

電磁對稱與相對論

# 電磁對稱與相對論

葛旭初著



北师大图 B2435300

中華書局印行

## 序

本書係集結作者之電磁相對運動論、電磁對稱概論、電磁對稱與相對論、相對位移電流與電磁質量及動電與電流諸文而成。爲節省篇幅起見，對於已知之理論多不加以介紹或演導。惟遇必要處，如評論某種理論之得失時，則仍將原理論之要義加以敘述，并據之作進一步之推演，以視其結果是否與其他理論相合。例如第六章分析湯姆森之電磁質量時，先將普通推電磁質量之法加以介紹，然後追求電磁質量之形成及其真確性。又有時爲力求清晰計，作者自行站在反對之立場，提出辯護理由，而後再將真偽全般剖白。如第七章，先以作者不同意之假定推得與相對論相同之結果，然後指明此等假定不宜採用。

讀本書者務須具有微積分、向量解析及相對論大意之基本知識。書中涉及之理論，均於章末列出參考書籍，以便讀者參閱。

本書所論甚廣，內中錯誤在所難免，敬希諸先進及讀者先生指教是幸。

附錄係由前維也納大學教授伊倫哈夫特自紐約寄來。作者深恐國內對於此項知識尚不知其究竟，故特請友人雷耀先君譯成中文，以饗讀者。該項論文多係實驗報告，讀者只須具有普通之理化知識，即不致感覺多大困難。

作者識於渝中央工校

一九四六年十月



# 電磁對稱與相對論目錄

序

第一章 電磁對稱之基本原理與公式	1
§ 1.引言	1
§ 2.電磁基本對稱公式	3
§ 3.運動電荷產生之磁場	5
§ 4.載有電流之導體內之電荷密度	6
§ 5.電流產生的磁場	8
§ 6.馬克斯威耳與羅倫茲之電磁方程式	11
§ 7.發電機公式與發磁機公式	11
§ 8.電動機公式與磁動機公式	12
§ 9.載有電流之導體內之力密度	15
第二章 兩電流間之作用力及羅蘭假說	18
§10.相對場與絕對場	18
§11.兩電流間之作用力 牛頓第三定律之考驗	19
§12.評羅蘭之假說	22
第三章 電磁對稱公式之相對論的擴充	24
§13.拉普拉斯公式	24
§14.電動機公式與磁動機公式	26
§15.兩平行電流間之作用力	27
§16.電磁相對論指示的有趣事實	29
第四章 電磁對稱之一般理論	31
§17.電磁對稱假說	31

§18.磁性物之存在問題與伊倫哈夫特之實驗	32
第五章 相對位移電流	34
§19.位移電流之相對性	34
§20.兩電荷間之作用力	36
§21.兩電荷間之位能與能量不滅定律	40
第六章 電磁質量與電感	42
§22.靜電場之基本性質	42
§23.自轉電荷產生之磁場	42
§24.湯姆蓀電磁質量學說之分析	44
§25.電感	49
§26.單獨長直導線之電感係數	51
第七章 電磁動力學與相對論	55
§27.電磁場中之力密度	55
§28.能力中心與電子之動量	56
§29.質量與動量之關係	59
§30.電子之靜質量	63
§31.結論	64
附錄 伊倫哈夫特之來件	66
譯者附言	66
1.致作者函	66
2.磁流	68
3.光滲與其電游子及磁游子之解釋	73
(I) 關於光滲,電光滲及磁光滲之實驗事實	73
(II) 以已知學說解釋此等現象之不足	76
(III) 實驗的解釋	79

---

(IV) 結果.....	85
(V) 結論.....	89
4. 磁游子.....	95
5. 利用所謂永久磁鐵之分解水及磁流強度之 度量.....	100
6. 電與磁.....	106
7. 美國物理學會會報.....	109





# 電磁對稱與相對論

## 第一章 電磁對稱之基本原理與公式

### §1. 引言

電池(electric cell)或發電機(electric generator)的兩極分別帶有正或負電荷(positive or negative electric charge),爲人所共知.至於載有電流(electric current)的導線(conducting wire)上電荷分佈的情形如何,很少有人加以注意.衛斯特發耳(W. H. Westphal)在其所著之物理學(Physik)中爲了說明電在導線中流動之究竟,指明導線之曲折處常有正或負電荷(註<sup>1</sup>).其實這個概念不甚正確,因爲我們可以根據歐姆定律(Ohm's Law)導出載有電流的質料不變之導體,常保持中和狀態故也(註<sup>2</sup>).

1895年羅蘭(Rowland)以實驗證明電荷運動即產生磁場(magnetic field)(註<sup>3</sup>),並且創一假說,謂任一運動的電荷均能用小電流代替.依相對性原理(Principle of Relativity)(註<sup>4</sup>)可知所謂電荷運動產生磁場,實際上乃是與電荷生相對運動之空間,其內必生磁場.如是則與電荷有相對運動之觀察者認爲有磁場存在,與電荷無相對運動之觀察者則認爲沒有磁場存在.故此種磁場係隨觀察者而變之相對磁場.載有電流之導線,亦產生磁場(註<sup>5</sup>).是種磁場是否亦係相對場?若羅蘭之假說爲真,則電流與電荷運動同質.電流產生之磁場自應亦爲相對場.如是則當觀察者沿載有電流的直導線運動

時，所測得之磁場，當隨其運動的速度而變，速度與線中自由電子 (free electron) 的平均速度相等時，則其手中所攜磁針當不生偏轉，實際情形是否如此，本文將與以確切的答覆。

電磁間的一切現象，應該都是平行的，一般眼光遠大的物理學家早就如此深信，如法拉弟 (Faraday) 認為電流能產生磁場，則磁場亦應能產生電流，馬克斯威耳 (Maxwell) 認為隨時變化之磁場能產生電場 (electric field)，則隨時變化的電場亦必能產生磁場，即其例也。惟因人們的思想受了安培的磁性學說 (Ampere's Theory of Magnetism)<sup>(註6)</sup> 的影響，以為宇宙中只有真實的電 (electricity)，而無真實的磁 (magnetism)，致使電磁間的平行關係不能臻於完善。且當伊倫哈夫特 (F. Ehrenhaft) 提出磁性新實驗報告，謂已發現真實之磁荷 (magnetic charge) 時<sup>(註7)</sup>，一部份物理學者予以惡意的攻擊，其實磁性之不存在，不僅安培自己未予證明，即任何物理學者，也未曾加以證明。而且在原則上言，要證明一種東西不存在，實是不可能的。根據馬克斯威耳的基本方程式及電動公式，可以導出電磁間澈底的平行關係。假如宇宙中的確有磁性存在，則這種關係也就真實存在，否則，這種關係亦可認為是理想的。但由於電磁間有完全平行的關係，乃順乎自然的。故作者深信伊倫哈夫特發現之磁荷真實存在。

馬克斯威耳稱隨時變化的電場為位移電流 (displacement current)<sup>(註8)</sup>，但電場有隨觀察者運動狀態而異之相對場，故若馬克斯威耳的假說普遍有效，則位移電流亦可分為相對與絕對兩種。前者須指明觀察者所在的空間方有意義，後者則對於任何觀察者均同。以往的物理學者對於此二者

多不加區分,以爲其性質相同,實則變化之相對電場能否產生磁場,未必可以斷言也。

近代物理學所涉及之問題,往往限於分立,其間缺少聯繫,甚至互相矛盾,例如馬克斯威耳的電磁光論 (Electromagnetic Theory of Light), 認爲電磁波 (electromagnetic wave) 是連續的,而量子論 (Quantum Theory) 則認爲光係不連續之粒子組成(註9),又湯姆森 (J. J. Thomson) 及斯托克 (Stoke) 認爲電子有變速運動時,必吸收或放出能量,波爾 (Bohr) 的原子論 (Atom Theory) 則假定原子內行星式的電子雖有變速運動,能量亦不改變(註10),由於此種各自孤立或恰相矛盾的事實,可知今日的電磁理論,尙未發展至完善之境地,本文係根據一出發點,將電磁間的關係逐步加以推演,雖所得結果與目前公認之理論不無出入,但大多均相符合,作者深知此文僅係初步之探討,至於將來的發展,則端賴多數人的努力也。

## §2. 電磁基本對稱公式

根據載有電流之導線在磁場內受力之公式,能導出當導線與磁場生相對運動時,線內必有應電場 (induced electric field) 呈現,此種應電場之強度 (intensity) 恆等於導線對磁場之速度與磁場強度之向量積 (vector product) (註11),設磁場強度爲  $\vec{H}$ , 導線對磁場之速度爲  $\vec{v}$ , 應電場強度爲  $\vec{E}$ , 則得關係式如下:

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{H} \quad (\text{註12})$$

此處  $\vec{E}$  爲電磁單位 (electromagnetic unit), 若改爲靜電單位 (electrostatic unit), 則式之右端須以電磁常數  $c$  除之, 又若導線對磁場的速度  $\vec{v}$  易爲磁場對導線的速度  $-\vec{v}$ , 則上式得

寫爲

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v} \times \vec{H}}{c}$$

但  $\vec{v} \times \vec{H} = -\vec{H} \times \vec{v}$  (註13), 故該式又能寫爲

$$\vec{E} = \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}, \quad (1)$$

導線與磁場生相對運動,其內部既有電場產生,則與磁場生相對運動的任何空間內,照理均應感生電場,且電場之強度,亦應由上式計算,其理至明。

將馬克斯威耳之基本方程式引用於一個運動之電荷,能得強度爲  $\vec{E}$  之電場以速度  $\vec{v}$  運動時,當感生一應磁場 (induced magnetic field), 其強度(註14)

$$\vec{H} = \frac{\vec{v} \times \vec{E}}{c}$$

或

$$\vec{H} = -\frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c} \quad (2)$$

依相對性原理,知絕對空間不能有,故式中之  $\vec{v}$  亦必爲電場對某一空間之速度,且當某一空間對電場  $\vec{E}$  之速度爲  $-\vec{v}$  時,亦應有同樣之效果。

研究(1),(2)兩式,可知因相對運動感生的電場,與磁場呈正負對稱之關係,蓋將(1)式中之  $\vec{E}$  與  $\vec{H}$  對調,式前冠一負號,即得(2)式也,以此二式爲根據,能將電磁學中一切基本公式導出,故姑稱之爲電磁基本對稱公式。

因相對運動感生的電場或磁場,其強度既如(1),(2)兩式所表,可知二者均視觀察者之運動狀態而異,就在一直線上互有相對運動之觀察者而言,對原場之速度大者,必以爲感

生之應場大，對原場之速度小者，必以為感生之應場小，對原場無運動者，則全不覺有應場存在，此種因觀察者之運動狀態而有不同的場，姑且稱為相對場，而不隨觀察者之運動狀態而變的場，則稱為絕對場。

### §3. 運動電荷產生之磁場

設有一電荷於此，所帶之電量 (electric quantity) 為  $q_e$ ，與之相距  $r$  之任意點  $P$  之電場強度

$$\vec{E} = \frac{q_e}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (\text{註15})$$

$\vec{r}$  為自電荷至  $P$  點之有向線，依羅倫茲的電子論 (Lorentz's Electron Theory) 知不論  $P$  對電荷靜止或作等速運動，上式均屬有效，設電荷對  $P$  點之觀察者及其所攜之測量儀器的速度為  $\vec{v}$ ，則由(2)式及上式得  $P$  點感生之磁場強度

$$\vec{H} = -q_e \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{cr^3} \quad (3)$$

此處係假定電荷以等速  $\vec{v}$  運動時，其靜電場 (electrostatic field) 亦以等速  $\vec{v}$  運動，此假定與馬克斯威耳及羅倫茲之理論一致，且與能以實驗證明之鮑沙定律 (Boit Savart's Law) 相吻合。

設有強度為  $q_m$  之單獨磁極 (single magnetic pole) 以速度  $\vec{v}$  對  $P$  點的觀察者及其所攜之測量儀器而運動，此磁極生於  $P$  點的磁場強度(註16)

$$\vec{H} = \frac{q_m}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

代入(1)式，得  $P$  點之感應電場強度

$$\vec{E} = q_m \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{cr^3} \quad (4)$$

研究(3),(4)兩式，知與電荷生相對運動感生的磁場，與磁極生

相對運動感生之電場，亦呈正負對稱，即將(3)式中之電量 $q$ ，易為磁極強度 $q_m$ ，磁場強度 $\vec{H}$ 易為電場強度 $\vec{E}$ ，再於式前冠以負號，即得(4)式也。由(3)、(4)兩式，亦知與電荷或磁極有相對運動感生之電場或磁場，均為相對場，蓋二者均為相對速度 $v$ 之函數也。

#### §4. 載有電流之導體內之電荷密度

由於歐姆定律可知導體(conductor)內任意點 $P$ 之電流密度(electric current density)  $\vec{j}$ ，對於笛氏坐標之三成份 $j_x, j_y$ 及 $j_z$ ，得以該點之電位(electric potential)  $\phi$  對於三坐標軸之偏微分表之。設 $\tau$ 為導體之電阻係數(resistivity)，則

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} &= -\tau j_x \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} &= -\tau j_y \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} &= -\tau j_z \quad (\text{註17}) \end{aligned} \right\} (5)$$

今於等式兩端分別對三坐標軸求偏導數，則得

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &= -\left( \tau \frac{\partial j_x}{\partial x} + j_x \frac{\partial \tau}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} &= -\left( \tau \frac{\partial j_y}{\partial y} + j_y \frac{\partial \tau}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} &= -\left( \tau \frac{\partial j_z}{\partial z} + j_z \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \end{aligned}$$

對應項相加即得

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\left\{ \tau \left( \frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z} \right) + \left( j_x \frac{\partial \tau}{\partial x} + j_y \frac{\partial \tau}{\partial y} + j_z \frac{\partial \tau}{\partial z} \right) \right\}$$

式之左端為 $P$ 點電位之拉普拉斯導數(Laplace derivative)，

通常以 $\nabla^2 \phi$ 表之。(註18)  $\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} + \frac{\partial j_z}{\partial z}$  為 $P$ 點電流密度的

散度(divergence),通常以  $\text{div} \vec{j}$  表之(註19),而  $j_x \frac{\partial \tau}{\partial x} + j_y \frac{\partial \tau}{\partial y} + j_z \frac{\partial \tau}{\partial z}$  則為  $P$  點電流密度與電阻係數之梯度 (gradient) (註20)  $\text{grad} \tau$  的無向積 (scalar product), 通常以  $\vec{j} \cdot \text{grad} \tau$  表之(註21),故上式得寫為

$$\nabla^2 \phi = -\{\tau \text{div} \vec{j} + \vec{j} \cdot \text{grad} \tau\} \quad (6)$$

於封閉電路中  $\text{div} \vec{j}$  恆為零(註22),引用帕松方程式(The Equation of Poisson)  $\nabla^2 \phi = -4\pi \zeta$  (註23),則得  $P$  點之電荷密度

$$\zeta = \frac{\vec{j} \cdot \text{grad} \tau}{4\pi} \quad (7)$$

在質料不變之導線內,電阻係數  $\tau$  為常數(當然係指溫度不變而言),其梯度  $\text{grad} \tau = 0$ . 由上式可知其內任意點之電荷密度均為零;換言之,載有封閉電流之同質導線內常居於中和狀態也.當導線之質料隨坐標而變時,則  $\text{grad} \tau$  不復為零,而為一有向量(vector quantity). 此種情形常產生於二不同質之導線之接點及導線之表面上.接點處  $\text{grad} \tau$  的方向常與兩導線之接觸面垂直,於一般情形下,電流自此一導線流入彼一導線時,多半亦係與二導線的界面成直角,故  $\text{grad} \tau$  與  $\vec{j}$  常居同一方位.當電阻係數順電流之方向增加時,則  $\text{grad} \tau$  與  $\vec{j}$  同方向,其無向積  $\vec{j} \cdot \text{grad} \tau$  為正,即接點有過剩的正電荷存在,反之,若  $\tau$  順電流的方向而減小,則  $\vec{j}$  與  $\text{grad} \tau$  反方向,而接點處有負電荷存在.此結論頗與事實相符合.導線的表面實為其與空氣之界面,面上  $\text{grad} \tau$  的方向自亦與導線之表面垂直,亦即垂直於電流密度  $\vec{j}$ . 故導線表面上任何點之  $\vec{j} \cdot \text{grad} \tau$  恆為零.由(7)式知其上之電荷密度亦必為零也.綜合上述,知載有封閉電流之導線,除二不同質導線之接點處

外,其餘部份均係中和,接點在電路中既為極少部份,則就整個路線而言,導線實可視為中和體也。

### §5. 電流產生的磁場

由於上節,既知同一質料之導體內部,無有過剩之電荷存在,則顯見導體內若有運動電荷,必有等量異號之電荷靜止,故普通情形下之電流,實係由於導體內等量異號之電荷,作相對運動而成。

今有一帶有電流  $\vec{I}$  之導線,於此取其上一小段  $dl$  討論之,設單位體積之導體內運動之自由電荷數為  $n$ ,每電荷所帶之電量為  $e$ ,導線之截面積為  $s$ ,則於線之  $dl$  內運動之電量

$$dq_e = sn \epsilon dl$$

設此種運動之電荷對導線之平均速度為  $\vec{u}$ ,導線對觀察者及其所攜之測量儀器之速度為  $\vec{v}$ ,則此運動電荷  $dq_e$  對觀察者之速度(註24)。

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

依(3)式知電荷  $dq$  生於觀察者之儀器所在點  $P$  之磁場強度

$$\begin{aligned} d\vec{H}_1 &= -dq_e \frac{\vec{r} \times \vec{w}}{cr^3} \\ &= -dq_e \frac{\vec{r} \times \vec{u}}{cr^3} - dp_e \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{cr^3}. \end{aligned}$$

根據上節所述,知必有電荷  $-dq$  對導線靜止,此電荷  $-dq$  對於觀察者之速度,自然亦為  $\vec{v}$ ,故依(1)式,知  $-dq$  生於  $P$  點之磁場強度

$$d\vec{H}_2 = dq_e \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{cr^3}.$$



而線之  $dl$  生於  $P$  點之總磁場強度

$$\begin{aligned} d\vec{H} &= d\vec{H}_1 + d\vec{H}_2 \\ &= -dq_e \frac{\vec{r} \times \vec{u}}{cr^3}. \end{aligned}$$

由此可知不論觀察者對導線之速度  $-v$  爲何,彼於  $P$  點所測得之磁場強度均相同,故電流產生之磁場爲絕對場,與電荷運動產生的磁場不同,且導線既多居於中和狀態,其周圍只有磁場而無靜電場(electrostatic field)(註25),而運動電荷的周圍,則除有相對磁場外,尚有靜電場也,將  $dq_e = sn\epsilon dl$  之關係代入上式,得

$$d\vec{H} = -\frac{sn\epsilon \vec{r} \times \vec{u}}{cr^3} dl$$

但  $sn\epsilon \vec{u} = \vec{I}_e$ , 故即

$$d\vec{H} = -\frac{\vec{r} \times \vec{I}_e}{cr^3} dl \quad (9)$$

設  $\vec{I}$  與  $\vec{r}$  間之交角爲  $\theta$ , 則僅就數值而論,上式又可寫爲

$$dH = \frac{I_e dl}{cr^2} \sin\theta \quad (10)$$

此即拉普拉斯公式(Laplace's formula)(註26)也。

設若宇宙中有真實的磁性物質存在,正磁質點之性質與北磁極同,負磁質點之性質與南磁極同,是種質點組成的物體,姑稱之爲磁性物體,含有自由磁質點之磁性物體,稱爲導磁體,不含自由磁質點之磁性物體,稱爲磁的絕緣體,如是則當導磁體兩端有磁壓存在時,體中顯見亦有類似電流的磁流通過,磁流的大小,當然亦用任意截面上單位時間內通過的磁量度量,由於導磁體與導電體具有同一性質,則上節由歐姆定律推得之結果,對於導磁體亦屬有效,即載有磁流

的同質料的導磁線,常呈中和狀態也,同樣,就載有磁流  $\vec{I}_m$  的導磁線而論,設  $n\epsilon$  為單位體積內運動之磁量,則  $dl$  線之內的運動磁量,當為

$$dq_m = sn\epsilon dl$$

式中  $s$  為導磁線垂直於磁流之截面積,同樣再令  $\vec{u}$  代表正磁質點對負磁質點的速度,  $\vec{v}$  為負磁質點對觀察者的速度,則正磁質點對觀察者之速度

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$$

由(4)式可知  $+dq_m$  生於觀察者所在點  $P$  的電場強度

$$\begin{aligned} d\vec{E}_1 &= dq_m \frac{\vec{r} \times \vec{w}}{cr^3} \\ &= dq_m \left( \frac{\vec{r} \times \vec{u}}{cr^3} + \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{cr^3} \right), \end{aligned}$$

$-dq_m$  生於  $P$  點之電場強度

$$d\vec{E}_2 = -dq_m \frac{\vec{r} \times \vec{v}}{cr^3},$$

故  $P$  點之總電場強度

$$\begin{aligned} d\vec{E} &= d\vec{E}_1 + d\vec{E}_2 \\ &= dq_m \frac{\vec{r} \times \vec{u}}{cr^3}. \end{aligned}$$

由此顯見  $P$  點之電場強度亦與觀察者之運動狀態無關,而為絕對場,將  $dq_m = sn\epsilon dl$  之關係代入,得

$$\begin{aligned} d\vec{E} &= -\frac{sn\epsilon \vec{r} \times \vec{u}}{cr^3} dl \\ &= -\frac{\vec{r} \times \vec{I}_m}{cr^3} dl \end{aligned} \quad (11)$$

或

$$dE = -\frac{I_m dl}{cr^2} \sin\theta \quad (12)$$

此式可稱為磁的拉普拉斯公式。試將(10)式中之電流  $I_e$ ，換為磁流  $I_m$ ，磁場強度  $dH$  換為電場強度  $dE$ ，再於式之右端冠以負號，即得(12)式。故電流磁效公式與磁流電效公式，亦遵守正負對稱之規則。因電流磁效以右手螺旋規則判定方向，通常式前不寫負號；故依左手螺旋規則判定方向之磁流電效公式，式前冠一負號。

由於實際經驗，可知若載有電流之導線移動，則其所生之磁場亦必隨之移動，即電流產生的磁場，得視為與導線有同一速度。同樣磁流所生之電場，對導磁線亦應為靜止者也。

### §6. 馬克斯威耳與羅倫茲之電磁方程式

由於以上兩節的研究，顯見將馬克斯威耳與羅倫茲的電磁方程式

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{E} = 4\pi\zeta \\ \operatorname{div} \vec{H} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \operatorname{curl} \vec{H} = \frac{4\pi\zeta \vec{v}}{c} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{curl} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{註27}) \end{cases}$$

引用於載有電流之導體內時，必須注意左式中之  $\zeta$  係代表過剩之電荷密度，而右式之  $\zeta$  則係指運動的電荷密度而言。若導體的質料不變，則由§4知左式中之  $\zeta$  等於零，右式中之  $\zeta$  等於  $n\epsilon$ ，且右式中之  $\vec{v}$  即§5所設之  $\vec{u}$  也。

### §7. 發電機公式與發磁機公式

導線與磁場有相對運動時，導線內部即產生電場，前已述及。設有一直導線對於某均勻磁場有速度  $\vec{v}$ ，即該磁場對導線有速度  $-\vec{v}$ 。又磁場之強度為  $\vec{H}$ ，則依(1)式知導線內的電場強度

$$\vec{E} = \frac{\vec{H} \times -\vec{v}}{c} = -\frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}.$$

導線之長度設以  $l$  表之,則其二端之電壓(voltage)亦即其電動勢(electromotive force)

$$\Psi_e = \vec{E} \cdot \vec{l} = -\frac{\vec{H} \times \vec{v} \cdot \vec{l}}{c}. \quad (13)$$

式中  $\vec{H} \times \vec{v} \cdot \vec{l}$  爲以  $\vec{H}$ ,  $\vec{v}$  及  $\vec{l}$  三向量爲邊所作之平行六面體之體積(註<sup>28</sup>),當  $\vec{v}$  與  $\vec{H}$  同方位時則  $\vec{H} \times \vec{v} = 0$ , 導線兩端無電壓存在;又  $\vec{H}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{l}$  三向量共面時,六面體之體積爲零,故電壓之值亦爲零.當三者互成直角時,平行六面體爲一正六面體.由上式可知  $\vec{H}$ ,  $\vec{v}$  與  $\Psi_e$  三者可依右手定則判定其相互之方向關係,此即吾人熟知之發電機公式(electric generator formula)也.

同樣,當長度爲  $l$  之直導磁線,以速度  $\vec{v}$  在強度爲  $\vec{E}$  的均勻電場中運動時,由(2)式可知導磁線內必感生一磁場,其強度

$$\vec{H} = -\frac{\vec{E} \times -\vec{v}}{c} = \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}.$$

而導磁線兩端之磁壓即磁動勢

$$\Psi_m = \vec{H} \cdot \vec{l} = \frac{\vec{E} \times \vec{v} \cdot \vec{l}}{c}. \quad (14)$$

試將(13)式中之磁場  $\vec{H}$  換爲電場  $\vec{E}$ , 電壓  $\Psi_e$  換爲磁壓  $\Psi_m$ , 再於式前冠一負號,即得(14)式.若稱(14)式爲發磁機公式,則發電機公式與發磁機公式亦遵守正負對稱之規則,(14)式中  $\vec{E}$ ,  $\vec{v}$  與  $\Psi_m$  之方向之關係,依左手定則判定.

### §8. 電動機公式與磁動機公式

設有強度爲  $\vec{H}$  的均勻絕對磁場,於此場內有電量爲  $q$  之電荷以速度  $\vec{v}$  運動,則磁場對此電荷的速度爲  $-\vec{v}$ , 由(1)

式知電荷所在之空間內必有一應電場存在,其強度

$$\vec{E} = \frac{\vec{H} \times -\vec{v}}{c} = -\frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}.$$

因之電荷受一應力

$$\vec{F}_e = q_e \vec{E} = -q_e \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}. \quad (15)$$

同樣,若磁量為  $q_m$  的磁荷以速度  $\vec{v}$  對強度為  $\vec{E}$  之均勻絕對電場運動時,則依(2)式,磁荷內感生之磁場強度

$$\vec{H} = -\frac{\vec{E} \times -\vec{v}}{c} = \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}$$

故磁荷受一應力

$$\vec{F}_m = q_m \vec{E} = q_m \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c} \quad (16)$$

由(15),(16)兩式,可知電荷在磁場內運動受力及磁荷在電場內運動受力的公式,亦呈正負對稱。

設有一長度為  $l$  的導線,其內有  $I_e$  單位之電流通過,當此導線在強度為  $\vec{H}$  的均勻絕對磁場內以速度  $\vec{v}$  運動時,則在與 §5 相同之假設下,正電荷對磁場的速度

$$\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}.$$

導線內部包含的運動總電量

$$q_e = n e s l.$$

由(18)式,可知此正電荷所受磁場的應力為

$$\begin{aligned} \vec{F}'_e &= -s n e l \frac{\vec{H} \times \vec{w}}{c} \\ &= -s n e l \frac{\vec{H} \times \vec{u}}{c} - s n e l \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}. \end{aligned}$$

對導線靜止的等值的負電量  $-s n e l$  所受之力則為

$$\vec{F}''_e = sn\epsilon l \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}.$$

故正負電荷所受之總力，即導線在磁場內感受的力

$$\begin{aligned} \vec{F}_e &= \vec{F}'_e + \vec{F}''_e \\ &= -sn\epsilon l \frac{\vec{H} \times \vec{u}}{c}. \end{aligned}$$

但  $sn\epsilon \vec{u} = \vec{I}_e$ ，故

$$\vec{F}_e = -l \frac{\vec{H} \times \vec{I}_e}{c}. \quad (17)$$

設  $\vec{H}$  與  $\vec{I}_e$  之交角為  $\theta$ ，則(17)式又可寫為

$$F_e = \frac{HI_e l}{c} \sin\theta. \quad (18)$$

此即吾人熟知的電動機公式 (electric motor formula) 也。由此式可知導線在磁場內所受之力，與導線對磁場的速度無關。當  $\vec{H}$  與  $\vec{I}$  垂直時，式中  $\vec{H}$ 、 $\vec{I}$ 、 $\vec{F}_e$  三者之方向，得依左手定則判定其關係。

同樣，當載有磁流  $I_m$  長度為  $l$  之導磁線在強度為  $\vec{E}$  的均勻絕對電場內以速度  $\vec{v}$  運動時，則依(16)式知對導磁線運動之正磁量  $sn\epsilon l$  受一應力

$$\begin{aligned} \vec{F}'_m &= sn\epsilon l \frac{\vec{E} \times \vec{w}}{c} \\ &= sn\epsilon l \frac{\vec{E} \times \vec{u}}{c} + sn\epsilon l \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}. \end{aligned}$$

靜止之負磁量  $-sn\epsilon l$  則受一應力

$$\vec{F}''_m = -sn\epsilon l \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}.$$

故導磁線所受總力

$$\begin{aligned}\vec{F}_m &= \vec{F}'_m + \vec{F}''_m \\ &= sn\epsilon l \frac{\vec{E} \times \vec{u}}{c}.\end{aligned}$$

將  $sn\epsilon \vec{u} = \vec{I}_m$  之關係代入,即得

$$\vec{F}_m = l \frac{\vec{E} \times \vec{I}_m}{c}. \quad (19)$$

此公式可稱為磁動機公式,以與電動機公式相對應,由(17),(19)兩式,知電動機公式與磁動機公式亦呈正負對稱,故當  $\vec{E}$  與  $\vec{I}_m$  成直角時,  $\vec{E}$ 、 $\vec{I}_m$  與  $\vec{F}_m$  三者之方向得以右手定則判定其關係,僅就數值而言,(19)式又可寫為

$$F_m = -\frac{EI_m l}{c} \sin\theta. \quad (20)$$

式前負號表示遵守右手定則,以與(18)式相別。

### §9. 載有電流之導體內之力密度

試將(17)式中之  $\vec{I}_e$  以電流密度  $\vec{j}_e$  及垂直於電流的橫截面  $s$  之乘積表之,則該式變為

$$\vec{F}_e = -ls \frac{\vec{H} \times \vec{j}_e}{c}.$$

式中  $ls$  為導體之體積,故單位體積之導線在磁場內所受之力,即其內之力密度

$$f_e = -\frac{\vec{H} \times \vec{j}_e}{c} \quad (21)$$

同理,電場內載有磁流的導磁線單位體積所受之力,即其內之力密度

$$f_m = \frac{\vec{E} \times \vec{j}_m}{c} \quad (22)$$

式中  $\vec{E}$  為電場強度,  $j_m$  為導磁線中之磁流密度。

(註1) 參看 W. H. Westphal 所著之“Physik”第二冊 §244, 中文譯本名“高等物理學”, 商務出版。

(註2) 參看本章 §4 及 Jeans 所著之“The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism” §395.

(註3) 參看上書 §573 及 H. Westphal 所著之“Physik”第二冊 §573.

(註4) 參看 Joos 所著之“Theoretical Physics”第十章 §6.

(註5) 參看 W. H. Westphal 所著之“Physik”第二冊 §§302, 303.

(註6) 參看 Page 與 Adams 所著之“Principle of Electricity”§75, 中文譯本名“電學原理”, 商務出版。

(註7) 參看本書附錄。

(註8) 參看 W. H. Westphal 所著之“Physik”第二冊 §326.

(註9) 參看“電子與量子”中 M. Planck 之論文“熱輻射律及作用量之假說”, 學藝彙刊(20), 商務出版。

(註10) 參看 R. A. Millikan 所著之“The Electron—Its Isolation and Measurement and the Determination of Some of its Properties”第九章 §4, 中文譯本名“電子”, 商務出版。

(註11) 參看 J. G. Coffin 所著之“Vector Analysis” §18.

(註12) 參看 Page 與 Adams 所著之“Principle of Electricity” §§69, 86

(註13) 參看 J. G. Coffin 所著之“Vector Analysis” §18.

(註14) 參看 A. E. Ruark 所著之“Atom, Molecules and Quanta”附錄 VIII §1.

(註15) 參看 A. Hass 所著之“Introduction to Theoretical Physics”第一冊第八章 §57, 中文譯本名“理論物理學導論”, 商務出版。

(註16) 因電荷的靜電場與磁極的靜磁場同遵守庫侖定律故也。

(註17) 參看 Jeans 所著之“The Mathematical Theory of Electricity and



Magnetism" §374.

(註18) 參看 J. G. Coffin 所著之“Vector Analysis” §63.

(註19) 參看上書 §51

(註20) 參看上書 §17.

(註21) 參看上書 §15.

(註22) 參看 A. Hass 所著之“Introduction to Theoretical Physics” 第一冊第八章 §59.

(註23) 參看 Jeans 所著之“The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism” §132.

(註24) 參看 C. J. coe 所著之“Theoretical Machanics” §51.

(註25) 參看 Wilson 所著之“Modern Physics” 第一章 §6.

(註26) 蓋依向量積的定義  $\vec{r} \times \vec{I}$  數值上等於  $rI\sin\theta$  故也。

(註27) 參看 F. W. G. White 所著之“Electromagnetic Wave” 章三章, 中文譯本名“電磁波”, 百科小叢書, 商務出版。

(註28) 參看 J. G. Coffin 所著之“Vector Analysis” §26.

## 第二章 兩電流間之作用力及羅蘭假說

### §10.相對場與絕對場

絕對場不隨觀察者之運動狀態而變，相對場則為物體與絕對場有相對運動而生，前已述及，今特將二者之異同研究如下：

**同點：** 相對場與絕對場對電荷或磁荷，均呈現力之作用。

**異點：** (a) 絕對場能作出一定的圖形，相對場則否，因為在絕對電場中，將單位正電荷置於任意定點  $P$  所受之力有定值，與荷的運動狀態無關，故若用有向線密度表示場的強度（註1），則任意點線之密度，均有一定，因而能作出定形的場圖，而相對場既然為絕對場與物體有相對運動時物體內部感生的場，則這種場非存在於構成物體的實質如電子、質子（proton）內，沒有意義，例如當電子在靜磁場中運動，電子所在的空間內即有電場出現，當其經過某點  $P$  時，其內感生之場強度有一定值，倘吾人就此在  $P$  點作有向線，使其密度與電子內之場強度相等，則當另一速度不同的電子經過  $P$  點時，其內部感生之場強度當為另一值，原作之線密度即不能有效矣，故實無法作出一固定的場圖。

(b) 物體能對絕對場運動，不能對相對場運動，由上述可知物體在絕對場中運動速度的大小，可以將場圖視作靜止而加以比較，相對場既不能作出一定的圖形，其比較速度的標準，自亦無法選定，況相對場係存在於構成物體的實質內，場強度視實質對原絕對場的速度而變，換言之，相對場為物

體某一部分實質所固有，實質所佔之空間，既不允有其他實質再佔，故在某實質的相對場內有運動的其他實質不能存在，而與相對場有相對運動一語誠無意義可言，與相對場有相對運動之空間既不可能有，顯見不致因相對場再感生其他的相對場了。

### §11. 兩電流間之作用力 牛頓第三定律之考驗。

在力學上，牛頓第三定律(Newton's Third Law)千真萬確，從未有人加以非議，惟自法拉弟創以太說(註<sup>2</sup>)以代遠隔作用說(Theory of Action at a Distance)後，多數人相信場的傳播必有一定的速度，準此，遂有人指責牛頓第三定律有失效之處(註<sup>3</sup>)，該定律不能普遍有效之事實，確常見於動電學(electrodynamics)內，今特舉例以明之。

電量為  $q_e$  之電荷，對載有電流之導線有一速度  $\vec{v}$  時，其內即感生一應電場，由(1)式可知此電場之強度

$$\vec{E} = -\frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}.$$

此中  $\vec{H}$  僅指電荷所在處電流產生的磁場強度，因此電荷受一應力

$$\vec{F} = q_e \vec{E} = q_e \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}.$$

同時因導線對電荷之速度為  $-\nu$ ，導線內必感生磁場，但此磁場為與導線內電荷速度有關之相對場，準上節知其不能反生任何電場，故導線不受電荷所施之力，但上式所表電荷所受導線之力通常不能為零，故牛頓第三定律在此無效，磁荷對載有磁流之導磁線，運動時之情形亦係如此。

二載有電流之導線，其間常有力的作用(註<sup>4</sup>)，早經安培

用實驗證明,今且就二導線元  $dl_1, dl_2$  而論之。設  $I_1, I_2$  分別爲該兩線元所載之電流,  $\vec{r}$  爲自  $dl_1$  引至  $dl_2$  之有向線段。如是則準(9)式,知  $dl_1$  生於  $dl_2$  處之磁場強度

$$d\vec{H}_1 = -\frac{\vec{r} \times \vec{I}_1}{cr^3} dl_1.$$

而由(17)式,知  $dl_1$  施於  $dl_2$  之力

$$\begin{aligned} d\vec{F}_2 &= -\frac{d\vec{H}_1 \times \vec{I}_2}{c} dl_2 \\ &= -\frac{\vec{I}_2 \times (\vec{r} \times \vec{I}_1)}{c^2 r^3} dl_2 dl_1. \end{aligned} \quad (23)$$

依向量運算公式知

$$\vec{I}_2 \times (\vec{r} \times \vec{I}_1) = \vec{r} I_2 \cdot \vec{I}_1 - I_1 r_1 \cdot \vec{I}_2 \quad (\text{註 5})$$

故

$$d\vec{F}_2 = -\frac{\vec{r} I_2 \cdot \vec{I}_1 - I_1 r \cdot \vec{I}_2}{c^2 r^3} dl_1 dl_2.$$

又因  $\vec{I}_2 \cdot \vec{I}_1 = I_1 I_2 \cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2)$ ,  $\vec{r} \cdot \vec{I}_2 = r I_2 \cos(\vec{r}, \vec{I}_2)$ , 故上式得寫爲

$$d\vec{F}_2 = \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \left\{ \frac{\vec{I}_1}{I_1} \cos(\vec{r}, \vec{I}_1) - \frac{\vec{r}}{r} \cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2) \right\}.$$

同理,  $dl_2$  生於  $dl_1$  處的磁場強度

$$d\vec{H}_2 = -\frac{-\vec{r} \times \vec{I}_2}{cr^3} dl_2 = \frac{\vec{r} \times \vec{I}_2}{cr^3} dl_2.$$

而  $dl_1$  受  $dl_2$  所施之力

$$\begin{aligned} d\vec{F}_1 &= -\frac{d\vec{H}_2 \times \vec{I}_1}{c} dl_1 \\ &= \frac{\vec{I}_1 \times (\vec{r} \times \vec{I}_2)}{c^2 r^3} dl_1 dl_2. \end{aligned}$$

但  $\vec{I}_1 \times (\vec{r} \times \vec{I}_2) = \vec{r} I_1 \cdot \vec{I}_2 - I_2 r \cdot \vec{I}_1$

$$= r I_1 I_2 \cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2) - I_2 r I_1 \cos(\vec{r}, \vec{I}_1),$$

$$\text{故 } d\vec{F}_1 = -\frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \left\{ \frac{\vec{I}_2}{I_2} \cos(\vec{r}, \vec{I}_1) - \frac{\vec{r}}{r} \cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2) \right\} \quad (24)$$

觀(23)式,知  $dl_2$  所受之力  $d\vec{F}_2$  恆在  $\vec{I}_1$  與  $\vec{r}$  之平面內,而由(24)式,知  $dl_1$  所受之力  $d\vec{F}_1$  恆在  $\vec{I}_2$  與  $\vec{r}$  之平面內,故除  $\vec{I}_1$  與  $\vec{I}_2$  平行外,二者方向絕不能相反.再者  $\cos(\vec{r}, \vec{I}_1)$  與  $\cos(\vec{r}, \vec{I}_2)$  在普通情形下不能相等,故  $d\vec{F}_1$  與  $d\vec{F}_2$  亦不能等值.故牛頓第三定律在此處不能生效.若僅計(23),(24)兩式之  $r$  向成份時,則有

$$d\vec{F}_{2r} = -\frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \left\{ \cos(\vec{r}_1, \vec{I}_1) \cos(\vec{I}_2, \vec{r}) - \cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2) \right\}$$

$$d\vec{F}_{1r} = \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \left\{ \cos(\vec{r}, \vec{I}_2) \cos(\vec{I}_1, \vec{r}) - \cos(\vec{I}_2, \vec{I}_1) \right\}$$

兩者等值反向,仍與牛頓第三定律相合.此式稱為安培之電動力公式(註6).實則二者僅表二線元作用力之一部分.又若  $dl_1$ 、 $dl_2$  互相平行時,則  $\cos(\vec{I}_1, \vec{I}_2) = 1$ ,  $\frac{\vec{I}_1}{I_1} = \frac{\vec{I}_2}{I_2} = \frac{\vec{I}}{I}$ . 由(23),(24)兩式可得

$$d\vec{F}_2 = -\frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \left\{ \frac{\vec{I}}{I} \cos(\vec{I}, \vec{r}) - \frac{\vec{r}}{r} \right\},$$

$$d\vec{F}_1 = \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \left\{ \frac{\vec{I}}{I} \cos(\vec{I}, \vec{r}) - \frac{\vec{r}}{r} \right\}.$$

將單位向量  $\frac{\vec{r}}{r}$  分為垂直與平行於  $\vec{I}$  之二成份,則前者為

$P \sin(\vec{I}, \gamma)$ ,  $P$  為垂直於  $\vec{I}$  之單位向量(註7),後者為  $\frac{\vec{I}}{I} \cos(\vec{I}, \vec{r})$ ,代入上式,得

$$d\vec{F}_2 = P \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \sin(\vec{I}, \vec{r}),$$

$$d\vec{F}_1 = -P \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \sin(\vec{I}, \vec{r}),$$

故二者等值反向,試加考驗,即知此式與事實相合.以上所述

各公式，對於載有磁流之二導磁線元亦屬有效，讀者不難自行證明。

### §12. 評羅蘭之假說

由於以上之研究，可知電流產生的磁場為絕對場，與電荷運動產生的相對磁場，除對於磁荷有同樣之作用力外，其餘的性質根本不同，且電流周圍僅有磁場而無電場，運動電荷之周圍，則除磁場而外尚有靜電場，故動電與電流實不相同，此種結論乃根據§4之結論而得者，而§4之結論純係自歐姆定律導得，故只要歐姆定律不誤，則此結論即使不以其他實驗證明，亦可斷為真確，其實此結論已早經實驗物理學家預先證明矣，數十年前李卜曼(Lippmann)曾明白提出一疑問，謂地球上之二同名電荷，外觀雖似靜止，實則隨地球而動，按諸羅蘭之假說，此二電荷應能以二同向平行電流代替，故其間應有安培之電動力存在，同向電流間之電動力既為吸力，則此二電荷間相斥之庫侖力，豈不應因此減少？但屢經實驗，均無法證明有斥力減少之現象<sup>(註8)</sup>，本書上述研究，實恰為此實驗結果之解釋，依§2可知無相對運動的二電荷彼此間絕不會再感生新場作用於電荷，以使其斥力減小，即使二電荷有相對運動發生，二電荷所佔之空間內不過彼此感生一相對磁場，而由§7知是種相對磁場不能再生新電場作用於二電荷，以使其斥力減小(但§20所述之情形應除外)，是故地球上二電荷間之庫侖力不因地球之轉動而變更，實乃必然之現象，二平行電流間有安培之電動力存在，既已早經證明，則運動電荷之不能以電流代替明矣，故羅蘭之假說，至此已瀕危境。

---

(註1) 參看薩本棟所著之“普通物理學”第三十七章 §3 及第四十二章 §3.

(註2) 參看上書第三十七章 §4.

(註3) 參看 H. Poincare 所著之“la Valeur de la Science”第三編第五章, 中文譯本名“科學之價值”, 商務出版.

(註4) 參看 W. H. Westphal 所著之“Physik”第二冊 §312.

(註5) 參看 J. G. Coffin 所著之“Vector Analysis” §27.

(註6) 參看 W. H. Westphal 所著之“Physik”第二冊 §312.

(註7) 參看 J. G. Coffin 所著之“Vector Analysis” §3.

(註8) 參看 H. Poincare 所著之“la Valeur de la Science”第三編第八章.

### 第三章 電磁對稱公式之相對論的擴充

#### §13. 拉普拉斯公式

於 §5 中推得電流所生的磁場，為不隨觀察者之運動狀態而變之絕對場，係根據古力學相加定理，但吾人業已知道該定理僅在速度不甚大時方為有效，速度甚大時，則須以愛因斯坦 (Einstein) 之相加定理為準，茲先將該定理略加敘述，以便研討愛因斯坦曾以等速直線進行的火車為例，將此定理加以說明，設  $v$  為火車對軌岸的速度，車中又有某行人以速度  $u$  依車前進之方向而動，則此人對軌岸之速度  $w$  依古力學相加定理，當有  $w = u + v$ ，但根據羅倫茲之換算公式能導得

$$w = \frac{v + u}{1 + \frac{uv}{c^2}} \quad (\text{註 1})$$

此公式稱為同向速度相加定理，載有電流之導線，既為內部自由電荷對導線有等速運動而成，若導線對觀察者再有同向的速度  $v$  時，則情形與上述者完全相同，導線猶如火車運動，電荷猶如車中行人，觀察者所在的空間，實即軌岸，故準上述，知運動之正電荷對觀察者之速度，不為  $v + u$  而為上式所表之  $w$ ，倘仍以一小段導線  $dl$  而論，則其內之正電量  $dq$  對於  $P$  點所生之磁場強度，準(3)式知為

$$d\vec{H}_1 = dq \frac{\vec{r} \times \vec{w}}{cr^3}.$$

若  $\vec{r}$  與  $\vec{w}$  所作之角為  $\theta$ ，則僅就數值而言，

$$dH_1 = \frac{w dq}{cr^2} \sin \theta.$$



負電量  $-dq$  生於  $P$  點之磁場與  $dH_1$  相反,設以  $dH_2$  表之,則同樣可得

$$dH_2 = -\frac{\nu dq}{cr^2} \sin \theta.$$

而  $P$  點之合磁場強度

$$\begin{aligned} dH &= [w - \nu] \frac{dq}{cr^2} \sin \theta \\ &= \left[ \frac{u + \nu}{1 + \frac{u\nu}{c^2}} - \nu \right] \frac{dq}{cr^2} \sin \theta \\ &= \left[ 1 - \frac{\nu(u + \nu)}{c^2 + u\nu} \right] \frac{u dq}{cr^2} \sin \theta. \end{aligned}$$

但  $dq = sn \epsilon dl$ , 且  $I_c = sn \epsilon u$ , 故上式可化爲

$$dH = \left[ 1 - \frac{\nu(u + \nu)}{c^2 + u\nu} \right] \frac{I_c dl}{cr^2} \sin \theta \quad (25)$$

由此式可知電流所生的磁場並非絕對的,惟當觀察者與導線之相對速度  $\nu$  甚小時,  $\frac{\nu(u + \nu)}{c^2 + u\nu} \doteq 0$ , 故磁場之變化不易察得.若  $\nu$  趨於光速,則  $\frac{r(u + \nu)}{c^2 + u\nu} \doteq 1$ , 而  $dH \doteq 0$ . 此時觀察者所攜之磁針幾不偏轉.當  $\nu = 0$ , 即觀察者對導線(亦即導線內之負電荷)爲靜止時,或  $\nu = -u$ , 即觀察者對導線內之正電荷爲靜止時,始有  $dH = \frac{I dl}{cr^2} \sin \theta$ , 而與 §5 所述之拉普拉斯公式同,故知拉普拉斯公式僅當觀察者對導線內之正或負電荷靜止時始爲確切有效,否則不過一近似公式而已.

同樣由(4)式及同向速度相加定理,可推得載有磁流之導磁線元生於  $P$  點之電場強度

$$dE = -\left[ 1 - \frac{\nu(u + \nu)}{c^2 + u\nu} \right] \frac{I_m dl}{cr^2} \sin \theta. \quad (26)$$

由(25),(26)兩式,知以相對論擴充後的電與磁的拉普拉斯公式,仍遵守正負對稱之規則.(26)式前之負號,表示磁流電效須以左手螺旋規則判定方向,與(25)式所表之電流磁效依右手螺

旋規則者不同。

#### §14. 電動機公式與磁動機公式

由於§8之研究,可知依古力學相加定理推得之結果,載有電流之導線在磁場內受力與導線對磁場之運動狀態無關,但若引用上節所述之同向速度相加定理,則顯然亦將得出不同之結果,爲簡便計,設導線對磁場之速度 $\vec{v}$ 與電流 $\vec{I}$ 同向, $\vec{H}$ ,  $n$ ,  $\epsilon$ ,  $s$ 及 $l$ 所表之意義均與§8同,如是則對導線靜止的負電荷 $-sn\epsilon l$ 對磁場之速度自亦爲 $v$ ,以速度 $u$ 對導線運動之正電量 $sn\epsilon l$ 對磁場的速度,則爲

$$w = \frac{u+v}{1 + \frac{uv}{c^2}}$$

就數值而由(18)式,可知正電量所受之力

$$F'_e = sn\epsilon l \frac{Hw}{c} \sin \theta,$$

負電量所受之力

$$F''_e = sn\epsilon l \frac{Hv}{c} \sin \theta.$$

因而導線所受之力

$$\begin{aligned} F_e &= F'_e + F''_e \\ &= sn\epsilon l (w - v) \sin \theta \\ &= \left[ 1 - \frac{v(u+v)}{c^2 + uv} \right] sn\epsilon u H l \sin \theta. \end{aligned}$$

但  $sn\epsilon u = I_e$ , 故

$$F_e = \left[ 1 - \frac{v(u+v)}{c^2 + uv} \right] H I_e l \sin \theta \quad (27)$$

由此可知導線在磁場內所受之力,亦並非與其對磁場之速度 $v$ 無關,惟當 $v$ 甚小時, $\frac{v(u+v)}{c^2 + uv} \doteq 0$  力之差誤不易察知而已,當 $v=0$ 及 $-u$ 時,上式變爲 $F = H I_e l \sin \theta$ ,即爲§8之電動機公

式故知今日公認之電動機公式，實僅當磁場對導線中之正或負電量無運動時始為正確，其他情形亦不過一近似公式而已。

同樣可證知導磁線在電場內所受之力

$$F_m = - \left[ 1 - \frac{v(u+v)}{c^2 + uv} \right] EI_m l \sin \theta. \quad (28)$$

式中  $v$  為導磁線對電場  $E$  之速度， $I_m$  為線中之磁流， $u$  為線中正磁量對導線之速度。

### §15. 兩平行電流間之作用力

關於二導線間作用之力已於 §11 中詳加研討，並指明在普通情形下，二導線線元間之作用力不遵守牛頓第三定律。今再討論二平行導線有相對運動時之情形，設二平行線元  $dl_1$  與  $dl_2$  各載電流  $I_1$  與  $I_2$ ， $dl_2$  對  $dl_1$  之速度為  $v$ ，其方向與  $I_2$  相同，如圖 1。由 §10 知(25)式所表磁場中之相對部分即  $\frac{v(u+v)}{c^2 + uv} \frac{I dl}{cr^2} \sin \theta$ 。不能再感生電場，故討論二線之間之作用力時可以不計。故當二線相距  $r$  時， $dl_1$  生於  $dl_2$  處之磁場強度的絕對部分為

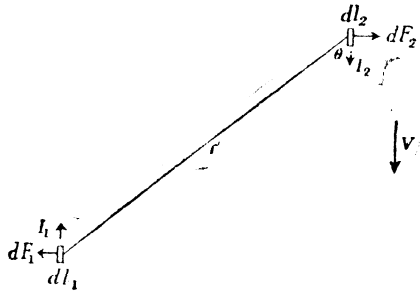


圖 1.

$$dH_1 = \frac{I_1 dl}{cr^2} \sin \theta.$$

此磁場垂直紙面向內與  $dl_2$  成正交，設  $dl_2$  內互作相對運動之正負電荷之量為  $dq_2$  及  $-dq_2$ 。負電荷  $-dq_2$  對  $dH_1$  的速度既與  $dl_2$  對  $dl_1$  之速度相同，故亦為  $v$ ，而  $-dq_2$  內感生之

電場強度由(1)式知爲

$$d\vec{E}' = \frac{d\vec{H}_1 \times -\vec{v}}{c} = -\frac{d\vec{H}_1 \times \vec{v}}{c}.$$

因  $d\vec{H}_1 \perp \vec{v}$ , 故僅就數值而論,

$$dE = -\frac{v dH_1}{c} = -\frac{v I_1 dl_1 \sin \theta}{c^2 r^2}.$$

其方向垂直  $dl_2$  向內, 而負電荷所受之力

$$dF' = \frac{v I_1 dq_2 dl}{c r^2} \sin \theta.$$

其方向與電場相反, 又正電量  $dq_2$  對  $dH_1$  之速度爲

$$w = \frac{v + u_2}{1 + \frac{u_2 v}{c}}, \quad u_2 \text{ 係 } dq_2 \text{ 對 } -dq_2 \text{ 之速度. 依同法可得 } dq_2 \text{ 內感}$$

生之電場強度

$$dE'' = -\frac{w dH_1}{c} = -\frac{w I_1 dl_1 \sin \theta}{c^2 r^2}.$$

而  $dq_2$  所受之力

$$dF'' = -\frac{w I_1 dq_2 dl_1 \sin \theta}{c^2 r^2}.$$

其方向垂直  $dl_2$  向外, 故  $dl_2$  所受之總力

$$\begin{aligned} dF_2 &= dF' + dF'' \\ &= -(w - v) \frac{I_1 dq_2 dl_1 \sin \theta}{c^2 r^2}. \end{aligned}$$

但  $dq_2 = s_2 n_2 \epsilon_2 dl_2$ , 故

$$\begin{aligned} dF_2 &= -(w - v) \frac{I_1 dl_1 s_2 n_2 \epsilon_2 dl_2 \sin \theta}{c^2 r^2} \\ &= \left[ 1 - \frac{v(u_2 + v)}{c^2 + u_2 v} \right] \frac{I_1 s_2 n_2 \epsilon_2 u_2 dl_1 dl_2 \sin \theta}{c^2 r^2}. \end{aligned}$$

又  $s_2 n_2 \epsilon_2 u_2 = I_2$ , 故

$$dF_2 = - \left[ 1 - \frac{v(u_2 + v)}{c^2 + u_2 v} \right] \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2 \sin \theta}{c^2 r^2}. \quad (28)$$

其方向垂直  $dl_2$  向外, 同法可得  $dl_1$  所受之力

$$dF_1 = \left[ 1 + \frac{v(u_1 - v)}{c^2 - u_1 v} \right] \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \sin \theta. \quad (29)$$

其方向垂直  $dl_1$  向外,故二者係斥力,蓋圖中已設  $I_1$  與  $I_2$  方向相反也。(29)式又可由(28)式中改  $dl_2$  對  $dl_1$  之速度  $v$  為  $dl_1$  對  $dl_2$  之速度  $-v$ , 及  $u_2$  改為  $u_1$ , 并加負號而得,由此二式可知  $dl_1$ 、 $dl_2$  互相作用之力在通常情形下不能等值,故牛頓第三定律在此亦不能有效,若二線元之相對速度為零,則

$$dF_1 = -\frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \sin \theta \quad (30)$$

$$dF_2 = \frac{I_1 I_2 dl_1 dl_2}{c^2 r^2} \sin \theta \quad (31)$$

與 §11 推得之結果同。

以上(28)、(29)兩式係根據愛因斯坦之同向速度相加定理而得者,若依古力學相加定理,則所得將與令該式中之  $\frac{v(u_2 + v)}{c^2 + u_2 v}$  或  $\frac{v(u_1 - v)}{c^2 - u_2 v}$  等於零時相同,因此可知依古力學推得之二平行線之互相作用之力,亦僅為一近似值也。

以上之研究對於載有磁流之二平行導磁線元亦屬有效,讀者不難自行證明。

### §16. 電磁相對論指示的有趣事實

載有電流之線元所生之磁場,經相對論擴充後既可分為絕對場與相對場兩部,如(25)式,一長直導線所生之磁場當然亦係如此,由 §7 知電荷在此種磁場內運動必受一力,相對部分既不能再感生電場,則此力僅與絕對部分有關,設有某觀察者左手持一電荷,右手舉一磁針,沿導線之方向而動,由(25)式當知磁針之指示隨速度之增加而減小,蓋磁場之相對部分隨速度之增加而增大,與絕對部分相抵消也,而電荷所

受之力  $F = q \frac{Hv}{c}$  ( $q$  爲其電量,  $H$  爲磁場之絕對部份,  $v$  爲觀察者對導線之速度)(註2), 則隨速度之增加而增加, 當速度爲  $c$  時, 電荷所受之力  $F = qH$  爲最大, 而磁針則毫不偏轉, 至此觀察者必詫異之至而曰“並無磁場存在, 何以電荷受此大力?” 以古力學相加定理推得之磁場, 本無相對部分, 不應有與絕對部分相抵消之現象發生, 故彼之詫異實在所難免, 今有此相對論擴充後之拉普拉斯公式, 即(25)式, 則此疑團可以冰釋矣。

(註1) 參看 Joos 所著之“*Theoretical Physics*”第十章 §7(d)款。

(註2) 由(15)式知電量爲  $q$  之電荷在磁場內所受之力

$\vec{F} = -q \frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}$ , 就長直導線而論, 磁場既呈同心圓狀環繞導線, 故磁場之方向與導線成直角, 觀察者依導線之方向而運動, 則其對於導線之速度自亦垂直於磁場, 而有  $\vec{H} \times \vec{v} = Hlv$ . 僅就數值而論, 則(15)式變爲  $F = q \frac{Hv}{c}$ .

## 第四章 電磁對稱之一般理論

## §17. 電磁對稱假說:

馬克斯威耳認爲隨時變化之電場與電流同樣有產生磁場之性質,其相當之電流密度稱爲位移電流密度(displacement electric current density),與電場之變化率成正比,以式表之爲

$$j_a = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \text{(註1)}$$

若電與磁果爲對稱,則隨時變化之磁場相當之位移磁流密度當爲  $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ , 截面積  $S$  之總位移磁流爲

$\frac{1}{4\pi} \int \left( \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \cdot \hat{n} \right) dS = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t}$ ,  $\hat{n}$  爲與  $dS$  面垂直之單位向量,  $\phi$  爲  $S$  面上之磁通量(magnetic flux density), 而位移磁流所生之電場, 準 §5 知當依左手螺旋規則判定方向, 截面積  $S$  若爲圓形, 則電場必與圓相切, 其強度依鮑沙定律(註2)知爲

$$E = -2 \cdot \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t}.$$

其線積分(即攜帶單位正電荷沿圓周一周所作之功)通常稱爲電勢,

$$\begin{aligned} \Psi &= \oint (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = 2\pi r E \\ &= -\frac{\partial \phi}{\partial t} \end{aligned}$$

此式早爲腦滿(Neumann)用實驗證明(註3), 實亦爲電磁對稱之必然結果也, 故不論因相對運動產生之場或隨時變化的場, 均受正負對稱之支配, 由此可以推知電對磁之一切現象,

磁對電亦均應有之，電對電之一切現象，磁對磁亦均應有之。且電對磁之一切公式，變號並調換後，即可適用於磁對電。例如將(3)式中之電荷改爲磁荷，磁場改爲電場，加一負號，即得磁荷運動產生電場之公式。此關係特稱之爲電磁正負對稱規則。又電對電之諸公式，磁對磁亦均能適用，且可直接變換不加負號。例如庫侖定律可適用於二電荷之作用力，亦可適用於二磁荷之作用力。又位移電流密度爲 $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ，位移磁流密度爲 $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$ 。此關係特稱爲電磁對稱規則。同時馬克斯威耳與羅倫茲之基本電磁方程式由於磁荷磁流之存在，亦呈普遍對稱式。

$$\begin{cases} \text{div } \vec{E} = 4\pi \zeta_e \\ \text{div } \vec{H} = 4\pi \zeta_m \end{cases} \quad \begin{cases} \text{curl } \vec{H} = \frac{4\pi\lambda_e}{c} \vec{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{curl } \vec{E} = -\left( \frac{4\pi\lambda_m}{c} \vec{H} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) \end{cases}$$

及

$$\begin{cases} \text{curl } \vec{H} = \frac{4\pi\zeta_e}{c} \vec{v} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{curl } \vec{E} = -\frac{4\pi\zeta_m}{c} \vec{v} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \end{cases}$$

式中 $\zeta_e$ 、 $\zeta_m$ 代表任意點的電荷或磁荷密度， $\lambda_e$ 、 $\lambda_m$ 代表導電係數 (electrical conductivity) 或導磁係數， $\vec{v}$ 爲電荷或磁荷密度之速度。

### §18. 磁性物之存在問題與伊倫哈夫特之實驗

由於上節之電磁對稱假說，可知宇宙中若真有磁性物質存在，則電磁二者必然完全平行。所有電磁之關係，均受電磁正負對稱規則及電磁對稱規則之支配。因而即使真實磁性物未曾發現，吾人亦深信宇宙中有之，況且近年來伊倫哈



夫特以實驗證明,在均勻磁場內的微小鐵粉多作順或逆磁場的運動(註4).

彼並以此等鐵質點帶有正負磁性解釋之.蓋現今之理論均無法將其加以解釋也.若果此種解釋為真,則宇宙中有真實之磁性存在,已屬無疑;最低限度可謂真實磁性之踪跡業已顯露矣.現今一般物理學家對於伊氏的實驗及解釋,雖不無非議;但就電磁對稱假說的觀點來看,伊氏的實驗及解釋終必為人接受.假使真實磁性之存在一旦被人公認,則不僅安培的磁性學說不能成立,即今日公認之原子論亦必動搖.蓋依現今原子論,一切元素均由電的質點組成,而依伊倫哈夫特之實驗,若干種元素如鐵之內均含有磁質點(註5)也.故因真實的磁性存在,萬物由電構成之一元說,將改爲由電磁構成之二元說了.

(註1) 參看 Jeans 所著之“The Mathematical Theory of Electricity and Magnetism” §570.

(註2) 參看 V. Bush 與 W. H. Timbie 所著之“Principles of Electrical Engineering” §69, 中文譯本“電工原理”, 商務出版.

(註3) 參看 F. W. G. White 所著之“Electromagnetic Wave” 第一章 §7.

(註4) 參看本書附錄.

(註5) 參看本書附錄.

## 第五章 相對位移電流

## §19. 位移電流之相對性

由於§1之研究,知道與絕對磁場生相對運動所感生之電場係相對場,為相對速度的函數,今為便於研究計,假定地磁場為均勻磁場,且其強度較實值大百萬倍,則駛行於東西軌道上之火車,其內部當有可測的電場呈現,設有一車,其瞬時速度為 $\vec{v}$ ,由(2)式知車內感生之瞬時電場強度 $\vec{E} = -\frac{\vec{H} \times \vec{v}}{c}$ , $\vec{v}$ 既與 $\vec{H}$ 垂直,則 $E = \frac{Hv}{c}$ , $H$ 與 $c$ 均為常數,故 $E$ 僅正比於 $v$ ,若 $v$ 之值不變,即火車為等速運動,則 $E$ 亦必為常數,即車內感生之電場為均勻不變之電場,若火車係作變速運動,則車內感生之電場隨時變化,其變化率

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{H}{c} \frac{d\vec{v}}{dt}$$

但 $\frac{d\vec{v}}{dt}$ 實即火車之加速 $\vec{b}$ ,故上式即

$$\frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{H\vec{b}}{c}$$

即車內電場之變率與車之加速成正比,設有甲乙二車以不同之加速度 $b_1$ 、 $b_2$ 運行於東西軌道上,則其內部感生之電場之變率分別為

$$\frac{d\vec{E}_1}{dt} = \frac{H\vec{b}_1}{c} \quad \text{及} \quad \frac{d\vec{E}_2}{dt} = \frac{H\vec{b}_2}{c}$$

$b_1$ 與 $b_2$ 既不相等,則 $\frac{dE_1}{dt}$ 及 $\frac{dE_2}{dt}$ 亦不相等,於此即發生一嚴重問題,即此種隨空間而異之變化電場是否亦如電流一

般伴生一輪形磁場。若認為此種隨時變化的電場亦能產生磁場，則引用馬克斯威耳的位移電流學說，前述甲乙二車中之位移電流密度當分別為

$$\frac{1}{4\pi} \frac{dE_1}{dt} = \frac{Hb_1}{4\pi c} \quad \text{及} \quad \frac{1}{4\pi} \frac{dE_2}{dt} = \frac{Hb_2}{4\pi c}.$$

二者亦不相等。若又有一等速運動之丙車，則其內之電場不變，位移電流為零。此種隨空間而異之位移電流姑且稱為相對位移電流。果上述之假定為真，則馬克斯威耳的位移電流學說非指明對某空間而言，無有意義。反之若認為此種隨空間而異之變化電場不能感生輪形磁場，則火車內之觀察者僅能測知變化電場之存在，而不能測得其周圍有磁場。必然認為馬克斯威耳的位移電流學說無效。最低限度，亦必評擊其學說不能普遍成立。現今一般人對此多不加考究，且似有默認馬克斯威耳之學說普遍有效之意。為便於以後之研究，特將可能之兩假定分述如次：

1. 馬克斯威耳之位移電流學說普遍有效，即當觀察者測得其所在之空間內有隨時變化之電場存在時，不論此電場為相對場，抑為絕對場，其周圍皆有輪形磁場相伴。且此空間內任意點之相對位移電流密度等於該點的電場變率除以 $4\pi$ 。設有一絕對電場與某空間有相對運動，空間內任意點 $P$ 某瞬時之電場強度為 $\vec{E}$ ，電場對 $P$ 點之速度為 $\vec{v}$ ，則依(2)式知 $P$ 點之瞬時磁場強度為

$$\vec{H} = -\frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}$$

其變率

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = -\frac{1}{c} \left\{ \vec{E} \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{v} \right\}.$$

故  $P$  點之位移磁流密度

$$j_m = \frac{1}{4\pi c} \left\{ \vec{E} \times \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \times \vec{v} \right\}.$$

式中  $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$  爲電場對  $P$  點之加速度，設以  $\vec{b}$  表之， $\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  爲  $\vec{P}$  點之位移電流密度，設以  $\vec{j}_e$  表之，則上式能寫爲

$$\vec{j}_m = -\frac{\vec{E} \times \vec{b}}{4\pi c} - \frac{\vec{j}_e \times \vec{v}}{c}$$

或

$$\vec{j}_m = \frac{\vec{b} \times \vec{E}}{4\pi c} + \frac{\vec{v} \times \vec{j}_e}{c} \quad (32)$$

同樣，絕對磁場與某空間生相對運動，空間內任意點  $P$  感生之位移電流密度

$$\vec{j}_e = -\left( \frac{\vec{b} \times \vec{H}}{4\pi c} + \frac{\vec{v} \times \vec{j}_m}{c} \right) \quad (33)$$

式中  $\vec{b}$  及  $\vec{v}$  爲磁場對於  $P$  點之加速度及速度， $\vec{j}_m$  爲  $P$  點之位移磁流密度。

2. 馬克斯威耳之位移電流學說只能適用於隨時變化之絕對電場，隨時變化之相對電場則不能產生輪形磁場。

欲知此二種假定孰爲真確，則須考究何者與已知之事實，或與可靠之學說相符，且須視由何者推出之結論得以實驗證明，不可妄加武斷。

關係隨時變化的磁場亦有相對與絕對二種，與隨時變化之電場具有完全平行之性質，以上所述對之亦屬有效。

### §20. 兩電荷間之作用力

今有電量爲  $q$  及  $q'$  之二點電荷於此作等速  $v$  之向相運動，試立一坐標系使之對電荷  $q'$  爲靜止，則電荷  $q$  對之以

等速  $v$  運動,如此,對坐標系為靜止之觀察者,必察得彼所在之空間內任何點之電場強度,皆因電荷  $q$  之逐漸接近而改變,此種現象及其應有之結果,係友人雷耀先君首先發見,作者不過將其加以推演而已,如圖 2,  $O$  與  $O'$  分別代表時間  $t$  及  $t+dt$  時電荷  $q$  所在之位置,對於  $q'$  為靜止之某點  $P$  處  $q$  所生之電場強度,於時間為  $t$  與  $t+dt$  時分別為

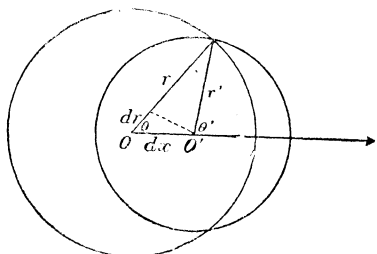


圖 2.

$$E = \frac{q}{r^2} \quad \text{及} \quad E' = \frac{q}{r'^2}.$$

因  $E$  與  $E'$  對  $P$  點之速度均為  $v$ ,故時間為  $t$  及  $t+dt$  時  $P$  點存在之磁場強度,準(3)式知分別為

$$H = \frac{qv}{cr^2} \sin \theta$$

及 
$$H' = \frac{qv}{cr'^2} \sin \theta'.$$

二者之方向亦同,故時間  $dt$  內磁場強度之變更

$$dH = H' - H = \frac{qv}{c} \left( \frac{\sin \theta'}{r'^2} - \frac{\sin \theta}{r^2} \right).$$

引用正弦定律  $\frac{\sin \theta'}{r'} = \frac{\sin \theta}{r}$  即  $\sin \theta' = \frac{r}{r'} \sin \theta$  於上式,即得

$$\begin{aligned} dH &= \frac{qv \sin \theta}{cr^2 r'^3} (r^3 - r'^3) \\ &= \frac{qv \sin \theta}{cr^2 r'^3} (r - r')(r^2 + rr' + r'^2) \end{aligned}$$

設  $dt$  為無限小時間,則  $r \rightarrow r'$ ,  $\theta' \rightarrow \theta$ ,  $r' - r$  顯然為一無限小值,以  $dr$  表之,則有

$$dH = -\frac{3qv \sin \theta}{cr^3} dr.$$

由圖可知  $dr = dx \cos \theta$  (註<sup>1</sup>), 故

$$dH = \frac{3qv \sin \theta \cos \theta}{cr^3} dx.$$

故  $P$  點之磁場強度之變率

$$\frac{dH}{dt} = \frac{3qv \sin \theta \cos \theta}{cr^3} \frac{dx}{dt}.$$

但  $\frac{dx}{dt}$  為  $q$  對  $q'$  之速度  $v$ , 故  $P$  點磁場之變率亦隨時間而變, 而  $P$  點之瞬時位移磁流密度

$$i_m = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{3qv^2 \sin \theta \cos \theta}{4\pi cr^3}.$$

此位移磁流對稱分佈於電荷運動方向之周圍, 若以此方向為軸, 將全部空間轉  $2\pi$  度, 則面元  $r d\theta dr$  掃過之空間恰為一環, 環中處處之位移磁流相等, 且與此環相切, 故此環恰似一環形磁流圈, 圈中的磁流

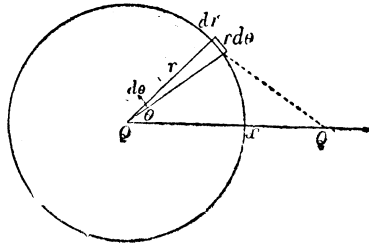


圖 3.

$$\begin{aligned} dI_m &= i_m r d\theta dr \\ &= \frac{3qv^2 \sin \theta \cos \theta}{4\pi cr^2} r d\theta dr. \end{aligned}$$

設此時  $q'$  存在於  $Q'$  點, 與  $q$  之所在點  $Q$  相距  $x$ , 則  $dI_m$  在  $q'$  處產生之瞬時電場強度

$$dE = \frac{2\pi r^2 \sin^2 \theta dI_m}{c[(x - r \cos \theta)^2 + r^2 \sin^2 \theta]^{3/2}} \quad (\text{註}^2)$$

或

$$dE = \frac{3qv^2 \sin^3 \theta \cos \theta d\theta dr}{2c^2 [(r - x \cos \theta)^2 + x^2 \sin^2 \theta]^{3/2}}.$$

欲求全部空間在  $q'$  處產生之總瞬時電場強度, 只須對全部空間積分即可.  $q'$  既為點電荷, 其空間甚小, 故  $r$  的上下限分別為  $\infty$  及  $0$ , 而  $\theta$  的上下限為  $\pi$  及  $0$ , 因之總電場強度

$$\begin{aligned}
 E &= \frac{3qv^2}{2c^2} \int_0^\pi \int_0^\infty \frac{\sin^3 \theta \cos \theta d\theta dr}{[(r-x\cos\theta)^2 + (x^2 \sin^2 \theta)]^{3/2}} \\
 &= \frac{3qv^2}{2c^2} \int_0^\pi \frac{\sin^3 \theta \cos \theta d\theta}{x^2 \sin^2 \theta} \left. \frac{r-x\cos\theta}{\sqrt{(r-x\cos\theta)^2 + x^2 \sin^2 \theta}} \right|_0^\infty \\
 &= \frac{3qv^2}{2c^2 x^2} \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta (1 - \cos \theta) d\theta \\
 &= \frac{3qv^2}{2c^2 x^2} \int_0^\pi (\sin \theta d\sin \theta + \cos^2 \theta d\cos \theta) \\
 &= \frac{3qv^2}{2c^2 x^2} \left[ \frac{\sin^2 \theta}{2} + \frac{\cos^3 \theta}{3} \right] \Big|_0^\pi
 \end{aligned}$$

因  $\frac{\sin^2 \theta}{2} \Big|_0^\pi = 0$ ,  $\frac{\cos^3 \theta}{3} \Big|_0^\pi = -\frac{2}{3}$ , 故僅就大小而言,

$$E = \frac{qv^2}{c^2 x^2}. \quad (34)$$

故電荷  $q'$  於  $Q'$  點所受之力

$$\vec{F} = q' E = \frac{qq'}{x^2} \frac{v^2}{c^2}. \quad (35)$$

關於力的方向可用 §4 所述之定則斷定,如  $q$  為正且與  $q'$  作相向運動,則就  $q'$  觀之,所生之磁場實與一向  $q'$  流動之電流產生之磁場之方向相同,故得依右手螺旋規則判定,  $q$  既向  $q'$  運動,磁場顯係隨時增加,故位移磁流的方向與磁場同,此位移磁流生於  $Q'$  之電場  $E$ , 依左手螺旋規則知與速度  $v$  反向,若  $q$  及  $q'$  作相背運動,則所生磁場當與相向運動時相反,不過此時  $q$  係離  $q'$  而動,磁場隨時減小,故位移磁流與磁場反向,亦即與相向運動時之位移磁流方向相同,而在  $Q'$  處所生之電場方向當然亦同,若  $q'$  為正電荷,則其所受之力恆指向  $q$ , 若  $q'$  為負電荷,則其所受之力方向相反,如果視  $q$  靜止  $q'$  運動,同樣亦可推得  $q$  所受力之方向,而知牛頓第三定律

在此有效總而言之，兩同名電荷因相對運動產生之作用力常相引，兩異名電荷因相對運動產生之作用力則常相斥，與庫倫力恰好相反，故表兩電荷之作用力可用下式：

$$F = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{qq'}{r^2} \quad (36)$$

當二者無相對運動，即  $v=0$  時，上式即為庫倫定律。設  $q'$  為單位正電荷，則得  $Q'$  點之電場強度

$$E = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{q}{r^2} \quad (37)$$

由此可知倘相對位移磁流果能產生電場，則庫倫定律失其普遍性。

### §21. 兩電荷間之位能與能量不滅定律

引用(36)式可以推出兩電荷間之位能。設想  $q$  靜止，則將  $q'$  自無限遠處推至  $q$  之靜電場內距  $q$  為  $r$  之一點，所作之功，稱為兩電荷間之位能。此種位能當然係以無限遠處為零點。兩電荷相距為  $x$ ，則  $q'$  所受之力  $F$  依(36)式知為

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{qq'}{x^2}$$

此時將  $q'$  再向  $q$  推一小距離  $dx$ ，應作功

$$dW = Fdx = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{qq'}{x^2} dx$$

因之兩電荷相距  $r$  時其間之位能

$$\begin{aligned} W &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) qq' \int_r^{\infty} \frac{dx}{x^2} \\ &= -\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{qq'}{x} \Big|_r^{\infty} \\ &= \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \frac{qq'}{r}. \end{aligned} \quad (38)$$



由此式可知兩電荷間之位能與推  $q'$  時之速度有關，而與以往公認者頗有不同，惟  $v$  較  $c$  甚小時，其間之差別可以不計耳。若  $v=c$ ，則自無限遠處推動  $q'$  至  $q$  之靜電場內全然不需作功，即兩電荷間全無位能。若將  $q'$  以同樣之速度推回無限遠處，則其吸收之位能全部放出，但若推來推去的速度不同，則能的授受亦有不同。由此可知若相對位移磁流果能產生電場，則能量不滅定律遭受嚴重之打擊，而能量不滅定律若不真確，則物質不滅定律即隨而無效果如是，則當今之物理學幾全部動搖矣。

(註1) 此關係可引用微分法直接推得。

(註2) 參看 V. Bush 與 W. H. Timbie 所著之 "Principle of Electrical Engineering" §72.

## 第六章 電磁質量與電感

### §22. 靜電場之基本性質

等速運動之電荷，其靜電場亦隨之作同樣之等速運動，前已述及。當電荷有變速運動時，依現今公認之理論，其靜電場自近電荷之區域首先變更速度而後以光速擴及遠方，且電場在變速過程中任意點  $P$  之電場之方向不與自電荷引向  $P$  點之有向線同，故  $P$  點之電場除法線成份之外，尚有一切線成份。因切線成份以光速依法線方向而動，故在垂直於法線及電場之平面內尚有一與電場切線成份等值的磁場存在（註<sup>1</sup>）。如就電場及其傳播方向加以研究，可知磁場係一組以電荷運動方向為心的同心輪形磁場，以此為根據，能導出以減速度  $b$  運動的電荷單位時間內當放出  $\frac{2}{3} \frac{t^2 b^2}{c^3}$  爾格的能。變速運動的電荷必吸收或放射能量一事，不但未被物理學家證實，且與當今之量子論相衝突。蓋電子繞原子核 (nucleus) 轉動，常有一加速，而能量不生變動也。由於量子論的成功，吾人以爲上述理論可能錯誤，且若將其引用於力的作用上，更得出不符事實的結果（詳見 §25）。故於此不得不再提出一相反之假定，即當電荷作變速運動時，其靜電場不論遠近，必皆同時作此加速運動。在此種假定下不但得到與量子論一致之結果，即變速運動之電荷並不吸收或放射能，且能將電磁現象化繁為簡。蓋在如此之假定下，電動力學與普通動力學得以同法處理故也。此二種假定孰真孰偽，亦須視以之導得之結果是否與事實相符而定。

### §23. 自轉電荷產生之磁場

假如電荷之靜電場不因電荷之變速運動而落後，則當然亦可假定自轉電荷之靜電荷亦以相同之角速度轉動。自轉電荷產生之磁場據此即頗易簡單計出。設點電荷之電量為  $q$ ，則與之相距  $r$  之  $P$  點處之電場強度

$$\vec{E} = \frac{q}{r^2} \frac{\vec{r}}{r}$$

設  $r$  與旋轉軸所作之角度為  $\theta$ ，則  $P$  點之切線速度為

$$v = r \sin \theta \omega.$$

$\omega$  為電荷自轉之角速度，此切線速度的方向當然垂直於  $r$  與旋轉軸線所作之平面。由(2)式知  $P$  點產生的磁場強度

$$\vec{H} = -\frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c} = -\frac{\hat{n} E v}{c} \sin(\vec{E}, \vec{v})$$

即

$$\vec{H} = -\frac{\hat{n} q r \omega}{c r^2} \sin \theta = -\frac{\hat{n} q \omega}{c r} \sin \theta \quad (39)$$

式中  $\hat{n}$  為以右手自  $\vec{r}$  旋至  $\vec{v}$  時拇指指向之單位向量。設想以電荷所在之點為球心，以  $r$  為半徑，作一球面，則  $\hat{n}$  必與通過  $P$  點所作之徑線的切線方向一致。保持  $r$  不變， $P$  為球面上任何一點均係如此。若  $r$  改變，則  $P$  點在另一球面上，則此時  $\hat{n}$  仍與過  $P$  點之徑線相切。總之，自轉電荷所生之磁場皆分佈於一組同心球面上，且處處皆與球之徑線相切。當  $r$  一定時，依(39)式知磁場強度  $\vec{H}$  隨  $\theta$  而變， $\theta=0$ ， $\vec{H}$  為 0，即在旋轉軸線上磁場強度為零。當  $\theta$  漸漸增加， $\vec{H}$  亦漸漸增大。至  $\theta = \frac{\pi}{2}$  時， $\vec{H} = -\frac{\hat{n} q \omega}{c r}$  為極大值。若  $\theta$  再增， $\vec{H}$  反隨之漸小，直至  $\theta = \pi$  時，磁場強度又變為零。當  $\theta$  保持不變時，由(39)式知  $\vec{H}$  與  $r$  成反比。綜合上述，可知自轉電荷所生的磁場係分佈於

一組同心球面,其磁力線到處皆與徑線相重合。假如移動之電荷兼有自轉,則某一瞬時與之相距  $r$  之  $P$  點因電荷之移動當生一磁場,其強度依(3)式爲

$$\vec{H}_1 = \frac{\hat{n} q v}{c r^2} \sin(\vec{r}, \vec{v})$$

式中  $\vec{v}$  爲電荷之線速度,  $q$  爲其電量。又  $P$  點處因電荷之轉動當生一磁場,其強度依(39)式爲

$$\vec{H}_2 = -\frac{\hat{n}' q \omega}{c r} \sin \theta$$

故  $P$  點呈現之總磁場當爲

$$\vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \frac{\hat{n} q v}{c r^2} \sin(\vec{r}, \vec{v}) - \frac{\hat{n}' q \omega}{c r} \sin \theta \quad (40)$$

#### §24. 湯姆森電磁質量學說之分析

欲建造一靜電場或靜磁場 (magnetostatic field), 必須作功, 此種功一般物理學家皆認爲係儲爲電場能或磁場能。依庫倫定律, 純用數學可導出靜電場或靜磁場內單位體積所含之能, 與場強度之平方成正比, 而比例常數爲  $\frac{1}{8\pi}$ 。此種能稱爲電磁場內之能量密度。在變動之電磁場內單位體積內當含能  $\frac{1}{8\pi}(E^2 + H^2)$  (註<sup>2</sup>), 爲馬克斯威耳之理論中假定之一湯姆森以電荷運動之周圍必生磁場爲根據, 而創電磁質量學說, 認爲電荷從靜止而運動, 不僅獲得一部分動能, 且獲得一部份磁能。依能量不滅定律, 此種磁能顯然亦係取之於使電荷加速之施力者。故電荷除惰性質量外, 尚有電磁質量 (electromagnetic mass)。爲便於研究計, 先將普通推電磁質量之法簡述於後。設有速度爲  $v$  電量爲  $q$  之電荷於此, 如圖 4,

$P$  點之磁場強度依 (3) 式知爲

$$H = \frac{qv}{cr^2} \sin\theta.$$

則體之  $d\tau$  內所含之能

$$\begin{aligned} dW &= \frac{H^2}{8\pi} d\tau \\ &= \frac{q^2 v^2}{8\pi c^2 r^4} \sin^2\theta d\tau. \end{aligned}$$

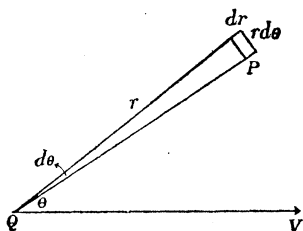


圖 4.

但  $d\tau = 2\pi r^2 \sin\theta dr d\theta$ , 代入之, 得

$$\begin{aligned} W &= \frac{q^2 v^2}{4c^2} \int_a^\infty \int_0^\pi \frac{\sin^3\theta}{r^2} dr d\theta \\ &= \frac{q^2 v^2}{3c^2 a}. \end{aligned}$$

$a$  爲此球狀電荷之半徑, 此即以速度  $v$  運動之電荷所具之總磁能量。由此可知施  $x$  予電荷, 使其速度由 0 增至  $v$  時, 須作  $\frac{q^2 v^2}{3c^2 a}$  之功, 爲使電磁質量與慣性質量一致計, 令

$$\frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{q^2 v^2}{3c^2 a}$$

故電磁質量 
$$m_e = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^2 a}, \quad (41)$$

於此必須提醒讀者, 果真此種運動電荷產生之相對磁場內含能, 則 §19 與 §22 所述之兩個第一假定, 必須同時成立。因爲即使 §22 之第一假定成立, 即變速運動之電荷周圍可能形成位移磁流, 但此種位移磁流係相對位移磁流, 苟相對位移磁流不能產生電場, 以作用於此變速運動之電荷, 則事實上無法找出其他的電磁因素, 能與電荷自身相作用了, 故若 §19 與 §22 所述之兩個第一假定中有一個不能成立, 則是種相對場中含能之假定, 以及湯姆蓀之電磁質量學說, 亦必不能成立。湯姆蓀繼馬克斯威耳, 羅倫茲等之假定, 謂相對磁

場內亦含能，且能密度亦為  $\frac{H^2}{8\pi}$ 。但此種能的來歷彼等並未加以證明，只假定係取之於使電荷加速之施力者。果如是，則當電荷加速之際，應能找出一與電荷加速反向之電磁力來，且借此種力的概念，當亦能推得其電磁質量為  $\frac{2}{3} \frac{q^2}{c^2 a}$  否則決不能使人滿意。今將產生此種電磁力之因素分述如次。

(1) 承認 §19 及 §22 兩個第一假定，則加速運動之電荷其周圍恆有一組輪形磁場相伴而生。準此當電荷自等速運動變為加速運動，其周圍即有隨時增加之輪形磁場，亦即輪形之相對位移電流存在。因此在電荷處應有新電場呈現，因而加速之電荷受有一力，倘吾人就其方向加以考究，可知此力確係阻止電荷加速者。至此有人或謂此即上述電磁力之來由也，其實不然。蓋依 §22 所述之概念，不難推得，因此種力形成之電磁質量，不為  $\frac{2}{3} \frac{q^2}{c^2 a}$ ，況且此種力與電荷加速時間之長短有關。再者於電荷停止加速以後，因周圍存在的輪形磁場消滅，而必又產生一相對位移磁流，與電荷加速時者反向。故電荷又必受一力，其方向亦與加速時者相反。由此可知以上吾人欲求之電磁力尚非此力。況且依 §22 所述之概念，加速運動之電荷其靜電場常有一部分對電荷有反向之加速，故亦形成一相對位移磁流。是種相對位移磁流產生之電場作用於電荷之力，恰為助電荷加速者。故因此力而生之電磁質量應為負值。由此可知根據此二假定似不能找出湯姆森之電磁力。

(2) 上述探求既經失敗，則必再由他法。我們對於此種電磁力深加考慮，知其必基於下述二假定：(a) 電荷運動所生之磁場為絕對場，與觀察者之運動狀態無關，即使觀察者對電

荷之速度爲零,亦得視爲有相同之磁場存在。(b)電荷之靜電場及磁場均對稱分佈於電荷之周圍,不因電荷之加速而變形,此即 §22 之第二種假定,準此二者,並引用位移磁流之概念,即不難將湯姆森之電磁力揭示出來,當施力於電荷使其以定加速  $b$  進行時,因其速度之增加與時間成正比,而磁場強度又與速度成正比,故其周圍之磁場隨時俱增,而有位移磁流呈同心圓狀環繞電荷運動之方向,若係正電荷,則以右手拇指指電荷運動之方向,其餘四指即指位移磁流之方向,位移磁流所生之電場,可以左手螺旋規則判定,其方向實與電荷運動之方向相反,故施予電荷之力恰好係阻止電荷加速者,此即所謂電磁力,其大小亦不難計出,既設磁場對稱分佈於電荷周圍,其周圍任意點之電場,又不隨時間而變,故  $j_e = 0$ ,而  $P$  點產生之位移磁流密度,由(32)式知爲

$$j_m = \frac{Eb \sin \theta}{4 \pi c} \quad (42)$$

以電荷運動之方向爲軸轉  $2\pi$  度,則小面元  $r dr d\theta$  掃過之空間必爲一環狀(參看圖 4),此環上任意點之位移磁流密度均等而呈封閉形,與一導磁線圈之性質完全相同,而通過該面元之位移磁流(略去向量符號)

$$dI_m = \frac{Eb \sin \theta}{4 \pi c} r d\theta dr$$

但  $E = \frac{q}{r^2}$ , 故

$$dI_m = \frac{qb \sin \theta}{4 \pi cr^2} r dr d\theta.$$

該位移磁流在  $Q$  處產生之電場強度

$$dE' = \frac{2 \pi \sin^2 \theta dI_m}{cr^2} \quad (\text{註 } 3)$$

$$= \frac{qb \sin^3 \theta}{2c^2 r^2} dr d\theta,$$

故

$$E' = \frac{qb}{2c^2} \int_a^\infty \int_0^\pi \frac{\sin^3 \theta}{r^2} dr d\theta.$$

但

$$\int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{a}, \quad \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{4}{3},$$

故

$$E = \frac{2}{3} \frac{qb}{c^2 a}$$

電荷所受之力

$$F = qE' = \frac{2}{3} \frac{q^2 b}{c^2 a}.$$

此即有加速  $b$  之電荷所受之電磁力也。因

$$\text{惰性質量} = \frac{\text{惰性力}}{\text{物質之加速度}},$$

故電磁質量

$$m_e = \frac{\text{電磁力}}{\text{電荷之加速度}},$$

即

$$m_e = \frac{F}{b} = \frac{2}{3} \frac{q^2}{c^2 a}.$$

與普通計出者同。

但依電磁相對論，電荷運動產生之磁場，既為視觀察者運動狀態而異的相對場，則上述(2)之推演與電磁相對論不能共存，亦即湯姆森之電磁質量學說與電磁相對論不能共存。若果真電荷之靜電場不因電荷有加速而變形，則對電荷無相對運動之觀察者決不能察知磁場存在，故對電荷本身而言，並無磁場；既無磁場，當然更無位移磁流，而不能有阻止電荷加速之電磁力，故電磁質量實應為零。且由此可知使電荷發生加速運動，只須抵抗其惰性而作功，又相對磁場不含能量，作變速運動之電荷不吸收或放射能，此為由電磁相對



論及 §19 之第二種假定推出之結果，由於相對性原理之成功，物理學者已公認電荷產生的磁場與觀察者之運動狀態有關，惟電荷之靜電場不隨電荷之加速而變形一節，尚與當今公認之學說相抵觸。

### §25. 電感

上節由於電磁相對論及 §19 節之第二種假定，推知電荷之電磁質量為零，有人或以電感 (electric induction) 現象之存在而予以否認，故於此不得不將電感之真諦加以研究。當導線中之電流隨時變化時，線中必有反電勢 (counter electromotive force) 呈現，以阻止電流之增加 (註4)，故使電流加大，除供給熱耗損外，尚須抵消反電勢以作功，此種功普通被認為係變為磁場的能，而反電勢之產生，顯然係由於反電場 (counter electric field)，而電流之加大顯然亦係由於正電荷對負電荷之速度加大，因此電感之具體含義為當導線內之自由電荷由導線兩端之電壓作用而加速時，導線內必有一反電場隨之呈現，而作用電荷之力係阻止電荷加速者，當電流減小時，導線內亦呈現一電場，惟此電場作用於電荷之力係阻止電荷減速者，故猶如導線中之電荷具有惰性，電感之真象既明，今進而追究其成因，電流既由於導線中正負電荷作相對運動而成，則當正電荷對負電荷之速度加大時，負電荷所生之電場對正電荷將有加速運動產生，以正電荷而論，其周圍之磁場亦隨之增加，此種隨時變化之磁場相當之位，移磁流與磁場之方向一致，得以右手螺旋規定判定，此位，移磁流恰似一組導磁線圈組成之筒狀螺旋管環繞導線中之電流，其在導線中之應電場可依左手螺旋規則判定方向，此方向

恰與電荷加速之方向相反，此種電場形成之電勢顯然即是反電勢。此反電勢阻止電荷之加速，亦即阻止電流之加大。當導線內之電荷減速時，磁場漸漸消滅，則相當之位移磁流亦生電場，依左手螺旋規則知電場之方向與正電荷運動之方向同，故阻止其速度減小，亦即阻止電流之減小。此種導線中之電荷恆欲保持其原有狀態之現象，似與具有相當之電磁質量同。其實不然，蓋此種反電場之產生，非由於正電荷自身之正電場，而係由於與之有相對加速之負電場。故不能與單獨電荷有加速運動之情形一併而論也。電荷加速既然受有反電場之作用力，則必得到一部份能，如果視此能為建設磁場而用，則此種磁場即是含能的磁場。於此不得不提醒讀者，以上並未涉及正電荷自身之靜電場。若僅就負電荷產生之電場而論，上述之位移磁流為相對位移磁流，若果阻止導線中自由電荷之變速作用完全基於此點，則顯見已默認相對位移電流或磁流亦可產生磁場或電場。蓋若非如是，則當無電感現象產生也。惟事實尚非如此簡單，反電場之形成與正電荷自身之正電場亦不無關係。倘正電荷之靜電場不因正電荷之加速而變形，則任何點均同時有等值反向之電場互作相對運動，故準(2)式知任意點之位移磁流均為絕對的。(註<sup>5</sup>)其在導線內產生的電場顯見與上述的相對位移磁流產生者全同。倘若正電荷之靜電場因其加速而落後，則絕對位移電流顯見亦係先發生於導線周圍，然後再傳至區方。換言之，除了電流之近域而外，負電荷對正電荷形成之相對位移磁流，恰與正電荷自身落後之靜電場形成之位移磁流相抵消也。如此電荷之加速愈大，電流周圍有位移磁流呈現之

區域愈小,因而導線內產生之反電場及反電勢亦均愈小,此結論恰與事實相反(註6),由此可知當今公認之電荷之靜電場隨其加速而變形之理論,不僅與量子論衝突,且亦與電學中最普通之電感現象不相容也。

### §26. 單獨長直導線之電感係數

用位移磁流之概念,不僅能具體說明電感之成因,且能將各種不同形狀之導線之電感係數(electric inductance)簡明計出,與以腦滿公式計出者同,此處不加贅述,惟單獨的長直導線之電感係數,用腦滿公式不易直接計出,今特以位移磁

流之效應爲之,設導線之長爲 $l$ , $l$ 之值甚大,故導線周圍之磁場得以鮑沙定律計算,圖5中 $AB$ 爲長直導線,電流自 $A$ 流向

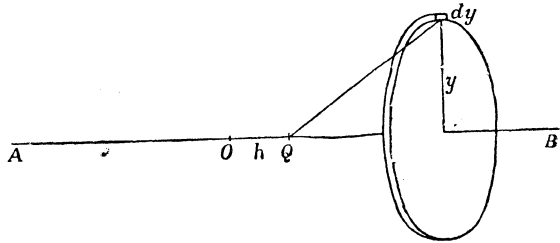


圖 5.

$B$ ,  $O$  爲其中點,  $Q$  爲其上任意點, 則離導線距離爲  $y$  之任意點  $P$  之磁場強度

$$H = \frac{2I}{y} \quad (\text{註7})$$

磁場變化相當之位移磁流密度

$$\begin{aligned} j_m &= \frac{1}{4\pi} \frac{dH}{dt} \\ &= \frac{1}{4\pi y} \frac{dI}{dt}. \end{aligned}$$

試於  $P$  點作一無微小截面  $dx dy$ , 使之垂直於該處之磁流, 則此一小面元上之位移磁流

$$dI_m = j_m dx dy = \frac{dI}{dt} \frac{dx dy}{4\pi y}$$

而在  $Q$  點之電場強度

$$dE = \frac{2\pi y^2 dI_m}{c(x^2 + y^2)^{3/2}} \quad (\text{註 8})$$

或

$$dE = \frac{dI}{dt} \frac{y dx dy}{c(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

設導線之半徑為  $a$ , 則

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{c} \frac{dI}{dt} \int_{-\frac{L}{2}-h}^{\frac{L}{2}-h} \int_a^\infty \frac{y dx dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{c} \frac{dI}{dt} \int_{-\frac{L}{2}-h}^{\frac{L}{2}-h} \frac{dx}{\sqrt{a^2 + x^2}} \\ &= \frac{1}{c} \frac{dI}{dt} \left\{ \log \left[ -h + \frac{L}{2} + \sqrt{\left(-h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right] \right. \\ &\quad \left. - \log \left[ -h - \frac{L}{2} + \sqrt{\left(h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

但反電勢

$$e = \int Edh$$

故有

$$\begin{aligned} e &= \frac{1}{c} \frac{dI}{dt} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \left\{ \log \left[ -h + \frac{L}{2} + \sqrt{\left(-h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right] \right. \\ &\quad \left. - \log \left[ -h - \frac{L}{2} + \sqrt{\left(h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right] \right\} dh \\ &= \frac{1}{c} \frac{dI}{dt} \left\{ \left(-h + \frac{L}{2}\right) \log \left[ -h + \frac{L}{2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sqrt{\left(-h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right] - \sqrt{\left(-h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right. \\ &\quad \left. + \left(h + \frac{L}{2}\right) \log \left[ -h - \frac{L}{2} + \sqrt{\left(h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\left(h + \frac{L}{2}\right)^2 + a^2} \right\} \Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \end{aligned}$$

$$= \frac{2L}{c} \frac{dI}{dt} \left\{ \log \frac{L + \sqrt{L^2 + a^2}}{a} - \sqrt{1 + \frac{a^2}{L^2}} + \frac{a}{L} \right\} \quad (43)$$

由此可知反電勢與電流之變化率成正比，比例常數

$$k = \frac{2L}{c} \left\{ \log \frac{L + \sqrt{L^2 + a^2}}{a} - \sqrt{1 + \frac{a^2}{L^2}} + \frac{a}{L} \right\} \quad (44)$$

此常數即長直導線之電感係數。

(註1) 參看 J. A. Crowther 所著之 "Ions, Electrons and Ionizing Radiations" §75.

(註2) 參看 A. Hass 所著之 "Introduction to Theoretical Physics" 第九章 §68.

(註3) 參看 V. Bush 與 W. J. Timbie 所著之 "Principle of Electrical Engineering" 第七章 §92.

(註4) 參看薩本棟所著之 "普通物理學" 第五十四章 §1.

(註5) 設  $u$  為正電場  $\vec{E}$  對負電場  $-\vec{E}$  之速度， $\vec{v}$  為負電場對觀察者之速度，則  $\vec{E}$  對觀察者之速度  $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ ，準(2)式  $\vec{E}$  對觀察者產生之磁場為  $\vec{H}_1 = \frac{\vec{E} \times (\vec{u} + \vec{v})}{c} = \frac{-\vec{E} \times \vec{u}}{c} - \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}$ ， $-\vec{E}$  對觀察者產生之磁場為  $\vec{H}_2 = \frac{\vec{E} \times \vec{v}}{c}$ ，故觀察者測得之總磁場  $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2 = \frac{-\vec{E} \times \vec{u}}{c}$ ，為與觀察者運動狀態無關之絕對場，故其變率亦不隨觀察者而變。

(註6) 瞭解此事，最好以驟然啓開載有電流之電路中之電鎗時所生之現象為例。因驟然啓開電鎗，電流在極短之時間內完全消滅，即線中運動電荷之負加速最大，此時產生之應電勢亦為極大，種種實驗皆可證明之。參看薩本棟所著之 "普通物理學" 第五十四章 §1.

---

(註7) 參看 V. Bush 與 W. H. Timbie 所著之“Principle of Electrical Engineering” §19.

(註8) 參看上書 §72.

## 第七章 電磁動力學與相對論

由於以上之研究,可知若 §19 與 §22 所述之第一假定爲真,則馬克斯威耳之能量假定——不論相對場與絕對場皆含有能量——湯姆蓀、斯托克之假說——變速運動之電荷必吸收或放射能——以及湯姆蓀之電磁質量學說,皆能成立。而電磁相對論、量子論以及電感之理論,均與真理相背馳。反之,若 §19 與 §22 之第二種假定屬實,則電磁相對論、量子論、電感之理論皆與事實相符,而馬克斯威耳、湯姆蓀等之假定則必遭擯棄。由於馬克斯威耳之假定未能證之於任何實驗,而斯托克、湯姆蓀等之學說又係以之爲根據而推演得來,可知 §19 及 §22 兩節之第一種假定有隨時遭遇擯棄之可能。再由於當今相對論、量子論的成功及電感現象之真確性,可知該二節之第二假定實具有穩固之基礎。惟因以該二節之第一種假定爲根據,能導出相對論應有之結果,致使吾人尙不願斷然擯棄之。本章係先以該二假定爲依據以推出相對論應有之結果,然後再指明該二假定仍以不採用爲佳。

## §27. 電磁場中之力密度

當空間內有隨時變化之電磁場存在時,必然激起力的作用。設某瞬時任意點  $P$  之電場強度爲  $\vec{E}$ , 磁場強度爲  $\vec{H}$ , 則  $P$  點之位移電流密度爲

$$\vec{j}_e = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\dot{\vec{E}}}{4\pi}$$

位移磁流密度

$$\vec{j}_m = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\dot{\vec{H}}}{4\pi}$$

由(21)式可知因位移電流 $\vec{j}_e$ 及磁場 $\vec{H}$ 之同時存在,場中每單位體積當受一力

$$\vec{f}_e = -\frac{\vec{H} \times \vec{j}_e}{c} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}$$

又由(22)式可知因位移磁流 $\vec{j}_m$ 及電場 $\vec{E}$ 之同時存在,場中每單位體積當受一力

$$\vec{f}_m = \frac{\vec{E} \times \vec{j}_m}{c} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}$$

故每單位體積所受之總力即為力密度

$$\begin{aligned} \vec{f} &= \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c} + \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c} \\ &= \frac{d}{dt} \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}. \end{aligned} \quad (45)$$

力既為動量之變化率,則由上式立知單位體積內之電磁動量(electromagnetic momentum)

$$\vec{g} = \frac{\vec{E} \times \vec{H}}{4\pi c}. \quad (46)$$

式中 $\vec{E}$ 與 $\vec{H}$ 為 $P$ 點之電場及磁場強度,該項場係相對場抑係絕對場可以不加計較。

### §28. 能力中心與電子之動量

空間內之電磁場隨時發生變化,其能量密度

$\epsilon = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2)$ , 當然亦為時間之函數,既已假定相對場亦含有能,則式中之 $H$ 及 $E$ 可以代表絕對場強度,亦可以代表相對場強度,試於此空間內取一定點 $P$ ,與坐標系之 $YZ$ 面之距離為 $x$ ,則 $P$ 點處體元 $d\tau$ 內所含能量為 $\epsilon d\tau$ ,設 $\bar{x}$ 為其能力中心至 $YZ$ 面之距離,則依能力中心之定義,知



$$\bar{x} = \frac{\iiint x \varepsilon d\tau}{\iiint \varepsilon d\tau} \quad (\text{註 } 1) \quad (47)$$

積分範圍為能力所及之一切空間,式中  $\iiint \varepsilon d\tau$  為空間內之總能量,設以  $W$  表之,則有

$$\begin{aligned} W \bar{x} &= \iiint x \varepsilon d\tau \\ &= \iiint \left( \frac{E^2 + H^2}{8\pi} \right) x d\tau. \end{aligned}$$

$x$  為定點至  $YZ$  面之距離,當然不隨時而變,故在能力中心隨時間而變之過程中,有

$$W \frac{d\bar{x}}{dt} = \iiint \left( \vec{E} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{H} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) x d\tau$$

$$\text{或} \quad W \dot{\bar{x}} = \iiint \frac{\vec{E} \cdot \dot{\vec{E}} + \vec{H} \cdot \dot{\vec{H}}}{8\pi} x d\tau. \quad (48)$$

之關係,若  $P$  點無自由電荷,則由馬克斯威耳之基本方程式知

$$\dot{\vec{E}} = c \operatorname{curl} \vec{H}, \quad \dot{\vec{H}} = -c \operatorname{curl} \vec{E}$$

$$\begin{aligned} \text{故} \quad \vec{E} \cdot \dot{\vec{E}} + \vec{H} \cdot \dot{\vec{H}} &= c(\vec{E} \cdot \operatorname{curl} \vec{H} - \vec{H} \cdot \operatorname{curl} \vec{E}), \\ &= -c \operatorname{div} \vec{E} \times \vec{H} \\ &= -4\pi c^2 \operatorname{div} \vec{g}. \end{aligned}$$

代入(48)式得

$$W \dot{\bar{x}} = c^2 \iiint \operatorname{div} \vec{g} x d\tau.$$

$$\begin{aligned} \text{再者} \quad x \operatorname{div} \vec{g} &= \frac{\partial x g_x}{\partial x} + \frac{\partial x g_y}{\partial y} + \frac{\partial x g_z}{\partial z} - g_x \\ &= \operatorname{div} x \vec{g} - g_x. \end{aligned}$$

$$\text{故} \quad W \dot{\bar{x}} = c^2 \iiint \operatorname{div} x \vec{g} d\tau + c^2 \iiint g_x d\tau. \quad (49)$$

準高斯定理(Gauss' Law)(註2)

$$\iiint \operatorname{div} \vec{x} g \, d\tau = \iint x g_n \, ds$$

積分界限既包括能力所及之全部空間，則包括此體積之封閉面得視為無限大，因而面上任意點之動量為零，故

$$\iiint \operatorname{div} \vec{x} g \, d\tau = \iint x g_n \, ds = 0$$

代入(49)式得

$$W \dot{\vec{x}} = c^2 \iiint g x \, d\tau$$

式中  $\dot{\vec{x}}$  為能力中心對此坐標系之速度之  $X$  成份  $v_x$ ， $\iiint g x \, d\tau$  為空間內之總電磁動量的  $x$  成份  $G_x$ ，故上式可改寫為

$$G_x = \frac{W v_x}{c^2}$$

如選擇坐標系之  $X$  軸與能力中心之速度同方向，則  $v_x = v$ ， $v_y = v_z = 0$ ， $G_x = G$ ， $G_y = G_z = 0$ ，因而電磁動量

$$\vec{G} = \frac{W \vec{v}}{c^2}. \quad (50)$$

設想有一電子在某空間內以速度  $\vec{v}$  運動，其電磁能量均對稱分佈於其周圍，故電子之所在點即為能力中心，電子的速度  $\vec{v}$ ，即為能力中心之速度，而(50)式中之  $\vec{G}$  自然亦即電子之動量了。

設  $F$  為作用於電子之力，則

$$F dt = dG$$

若  $ds$  為沿力方向之有效位移，則

$$\begin{aligned} dW &= F ds = F v dt \\ &= v dG \end{aligned}$$

由(50)式知

$$dG = \frac{W dv + v dW}{c^2}$$

故

$$dw = \frac{Wv dv + v^2 dW}{c^2}$$

或

$$\frac{dW}{W} = \frac{v dv}{c^2 - v^2}$$

兩端積分得

$$\log W = -\frac{1}{2} \log(c^2 - v^2) + \log k$$

即

$$W = \frac{k}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

式中  $k$  為積分常數，當電荷靜止即  $v=0$  時，上式當為電荷靜止時之能量，設以  $W_0$  表之，則

$$W_0 = \frac{k}{c}$$

故又有

$$W = \frac{W_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (51)$$

電荷之電磁動量，由(50)式知為

$$G = \frac{W_0 v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (52)$$

### §29. 質量與動量之關係

電子之動量既常為其速度  $\vec{v}$  及  $\vec{v}$  對時間導數之函數，則其  $X$  成份  $G_x$  可以下式表之

$$G_x = f(v_x, v_y, v_z, \dot{v}_x, \dot{v}_y, \dot{v}_z, \ddot{v}_x, \dots)$$

電子所受力之  $X$  成份

$$F_x = \frac{dG_x}{dx} = \dot{v}_x \frac{\partial G_x}{\partial v_x} + \dot{v}_y \frac{\partial G_x}{\partial v_y} + \dot{v}_z \frac{\partial G_x}{\partial v_z} + \ddot{v}_x \frac{\partial f_x}{\partial v_x} + \ddot{v}_y \frac{\partial f_x}{\partial v_y} + \dots$$

在等加速度或加速度變率甚小之情形下,  $\ddot{v}_x, \ddot{v}_y, \ddot{v}_z$  及其對時間之導數均可忽略,因而

$$F_x = \dot{v}_x \frac{\partial G_x}{\partial v_x} + \dot{v}_y \frac{\partial G_x}{\partial v_y} + \dot{v}_z \frac{\partial G_x}{\partial v_z} \quad (53)$$

動量既正比於速度,則有

$$G_x = \frac{v_x}{v} G$$

此式兩端分別對  $v_x, v_y, v_z$  微分,即得

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_x}{\partial v_x} &= \frac{G}{v} + v_x \frac{\partial v}{\partial v_x} \frac{\partial G_x}{\partial v} \\ \frac{\partial G_x}{\partial v_y} &= \frac{G}{v} \frac{\partial v_x}{\partial v_y} + v_x \frac{\partial v}{\partial v_y} \frac{\partial G_x}{\partial v} \\ \frac{\partial G_x}{\partial v_z} &= \frac{G}{v} \frac{\partial v_x}{\partial v_z} + v_x \frac{\partial v}{\partial v_z} \frac{\partial G_x}{\partial v} \end{aligned}$$

由於  $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ , 可知

$$\frac{\partial v}{\partial v_x} = \frac{v_x}{v}, \quad \frac{\partial v}{\partial v_y} = \frac{v_y}{v}, \quad \frac{\partial v}{\partial v_z} = \frac{v_z}{v}, \text{ 因在 } \frac{\partial G_x}{\partial v_y} \text{ 中 } v_x \text{ 得視為}$$

常數,故  $\frac{\partial v_x}{\partial v_y} = 0$ , 同理在  $\frac{\partial G_x}{\partial v_z}$  中  $\frac{\partial v_x}{\partial v_z} = 0$ ,

$$\begin{aligned} \text{故} \quad \frac{\partial G_x}{\partial v_x} &= \frac{G}{v} + \frac{v_x^2}{v} \frac{\partial \left( \frac{G}{v} \right)}{\partial v} \\ \frac{\partial G_x}{\partial v_y} &= \frac{v_x v_y}{c} \frac{\partial \left( \frac{G}{v} \right)}{\partial v} \\ \frac{\partial G_x}{\partial v_z} &= \frac{v_x v_z}{c} \frac{\partial \left( \frac{G}{v} \right)}{\partial v} \end{aligned}$$

選擇坐標系使其  $X$  軸與電子之運動同方向,則  $v_x = v, v_y = v_z = 0$ , 於是

$$\frac{\partial G_x}{\partial v_x} = \frac{\partial G}{\partial v}, \quad \frac{\partial G_x}{\partial v_y} = \frac{\partial G_x}{\partial v_z} = 0$$

代入(53)式得

$$F_x = \dot{v}_x \frac{\partial G}{\partial v}.$$

故在電子運動之方向施力時，則其質量效應為

$$\frac{F_x}{\dot{v}_x} = \frac{\partial G}{\partial v}. \quad (54)$$

稱為電子之縱質量(longitudinal mass),又電荷受力之  $Y$  成份

$$F_y = v_x \frac{\partial G_y}{\partial v_x} + v_y \frac{\partial G_y}{\partial v_y} + v_z \frac{\partial G_y}{\partial v_z}. \quad (55)$$

式中  $G_y$  為  $\vec{G}$  之  $Y$  成份,因而

$$G_y = \frac{G}{v} v_y$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial v_x} = v_x v_y \frac{\partial \left( \frac{G}{v} \right)}{\partial v}$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial v_y} = \frac{G}{v} + \frac{v_y^2}{v} \frac{\partial \left( \frac{G}{v} \right)}{\partial v}$$

$$\frac{\partial G_y}{\partial v_z} = \frac{v_y v_z}{v} \frac{\partial \left( \frac{G}{v} \right)}{\partial v}.$$

仍選擇  $X$  軸與電子運動之方向同,則  $v_x = v, v_y = v_z = 0$ , 代入上式得

$$\frac{\partial G_y}{\partial v_x} = \frac{\partial G_y}{\partial v_y} = 0, \quad \text{而} \quad \frac{\partial G_y}{\partial v_z} = \frac{G}{v}.$$

代入(55)式得

$$F_y = \dot{v}_y \frac{G}{v}. \quad (56)$$

依同法可得

$$F_z = \dot{v}_z \frac{G}{v}.$$

故在垂直於電子運動之方向施力時,其質量效應

$$\frac{F_y}{v_y} = \frac{F_z}{v_z} = \frac{G}{v} \quad (57)$$

稱爲電子之橫質量 (transversal mass), 若以  $m_t$  及  $m_l$  分別代表縱橫質量, 則有

$$m_t = \frac{\partial G}{\partial v}$$

$$m_l = \frac{G}{v}.$$

又由(52)式知上式可以書爲

$$\left. \begin{aligned} m_t &= \frac{W_0}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \\ m_l &= \frac{W_0}{c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} \end{aligned} \right\} (58)$$

電子靜止時之質量, 通常以  $m_0$  表之, 稱爲靜質量, 於上式中令  $v=0$ , 即得

$$m_t = m_l = \frac{W_0}{c} = m_0$$

因此有

$$W_0 = m_0 c^2. \quad (59)$$

代入(58)式得一般情形下之縱橫質量

$$\left. \begin{aligned} m_t &= \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \\ m_l &= \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{1/2}} \end{aligned} \right\} (60)$$

再代入(51)及(52)式, 得一般情形下之能量及動量

$$W = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (61)$$

$$G = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (62)$$

即相對論中應有之結果也(註3)。

### §30. 電子之靜質量

電子靜止時,其能量之一部蓄於其靜電內,另一部則藏於內部,蓋電子本身所帶之電均為負值,故當彼此排斥,倘無團聚之張力,則必破散而不能成一固定之球形也。設  $r$  為任意點  $P$  與電子中心之距離,則  $P$  點電場強度之數值

$$E = \frac{e}{r^2}$$

$e$  為電子所荷之負電量,參看圖 4 知將面元  $r dr d\theta$  繞  $X$  軸轉動一周所作之環狀體元  $d\tau = 2\pi r^2 \sin\theta dr d\theta$ , 因環上任何點與電子中心之距離皆為  $r$ , 故其上電場強度之數值,亦皆為  $\frac{e}{r^2}$ , 故環內所含之靜電能量

$$\begin{aligned} dW_1 &= \frac{E^2}{8\pi} d\tau \\ &= \frac{e^2}{8\pi r^4} 2\pi r^2 \sin\theta dr d\theta \\ &= \frac{e^2}{4r^2} \sin\theta dr d\theta. \end{aligned}$$

設電子之電荷均勻分佈於其球面上,則全部靜電場能量

$$W_1 = \iint \frac{e^2}{4r^2} \sin\theta dr d\theta.$$

$$\text{因 } \int_a^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{a}, \quad \int_0^\pi \sin\theta d\theta = 2$$

$$\text{故 } W_1 = \frac{e^2}{2a}. \quad (63)$$

因電子內聚之張力必與其表面上之靜電張力  $2\pi\sigma^2$ (註4)相

等,  $\sigma = \frac{e}{4\pi a^2}$  為單位球面上分佈之電荷,即所謂面密度,故電

子之內聚張力爲

$$\frac{e}{8\pi a^2}.$$

再者電子內聚之張力恆等於其內之能量密度(註<sup>5</sup>),故電子內部所含之總內能爲

$$W_2 = \frac{e^2}{8\pi a^4} \cdot \frac{4}{3}\pi a^3 = \frac{e^2}{6a}. \quad (64)$$

因而在電子的全部電荷皆均勻分佈於其表面之假定下,電子之靜止能量

$$\begin{aligned} W_0 &= W_1 + W_2 \\ &= \frac{2}{3} \frac{e^2}{a}. \end{aligned} \quad (65)$$

由(59)式知電子之靜質量

$$\begin{aligned} m_0 &= \frac{W_0}{c^2} \\ &= \frac{2e^2}{3c^2 a}. \end{aligned}$$

與湯姆森之電磁質量相同,然實則大異其趣也。

### §31 結論

於 §28 中知引用電磁動量於運動之電子時,已確切承認相對位移電流及磁流能產生磁場及電場,即相對位移電流與導線中之電流具有同一之性質,蓋若不然,則電子在某空間內運動空間內之磁場爲相對場,其變率亦爲相對位移磁流,苟此位移磁流不與絕對位移磁流同質,則如何能言其在電場內當受一力  $\vec{f}_m = \frac{\vec{E} \times \vec{j}_m}{c}$  耶?且該節亦已確認,相對場中含有能量,蓋不如是,則空間內呈現之磁場爲相對場,如何能言其能力密度爲  $\varepsilon = \frac{1}{8\pi}(E^2 + H^2)$  耶?由此顯見相對位移電流與金屬線中之電流同質,相對磁場亦同樣含有能量,雖



與當今之量子論、能量不滅定律、電磁相對論以及電感之事實相衝突，但以此為根據，却能導出與相對論相同之結果。但相對論之推演，既不一定求助於此二者，則吾人絕不願因此而犧牲電磁相對論、量子論及能量不滅定律。蓋若能量不滅定律不存在，則相對論之結果，亦已付諸東流矣。因此吾人仍認為 §19 及 §22 之第二種假定較優於第一種。

以往估計電子之大小多半係以湯姆森之電磁質量公式為依據，蓋電子之質量可用實驗證之，知為  $m_e = 9 \times 10^{-28} \text{g.}$ ，電子之電荷又為  $e = 4.774 \times 10^{-10} \text{e. s. u.}$ ，

代入(41)式得

$$a = \frac{2 \cdot (4.774 \times 10^{-10})^2}{3 \cdot (3 \times 10^{10})^2 \times 9 \times 10^{-28}} = 1.87 \times 10^{-13} \text{ cm. (註 6)}$$

於此若不承認有所謂電磁質量，則根據電子之靜質量亦可得出同樣之結果。總而言之，若承認 §§ 19, 22 之第二種假定，及當今之相對論，即能將該二節之第一種假定所解決之問題全部解決，而且該二節第一種假定所遇之困難，亦能全部解除，故該二個第一種假定之不必採用明矣。

(註 1) 參看 H. A. Wilson 所著之“Modern Physics”第一章 §9.

(註 2) 參看 A. Hass 所著之“Introduction to Theoretical Physics”第一冊第四章 §33.

(註 3) 參看 Joos 所著之“Theoretical Physics”第十章 §9.

(註 4) 參看 Page 與 Adams 所著之“Principle of Electricity”§11.

(註 5) 參看 A. Hass 所著之“Introduction to Theoretical Physics”第八章 §57.

(註 6) 參看 R. A. Millikan 所著之“The Electron—Its Isolation and Measurement and the Determination of Some of its Properties”第九章 §2.

## 附錄 伊倫哈夫特之來件

雷耀先譯

## 譯者附言

1. 下述各文係以出版先後為序，但“電與磁”及“美國物理學會會報”有概括性，故列於最末。

2. 譯述以完全保留原文之意思為原則，即文中有譯者疑為錯誤之點，如“光滲與其電游子及磁游子的解釋”第三章第三節中“光施力於質點，力的方向與波前的法線垂直”及“磁游子”末段中“單位磁流之規定”等等，譯者均不加改正或注釋。

3. 西人名及地名等一律不加音譯，注釋係實驗地點及參考文件者亦不譯出。

4. 關於電磁學方面之專門名詞或伊氏新定之名詞均於每篇中首次示現時附以原文，其餘力學或化學方面者則否。

5. 文中字句下標曲線者與原文用斜體字處相當。

## 致作者函

葛旭初先生：

大著極饒興趣，承寄閱至感。

尊意甚確，磁荷與磁流均確實存在，請參閱

(1) Nature, London 154, 426, 1944.

(2) Jour, Franklin Inst, 233, 1942.

---

(3) Ann, de physique, parts t13, 1940.

氧氣之情形尚須再加考查,因其不常出現故也.此祝  
幸運.餘後敘.

前奧維也納大學教授 F. Ehrenhaft

書於紐約中央公園西 251 號 1945 年 2 月 10 日.

“科學”第 94 卷 第 2636 號

1941 年 9 月 5 日

## 磁 流

## (THE MAGNETIC CURRENT)

宇宙中,不僅有電流 (electric current),亦有磁流 (magnetic current) 在流動著:

我們由於細心而持久地觀察懸在氣體中的單獨微小質點,得出上述結論.用這種方法,在我的小容器(condenser)裏能量度小至級次為 $10^{-10}$ 達因之力.此種力的量度比今日任何力的直接量度法靈敏到 $10^4$ 倍,就因為所用的方法達可能的最高靈敏度,我才能發現一些新的事實.

這些觀察得的事實可概括為下述兩條:

(1) 在電場(electric field)或磁場(magnetic field)中,多種物質的質點受集中的光線照射,即順或逆力線(lines of force)的方向運動,此種現象我稱之為電光滲(electro-photophoresis)或磁光滲(magneto-photophoresis).基於此項事實,我斷定在光的作用下,此等物質質點是帶有電或磁了.我以為世界上不僅有電荷(electric charge)存在,並且有磁荷(magnetic charge)存在.

(2) 同種類同大小的質點同時順或逆光線的傳播方向而運動,我稱此種背光的運動為光正徑線光滲(light-positive longitudinal photophoresis),向光的運動為光負徑線光滲(light-negative longitudinal photophoresis).基於此項實事,我斷言沿著光線的傳播方向有位差存在,使感生有荷的質點向或背

光的傳播方向運動,因此我們熟知的光線的振動場內必相伴產生穩定不變的電場或磁場。

在我們未曾推定此種基本結論之前,應先考究根據已知的學說是否別無良好的解釋,我對於這些實驗及解釋它們的方法已經研究了十年,事實使我不得不相信只有這種電磁的解釋,才能與所有觀察得的事實相符合。

熱或機械效應——所謂輻射力(radiometer force),(Crookes)——之不能解釋此等現象有下述數種理由:(1)在液體中也與氣體中一樣有級次相同的光滲力 (photophoresis force),但是並沒有輻射存在於液體中,(2)銅和銀的質點具有很強的反射性質,其向光的一面應該較熱,故勢必作著背光運動,然而在氣體中卻明白的見其作向光運動,(3)用此種學說似亦不能解釋質點隨場的逆轉而逆轉的性質,只有場的能量與質點的行動相應而為位的二次函數,故我們認為質點如不帶荷,則當場的方向改變時即不應改變其運動方向,(4)假使這種現象係由於熱效應,則不能解釋何以此等質點橫過光束,或沿著光束內部運動而不完全走出光束以外,(5)還有奇怪的,在我 Vienna (Austria) 之設備中察得銀質點受地磁場 (geomagnetic field) 的影響而動,此種運動能以 0.4 gauss 左右之適當的磁場將其抵消,而且(6)此種運動必遵循力線之方向,與光線射入之方向無關,很顯然的,此種運動決非由於熱效應而產生,(7)機械或熱效應亦不能解釋有些質點從靜止突然運動,光滲運動的突然消失與有時漸增有時漸減等現象。

所以當我們斷定有單獨磁極 (single magnetic pole)(磁荷)

時,不須考慮它是否與已知之學說一致,但須考究是否有任何實驗結果與之發生矛盾,此處我敢於斷言,從未沒有任何實驗結果與有單獨磁極存在之結論相衝突,我與 Leo Banet 研究以往的論著得知下述情形。

到現在,人們一直有著一個優越的意見,認為任取一幾何封閉面可以包含真實之正電量 (electric quantity) 或負電量,而必包含等量之南北磁 (magnetism); 換言之,即只有真實的正或負電量而無真磁量。James Clerk Maxwell 曾在其 "Treatise on Electricity and Magnetism" 一書中對此詳加敘述,他企圖證明無真實磁量之存在,此處請先容我提醒一聲,在原則上要由實驗證明某種東西不存在是不可能的,況且他所引證的兩個實驗均不可靠,第一個是說磁鐵分為二斷後仍成兩個極強相等的完全的磁鐵,其實,一個沒有磁性的鐵片分斷後,亦可察到斷的一端有種種可能變為磁化,此種效應正與未帶電的玻璃或硫磺棒斷後,斷端生出正或負電荷之效應相同,此種現象甚易解釋,蓋每次分斷後必產生收縮,每一收縮即產生電與磁,所以這個分斷實驗並不能如 Maxwell 所說的能夠證明磁量的不存在。

第二實驗似源於古時的中國,經 P. Peregrinus 於 1269 年提出之,是說浮在水上的磁鐵自行沿磁力線方向靜止而不移動,故可由此種斷言每一磁鐵所帶之南北磁量相等,但我們很容易想到,像那樣浮著的大磁鐵之可動性是太不夠顯出其兩端荷量之些微不等了,我所觀察的質點,其可動質性百萬倍於 Peregrinus 的浮著的磁鐵,此等質點被光照射時,在均勻磁場內循力線方向運動,所以我的靈敏的實驗證明了

真磁量的存在,換言之,在我的小容器裏應用了光的時, Peregrinus-Maxwell 的實驗變得極其尋常而無意義可言。

我的解釋不僅能以簡單的方式解釋所有觀察的結果,且使很多新結論可能成立,其中之一是光可以磁化物質,我與 Leo Banet 已能藉紫外輻射磁化小塊的鐵, Lilly Rona 從而斷言此等源於穩定不變的成份的光線中可能引出電,我也相信她的推定,而且用不著光電效應 (Photoelectric effect),換言之,即并不損毀或分解物質的本身。

因為物質受光的照射即感生極 (荷), 故他們很容易集聚起來,有時光又能使結晶質點與無定形質點互相分解,使晶體向着它增長[晶體之向光感應,(heliotropism of crystals)].

由於光滲,光使 Brown 運動呈不規則現象,更由此使散射不規則。

光除光壓效應外,尚產生穩定動力(ponderomotive force)作用於物體,此種力係由於其中穩定不變之份量和感生的荷,有吸引與排斥兩種效應。

我已決定磁游子之大小,其級次與電荷大小的級次相同。

對於我所謂“顫動效應”(trembling effect)之新現象,已覺得簡單的解釋,即是在光束的照射下,弱磁場內之磁荷不時發生變更。

Leo Banet 對於太陽與地球上的效應,已推出重要的結論,將另有論文討論之。

最後,再談幾句關於磁流的話,我們已經顯示了單位極磁荷(unipolar magnetic charge)之存在,它們在均勻磁場內,順

或逆力線的方向流動,可藉顯微鏡察得,所以我們應以物理的及實驗的意義來論磁流,磁流的周圍亦有電場存在,且磁流亦產生熱於導磁介質中。

我已經設法證明一束光線不僅產生熱,感生電,而且同時亦感生磁。

(1) F. Ehrenhaft, *Annalen der Physik*, 56: 81, 1918; *Philos Mag.* 11: 141, 1931; *Annales de Physique*, (Paris) 13: 151, 1940, *Phys. Rev*, 57: 562 & 659, 1940; *Jour. Franklin Inst*, 230, 381, 1940; *Nature*, 147: 25, January 4, 1941; F. Ehrenhaft & L. Banet, *Nature*, 147: 297, March 8, 1941; F. Ehrenhaft, *Philosophy of Science*, 8, No. 3, 1941, "The Microcoulomb Experiment" (比電子的荷量更小之荷), See P. 36; F. Ehrenhaft, & Leo Banet, *Philosophy of Science*, 8, No. 3, 1941. 關於光滲之舊有的參考,載於 *Annales de Physique*, B: 151, 1940.

(2) 最近我曾構成一種儀器,可用以察得上述現象,在 C. Zeiss Inc., New York. 對於此儀器及實驗最新之敘述,載於 *Annales de Physique* 13. 151, 1940.



美 Franklin 公學雜誌第 233 卷第 35 號

1942 年 3 月

## 光滲與其電游子及磁游子之解釋\*

(PHOTOPHORESIS AND ITS INTERPRETATION BY  
ELECTRIC AND MAGNETIC IONS)

### I. 關於光滲、電光滲及磁光滲之實驗事實

此等實驗進行於一個板徑 8mm. 的 Ehrenhaft 容器(condenser) 內,隨需要而施用完全沒有磁滯或電滯的垂直均勻磁場 (magnetic field) 或電場 (electric field), 場的強度和方向可以任意選擇,關於這種實驗的儀器和方法最新的敘述係在“光滲(Photophorese),電光滲(Electrophorese),磁光滲(Magneto-phophorese)”一文內,該文載於 *Annales de Physique*, 13, 151, 1940.

上述容器二板之間,可有束光線從任一端或兩端同時射入,這些光線都能立刻發射,也能任意使其強度減弱,因為每個照射透鏡均可在此空間內任意移動,所以這些加强的光線其相關位置可以任意安排,散射的光可以從一邊射入,共軸的光又可集中地從另一端射入,顯微鏡中的可見場所,係與光線成直角(水平的).

將各種物質的質點引入容器兩板間之空間內,施用散射光線照射時,則質點均以等速下落,相當於 Brown 運動,速度與它們的大小(可動性)相關,設置一個衛環容器(guard ring condenser),可使帶荷的質點上升或維持一任意適當的時間,又可使它們運動至容器內之任意點,如此我們即可對於某

一單獨質點重覆多次相同的實驗,以決定速度的平均值,所有的實驗均在很純靜而無阻力之氣體中進行。

### 1. 徑線光滲(Longitudinal Photophoresis)

一束集中的光線從一邊射入後,同種類同大小之質點在光的影響下發生運動,有的背光運動(光正徑線光滲 light positive longitudinal photophoresis),有的向光運動(光負徑線光滲 light negative longitudinal photophoresis)[(1)P. 835][(2)P. 952](參看1—11)[(56)參看圖5, P. 386].這個現象也曾由 R. Whytlaw Gray 與 Patterson (Leeds) (42) 各自發現,同時很多作者的學生 (15, 27, 28, 29, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44) 也曾察得.這種運動與物質的種類及光綫之頻率和強度有關.在液體中,作者的學生 Satiendra Nath Ray (34) (Lucknow, India) 亦發現此種現象;與作者無連繫的 W. W. Barkas (35) (London), 亦曾察得,並且他還發現 X 射線下的光滲。

既然質點在光線中的速度  $v$  是均勻的,我們藉此得以量度作用於其上的力  $P$ . 其關係式是  $v = P \times B$ .  $B$  是質點的可動性。

質點的重量的級次是  $10^{-10}$  dynes. 光滲力 (photophoretic force) 皆與重量相差不遠,所以這種力的量度法較現今所有力的直接量度法精密過  $10^4$  倍,我們必須提及,並不是所有的質點都表示出光滲現象.有些質點起初靜止,若干久後才開始運動;有些則始終保持靜止.運動的速度有時在很短的時間內即發生變動,有時經過幾小時後始行變動 (11)(41),有些質點甚至自動改變運動之方向,然而它們的機械性質却沒有改變。

如果光束的方向逆轉，質點運動的方向幾乎每次也就逆轉，施用一個與光束同方向的電場，可以任意使運動加速或遲滯(37)。我們也可以設法抵消光滲力而使質點停止運動而且又能藉兩個對稱的光束抵消質點的運動。

### 2. 電光滲 (Electro-photophoresis)

兩束對稱的光線分由兩邊射入，徑線光滲便行消失。如果此時再加上一與光線方向垂直的電場，質點便發生循電場方向的運動，這種現象作者稱之為電光滲(8, 37, 38, 40, 43)。這種運動的速率與光的強度、頻率及電場的強度有關，且隨物質的不同而有異，有些質點不作此項運動，有些質點的運動開始得十分突然，有些質點自動的改變運動的方向，有些則作減速率的運動(41)。電光滲速度與光強度及場強度成正比，但場強甚大時可達飽和值(41)。此速度又與物質之種類關係甚大，頗值得注意，例如碲銻與砷所需之場強度小於硒所需的 1000 倍，其他物質如油、硫及磷等則根本沒有電光滲。

### 3. 磁光滲 (Magneto-photophoresis)

同上所述，如果加一磁場與強烈的光線之方向垂直，有些質點便開始等速運動，速度的值視其可動性而定，有些質點動向南磁極 (magnetic pole)，有些質點動向北磁極 [Ehrenhaft (8, 39, 56)]，有些質點反抗重力而向上運動，有些質點落下甚為迅速，另外有些則毫無變更。如果光線移去，則由於光滲力的運動立刻靜止。磁光滲速度視光的強度和頻率，及場強度與物質之種類而異。例如鐵鎳的質點，地磁場強度即足以使其作兩種方向之運動，作者在 Vienna (Austria) 實驗室中曾作成此實驗，該處地磁場強度之垂直分量為 0.4 gauss (因係

室內,故略去水平分量),這種運動可以被一等強反向的磁場抵消,如果這反向的磁場強到相當的程度,則可以使運動之方向逆轉,在較弱的磁場內光滲力為場強度的直線函數(56),較高的場則可達飽和值,磁光滲速度與磁場強度無關,故與質點過去之情形亦無關,關於鐵磁體的質點在強場內的情形,載於Ann de Phys, P. 166(53),磁鐵體質點運動的方向隨場而逆轉,絕少例外,逆磁體却只隨強場逆轉方向(39, P. 655, 統計),在弱場中則否(有時成50與50之比),極弱的場中,逆磁體質點自動的逆轉,其運動方向極為迅速,以致其次數無法數計。

#### 4. 顫動效應(Trembling Effect)

逆磁體在弱場中迅速的變換,其運動作者認為不可與氣體中之Brown運動相混淆(1905)(60),蓋兩者各有其種類和大小,作者發現此種效應後, I. Parankiewicz, J. Mattauich (20), E. Reeger (39), R. Whytlaw Gray 與 H. S. Patterson (42)(P. 122) 也曾察得,後二人係 Leeds (England)的研究者,質點經過長久的顫動效應後並無任何物理性質的改變,這種運動在地磁場中亦為可能,頗值得注意。

#### 5. 其他值得注意之事實

上昇的質點停留在光束上邊,故不久以後光束上邊均為此等質點所充塞,此現象作者與 E. Reeger (39) (P. 651), E. Wilflinger (40), Whytlaw Gray 及 Patterson (42) 均曾察得。

電光滲中速度的變動,在紅外線中遠較在普通光線中為少(43)。

## II. 以已知學說解釋此等現象之不足

作者首先設法用現有的光壓 (light pressure) 及輻射論 (radiometer theory) 解釋此等現象(1910) [(1)P. 836], 但結果知道這些力均不足以解釋之 (1918), (5). F. Michaud (Paris) (16), P. Epstein (Pasadena) (17) 與 T. Teradda (Tokyo) (18) 提出的另外的解釋亦不比 A. Rubinowicz (Munich) (22, 23, 24), G. Laski, F. Zerner (25, 26), O. Halpern (32) 及其他諸人所說的為圓滿。電光滲與磁光滲發現後, 作者與各學生都想利用輻射論來解釋(13), 但自 Satiendra Nat Ray (25a, 34), W. W. Barkas (35) 與 G. Fachini (36) 發現液體中的光滲後, 困難更大為增加。

下面係用輻射論加以解釋時, 所遇到的幾個主要的困難。

(a) 銀是具有最強的反射性的物質, 應該向光的一面較熱, 但是很多銀球作明顯的光負運動 (2, 4, 41)。

(b) 氮、氫與氫的導熱性及黏滯性均大不相同, 但大小相同之球在此三種氣體中所感受之負光滲力相等 [(15) Ann, der Physik, P. 513]。

(c) W. W. Barkas 在 London 大學學院之實驗室內 (由 Porter 與 Andrade 指導) 察得單獨的同種膠狀質點 (金、銀、銅或油) 在液體中亦有光正與光負兩種運動, 且力的大小與 Ehrenhaft 及他人在液體中量得者同級次 (35)。光滲既經在液體中發現, 而液體中因分子的平均自由路徑過短, 不可能有輻射力。

(d) 以輻射理論為根據似乎亦不能解釋質點隨場 (電場或磁場) 逆轉的逆轉性。場強度  $H$  或  $E$  與對稱或不對稱質點之行動無關, 只有  $H$  或  $E$  的能量與質點的行動相應而為位的二次函數, 故當位發生反轉 (即  $E$  或  $H$  發生反轉) 時, 質點不

應改變,然而事實上質點能立刻隨場之反轉而改變方向。

(e) 在光束下緣的對稱或不對稱的質點,其上部既在光束內,應較其下部為熱,而輻射力必阻止質點進入光束內,然而事實上, Ehrenhaft 及其他獨立的研究者(37, 38, 39, 40, 42)均曾察得在  $H$  或  $E$  的影響下,質點向上運動或橫過光束。

(f) 即無人工的垂直磁場影響,鐵鎳質點亦時常橫過光束而運動, N. Judenberg 1938 年根據其在 Vienna 大學時由作者指導之工作,曾發表有趣之論文,解釋此項現象,此種實驗裝置正確的圖解曾載於 *Ann. de Phys.*, 13, 161, 1940(Paris), 該處地磁場強度的垂直成分為 0.4 gauss, 不用任何人造場,單憑此地磁場,即使鎳質點向上運動,施用一等強反向的人造場以抵消此均勻的地磁場,則運動立刻停止。

(g) 輻射理論亦無法解釋容器內鐵磁體與逆磁體行動上的特異之點,鐵磁體的質點幾乎每次均隨場的逆轉而逆轉其運動的方向,而逆磁體的質點自動的不時變換方向,其隨場逆轉的數目視場強度而定,很強的場中這種方向的自動變換不能發生,場強度愈小,方向變換的次數愈多,終至不可數計,這種情形有時發生於 3000 gauss 的場中(8,39),有時則僅發生於地磁場裏。Ehrenhaft 容器裏的質點,在強場之下不能帶荷,這種方向的突然改變(顫動效應)僅發生於弱磁場中,機械效應實不足以解釋這種顫動效應,尤其是因為他只發生於某一強度的場內。

(h) 場強度不大時,光滲力是場的直線函數,電光滲或磁光滲中亦然。

(i) 我們已知由于能量之故,不對稱的物體在  $E$  或  $H$  中

(在 $H$ 中,逆磁體,順磁體,鐵磁體皆然)均自動地使其最大直徑與力線的方向一致,實驗告訴我們這些物體所受的電光滲,磁光滲力與光線射入的方向(以其波前的垂直方向爲準)完全無關,因爲他們的運動完全遵循場的方向,如果用輻射力來解釋,不論是用Crookes形式,或是假定一個關係於場強的調和係數,運動方向總還得依入射光線的方向,並且還得依對稱或不對稱的質點上溫度的分佈而定[E. Reeger (39), G. Placzek (37), P. Selner (38)].

(j)還有值得提起的,就是有些質點從靜止突然運動,有些質點的光滲有時候然消失,有時漸增,又有時漸減[(15)Pa-rankiewicz, (27, 28) Mattanch, Isser & Lusting(43), G. Placzek(37)].

(k)同樣的質點在白光中時常改變運動的速度,而在紅外光( $\lambda > 750 \mu\mu$ )中速度不起改變,如果以熱效應來解釋則不能明白,何以在白光中能發生的效應在更熱的紅外光中却不能發生[Isser & Lusting(43)].

(l)很多經過分析知其機械性質完全相同的銀質點,在光滲中的行動大不相同,有的光正,有的光負,有的從光正變到光負,也有的從光負變到光正(41).

(m)X射線中亦有光滲現象,也是難以解釋的一點.

### III. 實驗的解釋

#### 1. 電與磁的異點

根據我們從前的意見,任意的幾何面內可以包含真實正電量 (electric quantity) 或負電量 ( $\text{div}E = 4\pi P$ ), 卻無論如何包有等量的南北磁量 (magnetic quantity) ( $\text{div}H = 0$ ), 換言之, 即

宇宙中有真實的正電或負電量,而無真實的磁量,所以只有電流而無磁流,作者與 Dr. Leo Banet 認為上述假定乃基於兩個所謂“基本實驗”。

A. 分斷一磁鐵後,又得兩極強相等的完全磁鐵。

B. 磁鐵浮在水中,指一定的方向而不發生移動,故知其不帶有過量的磁(參看 J. C. Maxwell, “Treat. on Electr. and Magn.”, 377—379)。

關於實驗 A, 這個實驗不見得正確,我們只要取一小段未曾磁化的鐵絲,不用任何器具用手將其分斷,分斷之後斷端發生南北磁,而另一端仍是未帶磁的,與分斷未帶電的玻璃棒或硫磺棒後兩端即顯出電荷同,這種現象,甚易解釋,因為每一分斷即產生收縮,每一收縮即產生電與磁。

由這實驗當然不能證明分斷後每段的  $\text{div}H$  應該不為零,但是無疑的可以證明實驗 A 之不可靠,因此我們決不能根據它而斷言  $\text{div}H=0$ 。

關於實驗 B, 此實驗之歷史甚久,早在 1269 年 Peter Peregrinus 即發表關於實驗 A 和 B 的基本裝置(61),後來 Robert Norman(62) 和 W. Gilbert(63) 證明一個浮着的磁鐵的確沒有向容器邊緣運動的情形,最後 J. C. Maxwell 由此二實驗,斷言任何情形下均應有  $\text{div}H=0$  之關係,我們很容易想到,這樣浮著的磁鐵的可動性(大約  $10^0$ ) 是太不夠顯出兩極微小的磁量差了,氣體中極小而可動性很大 ( $10^6$  以上)的質點,在均勻電場(Ehrenhaft 容器)內所帶的微量電荷既可量出,同樣的 Ehrenhaft 的均勻磁容器內極小而可動性很大 ( $10^7$ ) 的微小質點的運動,即是 Peregrini-Maxwell 的均勻磁場中的飄浮



磁鐵實驗的靈敏的裝置,必須像這樣夠靈敏的實驗才真能決定磁極或磁荷的存在與否,在我要解釋光滲實驗之前,非先假定上述二基本實驗不足以證明無磁荷存在不可。

## 2. 光滲實驗的解釋

爲了要解釋光滲現象,我從被照質點在均勻電場或磁場內的運動推出一個結論:當質點被集中的優良短波光線照射時,光即使其感生電荷與磁荷(極)。既知光能游離物質,則它能感生電荷自亦不足爲奇,我們又已知道紫外線的作用最強而且能改變單獨質點的荷量(基本光電效應 (photoelectric effect)及其逆效應(64,65,66,67,68,69,70)).但對於感生磁荷一層,卻是一個新穎的思想,由于它與電現象完全相似,我們亦相信此種結論甚是正確,此結論之正確,不僅因其對於所有光滲現象均可予以簡單完滿的解釋,且因其能解釋很多以前無法解釋之現象,並且又可以之推出一些可證明的新結論,這在任何方面都顯出它在幫助研究上之價值。

我們應該注意,正如以上所述,並沒有任何經驗上的事實與此結論發生矛盾,這種解釋所遇到的困難不是實驗的事實,而只是不與過去的理論相合,根據以前 Amper 的分子電流假定,用純粹的電現象導出磁現象,當然與此結果不能兩立。

## 3. 各種現象的討論

我們將討論上節所述由(a)至(m)的各項現象,但不依前述次序。

對於(d):質點既然帶荷,當然遵循電場或磁場的方向,且隨場的逆轉而逆轉,理至顯明。

對於(e):同理,質點橫過光束而向上運動。

對於(f):質點在地磁場中橫過光束的運動既然能被等強反向的磁場抵消,顯然係帶有磁荷。

對於(g):電場或磁場中質點不時改變運動的方向,必係由於質點荷量的改變,此種改變自動地發生於弱的場中,或是正當場反轉的時候,因為那時必有一瞬間質點不受場的作用,我們已知質點在高場中不改變所荷的電,在低場或中性場則常有改變,電光或磁光滲中之此種現象亦然,由此可知方向之改變,亦僅發生於低場或中性場,且有時頻繁得不可數計,此種效應作者稱之為顫動效應,所以顫動效應就是於強光的照射下,磁場中磁極的極強時常的改變,這種效應甚至在地磁場內亦可發生。

對於(h):我們必須注意,數量間的直線關係僅是最粗淺的,這種概念源於 Hooke 定律:應力與應變成正比,其後電磁理論的發展上, Maxwell 亦用到這種概念,以式表之,即  $D = \epsilon E$   $B = \mu H$ , 這兩個方程式,亦僅在  $E$  與  $H$  之值甚小時才能適用,我們發現當場強度不大時,電光滲或磁光滲力是電場和磁場的直線函數,可見光滲還僅是一個粗淺的效應。

對於(i):質點均循遵場的方向,與從何方感生電荷或磁荷無關,其理由似乎很清楚,而且,另一方面,任何其他的理論討論物體溫度差的均不能解釋此現象。

對於(j):此種現象,正類似當我們決定電荷時所看到的,帶電質點有的突然帶電,有的却較為緩慢。

對於(k):很明顯的,紅色光綫雖然產生較多的熱效應,却不比短波光綫更能影響於質點;光的紫色部份則似乎感生

電荷至較大的限度。

既然對於均勻電場或磁場，光使各種質點成爲單位磁極，沒有場時，光使質點依其波前的垂直方向運動，而且前面又已言明輻射力無法解釋此等現象，故我們不得不再假定光施力於質點力的方向與波前之法線垂直。作者相信此種力亦有電場和磁場的性質，且如觀察室內環繞之媒質點和光之一部，此處必須說明此種力於所有觀察之情形下均存在，如在各種不同之氣壓下，甚至小到水銀柱4mm，在液體中，在容器裏，在不同種類不同大小的各種觀察室內(83,圖1)，例如 S. Patterson 與 R. Whytlaw Gray (30a)(42) 用一低孔顯微鏡在容量爲一升的容器之中心，察得速度爲 10m./sec. 的光正和光負光滲。

這種概念牽涉到了光的本性問題，此處請容我回想 Ernest Mach 之語 (Erkenntnis und Irrtum, Leipzig, 1904, P. 241): “在光學理論裏講到光波，但要瞭解事實，僅需光的週期性，此種超出需要的輔助光素，是思想與經驗的交互作用所改變之元素。”要論到光的週期性(即振動份量)，則必須考究其物質上的效應。若論到無物質的空間內之振動份量，則是一個推定的問題(即是由觀察得到之情況推至觀察不到的情況)。我們已經察知光滲中同種類同大小的質點同時向或背著光的傳播方向而動，且順或逆均勻場的方向而動。在此種情形下，我們尚必須尋求光束的特性。在液體中也已察得物質向或背著光的傳播方向而運動(34,35,36)，又已察得氫、氮、氫幾種氣體中同大的球形質點遭受同大的光滲力(15)，並且所有的實驗，却表示出很多質點所受到的垂直於波前法線方向

之光滲力幾完全不與氣壓相關(28,4,15),此等實驗是實行在22mm. 水銀柱之壓力下,此種壓力下分子的平均自由路徑已較質點為大;甚至在4mm水銀柱的氣壓下之真空,極便於實驗  $1.5 \times 10^{-5}$ cm. 大小的物體. Mattanch 與 Ehrenhaft(23)均察得此時的相當長距離的向光運動,所以若說電磁波有經線不變成份  $E$  和  $H$ ,以及沿光束上之兩點有位差存在,可稱是對於觀察得的事實Mach所謂作經濟的敘述.

舊的光學理論正支持這個結果,引用電子說 (electron theory)(Paul Drude, Woldemar Voight) 於光,從吸收和色散現象即指示出穩定光束的傳播方向有靜電場存在(Festschrift Heinrich Weber 1912).

從相似的光滲實驗,既然施用磁場即可增加或阻止經線光滲,當可斷言光束中有穩定的磁場存在.

故作者認為經線光滲乃是一種電磁現象,質點在集中的光束裏運動與在電場或磁場中的運動完全相似,因此(a),(b),(c),(d),(e)及(m)等現象可以解釋如下:

(a)既然銀質點的運動亦與他種質點之運動同屬有關於其所荷之量,則可知何以同時出現光正與光負的銀質點.

(b)光滲力既為一種電磁力,當然與氣體之導熱性及粘滯性無關.

(c)質點在液體中亦有同樣的運動,亦可以產生極與荷解釋之.

(e)銀質點運動方向之變換或快或慢,均因荷量改變之故.

(m)X射線既是波長甚短之電磁波,當然亦發生與光相

似之現象。

## IV. 結 果

### 1. 磁游子的荷量

因為電力及磁力的 Coulomb 定律完全相似,我們可以用以決定單獨磁游子的極強(荷量),設  $P$  為由於磁光滲效應而作用於質點之力,  $e_m$  為對於某強度與波長之光束下的絕對磁極強度,  $H$  為磁場強度,則

$$P = e_m \times H,$$

於粘滯之介質中,運動的磁光滲速度正比於磁光滲力,故有  $v_m = PB$  ( $B$  為可動性),又在散射光中,單由於重力而落下之速度  $v_t = mg \times B$ , ( $m$  為質量之質量,  $g$  為重力加速度),故可導得磁極強度(磁游子之荷量)。

$$e_m = \frac{v_m}{v_t} \times \frac{mg}{H}.$$

質點的密度既為已知,則應用 Stokes 定律與其修正可以決定質點之重量,作者沉澱欲測之質點於容器內,然後置於顯微鏡下,決定其大小之法亦可應用(54,56,82),例如假定質點為球形,變換  $H$  之值,即從連續的實驗得出“真磁荷”的一組數字(參看 Jour. Frank, Sept. 1940, 圖 8—1, 2, 3),顯然的,曲線穩定的斜坡表示荷的穩定,每有一斜坡改變表示荷的改變,其結果計出如下表:

No.	半徑	磁荷
28	$0.79 \times 10^{-5}$ cm.	$-0.29 \times 10^{-10}$ m. s. u
32	$0.86 \times 10^{-5}$ cm.	$-0.52 \times 10^{-10}$ m. s. u
33	$1.02 \times 10^{-5}$ cm.	$+3.21 \times 10^{-10}$ m. s. u

計算時所用的常數有 Stokes-Cunningham 定律中的常數  $A$  等於 0.8, 氣體分子平均自由路徑  $1 \times 10^{-5}$  cm, 黏滯係數  $1.76 \times 10^{-4}$  g/cm. sec, 與鎳的密度  $8.5$  g./cm<sup>3</sup>.

讓我們比較此等單獨鎳質點的磁荷與作者用前述方法得出的單獨的小球形電荷, 作者最近之決定載於“微庫倫實驗”(比電子的荷量更小之荷)一文中(82)(P.4), 該項數目, 例如 4.38, 8.50, 3.34,  $2.9 \times 10^{-10}$  e. s. u.,

由此可知質點所帶磁荷之值大約與同大質量所帶電荷之值相同, 頗堪注意, 但此處尚必須提及, 即計算磁荷時應用 Stokes Cunningham 定律, 必須假定質點有較大的物體同樣的密度, 且其形如球狀, 至其能以應用於電荷業已早經證明(82), 因此之故, 上昇和落下的速度必須在不同氣壓, 甚致大至 20 個大氣壓之氣體中量度多次, 使受試的質點沉澱於一小石英板上, 用一種新的光學手續來決定每個質點的真實的形狀, 大小和密度。

## 2. 光的磁化物質

作者斷定有位差之光束中必有穩定的磁場及光可感生磁荷後, 更斷定光有磁化效應, 在一論文(59)中曾談及磁鐵之荷可由光改變之, 作者曾叫我的學生即現在的共同工作者 Dr. Banet 研究關於這項問題的過去的著述, 結果找得下述的事實:

Oersted 實驗之前, Domenico Morichini (1812)(71) 用 Herschel 曾經採用之太陽光譜中的紫外部份磁化羅盤針, 其後此實驗又經 M. Somerville (72), F. Zantedeschi (73), Baumgartner (74) 及其他法人證明之。

於是作者與 Benet 合作,共同對於較大的物體作光磁效應 (Photomagnetic effect) 的實驗(58),結果利用一束富有紫外輻射的光束及一個羅盤針作指示器,實驗成功,各種未磁化的鍛鐵小塊(迴紋針),釘,小鐵棒等置於地磁場的垂直方向,受輻射幾分鐘以至幾小時之久,即均能感生磁荷,此種磁極多係北極(與前述一世紀前 Baumgarther 所謂者同,Vienna),而且多樣品幾天之後仍保存磁性,有些則立刻消失,鐵絲受短時期照射後僅有被照之一面與表面磁化,受長時期照射後即達飽和值,自然此種磁化與物質的種類,表面情狀及歷史有極大之關係,觀於各種鐵之大不相同,即可明瞭有時物體全然不能磁化,即因此故,由此可知,何以 Riess 與 Moser (75) (1829)及最近 Charles M. Focken(Nature 148,1941, 438)設法磁化鐵均不能成功,而致不相信 Morichini 及他人之實驗結果.作者與 Dr. Banet 最近在美國放大公司的實驗室,藉用放大器和測振動器已實驗出鐵心感應圈的特性能被紫外輻射所改變,想必已能使他們相信了,我們尚須提醒讀者,即一羣鐵鎳的膠狀質點中,僅有一部被光磁化,此點恰足證明作者的信念,即磁光滲中的磁化係普通的現象,鐵的磁化僅是特殊情形.總之,光能磁化物質.

### 3. 光線對於 Brown 運動及散射之影響

在 A. Einstein 及 Maryan Yon Smoluchawsky 發表 Brown 運動理論之前,幾乎一切實驗均顯出在液體中光線的確影響 Brown 運動,但彼二人之理論僅討論分子的統計運動,不會解釋此種光的影響,我們必須注意, V. Pospisil(1930)觀察液體中偏化光下的磁質點時,曾發現其在磁場向量方向之運

動增大, R. Fuerth 與其學校則發現液體中的金質點在電場向量之運動減小, 有未與作者發生連繫的團體, 立即提出光滲的影響作為解釋(參看 Phys. Zeitschr. 39, 194 與 198, 1938). 作者自發現氣體中之 Brown 運動(59)後, 反復申述 Einstein 與 Smoluchowsky 之統計理論不足以解釋此種現象(76, 77, 78). 在致“Physical Review”編者之信中(79), 曾闡明與磁光滲有關之散射, Brown 運動, Loschmidt-Avogadro's 常數及光均必須將因各種光滲而成之運動加入統計, 感有磁極的質點必依地磁場的方向而動, 並且如果在光中觀察散射, 散射本身即與光有關。

此等知識對於醫學、生物學以及心理學均甚重要, 至為顯然。

Brown 運動之起伏既因光滲運動而增加, 則用此種方法所決定之分子的 Loschmidt-Avogadro's 常數尚嫌太小, 所以要估量 Brown 運動與散射, 都應該避免光的照射和火花。

#### 4. 光線中物質的聚積

作者在其容器中察知施用較多量之光綫時, 質點之聚積即為迅速, 此種現象我們不得不解釋為感生之極的互相吸引, Fachini(36)在液中觀察光滲, 亦發現此種情形, 並且短波光線增加膠狀質點之大小較長波光為迅速(81)。

#### 5. 晶體的向光增長

作者指導之某學生於觀察光滲後, 分別集合所有光負與光正的矽質點使之單獨沉澱於石英板上[方法見(54, 82)], 發現光正質點均為非結晶的, 而光負質點均為結晶的, 容器周圍之玻璃上向光和背光兩面均有沉澱發生, 此實為結晶。



體向光生長之明例(曾統計50個以上的質點),我們又觀察得(80)易昇華的物質如樟腦與碘,在容器內有光綫射入之窗口的玻璃窗上沉澱甚多,而不沉澱於不與光接觸的較冷較暗的器壁,此種現象表明光滲力非由於熱效應,這一點對於礦物學者,諒必富有興趣。

### 6. 對於物質的穩定動力(Pondermotive Force)

如果光使物質感生電荷與磁荷,而且猶如在實驗的情形下一般,光束中除熟知的振動場外尚有電場與磁場(57),則除光壓以外,應還有穩定動力,產生於光中穩定不變的成份和感生的荷,此種力亦有排斥與吸引兩種效應。

## V. 結 論

在電容器兩板(electrodes)間的質點被光照射時,其行動猶如帶有正或負電荷一般,所以我們以可說,經過光的作用後,未荷的質點即獲得正或負的單位極荷(unipolar charges)。

在容磁器兩板(magnetodes)間的質點被光線充分照射時,其行動猶如帶有單獨南磁極(磁荷)或北磁極一般,所以光線能產生單位極磁鐵(磁游子、磁荷)。單位極的質點在均勻 $E$ 或 $H$ 中沿場的方向運動,且運動的方向隨場的逆轉而逆轉。此種同時兩方向之質點流,可直接藉顯微鏡(黑暗場所)觀察,我們能很真確的看到,在此種裝置中的電流值得注意的,即是如果以磁場代替電場,亦可以察得同樣之情形,僅憑見到的情形,簡直無法分辨當時究係施用磁場抑是電場,此二種效應之共通點,並不因產生磁游子必需藉用光線而致減少,不藉光線之助是否亦能使磁游子存在,尚待考究,猶記當發

現電流時，只知連結 Volta 電池的兩極，而無人能以解釋之。沒有模型可以描繪出 Volta 電池內的變化以幫助人們的想像，作者亦不欲以一模型來解釋產生游子的機構，……

很明顯的，上述結論引出很多的問題，例如我們必連想到是否有磁游子之導體存在及磁游子流所生之熱等。

本文要在說明一束光綫不僅產生熱，感生電，同時亦感生磁。我雖曾企圖將熱和機械力與電磁之力分離，但就普通之觀點言，尚未敢斷定在物理現象的觀察上是否完全可能。

### 再版附言 (1941 年 12 月 14 日)

#### 永久磁游子

最近作者與 Dr. Leo Banet 已察出不用光線所產的磁游子(單獨磁極，磁荷)。

(1) 在完全均勻垂直之磁容器裏，細鐵粉一部分從一板中心動向另一板中心，一部分保持靜止。

(2) 液體中懸浮之膠狀鎳質點，在均勻的鍍金鐵製磁板間之黑暗中，一部分動向南磁板，一部分動向北磁板，而成黑暗中的磁滲(magnetophoresis)。

在很多情形下，感光板上再有質點堆積。

其他事實，後當續告。

，至此我們已能明瞭上述應用光所產生之磁游子僅為普通磁游子之特別情形。

\*本文會摘要載於 Science Wkly. Vol. 94(1941). 232. 觀察此等現象之儀器設於 Carl Zeiss, Inc. New York.

#### 參考文獻

有 \* 標者爲作者與其學生合著者。

- \* (1) Ehrenhaft (F.), Wiener Berichte, 119 (IIa), 836.
- \* (2) Ehrenhaft (F.), Phys Ztschrft, 15(1914), 608.
- \* (3) Ehrenhaft (F.), Wiener Akad, Anz, 117(mai 1914), 4(3for 1916)
- \* (4) Ehrenhaft (F.), Phys Ztschrft, 18(1917), 352.
- \* (5) Ehrenhaft (F.), Ann der Phys, 56(1918), 81.
- \* (5a) Ehrenhaft (F.), C. R. 182(1926)1138, Phys Zeitschr, 27(1926), 859
- \* (6) Ehrenhaft (F.), Philos Mag, 11(1931), 140.
- \* (7) Ehrenhaft (F.), C. R. 190(1930), 263.
- \* (7a) Ehrenhaft (F.), Phil Mag, 11(1931), 140.
- \* (8) Ehrenhaft, Phys Ztschrft, 31(1930), 478.
- \* (8a) Ehrenhaft (F.), Phys Ztschrft, 33(1932), 673.
- \* (9) Ehrenhaft (F.), In: Congr Intern Phys Chim Biol, Paris(1937).
- \* (10) Ehrenhaft (F.), Phys Ztschrft, 39(1938), 673.
- \* (11) Ehrenhaft (F.), Phys Ztschrft, 33(1932), 673.
- \* (12) Ehrenhaft (F.), et Konstantinowski (D), Wiener Akad Anz, 11 (18  
mars 1920)
- \* (13) Ehrenhaft (F.), Reiss (M) et Wasser (E), Ztschrft f Phys, 60(1930)  
754: 67(1931), 519.
- \* (14) Ehrenhaft (F.), et Wasser (E), Ztschrft f Phys, 40(1926), 42.
- \* (15) Parankiewicz (I), Ann der Phys, 57 (1918), 489; Wiener Akad d.  
Wiss (11a), 177(1918), 1445.
- (16) Michand (F.), C. R., 168(1919), 770.
- (17) Epstein (P.), Mitt Phys Ges Zurich, 19(1919), 30.
- (18) Terada (T), Proc Phys Math Soc Japan, (3), 4(1922), 67.

- (19) Gerlach (W.), et Westphal (W.), Verh Ds. Phys Ges, 21(1919), 218.
- (20) Westphal (W), Ztschrft f. Phys, 1(1920), 92, 256, 431; 4(1921), 222.
- (21) Gerlach (W), Ztschrft f. Phys, 2(1920), 207.
- (22) Rubinowicz (A), Ann der Phys, 62(1920), 691, 716.
- (23) Rubinowicz (A), Ztschrft f. Phys, 6(1921), 405.
- (24) Rubinowicz (A), Ztschrft f. Phys, 36(1926), 540.
- \* (25) Laski (G), et Zerner (F.), Ztschrft. f. Phys, 3(1920), 224.
- \* (26) Satyendra Ray, Ann der Physik, (4) 66(1921), 71.
- \* (26) Laski (G) et Zerner (F ), Ztschrft f. Phys, 6(1921), 411.
- \* (27) Mattauch (I), Wiener Akad Ber. 129(11a)(1920), 867.
- \* (28) Mattauch (I), Phys Ztschrft, 23(1922), 444.
- \* (29) Mattauch (I), Ann der Phys, 85(1928), 967.
- (30) Hettner (G), Ztschrft f. Phys, 27(1924), 12.
- (30a) Patterson (S) & Whytlaw Gray (R), Proc Leeds Philosoh Lit Soc  
Scient Sect, 1(1926), 70.
- \* (31) Sexl (Th), Ztschrft f. Phys, 52(1928), 249.
- (32) Halpern (O.), Ann der Phys, 73(1924), 457.
- (33) Hattner (G.), Ztschrft f. Phys, 37(1926), 179.
- (34) Satyendra Ray. Koh Ztschrft, 45 Heft, 1(1928).
- \* (34a) Brings (Th), Zeitschrft f. Phys, 60(1929), 759.
- (35) Barkas (W. W.), Philos Mag, 2(1926), 1019, 9(1930), 505.
- (36) Fachini (G), Koll Ztschrft, 56(1931), 40.
- \* (37) Placzek (G), Ztschrft f. Phys, 49(1928), 601.
- \* (38) Selner (P), Ztschrft f. Phys, 71(1931), 658.
- \* (39) Reeger (E), Ztschrft f. Phys, 71(1931), 646.

- \* (40) Wilflinger (E), Ztschrift f. Phys, 71(1931), 666.
- \* (41) Lustig (A) et Sollner (A), Ztschrift f. Phys, 79(1932), 823.
- (42) Whytlaw-Gray (R.) et Patterson (H. S.) "Smoke A Study of Aerial Disperse Systems" London, Edward Arnold & Co.(1932).
- \* (43) Isser (G) et Lustig (A), Ztschrift f. Phys, 96(1935), 760.
- \* (44) Gastelliz (H.) Ztschrift f. Phys, 94(1935), 677; 98(1935), 536.
- \* (46) Grotzinger (G), Phys Ztschrift, 38(1937), 766.
- (47) Debye (P), Ann der Phys, 30(1909), 57.
- (48) Schwarzschild (K), Munchner Ber, 31(1902), 293.
- \* (49) Zerner (F.), Phys Ztschrift, 20(1919), 93.
- (50) Bredichin S. Petersburg (1903).
- (51) Lebedew (P), Astr Ges S. Petersburg, 37(1902), 220.
- \* (52) Reiss (M.), Physik Zeitschr, 33(1932), 185.
- \* (53) Ehrenhaft (F.), Ann de Phys, 13(1940), 151.
- \* (54) Ehrenhaft (F.), Phys Zeitschrift, 39(1938), 655.
- \* (55) Ehrenhaft (F.), Phys Rev, 57(1940), 562, 659, Also Phys Rev., June 1, 1940.
- \* (56) Ehrenhaft (F.), Jour Frank Inst, Sept 1940, 381.
- \* (57) Ehrenhaft (F.), Stationary electric and magnetic field in beams of light; Letter to the Ed. of Nature, London, Jan 4. 1941, P. 25.
- \* (58) Ehrenhaft (F.) & Banet (L), The Magnetization of Matter by Light; Letter to the Editor of Nature, London, Vol 147 P. 297, March 8. 1941.
- \* (59) F. Ehrenhaft & L. Banet, "Is There True Magnetism or Not?" Philos of Science, 8. No. 3, 1941.
- \* (60) Ehrenhaft (F.), Wiener Berichte, 116(IIa), 1907, 1175.

- (61) Peregrinus (P.), De magnete etc, Chapter V, Letter of Augnot 12, anno 1269.
- (62) Norman (R.), A New Attractive, Chapter VI, Anno 1576.
- (63) Gilbert(W.), "De Magenete", Book IV, Chapter VI, anno 1628.
- (64) Joffe (A), Ber Bayr Ak. Mnenehen, 1913, 19.
- (65) Meyer (E) & Gerlach (W.), Ann d. Phys, 45, 1914, 177.
- (66) Kelly (M. Z.), Phys Rev, 16, 1920, 260.
- (67) Luchsinger (F.), Archire Science Physique et nat, 1, 1919, 544
- \*(68) Scharf(K.) Zeitschr f. Phys 49, 1928, 827
- \*(69) Hake (M.), Zeitschr f. Phys, 15, 1933, 110.
- \*(70) Wasser (E) Zeitschr f. Phys, 27, 1924, 203.
- (71) Morichini (D.), Gilberts' Ann d. Phys, 45, 1813, 212, 46, 1814, 367.
- (72) Sommerville (M.), Gilberts' Ann d Phays 82, 1826, 495.
- (73) Zantedeschi (F.), Gilberts' Ann d. Phys, 92, 1829, 187.
- (74) Yon Baumgarther, Gilberts' Ann d. Phys, 85, 1827, 508.
- (75) Riess (P.) & Moser (L.), Gilberts Ann. d. Phys, 92, 1829, 563.
- \*(76) Ehrenhaft (F.), Wiener Ber., 123(IIa); 1914, P. 54.
- \*(77) Ehrrenhaft (F.), Phys. Zeitschrift, 15, 1914, 953.
- \*(78) Ehrenhaft (F.), Ann d. Phys., 56, 1918, 1.
- \*(79) See (55)
- (80) Raikow (P. N.), Chemiker Zeit, 1902, 1030.
- (81) Alexander (Jer.), "Colloidchemistry", Vol. 1, 1926, P. 362.
- (82) Ehrenhaft (F.), "The Micro-Coulomb Experiment"(Charge smaller than the Electronic Charge), Philosophy of Science, 8. No. 3, July 1941.
- \*(83) Ehrenhaft (F.), Science Wkly, 94, 1941, 232.

“科學”第 96 卷第 2488 號

1942 年 9 月 4 日

## 磁 游 子

(THE MAGNETIC ION)

Felix Ehrenhaft

著

Leo Banet

我們都普遍的相信,宇宙係由物質(化學元素構成的物質)和電組成,這個信念乃基於 Faraday<sup>(1)</sup>之觀察, Faraday 首先宣佈有些物體在均勻電場(electric field)內依電力線(electric lines of force)或逆電力線之方向運動,並且若電場之方向逆轉,運動的方向也隨之逆轉,此種物體, Faraday 稱之為游子(ions),電游子即是物體或質點帶有過量的正或負電荷(positive or negative electric charge).

我們業已知道產生電游子之法甚多,如摩擦,化學手續,光和藉其他具有游離能力之物(如鐳 radium)等皆是,要改變這些游子所荷之電量,亦可用這些方法。

因為我們一直認為沒有真實磁荷(magnetic charge)存在,近世紀中,磁(magnetism)僅充次要角色,不論一個物質或質點怎樣細小,總假定他帶有等量的南北磁,此種觀念係由於物體在均勻磁場(magnetic field)內猶如磁針(magnetic needle 或 dipoles)在地磁場(geomagnetic field)內一般,必沿力線方向靜止,位置不生轉動<sup>(2)</sup>,故使人以為作用於南北兩極之力相等,而相信宇宙上僅有兩端正負磁量相等之磁體存在, J. M. Amper 更以為每個磁鐵(magnet)或磁針的效應,均可以圓形電流(electric currents)代替之,故帶有過量磁荷的質點或物

體根本不能存在。

然而 F. Ehrenhaft<sup>(3)</sup> 在均勻之強磁場下對於極小而可動性甚大小之物體實行精確的實驗，發現各種元素的質點如鐵、鎳、銻等若被光線照射，即順或逆磁力線 (magnetic lines of force) 的方向而動，此種現象 F. Ehrenhaft 稱之為“磁光滲” (magneto-photophoresis)。若將該項質點懸在氣體中，則有的向北磁板 (magnetrod) 移動，有的向南磁板移動，有的保持靜止。如果磁場的方向逆轉，質點也逆轉其運動方向，磁場移去，質點的運動即立刻停止，運動速度隨照射光線之強度而增減，而且這些被試物體朝反對方向互相比肩而過。

按諸 M. Faraday 和 J. C. Maxwell 的觀察，則必斷言<sup>(4)</sup> 此等受均勻磁場之影響而有顯著運動之物體帶有過量的磁荷，故此等物體，我們認為即是磁游子，並且 Ehrenhaft<sup>(5)</sup> 已經證明磁流 (magnetic current) 的存在，此等磁游子流動即是磁流。

光既能激發電游子，亦能產生磁游子，在均勻磁場內運動的質點即是磁游子。

下述最近之實驗，說明由光所產生的磁游子僅為很多普通現象中之特殊情形，這些實驗進行於一個 Ehrenhaft 容器 (condenser)<sup>(6)</sup> 內，此容器的兩板 (直徑 8 m. m., 相距 2 m. m.) 為鐵製圓柱體之底，可以產生垂直磁場，而且磁場的方向可以任意逆轉，需要時還可施用一個可逆轉的電場，但兩場嚴密的互相獨立，所有的觀察均實行於顯微鏡 (n. a. 0.36) 中的黑暗場所內。

如果放置少量的細粉末如鐵、鎳、錳、銻、銻等於下面的磁



板中心,我們即可察得俟磁場施用後,一部分質點即動向上面的磁板,另一部分靜止不動,同樣如果放置一些質點於正面的磁板,則磁場施用後,一部分質點動向下面的磁板,另一部分亦保持靜止,我們亦可聯合二者同時實行,則可同時察得有些質點動向南極板,有些動向北極板,他們所荷的磁與所動向之板異名,結果此等質點自動的沿磁力線方向靜止於板上,且互相平行,均與板面垂直如磁針一般,此等磁針與 De. la Hire<sup>(7)</sup> 在不均勻磁場中所見者頗為相似,作此實驗既可以不用光,可見物體或質點受磁場之影響,即使在黑暗中亦能發生運動,應加注意者,我們若將一板略為傾斜,磁場即變為略有不均,如此即易於辦出兩種運動,此時所有鐵磁體 (ferromagnetic substance) 質點均向力線較稀的一側運動 (M. Faraday)<sup>(8)</sup>,不隨場逆轉,但有些帶磁質點,同時仍循力線方向向磁板運動,且與磁場同時逆轉方向,我們又能把質點懸在兩板間之氣體中而不置於磁板上,再利用散射光線,則亦能察得此種向兩板的運動,且在多數情形下,隨磁場的逆轉而逆轉。

而且,在液體中亦可察得此種運動,故實非假定磁荷存在以解釋之不可,例如,鏷<sup>(9)</sup>的膠狀質點或粉狀質點懸於不同之液體如水草、麻油、油、石油等中,受磁場之影響時則動向鍍金的磁板,而終於聚集板上。

顯然,此種現象與我們已知之電滲 (electrophoresis 或 cataphoresis) 現象極為相似,應該名之曰磁滲 (magneto-phoresis),由於顯微鏡照像的結果,知道它們的聚積與電滲中的聚積狀態亦極為相似,我們亦能觀察個別的質點在互相獨立的

二均勻電場或磁場中的運動，那麼即可知道質點在兩種場中之行動極為相似。值得注意者：銅質點之性質特殊，它僅在電場裏運動而不在磁場裏運動。同時有些鐵質點則只在磁場裏運動，而不在電場裏運動。

爲了解釋所有觀察到的關係，磁游子的現象我們不得不像解釋電游子現象一樣，提出一些類似的假定（如荷的改變、空間荷和雙層面）。準此，則質點時常自動的改變其運動的方向和速度，可以解釋爲其荷量的改變。我們已能藉輻射、光、摩擦來人工的改變磁荷，然而鐳的輻射雖然易於改變電荷，却全然不能改變磁荷。

由於磁游子的發現，我們可以斷定Ampere的假定<sup>(11)</sup>——每一磁鐵的效應均能由一圓形電流來代替——不能普遍有效，因爲我們不能把它引用於上述簡單實驗證得的帶有過量磁荷的物體。由於磁游子的發現，亦可使我們斷定前面所說之磁流確實存在。

單位磁流的規定是每單位時間內流經單位截面積的單位真磁量數，一單位真磁量就是兩等量磁荷在真空中相距一厘米作用力爲一達因時各個所具的磁量。

其他的實驗容後再行報告<sup>(12)</sup>。

(1) M. Faraday, *Exp. Res. in Electr.*, Vol. 1, VIII, 665, 1839

(2) R. Norman, "A New Attractive," etc. Chapter VI *Omno 1576 W.* Gilbert, "De magnet" etc. Book IV Chapter VI anno 1628.

(3) F. Ehrenhaft C. R(Paris. 190: 263, 1930; *Phys. Zeitschrift* 31, 478, 1930; *Thil Mag* XI 140, 1931.

(4) J. C. Maxwell "Treat El. et Magn" Ed Oxford, 1873 art. 377-379.

---

(5) F. Ehrenhaft, Jour. Franklin Inst. 230 581, 1940; Nature (London) 147, 25, 1941, Science, 94, 232, 1941 Jour Franklin Inst, 232, 235, 1942.

(6) F. Ehrenhaft, Sitz. Berichle der Wiener Ak. D. Wiss. 119 (11a) 815, 1910; Phys Zeitschr, 11 619, 1910, Ann der Physique, Paris, 13: 151, 1940, Philosophy of Science, 8: 3 1941, "The Microcoulomb Experiment" (Charger smaller than the electronic charge).

(7) De la Hire, Memoir de l' Acad Roy des Sciences des Paris, anno 1717.

(8) M. Faraday, Exp Res in Electr etc, Vol III XXI, 8455, 1855.

(9) F. Ehrenhaft, Akad Anzetter d. k. Ak. d. Wiss Wien, July 10 1902, No XVIII.

(10) F. F. Rpuss, Mem Soc Imp des Naturalistes de Moscon, 2, 327, 1809.

(11) J. M. Ampere "Expose de Nony dec Sur l' electr et le magnet" Paris 1822.

(12) 上述實驗係由作者指示,在 Carl Zeiss Inc. New York 作成.

“物理評述”第 65 卷第 910 期

1944 年 5 月 15 日

## 利用所謂永久磁鐵之分解水及磁流強度之度量

(The Decomposition of Water by the So-Called  
Permanent Magnet and the Measurement of the  
Intensity of the Magnetic Current)

很多現象顯出磁流 (magnetic current) 之存在。物體在均勻磁場 (magnetic field) 內帶有過量的北磁荷 (magnetic charge) 或南磁荷而向兩端運動<sup>(1)</sup>，其方向隨磁場的逆轉而逆轉，即構成磁流。故從事靈敏的實驗時，Peregrinus 的實驗即變得極其尋常了。Maxwell 所提出的分斷實驗<sup>(2)</sup>說：無論分斷如何小的磁鐵 (Magnet)，皆能得到極強相等的兩磁鐵，可惜不可見於過去科學的記載，亦不可見諸實行。這種理想的實驗自然不能證明沒有真實的南北磁荷存在，因為每一分斷即生收縮，每一收縮即產生磁。

利用電磁鐵 (electromagnet) 分解水使成氫與氧<sup>(3)</sup>時，同一平面內之帶有正負荷的物體和氣泡在定常的均勻垂直磁場內同時互相反向的運行，其運動方向隨場的逆轉而逆轉<sup>(4)</sup>，即可證明磁流之存在，與我們推斷有電流 (electric current) 存在時的根據相同。

我們已經察知稀酸裏放出之氫氣泡及三氯化鐵溶液中析出的氫氧化鐵質點皆荷有正電，自電磁鐵之南極看去時，它們皆依反時針方向運行；但稀酸中的氧氣泡與硫酸銅中的銅質點皆帶有負電荷，自電磁鐵之南極看去時，他們係依順時針方向運行。由此可知如果液體本身亦帶有荷，則亦

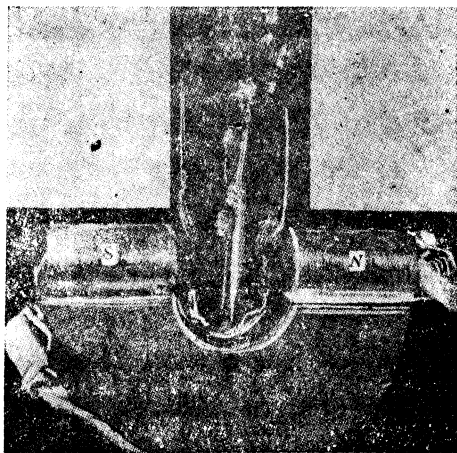
必如此運行,這也就證明了磁流的存在。

永久磁鐵亦能分解水,在磁解(magnetolysis)過程中,永久磁鐵失去極強,我們可藉以量度磁流之強度,此項實驗所用之磁鐵與池(cell)如圖 1 所示,一個半圓形的 Alnico Blue Streak 磁鐵,外半徑 5.1cm,厚 1.75 cm,兩 Swedish 軟鐵的極片固定其正,其一隔以紙板以對電絕緣,兩極之間有金屬連絡,極片通過橡皮塞固定於玻璃池內,玻璃池以玻璃板分隔為二等分,隔板上穿有四孔,均塞所海綿,使兩部份的液體可以接觸,而兩端所發出之氣

體得以分開的收集,另外一種裝置係用兩個磁鐵,此種情形磁鐵係在水平位置,兩北極對着一極板,兩南極對着另一極板,這兩種裝置因為兩極有金屬連絡,其結果鐵片的兩端浸於溶液之內,應用稀硫酸體積的百分率為 4,

有四點必須特別提出:第一,放出之氧氣的體積在一致的情形

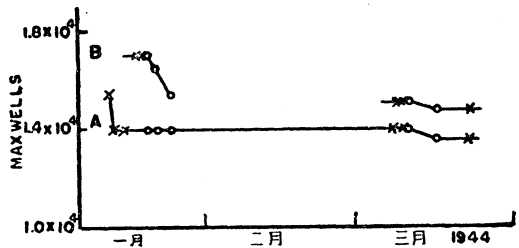
下,施用磁場時較沒有磁場而氫由於化學作用組成時為大,有一種情形,前者較後者增加 8.3%,用電磁鐵時亦有此種現象第二,施用磁場時即無純粹之氧放出,兩極均出放氫氧混



圖一 Alnico Blue Streak 磁鐵外半徑 51mm 內半徑 15-8mm,厚 17.5mm,極片為 Swedish 軟鐵圓柱形,直徑 10mm. 長 12.5mm. 止於直徑 6mm 之截頭圓錐體上,人若在南極觀察,則見氣泡之運行為反時針方向的。

合氣,但氧之百分率在北極必較南極為大.有三次分別是: 1.43% 與 1.12%, 0.87% 與 0.57%, 及 0.25%, 0.16%, 故磁之有兩端性由此亦得一證明.永久磁鐵之場強小於以前使用電磁鐵之場強的 1/10, 應用電磁鐵時,得到的混合氣體包含 1—12% 之氧.由此及其他的觀察可知放出的氧的百分率與場強及酸度有關.

第三,當磁解進行時所用的 A、B 兩磁鐵均失去其極強之大部.圖二繪出極強與時間的關係.在每次磁解過程的前後,作者均用簡單的方式藉線圈及衝擊電流計 (ballistic galvanometer) 決定出磁鐵的通量值係在穩定狀態<sup>(6)</sup>.同時,二磁鐵分別用於不同的實驗,發見 A 在 24 小時內失去 1500 maxwells, B 在 108 小時內失去 1600 maxwells. 兩月以後用上述裝置 A、B 合用,於 101 小時內共失 670 maxwells, 由此等數字甚易計出每秒所失去的 gauss 數,而立知兩極面間磁流之平均強度的絕對電磁單位數.如果也像量度電一般定出大  $3 \times 10^9$  倍的實用單位,則可得磁流強度之實用單位數,在第一種情形為  $9.4 \times 10^{-13}$ , 第二種情形為  $2.2 \times 10^{-13}$ , 第三種情形為  $1.0 \times 10^{-13}$ .



圖二 Alnico 磁鐵之極強量度

第四,當放出之氣體中有氧出現時,即表示水正在被分解,永久磁鐵便失去其極強之一部.由於氣體氣泡繞水平磁場的軸運行,亦可證明磁鐵的能在消耗.由南極看去,單憑肉

眼即可看出此等氣泡反時針方向運行,此種運動甚至使它們反抗浮力而向下。

上述氣泡繞電磁鐵運行,顯見係帶有電荷,我們已知帶有靜電的物體或物質流動——所謂傳導電流——達相當速率時所生之磁場得以影響外界磁場 (Rowland 之微粒線),而由上述實驗顯見磁場亦施力於靜止場內的荷電物質。氣泡的運行實即 Oersted 實驗的相反情形, Oersted 發現接於 Volta 電堆兩極之導線旁的磁針發生偏轉, Ampere 解釋為單獨磁極環繞載有電流之導線運行,此處所述現象,則表示單獨電荷繞磁流運行。

現在人們皆相信宇宙中僅有兩種普通的力,即重力與電流的磁作用 (Oersted Boit Sarat Lorentz)<sup>(7)</sup>。但於此又得了第三種力,即磁流的電作用。前面已述用磁的方式度量磁流強度,而由此第三種力又可得出下式以決定磁流強度,即

$$\int E ds = I_m.$$

Oersted 發現(用他自己的話來說)接於 Volta 電堆兩極之金屬線周圍存在輪形磁場,此處所述者則為電磁鐵或永久磁鐵之極的周圍存在輪形電場。在 Oersted 的實驗中電堆失去極強,上述實驗中則永久磁鐵失去極強。Oersted 的實驗可以動電的轉動解釋之,此處之實驗即可用動磁的轉動解釋。兩種轉動均為消耗能量的結果,前者係取給於伏特電堆,後者則係取給於永久磁鐵。

如果僅僅應用一單獨磁極作用,除去另一極,則正如 Faraday 之實驗,使磁極固定,導電線可動,則導線必繞單獨磁極而轉動,此即電動機原理。反之,按照作用與反作用原則,如

果導電線固定，而單獨磁極可動，則亦可得電動機。

將此種新的情形與上述之例相較，若有二固定磁極和可動的帶電物質繞磁流轉動，則在原則上即是磁動機。這是第三種力之作用。雖然目前尚不能說出如何利用這第三種力所驅使的磁動機，但是最重要者厥為更清楚的解釋，此兩個不可分的雙生子——磁與電——的關係，考究它們的交互作用，並且決定將來是否能使用一個符號來解釋。

1. F. Ehrenhaft, Comptes rendus, 190, 263 (1930); Physik, Zeits, 31, 478 (1930); Phil Mag, 11, 140 (1931), Ann de Physique, 13, 151 (1940); J. Frank, Inst, 230, 381 (1940), *ibid*, 233, 233 (1942), Nature, 147, 25(1941); Science, 94, 232 (1941); *ibid* 96, 228 (1942); E. Reeger, Zeits f. Physik, 71, 646 (1931).

2. J. C. Maxwell, Treatise on Electricity and Magnetism (Ed. Oxford 1873) 377—379, etc. F. Ehrenhaft, J. Frank Inst, 233, 242—243 (1942).

3. F. Ehrenhaft, Phys Rev, 63, 216, 461 (1943).

4. F. Ehrenhaft, Phys Rev, 63, 461 (1943); 64, 43(1943), 65, 62, 256 (1944).

5. 此化學分析係於作者及 Richard Whitall 在場時由 Foster D. Snell Inc., Brooklyn, New York 作成。此項決定係藉助於 Hempel Pipet 內之鹼化物。

6. 藉線圈及衝擊電流計 (Rawson fluxmeter) 之量度，係由 Nilsson 電學實驗室 H. O. Nilsson 作成。作者及 Richard Whitall 亦曾為之。

7. H. A. Lorentz, Encycl d. Math Wiss 5. 2. 166 A. Becker Theorie der Electricital Vol. II Electronentheoric (Neubearbeitete auflage Von Max Abraham, 1933).



---

註1 作者應感激 Richard Whittall 幫同用位計(Potentiometer)量度兩極間之位差,這在每一實驗中均屬需要,通常係 0.001 之級次或更小.在兩極未用金屬連絡之實驗中,此種分析表示氫之放出.

1944年6月20—24日

## 電與磁\*

Felix Ehrenhaft 製於美國物理學會 Rochester 會議

下表每橫列所載之電(electricity)與磁(magnetism)之現象,顯示出每一種電現象均有與之相當之磁現象.

## 電

1. 物體在均勻電場  
(electric field)內必循電場之  
方向運動,且運動之方向隨  
場之逆轉而逆轉,可於顯微  
鏡中之黑暗場所內見之.

電游子 (electric ions)—  
Faraday 1830

電針 (electric dipoles), 電  
石 (electrets).

2. 摩擦產生正負電荷  
(electric charge)

3. 電滲 (electrophoresis).  
Reuss, 1809.

4. 物質聚積於電場中.

5. 電光滲 (electrophoto-  
phoresis)—1920, 1928 物體在  
均勻電場中受強光照射時

## 磁

1. 物體在均勻磁場  
(magnetic field)內必循磁場  
之方向運動,且運動之方向  
隨場之逆轉而逆轉,可於顯  
微鏡中之黑暗場所內見之.

磁游子 (magnetic ions)  
—1930, 1941

磁針 (magnetic dipoles),  
磁石 (magnets).

2. 摩擦產生正負磁荷  
(magnetic charge) 1941.

3. 磁滲 (magnetophoresis),  
1941.

4. 物質聚積於磁場中,  
1941.

5. 磁光滲 (magnetopho-  
resis)—1930. 物體在均勻磁  
場中受強光照射時即順或

即順或逆場的方向而運動,運動之方向隨場的逆轉而逆轉,運動之速度爲場強與光強度的函數。

6. 電解 (electrolysis) 水, Carlisle 與 Nicholson, 1800 等。

7. 電解過程中, Volta 電堆 (Volta's pile) 失去極強。

8. (a) 接於 Volta 電堆兩極之金屬線周圍存在輪形磁場, 1820。

(b) 接於 Volta 電堆兩極之金屬線旁所置之磁針發生偏轉, Oersted, 1820, Amper 解釋爲單獨南磁極或此磁極之運行, 南北磁極之運行方向相反。電流強度 (intensity of electric current) 的磁的量的度法係以攜帶單位磁

逆場的方向而運動, 運動之方向隨場的逆轉而逆轉, 運動之速度爲場強與光強度的函數。

6. 磁解 (magnetolysis) 水, 十九世紀 A. Fresnel 開始嘗試之。1820 年, Ehrenhaft 於 1942 年用電磁鐵 (electromagnet) 完成分解水。1944 年與 Whitall 改用永久磁鐵完成之。

7. 磁解過程中, 所謂永久磁鐵失去極強。

8. (a) 接於電磁鐵或所謂永久磁鐵兩極之與電絕緣之鐵線周圍存在輪形電場, 1942, 1944。

(b) 液體中帶有單獨正電荷或負電荷之氣泡或液體及氣體中帶有單獨正電荷或負電荷之固體質點, 以相反之方向運行於均勻垂直磁場內或環繞磁場轉動。磁流強度 (intensity of magnetic current) 的電的量的度法係

極繞電流一週所作之功爲準。

9.

10. 單獨電荷運動產生磁場, Rowland, 1876.

以攜帶單位電荷繞磁流一週所作之功爲準, 1942—3.

9. 氣體或液體中有均勻垂直之磁場存在時, 其中之氣泡或質點作上下的螺旋形運動, 運動速度之級次前者爲  $10^{-2}$  cm./sec., 後者爲 1 cm./sec.

10. 單獨磁荷或磁極運動產生電場, Faraday之感應實驗, 1831.

11. 鐵鎳的微小質點在大氣壓之氣體中受光之照射, 即在地磁場 (geomagnetic field) 內同時向兩極運動, 當地磁場被另一等值反向之磁場抵消時, 運動即停止, 此等等值反向之場除去, 運動又恢復. 若此反向之場強於地磁場時, 則運動之方向逆轉 (1940年 F. Ehrenhaft 印出之 1938年 Nissen Judenberg 之 Ph. D. 論文).

\*本表原名“磁流”, 爲別於第一篇計, 譯者將其改名“電與磁”。

## 美國物理學會會報

(Bulletin of The American Physical Society)

“由下述摘要得以窺見證明磁流存在之實驗經過

Flix Ehrenhaft 於 1943 年聖誕節

**New York 會議**

地點 Columbia

日期 1940 年 2 月 21—24 日

38. 關於與光波波長大小相若的質點的新證據, 前 Vienna 大學教授 Felix Ehrenhaft (W. L. Severinghaus 介紹)——正確的量度直徑與光波波長相若的物體的老問題, 已藉顯微鏡下之精細工作推聚兩個等大的球而達成, 疊置這些像可藉以決定那些球的真正大小, 同時, 球的落下速度, 在幾次高氣壓下, 已藉 Stokes 定理量得, 從這公式, 亦能得到直徑的數值, 其結果與從上述獨立方法得來者恰巧一樣, 此外尚可利用球落下的速度和密度, 用光學方法決定其大小, 其結果亦與肉眼能見之物體恰巧一致, 此種精確的方法, 對於作者決定單獨球的電荷之法, 光滲 (photophoresis) 的新問題及物體受光的影響而運動等項, 均為極重要之例, 將光滲解釋作為光壓 (Kepler)——光正 (light positive) 與輻射 (Crookes) 力 (radiometer force)——光正或光負 (light negative) 之不同的作用, 遇到幾個嚴重的困難, 即反射性強的銀質點可向光運動 (光負), 而且最重要的, 在液體中也已找到級次相同的吸引力, 而液體中沒有輻射存在。

**Providence 會議**

地點 Rhode 島 Brown 大學

日期 1941 年 6 月 20—21 日

18. 光滲, 單位極磁量 (unipolar magnetism) 的存在問題及其應用, Felix Ehrenhaft (W. F. G. Swann 介紹)——光滲現象的

解釋,引出新的結果,即是磁光滲 (magnetophotophoresis) 中之“顫動效應”(trembling effect),光影響下物質的聚積,晶體的向光增長及光對於 Brown 運動與散射之影響等,在單位極磁游子 (ion) 的假定下,從這些量度亦可決定磁荷的大小,我們已指出反對單獨磁極存在的實驗之無用,今再就其存在加以討論。

### Baltimore 會議

地點 Johns Hopkins 大學

日期 1942 年 5 月 1—20 日

9. 氣體中之磁流 (magnetic current), Felix Ehrenhaft, —— 爲與電游子的定義相似起見,我們定義磁游子乃是一種物體在均勻磁場 (magnetic field) 內隨力線 (lines of force) 之方向運動,且隨場的逆轉而逆轉其方向等,磁流是均勻磁場內磁游子運動的結果,作者因爲觀察到前人未知這種運動,故不得不作此種物理概念上的擴充,在均勻磁場內各種細小金屬粒中之一部,特別是鐵磁體 (ferromagnetic elements) 的粉末,從均勻磁板 (magnetode) (磁容器 magnetic condenser) 之一板動向另一磁板,另一部份保持靜止,懸在空氣中之質點被光照射時,即在磁場內循力線的方向運動,且運動的方向隨磁場的逆轉而逆轉,作者爲要討論如何決定游子上的荷量及荷量之改變,曾與 L. Banet 合作很多實驗,現在作者僅就氣體中觀測之結果報告,下面 L. Banet 將報告液體中質點的運動和一些可供參考的事實。

10. 液體中之磁流, Leo Banet (Ehrenhaft 介紹) —— 上述磁流與磁荷之定義亦可適用於液體媒質中,我們曾察得鎳的膠狀質點<sup>(1)</sup>等量地儲聚於兩均勻鍍金之磁板上,由顯微鏡的裝置可以察得單獨膠質點向磁板運動,一些最細的金屬

粉粒在各種液體中之磁場內向磁板運動,磁場取消,則運動立刻停止,磁場恢復,運動亦立刻恢復。

(1) F. Ehrenhaft, Anzeiger d. Kais. d. Wiss. Wien, 24 (July 10, 1902); Phil. Mag., 11, 1931(1940); Ann. d. Physique, 13, 151(1940); I. Frank Inst., 230, 381 (1940), Phil. Sci., 8, No. 3(1941); Science 94, 232 (1941); J. Frank Inst., 235 (March, 1942), F. Ehrenhaft & L. Banet, Phil. Sci., 8, No. 3(1941); J. C. Maxwell, Treatise art 377-379(Oxford 1902).

**New York 會議** 地點 Columbia 大學

日期 1943 年 1 月 22-23 日

1. 磁鐵(magnet)分解水(磁解 magnetolysis) Felix Ehrenhaft, 一微小的質點,尤其是磁鐵體在均勻磁場內運動,運動的方向隨場逆轉,前次業已證明,根據 M. Faraday 與 J. C. Maxwell 之觀察,則必認為此等質點係荷有過量的南磁荷或北磁荷,而應名之曰磁游子,因此必有方程式  $\text{div} B \cong 0$ . 此等事實及磁光滲現象已發表於“科學”上.\* 其後我又發見於某種情形下,磁鐵能造成化學之合成與分解,由某種化學作用從兩磁板間之磁解液(例如含酸之水)中發出之氣體之量,因施用磁場而大為增加,且所得之氣體為氫氧之混合物,故可認為由於磁解即磁極分解,亦如電解或電極分解水一般,利用磁解,可得量度磁流強度之法。

此外尚須提及者,我們已經得到有同樣電位(electric potential)之磁板,只要用一金屬片代替磁鐵或有金屬連接的兩片。

\*Science, 94, 232(1941), 96, 228 (1942).

**Columbus 會議** 地點 Ohio, Columbus Ohio 大學

日期 1943 年 4 月 30 日及 5 月 1 日

8. 磁解與磁流周圍之電場, Felix Ehrenhaft, New York

——於以 Swedish 軟鐵造成之電磁鐵(electromagnet)的垂直圓柱形的兩極(即磁板,其底面組成一水平隙口,極直徑 8 mm,隙口1—2 mm)間含酸的水(體積1%的  $H_2SO_4$ )被分解為氫與氧,至此鍊金術者所謂以磁分解水的老問題得到了解決,當兩極浸於液體內而未磁化時,可以得到純粹的氫,一俟兩極磁化,則所得為氫氧之混合氣體(約2—12%的氧),放出之氣體總量正比於磁場(磁解第一定律),由於仔細的觀察,發現放出之氣泡或帶負磁荷或帶正磁荷\*,磁解與電解實非常相似,一羣帶有正電的氫氣泡逸出之後,磁板即變為短的電周路,每個正荷氣泡均繞兩磁板間有穩定磁流通過的空隙作圓運動,其方向隨場的逆轉而逆轉,恰似單獨磁極繞穩定電流作圓運動,且運動方向隨場逆轉(Oersted, Faraday)一般,故可知磁流的周圍有圓形的電力線環繞(量度磁流的第二種方法),此種現象可從攝得之照片看出,實驗情形則可去 New York, C. Zeiss Inc. 參觀,作者對於該處之招待很為感激。

\*Papers by F. Ehrenhaft & L. Banet, Physical Review and Science, 1941 & 1942.

State College 會議 地點 Pennsylvania State 學院

日期 1943年6月18—19日

5. 關於磁的其他事實, Felix Ehrenhaft, New York——

建立電流的假定,主因於下列三事:電游子的存在,水的分解(電解)及單獨磁極繞穩定之電流運行,現在此三者對於磁均已發現,即磁游子的存在,磁鐵分解水(磁解)及單獨靜電荷繞穩定之磁流運行,在顯微鏡中可察得不同的氣體氣泡和固體質點以相反的方向,同時繞磁鐵的軸運動,其運動方向均隨磁場的逆轉而逆轉,此等物體即帶有正或負電的靜電荷。



已存在的電動學定律 (Boit Savart H. A. Lorentz) 不能解釋此等新現象,因為他們所討論的均為靜止的靜電荷,電力的線積分即是磁流強度,與磁力的線積分即是電流強度同,磁和電已經表示出無與比倫之聯絡,這比 Faraday, Maxwell 和 Hertz 所建之聯絡密切,電動力學的公式應該擴充之使含磁流,此等實驗之顯微照像,得以證實並說明我之論文。

\*此等實驗可於 New York, C. Zeiss Inc 見到。

### Evantone 會議

地點 Illinois, Evanston, North-Western 大學

日期 1943 年 12 月 12—13 日

#### A11. 關於磁流的新實驗, Felix Ehrenhaft, New York——

自從現發磁游子、磁解水與圍繞磁流的電場以後,我們已在實驗上確定了磁流的存在,下面所述為此等實驗之繼續結果,在黑暗區域,我們察得微小的受試物體(例如銻、錳、鎳)在大氣壓的空氣下,環繞由磁容器(Swedish 軟鐵的磁極,相距 0.5—1.5mm, 直徑 6—12mm)產生的完全穩定的垂直均勻磁場作螺旋式或部分螺旋式的運動,在稀硫酸銅溶液內施用藍色光,即可見出在上述磁容器兩板間的黑暗區域內散佈的膠狀大小的質點,每個單獨膠狀質點均繞穩定的均勻垂直磁場作向上或向下之螺旋形運動,而最後靜止於上下兩磁板上,亦有我們熟知的沉澱在鐵板上的銅質點,由此處所述氣體或液體中之實驗,足證此等運動物體同時帶有電荷與磁荷;因其帶有電荷,故繞磁力線作封閉形的圓運動,又因其帶有南或北磁荷,故向上或向下運動,結果即合成此種螺旋運動<sup>(3)</sup>。

(1) Felix Ehrenhaft, Phys. Rev. 60, 169(1941); 61, 733(1942); 63, 216, 461(1943); 64, 43(1943).

(2) Remsen, see H. V. Juepter, La lumiere électrique 10, 468(1883).

(3) 此等實驗可於 New York, C. Zeiss Inc. 見到。

### New York 會議

地點 Now York Columbia

日期 1944 年 1 月 14—15 日

### B7. 關於磁流的繼續的實驗, Felix Ehrenhaft, New York——

茲有下述五獨立事實報告:(1) 質量在均勻磁場內運動,其方向隨場的逆轉而逆轉。(2) 如果浸入稀酸中的 Swedish 軟鐵片的兩端已經磁化成南北兩極,則有氧氣出現。(3) 正負荷的氣體氣泡或固體質點在同一平面內繞穩定的磁流運行,運行的方向隨電場或磁場的逆轉而逆轉。(4) 液體中亦如氣體中一般,可見到質點繞穩定垂直磁場作上下的螺旋運動。(5) 質點受光束的照射即磁化而帶南或北磁荷,此種現象非由磁流解釋不可。Stefan, Hertz 及 Heaviside 對於磁流似已預知,加磁流一名於動電學的方程式內(決定磁的亦為導磁係數及導磁率兩常數),則此等方程式關於  $H$  及  $E$  即成完全對稱。同時帶電及磁之質點的運動軌跡有三個自由度,不得不在均勻的電場或磁場下分別考察後,再在平行或垂直的聯絡兩種場考察。新的實驗將在“電解與磁解”一文中發表。

(完)

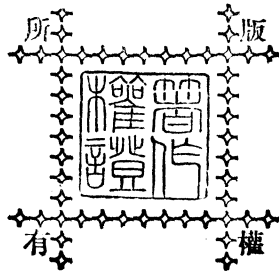
民國三十七年六月初版  
民國三十七年六月初版

大學  
用書  
電磁對稱與相對論 (全一冊)

◎

定價 國幣 五元

(郵運匯費另加)



著者 葛 旭 初

發行人 李 虞 杰  
中華書局股份有限公司代表

印刷者 上海澳門路八九號  
中華書局永寧印刷廠

發行處 各埠中華書局

(一三三七二〇中)

