



廿四年度  
全國各大學  
入學試題解答

北京師大附中一九三六高中二班自治會編

北京出版社印行

## 編 者 前 言

在最初我們作這解答的工作，目的是爲了測驗我們的學力，同複習以往的課程；所以以『分工合作，互相琢磨』，八個字的精神，共同努力，而完成了這本書，本沒有出版的意思在裏頭。

繼想到各校本年高中畢業同學，同我們一樣的需要測驗學力，一樣的需要複習以往的功課，並且都是刻不容緩的，才決意拿它來出版；正巧北京出版社，青慨然印行，在我們作題人固是數月來的心血可以留下一點痕跡，而於諸畢業同學，想也不無可供參考之小補吧。

雖然以我們的菲學，來担此大量的工作，自覺有些不量己力，可是每門功課，都經過了各科教師的指導同改正這給與了我們以最大的勇氣同決心，而敢與毅然付排。

故此書之成，大部由於各教師的熱心指導，同促勵的結果，至印刷上一切設計，及校對諸經營，全賴於北京出版社諸友，特一並在此，謹致謝意。

編者謹識六月二十日，一九三六

45072



525.98  
581

二十四年度全國各大學入學試題解答

---

目 次

國立北京大學.....	1— 36
國立清華大學.....	37— 79
國立師範大學.....	80— 91
國立北平大學.....	92—116
私立燕京大學.....	117—160
私立輔仁大學.....	161—186
國立北洋大學.....	187—222
私立南開大學.....	223—269
國立唐山交通大學.....	270—316
國立上海交通大學.....	317—419
省立河北工業學院.....	420—443
國立中央政治大學.....	444—460
國立山東大學.....	461—479
國立同濟大學.....	480—503

全一册 定價九角

## 黨義試題

(一) 試解釋下面幾段：一

(1) 孫中山先生在民族主義講演中說的話：「按中國歷史上社會習慣諸情形講，我可用一句簡單話說民族主義就是國族主義。」(第一講)

(2) 「統結從前四次所講的情形，我們民族是受什麼禍害呢？所受的禍害是從那裏來的呢？是從列強來的，所受的禍害，詳細的說：一是受政治力的壓迫，二是受經濟力的壓迫，三是受列強人口增加的壓迫。」(第五講)

(3) 「但是恢復了我們固有的道德智識和能力以外，在今日的時代還未能進中國於世界第一等地位和我們祖宗在從前世界上獨強一樣，要想恢復到那樣地位除了恢復一切國粹以外，還要學歐美的長處，然後才可以和歐美並駕齊驅，如果不學歐美的長處，我們還是要退後。」(第六講)

(4) 「我們要學外國，要迎頭趕上去，不要向後跟着他。」

(二) 何謂「訓政」？為什麼要訓政？訓政之歸宿應當是那樣政治？(例如民主政治或獨裁政治) 試詳論之。

## 解 答

(一)

(1) 因為中國自秦漢而後，都是一個民族造成一個國家，所以在中國提倡民族主義，也等於提倡國族主義，所以說民族主義就是國族主義。



為政治力亡人的國家，是一朝可以作得到的，如宋明之亡於清，皆由於兵力失敗的緣故，我國的海陸

軍和各險要地方，沒有預備國防，外國隨時可以衝入，隨時可以亡中國，所以說政治力的壓迫，是中國所受的禍害。經濟力的壓迫，就是中國每年被外國人奪去十二萬萬元，並且每十年增加兩倍半，所以十年後便是三十萬萬元，平均每人應擔七元五角，長此以往，不到十年便要亡國，因為現在已是民窮財盡，民不聊生，何況十年後負擔更重呢。人口增加的壓迫，就是說，中國在一百年前人口數目和現在一樣，若以後一百年，沒有振作之法，依然難得加多，環看地球上，美國增多十倍，俄國增多四倍，英日增多三倍，德國增兩倍半，若他們逐日增多，我國逐日減少，以歷史而言，漢族增多，其餘中國的土人如苗，獠，獠，獠等族，便要滅亡，那麼我們受人口增加的壓迫，不久亦要滅亡了。

(3) 因為如果我們恢復了固有的道德，智識和能力以外，不學歐美的長處，則中國還是和從前的中國一樣，而外國的文化事業，一日千里，並不是從前的外國了，所以中國還是要落後的。

(4) 因為迎頭趕上去，便可以減少幾百年的光陰，便可以與歐美並駕齊驅，不然，我們比他們低了幾百年的文化，那就永遠跟着趕不上了。

## (二)

「訓政」即在軍政時期完成以後，以曾經訓練考試合格之員至各縣協助人民籌備自治的意思，訓練人民行使四權，它是從軍政時期過渡到憲政時期必經的階段，要人民行使政權必有兩個先決的條件，一是人民要有政治興趣，二是人民要有政治知識，但中國承數千年專制之積習，並受了先哲們「不在其位，不謀其政」和「民可使由之，不可使知之」等選訓的束縛所以中國

人民大都缺乏政治興趣和知識，一旦罷民權交給他們，不是放棄不用，便是敷衍塞責，甚為狡黠者所利用，所以要由想實現真正的民主政治一憲政，就必須經過訓政時期。

中山先生所手訂的建國治國的程序是分軍政，訓政，和憲政三個時期，所謂憲政者應是議會主義的民生政治，故訓政的歸宿應是民主政治是毫無疑義的。

## 國文試題

### (一) 作文

1. 描寫你一生最可記念的一段經驗。
2. 描寫你認識最深的一個人 (任作一題)

### (二) 文法

1. 下列句子裏的「了」字，是表示過去的動作呢？還是表示另一種口氣呢？
  - (a) 大哥多喝幾杯，我要走了。
  - (b) 我們若去求他，這就不是品行了。
  - (c) 饒了我罷。
2. 下列句子裏的「吾」、「我」兩個代名詞在文法上有什麼不同？
  - (a) 今者吾喪我。
  - (b) 如有用我者，吾其為東周乎。
  - (c) 吾日三省吾身。
  - (d) 二三子以我為隱乎？吾無隱乎爾。
3. 把下面的白話句子改成文言，文言句子改成白話，並說明他們文法上的不同：
  - (a) 沒人知道我。

- (b) 我不饒你。
- (c) 我欺騙誰呢？
- (d) 己所不欲，勿施於人。
- (e) 客何好？客何能？
- (f) 子尚如此，吾復何望哉？
4. 標點下文，並且用白話翻譯出來。
- 申侯申出也，有寵於楚文王，文王將死，與之璧，使行曰：唯我知女，女專利而不厭，予取予求，不女瑕疵也。後之人將求多於女，女必不免我死，女必速行，無適小國，將不女容焉。

## 解 答

- (二) 1. 諸句中的「了」，是表示一種口氣的。
2. a. 「吾」在主位，「我」在賓位。  
 b. 「我」在賓位，「吾」在主位。  
 c. 前「吾」在主位，後「吾」在領位。  
 d. 「我」在賓位，「吾」在主位。
3. a. 人莫我知——猶「人不知我」亦即白話句中之「沒人知道我」，文法上之不同為在否定句中，將動詞「知」移在賓詞「我」之後。
- b. 吾不汝宥——文法上之不同，同上句一樣。
- c. 吾誰欺？——與白話句文法上之不同在將用為賓詞之疑問代名詞「誰」移在其所屬之動詞「欺」之前。
- d. 不要對別人作自己所不願意受的事情——與文言句文法上之不同在於文言句將在賓位之「己所不

欲」移前爲獨立一句，此文言句可改爲「勿施己所不欲於人」。

- e. 您喜歡甚麼？您能作甚麼？——與文言句文法上之不同在將用爲賓詞之疑問代名詞「甚麼」移在其所屬動詞之後。

你尙且這樣，我還希望甚麼呢？——與文言句文法上之不同，在將用爲賓詞之疑問代名詞「甚麼」移在其所屬之動詞之後。

4. 標點：

申侯，申出也。有寵於楚文王。文王將死，與之璧，使行，曰：「唯我知女。女專利而不厭，予取予求，不女瑕疵也；後之人將多求於女，女必不免。我死，女必速行。無適小國，將不女容焉。」

翻譯：

申侯是申姓皇后所生的，很爲楚文王所寵愛，文王將死的時候，給他一塊玉璧，叫他走，並且說：「只有我了解你，你這人是專愛財利而沒有厭足的，你從我這裏拿，向我要，我都不怪你，但是以後的人對你的希望要多一點，你一定不免於禍。我死了以後，你必須快些走開，不要往小國去，小國將不容你。」

## 英 文 試 題

I Correct the following sentences:—

- (1) To succeed, the process must be understood

- (2) Leaving his home at an early age, John had lived a life of hardship.
- (3) To day is as warm if not warmer than yesterday.
- (4) The reason he failed in his examination was because he did not study
- (5) I promised to take good care of the book and that I would return it promptly
- (6) The boat seemed to hardly move
- (7) The house was painted and the rooms papered again
- (8) We ought not forget to make the boys to study harder.
- (9) When only a few months old, her mother died
- (10) You have better wait him and listen at what he was to say.

II Fill each of the following blanks with one word:

- (1) It seems beyond doubt that the Chinese are —— an increasing interest in the use and —— of airplanes.
- (2) Let us prepare —— the worst but —— for the best
- (3) I —— him he was mistaken; he —— my pardon, and say no more.

- (4) When I call —— you to-morrow morning,  
we may talk —— the matter, and see  
what can be ——.
- (5) He was born —— June 24th, —— six  
o'clock —— the morning.
- (6) He sat —— her —— dinner
- (7) I agree —— him —— the subject.
- (8) I think he would be very much —— if  
he knew what —— happened.
- (9) As I sat very near them, I could not ——  
hearing what they —— saying
- (10) I am always —— whenever I see a young  
mother —— her baby —— her arms.

III Translate the following into English:

世界上任何事件，在一定情形下是有限制的，如海裏的水是很多的，憑你如何去飲都飲不完，所以沒有價值。但是在城裏呢，就發生價值，因為城裏水少，而需用的量大。又如空氣是沒有價值的任何人都可以盡量的呼吸，但是在一暗室之中，這空氣就可寶貴了，再如米之所以貴都是因為需要大而供給少的緣故，因為有這個需供的限制所以我們對於一種物件須得有個經濟的使用法。

IV Translate the following into Chinese:—

The traditional civilization of china had become unprogressive, and has ceased to produce much of value in the way of art and literature. This was not due, I think to

any decadence in the race, but merely to lack of new material. The influx of western knowledge provides just the stimulus that was needed. Chinese students are able and extraordinarily keen. Higher education suffers from lack of funds and absence of libraries, but does not suffer from any lack of the finest human material. Although Chinese civilization has hitherto been deficient in science, it never contained any thing hostile to science and therefore the spread of scientific knowledges encounters no such obstacles as the church put in its way in Europe, I have no doubt that if the chinese could get a stable government and sufficient funds. They would, within the next thirty years, begin to produce remarkable work in science, It is quite likely that they might outstrip us, because they come with fresh zest and with all the ardor of a renaissance. In fact, the enthusiasm for learning in Young China reminds one constantly of the Renaissance spirit in fifteenth-century Italy.

## 解 答

1. Correct the following sentences:—

A. To succeed, We must understand the process.

B. Having left his home at an early age, John had lived a life of hardship.

C. to-day is as warm as yesterday, if not warmer.

D. The reason why he failed in his examination was that he had not study.

E. I promised to take good care of the book, so that I could return it promptly.

F. The boat seemed hardly to move.

G. The house was painted and the rooms were papered again.

H. We must forget not to make the boys study hard.

I. When she was only a few months old, her mother died.

J. You had better wait for him and listen to what he has to say.

2. Fill each of the following blanks with one word:—

A. It seems beyond doubt that the Chinese are possessing an increasing interest in

- the use and making of airplanes.
- B. Let us prepare for the worst but seek for the best.
- C. I told him he was mistaken; he asked my pardon, and say no more.
- D. When I call upon you to-morrow morning we may talk over the matter, and see what can be done.
- E. He was born on June 24th at six o'clock in the morning.
- F. He sat beside her at dinner.
- G. I agree with him on the object.
- H. I think he would be very much surprised if he knew what had happened.
- I. As I sat very near them, I could not help hearing what they were saying.
- J. I am always impulsed whenever, I see a young mother with her baby in her arms.
3. Translate the following into English:—

Everything in the world under a certain condition is limited, as water in the sea is so much in quantity, you can drink as much as you can, and yet you can never make it exhausted, so it is of no value. But in a city water will become valuable, because of its demand is over its supply. And again air is a valuable thing every one

can breath as he likes, but in a dark celler where air is difiçient, it is valuable. Still farther, the reason why rice costs much is because of its demand over its supply. Oweing to the limit of demand and supply, 'We must take an economical way of using certain articles.

4. Translate the following into Chinese

中國傳統文化已然不進展，而且在藝術和文學方面也不再產生有價值的東西了。我想這並不是由於民族的衰落，而僅是缺乏新的原料，西方文化的傳入恰好供給了這種需要的刺激物，中國的學生是有能力而且非常聰慧的，高等教育雖受了資本不足和圖書館的缺乏的影響，却決不因爲缺乏人類的優美的資質而不興的，雖然至今中國文化在科學方面很少發展，但中國文化却不含有與科學仇視的東西，所以科學的普及，是遇不到像歐洲的教會那種阻礙科學發展的障礙，我相信假如中國有一個鞏固的政府和充足的資本，他們一定能在最近三十年開始在科學有偉大的作品產生，他們能超過我們是可能的事，因爲他們帶來那種文藝復興的新的興趣和熱情，實在，這種新中國向學的熱誠，使人不斷的想起那十五世紀意大利文藝復興的精神。

### 數學試題

1. 同弓形之圓周角均相等，試證之。
2. 設有彈性之線環繞地球之赤道，今設此線在其平面內膨漲，每處均以赤道之距離爲三寸，問此線之長增長若干；

3. 一三角形之三邊為 $\sqrt{3}+1$ ,  $\sqrt{3}-1$ ,  $\sqrt{10}$ , 求其最大角。

4. 證明恒等式 $\tan A + 2\cot 2A = \cot A$ .

5. 解聯立方程式

$$2x^2 + 3y^2 = 4a^2 - 5xy,$$

$$3x + 2y + a = 0.$$

6. 用算學歸納法證明  $\frac{1}{2} + \cos x + \cos 2x + \dots + \cos nx$

$$= \frac{\cos \frac{1}{2}nx - \cos(n+1)x}{2(1 - \cos x)}.$$

7. 三直線 $y = x + 1$ ,  $2x = y + 1$ ,  $x + y = 1$ , 是否交於一點, 證明其結果。

8. 二圓之半徑為 4 寸及 5 寸, 兩圓心之距離為 15 寸, 求二圓較短之公共切綫之長。

9. 證明恒等式

$$\begin{aligned} \cos A \cos B \cos C &= \cos(A+B+C) + \cos A \sin B \sin C \\ &\quad + \cos B \sin A \sin C + \cos C \sin A \sin B. \end{aligned}$$

10. 一定圓之半徑為 2 寸, 其圓心與定直綫之距離為 4 寸, 設一點移動時, 其至圓之距離常等於至定直綫之距離, 求此點之軌跡。

## 解 答

1. 題設  $\angle^s ACB$ ,  $\angle^s ADB$ ,  $\angle^s AEB$  及  $\angle^s AFB$  為同弓形之圓周角。

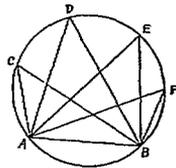
題斷  $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB = \angle AFB$ .

證:  $\angle ACB$  可以 $\widehat{AB}$ 度之, (圓周角可以其兩邊所截

之弧之半度之。

$\angle ADB$  可以  $\frac{1}{2}\widehat{AB}$  度之，

同理， $\angle AEB, \angle AFB$  可以  $\frac{1}{2}\widehat{AB}$  度之。



$\widehat{AB}$  為一定，

$\therefore \angle ACB, \angle ADB, \angle AEB, \angle AFB$  皆可以度之。

即  $\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB = \angle AFB$ 。

2. 解：設  $R$  為赤道半徑之長之寸數， $X$  為膨脹後赤道周長之寸數。

則  $(R+3)$  寸為彈性線膨脹後之赤道半徑。

因半徑之比等於圓周之比，故得

$$\frac{R}{R+3} = \frac{2\pi R}{x}$$

$$Rx = 2\pi R(R+3).$$

$$\therefore x = 2\pi(R+3).$$

故知此線之增長為  $2\pi(R+3) - 2\pi R = 6\pi$  (寸)。

3. 解，在  $\triangle ABC$  中，設  $a = \sqrt{3} + 1$ ， $b = \sqrt{3} - 1$ ，

$$c = \sqrt{10}$$

因  $C$  邊最長，故對  $c$  邊之  $C$  角最大

依餘弦定律

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{(\sqrt{3}+1)^2 + (\sqrt{3}-1)^2 - (\sqrt{10})^2}{2(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$

$$= -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore C = 120^\circ$$

因 C 爲鈍角，故 C 角最大

4. 證： $\tan A + 2\cot 2A = \cot A.$

$$\tan A + 2 \frac{1}{\tan 2A} = \frac{1}{\tan A}$$

$$\tan A + \frac{2}{\frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}} = \frac{1}{\tan A}$$

$$\tan A + \frac{1-\tan^2 A}{\tan A} = \frac{1}{\tan A}$$

$$\frac{\tan^2 A - \tan^2 A + 1}{\tan A} = \frac{1}{\tan A}$$

$$\frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\tan A}$$

$$\therefore \tan A + 2\cot 2A = \cot A.$$

5. 解： $2x^2 + 3y^2 = 4a^2 - 5xy \dots\dots\dots (1)$

$$3x + 2y + a = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{由 (2) } y = \frac{-a-3x}{2} \dots\dots\dots (3)$$

將 (3) 代入 (1) 式，

$$2x^2 + 3 \frac{(-a-3x)^2}{4} + 5x \frac{(-a-3x)}{2} = 4a^2$$

$$8x^2 + 3(-a - 3x)^2 + 10(-a - 3x)x = 16a^2$$

$$8x^2 + 3a^2 + 18ax + 27x^2 - 10ax - 30x^2 = 16a^2$$

$$5x^2 + 8ax - 13a^2 = 0. \quad (5x + 13a)(x - a) = 0$$

$$\therefore x = \frac{-13}{5}a \text{ 或 } a.$$

將  $x$  之值代入 (3) 式，

$$y = \frac{-a + \frac{39}{5}a}{2} = \frac{34}{10}a = 3\frac{2}{5}a \text{ 或 } \frac{-4}{2}a = -2a$$

$$\text{故所求得之根爲 } \begin{cases} x = \frac{-13}{5}a, & y = 3\frac{2}{5}a. \\ x = a, & y = -2a. \end{cases}$$

(1)

$$6. \text{ 證: } \frac{1}{2} + \cos \gamma + \cos 2\gamma + \dots + \cos n\gamma = \frac{\cos n\gamma - \cos(n+1)\gamma}{2(1 - \cos \gamma)}$$

$$(I) \ n=1, \frac{\cos \gamma - \cos 2\gamma}{2(1 - \cos \gamma)} = \frac{\cos \gamma - (\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma)}{2(1 - \cos \gamma)}$$

$$= \frac{\cos \gamma (1 - \cos \gamma) + \sin^2 \gamma}{2(1 - \cos \gamma)} = \frac{\cos \gamma + 1 + \cos \gamma}{2} = \frac{1}{2} + \cos \gamma$$

$$n=2, \frac{\cos 2\gamma - \cos 3\gamma}{2(1 - \cos \gamma)} = \frac{\cos^2 \gamma - \sin^2 \gamma - \cos^3 \gamma + 3\sin^2 \gamma \cos \gamma}{2(1 - \cos \gamma)}$$

$$= \frac{\cos^3 \gamma (1 - \cos \gamma) + \sin^2 \gamma (3\cos \gamma - 1)}{2(1 - \cos \gamma)}$$

$$= \frac{\cos^3 \gamma + (1 + \cos \gamma)(3\cos \gamma - 1)}{2}$$

$$= \frac{\cos^3 \gamma + 3\cos \gamma + 3\cos^2 \gamma - 1 - \cos \gamma}{2} = \frac{4\cos^2 \gamma + 2\cos \gamma - 1}{2}$$

$$= \frac{2\cos^2\gamma + 2\cos\gamma + 2(1 - \sin^2\gamma) - 1}{2} =$$

$$\frac{2(\cos^2\gamma - \sin^2\gamma) + 2\cos\gamma + 1}{2} = \frac{1}{2} + \cos\gamma + \cos^3\gamma$$

Hence (1) is true for certain values of  $n$  as 1 or 2.

(II) Suppose (1) is true when  $n = k$

we have  $\frac{1}{2} + \cos\gamma + \cos 2\gamma + \dots + \cos k\gamma$

$$= \frac{\cos k\gamma - \cos(k+1)\gamma}{2(1 - \cos\gamma)} \quad (2)$$

Adding  $\cos(k+1)\gamma$  in both members of (2)

$$\frac{1}{2} + \cos\gamma + \cos 2\gamma + \dots + \cos k\gamma + \cos(k+1)\gamma + \cos(k+1)\gamma$$

$$= \frac{\cos k\gamma - \cos(k+1)\gamma}{2(1 - \cos\gamma)} + \cos(k+1)\gamma$$

$$= \frac{\cos k\gamma - \cos(k+1)\gamma + 2(1 - \cos\gamma)\cos(k+1)\gamma}{2(1 - \cos\gamma)}$$

$$= \frac{\cos k\gamma + \cos(k+1)\gamma(1 - 2\cos\gamma)}{2(1 - \cos\gamma)}$$

$$= \frac{\cos k\gamma + \cos(k+1)\gamma - 2\cos\gamma\cos(k+1)\gamma}{2(1 - \cos\gamma)}$$

$$= \frac{\cos(k+1)\gamma + \cos k\gamma(1 - 2\cos^2\gamma) + \sin 2\gamma\sin k\gamma}{2(1 - \cos\gamma)}$$

$$= \frac{\cos(k+1)\gamma + \sin 2\gamma\sin k\gamma - \cos 2\gamma\cos k\gamma}{2(1 - \cos\gamma)}$$

$$= \frac{\cos(k+1)\gamma + \cos(k+2)\gamma}{2(1-\cos\gamma)}$$

7. 證： 將  $y=\gamma+1$  及  $2\gamma=y+1$  二式聯立而解之，其交點為  $(2,3)$ 。設其他一直線  $\gamma+y=1$  與上述二直線相交於一點時，則點  $(2,3)$  必適合方程  $x+y=1$ 。但  $2+3 \neq 1$ 。故知三直線並不相交於一點，每兩直線有一交點而已。

8. 解：

題設：  $Oo$  及  $Oo'$  之半徑為 5 寸及 4 寸，兩圓心之距離  $oo'=15$  寸。  $AB$  為其一內公切線，  $CE$  其一外公切綫。

題斷： 二圓較短之公共切綫之長，

証： A. 作  $o'B$ ,  $oA$ , 及  $oo'$ ,  $oo'$  與  $AB$  交于  $C$  點。

設  $o'C = \gamma$  寸，則  $oC = (15 - \gamma)$  寸

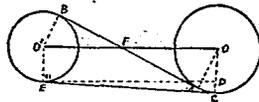
$\therefore \triangle Co'B \sim \triangle CoA$

$$\therefore \frac{oC}{o'C} = \frac{oA}{o'B}, \quad \frac{15 - \gamma}{\gamma} = \frac{5}{4},$$

$$\gamma = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}, \quad 15 - \gamma = \frac{25}{3},$$

在  $Rt. \triangle Co'B$  內，  $\left(\frac{20}{3}\right)^2 = 4^2 + BC^2$

$$\text{即 } BC = \sqrt{\frac{256}{9}} = \frac{16}{3}$$



在 Rt.  $\triangle oA$  內,  $\left(\frac{25}{3}\right)^2 - 5^2 = \overline{AC^2}$ ,  $\therefore \overline{CA} = \frac{20}{3}$ .

$$\therefore \overline{BC} + \overline{CA} = \frac{16}{3} + \frac{20}{3} = \frac{36}{3} = 12.$$

即二圓之內公切線之長為 12 寸.

B. 作  $o'E \perp oC$ , 過 E 點作線平行  $oo'$  設交  $oc$  于 D 點.

$oo'oD$  為一平行四邊形  $\therefore ED = oo' = 15$  寸.

$\triangle ECD$  為直角三角形; 在  $\triangle ECD$  內, 已知 ED 及 CD 之長.

$$\therefore \overline{EC^2} = 15^2 + 1^2 = 226. \quad EC = \sqrt{226} = 15.03.$$

即二圓外公切線之長為 15.03 寸.

由 A 及 B, 故知二圓較短之公共切線之長為 12 寸.

9. 證:  $\cos(A+B+C) = \cos[(A+B)+C]$   
 $= \cos(A+B)\cos C - \sin(A+B)\sin C$   
 $= (\cos A \cos B - \sin A \sin B) \cos C - (\sin A \cos B + \cos A \sin B) \sin C$   
 $= \cos A \cos B \cos C - \cos C \sin A \sin B - \cos B \sin A \sin C - \cos A \sin B \sin C$   
 $\therefore \cos A \cos B \cos C = \cos A \cos B \cos C - \cos C \sin A \sin B - \cos B \sin A \sin C - \cos A \sin B \sin C + \cos A \sin B \sin C + \cos B \sin A \sin C + \cos C \sin A \sin B$   
 $= \cos A \cos B \cos C$   
 $\therefore \cos A \cos B \cos C = \cos(A+B+C) + \cos A \sin B \sin C + \cos B \sin A \sin C + \cos C \sin A \sin B$

10. 證：令  $\zeta$  軸經過定圓之圓心，且垂直定直線 AB.

$y$  軸垂直平分該直線與定圓截  $\zeta$  軸間之線.

設  $P(\zeta/y)$  為軌跡上之一點，依題示之條件，則得  $PQ =$

$$PR \quad (\text{如圖}) \text{ 即 } \zeta + (-1) = \sqrt{y^2 + [4 - (1 + \zeta)]^2} - 2$$

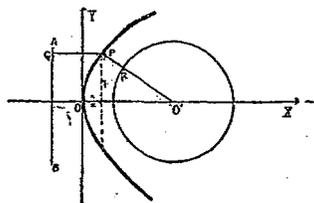
$$(3 + \zeta) = \sqrt{y^2 + (3 - \zeta)^2},$$

$$(3 + \zeta)^2 = y^2 + (3 - \zeta)^2,$$

$$9 + 6\zeta + \zeta^2 = y^2 + 9 - 6\zeta$$

$$+ \zeta^2$$

$$\therefore y^2 = 12\zeta.$$



方程  $y^2 = 12\zeta$  即為所求之軌跡之方程式，即所求之軌跡為一拋物線，其焦點即定圓之圓心。

## 物 理 試 題

1. 設將砲彈垂直向上發射其初速為每秒 300 meters 求砲彈為 2000 meters 時之動能及靜能。
2. (a) 說明物體質量及重量之意義。  
(b) 設有一力作用於質量 25 gr. 之靜物體上在五十分之一秒內此物體之速度為每秒 1500 厘米問此力為若干？
3. (a) 設有定量氣體僅升高其溫度而不變其體積是否需要能量？設若需要此供給之能量往那去了？  
(b) 攝氏百度之水化為同溫度之水汽每克需熱量若干？蒸發後此熱量往那裏去？
4. 試述法拉對 (Faradag) 所發明的電磁感應，討論發電機及電動機原理。

5. (a) 光是什麼？光如何傳佈？用什麼試驗證明光是橫波？各種顏色的色如何區分？
- (b) 設有一凸透鏡其焦點距離為15厘米若置一長物於此鏡前其所成之像之長度為物長三分之一問應置於何處？

### 解 答

1. 設砲彈質量為  $Mgr$ ，至 2000 m. 時之速度為  $V$

$$V_0 = 300 \frac{m}{sec}, \quad S = 2000m.$$

$$\text{代入公式} \quad V^2 = V_0^2 - 2gS$$

$$\begin{aligned} \therefore V &= \sqrt{V_0^2 - 2gS} \\ &= \sqrt{(300 \frac{m}{sec})^2 - 2 \times 9.8 \frac{m}{sec^2} \times 2000m} \\ &= \sqrt{90000 \frac{m^2}{sec^2} - 39200 \frac{m^2}{sec^2}} \\ &= \sqrt{50800 \frac{m^2}{sec^2}} \\ &= \sqrt{50800} \frac{m}{sec}. \end{aligned}$$

在 2000 meters 之高度時砲彈之動能  $= \frac{1}{2}mv^2$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2}Mgr. \times (\sqrt{50800} \frac{m}{sec})^2 \\ &= 25400 \text{ Mgr. } \frac{m^2}{sec^2} \\ &= 2540000 \text{ M gr. } \frac{m^2}{sec^2} \\ &= 25.4 \text{ M joules} \end{aligned}$$

故在 2000 meters 砲彈之靜能  $= Wh = Mgr. \times g \times h$

$$=200000\text{cm} \times M\text{gr.} \times 980 \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} = 196000000M$$

$$\text{gr.} \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}^2} = 19.6 \text{ M joules.}$$

2. (a) 物體質量 表明物體內含有物質之慣性之質曰該物體之質量

(b) 物體重量 物體中物質受地心吸引之力謂之物體之重量。

(b) 設此力為  $f$ ，已知物體質量  $M = 25\text{gr.}$ ，五十分之一秒末之速度為  $1500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ 。

用公式  $f = \frac{MV}{t}$

則  $M = 25\text{gr.}$   $V = 1500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$   $t = \frac{1}{50}\text{sec.}$

$$\therefore f = \frac{25\text{gr.} \times 1500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}}{\frac{1}{50}\text{sec}} = 25\text{gr.} \times 50 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

$$\times 1500 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$$

$$= 1875000 \text{gr.} \frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$$

$$= 1875000 \text{ dynes}$$

3. (a) 定量氣體不變體積僅昇其溫度時需要能量。

因所供熱能可使溫度增高，溫度增加氣體分子運動速度快，來往撞壁的機會多，即單位面積所受分子沖撞之次數增加，故溫度昇高可以增加壓力。此無數分子來往運動要消耗動能使運動稍緩，可再奪取熱能作為

本身之運動能繼續作快速運動，所以說所供能量變成分子運動能。

- (b) 攝氏百度之水化為同溫度之水汽每克所需熱 539 cal. 蒸發時此熱量均供給於液中分子，因分子在液中不停運動，有一部分分子其速度大而致動能大於平均動能，不受吸引力之牽制而逸出液外即此為蒸汽，同時液內因有速度大之分子逃出故溫度大減，必須由熱源奪取熱量以備繼續蒸發，故水汽化量所需 539 cal 之熱量為供給一克水分子運動而用盡。

4. 拉拉對 (Faraday) 發現的電磁感應：用一導線在一磁場內運動即可在此導體內誘起一種電流。

電動機的原理：“有電流通過之導線於磁場中所移動之方向與磁場之方向及電流之方向三者同時互成直角”亦即“有電流通過之導線于磁場中之移動方向趨力線較少之一邊”發電機的原理：“在磁場中移動之導線所生誘導電流之電流方向及移動方向互成直角（右手定則）”亦即“在磁場中移動之導線所生誘導電流之方向趨向增加力線之一方”

5. (a) A. 光是一種波動 (A form of wave motion)

B. 光是由以他 (Ether) 傳佈他方。

C. 光是橫波的證明：

用二格子第一格 P 之孔

與振動方向平行第二格

Q 之孔與振動成直角

，第 II 圖



光由 P 至 Q 時即完全停止，由此可知光波是橫波而不是縱波，因若為縱波則其波動是往復的與格子之孔無關不能受格子影響而至 P 無光故光為橫波。

D. 色可用分光器研究各色光之位置而區分之。

b. 設  $a$  = 物與鏡之距離， $b$  = 像與鏡之距離， $f$  = 進點距離。

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}, \quad \text{而 } f = \frac{1}{15} \text{ 吋}$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{15} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{而 } \frac{\text{物長}}{\text{像長}} = \frac{a}{b}$$

$$\text{物長} = 1, \quad \text{像長} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \frac{1}{\frac{1}{3}} = \frac{a}{b} \quad \text{或 } b = \frac{1}{3}a \dots\dots\dots (2)$$

解 (1) (2)

$$\therefore a = 60$$

即物應距鏡 60 cm

## 化 學 試 題

1. 何謂分子式，NaCl 是否即係食鹽之分子式？試說明之。
2. 中國現在有何大化學工廠，其地點何在？
3. 下列十幾種元素，其尋常遇見之原子價，有何名種：(一) 鐵，(二) 鉀，(三) 硫，(四) 矽，(五) 鎳，(六) 錳，(七) 鋇，(八) 鋁，(九) 硼，(十) 碳。
4. 試將三氯化砷與氯化鉀之化學性質作一比較。
5. 金屬之鉀何以難於製備。此物現用何法製之。

6. 今將一只 200 c.c. 之玻璃泡，在 45 度下裝滿一種易於揮發的物質之蒸氣，若此類蒸氣之重量 0.953 gr. 而當時氣壓為 740 m.m. 試求此物之分子量。
7. 如欲證明水之為物，祇由氫氧二元素組成可用何法？
8. 重要無機酸中，何者內不含氧？是類酸之種類是否甚多？
9. 若一物之成分為 0.06 % 氫， 31.63 % 磷， 65.31 % 氧，試求其最簡單之分子式。
10. 原子說之要點何如，試說明之。

### 解 答

1. 集合元素之符號，以表示物質之組成者曰分子式。NaCl 是食鹽之分子式，其含義為：—
  - a. 一分子之食鹽。
  - b. 其中鈉與氯各為一原子。
  - c. 鈉重 22.997；氯重 35.457.
  - d. 食鹽之分子量為 58.454.
2. 今將我國大化學工廠列表述之如下：

廠 名	出 品	地 址
開成造酸公司	硫酸	上海吳淞軍公路
天原電化廠	鹽酸，漂白粉，城	上海白利安路
得利三酸廠	三酸	天津
兩廣省辦硫酸廠	硫酸，硝酸	梧州三角咀
永利公司	城	天津塘沽

裕興化學顏料工廠	靑青	濟南
大中華	樹膠	上海徐家匯
兄弟	同前	上海培開爾
國光	賽璐珞	上海南市吉祥街
亞光製造有限公司	膠木器品	上海靜安寺路
天厨味精公司	釀造	上海
天一味母廠	同上	同上
中央研究院鋼鐵試驗所	鋼，鐵及耐酸鋼	上海愚園路
中央建設委員會	電池	
國立中國酒精製造廠	酒精	上海浦東白蓮涇

3. (一)鐵:- 二價者... $\text{FeO}$ ; 三價者... $\text{FeCl}_3$ ;  
 四價者... $\text{Fe}(\text{CO})_4$ ; 五價者... $\text{Fe}(\text{CO})_5$ ;  
 六價者... $\text{K}_2\text{FeO}_4$ ,  $\text{CuFeO}_4$
- (二)鉀:- 常爲一價.  $\text{KOH}$ ,  $\text{KCl}$ .
- (三)硫:- 二價者... $\text{H}_2\text{S}$ ; 四價者... $\text{SO}_2$ ;  
 六價者... $\text{SO}_3$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .
- (四)矽:- 通常爲四價,  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{SiF}_4$ ,  $\text{CSi}$ .
- (五)鉻:- 二價者... $\text{CrO}$ ,  $\text{CrCl}_2$ ; 六價者... $\text{K}_2\text{CrO}_4$ ,  
 $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ .
- (六)錳:- 二價者... $\text{MnCl}_2$ ; 三價者... $\text{Mn}_2\text{O}_3$ ;  
 四價者... $\text{MnO}_2$ ,  $\text{MnCl}_3$ ;

- 六價者...  $\text{H}_2\text{MnO}_4$   
 七價者...  $\text{HMnO}_4$ ,  $\text{Mn}_2\text{O}_7$
- (七) 鋇:- 二價者...  $\text{BaO}$ ,  $\text{BaSO}_4$   
 四價者...  $\text{BaO}_2$ .
- (八) 鋁:- 三價...  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Al}(\text{OH})_3$ ,  
 $\text{KAl}(\text{SO}_4)_2$ ,  $12\text{H}_2\text{O}$
- (九) 硼:- 三價者...  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$ ,  $\text{BaO}_3$ ,  $\text{BN}$ .
- (十) 碳:- 二價者...  $\text{CO}$ ; 四價者...  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CSi}$ ,  
 $\text{H}_2\text{CO}_3$

## 4.

	三氯化砷	氯化鉀
色	無色	白色
體態	常溫為液體	固體
比重	2.16	2.16
融點	$-18^\circ\text{C}$	$803^\circ\text{C}$
沸點	$130^\circ\text{C}$	
對水之作用	加水分解 $\begin{cases} \text{AsCl}_3 + 3\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons 3\text{HCl} + \text{As}(\text{OH})_3 \\ 2\text{As}(\text{OH})_3 \rightleftharpoons \text{As}_2\text{O}_3 + 3\text{H}_2\text{O} \end{cases}$	溶度甚與食鹽相仿
對氫	$\text{AsCl}_3 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{AsH}_3 + 3\text{HCl}$	無作用
對鹵族元素	能依原子量之輕重次序以次替換： $2\text{AsCl}_3 + 3\text{F}_2 \rightarrow 2\text{AF}_3 + 3\text{Cl}_2 \uparrow$	亦能互相替換
對酸	無作用	生鉀鹽及 HCl

5. 鉀為一種化性最活潑之元素，對水尤甚，故天然界無單體存在，以普通之冶金方法亦不易由其化合物中提出之，今日製備之法有二：

(一) 將氫氧化鉀之溶液，通以電流使起分解，則於其陰極生成鉀之單體，及氫；氧由陽極逸出。

(二) 將氯化鉀之水溶液，以錄為陰極，使起電解，則生鉀與錄之合金；熱之至  $357^\circ$ ，則錄化氣體，而得單體之鉀（電解池之陽極則放氯氣）

6. 由波查合律  $\frac{PV}{T} = \frac{P_1V_1}{T_1}$

$$\text{有 } \frac{74\text{cm} \times 200\text{cc}}{318^\circ\text{T}} = \frac{76\text{cm}V_1}{273^\circ\text{T}}$$

$$\therefore V_1 \text{ (標準情形下之體積)} = \frac{74 \times 200 \times 273}{318 \times 76} \text{ cc}$$

$$= 167.18 \text{ c.c.}$$

$$\therefore \text{該物質之分子量} = \frac{22400\text{c.c.}}{167.18\text{c.c.}} \times 0.953 \text{ gr.}$$

$$= 127.69 \text{ gr.}$$

7. 取純水，先衡其重，電解之，則可分別得氫與氧於陰陽二極，（其體積比為2:1）設氫，氧之體積各為 a 及 b c.c. 次權得已電解之水之重設為 W gr.

另取純氫 ac.c. 氧 bc.c. 置於倒置於水銀槽上之量管內，通以電花，則氫氧盡行化合成水，如權其重，則可發現其重必為 W gr. 而生得之水與天然純水之性質無異，可知水祇為氫氧組成，否則 ac.c. 之氫及 bc.c. 之氧化合生之水必重於 W；且前後二種水之性質亦不應相同也。

8. 重要無機酸中不含氧者有：
1. 鹽酸 (HCl)
  2. 氟氫酸 (HF)
  3. 碘氫酸 (HI)
  4. 硫氫酸 (H<sub>2</sub>S)
  5. 氫氰酸 (HCN)
  6. 溴氫酸 (HBr)
- 是類酸只有此數種
9. 該物質中所含各元素之體積比為

$$\frac{3.06}{1.008} : \frac{31.63}{31.02} : \frac{65.31}{16}$$

$$= 3 : 1 : 4$$

∴該物質之近似分子式為  $H_3PO_4$ 。

10. 道爾頓原子學說：—

- (1) 凡物質皆由極微細之質點所構成，此質點曰原子。
- (2) 同種元素之原子，其質量，性質，大小均相等，異種原子則互異。
- (3) 原子為構成物質之最小粒，不能再分；化合時，質量不變。
- (4) 化合物係各種原子均以一定數量之比相化合而成，此定比即表示各原子間之化合量 (relativemass)
- (5) 兩種原子，可有二種或以上之化合比。以此學說解釋定律四則：—

- (1) 定比定律 第四款
- (2) 化合量定律
- (3) 倍比定律——第五款
- (4) 物質不滅——第三款

然此學說亦有缺點：(a) 將原子與分子混為一談：因物質化合係以分子為單位，而此學說之(4)款，則將原子認為化合時之單位，實為錯誤。(b) 近電子學說之發現，知原子乃由質子與電子組成，而此學說之第(3)款內曰，原子為不可分，實大謬。然因其對解釋上四定律甚便，故今仍沿用之。

## 中 史 試 題

(一) 西漢武帝以前對待匈奴的政策和武帝對待匈奴的政策有何區別？試略述之。

(二) 試解釋下列五名辭。

(1) 戊己校尉 (2) 巫蠱之禍 (3) 租，稅，調。

(4) 藩鎮 (5) 紅教與黃教。

## 解 答

(一) 西漢武帝前對匈奴政策為妥協。高祖曾親將討伐，被困白登；乃以和親政策與匈奴妥協。其後文帝景帝皆以宗室女妻單于。

武帝時國力充裕，且匈奴之氣燄更張，乃取討伐之策，遂遣衛青霍去病擊匈奴，收復河南地；後霍去病擊匈奴，降其右部渾邪王，得河西地，其後衛霍再出兵討伐，匈奴遠遁漠南無王庭。

(二) (1) 戊己校尉——漢元帝時為管轄西域所設官制。

(2) 巫蠱之禍——漢武帝時掘太子據宮得木人等，江充進言謂太子所為，太子遂被追舉兵出走，兵潰自殺，後帝納用千秋言，頓悟前非，乃族江充並下詔罪己。

(3) 租（唐之賦稅制）：——丁男授田，歲輸穀二斛，稻三斛，謂之租。即古米粟之征。

庸 用人之力，歲役二十日，謂之庸。即古力役之征。

調 隨鄉土所出，而輸織物各定其額，謂之調。即古布縷之征。

(4) 藩鎮 唐代重要各州之節度使，兼管軍事民事，權勢強盛，有半獨立性。

(5) 紅教與黃教 紅教爲喇嘛教之舊派教徒皆着紅衣；黃教爲西藏佛教之一派衣黃色故名。領袖爲達賴喇嘛與班禪喇嘛。

## 外 史 試 題

(一) 試將下列各項作簡單的說明。

- (1) 布匿克戰爭 The Punic Wars
- (2) 查理曼 Charlemagne 帝國的分裂
- (3) 君士坦丁堡 Constantinople 的陷落
- (4) 澳洲的發現
- (5) 少年意大利

(二) 下列諸人爲何在西洋史中佔重要位置？

- (1) 亞里士多德 Aristotle
- (2) 薩拉丁 Saladin
- (3) 俾士麥
- (4) 路易腓立布 Louis Philippe
- (5) 巴士特 Pasteur

## 解 答

(一)

- (1) 布匿克戰爭 上古時代羅馬與迦太基爭奪海上霸權，引起之戰爭，前後凡三次，迦太基終爲羅馬所敗。
- (2) 查理曼帝國的分裂 查理曼帝國版圖廣大統制頗難，查理曼死，子路易立及至晚年三子相爭，帝憂憤死，三子乃締結凡爾登條約 Treaty of Verdun 三分天下成西法藍克王國，東法藍克王國及伊太利王國

即現代德法意三國之雛形。

- (3) 君士但丁堡的陷落 1453年土耳其王莫罕默德第二率大軍攻下君士但丁堡，千年來之東羅馬帝國就此滅亡而土耳其之新帝國乃告成立。
- (4) 澳洲的發現 1768年——1771年英人庫克 James Cook 發現澳洲之東岸。
- (5) 少年意大利 1831年馬志尼 Mazzini 欲養成意大利青年之共和思想組織「少年意大利」社團，二月革命建羅馬共和國失敗惟激起意人愛國心而完成意大利之統一事業。

(二)

- (1) 亞里士多德 Aristotle (384——322 B.C.)  
希臘三大哲學家之一，治學方法以實驗觀察為基礎，而研究諸般事物為演繹法之創始者，為唯心哲學之鼻祖之一，中世紀時亞氏為哲學界公認之權威者。
- (2) 薩拉丁 Saladin 十二世紀時埃及之回教領袖率軍滅耶路撒冷王國引起最有名的第三次十字軍出征。
- (3) 俾士麥 Bismarck (1815——1898)  
德意志帝國之開國元勳，自1871年起任首相十九年，認解決問題之手段惟有鐵與血；故有「鐵血宰相」之稱。
- (4) 路易腓立布 Louis Philippe  
一八三〇年巴黎第二次革命後將查理第十推翻，擁戴旁族之路易腓立布即位。腓立布為人頑硬，在位極力壓制維新黨竭力剝削人民之自由，其後新運黨人物遂盡力傾之，卒於一八四八年起暴動於巴黎市

，迫之退位，成立第二次共和政府。

(5) 巴斯德 Louis Pasteur (1822—1895)

法國生物學家為細菌學開山祖師，證明無生物不能生物，創人工殺菌法為醫界別開生面。

### 地 理 試 題

1. 我國米，茶，棉，鐵，煤，主要的出產地為那幾個區域？試分別詳述。
2. 試述暹羅，阿比西尼亞，瑞士，墨西哥，阿根廷的疆域和重要的物產。

### 解 答

1. 我國米，茶，棉，鐵，煤之主要出產地可分別述之如下：—
  - A. 米 我國產米區域極廣，幾遍各省，但盛行產米之地則以下列數區為主：
    - (1) 長江三角洲區，江北自淮安至揚洲一帶產米甚多，江南則以太湖沿岸及之江流域為產米最多地。
    - (2) 贛皖平原區 在皖則長江橫貫中央，氣候溫和，雨量適宜，而南部尤較北部為豐。在贛則以鄱陽湖沿岸及贛江流域為主要產地，年可二穫。
    - (3) 湘鄂區 洞庭湖沿岸地方年適於三回之收穫，湘水流域米質最良，漢水流域產米亦多。
    - (4) 四川盆地 以成都平原及長江沿岸為主要產地。
    - (5) 兩廣區 以珠江下流之角洲地方及西江流域為主要產地。
  - B. 茶 我國之產茶區可分為：

- (1) 長江三角洲區 長江，之江之下游，及太湖沿岸之地皆產茶甚盛，如江都，鎮江，武進，蘇州，松江以及杭縣，餘杭，臨安，蕭山，紹興，上虞，餘姚，諸暨，山乘縣等地是。
  - (2) 江淮平原區 江北有鳳陽，六安，霍山，固始，信陽，光山，商城等地，長江以南有績溪，歙縣，祁門，婺源，黟縣，休寧等縣。
  - (3) 鄱陽平原區 鄱陽湖沿岸及贛江流域之產茶地為鄱陽，修水，武寧，德安，浮梁，永修，崇江，吉安，贛縣等地，所產以紅茶為主。
  - (4) 江漢平原區 西漢水流域有鄖陽，穀城等地。在長江流域有秭歸，長陽，蒲圻，嘉魚，咸寧，崇陽，通城，陽新等地，所產以紅茶為主。洞庭湖沿岸及湘江流域之產地為湘陰，益陽，常德，石門，安化，湘潭，醴陵等地，所產以紅茶為主。
  - (5) 四川盆地 岷江西部之地為大產茶區，如灌縣，峨眉，雅安，名山等地是，而尤以雅安為產茶地之中心，東部亦產茶，惟較少。
  - (6) 浙閩山地 台州，溫州一帶以及建寧，福州，延平，邵武等地皆產茶極盛。
  - (7) 粵東平原區 番禺，南海，高要，惠陽等地產茶亦極繁盛。
- C. 棉 我國以黃河流域及長江流域為主要之棉作地，可分為三大區：
- (1) 以上海為中心主要產棉區 蘇浙產棉居我國之首，在江浙平原可分為南北兩部。江南以鎮江，蘇州為

主要地；江北以通州爲中心，乃全國最適宜之棉產地。

在皖境內屬於長江流域之產地爲廬江，桐城，東流，安慶，宣城等地；屬於淮水流域之產地爲渦陽，懷遠，定遠，合肥等地。

在贛省則以長江流域及鄱陽湖畔之沖積地爲主產地，如九江，彭澤，鄱陽等縣。

- (2) 以漢口爲中心之主要產棉區 湖北爲我國中部唯一產棉地，在長江流域以江陵，監利，廣濟，黃崗，大冶等地爲主要產地；在漢水流域以棗陽，襄陽，隨縣等地爲主要產地；在涇水及縣河流域以雲夢，安陸，天門等地爲主要產地。

湖南之主要產地則以北部洞庭湖沿岸之常德，澧，石門，桃源，沅江等地及湘水本流域地方之湘鄉，永明，來陽等地爲主。

- (3) 以天津爲中心之主要產棉區 以河北，山東二省爲主要，河北爲五大河貫流之地，氣候，地味皆適於棉作，可分爲東河及西河二部：東河以豐潤，唐山，玉田等縣爲主產地。；西河以高陽，蠡縣，晉縣，正定，定縣，南宮等地爲主產地。

山東之主產地爲與河北南部相接之西北部一帶，以臨清爲中心，曹州等地次之。

D. 鐵 我國已探鐵鑛區爲：

- (1) 湖 北 有大冶，靈鄉，象鼻山等處。
- (2) 遼 寧 有廟兒溝，弓長嶺，鞍山等處。
- (3) 安 徽 有繁昌，當塗，銅官山等處。

- (4) 山西 有陽泉鐵礦。
  - (5) 河北 有灤河鐵礦。
  - (6) 河南 有修武，沁陽鐵礦。
  - (7) 江蘇 有鳳凰山鐵礦。
  - (8) 察哈爾 有宣化，龍關等礦。
- E. 煤 我國主要煤田可分為四區：
- (1) 沿海區 自熱河之新邱，北票諸煤田起至柳江開平諸煤田止為本區之北部；中經冀魯平原，而至膠濟路沿線及津浦路沿線諸煤田為本區之南部。本區之煤量與煤質俱甚優美，除柳江為半無烟煤外，餘皆為烟煤。
  - (2) 晉豫冀魯區 為北方重要煤礦分佈之地，煤質有烟煤與無烟煤二種，皆質量俱佳，井陘，寧陽，嶧縣，臨城，磁縣，安陽，修武諸煤田為我國新式礦業中之成效最著者。
  - (3) 東南區 長江流域中部及下部，如蘇，皖，贛，鄂，湘及東南沿海閩，浙，粵諸省之煤田屬之，烟煤與無烟煤皆有，煤質俱不甚佳。
  - (4) 東三省區 遼寧省較多，撫順為產額最多之礦，他若本溪湖，烟台等地亦皆富。
- F. (1) 暹羅 位於印度支那半島之中部，東界法屬印度支那，西鄰英屬緬甸，南瀕暹羅灣，其南伸之馬來半島則與英屬馬來接壤。
- 盛產米，棉，胡椒，烟草，果實，尤以米之產量為多，其他多紫檀，烏木，柚木，麻栗等良材及象，馬，牛等畜類，鑛產以錫最多，鎢，寶石，煤，鐵

，鉛等次之。

- (2) 阿北比西尼亞 位于非洲東北部的高原地帶被英，法，意的殖民地四處包圍：自北繞東至南為意領伊里脫利亞與法，英，意分領之索馬利蘭所封鎖；其西南面為英領蘇丹及肯尼亞。產咖啡，甘蔗，烟草，椰子，麥類等農物，家畜多牛，羊，駱駝，馬等。林木亦饒，礦產以鐵，砂金，採取較盛。
- (3) 瑞士 在歐洲中部，東連奧大利亞，西界法蘭西，北接德意志，南鄰意大利，東北一部，又與利支敦士登小國密接，一歐洲完全腹地之小國也。林業尚盛，多牛，馬，羊，豕等家畜；練乳，乾酪之品質馳名世界。礦產多岩鹽。工業品則以時計，眼鏡，高尚精細之機械，以及絲織，棉織，刺繡等為發達。
- (4) 墨西哥 占北美側之南部，東瀕墨西哥灣，及加勒比安海，西南面太平洋，北接北美合眾國，東南連中亞美利加之危地馬拉，英領宏都拉斯。略似牛角形之土腰國也。墨西哥之銀，產額居世界第一。煤油居世界第四，金銅亦多，農產以玉蜀黍最多，甘蔗，棉花，小麥，烟草等次之。其他多仙人掌及龍舌蘭。又多松，檜，桃花心木等良材。棉織品最盛，毛織品等次之。
- (5) 阿根廷 位南美洲之南部，智利之東，北連玻利維亞，東北接巴拉圭及巴西之一部，東鄰烏拉圭及大西洋。農產以小麥，玉蜀黍為主，畜類最多，為世界之大產羊地之一。皮革，乳，肉及脂油之輸出達數千萬美金。

國立清華大學國文科入學試題

(甲)訂誤 均就題紙作答不必抄錄

1. 下列一節，標點有誤有漏。誤者須正，漏者須補，不誤者仍其舊。(不必用“；”及“：”)

均之爲吏，或中州之人用於荒邊。側境山區海聚之間，蠻夷異域之處，或燕荆越蜀海萬里之人用於中州。以至四遐之鄉相易而往。其由行水涉沙莽之颯往。往則風霜冰雪瘴霧之毒之所侵，加蛟龍虺蜴之羣之所抵觸，衝波急進隕崖落石之所覆壓，其進也莫不齏糧舉藥，選舟易馬，刀兵曹伍而後動，戒朝奔夜變，更寒暑而後至。至則宮廬器械被服飲食之具土風，氣候之宜，與夫人民謠俗語言習尚之務其變，難遵而其情難得也。則多愁居憊處而思歸。

曾鞏送江任序

2. 下列各句字或誤書，或不適當文理亦或不順，字誤書及不適當者，須訂改。文理不順者須刪潤。
  1. 力精圖治
  2. 尤厥功甚偉
  3. 也未始不無謬見
  4. 借題施設
  5. 但是數年以來並不能將人民喚有一些效用
  6. 或竟是加以打罵的苛待
  7. 一霍千金
  8. 有什麼可以認爲尙稱滿意的呢
  9. 夫博物院者乃集各種不經見有價值之物所以博覽於衆者也

10. 大者高及數丈，小者不及盈尺。

(乙) 作文 我的國文教師(文言，白話均可)

## 答 案

(甲) 訂誤

(1) 均之爲吏，或中州之人，用於荒邊側境，山域海聚之間，蠻夷異域之處，或燕荆越蜀海外萬里之人，用於中州，以至四遐之鄉，相易而往。其山行水涉沙莽之馳，往往爲風霜冰雪瘴霧之毒之所侵加，蛟龍虺蜴之羣之所抵觸，衝波急進，隕崖落石之所覆壓。其進也，莫不齧糧舉藥，選舟易馬，刀兵曹伍而後動，戒朝奔夜，變更寒暑而後至，至則宮廡器械被服飲食之具，土風氣候之宜，與夫人民謠俗語言習尚之務，其變難遵，而其情難得也，則多愁居惕處而思歸。

(2)

1. 勵精圖治。
2. 厥功尤偉。
3. 也不無謬見。
4. 藉題發揮。
5. 但是數年以來並未能喚醒民衆，使他們有些效用。
6. 竟或施以打罵。
7. 一擲千金。
8. 有什麼差強人意的呢？
9. 博物院之設置，乃爲搜集不經見有價值之物，以供衆覽者也。
10. 大者高數丈，小者不盈尺。

## 清華大學英文試題

## I. (40 credits)

Rewrite the following sentences correctly. More than one error will sometimes be found in a sentence.

- (1) Who do you take me to be?
- (2) I have not and will not answer your question.
- (3) I am afraid of him falling.
- (4) He has went to town by one o'clock train.
- (5) You or I are going.
- (6) I will not go without you accompany me.
- (7) He swim like I do.
- (8) Who done his work best of the two workers?
- (9) There was a row of students on both sides of the corridor.
- (10) He jumped in quickly because he sees his sister is drowning.
- (11) I want a heat cup of tea and a fresh basked of peaches.
- (12) The crowd were already setting itself to hear a good speech.
- (13) I only has three books.
- (14) Rushing up to the old peddlar, a pear was seized by the boy.
- (15) Why you go to town so soon?

## II. (30 credits)

Write a composition in English on the subject "I had an exciting time yesterday taking the Tsing Hua Entrance Examination".

III. (30 credits)

Translate the following into English

一個理髮匠被國王請去替他理髮，當他除下國王皇冠來的時候，他不免大吃一驚，原來這國王有二隻很長很長的驢子耳朵，國王說：『你不許把這秘密告訴人，否則我就砍你的頭。』理髮匠草草地替國王理完了髮，回到家裏，這個秘密使他憂愁不安，他好像生了病一樣。後來他想了一個主意。他在一個樹底下掘了一個洞，把頭埋進去，低低的說：『你知道嗎，國王有一對很長的耳朵，跟驢子一樣。』土把這回事告訴了樹，於是樹的葉子整天嗚咕：『一對長的耳朵……』風把這個消息傳遍全國，所以最後人人都知道國王有一對驢子耳朵。

## 解 答

I.

- (1) Whom do you take me to be?
- (2) I have not answered your question and will not answer.
- (3) I am afraid of his falling.
- (4) He went to town by one o'clock train.
- (5) You or I am going.
- (6) I will not go unless you accompany me.
- (7) He swims as I do.

- (8) Which of the two workers did his work better?  
Who has done his work better of the two workers?
- (9) There was a row of students on both side of the corridor.
- (10) He jumped in quickly because he saw his sister was drowning.
- (11) I want a cup of hot tea and a basket of fresh peaches.
- (12) The crowd were already setting themselves to hear a good speech.
- (13) I have only three books.
- (14) Rushing up to the old peddler, the boy seized a pear.
- (15) Why do you go to town so often?

II. (Be omitted)

III. Once a barber was sent for by a king, to the service of trimming the hair. The barber was very much surprised, When he put down the crown, because he found that the king had two long ears like donkey's. Then the king said: "You shall not open this secret, or I will cut off your head." Having finished his work, the barber returned home. He was disturbd by this secret, as if he were sick. Later on he got a plan to open that secret. He dug a hole under the tree, and buried his head in it. Then he said in a low voice "Do you know? the king had a pair of long ears, just like a donkey." Earth retold this news to the tree. Then the leaves of the tree murmured it all day long "A pair of long

ears.....” The wind spread this news all over the country. At last every one knew that the king had a pair of long ears like donkey's.

### 清華大學代數幾何平面三角

- A, B, C 三人作一千五百米賽跑。各人速率始終不變。A 至終點時，B 在 150 米後。B 至終點時，C 在 75 米後。C 比 B 後到 15 秒。求各人速率。
- A, B, C 三人同時出發赴城。出發點離城  $a$  里。出發時，A 步行，速率為每小時  $u$  里；B 及 C 同騎馬，速率為每小時  $v$  里。若干時後，B 下馬步行，速率與 A 同；C 騎馬回至 A 處，與 A 同騎赴城。A, B, C 同時入城。問自出發至入城時共費幾小時？
- 解 
$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ x^2+y^2+z^2=14 \\ yz=2 \end{cases}$$
- A. 證 
$$\frac{\cos 2\theta + \cos \theta + 1}{\sin 2\theta + \sin \theta} = \cos \theta$$
 *cat  $\theta$*   
B. 解  $\sin 3\theta = \cos \theta$
- 解 A.  $a^2e^{-ax} - b^2e^{-bx} = 0$   
B.  $\log_{10} x \cdot \log_e x = \log_{10} x^2$
- 作二圓切二相交線並過此二線之平分角線上之一點。
- 二圓相交於 A, B 二點。自第一圓上任何一點 P 作 PA, PB 二線。PA 延長線交第二圓於 C, PB 延長線交第二圓於 D, 證 CD 之長為常數。
- A. 有  $n$  國家，若每  $m$  國合訂一條約 ( $2 \leq n \leq m$ ) 問共有條

約若干？

B 設世界有50國，每3國合訂一條約。若其中遺失2條約，求遺失條約中有中國與他國合訂條約之或然率 (Probability.)

### 解 答

1. 設每秒  $x$  米為A之速度

每秒  $y$  米為B之速度

則 C 之速度為

$$75 \text{ 米} \div 15 \text{ 秒} = 5 \text{ 米/秒}$$

依題意，得

$$\begin{cases} \frac{1500}{x} = \frac{1500-150}{y} & \text{(I)} \\ \frac{1500}{y} = \frac{1500-75}{5} = 285 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$\text{從 (1), 得} \quad 10y = 9x \quad \text{(III)}$$

$$\text{從 (2), 得} \quad y = 5.26 \quad \text{(IV)}$$

$$\text{將 (IV) 代入 (III) } \quad x = 5.84.$$

2. 設  $x$  為 B 下馬前所行之時數

$y$  為 B 下馬後所行之時數

則 C 騎馬折回與 A 所行之距離為

$$\frac{vx(v-\mu)}{\mu+v}$$

依題意得

$$\begin{cases} vx + \mu y = a & \text{(I)} \\ v(x+y) - 2 \frac{vx(\nu - \mu)}{\mu + \nu} = a & \text{(II)} \end{cases}$$

從 (II) 得

$$\begin{aligned} v(x+y)(\mu + \nu) - 2vx(\nu - \mu) &= a(\mu + \nu) \\ 3\nu\mu x + \nu\mu y + \nu^2 y - \nu^2 x &= a(\mu + \nu) \quad \text{(III)} \end{aligned}$$

從 (I) 得  $x = \frac{a - \mu y}{\nu}$  (IV)

將 (IV) 代入 (III)

$$\begin{aligned} 3\nu\mu \left( \frac{a - \mu y}{\nu} \right) + \nu\mu y + \nu^2 y - \nu^2 \left( \frac{a - \mu y}{\nu} \right) &= a(\mu + \nu) \\ 3a\mu - 3\mu^2 y + \nu\mu y + \nu^2 y - a\nu + \mu\nu y &= a(\mu + \nu) \\ \therefore y = \frac{2a(\nu - \mu)}{(\nu - \mu)(\nu + 3\mu)} = \frac{2a}{\nu + 3\mu} & \quad \text{(V)} \end{aligned}$$

將 (V) 代入 (IV)

$$x = \frac{a(\nu + \mu)}{\nu(\nu + 3\mu)}$$

故自出發時起至到城時止共須時

$$\begin{aligned} x \text{ 時} + y \text{ 時} &= \frac{2a}{\nu + 3\mu} \text{ 時} + \frac{a(\nu + \mu)}{\nu(\nu + 3\mu)} \text{ 時} \\ &= \frac{a(3\nu + \mu)}{\nu(\nu + 3\mu)} \text{ 時} \end{aligned}$$

3. 解

$$\begin{cases} x+y+z=6 & \text{(I)} \\ x^2+y^2+z^2=14 & \text{(II)} \\ yz=2 & \text{(III)} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{(II)} + \text{(III)} \times 2 \quad x^2 + y^2 + 2yz + z^2 &= 18 \\ x^2 + (y+z)^2 &= 18 & \text{(IV)} \end{aligned}$$

$$\text{從 (I) 得} \quad y+z=6-x \quad \text{(V)}$$

將 (V) 代入 (IV)

$$\begin{aligned} x^2 + (6-x)^2 &= 18 \\ x^2 + 36 - 12x + x^2 &= 18 \\ x^2 - 6x + 9 &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore x=3$$

將  $x$  之值代入 (V)

$$y+z=3 \quad \text{(VI)}$$

解 (III) 及 (IV), 得

$$y=2 \quad \text{或} \quad 1$$

$$z=1 \quad \text{或} \quad 2$$

4. A.

$$\begin{aligned} \frac{\cos 2\theta + \cos \theta + 1}{\sin 2\theta + \sin \theta} &= \frac{2\cos^2\theta - 1 + \cos \theta + 1}{2\sin\theta\cos\theta + \sin\theta} \\ &= \frac{\cos\theta(2\cos\theta + 1)}{\sin\theta(2\cos\theta + 1)} = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \\ &= \cot \theta \end{aligned}$$

B. 解

$$\sin 3\theta = \cos \theta$$

$$\sin 3\theta - \cos \theta = 0$$

$$3\sin\theta - 4\sin^3\theta - \sqrt{1-\sin^2\theta} = 0$$

$$3\sin\theta - 4\sin^3\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$9 \sin^2 \theta - 24 \sin^4 \theta + 16 \sin^6 \theta = 1 - \sin^2 \theta$$

$$16 \sin^6 \theta - 24 \sin^4 \theta + 10 \sin^2 \theta - 1 = 0$$

$$(2 \sin^2 \theta - 1)(8 \sin^4 \theta - 8 \sin^2 \theta + 1) = 0$$

$$\therefore 2 \sin^2 \theta - 1 = 0$$

$$\text{或 } 8 \sin^4 \theta - 8 \sin^2 \theta + 1 = 0$$

$$\text{當 } 2 \sin^2 \theta - 1 = 0$$

$$\sin^2 \theta = 1/2$$

$$\sin \theta = \pm 1/\sqrt{2}$$

$$\therefore \theta = n\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

(n 爲任何整數)

$$\text{當 } 8 \sin^4 \theta - 8 \sin^2 \theta + 1 = 0$$

$$\sin^2 \theta = \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{8} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$$

$$\sin \theta = \pm \sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}} \quad \text{即 } \theta = \sin^{-1} \left( \pm \sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}} \right)$$

$$5. \quad \text{A.} \quad a^2 e^{-ax} = b^2 e^{-bx}$$

$$\log a^2 e^{-ax} = \log b^2 e^{-bx}$$

$$2 \log a - ax \log e = 2 \log b - bx \log e$$

$$2(\log a - \log b) = (a-b)x$$

$$\therefore x = \frac{2(\log a - \log b)}{a-b}$$

$$\text{B.} \quad \log_{10} x \cdot \log_e x = 2 \log_{10} x$$

$$\log_{10} x (\log_e x - 2) = 0$$

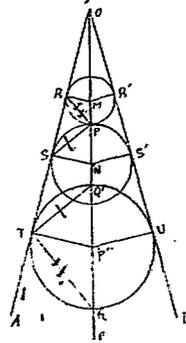
則  $\log_{10} x = 0$   
 即  $x = 10^0 = 1$   
 或  $\log_e x = 2$   
 即  $x = e^2$

6. 設定：二直線  $OA, OB$ , 相交於  $O$   
 $\angle AOB$  之平分角線  $OC$ .  $OC$  上一點  $P$

求作：二圓切於  $AO$  及  $BO$ , 並通過  $P$  點。

作法：

於  $OC$  上任意取一點  $P'$  自  $P'$  作  $P'T \perp AO$ ,  $P'u \perp BO$  以  $P'$  為圓心  $P'T$  為半徑作圓, 與  $CO$  交於  $Q$  及  $Q'$  二點, 連  $TQ$  及  $TQ'$  再自  $P$  作  $PR \parallel TQ$  與  $AO$  交於  $R$ ,  $PS \parallel TQ'$  與  $AO$  交於  $S$ . 再自  $R$  作線  $RM \perp AO$  與  $CO$  交于  $M$ . 自  $S$  作線  $SN \perp AO$  與  $CO$  交于  $N$ . 則以  $M$  為圓心,  $MR$  為半徑作圓及以  $N$  為圓心,  $NS$  為半徑作圓, 此二圓即為所求。



證  $TP' = P'u$  且  $P'T \perp AO$   $P'u \perp BO$

故  $\odot P'$  即為切於  $AO$  及  $BO$  之一圓

$\therefore MR \parallel P'T$   $PR \parallel TQ$

$MP$  及  $P'Q$  同作  $OC$  上

$\therefore \triangle MRP \sim \triangle P'TQ$

$MR : MP = P'T : P'Q$

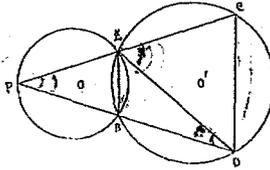
$\therefore MR = MP = MR'$

故 圓  $M$  即為所求,

同理 圓  $N$  亦為所求之圓。

7. 題設  $\odot o$  及  $\odot o'$

二圓交於 A, B 二點, P 爲  $\odot o$  上一點。PA 之延長線與  $\odot o'$  交於 C, PB 之延長線與  $\odot o'$  交於 D



題斷  $\widehat{CD}$  爲常數

證 聯 AD

$$\angle CAD = \angle ADP + \angle APD$$

$\angle ADP$  可以  $\odot o'$  上之  $\widehat{AB}$  之半度之

$\angle APD$  可以  $\odot o$  上之  $\widehat{AB}$  之半度之

因  $\odot o$  及  $\odot o'$  之  $\widehat{AB}$ , 皆爲一定

$\therefore \angle ADP + \angle APD$  爲常數

$\angle CAD$  爲常數

$\therefore \widehat{CD}$  爲常數

亦即  $CD$  爲常數

8. A.  $C_m^n$

B.  $C_3^{49} = 18424 \dots \dots \dots$  條約中不含中國之數

$C_3^{50} = 19600 \dots \dots \dots$  條約之總數則遺失條約

中不含中國者之或然率爲

$$C_2^{18424} / C_2^{19600} = \frac{169712676}{192070200}$$

$$= \frac{14142723}{16005850}$$

故所求遺失條約中有中國者之或然率爲

$$1 - \frac{14142724}{16005850} = \frac{1863127}{16005850}$$

### 清華大學高等數學試問

- 一圓以經過一拋物線之焦點之徑 (a focal chord) 爲其直徑，求此圓之方程式，並說明其與拋物線之準綫的關係。
- 已與一橢圓及橢圓外之一點，求作經過此點且又切於橢圓之切綫並附作圖方法之證明，
- 一直綫交於雙曲綫於P及Q交其漸近綫於P'及Q'，求證PP' = Q'Q
- 作下列各公式之圖  
A.  $\rho = \sin 2 Q$  B.  $\rho = \sin 3 Q$  C.  $\rho = \sin^2 /_8 Q$ .
- 下方程  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$  之係數均爲已知之值，求下列各式之值，  
A.  $r_1^2 + r_2^2 + r_3^2$  B.  $r_1 r_2 r_3$  C.  $r_2 r_3^2 + r_3 r_1^2 + r_1 r_2^2$   
( $r_1, r_2, r_3$  爲上方程之三根，)
- 化下列式爲因子式，

$$A. \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$$

$$B. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

7. A. 解下列聯立方程，

$$\begin{cases} 2^x = 16^y \\ x + 4y = 4. \end{cases}$$

- B. 試證
- $\log_b a \cdot \log_a b = 1$
- .

- C. 試比較
- $\left(\frac{21}{20}\right)^{100}$
- 與 100 兩值之大小，

8. 試求
- $9x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 3x - 2 = 0$
- 之根（實根及虛根）

## 解 答

1. 設此圓之方程式為
- $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$
- .
- 
- 設此拋物綫為
- $y^2 = 2px$
- .....(1)

則共進點 (focus) 為  $\left(\frac{r}{2}, 0\right)$

設此直徑之方程式為  $y = m\left(x - \frac{r}{2}\right)$ .....(2)

解 (1) 及 (2)

其交點為  $P_1 \left[ \frac{r(m^2 + 2 + 2\sqrt{1+m^2})}{2m^2}, \right.$

$$\left. \frac{r(1 + \sqrt{1+m^2})}{m} \right]$$

及  $P_2 \left[ \frac{r(m^2 + 2 - 2\sqrt{1+m^2})}{2m^2}, \right.$

$$\left. \frac{r(1 - \sqrt{1+m^2})}{m} \right]$$

由此可得圓心之坐標

$$\begin{aligned}
 x &= \frac{1}{2} \left[ \frac{r(m^2+2+2\sqrt{1+m^2}) + r(m^2+2-2\sqrt{1+m^2})}{2m^2} \right] \\
 &= \frac{r(m^2+2)}{2m^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{1}{2} \left[ \frac{r(2+m^2) + r(1-\sqrt{1+m^2})}{m} \right] = \frac{r}{m} - \frac{D}{2} \\
 &= \frac{r(m^2+2)}{3m^2} \quad \therefore D = -\frac{r(m^2+2)}{m^2}
 \end{aligned}$$

$$-\frac{E}{2} = \frac{r}{m} \quad E = -\frac{2r}{m}$$

$$\begin{aligned}
 r &= \frac{1}{2} \sqrt{\left[ \frac{r(m^2+3+2\sqrt{1+m^2}) - r(m^2+2-2\sqrt{1+m^2})}{2m^2} \right]^2} \\
 &\quad - \left[ \frac{r(1+\sqrt{1+m^2}) - r(1-\sqrt{1+m^2})}{m} \right] \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{16r^2(1+m^2)}{4m^4} - \frac{4r^2(1+m^2)}{m^2}} \\
 &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{16r^2(1+m^2)(1+m^2)}{4m^4} - \frac{4r(1+m^2)}{4m^2}} \\
 &= \frac{r(1+m^2)}{m^2}
 \end{aligned}$$

$$r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 + E^2 - 4F}$$

$$4 \left[ \frac{r(1+m^2)}{m^2} \right]^2 = \left[ \frac{r(m^2+2)}{m^2} \right]^2 + \left( \frac{2r}{m} \right)^2 - 4F$$

$$F = -\frac{3}{4} r^2$$

∴ 圓方程式爲

$$x^2 + y^2 - \frac{r(m^2+2)}{m^2} x - \frac{2r}{m} y - \frac{3}{4} r^2 = 0$$

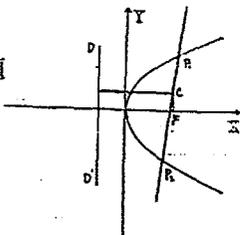
$$\text{or } 4m^2x^2 + 4m^2y^2 - 4r(m^2+2)x - 8rmy - 3m^2r^2 = 0$$

$$\text{圓心與準綫之距離} = \frac{r}{2} + \frac{r(m^2+2)}{2m^2}$$

$$= \frac{\sqrt{r^2 + r^2}}{2m^2} = \frac{r(1+m^2)}{m^2} = r \quad \text{∴}$$

$$\therefore \text{圓與準綫相切} \quad \frac{r(2m^2+2)}{2m^2} = \frac{r(1+m^2)}{m^2}$$

1. 題



2. 設此定點爲  $P_2(x_2, y_2)$

切點爲  $P_1(x_1, y_1)$

橢圓爲  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

則切綫方程式爲

$$b^2x_1x + a^2y_1y = a^2b^2 \dots\dots\dots(1)$$

$P_2$  在切線上

$$\therefore b^2x_2x_1 + a^2y_2y_1 = a^2b^2 \dots\dots\dots(2)$$

因  $P_1$  在橢圓上

$$\therefore b^2x_1^2 + a^2y_1^2 = a^2b^2 \dots\dots\dots(3)$$

(2) 與 (3) 聯立解之 則可得二切點

連  $P_1P_2$  即為切綫

3. 設雙曲綫方程為

$$b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2 \dots\dots(1)$$

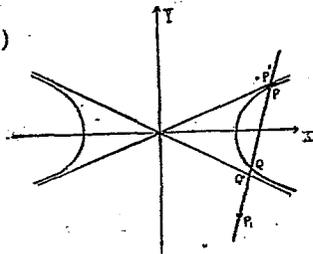
設此直綫通過任一點

$P_1(x_1, y_1)$

其方程式為

$$\begin{cases} x = x_1 + \rho \cos \alpha \\ y = y_1 + \rho \cos \beta \end{cases}$$

代入 (1)



$$b^2(x_1 + \rho \cos \alpha)^2 - a^2(y_1 + \rho \cos \beta)^2 = a^2b^2$$

$$b^2x_1^2 + 2b^2x_1 \cos \alpha \rho + b^2 \cos^2 \alpha \rho^2 - a^2y_1^2$$

$$- 2a^2y_1 \cos \beta \rho - a^2 \cos^2 \beta \rho^2 = a^2b^2$$

$$(b^2 \cos^2 \alpha - a^2 \cos^2 \beta) \rho^2 + 2(b^2x_1 \cos \alpha - a^2y_1 \cos \beta) \rho$$

$$+ b^2x_1^2 - a^2y_1^2 = a^2b^2$$

$$\rho = \frac{-2(b^2x_1 \cos \alpha - a^2y_1 \cos \beta)}{2(b^2 \cos^2 \alpha - a^2 \cos^2 \beta)}$$

$$\pm \sqrt{4(b^2x_1 \cos \alpha - a^2y_1 \cos \beta)^2 - (b^2x_1^2 - a^2y_1^2 - a^2b^2)}$$

$$= \frac{(a^2y_1 \cos \beta - b^2x_1 \cos \alpha) \pm ab(y_1 \cos \alpha - x_1 \cos \beta)}{b^2 \cos^2 \alpha - a^2 \cos^2 \beta}$$

$$= \frac{ay_1 - bx_1}{b \cos \alpha - a \cos \beta} \text{ 或 } \frac{-(ay_1 + bx_1)}{b \cos \alpha + a \cos \beta}$$

$$\text{即 } PP_1 = \frac{ay_1 - bx_1}{b \cos \alpha - a \cos \beta}$$

$$QP_1 = \frac{-(ay_1 + bx_1)}{b \cos \alpha + a \cos \beta}$$

解 直線方程及漸近線方程！

$$b^2x^2 - a^2y^2 = 0$$

$$\rho = \frac{bx_1 - ay_1}{b \cos \alpha - a \cos \beta} \text{ 或 } \frac{bx_1 + ay_1}{b \cos \alpha + a \cos \beta}$$

$$\text{即 } P'P_1 = \frac{bx_1 + ay_1}{b \cos \alpha - a \cos \beta}$$

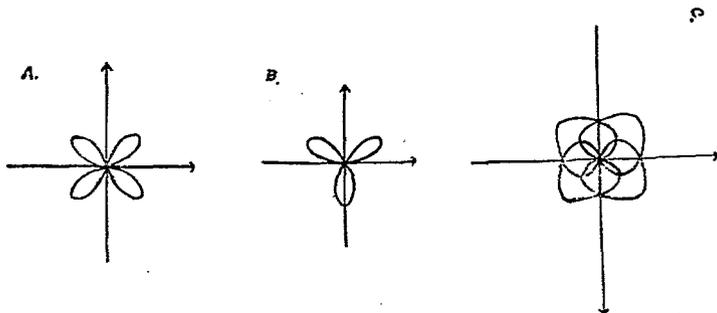
$$Q'P_1 = \frac{bx_1 - ay_1}{b \cos \alpha - a \cos \beta}$$

$$PP' = P'P_1 - PP_1 = \frac{b^2x_1 \cos \alpha - a^2y_1 \cos \beta}{b^2 \cos^2 \alpha - a^2 \cos^2 \beta}$$

$$Q'Q = Q'P_1 - QP_1 = \frac{b^2x_1 \cos \alpha - a^2y_1 \cos \beta}{b^2 \cos^2 \alpha - a^2 \cos^2 \beta}$$

$$\therefore PP' = Q'Q$$

$$A. \rho = \sin 2\theta \quad B. \rho = \sin 3\theta \quad C. \rho = \sin \frac{2}{3}\theta.$$



5.  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0.$

可化為  $x^3 + \frac{b}{a}x^2 + \frac{c}{a}x + \frac{d}{a} = 0.$

$$\begin{aligned} \text{(A)} \quad & r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 \\ &= (r_1 + r_2 + r_3)^2 - 2(r_1r_2 + r_2r_3 + r_1r_3) \\ &= \left(-\frac{b}{a}\right)^2 - 2\left(\frac{c}{a}\right) = \frac{b^2}{a^2} - \frac{2c}{a} \\ &= \frac{b^2 - 2ac}{a^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(B)} \quad & r_1^3 + r_2^3 + r_3^3 \\ &= (r_1 + r_2 + r_3)^3 - 3(r_1^2r_2 + r_2^2r_1 + r_1^2r_3 + r_3^2r_1 + r_2^2r_3 + r_3^2r_2) - 6r_1r_2r_3 \\ &= (r_1 + r_2 + r_3)^3 - 3(r_1^2r_2 + r_1r_2^2 + r_1^2r_3 + r_1r_3^2) \\ &\quad - 3(r_2^2r_1 + r_2r_1^2 + r_2^2r_3 + r_2r_3^2) - 3(r_3^2r_1 + r_3r_1^2 + r_3^2r_2 + r_3r_2^2) \\ &\quad + 3r_1r_2r_3 \\ &= (r_1 + r_2 + r_3)^3 - 3(r_1 + r_2 + r_3)(r_1r_2 + r_1r_3 + r_2r_3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + 3r_1r_2r_3 \\
& = \left(-\frac{b}{a}\right)^3 - 3\left(-\frac{6}{a}\right)\left(\frac{c}{a}\right) + 3\left(-\frac{d}{a}\right) \\
& = \frac{b^3}{a^3} - \frac{3bc}{a^2} - \frac{3d}{a} \\
& = \frac{b^3 - 3abc - 3a^2d}{a^3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(C)} \quad & r_1^2r_2^2 + r_2^2r_3^2 + r_1^2r_3^2 \\
& = (r_1r_2 + r_2r_3 + r_1r_3)^2 - 2r_1r_2r_3^2 - 2r_2r_3r_1^2 - 2r_1r_3r_2^2 \\
& = (r_1r_2 + r_2r_3 + r_1r_3)^2 - 2(r_1 + r_2 + r_3)r_1r_2r_3 \\
& = \left(\frac{c}{a}\right)^2 - 2\left(-\frac{b}{a}\right)\left(-\frac{d}{a}\right) \\
& = \frac{c^2 - 2bd}{a^2}
\end{aligned}$$

6.

$$\text{A.} \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix}$$

若  $a=b$ . 此行列式為 0, 故此行列式有  $(a-b)$  之因式.

同理有  $(b-c)$  及  $(c-a)$  之因式.

$$\therefore \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a) [L(a^2 + b^2 + c^2) + m(ab + bc + ac)]$$

左方  $a$  之最高次為  $a^3$ ，故右方之  $-La^4b$  一項應為 0。

$$\therefore L=0.$$

左方之  $a^2b^3$  一項相當右方之  $ma^2b^3$  一項。

$$\therefore m=1.$$

$$\therefore \begin{vmatrix} a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ac).$$

$$B. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix}$$

若  $a=b$ ，此行列式為 0。故有  $(a-b)$  之因式，同理有

$(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$  之因式。

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix} = k(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)$$

左方之  $bc^2d^3$  一項相當右方之  $kbc^2d^3$  一項。

$$\therefore bc^2d^3 = kbc^2d^3$$

$$\therefore k=1.$$

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{vmatrix} = (a-b)(a-c)(a-d) \\ (b-c)(b-d)(c-d).$$

$$7. \quad A. \quad \begin{cases} 2^x = 16^y & \dots\dots\dots (1) \\ x + 4y = 4 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

由 (1)  $x \log 2 = y \log 16$ .

$$\therefore x = \frac{\log 16}{\log 2} y = 8y.$$

代入 (2)  $8y + 4y = 4$ .

$$8y = 4$$

$$\therefore \left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2} \\ x = 2. \end{array} \right\}$$

B. 設  $y = \log_b N$ , 則  $b^y = N$ .

$$\log_a (b^y) = \log_a N.$$

$$\therefore y \log_a b = \log_a N.$$

$$\therefore y = \frac{1}{\log_a b} \times \log_a N.$$

$$\log^b N = \frac{1}{\log_a b} \times \log_a N.$$

若  $N = a$ .

$$\text{則 } \log_b a = \frac{1}{\log_a b} \times \log_a a.$$

$$\therefore \log_b a \times \log_a b = 1.$$

$$\begin{aligned} \text{C. } \log \left( \frac{21}{20} \right)^{100} &= 100 \log \frac{3 \times 7}{\cancel{2}^2 \times \cancel{5}} \\ &= 100(\log 3 + \log 7 - 1 - \log 2) \\ &= 100(0.4771 + 0.8451 - 1 - 0.301) \\ &= 100 \times 0.212 = 2.12. \\ \log 100 &= 2. \end{aligned}$$

$$\therefore \log \left( \frac{21}{20} \right)^{100} > \log 100.$$

$$\therefore \left( \frac{21}{20} \right)^{100} > 100.$$

$$\begin{aligned} 8. \quad 9x^4 - 3x^3 + 7x^2 - 3x - 2 &= 0. \\ 9x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 9x^2 - 3x - 2 &= 0. \\ x^2(3x-2)(3x+1) + (3x-2)(3x+1) &= 0 \\ (3x-2)(3x+1)(x^2+1) &= 0. \\ \therefore x = \frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \pm i. \end{aligned}$$

### 清華大學物理試題

- 現在有天秤一個，砝碼一付，水一大杯，酒精一大杯，小鐵塊一個上可懸一細線，試說明如何量此鐵塊的比重與酒精的比重，並將計算時所必需的方程逐步推演。
- 有一天秤及一垂懸彈簧，同放在重力加速度為  $990 \text{ 厘米/秒}^2$  之地點，現在拿一個質量  $M_1$  在天秤上稱牠，得到的重

量是 10 克，次將此質量  $M_1$ ，挂于彈簧下，彈簧的伸長是 2 厘米，如果將彈簧移至山上（該處的重力加速度為  $970$  厘米/秒<sup>2</sup>）後，拿另一質量  $M_2$  懸于彈簧下，使他的伸長亦等于 2 厘米。

(a) 問將  $M_2$  携至天秤原在的地點而稱之，他的重量是多少克？

(b) 如果把彈簧及  $M_2$  一起搬回原處，問彈簧的伸長是多少厘米？

3. 有一玻璃管，一端封閉，他端則浸入水銀池中。因管內存有少許空氣，故管中水銀柱高僅 40 厘米，同時以水銀氣壓計的水銀柱高為 76 厘米，溫度為  $27^\circ\text{C}$ 。現在大氣壓力減低致氣壓計中水銀柱高僅為 70 厘米，同時溫度又減到  $-23^\circ\text{C}$ 。問玻璃管中水銀柱高多少厘米？

4. 試將下述各句中括弧內錯誤的部分刪去，另抄在考卷內作為答案：——（注意：本題答案，如不知道，不可亂猜，猜錯的，要扣分）。

(a) 在北半球可以自由轉動的磁針的指北極是向（下或上）。

(b) 在一條磁鐵上兩端的磁極（必定或不一定）是異性的。

(c) 把一條磁鐵折斷，所得的兩鐵條都（有或沒有）磁性。

(d) 一個用絲絹擦摩的玻璃桿（能或不能）吸引鐵屑。

(e) 無線電波的性質是與（光波或聲波）相同。

5. (a) 試作一簡圖以表示 Wheatstone 橋與他所應有的附屬儀器的技法：

(b) 說明如何去用他去測定一個電阻的價值。

(c) 推演計算時所用的公式。

6. 試各舉一例以表示如何將 (a) 機械的能量 (Energy) 變作電能。 (b) 化學的能量變作電能 (c) 電能量變作機械的能量。 (d) 光能量變作熱能量。
7. 樓梯旁裝了一個電燈，樓上及樓下各有一個開關，問此兩開關與電燈應如何連結，方能使 (a) 當燈已滅後在樓下或樓上的人都可任意開燈或 (b) 當燈尚未滅時在樓上或樓下的人都可任意滅燈，試作簡圖以表示之。
8. 有一近視眼的人，他所能看到清楚的東西，最遠不能超過二米，他帶了眼鏡以後他可看到 100 米，問他所用的眼鏡焦距是多少厘米？又問此眼鏡的中部是比邊緣厚呢還是薄呢？

### 解 答

1. (a) 先在空氣中用天秤與法碼權此鐵塊之重，以線繫鐵塊懸之于秤鈎下，將其全部浸入水內，得其重；則鐵塊在水內所失之重為其在空氣中之重減去其在水內之重。據亞基米德氏定律：鐵塊在空氣中之重比其在水內所失之重，即其比重矣。

計算時所用之方式如下：——

設 鐵塊在空氣中重  $W_1$  克  
 鐵塊在水內之重為  $w_2$  克  
 則 鐵塊在水內所失之重為  $W_1 - w_2$  克

$$\therefore \text{鐵塊之比重} = \frac{W_1}{W_1 - w_2}$$

- (b) 如上所述先求鐵塊在空氣中之重再求鐵塊在水內之重後，再求其在酒精杯內之重，則酒精之比重可由下式求之：—

設 鐵塊在空氣中重為  $W_1$  克  
 鐵塊在水中重  $W_a$  克

鐵塊在酒精中重  $W_b$  克

$$\therefore \text{酒精之比重} = \frac{W_1 - W_b}{W_1 - W_a} \text{克}$$

2. a. 因  $M_1$  在重力加速度為  $990 \frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2}$  之地點與  $M_2$  在重力加速度為  $970 \frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2}$  之山上所受之量力相等 (彈簧秤同伸長 2 cm.)。

由  $F = mg$

$$\therefore 10 \text{ gr.} \times 990 \frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2} = M_2 \times 970 \frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2}$$

$$\text{則 } M_2 = \frac{10 \times 990}{970} \text{ gr.} = 10.31 \text{ gr.}$$

b. 設所求之彈簧長為  $x$ ，得比例如下：——

$$2 \text{ cm.} : x \text{ cm.} = 970 \frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2} : 990 \frac{\text{cm.}}{\text{sec}^2}$$

$$\therefore x = \frac{2 \times 99}{97} \text{ cm.} = 2.062 \text{ cm.}$$

- 3 設 氣壓及溫度變後，玻璃管中之水銀柱高為  $h$ ，

管之全長為  $L$ ，

截面積為  $I$ 。

$$\text{由 } \frac{P V}{T} = \frac{P_1 V_1}{T_1}$$

$$\text{得 } \frac{(76-40)(L-40) \times I}{273+27} = \frac{(70-b)(L-b) \times I}{273-23}$$

$$\text{或 } b^2 - b(L+70) + 40(L+30) = 0,$$

$$\begin{aligned}
 \therefore b &= \frac{(L+70) \pm \sqrt{(L+70)^2 - 4 \times 40(L+30)}}{2} \\
 &= \frac{(L+70) \pm \sqrt{L^2 - 20L + 100}}{2} \\
 &= \frac{L+70 \pm \sqrt{(L-10)^2}}{2} \\
 &= \frac{L+70 \pm (L-10)}{2} \\
 &= 40 \text{ cm.}
 \end{aligned}$$

或  $b = \frac{2L+60}{2} = L+30,$

此一解與事實不合，故不取之。

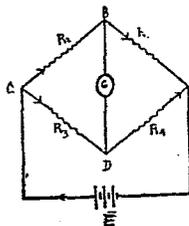
答：水銀柱之高仍不變。

4.

- (a) 在北半球可以自由轉的磁針的指北極是向（下）。
- (b) 在一條磁鐵上兩端的磁極（必定）是異性的。
- (c) 把一條磁鐵折斷，所得的兩鐵條都（有）磁性。
- (d) 一個用絲絹摩擦的玻璃棒（能）吸引鐵屑（在鐵屑之顆粒，非常小時方可）。
- (e) 無線電波的性質是與（光波）相同。

5. (a) 其簡圖如下示：

將抵抗  $R_1, R_2, R_3, R_4$  之四導線連結如右示，更用導線將電池  $E$  連結于  $Ac$  間。將電流計  $G$  連結于  $BD$  間即得。



(b) 在平衡狀態時，電流計 G 中無電流，故通過  $R_1$  與  $R_2$  之電流亦相等，此即謂在橋兩對方之兩個電阻，其乘積彼此相等，故已知兩電阻之比值，則其他之兩電阻之比值可求得，若已知三電阻之值，可求得第四電阻之值也。

(c) 設 通過  $R_1$  及  $R_2$  之電流為  $\bar{I}_1$ 。

通過  $R_3$  及  $R_4$  之電流為  $\bar{I}_2$ 。

因 B 及 D 之電位相同

由 ohm's Law:

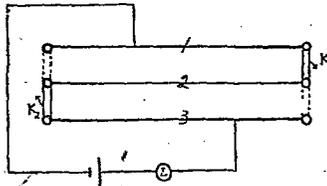
知  $R_2 \bar{I}_1 = R_3 \bar{I}_2$  與  $R_1 \bar{I}_1 = R_4 \bar{I}_2$

$\therefore R_1 R_2 = R_3 R_4$

或  $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_3}{R_4}$

6. (a) 發電機的機械能可變作電能。  
 (b) 鉛蓄電池的化學能量可變作電能。  
 (c) 電動機的電能會變作機械的能量。  
 (d) 輻射器的光能會變作熱能量。

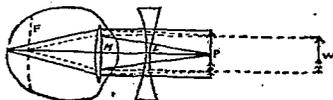
7.



(a) 當  $K_1$  及  $K_2$  兩開關俱連于 3, 2 兩線，或俱連于 1, 2 兩線時，為燈滅時之電路情形，故  $K_1$  或  $K_2$  任一啓開，可使電燈復明。

(b) 當  $K_2$  連 3,2 兩線,  $K_1$  連 1,2 兩線, 或  $K_2$  連于 1,2 兩線,  $K_1$  連于 3,2 兩線時, 爲燈尙未滅時電路之情形, 故任一  $K_1$  或  $K_2$  移動其位置時, 則燈滅。

8.



(a) 在上圖內,  $W$  爲距眼 100 米處之物體,

$P$  爲距眼 2 米處之物體。

依題意, 如無眼鏡, 則  $W$  在眼中之像則現于網膜前 (如圖中實線及  $F$  所示) 故像模糊。欲補救之, 必置一凹面透鏡 (Concave lens)。使  $W$  經透鏡所成之像之位置  $P$ , 與眼之距離, 恰等于眼之遠點; 則眼球無用調節, 而像自生于網膜上矣。如圖中點虛線所示者然。

由是題知此眼之遠點 = 2 米。

而  $W$  與眼之距離 = 100 米。

是即  $MP = 2$  米,

$$MW = 100 \text{ 米。}$$

設  $f$  爲透鏡  $L$  之焦距。

$$\text{則 由公式 } \frac{1}{P} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

而此處  $q = \text{neture}$ ,  $f = \text{Native}$

$$\therefore \frac{1}{100 - ML} + \frac{1}{2 - ML} = \frac{1}{f}$$

因  $ML$  與 2 米及 100 米較之, 其值則甚小 (因眼鏡與眼之距離甚近也)。爲計算簡單計, 故可略去。

$$\text{則 } \frac{I}{100} = \frac{I}{q} = \frac{I}{f}$$

$$\text{or } \frac{1-50}{100} = \frac{I}{f}$$

$$\text{or } \frac{-49}{100} = \frac{I}{f}$$

$$\therefore f = \frac{100}{49} = 2.04 \text{ m.}$$

$$= 204 \text{ cm.}$$

故透鏡之焦距 = 2.04 m.

(b) 透鏡中部較薄于邊緣。

### 清華大學化學試題

- (一) (a) 何謂倍數比例定律，  
 (b) 試用道爾頓原子學說解釋倍數比例定律。
- (二) (a) 試就化學成分及物理性質述鋼和生鐵之區別，  
 (b) 試略述鋼和生鐵之製造方法。
- (三) (a) 何謂烟煤？何謂焦煤？試詳述其不同之點，及其用途。  
 (b) 試舉國內重要之煤區及已開採之煤礦。
- (四) (a)  $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \longrightarrow$   
 (b)  $\text{C} (\text{熱}) + \text{空氣} \longrightarrow$   
 (c)  $\text{NaN}_3 + \text{Pb} + \text{熱} \longrightarrow$   
 (d)  $\text{Ag} + \text{HNO}_3 \longrightarrow$
- (五) 今有一小型齊柏林式飛艇能容 12000 立方公尺之氫氣  
 (溫度  $17^\circ\text{C}$ ，氣壓  $740 \text{ mm.}$ )。問應電解多少重量的

水可得如許體積的氫氣並問同時放出多少體積的氧氣 ( $H=1, O=16$ )。

### 解 答

(一) (a) 倍數比例定律：甲乙二原質相化合生成兩種以上之化合物時若甲原質之量已一定則乙原質之量在此數相化合物中常成簡單整數比。

(b) 道爾頓原子學說中言凡原質相化合時其原子各以一定數量之比相化合且原子無論受何種變化時其質量仍不變，例以  $H_2O_2$  及  $H_2O$  言之，此二化合物皆由  $H$  及  $O$  之原子組成且於此二化合物中  $H$  之重量相等而  $O$  於  $H_2O_2$  之重量為 32 於  $H_2O$  之重量為 16，故成 2 與 1 之比也。

(二) (a) 就化學成分言之。

生鐵含炭約 3—5.5%，鋼含炭約 0.05—0.8%。

就物理性質而言。

生鐵：硬度大，透磁性强，保磁性弱，張度小。

鋼：硬度小，透磁性弱，保磁性强，張度大。

(b) 生鐵之製法：

製造大量生鐵多由鐵礦提鍊原礦為氧化物則用木炭或焦煤還原使生二氧化碳而鐵保留原礦為非氧化物則須先於空中燃燒使成氧化物而後以碳還原之。

鋼之製法有二：

A. 迴轉爐法：將白熱之液態鑄鐵由鼓風爐流入迴轉爐中轉動爐底之空氣鼓風機則鐵內之矽及碳即氧化而燃燒隨發輝煌之光焰其反應所生之熱可使鐵得保持熔融次

用直射分光鏡窺火焰之成分即可推察氧化之程度至適當之時間乃阻空氣之通道另加適量之炭分與爐內液體攪雜攪勻即鍊成鋼。

- B. 開爐法：於此法中鑄鐵融於一碟形鑊中內襯以石灰及苦土並加入適量之碎鐵片及赤鐵礦等用煤氣燃料加熱當爐內至相當溫度時鑄鐵中之碳成氧化物而逸出此逸出之氣體使熔鐵呈沸騰狀矽磷及硫等雜質皆得與氧化合而成酞此等酞與石灰化合而成溶滓浮於表面極易除去，至熔鋼中所含之碳達所需程度則將該鋼液注入大杓再入填型而可製成各式之鋼。

- (三) (a) 烟煤：古代植物埋沒地中其年代較短者炭化程度較淺者色黑質軟燃燒時火焰較長而烟較多者同烟煤。焦煤：褐煤置於坑中外熱以火，使其揮發性物質上騰其所遺留之礦物質及游離炭是謂焦煤。

二者之區別：二者之區別蓋以其所含物多寡而有不同：

	碳 總 量	氫	氧	氮	硫	灰 分	揮 發 物 之 總 量	熱 質
烟 煤	78,03%	4,99%	6,11%	1,53%	1,05%	8,29%	30-35 %	8300 cal.
焦 煤	89%	微 量	微 量	微 量	10,8%	10,2%	微 量	7300 cal.

用途：二者不僅用作燃料並於製備金屬時可用還原劑而鐵及銅之冶鍊尤常用之。

- (b) 試舉國內重要之煤區，及已開採之煤礦。國內重要之煤區有六：

- A. 渤海沿岸區， B. 晉陝冀豫區。

- C. 東南區 長江中流下流諸煤區田以及浙江，福建，廣東，諸省的炭田屬之。
- D. 西南區，在四川盆地及雲南貴州，廣西高原一帶。
- E. 甘新區， F. 東三省區。

已開採之煤礦有十：

撫順，開灤，中興，中福，六河溝，井陘，魯大，本溪湖，萍鄉，正豐。

- (四) (a)  $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \longrightarrow \text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$
- (b)  $\text{C} + \text{O}_2 \longrightarrow \text{CO}_2$ ,
- (c)  $\text{NaNO}_3 + \text{pb} + \text{熱} \longrightarrow \text{NaNO}_2 + \text{pbo}$
- (d)  $\text{Ag} + 2\text{HNO}_3 \longrightarrow \text{AgNO}_3 + \text{H}_2\text{O} + 2\text{NO} \uparrow$

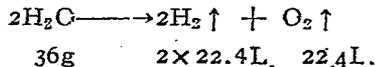
- (五) 12000立方尺=12,000,000公升.

設在標準狀態下  $\text{H}_2$  之體積為  $V_s$

$$\text{代入公式 } V_s = \frac{V \times P \times 273}{760 \times T}$$

$$V_s = 12000000 \times \frac{740 \times 273}{760 \times (273 + 17)} \text{ L.}$$

$$= 10954586.9 \text{ L.}$$



$$\text{X.} \quad 10954586.9 \text{ L.}$$

$$36\text{g} : \text{X} = 2 \times 22.4 \text{ L.} : 10954586.9 \text{ L.}$$

$$\therefore \text{X} = \frac{10954586.9 \times 36}{2 \times 22.4} \text{ g} = 8802793.04 \text{ g.}$$

須水 8802.8 公斤之水

在標準狀下放出  $O_2$  之體積為  $H_2$  之二分之一  
即放出氧  $10954586.9 \times \frac{1}{2} \times L = 5477293.45 L$ .

## 清華大學中國歷史地理入學試題

### 歷史填充格

- (1) 春秋時代大國試舉其四.....,.....,.....,.....。
- (2) 秦始皇行郡縣制，每郡置.....,.....,.....,三種官，中長官稱.....。
- (3) 漢代人頭稅為.....,.....。
- (4) 前漢通西域之探險家為.....,後漢平西域之軍事家為.....。
- (5) 五胡亂華之前匈奴原居.....州，即今.....省之地。
- (6) 南北朝之南朝為.....,.....,.....,.....。
- (7) 唐代中央官制之三省為.....,.....,.....。
- (8) 唐代流行中國之外族宗教除佛教外試舉二種.....,.....。
- (9) 王安石變法中救濟農民之法為.....,.....。
- (10) 中國古代稱羅馬帝國為.....,稱亞拉伯為.....。
- (11) 唐初之兵制稱.....兵。
- (12) 北宋初期東北外患為.....,西北外患為.....。
- (13) 霍光為.....代人，章學誠為.....代人，司馬光為.....代人，謝安為.....代人。
- (14) 自古曾統一中國之朝代試舉其八：.....,.....,.....,.....,.....,.....,.....,.....。
- (15) 自古曾統一黃河流域之朝代試舉其二：.....,.....。
- (16) 自古曾佔據黃河流域或中國全部之外族朝代試舉其四.....。
- (17) 自古曾建都咸陽或長安之朝代試舉其四：.....,.....,.....,.....。
- (18) 東胡種在中國一部或全部所建設之朝代試舉其四：.....,.....,.....,.....。
- (19) 中華民國北京政府時代總統試舉四人：.....,.....,.....,.....。

- (20) 歐洲大戰時中國向德宣戰爲中華民國6年即西歷1917年。
- (21) 漢武帝時破匈奴之名將爲.....，.....。
- (22) .....著史記，.....著前漢書。
- (23) 王莽篡後國號.....。
- (24) 由晉至唐中國去印度求佛經之名僧爲.....，.....。
- (25) 中國歷代行省制度在漢稱.....，在唐稱.....，在宋稱.....，在明稱.....。

## 中 地

- (一) 中國現行省區有何利弊？
- (二) 說明中國各種主要糧食之分佈及其產地之地理因素。
- (三) 近三年來中國新建之鐵路有幾試列舉之。

## 解 答

### 歷史填充格

- (1) 晉，楚，齊，魯。
- (2) 守，尉，監。
- (3) 算賦，口錢。
- (4) 張騫，班超。
- (5) 涼州，甘肅。
- (6) 宋，齊，梁，陳。
- (7) 尚書，中書，門下。
- (8) 回教，景教。
- (9) 青苗，免役。
- (10) 大秦，大食。
- (11) 府。
- (12) 契丹，西夏。

- (13) 漢，清，宋，東晉。  
 (14) 商，周，秦，漢，晉，唐，宋，明。  
 (15) 北元魏，曹魏。  
 (16) 遼，金，元，清。  
 (17) 唐，秦，西漢，西周。  
 (18) 清，金，遼，北魏。  
 (19) 袁世凱，馮國璋，黎元洪，徐世昌。  
 (20) 六，1917。  
 (21) 霍去病，衛青。  
 (22) 司馬遷，班固。  
 (23) 新。  
 (24) 法顯，玄奘。  
 (25) 郡，道，路，路。

#### 中地

- (一) 中國現行區域，因係沿襲元，明以來的舊制，這種舊制度，當然不適合現代，所以談不到有利。茲舉其缺點數條，述之於下：
- a. 省區多和自然區域不合，往往一省中山川風俗，大不相同，經濟狀況，也大相差異。例如浙江的浙西和浙東，從地勢和風俗上說：真像顧亭林所說：「兩浙兼吳越之分土，山川風俗，迥乎不侔。浙西澤國無山，俗靡而巧，以地原自吳也；浙東負山枕海，其俗樸，自甌越爲一區。」從經濟上說：浙西多蠶桑，浙東多森林，民生狀況不同，教育的設施，當然難以一律。
  - b. 省區廣闊，人口衆多，彷彿一國，治理很難精秘和

- 統一，像四川省的面積有五十六萬八千方公里，大於日本三島；人口五千萬，交通不便，風尚懸殊。省政府雖有指揮監督的權能，實則發號施令，只靠一紙空文，通行各縣，各縣是否遵行，難以得曉；就使遵行，那成績怎樣，更無從明瞭；所以地方利弊，經濟良窳，都茫然不知。在省府方面覺得發揮不靈；在各縣又覺下情不能上達。所以各種政策很難見效。
- c. 因省區既大，軍閥便乘機而起，掌握全省軍隊，操縱全省財政，割據一方，中央政府措施一不得當，他便可起來反抵，所以縮小省區，減輕省權，那軍閥雖有割據的野心，却沒有可盤據的地方了。
- d. 有許多遙遠的地方，因未設省區，不特國防上有危險，且地利未關，更易引起帝國主義者的侵略，像海南島，江心坡等是。
- (二) i) 米——爲我國主要糧食；他的主要產地首推長江流域，粵江三角洲，淮河流域次之。其主要之地理因素有二：一曰氣候，一曰土壤。
- (甲) 長江流域，溫度冬季各月平均在十度以下，雨量在七百五十公釐以上。黃梅雨在四月至六月。長江下流地方由長江挾載之砂土，沖積兩岸，此等土壤之中心是砂土層和黏土層相間堆積着，排水容易，而不鬆疏，很肥沃。長江中流爲鐵質紅色土壤分佈之地方，中含鐵質很多，而富磷酸。

- (乙)粵江三角洲，全年平均溫度在攝氏表十八度，最冷的一月，平均溫度在十度以下；雨量在一千公釐以上。此處之土壤心中為黏土。含碳酸物甚富。
- (丙)淮河平原，這帶地方氣候，土壤都介於長江流域和粵江流域之間，所以產米之產，亦頗不少。
- ii) 麥——有大麥，小麥之別；小麥全國各地都產，就中要算東三省和黃河流域產量最多。
- (甲)東三省，全年平均溫度在十度以下，但至少有五個月在零度以下，全年雨量四百公釐，有半數降在七八月，恰當植物需要雨水之期。這帶地方全佈為黑土，表土和心土，都很肥沃，富於石灰，氮，磷酸和有機物質，所以農產物可以不用肥料而得良好之收穫。
- (乙)黃河流域，全年平均在十度以下，雨量約四百公釐。這一帶地方滿佈黃土，其中含有細石灰質，砂質，黏質，疏鬆而黏韌。宜於種麥。
- iii) 豆——全國都有生產，尤以東三省為主。其地理因素已如上述。
- iv) 粟，黍，高粱——我國北部及東三省一帶產之，且產量甚豐，其氣候及土壤之情形已如上述。
- (三) 杭江鐵路——由杭州至江山，已通車。
- 京蕪鐵路——由南京至蕪湖，已通車。

同蒲鐵路——由大同至蒲州，已通車。

隴海鐵路延長——由潼關至西安，已通車。

現正繼續延長。

粵漢鐵路——現已分段通車。

近一年內將全路（由漢口至廣州）通車。

浙贛路之南塘段——由南昌至蓮塘，已通車。

### 清華大學世界歷史試題

1. 世界史上疆域廣大之帝國試舉其五，並言其最盛時代。
  - a. 帝國最盛於公元 第 世紀，
  - b. 帝國最盛於公元 第 世紀，
  - c. 帝國最盛於公元 第 世紀，
  - d. 帝國最盛於公元 第 世紀，
  - e. 帝國最盛於公元 第 世紀。
2. 舉世界史上宗教創始者五人，言其年代國籍。
  - A. 教創始者 乃 世紀 人，
  - B. 教創始者 乃 世紀 人，
  - C. 教創始者 乃 世紀 人，
  - D. 教創始者 乃 世紀 人，
  - E. 教創始者 乃 世紀 人。
3. 歐洲各時代之哲學家，試各舉一人並其代表著作
  - A. 哲學家 其代表著作爲 ○
  - B. 哲學家 其代表著作爲 ○
  - C. 哲學家 其代表著作爲 ○
  - D. 哲學家 其代表著作爲 ○
  - E. 哲學家 其代表著作爲 ○

4. 註明歐洲經濟史主要階段之時代。
5. 說明近代政治之利弊及現時之實況！
  - A. 歐洲十八世紀之「開始專制，」流弊，試舉兩端。
  - B. 十九世紀之議會政治亦有流弊，試舉兩端。
  - C. 現時下列各國之政體及其政治實況扼要以二三語說明之。
    - A. 英國，B. 俄國，C. 意大利，D. 美國，
    - E. 日本，F. 印度。

### 解 答

1.
  - a. 羅馬帝國最盛於紀元前一世紀。
  - b. 查理曼帝國最盛于紀元後第八世紀。
  - c. 元帝國最盛于紀元後第十三世紀。
  - d. 拿破崙帝國最盛于紀元後第十八世紀。
  - e. 大不列顛帝國最盛于紀元後第十九世紀末及二十世紀。
2.
  - A. 基督教創始者耶穌乃紀元前一世紀猶太人。
  - B. 儒教創始者孔丘，乃紀元前一世紀中國人。
  - C. 回教創始者摩罕謨德，乃紀元五世紀阿剌伯人。
  - D. 佛教創始者釋迦摩尼乃紀元前五世紀印度人。
  - E. 波斯教創始者瑣羅斯德乃紀元前十世紀，波斯人。
3.
  - A. 希臘哲學家柏拉圖其代表著作為理想國。
  - B. 羅馬哲學家西塞爾(Cicero)其代表著作為 Milene。
  - C. 十世紀英國哲學家羅傑，培根著有論理學。
  - D. 十七世紀盧梭 Jean Trejues Rousseau, 其代表著作為民約論。

- E. 十九世紀達爾文 (Charles Darwin) 其代表著作爲物種原始。
4. 歐洲于上古希臘時代工商業已正發達，但直至七世紀以農業爲其主要經濟生活，於十二世紀發生所謂商業革命至十九世紀開始所謂工業革命。
5. A. a. 使人民富貧懸殊，有多數人失業。  
b. 貴族往往因權限關係而衝突，犧牲人民生命財產無數。
- B. a. 議員爲由人民間接選舉，只可謂爲代議政體，而不能完全代表人民意見。  
b. 議會內黑幕重重私弊不少。
- C. A. 英國爲君主立憲，聯合五國，議會分上下兩院，政權操於內閣，內閣對議會負責。  
B. 俄國爲會議制共和國政治，最高權操于人民所組織之全俄蘇維埃大會手中，下爲中央執行委員會，國政行政委員會。  
C. 意大利爲君主立憲國，近年首相莫索里尼行獨裁政治，政權悉操其手。  
D. 美國 民主總統制，有上下兩議院政權總覽于各省所公選之大總統之手。政事實施歸國務院，國務卿直接對總統負責。
- E. 日本 爲君主立憲制，  
F. 印度爲帝國，由英王兼印度帝位。

### 清華大學世界地理試題

試評日本移民亞洲大陸（東三省及朝鮮）墾殖之成績，

2. 烏克蘭 Ukraine 在蘇俄政治經濟上佔極重要之地位，試言其故。
3. 說明英國之糧食問題。
4. 略述北美合衆國之地勢。
5. 指出下列各地之地位，(Location)  
Danzig, Sarre, Constantinople, Baku, Gan Cheo, Abyssinia, Rocky Mountains, Washington State, Caroline Islands, Bering Strait,

### 解 答

日本自移民亞洲大陸盡量開發其各地之天然富源如煤鐵鎳等，以補救其本國之不足，提倡農業，改良耕耘方法，以滿足人民食料，且因開發實業需要大批人民，故常輸送國中人民入大陸以減少國內失業人員，凡此種種皆是顯著之成績。

2. 烏克蘭 Ukraine 在蘇俄政治經濟上佔極重要之地位，因其為黑土帶，土地肥沃，物產豐富，故為俄農產(小麥等)主要產地，益以交通便利，大都市多位於此，故在蘇俄政治經濟上佔極重要之地位。
3. 英人多從半多利之工商業，而無人過問利薄之農業，故全國農業極不發達，食品都給于南北美，澳洲，南非及印度之糧食。輸入超過之額，年達十數億，全依屯販貿易，海上運輸，商旅入國之旅費及海外投資之利益為補救。
4. 北美大陸之西為山地，東部為高地，中央為廣大之平原，最高點為阿拉斯加之馬金利山，其地勢可分三部：——  
(I) 西部山地，為平行摺曲山脈，夾一帶高山地，北盡北極海，南達中美地頸，高原東為長大之落磯山脈，

西爲二平行山脈，東爲喀斯喀德山脈（北）及塞拉內華達（南）與跟原相接，西爲海岸山脈，此東西兩平行山脈總稱爲太平洋山脈，中間夾谷曰太平洋大豁谷，谷北歐洲爲海峽，南爲加利佛爾尼亞谷。

- (2) 中部平地，北至北極海，南至墨西哥灣，介于東部高地與西部山地間之大平原，由聖羅凌士川上流中流之羅凌士高原分爲南北二部，

A 北爲哈得孫灣及麥肯基二盆地。

B 南爲密蘇里密士失必平原。

- (3) 東部高地，即阿帕拉契安山脈，北爲受水河蝕侵成多數斷片山塊，南山勢高峻，最高者爲青山脈，山脈間台地爲阿帕拉契安高原，臨俄亥俄川岸，

5. (1) Danzig 但澤自由市在波蘭北部，臨波羅的海。
- (2) Saar 塞爾位德國西部，與法國交界，
- (3) Constantinople 君士坦丁堡位西土爾其東岸隔博斯破魯斯峽與東土耳其之斯庫台里 (Scutari) 遙對。
- (4) Baku 位裏海西岸，在外高加索，爲亞塞爾拜然首府，以產煤油著名。
- (5) Gan Chaco
- (6) Abyssinia 位非洲之東部，埃及蘇丹之東南，青尼羅河發源地，北緯十度及東經四十度通過其中部。
- (7) Rocky Mountains 落磯山脈爲北美西部自北西馳走南東之一大山脉。
- (8) Washington State 在北美東部大西洋岸，北緯三十八度過其中部，
- (9) Caroline Islands 在太平洋中爲日所屬。
- (10) Bering Strait 爲亞洲東北角與北美阿拉斯加半島相對之海峽。北緯六十七度橫過其間。

## 國立師範大學黨義入學試題

- (一)治外法權與領事裁判權之區別安在？試略述之，
- (二)銓釋中央集權，地方分權與均權三種政治的意義，
- (三)唯物史觀與剩餘價值，為馬克斯學說中兩大柱石，中山先生斥前者之謬誤為倒因為果；認後者之不合事實，係忽略社會上工人以外之其他有用份子的勞動，試詳申其所以，

## 解 答

(一)治外法權是國家元首，公使及其從屬，以及軍艦之停泊他國領海軍隊之通過他國領土者，不受所在國法律之支配，仍受本國法律支配之一種權利也，此法為國際通則，

領事裁判權是他國人民不受所在國法律之支配，而受本國領事裁判的一種權利，今外人僑居我國者，有此特權，而我國人在他國者則無，

(二)中央集權是國家政務，一切都屬於中央政府，地方官吏但奉行其命令之謂也，

地方分權是權分地方，各地各自為政，中央政府祇執行關於有各區同盟性質之事務之組織也，

均權是凡事務之有全國一致性質者，劃歸中央；有因地制宜之性質者，劃歸地方，不偏於中央集權，或地方分權。

(三)馬克斯主張物質為歷史進化的重心。物質發生變化，人類的生活方式，文化等上層建築才能發生變化，譬如人類歷史之由漁獵時代而進到牧畜時代，而進到農業時代，而進到工商業時代，都是由生產工具發生變化而成的，但不知生產工具之所以發生變化，還是基於人類之感到生活方式的不滿，急求

改進而促成的，倘若人類都滿於現狀，不求改進，則生產工具又何從改進呢；所以生產工具的改進乃人類努力求生存中所產生的結果，而非社會進化的原動力，至此，唯物史觀之倒因為果也明矣，

對於剩餘價值馬克斯主張都是資本家從工人的勞動中剝奪而來的，這種把一切生產的功勞都歸於工人的勞動而忽略了社會上其他各種有用份子的勞動，是與事實不符的，譬如布廠或紗廠的盈餘吧，除工人的勞動外，農業學家的研究種子，肥料；機械家的發明機械以及蒸汽電氣等的發明家，能說沒有功勞嗎？此外社會上除了工人之外，假如其餘各界人士，都不穿布，用那種紗，那種布或紗即不能暢銷，不能暢銷，紗廠或布廠的資本家又怎能多賺錢多取剩餘呢？所以剩餘價值絕非工人們獨自生出來的結果，而是集合社會上各種有用有能力的分子的直接或間接的貢獻而產生的。

### 師範大學國文試題

#### (ㄅ) 作文

禮記學記說：『記問之學不足以爲人師。』試詳說其義，  
(白話文均可，但必須加上完全的標點符號。)

#### (ㄆ) 標點與翻譯

把下面這段文章，就題紙上加以完全的標點符號，再把它釋成白話文，寫在試卷上：

滕文公問曰滕小國也問於齊楚事齊乎事楚乎孟子對曰是謀非吾所能及也無已則有一焉鑿斯池也築斯城也與民宗之效死而民弗去則是可爲也。

## 解 答

(勺) 作文

(久) 標點與翻譯。

滕文公問曰：『滕小國也！問於齊楚，事齊乎？事楚乎？』孟子對曰：『是謀非吾所能及也，無已，則有一焉。鑿斯池也，築斯城也，與民守之，效死，而民弗去，則是可爲也。』

滕文公問道：『滕國是很小的國家，居處在齊國和楚國的中間，是服從齊國好呢？還是服從楚國？』孟子答道：『這種計劃不是我所能想到的，若是你認爲不滿足，那就僅有一種方法，方法，便是掘壕溝，修城牆，和人民一同防守，雖有生命的危險而人民應不逃亡，那大事便可以作爲了。』

## 師大英文試題

I. 1. Give the plural of the following Nouns:—

- |                    |                |
|--------------------|----------------|
| 1. month           | 6. treaty      |
| 2. species         | 7. formula     |
| 3. corps           | 8. genius      |
| 4. child           | 9. trout       |
| 5. daughter-in law | 10. phenomeuon |

2. Give the principal parts of the following verbs :

- |            |          |
|------------|----------|
| 1. study   | 6. kneel |
| 2. control | 7. sing  |
| 3. ripen   | 8. see   |

- |          |           |
|----------|-----------|
| 4. leave | 9. drive  |
| 5. fall  | 10. stike |

3. Make a sentence with each of the following words or phrases :

- |                   |                  |
|-------------------|------------------|
| 1. when           | 11. dress (verb) |
| 2. as if          | 12. bear (verb)  |
| 3. interesting    | 13. lay (verb)   |
| 4. pleasant       | 14. fill         |
| 5. care for       | 15. call on      |
| 6. like (as adj.) | 16. because      |
| 7. like (as verb) | 17. since        |
| 8. exaggerate     | 18. ought        |
| 9. remarkable     | 19. should       |
| 10. please        | 20. even though  |

II. Write a composition on any one of the following subject:

- (1) A night on the mountain.
- (2) Work noble and ignoble
- (3) The university in the imagination of the entering student.
- (4) Monotong
- (5) My country, right or wrong.

III. Translate the following passage into idiomatic Chinese :

It has been the chief sin of philosophy, the gravest error of religion, and the worst stupidity of science—this assumption of unpossessed knowledge, this dogmatic assectiveness, sometimes positive sometimes negative,

about matters concerning which we have no knowledge. If as we pass from the seven-year-old to the thirty-year-old stages of our racial development our conceptions of god become less childishly simple, more vague and indefinite, it is because we begin to realize that our finite minds have only just begun to touch the borders of the ocean of knowledge and understanding..... If there is anything that is calculated to impart an attitude of humility, to keep one respect of new truth and conscious of the limitation of our understanding, it is a bit of familiarity with the growth of modern physics..... Modern science, of the real sort, is slowly learning to work humbly with its god, and in learning that lesson it is contributing something to religion.

#### Answers

##### I. 1.

- |             |                          |               |
|-------------|--------------------------|---------------|
| 1. Months   | 2. species               | 3. corps      |
| 4. children | 5. daughters-in-law      |               |
| 6. treaties | 7. formular (or formulx) |               |
| 8. genii    | 9. transü                | 10. phenomena |

##### 2.

- |            |            |            |
|------------|------------|------------|
| 1. study   | studied    | studied    |
| 2. contral | controlled | controlled |
| 3. ripen   | ripened    | ripened    |
| 4. leave   | left       | left       |

---

5.	fall	fell	fallen
6.	kneel	knelt	knelt
7.	ring	rang	rung
8.	see	saw	seen
9.	drive	drove	driven
10.	strike	struck	struck

3.

1. When do you go to school every <sup>day</sup>?
2. You speak as if you were angry.
3. It is very interesting to swim in summer.
4. It is pleasant to play tennis ball.
5. We must take care for our health.
6. The portrait is not like you.
7. I like her more than you.
8. You exaggerate a enlogy.
9. It is remarkable that China is in danges.
10. The gift pleased him.
11. The man dressing a black jacket is my friend.
12. I can bear no longer.
13. I lay myself on the bed
14. Boy, fill the jar with water.
15. When did you call on me ?
16. Because I was sick, I did not attend to school yesterday.
17. I will approve of it since it is true.
18. The Chinese students ought to do their best.

19. Should you do this, I would kill you.

20. Even though our country is weak, yet we should have the power of "self-confidence."

II. Understand.

III. Translation:

關於吾人所不知之事物加以武斷的的確定，而此種確定，時對或否，都是哲學上主要罪惡，宗教上重大的錯誤，和科學——虛無的假定——的愚蠢，當我們在七歲到三十歲的這一段過程中，我們對於上帝的觀念實在是很幼稚，很模糊而又不固定的，這就是因為我們才開始去實現我們有限的腦力去接觸那無限的智識海的邊界，假如我們能感覺到知識有限時，那就是我們對於現代的科學少有認識，也就是我們已經很誠懇的去學道德，當我們學了這段教訓以後這就是由於宗教的關係。

## 師大數學試題

### 算 術

1. 在甲乙兩村間立電杆若干根，但知相鄰 2 柱相隔 2 丈 5 尺比相隔 3 丈多立 45 根，問甲乙兩村相距若干里？

### 代 數

2. 鄰人販羊若干，共價 1260 元，後因亡羊 4 頭，補宰又用去 310 元，如將餘羊出售，每頭比原價多 10 元，尚賺洋 250 元，求羊數與每羊之原價。
3. 解下列聯立方程式

$$x + y + \sqrt{xy} = 28$$

$$x^2 + y^2 + xy = 336$$

幾 何

4. 如四邊形之兩對角之和等於兩直角，則可作一外接圓，試證明之。

5. 以R 為公共半徑作彼此相切之三等圓，試求此三圓間所含之面積。

三 角

6. 設  $b, c, h$ , ABC 三角形之 AC 邊，AB 邊及 AD 垂線之長。

(1) 試求 BC 邊  $a$  之方程式

(2) 試求  $\cos A$  之方程式並討論之。

解 答

1. 甲乙兩村距離之丈數為

$$(3 - 2.5) = .5 \text{ 丈}$$

$$2.5 \text{ 丈} \div .5 \text{ 丈} = 5. \quad (\text{每增一柱之段數})$$

$$5 \times 3 \text{ 丈} = 15 \text{ 丈} \quad (\text{每增一柱之丈數})$$

故所求之丈數為

$$15 \text{ 丈} \times 45 = 675 \text{ 丈}。$$

答甲乙兩村之距離為 675 丈，或 3.75 里。

2. 設  $x$  為羊之總數。

則每頭羊之原價為故  $1260/x$

$$\text{故得} \quad (1260/x + 10)(x - 4) = 1260 + 250 + 310$$

$$(1260 + 10x/x)(x - 4) = 1820.$$

$$x^2 - 60x - 504 = 0$$

$$\therefore x = \frac{60 \pm \sqrt{3600 + 2016}}{2} = 30 + 6\sqrt{39}$$

$$1260/x = \frac{1260}{30 + 6\sqrt{39}}$$

答羊為  $30 + 6\sqrt{39}$  頭，每頭原價為  $\frac{1260}{30 + 6\sqrt{39}}$  元，

但羊之頭數不能得無理數，故此題不合理。

$$3. \begin{cases} x + y + \sqrt{xy} = 28 \dots\dots\dots(1) \\ x^2 + y^2 + xy = 336 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$\text{由 (1) 式 } \sqrt{xy} = 28 - (x + y) \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{由 (2) 式 } (x + y)^2 = 336 + xy \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{將 (3) 代入 (4) } (x + y)^2 = 336 + [28 - (x + y)]^2$$

$$(x + y)^2 = 336 + (x + y)^2 - 56(x + y) + 784$$

$$56(x + y) = 1120$$

$$\therefore x = 20 - y \dots\dots\dots(5)$$

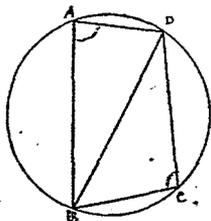
$$\text{將 (5) 代入 (1) } 20 - y + y + \sqrt{(20 - y) \times y} = 28$$

$$y^2 - 20y + 64 = 0$$

$$(y - 4)(y - 16) = 0$$

$$\begin{cases} y = 4 \\ x = 16 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} y = 16 \\ x = 4 \end{cases}$$

4.



題設：四邊形 ABCD;  $\angle A + \angle C = 2\text{Rt} \angle$ .

題斷：過 ABCD 可作一外接圓。

証：過 ABD 三點可作一圓

若 C 點在圓內，

則  $\angle C$  必大於  $\angle BAD$  之補角。

即  $\angle BAD + \angle C \neq 180^\circ$

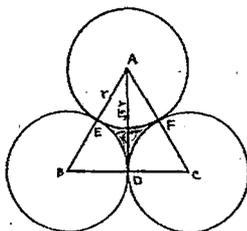
若 C 點在圓外。

則  $\angle C$  必小於  $\angle BAD$  之補角

即  $\angle BAD + \angle C \neq 180^\circ$

$\therefore$  C 點必在圓上(BAD 三點所作之圓)。

5.



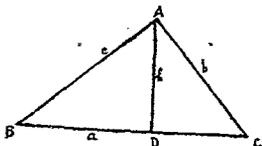
因三圓間所含之面積 =  $\triangle ABC$  面積 - (扇形 AEF + 扇形 BDE + 扇形 CDF) 面積。

$$\text{又因 } \triangle ABC \text{ 之面積} = \frac{2r \times \sqrt{3}r}{2}$$

$$\text{三個扇形面積之總和} = 3 \times \frac{1}{6} \times \pi r^2 = \frac{\pi r^2}{2}$$

$$\therefore \text{三圓間所含之面積} = \frac{2r \times \sqrt{3}r}{2} - \frac{\pi r^2}{2} = \frac{r^2(2\sqrt{3} - \pi)}{2}$$

6.



$$(1) BC = BD + CD$$

$$\text{因 } BC = a.$$

$$BD = \sqrt{c^2 - h^2}, \quad DC = \sqrt{b^2 - h^2}$$

$\therefore$  BC 邊 a 之方程式為

$$a = \sqrt{c^2 - h^2} + \sqrt{b^2 - h^2}$$

$$(2) \cos \angle A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$= \frac{b^2 + c^2 - (\sqrt{c^2 - h^2} + \sqrt{b^2 - h^2})^2}{2bc}$$

$$= \frac{b^2 + c^2 - b^2 - c^2 - 2h^2 - 2\sqrt{c^2 - h^2} \times \sqrt{b^2 - h^2}}{2bc}$$

$\therefore$   $\cos \angle A$  之方程式為

$$\cos \angle A = \frac{h^2 - \sqrt{c^2 - h^2} \times \sqrt{b^2 - h^2}}{bc}$$

討論  $\cos \angle A = \frac{h^2 - \sqrt{c^2 - h^2} \times \sqrt{b^2 - h^2}}{bc}$  方程式

若  $C > h$ , 同  $b > h$  而  $(c^2 - h^2)(b^2 - h^2) < h^2$  則  $\angle A$  為銳角。

若  $C < h$  同  $b < h$  而  $-(c^2 - h^2)(b^2 - h^2) < h^2$ , 則  $\angle A$  為鈍角。

若  $C < h$  同  $b < h$ , 則  $\cos \angle A$  之值為虛數,  $\angle A$  不存在  
若  $(c^2 - h^2)(b^2 - h^2) > h^2$ , 則  $\cos \angle A$  之值為負真分數。  
 $\angle A$  必大於  $\pi/2$ 。

## 北平大學黨義試題

- 一，試略述建國方略之意義與內容。
- 二，政權與治權有何區別？

## 解 答

一，建國方略為中山先生平生抱負研究所得之民國建設之資材也。其內容可分為三部：

1. 心理建設：中山先生對於知行問題費了許多歲月研究方創知難行易之說列舉十大證明並謂古人所主張知易行難之說為謬且令國人中毒減少奮勉的勇氣助長畏難的惰性，並對於先知先覺者所倡導的改造和建設國家社會的主義與計劃都以為理想空談，畏難不敢實踐。故倡知難行易之說，主張能知必能行，不知亦能行，有志竟成等以為心理建設之本

2. 物質建設：依據實業計劃發展中國實業其計劃有六：

(a) 第一計劃：目的在開發中國北部富源，可分五部：

- (i) 築北方大港。
- (ii) 建築鐵路系統。
- (iii) 殖民蒙古新疆。
- (iv) 開鑿運河。
- (v) 開發山西煤鐵礦源。

(b) 第二計劃：目的在開發中國中部的富源分為五部：

- (i) 建築東方大港。
- (ii) 整治長江水路及河岸。
- (iii) 建設內河商埠。
- (iv) 改良長江現存水路及運河。

- (v) 創建大土敏土廠。
  - (c) 第三計劃： 目的在開發中國南部富源分爲五條：
    - (i) 改良廣州爲世界港。
    - (ii) 改良廣州水路系統。
    - (iii) 建築西南鐵路系統。
    - (iv) 建築沿海商港及漁業港。
    - (v) 創立造船廠。
  - (d) 第四計劃： 敷設十萬英里長的鐵路分爲中央，東南，東北，西北，高原五鐵路系統。
  - (e) 第五計劃： 發展工業，可分五部：
    - (i) 糧食工業。
    - (ii) 衣服工業。
    - (iii) 居室工業。
    - (iv) 行動工業。
    - (v) 印刷工業。
  - (f) 第六計劃： 開採礦產。
3. 社會建設： 中山先生著民權初步一書，喚起民衆團結精精說明運用民權方法以達到社會之建設。
- 二，政權是完全在人民手中用之以直接管理國事。
  - 治權是交到政府的機關內用之以治理全國事務。

### 國立北平大學國文試題

- (一) 作文(文言白話均可)
  - (1) 科學的價值
  - (2) 文藝與時代
- (二) 試譯下列文爲白話

君子曰學不可以已青取之於藍而青於藍冰水爲之而寒於水木直中繩條以爲輪其曲中規雖有槁暴不復挺者輮使之然也故木受繩則直金就勵則利君子博學而日三省乎己則知明而行無過矣故不登高山不知天之高也不臨深谿不知地之厚也不聞先王之遺言不知學問之大也。

(三) 將下列之文加以標點

既使我與若辯矣若勝我我不若勝若果是也我果非也耶我勝若若不吾勝我果是也而果非也耶其或是也其或非也卽其俱是也其俱非也耶我與若不能相知也則人因受其黜聞吾誰使正之使同乎若者正之既與若同矣惡能正之使同乎我者正之既乎同我矣惡能正之使異乎我與若者正之既異乎我與若矣惡能正之使同乎我與若者正之既同乎我與若矣惡能正之然則我與若與人俱不能相知也而待彼也耶

### 解 答

(二) 有知識的人們說：學問一道不可以中止，我們知道青色是由藍色中提煉出來的，可是牠比着藍的色更深；冰是水作成的而比水更冷。把一塊很直的木材，硬彎成一個輪子，牠可以很圓，以後就是把牠晒乾了，牠也不會再挺直了，這是由於把牠彎曲的緣故。所以木材準以繩墨就可以變直，兵鐵被磨了就會鋒快。君子能夠多有所學並且每日屢次省察自己，就可以明哲而作事不會再有過失了。所以不登高山不會知道天有多麼高，不到深溪不會知道地有多麼厚，不細聆以往聖王的遺言不會知道學問有多麼廣大。

(三) 既使我與若辯矣。若勝我，我不若勝；若果是也，我果

非也耶？我勝若，若不吾勝；我果是也，而果非也耶？或其是也，或其非也耶；或其俱是也，或其俱非也耶？我與若不能相知也。則人因受其黷關，吾誰使正之？使同乎若者正之，既與若同矣，惡能正之。使同乎我者正之，既同乎我矣，惡能正之。使異乎我與若者正之，既異乎我與若矣，惡能正之。使同乎我與若者正之，既同乎我與若矣，惡能正之。然則我與若人俱不能相知也，而待彼也耶。

### 北平大學英文試題

1. Translate the following passage into Chinese.

The motive of clothing has been that of ornament and protection from the pain of cold, the ornamentation of the body was earlier in its appearance in human progress than the making of clothing for the protection of the body; and after the latter came into use, ornamentation continued, thus making clothing more and more artistic. As to how man protected his body before he began to kill wild animals for food, is conjectural. Probably he dwelt in a warm climate where very little clothing was needed, but undoubtedly the cave man and, in fact, all of the groups of the race occurring in Europe and Asia in the latter part of the Old Stone Age and during the New Stone Age used the skins of animals for clothing. Later, after weaving had begun, grasses and fibres taken from plants in a rude way were plaited for making clothing. Subsequently these fibres were prepared, twisted into thread and woven regularly into garments. The main source of supply came

from reeds, rushes, wild flax, cottons, fibres of the century plant, the inner bark of trees, and other sources according to the environment.

2. Translate the following passage into English.

中國從前能夠達到很強盛的地位不是一個原因做成的，大凡一個國家所以能夠強盛的原故起初的時候都是武力發揚，繼之以文化的發揚的，使能成功但是要維持民族和國家的長久地位還有道德問題有了很好的道德國家才能長治久安。

3. Write a composition of more than 100 words on the following subject:

The last meeting of our club.

## 解 答

1. 人類穿衣服的動機是由於裝飾，護體和禦寒，在人類進化的過程中，先是拿衣服來裝飾而後才知道禦寒；並且有了禦寒的目的後，裝飾的欲望便又增加了。所以人類衣服便漸漸藝術化。至於漁獵時代以前的人們如何來保護他們的身體是只好想像了。大概住在溫帶的人們是用不着很多的衣服的，但是無疑的穴居的人和舊石器之末和新石器時代的歐洲和非洲人是利用獸皮來做衣服的，此後人們便利用很粗的方法將植物的纖維和草編成布來做衣服，隨後將植物的纖維做成線而婦人們使牠們製成衣服，這些做衣的材料大半是後蘆葦，野亞麻棉花百年樹和樹內部之皮之纖維取來的，其他別的來源便要依賴環境不同而定了。

2. There were many reasons which made China to her most prosperous situation. The reason which can make a nation to

the strong and prosperous position, is the military force and subsequently the development of the civilization. But if they want to give the nation and country a perpetual existence, they must take attention to the virtue of the people, and if the virtue of the people were Very good. The nation must be in safety and can survive.

### 北平大學新生數學試題

1. 某人於二點鐘與三點鐘之間看時辰鐘，將長短針互錯着，實比實在時刻快55分，問此時實在何時？
2. 設有  $x = \sqrt{\frac{n-1}{n+1}}$  試求  $\left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2$  之值
3. 引直線過三角形之一邊之一已知點，使二等分此三角形。
4. 外切於圓之六邊形其相間三邊之和等於其餘三邊之和
5. 若  $A+B+C=\pi$  試證  $\sin A + \sin B + \sin C$

$$= 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$$

6. 試解方程式  $\sin 3x + \cos x = 0$

### 解 答

1. 設  $x$  為分針所經之分數，則

$$\frac{x}{12} + 10 \text{ 為時針所經之分數}$$

$$x - \left(\frac{x}{12} + 10\right) = 60 - 55$$

$$12x - x - 120 = 60$$

$$11x = 180$$

$$\therefore x = 16\frac{4}{11}$$

故其時爲  $120 + x = 136\frac{4}{11}$  分，即兩點又  $16\frac{4}{11}$  分

$$\begin{aligned} 2. \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 &= \frac{x^2}{(x-1)^2} + \frac{x^2}{(x+1)^2} \\ &= \frac{x^2(x^2 + 2x + 1) + x^2(x^2 - 2x + 1)}{(x-1)^2(x+1)^2} = \frac{2(x^2 + 1)x^2}{(x^2 - 1)^2} \end{aligned}$$

將  $x$  之值代入 則

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{x-1}\right)^2 + \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 &= \frac{2\left(\left(\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2 + 1\right)\left(\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2}{\left(\left(\sqrt{\frac{n-1}{n+1}}\right)^2 - 1\right)^2} \\ &= \frac{2\left(\frac{n-1}{n+1} + 1\right)\left(\frac{n-1}{n+1}\right)}{\left(\frac{n-1}{n+1} - 1\right)^2} = \frac{2\left(\frac{2n}{n+1}\right)\left(\frac{n-1}{n+1}\right)}{\left(\frac{-2}{n+1}\right)^2} \\ &= \frac{\frac{4n(n-1)}{(n+1)^2}}{\frac{4}{(n+1)^2}} = \frac{4n(n-1)}{4} = n(n-1) \end{aligned}$$

3.



題設：  $\triangle ABC$  邊上任意一點 D

求作： 過 D 作一直線平分  $\triangle ABC$

作法： 作 D 所在邊 BC 之中線 AM. 連 AD, 自 M 點作  $ME \parallel AD$  與 AB 交於一點 E 連 DE 即所求

證：  $\because \triangle ABM \cong \triangle ACM$  (MB=MC, 等底等高)

又  $\because \triangle EMA = \triangle EMD$  (EM//AD 同底等高)

$\therefore \triangle EMA + \triangle BEM = \triangle EMD + \triangle BEM$

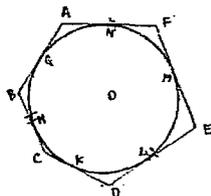
即  $\triangle ABM = \triangle BED$

但  $\triangle ABM = \frac{1}{2} \triangle ABC$

$\therefore \triangle BED = \frac{1}{2} \triangle ABC$

故 DE 平分  $\triangle ABC$

4.



題設：  $\odot O$  外切六邊形 ABCDEF 切圓於六點 G, H, K, L, M, N.

題斷：  $AB + CD + EF = BC + DE + FA.$

證：  $\because AG = AN.$  (切線分相等)

同理  $BG = BH, CH = CK, DK = DL, EL = EM,$

$$FM \times FN.$$

$$\therefore AG + BG + CK + DK + EM + FM = BH + CH \\ + DL + EL + FN + AN$$

$$\text{故 } AB + CD + EF = BC + DE + FA.$$

$$5. \sin A + \sin B + \sin C = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \sin C$$

$$\therefore \sin C = \sin(180 - c) = \sin(A + B)$$

$$\therefore \sin A + \sin B + \sin C$$

$$= 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + \sin(A+B)$$

$$= 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2} + 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A+B}{2}$$

$$= 2 \sin \frac{A+B}{2} \left( \cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right)$$

$$= 2 \cos \frac{c}{2} \left( \cos \frac{A-B}{2} + \cos \frac{A+B}{2} \right)$$

$$= 2 \cos \frac{c}{2} \left( 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \right)$$

$$= 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

$$6. \sin 3x + \cos x = 0$$

$$\sin(2x + x) = -\cos x$$

$$\sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = -\cos x$$

$$2\sin x \cos^2 x + \cos^2 x \sin x - \sin^3 x = -\cos x$$

$$3\sin x \cos^2 x - \sin^3 x = -\cos x$$

$$3\sin x (1 - \sin^2 x) - \sin^3 x = -\cos x$$

$$3\sin x - 3\sin^3 x - \sin^3 x = -\cos x$$

$$3\sin x - 4\sin^3 x = -\cos x$$

$$4\sin^3 x - 3\sin x = \cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x}$$

$$16\sin^6 x - 24\sin^4 x + 9\sin^2 x = 1 - \sin^2 x$$

$$16\sin^6 x - 24\sin^4 x + 10\sin^2 x - 1 = 0$$

$$(2\sin^2 x - 1)(8\sin^4 x - 8\sin^2 x + 1) = 0$$

$$\therefore 2\sin^2 x - 1 = 0 \quad \text{or} \quad 8\sin^4 x - 8\sin^2 x + 1 = 0$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 32}}{16} = \frac{8 \pm \sqrt{32}}{16}$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{8 \pm 4\sqrt{2}}{16} = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{4}$$

$$\sin x = \pm \sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}}$$

$$\therefore x = \sin^{-1} \left( \pm \sqrt{\frac{2 \pm \sqrt{2}}{4}} \right)$$

北平大學工學院  
高等代數入學試題

(1) 求  $(x - \frac{1}{x})^{2n}$  之中間一項。

(2) 問  $2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\dots}}}}}$  至無窮 爲何數。

(3) 試解

$$(x-a)^3(b-c)^3 + (x-b)^3(c-a)^3 + (x-c)^3(a-b)^3 = 0$$

(4) 設  $x^2 - 11x + 22 = 0$  之根爲  $\alpha, \beta$  試求以  $(\alpha + \beta)$  與

$$\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) \text{ 爲根之方程式。}$$

(5) 有成等比級數之三個數，其和爲 28，其平方和爲 336 求此三數。

解 答

(1)  $(x - \frac{1}{x})^{2n}$  展開後共得  $(2n+1)$  項

其中間之一項爲第  $(n+1)$  項。

由二項式定理知

$$\text{第 } (n+1) \text{ 項} = \pm C_n^{2n} x^{(2n-n)} \left(\frac{1}{x}\right)^n$$

$$= \pm C_n^{2n} x^n \left(\frac{1}{x^n}\right) = \pm C_n^{2n}$$

(若  $n$  爲奇數時該項之符號爲負，若  $n$  爲偶數，則該項

之符號爲正)

$$(2) \quad 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\dots}}}} \text{ 至無窮} = 2 \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{8}} \dots$$

.....至無窮

$$= 2^{(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots)}$$

今 2 之指數爲一無窮收斂幾何級數。其公比

$$r = \frac{1}{2} \text{ 首項} = 1.$$

$$\therefore \text{ 其和 } S = \frac{1}{(1 - \frac{1}{2})} = 2.$$

$$\therefore 2^{(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \dots)} = 2^2 = 4.$$

$$\text{即 } 2\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{\dots}}} = 4.$$

(3) 在所給方程內以 a 代 x,

$$\begin{aligned} \text{則其左方} &= 0 + (a-b)^2(c-a)^2 + (a-c)^2(a-b)^2 \\ &= -(a-b)^2(a-c)^2 + (a-c)^2(a-b)^2 = 0 \end{aligned}$$

$\therefore$  左方含有  $(x-a)$  一因子。

同理可知左方亦含  $(x-b)$ ,  $(x-c)$  之因子。

則左方必含  $(x-a)(x-b)(x-c)$  一因子

但該方程爲一三次方程,  $(x-a)(x-b)(x-c)$

亦爲一三次式, 故方程左方及此因子不相等即差一常數, 設此數爲 k.

$$\text{則 } k(x-a)(x-b)(x-c) = (x-a)^2(b-c)^2$$

$$\mp (x-b)^2(c-a)^2 + (x-c)^2(a-b)^2 = 0$$

∴ 其根爲 a, b, c.

(4) 因  $\alpha, \beta$  爲  $x^2 - 11x + 22 = 0$  之二根，

$$\therefore \alpha + \beta = -(-11) \dots \dots (1) \quad \alpha\beta = 22 \dots \dots (2)$$

以  $(\alpha + \beta)$  及  $(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta})$  爲根之方程爲

$$(x - \overline{\alpha + \beta})(x - \overline{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}}) = 0$$

$$\text{或 } x^2 - \left[ \overline{\alpha + \beta} + \overline{\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}} \right] x + \frac{(\alpha + \beta)^2}{\alpha\beta} = 0 \dots \dots (3)$$

代 (1) (2) 入 (3) 式得

$$x^2 - \left( 11 + \frac{11}{22} \right) x + \frac{11^2}{22} = 0$$

$$\text{或 } 2x^2 - 23x + 11 = 0$$

(5) 試 a, b 各爲該級數之首末二項，

則該級數之中項爲  $\sqrt{ab}$ .

由已知條件得下列方程：—

$$\begin{cases} a + b + \sqrt{ab} = 28 \dots \dots \dots (1) \\ a^2 + b^2 + ab = 336 \dots \dots \dots (2) \end{cases}$$

解之：由 (1) 得  $-\sqrt{ab} = a + b - 28$

$$\text{平方 } ab = (a^2 + b^2 + 28)^2 + 2ab - 56a - 56b$$

$$\text{移項 } a^2 + ab + b^2 - 56a - 56b + 784 = 0 \dots \dots (3)$$

$$(2) - (3) \quad 56a + 56b = 1120$$

$\therefore a = 20 - b \dots\dots\dots(4)$

代(4)入(2)  $(20 - b)^2 + b^2 + (20 - b)b = 336$

或  $bb^2 - 20b + 64 = 0$

或  $(b - 4)(b - 16) = 0 \quad \therefore b = 4 \text{ 或 } 16.$

代入(4)式  $a = 16 \text{ 或 } 4.$  又  $\sqrt{ab} = \sqrt{16 \times 4} = 8$

$\therefore$  該三數為 4, 8, 及 16.

國立北平大學解析幾何試題

ok 1. 求過點  $(-2, 1)$  而與  $y^2 = 4x$  相切所引之二切線之切點之坐標。

ok 2. 求過原點與  $(-1, 3)$  之直線之方程式。

ok 3. 試繪下列方程式之圖

$xy = x^2 - 1.$

ok 4. 設下列三直線於一點相交，求  $k$  之值。

$x - 2y = 1, \quad 2x + ky = 3, \quad 3kx + 4y = 5.$

ok 5. 求通過三點  $(0, 0)$   $(3, 1)$   $(-1, 2)$  之圓。

注意：投考工學院者以四題為完卷，投考女子文理學院理科者以三題為完卷，抄寫題目，題紙上不許起草，並須隨卷繳回。

解 答：

1. 設切點  $P$  之坐標為  $(x_1, y_1)$

則切線之方程式為  $y_1 y = 2x + 2x_1 \dots\dots\dots(1)$

$\therefore$  點  $(-2, 1)$  在(1)上。

$\therefore y_1 = -4 + 2x_1$ , 即  $2x_1 - y_1 - 4 = 0 \dots\dots\dots(2)$

$\therefore$  點  $P(x_1, y_1)$  在  $y^2 = 4x$  上，

$$\therefore y_1^2 - 4x_1 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

$$(2) \times 2 \text{ 得 } 4x_1 - 2y_1 - 8 = 0 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) + (4) \text{ 得 } y_1^2 - 2y_1 - 8 = 0$$

$$(y_1 - 4)(y_1 + 2) = 0$$

$$\therefore y_1 = 4 \text{ 或 } y_1 = -2.$$

將  $y_1$  之值代入 (2), 得

$$x_1 = 4 \text{ 或 } x_1 = 1.$$

故過點  $(-2, 1)$  而與  $y_2 = 4x$  相切所引之二切線之切點之

坐標為  $(4, 4)$  及  $(1, -2)$

$$2. \text{ 按公式: } \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

$$\text{得 } \frac{x - 0}{-1 - 0} = \frac{y - 0}{3 - 0}$$

$\therefore 3x + y = 0$  即所求之方程式。

$$3. \quad y = \frac{x^2 - 1}{x}$$

x	y	x	y
1	0	-1	0
2	1.5	-2	-1.5
3	2.66	-3	-2.66
4	3.75	-4	-3.75
5	4.8	-5	-4.8
6	5.83	-6	-5.83
7	6.99	-7	-6.99

$$4. \begin{cases} x-2y=1 & \dots\dots\dots(1) \\ 2x+ky=3 & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$(2) \times 1 - (1) \times 2, \quad (k+4)y=1$$

$$\therefore y = \frac{1}{k+4}$$

$$\text{將 } y \text{ 之值代入 (1), } \therefore x = \frac{k+6}{k+4}$$

$$\therefore (1) \text{ 與 } (2) \text{ 之交點爲 } \left( \frac{k+6}{k+4}, \frac{1}{k+4} \right)$$

$$\begin{cases} x-2y=1 & \dots\dots\dots(3) \\ 3kx+4y=5 & \dots\dots\dots(4) \end{cases}$$

$$(3) \times 2 + (4), \quad (2+3k)x=7$$

$$\therefore x = \frac{7}{2+3k}$$

$$\text{將 } x \text{ 之值代入 (3), } \therefore y = \frac{5-2k}{4+6k}$$

$$\therefore (3) \text{ 與 } (4) \text{ 之交點爲 } \left( \frac{7}{2+3k}, \frac{5-2k}{4+6k} \right)$$

$$\text{因點 } \left( \frac{7}{2+3k}, \frac{5-2k}{4+6k} \right) \text{ 與點}$$

$$\left( \frac{k+6}{k+4}, \frac{1}{k+4} \right) \text{ 爲一點。}$$

$$\therefore \frac{7}{2+3k} = \frac{k+6}{k+4}, \quad 7k+28=2k+3k^2+12+18k$$

$$3k^2+13k-16=0$$

$$(3k+16)(k-1)=0$$

$$\therefore K = \frac{16}{16} = 1 \quad \text{或} \quad k = -\frac{16}{3}$$

5. 設所求圓之方程式爲： $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ (1)

$\therefore$  點  $(0,0)$   $(3,1)$   $(-1,2)$  在 (1) 上

$$\therefore \text{得 } F=0 \dots\dots\dots(1)$$

$$9+1+3D+E+F=0, \text{ 即 } 3D+E+F+10=0 \dots\dots(3)$$

$$1+4-D+2E+F=0, \text{ 即 } -D+2E+F+5=0 \dots\dots(4)$$

將  $F$  之值代入 (3) 及 (4) 而得：

$$3D+E+10=0 \dots\dots\dots(5)$$

$$-D+2E+5=0 \dots\dots\dots(6)$$

$$(5) \times 2 - (6), \quad 7D+15=0, \quad \therefore D = -\frac{15}{7}$$

$$\text{將 } D \text{ 之值代入 (6), 得 } \frac{15}{7} + 2E + 5 = 0$$

$$\therefore E = -\frac{25}{7}$$

將  $D, E, F$  之值代入 (1), 得

$$x^2+y^2 - \frac{15}{7}x - \frac{25}{7}y + 0 = 0$$

$$\therefore 7x^2+7y^2-15x-25y=0.$$

### 國立北平大學物理試題

1. 有二力作用於一點，其二方向間之角為  $60^\circ$ ，二力之大小，為 25 達因 (dyne) 及 15 達因，試求其合力之大小及方向。
2. 問馬引車，車亦引馬，馬與車何以俱能前進？
3. 有一電路，測得在抵抗 18 歐 (ohm) 之導線之兩端，其電位差 (P.D.) 為 3 弗 (volt)，問在同一電路內，在抵抗 3 歐導線之兩端，其電位差為若干？
4. 試述愛克斯線 (X-Rays) 生成之法，及其性質。

### 解 答

1. 設二力作用於 P 點 (如右圖)

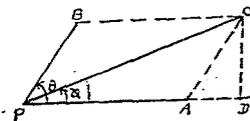
以 PA 表 25 dyne 之力。

以 PB 表 15 dyne 之力。

PA 與 PB 間所成之角度  $\theta = 60^\circ$ 。

作平行四邊形 APCB。

則對角線 PC 即代表合力之方向及大小。



$$\text{故 } \vec{PC} = \sqrt{PA^2 + PB^2 + 2PA \cdot PB \cos \theta}$$

$$= (\sqrt{25^2 + 15^2 + 2 \times 25 \times 15 \times \frac{1}{2}}) \text{ dyne,}$$

$$= 35 \text{ dyne. //}$$

$$\tan \phi = \frac{AC \cdot \sin \theta}{PA + AC \cdot \cos \theta} = \frac{15 \times \sin 60}{25 + 15 \times \cos 60}$$

$$= \frac{\frac{15\sqrt{3}}{2}}{25 + \frac{15}{2}} = \frac{5.196}{13} = 0.3996.$$

$$\alpha = \tan^{-1} 0.3996 = 31^{\circ}47' //.$$

即此合力 PC 之方向，與 AP 之方向中間所成之角度為： $31^{\circ}47'$  也。

2. 馬引車，車亦引馬，當馬引車之力適等於車與地面摩擦之力，車固不動，但馬可再加力於地，而增加其前進之力，不惟能克服車與地面之摩擦力，且能投車以加速度使之運動，而前進也。
3. 依歐姆定律：

$$\text{此電路中之電流強度爲 } I = \frac{P.D.}{R} = \frac{3 \text{ volts}}{18 \text{ ohms.}} = \frac{1}{6} \text{ ampere}$$

今有一導線其抵抗為  $R' = 3 \text{ ohms.}$

故其兩端之勢差  $= IR' = \frac{1}{6} \text{ ampere} \times 3 \text{ ohms.}$

$$= \frac{1}{2} \text{ volt.} //$$

4. 在 Böntgen 氏管中，陰極線射擊于任何阻礙物上時，該阻礙物之原子內部發生變化，而當其變化恢復原狀時，乃將所剩餘之能射出，以成 x 光線。

其性質分述之如下：

- (1) 不能生屈折，及射，干涉，偏光諸現象。
- (2) 能穿過玻璃，及平常光線所不能穿過之多種物質。
- (3) 能使照像乾片起變化。
- (4) 能使氣體游子化。

- (5) 可使得能放螢光之物質，發螢光。
- (6) 不受磁力，電力，之作用。
- (7) 不若尋常光波之連續振動。

### 北平大學化學試題

1. 試述鋁 (Aluminum) 之製造法及其在工業上之效用。
2. 何謂暫硬水 (Temporary hard water) 永硬水 (Permanent hard water) ? 問可用何法以軟化之 (Soften) ?
3. 亞硝酸 (Nitrous acid  $\text{HNO}_2$ ) 及過氧化氫 (hydrogen Peroxide  $\text{H}_2\text{O}_2$ ) 各有還原 (Reduction) 氧化 (Oxidation) 兩重作用，其故安在，試用方程式表明之。
4. 以 16.8 克 (gram) 之鐵與稀硫酸作用時在標準狀況之下，所生氫若干升？(鐵之原子量 55.84)
5. 完全 (Complete) 下列之各化學方程式：
  - (I)  $2\text{K MnO}_4 + 3\text{H}_2\text{SO}_4 \longrightarrow$
  - (II)  $\text{AgBr} + \text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \longrightarrow$
  - (III)  $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \longrightarrow$
  - (IV)  $\text{CaC}_2 + \text{N}_2 \xrightarrow{1200^\circ\text{C}} \longrightarrow$
  - (V)  $2\text{NaCl} + 3\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{MnO}_2 \longrightarrow$

### 解 答

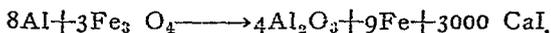
1. 以內敷石墨之鐵槽為陰極，以石墨棒為陽極，將水礬土礦 (內含三氧化二鋁) 溶於已溶之冰晶石 ( $\text{Al F}_3 \cdot 3\text{Na F}$ ) 置於其中，通以電流，則陽極發生氧，而鋁集於池底，收集即得。  
工業用途：

(I) 因其質輕而堅韌，對空氣與水皆無作用；故可用作飛機，自動車軍用器具，及理化器械之材料。

(II) 粉末敷於適當液體中用作塗料。

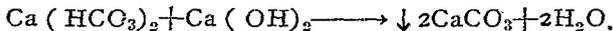
(III) 因導電率大，故可用作電力線。

(IV) 熔接劑：將鋁粉，四氧化三鐵及二氧化矽之混合物，置坩鍋中燃燒，則鋁將四氧化三鐵還元放熱，同時鐵被熔融由底流出，可接合軌道

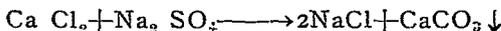
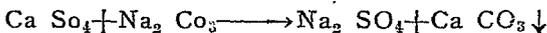


(V) 製合金如鉛青銅，鎂鉛齊等。

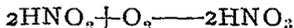
2. 水中含有酸性碳酸鹽者，謂之暫硬水，可以鹼類軟化之：



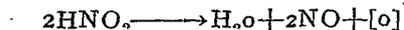
水中含有硫酸鹽及氯化物者，謂之永硬水，可以碳酸鈉加入使之軟化



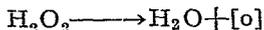
3. 亞硝酸可奪取他物質中之氧生成硝酸，將化合物還元：



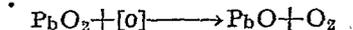
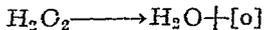
$HNO_2$  可分解放氧，故用作氧化劑



過氧化氫能分解放氧，用作氧化劑



過氧化氫分解生成之原子氧，又有奪取他們物質之氧而成氧分子之性質：



4.  $Fe + H_2SO_4 \longrightarrow FeSO_4 + H_2 \uparrow$

$$\begin{array}{r} 55.84\text{g.} \\ 16.8\text{g} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22.42 \\ x \end{array}$$

$$55.84\text{g} : 16.8\text{g} = 22.42 : x$$

$$\therefore x = \frac{16.8\text{g} \times 22.42}{55.84\text{g.}} = 6.7\text{L}$$

答.....生氫氣 6.7 升

5. (I)  $2\text{KMnO}_4 + 3\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{K}_2\text{SO}_4 + 2\text{MnSO}_4 + 3\text{H}_2\text{O} + 5[\text{O}]$   
 (II)  $\text{Ag} + \text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{NaAgS}_2\text{O}_3$   
 (III)  $\text{CaCO}_3 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \rightleftharpoons \text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$   
 (IV)  $\text{CaC}_2 + \text{N}_2 \xrightarrow{1200^\circ\text{C}} \text{CaCN}_2 + \text{C}$   
 (V)  $2\text{NaCl} + 3\text{H}_2\text{SO}_4 + \text{MnO}_2 \rightarrow 2\text{NaHSO}_4 + \text{MnSO}_4 + 2\text{H}_2\text{O} + \text{Cl}_2 \uparrow$

### 平大中外歷史試題

- 一• 隋唐時代中國文字輸入日本的經過及其影響。
- 二• 試就下列名詞各述所知。  
 井田；代耕法；清談；募役法；五口通商。
- 三• 何謂薔薇戰爭 (The War of the roses) 其結果如何？
- 四• 以下各戰爭何時發生？因何著名？
- (1) Salamis 戰爭。
  - (2) Chalronea 戰爭。
  - (3) Philippiæ 戰爭。
  - (4) Chalons 戰爭。
  - (5) Tours 戰爭。
  - (6) Hastings 戰爭。

- (7) Waterloo 戰爭。  
 (8) Austerlity 戰爭。  
 (9) Sedon 戰爭。  
 (10) Verdun 戰爭。

### 解 答

- 一、漢時朝鮮王仁把中國的千字文和論語傳入日本，這是中國文字傳入日本的開始，也是日本有文字的開始。至隋，唐時日本派大抵小野妹子及許多留學生和高僧相繼來華求佛經並研究中國文化，於是國文字幾乎成了日本的文字。後來他們感到中國文字字義過艱不便應用，便由日本的名僧空海用中國文字楷書的偏旁造成“片假名”，更由留學中國的吉備真吉利用中國文字草書的偏旁造成“平假名”來代表日本的土音。從此日本才有自己的文字。因之才能逐漸形成日本現代的文化。
- 二、井田——周制授田之法。以地方一里劃為九區。每區百畝。中為公田，其外八區各授一家，曰私田。因其地形如“井”字，故曰“井田”，八家共耕公田，則不復稅其私田矣。
- 代耕法——殷人七十二助，助法即八家同事公田，即代耕法。
- 清談——排棄事務，專談空理，謂之清談，此派本於老莊，此風始自魏之何晏，王弼，至晉王衍則大盛。後進慕效，矜高浮談，隨成風俗。造成此風之原因，固由於當時的時勢有激成人的頹廢思想，實亦由於漢人拘守前人戒詆的反動。

募役法——宋王安石鑑於凡有課皆出於戶民之苦，乃創募役法。卽出錢役人充役，不願充役者輸錢，謂助役錢，由是士兵爲一種專職。中雖爲司馬光所廢，但後世仍遵行之。

五口通商——清道光二十二年，鴉片戰役結束，中英訂約於南京，約內訂開上海，廣州，福州，廈門，寧波五埠爲通商口岸。是曰“五口通商”。卽爲外人在中國租地商通之始。

三，百年戰爭告終後，愛德華第三後裔，分爲克斯妥與約克二黨。因奪王位而起戰爭。前者以紅薔薇爲符號，後者以白薔薇爲符號。史家稱此戰爭曰薔薇戰爭。結果：——(a) 貴族和強大諸侯多戰死；(b) 王權因之發達（一四八七年，亨利第七設立星法院，許各城鎮將不平事公訴，奪諸侯養兵權，並監視諸侯行動。）

- 四，(1) Salamis 戰爭：紀元前 480 年希臘艦隊與波斯艦隊戰於 Salamis 島附近，希臘勝。結束波希戰爭。
- (2) Chaeronea 戰爭：紀元前 338 年亞歷山大大王領導馬其頓人南下。在 Chaeronea 地方大敗希臘人。馬其頓人開始爲希臘同盟之首。
- (3) Philippi 戰爭：紀元前 24 年 Octavian 擊敗 Butus 及 Cassius 於 Philippi 地方。結果羅馬共和期之內亂，開始羅馬帝國。
- (4) Chalons 戰爭：451 A.D. 羅馬軍敗匈奴於此地。
- (5) Tours 戰爭：732 A.D. 法郎克王執政 Charles Martel 大敗阿拉伯人於 Tours。爲回教徒與耶教徒在歐洲爭存之一大關鍵。若法郎克人敗於回教徒之手

，則當時歐洲將悉為阿拉伯人所有，此後演變自亦不同。

- (6) Hastings 戰爭：1066 A.D. 諾曼底公威廉第一渡英國海峽，大敗英國軍隊於 Hastings 地方後威廉第一遂為英王。諾曼底人之加入英國，為英國政治上及民族上一大變更。
- (7) Waterloo 戰爭：1815 A.D. 英威靈敦擊敗拿破侖於 Waterloo 地方，結束拿破侖帝國。
- (8) Austerlitz 戰爭：1805 A.D. 拿破侖擊敗俄奧聯軍於 Austerlitz 地方。戰後和約中允許日耳曼之兩小邦獨立。神聖羅馬帝國因而瓦解。
- (9) Sedan 戰爭：1870 A.D. 日耳曼人大敗法軍於 Sedan 地方，拿破侖第三被俘結束普法戰爭。
- (10) Verdun 戰爭：1916 A.D. 二月至七月德軍與法激戰于 Verdun 地方。雙方力戰。德軍卒未得逞，遂成歐戰末期之定局。

## 燕京大學本科入學試驗科目

### 說明及試題

#### 國 文

#### 說 明

目的：根據部頒高中國文課程標準，必具下述各項能力方為合格。

- 一、能應用本國語言文字，深切了解固有的文化。
- 二、能自由運用語體文外並須有用文言文敘事說理表情達意之技能。
- 三、有讀解古書欣賞中國文學名著之能力。

方法：

- 一、應多在課外瀏覽整部的名著，有價值的雜誌及散見各書的單篇作品，以增益智識，啓發思想。
- 二、平時讀書宜作簡記，並於文中加用標點符號，以發揮自己之見解，並增進作文之技能。

#### 試 題

##### (一)加標點符號

冀士既多礪瘠居民樸質忠信奉公惟謹偶值歉歲未敢以災上聞中歲所入不足自贍逐末者日益衆不憚風濤之險山海之隔貿遷服賈輕去其鄉而大農因地擇賦他省催科或課至八九分於山右則必盈自咸同以來邊陲多事京營兵餉臺站支銷以及本省留防之軍西征諸營之協餉率責望於山右罄帑藏所蓄不能遍償或至誚讓相加帥斯士者內迫部議外懼邊功之墜於垂

成補苴遷就苟免於過斯已矣其不暇計及度支之虛竭民力之拮据者亦勢使然也。

(二)加標點符號並譯爲白話文

天台山者山水清深靈奇棲止之所也其逕路迴殊卉草亦別霜霰異色風雲歧態山最幽者爲瓊台沈埋滄溟凌歷世宙金碧之影見層霄之中雲霞之光衣九地之表山花抽藍圓葉疑扇林翼接翠和聲同琴樵蹤蛇紆升降數十石脊蹂奮回皇半時巖果潤肺作朝霞之紅靈泉清心漾多潤之綠雙闕峙其前絕壑振其表霜同剝蘚偶印來蹤雲與昔賢難停去影登陟既疲久坐石屋作華陀五禽戲乃返。

(三)加標點符號並就文中生於憂患死於安樂二語做一篇文不拘文言白話。

舜發於畎畝之中傅說舉於版築之間膠鬲舉於魚鹽之中管夷吾舉於士孫叔敖舉於海百里奚舉於市故天將降大任於是人也必先苦其心志勞其筋骨餓其體膚空乏其身行拂亂其所爲所以動心忍性曾益其所不能人恆過然後能改困於心衡於慮而後作徵於色發於聲而後喻入則無法家拂士出則無敵國外患者國恆亡然後知生於憂患而死於安樂也。

## 解 答

- (一)冀土既多饒瘠，居民樸質忠信，奉公惟謹；偶值歉歲，未敢以災上聞。中歲所入，不足自贍；逐末者日益衆，不憚風濤之險，山海之隔，貿遷販買，輕去其鄉。而大農因地擇賦，他省催科或課至八九分，於山右則必取盈。自咸同以來，邊陲多事，京營兵餉，台站支銷，以及本省留防之軍，西征諸營，之協餉，率責望於山右。罄帑藏所蓄，不

能逼償；或至謂讓相加。帥斯士者，內迫部議，不懼邊功之墮於垂成；補直遷就，苟免於過斯已矣。其不暇計及度支之虛竭，民力之拮据者，亦勢使然也。

- (二)A. 天台山者，山水情深，靈奇棲止之所也。其逕路迴殊，卉草亦別；霜霰異色，風雲歧態。山最幽者，爲瓊臺，沈埋滄溟，凌歷世宙。金碧之影，見層霄之中；雲霞之光，衣九地之表。山花抽藍，圓葉疑扇，林翼接翠，和聲同琴。樵蹤蛇紆，升降數十。石脊猱奮，回皇半時。巖果潤肺，作朝霞之紅，靈泉清心，漾多澗之綠。雙闕峙其前，絕壑振其表。霜同剝蘚，偶印來蹤；雲與昔賢，難停去影。登陟既疲，久坐石屋，作華陀五禽戲，乃返。
- B. 天台山爲山水清秀的地方，優秀之份子多在此處居住。山路崎嶇不同，草木花卉個個相異，霜霰具有種種奇特的顏色，風雲更千態萬狀。瓊台爲山中最幽雅的一個，風景之美，爲世界冠，在高空的雲霄中，可見有金碧的蔭影，任大陸表面上，普照着雲霞的美光。山花結成篋籃，圓葉如同團扇。鬱鬱叢叢的林枝樹葉踵接不絕。禽鳥歌聲的諧和，好似琴音一般。彎曲似蛇的小道，升降處數十，猿猴在十分陡險的山脊上奮跑，徘徊片時，山上的果實，食後可以潤澤肝肺，而且在早晨的時候陽光照在上面，有閃爍不定的霞紅色彩；泉水飲下，可以清心，而且在夕陽西下的時候，蕩漾碧綠的泉水，十分美觀。山前有兩個們樓對立着。山的表面具有土坳。霜與枯乾的苔蘚，偶然印上來到的痕跡，然而雲與往時的賢人，不能遺留下去後的

踪影。登山疲乏之後，則在石屋中安息，而後作華陀五禽戲，然後返回來了。

- (三)舜發於畎畝之中，傅說舉於版築之間，膠鬲舉於魚鹽之中，管夷吾舉於士，孫叔敖舉於海，百里奚舉於市。故天將降大任於是人也，必先苦其心志，勞其筋骨，餓其體膚，空乏其身，行拂亂其所爲；所以動心忍性，曾益其所不能。人恒過，然後能改。困於心，衡於慮，而後作。徵於色，發於聲，而後喻。入則無法家拂士，出則無敵國外患者，國恒亡；然後知生於憂患，而死於安樂也。

## 燕京大學民國廿四年度

### 英文入學試題

#### 試 題

關於英文試驗及試題之發表，有須說明者數則：(一)英文試題考試時，考試人完全用英文語說明一切；(二)下列之第一，二，四題之形式與本年同，惟其內容則係採自去年已發表者；(三)下列第一題之說明後，本應有三十個問答，每問有五個字，受試者任選其一，該項問答均從略。

Do not turn the page until you are ~~told~~ told to do so. (莫讓你翻頁的時候，不要翻頁。)

#### ENGLISH

##### I. Auditory Comprehension Test

This first part of the examination is a test of your ability to understand spoken English. You will be asked thirty questions

in English. You will find fine possible answers to each question on your paper. You must draw a line under the answer which you think is right. Look at Question 1 below. what are you sitting on? There are fine words under Answer 1. One of ~~them~~<sup>these</sup> seat, is the correct answer. There is a line already draw under it. Look at Question 2. The question is, In what country is Yenching University? The correct answer is China, so you should draw a line under China. Look at Question 3. Then draw a line under hair.

Question 1. What are you sitting on?

Question 2. In what country is Yenching University?

Question 3. What do you have on your head?

Answer 1.	Answer 2.	Answer 3.
dirt	Japan	hair
seat	America	dress
window	city	brush
paper	China	examination
here	Java	coat

## II. Vocabulary

In each line select the numbered word which has most nearly the same meaning as the first word in the line. Write its number in the parenthesis at the right.

Examples:

almost 1 long      2 high      3 nearly      4 pretty.....(3)

- large 1 big 2 small 3 loud 4 quick .....(1)  
 fast 1 hurry 2 quick 3 eat 4 wide .....(2)
1. market 1 trading place 2 barket 3 mark  
4 temple ... ..( )
  2. help 1 assist 2 hope 3 prevent 4 give.....( )
  3. honor 1 shame 2 money 3 glory 4 respectable...( )
  4. best 1 worst 2 most good 3 beaten 4 nice...( )
  5. canal 1 a yellow bird 2 a boat 3 waterway  
4 like a dog... ..( )
  6. banker 1 joker 2 director of bank 3 rich man  
4 musician... ..( )
  7. seldom 1 never 2 usually 3 met often 4 always( )
  8. enlighten 1 engage 2 make lers heavy 3 instruct  
4 exaggerate ... ..( )
  9. coherent 1 not clear 2 logically related 3 intelligible  
4 courtcous... ..( )
  10. Verbal 1 green 2 decision 3 true 4 of words...( )
  11. divine 1 separate 2 like god 3 speak 4 splondid( )
  12. Obuious 1 rectangular 2 evident 3 hard to under-  
stand 4 difficult... ..( )
  13. specific 1 definite 2 accidental 3 artistic 4 heavy( )
  14. exdusine 1 not including 2 forgiving 3 taking in  
4 wide... ..( )
  15. proximity 1 next 2 nearness 3 procedure 4 length( )
  16. symmetry 1 synonym 2 metrical 3 awkward  
4 balance ... ..( )

17. marine 1 of the sun 2 of the sea 3 of maniage  
4 edge ... ..( )
18. admiration 1 sufficient 2 management 3 disgust  
4 appronal ... ..( )
19. isle 1 passage 2 dilment 3 mean 4 island...( )
20. bulletin 1 weapon 2 gold 3 magajine 4 official state-  
ment ... ..( )
21. essential 1 particular 2 extremly important 3 attempt  
4 estimate ... ..( )
22. seize seize 1 enormous 2 attack 3 take 4 epidemic( )
23. redeem 1 weaken 2 very red 3 buy back  
4 multiply ... ..( )
24. deceitful 1 dead 2 false 3 honest 4 decision...( )
25. aspiration 1 desire 2 achievement 3 cessation  
4 dejection ... ..( )
26. laudable 1 opium 2 horrid 3 worthy of praise  
4 loud ... ..( )
27. reveal 1 give up 2 show 3 go back 4 turn over( )
28. unworthy 1 not expensive 2 not deserving 3 awkward  
4 wicked ... ..( )
29. appraisal 1 exaggeration 2 advice 3 nutification  
4 estimate ... ..( )
30. twine 1 wail 2 brotlar and sister 3 twist  
4 groan... ..( )
31. massacre 1 rubbing 2 great slaughter 3 very heavy  
4 mistress ... ..( )

32. fantastic 1 queer 2 enthusiastic 3 idealistic  
4 usual... .. ( )
33. strife 1 hit 2 a dispute 3 frequent 4 resistance ( )
34. somber 1 gloomy 2 sleepy 3 gray 4 sonorous... ( )
35. induce 1 enlarge 2 reduce 3 persuade 4 increase ( )
36. comely 1 handsome 2 severely plain 3 promising  
4 hither ... .. ( )
37. redemption 1 giving back 2 sale 3 making red  
4 at of saving... .. ( )
38. maxim 1 minimum 2 highest 3 communist  
4 proverb ... .. ( )
39. whine 1 string 2 throw 3 complain 4 drink... ( )
40. louth 1 lazy 2 unwilling 3 indulgent  
4 swearing ... .. ( )

### III. Reading Comprehension Test.

Read the following selections carefully. Under each you will find several questions and four possible answers for each question. Choose the number of the correct answer and put it in parenthesis at the right.

Example. What sort of test is this?

(1) writing; (2) reading; (3) speaking; (4) grammar... (2)

The first thing to note in studying the daily life at Rome, is that the Romans like the Greeks, were busy much earlier in the morning than we are. In part this was the result of their comfortable southern climate, where the nights are never so long as

with us, and where the larly mornings are not so chilly and damp in summer or so cold in winter.

1. When did the Romans use get up?  
 (1) larlier than the Greeks; (2) late than the Greeks;  
 (3) earlier than we do; (4) late than we do.....( )
2. Why is the Roman climate comfortable?  
 Because the nights are (1) cold; (2) hot; (3) short; (4)  
 long... ..( )
3. What are the early mornings in Rome like?  
 (1) Damp in winter; (2) damp in summer; (3) cold in  
 winter; (4) not cold in winter... ..( )

Senatore Marconi arranged for a large wireless sending station in Cornwall and travelled across to America to see if he could hear the signals in Newfoundland. I imagine that the scientific word must have been against him in this enterprise, since the waver could not penetrate the substance of the earth, and could not apparently travel round it to reach America. They would apparently travel in straight lines. But enterprise was rewarded, and the signals were heard: only three dots signifying the letter S; that was the arranged thing to be sent. It was enough: it began the series of Translatic communication.

4. Where did Marconi travel in order to hear the signals?  
 (1) to Cornwall; (2) Newfoundland; (3) across America;  
 (4) from America... ..( )

5. Why was the scientific world presumably against him?

Because they thought (1) the waves could not travel in a straight line; (2) his plan was too expensive; (3) the distance was too great; (4) the waves could not go through or round the earth... ..( )

6. Why did Transatlantic communication begin?

Because (1) the waves penetrated the earth; (2) three words were successfully transmitted; (3) the signal for S was heard; (4) Marconi was not discouraged by the failure of his experiment... ..( )

The home of the Hebrews is the country now called Palestine, along the southeast corner of the Mediterranean. It lay between the great empires of Egypt and those of the Euphrates, and in the wars between these empires Palestine time and time again suffered the fate of Belgium in 1914—its territory formed the battle ground of its stronger neighbors. Lining on the highroad between two great civilizations, the Hebrews never had an opportunity to develop into a great power.

7. Why did the Hebrews never develop into a great power?

(1) they were weak; (2) their neighbors were weak; (3) they were stubborn; (4) their neighbors were strong ... ..( )

8. What territory was one of the neighbors of Hebrews?

(1) Palestine; (2) Belgium; (3) Egypt; (4) Mediter-

rancar ... ..( )

9. Why does the author compare the Hebrews with Belgium? ... ..( )

- (1) Because their neighbors fought with them; (2) because their neighbors fought with each other; (3) because they did not fight; (4) because they conquered their neighbors... ..( )

We were talking of a man we all knew and some one remarked that the savings of his lifetime had all been swept away in the depression. A lady answered sharply; "You mean that he lost his money". "That's what I said". "No", said the lady, "you didn't say that. You told us that the savings of his lifetime were gone, which is not true. He has a mind stored full of knowledge and experience. He has made large investments in charities and educations for other people-investments which haven't depreciated and are yielding a return to society today. He has saned his simple habits and his pleasure in living. You don't have to worry about him".

10. What did the man under discussion lose?

- (1) his money; (2) his property; (3) his mind; (4) his life ... ..( )

11. which aspect of the man's life proved most profitable to society?

- (1) pleasure in living; (2) simple habits; (3) charities; (4) loss of property ... ..( )

12. How does the first speak tack of the man?  
 (1) with admiration; (2) with disgust; (3) with pity; (4)  
 with indifference... .. ( )
13. How does the lady answer the first remark?  
 (1) Quietly; (2) with indignation; (3) with amusement;  
 (4) with indifference... .. ( )
14. What does the lady think is most import in a man'-  
 life?  
 (1) Property; (2) qualitis of the mind; (3) social posi-  
 tion; (4) age..... ( )

After the sise of Chrintionity and the destruction of the Roman Empire followed the Dark Ages, dated roughly from the sixth to the eleventh century. During this period Europe selapsed into barbarism and culture was almost extinet, enerye where, except in a few monasteries where monks continued the christian learning of the middle Ages. This very time was the blossoming period of Arabic literature, arts, and sciences, and there form a connecting link between the ancient and modern cinitization in Europe. The sevinal of learning in western Europe was possible because of the Arabs.

15. In what condition was the enture of Europe during the Dark Ages?  
 (1) Flourishing (2) almost dead; (3) declining; (4) re-  
 viving ... .. ( )
16. What did monarteries do for learning?

- (1) preserved it; (2) ignored it; (3) neglected it; (4) killed it.....( )
17. When did Arabic culture flourish?
- (1) Before the rise of Christianity; (2) before the destruction of Rome; (3) after the Dark Ages; (4) during the Dark Ages.....( )
18. What did Arabic culture do?
- (1) Formed a connecting link between the culture of the Dark Ages and modern civilization; (2) revived the culture of the Dark Ages and ancient culture; (3) formed a connection between ancient culture and modern civilization; (4) bridged the gap between Europe and America.....( )
19. What was the influence of Arabic culture on European culture?
- (1) beneficial; (2) injurious; (3) unimportant; (4) nonexistent.....( )
20. How long did the Dark Ages last?
- (1) About sixty years; (2) about eleven hundred years; (3) about five hundred years; (4) about one hundred and ten years.....( )

#### IV. Grammar

Ten of the following sentences are correct and natural. Write the numbers of these sentences in the ten squares at the bottom of this page, beginning on the left. Select one number from

each group of three.

Example.

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. She eat her dinner.   | 4. He is good student.   |
| 2. She eated her dinner. | 5. He is a good student. |
| 3. She ate her dinner.   | 6. He is a good.         |

3	5
---	---

1. This story is too much short.
2. This story is much too short.
3. This story is short too much.
4. There isn't some one who can do it.
5. There isn't anyone who can do it.
6. There isn't somebody who can do it.
7. He had to complete the task till ten o'clock.
8. He had to finish the task by ten o'clock.
9. He had to finish the task at ten hours.
10. At what time did the accident happened?
11. At what time was the accident happened?
12. At what time did the accident happen?
13. I was prevented from see him yesterday.
14. I was prevented to see him yesterday.
15. I was prevented from sceing him yesterday.
16. Neither of them did not sing very well.
17. Either of them did not sing very will.
18. Neither of them sang very well.

19. I cannot go nor can he.
20. I cannot go nor he can.
21. I cannot nor he can.
22. If he were to go there, he will be given some money.
23. If he were to go there, he would given some money.
24. If he were to go there, he would be given some money.
25. They like to play on their way to school.
26. They like to play in their way to school.
27. They like to play in their school way.
28. Please borrow me your pencil.
29. Please lend me your pencil.
30. Please borrow your pencil to me.

Begin  
here

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Use each of the following in sentences, and underline the expression used. write on this sheet.

1. How (as the first word).....
2. The past participle of break.....
3. What as a relative pronoun.....
4. The comparative degree of intresting.....
5. The past tense of let.....

Complete the following in such a way so to make good sentences:

6. If you have studied English six years.....
7. The woman made her son.....
8. Wherever you go.....
9. The work being finished,.....
10. It is hard.....

V. Composition.

Study carefully the picture below, then spend at least half an hour writing on the following pages a story of about 200 words suggested to you by the picture.

解 答

I.

Answer 1	Answer 2	Answer 3
Seat	China	Hair

II.

1. (1) 2. (1) 3. (4) 4. (2) 5. (3) 6. (2) 7. (3) 8. (3)  
 9. (2) 10. (4) 11. (2) 12. (2) 13. (2) 14. (1) 15. (2) 16. (4)  
 17. (2) 18. (4) 19. (4) 20. (4) 21. (2) 22. (2) 23. (3) 24. (2)  
 25. (1) 26. (3) 27. (3) 28. (1) 29. (4) 30. (3) 31. (2) 32. (3)  
 33. (2) 34. (1) 35. (3) 36. (1) 37. (1) 38. (2) 39. (3) 40. (1)

## III.

1. (3) 2. (3) 3. (4) 4. (3) 5. (4) 6. (3) 7. (4) 8. (3)  
 9. (2) 10. (1) 11. (3) 12. (3) 13. (1) 14. (2) 15. (2) 16. (1)  
 17. (4) 18. (3) 19. (1) 20. (3)

## IV.

1	5	7	12	15	18	20	24	25	28
---	---	---	----	----	----	----	----	----	----

1. How are you?
2. The past participle of break is broken.
3. What as a relative pronoun is equivalent to that which, and has a double construction.
4. The comparative degree of interesting is more interesting, most interesting.
5. The past tense of let is let.
6. If you have studied English six years, you should know how to write clear composition.
7. The woman made her son a made man.
8. Wherever you go I will follow you.
9. The work being finished, the workers went out the manufactory.
10. It is hard to anive at satisfactory conclusions upon abstruse subjects.

## 燕京大學普通數學試題

1. Solve 解  $\begin{cases} x+ay=a^2 \\ x-by=b^2 \end{cases}$
2. Simplify 求  $(1 + \frac{a}{b}) \div (1 + \frac{b}{a})$
3. Solve 解  $\frac{m}{Ax} + \frac{n}{bx} = C.$
4. Factor 劈因 (a)  $x^2 - ax - bx + ab$   
 (b)  $(S+a)^2 + (s-c)^2$   
 (c)  $x^2 - y^2$   
 (d)  $6x^2 - 7x - 20.$
5. Give the result in a form free from radicals and from negative Exponents .  
 $\sqrt{a^{-1/3} b^3 c^{-1/3}}$  化之爲單簡式，式中須無根號並負指  
 $\sqrt[3]{a^{\frac{1}{2}} b^4 c^{-1}}$  數。
6. It took as many days to do a piece of work as there were men; but if there had been 4 more men, these men could have done the work in 9 days. Find the number of men.

一項工作完成時日數恰等其作工之人數；假使再

多四人，則工作完成必須九日，問原來作工之人數。

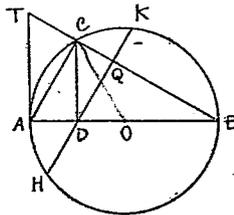
7. (a) Solve for x. 解  $\sqrt{x^2 - a^2} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

(b) Arrange the following surds in order of magnitude:

$\sqrt{\frac{3}{4}}$ ,  $\sqrt[3]{\frac{4}{5}}$ ,  $\sqrt[4]{\frac{5}{6}}$  按大小前後列之。

8. Expand  $(a+b)^n$  to the 5th term then write the last two terms.

展  $(a+b)^n$  至前五項再寫其末兩項。



9. In the figure the circle is drawn with radius  $r$ , center  $o$  and  $AC=r$ ,  $CD \perp AO$ ,  $HK \parallel$  to  $AC$ ,  $TA$  tangent at  $A$ , 圖中圓徑之半為  $r$ ,  $O$  為圓心  $AC=r$ ,  $CD \perp AO$ ,  $HK \parallel$  於  $AC$ ,  $TA$  切圓於  $A$ .

Find: 求:

- (1) the value of the circumference in terms of  $r$  圓周為  $r$  之何值
- (2) the ratio of the circumference to the diameter. 周與徑之比例
- (3) the value of  $CD$  in terms of  $r$ .  $CD$  為  $r$  之何值

- (4) the value of AD in terms of r. AD 爲 r 之何值
- (5) the value of AT in terms of r. AT 爲 r 之何值
- (6) the value of BD in terms of r. BD 爲 r 之何值
- (7) the value of product  $HD \times DK$   $HD \times DK$  爲 r 之何值
- (8) the value of product  $BT \times CT$   $BT \times CT$  爲 r 之何值
- (9) What is the measure of  $\angle CAB$   $\angle ACB$  以何爲度
- (10) What is the measure of  $\angle ATB$   $\angle ATB$  以何爲度
- (11) What is the measure of  $\angle ADH$   $\angle ADH$  以何爲度
- (12) What is the value of the  $\angle ACD$  in degree.  $\angle ACD$  爲何度
- (13) Find the area of the circle  
求圓之面積
- (14) Find the area of the segment AC  
求弓形AD面積。
- (15) Find the area of the segment AKB  
求弓形 AKB 之面積
10. Find the numerical values of :  
求以下函數之數值 :
- (16)  $\sin BAC$
- (17)  $\cos BAC$
- (18)  $\tan BAC$
- (19)  $\sec BAC$
- (20)  $\operatorname{cosec} BAC$
- (21)  $\cot BAC$

- (22)  $\sin ABC$   
 (23)  $\cos ABC$   
 (24)  $\tan ABC$   
 (25)  $\sin ACB$   
 (26)  $\cos ACB$   
 (27)  $\tan ACB$   
 (28)  $\sec ACB$   
 (29)  $\operatorname{cosec} ACB$   
 (30)  $\cot ACB$

## 解 答

$$1. \begin{cases} x+ay=a^2 & \dots\dots\dots(1) \\ x-by=b^2 & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

$$(1)-(2) \quad ay+by=a^2-b^2$$

$$y = \frac{a^2-b^2}{a+b} \dots\dots\dots(3)$$

$$(3) \text{ 代入 } (2) \quad x = b^2 + \frac{a^2-b^2}{a+b}$$

$$= \frac{ab^2-ba^2}{a+b} \quad \text{Handwritten: } \frac{b^2(a-b)}{a+b}$$

$$2. \quad \frac{1 + \frac{a}{b}}{1 + \frac{b}{a}} = \frac{\frac{b+a}{b} \cdot \frac{a}{a}}{\frac{a+b}{a}} = \frac{a}{b}$$

$$3. \quad \frac{m}{ax} + \frac{n}{bx} = C$$

$$x = \frac{m}{ca} + \frac{n}{cb}$$

4. (a)  $x^2 - ax - bx + ab = (x-a)(x-b)$

(b)  $(s+a)^3 + (s-c)^3$   
 $= [(s+a) + (s-c)] [(s+a)^2 - (s+a)(s-c) + (s-c)^2]$   
 $= (2s+a-c) (s^2 + (a-c)s + a^2 + c^2 + ac)$

(c)  $x^3 - y^3$   
 $= (x-y)(x^2 + xy + y^2)$

(d)  $6x^2 - 7x - 20$   
 $= (3x+4)(2x-5)$

5.  $\frac{\sqrt[3]{a^{-5/3} b^3 c^{-2/3}}}{\sqrt[3]{a^{1/2} b^4 c^{-1}}} = \frac{a^{-5/6} b^{3/2} c^{-2/6}}{a^{1/6} b^{4/3} c^{-1/3}} = \frac{b^{1/6}}{ac^{1/3}}$

6. 設  $x$  為所求人數，則完成之時日數亦為  $x$   
 每人每日完成之工為  $1/x$  亦為  $1/9(x+4)$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{1}{9x+36}$$

$$x^2 - 9x - 36 = 0$$

$$(x-12)(x+3) = 0$$

$$x = 12 \text{ 或 } -3$$

由題意知  $-3$  為不可能

故所求之數為 12.

7. (a)  $\sqrt{x^2 - a^2} = 2 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - a^2}}$

$$(\sqrt{x^2 - a^2})^2 = 2\sqrt{x^2 - a^2} - 1$$

$$(\sqrt{x^2 - a^2} - 1)^2 = 0$$

$$x^2 - a^2 = 1$$

$$x^2 = 1 + a^2$$

$$x = \pm \sqrt{a^2 + 1}$$

$$(b) \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt[12]{\frac{3^6}{4^6}} = \sqrt[12]{\frac{3^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}{4^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}} = \sqrt[12]{\frac{12301875}{4^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{4}{5}} = \sqrt[12]{\frac{4^4}{5^4}} = \sqrt[12]{\frac{4^4 \cdot 4^6 \cdot 3^3}{4^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}} = \sqrt[12]{\frac{28311552}{4^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}}$$

$$\sqrt[4]{\frac{5}{6}} = \sqrt[12]{\frac{5^3}{6^3}} = \sqrt[12]{\frac{5^3 \cdot 5^4 \cdot 2^9}{4^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}} = \sqrt[12]{\frac{40000000}{4^6 \cdot 5^4 \cdot 3^3}}$$

$$\therefore \sqrt[4]{\frac{5}{6}} > \sqrt[3]{\frac{4}{5}} > \sqrt{\frac{3}{4}}$$

8.

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{4!}a^{n-4}b^4$$

$$+ \dots + nab^{n-1} + b^n$$

9.

(1) 圓周爲  $2\pi r$ (2) 同與徑之比例爲  $\pi$ .(3)  $CD = r \sin \angle CAD = r \sin 60^\circ = \sqrt{\frac{3}{2}}r$

- (4)  $AD = r \cos 60^\circ = \frac{1}{2} r$
- (5)  $AT = 2 r \tan TBA = 2 r \tan 30^\circ = \frac{2\sqrt{3}}{3} r$
- (6)  $BD = CB \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} r \cot 30^\circ = \frac{3}{2} r$
- (7)  $DH \times DK = AD \times DB = \frac{1}{2} r \times \frac{3}{2} r = \frac{3}{4} r^2$
- (8)  $BT \cdot CT = TA^2 = 4 \tan^2 30^\circ r^2 = \frac{4}{9} r^2$
- (9)  $\angle CAB$  以  $\frac{1}{2} \widehat{CB}$  為度
- (10)  $\angle ATB$  以  $\frac{1}{2} \widehat{CB}$  為度
- (11)  $\angle ADH$  以  $\frac{1}{2} \widehat{CB}$  為度
- (12)  $\angle ACD$  以  $\frac{1}{2} \widehat{AC}$  為度
- (13) 圓面積為  $\pi r^2$
- (14) 扇形 AOC 面積 =  $\frac{1}{6} \pi r^2$ ,  $\triangle AOC$  (面積 =  $\frac{r^2}{4} \sqrt{3}$ )
- 故弓形 AC 面積 =  $\frac{1}{6} \pi r^2 - \frac{r^2}{4} \sqrt{3}$ .
- (15) 弓形 AKB =  $\frac{1}{2} \pi r^2$ .
- (16)  $\sin BAC = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- (17)  $\cos BAC = \frac{1}{2}$ .
- (18)  $\tan BAC = \sqrt{3}$ .
- (19)  $\sec BAC = 2$ .
- (20)  $\operatorname{cosec} BAC = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

(21)  $\cot BAC = \sqrt[3]{8}$

(22)  $\sin ABC = \frac{1}{2}$

(23)  $\cos ABC = \sqrt[3]{2}$

(24)  $\tan ABC = \sqrt[3]{3}$

(25)  $\sin ACB = 1$

(26)  $\cos ACB = 0$

(27)  $\tan ACB = \infty$

(28)  $\sec ACB = \infty$

(29)  $\operatorname{cose} CACB = 1$

(30)  $\cot ACB = 0$

## 燕京大學高深數學

## 任選十題不許多作

I. Simplify (求單簡式)

(a)  $\frac{n}{n-1} \div \frac{n}{n+1}$

(b)  $\left( \frac{2}{a^3} \times \frac{5}{a^{11}} \right)$

and Factorize (劈因)

(a)  $p^2 + 3pq - 28q^2$

(b)  $8a^3 - 27$

II. The internal bisector of  $\angle BAC$  one angle of  $\triangle BAC$  meets  $BC$  in  $K$ . Prove  $BA: AC = BK: KC$ . (於  $\triangle BAC$  平分  $\angle BAC$  角之平分綫與  $BC$  交於  $K$  證  $BA: AC = BK: KC$ .)

III. Find values of  $x$  and  $y$  which satisfy (求  $x, y$  值之能充入)

$$\left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 25 \\ y = 3x + 1 \end{array} \right\}$$

IV  $\triangle ABC$  is equilateral,  $x$  is the middle point of  $BC$ .  $YZ$  is drawn parallel to  $BC$  to meet  $BA, CA$  in  $Y$  and  $Z$  respectively.  $XY, XZ$  are drawn. Prove  $\angle XYZ = \angle XZY$ .  
( $\triangle ABC$  爲等邊之角形  $x$  爲  $BC$  邊之中點作  $YZ$  與  $BC$  平行交  $BA$  於  $y, CA$  於  $Z$ , 作  $XY, XZ$  線  
証  $\angle XYZ = \angle XZY$ )

Find the last term and the sum of the series in, 1, 2, 4, 8, 16 to eight terms. 有 1, 2, 4, 8, 16 至八項，求末項並衆項之總)

VI Find the ratio of the surfaces of the earth and the moon their diameters being 7920 miles and 2160 miles respectively.

(地球之直徑爲 7920 哩，月爲 2160 哩，求地與月面積之比例)

VII Expand  $[1 - 2x]^n$  to four terms

(展  $(1 - 2x)^n$  至四項)

VIII Draw any triangle  $ABC$ . Construct a circle to pass through  $c$ , and touch  $AB$  at  $A$ . Write down your construction.  $AP$  is a chord of this circle which is parallel to  $BC$ .  $BP$  cuts the circle in another point  $Q$ .

Prove  $\angle s$   $QAB, QBC, QCA$  are equal.

(作一三角形  $ABC$ . 經  $c$  點切  $AB$  之  $A$  點作圓，述明

作法，AP 爲圓之一弦與 BC 平行，BP 與圓交於另一點 Q.

證諸角  $\angle QAB, \angle QBC, \angle QCA$  皆相等).

- IX. A motor car after running for some time at 18 miles per hour suddenly changes its speed to 24 miles per hour. 5 minutes after the change it has travelled altogether 8 miles. How long did it travel before the change?

(汽車開始時每小時行 18 哩，後忽改每小時行 24 哩，然改後祇五分鐘，前後共行 8 哩問未改速率前已行幾分鐘)

- X In a given circle construct a chord equal to one given straight line and parallel to another.

(有一定圓並一定綫，於圓中作一弦(弦長亦爲已定)須與其定綫平行。)

- XI Given 2 sides and the included angle of a triangle write formulas for finding the other parts.

(三角形已知兩邊並夾角，寫明求三角形其餘諸部分之公式。)

- XII At a point (on level ground) 120 feet from the foot of a fir tree the angle of elevation of the Summit of the tree is  $30^\circ$ . The observer's eye is 5 feet above the ground. How high is the tree? [Do not use logarithm tables]

(於一平原上有一松樹，距樹 120 尺一人測之，松頂高度爲  $30^\circ$ ，人且去地 5 尺問松高幾何(不用對數表)

## 解 答

## I 化簡

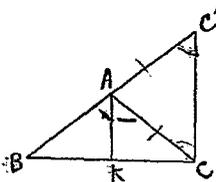
$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \frac{n}{a^{n-1}} \div \frac{n}{a^{n+1}} &= \frac{n}{a^{n-1}} \cdot \frac{a^{n+1}}{n} = \frac{a^{n+1}}{a^{n-1}} = a^{\frac{n+1-(n-1)}{1}} = a^{\frac{n+1-n+1}{1}} \\ &= a^{\frac{2n}{(n+1)(n-1)}} = a^{\frac{2n}{n^2-1}} \end{aligned}$$

$$\text{(b)} \quad \frac{2}{a^3} \times \frac{5}{a^{11}} = \frac{2}{a^3} + \frac{5}{11} = \frac{37}{a^{33}}$$

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad p^2 + 3pq - 28q^2 \\ = (p+7q)(p-4q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b)} \quad 8a^3 - 27 \\ = (2a-3)(4a^2+6a+9) \end{aligned}$$

## II



已知： $\triangle ABC$  中  $AK$  為  $\angle BAC$   
之平分角線

求證： $AB:AC=BK:KC$

證明：延長  $BA$  至  $C'$  令  $AC'=AC$

連  $CC'$

$$\angle AC'C = \angle ACC'$$

$$\angle AC'C = \frac{1}{2} \angle BAC = \angle BAK$$

$$\therefore AK \parallel C'C$$

$$AB: AC' = BK: KC$$

$$\therefore AB: AC = BK: KC$$

$$\text{III } x^2 + y^2 = 25 \quad (1)$$

$$y = 3x + 1 \quad (2)$$

(2) 代入 (1)

$$x^2 + (3x + 1)^2 = 25$$

$$x^2 + 9x^2 + 6x + 1 = 25$$

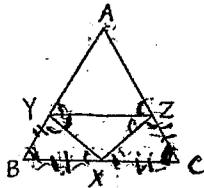
$$10x^2 + 6x - 24 = 0$$

$$5x^2 + 3x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 4 \cdot 5 \cdot 12}}{10} = \frac{-3 \pm \sqrt{249}}{10}$$

$$y = 3 \left( \frac{-3 \pm \sqrt{249}}{10} \right) + 1 = \frac{1 \pm 3\sqrt{249}}{10}$$

IV



已知： $\triangle ABC$  為等邊三角形

X 為 BC 之中點

$YZ \parallel BC$

求證： $\angle XYZ = \angle XZY$

證明： $\angle B = \angle C$

$BX = XC$

$YZ \parallel BC$

$\angle AYZ = \angle AZY$

$AY = AZ$

$BY = CZ$

$\therefore \triangle BXY \cong \triangle CXZ$

$$XY = XZ$$

$$\therefore \angle XZY = \angle XYZ$$

V 1, 2, 4, 8 爲一串幾何級數

$$a=1 \quad r=2 \quad n=8$$

$$l = ar^{n-1} = 2^7 = 128 \quad (\text{末項})$$

$$s = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{1-2^8}{1-2} = 255 \quad (\text{前八項之和})$$

VI 設  $V_1, R_1$  代表地球之面積與直徑

$V_2, R_2$  代表月之面積與直徑

則

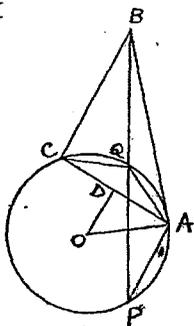
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} = \frac{(7920)^3}{(2160)^3} = \frac{(11)^3}{(3)^3} = \frac{121}{9}$$

VII  $(1-2x)^9$

$$= 1 - 9(2x) + \frac{9 \cdot 8}{2} (2x)^2 - \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3!} (2x)^3 + \dots$$

$$= 1 - 18x + 144x^2 - 672x^3 + \dots$$

VIII



題設：O 圓切  $\triangle ABC$  之 AB 於 A 點，  
弦 AP 平行於 BC，

題斷：BP 交圓於 Q

$$\angle QAB = \angle QBC = \angle QCA$$

並求作 O 圓之作法

O 圓作法：

作 AC 之垂直平分線 OD 作

OA  $\perp$  AB

以  $O$  為圓心  $OA$  為半徑作圓 即為  $\odot$  圓

證明： $\angle QAB$  及  $\angle QCA$  皆以  $\frac{1}{2}\widehat{AQ}$  度之

$\angle QBC = \angle QBA$  亦以  $\frac{1}{2}\widehat{AQ}$  為度

$\therefore \angle QAB = \angle QBC = \angle QCA.$

IX 設所求之分鐘數為  $x$

由題意

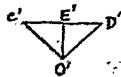
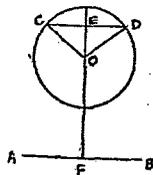
$$\frac{18x}{60} + \frac{5 \times 24}{60} = 8$$

$$\frac{3}{10}x + 2 = 8$$

$$3x = 60$$

$$x = 20$$

X



已知：定圓  $O$  定線  $AB$   
定長  $C'D'$

求作： $O$  圓中一弦與  $AB$   
平行等於  $C'D'$

作法：於  $C'D'$  上作  $\triangle O'D'C'$

令  $C'O' = D'O' =$  圓之半徑

作  $O'E'$  垂直  $C'D'$

過  $O$  點作  $EOF \perp AB$

令  $OE = O'E'$

過  $E$  作弦  $CD$  平行  $AB$

$CD$  即所求之弦，

證明！ 由作法知  $CD \parallel AB$

$$OD = O'D'$$

$$OE = O'E'$$

$$\angle OED = \angle O'E'D' = \text{直角}$$

$$\triangle ODE \cong \triangle O'D'E'$$

$$DE = D'E'$$

$$\text{同理 } EC = E'C'$$

$$\therefore CD = C'D'$$

$\therefore CD$  所求之圓

XI 三角形之三角爲  $A, B, C$  三邊爲  $a, b, c$  設已知  $b, c$  及  $A$ .

由餘弦定律知

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a = \pm \sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$$

由正弦定律

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\sin B = \frac{b}{a} \sin A$$

$$B = \sin^{-1} \left( \frac{b}{a} \sin A \right)$$

$$\sin C = \frac{c}{a} \sin A$$

$$C = \sin^{-1} \left( \frac{c}{a} \sin A \right)$$

$$\text{VII } \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

則松之高度為

$$5 \text{ 尺} + 120 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ 尺} = 74.2 \text{ 尺}$$

### 燕京大學化學試題

I. 用化學程式書完全並均衡以下反應之方程式

1. 熱鐵銹加氫。
2. 碳化鈣加水。
3. 碳酸鋇加氫氯酸。
4. 銀加硝酸
5. 火酒 ( $C_2H_5OH$ ) 燃燒在氧內。

II. 在溫度  $546^\circ C$ . 與壓力 380 耗時, 令 14.8 克氧化鐵 ( $Fe_2O_3$ ) 還原成鐵, 須用一氧化碳若干體積?

$$Fe = 56; \quad O = 16; \quad C = 12.$$

III. 陳述下列各種之一預備法, 書完全並均衡其反應之方程式

1. 自二氧化硫預備濃硫酸。
2. 自二氧化碳預備碳。
3. 自食鹽預備氯。
4. 自空氣預備氨 ( $NH_3$ )。

IV. 陳述下列之主要區別:

1. 游子與原子。
2. 酸性鹽與正式鹽。

3. 強酸與弱酸。
  4. 化合物與混合物。
- V. 下列事實，各講明一種天然之定律，書各該定律及其名稱
1. 46 份火酒 ( $C_2H_5OH$ ) 常含 16 份氧。
  2. 在一氣壓能裝滿一呎之氫，若溫度不變，在二氣壓時只裝滿 500 立方呎。
  3. 二種氯化汞，第一種係 35.5 克氯與 201 克汞化合，第二種係 71 克氯與 201 克汞化合。
  4. 三合積氫正與一體積氮化合。

### 解 答

- I. 1.  $Fe_3O_4 + 4H_2 \longrightarrow 3Fe + 4H_2O$
2.  $CaC_2 + 2H_2O \longrightarrow C_2H_2 \uparrow + Ca(OH)_2$
3.  $BaCO_3 + 2HCl \longrightarrow BaCl_2 + H_2O + CO_2 \uparrow$
4.  $3Ag + 4HNO_3 \longrightarrow 3AgNO_3 + 2H_2O + NO \uparrow$
5.  $C_2H_5OH + 3O_2 \longrightarrow 2CO_2 \uparrow + 3H_2O$
- II. 因其反應式： $Fe_2O_3 + 3CO \rightarrow 2Fe + 3CO_2 \uparrow$

$$160 : 84$$

$$14.8g : ?$$

$$? = \frac{14.8 \times 84}{160} g = 7.77g.$$

即令 14.8g 氧化鐵還原成鐵須 7.77g 之 CO

即須 CO 在標準狀態時之體積 =  $\frac{7.77}{28} \times 22.4$  公升

= 6.216 公升.

$$\text{又 } PV/T = P'V'/T'$$

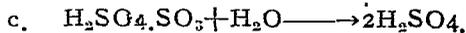
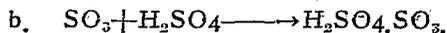
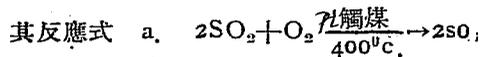
依題  $P=1$  氣壓，  $P'=\frac{1}{2}$  氣壓  $V=6.216$  公升。

$$T=273 \text{ A. } T'=819\text{A}=3 \times 273 \text{ A}$$

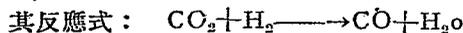
∴令 14.8 克氧化鐵( $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ) 還原成鐵時溫度在  $546^\circ\text{C}$ .  
與壓力在 380 耗時所須一氧化碳之體積

$$= \frac{1 \times 6.216 \times 3 \times 273}{273 \times \frac{1}{2}} \text{ 公升} = 37.296 \text{ 公升} //$$

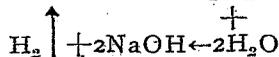
Ⅲ, 1. 自二氧化硫製備濃硫酸：其法乃以二氧化硫經過海綿狀白金接觸劑溫度保持  $400^\circ\text{C}$ . 與氧化合成三氧化硫，以濃硫酸吸收之後再加適量之水即得



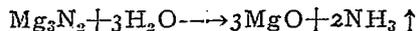
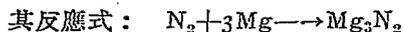
2. 由二氧化碳預備碳其法以氫還原



3. 甘食鹽以製氯用電解法：其法以食鹽溶液置於電解槽中通以電流氯氣則由陽極而出收集之即得。



4. 自空氣預備氮用固定法：以鎂燃于空中，得氮化鎂加水即得氨



- IV. i. 游子即荷電之原子或原子因其性質與原來原子或原子因殊異，且能導電。  
原子不特不能導電且只含一種元素。
2. 酸性鹽在溶液中尚有 ( $H^+$ ) 出現正式鹽則無。
  3. 強酸電離度大弱酸否。
  4. 化合物遵從定比定律，組成各元素失却本性。  
混合物反之
- V. i. 說明定比定律，該定律曰：組成化合物各元素重量之比恆為一定。
2. 說明波義耳氏定律，該定律謂。在定溫度下氣體壓力與其體積成反比例。
  3. 說明倍比定律該定理謂兩種元素組成兩種以上之化合物，在此諸化合物中一元素一定不變他元素重量之比恆為簡單整數比。
  4. 說明氣氣體容量定律，該定律謂氣體化合時其關係氣體之體積恆為整數比。

### ○ 燕京大學物理試題

- I. (a) 何謂慣性？
- (b) 如永續運動為不可能，為何地球能以定率繼續轉動？
- (c) 一重 6000 呎之汽車，由靜止作等加速度進行，當其速率至每十時 40 呎時，所用時間共為 10 秒；試求推駛之力。（不計摩擦）。

2. (a) 何謂卡路里？  
 (b) 一鉛鍋之體積在  $20^{\circ}\text{C}$ . 時為 10 立特，如鉛之長度膨脹係數為  $2.1 \times 10^{-5}$ ，在  $100^{\circ}\text{C}$ . 時，此鍋可容水若干？
3. (a) 何謂磁力線？  
 (b) 有二相等磁極，當距離半徑時，其相吸力為 9 達因，其磁量為何？
4. (a) 試述歐姆定律。  
 (b) 一電路，有一 1.5 伏特之電池組（內電阻為 5 歐姆）與一 10 歐姆之外電阻，試求過之電流。  
 (c) 當電路完成時，在電池組兩極之電勢差為何？
5. (a) 球面鏡之主焦點及其焦距之定義為何？  
 (b) 當一某物體距一凹面鏡 5 呎時其像正與其本身吻合，求該凹面鏡之某距。
5. (a) 固體，液體，氣體之定義各為何。  
 (b) 吾人不覺空氣有重，何故？

### 解 答

- I (a) 物質欲堅持其動態或靜態之特性曰慣性。  
 (b) 永續運動之所以不可能者，乃因摩擦無法避免也，地球轉動於真空中，無摩擦故能以定率繼續運動

(c) 因 
$$A = \frac{V}{t} = \left( \frac{4000000 \text{ cm}}{60 \times 60 \text{ sec}} \right) \div 10 \text{ sec} = \frac{4000}{36} \text{ cm/sec}^2$$

故所推之力 =  $F = ma = 4000 \text{ Kg} \times \frac{4000}{36} \text{ cm/sec}^2$

$$= \frac{4000000 \times 4000}{36} \text{ dynes}$$

$$= 444,444,444 \text{ dynes}$$

II (a) 卡路里者即一克之水溫度升高或降低攝氏一度所須或放出的熱量也。

(b) 因  $A = 3\alpha'$

$$\begin{aligned} \therefore \text{鉛鍋之容積膨脹係數 } A &= 3 \times 2.1 \times 10^{-5} \\ &= 6.3 \times 10^{-5} \end{aligned}$$

但  $V = V_0(1 + \alpha t)$

既  $V_0 = 10$  立特  $t = 100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 80^\circ\text{C}$

$\therefore$  在  $100^\circ\text{C}$  鉛鍋之容積 = 10 立特  $(1 + 6.3 \times 10^{-5} \times 80) = 10.05$  立特。

III (a) 磁力線即一個正磁極在磁場中自由運動所經過之路徑

(b) 依 Columb's law  $F = \frac{mm'}{r^2}$

既知  $m = m'$   $r = 4\text{cm}$   $F = 9\text{dynes}$

$$\therefore \text{磁極之磁量} = \sqrt{F \times r^2} = \sqrt{9 \times 16} \text{ dyne cm}^2 = 12 \text{ 單位磁極。}$$

IV (a) 歐姆定律：電流強度與全抵抗成反比與全電動力成正比。

(b) 按歐姆定律  $I = \frac{E}{R_i + R_e}$

依題知  $R_i = 5$  歐姆  $R_e = 10$  歐姆  $E = 1.5$  伏特。

$$\therefore \text{流過導線之電流} = I = \frac{1.5 \text{ 伏特}}{(10+5) \text{ 歐姆}} = 0.1 \text{ 支培。}$$

(c) 按歐姆定律  $I = \frac{P.D}{R}$

既知  $R = 10$  歐姆  $I = 0.1$  支培。

$$\therefore \text{兩極間之電勢差} = P.D = 10 \cdot 0.1 \times 10 \text{ 伏特} = 1 \text{ 伏特。}$$

V (a) 球面鏡之主焦乃平行主軸之光線經反射後所會聚之點也

焦點距離即主焦點達鏡面之距離也

(b) 因  $\frac{1}{D_0} + \frac{1}{D_i} = \frac{1}{f}$

依題  $D_0 = D_i = 5$  呎

$$\therefore \text{焦點} = f = \frac{D_0 D_i}{D_0 + D_i} = \frac{25 \text{ 呎}^2}{10 \text{ 呎}} = 2.5 \text{ 呎。}$$

VI (a) (A) 固體者即有定體積定形狀之物體也。

(B) 液體者即有定體積而無定形之物體也。

(C) 氣體者沒有定體積又無定形之物體也。

(b) 吾人不覺空氣有重者，實因吾人體內亦有多量氣體足以抵消空氣之重也。

## 社會科學常識

### 說 明

該項試驗之目的爲考驗學生對歷史地理及其他社會科學及中外大事之普通知識投考者不但學時應對上述社會科學一類之科目努力研究即報章雜誌亦宜隨時加意瀏覽也。

### 試 題 摘 要

第一種題：以下各題所表示的意見，有正確的，有謬誤的，正的在題目後的正字上畫個圈；誤的在誤字上畫個圈。

- |                     |   |   |
|---------------------|---|---|
| 1. 目下偷運白銀出口，以危害民國治罪 | 正 | 誤 |
| 2. 法國放棄金本位。         | 正 | 誤 |
| 3. 察哈爾存大量鐵礦         | 正 | 誤 |
| 4. 招商局是日本輪船公司       | 正 | 誤 |
| 5. 亞爾薩斯及羅藍屬于德國      | 正 | 誤 |

第二種：在下列各句的空白處，填幾個字，使他們意義正當。

6. 鴉片戰爭是中國和——國打仗。
7. 最近歐洲——政體，頗爲風行。
8. 日金行市約合國幣——。
9. 中國人口在農村者約占百分之——。
10. 中國與印度間有小國——。

第三種：從三個答案中，選出一種正當的，把那答案前面的數字寫在題後括弧內。

11. 馬爾薩斯(Malthus)的是 (1) 進化論者 (2) 人口論者  
(3) 社會改造者。 ( )
12. 地理環境的勢力 (1) 在野蠻社會，(2) 在文明社會裏  
(3) 半野蠻社會裏，最大。 ( )
13. 風俗習慣的勢力是 (1) 進取的，(2) 保守的，(3) 容易改變的。  
( )
14. 印度的主要宗教是 (1) 佛教，(2) 印度教，(3) 回教。  
( )
15. 歐洲中世紀的政治趨勢為 (1) 地方自治，(2) 君權統一，(3) 民主主義。  
( )
16. 掌握巴拿馬運河的，是 (1) 美國，(2) 巴拿馬共和國  
(3) 國際聯盟。 ( )
17. 門羅主義即是 (1) 不許南美洲有帝國 (2) 不許歐洲列強侵佔南美，(3) 不許南美各國擴充勢力於北美。 ( )
18. 前漢書的作者是 (1) 班固 (2) 司馬遷 (3) 王安石，  
( )
19. 馬關條約係結束 (1) 日俄戰爭 (2) 中國戰爭 (3) 中英戰爭。  
( )
20. 世界殖民地最多的國家是 (1) 美國 (2) 英國 (3) 日本  
( )
21. 康有為梁啟超在清末提倡 (1) 君主立憲 (2) 民族革命  
(3) 共和政體。 ( )
22. 提倡創設國際聯盟最有力的人是 (1) 麥克唐納 (2) 白利安  
(3) 威爾遜。 ( )
23. 原富的作者是 (1) 嚴復 (2) 馬當斯米士 (3) 列寧  
( )

24. 馬寅初是 (1) 政治學家 (2) 社會學家 (3) 經濟學家  
( )
25. 一九三三年夏倫敦經濟會議失敗的原因是 (1) 美國反對穩定貨幣 (2) 法國反對減稅 (3) 英國要求要求取消戰債。  
( )

#### 第四種題

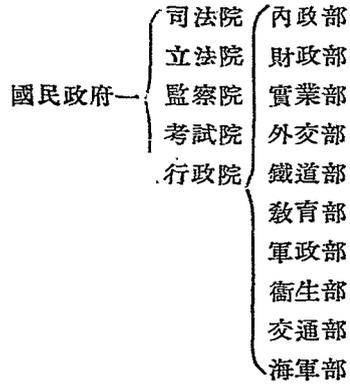
- (1) 將中國的朝代一路寫來。  
(2) 把國民政府的組織系統，列成一個分析圖表。

### 解 答

- (1) 目下偷通白銀出口以危害民國論罪 (正)
- (2) 法國放棄金本位 (誤)
- (3) 察哈爾存大量鐵礦 (誤)
- (4) 招商局是日本輪船公司 (誤)
- (5) 亞爾薩斯及羅蘭屬於德國 (誤)
- (6) 鴉片戰爭是中國和英國打仗
- (7) 最近歐洲獨裁政體，頗為風行
- (8) 日金行市約合國幣九角六分
- (9) 中國人口在農村者約占百分之九十。
- (10) 中國與印度間有小國不丹，尼泊爾。
- (11) 馬爾薩斯是 (1) 進化論者 (2) 人口論者 (3) 社會改造者。  
(2)
- (12) 地理環境的勢力 (1) 在野蠻社會裏 (2) 文明社會裏 (3) 半野蠻社會裏，最大。  
(1)
- (13) 風俗習慣的勢力是 (1) 進取的 (2) 保守的 (3) 容易改變的。  
(2)

- (14) 印度的主要宗教是(1)佛教(2)印度教(3)回教 (2)
- (15) 歐洲中世紀的政治趨勢為(1)地方自治(2)君權統一  
(3) 民主主義 (2)
- (16) 掌握巴拿馬運河的是(1)美國(2)巴拿馬共和國(3)  
國際聯盟。 (1)
- (17) 門羅主義即是(1)不許南美洲有帝國主義(2)不許歐洲列  
強侵入南美(3)不許南美各國擴充勢力於北美 (2)
- (18) 前漢書的作者是(1)班固(2)司馬遷(3)王安石 (1)
- (19) 馬關條約係結束(1)日俄戰爭(2)中日戰爭(3)中英  
戰爭。 (2)
20. 世界殖民地最多的國家是(1)美國(2)英國(3)日本  
(2)
21. 康有為梁啟超在清末提倡(1)君主立憲(2)民族革命  
(3)共和政體 (1)
22. 提倡創設國際聯盟最有力的人是(1)麥克唐納(2)白  
里安(3)威爾遜 (3)
23. 富原的作者是(1)嚴復(2)亞當斯密士(3)列寧(2)
24. 馬寅初是(1)政治學家(2)社會學家(3)經濟學家  
(3)
25. 一九三三年夏倫敦經濟會議失敗的原因是(1)美國反  
對穩定貨幣(2)法國反對減稅(3)英要求取消戰債(3)
- 第四種
- (1) 夏—商—周—秦—漢—三國—晉—南北朝—隋—唐—  
五代—宋—元—明—清—民國。

(2)



## 輔 仁 大 學 國 文 試 題

- (1) 勸國人捐款辦賑以救災黎書（文言白話不拘）
- (2) 將下列書譯為語體文（題目只寫此九字不必錄原文）

孟子之平陸謂其大夫曰子之持戟之士一日而三失伍則去之否乎曰不待三然則子之失伍也亦多矣凶年饑歲子之民老羸轉於溝壑壯者散而之四方者幾千人矣曰此非距心之所得為也曰今有受人之牛羊而為之牧之者則必為之求牧與芻矣求牧與芻而不得則反諸其人乎抑亦立而視其死與曰此則距心之罪也他日見於王曰王之為都者臣知五人焉知其罪者惟孔距心為王誦之王曰此則寡人之罪也

一，以上二題須全作並加標點符號

一，試卷須用毛筆繕寫清楚用鉛筆及鋼筆者不閱

### 國學常識試題

- (1) 何謂 五經 六經 七經 九經 十三經
- (2) 試舉春秋三傳之名及其著者
- (3) 試就下列諸體文字加以說明  
甲骨文 古文 籀文 小篆 章草
- (4) 史記 漢書 後漢書 三國志 新五代史 其注為何人所作
- (5) 廿四史中有藝文志或經籍志者凡有幾史
- (6) 試就下列諸書說明其體例  
四庫全書簡明目錄 書目答問 紀元編 史姓韻編
- (7) 於古代齊名人物中如·馬班 蘇李 李杜 小李杜 蘇辛

- 陸王 王孟 程朱 朱陸 舉其朝代名字
- (8) 於古人名作之中如 七發 七啓 歸去來辭 秋風辭 出師表 薦禰衡表 送窮文 弔古戰場文舉其作者姓名
- (9) 孔雀東南飛 木蘭辭 長恨歌 圓圓曲 何爲而作能略言其大意否
- (10) 水滸傳或謂施耐菴作或謂羅貫中作 西遊記或謂吳承恩作或謂邱處機作 王實甫關漢卿皆有西廂記 曹雪芹高蘭野皆有紅樓夢 究以何者爲是 以答六題爲完卷 題目只寫 1,2,3,4,5 等字代之。

### 解 答

- (2) 孟子到了平陸，對平陸的邑宰說：‘假設先生手下持戟的武士一天就缺伍三次，撤免他不撤免他呢？’邑宰道：‘不等到三次就該撤免了。’孟子說：‘那麼你的失職的次數也多了。當有災荒的時候，你的人民，老弱的輾轉餓死在溝壑內，壯年而逃到四方的已有數千人了。’邑宰答道：‘這不是我距心所能辦到的呀。’孟子說：‘譬如現在有一個人帶了人家一羣牛羊去給人家牧放，那他當然要去找牧場和牧草了。若是找不到時，他是應當將牛羊送還原主呢？還是站在那裏看着牠們餓死呢？’邑宰道：‘這就是距心我的過失了。’

另一天，孟子見了齊王說：‘王的邑宰臣知道的共有五人。但是自知有罪的只有孔距心。’就把以前事和齊王說了。王說：‘這是寡人的罪過。’……

## 國學常識解答

- (1) a 詩，書，易，禮，春秋曰五經。  
 b 於以上之五經內加入樂經曰六經。  
 c 西漢於六經外加論語稱七經。東漢於五經外加論語，孝經稱七經。晉傅咸以易，詩，書，周官，左傳，論語，孝經爲七經。宋劉敞以尚書，毛詩，三禮，公羊傳，論語爲七經。清聖祖御纂七經則指易，書，詩，春秋，三禮，而言。  
 d 唐時所立學官於五經內分禮爲周禮，儀禮，禮記；分春秋爲左傳，公羊傳，穀梁傳合稱九經。經典釋文以易，詩，書，三禮，春秋，論語，孝經爲九經。  
 e 易，詩，書，三禮，三傳，論語，孝經，爾雅，孟子合稱十三經
- (2) 春秋三傳爲：a 左傳—左丘明所作，b 公羊傳—公羊高所作，c 穀梁傳—穀梁赤所作
- (3) a 甲骨文：出自河南殷墟，爲刻於龜甲上之象形文字，故名甲骨文。  
 b 古文：魯共王破孔子壁得古文書。其字爲古時文字之雛形，多象形，即所謂蝌蚪文也。  
 c 籀文：周太師籀將古文筆劃變簡其文曰籀文，即普通所謂大篆也。  
 d 小篆：李斯又將大篆變簡爲小篆。  
 e 章草：漢章帝時章奏所用筆劃折斷草字曰章草。
- (4) 史記有宋裴駟集解，唐司馬貞索隱，張守節正義，漢書有

唐顏師古注及清王先謙補注，後漢書有唐章懷太子賢與劉訥言格希元注，三國志有裴松之注，新五代史有徐無黨注。

- (5) 前漢書，唐書，宋史，明史有藝文志。  
隨書舊唐書有經籍志。
- (6) 四庫全書簡明目錄分全書為經史子集四部，體為目錄體。  
書目答問亦目錄體。  
紀元編記歷代帝王年號  
史姓韻編載正史中人名以詩韻分類
- (7) 馬班為司馬遷及班固漢時人。  
蘇李為蘇武及李陵西漢人。  
李杜為李白杜甫唐詩人。  
小李杜指李商隱杜牧亦唐人。  
蘇辛為蘇東坡辛棄疾宋人。  
陸王為陸九淵王陽明；陸，宋人；王，明人。  
王孟為王維孟浩然唐詩人。  
程朱為二程（程顥，程頤）及朱熹宋人。  
朱陸為朱熹陸九淵宋人。
- (8) 枚乘作七發，楊雄效為七啓，歸去來辭成自陶潛，秋風辭作於漢武。諸葛亮作出師表，孔融作薦禰衡表。送窮文為韓愈所作，弔古戰場文為李愔所作。
- (9) a 孔雀東南飛為一首長詩。內寫廬江府小吏焦仲卿之妻劉氏為婆母所不容，迫使大歸，劉誓不嫁，投水死，仲卿聞之，亦自縊於庭樹。後人作詩誌之。
- b 木蘭辭描寫戰時人民之痛苦，徵兵之罪惡，一女子代

父從軍戰前戰後家人悲歡離合之情況。

c 長恨歌為白居易作，記唐明皇楊貴妃故事。

d 圓圓曲乃寫吳三桂陳圓圓事，內諷吳三桂背父叛君，引敵入室，名效申包胥之哭建不世之業，而實為一女子耳。所謂‘衝冠一怒為紅顏’也。

(10) 水滸傳以施耐菴所作為是。

西遊記為吳承恩所作。

西廂記出自王實甫之手筆。

紅樓夢為曹霽所著。後四十回據近人考證則為高鶚所續。

## 數 學 試 題

### (I) 幾 何

1. 設  $O$  為  $ABC$  三角形內一點，自  $O$  作  $BC, CA, AB$  各邊  $\perp$ ，各為  $OX, OY, OZ$ ，求証  $AZ^2 + BX^2 + CY^2 = AY^2 + BZ^2 + CX^2$ 。
2.  $ABC$  為任意三角形， $O$  為其垂心 (Orthocentre) 自  $A$  作  $BC$  之垂綫與  $BC$  交於  $D$ ，與外接圓交於  $G$ 。求証  $DO = DG$ 。
3. 正圓錐之高為 27 寸，其側面積為底面積之七倍，求此圓錐之底半徑。

### (II) 代 數

1. 求下列二式之因式
  - (i)  $bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b)$ .
  - (ii)  $ax^2 + bx + c$ .
2. 求次式內  $x$  之值

$$2 \left( \frac{1}{x^n} + x^{-\frac{1}{n}} \right) - 5$$

3. 求証次式

$${}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r$$

(III) 三角

1. 求次式內  $x$  之一般值，并指出小於  $2\pi$  之正角

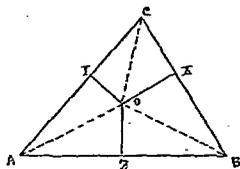
$$\sin 2x - \cos 2x - \sin x + \cos x = 0$$

2. 設  $A + B + C = 180^\circ$ ，求證次式

$$\tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = 1.$$

3. 設一三角形之兩邊夾角為已知，問此三角形如何解法（即求餘邊餘角）試說明其次序，并列出其應用公式，無庸證明。

1.



題設：O 為  $\triangle ABC$  內一點，OX, OY, OZ 為自 O 點引向 BC, CA, AB 各邊之垂線。

題斷： $\overline{AZ}^2 + \overline{BX}^2 + \overline{CY}^2 = \overline{AY}^2 + \overline{BZ}^2 + \overline{CX}^2$ 。

証： $\because OZ \perp AB$

$OX \perp BC$

$OY \perp CA$

$\therefore \angle AZO = \angle BXO = \angle CYQ = \text{rt } \angle$ 。

$$\therefore \overline{AZ}^2 + \overline{OZ}^2 = \overline{AO}^2$$

$$\overline{AY}^2 + \overline{OY}^2 = \overline{AO}^2$$

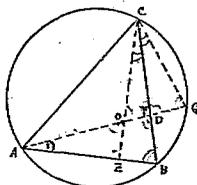
$$\therefore \overline{AZ}^2 + \overline{OZ}^2 = \overline{AY}^2 + \overline{OY}^2$$

$$\text{同理 } \overline{BX}^2 + \overline{OX}^2 = \overline{BZ}^2 + \overline{OZ}^2$$

$$\overline{CY}^2 + \overline{OY}^2 = \overline{CX}^2 + \overline{OX}^2$$

$$\therefore \overline{AZ}^2 + \overline{BX}^2 + \overline{CY}^2 = \overline{AY}^2 + \overline{BZ}^2 + \overline{CX}^2. \quad (+)$$

2.



題設：ABC 為任意三角形，O 為其垂心，由 A 至 BC 作垂綫交 BC 於 D，交外接圓於 G。

題斷：DO = GO。

証：在  $\triangle AEO$  與  $\triangle CDO$  中，

$$\angle AOE = \angle COD \text{ (對頂角)}$$

$$\angle AEO = \angle CDO = \text{rt } \angle$$

$$\therefore \angle EAO = \angle DCO$$

而  $\angle EAO = \angle DCG$  (以同弧 BG 所度之角)

$$\therefore \angle DCO = \angle DCG$$

在  $\triangle ODC$  及  $\triangle DCG$  中

$$CD = CD \text{ (公共邊)}$$

$$\angle CDO = \angle DCG = \text{rt } \angle$$

$$\angle DCO = \angle DCG$$

$$\therefore \triangle ODC \cong \triangle DCG \text{ (A.S.R.)}$$

因是  $DO = DG$ .

3. 設圓錐之底半徑為  $R$

$$\text{則斜高為 } \sqrt{27^2 + R^2}$$

則此圓錐之側面積為

$$L = \pi R \sqrt{27^2 + R^2}$$

依題意得，

$$\pi R \sqrt{27^2 + R^2} = 7\pi R^2$$

$$\sqrt{27^2 + R^2} = 7R$$

$$27^2 + R^2 = 49R^2$$

$$\therefore R^2 = 729/48$$

$$\therefore R = \sqrt{729/48} = \frac{27}{12}\sqrt{3} = \frac{9}{4}\sqrt{3}$$

代、數

1. 求下列二式之因式

$$\begin{aligned} (i) & bc(b-c) + ca(c-a) + ab(a-b) \\ &= b^2c - bc^2 + ac^2 - a^2c + a^2b - ab^2 \\ &= c(ac + b^2) - a(ac + b^2) - b(c^2 - a^2) \\ &= (c-a)(ac + b^2) - b(c-a)(c+a) \\ &= (c-a)[(ac + b^2) - b(c+a)] \\ &= (c-a)[ac + b^2 - bc - ba] \\ &= (c-a)[a(c-b) - b(c-b)] \\ &= (c-a)(c-b)(a-b). \end{aligned}$$

(ii)  $ax^2+bx+c$

$$= \left( x - \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left( x - \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

2. 求次式內  $x$  之值.

$$2 \left( x^{\frac{1}{n}} + x^{-\frac{1}{n}} \right) = 5,$$

$$2 \left( x^{\frac{1}{n}} + \frac{1}{x^{\frac{1}{n}}} \right) = 5,$$

$$2 \left( x^{-n} + \frac{1}{x^{-n}} \right) = 5,$$

$$2 [(x^{-n})(x^{-n}) + 1] = 5(x^{-n})$$

$$2 [x^{-2n} + 1] = 5(x^{-n})$$

$$2 [x^{-2n} + 1] = 5x^{-n}$$

$$2x^{-2n} - 5x^{-n} + 2 = 0$$

$$(2x^{-n} - 1)(x^{-n} - 2) = 0$$

$$2x^{-n} - 1 = 0 \quad \text{or} \quad x^{-n} - 2 = 0$$

$$\therefore x^{-n} = \frac{1}{2} \quad \text{or} \quad x^{-n} = 2.$$

$$\text{如 } x^{-n} = \frac{1}{2} \quad \text{如 } x^{-n} = 2$$

$$\text{則 } \frac{1}{x^n} = \frac{1}{2}, \quad \text{則 } x^{-n} = 2,$$

$$x^n = 2$$

$$\frac{1}{x^n} = 2,$$

$$\therefore x = \sqrt[n]{2}.$$

$$2x^n = 1$$

$$x^n = \frac{1}{2}$$

$$x = \sqrt[n]{\frac{1}{2}}.$$

3. 求証次式：

$${}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r.$$

$$\begin{aligned} {}^n C_r &= \frac{n(n-1)(n-2)\dots\dots\dots r \text{ factor}}{r!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \dots\dots\dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^n C_{r-1} &= \frac{n\dots\dots\dots (r-1) \text{ factor}}{(r-1)!} \\ &= \frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!} \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} {}^{n+1} C_r &= \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)\dots\dots\dots r \text{ factor}}{r!} \\ &= \frac{(n+1) \cdot n!}{r!(n-r+1)!} \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) - (2) & \quad \frac{(n+1) \cdot n!}{r!(n-r+1)!} - \frac{n!}{(r-1)!(n-r+1)!} \\ &= \frac{(n+1) \cdot n! - r \cdot n!}{r!(n-r+1)!} \\ &= \frac{(n-r+1) \cdot n!}{r!(n-r+1)!} \\ &= \frac{n!}{r!(n-r)!} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$(4) \text{ 卽 } (1) \therefore {}^n C_r + {}^n C_{r-1} = {}^{n+1} C_r.$$

(III) 三角

$$1. \sin 2x = \cos 2x - \sin x + \cos x = 0$$

$$2\sin x \cos x - (1 - 2\sin^2 x) - \sin x + \cos x = 0$$

$$\cos x(1 + 2\sin x) = 1 + \sin x - 2\sin^2 x$$

$$\sqrt{1 - \sin^2 x} (1 + 2\sin x) = (1 + 2\sin x)(1 - \sin x)$$

$$(1 - \sin^2 x)(1 + 2\sin x)^2 = (1 + 2\sin x)^2(1 - \sin x)^2$$

$$(1 - \sin x)(1 + 2\sin x)^2(1 + \sin x - 1 + \sin x) = 0$$

$$\sin x = 0 \text{ or } 1, \text{ or } -\frac{1}{2}$$

$$\sin x = A [n\pi + (-1)^n x]$$

$$\therefore x = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 210^\circ, 330^\circ.$$

小於 $2\pi$ 之正角爲  $0^\circ, 90^\circ$ .

2. 証：

$$\therefore \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} = \frac{b+c-a}{b+c+a} \quad (\text{根據韓譯平面三角 P.173 習題3.})$$

$$\text{同理 } \tan \frac{A}{2} \tan \frac{B}{2} = \frac{a+b-c}{a+b+c}$$

$$\tan \frac{C}{2} \tan \frac{A}{2} = \frac{a+c-b}{a+b+c}$$

代入原式得

$$\frac{b+c-a}{b+c+a} + \frac{a+b-c}{a+b+c} + \frac{a+c-b}{a+c+b} = 1$$

$$\text{簡之 } \frac{b+c+a}{b+c+a} = 1$$

即  $1=1$ .

$$\therefore \tan \frac{B}{2} \tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2}$$

$$\tan \frac{A}{2} = 1.$$

3. 在 ABC 三角形中，

若 AC, AB 及夾角 A 為已知，

則

$$\overline{CB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2 AB \times AC \cdot \cos A.$$

然後用正弦定律 (Law of Sine) 可求 B 角，C 角，

正弦定律即

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

### ○ 輔仁大學高等數學試題

(A) Higher Algebra 高等代數。

1. If the roots of  $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$  are  $\alpha, \beta, \gamma$ , find the equation whose roots are  $\alpha(\beta + \gamma), \beta(\gamma + \alpha), \gamma(\alpha + \beta)$

設  $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$  之根為  $\alpha, \beta, \gamma$ ，求作一方程式，令其根為  $\alpha(\beta + \gamma), \beta(\gamma + \alpha), \gamma(\alpha + \beta)$ 。

2. Is the series in which  $U_n = (2n+1)/(n^3+n)$  convergent or is it divergent?

設一級數其第  $n$  項為  $U_n = (2n+1)/(n^3+n)$ ，問此級數為收斂抑為發散？

3. Solve the equation  $\log \sqrt{x-21} + \frac{1}{2} \log x = 1$ .

求次式內  $x$  之值  $\log \sqrt{x-21} + \frac{1}{2} \log x = 1$ 。

(B) Analytical Geometry 解析幾何。

1. Show that the product of the perpendicular distances from the asymptotes to any point of a hyperbola is

constant.

自雙曲線上任意一點，作二垂線至漸近線上，則此二垂線之長之乘積必為常數，求証之。

2. Prove analytically that an angle inscribed in a semi-circle is a right angle.

用解析法証明半圓內之內接角必為直角。

3. Find the equation of the tangents to the ellipse  $5x^2 + y^2 = 5$  whose slope equals 2.

求作橢圓  $5x^2 + y^2 = 5$  之切線方程式，但已知此切線之傾率 (slope) 為 2.

### 解 答

(A) 高等代數。

$$1. \quad \alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma - \beta\gamma = q - \frac{\alpha\beta\gamma}{\alpha} =$$

$$q + \frac{\gamma}{\alpha} = 3 + \frac{4}{x}$$

$$\text{同理 } \gamma(\alpha + \beta) = 3 + \frac{4}{x}, \quad \beta(\gamma + \alpha) = 3 + \frac{4}{x}.$$

$$\therefore x = \frac{4}{y-3}$$

$$\text{代入所給方程式中 } \left(\frac{4}{y-3}\right)^3 + 2\left(\frac{4}{y-3}\right)^2 + 3$$

$$\left(\frac{4}{y-3}\right) + 4 = 0$$

$$\text{or } 4^3 + 32(y-3) + 12(y-3)^2 + 4(y-3)^3 = 0$$

$$\text{or } 64 + 32y - 96 + 12y^2 - 72y + 108 + 4y^3 - 36y^2 + 108y - 108 = 0$$

$$\text{or } 4y^3 - 24y^2 + 68y - 32 = 0$$

$$\text{or } y^3 - 6y^2 + 17y - 8 = 0.$$

$$2. \text{ 因 } U_n = \frac{2n+1}{n^3+n} = \frac{n}{n^3} \cdot \frac{2+1/n}{1+1/n^2} = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{2+1/n}{1+1/n^2}$$

故  $U_n$  與  $1/n^2$  之比為  $(2+1/n)/(1+1/n^2)$ . 不論  $n$  之值為何, 此比值恒為有限數, 且  $n$  遞增時, 該比值以 2 為極限, 但  $1/n^2$  為收斂級數  $1+1/2^2+1/3^2+\dots$  之第  $n$  項, 故此級數為收斂級數,

$$3. \log \sqrt{x-21} + \frac{1}{2} \log x = 1.$$

$$\log \sqrt{x(x-21)} = 1 = \log 10.$$

$$\text{則 } \sqrt{x(x-21)} = 10.$$

$$\text{平方之, } x^2 - 21x - 100 = 0.$$

$$(x-25)(x+4) = 0.$$

$$\text{故 } x=25, \text{ or } -4.$$

(B) 解析幾何。

$$1. \text{ 設此雙曲線之方程為 (1) } b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2.$$

則其漸近線之方程為 (2)  $bx - ay = 0$  及 (3)  $bx + ay = 0$ . 再設  $P_1(x_1, y_1)$  為雙曲線 (1) 上之任意一點, 變

(2) (3) 爲標準式，

$$(4) \quad \frac{b}{\sqrt{b^2+a^2}}x - \frac{a}{\sqrt{b^2+a^2}}y = 0$$

$$(5) \quad \frac{b}{\sqrt{b^2+a^2}}x + \frac{a}{\sqrt{b^2+a^2}}y = 0.$$

則自漸近線 (2) (3) 至  $P_1$  之距離爲

$$d = \frac{bx_1 - ay_1}{\sqrt{b^2+a^2}} \quad d' = \frac{bx_1 + ay_1}{\sqrt{b^2+a^2}}$$

$$d \cdot d' = \frac{b^2x_1^2 - a^2y_1^2}{b^2+a^2}$$

$$\text{但 } b^2x_1^2 - a^2y_1^2 = a^2b^2.$$

代入上式，

$$d \cdot d' = \frac{a^2b^2}{b^2+a^2}.$$

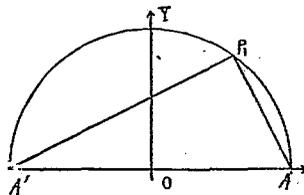
故該二垂線之長之乘積爲一常數，

2. 設  $P_1(x_1, y_1)$  爲圓

$$x^2 + y^2 = r^2 \text{ 上之任意一}$$

A 點， $(r, 0)$ ， $A'(-r, 0)$

爲該圓與 X 軸之交點。



$$\text{則 } P_1A \text{ 之方程爲 } \frac{x-x_1}{r-x_1} = \frac{y-y_1}{-y_1}.$$

$$\text{或 (1) } y_1x + (r - x_1)y - ry_1 = 0.$$

$$P_1A' \text{ 之方程爲 } \frac{x - x_1}{-r - x_1} = \frac{y - y_1}{-y_1}$$

$$\text{或 (2) } y_1x - (r + x_1)y + ry_1 = 0.$$

$$\text{因 } y_1^2 - (r + x_1)(r + x_1) = y_1^2 - r^2 + x_1^2 = x_1^2 + y_1^2 - r^2.$$

$$\text{但 } P_1(x_1, y_1) \text{ 在圓 } x^2 + y^2 = r^2 \text{ 上, 故 } x_1^2 + y_1^2 = r^2.$$

$$\text{故 } y_1^2 - (r - x_1)(r + x_1) = r^2 - r^2 = 0.$$

$$\text{故 } \angle AP_1A' = R.$$

3. 橢圓之一般方程爲  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$ . 與所給方程相較.  $b^2 = 5, a^2 = 1$ . 又橢圓之切線之一般方程式爲  $y = mx \pm \sqrt{a^2m^2 + b^2}$ . 將  $a^2, b^2$  代入, 則得所求之方程爲。

$$y = 2x \pm \sqrt{20 + 1} = 2x \pm \sqrt{21}.$$

$$\text{或 } 2x - y \pm \sqrt{21} = 0.$$

### ○ 輔仁大學物理試題

1. 試述下列各名詞之定義

- (a) 比重
- (b) 功
- (c) 比熱
- (d) 汽化熱 (Heat of Vaporization)
- (e) 熱功當量 (Mechanical equivalent of heat)
- (f) 電化當量 (Electrochemical equivalent)

- (g) 光之折射。
- 試說明波義爾定律。
  - 試述變壓器之構造及其功用。
  - 設有一 220 伏特(Volts)之電燈一盞，其所用之電流為 0.1 安培 (Ampere) 設電費多耗一仟瓦特小時 (Kilowatt hour) 須付洋 0.5 元，問若燃此燈十小時須付電費若干元？
  - 設有一以電動機發動之抽水機其輸出 (Out put) 為每分鐘 100 升 (Liters) 並將水提昇 8 米 (Meters) 之高度，求此電動機之功率(Power)為若干馬力？

### 解 答

- 比重：物質之密度與  $4^{\circ}\text{C}$  時蒸流水之密度之比曰比重。
  - 功：加力于物體使順力作用之方向，移動若干距離相乘積之量，曰功。
  - 比熱：質量一克之物質溫度升降  $1^{\circ}\text{C}$  所吸收或放出之熱量之卡數，稱為該物質之比熱。
  - 汽化熱：使質量一克之液體，變為同溫度之氣體所須之熱，曰該物體之汽化熱。
  - 熱功當量：一卡相當之厄數，曰熱功當量。
  - 電化當量：一安培之電流，在一秒間析出之離子量，如用克作單位表出，其數值曰電化當量。
  - 光之折射：光波傳至兩種媒質之境界面，因密度不同之關係，而起曲折現象，謂之光之折射。
- 一定量之氣體當溫度不變時，其體積與所受之壓力成

反比；是曰波義爾定律。

今以代數式表之如下：

$$P \times V = K \quad (P \text{ 表壓力, } V \text{ 表體積})$$

3. 變壓器之構造，為重疊若干層薄鐵板為鐵心，周圍繞以獨立之兩線圈，如一次圈之導線捲數及粗細一定，則二次圈所生之電動力，與其導線之捲數為正比，與其導線之粗細為反比。

故其功用能將電壓任意升高，或降低使其適於應用。

4. 在 220 伏特電壓下，流過 0.1 安培之電流，10 小時所耗之功為

$$(220 \times 0.1) \text{ 瓦} \times 10 \text{ 小時} = 220 \text{ 瓦時。}$$

如以每耗 1 仟瓦時須付洋 0.5 元，則燃此燈 10 小時須付之洋為

$$0.5 \text{ 元} \times \frac{220}{1000} = 0.11 \text{ 元} //$$

5. 此機每分鐘內輸出之水重 =  $100 \times 1000 = 100000$  克

$$\text{此機所每分鐘內所作之功} = 100000 \text{ g} \times 980 \text{ cm/sec}^2$$

$$\times 800 \text{ cm}$$

$$= 98 \times 10^6 \text{ dyne} \times 800 \text{ cm} = 784 \times 10^8 \text{ Erg.}$$

$$= 784 \times 10^8 \text{ Erg} / 100 = 7840 \text{ joules}$$

$$\text{此機之功率} = 7840 \text{ joule} / 60 \text{ sec} = 130.67 \text{ 瓦}$$

$$= 130.67 \text{ 瓦} / 746 = 0.17 \text{ 馬力}$$

### 輔仁大學化學試題

(i) 解釋下列各名詞：

- (a) 原子 (b) 分子 (c) 分子量 (d) 原子量

- (2) 化合物與混合物有何區別？並舉例申明之。
- (3) 寫出下列各化合物之正確分子式：  
(a) 硝酸鈉，(b) 硫酸鉀，(c) 碳酸鋇，(d) 礮精，(e) 磷酸銻，(f) 氯化鐵。
- (4) (a) 何謂燃燒。氧化。還原？  
(b) 下列各物質燃燒後應得之生成物為何？試用方程式表出之。  
(a) 碳 (b) 硫 (c) 氫 (d) 銅 (e) 鐵 (f) 糖 (g) 礮精。
- (5) 計算養在下列各化合物中之百分率。  
(a) 養化鉛 (b) 養化鋁 (c) 水。
- (6) 何謂溶液？溶液與溶劑在性質上有何不同？溶液與化合物有何不同？

### 解 答

- (1) (a) 據 Dalton 原子學說，凡原素皆由極微質點所構成，此質點曰原子。
- (b) 分子為組成物質之小粒，由一個或多個原子結合而成，可用化學方法使之分成原子。
- (c) 分子量。一分子之分子量，為組成該分子之各原子之原子量之總和。
- (d) 原子量者，各元素之原子對氧原子之比較重量曰該元素之原子量。普通以氧原子量為 16，作比較之標準。
- (2) 其異點如下
- I. 化合物組成有一定比例。混合物不然。
- II. 化合物製成時收發熱量或放光，混合物不然。

Ⅲ. 化合物僅能用化學方法分解。混合物可用機械方法分離之。

IV. 組成化合物之各元素之原來性質，不表現於該化合物中。混合物不然。

例：如硫化鐵為化合物，硫黃華與鐵粉之混合物為混合物。

(1) 前者之組成有一定比例，後者可以任意比例摻和之。

(2) 前者造成時放熱與光，後者造成時無能量之變化。

(3) 前者只能用化學方法分離之，後者可用機械方法如磁石即可分開。

(4) 前者不顯硫黃及鐵之性質，後者則硫黃及鐵之性質毫無變化。

(3) (a)  $\text{NaNO}_3$  (b)  $\text{K}_2\text{SO}_4$  (c)  $\text{BaCO}_3$

(d)  $\text{NH}_3$  (e)  $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$  (f)  $\text{FeCl}_2$  或  $\text{FeCl}_3$

(4) (a) 凡化學反應同時能發光者曰燃燒。

某元素之原子，因失去電子而增高其原子價之作用，謂之受氧化。

某元素之原子，因接受電子而減低其原子價之作用，謂之被還元。

(b) (a)  $\text{C} + \text{O}_2 \rightarrow \text{CO}_2$

(b)  $\text{S} + \text{O}_2 \rightarrow \text{SO}_2$

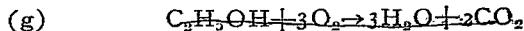
(c)  $2\text{H}_2 + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}$

(d)  $4\text{Cu} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{Cu}_2\text{O}$

$2\text{Cu}_2\text{O} + \text{O}_2 \rightarrow 4\text{CuO}$

(e)  $3\text{Fe} + 2\text{O}_2 \rightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4$

(f)  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11} + 12\text{O}_2 \rightarrow 11\text{H}_2\text{O} + 12\text{CO}_2$



(5) (a) PbO 之分子量為 223.2

$$\therefore \text{養百分率} = \frac{16}{223.2} = 7.17\%$$

(b) Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 之分子量為 101.94

$$\therefore \text{養百分率} = \frac{48}{101.94} = 47.1\%$$

(c) H<sub>2</sub>O 之分子量為 18.016

$$\therefore \text{養百分率} = \frac{16}{18.016} = 88.18\%$$

(6) 溶質溶解於溶劑後之體態謂之溶液。

溶劑與溶液之不同為溶液內具有已溶解之溶質，而溶劑則專指能溶解溶質之液體。

溶液與化合物之異點為溶液之組成可於一定範圍內任意變遷而化合物則組成恆為一定。

### 輔仁大學中外史地試題

1. 問秦始皇統一以後，政治上有何新設施？
2. 問漢武帝開拓疆土甚多。其在東西南北各方面者試表列之。
3. 問下方名人屬何朝代？並注明為何類人（一）韓非（二）趙普（三）陳群（四）耶律楚材（五）許衡（六）王守仁（七）索額圖（八）琦善（九）沐英（十）鄭和。
4. 問法皇拿破崙第一失敗原因若何？
5. 問國際聯盟的組織若何？

6. 問四川三峽爲何名？在何地？形勢若何？
7. 問四川盆地內有何重要江河？試繪一略圖以明之。
8. 問阿比西尼亞國四鄰有何國？首都何名？有何重要出產？
9. 問南美洲巴拉圭及波利維亞兩國四鄰有何國？兩國都城何名？有何重要出產？
10. 問暹羅國四鄰有何國？都城何名？有何重要出產？

## 解 答

- I. 始皇統一後，政治上之新設施最重要者有三：——
  - a. 廢封建——廢封建分天下爲三十六郡，（後平百越增置閩中，南海，桂林，象，四郡。）郡下有縣，縣下有鄉，鄉下有亭。
  - b. 改官制——中央有丞相掌行政權，御史掌監察權，太尉掌兵馬權。地方則郡有守，尉，監，丞等。縣有令，尉等。鄉有三老，嗇夫，游徼等。亭有亭長。（秦之鄉官與周六鄉之官皆由民選，爲地方自治之始。）
  - c. 一制度——一法度衡石丈尺，車同軌，書同文，將平斗斛度量文章，布之天下。
2. 表列如下示：——

方向	西 南				南							
漢番時名	夜郎	邛，笮，	冉駝等	滇國	南越							
改郡封名	犍爲	越雋	沈黎	汶山	益州	南海	蒼梧	鬱林	合浦	交趾	九真	珠崖
相當今地	四川宜賓縣	四川西昌縣	四川漢源縣	四川茂縣	雲南昆明縣	廣東番禺	廣西蒼梧縣	廣西桂平縣	廣東舊高雷道	越南北寧縣	清華縣	瓊州島北部
征略服定或者	唐蒙	司馬相如		張騫	楊博德僕							

方向	南	東 北			北	西			
漢番時名	南越	南夷	朝鮮		匈奴	大宛			
改郡封名	儋耳	日南	牂牁	樂浪	玄菟	臨屯	真番	單于遁走，漠南無王庭	入漢土。自檄煌西至鹽澤，
相當今地	瓊州島南部	安南之順化等處	貴州平越縣	今朝鮮平安北道平	今威鏡南道	今江原道	奉天東邊道	渠黎等皆	
征略服定或者	楊博德僕	路博德	郭昌	楊彞僕		荀彞	衛霍去病青	李廣利	

(接上表)

3. (一)韓非，戰國時人，法學家，且為中國法學之鼻祖。  
 (二)趙普，宋初人，政治家，自謂以半部論語佐宋太祖定天下，其他半部佐太宗安天下。  
 (三)陳羣三國魏人，政治家，曾定九品官人之制。  
 (四)耶律楚材元初人，政治家，為元太祖鐵木真之謀臣，滅金征花剌子模及元之奠基，與有謀焉。  
 (五)許衡，元初人，理學家，官國子祭酒。  
 (六)王守仁，明中葉人，理學家兼政治軍事家，創「良知良能」「知行合一」學說，世稱陽明先生，且曾平宸濠之亂，動勞殊巨。  
 (七)索額圖，清人，軍事家，康熙時，曾與俄訂尼布楚條約。  
 (八)琦善，清旗人，鴉片戰爭時，曾代林則徐督兩廣，因措施不當，致喪權辱國。  
 (九)沐英，明初人，武將，世鎮雲南。  
 (十)鄭和，明成祖時太監，曾下南洋三次，足跡至非洲東岸，我國華僑今之遍佈南洋，實有賴焉。
4. 拿破崙失敗之原因條列如下：——
- (一)加稅過重 戰爭連年，軍費甚鉅，又大興土木，習於奢華，苛徵厚斂，人懷不平。  
 (二)主義變更 棄素所倡導之自由平等主義，厲行其帝國主義，且重視閥貴，輕蔑平民。  
 (三)虐待教皇 沒收教皇領土，囚教皇，有傷舊教徒之心。  
 (四)背違民族精神 任意壓制所征服地之人民，致傷感情而激起其愛國心以抗法。

- (五) 舊廢王侯之反對 各地被廢之王侯，均欲恢復其領土與特權，陰施反抗計劃。
- (六) 大陸封鎖策之失算 自此政策發布後，反促歐陸諸國之工商業凋殘拿破侖遂為衆怨之府。
- (七) 征俄之失敗 1812年以俄不遵大陸封鎖政策，伐之，大敗於莫斯科，聲威大挫，諸國遂乘機合力以攻法。
5. 國際聯盟的組織如下：
- a. 評議會 Parliament 為立法機關，以全體盟員之代表組織之。
  - b. 理事會 Council 為行政機關。
  - c. 永久秘書處 Permanent Secretariats 為事務機關，在聯盟本部。
5. (1) 名稱：三峽之名，說者不一，不過以夔州，歸州，西陵三峽之說較有根據，而三峽又各分為兩段，茲表列以明之：

夔州峽	(1) 瞿塘峽	自夔州至巫山縣
	(2) 巫峽	在巫山縣東
歸州峽	(1) 兵書寶劍峽	自香溪至新灘
	(2) 牛肝馬肺峽	自龍馬溪至崆峒灘
西陵峽 (宜昌峽)	(1) 龍燈峽	自南沱至石碑溪
	(2) 黃貓峽	自石碑溪至南津關

- (2) 形勢：三峽之險，人盡皆知。蓋江流至此，漩渦迭作

，險惡萬狀；且兩岸峻夾峙，江中峽灘無數，航者至此，莫不寒心焉。

7. 四川盆地內重要江河有四：——

- a. 長江 由雲南流入，橫貫本省南部，而入湖北。
- b. 岷江 發源於本省西北部，至宜賓入長江。
- c. 沱江 介于嘉陵江岷江之間，至瀘縣東入長江。
- d. 嘉陵江 上源有三，曰：嘉陵江，涪江，渠江，總匯于合川縣，而名嘉陵，南下至巴縣入長江。

圖從略：

8. 阿比西尼亞北鄰義屬以甲特里亞，法之吉布的，東鄰義英各屬之索謀里蘭，南鄰英屬東非洲，西鄰英埃蘇丹。其首都名亞的斯亞見巴。

出產以咖啡為大宗，棉，煙草次之。礦產多鐵。

9. 巴拉圭東北及東鄰巴西，西北鄰玻利維亞，西及南鄰阿根廷，首都名亞松森，出產以茶最著，甘蔗，煙草，果物，獸皮次之。

玻利維亞東與北皆鄰巴西，西鄰秘魯與智利，南鄰阿根廷，東南則鄰巴拉圭，首都名拉巴斯。出產以咖啡最盛，橡皮，椰子，可可次之，礦產以銀，錫著，尤以錫產頗巨（佔全世界四分之一）次於馬來半島位于世界第二。

10. 暹羅東鄰法屬越南，西鄰英屬緬甸，南以馬來半島與英屬半島相接壤。都城名盤谷 Bangkok，農產物以米，棉最盛，煙草，砂糖，胡椒，果實次之，林產以柚木特著，椰子，橡皮次之，鑛產多錫，鎳，寶石等。

## 國立北洋工學院入學試題

### 軍 事 學

- (一) 立正與立定的口令各在甚麼時候用？
- (二) 正步的一步有多少長？一分鐘走多少步？
- (三) 鎗上的表尺有何作用？
- (四) 我國國民軍事教育現在積極推行其故安在？

### 一 解 答

- (一) 立正口令在稍息後開始其他動作前發。  
立定口令在進行中令其停止時發。
- (二) 正步一步長75公分，每分鐘走114步。
- (三) 槍上表尺在定射擊時射程之遠近。
- (四) 為積極訓練國民使有軍事知識軍人精神以渡中國目前之難關。

### 黨 義 試 題

- 一，中國關稅已否自主？
- 二，節制資本是否即統制經濟？
- 三，平均地權之方法如何？
- 四，美國膨脹政策有効否？

### 解 答

- 一，中國關稅并未自主，因為我們並沒有自由抽稅的權利，我國的關稅是要受協定的限制，所以我國關稅只能去遵守各

國的協定，照章去施行而已。

二，節制資本不是節制資本的本身發展，或增加。乃是節制資本的私有，節制資本私有的弊害。節制資本主要的涵義有兩方面，（一）積極的意義：是發達國家資本，以謀充分的生產，（二）消極的意義：是節制私人的資本，以謀公平的分配，故由此兩方面觀之，節制資本在某種意義上是一種統制經濟，使人作資本的奴隸。

三，平均地權的方法如下：一

- (1) 地主自行報價，政府照價抽稅，并得照價收買。
- (2) 報價以後，土地自然增價，收歸公有。
- (3) 實行「限田法」規定私人之土地所有權，不能超過規定限度。
- (4) 設立土地信用機關，援助農民購買土地，助成耕者有其田。

四，美國膨脹政策是減少現金，增加紙幣的政策，因紙幣過剩的原故，所以物價升高，而一般勞動者的工資雖未減少牠表面價格，但確減少牠的使用効用了。所以美國的膨脹政策除增加了社會一般人的痛苦外，其所得的效果無幾。

## 北洋大學國文試題

I. 試將下列一段文字加以新式標點

匠人爲溝洫粗廣五寸二粗爲耦一耦之伐廣尺深尺謂之畝田首倍之廣二尺深二尺謂之遂九夫爲井井間廣四尺深四尺謂之溝方十里爲成成間廣八尺深八尺謂之洫方百里爲同同間廣二尋深二仞謂之澮專達於川各載其名凡天下之地執事者不備山川之間必有川焉大川之上必有塗焉凡溝洫地畝謂之不行

水屬不理孫謂之不行梢溝三十里而廣倍凡行奠水磬折以參伍欲爲淵則句于距凡溝必因水執防必因地執善溝者水漱之善防防水淫之凡爲防廣與崇方其綱參分去一大防外綱凡溝防必一日先深之以爲式里爲式然後可以傳衆力凡任索約大汲其版謂之無任葺屋參分瓦屋四分困窳倉域逆牆六分堂涂十有二分竇其崇三尺牆厚三尺崇三之

2. 試述個人已往之歷史及將來之志願

注意

(一) 寫卷用毛筆字毋潦草

(二) 文言白話不拘

## 解 答

1. 標點：

匠人爲溝洫。耜廣五寸，二耜爲耦。一耦之伐，廣尺深尺；謂之畝。田首倍之；廣二尺，深二尺謂之遂。九夫爲井；井間廣四尺，深四尺，謂之溝。方十里爲成；成間廣八尺，深八尺，謂之洫。方百里爲同；同間廣二尋，深二仞，謂之澮。專達於川，各載其名。凡天下之地執，兩山之間，必有川焉；大川之上，必有涂焉。凡溝逆地防，謂之不行。水屬不理孫，謂之不行。梢溝三十里而廣倍。凡行奠水磬，折以參伍。欲爲淵，則句於矩。凡溝必因水執，防必因地執；善溝者，水漱之；善防防（想係“者”誤），水淫之。凡爲防，廣與崇方；其綱參分去一。大防外綱。凡溝防必一日先深之以爲式；里爲式然後可以傳衆力。凡任索約大汲其版，謂之無任。葺屋參分，瓦屋四分，困窳倉域；逆牆六分；堂涂十有二分；竇其崇三尺；牆厚三

尺，崇三之。

National Pei-Yang Engineering College

- I. Rewrite the following sentences, correcting all errors:
- (a). He is one of those men who talks much and thinks little.
  - (b). I felt so badly last night that I could not write my composition.
  - (c). It was Franklin who said that honesty was the best policy.
  - (d). She has invited all of we boys.
  - (e). I do not know which of these kind are the best.
- II. Translate the following paragraph into Chinese:
- There need no international jealousies in the competition for the wonderful trade China will have to offer, as there will be room for all, so long as each country is willing to play the game fairly and with consideration for the rights of all including those of China. China needs help in reforming its currency in building its railways in developing its mineral wealth, in rebuilding its cities, in effecting an administrative system, that will accord its people opportunities for industrial and commercial expansion under a system guaranteeing to the individual the fruits of his legitimate labors, and in the giving to the masses the common school education essential to the development of an enlightened public

opinion. In a word China needs foreign assistance in the development of its patent resources in men and materials. From this development will spring marvelous opportunities in trade, probably greater in extent than those offered else where. A strong independent, self-reliant China possessed of progressive ideals will prove a blessing to humanity. It behooves the west, in its relations with China, to work on broad, sympathetic lines, in a spirit of cooperation rather than competition, with a vision for the future, as the day will come when the Pacific will be the world's great arena of trade and commerce, and that trade will only be worth while and a blessing if built upon a foundation of friendship and good will.

III. Write a composition of about 400 words on the following subject:

Advantages of an Engineering college Education.

Answer

- I. (a). He is one of those men who talk much and think little
- (b). I felt so bad last night that I could not write my composition.
- (c). It was Franklin who said that honesty is the best policy.
- (d). She has invited all of us boys.

- (e). I do not know which of these kinds is the best.
- II. 對於中國貿易競爭中，國際間無需乎存着嫉妬。因為各國能和平相與且能顧及到各方面之權利以及中國之權利在內時，在此場中都可佔一席之地。在改善金融方面，修築鐵路方面，開發礦富方面，建設城市方面，及完成一種政治制度使人民於個人及合法勞動產業保障下發展工商業且能普及教育以開輿論方面中國需要外人之資助。總之中國在發展其人民與物質公開技術上確需他邦幫助。由於此發展將產生極大之貿易機會，且其大非他處所能給與者，一強而獨立且能自給的國家如中國者具如許之希望實人類之幸福也。在對中國之關係上為着將來需歐亞人士多具同情，要以合作精神而不要以競爭的精神相對待，因為將來以太平洋為世界貿易中心中來臨時，惟有以友情及好意所建立的貿易方為有價值而有益。

### 國立北洋工學院大代數試題

- (1) 在下列方程式  $mx^2 + 2x^2 + 2m - 3mx + 9x - 10 = 0$  中， $m$  應為何值 (a) 兩根為相等，(b) 兩根為實數不相等 (c) 兩根為虛根。
- (2) 某人有洋 5000 元，分甲乙兩部，放出利息不同，但甲部獲利為乙部所獲之二倍，設甲部按乙部之利率行息，每年可得洋 245 元，設乙部按甲部之利率行息，每年可得洋 90 元，求兩部洋數各若干及其利率幾何？
- (3) 有銳角三角形，底長為 20 英尺，高為 16 英尺於此

三角形內求切一面積最大之矩形。

- (4) 知二數之等差中項比等比中項多 13, 等比中項比調和中項多 12, 問二數各若干。
- (5) 甲袋內有銅元 11 枚, 銀元一枚, 乙袋內有銅元 12 枚, 今由甲袋取出 11 枚, 放入乙袋, 復由乙袋取出 11 枚放入甲袋, 經此往返取放後, 問銀元在甲袋內之或然率是多少?

注意：(一) 用中文或英文答卷均可。

如用中文須全用中文。

(二) 無須抄題但須注明題數。

(三) 不得發問。

Entrance Examination

Higher Algebra.

- (1) For what values of  $m$  are the two roots of the equation  $mx^2 + 2x^2 + 2m - 3mx + 9x - 10 = 0$  equal, real and unequal, imaginary?
- (2) A person has \$5000, which he divides into two portions and loans at different rates of interest in such a manner that the return from the first portion is double the return from the second portion. If the first portion had been loaned at the second rate of interest, it would have yielded annually \$245; if the second portion had been loaned at the first rate of interest, it would have yielded annually \$90. Find the two amounts and the two rates of interest.
- (3) In an acute triangle, the base is 20 feet and the altitude

- is 16 feet. Find the greatest rectangle that can be inscribed in the triangle.
- (4) The arithmetical mean between two numbers exceeds the geometrical mean by 13, and the geometrical mean exceeds the harmonical mean by 12. What are the numbers?
- (5) There are 11 coppers and 1 dime in the first purse and 12 coppers in the second purse. If 11 coins are drawn from the first purse and put into the second, and then 11 coins are drawn from the second and put into the first purse, what is the chance of the dime in the first purse?

Answer. ( 解答 )

(4) Solution:  $(m+2)x^2 + 3(3-m)x + 2(m-5) = 0$

Hence the discriminant is

$$\begin{aligned}\Delta &= 9(3-m)^2 - 8(m-5)(m+2) \\ &= 9(9-6m+m^2) - 8(m^2-3m-10) \\ &= 81-54m+9m^2-8m^2+24m+80 \\ &= m^2-30m+161.\end{aligned}$$

The roots are equal when:

$$m^2 - 30m + 161 = 0.$$

$$\begin{aligned}\therefore m &= 15 \pm \sqrt{225 - 161} \\ &= 15 \pm 8 = \underline{23} \quad \text{or} \quad \underline{7}.\end{aligned}$$

The roots are real and unequal, if

$$m^2 - 30m + 161 > 0$$

or  $(m-23)(m-7) > 0$ .

∴ All values of  $m$ , except those lie between 23 and 7 will make the roots of the given equal real and unequal.

The roots are imaginary when

$$m^2 - 30m - 161 < 0$$

or  $(m-23)(m-7) < 0$ .

∴ All the values of  $m$  lie between 23 and 7 will make the roots of the given equation imaginary.

(2) Solution. Let  $x$  be the number of dollars for the first portion. Hence  $5000 - x$  = That of the second portion.

And, let  $a$  be the rate of the first portion;  $b$  the rate of the second portion.

Then from the conditions given

$$a \cdot x = 2 \cdot \frac{1}{5} (5000 - x) \dots\dots\dots (1)$$

$$b \cdot x = 245 \dots\dots\dots (2)$$

$$a (5000 - x) = 90 \dots\dots\dots (3)$$

From (1)  $ax = 10000b - 2bx \dots\dots\dots (4)$

From (2)  $b = 245/x$ .

Substitute  $245/x$  for  $b$  into (4).

$$ax = \frac{2450000}{x} - 490$$

or  $ax^2 + 490x - 2450000 = 0 \dots\dots\dots (5)$

From (3)  $a = 90/(5000 - x)$ .

Substitute  $90/(5000 - x)$  for  $a$  into (5).

$$\frac{90}{5000 - x} \cdot x^2 + 490x - 2450000 = 0$$

$$\text{or } x^2 - 12250x + 30625000 = 0.$$

$$\therefore x = 6125 \pm \sqrt{37515625 - 30625000}$$

$$= 6125 \pm 2625$$

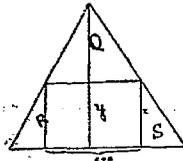
$$= 3500; \text{ or } 8750$$

$\therefore$  The first portion is \$3500. (8750 is not admissible.)

The second portion is \$1500.

The rate of interest of the first portion is  $6\%$ ; that of the second portion is  $7\%$ .

(3) Solution: If  $y$  is maximum



Then  $a + R + S$  must be minimum.

$$\text{i. e. } \frac{1}{2}x(20 - x - a) + \frac{1}{2}(16 - x)(x + a)$$

must be minimum.

$$\text{or } -x^2 + (18 - a)x + 8a \text{ minimum.}$$

$$\text{or } -\left(x - \frac{18 - a}{2}\right)^2 + \frac{(18 - a)^2}{4} + 8a, \text{ minimum.}$$

$$\text{This require } -\left(x - \frac{18 - a}{2}\right)^2 = 0.$$

$$\text{or } x = \frac{18 - a}{2} = 9 - \frac{a}{2}$$

$$\therefore x+a=9-\frac{a}{2}+a=9+\frac{a}{2}$$

$$\therefore y = \left(9-\frac{a}{2}\right) \left(9+\frac{a}{2}\right)$$

$$= 81 - \frac{a^2}{4}$$

$$\text{or } a = \sqrt{81 \times 4 - 4y}$$

Since  $18 \times 4 - 4y$  must be positive

$\therefore$  The greatest value that  $y$  may have is  $y=81$ .

i.e. The area of the greatest rectangle that can be inscribed in the given triangle is  $81 \text{ ft}^2$ .

- (4) Solution:  $\therefore A, H=G^2$ . Where  $A$  is the arithmetical mean;  $H$ , the harmonical mean;  $G$  the geometrical mean.

$$\text{Here } A=13+G$$

$$H=G-12.$$

$$\therefore AH=(13+G)(G-12)=G^2$$

$$\text{or } G^2+G-156=G^2$$

$$\therefore G=156.$$

$$\therefore H=144$$

$$\therefore A=169$$

- (5) Solution, (a) The chance that the dime left in A

$$\text{purse in the first drawing is } \frac{C_{11}^{11}}{C_{11}^{12}} = 1/12.$$

(b) The chance that the dime brought into the second purse first, but brought back again in the subsequent

drawing is  $C_{10}^{11} / C_{11}^{12} \times C_{10}^{22} / C_{11}^{23} = 121/276$ .

∴ The chance for the dime to be left in the first purse after the successive drawing is,

$$\frac{1}{12} + \frac{121}{276} = \frac{144}{276} = \frac{12}{23}.$$

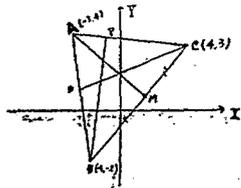
### 解析幾何試題

1. 設壹三角形之頂點為 A (-3,4), B (-1,-2), C (4,3), 試求 (甲) 經過 A 頂點之中線方程式, (乙) 經過 B 頂點之高線方程式, (丙) 經過 C 頂點之內分角線方程式, (丁) 此三角形之面積。
2. 從定點 (-2, 5) 到拋線 (Parabola)  $y^2 = 6x$  作兩切綫, 試求 (甲) 其切點弦方程式 (乙) 平分此弦之徑線方程式。
3. 設二圓通過橢圓  $2x^2 + 3y^2 = 35$  及拋線  $3x^2 - 4y = 0$  之交點並以 5 為直徑試求其方程式。
4. 證明二次方程式  $x^2 - 4y^2 - 2x - 16y - 19 = 0$  的變跡 (locus) 為一雙曲線 (Hyperbola), 並求其 (甲) 中心之坐標 (乙) 主軸及配軸之長度 (丙) 二焦點 (focus) 之坐標, (丁) 二準線 (Directrices) 之方程式。

注意: 用中文或英文答皆可

## 解 答

1.

在  $\triangle ABC$  中  $AM$  為一中線， $BP \perp AC$ ,  $CD$  平分  $\angle ACB$ (甲)  $BC$  之中點  $M$  之坐標 為：—

$$x_m = \frac{1}{2}(4-1) = 3/2, \quad y_m = \frac{1}{2}(3-2) = 1/2.$$

 $AM$  之方程式為：—

$$\frac{x+3}{3/2+3} = \frac{y-4}{1/2-4} \quad \text{i.e.} \quad \frac{x+3}{9} = -\frac{y-4}{7}$$

$$\text{i.e.} \quad 7x+9y-15=0$$

(乙)  $AC$  之傾斜度 (Slope) 為：—

$$\frac{4-3}{-3-4} = -\frac{1}{7} \quad \therefore BP \text{ 之傾斜度為 } -\frac{1}{(-\frac{1}{7})} = 7$$

 $\therefore BP$  之方程式為：—

$$y+2=7(x+1)$$

$$\text{i.e.} \quad 7x-y+5=0.$$

(丙)  $AC$  之方程式為：—

$$\frac{x+3}{4+3} = \frac{y-4}{3-4}$$

$$\text{i.e.} \quad x+7y-25=0 \quad (1)$$

 $BC$  之方程式為：—

$$\frac{x+1}{4+1} = \frac{y+2}{3+2}$$

i.e.  $x - y - 1 = 0$  (2)

將 (1) (2) 化爲法線式 (normal form): —

由 (1) 得  $\frac{x}{5\sqrt{2}} + \frac{7x}{5\sqrt{2}} - \frac{25}{5\sqrt{2}} = 0$

由 (2) 得  $\frac{5x}{5\sqrt{2}} - \frac{5y}{5\sqrt{2}} - \frac{5}{5\sqrt{2}} = 0$

∴ 過 C 點之內分角線之方程式爲: —

$$\frac{x}{5\sqrt{2}} + \frac{7xy}{5\sqrt{2}} - \frac{25}{5\sqrt{2}} - \left( \frac{5x}{5\sqrt{2}} - \frac{5y}{5\sqrt{2}} - \frac{5}{5\sqrt{2}} \right) = 0$$

i.e.  $x - 3y + 5 = 0$

(丁) 三頂點爲:  $(-3, 4), (-1, -2), (4, 3)$

∴ 此三角形之面積爲: —

$$\frac{1}{2} [(-3) \cdot (-2) + (-1) \cdot (3) + (4) \cdot (4) - ((-1) \cdot (4) - (4) \cdot (-2) - (3) \cdot (-3))] \\ = \frac{1}{2} (6 - 3 + 16 + 4 + 8 + 9)$$

+20

2. (甲) 設過  $P_2(-2.5)$  點至

拋線  $y^2=6x$  (1)

作切線其切點為

$P_1(x_1, y_1)$  則切線之方程式

為  $y_1y=3x+3x_1$  (2)

$P_2(-2,5)$  在 (2) 上

$\therefore 5y_1 = -6 + 3x_1$  (3)

$P_1$  在 (1) 上

$\therefore y_1^2 = 6x_1$  (4)

(4) 代入 (3)

$$5y_1 = -6 + \frac{y_1^2}{2}$$

$$y_1^2 - 10y_1 - 12 = 0$$

$$y_1 = 5 \pm \sqrt{25 + 12} = 5 \pm \sqrt{37} \quad \text{代入 (4)}$$

$$x_1 = \frac{(5 \pm \sqrt{37})^2}{6} = \frac{25 + 37 \pm 10\sqrt{37}}{6} = \frac{62 \pm 10\sqrt{37}}{6}$$

$$= \frac{31 \pm 5\sqrt{37}}{3}$$

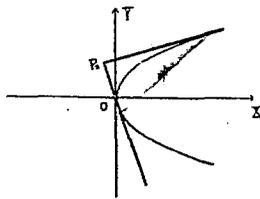
$\therefore$  切點弦之方程式為：—

$$(y - 5 + \sqrt{37})(5 + \sqrt{37} - 5 + \sqrt{37})$$

$$y - y_1, \quad y_1 - y_1$$

$$= (x - \frac{31}{3} + \frac{5}{3}\sqrt{37})(31 + \frac{5}{3}\sqrt{37} - \frac{31}{3} + \frac{5}{3}\sqrt{37})$$

$$x - x_1, \quad x_1 - x_1$$



$$\text{即 } (y-5+\sqrt{37})/2\sqrt{37} = (x-\frac{31}{3}+\frac{5}{3}\sqrt{37})/\frac{10}{3}\sqrt{37}$$

$$\text{即 } y-5+\sqrt{37} = (3x-31+5\sqrt{37})/5$$

$$\text{即 } 5y-25 = 3x-31$$

$$\text{即 } 3x-5y-6=0 \dots\dots\dots \text{所求之方程式}$$

$$\text{(乙) 兩切點爲 } (\frac{31}{3} \pm \frac{5}{3}\sqrt{37}, 5 \pm \sqrt{37})$$

切點弦中點之坐標爲

$$x_m = \frac{1}{2} (\frac{31}{3} + \frac{5}{3}\sqrt{37} + \frac{31}{3} - \frac{5}{3}\sqrt{37}) = \frac{1}{2} \times \frac{62}{3} = \frac{31}{3}$$

$$y_m = \frac{1}{2} (5 + \sqrt{37} + 5 - \sqrt{37}) = 5$$

$$\text{焦點爲 } (\frac{D}{2}, 0) \cdot \text{即 } (3, 0)$$

∴ 平分切點弦之徑線方程式爲：—

$$(x-3) / (\frac{31}{3}-3) = y/5$$

$$\text{即 } 5x-15 = \frac{22}{3}y$$

$$\text{即 } 15x-22y-45=0 \dots\dots\dots \text{所求之方程式}$$

$$3. \text{ 已知橢圓 } 2x^2 + 3y^2 = 35 \quad (1)$$

$$\text{及拋線 } 3x^2 - 4y = 0 \quad (2)$$

$$\text{由 (2) 得 } x^2 = \frac{4}{3}y \quad (3)$$

$$\text{(3) 代入 (1) } \frac{8}{3}y + 3y^2 = 35$$

$$\begin{aligned}
 &\text{或} && 8y+9y^2=105 \\
 &\text{或} && 9y^2+8y-105=0 \\
 &\text{或} && (y-3)(9y+35)=0 \\
 \therefore & y=3 & \text{或} & -\frac{35}{9} && (4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \text{ 代入 } (3) \quad x^2 &= 4 & \text{或} & -\frac{140}{27} \\
 x &= \pm 2 & \text{或} & \pm \sqrt{-\frac{140}{27}}
 \end{aligned}$$

$\sqrt{-\frac{140}{27}}$  爲虛數故(1),(2)之交點爲：—

$$(3,2) \quad \text{及} \quad (3,-2) \quad (5)$$

設所求之圓爲

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (6)$$

$$\text{則} \quad 9 + 4 + 3D + 2E + F = 0$$

$$\text{即} \quad 13 + 3D + 2E + F = 0 \quad (7)$$

$$\text{且} \quad 9 + 4 + 3D - 2E + F = 0$$

$$\text{即} \quad 13 + 3D - 2E + F = 0 \quad (8)$$

$$\text{由 } (7) \text{ 減 } (8) \quad 4E = 0 \quad \text{即} \quad E = 0 \quad (9)$$

設其圓心爲  $(D/2, E/2)$

$$\text{則半徑爲} \quad \sqrt{\left(\frac{D}{2}-3\right)^2 + \left(\frac{E}{2}-2\right)^2} = \frac{5}{2}$$

$$\text{即、} \quad \sqrt{\frac{D^2}{4} - 3D + 9 + 4} = \frac{5}{2}$$

$$\text{即} \quad \frac{D^2}{4} - 3D + 13 = \frac{25}{4}$$

$$\begin{aligned} \text{即} \quad & D^2 - 12D + 27 = 0 \\ \text{即} \quad & (D-3)(D-9) = 0 \\ \therefore \quad & D = 3 \text{ 或 } 9. \end{aligned} \quad (10)$$

將 (9) 及 (10) 代入 (8)

$$F = -13 - 9 = -22$$

$$\text{或} \quad F = -13 - 27 = -40$$

將 D, E, F 代入 (6) 得所求之兩方程式：—

$$x^2 + y^2 + 3x - 22 = 0$$

$$\text{及} \quad x^2 + y^2 + 9x - 40 = 0.$$

$$4. \text{ 已知方程式 } x^2 - 4y^2 - 2x - 16y - 19 = 0. \quad (1)$$

$$\text{設} \quad x = x_1 + h \quad (2)$$

$$y = y_1 + k \quad (3)$$

$$\text{則} \quad \begin{array}{r|l} x_1^2 - 4y_1^2 + 2h & x_1 - 8k \\ -2 & -16 \\ & -4k^2 \\ & -2h \\ & -16k \\ & -19 \end{array} = 0 \quad (4)$$

$$2h - 2 = 0 \quad \therefore \quad h = 1 \quad (5)$$

$$-8k - 16 = 0 \quad k = -2 \quad (6)$$

將 (5) 及 (6) 代於 (4) 得 (1) 之新軸方程式：—

$$x_1^2 - 4y_1^2 + 1 - 2 - 16 + 32 - 19 = 0$$

$$\text{即} \quad x_1^2 - 4y_1^2 = 4$$

$$\text{即} \quad (1)^2 x_1^2 - (2)^2 y_1^2 = (1)^2 (2)^2 \quad (7)$$

(7) 爲  $a^2 x_1^2 - b^2 y_1^2 = a^2 b^2$  之形勢，故知其變跡爲一  
雙曲線

$$\text{(甲)} \quad x = 0 + h = 1$$

$$y = 0 + k = -2$$

即此雙曲線中心之坐標爲 (1, -2)

(乙) 主軸 =  $2a = 2 \times 1 = 2$ .

配軸 =  $2b = 2 \times 2 = 4$ .

(丙) 焦點爲  $[0, \pm(a^2 + b^2)]$

即 (0,  $\pm 5$ )

(丁) 二準線之方程式爲

$$x = \pm \frac{a^2}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\text{即 } x = \pm \frac{1}{\sqrt{5}} = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}$$

## 國立北洋工學院

### 物理學入學試題

- 何謂摩擦係數？今有 100 馬力之機關車拖動火車一列，以每小時四十英里之速率前進，問所受到之摩擦力，共有若干？
- 有一鋼橋在攝氏零度時其長爲八十公尺。若溫度自  $-20^\circ\text{C}$  昇至  $20^\circ\text{C}$  時該橋伸長多少？  
鋼之線膨脹係數 = 0.00012 公制單位
- 若欲將一塊在  $-5^\circ\text{C}$  時之冰，與一阻碍物相撞擊，由此所生之熱力可將該冰完全溶化，問該冰之速率當若干？
- 詳細解釋下列之名詞：力，能，楊氏係數，露點，比熱，導熱係數，磁矩，導磁係數，電阻係數，電動勢，
- 試述美歐姆定律，並解釋由此定律以測驗導體電阻之方法，作一詳圖以示本測驗法中行應用各種電表之連接法

6. 二個並聯之電阻，一為 5 歐姆，一為 2 歐姆，接連於 10 伏特之蓄電池上，蓄電池之內部電阻為 1 歐姆求  
 (a) 5 歐姆電阻內之電流 (b) 2 歐姆電阻內之電流  
 (c) 蓄電池內之電流
7. 何者為音樂中之三大特性？其根源何在，音樂中之速率，頻率及波長，有何關係？
8. 試述反射定律及折射定律並作圖以明之。求在會聚透鏡中影像地位之公式

注意：(一) 題用英文或中文均可但須一律 (二) 題不講不抄  
 須註明題數 (三) 答題先後任便

### 解 答

1. (a) 二物體接觸面間之最大摩擦，與其間之全壓力以此謂之摩擦係數
- (b) 設無摩擦，則火車之機關將以 40 mi/hr 之速度作等速運動，故知此機關所作之功即消耗於抵消摩擦，由是得所受之摩擦力如下：

$$\text{設 } F \text{ 為火車受到之摩擦力則 } 100 \times 550 \text{ ft lbs/sec} \\ = F \times 40 \text{ mi/hr.}$$

$$\therefore F = \frac{55000 \text{ ft lbs./su.}}{40 \times 5280 \text{ ft./hr.}} = \frac{55000 \text{ ft. lbs./su.}}{\frac{40 \times 5280}{3600} \text{ ft./su.}} \\ = \frac{55000 \text{ ft. lbs./su.}}{176/3 \text{ ft./su.}} = \frac{165000}{176} \text{ lbs.} = 937.5 \text{ lbs.}$$

2. 設  $l_t$  為溫度  $20^\circ\text{C}$  時橋之長度

$$l_t = l_0(1 + \alpha t)$$

$$\begin{aligned} \text{則 } l_t &= 8000(1 + 0.00012 \times 20) \text{ cm.} \\ &= 8000(1 + 0.0024) \text{ cm.} \\ &= (8000 \times 1.0024) \text{ cm.} \\ &= 8019.2 \text{ cm.} \end{aligned}$$

故得溫度由  $-20^\circ$  至  $20^\circ\text{C}$  時該橋伸長為  $(l_t - l_0) \times 2 =$   
 即  $(8019.2 - 8000) \text{ cm.} \times 2 = 1.92 \text{ cm} \times 2 = 3.84 \text{ cm.}$

3. 設  $m =$  冰之質量， $V =$  所求之冰速度  
 則冰之動能  $= \frac{1}{2} mV^2$ .

$$\text{冰所生之熱是} = \frac{\frac{1}{2} mV^2}{4.2 \times 10^7}$$

至  $\frac{1}{2} mV^2 / 4.2 \times 10^7$   
 $= m(80 \times 5 \times 0.5)$

但冰完全溶化所需之熱  $= m \times 80 \times 5 \times 0.5$ .

$$\therefore \frac{\frac{1}{2} mV^2}{4.2 \times 10^7} = m \times 80 \times 5 \times 0.5$$

$$V^2 = 2 \times 200 \times 4.2 \times 10^7 = 16,800,000,000 \text{ cm}^2/\text{s}^2$$

$$\text{故 } V = \sqrt{168 \times 10^8 \text{ cm}^2/\text{sec}^2} = 129,614.8 \text{ cm}^2/\text{sec}^2$$

4. 力：一改變物體惰性之原因，曰力。(force)  
 能：一作功之原因，稱曰能。(Energy) 以其所作功之  
 量，測之。

楊氏係數：一物體之伸長時，如以  $e$  表延伸長。  $l$  表原  
 長，  $A$  表截面積，  $F$  表所加之力，而  $y$   
 為彈性係數，則有以下關係：

$$y = \frac{Fl}{Ae} \text{ 所得之數值，稱為楊氏係數}$$

露點：一將不飽和之蒸氣漸次冷卻，遂達其飽和狀態，而開始液化，此時之溫度，曰露點。

比熱：一一定質量之物質，溫度上昇  $1^{\circ}\text{C}$  所需之熱量，與同質量之水上昇  $1^{\circ}\text{C}$  所需熱量之比，謂之該物質之比熱 (specific heat)。

導熱係數：一某物體於單位時間，單位面積，單位溫度，傾度 (temperature gradient) 內，所流出之熱量，謂之該物體之導熱係數。(Thermal conductivity)

電動勢：一凡電極之兩端，因電子數目不同，即能促成電子之流動，此種勢力，曰電動勢。(E. M. F)

磁矩：一磁鐵之磁量，與兩極距離之乘積，稱謂該磁鐵之磁矩。

導磁係數：一依據 Coulomb 氏之反平方定律，二磁極間相互作用之力，與二磁極強度之乘積成正比，與其距離平方，成反比。以式表之，即：

$$F = \frac{m_1 m_2}{\mu d^2}。$$

式中比例常數  $\mu$  視二磁極間之媒質而定，謂之各媒質之導磁係數。(magnetic permeability) 通常以空氣之導磁係數為 1，用做他媒質之標準。

電阻係數：一導體之電阻係數，與其長成正比，與其截面積成反比，其方程如下：

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

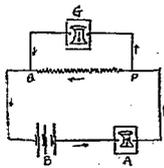
式中之  $R$  為電阻， $A$  為截面， $\rho$  為比例常數，由導體之溫度，性質，及所用之單位而定，今名  $\rho$  為該導體之電阻係數。

歐姆定律：——電路之電流強度  $I$ ，與其兩端之電勢差  $V$  成正比，與其全抵抗成反比。

$$\text{即 } I = \frac{V}{R} \quad \text{或 } V = IR.$$

如已知電勢差  $V$  電流  $I$ ，

$$\text{則公式如 } R = \frac{V}{I}$$

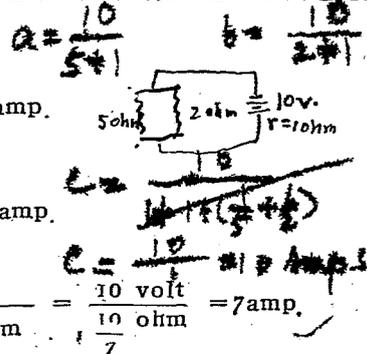


測驗電阻時電表之接法如左圖中  $B$  為電源， $A$  為安計， $G$  為弗計，由安計知通過導線  $PQ$  之電流，由弗計知  $PQ$  二點同之電勢差。

a/  $I = \frac{10 \text{ volt}}{5 \text{ ohm}} = 2 \text{ amp.}$

b/  $I = \frac{10 \text{ volt}}{2 \text{ ohm}} = 5 \text{ amp.}$

c/  $I = \frac{10 \text{ volt}}{\frac{1}{\frac{1}{5} + \frac{1}{2}} \text{ ohm}} = \frac{10 \text{ volt}}{\frac{10}{7} \text{ ohm}} = 7 \text{ amp.}$



7. (a) (1) 音之強度 (Intensity), (2) 音高 (pitch), 及  
(3) 音品 (quality), 稱為音學中之三大特性  
(b) 此三大特性, 皆有其相當之物理的事實為根據, 茲述  
之如下:
- (1) 吾人重打鐘鼓, 則得大聲; 輕打之, 則得小聲, 是知  
振動體之振幅愈大, 其所發之音愈強。
  - (2) 笙笛之音, 比號筒之音為高, 皮鼓之音, 則較前二者  
之音更底; 故知音之高低, 完全由振動之頻率而定。  
即頻率多者, 其音高。
  - (3) 鋼琴所發之音, 與笙笛所發之音, 絕不相同。此種原  
因, 蓋基於各種樂器之品質不同。
- (c) 設  $L$  = 波長  $V$  = 速度  $n$  = 頻率則速度, 頻率, 及波

長, 有如下之關係。 
$$L = \frac{V}{n}$$

即: 波長與速度成正比, 與頻率成反比。

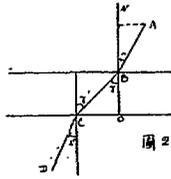
8. 光之反射定律: —1. 反射光線, 與投射光線, 在含有法線  
之平面上, 法線之兩側。

2. 反射角, 恒等於投射角。

光之折射定律: —1. 屈折光線, 在投射光線, 與法線所成  
之平面內。

2. 投射角之正弦, 與屈折角之正弦之比  
, 在一定二種光媒中, 為一定數, 與  
投射角之大小無關。

反射定律之說明:



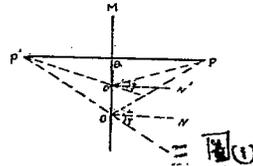
如圖(1)試在平面鏡，M 之前，置一小物體 P 則見鏡中  
 有此物體之像 P' 細察之可知：——

- (1) 像之位置，不以觀察者 E 之地位而異。
- (2) 變換 P 之位置。P' 亦隨之而變。
- (3) 聯物與像之直線，係與反射面作直角。
- (4)  $PQ = P'Q$ 。

由上四事，可知當投射線與 M 相遇，其反射線 OE，與  
 PO 及通過 O 點而⊥於 M 面法線 ON，三者皆在同一  
 平面上。而 CE 與 ON 所作之角  $\gamma$  等於 OP 與 ON  
 所作之角  $i$ ， $\gamma$  為反射角， $i$  為投射角。

屈折定律之說明：

如圖(2)  $i$  為光由第一媒質投射至  
 第二媒質之投射角， $\gamma$  為光至第二  
 媒質之屈折角，第一媒質對第二媒



質之屈折率，若以  ${}^1\mu_2$  表之，則  $\frac{\sin i}{\sin \gamma} = {}^1\mu_2$

同理，第二媒質對第一媒質之屈折率，設為  ${}^2\mu_1$  則

$$\frac{\sin \gamma^1}{\sin i} = {}^2\mu_1$$

在會聚透鏡 (Converging lens) 中影像與透鏡之距離，設為  $D_i$ ，實物與透鏡之距離，設為  $D_o$ ，透鏡之焦距，為  $f$ ，則有下列關係：——

$$\frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} = \frac{1}{f} \quad \therefore \frac{1}{D_i} = \frac{1}{f} - \frac{1}{D_o}$$

### 國立北洋大學化學試題

- I. 試述混合物與化合物之特點。
- II. (A) 簡單描述一合成法，以測定水之正確成分。  
(B) 解釋硬水何以不適用於洗衣蒸汽鍋。
- III. (A) 加水分解之現象，在何種情形下，可以產生？  
(B) 下列化合物之水溶液，何者帶酸性，何者帶鹽基性，何者帶中立性？其理由安在？  
(1)  $\text{Na}_2\text{SO}_3$ , (2)  $\text{K}_2\text{CO}_3$ , (3)  $\text{NH}_4\text{Cl}$ , (4)  $\text{Na}_2\text{S}$ ,  
(5)  $\text{KNO}_3$ .
- IV. (A) 製造鉄鐵時，納入鼓風爐中之材料為何？每種材料有何功用？  
(B) 鉄鐵與鋼，鍛鉄與鋼，在化學組成上，主要不同之點為何？
- V. (A) 一砵之溶液，含有一克分子量之  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ，為若干規定液？  
(B) 今有  $\text{NaOH}$  之溶液，每砵含 40 克之  $\text{NaOH}$ ，取 (A) 部所述之  $\text{H}_2\text{SO}_4$  溶液 10c.c. 問需  $\text{NaOH}$  溶液若干 c.c. 恰使之中和？  
(C) 今有  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  之溶液，15c.c.，恰能使 (A) 部所述之  $\text{H}_2\text{SO}_4$  溶液 10c.c. 中和，問此  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  溶

液爲若干規定液？

- Ⅶ. (A) 就普通情形而論，溫度對於固體之容于水中之溶解度，有何影響？  
 (B) 以溫度爲橫座標，溶解度爲直座標，繪圖以示下列各鹽溶解度曲線之大概形狀。  
 (1)  $\text{CaCl}_2$ , (2)  $\text{NaCl}$ , (3)  $\text{CaSO}_4$ .
- Ⅷ. (A) 何謂酸，強酸，弱酸？  
 (B) 下列表中，何者爲強酸，何者爲弱酸？  
 (1)  $\text{NaHSO}_4$ , (2)  $\text{HNO}_3$ , (3)  $\text{H}_2\text{CO}_3$ , (4)  $\text{BaCO}_3$   
 (5)  $\text{KOH}$ , (6)  $\text{HC}_2\text{H}_3\text{O}_2$ , (7)  $\text{H}_3\text{PO}_4$ , (8)  $\text{HCl}$ .
- Ⅷ. (A) 何謂正鹽，酸式鹽？試各舉一例。  
 (B) 何謂電解質？下列表中，何者爲電解質？  
 (1) 食鹽，(2) 糖，(3) 醋酸，(4) 溴化鉀，(5) 烴。
- Ⅸ. (A) 就普通情形而論，坩堝之氣，須在何種溫度之下，其重量恰爲一克？氧之密度爲 1.429.
- X. 今有甲乙兩碳氫化合物，其組成之百分率均爲  $\text{C}=92.25\%$ ， $\text{H}=7.75\%$  甲之蒸氣 100c.c. 在標準狀況時，重 0.1161 克乙之蒸氣 100c.c.，在標準狀況時，爲甲之蒸氣重量之三倍，求甲乙之分子式。分子量： $\text{C}=12$ ,  $\text{H}=1$ ,  $\text{O}=16$ ,  $\text{Na}=23$ .

## 解 答

- I (1) 化合物之特點
- 化合物之性質與其組成元素不同。
  - 成分重量之比恆爲一定。
  - 不能以機械分開各成分。

d. 生成時有光熱等變化。

(2) 混合物之特點。

a. 組成混合物之各物質仍保其原來性質而混合物宜彼等之平均性質。

b. 成分重量之比不一定。

c. 各成分可以機械方法，或物理方法分離之。

n. 混合時不生光熱等現象。

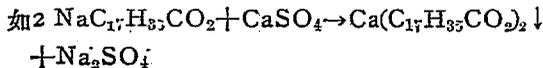
- II (A) 取一長 60 cm 口徑為 2cm 之測量管(刻度管)一端封閉，近閉端處塔插二鉑絲兩端相距 2—3mm，將管滿盛水銀倒立水銀槽內，次通入約 20 c.c. 之氫使管內外水銀面相等而記其體積次通入約同體積之氧，依上法而記其體積，然後將兩鉑絲連于感應圈使管內發電火花管中氣體始而膨脹，繼則縮回，蓋因 H 與 O 相化合而成水，而以餘燼入管內試之知所餘氣體必為氧
- 設通入輕氣之體積..... 20 c.c.  
 設通入氧氣之體積..... 18.4 cc.  
 化合後所餘氧氣之體積..... 8.0 cc.  
 則所用去氧之體積..... 10.4 c.c.

$$\text{故 } \frac{\text{氫之體積}}{\text{氧之體積}} = \frac{20}{10.4} = 2:1 \text{ (約數)}$$

由此足可證明水由氫二氧一原子化合而成。

- (B) (1) 硬水中含有礦物質如  $\text{CaCl}_2$ ,  $\text{MgCl}_2$ ,  $\text{MgSO}_4$ ,  $\text{CaSO}_4$  等，斯等物質一遇肥皂 ( $\text{NaC}_{17}\text{H}_{35}\text{CO}_2$ )

則生沈澱



則不生泡沫，故不適于洗依用。

- (2) 有時 Ca 之鹽類在高溫水中溶解度變小且諸礦物質在高溫時多有能分解者故在鍋爐中此等礦質漸沈澱于鍋爐上，不但浪費燃料且能損壞鍋爐，故不適用。

Ⅲ (A) 當一種鹽其中包含弱金屬與強酸根或弱酸根與強金屬根遇水則起加水分解作用。

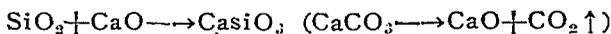
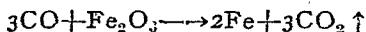
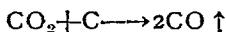
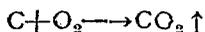
- (B) (1)  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  \_\_\_\_\_ 中性。  
 (2)  $\text{K}_2\text{CO}_3$  \_\_\_\_\_ 鹼基性。  
 (3)  $\text{NH}_4\text{Cl}$  \_\_\_\_\_ 酸性。  
 (4)  $\text{Na}_2\text{S}$  \_\_\_\_\_ 鹼基性。  
 (5)  $\text{KNO}_3$  \_\_\_\_\_ 中性。

理由：因水亦可電解如  $\text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{H}^+ + \text{OH}^-$  故當酸性鹽，如  $\text{NH}_4\text{Cl}$  遇水時則有  $\text{NH}_4\text{OH}$  與  $\text{HCl}$  生成，但  $\text{NH}_4\text{OH}$  電離度甚小在溶液中  $(\text{OH})^-$  離少而  $\text{H}^+$  則較多故呈酸性。反之鹽基性鹽與水相遇則有強鹽基與弱酸生成故呈鹽基性，因  $\text{OH}^-$  離子多于  $\text{H}^+$  離子也。

$\text{KNO}_3$  之所以呈中性者由于其水溶液中之  $\text{H}^+$  與  $\text{OH}^-$  離子濃度相差甚微也。

IV (A) 製造銑鐵時，納入鼓風爐中之物為鐵礦石（如赤鐵礦，或磁鐵礦）與石灰石，與焦炭三者，赤鐵礦乃為製鐵之原料，焦炭則作還原之用，石灰石，作熔劑之用。

今以方程式示之如下：——



(B) 銑鐵與鋼，鍛鐵與鋼，在化學組成上，主要不同之點在含碳量之多寡，其中以鍛鐵含量最少（0.5%以下）銑鐵最多（3.0—5.5%）鋼鐵居二者之間。

- V (A) 一坩之溶液含有一克分子量之  $\text{H}_2\text{SO}_4$  為二規定液。  
 (B) 故欲中和此種濃度之  $\text{H}_2\text{SO}_4$  溶液 10 c.c. 需每坩中含有 40g 之  $\text{NaOH}$  之溶液 20 c.c. 因此種  $\text{NaOH}$  溶液為一規定液。

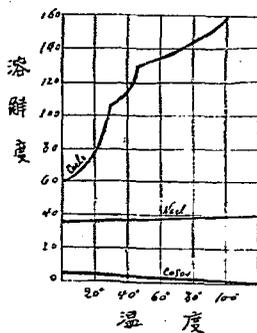
(C) 設此  $\text{Ba}(\text{OH})_2$  溶液之規定數 = N.

$$\text{則 } 15_{\text{c.c.}} \text{ N} = 2 \times 10_{\text{c.c.}}$$

$$\therefore \text{N} = \frac{20_{\text{c.c.}}}{15_{\text{c.c.}}} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3} //$$

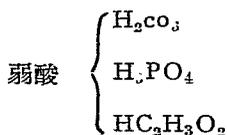
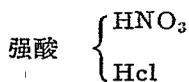
VI (A) 就普通而論，溫度愈增高，溶解度亦隨之增大。

(B)



VII (A) 酸者在水溶液中能發生氫離子之物質也。

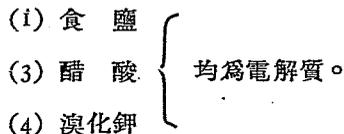
(B) 強酸乃溶液中  $N^+$  離子濃度大之意，弱酸反是。



VIII (A) 正鹽者酸中之氫根適與鹽基中之氫氧根中和所成之鹽也。例  $\text{NaCl}$

酸式鹽者，乃酸中之  $\text{H}$  根未盡被金屬所代替而成之化合物也。例  $\text{NaHCO}_3$ 。

(B) 電解質乃一物質在溶液中或熔態中可以導電者



IX 既知在標準狀態下 1 呷之氧重 1.439g.

設  $V$  表一克氧在標準狀態下之體積

則 1 呷： $V = 1.429$  克：1 克

$$\therefore V = \frac{1}{1.429} \text{ 呷}$$

又氣壓一定時

則  $T_1 : T_2 = V_1 : V_2$

設在  $t^\circ$  時一坩之氧適重一克

則  $T_2 = 273 + t^\circ$   $T_1 = 273$

$$V_1 = \frac{1}{1.429} \text{ 立升} \quad V_2 = 1 \text{ 立升}$$

$$\therefore \frac{273^\circ}{273^\circ + t^\circ} = \frac{1/1.429 \text{ 立升}}{1 \text{ 立升}}$$

$$\therefore t^\circ = 117.117^\circ$$

X. (A) 既知甲碳氫化物 100cc. 蒸氣在標準狀態時重 0.1161g.

故 22400cc. 之重 = 1 公分分子量之重(標準狀態)

$$= \frac{22400 \text{ cc.} \times 0.1161 \text{ g.}}{100 \text{ cc.}}$$

$$= 26.0064 \text{ g.}$$

又知甲碳氫化物中 C 佔 92.25% H 佔 7.75% 故一克分子中

$$\text{含 C 量} = 26.0064 \text{ g.} \times \frac{92.25}{100} = 23.994 \text{ g.}$$

$$\text{含 H 量} = 26.0064 \text{ g.} - 23.994 \text{ g.} = 2.0124 \text{ g.}$$

$$\text{故含 C 之分子數} = \frac{23.994}{12} = 2 \text{ (約)}$$

$$\text{含 H 之分子數} = \frac{2.0128}{1} = 2 \text{ (約)}$$

故甲種碳氫化物之分子式為“ $C_2H_2$ ”

(B) 既知乙種碳氫化物 100cc. 蒸氣在標準狀態時重  $3 \times 0.1161g$ .

故其一公分分子量之重 =  $3 \times 26.0064g$ .

故含碳之重 =  $3 \times 26.0064g \times \frac{99.25}{100}$

=  $3 \times 23.994g$ .

含氫之重 =  $3 \times 26.0064g - 3 \times 23.994g$ .

=  $3 \times 2.0124g$ .

故含 C 原子數 =  $3 \times 2 = 6$

含 H 原子數 =  $3 \times 2 = 6$

∴ 乙種碳氫化物之分子式為“ $C_6H_6$ ”

### 國立北洋大學歷史地理試題

- (一) 在長江南岸與長江東西平行鐵道的急速進展與東南七省公路網之飛躍的開拓皆有其時代的與必然的意義。試述之。
- (二) 德國重整軍備與世界大局。
- (三) 江西共匪崩潰後朱毛奔竄之方向及目的。
- (四) 試就所知之中國新興事業按其性質略述其政治的經濟的教育的或軍事的價值。
- (五) 中國史應始於何時？何故？
- (六) 何謂：文藝復興？

### 解 答

- (一) 東南七省為我國現代繁榮之區，氣候和暖，物產豐富，東西往來專賴長江，珠江等水路的交通，陸路的交通，

雖孫中山先生有鐵路系統的計劃，但至今尚未完成，因交通的不便，致使東西各省，的團結力減小，政府的統治亦常常發生障礙，人民的往來，物產貨品的運輸亦感覺不便，故現在應於東南七省建設公路，尤其平行長江之鐵路更有急速進展的必要。且其與軍事亦有關，因長江航權不完整，外國軍艦得隨意深入，故須築鐵路公路以便作戰時軍事行動。

- (二) 自歐戰以後，德國不但領地喪失，財政破產，而且在軍備上亦受戰勝國的限制。但是德人的力精圖治的精神，吃苦耐勞的習慣為世界冠，雖然德國被戰勝國束縛，其於軍備上，並未落後，德國的科學非常進步，化學工廠，全國林立，且其內部的組織及其目的，與其他各國迥不相同，其設立工廠的目的，不但可以維持國內現時的經濟，如一旦時局變更，廠內機械即刻改為兵廠的裝製，以供軍火的需要，近來已經復興，其民族有組織有魄力，尤富義務思想，外交手腕亦很巧妙，初聯俄以抗英法，近聯英以制法，近又頒佈憲法，組織體育協會，精練憲兵巡警，添造戰艦飛機，且又加入國際聯盟會，要求減少賠款，萊茵撤兵（此二項要求均已實現）歸還屬地，廢除不平等待遇，故德國現時已經又成為國際中重要分子了。
- (三) 中國現在危在旦夕，東北受日的侵略，西南有俄英煽惑，江西為共匪佔據，中央雖以全副的兵力勦拿，至今已有一年之久，共匪仍活躍於四川，陝西等省之邊境，當共匪在江西崩潰後，則朱毛率其部下竄往四川。他奔竄的惟一目的，即是因四川的交通不便，他佔據以後，中

央軍隊不易前往勦伐，以便乘機再起事，且四川北部與陝甘相連，容易向西北各省蔓延，西面與西康毗連，易得俄國的資助。故共匪崩潰後，朱毛即竄往四川去了。

(四) 中國近幾年來關於事業的創辦，進步得多了，茲就所知者述之如下：——

(1) 鐵路與公路的建設——現在政府對於交通一事非常注意，故極力建設江南各省間的公路，發展隴海路，修築粵漢間及南昌杭州間的鐵路，以利交通。其對於國內政治的統治，經濟的調和，軍事的運輸，有很大的關係。

(2) 化學工廠的設立——中國的科學不發達，其原因雖有種種，但化學藥品的缺乏，為其主因之一，實業部設酒精廠於上海，至其他化學藥品製造廠不久亦可設立。此種事業之興辦，不但能促進科學進步，免去國內資財之外溢，並且對於軍事發展上有很大的補益。

(3) 航空人才的訓練及飛機的購置——近幾年來，對於航空事業，非常注意，如航空學校的設立，極力訓練航空人才，大量購買飛機。此種新興的事業對於政治上，軍事上，教育上，經濟上，都有相當的價值。

(五) 關於中國史的起始其說不一，普通中國史始於黃帝，但此種說法不可靠；人類可靠的歷史，不過有二三千年；所以中國史應始於從今日起上推到二三千年的時候。因為這二三千年，記載的書較多，各項紀念品亦容易尋

得故也。

- (六) 文藝復興乃中古人生觀的反動，與上古文化的復活，中古時代歐洲人受教會所壓制所束縛，忍受生前苦痛，夢想死後幸福，忘却現實，忘却自我。自有文藝復興，乃得恢復自由，享受自然，且文藝復興時代，有一種共同的趨勢，就是求現實，求解放，求活潑，求研究進取，反對空想，反對靜默，反對迷信保守，所以史家常說：文藝復興是思想革命，為近代許多革命中的第一聲。

## 天津南開大學入學試題

## 軍 事 學

1. 試述學校施行軍事訓練的意義和重要。
2. 軍紀何以爲軍隊之命脈其理由安在試略述之

## 解 答

2. 當戰時負有各種任務之大軍羣集於廣大之戰場，其境遇所在不同而上自將帥下至士卒猶能脈絡一貫從一定之方針爲一致之動作者全惟軍紀是賴，故軍紀實乃軍隊之命脈也。

## 黨 義

- 一，試釋三民主義的一貫性。
- 二，總理中山先生於評議國家經營事業開發計畫之先曾提出四種原則名爲何？

## 解 答

- 一，民族，民權，民生，三者是一貫的，是連環的，是不可分的，也就是說：「三民主義是互爲條件的，三民主義是互爲限界的。」因爲「民族主義需要民權主義來完成他的力量。成爲一種對於世界担負責任的民族主義，民權主義需要民族主義來牽擊他的責任心，同時需要民生主義來推進他的實在性，民生主義需要民族主義來衝破他的前途的障礙，同時也須要民權主義來保障他的靈敏的施行。」又「

民族主義必須是民權主義和民生主義的民族主義。才不會變成帝國主義。民權主義必須是民族主義和民生主義的民權主義，才不會變成虛偽的資產階級的民主政治。民生主義必須是民族主義和民權主義的民生主義，才不會變成資本主義。」要三民主義連環的實現，人與人的鬥爭，才能終熄，大同世界才會實現。這就是三者的關係。

二、四種原則爲：一

- (1) 必選最有利之途，以吸收外資。
- (2) 必應國民之所最需要。
- (3) 必期抵抗之至少。
- (4) 必擇地位之適宜。

## 國 文

### 作文

我個人讀書的經驗

### 閱讀測驗

就孟子「狂，狷，鄉原，」章加標點

講孟子「狂，狷，鄉原，」章大義

孟子狂，狷，鄉原。章

萬章問曰孔子在陳曰盍歸乎來吾黨之士狂簡進取不忘其初孔子在陳何思魯之狂士孟子曰孔子不得中道而與之必也狂狷乎狂者在進取狷者有所不爲也孔子豈不欲中道哉不可必得故思其次也敢問何如斯可謂狂矣曰如琴張曾皙牧皮者孔子之所謂狂矣何以謂之狂也曰其志嚶嚶然曰古之人古之人夷考其行而不掩焉者也狂者又不可得欲得不屑不潔之士而與之是狷也是又其次也孔子曰過我門而不入我室我不憾焉若其進鄉原乎鄉原德之賊也曰何

如斯可謂之鄉原矣。曰：何以是嚶嚶也？言不顧行，行不顧言，則曰：古之人，古之人。行何爲蹢躅涼涼，生斯世也，爲斯世也，善斯可矣。闕然媚於世也者，是鄉原也。萬章曰：一鄉皆稱原人焉，無所往而不爲原人，孔子以爲德之賊，何哉？曰：非之無舉也，刺之無刺也，同乎流俗，合乎汙世，居之似忠信，行之似廉潔，衆皆悅之，自以爲是，而不可與入堯舜之道，故曰：德之賊也。孔子曰：惡似而非者，惡莠恐其亂苗也，惡佞恐其亂義也，惡利口恐其亂信也，惡鄭聲恐其亂樂也，惡紫恐其亂朱者，惡鄉原恐其亂德也。君子反經而已矣，經正則庶民興，庶民興則斯無邪慝矣。

## 解 答

作文 我個人讀書的經驗

閱讀測驗標點——萬章問曰：『孔子在陳曰：「盍歸乎來！吾黨之士狂簡，進取不忘其初，」孔子在陳，何思魯之狂士？』孟子曰：『孔子不得中道而與之，必也狂狷乎！狂者進取，狷者有所不爲也。孔子豈不欲中道哉？不可必得，故思其次也。』敢問何如斯可謂狂矣？』曰：『如琴張，曾皙，牧皮者，孔子之所謂狂矣。』『何以謂之狂也？』曰：『其志嚶嚶然，曰：「古之人，古之人」夷考其行，而不掩焉者也。狂者又不可得，欲得不屑不潔之士而與之，是狷也。是又其次也。孔子曰：「過我門而不入我室，我不憾焉者，其惟鄉原乎！鄉原，德之賊也。』曰：『何如斯可謂之鄉原矣？』曰：『何以是嚶嚶也，言不顧行，行不顧言，則曰，古之人，古之人。』「行何爲蹢躅涼涼，生斯世也，爲斯世也，善斯可矣。」闕然媚於世也者，是鄉原也，』萬章曰：『一鄉皆稱原人焉，無所往而不爲原人，孔子以爲德之賊。何哉？』曰：『非之無舉也，刺之無刺也；同乎流俗，合乎汙世；居之似忠信，行之似廉潔，衆皆悅之，自以爲』

是；而不可與入堯舜之道，故曰，德之賊也，孔子曰：「惡似而非者；惡莠恐其亂苗也；惡佞恐其亂義也；惡利口，恐其亂信也；惡鄭聲，恐其亂樂也；惡紫，恐其亂朱也；惡鄉原，恐其亂德也，」君子反經而已矣；經正，則庶民興，庶民興，斯無邪慝矣。」

- 大義——此章先叙孔子因不得中庸之人，故思狂士，再叙狂者進取，捐者有所不爲。並舉狂者之例，次叙孔子惡鄉原爲德之賊且詳述鄉原爲何如人，及孔子惡鄉原似是而非，並舉多數其他之例，末叙經正可以去邪慝之道。

## 英文試題

- I. What do you mean by simple, complex, compound, periodic, loose, and balanced sentences? Give an example of each.
- II. (a) Construct three sentences to illustrate the use of noun adjective and adverbial clauses.
- (b) Point out all the prepositional, participial infinitive, noun, adjective, adverbial and independent phrases in the following sentences:
  1. Be sure to catch the ten-perty train; otherwise you'll have to wait until three o'clock.
  2. In this way she traveled all over the country, working as a waitress whenever she needed money.
  3. That woman, by the way, is making a name for herself as a scientist.

4. I regret being unable to accompany you on your trip.

III. (a) Correct the following sentences:

1. A heavy rain fell during the night, and thus delaying our departure for several hours.
2. I will be eighteen years old to-morrow.
3. Each of us have had our pictures made.
4. While we hope that the students exchange knowledge each other.
5. Luckily, I have enter the famous college, Nankai University.

(b) Indicate the accents of the following words by underlining the syllables accented:

- |              |                 |
|--------------|-----------------|
| 1. excellent | 6. admirable    |
| 2. Character | 7. exquisite    |
| 3. probably  | 8. hypocrisy    |
| 4. register  | 9. mischievous  |
| 5. influence | 10. superfluous |

IV. The following passage into Chinese:

As long as man lived by hunting, he could not progress very far above savagery. But in course of time it was discovered that animals could be tamed or domesticated. The dog, the cow, and the horse are some of the oldest as well as the most faithful friends of mankind. People living along rivers or by the shores of lakes and seas learned how to fish, using hooks and net with great skill.

It was also found that plants useful for food could be cultivated, and a crude kind of agriculture was begun by people who lived in fertile regions. When men could till the soil and fish and raise domestic animals they could begin to live in settled communities, and civilized life could develop.

- V. Write a composition of not less than 250 words on the following subject:

My Home.

### 解 答

- I. (1) A sentence which has only one finity verb is called a simple sentence.  
Ex: I am a boy.
- (2) A complex sentence consists of a principal clause with one or more subordinate clauses.  
Ex: We did not know that he would leave us so soon.
- (3) A compound sentence is one made up of two or more co-ordinate clauses.  
Ex: The sun rose with power, and the fog dispersed.
- (4) A periodic sentence is so framed that the grammatical construction will not admit of a close, before the end of it.  
Ex: The vines afforded both a refreshing shade and a delicious fruit.

- (5) A sentence, whose construction will allow of a stop, so as to form a perfect sentence, at one or more places before we arrive at the end, is called a loose sentence.

Ex: The world is not eternal, nor is it the result of chance.

- (6) A balanced sentence is a sentence which similar parts are in similar grammatical construction.

Ex: I do this and you do that.

- II. (a) 1) I beg to inquire who came here to-day. (noun clause)
- 2) The exact time when the theft was committed was never found out. (Adjective clause)
- 3) Prove a friend, before you trust him. (adverbial clause)
- (b) 1. To catch.....infinitive phrase.  
the ten-forty train.....noun phrase.  
to wait.....infinitive phrase  
until three o'clock.....adverbial phrase.
2. In this way.....adverbial phrase.  
over the country.....adverbial phrase.  
working as a waitress.....participial phrase.
3. By the way.....independent phrase.  
for herself.....adverbial phrase.  
as a scientist.....adverbial phrase.
4. Being unable.....participle phrase.  
to accompany.....infinitive phrase.

- on your trip.....adverbial phrase.
- III. (a) 1. A heavy rain fell during the night, thus delaying our departure for several hours.
2. I shall be eighteen years old to-morrow.
3. Each of us has had our pictures made.
4. We hope that the students exchange knowledge one another.
5. Luckily, I have entered the famous college——Nankai University.
- (b) 1. excellent                      6. admirable
2. charactor                        7. exquisite
3. probably                         8. hypocrisy
4. register                         9. mischievous
5. influence                        10. superfluous

- IV. 當人以狩獵度生活之時，他不能從野蠻時代進步許多，在獸類被發現可以馴養以後；犬，牛，馬等即為人類之忠實伴友。住在河邊或湖海沿岸之人知道如何利用鈎，槍，網以捕魚。以後又知植物可以種植以作食物，並且一種粗農業亦被住在肥沃區域之人所開始。當人們能耕地及捕魚，畜獸之時，他們便開始生活在安定的社會中，同時文明生活亦隨之發展。

### 數學試題（一）

1. 作  $y = x^3 - 2x^2$  與  $y = \sin x + \cos x$  之圖線。  
說明代數函數與三角函數之主要區別。
2. 用行列式解下列方程系。

圖 I ( $y = x^3 - 2x^2$ )

圖 II ( $y = \sin x + \cos x$ ).

$$x + y = 0.$$

$$3y - 7z = 17.$$

$$2x - 3y + z = 7.$$

3. 已知一三角形之底與一底角求作此三角形與一已知梯形等積。

4. 証下列各等式

$$(a) \frac{\cot A - 2}{\cot A + 1} = \sqrt{\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A}}$$

$$(b) \log_{10}^a = \log_e a \cdot \log_{10}^e.$$

5. 解下列方程系並用圖線法覆驗之

$$x^2 + 2x - 4y - 3 = 0.$$

$$x + 2y - 1 = 0.$$

6. 於已知圓內。求作一已知底之內接等腰三角形試証由此三角形之各頂點所作之各切線亦必成一等腰三角形

7. 求下列各方程中  $x$  之值：

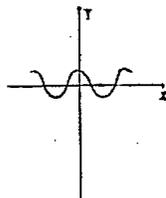
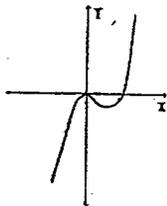
$$(a) 441 = 125(1.04)^{2x}.$$

$$(b) \cos 4x + \cos 2x = 0.$$

8. 三角形之兩角為  $60^\circ$  與  $75^\circ$  其夾邊為十公分求此三角形之面積及其外接圓之面積。

### 解 答

1.



代數函數僅含  $x, y,$   
三角函數含正弦, 餘弦等。

2.

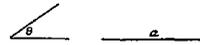
$$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -17 & 3 & -7 \\ 7 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-49 + 17}{3 - 21 - 14} = \frac{-32}{-32} = 1.$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -17 & -7 \\ 2 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{-17 + 49}{3 - 21 - 14} = -1.$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -17 \\ 2 & -3 & 7 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & -7 \\ 2 & -3 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{21 - 51 - 34}{-32} = \frac{-64}{-32} = 2.$$

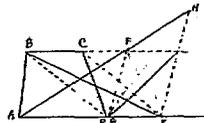
$\therefore x=1, y=-1, z=2.$

3. 設定：梯形ABCD



$\angle \theta$ . 線段  $a$ .

求作：一三角形



底邊爲  $a$ 。一底角等於  $\angle\theta$ 。且與梯形  $ABCD$  等積。

作法：連  $BD$ 。過  $C$  作  $CE \parallel BD$ ，交  $AD$  於  $E$ 。作  $AF$  交  $BC$  於  $F$  令  $\angle EAF = \angle\theta$ 。在  $AE$  上截  $AG = a$  連  $FG$  過  $E$  作  $EH \parallel FG$ ，交  $AF$  於  $H$ 。連  $GH$  則  $\triangle AGH$  即爲所求。

証： 連  $BE$  及  $EF$ 。

$$ABCD = \triangle ABD + \triangle BCD.$$

$$\triangle ABE = \triangle ABD + \triangle BDE$$

$$\triangle BCD = \triangle BDE \quad (\text{同底} \circ \text{高})$$

$$\therefore ABCD = \triangle ABE$$

$$\triangle ABE = \triangle AEF.$$

$$\therefore ABCD = \triangle AEF.$$

$$\triangle AGH = \triangle AFG + \triangle FGH$$

$$= \triangle AFG + \triangle FEG$$

$$= \triangle AEF.$$

$$\therefore \triangle AGH = ABCD.$$

且  $\angle HAG = \angle\theta$ .

$$AD = a$$

$\therefore \triangle AGH$  即所求三角形。

4. (a)

$$\frac{\cot A - 1}{\cot A + 1} = \frac{\frac{\cos A - \sin A}{\sin A}}{\frac{\cos A + \sin A}{\sin A}} = \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A}} &= \sqrt{\frac{\sin^2 A + \cos^2 A - 2\sin A \cos A}{\sin^2 A + \cos^2 A + 2\sin A \cos A}} \\ &= \sqrt{\frac{(\cos A - \sin A)^2}{(\cos A + \sin A)^2}} = \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{\cot A - 1}{\cot A + 1} = \sqrt{\frac{1 - \sin 2A}{1 + \sin 2A}}$$

$$(b) \log_{10} a = \frac{\log_e e}{\log_e 10}$$

$$\therefore \log_e 10 = \frac{1}{\log_{10} e}$$

$$\therefore \log_{10} a = \log_e a \cdot \log_{10} e$$

$$5. \quad \left. \begin{aligned} x^2 + 2x - 4y - 3 &= 0 && \dots\dots\dots(1) \\ x + 2y - 1 &= 0 && \dots\dots\dots(2) \end{aligned} \right\}$$

$$\text{由 (2) } y = \frac{1-x}{2}$$

$$\text{代入 (1) } 2x^2 + 4x - 4 + 4x - 6 = 0.$$

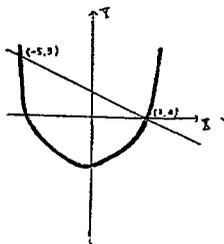
$$2x^2 + 8x - 10 = 0.$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0.$$

$$(x+5)(x-1) = 0.$$

$$x = 1, -5.$$

$$y = 0, 3.$$

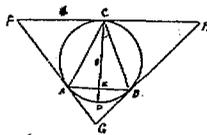


6. (1) 設定：圓 $\odot$ ，線段 $\overline{a}$ 。

求作：一三角形內接於

$\odot$  底邊等於  $a$ 。

作法：在  $\odot$  內作  $\overline{AB}$



等於  $a$ ，作直徑  $CD \perp AB$  於  $E$ ，連  $\overline{AC}$ ， $\overline{BC}$  則  $\triangle ABC$  即為所求。

証：  $CE = CE$

$AE = BE$

$\angle CEB = \angle CEA$

$\therefore \triangle ACE \cong \triangle BCE$  (S.R.S.)

$\therefore AC = BC$

且  $AB = a$

$\therefore \triangle ABC$  即為所求

(2) 題設：  $\odot$  內內接  $\triangle ABC$  過  $A, B, C$  之三切線圍成  $\triangle FGH$

題斷：  $\triangle FGH$  為一等腰三角形。

証：  $FH \parallel AB$

$\angle CHG = \angle ABG$

$\angle ABG = \angle ACB$

$\therefore \angle CHG = \angle ACB$

同理  $\angle CFG = \angle ACB$

$\therefore \angle CHG = \angle CFG$

$\therefore HG = FG$

$\therefore \triangle FGH$  為一等腰三角形。

7. (a)  $441 = 125 (1.04)^{2x}$

$\therefore$

$$(1.04)^{2x} = \frac{441}{125}$$

$$2x \log 1.04 = \log \frac{441}{125}$$

$$\begin{aligned} \therefore x &= \frac{\log 441 - \log 125}{2 \log 1.04} \\ &= \frac{2 \log 7 + 2 \log 3 - 3 \log 5}{2 \log 1.04} \\ &= \frac{2 \times 0.8451 + 2 \times 0.4771 - 3 \times 0.699}{2 \times 0.17} \\ &= 16.1. \end{aligned}$$

$$(b) \cos 4x + \cos 2x = 0.$$

$$\Re \cos^2 2x - \sin^2 2x + \cos 2x = 0.$$

$$\cos^2 2x - (1 - \cos^2 2x) + \cos 2x = 0.$$

$$2 \cos^2 2x + \cos 2x - 1 = 0.$$

$$(2 \cos 2x - 1)(\cos 2x + 1) = 0.$$

$$\cos 2x = -1 \text{ 或 } \frac{1}{2}.$$

$$\checkmark 2x = 2n\pi \pm \pi \text{ 或 } 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}.$$

$$x = n\pi \pm \frac{\pi}{2} \text{ 或 } n\pi \pm \frac{\pi}{6}.$$

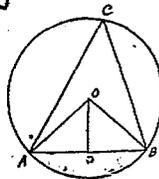
8.

如 圖

$$\angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 75^\circ = 45^\circ.$$

$$\frac{BC}{\sin 60^\circ} = \frac{10 \text{ 公分}}{\sin 45^\circ}$$

$$\therefore BC = 12.2 \text{ 公分}$$



$$h = 12.2 \text{ 公分} \times \sin 75^\circ = 12.2 \text{ 公分} \times .9659 \\ = 11.78 \text{ 公分}$$

$$\text{三角形面積} = \frac{10 \text{ 公分} \times 11.78 \text{ 公分}}{2} = 58.9 \text{ 方公分}$$

$$\angle BOD = \angle ACB = 45^\circ.$$

$$r = BO = \frac{10 \text{ 公分}}{\sin 45^\circ} = 7.07 \text{ 公分}$$

$$\text{圓面積} = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (7.07 \text{ 公分})^2 \\ = 157.095 \text{ 方公分}。$$

### 算學試題(二)(理學院)

- (a)  $x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 8 = 0$   
已知上列方程式之一根為  $1+i$  求其他各根。

(b) 設  $n$  物中每次取四個之排列數與  $n+1$  物中每次取五個之組合數之二倍相等。求  $n$  之值。
- $L_1: 3x - 8y + 5 = 0.$   
上列直線  $L_1$  通過  $(1,1)$  點設  $L_2$  亦過此點由  $L_1$  至  $L_2$  之角度為  $45^\circ$ 。求  $L_2$  之方程式。
- 一點  $P$  運行於平面上其對於一固定線  $L$  之距離與其對一固定點  $K$  ( $K$  不在  $L$  之上) 之距離之平方成正比。設  $P$  恒與  $K$  在  $L$  之同一方面，求  $P$  之軌跡。
- 如在拋物線正焦弦 (Latus rectum) 之兩端各作一切線，則此二切線直交於該拋物線之準線上，試證明之。
- 設自一橢圓之焦點至其任意切線之距離  $d_1, d_2$ ，證明  $d_1 d_2$  之乘積係一常數，與該切線之選擇無關。

6.  $V = 10 \cos 2\theta$

試畫上列方程式所代表之曲線。

7. (A)  $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2yx + 2fy + c = 0$

(B)  $2x^2 - 3y^2 + xy - x + 11y + \lambda = 0$

在何種條件下方程 (A) 代表兩直線？定入之值使方程式 (B) 代表兩直線，並求該兩直線之方程式。

8.  $x^2 + 4xy + 4y^2 - 14x - 8y + 5 = 0$

將上列方程式施以轉換 (Transformation) 使直線  $x + 2y - 3 = 0$  為新的  $x$  軸直線， $2x - y + 1 = 0$  為新的  $y$  軸，這種轉換祇有一個嗎？

### 解 答

1. (a) 已知一根為  $1+i$  則必有一  $1-i$  根。

$$\frac{x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 8}{(x-1-i)(x-1+i)}$$

$$= \frac{x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 8}{x^2 - 2x + 2} = x^2 - 2x + 4$$

解  $x^2 - 2x + 4 = 0$

$$x = 2, 2.$$

故  $x = 2, 2, 1+i, 1-i.$

(b) 按題意可列一方程：

$$P_4^n = 2C_5^{n+1}$$

解此方程即可求出  $n$  值

$$P_4^n - 2C_5^{n+1} = 0$$

$$n(n-1)(n-2)(n-3) - 2 \times \frac{(n+1)n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 0$$

消去  $(n-1)(n-2)(n-3)n$  得

$$1 - \frac{n+1}{60} = 0$$

$$60 - n - 1 = 0$$

$$\therefore n = 59 //$$

2.

設  $L_2$  之方程為  $A_2x + B_2y + K = 0$ .....(1)

因  $L_2$  過  $(1,1)$  點故  $A_2 + B_2 + K = 0$ .....(2)

$$\therefore \tan \theta = \frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{A_1 A_2 + B_1 B_2}$$

而  $A_1 = 3, B_1 = -8$

$$\tan \theta = \tan 45^\circ = 1$$

$$\therefore \left( \begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right) = \frac{-8A_2 - 3B_2}{3A_2 + 8B_2}$$

$$3A_2 - 8B_2 = -8A_2 - 3B_2$$

$$11A_2 - 5B_2 = 0 \dots\dots\dots(3)$$

✓ 解 (2)(3) 方程：

$$\text{從 (3) 得 } A_2 = \frac{5}{11}B_2 \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{代入 (2) } \frac{5}{11}B_2 + B_2 + K = 0$$

$$16B_2 + 11K = 0$$

$$\therefore B_2 = -\frac{11}{16}K$$

$$\text{代入 (4)} \quad A_2 = \frac{5}{11} \times \frac{-11}{16}K = -\frac{5}{16}K$$

將  $A_2, B_2$  之值代入 (1) 方程即可得所求方程

$$\frac{-5}{16}Kx - \frac{11}{16}Ky + K = 0$$

$$\therefore 5x + 11y - 16 = 0$$

3. 設  $P(x, y)$  爲所求軌跡上之一點，  
且令固定線爲  $x$  軸。已知點爲  $K(x_1, y_1)$   
則  $P$  距  $P'$  之距離平方爲

$$d = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2$$

$P$  距固定線之距離爲  $d'$

$$d' = y$$

則  $d \propto d'$

設比例常數爲  $C$  則  $d = Cd'$

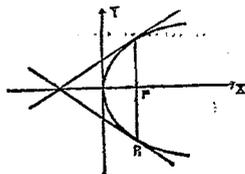
$$\therefore (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = Cy$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 2xx_1 - (2y_1 + C)y + x_1^2 + y_1^2 = 0$$

(c) 卽爲所求之軌跡方程

故此軌跡爲一圓。

4. 設  $P_1\left(\frac{p}{2}, p\right), P_2\left(-\frac{p}{2}, p\right)$  爲拋物線  $y^2 = 2px$  之正



焦點之兩端點。

所有對拋物線  $y^2 = 2px$  之切線之

形狀爲

$$y_1 y = px + px_1 \dots\dots\dots (1)$$

故過  $P_1(\frac{p}{2}, p)$  之切線方程為：

$$Py = \frac{p^2}{2} + px \dots\dots\dots (2)$$

過  $P_2(-\frac{p}{2}, -p)$  之切線方程為

$$-py = -\frac{p^2}{2} + px \dots\dots\dots (3)$$

解 (3) (2) 可求出過正焦弦兩端兩切線之交點  $P(x, y)$

$$\text{將 (3) 代入 (2)} \quad \frac{p^2}{2} + px = \frac{-p^2}{2} - px$$

$$2px = \frac{-2p^2}{2}$$

$$\therefore x = \frac{-p}{2}$$

$$\text{代入 (2)} \quad y = \frac{\frac{p^2}{2} + \frac{-p^2}{2}}{p} = \frac{0}{p} = 0$$

因  $p$  之坐標為  $(\frac{-p}{2}, 0)$  而準線之方程為  $x = \frac{-p}{2}$

$\therefore$  由拋物線正焦弦兩端所作之切線相交於準線上。

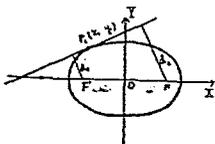
由 (2) 切線  $p_1 p$  之斜率 (slope) 為  $\frac{p}{p} = 1$

由 (3) 切線  $p_2 p$  之斜率為  $\frac{-p}{p} = -1$

$$\therefore P_1P \perp P_2P.$$

$\therefore$  兩切線直交於準線上  $Q$

5.



設橢圓之方程爲

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2 \dots\dots (1)$$

設一點  $P_1(x_1, y_1)$  在此橢圓上

○ 過  $P$  點對橢圓所作切線方程爲：

$$\frac{b^2}{a}x_1x + a^2y_1y = a^2b^2 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

將(2)變爲法線式 (Normal form)

$$\frac{b^2x_1}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}}x + \frac{a^2y_1}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}}y - \frac{a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}} \dots (3)$$

設由切線至焦點  $F(c, 0)$  之距離爲  $d_1$

設由切線至焦點  $F'(-c, 0)$  之距離爲  $d_2$

將  $F'(-c, 0)$  代入(3)

$$\therefore d_2 = \frac{-b^2x_1c}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}} - \frac{a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}} = \frac{-b^2x_1c - a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}}$$

將  $F(c, 0)$  代入(3)

$$\therefore d_1 = \frac{b^2x_1c}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}} - \frac{a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}} = \frac{b^2x_1c - a^2b^2}{\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}}$$

$$\therefore d_1 \cdot d_2 = \frac{(-b^2x_1c - a^2b^2)(b^2x_1c - a^2b^2)}{(\sqrt{b^4x_1^2 + a^4y_1^2})^2} = \frac{-b^4x_1^2c^2 + a^4b^4}{b^4x_1^2 + a^4y_1^2}$$

$$= \frac{b^4(a^4 - c^2x_1^2)}{(a^2 - c^2)x_1^2b^2 + a^4y_1^2} = \frac{b^4(a^4 - c^2x_1^2)}{a^2x_1^2b^2 - c^2x_1^2b^2 + a^4y_1^2}$$

$$= \frac{b^4(a^4 - c^2x_1^2)}{a^2(b^2x_1^2 + a^2y_1^2) - c^2x_1^2b^2} = \frac{b^4(a^4 - c^2x_1^2)}{a^4b^2 - c^2x_1^2b^2}$$

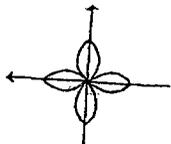
$$= \frac{b^4(a^4 - c^2x_1^2)}{b^2(a^4 - c^2x_1^2)} = b^2$$

故  $d_1d_2$  之乘積為常數。故任何切線之  $d_1d_2$  乘積均為此常數。故與切線之選擇無關。

6.  $\rho = 10 \cos 2\theta$

- (1) 設  $\theta = 0$  或  $\pi$ , 則  $\rho = 10$  或  $-10$  ✓
- (2) 曲線不與極 (pole) 對稱。
- (3) 曲線與極軸 (polar) 對稱。
- (4) 曲線不變至無限遠, 為一閉曲線

$\theta$	$\rho$	$\theta$	$\rho$
0	10	$\frac{\pi}{2}$	-10
$\frac{\pi}{12}$	8	$\frac{7\pi}{7}$	-8
$\frac{\pi}{6}$	5	$\frac{2\pi}{3}$	-5
$\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{3\pi}{4}$	0
$\frac{\pi}{3}$	5	$\frac{5\pi}{6}$	-5
$\frac{5\pi}{7}$	8	$\frac{10\pi}{18}$	8
$\frac{\pi}{2}$	-10	$\pi$	10



7. (a)  $ax^2 + by^2 + 2hxy + 2gx + 2fy + c = 0$

$\Delta > 0$  時上式代表兩相交直線。

即  $4abc + 8fgh - 4af^2 - 4bg^2 - 4ch^2 = 0$  同時

$4h^2 - 4ab = 0$  代表兩相交直線。

若  $\Delta = 0$   $\xi < 0$  則代表兩平行直線。

即當  $4abc + 8fgh - 4af^2 - 4bg^2 - 4ch^2 = 0$

$4h^2 - 4ab = 0$

$4ac + 4bc - 4g^2 - 4f^2 < 0$  時上式代表兩平行

直線。

(b)  $2x^2 - 3y^2 + xy - x + 11y + \lambda = 0$

$\Delta > 0$  上式為兩相交直線。

$$4 \times 2 \times (-3) \times \lambda + 1 \times (-1) \times 11 - 2 \times 11^2 + 3 \times 1^2$$

$$- \lambda \times 1^2 = 0$$

$$- 24\lambda - 11 - 242 + 3 - \lambda = 0$$

$$- 25\lambda - 251 = 0$$

$$\therefore \lambda = \frac{-251}{25}$$

8-

$$x + 2y - 3 = 0 \dots\dots\dots(1)$$

$$2x - y + 1 = 0 \dots\dots\dots(2)$$

解 (1), (2)  $x = \frac{1}{5}$ ,  $y = \frac{7}{5}$

直線 (1) 之斜率 (slope) 為  $-\frac{1}{2}$

設  $\theta$  為轉換時之角度則  $\tan \theta = -\frac{1}{2}$

$$\sin \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{4}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\begin{aligned} x' = x' \cos \theta - y' \sin \theta + h &= \frac{1}{\sqrt{5}} x' - \frac{2}{\sqrt{5}} y' \\ &+ \frac{1}{5} \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = x' \sin \theta + y' \cos \theta + k &= \frac{2}{\sqrt{5}} x' + \frac{1}{\sqrt{5}} y' \\ &+ \frac{7}{5} \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

將 (3),(4)代入原方程  $x^2 + 4xy + 4y^2 - 14x - 8y + 5 = 0$

$$\begin{aligned} &\left( \frac{1}{\sqrt{5}} x' - \frac{2}{\sqrt{5}} y' + \frac{1}{5} \right)^2 \\ &+ 4 \left( \frac{1}{\sqrt{5}} x' - \frac{2}{\sqrt{5}} y' + \frac{1}{5} \right) \left( \frac{2}{\sqrt{5}} x' \right. \\ &\left. + \frac{1}{\sqrt{5}} y' + \frac{7}{5} \right) + 4 \left( \frac{2}{\sqrt{5}} x' \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\sqrt{5}} y' + \frac{7}{5} )^2 - 14 \left( \frac{1}{\sqrt{5}} x' - \right. \\
 & \left. \frac{2}{\sqrt{5}} y' + \frac{1}{5} \right) - 8 \left( \frac{2}{\sqrt{5}} x' + \right. \\
 & \left. \frac{1}{\sqrt{5}} y' + \frac{7}{5} \right) + 5 = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{或 } & \frac{1}{5} x'^2 + \frac{4}{5} y'^2 + \frac{1}{25} - \frac{4}{5} x'y' - \frac{4}{5\sqrt{5}} y' \\
 & + \frac{2}{5\sqrt{5}} x' + \frac{8}{5} x'^2 + \frac{4}{5} x'y' + \frac{28}{5\sqrt{5}} x' \\
 & - \frac{16}{5} x'y' - \frac{8}{5} y'^2 - \frac{56}{5\sqrt{5}} y' + \frac{8}{5\sqrt{5}} x' \\
 & + \frac{4}{5\sqrt{5}} y' + \frac{28}{25} + \frac{16}{5} x^2 + \frac{4}{5} y'^2 + \frac{196}{25} + \\
 & \frac{4}{5} x'y' + \frac{28}{5\sqrt{5}} y' + \frac{56}{5\sqrt{5}} x' - \frac{14}{\sqrt{5}} x' \\
 & + \frac{28}{\sqrt{5}} y' - \frac{14}{5} - \frac{16}{\sqrt{5}} x' - \frac{8}{\sqrt{5}} y', \\
 & - \frac{56}{5} + 5 = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{或 } \frac{25}{5} x'^2 - \frac{12}{5} x'y' - \frac{56}{5\sqrt{5}} x' - \frac{8}{\sqrt{5}} y' = 0$$

$$\text{或 } 25\sqrt{5}x'^2 - 12\sqrt{5}x'y' - 56x' - 40y' = 0;$$

$$\text{或 } 25\sqrt{5}x^2 - 12\sqrt{5}xy - 56x - 40y = 0$$

### 物理試題

1. 質量與重量有區別？二者在實驗室內如何測定法？
2. 一壘球投手立於汽車中，當車行動時，彼將球向上直擲，問在下列三種情形下球應落於何處？
  - A. 當球擲出後，車仍依原來速度進行，
  - B. 當球擲出後，車之速度忽然增加，
  - C. 當球擲出後，車之速度忽然減低。
 （答此題時，空氣阻力可不計較）
3. 760m.m. 水銀柱之壓力作何解釋？試將此壓力化為 dynes/cm.<sup>2</sup> 及 Lb./inch.<sup>2</sup>
4. 一（實）銅球在空氣中之重量為一疋，問此銅球在酒精中之重量應為若干？  
（銅之密度 = 8.93gms./c.c. 酒精密度 = 0.79gms./c.c.）
5. 在某一溫度時華氏表與攝氏表所指之度數完全相同，試求此溫度。
6. 一圓球在 0°C 時其體積為一立方呎，在 100°C 時其體積為  $1\frac{1}{1000}$  立方呎，試求此物體之直線膨脹係數及立體係數。
7. 何謂焦點距？望遠鏡上接物鏡之焦點距須長，而顯微鏡上接物鏡之焦點距須短，試言其故。

8. 白光經過三稜鏡後呈何現象？試以圖解之。
9. 試解釋苦龍氏電力定律之各種意義，並由此定律求靜電制單位電量之定義。
10. 220V—40W 之電燈泡可以容若干電流通過？此種電燈泡內炭絲之阻力為何？

### 解 答

1. 質量——表明物體內含有物質之慣性之量，曰該物體之質量。物體在任何地方，其質量皆不變。  
重量——物體中物質受地心吸引之力，謂之該物體之重量，物體之重量，因所處緯度之高低而有變化；緯度愈高，則物體之重量愈大。  
實驗室內，天秤之測量，即求物體之質量；彈簧稱之測量，即求其重量。
2. A. 球應隨汽車前進，而落於車上。  
B. 因球拋出後，車之速度忽然增加，而球仍依原車速前進，故球應落於車後。  
C. 因球拋出後，車之速度忽然減低，而球仍依原車速前進，故球應落於車前。
3. A. 760m.m. 水銀柱之壓力即為 760m.m. 高之水銀柱重量對於此水銀柱底所施之向下之壓力也。  
B. 按 C. G. S. 制 設此水銀柱之截面積為  $1\text{cm}^2$   
則水銀柱重為  
 $76\text{cm.} \times 1\text{cm.}^2 \times 13.6\text{g./cm.}^3 = 1033.6\text{g.}$   
即  $1033.6\text{g.} \times 980\text{dynes/g.} = 1012928\text{dynes.}$   
故此水銀柱底單位面積上所受之壓力，為

$$1012928 \text{ dynes/cm}^2 \circ$$

按 F. P. S. 制 設此水銀柱之截面積為  $1 \text{ inch}^2$

則水銀柱為

$$(76 \text{ cm} \div 2.54 \text{ cm./inch}) \times 1 \text{ inch}^2 \times (13.6 \times 62.4 \text{ Lb/ft}^3)$$

$$= 29.9 \text{ inch}^3 \times 848.64 \text{ Lb/ft}^3$$

$$= 29.9 \text{ inch}^3 \times 0.491 \text{ Lb./inch}^3 = 14.681 \text{ Lb.}$$

故水銀柱底單位面積所受之壓力為

$$14.681 \text{ Lb./inch}^2$$

4. 此銅球之體積為

$$(1 \times 1000 \text{ g.}) \div 8.93 \text{ g./c.c.} = 111.76 \text{ c.c.}$$

在酒精內銅球所失之重量為

$$111.79 \text{ c.c.} \times 0.79 \text{ g./c.c.} = 88.2904 \text{ g.}$$

故此銅球在酒精中之重應為

$$\sqrt{1000 \text{ g.} - 88.2904 \text{ g.} = 911.7096 \text{ g.}}$$

5. 設所求之度數為  $X^\circ\text{C}$ .

$$\checkmark \text{ 則 即 } (9x/5 + 32)^\circ\text{F.}$$

依題意得  $x = 9/5 \times x + 32$

$$5x = 9x + 160 \quad 4x = -160$$

$$\therefore x = -40.$$

6. 依公式  $V' = V\{1 + b(t' - t)\}$

設此球之體膨脹係數為  $b$

$$1 \frac{1}{1000} = 1\{1 + b(100 - 0)\}$$

$$1 \frac{1}{1000} = 1 + 100b$$

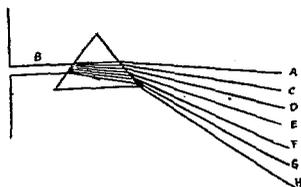
$$100b = \frac{I}{1000}$$

$$\therefore b = \frac{I}{100000} = 0.00001$$

又因  $b = 3a$  ( $a$  為物體之線膨脹係數) 則此球之線膨脹係數為

$$a = \frac{0.00001}{3} = 0.000003\overline{3}$$

7. 焦點距，即自焦點至透鏡之距離；曰焦點距。  
望遠鏡上接物鏡之焦點距甚長，則物體在比焦點距離極遠之處，而得見物較小之虛像。  
顯微鏡上接物鏡之焦點距甚短，則物體置於近焦點距處，則可生比實物大之虛像。
8. 白光經過三稜鏡時，其光屈折反射而成七種色線即暗紅色 (A 線) 紅色 (C 線) 黃色 (D 線) 綠色 (E 線) 青色 (F 線) 藍色 (G 線) 紫色 (H 線)。



9. 兩帶電之物體，若帶同名之電，則兩物體互相排斥，若帶異名之電，則兩物體互相吸引；又二物體間之斥力，或引力，與兩者所帶電量之乘積為正比例，而與其間距離之平

方，爲反比例。

由上二性質相合，即成爲苦龍電力定律。

設想真空中有兩球，球心相距 1 厘米，球上帶同種且等量之電荷，此二者間作用之斥力，等於 1 達時，各球上所有之電量，即靜電制單位電量之定義。

$$10. \quad \frac{40W}{220V} = 0.18 \text{ Amp.} // \checkmark$$

故 220V—40W 之電燈炮可通過 0.18Amp. 之電流

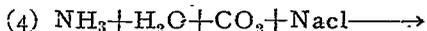
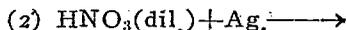
$$\frac{220V.}{0.18 \text{ Amp.}} = 1222.2 \text{ Ohm.} \checkmark$$

則此電燈泡內炭絲之阻力，爲 1222.2 Ohm.

### 理學院化學試題

I. Complete and balance the following equations:

完成下列之方程式並均衡之，



II. Name two examples each of gaseous and liquid fuels. Give their chemical composition, source, method of preparation, comparative cost and their special fields of use.

試於氣體及液體之燃料各舉二例。關於每種之成分，來源，製法，比較的價值及其專門用途加以充分討論。

III. According to the principles of nutrition and the recent investigations in food chemistry what factors ought we consider in the preparation of our daily diet?

依據營養原則及食品化學之最近研究，吾人於計劃膳食時所應行注意之點為何？

IV. Describe how the following industrial chemical products are made and give their important uses:

試述下列化工藝品之製法及其重要用途

- (1) Bleaching powder 漂白粉 (2) Coke 焦炭  
(3) Alcohol 酒精 (4) Soda 鹼 (5) Porcelain 瓷

V. Choose one of the following metals and give its metallurgy:

選擇下列金屬之一種，試述其冶煉方法之概要：

- (1) Sodium 鈉， (2) Aluminum 鋁，  
(3) Zinc 鋅， (4) Copper 銅， (5) Iron 鐵，

VI. Explain the following terms and illustrate with examples:

解釋下列名詞之意義並舉例以明之：

- (1) Complex salt 錯鹽， (2) Atomic nucleus 原子核，  
(3) electric couple 電偶， (4) Drying oil 乾性油，  
(5) Hydrogenation of oil 油之加氫成脂，  
(6) Hardening of Steel 鋼之硬化，  
(7) Fermentation 發酵作用， (8) Dialysis 透析法。

VII. (a) What is meant by a Chemical equilibrium?

Illustrate. How may the equilibrium point be disturbed?

何謂化學平衡？舉例以明之，如何可使平衡點移動？

(b) What are the factors that influence the speed of a reaction? Briefly discuss each.

何種因子足以影響反應之速度？試逐一申論之。

(c) Define oxidation and reduction in their broad sense.

釋廣義的氧化與還原。

Ⅷ. Write about 300 words on chemistry and National Defence.

論化學與國防（約三百字）

以上各題任作六題為完卷。答案或用英文。

或凡國文。但不得兩者夾雜並用。

### 解 答

- I. (1)  $2KI + H_2SO_4(\text{conc.}) \rightarrow 2KOH + I_2 + SO_2 \uparrow$   
 (2)  $2HNO_3(\text{dil.}) + Ag \rightarrow AgNO_3 + H_2O + NO_2 \uparrow$   
 (3)  $Zn + 2NaOH(\text{excess}) \rightarrow Na_2ZnO_2 + H_2 \uparrow$   
 (4)  $NH_3 + H_2O + CO_2 + NaCl \rightarrow NaHCO_3 + NH_4Cl$   
 (5)  $Cu + 2H_2SO_4(\text{conc.}) \rightarrow CuSO_4 + 2H_2O + SO_2 \uparrow$

II. 氣體燃料： A. 水煤氣：

成分：——為CO及H<sub>2</sub>之混合氣體。

來源：——煤，

製法：——水蒸氣通過紅熱之煤。

比較的價值：——燃燒可達到完全程度。

專門的用途：——用於蒸氣機關。

B.煤氣：

成分：——為氫，一氧化碳，沼氣等之混合物，

來源：——煤，

製法：——置煤於密閉之乾餾器內，強熱之，則煤起複分解，經精製後，即成煤氣。

比較的價值：——為氣體燃料中最佳者，製法簡易，原料便易，並產極有價值之副產品，焦炭。

專門用途：——街市路燈，家庭，實驗室，及工廠用之。

液體燃料： A.石油：

成分：——多種碳化氫之混合物。

來源：——油礦及煤層中。

製法：——取出礦渣後加濃 $H_2SO_4$  振盪之再加 $KOH$  然後再加水洗之則成市上所售之成品。

比較的價值：——因所含游離之碳原素很多，故燃燒時火焰特別明亮，當提煉時，可得佳良之汽油，為近代國防上重要之物品。

專門用途：——窮鄉僻壤，多用以燃燈，稍飲之，可治療肺病。

B.酒精：

成分：——為碳氫氧之化合物。

來源：——多用澱粉，製造而成。

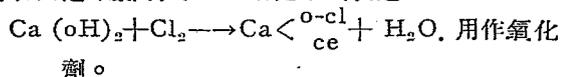
製法：——普通多用澱粉，藉酸酵作用，蒸餾而得之。

比較價值：——燃時火焰淡藍，宜於實驗之使用。

專門用途：——除特製之，供飲用外。實驗室中用作燃料或溶劑。

Ⅲ. 根據食物化學之最近研究，食物中除含有水，鹽類，脂肪，炭水化合物，蛋白質外，尚有生命素，或維他命，此種物質，對人體發育上，甚為重要，如此則在選擇食物時，應注意食物中對於鹽類，脂肪，炭水化合物，蛋白質及維他命之含量。

Ⅳ. (1) 將消石灰通以氯氣則成。以化學式表之：



- (2) 將煤乾餾，使其中所含之有機物質，全行揮發；遺下者則為焦煤，（焦炭）。用以煅煉金屬礦。
- (3) 將澱粉變為糖類，再加酵母使之發酵，則生成酒精。用作溶劑及燃料。
- (4) 食鹽水電解，則放出氯氣，鈉則與水化合，成氫氧化鈉，同時有氫放出。製皂時多用之，為實驗室不可缺之藥品。
- (5) 瓷之製造大概皆分三部
  - a. 用陶土黏土及碎長石三者混合之製成坯燒之。
  - b. 用硅石長石及各種氧化物熔化後塗於坯上

c. 燒之則成瓷。

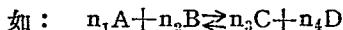
用作各種應有之器皿，及裝飾品，

- V. (1) 近來製鈉之法，用電電解白色固體之  $\text{NaOH}$ 。此法為卡斯特那氏法，在特製之電解器中，行之。
- (2) 將礬土 ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) 置電爐內，與冰晶石共熔，礬土被電解而產成鋁 ( $\text{Al}$ )
- (3) 將鋅礦 (方鋅礦) 石置入爐內，加熱使成氧化物，然後加木炭同置曲頸器內，再加熱，則鋅被還原，導入冷凝器內，凝成固體之鋅。
- (4) 將銅礦石 ( $\text{CuFeS}_2$  或  $\text{Cu}_2\text{Fe}_2\text{S}_3$ ) 燒煨， $\text{Fe}$  成氧化物， $\text{Cu}$  成硫化物與氧化物之混合物，次加木炭及砂，則鐵與砂成爲  $\text{Fe}_2\text{SiO}_3$  遺下，銅之混合物再燒，而成  $\text{SO}_2$  及  $\text{Cu}$  矣。
- (5) a. 鐵礦爲氧化物，則加炭使之還元，而成單體之鐵。  
b. 鐵礦爲硫化物，則先煨燒使成氧化物，再加炭還元之，而成鐵。
- VI. (1) 錯鹽 如  $\text{KAl}(\text{SO}_4)_2$  係一價之鉀鹽及三價之鉛鹽所合成，故名爲錯鹽。
- (2) 原子核：——原子爲電子及質子所組成，原子在原子核中爲含質子及一部電子之部分。
- (3) 電偶：——兩種不同之金屬浸入電解質溶液中，則成電偶。
- (4) 乾性油：——含乾性油脂之油類，爲乾性油，此種油於空氣中吸取氧，而生薄膜。
- (5) 油之加氫成脂：——在不適製蠟或造胰之油類中，加少量隙末，在高溫及高壓下通入

氫氣，於是該油飽吸應需之氫，變為固態或半固態之脂肪；此種作用謂之油之加氫成脂。

- (6) 鋼之硬化：——鋼內含炭之成分多寡，使鋼硬度不同；若加炭於鋼內，則鋼硬度增加。
- (7) 發酵作用——藉酵母之生長而發生之化學變化謂之發酵作用
- (8) 透析性——分離膠質與溶質之法，常用薄膜膀胱試之，若為膠質則不能透過，此法為透析法，薄膜膀胱所俱之此種特性曰透析性。

Ⅷ. (a) 化學平衡：——在可逆反應中，化學變化順逆之速度，達相當時之狀態，稱化學平衡。



$V = K_1 C_A^{n_1} \cdot C_B^{n_2}$  為  $\rightarrow$  方之變化速度。

$V' = K_2 C_C^{n_3} \cdot C_D^{n_4}$  為  $\leftarrow$  方之變化速度。

當  $V = V'$  時之狀態為平衡。

平衡之移動：

- 由外部加反應生成物於反應中，反應向 ( $\leftarrow$ ) 左移動。
- 反應生成氣體沉澱，或被吸收劑吸收時，則反應向 ( $\rightarrow$ ) 右移動。
- 壓力之影響：左右分子數不相等，

加壓力則生影響，平衡點向較少之部分移動。

- (B) a. 愛力：如氫與氯反應速度較氫與氯為快因為氫與氯的愛力大於氫與氯之愛力。
- b. 溫度：——溫度增高，可增加反應之速度。
- c. 濃度：——質量作用——純氧中燃燒作用較空氣強即此理。
- d. 接觸作用——用另一物質加入反應諸物質中而不參加化學變化僅僅促成反應加速此種作用名為接觸作用如製氧時，氯酸鉀中加二氧化錳二氧化錳，即營此作用。
- C. a. 氧化：——凡使金屬陽離子之原子價增加之反應，均謂之氧化。
- b. 還原：——凡使金屬陽離子之原子價減少之反應，均謂之還原。

VII. 從略。

### 化學試題(文學院商學院)

- I. 元素與化合物有何區別？試舉下列各物之名及其符號：—
- 五種最普通之金屬
  - 氯族元素
  - 稀氣元素
  - 砂，水，木，糖及脂肪中所共有之一元素。
- II. 用方程式表示下列各物實驗室中製法之反應
- 氮，
  - 氫
  - 氯，

- d. 氮， e. 二氧化碳。
- III. 最重要之酸有三。試舉其名，並就其一，詳述其製法及性質。
- IV. 解釋下列現象：
- 鐵之銹蝕
  - 牛乳之變酸
  - 銀器光澤之晦闇
  - 水銹之構成
  - 照相底片之顯影。
- V. 試就以下所述，言其結果，並略加說明。
- 將水加入濃硫酸中
  - 將有色的布片置於盛有乾燥氯氣之瓶中。
  - 將一小粒醋酸鈉晶體加入醋酸鈉之過飽和溶液中。
  - 將溴水加入碘化鉀之溶液中
  - 將無水氯化鈣置於潮濕之空氣中。
- VI. 舉下列各物之主要之用途。
- 單寧
  - 鹼
  - 鉛
  - 焦炭
  - 鉛白
  - 氮
  - 電石氣
  - 鎊
  - 酒精
  - 硫酸銨。
- VII. 完成下列方程：——
- $\text{Al}(\text{OH})_3 + \text{NaOH} \longrightarrow$
  - $\text{FeS} + \text{HCl} \longrightarrow$
  - $\text{CuO} + \text{NH}_3 \longrightarrow$
  - $\text{NHO}_3 + \text{HCl} \longrightarrow$
  - $\text{Na}(\text{OH}) \text{冷} + \text{Cl}_2 \longrightarrow$
- VIII. 洗滌用鹼之晶體，其公式為  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$ 。求其含水

之百分數。

## 解 答

I. 元素——用現時所有之種種方法而不能使其分解者，之單質。

化合物——由二種或二種以上之元素化合而成，且用適當之化學方法可使之分解。

a. 五種最普通的金屬

1. 鐵(Fe) 2. 銅(Cu) 3. 鉀(K) 4. 鈉(Na)

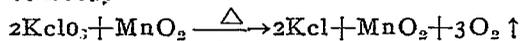
5. 銀(Ag)

b. 1. 氟(F<sub>2</sub>) 2. 氯(Cl<sub>2</sub>) 3. 溴(Br<sub>2</sub>) 4. 碘(I<sub>2</sub>)

c. 氦(He) 氖(Ne) 氫(A) 氪(Kr) 氙(Xe) 氮(Nt)。

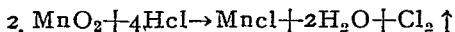
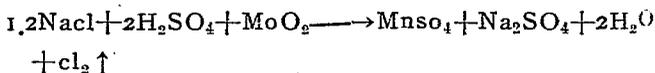
d. 氧(O<sub>2</sub>)。

II. a. 氧之製法

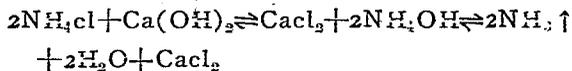


b. 氫之製法： $\text{Zn} + \text{H}_2\text{SO}_4 \longrightarrow \text{ZnSO}_4 + \text{H}_2 \uparrow$

c. 氯之製法：



d. 氮之製法：



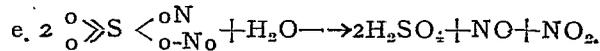
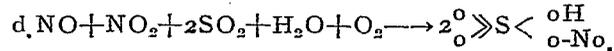
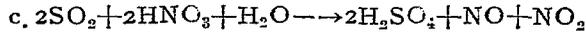
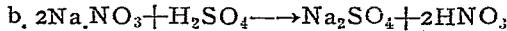
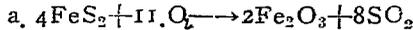
若令 NH<sub>3</sub> 繼續放出則反應可完成。

III. 重要之酸有三：— 1. 硫酸， 2. 硝酸， 3. 鹽酸，

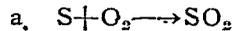
今述硫酸之製法：— 有二：一，鉛室法，二，接觸法。

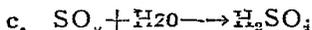
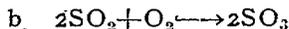
鉛室法之詳細步驟如下：

1.  $\text{SO}_2$  之製備：在燃燒爐中煅燒  $\text{FeS}_2$  或他種硫化物使生  $\text{SO}_2$ 。
  2. 硝酸蒸氣之製造：在煅燒爐旁置硝石鍋盛硝石及化酸蒸發之則硫酸蒸氣生出。
  3. 二氧化硫之氧化：將(1)，(2)所得之氣體及空氣通入 Glouer's 塔，噴射稀硫酸則成一部分硫酸。將未曾化合之氣體導入鉛室再噴入水汽，則相互化合而成硫酸。餘氣通入 Guy—Lussac 氏塔。塔頂注入濃硫酸以吸收  $\text{NO}_2$ ，再壓上 Glouer 塔頂。自塔頂噴下時。為上行之熱氣所遇  $\text{NO}_2$  復被分解而放出，同時隨諸氣而入鉛室以再行反應。
  4. 所得硫酸之加濃：置酸於鉛鍋中而蒸濃之。
- 鉛室法各步之反應式。



接觸法：用白金作觸媒，在  $400^\circ\text{C}$  時，則  $\text{SO}_2$  為空氣氧化而生成  $\text{SO}_3$ ， $\text{SO}_3$  為硫酸吸收成發烟硫酸 ( $\text{H}_2\text{SO}_4 \cdot \frac{1}{2}\text{SO}_3$ )，發烟硫酸經水沖稀而成硫酸，其反應步驟如下：





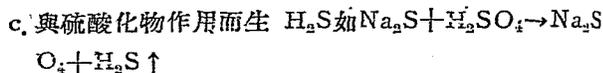
### 硫酸之性質

1. 物性：爲一種無色油狀液體，沸點  $338^{\circ}C$

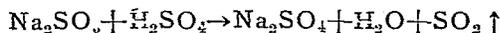
2. 化性：

a. 極易吸水而放多量之熱，故可用爲燥乾劑。

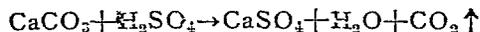
b. 稀硫酸與多種金屬起作用而放氫。



d. 與亞硫酸鹽作用生  $SO_2$

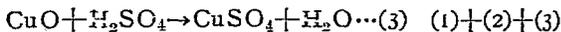


e. 與碳酸鹽作用生  $CO_2$  例如

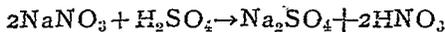
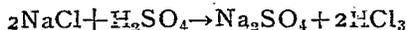


f. 濃硫酸爲極佳之氧劑  $H_2SO_4 \rightarrow H_2O + SO_2 + [O]$  故

濃硫酸可與銅起作用 (Cu 之電化次序在  $H_2$  以下)



g. 爲製造  $HCl$  及  $HNO_3$  之原料，因硫酸之沸點較高，



h. 對於有機物之作用，硫酸能從含有氫氧之物質提出



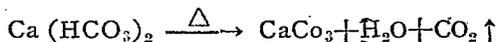
又當製硝化甘油時亦須加硫酸以吸水而促進反應之



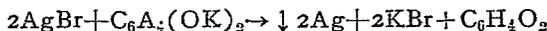
IV. a. 鐵之銹蝕：鐵在潮濕之境遇之下與  $O_2$  化合而生成銹，

係化學變化。

- b. 牛乳之變酸：由於牛乳內之乳糖經發酵作用而成醋酸亦為化學變化。
- c. 銀之光澤之晦闇：因銀器觸  $H_2S$  氣體而表面生黑色之  $Ag_2S$  而晦闇。
- d. 水銹之構成：水銹即  $CaCO_3$  之沈澱，因水內含  $Ca(HCO_3)_2$  經熱分解而生  $CaCO_3$  之沈澱。

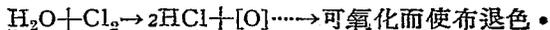


- e. 照相底片之顯影：照相底片上塗有一種動物膠質之浮化體內有懸浮之  $AgBr$ ，溴化銀感光後，即應光之強弱而起變化，惟表面初不可見，須用特製之還原劑處理之，感光強者還元速使感光處銀質析出，而變暗，確與實像之明暗相反，曰反像模片此即顯影作用：



- V. a. 將水加入濃硫酸時則體積縮小同時放熱。因硫酸能吸水之吸水作用也。

- b. 無作用。但將布濕潤後則可漂白，因



- c. 則有多量之晶體析出。因在過飽和溶液中，醋酸鈉之分子相吸引而成平衡，故本能以某分子為中心而結晶，若投入一晶體後則平衡被打破，同時投入之晶體成為附着中心，故沈澱發生。

- d. 則  $I_2$  被代出。  $Br_2 + 2KI \rightarrow 2KBr + I_2$ 。因  $Br_2$  之還元力大於  $I_2$ 。

- e.  $CaCl_2$  起潮解作用，因吸空氣中之水成  $CaCl_2 \cdot 6H_2O$

- VI. a. 單寧：生肌肉。 b. 鹼：供製肥皂，玻璃等。  
 c. 鋁：因質輕堅韌與空氣水無作用故作飛艇等及家常用具。  
 • 因導電率大故可用作電力線，還可作鋁鎔接劑，塗料。  
 d. 焦炭：冶金用 e. 鉛白：作顏料。  
 f. 氮：作飛艇之氣球。  
 g. 電石氣：作燃料。 h. 錫：作電池內之絲。  
 i. 酒精：作燃料，溶劑，殺菌劑，  
 j. 硫酸銨：作肥料。

- VII. a.  $\text{Al}(\text{OH})_3 + 3\text{NaOH} \rightarrow \text{Na}_3\text{AlO}_3 + 3\text{H}_2\text{O}$ .  
 b.  $\text{FeS} + 2\text{HCl} \rightarrow \text{FeCl}_2 + \text{H}_2\text{S} \uparrow$   
 c.  $3\text{CuO} + 2\text{NH}_3 \xrightarrow{\Delta} 3\text{Cu} + 3\text{H}_2\text{O} + \text{N}_2 \uparrow$   
 \* d.  $\text{HNO}_3 + 3\text{HCl} \rightarrow 2\text{H}_2\text{O} + \text{NOCl} + \text{Cl}_2 \uparrow$   
 e.  $2\text{NaOH}(\text{Cold}) + \text{Cl}_2 \rightarrow \text{NaCl} + \text{NaClO} + \text{H}_2\text{O}$

VIII. 一克分子  $\text{Na}_2\text{CO}_3 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$  之質量，為 286g.

而其中含水為 180g.

設含水百分率為x

$$\therefore x = 180/286 \times 100/100 = 62.9\%$$

### 中 史 試 題

(一) 歷代內亂之發生，有因權臣而起者，有因皇族藩王而起者，有因饑民而起者，有因……其發動之背景如何？試各舉史實以明之。

(二) 試略述明季遺民抗清之經過，及清廷應付之策略

(三) 問下列諸人生於何代？（外族人名須注明其所在地及中國朝代）

1. 徐達 2. 拔都 3. 鄭玄 4. 殷浩 5. 張居正  
 6. 李廣利 7. 魚朝恩 8. 崔浩 9. 阿桂 10. 劉歆  
 11. 左良玉 12. 爾朱榮 13. 曹彬 14. 蘇定方 15. 謝安  
 16. 張載 17. 江統 18. 王世充 19. 張俊 20. 戴震  
 21. 琦善 22. 譚嗣同 23. 董仲舒 24. 田承嗣 25. 趙充國  
 26. 鄧艾 27. 張衡 28. 廓廓帖木兒 29. 呼韓邪單于  
 30. 耶律大石 31. 佗鉢可汗 32. 赫連勃勃 33. 僕因懷恩  
 34. 利瑪竇

### 西史試題

- (一) 亞歷山大征服波斯帝國後對於希臘文化的傳布都有什麼貢獻？  
 (二) 在中古時期歐洲的基督教會對於文化進步上的功過如何？  
 (三) 在十八世紀裏面歐洲有許多國家實行開明專制政治在當時牠的利弊如何？  
 (四) 略述大戰後發生的裁軍，賠款，戰債三大問題的經過

注意：中史與西史分卷作答

### 解 答

#### 中 史

- (一) 1. 因權臣而起者——其發動背景多為爭帝位或爭政權如東晉王敦之亂桓玄之亂唐天寶之亂  
 2. 因皇族藩王而起者——其發動背景或在爭帝位或在保持地盤如西漢初呂氏之亂漢景帝時七國之亂晉惠帝時八王之亂  
 3. 因饑民而起者——其發動背景因人民饑餓而政府不能

拯救且橫行苛歛彼等當必自謀出路於是亂起如唐黃巢之亂明末西北流賊高迎祥李自成等之作亂。

4. 因宦官而起者——其發動背景為宦官等爭權奪利於是與朝臣不能相容亂遂作如東漢末之宦官
5. 因種族觀念而起者——其發動背景為民族意識之存在如清初漢族之革命運動
6. 因黨派之政見不同——其發動背景為因政見不同故互相傾軋，如宋之王安石變法。明之東林黨。

## (二)可分數方面述之

### 1. 文字鼓吹排滿

如黃宗羲之明夷待訪錄反對帝王專制劃清臣子義務顧炎武之日知錄在喚醒漢人戴名世南山集呂留良文集錢謙益初學集有學集皆反對滿人清廷應付之策略則係與文字獄殺戮著書之人銷燬書籍開博學鴻詞科誘惑學者故戴名世被殺及呂留良遭戮屍等於是遺老之著述有關前朝遺事之紀載或隱懷故國反對滿清之詩文集付之一炬矣

### 2. 義兵之起事

約有十四次如大同總兵姜瓖之叛降臣李建泰之叛山東于七之反福建王鐵佛作亂三藩之反臺灣民朱一貴之反山東王倫之叛亂等皆反清復明之表現清廷應付之策略即以兵力彌平之。

### 3. 祕密會黨之結合

明末起義兵陸續失敗遺民之有志圖抗恢復者乃祕密結合創為帶有宗教性之會以潛寄排滿復明之宗旨如三合會哥老會二會屢圖起事皆未成功至清季末葉此輩

會徒乃多數加入革命軍矣清廷對於此等秘會之舉事亦以兵力應付之。

- 三，1. 徐達——明 2. 拔都——元 3. 鄭玄——東漢  
4. 殷浩——晉 5. 張居正——明 6. 李廣利——西漢  
7. 魚朝恩——唐 8. 崔浩——後魏 9. 阿桂——清  
10. 劉歆——西漢末 11. 左良玉——明末  
12. 爾朱榮——北魏時人爲鮮卑別種契胡人居秀容川北魏  
召入洛陽  
13. 曹彬——北宋 14. 蘇定方——唐 15. 謝安——東晉  
16. 張載——北宋晉時亦有張載其人 17. 江統——晉  
18. 王世充——隋末 19. 張俊——南宋初後漢亦有張俊其  
人。  
20. 戴震——清 21. 琦善——清 22. 譚嗣同——清  
23. 董仲舒——西漢 24. 田承嗣——唐 25. 趙充國——西漢  
26. 鄧艾——三國之魏 27. 張衡——東漢  
28. 廓廓帖木兒——明初時元朝後裔  
29. 呼韓邪單于——西漢宣帝元帝時匈奴王居光祿塞（今  
河套北內蒙古烏喇忒旂地）  
30. 耶律大石——卽西遼德宗本遼天祚帝臣遼亡彼爲西遼  
之地  
31. 佗鉢可汗——北周北齊時人爲突厥之王其國在塞外東  
自遼海西至青海  
32. 赫連勃勃——東晉時夏國國王其國在陝西北部及河套  
地  
33. 僕固懷恩——唐時回紇鐵勒部人回紇在今甘肅新疆青  
海等地。

## 34. 利瑪竇——明時意大利人

## 西 史

一、希臘文化傳播於其所征服之地方輸入印度故印度宮廟建築或樣多帶希臘色彩波及中亞並傳入中國漢武帝時張騫使西域自大夏帶回希臘植物漢代遺留之古青銅鏡花樣漢武祠之石刻畫象皆帶希臘文化是皆希臘文化輸入之影響也

二、中古時期歐洲在大混亂中各地圖書館大都破壞無餘一般人對於讀書亦無若大興趣此時惟有基督教會中之修道士抄錄古籍於是古代文化得以保存且當時一切建設廢弛學校政府不加管理僅有教會興辦學校教師由教士担任書籍幾全出教士手筆文化得以維持此皆教會之功績

當時教會以宗教束縛人民故學者不能自由研究學問此為教會對於文化進步之阻礙

三、當時普魯士的腓特烈大王俄羅斯的喀德鄰大帝與地利的約瑟第二都是實行開明專制政治牠的利處是君主能夠實行種種有利人民的改革事業如把內容複雜的領土團成一個現代的國家解放國內的佃奴剝奪貴族的特權等牠的弊處即是極端的專制人民當然受大的壓迫同時反對的勢力亦非常雄厚。

## 四、I. 裁軍問題

國際聯盟公約中第八條曾聲明會員國須將各種軍備應在不背國家的安全及執行國際義務的共同行動原則之下減少到最低程度又在對德和約中亦有德國應解除武裝為各國限制軍備之倡之語於是裁軍問題起當時各國意見各自不同 1920 年國際聯盟理事會發起裁軍

運動毫無成績 1921 及 1922 年間華盛頓會議獲得海軍限制之可能以後歐洲又有各種裁軍草案皆無相當效果至 1925 年羅卡諾會議為歐洲和平之先聲 1928 年美國因華盛頓會議對於海軍中巡洋艦等限制之結果不很滿意發起白里安開洛非戰公約 1930 年倫敦海軍會議因法意之海軍平等問題亦無結果至 1931 年國際聯盟議事會各國此後始暫停軍備之增進 1932 年日內瓦裁減軍備會議亦無結果

## 2. 賠款問題

巴黎和會中議決令德國坦負戰爭損失之賠款，1920年斯巴會議始決定分配方法1921年規定賠款總額為二千二百六十萬萬金馬克限四十二年還清德人不允後改為一千三百萬萬金馬克德人不得已承認之惟仍無賠償能力法人乃藉口佔領其魯爾河流域至 1924 年巴黎會議乃集專家調查德國賠償能力及其付款之計劃是名道威斯計劃於是再開倫敦會議議定辦法數條法國撤兵德國自 1929 年九月起至 1966 年三月止每年平均付款十九億八千八百八十萬馬克賠償問題始告解決。

## 3. 戰債問題

大戰期間各國因從事戰事之故乃借美款達一百零六萬萬美金英法欠美債最多法與諸國之欠他國之欠法亦甚互關於此等戰債之解決歐人主張將戰債互相抵銷因美反對而失敗於是美人表示願以友誼態度與各國單獨交涉歐人亦望歐洲經濟從速恢復遂遵其議於1923年2月英美戰債問題先解決繼以美比，美意，美法及其他小國於是擾擾十年幾成懸案之問題遂告解決

## 國立交通大學唐山工程學院軍訓入學試題

### 一、術科試題

1. 在稍息間不發“立正”口令，而逕下他項動作之預令時，應如何動作？
2. 齊步步幅及步度各為若干？
3. 看齊之要領若何？

### 二、學科試題

1. 試述步兵之性能。
2. 試述步哨特別守則所應示之事項。
3. 試述槍身內膛綫之功用。

## 解 答

- 一、1. 應先自行立正之後，再開始他項動作。
  2. 齊步步幅為七十五公分。步度為每小時百十四步
  3. 看齊時，頭宜向看齊方向，眼睛斜視上方人之鼻尖餘部仍保持立正姿勢。
- 二、1. 步兵性能分答如下：一
  - (1) 步兵為軍中之主兵，他種兵皆援助步兵而使其達到目的。
  - (2) 戰鬥不受天候，地形之限制。
  - (3) 步兵在接近敵人後之戰鬥及夜間之戰鬥尤能顯其特色。
  - (4) 步兵不如技術兵種之迅速，無機動力。
  - (5) 步兵應常注意尊重兵器，節用彈藥，愛護馬匹。
2. 步哨特別守則應有之事項：一

- (1) 該步哨之號。
  - (2) 敵情。
  - (3) 在前方之我部隊及偵探之情形。
  - (4) 應注意監視之要地。
  - (5) 鄰步哨之位置及其號數，及其連絡法。
  - (6) 必要之道路及村落等之名稱。
  - (7) 排哨及本連之位置，並通于此等位置之經路。
  - (8) 遇敵襲時，應取之處置。
3. 槍身內膛綫用以增大槍彈之動能，得令射程遙遠而有力。

### 交通大學唐山工程學院國文試題

1. 何謂哲學？哲學與其他科學之關聯如何？即如人生哲學，政治哲學，習任何科學者對之，應否有相當之認識？試推言之。

2. “不虞之譽”與“求全之毀”“掠人之美”與“代人受過”其意義各不同，但一為被動。一為自動。吾人若不幸處此嫌疑的場合，將何以自制？

以上任作一題

3. 將下列賈誼吊屈原賦的一段譯成白話文。

“共承嘉惠兮，俟罪長沙；側聞屈原兮，自沉汨羅。造託湘流兮，敬弔先生遭世罔極兮，乃隕厥身。嗚呼哀哉！逢時不祥，鸞鳳伏竄兮。烏鴟翱翔。闖茸尊顯兮。讒諛得志。賢聖逆曳兮，方正倒植。世謂伯夷貪兮，謂盜跖廉。莫邪為頓兮，鉛力為銛。子嗟嚶嚶兮，生之無故。幹棄周鼎兮，而實康瓠。騰駕罷牛兮，騷寒驥。驥盤兩耳兮，服鹽車。章甫薦履兮，不可

久。嗟苦先生兮。獨離此咎。

## 解 答

3. “自己得恭敬的承受天子的恩惠。待罪在長沙。聽說屈原自沉在汨羅江裏。所以來拜訪湘水，恭敬地弔祭先生。先生是因爲世道極惡，所以自殺了。嗚呀！可憐呀！遇見這樣昏憤的世界，像鳳凰那樣珍禽反倒逃隱起來，鷓鴣那樣地惡鳥却自由地翱翔。小人可以得志。高貴起來，賢聖人都遭時不遇，公平正直的人都被冤枉。世人都說伯夷貪，說盜跖廉潔。名劍如莫邪也算鈍，鉛作的刀也算鋒銳，唉！人生實在是沒來由！把周鼎拋棄了。以康瓠爲寶，駕御疲病的老牛，和跛足的驢子。良馬反命牠拉鹽車。章甫薦屨都不可久服了。唉！只是苦了先生，你單單的遭遇這種惡運。

## 唐山交通大學英文試題

ENTRANCE EXAMINATION

July 1935

English

Part one

Rhetoric

1. Discuss the principle of coherence in the paragraph structure.
2. (a) Write a letter to the commercial press ordering some textbooks.  
(b) Write a letter of recommendation.

Part two

Composition

Write a composition of 500 words on "my Reasons for Selecting the Engineering Course."

解 答

Part one

Rhetoric

1. Coherence in the paragraph requires that the material shall be so arranged as to make the relation of the sentences and the meaning of the paragraph as a whole unmistakably clear. The chief means of securing coherence are two in number: (1) correct arrangement of material for the logical development of the topic sentence and (2) the use of connecting words and phrases to show the relation of the parts.

Since order is the fundamental means of securing coherence, we should try to develop our paragraph in a natural and logical way. The chief means of developing the topic sentence are (1) by repetition (2) by details (3) by definition (4) by specific examples (5) by comparisons and contrast and (6) by supporting the statement with reasons. In many paragraphs the topic sentence is best developed by a combination of two or more of these methods.

Though we may secure adequate coherence in the paragraph by arranging our ideas in an orderly and logical manner, we may often gain added clearness by the use of reference words and

connecting words and phrases to show the relation between our sentences and to indicate the direction in which our thought is moving. There are three ways of indicating this relationship; (1) by demonstrative words and phrases such as the personal and demonstrative pronouns and such demonstrative phrases as In that occasion, in this case, under this circumstances, in the manner, for this reason; (2) by repetition of the noun used in the preceding sentence or by the use of one of its synonyms; and (3) by conjunctive and adverbial words and phrases, such as hence, however, thereupon, finally, likewise, then, therefore, meanwhile, fortunately, in fact, near by, at length, of course, on the contrary, that is, after a short time, for instance.

2. (a) 107 Avenue Road, Shanghai,  
May 12, 1918.

Messrs, Commercial press, Ltd,  
C 453 Honan Road,  
Shanghai.

Gentlemen,

Inclosed please find nine dollars, for which please send to my address the following named books :

1. Holmes—General chemistry
1. Carhart—College Physics
1. Duff—A Text Book of Physics

Yours truly,

Hu-Lan San.

(b) 245 Ningpo Road, Shanghai,  
May 17, 1918.

95 Foochow Road,  
Shanghai.

Dear sirs :

I have known Mr. Wang Peh-sing for many years. He is a graduate of Shanghai Commercial College and has had large experience in business and teaching.

Mr. Wang knows accounting and book-keeping very well, and speaks English correctly. His influence as a leader in any group will be very valuable and I strongly recommend him for educational and clerical work.

Yours truly,

K. C. Chen.

ENTRANCE EXAMINATION

1. Discuss and plot the curve,  $y(x^2 - 3x + 2) = 3x^2 + x + 5$  showing the asymptotes.
2. Simplify and plot  $x^2 + 2xy + y^2 + 5x = 0$ , giving the coordinates of the foci (or focus) referred to the final and the original sets of axes.
3. A line is drawn through a focus of the ellipse,  $x^2 + 4y^2 = 4$ , to cut the ellipse at the points A and B. Prove that the tangents to the ellipse at A and B intersect on one of the directrices.
4. OB is the diameter of a given circle and is two inches

long. From B, draw any straight line BPQ cutting the circle at P, and measure PQ = one half of OP. Using O as the origin, OB as the axis of x and the angle BOP as the parameter, find the parametric equations of the locus of the point Q. Find also the Cartesian equation.

5. Find the shortest of the distances between two points, one of each of the following lines,

$$\left(\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}\right) \text{ and } (x+z=y+3, y=4z-2)$$

6. (a) Prove that

$$\tan 11^{\circ}15' + 2 \tan 22^{\circ}30' + 4 \tan 45^{\circ} = \cot 11^{\circ}15'$$

(b) Solve for x and y: 
$$\begin{cases} \sin x - \sin y = a \\ \cos x + \cos y = b \end{cases}$$

#### SOLUTION

1. The equation  $y(x^2 - 3x + 2) = 3x^2 + x + 5$

Discussion :

(1) Since the equation contains constant term the origin is not on the curve.

(2) The equation contains odd power of x and y, hence the locus is not symmetrical with respect to both axes and the origin.

(3) Putting  $y=0$ , we find x becomes imaginary, hence there is no intercept on x-axis.

Putting  $x=0$ , we find  $y=5/2$ , the intercept on the Y-axis.

(4) Solving for  $x$ ,

$$x = \frac{-(3y+1) \pm \sqrt{y^2+50y-59}}{2(3-y)}$$

Hence the values of  $y$  between 1.15 and 102.3 must be excluded.

Solving for  $y$ ,

$$y = \frac{3x^2+x+5}{x^2-3x+1} \quad (I)$$

Hence no value of  $x$  is excluded.

(5) From (I), the curve extend out indefinitely.

Let the equation of the asymptotes be  $y=mx+b$

Substituting in the given equation

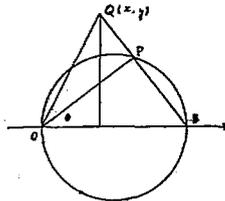
$$(mx+b)(x^2-3x+2)=3x^2+x+5$$

or  $mx^3+(b-3m-3)x^2+(2m-3b-1)x+2b-5=0$

Set  $m=0, \quad b-3m-3=0$

we obtain  $m=0, \quad b=3$

Hence the asymptotes is  $y=3$



2. Give the equation

$$x^2+2xy+y^2+5x=0$$

$$\Delta = 2^2 - 4 = 0$$

x	y
1	$\infty$
2	$\infty$
3	17.5
4	9.5
5	7.1
6	5.9
-1	1.1
-2	1.2
-3	1.2
-4	1.6
-5	1.8
-6	1.9

we rotate the axes through an angle  $\theta$

$$\tan 2\theta = \frac{2}{1-1} = \infty$$

$$\cos 2\theta = \pm \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2 2\theta}} = 0$$

$$\sin\theta = \sqrt{\frac{1-\cos 2\theta}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\cos\theta = \sqrt{\frac{1+\cos 2\theta}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Hence the equations for rotating the axes through an angle  $\theta$  become

$$x = \frac{x' - y'}{\sqrt{2}}, \quad y = \frac{x' + y'}{\sqrt{2}}$$

Substituting in the given equation

$$\begin{aligned} & \left(\frac{x' - y'}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2\left(\frac{x' - y'}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{x' + y'}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{x' + y'}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ & + 5\left(\frac{x' - y'}{\sqrt{5}}\right) = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{or } & \frac{x'^2 - 2x'y' + y'^2}{2} + x'^2 - y'^2 + \frac{x'^2 + 2x'y' + y'^2}{2} \\ & + \frac{5x' - 5y'}{\sqrt{2}} = 0 \end{aligned}$$

$$\text{or } 2\sqrt{2}x'^2 + 5x' - 5y' = 0$$

Substituting  $x' = x'' + h$ ,  $y' = y'' + k$   
in the equation

$$2\sqrt{2}(x'' + h)^2 + 5(x'' + h) - 5(y'' + k) = 0$$

$$\text{or } 2\sqrt{2}x''^2 + 4\sqrt{2}hx'' + 2\sqrt{2}h^2 + 5x'' + 5h - 5y'' - 5k = 0$$

$$\text{or } 2\sqrt{2}x''^2 + (4\sqrt{2}h + 5)x'' - 5y'' + 2\sqrt{2}h^2 + 5h - 5k = 0$$

$$\text{Set } 4\sqrt{2}h + 5 = 0$$

$$\text{and } 2\sqrt{2}h^2 + 5h - 5k = 0$$

$$\therefore h = -\frac{5\sqrt{2}}{8}, \quad k = -\frac{5\sqrt{2}}{16}$$

$$\text{We obtain } 2\sqrt{2}x''^2 - 5y'' = 0$$

Hence the locus is a parabola for which

$$p = \frac{5\sqrt{2}}{8}, \text{ and whose focus is on the } Y\text{-axis.}$$

The coordinates of the focus referred to the final set of

$$\text{axes is } \left(\frac{5\sqrt{2}}{16}, 0\right)$$

$$x' = \frac{5\sqrt{2}}{16} = \frac{5\sqrt{2}}{16} = \frac{5\sqrt{2}}{16}$$

$$y' = 0 - \frac{5\sqrt{2}}{16} = -\frac{5\sqrt{2}}{16}$$

$$x = \frac{-\frac{5\sqrt{2}}{16} + \frac{5\sqrt{2}}{16}}{\sqrt{2}} = 0$$

$$y = \frac{-\frac{5\sqrt{2}}{16} - \frac{5\sqrt{2}}{16}}{\sqrt{2}} = -\frac{10\sqrt{2}}{16\sqrt{2}} = -\frac{5}{8}$$

Hence the coordinates of the focus referred to the origi-

nal set of axes is  $(0, -\frac{5}{8})$ .

3. The equation of the ellipse may be written as

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

The coordinates of a focus of the ellipse is  $F(\sqrt{3}, 0)$

Through  $F$  draw a line meeting the ellipse at  $A(x_1, y_1)$

and  $B(x_2, y_2)$

Then the equation of the line

$$\text{is } \frac{x-x_1}{\sqrt{3}-x_1} = \frac{y-y_1}{0-y_1}$$

$$\text{or } -xy_1 + x_1y_2 = \sqrt{3}y - \sqrt{3}y_1 - x_1y + x_1y_1$$

$$\text{or } xy_1 + (\sqrt{3}-x_1)y - \sqrt{3}y_1 = 0 \quad (M)$$

Tangents at  $A$  and  $B$  are

$$x_1x + 4y_1y = 4 \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{and } x_2x + 4y_2y = 4 \dots\dots\dots(2)$$

The equation of the relative directrix is

$$x = \frac{a^2}{c} = \frac{4}{\sqrt{3}} \dots\dots\dots(3)$$

Solving (1) and (3)

$$4x_1 + 4\sqrt{3}y_1y = 4\sqrt{3}$$

$$\text{or } y = \frac{4(\sqrt{3} - x_1)}{4\sqrt{3}y_1} = \frac{\sqrt{3} - x_1}{\sqrt{3}y_1} \dots\dots\dots(4)$$

Solving (2) and (3)

$$4x_2 + 4\sqrt{3}y_2y = 4\sqrt{3}$$

$$\text{or } y = \frac{\sqrt{3} - x_2}{\sqrt{3}y_2} \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{From (4) and (5) } \therefore \frac{\sqrt{3} - x_1}{\sqrt{3}y_1} = \frac{\sqrt{3} - x_2}{\sqrt{3}y_2} \dots\dots\dots(6)$$

$$\therefore \sqrt{3}[x_2y_1 + (\sqrt{3} - x)y_2 - \sqrt{3}y_1] = 0$$

$$\therefore B \text{ lies on } (M) \therefore \sqrt{3}(x_2y_1 + (\sqrt{3} - x)y_2$$

$$- \sqrt{3}y_1] = 0 \therefore (6) \text{ is true.}$$

4.

$$x = 2 - (2\sin\theta + \cos\theta)\sin\theta = 2 - 2\sin^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$= 2\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta$$

$$y = (2\sin\theta + \cos\theta)\cos\theta = \sin 2\theta + \cos^2\theta$$

$$\text{or } \frac{\cos\alpha}{3} = \frac{\cos\beta}{-4} = \frac{\cos\gamma}{1}$$

$$\therefore \cos\alpha = \frac{3}{\pm\sqrt{26}}, \quad \cos\beta = \frac{-4}{\pm\sqrt{26}}, \quad \cos\gamma = \frac{1}{\pm\sqrt{26}}$$

In the equation ( $y+z=y+3$ ,  $y=4z-2$ )

If  $y=2$ , then  $z=1$ ,  $x=4$ .

Hence the symmetrical form of the equation of the

$$\text{second given lines is } \frac{x-4}{\pm\frac{3}{\sqrt{26}}} = \frac{y-2}{\pm\frac{-4}{\sqrt{26}}} = \frac{z-1}{\pm\frac{1}{\sqrt{26}}}$$

From (I) we have the shortest distance between them is

$$d_1 = \pm \begin{vmatrix} 4 & 1 & \pm\frac{3}{\sqrt{26}} \\ 2 & 2 & \pm\frac{-4}{\sqrt{26}} \\ 1 & 3 & \pm\frac{1}{\sqrt{26}} \end{vmatrix} \frac{1}{\sin\theta}$$

where  $\theta$  is the angle between the two lines.

6. (a) Let  $x$  be  $11^\circ 15'$

$$\tan 11^\circ 15' + 2\tan 22^\circ 30' + 4\tan 45^\circ = \cot 11^\circ 15'$$

$$\text{or } 2\tan 2x + 4\tan 4x = \cot x - \tan x$$

$$\text{or } 2\tan 2x + 4\tan 4x = \frac{\cos x}{\sin x} - \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\text{or } 2\tan 2x + 4\tan 4x = \frac{2\cos 2x}{\sin 2x}$$

$$\text{or } 2\tan 2x + 4\tan 4x = 2\cot 2x$$

$$\text{or } 4\tan 4x = 2(\cot 2x - \tan 2x)$$

$$\text{or } 4\tan 4x = 4\cot 4x$$

Now  $4x$  is  $45^\circ$  we obtain

$$4 = 4$$

$$\therefore \tan 11^\circ 15' + 2\tan 22^\circ 30' + 4\tan 45^\circ = \cot 11^\circ 15'$$

$$(b) \begin{cases} \sin x - \sin y = a & \dots\dots\dots(1) \\ \cos x + \cos y = b & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Equating (1) and (2)

$$\sin^2 x - 2\sin x \sin y + \sin^2 y = a^2 \dots\dots\dots(3)$$

$$\cos^2 x + 2\cos x \cos y + \cos^2 y = b^2 \dots\dots\dots(4)$$

$$(3) + (4) \quad 2\cos(x+y) = a^2 + b^2 - 2$$

$$\therefore x+y = \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - 2}{2} \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{But } \sin x - \sin y = 2\cos \frac{1}{2}(x+y) \sin \frac{1}{2}(x-y) = a \dots\dots\dots(6)$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos \frac{1}{2}(x+y) \cos \frac{1}{2}(x-y) = b \dots\dots\dots(7)$$

$$(6) \div (7) \quad \tan \frac{1}{2}(x-y) = \frac{a}{b}$$

$$\therefore x-y = \frac{\tan^{-1} \frac{a}{b}}{2} \dots\dots\dots(8)$$

$$(5) + (8) \quad 2x = \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - 2}{2} + \frac{\tan^{-1} \frac{a}{b}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \left( \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - 2}{2} + \frac{\tan^{-1} \frac{a}{b}}{2} \right)$$

$$\text{Similarly } y = \frac{1}{2} \left( \cos^{-1} \frac{a^2 + b^2 - 2}{2} - \frac{\tan^{-1} \frac{a}{b}}{2} \right)$$

Hence the parametric equations of the locus of the point

$\theta$  is

$$\begin{cases} x = 2\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta \dots\dots\dots(1) \\ y = \cos^2\theta + \sin 2\theta \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Combining (1) and (2)

$$x + \frac{1}{2}y = \frac{5}{2}\cos^2\theta \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{But } 2\sin\theta + \cos\theta = \frac{2-x}{\sin\theta}$$

$$\text{and } 2\sin\theta + \cos\theta = \frac{y}{\cos\theta}$$

$$\therefore \frac{2-x}{\sin\theta} = \frac{y}{\cos\theta}$$

$$\frac{2-x}{y} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$\frac{2-x}{y} = \frac{y}{\sqrt{y^2 + (2-x)^2}}$$

substituting in (3)

$$x + \frac{1}{2}y = \frac{5}{2} \times \frac{y^2}{y^2 + (2-x)^2}$$

$$\text{or } (2x+y)[y^2 + (2-x)^2] = 5y^2$$

$$\text{or } 2xy^2 + y^3 + 2x(2-x)^2 + y(2-x)^2 = 5y^2$$

$$\text{or } 2xy + y^3 + 8x - 8x^2 + 2x^4 + 4y + 4xy + x^2y^2 - 5y^2 = 0$$

$$\text{or } 2x^4 + y^3 + x^2y^2 - 8x^2 - 2xy + 8x - 4y = 0$$

7. If the two lines are

$$\frac{x-x_1}{\lambda_1} = \frac{y-y_1}{\mu_1} = \frac{z-z_1}{\nu_1}$$

$$\text{and } \frac{x-x_2}{\lambda_2} = \frac{y-y_2}{\mu_2} = \frac{z-z_2}{\nu_2}$$

The shortest distance between them is

$$d = \pm \begin{vmatrix} x_1 - x_2 & \lambda_1 & \lambda_2 \\ y_1 - y_2 & \mu_1 & \mu_2 \\ z_1 - z_2 & \nu_1 & \nu_2 \end{vmatrix} \frac{1}{\sin \theta}, \quad (I)$$

where  $\theta$  is the angle between the two lines. The sym-

metrical form of the equation  $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$  is

$$\frac{x-0}{1} = \frac{y-0}{2} = \frac{z-0}{3} \quad (1)$$

Let the direction cosines of the line  $(x+z=y+3,$

$y=4z-2)$  be  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ .

The direction cosines of the normals to the planes in

which the line lies respectively are

$$\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{-1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ and } \frac{0}{\sqrt{17}}, \frac{1}{\sqrt{17}}, \frac{-4}{\sqrt{17}}$$

$$\text{Then } \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\alpha - \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\beta + \frac{1}{\sqrt{3}} \cos\gamma = 0$$

$$\text{and } \frac{0}{\sqrt{17}} \cos\alpha + \frac{1}{\sqrt{17}} \cos\beta - \frac{4}{\sqrt{17}} \cos\gamma = 0$$

$$\therefore \frac{\cos\gamma}{1} = \frac{\cos\alpha}{3} = \frac{\cos\beta}{-4}$$

### 代 數 試 題

1. Resolve into simple partial fraction,

$$\frac{20x^2 + 34x + 8}{(x^3 + 2x^2 - 2x - 4)(x + 2)^2}$$

2. If a, b, c, are the roots of the equation,

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 3 = 0 \quad \text{form the equating whose roots}$$

$$\text{are } a \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right), b \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right), c \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right).$$

3. Find the fifth roots of  $-1$
4. Determine by Sturm's Theorem the exact number of real roots of the equation,  $x^3 - 2x^2 - 5x - 1 = 0$ , and calculate the root of the smallest numerical value to three significant figures.
5. (a) A bag contains four balls of unknown Colour. Two

balls were drawn, both were found to be red and one (only) of these red balls was replaced. Now, three balls are successively drawn from the bag, one ball at a time and replaced; find the chance that the three balls are all red.

(b) How many solutions has the following system of equations?

$$\begin{cases} 2x = 4y + 4z + t = 0 \\ 3x - 2y + 2 - 5t = 0 \\ x + y + 3z + 2t = 0 \\ 4x + 3y - 2 + 3t = 0 \end{cases}$$

6. The mails between two stations P and Q are carried by a foot-messenger A of station P and a motor-cyclist-messenger B of station Q. A usually started at 8 A.M. and exchanged his mail with B on the way, thus the mail would reach station Q by 11.30 A.M. One day, A started at 7 A.M., he met B (who started at the regular scheduled time) at a point 26 miles from Q, and the mail reached Q at 11:6 A.M. If A's speed is five miles per hour, find the distance between the two stations.

### 解 答

1. 
$$\frac{20x^2 + 34x + 8}{(x^2 + 2x^2 - 2x - 4)(x + 2)^2} = \frac{Ax + B}{x^2 - 2} + \frac{C}{x + 2}$$

$$+ \frac{D}{(x+2)^2} + \frac{E}{(x+2)^3}$$

$$\therefore 20x^2 + 34x + 8 = (Ax + B)(x+2)^3 + C(x^2-2)(x+2)^2 + D(x^2-2)(x+2) + E(x^2-2) \dots (1)$$

令  $x = -2$  則  $20 = 2E \quad \therefore E = 10$

將  $E$  之值代入 (1) 式化簡之，得

$$10x^2 + 34x + 28 = (Ax + B)(x+2)^3 + C(x^2-2)(x+2)^2 + D(x^2-2)(x+2) \dots (2)$$

即 *by  $x+2$  divide,*

$$2(5x+7) = (Ax + B)(x+2)^2 + C(x^2-2)(x+2) + D(x^2-2) \dots (3)$$

令  $x = -2$  則  $2(-3) = 2D \quad \therefore D = -3$

將  $D$  之值代入 (3) 而化簡之，得

$$3x + 4 = (Ax + B)(x+2) + C(x^2-2) \quad (4)$$

令  $x = -2$  則  $-2 = 2C \quad \therefore C = -1$

將  $C$  之值代入 (4) 而化簡之，得

$$x + 1 = Ax + B$$

$\therefore A = 1, \quad B = 1$

$$\therefore \frac{20x^2 + 34x + 8}{(x^3 + 2x^2 - 2x - 4)(x+2)^3} = \frac{x+1}{x^2-2} - \frac{1}{x+2} - \frac{3}{(x+2)^2} + \frac{10}{(x+2)^3}$$

2. 因  $y = a \left( \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) \vee = \frac{a(ab+bc+ac)}{abc} - 1$

但  $abc = -3^3 \quad ab+bc+ac = 3$

$$\therefore y = -x - 1 = -(x+1)$$

$\therefore x = -1 - y$  以  $-1 - y$  代  $x$  於方程式中

$$\text{則得 } [-(1+y)]^2 + 2[-(1+y)]^2 + 3[-(1+y)] + 3 = 0$$

$$\text{即 } y^3 + y^2 + 2y - 1 = 0 \longrightarrow \text{所求方程}$$

3.  $-1$  之五個根為方程式  $x^5 + 1 = 0$  之五根

令  $x = \sqrt[5]{-1}y$  則方程式變為

$$-1(y^5) + 1 = 0$$

$$\text{或 } y^5 - 1 = 0 \quad (1)$$

解方程式 (1) 可解方程式

$$y - 1 = 0, \quad (2) \quad y^4 + y^3 + y^2 + y + 1 = 0. \quad (3)$$

$$\therefore y = 1$$

$$(y^4 + 1) + (y^3 + y) + y^2 = 0 \quad (4)$$

$$(4) \div y^2 \text{ 得 } (y^2 + \frac{1}{y^2}) + (y + \frac{1}{y}) + 1 = 0 \quad (5)$$

$$\text{令 } Z = y + \frac{1}{y}$$

則 (5) 變為  $(Z^2 - 2) + Z + 1 = 0$

$$Z^2 + Z - 1 = 0 \quad (6)$$

$$\therefore Z = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore y + \frac{1}{y} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore 2y^2 + (1 \pm \sqrt{5})y + 2 = 0 \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \text{解 (7)} \quad y &= -1 \pm \sqrt{5} \pm \sqrt{6 \pm 2\sqrt{5} - 16} \\ &= -1 \pm \sqrt{5} \pm i \sqrt{10 \pm 2\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$\therefore y=1, y = (-1 \pm \sqrt{5} + i\sqrt{10 \pm 2\sqrt{5}})/4$$

$$y = (-1 \pm \sqrt{5} - i\sqrt{10 \pm 2\sqrt{5}})/4$$

$$-1 \text{ 之五根爲 } \therefore x = -1, x = (1 \pm \sqrt{5} - i\sqrt{10 \pm 2\sqrt{5}})/4$$

$$x = (1 \pm \sqrt{5} \pm i\sqrt{10 \pm 2\sqrt{5}})/4$$

4.  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 1$

$$f_1(x) = 3x^2 - 4x - 5$$

$$f_2(x) = 2x + 1$$

$f_3 = \text{Positive}$

$f(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3$
$x = -00$	-	+	-
$x = 0$	-	-	+
$x = 00$	+	+	+

所以  $f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 1 = 0$  有三實根一兩負根一正根。

$f(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3$
$x = 0$	-	-	+
$x = 1$	-	-	+
$x = 2$	-	-	+
$x = 3$	-	+	+
$x = 4$	+	+	+

$\therefore$  正根在 3 與 4 之間。

	$f(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3$
$x=0$	-	-	+	+
$x=-1$	+	+	+	+

∴ 0 與 -1 間有一負根。

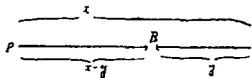
1	+20	-500	+1000	0.221
	2	44	-912	
<hr/>				
1	22	-456	+88	
	2	48		
<hr/>				
1	24	-408		
	2			
<hr/>				
1	26	-408	88	
<hr/>				
1	260	-40800	88000	2
	2	524	-80552	
<hr/>				
1	262	-40276	7448	
	2	528		
<hr/>				
1	264	-39748		
	2			
<hr/>				
1	26600	-3974800	7448000	

$$\frac{7448000}{-3974800} = 1$$

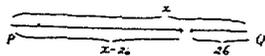
故其數值最小之根為 -0.221。

5. (a) 袋中有三球，一為紅，而他二個則不知。  
 故或許二球全為紅色，一球為紅色，或二球都非紅色，其機會各佔  $\frac{1}{3}$
1. 若二球全是紅色，則袋中三球俱為紅色，故依照題云之拿法，三球為紅之機會為  $\frac{1}{3}(1 \times 1 \times 1)$
  2. 若一球為紅，則袋中共有二球是紅色，其機會為  $\frac{1}{3}(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3})$
  3. 若二球俱非紅色，則袋中只有一紅球，其機會為  $\frac{1}{3}(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3})$
- $\therefore$  總機會  $C = \frac{1}{3} + \frac{8}{31} + \frac{1}{31}$   
 $\therefore C = \frac{30}{31} = \frac{4}{9}$
- (b) 在普通情形下即  $\Delta \neq 0$  則此聯立方程式只有一組根，且此組根甚明顯易得即  
 $x = y = z = t = 0$   
 但若  $\Delta = 0$ ，則此聯立方程式之根有無窮多組。

8 A.M.



7 A.M.



設 P, Q 兩站間之距離為  $x$ ，哩且 A 上午八時出發遇日於 R, R, Q. 之距離為  $y$  哩，B 之速度設為  $v$

$$\text{則 } \frac{x-y}{5} = \frac{y}{v} = m \quad (1)$$

$$\frac{x-26}{5} - 1 = \frac{26}{v} + m \quad (2)$$

$$(2)-(1) \quad \frac{y-31}{5} = \frac{26-y}{v} \quad (A)$$

$$\frac{x-y}{5} + \frac{y}{v} = 3 \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\frac{x-26}{5} + \frac{26}{v} = 4 \frac{1}{10} \quad (4)$$

$$(4)-(3) \quad \frac{y-26}{5} + \frac{26-y}{v} = \frac{3}{5} \quad (B)$$

$$(B)+(A) \quad \frac{y-26}{5} + \frac{y-31}{5} = \frac{3}{5} \quad (C)$$

$$\therefore y=30 \quad (D)$$

$$\text{將 } y \text{ 之值代入 (B)} \quad v=20 \quad (E)$$

將  $y$  及  $v$  之值代入 (3)

$$x=40$$

故 P, Q 兩地相距 40 哩

### 唐山交大物理試題

1. A. stone is projected vertically upwards with a velocity of 192 feet per second. Three seconds later a second stone is projected vertically from the same point. Find to what height the first will rise, and the velocity with which the second must be projected for it to strike

the first as the first is just about to descend.

2. What horse power must be used to pull a body weighing 5 tons along a horizontal surface at the rate of 49.5 ft. per min, the coefficient of friction being 0.2 ? (1 ton = 2,240 pounds).
3. An iron bar carrying a weight of 3 lb. at one end balances when supported at a point 4 ft. from that end. If the bar weighs 2 lb. per foot length, what is the total length of the bar?
4. If the specific heat of lead is 0.031 and the mechanical equivalent of a calorie 427 g.m., through how many degrees centigrade will a 1000 g. lead ball be raised if it falls from a height of 100 m. provided all of the heat developed by the impact goes into the lead?
5. An electric current is sent through a copper wire which is 120 cm. long, at room temperature, 20°C. the effect of the electric current is to heat the wire and lengthen it by 0.8 cm. Find the temperature of the wire (the linear coefficient of copper = .000019).
6. When an electric motor is first started the current through it is such greater than it is after the motor has attained its normal speed? why?  
If the pressure applied at the terminals of a motor is 500 volts and the back pressure, when running at full speed, is 450 volts what is the current flowing through the armature, its resistance being 10 ohms?

7. An electric kettle holding 1 quart of water takes five minutes to raise temperature from  $95^{\circ}\text{F}$  to boiling point. The supply voltage is 200 and the cost of electrical energy is 10 cents per kilowatt hour. Under these conditions the efficiency of the kettle is 75 per cent. Find (a) the current taken by the kettle. (b) the cost of electrical energy required for boiling the water.
- (A gallon of water weighs 10 lbs. one lb. is equal to 453.6 grams and 1 joule = 0.24 calorce).
8. (a) what determines the pitch, the loudness and the quality of a musical sound?
- (b) Find the number of vibrations per second of a fork which produces resonance in a closed pipe 1 ft. long in an open pipe 1 ft. long (take the speed of sound as 1120 ft. per second).
9. State the cause and the laws of refraction. What do you mean by total reflection? Derive the formula for the position of image in the case of refraction at a single spherical surface.
10. What is the distance of the image from the focus of a concave mirror facing to the right if the object is  $n$  focal lengths to the right of the focus and to the left of the focus? What is the magnification in each case?

解 答

1.

設  $h$  爲第一石能升之高

在  $V^2 = V_0^2 - 2gh$  中  $V = 0$ ,  $V_0 = 192 \text{ ft/sec}$

$$\therefore h = \frac{(192 \text{ ft/sec})^2}{2 \times 32 \text{ ft/sec}^2} = \frac{36864 \text{ ft}^2/\text{sec}^2}{64 \text{ ft/sec}^2} = 576 \text{ ft}$$

設  $t$  爲第一石由原點至最高處所經之時間則由

$V = V_0 - gt$  公式

$$192 \text{ ft/sec} - 32 \text{ ft/sec}^2 \times t = 0$$

$$\therefore t = \frac{192}{32} \text{ sec} = 6 \text{ sec}$$

今第一石由原點至最高處需時 6 秒而第二石在第一石出發後三秒出發今欲當第一石正下落時彼與之相擊則第二石必須於三秒後即到達相擊之點

設此所需之速度  $V_0$  則應用  $S = V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$  公式

$$576 \text{ ft} = V_0 \times 3 \text{ sec} - \frac{1}{2} \times 32 \text{ ft/sec}^2 / g \text{ sec}^2$$

$$\therefore V_0 = \frac{576 \text{ ft} + 144 \text{ ft}}{3 \text{ sec}} = 240 \text{ ft/sec}$$

故第一石能升之高爲 576 ft, 第二石出發時所需之速度爲  $240 \text{ ft/sec}$

2.

設  $P$  爲拉動物體所需之力

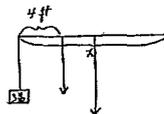
則  $P = 0.2 \times 2240 \text{ lb} \times 5 = 2240 \text{ lb}$

故所需之馬力 =  $(2240 \text{ lb} \times 49.5 \text{ ft/min} \div 33000 \text{ ft lb/min})$

$\text{H.P.} = (110880 \text{ ft lb/min} \div 33000 \text{ ft lb/min}) \text{ H.P.} = 3.33 \text{ H.P.}$

3.

設  $x$  ft 爲鐵棒之全長則  $2x$  lb 爲  
鐵棒之重此重力作用於棒之中央即  $\frac{x}{2}$  ft  
處因於離放 3 lb 重之物 4 ft 處平衡



$$\text{故 } 3 \text{ lb} \times 4 \text{ ft} = \left(\frac{x}{2} \text{ ft} - 4 \text{ ft}\right) \times 2x \text{ lb}$$

$$12 \text{ ft lb} = \frac{x-8}{2} \text{ ft} \times 2x \text{ lb}$$

$$x^2 - 8x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 48}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{112}}{2} = \frac{8 \pm 4\sqrt{7}}{2}$$

$$= 4 \pm 2\sqrt{7}$$

但  $4 - 2\sqrt{7}$  之根不能用故鐵棒長  $(4 + 2\sqrt{7})$  ft 即

$$9.28 \text{ ft} //$$

4.

$$1000\text{g} \times 100\text{m} = 10^5 \text{ g.m.}$$

$$10^5 \text{ g.m.} \div 427 \text{ g.m.} \cdot 1 \text{ cal.} = 234.19 \text{ cal.}$$

設此衝擊所生之熱能使鉛之溫度升高  $x^{\circ} \text{C}$

$$1000\text{g} \times x^{\circ} \times 0.031 = 234.19 \text{ cal}$$

$$31x = 234.19$$

$$\therefore x = 7.554.$$

5.

設  $x^{\circ} \text{C}$  爲所求之銅綫之溫度，則

$$0.000019/^{\circ}\text{c} = \frac{0.8 \text{ cm}}{120 \text{ cm} \times (x^{\circ}\text{c} - 20^{\circ}\text{c})}$$

$$0.000019 = \frac{0.8}{120(x-20)}$$

$$0.000019 = \frac{0.8}{120x - 2400}$$

$$0.00228x - 0.0456 = 0.8$$

$$0.00228x = 0.8456$$

$$\therefore x = 370.83 //$$

故銅綫之溫度應為  $370.83^{\circ}\text{c}$

6.

當電動機開始時，必須用較多之電流克服磨擦力，空氣阻力等。既開始而達其正當速度，則已有慣性存在，故所用之電流較少也。

當施於電動機之電壓為 500 volts，當其以最大速度轉動所得之反電壓為 450 volts，其抵抗為 10 ohms，

$$\text{故通過電動子之電流} \frac{500 \text{ volts} - 450 \text{ volts}}{10 \text{ ohms}} = 5 \text{ amperes} //$$

7.

1 加侖之水重 10 lb. 1 夸特為  $\frac{1}{4}$  加侖故 1 夸特之水重  $\frac{5}{2}$  lb.

$$\frac{5}{2} \text{ lb} \times 453.6 \text{ g/lb} = 1134 \text{ g}$$

$$(95^{\circ}\text{F} - 32^{\circ}\text{F}) \times \frac{5^{\circ}\text{c}}{9^{\circ}\text{F}} = 35^{\circ}\text{c}$$

$$1134\text{g} \times (100^{\circ}\text{C} - 35^{\circ}\text{C}) = 73710 \text{ cal}$$

$$71310 \text{ cal} \div 0.24 \text{ cal/joule} = 307125 \text{ joules}$$

$$307125 \text{ joule} \div 5 \times 60 \text{ sec} = 1073.75 \text{ watts}$$

(a) 設  $I$  為電爐內所得之電流

$$\text{則 } 200 \text{ volts} \times I = 1073.75 \text{ watts} \times \frac{100}{75}$$

$$\therefore I = \frac{1073075 \times 100}{200 \times 75} \text{ amperes} = 7.15 \text{ amperes}$$

$$(b) 1 \text{ joule} = 1 \text{ watt} \times 1 \text{ sec} = \frac{1}{1000} \times \frac{1}{3600} \text{ kilowatt}$$

$$\text{hour} = \frac{1}{3600000} \text{ kilowatt hour.}$$

$$\therefore \text{所須電能之價值} = \frac{307125 \text{ joule}}{3600000 \text{ joule/kilowatt hour}}$$

$$\times 10 \text{ cents. kilo watt hour.}$$

$$= 0.85 \text{ cents. //}$$

8.

(a) 音調由發音體之振動數決定，音強由發音體振幅之大小而定，音色由於音波之形狀決定。

(b) 閉管時：

$$\text{音叉之波長} = 4 \times 1\text{ft} = 4\text{ft}$$

$$\text{設其振動數為 } x \text{ 則 } 4 \text{ ft} = \frac{1120 \text{ ft/sec}}{x}$$

$$\therefore x = 280/\text{sec}$$

開管時：

$$\text{音叉所生之波長} = 2 \times 1 \text{ ft} = 2 \text{ ft}$$

設  $y$  為其振動數 則  $2 \text{ ft} = \frac{1120 \text{ ft/sec}}{y}$

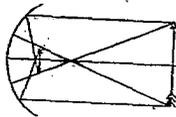
$\therefore y = 560/\text{sec}$

9.

光線在不同之媒質中，其速度不同，而有屈折。

屈折定律云：投射線，屈折綫，與垂直于屈折面之法線三者同在一平面上，而投射角之正弦，與屈折角之正弦二者之比，為一常數。

凡在一媒質中進行之光綫，當其因入其一媒質而增大速度時，如投射角大於臨界角，則起全反射現象。



設  $r$  = 球面半徑， $D_i$  = 像與球面心之距， $D_o$  = 物與球面心之距

則  $\frac{1}{D_o} + \frac{1}{D_i} = \frac{r}{2}$

$$\frac{1}{D_i} = \frac{r}{2} - \frac{1}{D_o} = \frac{r D_o - 2}{2 D_o}$$

$$\therefore D_i = \frac{2D_o}{r D_o - 2}$$

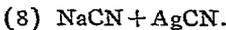
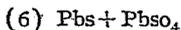
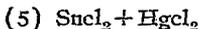
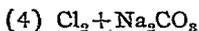
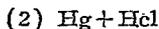
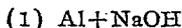
## 唐山交通大學化學試題

### Entrance Examination

#### Chemistry

1. (a) Define the following terms and illustrate each with an example:
  - (1) atomic number
  - (2) "valence electrons"
  - (3) boiling point
  - (4) isotopes and
  - (5) dialysis
- (b) Distinguish: — (1) emulsion and suspension, (2) metal and non-metal, (3) gram-atom and atomic weight, (4) molal solution and normal solution and (5) peptization and precipitation.
2. (a) How would you separate (1)  $O_2$  from  $CO_2$ , (2) sulfur from iron powder, (3) copper from tin, (4) sand from alumina, (5) alcohol from water and (6) sodium sulfate from lead sulfate?
- (b) Would you classify the following as physical or chemical process? (1) heating sand, lime and soda to produce glass, (2) changing glucose into alcohol, (3) Drying wood in an oven to produce acetic acid, (4) converting liquid oil into solid fat, (5) purifying cotton seed oil with sulfuric acid. state the reason why.

3. (a) Write equations for reactions if any take place in each of the following cases:



- (b) Moist potassium iodide paper is used to test the polarity of a battery. One of the wires from the battery will make a brown streak on the paper, due to elementary iodine. Is this oxidation or reduction? Is the wire delivering electrons to the paper or withdrawing them? Does it lead to the plus or the minus terminal of the battery?

4. (a) State briefly the molecular theory of gases. According to the theory, explain: (1) why the pressure that a gas exerts increases with increasing temperature, (2) why gases can be compressible, (3) why gases mingle by diffusion, in spite of differences of density and (4) why most gases are somewhat more compressible than the Law of Boyle predicts.

- (b) Which of the following statements are true and

which fails? If so, why so; if not, why not?

- (1) No element has even been decomposed.
  - (2) No element has even been produced by combining other elements
  - (3) All the atoms of a given element have the same weight.
  - (4) The average velocity of the molecules of a gas is proportional to the molecular weight.
  - (5) Each decrease of  $1^{\circ}\text{C}$ . causes the volume of a gas to decrease by  $\frac{1}{273}$  of its original volume.
  - (6) Molecular weights are weights of molecules in comparison with the sixteenth part of a molecule of oxygen.
  - (7) Equal volumes of all gases always contain nearly equal numbers of molecules.
  - (8) A mole of any gas or vapor, when cooled to  $0^{\circ}\text{C}$ ., occupies 22.4 litres, under a pressure of one atmosphere.
5. (a) Explain why: (1) it is possible to secure a deposit of practically pure copper from an electrolyte containing considerable amounts of iron and (2) it is impossible to convert sodium chloride directly into sodium carbonate by boiling calcium carbonate with brine.
- (b) What are the following, how are they produced,

and for what used:—

- |              |                  |
|--------------|------------------|
| (1) Aniline  | (5) White lead   |
| (2) Methanol | (6) Glauber salt |
| (3) Litharge | (7) Washing soda |
| (4) Corundum | (8) Producer gas |

6. (a) Fifty cc. of hydrobromic acid solution yields exactly 1 g. of silver bromide. Calculate the normality of the acid.

(HBr = 80.92, AgBr = 187.80).

- (b) What weight of zinc is needed to charge a Kipp generator that holds 2 litres of hydrochloric acid of density 1.18, containing 35 per cent HCl, if the solution needs to be discarded when two-thirds of the acid has reacted with the zinc? What volume of the hydrogen is liberated when measured at 100°C. under a pressure of 700 mm?

(Atomic weight of Zn = 65.38 )

( " " " Cl = 35.45 )

( " " " H = 1.008 )

### 解 答

- I. (a) (1) 原子序數 (Atomic number) 某元素之原子序數者，該元素原子核上陽電荷之數也。

例：氫，氧之原子序數為 1 及 8 其原子核上之電荷亦然。

- (2) 價電子 (Valence electrons.) 居原子外層八角

體上之電子曰價電子。因只有此電子參與受授作用而生原子價內層之電子與極電子皆不參與覺授。外層完成八電子者因平衡不參加化學作用，此即稀少氣體無價電子。例：

氦外層之七電子曰價電子。

- (3) 沸點 (boiling point) 當液體之蒸汽壓力恰克服對方之大氣壓力時，其溫度為該液體之沸點。例：水在  $100^{\circ}\text{C}$ . 時，蒸汽壓力為一大氣壓力。則水在一大氣壓力下之沸點為  $100^{\circ}\text{C}$ .

- (4) 同位素 (Isotopes) 元素之原子量雖異而其化學性質完全相同在週期表上居同一位置者曰該元素之同位素例：

氯原子有原子量為 35 及 37 之二種。此二種曰同位素

- (5) 透析法 (dialysis) 用透析器從溶解之電解質中精製膠質溶液是曰透析法。例：A 為透析器，B 為盛水器，C 為羊皮紙或動物膜之半透膜。A 盛金之膠質溶液及 NaCl 溶液。則 NaCl 分子擴散可穿過 C 而至 B 中。A 內終成純金膠質液，是即精製。

- (b) (1) 乳狀液為一種液體 (分散相) 之細珠分散於他種液體 (分散媒) 中之產物。懸濁質 (Suspension) 為一種固體之粒子分散於液體之產物，懸濁經久沈澱乳狀液不然。

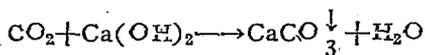
- (2) 金屬與非金屬之主要區別如下表。

金屬 metal	非金屬 Non-metal
a 多為固體，熔點高。	多為氣體，熔點低。
b 比重大	比重小
c 為熱電之良導體	導熱電之能力極小。
d 有延展性	無而脆。
e 有光澤	無
f 成鹽基原素能單獨成陽離子	成酸原素，以單體或基體成陰離子（H 除外）氧化物為酸性氧化物遇水成酸。
g 氧化物為鹽基性氧化物 氫氧化物為鹽基	難
h 易浸於酸	易成安定化合物。
i 難與 H 化合成之亦不安定	

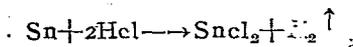
- (3) 以一原素之克原子量作為該原素之一原子是曰克原子(Gram-atom)；而原子量(Atomic weight)則為各原素以氧 16 為標準所得之各個比較重量數。無單位可言。
- (4) 克分子溶液 (molal solution) 為一公升之溶液內含一克分子量溶質之溶液。  
規範溶液 (Normal Solution) 為一公升之溶液內含一當量溶質之溶液
- (5) 成膠作用 (Peptization) —— 以一種試藥加入粉狀固體中。試藥與固體不起化學作用，但將固體分裂而成膠質分散體分散於分散媒中。是曰成膠作用。

沈澱 (Precipitation) —— 在一種化合物之溶液中其離子濃度之乘積超過  $K_{s.p.}$  時，離子結合為分子凝聚下沉之現象曰沈澱。

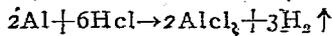
2. (a) (1) 以  $\text{CO}_2$  及  $\text{O}_2$  之混合氣體通過清石灰水則  $\text{CO}_2$  被吸收， $\text{O}_2$  放出。二者乃以是分離。



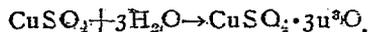
- (2) 將鐵粉及硫黃粉之混合物，加入  $\text{CS}_2$  中，過濾，則硫被溶解，鐵分出。濾液蒸乾得硫。
- (3) 將此二金屬置入濃鹽酸中， $\text{Sn}$  被浸蝕銅析出。



- (4) 加入  $\text{HCl}$  中， $\text{Al}$  被浸蝕， $\text{H}_2$  分出。



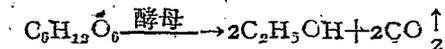
- (5) 用分餾法可分出酒精但因水有蒸汽壓力之故至相當濃度（含95%酒精）蒸汽內水與酒精之比為常數，再不能使濃度增高，若加  $\text{CuSO}_4$  使吸去水分，可得純酒精



- (6) 將此二物之混合物加入水中，則  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  溶解  $\text{PbSO}_4$  沈澱，過濾， $\text{Na}_2\text{SO}_4$  分出。

- (b) (1) 造玻璃為一物理現象，因各物質並不起化學變化僅改變其物理性質而已。

- (2) 為化學作用因物質組成改變也。





- (2) 線由  $I^-$  取去電子使  $I^-$  氧化。
- (3) 則此極為正極。
4. (a) 氣體分子運動說 (molecular theory of Gases) 如下：—
- a 所有氣體皆為極小之質點組成此等質點較其直徑相對遠隔名之曰分子。
  - b 各分子以極大之速度作直線運動並有分單性，與他物衝突即反彈而回運能不增不減。
  - c 溫度升高，分子之速度增大，其速度之增加與其質量之平方根成反比例。
- (1) 溫度增高壓力加大之原因為：溫度增高氣體分子速度加大，動能亦因之增大，對器壁衝擊量增大，壓力因是增加。
- (2) 因氣體非連續體分子間有相當空隙故可壓縮。壓縮乃使分子間之距離縮短之作用。
- (3) 因氣體由不連續之分子組成，而氣體分子不論其密度大小皆有動能故不論氣體之密度大小皆可擴散混合均勻。
- (4) 由  $F = \frac{m_1 m_2}{d^2}$  知物體距離  $d$  縮短時引力  $F$  加大，故氣體受壓後分子間之距離縮短，彼此間之引力加大使體積更形縮小。
- (b) (1) 不對，因所有原素皆由質子與電子組成，可分成質子與電，又如鏷可分出氦原子與氫原子。
- (2) 對，現尚原素可以二原素化合產生，雖有人想可

將一原素，轉變為他原素。

(3) 不對，如同位素其原子量並不等。

(4) 不對，由  $\frac{1}{2} M_1 V_1^2 = \frac{1}{2} M_2 V_2^2$  知

$$M_1/M_2 = V_2^2/V_1^2 \quad \therefore V_2/V_1 = \sqrt{M_1}/\sqrt{M_2}$$

$\therefore$  氣體分子之速度與分子量之平方根成反比例而  
不正比於分子量。

(5) 不對，每降  $1^\circ\text{C}$  使氣體體積減少  $0^\circ\text{C}$  時體積

之  $\frac{1}{273}$  而不為原體積之  $\frac{1}{273}$ 。

(6) 不對，分子量為：以 32 為氧之分子量時他分子  
與氧分子之比較重量。

(7) 不對，惟在同溫同壓下方能成立。若不在同溫同  
壓下，同體積內分子數目不等。

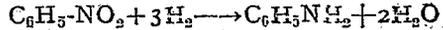
(8) 對的，因所有氣體之公分分子體積皆為 22.4  
liters.

5. (a) (1) 能，因在電化次序表中，鐵之位置高於銅，故鐵  
易被氧化成鐵離子而銅易被還元為分子。若在含  
銅之電解質中，投以鐵，純銅可被分出。

(2) 不能，因  $\text{CaCO}_3$  不電離不能分出  $\text{Ca}^{++}$ ，  
 $\text{CO}_3^{--}$  離子而  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  則極易電離故反應不能  
發生。

(b) (1) 硝基烴 (Aniline) 為烴屬之有機化合物其分子  
式為  $\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$ 。多由煤焦油中製出。若硝基烴

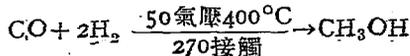
以氫還元之則得砒基烴



用途：造各種染料 (Aniline dyes) 如藍靛茜素等又可造藥劑如鷄納皮醇，乙醯亞砒基烴。

- (2) 甲烷醇 (Methanol) 亦名木酒精為烷屬之有機化合物。性毒，分子式為  $CH_3OH$ 。

製法：一普通由木材中乾餾而得。合成法亦頗便利。



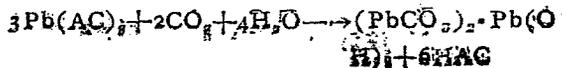
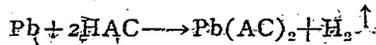
用途：一有機物之溶劑，造假漆，造蟻醛，造砒基烴染料並為酒精之變性料。

- (3) 密陀僧 (litharge) 為鉛之氧化物即  $PbO$  係多種製造中之副產物由鉛之灰吹製成  $2Pb + O_2 \rightarrow 2PbO$

用途：主要用於蓄電池之電極。

- (4) 剛石 (Corrundum) 為鋁之氧化物即  $Al_2O_3$  透明之晶體曰寶石硬度僅次於金剛石，多天產，以電爐熔鐵鋁氧石可大批製出。用途：供琢磨之用，造寶石，坩鍋及其它化學實驗用具。

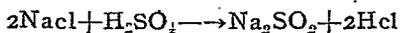
- (5) 鉛白 (White lead) 是為  $(PbCO_3)_2 \cdot Pb(OH)_2$  製法多用舊荷蘭法其反應為



用途：為大多數塗料之基本物質

(6) Glauber Salt 即芒硝分子式為  $\text{Na}_2\text{SO}_4 \cdot 10\text{H}_2\text{O}$

製法：食鹽加硫酸蒸濃結晶即得



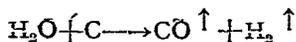
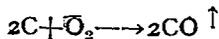
用途：作瀉藥用以製碳酸鈉玻璃染色及製革。

(7) 碱 (Washing Soda) 即碳酸鈉  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  製法

：有路布蘭法及蘇爾飛法二種

用途：製玻璃石鹼，軟化水清淨劑等。

(8) 發生爐煤氣 (Producer gas) 為  $\text{CO}$  及  $\text{H}_2$  之混合氣體，製法：通空氣水汽於不充分燃燒之煤中  
生下反應



用途：供燃料，冶金。

6. (a) 由  $\text{AgNO}_3 + \text{HBr} \rightarrow \text{AgBr} + \text{HNO}_3$

80.92gr. 187.80gr.

76gr. 1gr.

知  $\chi : \text{I} = 80.92 : 187.8$

$\therefore \chi = \frac{80.92}{187.9}$  gr. 是為 50c.c. 溴氫酸液內所含  $\text{HBr}$

之重。

1c.c. 溴氫酸溶液內含重 =  $\frac{80.92}{187.9 \times 50}$  gr.

1N: 液內 1c.c. 含重 =  $\frac{80.92}{1000}$  gr.

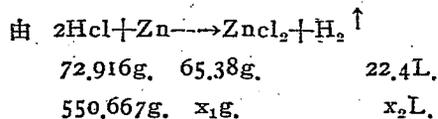
設給液之濃度 =  $\%N$ .

$$\text{則 } \frac{80.92}{187.9 \times 50} : \frac{8.02}{1000} = \% : 1$$

$$\therefore \% = \frac{20}{187.9} = 106$$

即給液之濃度為 106N.

$$\begin{aligned} \text{(b) 所用 HCl 之重} &= 2 \times 1000 \text{c.c.} \times 1.18 \text{g/c.c.} \\ &\times 35/100 \times 2/3 = 550.667 \text{g.} \end{aligned}$$



$$\text{知 } 72.916 : 550.667 = 65.38 : x_1$$

$$\therefore x_1 = \frac{550.667 \times 65.38}{72.916} = 493.589 \text{g.}$$

$$\therefore \text{即所需之鉛} = 493.589 \text{g.}$$

$$\text{又 } 72.916 : 550.667 = 22.4 : x_2$$

$$\therefore x_2 = \frac{550.667 \times 22.4}{72.916} = 169.165 \text{L.}$$

在標準情形下所生  $\text{H}_2$  之體積

$$\text{由 } \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

$$\text{知 } \frac{760 \times 169.165}{273} = \frac{700 \times V_2}{373}$$

$$\begin{aligned}\therefore V_2 &= \frac{760}{700} \times \frac{373}{273} \times 169.165 \\ &= 159.9L\end{aligned}$$

即在 1700mm, 100°C 時所生之  $H_2$  之體積。

### 中外歷史入學試題

- 一，宋學中有所謂濂，洛，關，閩，四派所指何人？
- 二，金人歸還燕雲十六州於宋，有何條件？
- 三，清初，因明代頗受倭患，對於日本戒備極深，有何舉動？約在何時？
- 四，耶教士來中國之第一個是何人：在何年代：中國受何影響？
- 五，日本接受中國文化，最努力時代，應分幾期？從何年至何年？
- 六，土耳其侵略東羅馬，以至建立王國，約在何時？
- 七，紡織機與軋棉機的發明者，是何人？及何國籍？

注意：一，須全答

二，用毛筆寫字跡須端正

三，遇有外國地名或人名以及紀年全依指定書本所載。

### 解 答

一，濂……濂溪周敦頤

洛……洛陽程頤，程顥。

關……關中張載

閩……閩中朱熹

二，宋初使人於金，求破遼後，將燕雲十六州之地見還。金人

之條件爲兩國夾攻，所得之地卽有之。但宋使童貫攻遼，兩次皆敗，乃求援於金，金入居庸關破燕京，乃由宋別輸燕京代稅錢百萬緡，將石晉所割之地還宋。

三，清會設衛以防之，約在乾隆時代。

四，耶教士來中國之第一個名利瑪竇，他於 1581 年到澳門。1600 年至北京朝見，明神宗許其設立天主堂，其於中國之影響，厥爲科學的牖啓，他知道華人迷信宗教之情較淡，故以科學先行牖啓。徐光啓李之藻等頗信之，雖有楊光先疑其別有用心，而攻擊。但中國人研究科學之風始藉以興。爲徐光啓薦湯若望助脩歷書。清初湯氏與南懷仁俱職欽天監皆耶教士來華之功也。

五，日本接受中國文化最努力時代應分三期：——

1. 間接漢化期——公元前一世紀到公元二世紀三百年間。

2. 直接漢化期——三世紀到六世紀。

3. 遣唐使期：——

a/ 遣使初盛期——從公元 607 年到 687 年。

b/ 遣使極盛期——從 688 年 894 年。

六，土耳其於 13 世紀末始建國，14 世紀中武力逐漸發展

。先侵略東羅馬在亞州之領土，繼渡海侵入巴爾幹半島。

1091-1091  
1091 年敗十字軍後，東羅馬帝國之領土僅君士坦丁堡及其附近之地。至 1543 年滅東羅馬而國勢大強。

七，紡紗機的發明者——英人哈格利夫 (James Hargreave)

1764 年造紡紗機，以手運轉，到 1771 年英人理髮師阿克來特 (Richard Arkwright) 發明轆機利用水力，至 1779 年英克郎登 (Sarmve Cronpton) 合哈格利夫之

紡織機及阿克來特之轉機，始便於應用。

織布機——為英人趙開(Johnkay)發明飛梭後(1733年)到1784年英教士卡特來特(Edward Cartwright)發明織機，一人可抵二百人的工作。

軋棉機—美人輝特反(Eli whrtney)所發明，(1792年)

## 上海交大軍訓入學試題

(步兵操典)

一，試述不動姿勢(立正，稍息)之要領

(陣中要務令)

二，試述前衛之任務及其區分

(射擊教範)

三，試述步槍重要各部之名稱及其效用。

(地形擇要)

四，試述地形地物與軍事上之關係及價值

(軍制學)

五，何謂徵兵制民兵制募兵制並比較說明其利害

六，試述國民軍事教育之意義及其目的。

注意：(一)綜上六題能答四題者為合格惟第六題必須  
答出否則以不及格論

(二)限一小時完卷

### 解 答

一，立正係軍人之基本姿勢，兩足依體格之許可，互相靠攏，足尖向外約成六十度之角，體重平均落於足跟及足掌之上，兩膝自然挺伸，上體正直，(胸部自然向前突出)兩肩平高，並微向後引，兩臂自然下垂，兩肘微向前引，兩手以手掌及指尖與上腿相接，手指併攏而微曲，以中指貼於袴縫，頸宜直，頭宜正，下腮稍向後收，兩眼自然向前注視，肌肉自然平均緊張，若用力過甚，反使姿勢不良，  
稍息即將左足順足尖方向踏出，以行休息，但不得談

話。

二，其任務如下：

1. 除去行進路上所有之障礙，故遇敵之小部隊等應擊破之而前進
2. 及既與敵接近應偵察其行動與兵力或障地等并掩護本隊之開進及展開
3. 追擊敵兵時須速追及使其主力欲避抗戰而不可得。

前衛通常區分為前衛本隊及前兵，若前衛附有騎兵之主力則以之為前衛騎兵，更派遣之於前方，而前方兵因欲其警戒益臻確實，通常派出尖兵連，復由尖兵連派出尖兵以任警戒，因乎情況有可適宜省略前項所示之區分者又有直從本隊派出尖兵連或僅派出尖兵者

三，分槍管，槍托，槍機三部

槍管——為約束子彈之出路，上附有準星，準線為射擊描準用又有來福綫為使子彈增加速度之用

槍托——為人手把持鎗之用

槍機——為發射子彈之機關分為機關柄為裝退子彈時手握之部分，頂心為撞擊子彈之發火點之機關，手搬機為射擊時發動機關。

四，軍事上甚利用地形地物其利用首在發揚火力，展望敵情，與為一切指示之基準，次之乃為避免敵人危害與其視察。故軍事上必須注意於此因其關係至為重大也。其價值亦甚大也。

五，徵兵制為全國男子皆負兵之義務至一定年齡即編入兵制為常備兵年滿為豫備役

民兵制為選農之健而材者入兵籍

募兵制爲募集志願當兵者給以相當備值使常任兵役

我國現行募兵制兵士皆爲錢財及個人之利益而當兵不願國家之如何因之能供軍閥驅使造成內亂故募兵制最不佳民兵制則力量弱其最佳者當爲徵兵制因此制可使軍隊之組織穩固効牽增大

六、國民軍事教育之意義如下：

- (1) 養成勇敢尚武之精神
- (2) 鍛鍊健強之身體
- (3) 養成勞動服務親善精誠團結之精神
- (4) 養成迅速確實共同一致之習慣
- (5) 養成守秩序紀律服從之習慣
- (6) 求得軍事技能
- (7) 國民軍事教育之目的如下：
  - (1) 養成人民愛國觀念
  - (2) 養成軍事技能以衛護國家主權及疆土完整
  - (3) 養成精誠團結精神以使國家統一

### 上海交通大學管理學院國文試題

甲，作文

孟子以仰不愧於天俯不炸人爲三樂之一論

——孟子曰君子有三樂而王天下不與存焉父母俱存兄弟無故一樂也，仰不愧於天，俯不炸於人二樂者，得天下英才而教育之三樂也。

乙，測驗

- (一) 孟子首篇及末篇何名。
- (二) 試舉大學之三綱領八條目

- (三) 史記文體分若干類試舉之  
 (四) 試舉本人對於春秋三傳中最喜讀之文  
 (五) 試舉漢代言經濟學最著名之書。

丙，答問

- (一) 青年求學最應具之修養為何  
 (二) 試舉本人最愛讀之中國文學書籍，及作者姓名。

## 解 答

乙，測驗

(一) 孟子首篇爲梁惠王篇。末篇爲盡心篇。

(二) 大學之三綱即明明德，新民，止於至善。八目卽格物致知，誠意，正心，修身，齊家，治國，平天下。

(三) 史記文體分五類：

1. 本紀 2 世家 3. 列傳 4. 表 5. 書。

(四) 本人對於春秋三傳中最喜讀之文如下：公平傳中之吳子使札來聘；穀梁傳之晉殺其大夫里克；左傳之秦晉韓之戰。

(a) 漢代言經濟學最著名之書爲鹽鐵論。

丙，答問

(一) 青年求學最應具之修養爲有恆及大無畏的精神。有恆可使學識日積月累，逐漸豐富，以免間斷；大無畏的情神或即不怕難，有問題即想方法解決，有難關即想法渡過，如此才可求得高深的學識。

(二) 本人最愛讀之中國文學書籍爲冰心女士全集爲謝婉瑩所著。

## 上海交大

## ENTRANCE EXAMINATION

English July, 1935.

1. Copy the following paragraph with the necessary punctuation marks and capital letters: 1%

Do you want an American in the list lincoln better than any other seemed to me to embody the essential Characteristics of America, he stood for equality of opportunity for the right and the chance of the child of humblest home to reach the highest place his simplicity his humor his patience his deep-abiding optimism based on the conviction that right would prevail all these seemed to typify the best that America had to give manhind but against those three who are enducing symbols of brotherhood and individual divinity of service in self-forgetfulness and of the intellectual synthesis of mankind what was rugged, abraham lincoln do you really want an American in the list yet America is still young.

2. Write ten sentences each containing one of the following words: 1%

- |             |              |                  |
|-------------|--------------|------------------|
| (1) council | (2) counsel  | (3) instance     |
| (4) instant | (5) later    | (6) latter       |
| (7) literal | (8) literary | (9) respectfully |

(10) respectively.

3. Copy the following sentences, with the necessary corrections: 10%

- (1) I have always been interested in engineering, and I have decided to become one.
- (2) Yesterday I lay the book here.
- (3) If he had come here yesterday, he would find no one here.
- (4) There was a heavy rainfall occurred that afternoon.
- (5) John is a healthful child.
- (6) He knew nothing of the war nor of the tragedy at home.
- (7) Either the door must be closed or put out the light.
- (8) Entering the museum, two stone lions are seen.
- (9) It looks like it might rain tomorrow.
- (10) When still a boy, his father moved to Nanking.

4. Copy the following sentences with appropriate words inserted in the blanks :

- (1) In Germany workers specialize ~~in~~ a certain kind of work.
- (2) The mother was for different ~~her~~ daughters.
- (3) Divide the remainder ~~in~~ us two.
- (4) He does not agree ~~with~~ this proposal.
- (5) He is sick ~~in~~ his work.
- (6) Would you go if you ~~are~~ in my place?
- (7) No sooner did he flee ~~than~~ he was purged.
- (8) You had better ~~be~~ quiet.
- (9) I must see the contract in ~~the~~ and white.
- (10) He gave himself ~~up~~ to study.

5. Write a compositions on one of the following subjects:  
50%

- (1) What I Consider to be the requisities of a Good Engineer.
- (2) The Present Flood in China.
- (3) The Present International Situation and China.

### 解 答

1. Do you want an American in the list? Lincoln, better than any other, seemed to me to embody to essential characteristics of America. He stood for equality of opportunity, for the right and the chance of the child of the humblest home to reach the highest place. His simplicity, his humor, his patience, his deep-abiding optimism based on the conviction that right would prevail. All these seemed to typify the best that America had to give mankind; but against those three who are enduring symbols of brotherhood and individual divinity of service in self-forgetfulness and of the intellectual synthesis of mankind. What was rugged, Abraham Lincoln do. You really want an American in the list, yet America is still young.

2. (1) Will a council take place in our school.
- (2) He gives a connsel to his friend.
- (3) John claims an instance to his father.
- (4) She comes back at instant.
- (5) I will see you lates.

(6) There are two ways of saving China: Compromise and fight, but I prefer the latter proposition to the former.

(7) This is the literal meaning of the word.

(8) He is a literary man.

(9) The gentleman looks respectfully.

(10) Every one does one's duty respectively.

3.

(1) I have always been interested in engineering, and I have decided to become an engineer.

(2) Yesterday I laid the book here.

(3) If he had come here yesterday, he would have formed no one here.

(4) There was a heavy rainfall occurring that afternoon.

(5) John is a healthy child.

(6) He knew neither of the war nor of the tragedy at home.

(7) Either the door must be closed or the light must be put out.

(8) Entering the museum, we see two stone lions.

(9) It looks like that it might rain tomorrow.

(10) When he was still a boy, his father moved to Nanking.

4.

(1) In Germany workers specialize in a certain kind of work.

- (2) The mother was far different from her daughters.  
 (3) Divide the remainder between us two.  
 (4) He does not agree to this proposal.  
 (5) He is sick of his work.  
 (6) Would you go if you were in my place?  
 (7) No sooner did he free than he was pursued.  
 (8) You had better be quiet.  
 (9) I must see the contract in black and white.  
 (10) He gave himself up to study.

## ENTRANCE EXAMINATION PLANE

## TRIGONOMETRY

1. Prove that:

$$2 \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}$$

2. The angular elevation of a tower due south at a place A is  $30^\circ$ , and at a place B, due west of A and at a distance  $\alpha$  from it, the elevation is  $18^\circ$ . Show that the height of the tower is,

$$\frac{\alpha}{\sqrt{2} \sqrt{5} + 2}$$

given  $\tan 18^\circ = \sqrt{1 - \frac{2}{5} \sqrt{5}}$

3. Prove that:

$$\sin 5\alpha - 5 \sin 3\alpha + 10 \sin \alpha = 10 \sin^5 \alpha$$

4. Let  $a, b, c$  be three sides opposite to the angle  $A, B, C$  of the triangle  $ABC$ , prove the following without using the process of developing the determinant:

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & \cos^2 \frac{A}{2} \\ b & b^2 & \cos^2 \frac{B}{2} \\ c & c^2 & \cos^2 \frac{C}{2} \end{vmatrix}$$

5. Solve the equation:

$$16 \cos^2 \theta + 2 \sin^2 \theta - 2 \cos^2 \theta + 4 = 40$$

Solution

1. Let  $\tan^{-1} \frac{1}{3} = \alpha \therefore \tan \alpha = \frac{1}{3}$

$$\tan^{-1} \frac{1}{7} = \beta \therefore \tan \beta = \frac{1}{7}$$

$$\therefore 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = 2\alpha + \beta$$

$$\tan (2\alpha + \beta) = \frac{\tan 2\alpha + \tan \beta}{1 - \tan 2\alpha \tan \beta}$$

$$= \frac{\frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} + \tan \beta}{1 - \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \cdot \tan \beta}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \tan \alpha + \tan \beta (1 - \tan^2 \alpha)}{1 - \tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha \tan \beta} \\
 &= \frac{2 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{7} \left[ 1 - \left( \frac{1}{3} \right)^2 \right]}{1 - \left( \frac{1}{3} \right)^2 - 2 \left( \frac{1}{3} \right) \left( \frac{1}{7} \right)} = \frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{7} \times \frac{8}{9}}{1 - \frac{1}{9} - \frac{2}{21}} \\
 &= \frac{\frac{2}{3} + \frac{8}{63}}{1 - \frac{1}{9} - \frac{2}{21}} = \frac{42 + 8}{63 - 7 - 6} = \frac{50}{50} = 1
 \end{aligned}$$

$$\therefore 2\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{i.e. } 2 \tan^{-1} \frac{1}{3} + \tan^{-1} \frac{1}{7} = \frac{\pi}{4}$$

2. assume  $\overline{CD}$  be the tower

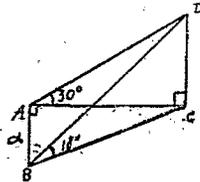
$$\therefore \overline{CD} = \overline{AC} \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} \overline{AC}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{CD} \sqrt{3}$$

$$\text{and } \therefore \overline{CD} = \overline{BC} \tan 18^\circ$$

$$= \overline{BC} \sqrt{1 - \frac{2\sqrt{5}}{5}}$$

$$= \overline{BC} \sqrt{\frac{5 - 2\sqrt{5}}{5}}$$



$$\therefore \overline{BC} = \overline{CD} \sqrt{\frac{5}{5-2\sqrt{5}}}$$

$$\text{Since } \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 = \alpha^2$$

$$\text{So that } \overline{CD}^2 \left( \frac{5}{5-2\sqrt{5}} \right) - 3 \overline{CD}^2 = \alpha^2$$

$$\overline{CD}^2 \left( \frac{5}{5-2\sqrt{5}} - 3 \right) = \alpha^2$$

$$\overline{CD}^2 \left( \frac{6\sqrt{5}-10}{5-2\sqrt{5}} \right) = \alpha^2$$

$$\therefore \overline{CD}^2 = \left( \frac{5-2\sqrt{5}}{6\sqrt{5}-10} \right) \alpha^2$$

$$\begin{aligned} \text{Now } \frac{5-2\sqrt{5}}{6\sqrt{5}-10} &= \frac{(5-2\sqrt{5})(5+2\sqrt{5})}{(6\sqrt{5}-10)(5+2\sqrt{5})} \\ &= \frac{25-20}{10\sqrt{5}+10} = \frac{5}{10\sqrt{5}+10} = \frac{1}{2\sqrt{5}+2} \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{CD}^2 = \frac{\alpha^2}{2\sqrt{5}+2}$$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{\alpha}{\sqrt{2\sqrt{5}+2}}$$

$$3. \quad \therefore \sin 3\alpha = 3\sin \alpha - 4\sin^3 \alpha$$

$$\sqrt{\cos 3\alpha = 4\cos^3 \alpha - 3\cos \alpha}$$

$$\sin 5\alpha = \sin(3\alpha + 2\alpha) = \sin 3\alpha \cos 2\alpha + \cos 3\alpha \sin 2\alpha$$

$$\begin{aligned}
 &= (3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) (1 - 2 \sin^2 \alpha) + (4 \cos^3 \alpha - 3 \cos \alpha) \times 2 \sin \alpha \cos \alpha \\
 &= 3 \sin \alpha - 10 \sin^3 \alpha + 8 \sin^5 \alpha + 2 \sin \alpha \cos^2 \alpha (4 \cos^2 \alpha - 3) \\
 &= 3 \sin \alpha - 10 \sin^3 \alpha + 8 \sin^5 \alpha + 2 \sin \alpha (4 - \sin^2 \alpha) [4(1 - \sin^2 \alpha) - 3] \\
 &= 3 \sin \alpha - 10 \sin^3 \alpha + 8 \sin^5 \alpha + 2 \sin \alpha - 10 \sin^3 \alpha + 8 \sin^5 \alpha \\
 &= 5 \sin \alpha - 20 \sin^3 \alpha + 16 \sin^5 \alpha \\
 \therefore \sin 5\alpha &= 5 \sin^5 \alpha - 10 \sin^3 \alpha + 10 \sin \alpha \\
 &= 5 \sin^5 \alpha - 20 \sin^3 \alpha + 16 \sin^5 \alpha - 5 (3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha) + 10 \sin \alpha \\
 &= 16 \sin^5 \alpha -
 \end{aligned}$$

4. Let  $S = (a+b+c)/2$

$$\begin{aligned}
 \text{Then } \cos^2 \frac{A}{2} &= \frac{s(s-a)}{bc} = \frac{\frac{a+b+c}{2} \left( \frac{a+b+c}{2} - a \right)}{bc} \\
 &= \frac{(a+b+c)(-a+b+c)}{4bc} = \frac{a(a+b+c)(-a+b+c)}{4bca}
 \end{aligned}$$

Similarly,

$$\cos^2 \frac{B}{2} = \frac{b(a+b+c)(a-b+c)}{4abc}$$

$$\cos^2 \frac{C}{2} = \frac{c(a+b+c)(a+b-c)}{4abc}$$

$\therefore$  We have

$$\begin{vmatrix} a & a^2 & \frac{a(a+b+c)(-a+b+c)}{4abc} \\ b & b^2 & \frac{b(a+b+c)(a-b+c)}{4abc} \\ c & c^2 & \frac{c(a+b+c)(a+b-c)}{4abc} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{a+b+c}{4abc} \begin{vmatrix} a & a^2 & a(-a+b+c) \\ b & b^2 & b(a-b+c) \\ c & c^2 & c(a+b-c) \end{vmatrix}$$

$$= \frac{a+b+c}{4abc} abc \begin{vmatrix} 1 & a & -a+b+c \\ 1 & b & a-b+c \\ 1 & c & a+b-c \end{vmatrix}$$

$$= \frac{a+b+c}{4} \begin{vmatrix} 1 & a & a+b+c \\ 1 & b & a+b+c \\ 1 & c & a+b+c \end{vmatrix}$$

= 0

$$\begin{aligned} 5. \quad & \cos^2\theta + \sin^2\theta + \sin^2\theta \quad 2 \cos^2\theta \\ & 16 \quad \quad \quad + 4 \quad \quad \quad = 40 \\ & 1 + \sin^2\theta \quad 2 \cos^2\theta \\ 16 \cdot & \quad + 4 \quad \quad \quad = 40 \\ & 2(1 + \sin^2\theta) \quad 3 \cos^2\theta \\ 4 & \quad + 4 \quad \quad \quad + 40 \\ & 2 \sin^2\theta \quad 2(1 - \sin^2\theta) \\ (4)^2 4 & \quad + 4 \quad \quad \quad + 40 \\ & 2 \sin^2\theta \quad - 2 \sin^2\theta \\ (16) 4 & \quad + (16) 4 \quad \quad \quad + 40 \\ & 4 \sin^2\theta \quad \quad \quad 2 \sin^2\theta \end{aligned}$$

$$(2) 4 \quad + 2 = 5 \sin$$

$$(2) \left( 4 \frac{2 \sin^2 \theta}{4} \right)^2 - 5 \sin^2 \theta + 2 = 0$$

$$\left( \frac{2 \sin^2 \theta}{4} - 1 \right) \left( \frac{2 \sin^2 \theta}{4} - 2 \right) = 0$$

$$2 \sin^2 \theta$$

$$\therefore 4 \quad - 2 = 0$$

$$3 \sin^2 \theta$$

$$4 \quad = 2 = 4^{\frac{1}{2}}$$

$$2 \sin^2 \theta = \frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta = \frac{1}{4}$$

$$\sin \theta = \pm \frac{1}{2} \quad \theta = \pm 30^\circ \text{ or } 180^\circ \pm 30^\circ$$

or  $2 \sin^2 \theta$

$$(2) 4 \quad - 1 = 0$$

$$2 \sin^2 \theta$$

$$4 \quad = \frac{1}{2} = 4 \quad - \frac{1}{2}$$

$$2 \sin^2 \theta = -\frac{1}{2} \quad \sin^2 \theta = -\frac{1}{4}$$

$$\sin \theta = \pm \frac{1}{2} \sqrt{-1} = \pm \frac{1}{2} i$$

$$\theta = \sin^{-1} \pm \frac{1}{2} i$$

## 上海交通大學二十四年度新生入學試題

### 高等代數（科學，工程學院）

1. 分解下式為部分分數：

Resolve the following into partial fraction:

$$\frac{x^4 - 12}{(x+2)^2(x^2-3)}$$

2. 於 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3

諸數字中，任用其四，成四位數，可得若干不同之數？

How many numbers of four figures each can be formed with the characters 3, 1, 4, 1, 5, 9, 2, 6, 5, 3, 5, 8, 9, 7, 9, 3?

3. 甲乙丙三人投骰為戲，共用三骰，先擲得十點者獲獎，設甲乙丙三人順序輪擲，求各人獲獎之或然率。

A, B and C throw alternately with three dice, and a prize is to be won by the one who first throws 10. Find their respective probabilities of winning if they throw in the order A, B, C.

4. 下列方程式之一根在 2 與 3 之間，試求此根至小數第六位：

Find to six decimal place of the root lying between 2 and 3 of the equation:

$$x^3 + 10x^2 + 8x - 120 = 0$$

5. 應用連分數求下列方程式之一般整解法：

By means of continued fractions find the general integral solution of the equation:

$$235x + 412y = 10^5$$

解 答

$$1. \frac{x^3 + 12x}{(x+2)^2(x^2-3)} = 1 + \frac{4x^3 + x^2 + 12x}{(x+2)^2(x^2-3)}$$

$$\text{Let } \frac{4x^3 + x^2 + 12x}{(x+2)^2(x^2-3)} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{Cx+D}{x^2-3}$$

$$\text{or } 4x^3 + x^2 + 12x = A(x+2)(x^2-3) + B(x^2-3) + (Cx+D)(x+2)^2$$

$$\text{when } x = -2$$

$$\text{then } -4 = B \dots \dots \dots \text{(I)}$$

comparing the coefficients of  $x^3$ ,  $x^2$  and  $x$

$$4 = A + C \dots \dots \dots \text{(II)}$$

$$1 = 2A + B + 4C + D \dots \dots \dots \text{(III)}$$

$$-12 = -3A + 4C + 4D \dots \dots \dots \text{(IV)}$$

Solve (1) (2) (3) and (4)

$$A = 16 \quad B = -4$$

$$C = -12 \quad D = 21$$

$$\frac{4x^3 + x^2 + 12x}{(x+2)^2(x^2-3)} = \frac{16}{x+2} - \frac{4}{(x+2)^2} + \frac{12x-21}{x^2-3}$$

$$\text{and } \frac{x^4 - 12}{(x+2)^2(x-3)} = 1 - \frac{16}{x+2} + \frac{4}{(x+2)^2} + \frac{12x-21}{x^2-3}$$

2. Of the 16 digits there are three 3's, three 5's, three 9's, two 1's and one for 2, 4, 6, 7, and 8 each.

(I) The No. of chances having three alike digits are:

$$3 \times 8 \times \frac{4!}{3!} = 3 \times 8 \times 4 = 96$$

(II) Having two pairs of alike digits:

$$c_2^4 \times \frac{4!}{2!2!} = 6 \times 6 = 36$$

(III) Having two alike digits only:

$$4 \times c_2^8 \times \frac{4!}{2!} = 4 \times 28 \times 12 = 1344$$

(IV) Having four different digits:

$$c_4^4 \times 4! = 3024$$

∴ Total number of arrangements

$$= 96 + 36 + 1344 + 3024 = 4500$$

3. The possible cases in which three dice can give a "10" are

1, 3, 6;	2, 2, 6;	3, 1, 6;	4, 1, 5;	5, 1, 4;	6, 1, 3;
1, 4, 5;	2, 3, 5;	3, 2, 5;	4, 2, 4;	5, 2, 3;	6, 2, 2;
1, 5, 4;	2, 4, 4;	3, 3, 4;	4, 3, 3;	5, 3, 2;	6, 3, 1;
1, 6, 3;	2, 5, 3;	3, 4, 3;	4, 4, 2;	5, 4, 1;	
	2, 6, 2;	3, 5, 2;	4, 5, 1;		
		3, 6, 1;			

Then the chance of throwing 10 is  $27/6^3$   
and the chance of not throwing 10 is

$$1 - \frac{27}{216} = \frac{189}{216} = \frac{7}{8}$$

(I) The chance that A can throw 10 first is  $27/216$

(II) The chance that B can throw 10 second is  $\frac{7}{8} \times \frac{27}{216}$

(III) The chance that c can throw 10 thirdly is  $\frac{7}{8} \times \frac{7}{8} \times \frac{27}{216} = \left(\frac{7}{8}\right)^2 \times \frac{27}{216}$

(IV) The chances which A, B, and c can throw 10 henceafter are

$$\begin{aligned} P_A &= \frac{27}{216} + \left(\frac{7}{8}\right)^3 \frac{27}{216} + \left(\frac{7}{8}\right)^6 \frac{27}{216} \\ &+ \left(\frac{7}{8}\right)^9 \frac{27}{216} + \dots \\ &= \frac{27}{216} \left( 1 + \left(\frac{7}{8}\right)^3 + \left(\frac{7}{8}\right)^6 + \left(\frac{7}{8}\right)^9 + \dots \right) \\ &= \frac{27}{216} \left( \frac{1}{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^3} \right) \\ &= \frac{27}{216} \times \frac{512}{169} \end{aligned}$$

$$= \frac{64}{169}$$

$$P_B = \frac{7}{8} \times \frac{27}{216} + \left(\frac{7}{8}\right)^4 \times \frac{27}{216} + \left(\frac{7}{8}\right)^7 \times \frac{27}{216} \\ + \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \frac{27}{216} + \dots \left. \right)$$

$$= \frac{7}{8} \times \frac{27}{216} \times \frac{512}{169}$$

$$= \frac{56}{169}$$

$$P_C = \left(\frac{7}{8}\right)^2 \frac{27}{216} + \left(\frac{7}{8}\right)^5 \frac{27}{216} + \left(\frac{7}{8}\right)^8 \frac{27}{216}$$

$$+ \left(\frac{7}{8}\right)^{11} \frac{27}{216} + \dots$$

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^2 \frac{27}{216} \left( 1 + \left(\frac{7}{8}\right)^3 + \left(\frac{7}{8}\right)^6 + \left(\frac{7}{8}\right)^9 + \dots \right)$$

$$= \left(\frac{7}{8}\right)^2 \frac{27}{216} \times \frac{512}{169}$$

$$= 49/169$$

4.	1	+10	+8	-120	2.768345
		2	24	64	
	1	12	32	-56	
		2	28		
	1	14	60		

	2		
1	+160	+6000	-56000
	7	1169	50183
1	167	7169	-5817
	7	1218	
1	174	8387	
	7		
1	+1810	+838700	-5817000
	6	10896	5097576
1	1816	849596	-719424
	6	10932	
1	1822	860528	
	6		
.001	+18.28	+86052.8	-719424
		144	689568
	18	86196	-29848
		144	
	.18	8634.	-29848
			25902
		863.4	-3946
			3452
		86.3	-494
			430
		86	-64

5. 235)412|1

235  
177)235|1

177

58)177|3

$$\begin{array}{r}
 174 \\
 3 \overline{) 5819} \\
 \underline{3} \\
 28 \\
 \underline{27} \\
 1 \overline{) 3} \\
 \underline{3} \\
 0
 \end{array}$$

$$\therefore \frac{412}{235} = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{19} + \frac{1}{3}$$

$$P_1 = 1$$

$$P_2 = 2$$

$$\theta_1 = 1$$

$$\theta_2 = 1$$

$$P_3 = 3 \times 2 + 1 = 7$$

$$P_4 = 19 \times 7 + 2 = 135$$

$$\theta_3 = 3 \times 1 + 1 = 4$$

$$\theta_4 = 19 \times 4 + 1 = 77$$

$$P_5 = 3 \times 135 + 7 = 412$$

$$\theta_5 = 3 \times 77 + 4 = 235$$

The convergents are

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{7}{4}, \frac{135}{77}, \frac{412}{235}$$

$$235 \times 135 - 77 \times 412 = 1$$

multiplying

$$235(135 \times 10) + 412(-77 \times 10) = 10$$

Therefore  $\left. \begin{array}{l} x = 1350 \\ y = -770 \end{array} \right\}$  is a solution

The general solution is

$$x = 1350 - 412t$$

$$y = -770 + 235t$$

## ○上海交通大學解析幾何試題

(科學，工程學院)

1. 過下列二圓  $c_1$  及  $c_2$  之交點之圓其半徑為 5 試求其方程式：

Find the equations of the circles passing through the intersection of circles  $c_1$  and  $c_2$  whose radii equal 5.

$$c_1: \quad x^2 + y^2 - 4 = 0$$

$$c_2: \quad x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$$

2. 試求  $k$  之值，令直線  $x - 2y + k = 0$  與圓錐曲線  $xy + y^2 - 4x + 8y = 0$  相交，或相切，或不相交，并繪圖表明其相關之位置。

Find the value of  $k$  for which the line  $x - 2y + k = 0$  intersects, is tangent to, or does not meet the conic  $xy + y^2 - 4x + 8y = 0$ . Construct the figure to show their relative positions.

3. 自原點作直線垂直於拋物線  $y^2 - 8ax = 0$  之切線與垂線之交點之軌跡，繪圖并討論此軌跡之方程式：

Find the locus of the point of intersections of a tangent to the parabola  $y^2 + 8ax = 0$  and the perpendicular to it drawn through the origin. Construct and discuss the locus after its equation is found.

4. 延長橢圓之一對共軛直徑與準線相交，則所成三角形之垂心為橢圓之焦點，求證。

A pair of conjugate diameters of an ellipse is produced

to meet the directrix; show that the orthocentre of the triangle so formed is at the focus.

5. 討論下列方程式之軌跡并作其圖：

Plot and discuss the locus of the following equation:

$$\rho = a(1 - \cos\theta)$$

6.  $K$  爲何值則下列圓錐曲線系成爲變態圓錐曲線：

Find the value of  $k$  for which the conics belonging to the following system are degenerate:

$$x^2 + 3y^2 - x + 5y - 24 + k(2x^2 - x - 3y + 2) = 0$$

### 解 答

1. The system of circles passing through the intersections of circles  $c_1 = 0$  and  $c_2 = 0$  must be

$$C_1 + KC_2 = 0$$

Now  $c_1: x^2 + y^2 - 4 = 0$

$$c_2: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$$

Thus, the system of circles are

$$x^2 + y^2 - 4 + k(x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4) = 0$$

or  $(1+k)x^2 + (1+k)y^2 - 2kx - 4ky - 4(1-k) = 0$

or  $x^2 + y^2 - \frac{2k}{1+k}x - \frac{4k}{1+k}y - \frac{4(1-k)}{1+k} = 0$

For a circle whose equation is

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$$

the square of its radius is given by

$$r^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}$$

we require,  $r = 5$ , hence

$$\begin{aligned} r^2 = 25 &= \frac{1}{4} \left[ \frac{4k^2}{(1+k)^2} + \frac{16k^2}{(1+k)^2} + \frac{16(1-k)}{1+k} \right] \\ &= \frac{k^2 + 4k^3 + 4(1-k)(1+k)}{(1+k)^2} = \frac{k^2 + 4}{(1+k)^2} \end{aligned}$$

$$25(1+k)^2 = k^2 + 4$$

$$25 + 50k + 25k^2 = k^2 + 4$$

$$24k^2 + 50k + 21 = 0$$

$$(2k+3)(12k+7) = 0$$

$$k = -\frac{3}{2} \text{ or } -\frac{7}{12}$$

Substitute into above equation we get the circles

$$x^2 + y^2 - \frac{2(-\frac{3}{2})}{(1-\frac{3}{2})} x - \frac{4(-\frac{3}{2})}{(1-\frac{3}{2})} y - \frac{4(1+\frac{3}{2})}{(1-\frac{3}{2})} = 0$$

$$\text{or } x^2 + y^2 - 6x - 12y + 20 = 0$$

$$\text{and } x^2 + y^2 - \frac{2(-\frac{7}{12})}{(1-\frac{7}{12})} x - \frac{4(-\frac{7}{12})}{(1-\frac{7}{12})} y - \frac{4(1+\frac{7}{12})}{(1-\frac{7}{12})} = 0$$

$$\text{or } x^2 + y^2 + \frac{14}{5}x + \frac{28}{5}y - \frac{76}{5} = 0$$

$$\text{or } 5x^2 + 5y^2 + 14x + 28y - 76 = 0$$

2. In order to find the relation between the conic and the line, we eliminate either  $x$  or  $y$  from their equations

$$xy + y^2 - 4x + 8y = 0$$

$$x - 2y + k = 0$$

In this problem it is convenient to eliminate

$$x, \text{ for } x = 2y - k$$

substitute into first equation

$$(2y - k)y + y^2 - 4(2y - k) + 8y = 0$$

$$\text{or } 2y^2 - ky + y^2 - 8y + 4k + 8y = 0$$

$$\text{or } 3y^2 - ky + 4k = 0$$

The discriminant of this equation

$$\Delta = B^2 - 4AC = K^2 - 48K$$

(A) If  $\Delta$  is positive, the line is a secant, then  $K < 0$

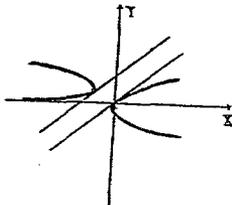
$$\text{or } K > 48$$

(B) If  $\Delta$  is zero, the line is a tangent, then  $K = 0$

$$\text{or } K = 48$$

and the two tangents are

$$y = \frac{1}{3}x \quad \text{or} \quad y = \frac{1}{3}x - 24$$



(C) If  $\Delta$  is negative, the line does not meet the conic

$$\text{then } 0 < K < 48$$

The conic is an hyperbola, for

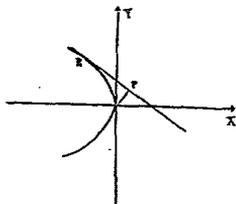
$$\Delta = B^2 - 4AC = 1 - 4 \times 0 \times 1 = 1 > 0$$

3. The equation of the tangent to the locus of

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

at the point  $P_1(x_1, y_1)$  on the locus is

$$Ax_1x + B \frac{y_1x + x_1y}{2} + Cy_1y + D \frac{x + x_1}{2} + E \frac{y + y_1}{2} + F = 0$$



Our equation of parabola is

$$y^2 + 8ax = 0$$

Hence the equation of tangent will be

$$y_1y + 8a \frac{x + x_1}{2} = 0$$

$$\text{or } y = \frac{-4a}{y_1}(x + x_1)$$

The equation of the line perpendicular to this tangent and passing through the point  $P_2(x_2, y_2)$  is

$$y - y_2 = \frac{1}{m}(x - x_2)$$

This problem requires  $x_2 = y_2 = 0$ , and

$$m = -\frac{4a}{y_1} \quad \text{then} \quad -\frac{1}{m} = \frac{y_1}{4a}$$

hence the equation of perpendicular is

$$y = \frac{y_1}{4a}x$$

In order to find the point  $P_1$ , the intersection of these two lines, we solve them simultaneously

$$\frac{y_1}{4a}x = -\frac{4a}{y_1}x - \frac{4a}{y_1}x_1$$

$$\left(\frac{y_1}{4a} + \frac{4a}{y_1}\right)x = -\frac{4a}{y_1}x_1$$

$$\left[\frac{y_1^2}{(4a)^2} + 1\right]x = -x_1$$

$$x_1 = -\frac{y_1^2 + 16a^2}{16a^2}x$$

$$\text{and } y_1 = \frac{4ay}{x}$$

Here,  $x_1$  and  $y_1$  must satisfy the equation of the parabola.

$$y_1^2 + 8ax_1 = 0$$

$$\therefore \frac{16a^2y^2}{x^2} + 8a\left(-\frac{y_1^2 + 16a^2}{16a^2}x\right) = 0$$

$$\frac{16a^2y^2}{x^2} - 8a \times \frac{\frac{16a^2y^2}{x^2} + 16a^2}{16a^2}x = 0$$

$$\frac{16a^2y^2}{x^2} - \frac{8ay^2}{x} - 8ax = 0$$

$$\therefore 2ay^2 - y^2x - x^3 = 0$$

Discussion:

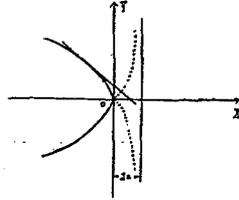


Fig. 3

- I. The origin is on the locus, for  $x=0, y=0$  satisfy the equation.
  - II. The curve is symmetrical with respect to  $X$ -axis, but not the origin, for  $y$  has no terms of odd degree.
  - III. No intersection on both axes.
  - IV.  $x$  cannot be greater than  $2a$ , for
 
$$y^2 = \frac{x^3}{2a-x}$$
 when  $x=2a$   $y = \infty$   
 $x$  cannot be negative also, for it makes  $y$  imaginary.
  - V. The curve is not closed one,  $y$  receder to both positive, and negative infinity.
4. Suppose the equation of the ellipse to be

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

and the equation of diameter to be

$$b^2x + a^2my = 0$$

then the conjugate diameter is

$$y = mx$$

Since the directrix  $x = \frac{a^2}{C}$  is one side of the triangle,

the ortho centre must lie on the X-axis

The point of intersection of the diameter  $y = mx$

and the directrix is obtained by solving the equations, that is

$$x = \frac{a^2}{C}$$

$$y = mx = m \frac{a^2}{C}$$

From this point draw a perpendicular to another diameter

$$b^2x + a^2my = 0$$

or  $y = -\frac{b^2}{a^2m}x_1$

the equation of perpendicular must be

$$y - y_1 = \frac{a^2m}{b^2}(x - x_1) \quad (\text{S.G.P. 95})$$

Substitute the values  $x_1 = \frac{a^2}{C}$ ,

$$y_1 = m \frac{a^2}{C} \text{ into this equation we get}$$

$$y - m \frac{a^2}{C} = \frac{a^2 m}{b^2} \left( x - \frac{a^2}{C} \right)$$

$$\text{or } y = \frac{a^2 m}{b^2} x + m \frac{a^2}{C} - \frac{a^4 m}{b^2 c}$$

The intersection of this perpendicular and the X-axis is the ortho centre now we solve it with  $y=0$  simultaneously

$$\frac{a^2 m}{b^2} x + m \frac{a^2}{C} - \frac{a^4 m}{b^2 c} = 0$$

$$\frac{a^2 m}{b^2} x = \frac{a^2 m}{C} \left( \frac{a^2}{b^2} - 1 \right)$$

$$x = \frac{b^2}{C} \left( \frac{a^2 - b^2}{b^2} \right) = \frac{a^2 - b^2}{C}$$

Since  $C = \sqrt{a^2 - b^2}$  for an ellipse

$$\therefore x = C$$

But the coordinates of one focus are  $(c, 0)$ , therefore the ortho center of the triangle coincides with the focus.

5.  $\rho = a(1 - \cos\theta)$

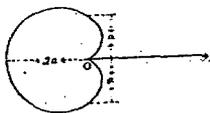
(1) The intercepts on the polar axis 0 and  $2a$ , for

$$\theta = 0, \quad \cos\theta = 1, \quad \rho = 0$$

$$\theta = \pi, \quad \cos\theta = -1, \quad \rho = 2a.$$

(2) The curve is not symmetrical to the pole, for if we substitute  $-\rho$  for  $\rho$  the value of  $\theta$  must be changed.

- (3) The curve is symmetrical to the polar axis, since  $\cos \theta = \cos(-\theta)$
- (4) The value of  $\rho$  cannot be infinity, since  $\cos \theta$  cannot be greater than 1 and less than -1.
- (5) No value of  $\theta$  is excluded.



6.  $x^2 + 3y^2 + x + 5y - 24 + k(2y^2 - x - 3y + 2) = 0$

According to the theorem that the locus of an equation of the second degree

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

is degenerate when and only when its discriminant

$$\Delta = 4ACF + BDE - AE^2 - CD^2 - FB^2 = 0$$

we can solve this problem by simply first rearranging the given equation into the following form

$$x^2 + (3 + 2k)y^2 + (1 - k)x + (5 - 3k)y + 2k - 24 = 0$$

and then applying the theorem we have, since

$$A = 1 \quad B = 0 \quad C = 3 + 2k$$

$$D = 1 - k \quad E = 5 - 3k \quad F = 2k - 24$$

$$\Delta = 4 \times 1 \times (3 + 2k)(2k - 24) - 1 \times (5 - 3k)^2$$

$$- (3 + 2k)(1 - k)^2$$

Simplifying we get

$$\Delta = 15k^3 - 4k^2 + 67k + 158 = 0$$

The cubic equation has only one real root -2 and

two imaginary  $3 \pm \sqrt{-70}$  we neglect the imaginary roots  $k = -2$

Substituting into the original equation we get  
 $x^2 + 3y^2 + x + 5y - 24 - 2(2y^2 - x - 3y + 2) = 0$   
 or  $x^2 - y^2 + 3x + 11y - 28 = 0$

The conic is degenerated to two intersecting lines, for  $\Delta = B^2 - 4AC = 4 > 0$  so that this equation can be factored to

$$(x + y - 4)(x - y + 7) = 0$$

Hence we get the conclusion when  $k = -2$ , the conic is degenerated into two intersecting lines.

If we have seen that it be two intersecting lines by the relation  $\Delta > 0$ , we can suppose that the equation be

$$(A_1x + B_1y + C_1)(A_2x + B_2y + C_2) = 0$$

multiplying out

$$A_1A_2x^2 + (A_1B_2 + A_2B_1)xy + B_1B_2y^2 + (C_2A_1 + C_1A_2)x + (C_2B_1 + C_1B_2)y + C_1C_2 = 0$$

then equating to the original equation in the case of our problem

$$\begin{array}{ll} A_1A_2 = 1 & B_1B_2 = -1 \\ A_1B_2 + A_2B_1 = 0 & C_2A_1 + C_1A_2 = 3 \\ C_2B_1 + C_1B_2 = 11 & C_1C_2 = -28 \end{array}$$

It is evident that from the first two equations

$$A_1 = 1, A_2 = 1, B_1 = 1, B_2 = -1$$

These values also satisfy the third equation, substituting the values of  $A_1, A_2, B_1$  and  $B_2$  into last three, we get

$$C_1 + C_2 = 3$$

$$C_2 - C_1 = 11$$

$$C_1 C_2 = -28$$

Solving we get  $C_2 = 7$   $C_1 = -4$

### 上海交通大學管理學院數學試題

#### I Algebra

1. Factor the following expressions:—

A.  $0.003x^{2a} - 0.012x^a - 0.025$

B.  $x^2 + 2x + 1 - 4(x+1)$

2. Solve:

$$A. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{3}{z} = 3 \\ \frac{5}{x} - \frac{4}{y} = 3 \\ \frac{6}{z} + \frac{7}{y} = 5\frac{1}{2} \end{cases}$$

B.  $\begin{cases} 7xy - 8x^2 = 10 \\ 8y^2 - 9xy = 18 \end{cases}$

3. Find the value of

A.  $(9a^{-3} - 12a^{-3}b^{-3} + 4b^{-6})^{\frac{1}{2}}$

$$B. \sqrt{a^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}$$

4. A merchant bought a certain number of shares of stock for \$3750. Later he sold all but 15 of them for \$3480, making \$8 profit on each share. Find the number of shares he bought

5. Draw the graphs of the following equations

A.  $y = x^2 - 3x^2 - 6x + 8$

B.  $\begin{cases} xy = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

#### II. Plane Geometry

- The perpendiculars from two vertices of a triangle upon the median drawn from the third vertex are equal.
- If through a point D in the base AB of an isosceles triangle ABC, parallels are drawn to the arms meeting the arms in E and F respectively, prove that  $DF + DE = AC$
- The sum of the arms of a right triangle circumscribed about a circle is equal to the hypotenuse increased by the diameter of the circle.
- If AB is a diameter of a circle, AD a tangent of the circle at A, and EB and DB are secants intersecting the circle at E and C respectively, F being a point in AD, prove that  $BE \times BF = BC \times BD$ .
- If in the triangle ABC, D and E are the midpoints of the sides AB and AC respectively, the

$$\triangle ADC = \triangle ABF.$$

### III. Trigonometry

1. A reversed curve on a rail road consists of two circular arcs, one of  $18^{\circ}30'$  with radius 2100ft., the other of  $21^{\circ}$  with radius 2800ft. Find the total length of two curves.
2. Prove:
  - A.  $\frac{\cos x - \cos y}{\cos x + \cos y} = -\tan \frac{x+y}{2} \tan \frac{x-y}{2}$
  - B.  $\frac{\sin(n-2)x + \sin nx}{\cos(n-2)x - \cos nx} = \cot x$
3. Two trains start from the same station at the same time and travel eastern upon track making an angle of  $30^{\circ}$  with each other, one train at the rate 40 miles per hour, and the other 50, How far apart are the trains in 40 minutes?
4. Solve:
  - A.  $\tan(x+20^{\circ}) = 5 \tan x$
  - B.  $5 \sin x + 12 \cos x = 6.5$

### Solution (解答)

#### I Algebra

1. (a)  $0.003x^2 - 0.012x - 0.015$   
 $= 0.003(x^2 - 4x - 5) = 0.003(x^2 + 1)(x - 5)$
- (b)  $x^2 + 2x + 1 - 4(x+1) = (x+1)^2 - 4(x+1)$   
 $= (x+1)(x+1-4) = (x+1)(x-3)$

$$2, \quad (a) \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + 2\left(\frac{1}{y}\right) + 3\left(\frac{1}{z}\right) = 3 & \text{(I)} \\ 5\left(\frac{1}{x}\right) - 4\left(\frac{1}{y}\right) = 3 & \text{(II)} \\ 7\left(\frac{1}{y}\right) + 6\left(\frac{1}{z}\right) = 5\frac{1}{2} & \text{(III)} \end{cases}$$

$$-5 \times \text{(I)} \quad -5\left(\frac{1}{x}\right) - 10\left(\frac{1}{y}\right) - 15\left(\frac{1}{z}\right) = -15 \quad \text{(IV)}$$

$$\text{(II)} + \text{(IV)} \quad -14\left(\frac{1}{y}\right) - 15\left(\frac{1}{z}\right) = -12 \quad \text{(V)}$$

$$\text{(III)} \times 2 \quad 14\left(\frac{1}{y}\right) + 12\left(\frac{1}{z}\right) = 11 \quad \text{(VI)}$$

$$\text{(V)} + \text{(VI)} \quad -3\left(\frac{1}{z}\right) = -1$$

$$\therefore z = 3$$

Substituting in (III)

$$7\left(\frac{1}{y}\right) + 6\left(\frac{1}{3}\right) = 5\frac{1}{2}$$

$$7\left(\frac{1}{y}\right) = 5\frac{1}{2} - 2 = 3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\therefore y = 2$$

Sub. the value of  $y$  in (II)

$$5\left(\frac{1}{x}\right) - 4\left(\frac{1}{2}\right) = 3$$

$$5\left(\frac{1}{x}\right) = 3 + 2 = 5$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{Ans. } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 7xy - 8x^2 = 10 & \text{(I)} \\ 8y^2 - 9xy = 18 & \text{(II)} \end{cases}$$

$$(II) - (I) \quad 8x^2 - 16xy + 8y^2 = 8$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = 1$$

$$(x - y)^2 = 1$$

$$x - y = \pm 1$$

$$\text{when } x - y = 1$$

$$y = x - 1$$

Substituting in (I)

$$7x(x - 1) - 8x^2 = 10$$

$$x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$(x + 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x + 2 = 0, \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = -3 \end{cases}$$

$$x + 5 = 0 \quad \begin{cases} x = -5 \\ y = -6 \end{cases}$$

$$\text{when } x - y = -1$$

$$y = x + 1$$

Also in (I)

$$7x(x + 1) - 8x^2 = 10$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$(x-2)(x-5)=0$$

$$\therefore x-2=0 \quad \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$$

$$x-5=0 \quad \begin{cases} x=5 \\ y=6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad (a) \quad & (9a^{-6} - 12a^{-3}b^{-2} + 4b^{-4})^{\frac{1}{2}} \\ & = [9(a^{-3})^2 - 12a^{-3}b^{-2} + 4(b^{-2})^2]^{\frac{1}{2}} \\ & = [(3a^{-3} - 2b^{-2})^2]^{\frac{1}{2}} = 3a^{-3} - 2b^{-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad & \sqrt{a^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} = \sqrt{(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}})^2} \\ & = a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}} \end{aligned}$$

4. Let  $x$  = the number of shares he brought. Then the price of each share =  $\$3750/x$ ,  
 $x-15$  = the number of shares he sold, and  $3750/x + 8$  = The sold price.

$$\therefore (x-15) \left( \frac{3750}{x} + 8 \right) = 3480$$

$$(x-15)(8x+3750) = 3480x$$

$$8x^2 + 3750x - 120x - 56250 = 3480x$$

$$8x^2 + 150x - 56250 = 0$$

$$(2x-150)(4x+375) = 0$$

When  $2x-150=0$

$$x = 150/2 = 75$$

When  $4x+375=0$   $x = -375/4$ ,

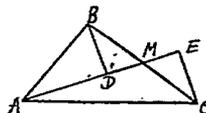
it is a negative fraction, so that it does not satisfy

the equation.

ans. the number of shares he bought is 75.

## II. Plane Geometry

1. Given:  $MA$  be the median of  $\triangle ABC$  drawn from  $A$  to the opposite side  $BC$



$BD$  and  $CE$  are lines drawn from vertices  $B$  and  $C$  perpendicular to  $AM$  and its prolongation respectively.

To prove:  $BD = CE$

Proof: In right triangles  $BDM$  and  $CEM$ .

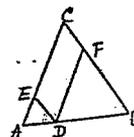
$BM = CM$  (Given  $M$  is the mid-point of  $BC$ )

$\angle BMD = \angle CME = \text{rt. } \angle$ s.

$\therefore \triangle BDM \cong \triangle CEM$

$\therefore BD = CE$

2. Given:  $D$  be a point on the base of the isosceles triangle  $ABC$ .  $DE$  and  $DF$  are lines drawn from  $D$  parallel to  $BC$  and



$AC$  respectively.

To prove:  $DF + DE = AC$

Proof: In parallelogram  $CEDF$ , opposite sides

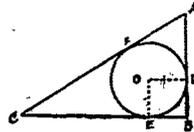
$DF = CE$

Since  $DE \parallel BC$

$\therefore \angle EDA = \angle CBD$

But  $\angle CBD = \angle EAD$  (given)  
 $\therefore \angle EDA = \angle EAD$   
 $\therefore \triangle ADE$  is isosceles  
 $\therefore AE = DE$   
 $\therefore AE + CE = DE + DF$   
 or  $AC = DE + DF$

3. Given:  $\odot O$  be the inscribed circle of right  $\triangle ABC$  tangent at D, E, and F.



To prove:  $AB + BC = AC + \text{diameter of circle } O$ .

Proof: Joint OD and OE from the center of the inscribed circle to the points of tangency.

then  $OD \perp AB$  and  $OE \perp BC$

$\therefore$  BEOD is a square

(for  $\angle ABC$  is a right angle)

$\therefore BD = OE$  (I)

and  $BE = OD$  (II)

Now  $AD = AF$  (III)

(tangents drawn from an external point to a circle are equal)

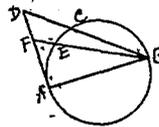
Similarly  $CE = CF$  (IV)

(I) + (II) + (III) + (IV)

$$AD + BD + BE + CE = AF + CF + OD + OE$$

or  $AB + BC = AC + \text{diameter of the circle } O$

4. Given;  $AB$  be the diameter of the circle;  $AD$ , a tangent of the circle at  $A$ , and  $FB$  and  $DB$  are secants intersecting the circle at  $E$  and  $C$



To prove:  $\overline{BE} \times \overline{BF} = \overline{BC} \times \overline{BD}$

Proof.  $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{CD}$

But  $AD \perp AB$

$\therefore$   $\triangle ABD$  is a right triangle.

Hence  $\overline{AD}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{AB}^2$

$\therefore \overline{BD} \times \overline{CD} = \overline{BD}^2 - \overline{AB}^2$

or  $\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 - \overline{BD} \times \overline{CD}$   
 $= \overline{BD} (\overline{BD} - \overline{CD})$   
 $= \overline{BD} \times \overline{BC}$  (I)

Similarly  $\overline{AF}^2 = \overline{BF} \times \overline{EF}$

and  $\overline{AF}^2 = \overline{BF}^2 - \overline{AB}^2$

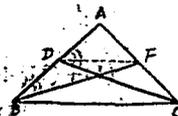
Then  $\overline{BF}^2 - \overline{AB}^2 = \overline{BF} \times \overline{EF}$

or  $\overline{AB}^2 = \overline{BF}^2 - \overline{BF} \times \overline{EF}$   
 $= \overline{BF} (\overline{BF} - \overline{EF})$   
 $= \overline{BF} \times \overline{BE}$  (II)

From (I) and (II), we have

$$\overline{BF} \times \overline{BE} = \overline{BD} \times \overline{BC}$$

5. Given.  $D$  and  $F$  are the mid-points of the sides  $AB$  and  $AC$  of  $\triangle ABC$



To prove: area ADC = area ABF

Proof: Joint DF, then DF // BC

∴ area of  $\triangle BCD$  = area of  $\triangle BCF$

∴ area ABC - BCD = area ABC - BCF

or areas ADC = ABF.

III. Trigonometry

$$\square \quad 18^{\circ}30' = \frac{18.5\pi}{180} \text{ radians}$$

$$21^{\circ} = \frac{21\pi}{180} \text{ radians}$$

Since length of arc = radius  $\times$  center angle in radians

∴ Total length of two curves

$$= 2100 \times \frac{18.5\pi}{180} + 2800 \times \frac{21\pi}{180}$$

$$= 680 + 1025 = 1705 \text{ ft.}$$

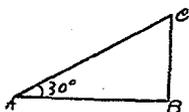
$$2. \quad (a) \quad \frac{\cos x - \cos y}{\cos x + \cos y} = \frac{-2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}}{2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}}$$

$$= -\tan \frac{x+y}{2} \tan \frac{x-y}{2}$$

$$(b) \quad \frac{\sin (n-2)x + \sin nx}{\cos (n-2)x - \cos nx}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \sin\left(\frac{n-2+n}{2}\right)x \cos\left(\frac{n-2-n}{2}\right)x}{-2 \sin\left(\frac{n-2+n}{2}\right)x \sin\left(\frac{n-2-n}{2}\right)x} \\
 &= -\frac{\cos(-x)}{\sin(-x)} = \frac{-\cos x}{-\sin x} = \cotan x
 \end{aligned}$$

.2



As shown in the figure, after 40 min, two trains reach B and C respectively.

$$AB = 40 \times \frac{40}{60} = \frac{80}{3} \text{ miles}$$

$$AC = 50 \times \frac{40}{60} = \frac{100}{3} \text{ miles}$$

By Cosines Law

$$\begin{aligned}
 \overline{BC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 - 2 \overline{AB} \overline{AC} \cos 30^\circ \\
 &= \left(\frac{80}{3}\right)^2 + \left(\frac{100}{3}\right)^2 - 2 \left(\frac{80}{3}\right) \left(\frac{100}{3}\right) \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= \frac{6400}{9} + \frac{10000}{9} - \frac{80000\sqrt{3}}{9} \\
 &= \frac{16400 - 80000\sqrt{3}}{9} = \frac{16400 - 13850}{9}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{2550}{9}$$

$$\therefore \overline{BC} = \sqrt{\frac{2550}{9}} = 16.7 \text{ miles}$$

4. (a)  $\tan(x + 20^\circ) = 5 \tan x$

$$\frac{\tan x + \tan 20^\circ}{1 - \tan x \tan 20^\circ} = 5 \tan x$$

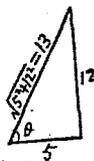
$$\tan x + \tan 20^\circ = 5 \tan x - 5 \tan 20^\circ \tan^2 x$$

$$5 \tan 20^\circ \tan^2 x - 4 \tan x + \tan 20^\circ = 0$$

$$\therefore \tan x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 5 \tan^2 20^\circ}}{5 \tan 20^\circ}$$

$$\therefore x = \tan^{-1} \left( \frac{2 \pm \sqrt{4 - 5 \tan^2 20^\circ}}{5 \tan 20^\circ} \right)$$

(b)  $5 \sin x + 12 \cos x = 6.5$



$$\frac{5 \sin x}{\sqrt{5^2 + 12^2}} + \frac{12 \cos x}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{6.5}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

$$\frac{5 \sin x}{13} + \frac{12 \cos x}{13} = \frac{6.5}{13}$$

$$\sin x \cos \theta + \cos x \sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\text{Where } \theta = \tan^{-1} \frac{12}{5}$$

$$\therefore \sin(x + \theta) = \frac{1}{2}$$

$$x + \theta = 30^\circ$$

$$x = 30^\circ - \theta$$

$$\therefore x = 30^\circ - \tan^{-1} \frac{12}{5}$$

### 交通大學物理試題

科學學院及工程學院

答案中英文均可

1. (a) 解說下列各項名辭之意義；— (i) 質量與重量，  
(ii) 比重與密度及 (iii) 應力與應變。

Explain the following terms:— (i) Mass and weight

- (ii) Specific Gravity and Density and (iii) Stress and strain.

- (b) 下列各種運動，其致動之原因為何？

(i) 物體沿光滑斜面下滑之運動。

(ii) 簡擺之運動。

(iii) (i)及(ii)兩種運動是否相同？試述其理由。

What are the causes of following motions:—

(i) A body slides down along a smooth inclined plane.

(ii) The motion of a simple pendulum,

(iii) Are the motion in (i) and (ii) the same? why?

2. (a) 試述下列各種名詞之界說：— (i) 線脹係數，(ii) 熱功當量，(iii) 相對溫度及 (iv) 飽和汽。

Define the following terms:—(i) Coefficient of Linear Expansion, (ii) Mechanical Equivalent of Heat, (iii) Relative Humidity, and (iv) Saturated Vapor.

(b) 試述兩種測定固體比熱之方法。

Describe two methods with which the specific heat of a solid is determined.

3. (a) 何謂 (i) 國際安培，(ii) 國際歐姆，及 (iii) 電化當量。

What do you mean (i) International Ampere, (ii) International Ohm, and (iii) Electro-chemical Equivalent.

(b) 安培計與伏特計之構造如何？何以安培計可以量電流伏特計可以量電位差？何以伏特計之電阻應大而安培計之電阻應小？

What are the constructions of an ammeter and a voltmeter? Why an ammeter can be used to measure electric current and a voltmeter can be used to measure electric potential difference? Why the resistance of a voltmeter should be large and that of an ammeter should be small?

4. (a) 何謂光之波動說？何以光波為橫波？何謂光之干涉？何謂光之偏極化？試証光在空氣中之速度與在玻璃內之速度之比等於玻璃之屈折率。

What is the wave theory of light? Why light waves are transversal waves? What do you mean the interference of light? What do you mean the polariza-

tion of light? Prove that the ratio of the velocity of propagation of light waves in air to in glass is equal to the index of reflection of glass.

(b) 試繪圖說明天文望遠鏡成像之理由。

Explain, with diagrams, how the image is formed in an astronomical telescope.

5. 有一物體，其容積為10立方厘米，其比重為1.4 由橋面下墮至河底，橋面距河面為4.9米，河深為5.6米，問物體自橋面下墮至河底，共需時若干？（以980為g之價值）。

A body having a volume of 10c.c. and a specific gravity 1.4 is falling from a bridge to the bottom of a river. The height of the bridge above the surface of the river is 4.9 meters and the depth of the river is 5.6 meters. What is the total time of falling? (The value of g is to be taken as 980)

6. 氣壓計水銀柱之截面面積為1平方厘米，水銀柱上端之真空為8毫米，氣壓計之讀數為764毫米，若將外邊之空氣引入管內，使管內之水銀柱降至382毫米，問所需空氣之容積為若干？

The cross sectional area of the mercury column in a barometer is 1 square cm.; the length of the vacuum at top is 8 mm. when the barometer reads 764 mm. what should be the volume of external air introduced into the tube in order to cause the height of the mercury column to become 382 mm.

7. 有一電池組，其內電阻為 10 歐姆；與一 200 歐姆之外電阻串聯相接，以一 200 歐姆之伏特計量外電阻之電位差，伏特計之讀數為 50 伏特，問電池組之電動勢為若干？

A battery having an internal resistance of 10 Ohms and an external resistance of 200 Ohms are connected in series. The electric potential difference across the external resistance is measured by a voltmeter of 200 Ohms. The voltmeter reads 50 volts. What is the electromotive force of the battery.

8. 有一復顯微鏡其物鏡之焦距為 1 厘米，其目鏡之焦距為 3 厘米，兩鏡間之距離為 20 厘米，設最後所成之像在無窮遠，問物距物鏡之距離為若干？

A compound microscope has an objective of focal length 1 cm. and eye-piece of focal length 3 cm., the distance between them being 20 cm. What must be the distance of the object from the objective in order that the final image shall be at infinity?

## 答 案

1. (a)

(i) Mass means quantity of matter, it is measured by its inertia as compared with that of some standard piece of matter taken as unit of mass.

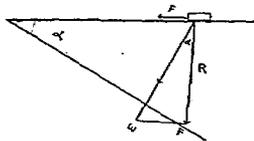
Weight is a name given to the attractive force exerted by the earth

- (ii) Specific gravity of the material of a body is the ratio of the weight of the body to the weight of an equal volume of water. The density of a given material means the mass contained in unit volume of the material.
- (iii) The term stress is applied to the mutual actions which take place across any section of a body to which a system of force is applied.

Any change of shape, volume, or both is called a strain.

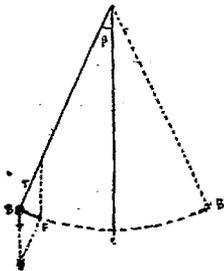
(b)

(i)



Since the inclined plane is smooth, the forces acting on the body are the normal force  $R$  and its weight  $W$ . The resultant force  $F$  of  $R$  and  $W$  passes through the center of gravity of the body and acts down along the plane hence the body slides down in the direction of the resultant force.

(ii)



The forces acting on the small body at  $B$  are its weight  $W$ , and the pull  $T$  of the thread. The resultant of these is a force  $F$ , causing the body to move along  $BC$ . At  $C$ , the pull  $T$  is equal and opposite to  $W$ , their resultant force  $F$  is then equal to zero. But the body has attained a maximum velocity and moves onward against the pull.

and weight of the body, until it reaches B, Where the velocity of the body becomes zero, and the resultant forces causes it to move back again.

- (ii) The motions in (i) and (ii) are not the same, for in (i), the motion is a rectilinear motion with constant acceleration, while in (ii), the motion of the body is an angular harmonic motion.

2. (a)

- (i) The coefficient of linear expansion of a substance is defined as the increase in length which a bar of unit length undergoes when its temperature is raised through one degree.
- (ii) Mechanical equivalent of heat is the number of units of mechanical energy required to produce one unit of heat.
- (iii) Relative humidity is the ratio of water vapor actually contained in a volume of air to the amount that it would contain at the observed temperature if the vapor were saturated.
- (iv) Saturated vapor:—when a vapor in contact with its liquid has reached that maximum density where the vapor is in equilibrium with the liquid, it is said to be a saturated vapor.

(b)

The first method: Determination of specific heat of a solid by method of mixture.

The sample to be tested is heated to a high temperature. When it is ready for transference to the calorimeter, take the temperatures of the sample and of the water in the calorimeter. Lower the sample into the calorimeter and the mixture is stirred until the raise of temperature ceases, note the highest temperature of the mixture.

Let  $M_s$  = Mass of sample.

$M_w$  = Mass of water.

$t_s$  = Temperature of hot sample.

$t_1$  = Initial temperature of water

$t_2$  = Final temperature of water and sample.

$M_c$  = Mass of Calorimeter

$S_c$  = Specific heat of calorimeter

$S$  = Specific heat of sample

Then the specific heat of the sample may be computed by the equation of mixture:

$$M_s S (t_s - t_2) = M_w (t_2 - t_1) + M_c S_c (t_2 - t_1)$$

$$\text{or } S = \frac{(M_w + M_c S_c) (t_2 - t_1)}{M_s (t_s - t_2)}$$

The second method

Determination of specific heat of a solid by cooling.

The substance under examination is placed in a small silver vessel and suspended in an enclosure the wall of which is lampblack and kept at 0°C. Take the

initial temperature reading  $t_1$  of the sample and start a stopwatch at the same time. When the temperature of the sample drops to  $t_2$  stop the watch and note the time interval  $T_1$  required. Then place another standard substance, the specific heat of which is known, in the vessel instead of the sample, and note the time  $T_2$  required for its temperature to drop from the same  $t_1$  to  $t_2$ .

Let  $M_1$  = mass of sample

$M_2$  = mass of standard substance.

$S_2$  = Specific heat of standard substance.

Then  $S_1$ , the specific heat of the sample may be computed by the following formula:

$$\frac{M_1 S_1}{M_2 S_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

or  $S = \frac{M_2 S_2}{M_1} \frac{T_1}{T_2}$

(Notes: this principle can be applied for the determination of specific of powder solid only.)

(3). (a)

- (i) The international ampere is a current which will desposit 0.001118 gm of silver per second from a solution of  $AgNO_3$ .
- (ii) The international Ohm is the resistance offered to an unvarying electrical current by a column of

mercury of uniform, cross section 106.3 cm long; and weigh 14.452 grams at temperature of  $0^{\circ}\text{C}$ .

(iii) Electro—chemical equivalent:—

The mass of any substance liberated by unit current in unit time is called its electro—chemical equivalent:

(b) Constructions of an ammeter and voltmeter.

The moving coil instruments consist of:

1. A permanent horseshol magnet M with pole shols bored out cylinarically
2. A cylindrical soft iron core E.
3. A coil c
4. Two springs for providing the controlling force and for introducing current into coil. They are wound in opposite directions.
5. A pointer B attached to the coil and a scale to show the defection of the pointer.

In case of an ammeter, a low resistance is connected in parallel with the coil.

If the instrument is used as a voltmeter a high res. is connected in series with the coil.

When current passes through the ammeter, a driving torque  $T_d = KI$  is produced, the coil rotates against the torsion of the spring. When the resisting torque  $T_r$  offered by the spring is equal to the driving torque, the coil will remain at this

position.

Since  $T_r = C\theta$ ,  $\therefore K\phi I = C\theta$ , for permanent magnet and cylindrical pole shoes the flux  $\phi$  is constant.

$$\therefore I \propto \theta$$

Where  $\theta$  is the angle of deflection.

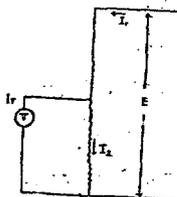
Since the resistance of voltmeter is constant

$$V = IR \propto \theta$$

That is both current and potential-difference are proportional to deflection, the scale is uniform.

The resistance of a voltmeter should be large so that:

1. It will not disturb the circuit condition Before connecting the voltmeter on:



$$I_1 = I_2,$$

After connecting the voltmeter on:

$$I_1 < I_2,$$

for a part of current  $I_1$  is shunted through

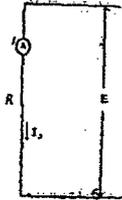
the voltmeter.

2. The loss in voltmeter may be diminished.

Loss of power =  $V^2/R$ , for a given  $V$ , the smaller the value of  $R$ , the greater will be the power lost.

The resistance of an ammeter should be small so that.

1. It will not disturb the ckt condition:



Before connecting the ammeter on:

$$I_1 = E/R.$$

After connecting the ammeter on:

$$I_2 = E/(R + R_a), \text{ which}$$

is less than  $I_1$  the smaller the error introduced.

2. The power loss in the ammeter may be diminished:

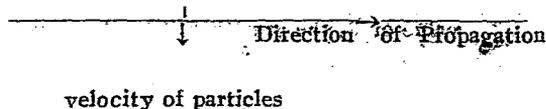
$$\text{Power loss} = I^2 R_a$$

For a given value of  $I$ , the smaller value of  $R_a$  the smaller the loss.

4. (a)

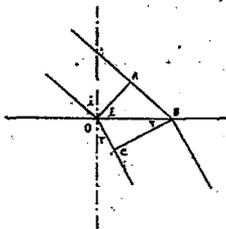
The modern wave theory of light states that light is a wave motion of transverse type. In free space, the waves of different frequencies have the same speed, but in water of glass and in other transparent substances, they have different speeds.

Light waves are transversal waves, because the vibration of other particles is perpendicular to the velocity of light.



When two trains of light waves come together having the same wave length and amplitude, and travelling in nearly the same direction, there will be found points of rest or of very slight motion where the two systems of waves are in opposite phases and neutralize each other, thus resulting in forming a dark spot, and other points, where the light waves coming together in the same phase cause an amplitude of component waves, thus resulting in a bright spot. Such a phenomena is called the interference of light.

In ordinary light waves, the vibrations are along all directions perpendicular to the direction of propagation. When the vibrations all take place in some particular direction perpendicular to the ray, the light is said to be plane polarized.



Let OA be the wave front of the incident light at a certain instant.

After time  $t$ , the wave front becomes BC.

$$\text{Then: } AB = V_{\text{air}} t \dots \dots \dots (1)$$

$$DC = V_{\text{glass}} t \dots \dots \dots (2)$$

But,  $AB = OB \sin i$ ,

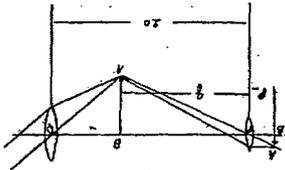
and  $OC = OB \sin r$ ,

$$\therefore \frac{AB}{OC} = \frac{OB \sin i}{OB \sin r} = \frac{\sin i}{\sin r} = V_{\text{glass}}$$

But  $\frac{AB}{OC} = \frac{V_{air}}{V_{glass}}$

$\therefore V_{glass} = V_{air}/V_{liq.}$

(b)



Incident rays from distant objects are practically parallel, so  $pg$  is the focal length  $f_o$  of the objective  $O$ .

The image  $a'b'$  is magnified by the eyepiece  $E$  into  $a''b''$  if  $a''b''$  falls at infinity, the distance  $GQ$  is the focal length  $f_e$  of the eye piece.

$$\text{magnify power} = \frac{B}{\alpha} = \frac{a'b'/f_e}{a'b'/f_o} = f_o/f_e.$$

5.

Let  $t_1$  = time required for the body to fall from the bridge to the surface of water.

$$\therefore s_1 = \frac{1}{2}gt_1^2,$$

$$490 = \frac{1}{2}980 t_1^2.$$

$$\therefore t_1 = 1 \text{ sec.}$$

Now let  $t_2$  = time required for the body to fall from the surface to the bottom of the water.

Velocity of body at surface of water.

$$= v_0 = gt_1 = 980 \times 1 = 980 \text{ cm/sec.}$$

Weight of body =  $10 \times 1.4 = 14g$  dynes,

Buoyancy force =  $10g$  dynes

$$\therefore \sum F = Ma$$

$$(14g - 10g) = 44a$$

$$a = \frac{4}{14} \times 980 = 280 \text{ cm./sec.}^2$$

$$S = Vt_2 + \frac{1}{2}at_2^2$$

$$560 = 980t_2 + \frac{1}{2} \times 280t_2^2$$

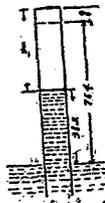
$$t_2^2 + 7t_2 - 4 = 0$$

$$t_2 = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 16}}{2} = \frac{-7 + \sqrt{65}}{2} = \frac{8.06 - 7}{2}$$

$$\therefore t_2 = 0.53 \text{ sec.}$$

$$\text{Total time} = t_1 + t_2 = 1.53 \text{ sec.}$$

6.



Let volume of air in the mercury column =  $V_1$ .

Pressure of air in the column =  $P_1$ .

Volume of outside air introduced =  $V$ .

Then,

$$V_1 = h_1 A = [0.38 + (76.4 - 38.2)] \times 1$$

$$= 39 \times 1 = 39 \text{ cc.}$$

$$P_1 = 764 - 382 = 382 \text{ mm. of Hg.}$$

$P$  = atmospheric pressure

$$= 764 \text{ mm.}$$

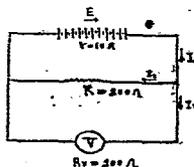
Since  $P_1 V_1 = P V$

Therefore

$$382 \times 39 = 764 \times V$$

$$\therefore V = 39 \times \frac{382}{764} = 19.2 \text{ cc.}$$

7.



$$I_v R_v = 50 \text{ Volts}$$

$$I_v = 50/R_v = 50/200 = 0.25 \text{ amp.}$$

$$I_2 R = 50$$

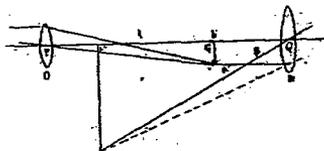
$$I_2 = 50/200 = 0.25 \text{ amp.}$$

$$I_1 = I_2 + I_v = 0.5 \text{ amp.}$$

$$\therefore E = 50 + I_1 R = 50 + 0.5 \times 100$$

$$\therefore E = 50 + 50 = 100 \text{ Volts}$$

8.



Since the final image is at infinity, the distance

$$B'Q = fe = 3 \text{ cms.}$$

$$\therefore q = 20 - 3 = 17 \text{ cms.}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{q} = \frac{1}{fo}$$

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{17} = \frac{1}{1}$$

$$\therefore \frac{1}{p} = 1 - \frac{1}{17}$$

$$\frac{1}{p} = \frac{16}{17}$$

$$\therefore p = \frac{17}{16} = 1 \frac{1}{16} \text{ cms.}$$

### 交通大學物理試題

管理學院

注意：一投考實業管理門者答 A 組各題（一小時半）

投考其他各門者答 A, B 兩組各題（三小時）

答案中英文均可。

A-1 (a) 物體之重量何以在赤道上較在兩極上為輕？  
試述其理由。

Give reasons why a body weighs less at the equator than at the poles.

(a) 有一物體其質量為 6 克其速度為每秒 3.6 米今須在 5 秒鐘內使之停止，問所加力應為若干？

A body of mass 6 grams moves with a constant velocity of 3.6 meters per sec. If the body is to be stopped in a time of 5 seconds, what force is required.

A-2 (a) 試指出下列成語之謬：(i) 露在夜間由空中“下

降” (ii) 冷杯能“出汗”。

Correct the in accuracy of the statements. (i) Dew “falls at night”. (ii) A “cold pitcher sweats”.

(b) 將  $0^{\circ}\text{C}$  之冰 800 克投入於  $40^{\circ}\text{C}$  1100 克之熱茶內，盛茶之玻璃之（比熱為 0.2）壺重 700 克問壺內未融之冰為若干克？（茶比熱為 1）

If 800 grams of ice at  $0^{\circ}\text{C}$  is dropped into 1100 grams of tea at  $40^{\circ}\text{C}$  in a glass pitcher weighing 700 grams how much ice will remain unmelted? Assume the specific heat of tea to be 1 and of glass 0.2)

A-3 (a) 發電機之電壓視何三者而定？其影響伏特各若何？

What are the three factors, which determine the voltage of a generator?

How does each effect the volthge?

(b) 設以 1 歐姆之電阻接於一電池之兩端時，其兩端之電位差為 1 伏特。若用 .75 歐姆之電阻，則所得之電流為 1.2 安培。試求電池之電動勢及其內阻。

When a resistance of 1 ohm is joinal' to two poles of a battery, the potential difference between the Poles is found to be 1 volt. If the resistance is reduced to 0.75 ohm, a current of 1.2 ampere is oblanied, Find the e. m. f. and the internal resistance of the battery.

A-4 (a) 共振與強迫振動有何不同之點？琵琶上木匣之作用為共振抑為強迫振動？

What is the diffenence between resonance and

forced vibration? Does the action of a guitar "box" illustrate resonance or forced vibration."

(b) 某甲立在一焦點距40米厘之凹面鏡前須自見面放大一部証像問某甲須離鏡若干遠?

How far from a concave mirror whose focal length is 40 cm must a man stand to see an erect image of his face twice its natural size?

B 組

B-1 (a) 鐵入水則沉，何以鋼鐵所製之舟能浮水面上?

Iron Sinks in water, explain why an iron or steel ship floats.

(b) 取粗細均勻之玻璃管，垂直插入於水銀中，使管露出水銀面 20 米厘。以指密塞管口漸漸上提，使管內之空氣柱之長度達 38 米厘而止問 (i) 管內空氣之壓力等水銀柱若干米厘? (ii) 管內外水銀面相差若干?

A glass tube of uniform bore is plunged vertically into mercury so that 20 cm of the tube is above the surface. The top of the tube is then closed and the tube is lifted until the air column is 38 cm. long. (i) What is the pressure in cm of mercury of the air inside the tube? (atmosphere pressure = 76 cm of mercury.) (ii) What is the difference in level between the mercury inside and outside the tube?

B-2 (a) 水製之溫度計何以不會實用?

Why is it not practicable to use water as expansive

liquid in a thermometer?

(b) 長 3 尺之風琴管，開 (i) 管端啓時其音波之長度若干？(ii) 管端閉塞時波長爲若干？

B-3 (a) 用一荷負電之絕緣金屬球，使其他無數金屬球得正電其法如何？該球是否失去電荷？

If an insulated metal globe is negatively charged how can any number of other insulated metal globe be positively charged? Does the first globe loses any of its charged?

(b) 以 10 歐姆之電阻圈侵於水中通以電流在 10 分鐘內使 2400 克之水由  $15^{\circ}\text{C}$  昇高溫度至  $75^{\circ}\text{C}$  間須用電流若干？

A 10-ohm coil of wire is used to heat 2400 gm of water from  $15^{\circ}\text{C}$  to  $75^{\circ}\text{C}$  in 10 minutes. How much current must be used?

B-4 (a) 不發光體之顏色，因何三者而定？白與黑是否可以名曰色？試解釋之。

State three factors which determine the color of the non lumenous body. Can white and black be properly termed "colors"? Explain.

(b) 設有兩燈，相距 16 呎，一爲 25 燭光，一爲 100 燭光，問在兩燈間照度相等之處距 25 燭光之燈若干呎？

Two lamps of 25 and 100 candle powers respectively are 16 feet apart, at what point (from the 25 candle powers lamp) between the lamps will illumination be

equal?

## 解 答

A-1 (a) 物體重量等於所受地球之引力，而引力與兩者間之距離平方成反比，又因赤道距地心較兩極距地心遠，故地球對於在赤道上體物之引力比對在兩極者為小，所以物體之重量在赤道上較在兩極上為輕。

(b) 因  $A = V/t$ ,  $F = ma$   $\therefore F = 72 \times 6$   
 $= 432 \text{ dynes}$

答須加力 432 達因。

A-2 (a) (i) 地壳上岩石及草木等放熱速度較空氣快，故在太陽落後，此等物體之表面溫度低。當空氣中之水蒸汽與此等物接觸時，則達飽和點而凝成水滴，是為露，故“露在晚間下降”為謬矣。

(ii) 冷瓶之表面與空氣中之水汽接觸，使蒸汽達飽和點凝結成水，附着於瓶壁外面。故瓶“出汗”在字面上實誤謬矣。

(b) 沒  $x$  克為冰尚未融化之量  
 則

$$(800-x)80 = 1100 \times 40 + 700 \times 40 \times 0.2$$

$$2(800-x) = 1100 + 40$$

$$2x = 360 \quad \therefore x = 180 \text{ 克}$$

A-3 (a) 依  $V = n\Phi Z' - I_a R_a$  中發電機伏特數與  $n$ ,  $\Phi$ ,  $I_a$  有關係，因在一定發電機中  $Z'$  與  $R_a$  為一定故也。

若  $\Phi$  與  $n$  一定，則  $V$  因  $I_a$  增加而減少。

若  $\Phi$  與  $I_a$  一定則  $V$  因  $n$  增加而增加  
 若  $n$  與  $I_a$  為一定，則  $V$  因  $\Phi$  增加而增加。

(b) 當  $R=1$  歐姆

$$IR=1 \quad \therefore I=1 \text{ 安培}$$

$$\text{但 } I=E/(r+R), E/(r+1)=1 \text{ 安培}$$

$$\text{或 } E=(r+1) \text{ 伏特} \quad (1)$$

當  $R=0.15$  歐姆  $I=1.2$  安培時，

$$\therefore 1.2=E/(r+0.75) \quad (2)$$

解(1)與(2)得  $r=0.5$  歐姆。  $E=1.5$  伏特。

A-4 (a) 共振是當所加之力與受力之物體二者之振動數相同時之現象。強迫振動是力之振動數不與物體振動數相同時之現象。

琵琶上木匣之作用係強迫振動。

(b) 因像係直立，像必在鏡後生成。

$\therefore g$  為負

$$\therefore \frac{\text{物體之大小}}{\text{像之大小}} = \frac{p}{q} = \frac{1}{2}$$

$\therefore q=2p$  (絕對數的)

$$\therefore \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{p} - \frac{1}{2p} = \frac{1}{f}$$

$$\therefore \frac{1}{2p} = \frac{1}{f} \quad \therefore p = \frac{f}{2} = \frac{40}{2} = 20 \text{ 厘米}$$

答某甲須站在鏡前 20 厘米處。

B 組。

B-1. (a) 因舟中尚有很大的空隙。空氣重與鋼鐵合共之重等於被舟擠去水之重量故舟依然可以浮起。

(b) (i) 令管之橫斷面 =  $A \text{ cm}^2$  管內壓力 =  $P_2$

$$V_1 = (20A), P_1 = 76, V_2 = (38A)$$

$$\therefore P_1 V_1 = P_2 V_2$$

$$\therefore P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{76 \times 20A}{38A} = 40 \text{ cms}$$

的水銀柱

(ii) 管內外水銀面之差 =  $76 - 40 = 36 \text{ cms}$

B-2 (a) 水製溫度計之不能用之原因：

1. 水之比熱大
2. 水對玻璃管有附着力
3. 水之蒸汽壓比較的大
4. 水在  $0^{\circ}\text{C}$  即冰結在  $100^{\circ}\text{C}$  即沸騰此不適於平常用。

(b) (i) 因  $L = \frac{a}{2} \therefore a = 2L = 2 \times 3 = 6 \text{ 呎}$

(ii)  $L = \frac{a}{4} \therefore a = 4L = 4 \times 3 = 12 \text{ 呎}$

B-3 (a) 如圖所示 A 為帶負電之金屬球 B 為任意一種金屬球，當 B 移近 A 時，則靠近 A 之一邊帶正電他邊帶負電，若以手觸 B 球，則負電被排斥由手而達地。此後若移去手 B 球則帶正電矣。

因 A 與 B 不接觸並各係絕緣故 A 之電量不受

損失。

(b) 設  $I =$  電流

$$\text{電流發出之能} = I^2 rt$$

$$= I^2 \times 10 \times 60 \times 10 \text{ watts}$$

又因熱 2400 克水使溫度升高自  $15^\circ$  至  $75^\circ$  須

$$\text{用之能} = 2400(75-15) \text{ 加路里}$$

假定在導熱及放熱中無損失，則

$$\text{電流發生之熱量} = \text{水所得之熱量。}$$

$$\therefore \frac{6000I^2}{4.187} = 2400 \times 60$$

$$\therefore I^2 = 100 \quad \therefore I = 10 \text{ 安培。}$$

B-4 (a) 決定不發光體顏色之條件：

1. 照在不發光體上光之性質
2. 不發光體反射光之能力
3. 不發光體吸收光之能力。

白色及黑色實不得稱為色因白色係各種色混合

而成而黑色則因物體將光全行吸收的結果。

(b) 設  $x =$  所求之距離則

$$\frac{25}{x^2} = \frac{100}{(16-x)^2}, \text{ 或 } \frac{5}{x} = \frac{10}{16-x}$$

$$x = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3} \text{ 呎。}$$

上海交大化學

I. a. 試說明下列各名詞之區別，並舉例以明之：——

- |            |            |
|------------|------------|
| 1. 混合物與化合物 | 2. 沈澱與膠凝體， |
| 3. 滲透及透膜分析 | 4. 昇華及汽化。  |

- b. I. CO<sub>2</sub> 是否係酸
- |            |            |
|------------|------------|
| 2. 醇是否係鹼鹼  |            |
| 3. 肥皂是否係鹽  | 4. 玻璃是否化合物 |
| 5. 乳汁是否懸浮體 | 6. 糖液是否電解質 |
| 7. 化代是否係氧化 | 8. 氫化是否係還原 |
9. 油之變乾是否物理變化 10. 織物之染色是否化學變化。  
試舉最正確理由解釋之。

II. a. 試完成下列方程式：——

1.  $\text{Cl}_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2$  [固體]  $\longrightarrow$
2.  $\text{Ag} + \text{H}_2\text{SO}_4$  [濃]  $\longrightarrow$
3.  $\text{Al} + \text{Cr}_2\text{O}_3$  [加熱]  $\longrightarrow$
4.  $\text{K}_2\text{MnO}_4 + \text{H}_2\text{O} + \text{CO}_2 \longrightarrow$
5.  $\text{Na}_2\text{CrO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \longrightarrow$
6.  $\text{FeCl}_3 + \text{SnCl}_2 \longrightarrow$
7.  $\text{SiO}_2 + \text{H}_2\text{F}_2 \longrightarrow$
8.  $\text{CS}_2 + \text{Cl}_2 \longrightarrow$

試標明含有氧化及還原之各方程式，且註明各元素原子價之增減數。

b. 試指出最適合下列各用途之特殊材料並說明其理由：一

1. 飛機製造之合金。
2. 電燈泡內之金屬絲。
3. 拼合墨水之原料

4. 塗刷藍圖之藥品。
  5. 裁切玻璃之工具
  6. 洗磨銀器之藥劑。
- Ⅲ. a. 用何方法可以區別下列各物品？其理由各安在？
1. 錫與鉛
  2. 氧化鎂與氧化鉛
  3. 鋼與熟鐵
  4. 人造絲與蠶絲
  5. 染料與顏料
  6. 葡萄糖與蔗糖。
- b. 試列表列舉各物品之化學性質，製造方法及用途：——
1. 蟻醛
  2. 噴漆
  3. 熔製石英
  4. 普魯士藍
  5. 罐製鋼
  6. 不爆汽油 ( $\text{CH}_2\text{ly-gas}$ )
- Ⅳ. a. 試就 (1) 食物之重要類別及 (2) 油漆之主要成分；一一舉出其功用及其常用物品；並詳細討論 (1) 氮氣固定及 (2) 石油供給，對於國防問題之關係。
- b. 下列各項情事，是否可能，申說其理由：——
- (1) 同物質之溶液而有不同之冰點，
  - (2) 同原子序數之物質而有不等之原子量，
  - (3) 同濃度之酸而電導各別，
  - (4) 同分子式之化合物而成分互異，
  - (5) 同樣而種物質所起之反應，在同一溫度及壓力下，能發生不同量之產物。
- V. a. (1) 照相之用溴化銀，(2) 面罩之用木炭，(3) 建築之用灰砂，(4) 滅火機之用碳酸氫鈉，其理由各安在？(1) 硫鐵礦是否用以製鐵(2) 磷石是否即可以用作肥料，(3) 硬鋼是否可以不加化製，設法變軟，(4) 沉澱氯化銀時是否可用多量鹽液，試各舉理由說明之。
- b. 下列各詞句是否合理，試各表示意見，並說出其理由：——

- (1) 液體之汽壓與其含量無關，(2) 鉛不變色，其故在不易氧化，(3) 防鐵銹蝕錫比鋅佳，因電化次序中錫在鋅後，(4) 銅可用電解法精練，因其所含雜質還原性均較弱(5) 金屬元素之原子形其為適等於原子序數。即該元素變成正離子時所損失之電子數。
- VII. a. 今取無水硼砂若干，和以等量之石英粉，及半量之白堊溶化之。問其所成之物質內含有氯化鈉，氧化鈣，氧化矽，氧化硼，各占百分之幾。(Na=23, Cl=35.5, Si=28, B=11)
- b. 茲有某硝酸工廠，用水煤汽入手，通入空氣燃燒之，使其所含之一氧化碳，變成二氧化碳，易為鹼液所吸收其剩餘之氮氣，先經化合而成氨，復用接觸法使氨氧化成硝酸，今試就製造濃度百分四十一之淡硝酸 34500ky. 計算，問(1) 硝酸之規定濃度實為若干。(2) 所需之鉅在攝氏 546° 及 200 倍氣壓之下體積多少(3) 製煤氣時，所需之焦煥若干。(4) 其所需之空氣在標準情形之下總體積應為幾何。(5) 所需蒸汽，重量若干。(6) 倘用濃度百分十八之氫氧化鈉液為吸收劑。其體積應為若干。(硝酸分子量為 63 比重為 1.26, 氫氧化鈉之分子量為 40 比重為 1.2, 空氣內假定含氮體積為百分之八十含氧百分之二十)

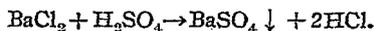
### 解 答

1. (a) 1. a. Mixture is a material which consists of two or more ingredients mixed in any proportion by weight, and these ingredients can be separated by

mechanical means. The different parts of a mixture are not alike and the mixture retains the original properties of the ingredients.

A compound is a substance composed of two or more elements combined chemically in definite proportion by weight, and the constituents present in the compound cannot be separated by mechanical means. The different parts of a compound are alike its properties usually bear little or no resemblance to those of the constituents from which the compound is formed. Example air is a mixture alcohol is a compound.

- 2 A precipitate is one of the products of a chemical reaction happening to be insoluble in the solvent used such as



Gels are semi-solid mixtures which contain colloids that have absorbed much solvent. Example a 5% solution of gelatine sets to a jelly at 18°C.

- 3 The movement of a solvent through a membrane from a less concentrated to a more concentrated solution on the other side of the membrane is called osmosis. When water and a concentrated NaCl solution is separated by a suitable membrane the movement of water through the membrane to the solution is an example.

A separation of crystalloids from colloids by diffusion of the former through a membrane is called dialysis. The separation of NaCl and starch in a solution by using a sheet of a parchment of paper as a dialyzing membrane is an example.

- (4) Sublimation is the process of passing from a solid to its vapor and back again without formation of a liquid. The formation of iodine vapor from solid iodine is an example.

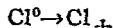
Vaporization is the process by which a substance is changed from liquid phase into vapor phase. The formation of steam from water is an example.

- (b) (1)  $\text{CO}_2$  itself is not an acid, but when dissolved in water, it combines in part to form carbonic acid. The solution has all the properties of an acid although its acidity is very feeble. Hence  $\text{CO}_2$  is often called the only anhydride of carbonic acid.
- (2) Although containing the radical (OH), the alcohols are not ionized in solution; and therefore they are not bases.
- (3) Soap is a mixture of salts of fatty acids because it contains metallic radical and an acidic radical such as sodium palmitate  $\text{Na}(\text{C}_{15}\text{H}_{31}\text{O}_2)$ .
- (4) Glass is a general term given to such kind of substance which breaks with a characteristic

of glassy fracture and possesses a vitreous or glassy buster and with some degree of transparency, it is a mixture for its composition can be variable.

- (5) Milk is an emulsion because it is a colloidal solution of one liquid in another liquid—oils drops of butter are dispersed in water.
- (6) No
- (7) Yes. for during the process of replacement one element is oxidized and the other is reduced.
- (8) Yes. It is an addition of hydrogen to an unsaturated hydrocarbon so as to change it into a saturated one
- (9) Oil dries through oxidation, therefore it is a chemical change.
- (10) No.

II. (a) (1)  $\text{Cl}_2 + \text{Ca}(\text{OH})_2 \text{ solid} \rightarrow \text{CaOCl}_2 + \text{H}_2\text{O}$  a reaction of self oxidation  $\text{Cl}^0 \rightarrow \text{Cl}_-$



(2)  $2\text{Ag} + 2\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Ag}_2\text{SO}_4 + \text{SO}_2 + 2\text{H}_2\text{O}$

Ag is oxidized  $\text{Ag}^0 \rightarrow \text{Ag}^+$

S is reduced,  $\text{S}^{6+} \rightarrow \text{S}^{4+}$

(3)  $2\text{Al} + \text{Cr}_2\text{O}_3 \rightarrow \text{Al}_2\text{O}_3 + 2\text{Cr}$ .

Al is oxidized  $\text{Al}^0 \rightarrow \text{Al}^{3+}$

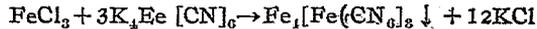
Cr is reduced  $\text{Cr}^{3+} \rightarrow \text{Cr}^0$

- (4)  $3\text{K}_2\text{MnO}_4 + 2\text{H}_2\text{O} + 2\text{CO}_2 \rightarrow 2\text{KMnO}_4 + \text{MnO}_2 + 2\text{K}_2\text{CO}_3 + 2\text{H}_2\text{O}$
- (5)  $2\text{Na}_2\text{CrO}_4 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{Na}_2\text{SO}_4 + \text{Na}_2\text{Cr}_2\text{O}_7 + \text{H}_2\text{O}$
- (6)  $2\text{FeCl}_3 + \text{SnCl}_2 \rightarrow \text{SnCl}_4 + 2\text{FeCl}_2$
- (7)  $\text{SiO}_2 + 2\text{H}_2\text{F}_2 \rightarrow \text{SiF}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$
- (8)  $\text{CS}_2 + 3\text{Cl}_2 \rightarrow \text{CCl}_4 + \text{S}_2\text{Cl}_2$

- b (1) Aluminium alloys are used for aeroplane construction for their lightness, strength and the tendency of rusting only superficially.
- (2) Tungsten — for its great strength when drawn to a very fine wire and its high melting point.
- (3) Ferrous sulphate  
Tannic acid
- (4) Blue print paper is made by treating one side of any tough, well sized paper with a mixture of ferric ammonium citrate and potassium ferricyanide.
- (5) Diamond is used for its hardness.
- (6) Aluminium

- III. (a) (1) Sn and Pb can be distinguished by treating with HCl,  $\text{PbCl}_2$  is insoluble in cold water while  $\text{SnCl}_2$  is soluble
- (2)  $\text{MgO}$  combining with water forms  $\text{Mg}(\text{OH})_2$  it is a weak base  
 $\text{Al}_2\text{O}_3$  combining with water forms  $\text{Al}(\text{OH})_3$  it is an amphoteric substance.

- (3) Wrought iron is pure iron with a little slag,  
Steel is iron containing a certain amount of carbon.
- (4) Rayon is cellulose in nature while silk is a very complex nitrogen compound  
Silk is soluble in hot caustic soda while rayon has no action with dilute caustic alkali
- (5) Pigments are not identical although there are some cases in which the same coloring matter which yields a dye or stain give rise to pigment.
- (6) Glucose and sucrose can be distinguished by Fehling solution test, Glucose has a pronounced property when heated with Fehling solution
- b. (1) Formaldehyde is a gas with a formula  $\text{HCHO}$ .  
method of manufacture  $2\text{CH}_3\text{OH} + \text{O}_2 \rightarrow 2\text{HCHO} + 2\text{H}_2\text{O}$  uses: It is used in leather industry, manufacture of artificial silk, dye industry.
- (2) Lacquer is made by mixing pigment with a solution of pyroxylin and certain high-boiling point organic liquids in organic solvent as a vehicle.
- (5) Fused quartz is fused  $\text{SiO}_2$  it is manufactured by fusing sand in an electric furnace at high temperature about  $1670^\circ\text{C}$ .  
It is used as a substitute for platinum in laboratory for making chemical apparatus.
- (4) Prussian blue is  $\text{Fe}_4[\text{Fe}(\text{CN})_6]_3$   
method of preparation:



Uses: It is used as a pigment and sometimes for the preparations of bluing laundry.

- (5) Crucible steel is made by the crucible process the principle of the carbon in such a quantity as to change the wrought iron into steel.
- (6) Ethyl gas is a mixture of gasoline and  $(\text{C}_2\text{H}_5)_4\text{Pb}$  and is used as an anti-knocking agent in gasoline engine.

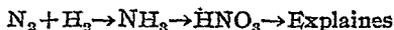
IV. (a) (1) Four varieties of food:

1. Carbohydrates—furnish both heat and body energy and also assist in building up fats in the body.
2. Fats—produce heat and energy.
3. Proteins replace the worn out muscle tissue.
4. Mineral compounds they are needed in the body to serve a great variety of uses.

(2) Components of a paint.

1. Oil—when dried, forms a tough, smooth film.
2. Pigment—forming and closes the pores of the film, and supply, hardness and strength to it also for color decoration.
3. Dries for quick drying purpose.
4. Diluent—to make the flowing of the mixture more even so as to prevent the viscous effect.

## (1) Nitrogen fixation



$$\downarrow$$

$\text{NH}_3$  salts for fertilizer to  
increase the production of  
foodstuff.

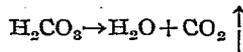
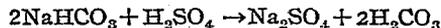
## (2) Petroleum

Petroleum — gasoline — fuel for automobiles for  
transportation of soldiers and ammunition

- b. (1) Yes. Since solutions of same substance containing  
different amount of dissolved substances will freeze  
at different temperatures.
- (2) Yes. that is what we called isotopes.
- (3) Yes. The degree of conductivity of a solution  
depends upon the degree of ionization of the ele-  
ctrolyte but not depend upon the normality of the  
solution.
- (4) Compounds of the same formula have the same  
composition because the formula indicates the com-  
position of a compound.
- (5) Possible by (1) Catalyzen (2) Change the relative  
amount of the reacting substances.
- V. (a) (1) When  $\text{AgBr}$  is exposed to the light, some subtle  
change take place in the silver salt, making it more  
easily reduced to metallic silver than before!
- (2) Charcoal is a highly porous material Because of its

high porosity, makes it useful in gas-mask for absorbing poisonous gases

- (3) Mortar is made by mixing slaked lime with three or four times its bulk of sand and making the whole plaster with water.
- (4) Action of a fire extinguisher



The  $\text{CO}_2$  formed does not support the combustion

- (1) Because pyrite must first be roasted before being used and because other much more desirable ores are relatively abundant very little of it is used for making iron at the present time.
- (2) No.
- (3) It is thought that, the hardness of steel depends on the amount of beta iron present and that any treatment which will increase the amount of beta iron present will also increase the hardness. Hence softened steel must accompany with the change of its composition.
- (4)  $\text{AgCl}$  can be more completely precipitated from the solution with a moderate excess of  $\text{NaCl}$ .
- b. (1) Vapor pressure of a liquid depends on its temperature but not on its amount, because the formation of vapor is due to the flying out of the molecules

which posses greater average kinetic energy from the liquid, and the temperature is the measure of the kinetic energy, hence vapor pressure is dependent in temperature only.

- (2) In air Al acquires only a slight film of closely adhering oxide, and this film will prevent the further oxidation of Al, hence Al can be kept bright.
- (3) Corrosion begins as a displacement reaction. So, the metal which occupies the lower position in the displacement series, in neutral solution displace only with extreme slowness, hence it protects iron better than zinc.
- (4) This statement is quite incomplete. Crude copper contains, such as iron and zinc, and less active metals such as gold and silver.
- (5) By valence, we mean that property of any atom or group of atoms that determines how many atoms or radicals of other kind will combine with it. In formation of a compound, there always one kind of atom loses electrons and the other kind gains electrons, the total loss balance the total gain. Hence the valence of a metallic element is numerically equal to the number of electrons it any lose in becoming a positive ion.

VI. (a) Let wt. of  $\text{Na}_2\text{B}_4\text{O}_7$  to be 1.

Then wt. of quartz  $\text{SiO}_2$  will be 1.

wt. of chalk  $\text{CaCO}_3$  will be  $\frac{1}{2}$ .

$$\% \text{ of CaO in } \text{CaCO}_3 = \frac{40+16}{40+16+12+32} = \frac{56}{100}$$

$= 56\%$  after fusion,

$$\text{wt. of CaO} = \frac{1}{2} \times .56 = .28.$$

$$\text{wt. of SiO}_2 = 1.00$$

$$\text{wt. of Na}_2\text{O} = \frac{62}{202} = 0.307.$$

$$\text{wt. of B}_2\text{O}_3 = \frac{140}{202} = 0.693.$$

$$\text{Total wt.} = 2.280$$

$$\% \text{ of CaO} = \frac{.28}{2.280} \times 100 = 12.3\%$$

$$\% \text{ of SiO}_2 = \frac{1.00}{2.280} \times 100 = 43.8\%$$

$$\% \text{ of Na}_2\text{O} = \frac{0.307}{2.280} \times 100 = 13.5\%$$

$$\% \text{ of B}_2\text{O}_3 = \frac{0.693}{2.280} \times 100 = 30.4\%$$

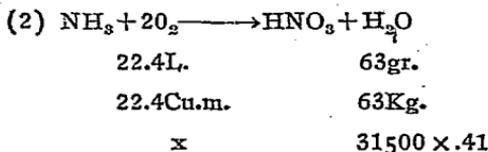
$$\text{Total} = 100.0\%$$

(b)

(1) One liter of 41%  $\text{HNO}_3$  solution contains  $1000 \times$

$$1.26 \times 41 = 516 \text{ grams } \text{HNO}_3$$

$$\text{Normality} = \frac{516}{63} = 8.2N$$

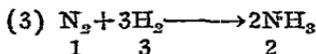


$$x = 22.4 \times \frac{31500 \times .41}{63} = 4600 \text{Cu.m. under}$$

standard conditions.

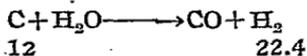
Under the given conditions.

$$\text{Vol. of NH}_3 = 4600 \times \frac{1}{200} \times \frac{546 + 273}{273} = 69 \text{Cu.m}$$



Vol. of H<sub>2</sub> required under standard conditions

$$= \frac{3 \times 4600}{2} = 6900 \text{ Cu.m.}$$



$$\text{wt. of coke required} = 6900 \times \frac{12}{22.4} = 3700 \text{kg.}$$



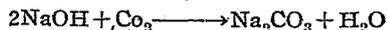
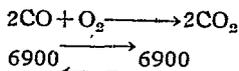
6900 Cu. m.

$$\text{air required} = 6900 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{20} = 17,200 \text{ Cu. m.}$$

at standard conditions

$$(5) \text{ Wt. of steam} = 6900 \times \frac{18}{22.4} = 5550 \text{ Kg.}$$

$$(6) \text{ Vol. of CO} = 6900 \text{ Cu. m.}$$



$$\begin{array}{r} 80 \text{ Kg} \quad 22.4 \text{ Cu. m.} \\ x \quad \quad 6900 \end{array}$$

$$x = 6900 \times \frac{80}{22.4} = 24650 \text{ Kg.}$$

1 liter of 18% NaOH solution contains

$$1000 \times 1.2 \times .18 = 216 \text{ grams} = 0.216 \text{ Kg. of NaOH}$$

Vol. of NaOH sol. required

$$= \frac{24650}{.216} = 113000 \text{ L.} = 113 \text{ Cu. m.}$$

## 交通大學化學試題

### 管理學院

#### Group A.

- I. 試區別下列各組名詞：—1. 原子與離子，2. 克分子與分子，3. 電離與電解，4. 黃銅與青銅，5. 鐵與鋼。

Distinguish—1. atom and ion, 2. mole and molecule, 3. ionization and electrolysis, 4. brass and bronze and 5. iron and steel. (20%)

- II. 試作表列舉下列各物之分子式，近代通用製造法及其重要用途：—

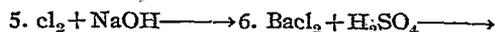
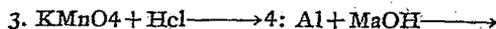
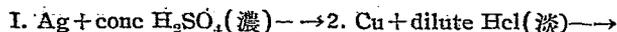
1. 氫，2. 硝酸，3. 甲烷醇，4. 電木，5. 燒鹼，6. 水煤氣

Tabulate the formulae, the modern manufacturing method, and the important uses of each of the following:—

1. Hydrogen, 2. Nitric acid, 3. methanol, 4. Bakelite, 5. caustic soda and 6. water gas (12%)

- III. 試舉出下列各式之產物；爲該式不能發生任何反應，應說明其理由（各式見英文）

If there is a reaction in the following, give the products; if no reaction, state the reason why:—



- IV. 試以道爾頓 (Dalton) 氏原子學說解釋定比定律及倍比定律，試舉一種測定 1. 分子量，2. 原子量之方法，並說明該方法係根據何種原則。

Explain the laws of Definite and multiple proportions by Means of Dalton's atomic theory. Give one method each for determining 1. molecular weight and 2. atomic weight, and state the principles upon which such determination are made.

- V. 試表列下列各物之製造原料：— 1. 玻璃，2. 墨水，3. 肥皂，4. 水泥。試解釋每種物品之功用 1. 鉛用以

製造鍋皿，2. 骨灰用以淨煉白糖，3. 硫黃用於橡皮工業，4. 石灰使硬水變軟水，5. 氦用以充實飛艇。

Tabulate the raw materials used for making 1. Glass. 2. Ink. 3. Soap, and 4. Portland Cement. Explain the uses of:— 1. Al in cooking vessel, 2. Bone charcoal in sugar refining, 3. Sulphur in rubber manufacture, 4. Lime in water softening and 5. Helium for filling air-ships.

VI. 如用超過需要百分之五十之空氣以燃燒 640 Kg 之純粹硫黃，試計算 1. 燃燒後各種氣體體積之百分比數，及 2. 離燃燒爐之混合氣體在攝氏百度及常壓時之總體積（硫之原子量為 32. 假定空氣含氮百分之八十，含氧百分之二十）

640 Kg. pure S are burned in a furnace, using 50% more air than is theoretically needed. Calculate, 1. the percentage composition by volume, and 2. the total volume at 100°C atmospheric pressure of the gaseous mixture coming out of the furnace (S=32. air is assumed to contain 80% N<sub>2</sub> and 20% O<sub>2</sub>)

#### Group B

I. 試說明下列各名詞之意義，并舉例以明之：—1. 中和，2. 氣化，3. 發酵，4. 原子序數，5. 化學平衡。

Define and illustrate.— 1. neutralization, 2. hydrogenation, 3. fermentation, 4. atomic number and 5. chemical equilibrium. (20%)

- II. 試述下列各名詞之區別：— 1. 結晶與膠凝體， 2. 濃溶液與飽和溶液 3. 浮懸體與乳化體， 4. 分子式與構造式。

Differ entiate:— 1. Crystals and gels, 2. concentrated solution and saturated solution, 3. suspension and emulsion, and 4. molecular formulak and structural formula (16%)

- III. 試解釋下列各項之理由：— 1. 硬水不合洗濯與鍋爐之用， 2. 週期律甚有用於化學研究， 3. 氣壓隨溫度而變，但與含量無關， 4. 鐵易銹而鉛則否

Explain the following:— 1. Hard water is neither suitable for washing nor for boilers, 2. Periodic table is very useful to Chemical investigation, 3. Vapor pressure is dependent on temperature but not on its amount, and 4. iron rusts easily but aluminium not (16%)

- IV. 下列各物質，其性質有何區別：— 1. 氯與酸鹽， 2. 一氧化碳與二氧化碳， 3. 氧化硫與硫化二氫， 4. 一氧化氮與二氧化氮 5. 氧化鎂與氧化鋁

Compare the properties of: 1.  $\text{Cl}_2$  and  $\text{HCl}$ , 2.  $\text{CO}$  and  $\text{CO}_2$  3.  $\text{SO}_2$  and  $\text{H}_2\text{S}$  4.  $\text{NO}$  and  $\text{NO}_2$  5.  $\text{MgO}$  and  $\text{Al}_2\text{O}_3$ . (15%)

- V. 今欲 1. 從碳製四氯化碳， 2. 從硫製亞硫酸鈉 3. 從氮製氨， 4. 從磷製磷酸， 5. 從氯製氯酸鉀，其步驟應如何，試以方程式表示之， (16%)

Show by equations how you would convert:— 1. C into  $\text{CCl}_2$  2. S into  $\text{N}_2\text{SO}_3$  3.  $\text{N}_2$  into  $\text{NH}_3$  4. P into  $\text{H}_3\text{PO}_4$  and 5.  $\text{Cl}_2$  into  $\text{KClO}_3$

- VI. 今有硫酸溶液一種 30 C.C. 適與 25 C.C. 鹼液中和，而 50 C.C. 適當於碳酸鈉 1.06 克，問酸鹼二液之規定濃度，及製備一升 (Liter) 溶液所需要之氫氧化鈉重量各若干？

30 C.C.  $\text{H}_2\text{SO}_4$  solution exactly neutralizes 25 C.C. NaOH Solution while 50 C.C. of it just reacts with 1.06g. of  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ . Find the normality of each solution, and weight of NaOH required for preparing 1 Liter of NaOH solution (Mol. wt. of  $\text{Na}_2\text{CO}_3 = 106$ ,  $\text{NaOH} = 40$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4 = 98$ ) (17%)

### 解 答

#### Group A

- I. (1) An atom of an element is the smallest partical of the element which can take part in a Chemical change. An ion is an atom or a radical which has gained or lost elections.
- (2) A mole of a given substance is the averaged relative weight of the molecules of the substance in comparison with a sixteenth part of an atom of oxygen in gram. A mole cule of a substance is the smallest partical which

will retain all the characteristic properties of the original substance.

- (3) When acids, bases or salts are dissolved in water, a part of their molecules will be dissociated into two parts, namely positive and negative ions. This phenomenon is called ionization. When the electric current passes through a solution of acids, bases or salts, the ions will gain or lose electrons and become atoms and then molecules. This process is called electrolysis.
- (4) Brass is a copper alloy containing copper and zinc while bronze is a copper alloy containing copper and tin and sometimes zinc also.
- (5) Wrought iron is the commercial form of iron which is obtained from refining of pig iron; cast iron is directly obtained by refining from the ore. The former is ductile and tough and contains a large part of slag but little carbon and the latter is very brittle and contains a large part of impurities and carbon. Steel contains a certain amount of carbon, but little impurities. Its hardness and malleability vary with the carbon content. The more carbon it contains, the harder it will be and vice versa.

## II.

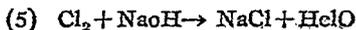
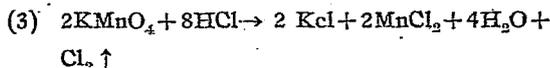
No.	Formulae	Modern Manufacturing method	Important uses.
(1)	$H_2$	(i) by electrolysis of water (ii) from water gas.	Oxy-hydrogen welding, reducing agent for metallic oxides hardening animal and vegetable oils, production of synthetic ammonia and methane, production of gasoline substitute from coal and heavy petroleum.
(2)	$HNO_3$	(i) From nitrates $2NaNO_3 + H_2SO_4 \rightarrow Na_2SO_4 + 2HNO_3$ (ii) By catalytic oxidation of ammonia (iii) Nitrogen-fixation by the electric arc	Preparation of explosives, fertilizers, dyes, lacquers, cinematograph films, rayon and celluloid.
(3)	$CH_3OH$	(i) By the destructive distillation of wood (ii) By synthetic process from CO	Solvent and an agent for denaturing ethylalcohol

(4)	Bakelite	By heating phenol and formaldehyde in the presence of an acid or basic catalyzer	Manufacture of buttons, phonograph records and electrical insulator.
(5)	NaOH	By electrolysis of a concentrated solution of Sodium chloride	Manufacturing of soap, paper pulp, viscose rayon, mercerizing cotton; refining of petroleum
(6)	Chiefly $H_2$ and CO	Steam reacts with redhot coal $H_2O + C \rightarrow CO + H_2$	Fuel.

III, (1)  $Ag + H_2SO_4$  (concentrated)  $\rightarrow$  no reaction the reason is that the position of Ag in electrochemical series is very low and  $H_2SO_4$  is a less ionized acid

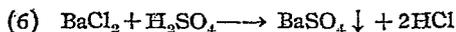
(2)  $Cu + HCl$  (dilute)  $\rightarrow$  no reaction.

The reason is that the position of copper in the electrochemical series is below the position of hydrogen.



This reaction will take place if the NaOH solution is alcoholic.

If NaOH solution is aqueous, no reaction takes place.

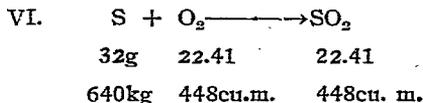


IV. The law of Definite and multiple proportion can be explained by Dalton's atomic theory by assuming that a molecule of a certain compound is formed by the union of a certain small whole fixed number of atoms of one element with a certain small whole fixed number of atoms of the other element. So, as a result the weight of the component element in the compound bears to each other this fixed simple ratio. The method of determining (1) molecular weight and (2) atomic weight can be found in any text book on elementary or intermediate chemistry, such as "Practical chemistry" by Black and Conant, "Intermediate chemistry" by Smith and Kendall.

V. Product	material used
(1) glass	limestone, sand, and sodium carbonate
(2) ink	ferrous sulphate, tartaric acid, blue dye.
(3) soap	oil of fat, KOH or NaOH or other base.
(4) cement	clay, limestone, gypsum.
	material used: Reason or purpose for use:
(1) Al in making cooking vessels	light and conductivity of heat

- (2) bone charcoal inrefining suger as a decolorizer
- (3) Sulfur in manufaturing of rubber. hardening the rubber.
- (4) Calcium carbonate in soften hard water. (i) to neutralize the free carbonic acids in water (ii) change the acid carbonates of Ca & Mn to insoluble normal carbonates.

Comparative light and inert.



For burning 640kg of S, 448 cubic meters of  $O_2$  is required and 448 cubic meters of  $SO_2$  is produced under the standard conditions.

$$\therefore \text{air required} = \frac{448}{0.2} = 2240 \text{ cubic meter under the}$$

standard condition

and volume of  $N_2$  in 2240 cubic meter of air under the standard condition =  $2240 \times 0.8 = 1792$  cubic meters.

Excess of air used ( $50\%$  excess) = 1120 cubic meter under the standard conditions.  $O_2$  in excess =  $1120 \times 0.2 = 224$  cubic meters under the standard conditions.

$N_2$  in 1120 cubic meter of air =  $1120 \times 0.8 = 896$  cubic

meters under the standard conditions.

$$\begin{aligned} \therefore \text{Total volum of gases} &= 224 + 448 + 2588 \\ &\text{(under the conditions) } (O_2) \quad (SO_2) \quad (N_2) \\ &= 3360 \text{ cubic meter.} \end{aligned}$$

$\therefore$  Under the conditions of  $100^\circ\text{C}$  and atmospheric pressure

$$\begin{aligned} \text{Total volum of gases} &= 3360 \times \frac{373}{273} = 4590 \\ &\text{cubic meter.} \end{aligned}$$

$$\text{Percentage of } O_2 = \frac{224}{3360} \times 100 = 6.67\%$$

$$\text{,, ,, } SO_2 = \frac{448}{3360} \times 100 = 13.33\%$$

$$\text{,, ,, } N_2 = \frac{2688}{3360} \times 100 = 80.00\%$$

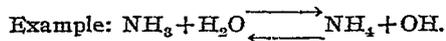
#### Group B.

- I. (1) Neutralization is the direct union of hydrogen-ion and hydroxyl-ion of form water, Example:  $Mg(OH)_2 + 2HCl \longrightarrow MgCl_2 + 2H_2O$ .
- (2) Hydrogenation is a process by which certain vegetable and animal oils are changed into hard fats.
- (3) Fermentation is the reaction initiated by organism and proceeded slowly at ordinary temperature and with evolution of gas and heat such as sugar is fermented to produce alcohol.
- (4) atomic number of an element is the number indicating

the order of that element in the periodic table.

Example: atomic number of He, Si

- (5) Chemical equilibrium is the condition in which the number of molecules taking part in one change is just equal to the number taking part in an opposite change.



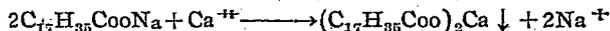
When the rate of forward reaction is equal to the rate of backward reaction, the equation represents an equilibrium.

- II. (1) Crystals tend to assume a definite geometrical shape, bounded by plane surfaces, and having special optical and mechanical properties while gels or jelly like materials can be easily transformed into these liquids on warming or on adding water.
- (2) A concentrated solution is one that contains a relatively large amount of solute in a given volume of solution. It may or may not be fully saturated. A saturated solution is one when the molecules dissolve from the surface of the crystal just as the molecules of the same kind come out of the solution and are redeposited.
- (3) Suspension is that in which there is a non-iscons non-gelatinizing colloidal dispersion, easily coagulated by electrolysis and containing colloidal particles but slightly solvated, with electrical charges definitely positive or negative.

Emulsion is that in which there is a viscous, gelatinizing colloidal dispersion, not easily coagulated by electrolytes and containing highly solvated, liquid or semi-liquid particlets, with no electrical charges at all or with variable and irregular changes.

- (4) molecules formula of a substance is the expression representing the one molecule of the substance. Structural formula is the architectural plans of molecule in the sense that it shows the relationship of the different part of the molecules.

III. (1) When hard water is used in washing, the Mg and Ca will react with soap to produce insoluble soap.



The formation of insoluble soap is very wasteful and causes stain.

When hard water is used for boilers, the bicarbonates will change to carbonates and form scale, scale is a heat insulator and decreases the efficiency of boiler. Furthermore the existance of scale will cause burst.

Also the presense of K and Na will cause fuming and priming which is bad to boiler.

- (2) Because the Periodic Table predicts the relative atomic weights and the properties of the unknown elements in discovering new elements.

- (3) The vapor pressure is the term given to the pressure exerted by saturates vapor. It is in equilibrium with the liquid; therefore the amount of vapor is constant and hence the pressure is constant and is independent upon the amounts of liquid if there is no change in temperature. But if temperature is changed; the equilibrium is disturbed and the pressure varies.
- (4) Iron rusts easily because the rust formed will be separated from the surface as soon as it is formed, and therefore the surface has no protection from the open air.

Aluminium will not easily rust because a thin coating is formed and adheres to the surface and prevents further rusting.

- IV. (1)  $\text{Cl}_2$ —greenish, fairly soluble in water, having bleaching effect.  
 $\text{HCl}$ —colorless, extremely soluble in water, having no bleaching effect.
- (2)  $\text{Co}$ —poisonous, combustible, very active and having strong reducing effect, only slightly soluble in water.  
 $\text{Co}_2$ —non-poisonous, non-combustible, not active and having no reducing effect, very soluble in water, giving weak acid test upon dissolved.
- (3)  $\text{SO}_2$ —having acid properties and reducing properties, also having bleaching properties.  
 $\text{H}_2\text{S}$  having acid properties and reducing properties, also

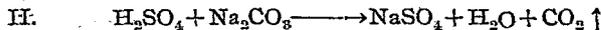
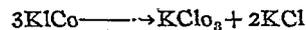
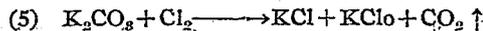
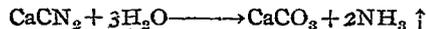
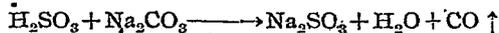
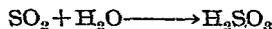
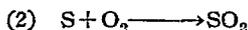
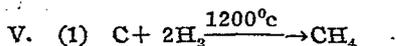
having precipitating properties.

- (4) NO—colorless, slightly soluble in water, readily to combine with  $O_2$  to give  $NO_2$

$NO_2$ —brown, very soluble in water poisonous, having oxidizing properties.

- (5) MgO—inferior basis in character, unite with water to form  $Mg(OH)_2$

$Al_2O_3$ —amphoteric in character, insoluble in dilute acid and alkalis.



98      106

$H_2SO_4$  required to react with 1.06g. of

$$Na_2CO_3 = \frac{98}{106} \times 1.06 = 0.98g.$$

50 c.c. of  $H_2SO_4$  Solution contains 0.98g.  $H_2SO_4$

100c.c. " " " "  $\frac{1000 \times .98}{50}$  or 19.6g.

$\therefore$  Normality of  $H_2SO_4$  solution

$$= \frac{19.6}{\frac{98}{2}} = \frac{19.6}{49} = 0.4N.$$

$\therefore$  Normality of NaOH =  $\frac{0.4 \times 30}{25} = \frac{2.4}{5} = 0.48N.$

weight of NaOH required for preparing one liter of NaOH solution =  $0.48 \times 40 = 19.2g.$

### 上海交大管理學院世界地理試題

I. 試於下各題空白處填註適當之地名(中英文均可用)

- (1) 北寧平漢平綏三鐵路在——銜接。
- (2) 平綏鐵路由——之北出外長城以——為終點。
- (3) 長江航路在夏令海輪可直達，——，淺水小江輪可達——。
- (4) 福建之通商口岸有——，——，——三處。
- (5) 海峽殖民地在一——半島，包括沿——海峽之——，——，——三區。
- (6) 印度之主要河流為——，——，歐洲之主要河流為——，——。
- (7) 歐洲地中海沿岸之國家有——，——，——，——，——。
- (8) ——，——，為荷蘭境內之著名港口。
- (9) 英國之棉綫工業以——為中心，毛綫工業以——為中

心。

(10) 世界最大之蔗糖產地爲——，咖啡產地爲——。

(11) 蘇夷士運河溝通——，——之交通，巴拿馬運河溝通——，——之交通。

(12) 南美洲沿太平洋有——山脈，由此山北部東流，入大西洋之河名——。

(13) 非洲農業最發達之區，在——國——河谷。

(14) 澳洲之主要口岸有——，——，——。

(15) 日本之工業都市有——，——，——，——，——。

- II. 我國東北四省之物產有若干種爲日本所極感需要？并說明其產地之所在及經營狀況如何。
- III. 德法兩國之富源及工業發展有何差別？並略述其分佈情形。
- IV. 印度支那半島爲若干國所分佔，如何區劃？有何大宗出產？
- V. 試述南北美洲之重要礦產分佈狀況。
- VI. 雲貴有何特產？其與國內其他部份之交通現時如何聯絡？
- VII. 略述美國之重要富源及其分佈狀況。
- VIII. 澳洲之地勢及氣候有何特色？現以何部份爲最發達？
- IX. 英國之自治領殖民地共有若干區？試略述各區之位置及概況何？

注意：(1) 投考實業管理者九題全答，限四小時完卷。

(2) 投考鐵道，財務及公務管理者答自第一題至第六題，限二小時完卷。

## 解 答

- I. (1) 北平平漢平綏三鐵路在北平銜接。
- (2) 平綏鐵路由山西大同之北出外長城以包頭為終點。
- (3) 長江航路在夏令海輪可直達漢口，淺水江輪可達宜昌。
- (4) 福建之通商口岸有閩侯，廈門，三都澳三處。
- (5) 海峽殖民地有馬來半島，包括沿麻刺甲海峽之新加坡，麻刺甲，檳榔嶼三區。
- (6) 印度之主要河流為恆河，印度河，歐洲之主要河流為窩瓦河，多腦河。
- (7) 歐洲地中海沿岸之國家有西土耳其，希臘，巨哥斯拉夫，意大利，法蘭西，西班牙。
- (8) 海牙 (The Hague)，阿姆斯特丹 (Amsterdam)，為荷蘭境內之名港口。
- (9) 英國之棉綫工業以西南部 Manchester 為中心，毛綫工業以中部 Bradford 為中心。
- (10) 世界最大之蔗糖產地為爪哇，咖啡產地為巴西。
- (11) 蘇彝士運河溝通紅海，地中海 (亞與歐)之交通，巴拿馬運河溝通大西洋，太平洋之交通。
- (12) 南美洲沿太平洋有安達斯山脈，由此山北部東流入大西洋之河名亞馬遜河。
- (13) 非洲農業最發達之區，在埃及國，尼羅河谷。
- (14) 澳洲之主要口岸有悉得尼 (Sidune)，新金山 (Melbourne)，澤維斯 (Jervis) 港。

- (15) 日本之工業都市有東京，橫濱，神戶，名古屋，大阪。
- II. 植物有大森林，在吉東，遼東南，黑北為最盛，豆類高粱特富，礦產有煤，鐵，金，煤以南滿最富，以本溪，撫順開採最效，鐵產於煤礦附近，金以北滿最富，以黑之瀋河及觀音山最著，以上為東三省產物，至於熱河，森林亦盛，牧畜最繁，金礦亦富。
- III. 德之礦產以煤最多，岩鹽亦富，林業發達為世界第一，甜菜產額亦世界第一，法之煤礦較少，蠶業漁業發達，葡萄酒為世界第一，德近年工業又發達，法東南二部水電業盛行，德之煤礦以萊因下流最富，高地多森林，法之羅尼川流域之養蠶業盛。
- IV. 為三國分佔，即東部法領安南，中部暹羅，西部英領緬甸，南部英領馬來半島，安南產米，石炭，暹羅產米，森林緬甸產米，石油，森林，馬來半島產樹膠，錫為世界第一。
- V. 先述北美之礦產，在五大湖沿岸，產豐富之鐵，銅，鉛等，在中部平原產多量之泥炭，褐炭，煤油，岩鹽，及天然 gas. 西部山地產多量之金，銀，銅，鉛。
- 再述南美之礦產，缺乏煤鐵，太平洋岸產硝石及鳥糞石，礦產多在安第斯山脈地方，產銅，金，銀，錫，水銀甚富，巴西高地產金剛石（世界第二）及金。
- VI. 雲南多產藥材及大理石，及金，銀，銅，鉛等礦，銅質甚美，箇舊之錫，尤為著名，貴州產水銀，煉油，木材，其與國內其他部份交通聯絡，在現時有三種主要辦法。

- (1) 鐵路：以滇越路由昆明可達海防（越屬）。再循海線以輪船返國。
- (2) 汽車：有湘黔，公路由貴陽可抵湖南，以通國內，其他各地。
- (3) 航空：有航空綫可達四川，湖南，廣東諸省。

VII. 美國中部平原為大農牧地，世界最大之衣食材料產地，西部山特盛產金，銀，銅，鉛等礦物，北部產小麥，燕麥，大麥，中部產玉蜀黍及小麥，南部產棉，烟草，及甘蔗等之熱帶植物，平原之西部，畜牧最盛，並有密實之原始林，礦產在世界為最富，煤（世界第一）分布於阿帕拉契安山脈，中部大平原，及落磯山脈等地，鐵（世界第一）多產於五大湖及阿帕拉契安山脈地方，煤油（世界第一）產於阿帕拉契安山脈西側，密失十必流域及墨西哥灣沿岸，此外在落磯山脈及加利福爾尼亞地方，亦為大產油地。銅（世界第一），金（世界第二），銀（世界第二），鉛，鋅及水銀等，多產於西部山地。

VIII. 澳洲地勢略與非洲相似，平均為高台地（三百十公尺），無新褶曲山脈。〔可分三部（1）西部台地，砂漠（地）多。（2）中部低地，為大農牧地，（低山地及各平原地）（3）東部高地，為東澳山地曰大分水嶺。分北，中，南三段，〕澳洲氣候大都為熱帶亞熱帶氣候，雨量帶略與海岸平行，澳洲現以東南部為最發達。

IX. 共有（1）加拿大。在北美北部，為大陸性氣候，農，林，畜牧發達，交通亦頗發達。

- (2) 紐芬蘭，氣候較加拿大溫和，為世界三大漁場之一。
- (3) 南非聯邦，金剛石甚盛，羊毛及金亦夥，開普頓為英之三 C 政策起點。
- (4) 澳大利亞聯邦，氣候純為熱帶，羊之產額世界第一，金亦豐盛。
- (5) 新西蘭，與澳大利亞聯邦略同。
- (6) 愛爾蘭，以農為主，缺乏礦產。等六區。<sup>1</sup>

## 河北省立工業學院 軍事學

1. 試述步法有幾種，並齊步之步幅與步速爲若干。
2. 試述步兵何以爲軍中主兵。
3. 試言對軍事訓練之感想。

### 解 答

1. 步法有四種：

便步

齊步

正步

跑步

齊步之步幅約75厘米，步速以每分一百十四步爲基準。

2. 概因步兵受地形天氣之限制甚少，適於遠戰近戰，能進攻擊防禦之能事，對於開戰端結戰局尤爲特長。且以火器及白刃能獨立戰鬪，雖夜間亦能運動自如，故步兵爲軍中主兵。

## 河北省立工業學院

### 公民試題

1. 解釋下列術語
 

a. 產業革命	b. 法西斯主義
c. 建國方略	d. 井田制度
2. 試述共產主義與民生主義之異同。
3. 現在失業問題已趨嚴重試就已見述明其原因。
4. 法律道德時常發生變動歟？試舉例以說明之。

## 解 答

1. a. 產業革命爲一七七零年代以後因機器和動力的新發明而發生的生產技術上的革命。
- b. 法西斯主義爲義之墨索里尼氏所倡。其要點：(1) 極端的反對及破壞社會主義運動與勞動者革命 (2) 極端的愛國主義與軍國主義 (3) 極端的排斥異民族與弱小民族 (4) 在資產階級利益的允許範圍內施行某種的社會改良政策保護中資本案及薪俸勞動者的利益。
- c. 孫中山先生鑒民國成立以後，只有破壞而無建設事業進行，國事因之日形糾紛，人民亦日增痛苦，爲挽救中國之衰頹及應世界之潮流，乃著建國方略，以爲國民所取法兼作民國建設之資材也。其包含心理，物質，社會三種建設。
- d. 周授田之制也。以地方一里畫爲九區，每區百畝；中爲公田，其外八家各受一區爲私田。形如井字故稱井田。公家但收其力以助耕公田，而不復稅其私田也。
2. 共產主義與民生主義相同之點即在其目的相同——造成大同世界。
- 其不同之點有四：(一) 民生主義以中國固有之倫理哲學及政治哲學爲基礎。而共產主義則以馬克斯唯物史觀爲理論根據。(二) 民生主義認民生爲歷史之重心。共產主義則認物質爲歷史之重心。(三) 民生主義係防止階級戰爭調和階級之衝突。共產主義則主張階級鬥爭。(四) 民生主義有理想，有實行，適合國情。以和平之方法，解決衣，食，住，行諸端。而馬克斯之階級鬥爭

- ，無產階級專政之劇烈辦法，實屬昧於國情。
3. 蓋自資本主義發展以後，產業革命繼之而起。以機器代人工而形成生產合理化。因之勞動階級收入日益減少，甚或失去社會上任何業務。殖民地的購買力下降，使生產與消費呈異常不平衡的形勢。於是空前未有的大恐慌爆發起來，商品價格狂跌，工廠與銀行關閉，金融紊亂，農業危機加劇。
  4. 法律是根據社會環境的需要而產生；但社會是進化不息的，所以法律亦須時常變動。例如；當帝國時代，發表批評當時政治的腐敗和官僚缺點的文章或書籍，必定認為是叛逆的文字而加作者以法律制裁甚或下獄，梟首。但民國成立後人民得到言論自由，可根據正當理由和客觀事實批評當時政治及官吏之得失。此種因批評為犯罪的法律便隨之而取消了。

道德是隨着空間時間的不同而有變動。道德範圍的擴大便是一例。當人類社會還在原始的時候，所謂道德僅不過局限于一部落或一地方，而對他部落或地方的人們，則敵視，或輕蔑，或併吞，或劫掠，或則刻薄殘忍。後來因時代的推移，社會的進步之故，乃漸次地改變從前的態度和行為。以至於互相交通，互相貿易。從而自然地有共通道德行於其間了。

### 國文試題

- 一，擬在本地組織工廠招股啓（言文隨意）
- 二，將以下一段文言文翻成語體並加以標點符號

頃奉手示並讀書雜誌見教一文敬誦悉往者此書出版曾

奉一冊請正未見謬答茲承批評敢不拜嘉獨惜限於篇幅指示猶嫌疏略於○○論文化轉變處未能剴切相誨倘更辱評論其致誤之由而曲喻其所未達則蒙益者寧獨一○○乎至尊文間或語近刻薄頗失雅度原無嫌怨曷爲如此願覆省之

## 解 答

二、最近接到您的信和讀書雜誌上所載的見教文字，已經拜讀過了，以前這書出版，曾經寄上一冊請您指正，可是沒見回教。現在承你批評，還能不致謝麼？祇可惜因爲限於篇幅的關係，所指示的也有點疏略。在○○議論文化轉變的地方，沒有深切的教誨；假若再蒙你評論評論他致誤的緣由，並且曲示譬喻地告以所不言及的地方，那麼受益的豈只是○○一人麼？至於尊文有時候說地近於刻薄，頗有點失却雅度，原本並沒有什麼嫌怨，何必這個樣子呢？盼您再省察省察。

## 河北工業學院

Hopei Institute of Technology Entrance Examination

English

I. Translate the following into Chinese:—

A part of a speech on Mars (火星)

"Look at the Earthians (地球上的人) who are killing one another! Can't we stop them? How can we tell them it is a folly to go to war? Yes, they have the ability to fight in the air under the sea, and with flying or other machines, gases, mysterious rays, etc. just as we Martians (火星上的人) long, long ago did.

Finally our remote ancestors reached the conclusion that war was not necessary in a much higher civilisation. So they organised a universal court and educated the people to do away with war. It was unsuccessful at first. After centuries and centuries of repeated and painstaking efforts, we have come to this civilisation of ours in which we can live peacefully without any class, color, racial, regional or religious discrimination. It is yet to be seen whether the intelligent animals on Earth can develop a civilization like ours or not. How can we reduce the distance that separates us from them? How can we make them receive and understand our wireless messages? How can we make them see us? We need some new scientific inventions in order to communicate with the leading living beings on that slightly larger and warmer planet our next-door neighbor." (35)

II. Write eight sentences as examples of the four kinds of sentences according to form and of the four kinds of sentences according to use. (25)

III. Write an essay of reasonable length on one of the following subjects:—

(marks will be given particularly for neatness, subject-matter, arrangement and originality.)

1. The New Life Movement in China
2. Why I wish to study at the Hopei Institute of Technology
3. How to Serve China
4. My Ideal Friend
5. The Best Book I have Ever Read

## 6. How to be Successful in Life

(40).

## 解 答

## I.

“看互相殘殺的地球上的人啊！我們不能阻止他們嗎？我們如何去告訴他們戰爭是一件傻事呢？是的，他們能在空中，海底作戰，並且用飛機或者其他的機械毒氣，神秘的光線等等來作戰和我們火星上的人從前所作的一樣，最後我祖得到在較高的文化中戰爭是不需要的的結論。所以他們組織普遍的法庭並且教育人民脫離戰爭，起先並沒有成功。但經過幾千百年重複的和勤苦的努力以後，我們才達到我們的這個文化之中，在那裏我們和平地活着，而沒有階級的，顏色的，種族的，地方的，或者宗教的界限。在地球上的聰明動物能不能發達到我們這樣的文化，還要將來才看得出，如何能夠縮短從他們到我們這裏的距離呢？我們怎樣能夠使他們接收並且明瞭我們的無線信息？我們怎樣能夠使他們看見我們？我們需要些個新的科學發明藉此可以同在那個稍較大的和較暖的行星上領袖的人物，貼近的鄰居，往來，

## II.

According to form:—

1. Simple sentence: I go.
2. Compound sentence: I beat you and you beat him.
3. Complex sentence: When I enter this room he comes out.
4. Compound-complex sentence: When every thing is ready and the referee ariwes, the competition begine.

According to use:—

1. Assertive sentence: I must help him.
2. Imperative sentence: Be quiet!
3. Interrogative sentence: Where are you going?
4. Exclamatory sentence. How beautiful the house is!

II.

## 河北省立工業學院

### 大代數試題

- (1) 述明下列諸術語之定義，

代數式 (Algebraic expression).

有理整代數式 (Rational integral algebraic expression).

代數方程式 (Algebraic equation).

恒等方程式 (Identical equation).

聯立方程式 (Simultaneous equation).

不定方程式 (Indeterminate equation).

反方程式 (Reciprocal equation).

- (2) 設  $(x^2 + 1)(a^2 + 1) - \max(ax - 1) = 0$  之兩根為  $x_1$  及  $x_2$ ，則  $(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) - \max x_1 x_2 (x_1 x_2 - 1) = 0$  試證之。

- (3) 二項式  $(1+x)^n$  之展開式 (Expansion) 為何？並證明  
(a) 該展開式中諸係數之和為  $2^n$ ；又 (b) 該展開式中奇數項係數之和等於偶數項係數之和。

- (4) 設  $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$  有兩個等根，則其等根為

$$\frac{bc-ad}{2(ac-b^2)} \text{ 試證之,}$$

## 解 答

- (1) 代數式 (Algebraic expression)——凡含數，字兩種記號而不含關係記號之式曰代數式，如： $3ab$ ， $5xy$ ， $r+s$  等。

有理整代數式 (Rational integral Algebraic expression)——代數式之變數 (Variable) 不帶根號及不為分母所包涵者謂之有理整代數式，如  $x+y$ 。

代數方程式 (Algebraic equation)——以關係記號結合二代數式所成之式，曰代數方程式，如

$$ax-b=cx-d, \quad 3x+6y-15=0. \text{ 及}$$

$$\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} \text{ 等,}$$

恒等方程式 (Identical equation)——在相等方程式中，其各字母可以任何數代之者曰恒等方程式。如  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

聯立方程式 (Similtanaus equation)——凡兩個以上之方程式各為一組者曰聯立方程式。如

$$2x+y=1 \dots\dots\dots(1)$$

$$x-2y=3 \dots\dots\dots(3)$$

不定方程式 (Indeterminate equation)——

若方程式少於未知數時此方程式曰不定方程式。

如  $ax+by=C$ 。

反方程式 (Recipractal equation) — 方程式內之未知數為

該未知數之倒數所代替而原方程不變曰反方程式

如  $2x^4 + 3x^3 + 4x^2 + 3x + 2 = 0$  之反方程式

$$\text{爲 } 2\frac{1}{x^4} + 3\frac{1}{x^3} + 4\frac{1}{x^2} + 3\frac{1}{x} + 2 = 0$$

$$(2) \text{ 由原題得 } (x^2+1)(a^2+1) - m(ax-1) = 0$$

$$\text{或 } (a^2+1)x^2 + (a^2+1) - ma^2x^2 + max = 0$$

$$\text{或 } (a^2 - ma^2 + 1)x^2 + max + a^2 + 1 = 0.$$

更由原題知此方程之兩根為  $x_1$  及  $x_2$ .

$$\text{則 } x_1 + x_2 = -\frac{ma}{a^2 - ma^2 + 1} \dots\dots\dots(1)$$

$$x_1 x_2 = \frac{a^2 + 1}{a^2 - ma^2 + 1} \dots\dots\dots(2)$$

$$\text{由題 } (x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) - mx_1 x_2 (x_1 x_2 - 1) = 0$$

$$\text{或 } (x_1 x_2)^2 + (x_1^2 + x_2^2) - m(x_1 x_2)^2 + mx_1 x_2 + 1 = 0$$

$$\text{或 } (1-m)(x_1 x_2)^2 + [(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2] + mx_1 x_2 + 1 = 0$$

$$\text{或 } (x_1 + x_2)^2 + (1-m)(x_1 x_2)^2 + (m-2)x_1 x_2 + 1 = 0 \dots(3)$$

將 (1) 及 (2) 代入 (3).

$$\left(-\frac{ma}{a^2 - ma^2 + 1}\right)^2 + (1-m)\frac{(a^2 + 1)^2}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} +$$

$$(m-2)\frac{a^2 + 1}{a^2 - ma^2 + 1} + 1 = 0$$

$$\text{或 } \frac{m^2 a^2}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} + \frac{a^4 - ma^4 + 2a^2 - 2ma^2 - m + 1}{(a^2 - ma^2 + 1)^2}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3ma^4 - 2a^4 - m^2a^4 + 4ma^2 - 4a^2 - m^2a^2 + m - 2}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} \\
 & + \frac{a^4 - 2ma^4 + m^2a^4 + 2a^2 - 2ma^2 + 1}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} = 0 \\
 \text{或} & \frac{m^2a^2 - m^2a^2 + a^4 - 2a^4 + a^4 + 2a^2 - 4a^2 + 2a^2 - 2ma^2 + 4ma^2}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} \\
 & + \frac{-2ma^2 - m + m + 1 - 2 + 1 + 3ma^4 - ma^4 - 2ma^4 - m^2a^4 + m^2a^4}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} \\
 & = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{或 } \frac{0}{(a^2 - ma^2 + 1)^2} = 0$$

故  $(x_1^2 + 1)(x_2^2 + 1) - mx_1x_2(x_1x_2 - 1) = 0$ .

$$(3) (1+x)^n \equiv 1 + C_1^n x + C_2^n x^2 + C_3^n x^3 + \dots + C_n^n x^n$$

(a) 因上式為恒等式，故  $x$  為任何值時上式仍成立。  
今設  $x=1$ 。 代入上式

$$\text{則 } (1+1)^n = 1 + c_1^n + c_2^n + c_3^n + \dots + c_n^n$$

$$\text{或 } 2^n = 1 + c_1^n + c_2^n + c_3^n + \dots + c_n^n$$

今此方程式之右方恰為  $(1+x)^n$  之展開式諸係數之和。

故  $(1+x)^n$  之展開式諸係數之和為  $2^n$

$$(b) (1+x)^n \equiv 1 + c_1^n x + c_2^n x^2 + c_3^n x^3 + \dots + c_n^n x^n$$

設  $x=-1$ 。

$$\text{則 } 0 = 1 - c_1^n + c_2^n - c_3^n + c_4^n - c_5^n + c_6^n \dots$$

$$-c_8^n + c_9^n - c_{10}^n + \dots$$

$$\therefore 1 + c_2^n + c_4^n + c_6^n + c_{10}^n + \dots = c_1^n + c_3^n + c_5^n$$

$$+ c_7^n \dots$$

= 各項係數之和，

- (4) 在  $ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d = 0$  如有兩個等根，則在其誘導方程  $3ax^2 + 6bx + 3c = 0$  中亦必有此一個根，

a	$ax^2 + 2bx + c$	$ax^3 + 3bx^2 + 3cx + d$	x
	$abx^2 + 2b^2x + bc$	$\frac{ax^3 + 2bx^2 + cx}{bx^2 + 2cx + d}$	
	$abx^2 + 2acx + ad$	$bx^2 + 2cx + d$	
	$\frac{2(b^2 - ac)x + (bc - ad)}{2ac - 2b^2}$	$\frac{0}{2ac - 2b^2}$	

故此方程式有一等根，而其等根為

### 河北省立工業學院解折幾何試題

1. 原點不動將  $x, y$  兩軸各迴轉  $\theta$  角，無論  $\theta$  之值為如何，圓方程  $x^2 + y^2 = r^2$  之形狀不變，試證明之。
2. (a) 何謂橢圓之共軛直徑 (conjugate diameters)?  
 (b) 設  $mm'$  為其共軛直徑之斜度 (Elopes) 試證明
 
$$mm' = -\frac{b^2}{a^2}$$
 (c) 橢圓之共軛直徑不在同一象限內，試證明之。  
 (d) 試証斜圓共軛半徑 (conjugate radii) 之平方之和等於  $a^2 + b^2$

3. 試證明

- (a)  $(6,7,3), (3,11,1), (0,3,4), (-3,7,2)$  四點為矩形之頂點
- (b)  $(7,2,4), (4,-4,2), (9,-1,10), (6,-1,8)$  四點為正方形之頂點。
- (c) 連  $(3,4,-2), (7,0,8), (-5,4,6)$  三點成一三角形，試求其三中綫 (Medians) 之長。

4. 試求：

- (a) 通過  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  且與平面  $Ax + By + Cz + D = 0$  垂直之直線之方程式。
- (b) 通過  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  且與直線  $\frac{x-x_2}{a} = \frac{y-y_2}{b} = \frac{z-z_2}{c}$  垂直之平面之方程式。

解 答

1.

$$x = x' \cos \theta - y' \sin \theta \dots \dots \dots (1)$$

$$y = x' \sin \theta + y' \cos \theta \dots \dots \dots (2)$$

將 (1), (2) 代入  $x^2 + y^2 = r^2$  方程

$$(x' \cos \theta - y' \sin \theta)^2 + (x' \sin \theta + y' \cos \theta)^2 = r^2$$

$$x'^2 \cos^2 \theta - 2x'y' \sin \theta \cos \theta + y'^2 \sin^2 \theta + x'^2 \sin^2 \theta$$

$$+ 2x'y' \sin \theta \cos \theta + y'^2 \cos^2 \theta = r^2$$

$$x'^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) + y'^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta) = r^2$$

$$\therefore x'^2 + y'^2 = r^2$$

故當二軸迴轉時圓方程恒為  $x^2 + y^2 = r^2$  之形狀

2.

- (a) 橢圓之平行諸弦其中必有一弦通過心 (center) 故此弦亦為直徑此直徑與平分平行諸弦之直徑名曰共軛直徑
- (b) 設  $m$  為橢圓  $b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$  之直徑之斜度則其共軛直徑之斜度  $m' = -\frac{b^2}{a^2m}$

$$\therefore mm' = -\frac{b^2}{a^2}$$

- (c) 因  $mm'$  之值為負故橢圓之共軛直徑不在同一象限內

- (d) 設  $P_1(x_1, y_1)$  為橢圓  $b^2x^2 - a^2y^2 = a^2b^2$  上之一點

$$P_1 \text{ 與原點間之長為 } l = \sqrt{(x_1 - 0)^2 + (y_1 - 0)^2}$$

$$= \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$$

$$\text{則 } l^2 = x_1^2 + y_1^2$$

$$\text{橢圓與其共軛直徑之交點其一為 } \left( -\frac{ay_1}{b}, \frac{bx_1}{a} \right)$$

$$\left( -\frac{ay_1}{b}, \frac{bx_1}{a} \right) \text{ 與 } (0, 0) \text{ 二點間之長為}$$

$$l' = \sqrt{\frac{a^2y_1^2}{b^2} + \frac{b^2x_1^2}{a^2}}$$

$$\text{則 } l'^2 = \frac{a^2}{b^2}y_1^2 + \frac{b^2}{a^2}x_1^2$$

$$\therefore l^2 + l'^2 = x_1^2 + y_1^2 + \frac{a^2}{b^2}y_1^2 + \frac{b^2}{a^2}x_1^2$$

$$= \frac{b^2 x_1^2 + a^2 y_1^2}{b^2} + \frac{a^2 y_1^2 + b^2 x_1^2}{a^2} = a^2 + b^2$$

故橢圓共軛半徑之平方之和等於  $a^2 + b^2$

3.

(a)

將此四點排列成一四邊形則其次序爲  $P_1(6, 7, 3), P_2(3, 11, 1), P_3(-3, 7, 2), P_4(0, 3, 4)$ . 設  $P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, P_4P_1$  之方向角爲  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1; \alpha_2, \beta_2, \gamma_2; \alpha_3, \beta_3, \gamma_3; \alpha_4, \beta_4, \alpha_4$ .

$$\cos \alpha_1 = \frac{-3}{\sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2}} = -\frac{3}{\sqrt{29}}$$

$$\cos \beta_1 = \frac{4}{\sqrt{29}} \quad \cos \gamma_1 = -\frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{-6}{\sqrt{6^2 + 4^2 + (-1)^2}} = -\frac{6}{\sqrt{53}}$$

$$\cos \beta_2 = -\frac{4}{\sqrt{53}} \quad \cos \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{53}}$$

$$\text{則 } \cos P_1P_2P_3 = \left(-\frac{3}{\sqrt{29}}\right) \left(-\frac{6}{\sqrt{53}}\right)$$

$$+ \left(\frac{4}{\sqrt{29}}\right) \left(-\frac{4}{\sqrt{53}}\right) + \left(-\frac{2}{\sqrt{29}}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{53}}\right)$$

$$= \frac{18 - 16 - 2}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{53}} = 0$$

$$\therefore \angle P_1 P_2 P_3 = 90^\circ$$

$$\cos_1 \alpha_3 = \frac{3}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2 + (-2)^2}} = \frac{3}{\sqrt{29}}$$

$$\cos \beta_3 = -\frac{4}{\sqrt{29}} \quad \cos \gamma_3 = \frac{2}{\sqrt{29}}$$

$$\begin{aligned} \text{則 } \cos P_2 P_3 P_4 &= \frac{-6}{\sqrt{53}} \times \frac{3}{\sqrt{29}} + \frac{-4}{\sqrt{53}} \times \frac{-4}{\sqrt{29}} \\ &+ \frac{1}{\sqrt{53}} \times \frac{2}{\sqrt{29}} = \frac{-18 + 16 + 2}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{29}} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle P_2 P_3 P_4 = 90^\circ$$

$$\cos \alpha_4 = \frac{6}{\sqrt{(-6)^2 + (-4)^2 + 1^2}} = \frac{6}{\sqrt{53}}$$

$$\cos \beta_4 = \frac{4}{\sqrt{53}} \quad \cos \gamma_4 = -\frac{1}{\sqrt{53}}$$

$$\begin{aligned} \text{則 } \cos P_3 P_4 P_1 &= \frac{3}{\sqrt{29}} \times \frac{6}{\sqrt{53}} + \frac{-4}{\sqrt{29}} \times \frac{4}{\sqrt{53}} \\ &+ \frac{2}{\sqrt{29}} \times \frac{-1}{\sqrt{53}} \\ &= \frac{18 - 16 - 2}{\sqrt{29} \cdot \sqrt{53}} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle P_3 P_4 P_1 = 90^\circ$$

$$\text{則 } \angle P_4 P_1 P_2 = 90^\circ \text{ (四邊形四角之和等於 } 360^\circ \text{)}$$

故  $P_1, P_2, P_3, P_4$  爲矩形之四頂點

(b)

按  $(6, -1, 8)$  點應爲  $(6, -7, 8)$  點之誤因若設圖定其位置

或考諸 Smith 及 gale 所著 Analysis geometry 第336頁皆應爲  $(6, -7, 8)$ .

設此四邊形四頂點爲  $P_1 (7, 2, 4)$ ;  $P_2 (4, -4, 2)$ ;  
 $P_3 (6, -7, 8)$ ;  $P_4 (9, -1, 10)$ .

$\alpha, \beta, \gamma$  表各邊之方向角

$$\cos \alpha_1 = \frac{-3}{\sqrt{3^2 + 6^2 + 2^2}} = -\frac{3}{7},$$

$$\cos \beta_1 = -\frac{6}{7}, \quad \cos \alpha_1 = -\frac{2}{7};$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{2}{\sqrt{(-2)^2 + 3^2 + (-6)^2}} = \frac{2}{7},$$

$$\cos \beta_2 = \frac{-3}{7}, \quad \cos \gamma_2 = \frac{6}{7}.$$

$$\begin{aligned} \cos \angle P_1 P_2 P_3 &= \left(-\frac{3}{7}\right) \times \frac{2}{7} + \left(-\frac{6}{7}\right) \left(-\frac{3}{7}\right) \\ &+ \left(-\frac{2}{7}\right) \left(\frac{6}{7}\right) = \frac{-6 + 18 - 12}{49} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle P_1 P_2 P_3 = 90^\circ$$

$$\cos \alpha_3 = \frac{3}{\sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + (-2)^2}} = \frac{3}{7}$$

$$\cos \beta_3 = \frac{6}{7} \quad \cos \gamma_3 = \frac{2}{7}$$

$$\begin{aligned} \cos P_2P_3P_4 &= \frac{2}{7} \times \frac{3}{7} + \left(-\frac{3}{7}\right) \left(\frac{6}{7}\right) + \frac{6}{7} \times \frac{2}{7} \\ &= \frac{6 - 18 + 12}{49} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle P_2P_3P_4 = 90^\circ$$

$$\cos \alpha_4 = \frac{-2}{\sqrt{2^2 + (-3)^2 + 6^2}} = -\frac{2}{7}$$

$$\cos \beta_4 = \frac{3}{7} \quad \cos \gamma_4 = -\frac{6}{7}$$

$$\begin{aligned} \cos P_3P_4P_1 &= \frac{3}{7} \left(-\frac{2}{7}\right) + \frac{6}{7} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{7} \left(-\frac{6}{7}\right) \\ &= \frac{-6 + 18 - 12}{49} = 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \angle P_3P_4P_1 = 90^\circ$$

則  $\angle P_4P_1P_2$ , 亦必為  $90^\circ$  故  $P_1P_2P_3P_4$  為一矩形  
在前面求各邊之方向角時即知各邊之長皆為 7 故  
 $P_1, P_2, P_3, P_4$  為一正方形之四頂點

(c)

連  $(3, 4, -2), (7, 0, 8), (-5, 4, 6)$  三點成一三角形以  
 $P_1, P_2, P_3$  表三頂點

$P_1P_2$  之中點為  $(5, 2, 3)$ ,  $P_2P_3$  之中點為  $(1, 2, 7)$ ,  $P_3P_1$   
之中點為  $(-1, 4, 2)$ .

故此三中線之長爲

$$m_1 = \sqrt{(5+5)^2 + (2-4)^2 + (3-6)^2} = \sqrt{113}$$

$$m_2 = \sqrt{(3-1)^2 + (4-2)^2 + (-2-7)^2} = \sqrt{89}$$

$$m_3 = \sqrt{(7+1)^2 + (0-4)^2 + (8+2)^2} = 2\sqrt{29}$$

4.

(a).

設該直線之方向角爲  $\alpha, \beta, \gamma$  欲其與平面

$Ax + By + Cz + D = 0$  垂直

$$\text{則 } \frac{A}{\cos \alpha} = \frac{B}{\cos \beta} = \frac{C}{\cos \gamma} \dots\dots\dots(1)$$

因其通過  $P_1(x_1, y_1, z_1)$  則其方程式爲

$$\frac{x-x_1}{\cos \alpha} = \frac{y-y_1}{\cos \beta} = \frac{z-z_1}{\cos \gamma} \dots\dots\dots(2)$$

從 (1), (2) 得知此直線之方程爲

$$\frac{x-x_1}{A} = \frac{y-y_1}{B} = \frac{z-z_1}{C}$$

(b)

設此平面之方程式爲  $Ax + By + Cz + D = 0 \dots\dots\dots(1)$

$$\text{則 } \frac{A}{\cos \alpha} = \frac{B}{\cos \beta} = \frac{C}{\cos \gamma}$$

$$\therefore \frac{A}{a} = \frac{B}{b} = \frac{C}{c}$$

$$\therefore bA - aB = 0 \quad cB - bC = 0$$

$$\therefore A = -\frac{a}{b} B \dots\dots\dots(2)$$

$$C = \frac{c}{b} B \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{又 } Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D = 0$$

$$\therefore D = -\frac{ax_1 + by_1 + cz_1}{b} B \dots\dots\dots(4)$$

將 (2), (3), (4) 代入 (1) 得此平面之方程式爲

$$ax + by + cz - (ax_1 + by_1 + cz_1) = 0$$

$$\text{或 } a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

### ○ 河北省立工業學院物理試題

1. 試述下列名辭之定義
  - (a) 爾格 (erg)
  - (b) 機械效率 (Mechanical efficiency)
  - (c) 卡路里 (Calorie)
  - (d) 自感現象 (Self induction)
  - (e) 焦距 (Focal length)
2. 瀑布之水頭爲 80 英尺，其流水量爲每秒 540 立方英尺，如水輪之效率爲 75% 問該水輪所生之馬力若干？
3. 各種金屬受熱則膨脹其膨脹率當如何量法？並舉二例述明金屬膨脹之應用。

4. 電車線上之電壓通常為 550 弗特 (Volts) 如車上用 110 弗特 32 瓦特 (Watts) 之電燈時間當如何裝置及電燈絲內電流若干
5. 試述光電池 (Potassium Photo Cell) 之原理。構造，及應用。

### 解 答

1. (a) 爾格 (erg) : ——  
以一達 (dyne) 之力作用於物體上，使其順作用方向移 1 厘米 (Cm) 之距離。所作之功曰 1 爾格。
  - (b) 機械效率 (Mechanical efficiency)  
機械所輸出之功 (Out Put Work) 與輸入機械之功 (input Work) 之比為機械之效率。
  - (c) 卡路里 (Calorie) : ——  
使 1 克 (g.) 之水增高溫度  $1^{\circ}\text{C}$  所需之熱量稱為 1 卡路里。
  - (d) 自感現象 (Self induction) : ——  
任何電路之電流當其初生或初斷之一瞬間即其本身亦當受誘導作用。而生一反方向之電流是曰自感現象。
  - (e) 焦距 (Focal length) : ——  
自透鏡之中點至主焦點之距離稱為該透鏡之焦距。
2. 540 立方呎之水下落之重力為  $540 \times 62.4 \text{磅} = 33696 \text{磅}$   
每秒所作之功為  
 $33696 \text{磅} \times 80 \text{呎} = 2695680 \text{呎磅}$   
效率為 75% 時所生成之功為  
 $2695680 \text{呎磅} \times 75\% = 2021760 \text{呎磅}$

故水輪之功率 (Power) 爲：——

$$2021760 \text{ 呎磅/秒} = \frac{2021760}{550} \text{ 馬力} = 3675.925 \text{ 馬力}$$

3. 先量出一金屬棒在  $t_1^0$  時之長  $l_1$  再量在  $t_2^0$  時之長  $l_2$  則此金屬之膨脹率爲：——

$$K = \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \frac{l_2 - l_1}{l_1(t_2 - t_1)}$$

茲舉金屬膨脹之應用如下：——

- (a) 抵償擺

以兩種膨脹係數不同之金屬造成兩組之棒以懸擺錘，因膨脹之結果，一種金屬使擺向上他一種使擺錘向下，而仍能維持原來擺長，故比擺之擺長不因溫度而變。

- (b) 抵償擺輪：——

錶之擺輪內圈爲膨脹係數較小之金屬，外圈爲膨脹係數較大者。溫度升高時，輪因膨脹而伸長，但同時擺輪因內外金屬膨脹係數之不同而能向內彎曲，減小輪直徑，故可互行抵償而使擺週期不變。

4. (a) 裝置法：——

取變壓器一個，令其初級每次級圈數之比爲 5:1，以初級圈之一端接電車線上他端接車軌，而成一完全回路，再將次級接於電釘之兩極即可。

- (b) 電燈絲內之電流爲

$$\frac{32}{110} \text{ 安} = \frac{16}{55} \text{ 安}$$

5. 圖為光電池 (Photo electric Cell) 之構造。

V 為高度真空之玻球

a 為金屬片用作陽極

b 為塗有 (如鉀鈉等) 金屬薄層之金屬板用作陰極。



A 為電流計

B 為電瓶。

b 受光起光電效應乃有電子射出由 A 知有 abAB 方向之電流通過。

其原理為光作用於氣體金屬板或他種物質時能使其發生電子分離現象是謂光電效應 (Photo electric effect) 鉀鈉銨等之鹼土金屬之光電效應特別顯著故光電池用之。

光電池之用途頗多如光電話 (Photophone) 及傳真電報 (Electric telephotography)。

### 河北省立工業學院化學試題

1. 於 90% 純度之碳化鈣 50 grs 加入充分之水

(a) 寫明生成氣體之名詞，一般性質，及最重要之用途。

(b) 以上生成氣體在攝氏 25 度，壓力 756 mm. 時其容積為若干 cc.



2. 簡明解述下列各組之名詞

- (a) { 異性體 (isomer)  
同質體 (allotrope)  
異分體 (isotope)

- (b)  $\left\{ \begin{array}{l} \text{原 子 (atom)} \\ \text{電 子 (electron)} \\ \text{離 子 (ion)} \end{array} \right.$

3. 硫酸銅 (Copper Suephate) 溶液呈藍色。重鉻酸鈉 (Sodium bichromate) 溶液呈赤褐色。明礬 (alum) 溶液無色。而墨水呈藍黑色各係何故？

### 解 答

- I (a) 碳化鈣加水生  $C_2H_2$  (乙炔 Acetylene)

A. 性質：——

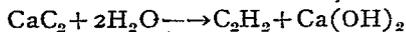
乙炔乃一未飽和之氣體。尚差四個氫原子。燃燒時發強光。且放大量之熱。

B. 用途：——

a. 可供點燈用。

b. 可製氧炔焰用以切斷或鍛接金屬。

- (b) 碳化鈣加水之方程式



64 grs                      22.4L.

此 50 grs 之碳化鈣含純  $CaC_2$  之量為

$$50 \text{ grs} \times 90\% = 45 \text{ grs}$$

設發生之  $C_2H_2$  在標準情形下之體積為 X c

$$\text{則 } x = 22.4L. \times 45 \div 64 = 15.75L.$$

設在  $25^\circ C$ . 756mm 之情形下其體積為 V,

$$\text{則 } V = 15.75L. \times \frac{76}{75.6} \times \frac{273 + 25}{273} = \frac{15.75L. \times 76 \times 208}{273 \times 75.6}$$

$$= 17.29 \text{ L.} = 17209 \text{ c.c.}$$

答：發生之乙炔在攝氏  $25^{\circ}$  壓力 756mm. 時其容積為 17209 cc.

2. (a) A. 異性體 (isomer) : ——

二物質之組成及分子量相同而化學性狀相異者名曰異性體。如果糖及葡萄糖均為  $C_6H_{12}O_6$ 。

B. 同質體 (allotrope) : ——

一物質於同一狀態下可有一種以上之構造者如氧及臭氧即為同質體。

C. 異分體 (isotope) : ——

一原素常由性質相同而質量不同之若干原子混合而成，此諸原子之原子序數同。且周期表之位置亦同。故名曰同位異分體，如氫之異分體之原子量一為 35 他為 37

(b) A. 原子 (Atom)

原子乃構成元素之極微之質點也。

B. 電子 (Electron)

電子乃組成原子之一小單位，荷陰電。

C. 離子 (ion)

化合物作成溶液時即離解成帶電之原子或原子團，曰離子。

3. 銅離子為藍色故硫酸銅溶液呈藍色。

鈉離子無色，鉻離子為赤褐色故重鉻酸鈉溶液赤褐色

鋁離子及硫酸根離子團均無色故明礬溶液無色。

墨水為五倍子，硫酸低鐵。與黑藍色染料作成，五倍子中含有鞣酸 (Gallotannic acid)，與硫酸低鐵作用生鞣酸低鐵暴露空氣中成高鐵化合物之黑色沉澱。故墨水為藍色。

## 國立中央政治大學黨義試題

- 一，試述神權，君權，民權三者演進的歷史及其演進的原因。
- 二，試述國民革命進行的步驟及每時期重要的工作。
- 三，試述近代社會問題發生的原因及社會主義不能解決社會問題的理由。

## 解 答

- 一，A. 神權時代——太古時人類知識缺乏，對寒暑的變遷和風雨的現象等不知所以。於是以為神所使然，對神便起了敬畏的心理。這時神支配了人生的一切活動現象。這就是神權時代。
  - B. 君權時代——後來有些聰明的人說他們是上天所遣代天行道，人們見他們的言談行動比較高超，便信以為真。於是便都奉敬他們。他們也乘勢做了人民的領袖，行使號令，人們也無不唯命是從。這時是一個君主或數個領袖統制人民的時期，就是君權時代。
  - C. 民權時代——近數世紀來人們不但明瞭了自然現象，就是對於自己領袖（皇帝）的作勢作威也知道是他們自己假造的。於是人民便覺悟起來爭自己的自由和權利，更有法人孟德斯鳩的“天賦人權”學說的倡導和各國革命運動的影響。於是大家便從事推翻專制政體而求獲得自由和權利。這就是民權時代了。
- 二，國民革命的步驟有三：
    1. 軍政時期——此時期內一切制度隸屬於軍政之下。此時期內之主要工作為(1) 用兵力掃除國內一切障礙；

(2) 宣傳主義以開化全國之人心而促進國家之統一。

2. 訓政時期——在此期內政府當派曾經訓練合格之人員到各縣協助人民籌備自治，調查戶口，修築道的，辦理警務。並與人民以運用四權之訓練。
3. 憲政時期——在此期內中央政府當完成設立法，行政，司法，考試，監察等五院，並開國民大會，頒佈憲法。

三、社會問題的發生主因是由於產業革命。各國產業革命逐漸完成，國內的資本階級，一面用自己的經濟的優越勢力壟斷國內的生產機關，並進而挾制其剩餘的資本，掠奪國外的市場，他方面更奪得政治地位，對勞動階級製定種種不利的法律，實行“資本階級獨裁”的政治。無產階級在被壓迫的狀況下，乃團結起來，以圖反抗。推倒資本主義的社會秩序，樹立無壓迫無階級的社會制度，於是社會便因經濟為中心發生了問題。即現代的社會問題。社會問題是由於產業革命發生的，而社會主義是用以解決社會問題的，所以要以社會主義來解決社會問題，非實行之於產業革命成功之國家不能到目的。而現時中國的社會問題之發生，不是由於產業革命的成功，而是由於外來經濟的侵略。所以以社會主義解決社會問題，在產業革命成功的國家或有可能；而行之工業不發達的國家，實難如願。

### 中央政治國文試題

(一) 作文

『不患無位，患所以立』說

(二) 將下列文字加以標點并譯為語體文

齊太倉令淳于公有罪當刑詔獄逮繫長安淳于公無男有五女當行會逮罵其女曰生子不生男緩急非有益也其少女緹縈自傷悲泣迺隨其父至長安上書曰妾父爲吏齊中皆稱其廉平坐法當刑妾傷夫死者不可復生刑者不可復屬雖後欲改過自新其道亡繇也妾願沒入爲官婢以贖父刑使得自新

## 解 答

(一) 作文題『不患無位，患所以立』說

(二) 翻譯及標點

標點：齊太倉令淳于公有罪當刑，詔獄逮繫長安，淳于公無男，有五女，當行會逮，罵其女曰：『生子不生男，緩急非有益也』其少女緹縈，自傷悲泣，迺隨其父至長安，上書曰：『妾父爲吏，齊中皆稱其廉平，坐法當刑，妾傷夫死者不可復生，刑者不可復屬，雖後欲改過自新，其道亡繇也，妾願沒入爲官婢，以贖父刑，使得自新』

翻譯：齊地太倉縣令淳于公犯了罪，應受刑戮；詔諭命獄中把他逮捕解送到長安去，淳于公沒有兒子，有五個女兒，當走的時候，他罵他的女兒們，說：『我生孩子沒有生兒子，緩急之時，沒有益處的。』他的幼女緹縈，很自傷悲的痛哭，於是隨着他父親到長安，並且上書給皇帝，說：『我的父親作官，齊中的人都稱贊他的清廉公正，犯法固應當受刑，但我傷心以死人不能復活，受過刑的人，身體不能再連在一起，雖然以後願改過自新，也無路可由』，我願意沒入官家，作婢女來贖我父親的罪刑，爲的使他得以改過自新。

## 中央政治學校英文試題

1. Answer all of the following questions.

(A) Change the following sentence from passive into active voice:

The letters were written by the little boy to his friends.

(B) Change the following sentence from active into passive voice:

The girl gives some apples to them.

(C) Change the following sentence from direct into indirect discourse:

The man asked, "Why shall we be unable to go?"

(D) Change the following sentence from indirect into direct discourse:

The student said that he had studied English for three years.

(E) Supply a proper preposition in each of the blanks in the following sentences:

1. Mr. Chang is older than Mr. Li—two years.
2. A lozy man does not care—work.
3. The man went to call—a friend.
4. I do not agree—my brother.
5. My father will never consent—my request.
6. I shall go to Tientsin—Monday.
7. My hat does not differ—yours in size.

8. It is very kind—you to give me so much money.
  9. Children are not responsible—their actions.
  10. One should attend—one's own business.
- (F) Make corrections in the following sentences if you think they are wrong:
1. My sister is better than me in penmanship.
  2. His body was not well yesterday.
  3. I have gone to see him last evening.
  4. "Who is it?"  
"It is me."
  5. The boy who his father loves is a hard-working student.
2. Translate the following passage into English.
- 中國是一個農業國，在西方文化尙未輸入以前，沒有工廠，也沒有百貨公司。當時土地是唯一的財產，在一個地方之內，誰有最大的土地，誰便有最大的權威。所以地主的勢力，超乎其他一切人之上。
3. Translate the following passage into Chinese:
- Europe has had a long history. In point of civilization, it is not the oldest of the continents; there were civilized states in Asia when the inhabitants of Europe were still primitive. But, though European civilization has not had the longest, it has the most variegated history. The history of European civilization is one of continual change and development—sometimes in a progressive,

sometimes in a retrogressive sense—and the political map of Europe today is the product of a great number of historical factors.

4. Write a composition on "The Person whom I like Best."

### 解 答

1. (A) The little boy wrote the letters to his friends.
- (B) Some apples are given by the girl to them.
- (C) The man asked why they would be unable to go.
- (D) The student said, "I have studied English for three years."
- (E)
  1. Mr. Chang is older than Mr. Li about two years.
  2. A lazy man does not care about work. (or for)
  3. The man went to call on a friend, (or upon)
  4. I do not agree with my brother.
  5. My father will never consent to my request.
  6. I shall go to Tientsin on Monday.
  7. My hat does not differ from yours in size.
  8. It is very kind of you to give me so much money.
  9. Children are not responsible for their actions.
  10. One should attend to one's own business.
- (F)
  1. My sister is better than I in penmanship.
  2. He was not well yesterday.

3. I went to see him last evening.
  4. "Who is it?"  
"It is I."
  5. The boy whom his father loves is a hard-working student.
2. China is an agricultural country. Before the intruding in of western civilization, she had no factory, nor departmental store. At that time, land was the only property. In one locality one had the greatest power who possessed the largest tract of land. Hence the influence of land-lords surpassed any others.
3. 歐洲曾有一個很長的歷史，就文化而言，歐洲不是各洲中最老的一個；當歐洲的居民還是屬於原始時代的時候，亞洲已有了有文化的國家，但是，雖然歐洲的文化沒有最長的歷史，牠却有着最複雜的歷史，歐洲文化的歷史是繼續變化和發展中的一個——有時是進步的，有時是退步的——現今歐洲的政治地圖就是許多歷史因素的產物。

### 中央政治學校算學試題

1. 茶七斤之價較糖五斤之價多二元二角；糖九斤之價較茶四斤之價多一元二角，問茶六斤可易糖若干斤？  
(此題限定用算術解答)。
2. 已知  $\log 2 = 0.3010$   
 $\log 3 = 0.4771$   
 $\log 7 = 0.8541$

求算  $\log_{10} \frac{224}{225} - 2 \log_{10} \frac{189}{20} + \log_{10} \frac{81}{512}$

3. 設三角形之底，高，及其他二邊之比，求作此三角形  
 4. 袋中盛白球四個，紅球三個，黑球二個。一人在袋內任意取二球，問二球異色之機率為幾？

凡投考統計組者加作下列二題：

- I. 證明  $(\cos x + \sqrt{-1} \sin x)^2 = \cos nx + \sqrt{-1} \sin nx$   
 II. 級數之普通項為  $\frac{1}{n}$  試寫出此級數之前三項，並證明此級數為發散。

### 解 答 :

1. 茶 7 斤之價較糖 5 斤之價多 2.2 元  
 故茶 63 斤之價較糖 45 斤之價多 19.8 元.....(1)  
 因糖 9 斤之價較茶 4 斤之價多 1.2 元  
 故糖 45 斤之價較茶 20 斤之價多 6 元  
 即茶 20 斤之價較糖 45 斤之價少 6 元.....(2)  
 故由(1)及(2)  
 茶 43 斤之價為 25.8 元。  
 故茶每斤之價為  $\frac{25.8}{43}$  元 = 0.6 元  
 糖 9 斤之價較  $4 \times 0.6$  元 = 2.4 元多 1.2 元。  
 故糖 9 斤之價為 2.4 元 + 1.2 元 = 3.6 元。  
 糖每斤之價為  $3.6 \text{ 元} \div 9 = 0.4$  元  
 茶 6 斤之價為  $6 \times 0.6 \text{ 元} = 3.6$  元。

故茶 6 斤可易糖之斤數為  $3.6 \text{元} \div 4 \text{元} = 9$ 。

答可易糖 9 斤。

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \log_{10} \frac{224}{225} - 2 \log_{10} \frac{189}{20} + \log_{10} \frac{81}{512} \\
 &= \log_{10} \frac{7 \times 2^5}{3 \times 5^2} - 2 \log_{10} \frac{3^3 \times 7}{2^2 \times 5} + \log_{10} \frac{3^4}{2^9} \\
 &= \log_{10} 2^5 \cdot 7 - \log_{10} 3^3 \cdot 5 - 2 \log_{10} 3^3 \cdot 7 + 2 \log_{10} 2^2 \cdot 5 \\
 &\quad + \log 3^4 - \log 2^9 \\
 &= 5 \log 2 + \log 7 - 2 \log 3 - 2 \log 5 - 6 \log 3 - 2 \log 7 + 4 \log 2 \\
 &\quad + 2 \log 5 + 4 \log 3 - 9 \log 2 \\
 &= \log 7 - 4 \log 3 - 2 \log 7 \\
 &= -\log 7 - 4 \log 3 \\
 &= -(.8451 + 4 \times .4771) \\
 &= -2.7535.
 \end{aligned}$$

3. 設定： $\triangle$ 之底  $a$ ，高  $h$  其他

二處之比  $\frac{m}{n}$

求作：此三角形。

作法：作  $BC = a$ 。

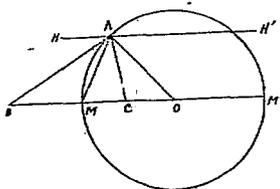
作  $HH' \parallel BC$  令其距離  $= h$ 。

內外分  $BC$  於  $M, M'$  令  $\frac{BM}{CM} = \frac{m}{n} = \frac{BM'}{CM'}$

以  $MM'$  為直徑作  $\odot O$  若與  $HH'$  交於一點  $A$ 。

$ABC$  即所求之三角形。

証： $\because \odot O$  上任一點與  $B, C$  所成距離之比為



$$\frac{MB}{MC} = \frac{M'B}{M'C} = \frac{m}{n} \text{ (Apollonius circle)}$$

$$\text{故 } \frac{AB}{AC} = \frac{m}{n}$$

且  $BC = a$  (A與BC之距離 = h).

故 ABC 即所求之  $\Delta$ .

推究：若  $h < \frac{1}{2}MM'$  則二解。

...  $h = \frac{1}{2}MM'$  則一解。

若  $h > \frac{1}{2}MM'$  則無解。

$$4. \quad P = (c_1^3 \cdot c_1^2 + c_1^4 \cdot c_1^2 + c_1^4 \cdot c_1^2)/c_1^9 = \frac{13}{18}$$

$$I. \quad \therefore (\cos x + \sqrt{-1} \sin x)^2 = \cos 2x + \sqrt{-1} \sin 2x$$

$$(\cos x + \sqrt{-1} \sin x)^3 = (\cos 2x + \sqrt{-1} \sin 2x)$$

$$(\cos x + \sqrt{-1} \sin x)$$

$$= \cos 3x + \sqrt{-1} \sin 3x$$

$$(\cos x + \sqrt{-1} \sin x)^k = \cos kx + \sqrt{-1} \sin kx$$

$$(\cos x + \sqrt{-1} \sin x)^{k+1} = \cos(k+1)x + \sqrt{-1} \sin(k+1)x$$

$$\sin(k+1)x$$

$$\therefore (\cos x + \sqrt{-1} \sin x)^n = \cos nx + \sqrt{-1} \sin nx.$$

II.

此級數之前三項為  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

$$S_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{n}$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \dots \dots (1)$$

(1) 必較  $1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}\right) + \dots$  大

即較  $1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{4}{8} + \dots$  爲大

即較  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$  爲大

但  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots$  爲發散級數

故此級數亦爲發散

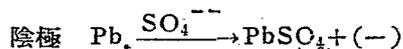
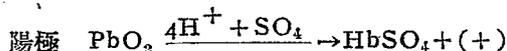
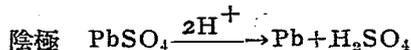
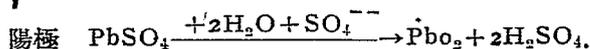
### ○中央政治 理化試題

1. 略述硫酸銨 (Ammonium Sulphate) 之製法及用途
2. 略述鉛蓄電池之製法 試以化學方程式表放電與蓄電之反應。
3. 槍與水平成  $30^\circ$  之角，彈子離槍口時之速度爲每秒鐘 300 米 (meters) 求射程。
4. 答覆下列各問
  - (a) 蒸氣機關上何以必須裝巨大飛輪？
  - (b) 氫之固定法何以對於國防至爲重要？
  - (c) 何謂勢能？
  - (d) 溫度計上攝氏  $30^\circ$  合華氏若干度？

### 解 答

1. A. 製法： $2\text{NH}_3 + \text{H}_2\text{SO}_4 \longrightarrow (\text{NH}_2)_2\text{SO}_4$   
 B. 用途 用作肥料。
2. 鉛蓄電池之製法——以 Pbo 填入鉛板之方格中侵入稀硫

酸而成。



$$\begin{aligned} 3. \quad R &= \frac{30000^2 \times \sin 2\theta}{g} = \frac{30000^2 \times \sin 60^\circ}{980} \\ &= \frac{450000000 \times \sqrt{3}}{980} = 450000000 \times \frac{\sqrt{3}}{98} \\ &= 450000000 \times 1.732/98 = 795306 \text{ cm.} \\ &= 7653.06 \text{ m.} \end{aligned}$$

4. (a) 答因能保持其惰性，使其中途不致停頓。
- (b) 答氮之固定法，可以製造硝酸，由此可製造炸藥，故對於國防上至為重要。
- (c) 一物體因其位置而有作功之可能時，即謂該物體蓄有勢能。
- (d)  $F = C \times 9/5 + 32^\circ = 30^\circ \times 9/5 + 32^\circ$   
 $= 54 + 32 = 86^\circ$   
 答合華氏 86 度。

### 中央政治學校史地試題

- I. 東漢及明朝末葉士大夫多競尚氣節，試言其異同及對於國家社會所發生之影響。

2. 試述百年來中國所失疆土之名稱，位置及其時明，
3. 試述意大利統一時加富爾之外交政策。
4. 試繪一中東鐵路全圖並標明沿路之重要山脈河流及城市。
5. 對於下列諸名詞各加以簡明解釋
  - (1) 亞爾河斯 Alsace
  - (2) 伯里克 Pericles
  - (3) 閩島 Guam
  - (4) 約安達克 Joan of Arc
  - (5) 克里孟素 Clemenceau
  - (6) 洮南
  - (7) 科布多
  - (8) 康居
  - (9) 蔡倫
  - (10) 文天祥

## 解 答

1. 東漢光武中興，獎勵名階。明章之世，朝野每多氣節之士，危言深論，痛斥豪強，黨錮獄興，士氣不稍沮抑，遂開東漢復興之基。至若明末東林諸子，固守姚江派學說，雖頗能振作士氣，但其末流率多空虛無學問，淺薄無常識，狹隘無度量，幼稚無經驗，粗疏無手腕。而皆有極刻露之鋒鏑，極固執之主張，所言論與實際政治相隔太遠。明室卒斷送於此輩手中。東漢及明末士大夫競尚氣節，而其性質及對於國家社會之影響，迥不相同也。

## 2.

疆土名稱	位置	時期	割於
香港	廣東南海之島	道光22年,西1842年	英
九龍半島	廣東	咸豐10年,西1860年	英
安南	印度支那半島東部	光緒11年,西1885年	法
朝鮮半島	中國東北	光緒21年,西1895年	日
台灣	福建東部之一大島	光緒21年,西1895年	日
澎湖	介福建南台灣之間	光緒21年,西1895年	日
黑龍江北岸之地		咸豐8年,西1858年	俄
烏蘇里江東岸之地		咸豐10年,西1860年	俄
伊犁河下游及齋桑泊以西之地		同治3年,西1864年	俄
霍爾克斯河以西之地		光緒7年,西1881年	俄
天山南阿克蘇及札那爾特等河源之地		光緒8年,西1882年	俄
齊桑伯河以東之地		光緒9年,西1883年	俄
廓克沙勒河源地		光緒10年,西1884年	俄
緬甸	印度支那半島西部	光緒12年,西1886年	英
澳門	廣東	光緒13年,西1887年	葡
哲孟雄地	西藏,印度交界處	光緒16年,西1890年	英

瀕江以東地及大金沙江上游以東地		光緒20年,西1894年	英
江洪孟阿二地	雲南,安南,交界處	光緒21年,西1895年	法
科于山及大盈江下游之地	雲南緬甸交界處	光緒23年,西1897年	英

3. 當 1852 年加富爾任撒地尼亞王國的首相的時候，一方面對於內政刷新，一方面從事外交工作。他為提高本國的國際地位起見於 1854 年到 1856 年間 Crimean War 時乘機派遣軍隊二萬人加入英法兩國方面去對敵俄國。結果撒地尼亞竟能在巴黎和會中佔得一席，並且因此得到英，法的同情，他於是再進一步想和英法聯盟，驅逐奧大利人。當時英國政府因受維也納條約的束縛，不肯答應，至於法國拿破崙第三的態度，卻很表同情。這是因為同屬於拉丁種的關係，他如果援助意大利人去戰敗日耳曼人的奧大利，那末不但可以獲法人歡心，而且亦可鞏固自己的地位。此外他亦想將來戰勝後，能得隆伏良地方的割讓，而且同時可作一個意大利聯邦的保護者。於是在 1858 年法國拿破崙第三和撒地民亞訂立 Plombieres 密約。(1) 法與撒地尼亞合力驅奧人出意大利。(2) 戰爭在來春開始(3) 法取得尼斯及薩依依。於是加富爾的外多成功，意法聯軍大敗奧軍。遂開意大利統一基礎。
4. (繪圖)
5. (1) 亞爾沙斯 Alsace: 原為日耳曼帝國之地。三十年戰爭結束後，於西發里和約中(1648年)割與法。1871年

普法戰後割於德。大戰後又歸於法，其地富鉀及石油礦，兼爲紡織機械麥酒之工業地。

- (2) 伯里克 Pericles 紀元前第五世紀之末雅典大政治家，波斯戰爭後，彼爲雅典國會之首領，在其指導之下，聯盟組成，新殖民地與商站由意大利開拓黑海，其人品德極高，執政三十年，雅典大盛，後與斯巴達戰無功，褫職受罰，染疫而卒（紀元前 428 年）。
- (3) 關島 Guam 太平洋中密克羅尼西亞羣島中之最大者，屬馬利亞那羣島之一，爲美所領。土地肥沃，樹木繁多，有港泊，爲太平洋海底電線之中斷處，由此與檀香山，菲律賓，小監原相連絡。
- (4) 約安達克 Joan of Arc: 當百年戰爭時，英軍正在圍攻 Orleans 時，法國忽有一篤信宗教之農家女名 Jean of Arc, 謂奉神命而救國，得法王允許以一萬兵去解 Orleans 之圍，大敗英人 1429 年擁法王查理第七行加冕禮。後屢戰勝英兵，於 1431 年被英人燒死於 Rouen。
- (5) 克里孟素 Clemenceau 法國政治家，歐戰時爲法內閣總理，戰後爲法國巴黎和會代表，勇武善辯，有猛虎之稱，死於 1929 年。
- (6) 洮南，爲遼寧省北部之商埠，四洮，洮昂二鐵路之交點，商業頗盛。
- (7) 科布多，西枕阿爾泰山，東濱哈拉泊，當俄境及新疆之咽喉，爲邊防重地及蒙西第一重鎮，四鄰河道流貫，水量充盈，農業森林皆豐裕，城內市場商業頗盛，
- (8) 康居 古國名，與大月氏同族，領有今新疆北境至俄

領中亞之地，紀元前十四世紀張騫通西域時，始與中國通使。

- (9) 蔡倫，漢和帝時，宦者蔡倫始造紙，用樹膚，麻頭及敝布魚網以爲之，元興元年（和帝，公元105年）奏上之，帝善其能，自是莫不從用焉，故天下咸稱蔡侯紙。
- (10) 文天祥，宋吉水人，字宋瑞，又字履善，號文山。舉進士第一，知贛州，元兵入寇，應詔勤王；後除右丞相，兼樞密使，加少保信國公；宋亡，公圖恢復，屢起義兵，戰敗，元將張宏追公於五坡嶺，衆不及戰，遂被執！解赴燕京，禁閉三年，其地即今北平府學胡同之文天祥祠也。元世祖義之，不殺使人勸之降，不聽，許以復宋右丞相之位，不爲動，從容就義，臨刑時慷慨作正氣歌一首，至今爲人傳誦焉。

## 山東大學入學試驗

### 軍訓學科試題

- 一、各個教練之目的安在？試申言之
- 二、何謂瞄準？
- 三、徒步行軍之種類有幾？試列舉以對

### 解 答

- 一、各個教練之目的在訓練兵卒熟習各種制式及各種法則，並養成軍人之精神及軍紀以爲將來加入部隊教練之基礎。
- 二、瞄準爲將瞄準線導向於某一點之謂，表尺缺口至準星尖之直線爲瞄準線。
- 三、以有無敵情分可有二種：一
  1. 有敵情時—戰備行軍。
  2. 無敵情時—旅次行軍。以時間分可有三種：一
  - 1 常行軍—每三日有休息一次
  - 2 急行軍—無休息。
  - 3 強行軍—盡可能之力。

### 國立山東大學黨義試題

- (一) 憲政時期中央與省之權限如何劃分？
- (二) 何謂直接民權？

(三) 試述北方大港及東方大港之位置。

### 解 答

- (一) 在憲政時期中央與省之權限採均權利度，凡事務有全國一致之性質者劃歸中央；有因地制宜之性質者劃歸地方，不偏於中央集權或地方分權。
- (二) 直接民權乃人民有直接管理政治之權就是人民不但有選舉官吏之權，且有罷免官吏之權和創制及複決法律之權，即人民享有民權主義上所說的四個政權，是避免間接民主制之弊而兼有直接民主制之利者也。
- (三) 北方大港——建築在大沽口秦皇島兩地的中途，青河，灤河相距地方沿大沽口秦皇島海岸角上，勃海灣最近深水的一點。  
東方大港——位於乍浦岬與澈浦岬之間，此兩點約距十五英里。

### 山東大學國文試題

1. 將下文加以標點並譯成白話（標點即加在原題上隨卷附繳譯文寫在卷子上不必抄原文）

孝惠帝時呂太后用事欲王諸呂畏大臣有口者陸生自度不能爭之迺病免家居以好時田地善可以家焉有五男迺出所使越得橐中裝賣千金分其子二百金令為生產陸生常安車駟馬從歌舞鼓琴瑟侍者十人寶劍直百金謂其子曰與汝約過汝汝給吾人馬酒食極欲十日而更所死家得寶劍車騎者侍從者一歲中往來過他客率不過再三過數見不鮮無久願公為也

2. 下列詞句有橫線者試辨別其詞性其文法有誤用者并指出說

明之

1. 薄海，2. 薄暮，3. 肉薄，4. 林薄，5. 入其門無人門焉者，  
6. 則苗勃然興之矣，7. 始吾從若飲我不盜而壁若管我若善守而  
國我顧且盜而城，8. 曷不爲葛之之易也，9. 進於中國則中國  
之。

3. 作文（文語白話不拘）

治水與救災

（注意不交還試題者試卷作廢）

## 解 答

1. (1) 標點：

孝惠帝時，呂太后用事，欲王諸呂，畏大臣有口者。陸生自度不能爭之，迺病免家居。以好畸田地善，可以家焉。有五男，迺出所使越得囊中裝，賣千金，分其子，子二百金，令爲生產。陸生常安車駟馬，從歌舞鼓琴瑟侍者十人，寶劍直百金。謂其子曰：『與汝約：過汝，汝給吾人馬酒食，極欲十日而更。所死家得寶劍車騎侍從者。一歲中，往來過他客，率不過再三過。數見不解；無久恩公爲也。』

(2) 翻譯（語體）

孝惠帝的時候，呂太后理政事，想把呂家人都封爲王，恐怕大臣有辯才的阻止。陸先生（陸賈）自己度量着，不能和她爭執，於是託病免了官，回到故鄉去。他因爲好畸的田地肥沃，可以安居。有五個兒子，於是把他出使到南越國時，所得的囊中珠寶，賣了一千金，分給他的兒子，每子二百金，叫他們謀生。陸先生常常乘坐四馬駕的安適的車，跟隨歌舞奏琴瑟的侍者有十個人，寶劍價值百金。向他的兒子們說道：『同你們

約定：當我經過你們的住處的時候，你們供給我的人馬酒飯，我享受十日便更換一處。死在誰家誰就承繼寶劍，車騎和侍從。一年中，我來往經過於其他的客人家中，過你們家也不過二三次。如果數次看見不解美的食品，我就不再攪擾你們了。」

2. 1. 薄海 動詞 普及也。  
 2. 薄暮 形容詞 迫也。  
 3. 肉薄 動詞 搏鬥也。  
 4. 林薄 名詞 草叢生也。  
 5. 入其門無入門焉者 門爲動詞 焉爲助詞。 門焉！守門也。  
 6. 則苗勃然興之矣 語末助詞 無意義可不用。  
 7. 始吾從若飲我不盜而壁若答我若善守而國我願且盜而城。  
     而與若皆作「你」解  
 8. 曷不爲葛之之易也 葛：動詞 前「之」爲代名詞 後「之」爲助詞。  
 9. 進於中國則中國之 中國：動詞 之：代名詞。

### 國立山東大學英文試題

1. Translate the following into Chinese:

(1) Our ship was of about one hundred and twenty\*tons. There were in the ship six guns, the chief, his boy, fourteen men and myself. We had no goods with us other than playthings which were needed for our trade with the black men, such as neck ornaments, bits of glass and things of little value—small

looking-glasses, knives, scissors, wood-cutting instruments, and so on.

(2) In addition to our fear of the violent wind, we had other troubles. Death took one of our men who had been ill, and another man and the boy were washed by the waves into the sea. About the twelfth day, the weather got a little better, and with the help of his instruments the chief was able to see roughly where he was. He then came to me for my opinion about what direction it would be best to take, because the ship was very much damaged and water was coming into it, and he was going straight back to Brazil.

2 Write a short composition on

Doing One's Duty

## 解 答

1. Translate the following into Chinese

(1) 我們的船大概是一百二十噸，在這船上有六隻槍，船長，他的孩子同十四個人還有我，我們沒有貨物，僅有些同黑人作買賣所必需的玩物，就如頭飾，玻璃片，同一些不值錢的貨物——小鏡子，刀子，剪子，割木的器具，同些別的。

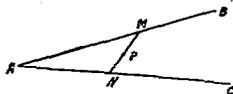
(2) 除去暴風所給我們的恐懼以外正有許多別的煩惱，我們中間有一個病人現在死去了，並且另一個人同那男孩都被浪沖到海裏去了。大概是第十二天，天氣稍轉得和暖一點，船長用他的器械的幫助能夠大略的看出他所在地點了。於是他走向我來，徵詢向什麼方向行駛好，因為這

隻船破壞得很利害，水已開始向裏流。他就使這船一直的駛回巴西了。

2. Write a short composition on  
Doing One's Duty

### 山東大學數學試題

1. 解下列方程式：
- $$x + 2y + 3z = 1.$$
- $$4x + 5y + 6z = 2.$$
- $$7x + 8y + 20z = 3.$$
2. 證明算術級數及幾何級數之求和公式。
3. 試作一通過兩定點切於一定線之圓。
4. 設  $\angle BAC$  為已知銳角， $P$  為角內已知點，求過  $P$  作一直線  $NPM$ ，使  $PM = PN$ 。(暗示：作平行線)



5. 證明下列公式：
- a.  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$ .
- b.  $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ .

### 解 答

1. 
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \dots\dots\dots(1) \\ 4x + 5y + 6z = 2 \dots\dots\dots(2) \\ 7x + 8y + 20z = 3 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

$$\text{由 (1) 得 } x=1-2y-3z \dots\dots\dots(4)$$

將 (4) 代入 (2), (3) 得

$$\begin{cases} 4(1-2y-3z)+5y+6z=2 \\ 7(1-2y-3z)+8y+20z=3 \end{cases}$$

$$\text{或 } \begin{cases} 3y+6z-2=0 \dots\dots\dots(5) \\ 6y+z-4=0 \dots\dots\dots(6) \end{cases}$$

$$(5) \times 2 \text{ 得 } 6y+12z-4=0 \dots\dots\dots(7)$$

$$(7)-(6) \quad 11z=0 \quad \therefore z=0$$

$$\text{將 } z \text{ 之值代入 (6) 得 } 6y+0-4=0.$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}$$

$$\text{由 (4) 得 } x=1-2 \times \frac{2}{3} - 3 \times 0 = 1 - \frac{4}{3}$$

$$\therefore x = -\frac{1}{3}$$

2. 證明：

算術級數之求和公式爲

$$S = \frac{n}{2} (a+L). \quad \text{證明如下：}$$

設算術級數：

$$a, a+d, a+2d, a+3d, a+4d, \dots\dots\dots a+(n-1)d'$$

且其第末項爲  $L$ ，則倒數第二項爲  $L-d$  倒數第三項爲  $L-2d$ .....首項爲  $L-(n-1)d$ .

設  $S$  爲  $[a, a+d, a+2d, a+3d, \dots\dots\dots a+(n-1)d]$  之和。

$$\text{則 } S = a + (a+d) + (a+2d) + \dots\dots\dots + [a+(n-1)d] \dots\dots(1)$$

$$S = L + (L+d) + (L-2d) + \dots + [L-(n-1)d] \dots (2)$$

$$(1) \text{ 加 } (2) \text{ 得 } 2S = n(a+L)$$

$$\therefore S = \frac{n}{2}(a+L)$$

幾何級數之求和公式為

$$S = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \quad \text{證明如下。}$$

設  $S$  為幾何級數  $(a, ar, ar^2, \dots, ar^{n-1})$  之和，

$$\text{則 } S = a + ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} \dots (3)$$

$$\text{且 } rs = ar + ar^2 + \dots + ar^{n-1} + ar^n \dots (4)$$

$$(3) - (4) \text{ 得 } (1-r)S = a - ar^n$$

$$\therefore S = \frac{a(1+r^n)}{1-r}$$

3. 題設：A.B. 兩點與 CD. 線。

求作：一圓，通過 A.B. 二點，切於 CD 線

作法：聯 AB 延長之交 CD 於 P.

於 CD 線上取一點 T,

令  $\overline{PT}^2 = \overline{AP} \cdot \overline{BP}$ .

由 T 作  $\overline{ET} \perp \overline{CD}$ .

由 AB 之中點 M 作

$\overline{ME} \perp \overline{AB}$ ,  $\overline{ET}$ ,  $\overline{MF}$

交於 O 點，以 O 為圓心 OT 為半徑作一圓，此圓即所求之圓。

証：  $\overline{OT} \perp \overline{CD}$ .  $\therefore$  O 圓切於 CD.

$$\overline{AP} \cdot \overline{BP} = \overline{PT}^2$$

PT 爲  $\odot(O, OT)$  之切線， $\therefore B$  與  $A$  兩點爲  
 $\odot(O, OT)$  與  $PA$  割線之交點。  
 $\therefore \odot(O, OT)$  爲所求之圓。

4. 設： $\angle BAC$  爲已知銳角， $P$  爲角內一已知點。

求作：過  $P$  作直線  $NPM$ ，令  $PM=PN$ 。

作法：過  $P$  作  $AC$  之平行線  $DE$ ，必交  $AB$  於一點  
 $H$ 。（ $\because P$  爲銳角內之點。）

同理作  $FG \parallel AB$  交  $AC$  於一點  $I$ 。

聯  $AI$ ，過  $P$  作  $HI$  之平行線  $MPN$ ，即求作之直  
 綫。

証：在  $\square HINP$  內（ $\because HP \parallel IN, HI \parallel PN$ ）

$$HI = PN.$$

同理在  $\square HIPM$  內， $HI = PM$ 。

$\therefore PM = PN$ ，即  $MPN$  爲求作之直綫。

5. 証 a.  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

解：依公式

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \dots \dots \dots (1)$$

及  $\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \dots \dots \dots (2)$

$$(1)+(2) \quad \sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \sin A \cos B \dots \dots (3)$$

設  $A+B = \alpha$ ， $A-B = \beta$ 。

$$\text{則 } A = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad B = \frac{\alpha - \beta}{2}$$

代入 (3) 得  $\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$$b. \cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha.$$

$$\begin{aligned} \cos 2\alpha &= \cos (\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \\ &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = (1 - \sin^2 \alpha) - \sin^2 \alpha \\ &= 1 - 2 \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

## 國立山東大學物理學試題

### I. 測驗題

1. 施用『力』於一物體與『衝擊』一物體，二者之區別如何？並舉例以明之。
2. 如何測定水之溶解潛熱？
3. 地磁有一定方向否？欲不受地磁影響如何佈置？
4. 試述電學上右手定律及左手定律之意義。
5. 複音合奏，甚覺悅耳，其故安在？
6. 透鏡之焦點距離與兩邊鏡面之半徑成何種關係？

### II. 計算題

1. 有兩物體離地  $h$  米高，其一垂直落下另一從一平滑之斜面上滑下二者接觸地面時之速度應相等，試證明之。
2. 一圓形綫圈，通以電流，在圓心部分所感應之磁力，方向與數量各如何？設綫圈之半徑為 2 呎 (cm)，通過 5 安培電流，倘其圓心部分所感應之磁力為  $\pi$  向此綫圈共繞幾周

## 解 答

### I. 測驗題

1. 施用力於一物體係屬漸力，衝擊一物體係屬衝力；前者例如推一物體緣桌面移動後者例如以棒擊球

2. 冰之溶解潛熱可以混合法測定先將定量  $M_1$  之冰塊投入定溫  $t_1$  定量  $M_2$  之水內俟冰完全溶解後測其溫度為  $t_2$  則自水放出之熱量為  $M_2 (t_1 - t_2)$  次再求出冰塊於  $0^\circ\text{C}$  溶解後由  $0^\circ\text{C}$  熱至  $t_2$  吸收之熱為  $M_1 t_2$ ，由  $M_2 (t_1 - t_2) - M_1 t_2$  所餘之卡數必用以溶解此  $M_1$  克之水故溶解 1 克之冰所需之卡數為

$$\frac{M_2(t_1 - t_2) - M_1 t_2}{M_1} \text{。}$$

3. 地磁有一定方向約有正北微西且北向之一端傾下約  $70^\circ$  以其極在北緯  $70^\circ 5'$  西經  $96^\circ 46'$  處及其伏角為  $70^\circ$  左右故也，若欲不受地磁之影響將磁針與地磁線垂直即可。
4. 電學右手定律：伸右手三指互相垂直以食指指磁場方向，拇指指運動方向，中指所向者即誘導電流之方向，電學左手定律：伸左手三指互相垂直以食指向磁場中指指電流方向則拇指即指磁場作用於導體之力之方向。
5. 因其振動平均調和而為樂音故覺悅耳。

$$6. \because \frac{I}{f} = (n-1) \left( \frac{I}{r_1} + \frac{I}{r_2} \right)$$

$$\therefore f = \frac{r_1 r_2}{(n-1)(r_1 + r_2)}$$

上列之式  $f$  為透鏡之焦點距離， $r_1, r_2$  為透鏡兩面之半徑， $n$  為投射角與屈折角之比之常數。

即透鏡之焦點距離與兩邊鏡面之半徑之積成正比與二

者之和成反比。

## II. 計算題

$$1. \because V^2 = 2AS$$

$$\therefore V_1 = \sqrt{2AS} = \sqrt{2gh} \quad (A=g, S=h)$$

$$\therefore V^2 = 2AS$$

$$\therefore V_2 = \sqrt{2AS} = \sqrt{2g\sin\theta \times L} \quad (A=g\sin\theta, S=L)$$

$$\text{又因 } \frac{h}{L} = \sin\theta$$

$$\text{代入得 } V_2 = \sqrt{2g \frac{h}{L} \times L} = \sqrt{2gh}$$

$\therefore v_1 = v_2$  即物體自  $h$  米高垂直落下或沿平滑之斜面滑下，二者接觸地面時之速度相等。

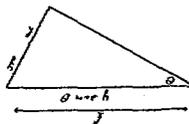
2. 一圓形線圈，通以電流，其在圓心部分所感應之磁力，

$$\text{數量爲 } H = \frac{2\pi ni}{r} \quad (n \text{ 爲線圈所繞周數, } i \text{ 爲通過}$$

電流之數量) 若線圈面爲水平而電流方向爲反時針方向則感應之磁力方向垂直向上。

$$\therefore H = \frac{2\pi ni}{r} \quad i = 5 \text{ ampere} \quad r = 2 \text{ cm.} \quad H = \pi$$

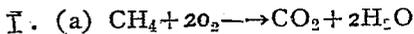
$$\therefore \pi = \frac{2\pi \cdot 5 / 100 \cdot n}{2} \quad \therefore \frac{1}{2}n = 1. \quad n = 2.$$



國立山東大學化學試題

- I. 在標準狀態之下，有沼氣十公升 ( Liter )，如欲使之完全燃燒，( a ) 問需用氧若干克 ( Gram ) ? ( b ) 問所需之氧在攝氏二十度與兩個大氣壓之下，應占多少容積 ?
- II. 下列各項，如有反應試完成其方程式。
- (1)  $\text{NaCl} + \text{I}_2 \longrightarrow$  (5)  $\text{HCl} + \text{NH}_4\text{OH} \longrightarrow$   
 (2)  $\text{NI} + \text{Cl}_2 \longrightarrow$  (6)  $\text{C} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow$   
 (3)  $\text{BiCl}_3 + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow$  (7)  $\text{Na} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow$   
 (4)  $\text{Cu} + \text{HNO}_3(\text{濃}) \longrightarrow$  (8)  $\text{Fe} + \text{H}_2\text{O}(\text{水蒸氣}) \longrightarrow$
- III. (a) 植物鹼類石油光生氣，脂肪油等爲何種物質 ?  
 (b) 重鉻酸鉀，麥牙糖，磷酸，甘油等之分子式如何 ?  
 (c) 可逆反應，異性體，觸媒，倍數比律定理等之意義如何 ?
- IV. 用鉛室製造硫酸之方法與化學反應何如 ? 用哈伯(Haber)法製氫之際，何以需用較大之壓力 ? 硫酸氫最重要之用途如何 ?

解 答



$\begin{matrix} 16 & 64 & 44 & 36 \\ \times & & & \end{matrix}$

設 x 爲需用氧之公升數

則  $16:10 = 64:x \quad \therefore x = 40$  公升

因氧重 1.426 克/公升

故 40 公升  $\times 1.426$  克/公升 = 57.16 克

此  
係  
何  
種  
物  
質?

(b) 由波以耳與查路合律知

$$V_0 = V_t \times \frac{P'}{P} \times \frac{273}{273+t}$$

設  $x$  為氧所佔之容積則

$$x = 40 \text{ 公升} \times \frac{760}{2 \times 760} \times \frac{20+273}{273} = 21.46 \text{ 公升}$$

(40 公升之氧在攝氏二十度與兩個大氣壓之下應佔之容積)

II. (1)  $\text{NaCl} + \text{I}_2 \longrightarrow$  無反應

(2)  $2\text{KI} + \text{Cl}_2 \longrightarrow 2\text{KCl} + \text{I}_2 \downarrow$

(3)  $\text{BiCl}_3 + 2\text{H}_2\text{O} \longrightarrow \text{Bi}(\text{OH})_2\text{Cl} \downarrow + 2\text{HCl}$

$\text{Bi}(\text{OH})_2\text{Cl} \longrightarrow \text{BiOCl} + \text{H}_2\text{O}$

(4)  $3\text{Cu} + 8\text{HNO}_3(\text{濃}) \longrightarrow 3\text{Cu}(\text{NO}_3)_2 + 4\text{H}_2\text{O} + 2\text{NO} \uparrow \text{NO}_2 \uparrow$

(5)  $3\text{HCl} + \text{HNO}_3 \longrightarrow \text{NO} \uparrow + 2\text{H}_2\text{O} + \text{Cl}_2 \uparrow$

(6)  $\text{C} + \text{H}_2\text{O} \longrightarrow$  無作用

(7)  $2\text{Na} + 2\text{N}_2\text{O} \longrightarrow 2\text{NaOH} + \text{H}_2 \uparrow$

(8)  $3\text{Fe} + 4\text{H}_2\text{O}(\text{水蒸氣}) \longrightarrow \text{Fe}_3\text{O}_4 + 4\text{H}_2 \uparrow$

III. a. 均有有機物

b. 重鉻酸鉀之分子式為  $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ ，麥牙糖為  $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$ ，  
磷酸為  $\text{H}_3\text{PO}_4$ ，甘油為  $\text{C}_3\text{H}_5(\text{OH})_3$

c. 可逆反應：即因能力之增減而起化學變化（化合或分解）

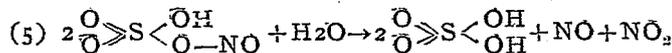
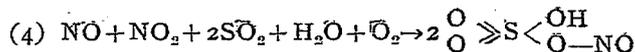
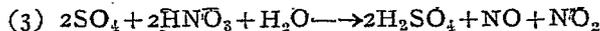
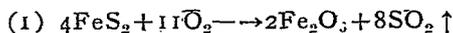
異性體：有同一分子式而性質不同者謂之同素異性體

例如酒精與威取爾醇精同為  $\text{C}_2\text{H}_6\text{O}$  是

觸媒：即物質起化學反應所生之中間化合物

倍數比律定理：含二元素之化合物有數種時，一元素之量均一定而他原素之量成簡單整數之比

IV. 鉛室法製硫酸所需之原料為二氧化硫（由黃鐵礦煅燒而成）硝酸（由硝石與硫酸混合加熱而得）水蒸氣及空氣將得者按相當之比例導入鉛室而於合宜狀況之下互相作用而成硫酸。其所有之化學反應方程列下：



用哈伯（Haber）之法製氨之際因製氨時需氫<sup>3</sup>體積及氮<sup>1</sup>體積始能得氨<sup>2</sup>體積  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightarrow 2\text{NH}_3$  故需加大壓力以得之。

硫酸氫最重要之用途即用作肥料。

### 國立山東大學中國歷史地理試題

一、試述張騫，班超，司馬相如，戚繼光在我國民族史上之功績。

二、王安石新法失敗之原因安在，其青苗保甲等法尚可行於今日否。

- 三，清初屢興文字之獄，其用意何在，其影響於近世學術思想者若何。
- 四，假使黃河自魯境改道奪運河入淮循舊道入海其經流之重要城鎮湖澤爲何。
- 五，試引舉自河北至廣東之海口其可改爲今後國防根據者有幾。

### 山東大學世界歷史地理試題

- 一，地理和歷史有什麼關係？歐洲爲什麼分成許多國家，試述其理由？
- 二，試述歐戰後日本在海上權力的發展情形。
- 三，華府會議參加的是那些國家？牠底目的是想解決些什麼問題？都已經解決了沒有？
- 四，巴爾幹半島爲什麼是歐洲底火藥庫？牠曾爆炸過幾回？都爲的什麼事？
- 五，列舉英國現屬各殖民地之地名，並說明牠們底地理形勢上，和經濟上的重要地位。

### 解 答

- 一，1. 張騫 他當漢建元中應募使月氏，經匈奴被留十餘年，後得機走大宛，抵康居，傳致大月氏，還，復見執於匈奴，亡歸，從大將軍擊匈奴，後烏孫，大宛，康居，大夏西北諸國始通於漢，使諸夷知漢族之威武，其功在民族史上可稱甚偉。
2. 班超 讀史慕張騫之爲人，乃投筆從戎，明章兩帝時出征西域通安集五十餘國，由是漢之威名遠播，爲中華民

族爭無限光輝。

3. 司馬相如 漢武帝時通西南夷有功，亦為廣播漢威於夷狄者。

4. 戚繼光 明嘉靖中破浙東倭寇，後倭奴犯福建，江西，皆被戚氏擊潰，威振南方，邊境賴之安靖。

二，王安石新法失敗之原因為當時朝貴名臣見識皆不及王氏，多方阻止，如歐陽修，三蘇等皆努力擁護舊法，以至王氏之新法不能盡合人心，遂憤而與諸不為人所重視者謀，因是誤膺「囚首垢面，而談詩書」之譏，故終未得志。

其所創青苗，水利，均輸，保甲，免役，市易，保馬，方田諸法乃為謀合當時社會之需而設，若用於今科學時代，則不宜矣。

三，清初所以屬與文字之獄者，乃為打破滿清界限，使漢人完全消滅民族觀念，以期達到以百萬人民統治四萬萬人民之目的；且其效頗昭著，直使二百餘年後之人民仍缺乏民族觀念，至其所影響於學術者則為因清代干涉言論過厲，以至一般學者多逃避事實而致力於考據，故有清一代，考據等學特盛。

四，設黃河自魯境改道；奪運入淮，則必經過濟寧，徐州，淮陰諸鎮及洪澤湖。

五，大沽，芝罘，青島，福州，欽州，葫蘆島，黃河港，寧波，溫州，廈門，汕頭，龍口，海口，等皆可為今後國防根據地。

### 世界之部

一，1. 歷史是人類活動過程的記載，地理是指明人類所活動的處所，故二者關係甚密。

## 2. 理由有二：

A. 歐洲民族不同種類，因而各有特徵，故不能相合，所以查理曼，拿破崙等雖然稱雄歐洲於一時，但不久就崩潰了。

B. 各國互相仇視，不能相下，故無聯絡。

二、歐戰後日在華府會議爭得海軍噸數與英，美為 5:5:3。後更發達以期廣拓殖民地，並得並得戰後德屬諸島為代管地，在太平洋上設勢力圈，更派員考察非洲情形，以謀伸足歐非，貨物暢銷於南洋群島及印度等處，頗不利於英商。

三、1921年因太平洋上英美日競爭激烈，美總統哈丁遂召集國際大會，參加者有英美日中荷法意比葡等九國，名之曰華府會議，其目的在解決下列問題。

1. 限制軍備問題 包含海上，陸上及新戰鬥器等項。

英，美，日之有名海軍噸數水 5:5:3 即由此而定。

2. 遠東問題 包含中國問題，雅浦島問題，及西伯利亞問題等，中國問題由參加九國訂定九國協約專應付之。

3. 英，日同盟問題 英日同盟由英，美，法日四國之協約代之。

以上諸問題在當時雖有形式上的通過，但除英日同盟之消滅外，餘皆未見具體解決，如年來各國之擴充軍備，日對中之情形等皆足証之。

四、巴爾幹天產富饒，農產尤稱豐富，麥，玉蜀黍，煙草，果實及牛，羊，馬稱為世界上大倉庫，益以地當歐亞民族混合接觸地，民族異常複雜，語言，俗習，宗教錯綜異常，在歐戰茲連年爭鬥不息，是以慶歐洲火藥庫之稱，最大爆炸為1914年塞爾維亞刺客暗殺奧地利亞太子於薩拉耶佛，

因而引起第一次歐洲大戰。

五、英國現屬殖民地遍全球：

1. 在亞洲者有

- A. 海峽殖民地：當亞歐交通要衝，英貨推銷地。
- B. 印度及錫蘭為英之糧食供給地，歐亞航路中心。
- C. 北婆羅洲
- D. 緬甸
- E. 阿刺伯半島南岸之門曼及亞丁，亞丁尤為歐洲之門戶，重要異常。
- F. 香港 英在遠東根據地。

2. 在美洲者有

- A. 百慕大群島 Bermudas 為英直轄殖民地為英在北大西洋中之重要海軍根據地。
- B. 加拿大聯邦為英之自由殖民地，英每年移入約十萬人，對英本國之經濟及政治有極大之幫助。
- C. 紐芬蘭 New Foundland 為位于聖羅凌士灣口之一大島，漁業最盛，礦產多鐵。

3. 在澳洲者有

- A. 澳大利亞聯邦為英之自治殖民地。
- B. 新西蘭亦為英之自治殖民地。

4. 在非洲者有 Gambia, Sierra Leone, Gold Coast, Nigeria, St. Helena, Ascension, Tristan da Cunha I, Union of South Africa, Basutoland, Bechnanaland, Swaziland, South Rhodesia, North, Rhodesia, Nyassaland, Zanzibor, Kenia, Vganda British Somaliland, Anglo-Egyptian Sudan, Seychelles, Mauritius.

## 國立同濟大學公民試題

1. 民族主義的要素和民族構成的要素是否相同？
2. 民生主義之目的為何？其達到此目的之方法如何？
3. 破壞和建設何以必須相輔而行？
4. 試述禮義廉恥與衣食住行之關係？

## 解 答

- I. 民族主義的要素和民族構成的要素是不同的，茲分別述之如下：
  - (A) 民族構成的要素：有五，
    - (I) 血統——人類的共同生活，最初是血緣團體，民族在歷史的最初的形態，是血統關係，故血統是構成民族最大的要素。
    - (II) 生活——謀生的方法不同，所構成的民族也不同。像蒙古人逐水草而居，以遊牧為生活，什麼地方有水草便遊牧到什麼地方。由這種遷移的習慣，而結成一個很強盛的蒙古民族。
    - (III) 言語——如果外來民族得了我們的言語，便容易被我們感化，久而久之遂同化成一個民族。再反過來若我們知道外國言語，也容易被外國人同化，所以言語也是世界上構成民族的很大利量。
    - (IV) 宗教——大凡人類奉拜相同的神或信仰相同的祖宗，可以構成一個民族，如阿拉伯及猶太即其例也。
    - (V) 風俗習慣——如果人類中有一種特別相同的風俗習慣，久而久之，也可自行結合成一個民族。

(B) 民族主義的要素：有三：

(I) 國內民族一律平等——因為人民為建國的要素，應一律看待，不能有貴賤之分。

(II) 中國民族對外自求解放——中國民族對外國民族的壓迫，若想解去這種壓迫，靠別人是不能的，非自求解放不可。

(III) 世界各民族一律平等——我們自己得到自由以後，便是幫助世界上被壓迫的民族，使世界上的民族一律平等。

2. 民生主義的目的，就是要解決中國民族生活的問題。使國內民族都有飯吃，以便免除貧富懸殊的流弊。達到此目的的方法有二：

(a) 平均地權。 (b) 節制資本。

3. 破壞和建設必須相輔而行者，就是因為我們若想改良一個社會，第一先要明白這個社會的劣點在什麼地方，然後去改良牠，把牠破壞無餘以後，再建設一個適於人生的好社會，如是只知破壞舊社會，而不建設新社會，那麼社會必定愈來愈亂了。假使只是建設而不破壞也不能把社會改良了。故破壞與建設必須相輔而行。

4. 禮義廉恥與衣食住行的關係非常密切，一人的衣食住行的問題解決了以後，當然他要講禮義廉恥，假若他的衣食住行發生障礙而不能解決的時候，當然他就無暇去提倡禮義廉恥；所以衣食住行的問題解決，為禮義廉恥實行的第一個步驟。

## 同濟大學國文試題

## a. 作文

韓非字謂「威勢可以禁暴，德厚可以止亂」。其說諦否，試各就所見而論列之。

故鄉

水災速寫

(四題任作一題，文言語體不拘須加標點符號)

## b. 測驗

測驗——限十五分鐘完卷

一，試以適當之字填下列諸題括弧內空白。

1. 六藝之解釋有二：一指( )而言，一指( )而言。
2. 戰國時，( )家稱其領袖曰「鉅子」。
3. 先秦諸子中，持論有針對時勢，一變託古改制之習者為( )家。
4. 孔子刪詩之說始自( )。
5. 許慎說文解字序釋「假借」曰「六日假借( )是也。」
5. 三國作家，人稱「魏氏三祖」；三祖謂( )。
7. 僞古文尚書乃( )代( )所造。
8. 「文以載道」之說，倡自( )儒。
9. 明清以降所用詩韻，依據元代( )之( )。
10. 清代漢學家創吳派者為( )，創皖派者為( )；創常州學者為( )。

二，下列諸題，西文字母下之答案僅一組不誤，作者試塗去其誤者：

1. 我國詞有總集始自 a. 花間集, b. 花菴詞選 c. 尊前集 d. 草堂

詩餘。

2. 罪與罰爲a. 託爾斯泰b. 屠介涅夫c. 朶斯退易夫斯基d. 柴霍甫之代表作。
3. a. 小說b. 詩歌 c. 戲劇 d. 達樂世以其包含各種藝術，故稱綜合藝術，
4. a. 冰心b. 劉大白c. 俞平伯d. 徐志摩爲韻律詩人。
5. 新文學運動初期，提倡小品文最力者爲a. 胡適b. 周作人c. 朱自清d. 豐子愷e. 林語堂。

三，試釋下列諸語所代表之意義，不必說明其出處：

1. 杯弓蛇影      2. 越俎代庖      3. 流水高山
4. 削足適履      5. 幃燈匣劍。

## 解 答

b.

一，

1. (詩，書，易，禮，樂，春秋)；(禮，樂，射，御，書，數)
2. (墨)
3. (法)
4. (司馬遷史記)
5. (本無其字，依聲托事令，長)
6. (魏武帝曹操，魏文帝曹丕，魏明帝曹叡)。
7. (東晉)代(梅賾)。
8. (宋)
9. (劉淵)，(平水韻)。
10. (惠棟等)；(戴震等)；(莊存與，莊有可等)

## 二、

1. 我國詞有總集始自a.花間集。
2. 罪與罰爲c. 桑斯退易夫斯之代表作。
3. c. 戲劇，世以其包含各種藝術，故稱綜合藝術。
4. d. 徐志摩爲韻律詩人。
5. 新文學運動初期，提倡小品文最力者爲b. 周作人。

## 三、

1. 杯弓蛇影——稱事之虛幻者曰杯弓蛇影。
2. 越俎代庖——潛越己職，代人行事曰越俎代庖。
3. 流水山高——示知音也。
4. 削足適履——示勉強之意。
5. 韓燈匣劍——喻光氣不能掩也。

## 國立同濟大學英文試題

1. Correct the following
  1. The apple tasted sweetly.
  2. He has absented for two days.
  3. I have the same book as you have bought.
  4. He has finished his work when I went to see him.
  5. The thief hidden behind the tree has been found.
  6. Will you be sixteen years old the year after the next?
  7. Had the roof fallen down when I was inside I would be crushed.
  8. Get rid of your bad friends, lest you may become bad.

9. The naughty boy cried very bitterly and seemed to be beaten by his mother.
10. That pear tree not only died but also withered.
2. Expand the phrases in the following sentences into different kinds of clauses.
  1. Simon Peter, having a sword, drew it.
  2. The regrets not having read it.
  3. Sitting there, I heard the cry of "fire".
  4. The bridges having been swept away, we returned.
  5. They went to the temple, suing for pardon.
  6. Desiring to live long, no one would be old.
  7. All things else being destroyed, virtue could sustain itself.
  8. The weather is so warm as to dissolve the snow.
3. Write a short paragraph on "A Summer Night".

### 解 答

1. Correct the following
  1. The apple tasted sweet.
  2. He has been absente for two days.
  3. I have bought the same book as you have.
  4. He had finished his work when I went to see him.
  5. The thief hidding behind the tree has been found.
  6. Shall you be sixteen years old the year after next?
  7. Had the roof fallen down when I was inside I should have been crushed.

8. Get rid of your bad friends, lest you should become bad.
  9. The naughty boy cried very bitterly, as if he had been beaten by his mother.
  10. That pear tree not only withered but also died.
2. Expand the phrases in the following sentences into different kinds of clauses.
1. Simon Peter drew the sword which he has.
  2. I regreted that I have not read it.
  3. When I sat there, I heard the cry of "fire".
  4. When the bridges have been swept away, we returned.
  5. They went to the temple in order that they might see her for pardon.
  6. No one would be old, because everyone desires to live long.
  7. Though all things else was destroyed, virtue could sustain itself.
  8. The weather is so warm that the snow dissolves.
3. Write a short paragraph on "A Summer Night".

### 國立同濟大學數學試題

三角：

1. 求證下列二式：

$$(a) \sin^{-1}(3x - 4x^3) = 3 \sin^{-1}x.$$

$$(b) \cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3 \cos^{-1}x.$$

2. 圖中已知者為： (圖略)

$$CD = a, \quad ACD = x,$$

$$BCO = B, \quad BDC = P,$$

$$\text{錢 } ABC = I.$$

問 AB 之距爲若干。

代數： 3. 求級數公式

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1) = ?$$

4. 求下列二式  $x$  之值

$$(a) \quad x^4 - 8x^2 + 12 = 0$$

$$(b) \quad 1000x^6 - 6119x^3 + 9291 = 0$$

幾何： 5. 正多稜體共有幾種，試繪每種表面展開圖。

6. 有高 66 公尺之圓煙囪，頂部內直徑爲 2.2 公尺，磚厚 20 公分，底部內直徑爲 4.0 公尺，磚厚 90 公分，設磚之比重爲 1.8 求該煙筒之重。

7. 三等分三角形之面積，其分線應與底邊平行。  
(作圖題)

解析幾何： 8. 試證明下列各式係何種曲線？

$$(a) \quad 5x^2 + 4xy + 2y^2 - 18x - 12y + 15 = 0.$$

$$(b) \quad 9x^2 - 24xy + 16y^2 + 220x - 40y - 100 = 0$$

$$(c) \quad y^2 - 10xy + y + x^2 + x + 1 = 0.$$

$$(d) \quad x^2 - y^2 - 6x - 4y + 4 = 0.$$

9. 經  $P(-3, 9)$  點，作直線切圓  $x^2 + y^2 = 5$  求切線方程式。

10. 求直線  $y = x + 4$  與拋物線  $y = 5x^2$  之交點。

## 解 答

1. a)  $\sin^{-1}(3x - 4x^3) = 3 \sin^{-1}x$

$$\sin[\sin^{-1}(3x - 4x^3)] = \sin(3\sin^{-1}x)$$

$$\underline{3x - 4x^3} = \sin 3(\sin^{-1}x)$$

$$= 3\sin(\sin^{-1}x) - 4\sin^3(\sin^{-1}x)$$

$$= 3x - 4(\sin \sin^{-1}x)^3$$

$$= \underline{3x - 4x^3}$$

b)  $\cos^{-1}(4x^3 - 3x) = 3\cos^{-1}x$

$$\cos[\cos^{-1}(4x^3 - 3x)] = \cos(3\cos^{-1}x)$$

$$\underline{4x^3 - 3x} = \cos 3(\cos^{-1}x)$$

$$= 4\cos^3(\cos^{-1}x) - 3\cos(\cos^{-1}x)$$

$$= 4[\cos(\cos^{-1}x)]^3 - 3x$$

$$= \underline{4x^3 - 3x}$$

2.

3.  $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 6 \dots \dots \dots n(n+1)$

$$= (1^2 + 1) + (2^2 + 2) + (3^2 + 3) + (4^2 + 4) + \dots \dots (n^2 + n)$$

$$= 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots \dots n^2 + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots \dots n$$

可分為二部計算：

A.  $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots \dots \dots n^2$ ;

代入公式，  $S_n = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$

$$\therefore 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots \dots n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

B.  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots \dots \dots + n$   $d=1$

$$\text{代入公式} \quad S = \frac{n}{2}(a+L)$$

$$a=1, \quad L=n.$$

$$\therefore 1+2+3+4+\dots+n = \frac{n}{2}(1+n)$$

由 A. B. 故知：

$$1^2+2^2+3^2+4^2+\dots+n^2+1+2+3+4+\dots+n$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)+3n(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$\therefore 1 \cdot 2+2 \cdot 3+3 \cdot 4+4 \cdot 5+\dots+n(n+1)$$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)+3n(n+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$4. (a) \quad x^4 - 8x^2 + 12 = 0$$

$$(x^2-6)(x^2-2) = 0.$$

$$\therefore x^2 = 6, \quad \text{或} \quad x^2 = 2.$$

$$x = \pm \sqrt{6} \quad \text{或} \quad x = \pm \sqrt{2}.$$

$$(b) \quad 1000x^6 - 6119x^3 + 9261 = 0 \dots \dots \dots (1)$$

$$8 \cdot 125x^6 - 6119x^3 + 27 \cdot 343 = 0$$

$$(8x^3 - 27)(125x^3 - 343) = 0$$

$$(2^3x^3 - 3^3)(5^3x^3 - 7^3) = 0 \dots \dots \dots (2)$$

由 (2) 得：—

$$A. \quad 2^3x^3 - 3^3 = 0$$

$$x^3 - \frac{3^3}{2^3} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right) \left(x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3^2}{2^2}\right) = 0$$

$$(2x-3)(4x^2+6x+9)=0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{3}{2}, \text{ 或 } x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-4 \times 9}}{4} \\ &= \frac{-3 \pm 3\sqrt{3}i}{4} \\ &= -\frac{3}{4}(1 \pm \sqrt{3}i) \end{aligned}$$

B.  $5^3x^3 - 7^3 = 0$

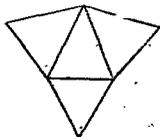
$$(5x-7)(25x^2+35x+49)=0$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{7}{5}, \text{ 或 } x = \frac{-35 \pm \sqrt{35^2 - 4 \times 25 \times 49}}{50} \\ &= \frac{-35 \pm \sqrt{-3675}}{50} \\ &= \frac{-7 \pm \sqrt{-147}}{10} = \frac{-7(1 \pm \sqrt{3}i)}{10} \end{aligned}$$

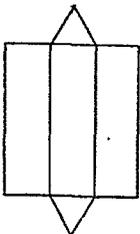
$$\therefore x = \frac{3}{2}, -\frac{3}{4}(1 \mp \sqrt{3}i), \frac{7}{5}, -\frac{7}{10}(1 \pm \sqrt{3}i)$$

5. 正多稜體有二種：

第一種：正多稜錐



第二種： 正多稜柱



6. 設  $V_1$  為圓煙囪之體積。

$$\begin{aligned} \text{則 } V_1 &= \frac{1}{3} \cdot 66 \times \left[ \pi \times \left( \frac{2.2}{2} \right)^2 + \pi \times 2^2 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\pi \times \left( \frac{2.2}{2} \right)^2 \times \pi \times 4} \right] \text{m}^3 \\ &= 22[1.21\pi + 4\pi + 2.2\pi] \text{m}^3 \\ &= 22[7.41\pi] \text{m}^3 \\ &= 163.02\pi \text{m}^3 \end{aligned}$$

設  $V_2$  為圓煙囪中間空洞之體積。

$$\begin{aligned} \text{則 } V_2 &= \frac{1}{3} \times 66 \left[ \pi (1.1 - .2)^2 + \pi (2 - .9)^2 \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{\pi (1.1 - .2)^2 \pi (2 - .9)^2} \right] \text{m}^3 \\ &= 22[0.81\pi + 1.2\pi + 0.99\pi] \text{m}^3 \\ &= 22[3.01\pi] \text{m}^3 \\ &= 66.22\pi \text{m}^3 \end{aligned}$$

則  $V_1 - V_2$  為圓煙囪壁之體積以  $V$  代之。

$$163.02\pi \text{m}^3 - 66.22\pi \text{m}^3 = 96.8\pi \text{m}^3,$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{該圓煙囪之重} &= \text{比重} \times \text{體積} \\ &= 1.8 \times 1000 \text{Kg./m}^3 \times 96.8 \pi \text{m}^3 \\ &= 174240 \text{ Kg.} \end{aligned}$$

7. 題設：  $\triangle ABC$

求作：二線平行底邊(BC)，且將三角形分為三等分。

作法：作  $\triangle A'C'E'$  令  $A'C' = AC$ ,

$$C'E' = \sqrt{\frac{4}{3}} AC,$$

$\angle A' = \text{直角}$ 。

作  $\triangle A'C''F'$  令  $A'C'' = AC$ ,

$$C''F' = \sqrt{\frac{5}{3}} AC, \quad \angle A' = \text{直角}。$$

在  $\triangle ABC$  中，AC 邊上取 E, F 兩點。

令  $AE = A'E'$ ；  $AF = A'F'$ 。

由 E, F 兩點作  $ED // HF // CB$ 。

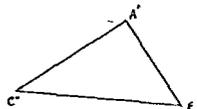
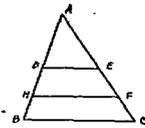
則 ED 及 HF 所求之線。

証：  $\triangle AED \sim \triangle AFH \sim \triangle ACB$

$$AE : AC = \left( \sqrt{\frac{4}{3}} - 1 \right) : 1 = \sqrt{\frac{1}{3}} : 1$$

$$\therefore \overline{AE}^2 : \overline{AC}^2 = \frac{1}{3} : 1$$

$$AF : AC = \left( \sqrt{\frac{5}{3}} - 1 \right) : 1 = \sqrt{\frac{2}{3}} : 1$$



$$\therefore \overline{AF}^2 : \overline{AC}^2 = \frac{2}{3} : 1$$

$$\triangle AED : \triangle ACB = \overline{AE}^2 : \overline{AC}^2 = \frac{1}{3} : 1$$

$$\therefore \triangle AED = \frac{1}{3} \triangle ACB.$$

$$\triangle AFD : \triangle ACB = \overline{AF}^2 : \overline{AC}^2 = \frac{2}{3} : 1$$

$$\therefore \triangle AFD = \frac{2}{3} \triangle ACB.$$

$$\therefore \text{梯形 } DEFH = \frac{2}{3} \triangle ACB - \frac{1}{3} \triangle ACB = \frac{1}{3} \triangle ACB.$$

$$HFCB = \triangle ACB - \frac{2}{3} \triangle ACB - \frac{1}{3} \triangle ACB.$$

$\therefore$  ED 及 HF 皆平行於 CB, 且將  $\triangle ABC$  分爲三等分。

8. (a)  $5x^2 + 4xy + 2y^2 - 18x - 12y + 15 = 0.$

$$\textcircled{II} = (4 \times 5 \times 2 \times 15) + (4 \times -18 \times -12) - (5 \times 12^2)$$

$$= (2 \times 18^2) - (15 \times 4^2)$$

$$= 600 + 864 - 720 - 648 - 240$$

$$= -144$$

$$\therefore \textcircled{II} \neq 0.$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 5 \times 2 = -24$$

$$\therefore \Delta < 0$$

$\therefore$  此式係橢圓。

- (b)  $9x^2 - 24xy + 16y^2 + 220x - 40y - 100 = 0$   
 $\textcircled{B} = (4 \times 9 \times 16 \times -100) + (-24 \times 220 \times -40) -$   
 $(9 \times 40^2) - (16 \times 220^2) - (-100 \times 24^2)$   
 $= 211200 - 14400 - 774400 \neq 0.$   
 $\Delta = 24^2 - 4 \times 9 \times 16 = 0.$   
 $\therefore$  此式係拋物線。
- (c)  $y^2 - 10xy + y + x^2 + x + 1 = 0.$   
 $\textcircled{B} = (4 \times 1 \times 1 \times 1) + (1 \times 1 \times 1) - (1 \times 1^2) -$   
 $(1 \times 1^2) - (1 \times 10^2).$   
 $= 4 + 1 - 1 - 1 - 100 \neq 0.$   
 $\Delta = 10^2 - 4 \times 1 \times 1 = 96.$   
 $\therefore \Delta > 0.$   
 $\therefore$  此式係雙曲線。
- (d)  $x^2 - y^2 - 6x - 4y + 4 = 0$   
 $\textcircled{B} = (4 \times 1 \times -1 \times 4) + (0) - (1 \times 4^2) -$   
 $(-1 \times 6^2) - (0)$   
 $= -16 - 16 + 36 \neq 0.$   
 $\therefore \Delta > 0.$   
 $\therefore$  此式係雙曲線。

9. 設  $P_1(x_1, y_1)$  為經  $P(-3, 9)$  對  $x^2 + y^2 = 45$  所作切線之切點。

則此方程式為：  $-3x_1 + 9y_1 = 45 \dots\dots\dots(1)$

同時，  $x_1^2 + y_1^2 = 45 \dots\dots\dots(2)$

解 (1) 和 (2),

由 (1),  $-x_1 + 3y_1 = 15$

$$3y_1 - 15 = x_1$$

以  $(3y_1-15)$  代  $x_1$  替入 (2),

$$(3y_1-15)^2 + y_1^2 = 45,$$

$$9y_1^2 - 90y_1 + 225 + y_1^2 - 45 = 0,$$

$$10y_1^2 - 90y_1 + 180 = 0,$$

$$y_1^2 - 9y_1 + 18 = 0,$$

$$(y_1-3)(y_1-6) = 0$$

$$y_1 = 6 \text{ 或 } 3.$$

$$\therefore x_1 = 3 \text{ 或 } -6.$$

$\therefore$  此切線之方程爲：

$$y_1y + x_1x = 45 \dots\dots\dots(3)$$

以  $\begin{matrix} y_1=6 \\ x_1=3 \end{matrix}$  替入 (3),  $6y + 3x = 45.$

$$x + 2y = 15.$$

再以  $\begin{matrix} y_1=3 \\ x_1=-6 \end{matrix}$  替入 (3),  $\begin{matrix} 3y - 6x = 45 \\ y - 2x = 15. \end{matrix}$

$\therefore$  此所求切線之方程爲：

$$x + 2y = 15, \text{ 及 } y - 2x = 15.$$

10.  $y = x + 4 \dots\dots\dots(1)$

$$y = 5x^2 \dots\dots\dots(2)$$

以  $(x+4)$  代  $y$  替入 (2),  $x+4 = 5x^2$

$$5x^2 - x - 4 = 0$$

$$(5x+4)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{4}{5} \text{ 或 } 1.$$

$$\therefore y = \frac{16}{5} \text{ 或 } 5.$$

$$\therefore \text{ 所求之交點爲： } \left. \begin{array}{l} x = -\frac{4}{5} \\ y = \frac{16}{5} \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 1 \\ y = 5 \end{array} \right\}$$

### ○ 國立同濟大學理化試題

#### (一) 物理

1. (a) 力 30 gm. 牽動質量 50 gm, 使於水平面上由靜止作加速運動設不計摩擦力, 試求加速度及 5 秒後之變位。
- (b) 又前題中物體與平面間之摩阻係數為 0.1 試求 5 秒後物體之運動能。
2. 求混合後之溫度。
  - (a) 0°C 冰塊 15Kg 與 100°C 蒸氣 2Kg 相混合。
  - (b) 30°C 比熱 0.1 之銅塊 100gm; 20°C 比熱 0.03 之鉛塊 300gm, 與 80°C 之水 100gm, 相混合。
3. 試證明球面鏡之公式：

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

4. 有書出
  - (a) Lenz 定律
  - (b) Ohm 定律
5. 試簡述下列幾種放射線之性質。
  - (a) X 線。

- (b) 陰極線
- (c) 陽極線
- (d)  $\alpha$  線
- (e)  $\beta$  線
- (f)  $\gamma$  線。

(二) 化學

1. 試述週期律之缺點及其對於研究化學之便利。
2. 試述勒白浪克氏 (Lenblanc) 及索爾物氏 (Solvoy) 碳酸鈉之工業法。
3. 試書下列各物之化學分子式：
  - (a) 二氧化氫
  - (b) 過錳酸鉀
  - (c) 漂白粉
  - (d) 紅血鹽。
  - (e) 黃血鹽。
  - (f) 氯酸鉀
  - (h) 重鉻酸鈉
  - (i) 亞硫酸鈉
  - (j) 水玻璃。
4. 今有銅 15.9 克與濃硫酸作用間可製二氧化硫若干方厘(c.c)並用去硫酸氫若干克。

$$\begin{array}{l} \text{原子量：} \quad \text{Cu} = 63.6 \quad \text{S} = 32. \\ \quad \quad \quad \quad \text{O} = 16 \quad \quad \text{H} = 1. \end{array}$$

解 答

- (一) 物理。

1. (a)  $30g$ 之力  $= 30 \times 980 \text{ dyne} = 29400 \text{ dyne}$ .

由  $F = ma$ ,

則  $29400 \text{ dyne} = 50g \times a$

$$\therefore a = \frac{29400 \text{ dyne}}{50g} = 588 \text{ cm/sec}^2$$

$$\begin{aligned} \text{又 } 5 \text{ 秒後之變位} &= \frac{1}{2} \times 588 \text{ cm/sec}^2 \times (5 \text{ Sec})^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 588 \text{ cm/sec}^2 \times 25 \text{ sec}^2 \\ &= 7350 \text{ cm}. \end{aligned}$$

$\therefore$  加速度為  $588 \text{ cm/sec}^2$  五秒後之變位為  $7350 \text{ cm}$ .

(b) 物體與平面間之摩擦係數為  $0.1$  故摩擦力為  $0.1 \times 50g$ .  
 $= 5g \text{ of } Wt.$

故使物理得加速度之力只有  $30 - 5g \text{ wt.} = 25g \text{ wt.}$

$\therefore 25 \times 980 \text{ dyne} = 50g \times a$ .

$$\therefore a = \frac{24500}{50} \text{ cm/sec}^2 = 490 \text{ cm/sec}^2$$

$V = at = 490 \text{ cm/sec}^2 \times 5 \text{ sec} = 2450 \text{ cm/sec}$ .

故 5 秒後物體之運動能

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 50g \times (2450 \text{ cm/sec})^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 50g \times 6002500 \text{ cm}^2/\text{sec}^2 \\ &= 150062500 \text{ Erg}. \end{aligned}$$

2. (a)  $0^\circ\text{C}$  之冰  $15\text{Kg}$  化爲  $0^\circ\text{C}$  之水所吸之熱爲

$$15000 \times 80 \text{ cal.} = 1200000 \text{ cal.}$$

$100^\circ\text{C}$  之蒸汽  $2\text{Kg}$  化爲同溫度之水所放之熱量爲

$$2000 \times 536 \text{ cal.} = 1072000 \text{ cal.}$$

冰化成  $0^\circ\text{C}$  之水後及蒸汽化成  $100^\circ\text{C}$  之水後其熱之差爲

$$1200000 \text{ cal.} - 1072000 \text{ cal.} = 128000 \text{ cal.} \quad (\text{即尙少熱})$$

128000 cal.)

設兩者相溶後之溫度為X度。

$$\text{則 } 15000X = 2000(100 - X) - 128000$$

$$15000X + 2000X = 200000 - 128000$$

$$17000X = 72000$$

$$\therefore X = \frac{72000}{17000} = 4.23$$

答兩者相溶後水之溫度變成4.23°C

(b) 設此三者混合後之溫度為X度。

$$\text{則 } 100(80 - X) = 100 \times 0.1 \times (X - 30) + 300 \times 0.03(X - 25)$$

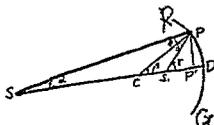
$$8000 - 100X = 10X - 300 + 9X - 225$$

$$119X = 8525.$$

$$\therefore X = \frac{8525}{119} = 71.64.$$

答此三者混合後之溫度為71.64°C

3.



本圖SD為RG凹面鏡之主軸，由S而來之光線中SD因與鏡面垂直，故反射後仍沿原路折回，SP在P所作之法線PC成投射角 $\theta$ 依反射定律其反射線 $PS_1$ 與PC亦作 $\theta$ 之角度且 $\gamma = \theta + \beta$   $\beta = \theta + \alpha$   $\therefore 2\beta = \alpha + \gamma$ .

再由P引垂線與主軸相交於P'因各角之數值均甚小。可用其正切代之  $\tan \alpha + \tan \gamma = 2 \tan \beta$ .

$$\frac{PP'}{SP'} + \frac{PP'}{S_1P'} = 2 \frac{PP'}{CP'} \text{ 或 } \frac{1}{SP'} + \frac{1}{S_1P'} = 2 \frac{1}{CP'}$$

鏡面大時  $P'$  與  $D$  其近可以看作一點，故可用  $D$  代之  $P'$  而  $SD$  表光點與鏡面間距離以  $a$  代之， $S_1D$  表像點與主鏡面間距離通常以  $b$  代之， $CD$  為鏡面之曲率半徑通常以  $r$  代之 即  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r}$ .

如將光點放在無限遠處則投射光線成平行光線此時  $a = \infty$

由上式得  $\frac{1}{b} = \frac{2}{r}$  即反射線集於一點，此點與鏡面間距離等於曲

率半徑之半，如是之點曰主焦點其與鏡間之距離  $f$  曰焦點距離

上式遂成  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ .

4. a. Lenze 定律——凡導體在磁場中起相對運動則生誘導電流，其電流方向係生一磁場以反抗此運動，
- b. Ohm 定律——導線中之電流恒與其電動力為正比，而與電路之全抵抗成反比。
5. 各種放射線之性質如下：
  - (a) X線——X線不生屈折，反射，干涉偏光諸現象能穿過玻璃及平常光線所不能穿過之多種物質，能使照像乾片起變化，能使發生螢光之物質發螢光，能使氣體游子化，不受磁場及電場之作用，不若尋常光波起連續振動，有殺菌力。
  - (b) 陰極線——能使螢光體或磷光體發螢光或磷光，無透射金屬之性質，有動能無屈折，反對諸性質，有熱放應，能受磁場或電場之影響而偏向。
  - (c) 陽極線——陽極線是由帶陽電之粒子而成，與陰極線進行之方向相反，亦能誘發磷光及螢光，實測結果此種粒子之速度為  $2 \times 10^8$  每秒，其質量大約與原子之

質量相等。

- (d)  $\alpha$  線——透射力甚小，其化氣體為電導體之力甚大，其在破壞內所受之偏向甚小且偏向之方向，與  $\beta$  線相反因此決定其為帶陽電之粒子。
- (e)  $\beta$  線——透射力較  $\alpha$  線為大此線與陰極線完全相同即為以為每秒60000哩至180000哩之速度射出之電子流。
- (f)  $\gamma$  線——透射力最大，且絲毫不受磁場及電場之影響而趨偏向，實為能媒中一種有規則之波，則  $x$  綫略短通常認為  $\beta$  綫之粒子與周圍物質衝突時發生。

(二) 化學。

1. 週期律宿缺點如下：

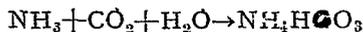
- a. 氫無位置，
- b. 有許多原子量大的原素在原子量及的原素之前。
- c. 第八組無意義。
- d. 一組中之原素彼此不甚相似。
- e. 稀土金屬無位置。
- f. 各原素僅是性質上的關係

對於研究化學之便利如下：

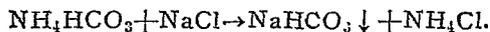
- a. 預告新原素
- b. 校正試驗工作
- c. 激勵研究
- d. 判斷新發現之原素之性質正確否。
- e. 幫助記憶。

2. A. 索爾物氏 (Solway) 造硫酸鈉之工業法有三大步驟

- a. 把阿母尼阿和過量的二氧化碳氣溶解在水中造成碳酸氫鈉  $\text{NH}_4\text{HCO}_3$



- b. 碳酸氫鈉和氯化鈉發生反應，生碳酸氫鈉沉澱



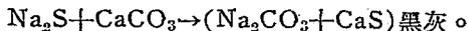
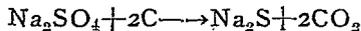
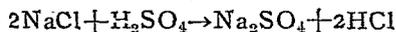
- c. 把碳酸氫鈉加熱變為碳酸鈉。



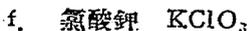
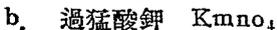
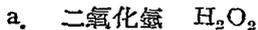
工廠中把鹽水用阿母尼阿飽和後抽到吸水塔中，從塔底用壓力通進二氧化碳氣和這種鹼性鹽水發生反應，生碳酸鈉沈澱，把他濾開，濾渣加熱就得出碳酸鈉來

- B. 路布蘭法——第一步用食鹽與濃硫酸混合，加熱製成

硫酸鈉，第二步將硫酸鈉與炭及石灰石混合一同加熱則先成硫化鈉，再與石灰石起作用而成碳酸鈉及硫化鈣之混合物，硫化鈣不溶於水而碳酸鈉溶於水，將此水蒸發即可得碳酸鈉之結晶。其生成之方程式如下：



3. 各物之化學分子式如下：



- h. 重鉻酸鉀  $K_2Cr_2O_7$   
i. 亞硫酸鉀  $Na_2SO_3$   
j. 水玻璃  $Na_2SiO_3$
4.  $Cu + 2H_2SO_4 \rightarrow SO_2 + 2H_2O + CuSO_4$   
分子量 63.6    196.

設 15.9g 之銅可制二氧化硫 Xc.c.

則  $15.9g : 64.6g = X : 22400$

$$\therefore X = \frac{15.9 \times 22400}{63.6} = 5600 //$$

答可製二氧化硫 5600 C.C.

又設製 5600 C.C. 二氧化硫酸氫 Xg.

則  $63.6 : 196 = 15.9 : X$

$$\therefore X = \frac{196 \times 15.9}{63.6} = \frac{196}{4} = 49 //$$

答需要硫酸氫 49g //

G.E.D.



An Advanced English Grammar 習題解答

楊天芬女士編

定價一元

英文文法及造句表解

王季山先生編

定價三角

華北經濟概論

田中忠夫著  
姜般若先生譯

定價六角

日語文法表解

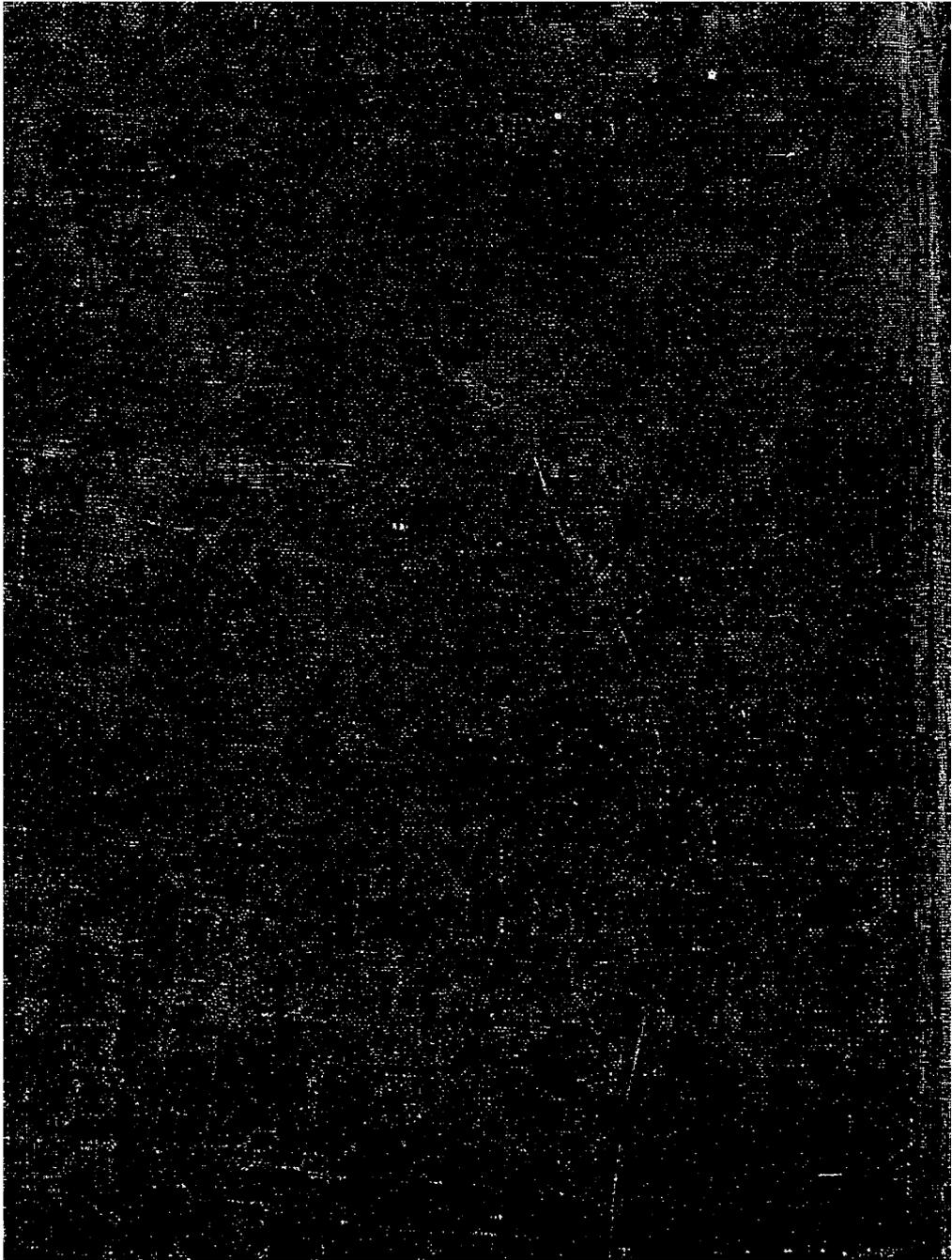
關哉生先生編

定價三角

外國地理教科書

王謨先生著

定價一元



二 十 四 年 度

全 國 各 大 學 入 學 試 題 解 答

二 十 五 年 六 月 出 版



版 權

解 答 者 北 平 師 大 附 中 一 九 三 六 高 中 二 班 自 治 會

編 輯 者 北 京 出 版 社 編 輯 部

印 行 者 北 京 出 版 社

北 平 東 帥 府 胡 同 甲 十 號 電 話 東 局 五 三 二

各 省 市 各 大 書 店 均 有 代 售

一 九 三 六 年 一 月 十 九 日



中華民國二十二年