

Elliptische Kurven

Arbeitsblatt 17

Aufgaben

AUFGABE 17.1. Beweise für die projektive Gerade den Satz von Riemann-Roch direkt.

AUFGABE 17.2. Wir betrachten die projektive Gerade \mathbb{P}_K^1 und das volle lineare System

$$L := \langle s, t \rangle = \Gamma\left(\mathbb{P}_K^1, \mathcal{O}_{\mathbb{P}_K^1}(1)\right).$$

Zeige, dass die Fixierung eines Erzeugendensystems von L aus drei Elementen (bis auf Streckung) einer Einbettung der projektiven Geraden in die projektive Ebene als Gerade entspricht. Wie kann man dabei die Bildgerade beschreiben?

AUFGABE 17.3. Wir betrachten die projektive Gerade \mathbb{P}_K^1 und das volle lineare System

$$L := \langle s^2, st, t^2 \rangle = \Gamma\left(\mathbb{P}_K^1, \mathcal{O}_{\mathbb{P}_K^1}(2)\right).$$

Zeige, dass die Fixierung einer Basis von L (bis auf Streckung) einer Einbettung der projektiven Geraden in die projektive Ebene entspricht. Wie kann man dabei die Bildkurve beschreiben?

AUFGABE 17.4. Wir betrachten die projektive Gerade \mathbb{P}_K^1 und das volle lineare System

$$L := \langle s^3, s^2t, st^2, t^3 \rangle = \Gamma\left(\mathbb{P}_K^1, \mathcal{O}_{\mathbb{P}_K^1}(3)\right).$$

Zeige, dass die zugehörige Abbildung

$$\mathbb{P}_K^1 \longrightarrow \mathbb{P}_K^3$$

einer Einbettung der projektiven Geraden in den projektiven Raum ergibt. Man gebe möglichst viele Gleichungen an, die die Bildkurve erfüllt.

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 3
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 3