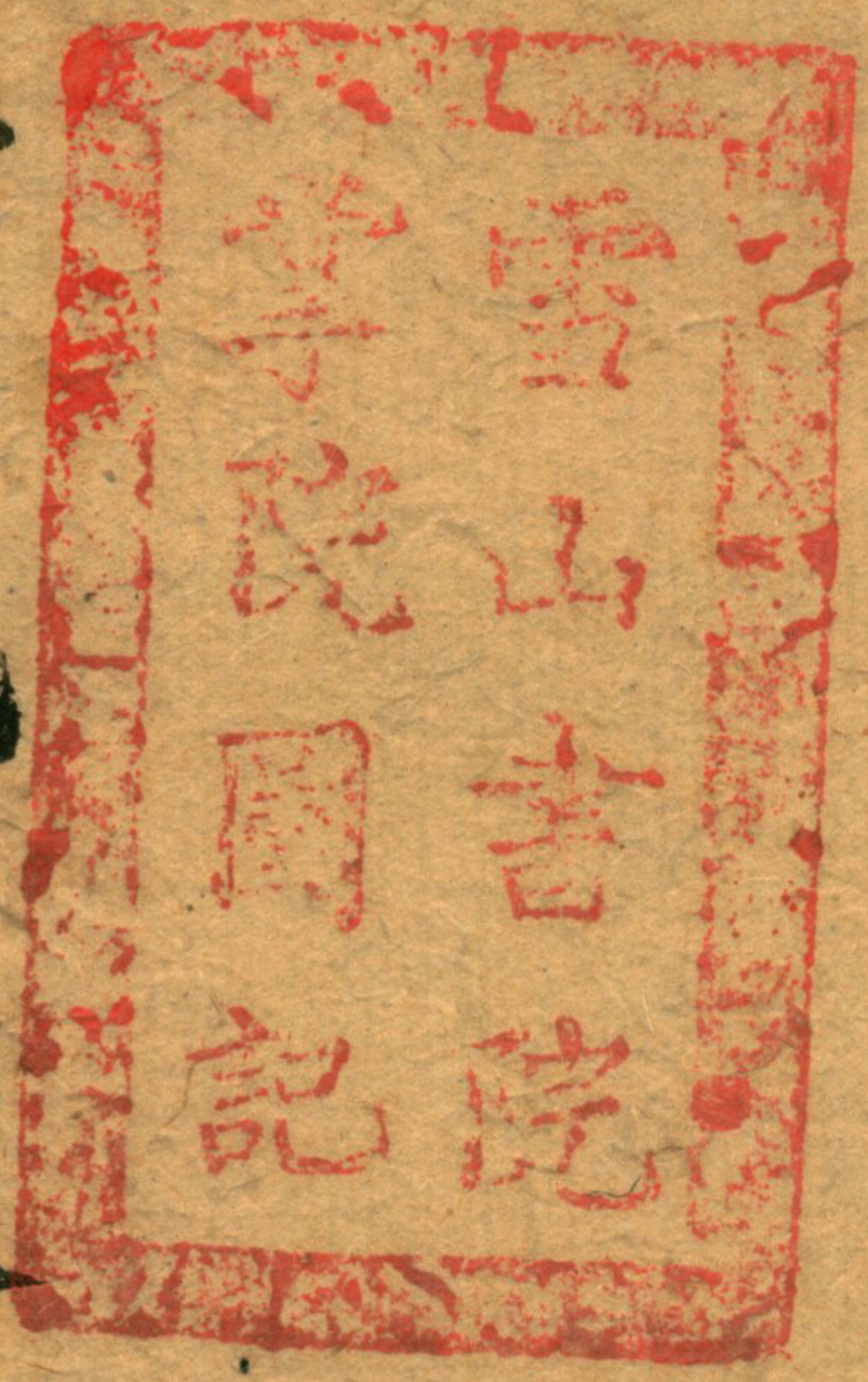
梅氏叢書



計貳拾肆本

卷二十七至二十九

藏書院記

戊辛庚巳壬五等邊形。即十二等面立體之一面。亦即分體形之底。乃錐形之底。丙乙為平面心。至體心之垂線。亦即分體形之中高。又為體內切渾圓之半徑。亦即為十二等面之切二千等面之半徑。丁為全體之中心。又為十二分體之上銳即五等面錐形之頂。戊辛壬巳等皆各面之外周線也。即邊為體之稜。亦名邊之為根。自分各邊為兩具分處為癸為甲作垂線至邊。如癸丙甲丙即名邊折半處。

乃自癸至甲聯爲癸乙甲線。又自此癸三角形面。各甲皆分體形自頂銳至各邊之斜形。即爲自丁心至平面角之線。如丁辛丁癸等點在各邊爲折中。又自丁至體周之線。丁癸丁等在分體。即爲自底角至頂銳之稜。又爲外切渾圓之半徑。又爲外切二十等面體算法爲全數與五面之面。即戊辛庚已壬。

甲辛又五乘之得戊辛庚已壬五角形之面積。甲丙辛角爲五等邊平面形。故丁癸丁餘角甲辛丙必五十四度

圖 天雨流芳

以甲丙乘

次算面上大橫線即甲癸又全數與三十六度之正弦。

次算中高線丙丁法爲全數與七十二度之割線。若甲乙與甲丁也。因邊平切十等度半之爲十八度即乙甲丙與甲乙也。倍甲乙得甲癸。

七十二度即乙甲丁角。餘角乃以甲丁爲弦甲丙爲句。兩冪相減。開方得股。即丙丁也

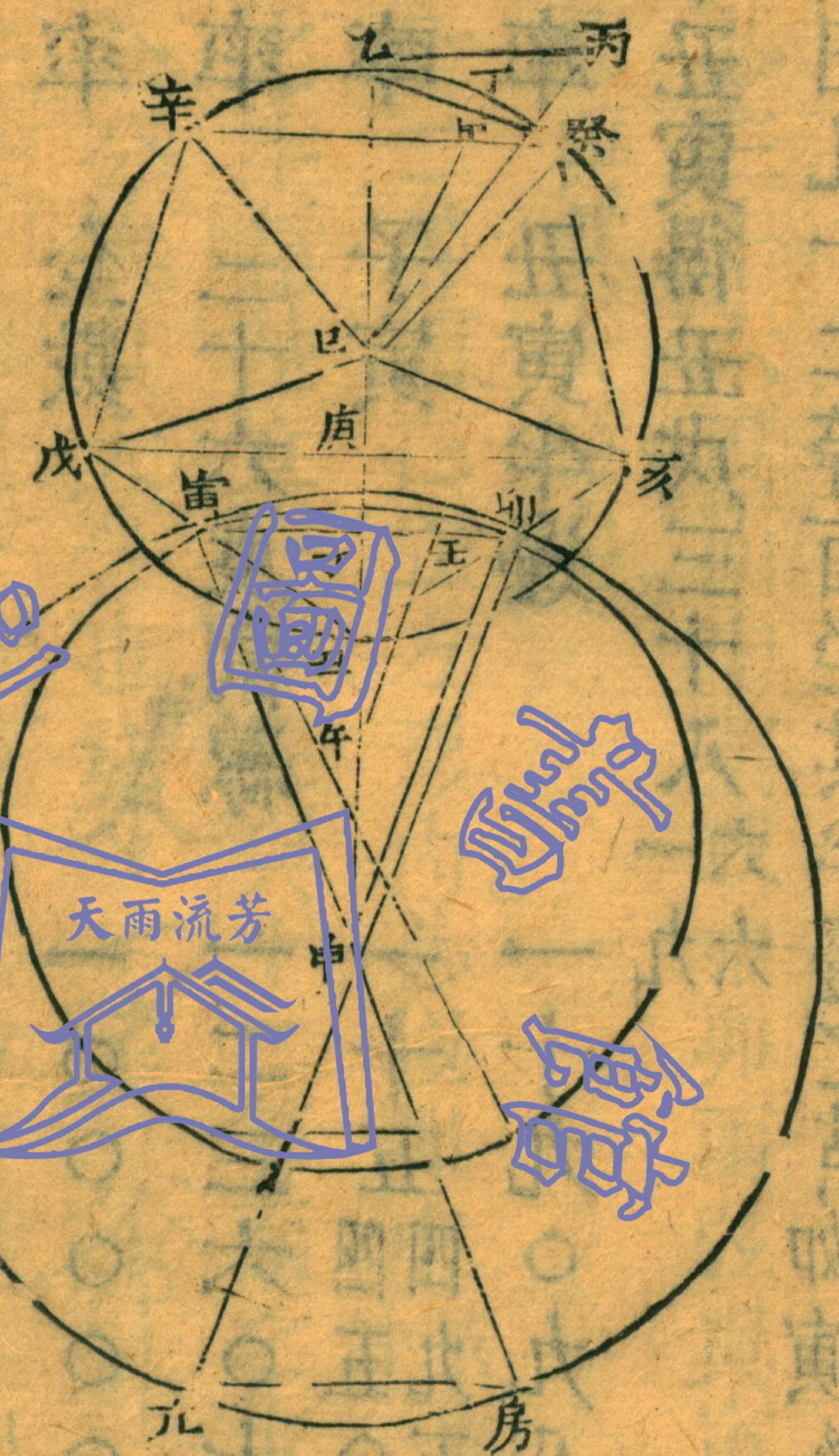
次算分體之積。以中高丙丁乘戊辛底。得數三分而取其一。爲分體之積。

末算全體總積。以十二乘之。即得總積。

設十二等面體之邊一百
依法求得全體總積七百六十八萬二千二百一十五
求外切內容之立方及外切之圓法
置十二等面邊爲理分中末線之小分。求其大分。爲內容立方之邊。
置十二等面邊爲理分中末線之小分。求其全分。爲外切立方之邊。
置內容立方邊自乘而三之。開方得外切圓全徑。

十二等面體分形　用理分中末線

寅卯點爲邊折半處。



中爲體心　卯中爲外切立方半徑　卯亢爲外切立方全徑。設一百　寅卯線與卯中半徑若理分中末之大分與其全數也。在圓內爲三十六度之分圓　辛癸辛戊等俱七十二度之分圓　乙巳爲半徑。巳丑同　乙癸爲二十六度之通弦。乙巳半徑與乙癸亦若理分中末之全數與其大分也。故乙巳

癸三角形與卯中寅相似

若取乙丙切線如乙癸之度。則丙巳必同亥癸邊。即七十二度通弦乙癸折半於甲。則甲乙爲十八度通弦。再於寅卯線取子壬如乙甲。取壬午如乙巳半徑。巳子至午中末。乃自卯作線至中與壬午平行。因得寅與卯中等。則寅中卯即爲橫切之半面

一率	全數	一〇〇〇〇〇
二率	二十六度割線	一一一二六〇七
三率	子寅	一十五四五〇八 四九五
四率	丑寅半邊	一七九〇九八三

倍丑寅得丑戊三十八一九六六

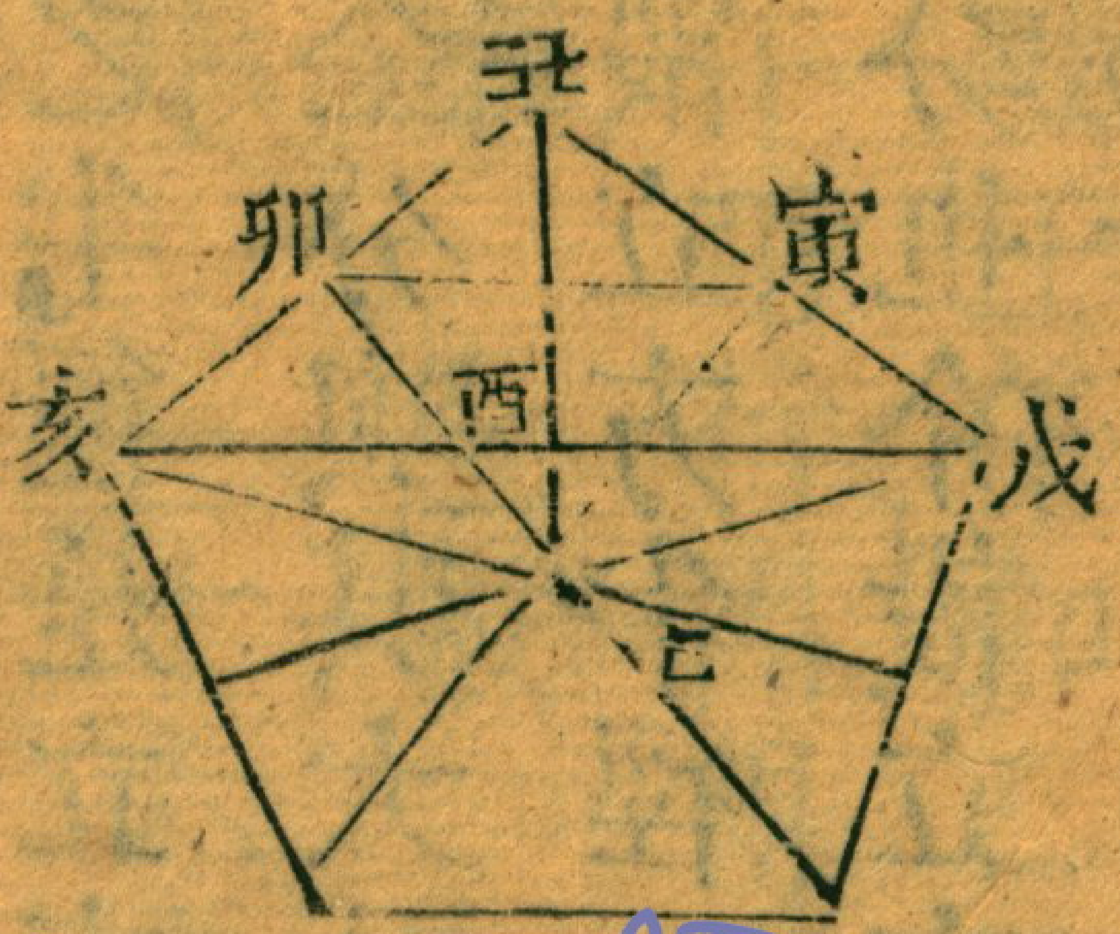
論曰凡十二等面從其半邊之點如寅如卯聯爲線以割至體之心

中點則所剖成寅中卯三角形平面必為全圓十之一即寅中卯角必三十六度而中寅或中卯兩弦與寅卯底若理分中末之全分與其大分矣。

又十二等面在立方形內必以卯中或寅中自心至邊之線當立方之半徑是立方半徑與十二等面之寅卯線亦若理分中末之全分與其大分也。

若設立方半徑一百則寅卯必六十一八〇三三九八如理分中末之大分也今設立方全徑一百其半徑五十則寅卯亦必三十〇九〇一六九九如大分之半矣。寅卯二點既在丑戊丑亥兩邊之折半則戊亥大橫線必倍大於寅卯而與理分中末大分之全相應為六十一八〇三三九八

此皆設立方半徑五十之數也而半徑五十其全徑必一百故知設徑一百則十二等面之大横線必六十一八〇三三九八而竟同理分中末大分之數也既得此大横線則諸線可以互知



試先求邊

法爲酉戌半大横線與丑戌等邊若全數與三十六度之割線也

一率	全數	一〇〇〇〇〇
二率	三十六度割線	一二三六〇七
三率	酉戌半大横線	三十〇九〇一六九九
四率	丑戌全邊	三十八一九六六

曰五等邊各自其角如丑巳戌等其半必三十六度。角角皆七十二度而丑戊酉與丑巳寅共角為三十六度。

十二等面求積

設邊即丑亥丑戌等三十八一六九

一面之平冪二千五百四十二三

分體立錐之中高巳中垂線卯巳二十六二八

分積三萬五千四百九十二

為十二之一。

全積四十二萬五千七百五十。

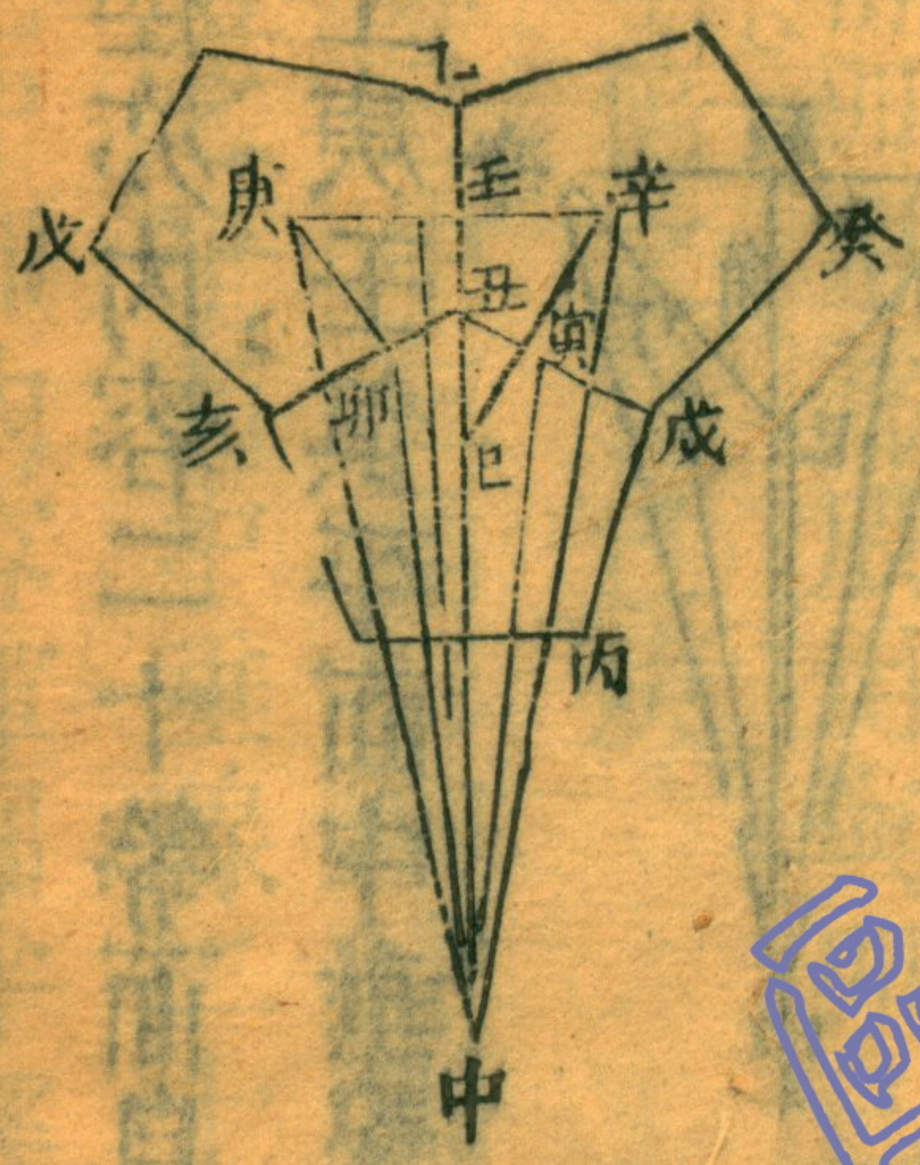
天雨流芳

其形為五面立錐其體積

外切立方根一百　其積一百萬
外切渾圓徑一百〇七〇四六
內容立方根六十一八三
外切立方與體內容立方徑之比例
大分。
又若外切立方之外又切一等面體體外又切大立方。
立方之徑。與今所論外切立方徑亦然。
大分而外切之大分也。
末之全分與其大分。
孔林宗云外立方與內立方之徑。
比例是矣若內立方又容立圓則小立圓之徑與小立方之

徑同而外渾圓與外立方之徑不同。似未可以前比例齊之。

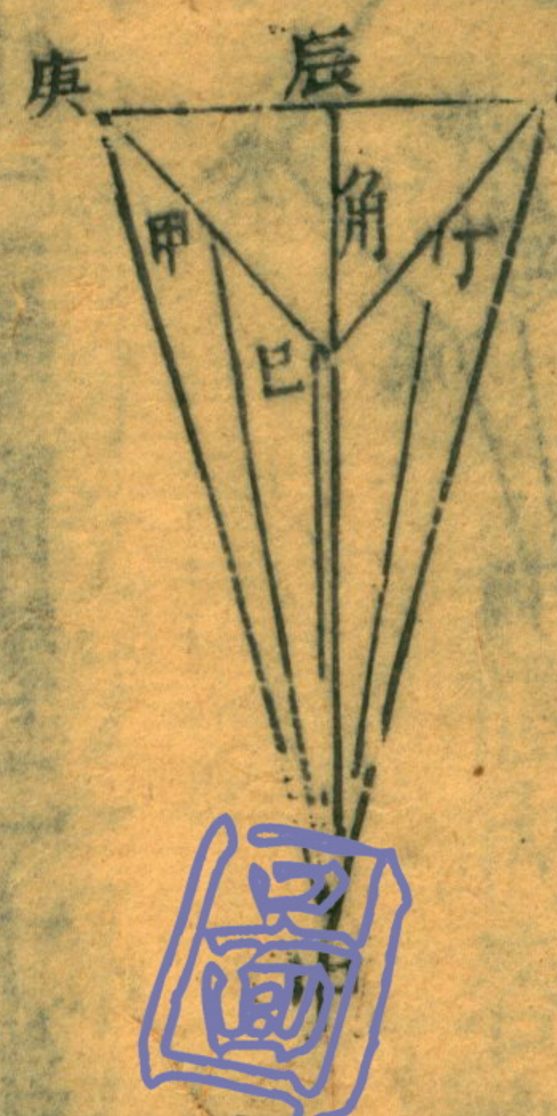
若十二等面外切大立方。大立方之外又切大立圓。小立圓亦必若理分中末之全分。與其大分。而外切十二等面。亦必若理分中末之全分與其大分。與十二等面與內容立方。與內容立方之比例也。



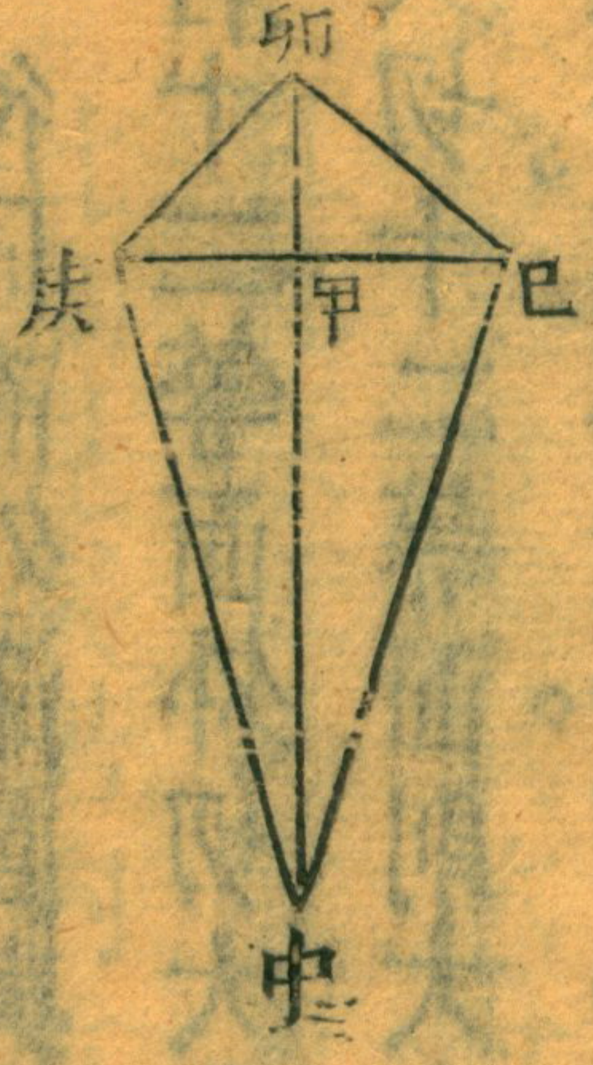
第十圖

割十二等面之三平面一尖成此形。癸丑丙戊庚。各爲五等邊平面皆十二等面之一。其中心一點。丑爲三平面稜所聚之尖。亥丑。戌丑。乙丑。俱平面邊。各爲

兩平面所同用之稜中爲體心已中辛中庚中皆內切渾圓半徑亦內容二十等面體自尖至體心半徑已卯庚卯壬庚壬俱平面中垂線庚卯壬邊折半之點



第二圖



第三圖

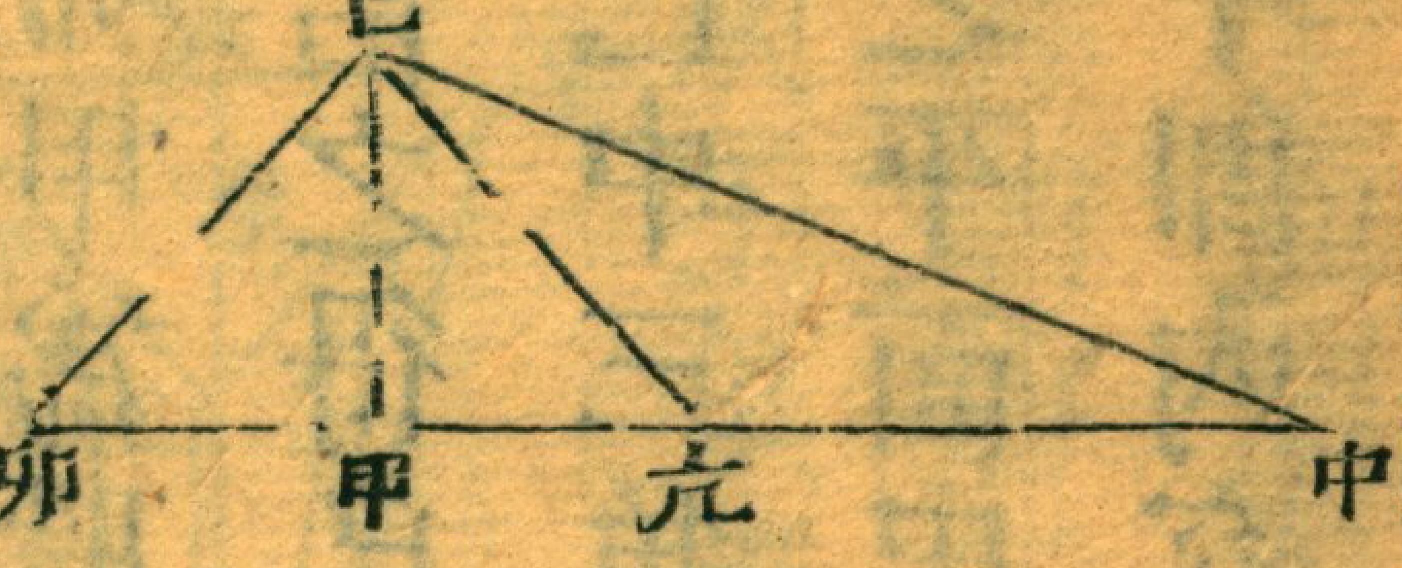
三角尖。卽十二等面體。各自其邊剖至心。成內容二十等面體。二十分之一。辛庚巳卯點。同在卯中線。而甲在卯下。丁在寅下。辰在壬下俱同。

此體爲天雨流芳

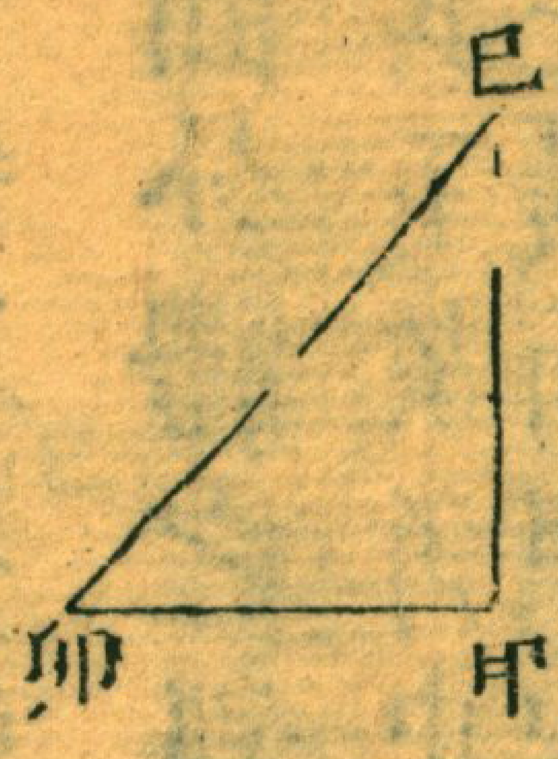
自卯點起依卯巳。卯庚二線剖至體心。中成此平面形。卯卽原邊折半處。卯中

即原體外切立方之半徑中即體
點今聯爲已庚線。即內容二十等
十等面分體之斜垂線。觀第二圖可明
面分體之斜垂線。乃角錐體
面之一面。甲中爲內切
其下、故角中爲之
正高、而甲中爲
今求已庚線。即內容二十等面之一邊。
得卯甲爲股、用
甲倍之得已庚。
卯已中三角形
體之平面中垂線二十六二八
已中即內容渾圓半徑亦即內容二十等面分體之斜稜四十
卯中即外切立方半徑。設五十爲底，卯已即原

二五三二五。



以卯巳巳中兩弦相減爲較。相幷爲總。以總乘較爲實。卯中底爲法。除之得亢中二十二三六○六。以減卯中餘二十七六三九四。爲亢卯。折半得一十三八十九七。爲卯甲。以卯甲減卯中餘三十六一八○三。爲甲中。卽內容二十等分體之斜垂線。

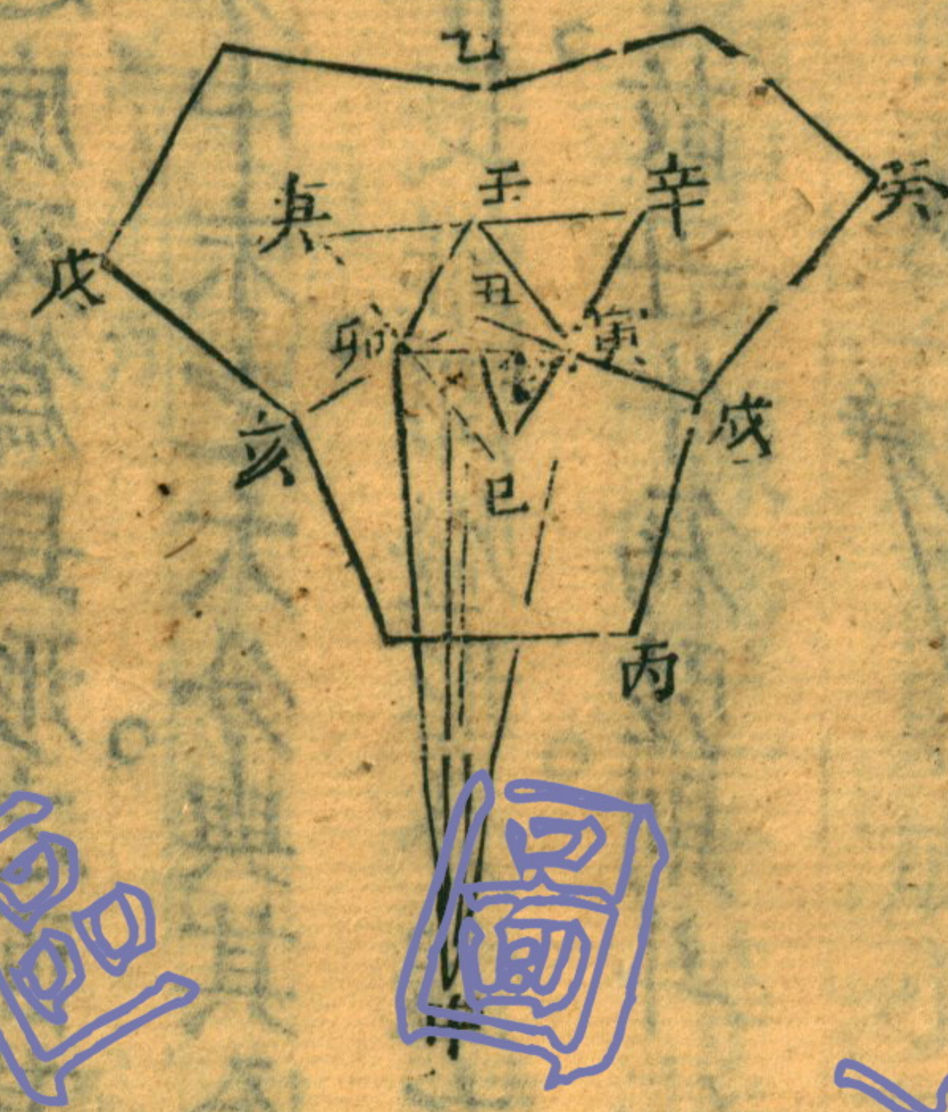


卯巳自乘得六百九十○九八○○。爲弦冪。卯甲自乘得一百九十○九八四一。爲股冪。相減餘四百九十九九九五九。爲句冪。開方得巳甲二十二三六○五。倍之得巳庚四十四七二一一。卽爲內容二十等面邊

此法甚確。亦且甚捷。無可疑者。偶於枕上。又思得一法。借燈體

分形之三角錐以求十二等面內容二十等面之邊。

是以錐體相截而知其所截之邊即爲內容二十等面之邊。

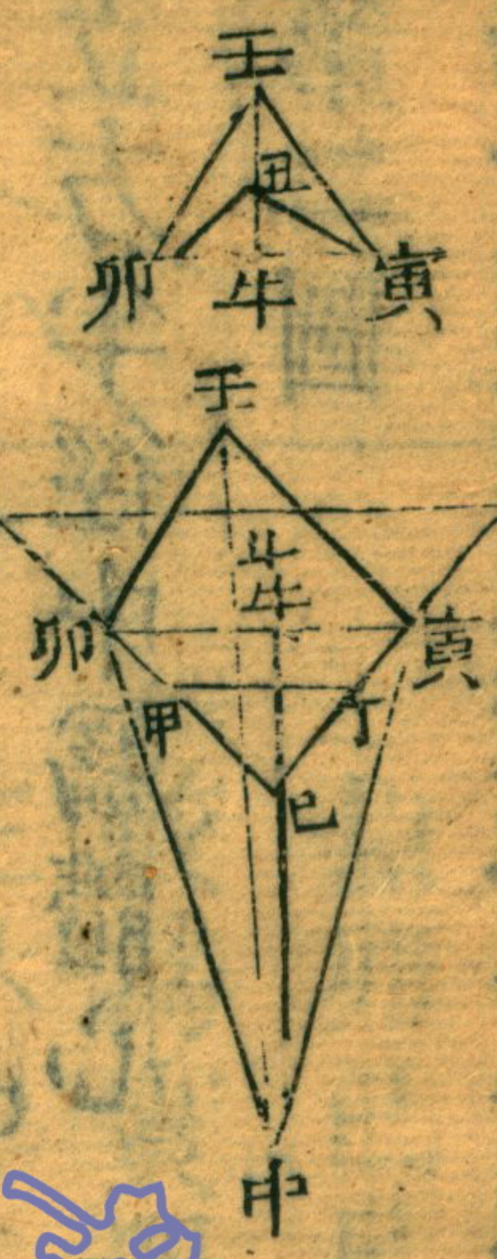


第一圖

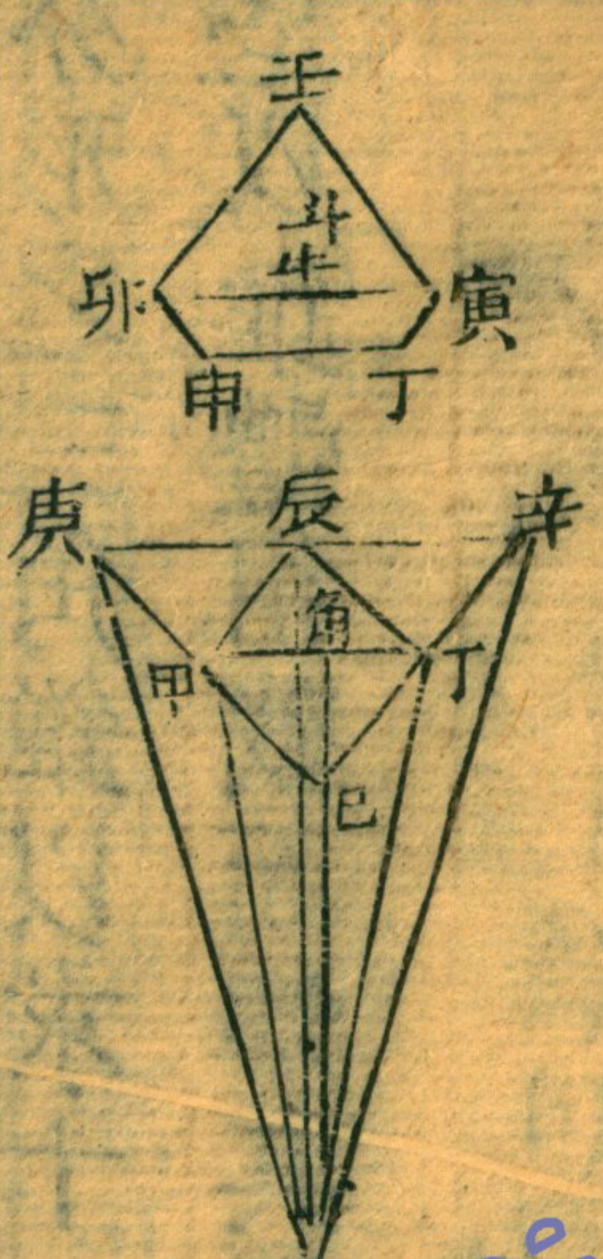
丑爲三平面所聚之尖。丑戊。丑亥。丑乙。皆兩平面同用之稜。已庚。已辛。皆五等邊平面之垂線。已寅已卯等皆平面心至邊之垂線。丑爲平面心對角線。寅卯壬中爲體心至邊線。即如切立方半徑中爲體心一點。寅中卯中壬中爲體心至邊線。即如切

第二圖

聯寅卯。卯壬。壬寅三線爲平三角面橫剖之又各依寅申。卯申。



之底。又爲長形之面。其寅卯等線與寅中卯中之比例皆若理分中末之大分。與其全分也。其寅卯壬三角平面爲扁形者也。其一爲丑寅卯壬體是三角錐而稍扁平。故丑牛爲弦則斗牛如句而丑斗之距如股也。

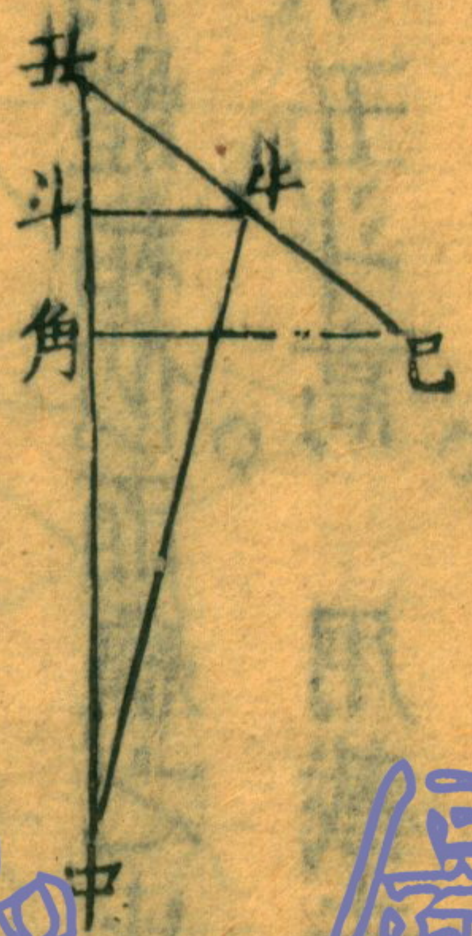


第三圖

又於圓燈分體。剖去辰甲丁之一截。則成甲丁辰中三角錐乃十二等面

天雨流芳

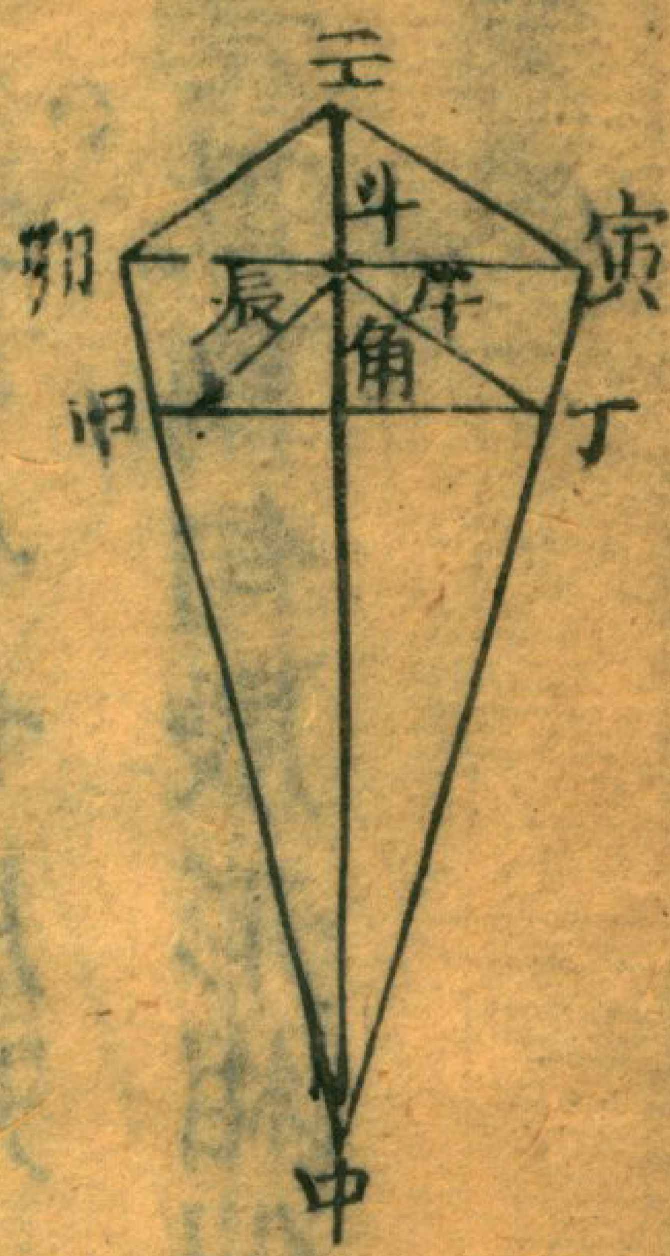
內容二十等面分體中之分體其辰甲丁面與巳庚辛腳合爲一蓋巳庚者內容二十等面之一面各於邊折半爲甲辰丁等線皆居巳庚線之半而聯之爲線則成小三角於卓頭而甲中原爲二十等面分體之斜垂線者今則爲三角錐之楞半辰角中卽原體自尖至中心之線又爲外切渾圓半徑



依第四圖巳庚卽原平面從心至角尖之線丑斗成丑斗牛句股形。又依第三圖截丑巳於牛斗中於角成丑牛與丑斗若丑巳與丑形此兩句股形相似而比例等法爲丑角也。

圖 天雨流芳

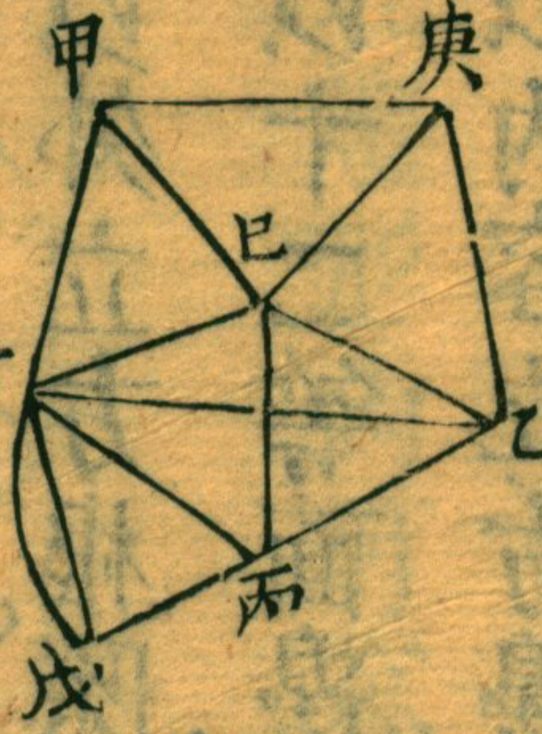
第五圖



寅中卯三角形爲圓燈分體之立面截爲甲丁中三角形。此兩形相似而比例等法。爲卯中與卯寅。若甲中與甲丁也　又斗中爲圓燈分體之中高。其平面爲寅卯辰。角中爲截體之中高。其平面爲丁甲辰。此兩體相似而線之比例等法。爲斗中與寅卯若角中與甲丁。先求丑斗高。　用截圓燈三角錐以牛卯即寅卯之半冪三分加一。以減丑卯冪。爲丑斗冪。開方得丑斗。

次求丑角高。　用巳丑斗角線乘丑斗以丑牛除之得丑角高其丑牛線以牛卯冪減丑卯冪開方得丑坐巳寅丑寅兩冪併。開方爲巳丑。

末求已庚線。用丑角減丑中。得斗中以角中乘寅卯。以斗中除之。得甲丁。倍甲丁得已庚爲內容二十等面之邊。



理分中末線以量代算。先以已爲心作圓而勻分其邊爲五等邊平面。（即十二等面之一面。）乙丁爲大橫線。設一百。甲庚等邊必六十八。〇三九。八。爲大橫線理分中末之大分。若乙丁大橫線設六十八。〇三九。八。則甲庚等邊必三十六。一九六六。亦爲大橫線理分中末之小分。亦卽大分之小分十二等面邊三十八。一九六六。爲理分中末之大分。十二等面內又容小立方。其邊與十二等

設立方一百內容十二等面之邊。

六橫線理分中末。

面之大橫線等六十一八〇三九〇八。爲大立方邊一百。乘十二等面邊三十八一九六六。得根冪以十二等面邊減外切立方邊餘爲內容立方邊

八一九六。開方得根。卽小立方及小橫線六十一八〇三九〇八。爲內容立方邊一百。與十二等面邊三十八一九六六。之中率何也。大立方根。除之卽仍得外切立方根。

以外立方根。除之卽仍得十二等面邊矣。

以十二等面邊減外切立方邊餘爲內容立方邊

以內容立方邊加十二等面邊卽外切立方邊

計開立方設邊一百。

內容十二等面邊三十八一九六六。

內容小立方邊六十一八〇三九〇八。

外切渾圓徑一百。

七六二五。

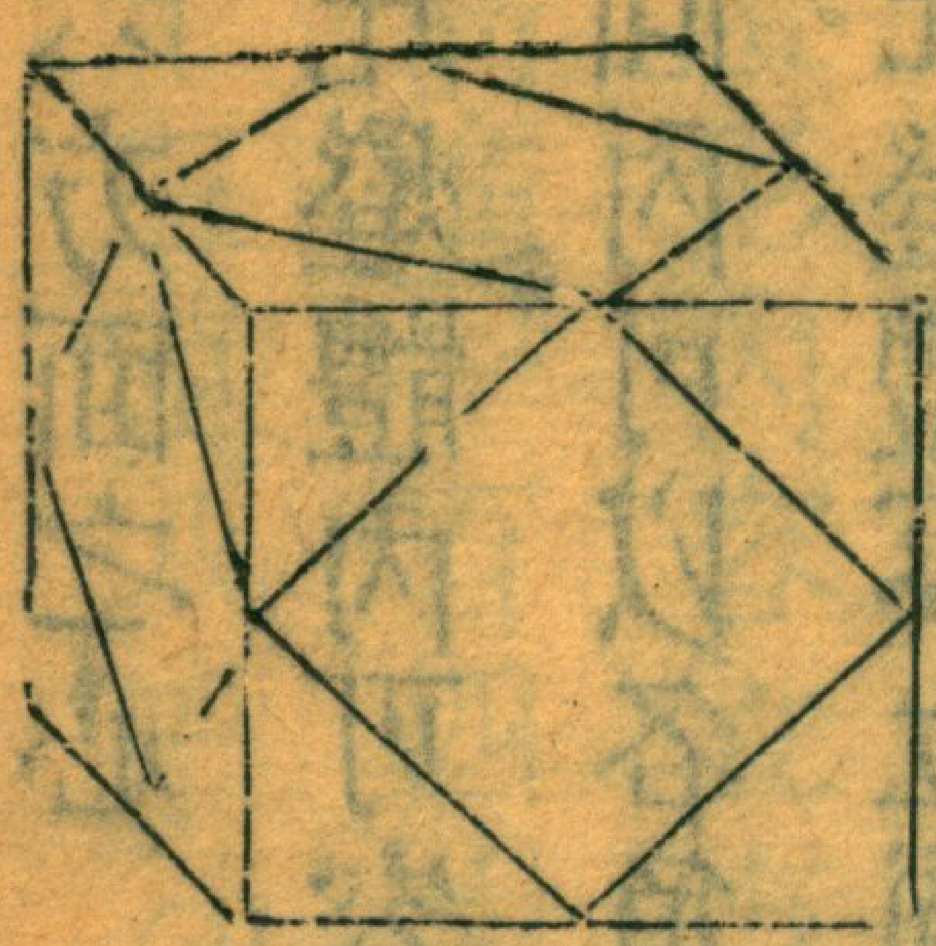
外切渾圓半徑五十三五二三三

內容渾圓半徑四十二五三二五

內容渾圓全徑八十、五〇六五一

內容二十等面邊四十四七二一一

方燈體



凡燈形內可容立方立方在燈體內必以其尖角各切於八三角面之心。

燈體者立方去其八角也平分立方面之邊為點而聯為斜線則各正方面內成斜線正方依此斜線斜剖而去其角則成燈體矣此體有正方面六三角面八而邊線等故亦為有法之體。

凡燈體內可容八等面八等面在燈體內又以其尖角各切於六方面之心

凡燈體內可容立圓此立圓內可容八等面此八等面在立圓內可以各角切立圓之點同會於燈體之六方面而成一點

凡燈體容立圓者仍可名諸體然惟八等面在立圓內仍能切燈體餘不能也按圓燈在立圓內亦能切燈體與八等面同

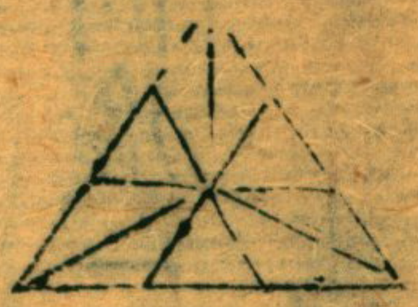
凡諸體相容皆有一定比例以其外可知其內

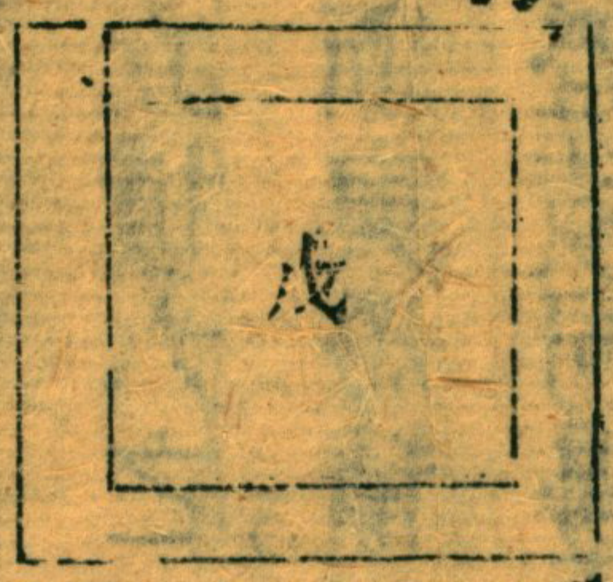
燈體之邊設一百其冪一萬倍之二萬開方得一百四十一四二一三為燈之高及其腰廣（腰廣即方面高廣如斜故倍冪求之）

以高一百四十一四二一三乘方斜之面冪二萬得二百八十二萬八千四百二十六為方斜之立方積五因六除得二百三十五

萬七千○二十一爲燈積
燈積爲立方六之五。
以燈積減立積餘四十七萬一千四百○五爲內容八等面積。
此八等面在立積內亦在燈積內皆同腰廣同高。　其積之比
例爲立積六之一。燈積五之一。
八等面與燈積不惟同高廣亦且同邊故五之一亦即爲八等
面與燈積同邊之比例也。
燈形內容立方其邊爲燈體高廣三之二。　設燈體邊一百。其
高廣一百四十一四二一三。則內容立方邊九十四。二八○八。立方積八
十三萬八千○五十一
燈高廣自乘之冪二萬如左圖甲乙方去其左右各六之一餘

三之二如丙丁矩又去其兩端六之一餘三之二如丙丁矩一萬三千三百三十三三三戊正方八千九十四。○二八為內容正方之一面冪其根乘面得八十三萬八千○八為內容立方之一邊。凡等邊平三角之心依邊剖之皆近大邊三之一。燈內容立方之八角。皆切於平三角之心。凡燈內容立方則所去者皆四圜斜虛改立方則所去者皆六之一。



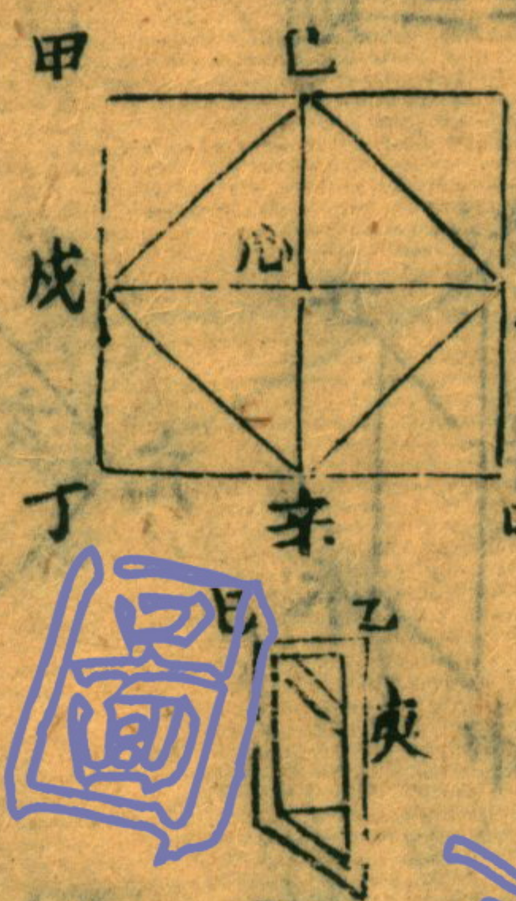


凡立方體各自其所在之三角剖之得三角錐八。此八者合之。即同八等面體。遞之中半斜剖之得三角錐八。

天面流芳

依前算八等面體其邊如方。其中高如方之斜。若以斜徑爲立方則中含八等面體。而其體積之比例爲六與一。

立方

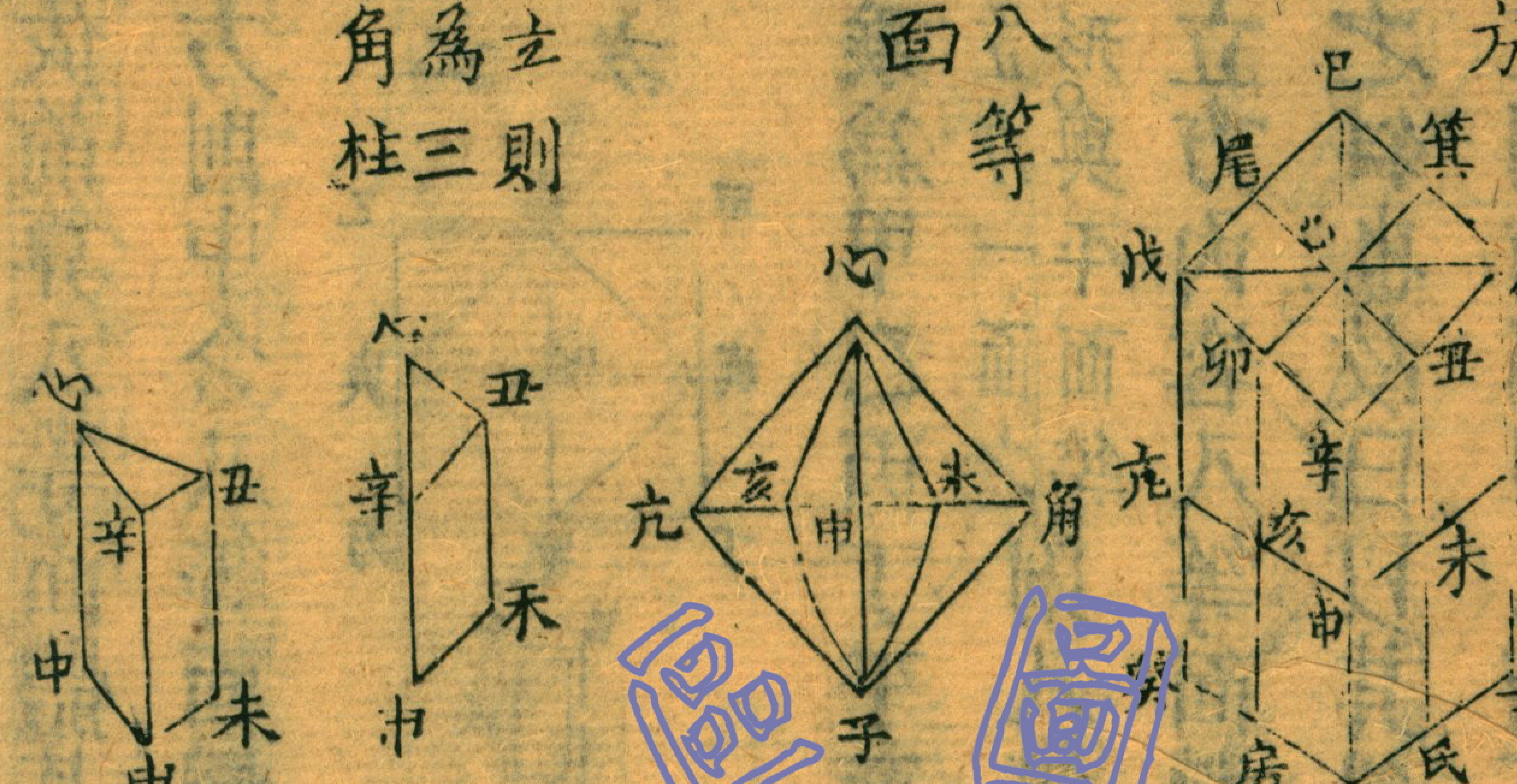


乘爲甲乙丙丁平面。又以斜徑爲立方一面之邊也。若以庚心辛爲八等面之腰廣。自己庚。己戊。戊辛。辛庚。則庚爲甲乙丙丁立方。中高乘之爲甲乙丙丁立方。中高如方之斜。若以斜徑爲立方一面之邊也。若以庚心辛爲八等面之腰廣。自己庚。己戊。戊辛。辛庚。則庚心戊。皆八等面之角。俱正切於立方各面之正中而爲八等面體矣。庚心辛。庚心戊。辛心戊。皆八等面之半。而其所剖三角柱體四合

天雨流芳

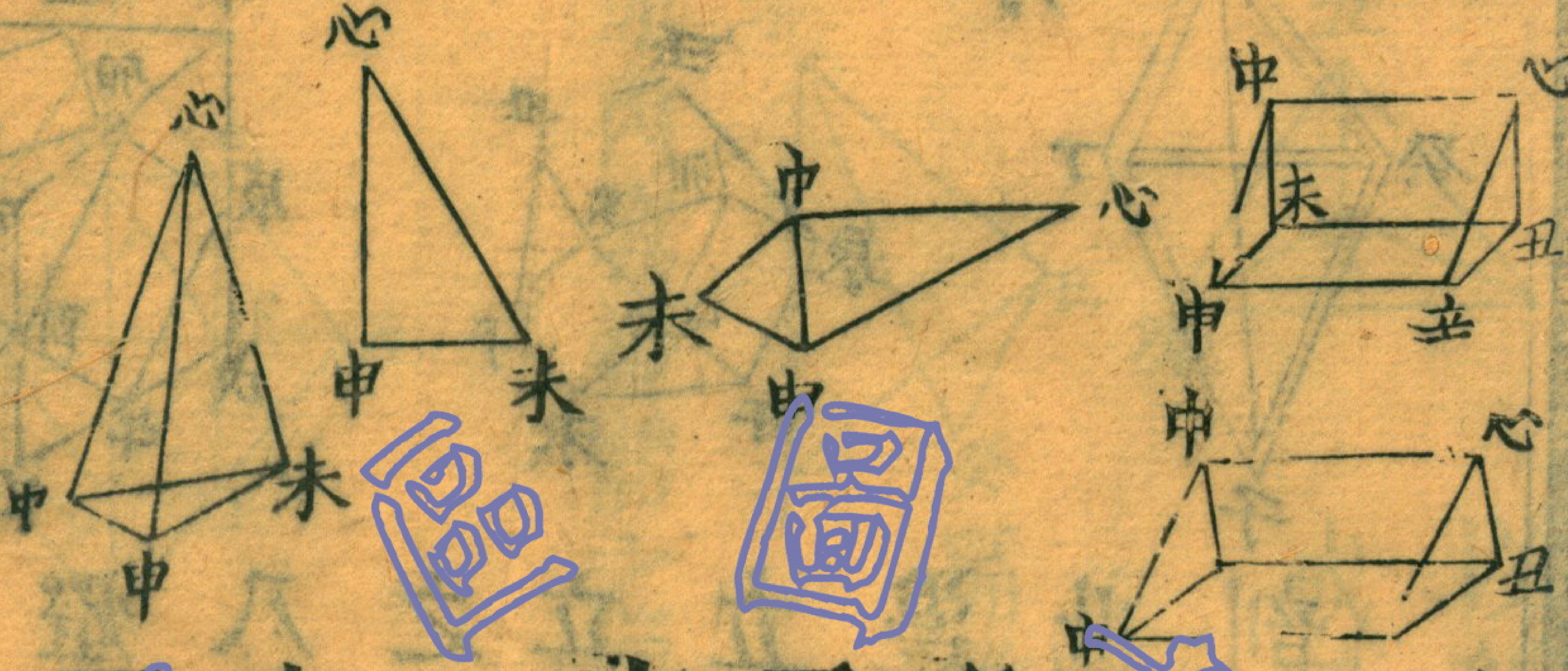
又用前圖甲乙丙丁爲立方之上下平面。從己庚。庚辛。辛戊。戊己四線剖至底。則所存爲立方之斜中含八等面體也。

之亦爲立方之半也。



此方柱也其高如其方之斜立方四隅各截一立三角柱則成此體其積爲立方之半爲八等面之三倍中仍容一八等面體八等面體。在方柱體內柱形從對角斜線如[illegible]戊庚。[illegible]剖至底又從對邊十字線如丑尾卯箕。剖至底又從腰線角申亢。橫截則剖爲三角柱一十六。即皆如心辛申未丑之體三角柱眡視之則塹堵也。塹堵從一尖。即心尖斜剖至對底。申未則鼈臑也。鼈臑居塹堵三之一

則成塹堵　　鼈臑　　三角錐

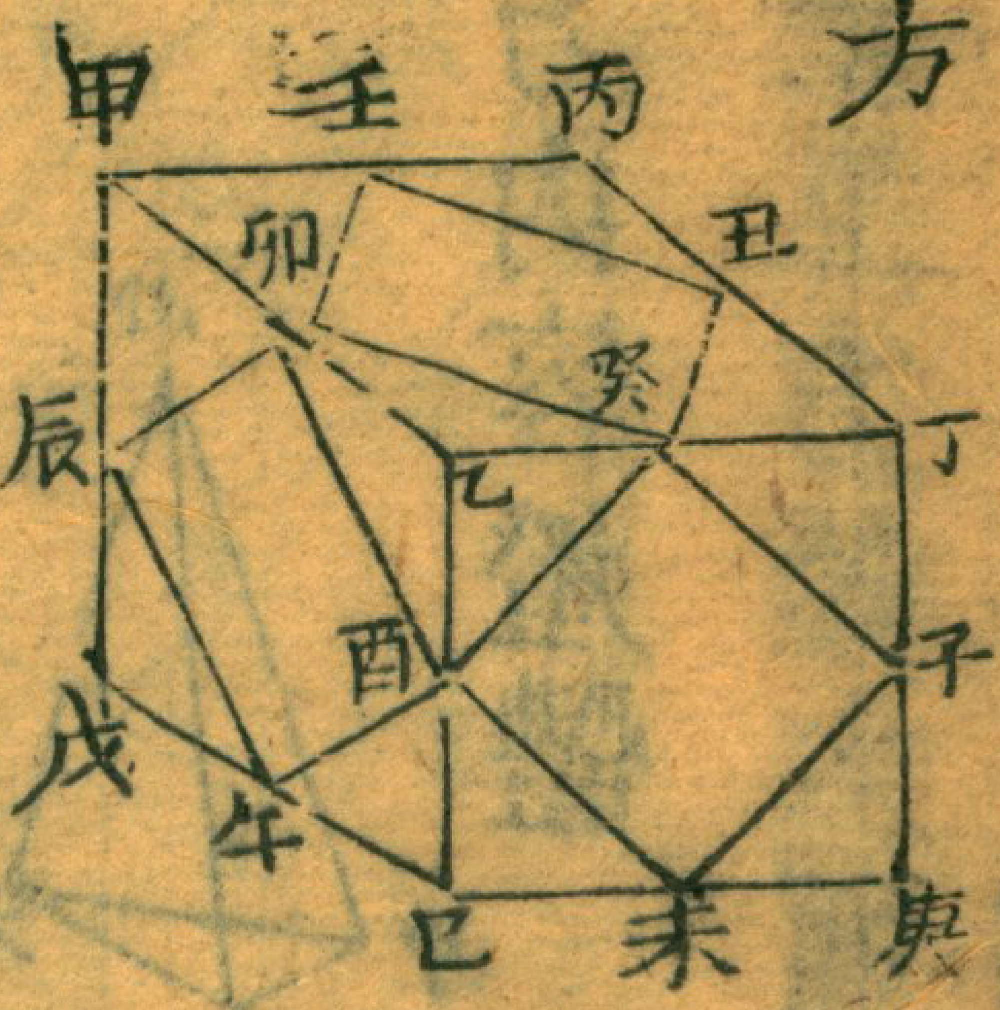


塹堵立則爲三角柱。鼈臑立則爲三角錐。八等面體從尖心剖至對角亦剖至對邊。而皆至底。又從腰亢角甲橫剖之則成三角錐十六。夫方柱爲塹堵十六而八等面爲鼈臑亦十六。則塹堵鼈臑之比例即方柱八等面之比例矣。鼈臑爲塹堵三之一。則八等面亦方柱三之一矣。方柱者立方之半也。八等面既爲方柱三之一不得不爲立方六之一矣。

立方內容燈體

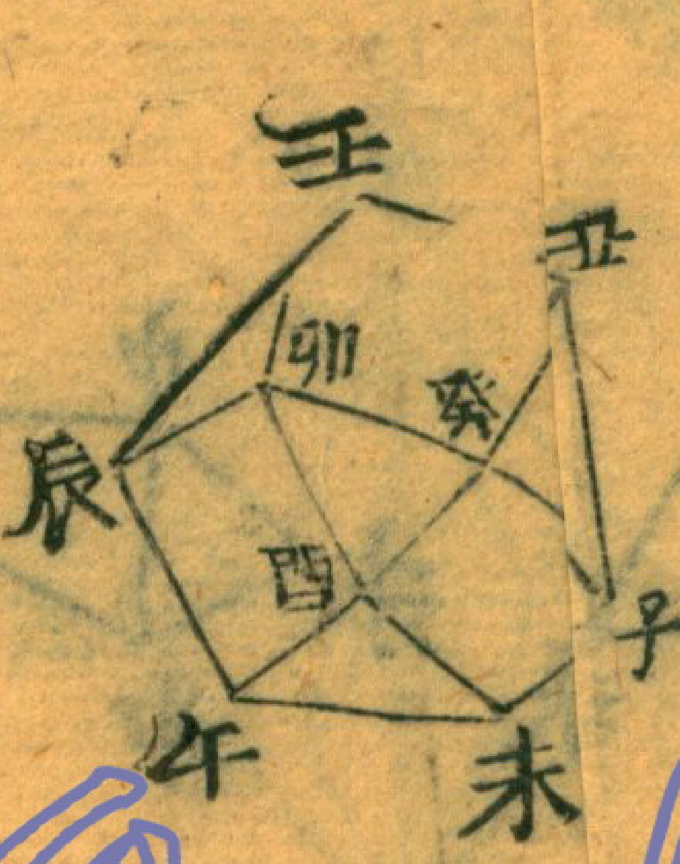
甲庚立方體六面。各平分其邊。如壬。丑。癸。卯。及子未。酉。午。辰諸點。 而斜剖其八

立方角



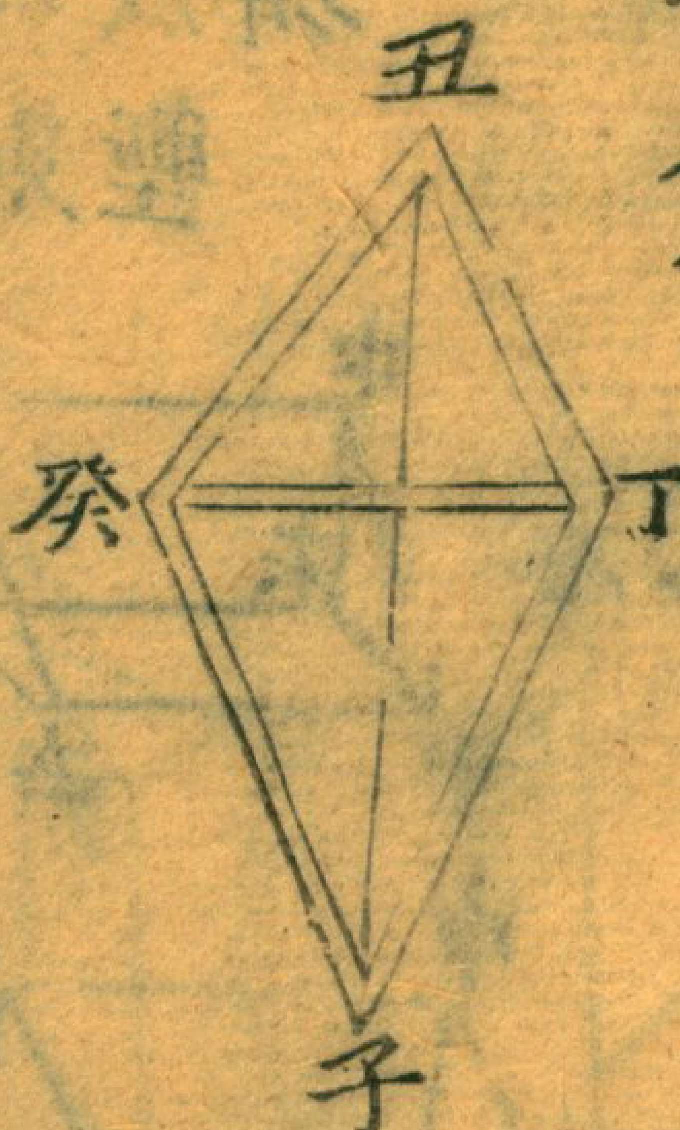
角。如從丑癸剖至子。從癸卯剖至酉。則成燈
從酉剖至午未。則立方去其八角
體。
燈體得立方之五。何以知之。立方所去之
八角合之即成八等面。八等面既為立方六

燈體



之一。則所存燈體不得不為六之五矣。
立方又容燈體。皆以燈之邊線為立方半斜。
立方內燈體又容八等面。則以內八等面之
邊線為立方半斜。與立方竟容八等面無異。
此燈內容八等面。其邊線必等。其中徑亦等。

剖角

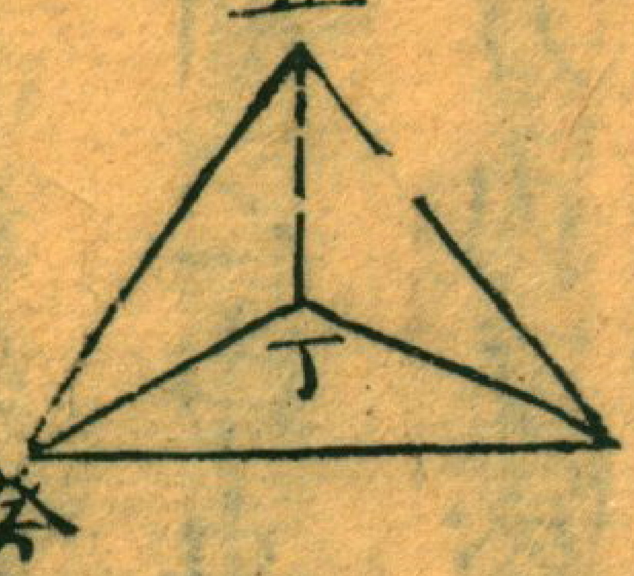


剖立方之角成此。

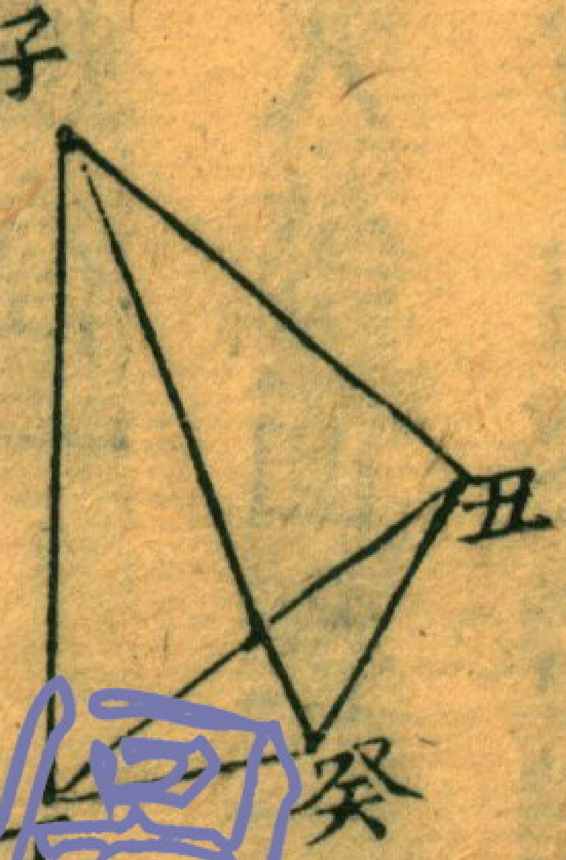
天雨流芳

以剖處爲底則三邊等以立方之角丁爲頂成三角扁錐。

扁



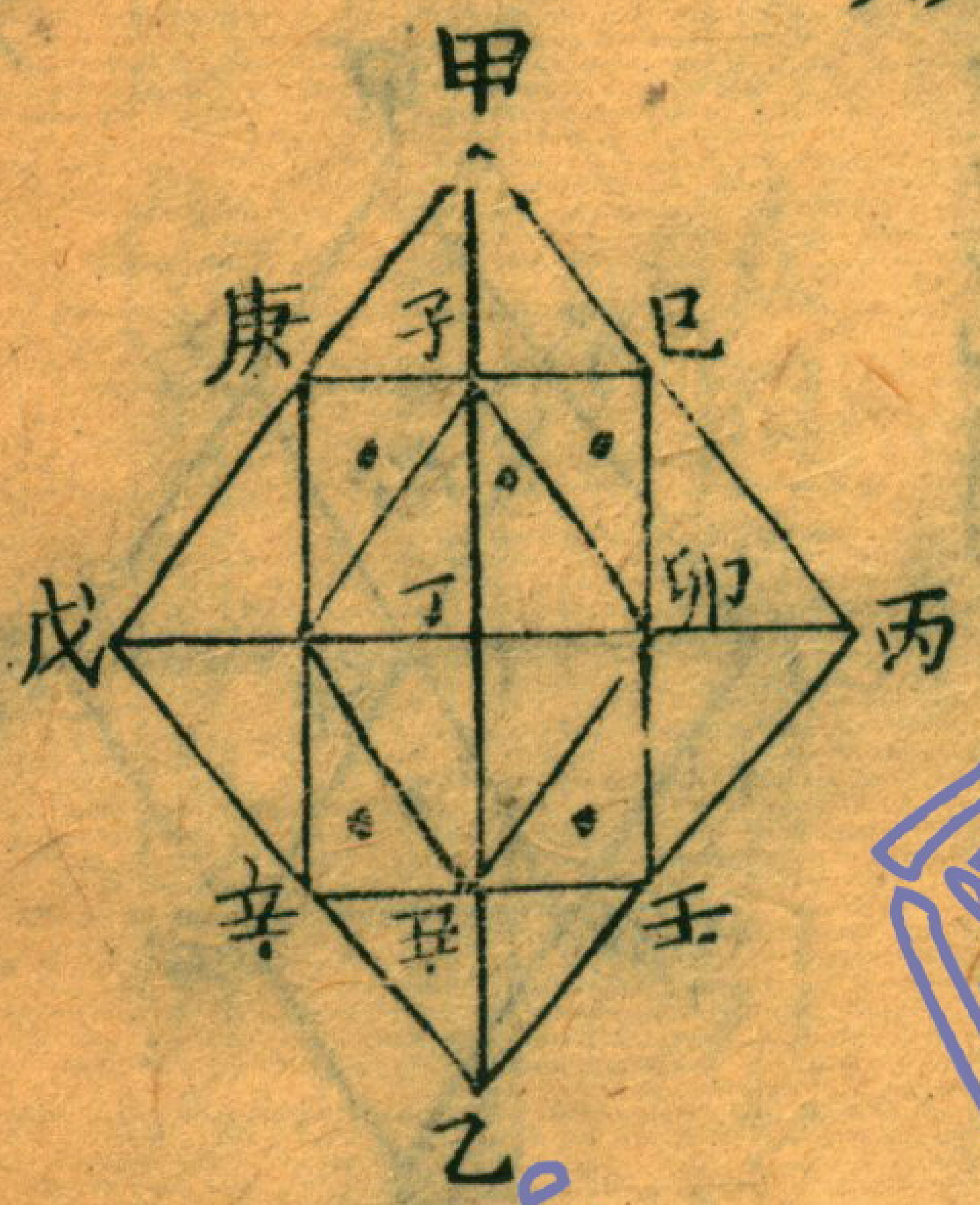
偏頂



扁錐立起則成偏頂錐爲八等面分體

八等面內容燈體之圖

正形



凡八等面容燈體皆以燈體之邊線得八等面之半。八等面內之燈體。又容立方。則亦方斜比例。與八等面竟容立方無異也。

甲丙丁丙丁乙甲丁戊戊丁乙皆八

側形

等面之一。已子卯等小三角在甲丁丙等大三角面內卽燈體之八斜面正切乙心點卽立方角所切。

內容八等面者也其中央心點卽立方之面之中央凡六處皆同一圓點若立圓內容燈體燈內又容立方內又容八等面其相切俱隔遠不能同在一點。

凡立方內容燈體燈內容立圓圓內又容八等面其切於立

其邊一　其積一　一〇〇〇〇〇〇

其邊五七　其積六之五　〇八三三三〇〇

其邊〇七　其積六之一　〇一六六六〇〇

比燈體皆可依楞橫剖。如方燈橫剖成六等邊面。故其外切立圓之半徑與邊等。如圓燈橫剖成十等邊面。故其外切立圓之半徑與其邊若理。又半末之一分與其大分。凡諸體改爲燈。燈皆半其邊作斜線剖之。

凡燈體可補爲諸體。皆依其同類之面之邊引之而會於不同類之面之中央。成不同類之體所以化異類爲同類也。

之錐體乃虛錐也。虛者盈之。卽成原體。

若依三等邊引之。補其八隅。成八尖。卽成立方。也。

如方燈依四等邊引之。補其六隅。成十二尖。卽成十二等面。

如圓燈依五等邊引之。補其十二隅。成二十尖。卽成二十等面。

增異類之面成錐則改爲同類之面而異類之面隱此化異爲同之道也。

凡燈體之尖皆以兩線交加而成故稜之數皆倍於尖方燈十四稜圓燈三十六尖。六十稜。

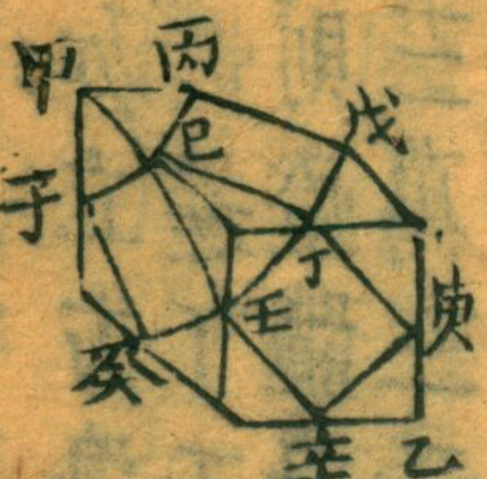
凡燈體之稜即邊。邊聯之則成四圍每圍皆十等邊平面圍如方燈二十四稜圓燈六十邊。如三子六度分圓線。此外楞聯之則成六圍每圍皆十二等邊平面圍如三十六尖二十四楞。

惟八等邊邊聯之成三圍。每圍四楞成四等面而十二稜成六尖。有三稜八觚之正法。其餘四等面十二等面二十等面皆不能以邊正相聯爲圍。

燈體亦有二

其一爲立方及八等面所變其體有正方之面六三角之面八有邊稜二十四而皆同長稜尖凡其一爲十二等面二十有邊楞六十而皆同長稜尖凡三角等邊之面二十等面所變其體有五等邊之面十二有十有二。

立方



以爲斜線。如丙戊丙巳等。依此燈體斜線剖

立方體。丙。丁。戊。己。庚。辛。壬。癸。甲。乙。子。皆爲斜

其邊折半處。各於折半點聯

其角則成燈形矣。

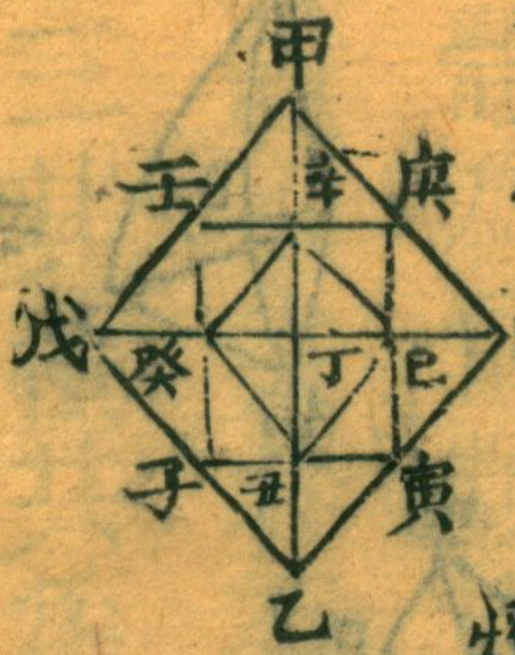
燈形之丁辛高丙丁闊皆與立方同徑。其邊得立方之半斜（假如立方邊丁辛一百，則燈體邊丁壬七十有奇。）其積得立方六之五（假如立方邊一百，其積百萬，則燈體邊七十有奇，其積八十三萬三千三百三十三三。）此為立方內容燈體之比例也。

若燈與立方同邊，則立方積必反小于燈。（假如燈體邊亦一百，則其積二百三十五萬七千○二十二。立方一百之積只一百萬，是小於燈也。）

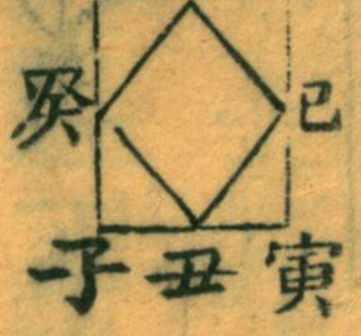
解曰：燈體邊一百。（如前圖之丁壬。）其外切立方必徑一百四十一（四二一三）。（如前圖之丁辛。）其自乘之冪二萬，以徑乘冪得二百八十二萬八四二六，為立方積。再五因六除，得燈積二百三十五萬七千○二十一。

又法以燈邊自乘倍之開方得根，仍以根乘倍冪，再五因六除，見積亦同。

八等面正視形



改為燈籠形



甲乙爲八等面體。甲。乙。丙。子。戊皆其邊稜所輳之尖。

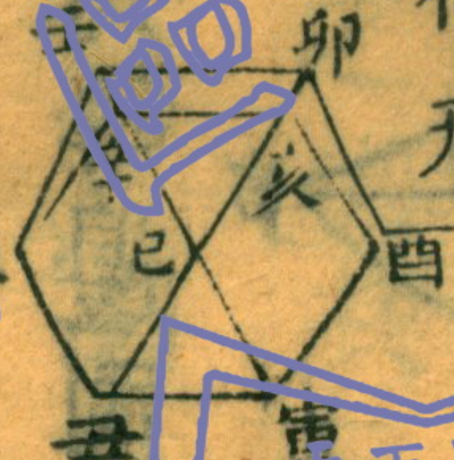
三邊皆等。其三邊折半於辛於壬於庚於癸於己於丑於寅於已。甲丙丁面。乙丙丁面。甲乙丁面。乙丁戊面。甲乙戊面。甲丙戊面。各成小三等面。

如甲丙丁面內求辛。癸。子各以折半點聯爲斜線。則半於原邊。如庚辛得丁丙之半。餘三邊同。

各自其小三角之面之邊剖之而去其錐角。則成燈籠形矣。

側形

側形

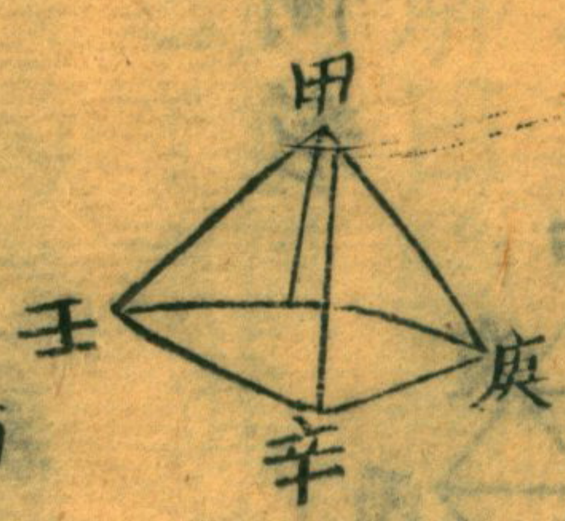


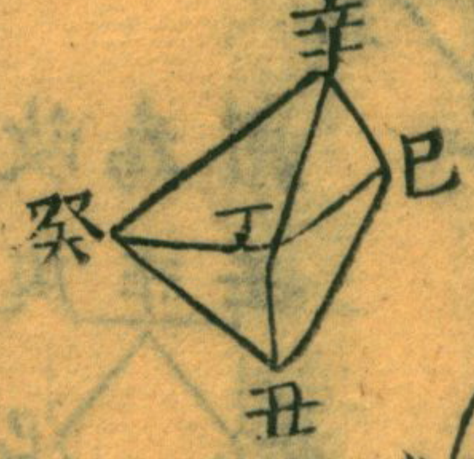
側形

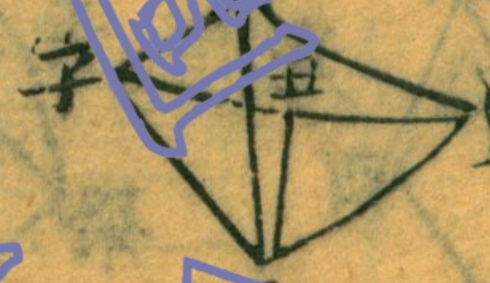
圖
芳流雨

如依辛己己丑丑癸癸辛四邊。平剖之。而去其丁角。癸爲底。成扁方錐。則所剖處。成辛癸甲丙乙戊癸。並同。甲丙乙戊癸。去甲壬辛尖。辛已寅錐。成庚酉庚面。去丙庚已寅錐。成卯壬辛庚面。去已面。並同一法。餘類推。

八等面體有六角。皆依法剖之。成六三角邊面八。與立方剖其八角者正同。







天雨流芳

原邊之半。其積得八等面八之一。

癸形之半。已癸之半。戊癸之半。其邊亦爲八等面之半。

關得甲之半。丑高之半。如辛

何以知之。曰同類之體積。必八之一也。今所剖去之各尖。俱

立方積爲比例。故邊得二。其積之一。其積

以平方爲底而成方錐兩方錐合爲一八等面體皆等邊。

與原體爲同類而其邊正得原邊二之一則其積爲八之一也。

原體六尖各有所成之錐體合之成同類八等面之體凡三其積共爲原積八之三則所存燈體得八之五也。

如上圖甲乙二錐。丙戊二錐合爲八等面體一。丁尖及所對之尖共二錐合爲八等面體一。通共剖去百則其積四十七萬二千四百。

容燈體邊五十其積必二十九萬四千六百二十七五。

四其所以八等面體皆等邊。

或用捷法竟以十六歸進位所得燈積亦同。

右法乃八等面內容燈體比例也。

若燈體之邊與八等面同大則其積五倍大於八等面。

假如燈體邊一百則其積二百五萬。○四加五倍得十以八等面一百。○四加五倍得七千。○二千四百五十七萬二千四百。○四加五倍得六萬一千四百五十以八等面之此例亦卽爲燈內容八等面之比例

准此而知燈內容八等面又容燈則內燈體爲外燈體八之一

燈體內容八等而外燈體又容八等面則內燈體爲外燈體八之五

八等面內容燈體八之五用畸零乘法。化大分爲小分。以八等面母數八。乘五之一。得八乘母數五。得四十。

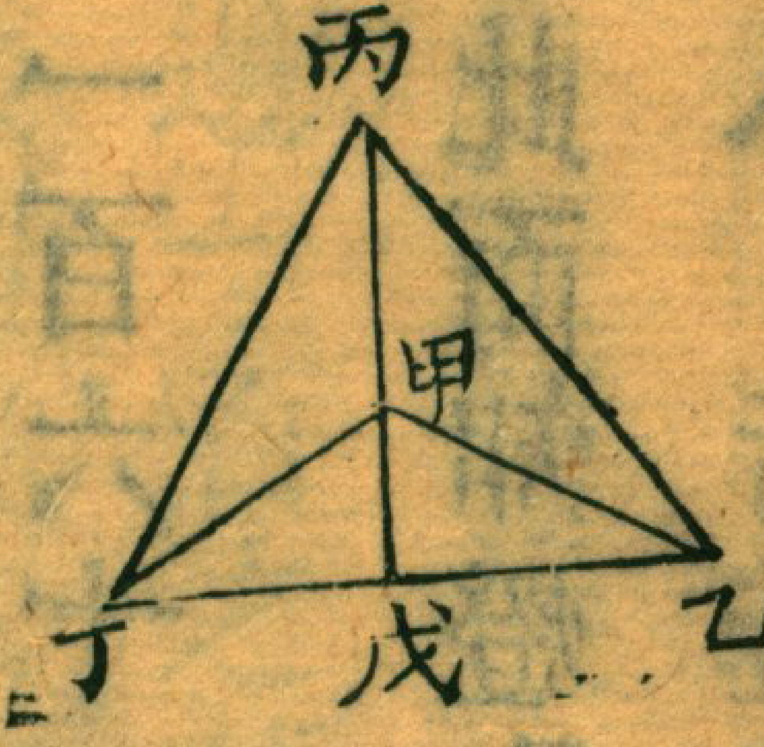
八等面體八　內燈體五　合之爲內體得外燈體四十

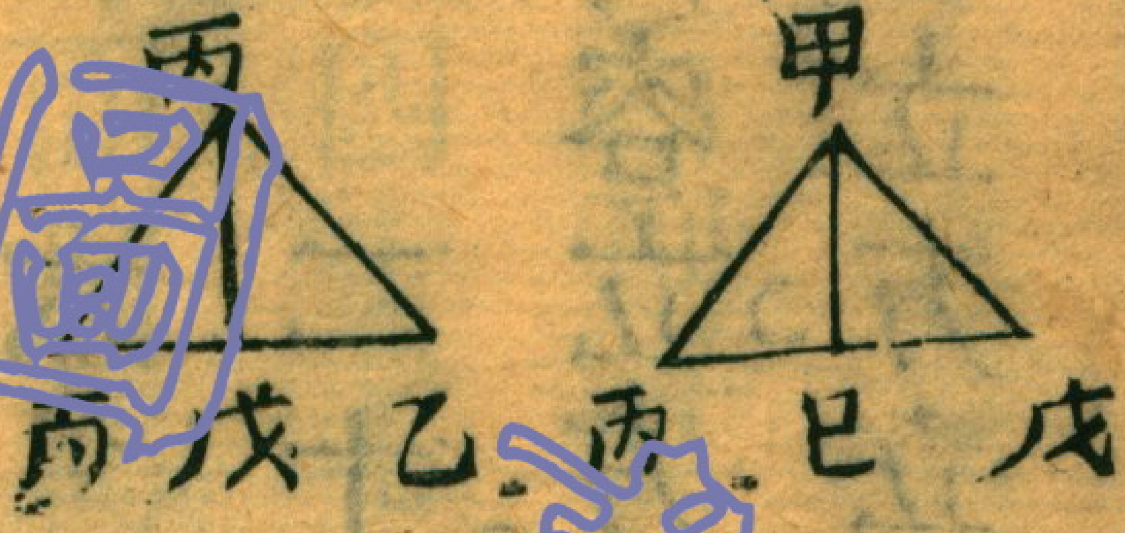
體四十之五。約爲八之一。又八等面容燈。燈又容八等面。丙八等面亦爲外八等面之一。其體之比例既同。則其所容之立方亦同也。

丙內立方積得外立方邊二十七之一。加之。以三之二自乘再乘。爲一百六十二之八。四十五之五。一百三十五之二十七之八。準此而知燈內容立方。則內立方積得燈積一百三十五之四十八。

十八 若燈容立方。立方又容燈。則燈積亦爲外立方積二十七之八。其爲所容者之比例即能容者之比例故也。

求方燈所夫錐體





三角錐稜皆五十。卽原邊之半。甲乙。甲丙甲丁。丙之邊皆七十。七一七。卽燈體之邊丙乙。乙丁。丁丙其半三十五三五五三乙戊戊丁。

求甲戊斜垂線。

法曰乙丁爲甲乙丙方斜線。則甲戊爲半斜。與乙戊戊丁等。皆三十五三五五三。其冪皆一千二百五十。

求丙戊中長線。

以戊丁冪三因之爲丙戊冪。平方開之得六十一二三七二爲丙丁乙等邊三角形中長線。

求甲巳中高線

法以戊丁冪。一千二百五十取三之一爲巳戊冪。四百一十六六六六六。與甲戊冪卽丁戊冪相減餘八百三十三三三三三。爲巳中高冪開方得甲巳中高二十八八六七五。

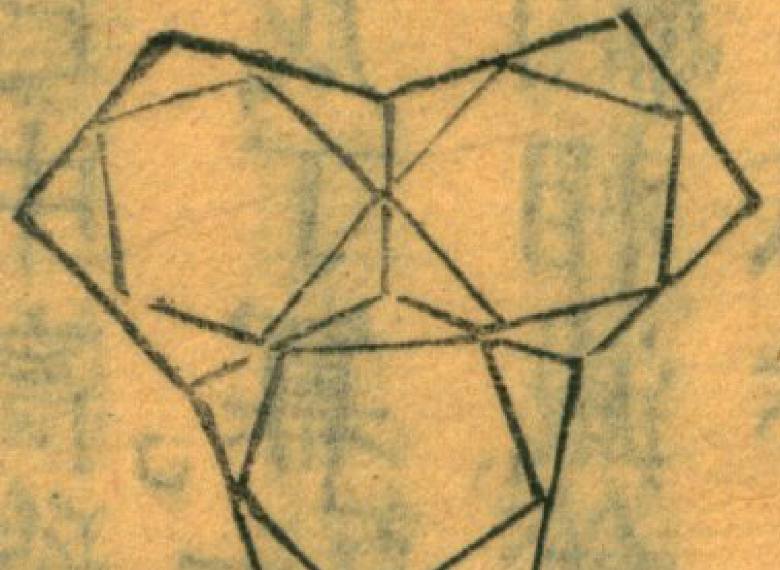
又以巳戊冪開方得巳戊二十〇四一二四以巳戊二十〇四一二四乘戊丁三十五三五五三〇得七百二十一六八六五又三因之得二千一百六十四〇五七五。爲乙丙丁三等邊冪。

又以中高甲乙二十八八六七五乘之得數三除之得三角錐積二萬〇八百二十三六六三五。又八乘之得一十六萬六千五百八十七〇三爲所去八三角錐共積卽立方一百萬六之一。與前所推合。

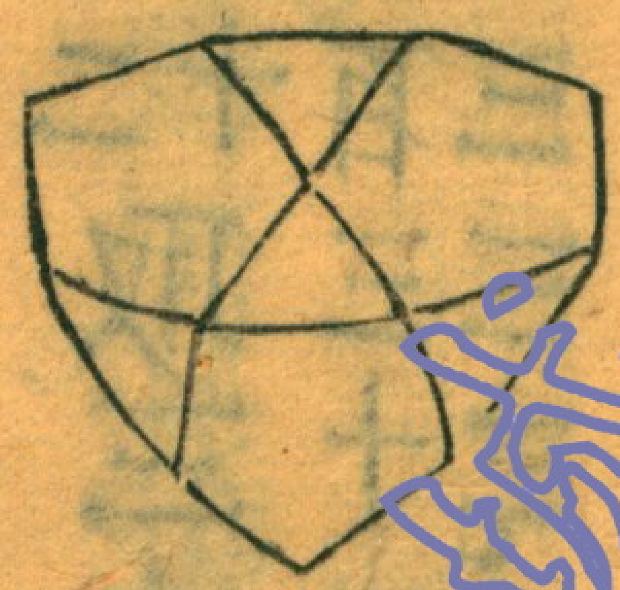
本該一十六萬六千六百六十六六六六不盡因積算尾數有欠然不過萬分之一耳

圓燈為十二等面二十等面所變體勢並同而比例亦別。
公法皆於原邊之半作斜線相聯則各平面之中成小平面此
小平面與原體之平面皆相似而為內容燈體之面　依此小
平面之邊平剖之去原體之銳角此所去之銳角皆成錐體錐
體之底平割錐體與原體挫銳為平亦成平面於燈體原有若
干銳亦成若干面而與先所成之小平面不同類然其邊則同

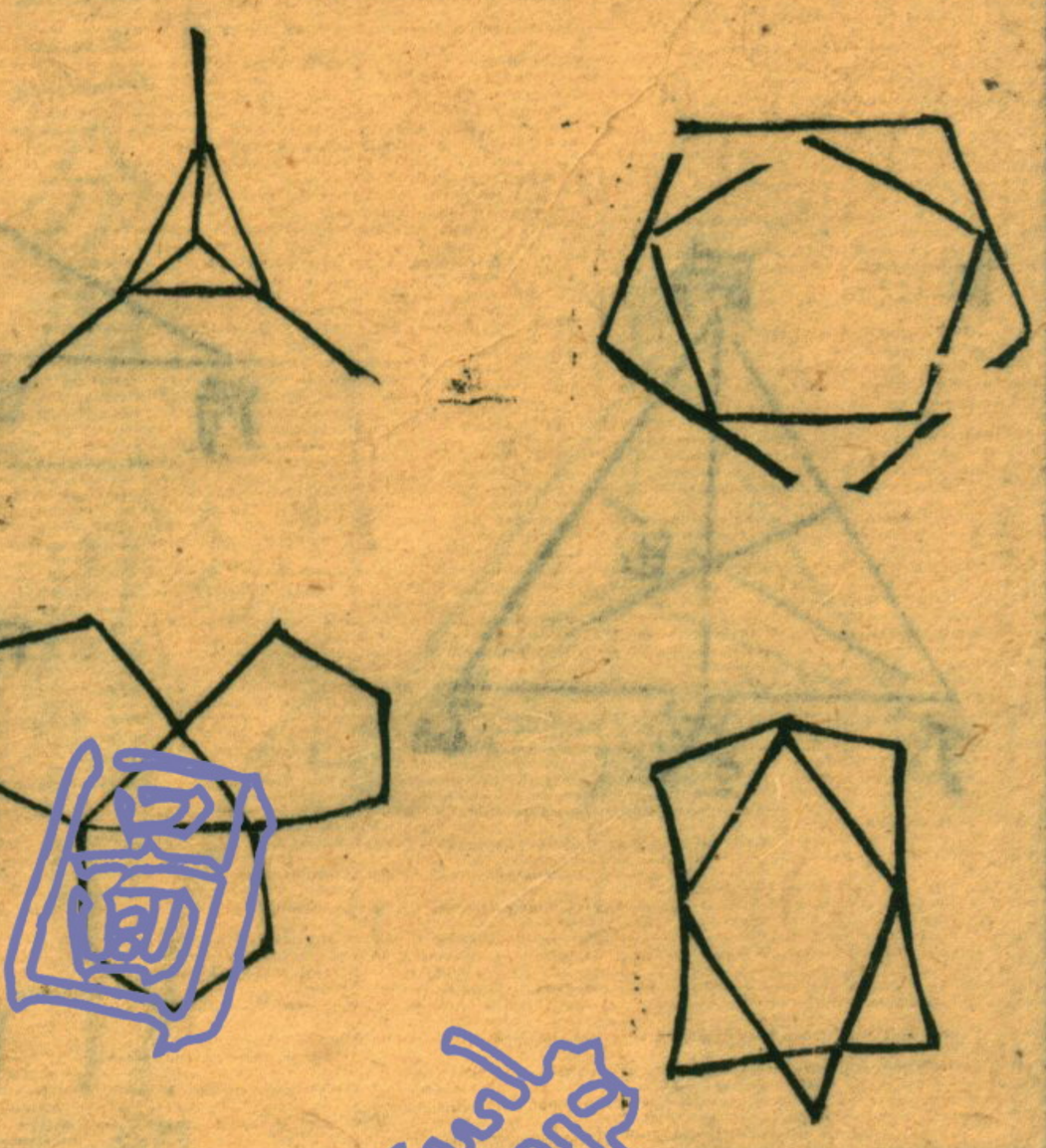
十二等面之分形



變燈



十二等面每面五邊等今自其各邊
之半聯為斜線則成小平面於內亦
五等邊為同類
依此斜線剖之而去其角所去者皆
成三角錐。錐體既去即成三等



異類

原有十二面故所存小平面同類者亦十二。

原有二十尖故所剖錐體而成異類者亦二十。

求燈體邊

法以十二等面邊。內容燈體之邊

一率　理分中末之大分

二率　理分中末全分之半

三率　十二等面之邊

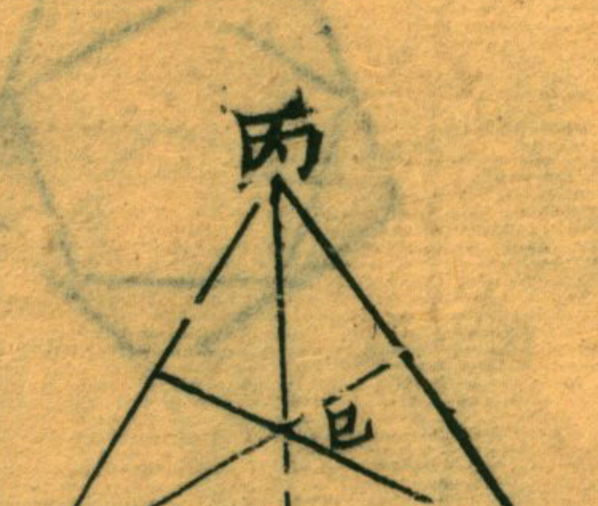
六十一八三九〇三八

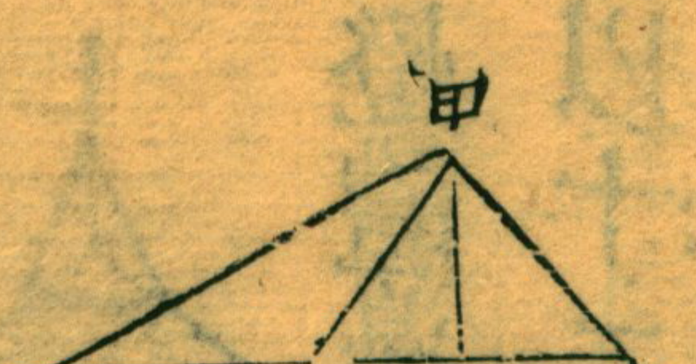
五十〇

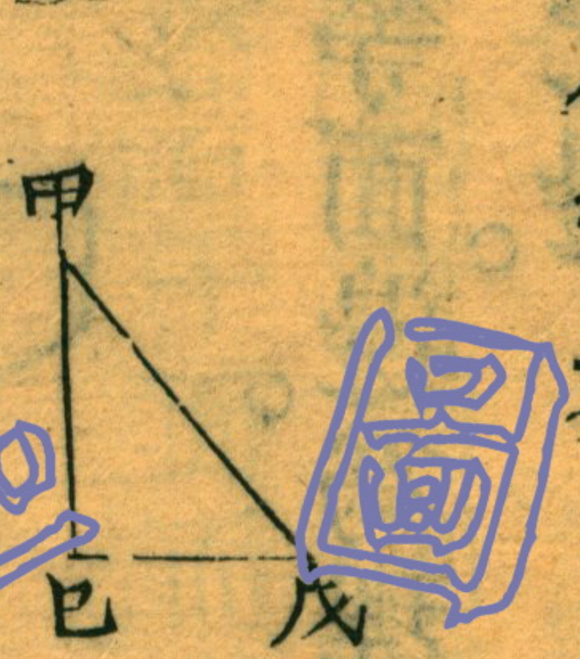
一百〇〇

天雨流芳

四率　內容燈體之邊　八十〇九〇
燈體邊原爲大橫線之半十二等面邊與其大橫線之半
大分則亦若大分與全分也面十二等面邊與燈邊亦必若大
分與全分之半矣。





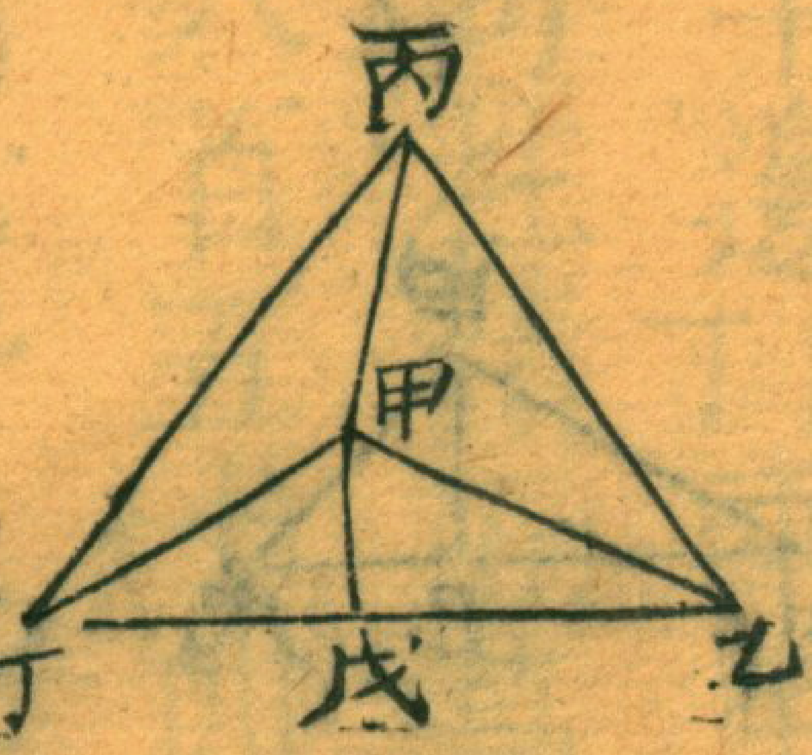


總乘較爲實戊丙底爲法除實。得丙辛。以丙辛減戊丙得戊巳。折半爲甲巳冪開方得一十七。

法當以所得戊巳自乘爲句冪用減甲戊冪餘爲甲巳冪開方得一十七。

八四一一爲中高。

今改用捷法。省求丙辛。取戊丙冪九之一。



為戊已冪戊巳為戊丙三之一故其冪為九之一得五百四十五。四二三七。

或徑用戊丁冪三之一亦同。

又捷法不求甲戊斜垂線但以戊丁冪三分加一。以減丙丁即甲丙或甲乙冪為甲已冪開方即得甲已中高比前法省數倍之力。

戊丁冪　一千六百三十六二七一二

三之一　五百四十五四二三七

併得　二千一百八十一六九四九

甲丁即甲甲乙丙冪　二千五百○○

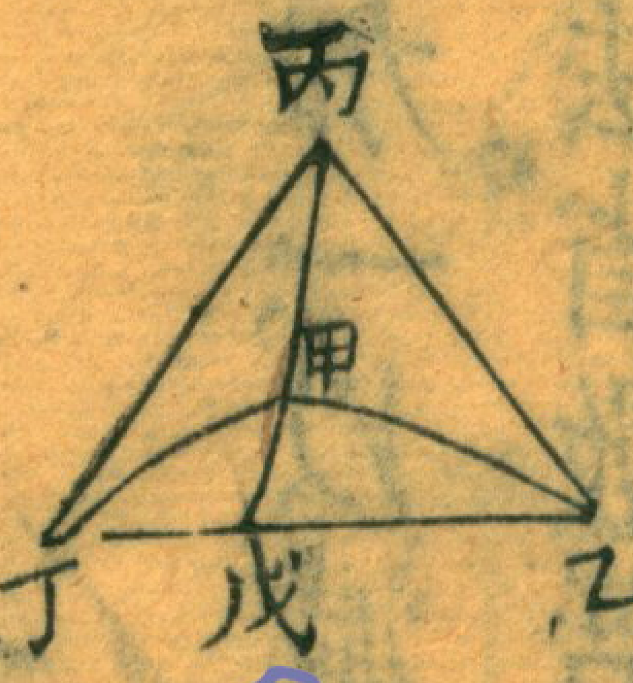
相減餘冪　三百一十八三〇五

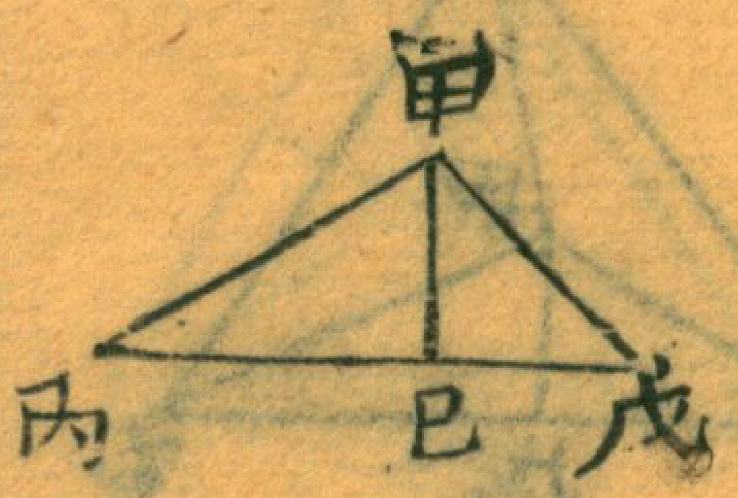
與前所得同。

解曰原以戊丁冪減甲丁冪得甲戊冪復以戊丁冪三之一減甲戊冪得甲已冪今以戊丁三分加一而減甲丁冪即徑得甲已冪其理正同。

訂定三角錐法圓燈所著

用捷法以戊丁冪三分加一減甲丁冪為甲已冪。





甲丁甲丙甲乙皆設五十

丙丁乙丙皆八十。九○一七其半戊丁戊乙四十。四五。八[illegible]。

丙戊七十。○六二九為底之垂線。

甲已一十七八四一一為中高

丙乙丁底冪二千八百三十四一○○三八○

法以半邊戊丁乘中長丙戊得底冪丙丁以中高甲己乘底冪丙丁乙得三角柱積五萬〇五百六十三五二九三〇三除之得錐積一萬六千八百五十四五九七又以三十乘之為燈體所去之積三十三萬七千〇九十〇一九四〇〇十二等面邊設一〇前推其積為七百六十八萬二千二百一十五今減去積三十三萬七千〇九十〇存燈積七百三十四萬五千一百二十一〇內容燈體邊八十〇九〇一七〇

依測量全義凡同類之體皆以其邊上立方為比例可以推知

二十等面所變之燈體

三十等面邊設一百則燈體之邊五十求其積〇

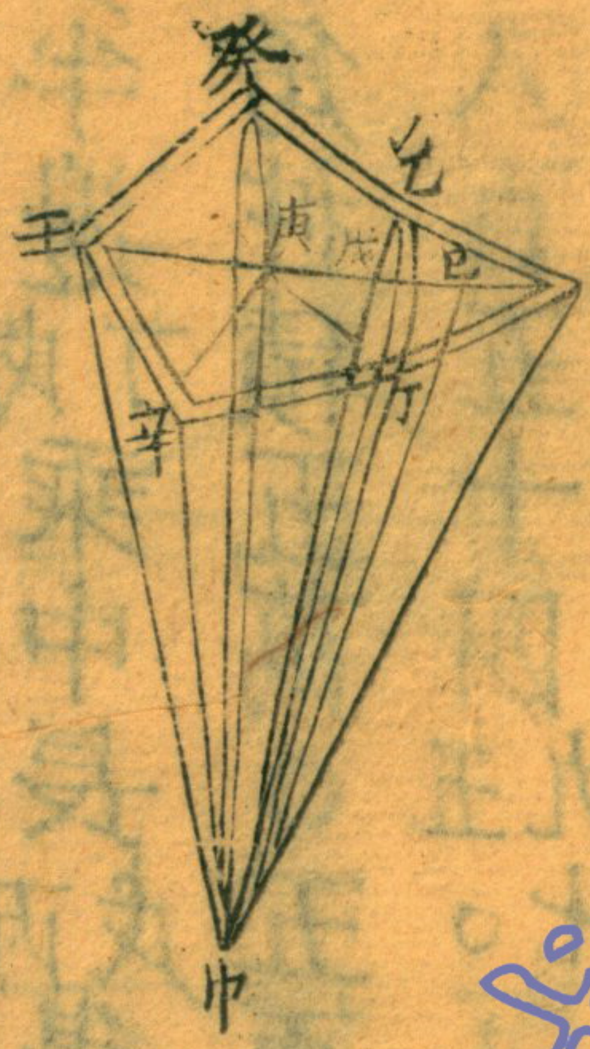
一 燈體邊八十〇九〇一七之立方五十二萬九千〇百〇八五

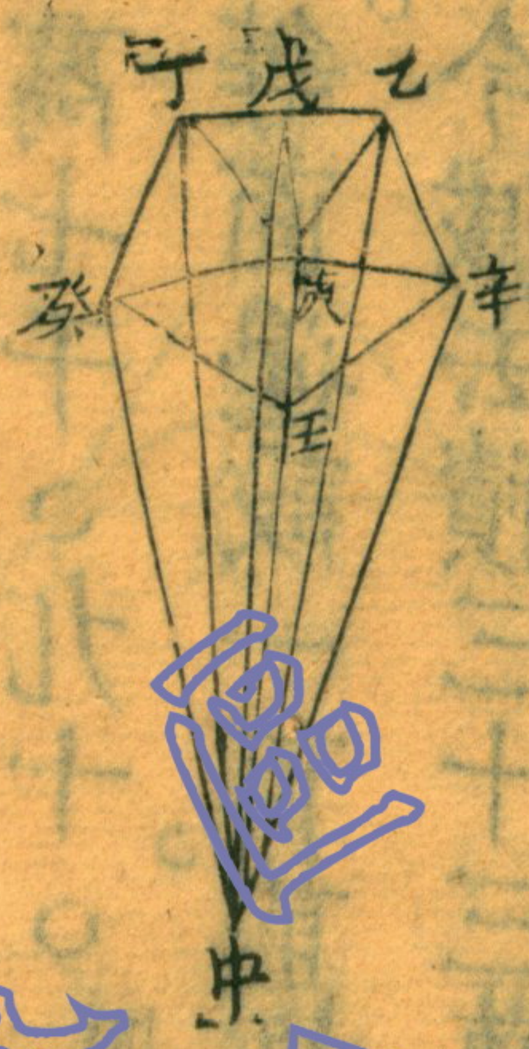
二　燈體積七百二十四萬五千一百二十五

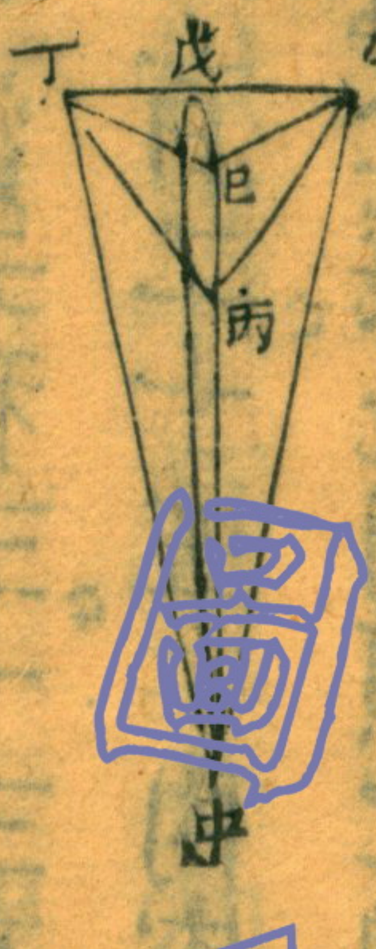
三　燈體邊五十之立方一百二十六萬五千

四　燈體邊五十之積一百二十三萬三千九百四十八

圓燈







邊設一圓半徑五十。即理分中未之大分乙丁。全圓全徑一百。即理分丁中。乙中。外切立方。即外切立方。

體積四十九。萬三千三百四十九。

丙有三角錐計二十。共積一十二萬八千七百五十三。五稜錐計十二。

共積二十七萬四千五百九十六。

丁中丙乙三角錐。爲圓燈分體之一。乙丁丙三等邊面。已爲平面心中爲體心中巳爲分體之稜。戊中爲綫心至角綫爲分體之稜。乙癸中辛五稜錐亦圓燈分體之一。乙丁癸壬辛五等邊面。庚爲平面心中爲體稜戊中爲綫。

斜垂綫。與前三角錐皆同。乙戊丁半邊丁中分體所同用。何以知兩種錐形。皆同諸綫乎。因兩種錐體皆以體心中爲其頂尖。故諸綫不得不同。

先算三角錐共五。戊丁冪三百三十八。八七二。半邊一十五。四八五。戊丁冪以用捷法取平面容圓半徑戊巳。九二。八〇五。其冪七十九。五七六二。戊丁冪以三除得之。

平面積乙丙丁面四百一十三四七九。

中高郎已四十六中七〇七五。本法以戊丁冪減丁中冪。今徑以戊丁冪加三之一。當戊已冪。減之爲已中冪。爲是捷法也。

三角錐積六千四百三十七六二〇。

二十錐共積一十七萬八千七百五十三四。

次算五稜錐共十二

半邊一十五四五。八

平面容圓半徑二十一六六二五四二五。用

五等邊平積一千六百四十二九。庚

五稜錐積二萬一千九百六十六。一

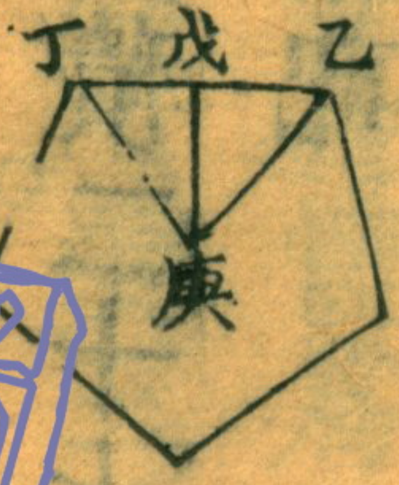
十二錐共積二十七萬四千五百九十六。

中高四十一七八五

三。庚申

求戊庚半徑法爲三十六度之切線六〇七二四與全數一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇之比例

若半邊戊丁二十五四五與平面容圓半徑戊庚二十八五五



戊丁幂二千二百三十八七二

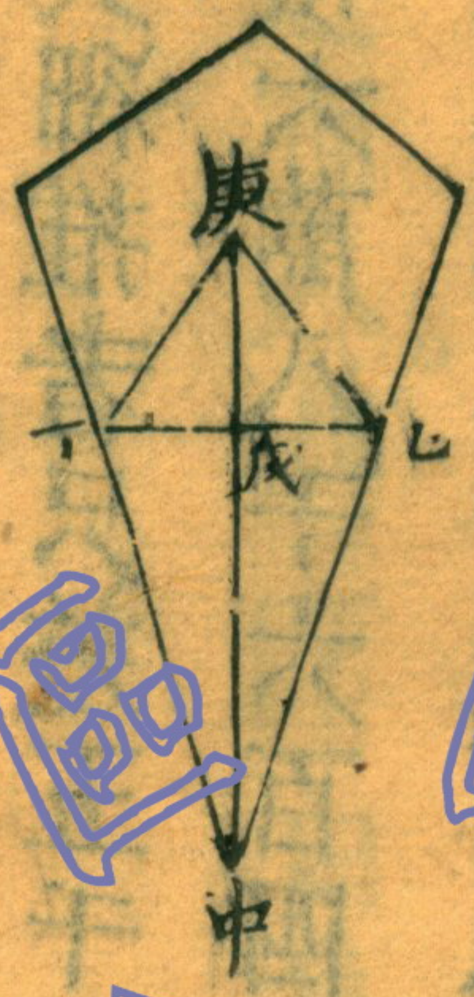
丁中弦幂二千五百〇一二

戊中股幂二千二百六十六二六

相減。

丁中弦幂二千五百〇一二

戊庚句幂四百五十二二五五



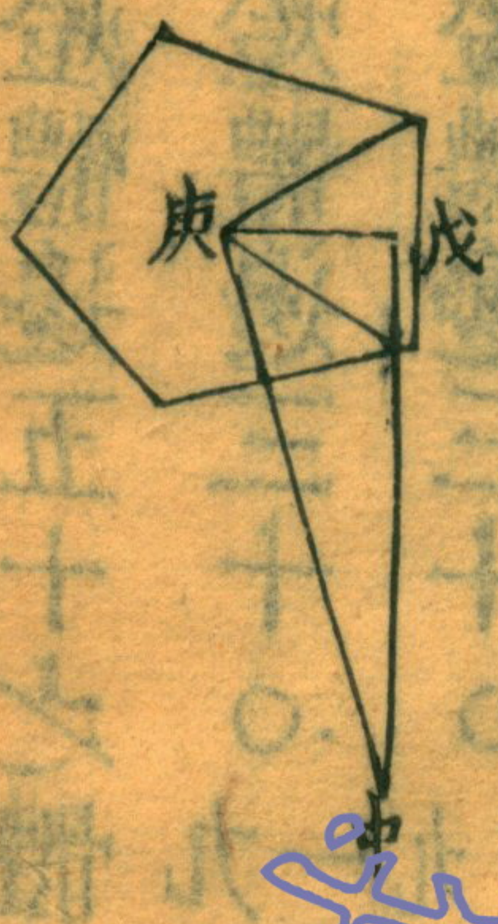
戊中股幂二千二百六十六二六

戊中弦幂二千八百〇九一三五

庚中股幂一千八百〇九一三七

相減。

戊丁半邊冪四因之爲全邊三十〇九七〇之冪



天雨流芳

一　燈體邊五十之立方一十二萬五千

二　燈體邊五十之體積一百七十三萬三千九百四十八

三　燈體邊三十○九○一七之立方二萬九千五百○八四九八七

四　燈體邊三十○九○一七之體積四十○萬九千三百二十九

與細推者只差千九百八十爲八十分之一○

桂積六萬八千六百四十九

錐積二萬二千四八十三

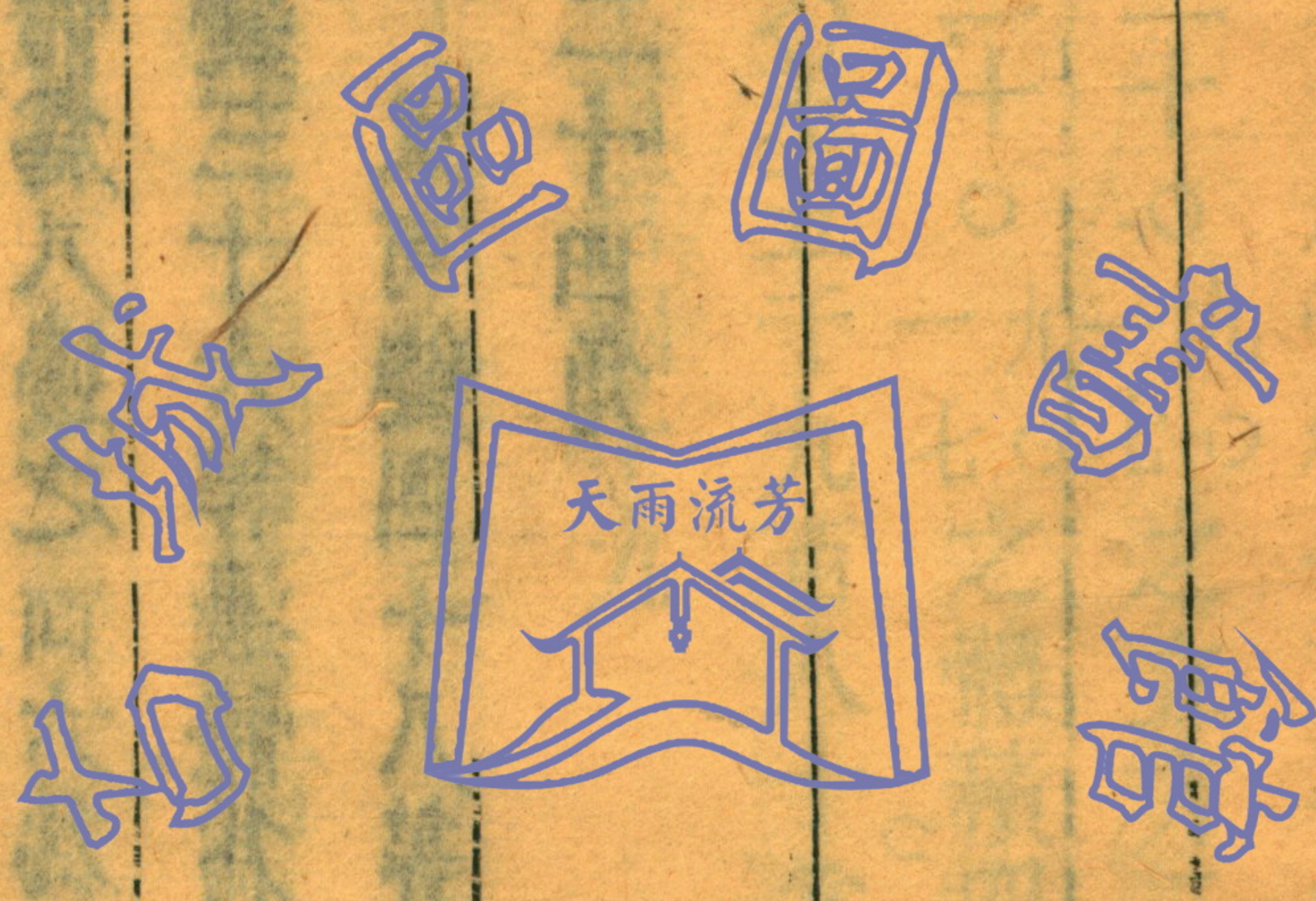
十二錐共積二十七萬四千五百九十六

孔林宗附記

方燈可名爲二十四等邊體　圓燈可名爲六十等邊體

四等面體又可變爲十八等邊體○六邊之面四爲三邊之面

四凡十二角　又可變爲二十四等面體面皆三邊西邊二十四凹邊十二十。交六凡八角如蒺藜形　六等面體又可變三十六等邊體爲八邊之面八爲三邊之面八凡二十四角。八等面體亦可變三十六等邊體爲六邊之面八爲四邊之面十八爲六凡二十四角。十二等面體亦可變爲四十八等邊體爲四邊之面十八爲三邊之面八凡二十四角。


天雨流芳

幾何補編四

諸體比例

凡諸體之比例有三一曰同邊之比例可以求積一曰同積之比例可以互知一曰相容之比例可以求邊

曰相容之比例亦有三曰圜內容諸體之比例曰諸體內容圜之比例曰諸體內容諸體之比例

容立圜一曰立方內容立圜一曰立方內容諸體之比例所容體又容立方一曰諸體互相容或數體遞相容

體自相容之比例

等積之比例即同徑同高之比例或兩體互相容或數體遞相容

比例想解所用冷攷定

立方積

一〇〇〇〇〇〇

四等面積

一〇〇〇〇〇〇

其邊二百

一〇〇〇〇〇〇

其邊二百二四

八等面積　一〇〇〇〇〇〇〇

十二等面積　一〇〇〇〇〇〇〇

二十等面積　一〇〇〇〇〇〇〇

方燈　其邊五十　一〇〇〇〇

圓燈　其邊七十七　一〇〇〇〇

凡方燈依楞剖之、縱橫斜側皆六等邊平面。

凡圓燈依楞剖之、縱橫斜側皆十等邊平面、

故皆有法形體。

測量全義所用今改定。

積	一〇〇〇〇	一〇〇〇〇
立方邊	一〇〇	一〇〇
方燈體邊	〇七〇七一〇六	〇八三三三三三

邊　一〇〇　積二三五七〇二一

八等面邊　〇七〇七一〇六　積〇一六六六六

邊　一〇〇　積〇四七一四〇四

四等面邊　一〇〇　積〇一一七八五一

十二等面邊　一〇〇　積七六八三三一五

二十等面邊　一〇〇　積二一八一八二三

圓燈體邊　〇〇九〇一七〇　積〇三九〇九二九

邊　一〇〇　積

等徑之比例皆立方所容

立方徑　一〇〇積一〇〇〇〇〇〇　邊〇〇

內容方燈徑　一〇〇積〇八三三三三三　邊一〇七〇六〇七

內容四等面徑　一〇積〇三三三邊一〇二一
內容八等面徑　一〇積〇一六六六邊一四一〇
內容立圓徑　一〇積〇五八〇九　一二〇七
內容二十等面徑一〇積〇五二二六邊一一三
內容十二等面徑一〇積〇五九五〇邊一一六
內容圓燈徑　一〇積〇六二九〇邊一二六
右以立方爲主而求諸體。
內立方及燈體之徑爲自面至面。
四等面十二等面二十等面之徑皆自邊至邊。
半虧形如工字西等面。
上下邊遙相仵錯如十字。
八等面之徑爲自尖至尖　然皆以其徑之兩端正切於立方

方面之中心一點立方六面其相切亦必六點

求積約法

凡立方內容諸體皆與立方之六面同高同闊

立方積六之五

四等面積爲立方積三之一

立方積六之一

八等面積爲立方積三之一

燈形及八等面皆以方求斜比例

燈形積爲立方之六面同高同闊

方徑以徑再自乘倍之開方得外切立方積

方徑以徑再自乘得外切立方積取其半斜法以邊自乘半之開方得外切立方積

四等面則以方求其半斜法以邊自乘半之開方得外切立方積取三之一爲四等面積

立圓在立方內則其積爲立方積二十一之十一

謹按方圓比例祖率圓徑一百十三圓周三百五十五鄭世子律學新說約率爲密又今尺居平方四百五十二分之三百四十五較徑七周二十二分之十一爲約率立方六百七十八分之三百五十五較十四分之十一爲密又推得立圓居立方皆以同高同闊同爲立方所容者較其積

燈內容同高之八等面爲八等面得燈積五之一又立圓內容同高之八等面爲八等面得圓積六十六之二十一即二十七之十四

用課分法每互乘子得之

八等面　六之　一　五得　二十　約得　七

立圓　二十一之十一　六十六之二十二　若圓

准此而知立圓內容等面其內又容八等面，又立方內容二十

等面其內又容八等面，又立方內容二十六等面其內又容

同高之四等面積爲燈積五之一者亦同高而能相容。

同高之八等面積爲燈積三之一者即十之四以燈面四

同高之四等面積爲燈積二之一者因退位得四等面積。

四等面　三　之　一　五得　二十　約得　十一

立圓　二十一之十一　六十六之二十二　若圓

此三者但以同高爲立方所容而不能自相容若相容則

凡之二不同高

立方之燈形內又容立方。

三立方之燈容立方以其邊爲方而求其斜爲外切之立方邊。

凡燈容立方邊一〇〇〇

燈邊一〇七〇七一〇

小立方邊〇六六六六四四四四四四四

凡方內容圓圓內又容方則內小方之冪得大方冪三之一

捷法以小方根倍之爲等邊三角形之邊而求其中垂線卽外大方之邊 如圖

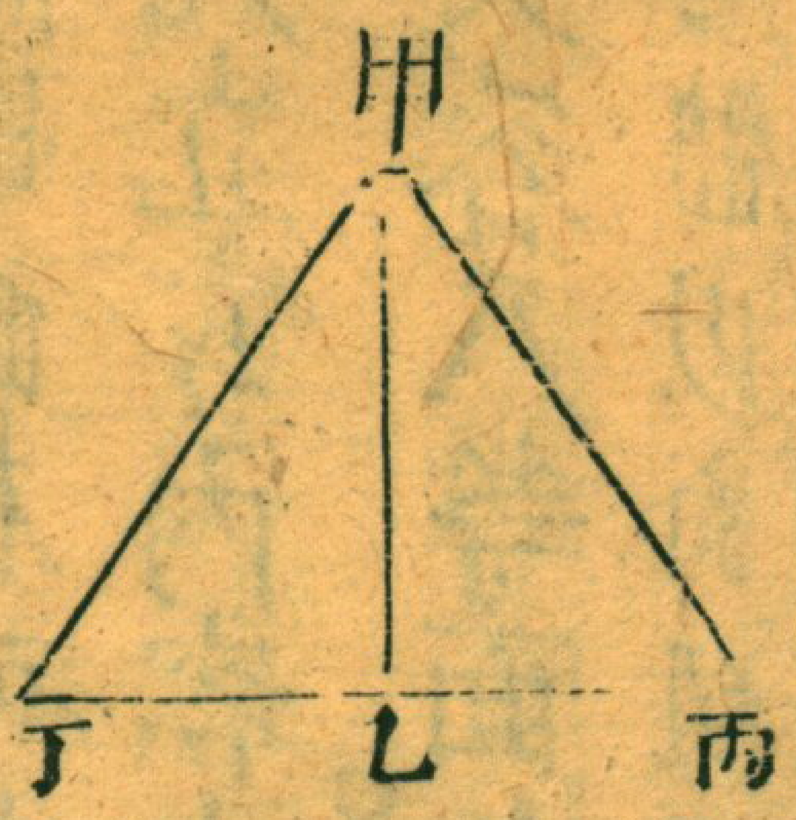
面冪一〇〇〇〇

面冪〇五〇〇〇

體積一〇〇〇〇〇〇

體積〇八三三三三三三

體積〇二九六二九六



三邊既等則乙丙得甲丙之半若乙丙一其冪亦一而甲丙二其冪則四。以乙丙句冪一。減甲丙弦冪四所餘爲甲乙股冪三。丙方之冪一。而外切渾圓之冪三故其根亦如乙丙與甲乙也

或以小立方爲根爲句倍根爲弦求其股爲外切渾圓徑。亦同渾圓徑卽外方邊。

若以量代算則三角形便。

如以大方求小方者則以大方爲中垂線而作等邊三角形其半邊卽小方根也。

或用大方爲股而作句股形使其句爲弦之半卽得之。

捷法。句股形使甲角半於丙角則弦倍於句而句與股如小立

天雨流芳

方根與大方根或以甲角作三十度而曰乙作垂線引之與甲丙弦線遇於丙則乙丙即圓所容方之根。

又接先有大方根倍之為等邊三角形之邊而求其中垂三線之即得。

凡立方內容圓燈燈內又容八等面。凡四重在內其切於立方也皆同點。

凡立方內容圓燈燈內又容十二等面體。凡四重在內其切於立方也皆同處。凡六處皆在方面之最中一點。從此一點刺一針。則五層悉透內。惟切立方邊折半處。

又容八等面。凡四重在內其切千立方也皆同處。凡六處皆在燈體以面切面。十二等面。以邊切邊。十二等者。皆每面之最中一點。

凡立方內容方燈燈內又容二十等面體體內又容圓燈燈內又容八等面同上

凡立方方燈立圓十二等面二十等面圓燈內所容之八等面皆同大

凡立方內容四等面體體內又容八等面其切立方皆同處四等面以邊切爲立方六面之斜八等面以尖切居立方各面中心即四等面邊折半處

准此而知立方內所容之八等面與四等面所容之八等面亦同大且同高各體中所容八等面皆同大因此可知

凡立圓內容十二等面體又容立方其立方之角何十二等面之尖而切於立圓故立圓內所容之立方與十二等面內所容之立方同大

凡二十等面體內容立圓內又容立方立方之角切立圓以切二十等面之面故立圓所容之立方與二十等面內所容之立方必同大

凡二十等面體內容立圓內又容十二等面體體內又容立方既立方之角切十二等面之角以切立圓而切於二十等面之面皆同處

凡諸體能相容者其相容之中間皆可容立圓此立圓爲外體之內切圓亦爲內體之外切圓

惟八等面外切二十等面十二等面四等面及圓燈其中間雖著立圓何也八等面之切圓燈以尖切尖而其切四等面十二等面二十等面則以尖切邊尖其中間不能容立圓

天雨流芳

其他相切之中間能容立圓者皆以內之尖切外之面。

凡諸體在立方內即不能外切他體。

其角同立方之角切他體。故諸體所容四等面之邊皆與其所容立方之面爲斜線。

凡諸體相容其在內之體爲所容。在外之體爲能容。能容與所容兩體之相切必皆有切處。

凡相容兩體之相切或以尖或以邊。或以面。

渾圓在立方內爲以面切處。只一點。皆在立方每面之中央切。凡立方之角有八。立方六面相切有八點。故相容也。

立方在渾圓內爲以尖切面。立方之角有八。即非正相容也。

天雨流

渾圓在諸種體內其皆與在立方內同謂其皆以面切於渾圓之面也然其數不同如四等面則切點有四方燈則切點有六八等面則切點有八其切點皆在其面之中央而不論三角方面爲數圓燈則以其面之邊之面爲數而不論何也三角之面距體心遠故不能內切立圓也

十二二十等面及圓燈則切點之數皆如其面之數而諸體之面皆與立方在渾圓內同謂其皆以各體之尖切渾圓之面也其數亦各同如四等面則切點六十二等面則切點二十等面則切點十二圓燈則切點三十皆如其尖之數也

四等面在立方內以邊稜切立方之面四等面有六稜以切立方之六面皆偏其四尖又皆切於立方之角。

十二等面二十等面二十稜其切立方只有六面在立方之面。

各有三十稜其切立方只有六面在立方之面。

此三者爲以邊稜切立方之面兩種

八等面在立方內亦以尖切立方之面也。

切面有六點。圓燈在立方內亦以尖切立方之面。

方燈在立方內則以面切立方面也。

方等也。其十二尖又皆切於立方面六。亦與立

爲點。

十二等面與二十等面遞相容。皆以內體之尖。切外體之面。

十二等面在八等面內。以其尖切八等面之面體有一十二尖只用其八也。

方燈在八等面內。八數相等也。又其尖皆切於八等面各稜之中央折半處。稜有十二與燈之尖皆切八等面內。亦以面切。

圓燈在十二等面內。以面切。

等邊平面原有五。

皆在其中半。

圓燈在二十等面內。以其尖切十二等面之邊楞而皆三角平面也。圓燈體之五

角平面原有二十。故也。又皆以其尖切二十等面之邊楞而皆

在其中半。

問十二等面與二十等面體勢不同而圓澄之尖皆能切其楞邊何也曰圓燈有三十尖而兩等面體皆有三十楞故也凡能容之體皆可以所容之體遞相容者亦可遞改爲所容之體。

如立方容圓卽可列方爲圓渾圓容方卽可制圓爲渾圓又容十二等面體內又容二十等面體卽可遞改。

凡所容之體皆以數求之。

如立方外切立圓以其實角則求立方心至角之線爲立圓半徑。

凡以面切面者其情相通。

如方燈以其三角切八等邊面則此

三者皆方斜之比例也

次如圖燈以其五等邊面。切十等面。則此三者。皆理分中末。若反用之。而令立方在燈之內。則立方之尖所切者。又能以其三角面。切二等面。若令十二等面在圓燈內。則其所切者必三角面。而二十等面。皆圓燈內所切。又必五等邊面也。故曰其情相通。

諸體相容

凡立圓立方。皆可以容。諸體。

凡立圓內容立圓兩者不雜他體。可以編

圖 天南流芳

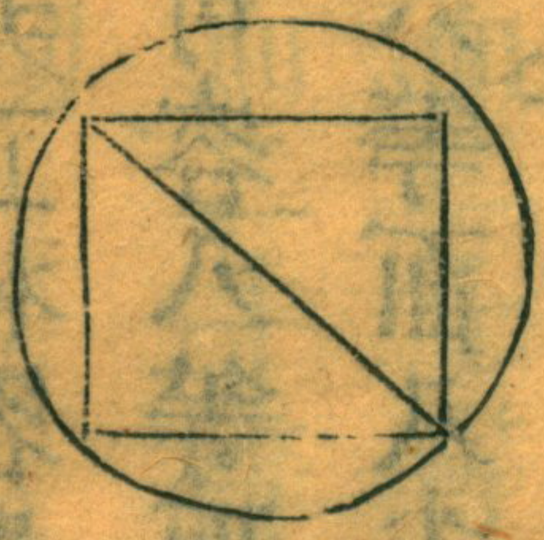
凡立圓內容立方此立方內又可容立圓三者以序進亦可以不窮。

凡立圓內容立方又容四等面在立方內。

圓與立方尖所切必同點。

凡立圓容四等面在立方內必以其楞爲立圓之徑。

斜依此斜線衡轉成圓柱形又能含立方。



凡四等面體在立圓內任以一尖爲頂。以所對之面爲底旋而外圓者柱之底若面之內方者立方之底若面直而斜者四等面之邊。

作圓錐此錐體必爲立圓之所容而不能爲立
此兩體雖非正相容體然皆有法大
凡立方內可容八等面。八等面亦可容立方。而相與爲不窮
凡立方有六等面。八尖故六等面有
所容體之尖。皆切爲所容大體
凡立方內容立圓。此立圓內仍容
之點。即可爲切立
八等面內容立圓。此立圓內仍容立方。則立方
亦即可爲其切八等面體所容其在諸體內必以圓面一點切諸
凡立圓可爲諸等面體之中心而等而徧
體之各面此一點皆在其各等面之

凡八等面內容立圓仍容立方此立方內仍容四等面而四等面以其角切立方角即可同立方角切立圓以切八等面叠串四體皆一點相切必在八等面之中心

立方設一百內容二十等面邊六十一八〇三三九八內又容立圓九十二三〇四一七一六

簡法取內容立圓徑纍三之一開方得內容小立方再以小立方為理分中末之中分而求其大分得內容十二等面邊

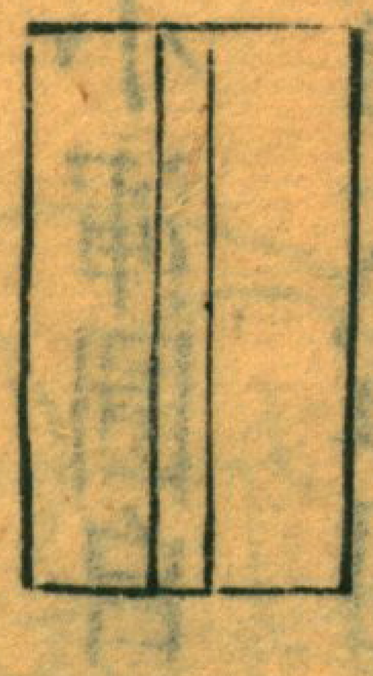
凡十二等面二十等面皆能為立圓之所容皆以其尖切渾圓

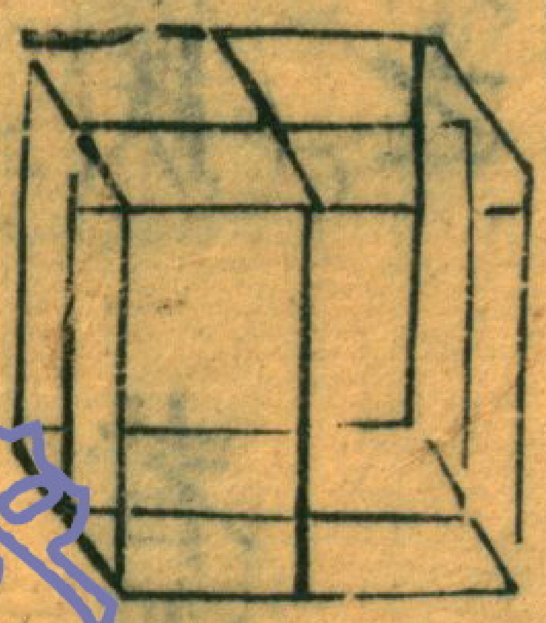
凡十二等面二十等面皆能容立圓皆以各面之中心一點正與渾圓相切

凡十二等面與二十等面可以互相容皆以內體之尖切外體

之各面中心一點、
凡十二等面內容渾圓渾圓內
徑二十等面內容渾圓渾圓內
徑何也渾圓在各體內皆以其
此點即各內體之心故渾圓
以上皆可以迭出相生不窮也、
凡十二等面與渾圓之點故
二十等面內容十二等面亦與
凡立方內容十二等面之邊亦同、
之正中凡六皆遙相對如十字、
假如上下兩面所切之邊

必縱而左右兩面所切之邊又橫若引其邊爲周線則六處相交皆成十字。



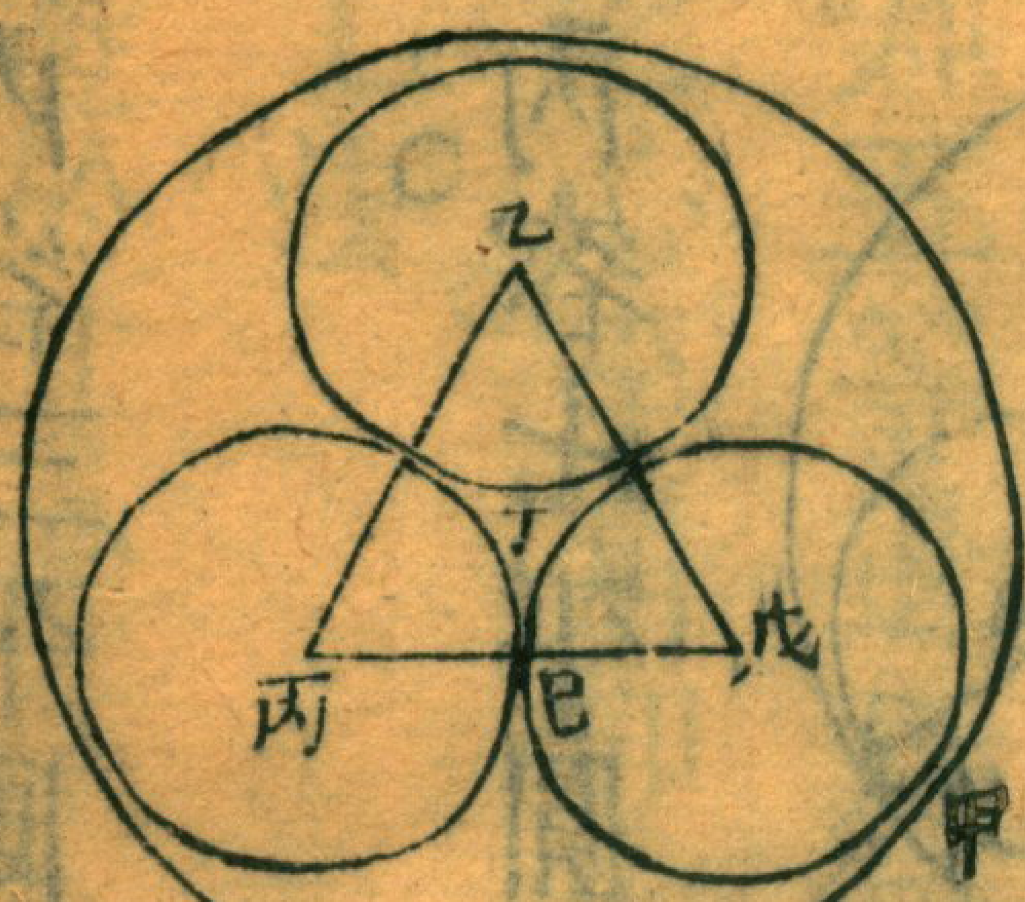


立方內容二十等面邊亦同。

凡各體相容皆與之大切小之面惟立方內容四等面則以角而切角立方內容十二等面二十等面則以邊而切面。

大圓容小圓法

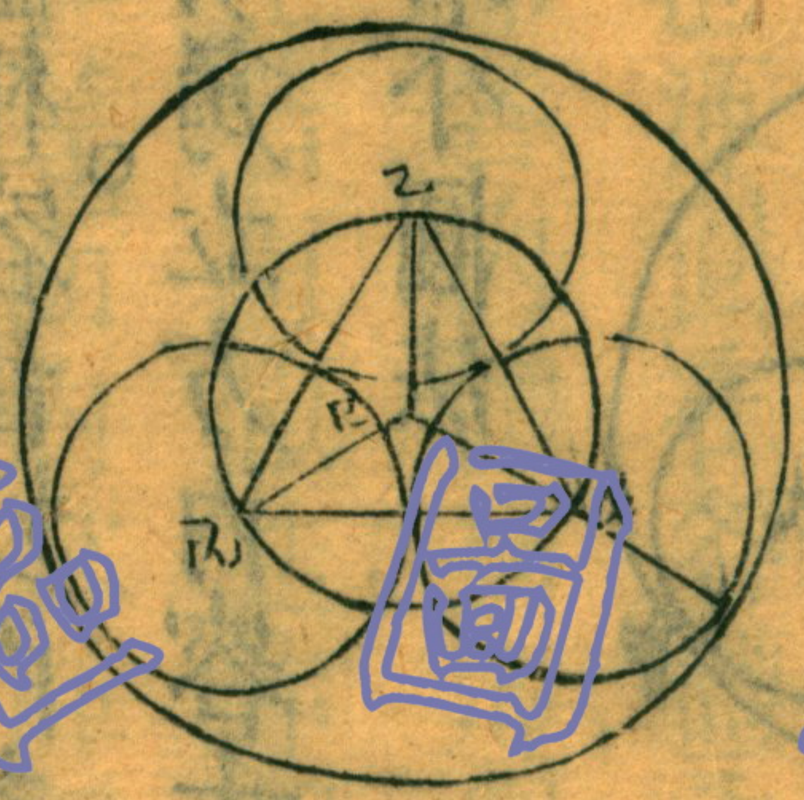
平



甲大圓內容乙戊丙三小圓法以小圓徑如乙戊爲邊作等邊三角形而求其心如丁乃於丁戊（三角形自心至角線）加戊甲。（小圓半徑）爲大圓半徑（丁甲）

凡平圓內容三平圓。五。立渾

若平圓內容七平圓。以上皆自相扶。而求其體心如丁。次求體心至甲大渾圓半徑。即戊為大渾圓半徑。

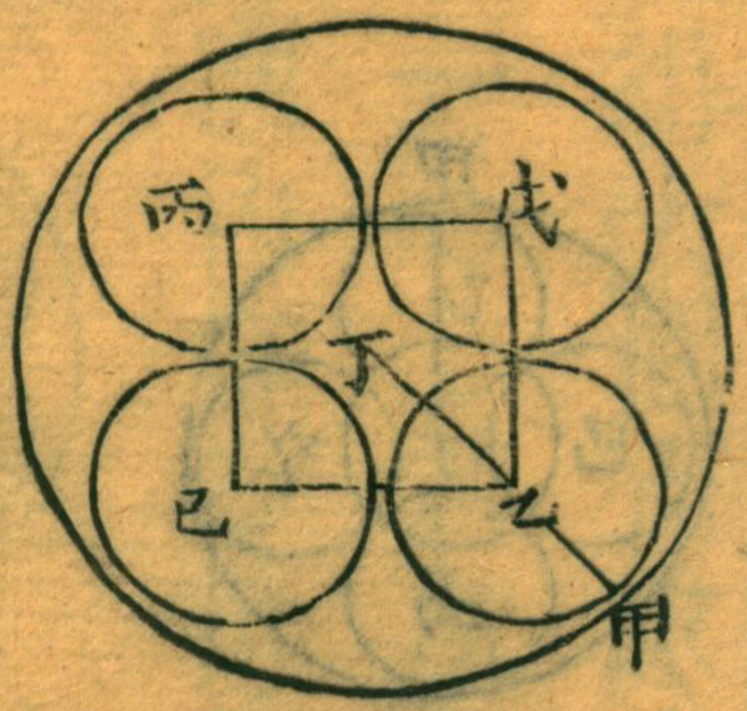


凡渾圓內容四渾圓或容六渾圓或容八渾圓十二渾圓。皆直以小渾圓自相扶有稍大渾圓夾之。

若渾圓內容二十渾圓則中多餘空必內

芳流雨天

平



甲大平圓內容乙戊丙己四小平圓

法以小圓徑如乙戊等爲邊作平方。如乙丙。其斜。如丁乙。即方心至小圓心線。如乙丁爲大圓半徑。如甲丁半徑。如甲乙。以三率之比例求之。法爲方己而平其斜。如丁乙。即方心至小圓心線。如乙丁爲大圓半徑。如甲丁半徑。如甲乙。以三率之比例求之。法爲方

若所設之渾圓半徑丁甲與

推此而知五等邊形於其銳角爲

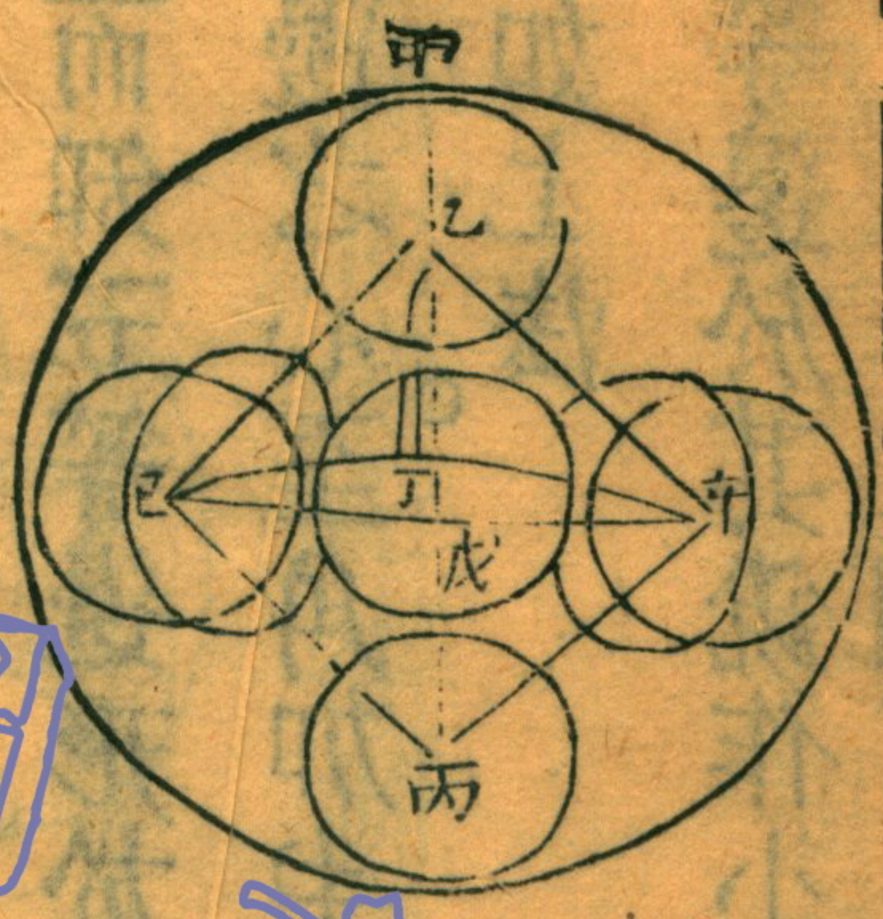
五等邊之心至角加半邊爲半徑。而作大圓則大圓內容五小

圓俱如上法。

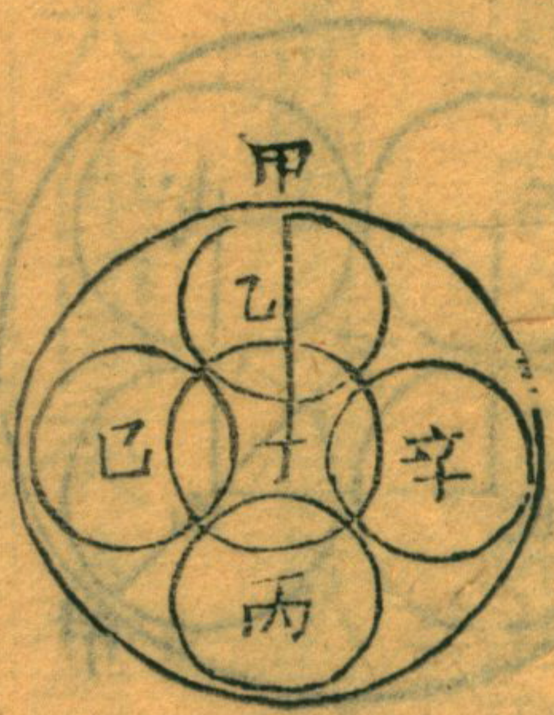
若六等邊於其銳作小圓。仍可於其心作圓。共七小圓。何也。六

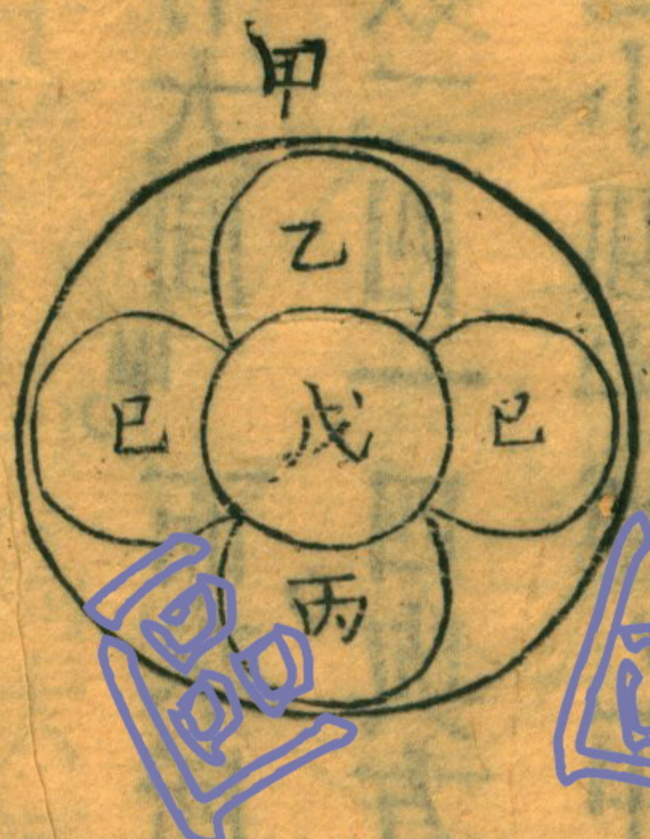
天雨流芳

渾正面



渾對面





等面之邊與半徑等也。其法只以小圓徑。即六邊二等分加一。為大圓半徑。內容乙。兩等六小渾圓徑為邊作八等面虛體如乙。

小渾圓之徑為邊。作八等面虛體如乙。

大渾圓之徑。皆小立圓之心。聯為線則成八等面心丁至角之度。如丁乙等。

加小圓半徑。如甲乙。為大渾圓半徑。

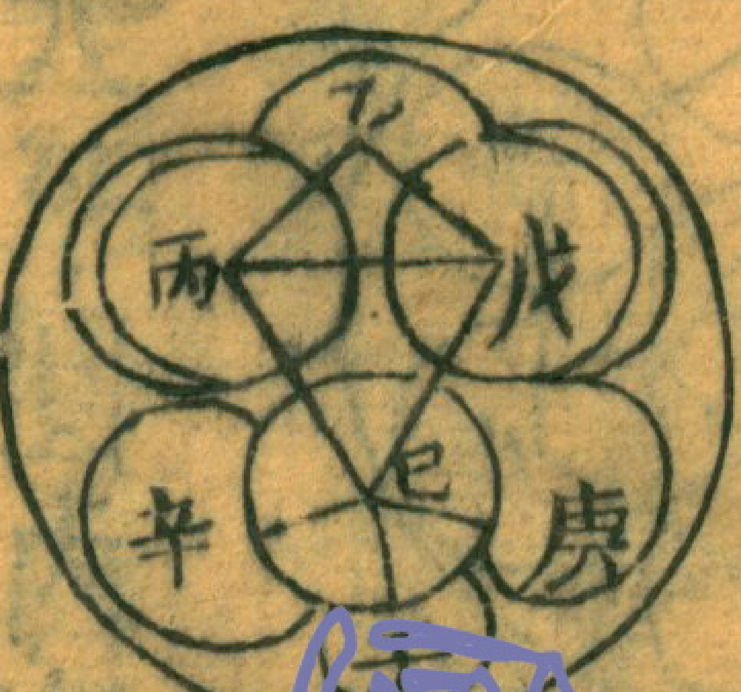
捷法以小渾圓徑為方。即乙巳辛平方。求其斜角乙丁。如甲丙。為大圓半徑。

或以小渾圓徑自乘而倍之開方得甲丙。為大圓半徑。亦同。

或先得大圓而求小圓徑則用此例法爲方斜并二四一四與方根一○○若所設大渾圓之徑與內容六小渾圓之徑。

甲渾圓內容乙丙戊己庚壬辛癸丑子寅卯十二小圓。

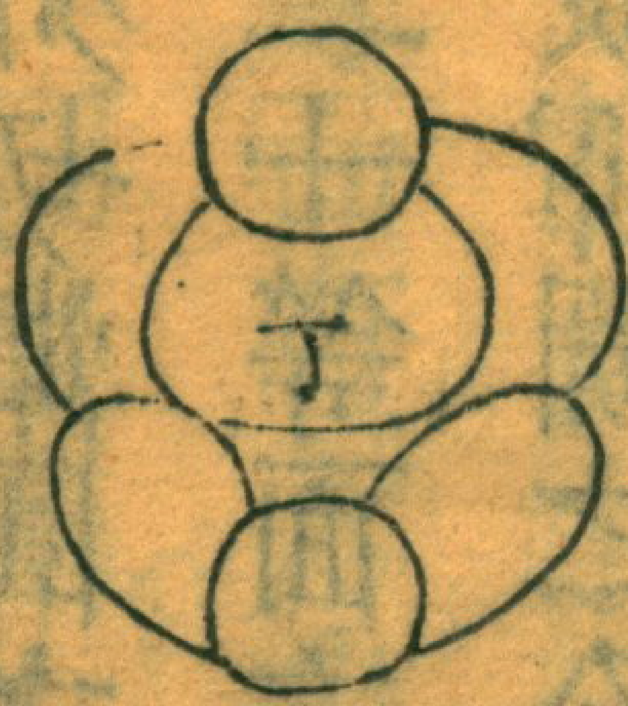
正面



法以小立圓徑如乙丙等作二十等面虛體之稜。己丙等小圓之心聯則成二十等面之稜。次求體心丁至角即小圓心線如丁○加小圓半徑乙○如甲爲大圓半徑如甲按體心至角線即二十等面外切圓半徑。

渾

對面



二十等面之例邊一百即小渾圓例徑。

外切大渾圓例徑二百八十八一三五五。二十等面邊一百者其外切渾圓徑一百八十八奇又加小圓例徑得此數。

若先有大渾圓而求所容之十二小渾圓則以二率爲一率四

率爲三率。

一　外切渾圓之徑

二　二十等面之側邊

三　設渾圓之全徑一百

四　內容十二小圓渾圓徑一百

甲庚大平圓內容七小圓渾圓徑一百

甲大渾圓內容八小立圓

若容八圓以上則其數變矣假如容九圓必大於七小圓而後能相切（以倣此）。

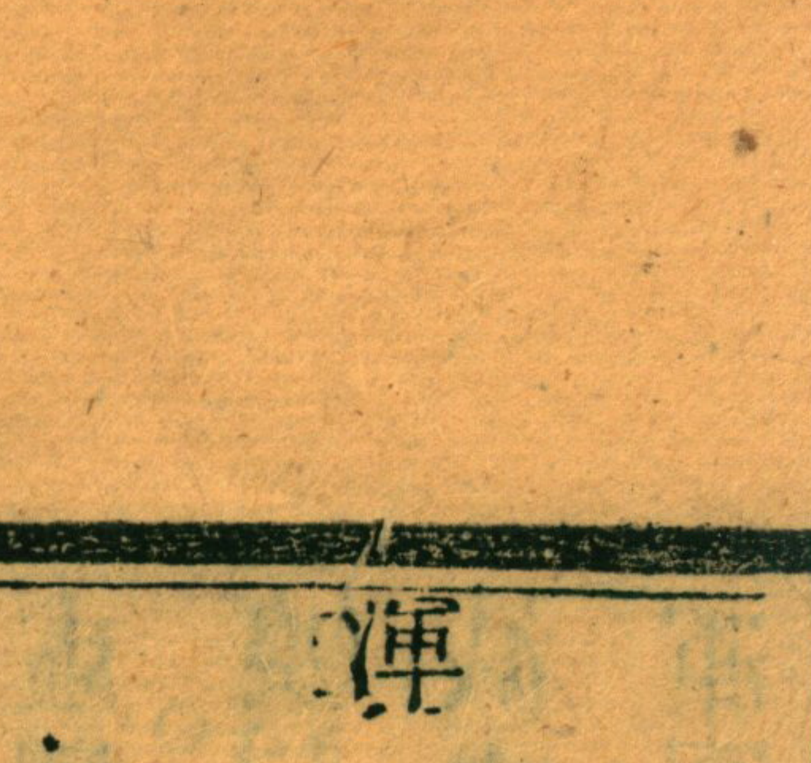
平均布於大圓周之內而切於邊則中心一小圓徑三之一。如丁乙庚辛等爲小圓徑

六九　其比例如全

四八　分與小分。

天雨流芳

渾



法以小圓徑作立方。如乙庚方。求其立方內斜線乙丁十七。加小圓徑。共二十七。內減小圓徑二十。餘七倍之得十四。是比小圓半徑為十。甲乙則其心至角數。即外切渾圓半徑如乙丁。再加小圓半徑為大渾圓半徑如乙甲。又二十等面。十二小圓為大渾圓所容。其中容空小圓在內乎。

又二十等面有六尖。可作十二小圓。以居大渾圓內。而為所容。又八等面有六尖。可作六小圓為大渾圓所容。四等面有四尖。可作四小圓為大渾圓所容。其中容空

虛仍容一小圓爲十三小圓帖等徑也。

十二等面有二十尖用爲小渾圓之心。可作二十小立圓以大渾圓內有稍大渾圓來之。

圓燈尖三十。可作三十小球亦皆以內稍大渾圓來之。

公法皆以心至小渾圓心距體心之度皆以小渾圓徑爲所作虛體邊。

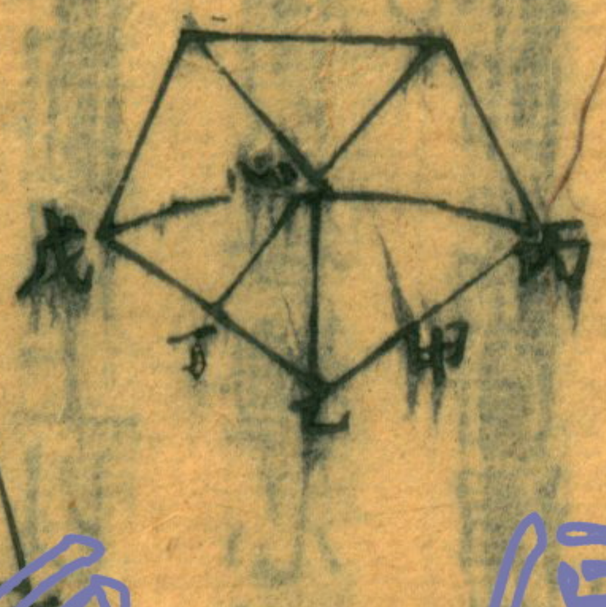
如作內容二十等面虛體。

虛體之各邊皆如小渾圓徑也虛體之各尖距心皆等此距心度以小渾圓半徑。

減之爲內夾稍大渾圓半徑。

渾圓內容各種有法之體以查曲線弧面之細分

公法凡有法之體在渾圓體內其各尖必皆切於渾圓之面
凡渾圓面與內容有法體之尖相切成點皆可以八線知其弧
度所當。
內惟八等面皆弧線十字相交爲正角餘皆銳角。



十二等面。每面五邊等析之。從每面之角至心成平三角形五則共心角皆七十二度半之三十六度。即甲心乙角。乙甲角。必五十四度。倍之爲甲乙丁角則百八度。故爲鈍角。
凡渾圓面切點皆如其內切體等面之數之形。
弧面皆依內切各面之界聯爲曲線以得所分渾體之

圖
天雨流芳

如四等面則其分弧面為弧面者亦四而皆為三角弧形。
則亦分弧面為十二等面則弧面亦分為八。二十等面弧面亦二十。
立方體所分弧面共六皆為四邊弧形。
凡渾圓面上以八線知其幾何長。
其法以各體心到角之線皆可以八線求兩點間曲線之長。
圓線即為圓渾圓半徑以此半徑求其周作。
凡渾圓面以曲線為界為若干相等之弧面。
弧面之冪積。
假如四等面外切渾圓依切點聯為曲線分渾圓面為四則此

四相等三角形弧面各與渾圓中剖之平圓等。

全冪得渾體中剖平圓面之四倍。今以渾冪分爲八等面分渾圓爲八卽各得中剖平圓之半冪。

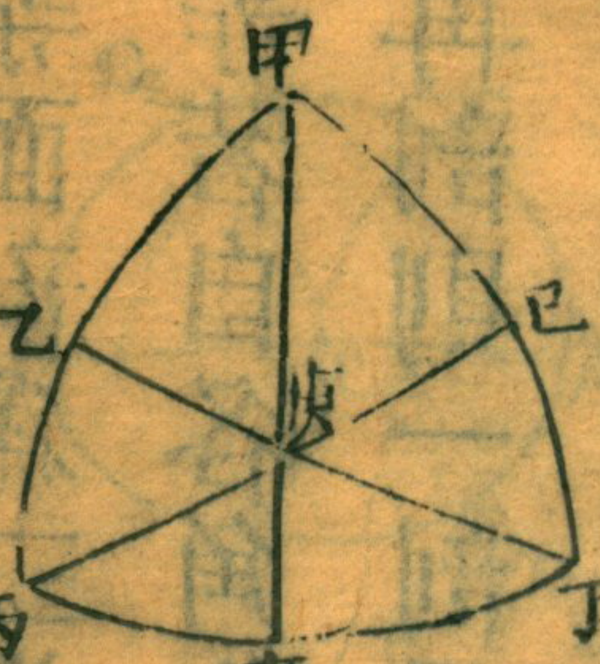
推此知大等面分外切渾圓冪爲六卽各得中剖平圓三之二。

十二等面分渾圓冪爲十二卽各得中剖平圓之一。

二十等面分渾圓冪爲二十卽各得中剖平圓五之一。

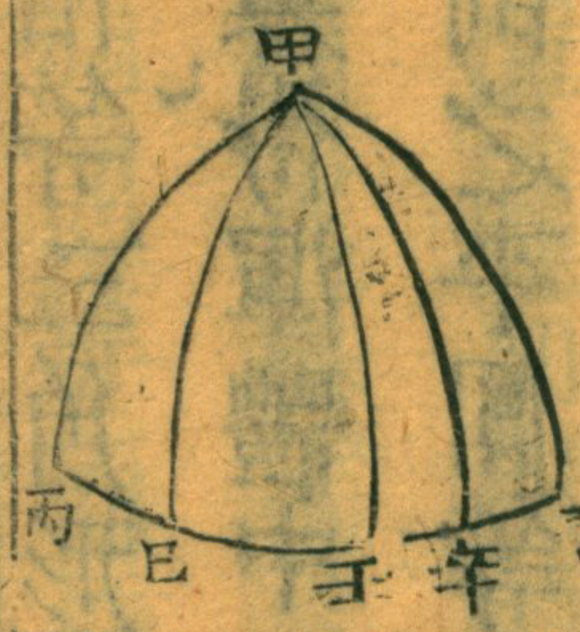
凡依等面切渾所剖之圓冪又細剖之。皆可以知其共分冪。

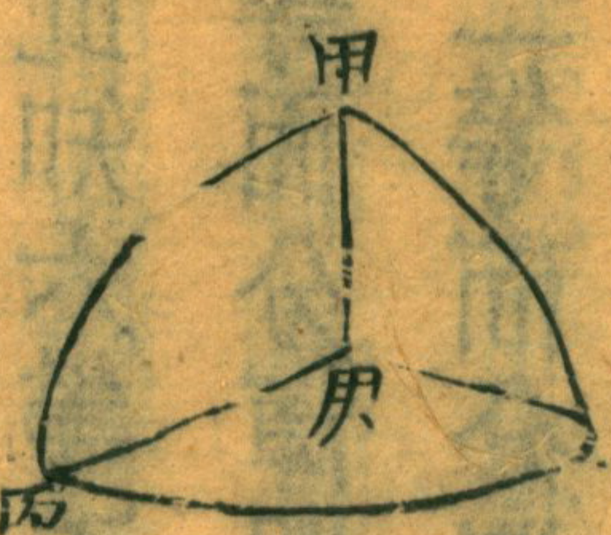
假如四等面分渾圓冪四之一。作三角弧面。



若中分其邊而會於中心。則一又剖爲三。爲渾圓冪十二之一與六十二等面所分正等但十二

等面剖爲三邊弧線等此所分爲四邊弧線形如甲乙丙丁。若自各角中剖會於心。成三邊形。其冪亦等。而邊不等也。再剖則一剖爲六。爲渾圓面冪八之一。與八等面所剖。皆得渾圓冪八之一。與八等面所剖。皆得十四之一。若但一剖爲二。則得渾圓冪八之一。與八等面所剖。皆得十二等面所剖正等。但八等面三邊等。又皆直角。此則邊不等。又非直角。

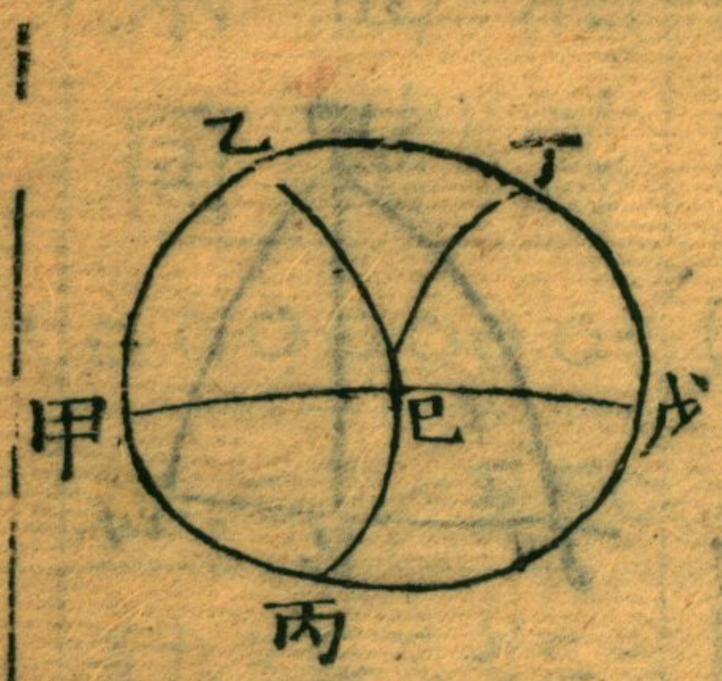


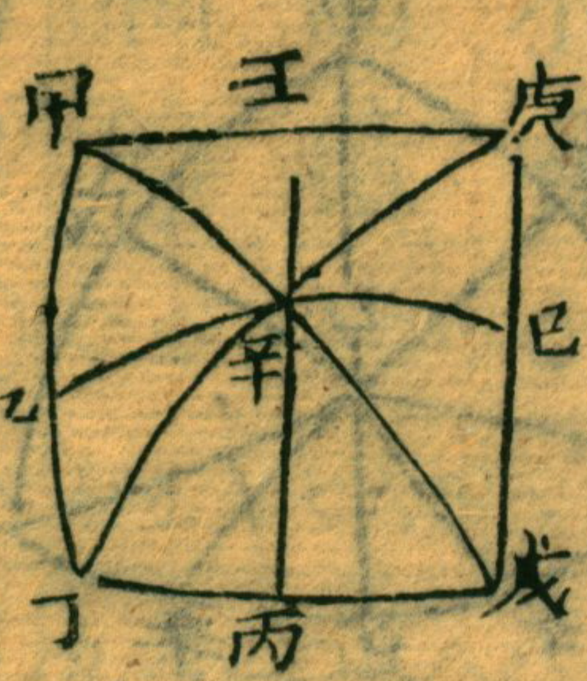


假如八等面剖爲渾冪八之一。而剖爲四。則三十二之一。如十六等面之六剖也。若三剖則渾冪二十四之一。如十二等面之四剖也。再細剖之。可剖爲九十六。是依度剖。亦如四等面之六剖也。可剖爲五千四百。則依分剖。也再以秒微剖之。可至無窮。

天雨流芳

惟八等面可以細細剖之者以腰圓
背相似。故剖之可以不窮。

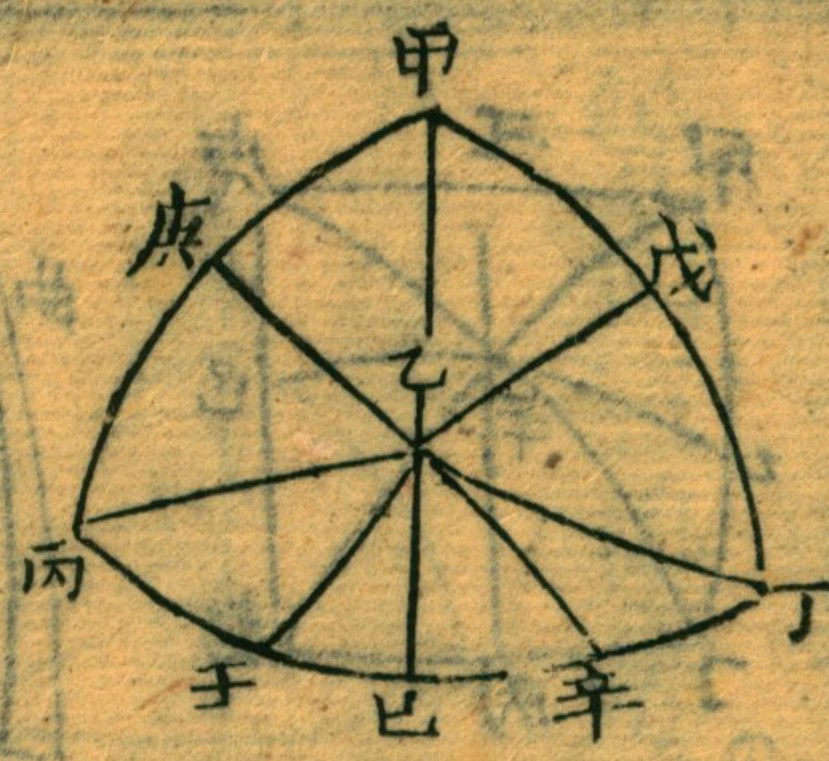


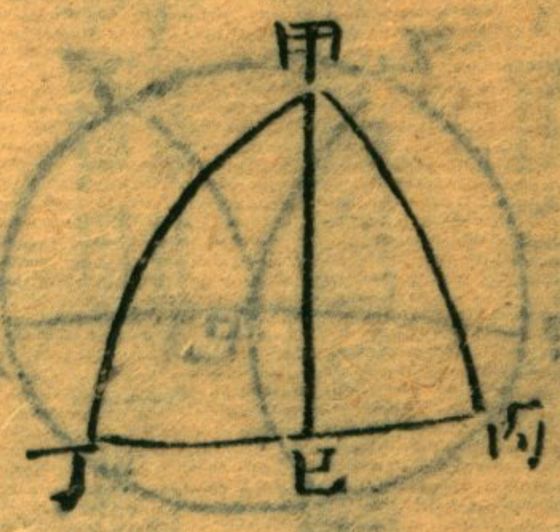


又以求知曲面容積。

剖之渾體腰圓即平圓周也。以平圓周為底。兩端各以半徑為兩弦。以會於平圓之心。則其冪為平圓四分之一。若渾體四面以腰圓為兩弦。以會於渾圓內。剖渾冪為六。得渾圓之極。前其冪為平圓二之一矣。

假如六等面即立方。在渾圓內。剖渾冪為六。得渾冪六之一。若一剖為二則與十二等面所剖為四則二十四之一。再剖則一為八。而得四





十八之一

假如十二等面。剖渾冪爲十二。各得十二之一。若剖爲五。則得六十之一。爲十。則得百二十之一。而與八等面所剖爲二十。各得渾冪三十之一。若一剖二。則四十之一。若一剖三。則六十之一。皆與十二等面所剖之冪等而邊不必等也。

凡球上所剖諸冪以爲底。直剖至球心。爲若干分。如四等面。成三角錐。其錐積亦爲球體四之一。推之盡然。

通率表附

此表纂成供奉

內廷抄得中秘之本謹附於諸體比例卷後以公同好。

面線	不同	面積	相等	面線	相等	面積	不同
○	一〇〇〇〇〇〇〇			○	一〇〇〇〇〇〇〇		
△	一三四六七七三七			△	〇五五一三二八九		
□	〇八八六二二六九			□	一二七三二三九五		
五邊形	〇六七五六四六九			五邊形	二一九〇五七九九		
六邊形	[illegible]五四九八[illegible]八一			六邊形	三三〇七九七三三		

尺寸	不一	積數	相等	積數	不一	尺寸	相等
球	一〇〇〇〇〇〇〇			球	一〇〇〇〇〇〇〇		
立方	〇八〇五九九六〇			立方	一九〇九八五九三		
圓錐	一二三九九二一一			圓錐	〇五〇〇〇〇〇〇		
圓柱	〇八七三五八〇五			圓柱	一五〇〇〇〇〇〇		
八面體	一一六二四四七四			八面體	〇六三六六一九七		
方	一〇〇〇〇〇〇〇			斜	一四一四二一三六		

方寸	〇	兩	錢	分		兩	錢	分
金	一	六	八	〇	鉛	九	九	三
水銀	一	二	二	八	銅	七	五	〇
銀	〇	九	〇	〇	鐵	六	七	〇
玉	〇	二	六	〇	錫	六	三	〇

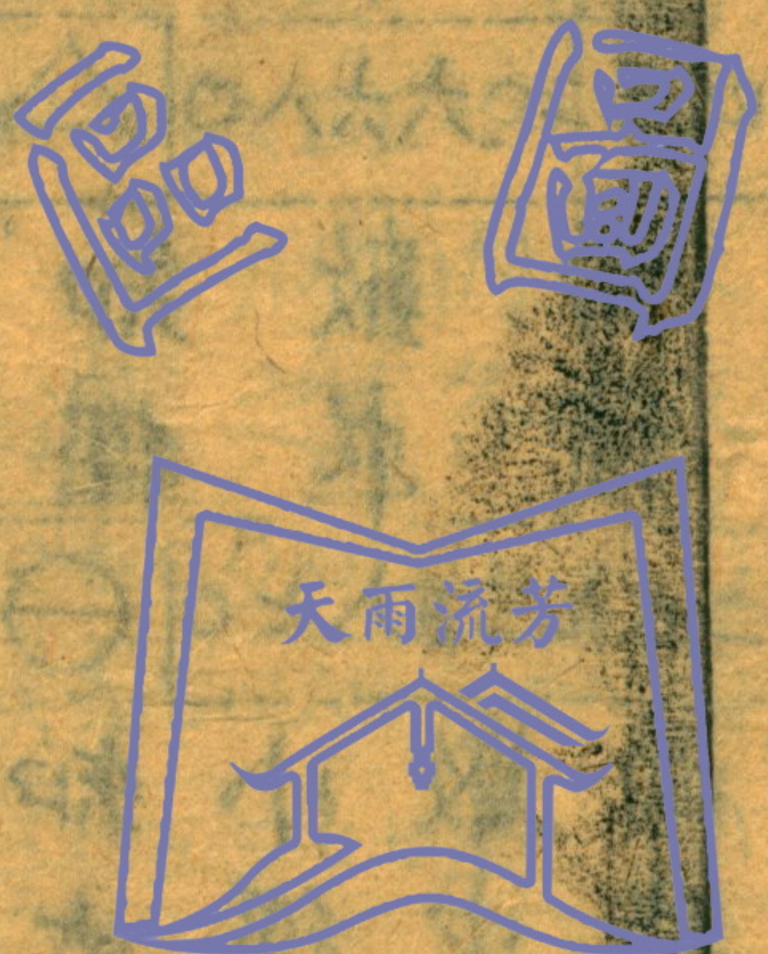
大雨流芳 圖書館藏

知邊一面求一	知邊垂線一求一	圓內形例各比線
○○○○○○○○一	○○○○○○○○一	○○○○○○○○一
七二一○三三四○	六六九四六一八○	七六九四三一四○
七二一○三三四○	八六○一七○七○	八九一六六三六○
四七七四○二七一	二六一五三一一一	七六二八六五七○
七二一○三三四○	四一六七五五七○	三三九九六二八○
一形內求球	一形內球邊之各	圓外形例各比線
○○○○○○○○一	○○○○○○○○一	○○○○○○○○一
一五七六八八二○	大六九四六一	七六○五六一
二三三三三三一○	三○五三七五○	三五五三
四六○五六一二○	八六○一七○七○	五九三二三七二一
六四五○九一二○	一二二八六五三○	三八二三六五一一
七一八六九一一○	一一三七五二五○	八七五六二○一一
一形外求球	一形外邊之各球	徑週
○○○○○○○○一	○○○○○○○○一	三一一
一六七○八九五○	七九八四九四四二	五五三
○○○○○○○○一	○○○○○○○○一	釐分錢兩
二九一五九四六○	○五四七四二二一	○○五二 石
七三九八六四三○	○八二○九四四○	○三九○ 水
一七二五九八一○	五四八五一六六○	○三八○ 油

天雨流芳

一積知	面邊知	體邊知
邊求面	積求一	積求一
一一〇四九〇三二△	七二一〇三三四〇△	一〇〇〇〇〇〇〇△
體數知	高邊知	一一五八七一一〇△
積求徑	數求一	五四〇四一七四〇面
八八九五三二五〇㊀	四二一〇六六八〇㊀	九八一一三六六七㊀
面渾數知	圓數知	〇五九六一八一二㊀
冪圓求徑	積求徑	體形內各
六二九五一四一三㊉	二八九三五八一㊉	積之球
面求徑知	面數小知	〇〇〇〇〇〇〇一㊀
積求外數	積求大徑	〇〇五一四六〇〇㊁
六二九五一四一三㊉	二八九三五八七〇㊉	一〇五一九一〇㊂
體數數下知	體數小知	六六六六六六一〇㊃
積求高徑上	積求徑大	五五四一八四三〇
四九九七一六二〇㊄	八八九五三二五〇㊉	八八一〇七一三〇
體數徑知	體數徑知	體形外體
積求高底	積求高底	積之各球
四九九七一六二〇㊅	二八九三五八七〇㊇	〇〇〇〇〇〇〇一○
體數知一	積數徑各知	八〇五〇二三七一△
積求邊	求體數大小上	〇〇〇〇〇〇〇一㊈
一一五八七一一〇△	七九九八〇三一〇㊋	四五二〇六六八〇㊌
		四六八七三九六〇㊍
		五七三一七五〇六㊎

圖 芳流雨 天


天雨流芳

弧三角舉要自序

歷家所述全特測驗著於篇章以成一代盛典古人之用心蓋可想見然則儒者端居斗室足不出戶而安從學之曰所特者有測驗之用測驗之法之理在則句股是也遭秦之厄天官書器散漢洛下閎鮮于妄人等追尋墜緒歷代相承攷訂加詳至於今日厥理大著則句股之用於渾圓是也今夫測量之法方易而圓難古用一圍三耼舉成數非有所不知也自劉徽祖沖之各爲圓率迨元趙友欽定爲徑一則圍三

一四一五九二六

與今西術略同皆割圓以得之非勾股奚藉焉

西法割圓比例以直角三邊形爲主即句股也但異其名不異其實然用勾股測平圓猶易用句股測渾圓更難歷家所測皆渾圓也非平圓也古有黃赤道相準之率大約於渾器上量僅得大槩未能彰諸算術近代諸家以相減相乘推變其差損益有序稍爲近之而未親也惟元郭太史守敬始以圓命算有平視側視諸圖推步立成諸數黃赤相求斯有定率視古爲密由今觀之皆句股也但其立法必先求矢又用三乘方取數不易故但能列其一象限中度率不復能求其細分之數歷書之法則先求角既因弧以知角復因角以知弧而句股之形能預定其比例又佐之八線互用以通其窮其法以三弧度相交輒成三角則此三弧度者各有其相應之弦弧與弧相割即弦與弧相遇而句 股生焉苟熟其法則

正反斜側入線犂然各相得而成句股入線比例以半徑全數爲弦正弦餘弦爲句爲股又以割線爲弦切線與半徑全數爲其句股表中所列句股形凡五千四百於是乎黃可變赤赤可變黃可以經度知緯度以緯度知經羅絡鉤連旁通曲暢分秒忽微臚陳算位求諸中心可無纖芥之疑告諸同學亦如指掌之晰即不必俯仰儀之上下可以不窺牖而見天道賴有此具也全部歷書皆弧三角之理即皆句股之理顧未嘗正言其爲句股使人望洋而歎彼云直角三邊形此云句股乃西國方言譯書時不知此理遂生分別又譯書者識有偏全筆有工拙語有淺深詳略所載圖說不無滲漏之端影似之談與臆參之見學者病之茲稍爲摘其肯綮從而疏剔訂補以直截發明其所以然竊爲一言以蔽之曰析渾圓爲句股而已蓋于是而知古聖人立法之精雖弧三角之巧豈

能出句股範圍然句股之用亦必至是而庶無餘蘊爾歷法之深微奧衍不啻五花八門其章句之詰曲離奇不啻羊腸細度而由是以啓其扃鑰將捫燭行若揭日月而馳康莊矣文雖不多實爲此道中開闢塗徑蓋積數十年之探索而後能會通簡易故亟欲人教澤所漸被必有好學深思其人所襲大爲闡發俾古人之意晦而復昭一傳再而前則生平之志願畢矣豈必身擅其名然後爲得志哉今拭目竢之康

圣之吉勿菴梅文鼎書於桐城中

康熙二十三年上元甲子長

弧三角舉要目錄
弧三角舉要 卷之二十九
弧三角體勢
弧三角舉要 卷之三十
正弧三角形
求餘角法
弧角比例
弧三角舉要 卷之三十一
垂弧法
弧三角舉要 卷之三十二
次形法

圖書館藏
天雨流芳

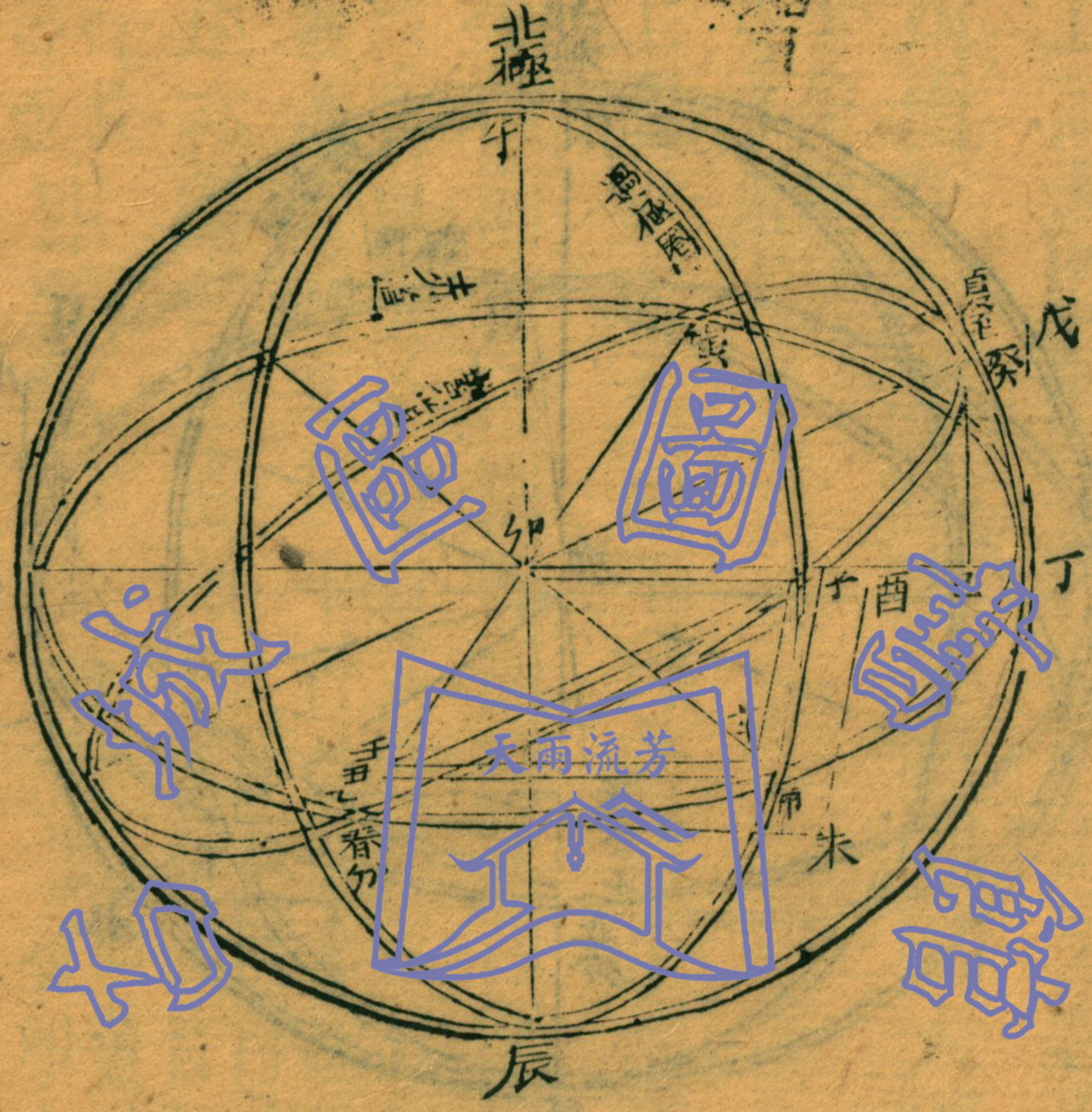
垂弧捷法

弧三角擧要五

八綫相當法

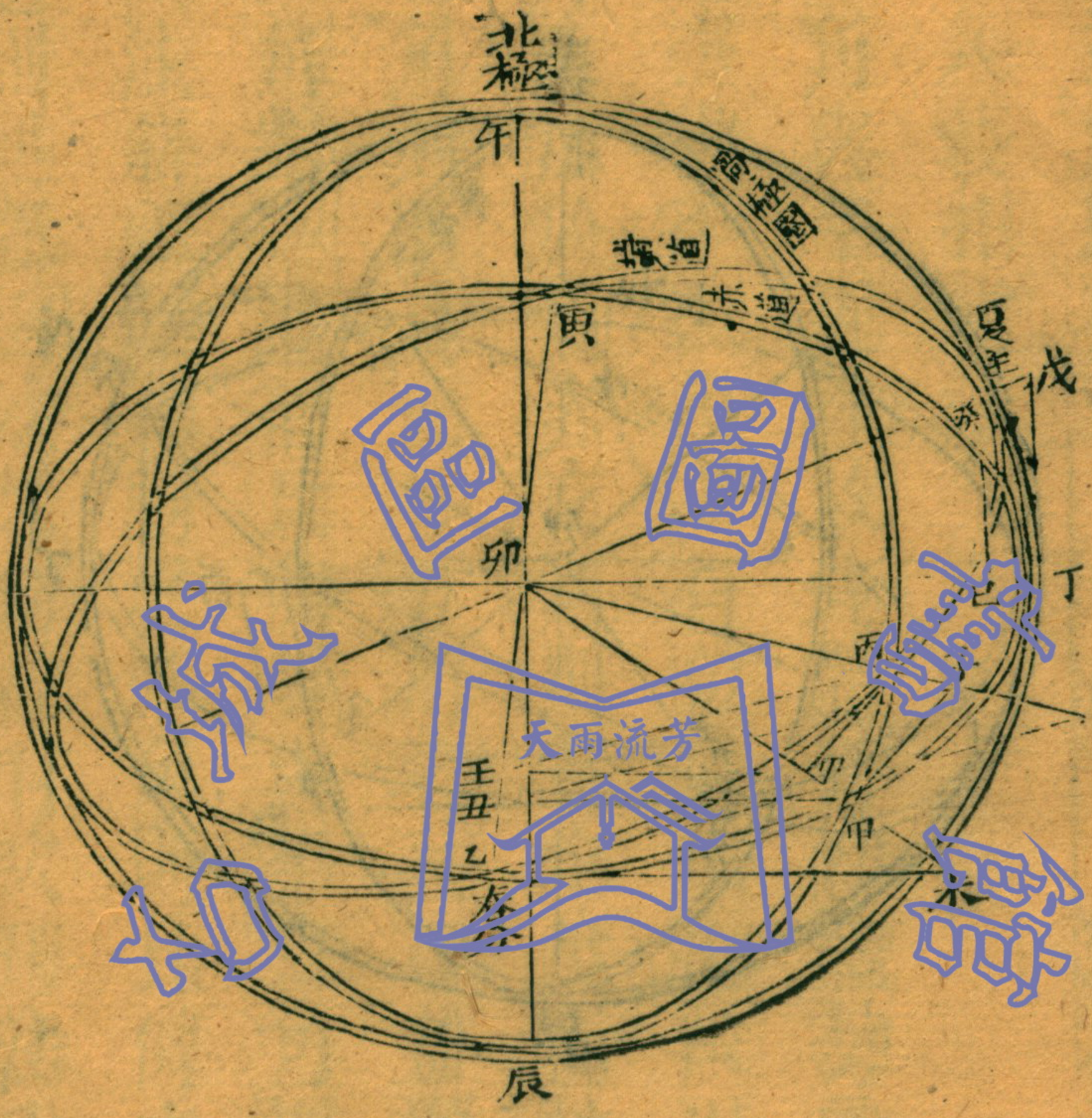
弧三角與平異理故先體勢知體勢然後可以用算而算莫先於正弧猶平三角形也故以爲弧度之宗乙角取法於黃赤交角則有餘角取法於過極圈交黃道之角則隨度而變五用之其理益顯故有求餘角法弧三角以一角對一邊而比例等與平三角同而其理迥別故有弧角比例法斜弧無相對之垂角則等與平三角同而其理迥別故有垂弧法三角求邊則垂弧與次形法又窮故有次形法三角用則有捷法弧與角各有八綫而可以互視故有相當法 餘詳及墅中黍尺堵測量

附舊稟



甲乙丙正弧三角形即測量全義第七卷原圖稍爲酌定又增一酉未乙形

又圖



測圓之用甚博非止黃赤道南北極二分二至諸名皆人所習聞故仍借用其號以便識別

一球上兩大圈無平行者　大圈在渾球。必無兩圈平行之法。

一球上圈能與大圈平行者　大圈如黃赤道。並無廣。即無地平規。亦然。

右作平行圈皆曰距等圈。謂其皆大圈也。

自相距亦等故曰距等圈。謂其四圍與大圈相距皆等。

相平行故距等圈皆小於大圈。如黃道內外。或近或遠。則四面皆近。或遠則四面皆遠。無毫忽之不同。而其離大圈之一綫。則並同。

並爲等距。如黃道內外諸緯圈。地平高度。並同。

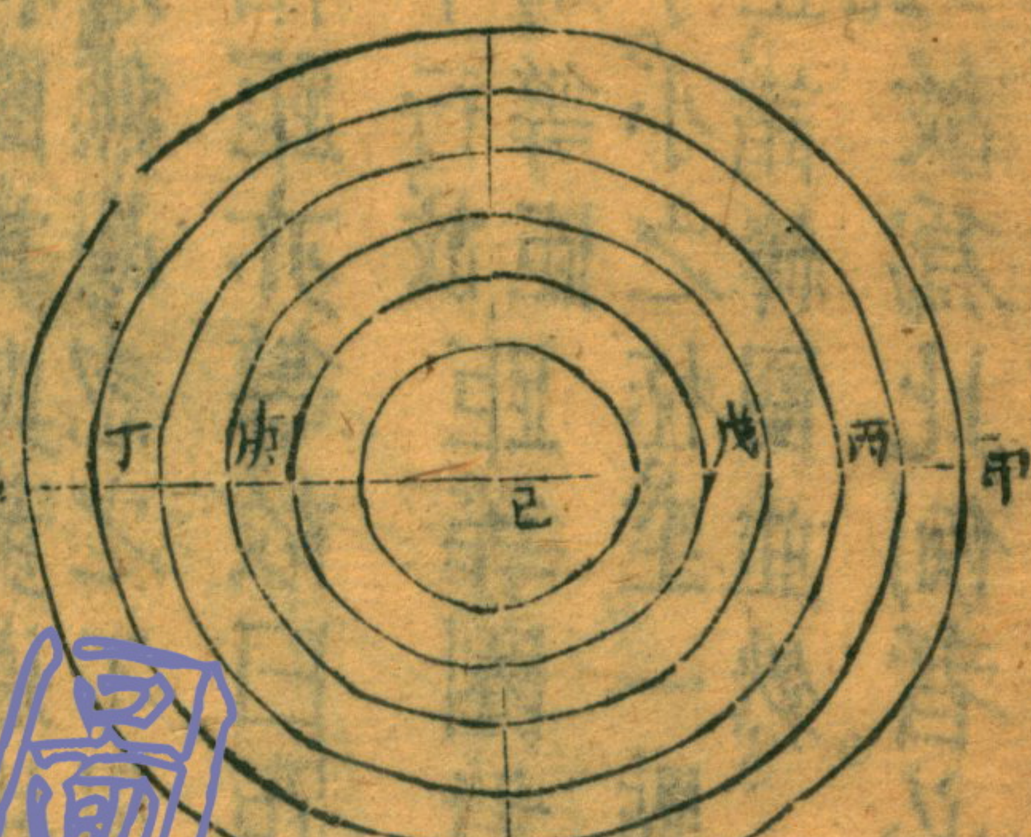
益小。小之極。至一點而止。諸緯圈並然。

爲比例。大圈惟一。

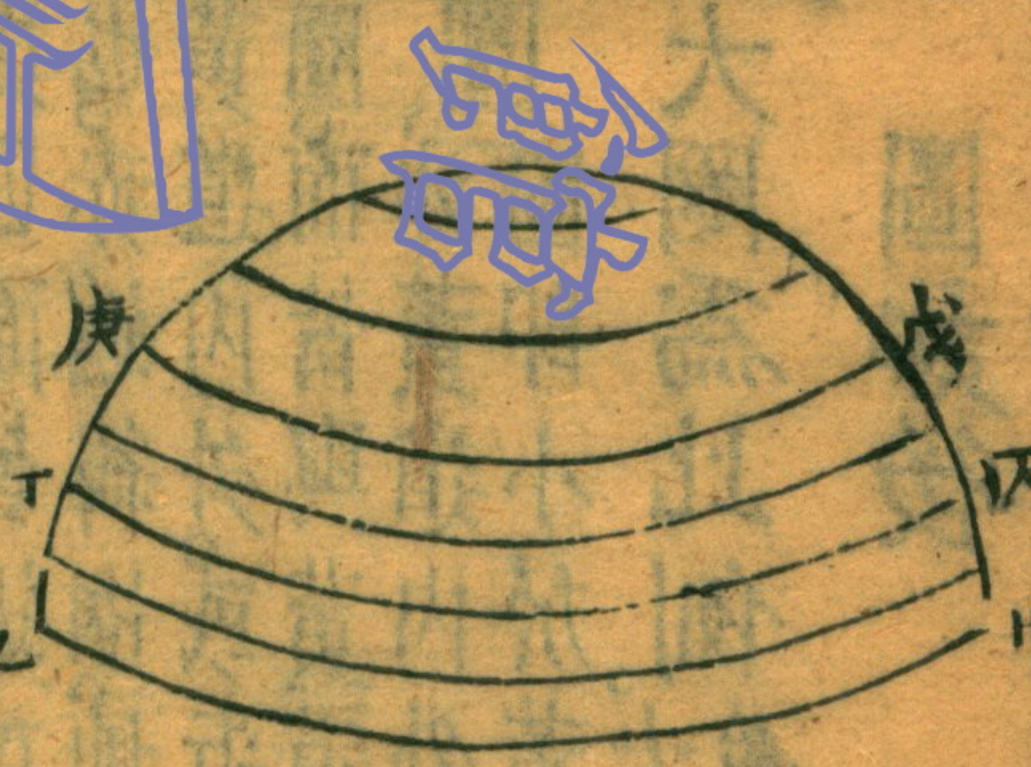
故爲比例者。無法可容平行

大圈也　圖如後

距等圈正視圖



距等圈旁視圖

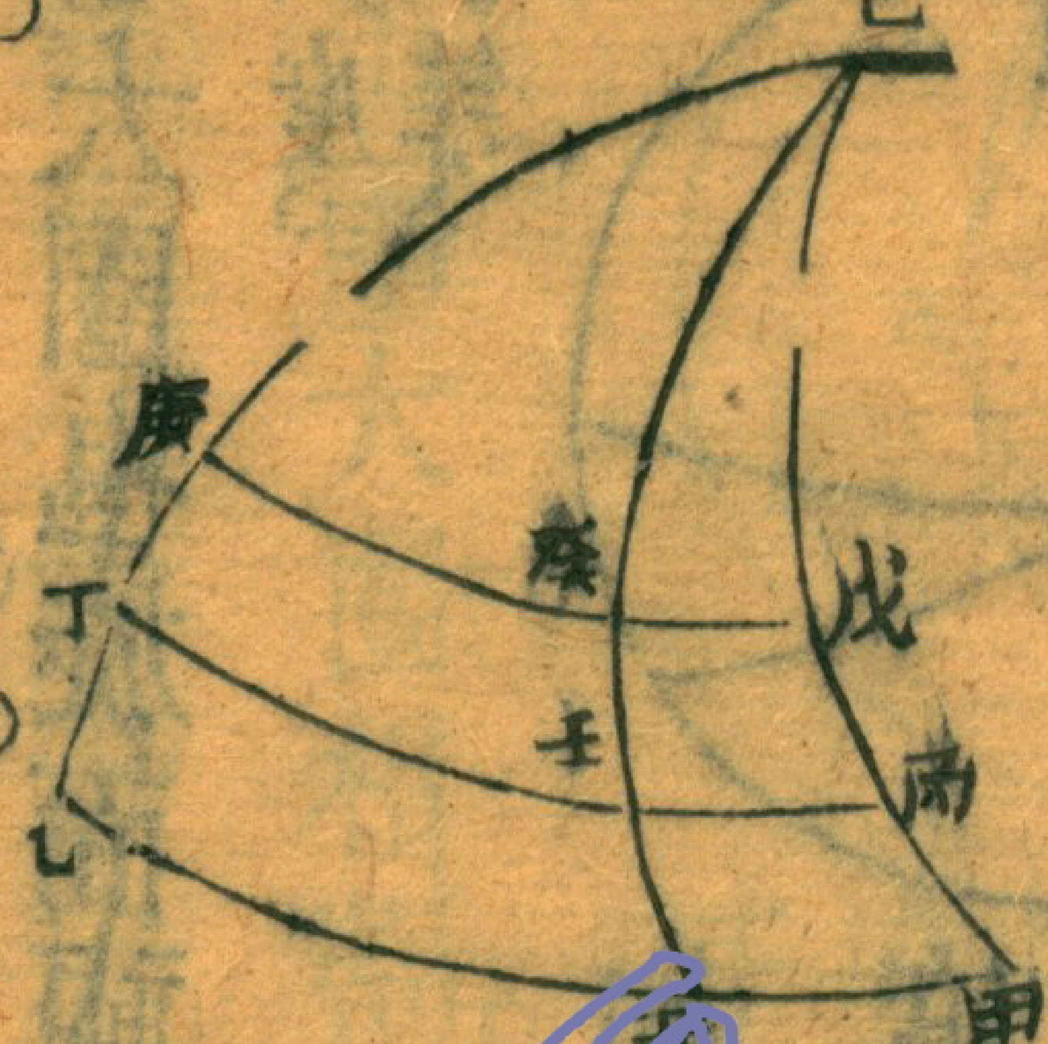


如圖甲乙爲大圈只一。丙丁及戊庚等起小圈。小圈無數。漸近圓頂。已即其圈愈小而小縣殊。故不可以相爲比例。

一大圈之比例以度不拘寸尺。平分之。成半周。四平分之。又各平分之。爲度。成三百六十度。而球大者其大圈小。皆以本球之圜徑自爲比例。不拘丈尺。凡圈皆可分三百六十度。每度。成象限。爲全周之度。其球上爲最大。故謂之大圈。非以尺言其大小。古渾儀準周天。蓋以此也。又如古渾儀原有三重。其在內之渾圜。此爲準。但在本球必小於外。而其度皆能相應者。在內環周雖小。而在

以此爲大圈即在內之各度並以此爲準故也。

一大圈之度爲公度、凡球上距等圈亦可平分三百六十度而其圈皆小於本球之大圈大小不倫則其所分之細度亦皆小於大圈。而大小不倫矣惟本球腰圍大圈上所分之度得爲公度。故凡言度必大圈也。



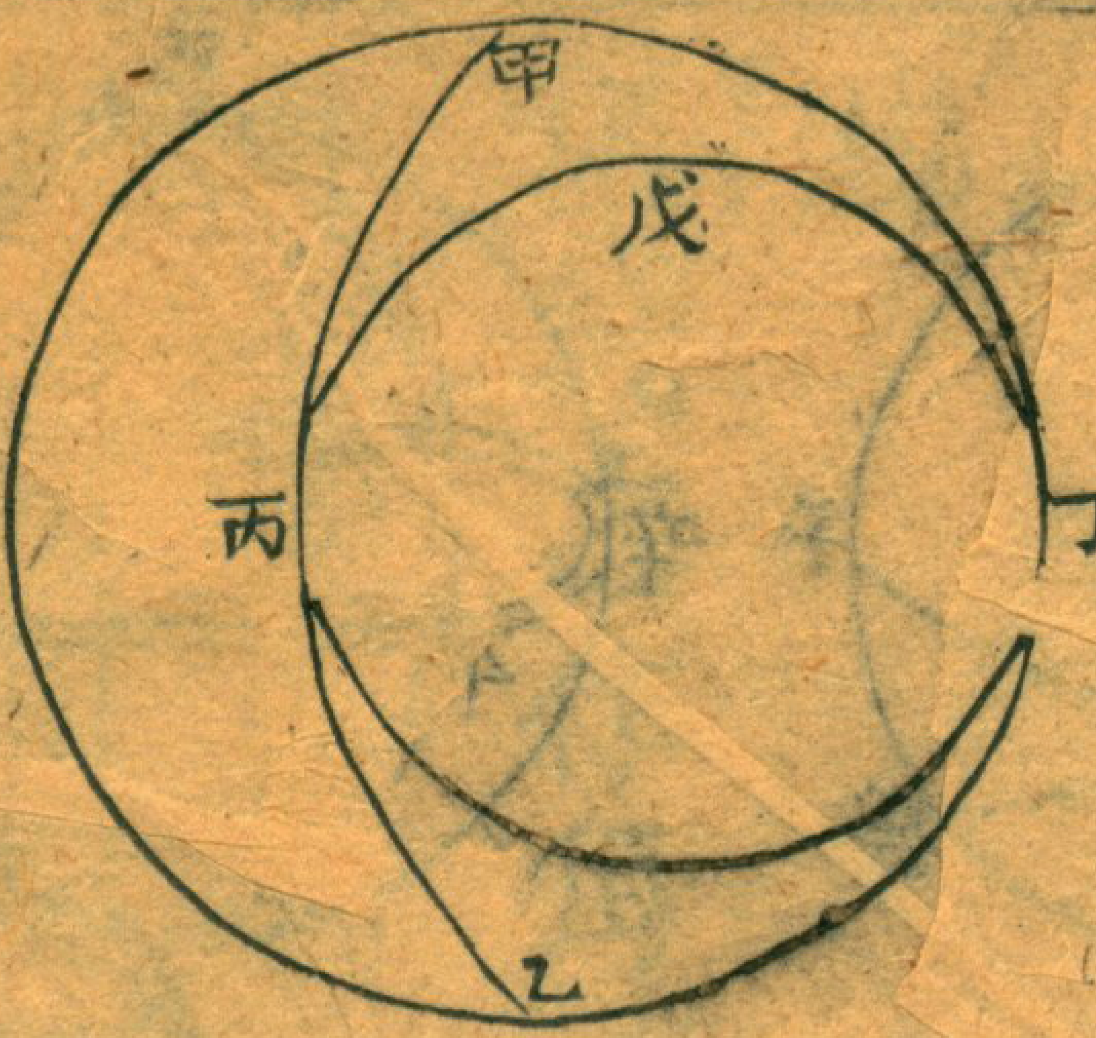
如圖甲乙爲大圈一象限丙丁及戊庚各爲距等小圈一象限。象限雖同而大小迥異。又

如甲辛爲大圈三十度。丙壬及戊癸亦各爲小圈之三十度。其爲三十度雖同而大小亦異。再細攷之至一度或至一分亦大小異也。故惟大圈之度爲公度。

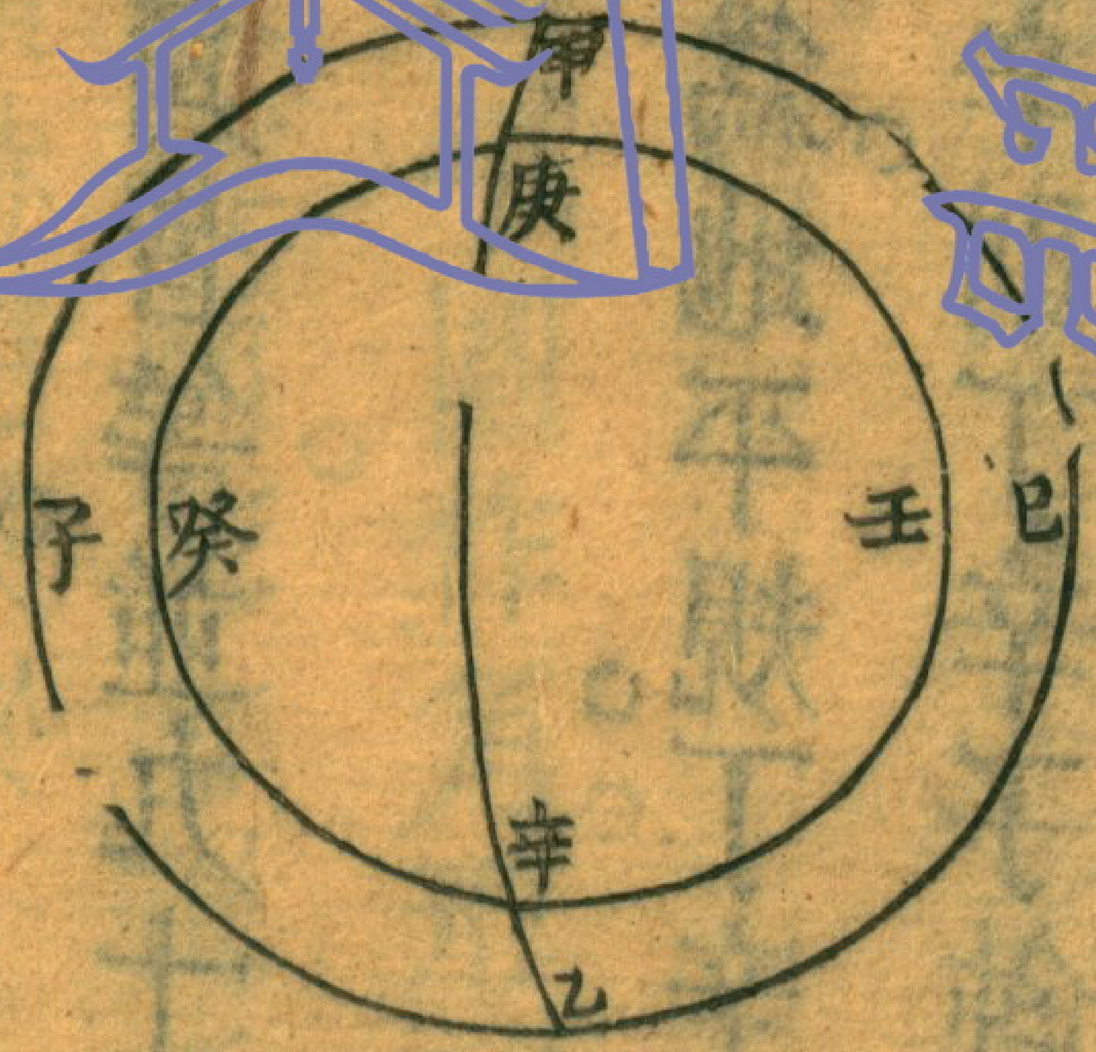
一大圈卽本球外周其度卽外周之度而橫直皆相等。平圓有徑有周。渾圓於前則外周可見卽腰圍亦有徑有周。之大圈也旋而視之。皆以外周爲其度。故等。

渾球上大圈。從諸方規爲渾儀外周。其度三百六十。度也。地平。爲腰圍。度亦三百六十。乃直徑橫度也。橫。之則赤道又爲腰圍。而亦卽外周也。推是言之。皆得爲外周。故其度相等。若依北極論一大圈上相遇有相割。無相切。大圈相割。各成兩平分。

從衡斜側。既皆成大圈則能相割矣。而皆為渾圓之外周。則必無相切之理。○若相切者。必在外周之內為距等小圈



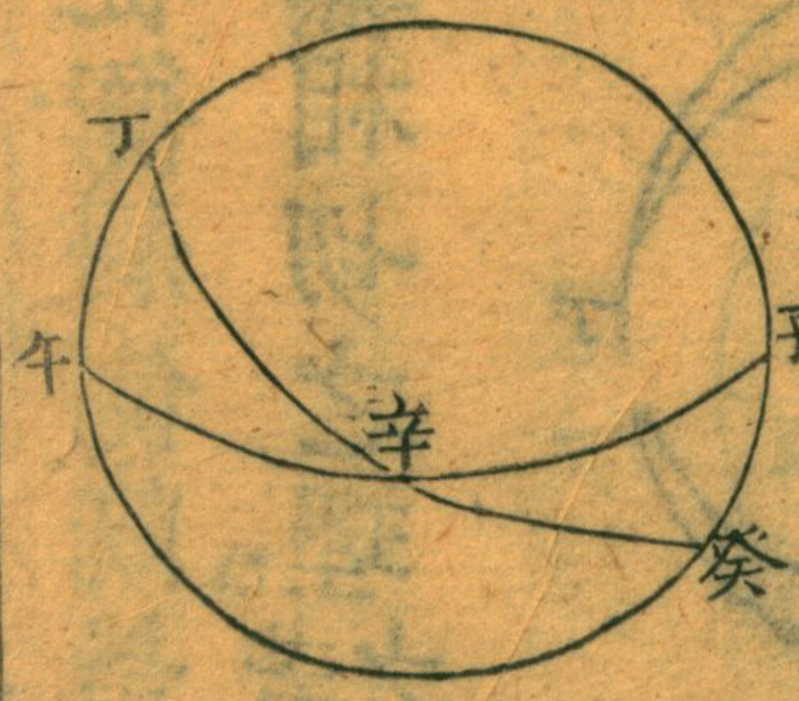
如圖。甲丙乙為大圈半周。能割大圈于甲丙乙。而不能相切。丙丁成小圈。則能切大圈于丙于丙。

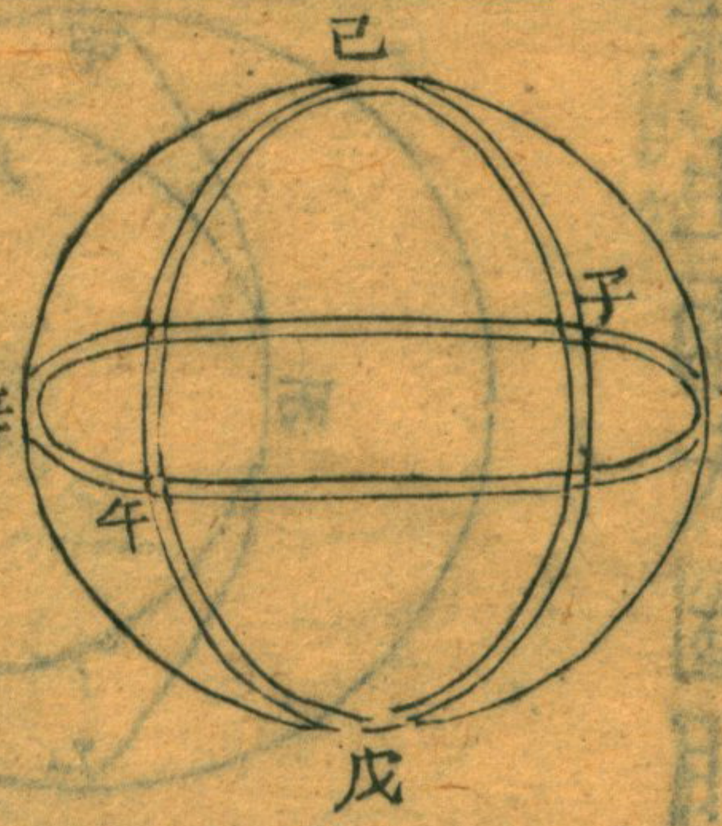


如圖。甲庚辛乙為大圈半周。割外圈于甲于乙。則甲巳乙。乙子甲。亦各成半周。若壬癸距等圈。割大圈于庚于辛。而庚辛非半周。

球上兩大圈相割。必有二處。此二處必相距一百八十度。而各成兩平分。如黃赤二道相交於春分。必復相交於秋分。卽二分之距。必皆半周。一百八十度。而黃道成兩平分。赤道亦兩平分也。若距等圈與大圈相割。必不能成兩平分。

一兩大圈相遇則成角。球上大圈既不平行。必相交相割而成角。○弧三角之法所由立也。角有正有斜。斜角又有銳鈍共三種。而角兩旁皆弧線。角異。直線角兩旁皆直線。角異。





如圖。己午戊子爲地平規。辛午乙子爲赤道規。兩圈正相交于南地平之午北地平之子則十字角。○四角皆等。並九十度角也。○正角。一名直角。○一名角。○一名方角。○

如圖。午辛子爲地平規。丁辛癸爲赤道規。兩大圈斜相交于辛。則丁辛子鈍角大于九十度。丁辛癸銳角小于九十度。兩角相並一百八十度。○辛午銳角其外角必鈍。若減鈍角亦得銳角也。故

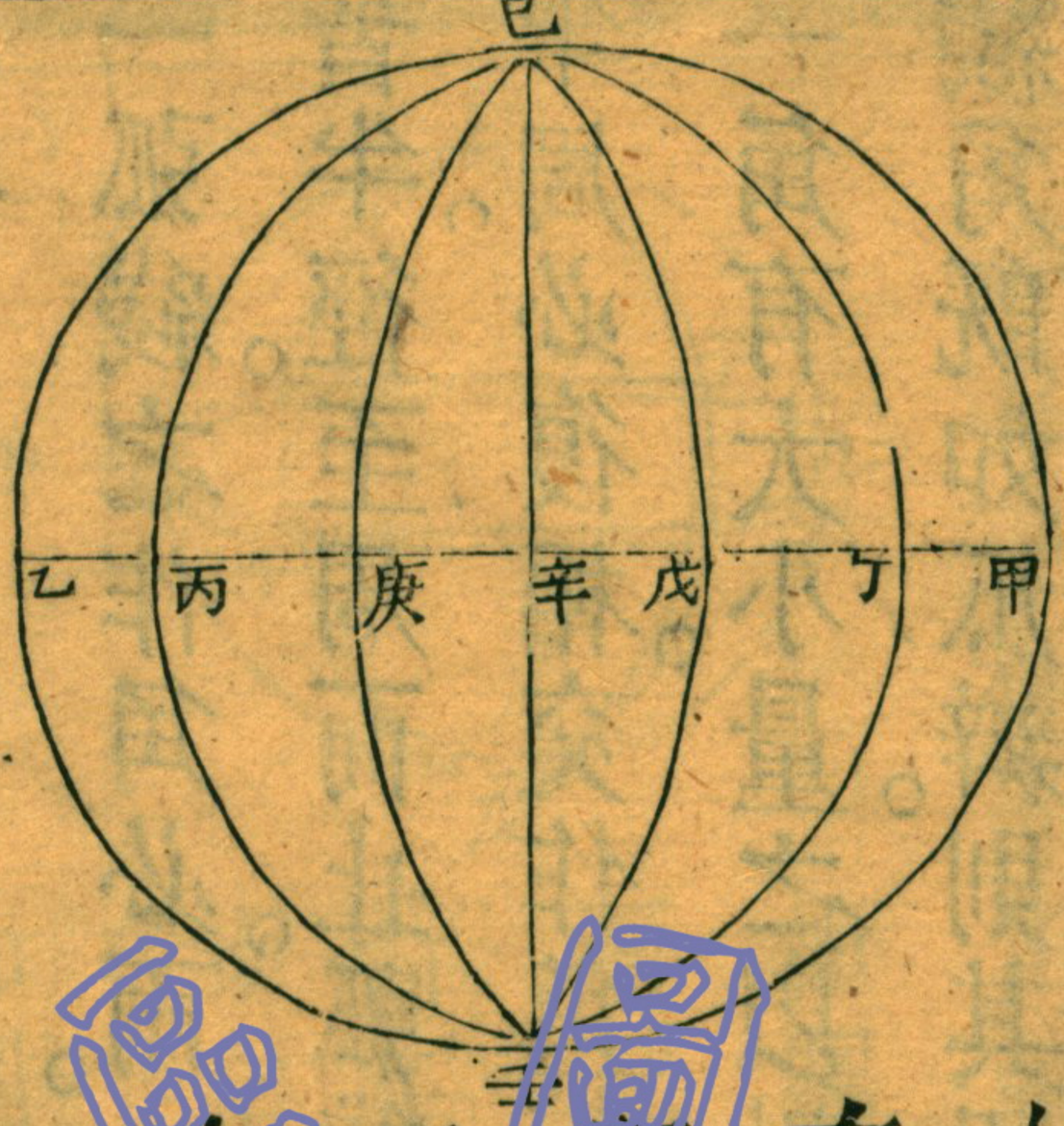
有內角。卽知外角。又兩銳角相對。兩鈍角相對。其度分必等。故有此角。卽知對角。

凡此數端。並與平三角同。然而實有不同者。以角兩旁之爲弧綫也。

一弧綫之作角必異。直綫剖平圓作角。形如分餅。角旁兩綫皆半徑。至周而止。弧綫剖渾圜作角。形如剖瓜。角旁兩弧綫皆半周。必復相交作角等。如黃赤道交於二分。其角相等。

一角有大小。量之以對角之弧。其角旁兩弧。必皆九十度。弧綫角旣如瓜瓣。則其相距。必兩端狹而中闊。其最闊處。必離角九十度。此處離兩角各均。卽球上腰圍大圈也。故其度卽爲角度。如黃赤道之二分交角二十三度半。卽二至時距度。此時黃赤道離二分各九十度。乃腰圍最闊處也。

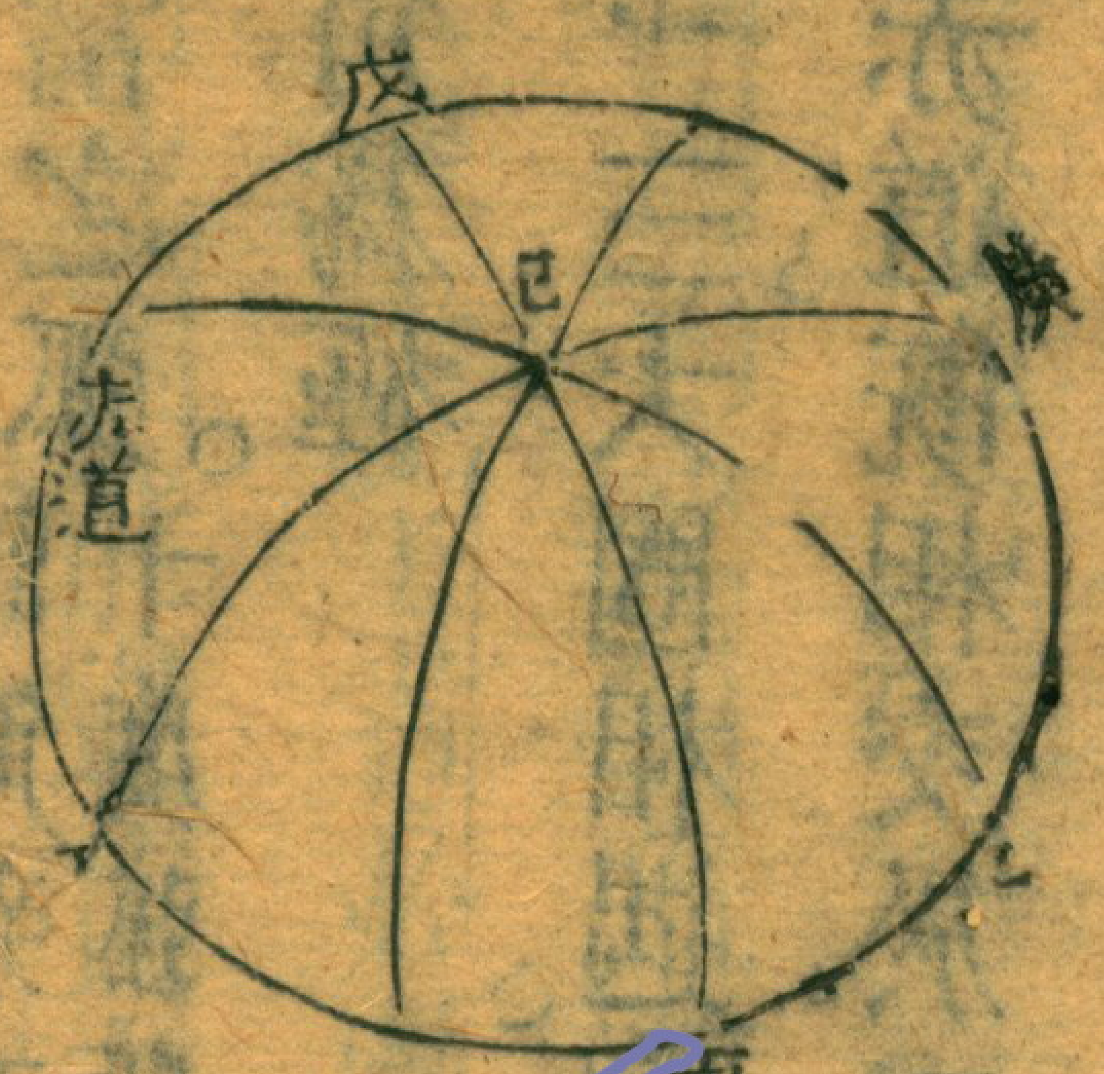
一大圈有極　大圈能分渾圓之面冪爲兩。則各有最中之處而相對。是爲兩極。兩極距大圈。如圖。申辛爲赤道大圈。已爲北極。壬爲南極。甲已丁已等弧綫。距北極各九十度。若已爲天頂。則甲辛乙爲地平大圈。亦同。如甲正北。辛正東。乙正南。丁正西。庚東北。丙東南。所在不同。而甲乙等高弧。距大頂各九十度皆等。



二大圈上作十字弧綫。必皆十字正交。如赤道上經圈。皆與赤道正交爲十字角。則其圈必上過北極。下過南極也。然則從兩極出弧綫過赤道。必

十字正交矣。

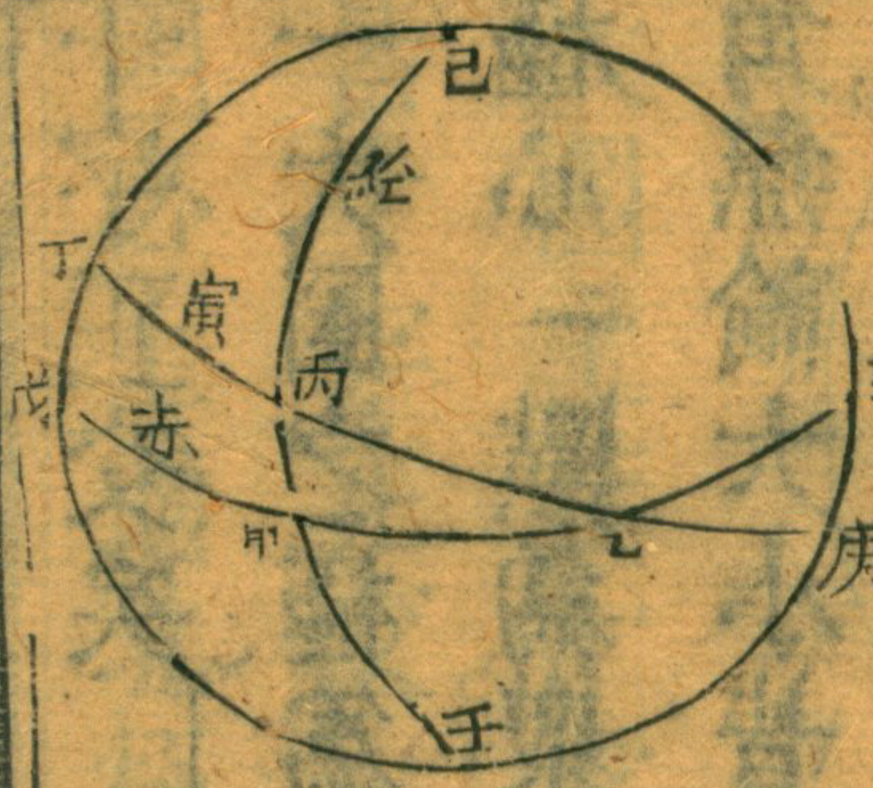
三大圈之極爲衆角所輳。如赤道上逐度經圈皆過兩極則極心一點爲衆角之宗經圈在赤道上成十字者本皆平行漸遠漸狹至兩極則成角形之鋭尖角無論大小皆輳於極而合成一點離此一點外即成鋭鈍之形而皆與赤道度相應所謂量角以對弧度而角兩旁皆九十度以此如圖己爲北極即衆角之頂鋭其所對赤道之度如乙丙等則己角爲鋭角如丙庚等則己角爲鈍角。若己爲天頂外圈爲地平亦然



一角度與角旁兩弧之度並用本球之大圈度故量角度者以角爲極、有弧綫角不知其度亦不知角旁弧之度法當先求

本球之九十度其法以角旁二弧俱成本弧而角爲心。以角爲心。九十度爲界作大圈。與角旁兩弧。並本球大圈而其分度等。乃視角所當之弧。卽角旁兩九十度弧所界大圈上。若干度分。卽角度也。故曰以角爲極。

十三大圈相遇。成三角三邊。此所謂弧三角形也。如黃道赤道。既相交於二分。又有赤道經圈。截兩道而過之。則成乙丙甲弧三角形。



如圖。己爲北極。戊辛爲赤道。丁庚爲黃道。二道相交於甲乙角。又己壬爲過極經圈。白北極已出弧線。截黃道於丙。得丙乙邊爲黃道之一弧。亦截赤道於甲。成甲乙邊爲赤道之一弧。

丙角第二層句股交於甲爲句與股之比例而所用切綫乃甲用正弦於丙甲用正弦皆乙甲弧之正弦也

丙角第三層句股交於甲爲句與股之比例而所用切綫乃甲用切綫於丙甲用切綫而所用迴別

切綫聯於乙在乙以兩切綫交於丙皆弦與句之比例而同

弦不同句乙丙兩角並以乙甲爲弦乙角以丙甲爲句丙角以丙甲爲弦乙角以乙甲爲句皆切綫也而所用迴別

論曰丙交角既隨度移而甲角常爲正角何也凡球上大圈相交成十字者必過其極今過極經圈乃赤道極經惟二至時則此圈能過黃赤兩極其餘則但過黃道極故其交黃道也常爲斜角

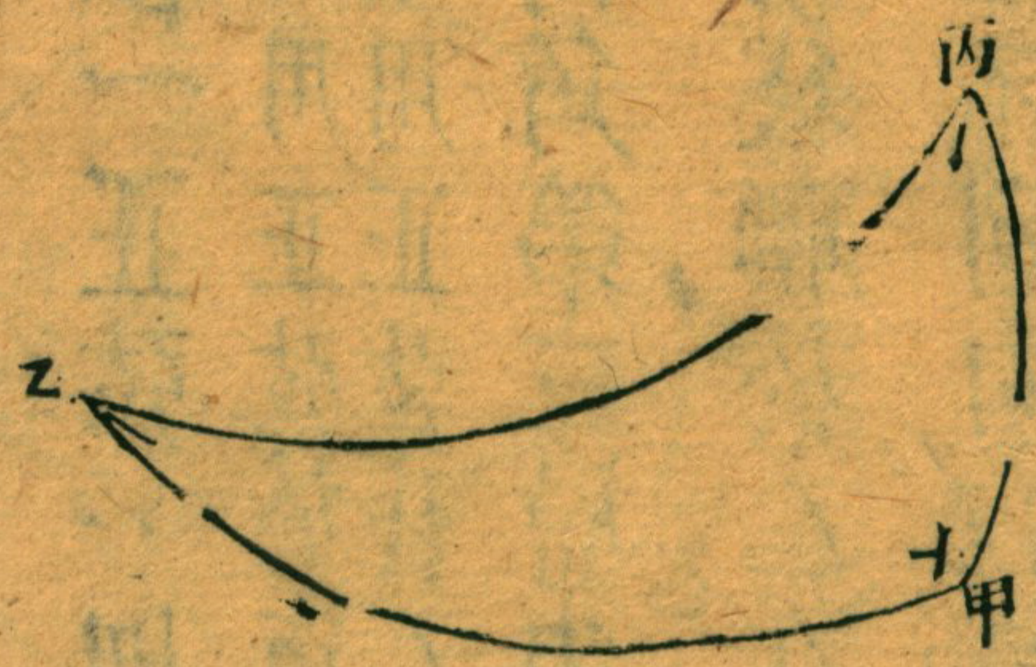
又論曰丙角與乙角共此三邊其所用比例者亦共此三邊之

八綫而所成句股形遂分兩種可互觀也。

球面弧三角形弧角同比例解

第一題

正弧三角形以一角對一邊則各角正弦與對邊之正弦皆爲同比例



圖乙甲丙弧三角形甲爲正角法爲半徑與乙角之正弦與丙甲之正弦與乙丙之正弦也又丙甲之正弦與其對邊乙丙之正弦與乙甲之正弦與其對邊丙甲之正弦若半徑與乙角之正弦與乙丙之正弦若半徑與丙角之正弦與乙甲之正弦若丙角之正弦與其對邊乙甲之正弦。

直綫求弧綫也。然角以八綫爲用。仍是以直綫求直綫也。句股法也。弧三角以邊求角。以角求邊。並是以弧綫求弧綫也。而角與邊並用八綫。仍是以直綫求直綫也。亦句股法也。可成句股形。即在平面而弧三角所成句股。所不同者。平三角所成句股。不在弧面而在其外。弧三角之點綫面體。俱在弧面如於渾球任指二星爲所測之點。即角度從茲起。如太陽太陰角度。並從其中心一點論之。弧三角之邊。即綫也。但其綫皆弧綫。與他星相距。即成角。而角旁兩綫皆弧綫。如渾球上任指兩星。即有距綫或於一星出兩弧綫與他星相距。即成角。而角旁兩綫皆弧綫。如渾球上

上面冪之分形弧三角之所麗即渾體也剖渾圓至心即成錐體而並以弧三角之形爲底詳墊測量

一渾圓內點綫面體與弧三角相應測量

面可以目視器測但比例股必直綫故也賴有渾體內歷歷相應之點綫面體皆弧綫難相比例

算得弧三角之法所以約不易也

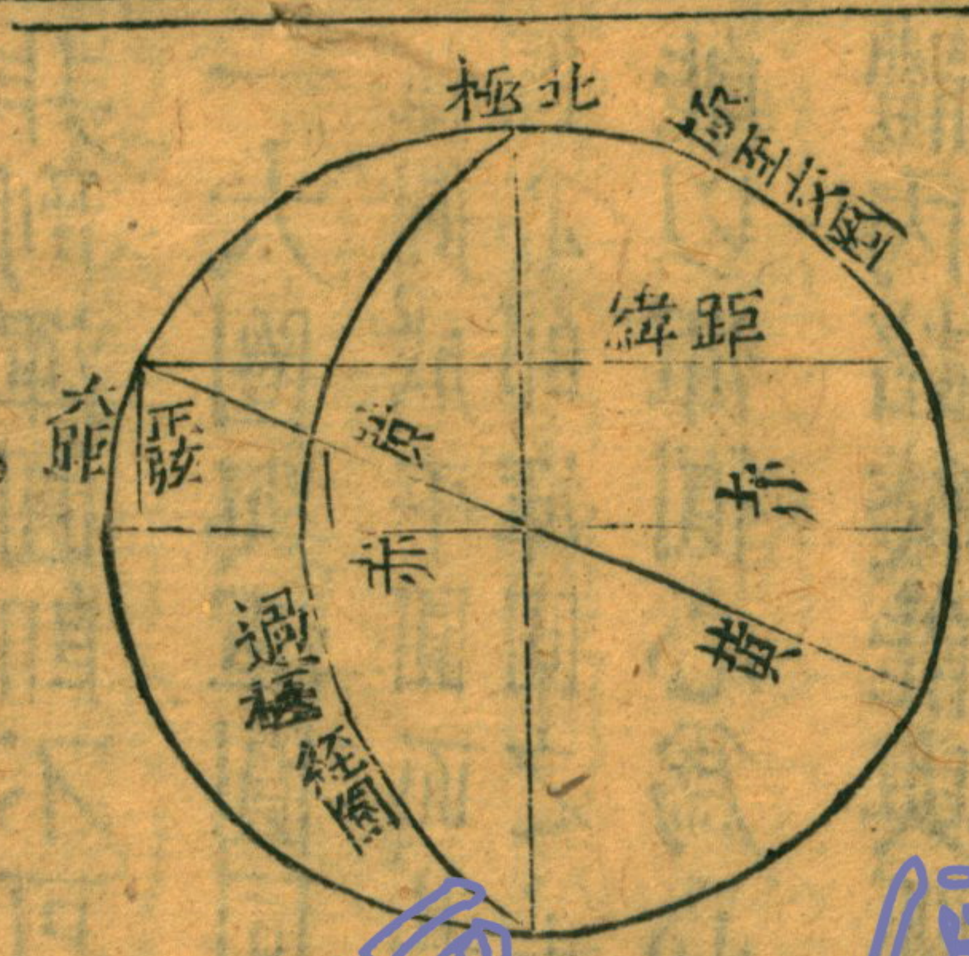
如渾球中剖則成平圓面即渾圓內相應之點也又以渾圓內相應之點即弧三角之各角

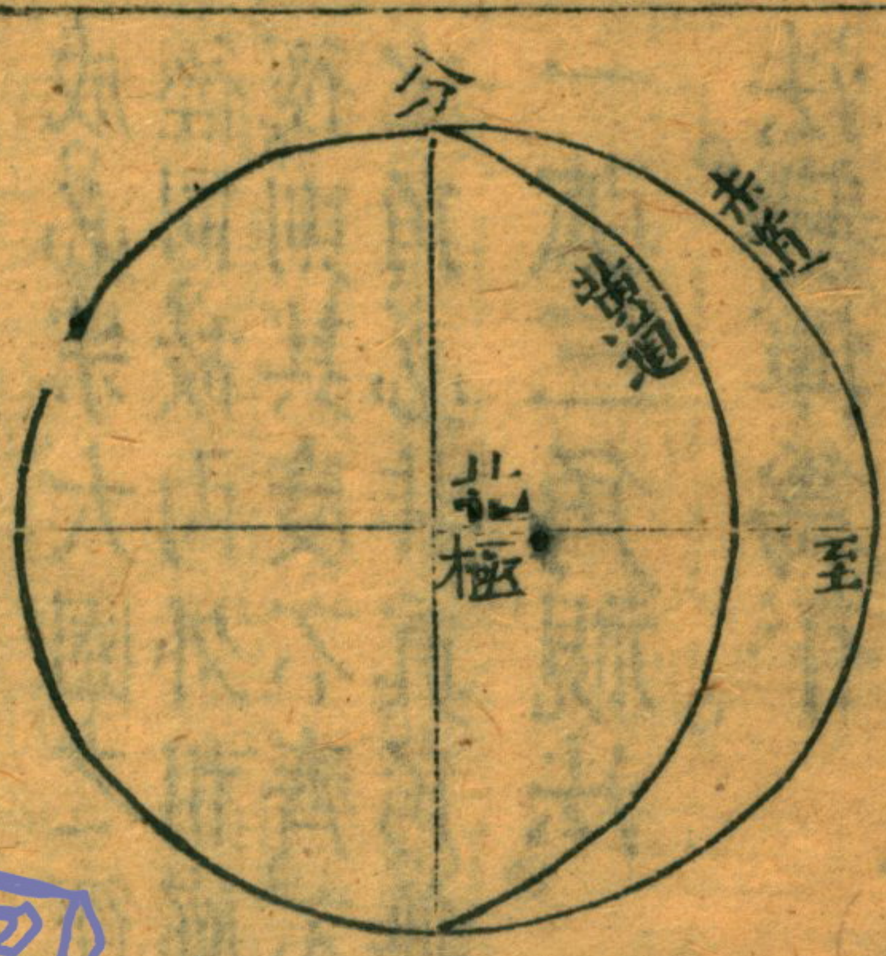
依視法移於平圓面即渾圓內相應之各弧與角之八綫移至平面成句股以得其例是以球面之各弧三角各依大圈以剖渾圓即各成平圓面是亦渾圓內相應之面也

又如上面冪之分形弧三角之所麗即渾體也剖渾圓至心即成

天文算法雜著

三平圓面相割成三楞錐體若又
體是渾圓體內相應之分體也此
非剖渾圓卽不可見。而以筭顯
一大圈與渾圓同渾球上大圈之心。卽渾圓之心。
渾圓成平圓面。圓心卽渾圓之心。若距等。則但以渾圓之軸爲心而不
能以渾圓心爲心。亦同徑。等圈。則但以通弦爲徑。若距
體內諸綫能與弧三角相應者。以此。弧三角之邊。宗大圈之徑。
成。必宗大圈之徑。大圈以渾圓徑爲徑。渾圓體內諸綫。皆宗其徑。
徑同。故內外相應。弧三角既以大圈相割而
徑。則其度不齊。不能成邊。而所作弧三角。既以大圈異
之角。必非眞角。無從考其度分。
一弧三角視法。
弧三角非圖不明。然圖弧綫於平面必用視
法變渾爲平。





平置渾儀從北極下視則惟赤道爲外周不變。其赤道黃道俱變弧線爲直線也。

變而黃道斜立。即成撱形。其分至各經圈。本宗然半圓。

惟極至圈徑而成輳心之角。即大距度是變弧線爲圓徑。以正視皆成圓徑是變弧線爲直線也。

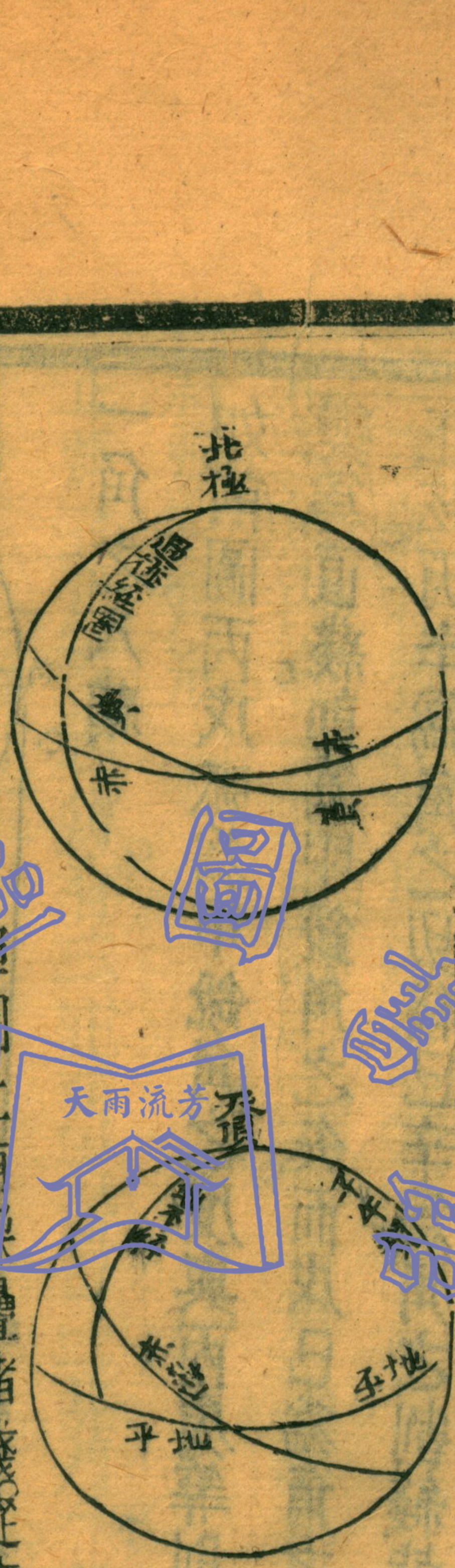
平面角也。又距等圈赤變橫線而成各度正弦與圓徑平行。

大距度正弦同角成大小句股比例。是弧面各線皆可移于平

變撱形而其正弦不變。且歷歷可見。如在平面。而與平面上之

弧線角爲直線角也。逐度經圈之過黃赤道者雖

面也故視法不但作圖之用即步算之法已在其中



以上謂之正視、以黃赤道爲式。若于六合儀取天頂地平諸綫亦同。他可類推。

以上謂之帶圓上有疊諸綫從旁側視之庶幾可見雖不能按度省形而大意不失以顯弧三角之理爲用亦多

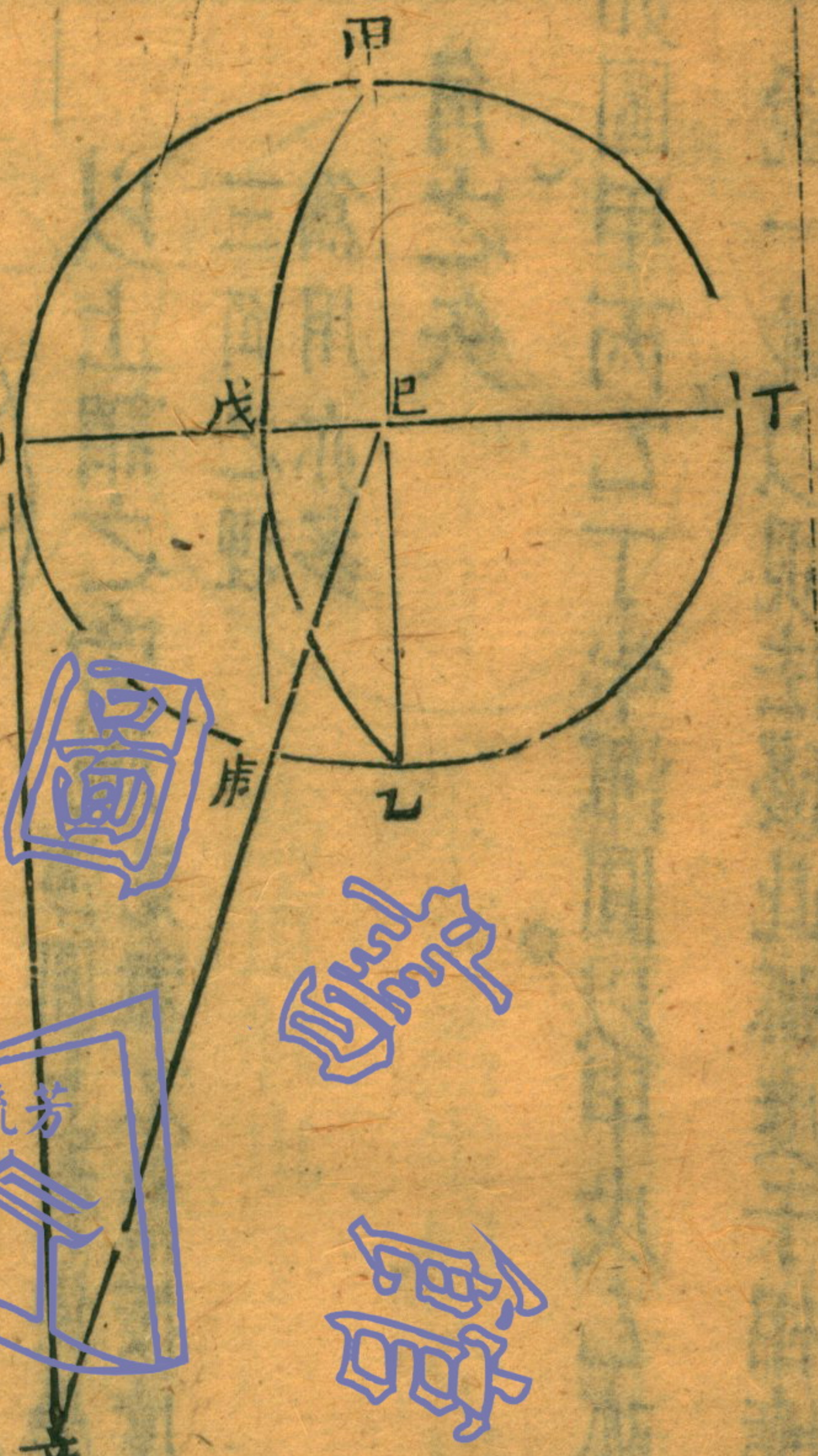
一角之矢

如圖甲丙乙丁半渾圓。以甲戊乙弧界之。則其弧面分兩角爲一銳一鈍。以視法移此弧度于相應之平面。亦一銳一鈍。即分

一角之八綫。弧爲甲。鈍角之度與丁乙庚過弧等。則丁戊在平面丙庚弧之圓徑爲大小二矢而戊丙八綫等。

如前圖丙戊爲甲銳角之度。正矢爲戊甲。丙銳角之度。戊乙丙亦同。戊丁丙亦同。戊丁丙亦同。故得丁鈍角之度。戊乙丁亦同。

變爲直綫。卽得角之矢。而戊甲爲戊甲大矢爲戊甲正弦。丙辛爲甲銳角之矢。而戊巳爲角之餘弦。戊庚爲角之餘矢。戊巳爲角之割綫。皆與平面丙庚弧之



變爲鈍角之大矢而戊已餘弦戊庚正弦丙辛切綫已辛割綫並與銳角同平面鈍角之八綫與一王弧斜弧之角同用弧三角亦然

凡三角內有一角與邊等爲各線。

正角謂之正弧三角形。三角內並無正角謂之斜弧三角形。

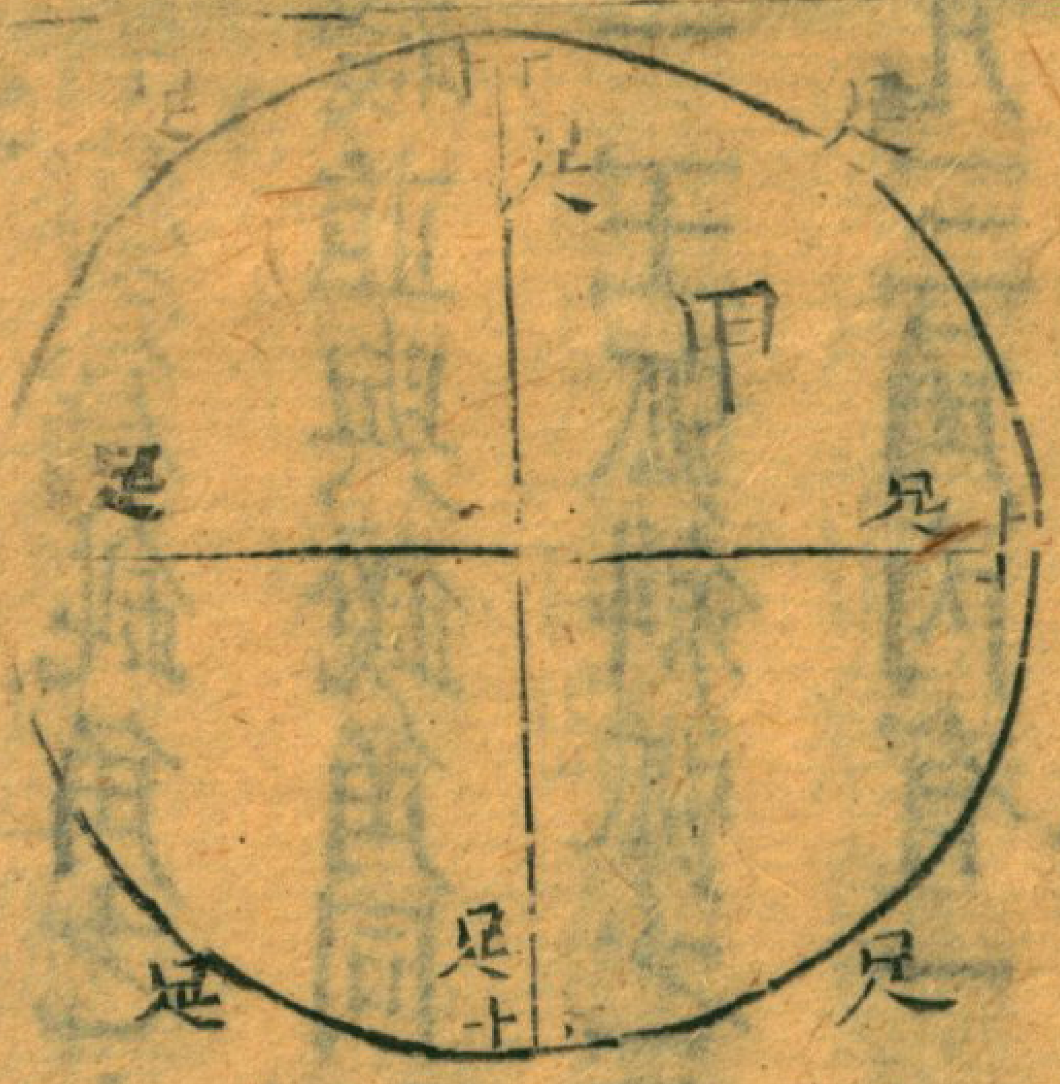
正弧三角形之角有三正角一銳角者有二正角一鈍角者又有一正角兩銳角不同度。以上不須作圖

一鈍角者內分二種一種兩鈍角同度一種兩銳角同度一種兩鈍角不同度一種兩銳角不同度一種一鈍角一銳角者內分二種一種兩鈍角同度一種兩銳角不同度一種一鈍角一銳角不同度一種合銳鈍兩角不能成半周計正弧三角形之邊有三邊並足者足謂足十度有二邊足一邊小者

天雨流芳

在象限以下爲小○有二邊足一邊大者過象限以上爲大○以上三種可不用算○有三邊並小者○內分二種○一種二邊等○一種三邊不等　有二邊大而一小者○內分三種○一種二大邊等○一種二大邊不等○一種小邊爲一大邊減半周之餘○計正弧三邊八種而用算者五也

○二邊俱小則餘邊必不能大故無二小一大之形○二邊俱大則餘邊亦不大故無三邊並大之形○一邊若足則餘邊亦有一足故無一邊足之形○

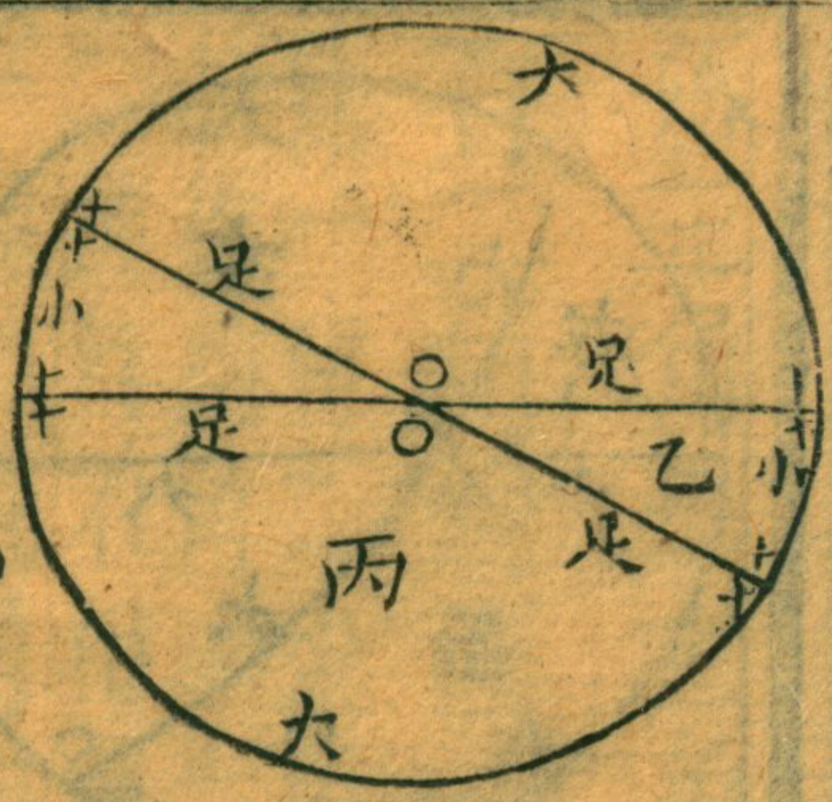


正弧三角形圖　一此三種

甲形三角並十字正方○三邊並足九十度○

以上三種不須圖。

正弧三角形圖二計三種。

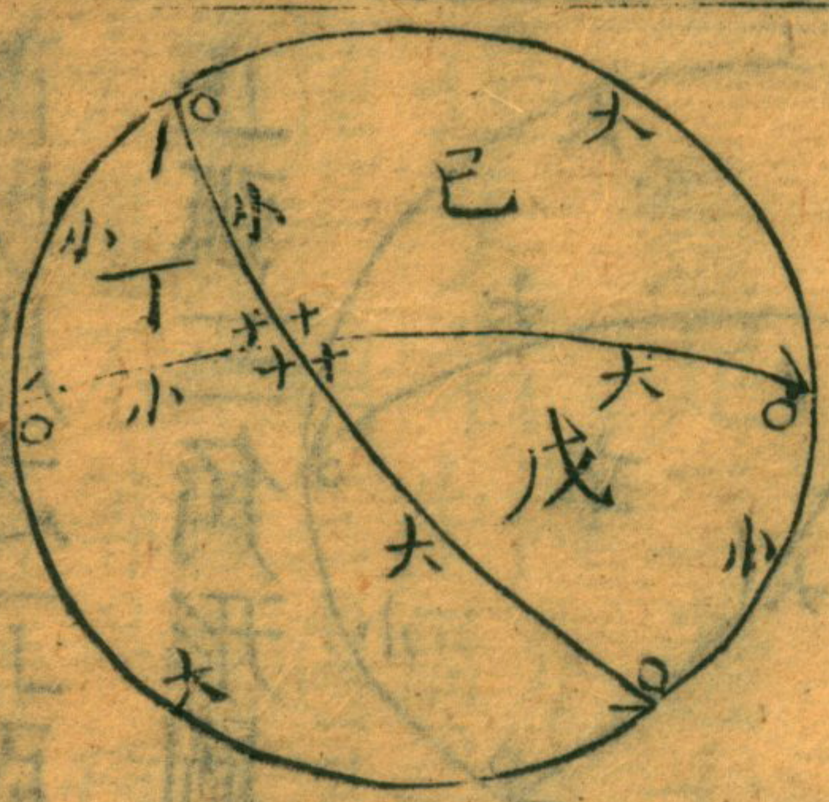


乙形 角二正足一銳。邊二二足一小。

丙形 角二正足一鈍。邊二二足一小。

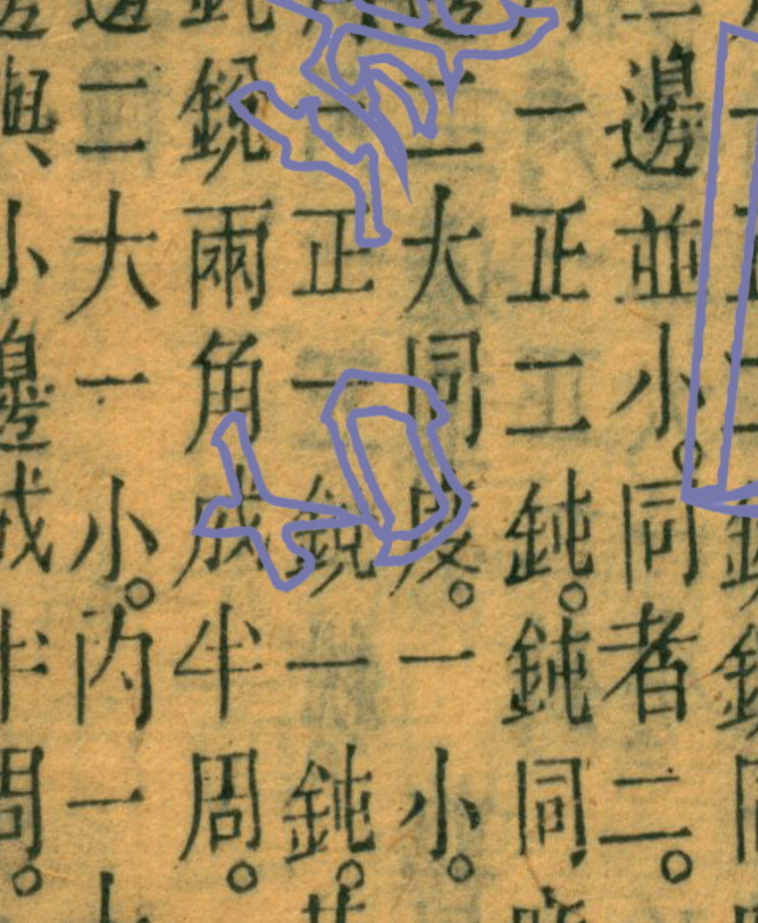
此置正角凸面。與正角在邊。並一法。

以上正弧形三種。有同度之邊與角。謂之二等邊形。



戊形 角一正二鈍。邊二大一小。內一邊與小邊成半周。

已形 鈍銳兩角成半周。其一大一小。

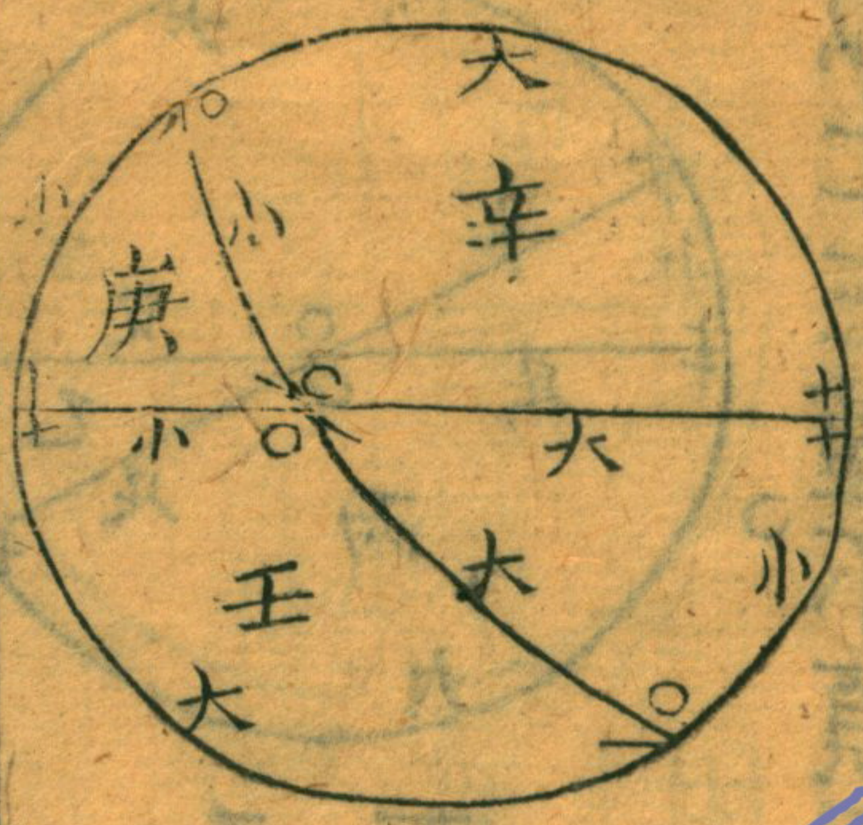


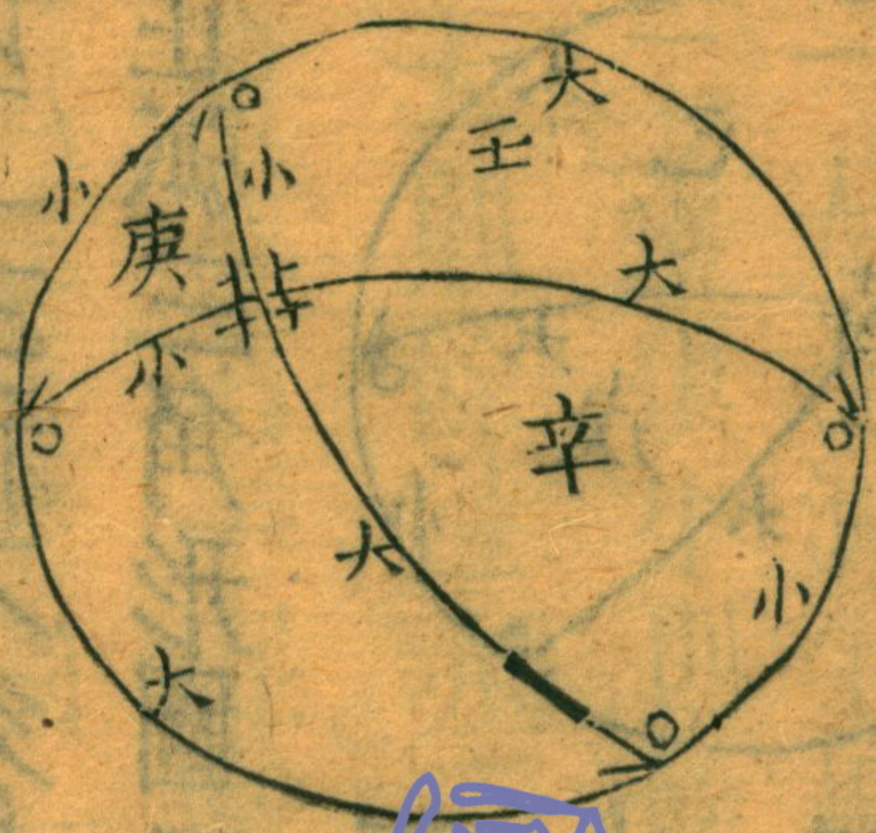
此在前角者後王。此正邊圖在同庚形。角與正面法。辛倣

天雨流芳

內有已形雖無同等之邊角。而所用之正弦則同。即同度也。

正弧三角形圖三計三種





庚形角一正二鋭一鈍。凡邊等者角亦等。後倣此。

三邊並小。並同丁形。而無等度。

壬形邊二大一小。並同戊形。而無等度。

不能二大正一鋭一鈍。

成半周。角亦然。

以之正弧形三種。邊角與丁戊已三種無異。

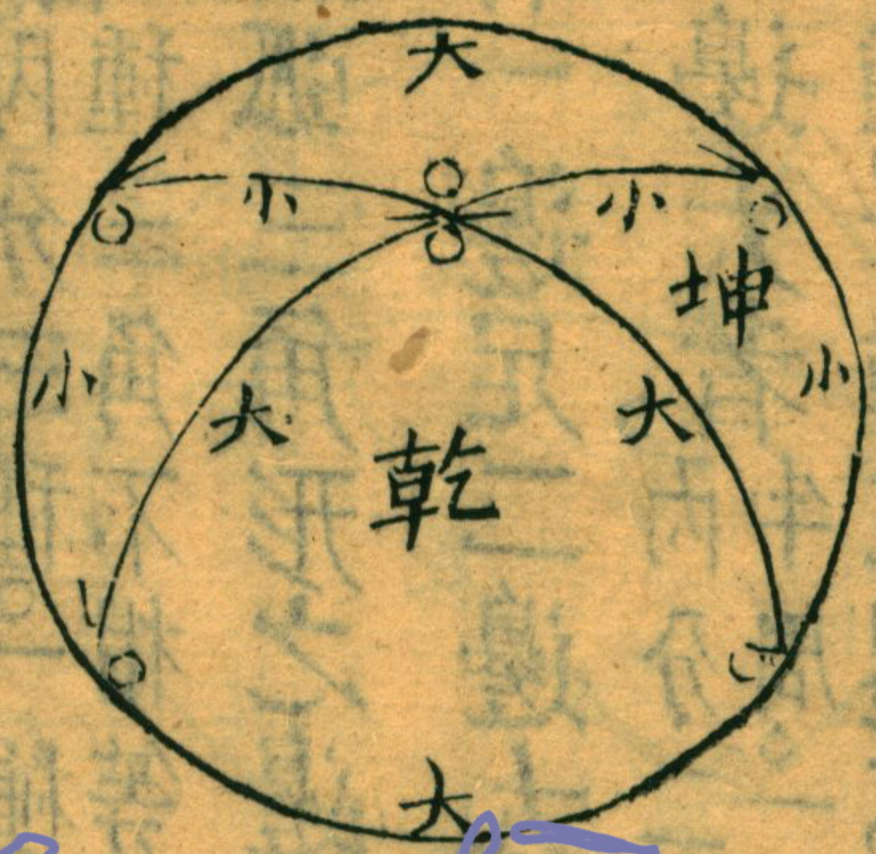
但無同度之邊。

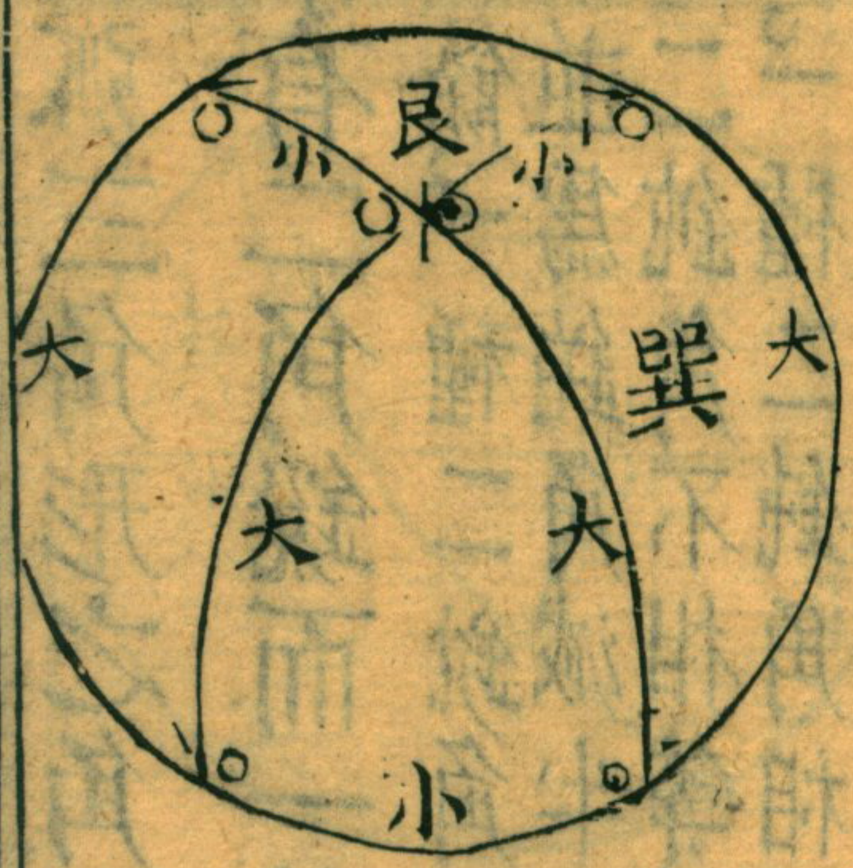
斜弧三角形之角有三角並鋭者。内分三種。一種有二角相等一種三角不相等。一種三角俱等。有二角鋭而一鈍者内分四種。一種二鋭角相等。一種二鋭角不相等。一種鈍角為一鋭角減半周之餘。一種二鋭角相等而又並為鈍角減半周之餘。有二鈍而一鋭者内分四種。一種二鈍角相等。一種二鈍角不相等。一種鋭角為一鈍角減半周之餘。一種二鈍角相等而又並為鋭角減半周之餘。有三角並鈍者。内分三種。一種有二角相等。一種三角不相等。一種三角俱等。計斜弧之角十有四種。

斜弧三角形之邊有一邊足二邊小者。内分二種。一種二小邊相等。一種二小邊不等。有一邊足二邊大者内分二種。一種二大邊相等。一種二大邊不等。有一邊足一邊小一邊大者。内分二種。一種大小二邊。合之成半周。一種合二邊不能成半周。有三邊並小者。内分三種。一種三邊不等。一種二邊等。一種三邊俱等。有二邊大而一小者。内分四種。一種二大邊等。一種二大邊不等。一種小邊為一大邊減半周之餘。一種二大邊等而又並為小邊減半周之餘。有二邊小而一大者。内分四種。一種二小邊等。一種二小邊不等。一種大邊為一小邊減半周之餘。一種二小邊等而又並為大邊減半

周之餘。有三邊並大者。內分三種。一種二邊等。一種三邊俱等。一種三邊不等。

斜弧三角形圖一





二十種。

計四種

乾形　三角並鈍。又皆同度。

坤形　三角並銳。又皆同度。

巽形　角一鈍二銳同度。其鈍角爲銳角半。周之餘。

艮形　三邊並小。又皆同度。

計四種

乾形　三邊並大。又皆同度。

坤形　三邊並小。又皆同度。

巽形　角一銳二鈍同度。又皆爲銳角減半。周之餘。

艮形　三角並銳。又皆同度。

計四種

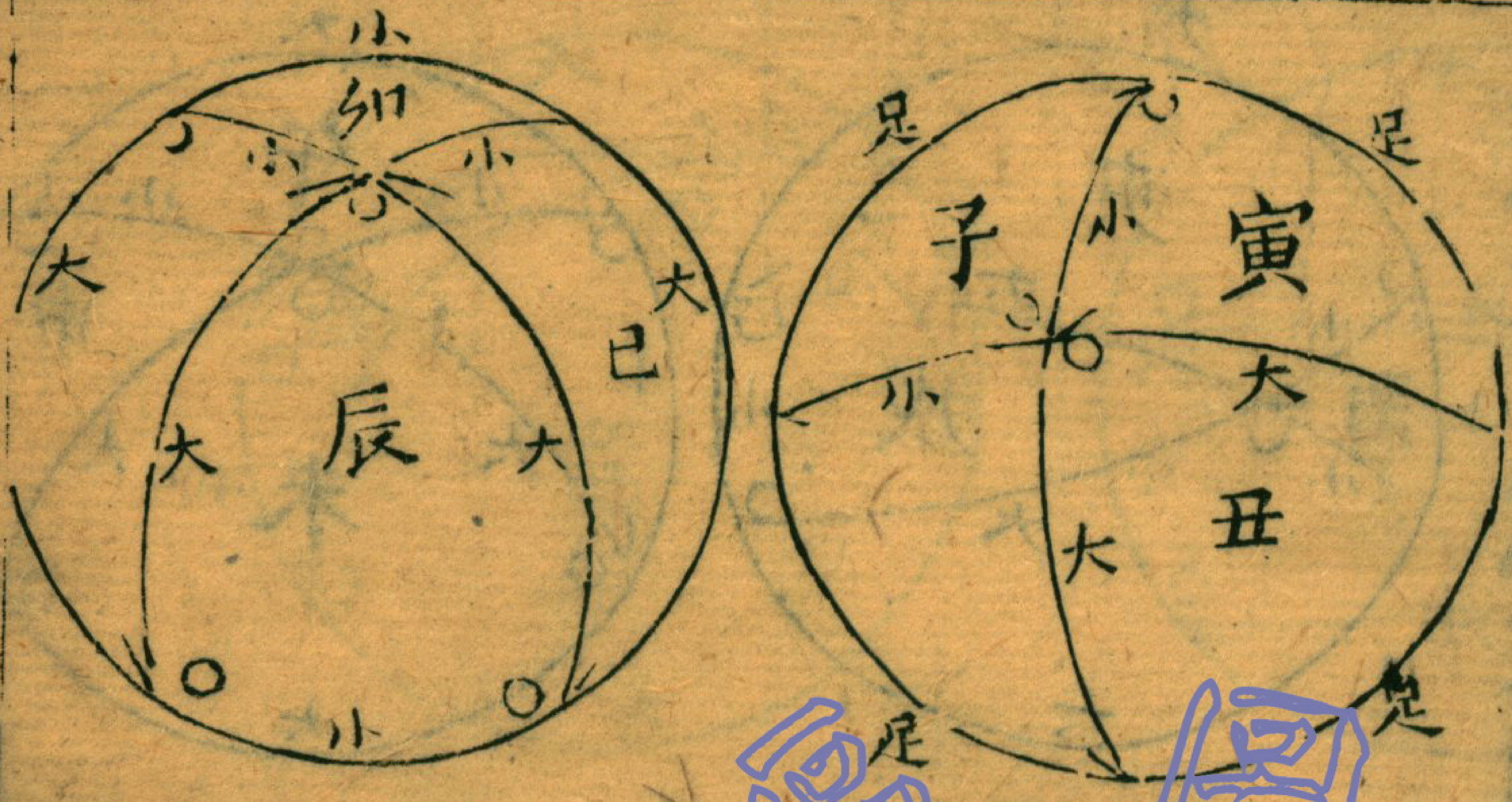
乾形　三邊並大。其大邊各爲小邊減半。周之餘。

坤形　半周一大之餘二小。同度。其大邊各爲小邊減半。周之餘。

巽形　邊一小二大。同度。又皆爲小邊減半。周之餘。

以上斜弧形四種並三角三邊同度謂之三等邊形內有二等邊者其一邊為等邊減半周之餘與三等邊同法以同用正弦故

斜弧三角形圖二計十二種



子形二銳角同度一鈍
二小邊同度一足

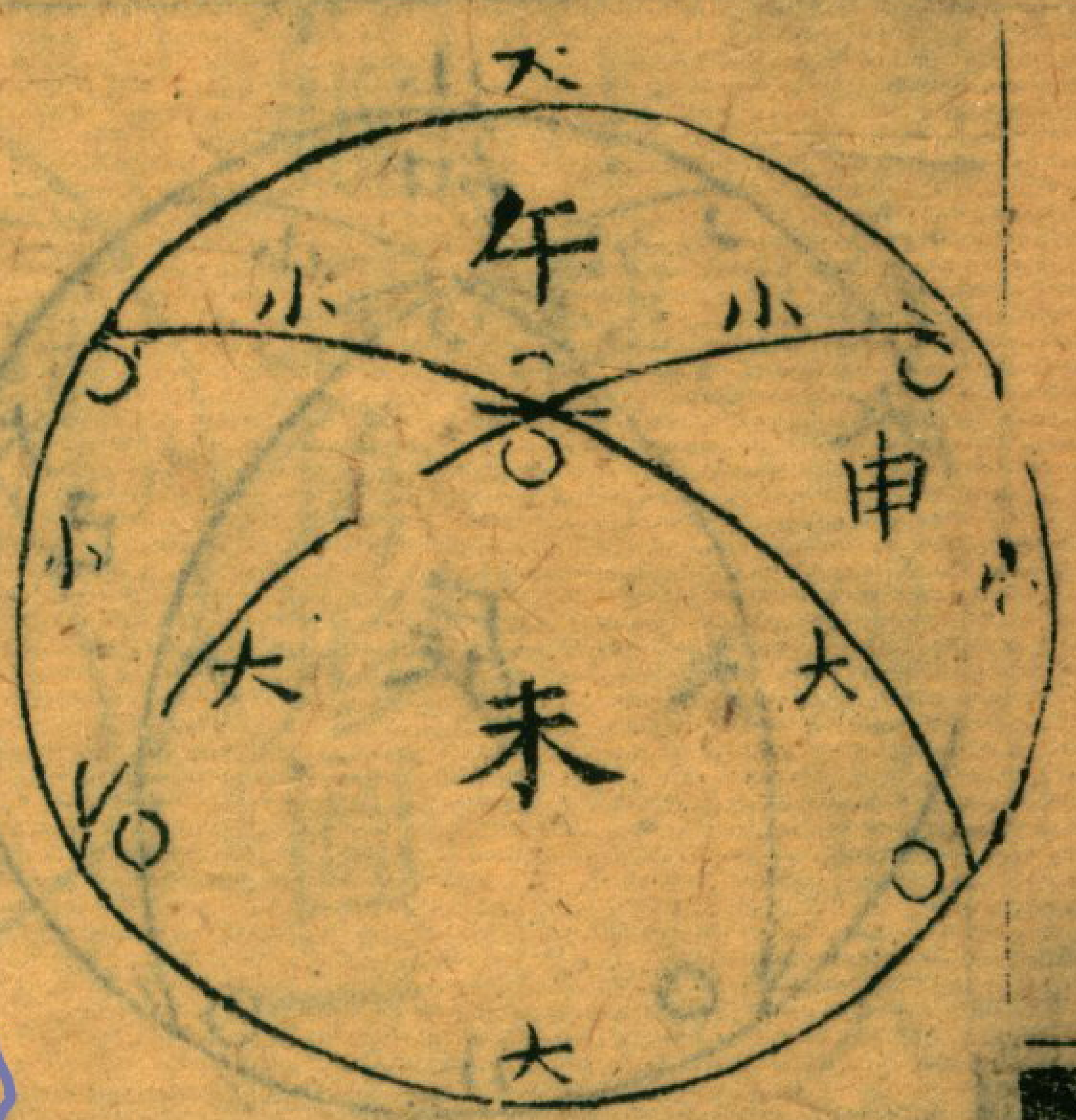
丑形三鈍角內同度者二
三大邊同度一足

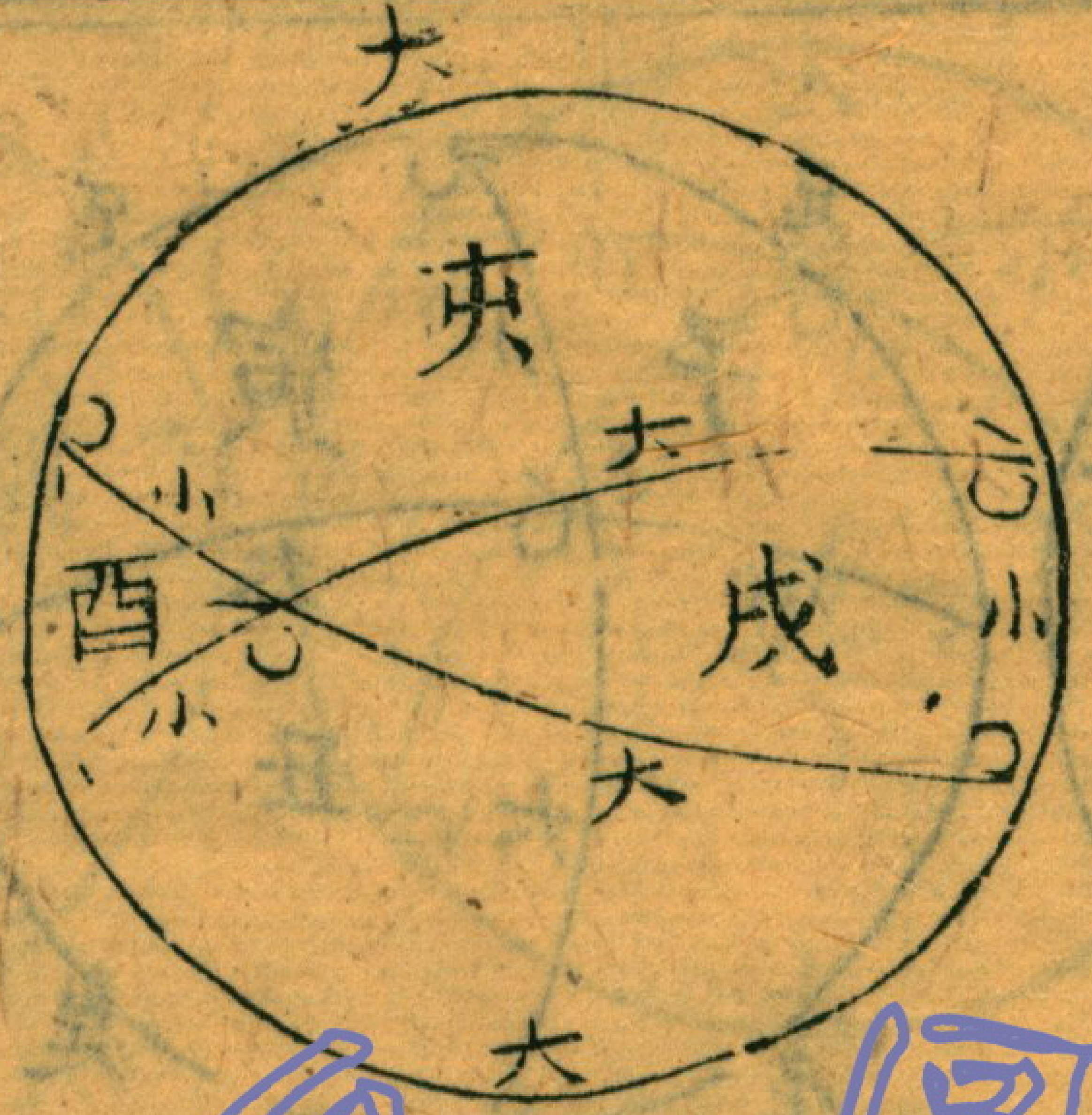
寅形二銳角一鈍內一銳角為鈍角減半周
之餘
二邊一足一大一小小邊為大邊減半周
之餘

卯形二銳角同度一鈍
二邊並小同者二

辰形二角並鈍內同度者二
二大邊同度一小

巳形二銳角一鈍內一銳角為鈍角減半周
之餘
二大邊一小內一大邊為小邊減半周
之





午形二銳角同度。一鈍。二小邊同度。一大。

未形三角並鈍同度者二。三邊並大同度者二。

申形二銳角一鈍丙一銳角為鈍角減半周之餘。二小邊一大丙一小邊為大邊減半周之餘。

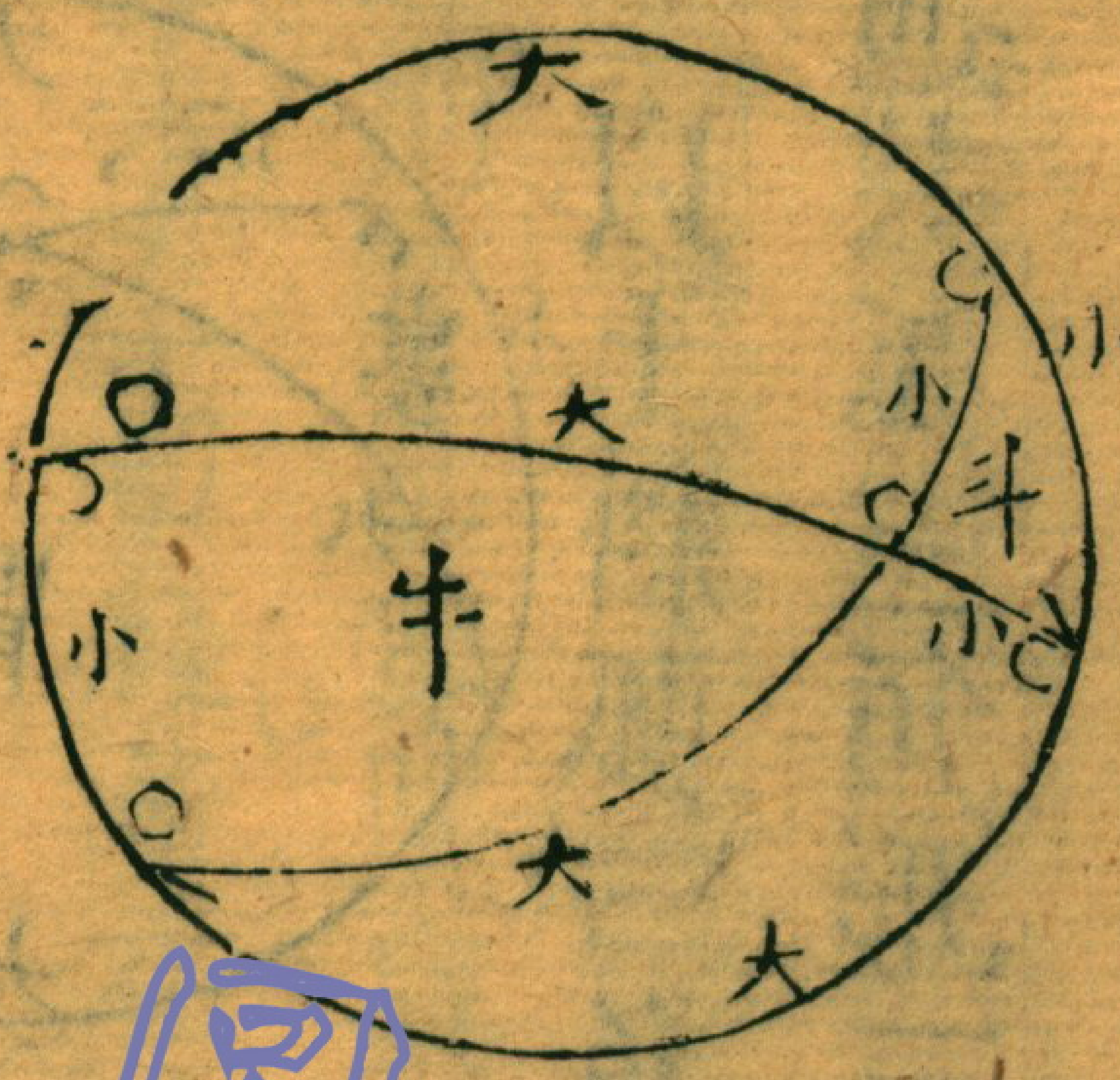
酉形三角並銳同度者二。三邊並小同度者二。

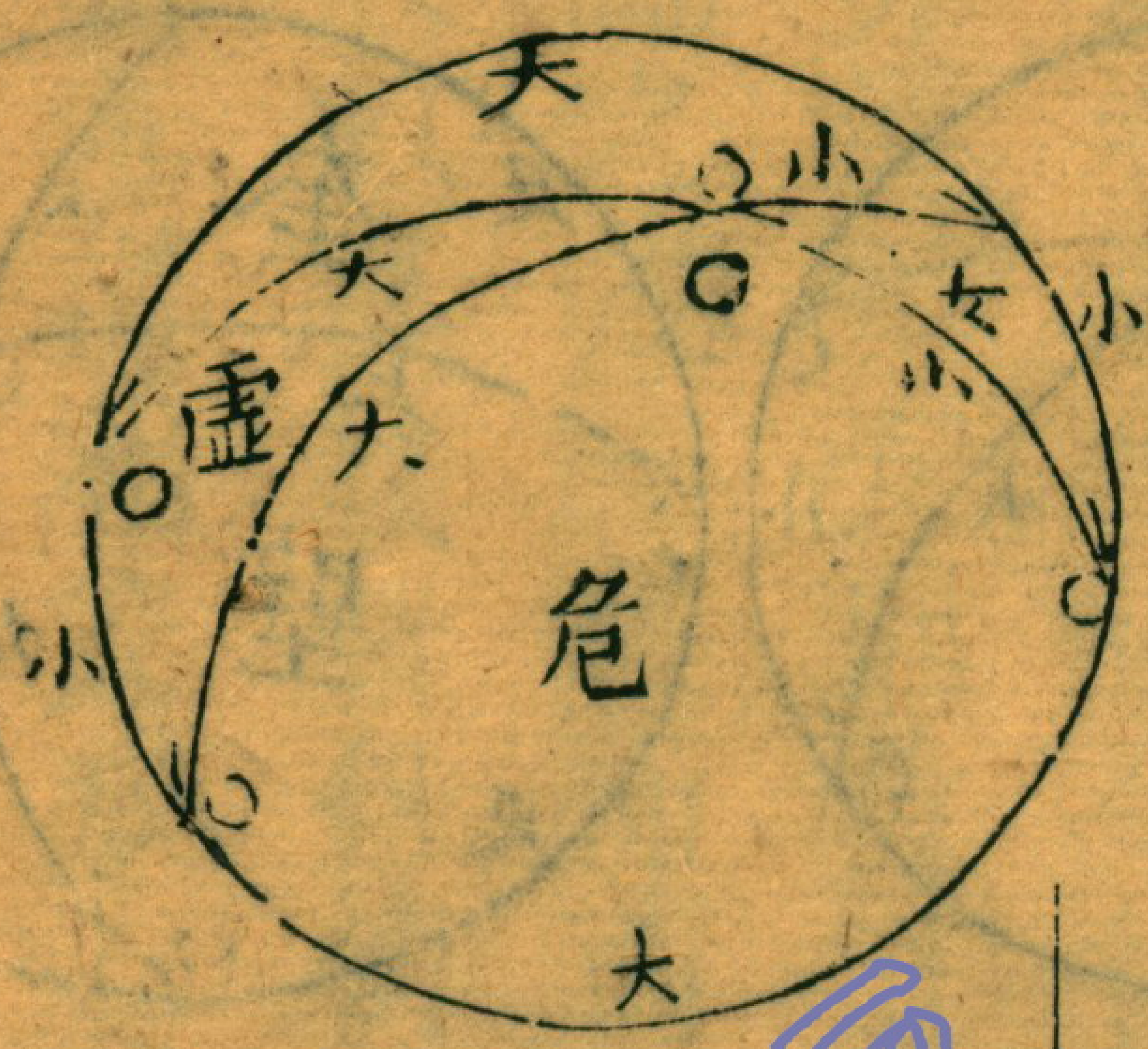
戌形二鈍角同度。一銳。二大邊同度。一小。

亥形二鈍角一銳丙一鈍角為銳角減半周之餘。二大邊一小丙一大邊為小邊減半周之餘。

以上斜弧三角形十二種。並二等邊形丙有四種。以大小二邊度成半周。與二等邊同法。小邊為大邊減半周之餘。則同用一正弦。

斜弧三角形圖三 計十種　曆書只九種遺一鋭二鈍形





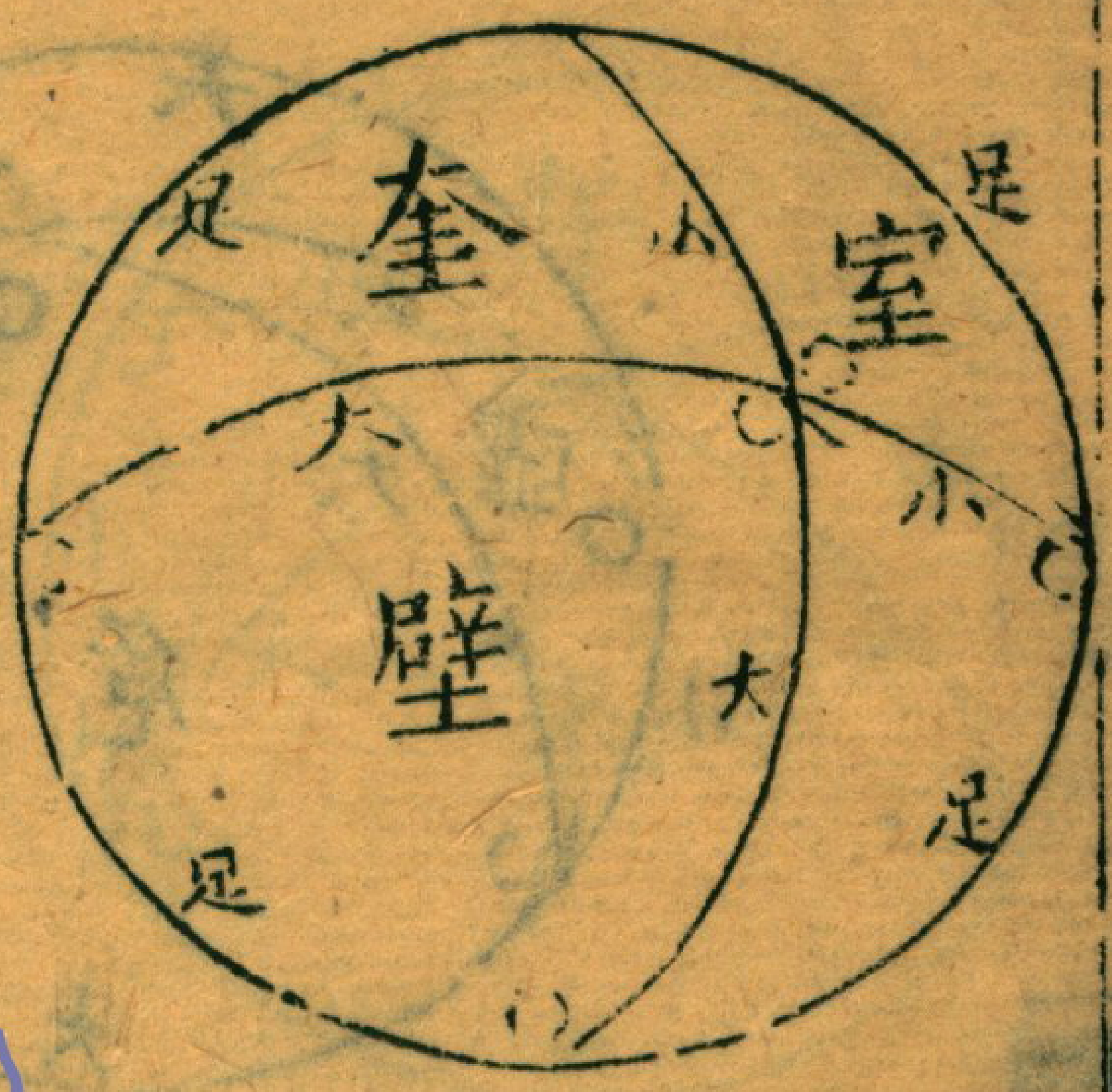
斗形三角並鋭
三邊並小

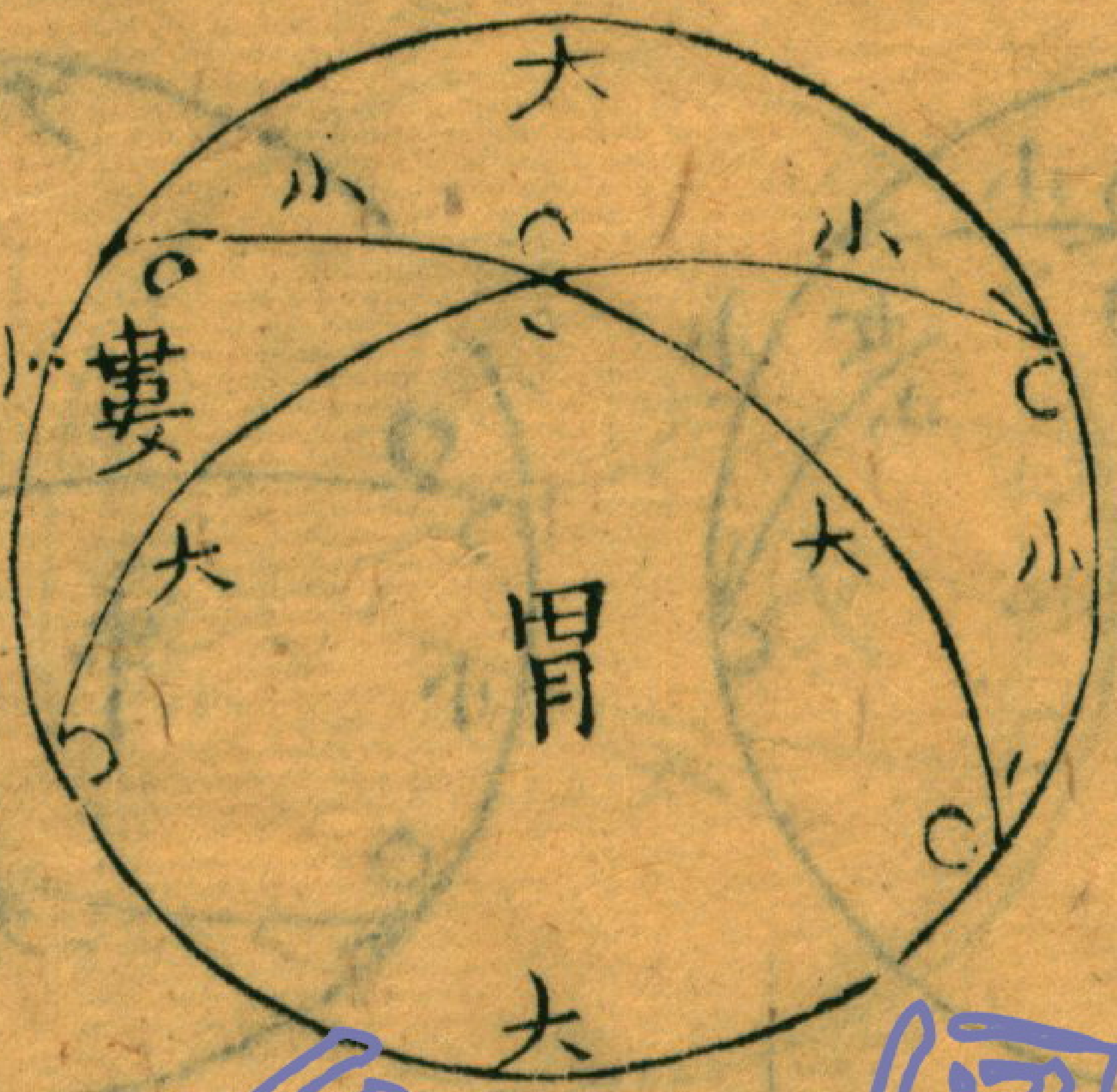
牛形角一鋭二鈍
邊二大一小

女形角一鈍二鋭
三邊並小

虛形角一鈍二鋭
邊二大一小

危形邊二大一小
角並鈍三





室形角一鈍二鋭。邊一足二小。

壁形三角並鈍。邊一足二大。

奎形角一鈍二鋭。邊一大一足一小。

婁形角一鈍二鋭。邊一大二小。

胃形三角並鋭。三邊並大。

以上斜弧三角形十種並三邊不等。用算只四種。

通共弧三角形三十五種。內除正弧三種不須用算。實三十二種。

後三句股形在丙乙甲三角內外。丙辛工在丙角用兼用正弦切綫。半在丙。半在外。酉未乙用兩切綫在渾圖外。論曰此五句股形皆相似。故其之則丁乙象限與丁卯半徑視弦未乙切綫皆在渾圖內。平甲丑角倒等何也。赤道平安。從乙視與赤道半徑平行。故也。是角綫之上矣。以其綫皆斜倚亦平安。則黃道斗面與赤道斗面相交成乙角而赤道既平安。則從乙窺卯。卯乙與黃道半徑平行。故也。是爲弦綫之上成一點而乙丑壬卯角合成一角矣

句股形既同則角而其句幾皆同黃道之斜倚則其股幾皆與赤道半徑為十字正角而平行矣是故形相似而比例皆等又論曰丙辛壬形丑形甲丑正弦丙子甲勾線在渾體之內其理易明子甲未乙形兩切線在渾體之外已足詮矣酉乙俱在渾體之外雖習其術者未免自疑悉書置而不言蓋以詳明庶令學者用之不疑

用法

假如有丙乙黃道距緯丙甲法為半徑癸已為丙乙黃道之正弦丙壬與丙甲距緯之正弦丙辛也

天雨流芳