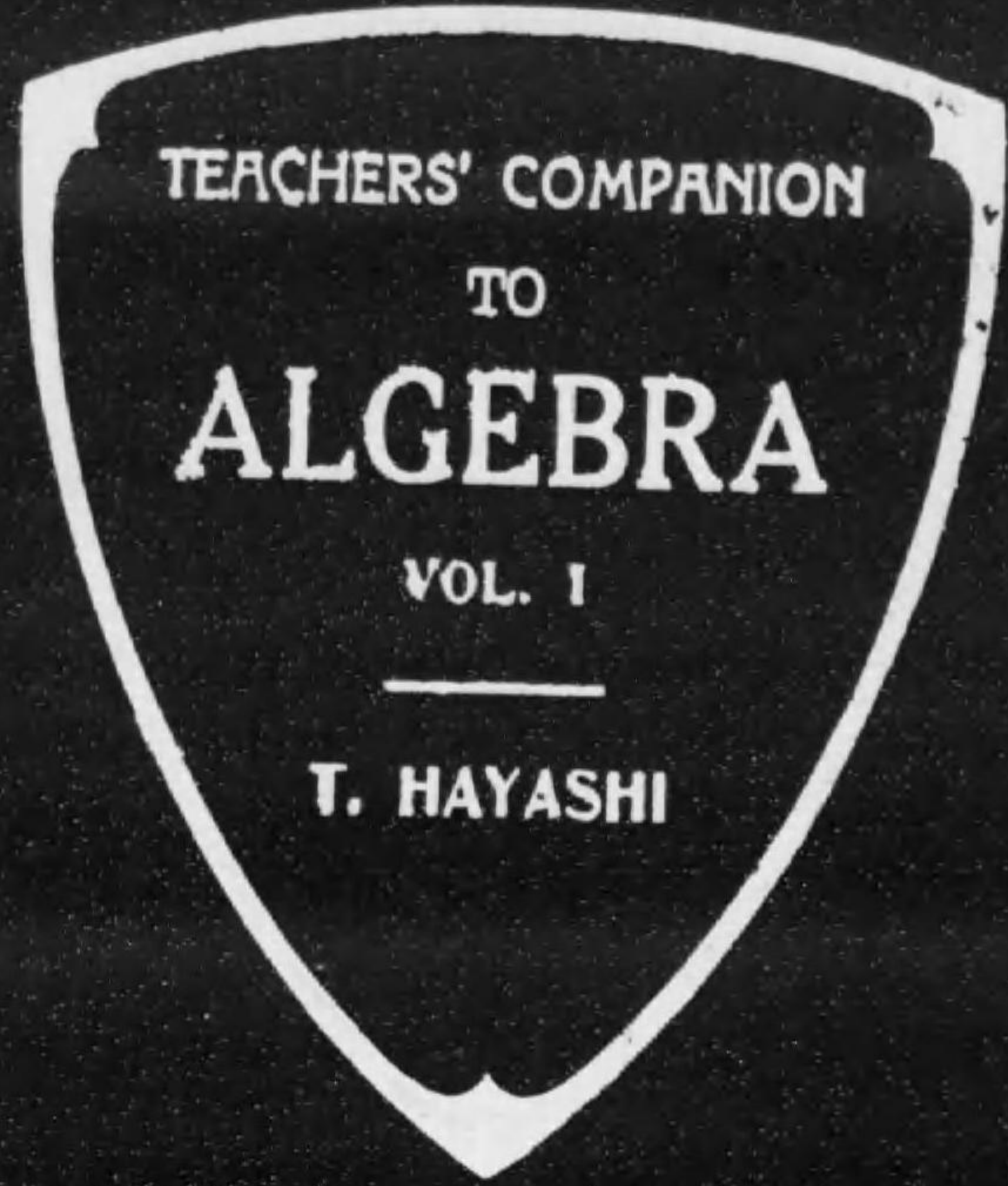
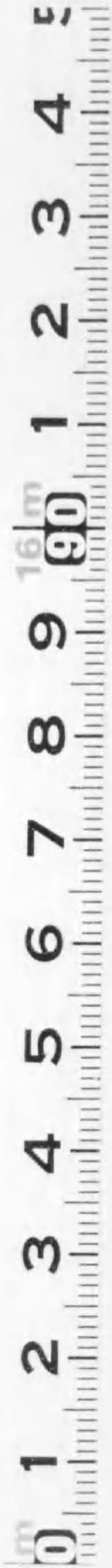




始



TEACHERS' COMPANION

TO

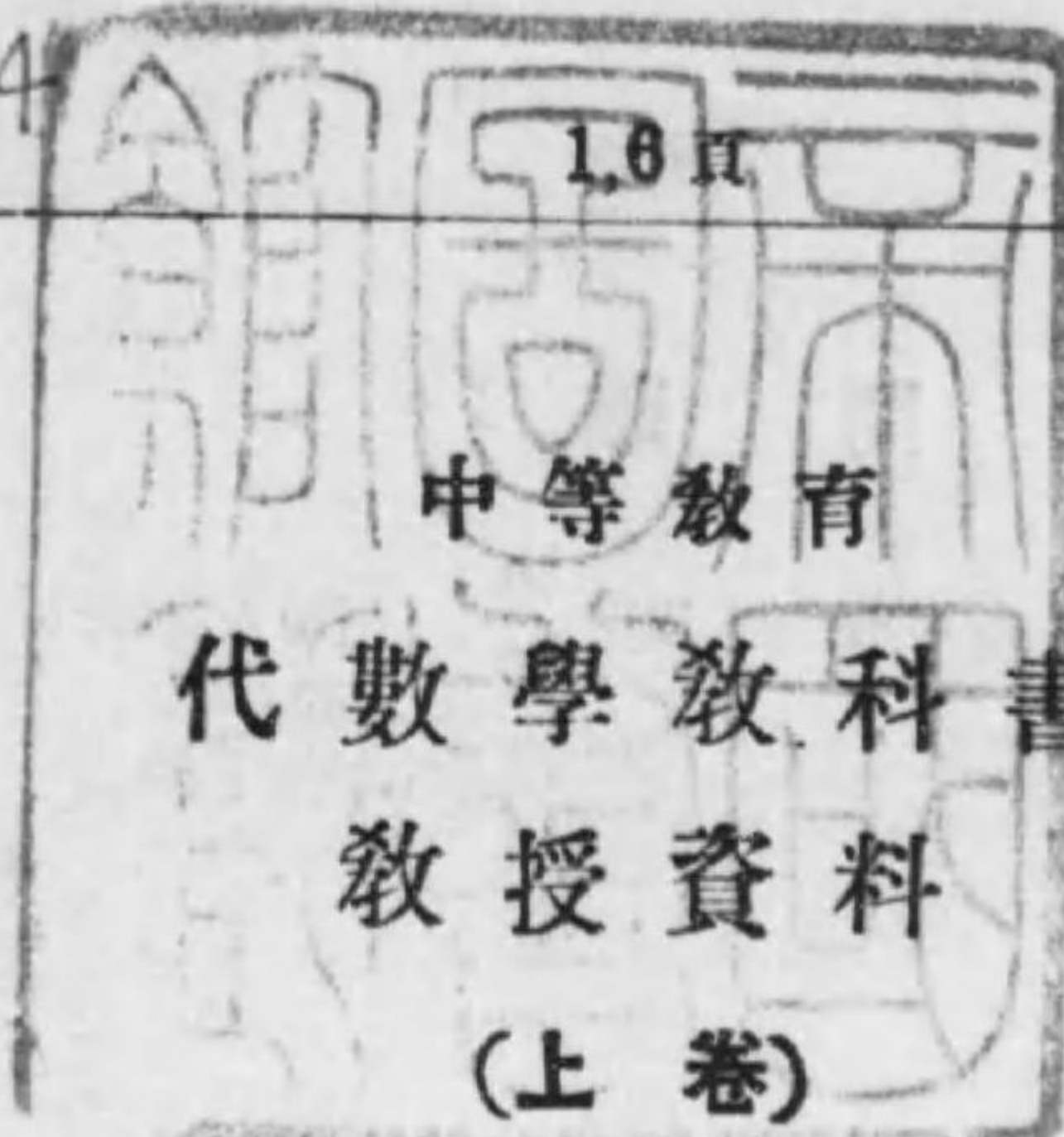
ALGEBRA

VOL. I

T. HAYASHI

持111

354



緒論

1. 代數學ノ目的.

此處ニ於テハ代數學ノ本領タル文字ヲ使用スル方法ト其便利ナルコトヲ説明スルヲ目的トスレドモ、唯其初步ノ程度ニ止メ深入リセザルヲヨシトス、又公式ニ就テモ其運用ヲ教ユルニハアラザルコトニ注意スルヲ要ス、又代數的解法ノ筋道ノ簡明ナルコトハ此處ニテハ説明スルコト能ハザルベシ、漸次進ムニ從ヒ適當ナル機會ニ於テコレが説明ヲナスコトヲ怠ルベカラズ。

4. 代數式ノ數値.

問 1. (1) 24 (2) 大 (正) 2 (4)

問 2. 10 15, 10, 19

問 3. 相等シ、而シテ a, b, c = 如何ナル值ヲ與フル

モ亦相等シ. 丙 交

問題 1

1. (1) $3x+4y-8z$ (2) $\frac{5a}{7b}$ (3) $3(a+b)$

(4) $\frac{m-n}{2}$

2. $50-x$

3. $\frac{100n}{m}$

4. $a+b+c=a+c+b=b+a+c$

$=b+c+a=c+a+b=c+b+a$

5. $a-b=(a+c)-(b+c)$

6. 二数ノ二分ノ一ノ差ハ二数ノ差ノ二分ノ一ニ等シ
キコトヲ示ス.7. 矩形 $S=bh$, 三角形 $S=\frac{1}{2}bh$, 51平方米

8. $\left(\frac{m}{3}+\frac{m}{4}\right)$ 時間

9. (1) 6 (2) 24 (3) $\frac{189}{4}$ (4) 15

11. $3x-10=x+4$, $x=7$

コレ方程式教授ノ準備ナリ.

第一篇

正数, 負数及ヒ其ノ四則

第一章 正数, 負数

問題 2

1. $+5, +3, +2, 0, -1, -2, -7$

2. $-\frac{2}{3} > -\frac{5}{7}$ 3. 2

4. -5 5. $-3, -7, 9$

6. 8 7. -35

8. 1 9. -80 度

10. 1000圓ノ負債, 20圓ノ支出.

11. 2度昇リテ零下3度トナリタルコト. 而シテ其ノ
始メノ温度ハ零下5度即チ -5 度ナリ.注意. 3ヨリ8マデノ問題ハ12頁ニアル数列ニヨリ
テ計算セシムベシ, 而シテ是等ハ加法及減法ノ基礎
トナルベキモノナルヲ以テ充分ニ了解會得セシムベ
シ.

第二章 加法及ヒ減法

第9節以下ノ説明ニ於テハ皆整数ヲ用キタレドモ、コレ説明ノ簡明ヲ圖ルノ目的ニ出デタルモノニシテ勿論分數ニテモ可ナルコトヲ示スベシ。

11. 零ノ加法.

問. $-210, -41, 7\frac{2}{3}, 0, -3, -\frac{1}{4}, -4\frac{1}{3}$

注意. 負數計算ノ規約及ビ其ノ根據(18, 25 頁注意)ニ就テハ立入りタル説明ハ避クルヲヨシトス.

12. 代數和.

問 1. [1] -8 [2] 0 [3] $-1\frac{3}{4}$ [4] a

問 2. -5

注意. 諸處ニ挿入セル問題ハ新ニ教授シタル事項ヲ練習セシメ、又應用セシメテ以テ教授ヲ徹底セシメ、智識ヲ確實強固ナラシメ、且之ヲ活用スル能力ヲ養ハシメンガタメニ供スルモノニシテ、其ノ多クハ簡易ナルモノナリ。故ニ成ルベク生徒ノミニテ即座ニ解カシムベシ。簡易ナラザルモノモ教師三分、生徒七分位ニテ解カシムルヲ可トス。

13. 減法.

問 1. $8, 46, 5, 0, -73, 9$

問 2. $+a, -a$

問題 3

1. [1] 1 [2] 16.5 [3] 1 [4] $-y$ [5] -2

[6] 2 [7] $\frac{1}{15}$

2. 39 3. 25 4. 相等シ.

5. -5 ノ方 3 ダケ大, $-\frac{4}{5}$ ノ方 $\frac{18}{35}$ ダケ小.

6. 0 度.

7. 300 圓 $+150$ 圓 -500 圓 $= -50$ 圓 (50 圓ノ負債).

8. 川上 $(a-b+c-d)$ 米.

川下 $(-a+b-c+d)$ 米.

$a=35, b=12, c=20, d=58$ ナラバ, 川下 15 米ノ處.

$a=100, b=86, c=70, d=84$ ナラバ, 出發點.

第三章 乗法及ビ除法

18. 連乗積.

問 1. (1) 168 (2) -125 (3) 0

(4) -8

問 2. 10, 17, 90

問 3. 0

19. 除法.

問. $-7, \frac{1}{25}, -25, -\frac{16}{27}, -\frac{1}{7}, \frac{5}{33}$

20. 分數ニテノ乗除.

問 1. (1) 3 (2) -20 (3) 3 (4) -4

(5) $\frac{9}{5}$ (6) -45 (7) $-\frac{81}{20}$

問 2. $2, \frac{1}{3}, \frac{16}{3}$

問 3. $-\frac{14}{15} \div \left\{ \left(-\frac{1}{2} \right) \times \frac{1}{3} \times \left(-\frac{2}{5} \right) \div \left(-\frac{6}{7} \right) \right\}$

=12

21. 零ノ除法.

問. (1) 0 (2) -1

問題 4

1. 12, -8

2. (1) $-\frac{12}{11}$ (2) 2 (3) $-\frac{88}{5}$

(4) $29\frac{5}{11}$ (5) 5

3. $\left(-\frac{3}{5} \right) \times \frac{25}{6} \div (-30) - 0.3 \times \left(-\frac{20}{9} \right) + \frac{-3}{4} = 0$

4. 0

練習雜題 1

1. $\frac{3}{5}, \frac{12}{143}, \frac{8}{165}, -\frac{2}{3}$

2. $-\frac{1}{2} = -\frac{8}{16}, -0.25 = -\frac{1}{4} = -\frac{4}{16}$ ナルコトニ

着目セシムベシ. $\left(-\frac{5}{16}, -\frac{6}{16}, -\frac{7}{16} \right)$

4. (1) -3, -33, $-\frac{3}{4}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{20}, \frac{1}{60}$

(2) 12

7. 4 米低シ.

8. (1) -6 (2) $\frac{143}{60}$

9. $\frac{1}{4}$

10. $(al+bm+cn-3k)$ 圓, 3590圓

第二篇

整式ノ四則

第一章 代 數 式

22. 冪.

問 1. 本問ハ指數法則ノ準備トナルモノナリ.

問 4. 41, 315, 308

問 5. -33, 0

26. 整式ノ次數.

問 2. 0

28. 同類項.

問 1. (2) $\frac{1}{30}x$ (5) $(2a-b-3c)x$ (6) $(l+p)x-(m+q)y$ (7) $-19x+9y+1$ (8) $11x^2-5x$ (9) $\frac{17}{30}a$ 問 2. $(l-m-n)x, (a+m-d)x^2+(b-n-c)x$ 問 3. $(a-m)x+(b-n)y+(c-p)z$

第二章 整式ノ加法及減法

29. 單項式ノ加法.

問 1. (2) $-\frac{1}{3}y, 8x^2$ (3) $-2a-b$

(4) $-2x^2+x-20$ (5) $(x+y)$

問 2. (1) $(a-b)x+(-3a-5b)x^2$

(2) $(2a-5m)x^2+(-3b+1)x+c-n$

注意. 同類項ノ簡約其ノ他加減乗除等代數計算ノ結果ハ文字ニ如何ナル數值ヲ代入シテモ計算ノ前後ニ於ケル數值ノ變ゼヌコトヲ能ク會得セシムベシ.

30. 多項式ノ加法.

例一問. (1) $2x+8y$ (2) $29x$ (3) $2(a+b+c)$

例二問. (1) $a+b+c$ (2) $12x^2$

(3) $2x^3-2x^2-8x+10$

31. 減法.

例四問 2. (1) $-8x^2$ (2) $-2x-5y$ (3) $3a-b+4c$

例七問. (1) $4a+2c$ (2) $2x^2-2x-4$

(3) $2a^2+4ab$ (4) $3x^4-x^3-14x+18$

33. 加號又ハ減號ヲ前置スル括弧ヲ去ル法.

問 (1) $4b-c$ (2) $10x-7y+5z$

例二問. (1) $2a+3c$ (2) $-2by$

問題 5

1. (1) $12x^2$ (2) $-2a+2b+2d$

(3) $5x^4-6x^3+3x^2+2x-18$ (4) $(x+y)-a$

2. (1) $x+5y+3z$ (2) $1+x+x^2+x^3+x^4$

(3) $6(x-y)-6(y-z)$

3. $a-b+c-d$

4. $\frac{1}{5}a+\frac{5}{3}b+\frac{9}{8}c$

5. $5a^4-3a^3b+3ab^3-5b^4$

6. 次ノ如ク運算セシムベシ.

$$\begin{array}{r} 2a^2-2a+1 \\ 3a^2+a+4 \\ (+) -a^2-a-1 \\ \hline 4a^2-2a+4 \text{ (答)} \end{array}$$

7.
$$\begin{array}{r} 3x^2y+7xy^2+y^3 \\ -x^2y-8xy^2+y^3 \\ (+) -6x^2y-2xy^2 \\ \hline -4x^2y-3xy^2+2y^3 \text{ (答)} \end{array}$$

8.
$$\begin{array}{r} 7a^3-2a^2+2a+2 \\ -3a^3+9a^2-3a-15 \\ (+) -3a^3+a^2+a+13 \\ \hline a^3+8a^2 \text{ (答)} \end{array}$$

9. (1) $a+a^3$ (2) $a-2c$

11. $4+x$

第三章 整式ノ乘法

35. 冪ノ乘法及ビ冪ノ乗冪

問 2. $a(1+r)^n$, 131.075圓

38. 多項式ト單項式トノ乘法.

問 1. (7) $4x^4y^2 - 8x^3y^3 + 8x^2y^4 - 4xy^5$ (8) $-\frac{1}{2}a^3b^4c + \frac{1}{4}a^2b^4c^2 - \frac{1}{8}a^3b^3c^2$ 問 2. (1) $3x + 3y - 15$ (2) $5x^2 - 21x + 24$ (3) 0 (4) $17x - 3y$ (5) $5x^2 - xy + 3y^2$

39. 多項式ト多項式トノ乘法.

問. (1) $ac + ad + bc + bd$, $ac - ad - bc + bd$ $a^2 - 2ab + b^2$, $x^2 + 2ax + a^2$ (2) $6a^2 - 7ab - 20b^2$, $acx^2 + adxy + bcxy + bdy^2$ (3) $a^3 - b^3$, $4a^2 - 2ac - 9b^2 - 3bc$ (4) $x^2 + 8x + 15$, $x^2 - 17x + 70$, $x^4 + x^2 - 20$ (5) $20m^2 - 19mn + 13mp + 3n^2 - 7np + 2p^2$

41. 同一文字ニ就キテ整頓シ得ベキ

多項式ノ乘法.

問. (1) $x^5 + 151x - 264$ (2) $2x^6 + 6x^5 - 13x^4 + 19x^3 + 3x^2 - 6x + 9$

問題 6

1. (1) $\frac{3}{140}x^3y^4z^9$ (2) $-15m - 8n + 14p$ 2. (1) $60x^2 - 147xy + 33y^2$, $x^2 + ax - bx - ab$,
 $acx^2 - bcx + adx - bd$ (2) $x^2 - 2ax + a^2$, $x^2 - 10x + 25$, $4x^2 + 12x + 9$,
 $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ (3) $x^2 - 4y^2 + 12yz - 9z^2$ 3. (1) $x^4 - 1$ (2) $4x^4 + 22x^3 - 41x^2 + 41x - 5$ (3) $42x^5 - 16x^4 + 112x^3 - 168x^2 + 38x - 200$ 4. (1) 85 (2) $ac - b^2$ 全部ノ積ヲ作ラシメズ x^2
ヲ含ム項ダケヲ漏レナク重複ナク作ラシメテ其ノ係
數ヲ決定セシムベシ.5. $x^2 - 3x + 2 - 3x^2 - 9x + 2x^2 - 4x^2 - 10x + 12 + 10$
 $= 2x^3 - 6x^2 - 22x + 24$

第四章 整式ノ除法

43. 單項式ヲ單項式ニテ除スル法.

問. (3) $\frac{104ab^3x^3 \times (-7a^4b^4x)}{91a^5b^5x^7} = -8b^2x^3$

44. 多項式ヲ單項式ニテ除スル法.

問. (1) $-2x+3y, -x^2+6x-1$

(2) $2x^3+4x^2-x+3, a+b-c$

45. 多項式ヲ多項式ニテ除スル法.

例一問 1. $x-4$

問 2. a^2+5a-2

例二問. $9x^2-6xy+4y^2$

例三問. $x^3-2x^2+x+1, 剩餘 2x+4$

注意. 割り切レヌ割り算ニ於テ特別ニ要求ナキトキハ實法兩式ヲ或文字ノ降置ニ整頓シテ整商ト剩餘トヲ求ムレバ可ナルコトヲ注意スベシ.

問題 7

1. $3(x+y)-2(x-y)=x+5y$

2. (1) $3x-5$ (2) $4x^2-x$

(3) $3-2a+a^2$ (4) $4x^2-9x-5, 剩餘 73x^2$

3. (1) $a+2x$ (2) $8x+3y$

4. (1) $a+b, a-b$

(2) a^2-ab+b^2, a^2+ab+b^2

(3) $a^4+a^3b+a^2b^2+ab^3+b^4, a^3-a^2b+ab^2-b^3$

5. $1+x+x^2+x^3+x^4+\dots\dots\dots$

注意. 或文字ニ就キ昇置ニ整頓セラレタル式ノ除法ニ於テハ商ノ次數ガ實法ノ次數ノ差ニ等シクナリテモ尙剩餘アラバ割り切レヌ割り算ナリ.

練習雜題 2

1. (1) -97 (2) $-\frac{25}{16}$ (3) 5

2. 234

3. (1) 0 (2) 1641

5. $\frac{5}{81}$ 6. 6 8. 0

9. 18.84 米, 28.26 平方米.

10. 616 平方米, 1437 立方米.

11. $25.1328, 12.5664$

12. 25.1328 立方糎 但シ $\pi=3.1416$ トシテ.

14. $-12x^3+4x^2+8x-3$

15.
$$\begin{array}{r} x^2-xy \\ -x^2 \quad +3y^2 \\ \hline -2xy+3y^2 \\ -3xy+6y^2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} x^2 \quad -3y^2 \\ 2xy-3y^2 \\ -x^2+xy \\ \hline 3xy-6y^2 \\ \hline \end{array}$$

16. $-2b+3c$

17. $3a-3b, -3$

19. 12

20. $4+5 \times 7=39$

21. 0
22. $2x^2+3x-4$
23. $(x^3+7x^2+14x+8)(x^2-3x+5)$
 $=x^5+4x^4-2x^3+x^2+46x+40$
24. $(4x^2-4xy+2y^2)(2x-y)-5y^3$
 $=8x^3-12x^2y+8xy^2-7y^3$
25. 表面積 $\wedge 2\{a(a-b)+a(a-b+2)+(a-b)(a-b+2)\}$
 $= (6a^2-8ab+8a+2b^2-4b)$ 平方米
 體積 $\wedge a(a-b)(a-b+2) = (a^3-2a^2b+2a^2+ab^2-2ab)$
 立方米
26. $\frac{m-3.5a}{4.25}$ 冊.
27. $(a-b+1)$ 歳.
28. $\{m(p+a)-a\}$ 歳.
29. $ax+by+cz+dx+my+nz+pz$
 $= \{(a+d)x+(b+n)y+(c+m+p)z\}$ 錢
30. $3x+(-5x)+(-2x)+10x=6x$ ナル故乙ハ甲ノ南
 $6x$ 米ノ處 = アリ.

第三篇

一次方程式

第一章 一元一次方程式ノ解法

50. 一元一次方程式ノ解法.

一元一次方程式ヲ解カシムル始メニ當リテ本節ノ始
 メニ與ヘシ如キ簡單ナルモノヲ暗算ニテ解カシムルコ
 トハ頗ル有効ナルコトトス.

例問. $x=3, x=-\frac{5}{3}$

51. 一元一次方程式ノ一般ナル形.

問. $x=2$

例一問. (1) $x=1$ (2) $x=3$ (3) $x=6$

例二問 1. $x=-1$

問 2. (1) 6 (2) 1 (3) 5 (4) $\frac{5}{4}$

(5) 10 (6) $\frac{23}{7}$

例三問 2. (1) $15-9x=16x-18, 25x=33$

$\therefore x=\frac{33}{25}; x=6$

(2) $10x+5(27-4x)=45-(7x-54)$

$$3x=36 \quad \therefore x=12$$

$$(3) \quad 2x=0 \quad \therefore x=0; \quad 9x=4x, \quad 5x=0 \quad \therefore x=0$$

$$\text{例四問 1.} \quad 50x-200=25x+200x-100$$

$$175x=-100 \quad \therefore x=-\frac{4}{7}$$

$$\text{問 2. (1)} \quad 3n=39 \quad \therefore n=13$$

$$(2) \quad 3a=-21 \quad \therefore a=-7$$

$$(3) \quad -9p=-81 \quad \therefore p=9$$

問 題 8

$$1. \quad 3x=90 \quad \therefore x=30$$

$$2. \quad 8y=40 \quad \therefore y=5$$

$$3. \quad 31x=-155 \quad \therefore x=-5$$

$$4. \quad 3z=45 \quad \therefore z=15$$

$$5. \quad 7x=21 \quad \therefore x=3$$

$$6. \quad 1l=40 \quad \therefore l=4$$

$$7. \quad 11v=66 \quad \therefore v=6$$

$$8. \quad 4x=44 \quad \therefore x=11$$

$$9. \quad 14x=44 \quad \therefore x=\frac{22}{7}$$

$$10. \quad 5m=100 \quad \therefore m=20$$

$$11. \quad 3+2k=7-5k, \quad 7k=4 \quad \therefore k=\frac{4}{7}$$

$$12. \quad 6(2x-3)-9(2x+1)=12(5x-1)-16x$$

$$50x=-15 \quad \therefore x=-\frac{3}{10}$$

$$13. \quad 7x^2-14x-56=7x^2-44x+12$$

$$30x=68 \quad \therefore x=\frac{34}{15}$$

第二章 一元一次方程式ノ應用問題

52. 題意ヲ方程式ニ直スコトノ基礎ヲ作ルタメ始メニ式ヲ作ルコトニ關スル簡易ナル問題ヲ問ヒ試ミルコトハ甚ダ有効ナルコトナリ。(緒論第2節參照).

例一問. 540

例二問. 甲200箇, 乙175箇, 丙380箇, 丁245箇

例三問. 兩驛間ノ距離ヲ x 哩トセバ速度ヲ減ジタル部分ハ $(x-150)$ 哩ナルヲ以テ

$$\frac{x-150}{30} = \frac{x-150}{20} - 1$$

之ヲ解キテ $x=210$ ヲ得 答 210哩

53. 解法ノ段階.

例五問. $40-x=3(16-x)$ ヨリ $x=4$ 答 四年前.

例六問. 所要ノ時刻ヲ三時 x 分トセバ, 三時ヨリ此ノ

時マデニ短針ノ進ミタル分數ハ $\frac{x}{12}$ ニシテコレ明ラ

カニIXト長針ノ位置トノ間ノ分數ニ等シキヲ以テ,

$$x - \frac{x}{12} = 45, \quad x = 40\frac{1}{11} \quad \text{答 三時四十九分五秒強.}$$

方程式ヲ $x-30-\frac{x}{12}=15$ トスルモ可ナリ.

例七問. 全重量ヲ x 斤トセバ, 硝石ハ $(\frac{x}{2}+6)$ 斤, 硫

黄ハ $\left(\frac{x}{3}-5\right)$ 疋, 木炭ハ $\left(\frac{x}{4}-3\right)$ 疋ナリ, 故ニ

$$\frac{x}{2}+6+\frac{x}{3}-5+\frac{x}{4}-3=x$$

$$6x+72+4x-60+3x-36=12x \quad \therefore x=24$$

答 硝石18疋, 硫黄3疋, 木炭3疋.

注意. 全重量ヲ $12x$ トスレバ方程式ハ

$$6x+6+4x-5+3x-3=12x \text{ トナリ, } x=2 \text{ ヲ得.}$$

別解. 硝石ノ重量ヲ x 疋トセバ全重量ハ $(2x-12)$ 疋ナ

ルヲ以テ硫黄ノ重量ハ $\left(\frac{2}{3}x-4\right)$ 疋-5疋 = $\left(\frac{2}{3}x-9\right)$

疋ニシテ, 木炭ノ重量ハ

$$\left(\frac{1}{2}x-3\right) \text{ 疋}-3 \text{ 疋} = \left(\frac{1}{2}x-9\right) \text{ 疋 ナリ.}$$

$$\text{故ニ } x + \left(\frac{2}{3}x-9\right) + \left(\frac{1}{2}x-9\right) = 2x-12$$

$$6x+4x-54+3x-36=12x-72 \text{ ヲリ } x=18 \text{ ヲ得.}$$

注意. 第二解ハ第一解ニ比シ考按困難ナリ.

問題 9.

$$1. \text{ 所有金ヲ } x \text{ 圓トセバ } x - \frac{3}{10}x - \frac{7}{10}x \times \frac{1}{3} = 28$$

$$30x-9x-7x=840, \quad x=60 \quad \text{答 } 60 \text{ 圓.}$$

注意. 優等生ハ $\frac{7}{10}x \times \frac{2}{3} = 28, \quad x=60$ トスルモノアル

ベシ.

$$2. \text{ 最初ノ所有金ヲ } x \text{ 圓トセバ, } x-42=2(x-140), \\ x=238 \quad \text{答 } 238 \text{ 圓.}$$

$$3. \text{ 初メノ資金ヲ } x \text{ 圓トセバ, 甲ハ } 1.1x \text{ 圓トナリ, 乙} \\ \text{ハ } 0.8x \text{ 圓トナルヲ以テ } 1.1x=0.8x+120 \\ 0.3x=120 \quad \therefore x=400 \quad \text{答 } 400 \text{ 圓.}$$

$$4. \text{ 年五分ニテ貸シタル金高ヲ } x \text{ 圓トセバ,} \\ 0.05x+0.04(1000-x)=44, \quad x=400 \quad \text{答 } 400 \text{ 圓.}$$

或ハ年4分ニテ貸シタル金高ヲ x トシテ其ノ値ヲ求メ,
次ニ5分ニテ貸スベキ金額ヲ算出スルモ可ナリ.

$$5. \text{ 女工一人ノ日給ヲ } x \text{ 錢トセバ男工一人ノ日給ハ} \\ (2x-10) \text{ 錢ナル故,} \\ 15x+10(2x-10)=3225 \text{ 之ヨリ } x=95$$

答 女工95錢, 男工1圓80錢.

$$6. \text{ 童子ノ數ヲ } x \text{ トセバ桃ノ數ハ } 25x-10 \text{ 及ビ} \\ 20x+10 \text{ ナリ. 故ニ } 25x-10=20x+10, \quad x=4$$

答 童子ノ數ハ4人ニシテ,

$$\text{桃ノ數ハ } 25 \times 4 - 10 = 90 \text{ ナリ.}$$

注意. 此ノ問題ハ算術ニモ解キタルモノナリ. 代數的
解法ノ算術的解法ニ比シ簡明ナルヲ悟ラシムベシ.

別解 童子ノ數ヲ x トスル代リニ桃ノ數ヲ x トスレバ,

$$\text{方程式ハ } \frac{x+10}{25} = \frac{x-10}{20} \text{ トナリ } x=90 \text{ ヲ得.}$$

$$7. \text{ 流レノ速サヲ毎分 } x \text{ 糶トセバ上リ及ビ下リノ速度} \\ \text{ハ夫々毎分 } (300-x) \text{ 米及ビ } (300+x) \text{ 米ナリ.}$$

$$\text{故ニ } 12(300-x)=4(300+x)$$

之ヨリ $x=150$ ヲ得. 答 150米,

8. 破損セシ筒數ヲ x 筒トセバ其ノ辨價額ハ $15x$ 錢ニシテ, 無事ニ運ビタル $(60-x)$ 筒ノ運賃ハ $5(60-x)$ 錢ナリ, 故ニ

$$5(60-x)-15x=240, x=3 \quad \text{答 3筒.}$$

9. 所要ノ距離ノ x 里トセバ, 往キニ $\frac{x}{2}$ 時間ヲ費シ歸

$$\text{リニ } \frac{x}{1.5} \text{ 時間ヲ費シタルが故ニ } \frac{x}{2} + \frac{x}{1.5} = 7,$$

$$15x+20x=210 \quad \therefore x=6 \quad \text{答 6里.}$$

10. 所要ノ日數ヲ x トセバ一日ニ甲ハ仕事ノ $\frac{x}{5}$, 乙ハ

此ノ仕事ノ $\frac{x}{12}$ ヲナス, 故ニ

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{12} = 1$$

之ヨリ $x = \frac{60}{17}$ ヲ得. 答 $3\frac{9}{17}$ 日.

11. 甲管ヲ用ヒシ時間ヲ x 時間トセバ, 乙管ヲ用ヒシ時間ハ $(8-x)$ 時間ナリ, 依テ

$$\frac{x}{14} + \frac{8-x}{6} = 1$$

之ヨリ $x=3.5$ ヲ得. 答 3.5時間.

12. 12錢ニツキ2筒即チ1筒6錢ノモノノ數ヲ x トセバ, 1筒7錢ノモノノ數ハ $5x$, 1筒9錢ノモノノ數ハ $6x$ ナリ, 故ニ

$$6x+7 \times 5x+9 \times 6x=8.5 \times (x+5x+6x)-385$$

之ヲ解キテ $x=55$ ヲ得. 答 $55 \times 12=660$ (筒)

13. 妻ノ所得ヲ $3x$ 圓トセバ, 長子ノ所得ハ $4x$ 圓,

次子ノ所得ハ $(3x-2000)$ 圓ナル故,

$$3x+4x+3x-2000=10000 \quad \text{之ヨリ } x=1200 \text{ ヲ得.}$$

答 妻 3600圓, 長子 4800圓, 次子 1600圓.

別解. 妻ノ所得ヲ x 圓トスレバ長子ノ所得ハ $\frac{4}{3}x$ 圓ナ

リ, 依テ

$$10000 - \left(x + \frac{4}{3}x\right) = x - 2000$$

14. 衣服ノ代價ヲ x 圓ト見積リアリトセバ, 此ノ被傭人ノ一ケ年ノ給料ハツマリ $(270+x)$ 圓ナルヲ以テ七

ケ月ノ給料ハ $\frac{7}{12}(270+x)$ 圓ナリ, 依テ

$$\frac{7}{12}(270+x) = 131+x,$$

$$1890+7x=1608+12x,$$

$$x=56.4 \quad \text{答 56.40錢.}$$

又若シ此ノ者が金 157 圓 50 錢ト其ノ衣服トヲ受ケ

シナラバ $\frac{7}{12}(270+x) = 157.5+x$ ヲ得ル故,

衣服ハ給金中ニ見積ラズニ單ニ唯與フルコトトシアリシヲ知ル.

注意. $x=0$ ヲ得ルヨリ衣服ノ代價 0 ト速解スル勿レト注意スベシ.

15. 一立 1 圓 8 錢ノモノ x 立, 從テ一立 60 錢ノモノ $(160-x)$ 立ヲ取ルベシトセバ, 其ノ總代價ヲ考へ

$$108x+60(160-x)=90 \times 16.$$

之ヨリ $x=100$ ヲ得.

答 108 錢ノモノ 100 立, 60 錢ノモノ 60 立.

16. 一邊ヲ x 米トセバ,

$x^2=(x+3)(x-2)$ 之ヨリ $x=6$ ヲ得.

答 6 米.

第三章 聯立方程式

54. 未知數ノ數ガ方程式ノ數ヨリ多キ時ハ一般ニ其ノ未知數ノ値ハ定マラズト雖ドモ, サリトテ未知數ノ任意ノ値ニ對シテ其等方程式(條件)ハ満足スルニハアラズ, 必ズ其等未知數ノ値ヲ制限スル或關係アリテ其ノ關係ニ適スル未知數ノ値ニアラザレバ其等ノ方程式ハ聯立セズ, 此ノ場合ニ於テハ「未知數ガ方程式ノ成立ト同時ニ確定ス」トハコノコトヲ意味スト知ルベシ.

本節ニ於ケル $x+y=5$ ノ根ヲ求ムルニハ, 先ヅ實際上ヨリ相加ヘテ 5 トナル二數ヲ言ハシメ, 次ニ本式ノ研究ニ移ルヲヨシトス.

$x-y=1$ ノ根ヲ求ムルコトモ同様ナリ.

56. 加減法.

問. (1) $x=5, y=2$ (2) $x=6, y=7$

(3) $x=-2, y=3$ (4) $x=3, y=0$

57. 代入法.

例一問. $x=2, y=6$

例二. 本例ハ兩未知數ノ中何レカーツノモノ、係數ガ 1 ナル場合ハ其ノ未知數ノ値ヲ他ノ未知數ヲ含ム式ニテ表ハシテ代入法ヲ行フヲ便ナリトスルコトヲ示スモノナリ.

問. $x=4, y=5$

58. 比較法 (等置法).

問 1. $x=6, y=3$

問 2. (1) $x=11, y=4$ (2) $x=3, y=0$

(3) $x=y=5$ (4) $l=79, m=63$

59. 聯立二元一次方程式ノ一般ノ形.

問. (1) (1) ヲ整頓スレバ

$$\begin{cases} 2x-3y=-14 \\ -4x+5y=26 \end{cases} \quad x=-4, y=2$$

(2) $x=2, y=-3$

例問. 整頓スレバ

$$\begin{cases} 2x+15y=63 \\ 6x+5y=49 \end{cases} \quad x=\frac{21}{4}, y=\frac{7}{2}$$

問 題 10

1. $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 4x+3y=10 \end{cases} \quad x=1, y=2$

2. $\begin{cases} 4x-6y-3=7x+2y-4 \\ 7x+2y-4=-2x+3y+24 \end{cases} \quad \text{トスレバ}$

$$\begin{cases} 3x+8y=1 \\ 9x-y=28 \end{cases} \quad \text{ヲ得. 之ヨリ } x=3, y=-1$$

$$\text{又 } \begin{cases} 4x-6y-3=7x+2y-4 \\ 4x-6y-3=-2x+3y+24 \end{cases} \quad \text{トスレバ}$$

$$\begin{cases} 3x+8y=1 \\ 2x-3y=9 \end{cases} \quad \text{ヲ得.}$$

$$\text{又 } \begin{cases} 4x-6y-3=-2x+3y+24 \\ 7x+2y-4=-2x+3y+24 \end{cases} \quad \text{トスレバ}$$

$$\begin{cases} 2x-3y=9 \\ 9x-y=28 \end{cases} \quad \text{ヲ得テ同ジ根ヲ得.}$$

3. $\begin{cases} 2x-15y=-7 \\ 4x-9y=0 \end{cases} \quad \text{ヨリ } x=\frac{3}{2}, y=\frac{2}{3}$

4. $\begin{cases} hk+2h+k+2-hk-h-2k-2+1=0 \\ 3h+9-4k-16+8=0 \end{cases}$

$$\begin{cases} h-k=-1 \\ 3h-4k=-1, \end{cases} \quad \begin{cases} h=-3 \\ k=-2 \end{cases}$$

5. $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ 3x-8y=72 \end{cases} \quad \text{之ヨリ } \begin{cases} x=8 \\ y=-6 \end{cases}$

6. $\begin{cases} 10s-t+3=20 \\ 9t+s-2=27, \end{cases} \quad \begin{cases} 10s-t=17 \\ s+9t=29, \end{cases} \quad \begin{cases} s=2 \\ t=3 \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x+2y=13 \\ 8x-15y=-6, \end{cases} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 12x-24-200+20x=15y-150 \\ 16y+32-6x-3y=6x+78 \end{cases}$

$$\begin{cases} 32x-15y=74 \\ 12x-13y=-46, \end{cases} \quad \begin{cases} x=7 \\ y=10 \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} 12x - y + 3 = 15x - 9 & \begin{cases} 3x + y = 12 \\ 4x - 9y = 47 \end{cases} \\ 12y + 4x - 10 = 21y + 37, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = -3 \end{cases}$$

60. 三元一次方程式ノ解法.

$$\text{問. (1)} \begin{cases} (1) \times 2 + (2) & 11x + 3y = 31 \\ (2) \times 3 + (3) & 22x + y = 47 \end{cases}$$

$$\text{答 } x=2, y=3, z=4$$

$$(2) \quad (3) - (2) \times 3 \quad \frac{x}{4} - 8y = -2 \quad \text{即 } x - 12y = -8$$

$$\text{之ト (1) トニヨリ } x = \frac{16}{25}, y = \frac{18}{25}$$

$$\text{依テ (3) ヨリ } z = \frac{21}{25}$$

$$\text{別解. (1) ヨリ } y = 2 - 2x$$

$$\text{之ヲ (2) ニ代入シテ } z = 6x - 3$$

ヲ得. 更ニ之ヲ (3) ニ代入シテ z ヲ消去シテ x ヲ求ムル
モ可ナリ.

61. 特別ノ形ヲナス組.

$$\text{例一問. (1) } \frac{1}{x} = \frac{1}{5}, \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \quad \therefore x=5, y=3$$

$$(2) \quad x = \frac{27}{13}, \frac{1}{y} = \frac{15}{13} \quad \therefore x = \frac{27}{13}, y = \frac{13}{15}$$

$$\text{例二問. (1) } x=0, y=4, z=5$$

(2) (1)+(2)+(3) $a+b+c=28$ 之ヨリ夫々三方程
式ヲ邊々減ズレバ, $a=10, b=10, c=8$

(3) $\{(1)-(2)\} \div 2, r=13$, 依テ $p+q=15, p-q=1$
ヨリ $p=8, q=7$ ヲ得.

或ハ (2)+(3) ヨリ先ヅ $2p=16$ ヲ得ルモヨシ.

問題 11

$$1. (1) \times 2 - (2) \quad x - 8y = -11, (1) \times 2 - (3) \quad x + 2y = 9$$

之ヨリ $y=2, x=5$ 從テ (1) ヨリ $z=3$ ヲ得.

注意. 必ズシモ x, y, z ノ順ニ其ノ値ヲ求ムルヲ要
セザルコトヲ注意スベシ.

$$2. (1) \times 2 - (3) \quad -y + 14z = 44$$

$$(1) \times 3 - (2) \times 2 \quad -17y + 22z = 160$$

之ヨリ $z=3, y=-2$ ヲ得.

依テ (1) ヨリ $x=1$ ヲ得.

$$\text{別解. (1) ヨリ } x = 6 - y - z \quad \text{ヲ得.}$$

此ノ値ヲ (2) 及ビ (3) ニ代入シ更ニ之ヨリ y 或ハ z ヲ
消去スルモ可ナリ.

$$3. (2) - (1) \times 1.5, \quad x + 0.5y = 2$$

$$(3) - (1) \times 6, \quad 9x + 4y = 17$$

之ヨリ $x=1, y=2$ ヲ得從テ $z=3$ ヲ得.

注意. (2) ノ代リニ其ノ小數點ヲ去リタル

$5x + 4y + 3z = 22$ ヲ用キルモ可ナリ.

4. (1)+(2)+(3), $-3x=12$ より $x=-4$

依テ (1), (3) より $y=-\frac{11}{3}$, $z=-\frac{9}{2}$ ヲ得.

5. (2)+(3)×5 $5l+8m=23$

之ト (1) トヨリ $l=3$, $m=1$ ヲ得.

依テ (3) より $n=-2$ ヲ得.

6. 第一, 二, 三節ヲ各 4 = 等シクシテ $2x-y=12$,

$3y+2z=16$, $x-y-z=20$ ヲ得, 此ノ第二, 第三ヨリ z ヲ

消去シテ $2x+y=56$, 之ト第一ヨリ $x=17$, $y=22$ 依

テ第二ヨリ $z=-25$ ヲ得.

別解. (1)+(2), $x+y+z=14$

之ト (3) トヨリ $x=17$ ヲ得.

依テ $y=22$, $z=-25$ ヲ得.

$$7. \begin{cases} \frac{x+2y}{7} = \frac{5x+6z}{9} \\ \frac{x+2y}{7} = \frac{3y+4z}{8} \\ x+y-z=126 \end{cases} \dots \begin{cases} 13x-9y+21z=0 \dots (3) \\ 8x-5y-28z=0 \dots (4) \end{cases}$$

$$(2) \times 21 + (3) \quad \begin{cases} 17x+6y=1323 \\ 20x+33y=3528 \end{cases} \text{之ヨリ } y \text{ ヲ消去}$$

シテ $441x=22491 \quad \therefore x=51$ 依テ $y=76$

從テ (2) より $z=1$ ヲ得.

注意. (3) 或ハ (4) ノ代リニ $\frac{5x+6z}{9} = \frac{3y+4z}{8}$

ヨリ得ル $40x-27y+12z=0$ ヲ用キルモ可ナリ.

8. 皆加ヘテ $x+y+z+u=10$ 之ヨリ夫々 (1), (2),

(3) ヲ引キ $x=1, y=2, z=3, u=4$ ヲ得.

9. (2)×4+(3)×3 $\frac{20}{y} - \frac{9}{t} = 51 \dots (5)$

(1)+(4) $\frac{20}{t} - \frac{20}{y} = 14 \dots (6)$

(5)ト(6) トヨリ $t=1$, 依テ (4) より $x=\frac{1}{4}$

更ニ $x=\frac{1}{4}$ ヲ (1)ニ代入シテ $y=\frac{1}{3}$ ヲ得.

$y=\frac{1}{3}$ ヲ (2)ニ代入シテ $z=\frac{1}{2}$ ヲ得.

62. 聯立一次方程式應用問題.

例一問. 上中下各一立ノ價ヲ夫々 x 錢, y 錢, z 錢

$$\text{トセバ} \begin{cases} 2x+y+3z=74 \times 6 \\ 4x+3y+5z=75 \times 12 \\ x+2y+7z=69.5 \times 10 \end{cases}$$

之ヲ解キテ $x=86$, $y=77$, $z=65$ ヲ得.

答 上86錢, 中77錢, 下65錢.

例二問. 一個ノ價ヲ x 錢, 此ノ金額ニテ買ヒ得ベキ品

物ノ箇數ヲ y トセバ,

$$xy=(x-20)(y+4)=(x+20)(y-2)-120$$

$$\text{之ヨリ} \begin{cases} x-5y=20 \\ x-10y=-80 \end{cases} \quad x=120 \quad \text{答 1圓20錢.}$$

例三問. 甲ハ x 日, 乙ハ y 日ヲ要ストセバ,

$$\frac{10}{x} + \frac{12}{y} = 1 \dots (1)$$

$$\frac{15}{x} + \frac{8}{y} = 1 \dots (2)$$

之ヲ解キテ $x=25$ ヲ得. 答 25日.

問題 12

1. 二數ヲ $x, y (x > y)$ トセバ,

$$\frac{1}{2}(x+y)=24, 3(x-y)=36 \text{ ヲリ } x=30, y=18$$

2. 米, 麥ノ價ヲ各一俵ニツキ x 圓, y 圓トセバ,

$$3x+5y=114$$

$$0.8x \times 5 + (y-3) \times 3 = 39$$

之ヲ解キテ $x=18, y=12$ ヲ得.

答 米18圓, 麥12圓.

3. 甲乙ノ仕入値段ヲ夫々 x 圓, y 圓トセバ,

$$1.1x+y-7=51$$

$$x-2.5+1.15y=56.25$$

之ヲ解キテ $x=30, y=25$ ヲ得.

答 甲30圓, 乙25圓.

4. 金銀ノ目方ヲ夫々 x 瓦, y 瓦トセバ,

$$x+y=7465$$

$$\frac{52}{1000}x + \frac{95}{1000}y = 467$$

之ヲ解キテ $y=1833\frac{1}{43}, x=5631\frac{42}{43}$ ヲ得.

答 金 $5631\frac{42}{43}$ 瓦, 銀 $1833\frac{1}{43}$ 瓦.

5. 甲, 乙, 丙ノ所得ヲ夫々 x 圓, y 圓, z 圓トセバ,

$$\begin{cases} x+2y+2z=80 \\ y+3x+3z=105 \\ z+4x+4y=120 \end{cases}$$

之ヲ解キテ, $x=10, y=15, z=20$

答 $(x+y+z)$ 圓 = 45圓

6. A, C; B, C; A, Bノ距離ヲ夫々 x 軒, y 軒, z 軒トセバ,

$$x=y+2 \dots \dots \dots (1)$$

$$y=\frac{1}{3}(x+z) \dots \dots \dots (2)$$

$$z=\frac{3}{4}(x+y) \dots \dots \dots (3)$$

(1)ヲ(2)及ビ(3)ニ入レ整頓スレバ夫々

$$2y-z=2 \dots \dots \dots (2')$$

$$3y-2z=-3 \dots \dots \dots (3')$$

ヲ得, 之ヲ解キテ $y=7, z=12$ ヲ得.

從テ $x=9$ ヲ得.

答 AC=9軒, BC=7軒, AB=12軒

7. 人數ヲ x , 一人前ノ費用ヲ y 錢トセバ定額ハ xy 錢ナル故,

$$\begin{cases} (x+10)(y+10)=xy+1900 \\ (x-15)(y+30)=xy-450, \end{cases} \text{ 簡約スレバ } \begin{cases} x+y=180 \\ 2x-y=0. \end{cases}$$

之ヨリ $x=60, y=120$ 答 60人, 1圓20錢.

8. 速度ヲ毎時 x 哩トシ此ノ航路ヲ航スルニ y 時間ヲ要ストセバ, 航路ハ xy 哩ニシテ又題意ニヨリ

$(x+2)(y-4)$ 哩ニモ $(x-2)(y+6)$ 哩ニモ等シカルベ

キヲ以テ $xy = (x+2)(y-4) = (x-2)(y+6)$,

各ヨリ xy ヲ減ジ 2 除スレバ,

$$2x - y + 4 = 0, \quad 3x - y - 6 = 0$$

之ヨリ $x=10, y=24$ ヲ得.

答 速度10哩, 航路240哩.

9. 所要ノ距離ヲ x 哩, 其ノ出發時刻ヨリ汽車ノ發車時刻マデノ時間ヲ y 時間トセバ,

$$\frac{x}{10} = y - \frac{15}{60}$$

$$\frac{x}{6} = y + \frac{15}{60}$$

邊々相減ジ $\frac{2x}{30} = \frac{15}{30} \therefore x=7.5$ ヲ得. 答 7.50哩.

10. 大人一人ニテ x 日, 小人一人ニテ y 日ヲ要ストセバ,

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{y} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{3}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}$$

之ヲ解キテ $x=20$ ヲ得. 答 20日.

11. 毎時間甲管ノミニテハ x 石, 乙管ノミニテハ y 石ヲ注入ストセバ,

$$\begin{cases} 4x + 5y = 9 \\ 7x + 3.5y = 12.6 \end{cases} \text{之ヨリ} \begin{cases} x = 1.5 \\ y = 0.6 \end{cases} \text{ヲ得ル故}$$

答ハ $\frac{21}{1.5+0.6}$ 時間 = 10 時間 ナリ.

注意. 所要ノ時間ヲ x トスレバ, $\frac{21}{2}$ 石ハ兩管ニテ毎

時間 = 注入スル量ナルヲ以テ, 乙管ノミニテハ毎時間

$(9 - \frac{21}{2} \times 4)$ 石ヲ注入シ, 甲管ノミニテハ

$\left\{ \left(126 - \frac{21}{x} \div 3.5 \right) \div 3.5 \right\}$ 石即 $\left(\frac{126}{35} - \frac{21}{x} \right)$ 石ヲ注入ス.

故ニ $9 - \frac{21}{x} \times 4 + \frac{126}{35} - \frac{21}{x} = \frac{21}{x}$ 之ヨリ $\frac{1}{x}$ ヲ未知數

トシテ解クトキハ $\frac{1}{x} = \frac{1}{10} \therefore x=10$ ヲ得.

12. 甲, 乙, 丙へ貸付ケシ金高ヲ夫々 x 圓, y 圓, z 圓トセバ,

$$x + y + z = 5500 \dots\dots\dots(1)$$

$$0.1x = 0.15y = 0.05z \dots\dots\dots(2)$$

(2) ヲ 100 倍シテ $10x = 15y = 5z$

依テ $15y = 10x, 15z = 30x$

(1) ヲ 15 倍シテ $15x + 15y + 15z = 82500$ トシ此ノ

$15y$ ノ代リ = $10x$ ヲ $15z$ ノ代リ = $30x$ ヲ入レレバ,

$$15x + 10x + 30x = 82500$$

之ヨリ $x = 1500$

依テ $y = 1000, z = 3000$

答 甲へ 1500 圓, 乙へ 1000 圓, 丙へ 3000 圓

注意. 甲, 乙, 丙へ貸セシ金高ヲ夫々 x 百圓, y 百圓 z 百圓トセバ方程式ハ $x + y + z = 55, 10x = 15y = 5z$ トナリ $x=10, y=15, z=30$ ヲ得.

13. 往路ニ於テ上リ x 里, 下リ y 里, 平地 z 里アリトセバ,

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{5} + \frac{z}{4} = 5 \frac{24}{60} \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{及ビ } \frac{x}{\frac{5}{3}} + \frac{y}{\frac{5}{6}} + \frac{z}{\frac{4}{3}} = 6 \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{及ビ } x+y+z=7 \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) \text{ ハ } \frac{6}{5}x + \frac{3}{5}y + \frac{3}{4}z = \frac{27}{5} \dots\dots\dots(1)'$$

$$(2) \text{ ハ } \frac{3}{5}x + \frac{6}{5}y + \frac{3}{4}z = 6 \dots\dots\dots(2)'$$

$$(1)' + (2)' - (3) \times \frac{9}{5} - \frac{3}{10}z = -\frac{6}{5} \quad \therefore z=4 \text{ ヲ得.}$$

答 4里.

注意 本問ハ方程式ノ数が未知数ノ数ヨリ少ナキ一
例ナリ.

14. 題意ニヨリ $a+b=13$, $2a+b=18$ ヲリ

$$a=5, b=8 \text{ ヲ得. } 5x+8 = x=3 \text{ トシテ此ノ}$$

式ノ値 23 ヲ得.

練習雑題 3

1. (1) $2401-125+0=2276$ (2) $-245+175=-70$

2. $\frac{2-12-0}{-1} + \frac{1+8+27}{1+4-9} = 10-9=1$

3. $2x^2 + \frac{21}{10}xy + \frac{9}{8}y^2$

4.
$$\begin{array}{r} -1-y+2y^2 \\ 2y-3y^2 \\ \hline 1 \qquad -5y^2 \\ y-y^2 \quad (\text{答}) \end{array}$$

5. (1) $-5a$ (2) $2x^4+12x^2+2$

$$\begin{array}{r} 6. \quad A = 5x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \\ \quad B = 2x^3 - x^2 + x - 2 \\ \quad C = 3x^3 - 4x^2 + x - 3 \\ \hline A+B+C = 10x^3 - 3x^2 - x - 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A = 5x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \\ -B = -2x^3 + x^2 - x + 2 \\ -C = -3x^3 + 4x^2 - x + 3 \\ \hline A-B-C = 7x^2 - 5x + 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} A = 5x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \\ -B = -2x^3 + x^2 - x + 2 \\ C = 3x^3 - 4x^2 + x - 3 \\ \hline A-(B-C) = A-B+C = 6x^3 - x^2 - 3x \end{array}$$

7. (1) $a^6 - b^6$ (2) $x^3 + y^3 - 1 + 3xy$
(3) $x^2 + (a+b)x + ab$, $a^6 + 3a^4b^2 + 3a^2b^4 + b^6$

8. $q - ap + b$

9. $3 + x - x^2$

10. 實際除法ヲ行ヘバ、割リ切ルベキタメニ商ノ末項

ハ $-16x$ ヲ $-8x$ ニテ割リタル商^{*}ナルベキヲ知ル.

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2^* \\ x^4 - 8x + 10 \overline{) x^6 - 3x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 - 46x + d} \\ \underline{x^6} \qquad \qquad \qquad -8x^3 + 10x^2 \\ -3x^5 + ax^4 + (b+8)x^3 + (c-10)x^2 - 46x + d \\ \underline{-3x^5} \qquad \qquad \qquad +24x^2 \qquad -30x \\ ax^4 + (b+8)x^3 + (c-34)x^2 - 16x + d^* \\ \underline{2x^4} \qquad \qquad \qquad -16x + 20 \\ 0 \end{array}$$

依テ $a=2$, $b+8=0$ 從テ $b=-8$, $c-34=0$

從テ $c=34$, 及 $d=20$ ヲ得.

11. (1) $18x-9-3x-12=5x-1$, $x=2$

$$\begin{aligned} [2] \quad (x+10)(x-21) &= (x+8)(x-18), \\ -11x-210 &= -10x-144 \quad \therefore x = -66 \end{aligned}$$

$$[3] \quad \begin{cases} xy+5x+3y+15=xy+2x-y-2 \\ 8x-9y=2-5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+4y=-17 \\ 8x-9y=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -\frac{165}{59} \\ y = -\frac{127}{59} \end{cases}$$

[4], [5] 普通ノ方法ノ外次ノ如キ特別ノ方法アリ,

$$(1)+(2) \quad 30x+30y=120 \quad 13x-13y=117$$

$$\begin{aligned} \text{依テ} \quad x+y &= 4 & x-y &= 9 \\ (1)-(2) \quad x+y &= 33 & \text{依テ} \end{aligned}$$

$$\text{之ト(1)トヨリ } x=3, y=1 \quad x=21, y=12$$

ヲ得.

$$[6] \quad \begin{cases} (1)+(2) \times 4 & 6x-5y=9 \\ (2)+(3) & 4x-3y=5 \end{cases}$$

$$\text{之ヨリ } \begin{cases} x = -1 \\ y = -3 \end{cases} \quad \text{從テ } z = -3 \quad \text{ヲ得.}$$

12. 相等シカリシ數ヲ x トスレバ, 第一部ハ $x-5$, 第二部ハ $x+4$, 第三部ハ $\frac{x}{3}$, 第四部ハ $2x$ ナリ,

$$\text{故ニ } x-5+x+4+\frac{x}{3}+2x=90, \quad x=21$$

答 第一部 16, 第二部 25, 第三部 7, 第四部 42

別解. 若シ第一部ヲ x トスレバ第二部ハ $x+5+4$, 第三部ハ $\frac{x+5}{3}$, 第四部ハ $2(x+5)$ ナルヲ以テ方程式

$$x+x+5+4+\frac{x+5}{3}+2(x+5)=90 \quad \text{ヨリ } x=16 \quad \text{ヲ得.}$$

13. 馬ノ買價ヲ x 圓, 從テ車ノ買價ヲ $(400-x)$ 圓トセバ, 其ノ賣價ハ夫々 $1.25x$ 圓及 $1.4(400-x)$ 圓ニシテ賣價ノ合計ハ 400×1.364 圓ナル故,

$$1.25x+1.4(400-x)=400 \times 1.364,$$

$$125x+140(400-x)=40 \times 1364, \quad x=96$$

答 (96×1.25) 圓即 120 圓.

別解. 馬ノ賣價ヲ x 圓トセバ車ノ賣價ハ

$(400 \times 1.364 - x)$ 圓即 $(545.6 - x)$ 圓ニシテ其ノ買價ハ

夫々 $\frac{x}{1.25}$ 圓及 $\frac{545.6-x}{1.4}$ 圓ナリ. 故ニ

$$\frac{x}{1.25} + \frac{545.6-x}{1.4} = 400, \quad \frac{100x}{125} + \frac{5456-10x}{14} = 400,$$

$$\frac{4x}{5} + \frac{2728-5x}{7} = 400, \quad 28x+13640-25x=14000$$

之ヨリ $x=120$ ヲ得.

注意. 驗算ハ特ニ注意セシムベシ.

14. 甲 x 秒, 乙 y 秒ヲ費ストセバ其ノ毎秒ノ速度ハ夫

々 $\frac{520}{x}$ 米及 $\frac{520}{y}$ 米ナリ, 然ルニ題意ニヨリ甲ガ 520

米ヲ走ル時間ハ乙ガ 460 米ヲ走ル時間ヨリ 5 秒多ク,

又乙ガ 500 米ヲ走ル時間ヨリ 5 秒少キヲ以テ,

$$x = \frac{460}{\frac{520}{y}} + 5 = \frac{500}{\frac{520}{y}} - 5,$$

$$\text{即 } x = \frac{23}{26}y + 5 = \frac{25}{26}y - 5$$

$$\text{之ヨリ } \frac{1}{13}y = 10 \quad \therefore y = 130$$

從テ $x=120$ ヲ得.

答 甲 2 分, 乙 2 分 10 秒.

第四篇

約數及ビ倍數

第一章 乘法ノ公式及ビ因數分解法

63. 二數ノ和及ビ差ノ平方

例一問. $4x^2+12xy+9y^2,$

$$4x^2-12xy+9y^2,$$

$$81x^4-72x^2y+16y^2$$

例二問 1. $a^2-2ab+b^2, 4x^2+20xy+25y^2$

而シテコレ夫々 $(a-b)^2, (2x+5y)^2$ ノ平方ニ等シキコ

トヲ $(-A)^2=A^2$ ナル性質ヨリモ説明セシムベシ.

問 2. $25-20a+4a^2$

$$x^4+6x^2y^2+9y^4$$

$$a^4-\frac{4}{3}a^2b+\frac{4}{9}b^2$$

$$4x^2y^2-4xy^2+y^2$$

例三問. $a^2+b^2+c^2-2ab+2ac-2bc$

$$x^4-2x^3+3x^2-2x+1$$

$$x^4-6x^3+11x^2-6x+1$$

$$a^2+2ab+2ac+2ad+b^2+2bc$$

$$+2bd+c^2+2cd+d^2$$

64. 例一問. $(x+3)^2, (x-6)^2, (9a^2-2b)^2$

例二問. $-(a-b)^2, -(9x-10)^2$

例三問 1. $(a+b+c)^2, (x^2-15x+10)^2$

問 2. $997^2 = (1000-3)^2$

$$= 1000000 + 9 - 6000 = 994009$$

問 題 13

1. $x^2+2x+1, x^2-4x+4, x^2+x+\frac{1}{4},$

$$x^2-bx+\frac{b^2}{4}, 4x^2-2bx+\frac{b^2}{4}, 9x^2y^2-6xy^3+y^4,$$

$$(10000-2)^2 = 99960004,$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{xy}{3} + \frac{y^2}{9}, \frac{x^2}{25} + \frac{2xy}{35} + \frac{y^2}{49}$$

2. $-60x-360=0 \quad \therefore x=-6$

3. $8ac$

4. [1] $(1-4x)^2$ [2] $(x+\frac{1}{2})^2$ [3] $(x-\frac{b}{2})^2$

[4] $(x-\frac{3}{2}y)^2$ [5] $(3x^2-xy+5z)^2$

[6] $(a+b-3c+3d)^2$

65. 二数ノ和ト差トノ積.

例一問. $9a^2-4b^2, 49x^4-36$

例二問. $25x^2-36y^2, 9l^2-49a^2$

例三問. [1] a^8-b^8

[2] $(8x^3+4x)^2 - (8x^2+1)^2 = 64x^6 - 1$

[3] $a^2+2ab+b^2-c^2, x^4+4x^3+4x^2-9$

[4] $a^4+a^2b^2+b^4, a^4-a^2b^2+4ab^3-4b^4$

66. 二式ノ平方ノ差.

例一問 1. $(3x+5y)(3x-5y), (bc+2d)(bc-2d),$

$$\left(\frac{1}{2}m + \frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{2}m - \frac{2}{3}\right), \left(\frac{a}{3} + \frac{1}{7}\right)\left(\frac{a}{3} - \frac{1}{7}\right)$$

問 2. $(a^2+b^2)(a+b)(a-b),$

$$(9x^2+4y^2)(3x+2y)(3x-2y), (x^2+1)(x+1)(x-1),$$

$$(a^2b^2+y^4)(ab+y^2)(ab-y^2)$$

問 3. $(a^4+b^4)(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

例二問 1. $4a(b+c), (5m-n)(m-5n)$

問 2. $(73+27)(73-27) = 4600$

$$(635+365)(635-365) = 270000$$

67. 因數分解.

問. $(a+b+3c)(a+b-3c), (2a+5b)^2, (a-b+c)(a-b-c),$

$$x(x+y)(x-y), 5ab(a+2b), 9ab(2a^2-3ab-5b^2)$$

例一問. $(a+b)(x+y-5), (m-n)(7a+1),$

$$ax(x+y)(ax^2+b), (a-b)(1-x)$$

例二問. $3ab^3(a-b)^2, -3(m+1)^2, 7x(x-1)^2, 4xy(x-5y)^2,$

$$x(x^2+1)(x+1)(x-1), 3a^2(b+2a)(b-2a),$$

$$4(x+y)(x+y+1)(x+y-1)$$

例三問. $(x+2)(x^2+5), (a-3b)(a+2b)$

例四問. [1] $(a-b)^2 - (c+d)^2$

$$=(a-b+c+d)(a-b-c-d)$$

$$[2] \quad x^4 - (x-1)^2 = (x^2+x-1)(x^2-x+1)$$

$$[3] \quad \{2(ab+cd) + (a^2+b^2-c^2-d^2)\} \\ \times \{2(ab+cd) - (a^2+b^2-c^2-d^2)\} \\ = \{(a+b)^2 - (c-d)^2\} \{(c+d)^2 - (a-b)^2\} \\ = (a+b+c-d)(a+b-c+d)(c+d+a-b)(c+d-a+b)$$

$$\text{例五問. } (x^2-y^2)^2 - x^2y^2 = (x^2+xy-y^2)(x^2-xy-y^2),$$

$$(a^2+b^2)^2 - a^2b^2 = (a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2),$$

$$(x^4+y^4)^2 - x^4y^4 = (x^4+x^2y^2+y^4)(x^4-x^2y^2+y^4)$$

$$= (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$$

$$\times (x^4-x^2y^2+y^4)$$

注意. スベテ因数分解ノ結果ハ乘法ニヨリテ元ヘモ
ドシ其ノ正確ナルヤ否ヤヲ驗セシムルヲヨシトス.

問題 14

1. $(a+b+c+d)(a+b-c-d)$
2. $(x^2+y^2)^2 - 9x^2y^2 = (x^2+3xy+y^2)(x^2-3xy+y^2)$
3. $(x^2+1)(x+1)(x-1)$
4. $(m+n)^2(x^2-y^2) = (m+n)^2(x+y)(x-y)$
5. $(2ax+b)^2$ 6. $-(3x-7y)^2$
7. $x(a-b+c-d)(a-b-c+d)$
8. $28(3x-y)(x+4y)$
9. $(2a+1+a^2-b^2)(2a-1-a^2+b^2)$
 $= \{(a+1)^2 - b^2\} \{b^2 - (a-1)^2\}$

$$=(a+b+1)(a-b+1)(a+b-1)(b-a+1)$$

$$10. (x-2)(x^2+2) \quad 11. (x-4)(x+3)(x-3)$$

$$12. (b^2-1)(a^2-1) = (a+1)(a-1)(b+1)(b-1)$$

$$13. (a+b)(a-b+c) \quad 14. (x-1)(x^4-2x^2+5)$$

$$15. (a+b+c)(m-n+p)$$

68. ニツノ二項式ノ積.

$$\text{問 1. } x^2+11x+30, x^2-2x-15, x^2-11x+30,$$

$$x^2+3xy+2y^2, x^2-2ax-15a^2, a^2-5ab+6b^2,$$

$$x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6}$$

$$\text{問 2. } [1] \quad x=10 \quad [2] \quad x=2 \quad [3] \quad x=1$$

$$\text{問 3. } acx^2 + (ad+bc)x + bd,$$

$$6x^2+19x+15, 6x^2-x-15, 6x^2-19x+15$$

69. 二次三項式 x^2+px+q ノ因数分解.

$$\text{問. } (x+4)(x+5), (x-4)(x-10), (x-3)(x+2),$$

$$(x+3)(x-2), (a-2b)(a-6b), (x+7)(x-13),$$

$$(x-y)(x-14y), (x-29)(x+4)$$

$$\text{例五問. } (x+1)\left(x+\frac{1}{2}\right), (x-2)\left(x-\frac{1}{2}\right),$$

$$\left(x+\frac{1}{2}y\right)\left(x-\frac{1}{3}y\right)$$

問題 15

$$1. (x-4)(x+6)$$

$$2. (x+4)(x-6)$$

3. $(x-3)(x+8)$ 4. $(x+2)(x-12)$
 5. $(x-2)(x-12)$ 6. $(x+4)(x-11)$
 7. $(x-6y)(x-7y)$
 8. $(x^2-4)(x^2-9) = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$
 9. $(a^2+3y^2)(a^2-4y^2) = (a^2+3y^2)(a+2y)(a-2y)$
 10. $-(x^2-7x+10) = -(x-2)(x-5)$

カ、ル式ハ先ツ x ノ羅順ニ整頓セシムベシ。

11. $(xy-2)(xy+11)$ 12. $(x+a)(x-c)$
 13. $(a-b)(a-c)$ 14. $(a+\frac{1}{2}x)(a+\frac{1}{3}x)$
 15. $y(m-3y)(m+9y)$ 16. $(a+b-3)(a+b-4)$
 17. $(x+y-z+7)(x+y-z+8)$
 18. $(x+y)^2 - (x+y) - 2 = (x+y+1)(x+y-2)$

70. 二項式ノ立方.

問. $x^3+3ax^2+3a^2x+a^3$, x^3-3x^2+3x-1 ,

$$8a^3+36a^2b+54ab^2+27b^3, \quad 8a^3-36a^2b+54ab^2-27b^3,$$

$$a^3+3a^2b+3a^2c+3ab^2+3ac^2+6abc$$

$$+b^3+3b^2c+3bc^2+c^3$$

注意. $(a+b+c)^3 = \{a+b+c\}^3 = \dots\dots\dots$

トシテ計算セシムベシ。

例問. [1] $(x+2)^3$ [2] $(ax-y)^3$

71. 立方ノ和又ハ差.

例一問 1. $8a^3-27b^3$

問 2. a^2-ax+x^2 , a^2+ax+x^2

例二問. $(x+1)(x^2-x+1)$, $(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)$,

$$(a+b)(a-b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2),$$

$$3xy(x+3y)(x^2-3xy+9y^2)$$

問 題 16

1. $49m^3+70mn+25n^2$ 2. $\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{3}mn+\frac{1}{9}n^2$
 3. $x^4+2x^2y^2+y^4$ 4. $1-2x^2y^2+x^4y^4$
 5. $-(x+y)^2 = -x^2-2xy-y^2$
 6. $-(x-y)^2 = -x^2+2xy-y^2$
 7. $a^2-2ab-2ac+b^2+2bc+c^2$
 8. $(a-b)^2-(c-d)^2 = a^2-2ab+b^2-c^2+2cd-d^2$
 9. $(-a^2+b^2+2bc+c^2)(a^2-b^2+2bc-c^2)$
 $= 4b^2c^2 - (a^2-b^2-c^2)^2$
 $= -a^4+2a^2b^2+2a^2c^2-b^4+2b^2c^2-c^4$
 10. $(25a^2-9b^2)^2 = 625a^4-450a^2b^2+81b^4$
 11. $x^2+5mx+6m^2$ 12. $x^2-x-156$
 13. $a^2x^2-2ax-15$ 14. $8x^3+27y^3$
 15. a^6-b^6
 16. $(3a-b)(4a^2-x^2) = (3a-b)(2a+x)(2a-x)$
 17. $(12-x^2)(17-x^2)$ 18. $(a+14y)(a-15y)$
 19. $(7-x)(14+x)$ 20. $-a(4x-a-6)$
 21. $1-(m-n)^2 = (1+m-n)(1-m+n)$
 22. $(x^2+y^2)(x^4-x^2y^2+y^4)$

23. $(1+8x^3)(1-8x^3)$
 $= (1+2x)(1-2x+4x^2)(1-2x)(1+2x+4x^2)$
24. $-(4+x)(16-4x+x^2)$ 25. $(a+3b)(a^2+3b^2)$
26. $2n(3m^2+n^2)$ 27. $(a+b)(a-b-1)$
28. $(a+b)(x+1)(x^2-x+1)$
29. $(x^4+1)^2-x^4=(x^4+x^2+1)(x^4-x^2+1)$
 $= (x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)$
30. $a^3-b^3+a^2-b^2=(a-b)(a^2+ab+b^2+a+b)$
31. (1) 左邊ノ括弧ヲ外ヅサシムルモヨシ.
 (2) 左邊ヲ因数ニ分解セシムルモヨシ.
 (3) 左邊ノ括弧ヲ外ヅシ因数ニ分解サスル工夫ヲ
 ナサシムルヲ有効トス.
32. 被除式 $= a^2b^2 - (ac - bc)^2$
 $= (ab + ac - bc)(ab - ac + bc)$
 ナル故、所要ノ商ハ $ab - ac + bc$ ナリ.
33. $(x^3 - 4x^2 - 31x + 70) \div (x - 2)$
 $= x^2 - 2x - 35 = (x + 5)(x - 7)$
34. $x = -2$

第二章 最大公約數及ヒ最小公倍數*

72. 約數, 倍數.

問. (1) $2^3 \times 5^2 = 200$ (2) $2^2 = 4$

73. 單項式ノ最大公約數.

問 1. a^2b^3x, mn^2, xy^2z

問 2. $2ab, 7a^2$

問 3. (1) $a(a+b)^2$

(2) $xy(x-a)(x-b)^2$

(3) $(x-a)(x+b)^2$

(4) $a(x+a)$

(5) $x+1$ (6) $a(a+b)$

75. 二數ノ最大公約數.

問. 294, 8208

78. ニツノ多項式ノ最大公約數.

例一問. $x^2 + 3x - 1$

例二問. $x - 5$

* G.C.D. ハ最大公約數ノ符號, L.C.M. ハ最小公倍數ノ符號トス.

79. 三ツ以上ノ數又ハ式ノ最大公約數.

問. (1) 41

(2) $3x^2 - 7x + 2$

80. 二數又ハ二式ト其ノ最大公約數トノ關係.

問 1. 二數ヲ A, B トシ, 其ノ G.C.D. ヲ G トシ $A \div G = a$, $B \div G = b$ トセバ, a ト b ハ公約數ヲ有セズ, 而シテ本題ニ於テハ $104055 \div 6937 = 15$ ハ $a + b = 16$ ニ相當ス. 故ニ和ガ 15 ニシテ互ニ素ナル二數 14 ト 1; 13 ト 2, 11 ト 4; 8 ト 7 ヲ求メ之ニ夫々 G 即 6937 ヲ乗ジタル 97118 ト 6937; 90181 ト 13874; 78307 ト 27748; 55496 ト 48559 ハ所要ノ二數ナリ.

問 2. 所設三數ノ G.C.D. ハ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ナル故所要ノ公約數ハ此ノ最大公約數ノ總テノ公約數ナリ, 之ヲ漏レナク取ルニハ次ノ如クスルヲヨシトス.

1	2	2^2	2^3
1			
3			
3^2			
5			
5×3			
5×3^2			

1	2	2^2	2^3
3	2×3	$2^2 \times 3$	$2^3 \times 3$
3^2	2×3^2	$2^2 \times 3^2$	$2^3 \times 3^2$
5	2×5	$2^2 \times 5$	$2^3 \times 5$
5×3	$2 \times 5 \times 3$	$2^2 \times 5 \times 3$	$2^3 \times 5 \times 3$
5×3^2	$2 \times 5 \times 3^2$	$2^2 \times 5 \times 3^2$	$2^3 \times 5 \times 3^2$

此ノ中 1 ヲ除キ

2, 4, 8, 3, 6, 12, 24, 9, 18, 36, 72, 5, 10, 20, 40, 15, 30, 60, 120, 45, 90, 180, 360
ノ以テ答トス.

問 3. 所要ノ數ハ所設ノ各ヨリ 15 ヲ減ジタルモノ、公約數ノ中ノ最大數即最大公約數ナラザルベカラズ.

答 159

問 4. 各杭ノ間隔ノ米ノ數ハ 6407 ト 2021 トノ G.C.D. 43 ナラザルベカラズ, 依テ答ハ $(6407 + 2021) \div 43 \times 2 = 392$ (本) ナリ.

81. 公倍數.

問. $2^3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 15400$

82. 單項式ノ最小公倍數.

問 1. $a^2xy^3z^3, 36a^3b^2c^2d^3$ 問 2. (1) $abc, 12x^2y^4z$

- [2] $6ab(a+b)^2(a-b)^2$ [3] $(a-b)(b-c)(c-a)$
 [4] $(a-b)(b-c)(c-a)(x-a)(x-b)(x-c)$
 [5] $24a^2b^2(a+b)(a-b)$
 [6] $60ax^2(x+a)^2(x-a)^2$ [7] $(x-1)(x-2)(x-3)$
 [8] $(3x-2)(2x-3)(x+5)$ [9] $a^{12}-b^{12}$

84. ニツノ数又ハ式ノ最小公倍数.

問. [1] 367708 (G. C. D. 44)

[2] 510255 (G.C.D. 23)

[3] $(x^3-9x^2+26x-2)(x-5)$. (G.C.D. $x^2-7x+12$)
 $(x^3-12x^2+7x-6)(x-2)$ トシテモヨシ.

注意. G.C.D. ヲ以テ一式ヲ除シタル商ハ其G.C.D. ヲ
 求メタル計算中ニ含マル、コト多キ事ヲ注意スベシ.

85. ミツ以上ノ数又ハ式ノ最小公倍数.

問. [1] 先ヅ三數ニ於テ4ナル公約數ヲ預リ置キ 924,
 143, 4914 ノL.C.M. ヲ求メンニ 924 ト143トノL.C.M.
 ハ 924×13 (G.C.D.11) ニシテ之ト 4914 トノL.C.M. ハ
 108108 ナル故所要ノL.C.M. ハ 432432 ナリ.

別解. $3696=2^4 \times 3 \times 7 \times 11$, $572=2 \times 11 \times 13$,

$19656=2^3 \times 3^3 \times 7 \times 13$ ナル故 L.C.M. ハ

$2^4 \times 3^3 \times 7 \times 11 \times 13=432432$ ナリ.

[2] 第一式ト第二式トノG.C.D. ハ $(x-2)(x-3)$ ナル

故其ノL.C.M. ハ $(x-2)(x-3)(x-1)(x-4)$ ナリ依テ之
 ト三式ノG.C.D. ハ $(x-1)(x-3)$ ニシテ L.C.M. ハ
 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$
 $=x^4-10x^3+35x^2-50x+24$ ナリ.

86. 二数又ハ二式ノ最大公約數ト最 小公倍数トノ關係.

問. 1. 28

問. 2. $(12x^4-20x^3+5x^2+5x-2)(x-1)$
 $\div (4x^3-4x^2-x+1) = (x-1)(3x-2)$

問題 17

1. [1] $(x-3)(x^3+8x^2+17x+10)$ [2] 第三式.

2. $(x+1)^2, 4(x-2)(x^4-6x^2-8x-3)$

3. $(x-a)^2, (x-a)(x+a); (x-a), (x-a)^2(x+a)$

4. 84 節ノ關係 $L=a, b G$ ヲリ

$$L \div G = ab$$

ガ本問ニ於テハ $420 \div 12 = 35$ ナル故.

$a=1, b=35$ 又ハ $a=5, b=7$ ナリ.

故ニ答ハ 12 ト 420 及ビ 60 ト 84 ノ二通りナリ.

若シ二數ガ共ニ 12 ヲリ大ナラバ答ハ 60 ト 84 トノ一
 通りナリ.

5. 前問ト同様ニ答ハ $x-1$ ト $x^3-6x^2+11x-6$ 及ビ
 x^3-3x+2 ト x^2-4x+3 トノ二組ナリ. 若シ二式ガ同

次式ナラバ後ノ一組ダケナリ.

6. 所要ノ圓數ハ 10, 15, 21, 25 ノ公倍數 1050 ノ倍數
= 9 ヲ加ヘタルモノ、中 2000 以下ノ數ナリ、依テ答
ハ 1059 圓ナリ.

練習雜題 4

1. $\frac{17}{4}$

3. $(a+2b-p)x - (b-m+2q)y + (2c-n+r)z$

4. $7a-7b$

5. 兩邊ノ括弧ヲ外ヅサスベシ.

6. $21x-14$

7. $am + (an-bm)x - (ap+bn)x^2 + bpx^3$

8. $x^2 - ax + bx - ab$

9. $ax^2 + bx + c$

本問題ハ被除式ヲ因數ニ分解シテモ解カシムベシ.

$$\begin{aligned} a^2x^4 + (2ac - b^2)x^2 + c^2 &= (ax^2 + c)^2 - b^2x^2 \\ &= (ax^2 + bx + c)(ax^2 - bx + c) \end{aligned}$$

10. $(A-R) \div B = (a^3 + 4a^2b - 8ab^2 + 24b^3)$

$$\div (a^2 - 2ab + 4b^2) = a + 6b$$

11. $x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2 = 1111^2 = 1234321$

12. $\left(\frac{1}{4}x^2 + y^2\right)^2 - \left(\frac{1}{2}xy\right)^2 = \frac{1}{16}x^4 + \frac{1}{4}x^2y^2 + y^4$

13. $3x+4y$

14. $(x+y)^2 - (x+y)z + z^2 = x^2 + 2xy - xz + y^2 - yz + z^2$

15. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6,$

$$x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$$

16. (1) $77x=154 \quad \therefore x=2$

(2) $5x=30 \quad \therefore x=6$

(3) $21x=84 \quad \therefore x=4$

(4) $3x=3 \quad \therefore x=1$

(5) $9x=0 \quad \therefore x=0$

(6) $3x+y=2, x+y=8 \quad \exists \text{リ } x=-3, y=11 \text{ ヲ得.}$

17. $x^4 + x^2 - 2ax + 1 - a^2 = x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 - 2ax - a^2$

$$= (x^2+1)^2 - (x+a)^2 = (x^2+x+1+a)(x^2-x+1-a)$$

$$x^2 - x - 2 - xy + 2y = (x-2)(x+1) - y(x-2)$$

$$= (x-2)(x-y+1)$$

$$x^4 - 27x^2y^2 + y^4 = (x^2 - y^2)^2 - 25x^2y^2$$

$$= (x^2 + 5xy - y^2)(x^2 - 5xy - y^2)$$

$$1 - (a-b)^6 = \{1 - (a-b)^2\} \{1 + (a-b)^2 + (a-b)^4\}$$

$$= (1+a-b)(1-a+b) \{1 + (a-b)^2 + (a-b)^4\}$$

$$= (1+a-b)(1-a+b) \{1 + (a-b) + (a-b)^2\}$$

$$\times \{1 - (a-b) + (a-b)^2\}$$

別解. $1 - (a-b)^6 = 1 - \{(a-b)^3\}^2$

$$= \{1 + (a-b)^3\} \{1 - (a-b)^3\}$$

$$= (1+a-b) \{1 - (a-b) + (a-b)^2\} (1-a+b)$$

$$\times \{1 + (a-b) + (a-b)^2\}$$

18. $10x+y, 100x+10y+z$

19. $10x+a+\frac{1}{10}y+\frac{1}{100}b+\frac{1}{1000}z$.
20. $(10x+y)+(10y+x)=11(x+y)$
 $(10x+y)-(10y+x)=9(x-y)$
21. 所要ノ數ノ一位ノ數ヲ x , 百位ノ數ヲ $2x$, 十位ノ數ヲ $3x$ ニテ表ハストキハ,
 此ノ數ハ $200x+30x+x$, 轉倒數ハ $100x+30x+2x$ ナル故. $200x+30x+x-198=100x+30x+2x$ 之ヲ解キテ $x=2$ ヲ得. 答 462
22. $n-1, n+1; 2n-2, 2n+2$
23. 小ナル數ヲ x トセバ大ナル數ハ $x+2$ ナリ.
 故ニ $x+x+2=86$ 之ヨリ $x=42$
 若シ其ノ二數ノ和ガ 85 ナラバ方程式ハ,
 $x+x+2=85$ 之ヨリ $x=\frac{83}{2}$ (分數)
 ヲ得ル故, 問題ハ不可能ナリ.
24. 小ナル數ヲ x トセバ,
 $(x+1)^2-x^2=17$ 之ヨリ $x=8$ ヲ得.
25. 最小數ヲ x トセバ,
 $x+x+1+x+2+x+3=410$ 之ヨリ $x=101$ ヲ得.
26. 連続三數ノ中ニハ 2 ノ倍數ト 3 ノ倍數ガ必ズ一ツ
 ズ、アルヲ以テナリ.
27. 此ノ數ノ左端ノ數字 2 ヲ取り去リタル數ヲ x ニテ表ハストキハ此ノ數ハ $200000+x$ ニシテ, 2 ヲ右端ニ移シテ得ル數ハ $10x+2$ ナリ.

- 故ニ $3(200000+x)=10x+2$
 之ヨリ $x=85714$ 答 285714
28. 題意ニ適スル時ヲ今ヨリ x 年後トスレバ,
 $54+x+40+x=15+x+13+x+11+x+9+x+7+x$
 之ヲ解キテ $x=13$ ヲ得.
29. x^2+35
30. 始メノ方陣ノ外側一邊ニ列ベル兵士ノ數ヲ x トセバ其ノ總數ハ $x^2-(x-8)^2$ ニシテ, 第二ノ方陣ノ兵士ノ總數ハ $(x-16)^2-(x-16-16)^2$ ナリ,
 故ニ $x^2-(x-8)^2=(x-16)^2-(x-32)^2$
 之ヲ解キテ $x=44$ ヲ得.
 答 (44^2-36^2) 人 $= (80 \times 8)$ 人 $= 640$ 人
31. 原價ヲ甲 x 圓, 乙 y 圓トセバ,

$$\begin{cases} 1.3x+1.5y=772.2 \\ 1.3x \times 0.9+1.5y \times 0.8=x+y+102.19 \end{cases}$$

 簡單ニスレバ,

$$\begin{cases} 13x+15y=7722 \\ 17x+20y=10219 \end{cases}$$

 之ヲ解キテ $x=231$ ヲ得.

第五篇

分數式

第一章 約分, 通分及四則

89. 約分.

$$\text{問 1. } \frac{2a^2x}{3by}, \frac{3a^2(x+y)^2}{2b(x-y)(x^2+y^2)}$$

$$\text{問 2. } \frac{a^2+ab+b^2}{a^2-ab+b^2}, \frac{x-2}{x-4}, \frac{3a(a+b)}{4b(a-b)}$$

$$\text{問 3. } \frac{19}{20} \text{ [G.C.D. } \wedge 297]$$

$$\frac{x-3}{x+1} \text{ [G.C.D. } \wedge x^2-3x+5]$$

$$\text{問 4. } \frac{a-b}{a+4b}, m-3$$

90. 通分.

$$\text{例一問. } \frac{amy}{bmy}, \frac{bny}{bmy}, \frac{bmz}{bmy}$$

$$\frac{-(c-a)}{(b-c)(c-a)(a-b)}, \frac{-(a-b)}{(c-a)(a-b)(b-c)}$$

$$\frac{-(b-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$\text{例二問 1. } \frac{b(x^2+ax+a^2)}{x^3-a^3}, \frac{x^2-a^2}{x^3-a^3}, -\frac{ax}{x^3-a^3}$$

$$\text{問 2. } \frac{4ayz}{6xyz} - \frac{15bzx}{6xy} + \frac{8cxy}{6xyz}$$

$$\frac{(x+1)(x+4)}{(x-3)(x-5)(x+4)} - \frac{(x-10)(x-5)}{(x-3)(x-5)(x+4)} - \frac{(x+22)(x-3)}{(x-3)(x-5)(x+4)}$$

91. 分數式ノ加法及ビ減法.

$$\text{例二問. } \frac{1}{15x}, \frac{ab+c}{b}, \frac{mx-ny}{m}, \frac{3b+2c}{3b}$$

$$\text{例三問. } \frac{5}{m}, \frac{83y}{60}, \frac{6}{x-5}$$

$$\text{例四問. } \frac{3(x^2+y^2)}{x^2-y^2}$$

$$\text{例五問. } \frac{b+a}{ab}, \frac{a^2-x^2}{ax(a-x)} = \frac{a+x}{ax}, \frac{-2x^2}{x^2-1}$$

問題 18

$$1. \text{ (1) } -\frac{2b^2c^7}{3a^3d} \text{ (2) } -1 \text{ (3) } -\frac{9m}{16n(a^2+b^2)}$$

$$(4) \frac{a+b+c+d}{a-b+c+d}$$

$$(5) \frac{2x+3y}{3x^2-y^2} \text{ [G.C.D. } \wedge x^2+xy-y^2]$$

$$2. \text{ (1) } \frac{2a}{a+x} \text{ (2) } \frac{2}{x+5}$$

$$[3] \frac{ab+bc+ca-a^2-b^2-c^2}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$

$$[4] \frac{a^2+b^2+c^2}{abc} \quad [5] \frac{x^2-x-2}{x^2-6x+8} = \frac{x+1}{x-4}$$

$$[6] \frac{a}{b} - \frac{b-a}{a-b} = \frac{a}{b} + 1 = \frac{a+b}{b}$$

$$[7] \text{題式} = \frac{2a}{x^2-a^2} - \frac{2a}{x^2+a^2} - \frac{4a^3}{x^4+a^4}$$

$$= \frac{4a^3}{x^4-a^4} - \frac{4a^3}{x^4+a^4} = \frac{8a^7}{x^8-a^8}$$

[8] 題式

$$= \frac{(x+y)(x^3+y^3) + (x-y)(x^3-y^3) - 2(x^2-y^2)^2}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$$

$$= \frac{4x^2y^2}{x^6-y^6}$$

$$[9] \text{題式} = \frac{a+b-c}{a+b+c} + \frac{b+c-a}{a+b+c} + \frac{c+a-b}{a+b+c}$$

$$= \frac{a+b+c}{a+b+c} = 1.$$

約分ハ必ず先ヅ着目スベキコトヲ注意スベシ.

$$[10] \text{題式} = \frac{1}{(x-a)(x-b)} + \frac{1}{(x-b)(x-c)}$$

$$+ \frac{1}{(x-c)(x-a)}$$

$$= \frac{x-c+x-a+x-b}{(x-a)(x-b)(x-c)} = \frac{3x-a-b-c}{(x-a)(x-b)(x-c)}$$

$$[11] \text{題式} = \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{(x-1)(x+5)}$$

$$+ \frac{4}{(x-3)(x+5)} - \frac{2}{x-3}$$

$$= \frac{x+5+3(x-3)+4(x-1)-2(x-1)(x+5)}{(x-1)(x-3)(x+5)}$$

$$= \frac{-2x^2+2}{(x-1)(x-3)(x+5)} = -\frac{2(x+1)}{(x-3)(x+5)}$$

$$3. \frac{a}{b} + \frac{b}{a}, \frac{1}{y} - \frac{1}{x}$$

92. 分數式ノ乘法.

$$\text{例一問. } \frac{22a^3}{b^4y}, \frac{b(a+b)}{4a(a-b)}$$

$$\text{例二問. } \frac{a^2+b^2}{a}, \frac{(2x+1)(2x-1)(2x^2-x+2)}{(2x+1)(2x^2-x+2)(2x-1)} = 1$$

93. 分數式ノ除法.

$$\text{例二問 1. } \frac{(m+n)(a+b)}{xy(a-b)}, \frac{a}{b}$$

$$\text{問 2. 題式} = \frac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-4)} \times \frac{(x-4)(x-5)}{(x-3)(x-7)}$$

$$\times \frac{x(x-7)}{x(x-5)} = 1$$

94. 繁分數.

$$\text{問. } \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}} = \frac{y-x}{xy} \times \frac{x^2y^2}{y^2-x^2} = \frac{xy}{x+y}$$

$$\text{或ハ } \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{1}{\frac{y+x}{xy}} = \frac{xy}{x+y}$$

$$\frac{(a-b)^2 - \left(\frac{a^2+b^2}{a+b}\right)^2}{b-a + \frac{a^2}{a+b}} = \frac{(a^2-b^2)^2 - (a^2+b^2)^2}{(a+b)^2} \cdot \frac{a+b}{b^2-a^2+a^2}$$

$$= \frac{-4a^2b^2}{(a+b)^2} \times \frac{a+b}{b^2} = -\frac{4a^2}{a+b}$$

本問ハ次ノ如ク解カシムルモ可ナリ.

兩項 = $(a+b)^2$ ヲ乗ジ

$$\text{題式} = \frac{(a-b)^2(a+b)^2 - (a^2+b^2)^2}{(b-a)(a+b)^2 + a^2(a+b)}$$

$$= \frac{(a^2-b^2)^2 - (a^2+b^2)^2}{(b^2-a^2)(a+b) + a^2(a+b)}$$

$$= \frac{-2a^2 \times 2b^2}{(a+b)b^2} = -\frac{4a^2}{a+b}$$

問 題 19

$$\begin{aligned} 1. [1] \text{ 題式} &= \frac{2(a^2x-b^2y)}{a^2x^2-b^2y^2} + \frac{2(a^2x+b^2y)}{a^2x^2+b^2y^2} \\ &= \frac{4(a^4x^3-b^4y^3)}{a^4x^4-b^4y^4} \end{aligned}$$

$$[2] \frac{18}{25}xy \quad [3] \frac{x^2}{(x+3)(x-2)}$$

$$[4] \text{ 題式} = \frac{x^6-1}{x^3} \times \frac{x}{x^2-1} = \frac{x^4+x^2+1}{x^2}$$

或ハ 77 節ノ公式ヲ利用セシメ, 題式 = $x^2+1 + \frac{1}{x^2}$

$$[5] \frac{5m}{2m} \quad [6] \frac{x+y}{2x} \quad [7] (nx+my)mn$$

$$[8] \text{ 題式} = \frac{a^2+b^2+ab}{ab} \times \frac{a^2+b^2-ab}{ab} = \frac{a^4+a^2b^2+b^4}{a^2b^2}$$

$$[9] \text{ 題式} = \frac{4x}{6} \times \frac{12}{9x} = \frac{8}{9}$$

$$\begin{aligned} [10] \text{ 題式} &= \frac{(a+b+c)(a+b-c)}{(a+b+c)(a-b-c)} \times \frac{(a+b-c)(a-b-c)}{(a+b-c)(a-b+c)} \\ &= \frac{a+b-c}{a-b+c} \end{aligned}$$

$$[11] \text{ 題式} = \frac{x^2+12x+35}{(x+1)(x+3)} \times \frac{x^2+4x+3}{(x+5)(x+7)}$$

$$= \frac{(x+5)(x+7)}{(x+1)(x+3)} \times \frac{(x+1)(x+3)}{(x+5)(x+7)} = 1$$

$$[12] \text{ 題式} = \left\{ \frac{1}{(3x-5y)(x-3y)} + \frac{2}{(3x-5y)(x+y)} \right\}$$

$$\times \frac{(x-3y)(x+3y)}{8xy}$$

$$= \frac{3x-5y}{(3x-5y)(x-3y)(x+y)} \times \frac{(x-3y)(x+3y)}{8xy}$$

$$= \frac{x+3y}{8xy(x+y)}$$

[13] 題式

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(a^2x^2 + b^2y^2 + a^2y^2 + b^2x^2)(ax + by + ay + bx)(ax + by - ay - bx)}{(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)} \\
 &= \frac{(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)(a + b)(x + y)(a - b)(x - y)}{(x^2 + y^2)(x + y)(x - y)}
 \end{aligned}$$

別解. 分子 = $(a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 + a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2)$
 $\times (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 - 2abxy - b^2x^2)$
 $= \{a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2)\} \{x^2(a^2 - b^2) - y^2(a^2 - b^2)\}$
 $= (x^2 + y^2)(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$

故 = 題式 = $\frac{(x^2 + y^2)(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)}{x^4 - y^4}$
 $= (a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$

[14] {}ノ内ハ $\frac{(1-x) - x^3(1-x)}{(1-x)^2(1-x^2)^2} = \frac{(1-x)(1-x^3)}{(1-x)^2(1-x^2)^2}$

故 = 題式 = $\frac{(1-x^3)(1-x)^2(1-x^2)^2}{(1-x)(1-x^3)}$
 $= (1-x)(1-x^2)^2$

[15] 題式 = $m^2 + 2 + \frac{1}{m^2} + n^2 + 2 + \frac{1}{n^2} + m^2n^2 + 2 + \frac{1}{m^2n^2}$
 $- m^2n^2 - m^2 - n^2 - 1 - 1 - \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} - \frac{1}{m^2n^2} = 4$

[16] 題式 = $\frac{2(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2} \times \frac{a^2 - b^2}{4ab} = \frac{a^2 + b^2}{2ab}$

或ハ所題ノ分數ノ分母子 = $a^2 - b^2$ ヲ乘ズレバ,

$$\frac{(a+b)^2 + (a-b)^2}{(a+b)^2 - (a-b)^2} = \frac{2(a^2 + b^2)}{4ab} = \frac{a^2 + b^2}{2ab}$$

[17] 題式 = $\frac{m^2 + n^2 - mn}{n} \times \frac{mn}{m-n} \times \frac{m^3 - n^3}{m^3 + n^3}$
 $= \frac{m(m^2 + mn + n^2)}{m+n}$

2. 63 頁例三参照.

3. 兩邊 = bd ヲ乘ゼシムベシ.逆ノ場合ハ兩邊ヲ bd ニテ除セシムベシ

第二章 文字方程式及ビ分數方程式

95. 文字方程式.

問. $3a, \frac{7}{3}m, a-b, a^2-ab+b^2, \frac{m+n}{a+b}, \frac{2b-3a}{a}$

例問 1. (1) $(a^2-ab+b^2)x=a^3+b^3, x=a+b$

(2) $2b(2+3b)x=(2+3b)a, x=\frac{a}{2b}$

(3) 分母ヲ拂ヒ移項スレバ,

$$(bc+ca+ab)x=b^2c+bc^2+a^2c+ac^2+a^2b+a^2c+abc$$

$$=(bc+ca+ab)(a+b+c)$$

$$\therefore x=a+b+c$$

別解. 3ヲ左邊へ移シ次ノ如クスレバ,

$$\frac{x-b-c}{a}-1+\frac{x-c-a}{b}-1+\frac{x-a-b}{c}-1=0$$

$$\frac{x-a-b-c}{a}+\frac{x-a-b-c}{b}+\frac{x-a-b-c}{c}=0$$

$$\text{之ヨリ } x-a-b-c=0 \quad \therefore x=a+b+c$$

注意. 文字方程式ヲ解クニハ之ヲ一般ノ形ニ直シ x ノ係數ニテ割ルニ當リ其ノ係數ガ0ニアラザルコトヲ吟味スルヲ要スルモ、之ハ高學年ニ適當ノ機會ニ於テ補習的ニナサシムルコト、シ今ハ余リ深入セヌヲヨシトス.

問 2. $h=\frac{3V}{\pi r^2}$

問 3. $h=\frac{A-2\pi r^2}{2\pi r}$

97. 二元一次方程式ノ根ノ公式.

問 1. (1) $x=\frac{-188-2}{-28-10}=\frac{190}{38}=5$

$$y=\frac{7-235}{-28-10}=\frac{228}{38}=6$$

(2) $\begin{cases} 2x-5y=1 \\ 7x+3y=24 \end{cases} \Rightarrow x=3, y=1 \text{ ヲ得.}$

問 2. (1) $\begin{matrix} 7 & 2 & -47 & 7 \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & 5 & -4 & -1 & 5 \end{matrix}$

(2) $\begin{matrix} 2 & -5 & -1 & 2 \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & 7 & 3 & -24 & 7 \end{matrix}$

(1) $\begin{cases} x=\frac{-2-188}{-28-10}=5 \\ y=\frac{-235+7}{-28-10}=6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x=\frac{120+3}{6+35}=3 \\ y=\frac{-7+48}{6+35}=1 \end{cases}$

問 3. (1) $\begin{cases} x+y-2a=0 \\ (a-b)x-(a+b)y=0 \end{cases} \Rightarrow y \begin{matrix} 1 & 1 & -2a & 1 \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & a-b & -(a+b) & 0 & a-b \end{matrix}$

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{-2a(a+b)}{-(a+b)-(a-b)} = a+b \\ y &= \frac{-2a(a-b)}{-2a} = a-b \end{aligned} \right\}$$

$$(2) \begin{array}{ccc} a-b & a+b & -(a^2+b^2) \\ & \times & \\ & b & -a & 0 & a-b \\ & & & & b \end{array}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-a(a^2+b^2)}{-a(a-b)-b(a+b)} = \frac{-a(a^2+b^2)}{-(a^2+b^2)} = a \\ y = \frac{-(a^2+b^2)b}{-(a^2+b^2)} = b \end{cases}$$

$$(3) \begin{array}{ccc} b & -a & -ab \\ & \times & \\ & a & b & -a^2 & a \end{array}$$

$$\begin{cases} x = \frac{a^3+ab^2}{b^2+a^2} = a \\ y = \frac{-a^2b+a^2b}{b^2+a^2} = 0 \end{cases}$$

$$(4) \begin{array}{ccc} a & -b & -(a^2-b^2) \\ & \times & \\ & b & -a & a^2-b^2 & a \end{array}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-b(a^2-b^2)-a(a^2-b^2)}{-a^2+b^2} = a+b \\ y = \frac{-b(a^2-b^2)-a(a^2-b^2)}{-a^2+b^2} = a+b \end{cases}$$

問 4. (1) $a = \frac{2m-7n+5}{m-n}, d = \frac{5}{m-n}$

(2) $a = \frac{pk-ql+h-k}{p-q}, d = \frac{h-k}{p-q}$

問 5. 所要ノ斤數ヲ x トスレバ,

$$an+bx=c(n+x)$$

ヨリ $x = \frac{cn-an}{b-c} = \frac{n(c-a)}{b-c}$ ヲ得.

99. 分數方程式ノ解法.

例一問. (1) 5 (2) -1

例二問. 分母ヲ拂ヘバ,

$$(x+3)(4x+1) = (4x-1)(3x+2) - (2x-1)(4x+1)$$

之ヨリ $x = -\frac{2}{3}$ ヲ得レドモコレ所題ノ方程式ノ分母ヲ零トスルヲ以テ此ノ方程式ハ根ヲ有セズ.

例三問. (1) 兩邊ヨリ 2 ヲ引キ,

$$\frac{-2}{x+1} + \frac{-2}{x+7} = \frac{-2}{x+3} + \frac{-2}{x+5}$$

兩邊ヲ -2 ニテ割リ項ヲ移セバ,

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{x+5} - \frac{1}{x+7}$$

$$\frac{2}{(x+1)(x+3)} = \frac{2}{(x+5)(x+7)}$$

之ヨリ $(x+1)(x+3) = (x+5)(x+7)$

之ヨリ $x = -4$

(2) $2x$ ヲ左邊ニ移シ,

$$\frac{x^2-x+1}{x-1} - x + \frac{x^2+x+1}{x+1} - x = 0$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 0$$

$$x+1+x-1=0$$

之ヨリ $x=0$ ヲ得.

(3) $\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x-4a} = \frac{1}{x-7a} - \frac{1}{x-10a}$

$$\frac{-3a}{(x-a)(x-4a)} = \frac{-3a}{(x-7a)(x-10a)}$$

$$\therefore (x-a)(x-4a) = (x-7a)(x-10a)$$

$$\text{之ヨリ} \quad x = \frac{11}{2}a \quad \text{ヲ得.}$$

$$(4) \quad \frac{x-8}{x-3} - 1 - \left(\frac{x-9}{x-4} - 1 \right) = \frac{x+7}{x+8} - 1 - \left(\frac{x+2}{x+3} - 1 \right)$$

$$\frac{-5}{x-3} - \frac{-5}{x-4} = \frac{-1}{x+8} - \frac{-1}{x+3}$$

$$\frac{5}{(x-3)(x-4)} = \frac{5}{(x+8)(x+3)}$$

$$\therefore (x-3)(x-4) = (x+8)(x+3)$$

$$\text{之ヨリ} \quad x = -\frac{2}{3} \quad \text{ヲ得.}$$

$$\text{例四問. } \begin{cases} (1) \text{ヨリ} & x-y=6 \\ (2) \text{ヨリ} & x+y=-3 \end{cases}$$

$$\text{之ヨリ} \quad x = \frac{3}{2}, \quad y = -\frac{9}{2} \quad \text{ヲ得.}$$

100. 公式ノ轉化.

$$\text{問 1. } n = \frac{s-a}{ar}$$

$$\text{問 2. } b = \frac{2s}{h}, \quad h = \frac{2s}{b}$$

問 題 20

$$1. [1] \quad -\frac{a^2}{b}$$

$$[2] \quad \begin{cases} (a+h)x + (b-h)y = c \\ (b+k)x + (a-k)y = c \end{cases} \quad \text{ヨリ}$$

$$x = \frac{-(b-h)c + (a-k)c}{(a+h)(a-k) - (b-h)(b+k)}$$

$$= \frac{c(-b+h+a-k)}{(a+b)(a-b+h-k)} = \frac{c}{a+b}$$

$$y = \frac{-c(b+k) + c(a+h)}{(a+b)(a-b+h-k)} = \frac{c(-b-k+a+h)}{(a+b)(a-b+h-k)}$$

$$= \frac{c}{a+b}$$

$$[3] \quad (1) - (2) \quad (a-b)x - (a+b)y = 0$$

$$\text{之ト(3)} \quad x+y-2a=0 \quad \text{ヨリ}$$

$$x = a+b, \quad y = a-b \quad \text{ヲ得.}$$

$$\text{依テ(1)ヨリ} \quad z = 2ab \quad \text{ヲ得.}$$

$$[4] \quad \begin{cases} y+z-x = b+c \\ z+x-y = c+a \\ x+y-z = a+b \end{cases} \quad \text{ヨリ, 邊々相加ヘテ}$$

$$x+y+z = 2(a+b+c)$$

之ト夫々上ノ方程式ヨリ加減法ニヨリ

$$2x = 2a+b+c \quad \therefore x = a + \frac{1}{2}(b+c)$$

$$2y = 2b+c+a \quad \therefore y = b + \frac{1}{2}(c+a)$$

$$2z = 2c+a+b \quad \therefore z = c + \frac{1}{2}(a+b)$$

$$[5] \quad x = \frac{b'-b}{m-m'}, \quad y = \frac{mb'-m'b}{m-m'}$$

[6] 分母ヲ拂ヒ

$$4(6x+7) = 3(5x-5) + 3x+2$$

$$\text{之ヨリ} \quad x = -\frac{41}{6} \quad \text{ヲ得.}$$

(7) 分母ヲ拂へバ

$$abx - acx + bc - c^2 = abx + bcx - ac - c^2$$

之ヨリ $x=1$ ヲ得.

(8) 兩邊ヨリ 1 ヲ減ズレバ,

$$\frac{2.625}{2x-1.125} = \frac{3.5}{3x-2.25}$$

小數點ヲ除キ $\frac{2625}{2000x-1125} = \frac{350}{300x-225}$

$$\text{約分シテ} \quad \frac{21}{16x-9} = \frac{14}{12x-9}$$

$$\text{兩邊ヲ} 7 = \text{テ割リ} \quad \frac{3}{16x-9} = \frac{2}{12x-9}$$

之ヨリ $x = \frac{9}{4} = 2.25$ ヲ得.

(9) 分母ヲ拂へバ

$$5x(x-3) + 5x^2 - 15x - 8 - 2(5x-9)(x-3) = 10(x-3)$$

之ヨリ $x=4$ ヲ得.

$$(10) \quad bx(x+b) + ax(x+a) = (a+b)(x+a)(x+b)$$

$$2abx = -ab(a+b)$$

$$\therefore x = -\frac{a+b}{2}$$

$$\text{別解.} \quad \frac{bx}{x+a} - b + \frac{ax}{x+b} - a = 0$$

$$x = -\frac{a+b}{2}$$

(11) 分母ヲ拂へバ

$$m(x+a)^2 + n(x+b)^2 = (m+n)(x+a)(x+b)$$

$$\text{之ヨリ} \quad (a-b)(m-n)x = (a-b)(nb-ma)$$

$$\therefore x = \frac{nb-ma}{m-n} \quad \text{但シ } m \neq n, a \neq b \text{ トス.}$$

$$(12) \quad \text{項ヲ移シ} \quad \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} = \frac{1}{x-7} - \frac{1}{x-9}$$

$$\frac{-2}{(x-1)(x-3)} = \frac{-2}{(x-7)(x-9)}$$

$$\therefore (x-1)(x-3) = (x-7)(x-9)$$

之ヨリ $x=5$ ヲ得.

$$2. \quad r = \frac{a'b'c'}{b'c' + c'a' + a'b'}, \quad a' = \frac{b'c'r}{b'c' - b'r - c'r}$$

$$b' = \frac{c'a'r}{c'a' - c'r - a'r}, \quad c' = \frac{a'b'r}{a'b' - a'r - b'r}$$

$$3. \quad \begin{cases} (1) \text{ヨリ} & 3x - y - 16 = 0 \\ (2) \text{ヨリ} & x - 3y + 8 = 0 \end{cases}$$

之ヨリ $x=7, y=5$ ヲ得.

$$(2) \quad x - y - z = 2 \dots\dots\dots(1)$$

$$(2) \text{ヨリ} \quad 7x - 9y - 7z = 0 \dots\dots\dots(2)'$$

$$(3) \text{ヨリ} \quad 8x - 6y + 8z = 0 \dots\dots\dots(3)'$$

$$(1) \times 7 - (2)' \quad 2y = 14 \quad \therefore y = 7$$

$$(1) \times 8 - (3)' \quad -2y - 16z = 16$$

$$y = 7 \text{ トシテ} \quad 16z = -30 \quad \therefore z = -\frac{15}{8}$$

$$\text{依テ}(1) \text{ヨリ} \quad x = \frac{57}{8} \text{ ヲ得.}$$

$$4. \quad r = \frac{ir'}{i}, \quad r' = \frac{i'r}{i}$$

$$5. R = \frac{QD}{d^2L}$$

$$6. \text{先ヅ(2)ヨリ } a = \frac{2s - nl}{n}$$

$$\text{依テ(1)ヨリ } d = \frac{2(nl - s)}{n(n-1)} \text{ ヲ得.}$$

101. 應用問題.

$$\text{例一問. 方程式ハ } \frac{24}{x} = \frac{24}{1.2x} + 4$$

之ヨリ $x=1$ ヲ得. 答 1 圓.

例二問. コレ例ノ數字ヲ文字ニ變ヘタルマデナリ,

依テ方程式ハ

$$\frac{c}{x+y} + \frac{c}{x-y} = d, \quad \frac{a}{x+y} = \frac{b}{x-y}$$

$$\text{ニシテ答ハ } y = \frac{c(a^2 - b^2)}{2abd} \text{ (里) ナリ.}$$

問題 21

1. 甲ノ所得ヲ x 圓トスレバ金額ハ $(4x + 4a)$ 圓ニシテ,
乙ノ所得ハ $\left\{ \frac{1}{2}(3x + 4a) + b \right\}$ 圓, 丙ノ所得ハ cx 圓,
丁ノ所得ハ d 圓ナルヲ以テ,

$$4x + 4a = x + \frac{1}{2}(3x + 4a) + b + cx + d,$$

$$8x + 8a = 2x + 3x + 4a + 2b + 2cx + 2d,$$

$$\therefore x = \frac{2(2a - b - d)}{2c - 3} \text{ (圓)}$$

2. 所要ノ距離ヲ x 里トスレバ甲ガ $(x+d)$ 里ヲ走ル時

間ハ乙ガ x 里ヲ走ル時間ニ等シキヲ以テ $\frac{x+d}{a} = \frac{x}{b}$,

之ヨリ $x = \frac{bd}{a-b}$ (里) ヲ得.

別解. 所要ノ時間ヲ x トスレバ,

$$x = \frac{d}{a-b}$$

故ニ距離ハ b ヲ之ニ乗ジテ $\frac{bd}{a-b}$ (里) ヲ得.

注意. $a < b$ ナリトシテ上ノ答數ヲ吟味スルコトハ
優等生ニハ有益ナルコトナルベシ.

3. 分母ヲ x トスレバ分子ハ $x - 48$ ナリ,

$$\text{依テ } \frac{x-48}{x} = \frac{2}{5}$$

之ヨリ $x=80$ ヲ得. 答 $\frac{32}{80}$

注意. 此ノ答數ハ約分スベカラズ.

4. 所要ノ時間ヲ x 時間トスレバ甲一人ニテハ $2(x-1)$
時間, 乙一人ニテハ $2(x+2)$ 時間ヲ要スルヲ以テ,

$$\frac{1}{2(x-1)} + \frac{1}{2(x+2)} = \frac{7}{x}$$

分母ヲ拂ヒ $x(x+2) + x(x-1) = 2(x+2)$

之ヨリ $x=4$ ヲ得 答 4 時間.

5. 甲ハ x 分, 乙ハ y 分ニテ一周ストセバ,

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{a}$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{b}$$

之ヲ解キテ $x = \frac{2ab}{a+b}$, $y = \frac{2ab}{a-b}$ ヲ得.

6. 一圓ニツキ上米ヲ x 合, 中米ヲ $(x+4)$ 合, 下米ヲ $(x+7)$ 合トスレバ, 其ノ一合ノ價ハ夫々 $\frac{1}{x}$ 圓, $\frac{1}{x+4}$ 圓, $\frac{1}{x+7}$ 圓ナル故 $\frac{2}{x} + \frac{3}{x+7} = \frac{5}{x+4}$ 之ヨリ $x=56$

答 上 5.6 升, 中 6 升, 下 6.3 升.

注意. 本問ノ答數ハ米價甚ダ安シト雖ドモ, 大正七年以前ニ於ケル米價ハカクノ如クナリシコトヲ知ラシムベシ.

7. 中ノ價ヲ 100 錢ニツキ x 筒ナリトセバ, 上ハ $(x-4)$ 筒ニシテ下一筒ノ價ハ $\frac{300}{3x+20}$ 錢ナルヲ以テ,

$$\frac{100}{x} \times 2 = \frac{100}{x-4} + \frac{300}{3x+20}$$

之ヲ解キテ $x=20$ ヲ得.

練習雜題 5

1. (1) $\frac{7x}{a} + \frac{6y}{b} - 1$. (2) $\frac{1}{12}x - \frac{1}{60}y + \frac{11}{30}z$

(3) $x+4$

2. $-\frac{4}{7}x + \frac{1}{x}y - \frac{46}{33}z$ 3. $-2ab$

4. $x^3 + bx^2 + (a-b-ab)x$

5. $x^5 - (a+p)x^4 + (b+ap+q)x^3 - (c+bp+aq)x^2 + (cp+bq)x - cq$

6. x^5 ノ係數ハ $7 \times 18 + (-5)(-4) = 146$

x^3 ノ係數ハ $7 \times (-6) + (-5) \times 18 = -132$

7. (1) $127x - 315$ (2) $22ab - 3ac$

(3) $\frac{23}{20}x + \frac{39}{20}y - \frac{37}{20}z$

(4) $\frac{7}{2}xy - 3x^2 + \frac{1}{2}xy + 4y^2 = -3x^2 + 4xy + 4y^2$

(5) $\frac{1}{4}a^4 + \frac{67}{180}a^3b + \frac{23}{60}a^2b^2 - \frac{1}{15}ab^3 - 3b^4$

8. $x^2 - \frac{3}{4}x + 1$

9. $\left(\frac{3}{2}x^2 - x - \frac{8}{3}\right)\left(\frac{8}{3}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}\right) + \frac{2}{3}x - \frac{5}{3}$
 $= 4x^4 - \frac{73}{24}x^3 - \frac{283}{36}x^2 + 2x + \frac{1}{9}$

10. $\left(\frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{4}y^2\right)^2 - \frac{1}{36}x^2y^2 = \frac{x^4}{81} + \frac{x^2y^2}{36} + \frac{y^4}{16}$

11. 題式 = $\{(by+cz)^2 - a^2x^2\}\{a^2x^2 - (by-cz)^2\}$
 $= (b^2y^2 + c^2z^2 + 2bcyz - a^2x^2)$
 $\times (a^2x^2 - b^2y^2 - c^2z^2 + 2bcyz)$
 $= (2bcyz)^2 - (a^2x^2 - b^2y^2 - c^2z^2)^2$
 $= 2b^2c^2y^2z^2 + 2c^2a^2z^2x^2$
 $+ 2a^2b^2x^2y^2 - a^4x^4 - b^4y^4 - c^4z^4$

12. (1) $(x-a)(x+c)$

(2) $(x^2-4)(x^2-25) = (x+2)(x-2)(x+5)(x-5)$

(3) $x^4 - (x-1)^2 = (x^2+x-1)(x^2-x+1)$

$$[4] \quad 3\left(\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2\right) = 3\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y\right)$$

$$[5] \quad (x+2)^2 - (y+1)^2 = (x+y+3)(x-y+1)$$

$$[6] \quad (x^8+1)^2 - x^8 = (x^8+x^4+1)(x^8-x^4+1) \\ = (x^4+x^2+1)(x^4-x^2+1)(x^8-x^4+1) \\ = (x^2+x+1)(x^2-x+1)(x^4-x^2+1)(x^8-x^4+1)$$

$$[7] \quad 2\{[5(a+b)]^3 + (c^2)^3\} \\ = 2(5a+5b+c^2) \\ \times (25a^2+50ab+25b^2-5ac^2-5bc^2+c^4)$$

$$[8] \quad 11\{(m+2n)^2 - 8(m+3n)(m-n) + 16(m-n)^2\} \\ = 11\{m+2n-4(m-n)\}^2 \\ = 11(6n-3m)^2 = 99(2n-m)^2$$

13. 被除式ハ $\{a+b-(c+d)\}^2 =$ 等シキヲ以テ
商ハ $a+b-c-d$ ナリ.

14. $(x+y)^4 - y^4 = (x+y-y)(x+y+y)\{(x+y)^2 + y^2\}$
ナルヲ以テ商ハ $x(x^2+2xy+2y^2)$ ナリ.

$$15. \quad \frac{(a^2-b^2)(a^2-ab+b^2)}{a-b} = (a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2) \\ = a^4 + a^2b^2 + b^4$$

16. x^2+cx-a

17. [1] $\frac{3x^2+5x+8}{2x^2+2x+1}$ [G. C. D. ハ $x-2$]

$$[2] \quad \text{題式} = \frac{(x+1)(x^2-x+1) - (x-1)(x^2+x+1) + 2}{x^4+x^2+1} \\ = \frac{x^3+1 - (x^3-1) + 2}{x^4+x^2+1} = \frac{4}{x^4+x^2+1}$$

$$[3] \quad \text{題式} = \left(\frac{a^2}{ab-b^2} + \frac{b^2}{ab-a^2}\right) \div \frac{a^2-b^2}{ab} \\ = \frac{a^3-b^3}{ab(a-b)} \times \frac{ab}{a^2-b^2} = \frac{1}{a-b}$$

$$18. \quad \frac{ab}{(b+c)(c+a)} + \frac{bc}{(c+a)(a+b)} + \frac{ca}{(a+b)(b+c)} \\ + \frac{2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)} \\ = \frac{ab(a+b) + bc(b+c) + ca(c+a) + 2abc}{(b+c)(c+a)(a+b)} = 1$$

19. [1] $x = -1$

$$[2] \quad \begin{cases} \frac{2}{x+2} + \frac{3}{y+3} = 1 \dots\dots\dots (1) \\ \frac{3}{x+2} + \frac{2}{y+3} = 1 \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

トシ $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{y+3}$ ヲ未知數ト見ルベシ.

或ハ此ノ儘加ヘ5ニテ割レバ,

$$\frac{1}{x+2} + \frac{1}{y+3} = \frac{2}{5} \dots\dots\dots (3)$$

3倍シテ(1)ヲ引クトキハ,

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{5} \quad \text{之ヨリ } x+2=5 \quad \therefore x=3$$

又 (1)-(3)×2 ハ

$$\frac{1}{y+3} = \frac{1}{5} \quad \text{之ヨリ } y+3=5 \quad \therefore y=2$$

[3] (2)-(3)×b ヲリ $(2b-1)z=0$

$$\text{之ヨリ} \quad z=0$$

$$\text{依テ (1) ヨリ} \quad x-y=0$$

$$(2) \text{ ヨリ} \quad x+y=0$$

$$\therefore \quad x=y=0$$

尤モ $x=0, y=0, z=0$ ナルベキコトハ所題ノ方程式ニ常數項ナキコトヨリ直ニ知ルヲ得.

20. 二數ヲ n 及ビ $n-1$ トスレバ, 其ノ平方ノ差ハ $n^2-(n-1)^2=2n-1$ ナレバナリ.

21. 犬ガ x 歩走リテ兎ニ追及ストセバ, 其ノ間ニ兎ハ

$$\frac{9}{6}x \text{ 歩走リ, 又犬ノ } x \text{ 歩ハ兎ノ足ニテハ } \frac{7}{3}x \text{ 歩ニ當}$$

ルヲ以テ,

$$\frac{7}{3}x = \frac{9}{6}x + 90, \quad x=108 \quad \text{答 } 108 \text{ 歩.}$$

22. 甲ノ一步ノ長サヲ x 尺トセバ乙ノ一步ノ長サハ

$$\frac{3}{4}x \text{ 尺ナリ.}$$

而シテ 2町40間=960尺 ナル故, 之ヲ走ルニ甲

$$\text{ハ } \frac{960}{x} \text{ 歩, 乙ハ } \frac{960 \times 4}{3}x \text{ 歩ヲ要ス. 而シテ甲ガ}$$

$$\frac{960}{x} \text{ 歩スル間ニ乙ハ } \frac{960}{x} \times \frac{5}{4} \text{ 歩スル故,}$$

$$\left(\frac{960}{x} \times \frac{5}{4} + 20 \right) \times \frac{3}{4}x = 960$$

之ヲ解キテ $x=4$ ヲ得. 答 甲4尺, 乙3尺.

23. [1] G.C.D. ハ $x-4$, L.C.M. ハ

$$(x^2-6x+2)(x^3-9x^2+23x-12)$$

$$[2] \text{ G.C.D. ハ } x^2-3x+7.$$

$$\text{L.C.M. ハ } (x^4+3x^2+6x+35)(x-1)$$

第六篇

二次方程式

第一章 平方根

102. 平方根.

問 1. $\pm 8, \pm(a+b), \pm(a-1)$

問 2. [1] $\pm 2(a-b)$

[2] $\pm(3x^2+4)$

[3] 題式 $= (a+b)^2 + 2c(a+b) + c^2$
 $= (a+b+c)^2$

104. 單項式ノ開平方.

例二問. $7x^2y^4z^3, 8a^6b^2c^3, 60(a+b)^2x^2y^5,$

$$\frac{4(a-b)(x+y)^3}{5(x-y)}, \frac{2a^3b}{3x^4y^2}, \frac{2n^2z^4}{3m^3xy^5}$$

(各ノ前ノ複符號ヲ略ス).

例四問. $30, 2^4=16, 18, 13,$

$$2^3 \times 3 = 24, 5 \times 3 \times 100 = 1500,$$

$$2^2 \times 3^2 = 36, 5 \times 3^2 \times 7 = 315,$$

$$\frac{11}{13}, \frac{19}{21}, \frac{30}{77}$$

注意. 此處ニテ代數式ノ平方及ビ立方ヲ求ムル計算ヲ復習スベシ.

105. 多項式ノ開平方.

問. $\pm(a-b+c)$

例一問. [1] $2x^2-3x-1$ [2] x^3-2x^2+3x

例二問. [1] $x^3+2ax^2-2a^2x-a^3,$

剩餘 $-3a^4x^2+3a^6$

$$[2] 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} \quad \text{剩餘} \frac{x^3}{8} - \frac{x^4}{64}$$

107. 整數ノ開平方.

例一問. 17, 31, 45, 42, 290, 7300

例二問. 269, 497

例三問. 108, 70609, 2654 剩餘 25

108. 小數ノ開平方.

例二問 1. 0.8, 0.09, 0.002, 0.15

問 2. 0.0809, 0.615, 380.01

問 3. 1.732……(剩餘 0.000176),

2.645……(剩餘 0.003975)

109. 分數ノ開平方.

例一問. $\frac{11}{14}, \frac{25}{72}, \frac{965}{764}$

例三問. $\sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \sqrt{1.5} = 1.225$ 弱.

(1.2247... 剩餘 0.00010991)

或ハ $\sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{2.4494\dots}{2} = 1.2247\dots$

$\sqrt{\frac{7}{12}} = \sqrt{\frac{21}{36}} = \frac{4.5825}{6} = 0.7637\dots$

= 0.764 弱

($\sqrt{21} = 4.5825$ 剩餘 0.00069375)

或ハ $\sqrt{\frac{7}{12}} = \sqrt{0.5833333\dots} = 0.7637\dots$

111. 無理數及ビ無理式ノ計算.

例二問 1. 24, $5\sqrt{5}$, $12\sqrt{3}$

問 2. $\sqrt{100}$, $\sqrt{\frac{52}{9}}$, $\sqrt{16a^3b^5}$

例三問. $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

例五問. $11 - 9 = 2$, $4 + 3\sqrt{15}$, $5 - 2\sqrt{6}$

$30 + 12\sqrt{6}$, $14 - 6\sqrt{5}$, $a - b$, $m^2 + n - 2m\sqrt{n}$.

$4a + 12\sqrt{ab} + 9b$

例七問 1. $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{6}}{4}$, $\frac{10(7 - \sqrt{3})}{23}$,

$$\frac{30 + 4\sqrt{35} + 2\sqrt{21} + 3\sqrt{15}}{17}, \quad \frac{\sqrt{c}(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

問 2. $\frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2} = 7 \times 1.4142\dots = 9.8994\dots$

答 9.90 弱

$$\frac{4}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{4 \times 1.73205\dots}{3} = 4 \times 0.57735\dots$$

$$= 2.3094\dots$$

答 2.31 弱

$$\frac{\sqrt{8} + \sqrt{7}}{\sqrt{8} - \sqrt{7}} = \frac{15 + 2\sqrt{56}}{1} = 15 + \sqrt{224}$$

$$= 15 + 14.966\dots = 29.966\dots$$

答 29.97 弱

$$\frac{4}{5\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} = \frac{4(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{50 - 12}$$

$$= \frac{4(5\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{38}$$

$$= \frac{10\sqrt{2} - 4\sqrt{3}}{19} = \frac{\sqrt{200} - \sqrt{48}}{19}$$

$$= \frac{14.14213\dots - 6.9282}{19}$$

$$= \frac{7.213932\dots}{19} = 0.379\dots$$

答 0.38 弱

問題 22

1. (1) $4a^2 - 3ab + 5b^2$

(2) $1 - x + x^2 - x^3 + x^4$

(3) 1128

(4) 504.06

$$(5) \sqrt{8 \frac{19}{64}} = \sqrt{\frac{531}{64}} = \frac{\sqrt{531}}{8}$$

$$= \frac{23.0434\dots}{8} = 2.8804\dots$$

答 2.880 強

2. $5\sqrt{2}, 4\sqrt{6}, 11\sqrt{7}, 6abc^2\sqrt{ac}$

3. $\sqrt{18}, \sqrt{48}, \sqrt{175}, \sqrt{720}$

$$4. 2\sqrt{2 \times 7} \times \sqrt{3 \times 7} \times 5 \times \sqrt{2 \times 3} = 2 \times 2 \times 7 \times 3 \times 5$$

$$= 420$$

$$\sqrt{\frac{x^2 y^2 \times x^3 y^3}{x y^3}} = \sqrt{\frac{x^5 y^5}{x y^3}} = \sqrt{x^4 y^2} = x^2 y$$

5. (1) $13\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$

(2) $9\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = 0$

$$(3) 2\sqrt{3} + \frac{6\sqrt{3}}{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{12\sqrt{3} - 4\sqrt{3}}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$(4) \left(3\sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{5} - \frac{2}{5}\sqrt{5} \right) \times \sqrt{10}$$

$$= \left(15 + \frac{5}{2} - 2 \right) \times \sqrt{2} = \frac{31}{2} \sqrt{2}$$

6. (1) $26 + 5\sqrt{26} - 2\sqrt{26} - 10 = 16 + 3\sqrt{26}$

(2) $2 - (\sqrt{3} - \sqrt{6})^2 = 2 - 9 + 6\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 7$

$$(3) \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}{(2 - \sqrt{3})(7 + 4\sqrt{3})} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

7. (1) 題式 = $\frac{13 \times 5}{5\sqrt{13}} = \sqrt{13}$

(2) 題式 = $\frac{(\sqrt{12} - 1)(\sqrt{3} - 1)}{2} = \frac{7 - 3\sqrt{3}}{2}$

$$(3) 題式 = \frac{(\sqrt{9+x^2} - 3)^2}{(\sqrt{9+x^2} + 3)(\sqrt{9+x^2} - 3)}$$

$$= \frac{x^2 - 6\sqrt{x^2+9} + 18}{x^2}$$

$$(4) 題式 = (2\sqrt{3} + 4\sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= 14 + 6\sqrt{6}$$

$$8. 題式 = \frac{3 + \sqrt{3}}{6} + \frac{3\sqrt{3} - 5}{2}$$

$$= \frac{10\sqrt{3} - 12}{6} = \frac{5\sqrt{3} - 6}{3}$$

9. 題式 = $5\sqrt{1} + 3\sqrt{49} = 5 + 21 = 26$

$$10. 題式 = \frac{14 - 2\sqrt{13}}{4} + \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} - 3 = \frac{12}{4} - 3 = 0$$

$$11. 題式 = (2 \pm \sqrt{2})^2 - 4(2 \pm \sqrt{2}) + 2 \text{ (複號同順)}$$

$$= 6 \pm 4\sqrt{2} - 8 \mp 4\sqrt{2} + 2 = 0$$

$$12. \text{題式} = \sqrt{7} - \sqrt{5} + \sqrt{6} + \sqrt{5} = \sqrt{7} + \sqrt{6}$$

$$= 2.646\cdots + 2.449\cdots = 5.09\cdots$$

第二章 一元二次方程式

113. 不完二次方程式ノ解法.

例一問 1. $\pm \frac{5}{8}, \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

問 2. (1) $5x^2=80$ ヲリ $x=\pm 4$

(2) $x^2=400+15^2$ ヲリ $x=\pm 25$

(3) $x-7=\pm 5$ ヲリ $x=12$ 或ハ 2

(4) $3x+2=\pm 4$ ヲリ $x=\frac{2}{3}$ 或ハ -2

(5) $(x-5)^2=4$ ヲリ $x=7$ 或ハ 3

問 3. $r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$

$S=3215$ 平方百里トシテ

$$r = \sqrt{\frac{3215}{4\pi}} = \sqrt{\frac{803.75}{\pi}}$$

$$= \sqrt{\frac{803.75}{3.141592\cdots}} = \sqrt{255.84}$$

$=15.9\cdots$ (百里) 答 1600 里弱.

例二問. (1) $20x^2=180$ ヲリ $x=\pm 3$

(2) $11x^2=891$ ヲリ $x=\pm 9$

114. 完備二次方程式 $x^2+px+q=0$ ノ解法.

例一問. 6, -4; 2, -5; 0, 7

例二問. 12, 16; 3, -10

$x^2 + px + q = 0$ の解法(根の公式).

例一問. $x^2 - 15x + 50 = 0$ \exists y $x = 5$ 或ハ 10

$x^2 - 3x - 18 = 0$ \exists y $x = 6$ 或ハ -3

例二問 1. $x = \frac{5\sqrt{3} \pm \sqrt{75-72}}{2} = \frac{5\sqrt{3} \pm \sqrt{3}}{2}$

$= 3\sqrt{3}$ 或ハ $2\sqrt{3}$

問 2. $x = \frac{-19 \pm \sqrt{361-336}}{2} = \frac{-19 \pm 5}{2}$

$= -7$ 或ハ -12

$x = \frac{21 \pm \sqrt{441-440}}{2} = \frac{21 \pm 1}{2}$

$= 11$ 或ハ 10

$x = -15 \pm \sqrt{225+1296} = -15 \pm 39$

$= 24$ 或ハ -54

$x = 2 \pm \sqrt{4+4} = 2 \pm \sqrt{8}$

$= 2 \pm 2\sqrt{2}$

問 3. $(x+2)^2 - 196 = (x+16)(x-12),$

$\left(x - \frac{19}{12}\right)^2 - \left(\frac{29}{12}\right)^2 = \left(x + \frac{5}{6}\right)(x-4)$

115. 完備二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解法.

例一問 1. $\frac{7}{2}$ 或ハ -5

問 2. 本例ヲ解キ以テ次ノ一般解法ヲ授クル準備

ヲナス.

例二問. $x = \frac{2 + \sqrt{4+165}}{2} = \frac{2 \pm 13}{3} = 5$ 或ハ $-\frac{11}{3}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9+1512}}{14} = \frac{3 \pm 39}{14} = 3$ 或ハ $-\frac{18}{7}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+144}}{4} = \frac{-5 \pm 13}{4}$

$= 2$ 或ハ $-\frac{9}{2}$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9-6}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{2}$

例三問. $x = \frac{-2a \pm \sqrt{4a^2 - 4(a^2 - b^2)}}{4} = \frac{-2a \pm 2b}{4}$

$= \frac{-a \pm b}{2}$

$x = \frac{a^2 + b^2 \pm \sqrt{(a^2 - b^2)^2}}{2ab} = \frac{a^2 + b^2 \pm (a^2 - b^2)}{2ab}$

$= \frac{a}{b}$ 或ハ $\frac{b}{a}$

$x = \frac{-(c-a) \pm \sqrt{(c-a)^2 - 4(b-c)(a-b)}}{2(b-c)}$

$= \frac{-c+a \pm (a-2b+c)}{2(b-c)} = \frac{a-b}{b-c}$ 或ハ 1

116. 重二次方程式.

例一問. (1) $\pm 1, \pm 3$

(2) $\pm a, \pm \frac{1}{a}$

例二問. (1) $x^2 - 3x + 2 = 0$ \exists y $x = 1$ 或ハ $2,$

及ビ $x^2 - 3x - 3 = 0$ ヲリ $x = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$

(2) 所題ノ方程式ヲ $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$ トシ

$$x^2 + x - 2 = 0 \quad \text{ヨリ} \quad x = 1 \text{ 或ハ } -2,$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad \text{ヨリ} \quad x = 2 \text{ 或ハ } -3$$

問題 23

1. $x = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{12} = \frac{13 \pm 5}{12} = \frac{3}{2} \text{ 或ハ } \frac{2}{3}$

2. $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 36}}{6} = \frac{5 \pm \sqrt{61}}{6}$

3. $x = \frac{223 \pm \sqrt{49729 - 49728}}{2} = \frac{223 \pm 1}{2}$
 $= 112 \text{ 或ハ } 111$

4. $x = \frac{21 \pm 1}{220} = \frac{1}{10} \text{ 或ハ } \frac{1}{11}$

5. $x = \frac{5 \pm \sqrt{7}}{3}$

6. $x = \frac{-3\sqrt{3} \pm \sqrt{147}}{2} = \frac{-3\sqrt{3} \pm 7\sqrt{3}}{2}$
 $= 2\sqrt{3} \text{ 或ハ } -5\sqrt{3}$

7. 簡単 = スレバ, $3x^2 + 2x - 16 = 0$

之ヨリ $x = \frac{-1 \pm 7}{3} = 2 \text{ 或ハ } -\frac{8}{3}$

8. 簡単 = スレバ $19x^2 - 13x - 6 = 0$

之ヨリ $x = \frac{13 \pm 25}{38} = 1 \text{ 或ハ } -\frac{6}{19}$

9. 簡単 = スレバ $6x^2 - x - 15 = 0$

之ヨリ $x = \frac{1 \pm 19}{12} = \frac{5}{3} \text{ 或ハ } -\frac{3}{2}$

10. 簡単 = スレバ $3x^2 - 14x - 24 = 0$

之ヨリ $x = \frac{7 \pm 11}{3} = 6 \text{ 或ハ } -\frac{4}{3}$

11. 簡単 = スレバ $x^2 - 3x + 2 = 0$

之ヨリ $x = 1 \text{ 或ハ } 2$

12. $x = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 20}}{10} = \frac{15 \pm \sqrt{205}}{10}$

$$= \frac{15 \pm 14.31 \dots}{10} = 2.93 \dots \text{ 或ハ } 0.06 \dots$$

13. $x = \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{10} = \frac{-7 \pm 10.41 \dots}{10}$

$$= 0.344 \dots \text{ 或ハ } -1.744 \dots$$

14. $x = -500 \pm \sqrt{250000 - 25} = -500 \pm \sqrt{249975}$

$$= -500 \pm 499.9749 \dots$$

$$= -0.0250 \dots \text{ 或ハ } -999.9749 \dots$$

15. 整頓スレバ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

$$\therefore x = \frac{5 \pm \sqrt{5}}{3} = \frac{5 \pm 2.236 \dots}{3} = 2.412 \text{ 或ハ } 0.921$$

16. 整頓スレバ $acx^2 + (ad - bc)x - bd = 0$

之ヨリ $x = \frac{bc - ad \pm (ad + bc)}{2ac} = \frac{b}{a} \text{ 或ハ } -\frac{d}{c}$

17. 整頓スレバ $x^2 - ax = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ 或ハ } a$

18. 整頓スレバ $(a - b)x^2 - (a^2 - b^2)x + ab(a - b) = 0$

兩邊ヲ $a - b$ = テ割リ $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

之ヨリ $x=a$ 或ハ b

19. 所題ノ方程式ヲ x^2+x ニ就キ整頓スレバ,

$$(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24=0$$

之ヨリ $x^2+x=2$ 或ハ 12

依テ $x^2+x-2=0$ ヲリ $x=1$ 或ハ -2

$x^2+x-12=0$ ヲリ $x=3$ 或ハ -4

20. 整頓スレバ $n^2-13n+40=0$

$$\therefore n=5 \text{ 或ハ } 8$$

117. 一元二次方程式應用問題.

例一問 1. 一部ヲ x 米トセバ, 他ノ部分ハ $(80-x)$ 米,

依テ方程式ハ $x(80-x)=1431$

之ヨリ $x=53$ 或ハ 27

答 53 米ト 27 米トノ二部ニ分ツベシ.

問 2. 間口ヲ x 間, 奥行ヲ $(x+10)$ 間トスレバ,

$$(x+2)(x+8)=616$$

整頓スレバ $x^2+10x-600=0$

之ヨリ $x=20$ 或ハ -30 ヲ得.

答 間口 20 間, 奥行 30 間, 面積 600 坪

問 3. 小ナル方ノ地所ノ一邊ヲ x 尺トセバ大ナル方ノ一邊ハ $(x+12)$ 尺ナル故,

$$x^2+(x+12)^2=2120,$$

$$x^2+12x-988=0$$

之ヨリ $x=26$ 或ハ -38

答 26 尺, 38 尺.

若シ大ナル方ノ一邊ヲ x 尺トセバ,

$$x^2+(x-12)^2=2120, \quad x^2-12x-988=0,$$

之ヨリ $x=38$ 或ハ -26

但シ本問題ハ兩所ノ一邊ヲ夫々 $(x+6)$ 尺及ビ $(x-6)$

尺トスル方解法簡單ナリ,

即方程式ハ

$$(x+6)^2+(x-6)^2=2120,$$

$$\therefore x^2=1024$$

之ヨリ $x=\pm 32$ ヲ得.

例二問 1. 方程式ハ $x \times \frac{x}{100} = x - 24$

之ヨリ $x=60$ 或ハ 40

答 60 圓或ハ 40 圓.

問 2. 所要ノ梓幅ヲ x 分トセバ梓ノ面積ハ

$\{30 \times 48 - (30-2x)(48-2x)\}$ 平方分ナル故

$$30 \times 48 - (30-2x)(48-2x) = \frac{1}{5} \times 30 \times 48$$

整頓スレバ $x^2-39x+72=0$

之ヨリ $x = \frac{39 \pm \sqrt{1233}}{2} = \frac{39 \pm 35.11}{2} = 37.05$ 或ハ 1.94

然ルニ梓幅ハ 37.05 分ナルコト能ハザルハ勿論ナル

故 1.9 分強ヲ以テ所要ノ答數トス.

問 3. 父ヲ x 歳トセバ子ハ $(100-x)$ 歳ナル故,

$$x(100-x)=10x+1800$$

整頓シテ $x^2-90x-1800=0$

$$\therefore x=30 \text{ 或ハ } 60$$

答 父 60 歳, 子 40 歳.

問 4. 最小数ヲ x トセバ,

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 1454$$

$$\therefore x^2 + 2x - 483 = 0 \text{ 之ヨリ } x = 21 \text{ 或ハ } -23$$

依テ所要ノ三数ハ 21, 22, 23 ナリ.

若シ最大数ヲ x トセバ方程式ハ

$$x^2 + (x-1)^2 + (x-2)^2 = 1454,$$

$$\therefore x^2 - 2x - 483 = 0$$

之ヲ解キテ $x = 23$ 或ハ -21 ヲ得.

但シ本問題ハ中間ノ数ヲ x トスル方最良ナルコトヲ注意スベシ, シカスルトキハ方程式ハ

$$(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 1454, \text{ 故ニ } x^2 = 484$$

之ヨリ $x = \pm 22$ ヲ得.

問 5. 初メノ方陣ノ一邊ノ人数ヲ x トスレバ中空方陣ノソレハ $(x+16)$ ナル故, 此ノ兩方陣ノ人数ヲ相等シト置ケバ

$$x^2 = (x+16)^2 - (x+16-8)^2$$

$$\text{整頓スレバ } x^2 - 16x - 192 = 0$$

之ヨリ $x = 24$ 或ハ -8

故ニ所要ノ人数ハ $x^2 = 24^2 = 576$ (人) ナリ.

問 6. 初メノ行列ニ於ケル前列ヲ x 人トスレバ側面ハ $(x+14)$ 人ナル故. 此ノ前後兩行列ニ於ケル人数ヲ表ハス式ヲ相等シト置ケバ

$$x(x+14) = 5(x+828)$$

$$\text{整頓スレバ } x^2 + 9x - 4140 = 0$$

之ヨリ $x = 60$ 或ハ -60

依テ $x = 60$ トシテ所要ノ人数ハ $60 \times 74 = 4440$ (人)

ナルコトヲ知ル.

118. 一元二次方程式ノ根ト係数トノ關係.

問 3. 二根ノ積ガ $\frac{c-a}{a-b}$ ナルガ故ニ, 他ノ根ハ $\frac{a-a}{c-b}$ ナリ.

或ハ二根ノ和ガ $\frac{c-b}{a-b}$ ナルコトヨリシテ他ノ根ハ

$$\frac{c-b}{a-b} - 1 = \frac{c-a}{a-b} \text{ ナルコトヲ知ルモ可ナリ.}$$

問 4. (1) $a, \frac{1}{a}$ (2) $a, -\frac{a^2+1}{2a}$

問 5. $x^2 + 2x - 15 = 0, x^2 - 5 = 0, x^2 - 14x + 46 = 0$

問 7. $p^2 - 2q$

問 8. $\alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta) \{ (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta \}$

$$= -\frac{b}{a} \left\{ \frac{b^2}{a^2} - \frac{3c}{a} \right\}$$

$$= \frac{3bc}{a^2} - \frac{b^3}{a^3} = \frac{3abc - b^3}{a^3}$$

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{\beta^2} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2\beta^2} = \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \times \frac{a^2}{c^2} = \frac{b^2 - 2ac}{c^2}$$

問 9. $2p - 1 = 7$ ヲリ $p = 4$ ヲ得セシムベシ.

問 10. 兩根ヲ α, β トセバ

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = p^2 - 60 \text{ ナル故,}$$

$$p^2 - 60 = 4 \text{ ヲリ } p = \pm 8 \text{ ヲ得セシムベシ.}$$

$$\text{問 11. } \frac{a}{\beta} + \frac{\beta}{a} = \frac{a^2 + \beta^2}{a\beta} = \frac{p^2 - 2q}{q}, \quad \frac{a}{\beta} \times \frac{\beta}{a} = 1$$

$$\text{ナル故, 所要ノ方程式ハ } x^2 - \frac{p^2 - 2q}{q}x + 1 = 0$$

$$\text{即チ } qx^2 - (p^2 - 2q)x + q = 0 \quad \text{ナリ.}$$

119. 二次三項式ノ因數分解.

二次式ノ因數分解ト二次方程式ノ解法トハカク密接ノ關係アリ, 即チ二次方程式ノ全項ヲ一邊ニ集メタルトキ其ノ式ガ容易ニ因數ニ分解シ得ラルルトキハ方程式ノ解法ニ之ヲ應用シ, 反對ニ二次式ノ因數分解ガ視察ニテハ困難ナル場合ニハ方程式ノ解法ニヨリテ其ノ式ヲ因數ニ分解スルナリ.

$$\text{例一問. [1] } (x+13)(x-17) \quad [2] (x-6)(5x-8)$$

$$[3] (2x-3)(11x-1) \quad [4] (4x+9)(3x-16)$$

$$[5] (x+1)(9x-2) \quad [6] (4a-91b)(a-15b)$$

$$\text{例二問 1. } (x-2)(3x+1), (x+2)(3x+1),$$

$$(x-2)(3x-1), (2x-3)(3x+2), (2x+1)(2x-3),$$

$$(2x-3)(5x-2)$$

$$\text{問 2. } (x-1)(2x-3)=0 \quad \text{ヨリ } x=1 \text{ 或ハ } \frac{3}{2}$$

$$(x-3)(3x+2)=0 \quad \text{ヨリ } x=3 \text{ 或ハ } -\frac{2}{3}$$

$$(2x-3)(3x-2)=0 \quad \text{ヨリ } x=\frac{3}{2} \text{ 或ハ } \frac{2}{3}$$

$$(2x+3)(5x+2)=0 \quad \text{ヨリ } x=-\frac{3}{2} \text{ 或ハ } -\frac{2}{5}$$

$$(2x-1)(2x-7)=4x^2-16x+7 \quad \text{ニ注意シテ分母ヲ拂ハシメ } x=-1 \text{ ヲ得セシムベシ.}$$

問 3. (1) 題式

$$= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(2x+1)(x+1)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x-1)(x+4)}{(2x+1)(x-2)} = 1$$

(2) 題式

$$= \frac{x+2}{(2x-1)(x+1)} - \frac{2x-3}{(2x+1)(2x-1)} + \frac{1}{(2x+1)(x+1)}$$

$$= \frac{(x+2)(2x+1) - (2x-3)(x+1) + (2x-1)}{(2x-1)(x+1)(2x+1)}$$

$$= \frac{8x+4}{(2x-1)(x+1)(2x+1)} = \frac{4}{(2x-1)(x+1)}$$

120. 不等式ノ解法.

$$\text{問 1. } x > -3, x < \frac{32}{7}$$

$$\text{問 2. 買入相場ヲ } x \text{ 圓トセバ利息ハ } 100 \text{ 圓ニツキ } 7 \text{ 圓}$$

ナル故

$$0.08x \leq 7 \quad \therefore x \leq 87.5$$

答 87 圓50 錢以下.

121. 一元二次不等式ノ解法.

$$\text{問. } (x+2)(x-2) < 0 \quad \text{ヨリ } 2 > x > -2$$

$$(x-2)(x-4) > 0 \quad \text{ヨリ } x < 2 \text{ 又ハ } x > 4$$

$$(m-3)(m+2) < 0 \quad \text{ヨリ } 3 > m > -2$$

$$3x^2 - 26x + 35 < 0, \quad (x-7)(3x-5) < 0 \quad \text{ヨリ,}$$

$$7 > x > \frac{5}{3}$$

注意. 之等ノ不等式ハ之ヲ文題トシテモ問フベシ.

例ヘバ「 $m^2 - m - 6$ ノ數値ヲ負數ナラシムルニハ m ニ如何ナル値ヲ與フベキカ」等ノ如シ.

問題 24

1. (1) $x = \frac{-11 \pm 29}{30} = \frac{3}{5}$ 或ハ $-\frac{4}{3}$

(2) $\frac{13 \pm \sqrt{113}}{14}$

(3) $\frac{-4.3 \pm 11.3}{2} = 3.5$ 或ハ -7.8

(4) 整頓スレバ, $100x^2 + 196x + 73 = 0$

$$\therefore x = \frac{-98 \pm 48}{100} = -\frac{1}{2}$$
 或ハ $-\frac{73}{50}$

(5) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} \pm (\sqrt{3} - \sqrt{2})}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 或ハ $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(6) 整頓スレバ $10x^2 - 9x - 1 = 0$

$$\therefore x = 1$$
 或ハ $-\frac{1}{10}$

(7) 整頓スレバ $x^2 - 4x + 3 = 0$ $\therefore x = 1$ 或ハ 3

(8) 簡單ニシテ整頓スレバ,

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \quad \text{之ヨリ} \quad x = 2$$
 或ハ 4

別解. $3x - 5$ ノ値ヲ求メ,

$$3x - 5 = 1$$
 又ハ 7

$$\therefore x = 2$$
 又ハ 4

(9) 整頓スレバ $96x^2 - 380x + 369 = 0$

$$\text{之ヨリ} \quad x = \frac{190 \pm 26}{96} = \frac{9}{4}$$
 或ハ $\frac{41}{24}$

(10) $\frac{7-r}{3} = -5 \pm 7 = 2$ 或ハ -12

$$\text{之ヨリ} \quad r = 1$$
 或ハ 43

(11) 所題ノ方程式ヲ

$$(x^2 + 4x + 5)^2 - 12(x^2 + 4x + 5) + 20 = 0$$

$$\text{トシ之ヨリ} \quad x^2 + 4x + 5 = 2$$
 或ハ 10 ヲ得.

之ヨリシテ $x = -1, -3$ 或ハ $1, -5$ ヲ得セシムベシ.

(12) 整頓スレバ,

$$p^2 - (a+b)p + ab = 0$$

$$\text{之ヨリ} \quad p = a$$
 或ハ b

(13) $x = \frac{2a^2 - 1 \pm 1}{2a(a-1)} = \frac{a}{a-1}$ 或ハ $\frac{a+1}{a}$

(或ハ視察ニヨリテ解クモ可ナリ)

2. $1 + 7x + 2x^2 = 10$ ヲリ $x = 1$ 或ハ $-\frac{9}{2}$

3. 底ヲ x 間トセバ

$$\frac{1}{2}x^2 = 16020.5$$

$$\therefore x = 179$$
 ヲ得.

4. 乙, 甲毎日ノ行程ヲ夫々 $2x$ 里, $(2x+8)$ 里トセバ,

兩人ガ相會スルマデノ日數ハ x 日ナル故,

$$x(2x+2x+8)=320$$

整頓スレバ $x^2+2x-80=0$

$$\therefore x=8 \text{ 或ハ } -10$$

答 乙ノ出發セシ府ヨリ 16里 \times 8=128里ノ處
若シ乙、甲ノ毎日ノ行程ヲ夫々 x 里、 $(x+8)$ 里トセバ、

方程式ハ $\frac{x}{2}(x+x+8)=320$

整頓シテ $x^2+4x-320=0$ ニシテ

之ヨリ $x=16$ 或ハ -20 ヲ得.

5. 所要ノ年利率ヲ x トセバ、

$$\{2000(1+x)-45\}(1+x)=2252.25$$

之ヨリ $1+x$ ヲ未知數トシテ取扱ヒ、

$$2000(1+x)^2-45(1+x)-2252.25=0$$

之ヨリ $1+x=\frac{45\pm\sqrt{18020025}}{4000}$

$$=\frac{45\pm 4245}{4000}=\frac{4290}{4000} \text{ 或ハ負數}$$

故ニ $1+x=1+\frac{29}{400}$ ヲリ $x=0.0725$ ヲ得.

6. 公式ニ於テ $V=20$, $S=15$ トシテ

$$5t^2-20t+15=0$$

從テ $t^2-4t+3=0$

$$\therefore t=1 \text{ 或ハ } 3$$

7. 最初ニ汲出シタル量ヲ x 升トセバ第二回ニ汲出シ

タル量ハ $(x+14)$ 升ニシテ此ノ内ニ含有セラル、酒

精ノ量ハ $\frac{60-x}{60}(x+14)$ 升ナル故

$$x+\frac{(60-x)(x+14)}{60}=30$$

之ヨリ $x^2-106x+960=0$

$$\therefore x=96 \text{ 或ハ } 10$$

答 1斗.

8. $p^4+p^2q^2+q^4=(p^2+q^2)^2-(pq)^2$

$$=\{(p+q)^2-2pq\}^2-(pq)^2$$

$$=\left(\frac{b^2-2ac}{a^2}\right)^2-\frac{c^2}{a^2}$$

$$=\frac{(b^2-2ac)^2-a^2c^2}{a^4}=\frac{(b^2-ac)(b^2+3ac)}{a^4}$$

9. 題式 $=a^2\beta^2-2(a^2+\beta^2)+(a^2+\beta^2)+4a\beta-2(a+\beta)+1$

之ニ $a+\beta=-\frac{3}{2}$, $a\beta=2$ ヲ入レ計算スレバ

$(a^2-2\beta+1)(\beta^2-2a+1)$ ノ値トシテ 3 ヲ得.

10. $\frac{a}{\beta}+\frac{\beta}{a}=\frac{(a+\beta)^2-2a\beta}{a\beta}=\frac{9-3}{\frac{3}{2}}=4,$

$\frac{a}{\beta}\times\frac{\beta}{a}=1$ ナル故、所要ノ方程式ハ

$$x^2-4x+1=0$$

11. $(\alpha-1)^2+(\beta-1)^2=(\alpha^2+\beta^2)-2(\alpha+\beta)+2$

$$=(\alpha+\beta)^2-2a\beta-2(\alpha+\beta)+2=p^2+2p-2q+2,$$

$$(\alpha-1)^2(\beta-1)^2=\{a\beta-(\alpha+\beta)+1\}^2=(p+q+1)^2$$

ナル故、所要ノ方程式ハ次ノ如シ.

$$x^2-(p^2+2p-2q+2)x+(p+q+1)^2=0$$

12. (1) $(x+6)(7x-3)$, $(x-1)(2x+29)$

- [2] $(2x-y)(3x+y), \left(3x-\frac{5}{3}\right)\left(4x+\frac{3}{7}\right)$
- [3] $(10+9x)(4-3x), 2xy(3x+5y)(2x-3y)$
- [4] $(a^2+3y^2)(a^2-4y^2) = (a^2+3y^2)(a+2y)(a-2y),$
 $(xy-2)(xy+11)$
- [5] $(x^2-y^2)\{(a+b)^2x^2-(a-b)^2y^2\}$
 $= (x+y)(x-y)\{(a+b)x+(a-b)y\}$
 $\times \{(a+b)x-(a-b)y\}$
- [6] $(x^2+x-2)(x^2+x-12)$
 $= (x+2)(x-1)(x+4)(x-3)$
- [7] $(x^2+x)^2+3(x^2+x)-10$
 $= (x^2+x+5)(x^2+x-2)$
 $= (x^2+x+5)(x+2)(x-1)$

122. 剰餘定理.

問 3. -27

問 5. -15

問 6. x^n+a^n は $x-a$ にテハ割り切レズ, n が奇數ナルトキニ限り $x+a$ にテ割り切レル.

x^n-a^n は $x-a$ にテ割り切レル, n が偶數ナルトキニ限り $x+a$ にテモ割り切レル

問 7. 題意ニヨリ

$$\left. \begin{array}{l} 4+2(a-10)+b+8=0 \\ \text{及ビ } 4+2(2a-11)+3b=0 \end{array} \right\} \text{即} \left. \begin{array}{l} 2a+b=8 \\ 4a+3b=18 \end{array} \right\}$$

之ヲ解キテ $a=3, b=2$ ヲ得.

123. 高次式ノ因數分解.

例一問. $2x^3-7x^2+7x-2=(x-1)(x-2)(2x-1)$

$$x^4-6x^3+11x^2-6x=x(x-1)(x-2)(x-3)$$

例二問 1. [1] $bc(b-c)+c^2a-ca^2+a^2b-ab^2$

$$=bc(b-c)+a^2(b-c)-a(b^2-c^2)$$

$$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$$

$$=(b-c)(a-b)(a-c)$$

[2] $(a+b+c-a)\{(a+b+c)^2+(a+b+c)a+a^2\}$
 $-(b+c)(b^2+bc+c^2)$

$$=(b+c)(3a^2+3ab+3ac+b^2+2bc+c^2)$$

$$-(b+c)(b^2+bc+c^2)$$

$$=(b+c)(3a^2+3ab+3ac+3bc)$$

$$=3(b+c)(a^2+ab+ac+bc)=3(b+c)(a+b)(a+c)$$

問 2. 題式 = $\frac{a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)}{(b-c)(c-a)(a-b)}$

$$= \frac{(b-c)(a-b)(a-c)}{(b-c)(c-a)(a-b)} = -1.$$

124. 三次以上ノ一元高次方程式ノ解法.

問. [1] 視察ニヨリテ一根本ハ1ナルコトヲ知ル. 他ノ

根ハ $x^2+x-6=0$ ヲリ 2 及ビ -3 ナルヲ知ル.[2] 先ヅ一根本ハ1ナリ. 他ノ根ハ $2x^2-5x+2=0$

ヨリ 2 及ビ $\frac{1}{2}$ ナルヲ知ル.

(3) 先ズ一根トシテ 2 ヲ得.

他ノ根ハ $3x^2-8x+4=0$ ヨリ 2 及ビ $\frac{2}{3}$ ナリ.

(4) 先ズ一根 5 ヲ見, 兩邊ヲ $x-5$ ニテ除シ他ノ根 $\frac{13}{2}$ ヲ得.

(5) 兩邊ヲ x^2-4 ニテ除シ, 從テ $x=\pm 2$ ハ根ナルコトヲ保留シ他ノ根トシテハ $x^2-4x+3=0$ ヨリ 1 及ビ 3 ヲ得.

問題 25

1. 實際割算ヲ行ヒ加フベキ數ハ $-3x$ ナルヲ知ル, サレド加フベキ數ヲ常數ト解釋シテ x^3+2x^2 = 於テ $x=-3$ トスレバ $-27+18=-9$ ヲ得ルヲ以テ加フベキ數ヲ 9 トスルヲヨシトス.
2. 割り切レズ, 剰餘 28.
3. 然リ, x ナル因數アリ.
4. $x = \mp y$ トシテ x^4-81y^4 ハ 0 トナルガ故ナリ, 或ハ $x^4-81y^4 = (x^2+9y^2)(x^2-9y^2) = (x^2+9y^2)(x+3y)(x-3y)$ ナルコトニヨルモ可ナリ.
5. $x=-y$ トセバ $(x+y)^n - x^n - y^n$ ハ 0 トナレバナリ.
6. $27-6m+6-15=0$ ヨリ $m=2$ ヲ得.

$$7. \begin{cases} 2 \times 2^3 + m \times 4 + n \times 2 + 2 = 0 \\ 2 \times 1^3 + m \times 1 + n \times 1 + 2 = 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} 2m + n + 9 = 0 \\ m + n + 4 = 0 \end{cases}$$

ヨリ $m=-5, n=1$ ヲ得.

8. $7^{2n+1}+1$ ハ $2n+1$ ハ奇數ナル故 $7+1$ 即 8 ニテ割り切レル.

又 $5^{2n}-1$ ハ $(5^2)^n-1$ ナル故 5^2-1 即 24 ニテ割り切レル.

9. 所要ノ値ヲ假ニ a トスレバ $x=a$ ナルトキ所設ノ兩式ハ 0 トナルヲ以テ $x-a$ ハ此ノ兩式ノ公約數ナリ, 依テ $x-a$ ハ此ノ兩式ノ G.C.D. ノ約數ナリ, 而シテ此ノ兩式ノ公約數ヲ零ナラシムル x ノ値ハ此ノ兩式ヲ 0 タラシムルヤ明ラカナリ, 依テ先ズ此ノ兩式ノ G.C.D. ヲ求メテ $x-2$ ヲ得, $x-2=0$ ヨリ $x=2$ ヲ得, 以テ所要ノ値トス.

10. 兩式ノ G.C.D. ヲ求ムレバ, $3x^2-8x+4$ ニシテ $6x^3-7x^2-16x+12 = (3x^2-8x+4)(2x+3)$ ナリ. 故ニ所要ノ値ハ $2x+3=0$ = 適スル $-\frac{3}{2}$ ナリ.

第三章 分數方程式

本章 = 於テハ一元二次方程式ノ解法 = 歸着スル分數方程式ヲ論ズ、即チ第五篇第二章ノ續キナリ。

125.

例一問. 分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ

$$4x^2 - 11x + 7 = 0 \quad \text{之ヨリ } x = 1 \text{ 或ハ } \frac{7}{4} \text{ ヲ得.}$$

或ハ $\frac{2x-3}{3x-5}$ ヲ未知數ノ如ク見ルトキハ

$$\frac{2x-3}{3x-5} = 2 \text{ 或ハ } \frac{1}{2} \text{ 之ヨリ } x = 1 \text{ 或ハ } \frac{7}{4} \text{ ヲ得.}$$

例二問. [1] 分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ,

$$x^2 - 2x + 1 = 0, \quad (x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = 1$$

然レドモコレ所題ノ方程式ノ左邊ノ第一項ノ分母ヲ零タラシムルヲ以テ無緣根ナリ。

[2] 分母ヲ拂ヒ整頓スレバ $3(x-1)^2 = 0$

$$\therefore x = 1 \quad \text{然レドモコレ無緣根ナリ.}$$

[3] 分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ,

$$x^2 + 4x + 4 = 0, \quad (x+2)^2 = 0 \quad \therefore x = -2$$

然レドモコレ無緣根ナリ。

例三問. 3 ヲ左邊ニ移シ各項ヨリ夫々 1 ヲ減ズルコト

$$\text{セバ } \frac{-x}{x+a} + \frac{-x}{x+b} + \frac{-x}{x+c} = 0 \quad \therefore x = 0 \text{ ヲ得.}$$

而シテ他ノ根ヲ與フル方程式ハ

$$\frac{1}{x+a} + \frac{1}{x+b} + \frac{1}{x+c} = 0$$

分母ヲ拂ヘバ $3x^2 + 2(a+b+c)x + (bc+ca+ab) = 0$

$$\therefore x = \frac{-a-b-c \pm \sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}}{3}$$

例四問. 分母ヲ拂ヘバ

$$2(x^2+x)^2 - 5(x^2+x) + 2 = 0$$

之ヨリ $x^2+x=2$ 或ハ $\frac{1}{2}$

依テ $x^2+x-2=0$ ヲヨリ $x=1$ 或ハ -2

及ビ $x^2+x-\frac{1}{2}=0$ ヲヨリ $x = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{3})$ ヲ得

問題 26

1. *分母ヲ拂ヒ整頓スレバ $5x^2 = 180 \quad \therefore x = \pm 6$

2. $x^2 = 10 \quad \therefore x = \pm \sqrt{10}$

3. $x^4 - (a^2+b^2)x^2 + a^2b^2 = 0$

$$\therefore x^2 = a^2 \text{ 或ハ } b^2 \quad \therefore x = \pm a \text{ 或ハ } \pm b$$

4. $6x^2 - 16x = 0 \quad \therefore x = 0$ 或ハ $\frac{8}{3}$

5. 右邊ノ兩項ヲ 10 倍シ (小數點ヲ去ルタメ) 分母ヲ

拂ヒ整頓スレバ $180x^2 + 542x + 160 = 0$

$$\therefore x = \frac{-271 \pm \sqrt{73441 - 28800}}{180} = \frac{-271 \pm \sqrt{44641}}{180}$$

別解. 先ヅ兩邊ヨリ 1 ヲ減ズルモ可ナリ。

*以下特ニ必要ナル場合ノ外此ノ一句ヲ略ス。

$$6. 9x^2 + 62x + 105 = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 或ハ } -\frac{35}{9}$$

7. 分母ヲ拂ヒ整頓スレバ

$$2x^2 + (a+b-4c)x - (bc+ca-2c^2) = 0$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \left\{ -(a+b-4c) \right. \\ &\quad \left. \pm \sqrt{a^2+b^2+16c^2-8ac-8bc+8ca-16c^2} \right\} / 4 \\ &= \frac{-(a+b-4c) \pm (a+b)}{4} = c \text{ 或ハ } \frac{2c-a-b}{2} \end{aligned}$$

別解, 左邊ノ各項ヨリ各1ヲ引キ

$$\frac{-x+c}{x+a-c} + \frac{-x+c}{x+b-c} = 0$$

$$\text{依テ } x=c \text{ 或ハ } \frac{1}{x+a-c} + \frac{1}{x+b-c} = 0$$

$$\text{而シテ此ノ第二ノ方程式ヨリ } x = \frac{2c-a-b}{2} \text{ ヲ得.}$$

$$8. 3x^2 - 2(a+b+c)x + bc + ca + ab = 0$$

$$\therefore x = \frac{a+b+c \pm \sqrt{a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab}}{3}$$

[例三ノ問題参照]

$$9. \text{分母ヲ拂ヒ整頓スレバ } x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$$

ヲ得レドモ -1 ハ無縁根ナリ.

$$10. \text{分母ヲ拂ヒ整頓スレバ } 9x^2 - 4 = 0 \quad \therefore x = \pm \frac{2}{3}$$

ヲ得レドモ共ニ無縁根ナリ.

$$11. 7x^2 + 10x - 312 = 0 \quad \therefore x = 6 \text{ 或ハ } -\frac{52}{7}$$

$$12. \text{分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ } 2x^2 = 8 \quad \therefore x = \pm 2$$

ヲ得レドモ共ニ無縁根ナリ.

126. 應用問題.

例二問 1. 所要ノ人数ヲ x トセバ, 各員費用分擔額ヲ考へ,

$$\frac{1800}{x} = \frac{1800}{x-2} - 30$$

分母ヲ拂ヒ簡單ニスレバ,

$$x^2 - 2x - 120 = 0$$

之ヨリ $x = 12$ 或ハ -10 ヲ得. 答 12人.

問 2. 上ノ負根 -10 ヲ解釋スルニハ題文中不參ヲ増加ニ 30 錢宛多クヲ少クニ變更スルヲ要ス.

問 3. 今ヨリ x 年後ニ父ノ年ガ子ノ歳ニ三倍スルトセバ

$$45 + x = 3(17 + x)$$

之ヨリ $x = -3$ ヲ得. 答 3年前

問 4. 利益ヲ x 錢トセバ,

$$6 \times (500 - 120) = 2400 + x$$

之ヨリ $x = -120$ 答 1圓20錢ノ損.

例三問 1. 甲ノ速度ヲ毎時間 x 哩トセバ, 40分間ニ

ハ $\frac{2}{3}x$ 哩ヲ行ケリ, 依テ乙ガ甲ニ追付クニ要セシ時

$$\text{間ハ } \frac{\frac{2}{3}x}{4-x} = \frac{2x}{3(4-x)} \text{ (時間) ナリ.}$$

依テ次ノ方程式ヲ得.

$$\frac{4x}{3(4-x)} = \frac{14}{x} - \frac{2}{3}$$

之ヲ解キテ $x=3$ 或ハ -28 ヲ得.

答 3 哩.

問 2. 共ニ解釋スルヲ得ズ.

負根ハ必ズ之ヲ解釋シ得ルニハアラザルコトヲ能ク了知セシムベシ.

問 題 27

1. 急行列車ノ速度ヲ毎時間 x 哩トセバ, 普通列車ノ速度ハ $(x-15)$ 哩ナリ. 依テ

$$\frac{420}{x} = \frac{420}{x-15} - 9$$

之ヨリ $x^2 - 15x - 700 = 0$

之ヲ解キテ $x=35$ 或ハ -20

答 急行列車 35 哩, 普通列車 20 哩.

2. 所要ノ價額ヲ x 錢トセバ, 割引シタル價格ハ $(x-20)$ 錢ナリ. 依テ

$$\frac{3000}{x} = \frac{3600}{x-20} - 5$$

之ヨリ $x^2 - 140x - 12000 = 0$

之ヲ解キテ $x=200$ 或ハ -60

答 2 圓.

3. 一箇ノ買價ヲ x 圓, 從テ買ヒシ箇數ヲ $\frac{27}{x}$ トスレバ,

$$\left(\frac{27}{x} - 4\right)(x + 0.05) = 28$$

之ヨリ $80x^2 + 24x - 27 = 0$

之ヨリ $x = \frac{36}{80} = 0.45$ 或ハ $-\frac{60}{80}$ 答 45 錢.

4. 豫定ノ速度ヲ毎時間 x 哩トセバ, 6 哩ヲ行クニ毎時間 $(x+1)$ 哩ニテ行クヨリ 1 時間多クヲ要スルヲ以テ

$$\frac{6}{x} = \frac{6}{x+1} + 1 \quad \text{之ヨリ} \quad x^2 + x - 6 = 0$$

$\therefore x=2$ 或ハ -3

依テ $x=2$ トシテ所要ノ時間ハ $\frac{9}{2}$ 時間即 4.5 時間ナリ.

別解. 所要ノ時間ヲ x 時トセバ速力ハ毎時 $\frac{9}{x}$ 哩ナル故,

$$\frac{6}{\frac{9}{x}} = \frac{6}{\frac{9}{x} + 1} + 1, \quad \text{之ヨリ} \quad 2x^2 - 3x - 27 = 0$$

$\therefore x = \frac{9}{2}$ 或ハ -3 ヲ得.

5. 上米一斗ノ價ヲ x 錢トスレバ,

$$\frac{1200}{x} = \frac{1200}{x-20} - 0.1 \quad \text{ヨリ} \quad x^2 - 20x - 240000 = 0$$

之ヨリ $x = 10 \pm 490 = 500$ 或ハ -480

答 5 圓.

次ニ負根 -480 ヲ解釋センニ 480 ガ

$$\frac{1200}{x} = \frac{1200}{x+20} + 0.1 \quad \text{ノ根ナルベキヲ以テ,}$$

問題中上米ヲ買フヨリ下米ヲ買フ方ヲ下米ヲ買フヨ

リ上米ヲ買フ方ニ替ヘ, 1 升多クヲ 1 升少クニ替フ

レバ下米一斗ノ價トシテ 4 圓 80 錢ヲ得.

6. 水流ノ速度ヲ毎時間 x 里トスレバ、上リ及ビ下リノ速度ハ毎時間夫々 $(4-x)$ 里及ビ $(4+x)$ 里ナル故、

$$\frac{12}{4-x} + \frac{12}{4+x} = 8, \quad \text{之ヨリ } x^2 = 4, \quad \therefore x = \pm 2$$

答 2 里.

7. 川ノ流レヲ毎時間 x 里トセバ水夫ガ静水ヲ漕グ速度ハ毎時間 $(2x+2)$ 里ナルヲ以テ、此ノ水夫ガ此ノ川ヲ上下スル速度ハ、毎時間夫々 $(x+2)$ 里及ビ $(3x+2)$ 里ナリ、故ニ

$$\frac{4}{x+2} + \frac{4}{3x+2} = \frac{3}{2} \quad \text{之ヨリ } 9x^2 - 8x + 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 或ハ } -\frac{10}{9} \quad \text{答 水流 2 里, 漕力 6 里}$$

8. 三人協力シテ x 日ヲ要ストセバ甲ノミニテハ $(x+6)$ 日、乙ノミニテハ $(x+15)$ 日、丙ノミニテハ $2x$ 日ヲ要スルヲ以テ、

$$\frac{1}{x+6} + \frac{1}{x+15} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{x}$$

$$\text{之ヨリ } x^2 + 7x - 30 = 0 \quad \therefore x = 3 \text{ 或ハ } -10$$

答 甲 9 日, 乙 18 日, 丙 6 日.

9. 甲ガ x 日從テ乙ガ $(x-4)$ 日就業セリトセバ、

其ノ一日ノ賃金ハ甲ハ $\frac{3240}{x}$ 錢, 乙ハ $\frac{2560}{x-4}$ 錢ナリ、

$$\text{故ニ } \frac{3240}{x}(x-4) = \frac{2560}{x-4}x,$$

$$\text{之ヨリ } 81(x-4)^2 = 64x^2$$

$$\text{依テ } 9(x-4) = \pm 8x \quad \therefore x = 36 \text{ 或ハ } \frac{36}{17}$$

$$\text{然ルニ } \frac{36}{17} \text{ ハ 4 ヨリ小ナルヲ以テ題意ニ適セズ、}$$

依テ $x = 36$ トシテ次ノ答數ヲ得、

就業日數 甲 36 日, 乙 32 日、

一日ノ賃金 甲 90 錢, 乙 80 錢、

$$10. \frac{(x-1)(x-6)+6}{(x-2)(x-6)+3} = 3$$

分母ヲ拂ヒ整頓スレバ、

$$2x^2 - 17x + 33 = 0$$

$$\therefore x = \frac{11}{2} \text{ 或ハ } 3$$

但シ $x = 3$ トセバ所題ノ方程式ノ左邊ノ分母ガ 0 トナルヲ以テ之ハ無縁根ナリ、

第四章

二次方程式ヲ含ム聯立方程式

128. 一次ト二次トノ組合.

問. (1) (1)ヨリ $x = \frac{3y+1}{4}$ (3)

之ヲ (2) = 入レ 整頓スレバ,

$$22y^2 + 3y - 25 = 0$$

之ヨリ $y = 1$ 或ハ $-\frac{25}{22}$

依テ $y = 1, x = 1$ 或ハ $y = -\frac{25}{22}, x = -\frac{53}{88}$ ヲ得.

(2) (1)ヨリ $x + y = 10$ $\therefore y = 10 - x$ (3)

(2)ヨリ $12(x+y) = 5xy$

(3)ヲ入レ $x^2 - 10x + 24 = 0$

之ヨリ $x = 4$ 或ハ 6

依テ $x = 4, y = 6$ 或ハ $x = 6, y = 4$.

(3) (1)ト(2)トノ間 = y ヲ消去スレバ,

$$2x + 3y = 22$$

$$\therefore 2x = 22 - 3y \text{(3)}$$

(2) = 入レ $3y^2 - 19y + 28 = 0$

之ヨリ $y = 4$ 或ハ $\frac{7}{3}$

依テ $y = 4, x = 5$ 或ハ $y = \frac{7}{3}, x = \frac{15}{2}$

129. 二次ノ同次二元聯立方程式.

問 (1) (1)×3 - (2) $9x^2 - 4y^2 = 0$

之ヨリ $3x - 2y = 0$ (3)

或ハ $3x + 2y = 0$ (4)

先ヅ (3)ヨリ $3x = 2y$ (5)

(2) = 入レ $6y^2 = 54$ $\therefore y = \pm 3$

依テ $y = 3, x = 2$, 或ハ $y = -3, x = -2$ ヲ得.

次 = (4)ヨリ $3x = -2y$ (6)

(2) = 入レ $2y^2 = 54$ $\therefore y = \pm 3\sqrt{3}$

依テ $y = 3\sqrt{3}, x = -2\sqrt{3}$

或ハ $y = -3\sqrt{3}, x = 2\sqrt{3}$

(2) $x = my$ トセバ (1)ヨリ $(m^2 + m + 1)y^2 = 33$,

(2)ヨリ $(2m^2 + 3m + 1)y^2 = 63$

ヲ得ル故除法 = ヲリ,

$$21(m^2 + m + 1) = 13(2m^2 + 3m + 1)$$

整頓シテ $5m^2 + 18m - 8 = 0$

之ヨリ $m = -4$ 或ハ $\frac{2}{5}$ ヲ得.

依テ $x = -4y$ トシテ (1)ヨリ $y = \pm\sqrt{3}$

從テ $x = \mp 4\sqrt{3}$ (複號同順) ヲ得.

又 $x = \frac{2}{5}y$ トシテ同様 = $y = \pm 5$

從テ $x = \pm 2$ (複號同順) ヲ得.

別解. $x = -4y$ 或ハ $\frac{2}{5}y$ ヲ得ル = ハ,

(1)×21 - (2)×13. $5x^2 + 18xy - 8y^2 = 0$

ヨリスルモ可ナリ.

別解. (2)-(1) $x^2+2xy=24$

之ヨリ $x^2=24-2xy$ (3).

又 (2)-(1)×2 $xy-y^2=15$

之ヨリ $y^2=xy+15$ (4).

(3)×(4) $x^2y^2=54xy-360-2x^2y^2$

即 $x^2y^2+2xy-120=0$ 之ヨリ $xy=10$ 或ハ -12 .

依テ $xy=10$ トセバ, (3) 及ビ (4) ヨリ $x^2=4$, $y^2=25$

依テ $xy>0$ ナルコトニ注意シテ $x=2$, $y=5$ 或ハ

$x=-2$, $y=-5$ ヲ得, 又 $xy=-12$ トシテ $x^2=48$,

$y^2=3$ 依テ $xy<0$ ナル故 $x=4\sqrt{3}$, $y=-\sqrt{3}$

或ハ $x=-4\sqrt{3}$, $y=\sqrt{3}$ ヲ得.

[3] (1)×5-(2)×2 $6x^2-13xy+5y^2=0$

∴ $(2x-y)(3x-5y)=0$

之ヨリ $y=2x$ 或ハ $y=\frac{3}{5}x$

先ヅ $y=2x$ トシテ

$10x^2=10x$ ∴ $x=0$ 或ハ 1

依テ $x=0$, $y=0$ 或ハ $x=1$, $y=2$ ヲ得.

次ニ $y=\frac{3}{5}x$ トシテ (2) ヨリ $22x^2=15x$

∴ $x=0$ 或ハ $\frac{15}{22}$ 依テ $x=0$, $y=0$

或ハ $x=\frac{15}{22}$, $y=\frac{9}{22}$ ヲ得.

注意. $x=y=0$ ナル根アルコトハ直ニ氣附カシム

ベシ.

130. 特種ノ工夫ヲ要スル組.

例一問. [1] (1)²-(2) $3xy=60$

∴ $xy=20$ (3)

(3)ト(1)ヨリ $x=4$, $y=5$ 或ハ $x=5$, $y=4$ ヲ得.

[2] (1)ヨリ $\frac{x+y}{xy}=\frac{5}{12}$

之ニ(2)ヲ入レ $x+y=10$

之ト(2)ヨリ $x=4$, $y=6$ 或ハ $x=6$, $y=4$ ヲ得.

別解. (2)ヨリ $\frac{1}{x} \times \frac{1}{y} = \frac{1}{24}$ ナル故之ト(1)トヨリ

$\frac{1}{x} = \frac{1}{6}$, $y = \frac{1}{4}$ 或ハ $\frac{1}{x} = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{y} = \frac{1}{6}$ ヲ得ルモ可ナリ.

注意一. 以上例一及ビ問題ニ於テハ x ト y トヲ交換スルモ方程式ハ少シモ變ゼザルヲ以テ其ノ一根ヲ得バ之ヲ交換シタルモノモ亦一根ナルコトヲ知ラシムベシ. カカル方程式ヲ對稱方程式ト云フ.

注意二. 一組ノ方程式 $\begin{cases} A=B \\ C=D \end{cases}$ アルトキ, 此ノ中ノ $C=D = A^2+mC=B^2+mD$ ヲ代ユルモ原方程式ノ組合ト同値ノ方程式ノ組ヲ得ルコトハ此處ニテハ説明セザルヲ可トス (下巻問題 53ノ1).

例二問. [1] (2)ヨリ $\frac{x+y}{xy}=b$. (1)ヲ入レ $xy=\frac{a}{b}$

之ト(1)トヨリシテ x 及ビ y ノ値ハ $z^2-az+\frac{a}{b}=0$

即 $bz^2-abz+a=0$ ノ二根ニ等シ.

$$\text{即 } x = \frac{ab + \sqrt{a^2b^2 - 4ab}}{2b}, \quad y = \frac{ab - \sqrt{a^2b^2 - 4ab}}{2b}$$

$$\text{或ハ } x = \frac{ab - \sqrt{a^2b^2 - 4ab}}{2b}, \quad y = \frac{ab + \sqrt{a^2b^2 - 4ab}}{2b}$$

ナリ。

$$[2] \quad (1) \text{ヲ自乗シ } (2) = \text{入レ } 12x^2y^2 - xy = 0$$

$\therefore xy = 0$ 或ハ $\frac{1}{12}$ 依テ $xy = 0$ トスレバ (1) ヨリ $x + y = 0$ ナル故 $x = y = 0$ (コレ始メヨリ觀察ニテモ知リ得ル根ナリ)

$$\text{又 } xy = \frac{1}{12} \text{ トスレバ } x + y = \frac{2}{3} \text{ ナル故,}$$

$$x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{6} \text{ 或ハ } x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{2} \text{ ナリ.}$$

注意. 本問ノ方程式モ對稱方程式ナリ。

$$\text{例三問. } [1] \quad (1) \div (2) \quad x + y = 7 \dots\dots\dots(3)$$

$$(3)^2 - (2) \quad xy = 12$$

之ト (3) ヨリ $x = 3, y = 4$ 或ハ $x = 4, y = 3$ ヲ得。

$$[2] \quad (2) \div (1) \quad x^2 - xy + y^2 = 7 \dots\dots\dots(3)$$

$$(1) - (3) \quad xy = 3 \dots\dots\dots(4)$$

$$(1) + (4) \quad x + y = \pm 4$$

$$(3) - (4) \quad x - y = \pm 2$$

$$\therefore x = 3, y = 1; x = 1, y = 3; x = -1, y = -3;$$

$$x = -3, y = -1$$

例四問. $2x$ 及ビ $2y$ ヲ夫々左邊へ移シ邊々相除スレバ,

$$(x - y - 2 \neq 0 \text{ ト假定シ}) \quad \frac{x}{y} = \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{2}{5}x \text{ 之ヲ } (2) = \text{入レ } 3x^2 - 10x - 25 = 0$$

$$\therefore x = 5 \text{ 或ハ } -\frac{5}{3} \text{ 依テ夫々 } y = 2 \text{ 或ハ } -\frac{2}{3}$$

注意. ニツノ方程式ヲ邊々相除スルコトニ就テ。

ニツノ方程式 $mA = nB, mC = nD$ ヲ邊々相除スルト

キハ $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$ トナル, 此ノ時 $m = 0, n = 0$ ガ興フル

根モ上ノ組合ノ根ナリ, 何トナレバ $m = 0,$

$n = 0$ ハ明カニ上ノ組合ヲ満足セシムレバナリ。

$$\text{例ヘバ } \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 2 \dots\dots\dots(1)$$

$$x^2 + y^2 = ax - by \dots\dots\dots(2)$$

[東師]

ヲ解カンニ (1) ヨリ y ノ値ヲ求メ之ヲ (2) = 代入ス

ルモ可ナレドモ, 或ハ (1) ヨリ

$$\frac{x}{a} - 1 = 1 + \frac{y}{b} \text{ 即 } \frac{x-a}{a} = \frac{y+b}{b} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{又 } (2) \text{ ヨリ } x^2 - ax = -by - y^2$$

$$\text{即 } x(x-a) = -y(b+y) \dots\dots\dots(4)$$

(3)ト(4)ヨリ邊々相除シテ

$$ax = -by \dots\dots\dots(5)$$

但シ此處ニ $x - a = 0, y + b = 0$ ヨリ得ル所ノ根

$x = a, y = -b$ モ亦所要ノ根ノ一組ナルコトヲ見逃スベカラズ。

$$\text{而シテ又 } (5) \text{ト}(1) \text{ヨリ } x = \frac{2a^2b}{a^2+b^2}, y = -\frac{2a^2b}{a^2+b^2}$$

ヲ得.

因ニ上ノ例三ニ於テハ邊々相除スルニ當リ, 兩邊
ヲ夫々 $x+y$ 及ビ 13 ニテ約シタルガ, 此ノ時ハ

$x+y=0, 13=0$ ハ聯立不可能ナル故別ニ根ノ消
失スル恐レナシ, 之ヲダ (2) ノ左邊ヲ

$(x+y)(x^2-xy+y^2)$ トシ $x+y$ ノ代リニ 13 ヲ置ク
ニ過ギザレバナリ

問題 28

1. (1) $\times 3 - (2) \times 2$ $3x - 2y + 1 = 0$ 之ヨリ

$2y = 3x + 1$ ヲ得 (1) ニ入ルレバ $x^2 - 8x + 15 = 0$

$\therefore x = 3$ 或ハ 5 依テ夫々 $y = 5$ 或ハ 8

注意. 初メ一次式ヨリ x ノ値ヲ出スカ又ハ y ノ値ヲ
出スカハ便宜ニヨルコトヲ注意スベシ.

2. (1) ヨリ $x = 7 - 2y$, (2) ニ入レ $x^2 - 8y + 12 = 0$

$\therefore y = 2$ 或ハ 6 依テ夫々 $x = 3$ 或ハ -5

3. (1) ヨリ $y = x - 3$ (2) ニ入レテ $x^2 - 3x - 10 = 0$

之ヨリ $x = 5$ 或ハ -2, 依テ夫々 $y = 2$ 或ハ -5

別解. $x \times (-y) = -10$ ナルニヨリ x ト $-y$ トノ値ハ

$x^2 - 3x - 10 = 0$ ノ二根ニ等シ, 故ニ $x = 5, -y = -2$

或ハ $x = -2, -y = 5$ ナリ.

別解. (1)² + (2) $\times 4$ $x + y = \pm 7$,

之ト (1) トヲ組合スベシ.

4. (2) ハ $xy = (b+a)c$ ナル故 $x = a+b, y = c$ 或ハ

$x = c, y = a + b$ ナリ.

5. (2) ヨリ $\frac{x}{a} \times \frac{y}{b} = 1$ ヲ得ル故, $\frac{x}{a} = \frac{b}{y}$

之ヲ (1) ニ代入シテ $y^2 - 2by + b^2 = 0$ ヲ得.

故ニ $y = b$ ニシテ又 (2) ニ代入シテ $x = a$ トヲ得.

$\therefore x = a, y = b$

6. (2) ヲ $(x+y)xy = 30$ トシ, 之ト (1) トヨリシテ

$$\left. \begin{array}{l} x+y=5 \\ xy=6 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x+y=6 \\ xy=5 \end{array} \right\} \text{ヲ得.}$$

從テ $\left. \begin{array}{l} x=3 \\ y=2 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} x=2 \\ y=3 \end{array} \right\}, \left. \begin{array}{l} x=5 \\ y=1 \end{array} \right\}, \text{及} \left. \begin{array}{l} x=1 \\ y=5 \end{array} \right\} \text{ヲ得.}$

7. (1)² - (2) ヨリ $xy = 15$ 之ト (1) ヨリシテ,

$x = 5, y = 3$ 或ハ $x = 3, y = 5$ ヲ得.

8. (1) ヨリ $x = 0$ 或ハ $3y$

先ヅ $x = 0$ トセバ (2) ヨリ $y = \pm 4$

次ニ $x = 3y$ トスレバ, (2) ヨリ $y = \pm 1$

從テ $x = \pm 3$ [複號同順]

9. (1) ヨリ $x + y = 6$ 或ハ $-\frac{3}{2}$

(2) ヨリ $x - y = 2$ 或ハ -3

之ヲ組合セテ次ノ根 (四組) ヲ得.

$$\left\{ \begin{array}{l} x=4 \\ y=2 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=\frac{3}{2} \\ y=\frac{9}{2} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=\frac{1}{4} \\ y=-\frac{7}{4} \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=-\frac{9}{4} \\ y=\frac{3}{4} \end{array} \right\}$$

10. $(x-y)$ ト xy トヲ未知數トシテ其ノ値ヲ求ムレバ,

$xy=3, x-y=2$ ヲ得, 之ヨリ $x=3, y=1$ 或ハ
 $x=-1, y=-3$ ヲ得.

11. (1)+(2) $(x+y)^2+(x+y)-30=0$

之ヨリ $x+y=5$ 或ハ -6

又 (1)-(2) $(x-y)^2+(x-y)=0$

之ヨリ $x-y=0$ 或ハ -1

依テ $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=0 \end{cases}$ ヲリ $x=y=\frac{5}{2}$ ヲ得.

$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=-1 \end{cases}$ ヲリ $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$ ヲ得.

$\begin{cases} x+y=-6 \\ x-y=0 \end{cases}$ ヲリ $x=y=-3$ ヲ得.

$\begin{cases} x+y=-6 \\ x-y=-1 \end{cases}$ ヲリ $\begin{cases} x=-\frac{7}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases}$ ヲ得.

12. (1)-(2) $x^2-y^2=a(x-y)-b(x-y)$

之ヨリ $x-y=0$ 或ハ $x+y=a-b$

先ヅ $x-y=0$ 即 $x=y$ トセバ,

(1) ヲリ $x=y=0$ 或ハ $x=y=a+b$

次 = $x+y=a-b$ トセバ (2) = 入レ,

$$x^2-(a-b)y-(ab-b^2)=0$$

$$\therefore y = \frac{a-b \pm \sqrt{a^2+2ab-3b^2}}{2}$$

依テ $x = \frac{a-b \mp \sqrt{a^2+2ab-3b^2}}{2}$ [複製同順].

13. (2)-(1)² $\frac{2ab}{xy} = \frac{4}{9}$ 之ヲ (2) = 加ヘテ,

$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \pm 1$ 之ト (1) トヨリシテ,

$$\left. \begin{cases} \frac{a}{x} = \frac{2}{3} \\ \frac{b}{y} = \frac{1}{3} \end{cases} \right\} \text{或ハ} \left. \begin{cases} \frac{a}{x} = -\frac{1}{3} \\ \frac{b}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases} \right\}$$

$$\therefore \left. \begin{cases} x = \frac{3}{2}a \\ y = 3b \end{cases} \right\} \text{或ハ} \left. \begin{cases} x = -3a \\ y = -\frac{3}{2}b \end{cases} \right\}$$

14. $\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ トセバ方程式ハ

$$X^2 - Y^2 = 91, X - Y = 1 \text{ トナル故例三ト同法} = \text{ヨリ}$$

テ $X=6, Y=5; X=-5, Y=-6$ ヲ得.

故 = $x = \frac{1}{6}, y = \frac{1}{5}$ 或ハ $x = -\frac{1}{5}, y = -\frac{1}{6}$ ヲ得.

15. (1) ヲリ $\frac{x^2+y^2}{xy} = \frac{9}{2}$ (3)

(3) × (2) $\frac{x^2-xy+y^2}{xy} = \frac{3}{2}$

之ヨリ $2x^2 - 5xy + 2y^2 = 0$

$$(x-2y)(2x-y) = 0$$

$\therefore x = 2y$ (4)

或ハ $y = 2x$ (5)

依テ (4) ト (2) ヲリ $y=1, x=2$ ヲ得.

又 (5) ト (2) ヲリ $x=2, y=1$ ヲ得.

16. 分母ヲ拂へバ $2xy - 5y + 4 = 0$

及ビ $xy - 4x + 3 = 0$

xy ヲ消去スレバ, $8x - 5y - 2 = 0$

之ヨリ $y = \frac{8x - 2}{5}$

之ヲ (1) = 入レ $8x^2 - 22x + 15 = 0$

$\therefore x = \frac{3}{2}$ 或ハ $\frac{5}{4}$

依テ夫々 $y = 2$ 或ハ $\frac{8}{5}$

別解. (2) ヨリ $y = 4 - \frac{3}{x}$ ヲ得之ヲ (1) = 入レ

$8x^2 - 22x + 15 = 0$ ヲ得.

17. $\frac{y}{x} = x', \frac{1}{xy} = y'$ トセバ方程式ハ

$x' + y' = \frac{20}{3}, \frac{1}{x'} + \frac{1}{y'} = \frac{5}{3}$

之ヨリ $x'y' = 4$. 依テ x' 及ビ y' ノ値ハ

$z^2 - \frac{20}{3}z + 4 = 0$ 即 $3z^2 + 20z + 12 = 0$ ノ二根 6 及ビ $\frac{2}{3}$
= 等シ.

依テ $\left. \begin{array}{l} x' = 6 \\ y' = \frac{2}{3} \end{array} \right\} \text{從テ} \left. \begin{array}{l} \frac{y}{x} = 6 \\ xy = \frac{3}{2} \end{array} \right\} \text{トセバ}$

$\left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = 3 \end{array} \right\} \text{或ハ} \left. \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ -3 \end{array} \right\} = \text{シテ}$

$\left. \begin{array}{l} x' = \frac{2}{3} \\ y' = 6 \end{array} \right\} \text{從テ} \left. \begin{array}{l} \frac{y}{x} = \frac{2}{3} \\ xy = \frac{1}{6} \end{array} \right\} \text{トセバ}$

$\left. \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{3} \end{array} \right\} \text{或ハ} \left. \begin{array}{l} x = -\frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{3} \end{array} \right\} \text{ナリ.}$

別解. 邊々相乗ズレバ $9y^4 - 82y^2 + 9 = 0$ 之ヨリ $y = \pm 3$

或ハ $\pm \frac{1}{3}$ ヲ得テ之ヲ (2) = 代入スルモ可ナリ.

18. (1) ヨリ $\frac{2(x^2 + y^2)}{x^2 - y^2} = \frac{5}{2}$

(2) ヲ入レ $x^2 - y^2 = 72$ (3)

(2) ト (3) ヨリ $x^2 = 81, y^2 = 9$ ヲ得.

$\therefore x = \pm 9, y = \pm 3$ (組合セ随意).

19. (1) + (2) $2x^2 - 2xy - x + 3y - 3 = 0$

$(2x - 3)(x + 1) - y(2x - 3) = 0$

$(2x - 3)(x + 1 - y) = 0$ (3)

之ヨリ $2x - 3 = 0 \therefore x = \frac{3}{2}$ (4)

或ハ $y = x + 1$ (5)

(4) ト (2) ヨリ $x = \frac{3}{2}, y = 1$ ヲ得.

(5) ト (2) ヨリ $x = 0, y = 1$ 及ビ $x = 2, y = 3$ ヲ得.

20. 先ヅ (1), (2) ヲ組合セテ解カンニ,

(1) $\times 4 - (2) \times 3 \quad (x + 2y)(x + 3y) = 0$

$$\therefore x = -2y \text{ 或ハ } -3y$$

然ルニ $x = -2y$ ハ根ヲ與ヘズ。

依テ $x = -3y$ トシテ $x = 6, y = -2; x = -6, y = 2$

ヲ得。之ヲ (3) ニ入レテ $x = 6, y = -2$ ノミガ適ス

ルヲ知ル。

131. 三元聯立方程式。

例一問. $(y+z)(x+y+z) = 12$ (1)

$$(z+x)(x+y+z) = 24$$
 (2)

$$(x+y)(x+y+z) = 36$$
 (3)

邊々加へ合セテ $(x+y+z)^2 = 36$

之ヨリ $x+y+z = \pm 6$

先ヅ $x+y+z = 6$ トシテ

$$\begin{cases} y+z=2 \\ z+x=4 \\ x+y=6 \end{cases}$$

之ヨリ $x=4, y=2, z=0$ ヲ得。

次ニ $x+y+z = -6$ トシテ

$$\begin{cases} y+z=-2 \\ z+x=-4 \\ x+y=-6 \end{cases}$$

之ヨリ $x=-4, y=-2, z=0$ ヲ得。

例二問. 邊々掛ケ合セテ,

$$(x+a)(y+b)(z+c) = \pm abc$$

先ヅ $(x+a)(y+b)(z+c) = abc$ トシテ

$$\begin{cases} x+a = \frac{bc}{a} & \therefore x = \frac{bc-a^2}{a} \\ y+b = \frac{ca}{b} & \therefore y = \frac{ca-b^2}{b} \\ z+c = \frac{ab}{c} & \therefore z = \frac{ab-c^2}{c} \end{cases}$$

次ニ $(x+a)(y+b)(z+c) = -abc$ トシテ

$$\begin{cases} x+a = \frac{-bc}{a} & \therefore x = -\frac{bc+a^2}{a} \\ y+b = \frac{-ca}{b} & \therefore y = -\frac{ca+b^2}{b} \\ z+c = \frac{-ab}{c} & \therefore z = -\frac{ab+c^2}{c} \end{cases}$$

例三問. 與ヘラレタル方程式ヲ變形シテ,

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{a} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{b} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{c} \end{cases}$$

邊々加へ合セテ

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$$

之ト夫々上ノ方程式トノ間ニ引算ヲ行ヒ,

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c} \right) \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \\ \frac{1}{z} = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \end{cases} \text{ヲ得.}$$

問題 29

1. 括弧ヲ解キ
- xy, yz, zx
- ノ値ヲ求ムレバ,

$$xy=6, yz=12, zx=8$$

之ヨリ $x=2, y=3, z=4$ 或ハ $x=-2, y=-3, z=-4$ ヲ得.

2. 前問ト同様ニ先ヅ
- $xy=15, yz=35, zx=21$
- ヲ得

ル故, $x=3, y=5, z=7$ 或ハ $x=-3, y=-5, z=-7$ ヲ得.

3. 先ヅ
- $x+y, y+z, z+x$
- ノ値ヲ求ムレバ,

$$x+y=3, y+z=5, z+x=4$$

或ハ $x+y=-3, y+z=-5, z+x=-4$

之ヨリ $x=1, y=2, z=3$ 或ハ $x=-1, y=-2, z=-3$ ヲ得.

4. 各方程式ノ兩邊ニ 1 ヲ加へ, 左邊ヲ因數ニ分解スレバ,

$$(x+1)(y+1)=20, (y+1)(z+1)=30, (z+1)(x+1)=24$$

之ヨリ $x+1=4, y+1=5, z+1=6$

或ハ $x+1=-4, y+1=-5, z+1=-6$ ヲ得.

依テ $x=3, y=4, z=5$, 或ハ $x=-5, y=-6, z=-7$ ヲ得.

5. (1), (2), (3) ノ兩邊ヲ夫々
- x, y, z
- (共ニ零ニアラス) ニテ除スレバ,

$$\frac{y}{xz} + \frac{z}{xy} = 3, \quad \frac{z}{xy} + \frac{x}{yz} = 4, \quad \frac{x}{yz} + \frac{y}{xz} = 5$$

之ヨリ $\frac{y}{xz} = 2, \frac{z}{xy} = 1, \frac{x}{yz} = 3$ ヲ得,

依テニツヅ、掛合ハセ $\frac{1}{x^2} = 2, \frac{1}{y^2} = 3, \frac{1}{z^2} = 6$

$$\therefore x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, y = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}, z = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$$

但シ複符號ハ $\frac{x}{yz}, \frac{y}{zx}, \frac{z}{xy}$ ガ共ニ正トナル様ニ

スベシ. 即 x, y, z ガ正ノミ又ハ正一ツ負二ツトナル様ニスベシ.

6. (2) ノ平方ヨリ (1) ヲ引キ 2 ニテ割レバ,

$$xy - yz - zx = 2 \quad \dots \quad (4)$$

$$(3) + (4) \quad xy - yz = 6$$

$$\text{即} \quad y(x - z) = 6 \quad \dots \quad (5)$$

$$\text{又} (2) \text{ヨリ} \quad x - z = 5 - y \quad \dots \quad (5)$$

$$(6) \text{ヲ} (5) \text{ニ入レ} \quad y(5 - y) = 6$$

之ヨリ $y=2$ 或ハ 3

依テ (6) ヲ引キ夫々 $x - z = 3$ 或ハ 2

$$\text{依テ } \begin{cases} y=2 \\ x-z=3 \\ xz=4 \end{cases} \text{ 或ハ } \begin{cases} y=3 \\ x-z=2 \\ xz=4 \end{cases}$$

$$\text{之ヲ解キテ } x=4, y=2, z=1$$

$$\text{或ハ } x=-1, y=2, z=-4$$

$$\text{或ハ } x=1+\sqrt{5}, y=3, z=-1+\sqrt{5}$$

$$\text{或ハ } x=1-\sqrt{5}, y=3, z=-1-\sqrt{5} \text{ ヲ得.}$$

$$7. \quad 2b^2+2c^2-a^2=4l^2 \dots\dots\dots(1)$$

$$2c^2+2a^2-b^2=4m^2 \dots\dots\dots(2)$$

$$2a^2+2b^2-c^2=4n^2 \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{邊々相加へ } 3(a^2+b^2+c^2)=4(l^2+m^2+n^2) \dots\dots\dots(4)$$

(4)ト(1)ヨリ b, c ヲ消去シテ,

$$3a^2 = \frac{8}{3}(l^2+m^2+n^2) - 4l^2$$

$$= \frac{4}{3}(-l^2+2m^2+2n^2)$$

$$\therefore a = \pm \frac{2}{3} \sqrt{-l^2+2m^2+2n^2}$$

$$\text{同様ニ } b = \pm \frac{2}{3} \sqrt{2l^2-m^2+2n^2}$$

$$c = \pm \frac{2}{3} \sqrt{2l^2+2m^2-n^2}$$

132. 應用問題.

例一問. 兩港間ノ距離ヲ x 哩, 規定ノ速度ヲ毎時間 y

哩トセバ,

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{x}{y+2} + \frac{1}{4} \dots\dots\dots(1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{x}{y-3} - \frac{1}{2} \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

分母ヲ拂ヒ整頓スレバ,

$$8x = y^2 + 2y \dots\dots\dots(1')$$

$$6x = y^2 - 3y \dots\dots\dots(2')$$

$$(2') \times 4 - (1') \times 3 \quad y^2 - 18y = 0$$

$$\text{之ヨリ } y = 0 \text{ 或ハ } 18$$

$$\text{依テ } y = 18 \text{ トシテ } (2') \text{ ヨリ } x = 45$$

答 兩港ノ距離 45 哩, 速度 18 哩.

例二問. 上種ヲ x 斤從テ下種ヲ $(x+5)$ 斤トシ, 一斤ノ價ヲ上種 y 錢, 下種 $(y-5)$ 錢トセバ,

$$xy + (x+5)(y-5) = 1800 \dots\dots\dots(1)$$

$$xy = (x+5)(y-5) - 240 \dots\dots\dots(2)$$

$$(1) \text{ ヨリ } 2xy - 5(x-y) - 1825 = 0 \dots\dots\dots(1')$$

$$(2) \text{ ヨリ } y = x + 53 \dots\dots\dots(2')$$

$$(2') \text{ ヲ } (1') \text{ ニ入レ } x^2 + 53x - 780 = 0$$

$$\text{之ヨリ } x = 12 \text{ 或ハ } -65$$

$$\text{依テ } x = 12 \text{ トシテ } y = 65 \text{ ヲ得.}$$

答 上 12 斤, 下 17 斤; 上 65 錢, 下 60 錢

問題 30

1. 一筒ノ價ヲ x 錢, 筒數ヲ y トセバ,

$$xy=90$$

$$(x+1.5)(y-2)=90$$

之ヲ解キテ $x=7.5$ ヲ得.

2. 椅子ノ數ヲ x , 一脚ニ着スベキ人數ヲ y トセバ,

$$xy=800, \quad (x+20)(y-2)=800$$

代入スレバ $x=10y-20$ ヲリ,

$$y^2-2y-80=0, \quad y=10 \text{ 或ハ } -8$$

依テ $y=10$ トシテ $x=80$ 答 80脚, 10人ヲ、

或ハ椅子ノ數ヲ x トセバ一脚ニ着スベキ人數ハ $\frac{800}{x}$

ナル故 $(x+20)\left(\frac{800}{x}-2\right)=800$

之ヨリ x ヲ得.

3. 初メノ人數ヲ x 人トシ, 一人一時間ノ運搬量ヲ y 斤トセバ,

$$8xy=7(x+8)(y-5)=9(x-8)(y+11)$$

之ヨリ $xy=-35x+56y-280$ (1)

及ビ $xy=-99x+72y+792$ (2)

邊々相減ジ $y=4x-67$ (3)

(3) ヲ (1) ニ入レ $x^2-64x+1008=0$

之ヨリ $x=36$ 或ハ 28

依テ (3) ヲリ夫々 $y=77$ 或ハ 45

然ルニ $8xy$ ハ 20000 ヲリ大ナルベキヲ以テ,

$x=28, y=45$ ハ不可ナリ 答 36 人

4. 甲乙ノ一邊ヲ夫々 x 尺及ビ y 尺トスレバ,

$$4x=4y+100, \quad 3x^2=20y^2+300$$

(1) ヲ (2) ニ入レ $17y^2-150y-1575=0$

之ヨリ $y=\frac{75\pm\sqrt{32400}}{17}=\frac{75\pm180}{17}=15$ 或ハ $-\frac{105}{17}$

依テ $y=15$ トシテ $x=40$ ヲ得.

答 甲 40 尺, 乙 15 尺

5. 矩形ノ長短二邊ヲ夫々 x 種, y 種トセバ,

$$xy=(x-6)^2, \text{ 及ビ } xy=(x-2)(y+1)$$

(2) ヲリ $x-2y-2=0 \therefore x=2y+2$ (3)

(3) ヲ (1) ニ入レ整頓スレバ,

$$y^2-9y+8=0 \therefore y=1 \text{ 或ハ } 8$$

依テ $y=1$ トセバ $x=4$ ヲ得シドモコレ明カニ答數タルヲ得ズ.

依テ $y=8$ トシテ $x=18$ ヲ得.

答 18 種, 8 種

6. 三稜ノ長サヲ夫々 x 種, y 種, z 種トセバ, 其ノ三面ハ夫々 6 平方種, 8 平方種, 12 平方種ナル故,

$$xy=6, \quad yz=8, \quad zx=12$$

答 2 種, 3 種, 4 種

7. 元金ヲ x 圓, 年利率ヲ y トスレバ,

$$x(1+y)=140, \quad (x+25)(1+y+0.04)=174$$

xy ヲ消去スレバ $x+625y=200$

之ト (1) トヨリ y ヲ消去シテ $x^2-825x+87500=0$

$$\therefore x=\frac{825\pm\sqrt{680625-350000}}{2}=\frac{825\pm\sqrt{330625}}{2}$$

$$= \frac{825 \pm 575}{2} = 700 \text{ 或ハ } 125$$

然ルニ 700 ハ 140 ヨリ大ナルヲ以テ答數タラシムル

ヲ得ズ, $x=125$ トシテ $y = \frac{200-125}{625} = 0.12$ ヲ得.

答 元金 125 圓, 年利率 1 割 2 分

注意. 上ノ方程式ヲ解クニ $1+y$ ヲ未知數トシテ取扱

ヒ兩式ノ間ニ $x(1+y)$ ヲ消去シテ,

$0.04x + 25(1+y) = 33$, 之ニ x ヲ乘ジ (1) $\times 25$ ヲ減ズレ

バ, $x^2 - 825x + 87500 = 0$ ヲ得.

而シテ y ヲ求ムルニハ (1) ニ $x=125$ ヲ入レ

$$1+y = \frac{140}{125} = 1.12 \text{ ヲ得.}$$

或ハ $0.04x + 25(1+y) = 33$ ヨリ $x = 825 - 625(1+y)$

ヲ得之ヲ (1) ニ入レ $25(1+y)^2 - 33(1+y) + 5.6 = 0$

之ヨリ $1+y = \frac{33 \pm \sqrt{1089 - 560}}{50} = \frac{33 \pm 23}{50} = 1.12$

或ハ 0.2 ヲ得.

依テ $1+y=1.12$ トシテ $x = 825 - 625 \times 1.12 = 125$ ヲ

得.

8. 甲部ヲ x 圓, 從テ乙部ヲ $(3000-x)$ 圓トシ. 其ノ

利率ヲ夫々 y 及ビ z トセバ,

$$xy = (3000-x)z, \quad xz = 98, \quad (3000-x)y = 128$$

(1), (2) ヨリ $xy = 3000z - 98$ (4)

之ヲ (3) ニ入レ $100y - 100z = 1$

從テ $100z = 100y - 1$ (5)

又 (1) \div (3) $\frac{xy}{128} = \frac{z}{y}$

(4) ヲ入レ $\frac{3000z - 98}{128} = \frac{z}{y}$

分母ヲ拂ヒ $3000yz - 98y = 128z$

(5) ヲ入レ $30y(100y-1) - 98y = 128 \times \frac{100y-1}{100}$

$$3000y(100y-1) - 9800y = 128(100y-1).$$

$100y = y'$ トセバ $30y'(y'-1) - 98y' = 128(y'-1)$

即 $30y'^2 - 236y' + 128 = 0$

$$\therefore y' = \frac{128 \pm \sqrt{12544}}{30} = \frac{128 \pm 112}{30} = 8 \text{ 或ハ } \frac{16}{30}$$

若シ $y' = \frac{16}{30}$ トセバ (5) ヨリ $100z$ ガ負數トナル故,

$$y' = 8 \text{ トシテ } y = \frac{8}{100} \text{ 從テ } z = \frac{100y-1}{100} = \frac{7}{100}$$

答 甲 8 分, 乙 7 分

別解. 甲部ヲ x 圓, 乙部ヲ x' 圓, 利率ヲ夫々 y 及ビ z

トセバ,

$$x+x' = 3000, \quad xy = x'z, \quad xz = 98, \quad x'y = 128$$

(2) ヨリ $\frac{x}{x'} = \frac{z}{y}$, (3), (4) ヨリ $\frac{x}{x'} = \frac{98y}{128z}$ ヲ得ル故,

$$\frac{z}{y} = \frac{49y}{64z} \quad \therefore \frac{z}{y} = \pm \frac{7}{8}$$

依テ $\frac{z}{y} = \frac{7}{8}$ トシテ $z = \frac{7}{8}y$ (5)

又 (1) = (3) 及ビ (4) ヲ入レ $\frac{98}{z} + \frac{128}{y} = 3000$

$$(5) \text{ヲ入レ} \quad \frac{112}{y} + \frac{128}{y} = 3000$$

之ヨリ $y = \frac{8}{100}$ ヲ得、從テ $z = \frac{7}{100}$ ヲ得。

9. 米ヲ x 依、麥ヲ $(a-x)$ 依トシ、其ノ代價ヲ各 y 圓

トスレバ、各一依ノ價ハ夫々 $\frac{y}{x}$ 圓及ビ $\frac{y}{a-x}$ 圓ナリ。

$$\text{依テ} \quad \frac{y}{x}(a-x) = b \quad \text{及ビ} \quad \frac{xy}{a-x} = c$$

$$\text{邊々相除シテ} \quad \frac{a-x}{x} \times \frac{a-x}{x} = \frac{b}{c}$$

$$\text{之ヨリ} \quad x = \frac{a(-c \pm \sqrt{bc})}{b-c}$$

サテ a, b, c ハ共ニ正數ニシテ且 x ノ値モ亦正數ナルベキヲ以テ $b > c$ ナルトキハ複號ノ上號ヲ取り、
 $b < c$ ナルトキハ下號ヲ取ルベキモノトス。

然ルニ $b < c$ ナルトキハ麥ノ依數ハ

$$a-x = a - \frac{a(-c - \sqrt{bc})}{b-c} = \frac{a(b + \sqrt{bc})}{b-c}$$

ニシテ明カニ負數ナリ。依テ $b < c$ ナルトキハ問題ハ不能ナリ、即 $b > c$ ナル制限ノ下ニ次ノ答數ヲ得。

$$\text{米} \frac{a(-c + \sqrt{bc})}{b-c} \text{ 依, } \text{麥} \frac{a(b + \sqrt{bc})}{b-c} \text{ 依。}$$

10. 二邊ノ長サヲ x 種、 y 種トセバ、斜邊ノ長サハ

$(x+y-4)$ 種ナリ。

$$\text{依テ} \quad x^2 + y^2 = (x+y-4)^2 \quad \text{及ビ} \quad xy = 60$$

$$(1) \text{ヨリ} \quad x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 16 + 2xy - 8x - 8y$$

$$(2) \text{ヲ入レ} \quad x+y=17 \quad \text{之ト} (2) \text{ヨリ}$$

$$x=12, y=5 \quad \text{或ハ} \quad x=5, y=12 \quad \text{ヲ得。}$$

答 5 種, 12 種及ビ 13 種。

11. 二邊ヲ x 尺、 y 尺トセバ、

$$xy=64, \quad \text{及ビ} \quad x^2+y^2=12^2$$

$$\text{之ヲ解キテ} \quad x=2\sqrt{17}+2, \quad y=2\sqrt{17}-2$$

$$\text{或ハ} \quad x=2\sqrt{17}-2, \quad y=2\sqrt{17}+2 \quad \text{ヲ得。}$$

答 $(2\sqrt{17}+2)$ 種, $(2\sqrt{17}-2)$ 種。

練習雜題 6

1. 2

$$\begin{aligned} 2. \quad & (a-b-c)^2 - (a+b+c)^2 \\ & = (a-b-c+a+b+c)(a-b-c-a-b-c) \\ & = 2a(-2b-2c) = -4ab-4ac \end{aligned}$$

3. (1) $z^2+2xy+y^2$ (2) $12x^2+12$

4. (1) $\frac{7}{5}$ (2) $\frac{cd-ab}{a+b-c-d}$

(3) $56(3x+1)$ ヲ兩邊ニ乗ジテ分母ヲ拂ヘバ、

$$\begin{aligned} & 4(9x+5)(3x+1) + 28(8x-7) \\ & = (36x+15)(3x+1) + 41(3x+1), \end{aligned}$$

$$108x^2 + 96x + 20 + 224x - 196$$

$$= 108x^2 + 81x + 15 + 123x$$

$$116x = 232, \quad \therefore x = 2$$

(4) 分母ヲ拂ヒ整頓スレバ $m(b-c)x + n(b-c)x$

$$=ab-ac+b^2-c^2+bd-cd,$$

$$(b-c)(m+n)x=(b-c)(a+b+c+d)$$

$$\therefore x = \frac{a+b+c+d}{m+n}$$

(5) 簡單 = スレバ $\frac{53}{144}x=53$ トナル.

$$\therefore x=144$$

(6) 所題ノ方程式ヲ順次次ノ如ク變形ス.

$$1 - \frac{2+1-x}{6} = 1, \quad \frac{6-3+x}{24} = 1$$

$$\therefore x=21$$

5. (1) $x=6, y=15$

(2) $x=3m, y=-2n$

(3) (1)-(2)×3 $\frac{9}{x}=30 \therefore x=\frac{1}{5}$

之ヨリ $y=-17$

(4) z ヲ消去シテ,

$$9x+y+54=0, \quad 5x-7y-2=0$$

之ヨリ $x=-\frac{94}{17}, y=-\frac{72}{17}$ ヲ得.

從テ $z=-\frac{240}{17}$ ヲ得.

6. 分母ヲ排ヒ整頓スレバ $18x>36$ トナル.

$$\text{答 } x>2$$

7. 第一ヨリ $x>4$, 第二ヨリ $x<8$ ヲ得ル故,

所要ノ x ノ値ハ 5, 6, 7 ノ三ツナリ.

8. (1) $(5x-1)(x+5)$

(2) $x^3-a^3+ax(x-a)=(x-a)(x^2+2ax+a^2)$
 $= (x-a)(x+a)^2$

(3) $x^2(y^2-1)-(y^2-1)=(x^2-1)(y^2-1)$
 $= (x+1)(x-1)(y+1)(y-1)$

(4) $a(a^2-2bc-b^2-c^2)=a\{a^2-(b+c)^2\}$
 $= a(a+b+c)(a-b-c)$

(5) $(x^3+3x^2+3x+1)(x^3-3x^2+3x-1)$
 $= (x+1)^3(x-1)^3$

(6) $x^2z(y^2z-1)-(y^2z-1)=(x^2z-1)(y^2z-1)$

9. (1) 左邊ノ括弧ヲ外ヅシ簡約スレバ,

$$a^2y^2-2abxy+b^2x^2 \text{ トナル.}$$

(2) $a^2+b^2+c^2-bc-ca-ab$ ノ二倍ガ
 $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2$ トナル.

或ハ右邊ノ括弧ヲ解ケバ左邊ヲ得.

(3) 左邊 $= \{(a+b)^2+a^2-b^2\}\{(a+b)^2-a^2+b^2\}$
 $= (2a^2+2ab)(2ab+2b^2) = 4ab(a+b)^2$

10. 此ノ兩式ニ於テ $x=2$ トセバ其ノ値零トナルベキ

ヲ以テ, $2m+n+10=0$ 及ビ $m+2n+2=0$

之ヨリ $m=-6, n=2$ ヲ得.

11. (1) 題式 $= \frac{(a+b+c)^2}{(a+b+c)(a-b-c)} = \frac{a+b+c}{a-b-c}$

(2) 題式 $= \frac{2x^2(x+y)(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2) \times 3xy(x+y)^2}$

$$= \frac{2x(x-y)}{3y(x+y)}$$

$$(3) \text{ 題式} = \frac{2(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x-y)} \times \frac{x^3+y^3}{2xy(y-x)}$$

$$\times \frac{(x-y)^2}{x^4+x^2y^2+y^4} = -\frac{1}{xy}$$

$$(4) \frac{(c+a+b)(c-a-b)}{a^2b^2c^2} \times \frac{abc}{c-a+b} \times \frac{abc}{c-a+b}$$

$$= \frac{c-a-b}{c-a+b} = \frac{a+b-c}{a-b-c}$$

$$(5) \frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x} - \frac{x-1}{x(x+1)} \right] = \frac{x-1}{x(x+1)}$$

$$(6) \frac{2x^3+3x-2}{2x^3+x^2+3x-2} - \frac{x+1}{x^2+x+2}$$

$$= \frac{2x^3+3x-2 - (x+1)(2x-1)}{2x^3+x^2+3x-2}$$

$$= \frac{2x^3+3x-2-2x^2-x+1}{2x^3+x^2+3x-2} = \frac{2x^3-2x^2+2x-1}{2x^3+x^2+3x-2}$$

12.

x^2+4x+2	$x^4+8x^3+20x^2+mx+n$
$2x^2+4x$	x^4
$4x$	$8x^3+20x^2$
$2x^2+8x+2$	$8x^3+16x^2$
$+2$	$4x^2+mx+n$
	$4x^2+16x+4$

此ノ運算ニヨリ

開キ切レルタ

メニハ $m=16$, $n=4$ ナラザル

ベカラズ。

$$13. \frac{-\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} - \frac{-1}{\frac{1}{2}} - \sqrt{8-8} = \frac{1}{3} + 2 = \frac{7}{3}$$

$$14. \sqrt{10.08 - 5.7 + 209.7152} = \sqrt{214.0952} = 14.63 \dots$$

$$15. \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1.732}{4} = 0.43 \dots$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3 \times 1.732}{2} = \frac{5.196}{2} = 2.59 \dots$$

$$\frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}(2+\sqrt{2})}{2} = 2+2\sqrt{2} = 2+2.828 \dots$$

$$= 4.82 \dots$$

$$\text{或ハ } \frac{2\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}-1} = 2(\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}+2$$

$$= 4.82 \dots$$

$$16. \frac{\sqrt{5}(2+\sqrt{5})}{4-5} + \frac{(2-\sqrt{2})^2}{4-2}$$

$$= -2\sqrt{5} - 5 + \frac{6-4\sqrt{2}}{2}$$

$$= -2\sqrt{5} - 2\sqrt{2} - 2$$

$$= -2 \times 1.4142 - 2 \times 2.2360 - 2 = -9.300$$

$$17. \frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-3} + \frac{\sqrt{2}-1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1)^2-3} + \frac{1-\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1-\sqrt{2})^2-3}$$

$$+ \frac{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-3} = \frac{2(1+\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})^2-3} + \frac{-2\sqrt{3}}{(\sqrt{2}-1)^2-3}$$

$$= \frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{-\sqrt{3}}{-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}+2+\sqrt{6}}{2}$$

$$18. \frac{a+\beta}{a} + \frac{a+\beta}{\beta} = (a+\beta) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{\beta} \right)$$

$$= \frac{(a+\beta)^2}{a\beta} = \frac{b^2}{a^2} \times \frac{a}{c} = \frac{b^2}{ac}$$

$$\frac{a+\beta}{a} \times \frac{a+\beta}{\beta} = \frac{(a+\beta)^2}{a\beta} = \frac{b^2}{ac} \quad \text{ナル故}$$

所要ノ方程式ハ $x^2 - \frac{b^2}{ac}x + \frac{b^2}{ac} = 0$

即 $acx^2 - b^2x + b^2 = 0$ ナリ.

此ノ書ハ大正十四年度版ノ中等教
育代數學教科書(上卷)ニ適用ス

中 等 教 育
代 數 學 教 科 書
教 授 資 料
(上 卷)

【非 賣 品】

大正五年五月二十五日 印 刷
大正五年五月二十八日 發 行
大正十五年四月二十二日 再版印刷
大正十五年四月二十五日 再版發行

著 作 者 林 鶴 一

東京市小石川區小日向水道町84

發 行 兼 株 式 東 京 開 成 館
印 刷 者 會 社

代 表 者 松 本 繁 吉

發 行 所 株 式 東 京 開 成 館
會 社

大 倉 印 刷 所

特111

354

終