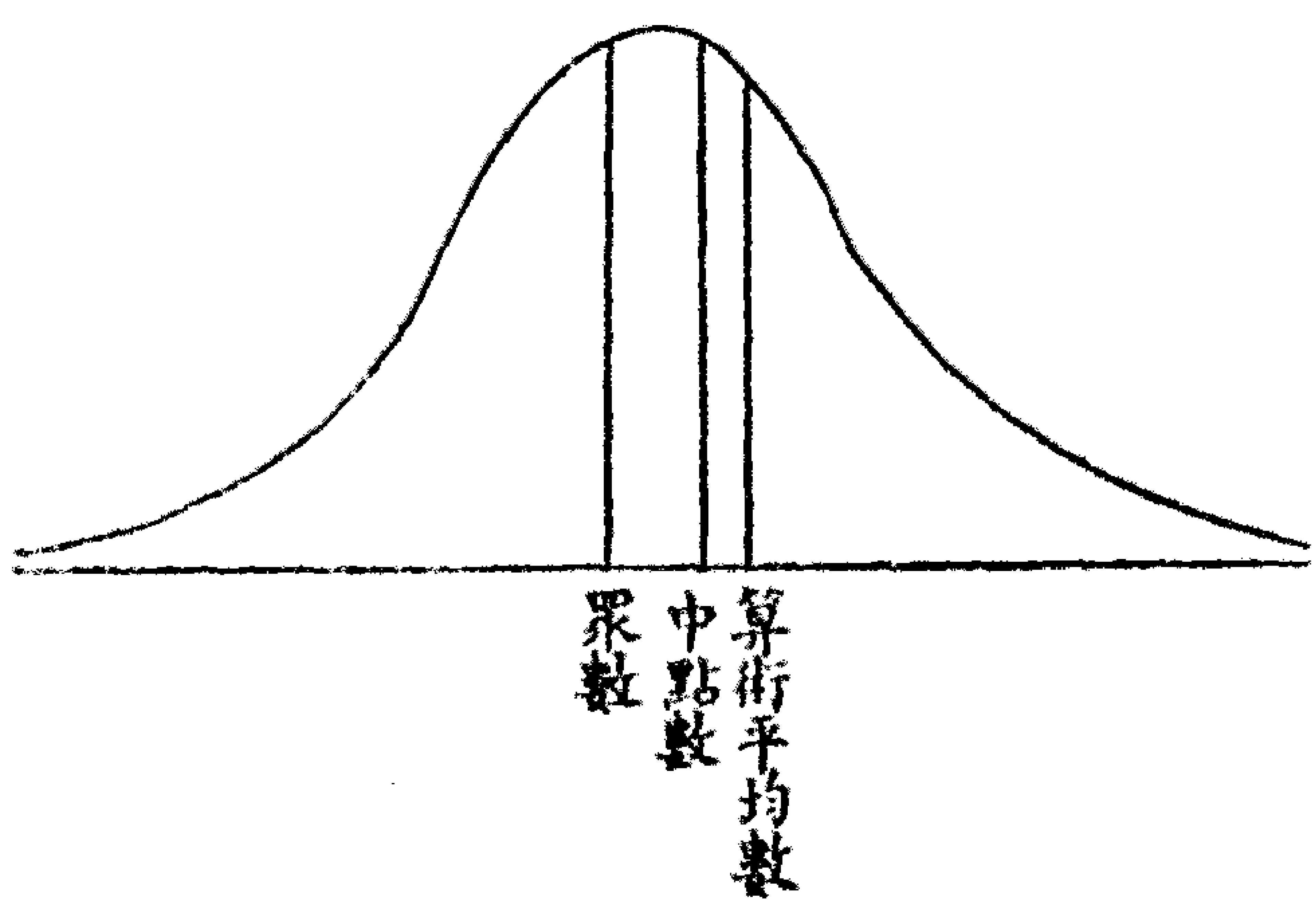
若分配爲偏斜,則算術平均數,中點數,與衆數三者的地位,便有若干的差異了.三者的地位的差異愈大,則其偏斜之度也愈大.通常所用的偏斜量爲算術平均數與衆數的差數;如算術平均數大於衆數,則所得差數爲正,稱之爲正的偏斜;此種偏斜的次數面積,小量數之端(左端)高於大量數之端(右端),例如右圖:



如算術平均數小於衆數,則所得差數爲負,稱之爲負的偏斜;此種偏斜的次數面積,大量數之端(右端)高於小量數之端(左端),例如下圖:



算術平均數,中點數與衆數亦有一定的關係,據經驗的法則,若次數分配無大偏斜時,中點數常落在算術平均數與衆數的距離的三分之一的一點上;例如下圖:



我們倘然要比較兩分配的偏斜之度,須先將兩分配的偏斜量數化爲偏斜係數 (Coefficient of skewness), 始可比較,其理由與比較兩分配差異的程度時,須將其差異量數化爲差異係數完全相同.求偏斜係數時,係用差異量數去除.用偏斜係數以比較各分配偏斜之度,無論其原來單位的大小與種類的異同,均可測驗比較:

求偏斜係數的公式有二:

【方法一】 用<u>關而生</u>公式:

$$j=\frac{M-Mo}{\lambda}$$

〔說明〕

j = 偏斜係數.

M = 算術平均數.

Mo = 衆數.

δ = 標準差.

惟眞確衆數不易求出,但因 $Mo=M-3(M-Md)$,以之代入上式,爲:

$$j=\frac{3(M-Md)}{\delta}.$$

〔說明〕

Md = 中點數.

【方法二】　用貌爾公式:

$$j=\frac{(Q_3-Md)-(Md-Q_1)}{Q}\cdots\cdots\cdots\cdots(a)$$

$$=\frac{Q_1+Q_3-2Md}{Q}\cdots\cdots\cdots\cdots(b)$$

〔說明〕

j = 偏斜係數.

Q_3 = 上二十五分點.

Md = 中點數.

Q_1 = 下二十五分點.

Q = 二十五分點.

舉例說明如下:

組距	次數
30－35	3
35－40	4
40－45	4
45－50	12
50－55	28
55－60	15
60－65	11
65－70	4
70－75	2
75－80	2
80－85	2
85－90	1
總數	88

(A)左面是某校一年級生國文分數的次數分配表:

用上面(A)的一個事實,代入公式如下:

$Md=53.75.$

$Q_1=49.6.$

$Q_3=60.$

$Q=5.25.$

$$j=\frac{(60-53.75)-(53.75-49.6)}{5.25}$$

$$=\frac{6.25-4.15}{5.25}$$

$$=\frac{2.1}{5.25}$$

$$=.4.$$

由此可知某校一年級生國文分數的分配爲正的偏態形.

(B)右面是某校一年級生算術分數的次數分配表:

組距	次數
30－35	1
35－40	1
40－45	2
45－50	3
50－55	3
55－60	5
60－65	10
65－70	14
70－75	20
75－80	12
80－85	4
85－90	3
總數	88

用上面(B)的一個事實代入公式如下:

$Md=70.65,$

$Q_1=63.5.$

$Q_3=74.5.$

$Q=5.5.$

$$j=\frac{(74.5-70.65)-(70.65-63.5)}{5.5}$$

$$=\frac{3.85-7.15}{5.5}$$

$$=\frac{-3.3}{5.5}$$

$$=-.6.$$

由此可知某校一年級生的算術分數的分配為負的偏態形.

以(A)與(B)相較,則偏態的大小,便可了然了.

無論在關而生公式或猶爾公式中,如 $M-Md$ 或 $(Q_3-Md)-(Md-Q_1)$ 為零時,則次數的分配為對稱,卽常態次數分配.如 Md 之數小於 M,或 $(Md-Q_1)$ 之數小於 (Q_3-Md),則所得的比率數為正,卽正的偏斜次數分配.如 Md 之數大於 M,或 $(Md-Q_1)$ 之數大於 (Q_3-Md),則所得之比率數為負,卽負的偏斜次數分配.

第六章　相關量數

一　相關量數的意義與種類

統計家鮑萊 (Bowley) 對於相關 (Correlation) 下的定義如下:"若有兩種量數,其一種的各數量增多或減少時,其又一種的各數量也隨之增多或減少 (或相反); 且一種的各數量的變度漸大時,其又一種的各數量的變度也隨之漸大,此之謂相關."

更具體的說,假使學生的國文成績與算術成績有相互的關係時,那末國文成績優良的學生,算術成績也必定優良,國文成績低劣的學生,算術成績也必定低劣;或國文成績優良的學生算術成績反低劣,國文成績低劣的學生算術成績反優良;相關量數 (Measure of relationship) 即用以表明兩種量數相關的程度的一種方法.

所以要計算相關,必具有兩類事實,且此兩類事實的各數量必雙雙對稱,稱曰對偶量數.例如下表:

在下表內每個學生各有國文與算術兩種分數,即爲

對偶量數,如92與92, 90與93等.相關所研究的問題,即國文分數大時,算術分數是否也大?還是反而小?還是兩不相關?

學生	國文分數	算術分數
A	92	92
B	90	93
C	90	85
D	95	81
E	87	89
F	87	90
G	85	88
H	93	90
I	91	80
J	85	90

若國文分數大時,算術分數也隨之而大,國文分數小時,算術分數也隨之而小,此種關係,稱之曰正相關(Positive correlation).

若國文分數大時,算術分數反因之而小,國文分數小時,算術分數反因之而大,此種關係,稱之曰負相關(Negative correlation).

若國文分數大時,算術分數或大或小,換言之,即國文分數與算術分數不發生相互的影響,此種關係,稱之曰不相關 (Zero correlation).

相關也有程度的不同,或大或小,要知道相互程度的大小,須求相關係數 (Coefficient of correlation). 在統計中,常以 γ 做相關係數的符號.

若兩種量數完全正相關,則相關係數爲 1. 例如某生的國文分數爲90,其算術分數亦爲90,90除90等於 1.

若兩種量數完全負相關,則相關係數爲 −1. 例如某生的國文分數爲60,其體育分數爲 −60, 60 除 −60 等於 −1.

若兩種量數完全不相關,則相差爲 0. 例如一個學生的身材的修短與學業的優劣兩不相關.

故自 −1 到 +1, 可得相關係數的種種等級.就事實上說,相關係數是 +1 或 −1 或 0, 皆不可多得.實際上緊要的問題爲相關程度的大小,應以何種標準爲根據?例如相關係數是 ±.65 是否爲大?相關係數是 ±.35 是否爲小?關於這個問題,在這裏可以介紹兩個統計家的意見如下,以作參考:

(一) 麥柯爾 (William A. McCall) 的意見:

相關係數自 $\begin{cases} 0\text{至}.4 & \text{表示相關的程度小.} \\ \pm.4\text{至}\pm.7 & \text{表示相關的程度大.} \\ \pm.7\text{至}\pm1.00 & \text{表示相關的程度很大.} \end{cases}$

(二) 雷格 (H. O. Rugg) 的意見:

相關係數 $\begin{cases} \text{在}.15\text{或}.20\text{以下,其相關的程度無足輕重.} \\ \text{自}.15\text{或}.20\text{至}.35\text{或}.40\text{其相關的程度低小.} \\ \text{自}.35\text{或}.40\text{至}.50\text{或}.60\text{其相關的程度顯著.} \\ \text{自}.60\text{或}.70\text{以上其相關的程度很大.} \end{cases}$

二 相關係數的計算方法

相關普通可分兩種:(1)均方相關,(2)等級相關;茲分別講解其計算方法如下:

均方相關的計算方法 均方相關法又稱乘積率法(Product-moment method),此法在計算相關量數的各種方法中最爲通行,也最爲精密,其計算的方法有簡法與詳法兩種,分別講解於下:

(a)簡法 若對偶量數較少,相關係數的計算可用簡法,其公式爲關而生氏所創製,公式如下:

$$\gamma=\frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2}\sqrt{\Sigma y^2}}\cdots\cdots(1)$$

〔說明〕

γ = 相關係數.

Σ = 總和的記數.

x = X行的任何量數與諸X量數的平均數的差數.

y = Y行的任何量數與諸Y量數的平均數的差數.

公式(1)亦可用下式表示之:

$$\gamma = \frac{\Sigma xy}{N\delta \times \delta y} \cdots\cdots(2)$$

〔說明〕

N = 兩測量的量數對數,即各測量的量數總數.

δx = X量的標準差.

δy = Y量的標準差.

因:

$$N\delta x\delta y = N\sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}\cdot\frac{\Sigma y^2}{N}}$$

$$= N\sqrt{\frac{\Sigma x^2\cdot\Sigma y^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\Sigma x^2\cdot\Sigma y^2}.$$

茲將下表事實,應用公式(1)計算其相關係數,並說明計算的程序如下:

學生	國文分數 X	算術分數 Y	x	y	x^2	y^2	xy
1	60	84	−11	14	121	196	−154
2	86	50	15	−20	225	400	−300
3	72	64	1	− 6	1	36	− 6
4	50	80	−21	10	441	100	−210
5	62	64	− 9	− 6	81	36	54
6	65	75	− 6	5	36	25	− 30
7	74	90	3	20	9	400	60
8	80	84	9	14	81	196	126
9	63	60	− 8	−10	64	100	80
10	60	65	−11	−5	121	25	55
11	55	70	−16	0	256	0	0
12	90	58	19	−12	361	144	−228
13	92	70	21	0	441	0	0
14	85	66	14	− 4	196	16	− 56
	M=71	M=70			2434	1674	−609

(一) 將各人的國文分數與算術分數列入第二(X)第三(Y)兩行.

(二) 計算X行分數與Y行分數的平均數,X=71 Y=70.

(三) 將X行的各分數與其平均數相減所得的差數記在x行間;Y行的各分數與其平均數相減所得的差數,記在y行間.

(四) 將每一x行差數與其相當的y行差數相乘,計算xy.

(五) 將 x^2 行各數相加,計算 Σx^2, 將 y^2 行各數相加,計算 Σy^2.

(六) 將每一差數自乘,計算 x^2 與 y^2.

(七) 將xy行各數相加,計算 Σxy.

(八) 代入公式演算:

$$\gamma=\frac{-609}{\sqrt{2434}\sqrt{1674}}$$

$$=\frac{-609}{49.33\times 40.91}$$

$$=\frac{-609}{2018.09}$$

$$=-.3.$$

(b)詳法　若對偶量數繁多,相關係數的計算,應用詳法,卽須先將對偶量數製成相關表,然後再求相關係數,其公式如下:

$$\gamma=\frac{\frac{\Sigma xy}{N}-\sigma x\,\sigma y}{\delta x\,\delta y}$$

〔說明〕

γ = 相關係數.

Σ = 總和的記號.

x = X行的任何量數與諸X量數的平均數的差數.

y = Y行的任何量數與諸Y量數的平均數的差數.

N = 次數的總和.

Cx = X行各量數的校正數.

Cy = Y行各量數的校正數.

δx = X行各量數的標準差.

δy = Y行各量數的標準差.

試以下面的一個事實,說明製成相關表的步驟:

一百個中學生的國文與歷史的對偶分數

國文分數	算術分數	國文分數	算術分數	國文分數	算術分數	國文分數	算術分數
80	78	64	70	80	82	86	80
60	64	70	66	75	70	75	72
70	72	63	62	72	70	84	85
85	80	70	65	85	82	62	65
63	60	78	74	65	68	64	60
74	70	92	88	66	70	70	67
78	80	66	70	70	68	72	75
90	92	78	80	80	78	84	82
66	65	65	70	75	74	63	60
74	78	80	80	60	65	65	64
82	80	84	76	63	60	75	78
80	84	74	70	74	70	80	80
74	75	75	68	82	78	78	75
75	75	65	60	65	62	74	70
65	65	65	65	68	72	65	68
68	64	68	64	73	74	60	65
68	65	60	70	82	80	66	62
65	60	70	74	80	76	68	70
75	70	88	85	75	72	72	74
75	80	82	85	72	78	88	86
82	88	64	60	84	80	75	77
84	80	64	60	69	65	65	60
75	70	78	80	70	77	77	70
78	78	87	85	88	85	67	68
72	70	70	72	76	75	80	78

(1)製造相關表的第一步手續,爲繪畫一方格圖,方格的多少,視組的多少而定。

(2)指定一測量（國文）之量爲X量,又一測量（算術）之量爲Y量,將所定的X量組距的界限,沿方格圖的頂端的橫線（亦有置於圖之底端者）書下;量數自小而大,自左而右.再將所定Y量組距的界限,沿方格圖的左端的豎線書下;量數自小而大,自下而上.然後將兩測量的對偶量數,記入圖上的方格中.如國文分數80分,歷史分數78分,兩對偶量數,即可循國文分數的組距中,查得組距80—85,循歷史分數的組距中,查得組距75—80,然後沿組距80—85之欄內,向右橫行;沿組距75—80之欄內,向下直行,至其相交的方格中,用筆畫一短線,例如下表:

	國文分數(X)							
	組距	60—65	65—70	70—75	75—80	80—85	85—90	90—95
歷	90—95							丨
史	85—90					丨丨丨丨	丨丨丨丨	丨
分	80—85				卌	卌丨丨丨	丨丨丨	
	75—80			卌	卌丨	卌丨		
數	70—75	丨丨	卌	卌卌丨	卌丨丨丨			
(Y)	65—70	丨丨丨	卌丨丨丨	丨丨丨丨	丨			
	60—65	卌丨丨丨	卌丨丨丨					

(3)再將上表方格中所畫的各短線,用數字寫出,列入相當的方格中,即成相關表,例如下表:

	國文分數 (X)							
	組距	60−65	65−70	70−75	75−80	80−85	85−90	90−95
歷	90−95							1
史	85−90					3	4	1
分	80−85				4	9	3	
數	75−80			5	6	6		
(Y)	70−75	2	5	11	8			
	65−70	3	8	4	1			
	60−65	8	8					

相關表製成了以後,接下去就可以計算相關係數了,茲就下表演算,並說明其程序如下:

	國文分數 (X)												
	組距	60−65	65−70	70−75	75−80	80−85	85−90	90−95	fy	d	fd	fd^2	$\Sigma x'y'$
歷	90−95							1^{12}	1	4	4	16	12
史	85−90					3^{9}	4^{24}	1^{9}	8	3	24	72	42
分	80−85				4	9^{18}	3^{12}		16	2	32	64	30
數	75−80			5^{-5}	6	6^{6}			17	1	17	17	1
(Y)	70−75	2	5	11	8				28	0	0	0	0
	65−70	3^{9}	8^{16}	4^{4}	1				16	−1	−16	16	−29
	60−65	8^{48}	8^{32}						16	−2	−32	64	80
	fx	13	21	20	19	18	7	3	N 100		Σfd_y 29	Σfd_y^2 249	$\Sigma x'y'$ 194
	d	−3	−2	−1	0	1	2	3					
	fd	−39	−42	−20	0	18	14	9	Σfd_x −60				
	fd^2	107	84	20	0	18	28	18	Σfd_x^2 276				

(I) 求量數總和卽N:

(1)將各橫行的次數相加,列入fy欄,如1, 8, 16,……等數.再將各豎行的次數相加,列入fx欄,如13, 21, 20……等數.

(2)將fy欄與fx欄各次數各自相加(fy之數目與fx之數目相等),其和卽量數總數,列於fy與fx相交的方格中.N=100.

(II) 求X量與Y量各量數的校正數卽Cx與Cy:

(III) 求X量與Y量各量數的均方差卽δx與δy:

(3)定x量各量數的假設平均數為77.5,則含有此假設平均數的組距為(75−80),定y量各量數的假設平均數為72.5,則含有此假設平均數的組距為(70−75),決定後可在此兩組距的上下左右,各畫一粗線條,以示區分.

(4)將每一組距,視作一單位,以各量數組距的中值與各量數的平均數相減,求差數,得1, 2……−1 −2……等等,分別列於各量數的d欄.

(5)將各量數的次數與其相當的差數相乘,X量的次數與差數相乘得 $13\times-3=-39$,

$21 \times -2 = -42$,……等等,y 量的次數與差數相乘得 $1 \times 4 = 4$, $8 \times 3 = 24$……等等,分別列於各量的 fd 欄.

(6)將 fd 用代數法相加,求其總和,卽 $\Sigma fdx = 77 - 48 = 29$, $\Sigma fdy = 38 - 101 = -63$.

(7)用量數總數,除 Σfdx 與 Σfdy,求校正數 C,卽 $Cx = \frac{29}{100} = .29$, $Cy = \frac{-63}{100} = -.63$.

(8)將校正數自乘,卽 $Cx^2 = .29 \times .29 = .084$, $Cy^2 = -.63 \times -.63 = .397$.

(9)將 fd 用 d 乘之,求 fd^2 卽 fd^2x 得 107, 84……等數, fd^2y 得 16, 72……等數.

(10)將 fd^2 欄各數相加,求 Σfd^2 卽 $\Sigma fd^2x = 275$, $\Sigma fd^2y = 249$.

(11)用 N 除 Σfd^2,求 S^2,卽 $S^2x = 2.75$, $S^2y = 2.49$.

(12)由 S^2 減去校正數平方,求 δ^2,卽 $\delta^2x = 2.75 - .084 = 2.67$, $\delta^2y = 2.49 - .397 = 2.09$.

(13)將 δ^2 開方,求 δ,卽 $\delta x = \sqrt{2.67} = 1.635$, $\delta y = \sqrt{2.09} = 1.445$.

(注意:上面所求的 y 量及 x 量的標準差,皆以組距單位 1 計算,然無須用原來的組距單位 5 去乘,使之還原;因求 Σxy 時,還要用 1 作組

距單位.若將標準差還原爲原來單位,則以後求出 x 量與 y 量各相當差數的乘積和 Σxy, 亦必使之還原爲原來單位.爲節省勞力起見,此步手續,可以省略,蓋同乘同除,於數值不能發生變化)

(IV) 求二量各相當差數的乘積和卽 $\Sigma x'y'$:

(14)設 X 量中各量數與其假設平均數的差數爲 x', Y 量中各量數與其假設平均數的差數爲 y', 則在 X 量中組距 90—95 與 Y 量組距 90—95 方格中的量數,其 $x'=3$, $y'=4$, $x'y'=3\times4=12$, 因這一方格中的量數爲 1,故在這一方格中的 $\Sigma x'y'=12\times1=12$. 在 X 量中組距 80—85 與 Y 量中組距 85—90 方格中的量數,其 $x'=1$, $y'=3$, $x'y'=1\times3=3$, 因這一方格中的量數爲 3,故這一方格中的 $\Sigma x'y'=3\times3=9$.在 X 量中組距 85—90 與 Y 量中組距 85—90 方格中的量數,其 $x'=2$, $y'=3$, $x'y'=2\times3=6$, 因這一方格中的量數爲 4,故這一方格中的 $\Sigma x'y'=6\times4=24$. 凡每一方格中的 $\Sigma x'y'$ 求得後,卽寫在各該方格中的量數的左上方.

(15)將每一橫行各方格內的 $\Sigma x'y'$ 相加,得各該橫行的 $\Sigma x'y'$, 列於相關表上的 $\Sigma x'y'$ 欄內,

如12, 42, 30……等數.

(16)將$\Sigma x'y'$欄內的各 $\Sigma x'y'$, 用代數法相加, 其總和爲194, 卽爲全表的$\Sigma x'y'$.

(V) 求相關係數γ:

(17)把上面求得各數,代入公式演算:

$$N=100.$$

$$\Sigma xy=194.$$

$$Cx=.29.$$

$$Cy=-.63.$$

$$\delta x=1.635.$$

$$\delta y=1.445.$$

$$\gamma=\frac{\frac{\Sigma x'y'}{N}-Cx\,Cy}{\delta x\delta y}$$

$$=1-\frac{180}{15(225-1)}$$

$$=1-\frac{180}{15(224)}$$

$$=1-\frac{180}{3360}$$

$$=1-.053=.947.$$

教師評定學生的學業成績,若用分數,亦可應用

施畢門的計算等級相關係數的公式,以求其等級相關係數.惟在計算之前,須先將分數,應用等級分配方法,改爲等級.例如下表:

學生	國文分數 (X)	歷史分數 (Y)	國文等級	歷史等級	D	D^2
a	95	95	1	2	1	1
b	92	88	2	4	2	4
c	90	96	3	1	2	4
d	88	90	4	3	1	1
e	85	80	5	7	2	4
f	84	84	6	6	0	0
g	82	85	7	5	2	4
h	80	78	8	8	0	0
i	75	72	9	10	1	1
j	74	75	10	9	1	1
k	70	65	11	12	1	1
l	65	60	12	14	2	4
m	64	70	13	11	2	4
n	60	62	14	13	1	1
o	55	50	15	15	0	0

尙有施畢門簡捷法一種,其公式如下:

$$R=1-\frac{\delta\Sigma G}{N^2-1}$$

〔說明〕

R＝施畢門簡捷法求出的相關係數.

G＝Y量數的等級數大於X量數的等級數(或X量數大於Y量數亦可).

舉例列表演算並說明其程序如下:

學生	國文等級(X)	歷史等級(Y)	G(Y大於X)
a	1	2	1
b	2	4	2
c	3	1	
d	4	3	
e	5	7	2
f	6	6	
g	7	5	
h	8	8	
i	9	10	1
j	10	9	
k	11	12	1
l	12	14	2
m	13	11	
n	14	13	
o	15	15	

(1)求次數的總和N＝15.

(2)求Y量數的等級數大於X量的等級數(G)得1, 2, 2 …… 等數.

(3)將G欄各數相加求 ΣG, $\Sigma G=9$.

(4)代入公式演算:

$$
\begin{aligned}
R &= 1-\frac{6\times 9}{15^2-1}\\
&= 1-\frac{54}{225-1}\\
&= 1-\frac{54}{224}\\
&= 1-.25\\
&= .75.
\end{aligned}
$$

施畢門的等級相關係數(P),計算雖易,然其確度,則不及關而生的均方相關係數(γ).大約對偶量數在三十對左右者,可用施畢門的公式,多則宜用關而生的公式.

用施畢門公式求出的相關係數(P),較用關而生公式求出的相關係數(γ)的價值略小.用施畢門的簡捷法公式求出的相關係數(R),較用關而生公式求出的相關係數(γ)的價值稍大.下表A,即P的價值與γ的價值的對照表,下表B,即R的價值與γ的價值的對照表.從這兩個表上,便可以從P查到其相當的γ,或從γ查到其相當的P;與從R查到其相當的γ,或從γ查到其相當的R.

表A　P的價值與γ的價值對數表

P	γ	P	γ	P	γ	P	γ
.01	.0105	.26	.2714	.51	.5277	.76	.7750
.02	.0209	.27	.2818	.52	.5378	.77	.7847
.03	.0314	.28	.2922	.53	.5479	.78	.7943
.04	.0419	.29	.3025	.54	.5580	.79	.8039
.05	.0524	.30	.3129	.55	.5680	.80	.8135
.06	.0628	.31	.3232	.56	.5781	.81	.8230
.07	.0733	.32	.3335	.57	.5881	.82	.8325
.08	.0838	.33	.3439	.58	.5981	.83	.8421
.09	.0942	.34	.3542	.59	.6081	.84	.8516
.10	.1047	.35	.3645	.60	.6180	.85	.8610
.11	.1151	.36	.3748	.61	.6280	.86	.8705
.12	.1256	.37	.3850	.62	.6379	.87	.8799
.13	.1360	.38	.3955	.63	.6478	.88	.8893
.14	.1465	.39	.4056	.64	.6577	.89	.8986
.15	.1569	.40	.4158	.65	.6676	.90	.9080
.16	.1674	.41	.4261	.66	.6775	.91	.9173
.17	.1778	.42	.4363	.67	.6873	.92	.9269
.18	.1882	.43	.4465	.68	.6971	.93	.9359
.19	.1986	.44	.4567	.69	.7069	.94	.9451
.20	.2091	.45	.4669	.70	.7167	.95	.9543
.21	.2195	.46	.4771	.71	.7265	.96	.9635
.22	.2299	.47	.4872	.72	.7363	.97	.9727
.23	.2403	.48	.4973	.73	.7460	.98	.9818
.24	.2507	.49	.5075	.74	.7557	.99	.9909
.25	.2611	.50	.5176	.75	.7654	1.00	1.0000

表B R的價值與γ的價值對數表

R	γ	R	γ	R	γ	R	γ
.01	.018	.26	.429	.51	.742	.76	.937
.02	.036	.27	.444	.52	.753	.77	.942
.03	.054	.28	.458	.53	.763	.78	.947
.04	.071	.29	.472	.54	.772	.79	.952
.05	.089	.30	.486	.55	.782	.80	.956
.06	.107	.31	.500	.56	.791	.81	.961
.07	.124	.32	.514	.57	.801	.82	.965
.08	.141	.33	.528	.58	.810	.83	.968
.09	.158	.34	.541	.59	.818	.84	.972
.10	.176	.35	.554	.60	.827	.85	.975
.11	.192	.36	.567	.61	.836	.86	.979
.12	.209	.37	.580	.62	.844	.87	.981
.13	.226	.38	.593	.63	.852	.88	.984
.14	.242	.39	.606	.64	.860	.89	.987
.15	.259	.40	.618	.65	.867	.90	.989
.16	.275	.41	.630	.66	.875	.91	.991
.17	.291	.42	.642	.67	.882	.92	.993
.18	.307	.43	.654	.68	.889	.93	.995
.19	.323	.44	.666	.69	.896	.94	.996
.20	.338	.45	.677	.70	.902	.95	.997
.21	.354	.46	.689	.71	.908	.96	.998
.22	.369	.47	.700	.72	.915	.97	.999
.23	.384	.48	.711	.73	.921	.98	.9996
.24	.399	.49	.721	.74	.926	.99	.9999
.25	.414	50	.732	.75	.932	1.00	1.0000

第七章　確度量數

一　確度量數的意義

我們無論測量那一種事物,決不能測量到這一種事物的事實的全體量數,所可測量到的,不過是這一種事物的全體量數中的一部分罷了.從這一部分量數所求出的各種集中量數,差異量數與相關量數爲實得量數,從某一事實的全體量數求出的各種集中量數,差異量數與相關量數爲眞確量數.實得量數與眞確量數,除非出於偶然的湊巧,斷斷不會完全相等,而僅能相近似耳.實得量數與眞確量數的差數爲實得量數的確度量數 (Measure of reliability). 實得量數與眞確量數相較,差數愈小,則實得量數的確度愈大,差數愈大,則實得量數的確度愈小.

二　求確度量數的方法

實得量數的確度量數既是實得量數與眞確量數的差數,所以我們要知道實得量數的確度如何,應先求實得

量數與眞確量數的差數.表示差數的方法有兩種:(1)標準差δ,(2)機誤(Probable error, P. E.),因此求實得量數的確度量數的方法也有兩種:(1)用標準差,(2)用機誤;分別述之如下:

1. 用標準差法求確度量數

(a)求算術平均數的確度量數的公式:

$$\delta_M=\frac{\delta_{dis}}{\sqrt{N}}.$$

〔說明〕

δ_M = 算術平均數的標準差,卽實得平均數與眞確平均數的差度的標準差.

δ_{dis} = 某分配的標準差,卽實得標準差. dis 爲 distribution的省寫,卽分配.

N = 次數的總和.

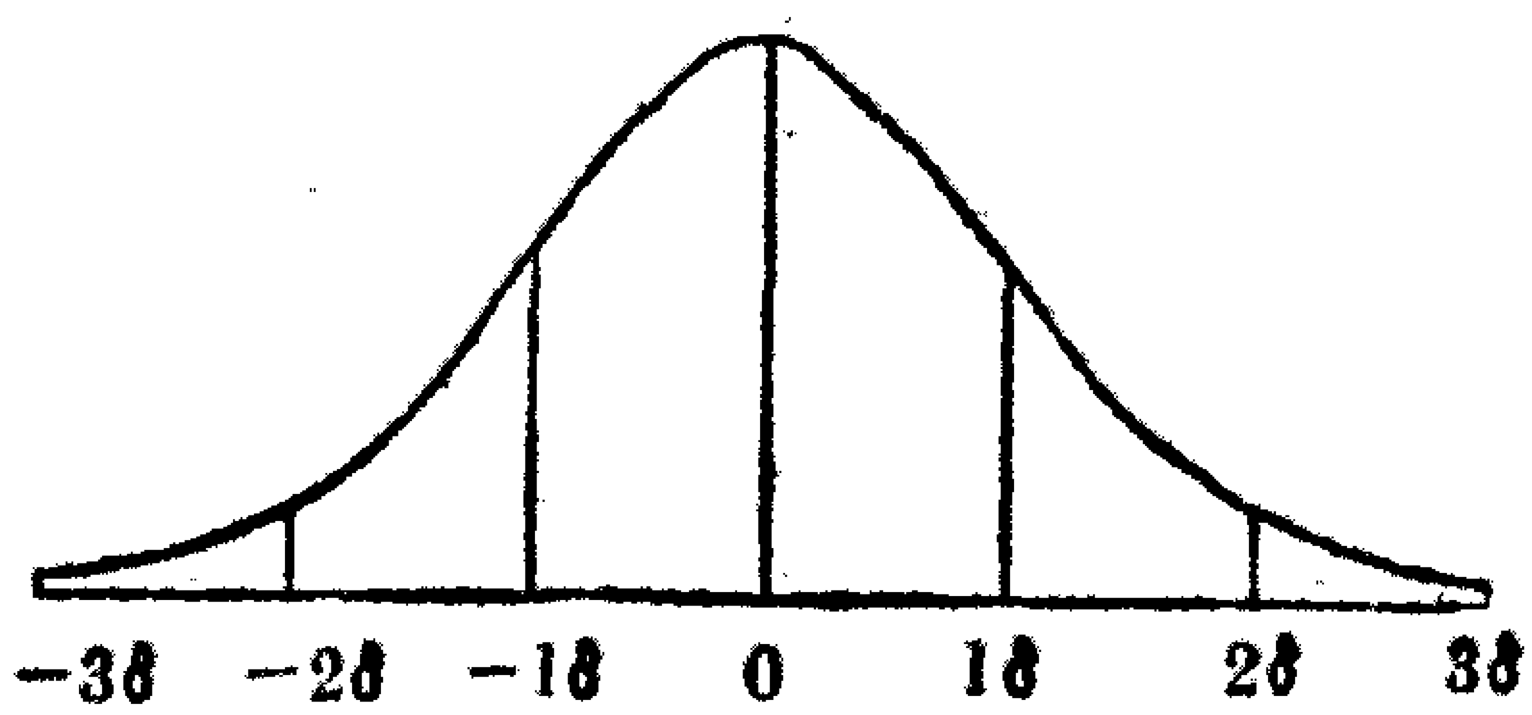
例如:某校 900 個兒童的常識測驗分數的算術平均數是73.2,其標準差是 6;這 900 個兒童實得的常識測驗分數的算術平均數(73.2),除非偶然的湊巧,斷斷不會與其眞實的算術平均數相等.這實得的算術平均數的確度到底如何呢?卽可應用上面的公式求之:

$$\delta_M=\frac{6}{\sqrt{900}}$$

$$=\frac{6}{30}$$

$$=.2.$$

把常態分配圖的橫坐標(Abscissa)的平均點爲中點,使其價值等於0,則此點的左右可以標準差δ的距離爲單位,分橫坐標爲六段,自 -3δ 至 $+3\delta$,共正負6δ.圖示如下:



在統計上的習慣用法,常以 $\pm3\delta$ 爲確實限度,即從 -3δ 至 $+3\delta$,其中含有全體量數百分之99.73,所以平均數的確實限度爲 $\pm3\delta_M$;故δ_M是在 $-3\delta_M$ 至 $+3\delta_M$ 之內者,即表示實得的算術平均數較之眞確的算術平均數相差很小,亦即表示其確度很大.

上例:$\delta_M=.2$是在 $-3\delta_M$ 至 $+3\delta_M$ 之內,即表示實得的算術平均數73.2較之眞確的算術平均數相差很小,亦即表示其確度很大.且既知 $\delta_M=.2$,即可確定眞確的算術平均數必在73.2±3(.2)或73.2±.6之間,即72.6及73.8之間,那末實得算術平均數73.2較眞確算術平均數相差至多是±.6而已,也就更可知道實得算術平均數的確度是很大了.

(b)求中點數的確度量數的公式:

$$\delta_{Md}=\frac{1.25331\,\delta_{dis}}{\sqrt{N}}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\text{或}$$

$$\delta_{Md}=\frac{1\frac{1}{4}\delta_{dis}}{\sqrt{N}}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(c)求標準差的確度量數的公式:

$$\delta_s=\frac{\delta_{dis}}{\sqrt{2N}}.$$

(d)求相關係數的確度量數的公式:

(1)相關係數如由 $\frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2}\sqrt{\Sigma y^2}}$ 或 $\frac{\Sigma xy}{N\delta x\delta y}$ 求得,則其求確度量數的公式為:

$$\delta\gamma=\frac{1-\gamma^2}{\sqrt{N}}.$$

(2)相關係數如由 $2\operatorname{Sin}\left(\frac{\pi}{6}P\right)$ 求得,其求確度量數的公式為:

$$\delta\gamma=\frac{1.05(1-\gamma^2)}{\sqrt{N}}.$$

(3)相關係數如由 $2\operatorname{Cos}\frac{\pi}{3}(1-R)-1$ 求得,則其求確度量數的公式為:

$$\delta\gamma=\frac{.638}{\sqrt{N}}.$$

中點數的確實限度為 $\pm3\delta_{Md}$,標準差的確實限度為 $\pm3,\delta_s$ 相關係數的確實限度為 $3\delta\gamma$; 故 δ_{Md},δ_s 與 $\delta\gamma$ 是在 $-3\delta_{Md}$ 至 $+3\delta_{Md}$, $-3\delta_s$ 至 $+3\delta_s$ 與 $+3\delta\gamma$

至$+3\delta_y$之內者,卽表示實得的中點數,標準差與相關係數較之眞確的中點數,標準差與相關係數相差很小,亦卽表示其確度很大.

2.用機誤法求確度量數　次數爲常態分配時,機誤與二十五分差本來是相同的,卽自常態分配圖橫坐標上的中點至 ±Q 或至 ±P.E. 的距離,各含有百分之二十五人數,或 ±P.E. 含百分之五十人數.統計學上都把Q採爲計算差數之用,把 P.E. 採爲計算確度量數之用.

P.E. 與 δ 都可用以表示確度,但習慣上尤以用 P.E. 爲較普通. P.E. 與 δ 的關係爲:

$$\text{P.E.} = .67449\,\delta.$$

旣知 P.E. $= .67449\,\delta$ 故:

(a)求算術平均數的確度量數的公式:

$$\text{P.E.}_M = \frac{.67449\,\delta_{dis}}{\sqrt{N}}.$$

(b)求中點數的確度量數的公式:

$$\text{P.E.}_{Md} = \frac{.84535\,\delta_{dis}}{\sqrt{N}}.$$

(c)求標準差的確度量數的公式:

$$\text{P.E.}_{\delta} = \frac{.67449\,\delta_{dis}}{\sqrt{N}}.$$

(d)求相關係數的確度量數的公式:

$$P.E._\gamma = \frac{.67449(1-\gamma^2)}{\sqrt{N}}.$$

三 確度與機遇的關係

各種量數的確度與機遇 (Chances) 亦有極大的關係.何謂機遇?朱君毅在所編敎育統計學一書內,曾舉例說明,淺顯易解,轉錄如下:

"袋內藏黑白球各一百,掩目取之,則所得之球非黑卽白,故得黑球或白球之機遇爲 1 與 1 之比.若袋內藏黑球二百,白球一百,則得黑球之機遇爲 2,得白球之機遇爲 1,其比爲 2 與 1,卽得黑球之機遇較得白球者多一倍.若袋內藏黑球九百,白球一百,則得其比爲 9 與 1,卽得黑球之機遇極多而得白球之機遇極少.若袋內藏黑球九百九十,白球十,其比爲 99 與 1,卽得黑球之機遇更大,得白球之機遇更少."

統計學中常以此種機遇,以表示事實的可靠與否.其法有二:示 (一) 以均方差表示之,(二) 以機誤表示之.如在一常態分配圖內,在 $\pm\delta$ 之間共有 68.26% 人數,尙餘 31.74% 人數,則在 $\pm\delta$ 內的可有的機遇爲 2.15,不可有的機遇爲 1,此之謂 2.15 與 1 的機遇.在 $\pm$P.E. 之間共有 50% 人數,尙餘 50% 人數,則在 $\pm$P.E. 內的可有的機遇爲 1,不可有

的機遇亦爲 1,此之謂 1 與 1 的機遇.

下面是機遇的用均方差表示者與用機誤表示者的分別:

(一) 機遇之用均方差表示者:

±16 爲 2.15 與 1 之機遇.

±26 爲 21 與 1 之機遇.

±36 爲 369 與 1 之機遇.

±46 爲 12819 與 1 之機遇.

±56 爲 174398 與 1 之機遇.

(二) 機遇之用機誤表示者:

±1P.E. 爲 1 與 1 之機遇.

±2P.E. 爲 4.5 與 1 之機遇.

±3P.E. 爲 21 與 1 之機遇.

±4P.E. 爲 142 與 1 之機遇.

±5P.E. 爲 1310 與 1 之機遇.

±6P.E. 爲 1920 與 1 之機遇.

第八章　表列方法

一　表的功用

教育統計材料蒐集到了之後,或把蒐集到的教育統計材料統計出了一個結果之後,便可用表列法,製成統計表,統計表的功用約有五點,分述如下:

1.提示綱領　教育統計的材料既經分類並製成統計表之後,所有的事實都變成了數字並且循着自然的程序排列了起來,當然材料中的重要事實,便都有了頭緒,有了綱領,故閱者不但能在極短時間內閱悉全部事實,而且同時還能得到一個較深刻的印象.

2.輔助記憶　統計表上的各項事實,同類的材料既然彙集一處,簡賅清晰,且其結構,有論理的系統,故閱者能隨時利用聯念,以為記憶事實的輔助.

3.便利比較　因統計表上的事實,排列有程序,結構有系統,故事實的各個或各組相互的關係,顯而易見,其重要性時間性與質的優劣,量的多寡,比較對照,自亦便利了.

4.便利總計　倘若要知道許多事物的總數,在統計表上,因各事物的數目,已分門別類的排列一處,且有縱線橫線的區隔,故要計算其總數,也甚爲便利.

5.免除重複　在統計表上,各項事物,都已按照性質的異同,歸納在同一標目之下,故同一事物的記載,其標目便不必重複說明了.

二　表的種類

表的種類,以表所包括的主要事實的數量分,有單項表,二項表,與三項表等三種;以表所表顯的主要事實的性質分,有史表,縱橫分線表與常數表等三種.

以表所包括的主要事實的數量分:

(一) 單項表 (Single tabular form) 這種表只包括一個事實.例如下表只包括各級學生人數的分配一個事實.

(表1)　某學校各級學生數統計表

級別	人數
一年級	46
二年級	40
三年級	40
四年級	35
特別生	12
總數	173

(二) 二項表 (Double tabular form) 這種表包括兩個事實.例如下表包括各級和各科學生人數的分配兩個事實.

(表 2)　某學校各級各科學生數統計表

級別 ＼ 科別 人數	普通科	理科	商科	工科	師範科
一年級	50	35	35	30	45
二年級	45	32	30	30	45
三年級	42	30	28	25	42
特別生	8	3	0	4	2
總數	145	100	93	89	134

(三) 三項表(Trible tabular form)這種表包括三個事實.例如下表包括各級各科和男女學生人數分配三個事實.

(表 3)　某學校各級各科男女學生數統計表

級別 ＼ 科別 人數	性別	文學科	理學院	商學院	工學院	教育學院
一年級	男	84	64	52	66	78
	女	25	18	15	24	42
二年級	男	62	58	46	59	64
	女	30	24	20	25	19
三年級	男	65	60	55	47	57
	女	28	18	16	17	28
四年級	男	46	50	48	44	55
	女	14	22	24	21	24
特別生	男	10	8	11	9	12
	女	4	2	6	2	5
總數	男	267	240	212	225	266
	女	101	84	81	89	118

一個表所包括的事實,是沒有限制的.如果一個教育統計的材料有四五個甚至十餘個事實,也可以編排在一個表內,而成四項表五項表或十項表等.惟太複雜不免失去表列的功用,故與其合許多事實作成多項表,不如抽出重要的事實,各自分別列成單項表或二項表,較爲醒目也.

以表所表顯的主要事實的性質分:

(一) 史表 這種表的組織是以時期(如年月等)爲主要項目,根據事實現象發生的先後,以爲排列的次序,故含有歷史的意味.例如下表:

(表 4) 某學校歷年學生數統計表

年分	人數
十八年	348
十九年	572
二十年	865
二十一年	1126
二十二年	1247
總數	4158

(二) 縱橫分線表 這種表的組織,是以表所表顯的事實的主要項目,用縱橫分錄法 (Cross-section) 使事實上有關係的現象,得互相排比的作用.例如下表所列的事實,除將每年小學部及中學部男生人數與女生人

數表現外,更用縱橫分錄法,使各年男生人數與女生人數得縱比之,以見各年同項的差度,橫比之,以見同年異項的差度.

(表5) 某學校歷年各部男女學生數統計表

年份	小學部		中學部		總數	
	男生數	女生數	男生數	女生數	男生數	女生數
十八年	245	95	152	84	397	179
十九年	384	184	204	92	588	276
二十年	521	216	315	135	836	351
二十一年	892	442	364	168	1256	610
二十二年	1034	508	488	232	1522	740
總數	3076	1445	1523	711	4599	2156

(三) 常數表　這種表的組織,是將一時期的事實,依其分布範圍的廣狹與發見次數的多寡,適當排列,以便研究其變量情形.例如下表:

(表6) 某學校學生年齡統計表

年齡	人數
十八歲	57
十九歲	96
二十歲	118
二十一歲	214
二十二歲	105
二十三歲	82
總數	672

三　製表的規則

(1)表的標題（用以表明表的內容者）及表的號數（用以表明表的次序者），均須寫在表的頂端.

(2)標題中所舉各要點的次序,須與表中所列各項目的次序先後一致.

(3)表的內容有空間時間區別時,須將地方時期,分別在表的標題上註明.

(4)表的項目必須列於表的左端與上部,通常以項目的繁多者置之左端,簡單者列於上部.

(5)表的項目須一律自左至右.

(6)大項目可再分細項目,細項目須置於大項目之下.

(7)有時對於某項目須特別表顯者,可用粗劃字或紅顏色表示之.

(8)總數宜置於表的極右端或最下層.

(9)凡橫幅甚長之表,左部須註明的項目不便通覽時,應於右端照樣添入.

(10)表中每一豎行,須以直線劃分之.

(11)細項目之間用一直線,重要項目之間用雙直線或粗直線.

(12)表的頂端及底邊,須用雙橫線間斷.

(13)表的左右兩端,不可用邊線隔絕.

(14)表中上部列項目處的下面及下部列總數或平均數處的上面,均須用橫線區分之.

(15)表中排列數字之處,不用橫線,但可用相當的點線,使數字與其所屬的項目連繫起來.

(16)表中排列的數字,如有特別意義時,可用粗線標記出來.

(17)表中豎行各數字的單位,須上下相對,以便計算.

(18)數目多至四位以上,須用分段點,每三位分作一段.

(19)無數字之格,可用短點線或短橫線補充之.

(20)表中事實如有疑問的時候,可於該事實之後,附一疑問號(?).

第九章　圖示方法

一　圖的功用

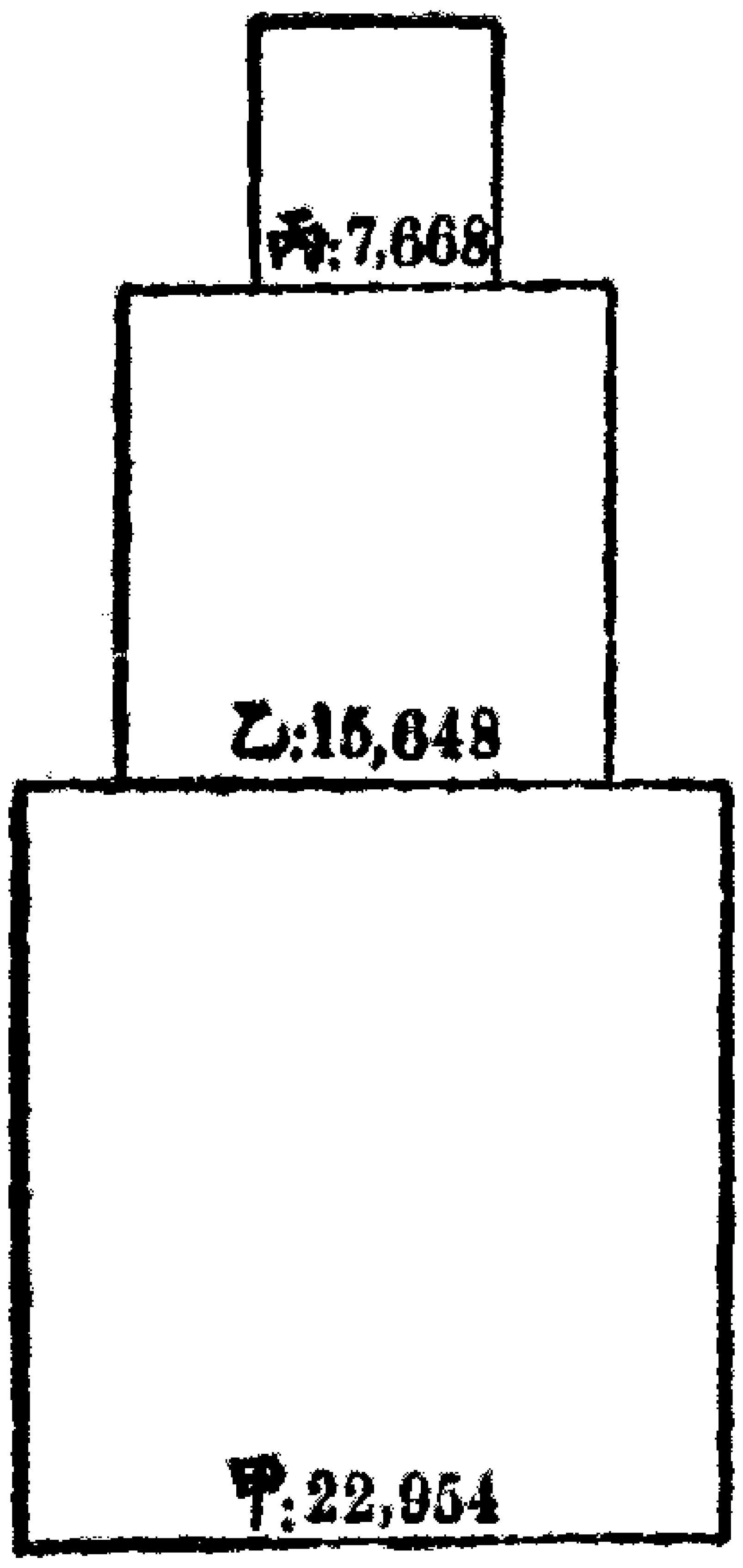
教育統計材料蒐集到了之後,或把蒐集到的教育統計材料統計出了一個結果之後,又可用圖示法製成統計圖.統計圖的功用,除了具備統計表所有的多半功用之外,尚有以下二點.

1.便利鳥瞰　材料旣經分類並製成統計圖之後,因了顏色的差異,影線的縱橫,圓點的大小或疏密,以及其他各種記號,材料中的重要事實的大體情形及其相互關係,就可以明顯的表演出來,便利閱者鳥瞰,以得一深刻的印象.

2.引人注意　用適當的圖形表現的事實,最能引起閱者的注意,因爲圖形較文字多少具體化,具體化的東西往往是在抽象的東西的前面而容易映入閱者的眼簾.

二　圖的種類

圖的種類可依其形式的不同,分爲六種:(一)平面圖(二)直條圖(三)曲線圖(四)組織或系統圖(五)分布圖(六)形象圖.以上六種圖形,又各有許多不同的式樣,千變萬化,皆在製圖者的善自應用耳.茲各舉一二例如下:



1933年甲乙丙三地方入學兒童數比較圖

1. 平面圖 (Surface diagram)

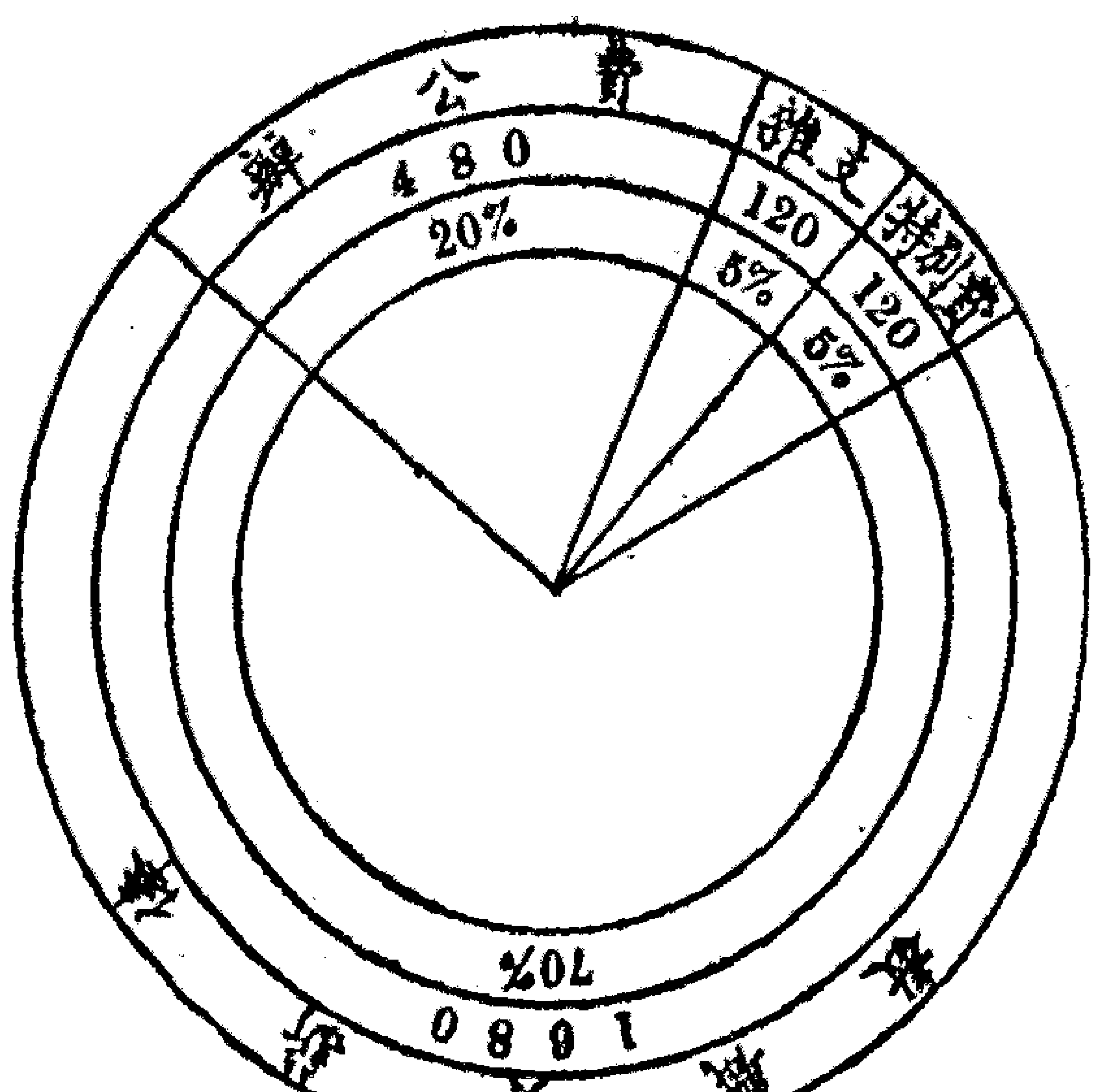
(1) 方形圖

(a) 以一平面方形代表一項目.

(b) 以平面方形面積的大小表明所代表的事實的多寡.

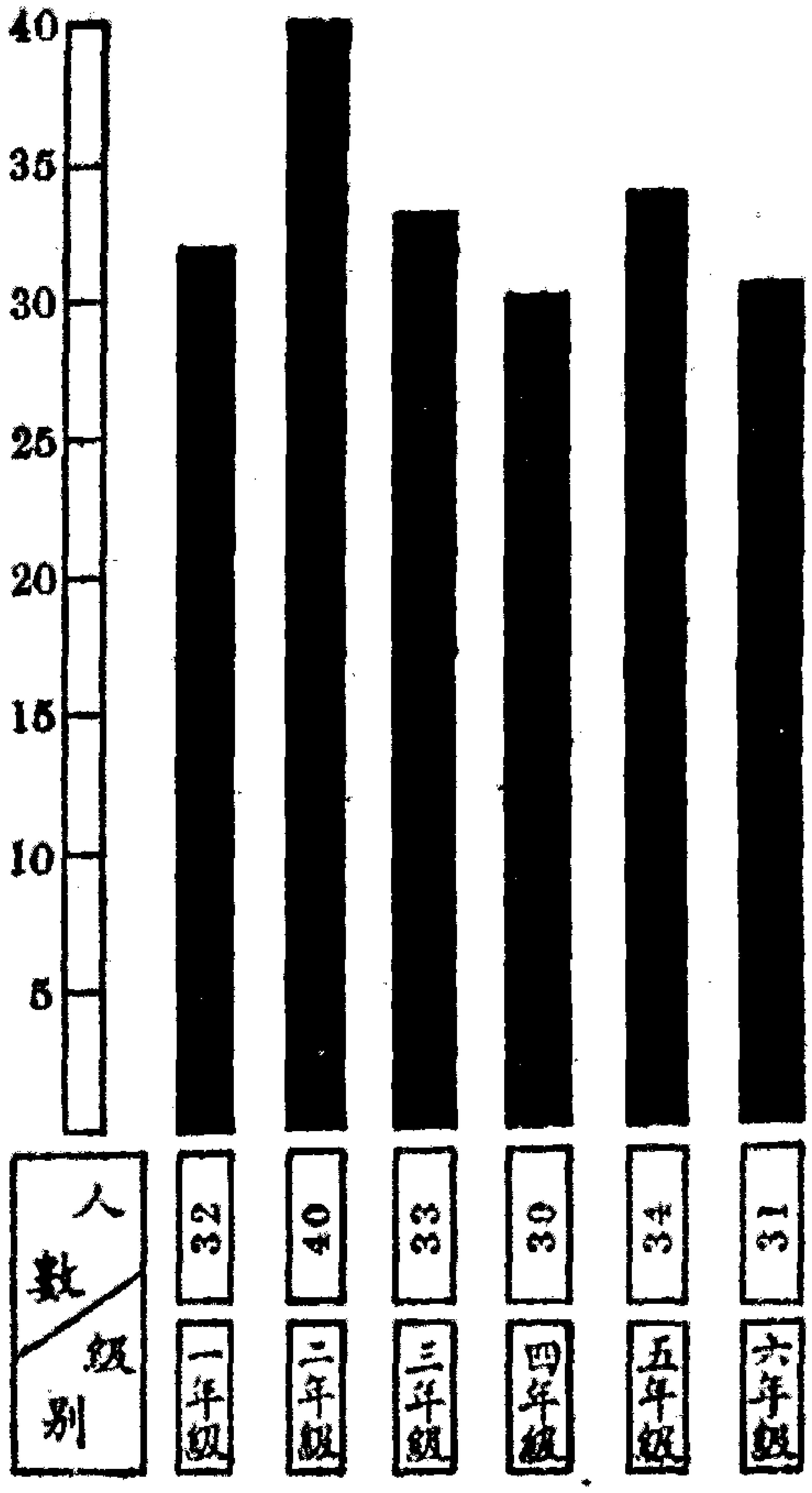
(2) 圓形圖 (Die diagram)

(a) 以全圓代表某一事物的全體.



某學校每月經常費支配統計圖

(b) 分全圓爲若干扇形 (Sector), 以扇形面積的



某小學校各級學生數統計圖

大小代表某一事物的各部的數值.

2. 直條圖 (Bar diagram)

(1) 縱條圖(Vertical bar diagram)

(a) 縱條圖的各縱條皆直立如柱,其下爲一水平底線,代表零點.

(b) 各縱條的價值,即以由此點向上開展的高度表之.

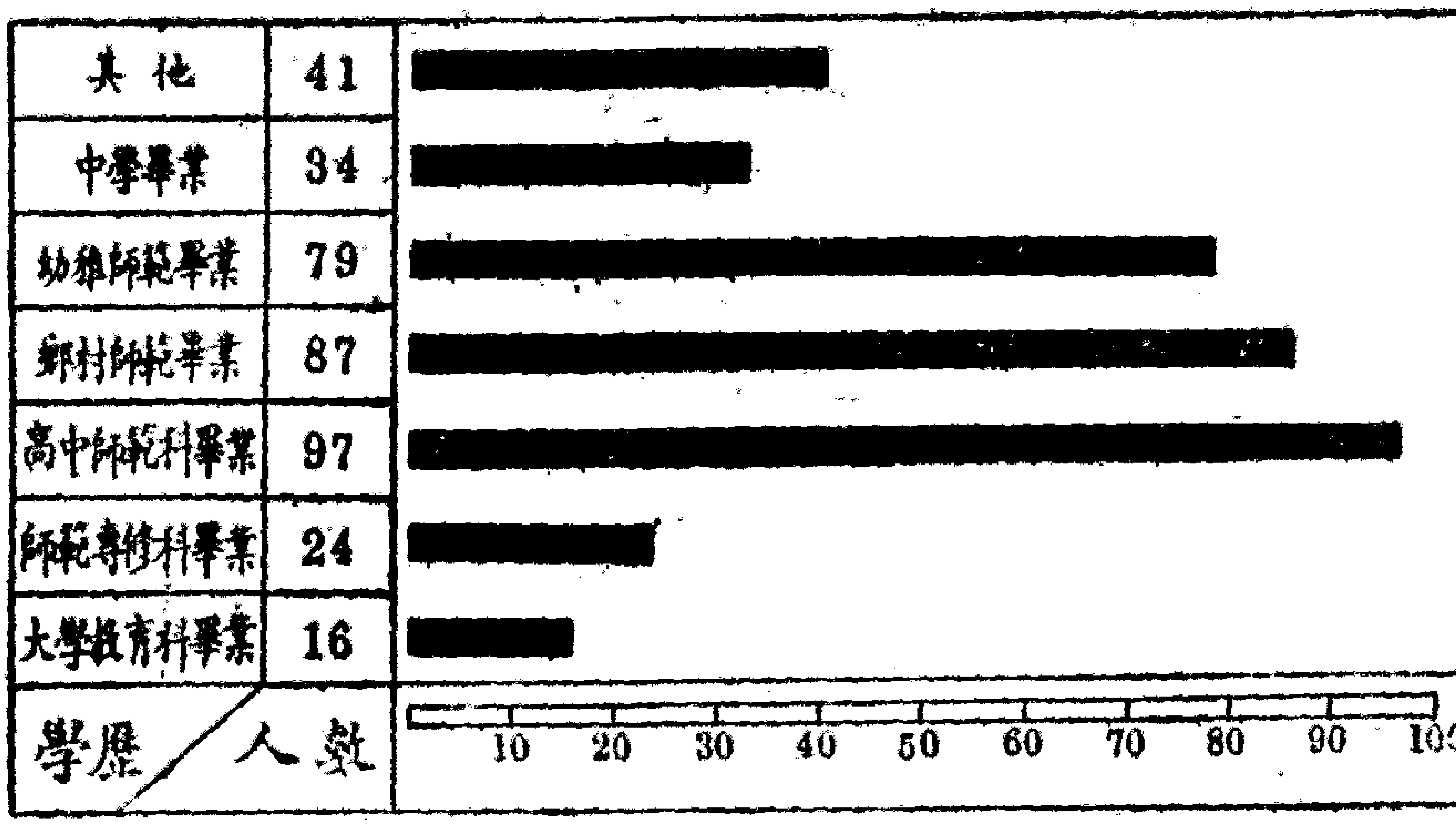
(c) 測量高度的量尺,應附於圖之左方.

(2) 橫條圖 (Horizontal bar diagram)

(a) 橫條圖的各橫條,應從一代表零點的縱立的基線(Baseline),由左向右展開.

(b) 各橫條的價值,即以從基線展開的長度表之.

(c) 測量長度的量尺,應附於圖之下端.



某縣小學教師學歷統計圖

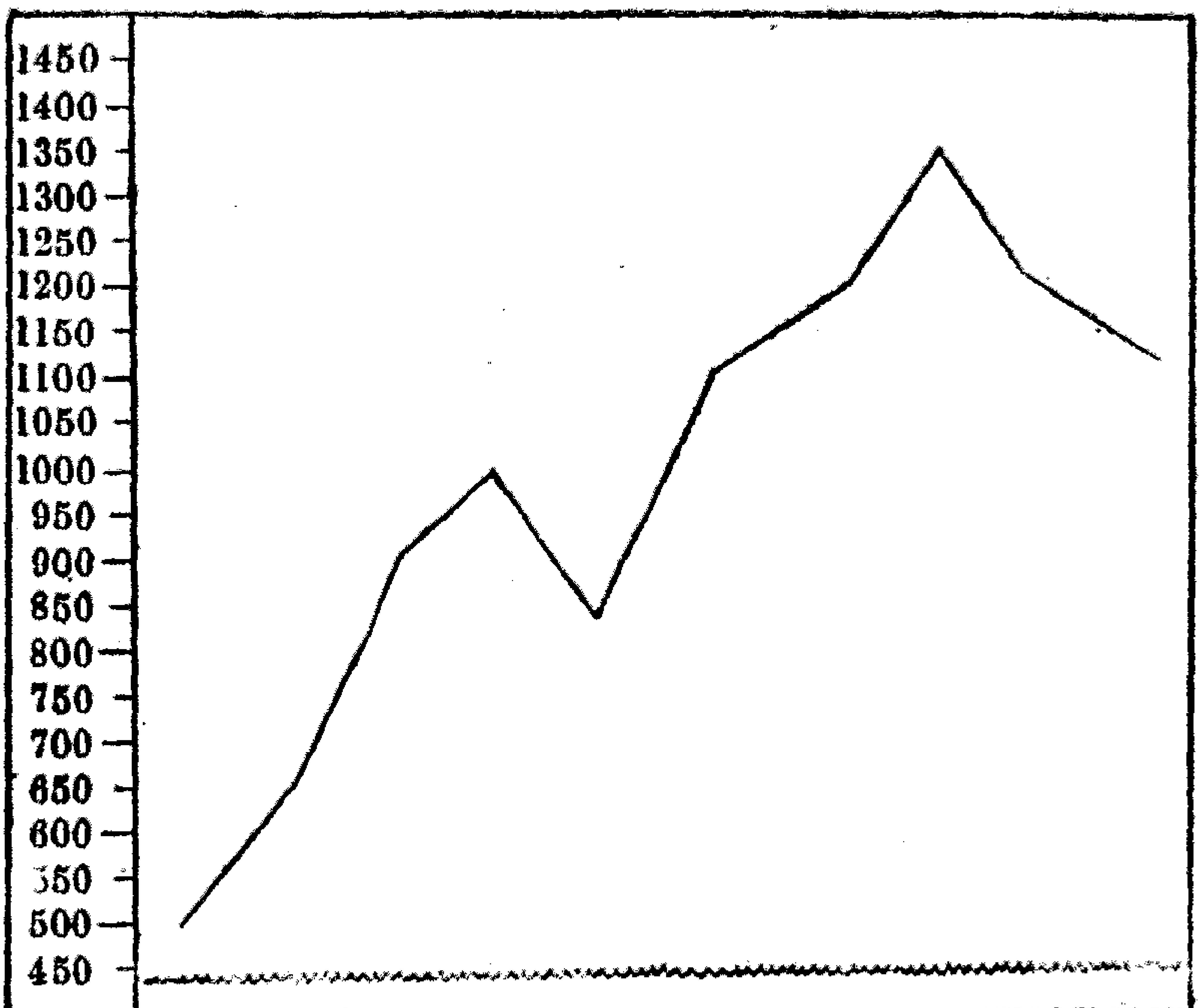
3. 曲線圖 (Curve diagram)

(1)以一個事實的自變數列為橫量表（假定是X_1 X_2 X_3……等），因變數列為竪量表（假定是Y_1 Y_2 Y_3……等）（有相互關係的二數,一數變,他一數因之亦變,一數定,他一數因之亦定,其自變自定的一數曰自變數(Independent variable).因自變數之變而變,定而定之一數曰因變數(Dependent variable).

(2)依據橫量表上的X_1 X_2 X_3……等與竪量表上的Y_1 Y_2 Y_3……等,用縱橫線交叉畫成方格圖.

(3)沿橫量表及竪量表尋出自變數X_1 X_2 X_3……等與因變數Y_1 Y_2 Y_3……等的相當各值相交之處,各記以點.

(4)把所記各點,用線連接起來,即成一曲線圖.



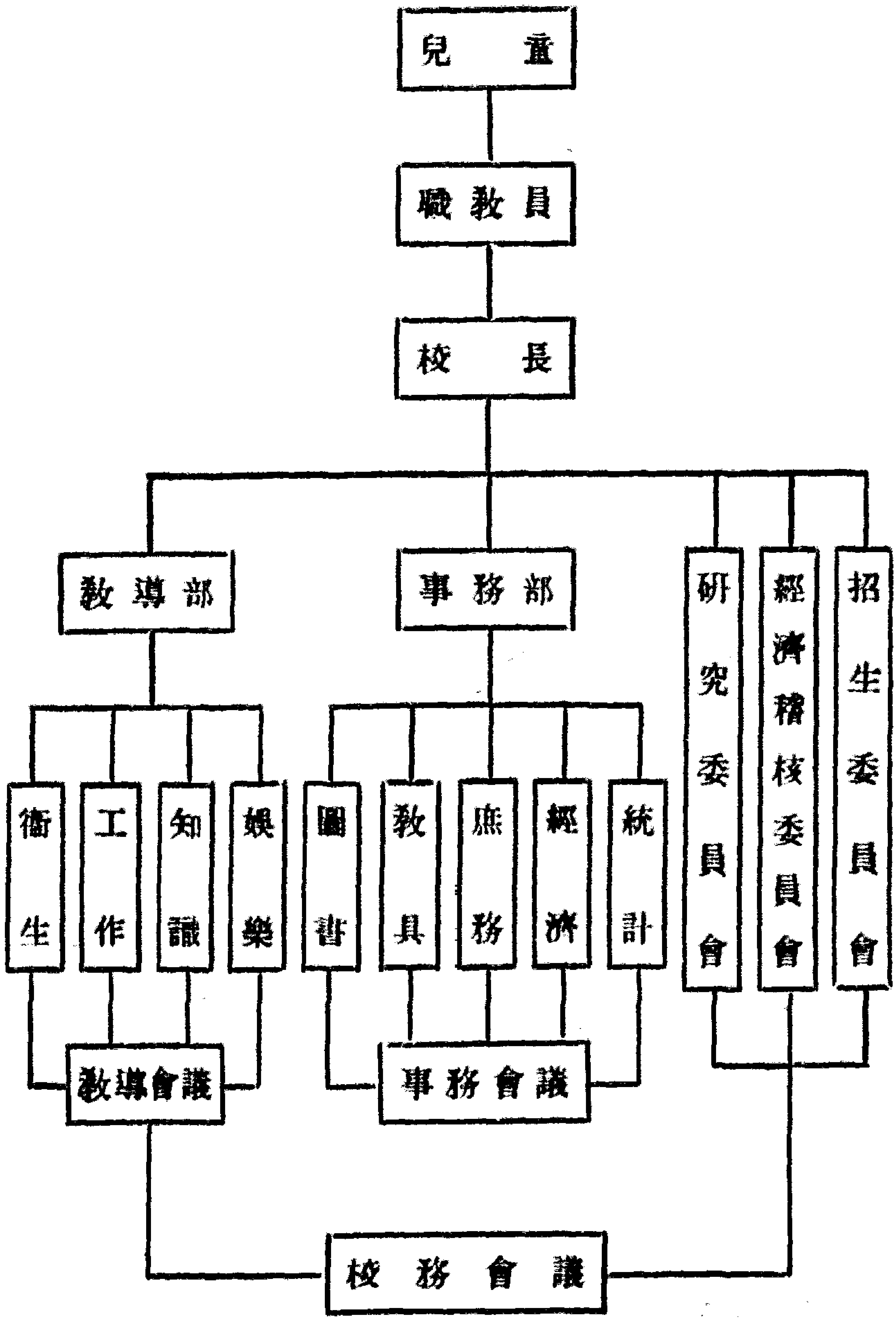
銀元數	500	650	900	1000	840	1100	1200	1350	1200	1110
年度	十一年	十二年	十三年	十四年	十五年	十六年	十七年	十八年	十九年	二十年

某學校最近十年歷年經費統計圖

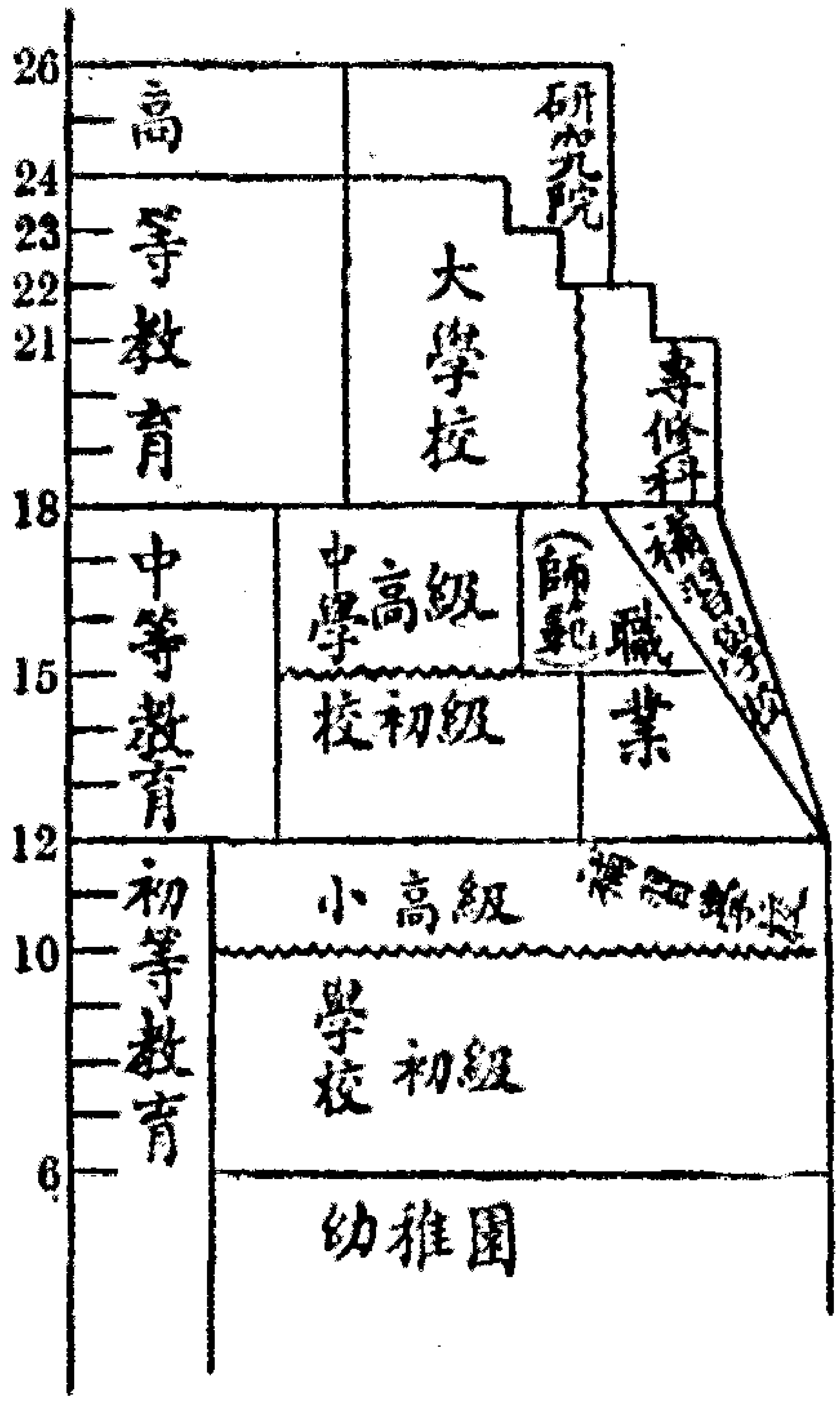
4.組織或系統圖 (Organization or systematic diagram)

(1)凡事實的現象,不重在數量的而重在相互的關係,先後的次序者,皆可以製成組織圖或系統圖以顯示之。

(2)繪製組織圖與系統圖,應注意下列三個原則:(一)一律(Uniformity),(二)簡單(Simplicity),(三)直接負責(Direct responsibility)。


兒童
職教員
校長
教導部
事務部
研究委員會
經濟稽核委員會
招生委員會
衛生
工作
知識
娛樂
圖書
教具
庶務
經濟
統計
教導會議
事務會議
校務會議

某小學校組織圖



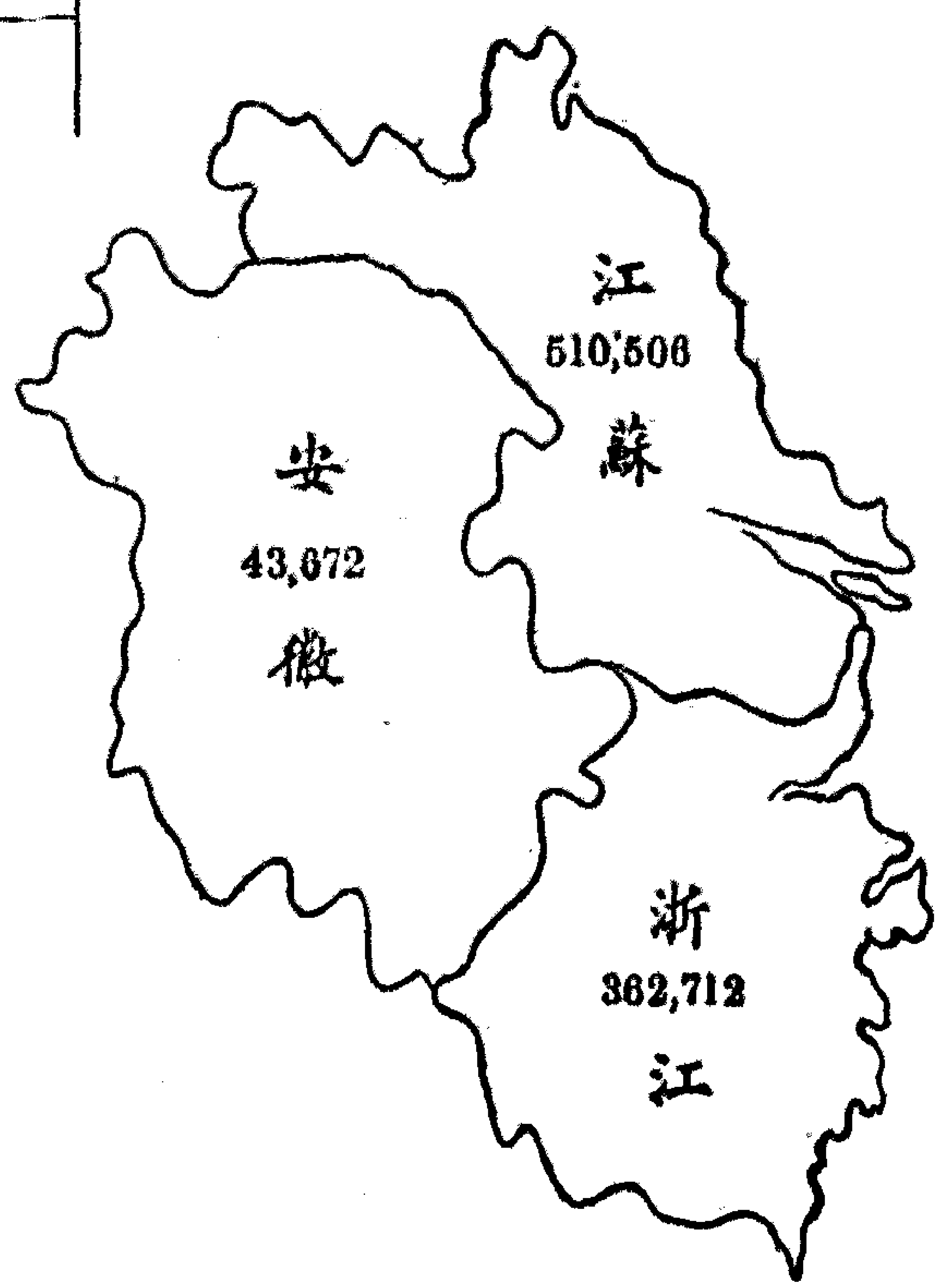
我國學制系統圖

5. 分布圖(Scatter diagram)

(1)要表示一個事實的次數或分量在地理上分配的關係,可製成分布圖.

(2)繪製成分布圖的地圖,第一要簡明,有時且或不必與眞圖逼似,惟不可改變原形,失卻眞義.

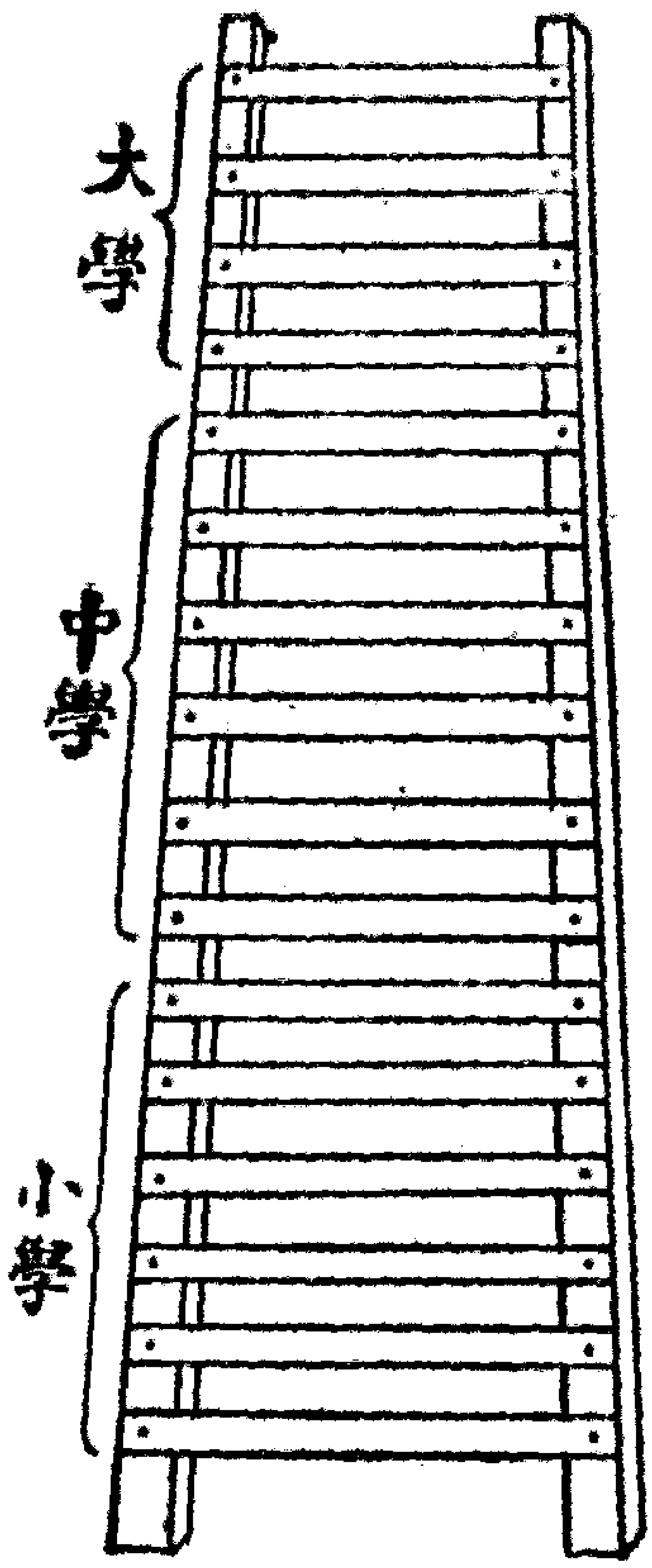
(3)分布圖上的次數或分量,可用色彩,深淺陰影與交叉的斜直線表示之.



蘇浙皖三省就學兒童統計

6. 形象圖(Figmative diagram)

(1)用圖形的大小,高低,長短,多



中國人的教育梯

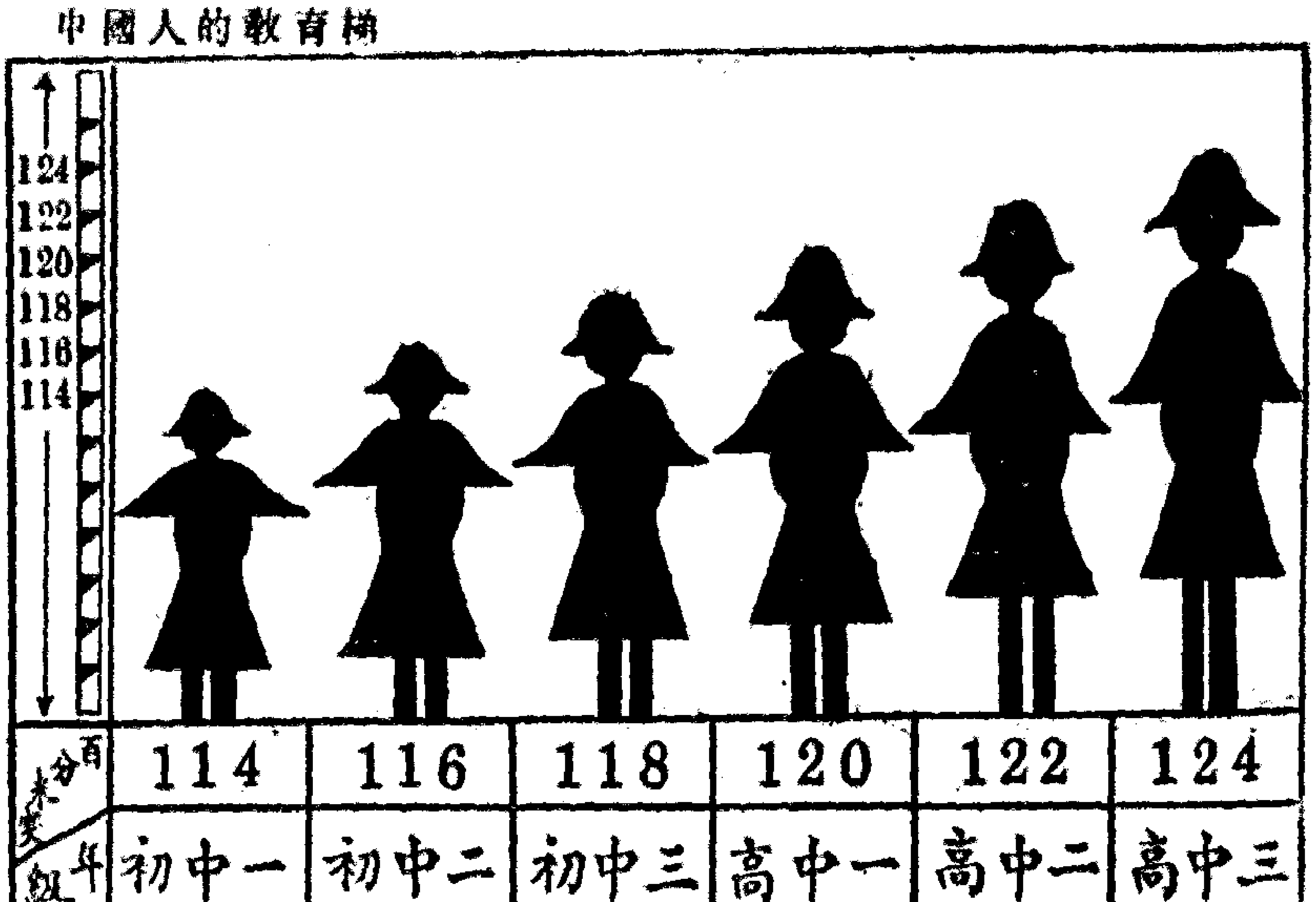
寡等以表示一個事實的數量或意義.

(2)選用的圖形最好便是所欲表示的事實的原形,或至少與這個事實有相當的適配.

(3)圖形須明顯與簡單.

三　製圖的規則

(1)圖的標題(用以表明圖的內容者)及圖的號數(用以表明圖的次序者),均須寫在圖的下端.



某校各級學生身長平均數統計圖

(2)標題中所舉各要點的次序,須與圖中各項目的次序,先後一致.

(3)圖的內容有空間時間區別時,須將地方,時期,分別在圖的標題上註明.

(4)圖的排列方法,須一律自左而右.

(5)圖中所舉各項目的分量,能用直線表明最好.

(6)圖中如有兩種以上的事實互相比較時,其中最重要的事實,可用顏色或大號字表明之.

(7)圖中橫量尺應列於圖的下端,如圖的篇幅甚長時,可列一同樣橫量尺於圖的上端.

(8)圖中豎量尺應列於圖的左端如圖的篇幅甚闊時可列一同樣豎量尺於圖的右端.

(9)豎量尺下端起點應為零度,代表零度的零線並應稍粗,如遇零度不能列入時,則下端邊線,應作波狀,以為下部截斷的標記.

(10)圖上應該載明所代表的各種數目如遇不可能時,可列一表於圖的附近.

(11)豎量表排列時間的數字時間早者應在上.

(12)橫量表排列時間的數字時間早者應在左.

(13)曲線圖的自變數應列於橫量表上.

(14)量表上的數字,應寫在豎量表之左,橫量表之下.

附　　錄

一　符號說明

A　= Assumed arithmetic mean 假設算術平均數.

A. D. = Average deviation 平均差.

A. Md = Assumed medium 假設中點數.

C　= Correction 校正數.

D　= X量數與Y量數次第的差數.

d　= 每一量數與中點數的差數.

E. M. = Estimated mean 估計算術平均數.

F　= 由起端算至含有中點數（或 Q_1 與 Q_3）以下各組的次數的總和.

f　= Frequency of measures 各量數的次數.

G　= X量數的等級數大於Y量數的等級數的量數（或Y量數大於X量數的量數）.

i　= Class interval 組距.

j　= Coefficient of skewness 偏斜係數.

L　= Lower limit of the class interval 組距的下

M　= Arithmetic mean 算術平均數.

M. D. = Mean deviation 平均差.

Md = Medium 中點數.

Mo = Mode 衆數.

m = Measure 量數.

N = Totals of measures number 量數總數.

Na = Number of measures above T. Md 眞確中點數以上的量數.

Nb = Number of measures below T. Md 眞確中點數以下的量數.

P = 施畢門等級相關係數,讀如 Pho.

Q = Quartile deviation 二十五分差.

Q_1 = Lower quartile point 下二十五分點.

Q_3 = Upper quartile point 上二十五分點.

R = 施畢門簡捷法求出的相關係數.

γ = Co-efficient of correlation 相關係數.

δ = 平均差.

S. D. = Standard deviation 標準差.

T. Md = True medium 眞確中點數.

U = Upper limit of the class interval 組距的上限.

V = Co-efficient of variation 差異係數.

x = X 行的任何量數與諸 X 量數的平均數的差數.

y ＝Y行的任何量數與諸Y量數的平均數的差數.

Σ ＝總和的記號,讀Sum.

δ ＝標準差.

二 參考書目

(1)王仲武：統計學原理及應用（商務）

(2)俞子夷：測驗統計法概要（商務）

(3)薛鴻志：教育統計學大綱（北平師大）

(4)朱君毅：教育統計學（商務）

(5)周調陽：教育統計學（中華）

(6) Jones, D. C. : A First Course in Statistics (G. Bell & Sons)

(7) Bowley, A. L. : Elements of Statistics (P. S. King & Son)

(8) King, W. I. : Elements of Statistical Method (McMillan)

(9) Secrist, H. : An Introduction to Statistical Method (McMillan)

(10) Yule, G. Udny : Statistics (Griffin & Co.)

(11) Rugg, H. O. : Statistical Methods Applied to Education (Honghton Miffliu Co.)

(12) Otis, A. S. : Statistical Method in Educational Measurement (World Book Co.)

教育概論

著者 羅廷光

世界書局出版

著者歷任各大學教授有年，對於教育具有深長之心得。茲以綜合的目光，按教育上各項重要部份，爲簡明扼要的敍述，編成本書。內容計共十六章，關於教育的意義、原理和方法，探究得失，概論無遺。各章幷附討論問題及參考材料甚多，以便學者參考應用。每節更摘錄各項要旨精義附註於上，極爲醒目，稽考尤屬便利。全書材料新穎確切，文字生動有趣；爲從事教育及師範生必要之書。

一册▼精裝一元七角半・平裝一元四角

錫

新(32,112)

中華民國二十四年八月印刷
中華民國二十四年八月出版

初級教育統計學（全一冊）

定價大洋四角
（外埠酌加運費匯費）

編輯者　范公任
發行者　陸高誼（世界書局有限公司代表人）
出版印刷者　世界書局（上海大連灣路）
發行所　上海及各省　世界書局

世界

初級教育統計學　價洋四角