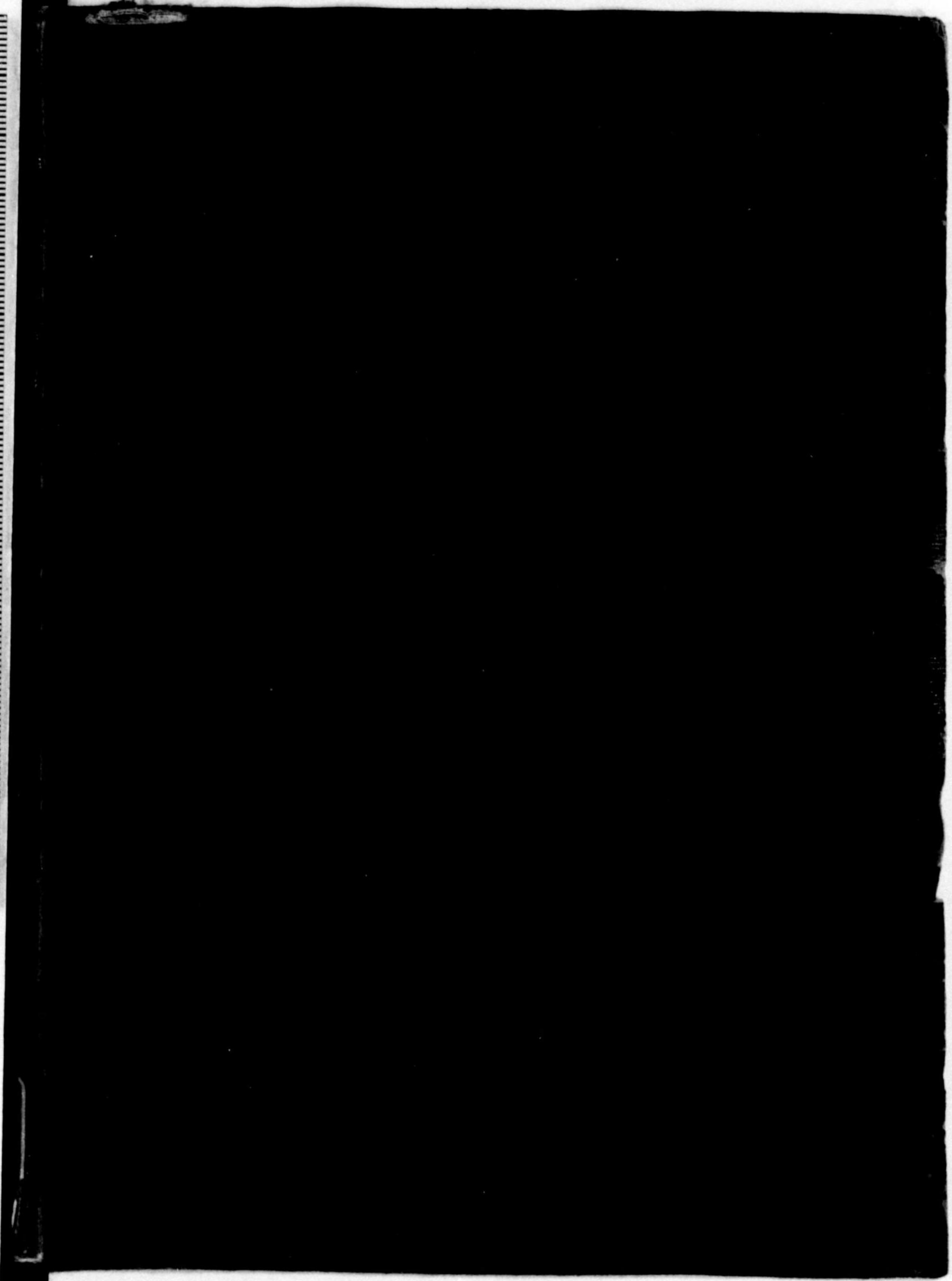
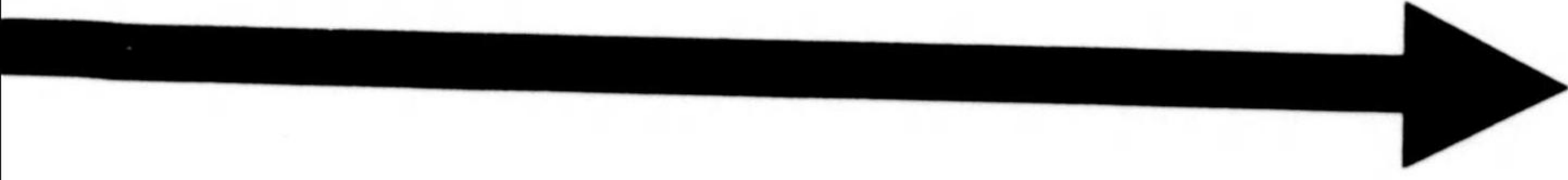


始



997
41

92 ✓

450
2
1350

17350

548
N 77
2



實用放送工學

上卷

日本放送協會編

日本放送出版協會版



9	9	7
4	1	

序

我國の放送事業は大正14年3月22日東京芝浦に於て呱呱の聲をあげてより茲に早くも十餘年、事業の歴史としては決して長いものではないといへ、僅々五千内外の聴取施設を擁するのみであつた創業時代を、聴取者四百三十萬を突破する今日の盛業状態から回顧すれば轉た感概深いものがある。

本事業が斯程な異常の發達を遂げ得たことは、固より事業そのものの特異性に由るものではあるが、長年月、黙々として撓まざる努力を盡し來つた技術者に負ふところ、寔に大なるものがあることも見逃せない事實である。

願れば我々技術者にとつて、この十餘年間に於ける事業發展の跡こそ多難なる荆棘の路であつた。新興時代の幼稚な技術を操守し變遷かの起伏を乗り越え、ただひたむきに研鑽を重ね來つたその勞苦が酬われ、漸くにして處女地開拓の基礎を固め得たる現状に對し、心から欣びなきを得ない。

併しながら放送事業の將來は速くして且つ大なるものがある。我々は常に新しい抱負を持つて新しい領野の開拓に努むべきは勿論であるが、所詮この路は無限であるからには、同じ路を歩む人々のための一里塚となり、道標たらしめんがために、我々の踏んで來た十餘年の體驗を基とし、實用的な放送技術の體系を整へ、これを放送工學と名付けて上梓することは、強ち意義のないことでもあるまいと思ひ、ここに本書を編纂したものである。

幸に本書が放送工學に關心を有せらるる人々の好伴侶となり、放送技術の向上發展に幾分なりとも寄與することあらば本懐これに過ぐるものはない。

昭和十四年七月

日本放送協會技術局長 米澤與三七

はしがき

- 一、本書編纂の目的は、高周波工學を専攻する人々、又は送信及び受信關係の實務に携はる人々の好侶伴となり、日常の仕事に直接役立つやうに説明したものである。
- 二、執筆者は當協會の樞要の地位にある、それぞれの部門に最も造詣の深いエキスパートが、工學博士箕原技術研究所次長の下に、下記の通り分擔執筆したものである。
- 三、本書は無線工學の發達に伴ひ、放送技術も飛躍的發展を遂げつつある際、業務繁多の餘暇を見て上梓したもので、不滿の點あらんもこれは讀者諸賢の御教示により改めたいと思ふ。

編者記

執筆者

回路理論	溝上 銈
真空管	小林 久雄
真空管回路	青山 嘉彦
放送電波の傳播	溝上 銈
音響學概論	藤田 徳彌
演奏所設備	星 佶兵衛
放送所設備	足立 迪
特殊放送	小池 勇二郎
受信機	飯田 一男
聴取障害	土生 英二
テレビジョン放送	高村 悟
附 録	平林 金之助
	鈴木 武二
	山下 彰
	高島 義雄

目次

第1編 回路理論

第1章 交流理論	1
第1節 電流の種類	1
第2節 交流の表示法	2
第3節 ベクトルの計算	3
第4節 交流の大きさ	7
第5節 交流回路定數	10
第6節 簡單なる交流回路の計算	13
6.1 電壓と電流の基本關係	13
6.2 L における交流電壓電流の關係	14
6.3 C における交流電壓電流の關係	15
6.4 R における交流電壓電流の關係	16
6.5 R と L の直列回路における電壓電流の關係	16
6.6 R と C の直列回路における電壓電流の關係	18
6.7 L, C 及び R の直列回路における電壓電流の關係	21
6.8 並列回路における電壓電流の關係	22
第7節 交流電力	24
7.1 抵抗による電力の消費	24
7.2 コイル及び蓄電器における電力	26

7.3 力 率	28
第8節 複雑なる交流回路の計算	31
8.1 インピーダンスに關聯する諸量	31
8.2 直列回路と並列回路	32
8.3 キルヒホッフの第一法則	35
8.4 キルヒホッフの第二法則	35
8.5 網目電流の法則	36
8.6 重疊の定理	37
8.7 テブナンの定理	38
8.8 可逆の定理	39
第9節 歪波形交流	40
第2章 共振回路	43
第1節 直列共振回路	43
1.1 直列共振曲線	43
1.2 コイルのQ	45
1.3 Qと共振曲線の尖鋭度	46
1.4 共振電圧	48
1.5 共振回路の效用	50
第2節 並列共振回路	50
2.1 抵抗なき並列共振回路	50
2.2 抵抗ある並列共振回路の計算	51

2.3 並列共振回路の共振条件及び共振インピーダンス	54
2.4 並列共振回路の共振尖鋭度	54
2.5 並列共振回路の用ひ方	55
第3節 結合共振回路	57
3.1 結合共振回路の種類	57
3.2 連結回路と結合回路	58
3.3 相互誘導結合回路の等価回路	60
3.4 共振周波数と結合度	61
3.5 結合共振回路の用途	63
3.6 結合共振回路の調整と共振電流	65
第3章 インピーダンス整合	68
第1節 インピーダンス整合の必要なる理由	68
第2節 誘導結合による整合	69
第3節 鐵心入變成器による整合	71
第4節 リアクタンスによる整合	75
第5節 整合と反射	76
第4章 過渡現象	78
第1節 過渡現象の概念	78
第2節 コイルに起る過渡現象	78
第3節 蓄電器に起る過渡現象	85

第4節	コイルと蓄電器のある回路の過渡現象	88
第5節	交流電圧を加へた場合の過渡現象	91
第5章	分布定数回路	97
第1節	分布定数回路の概念	97
第2節	無限長線路	97
第3節	等価無限長線路	103
第4節	送端受端に於ける反射	103
第5節	進行波及び定常波	106
第6節	空中線に生ずる定常波	110
第6章	四端子回路網	112
第1節	四端子回路網の概念	112
第2節	四端子方程式	112
第3節	影像インピーダンス	115
第4節	反復インピーダンス	115
第5節	影像及び反復インピーダンスによる接続	116
第7章	濾波回路	118
第1節	濾波回路の概念	118
第2節	濾波回路の一般式	118
2.1	T型回路網	118

2.2	π 型回路網	120
2.3	格子型回路網	120
第3節	主要濾波回路	120
3.1	通過の条件	120
3.2	低域濾波器	121
3.3	高域濾波器	123
3.4	帯域通過濾波器	124
3.5	帯域消去濾波器	125

第2編 眞 空 管

第1章	概 説	126
第2章	熱電子の放出	129
第1節	熱電子放出現象	129
第2節	単一金属の熱電子放出	131
第3節	単原子層の熱電子放出	131
第4節	酸化物陰極の熱電子放出	133
第5節	二次電子放出現象	133
第3章	二極眞空管とその特性	135
第1節	二極眞空管	135

1.1 陰 極	135
1.2 陽 極	138
第2節 二極真空管の特性	139
2.1 理想特性	139
2.2 実際の特 性	142
第4章・三極真空管及びその特性	148
第1節 三極真空管	148
1.1 陰陽兩極並びにグリッド間の相互作用	148
1.2 グリッド	154
1.3 等価二極管	155
第2節 三極真空管の特性	157
2.1 理想特性	158
2.2 実際の特 性	161
第5章 三極真空管定數	165
第1節 増幅率	165
第2節 相互コンダクタンス	165
第3節 プレート抵抗	166
第6章 三極真空管の作用	170
第1節 増幅作用	170

第2節 整流作用	173
2.1 陽極整流	173
2.2 グリッド整流	174
第3節 發振作用	175
第7章 多極真空管とその特性	177
第1節 四極真空管	177
1.1 空間電荷グリッド四極管	177
1.2 遮蔽グリッド四極管	180
1.3 ビーム出力管	183
第2節 五極真空管	185
第8章 受信用真空管の種類	187
第1節 二極真空管	187
第2節 三極真空管	187
第3節 多極真空管	188
3.1 四極真空管	188
3.2 五極真空管	189
3.3 六 極 管	189
3.4 七極管及び八極管	190
3.5 可變増幅率真空管	190
第4節 複 合 管	191

第5節 金屬真空管	193
第9章 送信真空管	194
第1節 二極真空管	194
第2節 三極真空管	194
第3節 多極真空管	195
3.1 四極真空管	195
3.2 五極真空管	195
第10章 超短波用真空管	197
第1節 負グリッド電位發振用真空管	198
第2節 正グリッド電位發振用真空管	200
第3節 マグネトロン	200
3.1 A型マグネトロン	201
3.2 B型マグネトロン	202
3.3 負抵抗型マグネトロン	203
3.4 特殊マグネトロン	203
第11章 放電管	205
第1節 整流管	205
1.1 ガス及び水銀入熱陰極整流管	205
1.2 水銀整流器	208

第2節 グリッド制御放電管	209
第3節 點弧制御放電管	210
第4節 冷陰極放電管	211
4.1 定電壓放電管	211
4.2 安定抵抗管	212

第3編 真空管回路

第1章 増幅回路	214
第1節 増幅器とその分類	214
1.1 真空管増幅器	214
1.2 増幅器の分類	214
第2節 可聴周波増幅器	216
2.1 三極真空管の三定數, 動作特性及び等價回路	216
2.2 抵抗結合増幅器	221
2.3 チョーク結合増幅器	224
2.4 變壓器結合増幅器	226
2.5 可聴周波電力増幅器	229
2.6 歪と雑音の問題	235
2.7 負饋還増幅回路	236
2.8 壓伸増幅回路	239
2.9 直流増幅器	241

第3節 無線周波増幅器	242
3.1 プレート,グリッド間の容量の影響	242
3.2 無線周波増幅回路	246
3.3 中和回路	249
3.4 再生増幅	250
3.5 中間周波増幅器	251
3.6 広帯域増幅器	253
3.7 無線周波電力増幅器	256
第2章 發振回路	260
第1節 自勵振公式とその吟味	260
第2節 各種發振回路	268
第3節 發振周波数の變動とその安定法	270
第4節 發振器の出力と能率	272
第5節 發振器における異常現象	273
5.1 寄生振動	273
5.2 發振中絶	274
5.3 間歇振動	274
第6節 恒周波發振器	275
6.1 壓電氣發振器	274
6.2 磁歪發振器	278
6.3 音叉發振器	279
第7節 超短波發振器	279

7.1 反結合接續發振器	280
7.2 電子振動發振器	281
7.3 マグネトロン發振器	284
第8節 特殊發振器	285
8.1 ダイナトロン發振器	285
8.2 弛張振動發振器	286
8.3 唸周波發振器	288
第3章 變調回路	291
第1節 變調の概念と變調波の性質	291
第2節 變調の理論	295
第3節 グリッド變調	296
第4節 プレート變調	297
4.1 定電流變調	297
4.2 定電壓變調	298
第5節 變調の實際	298
第6節 變調の諸變形	299
6.1 B變調	299
6.2 シレ-變調	300
6.3 浮動搬送波方式	301
6.4 搬送波除去方式	301
6.5 單一側波帶方式	302

第4章 検波回路並びに整流回路	304
第1節 検波の概念	304
第2節 検波理論	305
2.1 負荷なき二極検波器	305
2.2 負荷ある二極検波器	307
2.3 變調波を加へた場合	309
2.4 三極管検波器	310
第3節 鑛石検波器	312
第4節 二極管検波	313
第5節 プレート検波	316
第6節 グリッド検波	318
第7節 パワー検波	321
第8節 再生検波	323
第9節 超再生検波	325
第10節 ヘテロダイン検波	326
第11節 整流回路	330
参考文献	334

第4編 放送電波の傳播

第1章 電波の分類	338
------------------------	-----

第1節 電波の概念	338
第2節 電波の波長、周波数及び速度の関係	342
第3節 電波の種類	343
第2章 電離層の構造と性質	345
第1節 電離層の発見せられた動機	345
第2節 電離層の構造	345
第3節 電離層の電波に對する作用	346
第4節 電離層高の測定	347
第3章 波長による電波傳播の差異	349
第1節 概 説	349
第2節 長波の傳播	350
第3節 短波の傳播	351
第4節 放送波の傳播	353
第5節 超短波の傳播	354
第4章 電波の輻射	358
第1節 電位及び電界の強さ	358
第2節 磁位及び磁界の強さ	360
第3節 誘導電磁界と輻射電磁界	361
第5章 電波の受信	368

第1節 垂直空中線による受信	368
第2節 棒型空中線による受信	373
第3節 受信空中線の架設法	379
3.1 形	379
3.2 線 種	379
3.3 大 き さ	379
3.4 施 設 場 所	379
3.5 接 地	380
3.6 電燈線アンテナに就いて	380
第6章 放送電波の晝間電界強度	382
第1節 地表波傳播公式	382
第2節 晝間電界強度曲線	389
第3節 放送局の電界強度地圖	393
第4節 輻射電力の決定	394
第7章 放送電波の夜間電界強度	397
第1節 晝間及び夜間電界強度の差異	397
第2節 近距離フェーディングの特性	401
第3節 遠距離フェーディングの特性	404
第8章 フェーディング防止方法	406
第1節 フェーディング防止送信空中線	406

第2節 フェーディング防止型受信空中線	407
第3節 自動音量調節の效用	408
第9章 電波傳播に關する諸現象	410
第1節 宇宙の諸現象との關係	410
第2節 電波の偏極	411
第3節 デリンジヤー現象	413
第4節 ルクセンブルグ効果	413
第5節 外部混變調効果	414
第6節 空 電	415
第10章 電界強度の測定	416
第1節 測定の原理	416
第2節 強電界強度の測定法	417
第3節 弱電界強度の測定法	419
第4節 電界強度測定器の較正法	423
第5節 實效高及び輻射電力の測定法	424
第6節 高調波の測定法	425
第7節 方向測定法	426
第8節 フェーディングの測定	428
索 引	431

第1編 回路理論

第1章 交流理論

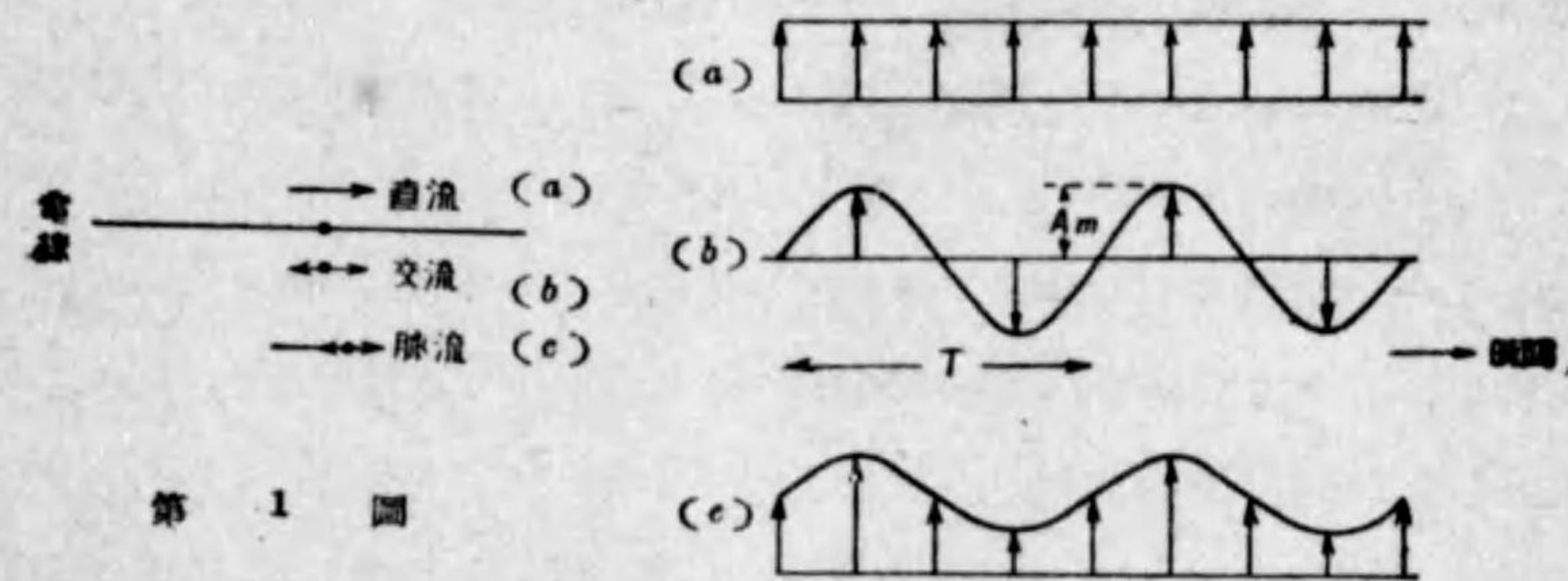
第1節 電流の種類

直流：大きさ方向共に常に一定なる電流〔第1圖 (a)〕

交流：大きさ方向共に周期的に変化する電流〔第1圖 (b)〕

脈流：方向は一定なるも大きさが周期的に変化する電流〔第1圖 (c)〕

周波数 f ：交流が一秒間に往復する数で、交流の種類を表すものである。



第 1 圖

単位 サイクル (又はサイクル/秒) c/s

キロサイクル (又はキロサイクル/秒) $kc, kc/s=1,000$ サイクル

メガサイクル (又はメガサイクル/秒) $Mc, Mc/s$

$=1,000$ キロサイクル $=1,000,000$ サイクル

周波数によつて交流を分類すると大體次の如くである。

50 $c/s, 60 c/s$ 商用周波 (電力用)

10 kc 迄 可聴周波 (音として耳に感ずる)

10 kc 以上 無線周波 (電波となつて放射する)

振幅 A_m : 交流の一方の方向への最大値をいひ、交流の強さを表す。

周期 T : 交流が一往復するのに要する、即ち 1 サイクルに要する時間で、 $\frac{1}{f}$ に等しい。

何故ならば 1 サイクルに要する時間 T を 1 秒間に生ずるサイクル数即ち周波数 (f) 倍すれば 1 秒になるから、 $f \times T = 1$ 仍つて $T = \frac{1}{f}$ 。

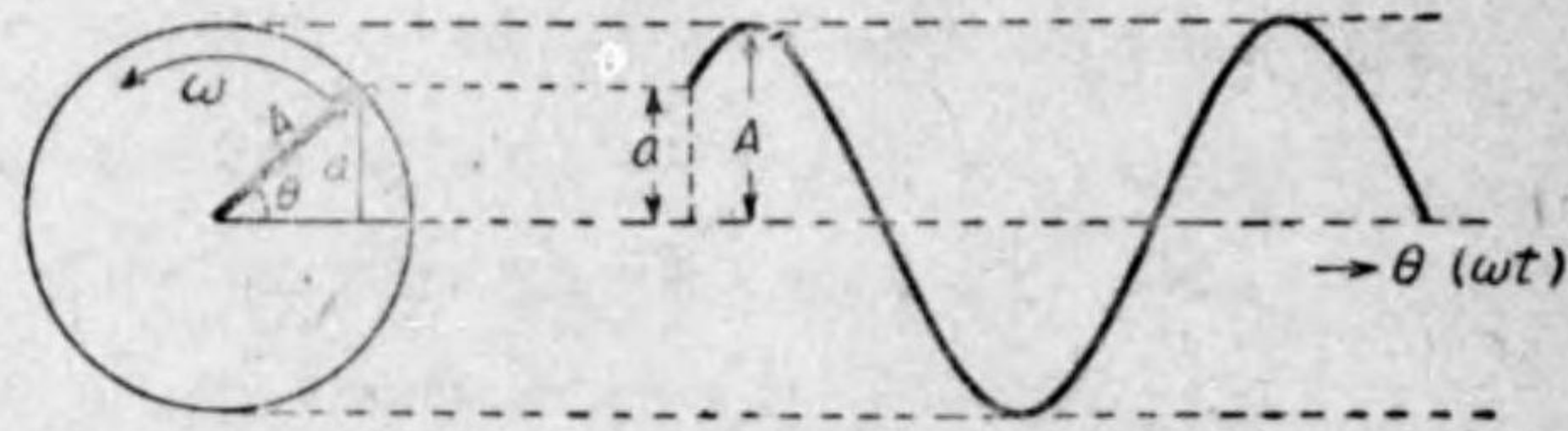
第2節 交流の表示法

三角函数に $\sin \theta$ なる函数がある。これは第2圖の左方に示す直角三角形において $\frac{a}{A}$ をもつて表される量である。今 θ を次第に大きくしてゆけば、 $\frac{a}{A}$ は、周期的に大きさ及び方向を變じ、同圖右方に示す如き變化をする。これが即ち θ と $\sin \theta$ (正弦函数) との關係を示す曲線で、“正弦曲線”と稱する。

この形は恰度交流の形を表してゐるのであつて、角 θ が時間 t に比例して大きくなるとし、その比例常數を ω とおくと、 $\theta = \omega t$ と書ける。 ω はまた 1 秒間に A が回轉する角度を示し、これを“角速度”といふ。しかる時は $\sin \theta = \sin \omega t = \frac{a}{A}$ であるから、 a なる交流の瞬間的の値は $a = A \sin \omega t$ なる形で表される。これは交流を數式で表したのである。

又第2圖右方 (b) は、交流を波形を以て表したものと云へる。或はこの波形を書く代りに、

左方 (a) の中の A なる一本の棒が、 ω なる角速度で回轉してゐ



(a) 第2圖 (b)

るものと考へても差支へない。何故ならば、これを横から見た時の長さを時間的に圖に描いたものが (b) であつて、廻轉せる棒からは、必要があれば何時でも波

形圖が描かれるからである。(a) の中の A の如く大きさ ($|A|$) と方向とを有する量を“ベクトル”といふ。力、速度、加速度、等はいづれも大きさと方向とを有するから、ベクトルである。かやうに交流を表すには

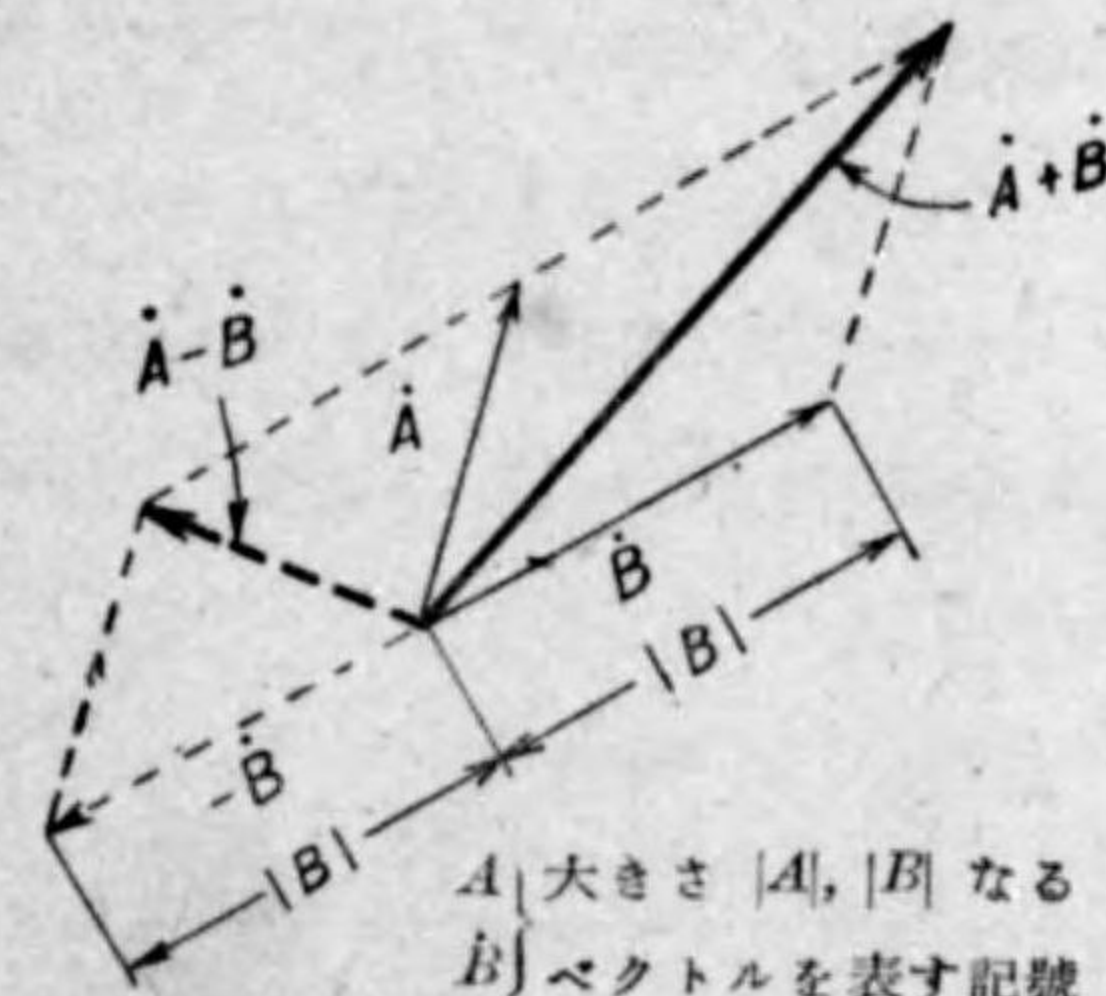
- (1) 式で表す法
- (2) 波形で表す法
- (3) ベクトルで表す法

の三つがある。

第3節 ベクトルの計算

上の三つの方法で (1) と (2) とはやさしいから省略し、(3) の計算法に就

てもう少し詳しく説明しておく。ベクトルの和及び差を作圖的に求めるには物理學における力の合成と全く同じ平

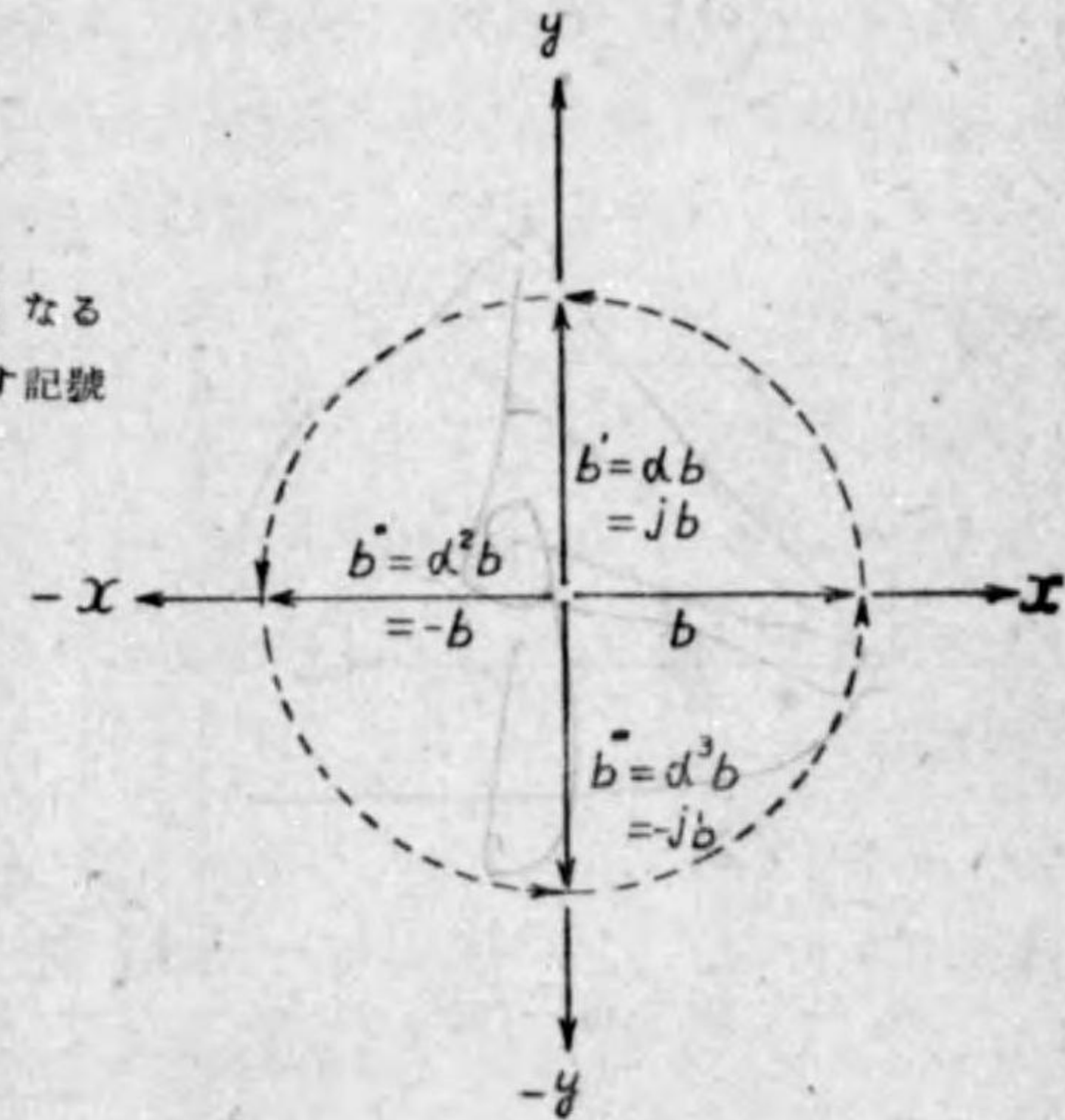


A 大きさ |A|, |B| なる B ベクトルを表す記號 第3圖

行四邊形法を用ひればよい。

これは第3圖に示してある。

かやうな作圖は極めて簡單明瞭ではあるが、精密な結果を得たい場合には不向きであつて、その時には“複素量”計算法によるのが便利であ



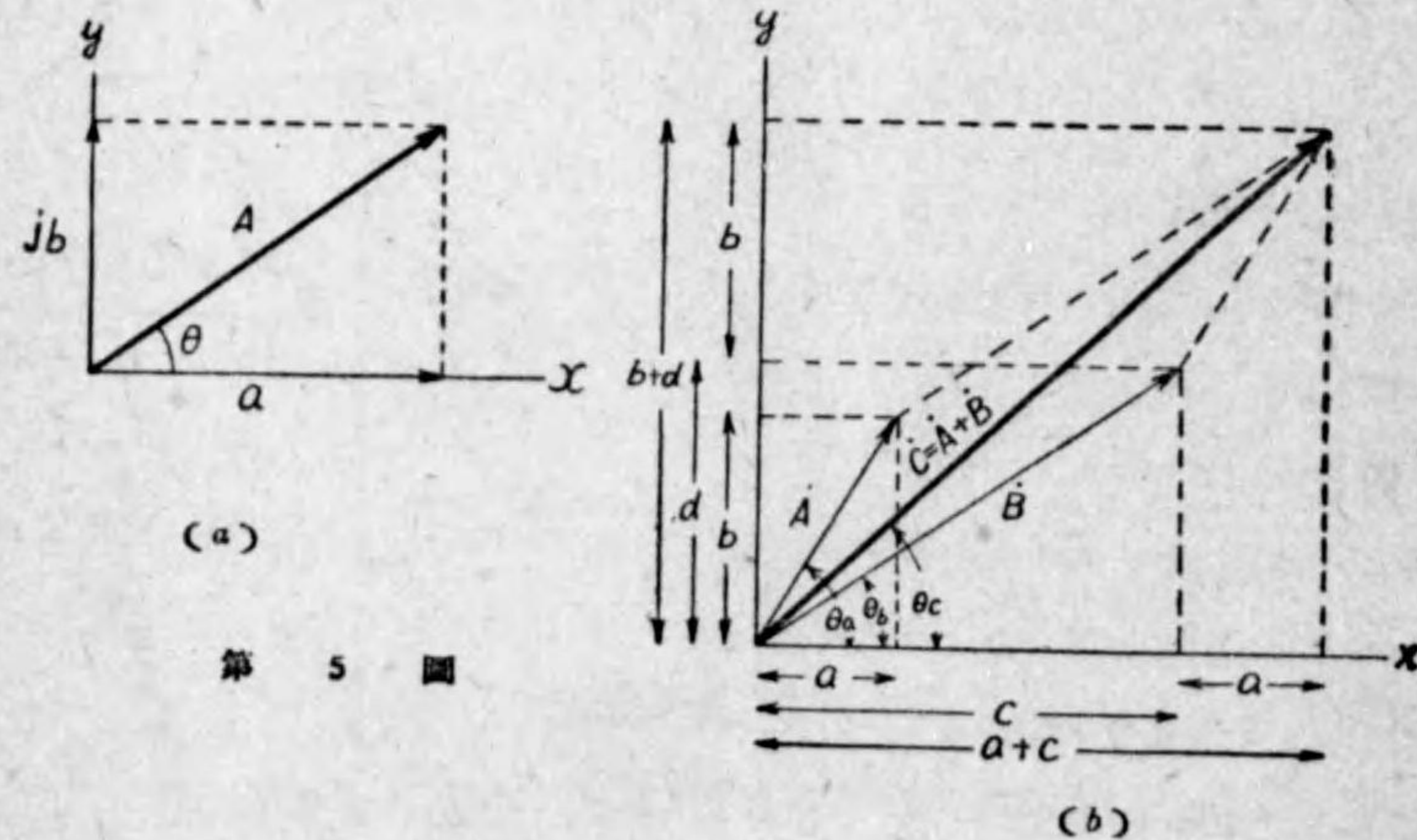
第4圖

る。ここに複素量とは $a+jb$ (a, b =有理数, $j=\sqrt{-1}$ =無理数) の如き量をいふ。

今第4圖に示す如く, 直角座標の x の方向に大きさ b なる量を取り, このベクトルを b で表した場合, それと方向が 90° 違ひ, 大きさは b と同じ b' なるベクトルをかりに jb で表さうとすれば, α をいかなる形にすればよいかを考へてみる。かりに $b'=\alpha b$ とすれば, それより更に 90° 廻つた b'' は $b''=\alpha b'=\alpha^2 b$ となるであらう。しかるに $b''=-b$ なることは, ベクトルの方向が正反對なることから當然であつて, 従つて $\alpha^2=-1$, 又は $\alpha=\sqrt{-1}$ といふ結果が得られる。即ち b に $\sqrt{-1}$ (これを j と表す) を掛けると, 大きさは等しく方向が 90° 進んだ (時計と逆に廻つた方向を進んだ方向とする) ベクトル b' となり, 又これを二回乗すれば $b''=-b$, 三回乗すれば $b'''=j^3 b=(\sqrt{-1})^3 \sqrt{-1} b=-jb$ となり, これは b' と反対方向のベクトルとなることが容易に判る。

さて次に第5圖に示す如く, \dot{A} なるベクトルを互に直角なる x と y の方向のベクトルに分解し, これらをそれぞれ a 及び jb とする。しかる時は

$$\dot{A}=a+jb$$



(a)

第 5 圖

(b)

となり, \dot{A} の絶対値は $|\dot{A}|=\sqrt{a^2+b^2}$ となる。

$$\text{又その方向は } \tan \theta = \frac{b}{a} \quad \left(\text{又は } \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} \right)$$

によりて定まることは第5圖 (a) を見ても容易に判る。

また別のベクトル \dot{B} を, \dot{A} と同様に分解すれば,

$$\dot{B}=c+jd$$

となる。そしてこの二つのベクトルの合成 $\dot{A}+\dot{B}$ は, 作圖的には前述の如き平行四邊形法で求められるが, 複素量を用ひれば次の如くして計算出来ることは, 第5圖 (b) を見れば容易に判る。

$$\dot{C}=\dot{A}+\dot{B}=(a+jb)+(c+jd)$$

$$=(a+c)+j(b+d)$$

$$|\dot{C}|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$$

$$\tan \theta_c = \frac{b+d}{a+c}$$

同様にして兩ベクトルの差は

$$\dot{D}=\dot{A}-\dot{B}=(a+jb)-(c+jd)$$

$$=(a-c)+j(b-d)$$

$$|\dot{D}|=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$$

$$\tan \theta_d = \frac{b-d}{a-c}$$

となることも容易に想像し得るであらう。

又圖の上では簡単に表し難いが, 上のやうな和や差に限らず, 乗除の計算にも複素量を用ひて差支へない。この場合 $j^2=(\sqrt{-1})^2=-1$ なることに注意を要する。

$$\dot{E}=\dot{A} \times \dot{B}=(a+jb)(c+jd)$$

$$=ac+j(ad+bc)+j^2bd$$

$$=(ac-bd)+j(ad+bc)$$

$$|\dot{E}|=\sqrt{(ac-bd)^2+(ad+bc)^2}=\sqrt{a^2+b^2}\sqrt{c^2+d^2}=|\dot{A}| \times |\dot{B}|$$

$$\tan \theta_r = \frac{ad+bc}{ac-bd}$$

$$\dot{F} = \frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{a+jb}{c+jd}$$

$$= \frac{a+jb}{c+jd} \cdot \frac{c-jd}{c-jd} \quad (\text{この技巧に注意})$$

$$= \frac{(a+jb)(c-jd)}{c^2-j^2d^2} = \frac{ac+j(bc-ad)-j^2bd}{c^2+d^2}$$

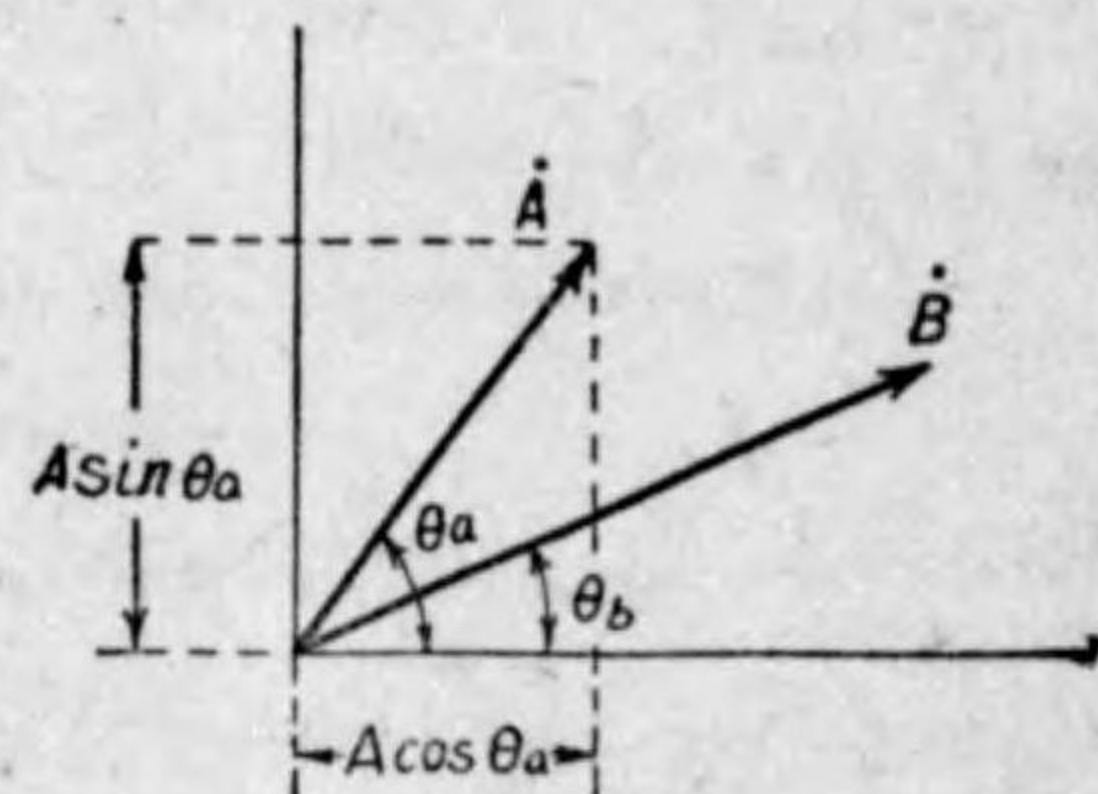
$$= \frac{(ac+bd)+j(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

$$|F| = \frac{\sqrt{(ac+bd)^2+(bc-ad)^2}}{c^2+d^2} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}} = \frac{|A|}{|B|}$$

$$\tan \theta_f = \frac{bc-ad}{ac+bd}$$

尚ベクトルを表すのに極座標を用ひることがある。

極座標といふのは、今迄用ひてきた直角座標が、互に直角な量 x, y によつて平面上の一点の位置を定めるのに對し、第6圖のやうに原点からの長さ（一般には r を以つて示す）と、その線と基準軸との間の角 θ によつて點の位置を定むるものである。この極座標を用ひてベクトルを表すと、 $A \angle \theta_a, B \angle \theta_b$ 等となるが、これと直角座標との間には、第6圖にも示してある如く次の如き關係がある。（以下・を附せざる量は大きさのみを表すものとす）



$$\dot{A} = A \angle \theta_a = |A| e^{j\theta_a}$$

$$\dot{B} = B \angle \theta_b = |B| e^{j\theta_b}$$

第6圖

$$\dot{A} = A \angle \theta_a = A \cos \theta_a + jA \sin \theta_a = A(\cos \theta_a + j \sin \theta_a)$$

$$\dot{B} = B \angle \theta_b = B \cos \theta_b + jB \sin \theta_b = B(\cos \theta_b + j \sin \theta_b)$$

しかるに $\sin \theta, \cos \theta$ をマクローリンの定理により、級數に展開すると

$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \frac{\theta^8}{8!} - \dots$$

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

仍つて

$$\cos \theta + j \sin \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \frac{\theta^6}{6!} + \frac{\theta^8}{8!} - \dots$$

$$+ j \left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \right)$$

この結果は又 $e^{j\theta}$ なる函数を級數に展開した結果と一致する。従つて結局

$$\dot{A} = A(\cos \theta_a + j \sin \theta_a) = A e^{j\theta_a}$$

同様に $\dot{B} = B e^{j\theta_b}$

の如くに表し得ることとなる。（ $e = 2.718 \dots$ ）

この表し方は、加減の計算には不適當であるが、乗除の計算には極めて便利である。即ち

$$\dot{A} \times \dot{B} = A e^{j\theta_a} \times B e^{j\theta_b} = A \cdot B \cdot e^{j(\theta_a + \theta_b)}$$

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{A e^{j\theta_a}}{B e^{j\theta_b}} = \frac{A}{B} e^{j(\theta_a - \theta_b)}$$

このことから、ベクトルの乗除で絶対値だけを求め度い場合には、元々のベクトルの絶対値を求めておいて、それで乗除の計算を行へばよいことが判る。このことは前の $(a+jb), (c+jd)$ なる形の計算の結果からも正しいことが判る。複素量の計算は、交流回路の特性を調べるのに是非必要なものであるが、その實際に對する應用法は、第6節以下で述べることにする。

第4節 交流の大きさ

直流は大きさが常に一定であるから、その大きさを表す量も一種あればよいが、交流は常に大きさが變つてゐるから、何處の大きさを表すかによつて種々の示し方がある。最も簡單なのは振幅を表す方法で、これを交流の最大値といふ。使ひ道によつてはこの最大値を用ひる方が便利なこともあるが、電力の計算等に

はちよつと不便な点がある。例へば抵抗において熱を発生する場合、電流が直流ならば簡単に

$$W = I^2 R \quad \left[\begin{array}{l} W = \text{電力 (ワット, W)} \\ I = \text{電流 (アンペア, A)} \\ R = \text{抵抗 (オーム, } \Omega) \end{array} \right]$$

なる公式で計算できる。ところが交流の最大値を I_m とした場合、それによつて発生する電力を、直流の場合と同様に

$$W = I_m^2 R$$

として求めることは出来ないのである。それは直流は一定不変のものであるに對し、交流は I_m に達するのは、ほんの瞬間だけで、あとは常に I_m よりも小さいからである。併し交流の場合にも、出来れば上のやうな直流の時と同じ式を用ひ得る方が便利である。このためには電流の大きさとして最大値ではなく、もつと他のとり方をすればよいのであつて、この爲に選ばれたものが、交流の“實効値” I_e である。交流の實効値が判つてゐれば直ちに上式と同じ形で

$$W = I_e^2 R$$

として電力を計算して差支へない。

上述せるところから、交流の實効値とは次の如き意味を有するものであることが判る。

$I_e^2 R =$ 熱となる交流電力の 1 サイクルの平均

$$= \frac{1}{2\pi} [1 \text{ サイクルの間に熱となる交流電力}]$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2 R d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I_m^2 R \sin^2 \theta d\theta \quad \left(\begin{array}{l} i = I_m \sin \theta \\ \theta = \omega t \end{array} \right)$$

$$= \frac{1}{2\pi} I_m^2 R \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta$$

しかるに積分の公式によつて

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi}{2}$$

なることが判つてゐるから、結局

$$I_e^2 R = \frac{1}{2} I_m^2 R$$

$$I_e^2 = \frac{1}{2} I_m^2$$

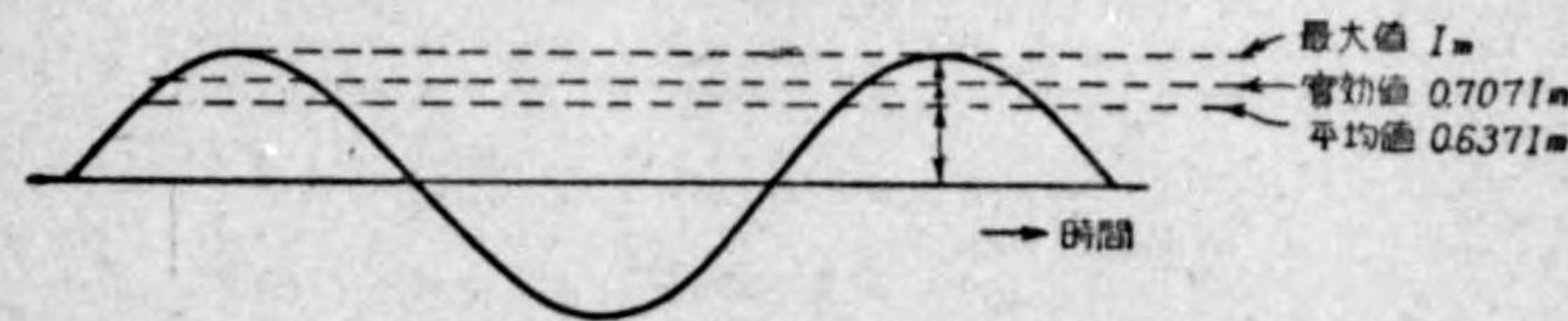
$$I_e = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0.707 I_m$$

I_e の意味を更に言葉をかへていふと、最大値 I_m なる交流を R なる抵抗に流すと、その R に $\frac{I_m}{\sqrt{2}} = I_e$ なる値の直流を流した時と同じ熱量を発生するといふことになる。

かくして交流の大きさを表すには、最大値のほかに實効値なるものがあることが判つたが、例へば最大値が 10 アンペアの交流の實効値は、約 7 アンペアである。これは電圧でも同じことで最大値 10 ヴオルトの交流電圧の實効値は 7 ヴオルトである。また更に實効値のほかに“平均値”なる名稱がある。交流は常に方向を轉じてゐるから、長い時間の平均をとるとその平均値は零である。しかしここにいふ平均値とは半サイクルの間の平均で、これを I_{av} とあらはすと、

$$I_{av} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_m \sin \theta d\theta = \frac{2}{\pi} I_m = 0.637 I_m$$

となる。交流の平均値は検波器や整流器の説明の場合に屢々用ひられる。最大値、實効値、平均値の關係を第7圖に圖示してある。



第 7 圖

第 5 節 交流回路定数

直流回路では、電流に対して反抗するものは“抵抗”のみであつた。即ち直流回路における電圧と電流とはオームの法則により

$$E=IR \quad \left[\begin{array}{l} E: \text{ヴォルト, V} \\ I: \text{アムペア, A} \\ R: \text{オーム, } \Omega \end{array} \right]$$

$$I=\frac{E}{R}$$

の如き関係があるが、交流回路では抵抗のほかには尙コイルとコンデンサーが電流を妨げる役目をする。

コイルとは第 8 圖に示す如く電線を螺旋状に捲いたもので、これから磁気力線が発生してゐる。この磁気力線の数 Φ は電流に比例するのであつて、一回捲いたコイルでは

$$\Phi = Li$$

と書くことが出来る。又 n が 2 以上の場合には Φ は各一捲のコイルを通る磁気力線の總和と考へればよい。この L なる比例定数をコイルの“自己インダクタンス”といひ、その単位はヘンリー (H) である。尙小さいインダクタンスを表す場合には

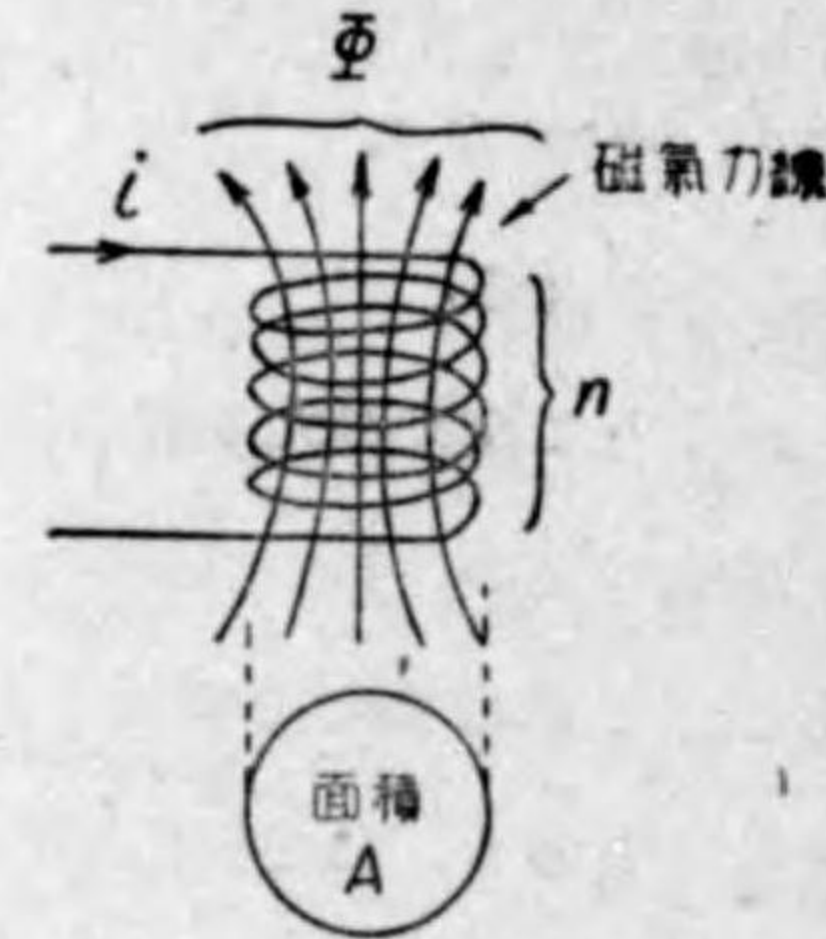
$$\text{ミリヘンリー (mH)} = \frac{1}{1,000} \text{ヘンリー}$$

$$\text{マイクロヘンリー (}\mu\text{H)} = \frac{1}{1,000,000} \text{ヘンリー}$$

なる単位も用ひる。コイルの自己インダクタンス L は、コイルの大きさや捲数等によつて異なるのであつて、大體は次の如き形で表すことが出来る。

$$L = kAn^2 \quad \left[\begin{array}{l} k: \text{コイルの形によつて定まる定数} \\ A: \text{コイルの面積 } n: \text{コイルの捲数} \end{array} \right]$$

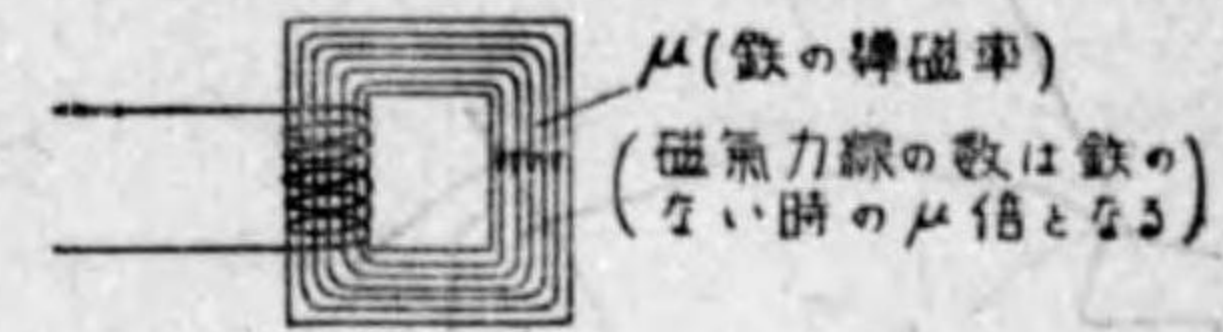
但しこの式は極く大體を表してゐるに過ぎず、正確には實際に測定するのが上



第 8 圖

い。

又コイルに第 9 圖の如く鐵心が入つてゐる場合には、この式に鐵の“導磁率” μ を乗じた値となる。何故ならば



第 9 圖

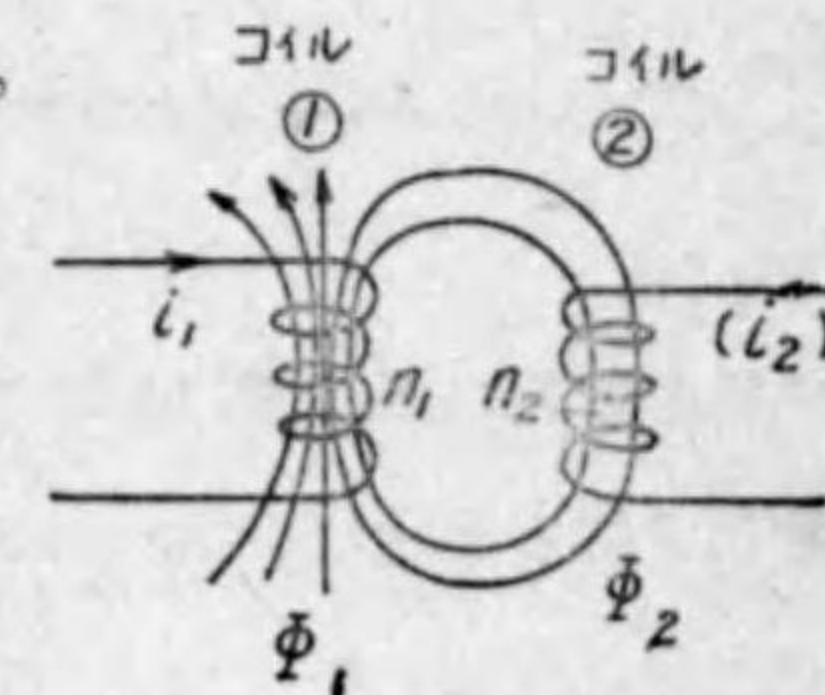
鐵心には磁気力線が通り易く、それがあれば磁気力線の数は鐵心の無い場合の μ 倍になり、従つて又それだけインダクタンスも増大するからである。

コイルが交流回路の中に在ると電流を妨げる性質のあることは、前述の通りであるが、この抵抗力 (リアクタンスといふ) は ωL となる。 ω は第 1 節で説明した角速度で、また周波数との間には次の関係がある。

$$\omega = 2\pi f$$

何故ならば 1 サイクルでベクトルが一廻轉する角度は 2π であり、 f は毎秒の廻轉數、 ω は毎秒の廻轉角度だからである。従つて又コイルのリアクタンス (これを X_L と表はす) は $X_L = 2\pi fL$ とも書ける。コイルのリアクタンスが周波数と共に増大することは大切なことで、これに反し抵抗 R は大體周波数に無關係に一定である。リアクタンスの單位はやはりオームで大體において抵抗と同じに取扱つてよいが、詳しいことは第 6 節で述べる。

コイルの自己インダクタンスは、コイルが自分の電流で自分のコイルの中に生ぜしめる磁気力線の多少を示す量であるが、二つのコイルが第 10 圖のやうに並んでゐて、一方のコイルに電流を流した時、他方のコイルを通る磁気力線の数の多少を



第 10 圖

表す量を“相互インダクタンス”といふ。即ち第 10 圖においてコイル ② の各一捲きを通る磁気力線の總和を Φ_2 とすると

$$\Phi_2 = Mi_1$$

なる關係にある M が即ち相互インダクタンスであつて、單位は全く自己インダ

クタンスの場合と同じである。逆にコイル②に i_2 を流した時にコイル①を通る磁気力線の總和 Φ_1 に對しても

$$\Phi_1 = M i_2$$

なる關係が成り立ち、これ等兩式の M は全く同じ値となる。 M は捲數 n_1 と n_2 に比例する。

交流回路において今一つ抵抗力として働くものは、蓄電器（コンデンサー）であるが、蓄電器に電壓を加へると、電氣力線が発生すること、コイルに磁氣力線が生ずるのとよく似てゐる。この電氣力線の數 Q は、電壓に比例するのであつて、即ち

$$Q = Ce$$

となるが、この比例定數 C を蓄電器の靜電容量、又は單に容量（キャパシター）といひ、その單位はファラッド（F）である。但し普通の蓄電器の容量は極めて小さいから、一般の小さい容量を表す場合には

$$\text{マイクロファラッド } (\mu\text{F}) = \frac{1}{1,000,000} \text{ ファラッド}$$

$$= 10^{-6} \text{ ファラッド}$$

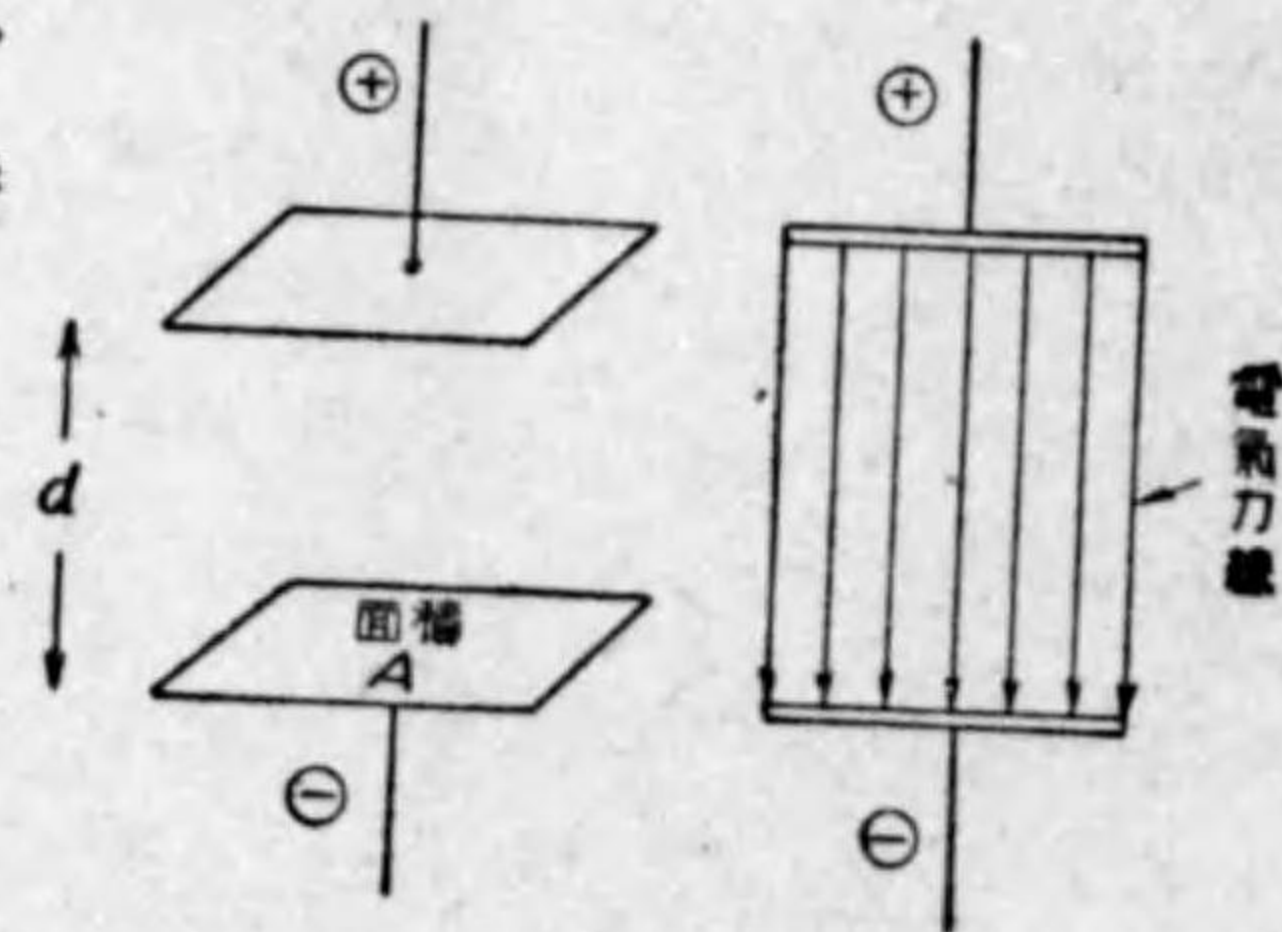
$$\text{マイクロ・マイクロファラッド } (\mu\mu\text{F}) = 10^{-6} \text{ マイクロファラッド}$$

$$= 10^{-12} \text{ ファラッド}$$

なる單位を用ひる。第11圖のやうな蓄電器の容量は、次の如き形の式で表される。

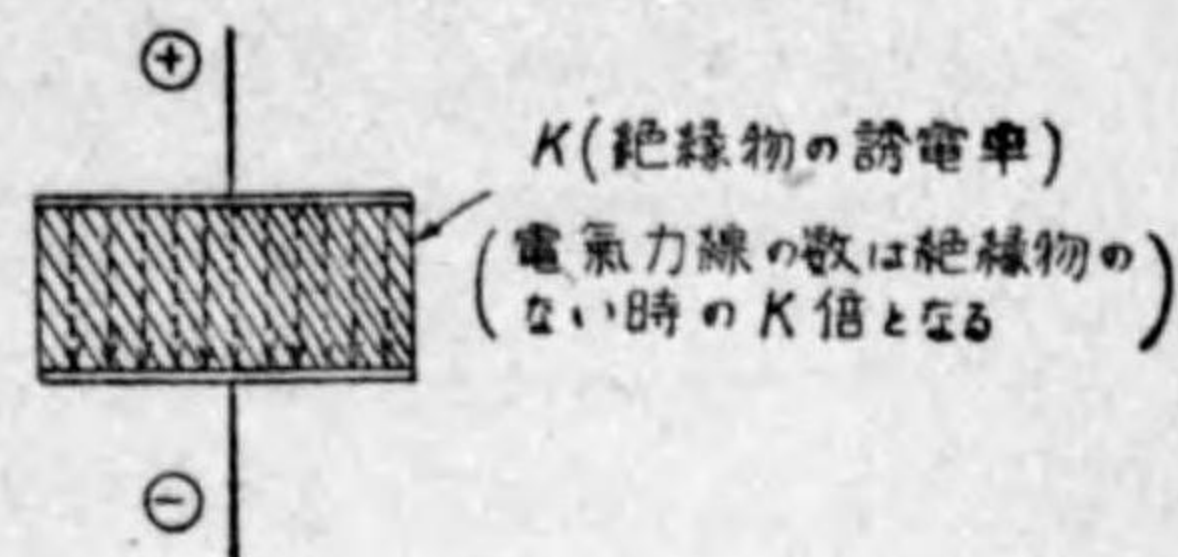
$$C = k \frac{A}{d} \left[\begin{array}{l} A: \text{面積} \\ d: \text{極板の間隔} \\ k: \text{定數} \end{array} \right]$$

この場合にも、コイルに鐵心を入れるやうに極板の間に誘電體



第 11 圖

（硝子、エポナイト、紙その他の絶縁物）を入れると、これ等は電氣力線を通し易いから、それだけ電氣力線の數は増し、空氣中における電氣力線の數に、中へ挿入された誘電體の誘電率 k



第 12 圖

を乗じただけの電氣力線が生ずる（第12圖参照）。即ち

$$Q = K C_0 e = C_a e \quad (C_a: \text{誘電體を入れた場合の蓄電器の容量})$$

従つてまた誘電體を入れた蓄電器は、空氣間隙の場合よりも容量は k 倍大きいこととなる。

蓄電器が交流に對して示す抵抗力は、インダクタンスの時と反對に周波數に反比例する。即ちこれを X_c （蓄電器のリアクタンス）で表すと

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f c}$$

となるのである。この單位も抵抗と同様オームであるが、詳しい取扱ひ方は第6節で述べることとする。

第 6 節 簡單なる交流回路の計算

6.1 電壓と電流の基本關係

交流回路の計算は、交流回路における電壓と電流との關係を求めることにあつて、まづ初めに抵抗、コイル、蓄電器が別々にある場合に對する電壓と電流との關係から述べる。根本原則として次の三つの關係がある。

(i) 抵抗に對しては $i = \frac{e}{R}, e = iR$

(ii) コイルに對しては $e = \frac{d\Phi}{dt}, e = L \frac{di}{dt}$ } Φ : 各1捲のコイルを通る磁氣力線の總和

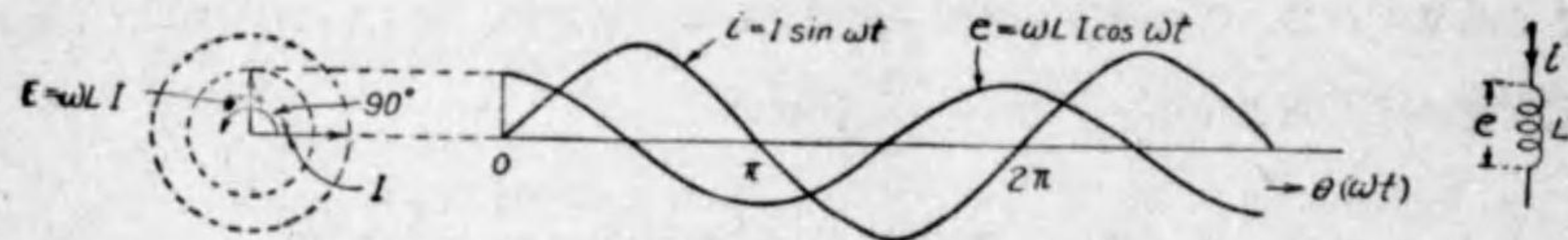
(iii) 蓄電器に對しては $i = \frac{dQ}{dt}, i = C \frac{de}{dt}$ } (Q : 電氣力線の數又は電荷)

上の関係で (i) は直流と全く同じであるから、説明は要しない。(ii) は電氣と磁氣の根本的相關關係であつて、その理由を説明することは不可能である。要するに一つの事實として認める外はない。(iii) は電氣力線は一單位毎の電荷から一本宛出てゐるものであるから、 Q を以て電氣力線の數と考へても、また電荷と考へてもいづれでもよい。しかる時は $\frac{dQ}{dt}$ は電荷の時間に對する變化で、蓄電器の電荷が減るといふことは、それだけ電流となつて流れ出すといふことを意味することを考へれば、 $i = \frac{dQ}{dt}$ なる關係は自ら諒解出来るであらう。(i) は直流と同じであるから、まづ (ii) と (iii) に就いて更に話を進めよう。

6.2 Lにおける交流電壓電流の關係

今前にも述べた通り交流を $i = I \sin \omega t$ で表す。しかる時は i が流れてゐるコイルに加はつてゐる電壓、又はその兩端に現れてゐる電壓は前項の (ii) により、

$$e = L \frac{di}{dt} = L \frac{d}{dt} (I \sin \omega t) = \omega L I \cos \omega t$$



第 13 圖

となる。これを波形圖で表せば第13圖右方、又ベクトルで表せば同圖左方に示される如くである。 $\cos \omega t$ は形は $\sin \omega t$ と同じでただ +1 から初まる函數である。即ちこれ等 i と e とは互に 90° 角度が異り (これを“位相差”が 90° なりといふ)、しかも電壓の方が電流よりも進んでゐる。今 e の最大値を E とすると $E = \omega L I$ (I は i の最大値) 又は

$$I = \frac{E}{\omega L}$$

となる。 ωL は前に説明したコイルのリアクタンスで、上式は恰度抵抗の場合の $I = \frac{E}{R}$ なる關係に類似してをり、 ωL は矢張オームで表される。但し $I = \frac{E}{\omega L}$

なる關係式には位相則ち方向の觀念が全く入つてゐない。

しかるに前述の如く、 I は E よりも 90° 遅れてゐる。この位相の關係を式で表すには次の如くする。即ち、前に複素數の計算においてベクトルを 90° 進めるには、 $j = \sqrt{-1}$ を乗すればよいことを述べたが、 90° 遅らすには逆に $-j = \frac{1}{j}$ を乗すればよいことは、容易に理解できるであらう。しからばコイルにおける電壓電流の關係を位相迄も考慮に入れて表すと

$$I = \frac{E}{j\omega L}$$

となる。これは即ち e と i との關係をベクトル的に表したわけである。しかして $\frac{1}{j}$ なる位相の廻轉はコイルによつて起るものであるから、コイルのリアクタンスにこれをくつつけて

$$\dot{X}_L = j\omega L$$

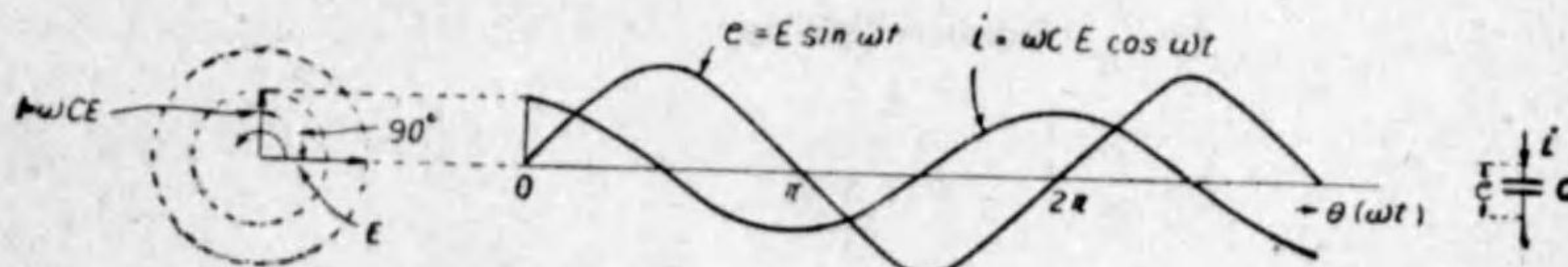
として表すのである。これはコイルのリアクタンスの大きさは ωL で、且つ電流を電壓より 90° 遅らしむる性質を有することを表す。

6.3 Cにおける交流電壓電流の關係

次に蓄電器の場合に就いて考へよう。 C に加はる交流電壓を $e = E \sin \omega t$ とおけば 6.1 (iii) に示した基本關係から、電流は

$$i = C \frac{de}{dt} = C \frac{d}{dt} (E \sin \omega t) = \omega C E \cos \omega t$$

となり、これを第14圖に示す。右方は波形圖で、左方はベクトル圖である。 i



第 14 圖

の最大値を I とすると

$$I = \omega C E \quad \text{又は} \quad I = \frac{E}{\frac{1}{\omega C}}$$

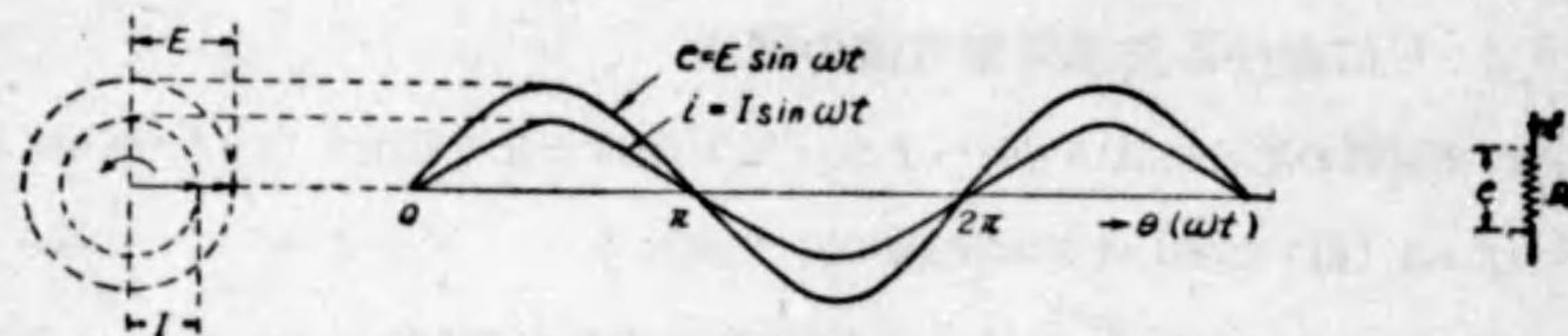
となり、前にも述べた如く $\frac{1}{\omega C}$ が恰度抵抗の如き働きをする。また第14圖のベクトル圖から明かな如く、蓄電器の場合には、電流は電圧より 90° 進む。即ちコイルの時と恰度反対である。これを式の上で表す爲には

$$\dot{i} = j \frac{\dot{E}}{\omega C} \quad \text{又は} \quad \dot{i} = -\frac{\dot{E}}{-j \frac{1}{\omega C}} \quad (j = \frac{1}{-j})$$

とすればよい。この式では $-j \frac{1}{\omega C}$ がコンデンサのリアクタンスになるが、その意味は抵抗力の大きさは $\frac{1}{\omega C}$ で、同時に電流を電圧よりも 90° 進ませる性質を有するといふことである。

6.4 Rにおける交流電圧電流の関係

抵抗は交流、直流に対して同じ作用を有するが、念の爲に R に関して、 e, i の波形を示すと第15圖右側、又そのベクトル関係は同圖左側の如くで、E と I とは常に同位相にあるから



第 15 圖

$$i = \frac{E}{R} \sin \omega t = I \sin \omega t$$

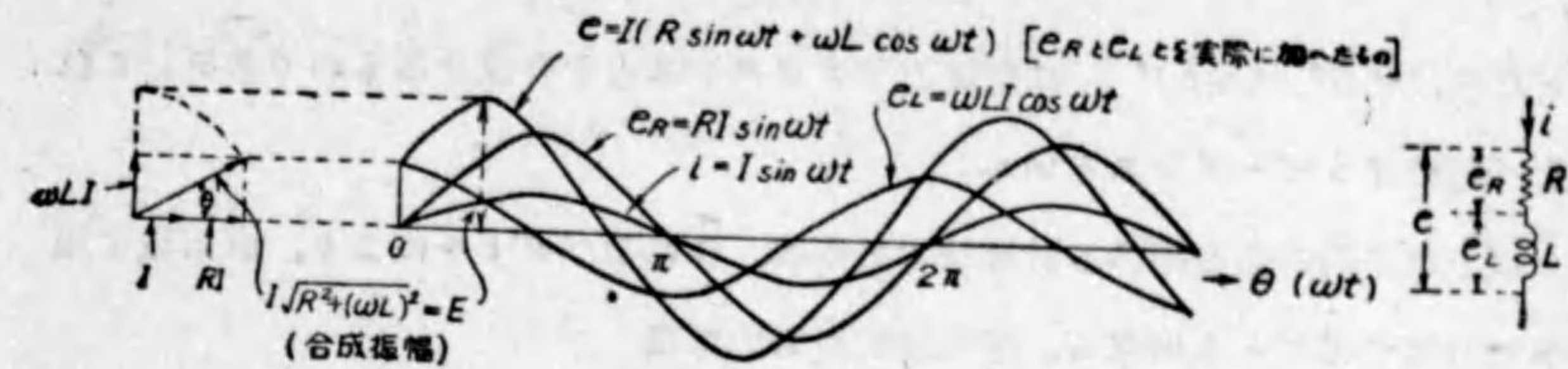
$$\dot{i} = \frac{\dot{E}}{R} \quad (\text{ベクトル式})$$

となり、即ちこの場合には j は全く用ひる必要がない。

6.5 R と L の直列回路における電圧電流の関係

次に R, L, C 等が共存する場合を考へる必要があるが、まづ R と L とが一緒にある場合には、その各々に加はる電圧を e_R 及び e_L とすると、その合成が

電源電圧 e となる (第16圖参照) から



第 16 圖

$$e = e_R + e_L$$

しかるに

$$e_R = iR$$

$$e_L = L \frac{di}{dt}$$

なる関係が別々に成立つから、 $i = I \sin \omega t$ とすれば

$$e_R = IR \sin \omega t$$

$$e_L = \omega LI \cos \omega t$$

となり、結局

$$e = I (R \sin \omega t + \omega L \cos \omega t)$$

この e を波形圖で表すと第16圖の右側の如く、又それに対応するベクトル圖は同圖左側に示す通りである。このベクトル圖の方から $IR \sin \omega t$ と $\omega LI \cos \omega t$ との合成振幅は

$$\sqrt{(IR)^2 + (\omega LI)^2} = I \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

で、また位相差は $\tan \theta = \frac{\omega L}{R}$ なる θ 、即ち

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

だけ電流の方が電圧よりも遅れてゐることが判る。遅れたことを示すのには

$$\theta = -\tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \quad \text{と表す。}$$

また振幅だけを比較すれば

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

となり、 $\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$ は抵抗とリアクタンスとを合成せるものである。これを一般にインピーダンスといふ。

以上は三角函数を用ひる計算法であるが、これをベクトルにより、複素数を用ひて計算することも出来る。即ち抵抗においては

$$\dot{E}_R = \dot{I}R$$

コイルにおいては

$$\dot{E}_L = j\omega L \dot{I}$$

であるからその合成は

$$\dot{E} = \dot{I}(R + j\omega L)$$

となり、従つて

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + j\omega L}$$

これを前に述べた複素数の計算によつて有理化すると

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R^2 + \omega^2 L^2} (R - j\omega L)$$

となり、この絶対値を求めると

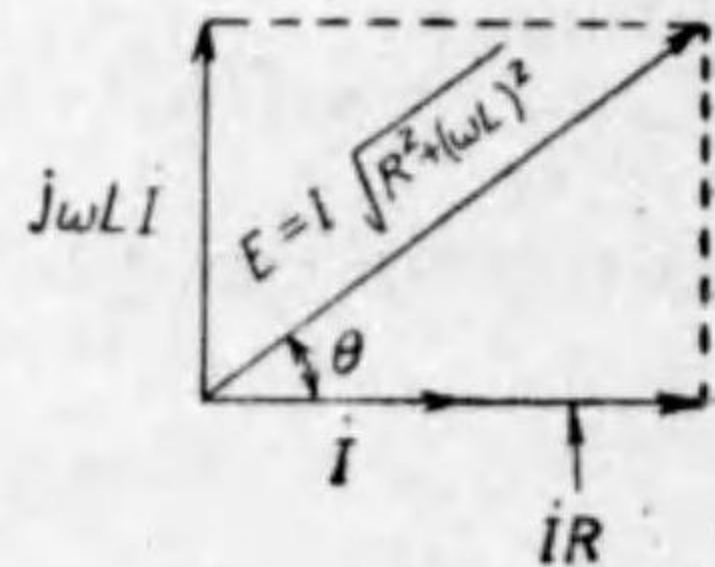
$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

また位相差は

$$\tan \theta = -\frac{\omega L}{R}$$

(負記号は電流が電圧よりも遅れてゐることを示す)

となり、三角函数の場合と一致し、しかも更に計算が簡単である(第17圖参照)。



第17圖

6.6 R と C の直列回路における電圧電流の関係

次に R と C とが直列にある場合に就て考へよう。R と L の時と同様に、各々の電圧を e_R, e_C とし、電流を i とする。今蓄電器の電圧を

$$e_C = E_C \sin \omega t$$

と表せば

$$i = C \frac{de_C}{dt} = \omega C E_C \cos \omega t$$

又 R の電圧は

$$e_R = Ri$$

であるから

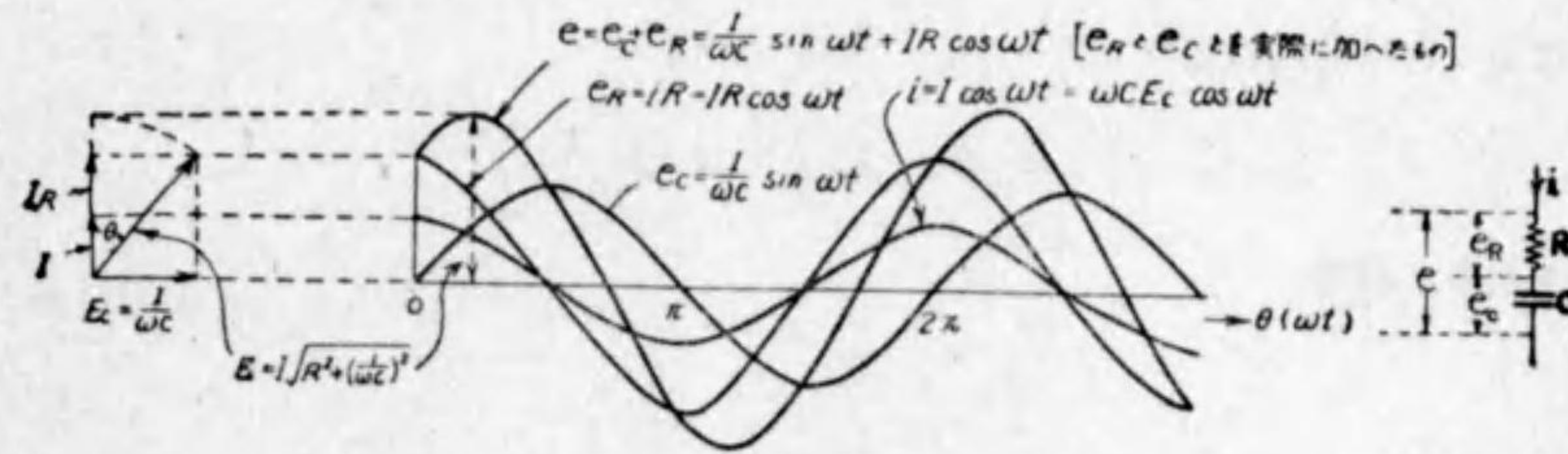
$$e_C = \omega C R E_C \cos \omega t$$

仍つて合成電圧は

$$e = e_R + e_C = E_C \sin \omega t + \omega C R E_C \cos \omega t$$

又は i の振幅を I とすると、 $I = \omega C E_C$ であるから従つて $E_C = \frac{I}{\omega C}$ となり、従つて又

$$e = \frac{I}{\omega C} \sin \omega t + IR \cos \omega t$$



第18圖

となる。この電圧の波形を示すと、第18圖右側の如く、又はそのベクトル関係は同圖左側に示す如くである。従つて e の最大値を E とすると、

$$E = \sqrt{\left(\frac{I}{\omega C}\right)^2 + (IR)^2} = I \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

又は

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

となり

$$\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

が R なる抵抗と C のリアクタンスの合成、即ちインピーダンスである。また位相関係は第18圖のベクトル圖から電壓の方が電流よりも

$$\tan \theta = \frac{1}{\omega CR}$$

なる θ だけ遅れてゐることが判る。即ちこの場合には電流の方が進んでゐる。

この場合の関係を複素量を利用して計算すれば、次の如くなる。即ち抵抗に対しては

$$\dot{E}_R = \dot{I}R$$

又コンデンサーに対しては

$$\dot{E}_C = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

なることは前述の通りであるから、合成電壓は

$$\dot{E} = \dot{E}_R + \dot{E}_C = \dot{I} \left(R - j \frac{1}{\omega C} \right)$$

となり、結局

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R - j \frac{1}{\omega C}}$$

なる関係が得られる。これを更に有理化すれば

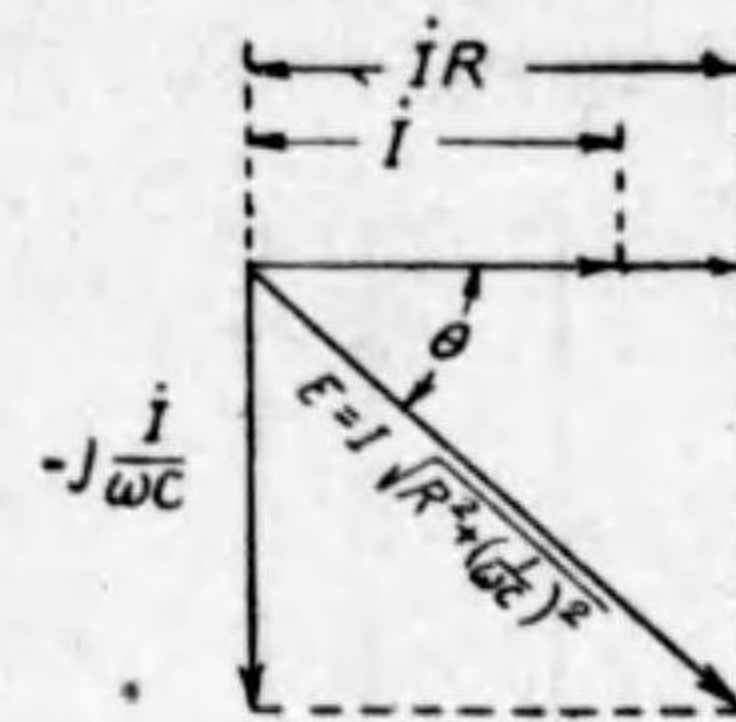
$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \left(R + j \frac{1}{\omega C} \right)$$

となるから I の大きさは

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

で、また位相は

$$\tan \theta = \frac{1}{\omega CR}$$



第19圖

となり、全く前の計算と一致する。第19圖はこのベクトル關係を示す。

6.7 L, C 及び R の直列回路における電壓電流の關係

以上で複素量の用ひ方も大體解つたことと思ふから、次に R, L, C の三つが直列にある場合に就いて、複素量を用ひて計算を試みよう。

$$\dot{E}_R = \dot{I}R$$

$$\dot{E}_L = j\omega L \dot{I}$$

$$\dot{E}_C = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}$$

仍つて合成電壓は

$$\dot{E} = \dot{I} \left(R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} \right) = \dot{I} \left\{ R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\}$$

となり、電流は

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)} = \frac{\dot{E}}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \left\{ R - j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right\}$$

の如く表される。仍つてこの大きさは

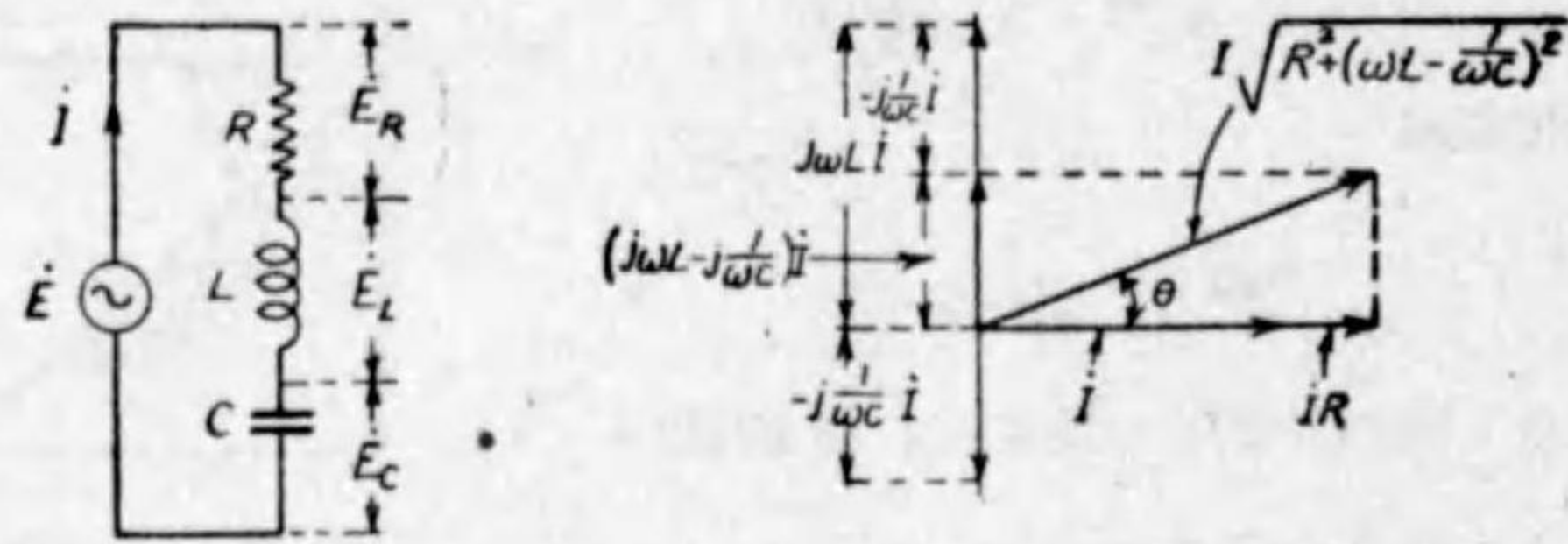
$$\frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}}$$

であり、また位相差 θ は

$$\tan \theta = - \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

によつて與へられる。第20圖はこのベクトル關係を示す。この回路は無線工學

で特に重要な用途がある。



第 20 圖

6.8 並列回路における電圧電流の関係

以上によりて明かな如く、直流回路では R のみを考へに入れればよいが、交流回路ではその他に L と C の影響を考慮に入れなければならぬ。しかしこの場合にはそれぞれ $j\omega L$ 及び $-j\frac{1}{\omega C}$ を一種の抵抗と考へ、直流回路に於ける R と全く同様に取扱ひ、複素数計算を行へばよい。實際にその例として、簡單なる並列回路を少しく取扱つてみよう。まづ初めに R と L との並列回路では、直流回路における

$$\text{合成抵抗 } R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

の公式と全く同様に

$$\text{合成インピーダンス } \dot{Z} = \frac{1}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2}} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

を用ひればよい。但し \dot{Z} は複素量で表したインピーダンスである。今の場合

$$\dot{Z}_1 = R$$

$$\dot{Z}_2 = j\omega L$$

であるから

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{R \cdot j\omega L}{R + j\omega L} = \frac{R \cdot j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} (R - j\omega L) \\ &= \frac{R \cdot \omega L}{R^2 + (\omega L)^2} (\omega L + jR) \end{aligned}$$

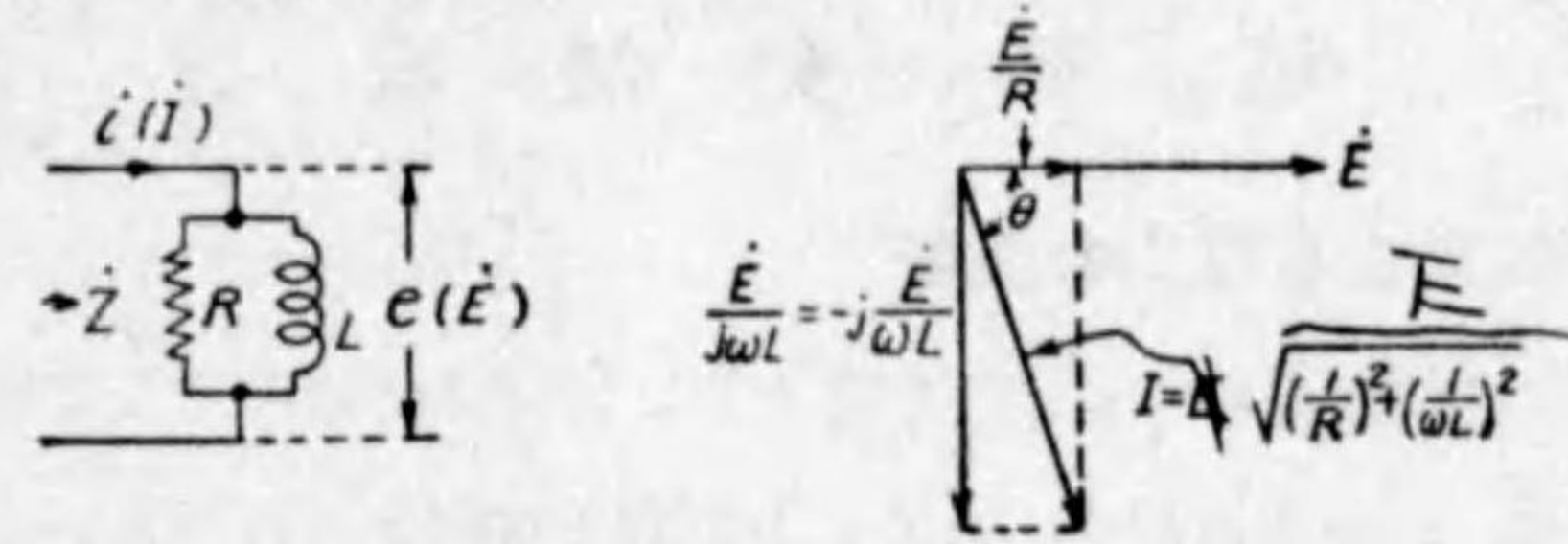
となる。或はこの \dot{Z} に電圧 \dot{E} を加へれば

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \left(\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \right) \dot{E} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L} \right) \dot{E} = \left(\frac{1}{R} - j\frac{1}{\omega L} \right) \dot{E}$$

となり、 \dot{I} の大きさは

$$I = \frac{E}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

又その位相は $\tan \theta = -\frac{R}{\omega L}$ によりて與へられる。この時のベクトル関係は第21圖に示す如くである。



第 21 圖

次に R と C とが並列にある時の合成インピーダンスは

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{R \left(-j\frac{1}{\omega C} \right)}{R - j\frac{1}{\omega C}} = \frac{R \left(-j\frac{1}{\omega C} \right)}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \left(R + j\frac{1}{\omega C} \right) \\ &= \frac{R}{\omega C} \frac{1}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \left(\frac{1}{\omega C} - jR \right) \end{aligned}$$

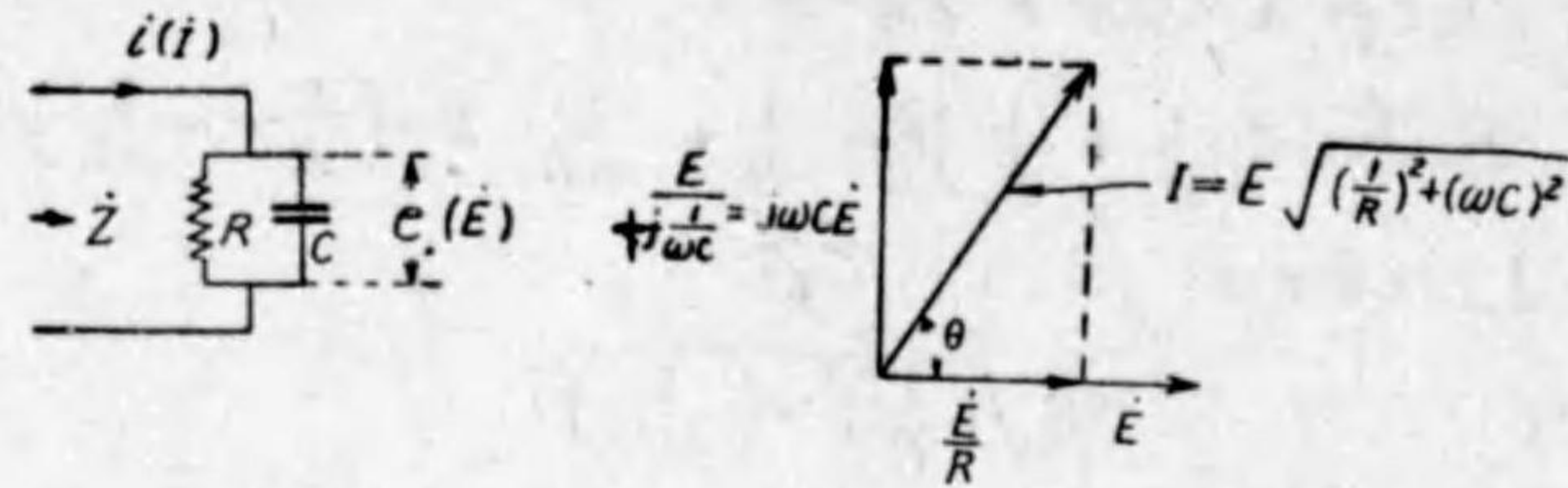
となり、又この \dot{Z} に \dot{E} を加へた時の \dot{I} は

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \dot{E} \left(\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2} \right) = \dot{E} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{-j\frac{1}{\omega C}} \right) = \dot{E} \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right)$$

仍つて電流の大きさは

$$I = E \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$$

で、また位相差は $\tan \theta = \omega CR$ によりて與へられる。このベクトル関係は第22圖に示す如くである。



第 22 圖

第 7 節 交 流 電 力

7.1 抵抗による電力の消費

電気回路に抵抗が存在すれば熱が生ずる。換言すれば、そこで電気エネルギーが熱エネルギーに変換される、このことを電力が消費されたといふ。

抵抗では何故電力が消費されるかといふと、凡て電圧と同方向の電流が流れた場合に、電力の消費が生ずるのであつて、又もし電圧と反対方向の電流が流れてゐる場合には、そこに外部から勢力が與へられてゐることになる。しかしてその消費されたり與へられたりする電力の大きさは、加はつてゐる電圧と流れてゐる電流の積となるのである。

即ち直流回路に抵抗があれば消費電力は

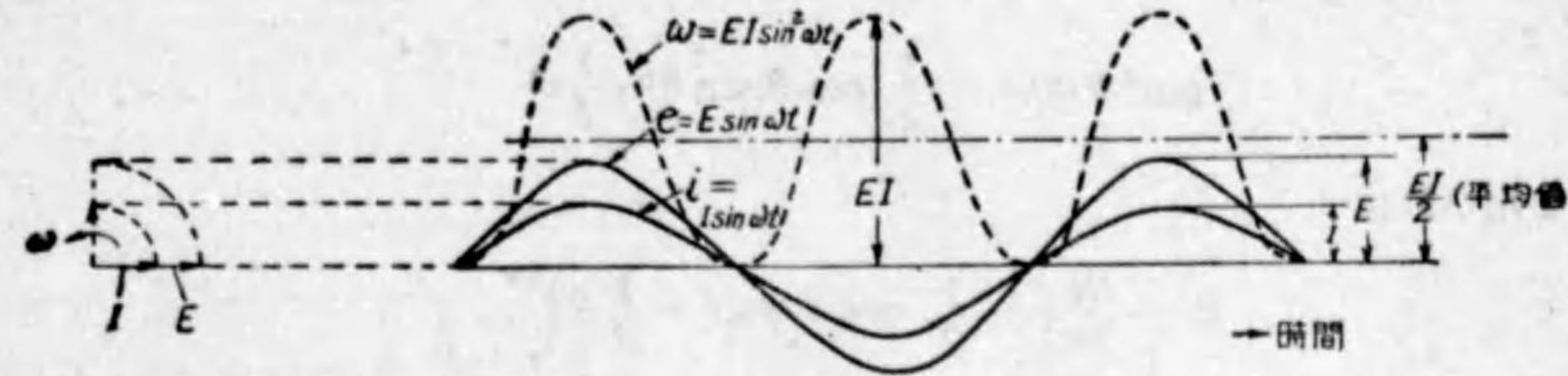
$$W = E(\text{抵抗に加はる電圧}) \times I(\text{抵抗を流れる電流})$$

しかるに $E = I \times R$ であるから

$$W = I^2 \times R \begin{matrix} W : \text{ワット, } W \\ I : \text{アンペア, } A \\ R : \text{オーム, } \Omega \end{matrix}$$

となる。また交流回路に抵抗がある場合には、その時の電圧電流は第 23 圖の如き波形となり、兩者の最大値の間には直流の場合と同様に

$$E = I \times R$$



第 23 圖

なる関係がある。しかるに或る瞬間における電力の消費は、その瞬間における電圧と電流との積に等しい。即ち

$$w = e \times i$$

但し

$$e = E \sin \omega t$$

$$i = I \sin \omega t$$

従つて瞬間的の電力は

$$w = EI \sin^2 \omega t$$

となる。

これを波形で示すと第 23 圖の w の如くで、 e や i と異り w は決して負にはならない。それは e が負になる時には必ず i も負になつて、それらの積は結局正になるからである。

かやうに瞬間電力は 0 から EI まで變化するが、實際に吾々が知りたいのは或ある時間の平均電力であつて、その爲には 1 サイクルにおける平均電力を求めればよい。即ちそれを W で示すと

$$W = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} EI \sin^2 \theta d\theta, \quad [\theta = \omega t]$$

$$= \frac{EI}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta$$

しかるに積分公式

$$\int \sin^2 \theta d\theta = -\frac{1}{2} \cos \theta \sin \theta + \frac{1}{2} \theta$$

を用ひれば

$$\begin{aligned} W &= \frac{EI}{2\pi} \left[-\frac{1}{2} \cos \theta \sin \theta + \frac{1}{2} \theta \right]_0^{2\pi} \\ &= \frac{EI}{2\pi} \left(\frac{1}{2} 2\pi \right) = \frac{EI}{2} = \frac{1}{2} I^2 R, \quad (E=IR) \end{aligned}$$

なる結果が得られる。これを見ると交流の電力は最大値を以つてしては簡単に $I^2 R$ とは表せないのであつて、その半分にしなければならぬ。しかし直流と交流とにおける公式が違ふことは不便であるから、これを同じ形にするために、交流の大きさを表すのに最大値の代りに前に説明した“実効値”を用ひるのである。

しかる時は

$$I_r = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad \text{又は} \quad \sqrt{2} I_r = I \quad \left[\begin{array}{l} \text{前には最大値は } I_m \text{ と表したが、} \\ \text{ここでは簡単のために } I \text{ としておく} \end{array} \right]$$

であるから、

$$W = \frac{1}{2} I^2 R = \frac{1}{2} (\sqrt{2} I_r)^2 R = I_r^2 R$$

となつて直流の式と一致する。また電圧に対しても

$$E_r = \frac{E}{\sqrt{2}} \quad \text{又は} \quad \sqrt{2} E_r = E$$

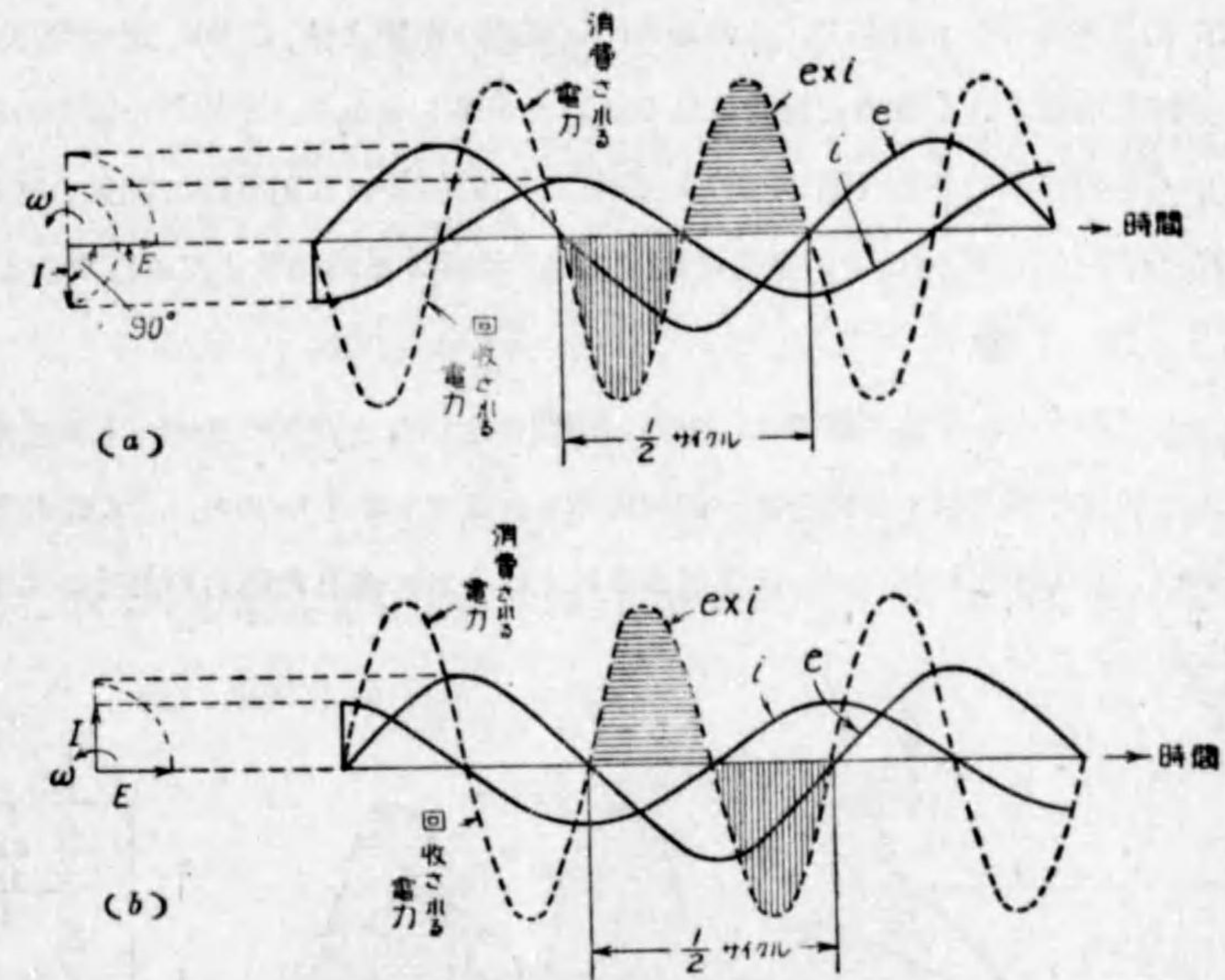
であるから、

$$W = \frac{1}{2} (\sqrt{2} E_r)(\sqrt{2} I_r) = E_r I_r$$

となる。

7.2 コイル及び蓄電器における電力

以上は抵抗における電力の消費であるが、次にインダクタンス(コイル)や容量(蓄電器)においても電力が消費されるかといふと、それはされないのである。



第 24 圖

その理由は“電圧電流が同じ方向の時は電力は消費され、また電圧電流が逆方向の時は外部から勢力が供給される”といふ前述の原則を頭に入れて第24圖(a)を見れば直ちに判る。これはコイルの場合であるが、この時には電流は電圧よりも 90° 位相が遅れてゐる。圖から明かな通り電圧電流は1サイクルのうち $\frac{1}{4}$ サイクルは同じ方向で、また残りの $\frac{1}{4}$ サイクルは方向が反対である。従つて初めは電力の消費が生ずるが、次にはこれと全く同様の電力が外部から供給されるから、電力の消費は差引零となるのである。

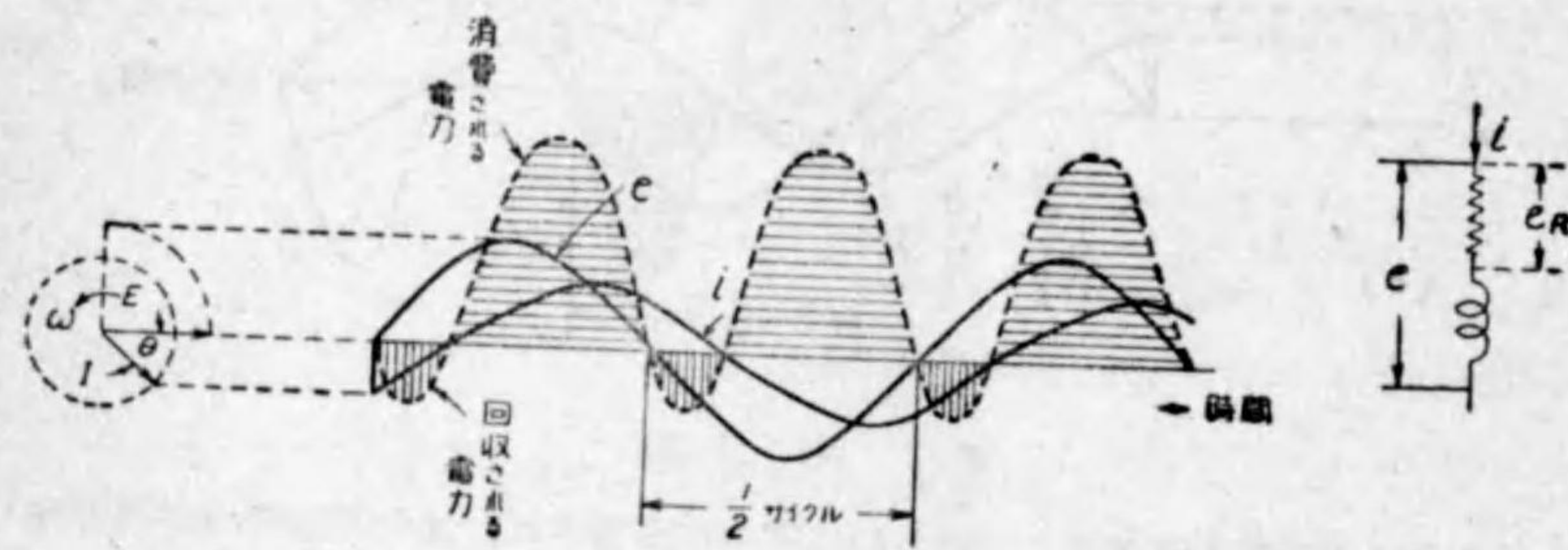
この現象は實際的には如何なる意味を持つかといふと、磁氣力線が増加しつつある場合には、電力は磁氣力線に變つて外部に流れ出すが、次の瞬間に磁氣力線が消滅する時には、その電力は再び元の回路の中に回収されるので、結局全體と

しては電力の消費はないことになるのである。

次に蓄電器の場合も同様で、この場合には電流は電圧よりも 90° 進んでゐるが、やはり消費される電力と供給される電力とが等しいから、平均した電力の消費といふものは零である(第24圖(b)参照)。この場合には蓄電器に電氣力線を通す時に電力が消費され、その電力は電氣力線が消滅する時回収されるのである。

7.3 力率

以上によりコイルや蓄電器では、電力の消費のないことが判つたが、しからばコイルと抵抗とが共存する場合は、如何に考へればよいかといふと、この時の電力波形は、第25圖の如くなり、抵抗がある以上はそれに應じた電力の消費が生ずるのである。



第 25 圖

即ち同圖から明かな通り、この場合には消費される電力は、回収される電力よりも大きいから、結局平均をとると、その差に相當するだけの電力が消費されることになる。この消費電力の大きさはどれだけかといふと、第25圖のやうに合成電圧を考へるとちよつと判り難いが、コイルでは電力の消費はなく、抵抗で、それを通る電流と、抵抗に加はつてゐる電圧との積に相當するだけの電力が消費されると考へれば、極めて簡単に次の如くして電力が求められる。即ち

$$\text{抵抗に加はる電圧 } e_R = iR$$

$$\text{抵抗で消費される電力 } w = e_R i = i^2 R$$

これは抵抗だけある場合と同じであるから、この電力の平均は

$$W = \frac{1}{2} E_R I = \frac{1}{2} I^2 R$$

となる。しかるに前に電圧、電流の關係で説明したやうに、抵抗とコイルのある回路の電流と全體の電圧との關係は

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad \text{従つて} \quad E_R = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} R$$

となる故に

$$W = \frac{1}{2} \frac{E^2}{R^2 + \omega^2 L^2} R = \frac{1}{2} \frac{E I R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

又もし E, I を實効値 E, I で表すことにすれば

$$W = E, I \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$$

となる。しかるに一方 E と I との間の位相差を θ とすると

$$\tan \theta = \frac{\omega L}{R}$$

なる關係のあることは前述の通りであるが

$$\frac{1}{1 + \tan^2 \theta} = \cos^2 \theta$$

なる三角函數の關係から

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} = \cos \theta$$

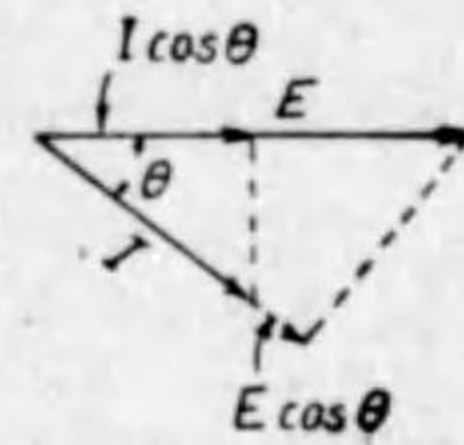
となる。仍つて電力は結局

$$W = E, I \cos \theta$$

なる形で表されることとなり、抵抗だけの場合の $W = E, I$ に比べて $\cos \theta$ だけ餘分な因數が加はる。従つて位相差 θ が大きい程 W は小さくなり、 $\theta = 90^\circ$ の時には $W = 0$ となるのである。この $\cos \theta$ のことを力率 (Power Factor—P.F.) と稱し、交流回路における電力を計算する場合に重要なものである。即ち任意の

回路に電圧 E_r を加へて電流 I_r が流れた場合、電力は單にそれ等の大きさだけからは定まらず、その間の位相差 θ にも關係するのである。この形は次の如くにも分けて書くことも出来る。即ち

$$W = E_r \times I_r \cos \theta \\ = I_r \times E_r \cos \theta$$



第26圖

$I_r \cos \theta$, $E_r \cos \theta$ をベクトルで示すと第26圖の如くで、結局交流回路の電力は

“電流と、電流と同位相の電圧分力との積”

又は “電圧と、電圧と同位相の電流分力との積”

となるといふことが出来る。

この關係は極めて一般的なことであつて、例へば抵抗と蓄電器とを含む回路では、前にも述べた如く

$$E_R = I \times R = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} R$$

であるから、従つて

$$W = \frac{1}{2} E_R I = \frac{1}{2} \frac{EI}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} R \\ = \frac{E_r I_r}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} R$$

しかるにこの場合位相差は

$$\tan \theta = \frac{1}{\omega CR}$$

であるから

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega CR}\right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

仍つて此の場合にも結局

$$W = E_r I_r \cos \theta$$

となるのである。又この式は以上の他にいかに複雑な回路にでも適用出来るのである。

第8節 複雑なる交流回路の計算

8.1 インピーダンスに關聯する諸量

今迄のところ既にリアクタンス、インピーダンス等に就いては説明を加へたがこの他に尙二三同類の名稱があるので、ここで一纏めにして説明を加へておく。

先づ交流回路には三つの定數 R, L, C があり、これらはいづれも電流を流すまゝとする抵抗力を有するが、これを表にして示すと、

記 號	回路定數名(單位)	交流に對する抵抗力(Ω)
R	抵 抗 (Ω)	抵 抗, R
L	インダクタンス (H)	(誘導) リアクタンス, $j\omega L = jX_L$
C	容 量 (F)	(容量) リアクタンス, $\frac{1}{j\omega C} = -jX_C$

しかして抵抗とリアクタンスとがまざつたものをインピーダンスと稱する。これは如何に複雑な回路でも差支へない。即ち複雑な回路の合成インピーダンスを求め、それを $Z = R_r + jX_r$ のやうに實數部と虚數部に分けたとすると、 R_r をそのインピーダンスの抵抗分 (又は等價抵抗)、 X_r をリアクタンス分 (又は等價リアクタンス) といふ。複雑なる回路になると、 R_r の中に L, C の含まれることもあるし、又 X_r の中に R が含まれることもある。

次にインピーダンスの逆數をアドミタンス (Y) といふ。即ち

$$Y = \frac{1}{Z}$$

しかしてこのアドミタンスを實數部と虚數部に分けて

$$Y = G - jB$$

と表した場合、 G をコンダクタンス、 B をサツセブタンスと稱する。 Y, G, B の単位はいづれもオームの逆数たるモ- (Ω) である。

G, B と抵抗、リアクタンスとの間にいかなる関係があるかといふと、

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R+jX} = \frac{1}{R^2+X^2}(R-jX)$$

なる関係から、それぞれ

$$G = \frac{R}{R^2+X^2}, \quad B = \frac{X}{R^2+X^2}$$

となることが判る。

尙 $Y = \frac{1}{Z}$ であるから

$$Y = \frac{I}{E}, \quad \text{又は} \quad I = EY$$

であつて、上述のモ-なる単位は $1V$ の電圧に 1Ω の Y, G 又は B をつないだ時に $1A$ の電流が流れる如き大きさのものである。

8.2 直列回路と並列回路

これに就いても大體は既に説明してあるが、ここで一纏めに述べておく。

凡て交流回路においては R, L, C は電流に對し

$$R \dots \dots R$$

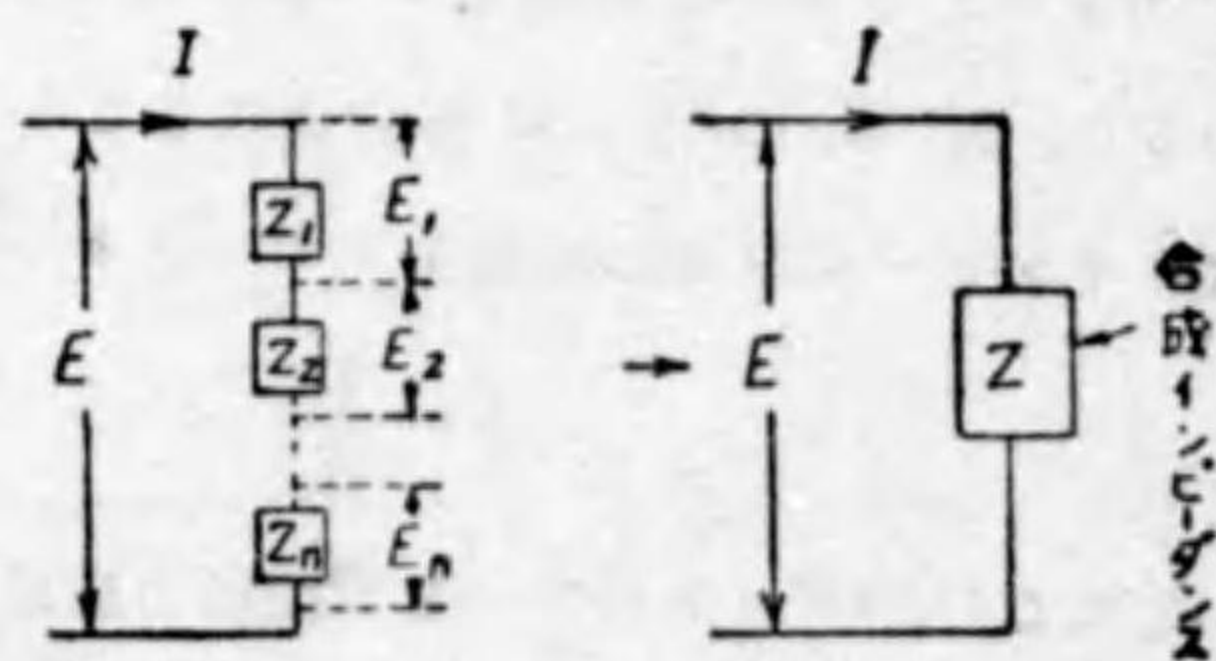
$$L \dots \dots j\omega L$$

$$C \dots \dots -j \frac{1}{\omega C}$$

の如き一種の抵抗を呈するものであ

つて、これ等は直流回路における R と全く同様に考へて差支へない。

又これ等が混合したものをインピーダンスといひ Z で表す。 Z もまた抵抗と同じやうに取扱へばよい。



第 27 圖

即ち

$$I = E/Z, \quad E = IZ$$

さて第27圖の如く、 Z が縦につながつてゐる回路を直列回路といひ、そこを流れる共通の電流を I とすれば、(以下簡単のために E, I, Z 等にベクトル記號の點は附せざるもこれ等は凡て複素量とする)

$$E_1 = IZ_1$$

$$E_2 = IZ_2$$

$$\vdots$$

$$E_n = IZ_n$$

$$E = E_1 + E_2 + \dots + E_n = I(Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n)$$

仍つて

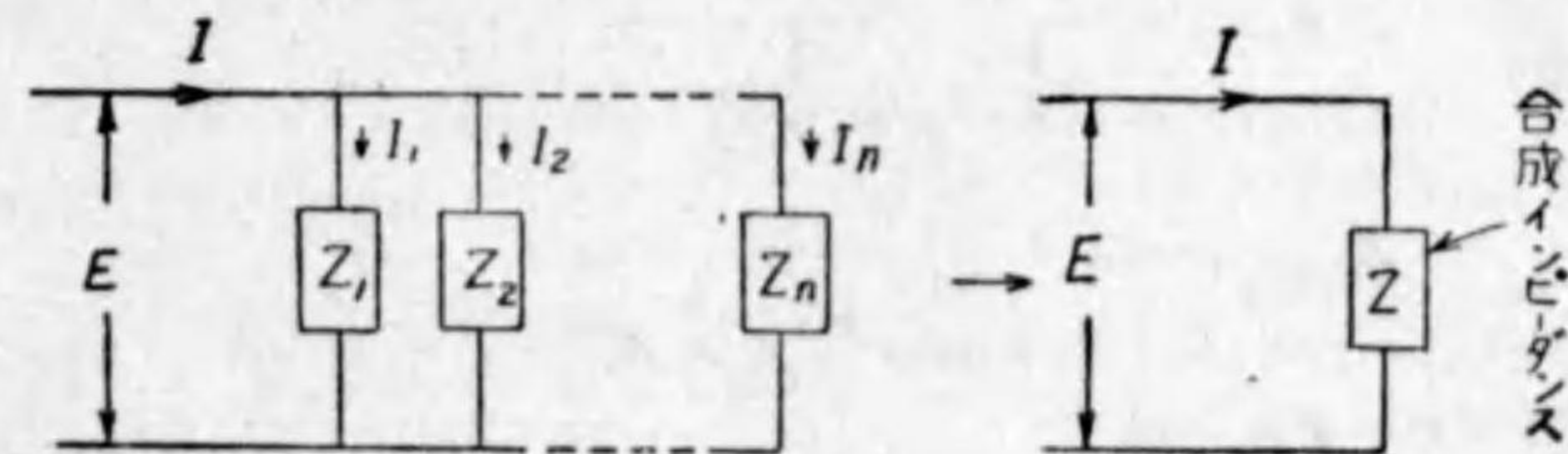
$$\frac{E}{I} = (Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n)$$

今全體の電壓を電流で割つたものを合成インピーダンス Z とすると、

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n$$

となる。即ち Z_1, Z_2, \dots, Z_n の代りに Z 一つだけをつないだ場合も同じ電流が流れるのである。もし $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n$ ならば、 $Z = nZ_1, I = \frac{1}{n} \frac{E}{Z_1}$ 即ち電流は Z_1 が一つの場合の $\frac{1}{n}$ となる。

また第28圖のやうにインピーダンスが横につながつてゐる回路を並列回路といふ。この場合には電壓が共通であるから



第 28 圖

$$I_1 = \frac{E}{Z_1}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{E}{Z_2} \\ &\vdots \\ I_n &= \frac{E}{Z_n} \end{aligned}$$

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n = E \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} \right)$$

仍つて全体の電流 I と E との関係は

$$\frac{E}{I} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

今電圧を全体の電流で割つたものを、合成インピーダンス Z とすると

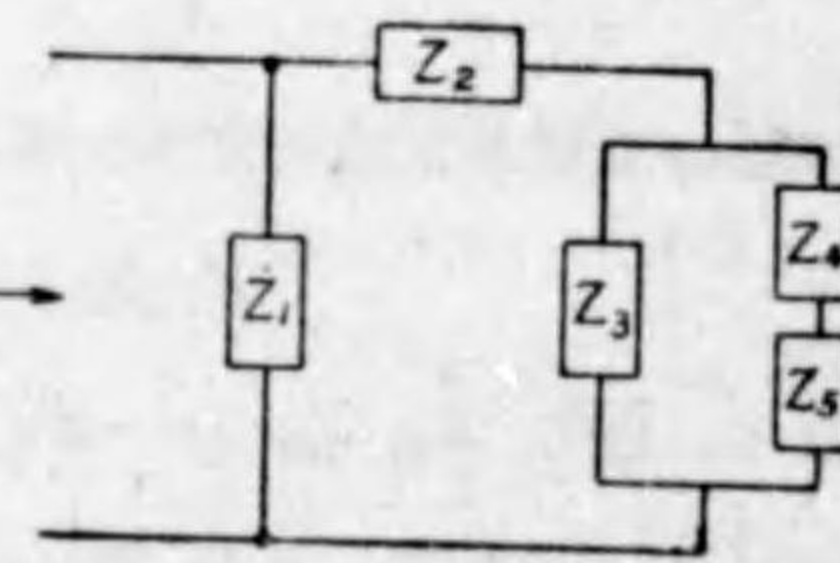
$$Z = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

即ちこの回路に Z 一つをつなげば、 Z_1 、

Z_2, \dots, Z_n を並列につないだ時と同じ電流が流れるのである。もし $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n$ ならば、 $Z = \frac{Z_1}{n}$ となり、合成インピーダンスは Z_1 一つの場合の $\frac{1}{n}$

となり、また電流は n 倍となる。

合成インピーダンス



第29圖

一例として第29圖の如き回路を考ふれば、この合成インピーダンスは

$$Z_{4,5} = Z_4 + Z_5$$

$$Z_{3,4,5} = \frac{1}{\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4 + Z_5}}$$

$$Z_{2,3,4,5} = Z_2 + \frac{1}{\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4 + Z_5}}$$

仍つて合成インピーダンスは

$$Z = Z_{1,2,3,4,5} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2 + \frac{1}{\frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4 + Z_5}}}}$$

8.3 キルヒホッフの第一法則

回路網の或る一點を考へそこに流れ込む電流を正、流れ出す電流の符號を負にとると、全電流の和は零となる(第30圖(a)参照)。

即ち

$$\sum I = 0$$

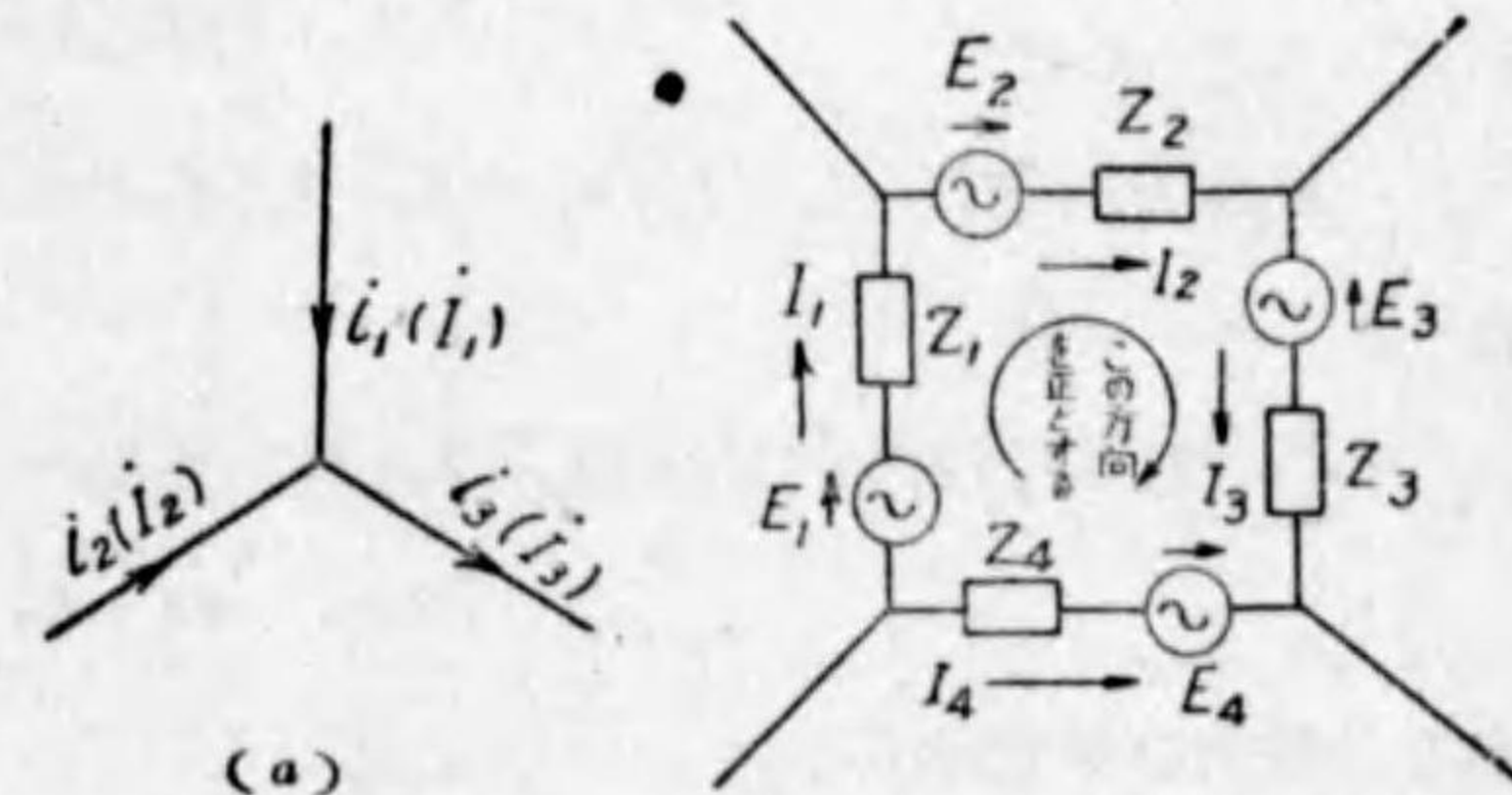
この関係は電流の瞬時値に對しても、又ベクトルに對しても當てはまる。これは入つて來た電流は凡て出て行くといふことを考へれば、水流の場合と同様當然のことである。

8.4 キルヒホッフの第二法則

回路網の任意の一閉

路において各岐路毎の電流を假定した場合、

同一方向に電壓の總和をとれば、これはその方向に流れる各岐路の電流の電壓降下の總和



(a)

第30圖

(b)

に等しい。但し始めに定めた電壓電流と反對のものは負號をつける。例へば第30圖(b)において

$$E_1 + E_2 - E_3 - E_4 = I_1 Z_1 + I_2 Z_2 + I_3 Z_3 - I_4 Z_4$$

又は

$$(E_1 - I_1 Z_1) + (E_2 - I_2 Z_2) + (-E_3 - I_3 Z_3) + (-E_4 + I_4 Z_4) = 0$$

これを一般的には

$$\sum E = \sum IZ$$

又は

$$\sum (E - IZ) = 0$$



と表すことが出来る。

一般に複雑なる回路の計算を行ふ場合にはキルヒホッフの第一及び第二法則の両者を併用して方程式を解くのである。

8.5 網目電流の法則

回路網の網目毎に一定電流が流れてゐるものと假定し、任意の一閉路に就いて考へると、その中に存在する電圧の合成は電圧降下の合成に等しい。符號に關しては8.4の場合と同様の注意を要する。例へば第31圖に就いて考へれば

$$E_2 + E_3 - E_4 = (I_a - I_b)Z_1 + (I_a - I_c)Z_2 + (I_a - I_d)Z_3 + (I_a - I_e)Z_4$$

又は

$$\begin{aligned} &[-(I_a - I_b)Z_1] + [E_2 - (I_a - I_c)Z_2] + [E_3 - (I_a - I_d)Z_3] \\ &+ [-E_4 - (I_a - I_e)Z_4] = 0 \end{aligned}$$

これを一般的の形で表すと

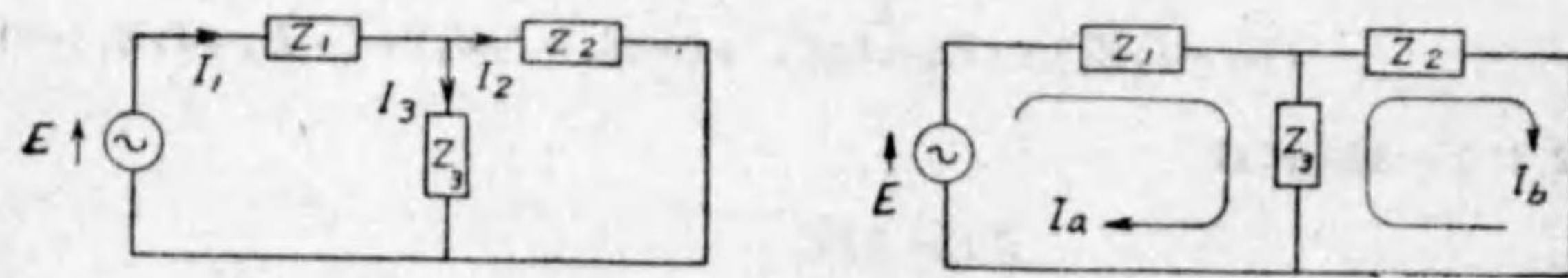
$$\sum E = \sum [(I_m - I_n)Z_{mn}]$$

又は

$$\sum [E - (I_m - I_n)Z_{mn}] = 0$$

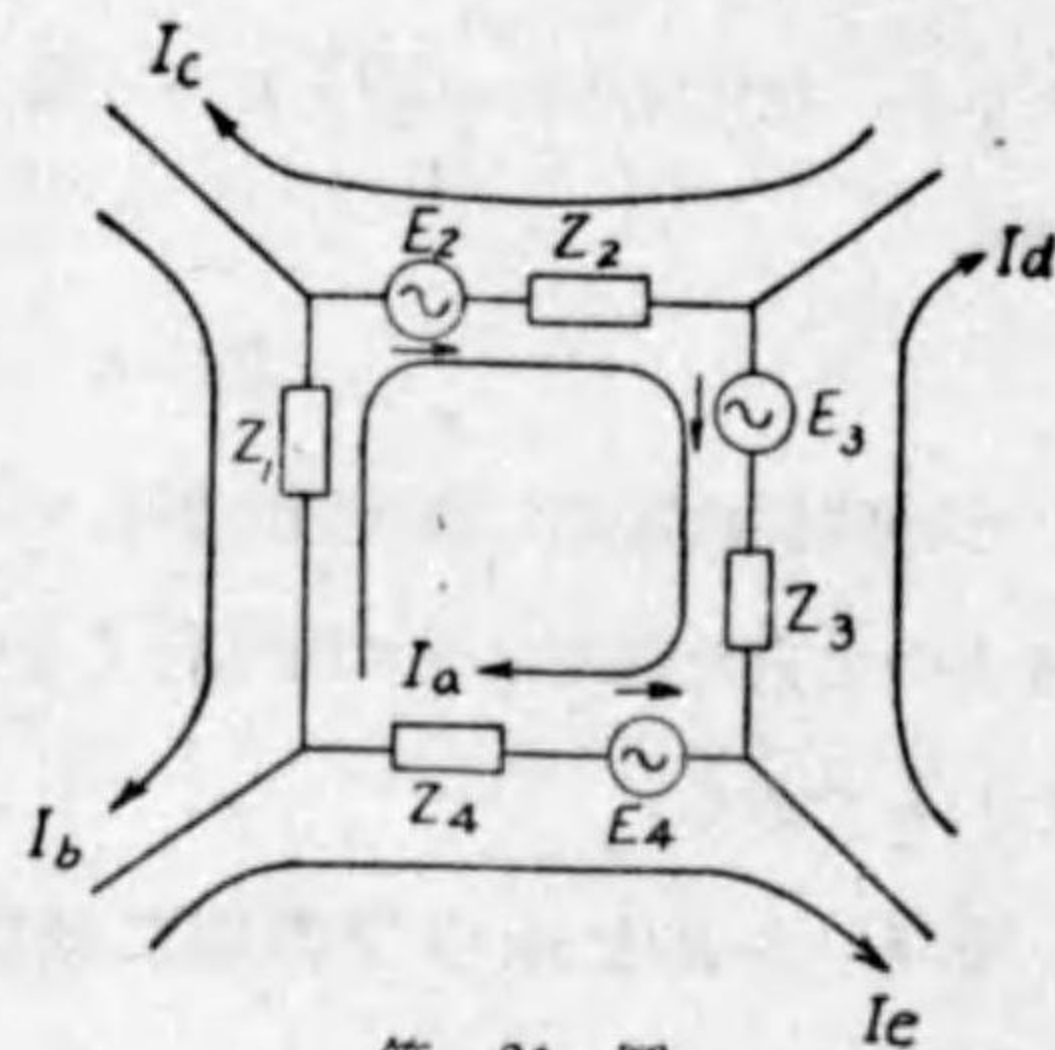
となる。

キルヒホッフの法則は各岐路毎に電流値を假定するのであるが、この法則は一



(a) キルヒホッフの法則の適用

(b) 網目電流の法則の適用



第 31 圖

つの網目毎にこれを定める點が違ふ。しかし結局は同じことを行つてゐるわけで、これは例へば第32圖の如き回路に就いて實際に計算を行つてみれば、容易に理解出来る。

これにキルヒホッフの法則を適用すれば(第32圖(a))

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \dots\dots \text{第一法則}$$

$$\left. \begin{aligned} E - I_1 Z_1 - I_3 Z_3 &= 0 \\ I_3 Z_3 - I_2 Z_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots \text{第二法則}$$

また網目電流の法則を適用すれば(第32圖(b))

$$E - I_a Z_1 - (I_a - I_b) Z_3 = 0$$

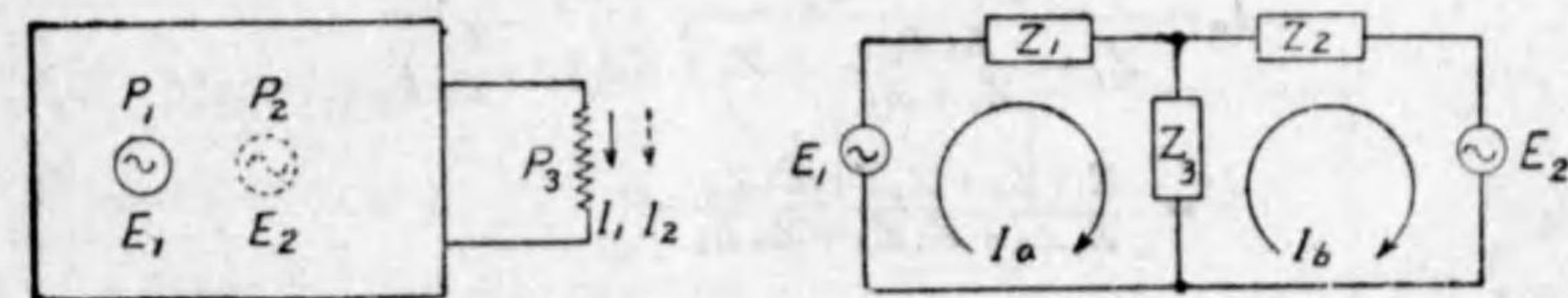
$$(I_b - I_a) Z_3 + I_b Z_2 = 0$$

となり、結局後者が一つ式が少なくてすむから簡単である。しかしてキルヒホッフの法則で、 $I_1 \rightarrow I_a$, $I_2 \rightarrow I_b$, $I_3 = I_1 - I_2 = I_a - I_b$ とおけば、網目電流の場合の式が誘導されるのであつて、後者はキルヒホッフの第一、第二法則の両者を包含するものといへるのである。

8.6 重量の定理

回路網中の一點 P_1 に電圧 E_1 、他の一點 P_2 に電圧 E_2 が存在する場合、回路網中の任意の點 P_3 を流れる電流は、 E_1 及び E_2 がそれぞれ單獨に存在する場合(存在せぬ電圧の方は短絡されてゐると考へる)の同じ點 P_3 を流れる電流の和に等しい(第33圖(a)参照)。

これは電圧の数はいくら多くても、又その電圧の周波數が違つても差支へない



(a)

第 33 圖

(b)

が、回路の中に電圧電流によつて変化する如き L, C, R を含まぬことが絶対必要である。即ち真空管の曲つた部分や、飽和に近い鐵心入コイルがあつたりした場合には成立しない。但し電圧電流の振幅が極めて小さい時は、それらの曲りの利き方が僅かであるから近似的には成立する。

例へば第33圖(b)の如き回路に、 E_1, E_2 の両方が存在する場合の Z_1 を流れる電流は、先づ E_1 のみある時の I_{a1} を I_{a1} とすれば

$$I_{a1} = \frac{E_1}{Z_1 + \frac{1}{\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}}} = \frac{E_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}}$$

又 E_2 だけある時の I_b を I_{b2} とすると

$$I_{b2} = \frac{E_2}{Z_2 + \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_3}}} = \frac{E_2}{Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}}$$

しかるに E_2 に対する I_a 即ち I_{a2} は I_{b2} がインピーダンスに反比例して Z_1 を分流したものであるから

$$I_{a2} = I_{b2} \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3}$$

仍つて

$$I_{a2} = \frac{E_2}{Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}} \cdot \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} = \frac{E_2}{Z_1 + Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right)}$$

従つて E_1 と E_2 の両者が存在する時の合成電流 I_a は

$$I_a = \frac{E_1}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} + \frac{E_2}{Z_1 + Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{Z_3}\right)}$$

$$= \frac{E_1(Z_2 + Z_3) + E_2 Z_3}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}$$

となる。

8.7 テブナン (Thévenin) の定理

内部に起電力を有する回路から二端子を引出し、その開路電圧が E_0 であつた場合には、そこに Z_1 なるインピーダンスをつなぐと、それを流れる電流は

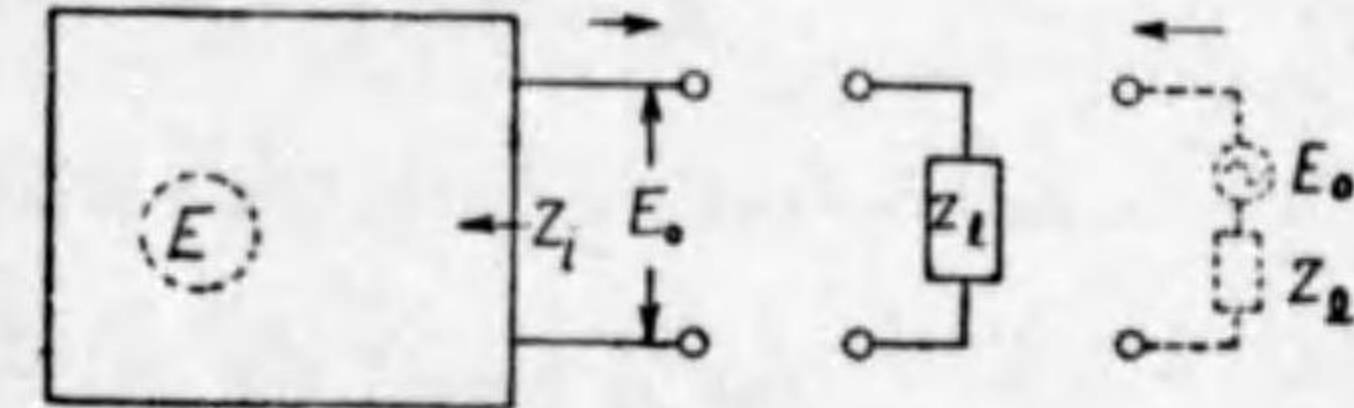
$$I = \frac{E_0}{Z_1 + Z_i} \quad (Z_i = \text{端子から見た回路の内部インピーダンス})$$

となる。従つて又それを短絡すれば

$$I_s = \frac{E_0}{Z_i}$$

この定理は重疊の定理によつて證明出来るのであつて、今 Z_1 の代りに第34圖(b)に示す如き Z_1 と E_0 とを含む岐路を端子につないだとすると、電圧の方向

は反対で大きさが同じであるから、電流は流れない。この問題を重疊の定理によつて考へると



第34圖

この時の電流は回路網の内部に

のみ電圧があつた場合と、また外部電圧のみあつた場合のそれぞれの電流の合成である。しかしその合成は零であるから、流れ出す電流と流れ込む電流の大きさは等しい。

しかるに外部電圧のみの時の電流は明かに

$$\vec{I} = \frac{E_0}{Z_1 + Z_i}$$

であるから、流れ出す電流も當然

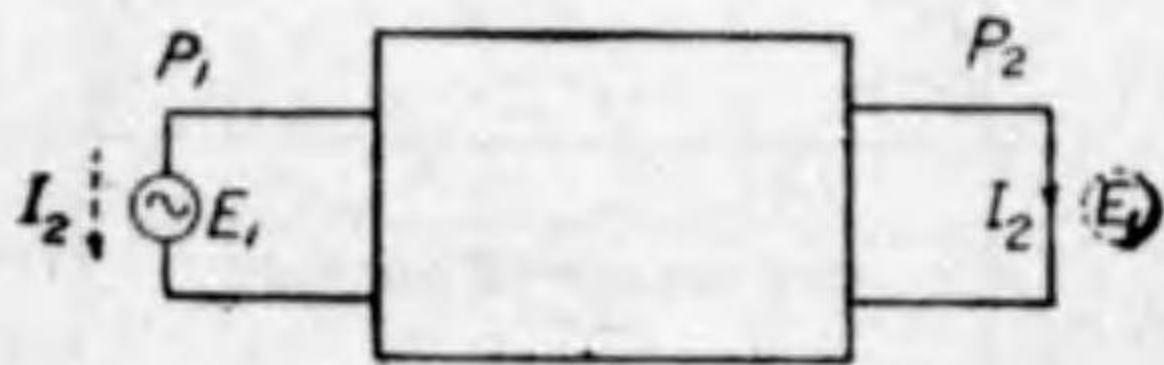
$$\vec{I} = \frac{E_0}{Z_1 + Z_i}$$

となるのである。

8.8 可逆の定理

回路網中の任意の一点 P_1 に例へば I_1 なる電圧を加へた場合、他の一点

P_2 に I_2 なる電流が流れたとせば、



第35圖

逆に P_2 に初めと同じ E_1 を加ふれば P_1 にやはり初めと同じ I_2 が流れる (第35圖参照)。

例へば第33圖 (b) の如き回路に就いて考へれば、 Z_1 に直列に E を加へた時の Z_2 を流れる電流は

$$I_2 = \frac{E}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}} \cdot \frac{Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{EZ_3}{(Z_2 + Z_3)Z_1 + Z_2 Z_3}$$

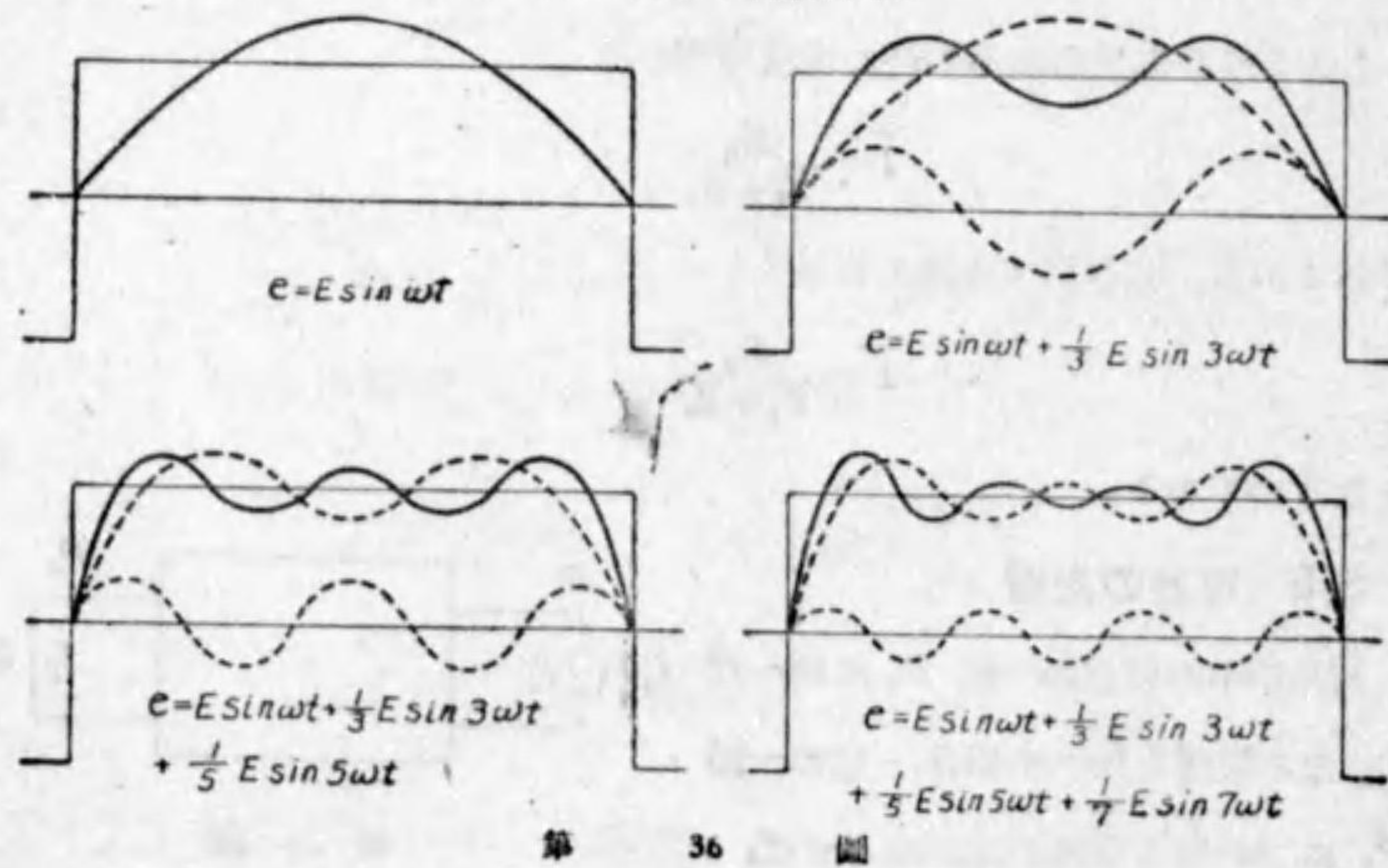
となり、また逆に Z_2 に直列に E を加へた時の Z_1 の電流は

$$I_1 = \frac{E}{Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}} \cdot \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} = \frac{EZ_3}{(Z_1 + Z_3)Z_2 + Z_1 Z_3}$$

となつて、これら I_1 と I_2 とは同じ値となるのである。

第9節 歪波形交流

普通の交流は正弦波交流といはれるもので、その波形は完全な正弦形であるがこれにその整数倍の周波数の交流を加へると次第に波形が亂れてくる。これを波形が歪むといふ。例へば第36圖において各波形は



第 36 圖

左上：正弦波形

右上： $(f) + (3f)$

左下： $(f) + (3f) + (5f)$

右下： $(f) + (3f) + (5f) + (7f)$

のやうにそれぞれ高い周波数を含んだものである。元々の周波数を“基本波”といひその整数倍の周波数を“高調波”といひ、又例へば三倍のものは“三次高調波”といふ。かやうに正弦波に高調波を加へると歪波形を生ずるが、逆に任意の形の歪波形はそれが周期的のものである限り、これをそれぞれ適当な振幅を有する基本波と高調波とに分析することが出来る。これを“波形分析”といふ。又これを級数の形で表した場合“フーリエ (Fourier) の級数”といふ。

一例として矩形波 (たとへ規則的な形でも正弦波以外のものは歪波形といふ) をフーリエの級数に展開すると (第36圖はこの級数の項を増すと共に次第に眞の矩形に近づく結果を示してゐる)。

$$e = E \sin \omega t + \frac{1}{3} E \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} E \sin 5 \omega t + \frac{1}{7} E \sin 7 \omega t + \dots$$

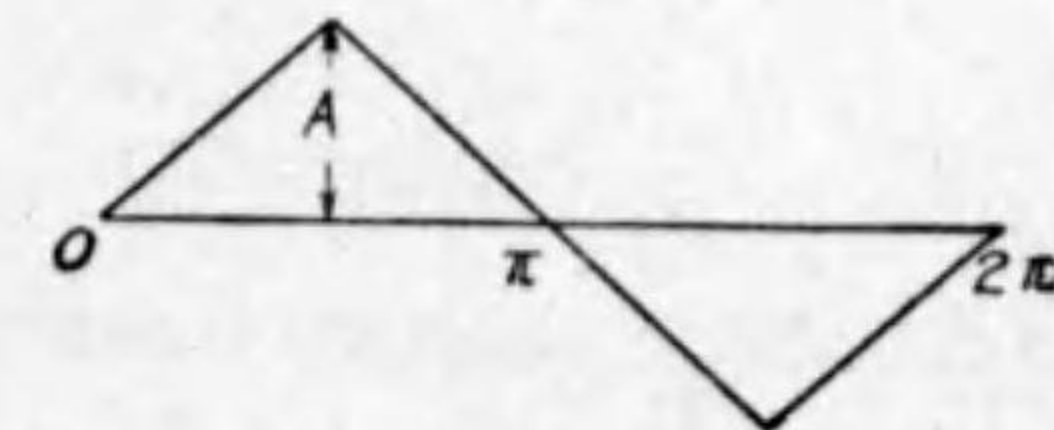
となる。

歪波形に關してその大きさや形を表すのに次の如き言葉がある。以下は電流の場合を示してあるが、電壓の場合でも同様である。

$$\begin{aligned} \text{實効値} &= \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\text{各分力の實効値の自乗の總和}} \\ &= \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + \dots} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{平均値} &= \left[\frac{1}{2} \text{ サイクル (正又は負) の平均値} \right] \\ &= \frac{2}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} i dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{波形率} &= \frac{\text{實効値}}{\text{平均値}} \\ \text{波高率} &= \frac{\text{最大値}}{\text{實効値}} \end{aligned}$$



第 37 圖

例へば第37圖の如き三角形に對して上記の諸量を示すと次の如くである。

$$\text{最大値} = A, \quad \text{實効値} = \frac{A}{\sqrt{3}} = 0.577A, \quad \text{平均値} = \frac{1}{2}A,$$

$$\text{波形率} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1.155, \quad \text{波高率} = \sqrt{3} = 1.732$$

第2章 共振回路

第1節 直列共振回路

1.1 直列共振曲線

第1章6.7に述べたやうな L , C 及び R を含む回路(第38圖(a))では、電圧と電流の關係は

$$i = \frac{\dot{E}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

又は大きさのみを表すこととすれば

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

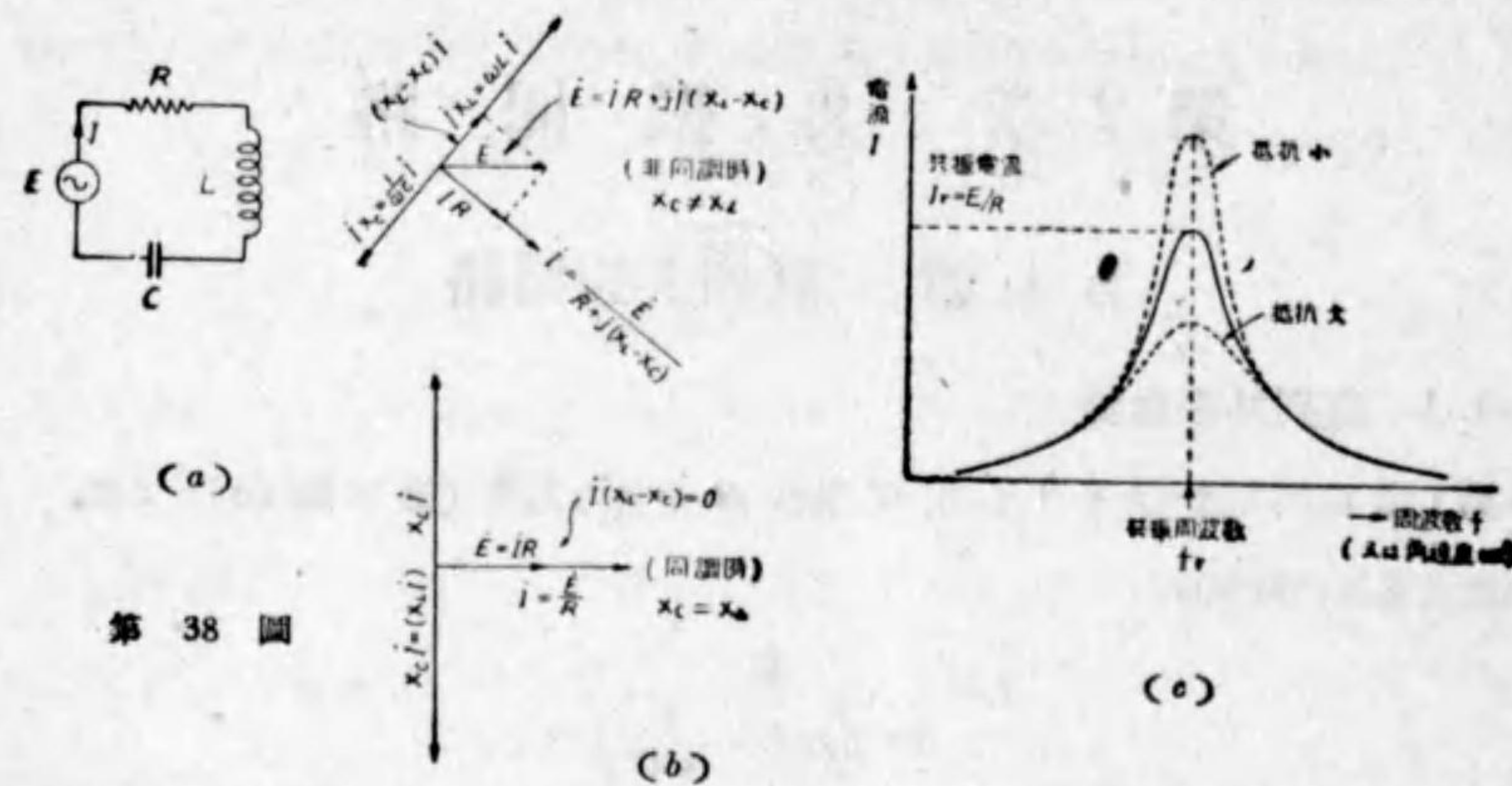
となるが、かやうな回路では、周波数が低い時には C が大きな抵抗を示し ($X_c = \frac{1}{\omega C}$)、また周波数が高くなると L の抵抗性が増し ($X_L = \omega L$)、従つて周波数が餘り高くても、また低くても電流 I は小さくなるが、その中間の周波数では L と C のリアクタンスが互に打消し合つて、合成リアクタンスが零となる場合があり、この時には回路中には L , C 及び R が存在しても、 L と C とは全く無い場合と同様に、回路の電流は R のみによつて制限されることとなる(第38圖(b))。即ち

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

とすれば

$$I_r = \frac{E}{\sqrt{R^2 + 0^2}} = \frac{E}{R} \quad (I_r = \text{共振電流})$$

となるのである。かやうな状態を、この回路が、その周波数に“共振”してゐるといひ、また周波数を一定にしておいて、回路の L や C を變へて $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ な



第38圖

る条件を満足させ、電流を最大ならしめることを“同調”といふ。

この共振回路に大きさ一定の電圧を加へ、その周波数を低い方から漸次高い方に變へて行つた場合の電流の變化を圖示すると第38圖(c)の如くなり、これを共振曲線と稱する。この曲線は回路内の抵抗が小さい程尖鋭な形となる。

共振の條件は

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

であるが、この条件が満足される爲には、電源の周波数は

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \text{ 従つて } f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \begin{pmatrix} f_r: \text{c/s} \\ L: \text{H} \\ C: \text{F} \end{pmatrix}$$

なることを要し、これを共振周波数といふ。

また一般に L, C を含む直列回路において

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

なるものを固有周波数といふが、結局この固有周波数に電源の周波数が一致した場合に共振現象が起るのである。

また電源周波数が一定の場合には、回路の L 又は C を變へてその固有周波数

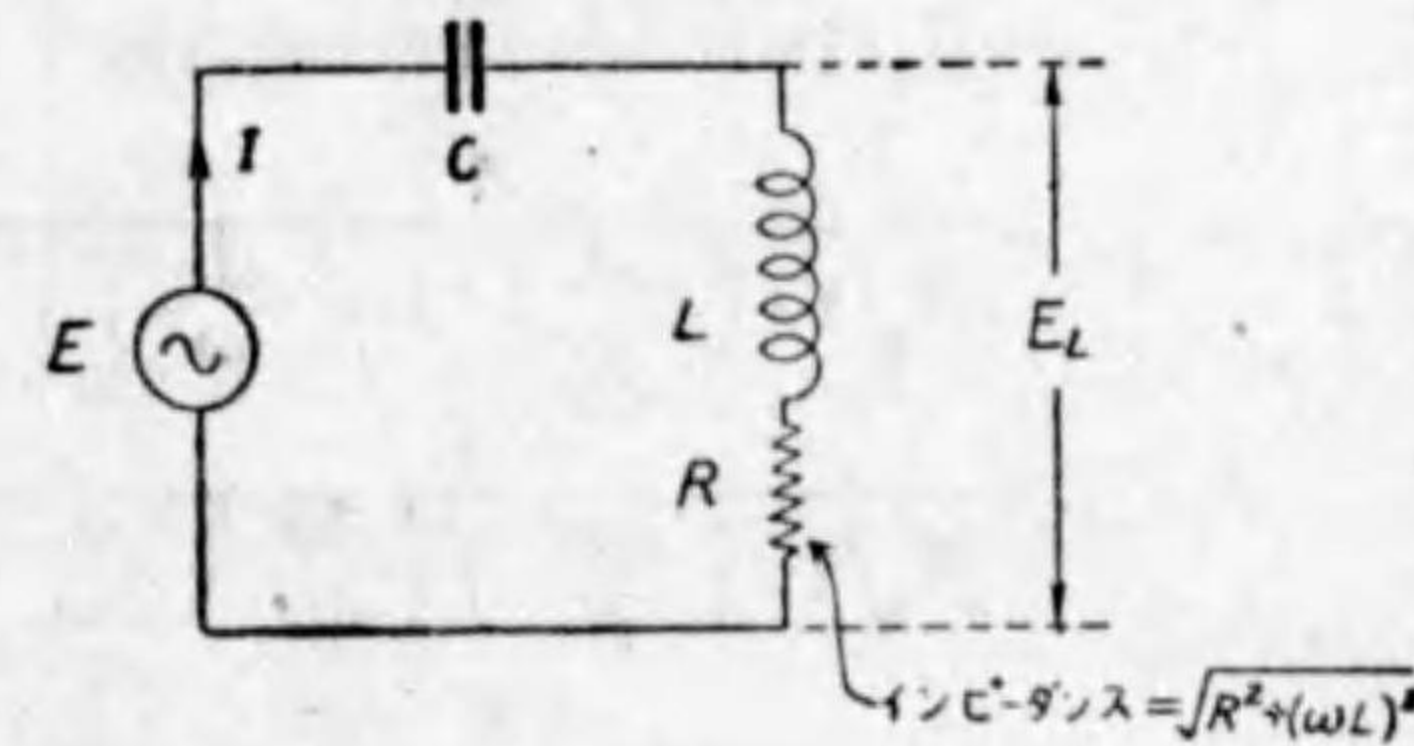
f_0 を變へ、これを電源の周波数と一致せしめてもやはり共振状態が得られ、この操作を同調と稱することは前述の通りである。

1.2 コイルの Q

一般に共振現象はその回路内の抵抗が小なる程鋭敏に起る、即ち共振曲線が尖鋭になるが、回路内の抵抗としては、コイルの抵抗がその主要なものとなるのであつて、従つてコイルに抵抗の小なるものを用ひる程、共振尖鋭度は大きくなる。しかし R が小さくても同時に L が小さくなつてはコイルとしての用をなさぬから、

$$\frac{\omega L}{R}$$

なる比を取り、これによりてそのコイルの性能の良否を表し、これを Q と稱する。即ちコイルとしては Q の大なる方がより良質であると考へればよい。



第39圖

今共振回路の抵抗が全部コイルに含まれてゐるとすると、共振時にコイルの両端に現れる電圧は(第39圖参照)

$$E_L = I\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = E \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}{R}$$

$$[\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \text{コイルのインピーダンス}]$$

$$= E \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2}$$

となるが、一般に $\omega L > R$ であるから

$$E_L \doteq E \left(\frac{\omega L}{R}\right) = EQ$$

となり、コイルに現れる電圧は電源電圧の Q 倍になる。例へば $Q=200$ のコイ

ルを用いた時に電源電圧が 0.01 V (10 mV) とすれば、 $E_L=2V$ となる。 Q なる量の利用法は他にもあるけれども、上記の如きもその一つの應用である。

1.3 Q と共振曲線の尖鋭度

1.1 に挙げた共振曲線の式の中にコイルの Q を用ひるためには、次の如き順序で式を變換すればよい。

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{E}{R \sqrt{1 + \frac{1}{R^2} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \\ &= \frac{E}{R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{\omega^2 LC}\right)^2}} \\ &= \frac{E}{R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R}\right)^2 \left(1 - \left(\frac{\omega_r}{\omega}\right)^2\right)^2}}, \quad \left[\omega_r^2 = \frac{1}{LC}\right] \\ &= \frac{E}{R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_r L}{R}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}} \\ &= \frac{E}{R \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}} \end{aligned}$$

但しこの Q は共振周波数における $\frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{R\omega_r C}$ を表す。又 $I_r = E/R$ を共振電流とすると

$$I = \frac{I_r}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

によつて共振曲線の尖鋭度の大小を表すことが出来る。この式で $\frac{\omega}{\omega_r}$ を一定数にとると Q が大なる程 I の減少は大きい。即ち Q が大きい程曲線は尖鋭となる。 Q が大なることは R が小、 L が大、又は C が小なることを意味する。

上式より $I/I_r = 70\%$ 及び 45% になるための ω の變化を求めると

$$\frac{I}{I_r} = 0.70 = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

$$0.5 = \frac{1}{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}$$

$$2 = 1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2$$

$$1 = Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2$$

$$1 = Q \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)$$

$$= Q \frac{\omega^2 - \omega_r^2}{\omega_r \omega} = Q \frac{\omega^2 - \omega_r^2}{\omega_r^2}$$

(ω の變化を小とし $\omega\omega_r = \omega_r^2$ とす)

$$= Q \frac{(\omega - \omega_r)(\omega + \omega_r)}{\omega_r^2} = 2Q \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r}$$

($\omega + \omega_r = 2\omega_r$ として)

仍つて $I/I_r = 70\%$ になるための周波數變化の ω_r に対する割合は

$$\frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} = \frac{1}{2Q}$$

となる。即ち同じ電流の變化を生ぜしめるためには、 Q が大なるほど周波數の變化が小なることになり、従つてそれだけ共振曲線が尖鋭なることを意味する。又

$I/I_r = 45\%$ となるためには、

$$0.45 = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

$$5 = 1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2$$

$$2 = Q \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)$$

$$= 2Q \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r}$$

仍つてこの場合には、周波數變化の ω_r に対する割合は

$$\frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} = \frac{1}{Q}$$

となる。この場合にも Q が大なるほど、共振曲線が尖鋭なることが判る。

但しかやうに共振回路の共振尖鋭度を考へる場合、 R は電源の内部抵抗を含んだものと思へばならぬ。即ちコイル以外の部分に抵抗がある場合には回路の Q とコイル自體の Q とは同じものではなく、回路全體の Q はコイルだけに對する値よりも小さくなるのである。しかしてその差異は結局主として電源の内部抵抗の大小によつて定まるのである。

即ちもし電源に R_i なる内部抵抗があつたとすれば(第40圖参照)、上式中の R は

$$R = R_i + R_l \quad (R_l = \text{コイルの抵抗})$$

となり、 $\frac{\omega L}{R_l}$ が即ちコイルの Q であるから、

$$I = \frac{E}{R \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_r L}{R_i + R_l}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

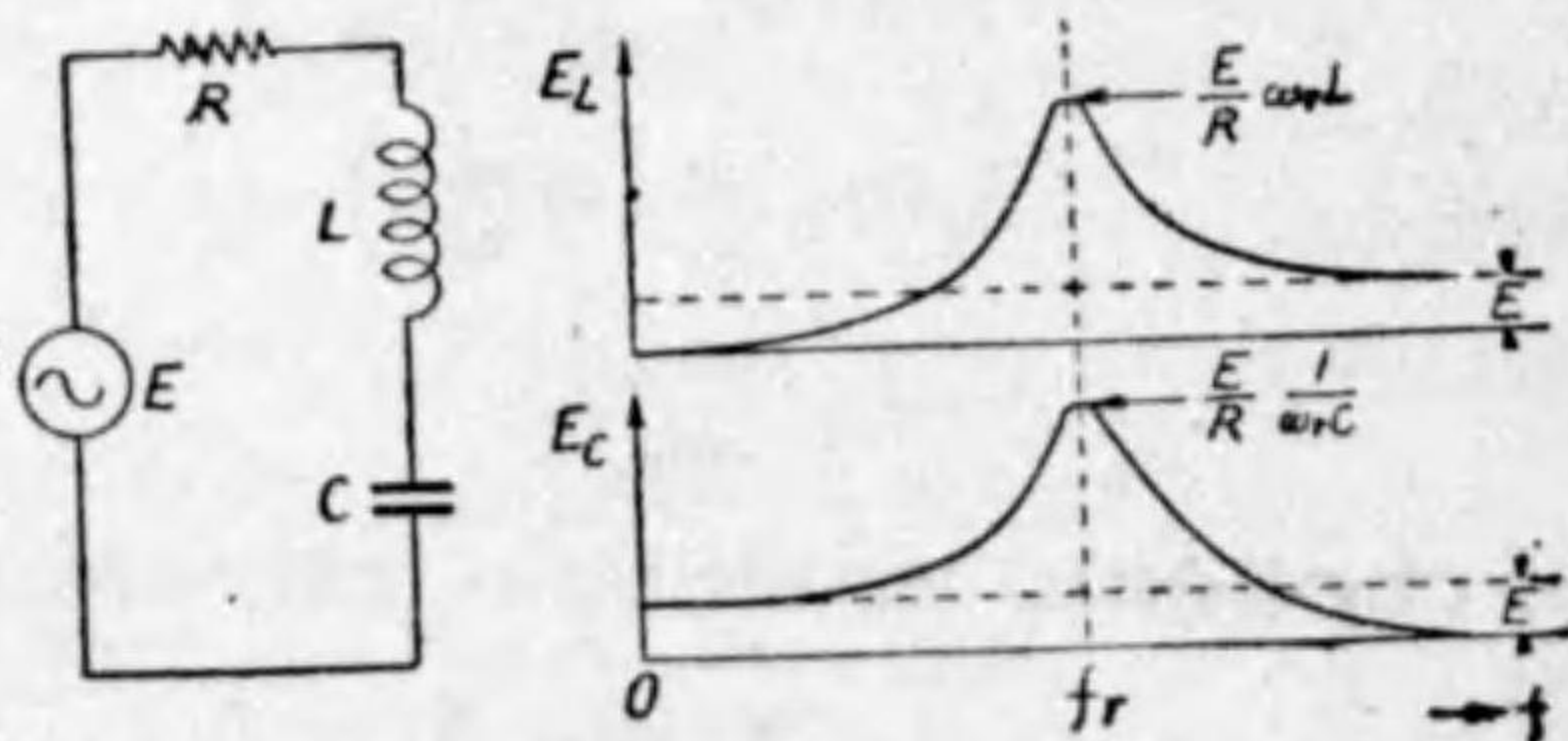
$$= \frac{I_r}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{R_l}{R_i}}\right)^2 Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

$$\left[I_r = \frac{E}{R_i + R_l} \right]$$

となり、 $R_l = 0$ の時前の式と一致するが、しからざる場合には R_l が大きい程 Q が小さくなつたことに相當し、 I_r が小さくなると共に共振尖鋭度が下るのである。

1.4 共振電圧

共振電壓に關しては1.2でも一寸述べたが、一般に電源周波數を變化した場合、コイル及び蓄電器



第41圖

の兩端の電壓が如何に變化するかといふと、それらは第41圖の如くなる。即ち E_L は周波數 0 に於いてはそのリアクタンス 0 なる故 0 である。しかして周波數と共に漸次増加し、共振周波數において最大 $\frac{E}{R} \omega L$ となり、周波數が非常に大きくなると、今度は C のリアクタンスが減少して電源の全電壓がコイルに加はることになるから $E_L = E$ となる。

また蓄電器の兩端の電壓は上と傾向が逆で、周波數 0 では $X_L = 0$ であるから、電源の全電壓は C に加はり、従つて $E_C = E$ で、これより次第に増加し、共振周波數において最大 $\frac{E}{R} \frac{1}{\omega C}$ となり、また周波數が極めて大きくなると $X_C = 0$ となり従つて又 $E_C = 0$ となるのである。

電流の場合には共振周波數を中心として兩側が對稱であつたけれども、電壓の方は左右が完全に對稱にはならない。しかし R が小さい場合には、特に共振周波數の附近においては大體對稱と考へて差支へない。電壓の場合の關係計算式を示すと次の如くである。

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}, \quad I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$I_r = \frac{E}{R}$$

$$\dot{E}_L = \frac{\dot{E}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} j\omega L, \quad E_L = \frac{E \omega L}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$E_{Lr} = \frac{E}{R} \omega_r L$$

$$\dot{E}_C = \frac{\dot{E}}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \frac{1}{j\omega C}, \quad E_C = \frac{E \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

$$E_{Cr} = \frac{E}{R} \frac{1}{\omega_r C}$$

但し共振時には $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ であるから、

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

なる関係を入れると

$$E_{Lr} = E_{Cr} = \frac{E}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

となる。或は又前に述べた Q を用ひると、

$$E_{Lr} = E_{Cr} = EQ$$

とも表せる。

1.5 共振回路の效用

共振回路の共振時には電圧電流の関係は、

$$I_r = \frac{E}{R}$$

となる。しかしこの関係は回路中に抵抗のみある場合の関係と同様であるから、この関係だけが必要ならば、初めから L や C をつなげなければよいわけで、結局共振回路の意味はその周波数に対する特性が共振曲線をもつて表される如きものになり、所要の周波数のみをよく通して、不要のものは通さないといふ周波数に対する“選択性”又は“分離性”を有する點が重要なことである。又今一つは電源電圧の Q 倍の電圧が、コイル又はコンデンサーの両端に現れる、即ち電圧を擴大する性質を有することが他の一つの重要な性質である〔1.2参照〕。

但し前にも述べた如く、或る電源電圧を直列共振により擴大して利用しようとする場合には、その電源の内部抵抗は充分小でなければならぬ。選択性（即ち尖鋭度）の點からいつても同様である。

この條件は次に述べる並列共振の場合と相反することに注意を要する。

第2節 並列共振回路

2.1 抵抗なき並列共振回路

第1節の直列共振回路とは、 L と C とが電源に直列につながつてゐる場合で

あるが、これらが電源に並列に接続されてゐる場合には

$$\text{コイルを通る電流} \quad \dot{i}_L = \frac{\dot{E}}{j\omega L}$$

$$\text{蓄電器を通る電流} \quad \dot{i}_C = \frac{\dot{E}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C \dot{E}$$

となり、電源からこの並列回路に流れ込む電流は上記二電流の和であるから、

$$\dot{i} = \frac{\dot{E}}{j\omega L} + j\omega C \dot{E} = \dot{E} \left(j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \right) = \dot{E} j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$$

となる。従つてこの場合には、共振状態においては

$$\dot{i} = 0$$

となり、直列共振の場合と逆に電流が最小となる。この関係を圖示すると第42圖の如くなる。

又この回路に加はる電圧 \dot{E} を電流 \dot{i} で割れば、この並列共振回路のインピーダンスが得られるが、それは

$$\frac{\dot{E}}{\dot{i}} = \frac{1}{j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)}$$

となり、共振時には無限大となる。

但し無限大となるのは回路中に抵抗が無いと假定したからであつて、實際の場合には抵抗が含まれるから、無限大とはならぬけれども、兎も角共振時には直列共振におけると反對に、インピーダンスが最大となるのである。

2.2 抵抗ある並列共振回路の計算

並列インピーダンスの合成は前にも述べた如く

$$\dot{Z} = \frac{1}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2}} = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}$$

今コイルにのみ抵抗があるものとし

$$\dot{Z}_1 = \text{コイルのインピーダンス} = R + j\omega L$$

$$\dot{Z}_2 = \text{蓄電器のインピーダンス} = -j \frac{1}{\omega C}$$

とすると

$$\dot{Z} = \frac{(R + j\omega L) \left(-j \frac{1}{\omega C}\right)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

これを

$$\dot{Z} = \frac{\dot{A} \times \dot{B}}{\dot{C}}$$

とおき、又

$$\dot{A} = |A|e^{j\theta_a}$$

$$\dot{B} = |B|e^{j\theta_b}$$

$$\dot{C} = |C|e^{j\theta_c}$$

とおくと

$$\dot{Z} = \frac{|A| \times |B|}{|C|} e^{j(\theta_a + \theta_b - \theta_c)}$$

となり、 \dot{Z} の大きさだけが必要な場合には、 $\dot{A}\dot{B}\dot{C}$ 各々の絶対値を求め、それを用ひて計算して差支へない。即ち、第1章でも述べた通り、

“ベクトルの乗除の計算で絶対値だけが必要な場合には、各因数ベクトルの絶対値を求めて、その乗除の計算を行へばよい。”

しからば

$$|Z| = \frac{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \cdot \frac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

となるが、しかし位相関係も必要な場合には、 j 記號を最後迄残しておく必要がある。今

$$Z = \frac{(a + jb)jc}{d + je}$$

とおけば

$$\begin{aligned} Z &= \frac{(a + jb)jc}{d + je} \cdot \frac{d - je}{d - je} \\ &= \frac{jc(ad + be + j(bd - ae))}{d^2 + e^2} \\ &= \frac{c\{- (bd - ae) + j(ad + be)\}}{d^2 + e^2} \\ &= -c \frac{(bd - ae) - j(ad + be)}{d^2 + e^2} \end{aligned}$$

ここで $a = R$, $b = \omega L$, $c = -\frac{1}{\omega C}$, $d = R$, $e = \omega L - \frac{1}{\omega C}$

とおいて元の \dot{Z} を計算すると、

$$bd - ae = \omega LR - R\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \frac{R}{\omega C}$$

$$ad + be = R^2 + \omega L\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

$$d^2 + e^2 = R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2$$

となるから

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{1}{\omega C} \frac{\frac{R}{\omega C} - j\left\{R^2 + \omega L\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right\}}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= \frac{R - j\omega C\left\{R^2 + \omega L\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right\}}{R^2\omega^2 C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2} \\ &= \frac{R + j\omega(L - C(R^2 + \omega^2 L^2))}{R^2\omega^2 C^2 + (\omega^2 LC - 1)^2} \end{aligned}$$

これより外見上の抵抗 R_a , シアクタンス X_a が求められるが、最後に \dot{Z} の絶対値を求める時には

$$|Z| = \sqrt{R_a^2 + X_a^2}$$

としても勿論同じ結果とはなるが、前述の如く

$$|Z| = \frac{|A| \times |B|}{|C|}$$

として求めた方が簡単である。

2.3 並列共振回路の共振条件及び共振インピーダンス

並列回路の共振といふことに對しては二つの考へ方がある。即ち

(i) $X_a=0$ 即ち直列共振の場合と同様に力率=1となる条件

(ii) $|Z|$ が最大となる条件

これらは一般には一致せず、また何分式が複雑であるから(ii)の中でも、 ω, C, L の何れを變へるかによつて多少結果が變つてくる。しかし R が極めて小さいといふ条件さへ入れると

$$\begin{aligned} \dot{Z} &= \frac{(R+j\omega L)\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)} \\ &\approx \frac{(j\omega L)\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)} \quad (R \text{ 小なりとして}) \\ &= \frac{\frac{L}{C}}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)} \quad (j(-j)=1) \end{aligned}$$

従つて

$$\text{共振の条件} \quad \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\text{最大インピーダンス} \quad \frac{L}{CR} = \frac{(\omega_r L)^2}{R} = \frac{1}{R(\omega_r C)^2}$$

といふ形になり、實用上如何なる場合でも、大體この式を用ひて差支ない。

2.4 並列共振回路の共振尖鋭度

コイルの抵抗が小さいと假定すると並列共振回路のインピーダンスは

$$\dot{Z} = \frac{\frac{L}{C}}{R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$$

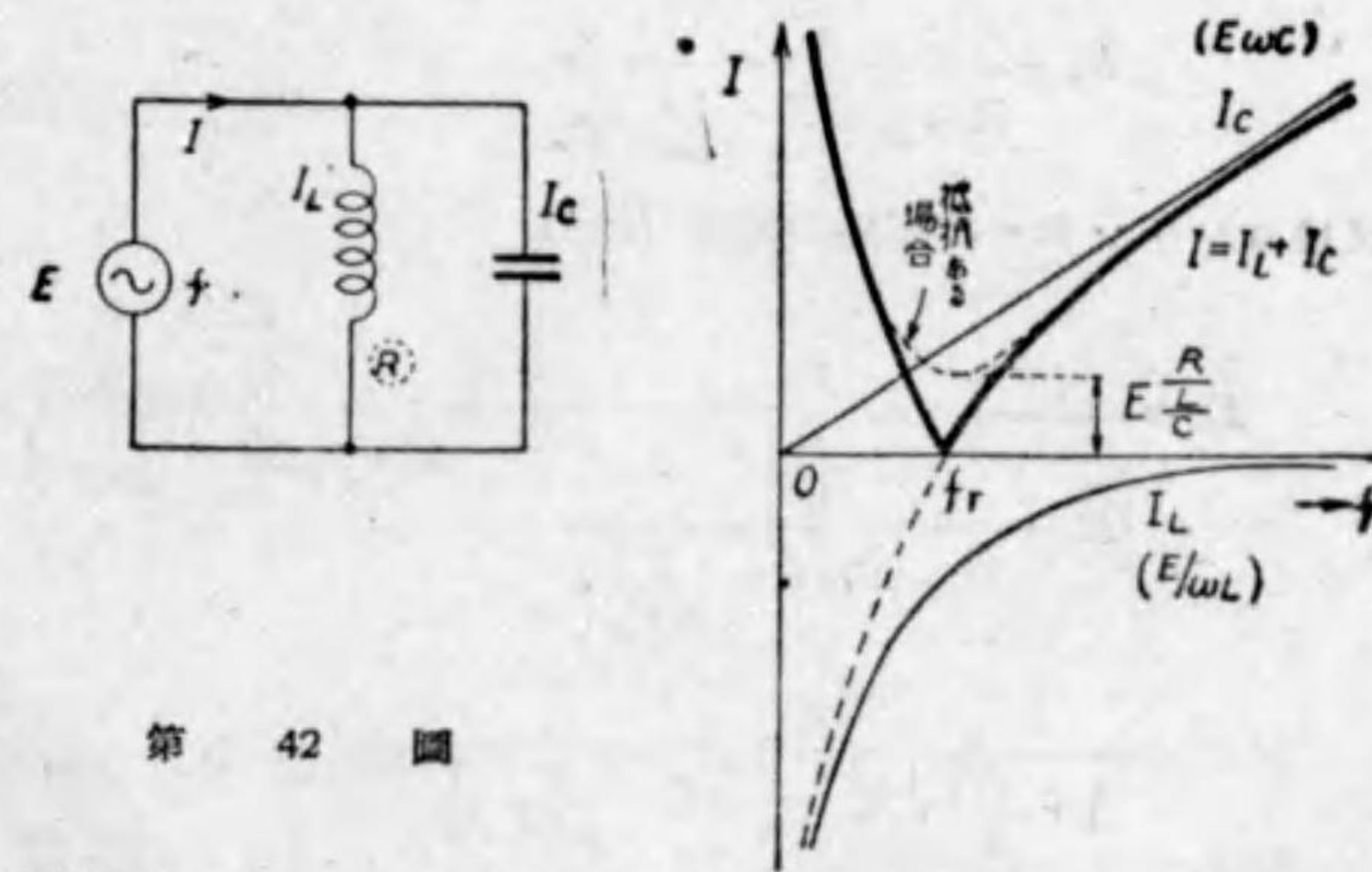
となることは前に述べた。従つてまた電流は

$$\dot{i} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}} = \frac{\dot{E}}{\frac{L}{C}} \left\{ R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right\}$$

仍つて電流の大きさは

$$\begin{aligned} I &= \frac{E}{\frac{L}{C}} \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &= E \frac{R}{\frac{L}{C}} \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2} \end{aligned}$$

これは直列回路における共振尖鋭度の式(1.3項)に對應するもので、ただ共振時に電流が最小となる點が、恰度逆である(第42圖参照)。



第 42 圖

又この形でインピーダンスを表せば

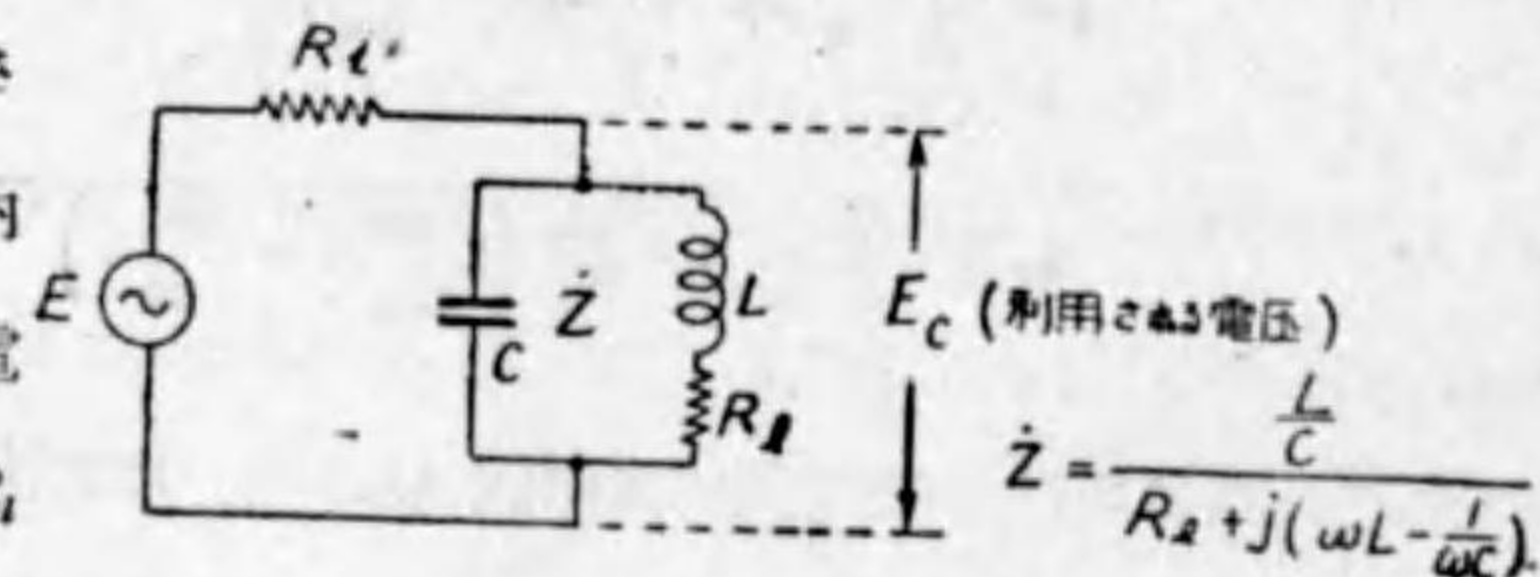
$$\dot{Z} = \frac{\dot{E}}{\dot{i}} = \frac{\frac{L}{C}}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

となり、いづれにしても Q と尖鋭度との關係は直列回路の場合と同様に考へて宜しい。

2.5 並列共振回路の用ひ方

実際の場合には例へば真空管増幅器における如く、電流ではなくて、回路の両端に現れる電圧が利用されることが多い。しかるに並列共振回路においては L も C も直接電源につながつてゐるから、電源電圧が擴大されることはなく、結局その選擇度が利用されるだけである。この點も直列共振回路の場合と相違する。

電源に第43圖に示されるやうに、 R_i なる内部抵抗があつた場合の電流は、コイルの抵抗を R_l として



第43圖

$$i = \frac{\dot{E}}{R_i + \frac{L}{C} + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

又コイル、又はコンデンサーの両端の電圧 \dot{E}_c は

$$\begin{aligned} \dot{E}_c &= \frac{\dot{E}}{R_i + \frac{L}{C} + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot \frac{L}{C} \\ &= \frac{\dot{E}}{1 + \frac{R_i}{L} \left\{ R_l + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right\}} \\ &= \frac{\dot{E}}{\left(1 + \frac{R_i R_l}{L}\right) + j \frac{R_i}{L} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \end{aligned}$$

今並列共振回路の共振インピーダンスを $R_o = \frac{L}{CR_l}$ とすれば

$$\dot{E}_c = \frac{\dot{E}}{\left(1 + \frac{R_i}{R_o}\right) + j \frac{R_i}{R_l R_o} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\dot{E} / \left(1 + \frac{R_i}{R_o}\right)}{1 + j \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_o}} \frac{1}{R_l} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \\ &= \frac{\dot{E} / \left(1 + \frac{R_i}{R_o}\right)}{1 + j \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_o}} \frac{\omega_r L}{R_l} \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)} \end{aligned}$$

仍つて \dot{E}_c の大きさは

$$E_c = \frac{E / \left(1 + \frac{R_i}{R_o}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_o}}\right)^2 \left(\frac{\omega_r L}{R_l}\right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

また共振時の E_{c_r} は

$$E_{c_r} = \frac{E}{R_i + R_o} R_o = \frac{E}{1 + \frac{R_i}{R_o}}$$

であるから結局

$$E_c = \frac{E_{c_r}}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_o}}\right)^2 Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right)^2}}$$

この関係は直列共振回路における内部インピーダンスのある場合と似てゐるが、ただ Q の前にある $1 / \left(1 + \frac{R_i}{R_o}\right)$ が異なる。即ちこの場合は R_i が大きい程共振失鋭度が上る。また並列回路の場合は共振失鋭度を上げようとして R_l を大きくすると、共振電圧 E_{c_r} は下るので、二つの條件は相反するのである。

第3節 結合共振回路

3.1 結合共振回路の種類

一つの共振回路から、他の共振回路に電力が傳へらるる如く結合されてゐるも

を、結合共振回路と稱するが、これに次の如き種類がある。

(イ) 誘導結合回路

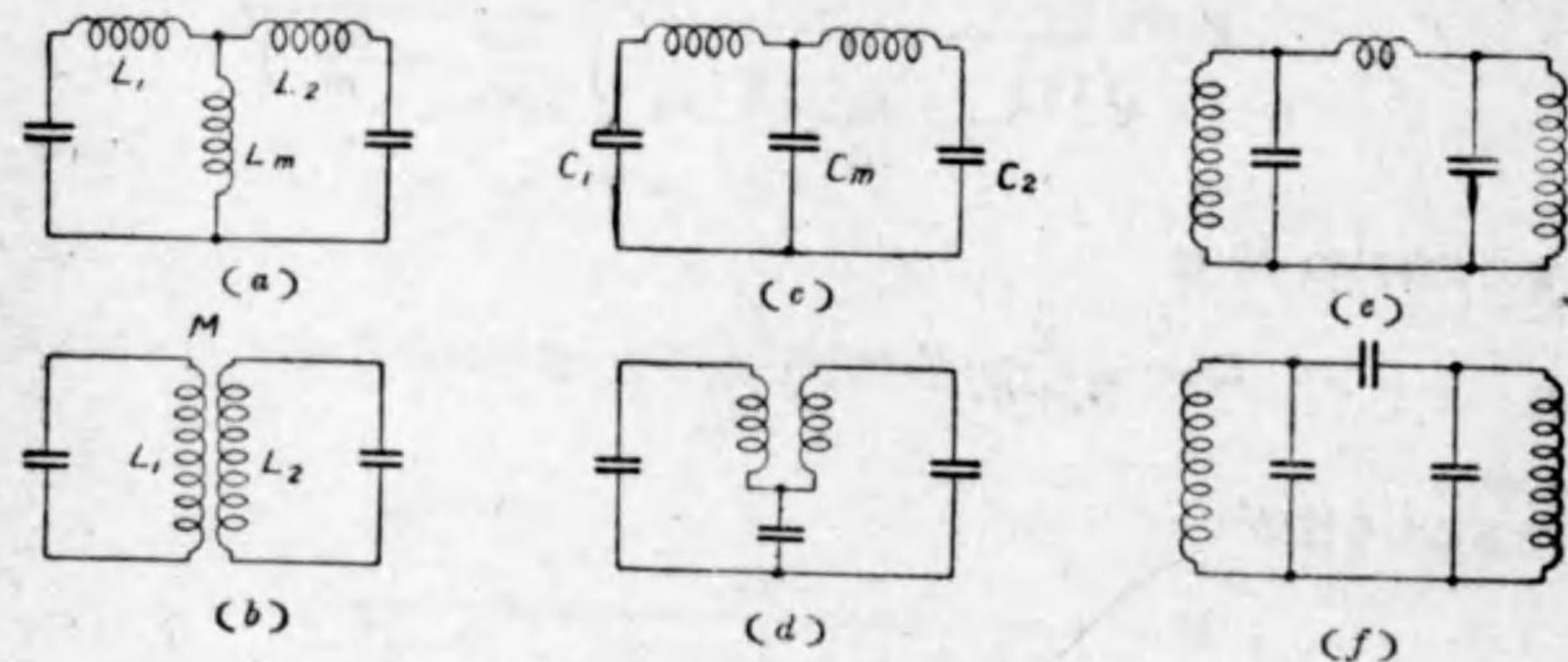
(i) 自己誘導結合回路 (第44圖 (a))

(ii) 相互誘導結合回路 (第44圖 (b))

(ロ) 容量結合回路 (第44圖 (c))

(ハ) 誘導容量結合回路 (第44圖 (d))

尙この他に連結回路 (第44圖 (e) 及び (f)) なるものがあるが、これは數式上結合回路と同じと考へてよいもので、先づこれら兩者の間の關係を次に述べよう。

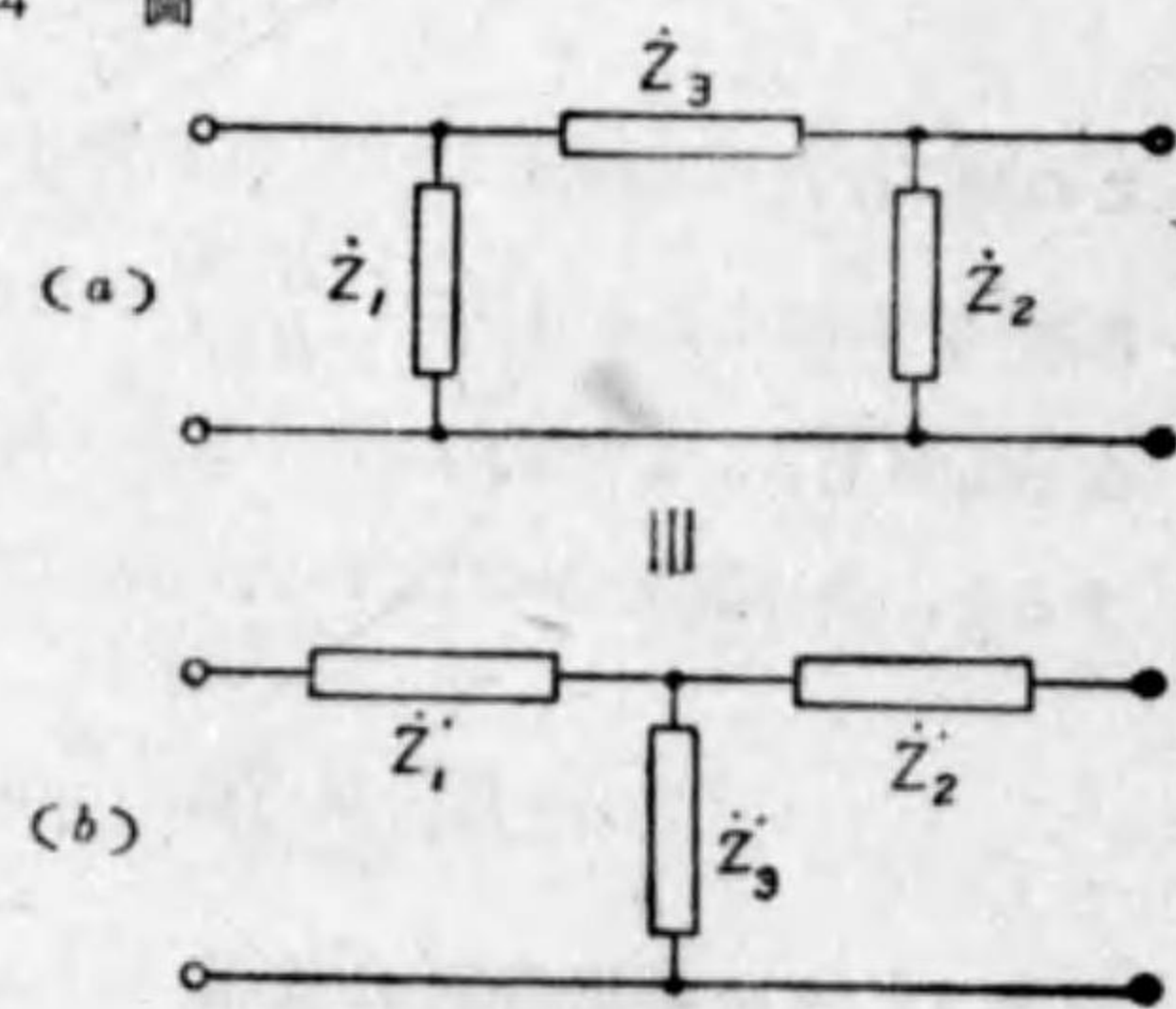


第 44 圖

3.2 連続回路と結合回路

一般に第45圖 (a) の如き形の回路を π 型と稱し、又同圖 (b) の形を T 型回路と稱するが、これらは全く等價であつて、圖中にも示されたるそれぞれのインピーダンスを

$$\dot{Z}'_1 = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3}$$



第 45 圖

$$\dot{Z}'_2 = \frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3}$$

$$\dot{Z}'_3 = \frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3}$$

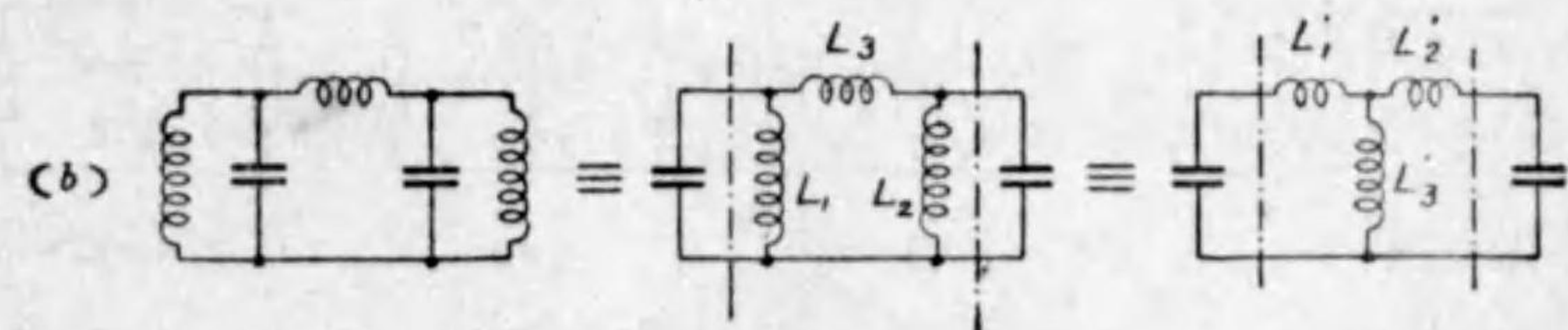
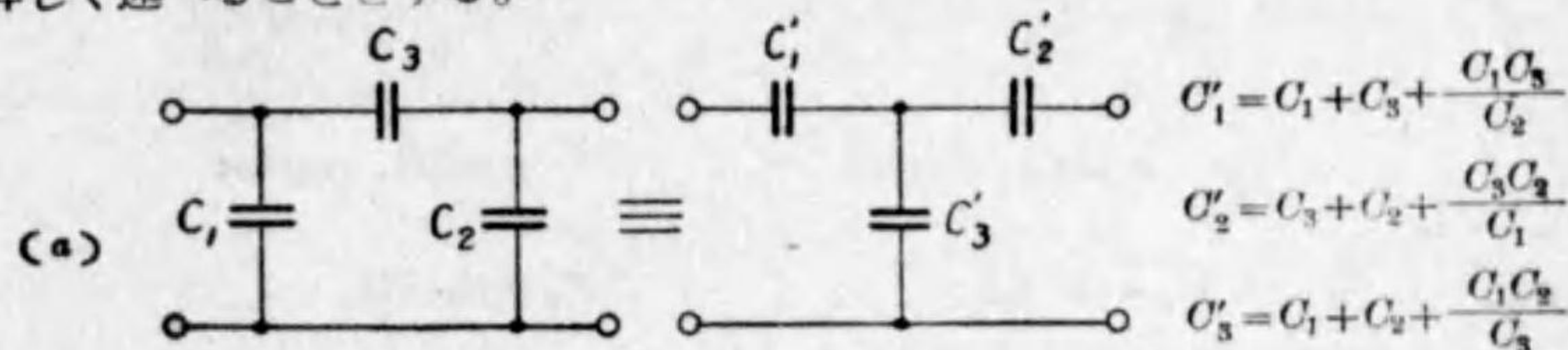
又は

$$\dot{Z}_1 = \dot{Z}'_1 + \dot{Z}'_3 + \frac{\dot{Z}'_1 \dot{Z}'_3}{\dot{Z}'_2}$$

$$\dot{Z}_2 = \dot{Z}'_2 + \dot{Z}'_3 + \frac{\dot{Z}'_2 \dot{Z}'_3}{\dot{Z}'_1}$$

$$\dot{Z}_3 = \dot{Z}'_3 + \dot{Z}'_2 + \frac{\dot{Z}'_1 \dot{Z}'_2}{\dot{Z}'_3}$$

如く選べば、入力、出力における電圧電流の關係は全く同一となる。この證明は第1章第8節に擧げた諸法則を用ひても容易に出来るが、かやうな問題は後に第6章で述べる四端子回路網の理論を應用すれば、更に簡單となるので、その項で詳しく述べることにする。



第 46 圖

上記により若し Z が凡て C のみから成る場合には $Z = \frac{1}{j\omega C}$ なる關係から第46圖 (a) の如くなり、又 L のみから成る場合には $Z = j\omega L$ によつて同圖

$$L'_1 = \frac{L_1 L_3}{L_1 + L_2 + L_3}$$

$$L'_2 = \frac{L_2 L_3}{L_1 + L_2 + L_3}$$

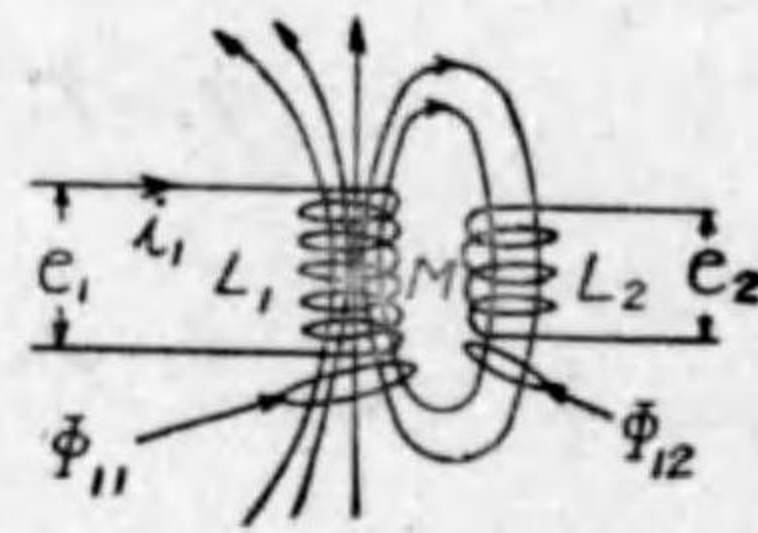
$$L'_3 = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2 + L_3}$$

(b) の如くなり、いづれの連結回路も結合回路として取扱へることが判る。

3.3 相互誘導結合回路の等価回路

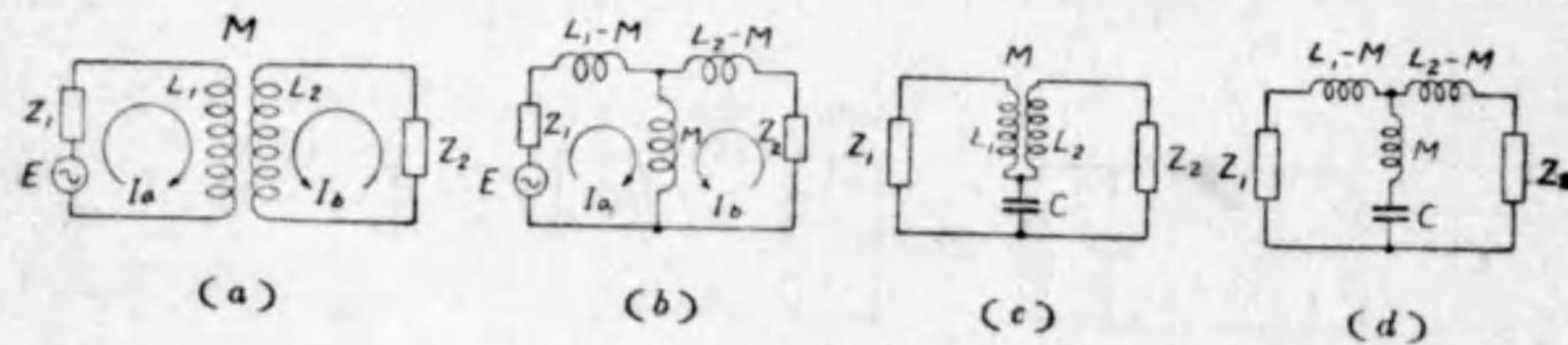
自己誘導結合回路も相互誘導結合回路も、式で取扱ふ場合には同じ複雑さとなるが、目で見たところは前者の方が判り易い。そこで屢々後者と同じ性質を有する前者を作り、これをその“等価回路”といふ。

凡て相互インダクタンスは、一方のコイルに電流が流れた時、他方のコイルを通る磁気力線の多少を表す定数であるが、一方においてその磁気力線が變化すれば、それに應じてそのコイルに電圧が発生する。第47圖に就いて自己インダクタンスと、相互インダクタンスとを比較すると次の如くなる。但し Φ_{11} は一次の各コイルを通る磁気力線の總和、又 Φ_{12} は同じく二次を通る磁気力線の總和である。



第47圖

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= Li_1 & \Phi_{12} &= Mi_1 \\ e_1 &= \frac{d\Phi_{11}}{dt} = L \frac{di_1}{dt} & e_2 &= \frac{d\Phi_{12}}{dt} = M \frac{di_1}{dt} \\ &= \omega Li_1 \cos \omega t & &= \omega Mi_1 \cos \omega t \\ \dot{E}_1 &= j\omega Li_1 & \dot{E}_2 &= j\omega Mi_1 \end{aligned}$$



第48圖

この関係を用ひて、第48圖(a)に就いて網目電流の法則によつて式をたてると

$$\begin{cases} \dot{E} - \dot{I}_a Z_1 - \dot{I}_a j\omega L_1 - \dot{I}_b j\omega M = 0 \\ \dot{I}_a j\omega M + \dot{I}_b j\omega L_2 + \dot{I}_b Z_2 = 0 \end{cases}$$

今前式に $\dot{I}_a j\omega M$ を、又次式に $\dot{I}_b j\omega M$ を加へて更に引くと、

$$\begin{cases} \dot{E} - \dot{I}_a Z_1 - \dot{I}_a j\omega(L_1 - M) - (\dot{I}_b + \dot{I}_a) j\omega M = 0 \\ (\dot{I}_a + \dot{I}_b) j\omega M + \dot{I}_b j\omega(L_2 - M) + \dot{I}_b Z_2 = 0 \end{cases}$$

一方第48圖(b)の如き回路について、網目電流の法則を適用しても全く同じ上の式を得るのであつて、従つてこれらは等價であるといふことが出来る。

尙第44圖(d)に擧げたやうな相互誘導容量結合回路も、これと全く同じ考へ方からして、第48圖(c)から(d)へと變換出来るのであつて、かく變換したもののについて考へた方が概念が得られ易い。

3.4 共振周波数と結合度

一般に結合回路は尙後でも説明する通り、二つの共振周波数を有する。それはたとへ一次及び二次回路が別々に、同じ周波数に同調してゐる場合でも、共振周波数は二つ存在するのである。その一つの例として第44圖(b)の相互誘導結合回路の場合について一次回路に \dot{E} なる電圧があるものと考へると、網目電流の法則により次の關係式が成立つ。但し簡單のために抵抗は凡て省略するものとする。(電流のとり方は第48圖(a)参照)

$$\dot{E} = \dot{I}_a j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) + \dot{I}_b j\omega M$$

$$0 = \dot{I}_b j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) + \dot{I}_a j\omega M$$

$$\text{仍つて } \dot{I}_b = \frac{-\dot{E}_1 j\omega M}{j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) \times j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right) - (j\omega M)^2}$$

この絶対値を求めると

$$I_b = \frac{E\omega M}{\left\{ \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right\} \left\{ \omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right\} - (\omega M)^2}$$

今は抵抗を考へてゐないから、共振時には I_b は無限大となる。即ち分母が0となる。仍つてその條件は

$$\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = (\omega M)^2$$

から求められる。今更に簡単のために一次と二次とが同じ周波数に同調してゐるとする。しからば

$$L_1 C_1 = L_2 C_2 = LC = \frac{1}{\omega_{r0}^2}$$

であつて、 ω_{r0} は一次及び二次がそれぞれ單獨にある場合の共振角速度である。

上の条件を前式に入れると

$$\omega_r^2 L_1 L_2 \left(1 - \frac{1}{\omega_r^2 LC}\right)^2 = (\omega_r M)^2$$

$$1 - \frac{1}{\omega_r^2 LC} = \pm \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

$$\frac{1}{\omega_r^2 LC} = 1 \mp \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

仍つて

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC\left(1 \mp \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}\right)}}$$

ここで

$$\frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = k$$

とにおいて、これを“結合度”と名付けると

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC(1 \mp k)}}$$

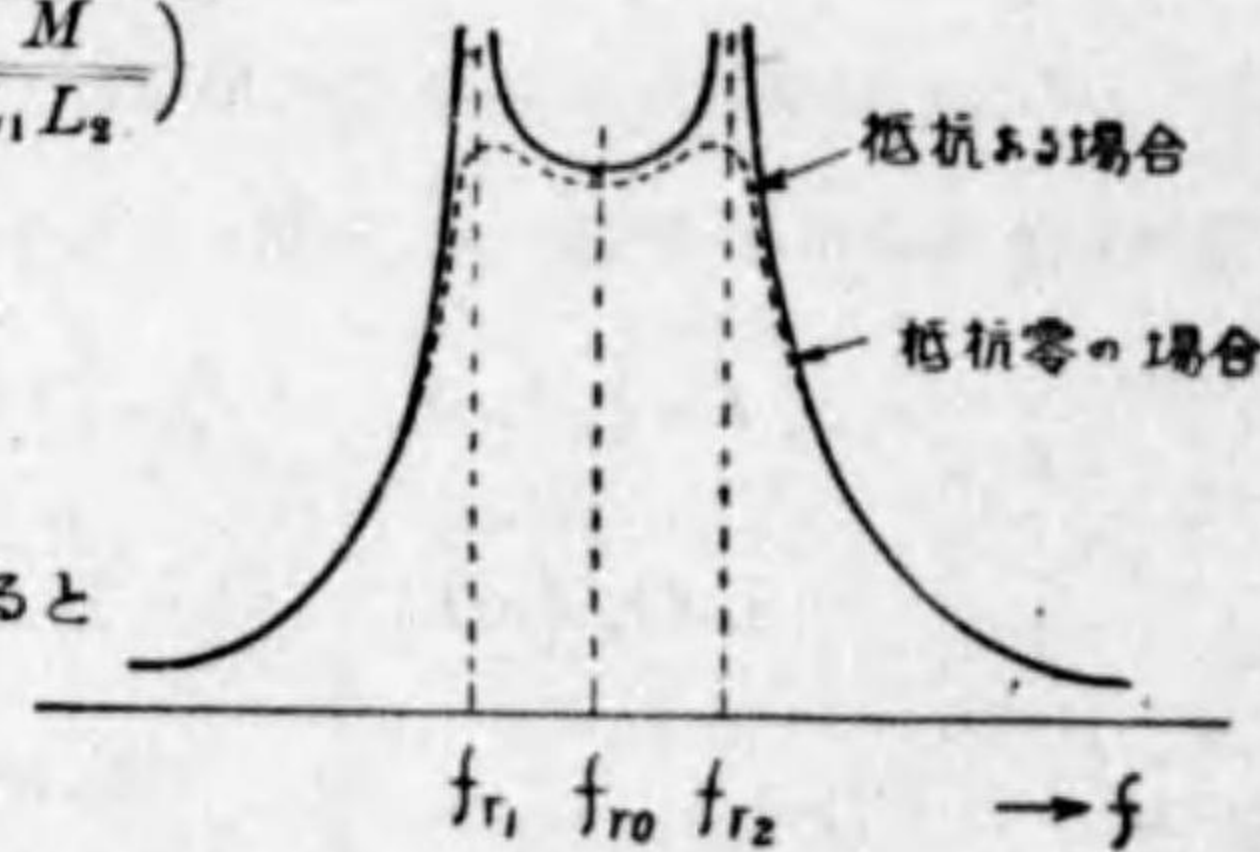
又は

$$\omega_{r1} = \frac{1}{\sqrt{LC(1+k)}}, \quad \omega_{r2} = \frac{1}{\sqrt{LC(1-k)}}$$

更に又

$$\omega_{r1} = \frac{\omega_{r0}}{\sqrt{1+k}}, \quad \omega_{r2} = \frac{\omega_{r0}}{\sqrt{1-k}}$$

ともなり、結局結合回路の共振周波数は、兩回路が單獨に存在する場合の共振周



第49圖

波数 f_{r0} の上下 $f_{r0}/\sqrt{1+k}$ 及び $f_{r0}/\sqrt{1-k}$ のところに、都合二個所生ずることになる。第49圖にこの場合における電流の變化状態を示してある。

尙上に挙げた k の式は相互誘導結合の場合のものであるが、一般的には

$$\text{結合度} = \frac{\text{〔結合リアクタンス〕}}{\sqrt{\left[\begin{array}{l} \text{結合リアクタンスと同一} \\ \text{種の一次リアクタンス} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} \text{結合リアクタンスと同一} \\ \text{種の二次リアクタンス} \end{array}\right]}}$$

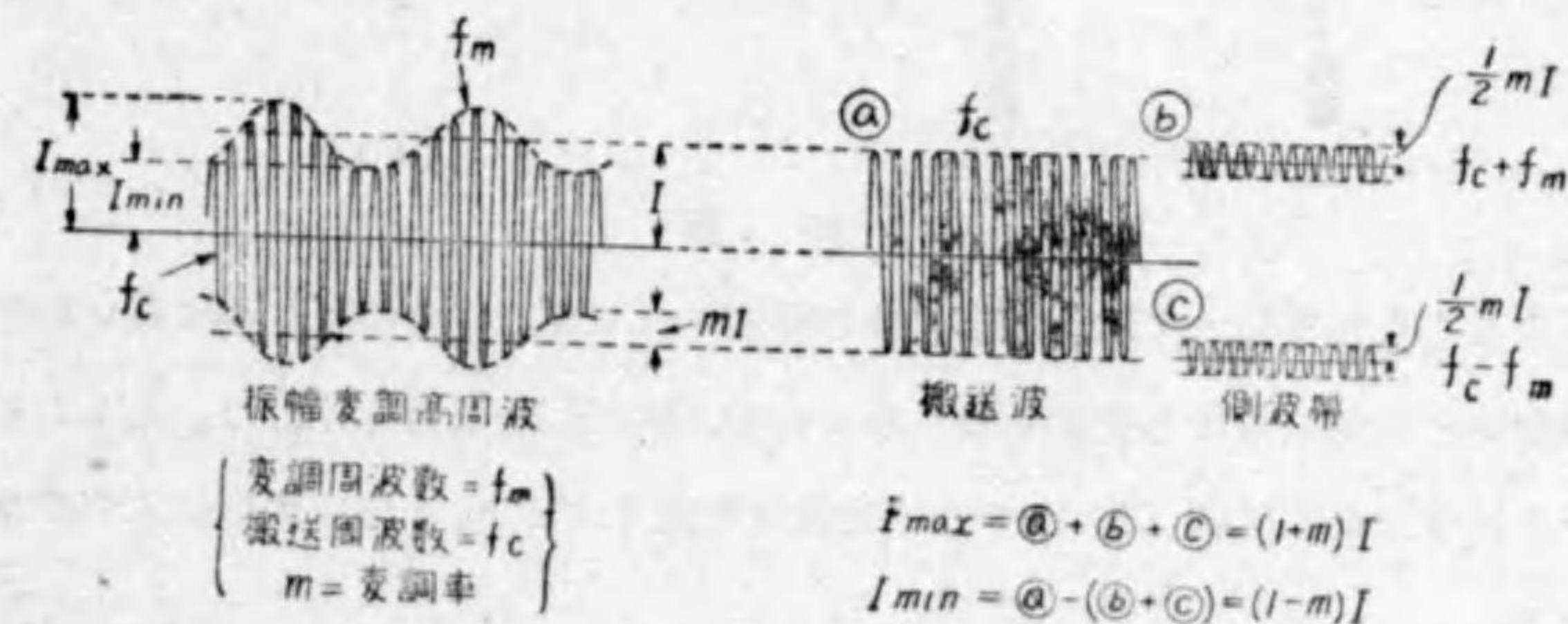
と定義されるのであつて、従つて第44圖(c)の如き容量結合回路では

$$k = \frac{X_m}{\sqrt{X_{c1} X_{c2}}} = \frac{\frac{1}{C_m}}{\sqrt{\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_m}\right)\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_m}\right)}} = \sqrt{\frac{C_1 C_2}{(C_1 + C_m)(C_2 + C_m)}}$$

となる。

3.5 結合共振回路の用途

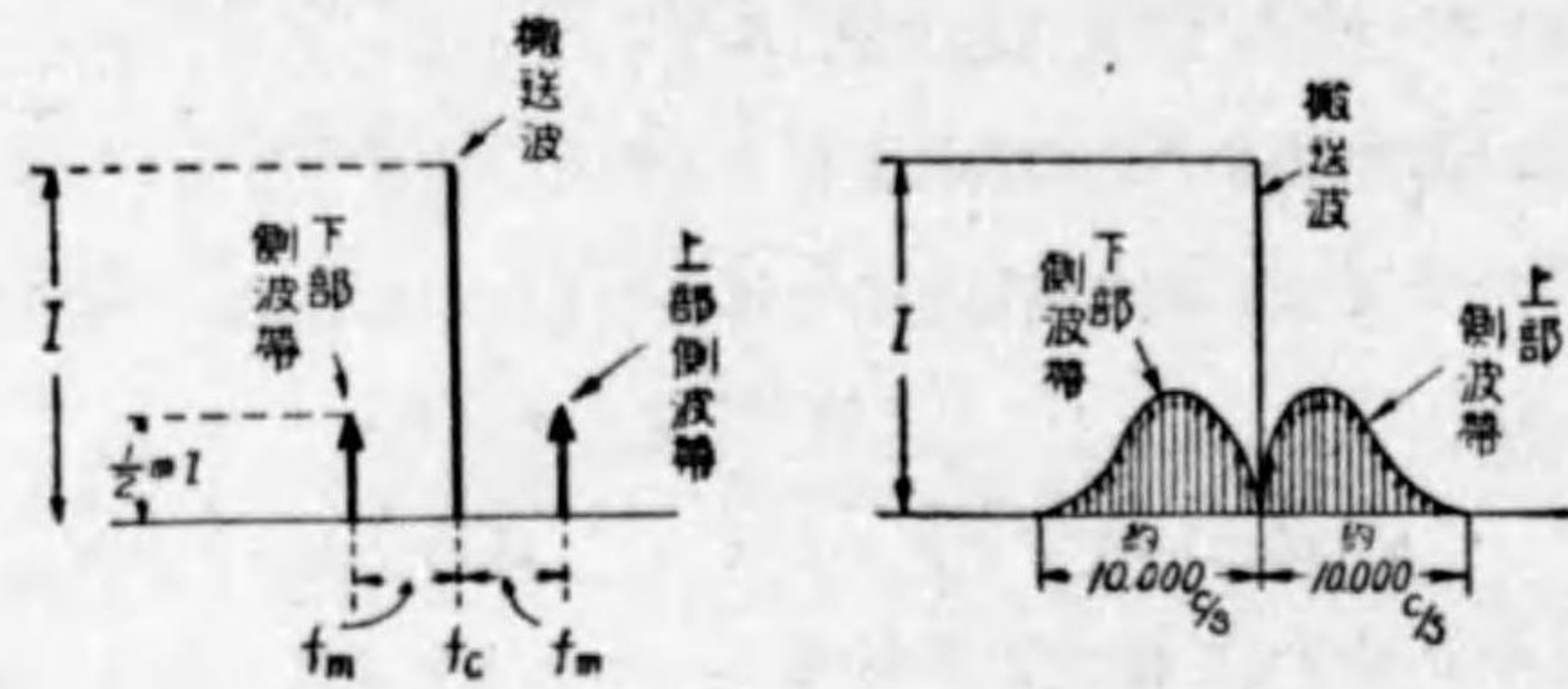
一般に振幅を變調された高周波は搬送波の他に、二つの周波数(これを側波帯といふ)が加はつたものとなる。第50圖及び第51圖にこれを示してある。



〔振幅變調高周波〕=〔搬送波〕+〔上部側波帯〕+〔下部側波帯〕

第50圖

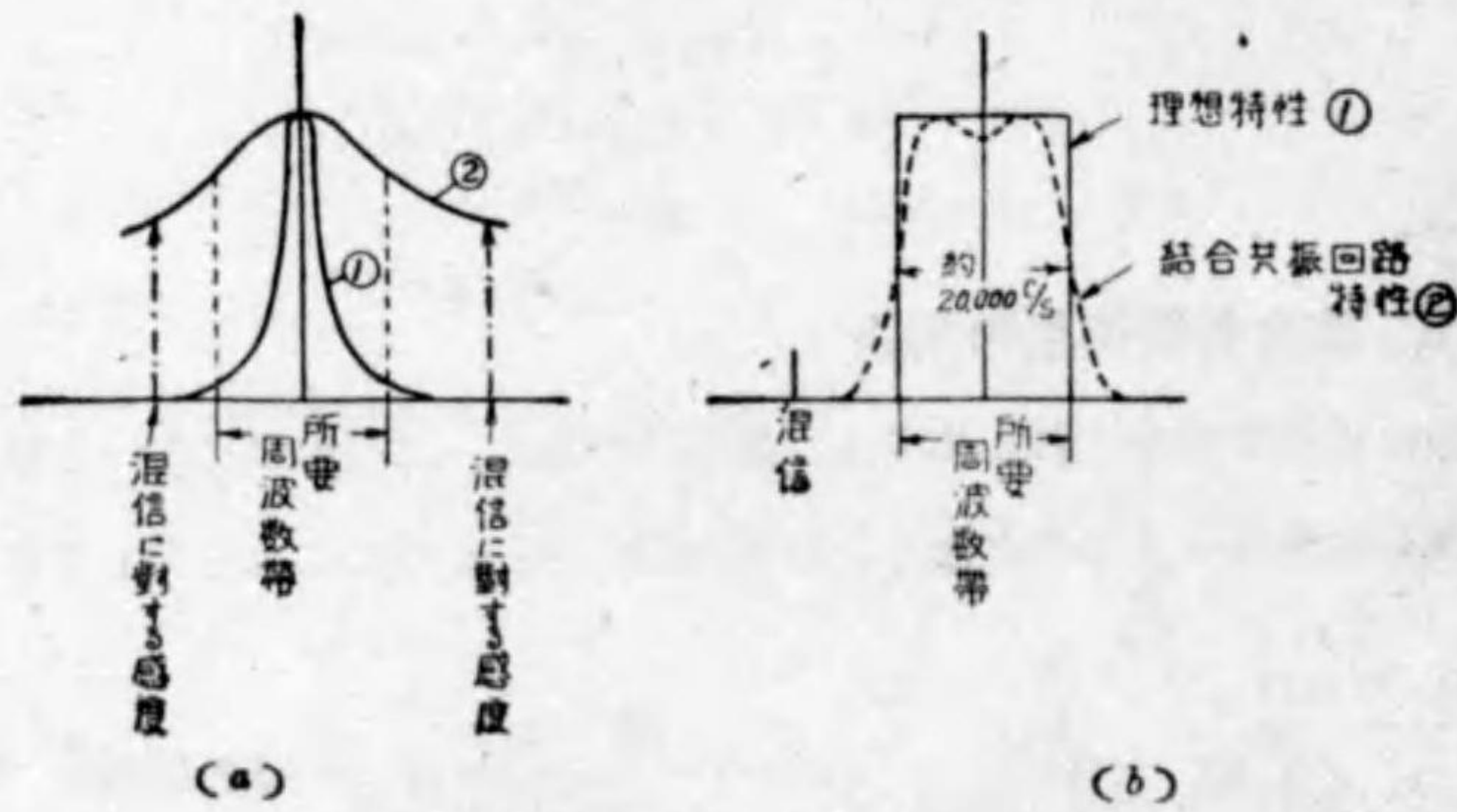
従つて受信機において單一共振回路を用ひ、第52圖(1)のやうに餘り尖鋭度を高くすると、側波帯を受信し得なくなり、搬送波だけは受信しても音としての出



(a) 正弦変調高周波のスペクトル的表示

(b) 音響変調高周波のスペクトル的表示 (音響、音楽は 0—10,000 Hz の範囲の種々の周波数を含む)

第 51 圖



(a)

(b)

第 52 圖

力は小さくもなるし、又種々な周波数で變調されてゐる場合には、特に高い周波数に對應する側波帯ほど受信し難くなるので、同時に音質も悪くなる。しかしそれをなほすために同圖 (2) のやうに尖鋭度を低くすると、今後は混信が入るやうになる。

一體放送では大體 10,000 サイクル位迄の音が含まれてゐるから、側波帯も搬送波を中心として、その上下に 10,000 サイクルの幅を持つてゐる。それ故受信機の特性和しては、第 52 圖 (b) の如きものであれば理想的である。

しかしかやうな四角張つた特性を持たすことは、實際上出来ないで、止むを得

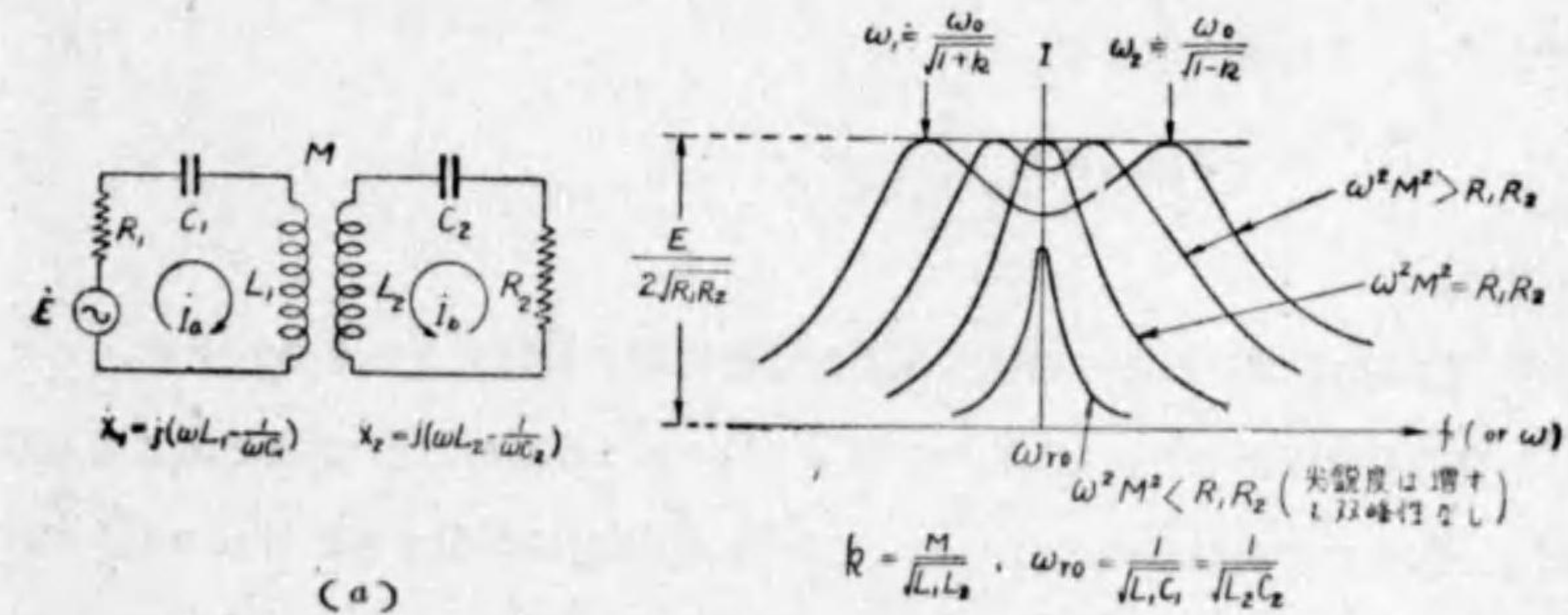
結合共振回路を用ひ同圖 (2) のやうな特性を持たせ、(1) の特性に近いやうな形にするのである (かやうな特性を又 Band Pass Filter 型特性といふ)。しかる時は側波帯はよく受信するし、しかも混信の妨害を受けることは少い。

結合共振回路は、かやうな目的で特に音質もよく選擇性もよくしようといふ高級受信機に用ひられるのである。

3.6 結合共振回路の調整と共振電流

共振周波数は抵抗を省略しても、大體の値は求められるが、共振電流を求めるには、是非共抵抗を考へに入れなければならない。しからざれば電流は、無限大となるからである。

この計算を行ふには基本の回路方程式を作り、二次電流 I_2 を求め、それを一次リアクタンス X_1 や二次リアクタンス X_2 について微分して極大なる條件を求めればよいのであるが、かなり複雑になるから、ここでは重要な結果のみを一纏めにして述べることにする。以下一例として第 53 圖の相互誘導結合回路を取扱ひ、又凡て二次の電流を最大ならしめることを目的とするものと考へる。



(a)

(b)

第 53 圖

(i) M が小さい場合 $((\omega M)^2 < R_1 R_2)$

まず一次回路を調整して二次の最大電流を求め (この時 $X_1 = 0$ となる)、次に二次回路を調整して更にその最大電流を求める (この時 $X_2 = 0$ となる)。かやう

に別々に調整を行つても M が小さい、即ち“疎結合”の場合には兩回路間相互に影響はない。この時最大電流の絶対値は

$$I_{bmax} = \frac{\omega ME}{R_1 R_2 + \omega^2 M^2}$$

となる。

(ii) M が大きい場合 ($(\omega M)^2 > R_1 R_2$)

この場合には、一次回路と二次回路を別々に調整するわけにはゆかない。それは兩回路の“結合が密”なるため、相互に影響しあふからである。そこで兩方を一緒に調整する。即ち先づ X_1 を或る値にしておいて、 X_2 を變へて二次電流を最大ならしめ、次に又 X_1 を少しかへて同様のことを行ひ、これを繰返して結局その中で更に最大電流を得るやうな X_1 と X_2 の組合せを求めるのである。この條件は

$$\begin{aligned} X_1 &= \pm \sqrt{\frac{R_1}{R_2} (\omega^2 M^2 - R_1 R_2)} \\ X_2 &= \pm \sqrt{\frac{R_2}{R_1} (\omega^2 M^2 - R_1 R_2)} \end{aligned} \quad \left(\frac{X_2}{X_1} = \frac{R_2}{R_1} \right)$$

であつて、また最大電流は

$$I_{bmax} = \frac{E}{2\sqrt{R_1 R_2}}$$

となる。

尚 X_1 及び X_2 の前の符號は兩者が同時に同じ符號をとるものとする。ここに正負の符號があることは $X_1 = 0$ 又は $X_2 = 0$ の兩側に最大値があることを意味し、即ちこの密結合の場合には、二個所に同調點が存在するのであつて、これが結合回路の特徴である。

(iii) M が最適の場合 ($(\omega M)^2 = R_1 R_2$)

この場合の調整法は (i) の時と同じであるが、

$$I_{bmax} = \frac{\omega ME}{R_1 R_2 + \omega^2 M^2}$$

において、 $\omega^2 M^2 = R_1 R_2$ であるから結局

$$I_{bmax} = \frac{E}{2\sqrt{R_1 R_2}}$$

となり、結果は (ii) と同じになる。同調點も一つしか存在しない。

以上回路のインピーダンスを加減して、最大二次電流を求めたのであるが、一次回路と二次回路を或る同じ周波數に同調しておいて、その M をかへた時の周波數特性は、大體第53圖 (b) の如くなる。即ち回路の結合が密なる場合にのみ前述の如き Band Pass Filter 特性が得られることが判る。

第3章 インピーダンス整合

第1節 インピーダンス整合の必要なる理由

第54圖(a)における電圧電流の関係は

$$i = \frac{e_0}{R_i + R_L}$$

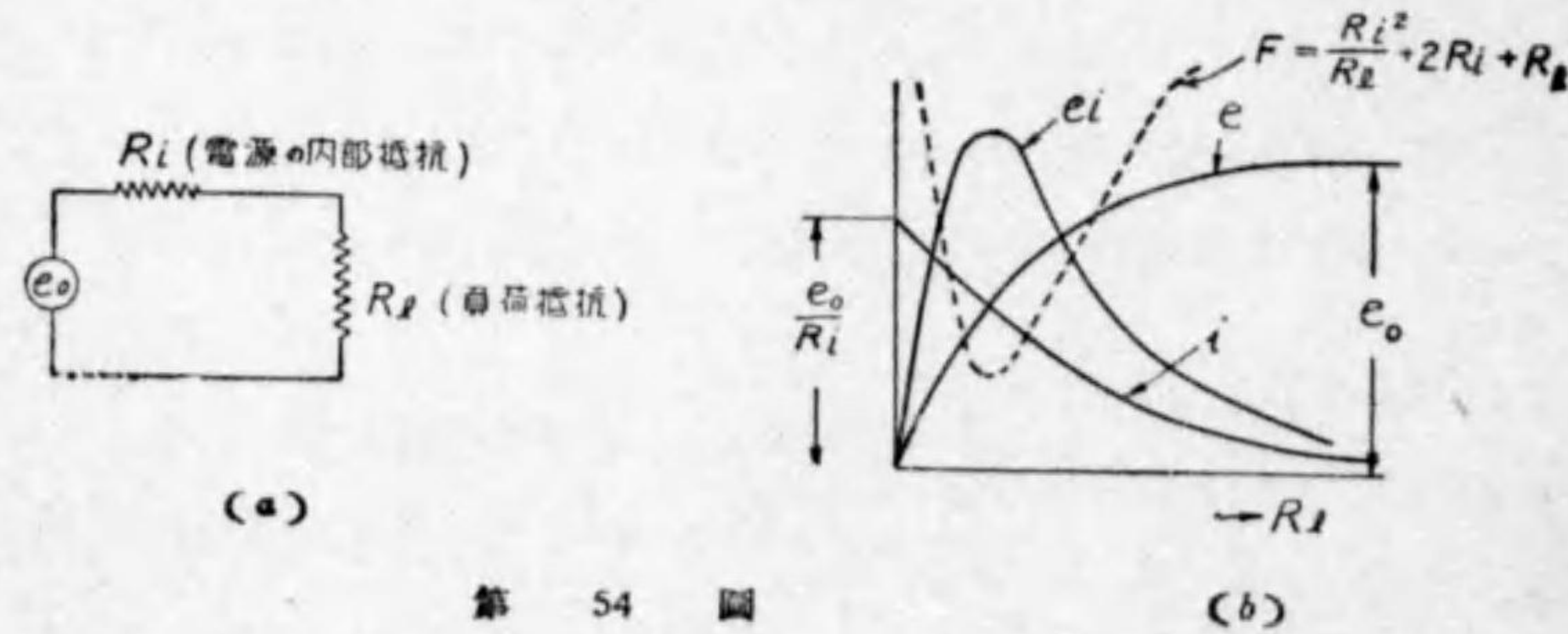
$$e_L = \frac{e_0}{R_i + R_L} R_L = \frac{e_0}{1 + \frac{R_i}{R_L}}$$

となるから、電流を利用したい時には R_i は小なる方がよく、また電圧 e_L を利用したい場合、たとへば真空管増幅回路のやうな場合には、 R_i は大きい程よい。

しかるに、たとへば高聲器を鳴らすための電力増幅回路等では、電圧だけでもまた電流だけでもなく、その積の電力を必要とするのである。この場合は R_i は過大でも過小でも不可で、出力が最大となるやうな R_i の値が存在する、それは次のやうにして求めることが出来る。

$$ei = i^2 R_L = \left(\frac{e_0}{R_i + R_L} \right)^2 R_L = \frac{e_0^2}{\frac{R_i^2}{R_L} + 2R_i + R_L}$$

この分母が最小となれば ei は最大となる(第54圖(b)参照)。仍つて分母の極小値を求めるのに次の如くする。



第54圖

$$\text{分母} = F = \frac{R_i^2}{R_L} + 2R_i + R_L$$

$$\frac{dF}{dR_L} = 0, \quad 1 - \frac{R_i^2}{R_L^2} = 0$$

仍つて

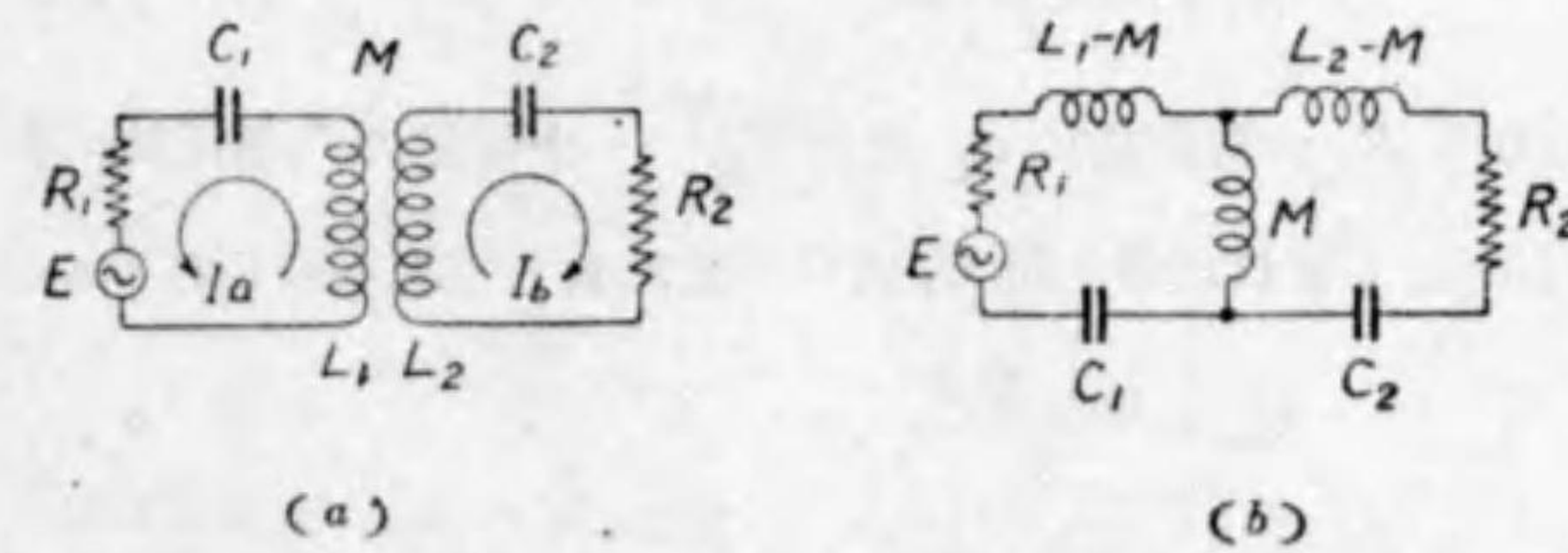
$$R_i = R_L$$

これが即ち電力を最大ならしめる条件である。かやうな場合電源の内部抵抗と外部負荷抵抗とが“整合してゐる”といふ。

併し負荷抵抗を變化して整合するといふことは、一般に困難な場合が多いから電源と負荷との間に適當な整合回路を入れて、これを行ふのである。以下二三の例を挙げよう。

第2節 誘導結合による整合

第55圖(a)に示す如き回路で、今一次及び二次が別々に電源周波数 f_0 (ω_0) に共振してゐる時、 M を如何にせば I_b が最大となるかを考へる。これは既に取扱つた問題であるが、この整合といふ考へ方から解いてみよう。



$$\left(\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \right)$$

第55圖

I_b が最大ならば、 $I_b R_2$ も最大であるから、電力最大を目的とする整合条件からも解けるわけで、今この回路を第55圖(b)の如き等価回路に書き直すと、二次から見た一次側のインピーダンスは

$$Z_{21} = \frac{(j\omega_0 M) \left[R_1 + j \left\{ \omega_0(L_1 - M) - \frac{1}{\omega_0 C_1} \right\} \right]}{R_1 + j \left(\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1} \right)}$$

今一次二次が共に ω_0 に共振してゐると考へてゐるから、

$$\omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C_1} = 0 \quad \omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2} = 0$$

であり、従つてこの共振周波数に對しては

$$Z_{21} = \frac{j\omega_0 M (R_1 - j\omega_0 M)}{R_1} = j\omega_0 M + \frac{(\omega_0 M)^2}{R_1}$$

しかるに二次回路の R_2 に直列につながるインピーダンスは

$$R_2 + j \left\{ \omega_0(L_2 - M) - \frac{1}{\omega_0 C_2} \right\}$$

であるが、これに一次回路からの $j\omega_0 M + \frac{(\omega_0 M)^2}{R_1}$ が加はれば、リアクタンスの合成は

$$j \left(\omega_0 L_2 - \frac{1}{\omega_0 C_2} \right)$$

となりこれは零である。また實數の方は

$$R_2 + \frac{(\omega_0 M)^2}{R_1}$$

となり、このうち R_2 が負荷抵抗で、又 $\frac{(\omega_0 M)^2}{R_1}$ が電源の内部抵抗に相當する。故にこれらを等しくすれば最大電力、従つてまた最大電流が得られるわけで、即ち

$$R_2 = \frac{(\omega_0 M)^2}{R_1}$$

又は

$$\omega_0 M = \sqrt{R_1 R_2}$$

となり、これは前に得た結果(第53圖(b)参照)と一致してゐる。 M がこの値よりも大きくなれば、兩回路が共振してゐる周波数 f_0 對する I_0 は、最大の値よりも却つて次第に減るのである。

第3節 鐵心入變成器による整合

前節の如き誘導結合のことをまた變成器ともいふが、高周波用變成器には在來鐵心はいれられなかつた。それは鐵心の中に渦流その他の損失が生じ、これは周波數が高くなると使用に堪えぬ程大きくなるからである。しかるに最近損失の少い鐵心が作られるやうになつて、受信機と同調コイル等にもかなり鐵心入コイルが用ひられてゐる。また低周波用變成器には必ず鐵心が用ひられる。

變成器に鐵心の有るのとないのとでは、次の點で大きな差異がある。即ち“鐵心入變成器では一次から生ずる磁氣力線の殆ど凡てが二次コイルを通る(これを磁氣力線の漏洩が少いといふ)が、空心の變成器ではその一部分のみが二次コイルを通るのである”。

かやうに磁氣力線の漏洩がない場合には、變成器について次のやうに簡單に考へることが出来る。即ちコイルに加はる、又は發生する電壓はそれを通る磁氣力線の變化に比例することは前に述べたが、これは更に具體的にいふと、“一卷きのコイルに生ずる電壓 e_0 が

$$e_0 = \frac{d\Phi}{dt}$$

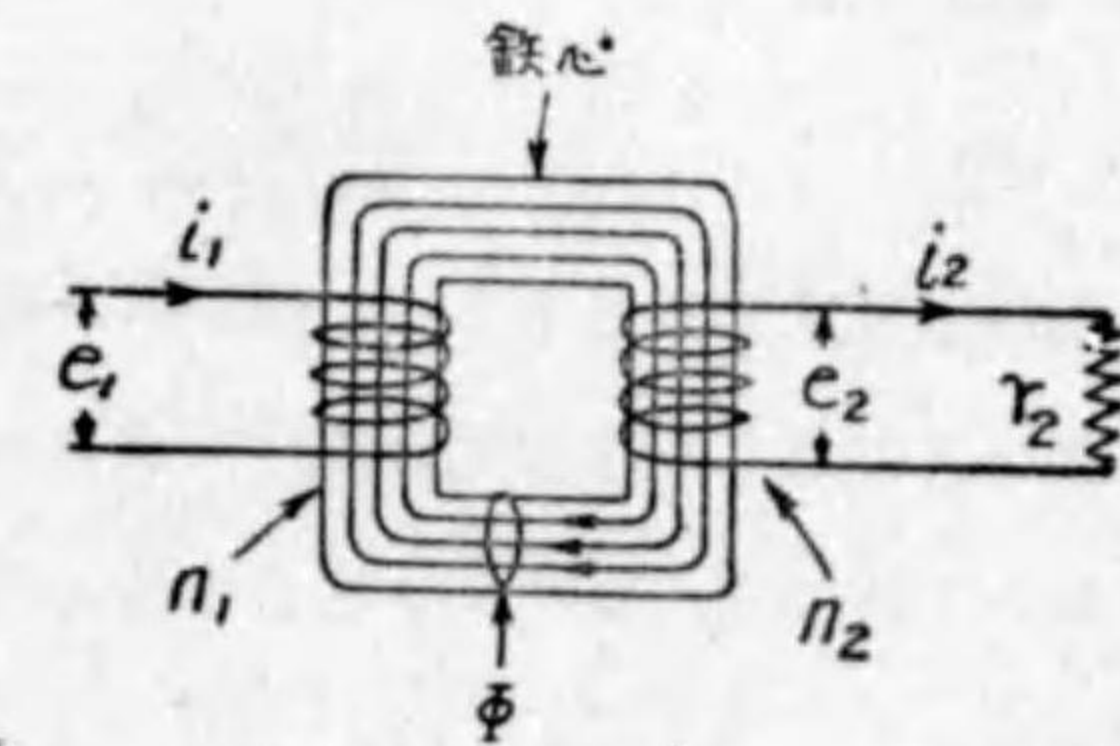
であつて、従つて n 卷きの場合には

$$e = n \frac{d\Phi}{dt}$$

となる”(第56圖参照、この Φ は前にコイルの計算のところでも説明したものと少しだけ意味が違ふことに注意)。

仍つてこれより

$$e_1 = n_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad e_2 = n_2 \frac{d\Phi}{dt}$$



第56圖

しかるに $\frac{d\Phi}{dt}$ は両者に共通であるから、結局

$$\frac{e_1}{n_1} = \frac{e_2}{n_2} \quad \text{又は} \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

となる。又 $\frac{d\Phi}{dt}$ が共通であるといふことは e_1 と e_2 の位相も同じといふことを意味し、また電流も、〔コイルを通る磁気力線の総計〕 $= L \cdot i$ なる関係から

$$n_1 \Phi = L_1 i_1, \quad n_2 \Phi = L_2 i_2$$

で Φ は共通であるから、同様に i_1 と i_2 とは同じ位相である。しかるに更に

$$e_2 = i_2 r_2$$

であつて、 e_2 と i_2 とは同位相であるから、結局 e_1 と i_1 ともまた同位相である。従つて一次から送り込まれる電力は $e_1 i_1$ であり、又二次で消費される電力は $e_2 i_2$ となる（いづれも同位相なるため $\cos \theta = 1$ であるから）。

仍つてエネルギー不減の法則により

$$e_1 i_1 = e_2 i_2, \quad \frac{e_1}{e_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

このことは又 $e_1 i_1 = e_2 i_2$ で、しかも $L_1 = K n_1^2$ 、 $L_2 = K n_2^2$ なる関係からも誘導出来る。また力率は必ずしも1でなくても差支へない。

従つて結局電圧に対しては

$$\frac{e_1}{e_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

電流に対しては

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

なる関係が成立するのである。但しこれは変圧器には漏洩磁気力線も、また鐵損失もないと假定した理想の場合であるが、実際にも上の関係は、低周波用変成器において特に周波数の高い場合や低い場合を除けば、實用上十分に成り立つ関係である。

よつて次に一次側から見ると、 r_2 はどれ位の大きさに見えるかといふことを

考へる。途中に變成器があると、 r_2 は大きく見えたり、小さく見えたりするのである。さて一次側から見た r_2 の値を $(r_2)_1$ とすると、

$$(r_2)_1 = \frac{e_1}{i_1} \quad (\text{第57圖(a)参照})$$

しかるに

$$e_1 = \frac{n_1}{n_2} e_2$$

$$i_1 = \frac{n_2}{n_1} i_2$$

であるから

$$\frac{e_1}{i_1} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \frac{e_2}{i_2}$$

更に又

$$e_2/i_2 = r_2$$

であるから、結局

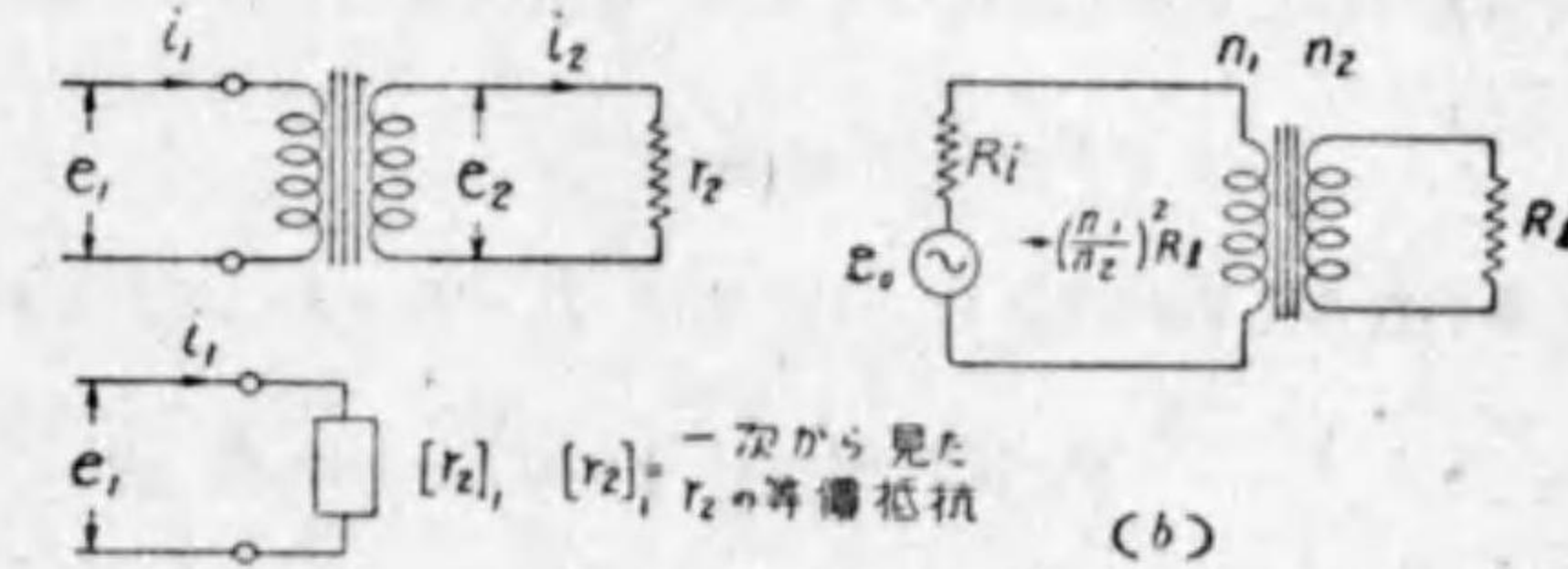
$$(r_2)_1 = \frac{e_1}{i_1} = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 r_2$$

となるのであつて、一次側から r_2 をながめると、その實際の値の $\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$ 倍に見える。

従つて $n_1 > n_2$ ならば大きく、又 $n_1 < n_2$ ならば小さく見えるのである。

そこで第57圖(b)

の如き回路において、 e_0 なる電源から最大の電力を取り出さうと思へば、負荷抵



抗 R_L の電源側から (a)

第57圖

見た大きさ、即ち $\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R_L$ を R_L に等しくする。即ち整合すればよい譯で

$$R_i = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 R_l$$

なる関係を満足せしむればよい。これには勿論 R_l をかへてもよいが、一般に負荷抵抗は一定なることが多いから、その場合には変成器の“変成比” $\frac{n_1}{n_2}$ をかへてやる。即ち変成器を以つてイン

ピーダンス整合を行ふ場合には

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{R_i}{R_l}}$$

ならしむればよいことが判る。

又 R_l が純抵抗ではなく、 $Z_l = R_l + jx_l$

なるインピーダンスであつた

場合(第58圖(a))には、多少複雑

となるが次の如く考へればよい。第

58圖(b)はその等価回路で、これに

ついて

$$i_1 = \frac{e_0}{R_i + n^2 Z_l} \quad \left[n = \left(\frac{n_1}{n_2}\right) \right]$$

従つて

$$i_2 = \frac{n_1}{n_2} \frac{e_0}{R_i + n^2 Z_l} = \frac{e_0 n}{R_i + n^2 Z_l} = \frac{e_0}{\frac{R_i}{n} + n Z_l}$$

仍つて $i_2 R_l$ を最大、従つて又 i_2 を最大ならしめるには

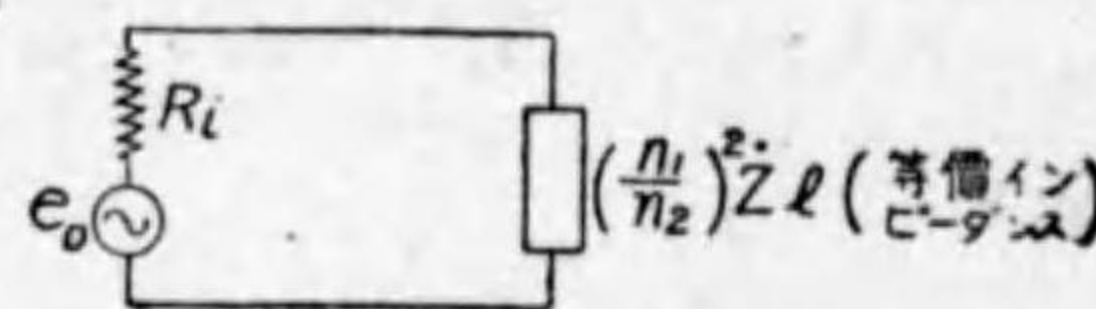
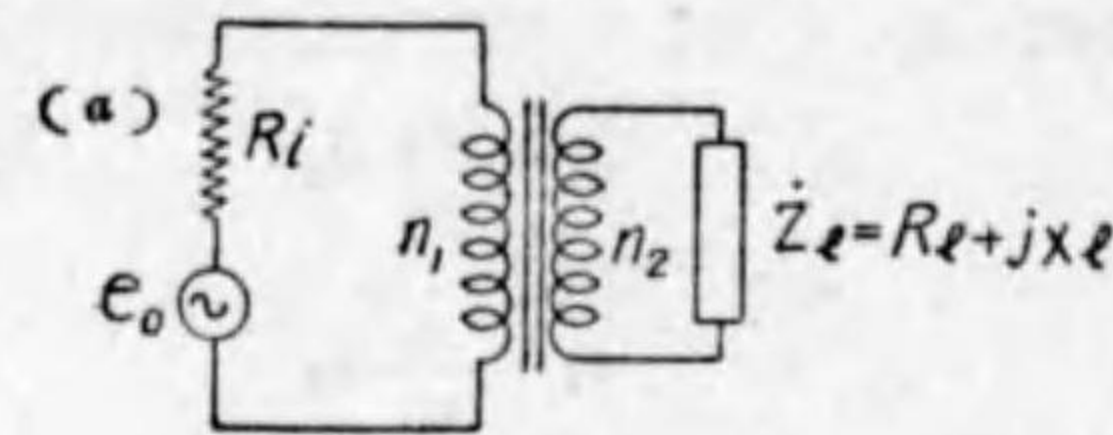
$$F = \frac{R_l}{n} + n Z_l$$

を最小ならしむればよい。しかるに $Z_l = R_l + jx_l$ であるから、

$$G = |F|^2 = \left(\frac{R_l}{n} + n R_l\right)^2 + (n x_l)^2$$

を最小ならしむる n の条件は

$$\frac{dG}{dn} = 0, \quad 2\left(\frac{R_l}{n} + n R_l\right)\left(R_l - \frac{R_l}{n^2}\right) + 2n x_l^2 = 0$$



第58圖

これより

$$n(R_l^2 + x_l^2) - \frac{R_l^2}{n} = 0$$

又

$$Z_l = \sqrt{R_l^2 + x_l^2} = \text{負荷インピーダンスの絶対値}$$

とおけば

$$n = \frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{R_l}{Z_l}}$$

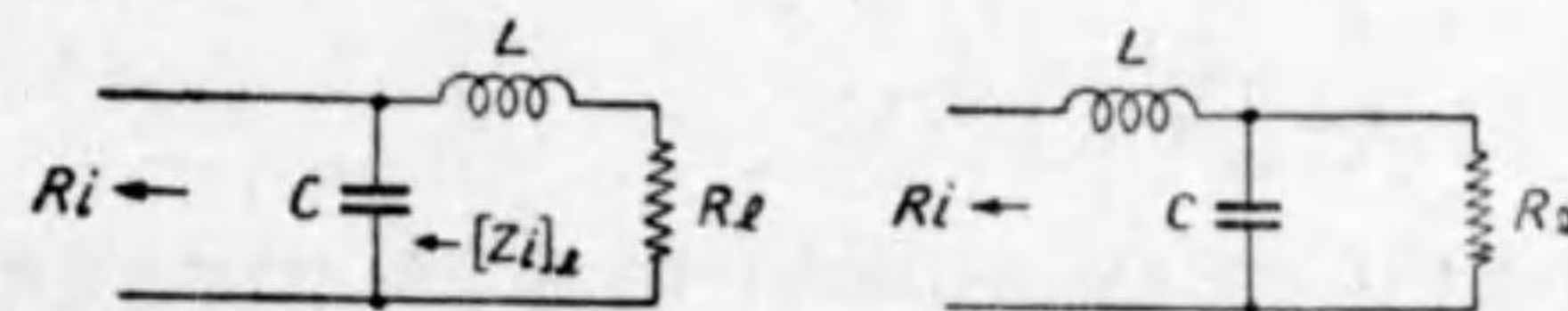
となり、これは二次の負荷“インピーダンス”を R_l に整合したことになる。

受信機の高聲器を真空管の内部インピーダンスに整合するやうな場合には、負荷は抵抗のみといへぬから、この関係が用ひられると考へた方が至當であらう。

第4節 リアクタンスによる整合

第59圖(a)の如き回路において負荷側から入口の方を見た時のインピーダンスは

すは



(a)

(b)

$[Z_l]_l$ = 負荷側から入口を見たインピーダンス

$[R_l]$ = 電源抵抗

第59圖

$$[Z_l]_l = \frac{R_l \frac{1}{j\omega C}}{R_l + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{R_l \left(\frac{1}{\omega C}\right) j \left(R_l - \frac{1}{j\omega C}\right)}{R_l^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{\frac{R_l}{\omega C} \left(\frac{1}{\omega C} - jR_l\right)}{R_l^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$



負荷においてはこのリアクタンス項 $\frac{R_i^2}{\omega C} / \left(R_i^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)$ を ωL で打消し、抵抗の項 $R_i \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 / \left(R_i^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 \right)$ が R_i に整合されれば最大電力が得られる。

今後者を考えると、 $R_i = R_i \frac{\left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}{R_i^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}$ となるからこれより

$$\left(\frac{1}{\omega C} \right)^2 = R_i^2 \frac{R_i}{R_i - R_i}$$

従つて

$$C = \frac{1}{\omega R_i} \sqrt{\frac{R_i - R_i}{R_i}}$$

また第一の条件から

$$\begin{aligned} \omega L &= R_i^2 \frac{\frac{1}{\omega C}}{R_i^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2} \\ &= R_i R_i \omega C = \sqrt{R_i (R_i - R_i)} \end{aligned}$$

即ち

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{R_i (R_i - R_i)}$$

となり、これより L が定まる。何れにおいても $R_i > R_i$ でなければ實現出来ないのであつて、即ち第59圖 (a) の如き回路は、小なる負荷抵抗を大なる電源内部抵抗に整合する場合に用ひられる一種の遮降變成器 ($n_2 < n_1$) と考へることが出来る。従つて $R_i < R_i$ の場合には入力出力を全く反對にして、第59圖 (b) の如くすればよく、結果の式においても R_i と R_i とを入れかへればよい。この整合回路は空中線の饋電線を空中線抵抗に整合する場合等に、屢々用ひられるものである。

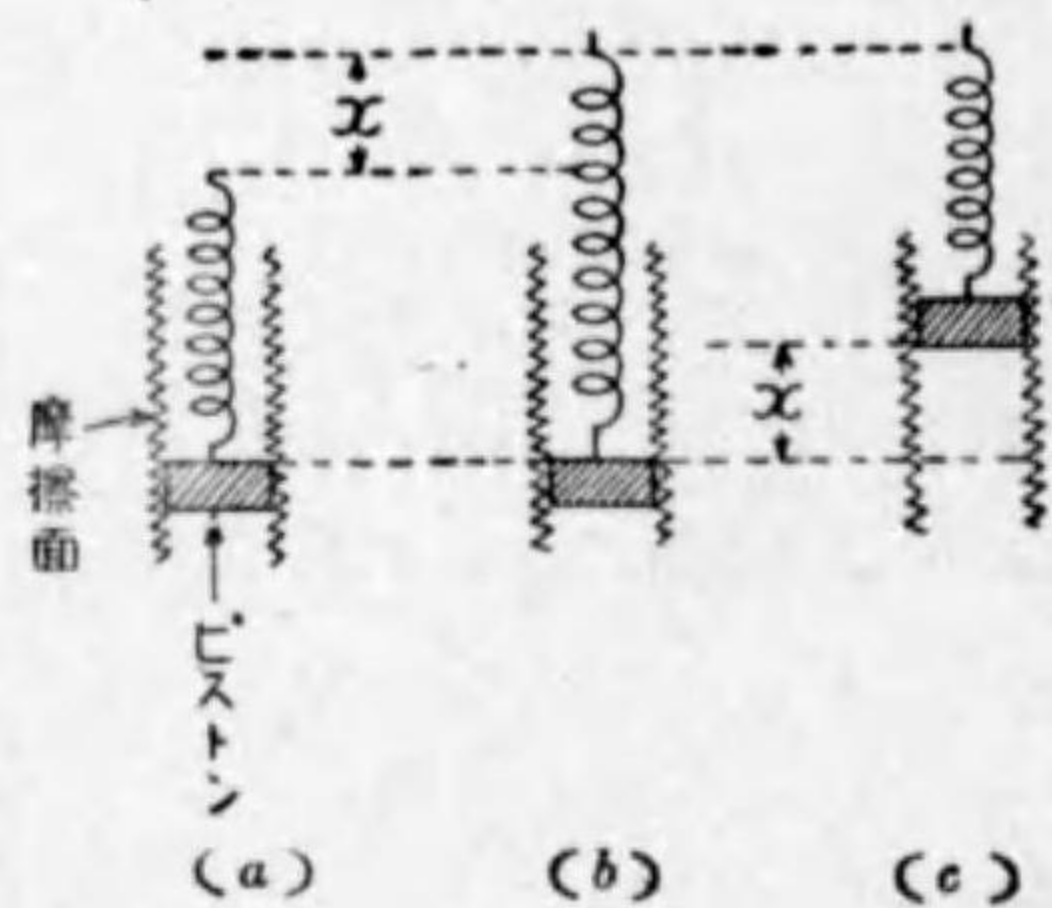
第5節 整合と反射

整合を行ふことは、以上述べた如く最大電力を得るのが一つの目的であるが、線路の終端抵抗を線路のインピーダンスに整合する場合等には、今一つ反射を無くするといふ意味がある。反射の問題については更に後章で述べることとする。

第4章 過渡現象

第1節 過渡現象の概念

たとへば第60圖の彈條の上端を、急激に上方に x なる距離だけ引き上げた場合下のピストンはこれに附隨して直ぐには動かす、即ち一應(b)のやうな状態となり、しかる後ピストンは徐々に上つて、或る時間の後始めて(c)なる最後状態に達し、彈條の上つたのと同じ x なる距離だけ上るのである。かやうに現象が瞬間的に起らず、途中で推移状態の生ずることを過渡現象といふ。電気回路においてもこれに似た現象が起る。



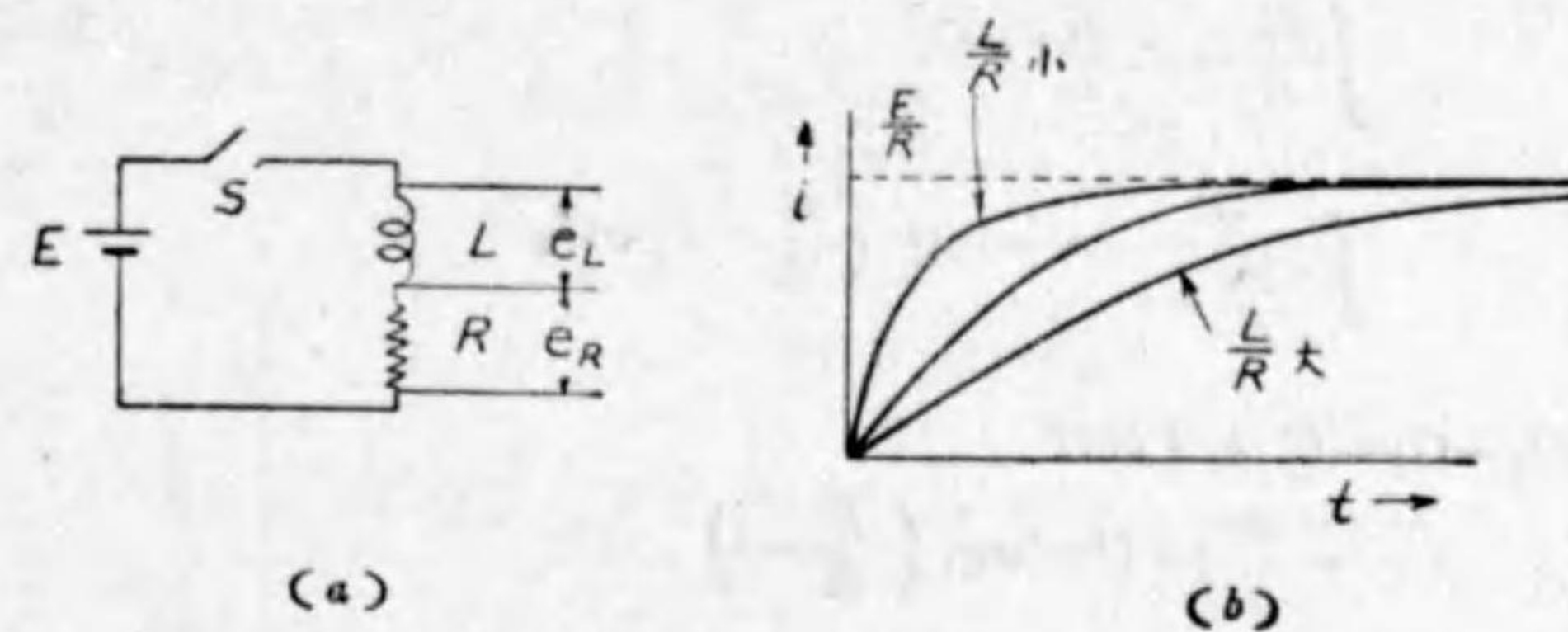
第60圖

第2節 コイルに起る過渡現象

第61圖(a)の如き回路に電圧を加へても、電流は急激には流れず、徐々に増加して或る時間の後始めて最終状態に達する。

元來コイルは直流に對しては何等作用せず、即ち第61圖(a)の如き回路では $\frac{E}{R}$ なる電流が流れる筈であるが、過渡現象に對しては又コイルも一つの重要な役割を演ずるのである。即ち第61圖(b)に示す如く、電流は先づ零から出發して次第に上昇し、最後に E/R となる。しかしてこの上り方が早い遅いかは、 L/R の大小によつてきまるのである。この關係を少く正確に取扱ふためには、次の如くする。即ち前に説明した如く

抵抗に加はる瞬間電壓 $e_R = iR$



第61圖

コイルに加はる瞬間電壓 $e_L = L \frac{di}{dt}$

但しこの e_R や i は、直流でも正流波でも、又その他如何なる形の場合でも、上の關係は成立するのである。第61圖(a)の回路では、 $E = e_L + e_R$ であるから

$$E = iR + L \frac{di}{dt}$$

なる關係が成立する。これは一種の方程式で、この方程式を解いて i の形を求めないのであるが、中に微分を含んでゐるから、かやうな方程式を微分方程式といふ。これを解くには次の如き順序による。

$$E - iR = L \frac{di}{dt}$$

$$\frac{1}{L} dt = \frac{di}{E - iR}$$

$$\int \frac{R}{L} dt = \int \frac{di}{\frac{E}{R} - i}$$

しかるに

$$\int A dx = A \int dx = Ax + C_1 \quad (A: \text{定数}, C_1: \text{積分定数})$$

又 $\frac{d}{dx} [\log_e (a-x)] = \frac{-1}{a-x}$ なることより

$$\int \frac{dx}{a-x} = -\log_e (a-x) + C_2 \quad (C_2: \text{積分定数})$$

であるから、

$$\int \frac{R}{L} dt = \frac{R}{L} t + C_1$$

$$\int \frac{di}{\frac{E}{R} - i} = -\log_e \left(\frac{E}{R} - i \right) + C_2$$

となり、 $C_2 - C_1 = C$ とすれば

$$-\frac{R}{L} t + C = \log_e \left(\frac{E}{R} - i \right)$$

$$e^{-\frac{R}{L} t + C} = \frac{E}{R} - i$$

$$K e^{-\frac{R}{L} t} = \frac{E}{R} - i \quad (K = e^C)$$

この式の中で K は周囲の状況から定められる定数である。たとへば E を加へる迄は全く電流が無かつたといふ条件を入れると

$$t=0$$

$$i=0$$

であるから、

$$K = \frac{E}{R}$$

となり、これを前の式に入れると

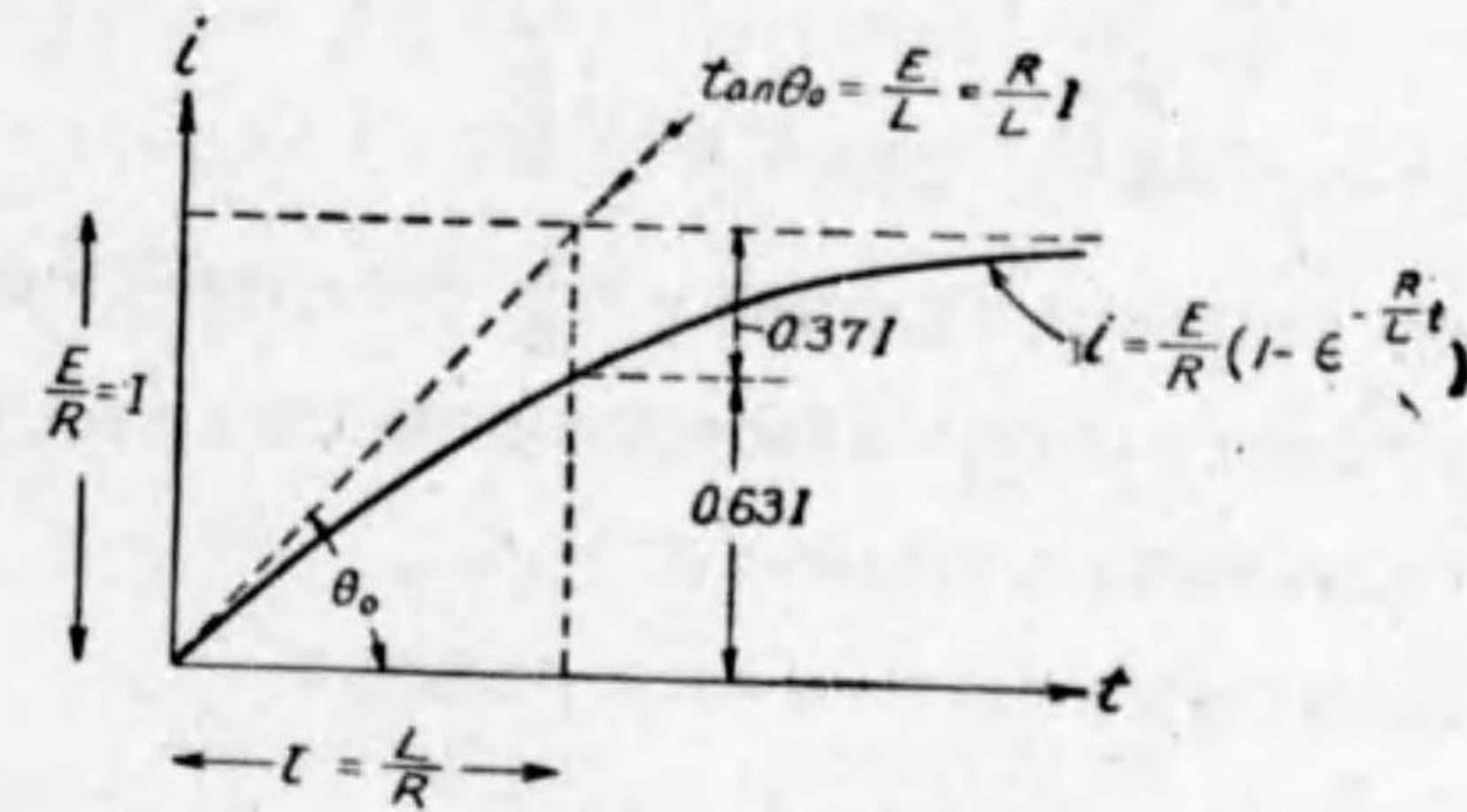
$$\frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L} t} = \frac{E}{R} - i$$

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$

即ちこれが求めんとする最後の式で、上の微分方程式を解いて i の形を求め得た譯である。

この形を仔細に吟味すると、第62圖において先づ $t=0$ では $i=0$ であり、 $t \rightarrow \infty$

では $i = \frac{E}{R}$ となる ($e^{-\frac{R}{L} t} \rightarrow 0$ として $\frac{1}{e^{-\frac{R}{L} t}} \rightarrow \infty$ となる)。



第 62 圖

このことは L は電流の急激な変化に対しては、飽く迄これを阻止するやうに働き、また電流の変化が少ければ（極端の場合には直流では変化全く無し）その働きが次第に消滅し、最後には電流は全く R のみによりて、決定されるやうになることを意味するのである。

又この場合電流の増加する早さは、 $t=0$ における傾斜を求めてみれば大體の見當はつく。即ち

$$\tan \theta_0 = \left[\frac{di}{dt} \right]_{t=0} = \left[\frac{E}{R} \frac{R}{L} e^{-\frac{R}{L} t} \right]_{t=0}$$

$$= \left[\frac{E}{L} e^{-\frac{R}{L} t} \right]_{t=0} = \frac{E}{L}$$

或は定常電流 $\frac{E}{R}$ を I とおけば $\tan \theta_0 = I \frac{R}{L}$ となるのであつて、 E が一定とすれば、 L が小さい程 i の増加は早いのである。この $\tan \theta_0$ の線が $\frac{E}{R}$ なる最終電流（これを定常状態といふ）を切る時間 τ は

$$\tan \theta_0 = \frac{E}{R} \tau, \quad \tau = \frac{E/E}{R/L} = \frac{L}{R}$$

となり、この時間が経過した時に実際の電流は

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) = \frac{E}{R} (1 - \varepsilon^{-1}) = \frac{E}{R} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$= \frac{E}{R} \left(1 - \frac{1}{2.718}\right) = 0.632 \frac{E}{R}$$

この最終電流の 0.632 倍になる迄の時間 $\tau = \frac{L}{R}$ をこの回路の“時定数”といふ。一般には“電圧または電流が最初の傾度の儘で変化すると仮定した場合、最終状態に達する迄の時間を時定数といふ。”

電流が以上の如く増加する場合コイルに生ずる電圧は

$$|e_L| = L \frac{di}{dt}$$

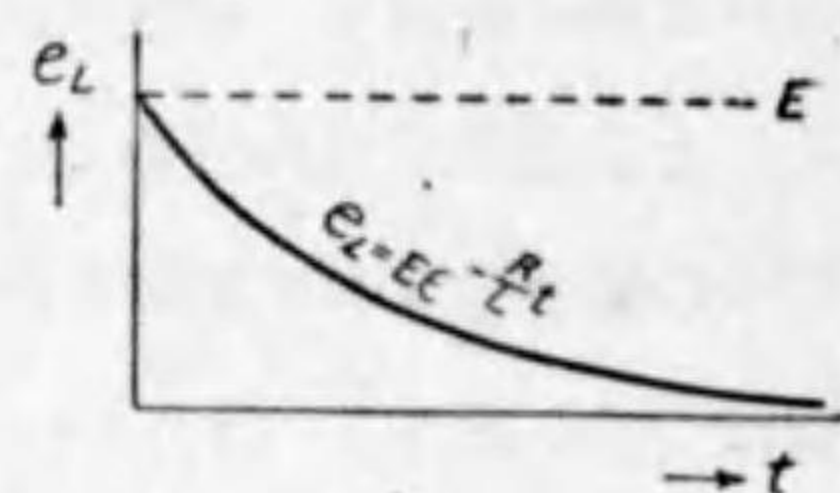
から求められる。即ち

$$|e_L| = L \frac{E}{R} \frac{R}{L} \varepsilon^{-\frac{R}{L}t} = E \varepsilon^{-\frac{R}{L}t}$$

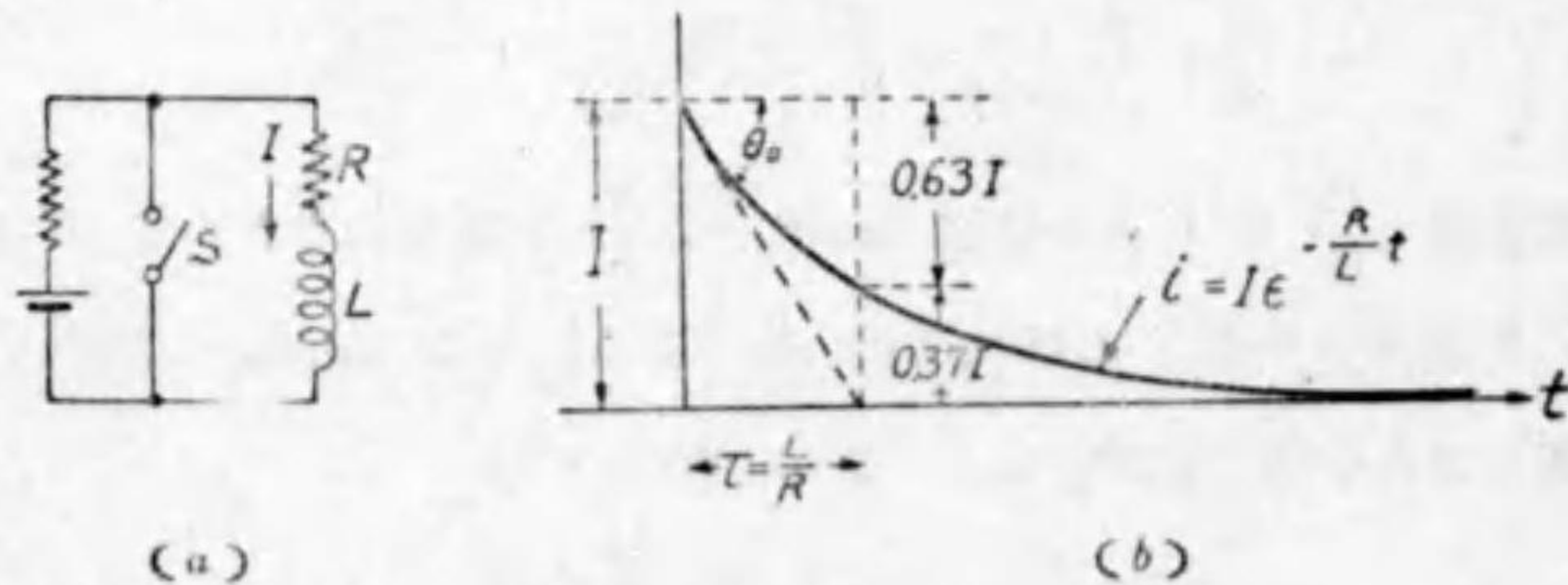
となり、第 63 圖にこれを圖示してある。

以上は電圧を加へた場合であるが、次に電流が流れてゐる回路を短絡した場合に就いて考へる。第 64 圖 (a) の S を閉ぢれば、 R, L は短絡され、結局電流は凡て S を通り、 R, L の電流

は零となるが、この場合にも電流は I から直ちに零迄変化することは出来ない。



第 63 圖



第 64 圖

それは電流が変化すれば L には

$$L \frac{di}{dt}$$

なる電圧が発生するが、 i が急激に変化する、即ちその傾斜が直角になれば $\frac{di}{dt}$ は ∞ となり、さやうなことは實際上起り得ないからである。この場合の電流の形は次の如くして解くことが出来る。

$$e_R = iR$$

$$e_L = L \frac{di}{dt}$$

$$e_R + e_L = 0, \quad iR + L \frac{di}{dt} = 0,$$

$$\frac{di}{iR} = -\frac{1}{L} dt, \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\int \frac{di}{i} = -\frac{R}{L} \int dt, \quad \log_e i = -\frac{R}{L} t + C$$

$$i = \varepsilon^{-\frac{R}{L}t + C} = K \varepsilon^{-\frac{R}{L}t} \quad (K = e^C)$$

この場合にも K なる積分定数が入つて来るが、若し $t=0$ の時 $i=I$ なる条件を入れると、

$$(i)_{t=0} = I = \left[K \varepsilon^{-\frac{R}{L}t} \right]_{t=0} = K$$

となり、従つてこの $K=1$ を上式に入れると

$$i = I \varepsilon^{-\frac{R}{L}t}$$

この形を曲線で表はすと、第 64 圖 (b) の如くなり恰度電圧を加へた場合と反対の傾向を有するものとなる。即ち $t=0$ における i の傾斜は

$$\tan \theta_0 = \left[\frac{di}{dt} \right]_{t=0} = -\frac{R}{L} I$$

前に挙げた時定数の定義から、この傾斜線が最終状態即ち電流の0軸を切る迄の時間即ち時定数は、やはり前と同じく

$$\tau = \frac{L}{R}$$

となる。

電源を加へた場合と、短絡した場合とを、圖においてまた式において比較して見ると次のやうな簡単な関係がある。

即ち

$$\left[\begin{array}{l} \text{電源をつないだ} \\ \text{場合の過渡現象} \end{array} \right] = \left[\text{定常状態} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{短絡した時の現} \\ \text{象(方向反対)} \end{array} \right]$$

これを言葉でいひ現すと、一つの回路に現れる過渡現象は定常状態と、或る電圧電流がある場合にこれを短絡した時に生ずる過渡現象（この場合は取扱ひが最も簡単である）との合成と考へることが出来るのであつて、電圧を加へた時や、その他回路の電圧電流に変化が生ずるやうな場合には、短絡の時に生ずる過渡現象によつて、最初の状態と最後の状態がつながれるのである。この考へ方は極めて便利であつて、短絡の時流れる電圧、電流を補償電圧、電流と名付けると上の関係は又

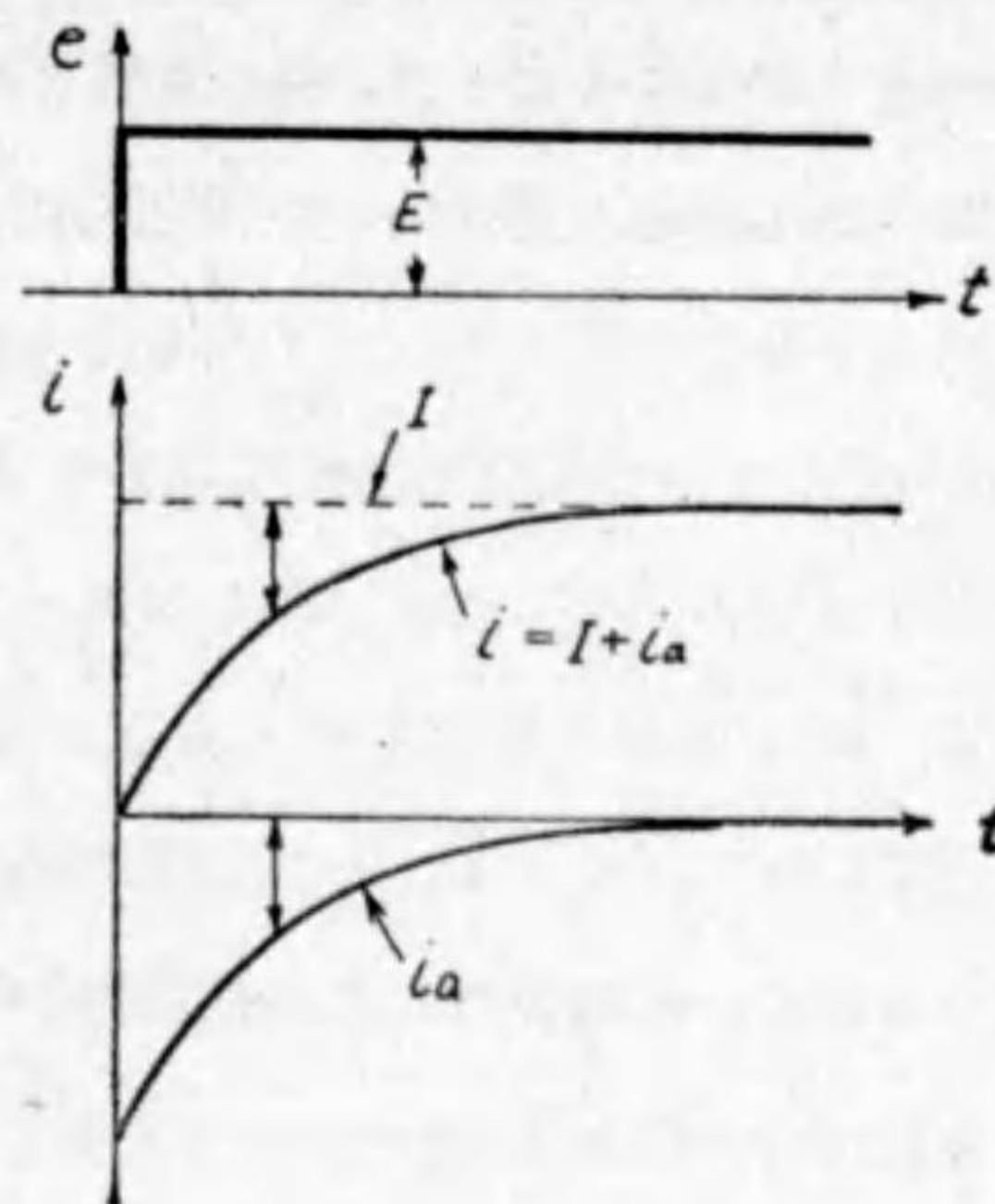
$$\left[\begin{array}{l} \text{過渡電圧} \\ \text{又は電流} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{定常電圧} \\ \text{又は電流} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{補償電圧} \\ \text{又は電流} \end{array} \right]$$

となり、この觀念は以下説明する數項によりて、更に明かとなるのである。要するにインダクタンスの含まれてゐる回路では、 I を流れる電流に急激なる突然變化が起り得ないといふことにより“補償電流”が生じ、また蓄電器の含まれてゐる回路には次節に述べる如き理由により、“補償電圧”が発生するのである。

今試みに補償電流の考へ方から、 R と L を含む回路に生ずる過渡現象を取扱つてみると、この回路に生ずる定常電流は

$$I = \frac{E}{R}$$

であるが、コイルの電流が0から E/R 迄急激に變ることは實際に起り得ないのであつて、この急激な變化の生じない爲にコイルに補償電流が発生する。この電流は大きさは E/R であつて、方向は上の定常電流と反対である。又この電流はこの回路を短絡した場合に生ずる過渡現象と、同じ経過を辿つて減衰するのであつて、従つてこの補償電流 i_a は



第65圖

$$i_a = \left(-\frac{E}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}t}$$

として表はすことが出来る。

仍つて過渡電流は（第65圖参照）

$$i = \left[\text{定常電流, } I \right] + \left[\text{補償電流, } i_a \right]$$

$$= \frac{E}{R} + \left(-\frac{E}{R} \right) e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$$

となり、前の微分方程式から求めた結果と一致する。この考へ方からすると、電圧を加へた場合（もつと一般的にいへば回路の状態の變つた場合）における過渡現象を極めて簡単に知ることが出来るのである。

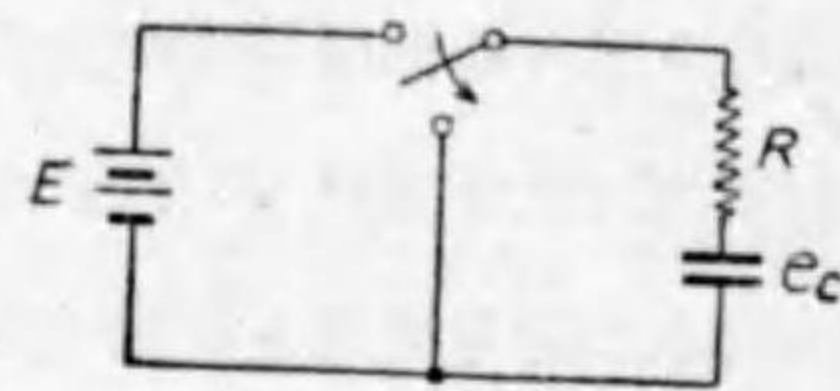
第3節 蓄電器に起る過渡現象

蓄電器における電圧と電流が

$$i = C \frac{de_c}{dt}$$

なる関係で結ばれることは、既に説明した如くである。しからばこの場合には e に突然の変化は起り得ない。何故ならば e が突然変化すれば、 $\frac{de}{dt}$ 従つて i は無限大となるのであつて、さやうなことは實際上起り得ないからである。

第66圖において先づ初めに蓄電器を E なる電圧で充電しておいて、次に S なるスイッチで切換へて、 R を通じて短絡したとする。この時 e_c は當然零になるけれども、それは瞬間的にさうなるのではなく、やはりここに過渡現象が生ずる。これを解くには次の如き順序による。



第66圖

$$e_c + e_R = 0, \quad e_R = iR = C \frac{de_c}{dt} R$$

$$e_c + RC \frac{de_c}{dt} = 0,$$

$$\frac{de_c}{e_c} = -\frac{1}{RC} dt,$$

$$\int \frac{de_c}{e_c} = -\frac{1}{RC} \int dt,$$

$$\log e_c = -\frac{1}{RC} t + C,$$

$$e_c = e^{-\frac{1}{RC} t} + C,$$

$$e_c = K e^{-\frac{1}{RC} t} \quad [K = e^C]$$

この積分定数 K を定めるには $t=0$ 、において $e_c = E$ とおけばよく、しかる時は

$$(e_c)_{t=0} = E = \left[K e^{-\frac{1}{RC} t} \right]_{t=0} = K$$

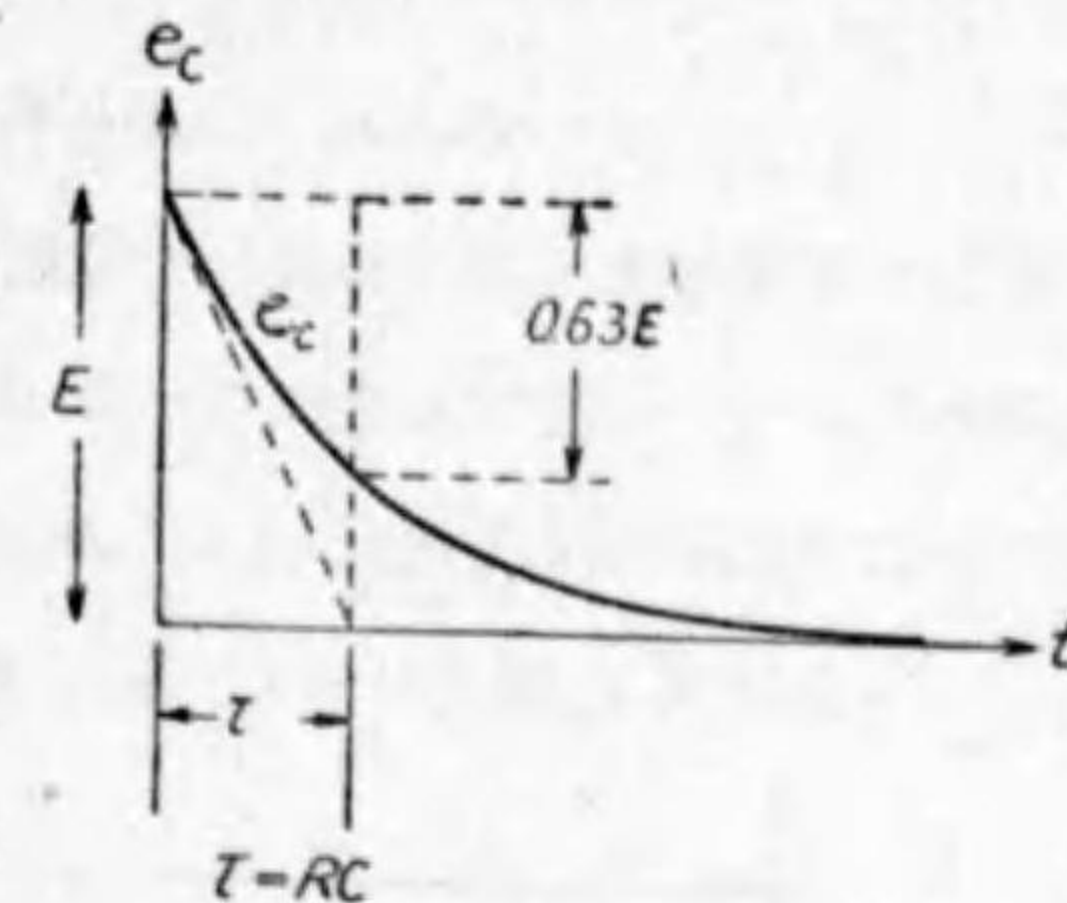
より、 $K = E$ となり、従つて

$$e_c = E e^{-\frac{1}{RC} t}$$

なる所要の結果が得られる。

第67圖はこれを圖示したもので、コイルを短絡した場合の電流の変化とよく似てゐる。この場合に時定数は、 $\tau = RC$ となる。

しからば次に C に電圧が無い場合に電源 E をつなげば、前に説明した補償電圧の觀念によりて次の如き現象が起る。即ち



第67圖

“最後には結局定常状態に達するが先づ電圧を加へた瞬間には回路内には、恰度蓄電器に加はる電圧が0となるやうに $(-E)$ なる補償電圧が発生し、しかしてこの発生した補償電圧 $(-E)$ はこの回路を短絡した時の状態と同じ傾向を以つて、次第に減衰するのである。” 仍つて蓄電器に加はる電圧は兩者の合成となり、

$$e_c = E + (-E)e^{-\frac{1}{RC} t}$$

$$= E \left(1 - e^{-\frac{1}{RC} t} \right)$$

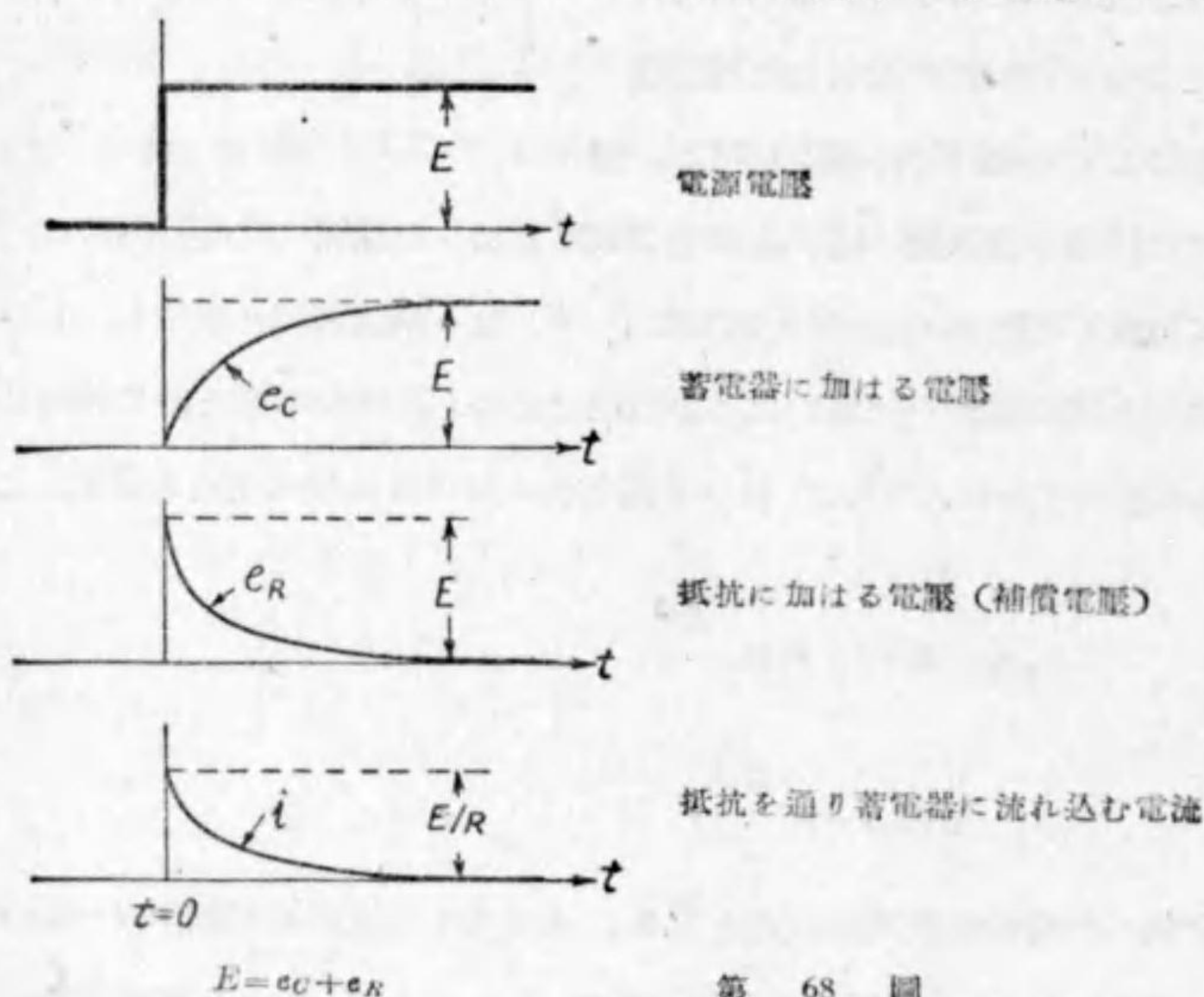
が電圧を加へた時の過渡現象の式となる。またもし蓄電器の電圧が $t=0$ の時零でなく、元々 E_0 なる電圧がある蓄電器に R を通して E なる電源電圧を加へる場合には、定常電圧は E であるが $t=0$ において、蓄電器の電圧が急激には E_0 から E 迄増加することは出来ないから、結局この回路に $t=0$ において $-(E - E_0)$ なる電圧が発生し、これが短絡せる時の過渡現象に従つて減衰する。即ちこの時の補償電圧は

$$e_a = -(E - E_0)e^{-\frac{1}{RC} t}$$

として表はされるのである。そこで實際に過渡的に生ずる蓄電器の電圧は

$$e_c = e_{cs} + e_a \quad e_c = E - (E - E_0)e^{-\frac{t}{RC}}$$

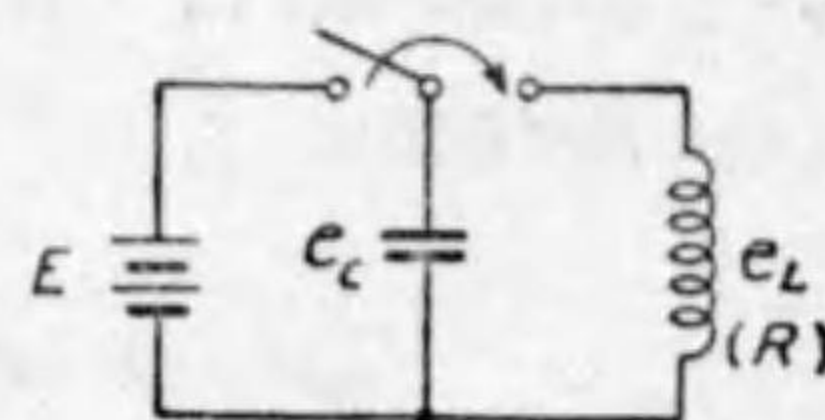
初電圧なき蓄電器を充電する場合の電圧、電流の経過は第68圖に示してある。即ち初めには e_c は零であるから、 R に E が全體的に掛るが、 C が充電されて次第にその電圧が高くなるに従ひ、 R には $E - e_c$ が掛ることになるから、 e_c が増加すると共に i は漸次減少し、 $e_c = E$ となると結局 $i = 0$ となるのである。



第 68 圖

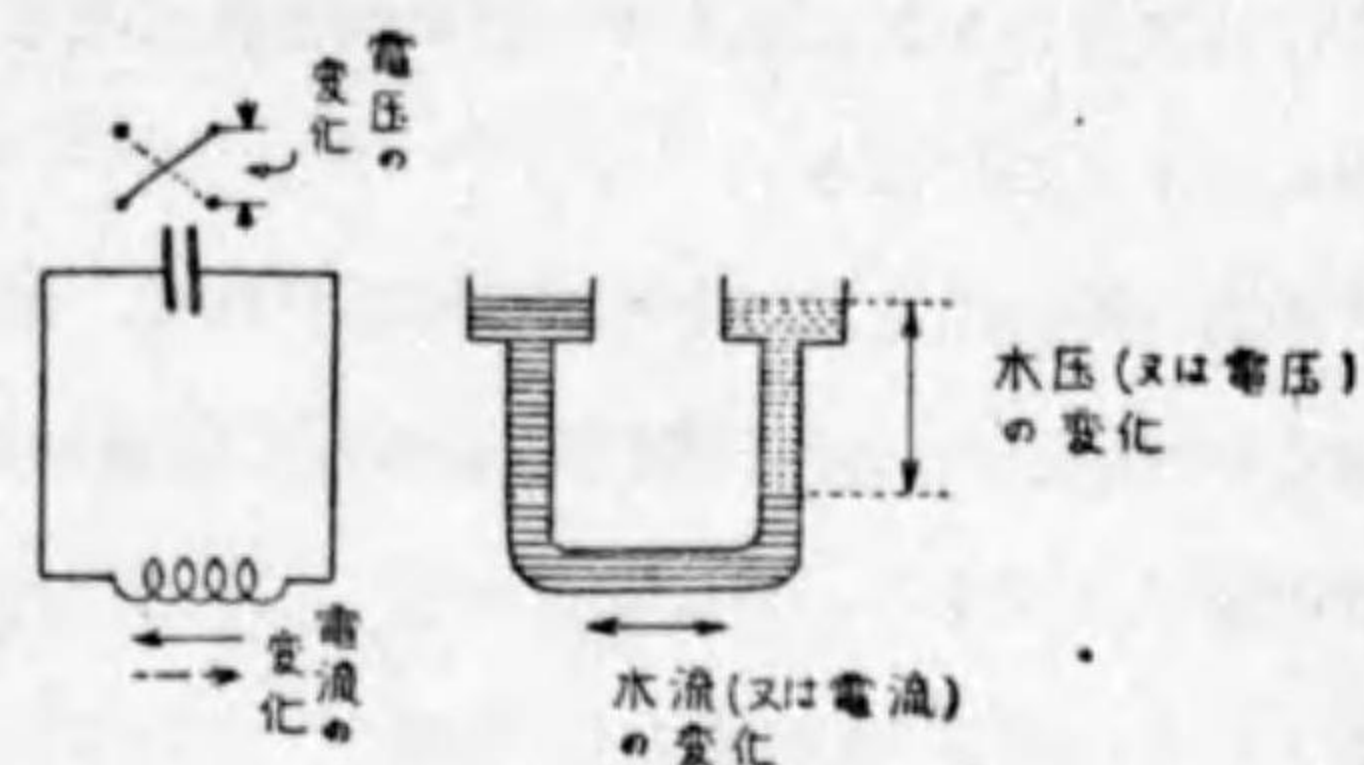
第4節 コイルと蓄電器のある回路の過渡現象

先づ第69圖において C を充電しておいて、次にその電圧を L を通して放電させる場合について考へる。この場合には少し複雑となるが、先づ第70圖の(a)に就いて水の場合の現象を考



第 69 圖

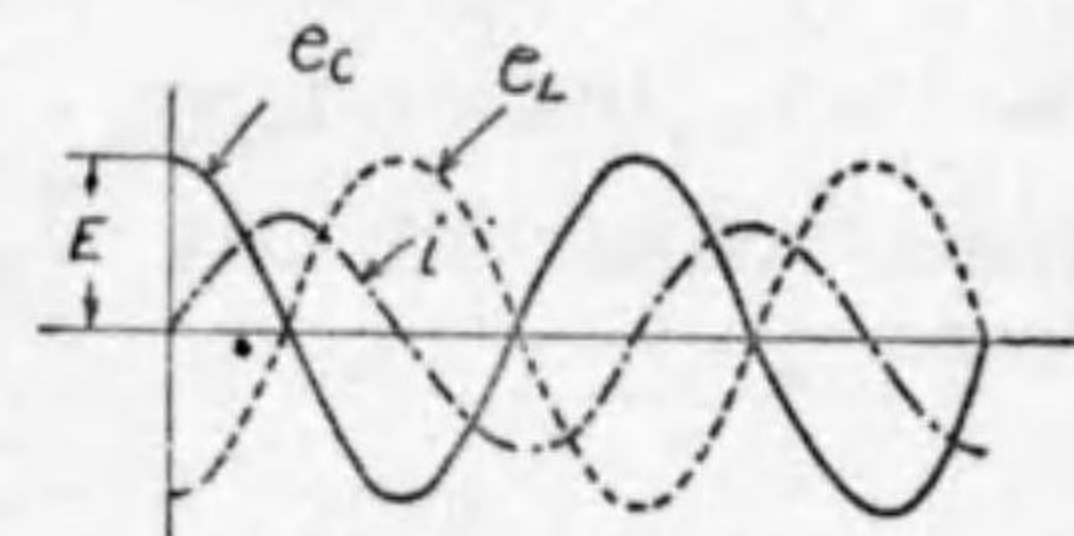
へてみると、兩水槽の水の高さを何等かの方法で少しかへておいて、これを自由にしてやれば水の高さは直ちに等しくはならず何回か振動を繰返すであらう。これは水の高さの爲に水流が生ずる、又その水流は水に質



第 70 圖

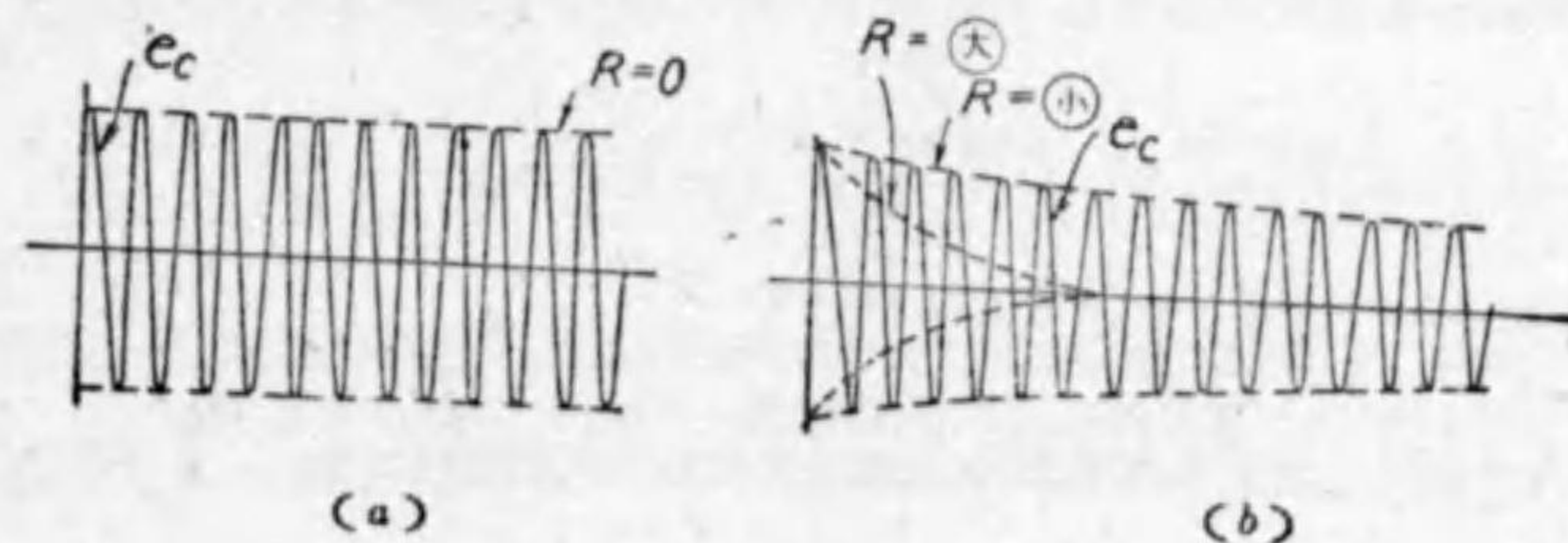
量があるために直ちには止り得ずして、平衡點を過ぎて反對のタンクの水の高さを増しめる。この操作を繰返すために、そこに振動が生ずるのである。

次に同圖の (b) を見るに、水の高さの差は電圧に相當する。これによつて電流を生ずるが、電流は水流に相當するのである。電流それ自體には水流における如き質量はないけれども、その途中にコイルがあると、その L が電流の急激な變化を妨げ、平衡状態 (即ち電圧零) を行き過ぎて蓄電器を逆に充電し、その充電が一定量に達すると、再びそれによつて今度は逆方向の電流が流れ始める。その操作が繰返されて結局電氣的の振動が生ずることとなる (第71圖参照)。



第 71 圖

水の場合もし摩擦がなければ、この振動は永久に繰返されるわけであるが、實



第 72 圖

際には摩擦のためエネルギーが消費されて次第に変化は小となり、最後に平衡状態に達するのである。

電気の場合にも回路中に抵抗がなければ、第72圖(a)のやうに振動は永久に續くが、抵抗があれば同圖(b)のやうに振幅が次第に減少し、結局或る時間の後には振動は消滅する。更に抵抗が増加すると、振動の数が減少し、結局或る抵抗の値以上になると最早振動を生じなくなる(第73圖(a)→(b)→(c))。この振動的と非振動的の限界の抵抗値は

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

で與へられる。又振動的の場合の周波数は、大體共振周波数と等しく

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

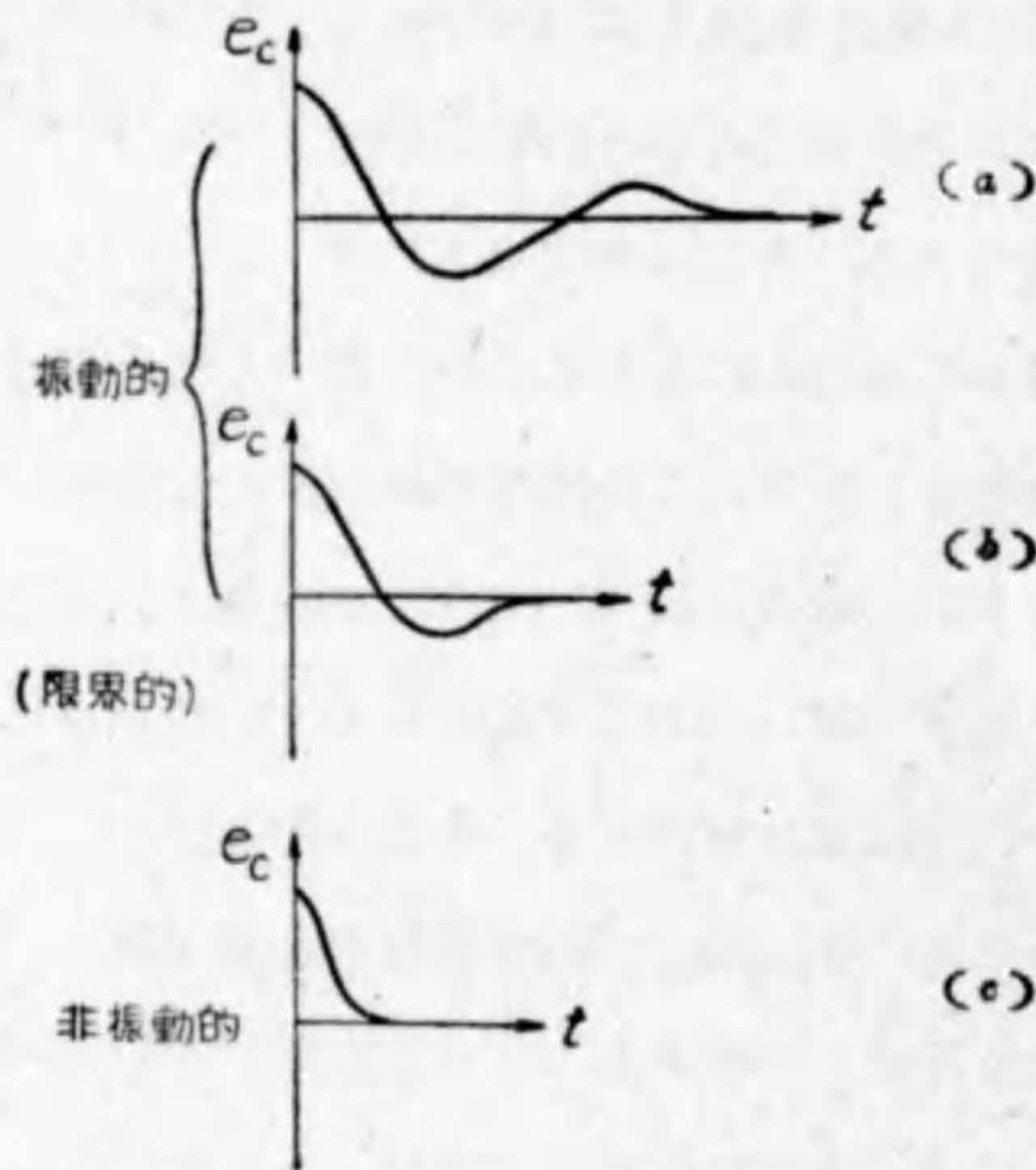
で與へられる。但し抵抗が大きくなると、僅かではあるが次第に f_0 は大きくなる。

抵抗があるための振幅の減少は $e^{-\frac{R}{2L}t}$ なる指數函数に従ふのであつて、又 e_c は最大値から出發するから $\cos \omega t$ で表はされ、結局

$$e_c = E e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t \left[\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \right]$$

なる形となるのである。また電流は $i = -C \frac{de_c}{dt}$

(第1章では蓄電器に流れ込む電流を正にとつたがここでは便宜上流れ出す電流を正にとつたから負號がつく。)



第73圖

$$\begin{aligned} i &= -C \left\{ \left(-\frac{R}{2L} \right) E e^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t - \omega E e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t \right\} \\ &= \omega C E e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t \quad (R^2 < 0 \text{ として}) \\ &= \sqrt{\frac{C}{L}} E e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t = \frac{E}{\sqrt{\frac{L}{C}}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \omega t \end{aligned}$$

となる(第71圖参照)。少し話が戻るが固有振動周波数が $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ となることは、抵抗の無い場合に就いて考へると次の如く説明出来る。即ち

$$i = -C \frac{de_c}{dt} \quad (\text{蓄電器を出てコイルを流れる電流})$$

$$e_c = L \frac{di}{dt} \quad (\text{蓄電器に發しコイルに加はる電壓})$$

$$\text{これより} \quad \frac{di}{dt} = -C \frac{d^2 e_c}{dt^2}, \quad e_c = -LC \frac{d^2 e_c}{dt^2}$$

ところが前述の如く

$$e_c = E \cos \omega t$$

で表はすことも大體理解出来るから

$$E \cos \omega t = LC \omega^2 E \cos \omega t$$

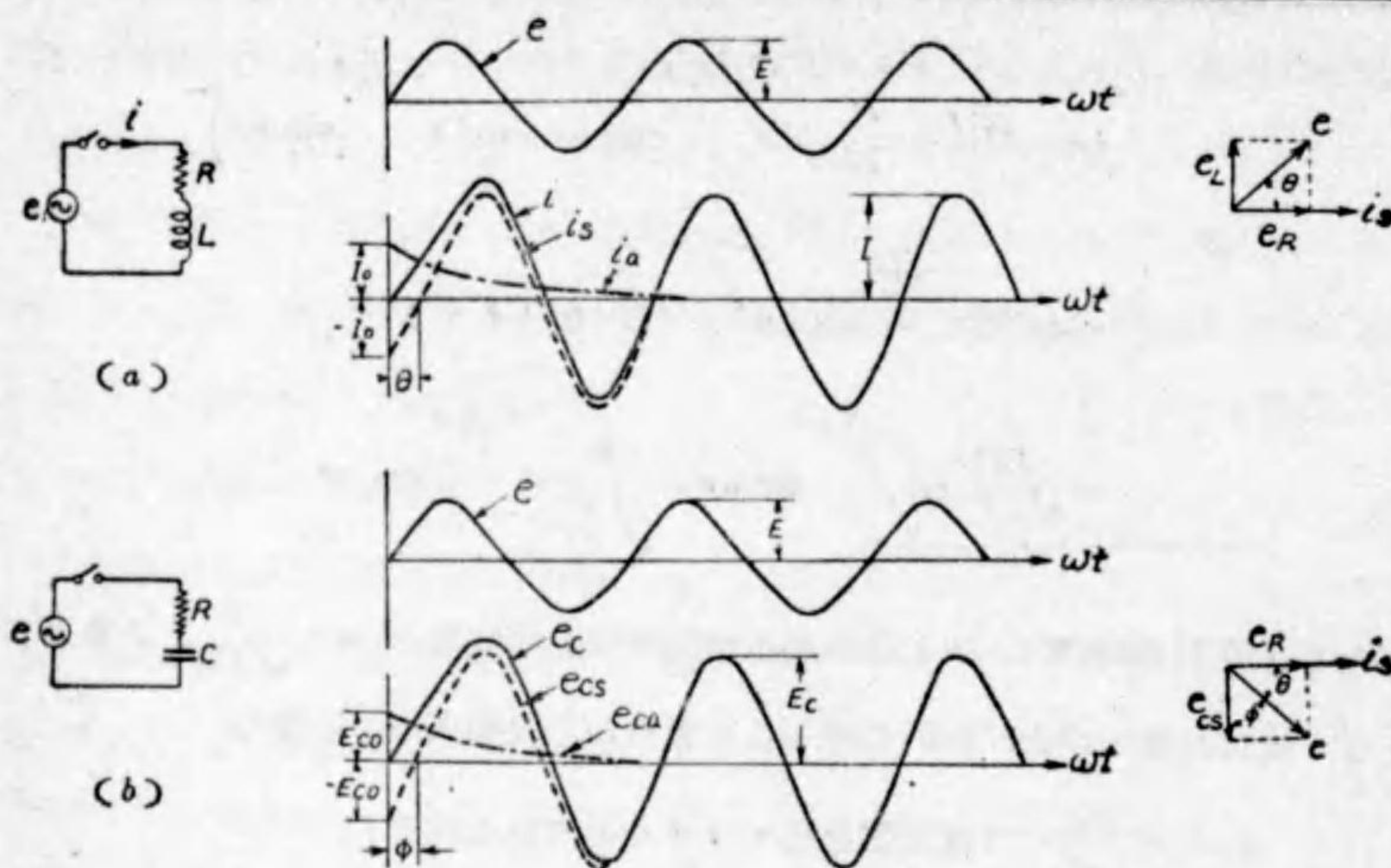
$$\text{仍つて} \quad LC \omega^2 = 1 \rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

なる結果が得られるのである。

第5節 交流電壓を加へた場合の過渡現象

C 又は L を含む回路に交流電壓を加へた場合の過渡現象も、直流の時と同様に補償電壓、又は電流の原理で解決することが出来る。

先づ初めに第74圖(a)の如く R と L との回路に就いて考へると



第 74 圖

$$e = E \sin \omega t$$

がこの回路に加はつてゐる時、定常状態では

$$i_s = I \sin (\omega t - \theta) \quad [i_s = \text{定常電流}]$$

なる電流がこの回路に流れる。ここに $I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ で、又 θ は i が e より

$\theta \tan \theta = \frac{\omega L}{R}$ 即ち、 $\theta = \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$ だけ遅れてゐることを示すものである。

従つてもし $e=0$ の時に電圧を加へたとすると、その時の電流は $(i)_{t=0}$ であるから

$$i_{t=0} = [I \sin (\omega t - \theta)]_{t=0} = -I \sin \theta \quad (\text{これを } -I_0 \text{ とする})$$

となる。しかし例によつて、 I を流れる電流が 0 から急激にこの値迄突然変化することは不可能である。そこでこの間を連絡する爲に e を加へると同時に $(-I_0)$ と大きさ同じで方向が反対なる $(+I_0)$ なる補償電流がこの回路に発生するのである。

しかしこの電流は過渡的に生じたものであるから、次第に減衰し去るのであつ

てその減衰の仕方は I_0 なる電流が流れてゐる LR 回路を短絡した時と全く同じである。即ち

$$i_a = (+I_0) \epsilon^{-\frac{R}{L}t} = (+I \sin \theta) \epsilon^{-\frac{R}{L}t} \quad [i_a = \text{補償電流}]$$

そこで全體の過渡電流は

$$i = [\text{定常電流}] + [\text{補償電流}]$$

$$= I \sin (\omega t - \theta) + I \sin \theta \epsilon^{-\frac{R}{L}t}$$

$$= \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left\{ \sin (\omega t - \theta) + \sin \theta \epsilon^{-\frac{R}{L}t} \right\}$$

として表はされるのである。

R と C とが含まれる回路においても、上と全く同様な考へ方をすることが出来る。即ち e と定常状態における蓄電器の電圧 e_c との関係は第74圖 (b) のベクトル圖からも明かなる如く

$$e = E \sin \omega t$$

$$e_{cs} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 C^2 + 1}} \sin (\omega t - \phi) \quad \left[\tan \phi = \frac{1}{R\omega C} \right]$$

となる。なぜならば

$$E_{cs} = I \frac{1}{\omega C} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \frac{1}{\omega C} = \frac{E}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}} \quad \text{となるからである。}$$

仍つて $t=0$, $e=0$ の時の e_{cs} は

$$[e_{cs}]_{t=0} = [E_{cs} \sin (\omega t - \phi)]_{t=0} = -E_{cs} \sin \phi$$

しかるに e_c は蓄電器の性質上 e を加へた瞬間に、零からこの値迄突然に変化することは出来ない。それは回路に抵抗があるため無限大の電流は流れ得ないからである。そこで回路中にこの変化を補償する如き電圧 e_{ca} が発生する。これは

$[-E_{cs} \sin \phi]$ と大きさ等しく方向反対であり、また時間と共に減衰する。減衰の仕方は蓄電器に $E_{cs} \sin \phi$ なる電圧がある場合の回路を抵抗を通して放電した場合と等しい。即ち

$$e_{ca} = E_c \sin \phi e^{-\frac{t}{CR}}$$

そこで e を加へた瞬間から、或る僅かな時間の間 e_c における過渡現象は次の式によつて表されることになる。

$$\begin{aligned} e_c &= \text{〔定常電圧〕} + \text{〔補償電圧〕} \\ &= E_{cs} \sin(\omega t - \phi) + E_{cs} \sin \phi e^{-\frac{t}{CR}} \\ &= \frac{E}{\sqrt{1 + \omega^2 C^2 R^2}} \left\{ \sin(\omega t - \phi) + \sin \phi e^{-\frac{t}{CR}} \right\} \end{aligned}$$

この場合の過渡電流は必要があれば

$$i = C \frac{de_c}{dt}$$

なる関係を利用して、上式から簡単に求めることが出来る。

又以上の論理よりもし i_s 又は e_{cs} が 0 なる如き瞬間ならば、突然電圧を加ふるとも、何ら過渡現象が生ぜず、直ちに定常状態に入ることがわかる。何故ならばこの場合には電流、電圧に不連続が起らぬからである。

また交流電圧の加はつてゐる回路を、遮断または短絡した場合には、その時コイルにある電流又は蓄電器にある電圧（いずれも直流と考へてよい）に従つて直流回路の場合と全く同じ過渡現象が生ずるのである。

上の如き補償電圧の考へ方は、又 L, C, R を含む回路にも應用出来るが、ここでは特に實際上興味ある場合、即ち加へる電圧の周波数が回路の共振周波数

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ と一致してゐる場合に就いて考へてみよう。今、電源電圧を

$$e = E \sin \omega t$$

とすれば、この回路がこれに共振してゐる場合には

$$i = \frac{E}{R} \sin \omega t$$

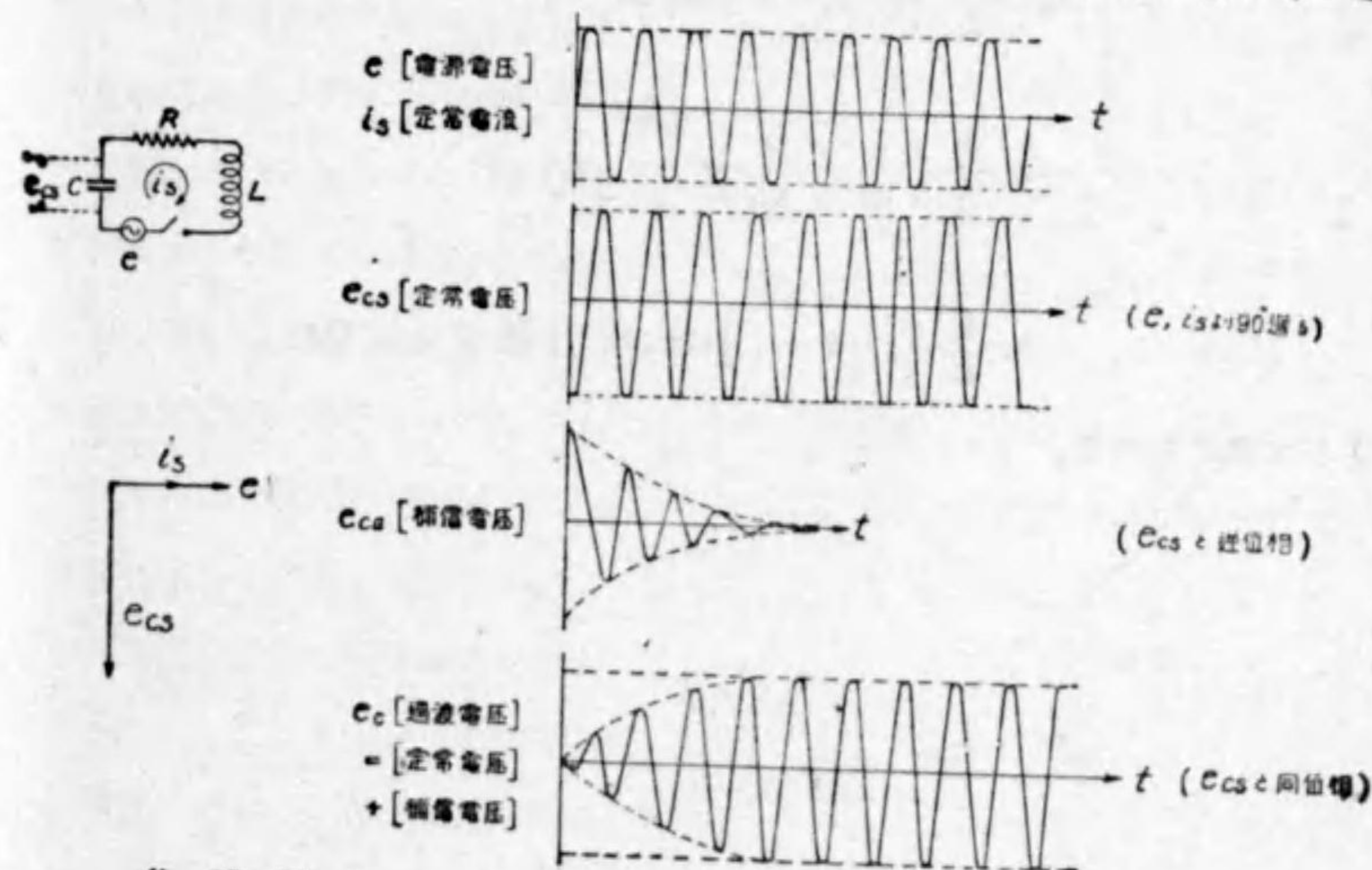
となり、又 ω はこれより 90° 位相は遅れ、又その大きさは $\frac{E}{R} \left(\frac{1}{\omega C} \right)$ であるから

$$e_c = -\frac{E}{R} \left(\frac{1}{\omega C} \right) \cos \omega t$$

となることは明らかである。

一般に L, C の両者が含まれてゐる回路では、補償電流と補償電圧が同時に生ずる。しかしこの場合には電源電圧と定常電流とは同位相であり、従つて簡単のために定常電流の 0 なる時に電圧を加へるものとすれば、前にも一寸述べた如く L による補償電流は生じないと考へて宜しい。

しかし e_c は 0 から、 $(e_c)_{t=0}$ なる上の値迄急激に変化は起し得ないから、これを補償するための $+\frac{E}{R} \left(\frac{1}{\omega C} \right)$ なる電圧が生じ、この電圧が短絡の時の過



第 75 圖

波現象に従つて、減衰する。即ち

$$e_a = \frac{E}{R} \left(\frac{1}{\omega C} \right) \varepsilon^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t$$

しかして過渡電圧 e_c は

$$e_c = (\text{定常電圧}) + (\text{補償電圧})$$

であるから

$$e_c = -\frac{E}{R} \left(\frac{1}{\omega C} \right) \left(1 - \varepsilon^{-\frac{R}{2L}t} \right) \cos \omega t$$

となるのであつて、これは第75圖に示されてゐる。

また過渡電流が必要な場合には

$$i = C \frac{de_c}{dt} \quad \text{から} \quad (C \text{ に流れ込む電流を正にとる})$$

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{R}{2L}t} \right) \sin \omega t$$

$$+ \frac{E}{R} \left(\frac{1}{\omega} \right) \left(\frac{R}{2L} \right) \varepsilon^{-\frac{R}{2L}t} \cos \omega t$$

$$\approx \frac{E}{R} \left(1 - \varepsilon^{-\frac{R}{2L}t} \right) \sin \omega t \quad (R \approx 0 \text{ として})$$

として求められる。

第5章 分布定数回路

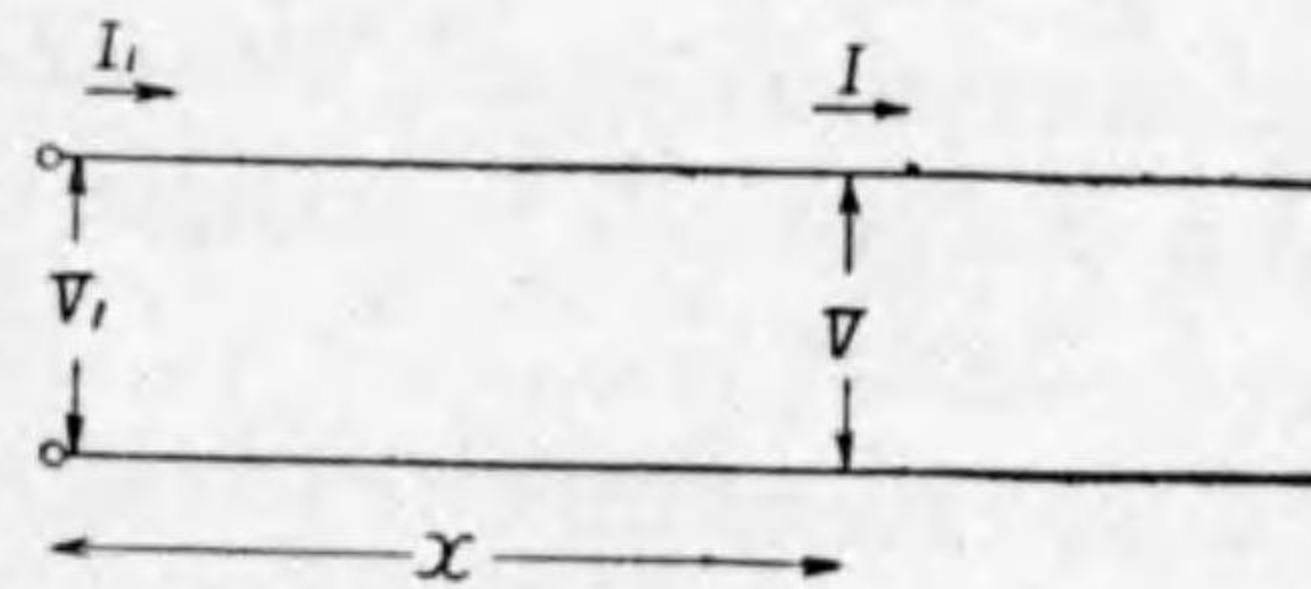
第1節 分布定数回路の概念

今迄述べたところでは、凡て L はコイル、 C は蓄電器、 R は抵抗にありと考へてゐた。即ちそれ等は集中して存在してゐると考へてゐたが、 L, C, R は一本又は二本の線にも存在するのであつて、この場合には集中せずに“分布”してゐる。かやうな状態にある電話線、饋電線（一般に傳送線）や空中線を分布定数回路といふ。以下主として傳送線の場合に就いて述べる。

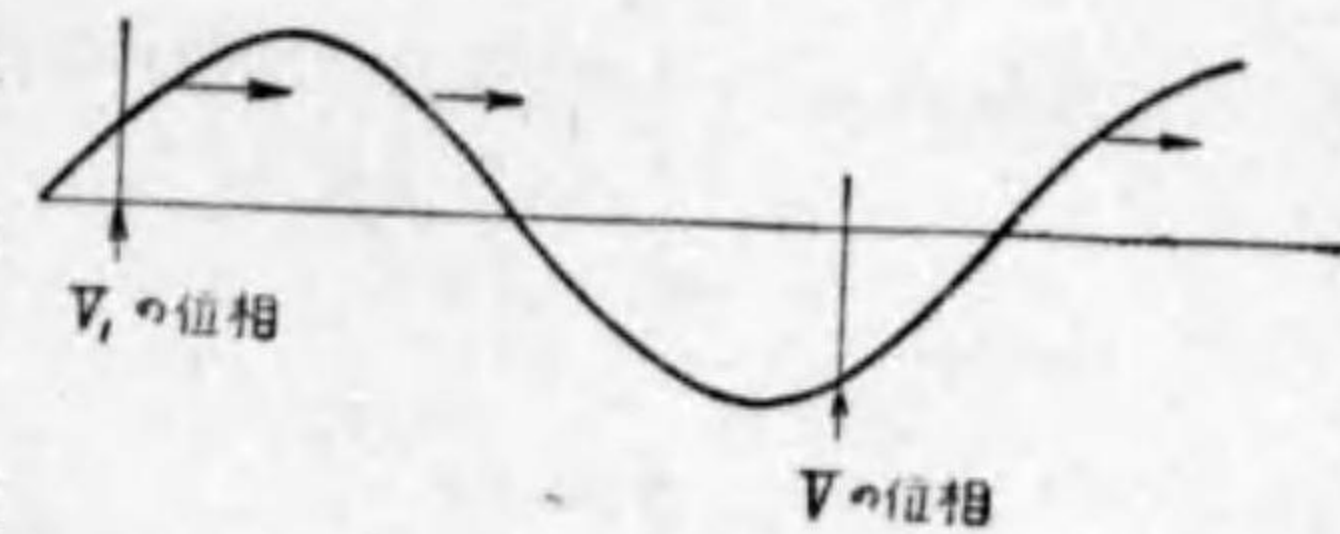
第2節 無限長線路

第76圖の如き線路を電圧、電流が傳はる状態は電波の傳播に類似してゐる。即ち一つの現象が瞬間的でなく、或一定の速度を以て他の地點に傳はるのである。但し電波の如く四方に擴がることはないから、線路に損失即ち抵抗さへなければ任意の點の電圧、電流の振幅は送電端に於ける振幅に等しい。但しこの場合でも或る瞬間に於ける位相は場所によつて異なる。何故ならば、交流電圧、電流は第77圖の如き正弦波をなし、これがその形のまゝで線路を移動してゆくが故である。

また線路の中に抵抗がある場合には V の振幅と位相とが V_1 (第76圖参照) と

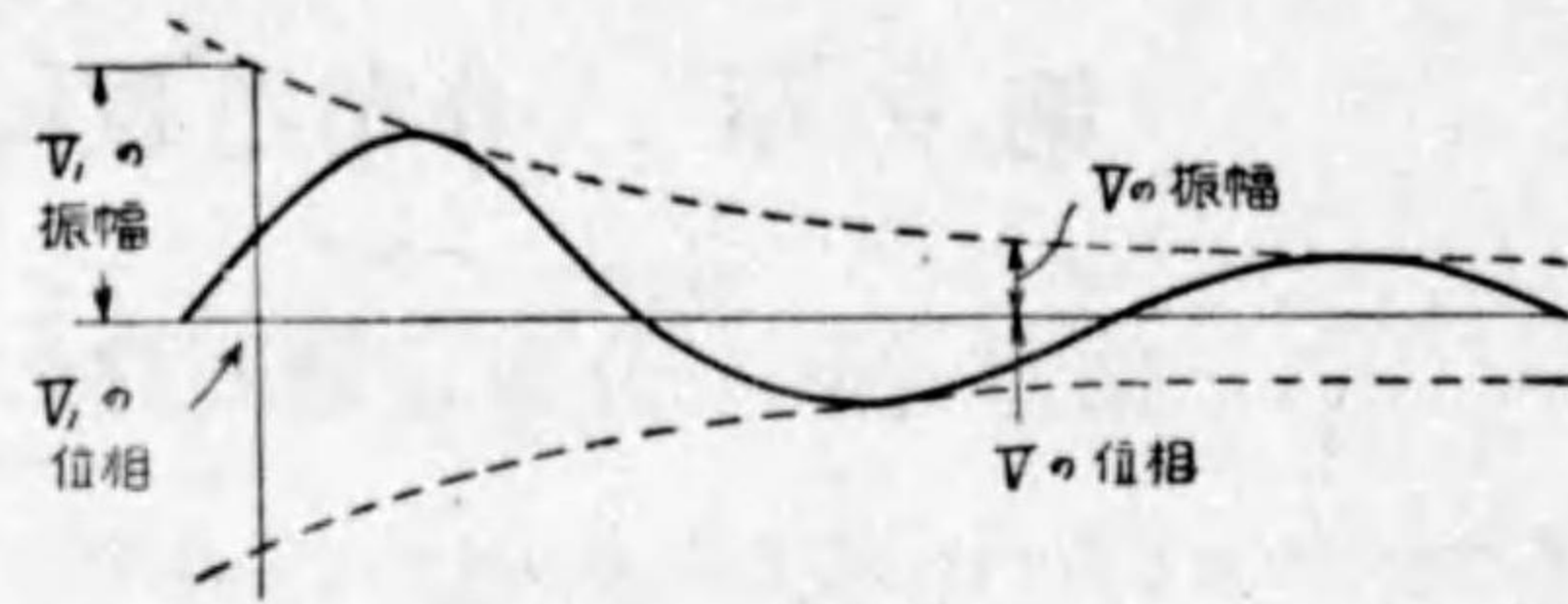


第76圖



第77圖

違ってくる。即ち第78
圖に示すが如く、正弦
波形が進行すると共に
次第に振幅が減少する
のである。



第 78 圖

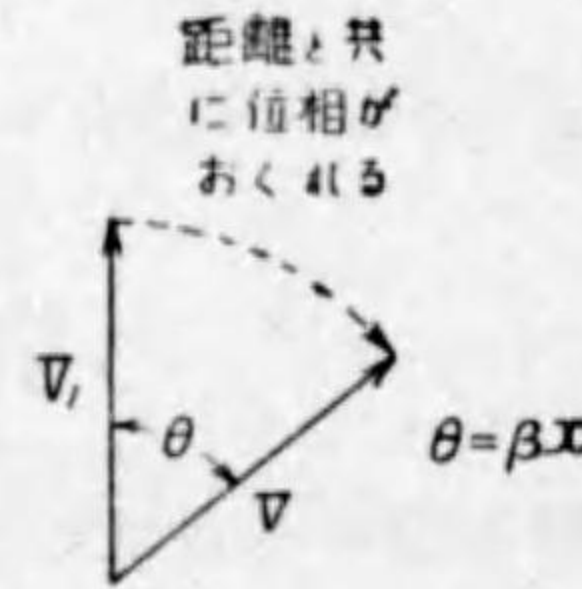
この振幅の減り方は、
電波の時や過渡現象の場合と同じく指数的である。即ち

$$V = V_1 e^{-\alpha x}$$

$$I = I_1 e^{-\alpha x}$$

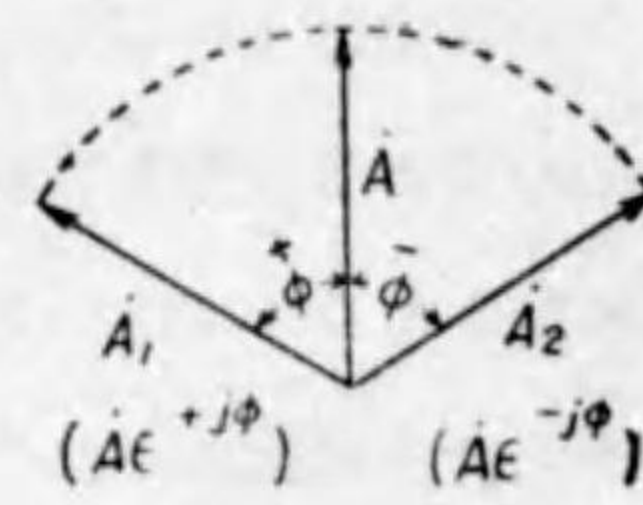
で、また電圧も電流もその振幅の減り方は同じである。

また位相の変化も距離に比例することは、正弦波形が
一定の速度で線路上の上を移動すると考へれば、第79圖か
ら容易に理解出来るであらう。即ち位相は $\theta = \beta x$ と
表すことが出来る。



第 79 圖

この場合、極座標を用いたベクトルの表し方をすると
便利である。即ち第80圖に於いて \dot{A} を基本ベクト
ルとすると、 \dot{A}_1 及び \dot{A}_2 は、振幅は \dot{A} と同じで位
相がそれぞれ \dot{A} より ϕ だけ進み又は遅れてゐるから



第 80 圖

$$\dot{A}_1 = \dot{A} e^{+j\phi}$$

$$\dot{A}_2 = \dot{A} e^{-j\phi}$$

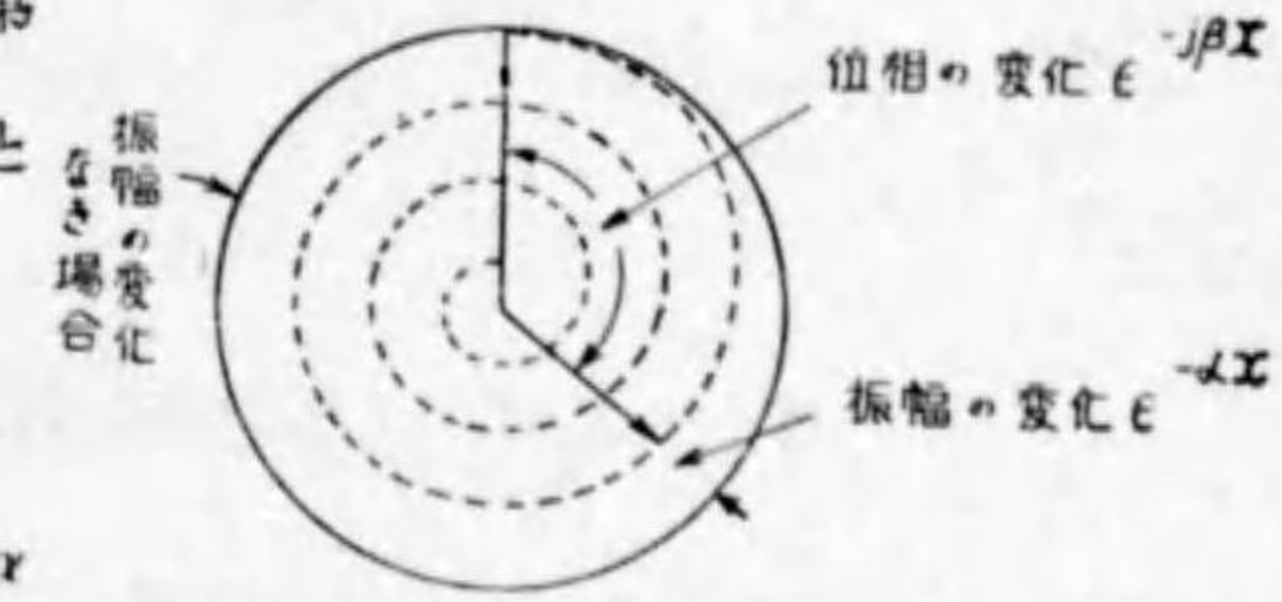
と表すことが出来る。この表し方を用ひると V_1 と V との関係は、振幅の減衰
のない場合には（以下ベクトルの点を略す）

$$V = V_1 e^{-j\theta} = V_1 e^{-j\beta x}$$

となるが、更に振幅も變化してゐるとすると

$$V = (V_1 e^{-\alpha x}) e^{-j\beta x} = V_1 e^{-\alpha x - j\beta x} = V_1 e^{-(\alpha + j\beta)x}$$

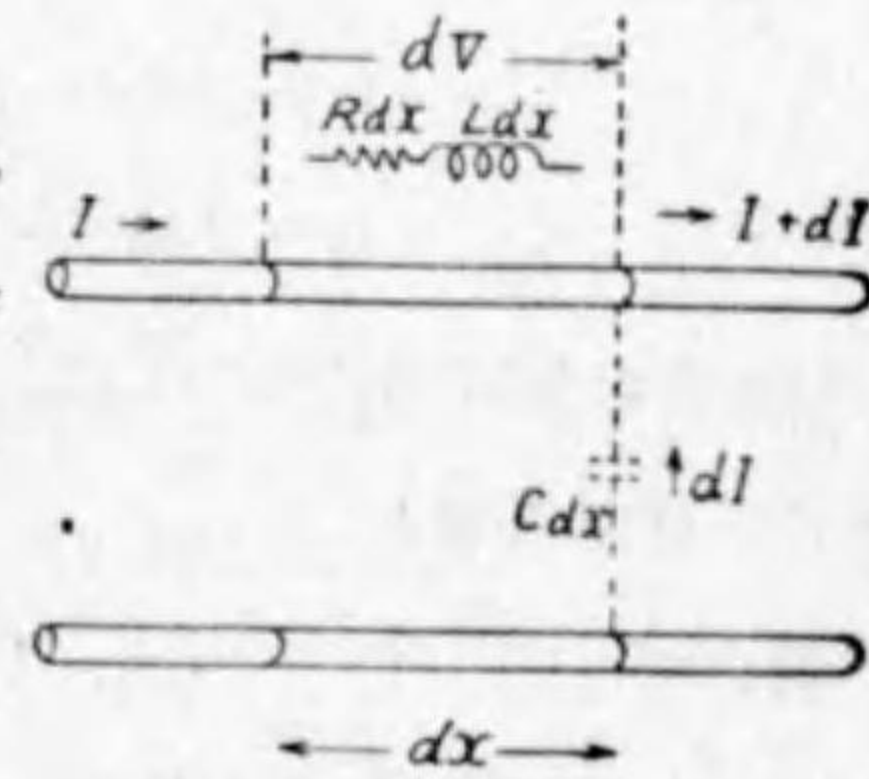
これをベクトル圖で表はすと、第
81圖の如くなる。電流の方もこれと
全く同じ形で表すことが出来る。
次に考ふべきことは V_1 と I_1 、
 V と I の関係及び $\alpha + j\beta$ の中の α
及び β の値である。これを調べる



第 81 圖

には次のことを知つてをらなければならぬ。

今第82圖に就いてこの線路の單位長毎の抵抗、
インダクタンス、容量を R, L, C とすると、 dx
なる微小長に對する上記電氣定数はそれぞれ



$$R dx, L dx, C dx$$

となる。

このことから次の式が出る。

$$-dV = (R dx + j\omega L dx) I = (R + j\omega L) I dx$$

$$-dI = j\omega C dx V = j\omega C V dx, \left(-\frac{V}{I} = I \text{ なる故} \right)$$

$$\text{即ち } -\frac{dV}{dx} = (R + j\omega L) I,$$

$$-\frac{dI}{dx} = (j\omega C) V, \quad \left[\begin{array}{l} x \text{ が増すと } V, I \text{ が減るから} \\ \text{負號がつく} \end{array} \right]$$

この式と前に得た

$$\begin{aligned} V &= V_1 e^{-(\alpha + j\beta)x} \\ I &= I_1 e^{-(\alpha + j\beta)x} \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \alpha: \text{“減衰定数”} \\ \beta: \text{“位相定数”} \end{array} \text{といふ} \right)$$

とを組合せると

$$-\frac{dV}{dx} = V_1(\alpha + j\beta)e^{-(\alpha + j\beta)x} = (R + j\omega L)I = (R + j\omega L)I_1 e^{-(\alpha + j\beta)x}$$

$$-\frac{dI}{dx} = I_1(\alpha + j\beta)e^{-(\alpha + j\beta)x} = (j\omega C)V = (j\omega C)V_1 e^{-(\alpha + j\beta)x}$$

仍つて

$$V_1(\alpha + j\beta) = (R + j\omega L)I_1, \quad \frac{V_1}{I_1} = \frac{R + j\omega L}{\alpha + j\beta}$$

$$I_1(\alpha + j\beta) = (j\omega C)V_1, \quad \frac{V_1}{I_1} = \frac{\alpha + j\beta}{j\omega C}$$

これ等上下の二つが等しいことから

$$(\alpha + j\beta)^2 = j\omega C(R + j\omega L)$$

$$\alpha^2 + j2\alpha\beta - \beta^2 = j\omega CR - \omega^2 LC$$

j を含む方程式に於いては、實數項の和と虚數項の和とがそれぞれ獨立に零でなければならぬ。

仍つて

$$\alpha^2 - \beta^2 = -\omega^2 LC$$

$$2\alpha\beta = \omega CR$$

この聯立方程式を解くと

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)}\omega^2 C^2 - (\omega^2 LC)]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)}\omega C - \omega^2 LC]}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)}\omega^2 C^2 + (\omega^2 LC)]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}[\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2)}\omega C + \omega^2 LC]}$$

となる。

しかるに實際の場合には、 $R \ll \omega L$ であるから

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}[\omega^2 LC \sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2} - \omega^2 LC]}$$

$$\approx \sqrt{\frac{1}{2}[\omega^2 LC \left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2\right\} - \omega^2 LC]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{2}\left[\omega^2 LC \times \frac{1}{2}\left(\frac{R}{\omega L}\right)^2\right]}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \frac{\omega^2 LC}{\omega^2 L^2} R^2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} R$$

となる。このやうに差の計算の場合には、簡単に $R=0$ とはおけない。何故ならばさうすると、 $\alpha=0$ となり $\alpha = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} R$ とは大きなちがひとなるからである。 β の方は

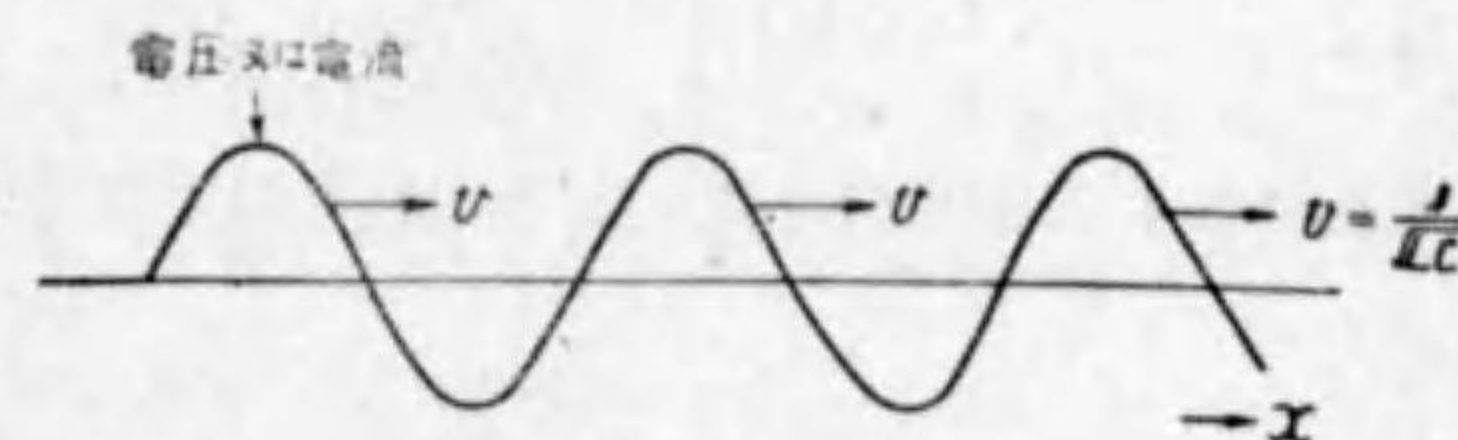
$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}(\omega^2 LC + \omega^2 LC)} = \omega \sqrt{LC}$$

で、この場合には $R=0$ においても差支ない。何故ならば、 R が小さい値としても、 $R=0$ の場合の $\omega \sqrt{LC}$ からの変化は僅かだからである。

尚ほ電壓、電流が伝送線を

傳はる時にも、電波の時と同様に v (速度) = f (周波数)

$\times \lambda$ (波長) なる関係がある。



第83圖

λ は位相が等しい二點間の距離であるから、 $\beta x = 2\pi$ より $x = \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$ として求められ、従つて伝送線を傳はる電壓、電流の速度は

$$v = f \times \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

となる (第83圖)。

即ちこの場合には、電波に於ける如く v は一定ではなく、 L 及び C が小なる程早くなる點に注意を要する。

かくして α 及び β が定つたから V, I は次の如く表せる。

$$\begin{cases} V = V_1 e^{-\left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} R + j\omega \sqrt{LC} \right] x} \\ I = I_1 e^{-\left[\frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} R + j\omega \sqrt{LC} \right] x} \end{cases}$$

次に V と I , V_1 と I_1 との関係は、先づ上式から

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I_1}$$

なることが判る。これは線路上如何なる點でも電壓と電流との比は一定で、入力端から見たインピーダンス $\frac{V_1}{I_1}$ に等しいことを意味する。 $\frac{V_1}{I_1}$ の値が如何になるかといふと、それは前に

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{\alpha + j\beta}{j\omega C} = \frac{R + j\omega L}{\alpha + j\beta}$$

なる関係が判つてゐるから、これから求めればよい。第一の關係を用ひると、

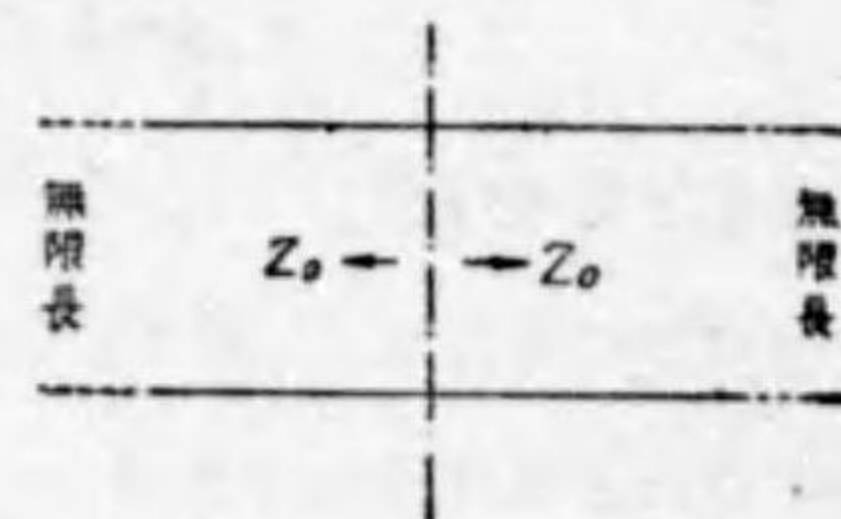
$$\begin{aligned} \frac{V_1}{I_1} &= \frac{\alpha}{j\omega C} + \frac{\beta}{\omega C} = j \frac{1}{2} \sqrt{\frac{C}{L}} R + \frac{\omega \sqrt{LC}}{\omega C} \\ &= j \frac{1}{2} \frac{R}{\omega \sqrt{LC}} + \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned}$$

この場合も R が充分小さいといふ假定の下に於いては、第一項は閉却してよく従つて

$$\frac{V}{I} = \frac{V_1}{I_1} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

となり、これは周波數に無關係となる。但しこの場合 R が小さいと假定してゐることを忘れてはならぬ。尤も普通の場合には、この通りに考へて實用上差支ない。

かくして無限長の線路上の任意の點に於ける電壓と電流の關係は $\sqrt{\frac{L}{C}}$ となることが判つた。これをその線路の“波動 (surge) インピーダンス”又は“特性 (characteristic) インピーダンス”といひ、 Z_0 を以て表す。



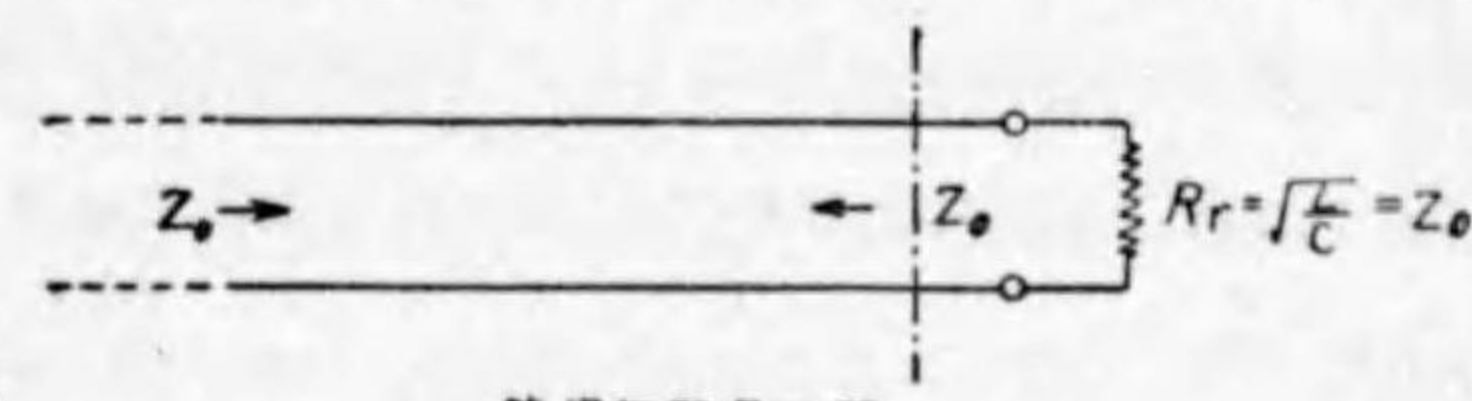
第 84 圖

これは換言すれば、無限長の線路は何處で切つても、その入力端からみたインピーダンスは $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ であることを意味する (第 84 圖)。

第 3 節 等價無限長線路

前述の如く無限長線路は、それを何處で切つてもその切口からみたインピーダンスは $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ となる。

無限長線路に於ける電壓、電流の分布は、前述の如く極めて簡單になるが、それが有限長となると問題は極めて複雑して來る。



等價無限長回路

第 85 圖

併し特に切口に $\sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$ に等しい値の抵抗をつないだ

場合には、その線路の電壓電流の分布は無限長の場合と全く同じになる。それは線路の電壓、電流はそのさきに實際は何であらうとも $\sqrt{\frac{L}{C}}$ に等しいインピーダンスがあれば、線路の延長とみてその儘傳はつて行くからである。かやうな線路を“等價無限長線路”といひ、言葉をかへると等價無限長線路に於いては、終端に於いても反射を生じないのである (第 85 圖)。

第 4 節 送端受端に於ける反射

無限長線路の一端を切つて、ここに $\sqrt{\frac{L}{C}}$ と大きさの違ふインピーダンスをつないだ場合には、一般に反射が起る。それは電流がここ返來ると、俄然異つたインピーダンスに衝突し、そこに變化が生ずるからである。

理解の便宜上、初めに二つの波動インピーダンスの異なる線路の接續點に於ける反射現象に就いて説明する。第 86 圖の第一の線路及び第二の線路のインピーダンスをそれぞれ Z_0 及び Z_1 とする。反射といふものは到達した電壓、電流の

一部はそのまま通過して第二の線路に侵入し残りの一部は第一の線路に逆行する現象であるが、この際

$$I_3 = I_1 - I_2$$

$$V_1 + V_2 = V_3$$

なる関係が存在することは、電圧、電流の連続性を考へれば容易に理解出来る。但し煩雑を避けるためベクトルの記號は附してゐないが、電圧 V 、電流 I 、インピーダンス Z は凡て複素量なるものとする。又ここで反射のために生ずる反射點の電圧は、ベクトル和になることに注意を要する。このことは例へば水流を突然止めれば、水壓の方はそこで急に高くなることから、大體類推出來るであらう。しかるに

$$V_1 = I_1 Z_0, \quad V_2 = I_2 Z_0, \quad V_3 = I_3 Z_r = (I_1 - I_2) Z_r$$

であるから

$$I_1 Z_0 + I_2 Z_0 = I_1 Z_r - I_2 Z_r$$

となり、これより

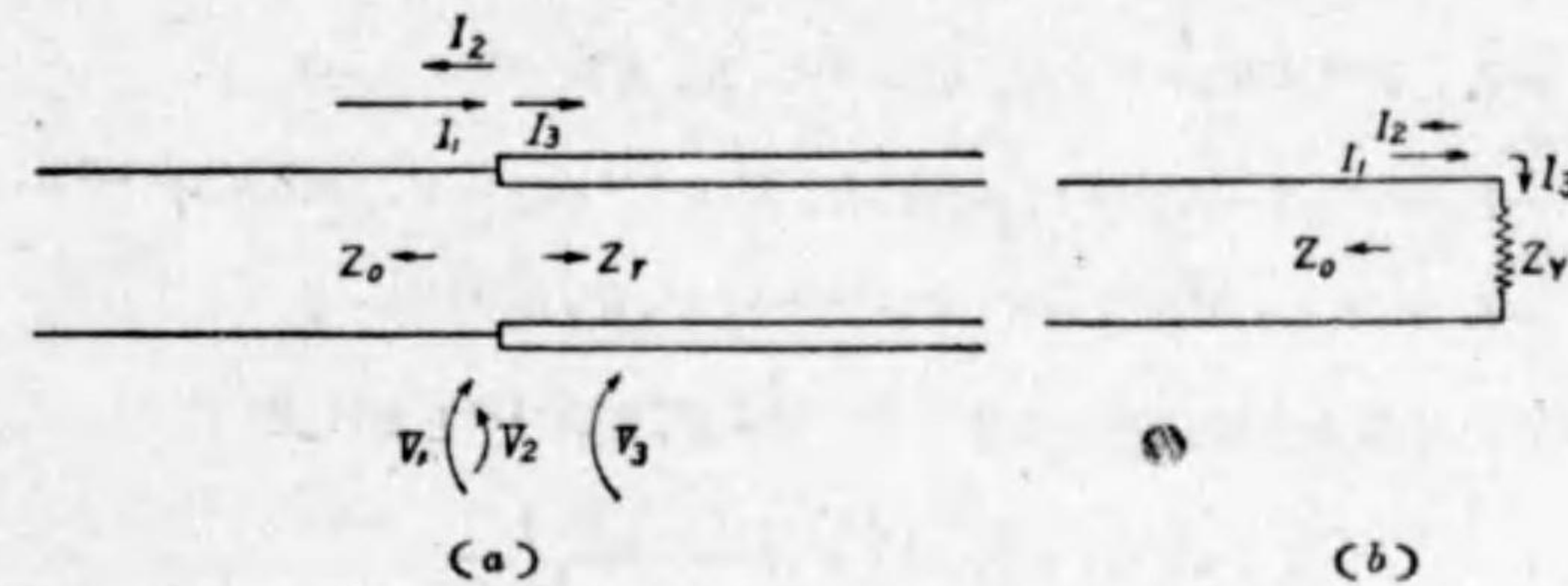
$$I_2 = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0} I_1 = \dot{K}_r I_1$$

なる関係が得られる。この \dot{K}_r が“電流反射率”といはれるもので、第一線路と第二線路の波動インピーダンスの不同の大小によつて定まるものである。

また本式で Z_r, Z_0 が實數ならば、 \dot{K}_r は直接大きさを現はすが、 Z_r が一般のインピーダンス、即ち複素數の場合はこれはベクトル量であつて、従つて大きさの比並に位相の變化を表はすものと考へればよい。

また第二線路の代りに Z_r なる負荷抵抗をつないでも、第一線路の電圧、電流としては、負荷が實際の抵抗か又は線路かは識別し得ないから、上と全く同じ現象が起るのである。

また送電端も無限長でなく、有限のところ電源が接続されてゐる場合には、そ



第 86 圖

の電源の内部インピーダンスが、線路の波動インピーダンスに一致してゐないと一度受電端から反射してくる上記の I_2 が、再び送電端で反射されて又後戻りしこれを繰返すこととなる。この現象は途中の抵抗損失によりて減衰し去る迄繰り返るのである。

今第87圖の如き場合に起る現象を定量的に取扱つてみよう。同圖に示す記號

を用ひれば

第 87 圖

$$I_{1r} = \frac{E}{Z_0} \varepsilon^{-\gamma l} = I_{1s} \varepsilon^{-\gamma l} \quad (\gamma = \alpha + j\beta)$$

$$I_{2r} = K_r I_{1s} \varepsilon^{-\gamma l}$$

$$I_{2s} = K_r I_{1r} \varepsilon^{-2\gamma l}$$

$$I_{3s} = K_s K_r I_{1s} \varepsilon^{-2\gamma l}$$

$$I_{3r} = K_s K_r I_{1r} \varepsilon^{-3\gamma l}$$

受電端の電流はかやうに何度も反射を繰返したものの重量であつて、その値は次の如き等比級數で示されることとなる。

$$\begin{aligned}
 I_r &= I_{1,r} - I_{2,r} + I_{3,r} - I_{4,r} + \dots \\
 &= I_{1,s} (\varepsilon^{-\gamma l} - K_r \varepsilon^{-\gamma l} + K_s K_r \varepsilon^{-3\gamma l} - K_s K_r^2 \varepsilon^{-5\gamma l} + \dots) \\
 &= I_{1,s} \varepsilon^{-\gamma l} [(1 - K_r) + (1 - K_r) K_s K_r \varepsilon^{-2\gamma l} + (1 - K_r) K_s^2 K_r^2 \varepsilon^{-4\gamma l} + \dots] \\
 &= I_{1,s} \varepsilon^{-\gamma l} (1 - K_r) [1 + K_s K_r \varepsilon^{-2\gamma l} + (K_s K_r)^2 \varepsilon^{-4\gamma l} + \dots]
 \end{aligned}$$

しかるに括弧内は等比級数であつて、 $x = K_s K_r \varepsilon^{-2\gamma l}$ とおけば

$$[] = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{1}{1-x}$$

となるから、結局

$$I_r = I_{1,s} \frac{\varepsilon^{-\gamma l} (1 - K_r)}{1 - K_s K_r \varepsilon^{-2\gamma l}} = \frac{E_0}{Z_0} \frac{\varepsilon^{-\gamma l} (1 - K_r)}{1 - K_s K_r \varepsilon^{-2\gamma l}}$$

として表はされる。

しかるに前に述べた如く電流の反射率は、受端に於いては

$$K_r = \frac{Z_r - Z_0}{Z_r + Z_0}$$

で、また送電端では

$$K_s = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$$

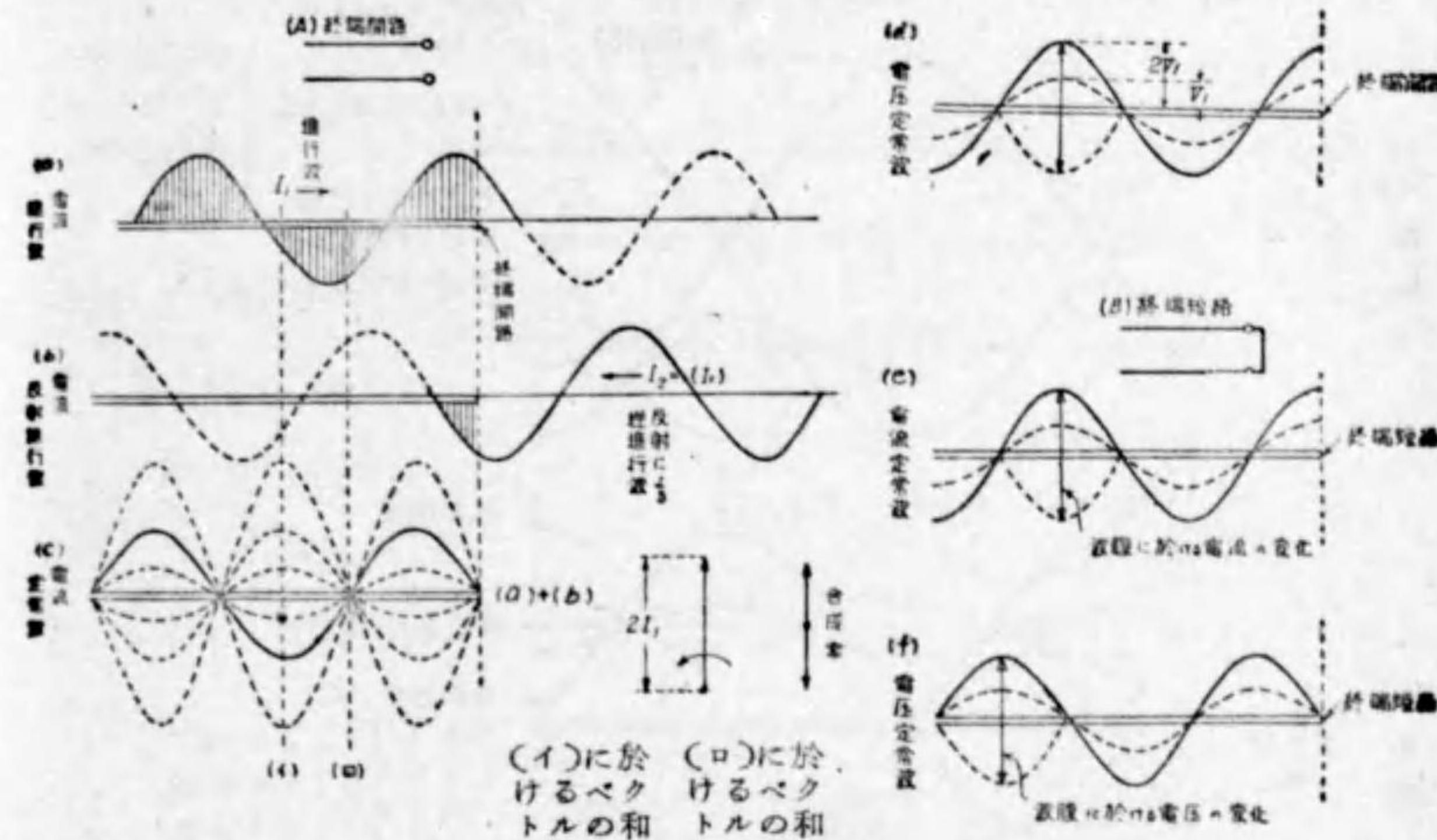
であるから、結局

$$I_r = \frac{E_0}{Z_0} \frac{2Z_0(Z_0 + Z_s)}{(Z_0 + Z_s)(Z_0 + Z_r)\varepsilon^{\gamma l} - (Z_0 - Z_r)(Z_0 - Z_s)\varepsilon^{-\gamma l}}$$

が最後の結果である。但し $\gamma = \alpha + j\beta$ であるから、 I_r は複素量なることに注意を要する。

第5節 進行波及定常波

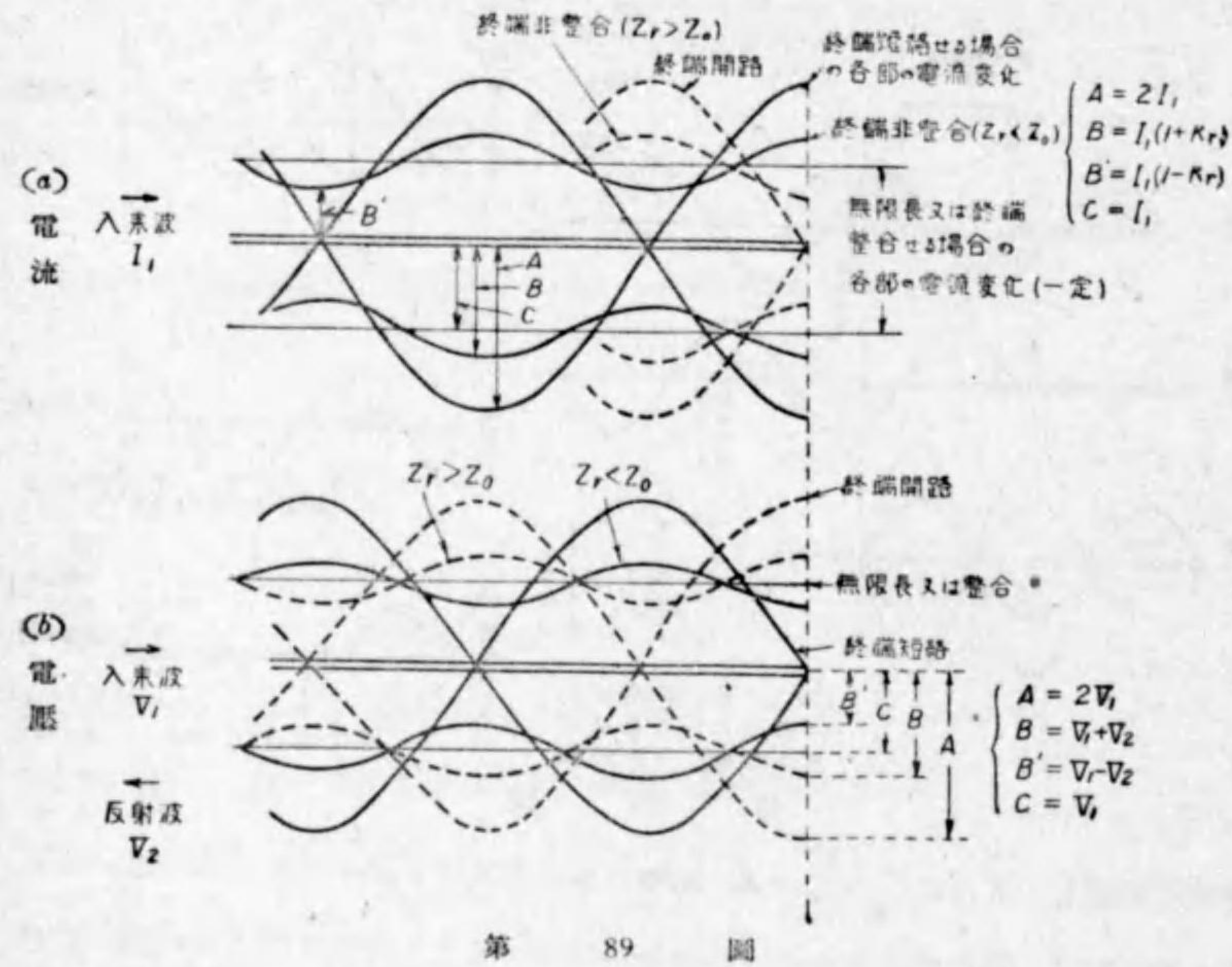
今迄述べたやうに一方に進む波を“進行波”(第88圖(a))といふ。進行波



第 88 圖

受端に到達し、ここに $\sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$ に等しからざるインピーダンスがつながれてゐる場合には、反射が生ずるが、これをいひ換へると、そこに逆方向の進行波が生じたことになる(第88圖(b))。この兩方向の進行波の振幅が等しい時には第88圖(c)に示すやうな現象が生ずる。即ちこの場合には電流の振幅が最大及び零の點は一定になつて了ひ、これはどちらにも移動しない。かやうな波を“定常波”といひ又振幅最大のところを波腹、最小のところを波節といふ。兩方向の進行波の振幅が等しいといふことは、受端に於いて完全反射($K_r = \pm 1$)を生じてゐることを意味し、この完全反射は短絡($K_r = -1$)又は開路($K_r = +1$)の場合に起る。第88圖(d)には開路の時の電圧、同圖(e)には短絡の時の電流、(f)には電圧の形を示してある。

受端が開路、閉路の何れでもなく、しかも Z_0 に等しくないインピーダンスがつながれてゐる場合には更に複雑となるが、特に終端インピーダンスが抵抗のみにてリアクタンス分を含まざる場合は第89圖の如くなり、やはり定常波は生ずる



けれども、その最小は零にはならない。即ち

$$\text{最大電流 } I_1 + I_2 = I_1(1 + K_r)$$

$$\text{最小電流 } I_1 - I_2 = I_1(1 - K_r)$$

となるのである(第89圖(a))。電圧の方もこれに準ずる(第89圖(b))。終端インピーダンスにリアクタンスが含まれてゐる場合にも、定常波の形は全く同様であるが、ただ波腹、波節の生ずる點が抵抗終端の場合に比して左右にずれるのである。

かやうに定常波が生ずると一方に於いて反射の存在のために終端に於いて電力を有効に利用し得なくなり、又他方この線路から生ずる輻射も多くなる。また低周波用伝送線即ち電話線等の場合には、反射を生ずると、それが送受端で往復するのに時間を要する爲め、音聲の明瞭度が損はれることとなる故に、線路は低周

波でも高周波(空中線の饋電線等)でも凡て Z_0 に等しい抵抗を終端につなぐのが普通である。これも最大電力を求める場合と同様に“整合”といふ。

但し反射を除くための整合条件と、最大電力を得るための整合条件は、線路の波動インピーダンスがリアクタンスを含んでゐる場合(今迄は純抵抗と考へてきたが)には違つてくる。それは電力最大の条件は

$$Z_0 = R_0 + jX_0$$

に対して $Z_L = R_0 - jX_0$

なるを要し、また反射を除く爲には

$$Z_L = Z_0 = R_0 + jX_0$$

とする必要がある故である。

線路の終端が開放の場合には、前にも述べた如くその電圧電流の分布は第90圖(a)の如くなりこれを式で

表すと

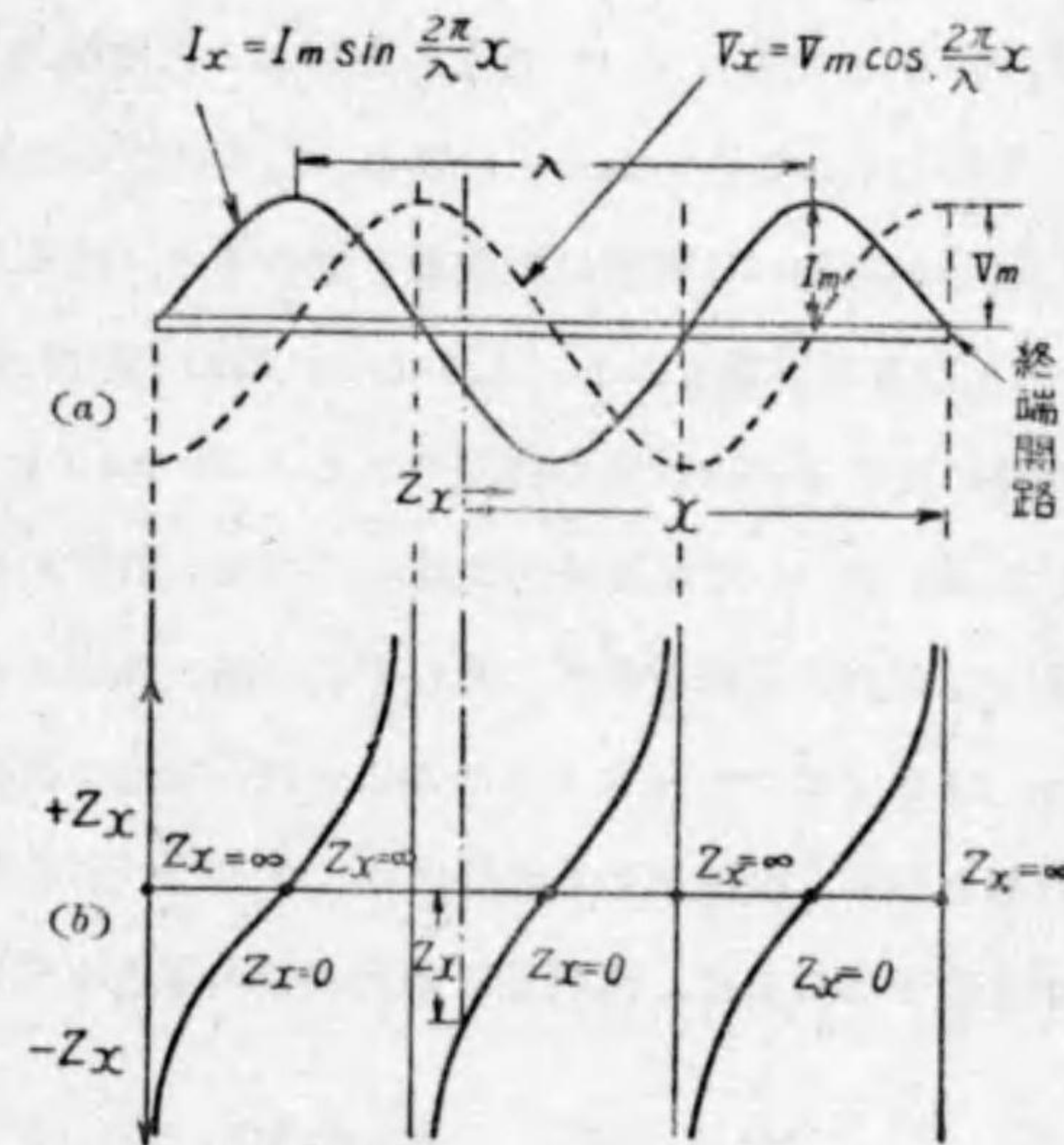
$$V_x = V_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

$$I_x = I_m \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right)$$

の如くなる。従つて x なる點から、終端の方を見た時のインピーダンスは

$$Z_x = \frac{V_x}{I_x} = \frac{V_m}{I_m} \cot \frac{2\pi}{\lambda}x = Z_0 \cot \frac{2\pi}{\lambda}x$$

となる。これは第90圖(b)に示す如く正とも負ともなり又0から無限大迄變化する。そこで線路を適當なる點で切斷すれば、そのインピーダンスは0から ∞ の誘導リアクタンスとしても、また容量リアクタンスとして働くのである。



線路の終端が短絡の場合には、電圧、電流の分布が上と恰度逆になるから

$$Z_x = Z_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} x$$

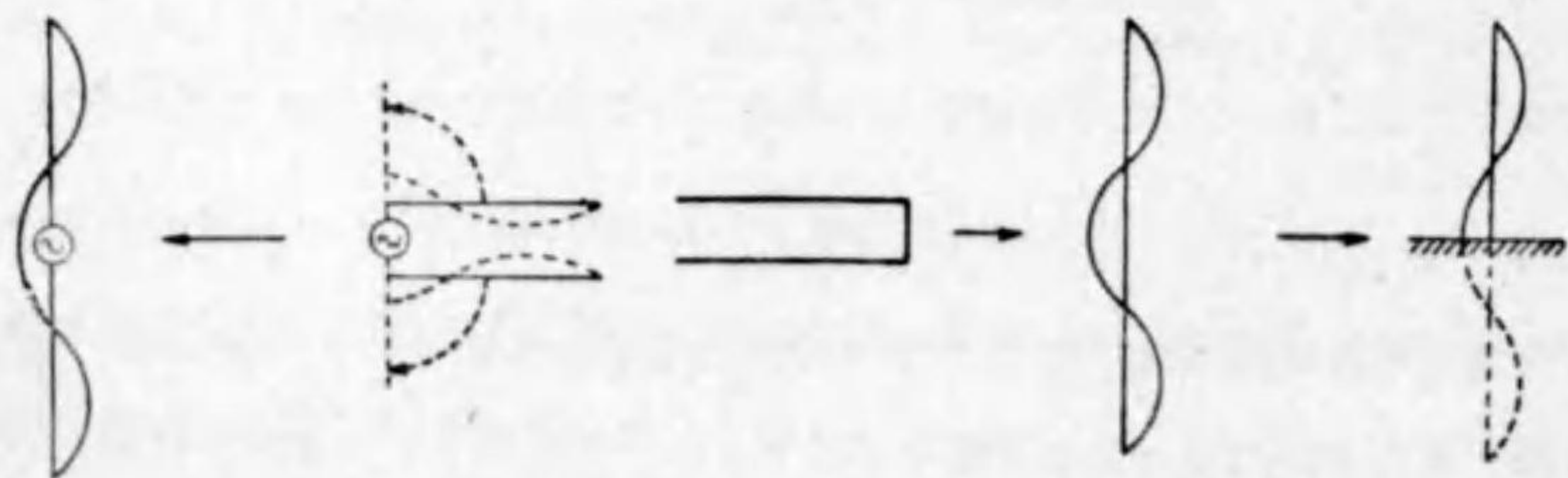
となり、0 と ∞ の生ずる點が開路のときと逆になるが、大體に於いて同じ現象を生ずる。

Z_x が 0 となり、又 ∞ となるといふことは結局この線路が、その電源の周波數に共振してゐるといふことになる。即ち任意の線路の終端を開路または短絡して送電端から加へる電壓の周波數を變へると、或る周波數では Z_x が 0 となり又 ∞ となる周波數もある。しかもそれ等の周波數は各々無數にある。それが分布回路に於ける共振現象の特徴である。 Z_x が 0 になる場合は、直列共振に相當し、又 Z_x が ∞ になる場合には並列共振に相當する。即ち線路には直列共振周波數及び並列共振周波數が、それぞれ理論上無限に存在するのである。

Z_x が 0 とか ∞ になるといふことは、線路の抵抗が零なることを假定してあるのであつて、抵抗がある場合には、0 や ∞ にはならないが、ともかく最大、最小を生ずることは、直列並に並列共振の場合と同様である。

第 6 節 空中線に生ずる定在波

空中線はやはり分布定數回路の一つであるが、これは要するに線路の二線を引延して、一本にしたものと考へればよく、その電壓電流の分布状態も、終端開路



第 91 圖

第 92 圖

の線路の場合と全く同様である。第 91 圖にこれを示してある。また接地空中線は一本は實在の空中線、他は地中の映像から成る線路と考へればよい (第 92 圖)。

第6章 四端子回路網

第1節 四端子回路網の概念

任意の回路網の中から、四個の端子を引き出してきたものが四端子回路網で、そのうちの二つを一組とし、他の二つをまた一組としそれ等を各々入力及び出力として、その間の関係を調べるのである。そして回路網の内部に電源を含むものを能動(アクティブ)四端子網、含まざるものを受動(パッシブ)四端子網と稱するがここでは受動四端子網の場合のみについて述べる。各種の量は凡て複素量とする。

第2節 四端子方程式

第93圖に於いて端子 1-1' から加はる電圧が V_1 で、流れこむ電流を I_1 とし、また端子 2-2' に現はれる電圧が V_2 、流れ出す電流が I_2 とすれば、これ等の間には密接な関係のあることは想像出来るが、今これを具体的に調べるために比較的簡単な第94圖の如き回路について考へてみる。

しかる時は

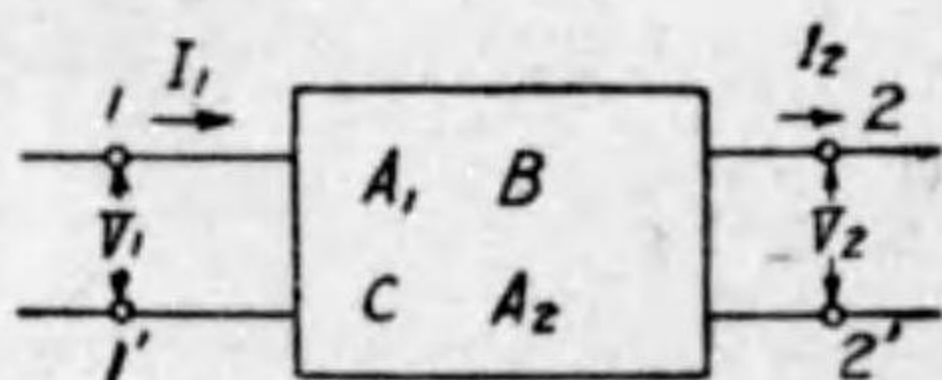
$$V_1 = V_2 + Z_A I_1$$

$$I_2 = I_1 - \frac{V_2}{Z_B}$$

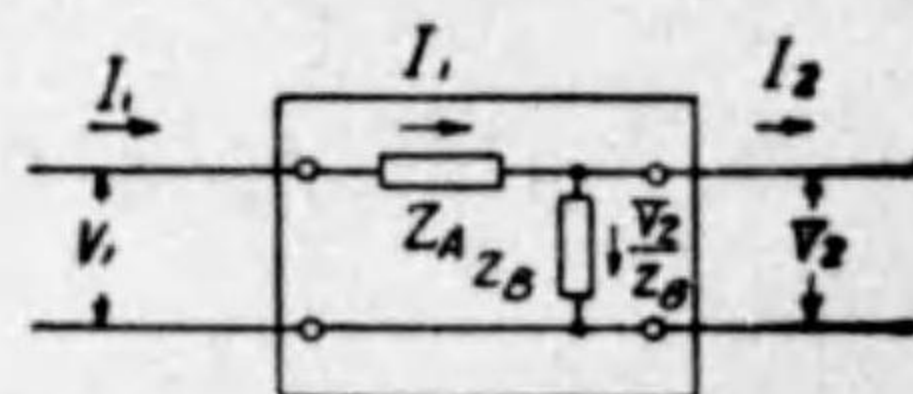
仍つて

$$V_1 = \left(1 + \frac{Z_A}{Z_B}\right) V_2 + Z_A I_1$$

$$I_2 = \frac{1}{Z_B} V_2 + I_1$$



第93圖



第94圖

となり、 V_1 及び I_1 はいづれも V_2 と I_2 とで表すことが出来る。このことは第94圖の回路に限るわけではなく、如何なる回路網にも當て嵌まることであつて、ただ回路が複雑となれば V_2, I_2 の係数が複雑となることは當然である。そこで一般に四端子回路では、入力出力の電圧、電流の関係を次の如くに表す(第93圖参照)。即ち

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= A_1 V_2 + B I_2 \\ I_1 &= C V_2 + A_2 I_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

この中の A_1, A_2, B, C 等は第94圖の一例では

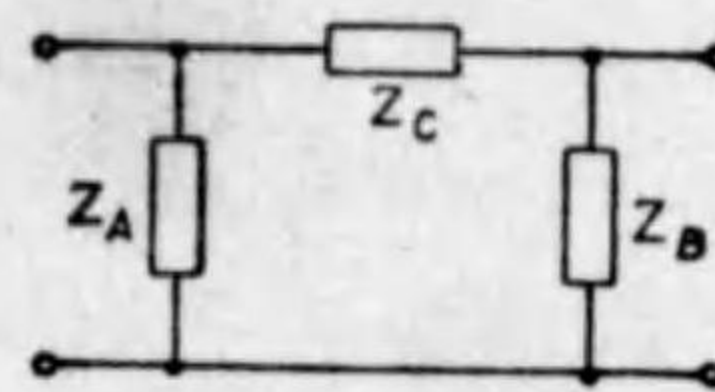
$$A_1 = 1 + \frac{Z_A}{Z_B}$$

$$A_2 = 1$$

$$B = Z_A$$

$$C = \frac{1}{Z_B}$$

となるが、又もう少し複雑な回路の例を挙げると第95圖の如くなる。



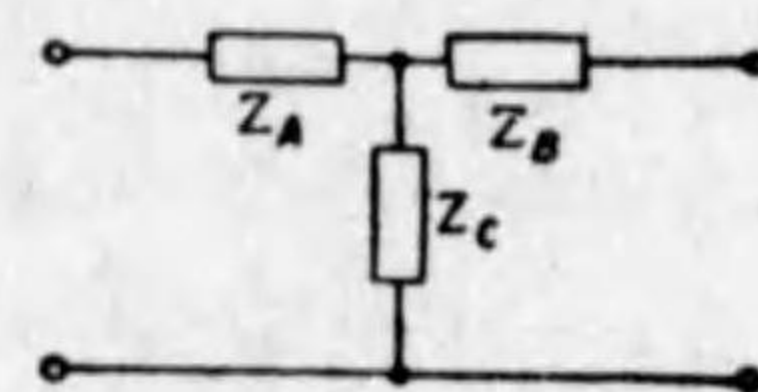
(a)

$$A_1 = 1 + \frac{Z_C}{Z_B}$$

$$A_2 = 1 + \frac{Z_B}{Z_A}$$

$$B = Z_C$$

$$C = \frac{Z_C + Z_A + Z_B}{Z_A Z_B}$$



(b)

$$A_1 = 1 + \frac{Z_A}{Z_C}$$

$$A_2 = 1 + \frac{Z_A}{Z_C}$$

$$B = \frac{Z_A Z_B + Z_A Z_C + Z_C Z_B}{Z_B}$$

$$C = \frac{1}{Z_B}$$

第95圖

一般に四端子回路網では、この A_1, A_2, B, C なる四つの定数さへ判つてをれば、その性質は完全に判るのであつて、しかもそれらの中には

$$A_1 A_2 - BC = 1$$

なる関係があるから、四つのうちの三つさへ判れば、他の一つは自然に決定されるのである。

第2章3.2に於いて第95圖(a)の如き π 型回路は、同圖(b)の如きT型回路におきかへることが出来ることを述べたが、それはこれらを四端子回路網として取扱ひ各々の A_1, A_2, B, C 等を互に等しいとおけば、相互に等價なる Z の關係を求めることが出来、前に述べた結果が證明されるのである。但し、以上の諸量は凡てベクトルであることに注意を要する。

以上述べたことから A_1, A_2, B, C の意味は大體判つたことと思ふが、實際的にこれらを測定するには、如何にすればよいかといふと、(1)の一般的關係に於いて $I_2 = 0$ とする。即ち出力側を開路にすれば

$$(V_1 = A_1 V_2)_{Z_2 = \infty}$$

$$(I_1 = C V_2)_{Z_2 = \infty}$$

従つて

$$A_1 = \left[\frac{V_1}{V_2} \right]_{Z_2 = \infty}$$

$$C = \left[\frac{I_1}{V_2} \right]_{Z_2 = \infty}$$

となることが直ちに判る。また出力側を短絡すれば $V_2 = 0$ となるから

$$(V_1 = B I_2)_{Z_2 = 0}$$

$$(I_1 = A_2 I_2)_{Z_2 = 0}$$

従つて

$$B = \left[\frac{V_1}{I_2} \right]_{Z_2 = 0}$$

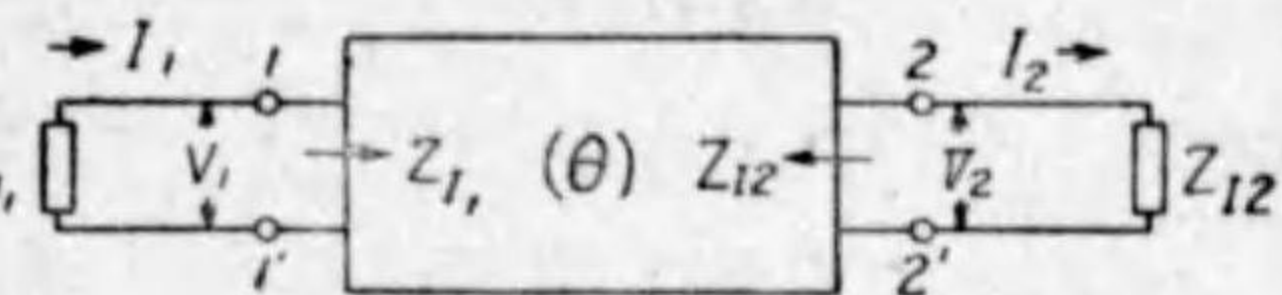
$$A_2 = \left[\frac{I_1}{I_2} \right]_{Z_2 = 0}$$

となり、結局出力側を開路及び短絡して、出力入力電圧電流を計算または測定すれば、容易に A_1, A_2, B, C の定数を求めることが出来るのである。

第3節 影像インピーダンス

四端子網の入力及び出力側にそれぞれ Z_{I1} 及び Z_{I2} をつないだ時、入力及び出力から四端子網の内部を見たインピーダンスが、それぞれ上と同じ Z_{I1} 及び Z_{I2} となつた場合、かやうな關係に

なる如き Z_{I1}, Z_{I2} のことを、この四端子網の“影像インピーダンス”といふ(第96圖参照)。



第96圖

かやうな回路は分布定數回路ではないけれども、そのやうに假りに考へると、理論的の取扱ひが極めて簡單となる。そのためには

$$V_2 I_2 = V_1 I_1 e^{-2\theta} \quad (\theta = \text{複素數})$$

とおく。即ち $V_2 I_2$ は $V_1 I_1$ より變化してゐるが、これがたとへ突然變つたものであつても、恰度線路のときに用ひたやうな指數を用ひて上の如く表すのである。この θ のことを“影像傳送定數”といふ。上式に

$$I_2 Z_{I2} = V_2, \quad I_1 Z_{I1} = V_1$$

なる關係を入れると

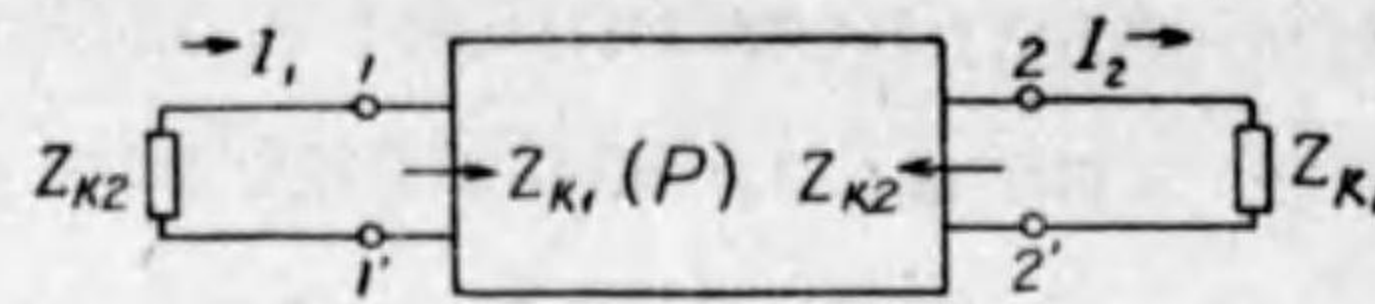
$$V_2 = \sqrt{\frac{Z_{I2}}{Z_{I1}}} V_1 e^{-\theta}, \quad I_2 = \sqrt{\frac{Z_{I1}}{Z_{I2}}} I_1 e^{-\theta}$$

なる結果が得られる。

第4節 反復インピーダンス

第97圖における如く、端子22'に Z_{K1} を接続したとき、端子11'より見たインピーダンスが Z_{K1} に等しく、また端子11'に Z_{K2} を接続した場合、端子22'

よりみたインピーダンスが、
 Z_{K2} に等しいやうな Z_{K1}, Z_{K2} を、その四端子網の“反復インピーダンス”といふ。反復なる言葉の生じた理由は次節をみれば判る。



第 97 圖

この場合にも分布定数回路に準じて指數的關係を導き

$$V_2 = V_1 e^{-P}$$

$$I_2 = I_1 e^{-P}$$

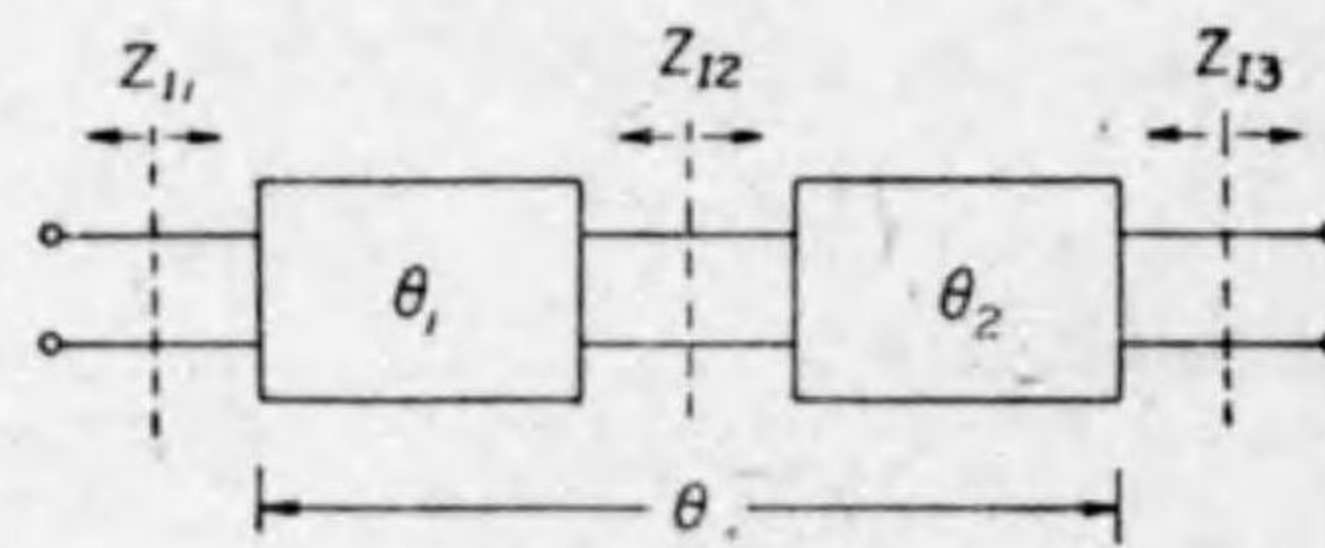
と、この P を“反復傳送定数”と名づける。いづれの量も凡て複素量である。

第 5 節 影像及び反復インピーダンスによる接続

先づ影像インピーダンスで接続する場合には (第 98 圖参照)

$$V_2 = V_1 \sqrt{\frac{Z_{12}}{Z_{11}}} e^{-\theta_1}$$

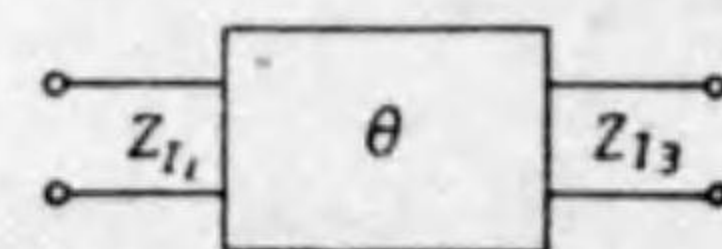
$$V_3 = V_2 \sqrt{\frac{Z_{13}}{Z_{12}}} e^{-\theta_2}$$



であるから

$$V_3 = V_1 \sqrt{\frac{Z_{13}}{Z_{12}}} \sqrt{\frac{Z_{12}}{Z_{11}}} e^{-\theta_1} e^{-\theta_2}$$

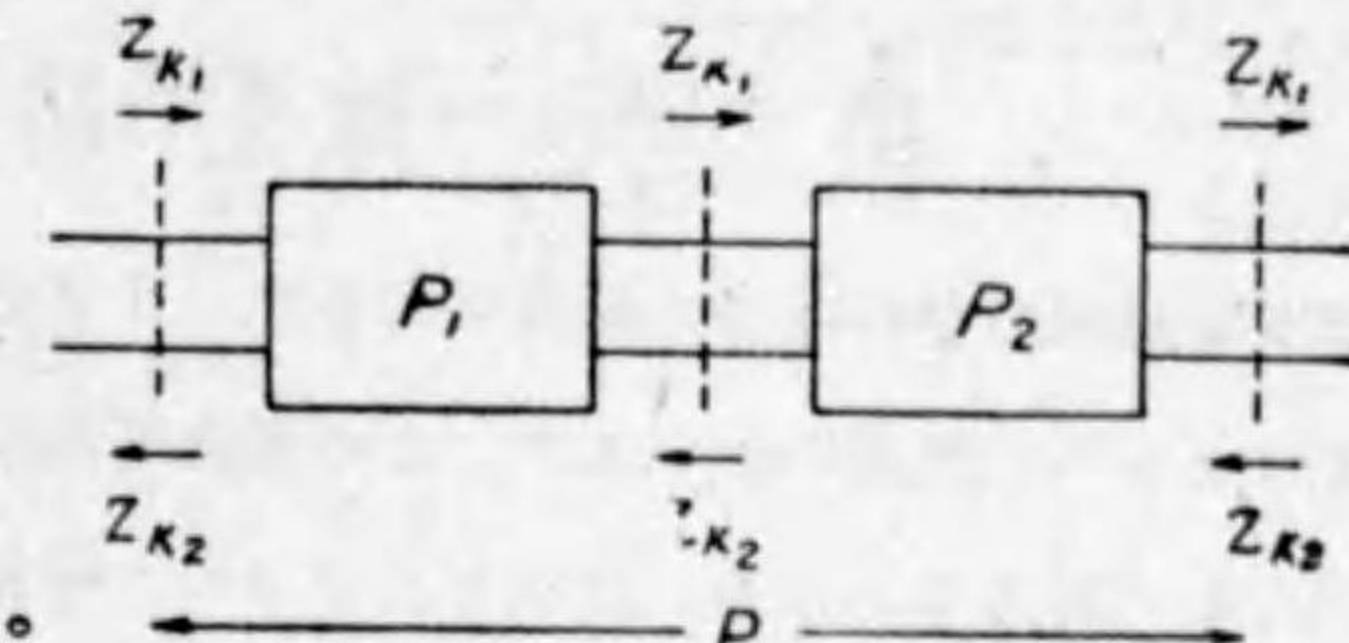
$$= V_1 \sqrt{\frac{Z_{13}}{Z_{11}}} e^{-(\theta_1 + \theta_2)}$$



第 98 圖

となり、影像インピーダンスとしては入力及び出力のみが残り、また影像傳送定数

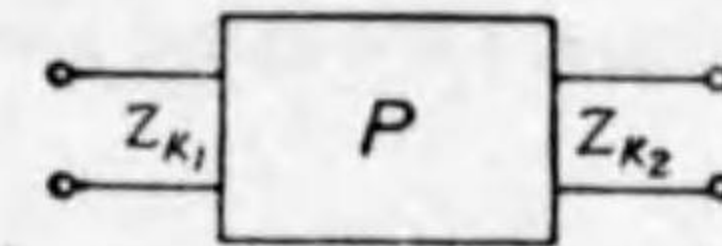
は全回路の和となる。次に反復インピーダンスを以つて接続する場合には、前節に説明した性質により、同じ反復インピーダンスを有する回路を何個つないでも、一方向をみた時のインピーダンスは、何處でも常に Z_{K1} に等しく、また逆方向では常に Z_{K2} に等しい。これが反復インピーダンスの名ある所以である。



前節の關係式に依れば

$$V_2 = V_1 e^{-P_1}$$

$$V_3 = V_2 e^{-P_2}$$



第 99 圖

となるから、従つて

$$V_3 = V_1 e^{-P_1} e^{-P_2} = V_1 e^{-(P_1 + P_2)}$$

となり、この場合の反復傳送定数は、全回路の傳送定数の和となる (第 99 圖参照)。

これは一區分に対する関係であるが、第100圖(a)の如きものがn區分だけ連続されておれば、 θ の代りに $n\theta$ となる。

Zと θ との兩式から

$$\frac{Z_1}{2} = Z_K \tanh \frac{\theta}{2}$$

$$Z_2 = \frac{Z_K}{\sinh \theta}$$

として Z_1 及び Z_2 が Z_K 及び θ によつて示される。

2.2 π 型回路網 (第100圖(b))

T型の場合と同様にして、次の関係が得られる。

$$Z_K = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}, \quad \theta = 2 \tanh^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_2}{Z_1}}} \quad (\text{T型の場合と同じ})$$

$$Z_1 = Z_K \sinh \theta, \quad 2Z_2 = Z_K \coth \frac{\theta}{2}$$

2.3 格子型回路網 (第100圖(c))

反復インピーダンス $Z_K = \sqrt{Z_1 Z_2}$

伝送定数 $\theta = \cosh^{-1} \left(1 + \frac{2Z_1}{4Z_2 - Z_1} \right)$

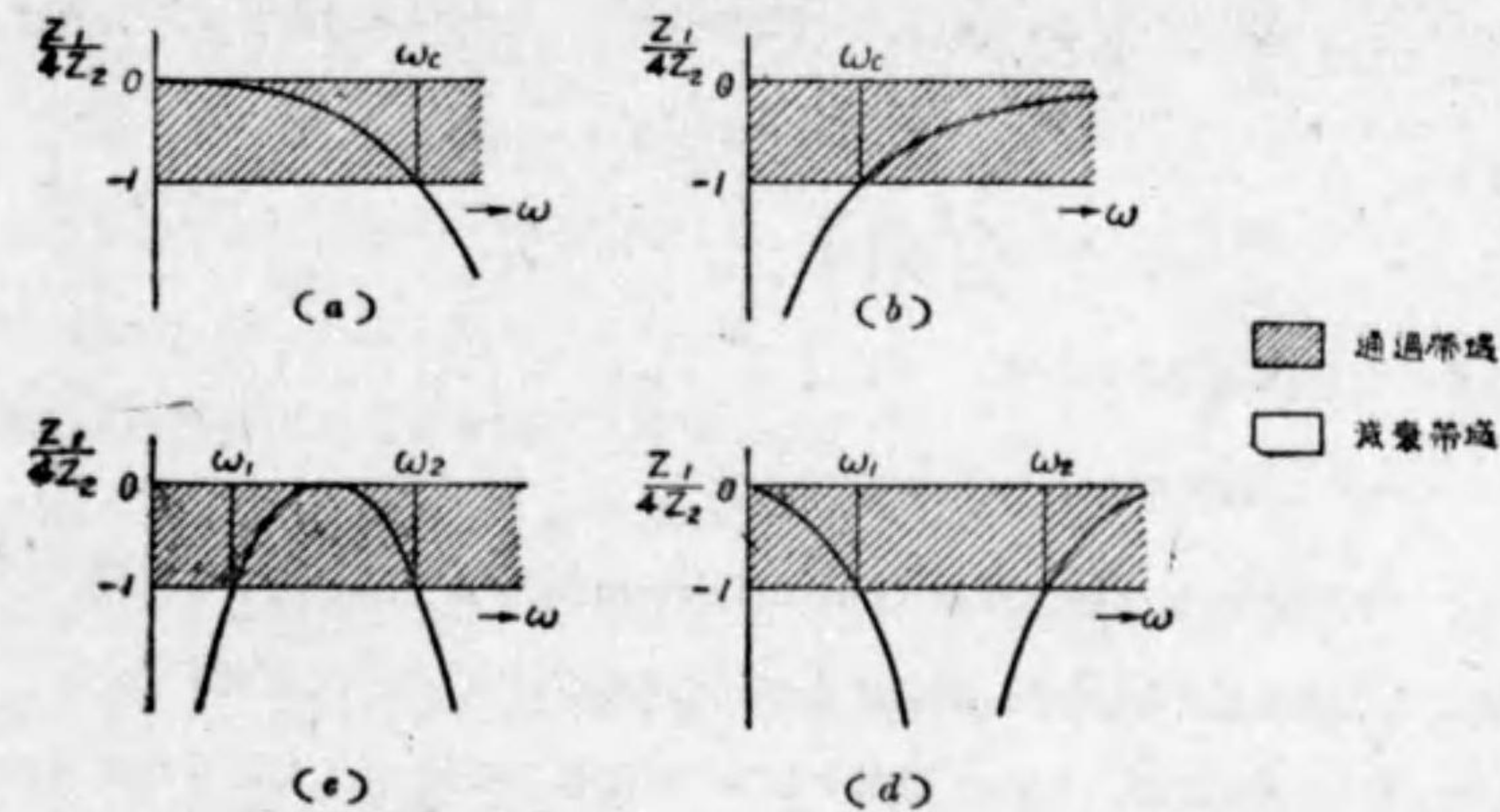
第3節 主要濾波回路

3.1 通過の條件

濾波回路としては簡単なものから、極めて複雑なものまで種々の種類があり、設計の條件がむづかしくなるほど複雑な回路となる。併しここでは常識上知つておれば足りる程度のものだけに就いて述べる。尙ここに挙げたものでは何れも

$$\sqrt{Z_1 Z_2} = K \quad (\text{周波数に無関係})$$

なる関係があるが、かやうな種類を“定K型”と稱し、これが基本となつて種々複雑な回路が誘導されるのである。



(a): 低域濾波器 (b): 高域濾波器
(c): 帯域通過濾波器 (d): 帯域消去濾波器

第 101 圖

前に挙げた T型と π 型の傳送定数の式

$$\theta = 2 \tanh^{-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4Z_2}{Z_1}}}$$

に於いて

$$0 > \frac{Z_1}{Z_2} > -4$$

なる関係の成立する時には θ は純虚数となり、この範囲外では θ は實数となる。

$$\left(\tanh(\theta_1 + j\theta_2) = \frac{\sin 2\theta_1 + j \sin 2\theta_2}{\cos 2\theta_1 + \cos 2\theta_2} \quad \text{なる関係により} \right)$$

仍つて前にも述べた如く、上の関係を満足する如き周波数は減衰なく通過し、他は減衰する(第101圖参照)。

3.2 低域濾波器

第102圖(a)は定K型低域濾波器の一區分だけを示したものであるが、

$$Z_1 = j\omega L_0, \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_0}$$

であるから

$$\frac{Z_1}{Z_2} = -L_0 C_0 \omega^2$$

となり

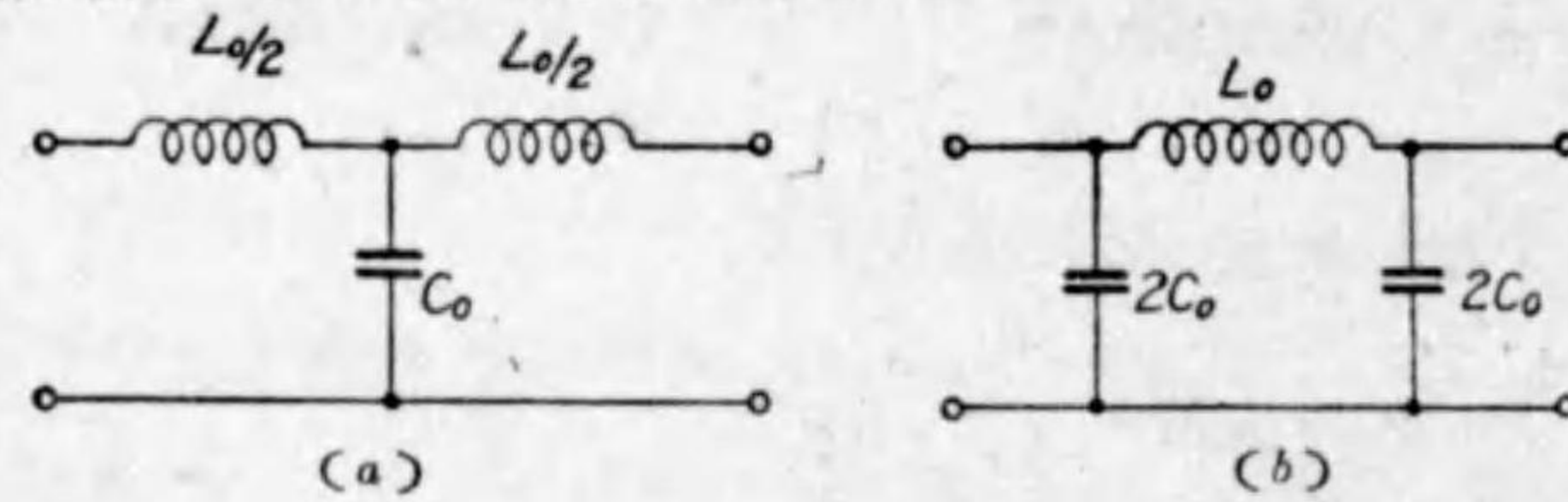
$$\frac{Z_1}{Z_2} = 0 \quad \frac{Z_1}{Z_2} = -4$$

となるやうな周波数はそれぞれ

$$f_c = 0 \quad f_c = \frac{1}{\pi \sqrt{L_0 C_0}}$$

となる。この周波数を遮断周波数 (cut-off frequency) と稱し、この範囲内の周波数は凡て減衰なく通過せしめられるが、この範囲外のものには減衰する。

上記は T 型であるが、これに対応する π 型は第 102 圖 (b) に示す如きもので、遮断周波数は前の場合と同じである。



第 102 圖

不要周波数帯域を、濾波器によつて取り去るとき、その L_0, C_0 は遮断周波数によりて定まるが、その不要帯域の減衰は區分の數を増して適當に高くする。また通過帯域内の反復インピーダンスは

$$\text{T 型} \quad Z_K = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

$$\pi \text{ 型} \quad Z_K = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f}{f_c}\right)^2}$$

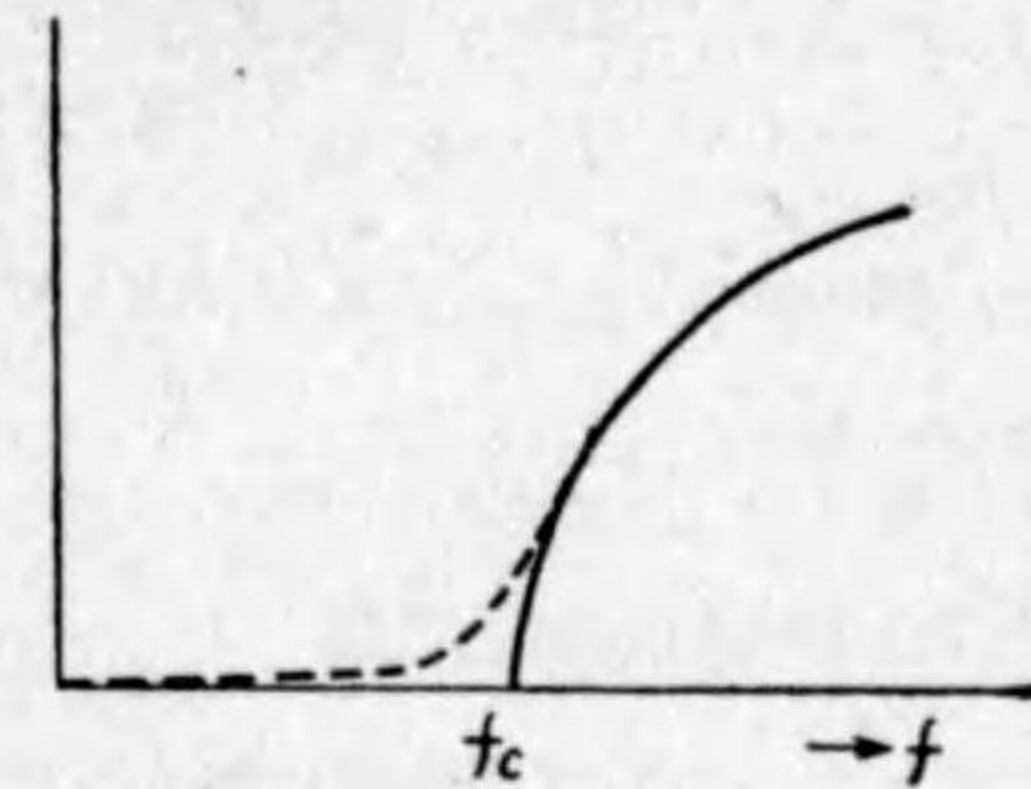
となり、これは周波数に關係するが、一般に最終端の負荷としては Z_0 に等しい抵抗をつなげば、實用上差支ない (最大電力及び無反射の見地より)。従つて若し負荷抵抗の値が先きに定つてをれば

$$L_0 = \frac{Z_0}{\pi f_c}$$

$$C_0 = \frac{1}{\pi f_c Z_0}$$

として、 L_0, C_0 は一義的にきまつてしまふのである。かやうな濾波器の減衰曲線は、第 103 圖の如くなるが、實線は各岐路に抵抗が全く無いと假定した場合の理論的曲線で、また點線は抵抗が多少ある場合である。即ち抵抗が

減衰 ↑

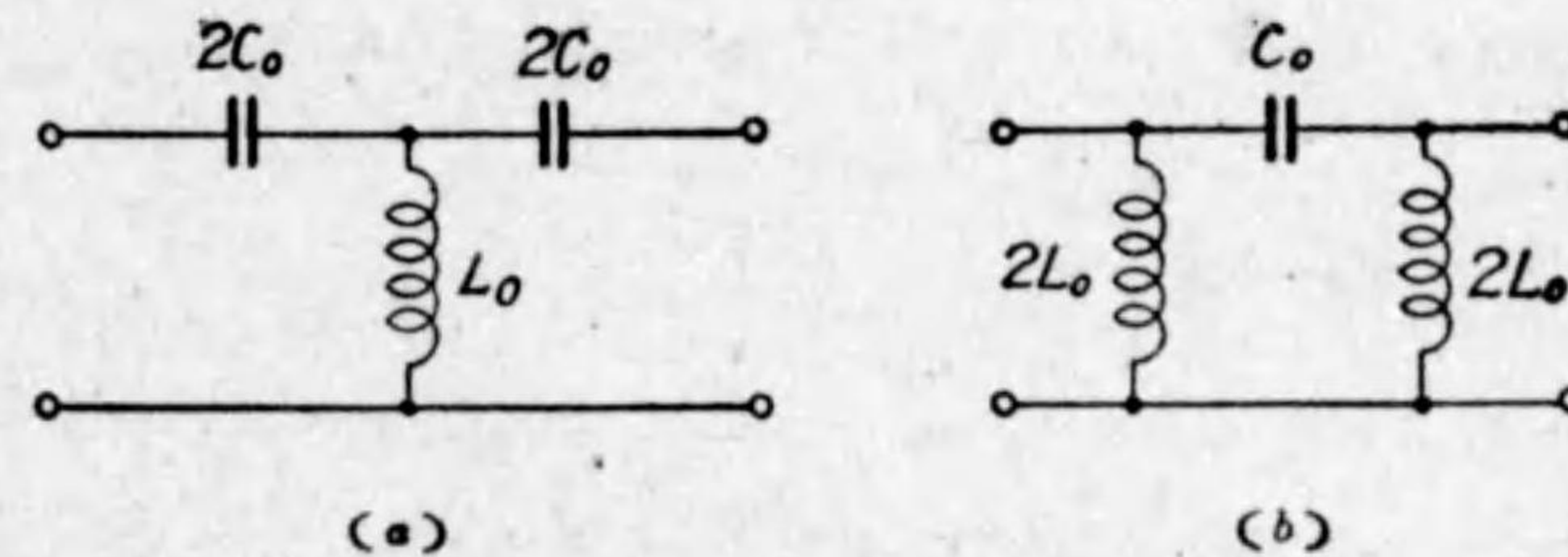


第 103 圖

存在すると、通過帯域に於いても多少は減衰が生ずることとなる。

3.3 高域濾波器

定 K 型高域濾波器を第 104 圖 (a) 及び第 104 圖 (b) に示す。この場合の遮断周波数は



第 104 圖

$$f_c = \frac{1}{4\pi \sqrt{L_0 C_0}}, \quad f_c = \infty$$

である。反復インピーダンスは T 型及び π 型に對し、それぞれ

$$Z_K = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$Z_K = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} = Z_0 \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

であつて、初めに Z_0 が與へられてゐる場合には、 L_0, C_0 は次の如く一義的に決定される。

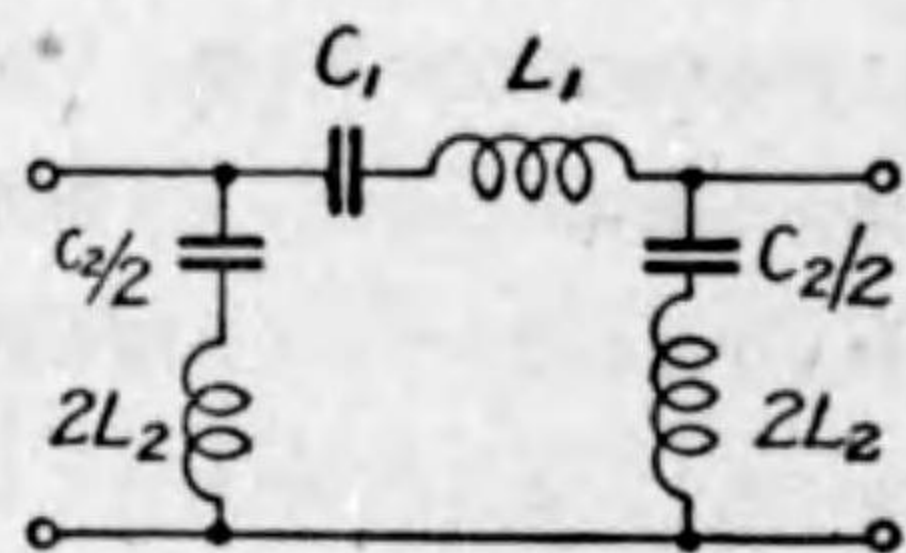
$$C_0 = \frac{1}{4\pi f_c Z_0}$$

$$L_0 = Z_0^2 C_0$$

この場合の特性は恰度第103圖と逆で f_c 以上では減衰がなく、 f_c 以下で減衰が急激に増すのである。

3.4 帯域通過濾波器

これは二つの特定周波数の間は減衰なく通過し、その範囲外には減衰を興へるもので、上下の遮断周波数は第105圖に於いて



第105圖

$$f_{c1} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}$$

$$f_{c2} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C_1 C_2 (L_1 + 4L_2)}}$$

となり、反復インピーダンスは T 型及び π 型に對しそれに

$$Z_K = Z_0 \sqrt{\frac{\left(\frac{f}{f_m} - \frac{f_m}{f}\right)}{\left(\frac{f_{c2}}{f_m} - \frac{f_{c1}}{f_m}\right)}}$$

$$Z_K = Z_0' \frac{1 - \left(\frac{f}{f_\infty}\right)^2}{1 - \left(\frac{f_m}{f_\infty}\right)^2} \sqrt{\frac{f_{c2} - \left(\frac{f_m}{f}\right)^2}{f_{c1} - \left(\frac{f}{f_m}\right)^2}}$$

但し

$$Z_0 = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{L_1}{C_1} + \frac{4L_1}{C_2}} - \sqrt{\frac{L_1}{C_1} + \frac{4L_2}{C_2}} \right]$$

$$Z_0' = \sqrt{\frac{4L_1}{C_2 \left(\frac{C_2}{C_1} - 4\right)}} - \sqrt{\frac{4L_2}{C_1 \left(\frac{L_1}{L_2} + 4\right)}}$$

$$f_\infty = \frac{1}{4\pi\sqrt{L_2 C_2}}, \quad f_m = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$$

また逆に Z_0, f_{c1}, f_{c2} を知つて L_1, C_1, L_2, C_2 を計算するには

$$m = \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{f_{c2}}{f_{c1}}\right)^2 - 1}{\left(\frac{f_\infty}{f_{c1}}\right)^2 - 1}}$$

とおけば

$$L_1 = \frac{Z_0 m}{\pi(f_{c2} - f_{c1})}, \quad C_1 = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{4\pi f_{c1}^2 Z_0 m}$$

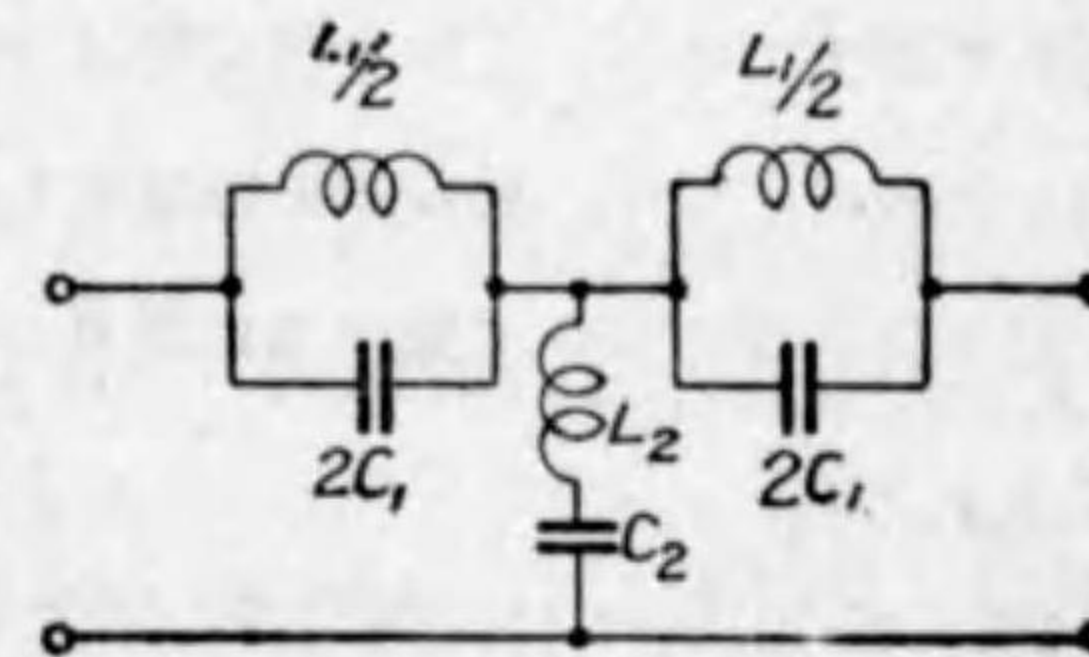
$$L_2 = \frac{Z_0}{\pi(f_{c2} - f_{c1})} \frac{1 - m^2}{4m}$$

$$C_2 = \frac{(f_{c2} - f_{c1})m}{\pi Z_0 (f_{c2}^2 - f_{c1}^2 m)}$$

として決定される。

3.5 帯域消去濾波器

これは或る周波数帯にだけ、大きな減衰を興へて通過を阻むもので、第106圖はその一例を示す(計算式省略)。



第106圖

第2編 眞空管

第1章 概説

ラジオ、トーキー、長距離電話、搬送電話、テレビジョン等の如く、通信工学が一大飛躍を行つたのは、實に眞空管の發明にその源泉を發してゐるといふことが出来る。管に電氣通信界に止まらず、眞空管の電氣工学各方面に與へた影響は極めて甚大である。しかも眞空管は今後も益々進歩し、この應用は將來の電氣工学を全般に互つて、格段的に進展せしめんとしつゝある。

以下眞空管について述べるに當り、先づその發達の經過について考察してみることとする。

1883年 Edison は白熱電球の研究中に、眞空中の加熱物質は負電荷を帯びた物を發射する性質があることを發見した。これが所謂 Edison 効果で、發見の動機は、白熱電球の炭素フィラメントは使用中一局部が特に細くなり、ガラス球の内側を黒くすることを知り、球内に金屬板を封入してこの影響を除去せんと試みよこと、その實驗中偶々フィラメントの正電位の端子と金屬板とを接続すれば、金屬よりフィラメントへ微弱なる電流が流れるが、金屬板をフィラメントの負電位の端子に接続する時は、電流を生じないことを發見した。

ついで英人 Preece は 1884~5年 Edison 効果に関する研究を行ひ、電流の大きさは金屬板の種類には關係なく、金屬板とフィラメントとの間の距離、電位及びフィラメントの溫度によつて著しい影響を受けることを知つた。而してこの電流は、炭素の粒子または分子によつて運ばれるものであると想像されてゐた。

これと共に電氣理論も次第に進歩して、1891年に始めて電子の名稱が G. Johnstone Stoney に依つて名付けられた。1897年には J. J. Thomson に依り、電

子の質量が測定せられ、電子論が盛に行はれるやうになつた。而して J. J. Thomson に依り Edison 効果は高溫度に熱せられたフィラメントから、電子が放出されることに基くものであることが明かにされた。

然しその當時に於いては高溫度に熱せられたフィラメントから、どうして電子が飛び出すかは説明されてゐなかつたが、1901年に O. W. Richardson は次のやうな説明を與へた。熱電子の放出されるのは化學的でなく全く物理的のもので、物質が高溫度に熱せられると、その物質中の電子の運動は段々速度を増し、その表面から飛び出して来る。即ち高溫度の物質から放出される電子の量は物質とその溫度によるといふのであつて、この關係式が導かれた。

このやうにして眞空中の電子の研究に伴ひ、高眞空の要求が起り、獨逸に於いては Gaede の分子ポンプ (1913年) 及び擴散ポンプ (1915年) の發明があり、米國に於いても I. Langmuir の凝結ポンプの發明等があつて、眞空技術も著しく進歩して來た。Langmuir は高眞空中に於ける純タングステンフィラメントの溫度と熱電子放出との關係を實驗し、Richardson の式が正確であることを 1915年に發表した。

眞空管として最初に出現したものは Fleming 管である。J. A. Fleming は 1889年より Edison 効果に就いて研究すること7年餘、遂に 1904年今日の二極管を製作し、無線通信の受信檢波に利用する途を拓いた。

この後三年を経て、1907年 De Forest は Fleming 管を改良し、始めて三極眞空管を考案した。三極眞空管は二極管の整流作用の他に、増幅作用、發振作用等の極めて優秀な特性を有するので、その利用範圍頗る汎く、電氣通信界はこの考案を轉期として一大發展をした。

三極管が考案されてからは、二極管は主として整流用として發達した。Langmuir に依つて 1913年ケノトロンが考案され、高電壓直流を交流より容易に得られるやうになつた。又 1918年には二極管にガスを封入した、タンガーの發明

があり、大電流低電圧直流電源として、蓄電池の充電等に愛用せられるやうになつた。また水銀蒸気を封入した熱陰極水銀蒸気整流管は 1926 年に發明せられ、高電圧直流電源を交流より得ることに成功し、放送機等に使用せられてゐる。これより先 1921 年には二極管に磁場を用ひたマグネトロンが A. W. Hull によつて考案され、その後この方面の研究は益々盛んに行はれてゐる。

三極真空管はその發明以來、各方面に利用されたが、1922 年放送が開始されるや、真空管の需要は急激に増し、真空管の進歩を加速度的ならしめた。即ち始め純タングステンフィラメントを用ひて加熱電力が非常に大きかつたが、トリウムタングステンフィラメントの發明とともに加熱電力が小さくなり、ついでエリミネーターの發達とともに、電源を直接交流配電線からとり得ることとなつてから陰極加熱電力の制限が緩和されて、寧ろ交流からくるハムの減少をはかつた低加熱電壓のものが必要が生れ、1927 年頃酸化物陰極を有する傍熱型真空管が現れた。この後受信回路の改善、向上に伴ひ、或ひは A. W. Hull による遮蔽グリッド四極管の完成となり (1928 年)、或ひは最終段用電力増幅管としての五極管が出で (1927 年)、又可變増幅率管の出現となり (1930 年)、更に受信機の小型化を目的とする、各種複合管が現はれ、また金屬真空管が米國で作られるに至つた。

ラヂオ放送事業の發展は、同時に送信電力にも飛躍的の増加を促し、放送開始當時單に一小局部を相手としてゐた時代には、數百ワット乃至數キロワット出力のもので足りてゐたのが、現在では數十キロ、數百キロの大電力放送が實施され、従つてこれに用ふる送信管容量に於いても、100 KW, 200 KW の大物が盛んに製作されつゝある。

また真空管以外に於いても、三極管にガス又は蒸気を封入したサイラトロンが發明され (1928 年)、ついでイグナイトロンが發明され (1932 年)、繼電器や熔接器等に盛んに利用せられるやうになつた。

第 2 章 熱電子の放出

第 1 節 熱電子放出現象

真空管は眞空中に電子を放出せしめ、この電子の働きを利用するものである。電子とは如何なるものか？ 電子論によれば次の如くである。

物質を分割して行くと分子となり、分子を更に分割すると原子となる。さて原子は正電氣を帯びた粒子、即ち陽粒子 (positive particle) と負電氣を帯びた粒子即ち電子 (electron) との集合體である。陽粒子は電子に比して非常に質量の大なるもので、多くの電子がこれを取り圍んで高速度で廻轉をしてゐる。これらの電子の中には、原子内で定まつた軌道を高速度で廻轉するものと、物質中を自由に運動し得るものとの二種類がある。前者を束縛電子といひ、後者を自由電子といふ。而してこれらの電子の數や配列によつて種々の原子を生じ、従つて物質を生ずるものである。吾々が真空管に利用するものはこの自由電子である。

電子の有する電氣量は皆一定で、これを e で表せば

$$e = 4.770 \times 10^{-10} \text{ e.s.u.} = 1.591 \times 10^{-20} \text{ e.m.u.}$$

また電子の質量 m は

$$m = 9.035 \times 10^{-28} \text{ g}$$

これを原子の中で一番小さい水素原子の質量 m_H と比較すると、 $m_H = 1.65 \times 10^{-24} \text{ g}$ であるから、 $m/m_H = 1/1825$ となり、水素原子の約 1/2000 に過ぎない。

さて自由電子は物質の表面に於ける吸引力のため、普通の状態では物質内に保持されるが、吸引力に打ち勝つ勢力が電子に附與された場合には、物質から分離することが出来る。今一個の電子が物質より飛び出すに必要な勢力を W_0 とすれば、これは仕事の物理的單位、例へばエルグの如きものを以つて表すことも出来るが、電子の電荷が一定であるので、電荷 e が或る電位差を通過するに要する

仕事 W_0 になるやうな電位差を求め、この電位差を以つて W_0 を表はしてもよい。即ち

$$W_0 = e\phi \dots\dots\dots(1)$$

として

$$\phi = \frac{W_0}{e} \dots\dots\dots(2)$$

第(2)式の如き ϕ を仕事函数 (Work function) といひ、物質によつてそれぞれ異つた値を示す。 ϕ は通常ボルトにて表し、各物質に對する ϕ の値は第 1 表記載の如くである。

以上の如く電子を飛び出させるため、即ち電子放出を行はせるためには或る勢力を電子に與へることが必要であつて、熱、光、電子の衝突、X線等によつてこれを行ふことが出来る。

眞空管に於いては、主として熱によつて勢力を與へ、電子放出を行ふもの

で、放出された電子を熱電子といひ、得られた電子流を熱電子流といふ。

熱電子放出現象については第 1 章に述べた如く、Richardson はじめ幾多の人

金 屬	仕事函数 ϕ (ボルト)	融解點 (°C)
Hg	4.5	-39
Gs	0.7~1.8	26
Rh	1.2~1.5	39
K	1.25	63
Na	1.82	98
Ca	3.7	321
Mg	2.7	650
Al	1.8~3.9	658
Ba	1.8~2.3	704
Cu	1.77	849
Ag	4.42	1083
Sr	4.8	1200
Ni	3.0~4.6	1452
Co	4.28	1480
Fe	4.0~4.7	1530
Th	3.27	1690
Pt	4.5~6.35	1771
Zr	4.78~4.13	1860
Nb	3.96	2500
Mo	4.33	2630
Ta	4.2	2850~2900
W	4.48	3500
U	4.8	4000

第 1 表

々によつて研究されて來たものである。今單位時間に放出される電子の数を n とし、これに電子の電荷 e を乗すると電流になるが、この電流の大きさは物質の種類、及び絶對溫度に關係するもので、次の式によつて表される。

$$I_s = en = 2A_0 T^2 e^{-\frac{e\phi}{kT}} \dots\dots\dots(3)$$

ここに I_s = 飽和電子流 (A/cm^2)

$$A_0 = \frac{2\pi emk^2}{h^3} = 60.2$$

h, k は Planck 及び Boltzmann 定數、 e 及び m は電子の電荷及び質量、 ϕ は仕事函数、 T は絶對溫度である。

これは高温金屬内の電子の速度分布が Maxwell の法則に従ふものと考へた従來の考へ方を變へて、Fermi-Dirac のエネルギー分布法則を適用して得たもので、現在最も正しい式と考へられてゐる。

第 2 節 單一金屬の熱電子放出

純粋な單一金屬の熱電子放出は、前節の式(3)によつて與へられる。眞空管工學に於いて大切なことは、如何にして仕事函数の小さいしかも高溫度で、安定なものを見出すかといふことにある。各金屬の仕事函数、及び融解點は、前述の第一表に示す如くである。

表より判る如く、仕事函数 ϕ の小さい、即ち電子放出の豊富な金屬はそれ自體の融解點が低く、高溫度に於いて不安定なるを常とする。現在用ひられる單一金屬の陰極は、 ϕ の最大なる融解點の最も高いタングステンである。

第 3 節 單原子層の熱電子放出

金屬の表面に他の物質が附着してゐる場合、これが該金屬の熱電子放出に影響

を及ぼすことは明らかである。高温度の金属表面に異物質の単原子層を吸着せしめ得るのは、地金属の表面原子の引力が働く爲である。かやうな単原子は物質の種類により、正または負極を外部に向けて配列する電気双極子と考へられるので、例へばタングステン上のセシウムは、正極を外部に向けて配列し、酸素の場合には負極を外側に向けて配列する。而してこの場合単原子層は地金属に對し、恰も三極真空管の陰極に對するグリッドの如き作用を呈するものと考へられるので、セシウムの場合にはグリッドに正電位、酸素の場合には負電位が加へられた場合に類似してゐる。従つて前者では仕事函数は地金属體より低い値となり、後者では高くなる。

単原子層陰極として現在最も多く使用されてゐるものは、トリウム-タングステンの組み合わせであつて、工業的陰極はタングステンに 1~2% の酸化トリウムを混合したものを使用し、これに熟成作用 (aging) を施してタングステンの表面にトリウムの吸着層を生ぜしめたものである。

かやうなトリウム-タングステン陰極の熱電子放出に就いては、最初に Langmuir が詳細な研究を發表し、 $\theta=1$ 即ちタングステンの全表面をトリウム原子が掩ふた場合に、最大の飽和電流が得られるものと信ぜられてゐたが、最近吸着に關する諸現象の研究が進歩するに従ひ、最大飽和電流は却つて、 $\theta < 1$ なる場合に得られることが判つた。飽和電流最大なる θ の値は、未だ正確に判らないが、恐らく 1 よりも遙に小さいものである。

タングステン上のセシウムの場合には $\theta=0.67$ (約 2/3)、バリウムの場合には $\theta=0.29$ (約 1/3) の時に、仕事函数が最小となることが明かにされた。

単原子層の熱電子放出は (3) 式に従ひ、放出されるところの電子は地金属の自由電子である。

第 4 節 酸化物陰極の熱電子放出

酸化物陰極は一見単原子層陰極と似てゐるが、實際は非常に複雑であつて、単原子層陰極に於いては、放出される熱電子が地金属内の自由電子であるのに反し、酸化物陰極では、酸化物の表面に吸着せる該金属の原子價電子が放出せられるものと考へられる。即ちニツケルを心金属とし、これに B_aO を塗布した場合について考へると、かやうな陰極が熱電子放出を行ひ得る状態に於いては、熱電子は、 B_aO の表面に吸着した B_a の単原子層から、放出されると考へるのである。

従つて、この場合放出方程式は (3) 式を用ふることは困難で、現在次式で表はすのが妥當とされてゐる。

$$I_s = A e^{-\frac{e\phi}{kT}} \dots \dots \dots (4)$$

ここに A は (3) 式の A_0 とは異なる意味の定數で、この式には T^2 の項は入つて來ない。但 (4) 式より算出した仕事函数 ϕ と、(3) 式による ϕ との間には著しい差異はなく、例へば B_aO の場合には (4) 式によるものは 1.15 V であるのに對し、(3) 式によるものは 0.99 ± 0.03 V である。

第 5 節 二次電子放出現象

一般に物質の表面に、ある速度を持つた電子またはイオンが衝突するときは、該物質の表面附近にある電子は、衝突電子またはイオンの勢力を受け、この勢力が一定値を超ゆれば、電子は表面から放出されるに至る。今電子を衝突せしむる場合に、衝突電子を一次電子、放出電子を二次電子と呼び、この現象を二次電子放出現象と稱する。衝突電子の中には、このまま弾性的に反撥される反射部分も存在して、この物質の附近に、これよりも高い電位を有する電極をおけば、二次及び反射電子はこれに吸引せられて電子流を生ずる。これを一次電子流に對して

二次電子流と呼び、一般には二次電子流と、反射電子流との両者を包含して、廣義の二次電子流と稱することが多い。

この二次電子流の大きさと、一次電子流の大きさととの比は、物質により異なるもので、一般に熱電子放出の大なるもの程、即ち仕事函数の小なるもの程、二次電子放出も大であつて、次表は兩者の關係を示してゐる。ここに β は二次電子流と一次電子流との比を示し、この比が 1 よりも大きいことは、反射を含まない純粋の二次電子放出が存在することを示してゐる。

物 質	仕事函数	β	β の最大値を與へる 一次電子エネルギー	原 子 番 號
B_2		5.4	600V	4
C (煤)	3.9~4.8	0.6~1		6
A_1	1.8~3.9	2.4	400	13
S_1	4.8	1.63	380	14
K (複合層)	1.0~2.0	2.5	600	19
C_a	1.7~3.3	4.95	520	20
P_1	4.0~4.7	1.27	400	26
N_1	3.0~4.6	1.3	500	28
C_u	4.0~4.8	1.27	600	29
R_b (複合層)	1.2~1.5	5.75	700	37
N_b		1.17	400	41
M_o	3.3~4.6	1.27	375	42
A_v	3.0~4.7	1.47	800	47
C_s (複合層)	0.7~1.8	8.5	400~600	55
B_a	1.8~2.3	2.72	530	56
T_a	4.0~4.9	1.3	625	73
W	4.2~5.4	1.33	625	74
P_t	3.0~6.7	1.52	1000	78
A_u	4.3~4.7	1.45	780	79

第 2 表

第 3 章 二極真空管とその特性

第 1 節 二 極 真 空 管

1.1 陰 極

a. 陰極材料 熱電子の放出電極たる陰極として重要な定数は、陰極の全飽和電流 I_s と加熱電力 W との比であつて

$$H = \frac{I_s}{W} \dots\dots\dots(5)$$

を熱電子放出効率と稱する。一般に H はこの陰極の壽命が、千時間乃至數千時間持續する溫度に就いて論ずるのを常とする。陰極としては H のなるべく大きく同時に機械的に堅牢で、且つ加工し易く値段の安いことが必要である。前章に於いて單一金屬、單原子層及び酸化物陰極に就いての熱電子放出について述べたが、次にこれらを実際に陰極として用ひた場合の比較を試みる。

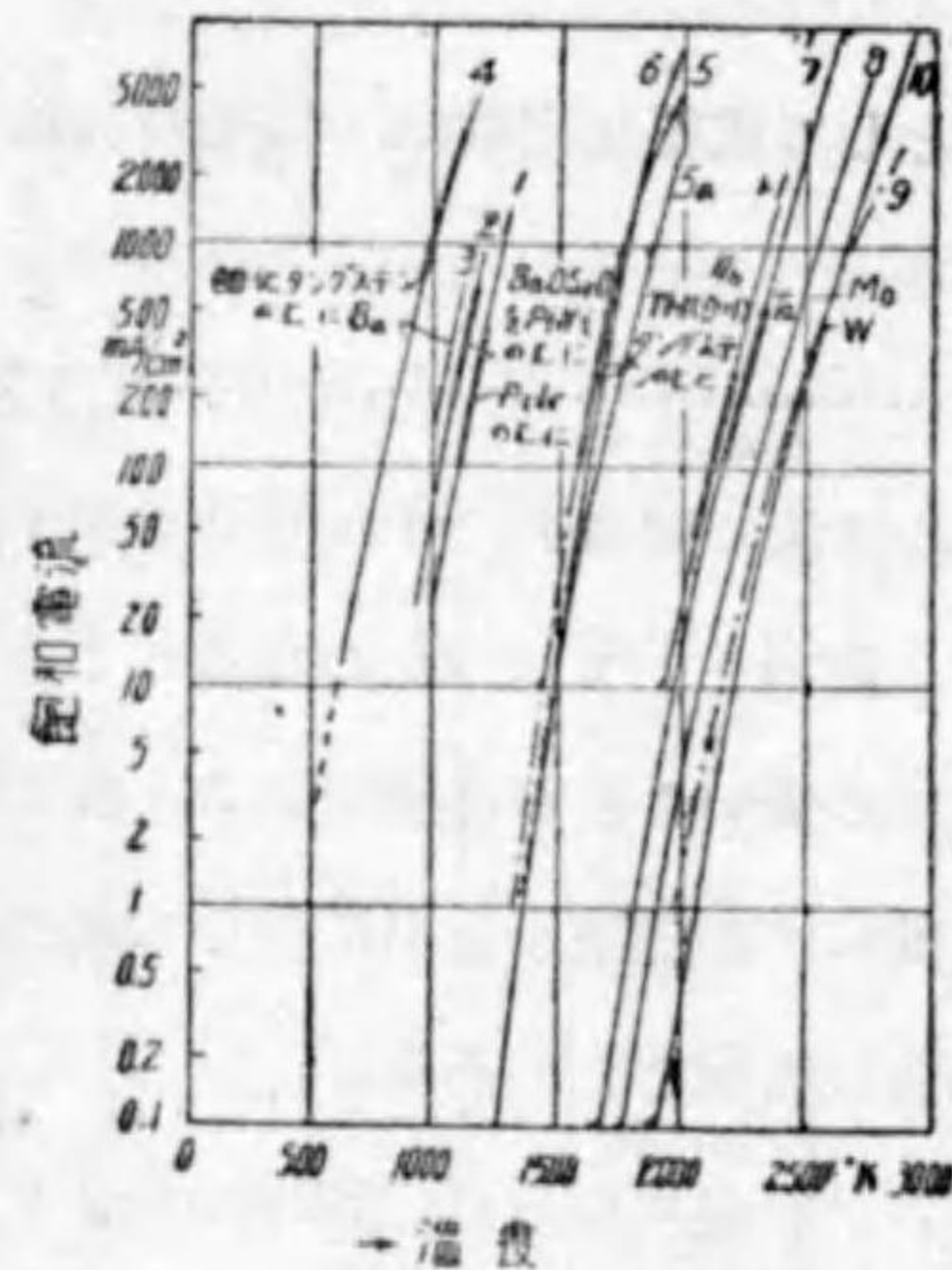
單一金屬の陰極としては、從來専らタングステンが用ひられ、初期に於いては受信管にも使用されたが、熱電子放出効率が低いため、現在では特殊のものを除いては使用されず、主として大型送信管に用ひられてゐる。

單原子層陰極の中最も重要なものは、トリウム-タングステン陰極である。これは、熱電子放出効率がタングステンの約 10 倍で甚だ優秀な陰極であるが、酸化物陰極の工業的製法が完成すると共に、受信用真空管には餘り使用されなくなつたが、中型送信管及び特殊のものには、依然として使用されてゐる。

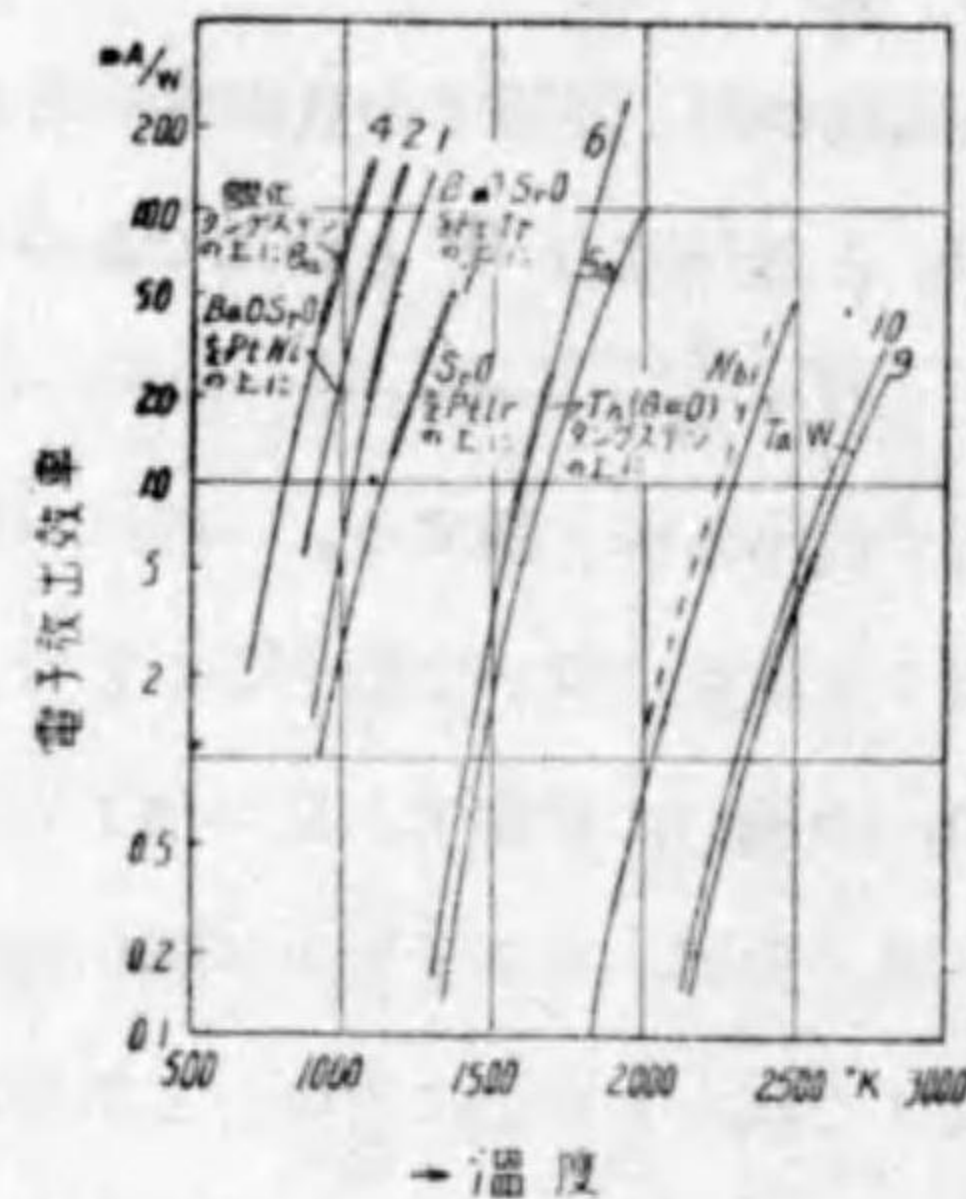
酸化物陰極の勝れてゐる點は、 H が非常に大きいこと、残留氣體に比較的鈍感なこと、更に最も重要なことは、傍熱型構造に作り得らることであるが、高速度の電子、及び陽イオンの衝撃には破壊され易いので、高電壓を使用する真空管には向かない。しかし小型真空管用としては最適で、現在受信用真空管は殆ど全部これを使用してゐる。酸化物陰極の熱電子放出効率は、トリウム-タングステ

陰極の更に数倍である。

次にこれらの陰極の温度に対する飽和電流、及び熱電子放出効率を示せば、第1圖、第2圖及び第3表の通りである。圖中太くかいた曲線部分は、それぞれ使用温度の範囲を示す。



第1圖 飽和電流と温度との関係



第2圖 熱電子放出効率と温度との関係

放出物質	熱電子放出効率 (mA/W)	放出電流密度 (mA/cm²)	使用温度 (絶対温度)
タングステン	3~5	270	2,300~2,600
トリウム	20~80	3,000	1,800~2,100
酸化物被覆	50~200	500	900~1,200

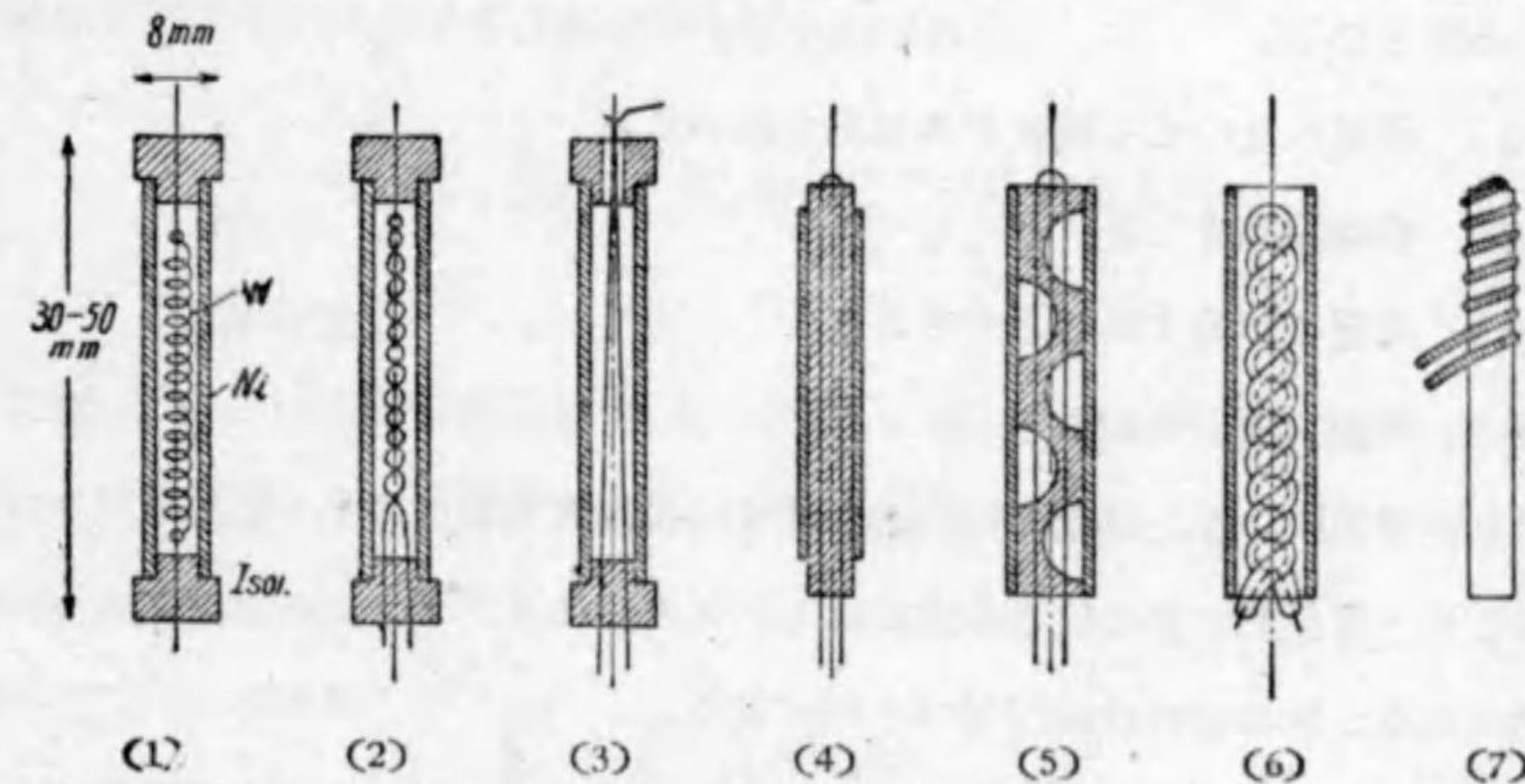
第3表

b. 構造 陰極には直接陰極を加熱する直熱型と、間接に加熱する傍熱型とがある。

(i) 直熱型 受信管にあつては、直熱型陰極は細い線條をしたフィラメントよりなり、これに直接電流を通して加熱するもので、この形状には直線型、V型、M型等がある。

送信管にあつてはこれらの型の他に二重M型、二重スパイラル型、平行V型、平行直線型、リボン型等がある。

(ii) 傍熱型 受信管の傍熱型陰極は、主として交流加熱用として作られたもので、その構造は通常、ニッケルまたはニッケル合金の細いスリーブの上に酸化物を塗り、この内に心線をおき、これに電流を通して、間接に陰極を加熱するやうにしたものである。直熱型では、陰極の加熱に交流を用ふると、所謂ハムが大きく出るが、傍熱型にすれば、これを著しく減少させることが出来る。傍熱型陰極の加熱心線配置には、第3圖に示す如き種類がある。(2)、(6)の如く捲戻型にする



第3圖 傍熱型陰極の加熱心線の配置

と心線電流による磁界が互に打消され、ハムが少くなる利点がある。心線と陰極スリーブとの絶縁には、この間に耐熱性絶縁物をおく方法と、心線の上に直接絶縁物を塗布する方法がある。前者は加熱に時間がかかるが、心線と陰極との絶縁がよい。後者は加熱時間が短い。一般の受信機に於いては加熱時間が短いことが望ましいから、現在の受信管の陰極は殆ど全部後者を用ひてゐる。

送信管の傍熱型陰極には、受信管の傍熱型と同じ輻射加熱型の他に、電子加熱型及び抵抗加熱型がある。電子加熱型は、陰極の内面に電子を放出する他のフィラメントをおき、陰極を正電位に保ちフィラメントから出る電子を陰極に激突せ

しめ、よつて生ずる熱によつて陰極を加熱するもので、これは勿論熱輻射による加熱も伴ふ。抵抗加熱型は傍熱型でなく、半傍熱型とも稱すべきもので、外側の圓筒を加熱體の一部として用ひ、内部の加熱體の輻射と相加はつて温度を上昇するものである。

1.2 陽極

陽極は、陰極から出た電子流を受ける作用をなすものである。それ故或る速度の電子が飛來して、衝突することによつて加熱され、また陰極からの熱輻射を受けて、温度が上昇する。従つて陽極は次の如き條件を満たす材料、構造並びに處理が必要となる。

- (1) 高温になつても吸藏ガスを出さないこと
- (2) 熔融點高きこと
- (3) 高温で蒸發すること少きこと
- (4) 高温で變形せぬこと

以上の理由により、陽極の材料としては、受信真空管には主としてニッケルが用ひられ、送信真空管には空冷式にはニッケル、モリブデン、グラフアイト、タングラム等、水冷式には銅が用ひられてゐる。

ニッケルは小型のものに用ひられ、熔融點は最も低い、加工が容易なことを長所とする。輻射を大にして大きな電力損失に耐へ得るために、表面を粗にした、り、また酸化させ或ひはグラフアイト被膜を施して用ひられることが多い。

モリブデンはニッケルに比し遙に熔融點が高く最もよく用ひられる。これは工作も比較的樂であるが、一度熱處理をしたものは稍々脆くなる。

グラフアイトは熔融點が高く(3,800~3,900°C)、蒸氣壓低く、熱發散率並びに傳導度が大である。又よく氣體排除を行つたグラフアイトは、ゲッターの役目をなして氣體を吸收する性質があり、熱膨脹係數も小さいので、最近多く用ひられるやうになつた。水銀蒸氣整流管には相當用ひられてゐる。

タングラムはその熔融點はモリブデンよりも高く(約2,900°C)、蒸氣壓はこれよりも低い。タングラムは更に吸藏氣體を容易に驅出し得る性質があり、又ゲッターの作用をなし、熱處理を加へても脆くならぬので最近愛用されてきた。

次に水冷管用の陽極は水で冷却するためさして高温にはならず、寧ろ熱を早く運び去る方法を講ずる必要があるため、熱傳導度のよい銅が専ら用ひられる。

さて陽極の構造は空冷管に於いては平行板型、圓筒型、平型、翼付平型、二列圓筒型等がある。何れも高温による變形を防ぐやうに工夫してある。

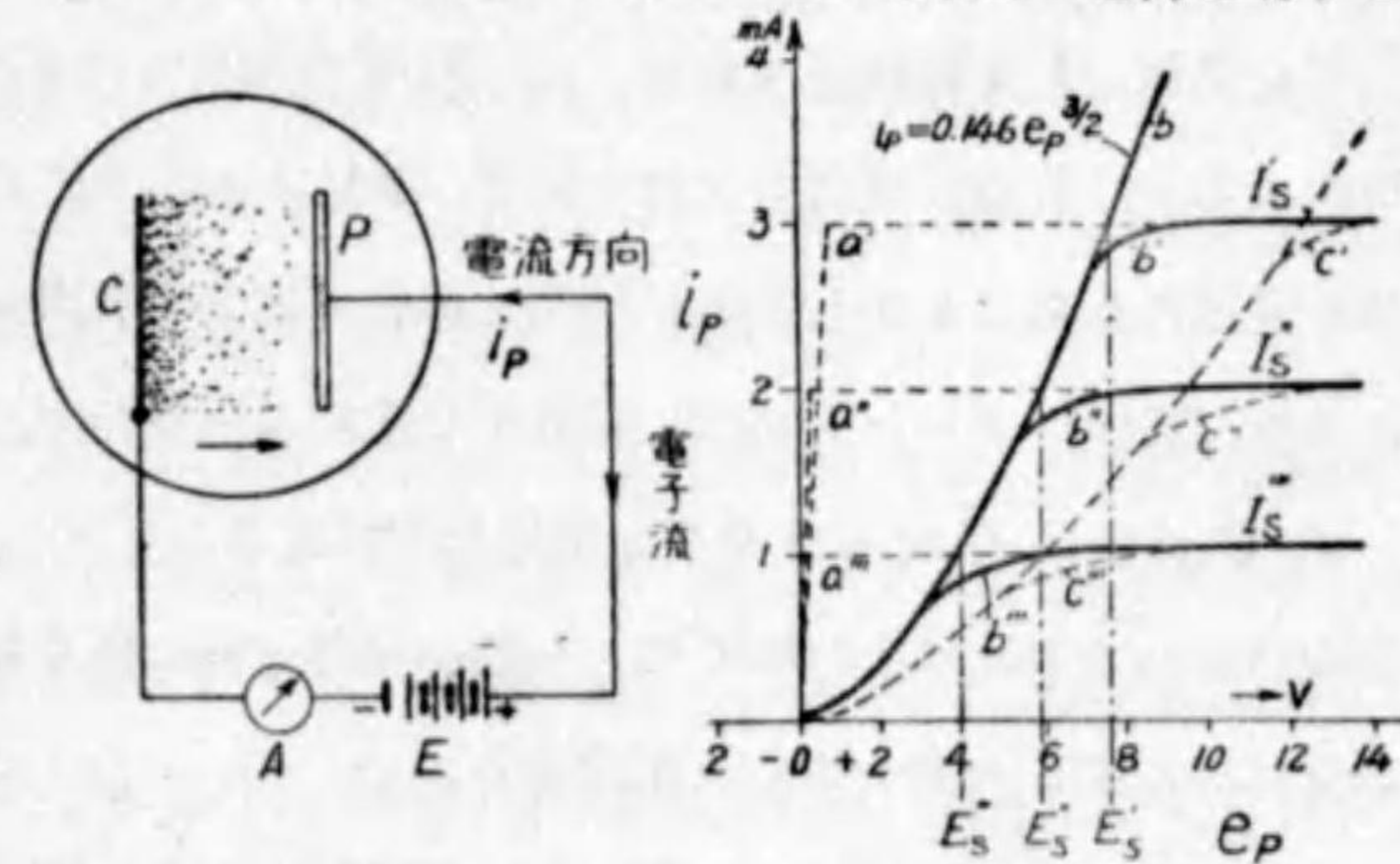
水冷管の陽極は外部に露出するために、硝子と銅とを氣密に接續するのに特殊の技術を要する。水冷式には兩端型と單端型がある。

第2節 二極真空管の特性

2.1 理想特性

陰極 C に向ひ合はして陽極 P をおき、この間の電圧 E を高めて行くと、電子流 i_p は電圧零に於いては零であるが、僅かでも正になると、負の電荷を有する放出電子は正の陽極に

引かれて i_p は次第に大きくなる。この場合放出電子は總て正の陽極に引かれて、第4圖の曲線 a' , a'' , a''' の如く、急に飽和値まで増加するもの



第4圖

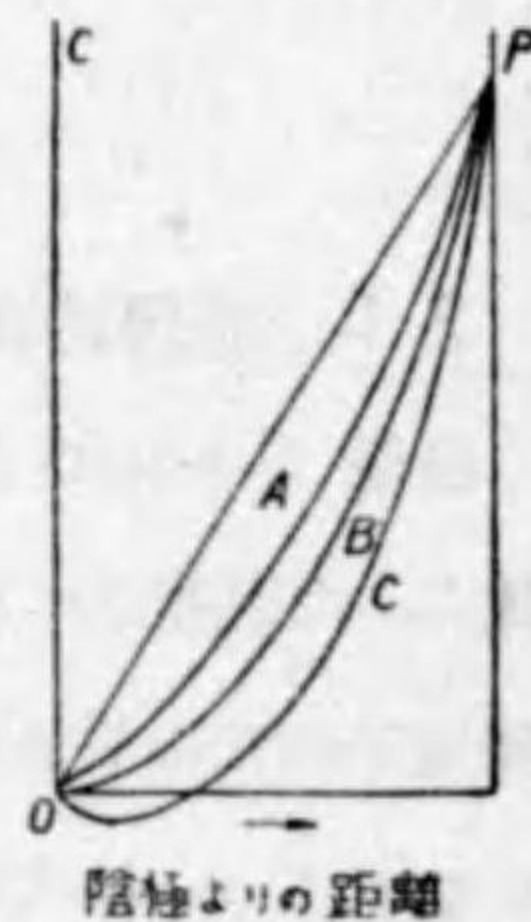
第5圖

と思はれがちであるが、實際は電子流は曲線 b' , b'' , b''' の如くはじめ極めて緩かに次に急激に、終りには徐々に増加し、飽和値に達するものである。この曲線の形が真空管特性の根本をなし、應用に對しても非常に重要な意味を持つてゐる。

この曲線を特性曲線と稱する。かくの如く特異な形を持つのは、陰極プレート間に所謂空間電荷がある爲である。即ち負の電荷を有する電子がCからPに續いて飛んで行くために、この空間は負に帯電される。この負の空間電荷はPの電子吸引作用を多少弱めるので $b' b'' b'''$ の如き特性曲線になるのである。

さてこの空間電荷は、主に陰極の周圍にその直徑の數倍位の距離のところ存在し、この部分では電子の密度は特に大きい。これはここから廣く外部に電子が分散するためばかりでなく、陰極の附近では電子の速度が遅くて、電子がここに永く留つてゐるが、それより外部に於いては電子は、大きな速度で飛んで行き或る瞬間電子が少ししか存在しない爲である。従つて陰極からごく近くの距離に、

空間電荷の作用のために最低電壓の所が出来、しかしてこれは陰極の電位より低くなることもある。この爲に放出された電子の一部分は、再び陰極に戻され、最小電位面を通り過ぎた電子だけが、外部の加速電界にきて、その結果陽極に飛んで行く。第6圖は陰極、プレート間の電位傾度を示したもので、Cを陰極、Pを陽極とすれば、先づ陰極が加熱されてゐないとすると、各部の電位傾度は一定で、電位分布は OP を連ねた直線になる。しかし陰極が加熱せられて電子が放出せられると、陰極、プレート間は空間電荷で満たされるので、電位傾度は一定でなく、A、B 或ひは C に示すやうな電位分布になる。



第6圖

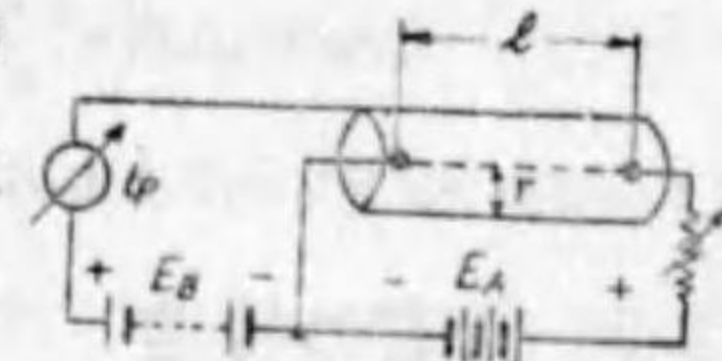
陰極附近の状態は以上の如くで、一般の場合陰極の極く近くには速度零の電子が多量に存在すると考へることが出来る。

さてしからば電子電流 i_p と與へられた電壓 e_p との間には、次の簡単な關係が成立つ。

$$i_p = G e_p^{3/2} \dots \dots \dots (6)$$

(Langmuir 及び Schottky の空間電荷法則, 有效範圍 $0 < e_p < e_s$)

この關係は、陰極及び陽極の形狀の如何を問はず、如何なる真空管に對しても成立つ。たゞ形狀に應じて定數 G が變るだけである。この G をパーヴィアンスと呼び、簡単な電極に就いては計算することが出来る。



第7圖

例へば第7圖の如くフィラメントの長さが $l \text{ cm}$ で、その周圍に半径 $r \text{ cm}$ の圓筒陽極がある配置では

$$G = 1.46 \cdot 10^{-5} \frac{l}{r}$$

になる。故に

$$i_p = 0.0146 \frac{l}{r} e_p^{3/2} \text{ mA} \quad (e_p \text{ はボルト})$$

先きの第5圖は理論的に出した、次の二種の真空管の曲線を示す。一つは $l = 15 \text{ mm}$, $r = 1.5 \text{ mm}$ 即ち $\frac{l}{r} = 10$ (曲線 b) で、他は $\frac{l}{r}$ が半分になつた場合 (曲線 e) である。曲線は l が大になればなる程、又 r が小になればなるほど急傾斜になる。この理由はフィラメントが長くなれば電流がこれに相應して増大し、陽極がフィラメントに接近すればする程、電子が正の陽極に強く引かれる爲である。しかし曲線はこの他には何の影響も受けない。特に式中にフィラメントの溫度、従つて放出電子の數が入つて來ないのは注目し値する。即ち空間電荷範圍では電子流は理論的には加熱に關係せず、電壓だけに關係する。

i_p が飽和値 i_s に近づけば、初めて曲線は曲つて水平になる。電壓を如何に上昇しても、電流は飽和値以上になることは出來ないからである。加熱が強ければ強い程、理論上の曲線 $i_p = G e_p^{3/2}$ から特性の曲るのがおそい。第5圖に於いて b'' は b' より、 b''' は b'' よりも陰極加熱の弱の場合を示す。曲線が曲らないで飽和電流に達した場合の値を、便宜飽和電壓 e_s と稱する。

即ち

$$e_s = \left(\frac{i_s}{G} \right)^{2/3} \dots \dots \dots (7)$$

圓筒型真空管の場合には

$$e_s = 16.8 \left(\frac{r i_s}{e} \right)^{3/2} \text{ volt } (i_s \text{ はミリアムペア})$$

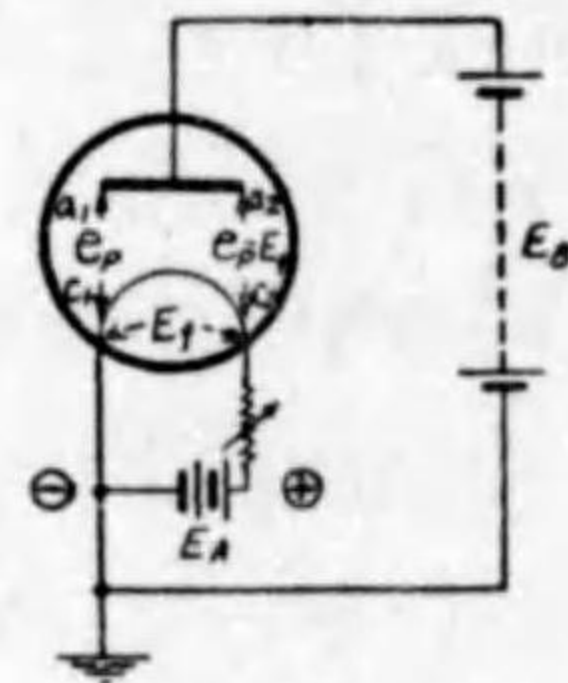
(6) 式は e_p が e_s より小さい範囲だけで成立する。

2.2 実際の実験特性

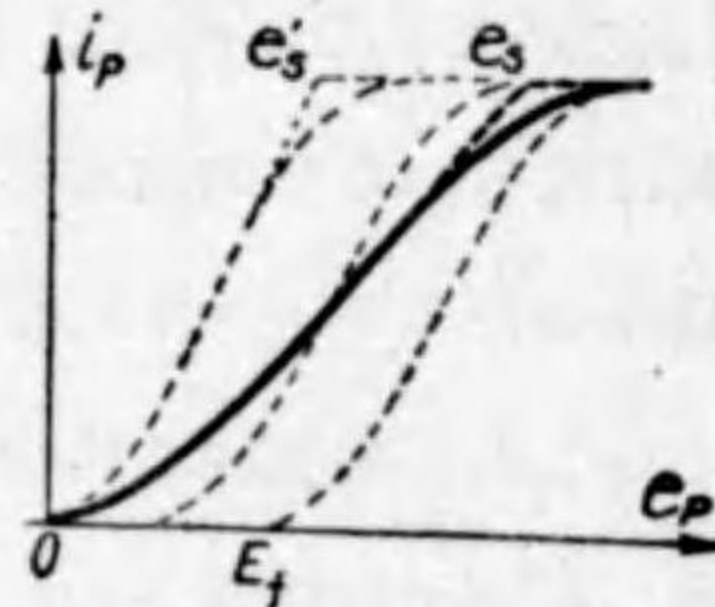
以上は理想的な特性について考へて来たが、実際の真空管の特性はこれよりも多少違つてゐる。これは次の諸種の理由によるものである。

a. **フィラメント加熱電圧の影響** 傍熱型真空管の場合には陰極とヒーターが別であるから、陰極はヒーターの加熱電流通過のため影響を受けぬが、直熱型陰極の場合にはフィラメントに加熱電流が流れるために、必ずフィラメントに沿つて、電位差が出来、このため陽極との間の電圧を一定値 e_p に爲さない。さてフィラメントと他の部分との間の電圧は、總てフィラメントの負端を基準にしてゐる。故に e_p は陽極と負端との間の電圧を意味し、正端をとれば E_f だけ小さく $e_p - E_f$ になる(第8圖)。従つて

実際の実験特性は、フィラメントを微小部分に分けて考へた場合の各々の部分特性の集りからなり、この部分特性の基点は、0 から E_f まで次々に移つて行くので



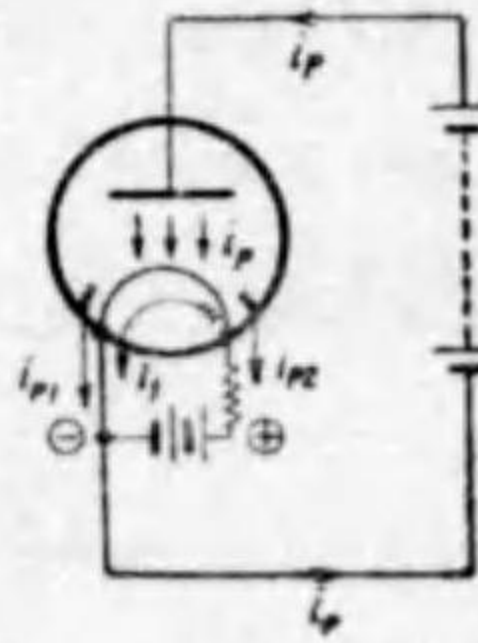
第8圖



第9圖

ある(第9圖に點線で示す)。而してこの平均値は容易に求めることが出来、かくして得られた曲線はかなりその傾斜が緩かになり、中央部分は殆んど直線になる(第9圖に太い實線で示す)。また実際の実験特性の飽和電圧 e_s は、理論的の飽和電圧 e_s より E_f だけ高い。

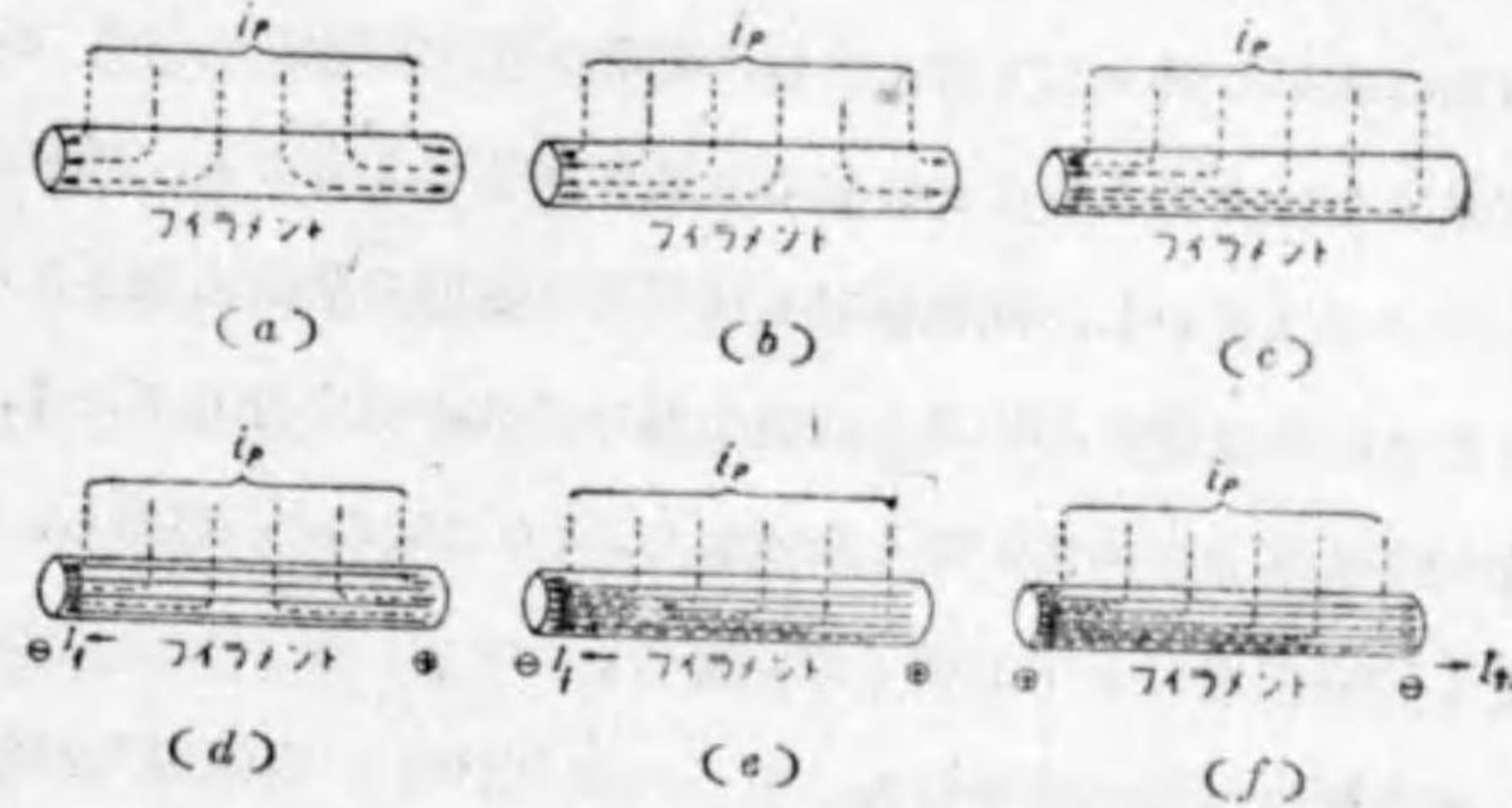
b. **陰極温度不均一の影響** 理想特性は陰極の温度を至るところ、平等均一と考へたが、実際にはさうでない。第一にフィラメントの両端には、導線の冷却効果があり、第二に陽極面からの熱の反射があつて、この兩方のため、陰極の中央



第10圖

部分の温度が高く両端が低くなる。第三に放出電子流の影響を受ける。即ち第10圖に示す如く陰極には放出電子流が流れるから、この電子流による加熱作用を考へなくてはならぬ。これは陰極が直熱型で、しかも直流で加熱する場合には仲々複雑である。先づ

電子流だけを考へると、第11圖(a)の如く、電子流がフィラメントの左右に半分づつ分れると、これに因る



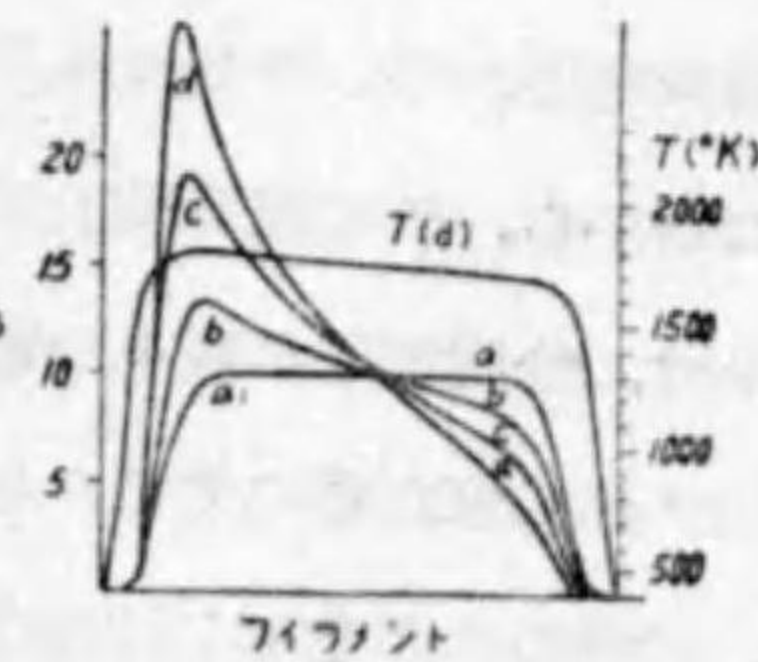
加熱作用は中央部

第11圖

が少く、両端程著しいから、前の両端における冷却作用は、或程度補償されることになる。しかし(b)又は(e)の如く偏頗に流れると、發熱の不同は大きくなる。

さてこれに陰極の直流加熱電流が重なると、その流通方向の如何で熱の分布は更に變つてくる。例へば圖(d)のやうに、電子流が左右に均等に分れるとすれば合成發熱効果は、フィラメントの負端に多く正端に少い。(e)のやうに電子流が負端へ偏流するときは、その負端の發熱量は一層高くなる。これに反して(f)の通りに、フィラメント内で電子流と加熱電流とが逆流する場合には、發熱量はそれだけ減ずる。第12圖はかかる原因による電子

放出量分布の偏りの有様を示したもので、(a)は $i_f/I_f = 0\%$ 、(b)は 5% 、(c)は 10% 、(d)は $i_f/I_f = 20\%$ の場合で、フィラメント上の各部の電子放出が如何に不均一であるかが判る。尚ほ圖の T(d) 曲線は曲線(d)に對する温度分布の有様を示したものである。



第12圖

さて、かくの如く陰極の温度分布に高低があると、陽極電圧を増して行つた場合放出の少い部分は、早く飽和状態に達するので、高温度の電子放出の豊富な部分は、未だ空間電荷域にあつて電子流が電圧と共に増すところでも、全電子流の増加は次第に減少して行くから、實際の特性曲線は $e_p^{3/2}$ より緩かに上昇し、飽和域にも徐々に入ることとなる。詰り空間電荷域でも、陽極電圧の $3/2$ 乗法則に厳密に従はないし、飽和域でも所謂飽和状態を明確に表さなくなる。

更に陰極温度を高めると、或る部の温度が増す許りでなく、陰極上電子放出に参加する部分の面積が廣くなるから、(6)式の G が増し、依つて、空間電荷域でも陰極温度の上下で電子流が變る。

また陽極電圧が高まると、電子の勢力が増し、陽極損失が増えるので、陽極温度も上昇し、これが陰極に反映してその温度を高くするので、飽和域でも陽極電圧の高低で陽極電流に多少の變化を生ずる。これは酸化物被覆陰極では特に著しく、これを用ひた二極管では、飽和現象が殆んど見られぬ程である。

c. 電子放出初速度の影響 (6)式では $e_p=0$ の時に $i_p=0$ である。これは陰極から出る電子の速度は、總て零であると假定した爲で、當然のことである。しかし放出電子は、種々の初速度を有してゐる。陽極電圧が高い場合には問題でないが、低い場合にこの初速度の影響が現れる。しかして陽極に負電位が加はつても、その値が若し電子の最高放出速度以内ならば、電子は陽極に達し得る。従つて陽極電圧が零の場合にも、相當の電子流が流れる。即ち眞空管特性は陽極電圧零の所から、既に或る電子流が流れる。しかして放出電子が様々な初速度を持つことは、恰度電子が種々の電圧の間を通つて來た、即ち種々の電圧で陰極から引き出されて來た爲に生じたものと考へることが出来る。従つて陰極中の電圧降下と、同様の作用を示し特性曲線の傾きを緩かにする。

d. 接觸電位差の影響 一般に空間に相異なる電極を對立させると、その間には、必ず多少の接觸電位差が現れる。例へばトリウム-タングステンとか酸化物

被覆陰極に對して、他の金屬陽極をおくと、前者は後者に對して正電位を得、逆に後者は負に帶電するに至る。この電位差はせいぜい $1-2V$ までのものであるが、陽極電圧の低い場合には無視するわけに行かぬ。但しその影響は前項の初速度の影響と逆方向故、或程度は互に補償し合ふものである。

e. Schottky 効果 高熱陰極からの熱電子放出量が、その陰極面に働く電界の作用で多少増加する傾向がある事實は、所謂 Schottky 効果として知られてゐることである。これは陰極面の電界が強い程、陰陽兩極間の電位差が大きい程著しく現れるから、飽和部分の特性も、仔細に調べると水平でなく、陽極電圧の増加につれ、必ず幾分の傾斜をもつて電子流は増す。

f. その他の影響 以上の他 (i) フィラメントの加熱電位差が、陰極附近の空間電荷効果に及ぼす影響がある。即ち前に述べた陽極電圧との合成効果の他、陰極面に沿うて存在する電位差が、電子の運動に縦方向の分力を及ぼし、電子を多少斜に飛ばすことになる。

(ii) 陰極加熱電流に依つて、陰極の周圍に生ずる磁界の作用があり、放射狀に飛び出す電子に半圓を畫かせ、フィラメントに戻さうとする。従つてこれは空間電荷を増し、特性を平らにする。

(iii) 電極構造が對稱的でなく、例へば陰陽兩極間の距離に不同があれば、全體としての電子流特性は、やはり $e_p^{3/2}$ 法則に従はぬことになる。

(iv) 管内残留氣體の影響 管内に残留氣體が多量にあつて、その分子が電子と衝突、電離作用を行ひ、多數の陽イオンを作つて、これが特性に影響を及ぼすことがある。陽イオンが多く出ると、二極管特性が理想特性から外れる許りでなく、多くの場合陰極を冒して、眞空管としての生命を斷つに至る。

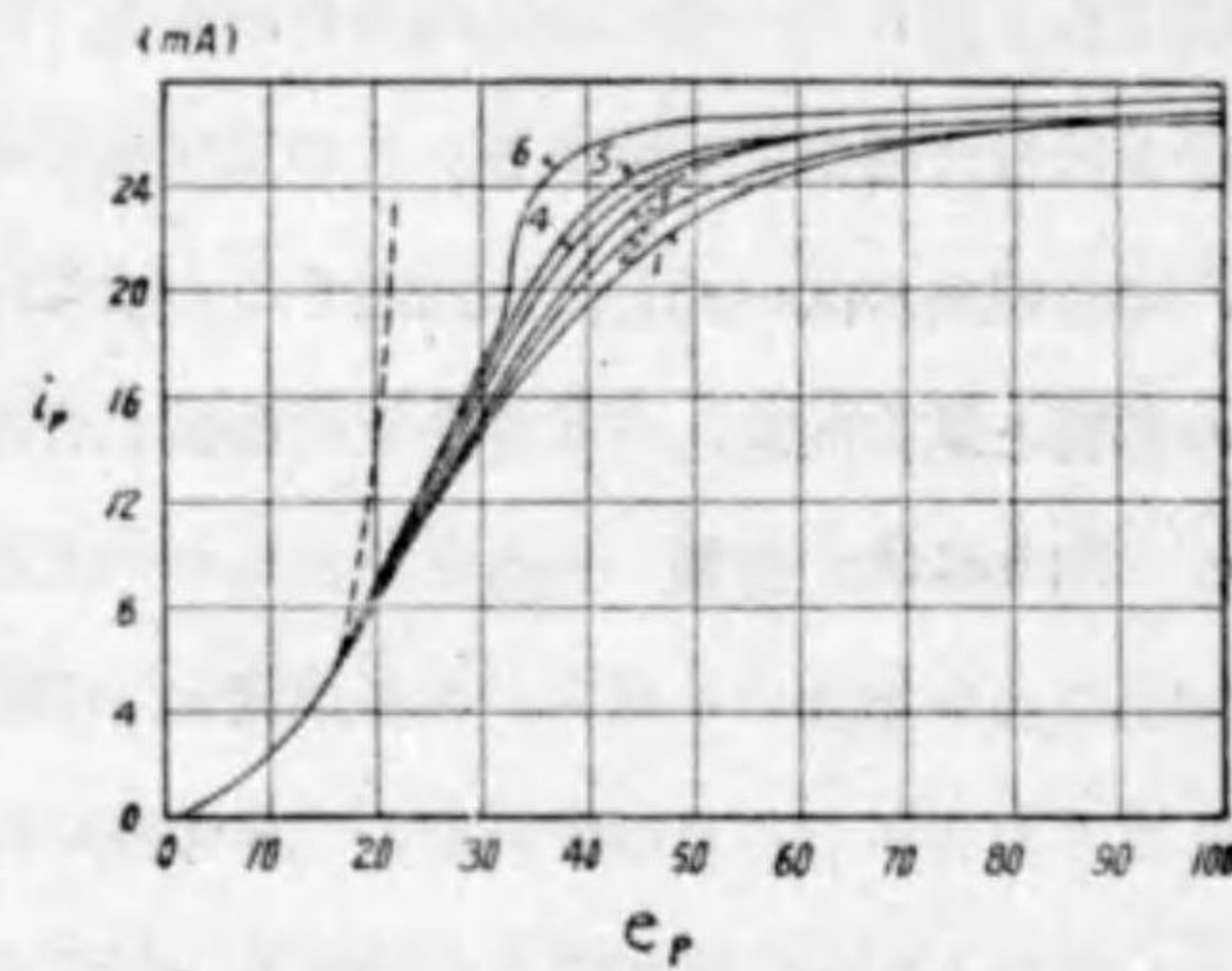
第13圖(a)は管内に水銀を封じ、その温度を漸次高めた場合、特性に現れる變化の一例を圖示したもので、圖の如く温度の上昇即ち眞空度の低下につれて、或陽極電圧に對する陽極電流は、漸次に増加して行くが、凡そ 5×10^{-4} mmHg 位

になると(曲線6),特性曲線に急に賑らみが出てくる。それより更に蒸気圧が高まつて,約 2×10^{-3} mmHg になると,水銀の電離電圧相當の陽極電圧のところ曲線は急騰し,管内には暈光放電が始まる。第13圖(b)の曲線1は吸蔵氣體の放出のため,陰極の電子放出性が著しく低下する例で,曲線2は吸蔵氣體の放出を行はぬやうにした場合の特性を示す。

以上述べて来た如く,二極真空管の實際の特性は,本節の最初に述べた理想特性より異なるものであ

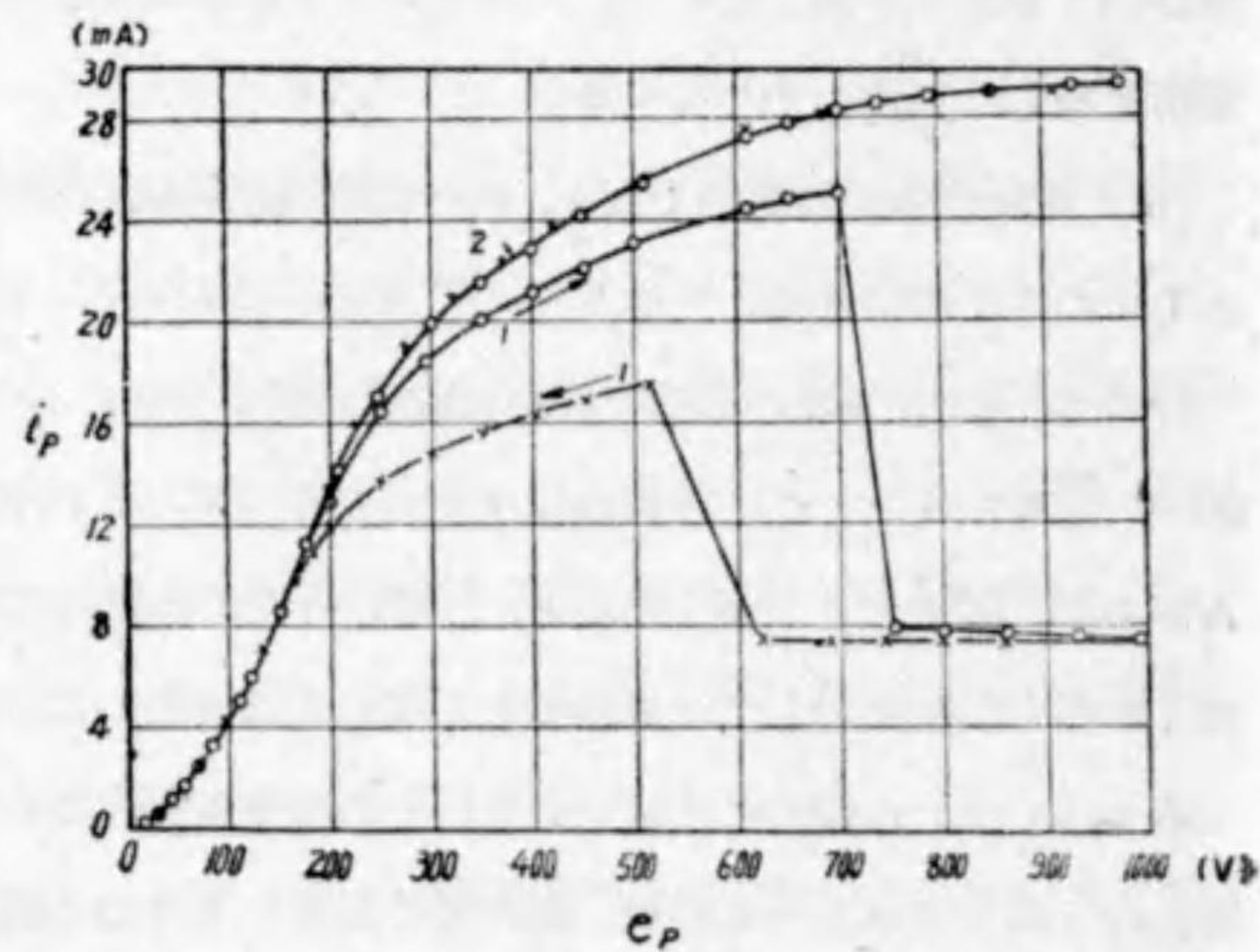
る。然し乍ら大體は,理想特性に随ふと考へて差支へはない。

要するに二極真空管の導電作用は,陰極から放出される熱電子のみによつて行はれるもので,その電流,電圧特性は自ら陰極の電子放出特性と,空間に飛動す



曲線番號	水銀溫度(°C)	水銀蒸氣壓 (mmHg)
1	-185	10^{-6} 以下
2	- 7.5	8.5×10^{-5}
3	0.	1.8×10^{-4}
4	5.0	3×10^{-4}
5	7.5	4×10^{-4}
6	10.0	5×10^{-4}

第 13 圖 (a)



第 13 圖 (b)

る電子群の性質とによつて左右されるもので,この性質を列挙すると,

- (i) 二極真空管は一方向的にしか電流を通さない。即ち陽極が陰極に対して正電位にある時だけ電流が流れ,電圧が逆向きの場合には完全な絶縁物として働く。
- (ii) 二極真空管を通する電子流は,陰陽兩電極間に加はる電位差の $3/2$ 乗に比例する。
- (iii) 陰極の温度 T を一定とすれば,陽極電流 I_p は飽和電流 I_s 以上になり得ない。

二極真空管はかかる性質があるので,交流から直流を作ること,いひ換へれば整流作用を行はせることが出来るのである。

第 4 章 三極真空管及びその特性

第 1 節 三 極 眞 空 管

1.1 陰陽兩極並びにグリッド間の相互作用

陰極と陽極とよりなる二極真空管の中に、第三極即ちグリッドを挿入したものを、三極真空管といふ。このグリッドの作用は、陰極より陽極に通ずる電子流をグリッドによる静電界で制御するものである。グリッドに負電位を與へると、いはば電子の通路に障壁を設けてその交通を遮断し、これに正電位を與へれば路を開いて、自由に電子の通過を許すことになる。次にこれを詳細に考へてみよう。

先づ真空管内の電子の行動は、各電極間に働く静電界（厳密には磁界の作用も加はるが暫らく考へない）に依つて左右されるものであるから、三極真空管の性能を理解するには、第一に各電極の間の静電界が如何に分布してゐるか、その静電界分布がグリッドの作用で如何に變化するかを考察する必要がある。

今空間に、三個の導體 P, G, C が第 14 圖の如く、或配置で存在してゐる場合を考へる。これら導體の電位をそれぞれ v_p, v_g, v_c とすれば、各導體の電荷 q_p, q_g, q_c は次の如く表される。

$$\left. \begin{aligned} q_p &= q_{pp} v_p + q_{pg} v_g + q_{pc} v_c \\ q_g &= q_{gp} v_p + q_{gg} v_g + q_{gc} v_c \\ q_c &= q_{cp} v_p + q_{cg} v_g + q_{cc} v_c \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

但し q_{pp}, q_{gg}, q_{cc} は静電容量係數、 $q_{pg}, q_{gp}, q_{gc}, q_{cg}, q_{pc}, q_{cp}$ は静電誘導係數である。若し導體 C を零電位におき、 e_p, e_g をそれぞれ PC 間、 GC 間の電位差とすれば q_c は

$$\begin{aligned} q_c &= q_{cp} e_p + q_{cg} e_g \\ &= q_{cp} \left(e_p + \frac{q_{cg}}{q_{cp}} e_g \right) \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

又は

$$= q_{cg} \left(e_g + \frac{q_{cp}}{q_{cg}} e_p \right) \dots\dots\dots(10)$$

$q_{cg}/q_{cp} = \mu, q_{cp}/q_{cg} = D \left(= \frac{1}{\mu} \right)$ とおけば

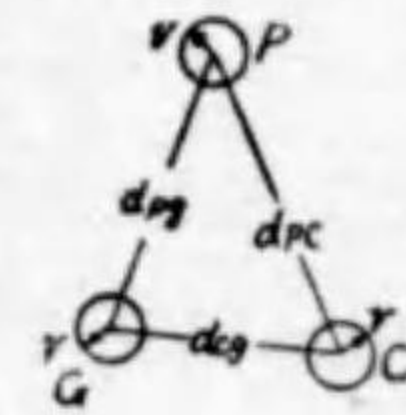
$$q_c = q_{cp} (e_p + \mu e_g) \dots\dots\dots(11)$$

$$= q_{cg} (e_g + D e_p) \dots\dots\dots(12)$$

となる。この q_c は導體 C の表面に分布する總電荷であるから、これは即ち導體 P 及び G より出發して導體 C に終る ($e_p, e_g > 0$ の場合) Faraday 管を表し、従つてその大小は導體 C の表面における電界の強さを代表するものとみることが出来る。

故にこの式は導體 C の表面に働く電界の強さが、導體 P の電位ででも、また導體 G の電位ででも變化すること、並びに若し $\mu > 1$ ($D < 1$) の場合には、 G の電位の影響が P の電位の影響の μ 倍であること、更に ($e_p + \mu e_g$) が一定なら、 e_p と e_g とがその範圍で如何やうに變つても、 C の表面の電界には何等影響がないことを表してゐる。

今 P, G, C 共に半径 r なる球とし、相互間の距離 d_{pg}, d_{pc}, d_{gc} が何れも r に比べて著るしく大なる場合を考へてみよう (第 15 圖)。この時には静電容量係數、並びに静電誘導係數は次の如くなる。



第 15 圖

$$q_{cp} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{1}{d_{gc} d_{pg}} - \frac{1}{r d_{pc}} \right), \quad q_{cg} = \frac{1}{\Delta} \left(\frac{1}{d_{pg} d_{pc}} - \frac{1}{r d_{gc}} \right) \dots\dots(13)$$

$$\Delta = \left(-\frac{1}{r^3} + \frac{2}{d_{pc} d_{pg} d_{gc}} \right) - \frac{1}{r} \left(\frac{1}{d_{pg}^2} + \frac{1}{d_{pc}^2} + \frac{1}{d_{gc}^2} \right) \dots\dots(14)$$

故に

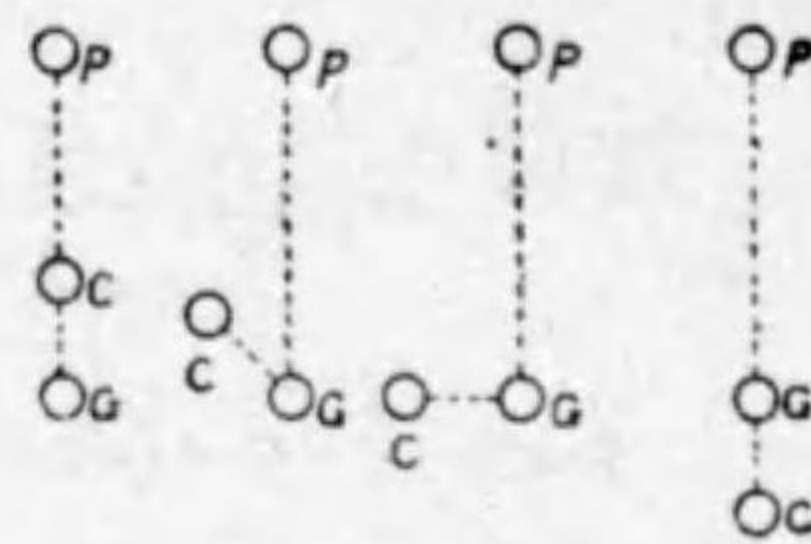
$$\mu = \frac{q_{cg}}{q_{cp}} = \frac{r d_{gc} - d_{pg} d_{pc}}{r d_{pc} - d_{pg} d_{gc}} \approx \frac{d_{pg}}{d_{gc}} \dots\dots\dots(15)$$

即ち PC 間の距離が, GC 間のその例へば 3 倍あつたとすれば $\mu=3$ となるから, GC 間に 20 V を加へたことは, 恰も PC 間に 60 V を加へたのと, 同一の効果を C に及ぼすわけである。

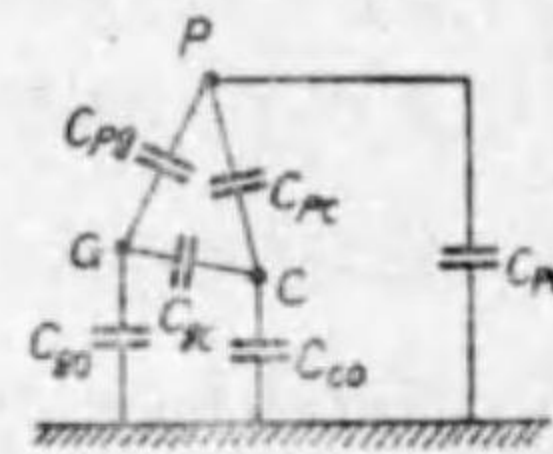
尚ほこの場合 C に対する P 及び G の作用はそ

れぞれ PC 及び GC 間の距離さへ同一なら, PG 間の距離の如何には依らぬ。即ち第 16 圖の如き, 各種の配置は導体 C の表面における電界の強さに關する限り, 全く同様である。

なほ一般にかくの如き三導体の電荷と電位間の關係を, 第 17 圖の如き等價蓄電器群を以つて代表し得る。



第 16 圖



第 17 圖

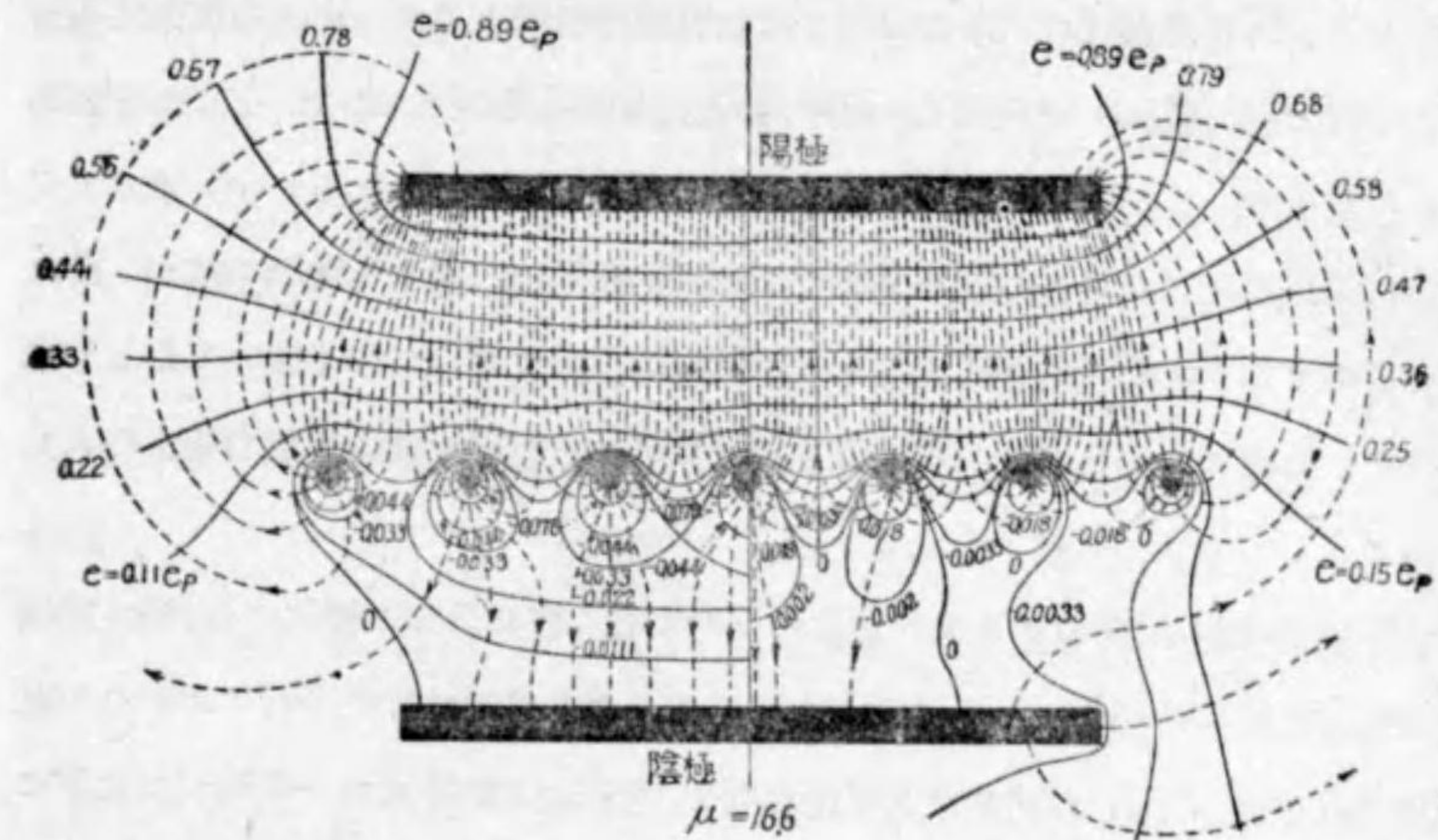
但し

$$\left. \begin{aligned} C_{p0} &= q_{pp} + q_{pg} + q_{pc} & C_{g0} &= q_{gp} + q_{gg} + q_{gc} & C_{c0} &= q_{cp} + q_{cg} + q_{cc} \\ C_{pc} &= -q_{pc} & C_{gp} &= -q_{gp} & C_{gc} &= -q_{gc} \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

三極真空管を構成する三電極中, 陽極を上記の導体 P に, グリッドを G に, また陰極を C に代表させると, 以上の導体系理論は, そのままこれを三極管の根本機構の説明に應用することが出来る。

以下實際の配置に近いものにつき, 各電極間の静電界を考へてみよう。

第 18 圖は, 平行板狀の陰陽兩極の間に平行線列よりなるグリッドをおき, その電壓 e_g を陰極に對して負の値から (a), (b), (c), (d) と漸次上げて行つて, 電界分布の變化の狀況を調べたものである (E. L. Chaffee 氏著書より)。(a) では陽極面から發した電氣力線は, すべてグリッド面で終り, 一つも陰極迄及ぶものがない。従つてこの時は陰極面から放出された電子は, グリッドによる逆電界のため阻まれ, 陽極側の空間へ没入し得ない。従つて陽極電流は流れない。次の (b) の場合には, グリッドがなほ負電位を採り, 陽極電流は通らないが, 陰極面附近の逆電界は餘程緩和されて來てゐる。グリッド電位が更に増して, 恰度 $e_g=0$ と

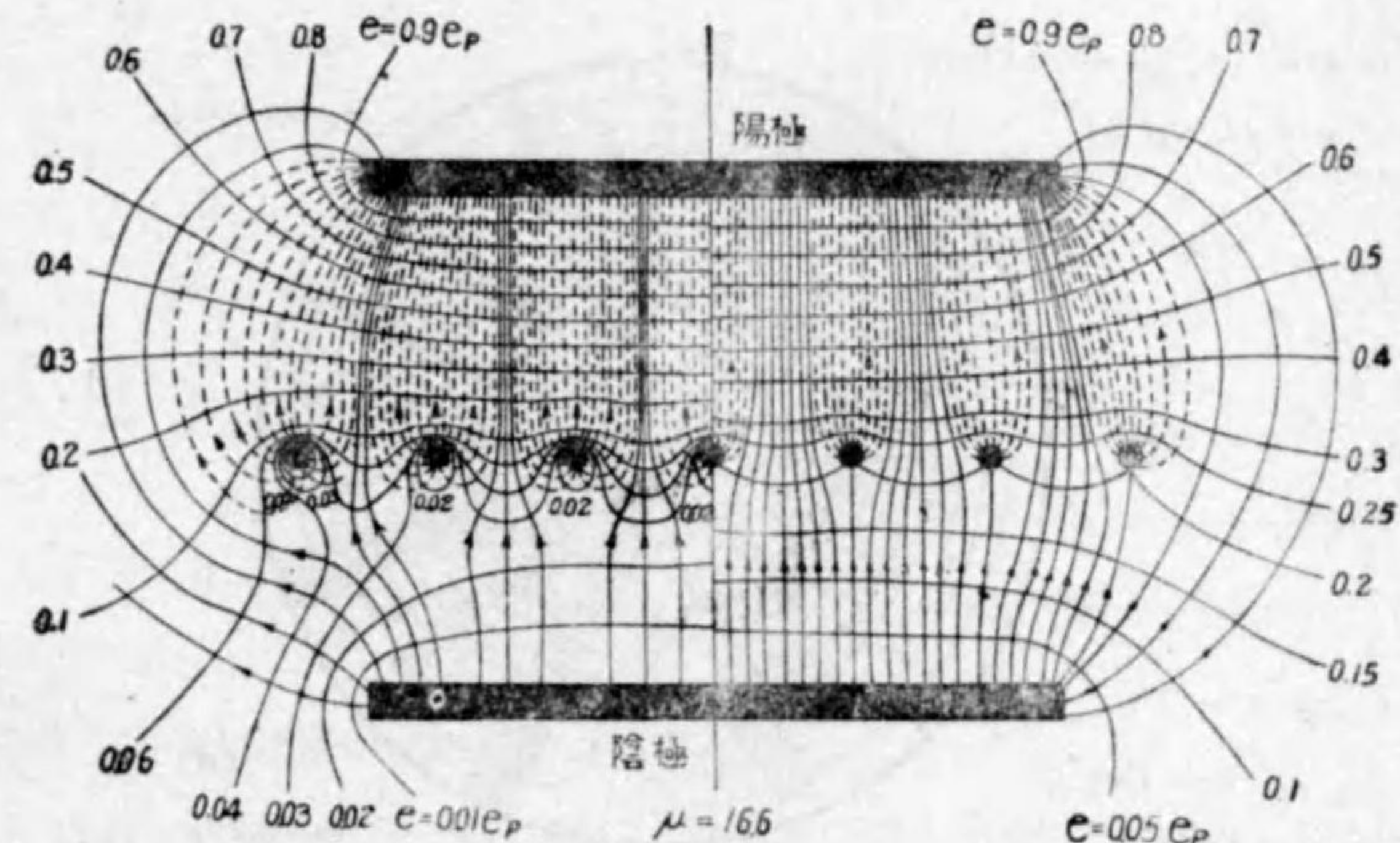


$e_g = -0.111 e_p, \quad e_p + \mu e_g = -0.84 e_p.$

(a)

$e_g = -\frac{1}{16.6} e_p, \quad e_p + \mu e_g = 0$

(b)



$e_g = 0, \quad e_p + \mu e_g = e_p$

(c)

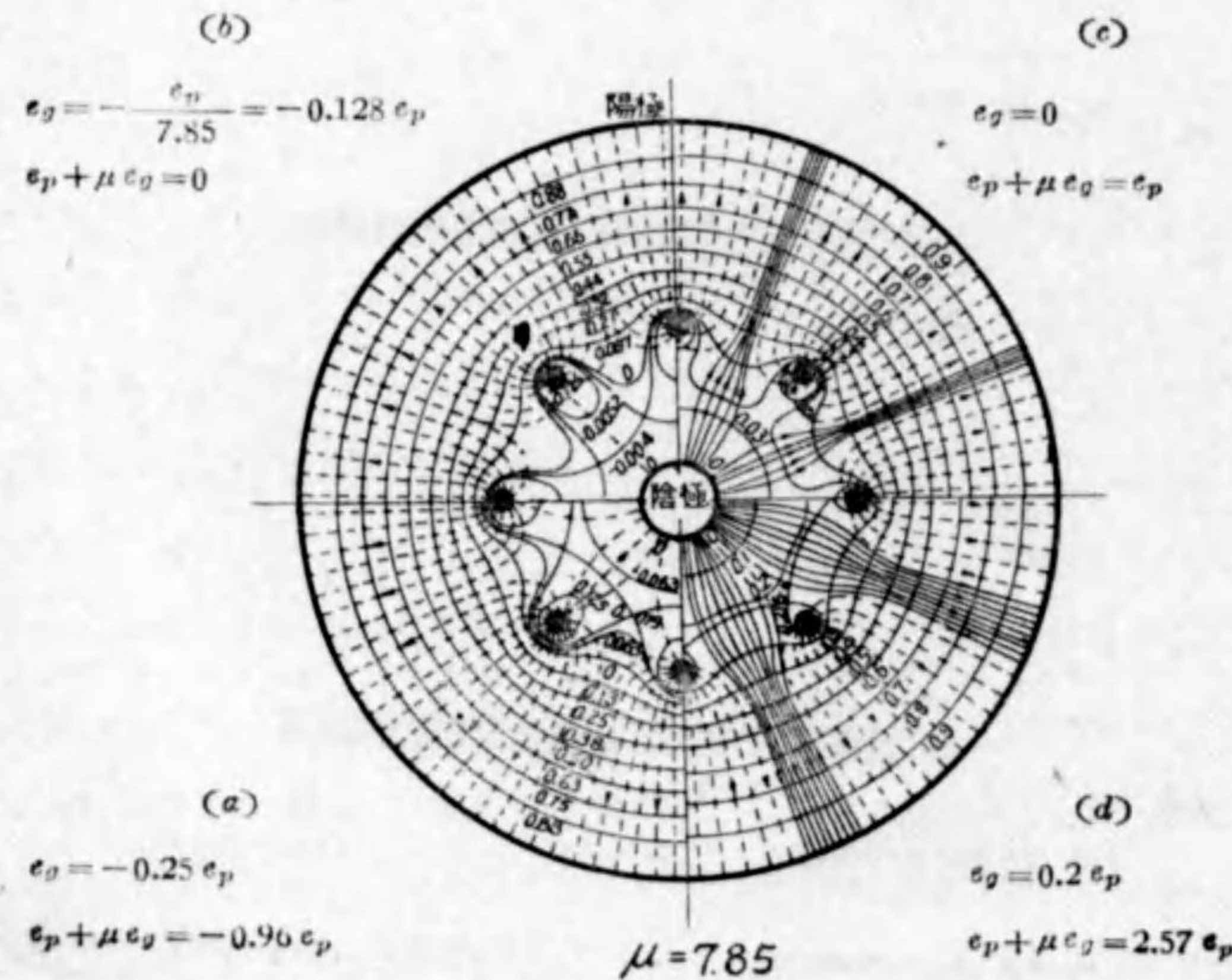
$e_g = 0.2 e_p, \quad e_p + \mu e_g = 4.32 e_p$

(d)

第 18 圖

なつたときの状況が (e) で、この場合には陰陽兩極間を通ずる直通の電氣力線が現れ (圖の細い實線), 陰極面の一部には直接陽極電界が及ぶので, そこから放出された電子は, この電界に従つて陽極へと飛行し得るやうになる。(d) はグリッド電位が正に轉じた場合の電界分布で, 陰陽兩極間を直通する電氣力線が, 前より一層多くなり, 陽極電壓による電界が陰極の全面に互つて強く働いてゐる有様が分る。なほこの場合には, 陰極よりグリッドへと電子を運ぶ電氣力線も存在してゐる。

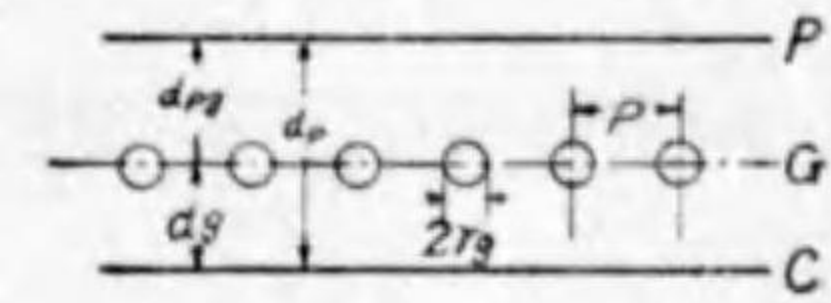
次の第 19 圖も同様のグリッド電位の上昇に基く電界分布の變化の有様を, 同軸圓筒配置の電極の場合について示したもので, グリッドは軸に平行におかれた直線列で左下方の (a) がグリッド電壓最低で, それより時計式に一象限づつ次第に高まり, 右下の (d) に於いて最高値をとる。各電極間における電氣力線, 並びに等電位面分布の變化の様子は, 前の平面電極の場合とほぼ同様である。



第 19 圖

さてかくの如く, 電界の様子が複雑になると, この電極構造から電極間の静電誘導係数 q_{cg}, q_{cp} , 従つて定数 μ を算定することは簡単ではない。しかしこれについての計算の一例を示せば, 次の如くである。

(i) 平面電極の場合 電極の寸法を第 20 圖の通りとすれば, P, G, C 各電極の電位 v_p, v_g, v_c と陰極 C 面上單位面積當りの電荷 g_c との關係は



第 20 圖

$$g_c = \frac{1}{4\pi(d_g + d_{gp} + \frac{d_g d_{gp}}{\alpha})} \left[-v_p - v_g \frac{d_{gp}}{\alpha} + v_c \left(1 + \frac{d_{gp}}{\alpha} \right) \right] \dots (17)$$

但し $\alpha = -\frac{p}{2\pi} \log \left(2 \sin \frac{\pi r_g}{p} \right) \quad r_g \ll p \ll d_{gp}, d_g$

これを (8) 式と比較して

$$\left. \begin{aligned} q_{cp} &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{d_g + d_{gp} + \frac{d_g d_{gp}}{\alpha}} \right) \\ q_{cg} &= -\frac{1}{4\pi} \left(\frac{\frac{d_{gp}}{\alpha}}{d_g + d_{gp} + \frac{d_g d_{gp}}{\alpha}} \right) \end{aligned} \right\} \dots (18)$$

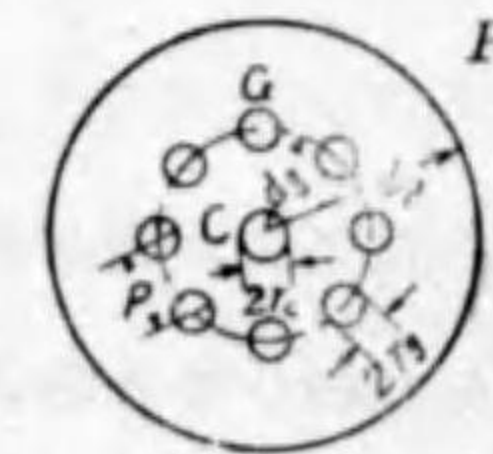
故に

$$\mu = \frac{q_{cg}}{q_{cp}} = \frac{d_{gp}}{\alpha} \dots (19)$$

$$\cong \frac{2\pi d_g}{p} \cdot \frac{\frac{d_p}{d_g} - 1}{\log \frac{p}{2\pi r_g}} \dots (20)$$

(ii) 同軸圓筒電極の場合

第 19 圖に示したやうな, 同軸圓筒配置の電極の場合に對して, $r_g \ll p \ll d_g$ (第 21 圖参照) なる條件の下に計算すると次式の如き結果を得。



第 21 圖

$$\left. \begin{aligned} q_{cg} &= \frac{\log \frac{d_p}{d_g}}{2 \left(\log \frac{d_p}{d_g} \log \frac{d_g}{r_c} + r \log \frac{d_p}{r_c} \right)} \\ q_{cp} &= \frac{r}{2 \left(\log \frac{d_p}{d_g} \log \frac{d_g}{r_c} + r \log \frac{d_p}{r_c} \right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

式中 $r = \frac{p}{2\pi d_g} \log \frac{p}{2\pi r_g}$ である。

従つて定数 μ は

$$\mu = \frac{q_{cg}}{q_{cp}} = \frac{2\pi d_g}{p} \cdot \frac{\log \frac{d_p}{d_g}}{\log \frac{p}{2\pi r_g}} \dots\dots\dots(22)$$

となる。

1.2 グリッド

以上述べて来た如く、グリッドは三極管にあつて、陰極から陽極に流れる電子流を制御する目的に使はれるものである。さてこの目的を達するため要求される条件を挙げると、

- (i) 制御作用が効果的なこと
- (ii) 陰陽兩極間に、電子流を通すのに不必要な妨害を與へたり、電子をこれに吸収したりせぬこと
- (iii) 簡単で且つ丈夫であること
- (iv) 高温に耐ふるものなること

等である。

この故にグリッドの材料としてはニッケル、モリブデン、タングステン、タンタル、タングステン及びモリブデンの合金、マンガ及びニッケルの合金等が使用される。ニッケルは小型眞空管に使はれ、モリブデンは小型及大型眞空管に用ひられる。また電力の非常に大なる大型送信管にはタングステンが用ひられる。
★ニッケルのグリッドは熔融點が高い上、加工が容易なため、最近に至り用ひられ

て来た。

グリッドの形状は、受信管には扁平型、楕圓型、圓筒型等あり、送信管にあつては圓筒型、平型等がある。

構造は横線型、捲線型のものも多く、網型、籠型、多孔板型等も用ひられてゐる。

1.3 等價二極管

1.1 に於いて陽極とグリッドが、靜電的に陰極面に如何なる作用を及ぼすかについて述べた。即ち陽極の電位とグリッドの電位と合成して、陰極面上に或電界を作り、陰極から放出された電子はこの電界によつてその動向を左右されること、並びにその作用の大小が、陽極とグリッドとの構造及び配置の如何で定まることがわかつた。

さて次にこの陽極とグリッドとがそれぞれ或電位を持つた場合、陰極からの電子流の大きさに就いて考へてみよう。

陽極のみを有する二極管に於いては、陽極の電位が陰極附近に電界を作り、これが陰極から放出された電子を、陽極の方へ驅るのであつた。今三極管の場合には、陽極によるものと、グリッドによるものと合成電界が働いて、陰極附近の電子をグリッド並びに陽極の方へと驅るのであるから、陰極面から流れ出る電子流に關する限り、三極管の代りにこれと等價な二極管を以つて、代置し得ることは容易に考へられる。

今三極管に代置すべき等價二極管は如何なるもので、且つその電極には如何なる電位を與へればよいかを考へる。

先づ陰極については、三極管も二極管も變るところがない。陽極の方は任意であるが、便宜上、三極管のグリッドと同じ位置におくとする。しからば等價二極管の陽極は、三極管の陽極及びグリッド兩電極による合成電界と同一電界を、陰極面上に生すべきであるから、その電位は次の如くにして容易に求められる。即ち等價二極管の陽極の電位を e_a (陰極を零電位とす)、陰極面の電荷を q_c (平板

型陰極なら単位面積當り、圓筒形電極なら単位長さ當り) また陰陽兩極間の静電誘導係数を q_{ca} とすれば

$$q_c = q_{ca} e_a \dots\dots\dots(23)$$

この q_c を前の (9) 式のそれと等しと置いて

$$q_{ca} e_a = q_{cp} e_p + q_{cg} e_g \dots\dots\dots(24)$$

依つて、等價二極管の陽極電位は

$$e_a = \frac{q_{cp}}{q_{ca}} \left(e_p + \frac{q_{cg}}{q_{cp}} e_g \right) = \frac{q_{cp}}{q_{ca}} (e_p + \mu e_g) \dots\dots\dots(25)$$

この $\frac{q_{cp}}{q_{ca}}$ は電極構造に依つて定まるもので、次の如き値となる。

(i) 平面電極の場合 電極の寸法を第 22 圖の如しとすれば

$$q_{ca} = -\frac{1}{4\pi d} = -\frac{1}{4\pi d_g} \dots\dots\dots(26)$$

又 q_{cp} は (18) 式で與へられるから

$$\frac{q_{ca}}{q_{cp}} = \frac{d_p}{d_g} + \mu \dots\dots\dots(27)$$

しかるに實際の三極管の構造をみると、 μ は 1 より遙に大であるから、 $d_p/d_g \cong 1$ として實用上差支へない。故に

$$\frac{q_{ca}}{q_{cp}} \cong 1 + \mu \dots\dots\dots(28)$$

これを (25) 式に入れると

$$e_a \cong \frac{e_p + \mu e_g}{1 + \mu} \dots\dots\dots(29)$$

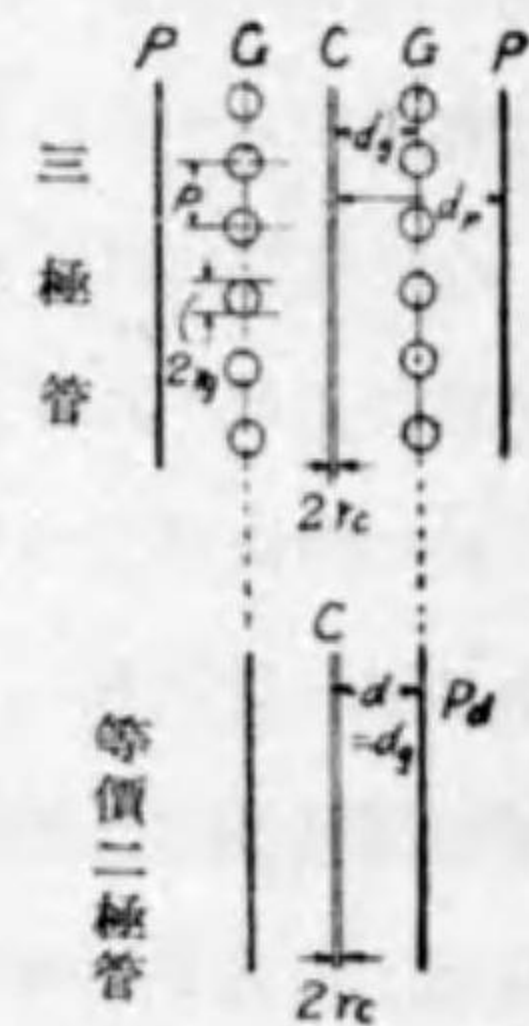
となる。次に

(ii) 圓筒電極配置の場合 (第 23 圖) には

$$q_{ca} = \frac{1}{2 \log \frac{d_g}{r_c}} \dots\dots\dots(30)$$



三 極 管 等 價 二 極 管 第 22 圖



三 極 管 等 價 二 極 管 第 23 圖

一方 q_{cp} は (21) 式、 μ は (22) 式の通りであるから

$$\frac{q_{ca}}{q_{cp}} = \frac{\log \frac{d_p}{r_c}}{\log \frac{d_g}{r_c}} + \mu \dots\dots\dots(31)$$

この $\log \frac{d_p}{r_c} / \log \frac{d_g}{r_c}$ の値は、實際の眞空管について調べると、 μ に対してほぼ 1 とみてよいことが判る。故に

$$\frac{q_{ca}}{q_{cp}} \cong 1 + \mu \dots\dots\dots(32)$$

従つて (25) 式は圓筒電極配置の場合に於いても、前の平面電極に対する (29) 式と同じ形になる。即ち平面電極の場合でも、また圓筒電極配置の場合でも、陽極電圧 e_p 、グリッド電圧 e_g なる、三極管を代表する等價二極管の陽極電圧は、

$$e_a \cong \frac{e_p + \mu e_g}{1 + \mu} \dots\dots\dots(33)$$

となる。

かくして、複雑なる三極管を論ずるのに、簡単な等價二極管を以つてし得ることになつた。

従つて陰極から放出される電子流 i_c は (6) 式に従つて、次の如き値となる。

$$i_c = G \left(\frac{e_p + \mu e_g}{1 + \mu} \right)^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(34)$$

この G は三極管としてのパービアンズである。或ひはこれを書き換へて、

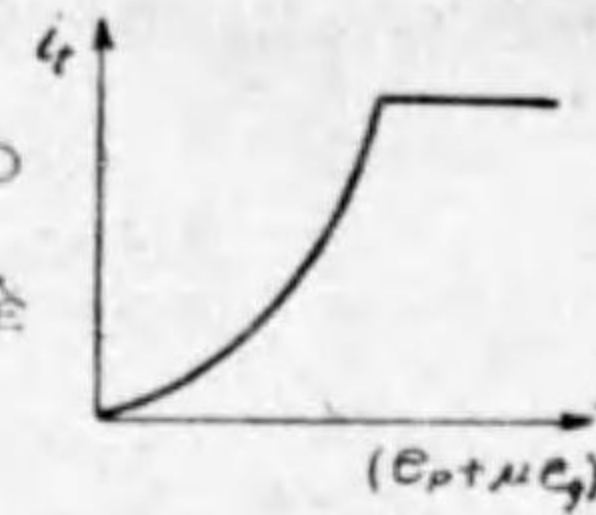
$$i_c = G' (e_p + \mu e_g)^{\frac{3}{2}} \text{ 但し } G' = G (1 + \mu)^{-\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(35)$$

とすれば、三極管の陰極よりの電子流は、陽極電圧 e_p とグリッド電圧 e_g とが協同して、恰も $(e_p + \mu e_g)$ なる電圧がパービアンズ G' なる二極管の陽極に與へられたのに等しいとみてよい。この $(e_p + \mu e_g)$ なる値を三極管の集成電圧 (lumped voltage) と呼ぶ。

第 2 節 三極真空管の特性

2.1 理想特性

三極管が等価二極管を以つて代置し得ることから、その電子流対集電極電圧特性は、二極管の電子流対電圧特性と全然同様な形を採ることは直ちに想像される(第24圖)。



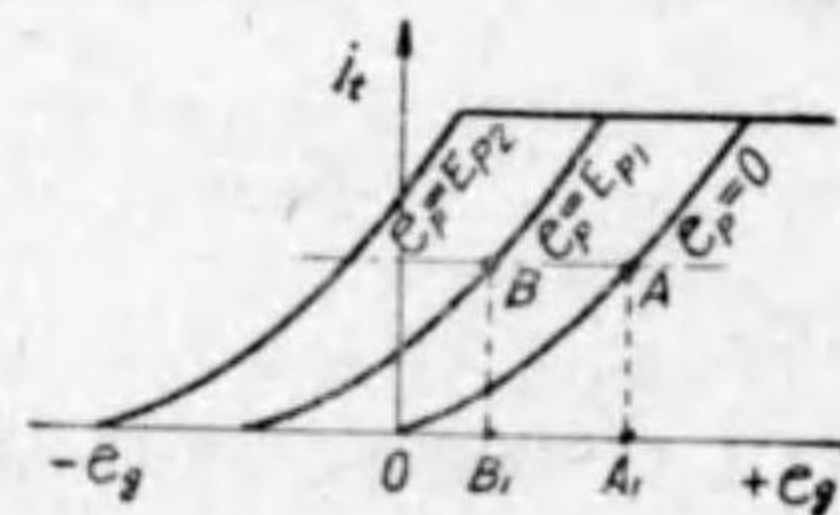
第24圖

しかし三極管の特性としては、これ以外に電子流対グリッド電圧特性、並びに電子流対陽極電圧特性等を調べておく必要がある。これらの諸特性も、等価二極管としての考へ方から次の如く容易に導き出せる。

a. 電子流対グリッド電圧特性 今等価二極管として(34)式を書き改めて

$$i_t = G \left(\frac{\mu}{1+\mu} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{e_p}{\mu} + e_g \right)^{\frac{3}{2}} = G'' \left(\frac{e_p}{\mu} + e_g \right)^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(36)$$

とする。 μ は定数であるから、この G'' も與へられた三極管については、一定と見做してよい。しかれば陽極電圧が $e_p=0$ の時、 i_t 對 e_g の関係はやはり二極管特性そのまま、第25圖の最右端に示した $e_p=0$ の曲線で表される(陰極の加熱を一定とする)。これを式でいふと



第25圖

$$i_t = G'' e_g^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(37)$$

次に陽極電圧が $e_p = E_{p1}$ なる値をとれば(36)式は

$$i_t = G'' \left(\frac{E_{p1}}{\mu} + e_g \right)^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(37')$$

となるから、或グリッド電圧 E_{g1} の時の i_t の値は $e_p=0$ でグリッド電圧が $e_g = \left(\frac{E_{p1}}{\mu} + E_{g1} \right)$ となつた場合の値と同じである(第25圖 $A, A, 0, A_1 = \frac{E_{p1}}{\mu} + E_{g1}$)。故にこれを e_g を横軸にとつて表すには、前の $e_p=0$ の時の曲線をそのまま左方へ E_{p1}/μ だけ水平に移せば宜しい。第25圖に $e_p = E_{p1}$ と記してある曲線がこれである。同様にして、陽極に E_{p2}, E_{p3} 等の種々の値を與へた場合の i_t 對 e_g の関係は、第25圖に示す通り、同一の傾きを持つた、しかも同一形

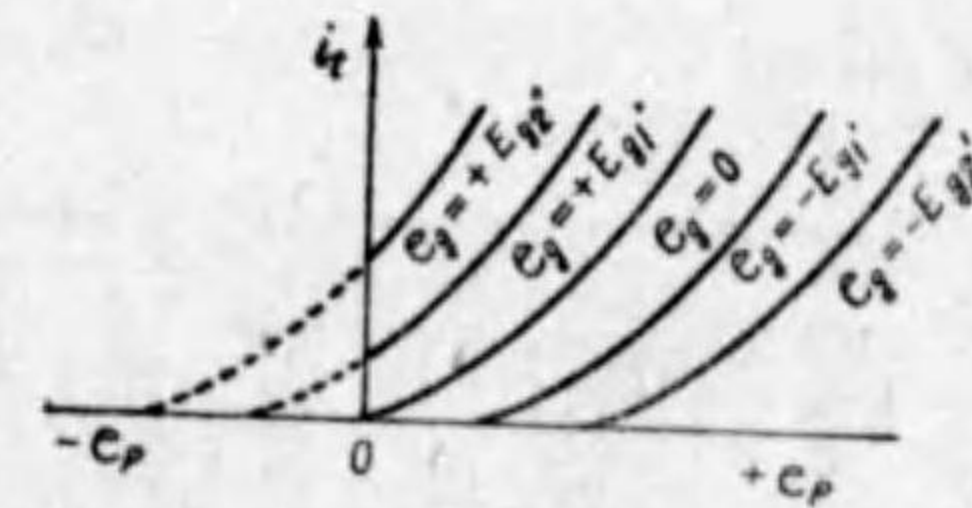
状の曲線群で表される。そして或る陽極電圧 $e_p = E_{pk}$ と、他の $e_p = E_{pk}$ とに相當する二曲線の水平間隔は、明かに $(E_{p1} - E_{pk})/\mu$ に等しい。

この曲線群に表れてゐる著しい特徴は、その陽極に或る電圧を與へた場合の電子流が、グリッド電圧の負値に對しても充分流れること、いひ換へれば、三極管の動作範囲が、グリッド電圧の負の方に擴がつてゐることである。

b. 電子流對陽極電圧特性 さて、次に e_g を一定としておき、 i_t 對 e_p の關係を調べてみる。これは(35)式をみれば判るやうに先づ $e_g=0$ の場合の i_t 對 e_p の關係は同じく二極管特性と同形で(第26圖、 $e_g=0$ の曲線)

$$i_t = G' e_p^{\frac{3}{2}} \dots\dots\dots(38)$$

e_g に零以外の正負の或る値を與へたときの特性は、上の $i_t - e_g$ 特性と同様に得られ、その形も $e_g=0$ のときと同様で、 $e_g \geq 0$ に従つて $e_g=0$ の曲線の左右に平行した曲線群となる(第26圖)。相隣る曲線間の水平間隔は



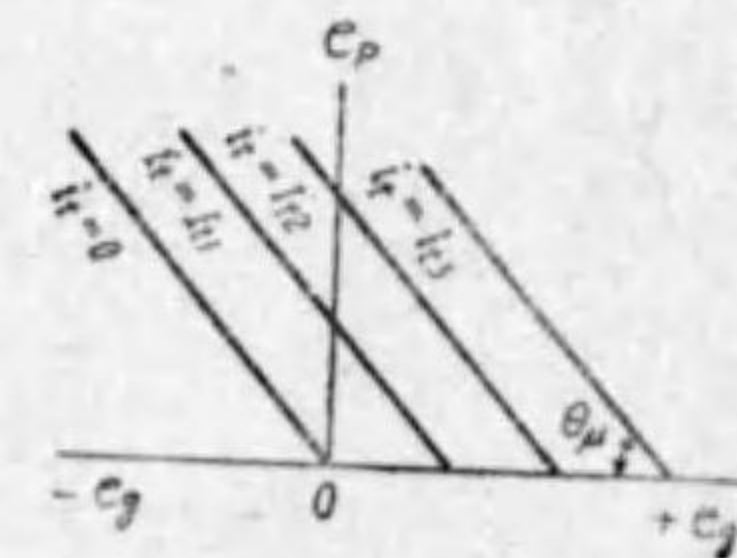
第26圖

$\mu(E_{g1} - E_{gk})$ 、唯、實際上、 $e_p > 0$ の範囲でしか使はれないから、 $i_t - e_g$ 特性の場合と異つて、この圖の點線の範囲は實用動作範囲外である。

c. グリッド電壓對陽極電圧特性 以上の他、三極管特性としては、 i_t が一定といふ條件の下での、 $e_g - e_p$ 特性も考へられる。この i_t 一定としての e_g と e_p との關係は(34)式から判る通り、

$$e_p + \mu e_g = \text{一定}$$

で表され、横軸に e_g を、縦軸に e_p を採ると、 i_t の値に應じて、傾斜した直線群が得られることは明瞭である。即ち $i_t=0$ の直線を最左端とし、 i_t が増すにつれて、これに相當する $e_g - e_p$ 直線は右へ平行に移る(第27圖)。電子流は逆に流れぬから、 $i_t=0$ より左側には現れない。

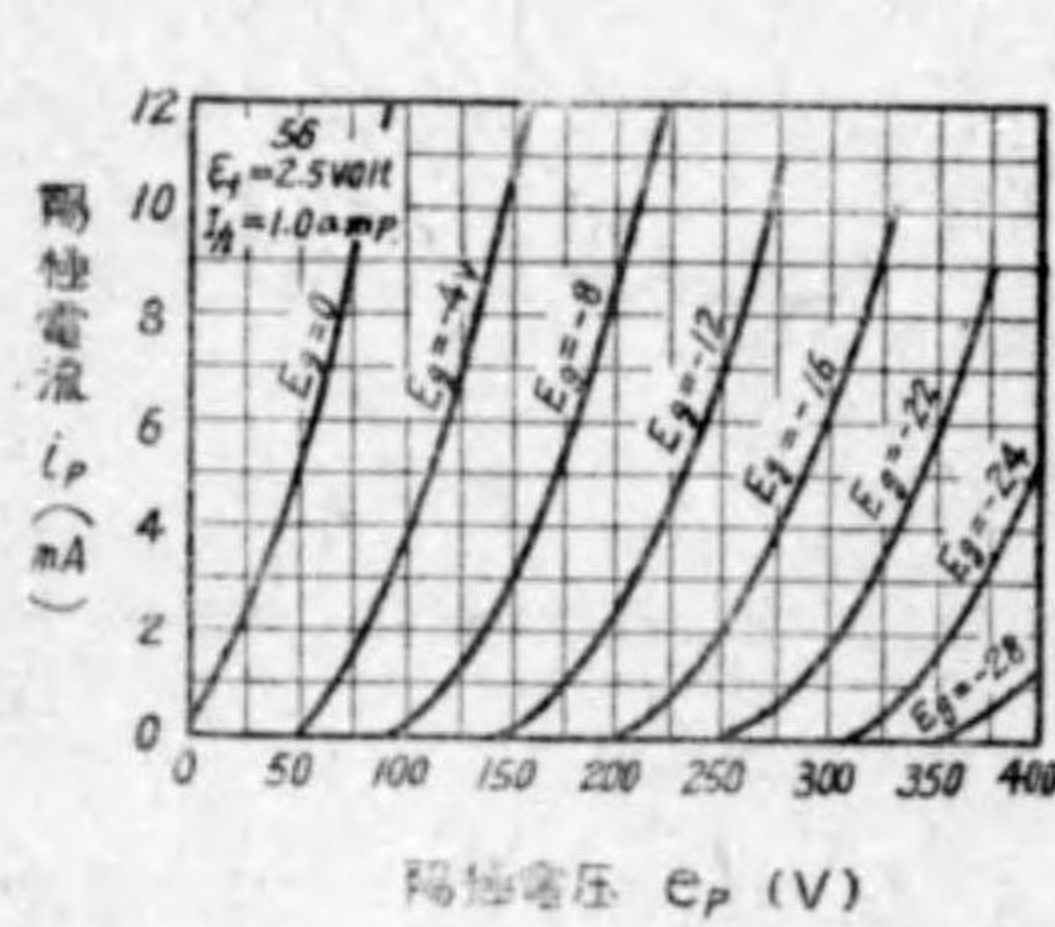


第27圖

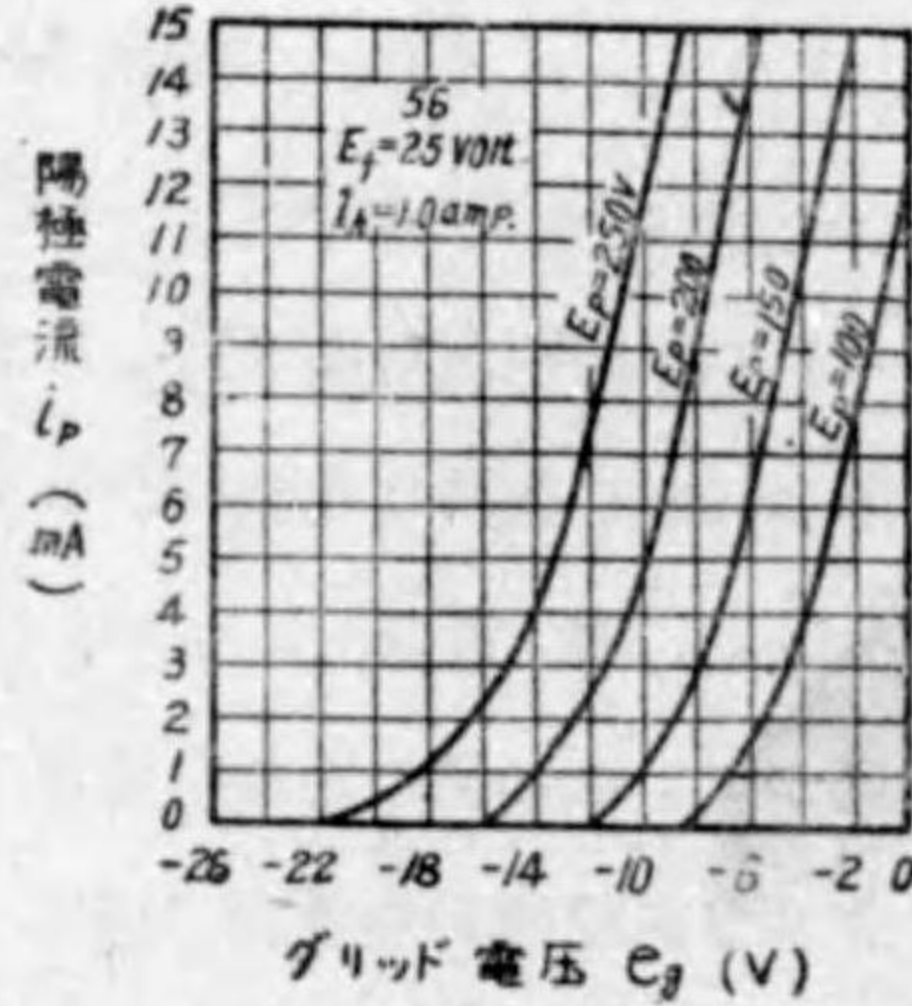
以上の $i_i - e_g$, $i_i - e_p$, $e_g - e_p$ の三特性が三極真空管の特性を示す代表的な特性曲線である。これらの特性曲線はその一組が判れば、他はこれより容易に求得るのである。尙これ迄は電子流として總て陰極から流出する全電子流を用ひて來た。この電子流は先へ行つてグリッドへ流入するものと、陽極へ向ふものとに分れる筈であるが、若しグリッドが負電位を採るならば、電子はグリッドに至り得ぬ故、 $e_g < 0$ の範囲では電子流 i_i 即ち陽極電流 i_p とみて宜しい。 $e_g > 0$ の範囲になると、グリッドにも電流 i_g が流れて

$$i_i = i_p + i_g \dots\dots\dots(39)$$

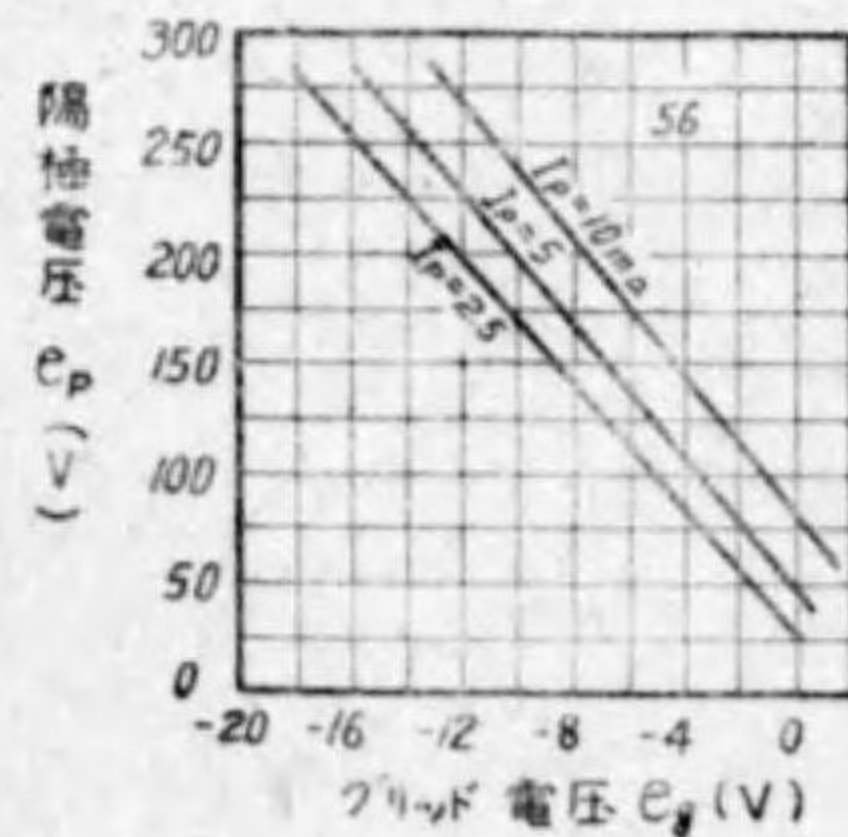
となる。しかし乍ら、實際現用の三極管では、そのグリッドと陽極との構造の相違から通常の使用状態では、 $i_g < i_p$ と見做し得る場合が多い。故に上述の $i_i - e_g$,



第 28 圖



第 29 圖



第 30 圖

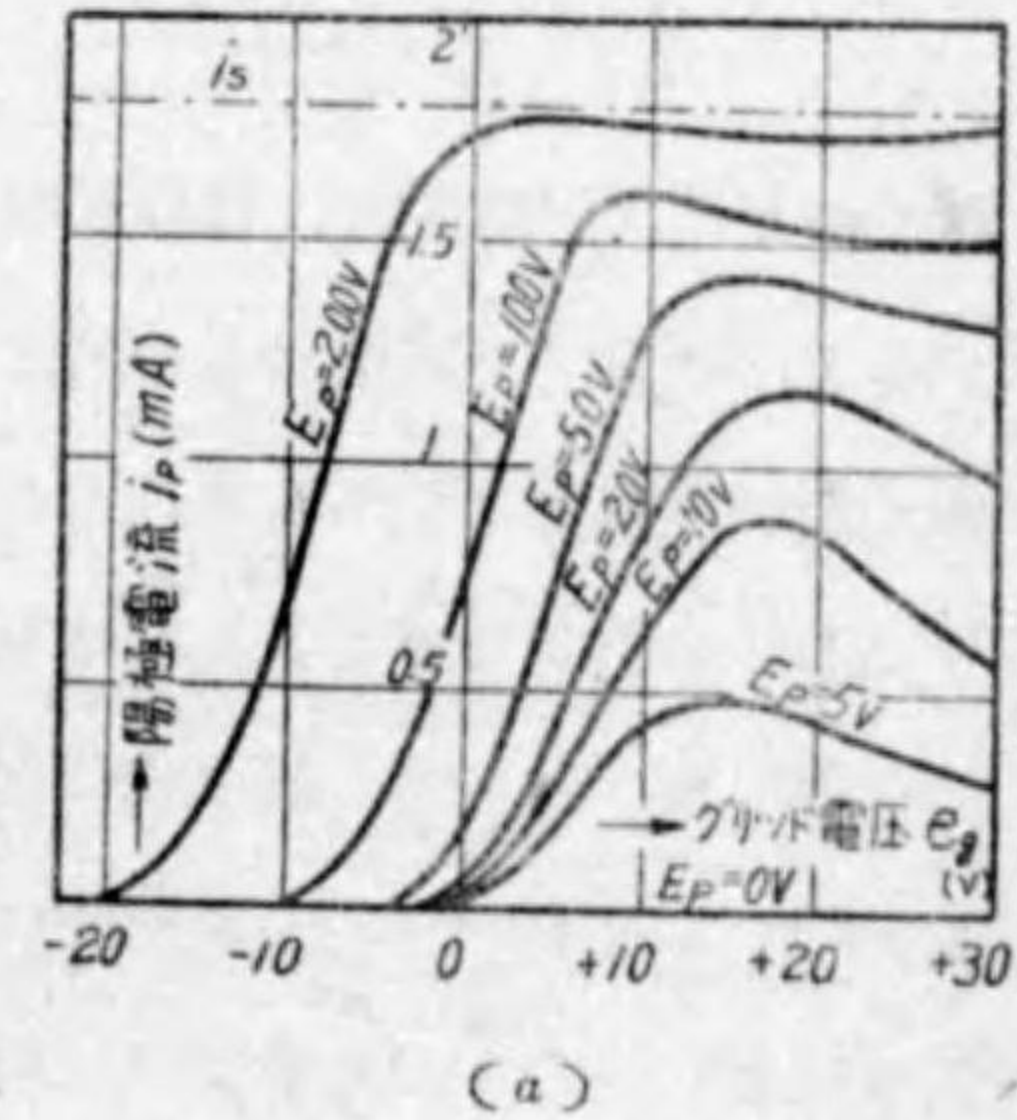
$i_i - e_p$ 並びに $e_g - e_p$ (i_i 一定) 等の諸特性は、これをその儘 $i_p - e_g$, $i_p - e_p$, $e_g - e_p$ (i_p 一定) の関係を表すものと思つても差支へない。

第 28 圖、第 29 圖及び第 30 圖は、三極真空管 56 の陽極電流對グリッド電壓、陽極電流對プレート電壓、グリッド電壓對陽極電壓の特性曲線の實例を示す。

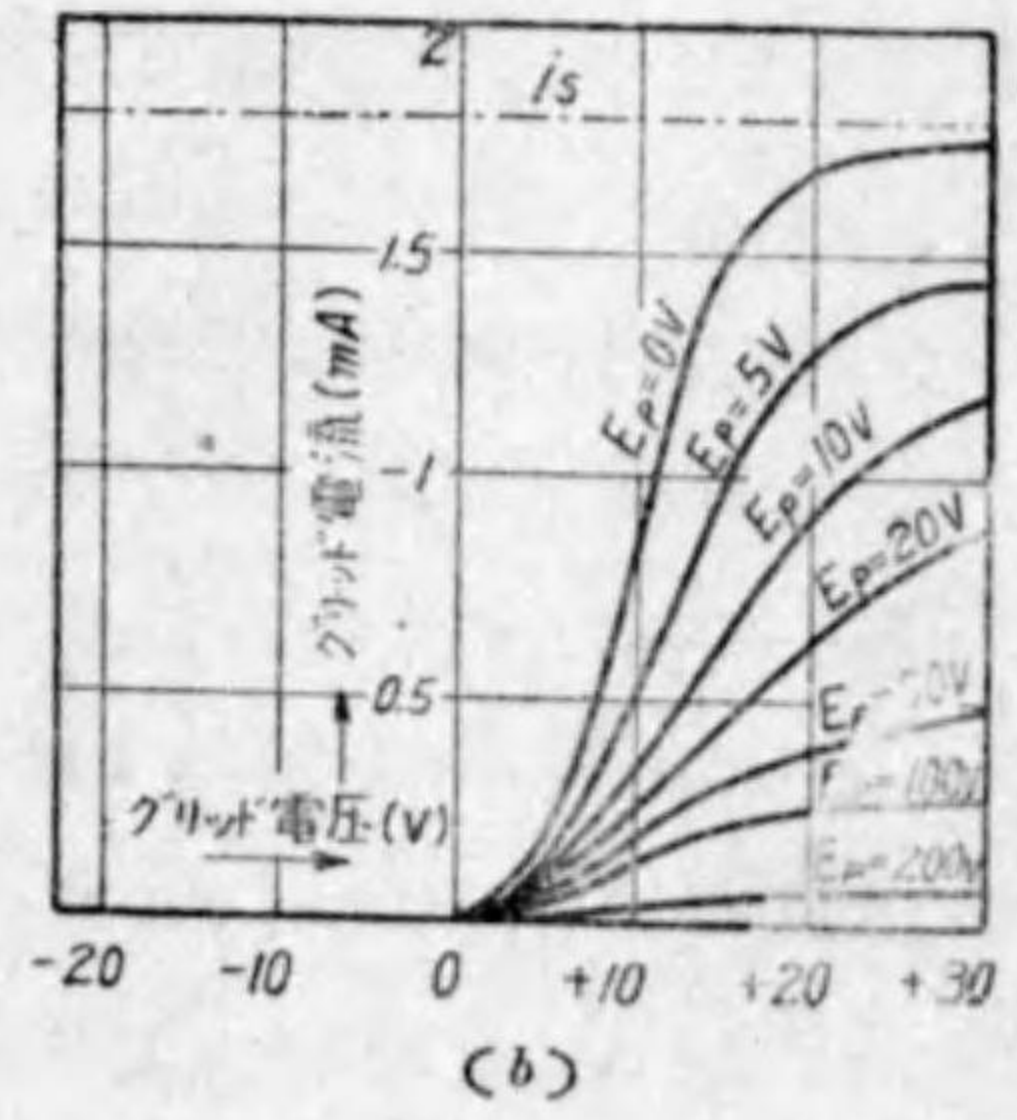
2.2 實際の特性

a. グリッド電流の影響 三極真空管の動作範囲を、グリッド電壓負 $e_g < 0$ のところのみに限れば、グリッド電流 $i_g = 0$ 、従つて陰極から出る電子流 i_i は、陽極電流に等しくなるが、若しグリッドが正電位 $e_g > 0$ になると、當然電子流の一部はここに流入して i_i は陽極及びグリッド電壓の大きさに従つて、 i_p と i_g に分れる。先づ二次電子放出がない時、即ちグリッド電壓或ひは陽極電壓の一方が、約 20 V 以下の場合、 i_i の i_p 及び i_g に分れる模様について考へよう。

一般に他極の電壓を一定にして、一つの電極の電壓を高めると、その電極に達する電子、従つて電流は増加する。よつて放出電流 i_i が飽和に達してゐる場合には、電壓を高めても $i_i = i_p + i_g$ は変化しないから、一方の電流が増せば、他極の電流はそれだけ減少しなければならない。しかし放出電流が飽和してゐない場合には、集積電圧が増しただけ、特性曲線に従つて i_i が増加する。従つてこの場合には他極の電流、例へば陽極電流はグリッド電壓を高めて行くに従つて増加する。第 31 圖 (a) は、三極真空管のグリッド電壓が負及び正の場合の陽極電流、(b) はグリッド電流の曲線を表してゐる。この例では増幅率 $\mu = 10$ である。故に $e_p = 200$ V の場合には $e_g = -20$ V において陽極電流が流れはじめ、グリッド電圧の増加と共に増加する。 e_g が負の範



(a)



(b)

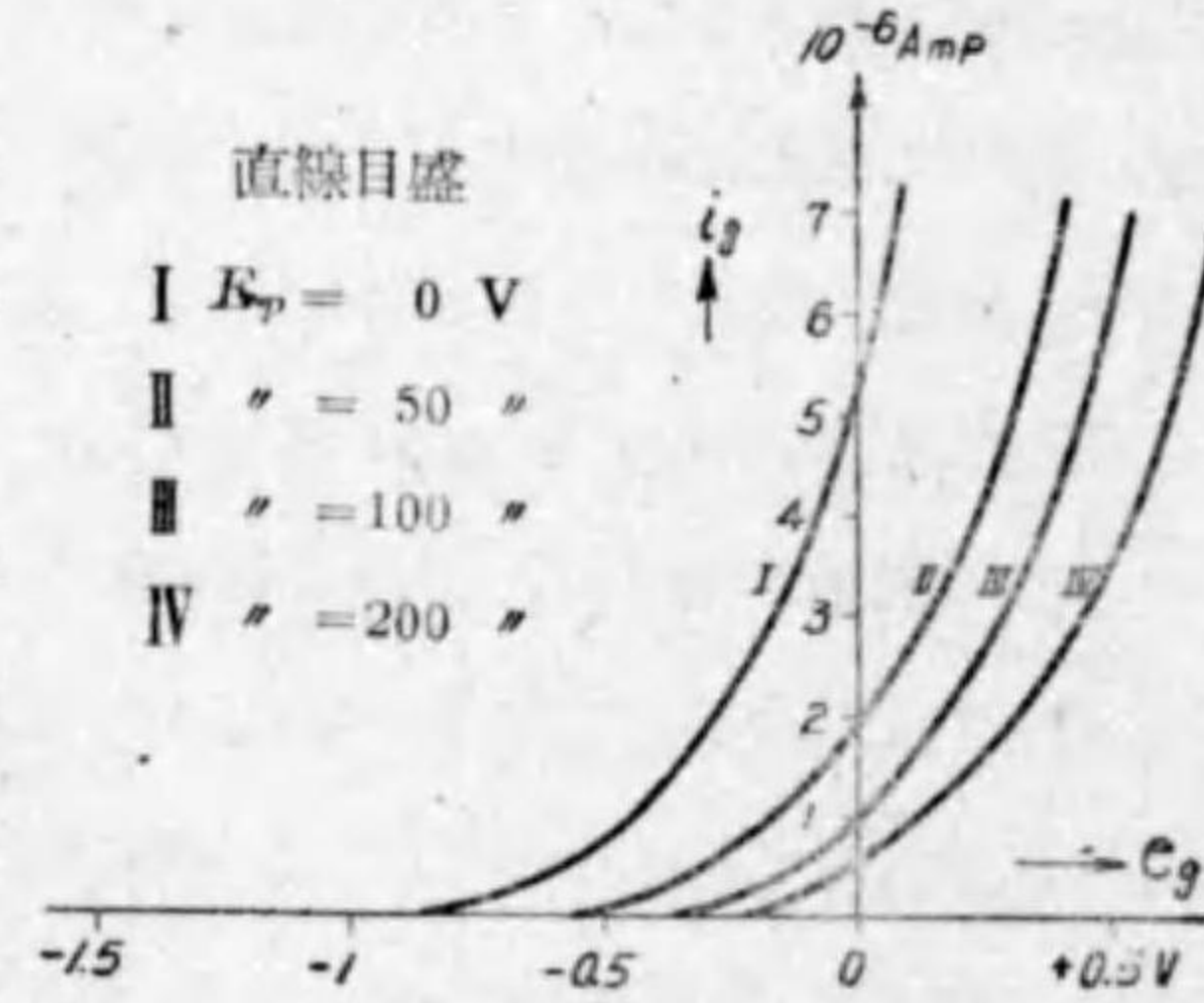
第 31 圖

側ではグリッド電流は零である。しかしグリッドが正になれば、直ちにグリッド電流が流れ始めるから、陽極電流は理想特性に相当する値よりも、グリッド電流だけ減少する。そしてこれは、グリッド電流が増加するほど甚しい。

グリッド電流は(b)圖の如く、陽極電圧が減少するほど増大する。何となれば、陽極はその正電圧が高い程、電子を多く吸引するからである。しかしてこれは i_g が飽和に達してゐない場合、即ち陽極電圧を増して i_g が増加する場合にも生ずる。陽極電圧が零或ひは負の場合には、陽極電流は零になる。この時は放出電流は全部グリッドに流れるから、グリッド電流は理想特性に従つて増加し、 I_s に達する。

尙このグリッド電流は、仔細に観察すると、グリッド電圧が零の附近で極く僅か負値をとつても流れること第32圖の通りである。これは電子が陰極を飛び出す時、既に或る初速度を持つてをり、その上、電極間に接觸電位差が存在するため、二極真空管のところで、陽極電圧零附近で、相當の陽極電流が流れるのと同じ理由による。

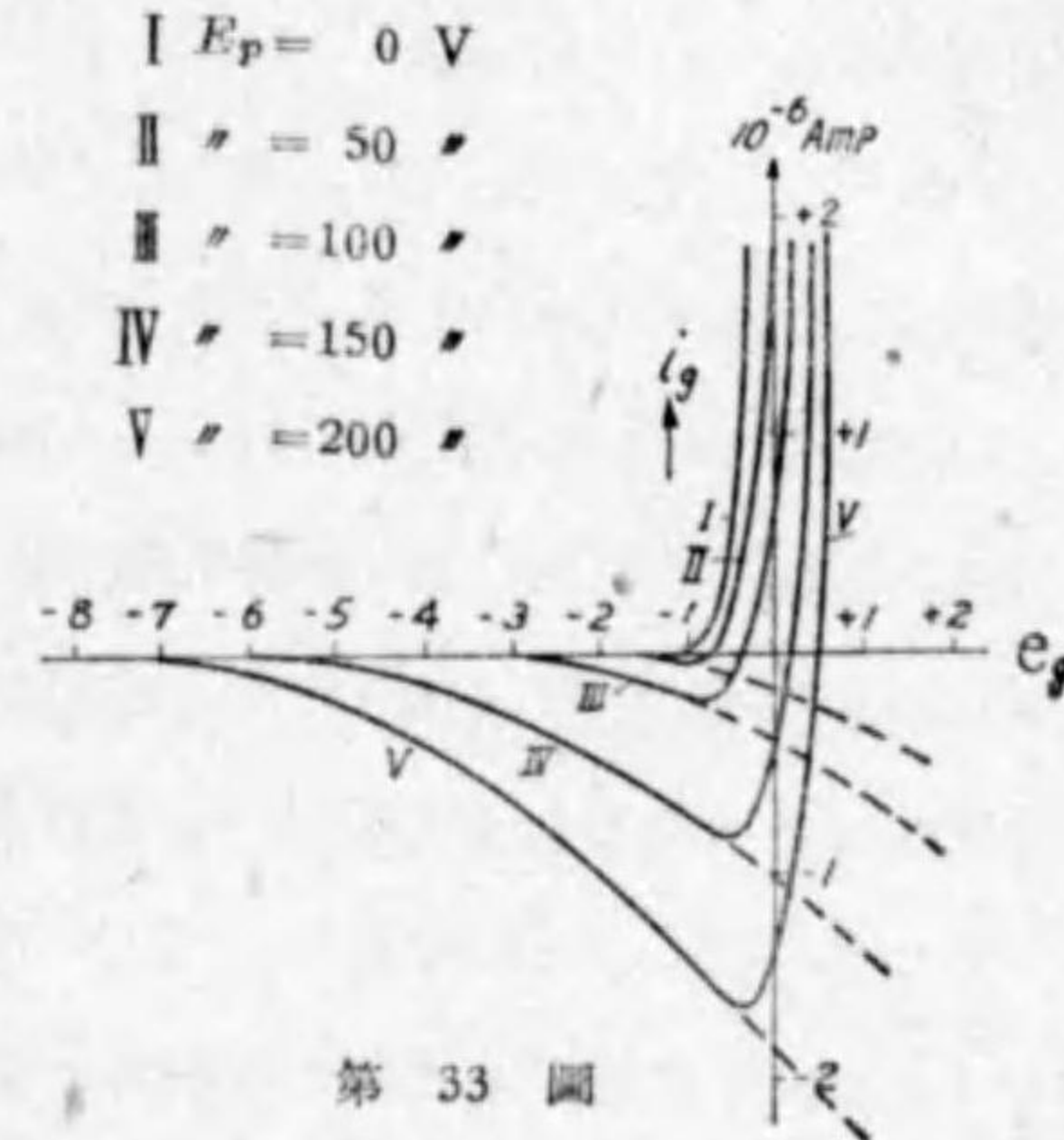
以上は、管内の真空度が理想的に高い場合である。實際の真空管では、真空度は小型の三極管で $10^{-5} \sim 10^{-6}$ mm H.程度で、使用電圧が高くなると、これに応じて真空度も高くなるが、とにかく残留氣體の存在を無視することは出来ぬ。従つて、陰極より陽極へと飛行する電子は、その途中において當然残留氣體分子と衝突する機会があり、これにより或る程度の電離作用が行はれる。電離によつて生じた陽イオンは、負電位をもつ電極へ到来する筈である。グリッドが正電位をとれば、以上述べた通りのグリッド電子流が流れるが、若し負電位になると、この



第 32 圖

陽イオン流がここに流入するから、やはり陰極グリッド間に幾分の電導が行はれる。このグリッド・陽イオン流は、陰陽兩極間を通る電子流に大體比例するので、

グリッドの電位 e_g を負から正の方へと移して行くと、陽極電子流が増し、これに応じて、この陽イオン流も増す。しかし $e_g > 0$ になると、こ

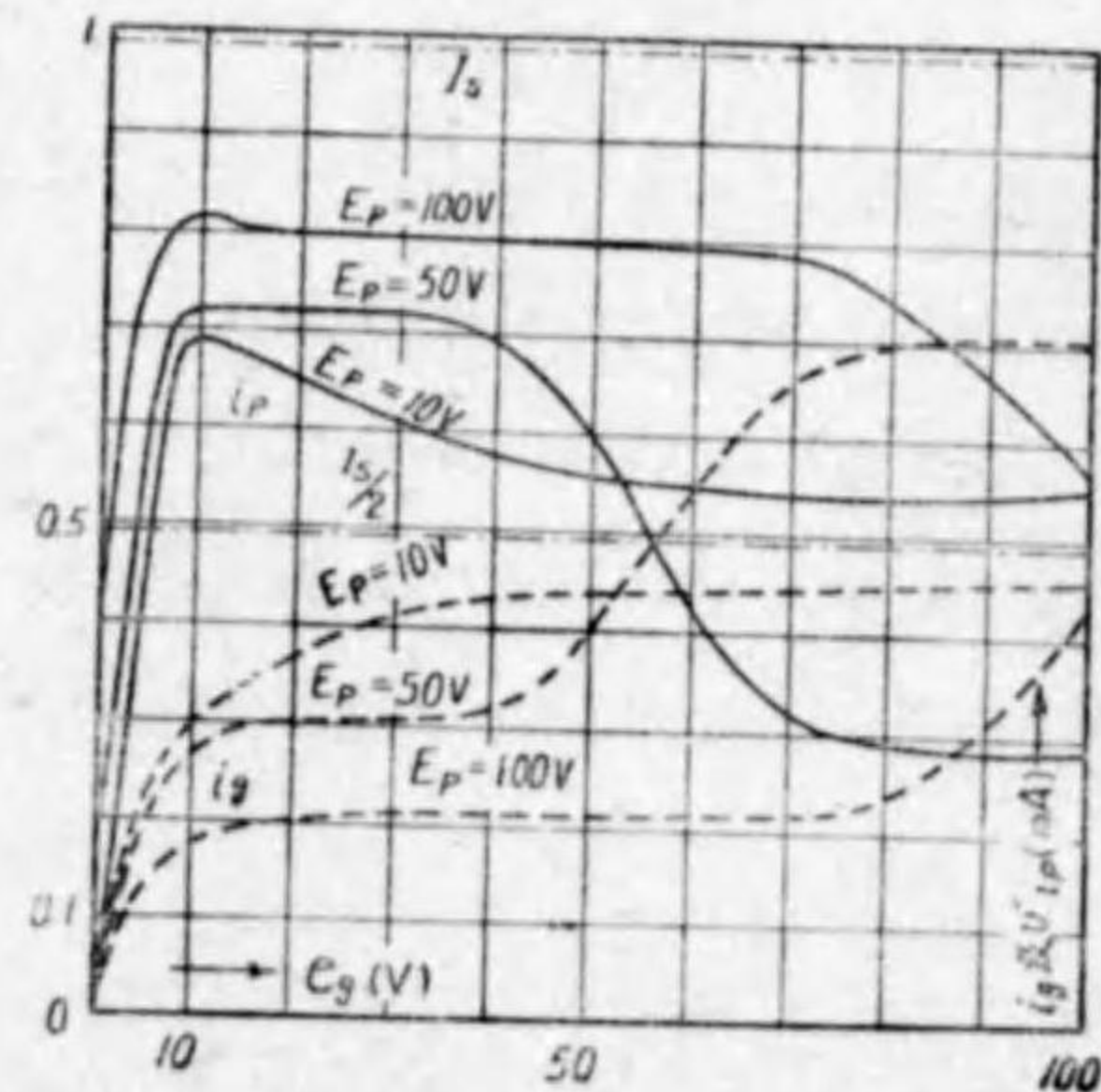


第 33 圖

こへの電子流が次第に現れてくるので、結局真空度の幾分低い三極真空管の、グリッド電流對グリッド電圧特性は、第33圖のやうな傾向をとる。このグリッドへの陽イオン流の

大小が、管内真空度の高低を表す尺度となるものである。

b. 二次電子放出 グリッド電圧及びプレート電圧が相當高い場合には、陰極から飛來した電子は陽極並びにグリッドに衝突して、これらから二次電子を放出させる。従つて特性はグリッド及び陽極における二次電子の影響を受ける。若し $e_p > e_g$ ならば、陽極から出た二次電子は陽極以上に高電位の電極がないから、再び陽極に戻るが、グリッドからの二次電子は、より高電位にある陽極へと流入することになる。即ち陽極への總電子流(i_p)は、陰極から直接くる電子と、グリッドからくるものとの和となり、又グリッド電流(i_g)は陰極から到達する電子流と、グリッドから陽極へ飛び去る二次電



第 34 圖

子流との差になるため、この状態においては、二次電子放出がない場合に生ずるグリッド電圧の上昇に伴ふ i_p の低下、並びに i_g の増加は一時停止する(第 34 圖 $E_p = 50 \text{ V}$ 曲線の $e_g = 10 \sim 40 \text{ V}$, 100 V 曲線の $e_g = 10 \sim 70 \text{ V}$ の範囲)。或はこのグリッドからの二次電子放出が旺盛なら、陽極電流は或る程度却つて増加し、グリッド電流はそれだけ減少する。ところがグリッド電圧 (e_g) が更に高まつて、次第に陽極電圧 (e_p) に接近して行くと、 $e_p - e_g$ が小さくなるので、一旦グリッドから放出された二次電子も、漸時陽極へとは飛び去り難くなつて、 i_p は再び減少をはじめ、又 i_g は増加を來たす。次に $e_g = e_p$ となり、更に $e_g > e_p$ となるとこの傾向は益々甚だしく、 i_p と i_g とはその位置を變へ、却つて $i_p < i_g$ の分布をとるやうになる。第 34 圖 $e_p = 50 \text{ V}$ 曲線の $e_g > 40 \text{ V}$, 同じく $e_p = 100 \text{ V}$ 曲線の $e_g > 70 \text{ V}$ における曲線の起伏は、この間の事情を示してゐる。

但し i_p, i_g 中に二次電子流の寄與するところは、陽極に對するものと、グリッドに對するもので、常に正負相等しい故

$$i_p + i_g = i_c$$

の關係は始終變ることなく保持されてゐる。

第 5 章 三極真空管定數

第 1 節 増 幅 率

前章において、三極真空管の定數 μ は特性を左右する甚だ重要なものであることがわかつた。普通これを、増幅率 (Amplification factor) と呼んでゐる。これは (35) 式からもわかる通り、三極管の電子流に對し、グリッドに加へられた電圧が陽極に加へられた電壓に對して、どれほど効きめが多いかの尺度を與へるものである。これは後述 (第 6 章第 1 節) の如く真空管により得らるるところの、最大電壓増幅度を示すものである。

既に述べた如く、 μ は真空管内電極の幾何學的構造により定まるもので、簡単な構造のものは計算により求められるが、 $e_p - e_g$ 特性曲線の傾斜度 $\tan \theta_\mu$ (第 27 圖) は同一電子流に對しグリッド電圧 1 ボルトはプレート電圧の何ボルトに相當するかを示すもので μ に相當するから特性曲線からも求めることが出来る。即ち

$$\mu = \tan \theta_\mu = \left(-\frac{de_p}{de_g} \right)_{i_p} \dots\dots\dots (40)$$

である。

・獨逸では、この μ の代りに、定數 $D \left(= \frac{1}{\mu} \right)$ を用ひ、これを Durchgriff (Penetration factor) と呼んでゐる (D は三極管における陽極の作用がグリッドの隙間を越して、どの程度に陰極面に及ぶか、といふ考へ方から來てゐる)。

以上の如く μ は幾何學的構造より定まる定數であるが、實際においては全く一定ではなく、電圧が低くなると共に稍々小さい値となる。しかし一般の動作範圍では、殆んど變らないとみて差支へない。

第 2 節 相互コンダクタンス

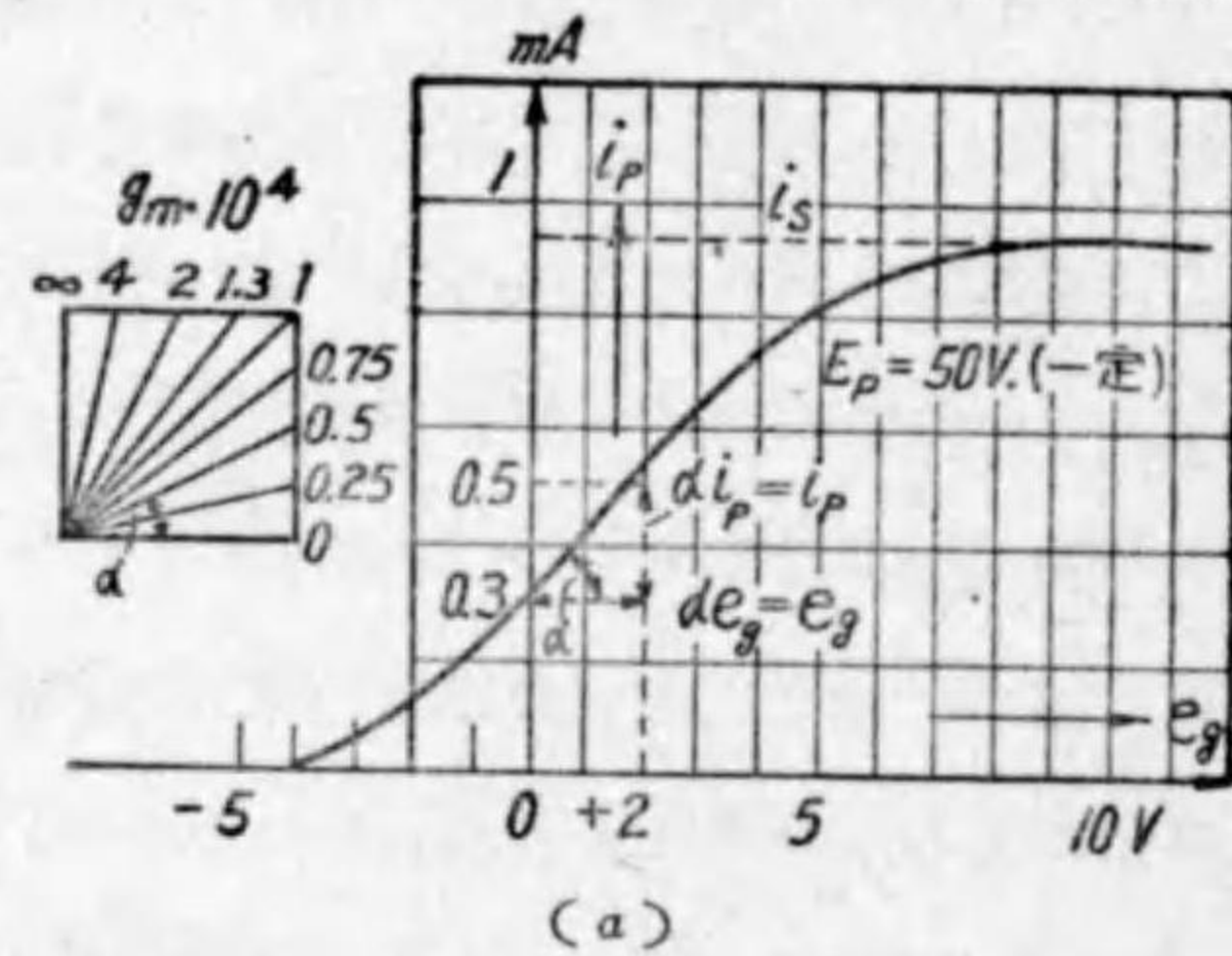
$i_p - e_g$ 特性曲線の傾斜を相互コンダクタンス (Mutual conductance) といひ、通常 g_m で表す (獨逸では Setilheit といひ、 S を以つて表す)。

即ち、

$$g_m = \tan \alpha = \left(\frac{di_p}{de_g} \right)_{e_p} \dots\dots\dots(41)$$

で、陽極電圧を一定とした場合、グリッド電圧の微小變化が陽極電流に、如何に影響を及ぼすか、或ひはグリッドへ交流 1 ボルトを加へると、陽極に交流電流がどれだけ流れるかを示す値である。

さて $i_p - e_g$ の傾斜は、第 35 圖 (a) の如く、 e_g が負から正へと移るに従ひ、 i_p は零から次第に増加し、従つて g_m の値も i_p の小さいところでは甚だ低く、 i_p の増加と共に増し、 i_p が飽和値に達すれば零になる。



相互コンダクタンスは、 $i_p - e_g$ 曲線から求められるのは勿論であるが、又 35 圖 (b) のやうに交流ブリツチで測定することが出来る。圖において、 AB 間の交流電壓 $e_{AB} = -g_p R + \epsilon_g = 0$ として、受話器音の消失する點を求めれば、

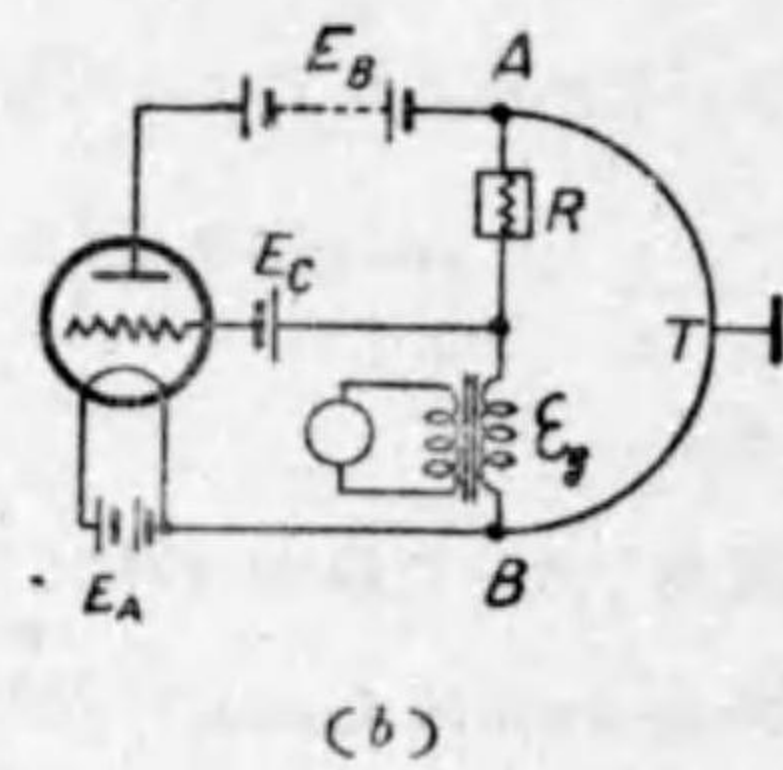
$$g_m = \left(\frac{g_p}{\epsilon_g} \right)_{e_p} = \frac{1}{R} \dots\dots\dots(42)$$

から、計算により求めることが出来る。

相互コンダクタンスは、コンダクタンス即ち抵抗の逆数のダイメンションを持つてゐる。

第 3 節 プレート抵抗

$i_p - e_p$ 特性曲線の一點の傾斜の逆數、即ち



第 35 圖

$$r_p = \left(\frac{de_p}{di_p} \right)_{e_g} \dots\dots\dots(43)$$

をプレート抵抗といふ。交流に對するプレートの内部抵抗を意味するものである。

$i_p - e_p$ 特性曲線より求められるは勿論であるが、普通のインピーダンスを測ると同様に、ブリツチにより測定することが出来る。

プレート抵抗は、 $i_p - e_p$ 特性曲線の傾斜の逆數であるから、曲線上の各動作點によつて異なる値になる。曲線がねてくるほど抵抗は大きくなる。故に曲線のほぼ中央部分の最も急なところでは、抵抗は最小であり、その兩側に於いては次第に大きく、水平になれば無限大となる。

さて三極眞空管の特性を、一般に

$$i_p = f(e_p, e_g)$$

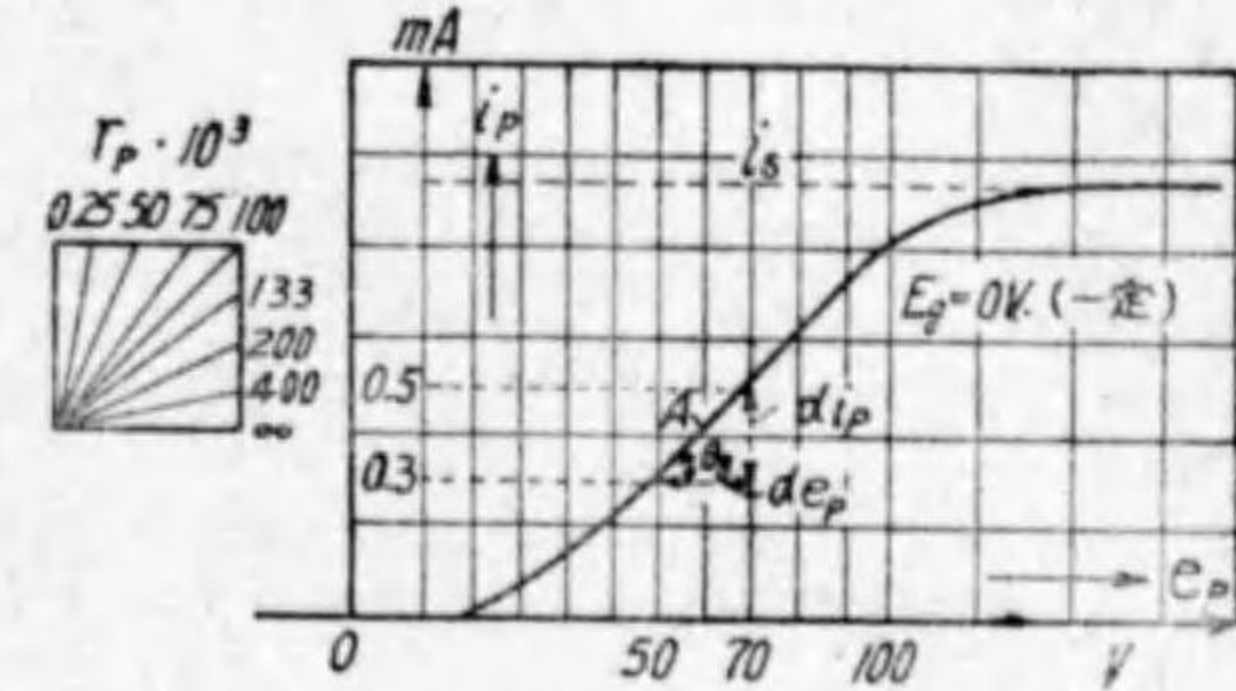
で表すと、 e_p, e_g にそれぞれ微小變化 $\Delta e_p, \Delta e_g$ があつた場合、これに應ずる i_p の變化 Δi_p は

$$\Delta i_p = \frac{\partial f}{\partial e_p} \Delta e_p + \frac{\partial f}{\partial e_g} \Delta e_g \dots\dots\dots(44)$$

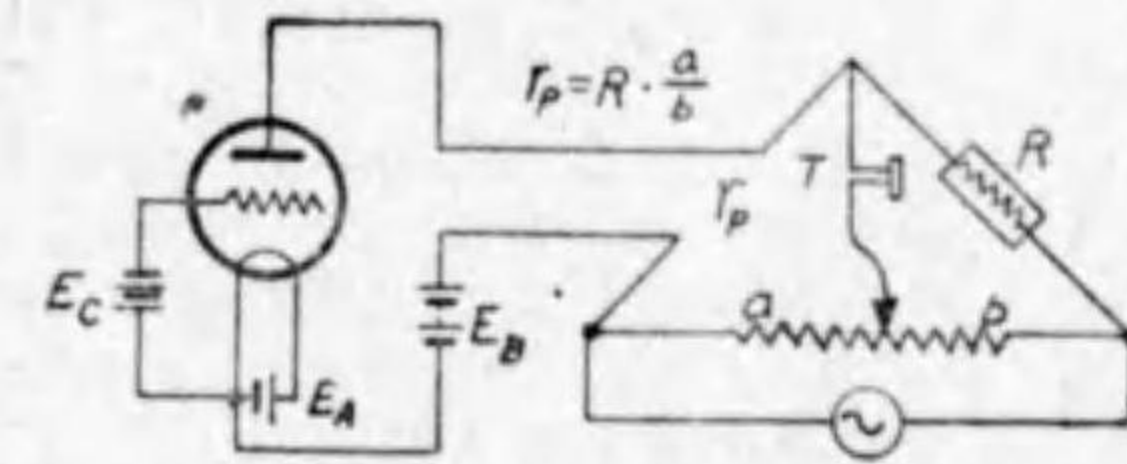
式中 $\frac{\partial f}{\partial e_p}$ は e_g の一定値における $\frac{di_p}{de_p}$ の値、即ち $\frac{1}{r_p}$ 、又 $\frac{\partial f}{\partial e_g}$ は e_p を

一定とした場合の $\frac{di_p}{de_g}$ 故 g_m を表す。即ち

$$\Delta i_p = \frac{1}{r_p} \Delta e_p + g_m \Delta e_g \dots\dots\dots(45)$$



(a)



(b)

第 36 圖

さて μ は i_p を一定とした場合即ち $\Delta i_p = 0$ の時の $-\frac{de_p}{de_g}$ であるから、上式より

$$\mu = \left(-\frac{de_p}{de_g} \right)_{i_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial e_g}}{\frac{\partial f}{\partial e_p}} = g_m \cdot r_p \quad \dots\dots\dots(46)$$

即ち

$$\text{増幅率} = \text{相互コンダクタンス} \times \text{プレート抵抗} \quad \dots\dots\dots(46')$$

の關係を得る。

故に真空管において、三定数中二定数がわかれば、他は自ら定まるものである。

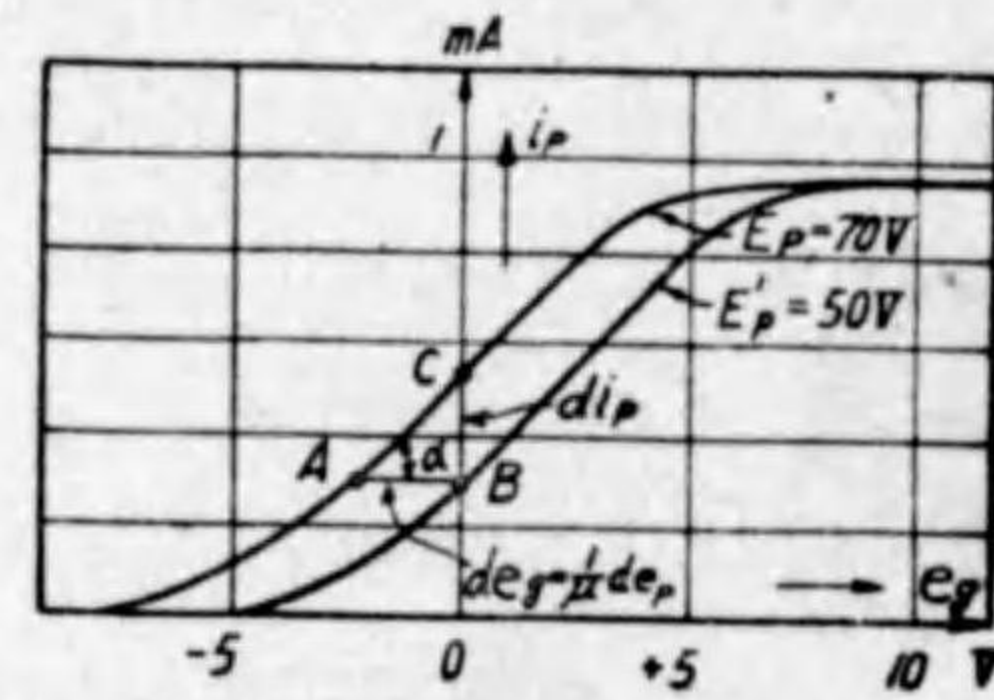
従つて μ を一定として、 g_m を大きくすれば、

r_p は自ら小さくなり、又 g_m を一定にして

において、 μ を大きくしようとするれば、 r_p も

これに伴つて増加することになる。

(42), (43), (46) 式の關係は、第37圖で表すことが出来る。この圖は $E_p = 70V$ 及び $E_p = 50V$ に対する二つの特性を示してゐる。



第37圖

圖から動作範圍 A, B, C において

$$g_m = \left(\frac{di_p}{de_g} \right)_{e_p} = \frac{BC}{AB} = \frac{0.2 \cdot 10^{-3}}{2} = 10^{-4} \text{ amp/volt}$$

$$\mu = - \left(\frac{de_p}{de_g} \right)_{i_p} = \frac{AB}{e_p - e_r} = \frac{20}{2} = 10$$

$$r_p = \left(\frac{de_p}{di_p} \right)_{e_g} = \frac{e_p - e_r}{BC} = \frac{20}{0.2 \cdot 10^{-3}} = 10^5 \Omega$$

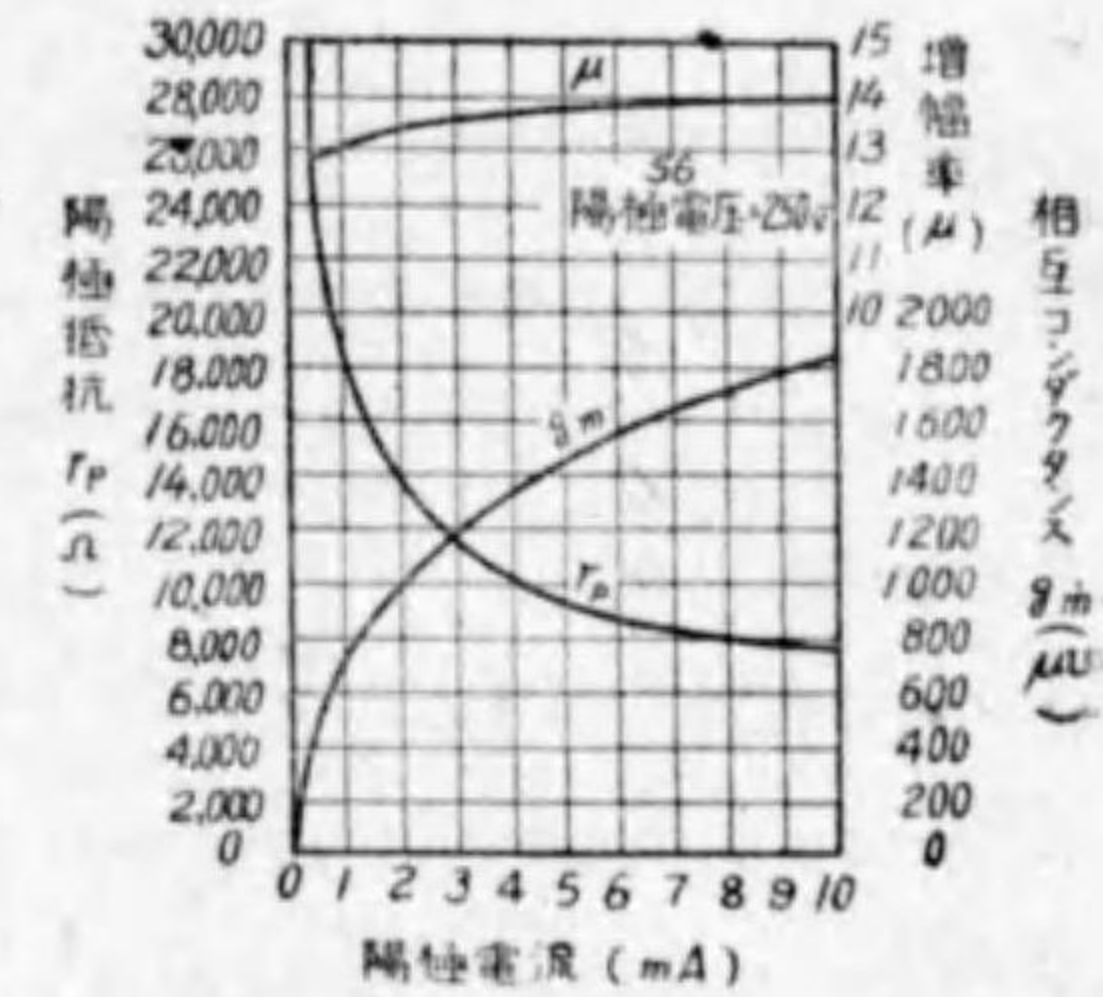
かくして、直流測定により二つの異なる陽極電壓に対する特性を求めれば、これら各動作點における定数を見出すことが出来る。

以上より、 $i_p - e_g$ 曲線群と定数とについて次のことがいへる。

定数 μ が大になれば、各曲線間の水平間隔がこれに逆比例して狭くなる。又

g_m の大なる三極管では、この傾斜が大となり、 r_p が大きいと曲線間の垂直間隔が減る。

尚これらの定数が、陽極電流と共に變る有様は、第38圖の如くである。増幅率 μ はかなり廣い範圍で一定で、相互コンダクタンスは陽極電流零の場合に零で次第に増し、プレート抵抗は陽極電流零で無限大で次第に減少する。しかしながら陽極電流の極く僅かの變化に對しては、定数は一定と見なすことが出来る。



第38圖

従つて (45) 式に於いて、 Δe_g を微小

變化とすればこの變化内に於いては r_p 及び g_m は一定とみてよい。

Δe_g を微小振幅の正弦波交流電壓 \dot{e}_g とすれば、 Δi_p , Δe_p も交流波形となり、これらをそれぞれ \dot{i}_p , \dot{e}_p で表すと

$$\dot{i}_p = \frac{1}{r_p} \dot{e}_p + g_m \dot{e}_g \quad \dots\dots\dots(47)$$

(46) 式により $\mu = g_m r_p$ であるから上式は

$$\dot{i}_p = g_m \left(\dot{e}_g + \frac{\dot{e}_p}{\mu} \right) \quad \dots\dots\dots(48)$$

となる。陽極回路負荷インピーダンスを Z_p とすれば

$$\dot{e}_p = -\dot{i}_p Z_p \quad \dots\dots\dots(49)$$

故に

$$\dot{i}_p = \frac{\mu \dot{e}_g}{r_p + Z_p} \quad \dots\dots\dots(50)$$

を得る。即ち三極管は交流に關して、丁度 $\mu \dot{e}_g$ なる起電力と r_p なる内部抵抗を持つた交流發電機と同様な役目をする。

第 6 章 三極真空管の作用

以上三極真空管の特性、及び定数について述べて来たところにより、三極真空管には次の性能があることがわかる。

(i) グリッド電圧の調整で、動作点を任意に選ぶことが出来る。即ち、與へられた陽極電圧において、グリッドバイアス電圧を上下すると、特性の直線部分にでも、或ひは彎曲部分にでも、意のままにその動作点を變更出来る。

(ii) グリッド制御に電力を要せぬ。グリッドに充分のバイアスを與へ、動作範圍をグリッド電圧の負の範圍に限ると、電子流はここに流入しないから、グリッド回路には、電力をとらずに能くプレート電流を制御し得る。ただ使用周波數が高いと、電極間の静電容量を通して、グリッド回路が陽極回路に連絡するので入力アドミッタンスが増加し、グリッド回路に電流が流入するに至る。

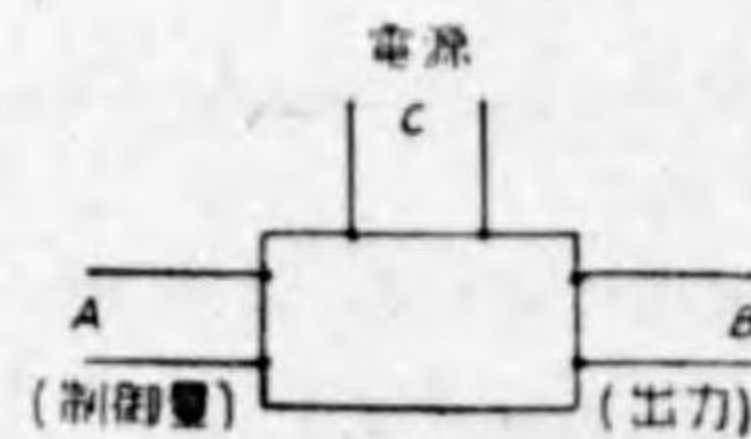
(iii) 制御に慣性がない。制御を受ける相手が電子であるから、制御が全く自由である。

さて、かくの如き特質を有する三極真空管は、現在各方面に使はれてゐるが、これを作用により分けると、増幅、整流及び發振作用となる。

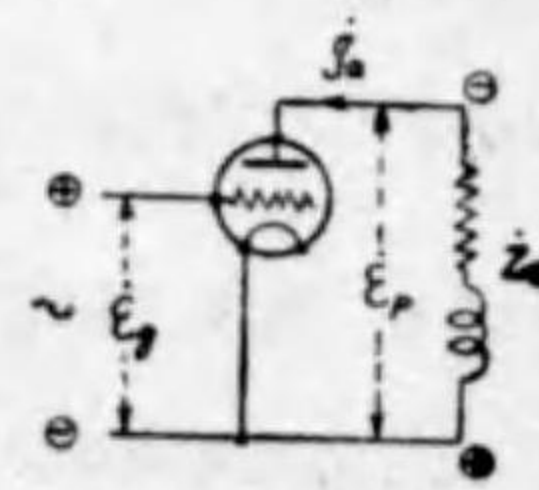
第 1 節 増 幅 作 用

増幅作用とは、微弱な電氣的量を與へて、これと直線關係を有する大きな電氣的量を出させる作用である。例

へば、第 39 圖に示すやうに、入力端子(A)から微小の制御量を加へて、別個の電源回路(C)を制御し、入力端子に加へた量



第 39 圖



第 40 圖

と比例關係を持つ、増大量を出力端子(B)に得んとするものである。

さて三極真空管回路第 40 圖において、インピーダンス Z_p を陽極回路に有する三極真空管のグリッドに、交流電壓 $\dot{\epsilon}_g$ を加へると、その陽極回路に流れる交流電流 \dot{i}_p は (50) 式により

$$\dot{i}_p = \frac{\mu \dot{\epsilon}_g}{r_p + Z_p} \dots\dots\dots(51)$$

但し r_p はプレート抵抗

従つて、負荷の端子に現れる電位差 $\dot{\epsilon}_p$ は

$$\dot{\epsilon}_p = -Z_p \dot{i}_p = -\frac{Z_p}{r_p + Z_p} \mu \dot{\epsilon}_g \dots\dots\dots(52)$$

今入力電壓 $\dot{\epsilon}_g$ と、出力電壓 $\dot{\epsilon}_p$ とを比較すれば

$$A_v = \frac{\dot{\epsilon}_p}{\dot{\epsilon}_g} = -\frac{\mu Z_p}{r_p + Z_p} \dots\dots\dots(53)$$

大きさだけに就いていふと

$$A_v = \mu \sqrt{\frac{R_p^2 + X_p^2}{(r_p + R_p)^2 + X_p^2}} \dots\dots\dots(54)$$

即ち出力電圧は、入力電圧の A_v 倍に増幅されてゐる。これより三極真空管が、増幅作用を営み得ることは明瞭で、 A_v をその増幅度、特にこの場合は電圧を増幅する意味から、電圧増幅度と稱する。負荷抵抗 Z_p が r_p に比し充分大きい場合には (54) 式の $\sqrt{\quad}$ 内は 1 に近くなり $A_v \cong \mu$ となる。即ち増幅率は最大電圧増幅度を示すことになる。

次に増幅の場合の入力と出力とに就いて考ふるに、 $Y_i = G_i - jB_i$ を三極管の入力アドミッタンスとすれば、グリッド制御に要する交流電力、即ち入力 P_i は

$$P_i = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_g^2 G_i \dots\dots\dots(55)$$

これに対する陽極側出力は

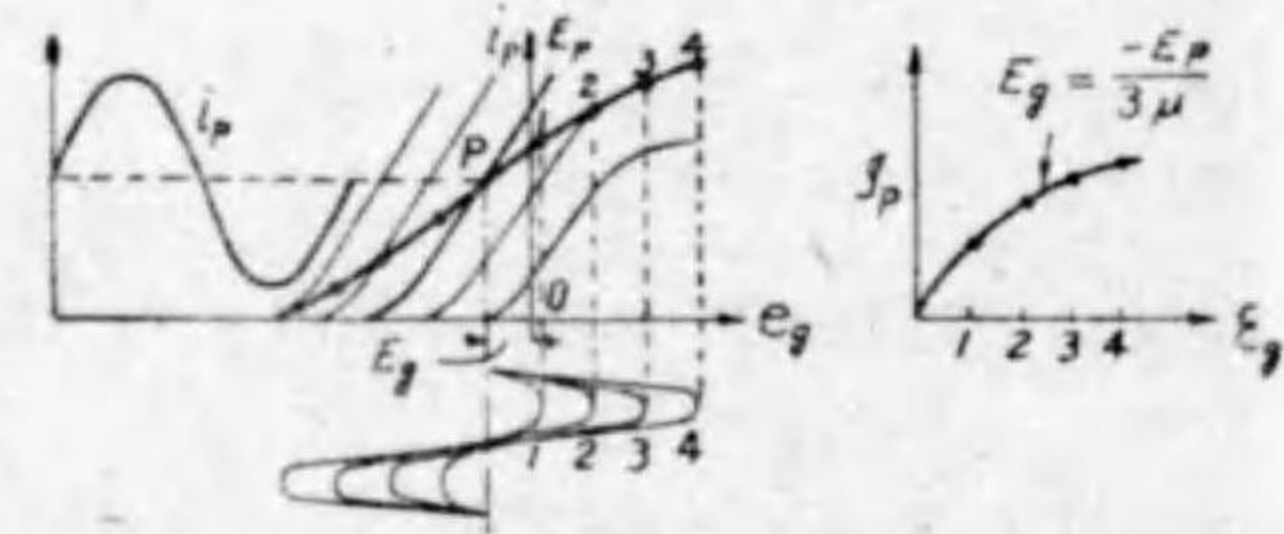
$$P_o = \frac{1}{2} \cdot \frac{\mu^2 e_g^2 R_p}{(r_p + R_p)^2 + X_p^2} \dots\dots\dots (56)$$

故に、この比をとると

$$A_p = \frac{P_o}{P_i} = \frac{\mu^2 R_p}{(r_p + R_p)^2 + X_p^2} \dots\dots\dots (57)$$

この A_p は即ち三極管に依つて、電力が増幅される程度を表すもので、これを電力増幅度と稱する。

以上は、入力側出力側共に電流、電圧が正弦波状に変化する場合、即ちグリッド入力電圧の振幅が、三極管特性の直線部分の範囲内のみ限



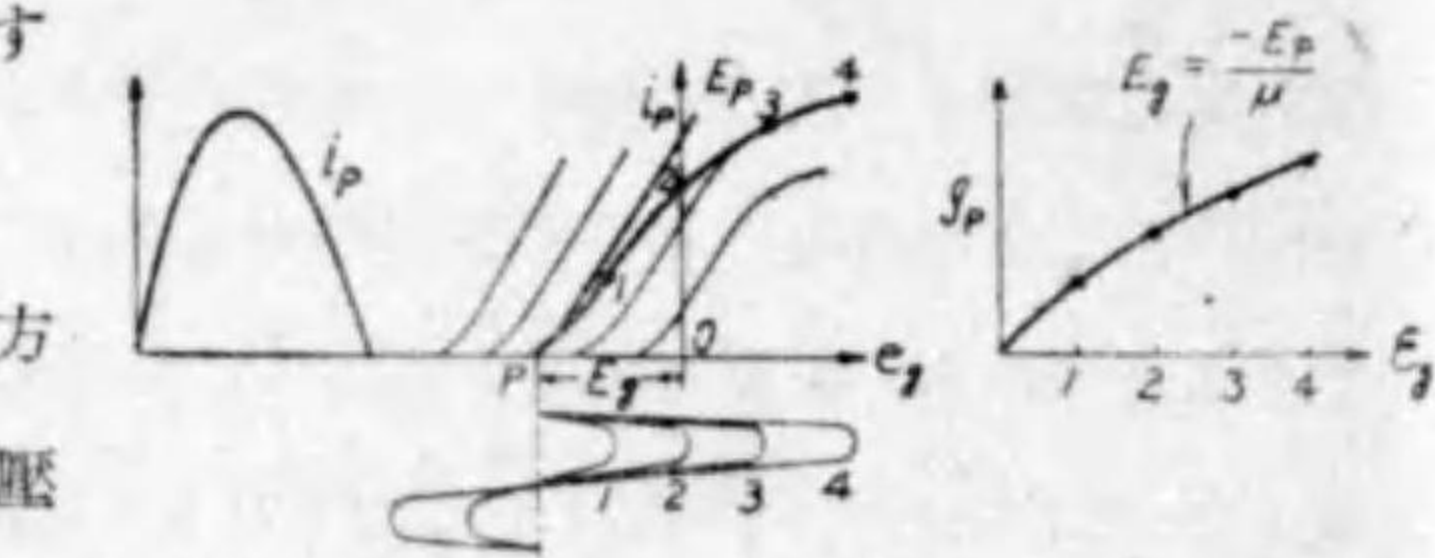
第 41 圖

られた場合 (第 41 圖) について述べたが、その他に、この範囲を超過するやうな使ひ方もある。例へばグリッドバイアス E_g を、 $i_p - e_g$ 特性の最左端 $i_p = 0$ に相當する値、即ち陽極電源 E_a について凡そグリッドバイアス電源 $E_c = -\frac{E_a}{\mu}$ 位に定め、振幅の大なるグリッド勵振電壓を給與する。しからば、陽極電流は、グリッド電圧の正の半波の間しか流れないが (第 42 圖)、一個の三極管としては、前の場合よりも大なる出力を出す

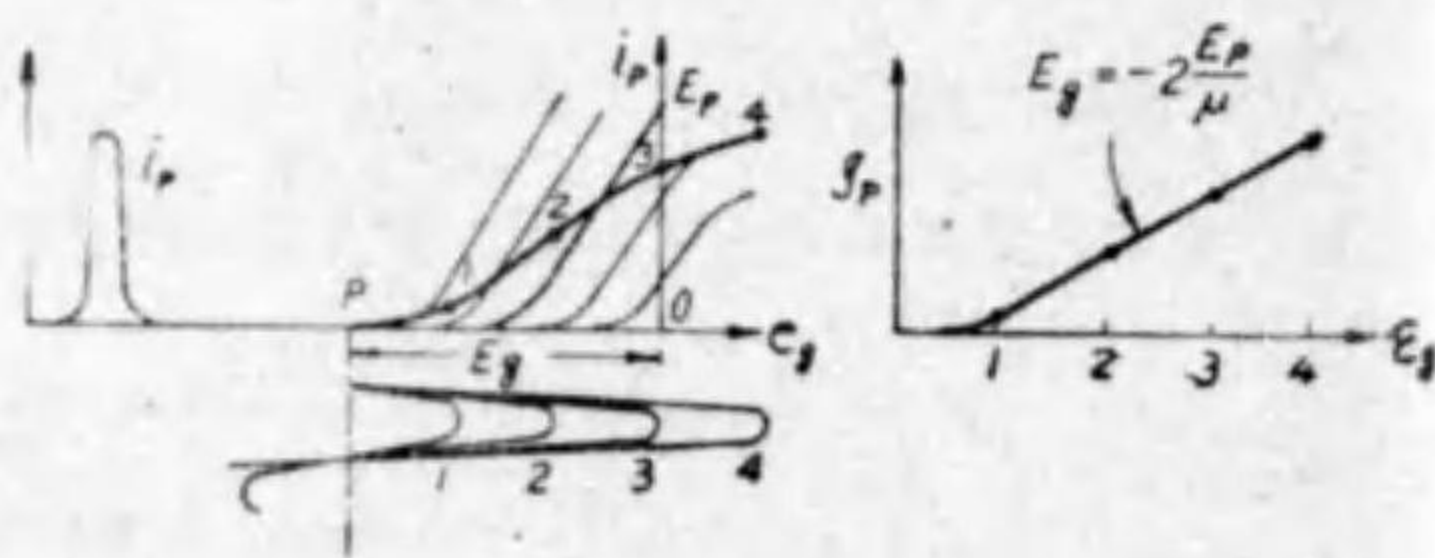
ことが出来る。

グリッドバイアスを一層負の方に増して、動作の基点を陽極電圧零のところを遙に越して使ふやう

にすると、グリッド電圧の振幅には、なほ大なるものを使用することが出来る。この場合、陽極電流はグリッド電圧の正半波中の、しかも一部分



第 42 圖



第 43 圖

においてだけしか流れないが (第 43 圖) 陽極の負荷に適當な共振回路を挿入すれば、更に大なる出力をとることが出来る。

第一の使用法に従ふ増幅方式 (第 41 圖) を A 級増幅、第二の方式 (第 42 圖) を B 級増幅、第三のもの (第 43 圖) を C 級増幅と呼んでゐる。

第 2 節 整 流 作 用

二極真空管は、一方向にのみ導電性を有するが故に、これに交流を加へる時は整流作用を行ひ直流が得られることを前に述べた。

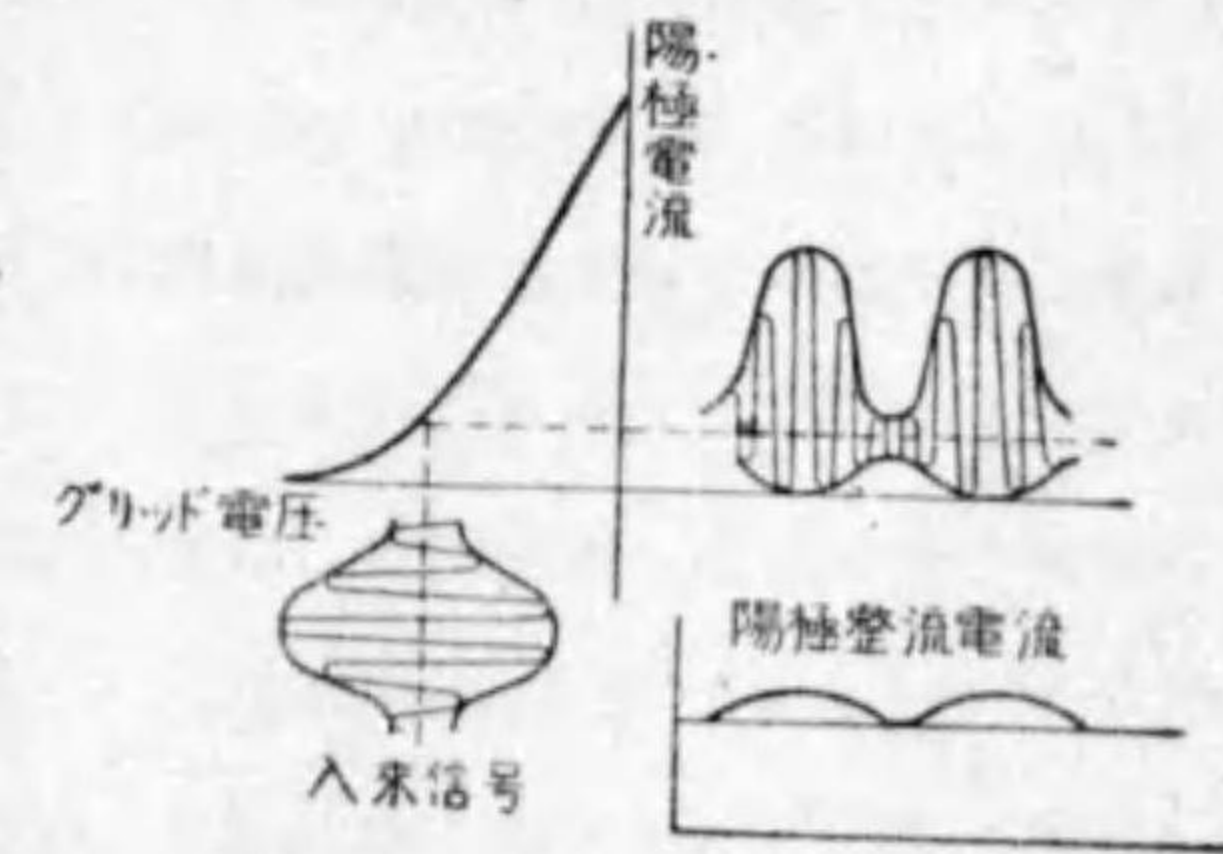
一般に電圧電流の關係が、非直線的な特性を有するものに交流電圧を加へる時には、整流作用により直流が得られる、今交流電圧を或信號電壓とすれば信號により直流電流分を生ずるわけで、これによりその信號を検出することが出来る。かやうな信號検出を検波といふ。

三極真空管には陽極整流及びグリッド整流の二つの整流 (又は檢波) 方式がある。

2.1 陽極整流

これは三極管の陽極回路の非直線特性による整流作用を利用したもので、第 44 圖に示す如く、グリッドの動作基

点を $i_p - e_g$ 特性の彎曲点におく。グリッドに變調波電壓を加へる時は、陽極電流は圖示の如く流れ、その平均電流には變調波成分を生じ信號を検出し得ることとなる。陽極檢波の特徴は、比較的大きな信號電壓を整流することが出来ると同時に、次に



第 44 圖

述べるグリッド整流に比して、歪が少いことである。但し整流感度は稍々劣つて

ある。

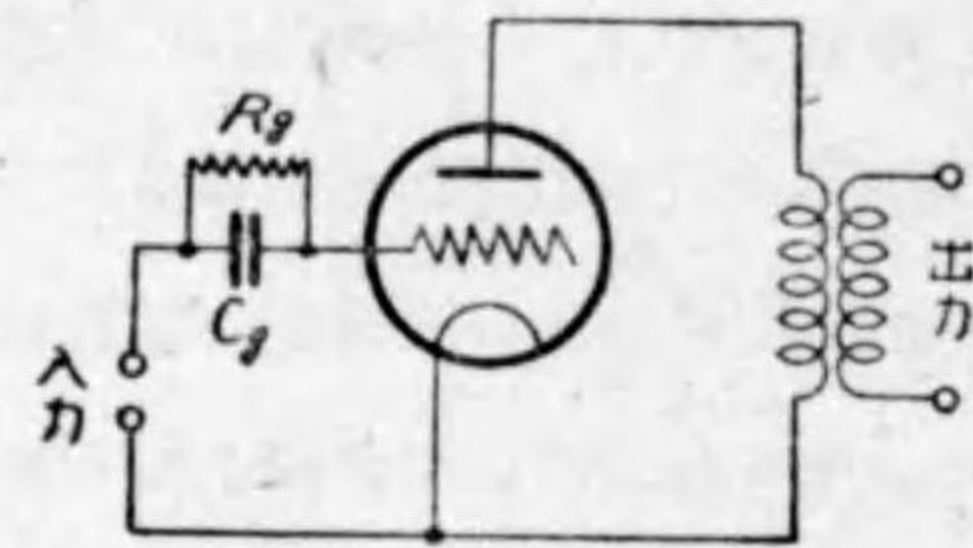
2.2 グリッド整流

三極管のグリッド回路の非直線特性による整流作用を利用したもので、第45圖(a)に示す如くグリッド回路にグリッド蓄電器と、グリッド抵抗を入れ、グリッドの動作基点を $i_g - e_g$ 特性の彎曲点におく。

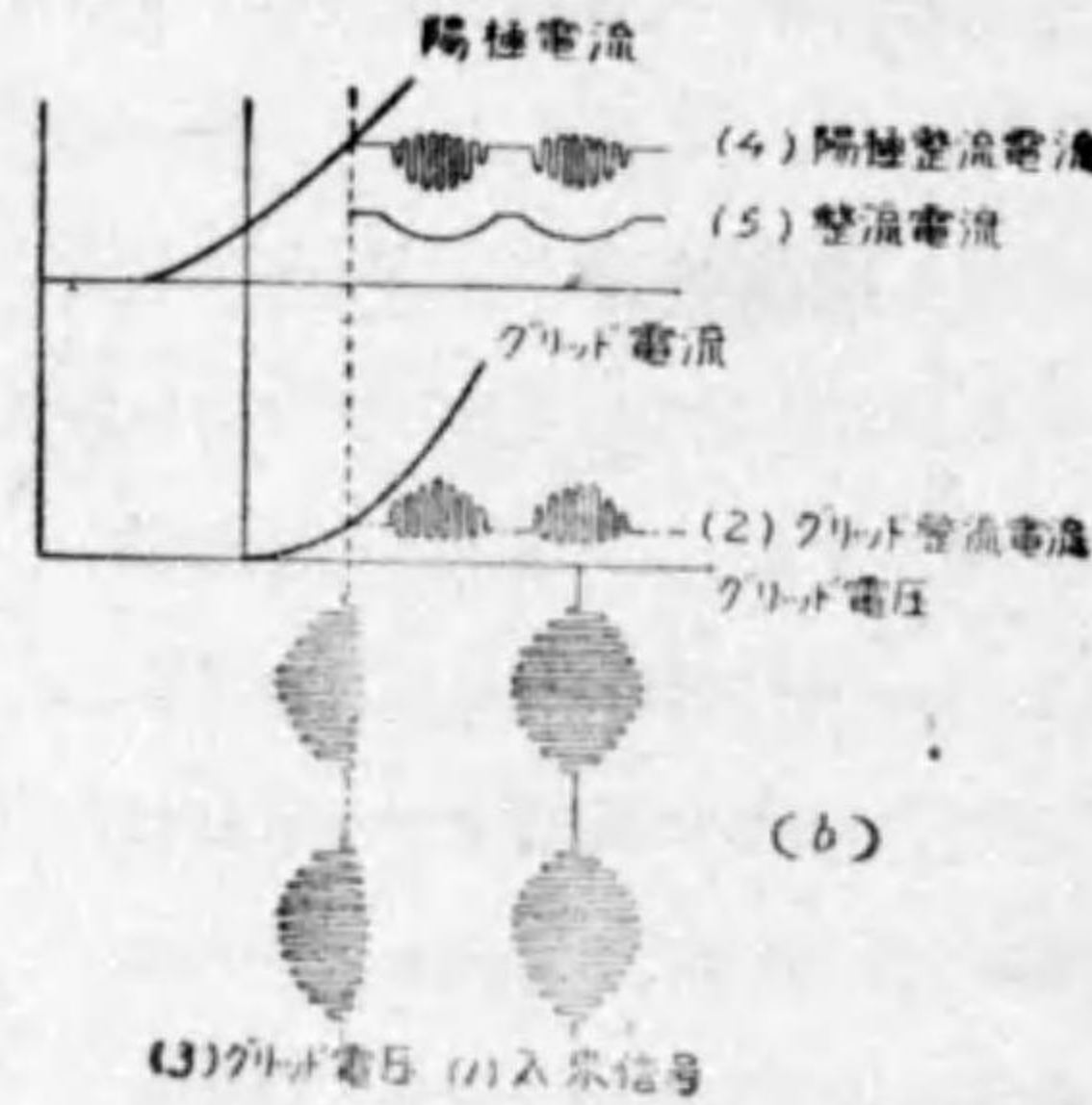
今グリッドに信号が入つて来た場合を考ふるに、グリッド平均電流は、整流作用により變調波形分を生じ、これがグリッドリーク R_g に電壓降下を生じ、グリッドの電位を變化せしめる。この電壓降下は、變調波の振幅の最大なる時に最も大で、グリッドは負の最大電位となる。このグリッド電位の變化により陽極側には、陽極電流の變化を生ず。この模様を圖示すれば、第45圖(b)の如くである。

本整流に於いてグリッド回路に挿入されたグリッド蓄電器は無線周波に對して側路となるが、可聴周波にては、大なるリアクタンスを呈し、可聴周波電流は主として R_g の方を通る。グリッド蓄電器の大きさは、普通 150 乃至 500 $\mu\mu F$ で、グリッドリークの値は、1 乃至 5 $M\Omega$ のものを用ひてゐる。

グリッド整流は、小信號電壓の場合にはプレート整流より感度がよいが、信號電壓が大きい場合に過負荷になり歪を生ずる缺點がある。



(a)



(b)

第45圖

第3節 發振作用

三極真空管において或動機で、グリッドに高周波(または可聴周波)電壓が加はつたとすれば、陽極側に高周波陽極電流を生じ、従つて、その負荷に高周波電壓を生ずる。この高周波電壓の一部分を、更にグリッドに加へるやうな配置をして置き、しかもその高周波電流を助長するやうな位相にしておけば、陽極高周波電流は益々強くなり、従つてグリッドの高周波電壓も亦強くなり、止まるところを知らぬこととなる。しかし乍ら、これは陰極からの電子放出が制限されてゐることや、その他後述の理由により、實際は或値に落ち著くのであるが、かくの如くして、高周波(又は可聴周波)振動が接続されるわけである。これが發振作用の原理である。それ故發振の場合にはグリッドに加へられる高周波電壓と、陽極側負荷の両端に現れる高周波電壓の比が重要視されるもので、その比 $k = -\frac{\epsilon_p}{\epsilon_g}$ を反結合係數と呼ぶ。ここに ϵ_p は陽極交流電壓、 ϵ_g はグリッド交流電壓、負符號を附したのは ϵ_p と ϵ_g とが、反位相にあるべきを示してゐる。

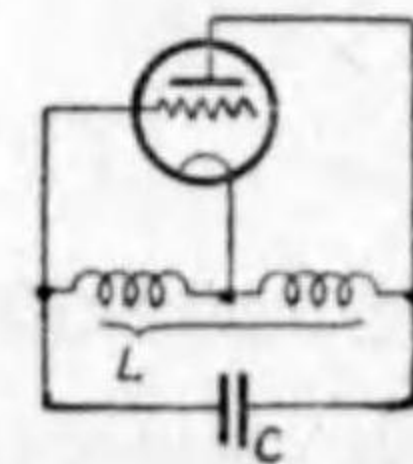
さて發振を起す爲には、次の如き條件が満足されることが必要である。即ち

$$k > \frac{1}{\mu} + \frac{1}{g_m R_p} \dots\dots\dots (58)$$

k がこれより小なる場合には、振動は止まるのである。三極管が發振を起して、その振幅を限りなく増大しようとする時、管の特性により、 μ 及び g_m は特性曲線上部の彎曲部で小となるから、上記の條件が満たされなくなるので、振幅は或る大きさで止まることになる。

發振を起し、これを持續せしむる爲の回路は、(58)式の條件を満足すればよいのであつて、種々の回路がある。代表的なものをあげれば、次の通りである。

Hartley 回路(第46圖)はその一つで、陽極側に同調コイルをおき、そのコイルの電壓の一部をグリッドに饋還し



第46圖