第七章 直綫定向

7-1 定向概念

根據某一標准方向綫來確定實地上或圖紙上一條直綫的方向稱爲直綫定向。直綫定向需要一條標准方向綫，還要確定直綫與標准方向綫在水平投影面上的夾角關系。測量上採用的標准方向綫有眞子午綫，磁子午綫及水平投影面內的縱坐標軸綫。我們先談一下眞子午綫和磁子午綫。

通過地面上一點和地球旋轉軸的平面是該點的眞子午綫的平面。眞子午綫平面和該點水平面的交綫的方向是該點眞子午綫的方向。眞子午綫的方向是由天文觀測確定的。

磁子午綫是磁針靜止時所指的方向。由于地磁的兩極和地球的兩極不相重合，所以在同一地點的磁子午綫方向和眞子午綫方向通常不是一致，它們之間的夾角叫做磁偏角，以 δ 表示（圖 7—1）。當磁針北端偏向眞北的東方叫東偏，偏向西方叫西偏。

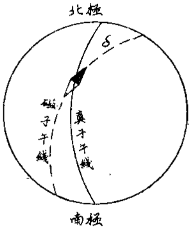

圖 7—1

地面上不同地點的磁偏角不同，就是在同一地點不同時間的磁偏角也不相同。磁偏角除了有長期變更及每日變更以外，大雷雨、地震、北極光、太陽黑子等都會改變磁偏角。此外磁針也受地上或地下電力綫及含鐵物質的影响。由此可以明白，用磁子午綫作爲定向的標准方向是存在一些缺點的，所以只能用于獨立地區的測量工作，比較粗略的測量工作或校核工作。

定向用的角度關系有方位角和象限角兩種。

方位角——由子午綫北端起順時針方向計算到某一直綫的角度稱爲方位角，方位角的數值在 0°～360° 之間。如果方位角是從眞子午綫算起的，則稱爲眞方位角，如果是從磁子午綫算起的，就稱爲磁方位角。方位角以 A 來代表。

圖 7—2 中南北直綫是通過 O 點的子午綫方向（眞子午綫或磁子午綫），東西綫則垂直子子午綫方向。圖中 A_{01}，A_{02}，A_{03}，A_{04} 就是 01，02，03，04 各綫的方位角。如果南北綫是眞子午綫方向，那末這些角就是眞方位角，如果是磁子午綫方向，這些角就是磁方位角。

象限角——在實際工作中，有時以銳角（不超過 90° 的角度）來確定直綫的方向，這時就採用象限角。象限角是從子午綫的一端（北端或南端）計算到該直綫的銳角。它的角值只在 0°～90° 之間。象限角以 R 來表示。

圖 7—3 中通過 O 點作東西、南北方向綫分成四個象限，由北起順時針方向分別稱爲 I， II III IV 象限。圖中 01，02，03，04 諸直綫的象限角各爲 R_{01}，R_{02}，R_{03}，R_{04}。不過應當特別指出，由于象限角的角値小于 90°，所以某一直綫與子午綫的關系，除了應指出象限角的角値外，還必須說明直綫所在的象限。因此 01，02，03，04 諸直綫的象限角應是北偏東 R_{01}，南偏東 R_{02}，南偏西 R_{03}，北偏西 R_{04}。如果象限角是由眞子午綫起計算的，就稱爲眞象限角，由磁子午綫起算的，就是磁象限角。

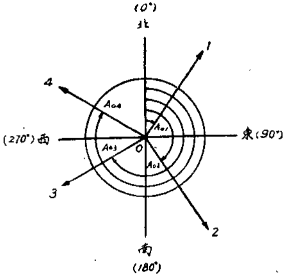

圖 7-2

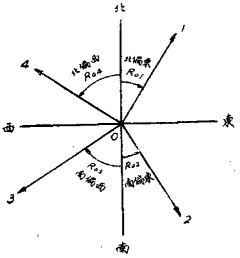

圖 7—3

7-2 眞方位角与磁方位角的关系

要把一直綫的磁方位角換算到眞方位角，或者反是，必須知道磁偏角的大小和磁針偏離眞子午綫的方向。這些數據可以從附近氣象台得到，也可以在地形圖上或特制的磁偏角圖上得到。此外，還可以用天文觀測法或簡單日晷法測定眞子午綫方向，然後求眞子午綫方向和磁針方向間的夾角，即得磁偏角。

如圖 7—4 中，直綫 OM 的眞方位角爲 $A_{真}$，它的磁方位角爲 $A_{磁}$。當地的磁偏角爲 δ，東偏時取正號（＋），西偏時取負號（—）。由圖知：

東偏時，　　$A_{真}=A_{磁}+|\delta|=A_{磁}+\delta$；

西偏時，　　$A_{真}=A_{磁}-|\delta|=A_{磁}+\delta$。

以上兩種情况可以寫成一個式子，

$$A_{真}=A_{磁}+\delta, \quad \cdots\cdots(7—1)$$

式中 δ 的符號决定于磁針的偏向，東偏是正（＋），西偏是負（—）。

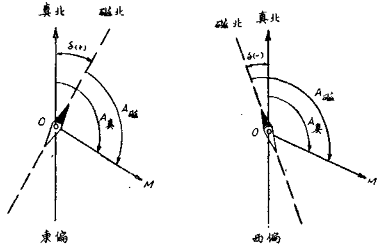

圖 7—4

7-3 方位角和象限角的关系

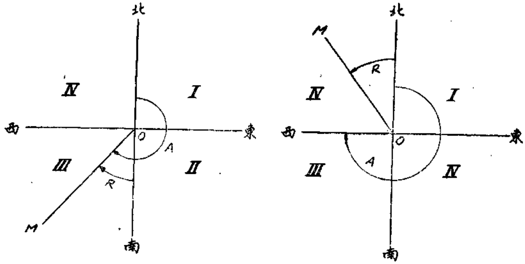

圖 7—5

由圖 7－5 可以看出，一直綫的方向，可以用方位角或象限角來表示，它們之間的關係列在下表：

直線方向	根據象限角R求方位角A	根據方位角A求象限角R
象限 I，即北偏東	A＝R	R＝A
象限 II，即南偏東	A＝180°－R	R＝180°－A
象限 III，即南偏西	A＝180°＋R	R＝A－180°
象限 IV，即北偏西	A＝360°－R	R＝360°－A

7-4 根據兩个方向的方位角或象限角求它們之間的夾角

假定我們要求的角是從左面一個方向到右面一個方向之間的夾角。從圖 7—6 可以看出，

$$\angle 102 = A_{02} - A_{01},$$

$$\angle 201 = 360° - \angle 102$$

$$= 360° + A_{01} - A_{02}。$$

由此可見，兩個方向的夾角等于右面一個方向的方位角減去左面一個方向的方位角。如果不够減就加 360°。

如果要根據象限角求夾角，我們可以先把象限角化爲方位角，然後求夾角。我們也可以先畫一個圖，表示兩個方向的象限角，從圖很容易看出夾角和象限角之間的關系。

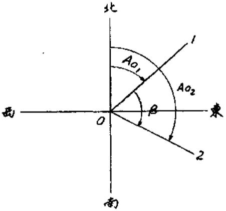

圖 7—6

7-5 正、反方位角和正、反象限角

以前我們只談到了在直線上一個點的定向問題，下面我們來研究一下在一直線上不同點的定向問題。

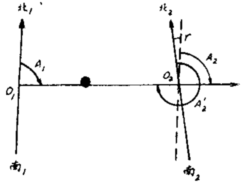

圖 7—7

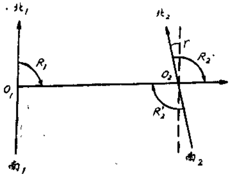

圖 7—8

設圖 7—7 中 O_1 O_2 是一直綫上的兩個點， 通過這兩個點的子午綫方向是南$_1$—北$_1$及南$_2$—北$_2$。因爲地球上各點的子午綫方向都指向南北極，所以各點的子午綫方向都不平行。對直綫 O_1 O_2 的方向來說，在 O_1 點的方位角爲 A_1，在 O_2 點爲 A_2； 其間相差一個角度，稱爲子午綫收斂角，以 γ* 表示。$A_2=A_1+\gamma$。

---

* 測量上所指的子午綫收斂角，一般是指眞子午綫間的收斂角。对於磁子午綫來說，由於各地的磁偏角不同，還不能給出一个簡單的公式。对於眞子午綫間的收斂角的近似公式可以簡單地推導如下：

讓我們把地球看作是一个圓球，半徑 R=6371 公里（圖 7—9）。在緯度为 φ 的任何一段緯綫上取 A 和 B 兩点，設兩点間的綫長为 l 公里。設想通过該兩点作它們的子午綫的切綫 AT 和 BT，那末兩切綫間的夾角 γ 即为 A 和 B 点間的子午綫收斂角。一般 A，B 兩点相距不遠，γ 角很小，可以把綫段 l 看作是半徑等於 AT 的弧長。这时，以弧度表示的收斂角是：

$$\gamma=\frac{l}{\mathrm{AT}}。$$

但 $\mathrm{AT}=\mathrm{R}\ \mathrm{tg}\,(90^\circ-\varphi)=\mathrm{R}\ \mathrm{ctg}\,\varphi=\frac{\mathrm{R}}{\mathrm{tg}\,\varphi}$，

因而 $\gamma=\frac{l}{\mathrm{R}}\mathrm{tg}\,\varphi$。

因为一弧度等於 3438′， 所以用分为單位來表示子午綫收斂角时，γ 角可用下式表示：

$$\gamma'=\frac{l}{\mathrm{R}}\mathrm{tg}\ \varphi\cdot 3438'。$$

將 R 之值代入上式後， 即得 $\gamma'\doteq 0.54\,l\,\mathrm{tg}\,\varphi$， 式中 l 以公里計。設 $l=1$ 公里，則 $\gamma'\doteq 0.54\,\mathrm{tg}\,\varphi$。即：东西綫長 1 公里的子午綫收斂角（以分計）大約等於当地緯度正切的一半。

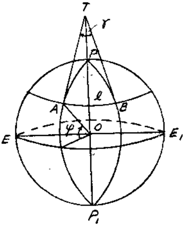

圖 7—9

例如，設北京緯度 $\varphi=40^\circ$，按上式得

$$\gamma'=0.54\times0.84\doteq 0.'5。$$

如果量角的誤差可容許到 1′，这个地面綫長 1 公里的子午綫收斂角可以略而不計，那末在这段距离內的子午綫可認为是平行的。但是当 AB 兩点之間的距离較大时，子午綫收斂角就不能忽略了。

从下表，根据 l 和 φ 可以找到精至 0.′1 的 γ 角值。

l公里 \ φ°	15	20	25	30	35	40	45	50	55
1	0.′1	0.′2	0.′3	0.′3	0.′4	0.′5	0.′5	0.′6	0.′8
5	0.7	1.0	1.3	1.6	1.9	2.3	2.7	3.2	3.8
10	1.4	2.0	2.5	3.1	3.8	4.5	5.4	6.4	7.7
20	2.9	3.9	5.0	6.2	7.5	9.0	10.8	12.8	15.4
30	4.3	5.9	7.5	9.3	11.3	13.5	16.1	19.2	23.0
40	5.8	7.9	10.0	12.5	15.1	18.0	21.5	25.6	30.7
50	7.2	9.8	12.6	15.6	18.8	22.5	26.9	32.1	38.4
60	8.7	11.8	15.1	18.7	22.6	27.0	32.7	38.5	46.1
70	10.1	13.7	17.6	21.8	26.3	31.6	37.7	44.9	53.8
80	11.6	15.7	20.1	24.9	30.1	36.1	43.1	51.3	61.4
90	13.0	17.7	22.6	25.0	34.0	40.6	48.4	57.7	69.1
100	14.5	19.6	25.2	31.0	37.7	45.1	53.8	64.1	76.8

直綫的某一方向如果稱爲正方向，它的相反方向就稱爲反方向。那末對直綫 O_1O_2 方向來說，A_1 和 A_2 是在 O_1 和 O_2 點的正方位角，而 A_2' 就是在 O_2 點的反方位角。

由圖 7—7 知：　　$A_2'=A_2+180°$，

$A_2'=A_1+180°+\gamma$。

即：同一綫上不同點的正方位角和反方位角相差爲 $180°+\gamma$。

同樣，由于子午綫的收斂，同一方向不同點的象限角也不相同，不同點的正，反象限角也不同。例如圖 7—8 中 R_1 是方向 O_1O_2 的正象限角，北偏東，R_2' 是它的反象限角，南偏西，並且 $R_2'=R_1+\gamma$。

在較小的測區內，子午綫收斂角很小，可以忽視。

7-6　坐标方位角(方向角)

從前面可以看出，在較大的測區內作定向工作應當考慮子午綫收斂角的問題。但是它給定向工作帶來了不少麻煩，用當地的眞或磁方位角來標明一直綫的方向時，不但在不同點上的數值不同，計算正反方位角時也比較麻煩。因此在較小地區的測量定向（這時我們採用平面直角坐標來制圖），普遍採用坐標方位角（也叫方向角）。坐標方位角的標準方向綫是投影平面內的縱坐標軸綫方向，角度按方位角法計算。由于投影平面內的縱坐標軸綫在各點都相互平行，所以一條直綫上的任何點上的坐標方位角（或稱方向角）都是一樣的，並且正、反坐標方位角（或稱正、反方向角）總是相差 180°。坐標方位角（或方向角）以 α 表示。

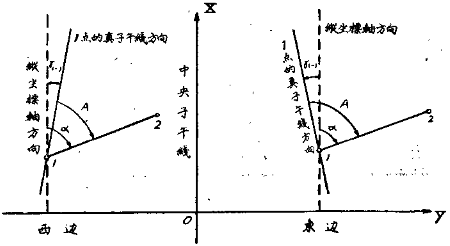

圖 7—10

在高斯投影帶內，採用每一帶的中央子午綫方向作爲縱坐標軸的方向。由圖 7—10 可以看出，在高斯投影帶內一條直綫 1-2 的眞方位角 A 和坐標方位角 α 的關系是：

在中央子午綫東時：　　$A_{眞}=\alpha+|\gamma|=\alpha+\gamma$，

在中央子午綫西時：　　$A_{眞}=\alpha-|\gamma|=\alpha+\gamma$。

以上兩種情況，可以寫成一個式子：

$$A_{眞}=\alpha+\gamma, \qquad (7-2)$$

式中 γ 是投影面內的子午綫收斂角，它等于地球上的子午綫收斂角。點子在中央子午綫的東邊時 γ 取正（＋）號，在西邊時 γ 取負（－）號。

7-7 根據夾角計算坐标方位角（方向角）

假設把折綫 1 2 3 4 …… 看成前進的方向，圖 7—11 中的各夾角 β 在右手邊稱爲右夾角，在左手邊的 λ 角稱爲左夾角。 $\lambda=360°-\beta$。

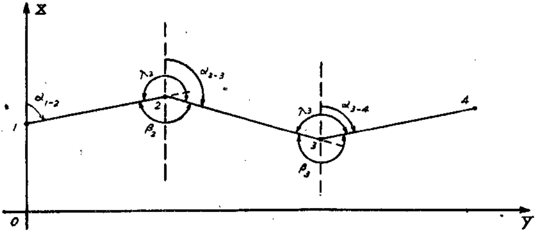

圖 7—11

如果已知折綫的一邊的坐標方位角 α_{1-2} 及各邊的右夾角 β，則其餘各邊的坐標方位角：

$$\alpha_{2-3}=\alpha_{1-2}+180°-\beta_2,$$

$$\alpha_{3-4}=\alpha_{2-3}+180°-\beta_3,$$

或

$$\alpha_{i-(i+1)}=\alpha_{(i-1)-i}+180°-\beta_i, \qquad (7-3)$$

即前一邊的坐標方位角等于後一邊的坐標方位角加 180° 減兩邊所夾的右角。

如果給出左夾角 λ，則 $\lambda=360°-\beta$，即 $\beta=360°-\lambda$。代入上式得

$$\alpha_{i-(i+1)}=\alpha_{(i-1)-i}+180°-(360°-\lambda_i)=\alpha_{(i-1)-i}-180°+\lambda_i, \qquad (7-4)$$

即前一邊的坐標方位角等于後一邊的坐標方位角減 180° 加兩邊所夾的左角。

在實際計算過程中，上面兩個公式的等號右邊可能需要減 360° 或加 360°，這是爲了使等號左邊的方位角值不致超過 360° 或爲負值。