

Grundkurs Mathematik I

Arbeitsblatt 16

Die Pausenaufgabe

AUFGABE 16.1. Führe im Zehnersystem die Multiplikation

$$7863 \cdot 4107$$

schriftlich durch.

Übungsaufgaben



Gar nicht mehr lange! Wir wünschen schon jetzt frohe Weihnachten!

AUFGABE 16.2. Formuliere und beweise (bekannte) Teilbarkeitskriterien für Zahlen im Dezimalsystem für die Teiler $k = 2, 3, 5, 9, 11$.

AUFGABE 16.3. Betrachte im 15er System mit den Ziffern $0, 1, \dots, 8, 9, A, B, C, D, E$ die Zahl

$$EA09B4CA.$$

Ist diese Zahl durch 7 teilbar?

AUFGABE 16.4. Es sei $p \neq 2, 5$ eine Primzahl. Zeige, dass es eine natürliche Zahl der Form (im Dezimalsystem)

$$111 \dots 111$$

gibt, die ein Vielfaches von p ist.

AUFGABE 16.5. Führe im Vierersystem die Multiplikation

$$302 \cdot 201$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.6.*

Zeige, dass im kleinen Einmaleins (ohne die Zehnerreihe) zur Basis $n \geq 2$ nur ein- und zweistellige Zahlen auftreten.

AUFGABE 16.7.*

- (1) Berechne 3^2 im Vierersystem, 4^2 im Fünfersystem und 9^2 im Zehnersystem.
- (2) Zeige, dass im kleinen Einmaleins (ohne die Zehnerreihe) zur Basis $n \geq 3$ rechts unten die Zahl mit den Ziffern $n - 2$ und 1 steht.

AUFGABE 16.8. Zeige, dass beim schriftlichen Multiplizieren im Zehnersystem der Übertrag maximal gleich 8 ist.

AUFGABE 16.9. Jemand macht gegen den Beweis zu Lemma 16.5 den Einwand, dass dort eine Situation entsteht, wo sich die Koeffizienten a_i nicht auf 10^i , sondern auf $10^{i+\ell}$ beziehen, was verwirrend sei. Nehme dazu Stellung.

AUFGABE 16.10. Gabi Hochster hat sich im Mathematikunterricht (erste Klasse), der von Frau Doris Maier-Sengupta (mit den Fächern Deutsch und buddhistische Philosophie) unterrichtet wird, geweigert, bei der Überprüfung des Kleinen Einmaleins $7 \cdot 10$ auszurechnen, mit der Begründung, dass das kleine Einmaleins dazu da sei, einstellige Zahlen miteinander zu multiplizieren, es für größere Zahlen einen anderen Algorithmus gebe und dass die Einbeziehung der Zehnerreihe in das kleine Einmaleins diesen Aspekt völlig verdunkle. Als Frau Maier-Sengupta diesen Einwand nicht verstand und auf die Aufgabe bestand, wurde Gabi zornig und sagte „Sie haben ja gar keine Ahnung von Mathematik, gehen Sie doch zu Ihrer buddhistischen Philosophie und schicken Sie eine echte Mathelehrerin hier her“. Daraufhin trug Frau Maier-Sengupta einen Vermerk über das beleidigende Verhalten von Gabi in

das Klassenbuch ein. Da es der dritte Vermerk war, kommt es zu einem Elterngespräch, zu dem neben Frau Maier-Sengupta, den Eltern, Melissa und Melvin Hochster, der Schulleitung auch Sie als Fachleiter/In Mathematik teilnehmen sollen. Was ist Ihre Position?

AUFGABE 16.11. Führe im Zehnersystem die Subtraktion

$$710534 - 691228$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.12. Führe im Zweiersystem die Subtraktion

$$11010 - 10111$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.13. Beweise die Korrektheit des schriftlichen Subtrahierens durch den Nachweis, dass beim schriftlichen Subtrahieren $m - n$ und $(m - 1) - (n - 1)$ das gleiche Ergebnis liefern.

AUFGABE 16.14. Gibt es ein Verfahren zum schriftlichen Potenzieren, das die Dezimalentwicklung von n^k berechnet, wenn die natürlichen Zahlen n, k in ihrer Dezimalentwicklung gegeben sind?

Die Weihnachtsaufgabe für die ganze Familie

AUFGABE 16.15. Welches Bildungsgesetz liegt der Folge

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, \dots$$

zugrunde?

(Es wird behauptet, dass diese Aufgabe für Grundschul Kinder sehr einfach und für Mathematiker sehr schwierig ist.)

Eine der Aufgaben zum Abgeben verwendet den folgenden Begriff.

Es sei M eine Menge und

$$f: M \longrightarrow M$$

eine Abbildung. Ein Element $x \in M$ mit $f(x) = x$ heißt *Fixpunkt* der Abbildung.

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 16.16. (3 Punkte)

Führe im Sechssystem die Multiplikation

$$453 \cdot 525$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.17. (2 Punkte)

Führe im Zweiersystem die Subtraktion

$$10011 - 1101$$

schriftlich durch.

AUFGABE 16.18. (4 Punkte)

Es sei x eine dreistellige natürliche Zahl im Zehnersystem und y die von hinten gelesene Zahl. Zeige, dass die positive Differenz $x - y$ stets ein Vielfaches von 9 und von 11 ist.

AUFGABE 16.19. (4 Punkte)

Wir betrachten die Abbildung

$$f: \mathbb{N} \longrightarrow \mathbb{N},$$

die dem Bildungsgesetz aus Aufgabe 16.15 entspricht.

- (1) Ist f wachsend?
- (2) Ist f surjektiv?
- (3) Ist f injektiv?
- (4) Besitzt f einen Fixpunkt?

Abbildungsverzeichnis

Quelle = Diciembre.jpg , Autor = Benutzer Lumentzaspi auf Commons,
Lizenz = PD

1