始

電氣工學計算の基礎理念

電氣技術研究會

電　氣　書　院

電氣工學計算の基礎理念

内 容 目 次

1. 電氣回路諸現象の基礎理念

2. 直流回路計算の基礎理念

3. 交流回路計算の基礎理念

4. 應用電氣回路の基礎理念

5. 靜電並電磁諸計算の基礎理念

電氣工學計算の基礎理念

1. 電氣回路諸現象の基礎理念

1.1 電氣回路の諸現象

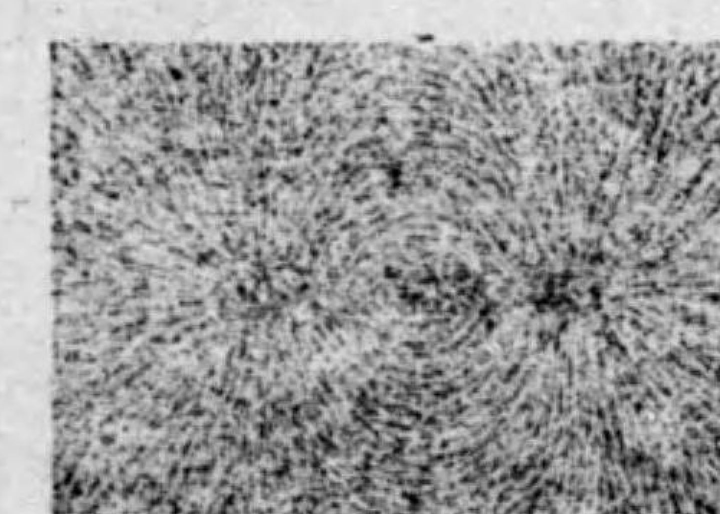
電線に電氣が通じて居ると云ふことは，後述するやうに，絶えず電子が移動して居ることを意味し，之れを電線に電流が流れてゐると云ふ．

電線に電流が流れてゐるか否かは，之れを實際に見ることが出來ない．然し電流が流れてゐると，此の電流に依つて次のやうな現象を生ずるので，間接的に電流の流れてゐることが分る．

(1) 電流ノ流レテヰル電線ノ附近ニアル鐵片ハ磁石トナル．

之れを鐵片が磁化されるとも云ふ．

今，一つの棒狀磁石を持つて來て，其の上に厚紙を置き，此の上に鐵粉をふり撒いて之れを輕く叩くと第 1.1 圖に示すやうに鐵粉が排列せられる．此の鐵粉が畫く曲線を磁力線と云ひ，磁力線は棒狀磁石の N 極から出て，空間を通り S 極に歸る．更らに磁石の体內を通つて S 極より N 極に通じ，斯くて切れ目のない環狀となる．斯樣に，磁石からは磁力線が出る一方，此の磁力線の悉くが磁石の体內を通つて居る．之れを逆に，鐵片に磁力線が通ずる結果，磁石になつてゐるとも云へる．實は鐵片を構成する磁氣分子の方向が，磁力線に依つて整頓せられるので磁石となつた．即ち，先きの鐵粉が此の情況を示して居るのであつて，鐵粉を磁氣分子と見るなら，之れに磁石よりの一貫した磁力線が通ずるので，箇々の小磁石となつて磁力線の方向に整頓された譯である．從つて，鐵粉の一つ一つが小磁石となつてゐるとも云へる．

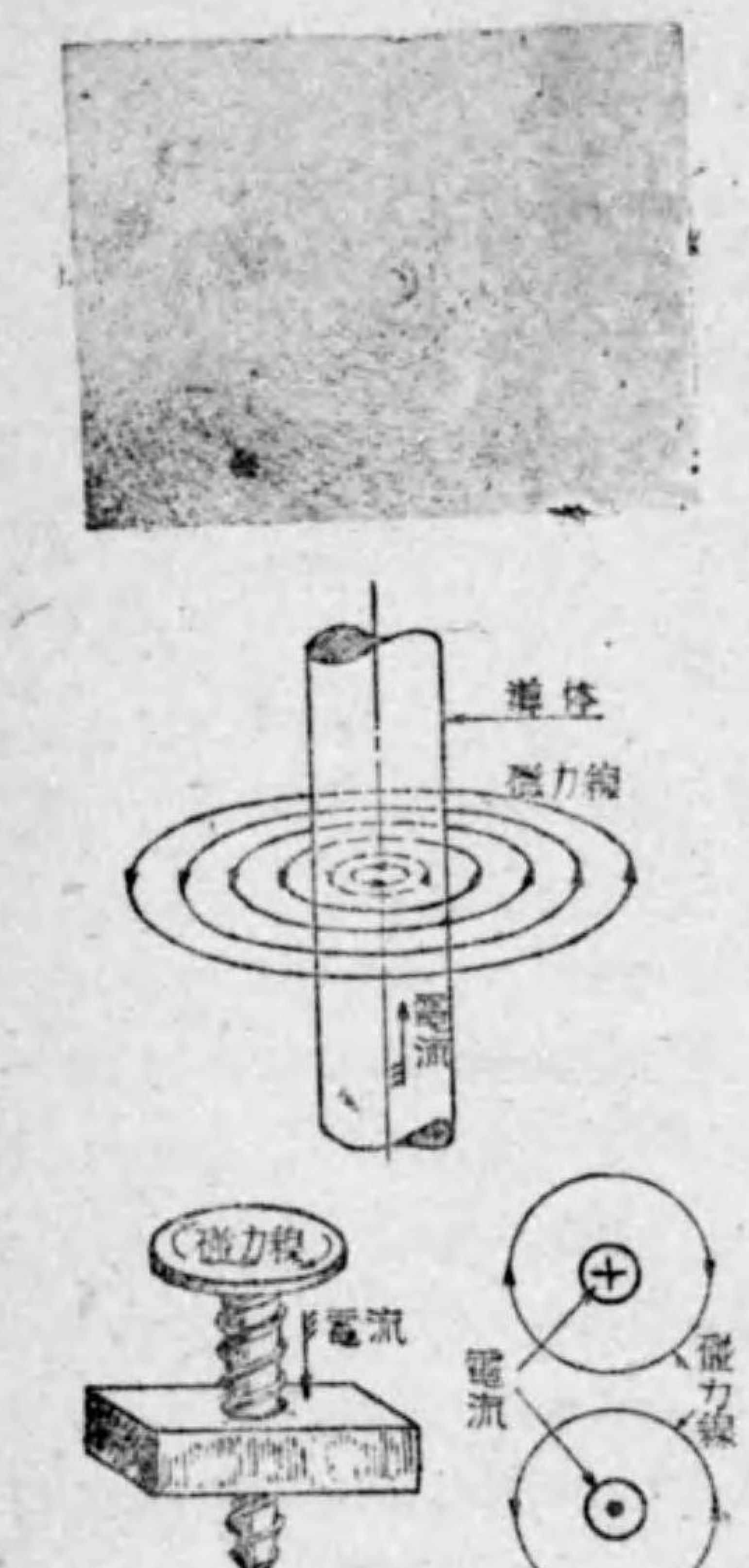


第 1.1 圖

以上より明かなやうに，鐵片が磁化される（磁石となる）と云ふことは，之れ

に磁力線が通じて居ることを意味する.

電流の流れてゐる電線の附近に置かれた鐵は磁化されると云ふのだから，電線に電流が流れると之れに磁力線の生ずることが看取せられる. 此の狀況を示したのが，第1.2 圖である. 今厚紙に孔をあけて，厚紙と直角の方向に電線を通し相當に大きな電流を流す. 此の紙上に前と同樣に鐵粉を撒布し，厚紙を輕くたゝいて鐵粉を整頓させると上圖のやうになる.



第 1.2 圖

此の實驗より明かに見受けられるのは，電線に電流が流れると中圖のやうに，電線を中心として同心圓狀の幾つもの環狀磁力線が生ずることである. 然かも，電流の方向と磁力線の方向の間には一定の關係がある. 即ち下圖に示すやうに，右ネヂに於て，ネヂの進む方向を電流の方向とすると，ネヂを進める爲めに之れを廻はす方向に磁力線を生ずる. 之れを"右ネヂの法則,, と云ひ，以下に於ても屢々應用するものであるから克く心に留めて置かれたい. 斯樣な關係にあることは，自由に動き得るやうにされた小磁針を用ひて簡單に實驗することが出來る. 諸君自から工夫して確かめて見られよ.

從つて，小磁針を南北の方向に置かれた電線の下に持つて來たとき，之れが偏れるやうなら電線に電流が流れてゐる. 電流が流れてゐないと小磁針は地球磁界の方向である南北を指す. 電流が流れて居ると，電線の下では電流に依る磁界が東西の方向となるので. 小磁針は此の磁界と地球磁界の合成の方向に向く.

此處で吾々は，更らに重要なことを學ばねばならない. 夫れは，電線が磁力線を切ると電線に電壓が誘起されることであつて. 之れを電磁誘導起電力と稱する

直流發電機にせよ交流發電機にせよ，此の原理を應用して電壓を發生させてゐる

更らに，磁石の N 極と N 極又は S 極と S 極は互に反撥するし，N 極と S 極は相吸引する. 之れは，磁石間と云ふよりも夫々の作る磁力線間に力が働くのである. 故に磁力線を作る電線間，即ち電流間には力が働くであらうし，磁力線と電流間にも力の働くことが想像される. 此の原理を應用したものが電動機である.

斯樣な電流に依る磁氣的な諸現象を電磁現象と云ふ.

前述の電磁現象は，如何なる狀態に於ても，電線に電流が流れると大なり小なり必ず生ずる. 又次の現象も必ず生ずるものの一つである.

(2) 電線ニ電流ガ流レルト發熱スル.

電線に電流が流れると，後段に於て說明するやうに電線が發熱する. 此の現象を利用したものが電熱器であり，更らに溫度を高めて光を發するやうにしたものが電燈である. 斯樣な利用の方面もあるが，電氣機器等に於て，其の容量に制限のある一番大きな理由も亦，此の發熱に依る溫度上昇である.

又，電解液に直流（次章で說明する）を流すと電氣分解作用を生ずる. 即ち

(3) 電解液，例ヘバ食塩水ニ電流ヲ通ズルト，之レヲ化學的ニ分解スル.

之れを電氣分解と云ひ，電氣化學工業は此の現象を利用したものである.

尙，電線に電流が流れなくとも，高い電壓が加へられると，輕い紙片等を引きつけたり，電壓が更らに高くなると，電線から芒光を發するやうになる.

或は，高い電壓を加へられた金屬板間には吸引力が働く. 斯樣な現象を靜電現象と云ふ.

一般に，電線に電壓が加へられると靜電現象を生じ，電流が流れると電磁現象並發熱作用を生ずる. 然して是等の現象は，加へられた電壓の高低，流れた電流の大小に依つて相違するので，是等の現象から逆に見えない電氣の量を測定する斯くて初めて電氣的諸現象の間に數量的關係が定められることになり，理論的研究に，又は設計に，施工に，種々の計算が試みられるやうになる. 然して是等の計算の基本となるものは，電線に依つて電流が流れるやうに作られた電氣回路の計算であつて，本書は主として之れに就て講述する方針である.

本論である次章に移る前に，以上の諸現象の中で，第三章に於て特に重要な電

磁誘導起電力に就て說明する.

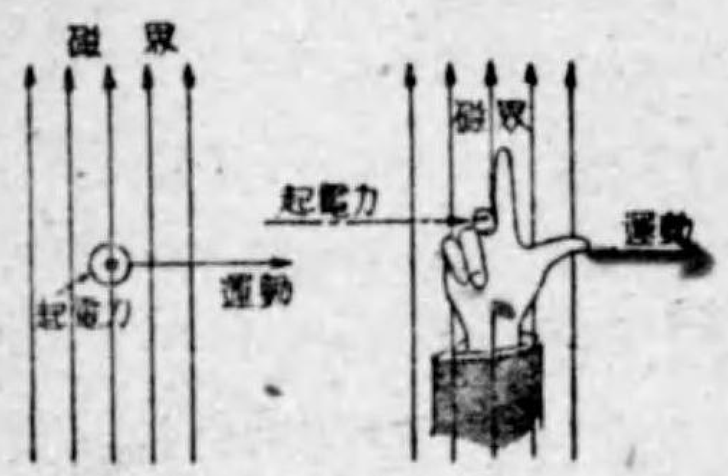
1.2 電磁誘導起電力の方向

電線が磁力線を切ると，之れに起電力（電壓）の生ずることは前に述べた．處で此の切り方には2種がある．その一つは電線が動いて磁力線を切る場合であり他の一つは電線が靜止し，磁力線が動いた結果，電線が磁力線を切る場合である

電線が動いて，靜止してゐる磁力線を切る場合は簡單で，直流發電機が此の例であつて，靜止して居る磁極から出る磁力線を電機子電線が回轉して切つて居る

然し，電線が靜止して，磁力線が動いて電線を切る場合には更らに兩樣がある即ち磁力線が空間に運動して磁力線を切る場合と，磁力線は空間の定位置にあるがその數が時間と共に變化する場合である.

具体的な例を取つて云ふと，大抵の交流同期發電機は回轉界磁型であつて，電機子電線は固定子に捲かれて靜止して居る．此の時は磁極磁力線が回轉して電線を切る．然るに，變壓器にあつては，鐵心內を通る磁力線が時間と共に變化して電線を切る,



第 1.3 圖

此の磁力線を切る方向と，斯くて生ずる起電力の方向の間には一定の關係がある．之れを示したのが第 1.3 圖であつて，右手の拇指食指，中指の 3 指を夫々直角に曲げ，拇指を電線の運動の方向に，食指を磁力線の方向に一致させると，中指が誘起起電力の方向となる．之れがフレミングの右手の法則である.

圖に於て，⊙は電線が磁界と直角…紙面と直角…にある斷面を表はしたものとする．今，電線が左より右の方向に動くと，之れに生ずる誘起起電力の方向は，右圖のやうに紙面下より紙面上に向く．之れを⊙と矢頭で示し，此の反對の方向を⊕と矢尻で表はす.

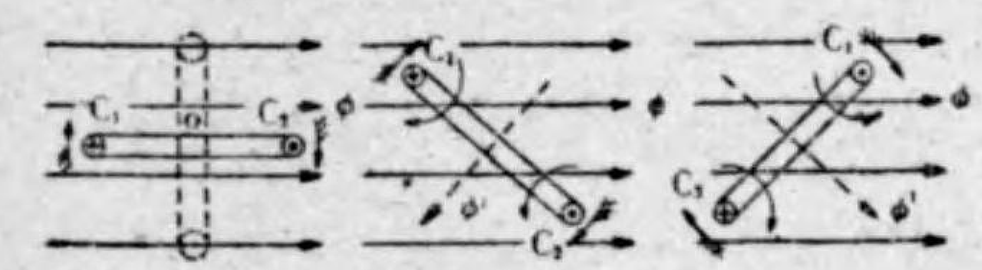
此の場合，磁界の方向が反對（上より下の方向）となつても，電線の運動の方向が反對（左より右）となつても，電線に誘起せられる起電力の方向は反對となる．例へば直流發電機の電機子端子間に現はれる電壓の方向（＋端子と－端子の極性）を反對とするには，界磁卷線の接續をふり變へて，之れに流れる電流の

方向を反對として磁極より出る磁力線の方向を反對（N 極を S 極とし，S 極を N 極とする）にする．或は又，電機子の回轉方向を反對とする.

處で，第 1.3 圖に於て，電線を其のまゝとして磁力線を動かして見る．磁力線を右より左の方向に動かすと，電線が磁力線を切る狀況は電線が左より右の方向に動いたのと同一の結果となる．從つて，電線に生ずる起電力の方向は圖示の通りになる．之れと反對に，磁力線を左より右の方向に動かすと，電線が磁力線を切る狀況は電線が右より左の方向に動いたのと同一であつて，起電力の方向は⊕となる.

斯樣にフレミングの法則に於ける拇指は電線の動く方向であるから，磁界が動くときは之れと反對方向に拇指を向けねばならない．此のことは屢々用ふる手法であるから十分に理解して置かれたい.

第 1.3 圖では 1 本の電線に就て考察をして見たが，電氣回路は必ず環狀をなし，一つの線輪を形成して居るから，次に實際に即して線輪の一つに就て考察を試みやう.



（イ）　（ロ）　（ハ）

第 1.4 圖

第 1.4 圖（イ）にて，線輪 C_1 C_2 が磁力線 ϕ（左より右の方向）の中を時計式方向に回轉するものとすると圖の如く，線輪面が磁力線と平行の場合には，電線は磁力線を直角に切るので，誘起起電力も最大であり，其の方向はフレミング右手三指の法則に依つて示される通りである之れに反して，圖より 90° 回轉した位置（点線で示す）では電線の運動の方向は磁力線の方向と平行となるので電線は磁力線を切らず，誘起起電力の値は零である.

扨，（イ）から少しく回轉した（ロ）の位置での誘起起電力は圖示の如く，更らに（イ）の点線の位置を越して回轉したときの誘起起電力の方向は（ハ）圖の如くである．此の誘起起電力と同一方向に電流が流れるが，此の電流の生ずる磁力線の方向を右ネヂの法則から考へると（ロ）（ハ）に示す ϕ' の如くになり，（ロ）では主磁界 ϕ を打ち消す方向にあり，（ハ）では主磁界を強める方向にある．此の（ロ）の位置では，之れから線輪面を通る磁力線が增加しやうとするときであ

り（ハ）の位置では之れから線輪面を通る磁力線が減少しやうとするときである

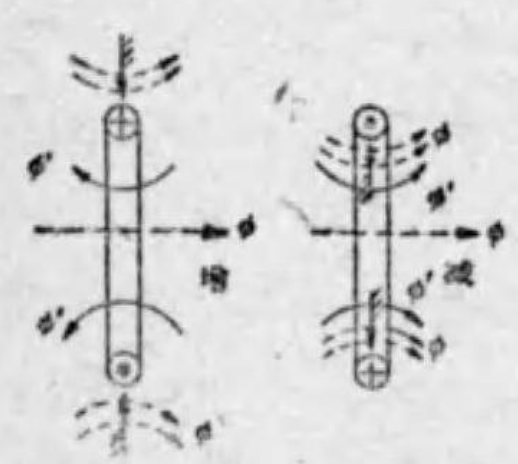
以上のことより，吾々は，此の線輪に生ずる誘起起電力の方向を知るのに，次のやうな法則のあることを發見する．

“線輪面を通る磁力線の變化を妨げる方向に誘起起電力を生ずる„

詳しく云ふと，線輪面内を通る磁力線の數が增加しやうとする場合には，此の磁力線と反對方向の磁力線を作るやうな電流が流れるやうに誘起起電力を生じ，線輪面内を通る磁力線の數が減少しやうとする場合には，此の磁力線と同一方向の磁力線を作るやうな電流が流れる方向に誘起起電力を生ずる．

こう云ふと，諸君は，そんな面倒臭い考へ方をせずとも，フレミングの右手の法則ですぐ誘起起電力の方向が分るでないかと反問されやう．正に其の通りであるが，此の考へ方に依ると，第三の場合，即ち電線も磁力線も空間的には靜止し，磁力線數のみが變化する場合の線輪に生ずる誘起起電力の方向がよく分るのである．では最後に此の場合を說明しやう．

第 1.5 圖（イ）に於て，線輪面を左より右の方向に磁力線 ϕ があつて，此の磁力線が此の方向に次第に其の數を增加する場合を考へて見やう．



（イ）　（ロ）

第 1.5 圖

前の法則に依ると線輪の生ずる磁力線 ϕ' が ϕ の增加を妨げ，之れと反對方向となるやうに誘起起電力を生ずる．從つて圖示の如くに，上が⊕で下が⊙である．次に同一方向であるが磁力線の數が次第に減少する（ロ）の場合にあつては，線輪の作る磁力線 ϕ' が ϕ の減少を妨げ，之れと同一方向となるやうに誘起起電力を生ずる．以上が眞實であることを說明しやう．

（イ）に於て，線輪面内を通る磁力線が增加すると云ふことは，圖示の如くに磁力線が外部から線輪面内に飛び込んで來ると考へられる…飛び込み方を如何にしても磁力線は切れ目のない環狀をしてゐるから必ず線輪電線を切ることになる…其處で上の電線では電線が下より上の方向に動き，磁力線の方向は左より右に向くので，誘導起電力の方向はフレミング右手の法則で⊕の如くになる．同樣に下の電線は運動の方向が上より下の方向であるから，誘起起電力の方向は⊙となる

（ロ）では反對に，線輪面内の磁力線がどしどし外方に飛び去つて減少するのだから，電線の運動の方向は前と反對方向であつて，誘起起電力の方向も亦，前と反對方向になる．

斯樣な考へ方よりも，上記した法則に依る方がはるかに速かに誘起起電力の方向が分る．諸君は ϕ の方向が反對であつて，增加した時と減少した時を第 1.5 圖に就て考へて見られよ．

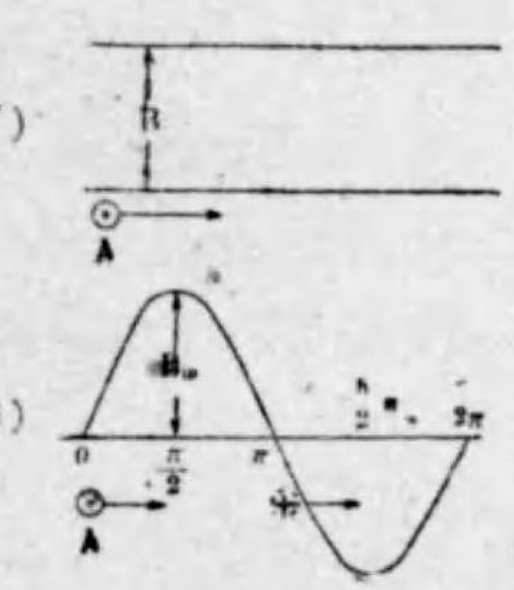
1.3 電磁誘導起電力の大さ

電磁誘導起電力の方向を述べたついでに，其の大さを求めて置く．然し本節の學修は第三章を終へてから行はれたい．

第 1.6 圖（イ）のやうに空隙の磁束の分布が，（B）で示すやうに一樣である磁界内を電線 A が運動する．此の電線は磁力線を切るから，之れに起電力が誘導せられる．然も其の起電力は磁力線の方向が何れに於ても一定であるから直流電壓である．

（イ）

（ロ）



第 1.6 圖

其の値は電線の長さを l 糎，1 平方糎當りの磁力線數（磁束密度）を B，電線の速度を每秒 v 糎とすると，1 秒間に電線の切る磁力線の數は，v 糎の巾で l 糎の奥行き，つまり vl 平方糎に含まれる磁力線數となる．

切る磁力線の總數　$B \times vl$　本/每秒

處が，1 秒間に 1 億本（10^8 本）の磁力線を切つたとき生ずる誘起起電力は 1 ボルトであるから

誘起電壓　$E = B \times vl \div 10^8 = Bvl \times 10^{-8}$　ボルト

此の場合は，前にも云つたやうに，發生起電力が直流電壓となる．

次に（ロ）圖のやうに空隙に沿ふ磁束分布が正弦波であるとき，此の空隙に沿つて運動する電線 A に誘起される起電力も亦，切る磁力線數に比例して正弦波となる．即ち，磁力線が零である，0 点での起電力は零であり，最大である $\pi/2$ 点での起電力は最大となり，π で 0 となり，之れ以上では起電力の方向が反對となり，$3\pi/2$ の点では負の方向に最大であつて，2π で 0 となる．

勿論，上記は電線の運動速度が一樣なものとしての話である．

（ロ）は例へば，交流同期機の電機子線輪に誘起される起電力，或は誘導電動機の線輪に誘起される起電力の狀況を示す圖であると解することも出來る．

圖では斯樣な磁束分布の存在する空隙を電線が一樣な速度で運動するものと考へたが，逆に電線が靜止して斯樣な正弦波磁束が空隙に沿つて移動するとしても結果は全く同一である．

一般に回轉磁界と稱せられるものは，斯樣な磁束分布が空隙に沿つて移動するのである．今，0 点を時間の起点に取り，速度 v が一樣なものとすると，任意の瞬間（0 点より出發して t 秒後）に於て，電線に誘導される起電力 e の瞬時値は次式の如くになる．

$$e = v\,l \times B_m \sin \omega t \times 10^{8} \quad ボルト$$

次に今少しく實際的な場合に立入つて考へて見やう．

假に，全圓周に P 極の磁極があつて，1 つの磁極から ϕ 本の磁力線が出てゐるとすれば，電線の 1 本が全圓周を回轉したとき，切る磁力線の總數は $P\phi$ 本であつて，1 秒間に n 回轉するものとすれば，1 秒間に $P\phi n$ 本の磁力線を切ることになる．其處で此の時の誘起電壓は

$$E' = P\phi n \times 10^{-8}$$

此の起電力をよく考へると，起電力は磁束分布の正弦波に比例して時々刻々と變化する．然して，上記の E′ は其の 1 秒間に切る磁力線の總數から算定したのだから明かに平均起電力である．然るに交流電壓の大さは實効値で表はされ

$$波形率 = \frac{實効値}{平均値} = 1.11 \ （正弦波） \quad の關係にあるから$$

$$實効値 = 平均値 \times 波形率 = 平均値 \times 1.11$$

$$實効電壓 \quad E = 1.11\,P\phi n \times 10^{-8} \quad ボルト$$

之れは 1 本の電線に誘導される起電力である．

（註） 全節卷とすると 180° 異つた電線 2 本を接續して 1 卷の線輪とする．之れが N 卷あるとすると

$$實効電壓 \quad E = 2N \times 1.11\,P\phi n \times 10^{-8} \quad ボルト$$

扨，此の磁束分布を回轉磁界とし，電源の周波數を f とすると

$$毎秒の同期回轉數 \quad n = \frac{2f}{P} \qquad \left(f = \frac{Pn}{2}\right)$$

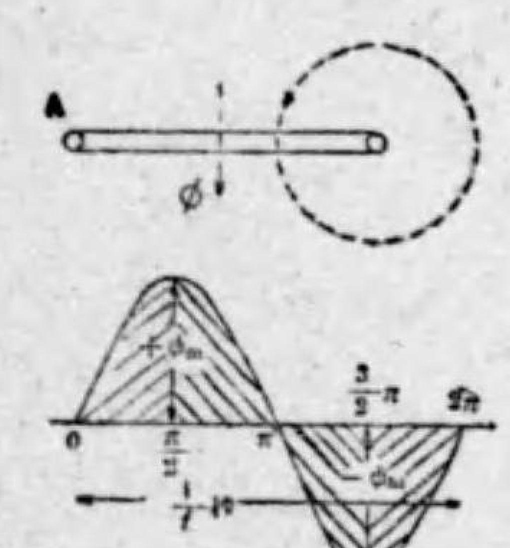
之れを前の式に代入すると　$E = 2.22 f\phi \times 10^{-8}$ ボルト

（註） N 卷の線輪では　$E = 4.44 f\phi N \times 10^{-8}$ ボルト

但し，全部の卷線の起電力は同相に加はらない．……例へば短節卷（線輪邊の間隔が 180° 以内）とか分布卷としたとき……之れに依る起電力減少の割合を卷線係數と云ふ．

之れを W_f とすると　$E = 4.44 W_f f\phi N \times 10^{-8}$ ボルト

以上のことは必ずしも，第 1.6 圖のやうな構造としなくとも，第 1.7 圖のやうな圓形線輪（矩形でも同一）を通る磁力線を變化しても同樣であつて，起電力は線輪面内を通る磁力線の總數に比例する．



第 1.7 圖

何となれば，磁力線は点線のやうに切れ目のない環狀となつてゐるから，線輪面内の磁力線は必ず線輪を切つて此の中に入り込んだものだと解釋される．又此の磁力線が消失したとすると，必ず線輪を切つて外へ飛び出して行くと了解される．

今，線輪面内を通る磁力線が圖のやうに時間と共に正弦波狀に變化したとすると $1/f$ 秒間に 1 サイクルする．1 サイクルでは，磁力線が 0 から最大 ϕ_m になり，ϕ_m より 0 に，0 より $-\phi_m$ に，$-\phi_m$ より 0 にと 4 段に變化するので，磁力線の變化總數は $4\phi_m$ となる．

換言すると，1 秒間に切る磁力線の總數 ϕ_0 は

$$\phi_0 = \frac{4\phi_m}{1/f} = 4\phi_m f$$

此の線輪が N 卷となつてゐると　誘起電壓　$E' = 4\phi_m f N \times 10^{-8}$

此の E′ は 1 秒間の磁力線數の變化に對してであるから平均起電力である．之れを實効値とすると，波形率を乘じて

$$誘導電壓 \quad E = 4\phi_m f N \times 10^{-8} \times 1.11 = 4.44 f \phi_m N \times 10^{-8} \quad ボルト$$

之れは變壓器の場合の誘起起電力の式である．

前と同一形であるが，回轉機の時の磁束は 1 極よりの磁力線の總數 ϕ であり此の場合は磁束の最大値 ϕ_m となつてゐる．

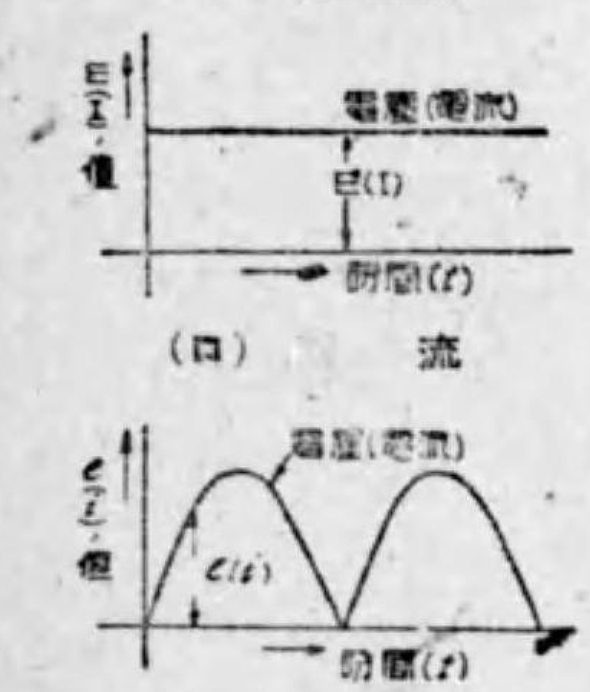
尙，靜電並電磁的現象の數量的計算は第五章に於て一通り說明することゝして玆では其の基礎的理念を與へるに止めた.

2. 直流回路計算の基礎理念

2.1 直流と其の特質

吾々が日常取扱つてゐる電氣を大別すると，直流と交流になる. 尤も，電燈も電動機も大抵は交流電氣であつて，直流電氣を取扱ふ場合は極めて稀である.

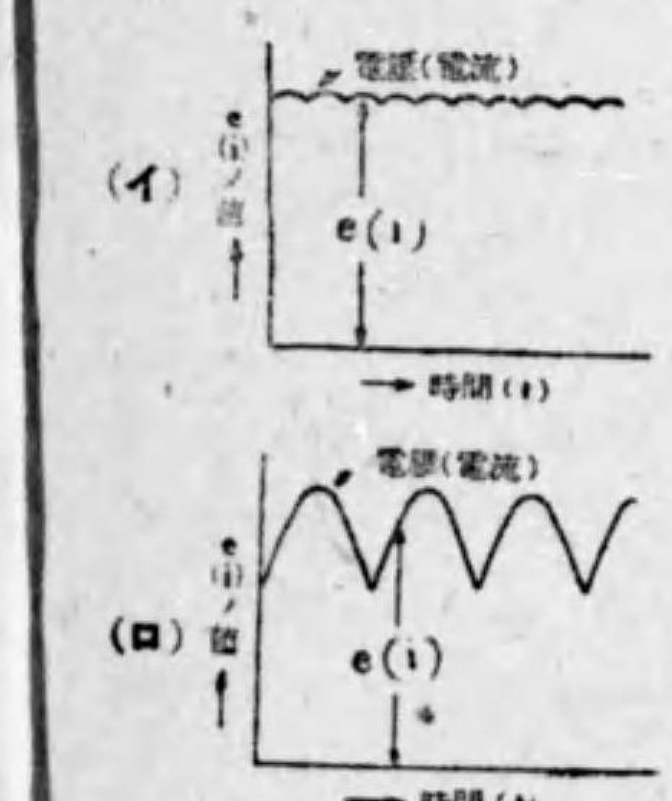
廣義に直流と云ふのは，常に一定方向にある電壓及電流を指す. 之れに對して交流は電壓及電流の方向が常に變化するもので，第三章に於て詳しく說明する.



第 2.1 圖
圖では時間を横軸に取り此の各時刻に於ける電壓及電流の値を縱軸に表はした

從つて，第 2.1 圖（ロ）のやうに，方向は一定であるが，其の値が時々刻々と變化するものも亦，直流である. 然し，一般に直流と云へば（イ）のやうに方向だけでなく，其の大さも常に一定のものである. 此の兩者を區別して（イ）を純正直流，（ロ）を脈流と稱する. 直流電源として，一次電池，蓄電池，直流發電機，回轉變流機，水銀整流器，酸化銅整流器等の整流器が擧げられる. 此の内で一次電池（乾電池と濕電池がある）及蓄電池から得られる直流は純正直流であつて，直流發電機，回轉變流機から得られるものも殆んど純正直流である.

然し，回轉變流機以下の直流電源は交流を直流に變成する裝置であつて，多相水銀整流器から出る直流は第 2.2 圖（イ）のやうな脈流になる. 單相水銀整流器其の他の整流器から出る直流は第 2.1 圖の（ロ）のやうに，或は第 2.2 圖の（ロ）のやうに脈動の大きいものである. 斯樣な脈動をする直流は，近接した通信線に誘導障害を與へて，通信，通話を困難とする等，不都合を來すので，なるべく純正直流となるやうに努力せられてゐる.



第 2.2 圖

或は，電壓が純正直流であつても回路の抵抗が絕えず變化すると，流れる電流は脈流となることもあ

る.

吾々が本章で取扱ふ直流は純正直流であつて，脈流に就ては「高級電氣工學計算の基礎理念」に於て述べることにする.

(註) 脈流は直流と交流の重ね合はされたものと考へることが出來る.

直流と交流の相違する点は，之れを電解液に流したとき，直流であると電氣分解作用を生ずるが，交流では此の作用がないと云ふやうなこともあるが，回路計算の上から云ふと次のやうな根本的の相違がある.

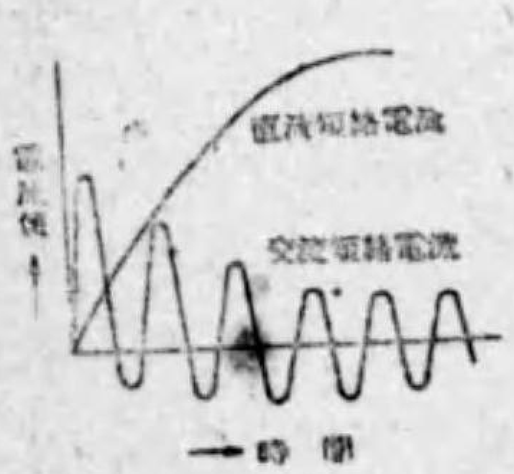
導体に電流を流すと前章に述べたやうに磁力線を生ずる．一方，磁力線が導体を切ると起電力を發生する．従つて，脈流とか交流を導体に流すと，之れに依つて生ずる磁力線の數が絶えず變化し，之れが導体を切つて逆起電力を生ずる．故に導体に電流を流すには，此の逆起電力に打ち勝つ起電力を加へねばならない.

之れに反して，直流では電流を流した瞬間，又は切つた瞬間を除くと，常に一定の電流が流れるので生じてゐる磁力線の數も一定で，上記のやうに導体を切ることがないから逆起電力がなく，回路に流れる電流を制限するものは回路の抵抗のみとなる.

又靜電蓄電器（2 枚の金屬板を絶緣体を隔てゝ對立させたもの）に直流電壓を加へると瞬間的には電流が流れるが，永續した電流は流れない．之れに反して，靜電蓄電器に交流電壓を加へると永續した電流が流れる.

是等のことに就ては，第三章で再び詳說することゝして，茲では直流回路で電流の通過を妨げるものは，回路の抵抗のみであると云ふことを理解して，先きに進むことゝしやう.

【補講】 其の他，直流回路には種々な特異な現象がある．例へば，回路を短絡したとき，交流回路であると，短絡電流は時間の經過と共に減少するが，直流回路では時間と共に短絡電流が増加する．其の理由は，上述したやうに，短絡瞬時に電流が激増し，之れに應じて磁力線數が増加するので，此の磁力線の増加分が回路の導体を切つて逆起電力を生ずる．其の結果，電流が制限せられるが，之れは瞬時的のことであつて，逆起電力が次第に減少して電流が増加する．此の狀況を示したのが第 2.3 圖である.



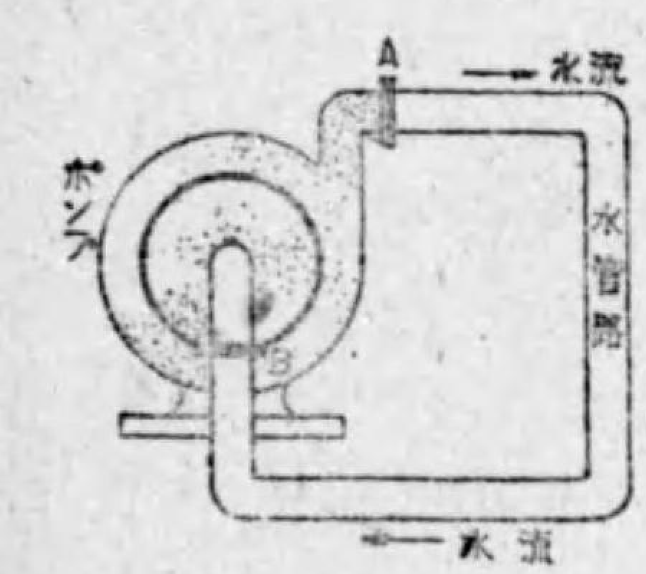
第 2.3 圖

又，開閉器を開いたとき，兩刄間に生ずる弧光は，交流の場合であると，電流の方向が反轉する際に，其の値は一應零となるので，此の時，弧光が一先づ消滅する．然るに，直流では斯のことがないので，弧光が持續的で長大となる傾向がある.

2.2 電壓，電流，抵抗間の關係

第 2.4 圖のやうに，環狀の水管路の中に水を滿して，ポンプを回轉すると水が環流する．此の有樣を少しく考へて見やう.

ポンプを回轉して，其の送水口 A に手を當てると，水は手を押しのけて流出しやうとる．之れを吾々は A に水壓があると云ふ．此の水壓があるからこそ，水管路に水を流すのであつて，ポンプが回轉してゐる限り，水壓があつて水は管路に持續して流れる．然して，水壓を 2 倍とすると水は 2 倍の速さで流れ，3 倍とすれば 3 倍の速さで流れる.



第 2.4 圖

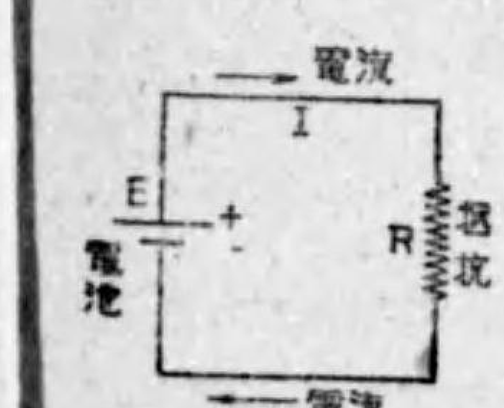
従つて，1 秒間に流れる水の量，即ち，水量は水壓に比例すると云へる．一方，水管は水の流れに對して無抵抗でない．管内壁と水の摩擦もあれば，曲り角に於て水を阻止しやうとする働きもある．是等をひつくるめて，流水抵抗と稱するなら，流水抵抗が大きい程，水の速さは低下し，流れる水量が減ずる．以上をまとめて云ふと

"水量ハ水壓ニ比例シ，流水抵抗ニ反比例スル"

之れを式で書くと $\quad$ 水量 $\propto \dfrac{\text{水　壓}}{\text{流水抵抗}}$

(註) $\propto$ は比例すると云ふ記號，∞ は無限大と云ふ記號，$\backsim$ は相似すると云ふ記號である．混同してはならない.

之れと，結果がよく似て居るのが電氣回路である，第 2.5 圖に於て，電池は前圖の水壓に相當する電壓を起すものである．之れを電池は起電力を有すると云ふ．此の電壓に依つて，水流に相當する電流が流れる．電池を表はすには，圖のやうに細い長線と太い短線を用ひ，細線を ＋（プラス）極（又は正極）と云ひ之れから電流が流れ出る.



第 2.5 圖

太線を－（マイナス）極（又は負極）と云ひ，之れへ電流が歸つて來る．

電池の＋極と－極を結ぶ線を導線（又は電線）と云ひ，普通銅線が用ひられるが，最近はアルミニウム線も相當に用ひられてゐる．又時として珪銅線のやうな銅合金線，或は鐵線も採用される．

斯樣に電流を通し得るものを導体と云ひ，之れに對して，ゴム，紙，布類，陶器のやうに電流を通じないものを絶縁体又は不導体と稱する．

此の何れもが電流を流すのに必要であつて，導体である電線に電流を通じ，電流を他に逃さない爲めに，此の電線を絶縁物で保持する．斯くて流れた電流は，其の回路に接續された電燈を点じ，電動機を回轉させる．

扨，此の導線，電燈の纖條，電動機の卷線には，夫々電流の通過を妨げやうとする抵抗がある．此の抵抗の大さは導体の材質，其の太さ及長さに依つて異る．第2.5圖では，是等の各抵抗を合して一つの抵抗 R で表はしたが，別々に表はすときは，導線の抵抗を線路抵抗，電燈纖條及電動機卷線の抵抗等を負荷抵抗と稱する．

斯樣な電氣回路の電流の大さは第2.4圖の水量と同樣に，電壓の大さに比例し，抵抗に反比例する．之れがオームの法則であつて，式に書くと

$$電流 \propto \frac{電壓}{抵抗}$$

電流を I，電壓を E，抵抗を R として此の3つの單位を適當にとると

$$I=\frac{E}{R} \qquad E=IR \qquad R=\frac{E}{I}$$

但し，適當な單位とは，電流 I をアンペア，電壓 E をボルト，抵抗 R をオームで表はす，

（註）1アンペアの電流と云ふのは，硝酸銀の水溶液を通過して，毎秒0.00111800瓦の銀を分離する不變電流を云ふ．又，1オームの抵抗とは氷の融解溫度（4°C）に於て，質量14.4521瓦，長さ106.300糎にて，均一なる切斷面積を有する水銀柱の不變電流に對する抵抗を云ふ．從つて，1ボルトは1オームの抵抗に1アンペアの電流を流したとき，其の兩端子間に生ずる電壓である．

以下，アンペアを A，ボルトを V，オームを Ω で夫々表はすことにする．

起電力は電壓を起す力であつて，兩者の大さは共にボルトで示される．例へば吾々の家庭についてゐる電燈の電壓は 100V であり，50馬力（50 H.P.）以下の

電動機の電壓は一般に 200V である．電壓が 1,000V 以上になると 0 を幾つもつけるのが面倒であるから，1,000V（10^3V）を1キロボルト（1kV）といひ，例へば 3,300V を 3.3kV，22,000V を 22kV と稱することもある．又，小さい方の單位としては千分の1ボルト（10^{-3}V）を1ミリボルト（1mV），百萬分の1ボルト（10^{-6}V）を1マイクロボルト（1μV）と稱する．從つて，0.006V は 6mV であり，0.000008V は 8μV である．

電流の單位が，アンペアであることは前述の如くであつて，100V 100ワット（100W）の電球纖條に流れてゐる電流が丁度1アンペアである．電壓の場合と異り，1,000A を1キロアンペアと云ふことは殆んどないが，小さい方では1アンペアの千分の1を1ミリアンペア（1mA），百萬分の1を1マイクロアンペア（1μA）と云ふ．

（註）キロと云へば1,000倍，ミリと云へば千分の1，マイクロと云へば百万分の1，と夫々記憶されたい．

又（アンペア×時間）を電氣量と云ひ，1A が1秒間（1S）流れた時の電氣量を1クーロン（1 Cub.）と稱する．

抵抗の單位はオームであつて，大きい方では1Ω の百萬倍を1メグオーム（1MΩ）と稱し，絶縁体の抵抗，即ち絶縁抵抗の大さを表はすのに用ふる．小さい方では1オームの百萬分の1を1マイクロオーム（1μΩ）と稱する．

從つて，オームの法則を單位名で表はすと，次の如くになる．

$$\boxed{アンペア=\frac{ボルト}{オーム} \qquad ボルト=アンペア \times オーム \qquad オーム=\frac{ボルト}{アンペア}}$$

此のことをよく認識してゐないと，とんでもない間違ひを生ずる．

例へば，3mV の電壓を 50μΩ の抵抗に加へたとき，流れる電流を求めよと云ふのに

$$I=\frac{E}{R}=\frac{3}{50}=0.06 \quad アンペア（誤り）$$

とすれば明かに誤りであつて，電流をアンペアで求めるには

$$電壓 \quad E=3mV=\frac{3}{1,000}\ V$$

$$抵抗\quad R=50\,\mu\Omega=\frac{50}{1{,}000{,}000}=\frac{5}{100{,}000}\;\Omega$$

$$I=\frac{E}{R}=\frac{\dfrac{3}{1{,}000}}{\dfrac{5}{100{,}000}}=\frac{3}{1{,}000}\times\frac{100{,}000}{5}=60\,\mathrm{A}$$

0.06A と 60A では大變な相違である．此の單位を合はすと云ふことは，實際計算に於て極めて大切な事柄であるから，よく心得て置かれたい．

2.3 オームの法則に對する根本理念

前節では，第 2.4 圖と第 2.5 圖とが類似して居ることから，電壓，電流，抵抗間の關係を示すオームの法則を說明した．然し，斯樣な譬喩で一應は納得出來ても，兩者の根本理念が悉く同樣だと云ふ譯でない．

例へば，第 2.4 圖に於て，ポンプを早く回轉させて，水壓を上げると水の速度は大となり，1 秒間に流れる水量は大となるが，第 2.5 圖に於て，電壓を上げたからとて電流の速度が增す譯ではない．

從つて，根本的に電氣回路を考へる爲めには，電子論に依つて說明しなくてはならい．此處で其の詳細を述べる餘裕がないから，極く大体の概念を傳へるに止める．

導体內には數多くの自由電子と云ふものが存在して居る．其の半徑は 10^{-13} 糎静止時の質量が 9.035×10^{-28} 瓦と云ふ極めて極めて小さい球狀であつて，負の電氣量 1.591×10^{-29} クーロンを有して居る．

（註） 水素原子の十万分の一．質量は 1840 分の 1

電池に起電力があると云ふのは，その − 極に自由電子を集める作用のあることを意味する．起電力が大きい程，集められる自由電子の數が多くなる．斯くて，電池の − 極と + 極を結ぶと，導体を通じて自由電子が − 極から + 極へと移動しやうとする．此の力が電壓である．

即ち，自由電子の移動が電流であつて，每秒，自由電子が 8×10^{18} 箇だけ移動した時の電流が 1 アンペアに相當し．自由電子の速度は每秒 3×10^{10} 糎である

電壓が大なる程，此の自由電子の移動する量が大となり，電流が大きくなる．

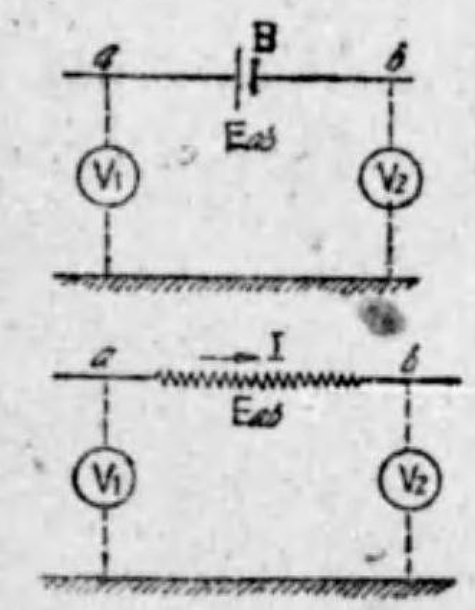
又，自由電子は電池の − 極から + 極に移動するが，之れは負の電氣を有す

るので，正の電氣が之れと反對に + 極から − 極にと移動すると考へても結果は同一である．其處で自由電子の移動方向と反對な，正の電氣の移動方向を以て電流の方向とする．

此の自由電子が物質の分子間を通るとき，摩擦，其の他の抵抗を受ける．斯く電流の通過を妨げる程度が抵抗である．後述するやうに，此の抵抗に於て費されるエネルギが熱となつて發散せられる．

2.4 電位，電壓，起電力の基礎理念

物を測るには基準がなくてはならない．電壓の基準値の 0 に大地を取る．地球のやうな大きなものになると，相當の電氣量を與へても電壓が上昇しない．其處で大地の電壓を零と見做す．



第 2.6 圖

第 2.6 圖に於て，電池 B 及抵抗 R の兩端を a 及 b とし，此の点と大地との間の電壓を測つて V_1 及 V_2 であつたとすると，此の V_1 を a 点の電位，V_2 を b 点の電位と云ふ．

電池 B の兩端 a b 間の電位差 $E_{ab}=V_1-V_2$ が電池 B の起電力であり，抵抗 R の兩端 a b 間の電位差 $E_{ab}=V_1-V_2$ が R の電壓である．

（註） 今物の高さを測る基準を海面に取つたとすると，海面に浮ぶ汽船の高さは，海面上で測つた $+h_1$ 米と，海面下で底迄を測つた $-h_2$ 米の差 $h=h_1-(-h_2)=h_1+h_2$ 米 となろう．

同樣に上記で，a 点が大地に對して V_1 ボルト，b 点が V_2 ボルトであると，此の V_1 と V_2 の差が a b 間の電壓 E_{ab} となる．

例へば $V_1=1.25\,\mathrm{V}$ $V_2=-1.25\,\mathrm{V}$ であると

$$E_{ab}=V_1-V_2=1.25-(-1.25)=1.25+1.25=2.5\,\mathrm{V}$$

即ち，“2 点間ノ電壓トハ，2 点間ノ電位差デアル．

1 点ノ電位トハ其ノ点ノ大地＝對スル電壓デアル„

と云ふ基礎理念を確實に記憶して置かれたい．

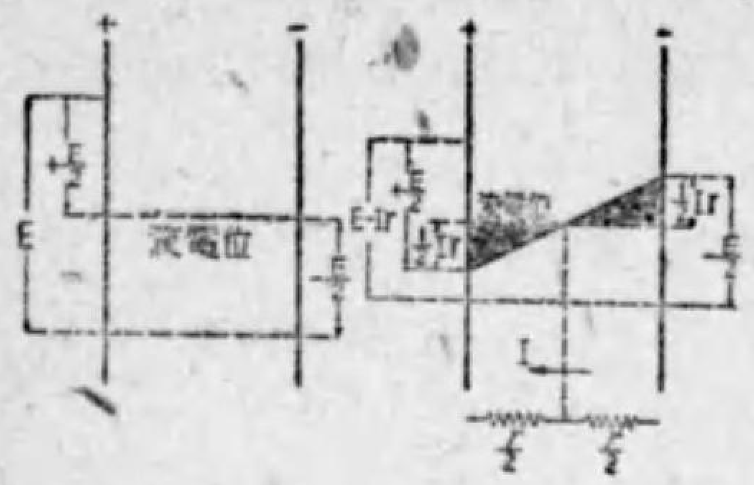
今，少しく上記の事柄を詳しく考へて見やう．

第 2.7 圖は最も簡單な一種類の液に兩極を浸した電池である．今，液電位を零

電位と考へると，電池から電流を取り出さない時の ＋ 極の電位は，液の電位よりも高く $+\frac{E}{2}$ であり，－ 極の電位は液の電位よりも低く $-\frac{E}{2}$ である．

從つて，電池の起電力

$$+\frac{E}{2}-\left(-\frac{E}{2}\right)=E \text{ ボルト}$$



第 2.7 圖

次に電池より電流 I を取り出すと，電流は外部に於て，＋ 極より － 極へと流れるから，內部では － 極から ＋ 極へと流れることになる．然して，電池の液及電極には抵抗があるから，右圖に示したやうに電池の內部で電壓降下を生ずる之れを內部電壓降下と稱する．

今，電池の內部抵抗を r とし，起電力を考へずに，此の電流通過に依る電壓降下のみを考へると，－ 極から ＋ 極に電流 I が流れるから，零電位である液に對して，－ 極は $\frac{1}{2}Ir$ だけ電位が高く，＋ 極は $\frac{1}{2}Ir$ だけ電位が低いことになる．之れと前の起電力に依る電位とを併せて考へると

液に對し　＋ 極の電位　$+\frac{E}{2}-\frac{1}{2}Ir$

　　　　　－ 極の電位　$-\frac{E}{2}+\frac{1}{2}Ir$

故に，此の時の電池兩極間の電壓 E_{ab} は

$$E_{ab}=\left(\frac{E}{2}-\frac{1}{2}Ir\right)-\left(-\frac{E}{2}+\frac{1}{2}Ir\right)=E-Ir$$

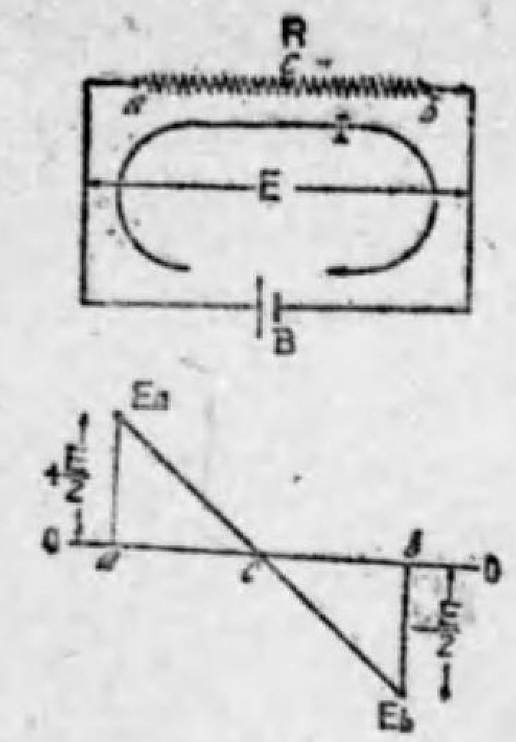
從つて，電池の內部抵抗は，之れを電池外に引出して考へてよい．

次に，第 2.8 圖のやうに，抵抗 R に電壓 E を加へたとき，電流 I が圖示のやうに流れたとすると

a 點の電位　$E_a=+\frac{E}{2}$　　　b 點の電位　$E_b=-\frac{E}{2}$

となるから，次式の如くになる．

$$E=E_a-E_b=\frac{E}{2}-\left(-\frac{E}{2}\right)=\frac{E}{2}+\frac{E}{2}=E=IR$$



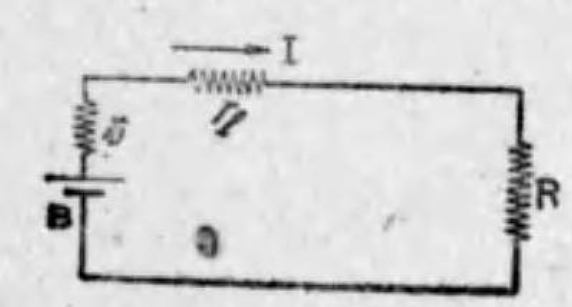
第 2.8 圖

此の抵抗 R の各點に於ける電位を畫くと，下圖のやうになる．

即ち，a 點の電位は $+\frac{E}{2}$ で，之れより右に行く程電位は低下して，抵抗の中央點 e の電位は零となり，大地と同電位である．之れより右方に行くと，更らに電位は低下して負となり，b 點では $-\frac{E}{2}$ となる．

故に，抵抗內で加へられた E なる電壓が IR として全部消費される．其處で之れを抵抗電壓降下と云ふこともある．

實際の直流回路に就て考へると，第 2.9 圖のやうに電源（電池又は發電機のやうに起電力を發生するもの）配線（送電線，配電線，屋內配線を指す）負荷（電燈，電熱，電動機．其の他）の 3 つの部分になる．從つて電氣回路の抵抗は次の 3 つとなる．



第 2.9 圖

電源內部の抵抗……圖の r_0 で示した．

配線の抵抗…………圖の r_l で示した．

負荷の抵抗…………圖の R で示した．

此の電源の起電力を E として，之れより I なる電流が流出したとすると

電池 B の端子電壓＝起電力－電池內部の電壓降下＝$E-I\times r_0=E-Ir_0$

線路電壓降下＝$I\times r_l=Ir_l$　　　負荷の電壓降下＝$I\times R=IR$

此の負荷の端子電壓 IR を負荷電壓とも稱する．

(註) 負荷として，電池を充電する場合とか，電動機を運轉する場合は，逆起電力 V が發生する．此の時の負荷電壓は V＋IR となる．此のことに就ては何れ又後述する．

2.5 オームの法則の適用に於ける理念

電流の流れる處，嚴しく云ふと自由電子の運動する處では，必ずオームの法則が成立すると云ふのではない．例へば，ガス体に於ける電導，或は超低溫度に於ける電導に於ては，オームの法則が成立しない．是等を超導電狀態と稱する．

然し，吾々が日常に取扱ふ電氣回路に於てはオームの法則が成立する．一般電

氣回路の研究は如何に高尙になつても，其の根本思想はオームの法則に依つて居るのであつて，此の法則を自在に驅使するなら，電氣回路諸計算の殆んどが解決せられる．

其處で，此の法則の適用に於ける大切な理念の3つに就て說明をしやう．先づ結果から云ふと

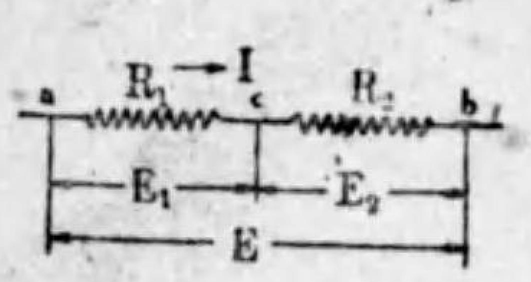
❶ 抵抗 R ＝電壓 E ヲ加へ，電流 I ガ流レタトスルト，抵抗＝ハ V=IR ナル逆起電力ガ生ジ，之レガ供給電壓ト平衡シテ V=E ナル關係＝アル．

❷ 電氣回路＝於テ，各局部毎＝オームノ法則ガ成立スルト同時＝，回路全体トシテモオームノ法則ガ成立スル．

❸ 電壓，電流，抵抗ガ變化スル場合デモ，各瞬時＝就テ云フト，オームノ法則ガ正シク成立スル．

今，20 Ω の抵抗に 100 V を加へた時 2 A が流れたとすると，生ずる逆起電力は 2×20＝40 V であつて，供給電壓の方が大きいから電流を更らに增加する．之れが 3 A となつても逆起電力は 60 V で，まだ供給電壓の方が大きいから更らに電流が增加し，丁度 5 A となると逆起電力は 5×20＝100 V となり，供給電壓と等しい．電流が之れ以上に流れ，例へば，6A となると逆起電力は 6×20＝120 V となり，逆起電力が供給電壓より大きいので電流は減少する．結局，供給電壓と等しい逆起電力を生ずるやうな電流が流れて初めて安定になる．

オームの法則が回路の如何なる局部に於ても成立するし，又全体としても成立することはキ氏の法則の處で明かになるが，茲で簡單な一例に就て說明しやう．



第 2.10 圖

第 2.10 圖の回路に於て，各点の電位を V_a V_b V_c とし，電流は a より b に向つて流れるものとする．ac 間の抵抗を R_1，cb 間の抵抗を R_2 とすると

$$V_c = V_b + IR_2 \qquad V_c - V_b = E_2 = IR_2 \cdots\cdots(1)$$

$$V_a = V_c + IR_1 \qquad V_a - V_c = E_1 = IR_1 \cdots\cdots(2)$$

$$V_a = V_c + IR_1 = V_b + IR_2 + IR_1$$

$$V_a - V_b = E = I(R_1 + R_2) \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

即ち (1) (2) 式で示すやうに，ac 及 cb の各部分でもオームの法則が成立するし，ab 間全体に於ても (R_1+R_2) を 1 箇の抵抗と考へると，(3) 式のやうにオームの法則が成立する．

又，電壓，電流が變化する場合に於ても，各瞬時に於て，オームの法則が成立する．例へば回路の開閉器を開いた場合，電流は開閉器の刄間に生じた弧光を通じて一時的に流れるが，弧光の長さが大となり，抵抗が增加し，電流は次第に減少して遂に零となり，回路は完全に遮斷される．

此の各瞬時に於て

開閉器兩刄間の電壓＝〔其の時の電弧電流〕×〔其の時の電弧の抵抗〕

となり，オームの法則が成立して居る譯である．

（註） 任意の瞬間に於て，オームの法則から式を立て，時間 t の經過に對する電壓或は電流の變化狀況を求めるには，微分方程式に依らねばならない．

第 2.11 圖は回路の抵抗及電流が絕えず變化する電話回路を示したものである

第 2.11 圖

送話器は金屬製匣の內部に炭素粒を充塡し，之に薄い炭素板を輕く接觸させてゐる．受話器は敏感な電磁石と振動板から出來てゐて，此の電流の變化を磁氣吸引力に變化させ，振動板を振動させる．

送話器で話すと，炭素板が聲の振動につれて，或は强く或は弱く炭素粒を押へるので，回路の抵抗は小さくなつたり大きくなつたり絕えず變化する．電池の電壓を一定とすると，各瞬時に於てオームの法則が成立し，回路の電流は抵抗に反比例して，大きくなつたり小さくなつて，受話器の振動板を送話器の音聲に應じて振動させ，茲に聲を再現する．此の場合，各瞬時に於て，電流がオームの法則に從はないと受話器の發生する音響は送話器のものと全く異つたものとなり，通話が出來ない．

2.6 オームの法則の應用鍊成

【例 1】 抵抗 12 Ω ＝電壓 100 V ヲ加ヘタル場合，電流何 A ガ流ルヽヤ．

【指導】 $I = \frac{E}{R} = \frac{100}{12} = 8.333\text{A}$

となる譯であるが，斯樣な場合に用ふる電壓計の最大目盛は 100〜150 V のものであつて，±2% 位の誤差は豫想されるから，眞實の電壓値は 102 V であるか

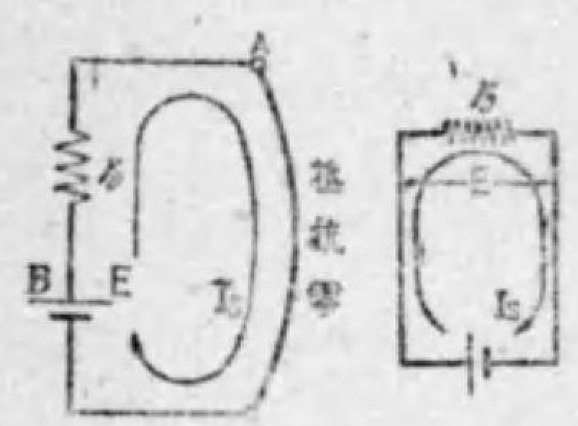
又は 98V であるか，或は 101V か 99V かも知れない．又抵抗の 12 Ω と言ふのも眞實の値ではなく幾分の誤差を含んで居ることは常識である．從つて，斯樣な誤差を含む數値で計算して，電流は 8.3333 A であると如何にも精密に求めたやうな顔をしても眞實の値に近づく譯はなく，何の權威もない．從つて實用的に此の場合は小數点以下一位迄を求めて I=8.3 A として置くのが賢明である．

【例 2】 抵抗 200 Ω ＝ 5mA ノ電流ヲ流スニ要スル電壓ヲ求メヨ．答 1V

【例 3】 或ル抵抗ニ電壓 50 V ヲ加ヘタルニ流ルヽ電流ハ 7.5A ナリシト云フ抵抗ノ値ヲ求メヨ．答 6.7 Ω

【例 4】 起電力 2.1 V ＝シテ内部抵抗 0.7 Ω ナル電池ノ端子ヲ短絡スレバ何 A ガ流ルヽヤ．

【指導】 前述したやうに，内部抵抗とは電池内部の抵抗で，之を第 2.12 圖の r_0 のやうに外部に引出して，電池には内部抵抗がないと考へてもよい．此の方が取扱ひに便利である．



第 2.12 圖

又，短絡と云ふのは端子 AB 間を抵抗零に近い導線で結ぶことである．從つて，電池を短絡すると右圖の如くに抵抗 r_0 に電池の起電力 E を加へることになり

$$流れる電流\quad I_s=\frac{E}{r_0}=\frac{2.1}{0.7}=3\,A$$

此の I を短絡電流とも云ふ．

餘談であるが，實際は抵抗 0 と云ふやうな導線は世の中にはないが，之れが甚だ小さいと其の抵抗を無視してもよい．此の場合，仮に導線の抵抗が 0.01 Ω であると

$$I_s=\frac{2.1}{0.7+0.01}=\frac{2.1}{0.71}=2.95A$$

3 A との差は 0.05 A であつて，斯樣な差は普通の計器では見分けられない．故に實際上，導線の抵抗は零と見做してよい．

【例 5】 内部抵抗 0.05 Ω ナル電池ヨリ 4A ノ電流ガ流出シツヽアル時ノ端子電壓ハ 2V ナリト云フ．電池ノ起電力ヲ求メヨ．

【指導】 前にも說明したやうに

電池の端子電壓＝〔起電力〕－〔內部電壓降下〕

故に　電池の起電力＝〔端子電壓〕＋〔內部電壓降下〕＝2.0＋4×0.05＝2.2 V

【例 6】 斷路器＝流ルヽ電流ガ 200 A ＝シテ斷路器ノ抵抗ガ 50 μΩ ナルトキ其ノ電壓降下ヲ求メヨ．答 10 mV

（註） 之れを 0.01 V 等と書くのは適當でない．例へば，電線の直徑 5 粍と云ふ處を 0.005 米であるとか，徑間 150 と云ふのを 150,000 粍と云ふと甚だ非常識に聞える．數値と單位の取り方をよく認識して置かれたい．

【例 7】 或ル電線間ノ絶緣抵抗ヲ測ル＝ 0.2 MΩ ナリト云フ．此ノ電線間＝ 100 V ヲ加ヘタ時ノ漏洩電流ハ何程トナルヤ．

【指導】 電線間の漏洩電流とは，一方の電線の心線から其の絶緣被覆，碍子，其の他を通じて他線の心線にと流れる電流である．即ち負荷抵抗を通じないで流れる電流であつて，漏洩電流で線間電壓を除すると線間の絶緣抵抗となる．逆に

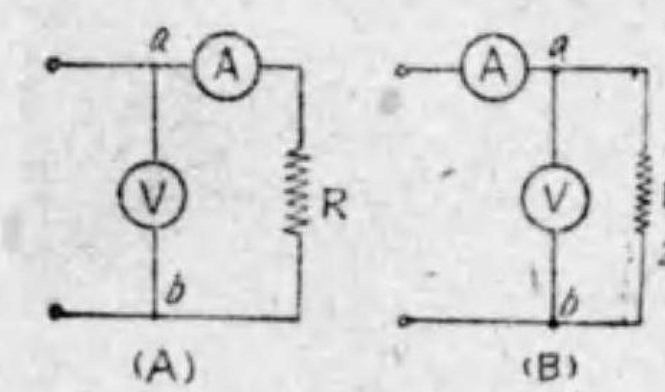
$$漏洩電流=\frac{電\quad 壓}{絶緣抵抗}=\frac{100}{0.2\times 1{,}000{,}000}\times 1{,}000=0.5\ mA$$

此の絶緣抵抗は導体抵抗と異つて，加へる電壓，電線の狀態等に依つて相當に異つた値となる．

【例 8】 200 V 回路＝於テ漏洩電流ガ 0.75 mA ナリトセバ線間ノ絶緣抵抗ハ何程ナリヤ．答 0.266 MΩ

【例 9】 第 2.13 圖 (A) ノ如ク電壓計及電流計ヲ接續シ R ノ抵抗ヲ測定セントシタル＝電流計ノ讀ミ 5 A，電壓計ノ讀ミ 102.5V ナル時，R ハ何オームナリヤ．

但シ，電流計及電壓計ノ抵抗ヲ夫々 0.5 Ω 及 500 Ω トス．



第 2.13 圖

【指導】 簡單に計器の讀みから考へると

$$R=\frac{102.5}{5}=20.5\Omega$$

となる．然し注意深く考察すると，電壓計は R なる抵抗及電流計に於ける電壓降下の和を指示するので，正確に R を求めるには

$$R=〔a\,b 間の抵抗〕-〔電流計の抵抗〕=\frac{102.5}{5}-0.5=20\Omega$$

【例10】 第 2.13 圖ノ (B) ノ樣ニ結線シタ時, 電壓計ハ丁度 100 V ヲ指示シタト云フ. 電流計ノ指示ハ幾アンペアナルヤ.

【指導】 之れも單純に考へると $I=\frac{E}{R}=\frac{100}{20}=5\,A$

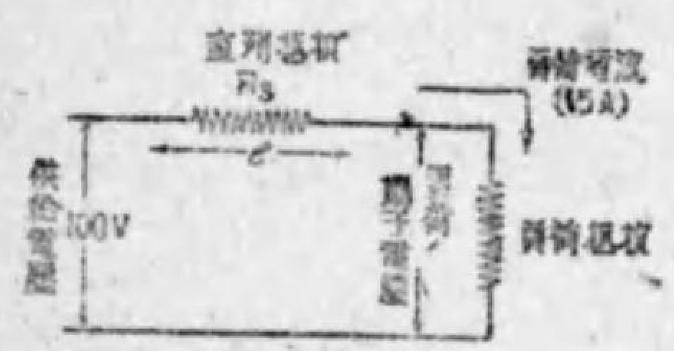
然し, 正確に云ふと, 電流計は抵抗 R に流れる電流と電壓計に流れる電流の和を示すことになるので

電壓計を通ずる電流 $=\frac{100}{500}=0.2A$

故に 電流計の讀み $=5+0.2=5.2\,A$

【例11】 電壓 100 V ノ回路ヨリ電流ノ供給セラルヽ負荷アリ. 其ノ負荷電流 15 A ノ時, 負荷ノ端子電壓ヲ 55V トスルニハ, 此ノ回路ニ何程ノ直列抵抗ヲ挿入スレバ可ナルヤ.

【指導】 茲に云ふ直列抵抗 (R_s) は負荷抵抗と直列に入れるものであつて, 第 2.14 圖に示す通りである.



第 2.14 圖

供給電壓(100V)

=〔直列抵抗 R_s の電壓降下〕

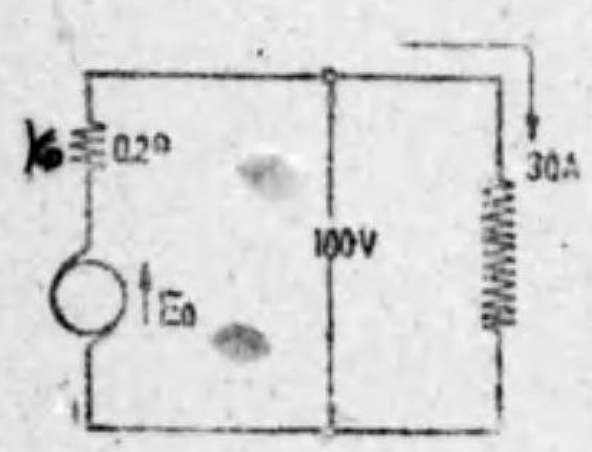
+〔負荷端子電壓〕

R_s の電壓 e=〔供給電壓〕

−〔負荷端子電壓〕=45V

R_s の値 $=\frac{e}{I}=\frac{45}{15}=3\,\Omega$

【例12】 直流發電機アリ. 其ノ内部抵抗 0.2Ω ナリトスレバ, 負荷電流 30 A ニ於テ其ノ端子電壓ヲ 100V トスル爲メニハ起電力ヲ何程トスベキヤ.



第 2.15 圖

【指導】 此の場合の略圖を書くと第 2.15 圖の如くであつて, 起電力を E_0, 内部抵抗を r_0 として表はした.

$E_0=100+$〔負荷電流$\times r_0$〕$=106\,V$

扨, 此の發電機を此のまゝ無負荷とすると, 端子電壓は如何になるかと云ふに

端子電壓(E)=起電力(E_0)−内部電壓降下(Ir_0)

であつて, 無負荷 $I=0$ では $Ir_0=0$, $E=E_0$, 即ち端子電壓は起電力となる.

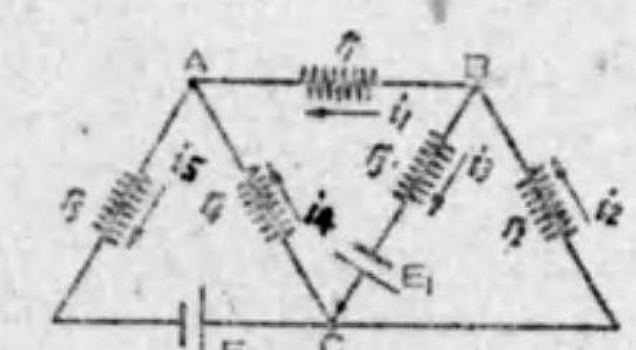
2.7 キルヒホツフの法則

隨所に起電力を含む電氣回路網が, 複雜な形をして居るとき, 各部の電流分布(大さ並方向)等を求めるのに, オームの法則を其のまゝ適用することは困難である.

其處で, 斯樣な回路網を解く爲めに, オームの法則を今一歩前進させたものがキルヒホツフの法則であつて, 其の間の關係に就ては次節で說明することゝして此處では, 先づキルヒホツフの法則 (以下キ氏法則と略稱する) そのものを說明しやう.

> 第一法則 任意ノ電氣回路ニ於テ, 一点ニ集ル電流ノ代數的總和ハ零デアル,
>
> $\Sigma\pm i=0$ Σ シグマと讀み, 集めることを意味する. ±i は電流の代數的和を表はす.

茲に云ふ, 電流の代數的和とは, 其の点に流入する電流を + とすると流出する電流は − となることを意味する. 勿論, 之れと反對に, 流出する電流を正, 流入する電流を負としてもよい.



第 2.16 圖

第 2.16 圖のやうな回路網を例として考へると, A 点に於て i_1 と i_4 は流入するから正, 又 i_5 は流出するので負となり, キ氏第一法則に依つて

A 点 $i_1+i_4+(-i_5)=i_1+i_4-i_5=0$

B 及 C 点に於ても同樣に考へて, B 点に於ては i_2 が正, i_1 i_3 が負, C 点では i_5 と i_3 が正, i_4 と i_2 が負であるから

B 点 $i_2+(-i_3)+(-i_1)=i_2-i_3-i_1=0$

C 点 $i_5+i_3+(-i_4)+(-i_2)=i_5+i_3-i_4-i_2=0$

或は以上の 3 式を變形すると次のやうにもなる.

$i_1+i_4=i_5$ $i_2=i_3+i_1$ $i_5+i_3=i_4+i_2$

從つて，第一法則は又，次のやうに云ひ直すことも出來る．

"一点＝流入スル電流ノ總和ハ流出スル電流ノ總和＝等シイ„

要するに，此の第一法則は吾々が常識とすることを法則として述べたものであつて，電流のみに就て云つて居る．キ氏法則は此の第一法則と次の第二法則から成り立つてゐる．

第二法則；電氣回路網中ノ任意ノ一閉回路＝於テ，同一方向＝取ツタ起電力ノ代數的總和ハ，同ジ方向＝取ツタ電壓降下ノ代數的總和＝等シイ． $$\Sigma \pm e = \Sigma \pm ir$$

茲に云ふ閉回路とは，一点から出發して，回路に沿つて行くと，元の点に歸るやうなものである．又，同一方向と云ふのは，右廻り又は左廻りを意味し，其の何れの方向を正としてもよいが，起電力の代數的和を取る時と，電壓降下の代數的和を取るときの正方向は同一方向としなければならない．

（註）閉回路を右廻りとするのを時計式方向或はのの字廻りと云ひ，左廻りを反時計式方向又は逆のの字廻りと稱する．

斯様に，最初の正方向は何れの方向に取るのも自由であつて，若し實際の電壓なり電流が假定した方向と反對の方向にある場合には，假定した方向に依つて計算した電壓なり電流なりが負となる．

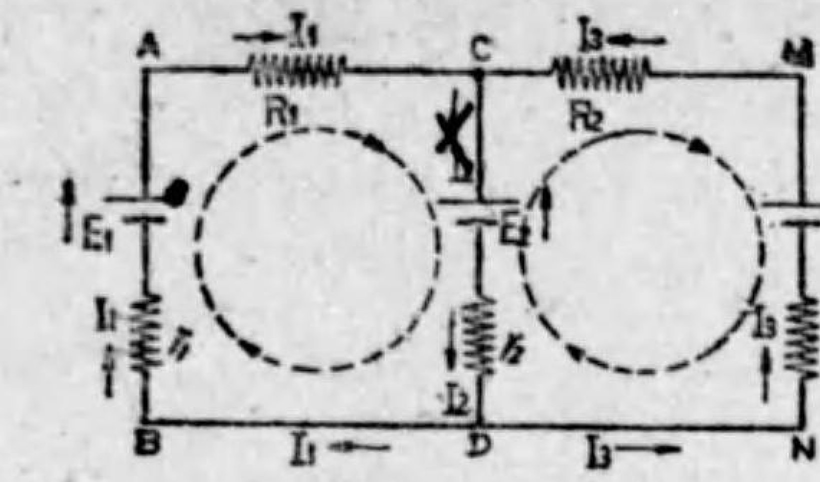
第 2.16 圖に於て，A B C の閉回路を取つて此の第二法則を適用して見やう

先づ正方向を時計式（右廻り）とすると，電壓降下 $i_1 r_1$ は電流 i_1 が反時計式方向にあるので負となる．然るに i_3 及 i_4 は時計式方向に流れてゐるから，之れに依る電壓降下 $i_3 r_3$ も $i_4 r_4$ も共に正である．次に起電力 E_1 は ＋ 極が圖のやうにあるから，其の方向は時計式方向にあつて正である．

從つて　$$-i_1r_1+i_3r_3+i_4r_4=E_1$$

此の第二法則の適用は極めて誤り易いから，今一例を示すことにしやう．

第 2.17 圖の回路に於て，A C D B A なる 1 閉回路を取つて，同一方向を時計式方向（のの字廻り…右廻り）とすると，此の閉回路に含まれる起電力 E_1 は定めた方向と一致した方向を取るから $+E_1$ であるが，E_2 は反對方向にあるか



第 2.17 圖

ら $-E_2$ となる．

次に電壓降下に就て考へると此の閉回路の各部に於ける電壓降下 I_1R_1, I_2r_2, I_1r_1 は共に時計式方向にある．申す迄もなく，電壓降下は電流と同一方向に取る．

故に　$$E_1-E_2=I_1R_1+I_2r_2+I_1r_1 \cdots\cdots (1)$$

次に C M N D C の閉回路に於て，矢張り同一方向を時計式方向とすると，E_2 は同一方向で ＋ であるが，E_3 は反對方向で $-E_3$ となる．又，電壓降下は I_3R_2, I_3r_3, I_2r_2 何れも反時計式方向にあつて負であるから

$$E_2-E_3=-I_3R_2-I_3r_3-I_2r_2 \cdots\cdots (2)$$

又は　$$E_3-E_2=I_3R_2+I_3r_3+I_2r_2$$

同様に A C M N D B A の閉回路では，時計式方向を正として

$$E_1-E_3=I_1R_1-I_3R_2-I_3r_3+I_1r_1 \cdots\cdots (3)$$

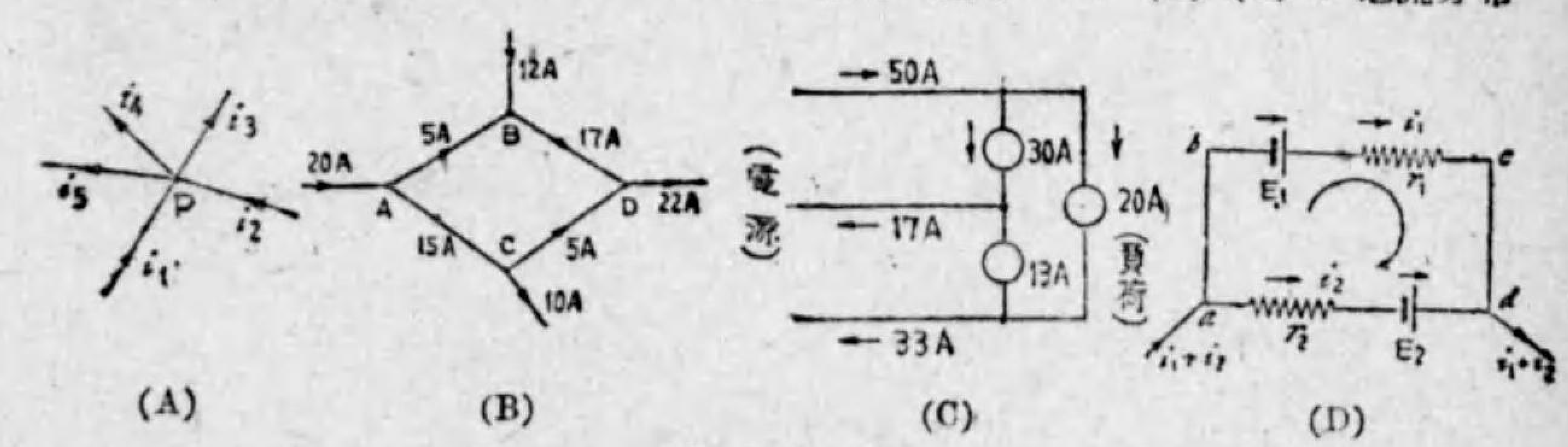
此の回路網の C 点に第一法則を適用すると

$$I_1+I_3-i_2=0 \qquad I_2=I_1+I_3=0 \cdots\cdots (4)$$

（註）第一法則では流入する電流を正，第二法則では右廻りを正方向と一貫した方針で行ふ方が誤りが少い．勿論，此の反對としても支障はない．

此のキ氏法則の目的とする處は，各部の抵抗及起電力を知つて電流分布を求めるにある．或は逆に各部の抵抗と電流を知つて，各部の電壓を求めることも出來る．又は電壓，電流の分布を知つて各部の抵抗が定められることもある．

【例 1】第 2.18 圖ノ (A) ＝キ氏第一法則ヲ適用セヨ．(B) (C) ノ電流分布



第 2.18 圖

ガ正シク第一法則ヲ滿足スルカ否カヲ確カメヨ．(D) ＝第二法則ヲ適用セヨ．

答 (A) $i_1+i_2-i_3-i_4-i_5=0$ (B) (C) 悉く滿足する． (D) $E_1-E_2=i_1r_1-i_2r_2$

【例 2】 第 2.17 圖ノ回路網＝於テ E_1 E_2 E_3 ガ與ヘラレタルトキ、各部ノ抵抗 R_1 R_2 r_1 r_2 r_3 ヲ既知トシテ，之レ＝流ル、電流分布ヲ求メヨ．

【指導】 此の回路にキ氏の第一法則及第二法則を適用して式を作ると，既に前に求めたやうに (1) (2) (3) (4) 式を得る．

未知數は I_1 I_2 I_3 の 3 つであるから，之れを解くには 3 つの獨立した聯立方程式が必要である．然るに，形の上では 4 つあつて，1 つ多いやうであるが，(1) (2) 兩式の兩邊を加へ合すと (3) 式が得られるので，(3) は (1) 及 (2) と獨立したものでない． 故に，(4) 式と他の 3 つの式の中で，任意の 2 つを選ぶと I_1 I_2 I_3 の聯立方式が解き得られる．

今，(1) (2) (4) に就て，I_1 I_2 I_3 の値を求めて見やう．

$$E_1-E_2=I_1R_1+I_2r_2+I_1r_1=I_1(R_1+r_1)+I_2r_2 \quad\cdots\cdots(1)$$

$$E_3-E_2=I_3R_2+I_3r_3+I_2r_2=I_3(R_2+r_3)+I_2r_2 \quad\cdots\cdots(2)$$

$$I_2=I_1+I_3 \quad\cdots\cdots(3)$$

(1) (2) 式の I_2 に (4) 式の I_2 の値を代入して，未知數を I_1 I_3 とする 2 つの聯立方程式に導く．

$$E_1-E_2=I_1(R_1+r_1)+I_1r_2+I_3r_2=I_1(R_1+r_1+r_2)+I_3r_2 \quad\cdots\cdots(5)$$

$$E_3-E_2=I_3(R_2+r_2+r_3)+I_1r_2 \quad\cdots\cdots(6)$$

此の 2 式より I_1 を求める爲めに，兩式の I_3 の係數と等しくする．

扨，此の儘で式を取扱ふと複雜となるから，第 2.17 圖を參照して $R_A=R_1+r_1$ $R_B=R_2+r_3$ と置くと

$$E_1-E_2=I_1(R_A+r_2)+I_3r_2 \quad\cdots\cdots(5)$$

$$E_3-E_2=I_1r_2+I_3(R_B+r_2) \quad\cdots\cdots(6)$$

(5) 式の兩邊に (R_B+r_2) を，(6) 式の兩邊に r_2 を乘じて，兩式を各邊に就て引く．

$$\begin{array}{rl} & (E_1-E_2)(R_B+r_2)=I_1(R_A+r_2)(R_B+r_2)+I_3r_2(R_B+r_2) \\ - & (E_3-E_2)r_2 \qquad\qquad\quad =I_1r_2^2+I_3r_2(R_B+r_2) \\ \hline & (E_1-E_2)(R_B+r_2)-(E_3-E_2)r_2=I_1\{(R_A+r_2)(R_B+r_2)-r_2^2\} \end{array}$$

此の式を整理して I_1 を求めると

$$I_1=\frac{E_1(R_B+r_2)-E_2R_B-E_3r_2}{R_AR_B+R_Br_2+r_2R_A} \quad\cdots\cdots(7)$$

(6) 式に I_1 の値を代入して I_3 を求めると

$$I_3=\frac{E_3(R_A+r_2)-E_2R_A-E_1r_2}{R_AR_B+R_Br_2+r_2R_A} \quad\cdots\cdots(8)$$

之れを (4) 式に代入して I_2 を求めると

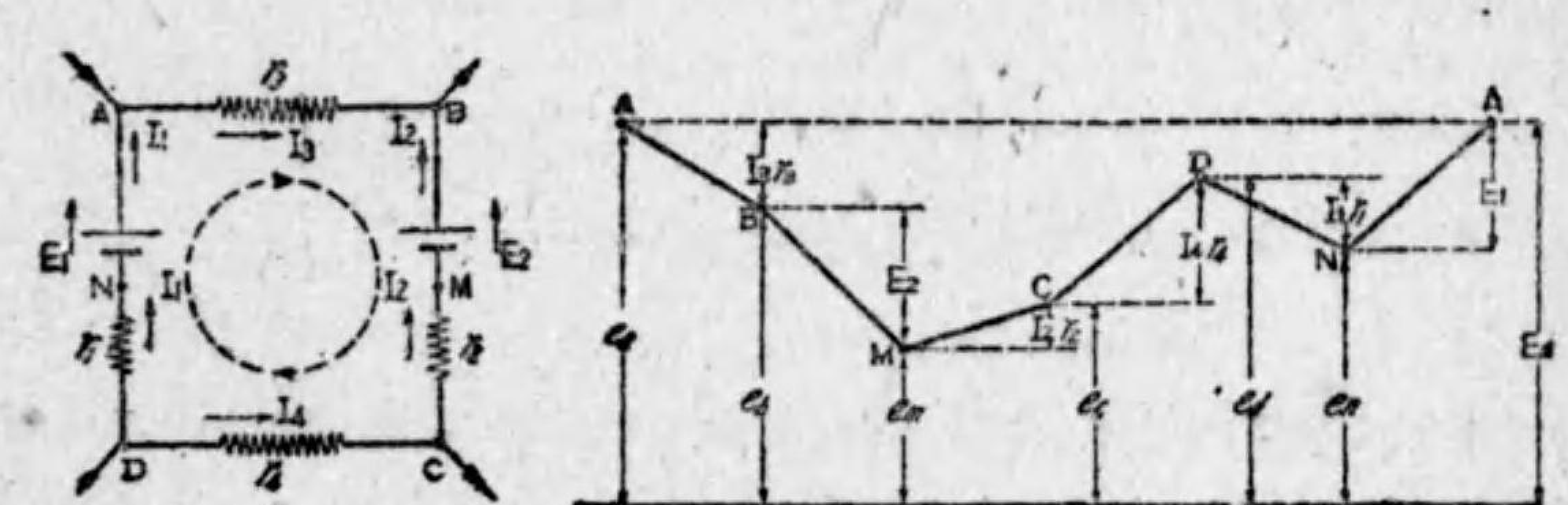
$$I_2=I_1+I_3=\frac{E_1R_B+E_3R_A-E_2(R_A+R_B)}{R_AR_B+R_Br_2+r_2R_A} \quad\cdots\cdots(9)$$

(7) (8) (9) 式に先きの $R_A=R_1+r_1$ $R_B=R_2+r_2$ の値を代入すると，直ちに I_1 I_2 I_3 の値及方向が求められる．

申す迄もなく，上記の各式で電流の値が負となると，電流の方向は圖示した方向と反對に流れることを意味する． 從つて，最初，電流の方向を假定する場合は何れの方向に流れるものとしてもよい． 然し，負で出るよりも正で出る方が誤りが少いから，常識的に判斷の出來る場合には， なるべく實際に流れる方向に假定する．

2.8 キ氏法則の基礎理念

キ氏法則は天來の妙音でなく，其の基礎理念はオームの法則から一歩半歩も出てゐない．次に此のことを證明しやう．



第 2.19 圖

例へば，第 2.19 圖の 1 つの閉回路 A B C D A に於て，起電力を E_1 E_3，各部の抵抗を r_1 r_2 r_3 r_4 とすると，各部の電流の値及方向が圖示の如くになる

とする.

今, A 点の電位を e_a とし, B 点の電位を e_b, 同じく M 点を e_m, C 点を e_c, D 点を e_d, N 点を e_n と考へる.

先づ, A B 間にオームの法則を適用すると

r_3 の電流 $$I_3=\frac{\text{AB 間の電壓}}{r_3}=\frac{〔\text{A点の電位}〕-〔\text{B点の電位}〕}{r_3}$$

$$=\frac{e_a-e_b}{r_3}$$

$$I_3r_3=e_a-e_b \qquad e_b=e_a-I_3r_3 \cdots\cdots\cdots(1)$$

(註) A より B へと電流が流れるのであるから, A 点の電位が B 点よりも高く,

A B 間の電壓 $=e_a-e_b$ となる.

次に B M 間では, 電池の起電力 E_2 は下より上に向くから, B 点の電位 e^b が M 点の電位 e_m よりも, 電池の起電力 E_2 だけ高い.

$$e_b=e_m+E_2 \qquad e_m=e_b-E_2$$

e_b に (1) 式の値を入れ $$e_m=e_a-I_3r_3-E_2\cdots\cdots\cdots(2)$$

更らに, M C 間にオームの法則を適用すると, I_2 は C より M に向つて流れるから, e_c の方が e_m より電位が高く

$$I_2=\frac{e_c-e_m}{r_2} \qquad e_c-e_m=I_2r_2 \qquad e_c=e_m+I_2r_2$$

此の e_m に (2) 式の e_m の値を代入して

$$e_c=e_a-I_3r_3-E_2+I_2r_2\cdots\cdots\cdots(3)$$

同様に C D 間に於ても $$I_4=\frac{e_d-e_c}{r_4} \qquad e_d=e_c+I_4r_4$$

(3) 式より $$e_d=e_a-I_3r_3-E_2+I_2r_2+I_4r_4\cdots\cdots\cdots(4)$$

D N 間に於ては $$I_1=\frac{e_d-e_n}{r_1} \qquad e_n=e_d-I_1r_1$$

(4) 式より $$e_n=e_a-I_3r_3-E_2+I_2r_2+I_4r_4-I_1r_1\cdots\cdots\cdots(5)$$

N A 間では起電力の方向が下より上に E_1 であるから, A 点の電位が N 点の電位よりも E_1 だけ高いことになる.

故に $$e_a=e_n+E_1$$

之れに (5) 式の e_n の値を代入して

$$e_a=e_a-I_3r_3-E_2+I_2r_2+I_4r_4-I_1r_1+E_1\cdots\cdots\cdots(6)$$

(6) 式の起電力を一邊に, 電壓降下を他邊に集めて整理すると

$$E_1-E_2=I_3r_3-I_2r_2-I_4r_4+I_1r_1$$

$$E_1+(-E_2)=(+I_3r_3)+(-I_2r_2)+(-I_4r_4)+(+I_1r_1)\cdots\cdots\cdots(7)$$

此の (7) 式は明かに A B C D A の閉回路に於て, 起電力, 電壓降下共に同一方向を時計式方向に取つた場合に於て

〔起電力の代數的總和〕=〔電壓降下の代數的總和〕

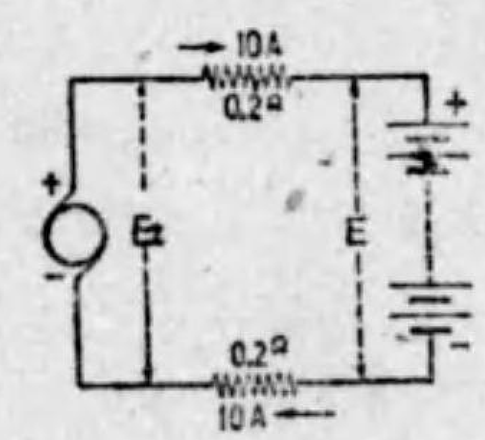
となることを示して居る.

之れを要するに, キ氏の法則はオームの法則を回路網計算に便利なやうに敷衍したものに過ぎない.

或は又, 後述するやうに, 重疊の理もテブナンの定理もオームの法則を一歩進めたものであつて, 其の基礎理念は全くオームの法則に外ならぬ.

2.9 キ氏法則の應用錬成

【例 1】 内部抵抗 0.05 Ω, 起電力 2V ナル蓄電池ヲ第 2.20 圖ノ如クニ 50 箇直列トシ, 直流發電機ニ依リ 10 A ノ電流ニテ充電セントス. 發電機ト電池間配線片線ノ抵抗ヲ 0.2 Ω トスレバ直流發電機ノ端子電壓ヲ何 V ニ調整スベキヤ.



第 2.20 圖

【指導】 起電力 2V の電池を圖の如くに直列にすると, 2V が 50 箇加はりあつて, 起電力が 2×50=100 V となる. 同時に内部抵抗も 0.05 Ω が 50 箇加はり合つて 50×0.05=2.5Ω となるから, 之れを 1 箇の電池と考へると, 其の起電力は 100 V で内部抵抗は 2.5 Ω である.

充電と云ふのは, 蓄電池に放電と逆方向の電流を通じて, 之れに電氣を蓄へることである.

此の閉回路にキ氏の法則を適用すると

$$E_t-100=10\times0.2+10\times2.5+10\times0.2$$

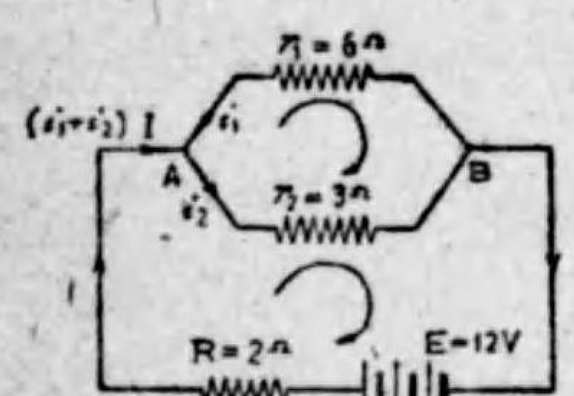
但し, E_t は發電機の端子電壓であつて, 上式より $E_t=129$V と求められる.

從つて, 發電機の誘起起電力は, 此の E_t に發電機内部の電壓降下 (10×内部抵抗) を加へるたものとなる.

又，蓄電池の端子電壓 $E=100+10\times2.5=129-2\times10\times0.2=125$ V

（註）實際の蓄電池の充電では，充電時間の經過と共に其の電壓が上昇して，充電終期電壓は 1 箇に付き 2.85 V 位になる．

【例 2】 第 2.21 圖ノ如キ回路ニ於テ，各部ノ電流 i_1 i_2 I ノ値ヲ求メヨ．



第 2.21 圖

【指導】 先づ i_1, i_2, I の電流分布を圖のやうに假定する．斯くすると，未知電流の數は 3 つとなるから是等を求める爲めには，各獨立した聯立方程式 3 つが必要となる．

キ氏の第一法則を A 點に適用すると

$i_1+i_2=I$ ……………………………………(1)

第二法則を適用するとき，閉回路は 3 つあるから各々に就て考へて見る．

A r_1 B E R A 回路	$i_1r_1+IR=E$	………………………… (2)
A r_2 B E R A 回路	$i_2r_2+IR=E$	………………………… (3)
A r_1 B r_2 A 回路	$i_1r_1-i_2r_2=0$	………………………… (4)

となり，4 つの方程式が出來たが，適當なもの 3 つだけを選べばよい．

茲に於て，I は (i_1+i_2) であるから，I を用ひずに (i_1+i_2) で表はすと，未知數は i_1 i_2 の 2 つとなる．從つて此の 2 つの聯立方程式を解けばよいことになる．

（註）回路網の電流を假定する場合には，直ちに第一法則を用ひて，未知電流の數を少くすることが望ましい．例へば圖に於て r_1 の電流を i_1，r_2 の電流を i_2 と假定したなら，R の電流を直ちに (i_1+i_2) とする．

尙，上記の (4) 式は (2) 式から (3) 式を引いて得られるから，(4) 式は (2) 及 (3) 式から獨立したものでない．其處で，(2) (3) (4) 式の中の何れか 2 つと (1) 式の 3 つから各電流を求める．

先づ (2) 式を書き直すと　　$i_1r_1+(i_1+i_2)R=E$

之れに數値を代入すると

$6i_1+2(i_1+i_2)=12$　　$8i_1+2i_2=12$ ……………………(5)

(4) 式に數値を入れると　　$6i_1-3i_2=0$ ……………………(6)

結局，此の (5) (6) の聯立方程式を解けばよいのであつて

(6) 式より　　$i_2=\frac{6}{3}i_1=2i_1$ (A)

之れを (5) 式に代入すると

$8i_1+2(2i_1)=12$　　$12i_1=12$　　$\therefore\ i_1=1$(A)

從つて　$i_2=2i_1$　より　$i_2=2$A

　又　$I=i_1+i_2=1+2=3$ A

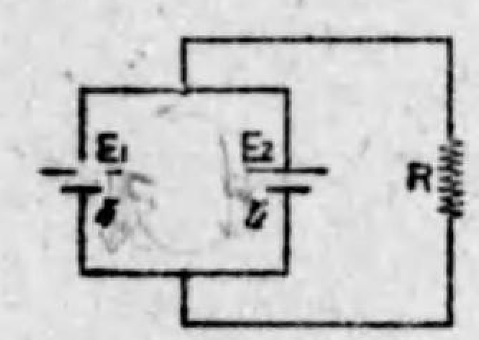
然して，i_1 i_2 I は何れも正値であるから，電流は最初假定した方向に流れることが分る．

【補講】後述する合成抵抗を求める方法に依ると，A B 間の並列部分の合成抵抗は 2 Ω であるから　$\frac{1}{R}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}+\frac{2}{6}=2\Omega$

$$I=\frac{12}{2+2}=3\text{A}$$ と直ちに知れる．

然して，此の 3A は抵抗に逆比例して並列回路に分流するから r_1 側は 1A，r_2 側は 2A となることが暗算に依つても求められる．

【例 3】 第 2.22 圖ノ如ク，起電力 $E_1=2.5$V，$E_2=2.0$V，內部抵抗 $r_1=0.2\Omega$，$r_2=0.15\Omega$ ナル 2 箇ノ電池ヲ並列トシ，之レニ $R=0.5\ \Omega$ ナル抵抗ヲ接續スレバ，之レニ何 A ノ電流ガ流ルヽヤ．



第 2.22 圖

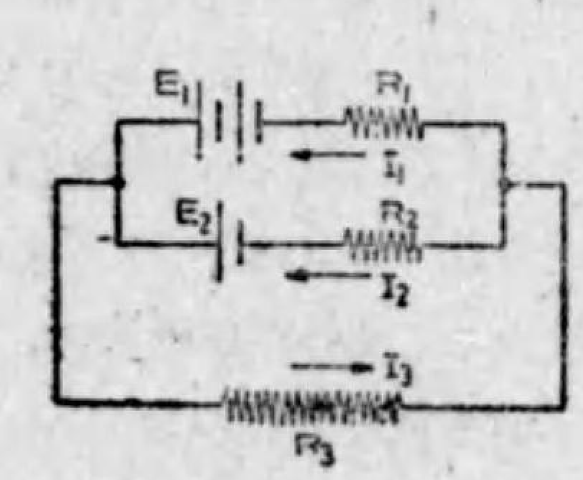
答　R の電流 $=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{Rr_1+r_1r_2+r_2R}=3.78$A

【例 4】 前問ニ於テ E_2 ノ極性ヲ逆トシタルトキ，R ニ流ルヽ電流ヲ零トスル r_1 ト r_2 ノ關係ヲ求メヨ．

答　前問に於て $E_2=-E_2$ とせば

$$I=\frac{E_1r_2-E_2r_1}{Rr_1+r_1r_2+r_2R}\qquad E_1r_2-E_2r_1=0\qquad \therefore\ \frac{r_1}{r_2}=\frac{E_1}{E_2}$$

【例 5】 第 2.23 圖ノ如キ回路アリ，E_1 E_2 ハ電池ノ起電力，R_1 R_2 R_3 ハ抵抗トシ，$E_1=4$V，$E_2=2$V，$R_1=0.25\Omega$，$R_2=0.1\Omega$，$R_3=0.1\Omega$ ナリトスレバ R_1 R_2 R_3 ニ流ルヽ電流ハ各何程ナリヤ．



第 2.23 圖

【指導】 先づ電流分布を圖上のやうに定める．然して，本問では，正方向を反時計式（左廻り）とす

ると

第一法則より　$I_1+I_2=I_3$ ……………………………………(1)

又，第二法則を R_1 R_3 回路及 R_2 R_3 回路に適用すると

$I_1R_1+I_3R_3=E_1$……………(2)　　$I_2R_2+I_3R_3=E_2$……………(3)

(1) (2) (3) 式を聯立方程式として解く．(1) 式を (2) (3) 各式に代入して整理する．

$$I_1R_1+(I_1+I_2)R_3=I_1(R_1+R_3)+I_2R_3=E_1$$

$$I_2R_2+(I_1+I_2)R_3=I_1R_3+I_2(R_2+R_3)=E_2$$

上式に與へられた數値を代入すると

$0.35I_1+0.1I_2=4$……………(4)　　$0.1I_1+0.2I_2=2$……………(5)

故に (4) 式を 2 倍し，之れより (5) 式の邊々を引くと，

$$0.6\,I_1=6 \qquad I_1=10\ \mathrm{A}$$

之れを (5) 式に代入すると

$$0.1\times10+0.2I_2=2 \qquad \therefore\ I_2=5\ \mathrm{A}$$

$$\therefore\ I_3=I_1+I_2=10+5=15\ \mathrm{A}$$

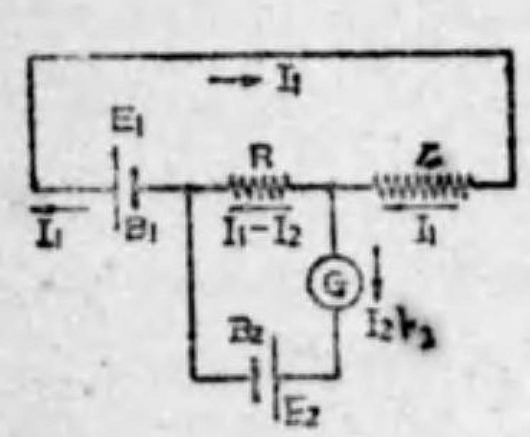
(註) 本問では電池の内部抵抗は R_1 及 R_2 に含まれてゐるものとした．

【例 6】 第 2.23 圖ノ回路ニ於テ，$E_1=40\mathrm{V}$，$R_1=2.5\Omega$，$E_2=20\mathrm{V}$，$R_2=1\Omega$，$R_3=1\Omega$ ナル時，I_1, I_2, I_3 ノ値ヲ求メヨ．

又，E_1 ノ極性ヲ反對ニ接續シ，R_2 ノ値ヲ加減シテ I_3 ヲ零トスル R_2 ノ値ハ何程ナリヤ．

答 $I_1=10\mathrm{A}$　$I_2=5\mathrm{A}$　$I_3=15\mathrm{A}$　後段に於て $I_3=0$ とすると $R_2=1.25\Omega$ となる．

【例 7】 第 2.24 圖ノ如ク，起電力 E_1，内部抵抗 B_1 及，起電力 E_2，内部抵抗 B_2 ナル電池ト，抵抗 R 及 r，檢流計 G (其ノ抵抗 R_g) ヲ接續セバ，G ニ流ルヽ電流ノ値ハ如何ニナルヤ．又此ノ電流ヲ零トスル R ノ値ヲ求メヨ．



第 2.24 圖

【指導】 之れは小さい電壓，電流又は抵抗等を精密に測定するのに用ふる電位差計の原理を示すものであつて，例へば，E_2 の處に，起電力の分つた標準電池を結んで檢流計 (微小電流を測定するもの) の電流を零とする R の値を定め，次に未知起電力の電池を結んで檢流計の電流を零とする R の値を求める．此の兩 R の値を比較して未知起電力を算出する．

今，E_1 より流出する電流を I_1 (r の電流)，G の電流を I_2 とすると，キ氏の第一法則より R の電流は (I_1-I_2) となる．扨，此の電流分布を求めるに當つて數式の取扱ひを簡單とする爲めに $B_1+r_1=r_1$　$B_2+R_g=r_2$ と置き，キ氏の第二法則を E_1, r, R の閉回路及 R, B_2, G の閉回路に適用し，2 の獨立方程式を導くと

$$\left.\begin{array}{l} E_1=I_1r_1+(I_1-I_2)R \\ E_2=-I_2r_2+(I_1-I_2)R \end{array}\right\}$$ 未知數の I_1 I_2 の 2 つに對し獨立方程式も 2 つ

之れより I_2 の値を求めると　$I_2=\dfrac{E_1R-E_2(R+r_1)}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}$

$I_2=0$ とするには I_2 の式の分子を零とすればよく

$$I_2=0 \qquad E_1R-E_2(R+r_1)=0 \qquad \therefore\ R=\frac{E_2}{E_1-E_2}r_1$$

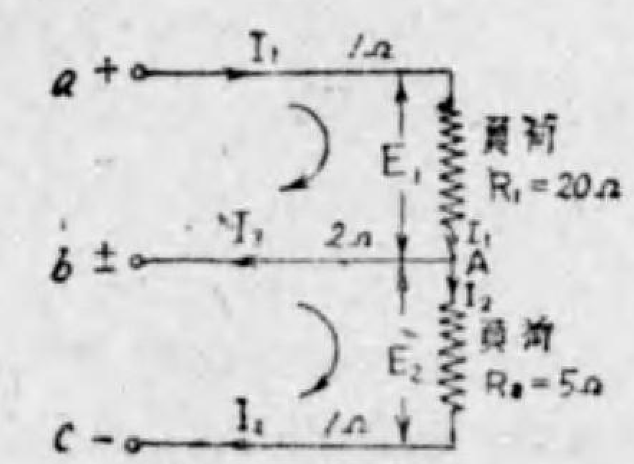
(註) $E_2=e_s$ にて $R=R_1$ とすると G=0 になるとすれば $\dfrac{e_s}{E_1}=\dfrac{R_1+r_1}{R_1}$

$E_2=e$ にて $R=R_2$ とすると G=0 になるとすれば $\dfrac{e}{E_1}=\dfrac{R_2+r_1}{R_2}$

$$\therefore\ e=E_1\times\frac{R_2+r_1}{R_2}=e_s\times\frac{R_1}{R_1+r_1}\times\frac{R_2+r_1}{R_2}=e_s\times\frac{R_1(R_2+r_1)}{R_2(R_1+r_1)}$$

斯くて標準電池の起電力 e_s より未知電池の起電力 e が求められる．

【例 8】 第 2.25 圖ニ示スガ如キ直流 3 線式配電線ニ於テ，各線ニ流ルヽ電流ト各負荷ノ端子電壓ヲ求メヨ．



第 2.25 圖

但シ，a b c 端ノ供給電壓ハ 210 V トス

【指導】 各線の電流を圖のやうに假定すると，未知電流は 3 つになるから 3 つの獨立方程式が必要である．

先づキ氏第一法則を A 點に適用して

$I_1=I_2+I_3$ ……………………(1)

第二法則を a, R_1, A, b 回路及 b, A, R_2, c 回路に夫々適用すると

$1\times I_1+20I_1+2I_3=210$……………………………………(2)

$-2I_3+5I_2+1\times I_2=210$ ……………………………………(3)

(1) 式より　$I_3=I_1-I_2$　之れを (2) (3) 式に代入して

$$23I_1-2I_2=210 \cdots\cdots(4) \qquad -2I_1+8I_2=210 \cdots\cdots(5)$$

此の (4) (5) の 2 つの聯立方程式を解くと I_1, I_2 が決定される.

(註)　前例にもあつたやうに $I_3=I_1-I_2$ として式を立てると，初めから 2 つの方程式で すむ.

其處で (4) 式に 4 を乘じて (5) 式に相加へると，I_2 は消去される.

即ち

$$\begin{array}{r} 92I_1-8I_2=840 \\ -2I_1+8I_2=210 \\ \hline 90I_1 \qquad =1050 \end{array} \qquad \therefore\ I_1=\frac{1050}{90}\fallingdotseq 11.7\ \mathrm{A}$$

(5) 式に　$I_1=11.7\ \mathrm{A}$　を代入すると

$$-23.4+8I_2=210 \qquad \therefore\ I_2=\frac{233.4}{8}\fallingdotseq 29.2\ \mathrm{A}$$

然るに　$I_3=I_1-I_2=11.7-29.2=-17.5\ \mathrm{A}$

此の I_3 は負値を取るが，之れは最初に假定した方向と逆に流れることを意味する.

次に各負荷の端子電壓は

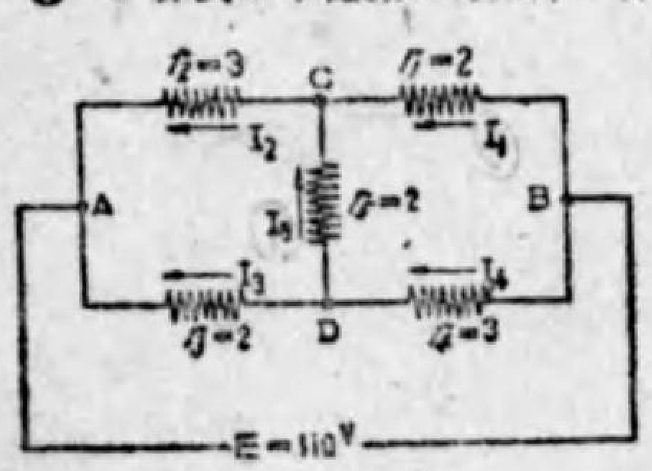
$$E_1=I_1R_1=11.7\times 20=234\ \mathrm{V} \qquad E_2=I_2R_2=29.2\times 2=146\ \mathrm{V}$$

【補講】 3 線式では中性線 (b) に流れる電流は，兩外線の電流差であるから，外線よりも細い電線とすることが出來，電線量を少くし得る.

然し，中性線と各外線間の負荷が本例のやうに，甚だしく不平衡になると，各側の電源電壓は等しくとも各負荷の端子電壓は著くし不平衡となり，E_1 のやうに電源電壓より上昇する場合すら生ずる．負荷が電燈であると，其の光度は電壓の 3.6 乘に比例し，壽命は 13.6 乘に反比例するから，其の影響は極めて大きい．諸君は，次の 2 つの点に就て考へて見られよ

❶ 3 線式の中性線に可熔片の挿入が禁止される理由

❷ 負荷抵抗（又は負荷電流）に何程の不平衡があれば，受電端電壓は電源電壓より高くなるか.



第 2.26 圖

【例 9】 圖ノ如キ回路網ニ於テ，各部ノ電流 i_1 i_2, i_3, i_4, i_5 ヲ求メヨ．但シ，A, B ニハ 110V ノ電壓ヲ與フルモノトス.

【指導】 求める未知電流は 5 つであるから

未知數を含む獨立した 5 つの方程式を立てねばならない．先づ電流分布を圖上のやうに定めると

$$\begin{array}{lll} \text{A C B 回路にて} & 3I_2+2I_1=110 & \cdots\cdots(1) \\ \text{A D B 回路にて} & 2I_3+3I_4=110 & \cdots\cdots(2) \\ \text{A C D 回路にて} & 3I_2-2I_3+2I_5=0 & \cdots\cdots(3) \\ \text{C 点にて} & I_1+I_5=I_2 & \cdots\cdots(4) \\ \text{D 点にて} & I_3+I_5=I_4 & \cdots\cdots(5) \end{array}$$

(4) (5) 兩式より　$I_1=I_2-I_5$　　$I_3=I_4-I_5$

之等を (1) (2) 式に代入すると

$$3I_2+2(I_2-I_5)=110$$

$$3I_2+2(I_2-I_5)=5I_2-2I_5=110 \cdots\cdots(6)$$

$$2(I_4-I_5)+3I_4=5I_4-2I_5=110 \cdots\cdots(7)$$

(6) 式より (7) 式を引くと　$5I_2-5I_4=0$　$\therefore\ I_2=I_4$

$I_2=I_4$ であるから (4) 式より (5) 式を引くと

$$I_1-I_3=0 \qquad \therefore\ I_1=I_3$$

次に $I_5=I_2-I_1$ を (3) 式に代入すると

$$3I_2-2I_3+2(I_2-I_1)=5I_2-2I_3-2I_1=0$$

然るに $I_3=I_1$ であるから上式は

$$5I_2-4I_1=0 \cdots\cdots(8)$$

(1) と (8) より I_1 I_2 を求めると

$$I_2=20\ \mathrm{A} \qquad I_1=25\ \mathrm{A}$$

$$\therefore\ I_4=I_2=20\ \mathrm{A} \qquad I_3=I_1=25\ \mathrm{A}$$

$$\text{又}\ \ I_5=I_2-I_1=20-25=-5\ \mathrm{A}$$

即ち I_5 は圖示に假定した方向と反對に，C より D に向つて 5 A が流れる.

【例10】 第 2.26 圖ニ於テ，$r_1=1$, $r_2=2$, $r_3=3$, $r_4=4$, $r_5=5$ ナル場合ノ i_1 i_2 i_3 i_4 及 i_5 ヲ求メヨ.

【指導】

$$\begin{array}{lll} \text{A C B 回路に於て} & 2I_2+I_1=110 & \cdots\cdots(1) \\ \text{A D B 回路に於て} & 3I_3+4I_4=110 & \cdots\cdots(2) \\ \text{A C D 回路に於て} & 2I_2-3I_3+5I_5=0 & \cdots\cdots(3) \end{array}$$

C 點にて　　$I_1=I_2-I_5$ …………………………………… (4)

D 點にて　　$I_3=I_4-I_5$ …………………………………… (5)

(4) (5) 式を (1) 式に代入して整理すると

$3I_2-I_3=110$ ……………(6)　　$7I_4-3I_5=110$ ……………(7)

又 (5) 式を (3) 式に代入して整理すると

$2I_2-3I_4+8I_5=0$ ………………………………………………(8)

(6) (7) (8) の 3 つの方程式は (1) より (5) 迄の 5 つの方程式を巧みに變化して，單に 3 つの方程式に導いたもので，斯くすると簡單となり，I_2 I_4 I_5 だけを求めると (6) (7) (8) 式に含んでない I_1 I_3 は (4) (5) 式より求めることが出來る．

(6)式−(7)式 $=3I_2-7I_4+2I_5=0$　　(8)式 $=2I_2-3I_4+8I_5=0$

此の 2 つの式より I_2 を消去すると　　$I_5=-\dfrac{I_4}{4}$

之れを (7) 式に代入すると

$7I_4-3\left(\dfrac{-I_4}{4}\right)=110$　　$\therefore\ I_4=14.19\ \mathrm{A}$

之れを (7) 式に代入して

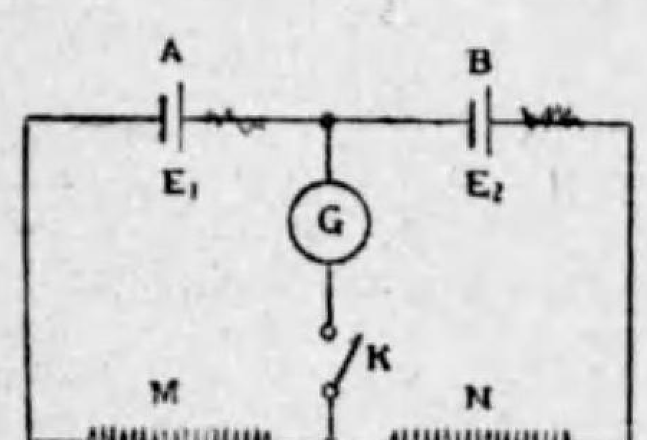
$1419\times7-3I_5=110$　　$\therefore\ I_5=-3.56\ \mathrm{A}$

之れを (8) 式に代入して

$3I_2-(-3.56)=110$　　$\therefore\ I_2=35.48\ \mathrm{A}$

(4) 式より　$I_1=I_2-I_5=35.48+3.56=39.04\ \mathrm{A}$

(5) 式より　$I_3=I_4-I_5=14.19+3.56=17.75\ \mathrm{A}$



第 2.27 圖

【例11】 第 2.27 圖ノ如ク＝起電力 E_1 及 E_2，內部抵抗未知ナル A B 2 ツノ電池ト，可變抵抗（其ノ抵抗値ヲ種々＝調整シ得ル抵抗及）M 及 N ヲ接續シ，檢流計 G ノ回路ノ開閉器 K ヲ投入スル＝，可變抵抗ガ r_1 及 r_2 並 R_1 及 R_2 ＝於テ，檢流計ノ偏レガ零デアルト云フ．電池ノ起電力 E_1 ト E_2 ノ比ヲ求メヨ．

【指導】 本例で分つてゐる數値は r_1 r_2 及 R_1 R_2 であつて，電池の內部抵抗，檢流計の抵抗は未知である．故に，各電池の內部抵抗を B_1 及 B_2 とし，檢流計の抵抗を R_g として，G に流れる電流の式を求め，之れを零とする條件より，E_1 及 E_2 の比を求める．

此の解式には未知の B_1 B_2 R_g を含んではならない．

斯くて，答が求められたなら，第 2.22 圖と比較されたい．さすれば，R の代りに G を置くと，兩者は全く同一であることが分る．其處で〔例 4〕の結果を用ひると

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{r_1+B_1}{r_2+B_2}\quad 及\quad \frac{E_1}{E_2}=\frac{R_1+B_2}{R_2+B_2}$$

但し，B_1 B_2 は各電池の內部抵抗である．

$$故に\quad \frac{E_1}{E_2}=\frac{R_1-r_1}{R_2-r_2}$$

(註) $\dfrac{a}{b}=\dfrac{c}{d}=\dfrac{n}{m}$ とすると $\dfrac{a}{c}=\dfrac{b}{d}$ の兩邊より 1 を引いて整理すると

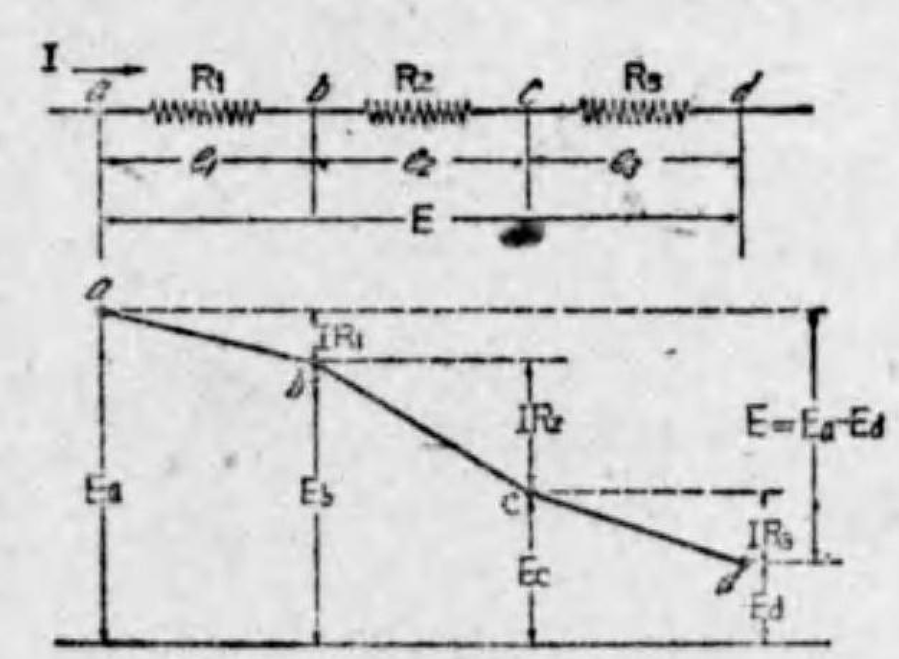
$$\frac{a-c}{c}=\frac{b-d}{d}\qquad \frac{a-c}{b-d}=\frac{c}{d}=\frac{n}{m}$$

上記では　$a=R_1+B_1$　$b=R_2+B_2$　$c=r_1+B_1$

$d=r_2+B_2$　$n=E_1$　$m=E_2$　に相當する．

2.10 直列及並列回路の合成抵抗と電壓及電流分布

今，第 2.28 圖の如く，抵抗 R_1 R_2 R_3 を直列としたものの兩端に，電壓 E を加ふるに電流 I が流れたとする．此の時の各點の電位を E_a，E_b，E_c，E_d とすれば



第 2.28 圖

a b 間に於て

$$I=\frac{e_1}{R_1}=\frac{E_a-E_b}{R_1}$$

故に b 點の電位

$$E_b=E_a-IR_1$$

同樣に b c 間では

$$E_c=E_b-IR_2=E_a-IR_1-IR_2$$

同じく c d 間では　$E_d=E_c-IR_3=E_a-IR_1-IR_2-IR_3$

從つて

$$E=E_a-E_d=E_a-(E_a-IR_1-IR_2-IR_3)=IR_1+IR_2+IR_3=I(R_1+R_2+R_3)$$

故に　$R_1+R_2+R_3=\dfrac{E_a-E_d}{I}=\dfrac{E}{I}$　　$I=\dfrac{E}{R_1+R_2+R_3}=\dfrac{E}{R}$

即ち，a d 間に $R=R_1+R_2+R_3$ なる 1 箇の抵抗があるものと假想しても，同一電壓に對して，同一電流が流れる．

（註）上記は要するにキ氏の第二法則を適用したことになる．

$$E-0=IR_1+IR_2+IR_3$$

之れは幾つの抵抗が直列にある場合でも同樣であつて，各抵抗の和を 1 つの抵抗と考へると，同一電壓に對して同一の電流が流れる．斯樣に幾つかの抵抗を 1 つの抵抗として取扱ふことを，抵抗を合成すると云ひ，斯くて得られた抵抗を先きの幾つかの抵抗に對して合成抵抗と稱する．

即チ，直列抵抗ノ合成ハ各抵抗ノ和デアル．

例へば，2Ω，4Ω，6Ω，13Ω の各抵抗を直列として 100 V を加へたとき流れる電流は

合成抵抗　$R=2+4+6+13=25\ \Omega$

流るゝ電流　$I=\dfrac{E}{R}=\dfrac{100}{25}=4\ A$

此の抵抗の直列回路に於ける各抵抗の部分の電壓は

$e_1=IR_1$　　$e_2=IR_2$　　$e_3=IR_3$

此の式を書き直すと

$$e_1=IR_1=\frac{E}{R_1+R_2+R_3}\times R_1=E\times\frac{R_1}{R_1+R_2+R_3}$$

同樣に　$e_2=E\times\dfrac{R_2}{R_1+R_2+R_3}$　　$e_3=E\times\dfrac{R_3}{R_1+R_2+R_3}$

或は　$e_1:e_2:e_3=R_1:R_2:R_3$

以上より，次の事柄が云へる．

直列抵抗ノ各部ニ於ケル電壓分布ハ，各抵抗ノ値ニ正比例シテ按分サレル．

例へば 1Ω，3Ω，6Ω の抵抗に 100 V を加へると

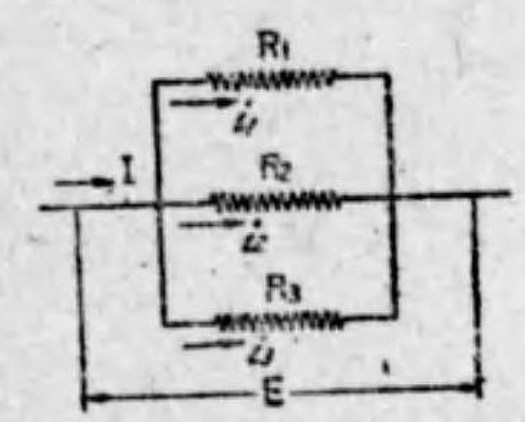
1 Ω の電壓　$100\times\dfrac{1}{1+3+6}=10\ V$

3 Ω の電壓　$100\times\dfrac{3}{1+3+6}=30\ V$

6 Ω の電壓　$100\times\dfrac{6}{1+3+6}=60\ V$

勿論，各抵抗に於ける電壓の和は 100 V となる．

次に，第 2.29 圖に於て，抵抗 $R_1\ R_2\ R_3$ が並列に接續され，之れに電壓 E を加へられたとき，各抵抗に流れる電流が i_1，i_2，i_3．全電流が I であつたとする．



第 2.29 圖

キ氏の第一法則より　$I=i_1+i_2+i_3$

各回路にオームの法則が成立するから

$i_1=\dfrac{E}{R_1}$　　$i_2=\dfrac{E}{R_2}$　　$i_3=\dfrac{E}{R_3}$

從つて　$I=E\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)$　　$\dfrac{I}{E}=\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}$

故に　$R=\dfrac{E}{I}=\dfrac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}}$

即ち，$R_1\ R_2\ R_3$ の並列を各逆數の和の逆數である 1 箇の抵抗 R と考へても，同一電壓を加へると同一電流が流れる．故に，並列回路の抵抗は各抵抗の逆數の和の逆數を取ると，1 箇の合成抵抗となる．之れは如何に多くの並列抵抗に對しても適用される事柄である．

即チ，並列抵抗ノ合成ハ各抵抗ノ逆數ノ和ノ逆數デアル．

今，$R_1=2\Omega$，$R_2=4\Omega$，$R_3=5\Omega$ を並列として 100V を加へると何 A が流れるかと云ふに

並列合成抵抗　$R=\dfrac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{5}}=\dfrac{20}{19}\ \Omega$

流れる全電流　$I=\dfrac{E}{R}=\dfrac{100}{20/19}=5\times19=95\ A$

今，各分路の電流を別々に求めると

$$I=\frac{100}{2}+\frac{100}{4}+\frac{100}{5}=95\ \mathrm{A}$$

此の合成抵抗の求め方の正しいことが分る．尚，實際の計算上，屢々取扱ふのは，2 つの並列抵抗の合成であつて，これは

$$R=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{1}{\frac{R_2+R_1}{R_1R_2}}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$$

此の最後の形から，直ちに求める方が簡單であるから，よく記憶して置かれたい．

例へば，15Ω と 25Ω の並列合成抵抗 R は

$$R=\frac{15\times25}{15+25}=\frac{\overset{3}{\cancel{15}}\times25}{\underset{8}{\cancel{40}}}=\frac{75}{8}=9.375\ \Omega$$

扨，並列回路に於て，各部の電流が全電流に對して如何に分布されるかを考察して見やう．

$$\text{電壓}\quad E=I\times\text{合成抵抗}=I\times\left(\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}\right)$$

$$R_1\ \text{の電流}\qquad i_1=\frac{E}{R_1}=I\times\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

$$R_2\ \text{の電流}\qquad i_2=\frac{E}{R_2}=I\times\frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

$$R_3\ \text{の電流}\qquad i_3=\frac{E}{R_3}=I\times\frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

之れは，幾つの並列抵抗に於ても同様であつて

並列回路ノ各分路ニ流レル電流ハ，各抵抗ノ逆數比ニ分布サレル．

R_1 R_2 の 2 つの並列抵抗回路では

$$R_1\ \text{の電流}\qquad i_1=I\times\frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=I\times\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

$$R_2\ \text{の電流}\qquad i_2=I\times\frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=I\times\frac{R_1}{R_1+R_2}$$

即ち，2 つの並列抵抗に於ける電流分布は，各抵抗の値に反比例して按分される．

例へば，7Ω と 3Ω の並列抵抗に 10 A が流入したとすると

$$7\Omega\ \text{の電流}\qquad i_1=10\times\frac{3}{7+3}=3\ \mathrm{A}$$

$$3\Omega\ \text{の電流}\qquad i_2=10\times\frac{7}{7+3}=7\ \mathrm{A}$$

或は又，i_1 が求められたなら $i_2=I-i_1=10-3=7\ \mathrm{A}$ と求めてもよい．

【補講】 ❶ 上記に於て，各分路の電流を求めるのに

$$\text{分路の電流}=\frac{\text{電　壓}}{\text{分路抵抗}}=\frac{\text{全電流}\times\text{合成抵抗}}{\text{分路抵抗}}$$

なる考へ方は極めて大切であるから，よく理解して置かれたい．

❷ 直列回路に於ける電壓分布，並列回路に於ける電流分布は，次のやうにも考へられる

直列回路では

同じ電流を流すのに，抵抗の大きいもの程大なる電壓を要するのだから，各抵抗に於ける電壓降下は抵抗の値に比例して分布される．

並列回路では

抵抗の大なるもの程電流が流れ難く，抵抗の小なるもの程流れ易いのだから，各抵抗に反比例して電流が流れる．

❸ 2 箇の抵抗の並列回路では

$$\text{合成抵抗}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{〔2\ \text{抵抗の積}〕}{〔2\ \text{抗抵の和}〕}$$

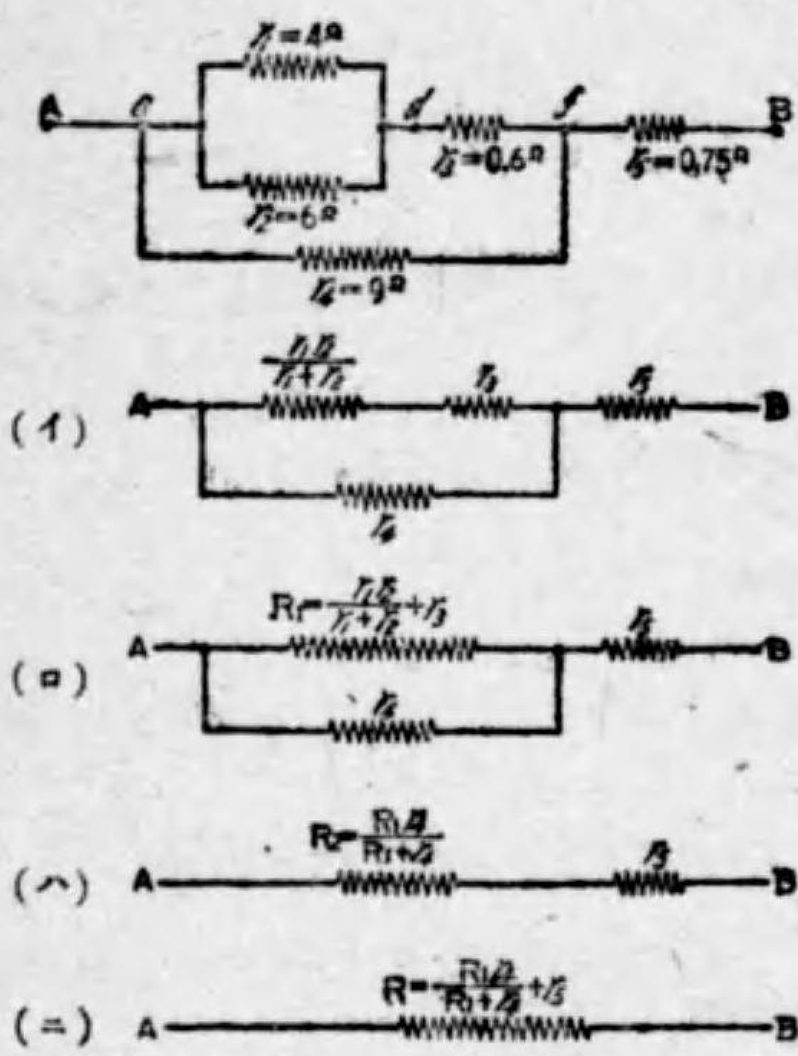
3 箇の抵抗の並列回路では

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}{R_1R_2R_3}$$

$$\therefore\ R=\frac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}=\frac{〔3\ \text{抵抗の相乘積}〕}{〔2\ \text{抵抗宛の積の和}〕}$$

2.11 直並列回路の合成抵抗と電壓, 電流分布

直列部分もあれば並列部分もある複雜な回路の合成抵抗を求めるには, 其の內部から逐次に合成抵抗を求めて行けばよい. 例へば, 第 2.30 圖の合成抵抗を求めるには, 第2.30圖の (イ)(ロ)(ハ)(ニ) のやうに行ふ.



第 2.30 圖

c d 間の合成抵抗

$$=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}=\frac{4\times6}{4+6}=\frac{24}{10}=2.4\Omega$$

c f 上側抵抗 $R_1=2.4+0.6=3\ \Omega$

c f 間の合成抵抗

$$R_2=\frac{R_1r_4}{R_1+r_4}=\frac{3\times9}{3+9}=\frac{27}{12}=2.25\Omega$$

A B 間の合成抵抗

$$R=R_2+r_5=2.25+0.75=3\ \Omega$$

此の回路の A B 間に E=120V を加へたとすると, 流れる電流は上圖の (イ)(ロ)(ハ)(ニ) を逆に計算して行けばよい.

全電流$=\frac{E}{R}=\frac{120}{3}=40\mathrm{A}$　r_5 の電流

r_4 の電流　$i_4=40\times\frac{R_1}{R_1+r_4}=40\times\frac{3}{3+9}=10\mathrm{A}$

r_3 の電流　$i_3=40-i_4=40-10=30\ \mathrm{A}$

r_1 の電流　$i_1=i_3\times\frac{r_2}{r_1+r_2}=30\times\frac{6}{4+6}=18\ \mathrm{A}$

r_2 の電流　$i_2=i_3-i_1=30-18=12\ \mathrm{A}$

次に, 各部分の電壓分布を求めて見やう.

r_5 の電壓　$e_5=i_5r_5=40\times0.75=30\ \mathrm{V}$

r_4 の電壓　$e_4=E_{AB}-e_5=120-30=90\ \mathrm{V}$

$i_4=\frac{e_4}{r_4}=\frac{90}{9}=10\mathrm{A}$……前と一致する.

r_3 の電壓　$e_3=i_3r_3=30\times0.6=18\ \mathrm{V}$

$i_3=\frac{e_3}{r_3}=\frac{18}{0.6}=30\mathrm{A}$……前と一致する.

r_1 及 r_2 の電壓　$e_1=e_4-e_3=90-18=72\ \mathrm{V}$

$i_1=\frac{e_1}{r_1}=\frac{72}{4}=18\mathrm{A}$　$i_2=\frac{e_1}{r_2}=\frac{72}{6}=12\mathrm{A}$……前と一致する.

以上よりも明かなやうに, 單に電流分布のみを求める問題でも, 電壓分布を定めながら進むと計算が簡單であり, 又檢算の役目もすることになる.

要するに, 合成抵抗を求める意義は, これに依つて回路の形を簡單として, 電壓, 電流の分布を定めるにある.

2.12 合成抵抗計算に於ける應用練成

【例 1】 5Ω, 6Ω, 7Ω ノ 3 箇ノ抵抗ヲ直列トシタル場合, 並ニ之レヲ並列トシタル場合ノ合成抵抗ヲ求ム.　答　直列 18Ω, 並列 1.96Ω

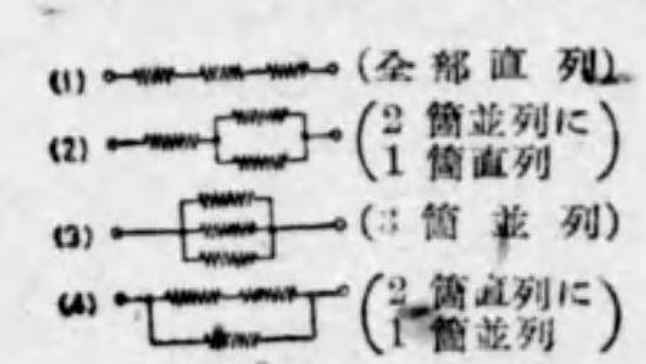
【指導】 數多の抵抗を直列に接續した時の合成抵抗は何れの抵抗よりも大きく又數多の抵抗を並列に接續した時の合成抵抗は, 何れの抵抗よりも小となる. 例へば, 第 2.31 圖に於て, 100 Ω の抵抗と 10 Ω の抵抗を並列とした場合の合成抵抗は, ちよつと考へると, 100 Ω よりは小さいだらうが, 10 Ω よりは大であらうと考へられるが, 事實はさうでなく

第 2.31 圖

$$R=\frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{100}}=\frac{100\times10}{100+10}=\frac{1,000}{110}\fallingdotseq9.1\ \Omega$$

となつて 10Ω よりも小さくなる, 此の点をよく注意されたい.

【例 2】 抵抗值 6Ω ナル抵抗線ガ 3 條アリ. 種々異リタル接續ヲ行フモノトスレバ, 何種ノ異レル合成抵抗ヲ得ルヤ.



第 2.32 圖

【指導】 r=6Ω とすると, 第 2.32 圖のやうに, 4 種の接續が得られる.

各合成抵抗は

(1) $3r$,　(2) $\frac{3}{2}r$,　(3) $\frac{r}{3}$,　(4) $\frac{2}{3}r$

故に (1) 18Ω,　(2) 9Ω,　(3) 2Ω,　(4) 4Ω

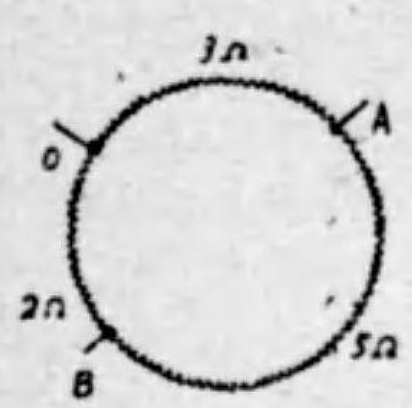
但し，各抵抗の値が異ると，(2) 及 (4) では異る 3 種の接續法が得られる．

【例 3】 抵抗 $R_1=2\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=6\Omega$ ノ 3 條ニテ，何種ノ異リタル合成抵抗ガ得ラルヽヤ．

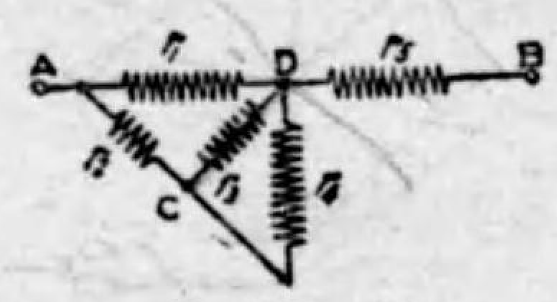
答 8 種 12Ω, 7.33Ω, 5.5Ω, 4.4Ω, 3Ω, 2.67Ω, 1.67Ω, 1.09Ω

【例 4】 第2.33圖ノ如キ環狀回路ニ於テ，O—A，O—B 端子間ヨリ見タル合成抵抗ヲ求メヨ．

答 $R_{OA}=2.1\Omega$　$R_{OB}=1.6\Omega$



第 2.33 圖



第 2.34 圖

【例 5】 第 2.34 圖ノ如キ回路ニ於テ，$r_1=r_2=2\Omega$, $r_3=r_4=4\Omega$, $r_5=3\Omega$ ナル時 A B 間ノ合成抵抗ヲ求メヨ

【指導】 一見すると複雜なやうであるが，C D 間には r_3 と r_4 が並列になつてゐる．故に其の合成抵抗 r_{CD} は

$$r_{CD}=\frac{r_3\times r_4}{r_3+r_4}=\frac{4\times4}{4+4}=2\,\Omega$$

又 A D 間では r_2 と r_{CD} の直列に r_1 が並列になつてゐるから

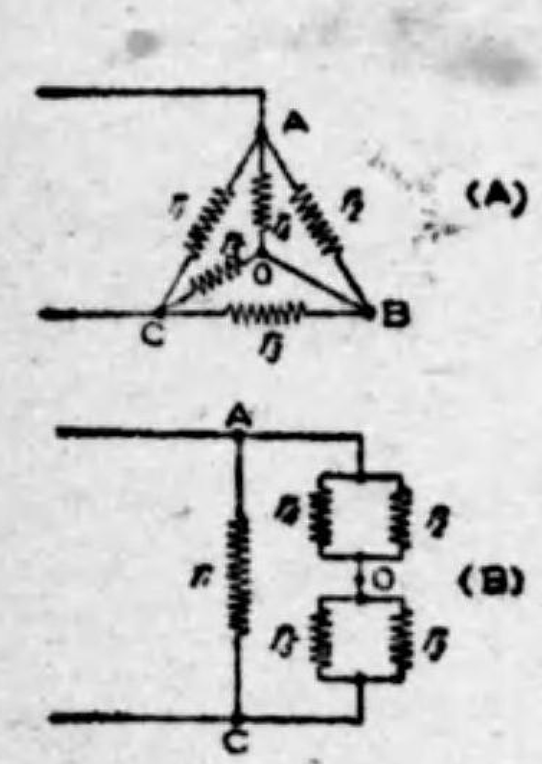
$$r_{AD}=\frac{r_1\times(r_2+r_{CD})}{r_1+(r_2+r_{CD})}=\frac{2\times(2+2)}{2+(2+2)}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}\ \Omega$$

A B 間では　$r_{AB}=r_5+r_{AD}=3+\dfrac{4}{3}\fallingdotseq4.33\Omega$

【例 6】 第 2.35 圖 (A) ノ如キ回路ニ於テ

$r_1=r_2=r_3=20\Omega$　$r_4=r_5=10\Omega$

ナル時，合成抵抗ヲ求メヨ．



第 2.35 圖

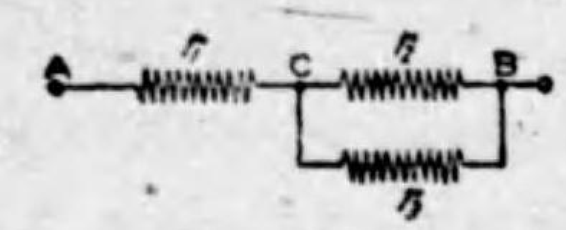
【指導】 (A) の回路を分り易く書き直すと (B) の回路となる．即ち，r_2 と r_4 の並列と r_3 と r_5 の並列が直列になつたものと，r_1 が並列にある．

$$右側=\frac{r_2r_4}{r_2+r_4}+\frac{r_3r_5}{r_3+r_5}$$

$$=\frac{20\times10}{20+10}+\frac{20\times10}{20+10}\fallingdotseq13.33\ \Omega$$

之れと r_1 が並列にあるから

$$全合成抵抗\quad R=\frac{20\times13.33}{20+13.33}\fallingdotseq8\Omega$$



第 2.36 圖

【例 7】 第 2.36 圖ノ如キ回路ノ A B 間ノ合成抵抗 10 Ω ニシテ，$r_1=5.2\Omega$, $r_2=12\Omega$ ナル時，r_3 ハ何 Ω ナリヤ．

【指導】 A B 間の合成抵抗 R は

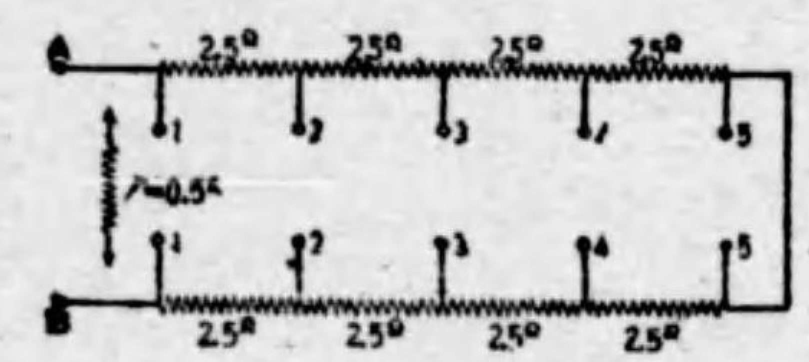
$$R=r_1+\frac{r_2r_3}{r_2+r_3}\qquad\therefore\quad 10=5.2+\frac{12r_3}{12+r_3}$$

之れは一次方程式であるから，直ちに r_3 が求められる．即ち

$$4.8=\frac{12r_3}{12+r_3}\qquad 4.8\times(12+r_3)=12r_3$$

$$7.2r_3=57.6\qquad\therefore\quad r_3=\frac{57.6}{7.2}=8\Omega$$

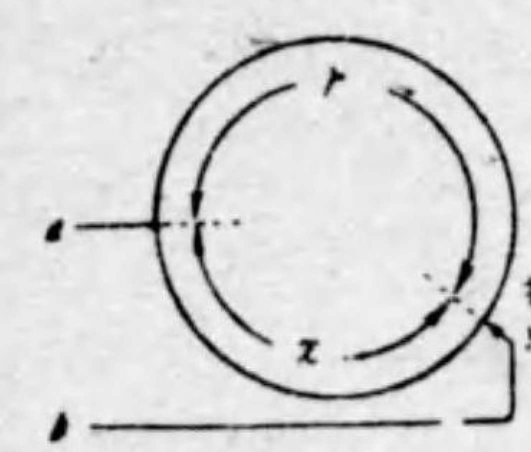
【例 8】 第 2.37 圖ノ如ク，10 Ω ノ抵抗線 2 條ヲ直列トシ，2.5Ω 宛ニタツプヲ出シ，r=0.5 Ω ナル摺動子ヲ，タツプ 1, 1 間，2, 2 間，3, 3 間，4, 4 間，5, 5 間ト移動シテ，A B 間ニ異リタル合成抵抗ヲ得ントス．各タツプニ r ヲ接續シタル時ノ A B 間ノ合成抵抗ヲ求メヨ．



第 2.37 圖

答　1, 1 間 0.488Ω　2, 2 間 5.484Ω　3, 3 間 10.472Ω　4, 4 間 15.454Ω
5, 5 間 20Ω

【例 9】 第 2.38 圖ノ如ク，一樣ナ抵抗ヲ有スル環狀抵抗線アリ．a 端子ハ固定サレ，b 端子ガ可動ナル場合，b ヲ動カシテ此ノ回路ノ全抵抗ヲ最大ナラシメル爲メニハ，b 点ヲ如何ナル位置ニ置クベキヤ．



第 2.38 圖

【指導】 環狀抵抗線の全抵抗 R を圖のやうに r と x に分けると，端子 a b 間の抵抗 R_{ab} は

$$R_{ab}=\frac{xr}{x+r}=\frac{xr}{R}$$

然るに，代數學に於て

"2 數ノ和ガ常＝一定ナル場合, 2 數ノ相等シキ時＝, 其ノ積ハ最大ナリ"

と云ふ定理があるから, 之れに基いて考へると, $x=r$ 即ち R を ½ とする中央点に接点を置くと合成抵抗は最大となる.

【例10】 R_1 R_2 ナル 2 箇ノ未知抵抗アリ. 今之レヲ直列トシテ, 18 V ノ電源＝結ブ＝ 2 A ガ流レ, 次＝之レヲ並列トシテ同一電源＝結ブ＝ 9 A ガ流ル、ト云フ. R_1 R_2 ノ値ヲ求メヨ.

【指導】 直列の場合から　$R_1+R_2=\dfrac{18}{2}=9$ ……………………… (1)

並列の場合から　$\dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\dfrac{18}{9}=2$ ……………………………… (2)

(1) 式より　$R_2=9-R_1$　之れを (2) 式に代入し

$$\frac{R_1(9-R_1)}{9}=2 \qquad \frac{9R_1-R_1^2}{9}=2$$

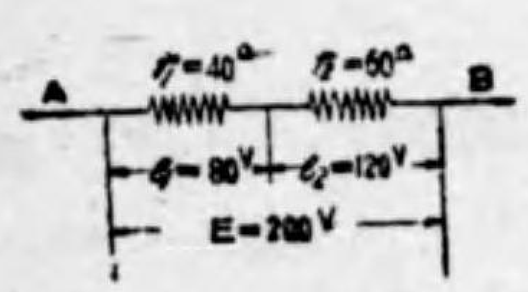
$$R_1^2-9R_1+18=0$$

之れは R_1 に關する二次方程式であるから

$$R_1=\frac{9\pm\sqrt{81-4\times1\times18}}{2}=\frac{9\pm3}{2}=3 \text{ 又は } 6$$

故に　$R_1=3\Omega$　$R_2=6\Omega$　か又は　$R_1=6\Omega$　$R_2=3\Omega$　である

【例11】 2 箇ノ抵抗ヲ直列トシ, 200 V ヲ加ヘタル時ノ電流ヲ 2A ナラシメ, 各抵抗＝於ケル電壓ノ比ヲ 2 : 3 ナラシムル各抵抗ヲ求メヨ.



第 2.39 圖

【指導】 2 箇の抵抗を r_1 r_2 とすると

$r_1+r_2=\dfrac{200}{2}=100\Omega$ ……………… (1)

$r_1 : r_2 = e_1 : e_2 = 2 : 3$ ………… (2)

(2) 式より　$\dfrac{r_1}{r_2}=\dfrac{2}{3}$　　$r_1=\dfrac{2}{3}r_2$

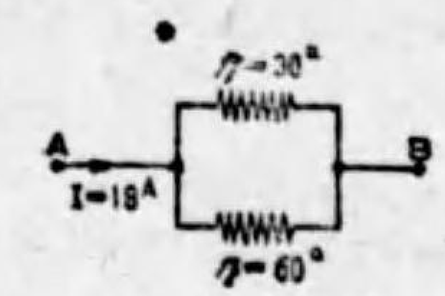
(1) 式に代入して　$\dfrac{2}{3}r_2+r_2=100$　　$\dfrac{5}{3}r_2=100$

$$\therefore\ r_2=100\times\frac{3}{5}=60\Omega \qquad r_1=\frac{2}{3}\times60=40\Omega$$

或は (1) (2) 式より直ちに

$$r_1=(r_1+r_2)\times\frac{r_1}{(r_1+r_2)}=100\times\frac{2}{2+3}=40\ \Omega$$

$$r_2=(r_1+r_2)\times\frac{r_2}{(r_1+r_2)}=100\times\frac{3}{2+3}=60\ \Omega$$



第 2.40 圖

【例12】 30 Ω ト 60 Ω ヲ並列トシタル回路＝ 18 A ガ流入セバ, 各分路ノ電流ハ何程トナルヤ.

答　$i_1=12A$　$i_2=6A$

【例13】 既知抵抗 50 Ω ト未知抵抗ヲ直列トシ, 之レ＝ 100V ヲ加ヘ, 未知抵抗兩端ノ電壓ヲ測定スル＝ 37.5 V ナリトセバ, 未知抵抗ハ何オームナリヤ.

答　50 : R = (100 − 37.5) : 37.5　より　R＝30Ω

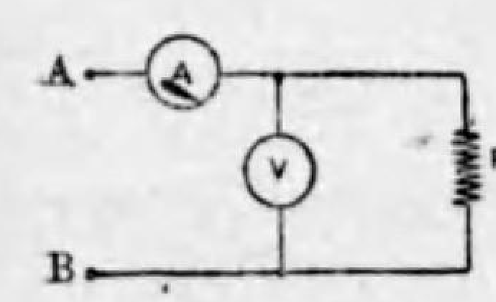
【例14】 120 V ヲ加フレバ 2 A 流ル、抵抗ト, 90 V ヲ加フレバ 3 A 流ル、抵抗ヲ並列トシテ, 之レ＝ 100V ヲ加フレバ何 A ガ流ル、ヤ.

【指導】 各々の抵抗を求めて合成してもよいが, 電流が電壓に比例することより, 抵抗を求めずに 100 V を加へたとき, 夫々に流れる電流を先づ求める.

$$2\times\frac{100}{120}=\frac{5}{3}A \qquad 3\times\frac{100}{90}=\frac{10}{3}A$$

故に兩者を並列とすると　$\dfrac{5}{3}+\dfrac{10}{3}=\dfrac{15}{3}=5A$　として求める方が面白い.

【例15】 第 2.41 圖ノ A B 間＝一定電流ヲ流ス＝電流計ノ指示 50 mA, 電壓計ノ指示 30 V ＝シテ, 電壓計ノ抵抗ハ 1,500 Ω ナリト云フ. 抵抗 R ノ値ヲ求メヨ.



第 2.41 圖

【指導】 V の電流　$i_V=\dfrac{30}{1{,}500}=\dfrac{1}{50}A$

R の電流　$i_R=\dfrac{50}{1{,}000}-\dfrac{1}{50}=\dfrac{1.5}{50}A$

R の値　$R=\dfrac{V}{i_R}=30\div\dfrac{1.5}{50}=50\times\dfrac{50}{1.5}=1{,}000\Omega$

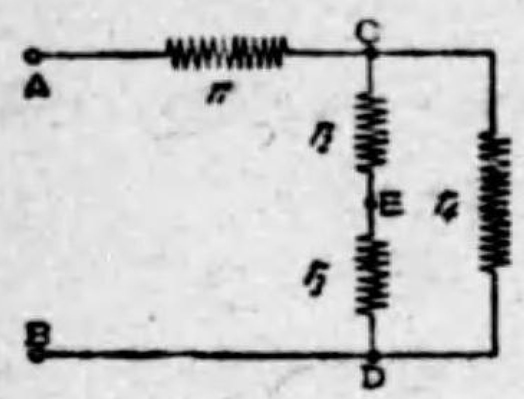
或は V/A より R と 1,500 Ω の合成抵抗を求め, R を算出する.

此の方針なら, 後述する合成コンダクタンスの考へから

$$\frac{A}{V}=\frac{1}{1{,}500}+\frac{1}{G} \quad \text{より} \quad G=\frac{1}{R}$$

を求める方が早い.

【例16】 第 2.42 圖ノ A B 間ニ 100 V ヲ與ヘタ時, A C 間及 E D 間ノ電壓ヲ求メヨ.



第 2.42 圖

但シ, $r_1=10\Omega$, $r_2=8\Omega$, $r_3=12\Omega$, $r_4=20\Omega$, トス

【指導】 C D 間の合成抵抗は

$$R_{CD}=\frac{(r_2+r_3)r_4}{(r_2+r_3)+r_4}=\frac{(8+12)\times 20}{(8+12)+20}=10\ \Omega$$

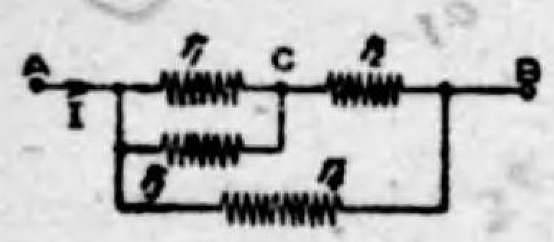
電壓分布は抵抗に比例するから

$$V_{AC}=100\times\frac{r_1}{r_1+R_{CD}}=100\times\frac{10}{10+10}=50\mathrm{V}$$

從つて, C D 間の電壓も 50 V である. 此の 50 V が r_2 と r_3 との抵抗に比例して分布されるから

$$V_{ED}=V_{CD}\times\frac{r_3}{r_2+r_3}=50\times\frac{12}{8+12}=30\ \mathrm{V}$$

【例17】 第 2.43 圖ニ於テ, 全電流 I=14A ナルトキ, r_1 r_2 r_3 r_4 各部ノ電流ノ値ヲ求メヨ.



第 2.43 圖

但シ, $r_1=r_3=10$ $r_2=5$ $r_4=25\Omega$ トス.

【指導】 r_1, r_3, r_4 の 3 つの合成抵抗を R_a とすると

$$R_a=\frac{r_1r_3}{r_1+r_3}+r_2=\frac{10\times 10}{10+10}+5=10\ \Omega$$

然して, R_a と r_4 とが並列にあるから, 兩回路の電流は抵抗に逆比例して分布する.

$$i_4=14\times\frac{10}{10+25}=4\ \mathrm{A}$$

$$i_2=14-4=10\ \mathrm{A} \quad 或は \quad i_2=14\times\frac{25}{10+25}=10\ \mathrm{A}$$

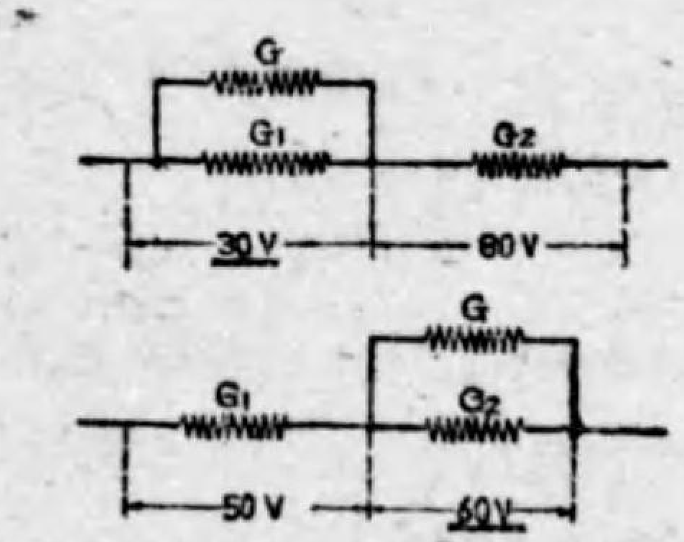
r_1 と r_3 とは抵抗が等しいから, 流れる電流も相等しく, r_2 を流れる電流の ½ である,

$$i_1=i_3=\frac{i_2}{2}=\frac{10}{2}=5\mathrm{A}$$

【例18】 2 箇ノ抵抗 R_1 ト R_2 ヲ直列ニ接續シ, 其ノ兩端ニ一定電壓 110 V, ヲ加ヘ, 內部抵抗 3,000 Ω ナル電壓計ニテ R_1 ノ端子電壓ヲ測定スルニ 30V R_2 ノ端子電壓ヲ測定スルニ 60V ナリト云フ. R_1 及 R_2 ノ値ヲ求メヨ.

【指導】 電壓計に流れる電流を無規する (即ち, 其の內部抵抗を無限大と考へる) と, R_1 と R_2 の端子電壓の讀みの和は 110 V とならねばならない. 然るに問題では 30+60=90 V となつて居る. 之れは電壓計の內部抵抗が R_1 及 R_2 と並列となる爲めである. 此の問題を抵抗で取扱ふと數式が厄介になるから, 抵抗の逆數 (之れをコンダクタンスと云ひ, 其の單位もオームを反對に讀んでモーで表はす) で取扱ふ. 電壓計の抵抗を R とすると

$$G_1=\frac{1}{R_1} \qquad G_2=\frac{1}{R_2} \qquad G=\frac{1}{R}$$



第 2.44 圖

斯樣に表はすと, 直列回路の電壓分布は

"各コンダクタンスの逆比となる„

問題を圖示すると第 2.44 圖の如くになる. 扨 G_1 と G の並列合成コンダクタンスは R_1 と R の並列合成

$$R_0=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R}}$$

$$\frac{1}{R_0}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R}=G_1+G$$

となるから, 並列合成抵抗 R_0 の逆數 $1/R_0$ が並列合成コンダクタンスに相當し

$$G_0=\frac{1}{R_0}=G_1+G$$

即ち, 並列回路の合成コンダクタンスは

"各回路ノ「コンダクタンス」ノ和ニ等シイ„

$$(G+G_1) : G_2 = 80 : 30 = \frac{8}{3} \qquad \frac{G+G_1}{G_2}=\frac{8}{3} \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$(G+G_2) : G_1 = 50 : 60 = \frac{5}{6} \qquad \frac{G+G_2}{G_1}=\frac{5}{6} \cdots\cdots\cdots (2)$$

(1) (2) 兩式を變形すると

$$3G+3G_1=8G_2 \qquad 8G_2-3G_1=3G \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

$$6G+6G_2=5G_1 \qquad -6G_2+5G_1=6G \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

(3) (4) 式より G_1 及 G_2 を求めると

$$G_1=3G \qquad G_2=\frac{3}{2}G$$

(3) 式の兩邊に 3, (4) 式の兩邊に 4 を夫々乘じて, 兩邊を加へ合はすと, G_2 が消去され, G_1 が求められる.

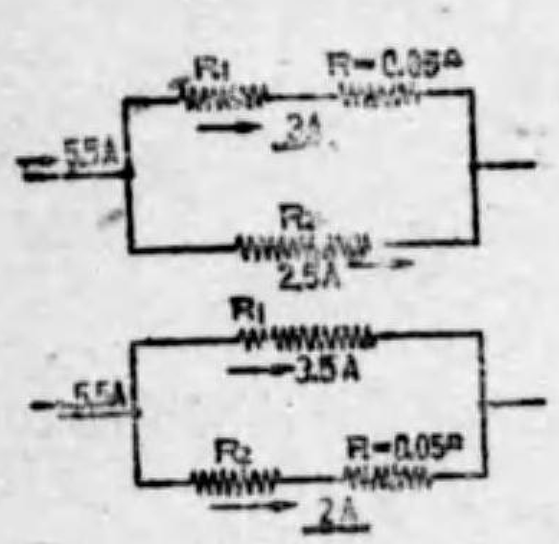
次に　$G_2=\frac{3}{8}(G+G_1)$　より G_2 が求められる.

$$R_1=\frac{1}{G_1}=\frac{1}{3G}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{G}=\frac{1}{3}\times R=\frac{1}{3}\times 3{,}000=1{,}000\,\Omega$$

$$R_2=\frac{1}{G_2}=\frac{1}{\frac{3}{2}G}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{G}=\frac{2}{3}\times R=\frac{2}{3}\times 3{,}000=2{,}000\,\Omega$$

【例19】 2 箇ノ抵抗 R_1 R_2 ガ並列トセラレタル回路ニ, 一定電流 5.5 A ヲ流シ, 各回路ノ電流ヲ内部抵抗 0.05 Ω ナル電流計ニテ測定スルニ 3A 及 2A ヲ得タリト云フ. R_1 及 R_2 ノ値ヲ求メヨ.

【指導】 前間と全く同一思想であつて, 各回路の電流分布は抵抗の逆比となることから求める. 本間の接續を書くと, 第 2.45 圖の如くになる. 電流計の内部抵抗を $R=0.05\Omega$ とすると



第 2.45 圖

$$(R_1+R):R_2=2.5:3 \qquad 2.5R_2=3(R_1+R)$$

$$3R_1-2.5R_2=-3R \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

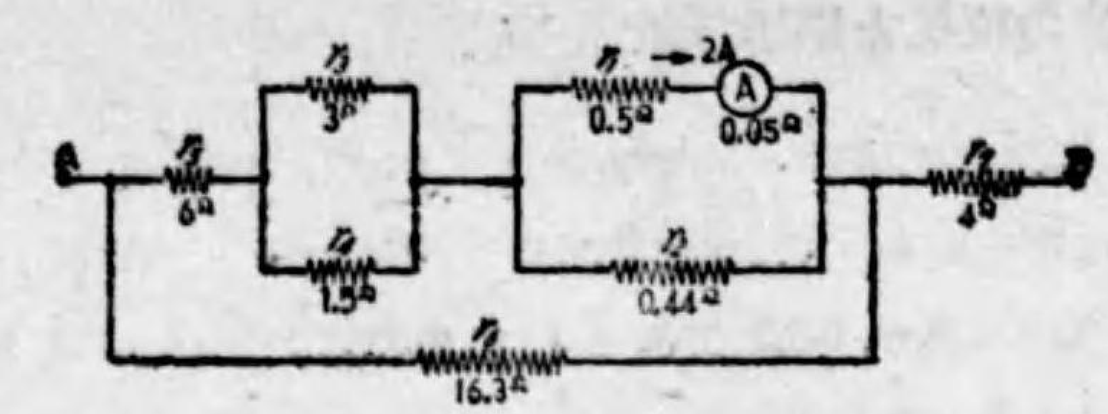
$$(R_2+R):R_1=3.5:2 \qquad 3.5R_1=2(R_2+R)$$

$$3.5R_1-2R_2=2R \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) (2) 兩式より R_1 及 R_2 を求めると

$$R_1=4R=4\times0.05=0.2\Omega \qquad R_2=6R=6\times0.05=0.3\Omega$$

【例20】 第 2.46 圖ノ如クニ, 抵抗 $r_1=0.5\Omega$, $r_2=0.44\Omega$, $r_3=3\Omega$, $r_4=1.5\Omega$, $r_5=6\Omega$, $r_6=16.3\Omega$, $r_7=4\Omega$ ガ接續セラレタル回路ノ r_1 ニ内部抵抗 0.05 Ω ナル電流計ヲ挿入スルニ, 其ノ指示 2 A ナリト云フ. A B 間ニ加ヘラレタル電壓ヲ求メヨ.



第 2.64 圖

【指導】 r_1 の電壓　$2\times(0.5+0.05)=1.1\,V$

r_2 の電流 $=\frac{1.1}{0.44}=2.5$ A　　全電流 $=2+2.5=4.5$ A

r_3 の電流 $=4.5\times\frac{1.5}{3+1.5}=1.5$A　　其の電壓　$1.5\times3=4.5$ V

r_5 の電壓 $=4.5\times6=27$ V　　r_6 の電壓 $=1.1+4.5+27=32.6$ V

r_6 の電流 $=\frac{32.6}{16.3}=2$ A　　r_7 の電流 $=4.5+2=6.5$ A

r_7 の電壓 $=6.5\times4=26$ V　　A B 間電壓 $=32.6+26=58.6$ V

【例21】 (イ) 3 條ノ抵抗アリ, 各 2 條宛ヲ直列トシテ抵抗ヲ測定スルニ, 4Ω, 6Ω, 8Ω ナリト云フ. 各抵抗値ヲ求メヨ.

(ロ) 3 條ノ抵抗アリ, 各 2 條宛ヲ並列トシテ, 合成コンダクタンスヲ測定スルニ 0.75 モー, 0.7 モー, 0.45 モー, ナリト云フ. 各抵抗ノ値ヲ求メヨ.

答 (イ) 1Ω, 3Ω, 5Ω (ロ) 2Ω, 4Ω, 5Ω

【例22】 100V, 20W ノ電球ヲ 200V 回路ニ使用スル場合, 規定燭ニテ点ズル爲メニハ何 Ω ノ抵抗ヲ直列ニ挿入スベキヤ.

【指導】 挿入した抵抗に依つて, 當然 100V が費されねばならない. 換言すると, 電球と同値の抵抗が必要である.

然るに電球の抵抗は　$20=100\times I$　$I=0.2$ A

故に求める抵抗値　$R=\frac{100}{0.2}=500\,\Omega$

或は又　$R=\frac{E}{I}=\frac{E\times E}{I\times E}=\frac{E^2}{W}$　$R=\frac{100^2}{20}=500\,\Omega$

2.13 導体の抵抗と絕緣抵抗

長さ 1 米の電線の抵抗が r Ω であれば、長さ l 米では、r の抵抗が l 箇直列にあることになるから、其の合成抵抗は $r+r+r+\cdots\cdots(l\text{ 箇})=r\times l\ \Omega$ となる. 例へば 1 米の抵抗が 0.2Ω であると 5 米では 0.2×5=1Ω となる.

又, 太さ 1 平方粍の電線抵抗が r オームであると, 同じ長さの S 平方粍の電線は, 1 平方粍のものが S 本束になつて居るのと同様で, r Ω が S 本並列にあることになるから, 其の合成抵抗は r/S Ω となる.

(註) r Ω の抵抗が S 箇並列にあるときの合成コンダクタンス G は

$$G=\frac{1}{r}+\frac{1}{r}+\frac{1}{r}\cdots\cdots\cdots\cdots(S\text{ 箇})$$

$$=\frac{1}{r}\times S=\frac{S}{r}\ \mho$$

合成抵抗 $R=\frac{1}{G}=\frac{1}{S/r}=\frac{r}{S}\ \Omega$

即チ, 電線ノ抵抗ハ長サ＝比例シ, 斷面積＝反比例スル.

從つて, 銅線, アルミニウム線, 鐵線, 合金線等の抵抗を比較するには, 同じ長さ, 同じ太さのものに就て行はねばならない. 之れを長さ 1 米, 太さ 1 平方粍に就て表はしたものを電線の固有抵抗と云ふ.

(註) 固有抵抗の逆數を導電率と稱する.

今, 電線の固有抵抗を $\rho\,\Omega$ とすると, 長さ l 米 (m), 太さ S 平方粍 (mm²) の電線の抵抗 R は, 上述した處より

$$R=\rho\times\frac{l}{S}\ \Omega$$

萬國標準軟銅の抵抗は, 切斷面積 1mm², 長さ 1m に付き

$\frac{1}{58}\Omega=0.017241\Omega$ 攝氏 20° (20°C) に於て

導電率を, % 導電率で表はす場合には, 此の標準軟銅の導電率を 100% として居る. 普通電線として用ひられる硬銅の導電率は 95～97%, アルミニウムの導電率は 60～62% である.

故に ρ の値, 銅 $\frac{1}{55}\Omega$, アルミニウム $\frac{1}{33}\Omega$ として計算して實用上大過はない.

例へば, S=10mm², l=1,000m の

電線の抵抗 $R=\rho\times\frac{l}{S}=\frac{1}{55}\times\frac{1{,}000}{10}=1.82\Omega$

又, 電線が丸線の場合, 其の直徑を d 粍 (mm) とすると

$$S=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}d^2 \qquad d=\sqrt{\frac{4S}{\pi}}$$

故に $R=\rho\times\frac{l}{S}=\rho\times\frac{4l}{\pi d^2}\ \Omega$

【例 1】 直徑 5mm ノ軟銅線, 1 粁 (km) ノ抵抗ヲ求メヨ。

答 $R=\frac{1}{58}\times\frac{4\times1{,}000}{3.14\times5\times5}=0.88\Omega$

【例 2】 亘長 1 km ノ抵抗ガ 2.2 Ω ナル硬銅線ノ直徑ヲ求メヨ.

答 $d=2\sqrt{\frac{\rho l}{\pi R}}=2\sqrt{\frac{1/55\times1{,}000}{3.14\times2.2}}\fallingdotseq3.2$ mm

【例 3】 4 mm 硬銅線ノ長サ 300 m ニ對スル抵抗ヲ求ム.

答 $R=\frac{1}{55}\times\frac{4\times300}{3.14\times4\times4}\fallingdotseq0.433\ \Omega$

一般に, 送電線, 配電線のやうに架線し, 張力のかゝるものには抗張力の大きい硬銅線を用ひ, 屋內配線, 電氣機器の卷線には抵抗の少ない軟銅線を用ふる.

【例 4】 5 mm 硬引アルミ線ノ 1 km ノ抵抗ヲ求メヨ.

答 $R=\frac{1}{33}\times\frac{4\times1{,}000}{3.14\times5\times5}\fallingdotseq1.54\Omega$

配電線用として用ひられてゐるアルミ線は, 一般に 38mm², 80mm², 150mm² のものが多い.

實際の配電線にあつては, 接續箇所の抵抗も含むから, 計算上で求めた數値より 1 割も 2 割も大きいものとなり, 次節で述べるやうに溫度の上昇と共に抵抗が增加する, 又, 交流を流すと. 表皮作用に依つて抵抗が增加する.

【補講】 固有抵抗の表はし方には, 其の他種々ある. 例へば

體積固有抵抗; 導体の 1 糎立方の一方の面から，他方の面への抵抗をオームで表はす．之れをオームセンチメートルとも云ふ．

質量固有抵抗; 1 瓦の導体を一樣な斷面積で，1 米に引き延した時の抵抗を云ふ．之れをメートルグラム固有抵抗とも稱する．

長さ 1m，斷面積 $1mm^2$ の固有抵抗に，其の導体の密度（銅では 8.89 瓦/立方耗）を乘ずると，質量固有抵抗となる．

上記は電線の導体抵抗であつた．從つて，之れに I なる電流が流れると IR なる電壓降下並に I^2R なる電力損失を生ずる．

然して，絕緣電線には，心線から被覆絕緣物を通じて外周に對する絕緣抵抗がある．之れは導体抵抗と餘程趣を異にして居るから，一應の說明をして置くことにする．

第 2.47 圖

第 2.47 圖に示したやうに，心線の電流は絕緣物を通じて，外周に向つて漏洩しやうとする．其の通路を考へるに，電線の長さを l m とすると，其の斷面積は（$\pi d \times l$）なる絕緣物の電線に對する接觸面積であり，通路の長さは，絕緣被覆の厚さ t である．其處で，絕緣物の固有抵抗を ρ_0 とすると

$$\text{絕緣抵抗}\quad R_0=\rho_0\times\frac{t}{\pi d l}\ \mathrm{M}\Omega$$

但し，ρ_0 がメグオームで表はされてゐるものとした．

茲で，吾々は，絕緣抵抗は導体抵抗と大いに相違し，電線の亘長に反比例することを知る．

例へば，同一配電線に於て，亘長が 2 倍となると，絕緣抵抗は ½ となる．之れはよく考へると，漏洩電流の通路が大くなるのだから當然のことであるが，やゝもすると，導体抵抗と同樣に考へて，絕緣抵抗が 2 倍になると誤り易い．

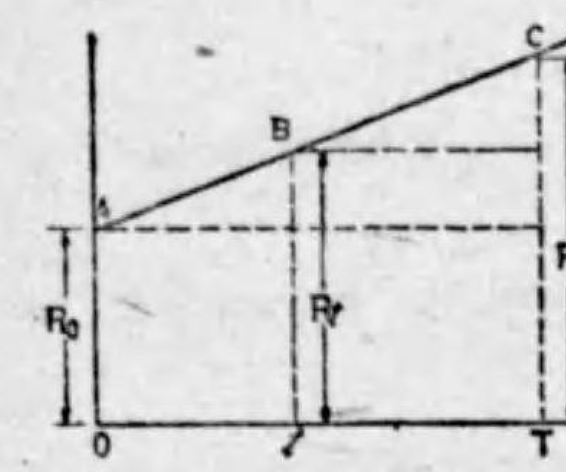
此のことに就ては，何れ又，後述することにして，此處では，其の理念を與へるに止めて置く．

2.14 抵抗の溫度係數

導体材料として，一般に用ひられてゐる金屬は，溫度の上昇と共に其の抵抗が增加する．

（註）炭素及電解液の抵抗は，溫度の上昇と共に却つて減少する．

今，0°C（攝氏 0 度）の抵抗が丁度 1Ω あるやうな導体に於て，溫度を 1°C だけ上昇した時に抵抗が，$\alpha_0\,\Omega$ だけ增加したとすると，1°C に於ける抵抗は $(1+\alpha_0)\,\Omega$ となる．斯樣に 1Ω の抵抗が 0°C より 1°C だけ上昇した時に，增加する抵抗の値に相當する α_0 を其の導体の 0°C に於ける溫度係數と稱する．



第 2.48 圖

然して，溫度と抵抗の關係は實用上，第 2.48 圖に示すやうな直線となる（電球纖條のやうに高溫度となるものは直線でない．後註參照）從つて，抵抗增加の割合は，溫度に正比例することになるから，0°C に於ける抵抗を R_0 とすると

1°C の溫度上昇で　$R_0+\alpha_0\times R_0=R_0(1+\alpha_0)$　となり

t°C では　$R_t=R_0+\alpha_0\times R_0\times t=R_0(1+\alpha_0 t)$ ……………… (1)

T°C では同樣に　$R_0(1+\alpha_0 T)$ ……………… (2)

(1) (2) 兩式に於て，兩邊の比を取ると

$$\frac{R_T}{R_t}=\frac{R_0(1+\alpha_0 T)}{R_0(1+\alpha_0 t)}=\frac{1+\alpha_0 T}{1+\alpha_0 t}$$

$$R_T=R_t\left(\frac{1+\alpha_0 t+\alpha_0 T-\alpha_0 t}{1+\alpha_0 t}\right)=R_t\left\{1+\frac{\alpha_0}{1+\alpha_0 t}(T-t)\right\}$$

$$=R_t\left\{1+\frac{1}{\frac{1}{\alpha_0}+t}(T-t)\right\}$$

茲に　$\alpha_t=\dfrac{1}{\frac{1}{\alpha_0}+t}$ ……………… (3)

と置くと　$R_T=R_t\{1+\alpha_t(T-t)\}$ ……………… (4)

となり，(1) (2) 式では 0°C の抵抗を基準としなければ，其の溫度の抵抗が計算出來なかつたが，(4) 式に依ると，任意の溫度 t°C の抵抗を基準として，其の溫度の抵抗が計算される．其處で，此の α_t を t°C に於ける溫度係數と云ふ．

一般に銅に於ては　$\alpha_0=\dfrac{1}{234.5}=0.00427$　又　$\alpha_t=\dfrac{1}{234.5+t}$

アルミニウムに於ては　$\alpha_0=\frac{1}{236.4}=0.00423$　　$\alpha_t=\frac{1}{236.4+t}$

（註）導電率に依つて，銅の α_0 の値は次のやうに變化する．然し，實用上，$\alpha_0=234.5$ としてよい．

導電率（%）	100	99	98	97	96	95	94	93
α_0 の値	234.5	237.0	239.6	242.3	245.1	247.8	250.7	253.6

【補講】嚴密に云ふと，上記は定質量溫度係數と云ふべきもので，導体の膨脹收縮は考へてゐない．

又，体積固有抵抗の溫度に依る變化の割合を体積固有溫度係數と云ひ，質量固有抵抗の變化の割合を質量固有抵抗溫度係數とも云ふ．

茲に，不思議なことに，金屬の溫度係數は，等しく 0.004 前後の値を有して居る．例へば銀は 0.0038，タングステン 0.0045，ニツケル 0.006，カドミウム 0.0038，鐵 0.005，白金 0.003，鉛 0.0039（以上總て 20°C に於ける溫度係數）等の如くである．

尤もマンガニン，コンスタンタン，ユーリカの溫度係數は零で，溫度に關せず一定の抵抗値を有する．

上記の (4) 式を利用すると，各溫度に於ける抵抗 R_T 及 R_t を測定して，之れより逆に溫度上昇を知ることが出來る．即ち

$$T-t=\frac{R_T-R_t}{\alpha_t R_t}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

銅線の場合　$T-t=(234.5+t)\left(\frac{R_T-R_t}{R_t}\right)$

アルミ線の場合　$T-t=(236.4+t)\left(\frac{R_T-R_t}{R_t}\right)$

此の式は，電氣機器の溫度上昇を，其の卷線の抵抗變化より求める時に屢々用ひられる．寒暖計に依つて，機器外周の溫度を測定した場合よりも，實際の溫度に近いが，夫れでも尙，最高溫度部分と最低溫度の平均値が算定されることになるから，之れに適當な修正溫度を加へて最高部分の溫度とする．

【例 1】0°C ＝於テ 100 Ω ノ抵抗ヲ有スル銅線ノ 20°C ＝於ケル抵抗ヲ求メヨ．

答　108.54 Ω

【例 2】0°C ＝於テ 10Ω ノ抵抗ヲ有スル「アルミ」線ノ 15°C ＝於ケル抵抗ヲ求メヨ．

答　10.635Ω

【例 3】20°C ＝於ケル銅線ノ抵抗ガ 15Ω ナルトキ，40°C ＝於ケル抵抗ハ何程トナルヤ．

答　16.179Ω

【例 4】或ル溫度 t_1°C ＝於ケル抵抗 0.25Ω ガ t_2°C ＝於テ 0.3Ω トナリタル時，溫度上昇 (t_2-t_1) ヲ求メヨ．

答　約 50°C

【例 5】20°C ノトキ 18Ω ノ抵抗ヲ有スル銅線ハ，50°C ＝於テ何 Ω トナルヤ．

答　20.12Ω

【例 6】0°C ＝於ケル溫度係數 0.00427 ナル銅線ハ 20°C ＝於テ何程ノ溫度係數ヲ有スルヤ．

答　0.00393

（註）電球の纖條，電氣爐の電極等のやうに高溫度となるものは，溫度に對して次式のやうな抵抗變化となる．

$$R_T=R_t\{1+\alpha_t(T-t)+\beta_t(T-t)^2+\cdots\cdots\}$$

但し，α_t β_t は共に溫度係數である．

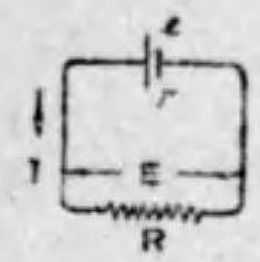
2.15 電源の內部電壓降下

電池や直流發電機のやうな電源から，負荷電流を取り出して居るとき，負荷電流を絕つと電源の端子電壓が上昇する．之れは負荷電流に依つて，電源內に電壓降下の生じて居ることを意味する．

（註）發電機の場合には電機子反作用に依る電壓降下もある．

事實，發電機を運轉すると溫度が上昇して來る．之れは，軸受の摩擦損，回轉体の空氣との摩擦損等もあるが，主として，電機子內に電流が流れて生ずる內部抵抗に依る發熱作用である．

又，電池に於ても同樣で，第 2.7 圖で說明したやうに，其の內部に抵抗を有するから，之れから負荷電流を取り出すと，內部電壓降下に依つて，電池の端子電壓は低下する．



第 2.49 圖

今, 第 2.49 圖のやうに, 起電力 e ボルト, 内部抵抗 r オームなる 1 箇の電池に, 抵抗 R オームを接續した場合を考へると第 2.9 圖に説明したやうに, r は電池外に取り出して R と直列にあると考へられるので

$$電流\quad I=\frac{e}{R+r}\qquad 又\quad e=I(R+r)$$

電池の端子電壓 (R の端子電壓) $E=IR=\dfrac{eR}{R+r}$

或は又 $e=IR+Ir$ $\therefore\ E=IR=e-Ir$

電池の端子電壓＝〔電池の起電力〕－〔電池の内部電壓降下〕$=e-Ir$

例へば, 起電力 2V, 内部抵抗 0.05Ω の蓄電池に抵抗 1.2Ω を結ぶと

流れる電流 $I=\dfrac{e}{R+r}=\dfrac{2}{1.2+0.05}=1.6\ \mathrm{A}$

端子電壓 $E=IR=1.6\times1.2\doteqdot1.92\ \mathrm{V}$

或は又 $E=e-IR=2-1.6\times0.05=1.92\ \mathrm{V}$

【例 1】 直流發電機アリ, 無負荷ニ於ケル端子電壓 100 V ナルトキ, 150 A ノ負荷電流ヲ供給スレバ, 其ノ内部電壓降下及端子電壓ハ何程トナルヤ.

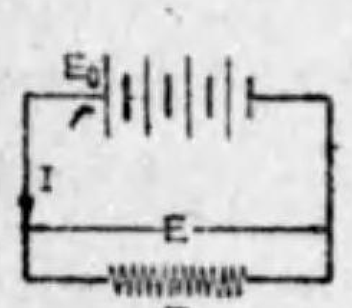
但シ, 電機子卷線ノ抵抗ヲ 0.1Ω トス.

【指導】 無負荷の端子電壓は發電機の誘起起電力である.

内部電壓降下 $Ir=150\times0.1=15\ \mathrm{V}$

端子電壓 $=100-15=85\ \mathrm{V}$

150A 負荷に於て, 端子電壓を 100V とする爲めには, 誘起起電力が 115V となるやうに界磁電流を調整しなければならない.



第 2.50 圖

【例 2】 或ル一群ノ蓄電池アリ, 60A ノ負荷電流ヲ供給セル時ノ端子電壓ハ 99.6 V ニシテ, 無負荷トセバ端子電壓ハ 102V ニ上昇スルト云フ 此ノ一群ノ蓄電池ノ内部抵抗ハ何程ナリヤ.

【指導】 60A を流したときの蓄電池の内部電壓降下は

内部電壓降下 $E_0-E=102-99.6=2.4\ \mathrm{V}$

此の電壓降下は 60 A の電流に依つて生じたのであるから

内部抵抗 $r=\dfrac{E_0-E}{I}=\dfrac{2.4}{60}=0.04\Omega$

又, 負荷抵抗 $R=\dfrac{E}{I}=\dfrac{99.6}{60}=1.66\Omega$

【例 3】 起電力 2V ノ蓄電池アリ, 5A ノ負荷電流ヲ取リ出ストキ, 其ノ端子電壓ハ 1.8V ナリ. 今, 端子電壓ヲ 1.6V 以上ニ保持シ, 能フ限リ大ナル電流ヲ取出サントス. 此ノ時ノ最大許容電流ハ何アンペアナルヤ.

【指導】 蓄電池の内部抵抗を r とすれば

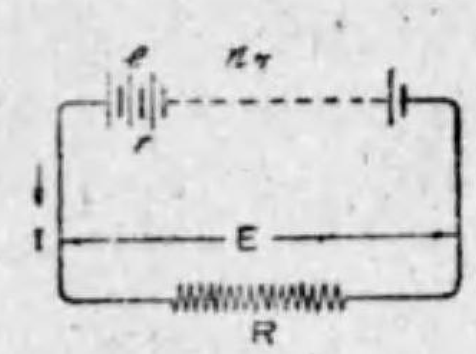
$$r=\frac{E_0-E}{I}=\frac{2-1.8}{5}=\frac{0.2}{5}=0.04\Omega$$

供給し得る最大電流 $I_m=\dfrac{2-1.6}{0.04}=\dfrac{0.4}{0.04}=10\ \mathrm{A}$

2.16 電源の直列接續

電池或は發電機を直列に接續する目的は, 之れに依つて高い電壓を得やうとするのである. 例へば, 直流送電を行ふのに, 送電電壓を高くする程, 同一電力損失に於て, 電線量は電壓の自乘に逆比例して減少する. 假に電壓を 2 倍とすれば, 電線量は 1/4 となり, 電壓を 3 倍とすると, 電線量は 1/9 でよい. 然るに, 直流發電機では整流子のある關係上, 一機の發生電壓を餘り高くすることが出來ない其處で, 幾台かの直流發電機を直列として, 高い送電電壓を得る. 但し, 一般に行はれてゐない.

(註) 此の送電方式をチュリー式と稱する.



第 2.51 圖

今, 起電力 e, 内部抵抗 r なる電池 n 個を, 第 2.51 圖のやうに接續する. 此の兩端に表はれる起電力は, 各電池の + と − を順次に接續して居るから, 起電力が互に加はり合つて $E=ne$ なる値となる. 又, 此の間には r の内部抵抗が n 箇直列にあるから, 全抵抗は nr となる. 此の端子間に R なる抵抗を接續すると

$$流れる電流\quad I=\frac{ne}{R+nr}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

1 箇の電池に抵抗 R を接續した時の電流 I′ は

$$I'=\frac{e}{R+r} \cdots\cdots (2)$$

であつたから，n 箇の電池を直列とした場合は，起電力も内部抵抗も 1 箇の値の n 倍となつた 1 つの電池と假想することが出來る．

然して，此の時の R の電流が 1 箇の場合の何倍となつたかを求めるに (1) (2) 式より

$$\frac{I}{I'}=\frac{ne}{R+nr}\times\frac{R+r}{e}=\frac{n(R+r)}{R+nr}=\frac{R+r}{\frac{R}{n}+r} \cdots\cdots (3)$$

斯樣に，全体としての起電力は，直列接續とすることに依つて n 倍となるが電流は 1 箇の時の n 倍とはならない．

然し，n を大とすればする程，電流は大きくなつて行く．今若し R が内部抵抗 r に比して甚だ大きい場合は (1) 式の分子は n 倍となるが，分母は r が n 倍となつても，尙 R に比して小さいから，分母全体としては n 倍にならない．然し，電流は n 倍と迄はならなくても，n 倍に近いものとすることが出來る．

例へば，起電力 2V，内部抵抗 0.01Ω の電池の兩端に 2Ω の抵抗を接續すると

電流は $I'=\frac{e}{R+r}=\frac{2}{2+0.01}\fallingdotseq 1$ A

此の電池を 20 箇直列とすると

此の時の電流は $I=\frac{ne}{R+nr}=\frac{2\times20}{2+0.01\times20}=\frac{40}{2.2}\fallingdotseq 18.1$ A

斯樣に R が r に比して 200 倍と云ふやうに，極めて大きいときは，電池を 20 箇直列とすると，起電力は 20 倍となり，電流も 20 倍に近い 18.1 A となる

又，端子電壓の比は

$$\frac{ne-nIr}{e-I'r}=\frac{n(e-Ir)}{e-I'r}=\frac{20(2-18.1\times0.01)}{2-1\times0.01}=18.1$$

之れは又 $\frac{IR}{I'R}=\frac{I}{I'}$ となつて，電流比に一致することが分る．

上記に反して，R と r が同程度，例へば外部抵抗 5Ω に起電力 1.0V，内部抵抗 2Ω の電池 100 箇を直列とした場合と，單に 1 箇の電池のみの場合を比較すると

1 箇の場合 $I'=\frac{1.0}{5+2}\fallingdotseq 0.143$ A

100 箇直列の場合 $I=\frac{1.0\times100}{5+2\times100}=\frac{100}{205}\fallingdotseq 0.488$ A

即ち r が 2Ω に對し，R が 5Ω と云ふやうに大差のない場合は，100 箇の電池を直列として起電力を 100 倍としても，電流は僅かに $\frac{0.488}{0.143}=3.4$ 倍となるに過ぎない．

次に，直列とすべき各電池の起電力が $e_1\ e_2\ e_3\cdots\cdots$ 及内部抵抗が $r_1\ r_2\ r_3\cdots\cdots$ と相違した場合を考へて見やう．流れる電流を I とすると

$$E=(e_1-Ir_1)+(e_2-Ir_2)+(e_3-Ir_3)+\cdots\cdots$$
$$=e_1+e_2+e_3+\cdots\cdots-I(r_1+r_2+r_3+\cdots\cdots)=\Sigma e-I\Sigma r$$

$$I=\frac{E}{R}=\frac{\Sigma e-I\Sigma r}{R}=\frac{\Sigma e}{R}-I\frac{\Sigma r}{R}$$

$$I\left(1+\frac{\Sigma r}{R}\right)=I\left(\frac{R+\Sigma r}{R}\right)=\frac{\Sigma e}{R}$$

$$\therefore\ I=\frac{\Sigma e}{R+\Sigma r}\qquad E=IR=\frac{R\Sigma e}{R+\Sigma r}$$

（註） Σe は起電力を集める……シグマ e と讀む…… Σr は内部抵抗を集めることを意味する．

即ち，各電池の起電力を合計した $e_0=\Sigma e$ を起電力とし，各電池の内部抵抗 $r_0=\Sigma r$ を内部抵抗とした 1 箇の電池と考へることが出來る．

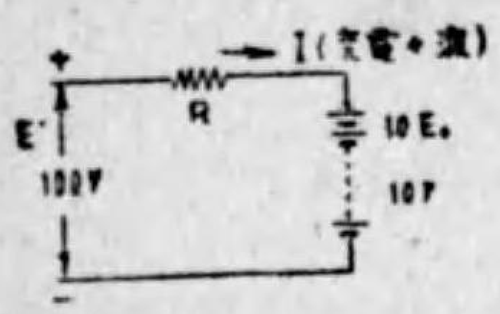
【例 1】 1 箇ノ起電力 2V，内部抵抗 0.05Ω ノ蓄電池 56 箇ヲ直列トシ，之レニ 37.2Ω ノ抵抗ヲ結ベバ，何A ノ電流ガ流ルヽヤ．

答 電流 2.8A， 端子電壓 104.16V

【例 2】 起電力 1.8V，内部抵抗 0.02Ω ノ蓄電池 10 箇ヲ直列ニ接續シ，100V ノ電源ヨリ 5A ノ電流ヲ以テ此ノ電池ヲ充電セントス．電池ニ直列ニ接續スベキ抵抗ノ値ハ何程ナリヤ．

【指導】 電池を充電する場合は電池の起電力に打ち勝つて，電流を流すのだから，供給電壓を E′ とすると

$$I=\frac{E'-ne}{R+nr}=\frac{100-10\times1.8}{R+10\times0.02}=\frac{100-18}{R+0.2}=\frac{82}{R+0.2}=5$$

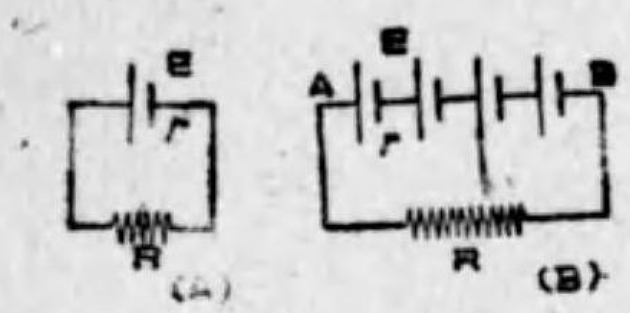


第 2.52 圖

但し, 此の場合の R は直列抵抗である. 上式の意味はキ氏の第二法則に依つて根本的に考へると明かである.

$$5(R+0.2)=82$$

$$R=\frac{82}{5}-0.2=16.2\ \Omega$$



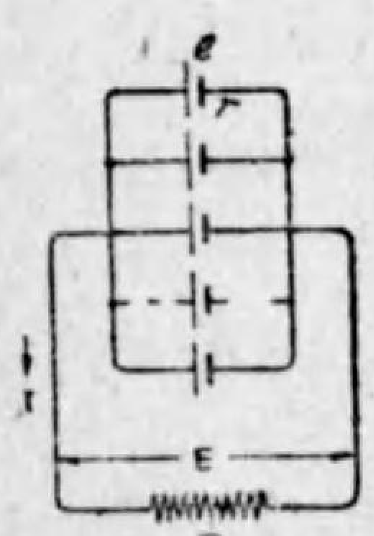
第 2.53 圖

【例 3】 第 2.53 圖ノ (A) 及 (B) ニ於テ, 1 箇ノ電池ノ起電力 E=3.2V, 内部抵抗 r=0.15Ω ナルトキ, (B) ノ電流ハ (A) ノ 2 倍ナリト云フ. R ノ値ハ何程ナリヤ.

答 R=0.3Ω

2.17 電源の並列接續

發電機にせよ電池にせよ, 之れを並列接續とする目的は, 電源より得る負荷電流を大ならしむるにある. 例へば出力 100kW の發電機が 2 台あるとき, 負荷電力が 100 kW 以下であれば, 1 台を運轉し, 以上となれば 2 台を運轉して, 之れを並列とする. 電池の場合も之れと同様に大きな負荷電流を得る爲めに幾つかの電池を第 2.54 圖のやうに並列に接續する. 然し, 發電機の場合と異つて, 起電力を自由に調整することが出來ないから, 起電力も内部抵抗も相等しい (蓄電池であると電流容量も等しい) 同様な電池を並列とする. 即ち, 各電池の + を一括して + 極とし, − を一括して − 極とする. 此の時, 1 箇の内部抵抗を r とすると m 箇を並列としたとき, 合成内部抵抗は r/m となる. 又, 起電力は 1 箇の起電力 e に等しいから, 此の並列群に外部抵抗 R を接續すると



第 2.54 圖

$$\text{流れる電流}\quad I=\frac{e}{R+\frac{r}{m}}$$

或は又, I が各電池に $i=\frac{I}{m}$ 宛分流することより

$$I=\frac{E}{R}=\frac{e-ir}{R}=\frac{e-\frac{I}{m}r}{R}=\frac{e}{R}-\frac{r}{mR}I$$

$$I\left(1+\frac{r}{mR}\right)=I\left(\frac{mR+r}{mR}\right)=\frac{e}{R}$$

$$\therefore\ I=\frac{e}{R}\times\frac{mR}{mR+r}=\frac{e}{R+\frac{r}{m}}$$

$$\text{端子電壓}\quad E=IR=\frac{eR}{R+\frac{r}{m}}$$

とし求めることが出來る.

從つて, 同型の電池の並列群は起電力が 1 箇の電池に等しく, 内部抵抗が (1 箇の内部抵抗+並列數) に等しい 1 箇の電池として取扱はれる.

(註) $i=I/m$ 宛に分流することは

$$e-i_1r=e-i_2r=e-i_3r=\cdots\cdots\cdots=E$$

より, 當然 $i_1=i_2=i_3=\cdots\cdots\cdots=I/m$ となる.

前節と同一の數字例を取つて, E=2V, R=2Ω, r=0.01Ω, m=20 とすると

$$I=\frac{2}{2+\frac{0.01}{20}}\fallingdotseq 1\ A$$

即ち, R が r に比して大きいと, 電池 20 箇を並列としても, 電流は 1 箇の時の電流 1A と殆んど變りがない. 之れに對して E=1.0V, R=5Ω, r=2Ω, m=100 とすると

$$I=\frac{1.0}{5+\frac{2}{100}}\fallingdotseq 2\ A$$

となつて, 電池 1 箇の時の電流 0.143 A に對して $\frac{2}{0.143}\fallingdotseq14$ 倍となる. 即ち, R が r と同程度であると, 此の方法に依つて電流を増加し得る. 更らに, r が R より反對に大きい場合は更らに大となる. 丁度直列接續の場合と反對の關係にある.

【補講】 起電力及内部抵抗の相違した電池を並列に接續することは避けねばならない（理由は後の例題に依つて明かである）今假に起電力 e_1 及 e_2, 夫々の内部抵抗が r_1, r_2 なる電池 2 箇を並列として, RΩ の外部抵抗に接續した場合, R の電流を I, 各電池の電流を i_1 及 i_2 としやう.

$$I=i_1+i_2 \qquad i_2=I-i_1$$

$$e_1-i_1r_1=IR\cdots\cdots(1) \qquad e_2-i_2r_2=IR\cdots\cdots(2)$$

(2) 式は　$e_2-(I-i_1)r_2=IR \qquad e_2+i_1r_2=I(R+r_2)\cdots\cdots(3)$

(1) 式より　$i_1=\dfrac{e_1-IR}{r_1}$　之れを (3) 式に代入して

$$e_2+\frac{e_1-IR}{r_1}r_2=I(R+r_2) \qquad e_2+\frac{r_2}{r_1}e_1=I\left(R+r_2+\frac{r_2}{r_1}R\right)$$

$$e_2r_1+e_1r_2=I(Rr_1+Rr_2+r_1r_2)$$

$$I=\frac{e_1r_2+e_2r_1}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}=\frac{e_1\dfrac{r_2}{r_1+r_2}+e_2\dfrac{r_1}{r_1+r_2}}{R+\dfrac{r_1r_2}{r_1+r_2}}=\frac{e_0}{R+r_0}$$

$$E=IR=\frac{e_0R}{R+r_0}=\frac{e_1\dfrac{r_2}{r_1+r_2}+e_2\dfrac{r_1}{r_1+r_2}}{R+\dfrac{r_1r_2}{r_1+r_2}}R$$

即ち, 此の場合も起電力が e_0, 内部抵抗が r_0 である 1 箇の電池と考へることが出來る.

【例 1】 1 箇ノ起電力 2.8V, 内部抵抗 0.8Ω ノ蓄電池ヲ並列トシ, 1.2Ω ノ抵抗ニ 2A ヲ流サントス. 電池何箇ヲ並列ニ接續スベキヤ.

【指導】 m 箇を並列として 2A を得たとすると

$$2=\frac{2.8}{1.2+\dfrac{0.8}{m}} \qquad 1.2+\frac{0.8}{m}=\frac{2.8}{2}=1.4$$

$$\frac{0.8}{m}=1.4-1.2=0.2 \qquad 0.2m=0.8$$

$$\therefore\ m=\frac{0.8}{0.2}=4\ 組$$

【例 2】 外部抵抗ガ電池 1 箇ノ内部抵抗ニ等シイ場合ハ, 是等ノ電池ヲ直列トスルモ並列トスルモ全箇數ガ同一ナレバ, 外部抵抗ニ流ルヽ電流ノ相等シキコトヲ證明セヨ.

【例 3】 如何ナル場合ニ於テ, 直列接續ハ並列接續ヨリモ外部電流ガ大トナルヤ. 但シ電池ノ全箇數ハ同一ナリトス.

【指導】 不等式に依つて其の條件を求めて見やう. 但し, 全箇數が同一であるから, 直列數と並列數は相等しく, 之れを n とした.

$$\frac{ne}{R+nr}>\frac{e}{R+\dfrac{r}{n}}$$

$$n\left(R+\frac{r}{n}\right)>R+nr \qquad nR+r>R+nr$$

$$nR-R>nr-r \qquad R(n-1)>r(n-1) \qquad \therefore\ R>r$$

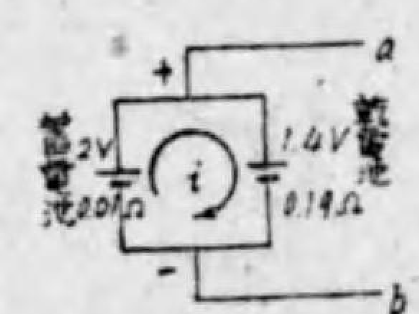
即ち, 外部抵抗が内部抵抗より大きいと, 同じ箇數の電池なら直列接續とする方が外部電流が大きい. 又, 之れに反して $r>R$ であると並列接續に依る方が大きい外部電流が得られる.

【例4】 起電力 1.2V, 内部抵抗 0.1Ω ナル電池ト起電力 1.0V, 内部抵抗 0.15Ω ナル電池ヲ並列トシテ, 之レニ 1.94Ω ノ抵抗ヲ接續セバ何 A ガ流ルヽヤ.

答　0.56 A　E=1.0864≒1 V

【例 5】 起電力 2V, 内部抵抗 0.01 Ω ナル蓄電池ト, 起電力 1.4 V, 内部抵抗 0.19Ω ノ乾電池ヲ並列ニ接續スレバ, a b 間ノ端子電壓ハ何程トナルヤ.

【指導】 兩電池の起電力の差に依つて, 矢の方向に i なる循環電流が流れる.



第 2.55 圖

$$i=\frac{2-1.4}{0.01+0.19}=\frac{0.6}{0.2}=3\,A$$

從つて, 蓄電池の端子電壓 E_1 は

$$E_1=2-3\times0.01=1.97\ V$$

一方, 乾電池には逆方向の電流が流れるので

$$E_2=1.4+3\times0.19=1.97\ V$$

斯樣に, 外部抵抗を結ばないのに電池に循環電流が流れて, 之れを無用に損耗する. 又, 外部抵抗を結んだ場合の各分擔電流も甚だ不均衡となる.

起電力が同一で内部抵抗の相違する場合, 外部抵抗を接續しないと, 循環電流は流れない, 然し, 外部抵抗を接續した時の負荷電流の分擔が I/m 宛とはならない.

即ち　$E=e-i_1r_1=e-i_2r_2=e-i_3r_3\cdots\cdots$　より

$$i_1r_1 = i_2r_2 = i_3r_3 = \cdots\cdots = k \quad と置くと$$

$$i_1 = \frac{k}{r_1} \qquad i_2 = \frac{k}{r_2} \qquad i_3 = \frac{k}{r_3}$$

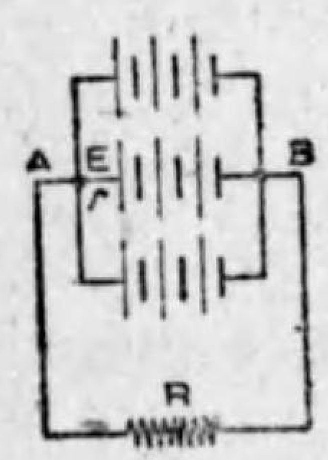
$$故に \quad i_1 : i_2 : i_3 \cdots\cdots = k\left(\frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2} : \frac{1}{r_3} \cdots\cdots\right) = \frac{1}{r_1} : \frac{1}{r_2} : \frac{1}{r_3} \cdots\cdots$$

上式より，各電池に分流する電流は $r_1\ r_2\ r_3 \cdots\cdots$ の並列回路に分流する電流となり，各電池の抵抗の逆數比となる．

發電機の場合には，前にも述べたやうに，起電力が調整せられるから，並列とした各機の分擔電流は自由に調整されるので，例へ容量が相違しても，内部抵抗が容量の逆數比とならなくとも並列運轉をすることが出來る．

2.18 電源の直並列接續

幾つかの發電機を直列とした各群を並列とするやうなことはないが，電池では左様なことを行ふ．



第 2.56 圖

第 2.56 圖は此の要領を示したものである．圖に於て同一起電力 e，同一内部抵抗 r を有する電池 n 箇を直列としたもの m 組を並列に接續して，外部抵抗 R を接續すると，A B 間には n e なる電壓が表はれる．又 A B 間の合成内部抵抗は n r が m 組並列にあるから nr/m となる．

$$故に\ R\ の電流 \quad I = \frac{ne}{R + \frac{nr}{m}}$$

勿論，此の場合の電池の總數は N=mn である．此の一定の總數 N，又 e，R，r を一定値としたとき，n 及 m を如何に定めたなら，最大の外部電流 I が得られるかを求めて見やう．

$$上式を書き直して \quad I = \frac{e}{\frac{R}{n} + \frac{r}{m}}$$

とすると，I の式で可變なのは，分母 $y = \frac{R}{n} + \frac{r}{m}$ である．

然るに此の 2 數の積は $\frac{R}{n} \times \frac{r}{m} = \frac{Rr}{mn} = \frac{Rr}{N}$

一定値であるから，代數學の定理

“2 數ノ積ノ一定ナルトキ，其ノ和ノ最小ナノハ 2 數ノ相等シイ時デアル”

に依つて，y の最小は $\frac{R}{n} = \frac{r}{m}$ の時であることが分る．分母 y が最小であると，分子は一定數だから，I を最大とする．

$$\frac{R}{n} = \frac{r}{m} \qquad R = \frac{n}{m}r \qquad 外部抵抗 = 合成内部抵抗$$

$$\frac{n}{m} = \frac{R}{r} \qquad \frac{n}{N/n} = \frac{n^2}{N} = \frac{R}{r}$$

故に $n = \sqrt{\frac{R}{r}N}$ と選定すると最大電流が得られる．

但し，電池群から最大電流を得ると云ふことは，電池を經濟的に且つは有利に使用すると云ふことにはならない．

以上 3 節をまとめて云ふと

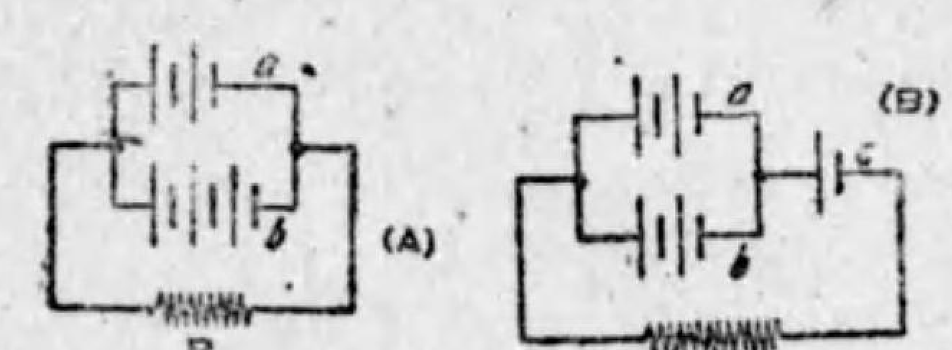
❶ 外部抵抗が内部抵抗に比して遙かに大きく，R>nr の場合は，直列に接續すると大きな電流が得られる．

❷ 外部抵抗が内部抵抗に比して極めて小にして，R<r/n なる時は並列に接續すると大きな電流が得られる．

❸ $\frac{r}{n} < R < nr$ の場合は，前記のやうに，n 及 m を選ぶと最大電流が得られる．然し，m 及 n は常に整數となるとは限らない．此の場合は，mn=N の關係を滿足し，且つ上記の計算數値に近い n，m を選ぶことになる．

扨，直並列接續に於て注意しなければならないのは，第 2.57 圖 (A)(B) のやうな接續をしてはならないことである．

何故なら，(A) は各並列分路の起電力が違ふから，前述したやうに，外部抵抗を接續しない時でも，電壓の高い方から低い方の回路に循環電流が流れて，無用の放電をする．又，外部抵抗を接續する時は，a 回路の電流と b 回路の電流とは等しくなくなり，b 回路の



第 2.57 圖

方が多く放電する．又，(B) 圖の樣にすると，並列回路の循環電流は流れないが a 電池の電流と b 電池の電流との合計が c 電池の電流となり，從つて，c 電池は過大電流を受持つこととなり，c の電池は早く放電し盡して仕舞ひ，或は損傷することにならう．

【例 1】 起電力 2V ノ電池 13 箇ヲ直列ニ接續シタルモノヲ 3 組並列ニ接續シ，兩端ニ 5Ω ノ抵抗ヲ接續セル場合，此ノ抵抗ニ通ズル電流ヲ求メヨ．但シ，電池 1 箇ノ內部抵抗ハ 0.3Ω ナリトス．

答 4.1 A

【例 2】 蓄電池 90 箇ヲ直列ニ接續シ，外部抵抗 2Ω ヲ有スル電路ニ使用スル場合ト，之ヲ 30 箇直列ニシタルモノヲ 3 組並列ニ接續シテ同電路ニ使用スル場合トハ，其ノ電路ニ流ルヽ電流ハ後者ノ方ガ前者ノ 1.5 倍ナリト云フ．蓄電池 1 箇ノ內部抵抗ハ幾オームナリヤ．

【指導】 90 箇を直列とした場合の電流 I_1 は $I_1=\dfrac{90e}{2+90r}$

但し，e は電池 1 箇の起電力，r は同內部抵抗

次に 30 箇直列のもの 3 組を並列とした場合の電流を I_2 とすると

$$I_2=\frac{30e}{2+\dfrac{30}{3}r}=\frac{30e}{2+10r}$$

然るに題意に依り $1.5I_1=I_2$ より

$$1.5\times\frac{90e}{2+90r}=\frac{30e}{2+10r}\qquad\frac{4.5}{2+90r}=\frac{1}{2+10r}$$

$$9+45r=2+90r\qquad 45r=7\qquad r=\frac{7}{45}=0.156\Omega$$

【例 3】 起電力 2V，內部抵抗 0.25Ω ナル電池 96 箇ヲ以テ外部抵抗 1.5Ω ヘ電流ヲ供給スルニ，電池ノ直列箇數及並列回路數ヲ如何ニ選定スレバ最大電流ガ得ラルヽヤ．

【指導】 最大電流を得る直列箇數 n は前に求めた結果より

$$n=\sqrt{\frac{R}{r}N}=\sqrt{\frac{1.5}{0.25}\times96}=\sqrt{576}=24\qquad m=\frac{96}{24}=4$$

即ち 24 箇直列のもの 3 組を並列に接續する．

此の時の電流　$I=\dfrac{2\times24}{1.5+\dfrac{24\times0.25}{4}}=16\ \text{A}$

【例 4】 起電力 2V，內部抵抗 0.05Ω ナル電池何箇カヲ適當ニ接續シテ，3Ω ノ抵抗ニ 20A ヲ流サントス．電池ノ所要箇數及接續法ヲ定メヨ．

【指導】 此の時の端子電壓 $E=IR=20\times3=60\text{V}$

直列箇數を n，並列組數を m とすると

$$E=2n-\frac{20}{m}\times n\times0.05=2n-\frac{n}{m}=60\ \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

又，題意より　$I=\dfrac{2n}{3+\dfrac{0.05n}{m}}=20$

$$2n=20\left(3+\frac{0.05n}{m}\right)\qquad n=30+0.5\frac{n}{m}$$

$$n-0.5\frac{n}{m}=30\ \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

此の兩邊を 2 倍すると，(1) 式と同一となる．

尙，(2) 式を整理すると　$n\left(1-\dfrac{0.5}{m}\right)=30$

此の式で m を 1 から逐次に大とすると，之れに應ずる n 及 N の値は次のやうになる．

mの値	1	2	3	4	5	6	7	8
nの値	60	40	36	34.3	33.4	32.7	32.3	32
N＝mn	60	80	108	137.2	167	196.2	226.1	256

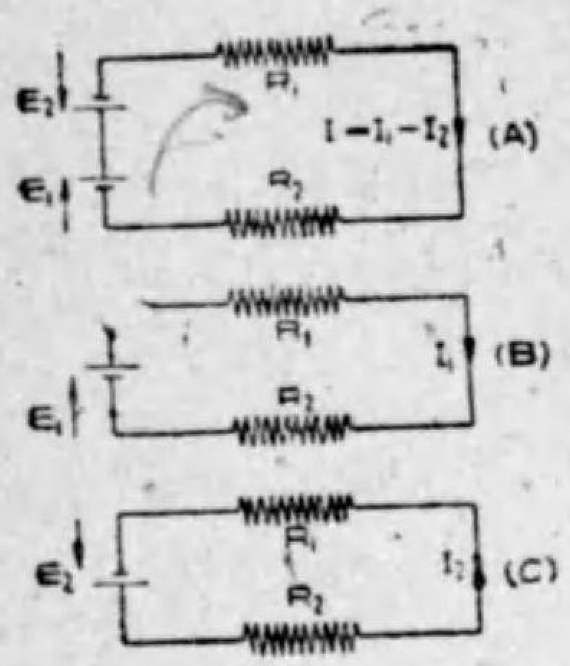
即ち，此の場合は m=1 即ち全部を直列接續とした場合が最も所要箇數 N が少く，m が大となるに從つて，N の數も大きくなる．

2.19　重疊の理の基礎理念

第 2.58 圖 (A) で R_1 R_2 を流れる電流はキ氏の第二法則より

$$IR_1+IR_2=E_1-E_2\qquad\therefore\ I=\frac{E_1-E_2}{R_1+R_2}\ \cdots\cdots\cdots (1)$$

として求めることが出來る.



第 2.58 圖

又 (1) 式を書き直すと

$$I=\frac{E_1-E_2}{R_1+R_2}=\frac{E_1}{R_1+R_2}-\frac{E_2}{R_1+R_2}\cdots(2)$$

此の (2) 式の第一項は (B) 圖の I_1 を, 第二項は (C) 圖の I_2 を示す式である. 其處で次のことが云へる.

(A) 圖のやうに任意の回路に, 同時に 2 つ以上の起電力が存在してゐる時の電流分布は, (B) (C) の如くに單に其の内の唯 1 つの起電力のみを有する時の電流分布を各々求めて, 之れを定めた電流の正方向に從つて代數的和或は代數的差を取ればよい. (2) 式では, (A) (B) (C) 圖に於ける電流の正方向を圖のやうに定めたので I_1-I_2 とした. 若し (A) 圖の電流の正方向を矢と反對の方向に取ると, 勿論, $I=I_2-I_1$ となる.

次に, R_1 R_2 の兩端の電壓に就て考へて見る. (1) 式より明かなやうに R_1 R_2 の兩端の電壓 e_1 及 e_2 は,

$$e_1=IR_1=\frac{(E_1-E_2)}{R_1+R_2}R_1\qquad e_2=IR_2=\frac{(E_1-E_2)}{R_1+R_2}R_2\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

此の式は次のやうに書き直すことが出來る.

$$e_1=\frac{E_1R_1}{R_1+R_2}-\frac{E_2R_1}{R_1+R_2}\qquad e_2=\frac{E_1R_2}{R_1+R_2}-\frac{E_2R_2}{R_1+R_2}\cdots\cdots(4)$$

e_1 及 e_2 の右邊第一項, 第二項が何を示すかを考へて見ると

e_1 の第一項は; (B) 圖の E_1 なる起電力のみが存在して居る時の R_1 兩端の電壓

e_1 の第二項は; (C) 圖の E_2 なる起電力のみが存在して居る時の R_1 兩端の電壓

e_2 の式に就ても同樣なことが云へる.

從つて, (A) 圖のやうに 2 箇以上の起電力が同時に存在して居る時の電壓分布は, (B) (C) 圖のやうに, 單に其の内の唯 1 つの起電力のみが存在する時の電壓分布を各々求めて, 之れを定めた方向に從つて代數的和或は差を取ればよい

斯樣に, 電流, 電壓の分布を求めるに際し, 夫々の起電力が單獨に存在して居るときの電流, 電壓の分布を求めて, 是等を重疊すればよい. 之れが重疊の理である.

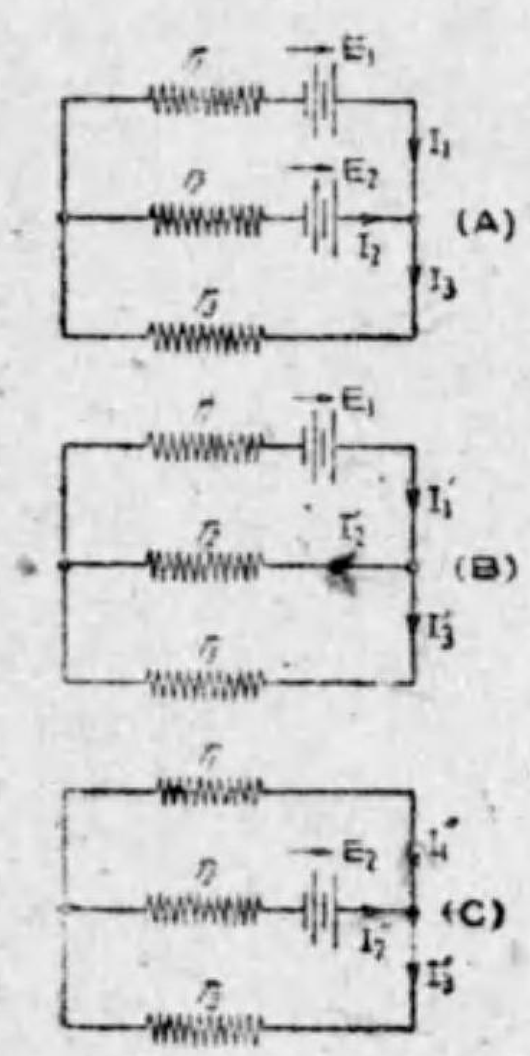
第 2.58 圖のやうな簡單な回路なら, 別に重疊の理を用ひなくとも, キ氏の法則から容易に求めることが出來る. 然し, 回路網が複雜になつたり, 或は特殊な場合になると, 重疊の理に依ると甚だ好都合に解けることが少くない.

重疊の理の適用に當つて注意しなければならないのは, 1 つの電源のみに就て考へる時, 他の電源は除く譯であるが, 此の際, 除く電源に内部抵抗があれば, 此の内部抵抗は殘して置かねばならない. 第 2.58 圖では E_1 の内部抵抗は零とも R_1 に含まれて居るとも考へられる. E_2 に於ても同樣に内部抵抗が零とも R_2 に含まれてゐるとも考へられる.

次に注意すべきは, 電壓, 電流の重疊は出來るが, 電力の重疊は出來ないことである. 何となれば, 圖に於て, E_1 のみが存在する時の R_1 に消費される電力, 及び E_2 のみが存在する時の R_1 に消費される電力は, 夫々

$$P_1=\left(\frac{E_1}{R_1+R_2}\right)^2R_1=\frac{E_1^2R_1}{(R_1+R_2)^2}\qquad P_2=\left(\frac{E_2}{R_1+R_2}\right)^2R_2=\frac{E_2^2R_2}{(R_1+R_2)^2}$$

又 E_1 と E_2 が同時に存在する時の電力消費は (1) から



第 2.59 圖

$$P=\left(\frac{E_1-E_2}{R_1+R_2}\right)^2R_1$$

此の P は前に求めた P_1+P_2 でもなく, P_1-P_2 でもない. 從つて電力の重疊は出來ない.

今, 1 例に就て, 重疊の理を應用して見やう. 第 2.59 圖 (A) の電流分布 I_1 I_2 I_3 を求める.

先づ (B) 圖の如くに, E_1 のみが存在する場合の電流分布 I_1' I_2' I_3' を求めると, 圖より

$$I_1'=\frac{E_1}{r_1+\frac{r_2r_3}{r_2+r_3}}=\frac{E_1(r_2+r_3)}{r_1(r_2+r_3)+r_2r_3}$$

申す迄もなく, (B) 圖に於て, 電源より見た此の回路の合成抵抗は, r_2 と r_3 の並列に r_1 が直列にあ

ることになる.

又 $I_2'=I_1'\times\frac{r_3}{r_2+r_3}=\frac{E_1r_3}{r_1(r_2+r_3)+r_2r_3}$

$I_3'=I_1'\times\frac{r_2}{r_2+r_3}=\frac{E_1r_2}{r_2(r_1+r_3)+r_2r_3}$

次に, (C) 圖の如くに, E_2 のみが存在する時の電流分布 I_1'' I_2'' I_3'' を求めると, 圖より

$$I_2''=\frac{E_2}{r_2+\frac{r_1r_3}{r_1+r_3}}=\frac{E_2(r_1+r_3)}{r_2(r_1+r_3)+r_1r_3}$$

又 $I_1''=I_2''\times\frac{r_3}{r_1+r_3}=\frac{E_2r_3}{r_2(r_1+r_3)+r_1r_3}$

$I_3''=I_2''\times\frac{r_1}{r_1+r_3}=\frac{E_2r_1}{r_2(r_1+r_3)+r_1r_3}$

故に (A) 圖の電流分布は I_1' と I_1'', I_2' と I_2'', I_3' と I_3'' とを重疊すればよい. 電流方向を (A) 圖のやうに定めると

$$I_1=I_1'-I_1''=\frac{E_1(r_2+r_3)}{r_1(r_2+r_3)+r_2r_3}-\frac{E_2r_3}{r_2(r_1+r_3)+r_1r_3}=\frac{E_1(r_2+r_3)-E_2r_3}{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}$$

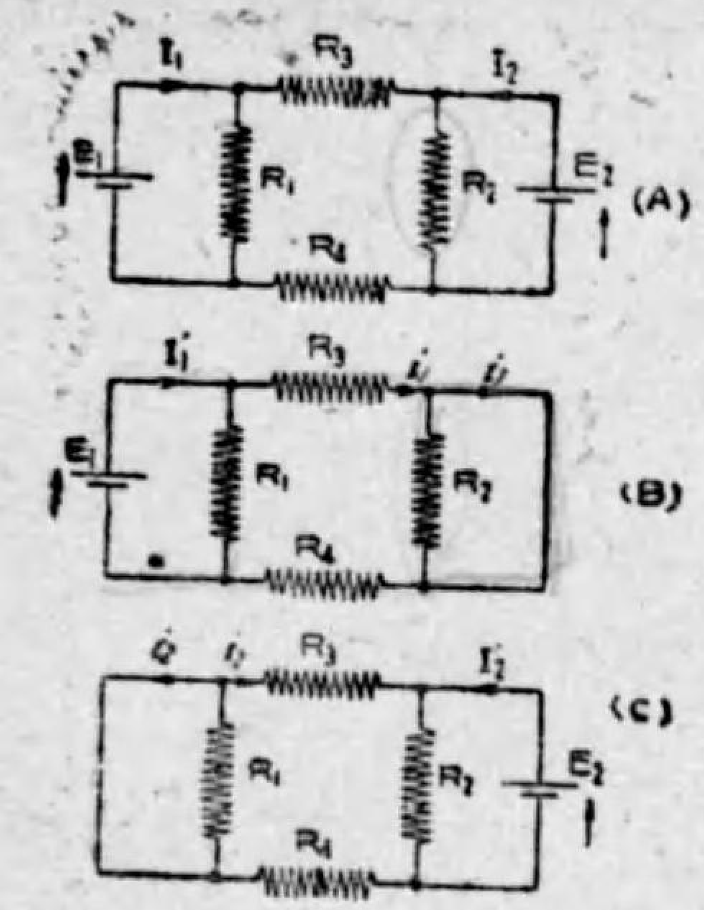
$$I_2=I_2''-I_2'=\frac{E_2(r_1+r_3)}{r_2(r_1+r_3)+r_1r_3}-\frac{E_1r_3}{r_1(r_2+r_3)+r_2r_3}=\frac{E_2(r_1+r_3)-E_1r_3}{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}$$

$$I_3=I_3'+I_3''=\frac{E_1r_2}{r_1(r_2+r_3)+r_2r_3}+\frac{E_2r_1}{r_2(r_1+r_3)+r_1r_3}=\frac{E_1r_2+E_2r_1}{r_1r_2+r_2r_3+r_3r_1}$$

此の例に於て E_1 の内部抵抗は r_1 に, E_2 の内部抵抗は r_2 に含まれてゐるものと解せられる.

【例 1】 第 2.60 圖 (A) ノ回路ニ於ケル E_1 及 E_2 ヨリノ供給電流 I_1 及 I_2 ヲ求メヨ.

【指導】 E_1 のみが存在して居るときの電流分布を (B), 同じく E_2 のみが存在して居るときの電流分布を (C) としやう. 電源の内部抵抗を零とすると (B) 圖では R_2 が短絡され……E_2 の内部抵抗を r_2 とすると R_2 と r_2 が並列になる…… (C) 圖では R_1 が短絡される……E_1 の内部抵抗を r_1 とすると R_1 と r_1 が並列になる……



第 2.60 圖

(B) 圖に於て, E_1 より見た合成抵抗は

$$R=\frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_3+R_4}}=\frac{R_1(R_3+R_4)}{R_1+R_3+R_4}$$

$$I_1'=\frac{E_1}{R}=\frac{E_1(R_1+R_3+R_4)}{R_1(R_3+R_4)}$$

$$i_1=I_1'\times\frac{R_1}{R_1+R_3+R_4}=\frac{E_1R_1}{R_1(R_3+R_4)}$$

$$=\frac{E_1}{R_3+R_4}$$

i_1 は R_2 を通らずに短絡された回路を通る

次に, (C) 圖に於て, E_2 より見た合成抵抗

$$R=\frac{1}{\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3+R_4}}=\frac{R_2(R_3+R_4)}{R_2+R_3+R_4}$$

$$I_2'=\frac{E_2}{R}=\frac{E_2(R_2+R_3+R_4)}{R_2(R_3+R_4)}$$

$$i_2=I_2'\times\frac{R_2}{R_2+R_3+R_4}=\frac{E_2R_2}{R_2(R_3+R_4)}=\frac{E_2}{R_3+R_4}$$

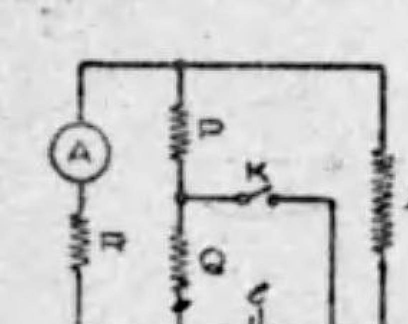
i_2 は R_1 を通らずに短絡された回路を通る.

以上を重疊すると

$$I_1=\frac{E_1(R_1+R_3+R_4)}{R_1(R_3+R_4)}-\frac{E_2}{R_3+R_4}=\frac{E_1(R_1+R_3+R_4)-E_2R_1}{R_1(R_3+R_4)}$$

$$I_2=\frac{E_2(R_2+R_3+R_4)}{R_2(R_3+R_4)}-\frac{E_1}{R_3+R_4}=\frac{E_2(R_2+R_3+R_4)-E_1R_2}{R_2(R_3+R_4)}$$

【例 2】 2.9 ノ〔例 1〕〔例 [illegible]〕〔例 5〕〔例 7〕〔例 8〕〔例11〕ヲ「重疊の理」ニ依ッテ解イテ見ヨ.

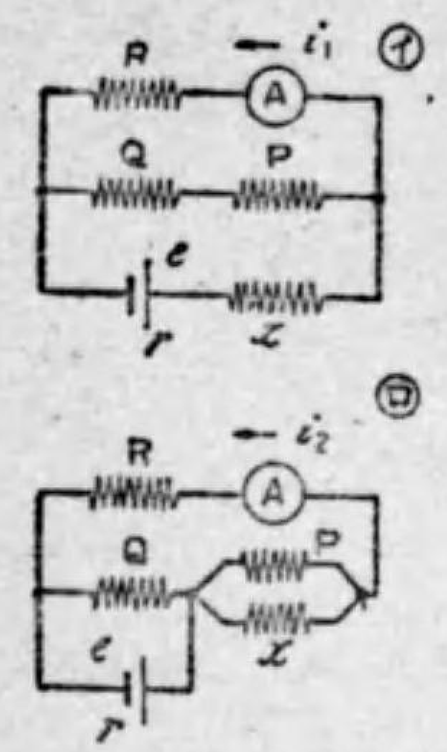


第 2.61 圖

【例 3】 起電力 e, 内部抵抗 r ナル電池, 抵抗 R, P, Q, x 及内部抵抗 G ナル檢流計 A ガ圖ノ如クニ接續セラルヽ回路アリ. 今, 開閉器 K ヲ開閉スルモ檢流計ノ偏レハ一定ナリト云フ. 抵抗 x ノ値ヲ求メヨ.

【指導】 之れは重疊の理の特異な應用例であつて, 如

何に重疊の理が便利であるかを，先づ一般の方法で解き，次で同理に依つて解いて示そう.



第 2.62 圖

K を開放した時の電流（①圖を參照）

$$i_1=\frac{e}{(r+x)+\dfrac{(P+Q)R}{(P+Q)+R}}\times\frac{(P+Q)}{(P+Q)+R}$$

$$=\frac{e(P+Q)}{(r+x)\{(P+Q)+R\}+(P+Q)R}$$

K を入れた時の電流（②圖を參照）

$$i_2=\frac{e}{\dfrac{\left(\dfrac{Px}{P+x}+R\right)Q}{\left(\dfrac{Px}{P+x}+R\right)+Q}+r}\times\frac{Q}{\left(\dfrac{Px}{P+x}+R\right)+Q}$$

$$=\frac{eQ}{\left(\dfrac{Px}{P+x}+R\right)Q+\left\{\left(\dfrac{Px}{P+x}+R\right)+Q\right\}r}$$

題意に依り $i_1=i_2$ 之れが爲めには

$$\frac{P+Q}{(r+x)\{(P+Q)+R\}+(P+Q)R}=\frac{Q}{\left(\dfrac{Px}{P+x}+Q\right)+\left\{\left(\dfrac{Px}{P+x}+R\right)+Q\right\}r}$$

上式に於て $P+Q=a$　$P+x=b$　と置くと

$$\frac{a}{(r+x)(a+R)+aR}=\frac{Q}{\left(\dfrac{Px}{b}+R\right)Q+\left\{\left(\dfrac{Px}{b}+R\right)+Q\right\}r}$$

$$\frac{a}{b}Px+aR+\frac{a}{b}\cdot\frac{P}{Q}rx+a\frac{Rr}{Q}+ar=ar+ax+Rr+Rx+aR$$

$$\frac{a}{b}Px+\frac{a}{b}\cdot\frac{P}{Q}xr+a\frac{Rr}{Q}=ax+Rr+Rx$$

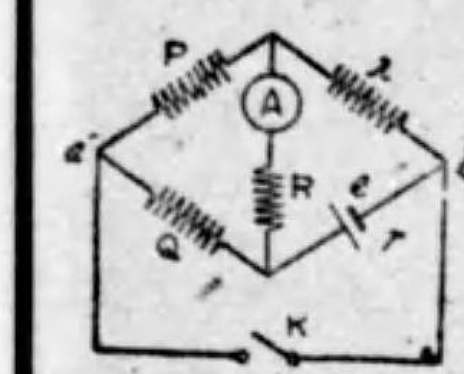
$$ax\left(\frac{P}{b}+\frac{Pr}{bQ}-1\right)+R\left(\frac{ar}{Q}-r-x\right)=0$$

$$\frac{(P+Q)x}{bQ}(Pr-Qx)+\frac{R}{Q}(Pr-Qx)=0$$

$$(Pr-Qx)\left\{\frac{(P+Q)x+bR}{bQ}\right\}=0$$

本式が成立する爲めには　$Pr=Qx$　　故に　$x=r\dfrac{P}{Q}$

次に本問を重疊の理に依つて解いて見やう．圖を書き直すと第 2.63 圖のやうになる.



第 2.63 圖

① K を入れない場合;

各部の電流分布を（甲）とし，此の時の Ⓐ の電流を i_1，a b 間の電位差を e' とする.

② K を入れた場合;

e なる起電力を取り去り，e の代りに，e の内部抵抗 r を入れ，a b 間に電位差 e' を加へた時の回路各部の電流分布を（乙）とし，此の時 Ⓐ に流れる電流を i_2 としやう.

結局，K を入れた ② の場合の電流分布は，電流分布（甲）と（乙）とを重疊したものである．然して，Ⓐ の電流も同樣に（甲）と（乙）を重疊したもので $i_1\pm i_2$ となる.

① と ② の Ⓐ の電流が等しい爲めには

$$i_1=i_1\pm i_2\qquad\therefore\ i_2=0$$

即ち，Ⓐ の偏れに變化がない爲めには（乙）電流分布に於て Ⓐ に電流が流れない事である．之れを換言すると，後述する處より P, Q, r, x を 4 邊とするブリッヂが平衡狀態にあるを要する．從つて，$Pr=Qx$ となる.

2.20 テブナンの定理の基礎理念

此の定理は重疊の理から導かれたものであつて，特殊な回路を解く場合に極めて便利である．先づ，定理を述べやう.

第 2.64 圖

第 2.64 圖に於て，起電力を含む回路網の任意の 2 点 a b 間の電位差が V であつて，此の起電力を取り去つた…內部抵抗は殘して置く．內部抵抗が零なら起電力を取り去つて短絡する…時，a b 間から回路網の方を見た合成抵抗を R_A とする．此の a b 間に抵抗 R_B を接續すると

之れに流れる電流　$I=\dfrac{V}{R_A+R_B}$

之れがテブナンの定理である.

次に最も簡單な場合を, 實際に就て當つて見やう.

第 2.65 圖に於て, 電池の内部抵抗を r, 起電力を e としたとき, 此の端子間

第 2.65 圖

に抵抗 R_B を結ぶと, 之れに流れる電流は

$$I=\frac{e}{r+R_B} \cdots\cdots (1)$$

となることは明かである. 之れをテブナンの定理より求めると, a b 間を開いたとき, 此の端子間に表はれる電壓は, 電池に電流が流れないのだから, 内部電壓降下はなく, 電池の起電力 e がそのまゝ表はれる.

即ち　$V=e$　である.

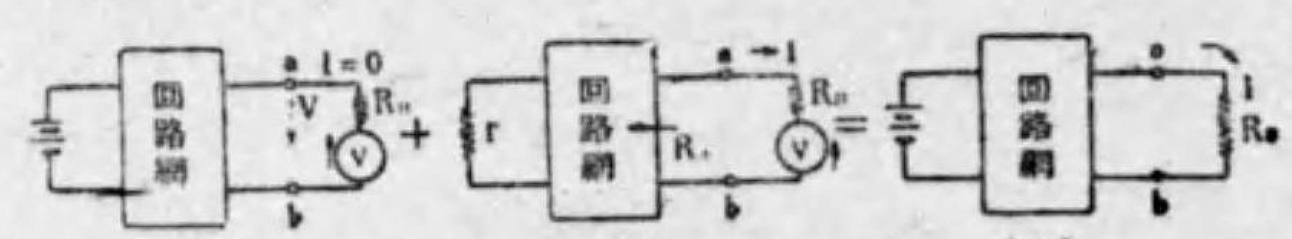
起電力 e を取り去つて…内部抵抗 r は殘して置く…a b 間より見た回路の抵抗 R_A は

勿論　$R_A=r$　となる.

從つて, a b 間に抵抗 R_B を結んだとき, 之れに流れる電流 I は, テブナンの定理より

$$I=\frac{V}{R_A+R_B}=\frac{e}{r+R_B} \cdots\cdots (2)$$

(2) 式は (1) 式と一致して正しいことが分る. 此の定理の正しいことは, 第 2.66 圖に就て證明することが出來る. (B) 圖に於て, a b 間を開いた時に此の間に表れる電壓を V とする. 此の V と方向が反對で同値の起電力 Ⓥ を R_B と直



(B)　(C)　(A)

第 2.66 圖

列として, a b 間に結ぶと, 兩起電力は打ち消し合ふので a b 間には電流が流れない. 即ち a b 間を開いた場合と同樣である. 次に (C) 圖のやうに, 回路網の起電力を取り去り……その内部抵抗 r' は殘す……前と反對方向, 即ち a b 間の起電力と同一方向の起電力 Ⓥ を R_B と直列として a b 間に結ぶ. 此の時 R_B に

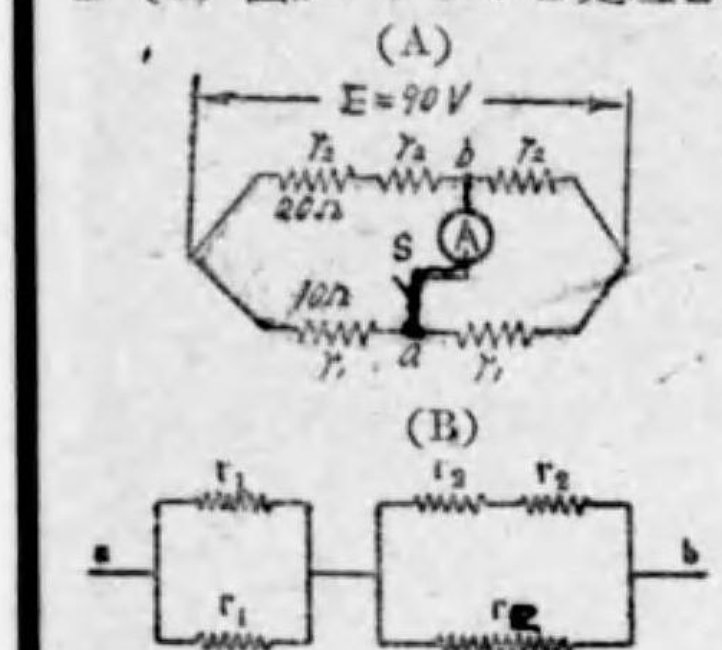
流れる電流は a b 間より見た回路網の抵抗を R_A (r も含む) とすると, 明かに

$$I=\frac{V}{R_A+R_B}$$

此の (B) と (C) を重疊すると, R_B と直列の Ⓥ は兩場合に於て, 方向が反對であるから, 打ち消し合つて無いのも同然である. 從つて, (A) 圖の如くになる

其處で (A) 圖に於て, R_B に流れる電流は (B) 圖では零であるから, (C) 圖の場合と同一値で上式の I で示される.

結局, (A) 圖に於て R_B の電流を求めるには (C) 圖に就て求むればよい. 此の (C) 圖がテブナンの定理を示すことは上記よりも明かである.



第 2.67 圖

【例 1】- 第 2.67 圖 (A) ノ如キ回路ニ於テ, 開閉器 S ヲ閉チタル場合, 電流計ヲ通ズル電流ハ何程トナルヤ.

但シ, 電流計ノ抵抗ハ無視スルモノトス.

【指導】 開閉器 S を開いた場合, a 點の電位は $\frac{1}{2}E$, b 點の電位は $\frac{1}{3}E$ である.

故に a b 間の電位差

$$V=V_a-V_b=\frac{1}{2}E-\frac{1}{3}E=\frac{1}{6}E$$

次に, a b から見た電源側の合成抵抗は, 同圖 (B) のやうになるから

$$R_A=\frac{10\times10}{10+10}+\frac{40\times20}{40+20}=\frac{55}{3}\,\Omega \qquad R_B=0$$

故に電流計に流れる電流は

$$I=\frac{V}{R_A+R_B}=\frac{\frac{1}{6}E}{\frac{55}{3}}=\frac{90}{6}\times\frac{3}{55}=0.82\ \mathrm{A}$$

テブナンの定理を應用するに當つて迷ふのは, 電源の抵抗である.

電源の容量が大きい, 云ひ換へると, 負荷電流を少々取り出しても電壓降下がない場合には, 電源の内部抵抗は殆んど零であると考へることが出來る. 斯樣な場合には電源を短絡してよい. 本例では, E=90V の電源容量は十分に大きいものと考へ, 内部抵抗は零であるとした.

【例 2】 2.9 ノ〔例 7〕ヲ「テブナンの定理」ニ依ツテ解イテ見ヨ.

【例 3】 2.9 ノ〔例 9〕ニ於テ C D 間ニ流ルヽ電流 i_5 ヲ「テブナンの定理」ニ依ツテ求メヨ.

【例 4】 2.9 ノ〔例11〕ヲ「テブナンの定理」ニ依ツテ解イテ見ヨ.

2.21 電力の計算理念

發電機, 或は電池が, 其の端子間に E なる起電力を發生してゐるとする. 之れを物理的に云ふと, 電氣は位置のエネルギを持つてゐる譯である.

丁度, 高所にある物体が位置のエネルギを持つてゐるのと同様であつて, 此の高所にある物体が落下する時, 物体の有する位置のエネルギは運動のエネルギに變化して仕事をする. 之れと同様に, E なる電位差を有する電源の兩端子を導体で接續すると, 電流が流れて或る仕事をする.

之れを電燈に就て云ふと, 電氣の有するエネルギは熱のエネルギに變じ, 更に光のエネルギに變じてゐる. 又, 日常, 吾々が取扱ふ電動機は, 電氣的エネルギを機械的のエネルギに變じてゐる譯である.

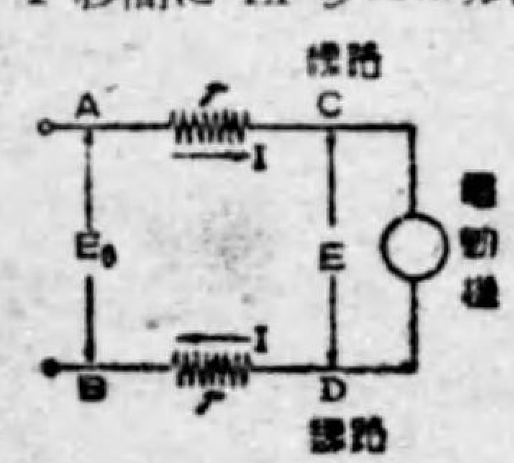
其處で, E なる起電力を持つてゐる電源が I なる電流を t 秒間流したとき W なる仕事をしたとすると

$$W = EIt$$ で表はすことが出來る.

然して, E の單位をボルト, I の單位をアンペア, t の單位を秒で表はすと, W の單位はジュールで表はされる. 故に, 1 秒間にする仕事を P ジュールとすると

$$P = \frac{W}{t} = EI \quad \text{ジュール}$$

此の 1 秒間にする仕事 P=EI ジュールを電源の發生してゐる電力, 又は工率と云ふ. 然して, 電力の單位にはワツト (W で表はす) が用ひられてゐる. 即ち 1 秒間に EI ジュールの仕事をする電源の電力は EI ワツトである.



第 2.68 圖

故に, 電力は電壓 (起電力) と電流の積で表はすことが出來る.

第 2.68 圖のやうに, A B の兩端に電壓 E_0 ボルトを有して居る電源を接續した時, 線路を通じて, 電動機に I アンペアの電流が流れたとすれば, 電源は $P_0 = E_0 I$ ワ

ツトの電力を發生してゐる譯である.

又, C D 間に結ばれてゐる電動機の兩端に E なる電壓があるとすると, 此の電動機は P=EI ワツトの電力を受けてゐることになる. 云ふ迄もなく E は E_0 よりも小さい. 夫れは線路の抵抗に依つて電壓降下を生ずる爲めであつて, 此の降下する電壓は往復線路全体として $e = 2Ir$ である.

電力の定義から云ふと, 此の降下する電壓 e と流れてゐる電流 I との間に eI なる電力が消費されることを意味する.

即ち, 電源は $E_0 I$ なる電力を發生して居るのに, 電動機は EI なる電力しか受けないのは, 線路に於て此の eI なる電力が消費される爲めである. 此の eI を線路電力損失とも云ふ.

$$e = Ir \qquad eI = (Ir) \times I = I^2 r$$

電力損失は電流の自乘と抵抗の積になる. 上述した事柄を數式關係で示すと

$$E_0 - E = e = Ir \qquad (E_0 - E)I = eI = I^2 r$$

$$\therefore \quad E_0 I - EI = I^2 r$$

此の線路に於ける電力損失は熱として空中に放散せられるのであつて, 電線の溫度を上昇して抵抗を大ならしめる等, 全く無駄に消費される.

上記よりも明かなやうに, 電力損失は, 電流が大となる程, その値を增加するので, 電力損失を少くするには, 電流を小さくするか, 線路の抵抗を小とする. 線路抵抗を小とする爲めには, 太い電線を用ひねばならないから, 所要電線量を大とする.

然るに, 同一電力を送るのに, 電壓を高くすると, 夫れに反比例して電流が小さくなる. 然し, 其の電壓に應じて, 線路の絕緣を行はねばならないから, 著しく高電壓とすることは必ずしも有利でない. 又, 例へ, 電流を如何に小さくしても, 架空線であれば, 相當の機械的抗張力を持たせないと斷線するので, 電線の太さには自から限度がある. 故に, 電壓を高くした割合に電線量は減じない. 其處で, 送電電力の大小, 送電距離等より適當な送電電壓を定める.

話がいささか脇道に入つた. 其のついでに送電能率を說明して置こう.

$$\text{送電能率} = \frac{\text{受電電力}}{\text{送電電力}} \times 100 = \frac{EI}{E_0 I} \times 100 = \frac{EI}{EI + eI} \times 100 = \frac{E}{E + e} \times 100 \ \%$$

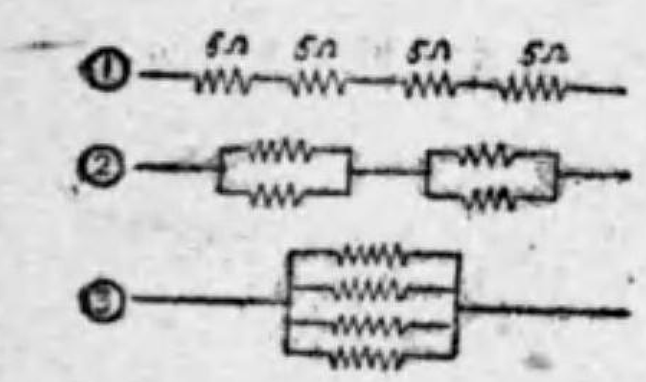
即ち, 一定の電力 EI を受電するのに, 線路の損失 eI が大となる程, 分母は大

きくなるので能率が低下する．

換言すると，上式の最後の項で表はしたやうに，一定の電壓を受電するのに，線路の電壓降下が增加する程，送電能率は低下する．能率を良くする爲には送電線を太くして，抵抗の少い電線を使用せねばならないが，之れは前述したやうに經濟的によく研究しなければならない．即ち，無闇に電線を太くすると，電力損失の減少に相當する金額よりも，電線の費用や電線を支持する工作物の經費が增加して，結局は損となる．一般に電力損失や電壓降下は，受電電力や送電端電壓の 5% から 10% 又は 15% 位とせられてゐる．

次に，電力に關する二，三の計算を解いて見やう．

【例 1】 100 V 回路＝使用サレル電熱器アリ，發熱体ハ 5Ω ノ抵抗線 4 條ヨリ成リ，切換開閉器＝依ツテ圖示ノ如ク結線ガ變化ス．各々ノ場合＝於ケル全電力ヲ求メヨ．



第 2.69 圖

【指導】 ① の接續では

$$I=\frac{100}{4\times5}=5\text{A}$$

$$P=EI=100\times5=500\text{W}$$

$$=I^2R=5\times5\times4\times5=500\text{W}$$

或は又，電壓と抵抗の分つてゐるときは，次式に依ると便利である．

$$P=EI=E\times\frac{E}{R}=\frac{E^2}{R}=\frac{100\times100}{4\times5}=500\text{W}$$

② の接續では，5Ω を 2 箇並列とすると，合成抵抗は 2.5Ω となるから回路の全合成抵抗は　$2.5\times2=5\Omega$　となり

電流　$I=\frac{100}{5}=20\text{A}$

電力　$P=EI=100\times20=2{,}000\text{W}$ (2 kW)

(註) 1,000 ワットは 1 キロワット (kW) に相當する．

或は又　$P=\frac{E^2}{R}\times10^{-3}=\frac{100\times100}{5}\times10^{-3}=2\text{kW}$

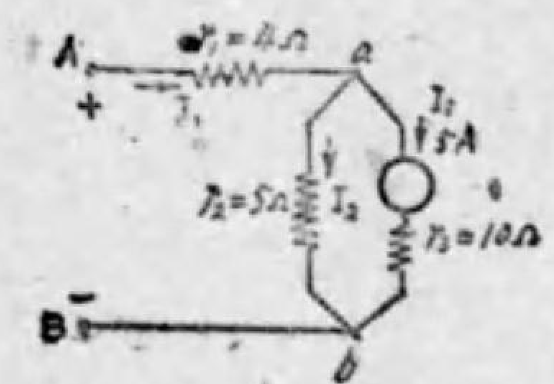
$$P=I^2R\times10^{-3}=20\times20\times5\times10^{-3}=2\text{kW}$$

③ の接續では　合成抵抗　$R=\frac{5}{4}=1.25\Omega$

電　流　$I=\frac{100}{1.25}=80\,\text{A}$

$$P=EI\times10^{-3}=100\times80\times10^{-3}=8\ \text{kW}$$

$P=I^2R\times10^{-3}$　又は　$P=\frac{E^2}{R}\times10^{-3}$　から求めても同様である．



第 2.70 圖

【例 2】 第 2.70 圖ノ如キ回路ノ全消費電力ヲ求メヨ．

但シ，電流計ノ讀ミハ 5 A ＝シテ，其ノ內部抵抗ハ無視ス．

【指導】 前記の如くに電力の式は

$$P=EI=I^2R=\frac{E^2}{R}$$

と何れを用ひてもよいが，EI は電壓と電流が與へられた時に適し，I^2R は電流と抵抗の與へられた時，E^2/R は電壓と抵抗の與へられた時に好都合である．

本例では　$P=I^2R$　の式が便利である．

a b 間の電壓は　$I_3r_3=5\times10=50\,\text{V}$

從つて，r_2 に流れる電流　$I_2=\frac{50}{5}=10\ \text{A}$

故に，　$I_1=I_2+I_3=10+5=15\ \text{A}$

次に，r_1 r_2 r_3 に消費される電力を夫々 P_1 P_2 P_3 とすると

$$P_1=I_1^2r_1=15^2\times4=900\text{W}$$

$$P_2=I_2^2r_2=10^2\times5=500\text{W}$$

$$P_3=I_3^2r_3=5^2\times10=250\text{W}$$

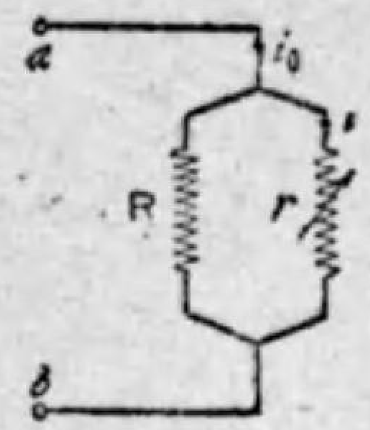
全消費電力　$P_0=P_1+P_2+P_3=900+500+250=1{,}650\text{W}$ (1.65kW)

本問を $P=EI$ の形で解くには

A B 間の電壓　$E=50+Ir_1=50+15\times4=110\ \text{V}$

$$P_0=EI=110\times15=1{,}650\ \text{W}$$

【例 3】 第 2.71 圖ノ如ク，一定抵抗 R ガ a b 間＝接續サレ，之レト並列＝可變抵抗 r アリ．今，全回路ノ電流 i_0 ガ一定ナル時，如何ナル r ノ値ノ時，此



第 2.71 圖

ノ r ニ於テ消費セラル、電力ガ最大トナルヤ.

【指導】 r に通ずる電流を i とすると, r 中に消費される電力 P は

$$P=i^2r$$

然るに分岐回路では $i=i_0\times\dfrac{R}{R+r}$

故に $P=\left(\dfrac{i_0R}{R+r}\right)^2 r=\dfrac{rR^2i_0^2}{(R+r)^2}$

上式で $R^2i_0^2$ は一定値であるから $r/(R+r)^2$ が最大となると, 消費電力 P が最大となる. 計算を容易とする爲めに, 分母子を轉倒して $(R+r)^2/r$ が最小となる條件を求めてもよい筈である.

$$\frac{(R+r)^2}{r}=\frac{R^2+2Rr+r^2}{r}=\frac{R^2}{r}+2R+r$$

此の式で, 一定値である R の項を除くと

$$y=\frac{R^2}{r}+r$$

故に, 此の y の値を最小とすればよいことが分る. 然るに, 此の 2 數の積は $\dfrac{R^2}{r}\times r=R^2$ で一定數であるから, 前にも述べた代數學の定理より, 2 數の和の最小となるのは 2 數の相等しい時であつて

$$\frac{R^2}{r}=r \qquad \therefore \quad r^2=R^2 \qquad r=R$$

故に, 可變抵抗 r が一定抵抗 R と相等しい時に r 中の消費電力は最大となる

【例 4】 直流 2 線式ニ依リ電力ヲ送ルニ, 負荷ノ抵抗 20.Ω ニシテ, 其ノ電壓ヲ 104 V ニ保タントス. 電源ノ電壓ヲ 115 V トスル時, 負荷ノ受電電力, 送電電力及送電能率並線路損失, 線路抵抗ヲ求メヨ.

【指導】 說明する迄もなく, 下記の如くに求められやう.

$$負荷電流=\frac{負荷電壓}{負荷抵抗}=\frac{104}{20}=5.2\ A$$

負荷電力 $=104\times5.2=540.8$ W

送電電力 $=115\times5.2=598$ W

線路損失 $=598-540.8=57.2$ W

$$送電能率=\frac{540.8}{598}\times100=90.3\ \%$$

$$線路抵抗=\frac{電壓降下}{負荷電流}=\frac{115-104}{5.2}\fallingdotseq 2.12\ \Omega$$

【例 5】 直流 2 線式ニテ, 電源ノ電壓 110 V, 負荷電流 5 A ナル時, 送電能率ヲ94%ナラシメントス. 之レニ適スル線路抵抗及線路損失並負荷電力ヲ求メヨ

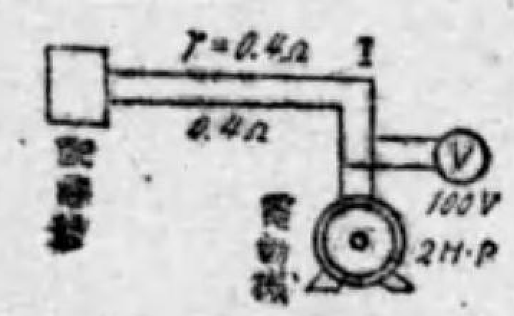
【指導】 前に求めた送電能率の式より

$$94=\frac{E}{E_0}\times100=\frac{E}{110}\times100 \qquad \therefore\ E=103.4\ V$$

負荷電力 $=103.4\times5=517$ W

線路電壓降下 $=110-103.4=6.6$ V

故に 線路抵抗 $=\dfrac{6.6}{5}=1.32\ \Omega$ 線路損失 $=I^2r=5^2\times1.32=33$ W



第 2.72 圖

【例 6】 第 2.72 圖ノ如キ結線ニテ 100V, 2 馬力ノ電動機ガ運轉サレツヽアリ. 電動機ノ能率ハ 80 %, 電線一條ノ抵抗ハ 0.4Ω ナル時, 配電盤ヨリ供給セラルベキ電力ハ何程ナルヤ.

【指導】 1 馬力は 746 ワツトに相當するから

2 馬力は $746\times2=1{,}492$ W

然して, 電動機の能率 $=\dfrac{出力}{入力}\times100$ %

從つて, 電動機の入力 $P=\dfrac{1492}{0.8}\fallingdotseq 1{,}865$ W

電動機の損失 $=1{,}865-1{,}492=373$ W

然るに, 電動機の電流は端子電壓が 100 V であるから

$$I=\frac{1865}{100}=18.65\ A$$

從つて, 配電線に於て消費される電力損失は

$$2\times I^2\times r=2\times16.85^2\times0.4=278\ W$$

故に, 配電盤より供給される電力は

$$1{,}865+278=2{,}143\ W\ (2.143\ kW)$$

2.22 電流の發熱作用

前にも述べたやうに，導体に電流が流れると云ふことは，導体内を自由電子が移動することを意味する．此の電子が導体内を移動する時に，電子の運動に對する抵抗力が表はれる．之れが今迄に述べた電氣抵抗である．

然して．此の抵抗力は電子と物質の分子との間に生ずる摩擦に依るものであつて，電子が此の摩擦力に打ち勝つて移動する時に熱が發生する．之れを電流の發熱作用と云ふ．故に，抵抗のある所へ電流が通ると，如何なる場合でも必ず熱を發生する．

前節に記したやうに，抵抗 R に電流 I が流れると，其處に I^2R ワツトの電力が消費される．此の消費された電力が總て熱に變化する．然して 1 ワツトの電力は 1 秒間に 1 ジユールの熱に變化するのであるから，I^2R ワツトの電力は 1 秒間に I^2R ジユールの熱に變化する．

然し，吾々が普通用ふる熱量の單位はカロリであつて

"1 カロリとは 4°C の水 1 立方糎（重さ 1 瓦）を 1°C だけ溫度上昇さすに要する熱量である„

然して，1 カロリ＝4.18 ジユールに相當するから，R オームの抵抗に I アンペアが流れた時，此處に發生する熱量は

$$H=\frac{I^2R}{4.18}=0.239I^2R\fallingdotseq 0.24I^2R \quad \text{カロリ/秒}$$

此の電流が t 秒間持續して流れると

$$H=0.24I^2Rt \quad \text{カロリ}$$ なる熱量が發生する．

斯樣に，發熱量は上式のやうに，電流の自乘に比例するから，交流のやうに，其の値が負（方向反對を意味する）になつても，その自乘は正となるので，熱を發生することに變りはない．

次に，1 キロワツト時（1 kWh）……1,000 ワツトの電力が 1 時間持續した時の電力量……が何カロリに相當するかを求めて見ると

$$H=0.24I^2Rt=0.24\times 1{,}000\times 3{,}600=864{,}000 \text{ cal}\fallingdotseq 860 \text{ kg.cal}$$

（註） カロリを cal と略記し，1,000 カロリを 1 キログラムカロリと云ひ kg.cal 又は k-cal と略記する．

即ち 1 kWh は 860 kg.cal に相當する．

【例 1】 100 Ω ノ抵抗＝ 0.5 A ノ電流ヲ 1 分間通ジタ時ノ發熱量ヲ計算セヨ

答 360 cal

【例 2】 100 V ノ電壓ヲ與ヘタル＝ 0.2 A ガ流レタリト云フ．30 分間ノ發熱量ヲ求メヨ．

【指導】 電力量＝$100\times 0.2\times 0.5$(時)$\times 10^{-3}=0.01$ kWh

發生熱量＝$860\times 0.01\times 10^3=8{,}640$ cal

【例 3】 能率 70% ナル電熱器ヲ用ヒテ 15°C ノ水 4 立ヲ 20 分間＝ 90°C ＝熱セントス．何 kW ノ電熱器ヲ用フベキヤ．

【指導】 1 立とは 10 糎立方であつて，$10\times 10\times 10=1{,}000$ 立方糎に相當する 1 立方糎の水は 1 瓦の重さを有して居るから

1 立の水の重さ＝ 1,000 g ＝ 1 kg（瓩）

然るに，1 kg の水の溫度を 1°C だけ上昇させるのに必要な熱量は 1,000 cal 即ち 1 kg.cal に相當する．

從つて，4 立の水を 15°C より 90°C に溫度上昇させるに必要な熱量は

立數×上昇溫度＝$4\times(90-15)=300$ kg.cal

今，W キロワツトの電熱器を 20 分間用ひて此の熱量を發生したとする．但し能率 70% だと云ふのだから，W×0.7 だけが溫水に有効に働く．

$$\left(W\times 0.7\times\frac{20}{60}\right)\times 860=300, \qquad W=\frac{300}{860\times 0.7\times\frac{20}{60}}=1.5 \text{ kW}$$

上記より公式を導くと

$$\text{電熱器容量}=\frac{\text{水の立數}\times\text{上昇溫度}}{860\times\text{電熱器能率(小數)}\times\text{時間(時)}}$$

此の式は電熱計算の基礎となるものである．

2.23 發熱作用に依る溫度上昇並に電線の安全電流

送配電線の電線でも，或は電熱器の抵抗線でも，之れに電流が流れると必ず前式で示すやうな發熱をする．然して，その發熱量は時間が經過する程大であつて此の發熱量の爲めに導体の溫度は上昇する．

然し，發熱量の增加に從つて溫度が何程でも增加するかと云ふとそうではないそれは冷えた導体に電流が流れると，夫れに依つて發生する熱は導体を加熱して其の溫度を高めるが，溫度が上昇するとそれに從つて導体から放散する熱量も增加する．然して，發生する熱量が放散する熱量よりも大きい間は導体の溫度は如何程でも上昇するが，發生熱量が放散熱量と等しくなると最早溫度は上昇しない

其處で，放熱量は如何なる式で表はされるかと云ふと，放熱面積が大きい程，又，周圍溫度との差が大きい程，それに比例して放熱量は大となる．

今，或る物体の表面積 1 平方糎より周圍溫度との差 1°C に付き e なる熱量を放散するとすれば，此の e を其の物体の放熱率と云ふ．

第 2.73 圖

其處で，第 2.73 圖に於て，半徑 r 糎，長さ l 糎なる丸電線の表面積は $2\pi rl$ であるから，放熱率を e とし，電線の到達した最終溫度を T，周圍溫度を T_0 とすると

放熱量は 1 秒間に　$2\pi rl(T-T_0)$

之れに對する發熱量は　$\dfrac{I^2R}{4.18}$

此の兩者の等しい時に電線の溫度は T となる．

$$2\pi rl(T-T_0)=\frac{I^2R}{4.18}$$

然るに，既に述べたやうに，電線の抵抗 R は長さに比例し，斷面積に反比例するから

$$R=\rho\frac{l}{S}=\rho\frac{l}{\pi r^2}$$

之れを前式に代入すると

$$2\pi rle(T-T_0)=\frac{I^2}{4.18}\times\frac{\rho l}{\pi r^2}$$

$$\therefore\quad T-T_0=\frac{1}{4.18\times2\pi^2e}\times\frac{I^2\rho}{r^3}$$

上式は，電線の放熱率，半徑，固有抵抗，電流，周圍溫度を知つて，溫度上昇 $(T-T_0)$ を計算する式である．e なる放熱率は物質及其の表面の狀態の如何に

依つて異るものである．

斯様に電線は電流の發熱作用に依つて溫度が上昇するが，使用場所や材料に依つて自から何度迄上昇してもよいと云ふ許容溫度がある．

例へば，屋外線は 40°C 以上の溫度上昇をしてはならないとか，或は木綿で被覆した卷線は 50°C 以上の溫度上昇をしてはならないと云ふやうなものである．

其處で，電線の許容溫度を定めると，之れに應ずる電流の値も自から限定される．此の許容電流を電線の安全電流と云ふ．

前式に於て　$4.18\times2\pi^2e=K$　とすると

$$T-T_0=\frac{1}{K}\cdot\frac{I^2\rho}{r^3}$$

$$\therefore\quad I=\sqrt{K}\sqrt{\frac{(T-T_0)r^3}{\rho}}=\sqrt{K}\frac{1}{\rho^{1/2}}(T-T_0)^{1/2}r^{3/2}$$

となり，安全電流は半徑 r の 3/2 乘，許容溫度上昇 $(T-T_0)$ の 1/2 乘に比例し，固有抵抗 ρ の 1/2 乘に反比例する．

從つて，電線の半徑を 4 倍にすると，安全電流は 8 倍となり，溫度上昇を 4 倍とすると，安全電流は 2 倍となる．

2.24 實在の直流回路に對する理念

上記に於て，吾々は直流回路の諸特性に對して理論的研究を行つた．然し，之れを實際の直流回路に適用するに當つては，尙，考ふべき幾多の事柄がある．此の實際的理念の裏附けがあつて，初めて先きに學んだ理論的研究が實際技術の上に燦然たる光芒を投げるに至り，有能な實際技術者へと吾々を導くのである．以下．實際的理念の數例に就て解說を加へることにしやう．

2.24.1 接續抵抗其の他

先づ例題を揭げる．

【例】引込ロヨリ 250m ノ点ニ 100V, 50W ノ電燈 20 箇アリ．此ノ端子電壓ヲ 100 V ニ維持スル爲メニハ，引込ロノ電壓ヲ何 V トスベキヤ．

但シ，使用電線 100m ノ抵抗ヲ 0.1Ω トス．

之れを次の如くに解いたとしやう．

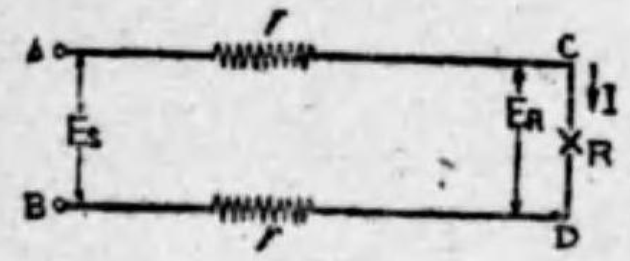
電線片線の抵抗　$r=0.1\times\dfrac{250}{100}=0.25\Omega$

往復 2 線の抵抗　　$2r=2\times0.25=0.5\ \Omega$

電燈 1 箇の電流　　$i=\dfrac{\text{電力(ワット)}}{\text{電壓(ボルト)}}=\dfrac{50}{100}=0.5\ \mathrm{A}$

全　電　流　　$I=20i=20\times0.5=10\ \mathrm{A}$

故に　引込口電壓　　$E_s=100+2Ir=100+10\times0.5=105\ \mathrm{V}$



第 2.74 圖

之れを圖示すると第 2.74 圖の如くであつて，上記の解答で理論上少しも支障はなく，問題として出題せられたなら，此の解答で滿足である．又，次の如くにも計算される．

電燈 1 箇の抵抗　$R'=\dfrac{\text{電力}}{(\text{電流})^2}=\dfrac{(\text{電壓})^2}{\text{電力}}=\dfrac{50}{0.5^2}=\dfrac{100\times100}{50}=200\Omega$

20 燈を並列とした合成抵抗　　$R=\dfrac{R'}{20}=\dfrac{200}{20}=10\Omega$

$$E_s=I(R+2r)=10\times(10+0.5)=105\ \mathrm{V}$$

然し，本問を一度び，實際問題として考ふるなら，換言すると，實際上，斯様な要求に應するには，引込口の電壓 Es の値は 105 V では不滿足である．

何となれば，100m の抵抗が 0.1Ω であれば，理論上 250m では 0.25Ω となるが，實際の場合には之れよりも大きく，多くの場合，少くとも 2 割は大きく取らねばならない．之れは往復 500 m が 1 本の電線で架線せらるゝものでなく，接續しなければならないから，接續に依る抵抗增加も考へられるし，機器の端子に於ける接觸抵抗，開閉器端子の接續抵抗，同，刄の接觸抵抗，積算計器の電流線輪の抵抗等をも考へねばならない．

尙，電流も負荷電流ばかりとは限らない．電線被覆を通じて他方に漏洩する電流もあれば，積算計器の電壓線輪に流れる電流もある．然し，是等は負荷電流の何百分の一，何千分の一と云ふのであるから，計算上，之れを無視しても一向差支へはない．と云ふことは，引込口電壓を求める計算には，省略してもよいと云ふ意味であつて，申す迄もなく，漏洩電流から絶緣抵抗を求める

$$\text{絶緣抵抗}=\text{電壓}\div\text{漏洩電流}$$

の場合には，之れが計算の主体となる．

從つて，本例のやうな回路を實在回路として取扱ふ場合には，少くとも上記の理由に依る抵抗增加を考へねば，滿足な結果が得られない．と云ふことは，$E_s=105\mathrm{V}$ とすると，E_R は 100V 以下となることを意味する．

之れは，問題の實際的吟味の一例であるが，100 m で 0.1 Ω の抵抗と云へば，其の電線の太さは

$$\text{抵抗}=\text{固有抵抗}\times\frac{\text{長　さ}}{\text{切斷面積}}$$

今，軟銅線にて，切斷面積 1mm², 長さ 1m の抵抗を $\rho=\dfrac{1}{58}\Omega$ とすると

$$\text{切斷面積}\quad S=\text{圓周率}\times(\text{半徑})^2=\pi r^2=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2=\frac{\pi}{4}d^2$$

此の長さが l m であると

$$\text{抵抗}\quad R=\rho\times\frac{l}{S}=\rho\frac{4l}{\pi d^2}$$

$$d^2=\rho\frac{4l}{\pi d^2}\quad\therefore\ d=2\sqrt{\frac{\rho l}{\pi R}}=2\sqrt{\frac{1/58\times100}{3.14\times0.1}}\fallingdotseq4.7\ \mathrm{mm}$$

之れに近似した 5 mm の電線 (0.09 Ω) が用ひられたものとすると，安全電流は（第一種及第二種絶緣電線で 90A．同じく第三種及第四種で 65A）であつて，10 A に對し十分に餘裕がある．

斯様に問題を深く掘り下げて實際的に考慮する態度を持續すれば，回路計算の學習が直ちに諸君の實務に供せられ，實際技術者としての活眼が開かれるであらう．

2.24.2　漏洩電流に就て

先きにも述べたやうに，電線に流れる全電流には負荷電流の他に，電線被覆，絶緣碍子，造營材，大地等を通じて漏洩して他の線にと流れる漏洩電流がある．之れは，回路の電壓が低い場合には極く微小なもので問題ではないが，電壓が高くなり，負荷電流の小さい場合には無視し得ないものとなる．此の漏洩回路の抵抗が即ち回路の絶緣抵抗である．

脇道に入るが，電力傳送の苦心は，なるべく損失を少く送電することであつて之れが爲めには導体抵抗を少くしなければならない．

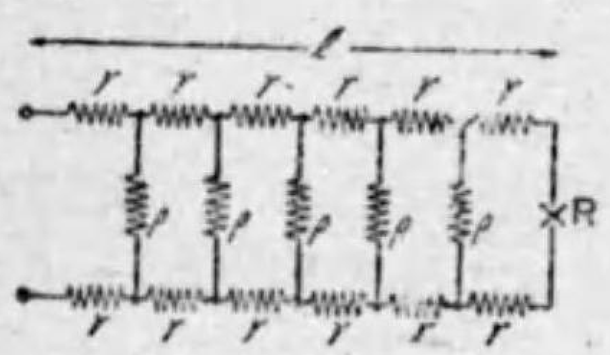
從つて，電氣回路用の電線としては，抵抗の少い銅線が廣く一般的に採用される．最も抵抗の少いのは銀であるが高價である……即ち，產出量が少い……から

一般的でない．然し，近來，戰時下に於ける重要物資不足の折柄，銅材を節約してアルミニウム線が廣く採用されつゝある．但し，アルミニウム線は抵抗が銅線よりも大きく，接續に困難な欠点がある．

扨，漏洩電流に戻るが，漏洩電流は何の役にも立たない．否，却つて感電，火災の原因，其の他，金屬体の侵蝕原因となり，有害であるから，極力之れを小さくしなければならない．從つて，高電壓となる程絕緣抵抗を大とする．之れを要するに電力傳送に於て，導体抵抗を低下することが重要である半面に於て，絕緣抵抗を大としなければならない半面を有し，何れも同等に緊要な問題である．

然るに，やゝもすると，前者を重視して後者を輕視する．例へば，回路計算の問題でも，導体抵抗に關する計算を主として，絕緣抵抗に關する計算が少い．之れは，導体抵抗は一定であるが，後述するやうに，絕緣抵抗は不定であり不安定であることも計算問題に不向きな原因である．然し，それだからと云つて，絕緣抵抗に關する計算を粗略に取扱つてはならない．此處で，回路の絕緣抵抗の取扱ひをやゝ詳しく述べたのも，此の点を思ふ講者の老婆心の表はれである．

扨，漏洩回路を含んだ實在の直流回路を圖示すると第 2.75 圖の如くである．



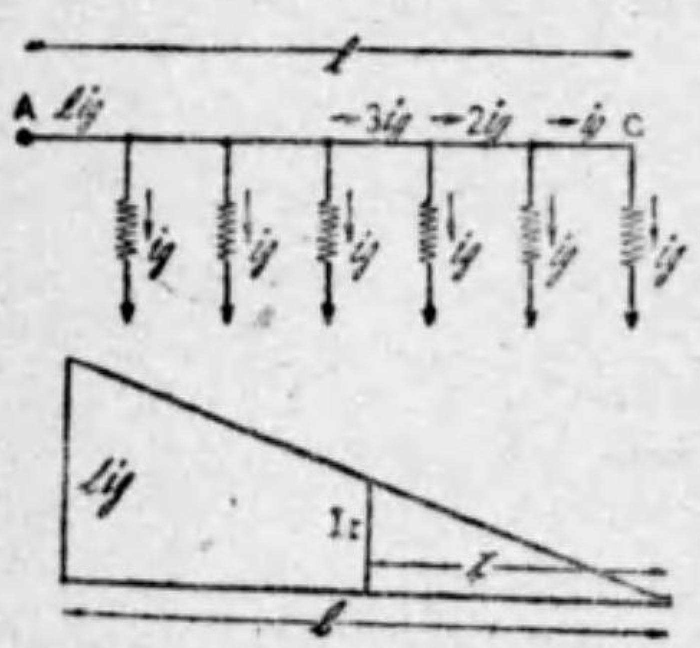
第 2.75 圖

圖に於て，r は電線單位長（1 m とか，1cm とか，1mm）の抵抗であり，R は負荷抵抗を示し，ρ は電線單位長の漏洩抵抗を表はして居る．此の回路の亘長を l とすると，電線の全抵抗 r_0 は r をひとまとめにして

電線の全導体抵抗　$r_0=2rl\ \Omega$

漏洩抵抗 ρ をひとまとめにすると，單位長で ρ であるから，長さ l では，ρ が l 本並列にあることになるので

電線の全漏洩抵抗　$\rho_0=\dfrac{\rho}{l}\ \Omega$

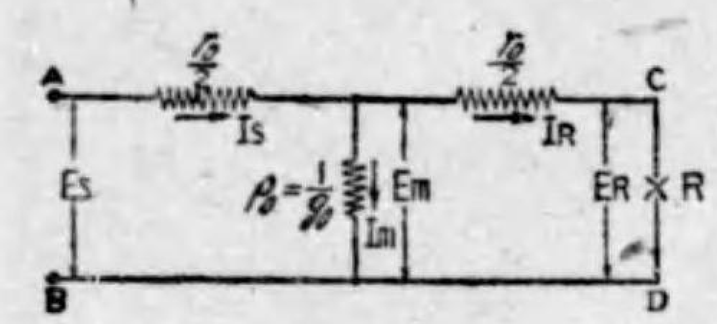


第 2.76 圖

此の漏洩電流が電線上に分布する有様の概略は，第 2.76 圖の如くに直線的になると考へてよい．即ち單位長毎の漏洩電流を i_g とすると，送電端では全漏洩電流 li_g が流れ，

受電端では零となり，線路上に於ける分布は前圖の如くに直線的となる．

實際，線路上には此の漏洩電流と負荷電流が流れるのである．然し，此の取扱ひを簡單とする爲めに，第 2.77 圖の如くに，電線亘長の中央点に全漏洩抵抗 ρ_0 が集まるものと考へる．此の場合の負荷端の電壓を E_R，負荷電流を I_R とすると送電壓の電壓 Es 及電流 Isは



第 2.77 圖

線路中央点の電壓　$E_m=E_R+I_R\times\dfrac{r_0}{2}$

但し　$r_0=2rl$

漏洩回路の電流

$$I_m=E_m\times\frac{1}{\rho_0}=g_0E_m=g_0E_R+\frac{g_0r_0}{2}I_R$$

但し　$\rho_0=\dfrac{\rho}{l}$　$g_0=\dfrac{1}{\rho_0}$

全電流　$I_s=I_R+I_m=(1+\dfrac{g_0r_0}{2})I_R+g_0E_R$

送電壓の電壓　$E_s=E_m+I_s\times\dfrac{r_0}{2}=E_R(1+\dfrac{g_0r_0}{2})+I_Rr_0(1+\dfrac{g_0r_0}{4})$

但し，上記したやうに，r_0 は電線の全抵抗であり，g_0 は全漏洩コンダクタンスである．

【補講】　此處の處は高等數學を用ひるから，强ひて理解しなくともよく，唯第 2.77 圖のやうに全漏洩抵抗が線路の中央に集中するものと考へても，漏洩電流に依る全電壓降下に就ては，少しも支障がないと云ふことを了解して戴けば十分である．

第 2.76 圖に於て，負荷端より x なる距離の線上に於ける漏洩電流 i_x の大さは

$$i_x=li_g\times\frac{x}{l}=i_gx$$

電線單位長の抵抗を r とすると，dx 間に於ける 2 線の電壓降下 e は

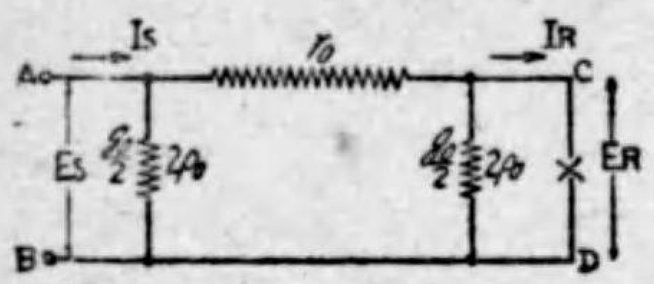
$$e=2i_xrdx$$

全電壓降下　$e_0=\displaystyle\int_0^l edx=2i_gr\int_0^l xdx=2i_gr\left|\frac{x^2}{2}\right|_0^l=2i_gl\times\frac{l}{2}r$

即ち，全漏洩電流 i_gl が $l/2$ 即ち線路の中央点に集つたと考へてよいから，第 2.77 圖の如くに取扱つても，電壓降下の点からは支障がない．

斯様に，ρ を中央に集めた等價回路を，回路の形が T の字に似て居る所より T 回路と

云ひ $\frac{g_0}{2}=\frac{1}{2\rho_0}$ が，線路の兩端に分れて存在すると考へた第 2.73 圖の如きを，回路の形が π の字に似てゐることより π 回路と稱する．此の場合の E_R I_R E_S I_S 間の關係を參考の爲めに求めると次の如くである．



第 2.73 圖

$$E_S=E_R+(I_R+\frac{g_0}{2}E_R)r_0$$
$$=E_R(1+\frac{g_0r_0}{2})+I_Rr_0$$
$$I_S=I_R+\frac{g_0}{2}E_R+\frac{g_0}{2}E_S$$
$$=I_R(1+\frac{g_0r_0}{2})+Eg_0(1+\frac{g_0r_0}{4})$$

以上に依つて，實在直流回路には，目に見える負荷抵抗回路の外に，目に見えぬ漏洩抵抗回路のあることを理解せられたものと思ふ．又，漏洩抵抗即ち絕緣抵抗は導体抵抗とは反對に，線路亘長に反比例する，線路亘長が 2 倍となれば ½ に，3 倍となれば ⅓ になることが明瞭に理解せられたことであらう．

然るに，此の絕緣抵抗は前にも述べたやうに，導体抵抗のやうに一定値でない尤も導体抵抗も溫度と共に抵抗を變化するが，其の變化量は極めて微少なものである．

即ち，絕緣抵抗は溫度，濕度等に依つて相當に變化する．殊に配電線等では，晴天の日と降雨，降雪の日では著しく相違する．此のことは交流配電線に於ける靜電容量に就ても同樣に云へる．

從つて，明確に數量的に取扱ふことは困難である．又，直流電氣鐵道に於ける電車線回路のマイナス線は軌條を用ひて居るから，其の漏洩電流は廣く大地各方面に向ひ，之れを定量的に取扱ふことは一層に困難である．

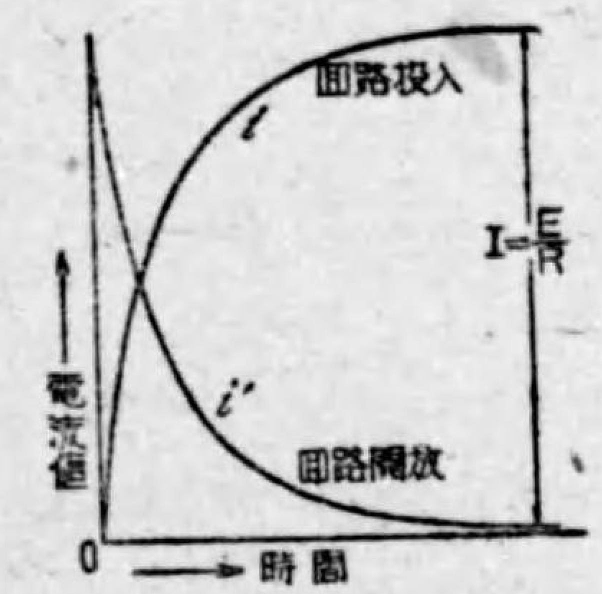
然し，實際工學と云ふものは，不可能に近い精密を追ふものでなく，實用上許し得る概算の程度を以て設計をすゝめるのであるから，常に實在回路を簡單なる電氣回路で表はし得るやうに練習を積まねばならない．

2.24.3 定常狀態と過渡狀態

直流回路では，如何なる部分，如何なる時に於ても，オームの法則が成立すると云つた．之れは純抵抗のみの回路であれば正しいのであるが，後述するやうな自己インダクタンスや靜電容量を有する回路では，回路を投入した瞬間と開放した瞬間に於ては，一時的であるがオームの法則が成立しない．斯樣なオームの法則の成立しない過渡期を回路の過渡狀態と稱し，其の瞬間が過ぎてオームの法則が正しく成立するやうになつた狀態を定常狀態と云ふ．

如何なる電線にせよ，電流が通ると其の周圍に磁力線を生ずるから，大なり小なり自己インダクタンスを有することになる，又，電線間は必ず蓄電器を形成するから靜電容量を有する．從つて，如何なる直流回路でも必ず此の過渡狀態が存在する譯である．

今，其の一例を圖示すると第 2.79 圖の如くである．即ち，回路を投入した時の電流を i とすると，時間 t に對して圖の如くに逐次に增加して，或る時間を經て，オームの法則が示す一定值 I=E/R に達する．



第 2.79 圖

之れは，1.2 で說明したやうに，今迄回路に電流がなかつたのが，或る値の電流が流れやうとすると之れに應ずる磁力線が生ずる．之れが回路を切つて回路に電壓を誘導する．此の誘導電壓は，供給電壓と反對に電流の增加を妨げやうとする方向にあるから，電流は直ちに一定值に達し得ないで，逐次に增加して I=E/R に達する．回路を開く場合も同樣で，圖の i' の如くに，直ちに零とはならない．之れは今迄通つて居つた電流が急になくならうとするから，之れに依つて回路に作られて居つた磁力線も消滅しやうとして回路を切り，之れに誘導電壓を發生する．其の方向も前と同樣に，電流の變化を妨げんとする方向（電流を持續して流そうとする方向）にあるから，電流は急に零にならない．

之れは，丁度，慣性のある物体を急に動かそうとしても，直ちに其の速度とならずに，逐次に速度を上昇して一定值に達し，停めやうとする場合も直ちに停止せずに，次第に減速して一定值に達するのと同樣である．即ち，インダクタンスは回路の慣性に相當し，之れに磁界エネルギが貯へられる．

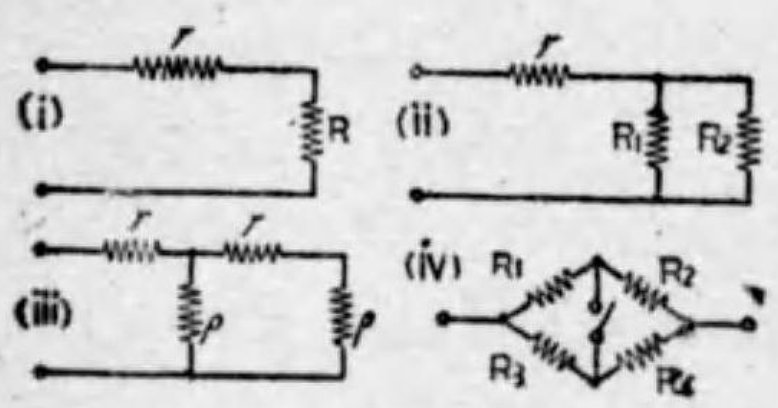
又，蓄電器回路に直流電壓を加へたときも，此の i' と同樣に，Q=CE に相當する電荷を貯へる迄は電流が流れるが，Q=CE になると電流は流れない．但し，C は蓄電器の靜電容量である．（第五章を參照）

以上，要するに回路開閉の瞬間は，オームの法則が成立しない．此の過渡狀態の長短は回路の自己インダクタンスが大きい程，靜電容量が大きい程長い．例へば，鐵心を含む直流發電機の勵磁回路の如く，インダクタンスの大きい回路，或はケーブル回路のやうに靜電容量の大きい回路では過渡時間が長くなる．故に斯樣な回路の抵抗を測定する際には，電壓を加へて直ちに測定せずに，或時間を置いてから測定しなければならない．

2.24.4 實在回路への聯想及實在回路の簡約化

回路の諸計算を行ふに際しては，上述した實在の回路を聯想し，其の回路が如何なる性質の實在回路に相當するものであるかを考へる．又，實在回路を取扱ふに際しては，之れを如何なる等價回路に導くと，比較的簡單に其の數量的關係が求められるかを考察しなければならない．

回路計算の大乘的目的は實に此處に存するのであつて，數式變化とか小手先きの計算は小乘的演練に過ぎないのである．



第 2.80 圖

例へば，第 2.80 圖の回路に於て (i) の如き回路は R が負荷抵抗，r が線路抵抗を表はすのだと聯想され，(ii) は負荷抵抗 R_1 R_2 と 2 つが並列にある回路と考へられ，(iii) は ρ が絕緣抵抗（漏洩抵抗）を表はすと想像され，(iv) は抵抗を測定するホイートストーンブリッヂ回路であると推察せられるのである．尙，實在回路を等價回路とするには，何が何に比較して極めて小さいから省略されるかをよく判斷して，簡略化を期さねばならない．

2.25 計算解法に對する理念の種々相

個々の計算に對する考へ方に系統を與へ，組織化したものを解法理念とするなら，其の種類は多くない．從つて，先づ之れに通曉することが大切であつて，例を碁或は將棋に取るなら，此の解法理念は定跡に相當する．定跡を學ばずに，何年碁や棋將をやつた處が，所詮，ザル碁，ヘボ將棋の境地を脫し得ない．勿論，夕涼みの慰みに圍む將棋であれば，ヘボであつたとて，何であつたとて娛樂となれば夫れでよい．

然し，吾々が學びつゝある電氣的諸計算は，直ちに吾々の技術に活用せられるのであるから，ヘボでは相濟まない．

上述した處より，以下に於て述べる計算解法に對する諸理念は，何を措いても徹底的に把握しなければならない事項であることが了解せられやう．

2.25.1 數學的演練

之れは解法理念ではないが，理念を自由に驅使する最も大きな要素である．

數學に上達する道はたつた一つ“問題を數多く解く„に盡きる．勿論其の原理は理論的に了解して居らねばならない．

例へば，$ax^2+bx+c=0$ の解が $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

だと公式的に知るだけでは不充分である．

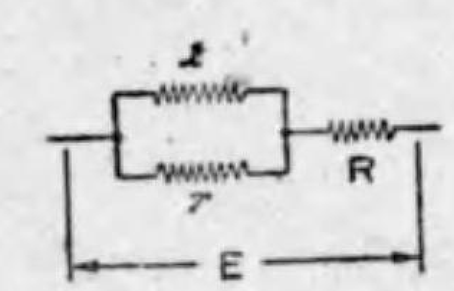
$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0 \longrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2 \longrightarrow x=-\frac{b}{2a}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}}$$

上記の順序で二次方程式の解となることを知り，此の公式を用ひて，幾多の二次方程式を解いて見る．

數學の素養が充分でないと，式の運用に馴れてゐないと，折角出來る計算が遂に結果に達し得ない．

極端には，計算に對する實際的手腕は，數式の運用に對する巧拙の如何だとさへ云ひ得る．例へば，第 2.81 圖のやうに，旣知抵抗 R と r，未知抵抗 x なる回路に於て，電壓 E を與へたとき，消費電力が W．とすれば，抵抗 x の値は何程かと云ふに，此の回路の電流を I，合成抵抗を R_0 とすれば



第 2.81 圖

$$W=EI=E\times\frac{E}{R_0}=\frac{E^2}{R_0} \qquad R_0=\frac{E^2}{W}$$

$$又\quad R_0=\frac{E^2}{W}=\frac{rx}{r+x}+R \qquad \frac{rx}{r+x}=\frac{E^2}{W}-R \;\cdots\cdots(1)$$

此の (1) 式から x を求めるのであるが，(1) 式の儘では厄介であるから，此の兩邊の逆數を取つて

$$\frac{r+x}{rx}=\frac{1}{x}+\frac{1}{r}=\frac{1}{\frac{E^2}{W}-R}=\frac{W}{E^2-WR}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{W}{E^2-WR}-\frac{1}{r}=\frac{W(r+R)-E^2}{r(E^2-WR)}$$

$$\therefore\quad x=\frac{r(E^2-WR)}{W(R+r)-E^2}$$

として x が求められる．此の運算で (1) の兩邊の逆數を取つたことが，計算を簡單とするこつである．(他の方法でも出來るが，x が右邊に行つたり左邊に來たりして計算に面倒である) 扨て，斯く x を求めたからとて其の儘としてはならない．

❶ 他の方法で x をもう一度出してみるとか

❷ 式の内の數値を極限値として，正しいかどうかを見る．例へば，$x=0$ の場合は x の式の分子は零で

$$E^2-WR=0 \qquad W=\frac{E^2}{R}$$

r には電流が流れない．…$x=0$ で短絡されるから… 從つて，此の時の消費電力は上式の通りになる．

或は，$x=\infty$ (無限大) の場合は如何と云ふに，x の式の分母が零となるを要し

$$W(R+r)-E^2=0 \qquad W=\frac{E^2}{R+r}$$

x が開路されるのだから，R と r の直列回路となり，上式は成立する．

即ち，$x=0$, $x=\infty$ の兩極限で，解式の正しく成立することが分る．

❸ 式の單位次元を調べる．x の式に於て分母は

$$(\text{電力}\times\text{抵抗})-(\text{電壓})^2=(\text{電壓}\times\text{電流}\times\text{抵抗})-(\text{電壓})^2$$

$$=(\text{電壓}\times\frac{\text{電壓}}{\text{抵抗}}\times\text{抵抗})-(\text{電壓})^2=(\text{電壓})^2-(\text{電壓})^2=(\text{電壓})^2$$

從つて，分母の單位次元 (嚴格な意味の單位次元ではないが) は (電壓)^2 である．

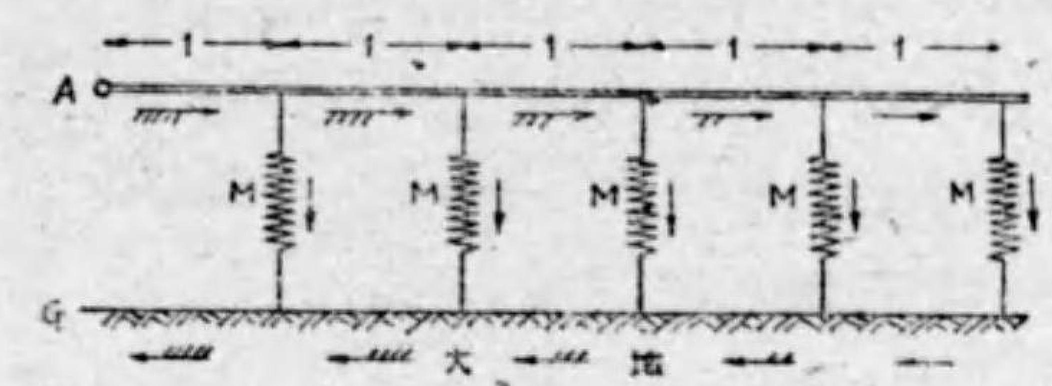
次に，分子は同樣に　$\text{抵抗}\times(\text{電壓}^2-\text{電壓}^2)=\text{抵抗}\times(\text{電壓})^2$

で．之れを (電壓)^2 の分母で割ると　$x=\text{抵抗}$

となり，x の單位次元が正しく抵抗で出て來ることが分る．

2.25.2 根本的考察

頭がいゝとか惡いとか云ふことは，同じ物事を考へるのに其の根本を考へるか考へないかにある．根本を考ふれば誤つたとしても大過はない．根本を知らずに形式のみを追つたのでは，大詰に至つてとんだ物笑ひとなることすらある．



第 2.82 圖

例へば，配電線の對地絶縁抵抗が，1 粁に就て M メグオームあつたとすれば，l 粁での絶縁抵抗をいくらかと云ふに，どうかすると，1 粁で M だから l 粁では lM だと答へる．一体對地絶縁抵抗とはどんなものかを根本的に考へて見ないから，常識的に導体抵抗と同樣に，長さに比例すると漠然と決めて仕舞ふのである．對地絶縁抵抗とは申す迄もなく，心線と大地間の抵抗のことであるから，第 2.82 圖のやうな回路となる．然而，此の絶縁抵抗 M は導体抵抗に比して著しく大きいから，絶縁抵抗を考へるときには，導体抵抗を略して考へても殆んど誤りはない．從つて，l 粁では M が l ヶ並列にあることゝ考へられるから

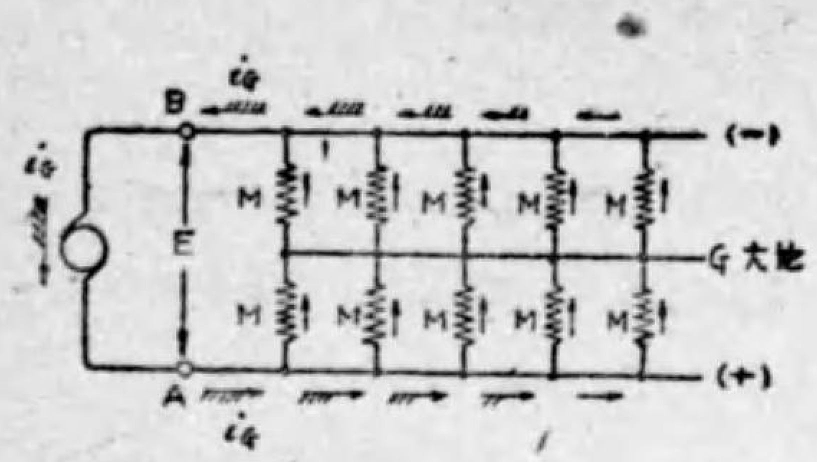
$$\text{合成絶縁抵抗}=\frac{M}{l}$$　$M=5$ $l=5$ とすれば合成絶縁抵抗は 1 メグオームとなる

即ち，此の場合は，對地絶縁抵抗とは如何なるものかと云ふことを，根本的に考へてからでないと着手出來ない．

從つて，今，此の A 線を二線式の片線と考へて，線間電壓を E とすれば，片線の對地電壓は E/2 となり，之れが A, G 間に加はるから，漏洩電流 (負荷を通じないで，絶縁物を通じて流れる電流) は

$$i_G=\frac{E}{2}\div\frac{M}{l}=\frac{lE}{2M}$$

としたとすれば，之れも亦，根本を考へない誤つたことである．何となれば，電源の對地絶縁が完全であるとすれば，大地からの i_G はどの道を通つて A に歸るか，歸る道がない．いくら電氣が器用者であつても，道のついてゐない，元に歸れないやうな流れ方は出來ないのである．



第 2.83 圖

處が，他の B 線を考へると，之れにも A と同樣に對地絕緣抵抗がある兩線が同樣な狀態にあつて，B 線の對地絕緣抵抗も矢張り 1 粁に付き M メグオームであつたとすれば，第 2.83 圖の如くになる．然も G 点は大地の抵抗を零とすれば，總て同電位であつて，電流は圖上記入の如くに，A の M より直ちに，之れに相應する B の M に入り，漏洩電流 i_G は電源を通じて完全な閉回路を形成する．

$$\text{故に，}\quad \text{漏洩電流}\quad i_G=E\div\frac{2M}{l}=\frac{El}{2M}$$

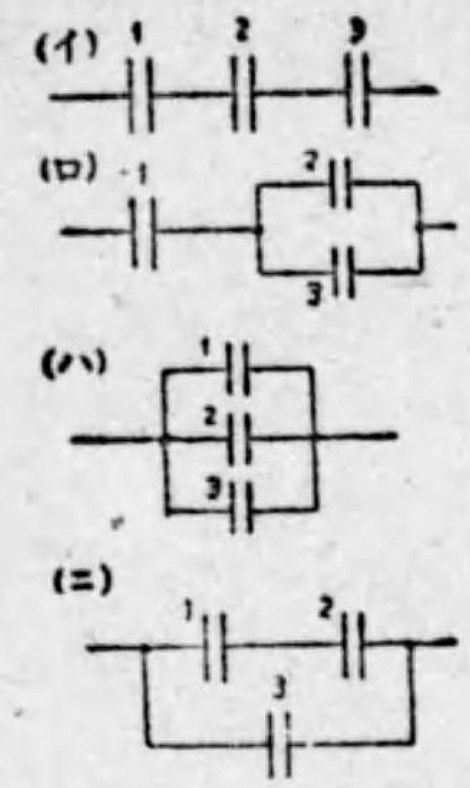
結果は先の場合と全く同一であるが，前者は根本的の考へ方が出來てゐないもの，後者は根本的に考へられたものである．

若し此の對地絕緣抵抗が兩線一括して測定せられたものなら，M は M/2 を得るから $i_G=El/M$ とならう．諸君は尙，兩線間直接の絕緣抵抗を考へた時，電源の中性点が接地されたとき，片線が接地された場合に就て根本的に考へて見られよ．

以上は根本的に考へることの要領を示した簡單な例であるが，如何に難しい問題にせよ，突き込んでその根本を考ふるなら，解答に達することはさして難事でない．先づ基礎を作れと云ふ講者等の年來の主張は，全く此の点を云つて居るのである．

2.25.3 系統的考察

名探偵の搜索振りを見ると，順を追ひ，秩序を立てゝ理路整然たるものである吾々が計算解法の名人となるにも，矢張り此の心得がなくてはならぬ．唯，漠然と考へてはならない．例へば「相等しき靜電容量を有する蓄電器三個を以て異りたる合成靜電容量を得よ」と云ふ問題で，出來あたりばつたりに列べて見るやうでは，思考に時間を要し，然も氣付かない列べ方が出て來る．之れを系統的に考ふる爲めに，先づ第 2.84 圖（イ）の如くに 1, 2, 3 を直列に置く．次に 2 と 3 を並列として（ロ）を得る．更らに 1 も並列として（ハ）を得，次に 1 と 2 を直列として（ニ）を得る．之れで合計四種の異つた靜電容量を得る譯である．更



第 2.84 圖

に（ニ）で 3 も直列とすると（イ）に歸る．唯，考へて居たのでは（ニ）の接續，或は（ロ）の接續に思ひ及ばないことがある．此の蓄電器の數が增すと益々考へ方に系統を與へねばならない必要を痛感するのである（例へば 4 個だと 9 種の接續が得られる．試みられよ）

以上で 1 個の蓄電器の靜電容量を C として，各場合の合成靜電容量 C_0 の値を求めて置こう．

$$\text{（イ）}\quad C_0=\frac{1}{\frac{1}{C}+\frac{1}{C}+\frac{1}{C}}=\frac{1}{3}C$$

$$\text{（ロ）}\quad C_0=\frac{2C\times C}{2C+C}=\frac{2}{3}C$$

$$\text{（ハ）}\quad C_0=C+C+C=3C \qquad \text{（ニ）}\quad C_0=\frac{C}{2}+C=\frac{3}{2}C$$

斯樣な合成靜電容量の求め方に於ても，何故，こうなるかを根本的に何時でも證明出來るやうにして，結果として合成抵抗の求め方と反對だと强く記憶をして置く．

2.25.4 八方的考察

一つの計算を說くにも，種々なる方法がある．吾々はやゝもすると，一問一解で滿足する傾向がある．之れでは，所詮，習練者となり得ない，唯，解きさへすればよいと云ふのではない．夫れでは尙レベル以下だ．如何に巧みに解くか，それが其の人の眞の器量となるのである．

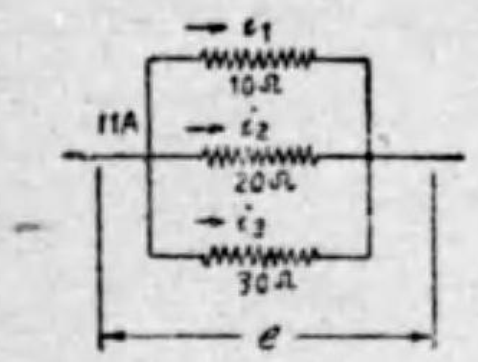
第一の方法で解いて居ると，第二の方法に氣付く．第二の方法を試みて居ると第三の方法に思ひ及ぶ．斯樣な人は應用能力の優秀な人であつて，依つて來つた理由は，深い考察の結果，自から各種の型に通ずるに至つたのである．

例へば，オームの法則で $R=\frac{E}{I}$ とのみ理解して居るのでは心細い．

$$R=\frac{E}{I}=\frac{E\times E}{I\times E}=\frac{E^2}{W} \qquad \text{或は}\quad I^2R=W \quad \text{より}\quad R=\frac{W}{I^2}$$

と 3 つの形で R を求めることを考へて置く．或は茲に 3 つの抵抗 10Ω, 20Ω, 30Ω が並列にあつて，之れに 11 A の電流が流入するとき，各抵抗に分流する電

流 i_1, i_2, i_3 を求めよ． と云ふ問題を解くのに，先づ 20Ω と 30Ω の合成抵抗を求め



第 2.85 圖

$$R_{13}=\frac{20\times30}{20+30}=12\,\Omega$$

10Ω と 20Ω の合成抵抗では不盡數となり，取扱ひが面倒であるから，20Ω と 30Ω の合成抵抗とした．斯樣な見透しをつけることも計算解法上の重要な"こつ"である．

10Ω と R_{13} に分流する電流は

$$10\Omega\ の電流\quad i_1=11\times\frac{12}{10+12}=6\ \mathrm{A}$$

$$R_{13}\ の電流\quad i_{13}=11\times\frac{10}{10+12}=5\ \mathrm{A}$$

とするのも一つの方法であるが，$i_{13}=11-6=5\mathrm{A}$ の方が簡單である．(之れが次項の兩面的考察の一例である)

$$故に\quad 20\Omega\ の電流\quad i_2=5\times\frac{30}{20+30}=3\ \mathrm{A}$$

$$30\Omega\ の電流\quad i_3=5-3=2\ \mathrm{A}$$

上記の方法でもよい譯であるが，又，全合成抵抗を求めて

$$R_0=\frac{1}{\frac{1}{10}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}}=\frac{1}{\frac{6+3+2}{60}}=\frac{60}{11}\,\Omega$$

故に，此の抵抗兩端の電壓は

$$e=11R_0=11\times\frac{60}{11}=60\ \mathrm{V}$$

$$從つて\quad i_1=\frac{e}{10}=\frac{60}{10}=6\mathrm{A}\qquad i_2=\frac{60}{20}=3\mathrm{A}\qquad i_3=\frac{60}{30}=2\mathrm{A}$$

此の方法でやると，抵抗がいくつでも簡單に行ひ得るから，上記の方法よりも優れて居る．或は又

$$i_1+i_2+i_3=11\cdots\cdots\cdots\cdots(1)\qquad 10i_1=20i_2=30i_3\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

の式を立てゝ，(2) 式より $i_2=\frac{1}{2}i_1$ $i_3=\frac{1}{3}i_1$ 之れを (1) 式に代入して

$$i_1+\frac{1}{2}i_1+\frac{1}{3}i_1=11\qquad \frac{11}{6}i_1=11\qquad i_1=11\times\frac{6}{11}=6\mathrm{A}$$

$$從つて\quad i_2=\frac{1}{2}\times6=3\mathrm{A}\qquad i_3=\frac{1}{3}\times6=2\mathrm{A}$$

と求められる．要するに本問は上記のやうに，3 つの方法で解ける．斯くして，初めて此の問題の與へられた條件での解法を卒業したのである．其の次ぎは更に進んで條件を變へて考へてみる．例へば，$i_1=6\mathrm{A}$ と 20Ω, 30Ω, 11A が解つて居つて，i_1 の抵抗が何 Ω か求めて見る．30Ω と 20Ω の合成抵抗に流れる電流は $11-6=5\mathrm{A}$ であるから

$$回路の電壓\quad e=(11-6)\times\frac{30\times20}{30+20}=60\ \mathrm{V}$$

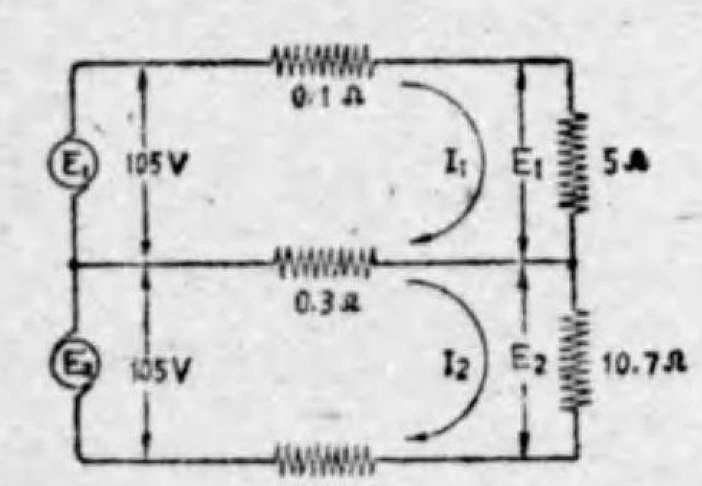
$$i_1\ の抵抗=\frac{e}{i_1}=\frac{60}{6}=10\Omega$$

尙，問題は如何樣にでも變化して考へられるのであつて，是等の考察が一通り濟むと，先づ此の問題に卒業したものとして次に進んでよい．

上記に依つて諸君は，如何にして計算解法の種々の方法に通ずるかの要領を悟られたことゝ思ふ．

2.25.5 兩面的考察

一本道の左右から來た騎士が，路傍に吊り下げられた楯を見て，金だ，銀だと爭ひ，遂にお互ひの生命を落した．よく見ると，此の楯は片面が金で，片面が銀であつたと云ふ．此の物語は，物事の眞實を窮めるには，表裏より併せて考察せねばならないと敎へて居るのである．



第 2.86 圖

吾々が計算問題に於ても，一方から考察するばかりでなく，他方からも考察する．斯くすると，一方から考察して出來なかつた問題が，他方から考察して容易に出來たり，或は兩方面から考察した結果が一致することに依つて驗算の一つの方法ともし得るのである．

例へば，第 2.86 圖のやうな 3 線式回路に於て，負荷抵抗の端子電壓を求めるのに，E_1 よりの電流を I_1，E_2 よりの電流を I_2 とすると

$$0.1I_1+5I_1+0.3(I_1-I_2)=105 \qquad -0.3(I_1-I_2)+10.7I_2+0.1I_2=105$$

此の兩式を I_1 及 I_2 で解くに，上式を整理して

$$5.4I_1-0.3I_2=105 \qquad -0.3I_1+11.1I_2=105$$

兩邊の差を取ると　$5.7I_1-11.4I_2=0$　$I_2=\frac{1}{2}I_1$

之れを先の式に代入して　$5.4I_1-0.15I_1=105$

$5.25I_1=105$　　$\therefore\ I_1=20A$　　又　$I_2=10A$

各負荷抵抗の端子電壓を求めるに

$$E_1=105-0.1\times20-0.3\times(20-10)=100\ V$$

$$E_2=105+0.3\times(20-10)-0.1\times10=107\ V$$

とするのであるが，一方から考へると

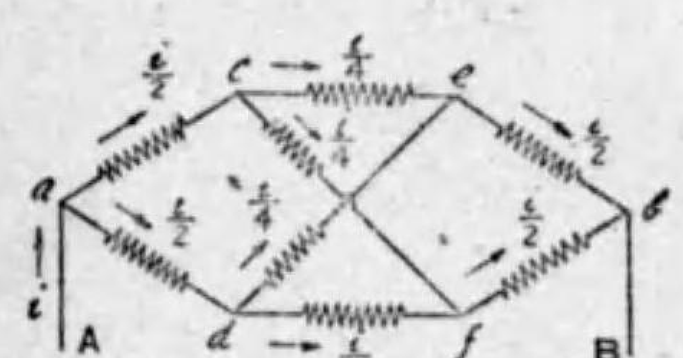
$$E_1=5I_1=5\times20=100\ V \qquad E_2=10.7I_2=10.7\times10=107\ V$$

と簡單に求められる．即ち，E_1 及 E_2 は電源側の一面から見るだけでなく，負荷側からも考へねばならない．先の方法に依ると，+，− の計算を誤り易い．尤も負荷側から求めたゞけでなく，電源側から求めて兩者が一致するか否かを見る注意が，特に 3 線式の問題に於て必要である．

斯く見地を變へて考へると云ふことは大切な事柄であるから，充分に体得して置かれ度い．

2.25.6 洞察と臨機應變

見透しとか，臨機應變の處置は，こうだからこうせよと，一律的に云へるものでない．せめて百題位の例題で一々之れを示せば，諸君も納得せられやうが，1つや2つの例では型を示すに過ぎない．又人に依つて見透しも臨機應變の處置も異るから，個性に應じて發達して行くべき性質のものであらう．そうとばかりはつて居られないから，一例を以て譯者の云はんとする處の輪廓を示して置こう．



第 2.87 圖

例へは，相等しい抵抗 r を以て，第 2.87 圖の如き回路を作つた時，合成抵抗は何程かと云ふ問題で，之れを正直に解こうと眞正面からかゝつて行くと，とても歯がたゝない．然るに今，a から b に行くどの回路を取つて考へても，抵抗 3 つを經て行くか

ら，各部の電流は一様に分流すると知るのである．從つて，a より流入する電流を i とすると，a c に i/2，a d に i/2 が分流する．又，c 點に於て更らに此の i/2 が ce，cf と等分され，i/4 宛が流れる．d 點に於ても同様 d e へ i/4，d f へ i/4 である．其處で e b には i/2 が，f b も i/2 が，b 點よりは i が流出する．一邊の抵抗が r であるから，A B に加へた電壓 E は a c e b の回路を取つて考へると

$$E=\frac{i}{2}r+\frac{i}{4}r+\frac{i}{2}r=\frac{5}{4}ir$$

故に合成抵抗　$R_0=\dfrac{E}{i}=\dfrac{5}{4}r$

即ち，本回路では，普通の合成抵抗の求め方では解き難いと云ふ見透しの元に各部の電流分布を定めて解くと云ふ臨機應變の處置に出た譯である．

或は又，此の回路は上下の對稱回路であるから，a b を軸として上下を重ね合せて（c と d 點，e と f 點が重なる）

c(d) e(f) 間にて r が4つ並列で　$\dfrac{r}{4}$

a c (d) 間は r が2つ並列で　$\dfrac{r}{2}$

b e (f) 間は　〃　$\dfrac{r}{2}$

故に，合成抵抗$=\dfrac{r}{4}+\dfrac{r}{2}+\dfrac{r}{2}=\dfrac{5}{4}r$

斯樣な見透しと，臨機應變の快手腕は，前述したやうに，數多く問題を解くことに依り自得せられるのが本來の道であらう．

2.25.7 實体の把握

計算問題を解くに當つては，常に其の計算の對象となつて居る問題の本体を明かにして居らねば，單なる道場劍法に終らう．電氣は土木工學等と異り，全く計算通りに行くのであるが，然し問題そのものゝ本質から遊離した計算は何の役にも立たない．單なる紙上遊戯に過ぎない．例へば，500W の電熱器に 200V と 100V の電壓を加へた場合の各々の電流を求めよ．と云ふのに

200V の時　$\dfrac{500}{200}=2.5A$　　　100V の時　$\dfrac{500}{100}=5A$

と出したのでは，電力，電壓，電流を取扱ふ單なる數字的練習問題としては，多少の意義はあるが，吾々技術者の計算としては甚だ不見識である．何となれば，此の 500W と云ふのは，定格電壓に於ける電力である．今，電熱器の定格電壓を 100V とすると，熱線の抵抗は

$$\text{熱線の抵抗}=\frac{E^2}{W}=\frac{100\times100}{500}=20\,\Omega$$

$$100\,\text{V の時の電流は勿論}\quad\frac{500}{100}=\frac{100}{20}=5\text{A}$$

熱線の抵抗を一定とすれば

$$200\,\text{V の時の電流}\quad\frac{200}{20}=10\text{A}$$

又，電熱器の定格電壓を 200V とすると

$$\text{熱線の抵抗}=\frac{E^2}{W}=\frac{200\times200}{500}=80\,\Omega$$

$$200\,\text{V の電流}\quad\frac{500}{200}=\frac{200}{80}=2.5\text{ A}$$

熱線の抵抗を一定とすれば

$$100\text{V の時の電流}\quad\frac{100}{80}=1.25\text{A}$$

即ち，定格電壓が 100V であるか，200V であるかに依つて，電流が大いに異る第一の解答は電熱器の電力（ワツト）は一定として電流を求めたのであるが，之れは全然，架空のことで，實際上何の意義もない．

次の方法は定格電壓に於ける電力を基礎として熱線の抵抗を求め，之れを一定として電流を計算した．此の方が眞實に近いのであるが全く眞實とは云へないのである．何となれば，熱線の抵抗は其の溫度，從つて，之れに通ずる電流に依つて相違する．故に，精密には熱線の抵抗が電流に依つて如何に變化するかの關係式を求め，$R=f(i)$ なる形を得たとすれば

$$i=\frac{E}{f(i)}\qquad i\,f(i)=E$$

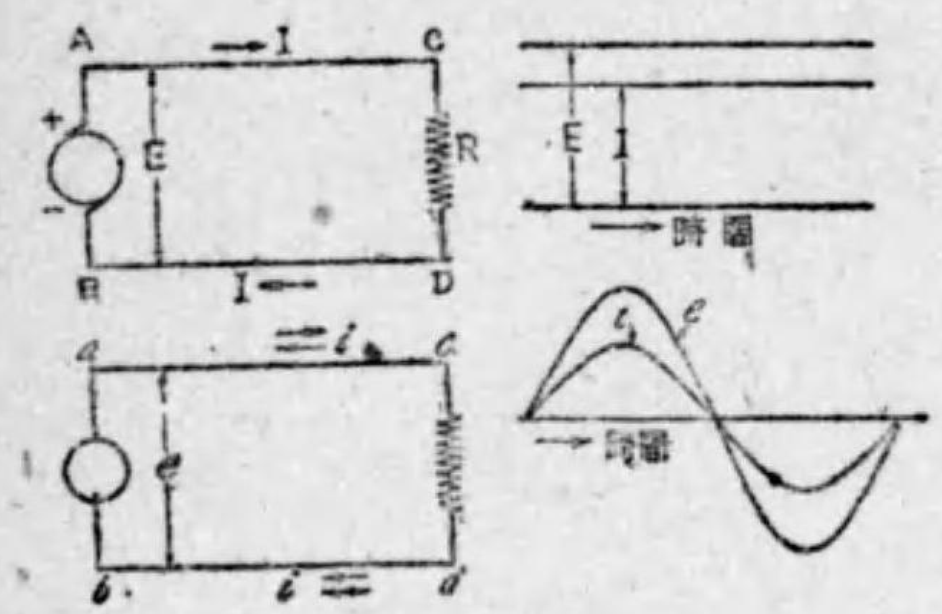
を解いて i の値を定めねばならない．然るに，此の $f(i)$ の形は熱線の性質に依つて異るから，一般に通ずる式を與へる譯には行かない．斯樣に實質的に問題の背後を確かめて，略近値としては熱線の抵抗を一定として求るのが實用的である

と知る．斯く知れば上記の計算は活き活きたる生色を得るのである．諸君も常に計算の實体的意義を把握しながら研究を進められ，之れを直ちに以て實際の仕事の上に活かされたい．

3. 交流回路計算の基礎理念

3.1 交流に對する理念

交流に對する理念を確かめる爲めに，直流と交流が如何に相違するかを考へて見やう．第 3.1 圖の上圖は抵抗 R に直流電壓 E を加へた場合で，オームの法則より $I=\dfrac{E}{R}$ なる一定値の電流が常に一定方向 A→C→D→B→A と流れる．從つて，電壓 E 及電流 I は右圖のやうに，時間を横軸に取つて表はすと，水平線と平行である 2 條の直線となる．



第 3.1 圖

此の電流 I に依つて，抵抗 R で消費される電力は，電力＝電壓×電流 より

$$R\text{の消費電力}=EI=(IR)\times I=I^2R \quad \text{ワツト}$$

然るに，下圖の如くに，抵抗 R に交流電壓を加へると，交流電壓は時々刻々と値が異るだけでなく，其の方向も異つて，最大値を E_m で表はすと，次節で述べるやうに

$$e = E_m \sin \omega t$$

なる電壓となる．即ち，時間 t に對して正弦波となる．其の狀況は右圖の通りであつて，電壓 e の値が常に變化し，方向も a が ＋ の時もあれば b が ＋ の時もあり，流れる電流 i も之れに應じて變化する．

任意の瞬間に於て $\quad i=\dfrac{e}{R} \quad$ とオームの法則が成立する．

其處で，吾々は交流に對する疑問の第一として，電流が反對方向になると，電力は負となつて仕事をしないのでないかと考へるのであるが，右圖よりも明かなやうに

$$\text{電力} \quad P=(-e)\times(-i)=ei=i^2R$$

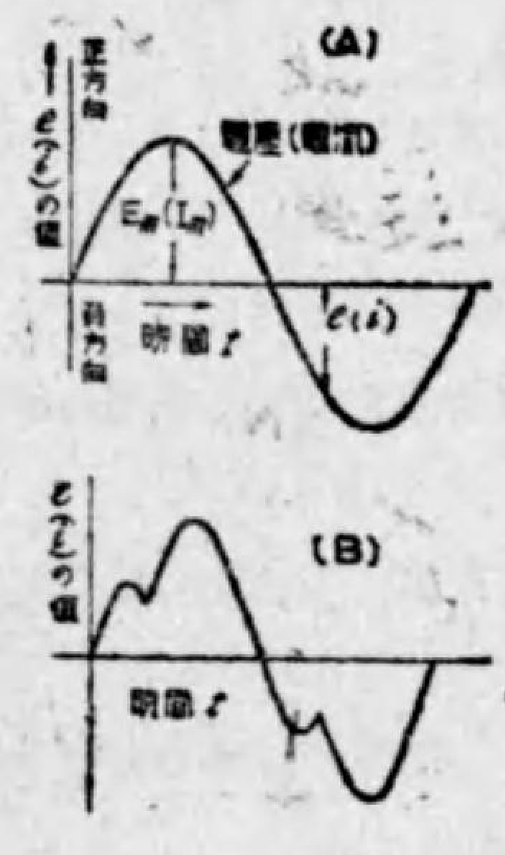
であつて，電力は電流の自乘に比例するから，負の電流も正の電力となる．之れ

は當然であつて，抵抗 R 内に消費せられる電力は熱となつて放散するのであつて，電流がどちらからどちらに通つても，熱を生ずることに變りはない．

斯くて，交流に依つても電燈及電熱器は点じられ，交流電動機も回轉される：然し，電流が一定方向に流れねばならない，電氣分解作業，電氣鍍金作業等は交流では行ひ得ない．又，電車用電動機としては，直流直卷電動機が最も優秀であるから，電鐵方面には主として直流が用ひられる．

3.2 正弦波交流の發生

前節に述べた様に，時間の經過につれて値と方向の變化する電壓又は電流を交流電壓及び交流電流と稱へる．而して，時間に對して値と方向の變化する狀態を示したものを波形と云ひ，波形が正弦的變化をなすものを正弦波形と云ふ．之に對し正弦波形をなさない波形を歪波と云ひ，第 3.2 圖 (B) に示す様な波形である．

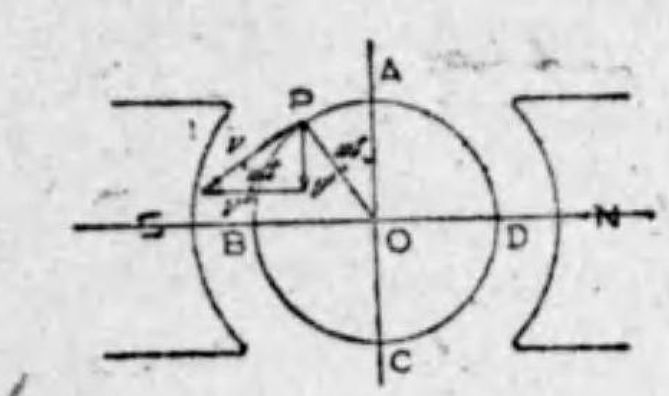


第 3.2 圖

歪波は單に此の一つのみでなく，極めて種々雜多な波形のものがある．又，其の理論も高級となる．從つて，本書で研究するのは主として正弦波形に關するもののみである．歪波に關する研究は「高級電氣計算の基礎理念」で述べる．

扨，正弦波交流に限らず，凡ゆる波形の最も高い値を有してゐる部分を最大値と云ひ，任意の瞬時に於ける値を瞬時値と云ふ．次に，正弦波交流の發生を說明する．

第 3.3 圖の N, S なる均一磁界内を導体が O を中心して，一定角速度 ω で回轉する場合，導体が A 点にある時は，磁界と平行に動いてゐるから電壓は誘導しない C 点にある時も同様である．B 点にある時は磁界と直角に導体が運動するから最大の電壓を誘導する．D 点も同様である．然し，B 点で誘導する電壓と C 点で誘導する電壓とは何れも最大電壓であるが，2 点に於ける運動方向は磁束に對して逆であるから，



第 3.3 圖

誘導する電壓の方向も兩者相反してゐる. 次に, 任意の一点 P に導体が回轉して來た瞬時にはどうか, 導体は圖の圓と切線の方向に v なる速度で動いてゐるが之れを磁界に平行及直角の 2 分力に分解すると, v″ は電壓を誘導させるのに何の役にも立たぬ. これに反し, v′ は磁界と直角關係にあるから, 電壓を誘導させるのに役立つ' 即ち, 實際は v なる速度で動いてはゐるが, 電壓を誘導させるのに有効な速度はこれより小さく v′ である.

而して $v' = v\sin\omega t$ である事が圖より判る. 故に v なる速度が全部電壓誘導に役立つた時に E_m なる電壓を誘導したものとすれば, 有効速度 v′ なる場合の電壓 e は

$$e = E_m \sin\omega t$$ となる筈である.

此の式は, 導体がどのやうな位置にあつても成立する事は勿論で, $\omega t=0$ の時は e は零である. 之れが A 点を表はす. 次に $\omega t=90°$ となると, $e=E_m$ となつて最大である. 之れが B 点である. 更に進んで $\omega t=180°$, $\omega t=270°$ となると e は再び零, E_m と變化して行く. A B C D 各点以外の点に於ても前述のやうに成立する.

即ち, 上式は電壓の最大値と瞬時値とが, 時間（或は角度）の變化に從つて如何なる關係にあるかを示す一般式である.

然して, オームの法則は交流の場合でも成立するから, 電壓が上式で表はされるとすると, 電流も從つて次式で表はされる事は當然である.

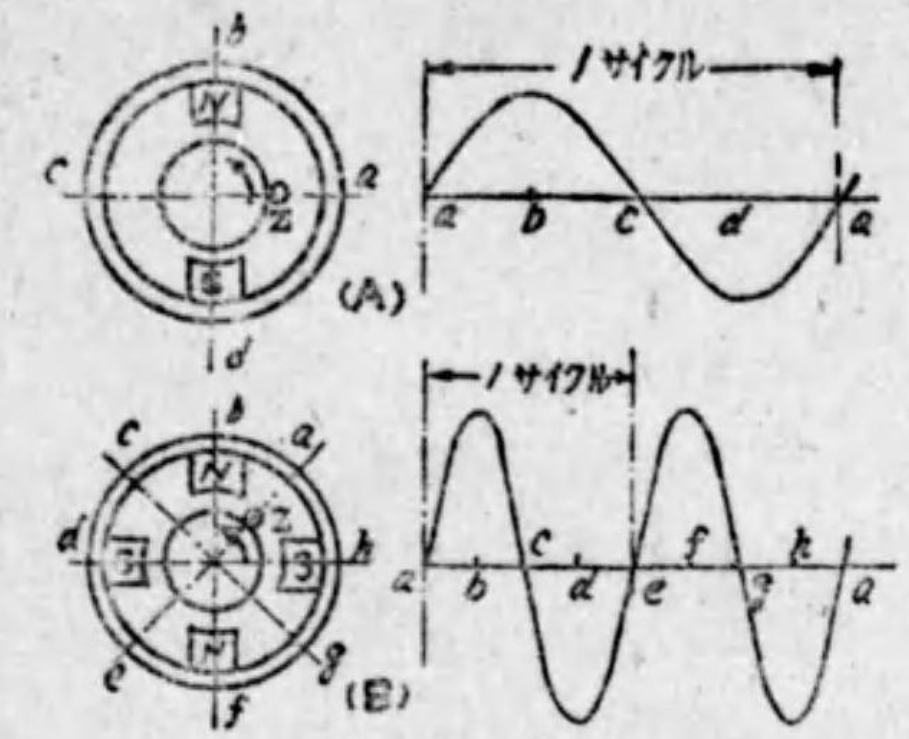
$$i = I_m \sin\omega t$$ 但し, i は瞬時値, I_m は最大値を示す.

3.3 交流發電機の極數と周波數

第 3.4 圖のやうに, 2 極, 即ち N, S 兩極のみの間に於て, 1 つの導体 Z が回轉すると, 前節で說明したやうに, 1 回轉に 1 サイクルするから, 1 秒間に n 回轉すると, 周波數 $f=n$ サイクルとなる. 然るに, 極數が 4 極となると, 1 つの N から S, S から次の N に至るとき, 1 サイクルを完成するのであるから ½ 回轉の間に 1 サイクルを發生することが了解されやう.

即ち, P を以て極數とすると

1 秒間に $f = \dfrac{Pn}{2}$ サイクル



第 3.4 圖

を發生する. 普通, 發電機や電動機の回轉數は, 毎分何程と表はされてゐるから

$$f = \frac{Pn}{2} = \frac{PN}{2\times 60}$$

$$= \frac{PN}{120} \text{ サイクル}$$

として計算される. 但し, N は 1 分間の回轉數である.

或は 回轉數 $N = \dfrac{120f}{P}$ R.P.M

（1 分間の回轉數を斯樣に表はす）

となる. 斯樣にして表はされた回轉數を特に同期速度と云ふ.

【例 1】 50 サイクル 4 極ノ A 交流發電機アリ. 今, 之レト並列運轉スル 12 極ノ B 發電機アリ. 夫々ノ回轉數ハ何程ナルヤ.

答 A 機 N=1,500 R.P.M B 機 N=500 R.P.M

【例 2】 我國ニ於ケル電燈並動力用電源トシテノ同期交流發電機ノ最高速度ハ何程ナルヤ.

【指導】 回轉數は極數に反比例するが, 極數の限度は 2 極の場合が最小である. 從つて

60 サイクルに對しては, $N = \dfrac{120\times 60}{2} = 3{,}600$ R.P.M

50 サイクルに對しては $N = \dfrac{120\times 50}{2} = 3{,}000$ R.P.M

最近のタービン發電機は斯樣な高速度のものが採用されてゐる. 此の事柄は, 勿論, 電動機の場合にも當嵌まる.

實際に使用される周波數は, 電燈電力用として 25～60 サイクル, 有線電話用として數百～數千サイクル, 無線電信電話用として數十萬～數百萬サイクルの範圍である. 我國に於ける電燈並動力用電源は 50 及 60 サイクルに 2 大別され, 中部以東は主として 50 サイクル, 中部以西には 60 サイクルが採用されてゐる 全國的に見て 60 サイクルが 57%, 50 サイクルが 41%, 其の他が 2% であつ

て, 大東亞共榮圏に於ける標準周波數としては 50 サイクルが選定されてゐる.

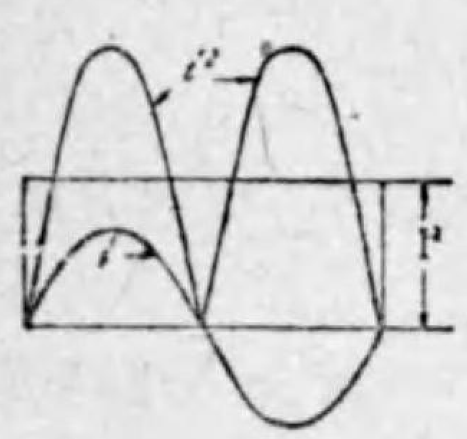
3.4 實効値, 平均値, 波形率及波高率

3.4.1 實効値の理念

吾々は電壓何ボルト, 電流何アンペアと今迄に云つて來たが, 之れは, 直流の電壓電流が常に一定の値を有するから別に問題ではなかつた. 然し, 交流になると, 電壓, 電流の値が絕えず變化するから, 電壓や電流の値を云ふのにも, 常に如何なる瞬時の電壓, 電流であるか, 時刻を指定しなければならない. 之れは, 理論的には取扱ふことは出來ても, 實際上取扱ふ場合, 又は, 電壓, 電流等を比較する場合には殆んど不可能である. 其處で, 吾々は實効値と云ふものを用ひて, 比較したり計算したりする.

然らば, 實効値とは如何なる意味かと云ふに, 今, 直流の 5 A の電流が R なる抵抗を流れた時と, 或る交流が流れた時と, 其の抵抗内に一定時間に發生する熱量が等しかつたとすると, 其の交流は 5 A の實効値を持つてゐると云ふ. 從つて, 50A の實効値を有する交流と, 50A の直流が抵抗内で發生する熱量は等しい譯である.

之れを圖に依つて今少しく說明しやう. 抵抗 R 內を直流 I_d が流れた時, t 秒間には 2.23 に說明したやうに, $H=0.24I_d^2Rt$ カロリの熱量を發生する. 交流の場合でも同樣に熱を發生するが, 電流の値が, 時々刻々に變化するから, 發生する熱も其の瞬間によつて異る. 然し, 或る瞬時を取つて考へると, 其の時の熱に變化する電力は i^2R で矢張り電流の自乘に比例する. 今, 第 3.5 圖のやうに i なる電流の自乘曲線を畫くと, 電流が負の値である時でも $(-i)^2=+i^2$ となつて, 正負兩波共に自乘曲線は水平線より上方にある. 然して, 一定時間內の發熱量は i^2 に比例するから 1 周波內の發生熱量は此の i^2 の曲線に含まれた面積に比例することになる. 此の面積が同一時間內に於て, 直流の I_d^2 に比例する發熱量を示す矩形の面積に等しいとすると, 此の直流と交流とは同一量の發熱作用をする譯である. 然して, i^2 の面積と I_d^2 の矩形面積が等しいから, I_d^2 なる高さは i^2 曲線の面積を 1 周波に就て平均した矩形の高さであると云へる. 其處で, I_d は $\sqrt{\overline{I_d^2}}$ であるから, 結局, I_d は i^2 の 1 周波の平均の平方根である. 之れが即ち $i=I_m\sin\omega t$ の實効値となる譯である.



第 3.5 圖

今, 一應, 之れを數式的に示すと, 直流 I_d に對して, 之れに相當する交流は, 各瞬時の仕事の和が I_d の仕事に相應すればよい. 今, I_d なる直流が T 秒間流れた場合, 此の間に於ける交流各瞬時の値を $i_1\ i_2\ i_3\ i_4\cdots\cdots$ とすると, 兩者の仕事の量が相等しい爲めには

$$I_d^2R\times T=i_1^2R+i_2^2R+i_3^2R+i_4^2R+\cdots\cdots=(i_1^2+i_2^2+i_3^2+i_4^2+\cdots\cdots)R$$

$$I=I_d=\sqrt{\frac{1}{T}(i_1^2+i_2^2+i_3^2+i_4^2+\cdots\cdots)}$$

即ち, 交流各瞬時値の自乘の和の平均……1/T すれば寄せ集めた時間で割つたのだから平均値となる……の平方根を取ると, 此の交流と同一の働きをする直流の値が得られる. 之れが交流の實効値であつて,

$$電流の實効値=\sqrt{\overline{i^2\ の\ 1\ 周波內の平均}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times最大値=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\quad(正弦波に對し)$$

(註) $I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$ となることは「高級電氣計算の基礎理念」を參照

例へば, 最大値が 70.7 A の交流の實効値は

$$實効値\quad I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{70.7}{\sqrt{2}}=\frac{70.7\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{70.7\times1.414}{2}=50A$$

(註) $\sqrt{2}$ は人よ人よ 1.414, $\sqrt{3}$ は人並みに 1.732 と諳記する.

次に電壓に於ても, 同樣のことが云へる. 即ち, 抵抗 R に E_d なる直流電壓を加へても, $e=E_m\sin\omega t$ なる電壓を加へても, 一定時間內に同一の發熱量であれば, $e=E_m\sin\omega t$ なる交流電壓の實効値は $E=E_d$ である.

$$\frac{E_1^2}{R}T=\left(\frac{e_1^2}{R}+\frac{e_2^2}{R}+\frac{e_3^2}{R}+\frac{e_4^2}{R}+\cdots\cdots\right)$$

$$=\frac{1}{R}(e_1^2+e_2^2+e_3^2+e_4^2+\cdots\cdots)$$

$$\therefore\quad E=E_d=\sqrt{\frac{1}{T}(e_1^2+e_2^2+e_3^2+e_4^2+\cdots\cdots)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times最大値=\frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

$$又\quad E=\sqrt{\frac{1}{T}(i_1^2R^2+i_2^2R^2+i_3^2R^2+i_4^2R^2+\cdots\cdots)}$$

$$=R\sqrt{\frac{1}{T}(i_1^2+i_2^2+i_3^2+i_4^2+\cdots\cdots)}=R\times I$$

即ち，交流電壓の實效値＝交流電流の實效値×抵抗

となつて，交流を實效値で取扱ふなら，電壓，電流，抵抗間にオームの法則が成立する．

交流用の計器は，總て此の實效値を指示するやうに製作されてゐる．……計器を動かすこと自体が仕事である……

例へば，交流回路の電壓を電壓計で測定するに 100 V であつたとすると

最大値　$E_m=\sqrt{2}\times$實效値$=1.414\times100=141.4$ V

くどいやうであるが，最大値が 70.7 A の交流は 50 A の直流と同一の仕事をし，交流電壓の最大値が 141.4 V であると，直流の 100 V と同一の仕事をする

即ち

〃交流ノ實效値トハ，之レガ一定値ノ電流トスレバ，何 A ノ直流ト同一ノ仕事ヲスルカヲ表ハス〃

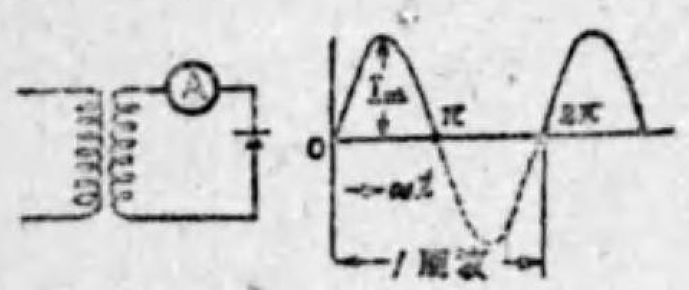
【例 1】 周波數 60 サイクル，電壓値（實效値）100 V ナル交番起電力ノ瞬時値ヲ示ス式ヲ作レ．

答　$e=E_m\sin\omega t=E_m\sin2\pi ft=\sqrt{2}\times100\times\sin(2\pi\times60)t=141.4\sin120\pi t$

【例 2】 $i=I_m\sin\omega t$ ナル正弦波交流ニ於テ $\omega t=45°$ ノ瞬時値ガ丁度，實效値ニ相當スルコトヲ證明セヨ．

答　$\sin45°=\frac{1}{\sqrt{2}}$　$i=I_m\sin45°=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=I$

【例 3】 第 3.6 圖ノ如ク，1 箇ノ整流器ヲ用ヒテ正弦波半波整流ヲナシタル電流ノ實效値ヲ求メヨ．



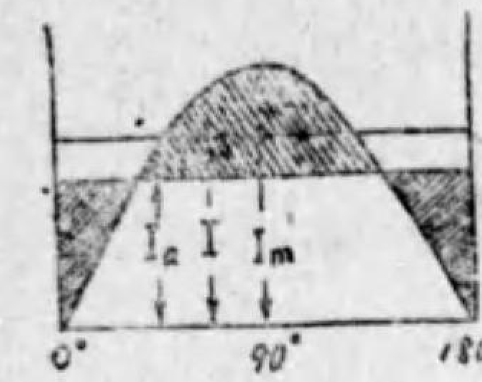
第 3.6 圖

【指導】 半波整流と云ふのは，正波のみを通じて負波を阻止する整流法である．從つて之れに依る脈流は半サイクル宛とびとびとなる．又，全波整流と云ふのは，脈流が連續した形となるやうに整流する方法を云ふ．

扨，正弦波の瞬時値の自乘の平均は $I_m^2/2$ となるが，此の場合には，正波のみで負波は存在しないから，1 周波の平均は $I_m^2/4$ となり

$$實效値=\sqrt{\frac{I_m^2}{4}}=\frac{I_m}{2}$$

3.4.2 平均値の理念



第 3.7 圖

交流の平均値とは，電壓，電流の瞬時値を半周波に就て平均した値であつて，正弦波の平均値は

電流の平均値

$$I_a=\sqrt{\frac{1}{T_0}(i_1+i_2+i_3+i_4+\cdots\cdots)}$$

$$=\sqrt{i\ の半周波の平均}=\frac{2}{\pi}\times最大値=\frac{2I_m}{\pi}$$

但し，T_0 は半サイクルの時間又は角度，$\frac{2I_m}{\pi}$ となることは，「高級電氣計算の基礎理念」を參照のこと

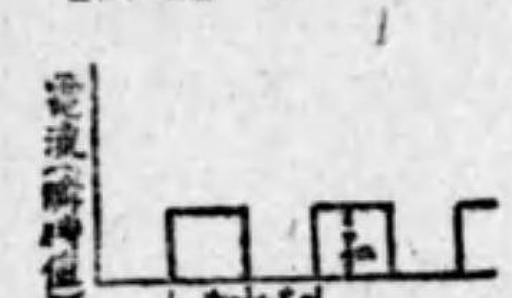
第 3.7 圖は，最大値 I_m，實效値 I，平均値 I_a の關係を示したもので，I_a なる水平線より上に斜線を施した部分の面積は，此の線より下で斜線を施した部分の面積に等しい．之れは平均値の意義より當然のことである．上記は電壓に就ても全く同樣である．

玆に注意しなければならないことは，平均値は半周波内の平均の意味で，1 周波の平均ではないことである．何故かと云ふに，吾々の取扱ふ交流は正負の波形が對稱であつて，其の面積は相等しいのであるから，1 周波の平均を取ると正波と負波とが互に打消し合つて，其の平均は零となり，何等意味のないものとなる

【例 1】 最大値 141.4 V ヲ有スル正弦波ノ平均値ヲ求ム．

答　90V

【例 2】 第 3.8 圖ノ如キ波形ノ脈流ヲ，熱線型電流計ヲ以テ測定シタルニ，10 A ヲ指示シタリト云フ．今，此ノ電流ヲ可動線輪型電流計ヲ以テ測定セバ，其ノ指示ハ幾何トナルヤ．



第 3.8 圖

【指導】 脈流の最大値（矩形波の高さ）を I_m とすると，實效値 I 及平均値 I_a は夫々

$$I=\sqrt{\frac{I_m^2\times t}{2t}}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\qquad I_a=\frac{I_m\times t}{2t}=\frac{I_m}{2}$$

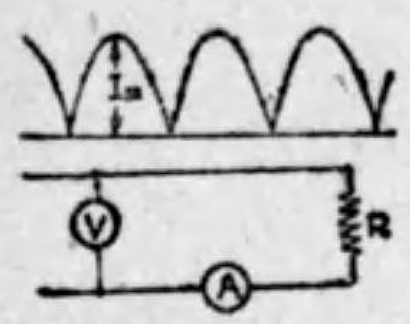
さて，熱線型電流計は實效値を示すから

$$I_m=\sqrt{2}I=\sqrt{2}\times10=14.14\ \text{A}$$

然るに，可動線輪型電流計は平均値を指示するから

求むる指示(平均値) $I_a=\frac{I_m}{2}=\frac{14.14}{2}=7.07\text{A}$

【例 3】 第 3.9 圖ノ如キ正弦波全波整流電流ガ通ズル無誘導回路アリ．今，電壓計ハ熱線型ニシテ 22.2 V ヲ示シ，電流計ハ可動線輪型ニテ 5 A ヲ指示セリト云フ．無誘導抵抗ノ値ハ何程ナルヤ．



第 3.9 圖

【指導】 全波整流の場合は正弦波の場合と全く同様に扱つてよい．從つて，整流波の最大値を I_m とすると

$$\text{實効値}\ I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}\qquad \text{平均値}=\frac{2}{\pi}I_m$$

然るに，可動線輪型計器は平均値を指示するから，題意に依り

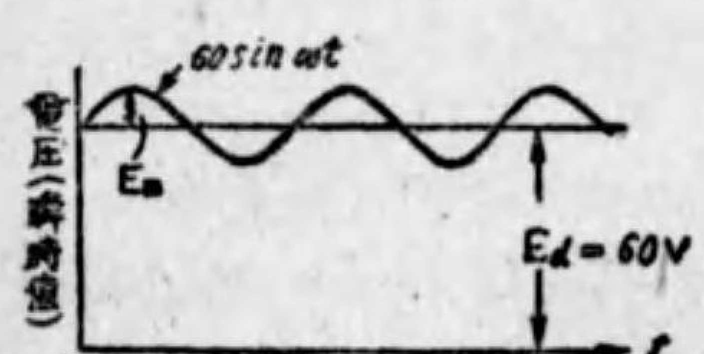
$$I_a=\frac{2}{\pi}I_m=5\qquad \therefore\ I_m=\frac{5\pi}{2}$$

之れを實効値の關係式に代入すると

$$I=\frac{I_m}{\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{5\pi}{2}=5.55\ \text{A}$$

熱線型電壓計は實効値を指示するから

$$\text{抵抗}\ R=\frac{E}{I}=\frac{22.2}{5.55}=4\,\Omega$$



第 3.10 圖

【例 4】 第 3.10 圖ノ如ク，直流電壓 $E_d=600\text{V}$ ニ $e=60\sin\omega t$ ナル交番起電力ガ重疊サレタル電壓ノ實効値ハ何程ナリヤ．

【指導】 斯樣な場合の合成電壓の實効値は次式で表はされる．

$$\text{合成電壓の實効値}=\sqrt{(\text{直流電壓})^2+(\text{交流電壓の實効値})^2}$$

$$=\sqrt{E_d^2+\left(\frac{E_m}{\sqrt{2}}\right)^2}=\sqrt{600^2+\left(\frac{60}{\sqrt{2}}\right)^2}=601.5\ \text{V}$$

本例の詳細は「高級電氣計算の基礎理念」に於て述べる．

3.4.3 波形率と波高率

最大値，實効値，平均値の間の關係を表はすのに，波形率，波高率を以てする．之れは

$$\text{波形率}=\frac{\text{實効値}}{\text{平均値}}\qquad \text{波高率}=\frac{\text{最大値}}{\text{實効値}}$$

前述した處より，正弦波にあつては

$$\text{波形率}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}\times\text{最大値}}{\frac{2}{\pi}\times\text{最大値}}=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}=1.11$$

$$\text{波高率}=\frac{\text{最大値}}{\frac{1}{\sqrt{2}}\times\text{最大値}}=\sqrt{2}=1.414$$

從つて，平均値が求められたとき，之れに波形率を乘ずると，實効値となり，實効値に波高率を乘ずると最大値となる．

波形率も波高率も波形に依つて異り，波形が尖鋭となるに從つて，其の値が大となる．

【例 1】 平均値 100V，最大値 199.2V，波形率 1.15 ナル交流ノ實効値及波高率ヲ求メヨ．

答 實効値 115V，波高率 1.732

【例 2】 正弦波ノ半波整流波ノ波形率及波高率ヲ求メヨ．

【指導】 實効値は前に求めたやうに $I_m/2$ であつて，平均値は正弦波交流の ½ であるから

$$\frac{2}{\pi}I_m\times\frac{1}{2}=\frac{I_m}{\pi}$$

$$\text{故に，波形率}=\frac{I_m/2}{I_m/\pi}=\frac{I_m}{2}\times\frac{\pi}{I_m}=\frac{\pi}{2}=1.571$$

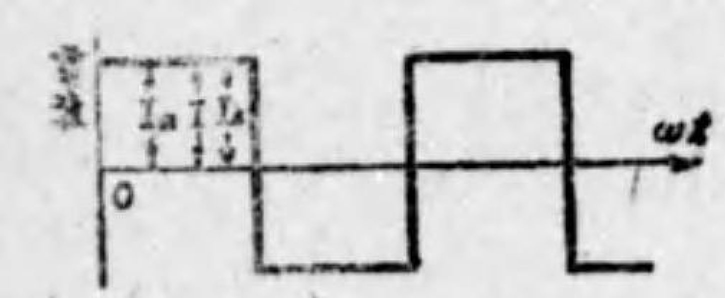
$$\text{波高率}=\frac{I_m}{I_m/2}=I_m\times\frac{2}{I_m}=2$$

【例 3】 波形率及波高率ガ 1 ナル交流ノ波形ヲ吟味セヨ．

【指導】 $\text{波形率}=\frac{\text{實効値}}{\text{平均値}}=1$

$\text{波高率}=\frac{\text{最大値}}{\text{實効値}}=1$

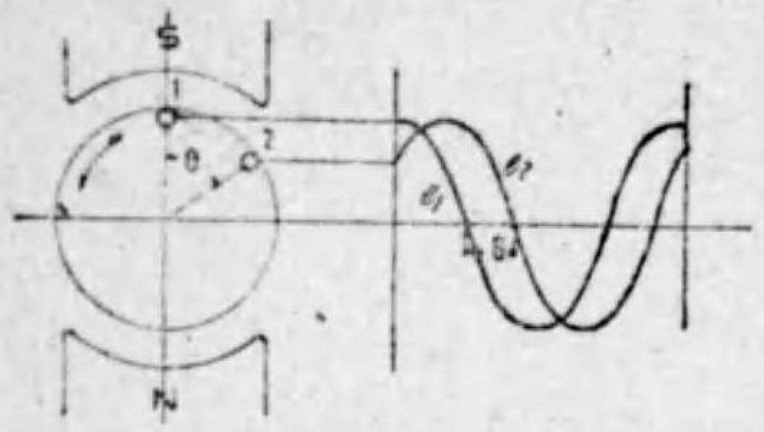
となるやうな波形を考へると第 3.11 圖の如くである．



第 3.11 圖

3.5 相　　差

第 3.12 圖の 2 極交流發電機に於て, N; S なる均一磁界の中に互に θ なる角度だけ位置を異にした 1 及び 2 なる導体に誘導する電壓に就いて考へると, 1 なる導体は圖の位置で最大の値を誘導してゐるが, 2 なる導体は未だ最大値に達してゐない. 而して, 此等の導体が 0 を中心として回轉する時に 2 が現在の 1 の所迄回轉すれば最大電壓を誘導するがその時 1 は更に θ だけ回轉してゐるから, 電壓は最大値から最早離れて減少した値となつてゐる. 然し 1 と 2 が 1 回轉する間に兩者の畫く波形は全く同一である. 只異るのは, 2 が常に 1 より θ だけ遲れて, 同一變化を繰返す点である. 此の時, 2 は 1 より θ だけ位相が遲れてゐると云ひ, 或は 1 は 2 より θ だけ位相が進んでゐると云ふ. そして兩者の相隔つてゐる角度を位相角又は相差と稱する.



第 3.12 圖

そこで, 2 つの位相を異にする瞬時値を表はす式は次の樣になる. 即ち $\omega t=0$ に於て電壓 e が零である交流の瞬時値は, 既に述べた如く $e_1=E_m\sin\omega t$ であつた. 故に之より θ だけ遲れてゐる電壓は, 最大値を同一とすれば $e_2=E_m\sin(\omega t-\theta)$ となる. 電流に就いても同樣で $i_1=I_m\sin\omega t$ なる電流より θ だけ遲れてゐる電流は最大値を同一とすれば $i_2=I_m\sin(\omega t-\theta)$ で表はす事が出來る. 然して, 圖の右方に示す曲線は, θ なる相差を有する 1, 2 導体の誘導電壓の波形を同一の圖上に示したもので, 曲線に於て θ は圖の樣な値を取る.

3.6 正弦波交流と回轉ベクトル並靜止ベクトル

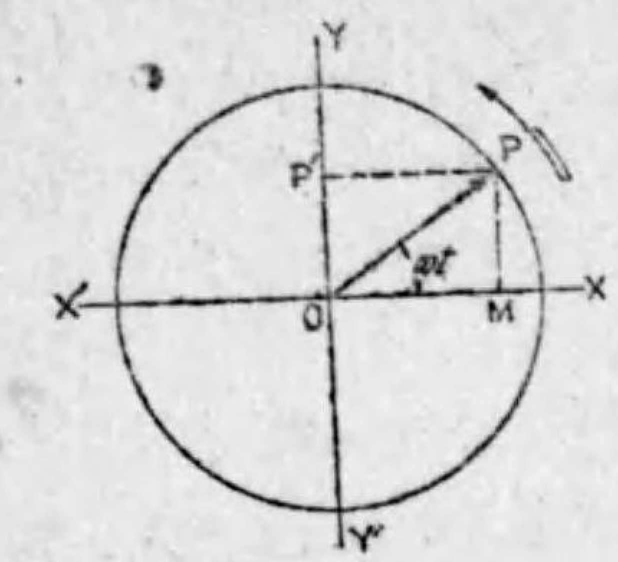
交流の最大値を E_m とすると, 任意の瞬間 t に於ける電壓の値 e は

$$e = E_m \sin \omega t$$

で表はされる. 今, 第 3.13 圖に於て, $OP=E_m$ とし, OX を $\omega t=0$ なる時とすると, 任意の角度 ωt に於ける e の値は

$$e=E_m\sin\omega t=OP\sin\omega t=OP\times\frac{PM}{OP}=PM=P'O$$

即ち, $OP=E_m$ なる反時計式方向に回轉するベクトルで……OP のやうに其の大さが長さで, 向きが矢印で, 方向角が ωt で表はされる線分をベクトルと云ふ. 即ち, 大さ, 向き, 方向を有する線分をベクトルと稱する……交流電壓を表はすなら, 各瞬時の値は OP の YY′ 軸上に投影する長さ OP′ を以て表はし得る. 此のことは, 勿論電流に就ても云へる事柄である.



3. 3 圖

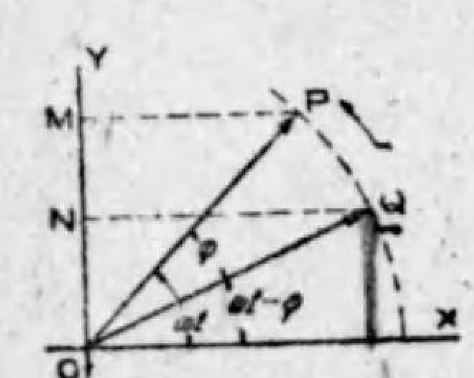
【補講】 ベクトル的取扱ひに就て

ベクトル量とは, 例へば, 力, 速度のやうに, 大きだけでなく, 方向及び向きの 3 要素を有する量である. 然して, 方向と云へば, 普通 2 方的（例へば, 上下, 左右等）の意味を有してゐるから, ……1 つの線分を畫くと, 何れの端にも矢印をつけ得る……其の 2 方的の何れの向きになるかを明かとする爲めに, 方向に加へるに更らに向きを與へたものである. 從つて, ベクトルの向きを方向の中に含めて考へ, 單にベクトルは大さと方向の 2 要素を有するものと考へても差支へない. 處で, 交番電壓或は電流は大さ並に方向が常に變化するものであるから, 其の和或は差を求めるのに, 簡單に代數的和或は差で行ふことが出來ない. 從つて, 後述するやうに, ベクトル的に和, 差を求めねばならぬ. 勿論, 方向が全く同一であるか, 或は正反對（180° の相差）の時は, ベクトル的に求めたものと, 代數的に求めたものとは同値である.

交流に於けるベクトルの大さは交流の瞬時値との關係で最大値を以て示すのが妥當かも知れないが, 吾々が交流の諸現象を取扱ふ上に, 瞬時値の必要は殆んどなく, 寧ろ實効値が便利であるから, 總てのベクトル圖は實効値と位相角を以て畫くのが通例である.

又, ベクトルの回轉方向は, 反時計式を以て正（＋）とするのが規約である.

さて, 同一ベクトル圖で取り扱ひ得るベクトルは總て同一角速度, 即ち, 同一周波數であることが必要條件である, 相異なる角速度又は周波數であると, 刻々と兩者の位相角を異にして行くから, 兩者間の關係は t=0 の直後, 直ちに亂れて仕舞ふ. 從つて, 斯樣なものを同一ベクトル圖上に表はし得ないことは明白である.



第 3.14 圖

次に, 第 3.14 圖に於て OP より φ だけ常に遲れて回路する OQ ベクトルの OY 軸上への投影の長さは同一時刻に於て $ON=OQ\sin(\omega t-\varphi)$ なる値を有して居る. 然して, $OP=OQ$ とすると

$$ON = OP \sin(\omega t - \phi)$$

となる．其處で前述した處より，$e_1=E_m\sin\omega t$ より常に ϕ だけ遲れてゐる e_2 は OP より ϕ だけ遲れてゐる OQ ベクトルの OY 軸上の投影長さで表はすことが出來る．處が 2 つの交流を考へる場合に，其等が同一の角速度即ち同一の周波數を持つてゐるとすると，2 つの交流相互間の關係は，夫々の大きさ，即ち最大値又は實効値と，夫れ等の相差とが與へられると求められる．從つて，是等をベクトルで表はす場合には，夫々の長さと，夫等の間の角度が與へられるなら十分である．

故に，特にベクトルを回轉させる必要はなく，單に夫等を正しい大さと，正しい位相角とを持つやうに畫きさへすれば，全く靜止の狀態で取扱ふことが出來る

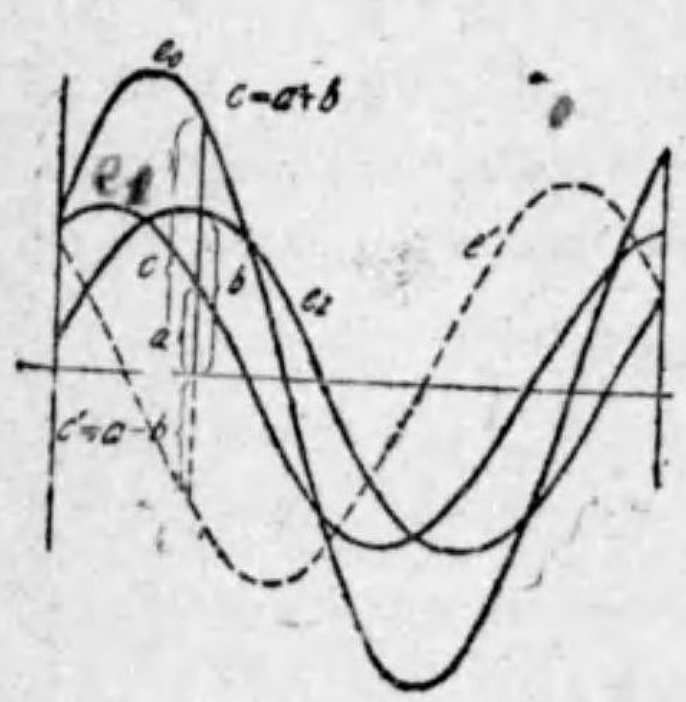
又，同じ理由で，特に瞬時値を知りたい場合以外は，別に OX, OY 軸を畫く必要もない．(必要なのは 2 つのベクトルの間の角，即ち位相角である) 尙，上記ではベクトルの長さを交流の最大値としたが，實際に取扱ふのは實効値であるから前の補講の處で述べたやうに，是等の $1/\sqrt{2}$ の長さを取つて實効値で表はす．從つて，此の場合の瞬時値は，之れが OY 軸への投影長さの $\sqrt{2}$ 倍を取らねばならない．

上述より明かなやうに，以下，吾々の研究は，特別の場合の外は靜止ベクトルに就て取扱ふことにする．

3.7 2 つの交流電壓，電流の和及差

2 つの電壓　$e_1=E_m\sin(\omega t+\theta_1)$　$e_2=E_m\sin(\omega t+\theta_2)$

を同一の圖上に示すと第 3.15 圖の e_1, e_2 曲線となる．



第 3.15 圖

然して，任意の瞬間 t に於て，e_1 と e_2 との和を取ると，圖の a と b の和 c となる．之れを 1 周波に就て行ふと，$e_1+e_2=e_0$ の曲線は圖の e_0 のやうになる．反對に，e_1 から e_2 を差引いた曲線は同じ方法で点線の e' 曲線となる．然して，此等を數式で求めると三角學の公式を用ひて

$$e_0=E_m\sin(\omega t+\theta_1)+E_m\sin(\omega t+\theta_2)=E_m\times 2\sin\frac{2\omega t+\theta_1+\theta_2}{2}\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}$$

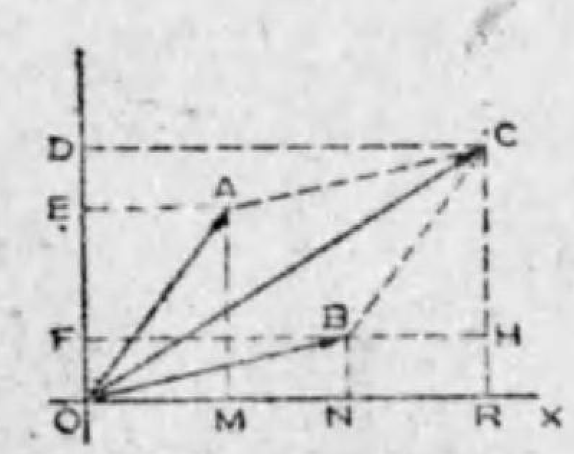
$$=2E_m\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}\sin\left(\omega t+\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)$$

上式 e_0 の最大値は $2E_m\cos\dfrac{\theta_1-\theta_2}{2}$ である．又，實効値は最大値の $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ であるから　$2\dfrac{E_m}{\sqrt{2}}\cos\dfrac{\theta_1-\theta_2}{2}$ となる．然るに $\dfrac{E_m}{\sqrt{2}}$ は e_1 及び e_2 の實効値であるから，之を E とすると e_0 の實効値 E_0 は

$$E_0 = 2E\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}$$

上記の 2 式が示す如く，位相の異つた電壓の和 e_0 の最大値は e_1 や e_2 の最大値の 2 倍とならず，又實効値 E_0 も E の 2 倍とならず $2E\cos\dfrac{\theta_1-\theta_2}{2}$ となつて 2E よりは幾分小さくなつてゐる．圖に於ても e_0 は e_1 や e_2 の 2 倍となつてゐない事が知れよう．又，其の位相も $\omega t+\dfrac{\theta_1+\theta_2}{2}$ となり $\omega t+\theta_1$ と $\omega t+\theta_2$ の間にある事が分かる．

次にベクトルで此等の和を求めると，第 3.16 圖に於て，OA, OB は e_1, e_2 の回轉ベクトルを表はすものとすれば，e_1, e_2 の値は，OA, OB の Y 軸上への投影長さで示す事が出來る．然るに，OA と OB とのベクトル和の OC を畫き，OC を同樣 Y 軸上へ投影すれば，此の投影長さは OA と OB の投影長さの和である事が知れる．何となれば，四邊形 OACB は平行四邊形で AC と OB とは平行で且つ長さが等しいから，此等の投影の DE と FO とは等しい．



第 3.16 圖

$$\therefore\ DO=EO+DE=EO+FO$$

即ち，OC は OA と OB とのベクトル和であつて，其の投影長さは OA と OB との投影長さの和であるから，OC は e_1 なる交流と e_2 なる交流とのさを表はす回轉ベクトルを示し，其の瞬時値 e_0 は OC の Y 軸上への投影長さで示すことが出來る．

又　$\angle AOM=(\omega t+\theta_1)$　$\angle BON=(\omega t+\theta_2)$　$OA=OB=E_m$

$$\therefore\ EO=OA\sin(\omega t+\theta_1)=E_m\sin(\omega t+\theta_1)$$

$$FO=OB\sin(\omega t+\theta_2)=E_m\sin(\omega t+\theta_2)$$

であるから，之等の和 DO は第 3.15 圖で求めた値と一致し，從つて，最大値 OC は $2E_m\cos\dfrac{\theta_1-\theta_2}{2}$ 又，實効値は之れの $1/\sqrt{2}$ となるから

$$2\frac{E_m}{\sqrt{2}}\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}=2E\cos\frac{\theta_1-\theta_2}{2}$$

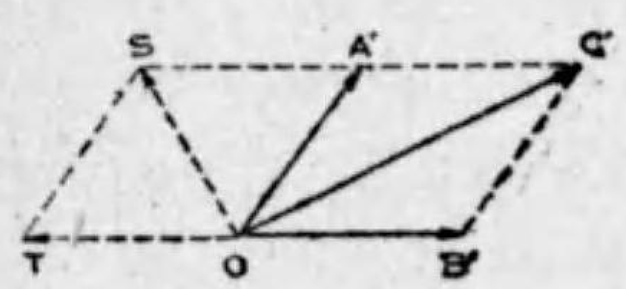
斯樣に，ベクトルで求めても，曲線上で求めても，同一結果が得られる.

然して，OC は OA や OB の 2 倍でないことも證明され，又，OC の位相角も $\omega t+\dfrac{\theta_1+\theta_2}{2}$ となつて，$(\omega t+\theta_1)$ と $(\omega t+\theta_2)$ の中間にあることが證明出來た.

扨，前に述べたやうに，ベクトルの長さと位相角を正しく與へると，回轉ベクトルとして取扱はずとも，是等の關係は靜止したベクトルとして取扱つて少しも支障がない．故に，e_1，e_2 の實効値を $OA=OB$ の $1/\sqrt{2}$ に取つて，$OA'=OB'$ とし，且つ e_1 の位相角と e_2 の位相角との差，即ち，相差を

$$(\omega t+\omega_1)-(\omega t+\theta_2)=\theta_1-\theta_2$$

に取つて，第 3.17 圖のやうに書くと，是等のベクトル和は，e_0 の實効値，即ち OC の $1/\sqrt{2}$ を示すことになる．又，e_0 と e_2 の相差は



第 3.17 圖

$$\left(\omega t+\frac{\theta_1+\theta_2}{2}\right)-(\omega t+\theta_2)=\frac{\theta_1-\theta_2}{2}$$

次に，2 つの交流の差を e_0' とすると

$$e_0'=e_1-e_2=e_1+(-e_2)$$

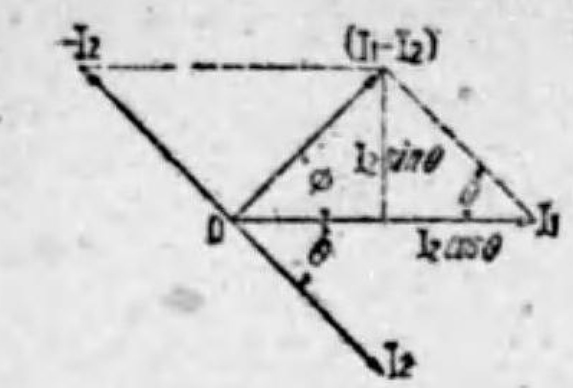
となり，矢張り加法と同樣に取扱へる.

從つて　$OA'-OB'=OA'+(-OB')=OA'+OT$

但し，OT は $(-OB')$ を表はす．故に，OA' と OT のベクトル和 OS を求めると，OS は e_1 と e_2 のベクトル差を表はすことになる.

例へば，第 3.18 圖に於て，實効値 I_1 I_2 なる 2 電流の相差が θ である場合其の差を求めて見る.

さて，I_1 より I_2 を減ずることは I_1 と $(-I_2)$ の和を求めることに等しいから



第 3.18 圖

$$\therefore\ \dot{I}_1-\dot{I}_2=\sqrt{(I_1-I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}$$

$$\tan\phi=\frac{I_2\sin\theta}{I_1-I_2\cos\theta}$$

$$\therefore\ \phi=\tan^{-1}\frac{I_2\sin\theta}{I-I_2\cos\theta}$$

以下，嚴密に區別せねばならない場合には，E_1 と E_2 のベクトル和を $\dot{E}_1+\dot{E}_2$，單なる算術和を E_1+E_2，E_1 E_2 のベクトル量を $\dot{E}_1$ $\dot{E}_2$，その大さ（絕對値と云ふ）を $|E_1|$ $|E_2|$ と云ふやうに記する.

【例 1】 $i_1=\sqrt{2}I_1\sin\omega t$，$i_2=\sqrt{2}I_2\sin(\omega t-\theta)$ ナル電流ニ對スル瞬時値ノ和及合成電流ノ實効値ヲ求メヨ.

【指導】 兩電流の和の瞬時値を i_0 とすれば

$$\begin{aligned}i_0&=\sqrt{2}I_1\sin\omega t+\sqrt{2}I_2\sin(\omega t-\theta)\\&=\sqrt{2}I_1\sin\omega t+\sqrt{2}I_2(\sin\omega t\cos\theta-\cos\omega t\sin\theta)\\&=(\sqrt{2}I_1+\sqrt{2}I_2\cos\theta)\sin\omega t-(\sqrt{2}I_2\sin\theta)\cos\omega t\\&=\sqrt{2}\sqrt{(I_1+I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}\sin(\omega t-\phi)\end{aligned}$$

之れは，瞬時値の和を表はす式であつて，圖に示すと第 3.19 圖のやうになる.

第 3.19 圖

（註）$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta$

$$A\sin\theta-B\cos\theta=\sqrt{A^2+B^2}\left(\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}\sin\theta-\frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}\cos\theta\right)$$

此處で $\dfrac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}=\sin\phi$　$\dfrac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}=\cos\phi$ と置くと

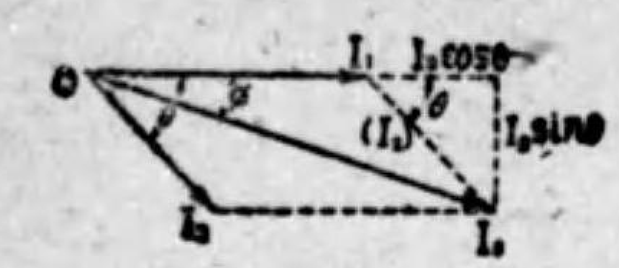
$$\begin{aligned}A\sin\theta-B\cos\theta&=\sqrt{A^2+B^2}(\sin\theta\cos\phi-\cos\theta\sin\phi)\\&=\sqrt{A^2+B^2}\sin(\theta-\phi)\end{aligned}$$

扨，前の式から電流の實効値を求めると

$$\frac{\sqrt{2}\sqrt{(I_1+I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{(I_1+I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}$$

又　$\tan\phi=\dfrac{I_2\sin\theta}{I_1+I_2\cos\theta}$　　$\therefore\ \phi=\tan^{-1}\dfrac{I_2\sin\theta}{I_1+I_2\cos\theta}$

次に，ベクトル圖より合成電流の實効値を求めて見る．然して，正弦波交流では



第 3.20 圖

實効値は最大値の $1/\sqrt{2}$ となるから，實効値は夫々 I_1 及 I_2 となる．第 3.20 圖より

$$I_0=\sqrt{(I_1+I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}$$

$$\tan\phi=\frac{I_2\sin\theta}{I_1+I_2\cos\theta}\quad\therefore\quad\phi-\tan^{-1}\frac{I_2\sin\theta}{I_1+I_2\cos\theta}$$

となつて，前と結果が一致する．

【例 2】 實効値 $E_1=80\mathrm{V}$ ノ電壓アリ．今，$E_2=60\mathrm{V}$ ニシテ，之レガ E_1 ト

（イ） 同相ナルトキ　　（ロ） 90° ノ相差ヲ有スルトキ

（ハ） 180° ノ相差ヲ有スルトキ

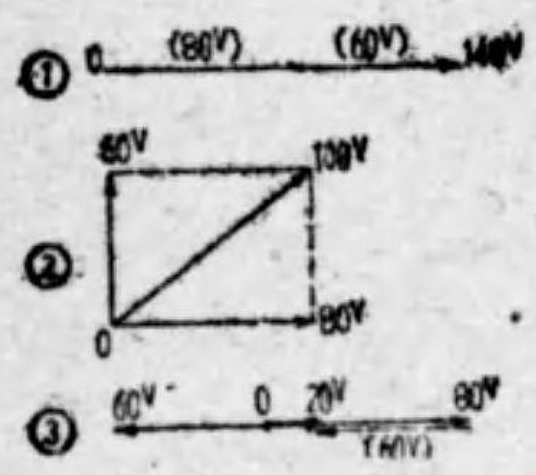
夫々 E_1 E_2 ノ合成電壓 E_0 ヲ求メヨ．

【指導】 ベクトル圖より

（イ）の場合　　$E_0=80+60=140\,\mathrm{V}$

（ロ）の場合　　$E_0=\sqrt{80^2+60^2}=100\,\mathrm{V}$

（ハ）の場合　　$E_0=80-60=20\,\mathrm{V}$

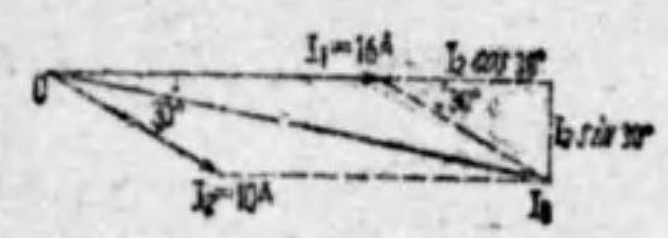


第 3.21 圖

ベクトル圖より明かなやうに，ベクトル和は常に算術和より小さく，同相の場合のみ兩者が等しい．

【例 3】 $i_1=\sqrt{2}\,16\sin\omega t$, $i_2=\sqrt{2}\,10\sin(\omega t-\frac{\pi}{6})$ ノ合成電流ノ實効値ヲ求メヨ．

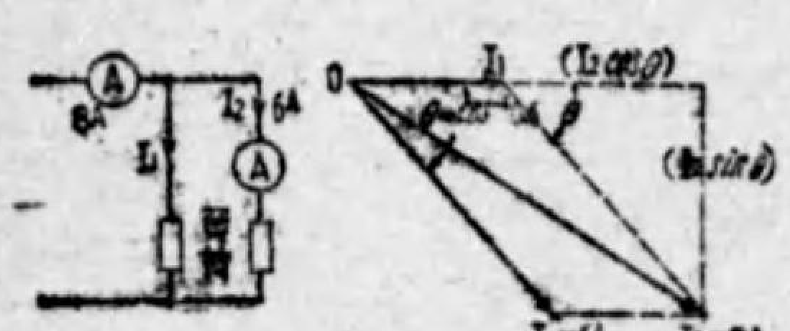
【指導】 i_1 及び i_2 の實効値は夫々 $I_1=16\,\mathrm{A}$, $I_2=10\mathrm{A}$ となり，$\pi/6$ ラヂアンは 30° に等しいから（$\pi=180°$, $\pi/2=90°$）ベクトル圖を畫くと，第 3.22 圖の如くになる．



第 3.22 圖

$$\therefore\ I_0=\sqrt{(I_1+I_2\cos30°)^2+(I_2\sin30°)^2}=\sqrt{(16+10\times\frac{\sqrt{3}}{2})^2+(10\times\frac{1}{2})^2}$$

$$=\sqrt{(16+8.66)^2+5^2}=\sqrt{608+25}=\sqrt{633}\fallingdotseq25.2\ \mathrm{A}$$



第 3.23 圖

【例 4】 圖ノ様ナ並列回路アリ，其ノ合成電流ハ 8 A デアル．今，I_2 ハ 6A ニシテ，I_1 ヨリ $\theta=\cos^{-1}0.6$ 遲レテキル I_1 ノ實効値ヲ求メヨ．

【指導】 $\theta=\cos^{-1}0.6$ は餘弦の値が 0.6 を有するやうな角度と云ふ意味で，三角函數表に依ると，約 53.1° となる．

故に　　$\cos\theta=0.6$　　$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-0.6^2}=0.8$

ベクトル圖から合成電流は

$$I_0=\sqrt{(I_1+I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}=\sqrt{(I_1+6\times0.6)^2+(6\times0.8)^2}=8$$

$$(I_1+3.6)^2+4.8^2=8^2\quad より\quad I_1^2+7.2I_1-28=0$$

$$\therefore\ I_1=\frac{-7.2\pm\sqrt{7.2^2-4\times1\times(-28)}}{2}=\frac{-7.2\pm12.8}{2}=2.8\mathrm{A}\quad 或は\ 10\mathrm{A}$$

但し，合成電流が 8 A であるから，$I_1=10\mathrm{A}$ は題意に合はない．

從つて $I_1=2.8\mathrm{A}$ が求める値である．

【例 5】 $e_1=\sqrt{2}E\sin\omega t$　$e_2=\sqrt{2}E\sin(\omega t-120°)$　$e_3=\sqrt{2}E\sin(\omega t-240°)$ ノ如ク，互ヒニ 120° ノ相差ヲ有スル起電力ノ合成ハ零トナルコトヲ證明セヨ．

【指導】 要するに三角式の計算である．

$$e_1+e_2+e_3=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+[\sin(\omega t-120°)+\sin(\omega t-240°)]\}$$

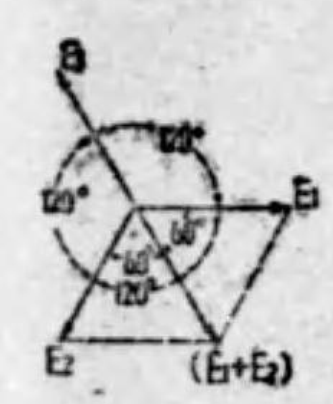
$$=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+[2\sin\frac{(\omega t-120°)+(\omega t-240°)}{2}\cos\frac{(\omega t-120°)-(\omega t-240°)}{2}]\}$$

$$=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+2\sin\frac{2\omega t-360°}{2}\cos\frac{120°}{2}\}$$

$$=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+[2\sin(\omega t-180°)\cos60°]\}=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+[2\sin(\omega t-180°)\times\frac{1}{2}]\}$$

$$=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+\sin(\omega t-180°)\}=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+(\sin\omega t\cos180°-\cos\omega t\sin180°)\}$$

$$=\sqrt{2}E\{\sin\omega t+[\sin\omega t\times(-1)-\cos\omega t\times0]\}=\sqrt{2}E(\sin\omega t-\sin\omega t)=0$$



第 3.24 圖

となり證明し得る．次にベクトル圖を用ふると，簡單に之れを證明することが出來る．

e_1 e_2 e_3 の實効値は夫々 E であつて，之をベクトル圖で示すと，第 3.24 圖の如くになる．然して，圖より明かなやうに，(E_1+E_2) のベクトル和は E_3 と大さ相等しく，且つ 180° の相差を有するので，兩者の合成は零となる．

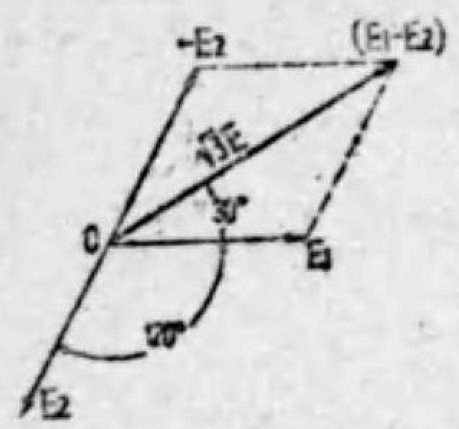
【例 6】 $e_1=\sqrt{2}E\sin\omega t$　ト　$e_2=\sqrt{2}E\sin(\omega t-120°)$　ノ差ヲ求メヨ．

【指導】 $e_1-e_2=\sqrt{2}E\sin\omega t-\sqrt{2}E\sin(\omega t-120°)=\sqrt{2}E\{\sin\omega t-\sin(\omega t-120°)\}$

$$=\sqrt{2}E\{2\sin\frac{\omega t-(\omega t-120^\circ)}{2}\cos\frac{\omega t+(\omega t-120^\circ)}{2}\}$$

$$=\sqrt{2}E\{2\cos(\omega t-60^\circ)\sin 60^\circ\}=\sqrt{2}E\{2\cos(\omega t-60^\circ)\times\frac{\sqrt{3}}{2}\}$$

$$=\sqrt{3}\times\sqrt{2}E\cos(\omega t-60^\circ)=\sqrt{3}\times\sqrt{2}E\sin(\omega t+30^\circ)$$



第 3.25 圖

之れを實効値で表はすと, 電壓の差は $\sqrt{3}E$ となる. ベクトル圖に表はすと, 第 3.25 圖のやうになる. 從つて, 最初からベクトル圖に畫くと容易に求められる.

3.8 交流回路に於けるインピーダンスの槪念

一般の直流回路では, オームの法則に從つて $I=E/R$ であつた. 換言すると, 回路に於て, 電流の通過を阻止しやうとする逆起電力は抵抗に依るもののみであつた.

然るに, 交流回路では, 電壓, 電流の値が時々刻々と變化するので, 磁力線の變化に依る電磁誘導逆起電力, 電荷の移動に伴ふ靜電逆起電力を生ずる. 之れと抵抗に依る逆起電力を合成したものを, インピーダンスに依る逆起電力と云ふ. 供給電壓は, 此の逆起電力に平衡するので, オームの法則は交流回路では次のやうに訂正されることになる.

$$電流=\frac{電\qquad壓}{インピーダンス}\qquad 電壓=電流\times インピーダンス$$

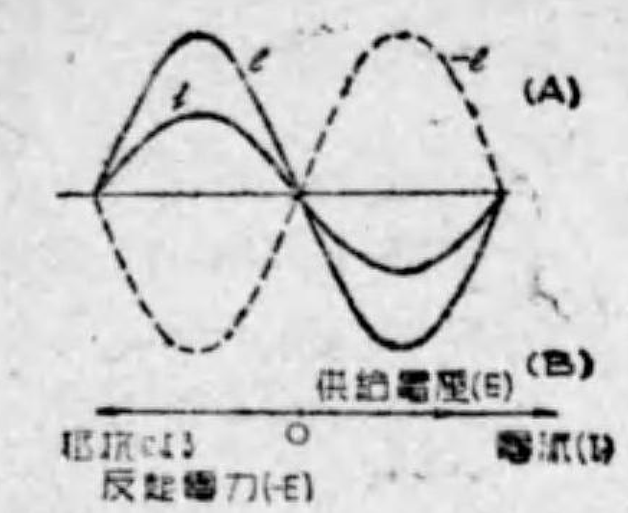
$$インピーダンス=\frac{電壓}{電流}$$

次に, インピーダンスを構成する 3 要素である, 抵抗, 誘導リアクタンス, 靜電リアクタンスに對する理念を個々に確立して行くことにしやう.

3.9 抵抗のみの回路

交流回路は如何なる場合でも, 上記の 3 要素があるが, 1 つが特に大きく, 之れに比して他は無視し得るやうな場合が少くない. 例へば, 電熱器, 電燈の回路を取つて考へると, 殆んど抵抗のみの回路と考へてよい. 先づ此の場合から考察を進めやう.

抵抗のみの交流回路は實効値に就て取扱ふと, 全く直流の場合と同様である.



第 3.26 圖

今, R なる抵抗に

$$e=E_m\sin\omega t$$

なる電壓を與へると, 之れに流れる電流

$$i=\frac{e}{R}=\frac{E_m}{R}\sin\omega t$$

であつて, 電流は電壓と同一位相にあり, 單に電流は電壓を $1/R$ 倍したに過ぎない.

又, 最大値及實効値は夫々

$$最大値\quad I_m=\frac{E_m}{R}\qquad 實効値\quad I=\frac{E_m}{\sqrt{2}R}=\frac{E}{R}$$

之れを圖示したのが第 3.26 圖であつて, R なる抵抗に電流 i を流すと, 逆起電力 (−e) を生じ, 之れが供給電壓 e と平衡する (打ち消し合ふ) 即ち, 抵抗に依る逆起電力 −e は供給電壓と値が等しく, 方向反對 (180° の相差) にある

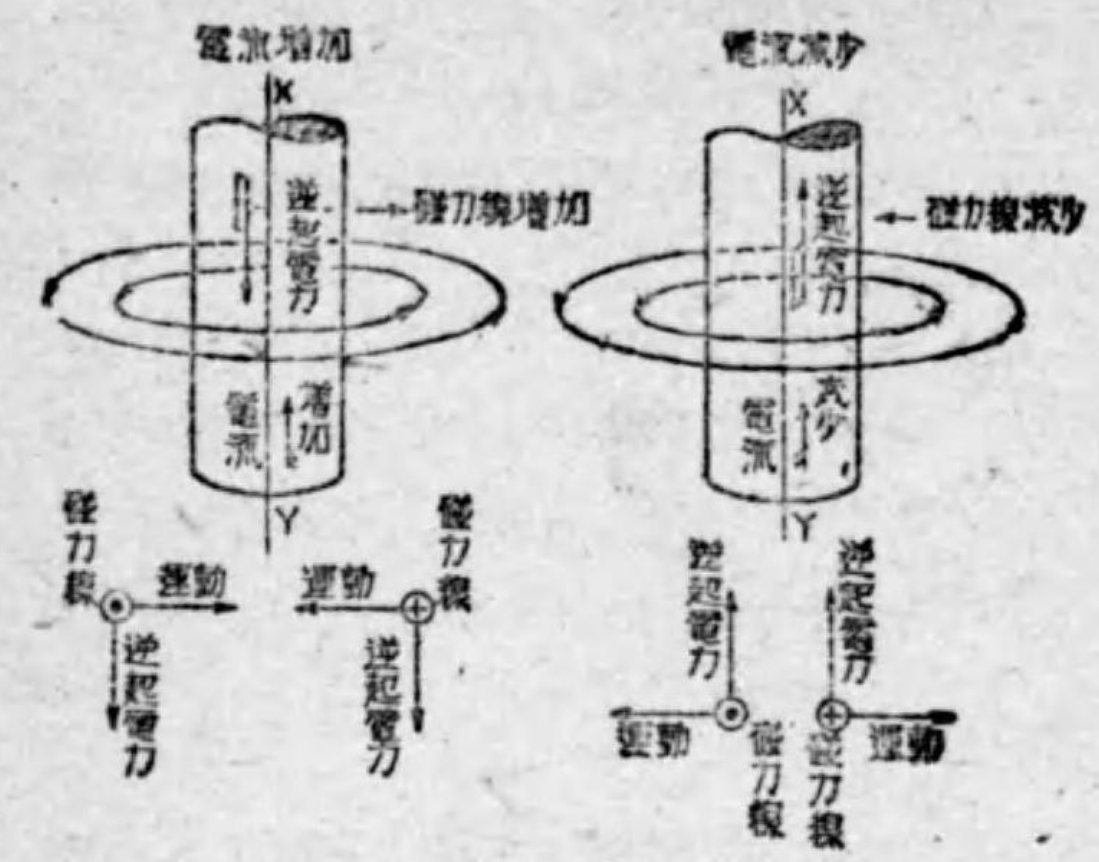
然し, 一般に, ベクトル關係を取り扱ふ場合には供給電壓と電流の實効値に就て示す.

$$又,\quad 電力=EI=I^2R\qquad 又\quad I=\frac{W}{E}\quad R=\frac{W}{I^2}$$

扨, 交流回路では, 電壓と電流の位相角 θ の餘弦 $\cos\theta$ を回路の力率と云ふ. 抵抗のみの回路であると, 電壓と電流は同相であつて, $\theta=0$ であるから $\cos\theta=1$ 即ち, 回路の力率は 1 である. 尙 $\cos\theta$ の意義に就ては, 後で再び記することにする.

3.10 自己誘導作用と誘導リアクタンスの理念

今, 1 本の電線に交流を流した場合を考へると, 流れる電流の値は時々刻々と變化し, 此の電流に依つて作られて居る磁力線も時々刻々と變化する. 此の狀況を示したのが第 3.27 圖である. 圖より明かなやうに, 電線に生じた磁力線の方向は右ネヂの法則に從ふ. 今, 電流が Y より X (下より上の方向) に增加する過程では, 磁力線は導体の中心 X Y より生じて, 四方に擴がつて行く, 從つて, 左圖に於て, 導体を中心 X Y に對し, 左右に分つて考へると, 右半分に於ては, 增加して行く磁力線が導体を內より外に切る. 逆に云ふと, 磁力線が靜止して, 導体が外から內の方向に運動して磁力線を切つたのと同様である. 故に此の磁力



第 3.27 圖

線を切つて生ずる誘起起電力（以下，逆起電力と稱する）の方向は右手三指の法則（拇指→電線の運動方向 食指→磁力線の方向，中指→起電力の方向）により，X より Y（上より下）に向ふことが分る．

同様に，電線の左半分を取つて考へると，増加して行く磁力線が，電線を内より外（此の場合は右より左）に切るから．磁力線が靜止して電線が動くものとすると，磁力線を外より內（左より右）に切る．又，電線の磁力線の方向は前と反對に紙面に向つて來る方向にある．故に，右手三指の法則より，逆起電力は X より Y（上より下）に向く．

次に，電流は同一方向で，其の値が減少する場合を考へて見やう．

磁力線が減少すると云ふことは，電線の周りに生じた磁力線が前と反對に，其の半徑を次第に縮小して，其の中心に消え込むと考へられる．故に，電線の右半分では磁力線は電線を外より內に切るから，磁力線が靜止して居るものとすると電線が磁力線を內より外（左より右）に切る．電流の方向は變らないから，磁力線の方向は前と同様で，右手三指の法則より，逆起電力は Y より X（下より上）に向ふ．電線の左半分を取つて考へても同様で，逆起電力が Y より X（下より上）に向くことが知られる．

此處で，第 3.27 圖をもう一度よく見られたい．何れも電流が下より上の方向であるが，電流が增加する場合は逆起電力は電流と反對方向であり，從つて電流增加を阻止しやうとする．之れに對し，電流が減少する場合は，電流と同方向，從つて電流の減少を阻止しやうとする．

結局，電線に流れる電流の變化に依つて，電磁的に電線に誘導せられる逆起電力は

“常ニ電線ノ電流變化ヲ妨ゲントスル方向ニ生ズル„

と云へる．

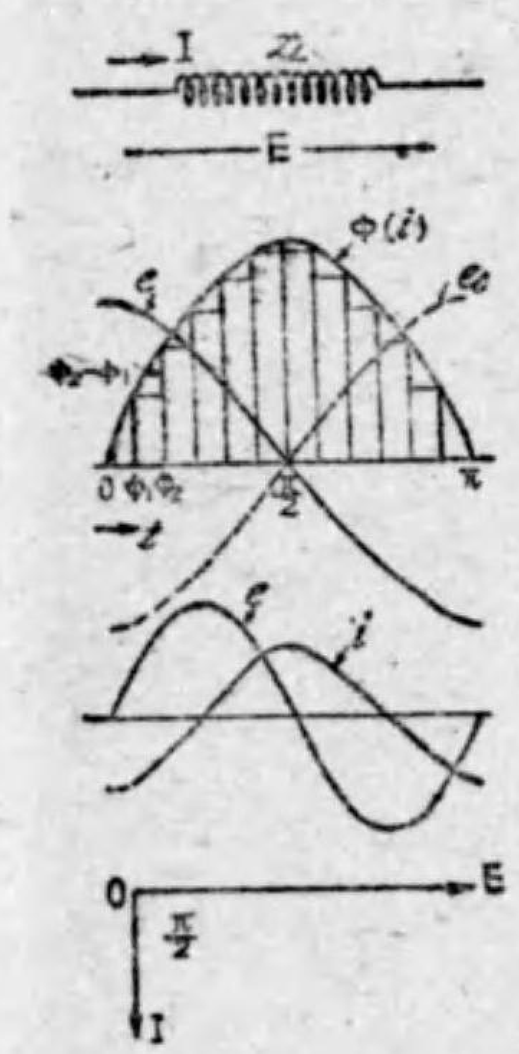
上記では，1 本の電線に就て說明したが，此の電線が線輪狀に捲かれて居つても同様であつて，此の場合の方が，生ずる磁力線數が多いだけ，大きな逆起電力を發生する．然して，此の逆起電力は，自己の電流の變化に依つて生じたのであるから，自己誘導起電力と稱し，1A の電流が 1 秒間に變化した場合 1V の電壓を誘導したとすると，此の回路は 1 ヘンリの自己誘導係數を持つてゐると云ふ．從つて，1A の電流が 1 秒間に變化した時に 10 V の自己誘導起電力を發生したとすると，自己誘導係數は 10 ヘンリである．或は逆に 5 ヘンリの自己誘導係數を有する回路では，每秒の電流變化が 3A であると，15V の自己誘導起電力を發生する．

扨，抵抗が無視される程小さく，此の自己誘導作用のみがある回路を考察しやう．

之れを表はしたのが，第 3.28 圖であつて，回路に瞬時値が i である電流が流れると，之れと同相に電流に比例した磁力線 ϕ を生ずる．此の ϕ の變化に應じて逆起電力が生ずる．例へば，$\phi_1=3$ 本から $\phi_2=7$ 本になつたとすると，$\phi_2-\phi_1=7-3=4$ 本の磁力線が生じたことになるから，此の 4 本は導体を切つて，逆起電力を生ずる．其の大さは導体を切る磁力線の數，從つて，$(\phi_2-\phi_1)$ に比例する．結局，逆起電力の大さは

$$\text{磁力線 } \phi \text{ の變化量}=(\phi_2-\phi_1)$$

に比例する．



第 3.28 圖

今，ϕ を横軸に取つて等分すると太線の部分が $(\phi_2-\phi_1)$ に相當し，圖より明かなやうに，$t=0$ にて最大となり，$t=\pi/2$ で最小零となる．更らに，横軸を細かく等分して，$(\phi_2-\phi_1)$ の大さを調べて見ると，此のことが一層にはつきりとする．

然も，前述したやうに，逆起電力 e_c の方向は，電流 i の變化を妨げんとする方向であつたから，$t=0$ より $t=\pi/2$ の電流が增加する過程では，電流の增加を阻止する方向，即ち，電流と反對方向にあり，$t=\pi/2$ より $t=\pi$ の間の電流が減少せんとする過程では，其の減少を妨げんとする方向，即

ち，電流と同方向である．

以上より，逆起電力 e_c は 0 及 π に於て最大（ϕ の變化量が最も大きい）．$\pi/2$ では零であつて，然も其の方向は常に電流の變化を阻止する方向に生ずる．此の 2 つを考へて，逆起電力 e_c を畫くと，圖の點線の如くになる．即ち，i なる電流を流すと，此の e_c なる逆起電力が生ずるから，i なる電流を持續して流す爲めには，此の e_c に打ち勝つ，從つて，之れと 180° の相差のある反對電壓 e を外部から加へてやらねばならない．圖の實線の e は此の外部よりの供給電壓を表はす．電流 i（磁束 ϕ）が正弦波であると，e_c は正弦波となるので，e も亦，正弦波となり，其の位相は圖よりも明かなやうに，電流 i よりも $\pi/2=90°$ 進んで居る．逆に云ふと，i は e よりも 90° 遅れる．

上記より明かなやうに，第 3.28 圖のやうな回路に電壓を加へると，流れる電流 i は供給電壓 e よりも 90° 遅れ，次の圖のやうな曲線となり，下の圖のベクトルとなつて，I は E より $\pi/2=90°$ 遅れる．

上記の關係を，一歩進めて，數式的に吟味して見る．

今，$I_m\sin\omega t_1$ なる交流が，$I_m\sin\omega t_2$ に變化した時に，回路の自己誘導係數を L ヘンリとすると，電流は (t_2-t_1) 秒間に變化したのであるから，誘導起電力 e は

$$e=\frac{-LI_m(\sin\omega t_2-\sin\omega t_1)}{t_2-t_1}\ \text{ボルト}$$

だけ誘導される譯である．上式で負號をつけたのは，此の自己誘導起電力は上記のやうに，電流の變化を妨げやうとるす方向に生ずるからである．上式の分母分子に ω を乘ずると

$$e=\frac{-\omega LI_m(\sin\omega t_2-\sin\omega t_1)}{\omega t_2-\omega t_1}$$

今，$(\omega t_2-\omega t_1)$ が常に 15° の角度を持つやうに，即ち弧度法で $\pi/12$ ラヂアンを持つやうに，ωt_2 及 ωt_1 を選んで，其の時に誘導する各電壓 e の値を表示すると次表の如くである．

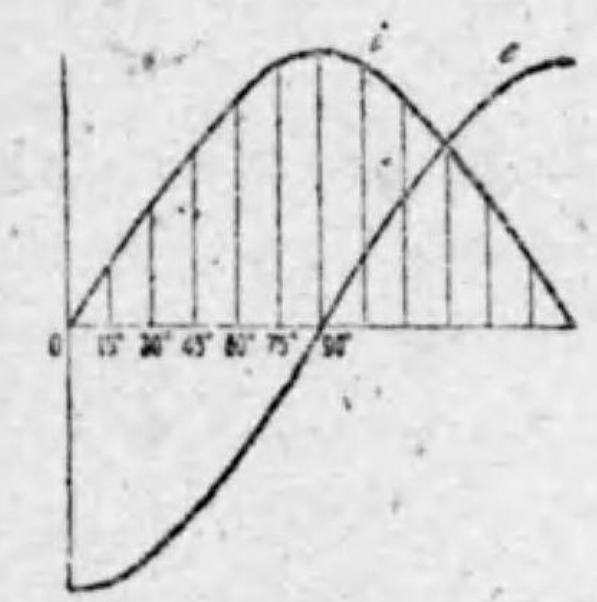
次表より明かなやうに，0° から 15°，15° から 30° と云ふやうに角度が進んで行くに從つて，例へ $(\omega t_2-\omega t_1)$ が常に一定であつても，e は $\omega t_1=0$ の時を最大として，順次減少して行く．然して，此の表は，單に 15° 宛の間隔を置いて計算したが，此の $(\omega t_2-\omega t_1)$ を極めて小さく殆んど零に近く取つても，矢張り e

は角度が進む程，小さくなつて行く．

ωt_1	ωt_2	$\omega t_2-\omega t_1$	$\sin\omega t_1-\sin\omega t_2$	e
0	15°	15° $\pi/12$ ラヂアン	0.258 − 0 = 0.258	$e_1=-0.258\times\omega LI_m\times\frac{12}{\pi}$
15°	30°	〃	0.500 − 0.258 = 0.242	$e_2=-0.242\times$ 〃
30°	45°	〃	0.707 − 0.500 = 0.207	$e_3=-0.207\times$ 〃
45°	60°	〃	0.866 − 0.707 = 0.159	$e_4=-0.159\times$ 〃
60°	75°	〃	0.966 − 0.866 = 0.100	$e_5=-0.1\times$ 〃
75°	90°	〃	1.000 − 0.966 = 0.034	$e_6=-0.034\times$ 〃

然して，$(\omega t_2-\omega t_1)$ を 15° に取つた場合さへ，ωt_2 が 90° になると表のやうに，誘導起電力は極めて小さくなる．若し，$(\omega t_2-\omega t_1)$ を 1° は愚か，もつともつと小さくし，殆んど零に達する迄小さく取ると，$\omega t_2=90°$ では e は遂に零の極限に達する．

然して，90° を過ぎると，今度は逆に e が增加して來て，ωt_2 が 180° の所迄來た時に最大の値となる．之れは旣に圖示したが，今一應示すと第 3.29 圖のやうに電流が零，即ち，$\omega t_1=0$ の時は e は最大で，然も負の値である．ωt が漸次增加するに從ひ e は負の値で減少して行く．然して，電流が最大値，即ち，ωt が 90° になれば e は零となり，之より更に進んで行くと，e は再び增加するが，符號は正となつて來る．例へば，$\omega t_2=120°$，$\omega t_1=105°$ とすれば



第 3.29 圖

$$\sin 120°-\sin 105°=\sin(180°-120°)$$
$$-\sin(180°-105°)=\sin 60°-\sin 75°$$
$$=0.866-0.966=-0.1$$

となるから，前の式の分子の負の符號を附けて結局正となる．

上圖から明かなやうに，斯うして，發生した自己誘導起電力は電流の曲線よりも 90° 遅れてゐる．しかも e の曲線も亦正弦曲線となる．

從つて電流を $I_m\sin\omega t$ とすると e は $e=-\omega LI_m\sin(\omega t-90°)$

なる電流より 90° 遅れた正弦變化の式で表はす事が出來るし，最大値，實効値は

云ふ迄もなく次の値となる.

$$最大値\quad E_m=\omega LI_m \qquad 實効値\quad E=\frac{\omega LI_m}{\sqrt{2}}=\omega LI$$

但し, I は $i=I_m\sin\omega t$ の實効値であり, 又 $\omega=2\pi f$ で f は電流及び自己誘導起電力の周波數である. そこで $\omega L=x_L$ とすれば

$$E=\omega LI=2\pi fLI=x_LI$$

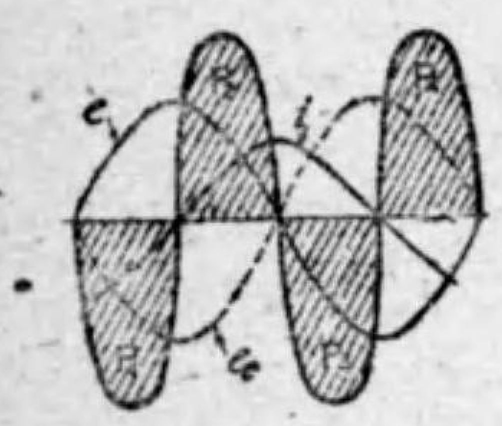
本式を見ると, 電壓の實効値は電流の實効値と x_L との積である. そこで x_L を一種の抵抗と見ると, 本式は丁度オームの法則を示す事になる. 故に, 又次の樣に書ける.

$$\therefore\ I=\frac{E}{x_L} \qquad x_L=\frac{E}{I}$$

そこで此の $x_L=2\pi fL$ を直流の場合の抵抗と區別して誘導リアクタンスと云ひ單位はオームで表はす.

即ち, 誘導リアクタンスのみを有し, 直流の場合の抵抗の存在せぬ回路に交流を流すと, 電流より 90° 遅れた自己誘導起電力が發生する. 從つて, 電流を流しつゞける爲めには, 此の逆起電力を打ち消す供給電壓を與へねばならない. 故に誘導リアクタンスのみの回路に流れる電流は, 供給電壓よりも 90° 遅れることにならう.

扨, 此の場合の電力は, 電壓 e と電流 i の瞬時値に就て求めると, 第 3.30 圖のやうになり, P_1 P_2 P_3 P_4 と正負交互に生ずる. 逆起電力 e_c と電流 i が同方向にある區間の電力 P_1 及 P_3 は逆に電力が電源にと送られることを表はし, 電源よりの供給電壓 e と電流 i が同方向にある區間の電力 P_2 及 P_4 は電源より電力が供給される. 即ち, 電源とインダクタンス間に常に電力を授受して, 少しも之れを消費しない. 之れは電源よりの電力 P_2 P_4 が, 磁界エネルギとして貯へられ, 次の瞬間には P_3 P_1 のやうに電源に歸される.



第 3.30 圖

（註） 直流回路で開閉器を切ると, 火花の出るのは, 貯へられた磁力線が, 電流の消滅に依つて, 電線を切つて, 逆起電力となり, 逆電流を電源に流し, 其のエネルギを電源に返還しやうとする現象である. 交流では絶えず電流の變化があるから, 電源エネルギと磁界エネルギが授受する.

第 3.28 圖のベクトル圖より明かなやうに, (電壓×電流) ボルトアンペアを皮相電力と云ふ. 然して, $\cos\theta=\cos 90°=0$ で力率は零であり, 電力 (ワツト) を消費しない.

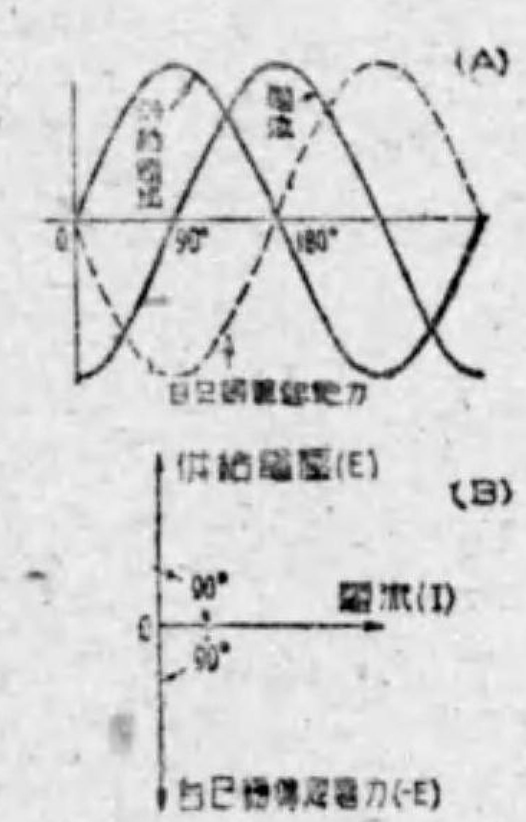
【例 1】 自己誘導係數 100 ミリヘンリ (mH) ナル回路ハ 50 サイクル及 60 サイクルニ對シ何オームノリアクタンストナルヤ.

【指導】 リアクタンスをオームで表はすには, 誘導係數をヘンリで表はさねばならない. 然るに, 1 ヘンリ (H) は 1,000 ミリヘンリ (mH) であるから, 100 mH は 0.1 H となり

$$50\ サイクルでは\quad x_L=2\pi fL=2\times 3.14\times 50\times\frac{100}{1{,}000}=31.4\Omega$$

$$60\ サイクルでは\quad x_L=2\times 3.14\times 60\times 0.1\fallingdotseq 37.7\ \Omega$$

【例 2】 250mH ノ自己誘導係數ヲ有スル回路ニ 50 サイクルノ電壓 120 V ヲ與ヘタル時ニ流ルル電流ノ値ヲ求メ, ベクトル圖ヲ畫ケ.



第 3.31 圖

【指導】 誘導リアクタンス

$$x_L=2\pi fL=2\times 3.14\times 50\times\frac{250}{1{,}000}=78.5\ \Omega$$

供給電壓 $E=120\ V$

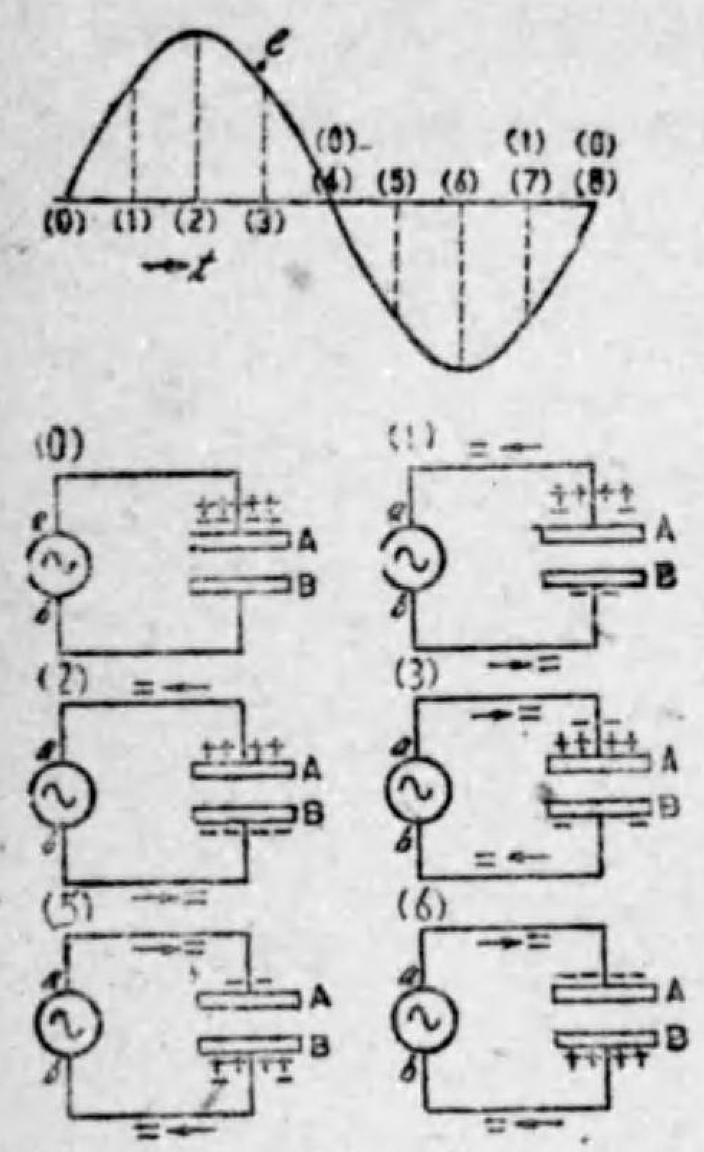
自己誘導起電力 $-E=2\pi fLI=78.5\times I$

$$\therefore\ I=\frac{E}{2\pi fL}=\frac{E}{x_L}=\frac{120}{78.5}=1.53A$$

此の關係を圖示したのが, 第 3.31 圖である.

3.11 靜電容量と容量リアクタンスの理念

直流の回路を切ると電流は流れない. 之れは交流の回路でも同樣であるが, 交流の場合に於て, 此の切つた回路の兩端を相當面積の金屬板を極く接近させて置いた兩方に接續すると, 回路は切れてゐるのに電流が流れる. 其の電流の値は, 金屬板の面積 (廣い程多く流れる), 板間の距離 (接近する程多く流れる), 板間が空氣であるか, 油其の他の絶緣体であるかに依つて相違する. 斯樣な裝置を蓄電器と稱する. 何故に, 斯樣な蓄電器に交流を與へると電流が流れるのか, 其の概略を第 3.32 圖に就て說明しやう.



第 3.32 圖

蓄電器に上圖の e やうな電壓を加へたとき (0) なる瞬間は電壓が零で, A B 板間共に, +, − の電子が中和の狀態であつて, 何等電氣的の現象を現はさない. 夫れが (1) なる瞬間になると, 電源の a は +, b は − となるから, A 板の − 電子は a に吸引され B 板へと送られる. (2) なる瞬間では引きつゞいて A 板の − 電子が B 板へ送られ, 最大値となり, (3) になると, 電壓の低下と共に a の − 電子を A 板より吸引する力が弱つて, B の − 電子の一部は + へと逆流する.

次に, (4) になると, (3) から引きつゞき B の − 電子が A にと歸つて (0) の同じ狀態となる. (− 電子の集積を電荷, 又は電氣量, 電量等と云ふ) 次に (5) になると, 中和の狀態にある B 板の − 電子が b が +, a が − になるので, b に吸引されて B 板より A 板へと送られ, 之れが引きつづき (6) で最大となり, (7) では前の (1) と同樣に, A の − 電子が B へと逆流して, (8) で前の (0) と同じ狀態になる.

斯樣に, − 電子が絶えず流れるので, 此處に電流を生ずるのである.

尙, 圖を仔細に見ると, t=(0) より (1) (2) と電壓の增加する過程では, − 電子が A→a→b→B と移動した. 即ち, 電流が B→b→a→A へと流れたことになり電壓と同方向に電流が流れる. 然るに, 電壓が減少する t=(2) より (3) (4) の過程では, − 電子が B→b→a→A と移動した. 即ち, 電流が A→a→b→B と流れたことになり, 電壓と反對方向に電流が流れる. 之れをまとめて云ふと, 蓄電器に流れる電流は電壓が增加するときは同方向で, 減少するときは反對方向である.

今, 1 つの蓄電器を取り, 之れに Q クーロンの電氣量を與へたとき, 蓄電器端子間に E ボルトの電壓が表はれたとすると

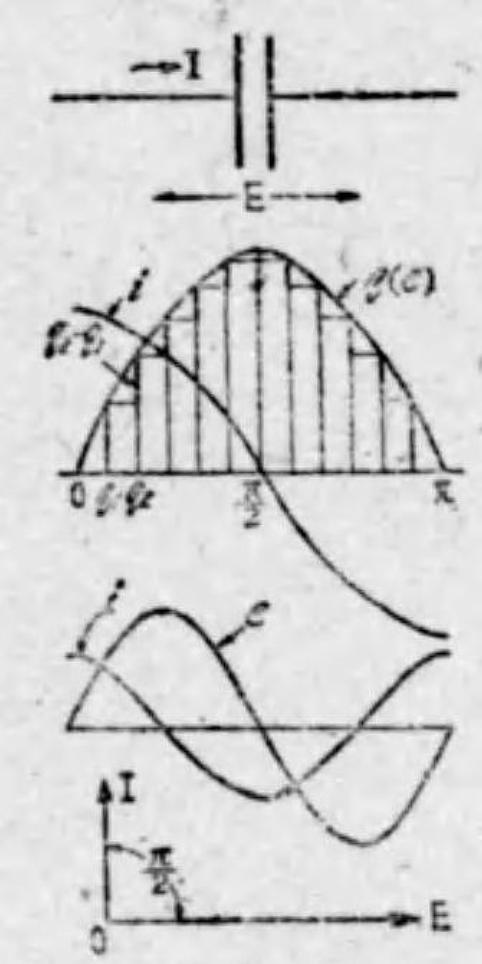
$$C = \frac{Q}{E}$$ ファラードを蓄電器の靜電容量と云ふ.

然して, 1 クーロンの電氣量と云ふのは, 1 A の電流が 1 秒間流れた時の電氣量であつて, 5 A の電流が 8 秒間流れると 5×8=40 クーロンの電氣量となる.

故に, 電流を I, 時間を t で示すと

$$Q = It \quad 又 \quad C = \frac{Q}{E} \quad Q = CE$$

なる關係がある.

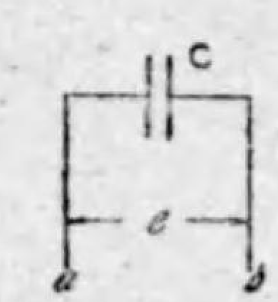


第 3.33 圖

扨, 第 3.33 圖のやうな靜電容量 C なる蓄電器に電壓 e を加へた場合, 蓄電器に貯へられる電氣量は $q = Ce$ で, q は e と同相で, 之れに比例する. 此の q の變化が電流となることは前の說明より明かである. 第 3.28 圖で ϕ の變化量 $(\phi_2 - \phi_1)$ を求めたのと同樣な方法で電氣量 q の變化量 $(q_2 - q_1)$ を求めると, 電流は, 此の $(q_2 - q)$ に比例する. $(q_2 - q_1)$ の量は 0 及 π で最大 $\pi/2$ で最小零となる.

此の 2 つ, 即ち電流の大さは 0 及 π で最大, $\pi/2$ で零となり, 方向は e (即ち q) の增加では電壓と同方向減少では反對方向と云ふことから, 圖の電流 i なる曲線が畫かれる. 此の電流曲線は e が正弦波であると正弦波となり, 電壓 e よりも 90° 進み, ベクトル圖に示すと, I は E よりも $\pi/2 = 90°$ 進んで居る.

之れを, インダクタンスの場合と同樣に, 數式的に取扱つて見る.



第 3.34 圖

今, 第 3.34 圖の靜電容量 C なる蓄電器の a b 間に $e = E_m \sin \omega t$ なる電壓を與へたとすると

$Q = CE_m \sin \omega t$ なる電氣量が蓄電器に貯へられる.

然して, Q は上式の示すやうに, 時々刻々に變化しなければならない, 其處で, t_1, t_2 なる瞬間には, 蓄電器の電氣量 Q_1, Q_2 は夫々 $CE_m \sin \omega t_1$ 及 $CE_m \sin \omega t_2$ となる. 然して, t_1 より t_2 迄の間に $(Q_2 - Q_1)$ なる電氣量の變化,

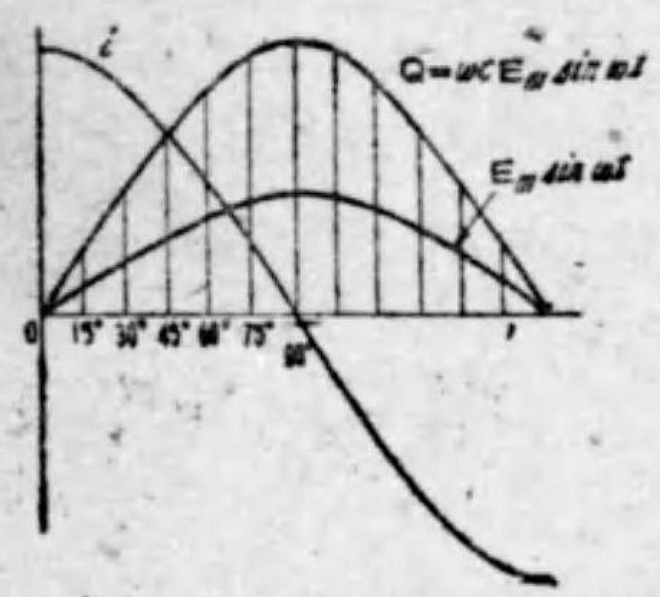
即ち，移動があつた譯であるから，此の移動に應じた電流が流れる．

其の値は　$i=\dfrac{Q_2-Q_1}{t_2-t_1}=\dfrac{CE_m(\sin\omega t_2-\sin\omega t_1)}{t_2-t_1}$

分母分子に ω を乘じ　$i=\dfrac{\omega CE_m(\sin\omega t_2-\sin\omega t_1)}{\omega t_2-\omega t_1}$

之れを，インダクタンスの場合の式と比較すると $-\omega LI_m$ と ωCE_m の相違で他は同一であるから，$(\omega t_2-\omega t_1)$ を極めて小さく取ると，第 3.35 圖の如くになる．茲に注意せねばならないのは，C の電流 i には，負號が付いてゐないから，$\omega t=0°$ より $90°$ 迄は正の値を有してゐる事である．其の代り，ωt が $90°$ より大となると，逆に負となる．圖に見る如く，電壓が 0 から出發する，即ち $\omega t=0$ に於て電流は正の最大，ωt が順次增加するに從つて i は減少して，$\omega t_2=90°$ になると零となる

（註）　C の i の式に負號のないことを第 3.35 圖と第 3.29 圖を比較して十分に理解されよ．



第 3.35 圖

從つて，蓄電器の兩端に正弦波電壓を與へると，流れる電流は之れより $90°$ 進んでゐる．然も，其の變化は正弦波となる．

電壓　$e=E_m\sin\omega t$　　電流　$i=\omega CE_m\sin(\omega t+90°)$

上式から明かなやうに，電流の最大値は ωCE_m であつて，實効値は此の $1/\sqrt{2}$ となる．

最大値　$I_m=\omega CE_m$　　實効値　$I=\dfrac{\omega CE_m}{\sqrt{2}}=\omega C\dfrac{E_m}{\sqrt{2}}=\omega CE$

E は申す迄もなく，e の實効値である．

故に　$\dfrac{E}{I}=\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{2\pi fC}$　　$E=\dfrac{1}{\omega C}\times I=\dfrac{1}{2\pi fC}\times I$

上式をオームの法則から考へると，$1/\omega C$ は一種の抵抗と見ることが出來る．

其處で，之れにオームなる單位を與へ，直流の場合の抵抗を區別して容量リアクタンスと云ひ，x_c で表はす．然して，此の容量リアクタンスは上式より明かなやうに，周波數に反比例する．即ち，同一の靜電容量に對しても，周波數が大なる程，容量リアクタンスは小となる．

【例 1】 0.05 F ノ蓄電器ノ 50「サイクル」及 25「サイクル」ニ對スル容量リアクタンスハ何「オーム」ナリヤ．

（註）ファラドを F で表はし，1 ファラドの百萬分の 1，即ち，10^{-6} F を 1 マイクロ・ファラドと云ひ，μF で表はす．

【指導】 50 サイクルに對する，容量リアクタンスは

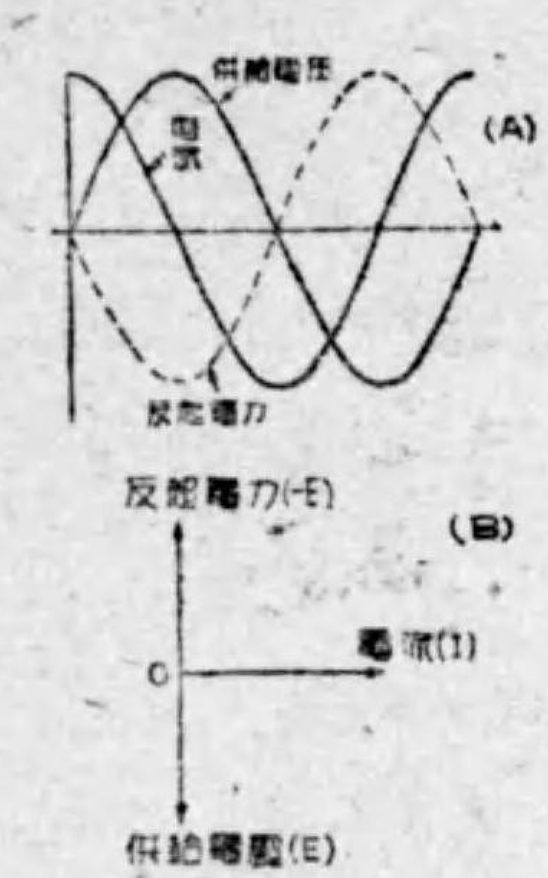
$$x_c=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times3.14\times50\times0.05}=0.0636\,\Omega$$

x_c は周波數に反比例するから，周波數が ½，即ち，25 サイクルの時は 50 サイクルの時の倍となり，0.1272 Ω となる．

【例 2】 3 μF ノ靜電容量ヲ有スル回路ニ，50 サイクル，30,000 V ノ電壓ヲ與ヘタ時ノ充電電流ヲ求メ，ベクトル圖ヲ畫ケ．

【指導】 實際の數値の關係から，自己誘導係數は mH で，靜電容量は μF で表はすことが多い．

扨，容量リアクタンスのオーム値は，靜電容量がファラドで示された時に，$1/2\pi fC$ となるのであるから，μF を F に換算してから計算を行はねばならない



第 3.36 圖

$$x_c=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\pi\times50\times3\times10^{-6}}=\frac{1}{3\pi\times10^{-6}}$$

供給電壓　$E=30{,}000$ V

逆起電力　$-E=Ix_c=I\times\dfrac{1}{3\pi\times10^{-6}}$

$\therefore\quad I=\dfrac{E}{x_c}=3\pi\times10^{-6}\times30{,}000=28.3$ A

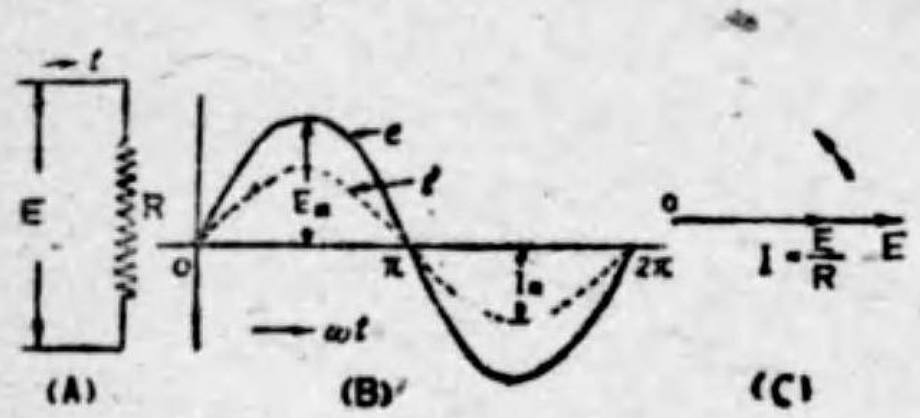
此のベクトル關係は第 3.36 圖の B の如くである．又，靜電容量のみの回路では，電流は供給電壓よりも $90°$ 進んで居るから，第 3.30 圖に示したやうに電力を消費しない．之れは，電力の正波では電源よりの電力が，蓄電器に於て貯へられ，電力の負波では之れが電源に送り歸されるからである．然して，回路の力率は $\cos\theta=\cos90°=0$ となり，$(E\times I)$ を皮相電力と云ふ．

電力の意義に就ては，何れ後で再び說明する．

3.12 インピーダンス直列回路の基本型

抵抗，自己誘導リアクタンス及容量リアクタンスの直列回路を，之れから研究するのであるが，今一應，くどいやうだが，簡單に R のみの回路，L のみの回路，C のみの回路の特性を復習しやう．以下，回路の電壓，電流は周波數 f なる正弦波とする．

❶ R のみの回路：　第 3.37 圖 (A) の如く，抵抗 R オームに通ずる電流が I アンペアであると

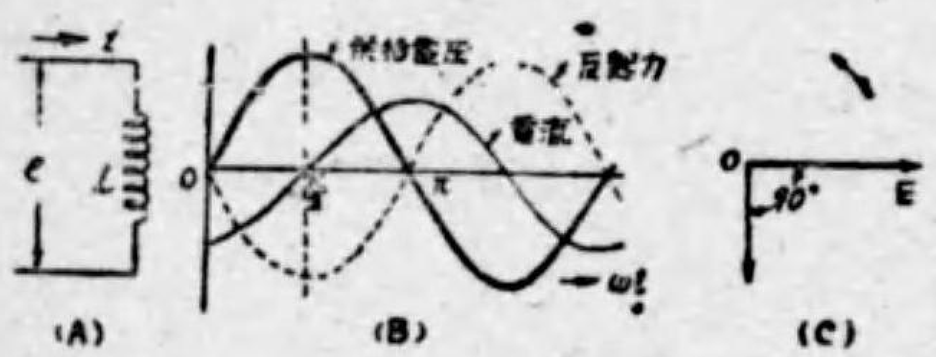


第 3.37 圖

電壓 $E=IR$ ボルト

$$I=\frac{E}{R} \qquad R=\frac{E}{I}$$

であつて，E と I は (C) に示すやうに，同相（同一線上）にある．之れを波形で表はすと，(B) の如くになる．



第 3.38 圖

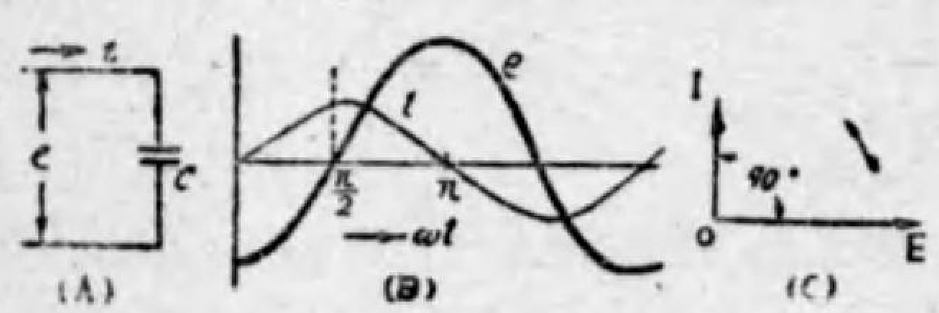
❷ L のみの回路：　第 3.38 圖の (A) のやうに，自己誘導係數 L ヘンリに，I アンペアを通ずると

$$E=\omega LI=2\pi fLI \qquad I=\frac{E}{\omega L}=\frac{E}{2\pi fL} \qquad 2\pi fL=\frac{E}{I} \qquad L=\frac{1}{2\pi f}\cdot\frac{E}{I}$$

然して，ベクトル圖 (C) で示すやうに，電流 I は E よりも 90° 遅れる．

（註）既に述べたやうに，反時計式方向を進みの方向とする．

之れを波形に表はすと (B) のやうになる．



第 3.39 圖

❸ C のみの回路：　第 3.39 圖のやうに，靜電容量 C ファラドに I アンペアを流すと

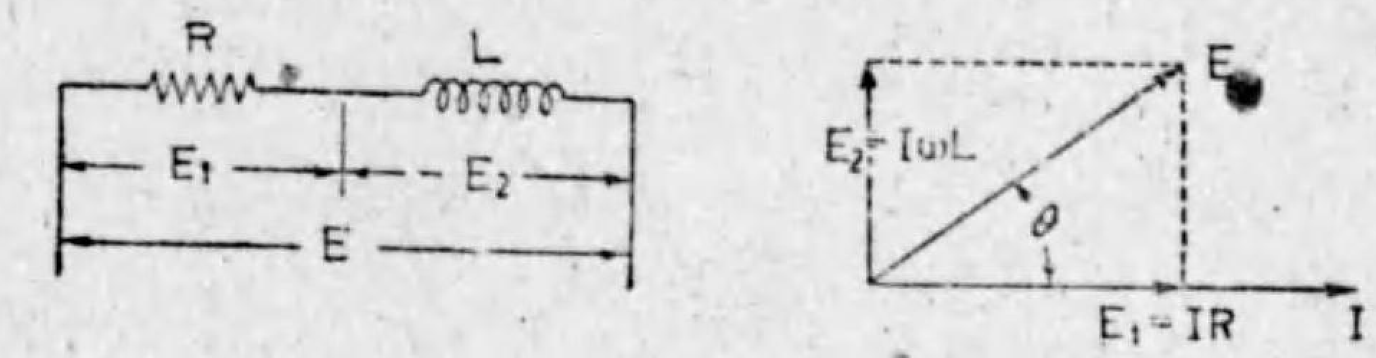
$$E=\frac{1}{\omega C}I=\frac{I}{2\pi fC}$$

$$I=2\pi fCE=\omega CE \qquad \omega C=\frac{I}{E} \qquad C=\frac{1}{2\pi f}\cdot\frac{I}{E}$$

ベクトル圖 (C) に示すやうに，此の場合は電流 I が電壓 E より 90° 進む．又波形を書くと (B) 圖の如くである．

3.12.1 R と L の直列回路

第 3.40 圖のやうに，抵抗 R と自己誘導係數 L を直列とした回路に，電流 I アンペア（實効値）を流すには，抵抗逆起電力に打ち勝つ爲めに IR，自己誘導



第 3.40 圖

起電力に打ち勝つ爲めに ωLI なる電壓を必要とする．然して，IR は電流と同相又 ωLI は電流より 90° 進んだ電壓でなければならない．從つて，之れをベクトルに示すと，第 3.40 圖の右のやうになり，全供給電壓 E は $E_1=IR$ と $E_2=\omega LI$ のベクトル和となる．

扨，ピタゴラスの定理に依ると

直角三角形に於て　$(\text{斜邊})^2=(\text{底邊})^2+(\text{垂線})^2$

$$(\text{斜邊})=\sqrt{(\text{底邊})^2+(\text{垂線})^2}$$

從つて　$E=\sqrt{(IR)^2+(I\omega L)^2}=I\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$

或は又，E なる電壓を與へたとき　電流 $I=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$

電壓 E より電流 I の遅れる角を θ とすると

$$\tan\theta=\frac{I\omega L}{IR}=\frac{\omega L}{R} \qquad \therefore\ \theta=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

之れを逆に云ふと，電壓 E は電流 I より θ だけ進んでゐる．

此の場合をオームの法則から考へると

$Z=\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$　が直流の場合の抵抗に相當する．

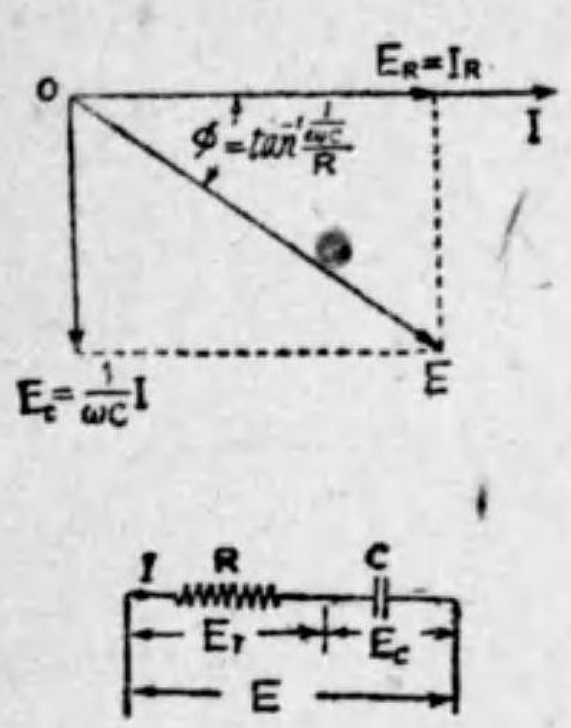
從つて，Z はオームで表はされ，之れをインピーダンスと稱する．E, I, Z 間には

$$I=\frac{E}{Z} \qquad E=IZ \qquad Z=\frac{E}{I}$$

なる關係がある.

3.12.2　R と C の直列回路

第 3.41 圖下のやうな R と C の直列回路に, 電流 I を流すには, 前項で述べたやうに, R に對して IR なる電壓と, C に對して $\frac{1}{\omega C}I$ なる電壓を要する. 結局, 此の回路の兩端に加へる電壓は, 2 つの電壓のベクトル和となり



第 3.41 圖

$$E=\sqrt{E_R{}^2+E_c{}^2}=\sqrt{(RI)^2+\left(\frac{1}{\omega C}I\right)^2}$$

$$=I\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

電流は

$$I=\frac{E}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}=\frac{E}{\sqrt{R^2+\frac{1}{(2\pi fC)^2}}}$$

尙, 電壓 E の電流 I より遲れる角 ϕ は

$$\tan\phi=\frac{E_c}{E_r}=\frac{I\frac{1}{\omega C}}{IR}=\frac{1}{\omega CR}=\frac{1}{2\pi fCR}\qquad\therefore\ \phi=\tan^{-1}\frac{1}{\omega CR}$$

即ち, 電流 I より ϕ だけ遲れた電壓を與へねばならない. 逆に云ふと, 電流 I は電壓 E より ϕ だけ進むことになる.

(註) 電流が電壓より遲れるとき, 之れを遲れ電流と云ひ, 電壓より進むとき, 之れを進み電流と稱する.

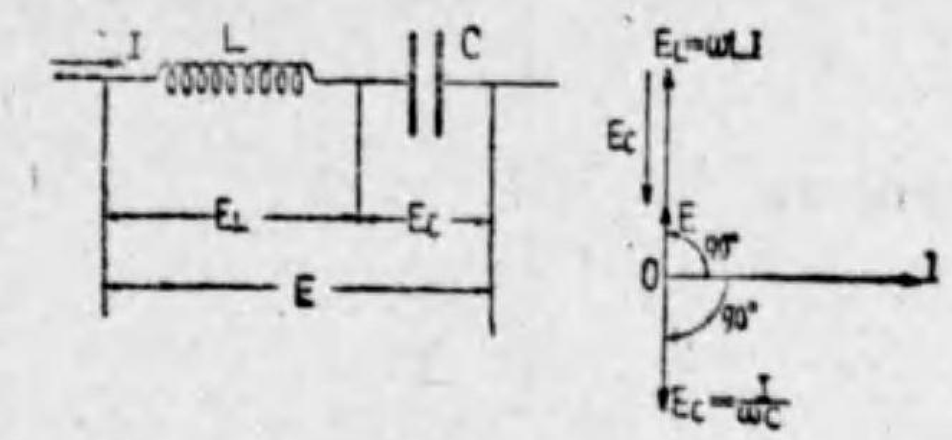
上式より, 此の場合のインピーダンス $Z=\sqrt{R^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}$ であることが明瞭に分る.

故に　$I=\frac{E}{Z}$　　$E=IZ$　　$Z=\frac{E}{I}$

茲で念の爲めに注意して置きたいのは, 自己誘導係數 (インダクタンス) L と誘導リアクタンス ωL, 或は靜電容量 C と容量リアクタンス $1/\omega C$ を混同し易いことである. 即ち, インダクタンス L の單位はヘンリであり, 誘導リアクタンス ωL の單位はオームである. 又, 靜電容量 C の單位はファラドで, 容量リアクタンスの $1/\omega C$ 單位はオームである.

3.12.3　L と C の直列回路

第 3.42 圖左のやうに L と C が直列にある回路に電流 I を流す爲めには, C の逆起電力の爲に $E=\frac{1}{\omega C}I$ なる電壓を, L の自己誘導起電力の爲めに $E_L=\omega LI$ なる電壓を加へねばならない. 然して E_C なる電壓は I より 90° 遲れ, E_L なる電壓は I より 90° 進んだ電壓である. 之れをベクトル圖に書くと右の如くであつて, E_L と E_C は 180° の位相角を有して居るから, 兩者のベクトル合成は算術差となり



第 3.42 圖

$$E=E_L-E_C=\omega LI-\frac{I}{\omega C}=I\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)$$

故に　$$I=\frac{E}{\omega L-\frac{1}{\omega C}}=\frac{E}{Z}$$

扨, 此の場合の電壓 E と電流 I の位相角は 90° であつて, 圖では $\omega L>\frac{1}{\omega C}$ としたので, 電流 I は電壓 E よりも 90° 遲れた. 然し, 反對に $\frac{1}{\omega C}>\omega L$ となると, I は E よりも 90° 進むことになる.

斯様に, L と C の直列回路では, 合成インピーダンス (合成リアクタンスと云つてもよい) は兩者の算術差となる. 此のことは, 直流回路に於ける直列抵抗の合成と大いに異る所である.

次に, $\omega L=\frac{1}{\omega C}$, $Z=0$ の場合を考へると, 電壓の値の如何に關せず, 電流は無限大となる. 之れは申す迄もなく, 氣付かれたことであらうが, L の逆起電力と C の逆起電力の方向が反對となり 兩者が打ち消し合つて, 逆起電力が零となる爲めである. 或は又, 次のやうにも云へる. 此の回路に如何なる値の電流を通じても, C と L の逆起電力は互に打ち消し合ふから, 兩端に表はれる電壓の値は零である. 例へば, 各 500Ω の値を有する $x_L=2\pi fL$ と $x_C=\frac{1}{2\pi fC}$ の

直列回路に 2A の電流を流したとすると，兩者は各々，その端子に 1,000V 宛の電壓を表はすに拘らず，此の 2 つを直列とした兩端子間には何等電壓が表はれない．斯樣な現象を共振と云ひ，此の場合のやうに，互に電壓が共振してゐるのを電壓共振又は直列共振と云ふ．

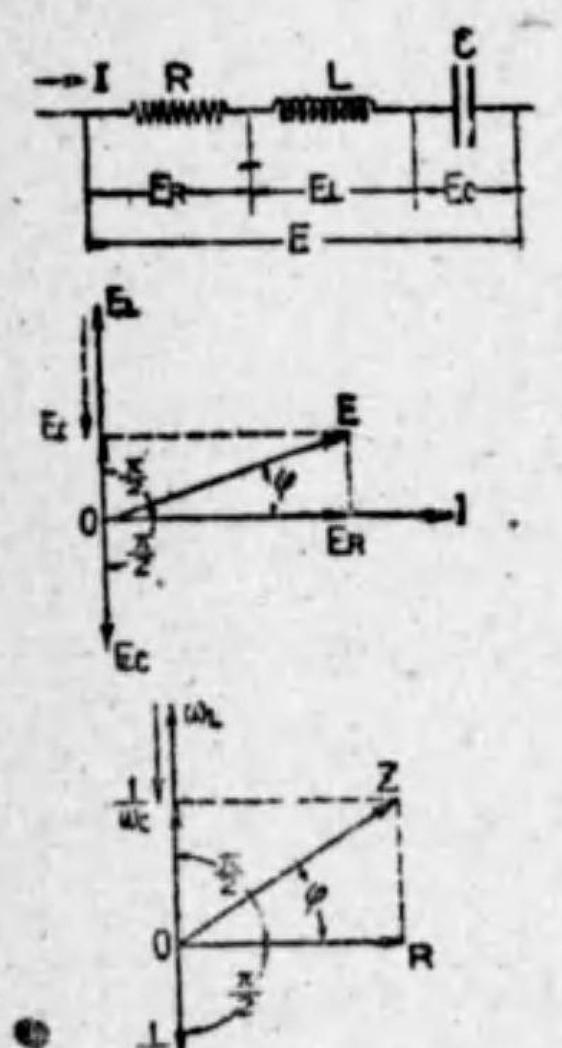
共振を起す條件は $\omega L=\frac{1}{\omega C}$ であるから

$$2\pi fL=\frac{1}{2\pi fC} \qquad \therefore\ f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

此の f を共振周波數と云ひ，上式を滿足するやうな周波數の時に初めて共振するのであつて，之れより周波數が增加しても減少しても共振を起さない．

3.12.4 R, L 及 C の直列回路

R, L 及 C を第 3.43 圖上のやうに直列とした場合を考へると，之れに I なる電流を流す爲めには，R に $E_R=IR$, L に $E_L=Ix_L$, C に $E_C=Ix_C$ なる電壓を要する．此のベクトル關係は中の圖のやうになる．今更らに申す迄もあるまいが



抵抗 R の電壓は $E_R=IR$ で I と同相

インダクタンス L の電壓は

$E_L=2\pi fLI$　I より 90° 進む．

靜電容量 C の電壓は

$E_C=\frac{1}{2\pi fC}\times I$　I より 90° 遲れる．

（L の電流は其の供給電壓より 90° 遲れ，C の電流は 90° 進む）

此の E_R, E_L, E_C なる 3 つの電壓ベクトルの和が線路の供給電壓 E に等しくなる．

第 3.43 圖

故に (E_L-E_C) と E_R のベクトル和が E に等しく

$$E=\sqrt{E_R^2+(E_L-E_C)^2}=\sqrt{(IR)^2+\left(2\pi fLI-\frac{1}{2\pi fC}I\right)^2}$$

$$=I\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$$

或は又 $I=\dfrac{E}{\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}=\dfrac{E}{Z}$

故にインピーダンス $Z=\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}$

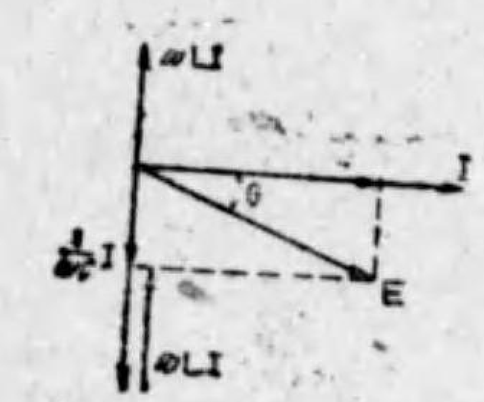
電流 I の電壓 E より遲れる角を φ とすれば

$$\varphi=\tan^{-1}\frac{E_L-E_C}{E_R}=\tan^{-1}\frac{\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)I}{IR}=\tan^{-1}\frac{2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}}{R}$$

此の φ の餘弦 $\cos\varphi$ を回路の力率と云ふ．

扨，中のベクトル圖の E_R, (E_L-E_C), E の各邊を電流 I で除すると下圖の如くに，R, $\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)$, Z の三角形を得る．此の三角形をインピーダンス三角形と云ひ，Z と R の位相角 φ は前に求めた φ と一致する．又，力率に就て云ふと

$$\cos\varphi=\frac{E_R}{E}=\frac{IR}{IZ}=\frac{R}{Z}=\frac{R}{\sqrt{R^2+\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$$



第 3.44 圖

【補講】 此の場合も前述したやうに $\frac{1}{\omega C}>\omega L$ である場合には，ベクトル圖が第 3.44 圖のやうになつて，電流 I は電壓よりも θ だけ進むやうになる．

次に，此の回路の電力を考へると，L も C も既に述べたやうに電力を消費しない．本回路でも電力を消費するのは R のみであつて，消費電力を W とすると

$$W=I^2R=\left(\frac{E}{Z}\right)^2R=E\frac{E}{Z}\cdot\frac{R}{Z}=EI\cos\varphi$$

此の (E×I) は皮相電力である．即ち，直流の場合には (E×I) が，直ちに電力（ワット）となつたが，交流の場合には (E×I) に更らに力率を乘じて，初めて電力（ワット）となる．逆に云ふと

$$回路の力率=\frac{電\ 力\ （ワット）}{皮相電力（ボルトアンペア）}$$ である．

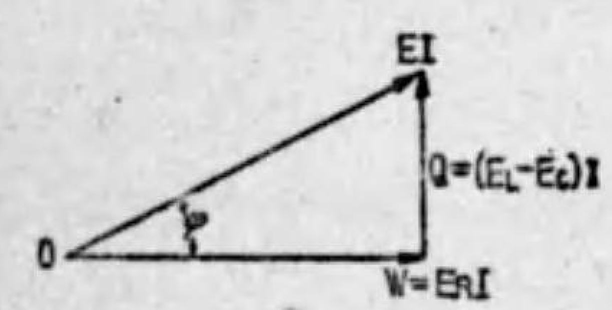
此處に交流回路に於ける力率の意義がある．同じ負荷電力（ワット）に對しても

力率が惡いと

$$皮相電力=\frac{電力(ワット)}{力\quad率}$$

となるから，より大きい皮相電力を要する．然るに，發電機，變壓器，送配電線の容量は此の皮相電力に應じた容量としなければならないから，實際，負荷で有効に働く電力（ワット）に對し，餘分なものを要し不經濟である．

第 3.43 圖の E_R, (E_L-E_C), E の各邊に I を乘ずると，此の電力關係のベクトル第 3.45 圖が得られる．即ち，斜邊の P=EI は皮相電力であり，此の $\cos\varphi$ 倍である W を



第 3.45 圖

$$W=P\cos\varphi=EI\cos\varphi=E\cos\varphi\times I$$
$$=E_RI=(IR)\times I=I^2R$$

を有効電力と云ふ．又，P の $\sin\varphi$ 倍である Q を

$$Q=P\sin\varphi=EI\sin\varphi=E\sin\varphi\times I=(E_L-E_C)I=I^2\left(2\pi fL-\frac{1}{2\pi fC}\right)$$

を無効電力とも云ふ．

故に　$P=\sqrt{W^2+Q^2}$　　$\cos\varphi=\frac{W}{P}$　　$\sin\varphi=\frac{Q}{P}$

電力に就ては，更らに後でくり返して說明する．

尙，E に對して，I を E と同相分の $I\cos\varphi$ と，90° の相差のある分力 $I\sin\varphi$ に分解して，前者を有効電流，後者を無効電流とも云ふ．

(註) 稀には，I に對して E を I と同相分の $E\cos\varphi$ と，之れと 90° の相差ある分力 $E\sin\varphi$ に分つて，前者を有効電壓，後者を無効電壓と云ふこともある．

電流と電壓が同相にある回路，即ち R のみの回路，又は $\omega L=\frac{1}{\omega C}$ である回路を無誘導性回路，電流が電壓より遲れる回路を誘導性回路，電流が電壓より進む回路を容量性回路（又は，反誘導性回路）と稱する．

扨，此の回路で，$E_L=E_C$ であると，是等の値が供給電壓よりも大きくなることがある．

例へば，$R=5\Omega$　$2\pi fL=\frac{1}{2\pi fC}=100\Omega$　とし，之れに I=20A が流れたとすると

$$供給電壓\quad E=\sqrt{(IR)^2+\left(2\pi fLI-\frac{1}{2\pi fC}I\right)^2}=\sqrt{(20\times5)^2+0}=100\ \mathrm{V}$$

であるのに，$E_L=E_C=100\times20=2{,}000\ \mathrm{V}$　となる．之れが前項に示した電壓共振（又は直列共振）であつて，共振周波數を示す式も前と同樣になる．

例へば，變壓器を通じて，送電線を無負荷充電する場合には，發電機の發生周波數に依つては，時として此の危險な直列共振狀態を生じ，送電線の電壓を異狀上昇させることがある．

(註) 最も一般的に實在する交流回路は，R と L の直列回路であり，R と C の直列回路は蓄電器の回路を示す．但し，此の時の R は蓄電器の電力損失を表はす．尙，此のことに就ては，後で，實在交流回路として，考察を深めることにする．

【例 1】 $R=5\Omega$ ト L=20mH ノ直列回路ニ 50〜 100V ノ交流電壓ヲ與ヘタ場合ノ電流及電壓ト兩者ノ相差，並ニ R, L 夫々ノ端子電壓ヲ求メヨ．

【指導】 20mH の L は 50〜 に對して

$$x_L=\omega L=2\pi fL=2\times3.14\times50\times\frac{20}{1{,}000}=6.3\ \Omega$$

故に，インピーダンス Z は

$$Z=\sqrt{R^2+x_L^2}=\sqrt{5^2+6.3^2}=8\ \Omega$$

$$\therefore\quad I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{8}=12.5\ \mathrm{A}$$

$$\tan\theta=\frac{\omega L}{R}=\frac{6.3}{5}=1.26$$

三角函數表から　　$\theta\fallingdotseq51°$

此の θ は電流が電壓より遲れる角度である．

又　$IR=12.5\times5=62.5\ \mathrm{V}$　　$I\omega L=12.5\times6.3=78.75\ \mathrm{V}$

【例 2】 $R=50\Omega$ ト $C=120\ \mu F$ ノ直列回路ニ 50〜 100V ノ交流ヲ與ヘタ場合ノ電流，電壓，相差，並ニ R, C 夫々兩端ノ電壓ヲ求メヨ．

【指導】 $120\ \mu F$ の C は 50 サイクルに對し

$$x_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\times3.14\times50\times120\times10^{-6}}=26.5\Omega$$

故に，インピーダンス Z は

$$Z=\sqrt{R^2+x_C^2}=\sqrt{50^2+26.5^2}=56.63\ \Omega$$

$$I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{56.63}\fallingdotseq 1.763\ \mathrm{A}$$

$$\tan\theta=\frac{x_C}{R}=\frac{26.5}{50}=0.53\qquad \theta\fallingdotseq 28^\circ\ (\text{三角函數表より})$$

此の場合の θ は，電流が電壓より進む角である．

又，　$IR=1.763\times 50=88.2\ \mathrm{V}\qquad Ix_C=1.763\times 28.5=49.7\ \mathrm{V}$

【例 3】 L=0.1 H ト C=300 μF トノ直列回路＝ 50〜 100V ノ交流ヲ與ヘタ時ノ電流，電壓，相差，各々兩端ノ電壓ヲ求メヨ．

【指導】 $x_L=2\pi fL=2\times 3.14\times 50\times 0.1=31.4\ \Omega$

$$x_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=\frac{1}{2\times 3.14\times 50\times 300\times 10^{-6}}=10.6\ \Omega$$

$$Z=x_L-x_C=31.4-10.6=20.8\ \Omega$$

$$I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{20.8}\fallingdotseq 4.8\ \mathrm{A}$$

$$Ix_L=4.8\times 31.4=150.7\ \mathrm{V}\qquad Ix_C=4.8\times 10.6=50.9\ \mathrm{V}$$

此の場合，回路の抵抗は無視されてゐる．又 $\omega L>\dfrac{1}{\omega C}$ であるから，電流は電壓より 90° 遲れる．

【例 4】 r=20Ω, L=0.16H, C=100μF ヲ直列トセル回路ノ兩端＝ 50〜 100V ノ電壓ヲ與ヘタル時，流レル電流，電壓，相差及各兩端ノ電壓ヲ求メヨ．

【指導】 50 サイクルに對する ωL 及 $1/\omega C$ の値を求めると，夫々

$$x_L=\omega L=2\times 3.14\times 50\times 0.16=50.2\ \Omega$$

$$x_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\times 3.14\times 50\times 100\times 10^{-6}}=31.8\ \Omega$$

$$Z=\sqrt{R^2+(x_L-x_C)^2}=\sqrt{20^2+(50.2-31.8)^2}\fallingdotseq 27.1\ \Omega$$

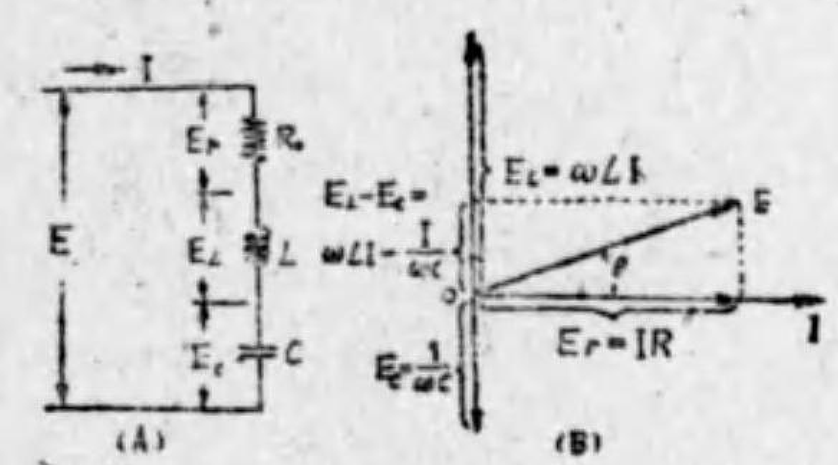
$$I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{27.1}\fallingdotseq 3.65\ \mathrm{A}$$

$$\tan\theta=\frac{x_L-x_C}{R}=\frac{50.2-31.8}{20}=0.915$$

三角函數表より　$\theta\fallingdotseq 42^\circ 30'$

又，$IR=3.65\times 20\fallingdotseq 73\ \mathrm{V}$

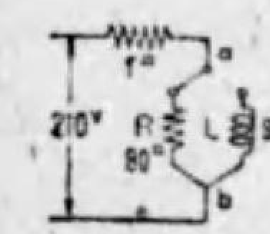
$Ix_L=3.65\times 50.2\fallingdotseq 183.2\ \mathrm{V}\qquad Ix_C=3.65\times 31.9=116.4\ \mathrm{V}$



第 3.46 圖

R, L, C の直列回路のベクトル圖を今一應畫くと第 3.46 圖の如くである．本圖では E_L 及 E_C が E よりも大きくなつてゐる．

【例 5】 電壓 210 V ナル一定電壓交流電源ヨリ，直流無誘導抵抗 r Ω ヲ通ジテ 80Ω ノ無誘導抵抗＝電流ヲ通ジタル＝，端子 a, b 間ノ電壓 120V ナリト云フ．今，此ノ 80 Ω ノ抵抗ノ代リ＝，80 Ω ノ誘導リアクタンスヲ接續セバ端子 a, b 間ノ電壓幾何ナルヤ．



第 3.47 圖

【指導】 a, b 間に無誘導抵抗を入れた時，抵抗 80Ω の端子 a, b 間の電壓が 120V であるから，回路の電流は

$$I=\frac{120}{80}=1.5\ \mathrm{A}\qquad \text{依つて r の値は}\quad r=\frac{210-120}{1.5}=60\ \Omega$$

此の時は，r と R の直列回路であるから，直列回路と同樣で，r に加はる電壓は 210−120=90 V である．

次に，a, b 間に誘導リアクタンスを入れた時の電流 I′ は

$$I'=\frac{E}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}=\frac{210}{\sqrt{60^2+80^2}}=2.1\ \mathrm{A}$$

故に，此の時の a, b 間の電壓 V は

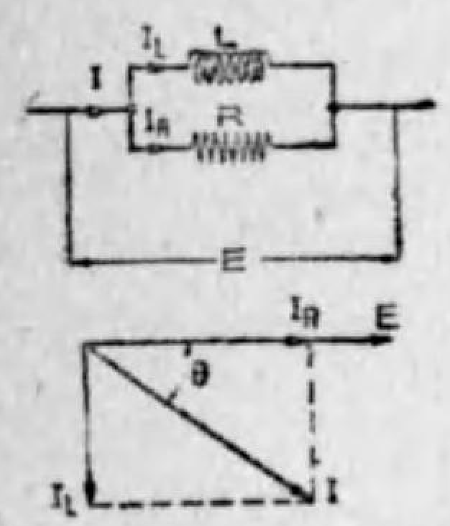
$$V=I'\times 80=2.1\times 80=168\ \mathrm{V}$$

3.13 インピーダンス並列回路の基本型

並列回路に入る前に，直列回路と並列回路のベクトルの畫き方が根本的に相違する點を說明して置こう．直列回路では，各部分の電壓こそ相違するが，電流は同一のものである．並列回路では，各分路の電流こそ相違するが，電壓は同一のものである．其處で，ベクトル關係を畫くには，此の共通のものを水平基準ベク

トルとする．即ち，直列回路では，電流を水平基準ベクトルとし，並列回路では電壓を水平基準ベクトルとする．斯くして，各部の電壓なり電流のベクトルを畫くと，容易に其のベクトル關係を完成することが出來る．此のことを念頭に置くと，以下の説明も自から明かである．

3.13.1 R と L の並列回路



第 3.48 圖

第 3.48 圖のやうに，R と L の並列回路の兩端に電壓 E を與へたとき，L に流れる電流 I_L は E より 90° 遲れ，R に流れる電流は E と同相である．是等の位相關係は同圖のベクトル圖で示されるから，此の回路に流れる合成電流 I は I_L と I_R との合成となる．

從つて　$I=\sqrt{I_R^2+I_L^2}$

然るに　$I_R=\dfrac{E}{R}$　$I_L=\dfrac{E}{\omega L}$　であるから

$$I=\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{\omega L}\right)^2}=E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}=\frac{E}{\dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}}$$

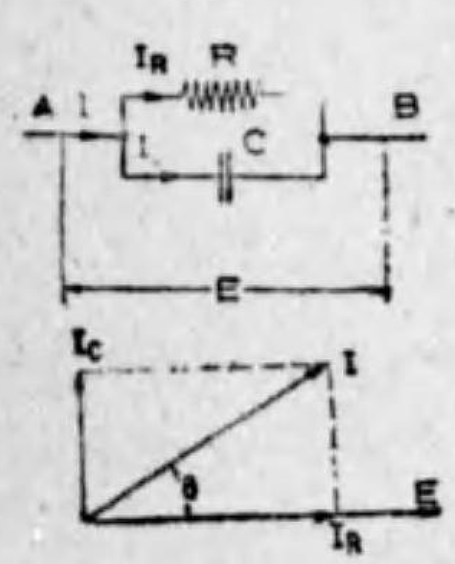
又 $$Z=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

本式は此の場合の合成インピーダンスを示すから　$I=\dfrac{E}{Z}$　$E=IZ$　$Z=\dfrac{E}{I}$

又　$\tan\theta=\dfrac{I_L}{I_R}=\dfrac{R}{\omega L}$　　$\theta=\tan^{-1}\dfrac{R}{\omega L}$

此の θ は電流 I が電壓より遲れる角である．

3.13.2 R と C の並列回路



第 3.49 圖

第 3.49 圖の樣に R と C とを並列にし，其の兩端に E なる電壓を與へる時，C に流れる電流は E より 90° 進み，R の電流は E と同相である．是等の位相關係は同圖のベクトル圖が示す樣に，A よりの合成電流 I は I_R と I_C との合成となる．

從つて　$I=\sqrt{I_R^2+I_C^2}$　　然るに　$I_R=\dfrac{E}{R}$　$I_C=\dfrac{E}{1/\omega C}$

故に $$I=\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{1/\omega C}\right)^2}$$

$$=E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}=\frac{E}{\dfrac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}}}$$

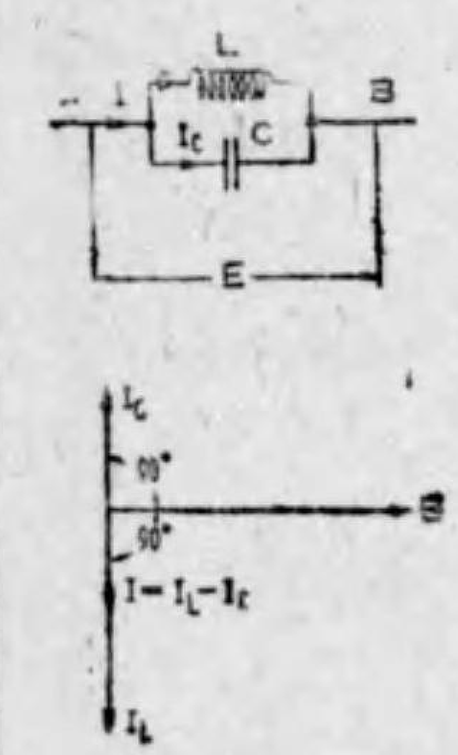
又 $$Z=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}}$$

本式は此の場合の合成インピーダンスで　$I=\dfrac{E}{Z}$　$E=IZ$　$Z=\dfrac{E}{I}$　である．

又　$\tan\theta=\dfrac{I_C}{I_R}=\dfrac{\omega C}{1/R}=\omega CR$　　$\theta=\tan^{-1}\omega CR$

此の θ は電流が電壓より進む角度である．

3.13.3 L と C の並列回路



第 3.50 圖

第 3.50 圖の樣に L と C を並列にし，其の兩端に E なる電壓を與ふる時，L の電流は E より 90° 遲れ，C の電流は E より 90° 進む．故に I_L と I_C とは，丁度 180° の相差を持つ事になるから I_L と I_C とのベクトル和は結局 I_L-I_C となる．

從つて　$I=I_L-I_C=\dfrac{E}{\omega L}-\dfrac{E}{1/\omega C}$

$$=E\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)=\frac{E}{\dfrac{1}{\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)}}$$

又 $$Z=\frac{1}{\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)}$$

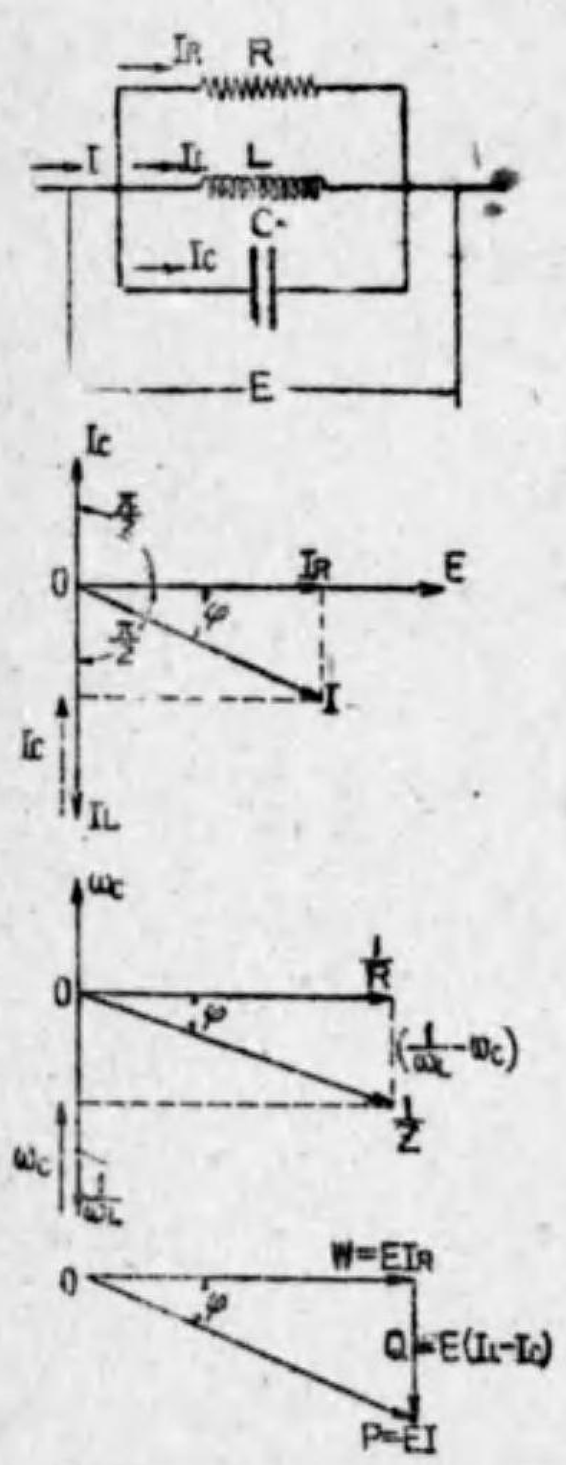
本式は L と C の並列回路の合成インピーダンスである．然して，I は電壓より 90° 遲れる．即ち $\theta=90°$ である．然しこれは $\dfrac{1}{\omega L}>\omega C$ 即ち $\omega L<\dfrac{1}{\omega C}$ の場合であつて，若し $\dfrac{1}{\omega L}<\omega C$ 即ち $\omega L>\dfrac{1}{\omega C}$ の時は Z は負の符號が附く

事になる．然しインピーダンスに負のオーム値を持たせる事は出來ないから，此の時は

$$Z=\frac{1}{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)} \quad とする．$$

その代り $\theta=90°$ は電流が電壓より進む角である．次に $\omega L=\frac{1}{\omega C}$ の時は，$I_L-I_C=0$ となる．即ち $Z=\infty$ となる．これ C に流れる電流と L に流れる電流とが等しく 180° の相差があるからである．故に A からの電流は零であつても L と C とには電流は流れてゐる．此の狀態を電流が共振してゐるから電流共振と云ふ．或は又並列共振とも稱する．電流共振を起すべき周波數も $\omega L=\frac{1}{\omega C}$ と置くと

$$2\pi fL=\frac{1}{2\pi fC} \qquad 共振周波數 \quad f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$



第 3.51 圖

即ち，電壓共振（直列共振）の場合と同樣である．

3.13.4 R, L 及 C の並列回路

此の場合を圖示すると，第 3.51 圖の如くであつて，並列回路であるから，ベクトル圖は電壓 E を基準として書く．

抵抗 R の電流 $I_R=\frac{E}{R}$……E と同相

インダクタンス L の電流

$$I_L=\frac{E}{2\pi fL}……E より 90° 遅れる．$$

靜電容量 C の電流

$$I_C=2\pi fCE……E より 90° 進む．$$

此の I_R I_L I_C なる 3 つの電流のベクトル和が，回路の全電流 I に等しくなる．故に，(I_L-I_C) と I_R のベクトル和が I に等しく

$$I=\sqrt{I_R^2+(I_L-I_C)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{2\pi fL}-2\pi fCE\right)^2}$$

$$=E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{2\pi fL}-2\pi fC\right)^2}$$

此の回路のインピーダンス Z は $Z=\frac{E}{I}$ より

$$Z=\frac{E}{I}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{2\pi fL}-2\pi fC\right)^2}}$$

I の E より遅れる角を φ とすると

$$\varphi=\tan^{-1}\frac{I_L-I_C}{I_R}=\tan^{-1}\frac{\frac{E}{2\pi fL}-2\pi fCE}{E/R}=\tan^{-1}R\left(\frac{1}{2\pi fL}-2\pi fC\right)$$

回路の力率 $\cos\varphi$ は

$$\cos\varphi=\frac{I_R}{I}=\frac{E/R}{E/Z}=\frac{Z}{R}=\frac{1}{R\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{2\pi fL}-2\pi fC\right)^2}}$$

【補講】 I_R, (I_L-I_C), I の各邊を E で除すると第3.51圖の下圖の如く $\frac{1}{R}$, $\frac{1}{\omega L}-\omega C$ $1/Z$ の三角形を得る．

此の $1/Z$ を回路のアドミッタンスと云ひ Y で表はし……即ち Y はインピーダンスの逆數……$\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)$ はリアクタンスの逆數でサセプタンスと云ひ b で表はし，$1/R$ をコンダクタンスと云ひ g で表はす．

斯くすると，上記の三角形はアドミッタンス三角形である．上記の Y, g, b で上式を表はすと

$$I=E\sqrt{g^2+(b_1-b_2)^2}=EY \qquad 又 \quad E=\frac{I}{Y}$$

但し $b_1=\frac{1}{\omega L}$ $b_2=\omega C$ とした．

$$又 \quad \cos\varphi=\frac{I_R}{I}=\frac{Eg}{EY}=\frac{g}{Y} \qquad \varphi=\tan^{-1}\frac{b_1-b_2}{g}$$

即ち，並列回路を Y, g, b で取扱ふと，直列回路と同樣な形の式が得られる．一般に，並列回路は此の Y, g, b で解くと便利である．以上の Y, g, b の說明は不滿足であるから，何れ再び述べることにする．

次に回路の電力に就て考へて見やう．申す迄もなく，第 3.51 圖で電力を消費するのは R の回路のみであつて

$$W=I_R{}^2R=\left(\frac{E}{R}\right)^2R=\frac{E^2}{R}=E\frac{1}{R}=E\frac{I}{Y}\cdot\frac{1}{R}=EI\frac{g}{Y}=EI\cos\varphi$$

即ち，前に定義した通り，$P=E\times I$ なる皮相電力に力率を乘じたものが有効電力 W となり，$\sin\varphi$ を乘じたもの $Q=EI\sin\varphi$ は無効電力となる．

I_R，(I_L-I_C)，I に夫々 E を乘ずると，此の W，Q，P の電力ベクトルが得られる．

$$P=\sqrt{W^2+Q^2} \qquad \cos\varphi=\frac{W}{P} \qquad \sin\varphi=\frac{Q}{P}$$

電流に就て云ふと，I_R は I の有効分（電壓 E と同相にある分力），(I_L-I_C) は I の無効分（電壓 E と $90°$ の位相角ある分力）となる．

扨，此の回路に於て $I_C=I_L$ であると，I は小さい値であるのに，I_C 及 I_L が甚だ大きい値となることがある．例へば

$E=100V$ を $R=10\Omega$　$2\pi fL=\dfrac{1}{2\pi fC}=0.5\Omega$ の並列回路に加へると

$$\text{全電流}\quad I=\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{2\pi fL}-2\pi fCE\right)^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{100}{10}\right)^2+\left(\frac{100}{0.5}-\frac{100}{0.5}\right)^2}=10\ A$$

であるのに，$I_L=I_C=\dfrac{100}{0.5}=200A$ となる．

即ち，之れは前項で述べた電流共振（並列共振）であつて，此の回路は無誘導回路となる．

【例 1】 $R=4\Omega$ ト $L=0.0096mH$ トヲ並列ニ接續シテ，之レニ $50\sim$ $100V$ ノ電壓ヲ與ヘタル時ノ合成電流並ニ合成インピーダンスヲ求メヨ．

【指導】 $50\sim$ に對する　$x_L=2\pi fL=2\times3.14\times50\times0.0096=3\Omega$

$$\text{從つて}\quad Z=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2}}=\frac{12}{5}=2.4\ \Omega$$

$$\text{故に}\quad I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{2.4}\fallingdotseq41.66\ A$$

$$\text{尚，位相角}\quad \theta=\tan^{-1}\frac{I_L}{I_R}=\tan^{-1}\frac{R}{\omega L}=\tan^{-1}1.333$$

三角函數表より θ の値を求めることが出來るが，表が與へられてゐない時の θ は，上記のまゝでよい．但し，特別角 $0°$，$30°$，$45°$，$60°$，$90°$ の場合は，何度の角と直ちに分る．

上記のやうに，合成インピーダンスを求めて計算してもよいが，或は又

$$I_R=\frac{E}{R}=\frac{100}{4}=25\ A \qquad I_L=\frac{E}{x_L}=\frac{100}{3}=33.33$$

$$\therefore\quad I=\sqrt{I_R{}^2+I_L{}^2}=\sqrt{25^2+33.33^2}\fallingdotseq41.66\ A$$

と求めてもよい．此の方が實際的にベクトルを畫きながら解けるから適當である

【例 2】 $R=10\Omega$ ト　$x_C=\dfrac{1}{2\pi fC}=10\Omega$ ヲ並列トシ，之レニ $100V$ ノ電壓ヲ與ヘタ時ノ合成インピーダンス及合成電流ヲ求メヨ．

【指導】 $I_R=\dfrac{100}{10}=10\ A$　　$I_C=\dfrac{100}{10}=10\ A$

$$I=\sqrt{I_R{}^2+I_C{}^2}=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}=10\times1.414=14.14\ A$$

$$\text{或は又，}\quad Z=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+(\omega C)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{10}\right)^2+\left(\frac{1}{10}\right)^2}}=\frac{10}{\sqrt{2}}\ \Omega$$

$$I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{10/\sqrt{2}}=10\times\sqrt{2}=14.14\ A$$

$$\text{尚，位相角}\quad \theta=\tan^{-1}\frac{1}{\omega CR}=\tan^{-1}1.0=45°$$

【例 3】 $x_L=\omega L=25\Omega$ ト $x_C=\dfrac{1}{\omega C}=15\Omega$ ヲ並列ニシ，之レニ $100V$ ノ電壓ヲ與ヘタ時ノ合成電流，合成インピーダンスヲ求メヨ．

$$\text{【指導】}\quad Z=\frac{1}{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)}=\frac{1}{\left(\frac{1}{15}-\frac{1}{25}\right)}=\frac{75}{2}=37.5\ \Omega$$

$$I=\frac{E}{Z}=\frac{100}{37.5}=2.66\ A$$

此の回路には R を含まないし，且つ $\omega L>\dfrac{1}{\omega C}$ であるから，電流は電壓より $\theta=90°$ 進む．又，I_L と I_C を求めて，$I=I_C-I_L$ としても求められる．

【例 4】 $R=8\Omega$，$x_L=\omega L=10\Omega$，$x_C=\dfrac{1}{\omega C}=4\Omega$ ノ各々ヲ並列ニ接續シ，兩

端＝ 100V ノ電壓ヲ加ヘタル時ノ合成電流及合成インピーダンスヲ求メヨ．

【指導】 $$\dot{Z}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{8}\right)^2+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{4}\right)^2}}$$

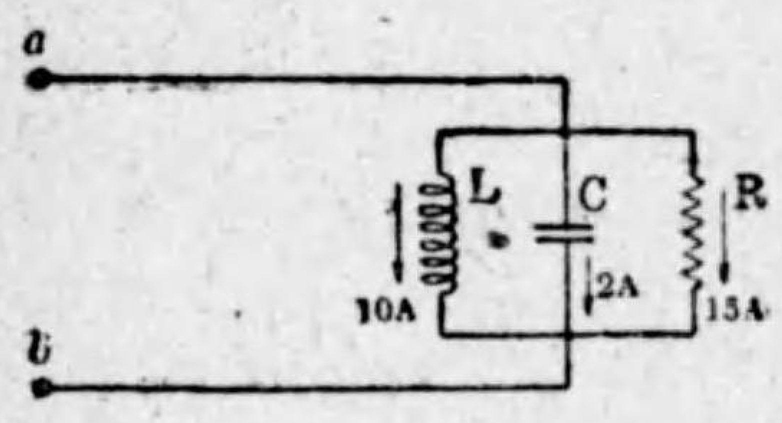
$$=\frac{80}{15.62}=5.1\ \Omega$$

$$\therefore\ I=\frac{100}{5.1}=19.6\,\mathrm{A}$$

此の場合 $\omega L>\frac{1}{\omega C}$ であるから，電流は電壓より進み， 其の値は $\tan^{-1}1.2$ となり、三角函数表から，位相角は $50°12'$ と分る．

【例 5】 圖ノ如ク，インダクタンス L, 靜電容量 C 及無誘導抵抗 R ヲ並列＝接續シタル回路＝於テ． L＝10A C＝2 A, R＝15A ノ電流ヲ通ズルトキ，端子 a, b ＝通ズル合成電流ハ何程トナルヤ．

但シ，インピーダンス L 及靜電容量 C ハ共＝損失ナキモノトス．

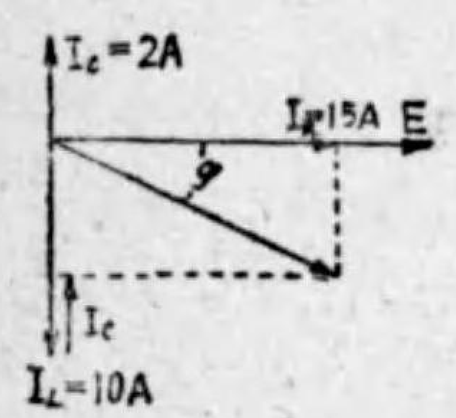


第 3.52 圖

【指導】 L の電流 I_L は a, b 間の電壓より 90° 遲れ C の電流 I_C は 90° 進み， R の電流は電壓と同相であつて，此の關係を示すと第 3.53 圖の如くである．

$$\text{合成電流}\quad I=\sqrt{I_R^2+(I_L-I_C)^2}$$

$$=\sqrt{15^2+(10-2)^2}=17\ \mathrm{A}$$



第 3.53 圖

3.14 交流電力及力率の理念

交流電力に就ては既に述べたが，尙，詳しく說明しやう．

直流の電力は EI であつた． 交流の場合，電壓と電流の實効値の積 EI は一般に電力を表はさない． 然し，瞬時値の各の積 ei は瞬時電力を表はす．此の瞬時電力は時々刻々に變化するものであつて，吾々の計算に扱ふ電力はこんな時々刻々に變化する電力ではなく，これを 1 周波に就いて平均した平均電力である． 第 3.54 圖の樣に，電壓と電流とが同相である時の各瞬時値の積 ei は，圖の如く電流電壓が負の時でも正となる． 故に，之れを 1 周波に就いて平均すると，P なる

高さの矩形が得られる． 此の P なる高さが此の場合の平均電力である．斯樣に電壓と電流の位相が等しいのは抵抗のみの回路の場合である．

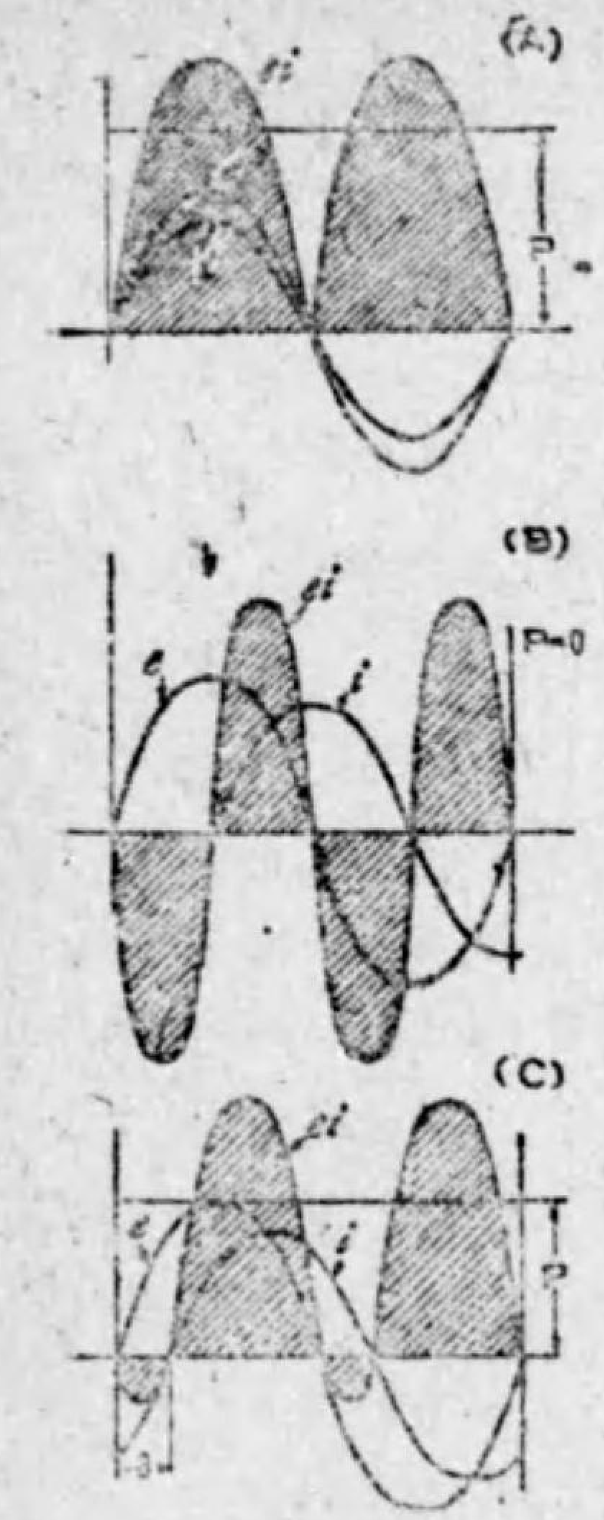
此の場合 $ei=iR\times i=i^2R$

となり，ei を 1 周波にに就いて平均したものは i^2 を 1 周波に就いて平均したものを R 倍した事になる． 然るに，i^2 を 1 周波に就いて平均したものは實効値の自乘 I^2 である．

∴ 平均電力 $P=I^2R=IR\times I=EI$ となる．

故に，電壓と電流とが同相である時は， 上式の如く I^2R でも EI でも平均電力を示す事が出來る．(但し，I は實効値で計器の指示)

次に， (B) 圖の樣に電壓と電流とが 90° の位相角を有するものゝ各瞬時値の積 ei は，圖の樣に電壓又は電流の周波數の 2 倍を以て正負交互の曲線となる． 即ち，電壓の正の時は電流が負であり，電流が正の時電壓が負となる事が 1 周波に 2 回ある爲めである．然して，ei 曲線の正波と負波とは完全に同波形であるから， これを 1 周波に就いて平均すると正負兩波が差引される事になるので零となる．即ち，平均電力 P は零である． 然して，e と i とが 90° の相差を有するのは前述の如く L のみの回路か，或は C のみの回路，又は C と L との並列又は直列回路の時である．即ち，P＝0 より次の事が云へる． L のみ，或は C のみの回路では平均電力は零である． 換言すれば，電力の消費を行はない． これは ei 曲線の正波の時は電力を自己の內部に蓄へて，次の負波の時に電源へ送り返すのであると考へられる．



第 3.54 圖

次に， 圖 (C) に於て e と i との間に θ だけの相差がある時の ei 曲線はどうなるか， 即ち，圖の樣に一部分に小さい負波が出來，他の部分に大なる正波が出來る． これは電壓の正の時に電流が負，或は電流の正の時に電壓が負である期間が (B) の場合より短いからである．そこでこれを 1 周波に就いて平均すると，

正波と負波とは打消す作用はするが，正波の方が大きいから，平均したものは零とはならない．即ち，圖の樣に P なる高さの矩形となる．然して，電壓と電流との間に θ なる角度の存するのは前諸節で述べた如く，R と L，R と C 等の直列又は並列の場合であつて，必ず R を含んでゐる．L や C は前述の如く電力を消費しないから，此の P なる矩形の高さは一つに R のみに依つて生じてゐるのである．故に，R の電流の實効値を I とすれば $P=I^2R$ となる譯である．

（a） **直列の場合**　最も一般的な場合として L, R, C の直列回路に就いて考へると，前に求めた處より（第 3.48 圖參照）

$$I=\frac{E}{Z} \qquad \therefore \ P=I^2R=\frac{E}{Z}IR=EI\times\frac{R}{Z}$$

$$\text{但し}\quad Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

上式より直列の場合は，電壓及び電流の實効値の相乘積に，R と Z との比を乘じたものが平均電力である．

$$\text{然して}\quad \frac{R}{Z}=\frac{R\times I}{Z\times I}=\frac{IR}{E}=\cos\theta$$

これが力率であつた．即ち，力率は電壓と電流との位相角の餘弦であつて，直列回路の場合は R と Z との比である．

$$\therefore \ P=I^2R=EI\cos\theta \qquad \cos\theta=\frac{R}{Z}$$

（b） **並列の場合**　最も一般的なる場合として，L, R, C の並列回路に就いて考へると，前に示した處から（第 3.51 圖參照）

$$I=\frac{E}{Z} \qquad E=IZ \qquad \text{但し}\quad Z=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}}$$

然して，消費する電力は $I_R{}^2R$ であり $I_R=\frac{E}{R}$ であるから

$$\therefore \ P=I^2R=\left(\frac{E}{R}\right)^2R=\frac{E^2}{R}=\frac{E\times IZ}{R}=EI\times\frac{Z}{R}$$

上式より，並列の場合は電壓及び合成電流の實効値の相乘積に Z と R との比を乘じたものが，此の回路全体としての平均電力である．

$$\text{然して}\quad \frac{Z}{R}=\frac{E/I}{E/I_R}=\frac{I_R}{I}=\cos\theta$$

となる．$\cos\theta$ は前述の理より此の回路の電壓と合成電流との位相角の餘弦であるから勿論力率である．

$$\therefore \ P=I_R{}^2R=EI\cos\theta \qquad \cos\theta=\frac{Z}{R}$$

上述の樣に，平均電力は其の回路の電壓と電流との積に力率を乘じたものである．然して，直列の場合の力率の式と，並列の場合の力率の式の形は反對となつてゐる．尙 R/Z や Z/R が各其の場合の $\cos\theta$ となる事は

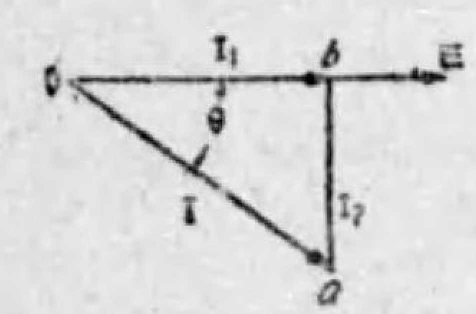
$$\cos\theta=\frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}} \qquad \text{と}\ \tan\theta\ \text{からも求められる．}$$

然して，如何なる角でも $\cos\theta$ が 1 より大となる事はあり得ないから，從つて力率も 1 より大となる事はあり得ない．

斯樣に力率は小數で表れるから，これを 100 倍して % で表はす事がある．例へば，0.75 の力率は 75% の力率である．同一の電壓電流に對して力率が大となる程，平均電力は大となる．そこで交流回路に於ては，なる可く此の力率を大とする樣に心掛けねばならない．又力率を大とする事は，單に電力を大とし得る利益に止まらず，其の他にも種々と利益がある．

尙，θ が進み角の時の $\cos\theta$ を進み力率，θ が遲れ角の時の $\cos\theta$ を遲れ力率と云ふ．$\theta=0$ の時は力率 1 である．

前述の樣に，交流回路の平均電力は，電壓，電流の實効値の相乘積に力率 $\cos\theta$ を乘じたものであつて，第 3.55 圖の樣に任意の回路に於ける電壓と電流との間に θ なる相差があるとすれば此の回路の電力は $EI\cos\theta$ として直ちに求められる．今圖に於ける電流 I を電壓と同相分 I_1 及びこれと 90° の相差を有する電流分力 I_2 とに分けると



第 3.55 圖

$$I_1=I\cos\theta \qquad I_2=I\sin\theta$$

となる．然して $EI\cos\theta=P$ であるから $P=EI_1$ となる．これが實際に回路に於て消費される電力であるから，之れを有効電力と云つた．之れに對し $I_2=I\sin\theta$ は E との間に 90° の相差を有するので，前述の如く電力を消費しない．即ち，仕事をしない．そこでこの電流と電壓との積 $EI_2=EI\sin\theta$ を無効電力と稱した．然して，單に E と I との積が皮相電力であつた．同樣に $I_1=I\cos\theta$ なる電流は有効

電流, $I_2=I\sin\theta$ を無効電流と云ふことも既に說明した．然して, I, I_1, I_2 の關係は圖より $I=\sqrt{I_1^2+I_2^2}$ であるから, 兩邊に E を乘ずると

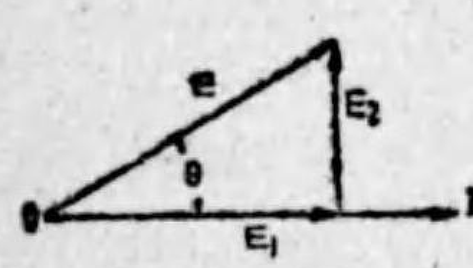
$$EI=E\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\sqrt{(EI_1)^2+(EI_2)^2}$$

EI_1 は有効電力, EI_2 は無効電力, EI は皮相電力であるから

$$皮相電力(EI)=\sqrt{(有効電力\ EI_1)^2+(無効電力\ EI_2)^2}$$

なる關係がある．有効電力の單位にはワツト (W) を用ひるが, 皮相電力にはボルトアンペア (VA) を用ひ, 無効電力にはバール (Var) を用ひる．是等を夫々 1,000 倍したものがキロワツト (kW), キロボルトアンペア (kVA) 及キロバール (k-Var) である．

以上は電流を電壓と同相の分力及びこれと 90° の相差を有する分力に分解して考へたのであるが, 之れを反對に, 電壓を電流と同相分力及びこれと 90° の相差を有する分力に分解して考へても同樣である．第 3.55 圖の電流を基準にベクトルを畫くと第 3.56 圖となり, E を E_1 及び E_2 の 90° の相差を有する分力に分解すると



第 3.56 圖

$$E_1=E\cos\theta \qquad E_2=E\sin\theta \qquad となる．$$

故に, 是等の兩邊に I を乘ずると, $E_1I=EI\cos\theta$, $E_2I=EI\sin\theta$ となり, 兩式の右邊は各有効電力及び無効電力を示してゐる．即ち前の樣に有効電力は電壓とこれに同相分の電流を乘じた處の積であるが, 又電流とこれと同相分の電壓 E_1 との積であるとも云へる．從つて, 無効電力に就いても同樣に, 電壓とこれに 90° の相差を有する電流分との積であると同時に, 一方, 電流とこれと 90° の相差を有する電壓分との積でもある．

斯くの如く電壓又は電流を, 同相及びこれと 90° の相差を有するものに分解されたものを分力と云ふ．此のことに就ても既に說明した．

【例 1】 電壓 100V, 電流 10 A ノ回路ノ消費電力 800 W ナル時ノ力率, 及ビ無効電力ヲ算出セヨ．

【指導】 $P=EI\cos\theta=100\times10\times\cos\theta=800$ W $\quad\therefore\ \cos\theta=\dfrac{800}{100\times10}=0.8$

無効電力を Q とすれば

$$Q=EI\sin\theta=EI\sqrt{1-\cos^2\theta}=100\times10\times\sqrt{1-0.8^2}=600\ \text{Var}$$

【例 2】 $Z=\sqrt{R^2+x_L^2}$ $\cos\theta=\dfrac{R}{Z}$ ナル時, $\sin\theta$ ノ値ヲ求メヨ．

【指導】 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-\dfrac{R^2}{Z^2}}=\sqrt{\dfrac{Z^2-R^2}{Z^2}}$

これに與へられた Z を代入すれば

$$\sin\theta=\sqrt{\frac{R^2+x_L^2-R^2}{R^2+x_L^2}}=\frac{x_L}{\sqrt{R^2+x_L^2}}$$

【例 3】 $R=4\,\Omega$, $x_L=3\,\Omega$ ノ直列回路ニ 100 V ノ電壓ヲ與ヘタル時ノ有効電力, 力率及無効電力ヲ求メヨ．

【指導】 $Z=\sqrt{R^2+x_L^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5\ \Omega$

$$I=\frac{100}{5}=20\text{A} \qquad \cos\theta=\frac{R}{Z}=\frac{4}{5}=0.8$$

$$\therefore\quad P=EI\cos\theta=100\times20\times0.8=1{,}600\ \text{W}$$

$$Q=EI\sin\theta=100\times20\times\sqrt{1-0.8^2}=1{,}200\ \text{Var}$$

（註） 本問の如く R や x_L が與へられてゐる時は上式によらずとも, $P=I^2R=20^2\times4=1{,}600$ W として求め, 又無効電力は $Q=I^2x_L=20^2\times3=1{,}200$ Var として求められる．$Q=I^2x_L$ となる證明をすると

$$\sin\theta=\frac{x_L}{\sqrt{R^2+x_L^2}}=\frac{x_L}{Z} \qquad となつたから$$

$$Q=EI\sin\theta=E\times\frac{E}{Z}\times\frac{x_L}{Z}=\frac{E^2}{Z^2}x_L=I^2x_L$$

【例 4】 $R=4\Omega$, $x_L=3\Omega$ ヲ並列ニセル場合ノ力率ヲ求メヨ．又之ニ 100 V ノ電壓ヲ與ヘタル時ノ有効電力及無効電力ヲ求メヨ．

【指導】 $Z=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\dfrac{1}{x_L}\right)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{1}{4}\right)^2+\left(\dfrac{1}{3}\right)^2}}=2.4\ \Omega$

又, 上式より $\cos\theta=\dfrac{Z}{R}=\dfrac{2.4}{4}=0.6$ 　又, $\sin\theta=\sqrt{1-0.6^2}=0.8$

$$\therefore\quad P=EI\cos\theta=\frac{100\times100}{2.4}\times0.6=2{,}500\ \text{W}$$

$$Q=EI\sin\theta=\frac{100\times100}{2.4}\times0.8=3{,}333\ \text{Var}$$

電力計算は上述の樣に $\cos\theta$ や $\sin\theta$ を用ひずとも

$$P=I_R^2R=\left(\frac{100}{4}\right)^2\times4=2{,}500\text{W}\qquad Q=I_L^2x=\left(\frac{100}{3}\right)^2\times3=3{,}333\text{Var}$$

として簡單に求めた方が良い. 但し, 問題の如く R と x_L とが並列の時には P は I_R, Q は I_L なる電流を用ひる事を注意せねばならぬ.

【例 5】 8 Ω ノ抵抗ト x_L Ω ノリアクタンストヲ直列ニ接續セシニ, 力率 0.8 トナリタリ. リアクタンスノ値ヲ求メヨ. 又, コレニ 100 V ノ電壓ヲ與ヘタル時ノ皮相電力, 有効電力及無効電力ヲ算出セヨ.

【指導】. R と x_L とは直列であるから

$$\cos\theta=\frac{R}{Z}=\frac{8}{\sqrt{8^2+x_L^2}}=0.8$$

兩邊を自乘すると

$$\frac{64}{8^2+x_L^2}=0.64\qquad\frac{64}{0.64}=8^2+x_L^2\qquad\therefore\ x_L=6\ \Omega$$

$$Z=\sqrt{R^2+x_L^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10\ \Omega$$

$$\therefore\ EI=100\times\frac{100}{10}=1{,}000\ \text{VA (1 kVA)}$$

$$P=I^2R=EI\cos\theta=100\times\frac{100}{10}\times0.8=800\ \text{W}$$

$$Q=I^2x_L=EI\sin\theta=100\times\frac{100}{10}\times0.6=600\ \text{Var}$$

$$\because\ \sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}=\sqrt{1-0.8^2}=0.6$$

上記の答が, 正しいか否かを調べるには, 有効電力の自乘と無効電力の自乘との和の平方根が皮相電力となればよいのであるから

$$\sqrt{P^2+Q^2}=\sqrt{800^2+600^2}=1{,}000$$

となつて, EI なる皮相電力と等しくなり, 正しいことが分る.

【補講】 交流電力に就て, 今一歩その理念を深めて置こう. 例へば, 原動機（水車とか蒸氣ターピン等）に依つて, 交流發電機を運轉してゐる場合, 之れに抵抗回路を接續すると抵抗で消費される電力に相當する機械力が, 原動機から發電機に供給され, 發電機で電力に變換されて抵抗に供給される. 此の場合の交流電力の波形は正波のみである.

然るに, インダクタンスのみ, 或は靜電容量のみの回路を發電機に接續すると, 電力波は正波と負波が交互に生ずる. 即ち, 正波のときは, 原動機から發電機へと, 之れに相當する機械力が供給されるが, 負波の時は此の反對に, 發電機から原動機へと機械力が逆送される譯

である. 然し, 假に 50 サイクルとすると 1 秒間に 100 回も（第 3.54 圖 (B) を參照）機械力の授受が行はれるので, 發電機の回轉體の慣性として此の勢力が貯へられ, 又, 吐出されて, 原動機には及ばない. 即ち, 原動機の出力は發電機を無負荷運轉するのに要する機械力のみである. 電力の負波の時は發電機の回轉体電機子にエネルギが蓄積され, 正波の時に此のエネルギが吐出されることになる（之れをはずみ車効果とも云ふ）. ともあれ, 此の場合は負荷電力に對する原動機の出力は零である.

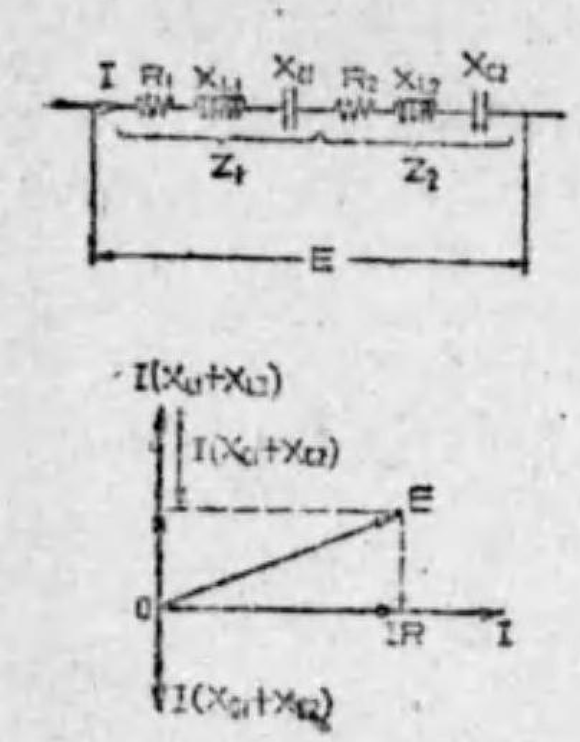
次に力率が $\cos\theta$ の場合は, $EI\cos\theta$ なる有効電力は抵抗回路の場合と同樣に, 原動機から供給され, $EI\sin\theta$ なる無効電力はリアクタンス回路の場合と同樣に, 原動機に何の負擔もかけない. 即ち, 原動機としての所要容量は有効電力 $EI\cos\theta$ に相應するもののみでよい.

然るに, 發電機では, 所要鐵心部分は電壓 E に相當する磁束を通ずるものでなければならないし, 銅線の太さは電流 I を通ずるものでなければならないから, 力率が如何にあらうも, 其の所要容量は, 皮相電力 EI に相當するものでなければならない.

3.15 直並列回路の計算

R, L, C の直並列回路の組合せには, 實に種々なる形のものがあつて, その悉くを示すことは不可能である. 其處で, 最も基本的なもの, 或は簡單な實在回路に近いものの二三を說明することにする.

3.15.1 複雜な直列回路



第 3.57 圖

第 3.57 圖の樣に, Z_1 と Z_2 を直列とした回路の兩端に, 電壓 E を與へる. 但し

$$Z_1=\sqrt{R_1^2+(x_{L1}-x_{C1})^2}$$

$$Z_2=\sqrt{R_2^2+(x_{L2}-x_{C2})^2}$$

此の回路に流れる電流を I とすると, IR_1 と IR_2 は何れも電流と同相にあるから, 直ちに

$IR_1+IR_2=I(R_1+R_2)$ とすることが出來る.

同樣に Ix_{L1} と Ix_{L2} 並に Ix_{C1} と Ix_{C2} は夫々同相にあるから, 夫々を加へ合はすことが出來る.

結局は $R=R_1+R_2$ $x_L=x_{L1}+x_{L2}$ $x_C=x_{C1}+x_{C2}$ の直列なインピーダンス回路と同樣である. 從つて, 今迄に學んだ處から

合成インピーダンス $Z=\sqrt{(R_1+R_2)^2+\{(x_{L1}+x_{L2})-(x_{C1}+x_{C2})\}^2}$

電流 $\mathrm{I}=\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}}=\dfrac{\mathrm{E}}{\sqrt{(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)^2+\{(x_{L1}+x_{L2})-(x_{C1}+x_{C2})\}^2}}$

力率 $\cos\theta=\dfrac{\mathrm{R}}{\mathrm{Z}}=\dfrac{(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)}{\sqrt{(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)^2+\{(x_{L1}+x_{L2})-(x_{C1}+x_{C2})\}^2}}$

有効電力 $\mathrm{P}=\mathrm{EI}\cos\theta=\mathrm{E}\times\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}}\times\dfrac{\mathrm{R}}{\mathrm{Z}}=(\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}})^2\mathrm{R}=\mathrm{I}^2\mathrm{R}$

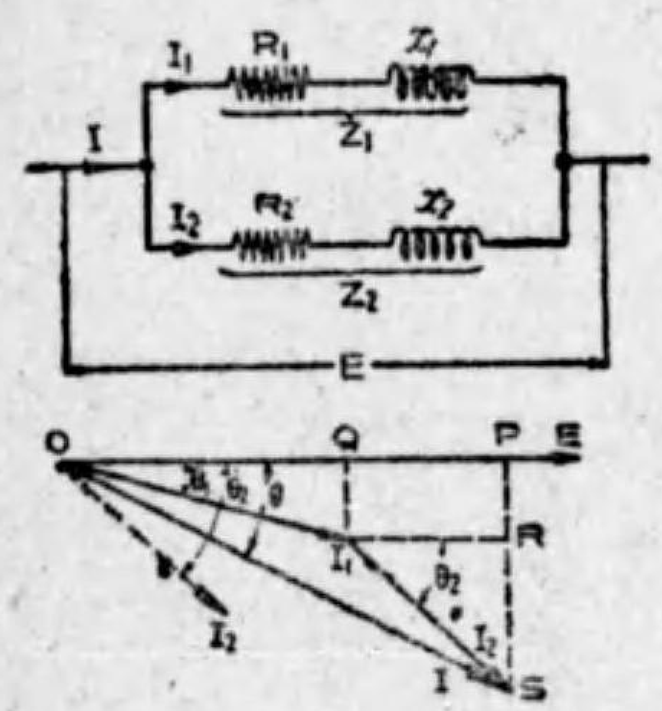
$$=\frac{\mathrm{E}^2(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)}{(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)^2+\{(x_{L1}+x_{L2})-(x_{C1}+x_{C2})\}^2}$$

無効電力 $\mathrm{Q}=\mathrm{EI}\sin\theta=\mathrm{E}\times\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}}\times\dfrac{x_L}{\mathrm{Z}}=(\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}})^2x_L=\mathrm{I}^2x_L$

$$=\frac{\mathrm{E}^2(x_{L1}+x_{L2})}{(\mathrm{R}_1+\mathrm{R}_2)^2+\{(x_{L1}+x_{L2})-(x_{C1}+x_{C2})\}^2}$$

然して，$(x_{L1}+x_{L2})\gtreqless(x_{C1}+x_{C2})$ に依つて，遲れ力率となるか，或は電壓と電流と同相，即ち力率 1 となるか，又は進み力率となる.

3.15.2 複雜な並列回路



第 3.58 圖

第 3.58 圖のやうに

$\mathrm{Z}_1=\sqrt{\mathrm{R}_1^2+x_1^2}$ と $\mathrm{Z}_2=\sqrt{\mathrm{R}_2^2+x_2^2}$

とを並列にすると，I_1 は E より θ_1，I_2 は E より θ_2 だけ遲れる. 並列回路であるから，電壓を基準水平ベクトルとする. 然して I_1 と I_2 のベクトル合成は I となる. ベクトル圖から

$$\mathrm{OQ}=\mathrm{I}_1\cos\theta_1=\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_1}\times\frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1}=\frac{\mathrm{ER}_1}{\mathrm{Z}_1^2}$$

$$\mathrm{OP}=\mathrm{I}_2\cos\theta_2=\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_2}\times\frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2}=\frac{\mathrm{ER}_2}{\mathrm{Z}_2^2}$$

$\mathrm{PR}=\mathrm{I}_1\sin\theta_1=\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_1}\cdot\dfrac{x_1}{\mathrm{Z}_1}=\dfrac{\mathrm{E}x_1}{\mathrm{Z}_1^2}$ $\quad\mathrm{RS}=\mathrm{I}_2\sin\theta_2=\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_2}\cdot\dfrac{x_2}{\mathrm{Z}_2}=\dfrac{\mathrm{E}x_2}{\mathrm{Z}_2^2}$

$$\therefore\ \mathrm{OS}=\sqrt{(\mathrm{OQ}+\mathrm{OP})^2+(\mathrm{PR}+\mathrm{RS})^2}$$

合成電流 $\mathrm{I}=\mathrm{E}\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2}\right)^2+\left(\dfrac{x_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{x_2}{\mathrm{Z}_2^2}\right)^2}$

合成インピーダンス $\mathrm{Z}=\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{I}}=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2}\right)^2+\left(\dfrac{x_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{x_2}{\mathrm{Z}_2^2}\right)^2}}$

力率 $\cos\theta=\dfrac{\mathrm{OP}}{\mathrm{OS}}=\dfrac{\mathrm{I}_1\cos\theta_1+\mathrm{I}_2\cos\theta_2}{\mathrm{I}}$

$$=\frac{\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2}}{\sqrt{\left(\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2}\right)^2+\left(\dfrac{x_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{x_2}{\mathrm{Z}_2^2}\right)^2}}$$

有効電力 $\mathrm{P}=\mathrm{EI}\cos\theta=\mathrm{E}^2(\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2})$

無効電力 $\mathrm{Q}=\mathrm{EI}\sin\theta=\mathrm{EI}\sqrt{1-\cos^2\theta}=\mathrm{E}^2(\dfrac{x_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{x_2}{\mathrm{Z}_2^2})$

上記の電力は $\mathrm{I}_1=\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_1}$ 及 $\mathrm{I}_2=\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_2}$ であるから

$$\mathrm{P}=\mathrm{E}^2(\frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2})=\mathrm{I}_1^2\mathrm{R}_1+\mathrm{I}_2^2\mathrm{R}_2$$

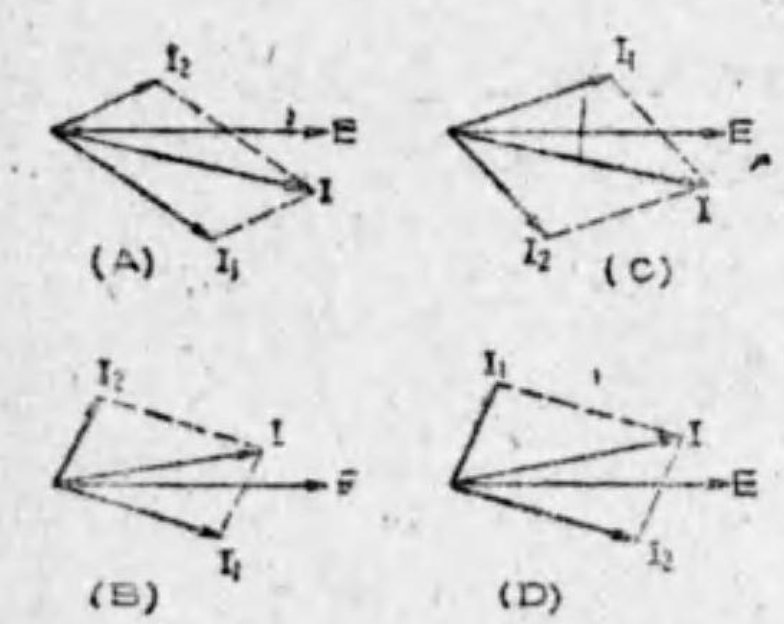
或は又 $\mathrm{P}=\dfrac{\mathrm{E}^2\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1^2}+\dfrac{\mathrm{E}^2\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2^2}=\mathrm{E}\times\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_1}\times\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1}+\mathrm{E}\times\dfrac{\mathrm{E}}{\mathrm{Z}_2}\times\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2}$

$$=\mathrm{EI}_1\cos\theta_1+\mathrm{EI}_2\cos\theta_2$$

但し $\cos\theta_1=\dfrac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{Z}_1}$ $\quad\cos\theta_2=\dfrac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{Z}_2}$

同様に $\mathrm{Q}=\mathrm{I}_1^2x_1+\mathrm{I}_2^2x_2=\mathrm{EI}_1\sin\theta_1+\mathrm{EI}_2\sin\theta_2$

尙，此の場合，回路に C を含んでゐない. C を兩方に C_1, C_2 と含ませた計算とすると，前式の x_1 及び x_2 の代りに $(x_{L1}-x_{C1})$，$(x_{L2}-x_{C2})$ を代入すれば良い. 即ち，上の諸式は一般式として x_L や x_C なる文字でなく，x_1, x_2 で表はした譯である. 然して $x_{L1}>x_{C2}$, $x_{L2}>x_{C2}$ の時は I_1, I_2 は共に E より遲れるから I も從つて遲れるが，$x_{L1}<x_{C1}$, $x_{L2}<x_{C2}$ の時は I_1, I_2 は共に E より進むから，I も從つて電壓よりも進む. 若し $x_{L1}>x_{C1}$ で $x_{L2}<x_{C1}$ の時は I_1 は E より遲れ，



第 3.59 圖

I_2 は E より進むから，I は x_{L1}, x_{C1}, x_{L2}, x_{C2} の値の如何により，電壓より遲れる場合もあれば進む場合もある.（第 3.59 圖 (A) 及び (B) 參照）

又 $x_{L1}<x_{C1}$ で $x_{L2}>x_{C1}$ の時は I_1 は電壓より進み, I_2 は電壓より遅れる. 而して, I_1 と I_2 との合成 I は x_{L1}, x_{L2}, x_{C1}, x_{C2} の値の如何に依り, 此の場合も電壓より遅れる場合もあれば進む場合もある. (第 3.59 圖 (C) 及び (D) 參照)

3.15.3 アドミツタンス, コンダクタンス, 及サセプタンス

既に述べたやうに, $Z=\sqrt{R^2+x^2}$ なるインピーダンスがあるとき, 之れの逆數をアドミツタンスと云ひ, Y で表はす.

$$Y=\frac{1}{Z}=\frac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}=\frac{\sqrt{R^2+x^2}}{R^2+x^2}=\frac{\sqrt{R^2+x^2}}{Z^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{R}{Z^2}\right)^2+\left(\frac{x}{Z^2}\right)^2}=\sqrt{g^2+b^2}$$

但し　$g=\frac{R}{Z^2}$　$b\doteq\frac{x}{Z^2}$

此の g をコンダクタンス, b をサセプタンスと云つた.

然して, 是等の關係を用ふると, 電壓, 電流, 及力率等の關係は次のやうになる

$$I=\frac{E}{Z}=EY=E\sqrt{g^2+b^2} \qquad 或は \quad \frac{I}{E}=\sqrt{g^2+b^2}$$

$$\cos\theta=\frac{R}{Z}=\frac{RZ}{Z^2}=gZ=\frac{g}{y}=\frac{g}{\sqrt{g^2+b^2}}$$

$$\sin\theta=\frac{x}{Z}=\frac{xZ}{Z^2}=bZ=\frac{b}{y}=\frac{b}{\sqrt{g^2+b^2}}$$

此の場合の x は一般式を表はすもので, x_L のみの時は $x=x_L$, x_C のみの時は $x=x_C$, x_L x_C を共に含む時は $x=x_L-x_C$ である,

此の Y, g, b を用ふると, 複雜な並列回路も容易に解くことが出來る.

第 3.58 圖を此の方法で解きながら, もう一應, Y, g, b の關係を調べて見やう前に合成電流 I を求めた式に於て

$$\frac{R_1}{Z_1^2}=g_1 \quad \frac{R_2}{Z_2^2}=g_2 \quad \frac{x_1}{Z_1^2}=b_1 \quad \frac{x_2}{Z_2^2}=b_2 \qquad とすると$$

$$I=E\sqrt{(g_1+g_2)^2+(b_1+b_2)^2}=EY$$

故に　$Y=\sqrt{(g_1+g_2)^2+(b_1+b_2)^2}$

茲に, $コンダクタンス=\frac{抵　抗}{(インピーダンス)^2}$　$サセプタンス=\frac{リアクタンス}{(インピーダンス)^2}$

なる形となり, 各分路のコンダクタンス及サセプタンスを求めると, 是等の並列回路の合成アドミツタンスは

$$合成アドミツタンス=\sqrt{\begin{pmatrix}各回路のコンダ\\クタンスの和\end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix}各回路のサセ\\プタンスの和\end{pmatrix}^2}$$

として, 簡單に求められる.

此の Y, g, b は何れもオームの逆數で, モーなる單位で表はされる. 回路の合成力率 $\cos\theta$ は

$$\cos\theta=\frac{I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2}{I}=\frac{E(g_1+g_2)}{EY}=\frac{g_1+g_2}{\sqrt{(g_1+g_2)^2+(b_1+b_2)^2}}$$

尙, 電力に就て云ふと

有効電力　$W=P\cos\theta=EI\cos\theta=E(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)=E^2(g_1+g_2)=E^2G$

無効電力　$Q=P\sin\theta=EI\sin\theta=E(I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2)=E^2(b_1+b_2)=E^2B$

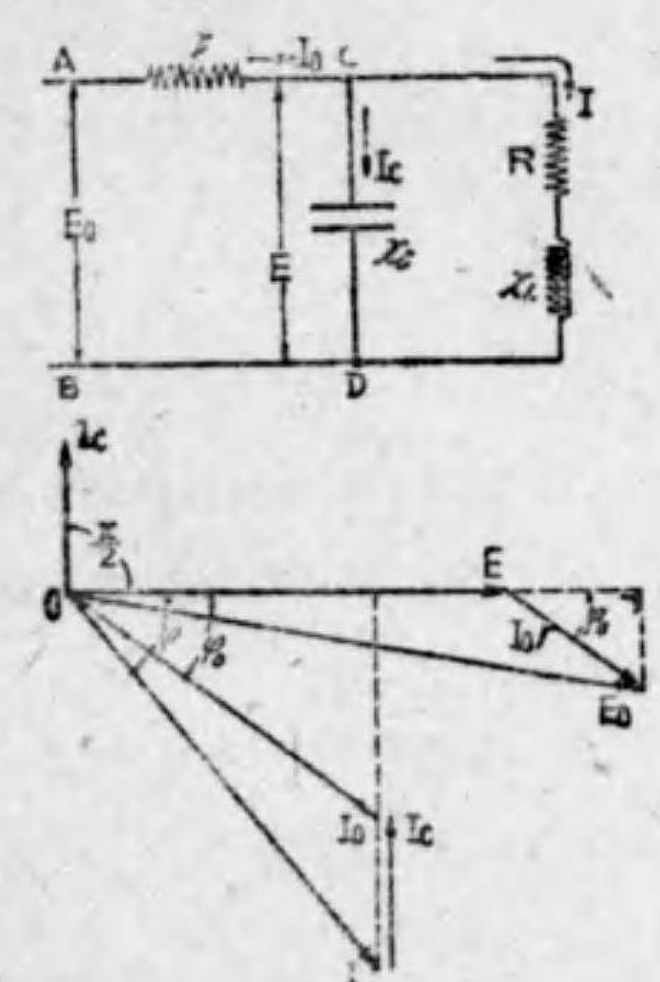
又　$\theta=\tan^{-1}\frac{I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2}{I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2}=\tan^{-1}\frac{b_1+b_2}{g_1+g_2}$

尙, 上記を式の形で云ひ表はすと

$$合成電流(I)=\sqrt{(各回路の有効電流の和)^2+(各回路の無効電流の和)^2}$$

$$合成皮相電力=\sqrt{(各回路の有効電力の和)^2+(各回路の無効電力の和)^2}$$

此の 2 つは, 實際の並列回路を解くのに, 極めて大切な理念であるから, よく理解して置かれたい.



第 3.60 圖

3.15.4 直並列回路の基本型

第 3.60 圖のやうに, 誘導負荷 (抵抗 R, 誘導リアクタンス $x_L=2\pi fL$) に並列に靜電蓄電器 (靜電リアクタンス $x=1/2\pi fC$) がある. 抵抗 r を通じて A B 間に電壓 E_0 を加へ, C D 間の電壓を E とした時の E_0 の値を求めて見やう.

此の場合のベクトル圖は, 下圖の如くであつて, 受電端の E を水平基準ベクトルに取り, 誘導負荷に流れる電流 I 及之れが E より遅れる角を φ とすると

$$I=\frac{E}{\sqrt{R^2+x_L^2}}=\frac{E}{Z}$$

$$\cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{R^2+x_L^2}}=\frac{R}{Z}\qquad \sin\varphi=\frac{x_L}{\sqrt{R^2+x_L^2}}=\frac{x_L}{Z}$$

蓄電器に流れる電流 I_C は

$$I_C=\frac{E}{x_C}\qquad \text{E より } 90^\circ \text{ 進む.}$$

I と I_C のベクトル和が A B 間に流れる電流 I_0 であつて

$$I_0=\sqrt{(I\cos\varphi)^2+(I\sin\varphi-I_C)^2}=\sqrt{\left(\frac{ER}{Z^2}\right)^2+\left(\frac{Ex_L}{Z^2}-\frac{E}{x_C}\right)^2}$$

$$=E\sqrt{g^2+(b-b_C)^2}=EY$$

但し $g=\frac{R}{Z^2}$ $b=\frac{x_L}{Z^2}$ $b_C=\frac{1}{x_C}$ $\quad\because\ b_C=\frac{x_C}{R^2+x_C^2}=\frac{x_C}{0+x_C^2}=\frac{1}{x_C}$

r の電壓降下 I_0r は I_0 と同相に生じ, E と I_0r のベクトル和が E_0 となる.

又, I_0 と E の爲す角を φ_0 とすると

$$\cos\varphi_0=\frac{I\cos\varphi}{I_0}=\frac{Eg}{EY}=\frac{g}{Y}\qquad \sin\varphi_0=\frac{I\sin\varphi-I_C}{I_0}=\frac{b-b_C}{Y}=\frac{b_0}{Y}$$

$$E_0=\sqrt{(E+I_0r\cos\varphi_0)^2+(I_0r\sin\varphi_0)^2}$$

$$=\sqrt{\left(E+EYr\frac{g}{Y}\right)^2+\left(EYr\frac{b_0}{Y}\right)^2}=E\sqrt{(1+gr)^2+(b_0r)^2}$$

但し $g=\frac{R}{Z^2}=\frac{R}{R^2+x_L^2}$

$$b_0=b-b_C=\frac{x_L}{Z^2}-\frac{1}{x_C}=\frac{x_L}{R^2+x_L^2}-\frac{1}{x_C}$$

$$E_0=E\sqrt{\left(1+\frac{Rr}{R^2+x_L^2}\right)^2+\left(\frac{x_Lr}{R^2+x_L^2}-\frac{r}{x_C}\right)^2}$$

此の回路は, 實在の配電線回路を代表するもので, R と x_L からなる誘導負荷に並列蓄電器を接續して, 其の力率を改善する場合であつて, r は配電線の抵抗を表はす. 但し, 配電線のリアクタンスは普通無視される.

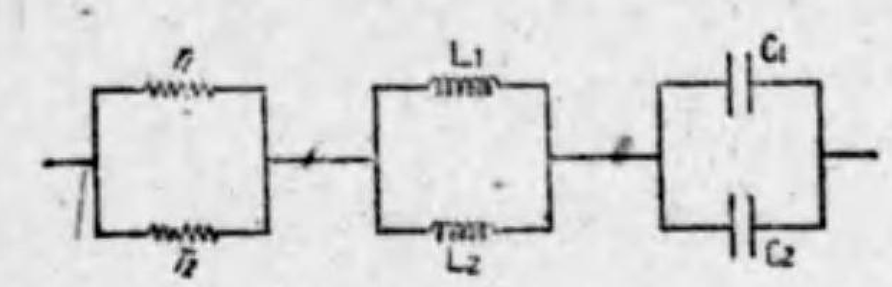
【例 1】 抵抗 2Ω, 誘導リアクタンス 1.5Ω ナル回路ニ交流電壓 100V ヲ加ヘタルトキ, 流ルヽ電流, 消費電力, 力率ヲ求メヨ.

答 電流 40A 電力 3.2kW 力率 0.8

【例 2】 抵抗 3Ω, 誘導リアクタンス 2Ω ナル線輪ト, 抵抗 5Ω, 誘導リアクタンス 4Ω ナル線輪ヲ直列トシタルモノニ, 交流 200V ヲ加ヘタトキ流レル電流

消費電力及力率ヲ求メヨ.

答 2 つの抵抗の和を 1 つの抵抗とし, 2 つのリアクタンスの和を 1 つのリアクタンスとする線輪を考へると前と同樣で, 電流 20A, 電力 3.2kW, 力率 0.8 となる.

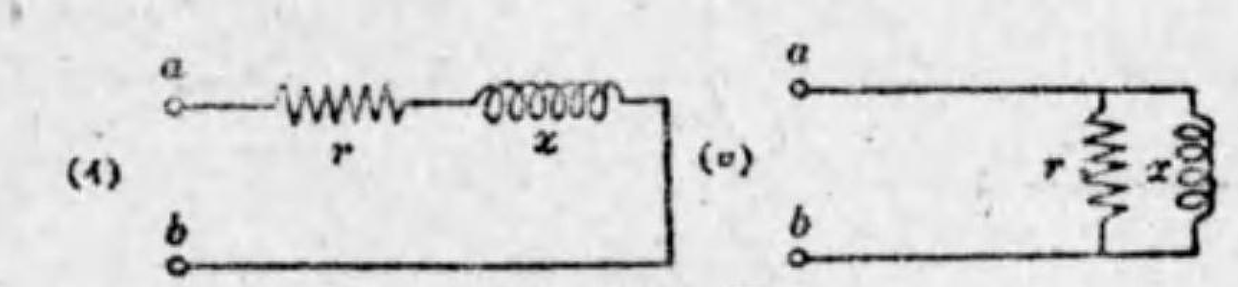


第 3.61 圖

【例 3】 第 3.61 圖ノ如ク, 抵抗 r_1, r_2, インダクタンス L_1, L_2, 靜電容量 C_1, C_2 ガ夫々並列ニアルモノヲ直列トシ, f サイクルノ交流電壓 E ボルトヲ加ヘタルトキ, 回路ニ流ルヽ電流, 電力, 力率ヲ算定セヨ.

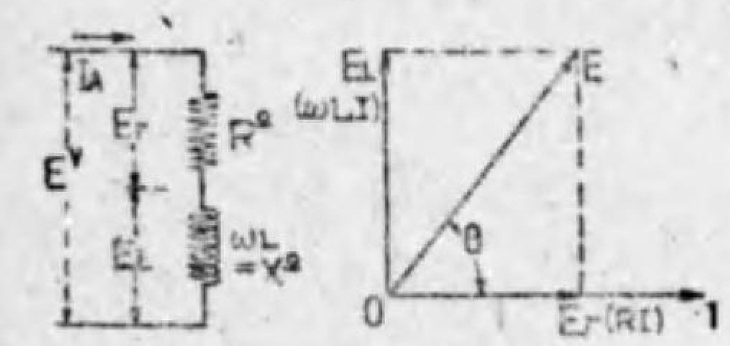
答 $R=\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}$ $\quad L=\frac{L_1L_2}{L_1+L_2}$ $\quad C=C_1+C_2$ とすると, 此の R, L, C の直列回路となる.

【例 4】 下圖 (イ) 及 (ロ) ニ示シタル交流回路ノ端子 a b ニ於ケル力率ヲ求メヨ. 但シ, r ハ 3Ω ノ無誘導抵抗, x ハ 4Ω ノ リアクタンス トス.



第 3.62 圖

【指導】 (イ) の直列回路の力率は第 3.63 圖より



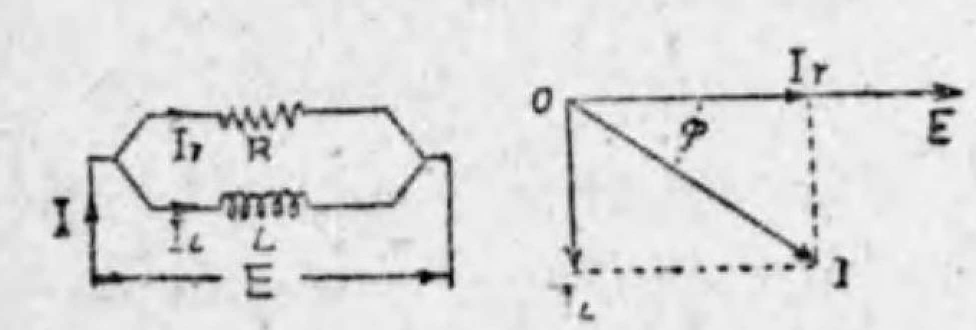
第 3.63 圖

$$\cos\theta=\frac{E_r}{E}=\frac{IR}{IZ}=\frac{R}{Z}$$

$$=\frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}=\frac{3}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$=\frac{3}{5}=0.6$$

即ち, a b 間の力率は 60% である.



第 3.64 圖

(ロ) の並列回路の力率は, 第 3.64 圖から

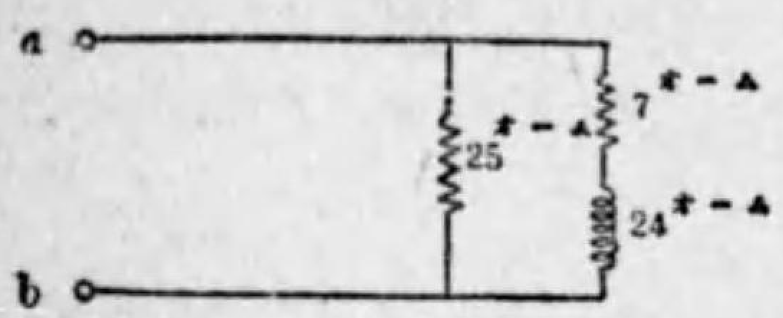
$$\cos\theta=\frac{I_r}{I}$$

$$\cos\theta=\frac{I_r}{I}=\frac{E/R}{\sqrt{\left(\frac{E}{R}\right)^2+\left(\frac{E}{\omega L}\right)^2}}=\frac{E/R}{E\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2+\left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

$$=\frac{\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}=\frac{4}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{4}{5}=0.8$$

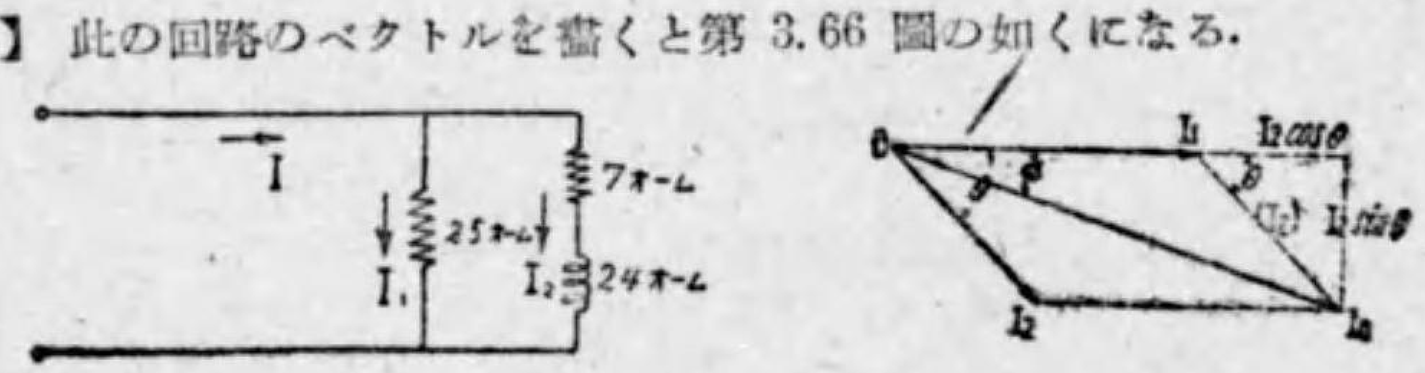
即ち，a b 端子に於ける力率は 80% である．

【例 5】 第 3.65 圖ニ示ス如ク，無誘導抵抗 7 Ω，リアクタンス 24 Ω ヲ直列トシ，之ニ無誘導抵抗 25 Ω ヲ並列トシタル回路アリ．端子 a b ニ交流電壓 100 V ヲ加フルトキ，端子ニ通ズル電流幾アンペアナルカ．



第 3.65 圖

【指導】 此の回路のベクトルを畫くと第 3.66 圖の如くになる．



第 3.66 圖

$I_1=\frac{100}{25}=4$ A　　之れは E と同相にある．

然るに，I_2 は抵抗とインダクタンスの直列であるから，E より θ 遅れ

$$I_1=\frac{100}{\sqrt{7^2+24^2}}=4\text{ A}\qquad \theta=\tan^{-1}\frac{24}{7}$$

$$\therefore\ \cos\theta=\frac{7}{\sqrt{7^2+24^2}}=\frac{7}{25},\quad \sin\theta=\frac{24}{\sqrt{7^2+24^2}}=\frac{24}{25}$$

合成電流　$I=\sqrt{(I_1+I_2\cos\theta)^2+(I_2\sin\theta)^2}$

$$=\sqrt{\left(4+4\times\frac{7}{25}\right)^2+\left(4\times\frac{24}{25}\right)^2}=6.4\text{ A}$$

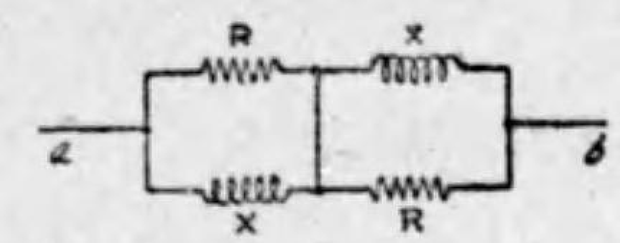
【例 6】 抵抗 4Ω，誘導リアクタンス 3 Ω ナル誘導負荷ト，抵抗 10 Ω ナル無誘導負荷ヲ並列トシ，100 V 回路ニ接續スレバ，電流，電力，力率ハ何程ナリヤ

答　電流 28.6A，電力 2.6kW，力率 0.91

但し，單に kW 電力を求めるのなら，各分岐回路の電力を加へ合せばよい．即ち

$$\left(\frac{100}{\sqrt{4^2+3^2}}\right)^2\times4+\left(\frac{100}{10}\right)^2\times10=2600\text{ W}$$

【例 7】 抵抗 R=3Ω ト誘導リアクタンス X=4Ω ガ夫々 2 個ヲ以テ第 3.67 圖ノ如クニ接續セラレタル回路アリ．此ノ端子 a b 間ニ實効値 120 V ナル交流ヲ加ヘタトキ流ル丶電流，電力，力率ヲ算定セヨ．



第 3.67 圖

答　電流 25A，電力 2.4kW，力率 0.8

此の回路は左右對稱的であるから，一方に 120÷2=60V が加はるとして計算してもよい

【例 8】 抵抗 8Ω，誘導リアクタンス 6Ω ヲ並列ニ接續セル回路アリ．之レニ全電流 $i=10\sin\omega t$ ガ流レタル場合，各部ニ分流スル電流及回路電壓ノ實効値ヲ求メヨ．

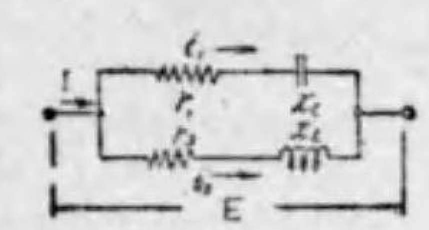
答　$i_R=4.26$A　$i_C=5.66$A　$e=34$V

【例 9】 第 3.68 圖ノ如クニ，抵抗 R=20Ω，誘導リアクタンス $x_l=10\Omega$，靜電リアクタンス $x_C=12\Omega$ ヲ接續シ，R ノ兩端ノ電壓ヲ 60 V トセバ，x_l ニ流ル丶電流及 a b 間ノ電壓ヲ求メヨ．

第 3.68 圖

答　5.8 A　31.3 V

【例10】 第 3.69 圖ノ如キ並列回路ニ於テ $r_1=20\Omega$，$r_2=30\Omega$，$x_C=10\Omega$，$x_L=15\Omega$ トシ，A B 間ニ交流電壓 100 V ヲ加ヘタルトキ，各部ノ電流 i_1 i_2 及全電流 I ヲ求メヨ．



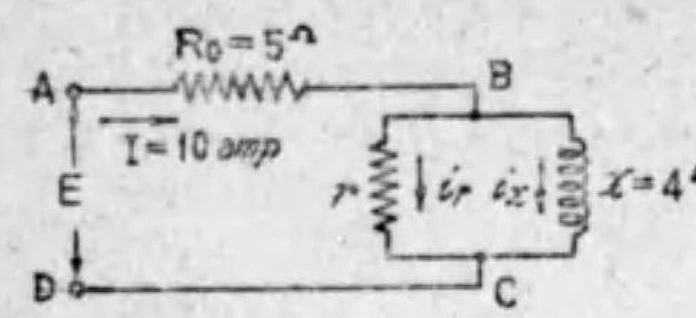
第 3.69 圖

答　$i_1=4.5$A　$i_2=3$A　I=6.75A

【例11】 抵抗 R，リアクタンス X ヲ直列ニ接續セル回路ニ 100V ノ正弦波交流電壓ヲ加ヘタルニ，之レニ流ル丶電流ハ 10 A ナリト云フ．今之レニ 15 Ω ノ無誘導抵抗ヲ直列ニ接續シ，同一電壓ヲ加ヘタルニ電流ハ 5 A ニ減ジタリトセバ，R 及 X ハ夫々何 Ω トナルヤ．

答　R=2.5Ω　X=9.68Ω

【例12】 第 3.70 圖ノ如キ回路ニ於テ，R_0 ハ無誘導抵抗ニシテ 5 Ω，x ハ誘導リアクタンスニシテ 4Ω，r ハ無誘導抵抗ニシテ其ノ値ハ未知ナリト云フ．此ノ回路ノ A D 端ニ或交流電壓ヲ加フルニ 10 A 流入シ B C 端ノ力率ヲ測定ス



第 3.70 圖

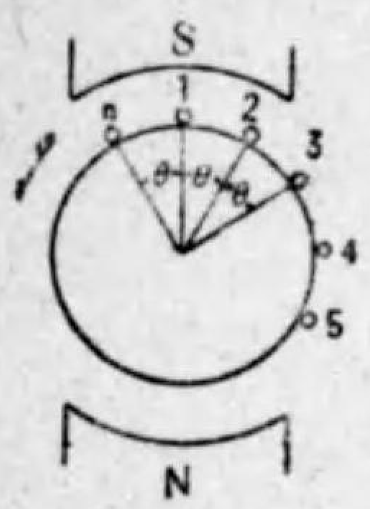
ル＝ 0.8 ナリト云フ．r ノ値，電壓 E，電力及力率ヲ求メヨ．

答　抵抗 $r=3\Omega$　　電壓 $E=70.6V$

電力＝692W　　力率＝0.98

3.16 多相交流の發生

第 3.71 圖のやうに，同一の電機子の上に角度 θ を隔てゝ置かれた夫々の導体には，既に説明したやうに θ なる位相角を有する電壓が誘起される．



第 3.71 圖

電機子の全圓周を n 等分し，$\theta=\dfrac{360^\circ}{n}$ の角度を隔てゝ夫々の導体を置くと，$360^\circ/n$ の位差を有する電壓が誘起されることは明かである．

然かも，相差 $360^\circ/n$ を有する以外の總ての狀態が相等しい．換言すると，電壓の波形も周波數も同一であるから，最大値實効値も相等しい．

從つて，之等を單に1つの導体でなく，夫々を線輪として多くの卷數を持たせて，此の線輪に誘起される電壓に對して，各獨立に相等しい負荷をかけると，周波數や値は等しいが $360^\circ/n$ づゝの相差を有する n 箇の電流が得られる．

（註）第 3.71 圖は 2 極の發電機に就て示したが，之れが P 極であると，n 相を得るには，幾何角度で $\dfrac{360^\circ}{n}\times\dfrac{2}{P}$ 宛の角度差を置いて，各線輪を捲く．

斯様に互に等しい相差を有する電壓，電流が2つ以上のものを多相式と云ふ．之れに對して，吾々が今迄に研究して來たのは單相式である．勿論，多相式でもその 1 つ 1 つは單相である．

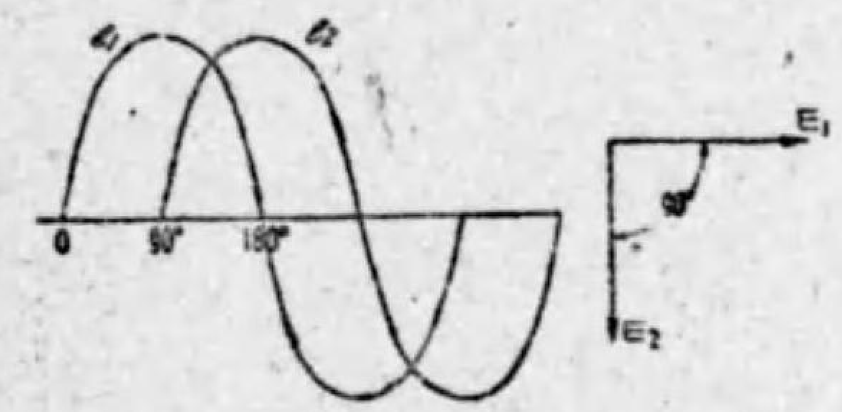
多相式に於て，夫々相等しい相差を有し，その他の狀態が總て相等しいものを對稱多相式と云ひ，之等の各相に相等しい負荷をかける時，此の負荷を平衡負荷と云ひ，從つて流れる電流は對稱多相電流であり，平衡多相電流である．

然るに，平衡しない負荷，即ち不平衡負荷を掛けると，たとへ電源が對稱多相電壓であつても，流れる電流は非對稱式（或は不平衡）電流が流れる．

本書に於ては，主として對稱多相交流，特に最も一般的な三相式に就て其の計算法を述べる．其の前に簡單に二相式に就て説明しやう．

3.17 二相回路の理念

電機子上に 90° を隔てゝ 2 箇の線輪を置くと，第 3.72 圖に示すやうに，90° の相差のある交流が得られる．1 の線輪に $e_1=E_m\sin\omega t$ の電壓が誘導されると，2 の線輪には，之れと同一波形を有する $e_2=E_m\sin(\omega t-90^\circ)$ の電壓を誘起する．



第 3.72 圖

兩者の實効値 E_1 E_2 は相等しく

$$E_1=E_2=\frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

ベクトル圖は右圖の如くになる．

此の二相交流電源を負荷に接續するには，次の二相四線式と二相三線式がある

3.17.1 二相四線式

第 3.73 圖

二相四線式は第 3.73 圖に示すやうに，各相から 2 本宛の端子を引出して，a 相，b 相共に各獨立に負荷を接續する方法である．今負荷に Z なる相等しいインピーダンスを接續すると

$$I_1=\frac{E_1}{Z_1}\qquad I_2=\frac{E_2}{Z_2}\qquad E_1=E_2=E\qquad \therefore\ I_1=I_2=I$$

又，$Z=\sqrt{r^2+x^2}$ とすると　$\cos\theta=\dfrac{r}{Z}=\dfrac{r}{\sqrt{r^2+x^2}}$

各相の電力 P_1 P_2 及全電力 P は

$$P_1=I_1^2r=E_1I_1\cos\theta\qquad P_2=I_2^2r=E_2I_2\cos\theta\qquad 然して\ P_1=P_2$$

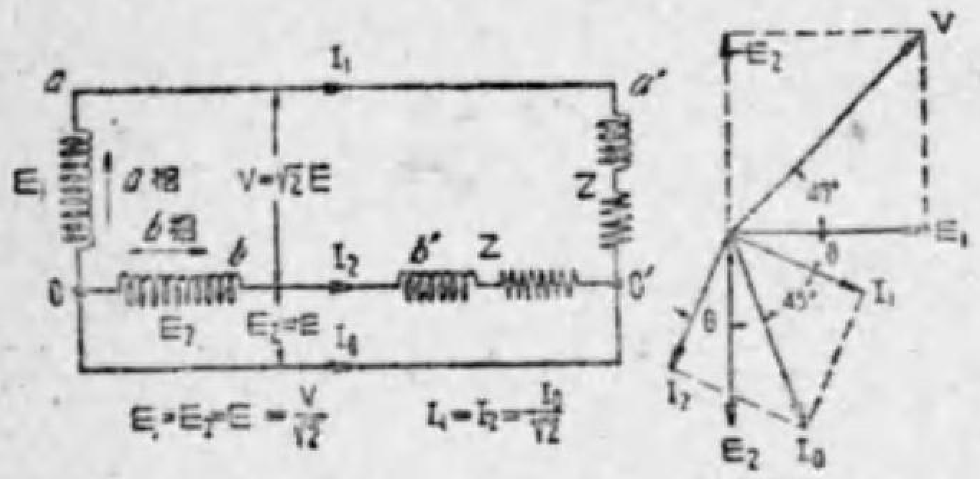
故に，　全電力 $P=P_1+P_2=2EI\cos\theta$

然して，各相の力率は共に等しいから，I_1 I_2 は E_1 E_2 より各 θ だけ遲れる．

然して，I_1 と I_2 とは，電壓と同様に 90° の相差を有することがベクトル圖よ

りも分る.

3.17.2 二相三線式



第 3.74 圖

二相三線式は第 3.74 圖に示すやうに, a 相の一端と之れに相當する b 相の一端とを O 点に接續し, 負荷側も同様に O′ 点に接續して, 是等の間に 1 本他の端子より 1 本宛, 都合 3 本の電線で電源と負荷とを接續する方法である. 斯様にすると, a 相の端子と b 相の端子に表はれる電壓 V は, E_1 と E_2 との差が表はれることになる. 然して, E_1 と E_2 は値が相等しいが, 90° の相差があるので, 其の差はベクトル差となり, 零とならずに $\sqrt{2}$ 倍となる何となれば, 上記のベクトル圖より明かなやうに, E_1 と E_2 のベクトル差は E_1 と $-E_2$ とのベクトル和となり, 兩者に 90° の相差があるから

$$V=\sqrt{E_1^2+E_2^2}=\sqrt{2}E \qquad \text{但し}\quad E_1=E_2=E$$

此の V は E_1 よりは 45° 進み, E_2 よりは 135° 進む.

a 相の電流は a a′ O より共同歸線 O′ O を通つて流れ, b 相の電流は b b′ O より同様 O O′ を通つて電源側に歸る. 各相のインピーダンスが等しく,

$Z=\sqrt{r^2+x^2}$ とし, 電源や線路のインピーダンスを無視すると

$$I_1=\frac{E_1}{Z} \qquad I_2=\frac{E_2}{Z} \qquad E_1=E_2 \qquad \therefore\ I_1=I_2$$

となり, I_1 I_2 は夫々 E_1 E_2 より θ だけ遅れる. 從つて, ベクトル圖より I_1 と I_2 とは 90° の相差を有することになる. 共同歸線 O O′ に流れる電流 I_0 は, I_1 と I_2 とのベクトル和であつて

$$I_0=\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\sqrt{2}I \qquad \text{但し}\quad I_1=I_2=I$$

ベクトル圖より分るやうに, I_1 と I_2 とが等しく, 90° の相差を有する爲めに, I_0 は I_1 よりは 45° 遅れ, I_2 よりは 45° 進む. 從つて, E_1 よりは $(\theta+45°)$ 遅れ, I_2 よりは $(45°-\theta)$ だけ進む.

次に, 各相電力 P_1 P_2 及全電力 P は

$$P_1=I_1^2r=E_1I_1\cos\theta \qquad P_2=I_2^2r=E_2I_2\cos\theta \qquad \text{但し}\quad E_1=E_2=E \quad I_1=I_2=I$$

$$\therefore\ P=P_1+P_2=2EI\cos\theta$$

然るに $E=\dfrac{V}{\sqrt{2}}$ $I=\dfrac{I_0}{\sqrt{2}}$ あるから

又 $P=2EI\cos\theta=VI_0\cos\theta$

平衡二相回路の電力は各相電力の 2 倍を取つても, 又, 線間電壓 V と共同歸線の電流 I_0 との積に力率 $\cos\theta$ を乘じても得られる.

【例】 一相ノ電壓 100 V ナル二相三線式ノ兩外線間電壓ヲ求メヨ. 又, 各相ニ $R=4\Omega$, $x=3\Omega$ ナルインピーダンスヲ接續セル時ノ力率及ビ共同歸線ノ電流並ビニ二相電力ヲ求ム.

【指導】 兩外線間電壓 $V=\sqrt{2}\times$相電壓$E=\sqrt{2}\times100=141.4$ V

インピーダンス $Z=\sqrt{4^2+3^2}=5$

力　率 $\cos\theta=\dfrac{R}{Z}=\dfrac{4}{5}=0.8$

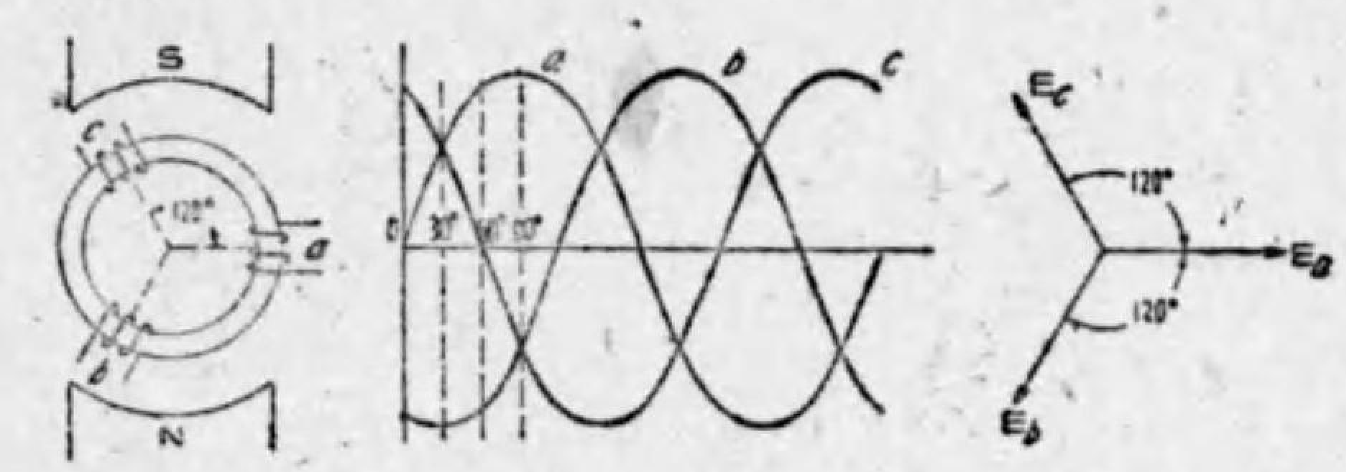
共同歸線の電流 $I_0=\sqrt{2}\times$相電流$I=\sqrt{2}\times\dfrac{100}{5}=28.28$ A

二相電力 $P=2EI\cos\theta=VI_0\cos\theta=2\times100\times\dfrac{100}{5}\times0.8=3{,}200$ W

3.18 三相回路の理念

3.18.1 三相交流の發生

第 3.75 圖のやうに, 同一電機子の上に, 互ひに 120° の角度を隔てゝ捲かれた a, b, c の 3 つの卷線には 120° の相差を有する相等しい 3 つの電壓が誘起



第 3.75 圖

され, 各相電壓の最大値を E_m とすると, 瞬時値 e_a, e_b, e_c は次式で示される.

$$e_a=E_m\sin\omega t \qquad e_b=E_m\sin(\omega t-120°) \qquad e_c=E_m\sin(\omega t-240°)$$

從つて，是等の實効値 E_a, E_b, E_c は共に等しく $E_m/\sqrt{2}$ であり，其のベクトルは同圖右方に示されてゐる．

3.18.2 三相交流の基礎理念

對稱三相電源に平衡負荷をかけた場合の基本理念として，先づ次の二項目を說明しやう．

❶ 平衡三相電壓或は平衡三相電流の任意の瞬間に於ける總和は零である．

❷ 平衡三相電壓或は平衡三相電流の任意の2つの和は，一方の交流より 60° 進み，他方の交流より 60° 遲れ，且つ夫等と同一の實効値を有する．

又，2つの差は，一方の交流より 30° 進み，他方の交流より 150° 進み，且つ其等の $\sqrt{3}$ 倍の實効値を有する．

❶ を證明するに，任意の瞬時 t に於ける各相電壓の和を求めて見る．

$$e_a+e_b+e_c=E_m\{\sin\omega t+\sin(\omega t-120^\circ)+\sin(\omega t-240^\circ)\}$$

$$=E_m\left(\sin\omega t+2\sin\frac{2\omega t-360^\circ}{2}\cos\frac{120^\circ}{2}\right)$$

$$=E_m\{\sin\omega t+2\sin(\omega t-180^\circ)\cos 60^\circ\}=E_m(\sin\omega t-\sin\omega t)=0$$

$\sin A+\sin B=2\sin\frac{A+B}{2}\cos\frac{A-B}{2}$　　$\sin(\omega t-180^\circ)=-\sin\omega t$

上式の如く如何なる瞬時 t に於ても $e_a+e_b+e_c=0$ となる．

これを前圖の曲線に就いて見ると，t=0 即ち e_a の零なる時には

e_b は $E_m\sin(-120^\circ)=\frac{-\sqrt{3}}{2}E_m$ で

e_c は $E_m\sin(-240^\circ)=E_m\sin(120^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{2}E_m$ となるから

$$e_a+e_b+e_c=0-\frac{\sqrt{3}}{2}E_m+\frac{\sqrt{3}}{2}E_m=0$$

$t=\frac{30^\circ}{\omega}$ 即ち $\omega t=30^\circ$ に於いて

$$e_a=E_m\sin 30^\circ=\frac{E_m}{2}\qquad e_b=E_m\sin(30^\circ-120^\circ)=-E_m$$

又 $e_c=E_m\sin(30^\circ-240^\circ)=\frac{E_m}{2}$

$$\therefore\ e_a+e_b+e_c=\frac{E_m}{2}-E_m+\frac{E_m}{2}=0$$

$\omega t=60^\circ$ に於ても

$$e_a=E_m\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{2}E_m\qquad e_b=E_m\sin(60^\circ-120^\circ)=\frac{-\sqrt{3}}{2}E_m$$

$$e_c=E_m\sin(60^\circ-240^\circ)=0$$

$$\therefore\ e_a+e_b+e_c=\frac{\sqrt{3}}{2}E_m-\frac{\sqrt{3}}{2}E_m+0=0$$

$\omega t=90^\circ$ に於ても

$$e_a=E_m\sin 90^\circ=E_m\qquad e_b=E_m\sin(90^\circ-120^\circ)=\frac{-E_m}{2}$$

$$e_c=E_m\sin(90^\circ-240^\circ)=\frac{-E_m}{2}$$

$$\therefore\ e_a+e_b+e_c=E_m-\frac{E_m}{2}-\frac{E_m}{2}=0$$

以上の樣に，如何なる瞬時を取つても $e_a+e_b+e_c=0$ となる

❷ の 2 つの交流の和及び差の實効値を求めると

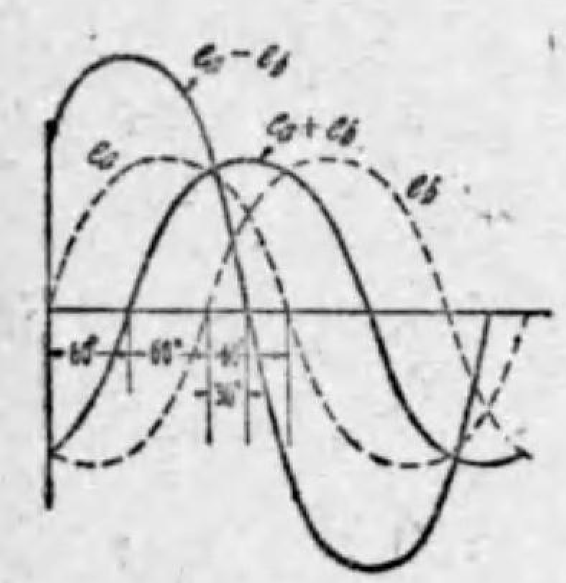
$$e_a+e_b=E_m\sin\omega t+E_m\sin(\omega t-120^\circ)=E_m\left(2\sin\frac{2\omega t-120^\circ}{2}\cos\frac{120^\circ}{2}\right)$$

$$=E_m\sin(\omega t-60^\circ)$$

$$e_a-e_b=E_m\sin\omega t-E_m\sin(\omega t-120^\circ)=E_m\left(2\sin\frac{120^\circ}{2}\cos\frac{2\omega t-120^\circ}{2}\right)$$

$$=\sqrt{3}E_m\cos(\omega t-60^\circ)=\sqrt{3}E_m\sin(\omega t-60^\circ+90^\circ)=\sqrt{3}E_m\sin(\omega t+30^\circ)$$

即ち，2つの和 e_a+e_b の實効値は e_a, e_b と同一の $E_m/\sqrt{2}$ であり $e_a=E_m\sin\omega t$ よりは 60° 遲れ，$e_b=E_m\sin(\omega t-120^\circ)$ よりは 60° 進んでゐる．又，2つの差 e_a-e_b は e_a や e_b の $\sqrt{3}$ 倍の實効値 $\sqrt{3}\times\frac{E_m}{\sqrt{2}}$ を有し，$e_a=E_m\sin\omega t$ よりは 30° 進み，$e_b=E_m\sin(\omega t-120^\circ)$ よりは 150° 進んでゐることが分る．この曲線は第 3.76 圖となる．



第 3.76 圖

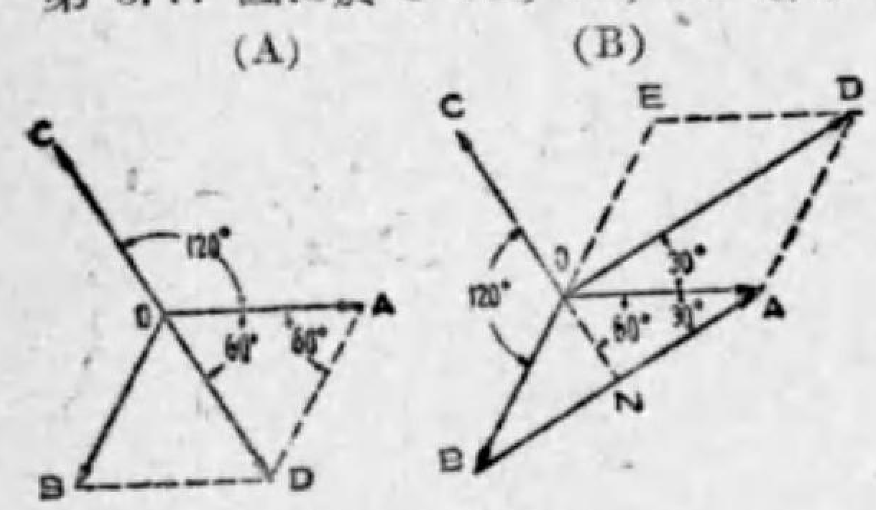
尙，これ等の關係は e_b と e_c，e_c と e_a 等に就いても同樣である．

以上の理論はベクトルに於ても成立する事は勿論である．

❸ 平衡三相電壓或は平衡三相電流の3つのベクトル和は零である．

❶　平衡三相電壓或は平衡三相電流の任意の2つのベクトル和は，一方のベクトルより 60° 進み，他方のベクトルより 60° 遲れ，其の値は夫々の値に等しい
又，ベクトル差は一方のベクトルより 30° 進み，他方のベクトルより 150° 進み
其の値は夫々の値の $\sqrt{3}$ 倍である．

第 3.77 圖に於て $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ なるベクトルの長さを，等しく 120° の角度を以て書き，之れ等を以て平衡三相電壓又は電流を表はすものとする．



第 3.77 圖

(A) 圖に於て，2 つのベクトル和を求めよう．

先づ $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ との和を求むると $\overrightarrow{OD}$ となる．$\overrightarrow{OD}$ は OABD なる平行四邊形の對角線であり，∠AOB を二等分するので ∠AOD = ∠OAD = 60° となり，ΔOAD は正三角形となる．從つて，$\overrightarrow{OD}$ の長さは $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ の長さに等しい．即ち 2 つのベクトル和 $\overrightarrow{OD}$ は $\overrightarrow{OA}$ より 60° 遲れ，$\overrightarrow{OB}$ より 60° 進み．且つ同一の値を有してゐる．3 つのベクトル和は $\overrightarrow{OD}$ に更に $\overrightarrow{OC}$ を加ふれば宜しい．$\overrightarrow{OD}$ は $\overrightarrow{OA}$ より 60° 遲れてゐるから，$\overrightarrow{OC}$ より 180° 遲れる．$\overrightarrow{OC}$ は $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ と長さが等しいから，$\overrightarrow{OD}$ とも等しい．即ち $\overrightarrow{OD}$ と $\overrightarrow{OC}$ との和は長さが等しく方向反對であるから零で，結局 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$ の 3 つの和は零となる．

次に (B) 圖に於て，任意の 2 つのベクトル $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ との差を求めやう．$\overrightarrow{OA}$ より $\overrightarrow{OB}$ を差引くには OB の反對の $-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OE}$ を $\overrightarrow{OA}$ に加ふればよい．此の和は $\overrightarrow{OD}$ となる．$\overrightarrow{OB}$ と $\overrightarrow{AD}$ とは長さが等しく平行であり，$\overrightarrow{OA}$ は共通，又，∠AOB = ∠DAO (錯角) であるから ΔBOA と ΔDAO とは合同となる．故に $\overrightarrow{OD}$ は $\overrightarrow{BA}$ である．二等邊三角形 BOA の O 点より $\overrightarrow{BA}$ に垂線を下し，其の足を N とすれば，ON は ∠BOA と底邊 $\overrightarrow{BA}$ とを二等分する．

$$\therefore\ \angle AON=\angle BON=60^\circ \qquad \angle ONA=\angle ONB=90^\circ$$

$$\angle OAN=\angle OBN=30^\circ \qquad \overrightarrow{BN}=\overrightarrow{NA}$$

$$BA=BN+NA=2NA \qquad NA=OA\cos 30^\circ=OA\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

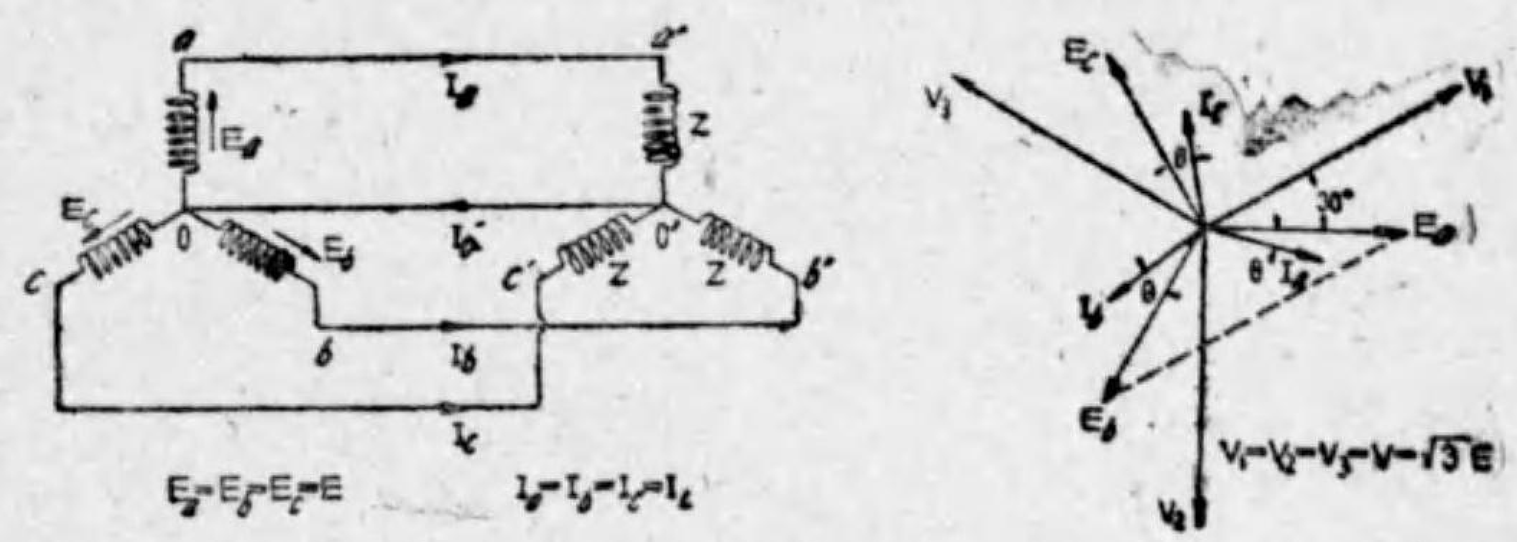
$$\therefore\ \overrightarrow{BA}=2\times OA\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\,\overrightarrow{OA}$$

即ち，$\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ とのベクトル差は $\overrightarrow{OA}$ の $\sqrt{3}$ 倍となる．而して $\overrightarrow{OA}$ と $\overrightarrow{OB}$ とは長さが等しいから，$\overrightarrow{BA}$ は又 $\overrightarrow{OB}$ の $\sqrt{3}$ 倍である．又 ∠DOA = ∠OAN = 30° 即ち，2 つのベクトル差の $\overrightarrow{BA}$ は $\overrightarrow{OA}$ より 30° 進み，$\overrightarrow{OB}$ よりは 150° 進んでゐる．

以上の基礎理念を以て三相回路の理論を進めよう．

3.18.3　三相四線式

第 3.78 圖の様に a 相の一端と，これに對する b, c 相の一端を一点 O に接續し，負荷側も同様に O′ 点に接續する．O 点を電源の中性点，O′ 点を負荷側の中性点と云ひ，中性点間を接續する線を中性線と稱へる．



第 3.78 圖

今，負荷のインンピーダンスを各相共 $Z=\sqrt{r^2+x^2}$ とする．

從つて，$\cos\theta=\frac{r}{Z}$ である．a, b, c 相から流れ出る電流 I_a, I_b, I_c は負荷を通じて O′ 点より O 点に歸つて來る．線路や電源のインピーダンスを無視すると

$$I_a=\frac{E_a}{Z} \qquad I_b=\frac{E_b}{Z} \qquad I_c=\frac{E_c}{Z}$$

$$E_a=E_b=E_c=E \quad \text{であるから} \quad I_a=I_b=I_c=I_L$$

かくして各相には等しい電流が流れる．而して，各相共 $\cos\theta=\frac{r}{Z}$ であるから，I_a, I_b, I_c は夫々 E_a, E_b, E_c から θ だけ遲れる．從つて I_a, I_b, I_c は又 120° づゝの相差を有する事となり，完全なる平衡三相電流である．中性線には I_a と I_b と I_c との合成が流れるのであるが，これ等の電流は平衡三相電流であるから，其の合成は前述の如く零となつて，中性線には電流が流れない．故に，平衡

三相式では中性線は有つてもなくても同樣である．中性線を設けない平衡三相式が，所謂，平衡三相三線式であつて，以下單に三相三線式と云ふ事にしよう．

次に，第 3.78 圖に於て，a, b, c 各相の端子間の電壓を V_1, V_2, V_3 とすると V_1 は E_a と E_b とのベクトル差，V_2 は E_b と E_c とのベクトル差，V_3 は E_c と E_a とのベクトル差である．そうして，E_a, E_b, E_c は平衡三相電壓であるから，V_1, V_2, V_3 は共に相等しく互に $120°$ の相差を有し，E_a, E_b, E_c の $\sqrt{3}$ 倍の電壓値を有する．これは基礎理念として既に述べて置いた通りで，同圖のベクトル圖が之を示してゐる．

三相三線式には，星形結線と三角形結線の 2 つの方法があつて，然も電源の接續方法と負荷の接續方法とに依つて，次の 4 種の回路に分ける事が出來る．

電源	負荷	以下に用ふる表示方法
星　形	星　形	Y—Y 回路
三角形	三角形	Δ—Δ 回路
星　形	三角形	Y—Δ 回路
三角形	星　形	Δ—Y 回路

尙，總括的符號として下記のものを用ふることにする．

線間電壓 $=V$　　線電流 $=I_L$　　相電壓 $=E$　　相電流 $=I$

3.18.4 Y—Y 回路

星形結線とは第 3.78 圖の樣な結線方法で，各相の卷線の卷き方を同一とすると，各の卷き初め或は卷き終りを一点 O に結ぶ方法である．斯くて，a 相の電壓電流の正方向が O 点から外方端子に向ふものと假定すると．b, c 各相のそれ等も O 点から外方端子に向ふ事となる．

Y—Y 回路は第 3.78 圖の中性線を取り去つたものである．中性線には平衡式では電流は流れないから，中性線を取去つた Y—Y 回路の電壓，電流の關係は同圖と少しも變ることなく，その位相關係も同圖のベクトル圖と同樣である．次に電力を求める．

$$P_a=I_a^2r=E_aI_a\cos\theta \qquad P_b=I_b^2r=E_bI_b\cos\theta \qquad P_c=I_c^2r=E_cI_c\cos\theta$$

$$E_a=E_b=E_c=E \qquad I_a=I_b=I_c=I_L \qquad \text{となるから}$$

$$P_a=P_b=P_c=I_L^2r=EI_L\cos\theta$$

$$\therefore\ \text{全電力}\ P=P_a+P_b+P_c=3I_L^2r=3EI_L\cos\theta$$

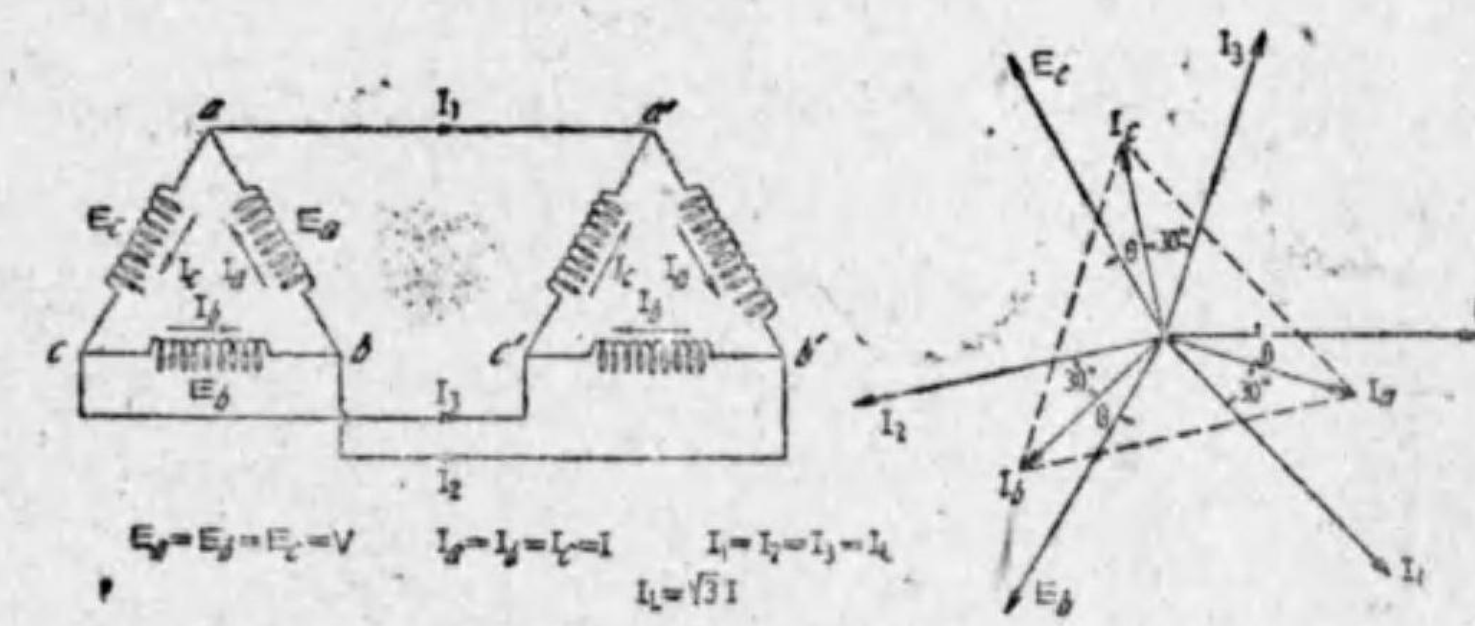
然して，前述の如く，線間電壓 $V_1=V_2=V_3=V$ は $\sqrt{3}E$ であるから $E=\dfrac{V}{\sqrt{3}}$

$$\therefore\ \text{全電力}\ P=3\times\frac{V}{\sqrt{3}}\times I_L\cos\theta=\sqrt{3}VI_L\cos\theta$$

故に，此の場合の電力は $3EI_L\cos\theta$ 或は線間電壓 V と線電流 I_L と力率 $\cos\theta$ の積を $\sqrt{3}$ 倍した $\sqrt{3}VI_L\cos\theta$ より求められる．此處に注意すべきは，θ は線間電壓 V と，線電流 I_L との相差でなく一相の電壓 E と I_L との相差となる事である．

3.18.5 Δ—Δ 回路

三角形結線と云ふのは第 3.79 圖の如く，一つの卷線の卷き初めと，他の卷線の卷終りを順次接續し，其の接續点から 3 本の導線を出し，これで負荷へ電力を送る方法である．負荷側も三角結線は圖の樣にする．



第 3.79 圖

負荷のインピーダンスを各相共 $R=\sqrt{r^2+x^2}$ とすると，E_a は負荷の a′ b′ に與へられ，E_b は b′ c′，E_c は c′ a′ に與へられるので

$$I_a=\frac{E_a}{Z} \qquad I_b=\frac{E_b}{Z} \qquad I_c=\frac{E_c}{Z}$$

$$\text{然して}\quad E_a=E_b=E_c=V \quad \text{となるから} \quad I_a=I_b=I_c=I$$

I_a, I_b, I_c は E_a, E_b, E_c より等しく θ 丈け夫々遲れる．從つて I_a, I_b, I_c の間には $120°$ の相差を有する．之等の電流は，電源及負荷の相電流である．次に，I_1, I_2, I_3 なる線路電流に就いて考へると，I_1 は I_a から I_c をベクトル的に差引いた電流であり，I_2 は I_b より I_a を，I_3 は I_c より I_b を差引いた電流である．I_a, I_b, I_c は完全なる平衡三相電流であるから，前述の如くこれ等の 2 つのベク

トル差は何れも $\sqrt{3}$ 倍となる.

即ち $I_a=I_b=I_c=I$ とすると $I_1=I_2=I_3=I_L=\sqrt{3}I$

然して, I_1, I_2, I_3 はベクトル圖より I_a, I_b, I_c と 30° の相差（遲角）を有する從つて, 之等は亦 E_a, E_b, E_c より $(30°+\theta)$ なる相差（遲角）を有する事になる.

次に電力を求めよう.

$$P_a=I_a^2r=E_aI_a\cos\theta \quad P_b=I_b^2r=E_bI_b\cos\theta \quad P_c=I_c^2r=E_cI_c\cos\theta$$

$$E_a=E_b=E_c=V \quad I_a=I_b=I_c=I \quad \therefore\ P_a=P_b=P_c=I^2r=VI\cos\theta$$

故に全電力 $P=P_a+P_b+P_c=3I^2r=3VI\cos\theta$

しかるに, 線電流 $I_L=\sqrt{3}I$ であるから $I=\dfrac{I_L}{\sqrt{3}}$

$$\therefore\ P=3V\times\frac{I_L}{\sqrt{3}}\cos\theta=\sqrt{3}VI_L\cos\theta$$

故に, 此の場合も $3VI\cos\theta$ 或は線間電壓 V と線電流 I_L と力率 $\cos\theta$ の積に $\sqrt{3}$ を乘じた $\sqrt{3}VI_L\cos\theta$ が回路の全電力となる. θ なる角度は V と I_L との相差ではなく, V と相電流 I との相差であることに注意せねばならぬ.

今迄, 負荷のインピーダンスとして $\sqrt{r^2+x^2}$ に於て x はリアクタンス ωL として述べて來たが, 若し x が ωL でなく, 容量リアクタンス $1/\omega C$ であるか或は兩方を含んでゐる時でも $\dfrac{1}{\omega C}>\omega L$ であると, 旣に述べたやうに, 電流は其の相の電壓より進むのは勿論である. 例へば Y—Y 回路に於て I_a は E_a より逆に進む. 而して, その進む角 θ が 30° より大となると, I_a は更に V_1 よりも $(30°-\theta)$ だけ進むことになる. 又 Δ—Δ 回路に於ても I_a は E_a より進むし, 進む角 θ が 30° より大きい時は I_1 迄が E_a より $(\theta-30°)$ 丈け進む事になる. 何となれば, I_1 は I_a より常に 30° 遲れてゐるからである.

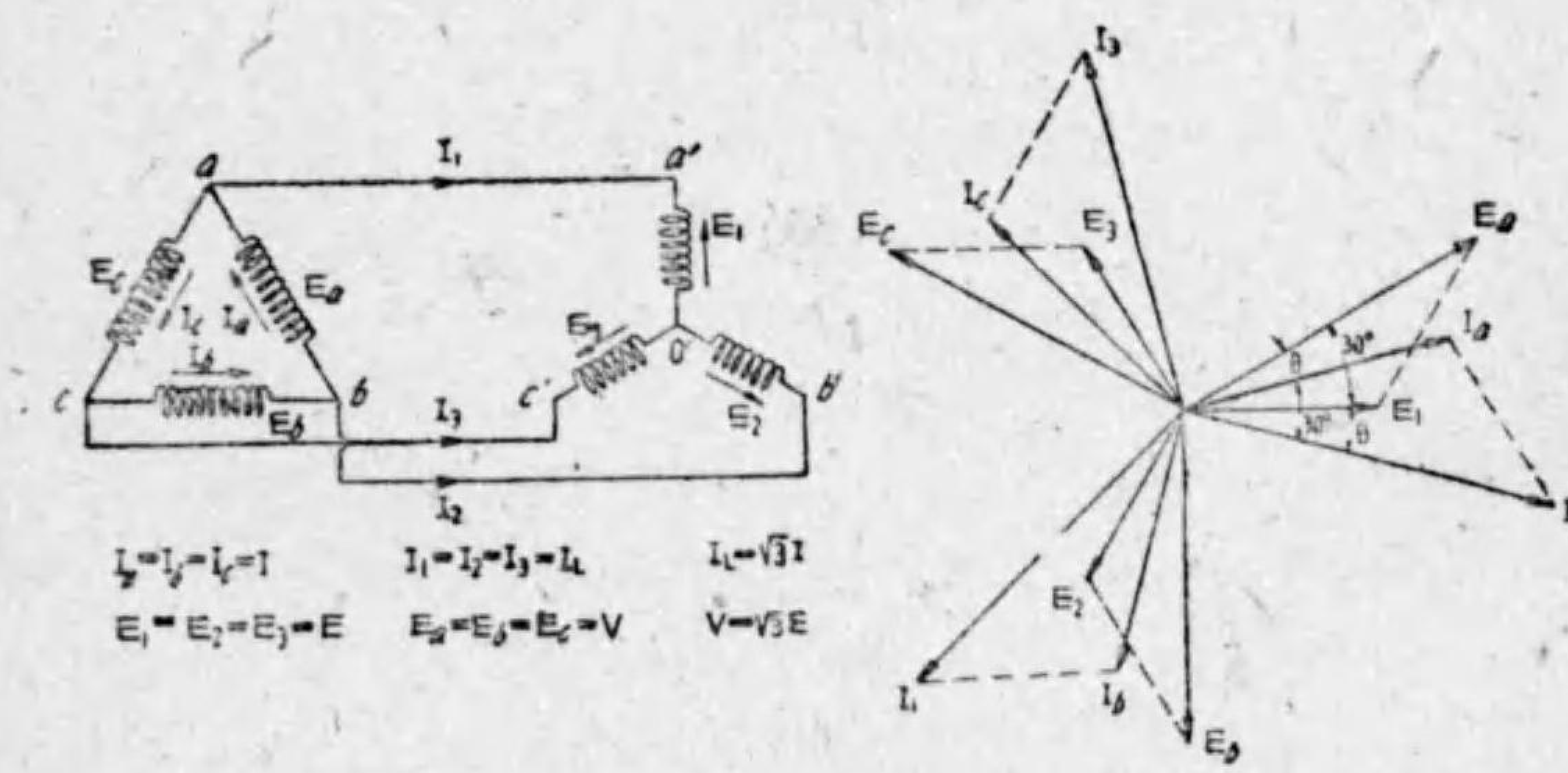
又, 負荷が ωL も $1/\omega C$ も含まぬ R のみ, 即ち無誘導負荷であると, Y—Y 回路の I_a は E_a と同相となり, V_1 よりは 30° 遲れる. Δ—Δ 回路の I_a は E_a と同相となり, I_1 は I_a 即ち E_a より 30° 遲れる事になる. この事は以下の回路に於いても同樣に云へるから, 單に $\sqrt{r^2+x^2}$ として $x=\omega L$ として述べても常に此の注意と吟味を忘れてはならぬ.

尙, 力率 $\cos\theta$ が進み力率であるか遲れ力率であるか, 又は 1 であつても, Y

—Y 回路に於ける $E_a=E_b=E_c=E$ なる相電壓と $V_1=V_2=V_3=V$ なる線間電壓との間には 30° の相差を有するのは當然であつて, 動かす事の出來ぬものである. 同樣に Δ—Δ 回路に於ける $I_a=I_b=I_c$ なる相電流と $I_1=I_2=I_3=I_L$ なる線電流との間にも動かし得ない 30° の相差を常に有してゐる.

3.18.6 Δ—Y 回路

電源側を三角形に, 負荷を星形に結線した第 3.80 圖のやうな回路に於て, 負荷のインピーダンスを各相共 $Z=\sqrt{r^2+x^2}$ とすると, 負荷は平衡な上に, 電源が對稱三相電壓であるから, 各相共等しい電流が流れ, これ等の電流も亦平衡三相電流である. E_1 を標準に取つて E_2, E_3 のベクトルを畫く. I_1, I_2, I_3 は之れより θ 遲れて長さの等しいベクトルが畫かれる. 負荷の端子 a′b′, b′c′, c′a′ の電壓は E_1 と E_2, E_2 と E_3, E_3 と E_1 との各ベクトル差であるから之を畫くと



第 3.80 圖

E_1, E_2, E_3 より 30° 進んだ長さの等しいベクトルが畫ける. 之れが左方の圖の E_a, E_b, E_c である. 然して, E_1, E_2, E_3 の値は等しいから E とし, E_a, E_b, E_c も等しいから, 之等を V とすると $V=\sqrt{3}E$ である事が分る. E_1, E_2, E_3 より 30° 宛進む E_a, E_b, E_c は結局 I_1, I_2, I_3 よりは $(30°+\theta)$ 宛進む事になる.

又, I_a, I_b, I_c に就いて考へると, I_1 は I_a と I_c, I_2 は I_b と I_a, I_3 は I_c と I_a とのベクトル差であるから, I_1, I_2, I_3 は I_a, I_b, I_c の $\sqrt{3}$ 倍となる. 逆に I_a, I_b, I_c は I_1, I_2, I_3 の $1/\sqrt{3}$ であり, 30° の相差を持つ I_1, I_2, I_3 を斯樣に分解すると I_a, I_b, I_c が得られる. 然して, これ等は E_a, E_b, E_c よりは θ だけ遲れ

た位相を取る.

次に, 電壓, 電流, 電力の計算は, 各相共に是等は等しいから, 單に1相に就いて行へばよい.

$I_1=I_2=I_3=I_L$　$E_1=E_2=E_3=E$　$I_a=I_b=I_c=I$　$E_a=E_b=E_c=V$　とすると

$$I_L=\sqrt{3}I \qquad V=\sqrt{3}E \qquad \therefore\ I_L=\frac{E}{Z}=\frac{V}{\sqrt{3}Z}$$

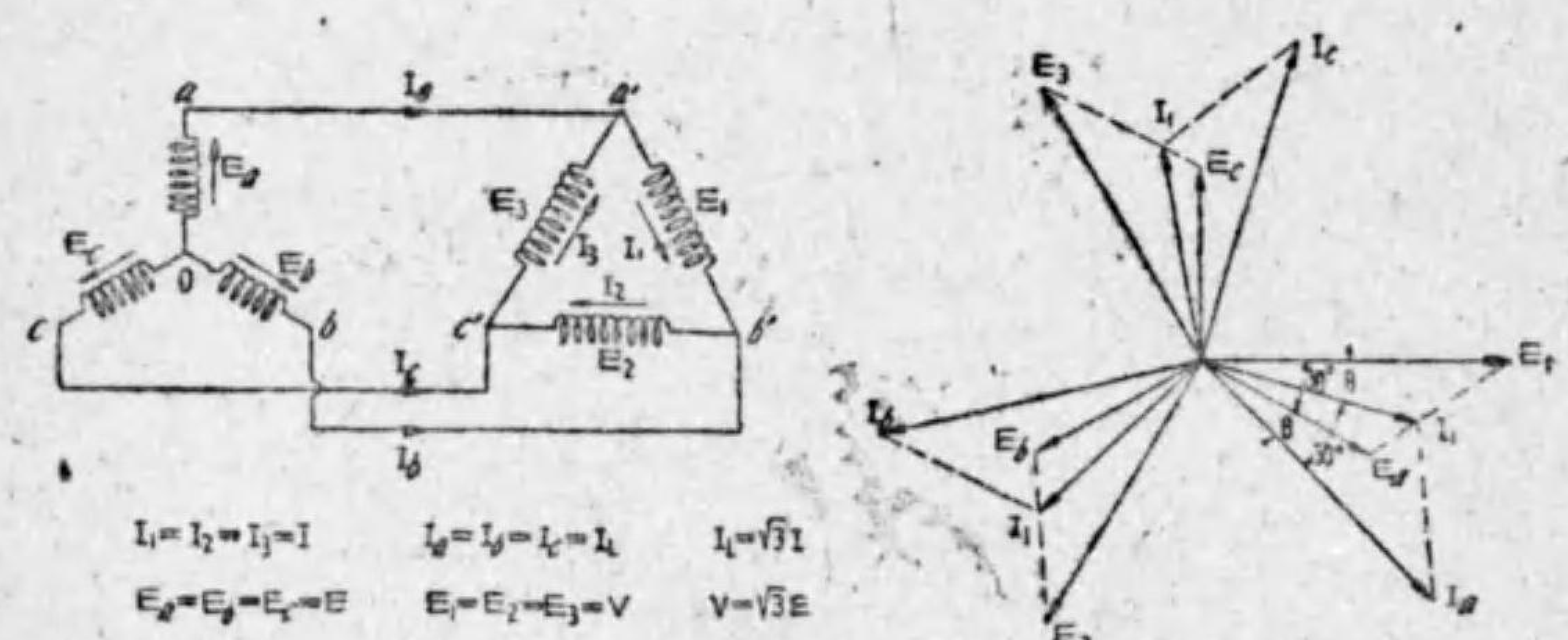
全電力　$P=3\times I_L^2r=3\times EI_L\cos\theta$　　又　$P=3\times\frac{V}{\sqrt{3}}I_L\cos\theta=\sqrt{3}VI_L\cos\theta$

此の電力は電源側に就いて計算しても同様である. 即ち

$$P=3\times VI\cos\theta=3\times V\times\frac{I_L}{\sqrt{3}}\cos\theta=\sqrt{3}VI_L\cos\theta$$

3.18.7　Y—Δ 回路

電源側を星形に, 負荷側を三角形に結線せる第 3.81 圖のやうな回路で負荷インピーダンスが各相共 $Z=\sqrt{r^2+x^2}$ である場合に就いてベクトル圖を畫くと,



第 3.81 圖

電源の相電壓 E_a, E_b, E_c を對稱三相ベクトルとして畫き, E_a と E_b とのベクトル差, E_b と E_c とのベクトル差, E_c と E_a とのベクトル差を作ると, E_1, E_2, E_3 なるベクトルが得られ, $E_a=E_b=E_c$ とすると E_1, E_2, E_3 は E_a, E_b, E_c よりそれぞれ 30° 進み $\sqrt{3}$ 倍の値を持つてゐる. 此の電壓は即ち線間電壓であつて, 又負荷の各相に加はる相電壓でもある. 第 3.81 圖は E_1 が水平軸に来る様に畫いたベクトルである.

負荷の相電流 I_1, I_2, I_3 は此の E_1, E_2, E_3 より各 θ 遲れる. 然して I_1 と I_3 のベクトル差, I_2 と I_1 のベクトル差, I_3 と I_2 のベクトル差が即ち I_a, I_b, I_c で I_1, I_2, I_3 より各 30° 遲れ, 且つ $\sqrt{3}$ 倍の値を持つ. 此の電流は線路電流であると共に, 又電源の相電流である. 是等は E_1, E_2, E_3 より $(30°+\theta)$ 遲れる.

$I_1=I_2=I_3=I$　$E_1=E_2=E_3=V$　$I_a=I_b=I_c=I_L$　$E_a=E_b=E_c=E$　とすると

$$I=\frac{V}{Z} \qquad I_L=\sqrt{3}I \qquad V=\sqrt{3}E$$

全電力　$P=3\times I^2r=3\times VI\cos\theta$　　又　$P=3\times V\frac{I_L}{\sqrt{3}}\cos\theta=\sqrt{3}VI_L\cos\theta$

此の電力は電源側に就いて計算しても同様である.

$$P=3\times EI_L\cos\theta=3\times\frac{V}{\sqrt{3}}I_L\cos\theta=\sqrt{3}VI_L\cos\theta$$

以上, 何れの回路に於ても, 三相全体としての電力は, 線間電壓と線電流の積に, 負荷の力率 $\cos\theta$ を乘じて $\sqrt{3}$ 倍した $\sqrt{3}VI_L\cos\theta$ で表はされる. 然して, 結線方法の如何により, 相電流が線電流であつたり, 相電壓が線間電壓である場合がある. 例へば Δ—Y 回路に於ては, 負荷の相電流は即ち線電流であり, 電源の相電壓は即ち線間電壓である, 又, Y—Δ 回路に於ては負荷の相電壓は即ち線間電壓であり, 電源の相電流は即ち線電流である. 平衡三相回路に於ける問題解法の鍵は, 以上の關係を知ると共に結線法の如何に拘らず, 正確にベクトル圖を畫くことである. 斯樣にすると, 電壓, 電流の大さや位相關係が判然として, 簡單なものは諳算に依つて結果が得られる.

3.18.8　三相回路基礎理念の再確立

上述したことは, 三相回路を理解する上に根本となる事柄であるから, 茲に一括して再び說明することにしやう.

(イ)　星形結線;

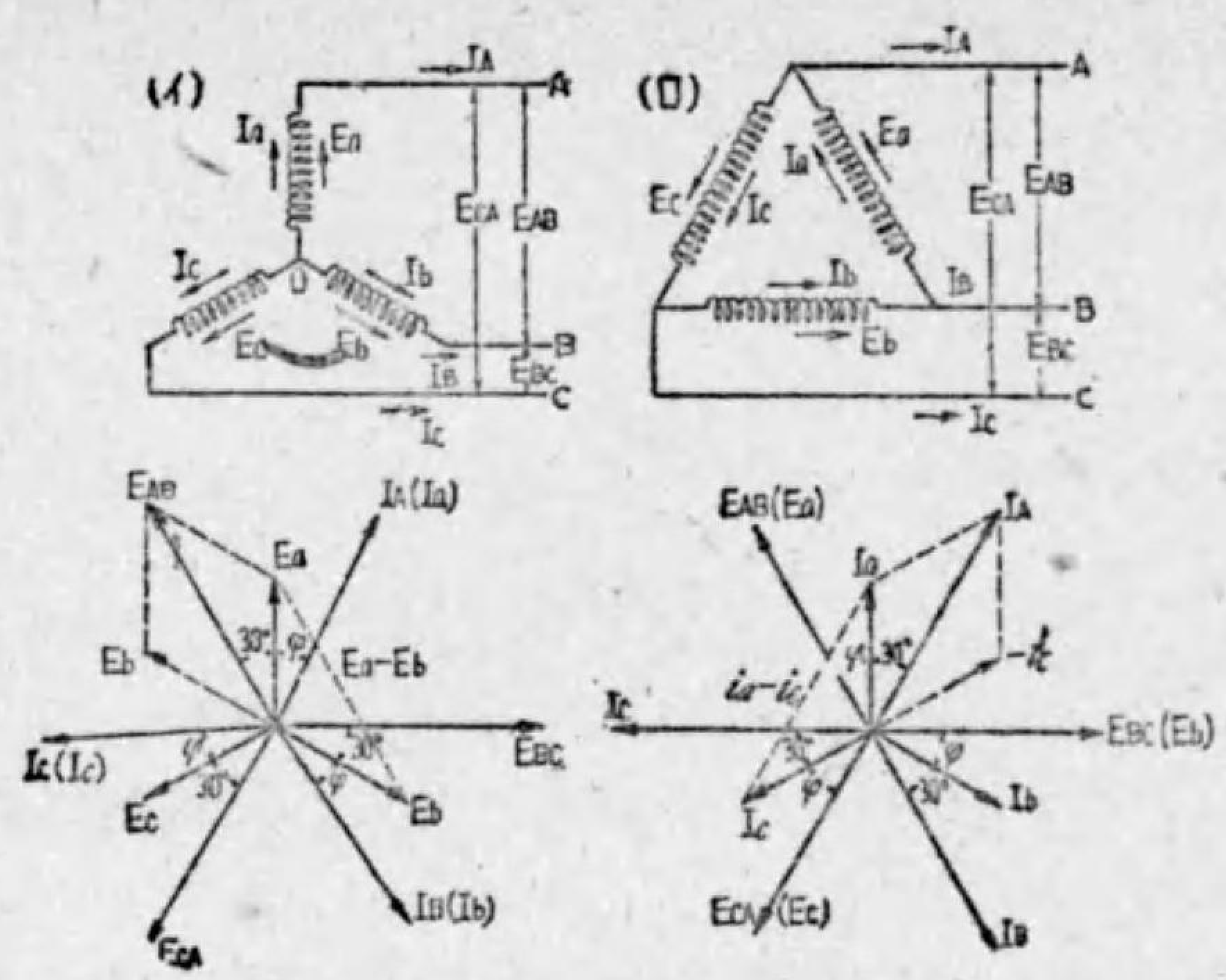
各相の電流即ち相電流 I_a, I_b, I_c が, 相電壓 E_a, E_b, E_c より夫々 φ 角遲れるとする.

此の時, 外部線間電壓は A, B 間に於て, E_a と E_b のベクトル差であるから,

$$\dot{E}_{AB}=\dot{E}_a-\dot{E}_b=\dot{E}_a+(-\dot{E}_b)$$

であつて, 結局, $\dot{E}_b$ の矢頭から $\dot{E}_a$ の矢頭に引いた直線となる. 從つて, E_a よりも 30° 進んで居る. 同樣に E_{BC}, E_{CA} と各線間電壓がベクトル的に求められる一方, 線電流は相電流が其のまゝ流出するのだから, $\dot{I}_A=\dot{I}_a$, $\dot{I}_B=\dot{I}_b$, $\dot{I}_C=\dot{I}_c$

となる. I_A と E_{AB}, I_B と E_{BC}, I_C と E_{CA} は夫々 $(30°+\varphi)$ だけの相差がある



第 3.82 圖

(ロ) 三角結線; 此の場合の線間電壓と相電壓は相等しく, $\dot{E}_{AB}=\dot{E}_a$, $\dot{E}_{BC}=\dot{E}_b$, $\dot{E}_{CA}=\dot{E}_c$ となるが, 線電流 $\dot{I}_A$ は

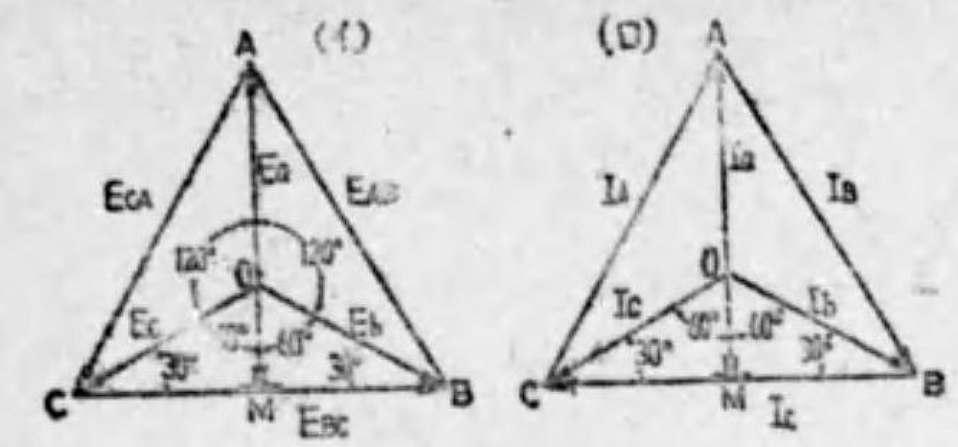
$$\dot{I}_A=\dot{I}_a-\dot{I}_c=\dot{I}_a+(-\dot{I}_c)$$

であつて, 結局, $\dot{I}_c$ の矢頭より $\dot{I}_a$ の矢頭に引いた直線となる. 從つて, E_{AB} よりも $(30°+\varphi)$ だけ遲れる. 同様に, 各線電流 I_B, I_C が求められ, 夫々 E_{BC}, E_{CA} よりも $(30°+\varphi)$ だけ遲れることが分る.

以上に於て特に注意せねばならないのは, 相電壓と相電流の相差には意義があるが, 線間電壓と相電流の關係は, 取りやうに依つてどうでもなることである. 例へば, E_{AB} と I_A との位相角は $(30°+\varphi)$ であるが, $\dot{E}_{AC}=\dot{E}_a-\dot{E}_c$ とすると, E_{AC} との位相角は $(30°-\varphi)$ となる. 此の線間電壓と線電流の位相關係は電力計の接續の場合等には考へねばならないことゝなるが, 實際的意義はない.

三相回路の力率と云ふのは, 相電壓と相電流の相差 φ に就て, $\cos\varphi$ を云ふのであつて, 線間電壓と線電流の相差に關係はない.

又, 星形結線に於ける相電壓と線間電壓並三角結線に於ける相電流と線電流の數値的關係は既に説明したやうに, 第 3.83 圖の如くである. (イ) の星形結線では E_{AB}, E_{BC}, E_{CA} が線間電壓で, E_a, E_b, E_c が大さ相等しく 120° 宛の相差があ



第 3.83 圖

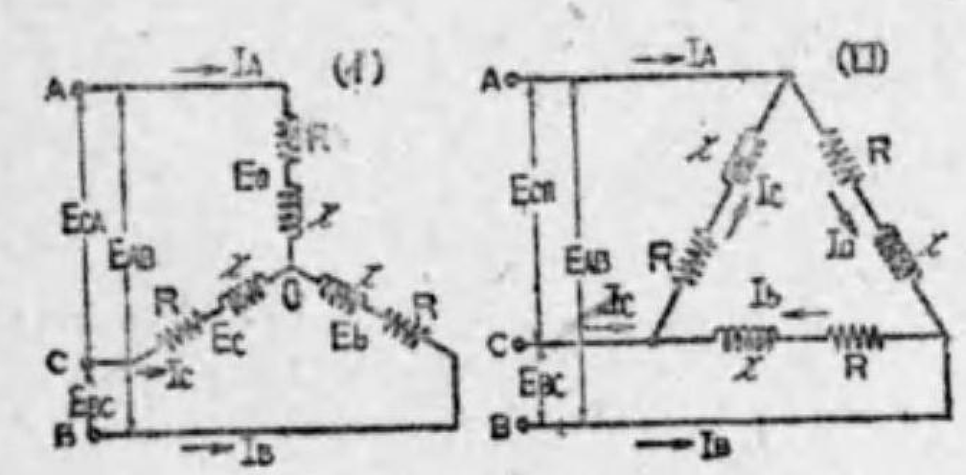
ると ΔABC は正三角形となり E_{AB}, E_{BC}, E_{CA} は大さ相等しく 120° 宛の相差がある. 今, 其の一邊 E_{BC} を取つて考へると O より AB への垂線を OM とすると, OM は BC を 2 等分し

$$E_{BC}=BC=BM+MC=E_b\cos30°+E_c\cos30°=2E\cos30°=2E\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}E$$

但し $E_a=E_b=E_c=E$

星形結線では　線間電壓 $=\sqrt{3}\times$ 相電壓　又　相電壓 $=\dfrac{\text{線間電壓}}{\sqrt{3}}$

同様に三角結線では　Δ結線の線電流 $=\sqrt{3}\times$ 相電流　又　相電流 $=\dfrac{\text{線電流}}{\sqrt{3}}$



第 3.84 圖

以上は電源に就て云つたのであるが, 三相負荷も同様に, 第 3.82 圖のやうに (イ) 星形結線, (ロ) 三角結線とせられ, 圖は抵抗 R, リアクタンス x の相等しい負荷である.

今, 之れに $E_{AB}=E_{BC}=E_{CA}=V$ なる電壓を加へると

(イ) 圖の各線電流 (各相電流)

$$I_L=\frac{\text{相電壓}}{Z}=\frac{V/\sqrt{3}}{\sqrt{R^2+x^2}}=\frac{V}{\sqrt{3}\sqrt{R^2+x^2}}$$

回路の力率(相電壓と相電流に就て)　$\cos\varphi=\dfrac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$

各相の電力　$w=(\text{相電流})^2\times R$　又は　$=\text{相電壓}\times\text{相電流}\times\text{力率}$

$$=\left(\frac{V}{\sqrt{3}Z}\right)^2\times R=\frac{V}{\sqrt{3}}\times\frac{V}{\sqrt{3}Z}\times\frac{R}{Z}=\frac{V}{\sqrt{3}}\times I_L\times\cos\varphi$$

三相全体としての電力は此の 3 倍であるから

三相の全電力　$W=3\times w=3\times \frac{V}{\sqrt{3}}\times I_L\times\cos\varphi=\sqrt{3}VI_L\cos\varphi$

（ロ）　各相の電流$=\frac{V}{Z}$　　線電流　$I_L=\sqrt{3}\times$相電流$=\sqrt{3}\frac{V}{Z}=\sqrt{3}\frac{V}{\sqrt{R^2+x^2}}$

各相の電力　$w=$(相電流)$^2\times R=$相電壓×相電流×力率

$$=\left(\frac{V}{\sqrt{3}}\right)^2\times R=V\left(\frac{V}{Z}\right)\cos\varphi=V\times\frac{I_L}{\sqrt{3}}\times\cos\varphi$$

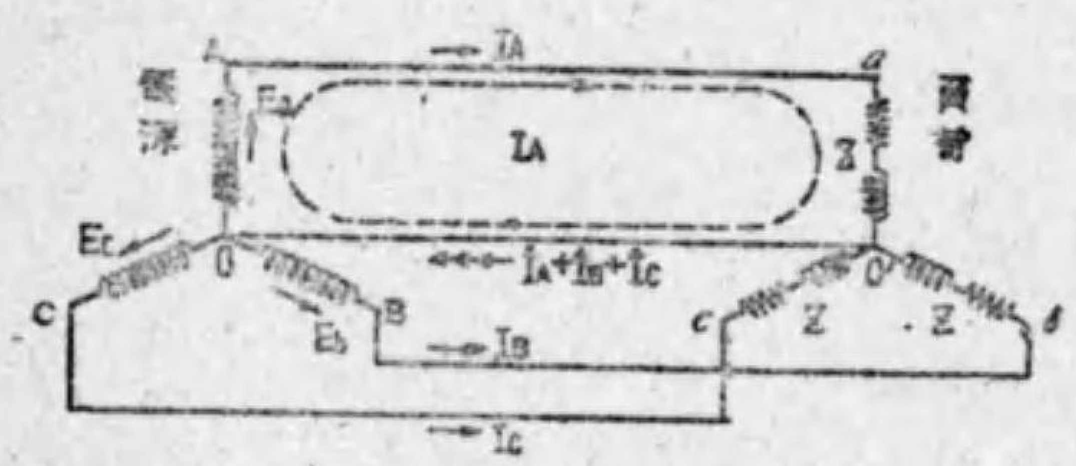
三相全体としての電力は此の 3 倍となり

三相全電力　$W=3w=3\times E_l\times\frac{I_L}{\sqrt{3}}\times\cos\varphi=\sqrt{3}VI_L\cos\varphi$

以上よりも明かなやうに，三相回路の全電力は如何なる接續にしても

三回路相の全電力$=\sqrt{3}\times$線間電壓×線電流×力率

となることが分る．但し，此の力率は今迄にも述べたやうに，相の力率である．



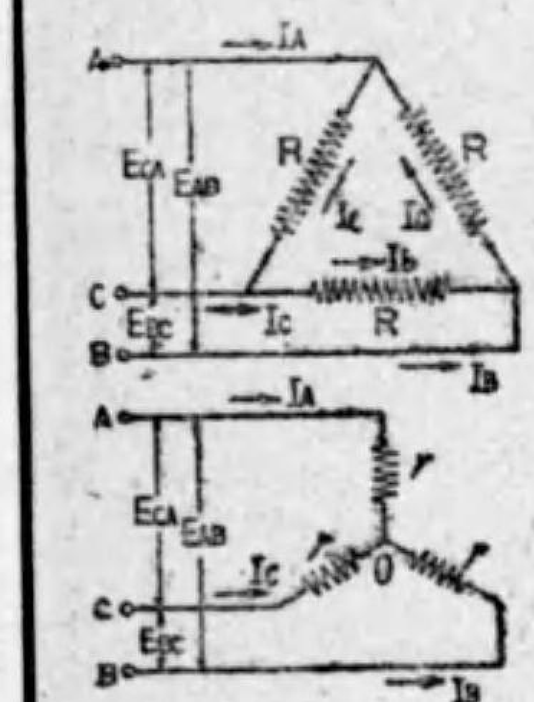
第 3.85 圖

第 3.85 圖のやうに，電源と負荷の中性点 OO′ を結んで考へると，a 相は A 相で供給され，其の回路は OAaO′O で，電壓 E_a が Z に加へられ，I_A が此の回路に環流すると考へられる．同様に b 相は B 相に依つて供給され，其の回路は OBbO′O で，電壓 E_b が Z に加へられ，I_B が此の回路に環流し，c 相は C 相に依つて供給され，其の回路は COCcO′O で，電壓 E_c が Z に加へられ，I_C が此の回路に環流すると考へてよい．斯くすると，O′O の假想中性線には I_A, I_B, I_C のベクトル和が流れる．然るに，大さ等しく 120° 宛の相差のある 3 つのベクトルの和は零となるから，假想中性線には電流が流れない．從つて，斯様な假想中性線を考へても，回路の電壓，電流の分布に少しも影響がない．尚，次に述べるやうに，Δ 結線に於ても，之れと等價な星形結線に換算されるから，何れも上圖のやうに置き換へて考へることが出來る．斯くすると，3 つの分離された單相回路となるから今迄に習得した單相回路の解法で解決することが出來る．即ち，平衡三相回路の

計算は單相回路に置換して極めて容易に行へるから，別に難しく考へるに當らない．

3.18.9 星形—三角形換算

前項に述べたやうに，三角結線を星形結線に換算する方法を知つてゐると，如何なる平衡三相回路も單相回路として計算し得られるから，茲に其の換算法を說明しやう．



第 3.86 圖

第 3.86 圖に於て，相等しい抵抗 R の 3 箇を三角結線としたものと，相等しい抵抗 r の 3 箇を星形結線としたものが等價である爲めには，その A, B, C 端子に等しい平衡三相電壓を加へたとき，相等しい電流が流入しなければならない．

今，$E_{AB}=E_{BC}=E_{CA}=V$　とすると

$$\Delta\text{結線の各相の電流}=\frac{V}{R}$$

$$\text{此の時の線電流}=\sqrt{3}\times\text{相電流}=\sqrt{3}\times\frac{V}{R}=\frac{\sqrt{3}V}{R}$$

$$\text{Y結線の各相電壓}=\frac{\text{線間電壓}}{\sqrt{3}}=\frac{V}{\sqrt{3}}$$

$$\text{此の時の線電流}=\frac{\text{相電壓}}{r}=\frac{V/\sqrt{3}}{r}=\frac{V}{\sqrt{3}r}$$

兩場合の流入電流が相等しい爲めには，上記の兩式を相等しいと置いて

$$\frac{\sqrt{3}V}{R}=\frac{V}{\sqrt{3}r}\qquad\therefore\ r=\frac{R}{3},\quad R=3r$$

即ち，$r=\frac{R}{3}$　とすると，R から成る三角結線は星形結線に換算される．或は又逆に，$R=3r$ とすると，r からなる星形結線は三角結線に換算される．

要するに，Δ→Y にすると，各相の抵抗が $\frac{1}{3}$ になると記憶すれば，Y→Δ の時は 3 倍となることが自から明かである．

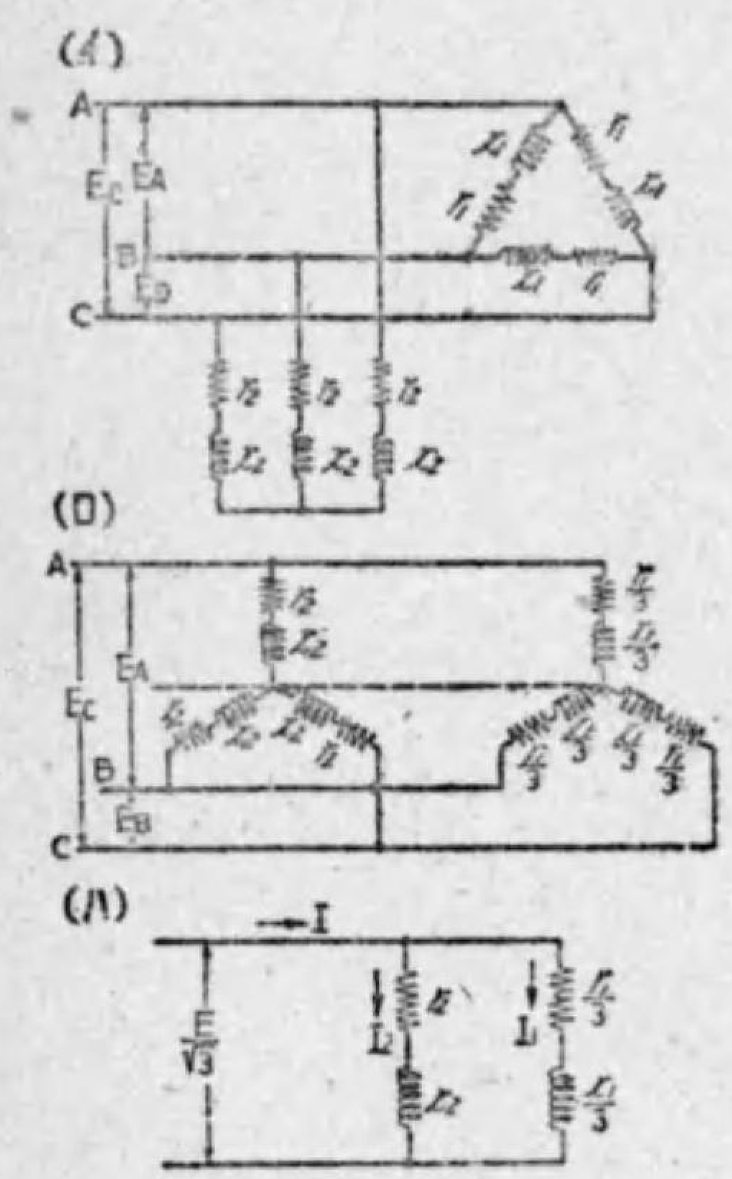
上記では抵抗の場合を說明したが，相等しいインピーダンス（絶對値 $\sqrt{r^2+x^2}$ で相等しく，$\theta=\tan^{-1}\frac{x}{r}$ も等しいもの）の換算も同様に行へる．

靜電容量 C の換算は，此の反對であつて，Δ 結線の C を星形に換算すると 3C となる．(5.4 參照) 此の Y→Δ の換算法は複雜な回路網の合成抵抗なり，合成インピーダンスを求める場合にも活用される．

(註) 云ふ迄もないことであるが，兩場合の流入電流が等しいと，消費電力も相等しい．又，任意の 2 端子間のみに等しい電壓を加へた場合も流入する電流は相等しい．各相の抵抗又はインピーダンスが相違する場合も換算せられるが，之れに就ては後述することにしやう．

3.19 三相回路の基本型

三相回路の二，三の基本型を示して，之れを解說しやう．



第 3.87 圖

第 3.87 圖のやうに各相の抵抗 r_1，リアクタンス x_1 なる三角形結線の負荷と，各相の抵抗 r_2，リアクタンス x_2 なる星形結線の負荷が平衡三相電壓 E_A，E_B，E_C に依つて給電される時，各線に流れる電流，消費電力，合成力率を求めて見やう．

先づ三角結線を星形結線に換算すると，(ロ)圖のやうに，各相に於て抵抗が $r_1/3$，リアクタンスが $x_1/3$ となる．之れと r_2 x_2 より成る星形結線は共に平衡負荷であるから，其の中性点電位は零である．故に，前述した處より，兩中性線を結ぶ假想中性線を考へ，電壓 $E/\sqrt{3}$ が加はるものとすると，(ハ)圖のやうな單相回路となる．之れは旣に第 3.57 圖で計算したやうに

$$Z_1=\frac{1}{3}\sqrt{r_1^2+x_1^2}\qquad \cos\theta_1=\frac{r_1}{\sqrt{r_1^2+x_1^2}}=\frac{r_1}{Z_1}\qquad \sin\theta_1=\frac{x_1}{\sqrt{x_1^2+x_1^2}}=\frac{x_1}{Z_1}$$

$$Z_2=\sqrt{r_2^2+x_2^2}\qquad \cos\theta_2=\frac{r_2}{Z_2}\qquad \sin\theta_2=\frac{x_2}{Z_2}$$

故に合成電流 I，合成力率 $\cos\varphi$，電力 W は

$$I=\sqrt{(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)^2+(I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2)^2}$$

$$=\frac{E}{\sqrt{3}}\sqrt{\left(\frac{r_1}{Z_1^2}+\frac{r_2}{Z_2^2}\right)^2+\left(\frac{x_1}{Z_1^2}+\frac{x_2}{Z_2^2}\right)^2}$$

$$=\frac{E}{\sqrt{3}}\sqrt{(g_1+g_2)^2+(b_1+b_2)^2}=\frac{E}{\sqrt{3}}\sqrt{G^2+B^2}=\frac{E}{\sqrt{3}}Y$$

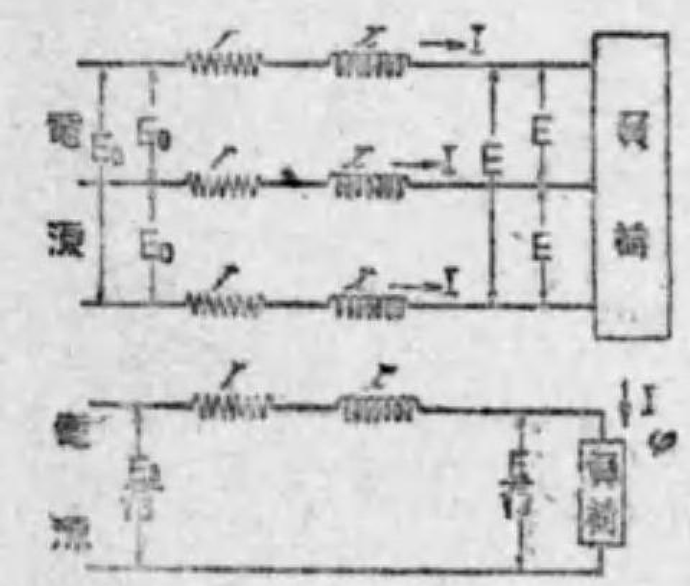
$$\cos\varphi=\frac{G}{Y}\qquad \varphi=\tan^{-1}\frac{B}{G}$$

一相の電力 $w=\frac{E}{\sqrt{3}}I\cos\varphi=\frac{E}{\sqrt{3}}(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)=(\frac{E}{\sqrt{3}})^2(g_1+g_2)$

全電力 $W=3w=\sqrt{3}EI\cos\varphi=\sqrt{3}E(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)=E^2(g_1+g_2)$

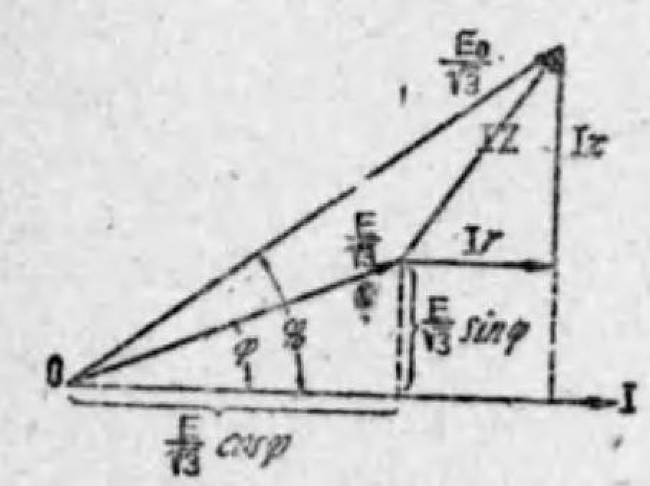
ベクトル關係は第 3.57 圖の如くである．

やゝ難解となるが，實在の交流三相回路の一般的な形である第 3.88 圖のやうな場合に就て考へて見やう．圖に於て，負荷電流を I とし，其の力率が $\cos\varphi$ とする……斯樣な場合は，負荷を星形と考へると，I は E の相電壓 $E/\sqrt{3}$（之れを，星形電壓とも云ふ）より φ だけ遲れる……此の場合，負荷端の線間電壓を E とすると，電源端の線間電壓 E_0 を何程とすべきかを求めて見やう．



第 3.88 圖

此の場合の各線の抵抗を r，リアクタンスを x とすると，下圖のやうな單相回路として考へられるから，負荷電流 I を基準水平ベクトルとして，$E/\sqrt{3}$ と $E_0/\sqrt{3}$ の關係を示すと第 3.89 圖のやうになる．即ち $E/\sqrt{3}$ は I より φ だけ進み，Ir は電流 I と同相（I と平行）にあり，Ix は I より 90° 進んである．圖より明かなやうに



第 3.89 圖

$$\frac{E_0}{\sqrt{3}}=\sqrt{\left(\frac{E}{\sqrt{3}}\cos\varphi+Ir\right)^2+\left(\frac{E}{\sqrt{3}}\sin\varphi+Ix\right)^2}$$

此の兩邊に $\sqrt{3}$ を乘ずると

$$E_0=\sqrt{(E\cos\varphi+\sqrt{3}Ir)^2+(E\sin\varphi+\sqrt{3}Ix)^2}$$

として E_0 の値が求められる．