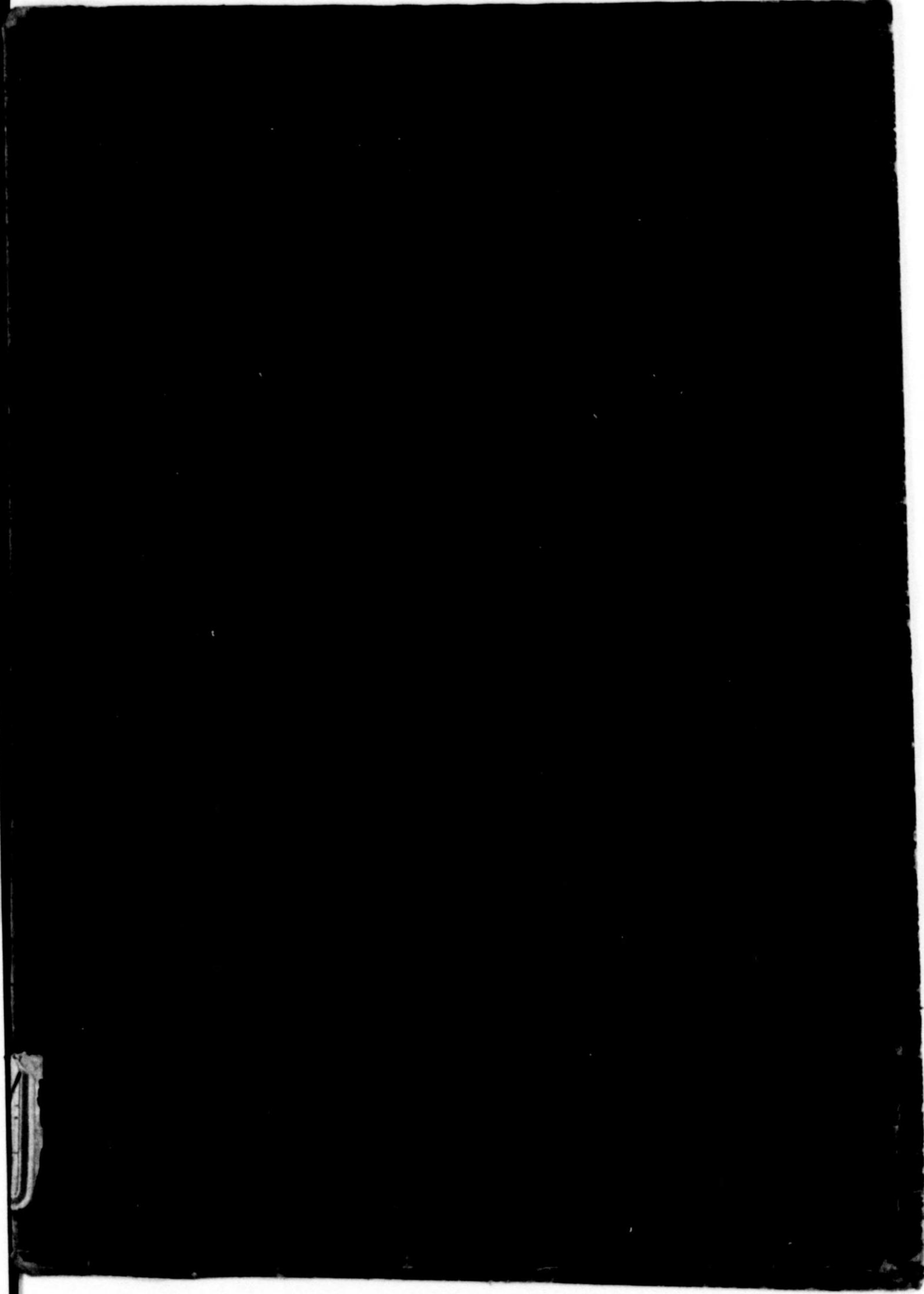




始



547.1
Te 28

中華民國二十五年

年 月 日

10/11

23.13	23.23								
	0.82								

新豐商店
收據

547.1
Te 28



回路網理論



逓 試 社

發 行

回路網理論

目次

第1章 緒論	1
1.1 豫備數學	1
1.2 定義及術語	6
1.3 傳送量	8
1.4 基本定理	12
第2章 二端子網	24
2.1 R.L.Cの直列接続	24
2.2 R.L.Cの並列接続	26
2.3 一般の二端子インピーダンス	28
2.4 定抵抗二端子網	30
2.5 リアクタンス定理	34
2.6 フォスターの定理	40
2.7 カウエルによるリアクタンス定理の擴張	43
2.8 二端子網の等價	44
2.9 二端子網の逆回路	48



2.10 簡單なるリアクタンス回路並にその 周波數特性	49
第 3 章 四 端 子 網	54
3.1 四端子網の基本方程式	54
3.2 四定數の物理的意義	56
3.3 四端子網の一般的接續	58
3.4 影 像 傳 送	61
3.5 四端子網の影像接續	68
3.6 反射係數及び反射損失	70
3.7 相互インピーダンス	72
3.8 反復パラメーター	75
3.9 傳送量の種類	77
第 4 章 基本型四端子網の構成	84
4.1 T 型 回 路	85
4.2 π 型 回 路	86
4.3 格子型回路	88
4.4 橋絡 T 型回路	90
4.5 對稱四端子網及二等分定理	91
4.6 等價回路網	92

第 5 章 濾 波 器	101
5.1 濾波器の概念	101
5.2 リアクタンス四端子網の特質	103
5.3 梯子型濾波器	107
5.4 定 K 型濾波器	111
5.5 誘導 M 型濾波器	126
5.6 高次誘導 M 型濾波器	138
5.7 複合濾波器	140
5.8 重合濾波器	142
5.9 格子型濾波器	144
5.10 水晶濾波器	152
5.11 損失抵抗の影響及び終端抵抗の影響	155
第 6 章 分 波 器	158
6.1 濾波器母線式分波器	159
6.2 起伏型分波器	160
6.3 差動型分波器	164
第 7 章 特殊回路	167
7.1 遅延回路網	167
7.2 位相補償装置及び減衰等化装置	172

7.3 平衡結線網	178
7.4 抵抗減衰器	180
第8章 分布定数回路	184
8.1 基本方程式	184
8.2 正弦波の起電力に対する方程式	186
8.3 擬似回路網	193

回路網理論

第1章 緒 論

1.1 豫備數學

1.1.1 複素數 正弦波状に變化する起電力、電流等の計算に際して之をベクトルで表示すると便利である事は既知の通りである。場合によつては一々之等の量をベクトルに描いて算出する事は面倒なるのみならず、又大きさが互に懸け離れた數個のベクトルを同時に取扱ふ場合には不精密を免れない。之等の困難を避ける爲めベクトルを數式的に取扱ひ得る何等かの記號で表示する事が出来れば便利である。此の目的に副ふものが即ち複素數によるベクトル乃至正弦波量の表示法である。

一般に複素數とは實數部の外に虚數部を有する數を稱するものである。

複素數を直角座標の形で表はせば

$$\dot{Z} = a + jb \quad \text{但し } j = \sqrt{-1}$$

又極座標の形で表はせば

$$\dot{Z} = |\dot{Z}| \angle \theta = |\dot{Z}| e^{j\theta}$$

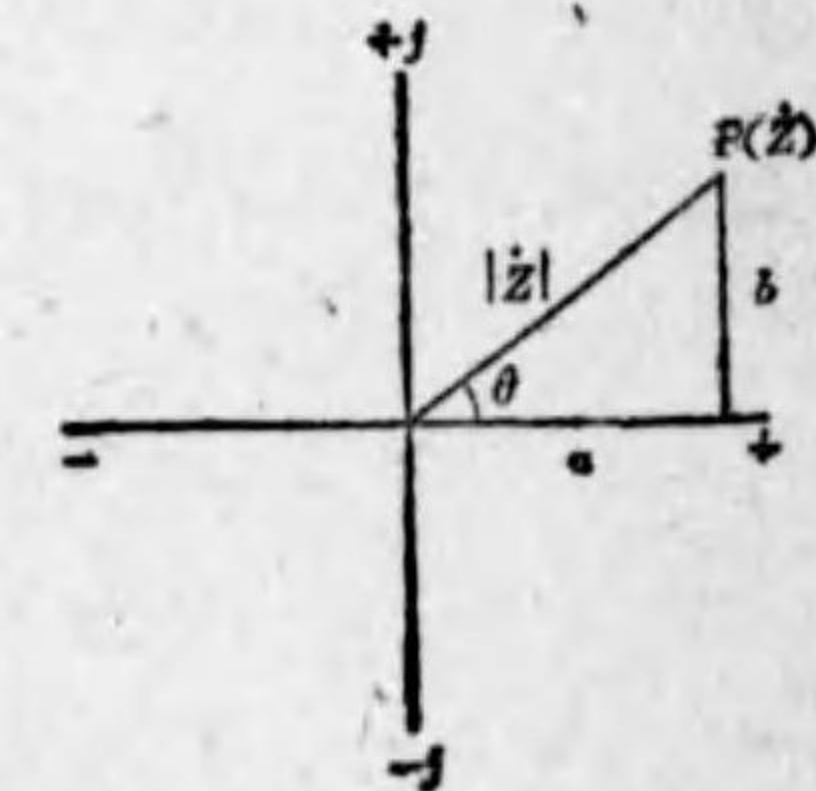
従つて直角座標による表示法と極座標に

よる表示方法の間には

$$\dot{Z} = a + jb = \sqrt{a^2 + b^2} \angle \tan^{-1} \frac{b}{a}$$

$$\dot{Z} = |\dot{Z}| \angle \theta = |\dot{Z}| e^{j\theta} = |\dot{Z}| \cos \theta + j |\dot{Z}| \sin \theta$$

の關係がある。



* マクローリンの展開式より

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2!} - j\frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^4}{4!} + j\frac{\theta^5}{5!} - \dots$$

$$= \left(1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \dots\right) + j\left(\theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots\right)$$

$$= \cos \theta + j \sin \theta$$

次に複素数の和・差・積・商を求めんに

$$\dot{Z}_1 = a_1 + jb_1 \quad \text{又は} \quad \dot{Z}_1 = |\dot{Z}_1| \angle \theta_1$$

$$\text{と} \quad \dot{Z}_2 = a_2 + jb_2$$

$$\text{又は} \quad \dot{Z}_2 = |\dot{Z}_2| \angle \theta_2$$

なる二数に就ては

$$\text{和;} \quad \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$$

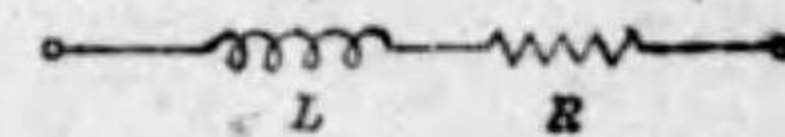
$$\text{差;} \quad \dot{Z}_1 - \dot{Z}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$$

$$\text{積;} \quad \dot{Z}_1 \times \dot{Z}_2 = |\dot{Z}_1| \times |\dot{Z}_2| \angle \theta_1 + \theta_2$$

$$\text{商;} \quad \dot{Z}_1 \div \dot{Z}_2 = |\dot{Z}_1| \div |\dot{Z}_2| \angle \theta_1 - \theta_2$$

即ち和及び差の計算には直角座標による表示方法を、積及び商の計算には極座標による表示方法を取るのが便利である。

電気工学上の應用としては



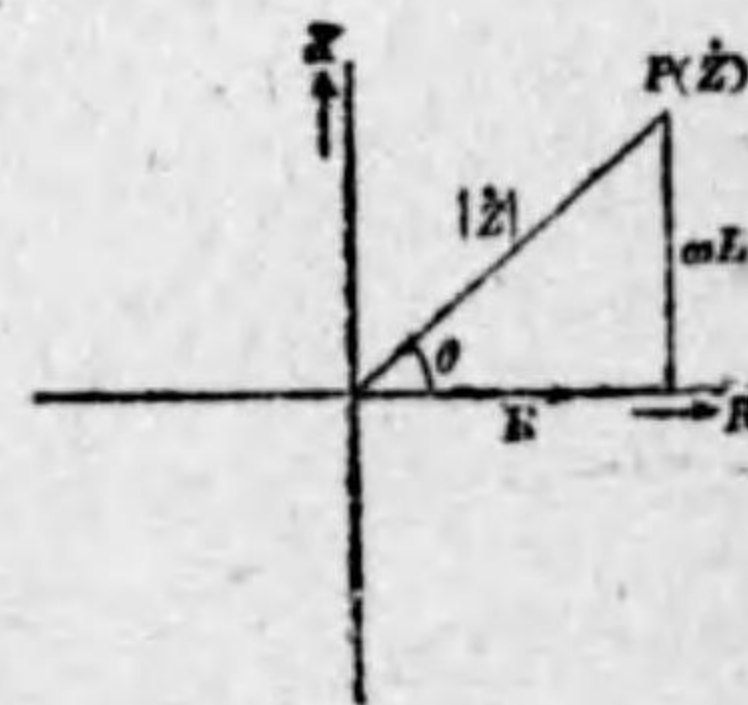
例 1 右圖の如き二端子網のインピーダンスは

$$\dot{Z}_1 = R + j\omega L$$

$$= |\dot{Z}| \angle \theta$$

$$= |\dot{Z}| \cos \theta + j |\dot{Z}| \sin \theta$$

$$= \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \angle \tan^{-1} \frac{\omega L}{R}$$



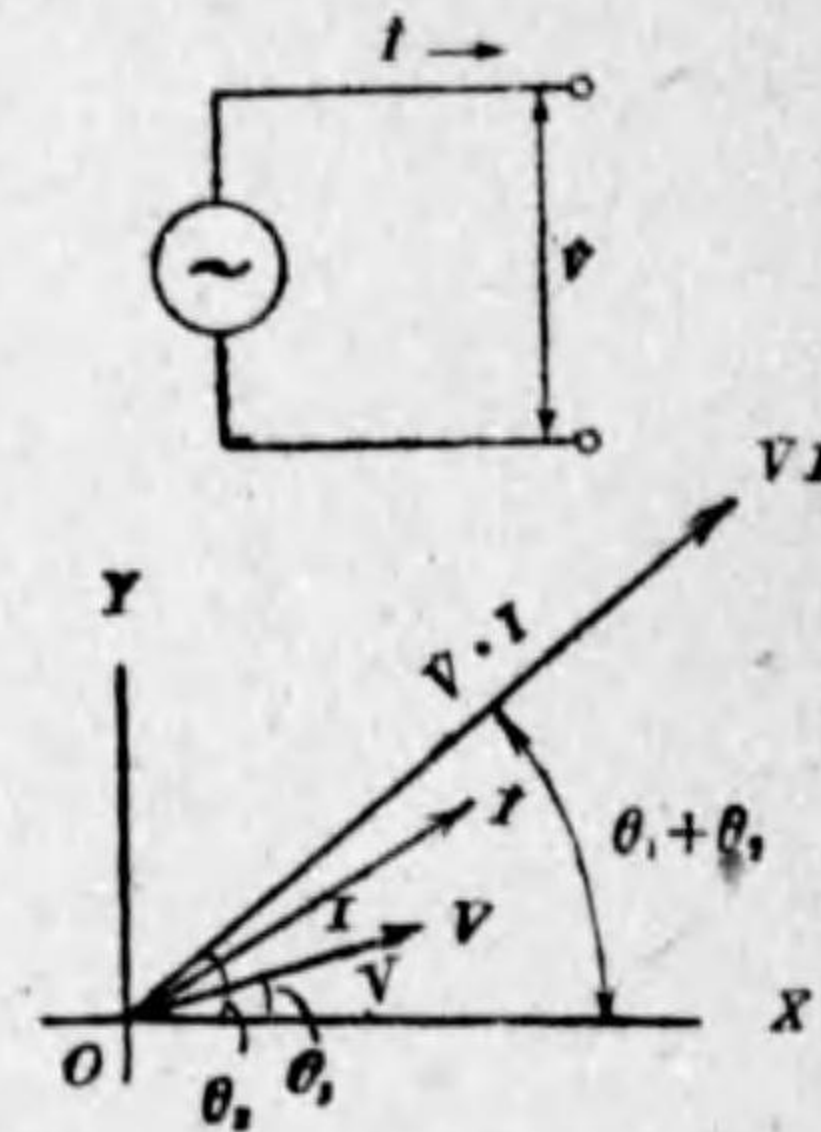
の如く表はされる。

例 2 右圖の如き電源の電力は

$$\dot{V}\dot{I} = |\dot{V}| e^{j\theta_1} \times |\dot{I}| e^{j\theta_2}$$

$$= |\dot{V}| |\dot{I}| e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$= |\dot{V}| |\dot{I}| \{ \cos(\theta_1 + \theta_2) + j \sin(\theta_1 + \theta_2) \}$$



故に電力のワット成分は

$$|\dot{V}| |\dot{I}| \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

となる。

以下複素数には点 (dot) を打ち (例へば Z) 實数には打たず、兩者の區別を明らかになすこととする。

1.1.2 複素双曲線函数 實数に對する双曲線函数の定義は

$$\cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$$

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$$

にして x は實双曲線角と稱し、ベクトルの大きさのみ變る場合のものである。

之を複素数の範圍に擴張して

$$\left. \begin{aligned} \cosh \dot{Z} &= \frac{1}{2}(e^{\dot{Z}} + e^{-\dot{Z}}) \\ \sinh \dot{Z} &= \frac{1}{2}(e^{\dot{Z}} - e^{-\dot{Z}}) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1.1.1)$$

斯くの如く指數函数を以て双曲線函数を定義し、之を複素双曲線角と稱しベクトルの大きさ、方向共に變化する場合のものである。

今之等の双曲線函数の性質を調べて見るに

(1.1.1) 式より直ちに

$$\left. \begin{aligned} \sinh(\dot{Z}_1 \pm \dot{Z}_2) &= \sinh \dot{Z}_1 \cosh \dot{Z}_2 \pm \cosh \dot{Z}_1 \sinh \dot{Z}_2 \\ \cosh(\dot{Z}_1 \pm \dot{Z}_2) &= \cosh \dot{Z}_1 \cosh \dot{Z}_2 \pm \sinh \dot{Z}_1 \sinh \dot{Z}_2 \\ \tanh(\dot{Z}_1 \pm \dot{Z}_2) &= \frac{\sinh(\dot{Z}_1 \pm \dot{Z}_2)}{\cosh(\dot{Z}_1 \pm \dot{Z}_2)} \\ &= \frac{\tanh \dot{Z}_1 \pm \tanh \dot{Z}_2}{1 \pm \tanh \dot{Z}_1 \tanh \dot{Z}_2} \end{aligned} \right\} \dots (1.1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \cosh^2 \dot{Z} - \sinh^2 \dot{Z} &= 1 \\ \sinh(-\dot{Z}) &= -\sinh \dot{Z} \\ \cosh(-\dot{Z}) &= \cosh \dot{Z} \\ \tanh(-\dot{Z}) &= -\tanh \dot{Z} \end{aligned} \right\} \dots (1.1.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d \sinh \dot{Z}}{d \dot{Z}} &= \cosh \dot{Z} \\ \frac{d \cosh \dot{Z}}{d \dot{Z}} &= \sinh \dot{Z} \\ \frac{d \tanh \dot{Z}}{d \dot{Z}} &= \operatorname{sech}^2 \dot{Z} \end{aligned} \right\} \dots (1.1.4)$$

等の公式を得られる。

次に双曲線関数と三角関数との間の関係を求めんに定義より

$$\sinh j\dot{Z} = \frac{1}{2}(e^{j\dot{Z}} - e^{-j\dot{Z}})$$

而して

$$e^{j\dot{Z}} = \cos \dot{Z} + j \sin \dot{Z}$$

$$e^{-j\dot{Z}} = \cos \dot{Z} - j \sin \dot{Z}$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore \sinh j\dot{Z} &= \frac{1}{2} \{ (\cos \dot{Z} + j \sin \dot{Z}) - (\cos \dot{Z} - j \sin \dot{Z}) \} \\ &= j \sin \dot{Z} \\ \text{同様に} \quad \cosh j\dot{Z} &= \cos \dot{Z} \\ \tanh j\dot{Z} &= j \tan \dot{Z} \end{aligned} \right\} \dots (1.1.5)$$

次で (1.1.2), (1.1.5) 式より

$$\left. \begin{aligned} \sinh(x+jy) &= \sinh x \cdot \cos y \pm j \cosh x \cdot \sin y \\ \cosh(x+jy) &= \cosh x \cdot \cos y \pm j \sinh x \cdot \sin y \\ \tanh(x+jy) &= \frac{\tanh x \pm j \tan y}{1 \pm j \tanh x \cdot \tan y} \end{aligned} \right\} \dots (1.1.6)$$

(1.1.6) 式は複素数 $\dot{Z} = x + jy$ の複素双曲線関数を角 x 又は y の双曲線関数と三角関数を以て表はす式である。而して共に数値計算可能である。

第 1.1.1 圖は双曲線関数のカーブを示す角 x が $x > 3$ ならば

$$\cosh x \cong \sinh x \cong \frac{1}{2} e^x$$

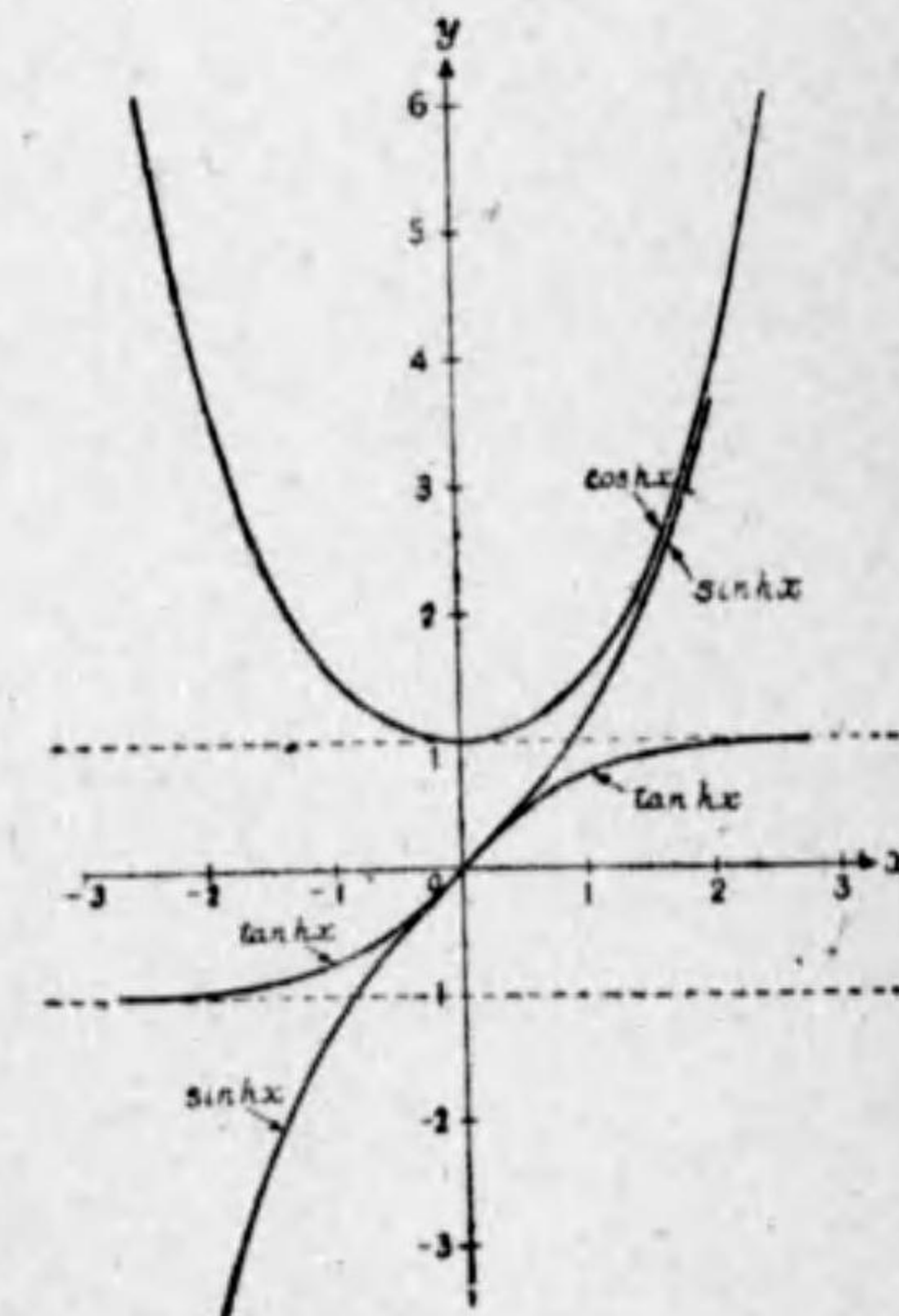
と見做し得。

* 参考書 早田, 松行 “双曲線関数解説”

例 $\sinh(1.25 + j0.25)$

$$= \sinh(1.25) \cdot \cos(0.25) + \cosh(1.25) \cdot \sin(0.25)$$

第 1.1.1 圖により



第 1.1.1 圖

$$\sinh(1.25)=1.60192$$

$$\cosh(1.25)=1.88842$$

$$\cos(0.25)=0.96891$$

$$\sin(0.25)=0.24740$$

$$\begin{aligned} \therefore \sinh(1.25+j0.25) &= 1.60192 \times 0.96891 \\ &\quad + j1.88842 \times 0.24740 \\ &= 1.55212 + j0.47195 \end{aligned}$$

1.1.3 逆複素双曲線函数 三角函数と同様双曲線函数にあつてもその逆函数を考へることにより多大の便を得ることがある。

$$\omega = \sinh^{-1} \dot{Z}$$

$$\dot{Z} = \sinh \omega = \frac{1}{2} (e^{\omega} - e^{-\omega})$$

$$\therefore e^{2\omega} - 2\dot{Z} \cdot e^{\omega} - 1 = 0$$

$$\therefore e^{\omega} = \dot{Z} + \sqrt{1 + \dot{Z}^2}$$

$$\therefore \omega = \log_e (\dot{Z} + \sqrt{1 + \dot{Z}^2})$$

従つて

$$\sinh^{-1} \dot{Z} = \log_e (\dot{Z} + \sqrt{1 + \dot{Z}^2})$$

同様にして

$$\cosh^{-1} \dot{Z} = \log_e (\dot{Z} + \sqrt{\dot{Z}^2 - 1})$$

$$\tanh^{-1} \dot{Z} = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 + \dot{Z}}{1 - \dot{Z}}$$

1.2 定義及術語

1.2.1 定義 回路網にはアクチーフ回路網とパッシーフ回路網とがあり、一つ又はそれ以上の電源を含む回路網をアクチーフ回路網、内部に電源

を含まざるものをパッシーフ回路網と稱する。即ち電池、發電装置或ひは増幅器が挿入されて居ればアクチーフ回路網で、インダクタンス、容量及び抵抗のみよりなる回路網はパッシーフ回路網である。直線的回路網といふものはその回路網定数、従つてその傳送特性が電流によつて變化しないやうな回路網である。

非直線的回路網は回路網各々其の電流の瞬時値により變化するインダクタンス、容量或は抵抗を含む回路網である。又金屬整流器の如きものも之に屬する。回路網中に電源があれば、常にそれから生ずる起電力の合成は電流の流れを支配する微分方程式中に考慮せねばならぬことになる。回路網中のインダクタンス、容量及び抵抗の値が電流の流れに關係するならば、之等の方程式を解くことは一般に非常に困難になるであらう。更に重要なことは波が傳播する場合非直線歪と呼ばれるものゝ爲に本質を失ふ傾向のあることである。直線的と云ふ語は回路網中にある電流と電壓とを關係づける式が一次式であることを示し、即任意の瞬時電流の第一次項或はその微分係数のみに關係する。我々がこゝに論ずる回路網はパッシーフ直線的回路網と呼ばれるものに屬するものである。

1.2.2 一般術語 一般に關係のある術語數種を今我々の特殊の用途に關して定義しやう。

素子とは電氣系に接続され又はそれから切離される最小の部分（即ち特殊の單位）である。この術語は普通實體的の單位（インダクタンス線輪、蓄電器、抵抗單位の如き）に附隨せる量の電氣的の云ひ表示方を示すものである。用ひられるべき本當の形體を表現し得ないやうな回路網を圖的に取扱ふ時、個々のインダクタンス、容量或は抵抗を素子として考へるのが普通である。之は第二次的の意味である。即ち小抵抗とインダクタンスとの直列結合は實

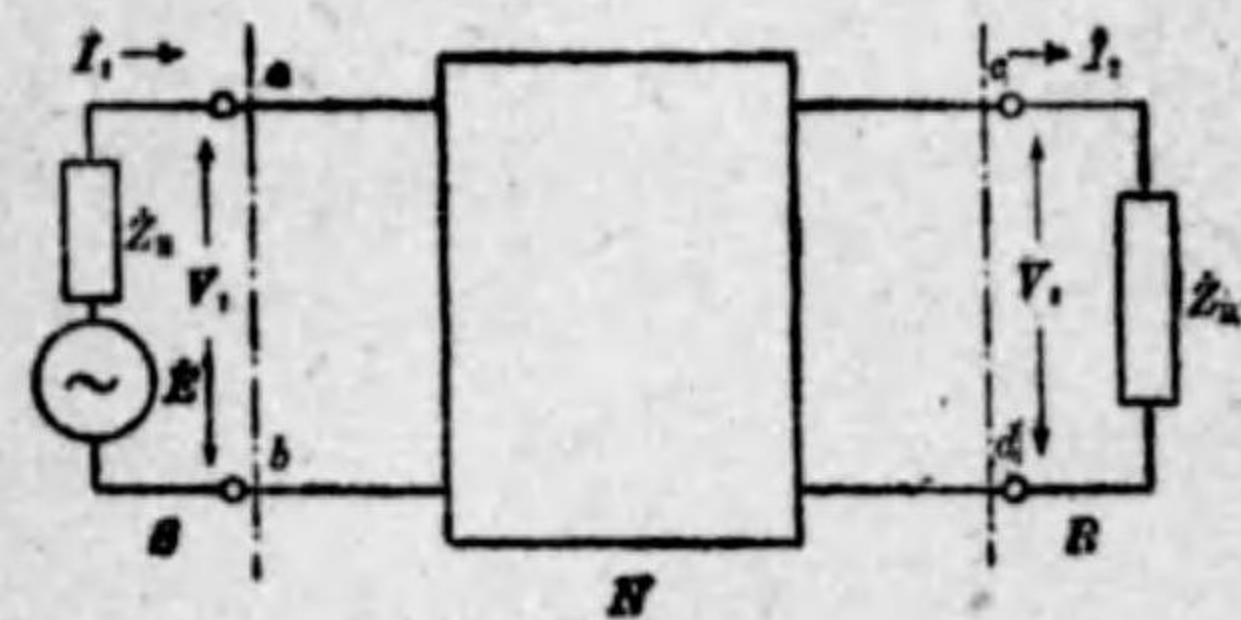
際の構造によつて一つの素子或は二つの素子からなるとも考へられるし、又恐らくは抵抗の存在が故意であるか避け難いものであるかにも關係する。

アーム とは回路網中にあつて二定點を除き他の總ての導線から電氣的に絶縁されてゐる特別の素子の組を示す。直列アームとは系の任意の部分で傳播の方法に主電流を導くものであり、並列アームとは直列アームの一端から(或は線條の一端から)、平衡型の系にあつては對稱的位置にある點へ、不平衡型の系にあつては地線へ主電流を分流せしめるものである。アームには直列又は並列以外の型もあり得る。

分岐 とは或る系に於ける數個の並列通路の一つである。この定義に使用される様に通路とは系の一部を通じてそれが系の始點に終らうと他の任意の點に終らうと系を横切つてゐる路筋を示すものである。網目(メツシュ)とは閉路を形成する素子の組合せ又は素子の一部分である。素子の一部分と云つたのは二捲線變成器の如き或る装置は素子と考へられるが、又斯かる素子の一部のみを通して通路が形成されると云ふ事實によるのである。

1.3 傳 送 量

1.3.1 定義 第 1.3.1 圖の如き一つの傳送系統を適當なる點 ab, cd



第 1.3.1 圖

に於て三つの部分即ち送端側回路 S, 受端側回路 R 及び傳送回路 N とに分つ。

然して端子 ab 及び cd に於ける同一ディメンションを有する電氣量例へば電流と電

流, 電壓と電壓或は電力と電力等を \dot{F}_1, \dot{F}_2 を以て表はすものとする。

然る時

$$\log_e \frac{\dot{F}_1}{\dot{F}_2} \dots\dots\dots (1.3.1)$$

を傳送量, 或は傳送定數と云ひ, 之は明かに複素數である。故に之は實數部と虚數部とに分つことが出来る。

この實數部を減衰量, 或は減衰定數と云ひ, 虚數部を位相量, 或は位相定數といふ。

今電壓電流及び電力(皮相電力)を表はす複素數を夫々 \dot{V}, \dot{I} 及び \dot{P} とすると, 第 1.3.1 圖に於ける傳送量は

$$\log \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2}, \quad \log \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2}, \quad \log \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2}$$

$$\text{但し} \quad \dot{P}_1 = \dot{V}_1 \dot{I}_1, \quad \dot{P}_2 = \dot{V}_2 \dot{I}_2$$

となる譯である。

而して

$$\log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = \log_e \frac{\dot{I}_1^2 \dot{Z}_i}{\dot{I}_2^2 \dot{Z}_R} = 2 \log_e \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} + \log_e \frac{\dot{Z}_i}{\dot{Z}_R} \dots\dots\dots (1.3.2)$$

で若し $\dot{Z}_i = \dot{Z}_R$ の時は

$$\log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = 2 \log_e \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \dots\dots\dots (1.3.2')$$

又

$$\log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = \log_e \frac{\dot{V}_1^2}{\dot{V}_2^2} = 2 \log_e \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} + 2 \log_e \frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_i} \dots\dots\dots (1.3.3)$$

で若し $\dot{Z}_i = \dot{Z}_R$ の時は

$$\log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = 2 \log_e \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \dots\dots\dots (1.3.3')$$

即ち ab, cd から夫々受端側を見たインピーダンス \dot{Z}_R, \dot{Z}_i が相等しい特別の場合は (1.3.2'), (1.3.3') 式の關係を得る。故に電力を用ひた時に限

り自然對數の $\frac{1}{2}$ をとる事に定めると、即ち

$$\log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} \text{ の代りに } \frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2}$$

となせば電力、電壓及び電流等により表はされる傳送量の値は三者同一値を取る。傳送學に於て屢々現はれる無限長の線路の傳送量の如き此の三者が同一値を示す例である。

この三者を實數部と虚數部に分けて

$$\log_e \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} = \log_e \left| \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \right| + j \left(\frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \text{ の位相角} \right) \\ = b' + ja'$$

$$\frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} = \log_e \left| \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right| + j \left(\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \text{ の位相角} \right) = b'' + ja''$$

$$\log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = \frac{1}{2} \log_e \left| \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} \right| + j \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} \text{ の位相角} \right) = b''' + ja'''$$

の如く表はすと

b', b'', b''' は減衰量

a', a'', a''' は位相量

となる譯である。

1.3.2 減衰量の單位 C. C. I. F (國際電話技術諮問委員會) では減衰量の單位として二つの異つた表はし方を推薦してゐる。

$$\text{ネーバー} \dots \dots \dots \frac{1}{2} \log_e \left| \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} \right| \dots \dots \dots (1.3.4)$$

$$\text{ベル} \dots \dots \dots \log_{10} \left| \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} \right| \dots \dots \dots (1.3.5)$$

此の兩者の關係は

$$1 \text{ ネーバー} = 0.8686 \text{ ベル} \approx 0.87 \text{ ベル}$$

でベルといふ單位は大き過ぎるから主として $\frac{1}{10}$ ベルなるものを取り、之を

デシベルとなし之が表示方法が一般に使用されてゐる。従つて

$$10 \log_{10} \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} \text{ デシベル} \dots \dots \dots (1.3.6)$$

の如く表はす事が出来る。

故に 1 ネーバー = 8.7 デシベル となる。

自然對數を使用する利益は線路傳送理論の結果と統一の取れることで均一線路に就ては上の一般の傳送量が全く線路傳送理論の傳送量と一致するのである。

又常用對數を使用する利益は減衰量を換算するのに實用上の便がある。

更に上述の如き値以外に英國及米國の一部では測定せんとする傳送量を一定の構造及定數を有する擬似線路の傳送量と比較して所謂標準ケーブル哩を以て表さんとするが今では殆んど使用されてゐない。

標準ケーブルの減衰量は周波數によつて異なる値を取る故此の單位で表はした數値は周波數を特に指定せねばならぬ。而してこの場合にのみ有效である。

例へば

$$1 \text{ standard cable mile} = 0.109 \text{ ネーバー} \\ = 0.947 \text{ デシベル}$$

となる。

1.3.3 傳送レベル 或る標準の電力、電壓、或は電流の値に對して任意の電力、電壓或ひは電流を減衰量で表はした場合、之を傳送レベルといふ。而して標準値より小なる値に對してはレベルが負であると稱し減衰に相當する。標準値より大なる値に對しては、レベルが正であると稱し、利得に相當する。

標準値としては通常 1 mW (1 ミリワット) を取つてこれを絶對レベルの零デシベルとしてゐる。これは 600 Ω の負荷を接続した時、負荷に生ず

る逆起電力は 0.775 V, 電流は 1.29 mA となるものである。普通の電話機に普通の聲で話した時の電話機の出力和大體一致する。

例 1ワットを絶対レベルで表すには標準値 1mW に對する比をとつて

$$10 \log_{10} \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2} = 10 \log_{10} \frac{1}{\frac{1}{1000}} = 10 \log_{10} 10^3 = 30$$

となる。故に1ワットは絶対レベルで +30 デシベルといふ事になる。

1.4 電気回路に関する定理

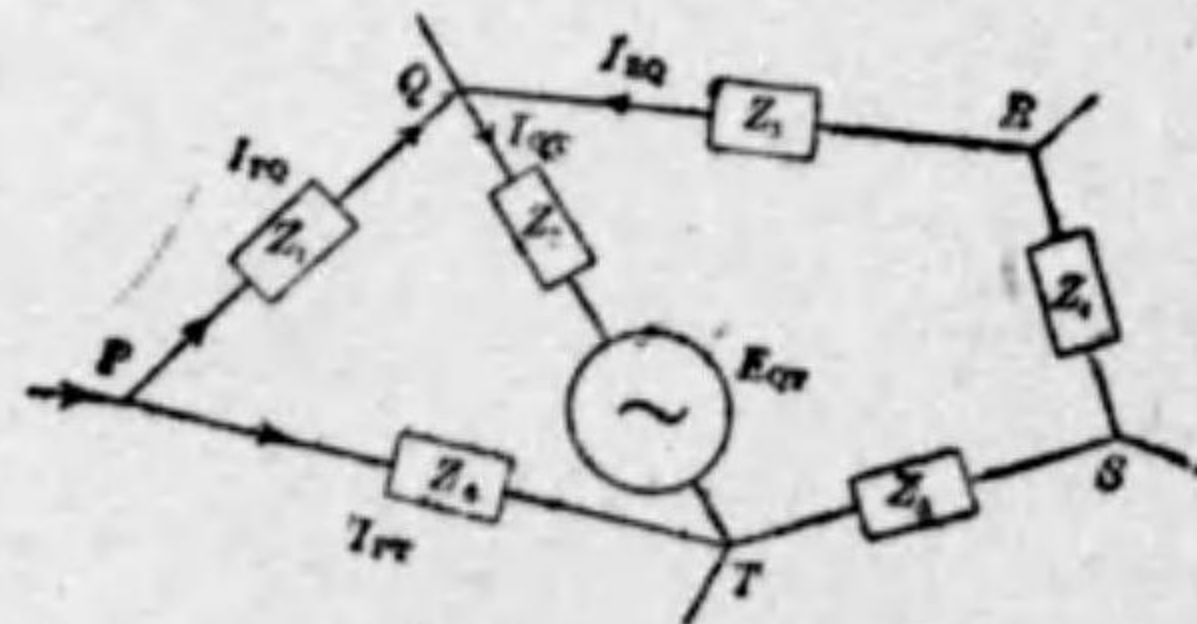
1.4.1 キルヒホッフの法則 キルヒホッフの法則は一般の導線網又は回路網 (net work) に關する電壓, 電流の分布を定める最も重要な基礎の定理であつてこの法則を使用すると複雑な回路網に對しても系統的に解法が得られる。

この法則は二つの法則より成つて居るのであつて

第一法則は「導線網のうちの任意の接続點に出入する電流の總和は零に等しい」

第二法則は「導線網中の任意の閉回路 (closed circuit) に於いて, その各枝路の電壓降下 (インピーダンスと電流の積) の總和はその閉回路中にある起電力の和に等しい」

例へば之を第 1.4.1 圖に於ける任意の線形回路 (linear electric circuit) を連結した一般の回路網 (又は導線網) に就いて説明せ



第 1.4.1 圖

んに P, Q, R …… 等の如く回路の接続される點が接続點 (junction point) であり, 接続點と接続點の間の Z_1, Z_2, \dots 等の回路が枝路 (branch circuit) で, $P \rightarrow Q \rightarrow T \rightarrow P$ の如く枝路を通じて一周する回路を閉回路と云ふ。今 Z_1, Z_2, Z_3, \dots 等を線形回路とすると, この回路網に於てキルヒホッフの法則は, 次の如く云ひ表はされる。

(1) 第一法則

Q なる接続點に於て

$$I_{PQ} + I_{PT} + I_{RQ} = 0$$

これは他の P, T, S …… 等の點に於ても成立する。

故に一般には次の如く表はしてゐる。

$$\sum I_{PQ} = 0 \dots \dots \dots (1.4.1)$$

但し $I_{PQ}, I_{PT} \dots$ 等は夫々正負の符號を有するものとす。

(2) 次に第二の法則は例へば圖の $P \rightarrow Q \rightarrow T \rightarrow P$ なる閉回路を考へると, 次の如く表はされる。

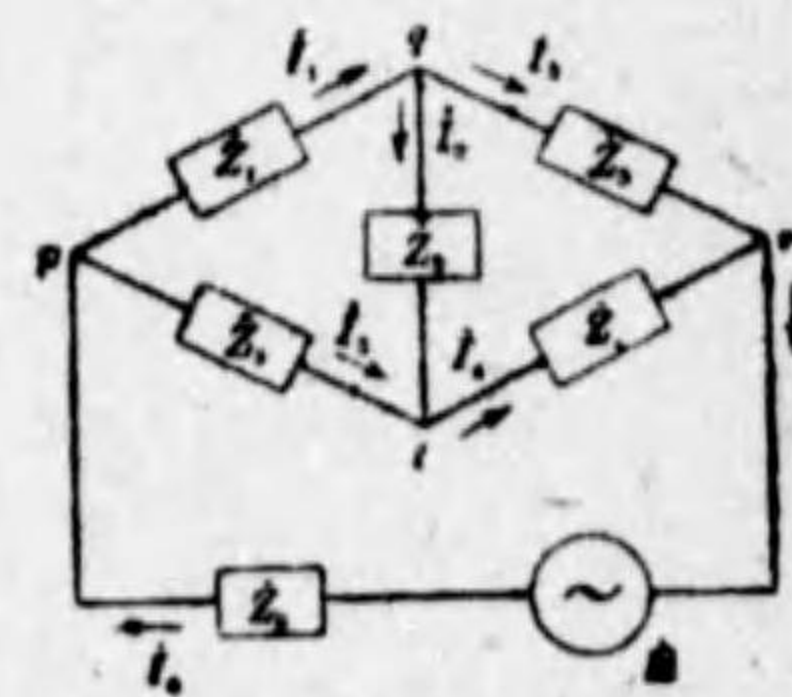
$$I_{PQ}Z_1 + I_{QT}Z_2 + I_{TP}Z_3 = E_{QT}$$

これは他の任意の閉回路にも適用される。即ち一般に次の如く表はす。

$$\sum I_{PQ}Z_1 = \sum E_{QT} \dots \dots \dots (1.4.2)$$

以上二つの法則を用ひて任意の回路の電流, 電壓の關係を知ることが出来るのである。例へば次の圖の如きブリッジ回路に之を應用する。電流が圖の矢の方向であるとして, 次の式が成立する。

第一法則により



$$\left. \begin{aligned} q \text{ 点について } & \dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \\ p \text{ 点について } & \dot{I}_6 - \dot{I}_1 - \dot{I}_3 = 0 \\ r \text{ 点について } & \dot{I}_6 - \dot{I}_5 - \dot{I}_4 = 0 \\ t \text{ 点について } & \dot{I}_4 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (a)$$

第二法則により

$$\left. \begin{aligned} pqt \text{ 回路について } & \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2 - \dot{I}_3 \dot{Z}_3 = 0 \\ qrt \text{ 回路について } & \dot{I}_3 \dot{Z}_3 - \dot{I}_4 \dot{Z}_4 - \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = 0 \\ ptv \text{ 回路について } & \dot{I}_3 \dot{Z}_3 + \dot{I}_4 \dot{Z}_4 + \dot{I}_6 \dot{Z}_6 = \dot{E} \\ pqr \text{ 回路について } & \dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I}_6 \dot{Z}_6 + \dot{I}_3 \dot{Z}_3 = \dot{E} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (b)$$

然るに未知数は $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3, \dots, \dot{I}_6$ の六つであるからこの(a)及(b)のうち任意の六つの式をえらんで解けば $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots$ を求めることが出来る。

又 $\dot{I}_4 = 0$ なる条件を求めれば周知の

$$\dot{Z}_1 \dot{Z}_4 = \dot{Z}_3 \dot{Z}_4 \dots\dots\dots (1.4.3)$$

なるブリッチ平衡の条件を求むることが出来る。

上述の方法は各枝路に相互誘係数を含まない場合の枝電流 (branch current) に着眼して考へた場合で相互誘導係数を持つた回路の場合は次の様に網電流 (loop current) を以つて枝電流を表はして解く方法に依るのが便利である。

例へば第 1.4.2 圖の様な回路に於て、

\dot{I}_1, \dot{I}_2 なる網電流を考へると次の如く表はす

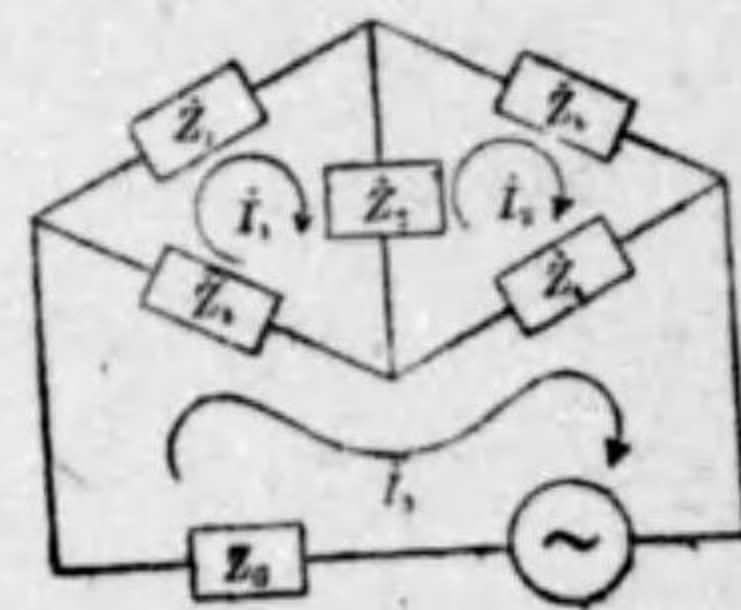
ことが出来る。 $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ を圖の様な網電流

とし、 $\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 \dot{Z}_3$ なる閉回路を考へると

$$\dot{I}_1 \dot{Z}_1 + (\dot{I}_1 - \dot{I}_2) \dot{Z}_2 + (\dot{I}_1 - \dot{I}_3) \dot{Z}_3 = 0$$

$$\dot{I}_1 (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dot{Z}_3) - \dot{I}_2 \dot{Z}_2 - \dot{I}_3 \dot{Z}_3 = 0$$

$$\text{同様に } \dot{I}_2 (\dot{Z}_3 + \dot{Z}_4 + \dot{Z}_2) - \dot{I}_1 \dot{Z}_2 - \dot{I}_3 \dot{Z}_4 = 0$$



第 1.4.2 圖

$$\dot{I}_3 (\dot{Z}_3 + \dot{Z}_4 + \dot{Z}_2) - \dot{I}_1 \dot{Z}_2 - \dot{I}_2 \dot{Z}_4 = \dot{E}$$

而して未知数が三つに對してこの三式をとくと

$\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ を求めることが出来る。故に Z_2 なる枝回路 (branch) を流れる電流 \dot{I}_{z_2} は

$$\dot{I}_{z_2} = \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \quad \text{となる。}$$

1.4.2 重疊の定理 回路網全體に任意に分布された多數の起電力が同時に作用することに依り一定の抵抗、インダクタンス及び容量より成る回路中の任意の點を流れる電流又は回路中の二點間に存在する電位差は夫々の起電力が單獨に作用することに依り最初の點に生ずる部分電流の和又は二點間に生ずる部分電位差の和に等しい。即ち各々の起電力が獨立に作用して回路中網に電流及電位差を生ずるものと考ふことが出来るといふのである。此の理により一つの起電力の作用により得た結果が、回路中に同時に他の起電力の存在する場合にも成立する譯で一度に一つの起電力の作用丈を取扱ふことが出来る。今之を證明せんキルヒホッフの法則により

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{11} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{12} \dot{I}_2 + \dots + \dot{Z}_{1n} \dot{I}_n &= \dot{E}_1 \\ \dot{Z}_{21} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{22} \dot{I}_2 + \dots + \dot{Z}_{2n} \dot{I}_n &= \dot{E}_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{Z}_{n1} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{n2} \dot{I}_2 + \dots + \dot{Z}_{nn} \dot{I}_n &= \dot{E}_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.4.4)$$

上式に於て $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_n$ を $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots, \dot{E}_n$ に就いて解くと

$$\left. \begin{aligned} \dot{a}_{11} \dot{E}_1 + \dot{a}_{12} \dot{E}_2 + \dots + \dot{a}_{1n} \dot{E}_n &= \dot{I}_1 \\ \dot{a}_{21} \dot{E}_1 + \dot{a}_{22} \dot{E}_2 + \dots + \dot{a}_{2n} \dot{E}_n &= \dot{I}_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{a}_{n1} \dot{E}_1 + \dot{a}_{n2} \dot{E}_2 + \dots + \dot{a}_{nn} \dot{E}_n &= \dot{I}_n \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.4.5)$$

ここに

但し

$$\dot{a}_{ik} = \frac{D_{ik}}{D}$$

$$D = \begin{vmatrix} \dot{Z}_{11} & \dot{Z}_{12} & \dots & \dot{Z}_{1n} \\ \dot{Z}_{21} & \dot{Z}_{22} & \dots & \dot{Z}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{Z}_{n1} & \dot{Z}_{n2} & \dots & \dot{Z}_{nn} \end{vmatrix}$$

で D_{ik} は D の i 列、即ち i 横列と D の k 行、即ち k 縦列とを取去つた小行列式であり D_{ik} は \dot{Z}_{ik} の餘因子といひ $D_{ik} = (-1)^{i+k} D_{ki}$ で與へられるものである。

$$\dot{a}_{11} = \frac{D_{11}}{D}$$

にして $\dot{E}_2, \dot{E}_3, \dots$ がある時の $\frac{\dot{I}_1}{\dot{E}_1}$ なるアドミッタンスを表はし、同様に

$$\dot{a}_{ii} = \frac{D_{ii}}{D}$$

は他の電源を凡て取除いて i 番目の回路に働く起電力のみに對するアドミッタンスを表はし

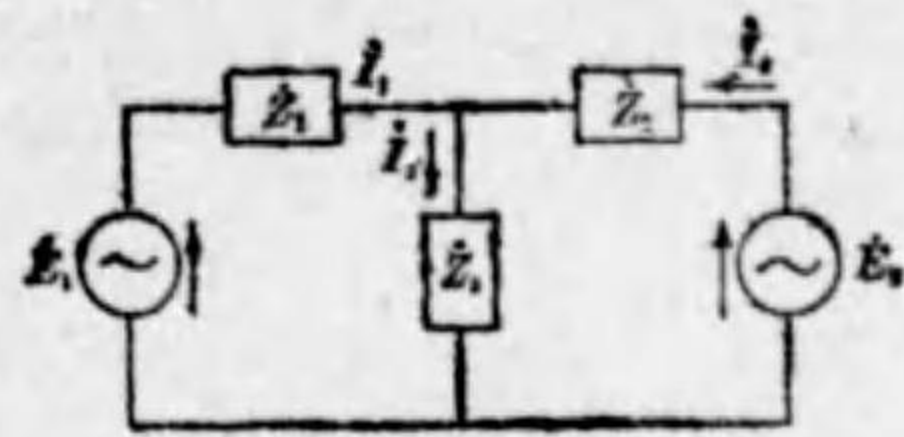
$$\dot{a}_{ik} = \frac{D_{ik}}{D}$$

は i 番目の起電力と之に對して k 番目の回路に流れる電流との比即ち $\frac{\dot{I}_k}{\dot{E}_i}$ なるアドミッタンスを表はす。

之等の式より判かることは \dot{E}_1 のみ存在し、他の起電力は凡て零の時は各回路を流れる電流は $a_{11}\dot{E}_1, a_{21}\dot{E}_1, \dots$ で、又 \dot{E}_2 のみ存在する場合は各回路に流れる電流は $a_{21}\dot{E}_2, a_{22}\dot{E}_1, \dots$ である。

而して $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \dots$ が凡て働く時は之等個々の起電力が存在する場合の電流を其の疊加へ合せたもの $a_{11}\dot{E}_1 + a_{21}\dot{E}_2 + \dots + a_{1n}\dot{E}_n, a_{21}\dot{E}_1 + a_{22}\dot{E}_2 + \dots + a_{2n}\dot{E}_n, \dots$ に等しいことになる。

これを電流に對する重疊の定理といふ。電位差に關しても同様の事が云へ



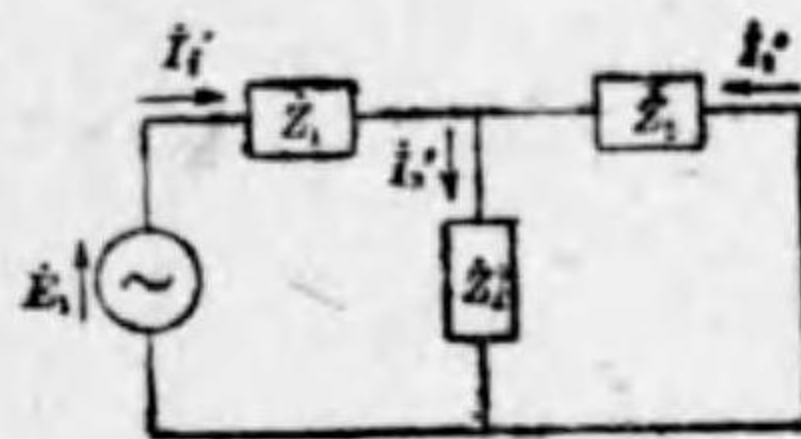
第 1.4.2 圖

る。例へば第 1.4.2 圖の如き場合の $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ は第 1.4.2a 圖及第 1.4.2b 圖に於ける電流分布を求め

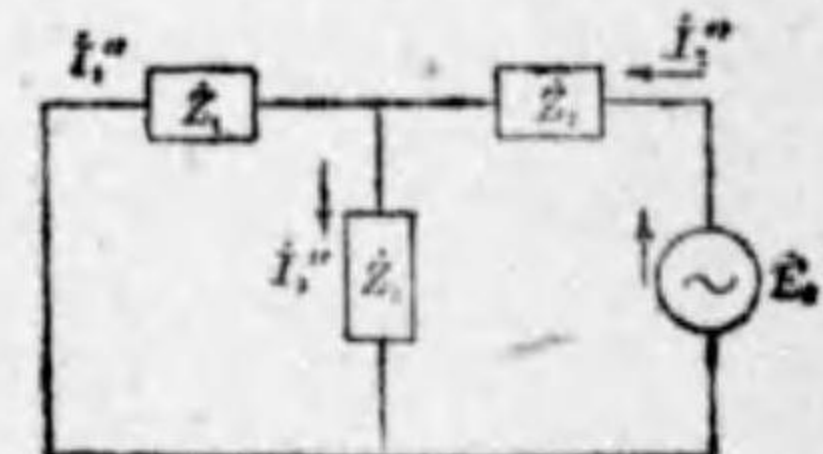
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_1' + \dot{I}_2'', \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_2' + \dot{I}_3'',$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_3' + \dot{I}_3''$$

により求むることを得。



第 1.4.2 a 圖



第 1.4.2 b 圖

1.4.3 可逆定理 電源を有しない直線的回路について網路 i 中の一枝路に起電力 \dot{E} を與へた場合に網路 k 中の或る枝路に生ずる電流 \dot{I}_k は網路中の枝路に起電力を \dot{E} を與へた時網路 i 中の枝路に流れる電流 \dot{I}_i に等しいといふ事である。今これを證明せん

先づ各枝路に $\dot{E}_1', \dot{E}_2', \dots, \dot{E}_n'$ なる電壓を加へた時流れる電流を $\dot{I}_1', \dot{I}_2', \dots, \dot{I}_n'$ とすれば重疊の定理より

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{11}\dot{I}_1' + \dot{Z}_{12}\dot{I}_2' + \dots + \dot{Z}_{1n}\dot{I}_n' &= \dot{E}_1' \\ \dot{Z}_{21}\dot{I}_1' + \dot{Z}_{22}\dot{I}_2' + \dots + \dot{Z}_{2n}\dot{I}_n' &= \dot{E}_2' \\ \dots & \dots \dots \dots \\ \dot{Z}_{n1}\dot{I}_1' + \dot{Z}_{n2}\dot{I}_2' + \dots + \dot{Z}_{nn}\dot{I}_n' &= \dot{E}_n' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (1.4.6)$$

次に $\dot{E}_1'', \dot{E}_2'', \dots, \dot{E}_n''$ なる電壓を加へた時各分岐に流れる電流を $\dot{I}_1'', \dot{I}_2'', \dots, \dot{I}_n''$ とすれば

$$\begin{cases} \dot{Z}_{11}\dot{i}_1'' + \dot{Z}_{12}\dot{i}_2'' + \dots + \dot{Z}_{1n}\dot{i}_n'' = \dot{E}_1'' \\ \dot{Z}_{21}\dot{i}_1'' + \dot{Z}_{22}\dot{i}_2'' + \dots + \dot{Z}_{2n}\dot{i}_n'' = \dot{E}_2'' \\ \dots\dots\dots \\ \dot{Z}_{n1}\dot{i}_1'' + \dot{Z}_{n2}\dot{i}_2'' + \dots + \dot{Z}_{nn}\dot{i}_n'' = \dot{E}_n'' \end{cases} \dots\dots\dots(1.4.7)$$

今(1.4.6)式の各式の両邊に $\dot{i}_1'', \dot{i}_2'', \dots, \dot{i}_n''$ を乗じて加へ(1.4.7)式の兩邊に $\dot{i}_1', \dot{i}_2', \dots, \dot{i}_n'$ を乗じて加へ合せたものを比較すれば、左邊は等しきを以つて

$$\begin{aligned} \dot{E}_1/\dot{i}_1'' + \dot{E}_2/\dot{i}_2'' + \dots + \dot{E}_n/\dot{i}_n'' \\ = \dot{E}_1''/\dot{i}_1' + \dot{E}_2''/\dot{i}_2' + \dots + \dot{E}_n''/\dot{i}_n' \dots\dots\dots(1.4.8) \end{aligned}$$

若し此の式で $\dot{E}_i' = \dot{E}_i'' = \dot{E}_i$ とし他の電壓を全部零とすると

$$\dot{i}_i'' = \dot{i}_i'$$

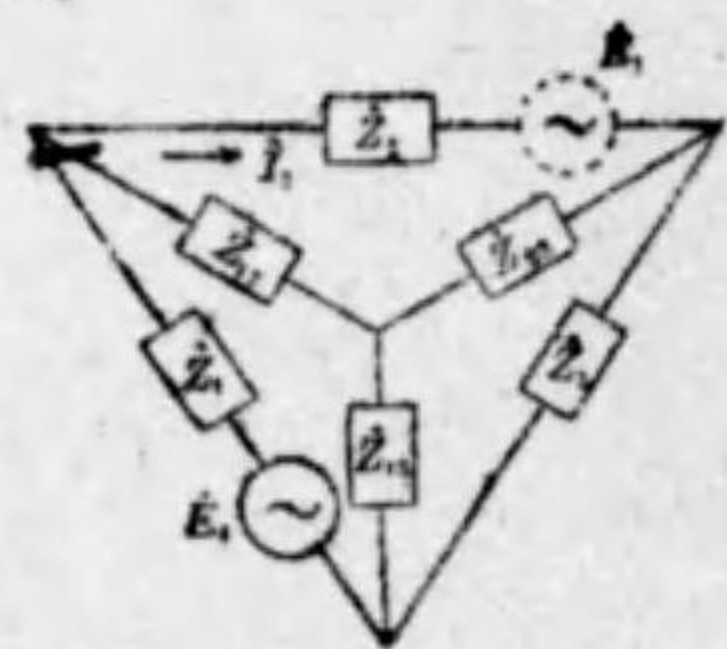
即ち i 番目の分岐に電壓を E を加へた場合に k 番目の分岐に流れる電流と k 番目の分岐に電壓 E を加へた場合に i 番目の分岐に流れる電流は互に等しいことにはる。

解り易く言ひ變へれば:—

回路網中の一前に或任意の起電力が作用してその回路網中の他の任意の點に電流を生ずるとき、逆にその第二の點に同じ起電力を作用させた場合には最初の起電力を加へた點に同じ大さの電流を生ずる。

これを可逆定理或ひは相反の定理と云ふ。

例へば圖の様な任意の回路網で Z_1 の分岐 (branch circuit) に E_1 なる起電力が作用した場合 Z_2 回路に I_2 なる電流が流れたとすると E_1 を點線の様に Z_2 回路に移した場合 Z_1 回路に流れる電流はやはり I_2 であると云ふのである。

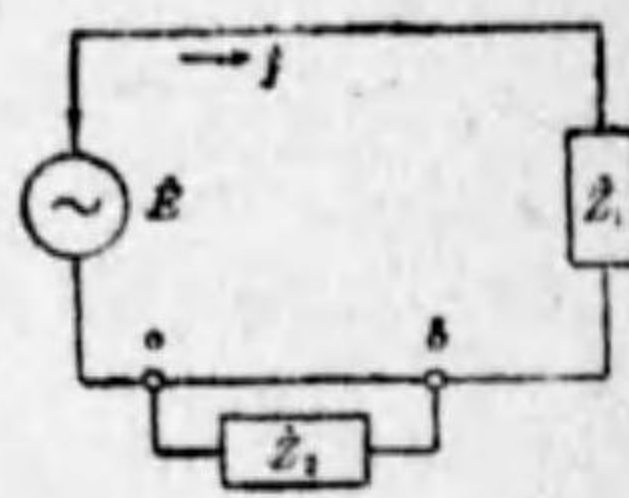


1.4.4 風テヴナンの法則

i) 補償定理 直線的回路網中にある多くの分岐の一つがインピーダンスを Z だけ變化した場合、回路網中の或る點に起る電流の變化は、分岐に直列に作用する補償起電力に依り其の點に流れる電流に等しい。補償起電力の値は $-i \cdot \Delta Z$ であり、 i は變化された分岐に流れてゐた元の電流である。

之は回路網内部の變化に依る影響を計算する場合の簡易さにその特徴がある。

例へば第1.4.3圖に於いて回路のインピーダンスを Z_1 、それに働く起電力を E とすれば、電流は



第1.4.3圖

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_1} \dots\dots\dots(1.4.9)$$

今此の回路を端子 a, b の間で開放し、其の部分に Z_2 なるインピーダンスを挿入する時は電流の値は勿論變化すべきも、若し此の場合 Z_2 による電壓降下を補償すべき起電力

$$\dot{E}_1 = \dot{i}_1 Z_2$$

を \dot{i}_1 と同方向に加へれば電流は

$$\frac{\dot{E} + \dot{Z}_2 \dot{i}_1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{\dot{E} + \dot{Z}_2 \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_1}}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_1} = \dot{i}_1$$

となり何等變化は受けない。

之を逆に考へると a, b 間に Z_2 なるインピーダンスを挿入するとき流れるべき電流は Z_2 を挿入しない前に流れてゐた電流 \dot{i}_1 に $\dot{E} = \dot{Z}_2 \dot{i}_1$ なる起電力を \dot{i}_1 と反對方向に加へた場合に流れるべき電流 \dot{i}_2 を重疊したものとあつてである。即ち

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{E_1}{Z_1} \\ i_2 &= -\frac{Z_2 i_1}{Z_1 + Z_2} = -\frac{Z_2 \frac{E_1}{Z_1}}{Z_1 + Z_2} \\ i_1 + i_2 &= \frac{E_1}{Z_1} - \frac{Z_2 \frac{E_1}{Z_1}}{Z_1 + Z_2} = \frac{E_1}{Z_1 + Z_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1.4.10)$$

即ち Z_1, Z_2 を直列に挿入した回路に於ける電流の値が得られる。

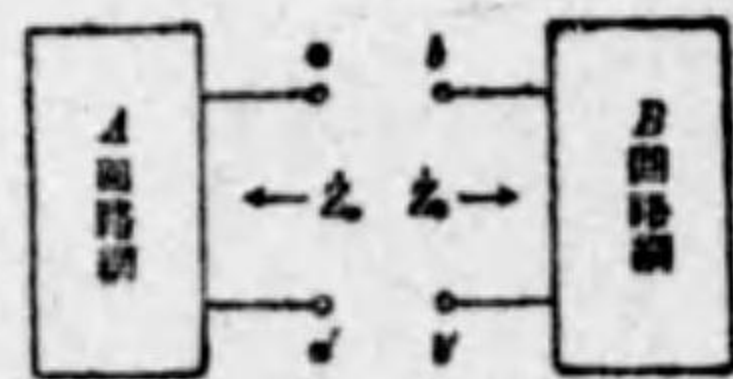
ii) 回路中に新枝路を作る場合その枝路に流れるべき電流を求むる事

直線的回路の或る二点間にインピーダンス Z_b が接続されるならば、そのインピーダンスを流れる電流 i は、インピーダンスを接続する前の二点間の電位差 E を接続されたインピーダンス Z_a 及び二点間で測定した回路網側インピーダンス Z_a との和で割つたものである。即ち

$$i = \frac{E}{Z_a + Z_b} \dots\dots\dots (1.4.11)$$

之は新しく接続されたインピーダンスに流れる電流に関する限り、回路網は選ばれた二点間の電位差 E に等しい無負荷電圧を有し又接続される前の二点間の回路網インピーダンス Z_a に等しい内部抵抗を有する発電機と考へ得る事を意味してゐる。

第 1.4.4 圖の如く A, B なる二つの回路網があつて A なる回路網に於いては端子 a, a' から見た等価インピーダンスは Z_a で、電圧 E が現はれて居り、B なる回路網に於いては端子 b, b' から見たインピーダンス Z_b であるとする。



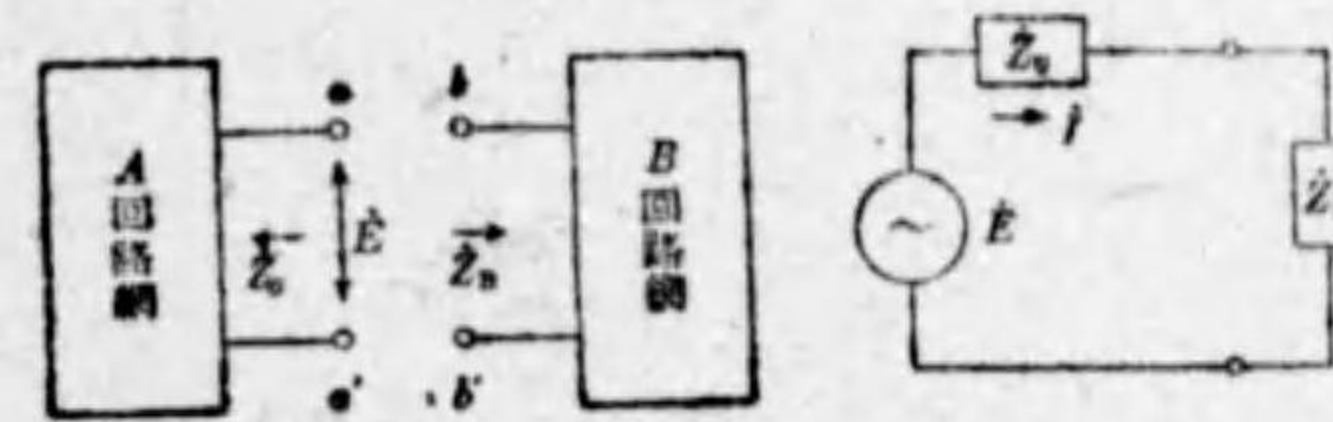
第 1.4.4 圖

今この二つの回路網を $ab, a'b'$ に於いて接続した場合、結合點に如何なる電流が流れるかを考へて見る。先づ $a'b'$ を接続し ab 間に $-E$ なる起電力を挿入したとすれば、 aa' に現はれてゐる E と平衡するから B 回路には電流は流れない。更に ab 間に $+E$ を加へたとすれば、此の起電力に依り結合點を通して流れる電流は

$$i = \frac{E}{Z_a + Z_b}$$

となる。然るに此の場合 ab 間には $-E, +E$ を同時に加へてゐるから何等起電力を加へないのと同じである。即ち此の二つの回路網を接続した場合結合點に流れる電流は二組の端子から見たインピーダンスの和を以て aa' に現れてゐる起電力を割つたものに等しい。之をテヴナンの定理と云ふ。此のテヴナンの定理の重要性は回路網の送電端に於ける電圧、電流の状態を知らずとも、回路網中の或る分岐に於ける電圧及電流の状態を、その分岐に於て又は分岐の接続されてゐる接合點間に於いて測定される事實にある。

1.4.5 最大電力供給の定理 第 1.4.5 圖に於いて A, B なる二つの回路網を aa', bb' の二組の端子に於いて結合した時 B 回路インピーダンス Z_R を種々變化せしめた時、A 回路網から供給される電力を最大ならしむべき Z_R の値を考へる。



第 1.4.5 圖

テヴナンの定理により左圖は右圖の如き簡単な等價回路を以つて置換し得べきを以つて、此の場合先づ Z_R に依つて消費される電力が最大となるべき Z_R の値を考へれば良い事になる。先づ

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_j = R_j \\ \dot{Z}_R = R_R \end{aligned} \right\} \text{(即ちインピーダンスが實數なる事を意味す)}$$

とすれば、電流、電壓、電力何れも實數となり

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R_j + R_R}$$

で 電力 $\dot{P} = \dot{I}^2 R_R = \frac{\dot{E}^2 R_R}{(R_j + R_R)^2}$

R_R が種々變化する時電力最大なる條件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{P}}{\partial R_R} &= \dot{E}^2 \frac{\{(R_j + R_R)^2 - 2R_R(R_j + R_R)\}}{(R_R + R_j)^4} \\ &= \dot{E}^2 \frac{R_j^2 + 2R_j R_R + R_R^2 - 2R_R R_j - 2R_R^2}{(R_R + R_j)^4} \\ &= \dot{E}^2 \frac{(R_j - R_R)^2}{(R_R + R_j)^4} = \dot{E}^2 \frac{(R_R - R_j)^2}{(R_R + R_j)^4} = 0 \end{aligned}$$

より

$$R_R = R_j \dots\dots\dots(1.4.12)$$

次に若し

$$\dot{Z}_j = R_j + jX_j$$

$$\dot{Z}_R = R_R + jX_R$$

とすると

$$\dot{P} = \frac{\dot{E}^2 R_R}{(R_R + R_j)^2 + (X_R + X_j)^2}$$

前と同様の計算を行つて $\frac{\partial \dot{P}}{\partial \dot{Z}_j} = 0$ と置き

$$\left. \begin{aligned} X_j &= -X_R \\ \text{且つ } R_R &= R_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.4.13)$$

の時、B 回路に供給される電力は最大となる。

即ち $|\dot{Z}_R| = |\dot{Z}_j|$

にして且つ \dot{Z}_j, \dot{Z}_R が共扼なる時 \dot{Z}_R に消費される電力は最大となる。之を最大電力供給の定理と云ふ。

次に實際問題として $|\dot{Z}_R|$ のみ變化し得て、その角度は變化せしめ得ない場合、例へば理想的變成器(無損失)を用ひた場合につき考へる。

$$\dot{Z}_R = |\dot{Z}_R| \angle \theta$$

とす。供給電力は

$$\dot{P} = \dot{I}^2 R_R = \frac{\dot{E}^2 |\dot{Z}_R| \cos \theta}{(R_j + |\dot{Z}_R| \cos \theta)^2 + (X_j + |\dot{Z}_R| \sin \theta)^2}$$

最大電力供給の條件は

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{P}}{\partial |\dot{Z}_R|} &= \dot{E}^2 \cos \theta \left\{ \frac{[(R_j + |\dot{Z}_R| \cos \theta)^2 + (X_j + |\dot{Z}_R| \sin \theta)^2]}{[(R_j + |\dot{Z}_R| \cos \theta)^2 + (X_j + |\dot{Z}_R| \sin \theta)^2]^2} \right. \\ &\quad \left. - \frac{|\dot{Z}_R| [2(R_j + |\dot{Z}_R| \cos \theta) \cos \theta + 2(X_j + |\dot{Z}_R| \sin \theta) \sin \theta]}{[(R_j + |\dot{Z}_R| \cos \theta)^2 + (X_j + |\dot{Z}_R| \sin \theta)^2]^2} \right\} \end{aligned}$$

$$\therefore R_j^2 + X_j^2 = R_R^2 + X_R^2 \dots\dots\dots(1.4.14)$$

即ち $|\dot{Z}_j| = |\dot{Z}_R|$

なる時電力は最大となる。

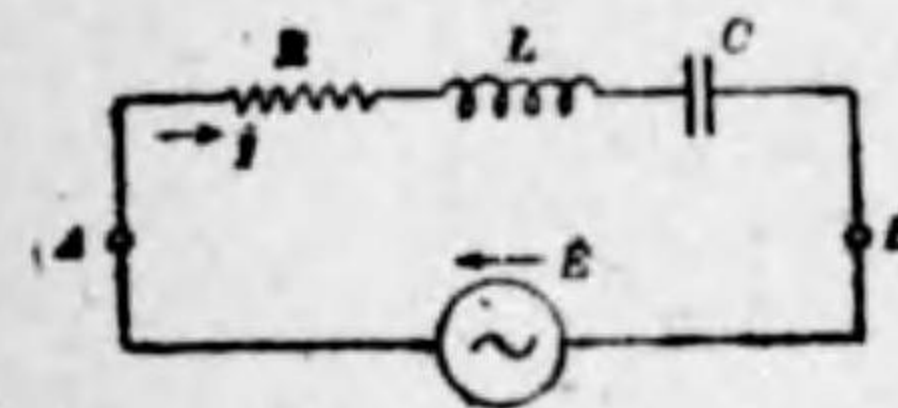
斯くの如く負荷インピーダンスの角度が一定で大きさのみ變化する場合は其の大きさが電源のインピーダンスの大きさと等しい時電力最大となる。

第2章 二端子網

2.1 R, L, C の直列接続

第 2.1.1 圖の如き R, L, C の直列回路のインピーダンスは

$$\dot{Z} = R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \dots\dots (2.1.1)$$



第 2.1.1 圖

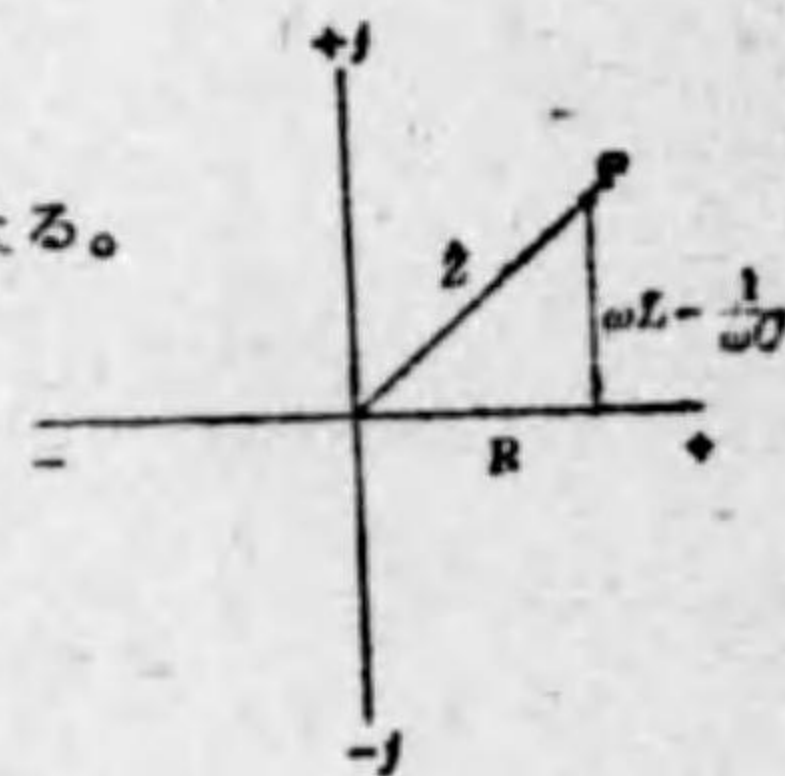
にて表はされる。R は \dot{Z} の實數部、 $\omega L - \frac{1}{\omega C}$ は \dot{Z} の虚數部なる事は既知の通りである。この虚數部は周波數が無限大に於ては ωL に漸近し、

($\because \omega \rightarrow \infty$ の時 $\frac{1}{\omega C} \rightarrow 0$) 周波數が零即ち直流の場合は $\frac{1}{\omega C}$ に漸近する。
($\because \omega \rightarrow 0$ の時 $\omega L \rightarrow 0$) 又周波數 ω を

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0$$

を満足すべき ω_0 に選ぶと $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$ となる。

故にこの時のインピーダンスは R (實數部のみ) となる。一般的にインピーダンスをベクトル圖に圖示すると第 2.1.2 圖の如くなる。



第 2.1.2 圖

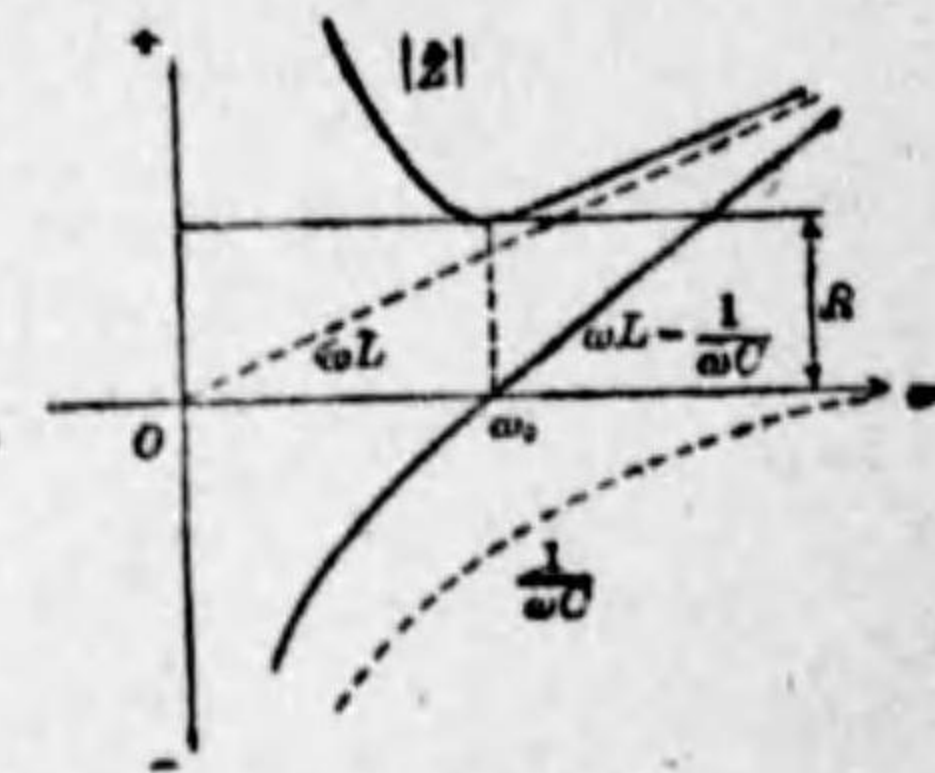
而して $|\dot{Z}|$ は

$$|\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \dots\dots (2.1.2)$$

であるから $\omega = \omega_0$ の時は $|\dot{Z}|$ は最小となる。此の時の $\frac{\omega_0}{2\pi} = f_0$ を同調周波數といふ。

第 2.1.3 圖は周波數の變化に對するインピーダンス、リアクタンス、抵抗等の變化の模様を示してゐる。

今第 2.1.1 圖の如く起電力 E が端子 A, B に加へられた場合の電流 \dot{I} は



第 2.1.3 圖

$$|\dot{I}| = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \dots\dots (2.1.3)$$

で R, L, C に於ける起電力を夫々 $\dot{V}_R, \dot{V}_L, \dot{V}_C$ とすると

$$|\dot{V}_R| = |\dot{I}| \cdot R = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cdot R \dots\dots (2.1.4)$$

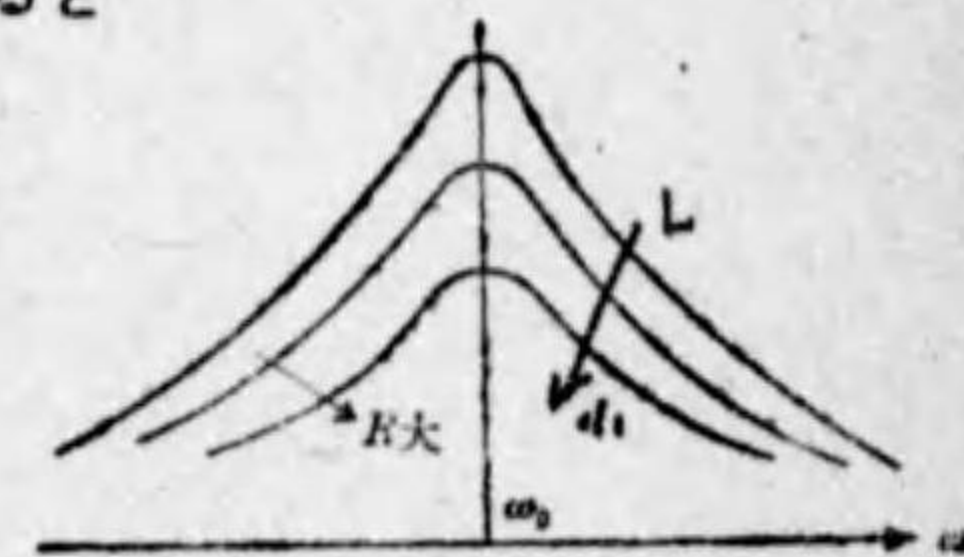
$$|\dot{V}_L| = |\dot{I}| \cdot \omega L = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cdot \omega L \dots\dots (2.1.5)$$

$$|\dot{V}_C| = |\dot{I}| \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega C} \dots\dots (2.1.6)$$

で支へられる。 $|\dot{I}|$ の分母は同調周波數 $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ の所で最小となるから $|\dot{I}|$ はその最大となり、之を I_0 とすると

$$I_0 = \frac{E}{R} \dots\dots (2.1.7)$$

同調周波數を外れるに従つて $|\dot{I}|$ は I_0 より小となり第 2.1.4 圖の如き曲線を示す。これを共振曲線といひ、 $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ を共振周波數といふ。この共振曲線の尖鋭

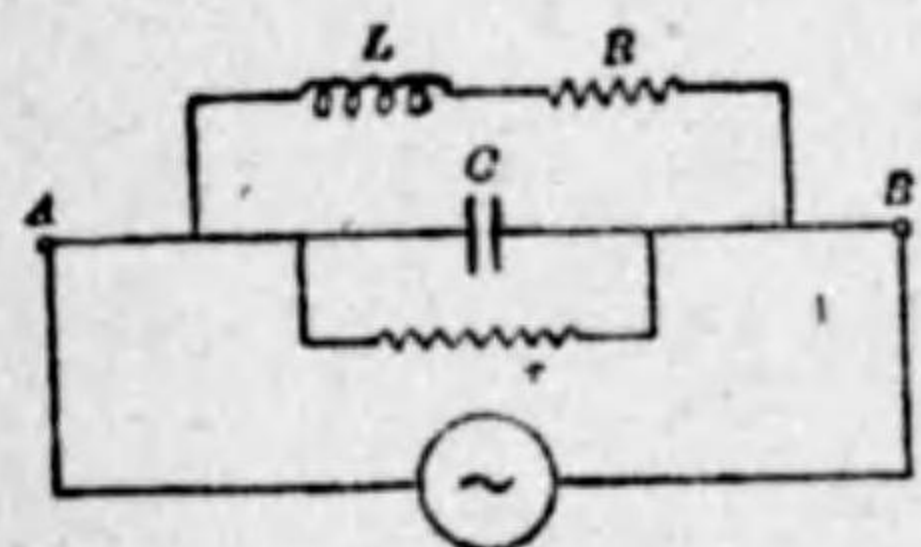


第 2.1.4 圖

度は R の小な程 L の大なる程尖鋭となる。

2.2 R, L, C の並列接続

電源に対してインダクタンス L, 容量 C が並列に接続された第 2.2.1 図



第 2.2.1 図

の如き回路を並列共振回路といふ。

之に対して前節に論じた如き L, C が直列に接続されたものを直列共振回路といふ。圖に於ては抵抗 R はインダクタンスの損失とも考へられるものであり, r は容量 C の漏洩抵抗と考へられる。

而して実際の場合には容量 C の漏洩抵抗 r は非常に大で, 又 R は又巻線の抵抗で之も非常に小なる事が普通で省略される事もある。今 r を無視すると, 此の場合の A, B 端子のアドミッタンス Y は

$$Y = \frac{1}{Z} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L}$$

$$= \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right) \dots\dots (2.2.1)$$

となる。(2.2.1) 式の虚数部が零となる周波数を並列共振周波数又は反同調周波数といふ。この周波数を ω_0 とせば

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}}$$

之は

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R^2 + \omega_0^2 L^2} = 0$$

とおいて求むることを得。

この場合には Y は

$$Y = \frac{R}{R^2 + \frac{L}{C} - R^2} + j\frac{CR}{L} \dots\dots (2.2.2)$$

従つて

$$Z = \frac{L}{CR}$$

となり, インピーダンスは純抵抗値となる。R が小なれば小なる程 $\frac{L}{CR}$ は大となり, R=0 なる時は $\frac{L}{CR}$ は ∞ となり $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ となる。

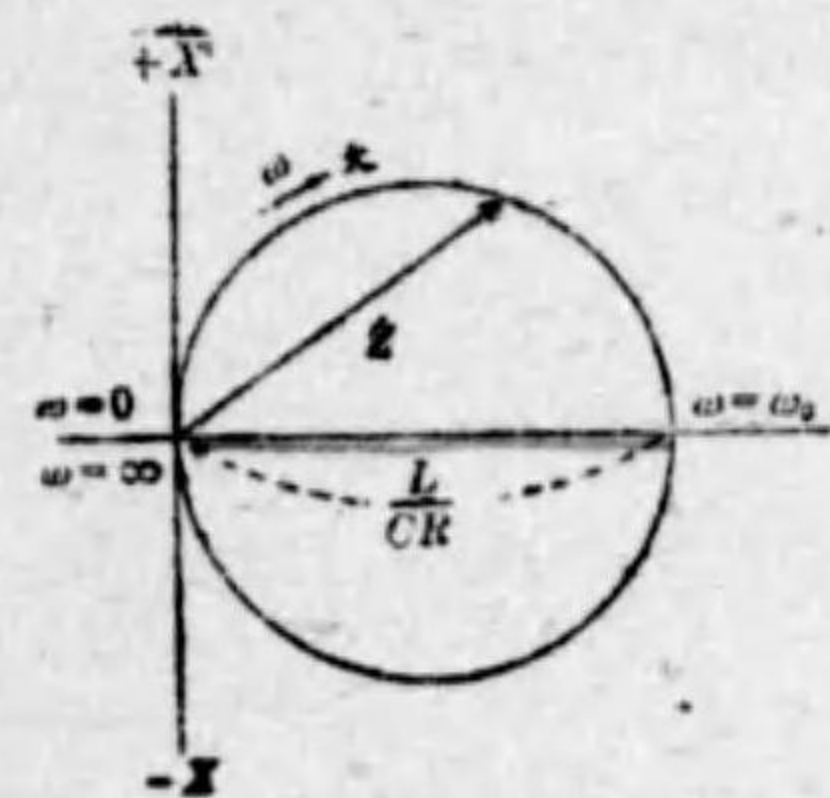
$$\frac{R}{\omega L} = \delta \dots\dots (2.2.3)$$

と置けばこの δ は線輪の損失係数 (loss factor) と稱せられるもので周波数の變化に對し殆んど一定であり, 其の値は普通數 % 以下である。

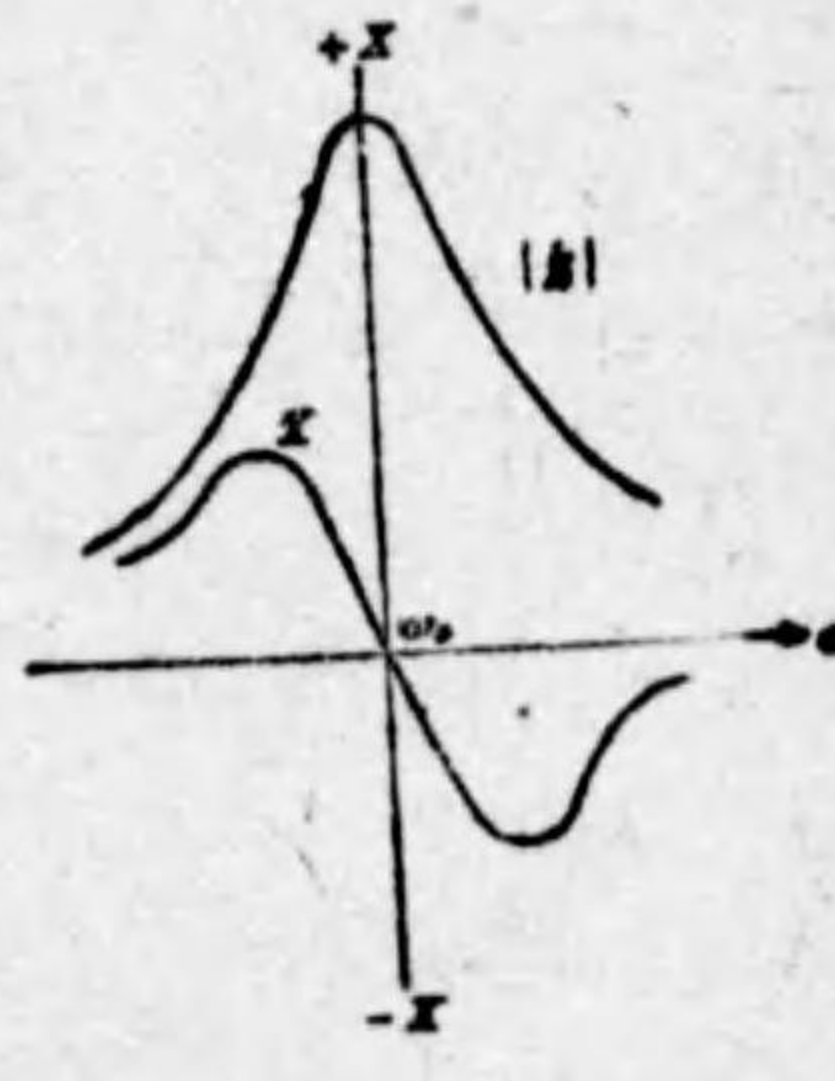
(2.2.3) 式を (2.2.1) 式に代入すると

$$Y = \frac{1}{R} \frac{1}{1 + \delta^2} + j\left\{\omega C - \frac{1}{\omega L(1 + \delta^2)}\right\} \dots\dots (2.2.4)$$

となるから Y の實數部は δ が一定なる限り一定で, 並列共振周波数に於いて虚數部が零となり, |Y| は最小となる。故に A, B 端子より B 端子へ多くの周波数を含む電流が流れる時は AB 端子には反同調周波数にて最大の電壓



第 2.2.2 図

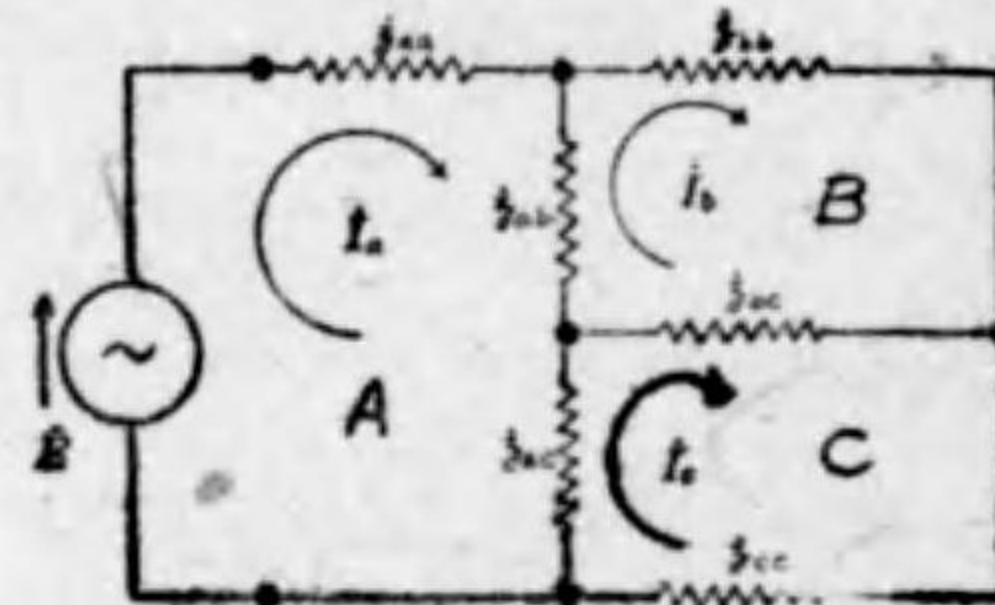


第 2.2.3 図

を誘起する。アドミッタンスの変化は (2.2.4) 式で \dot{Y} の實數部は定抵抗で周波數と共に殆んど變化なく、虚數部は $\omega=0$ で $-\infty$ をとり、 $\omega=\omega_0$ で (2.2.2) 式となり、 $\omega=\infty$ で ∞ に向ふ故に、インピーダンスの變化はその逆變換として第 2.2.2 圖を描く、圓の直徑は前述の如く $\frac{L}{CR}$ である。第 2.2.3 圖は周波數の變化に對する $|\dot{Z}|$ 及びリアクタンス分 X の變化を示す。

2.3 一般の二端子インピーダンス

第 2.3.1 圖の如き回路網があつて、その二端子に起電力 \dot{E} を加へた時、圖の如き電流分布をなしたとすれば第 (1.4.3) 式により



第 2.3.1 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{aa}\dot{I}_a + \dot{Z}_{ab}\dot{I}_b + \dot{Z}_{ac}\dot{I}_c &= \dot{E} \\ \dot{Z}_{ba}\dot{I}_a + \dot{Z}_{bb}\dot{I}_b + \dot{Z}_{bc}\dot{I}_c &= 0 \\ \dot{Z}_{ca}\dot{I}_a + \dot{Z}_{cb}\dot{I}_b + \dot{Z}_{cc}\dot{I}_c &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.3.1)$$

なる式を得。故に二端子インピーダンスは

$$\dot{Z} = \frac{\dot{E}}{\dot{I}_a} = \frac{*d}{d_{aa}}$$

$$* \dot{I}_a = \begin{vmatrix} \dot{E} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ 0 & Z_{bb} & Z_{bc} \\ 0 & Z_{cb} & Z_{cc} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{vmatrix}$$

$$= \dot{E} \cdot d_{aa} + d$$

である。

d_{aa} は d の \dot{Z}_{aa} を含む行と列とを除いた小行列式であるから d より d_{aa} は \dot{Z}_{ik} に就て一次低い値數の式である。 \dot{Z} を更に書き下して

$$\dot{Z} = \begin{vmatrix} \dot{Z}_{aa} & \dot{Z}_{ab} & \dot{Z}_{ac} \\ \dot{Z}_{ba} & \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{ca} & \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \dot{Z}_{bb} & \dot{Z}_{bc} \\ \dot{Z}_{cb} & \dot{Z}_{cc} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\dot{Z}_{aa}\dot{Z}_{bb}\dot{Z}_{cc} + 2\dot{Z}_{ab}\dot{Z}_{bc}\dot{Z}_{ca} - \dot{Z}_{aa}\dot{Z}_{bc}^2 - \dot{Z}_{bb}\dot{Z}_{ac}^2 - \dot{Z}_{cc}\dot{Z}_{ab}^2}{\dot{Z}_{bb}\dot{Z}_{cc} - \dot{Z}_{bc}^2} \dots\dots\dots (2.3.3)$$

インピーダンスの一般の形は

$$\dot{Z}_{ik} = R_{ik} + j\omega L_{ik} + \frac{1}{j\omega C_{ik}} \dots\dots\dots (2.3.3)$$

と置かれる。茲に L_{ik} , R_{ik} , C_{ik} は電流の方向の定め方に依つて負の値をとらねばならぬ場合がある。

$j\omega = \lambda$ とせば

$$\dot{Z}_{ik} = R_{ik} + \lambda L_{ik} + \frac{1}{\lambda C_{ik}} = \lambda L_{ik} + R_{ik} + C_{ik}^{-1} \lambda^{-1} \dots\dots\dots (2.3.4)$$

(2.3.4) 式を (2.3.3) 式に代入して整頓すると

$$\dot{Z}(\lambda) = \frac{a_0 \lambda^{-3} + a_1 \lambda^{-2} + a_2 \lambda^{-1} + a_3 + a_4 \lambda + a_5 \lambda^2 + a_6 \lambda^3}{\beta_1 \lambda^{-2} + \beta_2 \lambda^{-1} + \beta_3 + \beta_4 \lambda + \beta_5 \lambda^2}$$

$$= \frac{a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 + a_3 \lambda^3 + a_4 \lambda^4 + a_5 \lambda^5 + a_6 \lambda^6}{\beta_1 \lambda + \beta_2 \lambda^2 + \beta_3 \lambda^3 + \beta_4 \lambda^4 + \beta_5 \lambda^5}$$

同様にして一般に二端子インピーダンスは

$$\dot{Z}(\lambda) = \frac{a_0 + a_1 \lambda + a_2 \lambda^2 + \dots + a_{2n} \lambda^{2n}}{\beta_1 \lambda_0 + \beta_2 \lambda^2 + \dots + \beta_{2n-1} \lambda^{2n-1}} \dots\dots\dots (2.3.5)$$

なる形となる。(2.3.4) 式に於いて λ の係数は實數であるから (2.3.5) 式の a, β は實數であり、 λ の次數は (2.3.5) 式の分母と分子とを比較すると、回路を構成する素子に依つて、分母が分子より一次高いか又は等しいか或は一次低い場合も起り得るからこの三つの何れかである。實際に物理的に存在

する二端子インピーダンスの實數部は決して負にはならない。之は二端子インピーダンス内に於て勢力の損失のある事から了解出来るであらう。若しインピーダンスが負となる時はインピーダンスから Energy を出すことになるからである。一般に $Z(\lambda)$ の性質を吟味する事は非常に複雑で又普通は其の吟味の必要も起らない。特別の場合として α, β なる 關係を適當に選ぶと ω が實數範圍を如何に變化しても (2.3.5)式は常に實數とする事も出來、又は常に虚數とする事も出来る。 $Z(\lambda)$ の常に實數となる場合は全周波通過導線網、位相補償回路、分波器等の理論の基礎をなすもので $Z(\lambda)$ が虚數即ちリアクタンスとなる時は、濾波器的損失を含まない場合の様な傳送回路網の基礎として重要である。

2.4 定抵抗二端子網

二端子インピーダンスの虚數部が零の時は實數部は周波數の如何に拘はらず一定である。

この様な二端子網を定抵抗回路網といふ。二端子網のインピーダンスの一般の形は前節 (2.3.5) 式より

$$\dot{Z}(\lambda) = \frac{a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + \dots + a_{2n}\lambda^{2n}}{\beta_1\lambda + \beta_2\lambda^2 + \dots + \beta_{2n-1}\lambda^{2n-1}} \dots\dots\dots (2.4.1)$$

上式に於て $\lambda = j\omega$ とすれば λ の偶數次の項は實數で奇數次の項は虚數となる。依つて $\dot{Z}(\lambda)$ は次の様に書直す事が出来る。

$$\begin{aligned} \dot{Z}(\lambda) &= \frac{R_1(\omega^2) + jX_1(\omega)}{R_2(\omega^2) + jX_2(\omega)} \\ &= \frac{R_1(\omega^2)R_2(\omega^2) + X_1(\omega)X_2(\omega)}{R_2^2(\omega^2) + X_2^2(\omega)} \\ &\quad - j \frac{R_1(\omega^2)X_2(\omega) - R_2(\omega^2)X_1(\omega)}{R_2^2(\omega^2) + X_2^2(\omega)} \dots\dots\dots (2.4.2) \end{aligned}$$

(2.4.2) 式に於て虚數部が零なるためには

$$\left. \begin{aligned} X_1(\omega) &= 0 \\ X_2(\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.4.3)$$

なる條件が先づ考へられる。而して (2.4.3) 式が總ての周波數に對して成立するためには、二端子インピーダンスの全素子が抵抗のみより成る事を意味し、勿論二端子インピーダンスは定抵抗となる故之を除いて考へる。

(2.4.3) 式の條件の外に (2.4.2) 式に於て虚數部を零ならしむるには

$$R_1(\omega^2)X_2(\omega) = R_2(\omega^2)X_1(\omega)$$

即ち
$$\frac{R_1(\omega^2)}{R_2(\omega^2)} = \frac{X_1(\omega)}{X_2(\omega)} \dots\dots\dots (2.4.4)$$

が成立せねばならぬ。 $R(\omega^2), X(\omega)$ を元の式に書き直せば (2.4.4) 式は

$$\begin{aligned} &\frac{a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}a_{2n-2}\omega^{2n-2} + (-1)^n a_{2n}\omega^{2n}}{-\beta_2\omega^2 + \beta_4\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}\beta_{2n-2}\omega^{2n-2}} \\ &= \frac{a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}a_{2n-1}\omega^{2n-1}}{\beta_1 - \beta_3\omega^2 + \beta_5\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}a_{2n-1}\omega^{2n-1}} \dots\dots\dots (2.4.5) \end{aligned}$$

(2.4.5) 式右邊は ω にて分母、分子を約せり。

となる。(2.4.5) 式を k と置けば

$$\begin{aligned} &\frac{a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}a_{2n-2}\omega^{2n-2} + (-1)^n a_{2n}\omega^{2n}}{-\beta_2\omega^2 + \beta_4\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}\beta_{2n-2}\omega^{2n-2}} = k \\ &\frac{a_1 - a_3\omega^2 + a_5\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}a_{2n-1}\omega^{2n-1}}{\beta_1 - \beta_3\omega^2 + \beta_5\omega^4 - \dots + (-1)^{n-1}\beta_{2n-1}\omega^{2n-1}} = k \end{aligned}$$

より

$$\left. \begin{aligned} &a_0 - (a_2 - \beta_2 k)\omega^2 + (a_4 - \beta_4 k)\omega^4 - \dots \\ &\quad + (-1)^{n-1}(a_{2n-1} - \beta_{2n-1} k)\omega^{2n-1} + (-1)^n a_{2n}\omega^{2n} = 0 \\ \text{及び} \\ &(a_1 - \beta_1 k) - (a_3 - \beta_3 k)\omega^2 + \dots \\ &\quad (-1)^{n-1}(a_{2n-1} - \beta_{2n-1} k)\omega^{2n-1} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.4.6)$$

上式が ω の如何に拘はらず成立する爲めには

$$\begin{aligned} \alpha_0=0, \alpha_1-\beta_1k=0, \alpha_2-\beta_2k=0, \dots\dots\dots \\ \alpha_{2n-1}-\beta_{2n-1}k=0, \alpha_{2n}=0 \end{aligned}$$

即ち

$$\begin{aligned} \alpha_0=0, \alpha_{2n}=0 \\ \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha_2}{\beta_2} = \dots\dots\dots = \frac{\alpha_{2n-1}}{\beta_{2n-1}} = k \dots\dots\dots (2.4.7) \end{aligned}$$

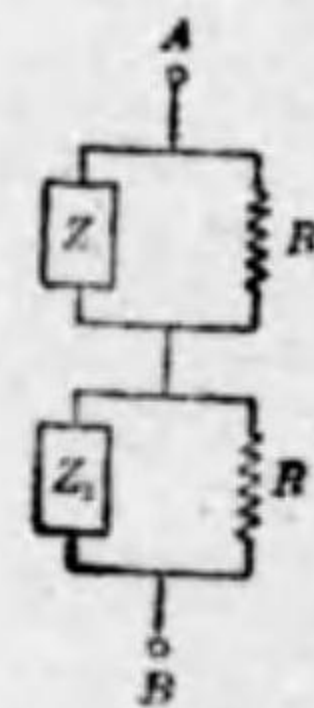
(2.3.7) 式を (2.3.2) (2.3.4) に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{Z}(\lambda) &= \frac{R_1(\omega^2)}{R_2(\omega^2)} = \frac{X_1(\omega)}{X_2(\omega)} = \frac{\alpha_1}{\beta_1} = \dots\dots\dots \\ &= \frac{\alpha_{2n-1}}{\beta_{2n-1}} \dots\dots\dots (2.4.8) \end{aligned}$$

例へば第 2.4.1 圖に於て

A, B 端子のインピーダンスは

$$\begin{aligned} \dot{Z}(\lambda) &= \frac{R\dot{Z}_1}{R+\dot{Z}_1} + \frac{R\dot{Z}_2}{R+\dot{Z}_2} \\ &= \frac{R^2(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)+2R\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{R^2+(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)R+\dot{Z}_1\dot{Z}_2} \end{aligned}$$



第 2.4.1 圖

$\dot{Z}(\lambda)$ を一定抵抗 R ならしむるには

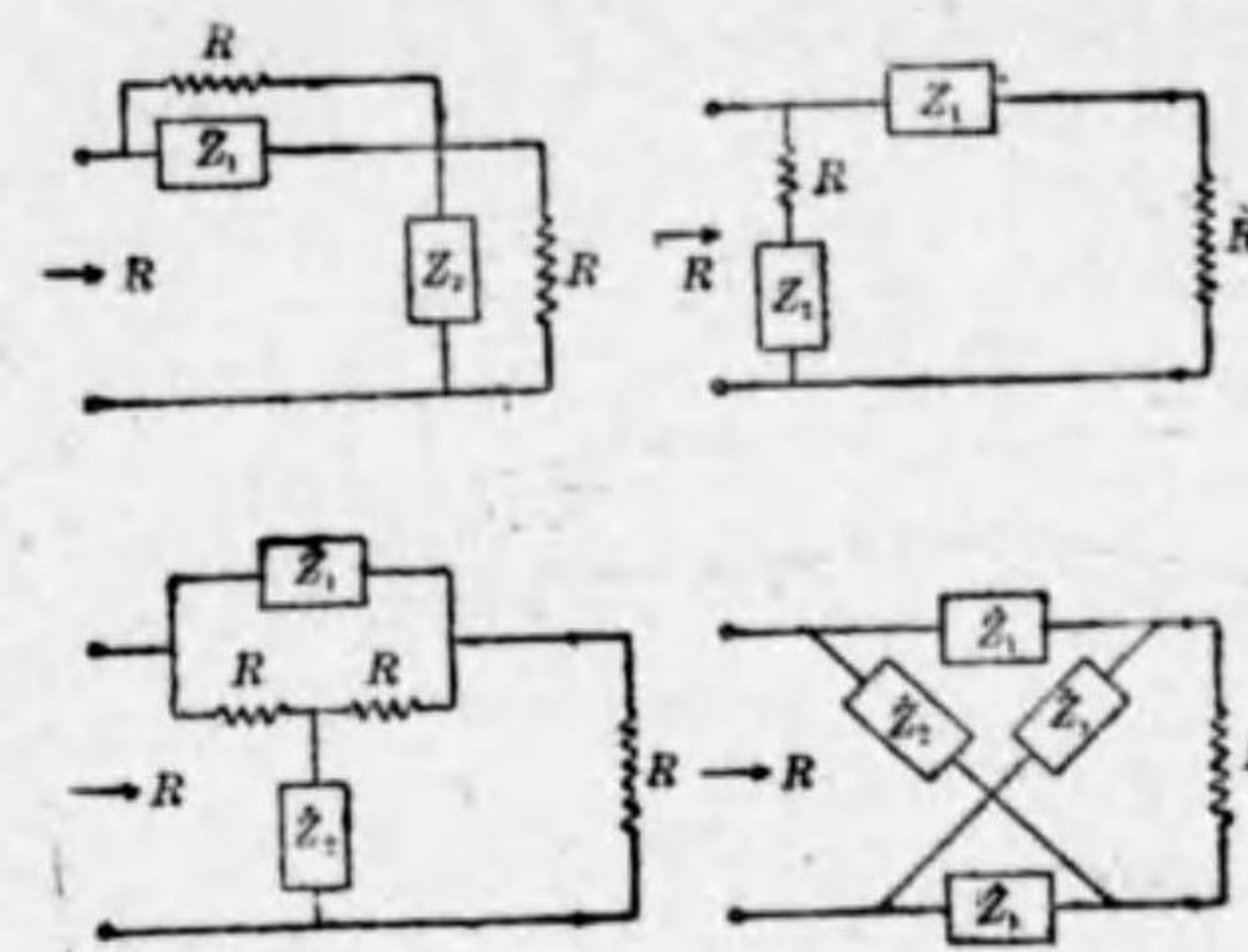
$$\frac{R^2(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)+2R\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{R^2+(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)R+\dot{Z}_1\dot{Z}_2} = R$$

と置き

$$\begin{aligned} R^2(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)+2R\dot{Z}_1\dot{Z}_2 &= R^3+(\dot{Z}_1+\dot{Z}_2)R^2+\dot{Z}_1\dot{Z}_2R \\ \therefore \dot{Z}_1\dot{Z}_2 &= R^2 \end{aligned}$$

を得。

其の他の定抵抗回路として次の第 2.4.2 圖の様なものがある。



第 2.4.4 圖

之等は何れも $\dot{Z}_1\dot{Z}_2=R^2$ なる条件を必要とするのである。

第 2.4.1 圖に於て

$$\dot{Z}_1=j\omega L_1, \dot{Z}_2=\frac{1}{j\omega C_2}$$

とすれば

$$\begin{aligned} \dot{Z}(\lambda) &= \frac{Rj\omega L_1}{R+j\omega L_1} + \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C_2}}{R+\frac{1}{j\omega C_2}} \\ &= \frac{R^2j\omega L_1+R\omega^2 L_1^2}{R^2+\omega^2 L_1^2} + \frac{R^2 \cdot \frac{1}{j\omega C_2} + R \cdot \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}{R^2+\frac{1}{\omega^2 C_2^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \dot{Z}(\lambda) &= \frac{R\omega^2 L_1^2}{R^2+\omega^2 L_1^2} + \frac{R \cdot \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}{R^2+\frac{1}{\omega^2 C_2^2}} \\ &\quad + j \left(\frac{R^2\omega L_1}{R^2+\omega^2 L_1^2} - \frac{R^2 \cdot \frac{1}{\omega C_2}}{R^2+\frac{1}{\omega^2 C_2^2}} \right) \end{aligned}$$

之の虚数部を 0 と置き

$$R^2 \left(\frac{\omega L_1}{R^2 + \omega^2 L_1^2} - \frac{1}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}} \right) = 0$$

を得。之を計算すると

$$\frac{(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}) \omega L_1 - (R^2 + \omega^2 L_1^2) \frac{1}{\omega C_2}}{(R^2 + \omega^2 L_1^2) (R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2})} = 0$$

$$(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}) \omega^2 L_1 C_2 = R^2 + \omega^2 L_1^2$$

$$\omega^2 L_1 C_2 (R^2 - \frac{L_1}{C_2}) = R^2 - \frac{L_1}{C_2}$$

上式が ω に拘はらず成立する爲めには

$$R^2 = \frac{L_1}{C_2}$$

之を $Z(\lambda)$ の式に代入して

$$\begin{aligned} Z(\lambda) &= \frac{R \omega^2 L_1^2}{R^2 + \omega^2 L_1^2} + \frac{R \frac{1}{\omega^2 C_2^2}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C_2^2}} \\ &= \frac{R \omega^2 R^2 C_2^2}{1 + R^2 \omega^2 C_2^2} + \frac{R}{1 + R^2 \omega^2 C_2^2} \\ &= R \end{aligned}$$

即ち虚数部が零なる時は實数部は周波數に無關係に R なる一定値を取る。

2.5 リアクタンス定理

多くのインダクタンス及容量が任意に接続されたリアクタンス回路網(抵抗を含まぬもの)中の或る二端子間のインピーダンスは純リアクタンスでそ

のリアクタンスの周波數特性は同調, (リアクタンスが 0) 及反同調 (リアクタンスが ∞) が交互に存在し, 且つそのリアクタンスの周波數特性は周波數に對して常に正の傾斜度を持つ。即ち $\frac{dX}{d\omega} \geq 0$ ($\frac{dX}{df} \geq 0$ と同意義) である。今之を説明せん。

リアクタンス二端子網は (2.3.3) 式に於て $R_{ik} = 0$ であるから

$$\dot{Z}_{ik} = L_{ik} \lambda + \frac{1}{C_{ik} \lambda} \dots \dots \dots (2.5.1)$$

(2.3.5) 式について分子が分母より λ について一次高い場合を考えると分子は λ^{2n} の項が残る分母は λ^{2n-1} の項が残る。よつて

$$\dot{Z}(\lambda) = \frac{a_0 + a_2 \lambda^2 + \dots + a_{2n} \lambda^{2n}}{\lambda (\beta_1 + \beta_2 \lambda^2 + \dots + \beta_{2n-1} \lambda^{2n-1})} \dots \dots \dots (2.5.2)$$

即ち $Z(\lambda)$ は常に虚数となる。

又 $Z(\lambda)$ の素子は L 又は C で此の L, C が直列又は並列に接続される故 L 又は C の直列, 並列の周波數特性を見ればリアクタンス二端子網の傾斜を知る事が出来る。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= j \omega L = j X_1 & X_1 &= \omega L \\ \dot{Z}_1' &= \frac{1}{j \omega C} = j X_1' & X_1' &= -\frac{1}{\omega C} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.5.3)$$

各々の周波數に對する傾斜は

$$\frac{dX_1}{d\omega} = L > 0 \quad \frac{dX_1'}{d\omega} = \frac{1}{\omega^2 C} > 0$$

よつてかゝる素子の直列接続では

$$\dot{Z} = j X_1 + j X_1', \quad X = X_1 + X_1'$$

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{dX_1}{d\omega} + \frac{dX_1'}{d\omega} > 0 \dots \dots \dots (2.5.4)$$

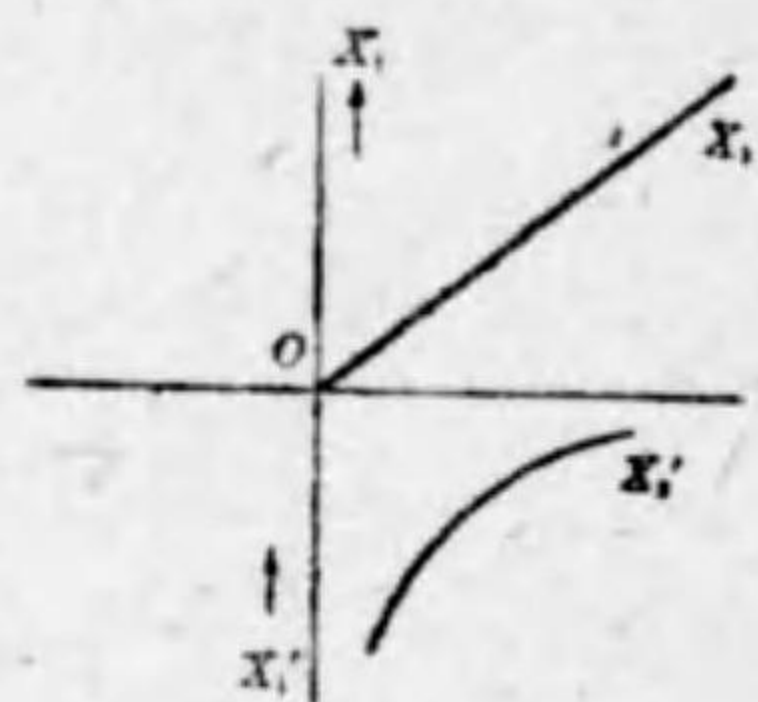
並列接続では

$$\dot{Z} = \frac{j X_1 X_1'}{X_1 + X_1'}, \quad X = \frac{X_1 X_1'}{X_1 + X_1'}$$

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{X_1' \frac{dX_1'}{d\omega} + X X_1'' \frac{dX_1}{d\omega}}{(X_1 + X_1')^2} > 0 \dots\dots\dots(2.5.5)$$

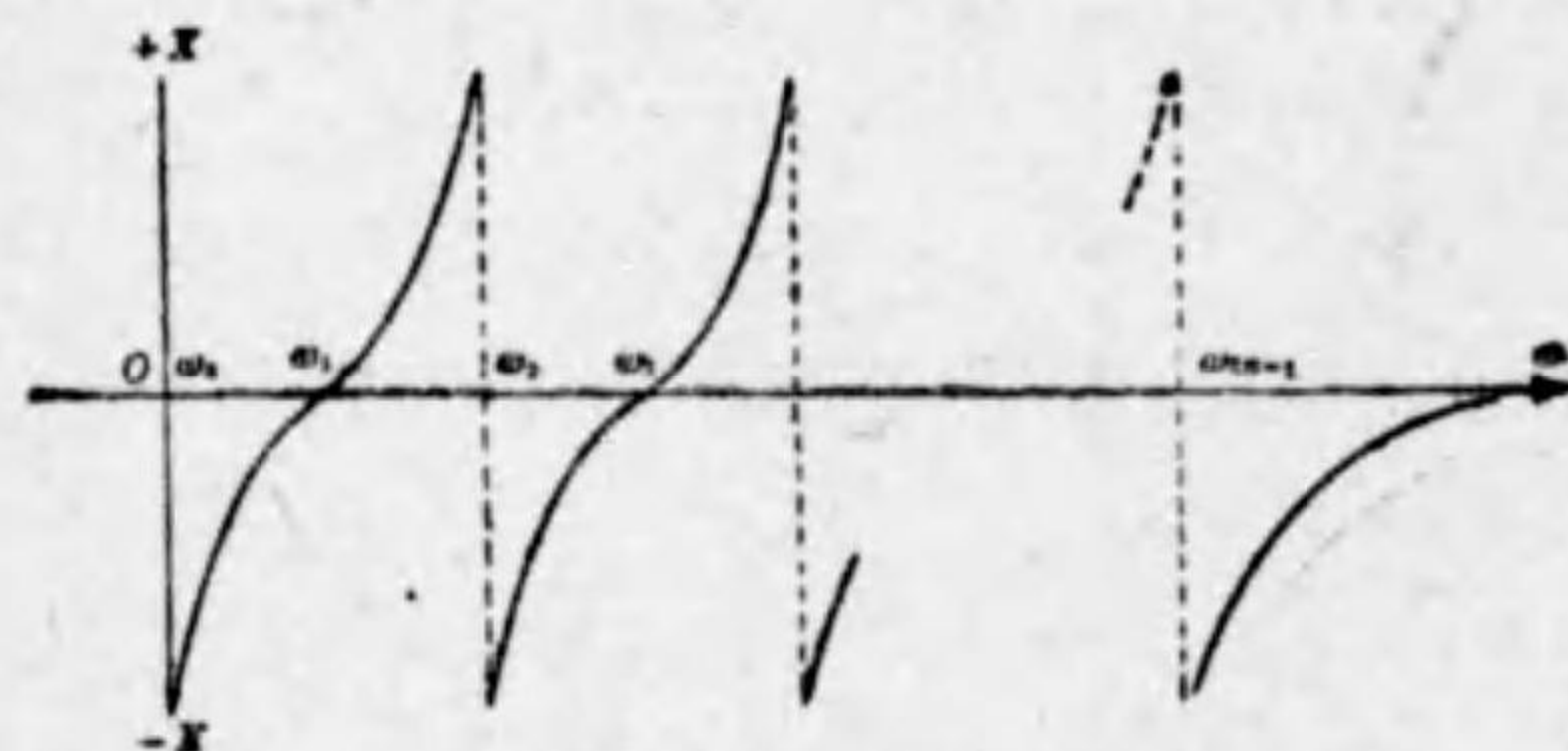
勿論 X_1 と同様なリアクタンス相互の直列, 並列, 接続及び X_1' と同様なリアクタンス相互の直列, 並列, 接続の場合は簡単に証明出来る。

(2.5.4) 式 (2.5.5) 式から傾斜は常に正である事が分る。



第 2.5.1 圖

第 2.5.2 圖に於て $\omega=0$, ω_{2n} =反同調, ω_{2n-1} =同調, $\omega_{\infty}=\infty$ である。



第 2.5.2 圖

$Z(\lambda)$ の根を λ_k とすると $\lambda^2 = \lambda_k^2 = -\omega_k^2$, $\lambda_k = \pm j\omega_k$,
(2.3.5) 式の分子, 分母は分母の λ を除けば λ^2 の多項式で λ^2 について
因数分解出来るから

$$\begin{aligned} \text{分子} &= a_0 + a_2 \lambda^2 + \dots + a_{2n} \lambda^{2n} \\ &= a_{2n} \underbrace{(\lambda^2 - \lambda_1^2)(\lambda^2 - \lambda_3^2) \dots (\lambda^2 - \lambda_{2n-1}^2)}_{n \text{ 項}} \\ \text{分母} &= \lambda(\beta_1 + \beta_3 \lambda^2 + \dots + \beta_{2n-1} \lambda^{2n-2}) \\ &= \lambda \beta_{2n-1} \underbrace{(\lambda^2 - \lambda_2^2)(\lambda^2 - \lambda_4^2) \dots (\lambda^2 - \lambda_{2n-2}^2)}_{n-1 \text{ 項}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z(\lambda) &= \frac{a_{2n}}{\beta_{2n-1}} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{(\lambda^2 - \lambda_1^2)(\lambda^2 - \lambda_3^2) \dots (\lambda^2 - \lambda_{2n-1}^2)}{(\lambda^2 - \lambda_2^2)(\lambda^2 - \lambda_4^2) \dots (\lambda^2 - \lambda_{2n-2}^2)} \\ &= H \cdot \lambda \cdot \frac{\overbrace{(\lambda^2 - \lambda_1^2)(\lambda^2 - \lambda_3^2) \dots (\lambda^2 - \lambda_{2n-1}^2)}^{n \text{ 項}}}{\underbrace{(\lambda^2 - \lambda_2^2)(\lambda^2 - \lambda_4^2) \dots (\lambda^2 - \lambda_{2n-2}^2)}_{n-1 \text{ 項}}} \\ &\dots\dots\dots(2.5.6) \end{aligned}$$

但し $H = \frac{a_{2n}}{\beta_{2n-1}}$

$\lambda = j\omega$ を入れると

$$Z(\omega) = j\omega H \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \dots (\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2) \dots (\omega^2 - \omega_{2n-2}^2)} \dots(2.5.7)$$

前の証明で ω に対して傾斜は常に正であるから

$$\frac{dZ(\omega)}{j d\omega} > 0$$

$Z(\omega)$ が 0 となる二つの ω の間でも傾斜は常に正であるから一度 $+\infty$ となり $-\infty$ に飛躍して再び ω の増大と共に負の値から段々増大して 0 となる。故に $\omega_1, \omega_2, \dots$ に就ては

$$0 = \omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{2n-2} < \omega_{2n-1} < \infty$$

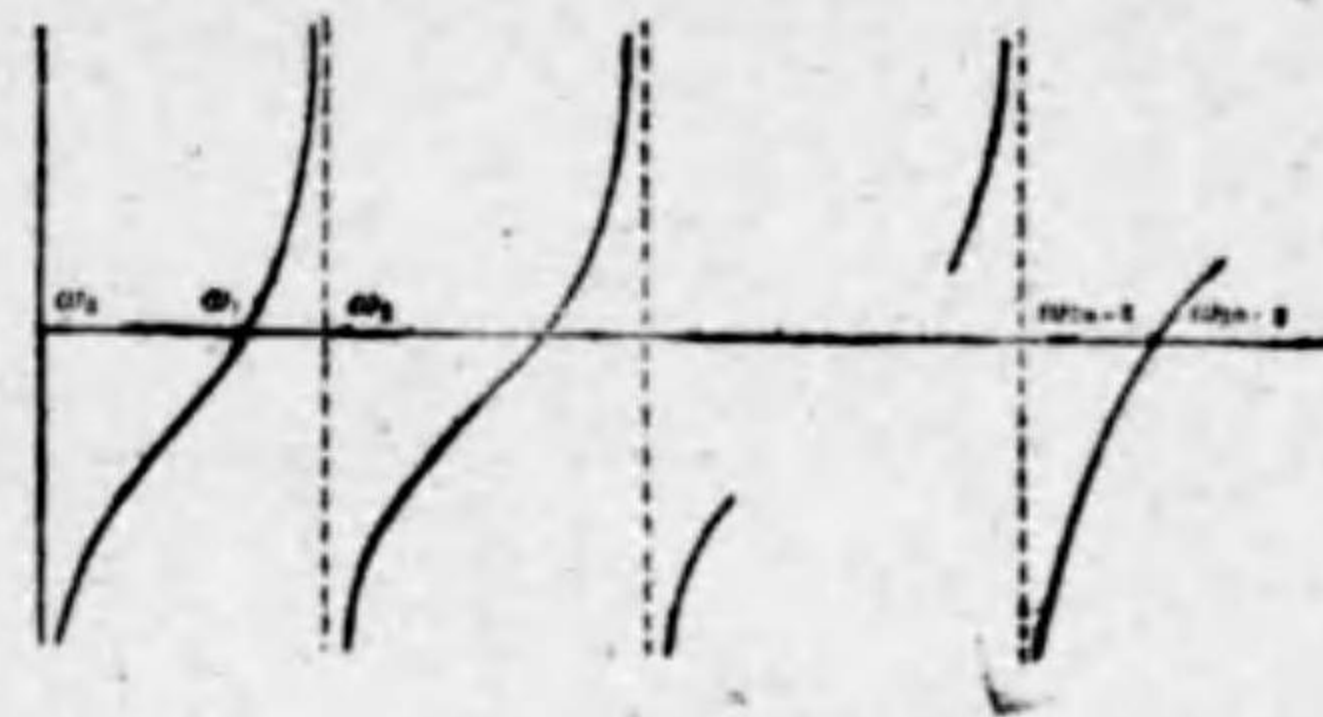
なる関係が成立せねばならぬ。

之から $Z(\omega)$ の一般的の性質は (2.5.7) 式で表はすことが出来る。

具体的に示すと

- i) $\omega=0$ に於て 容量性
 - $\omega=\infty$ " 誘導性
- の時, 第 2.5.3 圖

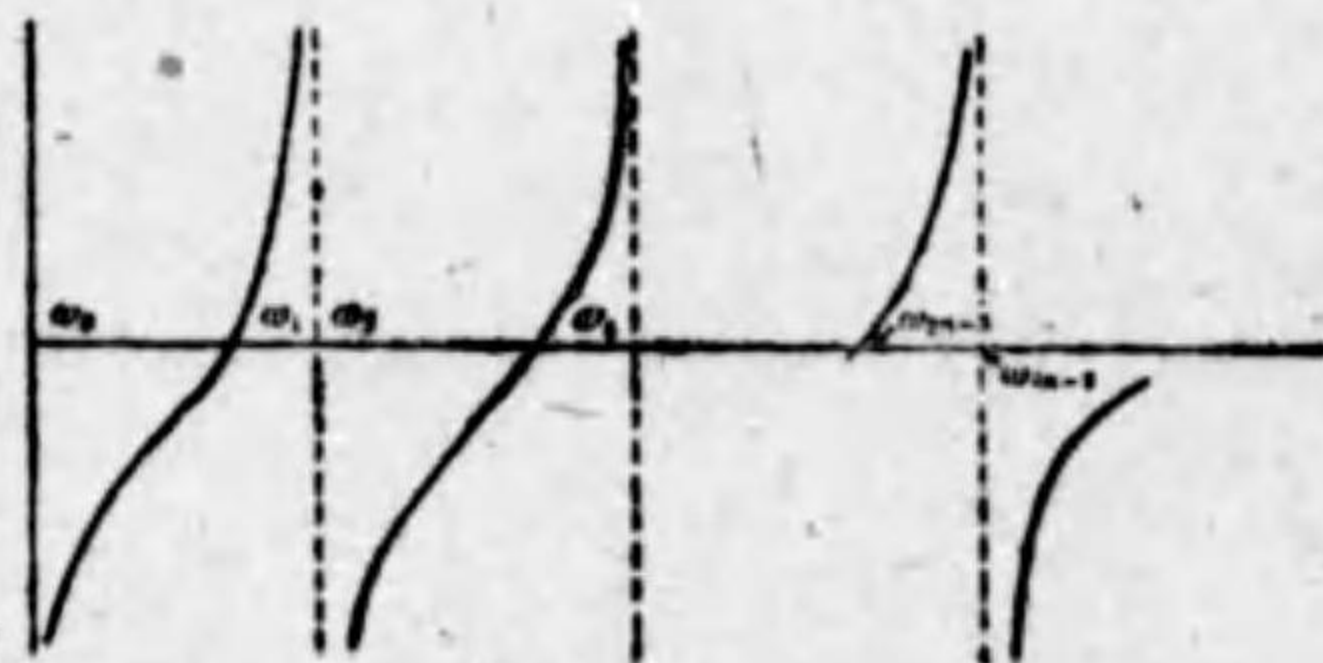
此の場合は分子が分母より ω について一次高い場合に相当し, (2.5.7) 式で示した一般式にあてはまる。



第 2.5.3 圖

$$\dot{Z}(\lambda) = j\omega H \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \cdots (\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)}{\omega^2(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2) \cdots (\omega^2 - \omega_{2n}^2)} \quad \dots\dots\dots(2.5.8)$$

ii) $\omega=0$ に於て 容量性 } の時, 第 2.5.4 圖
 $\omega=\infty$ " " }

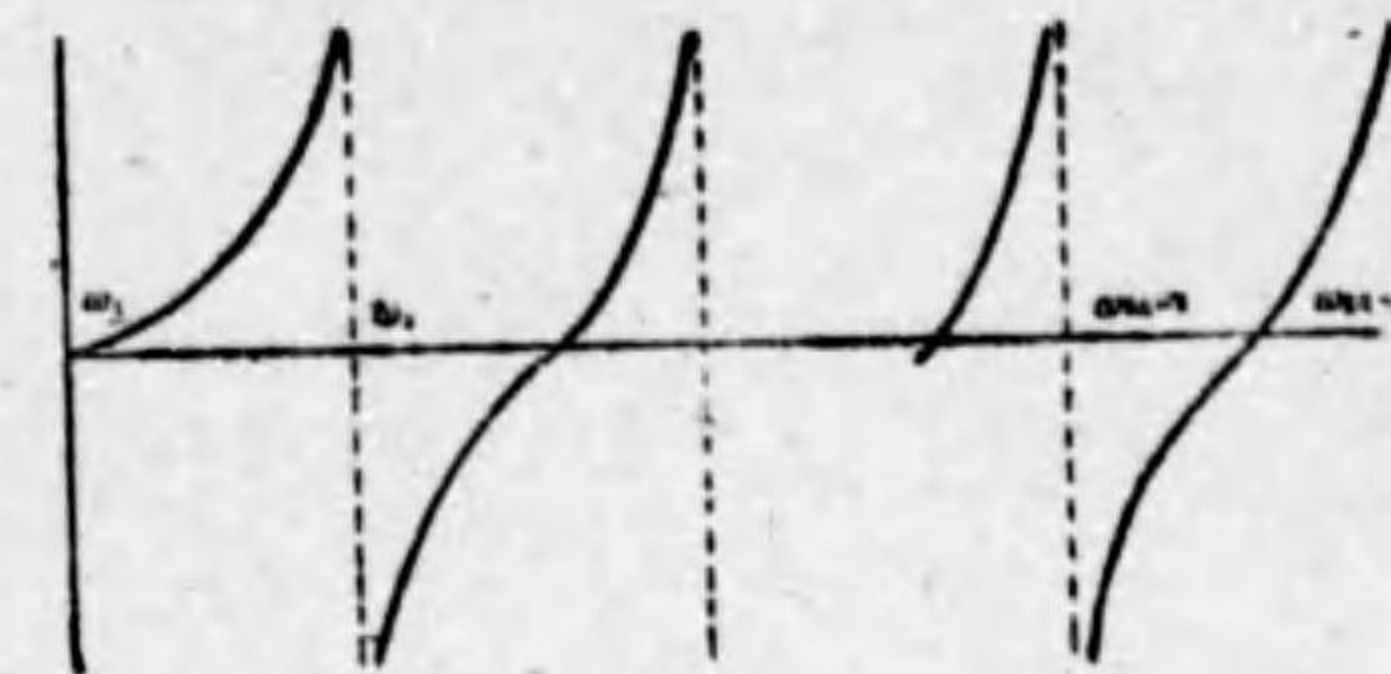


第 2.5.4 圖

此の場合は分子が分母より ω について一次低い場合で, 分子の最後の ω は ω_{2n-1} である。

$$\dot{Z}(\lambda) = -\frac{H}{j\omega} \cdot \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \cdots (\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)}{(\omega^2 - \omega_2^2)(\omega^2 - \omega_4^2) \cdots (\omega^2 - \omega_{2n}^2)} \quad \dots\dots\dots(2.5.9)$$

iii) $\omega=0$ に於て 誘導性 } の時, 第 2.5.5 圖
 $\omega=\infty$ " " }

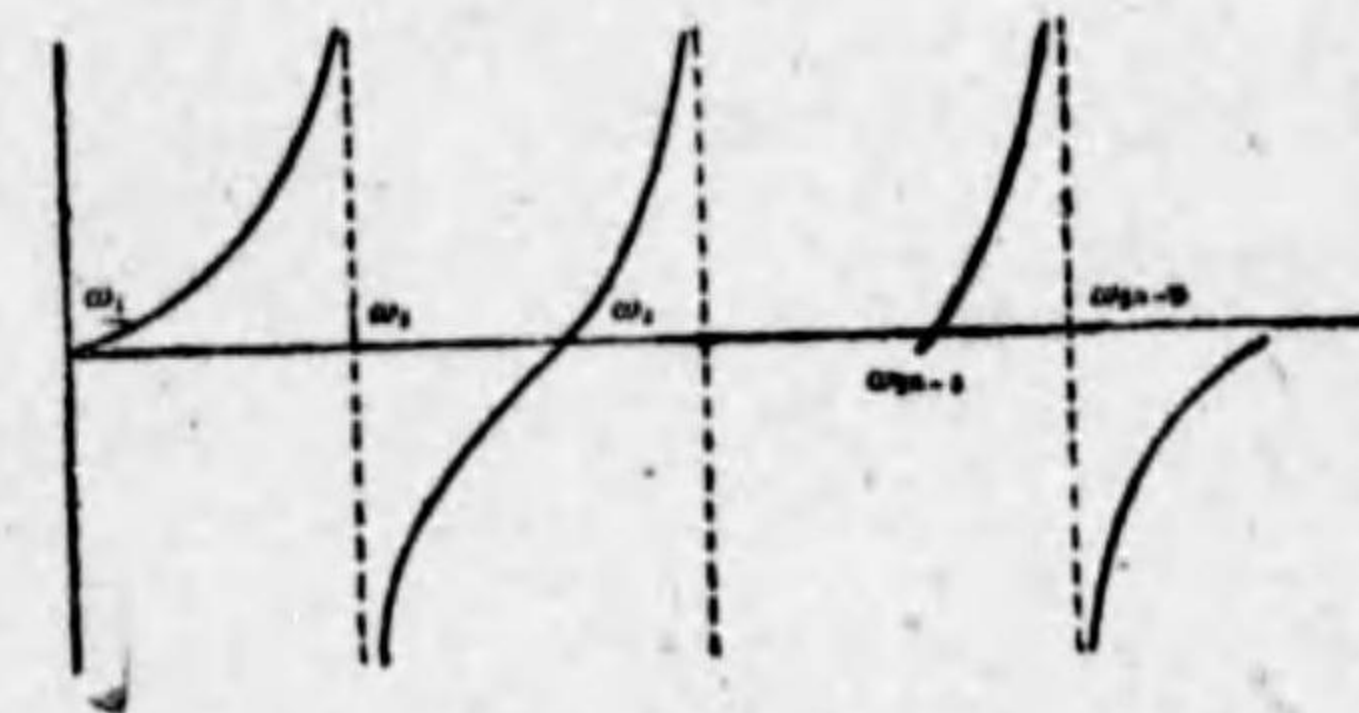


第 2.5.5 圖

此の場合は分子が分母より一次高く $\omega_0=0, \omega_1=0$ の場合である。

$$\dot{Z}(\lambda) = j\omega H \frac{(\omega^2 - \omega_0^2)(\omega^2 - \omega_2^2) \cdots (\omega^2 - \omega_{2n-1}^2)}{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_3^2) \cdots (\omega^2 - \omega_{2n}^2)} \quad \dots\dots\dots(2.5.10)$$

iv) $\omega=0$ に於て 誘導性 } の時, 第 2.5.6 圖
 $\omega=\infty$ " 容量性 }



第 2.5.6 圖

此の場合は分子が分母より一次低く且つ $\omega_0=0, \omega_1=0$ の場合である。

結局 $\omega=0, \omega=\infty$ に於ける $\dot{Z}(\omega)$ が容量性なるか, 誘導性なるかにより $\dot{Z}(\lambda)$ 四種の型の周波数特性を得ることが出来る。

2.6 フォスターの定理

任意のリアクタンス二端子網は ω の有理リアクタンス函数であり、逆に有理リアクタンス函数で與へられる $Z(\lambda)$ は二端子網として常に實現であるといふことを Foster が與へた。

前節(2.3.5) 式を部分分数に分解すると、 λ を除いて分子と分母は λ^2 について同次である。故に

$$Z(\lambda) = \lambda \left\{ \frac{A_0}{\lambda^2} + \frac{A_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \frac{A_4}{\lambda^2 - \lambda_4^2} + \dots + \frac{A_{2n-2}}{\lambda^2 - \lambda_{2n-2}^2} + A_\infty \right\} \dots (2.6.1)$$

と書き直す事が出来る。 $\lambda = j\omega$ を入れると

$$Z(\omega) = j\omega \left\{ \frac{A_0}{-\omega^2} + \frac{A_2}{\omega_2^2 - \omega^2} + \frac{A_4}{\omega_4^2 - \omega^2} + \dots + \frac{A_{2n-2}}{\omega_{2n-2}^2 - \omega^2} + A_\infty \right\} \dots (2.6.2)$$

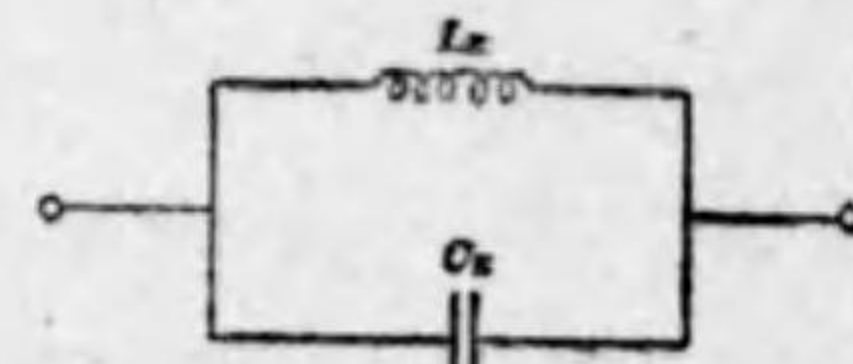
今 $\omega_k = \omega_{2n-2}, n=1, 2, 3, \dots, n_1$ なる時を考えると

$\frac{A_k}{\omega_k^2 - \omega^2}$ は著しく大となり、他の項は無視出来るから

$$\left. \begin{aligned} Z(\omega) &= j\omega \frac{A_k}{\omega_k^2 - \omega^2} \\ A_k &= \left[(\omega_k^2 - \omega^2) \frac{Z(\omega)}{j\omega} \right]_{\omega=\omega_k} \\ A_\infty &= H \end{aligned} \right\} \dots (2.6.3)$$

但し $k=2, 4, \dots, 2n-2,$

次に第 2.6.1 圖の様な L, C の並列回路のインピーダンスを Z_k とすれば



第 2.6.1 圖

$$\left. \begin{aligned} Z_k &= \frac{j\omega L_k}{1 - L_k C_k \omega^2} = \frac{j\omega \frac{1}{C_k}}{\omega_k^2 - \omega^2} \\ \omega_k &= \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}} \end{aligned} \right\} \dots (2.6.4)$$

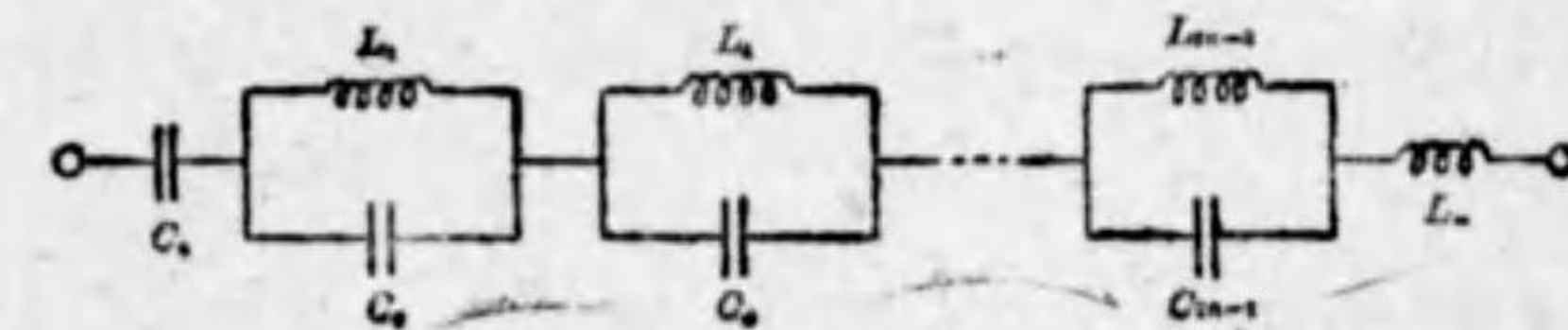
(2.6.2) 式の $Z(\omega)$ と比較する。(2.6.2) 式の各部分分数は

$$\left. \begin{aligned} j\omega \frac{A_k}{\omega_k^2 - \omega^2} \quad \text{なる故} \\ A_k = C_k^{-1} \quad \text{或は} \quad C_k = A_k^{-1} \end{aligned} \right\} \dots (2.6.4)$$

とすれば、第 2.6.1 圖の回路を以つて各部分分数を表はすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} C_k = A_k^{-1} &= \left[\frac{1}{\omega_k^2 - \omega^2} \cdot \frac{j\omega}{Z(\omega)} \right]_{\omega=\omega_k} \\ &= - \frac{\omega_k^2 (\omega_k^2 - \omega_2^2) (\omega_k^2 - \omega_4^2) \dots}{H (\omega_k^2 - \omega_1^2) (\omega_k^2 - \omega_3^2) \dots} * \\ & * \frac{(\omega_k^2 - \omega_{k-2}^2) (\omega_k^2 - \omega_{k+2}^2) \dots (\omega_k^2 - \omega_{2n-2}^2)}{(\omega_k^2 - \omega_{2n-1}^2)} \\ L_k &= \frac{1}{C_k \omega_k^2} \quad L_\infty = (k=0, 2, 4, \dots, 2n-2) \end{aligned} \right\} \dots (2.6.5)$$

従つて $Z(\omega)$ は之等の並列回路の直列になつたもので表はすことが出来る。



第 2.6.2 圖

此處に述べた $Z(\omega)$ は前節の $Z(\omega)$ (i) に相當する一般形である。次に $Z(\omega)$ を並列回路の直列なるものとして表はす外に L, C の直列回路の並列なるものとして表はすことが出来る。

前と同様 (2.3.5) 式の逆数を取り更にこれを部分分数に分解すると

$$\frac{1}{Z(\lambda)} = \lambda \left\{ \frac{B_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{B_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \dots + \frac{B_{2n-1}}{\lambda^2 - \lambda_{2n-1}^2} \right\} \quad (2.6.6)$$

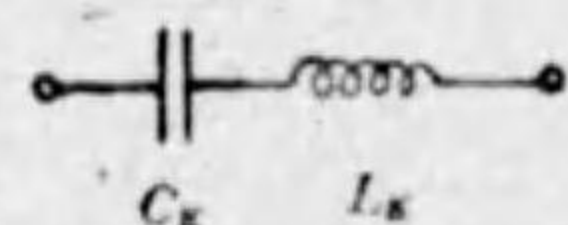
と書き直す事が出来る。λ = jω と置き

$$\frac{1}{Z(\omega)} = j\omega \left\{ \frac{B_1}{\omega^2 - \omega_1^2} + \frac{B_2}{\omega^2 - \omega_2^2} + \dots + \frac{B_{2n-1}}{\omega^2 - \omega_{2n-1}^2} \right\} \quad (2.6.7)$$

A_k を求めたと同様にして ω = ω_k に於て

$$B_k = \left[\frac{\omega_k^2 - \omega^2}{j\omega} \frac{1}{Z(\omega)} \right]_{\omega = \omega_k} \quad (2.6.8)$$

A_k を並列回路と比較したと同様に L, C の直列回路を考えると



第 2.6.3 圖

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{Z_k} &= \frac{j\omega C_k}{1 - j\omega C_k L_k} = \frac{j\omega}{\omega_k^2 - \omega^2} \\ \omega_k &= \frac{1}{\sqrt{L_k C_k}} \end{aligned} \right\} \quad (2.6.9)$$

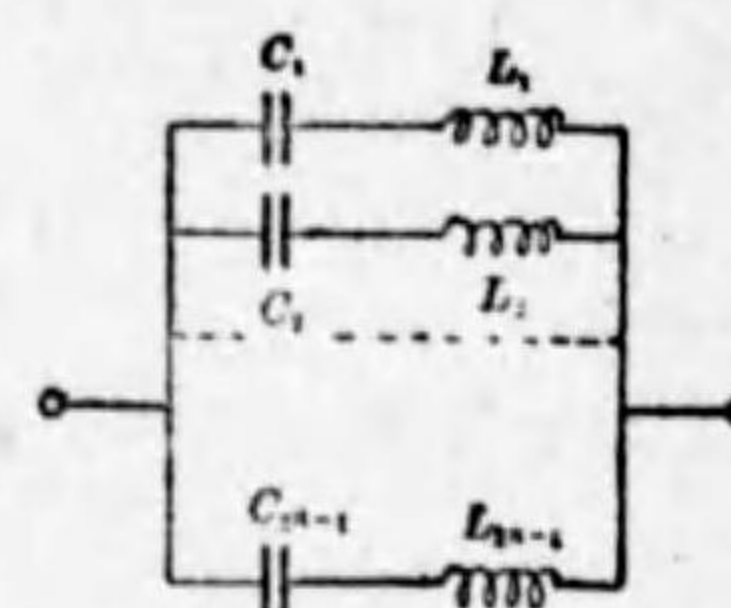
(2.6.7) 式の部分分数は $\frac{j\omega B_k}{\omega_k^2 - \omega^2}$ なる故 (2.6.6) 式の B_k は

$$B_k = L_k^{-1}, \quad L_k = B_k^{-1}$$

とすれば各部分分数は第 2.6.3 圖を以て表はすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} L_k &= \left[\frac{j\omega}{\omega_k^2 - \omega^2} Z(\omega) \right]_{\omega = \omega_k} \\ &= H \frac{(\omega_k^2 - \omega_1^2)(\omega_k^2 - \omega_2^2) \dots (\omega_k^2 - \omega_{k-2}^2)(\omega_k^2 - \omega_{k+2}^2)}{(\omega_k^2 - \omega_1^2)(\omega_k^2 - \omega_3^2) \dots (\omega_k^2 - \omega_{2n-2}^2)} \dots (2.6.10) \\ &\quad * \frac{(\omega_k^2 - \omega_{2n-1}^2)}{(\omega_k^2 - \omega_{2n-2}^2)} \\ C_k &= \frac{1}{L_k \omega_k^2} \quad k=1, 3, \dots, 2n-1 \end{aligned} \right\}$$

よつて Z(ω) は第 2.6.4 圖を以て表はすことが出来る。此の場合も並列同調回路の直列接続と同様前節の Z(ω) (i) の場合に相當する。



第 2.6.4 圖

以上によつてリアクタンス二端子網は並列同調の直列接続又は直列同調の並列接続を以て實現出来ることが判かつた。

2.7 カウエルによるリアクタンス定理の擴張

カウエルはフスターの定理を更に擴張して、リアクタンス二端子網は梯子形回路によつても實現し得られる事を示した。一般のリアクタンス二端子網は

$$Z(\lambda) = \frac{a_0 + a_2 \lambda^2 + \dots + a_{2n} \lambda^{2n}}{\beta_1 \lambda + \beta_3 \lambda^3 + \dots + \beta_{2n-1} \lambda^{2n-1}}$$

で與へられるが分子を分母で除して

$$Z(\lambda) = \frac{\alpha_{2n}}{\beta_{2n-1}} \lambda + \frac{\gamma_0 + \gamma_2 \lambda^2 + \dots + \gamma_{2n-2} \lambda^{2n-2}}{\beta_1 \lambda + \beta_3 \lambda^3 + \dots + \beta_{2n-1} \lambda^{2n-1}}$$

但し $\gamma_{2k} = \alpha_{2k} - \beta_{2k-1} \frac{\alpha_{2n}}{\beta_{2n-1}}$

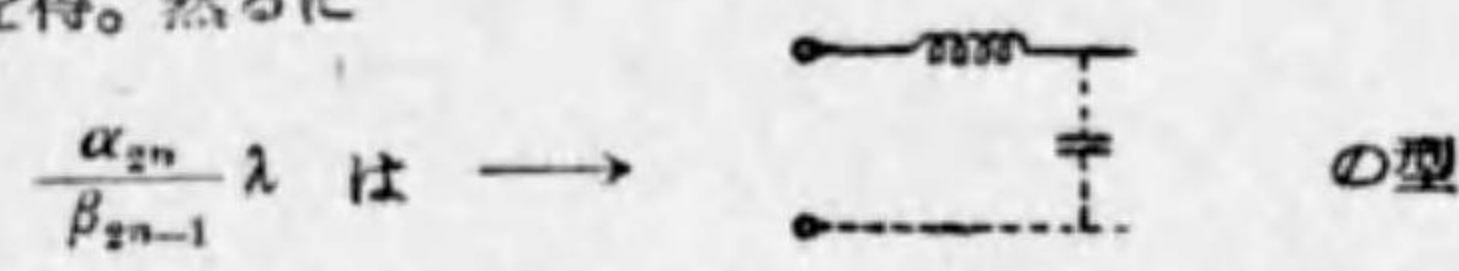
となる。上式の右邊の第二項は又

$$\begin{aligned} Z(\lambda) &= \frac{\alpha_{2n}}{\beta_{2n-1}} \lambda + \frac{1}{\beta_1 \lambda + \beta_3 \lambda^3 + \dots + \beta_{2n-1} \lambda^{2n-1}} \\ &= \frac{\alpha_{2n}}{\beta_{2n-1}} \lambda + \frac{1}{\gamma_0 + \gamma_2 \lambda^2 + \dots + \gamma_{2n-2} \lambda^{2n-2}} \end{aligned}$$

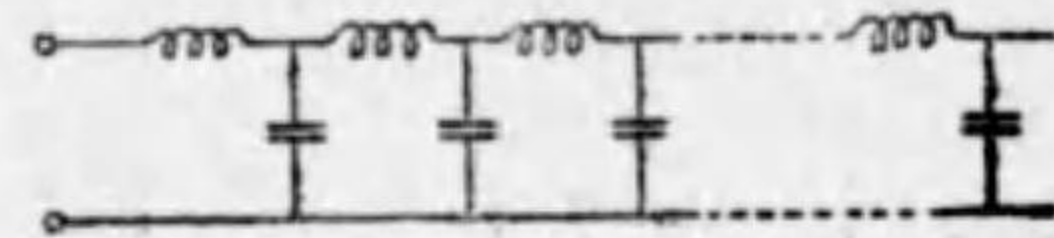
の如く書き直す事が出来、更に之を繰返して

$$\dot{Z}(\lambda) = \frac{\alpha_{2^n}}{\beta_{2^n-1}} \lambda + \frac{1}{\frac{\beta_{2^n-1}}{\gamma_{2^n-2}} \lambda + \frac{1}{\frac{\gamma_{2^n-2}}{\delta_{2^n-3}} + \frac{1}{\dots}}} \dots (2.7.1)$$

の如くなす事を得。然るに

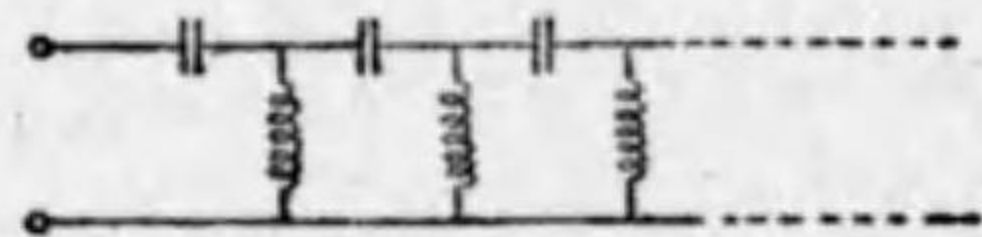


(2.7.1) 式は



の型の回路インピーダンスに相当し

式中の $\frac{\alpha_{2^n}}{\beta_{2^n-1}} \lambda$ が無い様な場合には $\dot{Z}(\lambda)$ は



の如き回路インピーダンスに相当する。

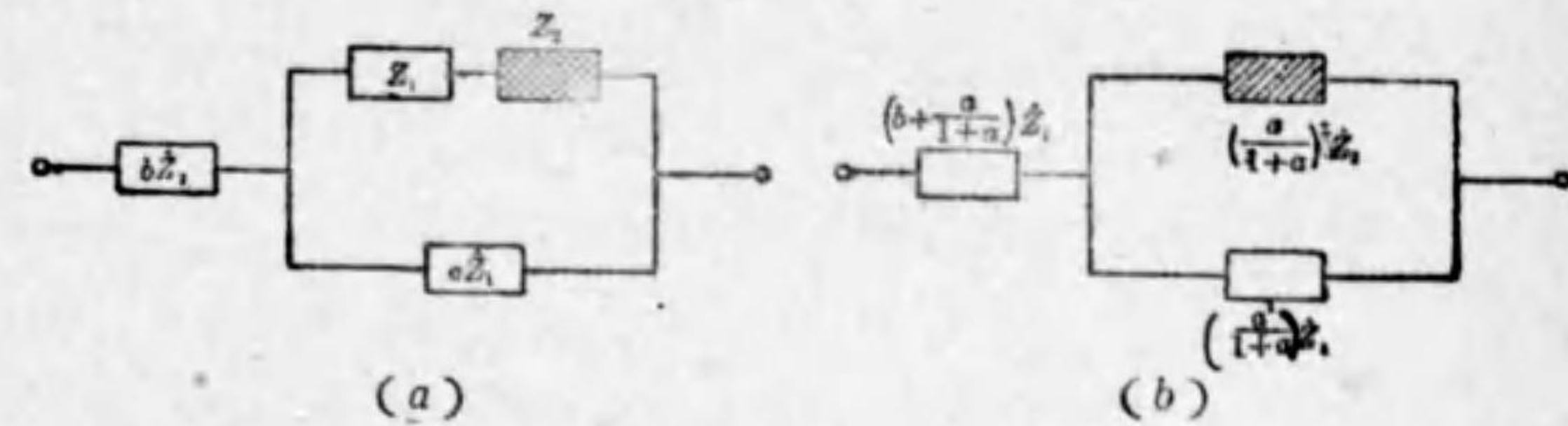
即ち之がカウエルによつて擴張せられた定理である。

2.8 二端子網の等價

二つの二端子網に於て其の構造に拘はらず周波數に無關係に夫々インピーダンスが相等しければ之等の二端子網は等價であるといふ。二端子網の等價變換は實用上に於て經濟的或ひは技術的意義を有する。即ち求められた等價回路が元の二端子網より構成素子が少いか、或ひは製作に於て都合がよいとか云ふ目的に適合する必要がある。

第 2.8.1 圖 (a) に於ては二端子インピーダンス

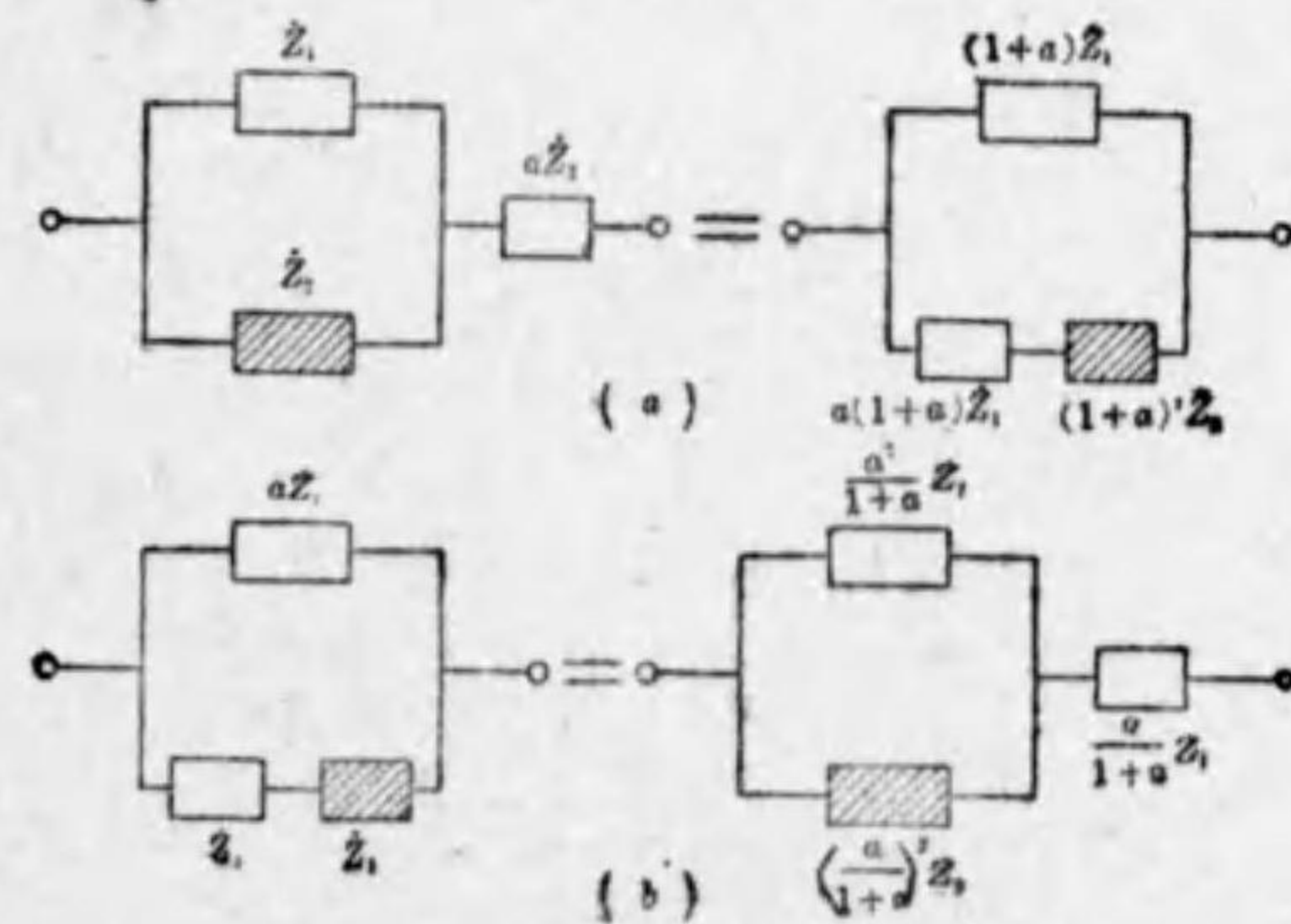
$$\dot{Z} = b\dot{Z}_1 + \frac{1}{\frac{1}{a\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2}}$$

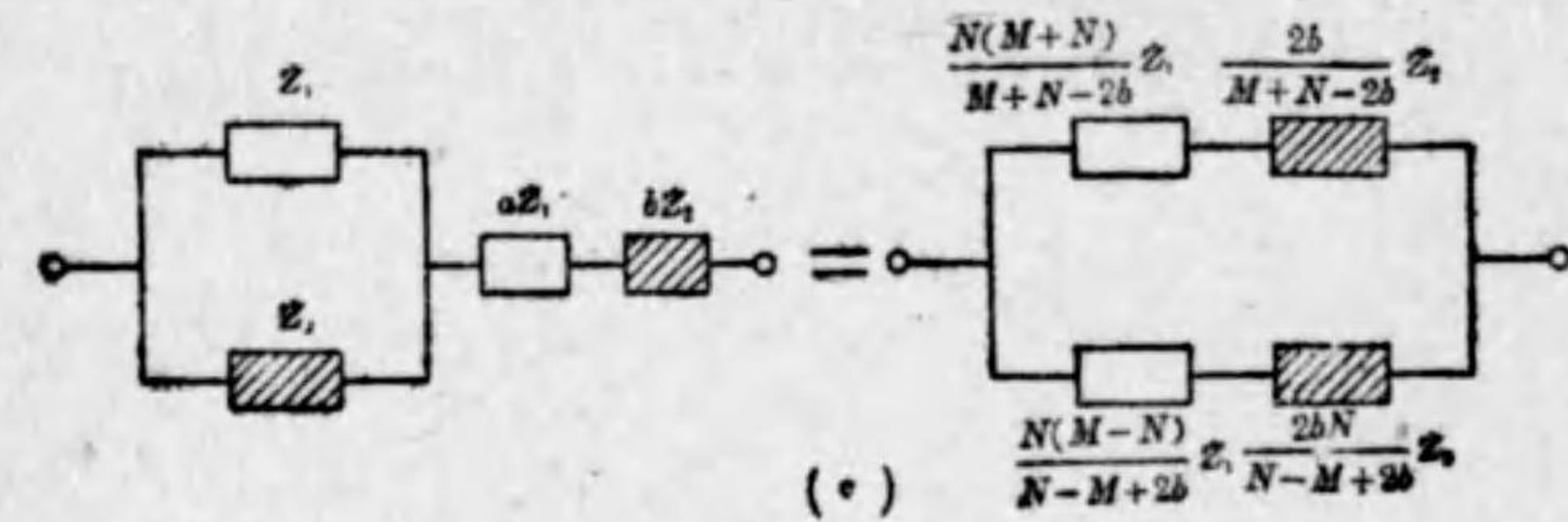


第 2.8.1 圖

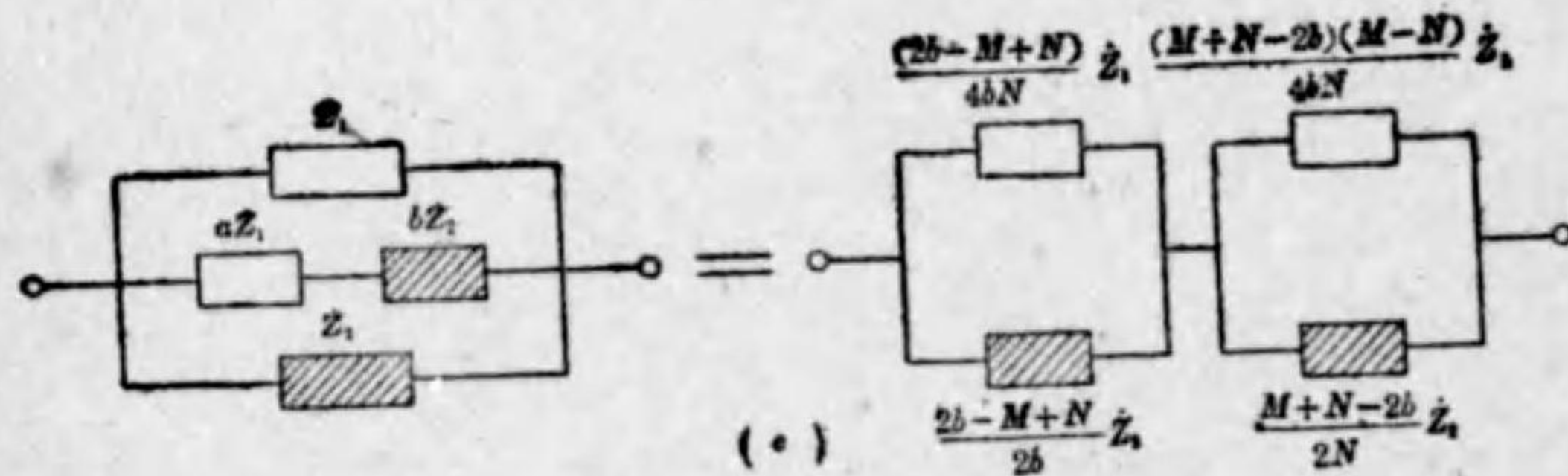
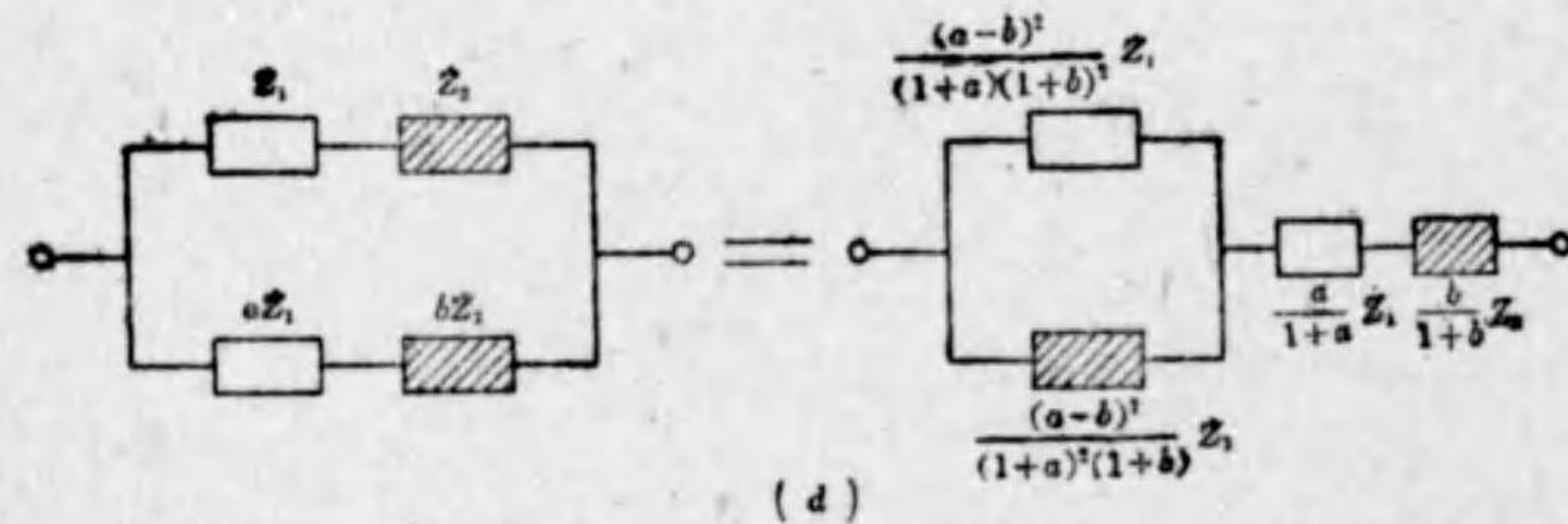
$$\begin{aligned} &= \frac{b\dot{Z}_1(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + a\dot{Z}_1) + a\dot{Z}_1(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2)}{a\dot{Z}_1 + \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \\ &= \frac{(ab + a + b)\dot{Z}_1^2 + (a + b)\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{(1 + a)\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \\ &= \frac{a^2 + a + b}{1 + b} \dot{Z}_1 + \frac{a^2}{1 + a} \frac{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}{(1 + a)\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \\ &= \left(b + \frac{1}{1 + a}\right) \dot{Z}_1 + \frac{1}{(1 + a)^2} \frac{1}{\frac{1}{a} \dot{Z}_2 + \frac{1}{a^2} \dot{Z}_1} \end{aligned}$$

即ち之は第 2.8.1 圖(b)の二端子インピーダンスに等しいのである。而して (b)圖は(a)圖よりも素子減少してゐる。同様に斯の如き計算方法により得られる主な變換に第 2.8.2 圖の様なものがある。その計算は各次行つて見るがよい。

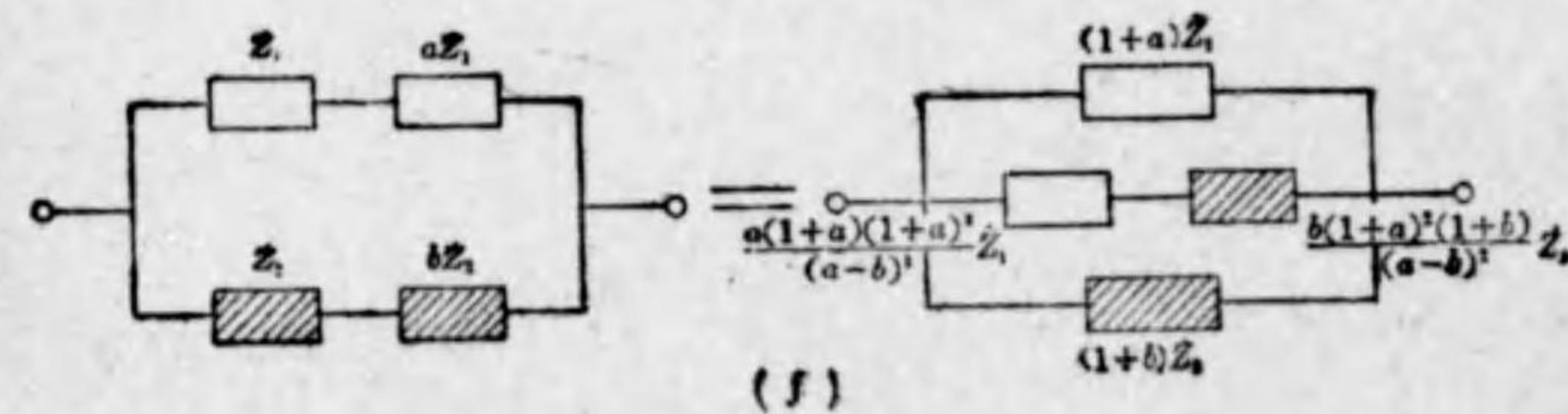




但し $M=1+a+b$ $N=\sqrt{(1+a+b)^2-4ab}$



但し $M=1+a+b$ $N=\sqrt{(1+a+b)^2-4ab}$



第 2.8.2 圖

2.9 二端子網の逆回路

一つの二端子網のインピーダンスが Z_1 で他の二端子網のインピーダンスが Z_2 であるとき Z_1, Z_2 が

$$Z_1 Z_2 = R^2 \dots\dots\dots (2.9.1)$$

或は $Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{Z_1}{R^2}$

を満足する時は Z_1, Z_2 は互に R に関して逆回路をなすといひ二端子網間に於ける重要な関係を與へ、後述する所の濾波器等に於いて重要なものである。

$Z_1=R$ の時は $Z_2=R$ である。

$$Z_1=j\omega L$$

の時は

$$Y_2 = \frac{1}{Z_2} = \frac{j\omega L}{R^2} = j\omega C$$

で此の C は

$$C = \frac{L}{R^2}$$

なる値を取るべきである。

又 $Z_1 = \frac{1}{j\omega C}$

の時は $Z_2 = R^2 j\omega C = j\omega L$ で此の L は

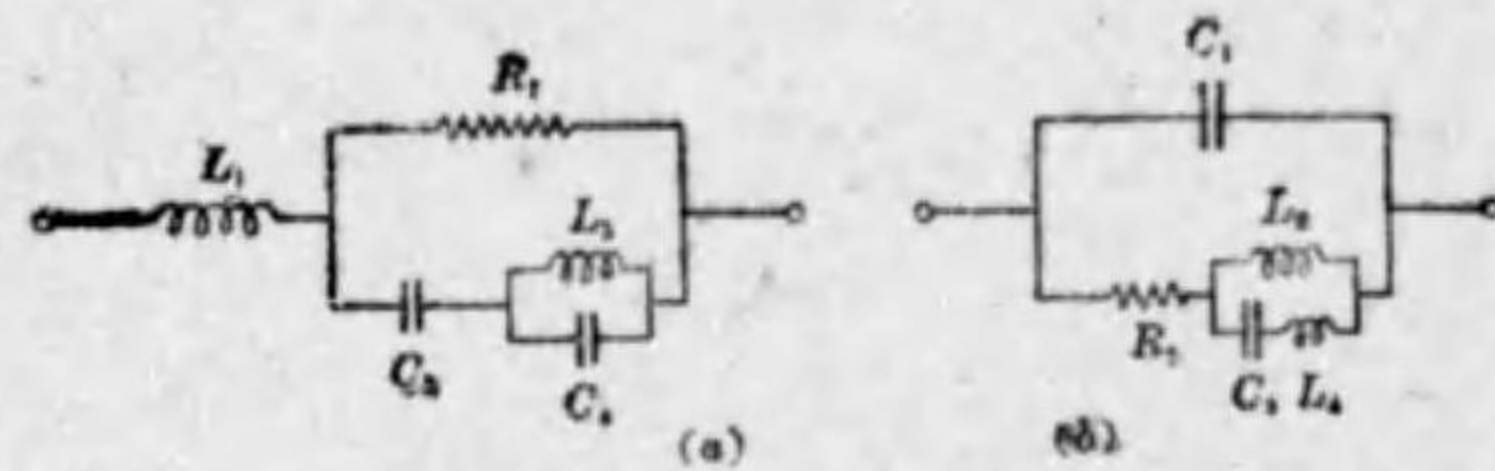
$$L = CR^2 \text{ なる値を取るべきである。}$$

更に Z_1 が直列回路なる時は逆回路は直列回路の各素子の逆回路を並列に接続せるものである。即ち

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2 + \dots + \dot{Z}_n \\ \dot{Y}_{11} &= \frac{1}{Z_{11}} = \frac{\dot{Z}_1}{R^2} + \frac{\dot{Z}_2}{R^2} + \dots + \frac{\dot{Z}_n}{R^2} \\ &= \dot{Y}_1 + \dot{Y}_2 + \dots + \dot{Y}_n \end{aligned} \right\} \dots (2.9.2)$$

一般に或る二端子網の逆回路を求めるには直列接続は並列接続に、並列接続は直列接続とし各素子は夫に相對應する素子の逆回路を求めればよい。

例へば第 2.9.1 圖に於いて (a), (b) が互に R に対して



第 2.9.1 圖

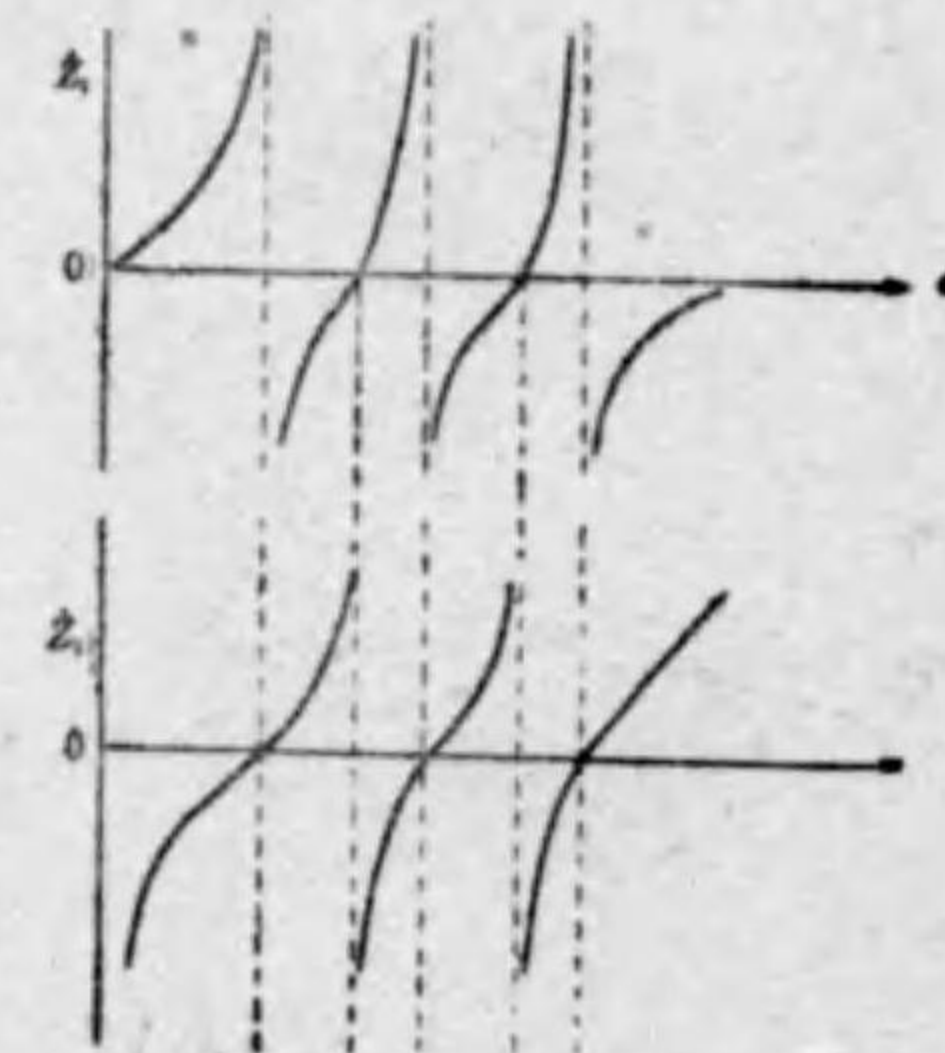
逆回路にあるものでその各々の素子は

$$\frac{L_1}{C_1} = \frac{L_2}{C_2} = \frac{L_3}{C_3} = \frac{L_4}{C_4} = R_1 \cdot R_2 = R^2$$

なる値を取るべきである。

リアクタンス網では \dot{Z}_1 の 0 と ∞ は夫々 \dot{Z}_2 の ∞ と 0 に對應するから \dot{Z}_1 の同調周波数を \dot{Z}_2 の反同調周波数に \dot{Z}_1 の反同調周波数を \dot{Z}_2 の同調周波数に夫々對應する。

(第 2.9.2 圖)



第 2.9.2 圖

2.10 簡單なるリアクタンス回路並びに その周波數特性

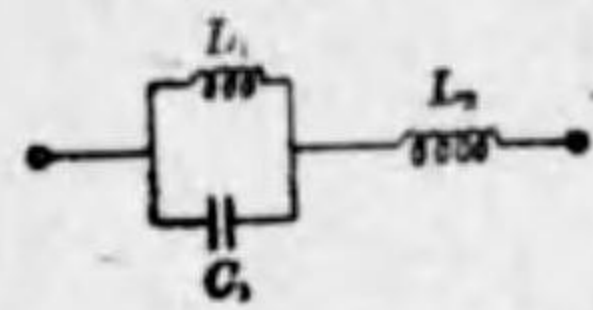
各種簡單なるリアクタンス回路	周波數對リアクタンス特性
1 (a)	
(b)	
2 (a)	
(b)	
3 (a)	
(b)	
4 (a)	
(b)	

第 2.10.1 表

参考の爲に極く簡單なるリアクタンス回路並びにそのリアクタンス周波数特性を第 2.10.1 表に示して置く。

各 (a) と (b) とは互に逆の周波数特性になつて居る事が判る。即ち逆回路 (Inverse Network) となつてゐる。同表中右側の 1, 2, 3, 4 は回路を構成する L と C の總數を示すものであり, 3 及び 4 の場合同じ周波数特性を與ふる回路の形が二種類以上ある事が判る。この互に等價なる回路の各 L 及び C 間の關係を次に示しておく。

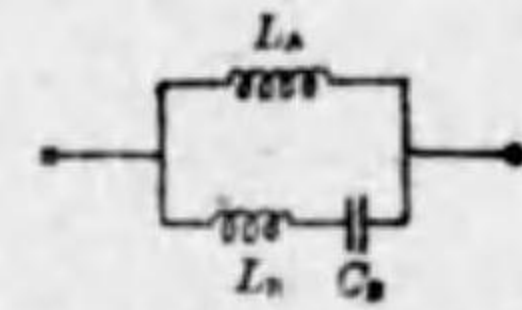
三素子型回路 1.



$$L_1 = \frac{L_A^2}{L_A + L_B}$$

$$C_1 = C_B \left(1 + \frac{L_B}{L_A}\right)^2$$

$$L_2 = \frac{L_A L_B}{L_A + L_B}$$

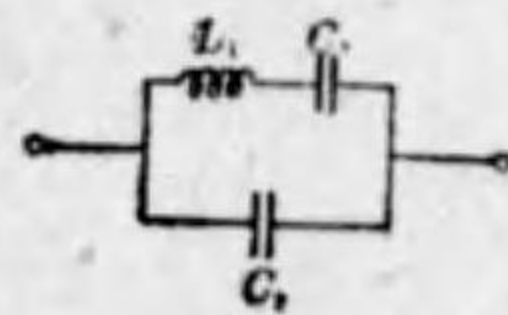


$$L_A = L_1 + L_2$$

$$L_B = \frac{L_2}{L_1} (L_1 + L_2)$$

$$C_B = \frac{C_1}{\left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right)^2}$$

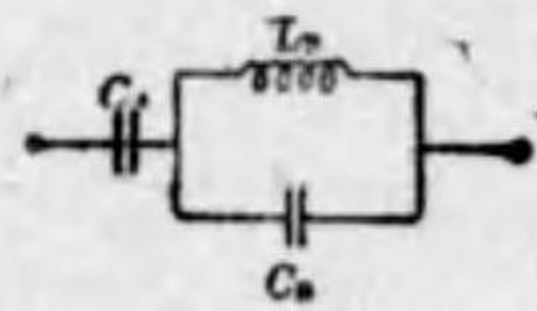
三素子型回路 2.



$$C_1 = \frac{C_A^2}{C_A + C_B}$$

$$L_1 = L_B \left(1 + \frac{C_B}{C_A}\right)^2$$

$$C_2 = \frac{C_A C_B}{C_A + C_B}$$

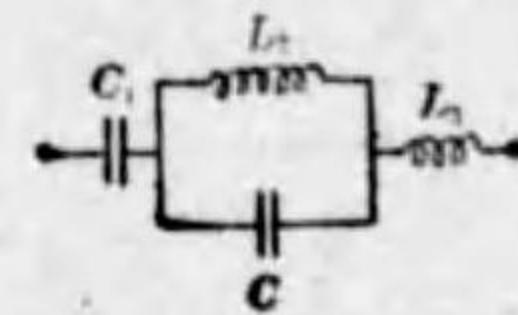


$$C_A = C_1 + C_2$$

$$C_B = \frac{C_2}{C_1} (C_1 + C_2)$$

$$L_B = \frac{L_1}{\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2}$$

四素子型回路 1.



$$C_1 = C_A + C_B = C_V = C_R + C_S$$

$$L_2 = \frac{L_A}{\left(1 + \frac{C_B}{C_A}\right)^2} = \frac{L_W^2}{L_W + L_X}$$

$$= \frac{(L_R C_R - L_S C_S)^2}{(L_R + L_S)(C_R + C_S)^2}$$

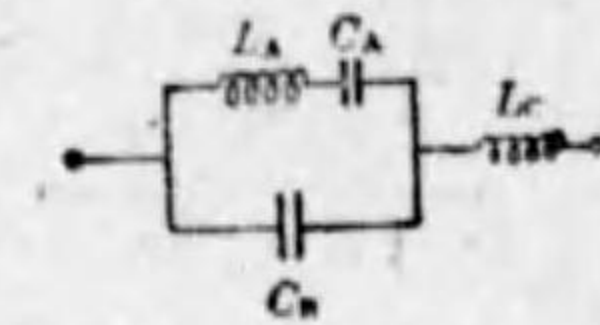
$$C_2 = \frac{C_B}{C_A} (C_A + C_B)$$

$$= C_X \left(1 + \frac{C_X}{L_W}\right)^2$$

$$= \frac{C_R C_S (C_R + C_S) (L_R + L_S)^2}{(C_B L_R - C_S L_S)^2}$$

$$L_3 = L_C = \frac{L_W L_X}{L_W + L_X}$$

$$= \frac{L_R L_S}{L_R + L_S}$$

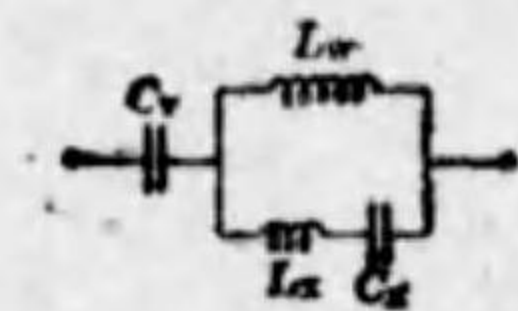


$$C_A = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

$$L_1 A = L_2 \left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right)^2$$

$$C_B = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$L_C = L_3$$

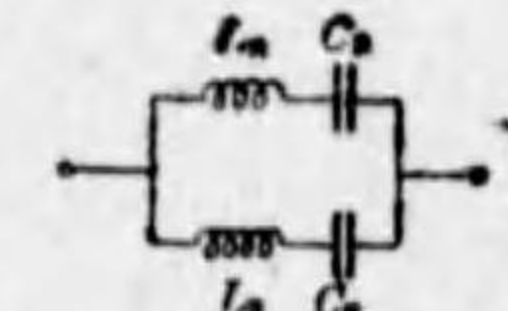


$$C_V = C_1$$

$$L_W = L_2 + L_3$$

$$L_X = \frac{L_2}{L_2} (L_2 + L_3)$$

$$C_X = \frac{C_2}{\left(1 + \frac{L_3}{L_2}\right)^2}$$



$$L_R = \frac{L_S L_3}{L_S - L_3}$$

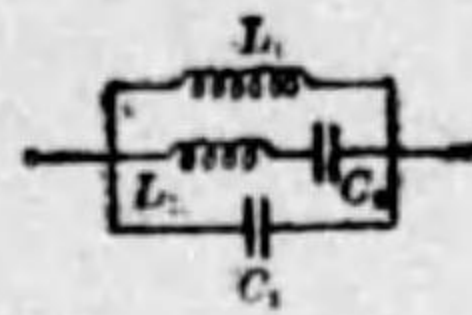
$$C_R = C_1 - C_S$$

$$L_S = \frac{K + \sqrt{K^2 - 4L_2 L_3 C_1^2 K}}{2L_2 C_1^2}$$

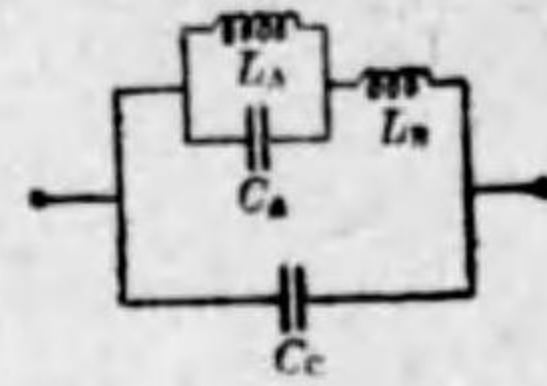
$$C_S = \frac{C_2 L_2 + C_1 L_2 + C_1 L_3 - C_1 L_R}{L_S - L_R}$$

$$K = (C_2 L_2 + C_1 L_2 + C_1 L_3)^2 - 4C_2 L_2 C_1 L_3$$

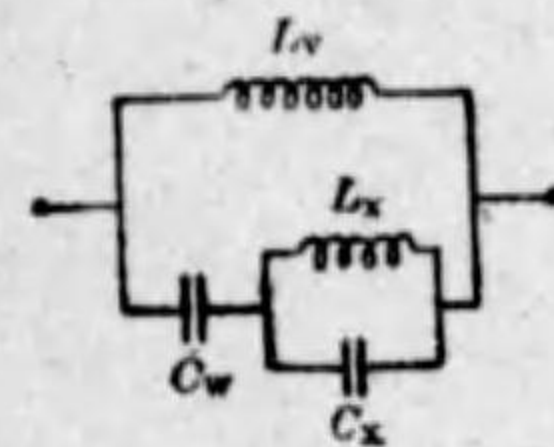
四素子型回路 2.



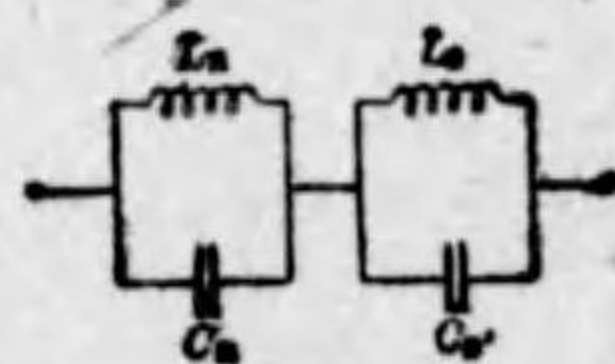
$$\left\{ \begin{aligned} L_1 &= L_A + L_B = L_V = L_R + L_S \\ C_2 &= \frac{C_A}{\left(1 + \frac{L_B}{L_A}\right)^2} = \frac{C_W^2}{C_W + C_X} \\ &= \frac{(C_R L_R - C_S L_S)^2}{(C_R + C_S)(L_R + L_S)^2} \\ L_2 &= \frac{L_B}{L_A} (L_A + L_B) \\ &= L_X \left(1 + \frac{C_X}{C_W}\right)^2 \\ &= \frac{L_R L_S (L_R + L_S)(C_R + C_S)^2}{(L_R C_R - L_S C_S)^2} \\ C_3 &= C_C = \frac{C_W C_X}{L_1 + L_2} \\ &= \frac{C_R C_S}{C_R + C_S} \end{aligned} \right.$$



$$\left\{ \begin{aligned} L_A &= \frac{L_1^2}{L_1 + L_2} \\ C_A &= C_2 \left(1 + \frac{L_2}{L_1}\right)^2 \\ L_B &= \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2} \\ C_C &= C_3 \end{aligned} \right.$$



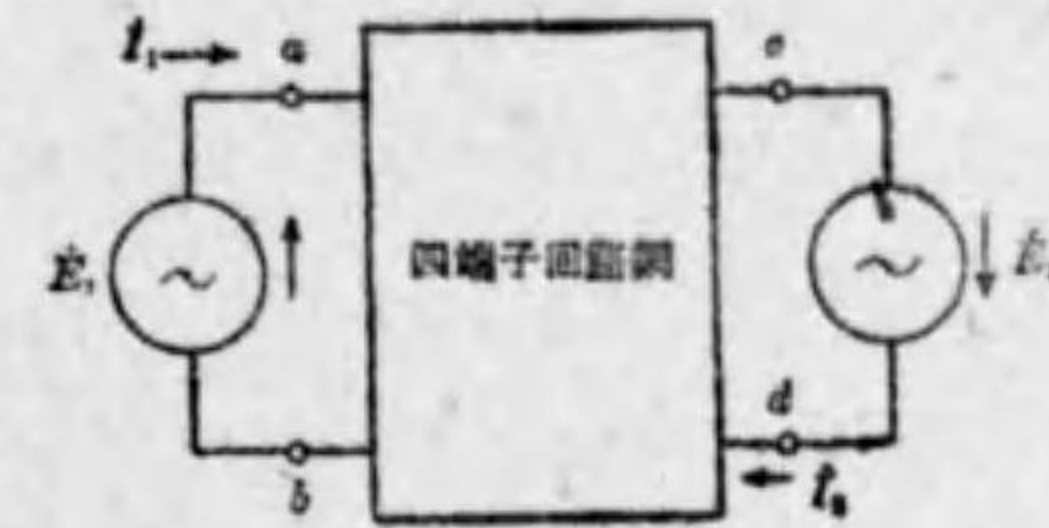
$$\left\{ \begin{aligned} L_V &= L_1 \\ C_W &= C_2 + C_3 \\ C_X &= \frac{C_3}{C_2} (C_2 + C_3) \\ L_X &= \frac{L_2}{\left(1 + \frac{C_3}{C_2}\right)^2} \end{aligned} \right.$$



$$\left\{ \begin{aligned} C_R &= \frac{C_S C_3}{C_S - C_3} \\ L_R &= L_1 - L_S \\ C_S &= \frac{K + \sqrt{K^2 - 4C_2 C_3 L_1^2} K}{2C_2 L_1^2} \\ L_S &= \frac{L_2 C_2 + L_1 C_2 + L_1 C_3 - L_1 C_R}{C_S - C_R} \\ K &= (L_2 C_2 + L_1 C_2 + L_1 C_3)^2 - 4L_2 C_2 L_1 C_3 \end{aligned} \right.$$

第3章 四端子網

3.1 四端子網の基本方程式



第 3.1.1 圖の四端子回路網に於て重畳の定理によつて i_1, i_2 を求むる式は

第 3.1.1 圖

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \dot{Y}_{11} E_1 + \dot{Y}_{12} E_2 \\ i_2 &= \dot{Y}_{21} E_1 + \dot{Y}_{22} E_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.1)$$

で與へられる。第(1.4.5)式参照。此處に \dot{Y}_{11} は單位の起電力が E_1 の個所に存在する場合に端子 ab 間に流れるべき電流の大きさとの關係を示すもので、又 \dot{Y}_{12} は E_2 の個所に單位起電力が存在する場合に端子 ab 間に生ずべき電流の大きさとの相互關係を示すものである。 $\dot{Y}_{21}, \dot{Y}_{22}$ も同様の意義を有するものである。(キルヒホッフの第二法則参照)

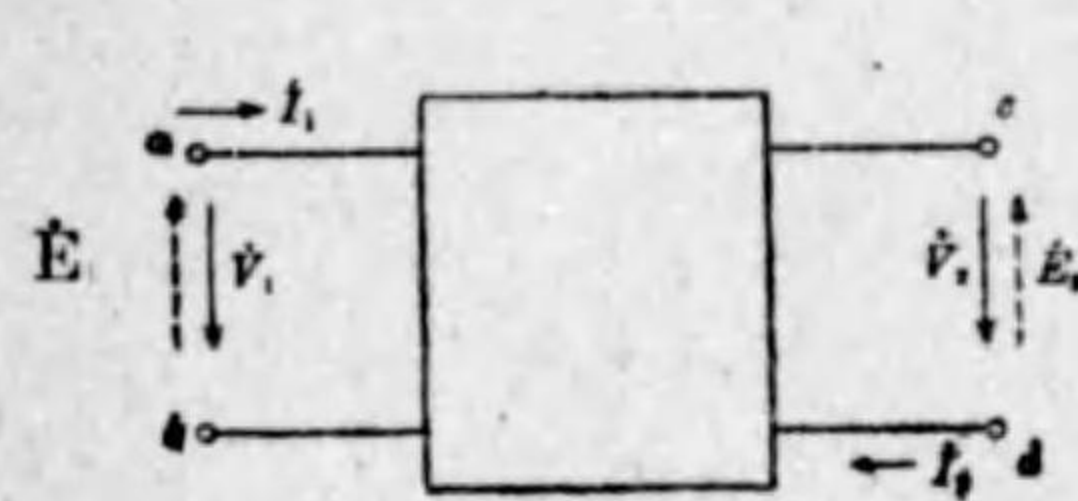
即ち Y はアドミッタンスの性質を有する定數である。而して本回路はパツツの回路であるから可逆定理が成立し、

$$\dot{Y}_{12} = \dot{Y}_{21} \dots\dots\dots (3.1.2)$$

なる事が云へる。(3.1.1) 式より

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= -\frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} E_2 + \frac{1}{\dot{Y}_{21}} i_2 \\ i_1 &= \left(\dot{Y}_{12} - \frac{\dot{Y}_{11} \dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}}\right) E_2 + \frac{\dot{Y}_{11}}{\dot{Y}_{21}} i_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.3)$$

此處には \dot{E}_1, \dot{E}_2 として起電力方程式を立てたが実際には電壓降下 \dot{V}_1, \dot{V}_2 とする方が都合がよい。電壓降下は之と反対の方向に大きき相等しい反起電力が存在するといふ考へ方と同一であるから第 3.1.2 圖に於いて



第 3.1.2 圖

\dot{V}_1, \dot{V}_2 なる電壓降下を考ふる時はこれと同等の點線の如き \dot{E}_1, \dot{E}_2 が存在するものと見做す事が出来る。そこで第 3.1.1 圖と比較して見ると

$$\dot{E}_1 = \dot{V}_1, \quad \dot{E}_2 = -\dot{V}_2 \quad \dots\dots\dots (3.1.4)$$

なる事が解る。之を (3.9.3) 式に代入して

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} \dot{V}_2 + \frac{1}{\dot{Y}_{12}} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \left(\frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} - \dot{Y}_{12} \right) \dot{V}_2 + \frac{\dot{Y}_{11}}{\dot{Y}_{21}} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.3')$$

之を次の如く書表はして

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_2 \dot{I}_2 + C \dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.5)$$

此處に

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}}, & A_2 &= \frac{\dot{Y}_{11}}{\dot{Y}_{21}} \\ B &= \frac{1}{\dot{Y}_{12}}, & C &= \frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}} - \dot{Y}_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.6)$$

又 (3.1.5) 式は之を書直して

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= \frac{1}{\Delta} (A_2 \dot{V}_1 - B \dot{I}_2) \\ \dot{I}_2 &= \frac{1}{\Delta} (A_1 \dot{I}_1 - C \dot{V}_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.7)$$

$$\Delta = A_1 A_2 - BC = \frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}\dot{Y}_{21}} - \frac{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{22}}{\dot{Y}_{21}\dot{Y}_{12}} + 1$$

$\dot{Y}_{21} = \dot{Y}_{12}$ なる故

$$\Delta = A_1 A_2 - BC = 1 \quad \dots\dots\dots (3.1.8)$$

(3.1.5), (3.1.7') 式を四端子網の基本方式といふ。

又 A_1, A_2, B, C を四端子網の四定数といふ。然し四定数の間には (3.1.8) 式の関係が存在するから三定数丈が獨立である。

特に $\dot{Y}_{11} = \dot{Y}_{22} \quad \dots\dots\dots (3.1.9)$

なる場合は $A_1 = A_2 = A$ となり定数は二個になる。此の場合を對稱型四端子回路網といふ。之に對して然らざる場合を非對稱型四端子回路網といふ。

(3.1.5) (3.1.7') によつて一般に四定数の中任意の三定数(對稱の場合は二定数を知れば兩端子の電流, 電壓の關係を求むる事が出来る。

従つて

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= A_2 \dot{V}_1 - B \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= A_1 \dot{I}_1 - C \dot{V}_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.7')$$

依つて A_1, B, C, A_2 の知られたる傳送四端子回路網に於いては受電端の電位差, 電流 \dot{V}_2, \dot{I}_2 が既知なる時は (3.1.5) 式に依つて送電端の電位差, 電流 \dot{V}_1, \dot{I}_1 を知り得べく, 逆に送電端に於ける電位差, 電流 \dot{V}_1, \dot{I}_1 が既知なる場合には (3.1.7') 式に依つて受電端の電位差, 電流を知り得るのである。

又 (3.1.5) 式を書き替へて電流を以て電位差を表はす關係式を求むれば

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{Z}_{11} \dot{I}_1 + \dot{Z}_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 &= -\dot{Z}_{21} \dot{I}_1 - \dot{Z}_{22} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.10)$$

を得る。こゝに \dot{Z} はインピーダンスの性質(ディメンション)を有する定数で

之を四定数で示せば

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{11} &= \frac{A_1}{C} \\ \dot{Z}_{12} &= \dot{Z}_{21} = -\frac{1}{C} \\ \dot{Z}_{22} &= \frac{A_2}{C} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.11)$$

である。(3.1.1) 式を \dot{V} を以つて示せば (3.1.4) 式より

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{Y}_{11}\dot{V}_1 - \dot{Y}_{12}\dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 &= \dot{Y}_{21}\dot{V}_1 - \dot{Y}_{22}\dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.12)$$

尚 (3.1.6) 式の関係から \dot{Y} を四つの定数で示せば次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_{11} &= \frac{A_2}{B} \\ \dot{Y}_{12} &= \dot{Y}_{21} = \frac{1}{B} \\ \dot{Y}_{22} &= \frac{A_1}{B} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1.13)$$

3.2 四定数の物理的意義

(3.1.5) 式を基本として四定数の物理的意義を考ふに第 3.1.2 圖に於いて受端 (cd) を短絡すると

$\dot{V}_2 = 0$ となり

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_{1s} &= B\dot{I}_{2s} \\ \dot{I}_{1s} &= A_2\dot{I}_{2s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.2.1)$$

即ち $B = \frac{\dot{V}_{1s}}{\dot{I}_{2s}}$ は短絡時の相互インピーダンスに相当し
 $A_2 = \frac{\dot{I}_{1s}}{\dot{I}_{2s}}$ は短絡電流比となる。

(3.2.1) 式より

$$\dot{Z}_{1s} = \frac{\dot{V}_{1s}}{\dot{I}_{1s}} = \frac{B}{A_2} \dots\dots\dots (3.2.2)$$

即ち $\frac{B}{A_2}$ は短絡入力インピーダンスにしてパツツザ回路のインピーダンスの實數部は負とならぬ故

$$-\frac{\pi}{2} \leq \angle \frac{B}{A_2} \leq \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots (3.2.3)$$

次に受端を開放すれば

$$\dot{I}_2 = 0 \text{ で } \dot{V}_{1f} = A_1\dot{V}_{2f} \quad \dot{I}_{1f} = C\dot{V}_{2f} \dots\dots\dots (3.2.4)$$

即ち $C = \frac{\dot{I}_{1f}}{\dot{V}_{2f}}$ は開放時の相互アドミッタンスに相当し

$A_1 = \frac{\dot{V}_{1f}}{\dot{V}_{2f}}$ は開放電壓比となる。

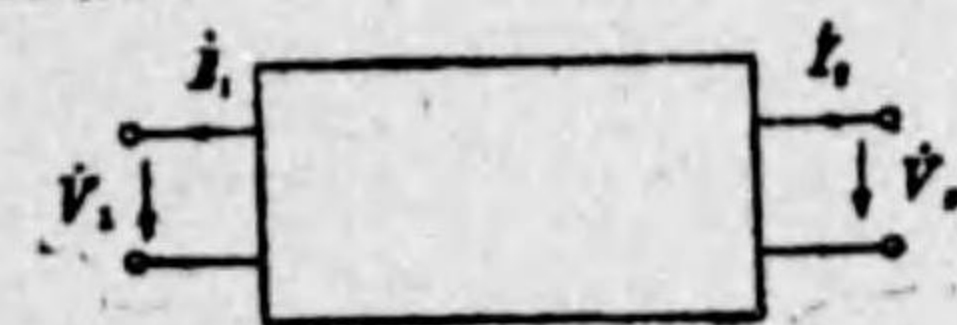
短絡の場合と同様にして入力インピーダンスを求めると

$$\dot{Z}_{1f} = \frac{A_1}{C} \text{ (開放インピーダンス)} \dots\dots\dots (3.2.5)$$

よつて

$$-\frac{\pi}{2} \leq \angle \frac{C}{A} \leq \frac{\pi}{2} \dots\dots\dots (3.2.6)$$

(3.1.7) に於いて送受端を取換へた時は電流の方向は第 3.2.1 圖の様に逆になるので四端子方程式は



第 3.2.1 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= A_2\dot{V}_1 + B\dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= A_1\dot{I}_1 + C\dot{V}_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.2.7)$$

$\dot{V}_1=0$ とおくと

$$\dot{Z}_{23} = \frac{\dot{V}_{23}}{\dot{I}_3} = \frac{B}{A_1}$$

$\dot{I}_1=0$ とおくと

$$\dot{Z}_{21} = \frac{\dot{V}_{21}}{\dot{I}_1'} = \frac{A_2}{C}$$

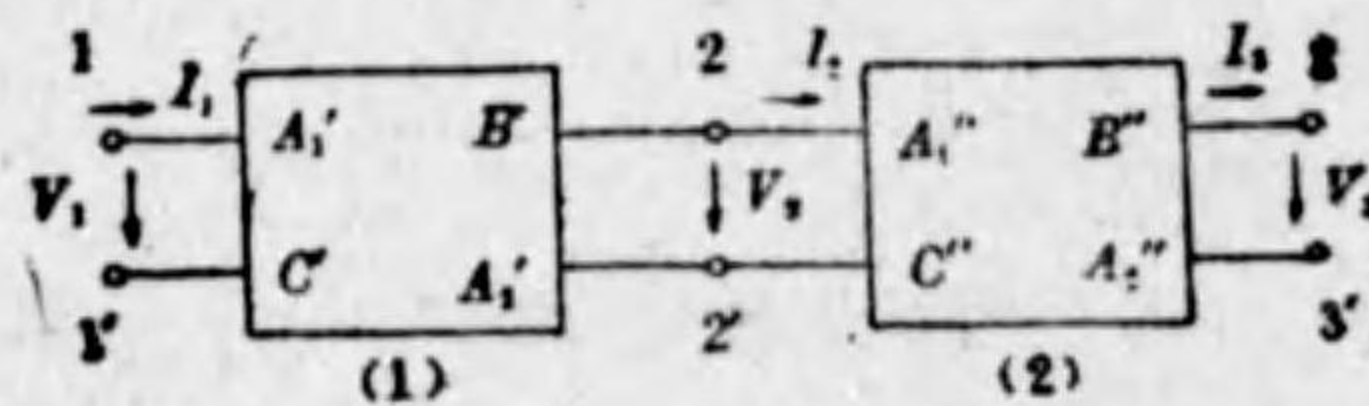
前と同様に

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\pi}{2} \leq \angle \frac{B}{A_1} \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \leq \angle \frac{A_2}{C} \leq \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.2.9)$$

3.3 四端子回路網の一般的接続法

四端子回路網を接続するのに普通次の三方法がある。この場合各回路網と合成回路網間には夫々定つた関係がある。

1) 縦続接続 (Cascade Connection) 第 3.3.1 圖の如き接続法にして各



第 3.3.1 圖

回路網の四定数を夫々 A_1', B_1', C_1', A_2' 及び A_1'', B'', C'', A_2'' とし合成回路の四定数を A_1, B, C, A_2 とする。然る時、第一の回路網に対しては基本方程式より

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= A_1' \dot{V}_2 + B_1' \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_2' \dot{I}_2 + C_1' \dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.1)$$

又第二の回路網に対しては同様に

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= A_1'' \dot{V}_3 + B_1'' \dot{I}_3 \\ \dot{I}_2 &= A_2'' \dot{I}_3 + C_1'' \dot{V}_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.2)$$

上の二組の式から \dot{V}_2 及び \dot{I}_2 を消去すると

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= (A_1' A_1'' + B_1' C_1'') \dot{V}_3 + (A_1' B_1'' + B_1' A_2'') \dot{I}_3 \\ \dot{I}_1 &= (C_1' B_1'' + A_2' A_2'') \dot{I}_3 + (C_1' A_1'' + A_2' C_1'') \dot{V}_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.3)$$

之を

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= A_1 \dot{V}_3 + B \dot{I}_3 \\ \dot{I}_1 &= A_2 \dot{I}_3 + C \dot{V}_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.4)$$

とにおいて (3.3.3) 式と (3.3.4) 式を対照して合成回路の四定数を求めれば

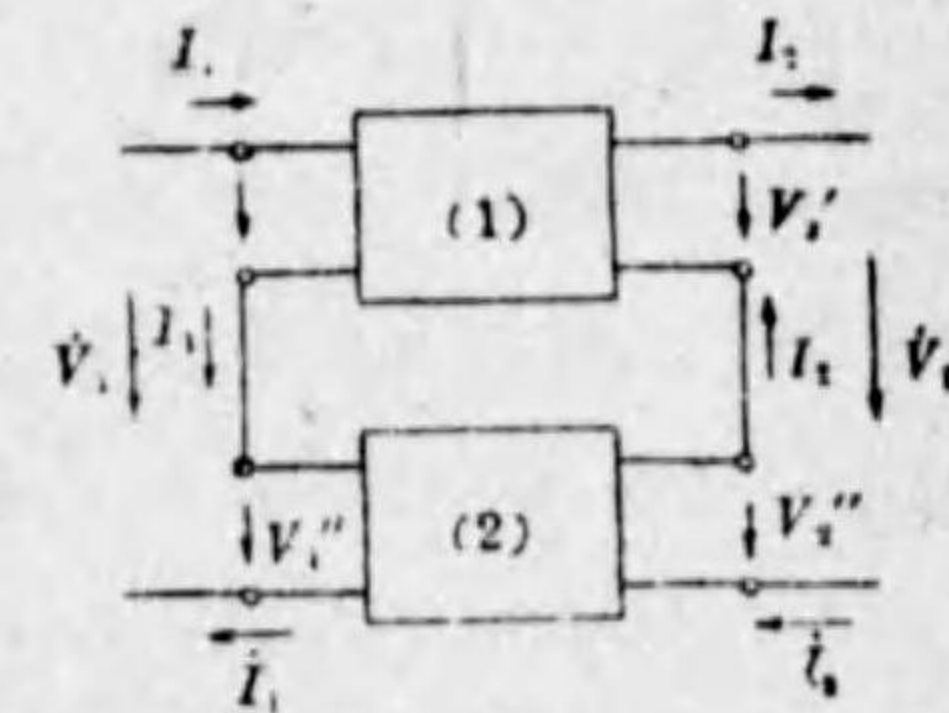
$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_1' A_1'' + B_1' C_1'' \\ A_2 &= C_1' B_1'' + A_2' A_2'' \\ B &= A_1' B_1'' + B_1' A_2'' \\ C &= C_1' A_1'' + A_2' C_1'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.5)$$

従つて (3.3.5) 式から

$$\dot{Z}_1 = \sqrt{\frac{A_1 B}{A_2 C}}, \quad \dot{Z}_2 = \sqrt{\frac{A_2 B}{A_1 C}} \quad \text{及び} \quad \cosh \theta' = \sqrt{A_1 A_2}$$

等に代入して映像インピーダンス及び傳播定数が求められる。本節に述ぶる處の関係は映像インピーダンスが合つて居ない場合に於いても成立する一般関係である。

ii) 直列接続 第 3.3.2 圖の如く直列接続せる場合には四端子回路網の方程式として (3.1.10) 式を使用するのが便利である。即ち第一の回路の \dot{Z} を夫々 $\dot{Z}_{11}', \dot{Z}_{12}', \dot{Z}_{21}', \dot{Z}_{22}'$ 第二の回



第 3.3.2 圖

路の \dot{Z} を $\dot{Z}'_{11}, \dot{Z}'_{12}, \dot{Z}'_{21}, \dot{Z}'_{22}$ にて表はすとすれば

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{V}'_1 + \dot{V}''_1 \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}'_2 + \dot{V}''_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.6)$$

で、電流は各回路につき入力、出力共に相等しき故に (3.1.10) 式より

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}'_1 &= \dot{Z}'_{11}\dot{I}_1 + \dot{Z}'_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{V}'_2 &= -\dot{Z}'_{21}\dot{I}_1 - \dot{Z}'_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}''_1 &= \dot{Z}''_{11}\dot{I}_1 + \dot{Z}''_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{V}''_2 &= -\dot{Z}''_{21}\dot{I}_1 - \dot{Z}''_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.8)$$

従つて (3.3.7) 式及 (3.3.8) 式を加へ併せて

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{V}'_1 + \dot{V}''_1 = (\dot{Z}'_{11} + \dot{Z}''_{11})\dot{I}_1 + (\dot{Z}'_{12} + \dot{Z}''_{12})\dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 &= \dot{V}'_2 + \dot{V}''_2 = -(\dot{Z}'_{21} + \dot{Z}''_{21})\dot{I}_1 - (\dot{Z}'_{22} + \dot{Z}''_{22})\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.9)$$

となる。依つて合成回路の \dot{Z} を $\dot{Z}_{11}, \dot{Z}_{12}, \dot{Z}_{21}, \dot{Z}_{22}$ とし

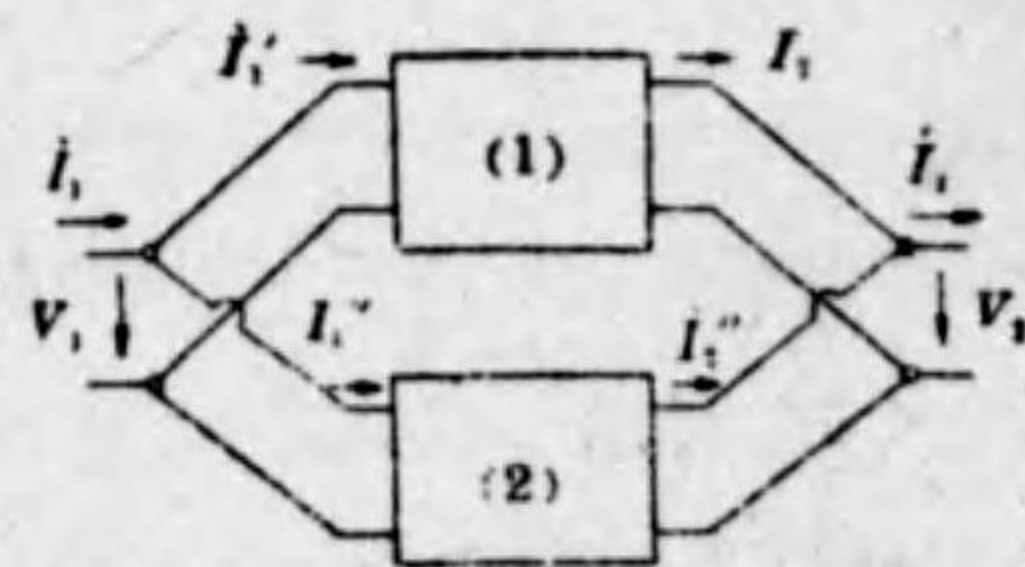
$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{Z}_{11}\dot{I}_1 + \dot{Z}_{12}\dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 &= -\dot{Z}_{21}\dot{I}_1 - \dot{Z}_{22}\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.10)$$

なる式と対照して

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{11} &= \dot{Z}'_{11} + \dot{Z}''_{11} & \dot{Z}_{12} &= \dot{Z}'_{12} + \dot{Z}''_{12} \\ \dot{Z}_{21} &= \dot{Z}'_{21} + \dot{Z}''_{21} & \dot{Z}_{22} &= \dot{Z}'_{22} + \dot{Z}''_{22} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.11)$$

を得る。従つて (3.1.8) 及 (3.1.11) 式より合成四端子網の四定数を求める事が出来る。

iii) 並列接続 これは第 3.3.3 圖の如き接続法にして第一回路及第二回路の (3.1.12) 式に於ける \dot{Y} に相當する値を夫々 $\dot{Y}'_{11}, \dot{Y}'_{12}, \dot{Y}'_{21}, \dot{Y}'_{22}$ 及び $\dot{Y}''_{11}, \dot{Y}''_{12}, \dot{Y}''_{21}, \dot{Y}''_{22}$ とすれば



第 3.3.3 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}'_1 &= \dot{Y}'_{11}\dot{V}_1 - \dot{Y}'_{12}\dot{V}_2 \\ \dot{I}'_2 &= \dot{Y}'_{21}\dot{V}_1 - \dot{Y}'_{22}\dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.12)$$

$$\text{及び} \left. \begin{aligned} \dot{I}''_1 &= \dot{Y}''_{11}\dot{V}_1 - \dot{Y}''_{12}\dot{V}_2 \\ \dot{I}''_2 &= \dot{Y}''_{21}\dot{V}_1 - \dot{Y}''_{22}\dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.13)$$

而して $\dot{I}_1 = \dot{I}'_1 + \dot{I}''_1$, $\dot{I}_2 = \dot{I}'_2 + \dot{I}''_2$ なる事は圖より明らかで (3.3.12), (3.3.13) を相加へて

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}'_1 + \dot{I}''_1 = (\dot{Y}'_{11} + \dot{Y}''_{11})\dot{V}_1 - (\dot{Y}'_{12} + \dot{Y}''_{12})\dot{V}_2 \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}'_2 + \dot{I}''_2 = (\dot{Y}'_{21} + \dot{Y}''_{21})\dot{V}_1 - (\dot{Y}'_{22} + \dot{Y}''_{22})\dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.14)$$

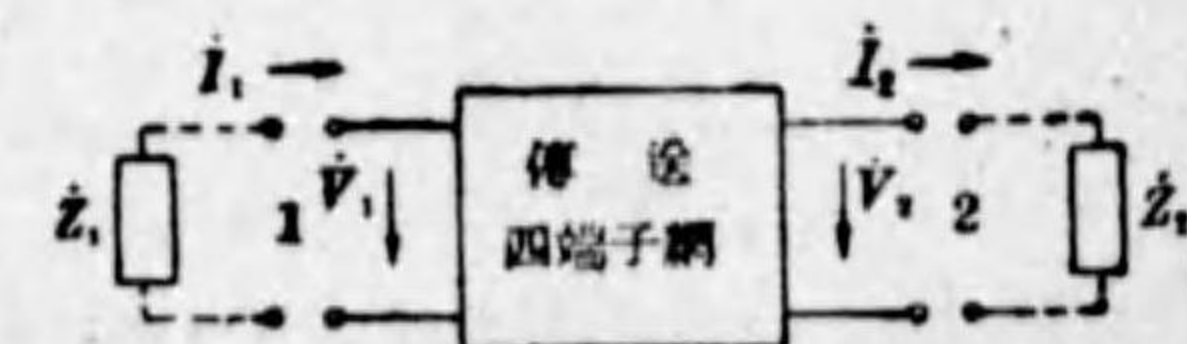
之れより合成回路の \dot{Y} は

$$\left. \begin{aligned} \dot{Y}_{11} &= \dot{Y}'_{11} + \dot{Y}''_{11} & \dot{Y}_{12} &= \dot{Y}'_{12} + \dot{Y}''_{12} \\ \dot{Y}_{21} &= \dot{Y}'_{21} + \dot{Y}''_{21} & \dot{Y}_{22} &= \dot{Y}'_{22} + \dot{Y}''_{22} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3.15)$$

なる事を知る。

3.4 映 像 傳 送

第 3.4.1 圖の如き傳送四端子網の端子 2 へ \dot{Z}_2 なるインピーダンスを接続したる時端子 1 から見たインピーダンスが \dot{Z}_1



第 3.4.1 圖

となり、端子 1 に \dot{Z}_1 なるインピーダンスを接続したる時端子 2 から見たインピーダンスが \dot{Z}_2 となる時、之等 \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 を端子 1, 2 から見た映像インピーダンスといふ。

今第 3.3.1 圖に於いて端子 1, 2 に映像インピーダンスを接続したる時、端子 1, 2 の電壓、電流が圖示の如く $\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dot{I}_1, \dot{I}_2$ となる場合には前の四

端子方程式 (3.1.5) から

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= A_2 \dot{I}_2 + C \dot{V}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.1)$$

なる関係が存在する。

而して今の場合には

$$\dot{V}_2 = \dot{I}_2 \dot{Z}_2$$

なる関係が成立するから (3.4.1) 式は

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \left(A_1 + \frac{B}{\dot{Z}_2} \right) \dot{V}_2 \\ \dot{I}_1 &= (A_2 + C \dot{Z}_2) \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.1')$$

となる。従つて端子 1 から見た入力インピーダンスは

$$\begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 + \frac{B}{\dot{Z}_2}}{A_2 + C \dot{Z}_2} \cdot \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} \\ &= \frac{A_1 + \frac{B}{\dot{Z}_2}}{A_2 + C \dot{Z}_2} \cdot \dot{Z}_2 \\ &= \frac{A_1 \dot{Z}_2 + B}{A_2 + C \dot{Z}_2} \dots\dots\dots (3.4.2) \end{aligned}$$

同様にして端子 2 から見たインピーダンスは

$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{V}_2}{-\dot{I}_2}$$

此處に $-\dot{I}_2$ となつてゐるのは端子 2 から見たインピーダンスを求むる場合には \dot{I}_2 は四端子網の向きを正の方向に取つた場合(第 3.4.2 圖の如く)に

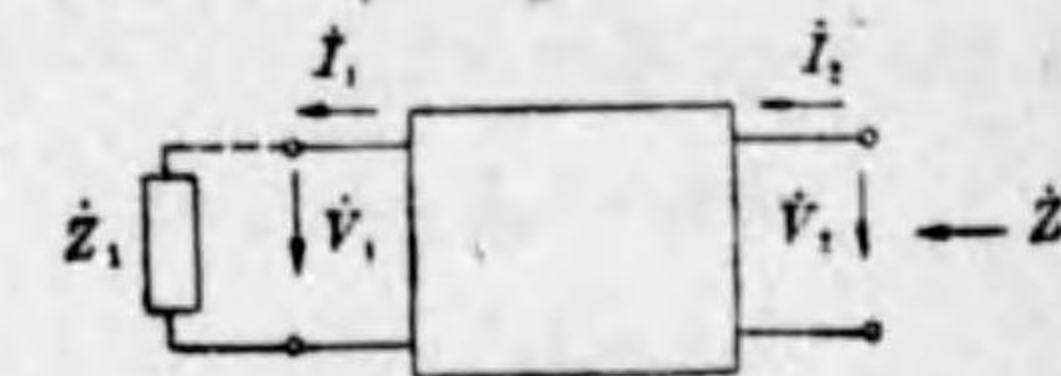
$$\dot{Z}_2 = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} \text{ の式が成立するのであるが此の場合は } \dot{I}_2 \text{ の正の方向が逆にと}$$

つてあるからである。同様の論法で

$$\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \cdot (-\dot{I}_1)$$

なる事も明らかである。

而して (3.1.7) 式より



第 3.4.2 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= A_2 \dot{V}_1 - B \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 &= A_1 \dot{I}_1 - C \dot{V}_1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.3)$$

であるから、之に $\dot{V}_1 = \dot{Z}_1 \cdot (-\dot{I}_1)$ を代入して

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= \left(A_2 + \frac{B}{\dot{Z}_1} \right) \dot{V}_1 \\ \dot{I}_2 &= (A_1 + C \dot{Z}_1) \dot{I}_1 \dots\dots - \dot{I}_2 = (A_1 + C \dot{Z}_1) \cdot (-\dot{I}_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.3')$$

故に

$$\begin{aligned} \dot{Z}_2 &= \frac{\dot{V}_2}{-\dot{I}_2} = \frac{A_2 + \frac{B}{\dot{Z}_1}}{A_1 + C \dot{Z}_1} \cdot \frac{\dot{V}_1}{-\dot{I}_1} \\ &= \frac{A_2 + \frac{B}{\dot{Z}_1}}{A_1 + C \dot{Z}_1} \cdot \dot{Z}_1 \\ &= \frac{A_2 \dot{Z}_1 + B}{A_1 + C \dot{Z}_1} \dots\dots\dots (3.4.4) \end{aligned}$$

此處に於いて \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 は端子 1, 及び 2 から見た入力インピーダンスであると同時に最初的前提から \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 は映像インピーダンスであつた。故に (3.4.2) 式及び (3.4.4) 式は同時に成立すべき物である。其處で此の聯立方程式を解いて \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 を求めて見ると。

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \frac{A_1 \dot{Z}_2 + B}{A_2 + C \dot{Z}_2} \dots\dots\dots (a) \\ \dot{Z}_2 &= \frac{A_2 \dot{Z}_1 + B}{A_1 + C \dot{Z}_1} \dots\dots\dots (b) \end{aligned} \right.$$

(a), (b) 兩式を變形して

$$C\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + A_2\dot{Z}_1 = A_1\dot{Z}_2 + B \dots\dots\dots (c)$$

$$C\dot{Z}_1\dot{Z}_2 + A_1\dot{Z}_2 = A_2\dot{Z}_1 + B \dots\dots\dots (d)$$

(c)-(d) は

$$A_2\dot{Z}_1 - A_1\dot{Z}_2 = A_1\dot{Z}_2 - A_2\dot{Z}_1$$

$$\therefore 2A_2\dot{Z}_1 = 2A_1\dot{Z}_2$$

故に
$$\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{A_1}{A_2} \dots\dots\dots (e)$$

又 (c)+(d) は

$$2C\dot{Z}_1\dot{Z}_2 = 2B$$

$$\therefore \dot{Z}_1\dot{Z}_2 = \frac{B}{C} \dots\dots\dots (f)$$

よつて (e) (f) より

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \pm \sqrt{\frac{A_1 B}{A_2 C}} \\ \dot{Z}_2 &= \pm \sqrt{\frac{A_2 B}{A_1 C}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.5)$$

(3.4.5) より、四端子回路網の四定数が定まると二對の影像インピーダンスが定まる事になる。二對の中何れもが正しい譯であるが、端子 2 のインピーダンスの符號を $+\dot{Z}_2$ と取るか或は $-\dot{Z}_2$ と取るかによつて之れに對應する \dot{Z}_1 の符號が定まる譯で $+\dot{Z}_2$ に對し必ずしも $+\dot{Z}_1$ が對應するとは定まらない。只パツツ回路網の性質として \dot{Z}_2 の實數部が正なるものに対しては \dot{Z}_1 の實數部の正なるものが對應するのである。

次に此の四端子網が影像インピーダンスで終端されてゐる場合の傳送量(之を映像傳送定數といふ)について考察して見る。今此の傳送量を θ とす

れば傳送量の定義から

$$\theta = \log_e \frac{\dot{P}_1}{\dot{P}_2}$$

即ち
$$\theta_1 = \frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} \dots\dots\dots (3.4.6)$$

此處に $\frac{1}{2}$ を附したのは電力比を取つたからである。(3.4.1') に (3.4.5) 式の \dot{Z}_2 の値を入れると

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \left(A_1 + B \sqrt{\frac{A_1 C}{A_2 B}} \right) \dot{V}_2 \\ \dot{I}_1 &= \left(A_2 \pm C \sqrt{\frac{A_2 B}{A_1 C}} \right) \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.7)$$

これより

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} &= \left(A_1 + B \sqrt{\frac{A_1 C}{A_2 B}} \right) \left(A_2 + C \sqrt{\frac{A_2 B}{A_1 C}} \right) \\ &= A_1 A_2 + 2\sqrt{A_1 A_2 B C} + B C \\ &= (\sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{B C})^2 \\ \therefore \theta_1 &= \log_e (\sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{B C}) \dots\dots\dots (3.4.8) \end{aligned}$$

又
$$e^{\theta_1} = \sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{B C} \dots\dots\dots (3.4.8')$$

(3.4.7) 式より

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} (\sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{B C}) \dot{V}_2 \\ &= \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} e^{\theta_1} \dot{V}_2 \\ \dot{I}_1 &= \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} (\sqrt{A_1 A_2} \pm \sqrt{B C}) \dot{I}_2 \end{aligned}$$

$$= \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \cdot e^\theta \cdot \dot{I}_2$$

次に端子 2 から 1 の方へ伝送する場合は (3.4.3') 式から

$$\dot{V}_2 = \left(A_2 + \frac{B}{Z_1} \right) \dot{V}_1$$

$$\dot{I}_2 = (A_1 + CZ_1) \dot{I}_1$$

此の場合は Z_1 の値は \dot{V}_1, \dot{I}_1 の正方向の取り方から前にも述べた如く

$\dot{V}_1 = Z_1 \cdot (-\dot{I}_1)$ となるのであるから Z_1 に負を附すべきである。即ち $-Z_1$

を代入すると

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= \left(A_2 - B \sqrt{\frac{A_2 C}{A_1 B}} \right) \dot{V}_1 \\ \dot{I}_2 &= \left(A_1 - C \sqrt{\frac{A_1 C}{A_2 B}} \right) \dot{I}_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.4.9)$$

$$\therefore \theta_2 = \frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{V}_2 \dot{I}_2}{\dot{V}_1 \dot{I}_1} \dots \dots \dots (3.4.10)$$

$$= \frac{1}{2} \log_e \left(A_2 - B \sqrt{\frac{A_2 C}{A_1 B}} \right) \left(A_1 - C \sqrt{\frac{A_1 C}{A_2 B}} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \log_e (A_1 A_2 - 2\sqrt{A_1 A_2 BC} + BC)$$

$$= \frac{1}{2} \log_e (\sqrt{A_1 A_2} - \sqrt{BC})^2$$

故に $\theta_2 = \log_e (\sqrt{A_1 A_2} - \sqrt{BC}) \dots \dots \dots (3.4.11)$

$$e^{\theta_2} = \sqrt{A_1 A_2} - \sqrt{BC} \dots \dots \dots (3.4.11')$$

而して $\theta_1 = \frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} = -\frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{V}_2 \dot{I}_2}{\dot{V}_1 \dot{I}_1} = -\theta_2 \dots \dots \dots (3.4.12)$

なる関係があるから

$$e^{-\theta_1} = \sqrt{A_1 A_2} - \sqrt{BC} \dots \dots \dots (3.4.13)$$

(3.4.8') 及 (3.4.13) 式から $\theta_1 = \theta$ とおいて

$$\sqrt{A_1 A_2} = \frac{e^\theta + e^{-\theta}}{2} = \cosh \theta \dots \dots \dots (3.4.14)$$

$$\sqrt{BC} = \frac{e^\theta - e^{-\theta}}{2} = \sinh \theta \dots \dots \dots (3.4.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \therefore A_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta \quad \left(\because \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} = \frac{A_1}{A_2} \right) \\ A_2 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \\ B_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{C}} \sinh \theta \quad \left(\because \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 = \frac{B}{C} \right) \\ C &= \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3.4.16)$$

尙端子 1 から見た開放インピーダンスは前節 (3.2.5) 式より

$$\dot{Z}_{1f} = \frac{A_1}{C}$$

此れに (3.4.16) 式を代入すると

$$\dot{Z}_{1f} = \dot{Z} \coth \theta \dots \dots \dots (3.4.17)$$

又短絡インピーダンスは (3.2.2) 式より

$$\dot{Z}_{1s} = \frac{B}{A_2}$$

此れに (3.4.16) 式を代入して

$$\dot{Z}_{1s} = \dot{Z}_1 \tanh \theta \dots \dots \dots (3.4.18)$$

(3.4.17) (3.4.18) 式より

$$\dot{Z}_1 = \sqrt{\dot{Z}_{1f} \dot{Z}_{1s}} \dots \dots \dots (3.4.19)$$

を得。

同様にして

$$\dot{Z}_{2f} = \dot{Z}_2 \coth \theta \dots\dots\dots (3.4.20)$$

$$\dot{Z}_{2s} = \dot{Z}_2 \tanh \theta \dots\dots\dots (3.4.21)$$

$$\therefore \dot{Z}_2 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_{2s}}{\dot{Z}_2}} \dots\dots\dots (3.4.22)$$

(3.4.1) 及 (3.4.3) 式に (3.4.16) 式を代入すると

$$\dot{V}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta \dot{V}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{I}_2 \dots\dots\dots (3.4.23)$$

$$\dot{I}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \dot{I}_2 + \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{V}_2 \dots\dots\dots (3.4.24)$$

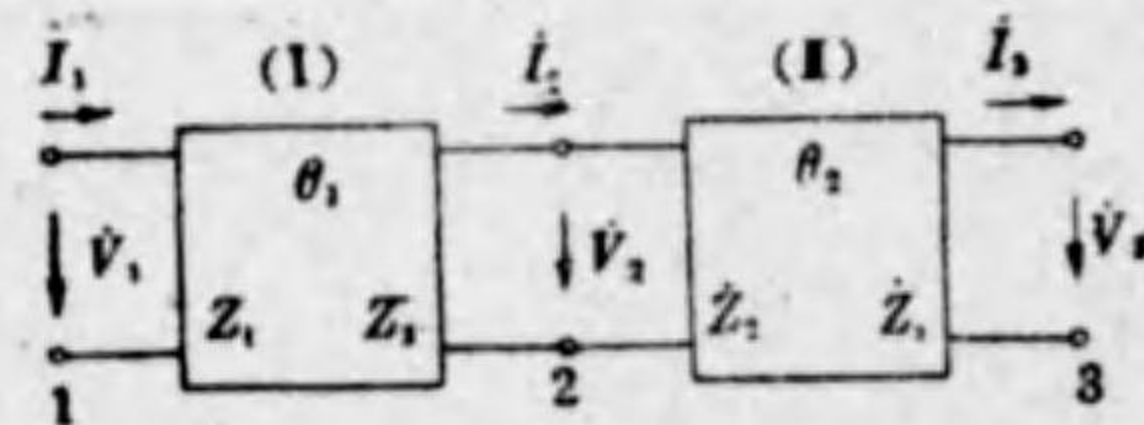
及

$$\dot{V}_2 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \dot{V}_1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{I}_1 \dots\dots\dots (3.4.25)$$

$$\dot{I}_2 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta \dot{I}_1 - \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{V}_1 \dots\dots\dots (3.4.26)$$

を得。

3.5 四端子網の映像接続



第 3.5.1 圖

映像インピーダンスが \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 , 映像伝送定数 θ_1 なる四端子網 (I) と夫等が \dot{Z}_2, \dot{Z}_3 , 及 θ_2 なる四端子網 (II) とを第 3.5.1 圖の如く映像インピーダンスの相等しい端子を接続した場合には

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta_1 \cdot \dot{V}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta_1 \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta_1 \cdot \dot{V}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta_1 \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_2 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_3}} \cosh \theta_2 \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}} \sinh \theta_2 \dot{I}_3 \\ \dot{I}_2 &= \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}} \cosh \theta_2 \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta_2 \dot{I}_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5.2)$$

なる式が成立する。

(3.5.2) の \dot{V}_2, \dot{I}_2 を (3.5.1) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta_1 \left\{ \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_3}} \cosh \theta_2 \cdot \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}} \sinh \theta_2 \dot{I}_3 \right\} \\ &\quad + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta_1 \left\{ \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_2 \dot{Z}_3}} \cosh \theta_2 \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_3}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta_2 \dot{I}_3 \right\} \\ &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta_1 \cdot \cosh \theta_2 \cdot \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_3}} \cosh \theta_1 \cdot \sinh \theta_2 \cdot \dot{I}_3 \\ &\quad + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \sinh \theta_1 \cdot \cosh \theta_2 \cdot \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta_1 \cdot \cosh \theta_2 \cdot \dot{I}_3 \\ &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh (\theta_1 + \theta_2) \cdot \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_3}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_3}} \sinh (\theta_1 + \theta_2) \cdot \dot{I}_3 \end{aligned} \dots\dots\dots (3.5.2)$$

同様にして

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh (\theta_1 + \theta_2) \cdot \dot{V}_3 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cdot \cosh (\theta_1 + \theta_2) \cdot \dot{I}_3 \dots\dots\dots (3.5.3)$$

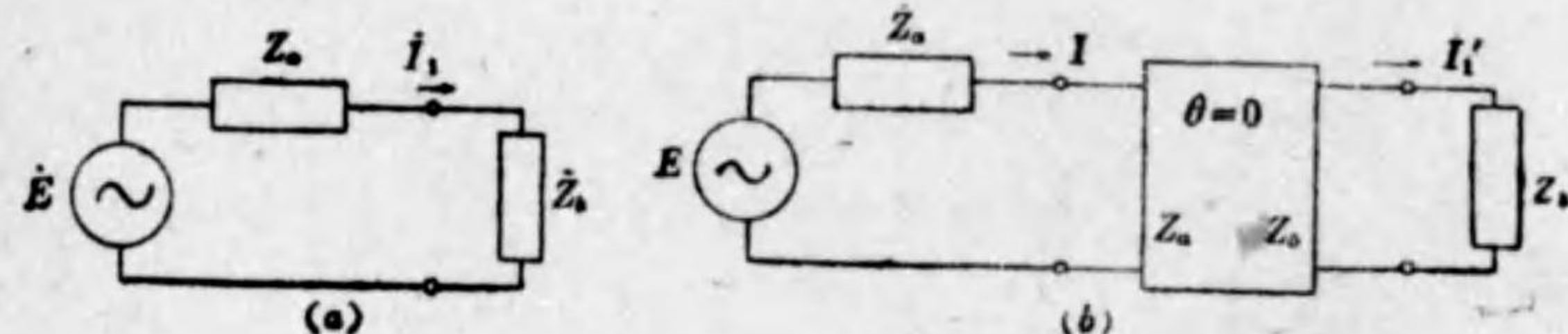
(3.5.2) (3.5.3) を見ると端子 1 から 3 迄の四端子網は \dot{Z}_1, \dot{Z}_3 なる映像インピーダンスを有し $\theta_1 + \theta_2$ なる映像伝送定数を有するものである。斯

くの如く多数の四端子網の映像インピーダンスの相等し端子を順次接続した時出来た四端子網の映像インピーダンスは始端及終端の四端子網の映像インピーダンスに等しく、映像伝送定数は部分四端子網の夫れの和になる。此れが映像パラメーターの特長である。

二つの回路網の相等しい映像インピーダンスを有する端子を接続する事を二つの回路網のインピーダンスを適合、或は整合せしめるといふ。

3.6 反射損失及び反射係数

起電力 \dot{E} 、内部抵抗 \dot{Z}_a を有する回路の送電部から、インピーダンス \dot{Z}_b を有する受電部へ電流が流れる場合は、その値は次の様に與へられる。



第 3.6.1 圖

$$\dot{i}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b} \dots\dots\dots(3.6.1)$$

之は各次々の装置を回路に附加へて行く場合、終端インピーダンスを映像インピーダンスと整合させて、全回路を作り上げた場合に得らるゝ如き状態を示してはゐない。

斯くの如くインピーダンス不整合の状態では負荷に流れる電流と、インピーダンスが整合する時に流れる電流とを最も簡単な方法で比較して見よう。之は第 3.6.1 圖 (a) の如き接続に於いて \dot{Z}_b に実際に流れる電流 \dot{i}_1 とイン

ピーダンス整合の状態を生ずる如く映像インピーダンス \dot{Z}_a 及び \dot{Z}_b を持つた回路を挿入する時に (第 3.6.1 圖 (b) の如く) \dot{Z}_b に流れる電 \dot{I}' との比較を意味する。併し回路の挿入によつて何等他に影響を及ぼさぬこととし、又減衰定数及び位相定数を含む傳播定数 θ は零でなければならぬ。

理想的の概念を取扱ふのであるから、斯かる回路網が實際構成されやうがされまいがそれは重要なことではない。

第 3.6.1 圖 (b) の回路網の入力電流 \dot{I}' は

$$\dot{I}' = \frac{\dot{E}}{2\dot{Z}_a} \dots\dots\dots(3.6.2)$$

である。(3.4.24) 式より $\theta=0$, $\dot{Z}_1=\dot{Z}_a$, $\dot{Z}_2=\dot{Z}_b$,

$$\dot{I}' = \sqrt{\frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a}} \dot{I}_1 \dots\dots\dots(3.6.3)$$

(3.6.2) (3.6.3) 式より

$$\dot{I}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}} \times \frac{\dot{E}}{2\dot{Z}_a} \dots\dots\dots(3.6.4)$$

となり、実際に流れる電流と理想的回路網挿入の場合流れる電流との比は

(3.6.1) (3.6.4) 式より

$$K_{12} = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}'} = \frac{2\sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b} \dots\dots\dots(3.6.5)$$

この K_{12} を \dot{Z}_a 及び \dot{Z}_b の反射係数と呼ばれる。この名は \dot{Z}_a と \dot{Z}_b との如きインピーダンスの不同が反射現象を生ずる事から起つたものであり、歪の少ない伝送系の場合には鋭い反射を生ずることがある。反射係数の大いさは、傳播定数、映像インピーダンス \dot{Z}_a 及び \dot{Z}_b なる理想的回路網を挿入した場合の傳送と比較して、 \dot{Z}_a 及び \dot{Z}_b の接続に於ける能率の度量となる。之は普通傳送損失に相當し、反射損失と呼ばれる。併し多くの場合に實際利

得となる事があり、斯かる利得は反射利得と呼ばれる。任意の二つのインピーダンス向の反射損失をデシベルで表はすと

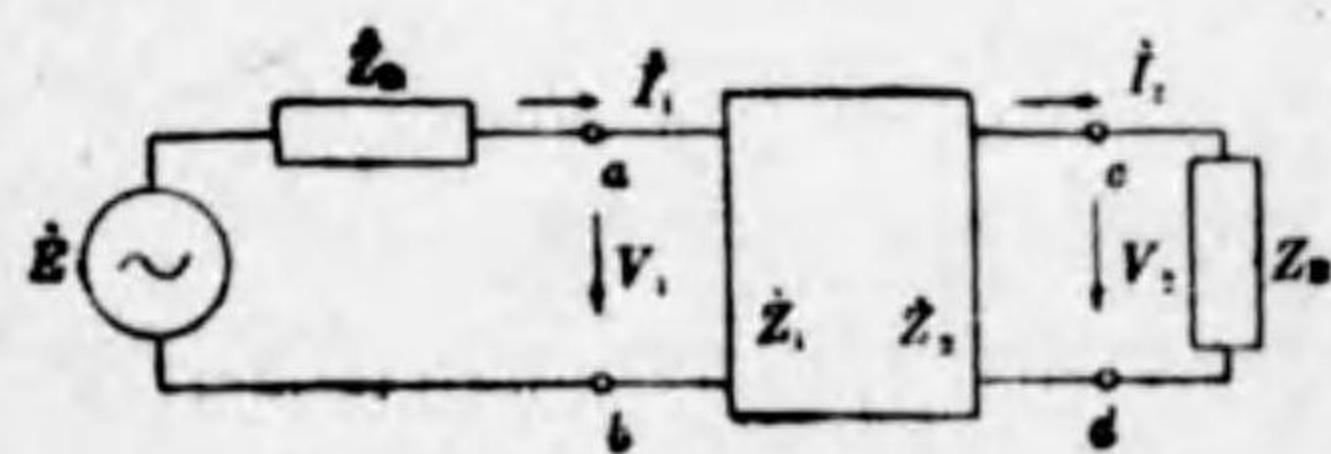
$$N_{dB} = 20 \log_{10} \left| \frac{\dot{I}_1'}{\dot{I}_1} \right| = 20 \log_{10} \left| \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}{\sqrt{4\dot{Z}_a\dot{Z}_b}} \right| \dots\dots\dots (3.6.6)$$

或はネーバーで表はすと

$$N_{nep} = \log_e \left| \frac{\dot{I}_1'}{\dot{I}_1} \right| = \log_e \left| \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}{\sqrt{4\dot{Z}_a\dot{Z}_b}} \right| \dots\dots\dots (3.6.7)$$

である。

3.7 相互インピーダンス



第 3.7.1 圖

第 3.7.1 圖の如く映像インピーダンス \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 、映像伝送量 θ なる伝送回路網に電源インピーダンス \dot{Z}_s 、起電力 \dot{E} なる送端部を接続し受端側に \dot{Z}_R なる負

荷を接続したる時の \dot{E} と受端電流 \dot{I}_2 との関係を求めんとする。今その時の電圧、電流の分布状態が上圖の如くであつたとすれば $\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dot{I}_1, \dot{I}_2$ 間には四端子方程式から (3.4.23) (3.4.24) 式より

$$\dot{V}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta \dot{V}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \dot{I}_2 + \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{V}_2$$

即ち
$$\dot{V}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \{ \cosh \theta \dot{V}_2 + \dot{Z}_2 \sinh \theta \dot{I}_2 \}$$

$$\dot{I}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \{ \cosh \theta \dot{I}_2 + \dot{Z}_2 \sinh \theta \dot{V}_2 \}$$

又 $\dot{V}_2 = \dot{I}_2 \dot{Z}_R$ であるから

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \{ \dot{Z}_R \cosh \theta + \dot{Z}_2 \sinh \theta \} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \left\{ \cosh \theta + \frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_2} \sinh \theta \right\} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.7.1)$$

扱て $\dot{V}_1 = \dot{E} - \dot{Z}_s \dot{I}_1$

$$= \dot{E} - \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \left\{ \dot{Z}_s \cosh \theta + \frac{\dot{Z}_s \dot{Z}_R}{\dot{Z}_2} \sinh \theta \right\} \dot{I}_2 \dots (3.7.2)$$

(3.7.2) 式を (3.7.1) 式に代入すると

$$\begin{aligned} \dot{E} &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \left\{ \dot{Z}_s \cosh \theta + \frac{\dot{Z}_s \dot{Z}_R}{\dot{Z}_2} \sinh \theta \right\} \dot{I}_2 \\ &\quad + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \{ \dot{Z}_R \cosh \theta + \dot{Z}_2 \sinh \theta \} \dot{I}_2 \\ &= \dot{I}_2 \left\{ \left(\sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \dot{Z}_s + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \dot{Z}_R \right) \cosh \theta \right. \\ &\quad \left. + \left(\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_s \dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \right) \sinh \theta \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\dot{E}}{\dot{I}_2} &= \left\{ \left(\sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \dot{Z}_s + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \dot{Z}_R \right) \cosh \theta \right. \\ &\quad \left. + \left(\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_s \dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \right) \sinh \theta \right\} \\ &= \dot{Z}_m \end{aligned}$$

この $\frac{\dot{E}}{\dot{I}_2} = \dot{Z}_m$ を相互インピーダンスといふ。

\dot{Z}_m は更に變形して

$$\begin{aligned} \dot{Z}_m &= \left(\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \right) (\cosh \theta + \sinh \theta) \\ &\quad - \frac{(\dot{Z}_S - \dot{Z}_1)(\dot{Z}_R - \dot{Z}_2)}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \cosh \theta \\ &= \left(\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \right) e^\theta - \frac{(\dot{Z}_S - \dot{Z}_1)(\dot{Z}_R - \dot{Z}_2)}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \cosh \theta \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(3.7.3)$$

今若し $\dot{Z}_S = \dot{Z}_1, \dot{Z}_R = \dot{Z}_2$ とすると

$$\dot{Z}_m = 2\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \cdot e^\theta$$

即ち $\frac{\dot{E}}{2\dot{I}_2} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2} = \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \cdot e^\theta \dots\dots\dots(3.7.4)$

($\because \dot{V}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_S + \dot{Z}_1} \dot{Z}_1$ に於いて $\dot{Z}_S = \dot{Z}_1$ なる故 $\dot{V}_1 = \frac{\dot{E}}{2}$)

$\therefore \dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \cdot e^{-\theta} \dots\dots\dots(3.7.5)$

これは影像インピーダンスで終端され、反射のない理想的な状態の電圧、電流の關係を示す。

(3.7.3) 式を書き直して

$$\begin{aligned} \dot{Z}_m &= \left(\sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \dot{Z}_R + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \dot{Z}_S \right) \cosh \theta \\ &\quad + \left(\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} + \frac{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \right) \sinh \theta \\ &= \frac{1}{2\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \{ (\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 + \dot{Z}_1 \dot{Z}_R + \dot{Z}_2 \dot{Z}_S + \dot{Z}_S \dot{Z}_R) e^\theta \\ &\quad + (\dot{Z}_1 \dot{Z}_R + \dot{Z}_2 \dot{Z}_S - \dot{Z}_2 \dot{Z}_R - \dot{Z}_S \dot{Z}_1) e^{-\theta} \} \\ &= \frac{e^\theta}{2\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \{ (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R) - (\dot{Z}_1 - \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_R) e^{-2\theta} \} \end{aligned}$$

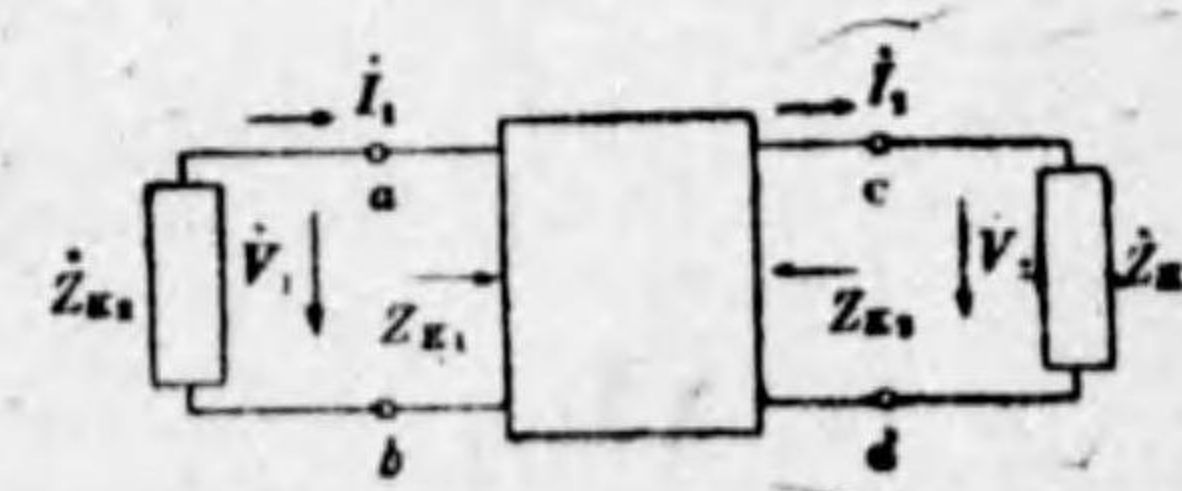
$$\begin{aligned} &= \frac{e^\theta}{2\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} (\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R) \\ &\quad \left\{ 1 - e^{-2\theta} \frac{(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_R)}{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R)} \right\} \dots\dots\dots(3.7.6) \end{aligned}$$

即ち
$$\begin{aligned} \dot{I}_2 &= \frac{E \cdot e^{-\theta} \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R) \left\{ 1 - e^{-2\theta} \frac{(\dot{Z}_1 - \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_R)}{(\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S)(\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R)} \right\}} \\ &= \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_S + \dot{Z}_R} \cdot \frac{\dot{Z}_S + \dot{Z}_R}{\sqrt{4\dot{Z}_S \dot{Z}_R}} \cdot \frac{\sqrt{4\dot{Z}_S \dot{Z}_1}}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S} \cdot \frac{\sqrt{4\dot{Z}_R \dot{Z}_2}}{\dot{Z}_R + \dot{Z}_2} \cdot e^{-\theta} \\ &\quad \times \frac{1}{1 - \frac{\dot{Z}_1 - \dot{Z}_S}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S} \cdot \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_R}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R} \cdot e^{-2\theta}} \dots\dots\dots(3.7.7) \end{aligned}$$

(3.7.7) 式は四端子回路の電流分布に関する重要な式で第一項は四端子回路を入れずに直接 \dot{Z}_R を接続した時の電流を示す、後に述べる挿入減衰量の比較系となるべきものである。第二項は \dot{Z}_S と \dot{Z}_R とが相等しくない爲に生じたる反射を示し第三項、第四項は回路とインピーダンス適合の程度を示す反射損失、第五項は回路網の傳播定數、第六項は送電端、受電端の反射の送電端への影響を示す項である。

3.8 反復パラメーター

第3.8.1圖に於いて cd 端子に \dot{Z}_{k1} なるインピーダンスを接続した時 a, b から見たインピーダンスが \dot{Z}_{k1} に等しく端子 ab に \dot{Z}_{k2} を接続した時 cd から見たインピーダンスが \dot{Z}_{k2} なる時此の $\dot{Z}_{k1}, \dot{Z}_{k2}$ を反復インピ



第3.8.1圖

ーダンスといふ。

今斯くの如き状態の電圧、電流分布を上圖の如しとせば

$$\dot{V}_1 = A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = A_2 \dot{I}_2 + C \dot{V}_2$$

故に
$$\dot{Z}_{k1} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2}{A_2 \dot{I}_2 + C \dot{V}_2} = \frac{A_1 \dot{Z}_{k1} + B}{A_2 + C \dot{Z}_{k1}} \dots\dots\dots (3.8.1)$$

$$(\because \dot{V}_2 = \dot{I}_2 \dot{Z}_{k1})$$

同様に
$$\dot{Z}_{k2} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \frac{A_2 \dot{Z}_{k2} + B}{A_1 + C \dot{Z}_{k2}} \dots\dots\dots (3.8.2)$$

(3.8.1) 式より

$$C \dot{Z}_{k1}^2 + (A_2 - A_1) \dot{Z}_{k1} - B = 0$$

故に
$$\dot{Z}_{k1} = \frac{1}{2C} \{ (A_1 - A_2) \pm \sqrt{(A_1 - A_2)^2 + 4BC} \} \dots\dots (3.8.3)$$

(3.8.2) 式より

$$\dot{Z}_{k2} = \frac{1}{2C} \{ (A_2 - A_1) \pm \sqrt{(A_2 - A_1)^2 + 4BC} \} \dots\dots\dots (3.8.4)$$

第 3.8.1 圖の定義により $ab \rightarrow cd$ の向きのインピーダンスは \dot{Z}_{k1}

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \dot{Z}_{k1}$$

又 $\frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \dot{Z}_{k1}$ であるから

$$\frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \dot{Z}_{k1} \dots\dots\dots (3.8.5)$$

更に
$$\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_1} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \dots$$

之れを

$$= e^{-\gamma} \dots\dots\dots (3.8.5')$$

とすると γ を反復傳播量といふ。

尚ほ四端子網の四定數との關係を求むるに

$$\dot{V}_1 = A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2$$

$$= \left(A_1 + B \frac{1}{\dot{Z}_{k1}} \right) \dot{V}_2 = \left(A_1 + \frac{B}{\dot{Z}_{k1}} \right) \dot{V}_1 e^{-\gamma}$$

$$\therefore \gamma = \log_e \left(A_1 + \frac{B}{\dot{Z}_{k1}} \right) = \log_e \frac{A_1 \dot{Z}_{k1} + B}{\dot{Z}_{k1}} \\ = \log_e (C \dot{Z}_{k1} + A_2) \dots\dots\dots (3.8.6)$$

之れを (3.8.3) に代入すると

$$\gamma = \log_e \left\{ \frac{1}{2} [A_1 + A_2 \pm \sqrt{(A_1 - A_2)^2 + 4BC}] \right\} \\ = \log_e \left\{ \frac{A_1 + A_2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A_1 + A_2}{2} \right)^2 - 1} \right\} \\ = \pm \cosh^{-1} \frac{A_1 + A_2}{2}$$

3.9 傳送量の種類

1) 影像傳送量(四端子傳送量) $g = \beta + ja$

第 4 節に於いて述べた如く送端及受端を夫々の影像インピーダンスにて終端した場合の皮相電力比で興へられ

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} = \ln \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} - \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} = \beta + ja \dots\dots (3.9.1)$$

従つて減衰量

$$\beta = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} \right| = \ln \left| \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \right| - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} \right| \dots\dots (3.9.1')$$

四端子網の一般式 (3.4.23) 式に $\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_2}{\dot{Z}_2}$ を代入すると

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \{ \dot{V}_2 \cos \theta + \dot{I}_2 \dot{Z}_2 \sinh \theta \} \\ &= \dot{V}_2 \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} e^\theta \dots \dots \dots (3.9.2) \end{aligned}$$

(3.9.2) 式を (3.9.1') 式に代入すると

$$\begin{aligned} \beta &= \ln \left| \frac{\dot{V}_2 \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} e^\theta}{\dot{V}_2} \right| - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} \right| \\ &= \ln \left| \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \right| + \ln |e^\theta| - \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} \right| \\ &= \ln |e^\theta| = \theta \text{ の実数部} \dots \dots \dots (3.9.3) \end{aligned}$$

即ち皮相電力を以て定義された β は一般式から與へられ四端子定数の實数部に相當する。

ii) 反復伝送量 $g_k = \beta_k + ja_k$

送受電端を反復インピーダンスにて終端せる場合の皮相電力比で與へられ反復インピーダンスの定義から (第 3 章第 8 節参照)

$$\begin{aligned} g_k &= \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{Z}_{k1}}{\dot{Z}_{k2}} = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \\ &= \ln e^\gamma \text{ (3.8.5') 式参照} \dots \dots \dots (3.9.4) \end{aligned}$$

従つて

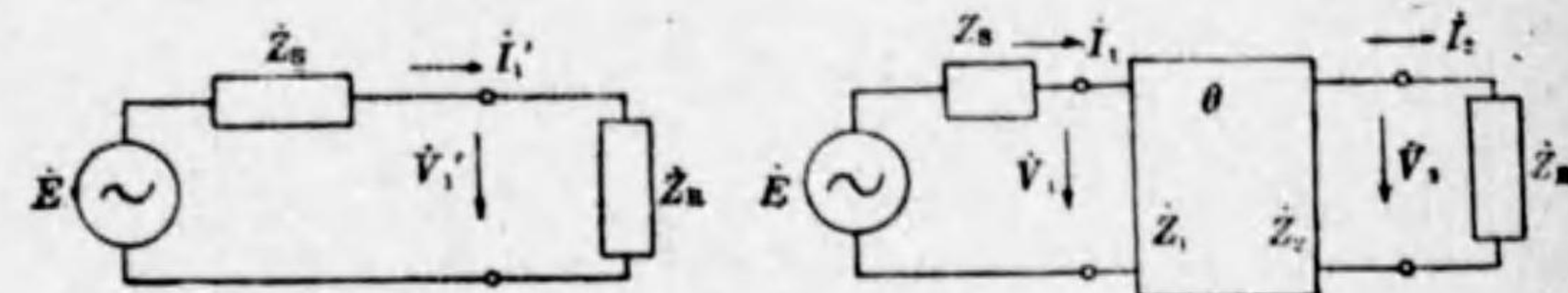
$$\beta_k = \ln \left| \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \right| = \ln |e^\gamma| = \gamma \text{ の實数部} \dots \dots \dots (3.9.4')$$

即ち反復傳播定数 γ の實数部に相當する。

iii) 挿入伝送量 $g_s = \beta_s + ja_s$

第 3.9.1 圖に示す如く比較系として送端側に直接受端インピーダンス \dot{Z}_R を接続した場合の電流 \dot{I}_1 を取り、之れと四端子回路を挿入した時の受端電

流 \dot{I}_2 (傳送系) と比較し、兩者の比により求められるものである。



比較系 傳送系

第 3.9.1 圖

$$g_s = \ln \frac{\dot{I}_1'}{\dot{I}_2} \dots \dots \dots (3.9.5)$$

先づ $\dot{I}_1' = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_s + \dot{Z}_R} \dots \dots \dots (3.9.6)$

傳送系に於いて (3.4.23) (3.4.24) 参照

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{E} - \dot{Z}_s \dot{I}_1 \\ \dot{V}_1 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cos \theta \cdot \dot{V}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{V}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cos \theta \dot{I}_2 \\ \dot{V}_2 &= \dot{Z}_R \dot{I}_2 \end{aligned} \dots \dots \dots (3.9.7)$$

(3.9.7) から \dot{E} と \dot{I}_2 の關係を求めるために

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dot{I}_2 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \cdot \dot{I}_2 \\ \therefore \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 \frac{1}{\frac{\dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta} \\ &= \frac{\dot{E} - \dot{V}_1}{\dot{Z}_s} \cdot \frac{1}{\frac{\dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta} \end{aligned}$$

$$= \frac{\dot{E} - \left\{ \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cos \theta \dot{Z}_R + \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \sinh \theta \right\} \dot{I}_2}{\dot{Z}_S \left\{ \frac{\dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \right\}}$$

$$\therefore \left[\dot{Z}_S \left\{ \frac{\dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \right\} + \left\{ \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta \cdot \dot{Z}_R + \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \sinh \theta \right\} \right] \dot{I}_2 = \dot{E}$$

$$\left[\cosh \theta \left\{ \dot{Z}_S \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} + \dot{Z}_R \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \right\} + \sinh \theta \left\{ \frac{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} + \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \sinh \theta \right\} \right] \dot{I}_2 = \dot{E}$$

$$\therefore \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}}{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R} \left\{ \left(\sqrt{\frac{\dot{Z}_S}{\dot{Z}_R}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} + \sqrt{\frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_S}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \right) \cosh \theta + \left(\frac{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} + \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}} \right) \sinh \theta \right\}} \quad (3.9.8)$$

(3.9.5) (3.9.6) (3.9.8) を組合せると

$$\dot{g}_S = \ln \frac{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\dot{Z}_S + \dot{Z}_R} \left\{ \left(\sqrt{\frac{\dot{Z}_S}{\dot{Z}_R}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} + \sqrt{\frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_S}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \right) \cosh \theta + \left(\frac{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} + \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}} \right) \sinh \theta \right\} \quad (3.9.9)$$

\dot{g}_S は \dot{Z}_S, \dot{Z}_R 及び回路網の定数によつて定まる伝送量である。

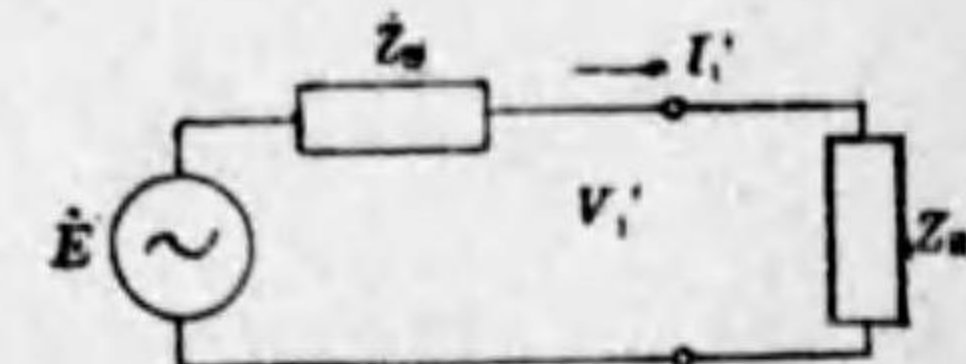
$$\dot{\beta}_S = \ln \frac{\dot{I}_1'}{\dot{I}_2} \quad \text{ネーパ}$$

を求めればよい。

又 \dot{I}_2 を求むるに前に相互インピーダンスの所で計算した (3.5.7) 式を使用してもよい。

iv) 動作伝送量 $\dot{g}_B = \beta_B + j\alpha_B$

比較系は第 3.9.2 圖の如く送端インピーダンスに等しいインピーダンス



比較系

第 3.9.2 圖

を直接接続せる時の皮相電力を取り傳送系は第 3.7.1 圖の傳送系に於ける

受端皮相電力を取り、其等の比で求められる。即ち

$$\dot{g}_B = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{V}_1' \dot{I}_1'}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} \quad (3.9.10)$$

定義により

$$\dot{I}_1' = \frac{\dot{E}}{2\dot{Z}_S} \quad \dot{V}_1' = \frac{\dot{E}}{2} \quad \dot{V}_1' \dot{I}_1' = \frac{\dot{E}^2}{4\dot{Z}_S} \quad (3.9.11)$$

従つて (3.9.10) 式は

$$\dot{g}_B = \frac{1}{2} \ln \frac{\frac{\dot{E}^2}{4\dot{Z}_S}}{\frac{\dot{V}_2^2}{\dot{Z}_R}} \quad (3.9.12)$$

$$= \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{E}^2}{\dot{I}_2^2 \dot{Z}_R}$$

先の (3.9.8) 式を利用すると

$$\dot{g}_B = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{\dot{E}^2}{\dot{E}^2} \cdot \frac{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}{4\dot{Z}_S \dot{Z}_R} * \left\{ \left(\sqrt{\frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_S}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} + \sqrt{\frac{\dot{Z}_S}{\dot{Z}_R}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \right) \cosh \theta + \left(\frac{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} + \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}} \right) \sinh \theta \right\}^2 \right]$$

$$= \ln \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{\frac{\dot{Z}_S}{\dot{Z}_R}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} + \sqrt{\frac{\dot{Z}_R}{\dot{Z}_S}} \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \right\} \cosh \theta$$

$$+ \left(\frac{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} + \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}} \right) \sinh \theta \dots \dots \dots (3.9.13)$$

(3.9.9) 式と比較すると $\frac{2\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\dot{Z}_S + \dot{Z}_R}$ 丈相違してゐる。

即ち
$$\frac{\dot{g}_S}{\dot{g}_R} = \frac{2\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_R}}{\dot{Z}_S + \dot{Z}_R}$$

故に前の第 7 節の計算式より推察すると

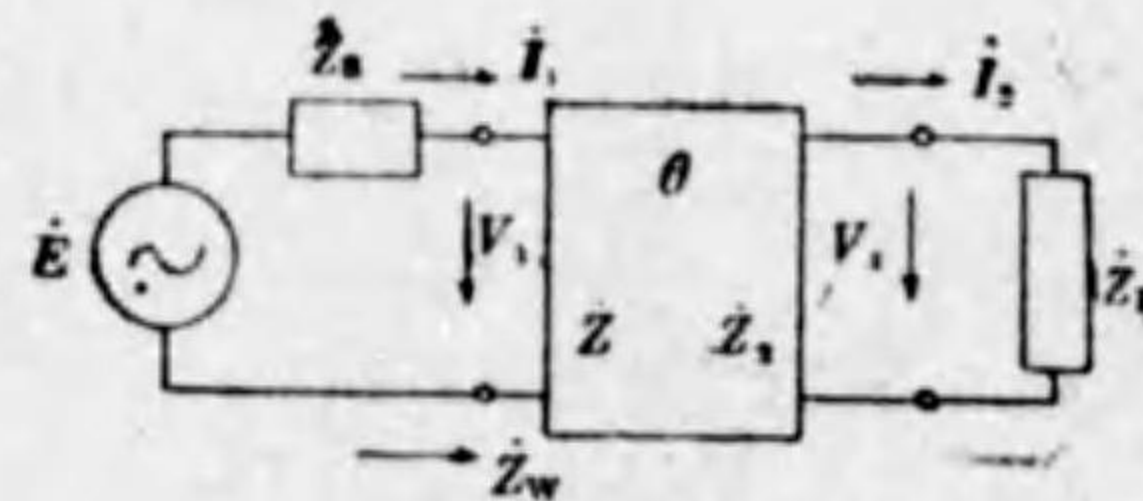
$$\dot{g}_R = \theta + \ln \frac{\dot{Z}_S + \dot{Z}_1}{2\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_1}} + \ln \frac{\dot{Z}_R + \dot{Z}_2}{2\sqrt{\dot{Z}_R \dot{Z}_2}}$$

$$+ \ln \left[1 - \frac{\dot{Z}_1 - \dot{Z}_S}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S} \cdot \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_R}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R} \cdot \epsilon^{-2\theta} \right] \dots \dots \dots (3.9.14)$$

傳送量として第一項は影像傳送量(四端子傳送量)第二項は \dot{Z}_S と \dot{Z}_1 の反射損失, 第三項は \dot{Z}_R と \dot{Z}_2 との反射損失, 第四は受端反射の送端反射の項で相互作用損失と云はれる。

v) 傳送傳送量 $\dot{g}_v = \beta_v + j\alpha_v$

第 3.9.3 圖に示す如く, 四端子回路網の入力に與へられる皮相電力と負荷に與へられる皮相電力との比で定義される傳送量をいひ,



第 3.9.3 圖

$$\dot{g}_v = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2}$$

$$\dot{V}_1 = \dot{I}_1 \dot{Z}_W \quad (\dot{Z}_W \text{ は受端に } \dot{Z}_R \text{ を接続した時の四端子網入力インピーダンス})$$

及び
$$\dot{V}_2 = \dot{I}_2 \dot{Z}_R$$

を利用して

$$\dot{g}_v = \ln \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} + \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{Z}_W}{\dot{Z}_R}$$

にて表はされ四端子方程式を用ひて

$$\dot{g}_v = \theta + \ln \frac{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S}{2\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_S}} + \ln \frac{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R}{2\sqrt{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R}}$$

$$+ \ln \left(1 - \frac{\dot{Z}_1 - \dot{Z}_S}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_S} \cdot \frac{\dot{Z}_2 - \dot{Z}_R}{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_R} \cdot \epsilon^{-2\theta} \right)$$

$$- \ln \frac{\dot{Z}_S + \dot{Z}_W}{2\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_W}} \dots \dots \dots (3.9.15)$$

を得。(各自必ず自修の事)

最後に之等の相互関係を見るに

$$\dot{g}_v = \theta + \ln \frac{\dot{Z}_W + \dot{Z}_2}{2\sqrt{\dot{Z}_W \dot{Z}_2}} - \ln \frac{\dot{Z}_R + \dot{Z}_2}{2\sqrt{\dot{Z}_R \dot{Z}_2}}$$

$$\dot{g}_R = \dot{g}_v + \ln \frac{\dot{Z}_W + \dot{Z}_S}{2\sqrt{\dot{Z}_W \dot{Z}_S}}$$

$$\dot{g}_S = \dot{g}_R - \ln \frac{\dot{Z}_R + \dot{Z}_S}{2\sqrt{\dot{Z}_R \dot{Z}_S}}$$

次に $\dot{Z}_R = \dot{Z}_2$ なる時は $\dot{Z}_W = \dot{Z}_1$ となり

$$\dot{g}_v = \theta$$

$$\dot{g}_R = \dot{g}_v + \ln \frac{\dot{Z}_S + \dot{Z}_1}{2\sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_1}}$$

$$\dot{g}_S = \dot{g}_R - \ln \frac{\dot{Z}_2 + \dot{Z}_S}{2\sqrt{\dot{Z}_2 \dot{Z}_S}}$$

第 4 章 基本型四端子網の構成

第 3 章に於いて述べた重要な式を拾つて見ると

$$\begin{cases} \dot{V}_1 = A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 = A_2 \dot{I}_2 + C \dot{V}_2 \end{cases} \dots\dots (4. a)$$

$$A_1 A_2 - BC = 1$$

$$\cosh \theta = \sqrt{A_1 A_2}$$

$$\sinh \theta = \sqrt{BC}$$

$$\tanh \theta = \sqrt{\frac{BC}{A_1 A_2}}$$

$$e^\theta = \sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{BC} = \sqrt{A_1 A_2} + \sqrt{1 - A_1 A_2}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \ln(A_1 + C \dot{Z}_1)(A_2 + C \dot{Z}_2)$$

$$\dot{Z}_1 = \pm \sqrt{\frac{BA_1}{CA_2}} \dots\dots (4. c)$$

$$\dot{Z}_2 = \pm \sqrt{\frac{BA_2}{CA_1}} \dots\dots (4. c)$$

$$\tanh \theta = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \dots\dots (4. d)$$

$$\dot{Z}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2 \dot{Z}_1}{\dot{Z}_2 \dot{Z}_1}} \dots\dots (4. d)$$

$$\dot{Z}_2 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \dots\dots (4. d)$$

$$A_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta$$

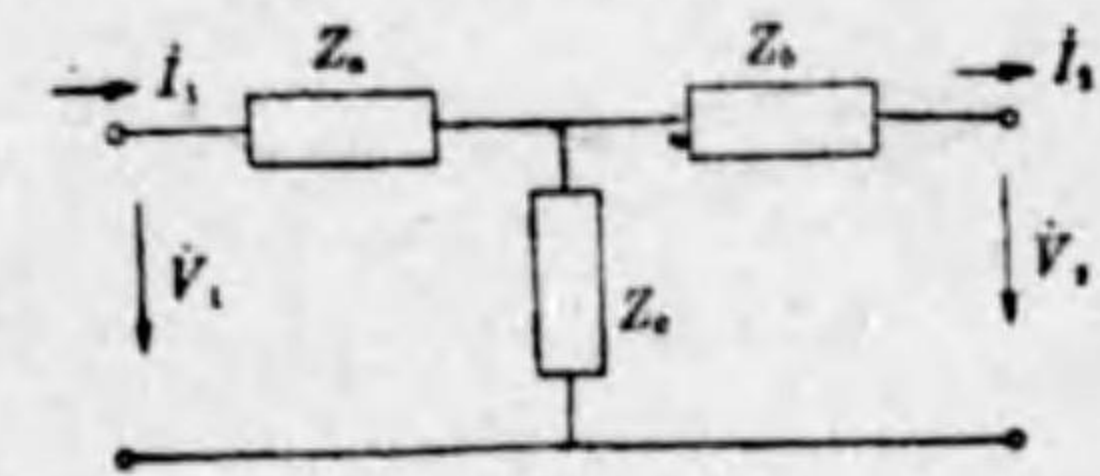
$$A_2 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta$$

$$B = \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \sinh \theta$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \sinh \theta \dots\dots (4. e)$$

4.1 T 型回路

右圖の如き T 型回路は次の π 型回路と共に極めて應用の廣い重要な回路である。第 4.1.1 圖に於いてキルヒホッフの法則を適用して



第 4.1.1 圖

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{V}_2 + \dot{Z}_a \dot{I}_2 + \dot{Z}_c \left(\frac{\dot{V}_2 + \dot{Z}_b \dot{I}_2}{\dot{Z}_c} + \dot{I}_2 \right) \\ &= \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \right) \dot{V}_2 + \left(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{\dot{Z}_c} \right) \dot{I}_2 \dots\dots (4.1.1) \end{aligned}$$

$$\text{又 } \dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{V}_2 + \dot{Z}_b \dot{I}_2}{\dot{Z}_c} = \left(1 + \frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_c} \right) \dot{I}_2 + \frac{1}{\dot{Z}_c} \dot{V}_2 \dots\dots (4.1.2)$$

(4.1.1) (4.1.2) 式を (4. a) 式と比較して

$$\begin{cases} A_1 = 1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} & A_2 = 1 + \frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_c} \\ B = \dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{\dot{Z}_c} & C = \frac{1}{\dot{Z}_c} \end{cases} \dots\dots (4.1.3)$$

尚 (4.1.3) 式より

$$A_1 A_2 - BC = 1$$

なる事が分る。

又 (4. b) (4. c) に (4.1.3) 式を入れると

$$\theta = \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_c} + \frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_c} \right) \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} + \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_c} \right) \dots\dots (4.1.4)$$

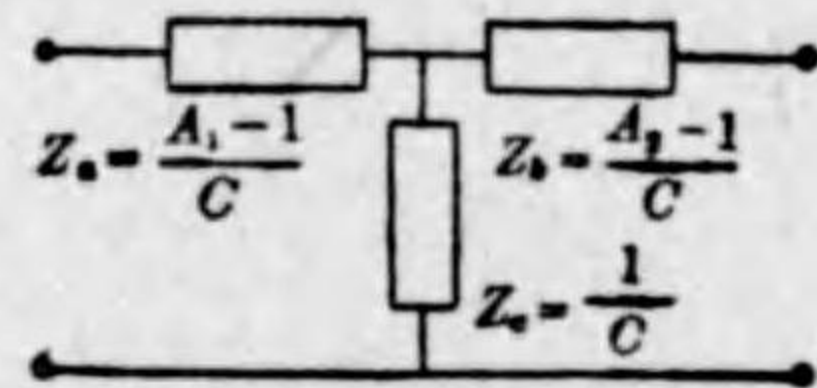
$$\text{又 } \theta = \cosh^{-1} \left[\left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \right) \left(1 + \frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_c} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots (4.1.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \sqrt{\frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)(\dot{Z}_c \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a)}{(\dot{Z}_b + \dot{Z}_c)}} \\ \dot{Z}_2 &= \sqrt{\frac{(\dot{Z}_b + \dot{Z}_c)(\dot{Z}_c \dot{Z}_b + \dot{Z}_b \dot{Z}_c + \dot{Z}_c \dot{Z}_a)}{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1.6)$$

逆に四定数により $\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$ を表はすと (8.1.3) 式より

$$\dot{Z}_a = \frac{A_1 - 1}{C}, \quad \dot{Z}_b = \frac{A_2 - 1}{C}, \quad \dot{Z}_c = \frac{1}{C} \quad \dots\dots\dots (4.1.7)$$

よつて四定数が與へられると等價 T 型回路として第 4.1.2 圖を得る。(4.e) 式により影像パラメータ $\theta, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ が與へられると (4.1.7) 式に代入して



第 4.1.2 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \frac{\dot{Z}_1}{\tanh \theta} - \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sinh \theta} \\ \dot{Z}_b &= \frac{\dot{Z}_2}{\tanh \theta} - \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sinh \theta} \\ \dot{Z}_c &= \frac{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}}{\sinh \theta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1.8)$$

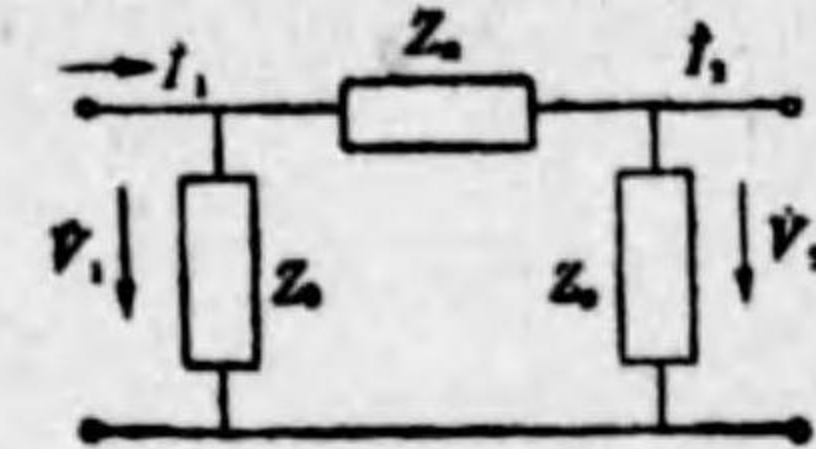
對稱形では即ち $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b$ の時は

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 &= \dot{Z}_a (\dot{Z}_a + 2\dot{Z}_c) \\ \theta &= \ln \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} + \frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_c} \right) \\ \theta &= \cosh^{-1} \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1.9)$$

4.2 π 型回路

第 4.2.1 圖に於いて

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{V}_2 + \dot{Z}_a \left(\dot{I}_2 + \frac{\dot{V}_2}{\dot{Z}_c} \right) \\ &= \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} \right) \dot{V}_2 + \dot{Z}_a \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + \frac{\dot{V}_2}{\dot{Z}_c} + \frac{\dot{V}_1}{\dot{Z}_b} \\ &= \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} \right) \dot{I}_2 + \left(\frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c} \right) \dot{V}_2 \end{aligned}$$



第 4.2.1 圖

(4.a) と比較して

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c}, & A_2 &= 1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} \\ \beta &= \dot{Z}_a, & C &= \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.1)$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \dot{Z}_b \sqrt{\frac{\dot{Z}_a (\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)}{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c)}} \\ \dot{Z}_2 &= \dot{Z}_c \sqrt{\frac{\dot{Z}_a (\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)}{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c)}} \\ \theta &= \frac{1}{2} \ln \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c} \dot{Z}_1 \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.2)$$

$$\left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_c} + \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c} \dot{Z}_1 \right) \dots\dots\dots (4.2.3)$$

或は $\theta = \cosh^{-1} \sqrt{\frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c}} \dots\dots\dots (4.2.4)$

又逆に四定数が與へられると

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= B \\ \dot{Z}_b &= \frac{B}{A_2 - 1} \\ \dot{Z}_c &= \frac{B}{A_1 - 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.5)$$

映像パラメータ $\theta, \dot{Z}_1, \dot{Z}_2$ が與へられる (4.2.5) 式より

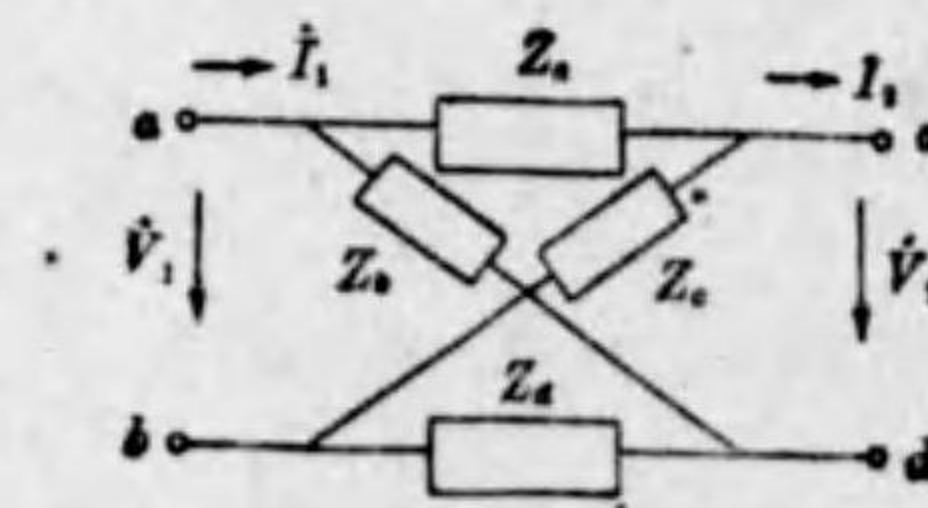
$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2} \sinh \theta \\ \dot{Z}_b &= \frac{\dot{Z}_{01}}{\coth \theta - \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2} \frac{1}{\sinh \theta}}} \\ \dot{Z}_c &= \frac{\dot{Z}_{02}}{\coth \theta - \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1} \frac{1}{\sinh \theta}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.2.6)$$

又對稱形なる時即ち $Z_b = Z_c$ の時は

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \dot{Z}_2 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b^2}{\dot{Z}_a + 2\dot{Z}_b}} \\ \theta &= \ln \left\{ 1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} + \frac{\dot{Z}_a + 2\dot{Z}_b}{\dot{Z}_b^2} \dot{Z}_1 \right\} \\ \text{或は} \quad \theta &= \cosh^{-1} \left(1 + \frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.2.7)$$

4.3 格子型回路

第 4.3.1 圖の回路を格子型回路と云ひカウエルの回路網理論の基礎となつた回路で T 型, π 型等の梯子型に對立する重要な回路である, 圖に於いて $\dot{V}_1 \dot{I}_1, \dot{V}_2 \dot{I}_2$ の關係を求めると「キ



第 4.3.1 圖

ルヒホッフ」の法則より計算し \dot{V}_1 を \dot{V}_2, \dot{I}_2 , \dot{I}_1 を \dot{V}_2, \dot{I}_2 にて表す式を求めよ。而して

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)(\dot{Z}_b + \dot{Z}_d)}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c - \dot{Z}_a \dot{Z}_d} \\ A_2 &= \frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d)}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c - \dot{Z}_a \dot{Z}_d} \\ B &= \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_c (\dot{Z}_b + \dot{Z}_d) + \dot{Z}_b \dot{Z}_d (\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c - \dot{Z}_a \dot{Z}_d} \\ C &= \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c + \dot{Z}_d}{\dot{Z}_b \dot{Z}_c - \dot{Z}_a \dot{Z}_d} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.3.1)$$

依つて

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \sqrt{\frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_c)(\dot{Z}_b + \dot{Z}_d) \{ \dot{Z}_a \dot{Z}_c (\dot{Z}_b + \dot{Z}_d) + \dot{Z}_b \dot{Z}_d (\dot{Z}_a + \dot{Z}_c) \}}{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d)(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c + \dot{Z}_d)}} \\ \dot{Z}_2 &= \sqrt{\frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d) \{ \dot{Z}_a \dot{Z}_c (\dot{Z}_b + \dot{Z}_d) + \dot{Z}_b \dot{Z}_d (\dot{Z}_a + \dot{Z}_c) \}}{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d)(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c + \dot{Z}_d)}} \\ \theta &= \frac{1}{2} \ln \frac{\{ (\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d) + (\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c + \dot{Z}_d) \dot{Z}_1 \} *}{(\dot{Z}_b \dot{Z}_c - \dot{Z}_a \dot{Z}_d)^2} + \frac{\{ (\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d) + (\dot{Z}_a + \dot{Z}_b + \dot{Z}_c + \dot{Z}_d) \}}{\dots\dots\dots(4.3.2)} \end{aligned} \right\}$$

又は $\theta = \cosh^{-1} \sqrt{\frac{(\dot{Z}_a + \dot{Z}_b)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d)(\dot{Z}_b + \dot{Z}_d)(\dot{Z}_c + \dot{Z}_d)}{(\dot{Z}_b \dot{Z}_c - \dot{Z}_a \dot{Z}_d)^2}}$

若し $\dot{Z}_a = \dot{Z}_1, \dot{Z}_b = \dot{Z}_c$ なる時即ち對稱なる場合は

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_2 = \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}{\dot{Z}_b - \dot{Z}_a} \\ B &= \frac{2\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{\dot{Z}_b - \dot{Z}_a} \\ C &= \frac{2}{\dot{Z}_b - \dot{Z}_a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.3.3)$$

$\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b} \dots\dots\dots(4.3.4)$

$$\theta = \ln \left\{ \frac{\dot{Z}_b + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_b - \dot{Z}_c} + \frac{2\dot{Z}_1}{\dot{Z}_b - \dot{Z}_a} \right\} \dots\dots\dots (4.3.5)$$

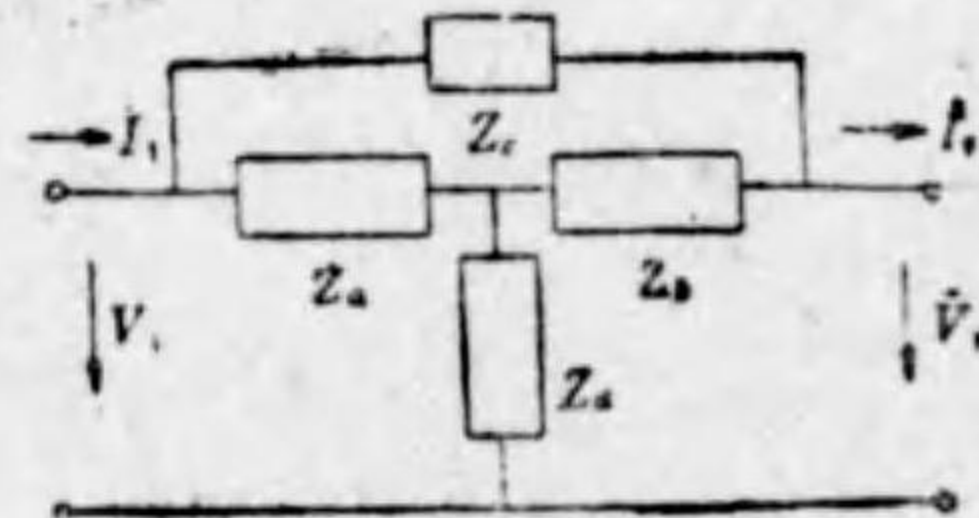
又は $\theta = \cosh^{-1} \frac{\dot{Z}_b + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_b - \dot{Z}_a}$

又は $\tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\cosh \theta - 1}{\cosh \theta + 1}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_a}} \dots\dots\dots (4.3.6)$

(4.3.4) (4.3.6) 式に見る如く此の格子型の特徴は映像インピーダンスは $\dot{Z}_a \dot{Z}_b$ の積、傳播定数は夫等の商で與へられる所にある。

4.4 橋絡 T 型回路

第 4.4.1 圖の回路を橋絡 T 型回路といふ。 $\dot{V}_1, \dot{I}_1, \dot{V}_2, \dot{I}_2$ の關係を求めると回路の四定數として



第 4.4.1 圖

$$\left. \begin{aligned} A_1 = A_2 &= 1 + \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{\dot{Z}_c (2\dot{Z}_a + \dot{Z}_c) + \dot{Z}_c^2} \\ B &= \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b (2\dot{Z}_b + \dot{Z}_c)}{\dot{Z}_c (2\dot{Z}_a + \dot{Z}_c) + \dot{Z}_c^2} \\ C &= \frac{2\dot{Z}_a + \dot{Z}_c}{\dot{Z}_c (2\dot{Z}_a + \dot{Z}_c) + \dot{Z}_c^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.4.1)$$

依つて

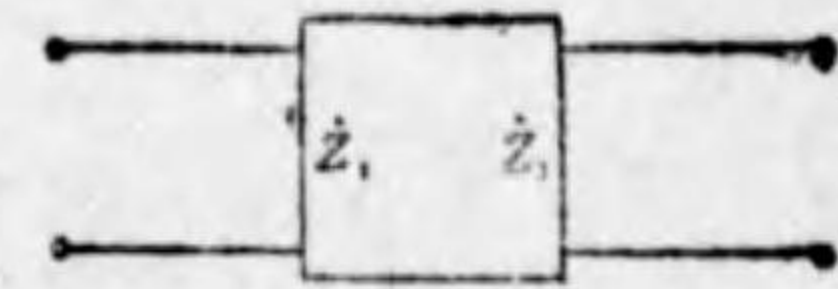
$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b (\dot{Z}_a + 2\dot{Z}_c)}{2\dot{Z}_a + \dot{Z}_c}} \\ \theta &= \cosh^{-1} \left(1 + \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{\dot{Z}_c (2\dot{Z}_a + \dot{Z}_c) + \dot{Z}_c^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.4.2)$$

4.5 二等分定理

第 4.5.1 圖に於いて $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2$

従つて $A_1 = A_2, \dot{Z}_{1S} = \dot{Z}_{2S}$

$\dot{Z}_{1I} = \dot{Z}_{2I}$ なる時この回路を對稱回路と云ふ。



第 4.5.1 圖

第 4.5.2 圖の回路を見ると明

らかに $\dot{Z}_{1S} = \dot{Z}_{2S}, \dot{Z}_{1I} = \dot{Z}_{2I}$ であ

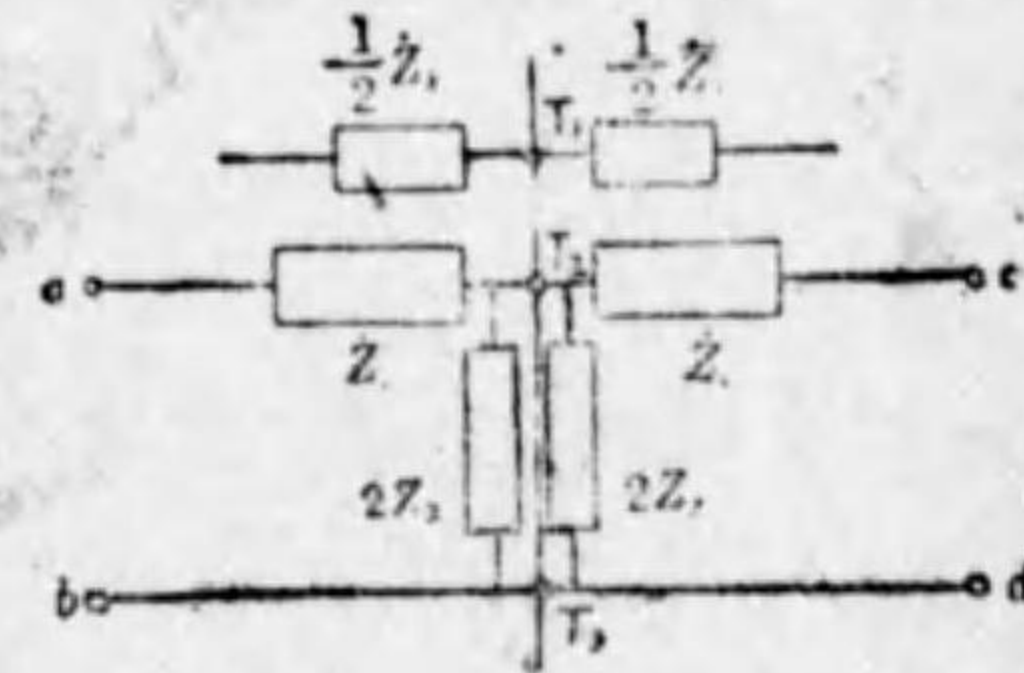
り、更に此の回路は T_1, T_2, T_3

を軸として ab, cd が重なる様に

折り返へすと各の素子は相對應す

る部分が全部重ねられる。此の様

な回路を軸對稱回路といふ。



第 4.5.2 圖

第 4.5.1 圖に於いて傳播定數を $\frac{\theta}{2}$ とすると(3.3.17) (3.3.18) 式より

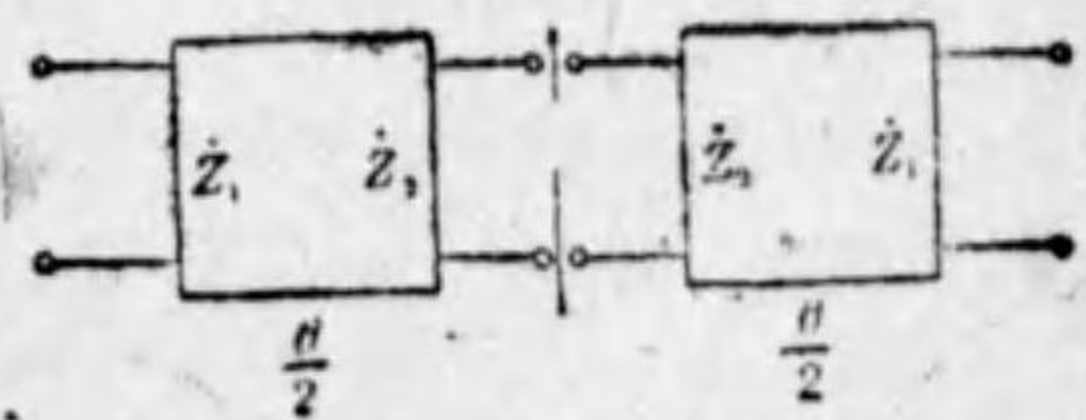
$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{1I} &= \dot{Z}_1 \coth \frac{\theta}{2} \\ \dot{Z}_{1S} &= \dot{Z}_1 \tanh \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.1)$$

此の様な回路を軸對稱に接続すると(第 4.5.3 圖の如く)映像接続であるから合成回路の傳播定數は

$$-\frac{\theta}{2} + \frac{\theta}{2} = \theta$$

となり、映像インピーダンスは \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 なる對稱回路となる。

逆に第 4.5.3 圖の如き軸對



第 4.5.3 圖

稱の四端子網があれば、全体の θ を考へる必要なく半分の第 4.5.1 圖を考へ Z_1 及び $\frac{\theta}{2}$ を求めれば第 4.5.3 圖の特性を知る事が出来る。即ち (4.5.1) 式から直ちに

$$Z_1 = \sqrt{Z_{11} Z_{22}}$$

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{Z_{12}}{Z_{11}}}$$

となり、半分の回路から全体の特性を知り得るのである。之を二等分定理といふ。

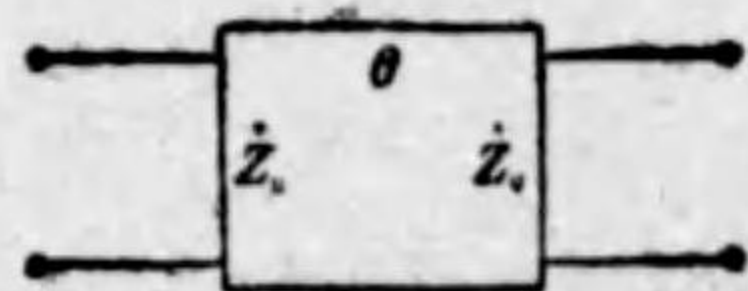
4.6 等價回路網

四端子回路網の傳播特性は獨立した三つの定數、即ち送受端影像インピーダンス及傳送定數を以て之を完全に表はす事が出来る。即ち傳播特性等の三定數によつて決定せられるものである。従つて二つの四端子網が等價なる事は之等の傳播特性が等しい事であるから夫々の影像インピーダンス及傳送定數が等しければ良い事となる。

扱て四端子網の影像インピーダンス及傳送定數は其の回路の送受端に於ける開放及短絡インピーダンスから計算出来るものであるから、(第 3 章 3 節 参照) 結局四端子回路網の傳播特性が等價なる爲には夫等の回路網の開放及短絡インピーダンスが相等しければ良い事となる。

1) 軸對稱四端子回路 → 格子型回路

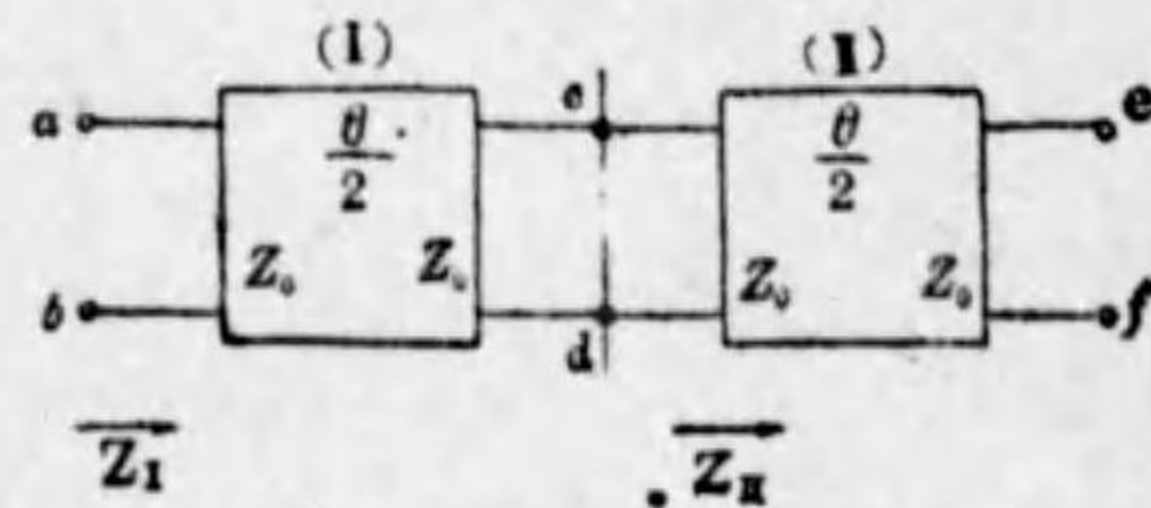
第 4.5.1 圖の回路を $[Z_0, \theta, Z_0]$ の軸對稱回路とすれば此の回路は次の様に考へる事が出来る。



第 4.5.1 圖

$$[Z_0, \theta, Z_0] = \left[Z_0, \frac{\theta}{2}, Z_0 \right] + \left[Z_0, \frac{\theta}{2}, Z_0 \right]$$

第 4.5.2 圖に於いて ab よりの Z_{11} を求める事を考へると先づ cd から見た第 II 回路の ef を短絡した入力インピーダンス Z_{11} を求め然る後 cd 端



第 4.5.2 圖

に Z_{11} が接続された時の ab から見た入力インピーダンスを求めればよい。

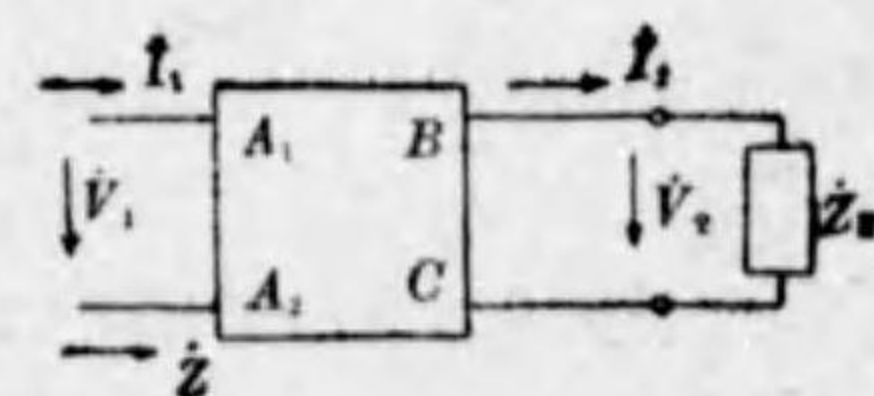
$$Z_{11} = Z_0 \tanh \frac{\theta}{2} \dots \dots \dots (4.6.1)$$

従つて

$$Z_{11} = \frac{AZ_0 \tanh \frac{\theta}{2} + B}{A + CZ_0 \tanh \frac{\theta}{2}} \dots \dots \dots (4.5.2)$$

終端を Z_R で終端した場合には

$$V_2 = I_2 Z_R$$



之を上式に入れて

$$V_1 = (A_1 Z_R + B) I_2$$

$$I_1 = (A_2 + C Z_R) I_2$$

故に此の時の入力インピーダンスは

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A_1 Z_R + B}{A_2 + C Z_R} \dots \dots \dots (4.5.2')$$

(4.5.2) 式の場合は對稱四端子網であるから $A_1 = A_2 = A$

$$\left. \begin{aligned} \text{而して } A &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_o}{\dot{Z}_o}} \cosh \frac{\theta}{2} = \cosh \frac{\theta}{2} \dots\dots\dots \\ B &= \sqrt{\dot{Z}_o \dot{Z}_o} \sinh \frac{\theta}{2} = \dot{Z}_o \cosh \frac{\theta}{2} \\ C &= \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_o \dot{Z}_o}} \sinh \frac{\theta}{2} = \frac{1}{\dot{Z}_o} \sinh \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.3)$$

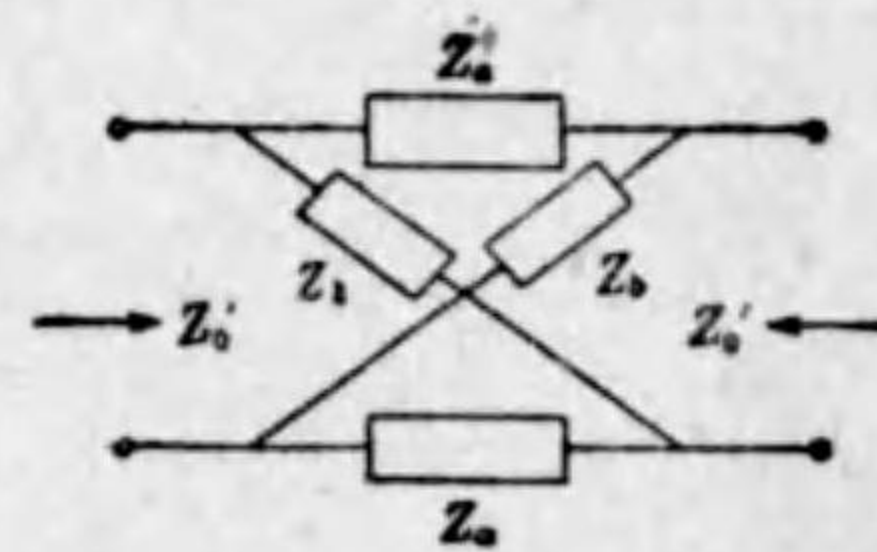
(4.5.3) 式を (4.5.2) 式へ代入して

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{1s} &= \frac{(\cosh \frac{\theta}{2} \tanh \frac{\theta}{2} + \sinh \frac{\theta}{2}) \dot{Z}_o}{\cosh \frac{\theta}{2} + \tanh \frac{\theta}{2} \sinh \frac{\theta}{2}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{\dot{Z}_o \tanh \frac{\theta}{2}} + \frac{1}{\dot{Z}_o \coth \frac{\theta}{2}}} = \dot{Z}_o \tanh \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.4)$$

同様にして

$$\dot{Z}_{1f} = \frac{1}{2} (\tanh \frac{\theta}{2} + \coth \frac{\theta}{2}) \dot{Z}_o = \dot{Z}_o \coth \frac{\theta}{2}$$

第 4.5.3 圖の様な格子型回路で映像インピーダンス \dot{Z}_o' , 傳播定數 θ' とすると



第 4.5.3 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{os}' &= \frac{2}{\frac{1}{\dot{Z}_a} + \frac{1}{\dot{Z}_b}} \\ \dot{Z}_{of}' &= \frac{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_o' &= \sqrt{\dot{Z}_{os}' \dot{Z}_{of}'} \\ \tanh \theta' &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_{os}'}{\dot{Z}_{of}'}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.6)$$

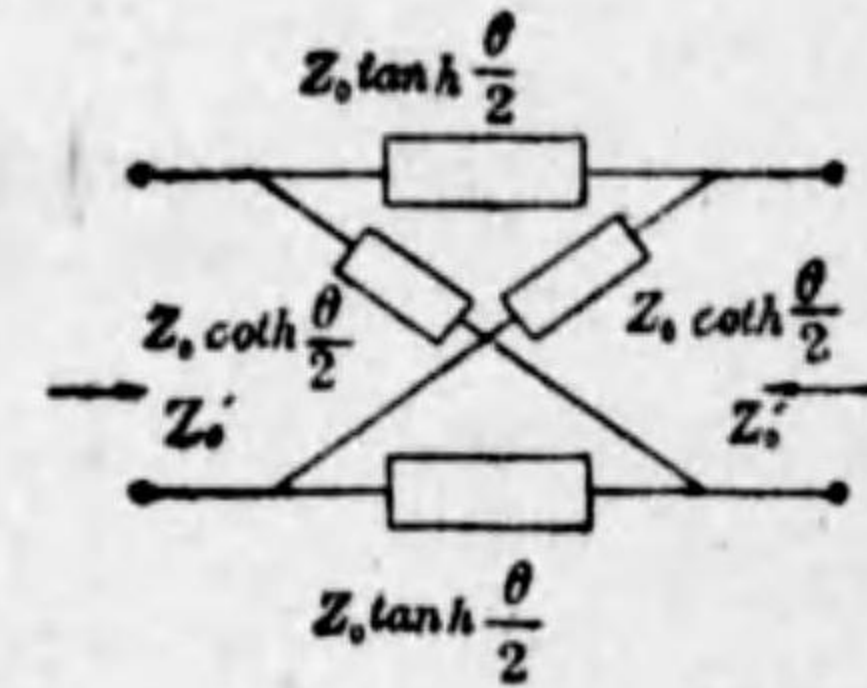
(4.5.4) 式と (4.5.5) 式を比較して

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{1s} &= \dot{Z}_{os}' \\ \text{より } \dot{Z}_{1f} &= \dot{Z}_{of}' \\ \dot{Z}_a &= \dot{Z}_o \tanh \frac{\theta}{2} \\ \dot{Z}_b &= \dot{Z}_o \coth \frac{\theta}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.7)$$

と置けば第 4.5.3 圖は第 4.5.1 圖と等價となる。

即ち第 4.5.3' 圖を得る。

(4.5.4) (4.5.6) (4.5.7) 式より



第 4.5.3' 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_o' &= \dot{Z}_o \\ \tanh \theta' &= \tanh \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.8)$$

即ち $\theta = \theta'$

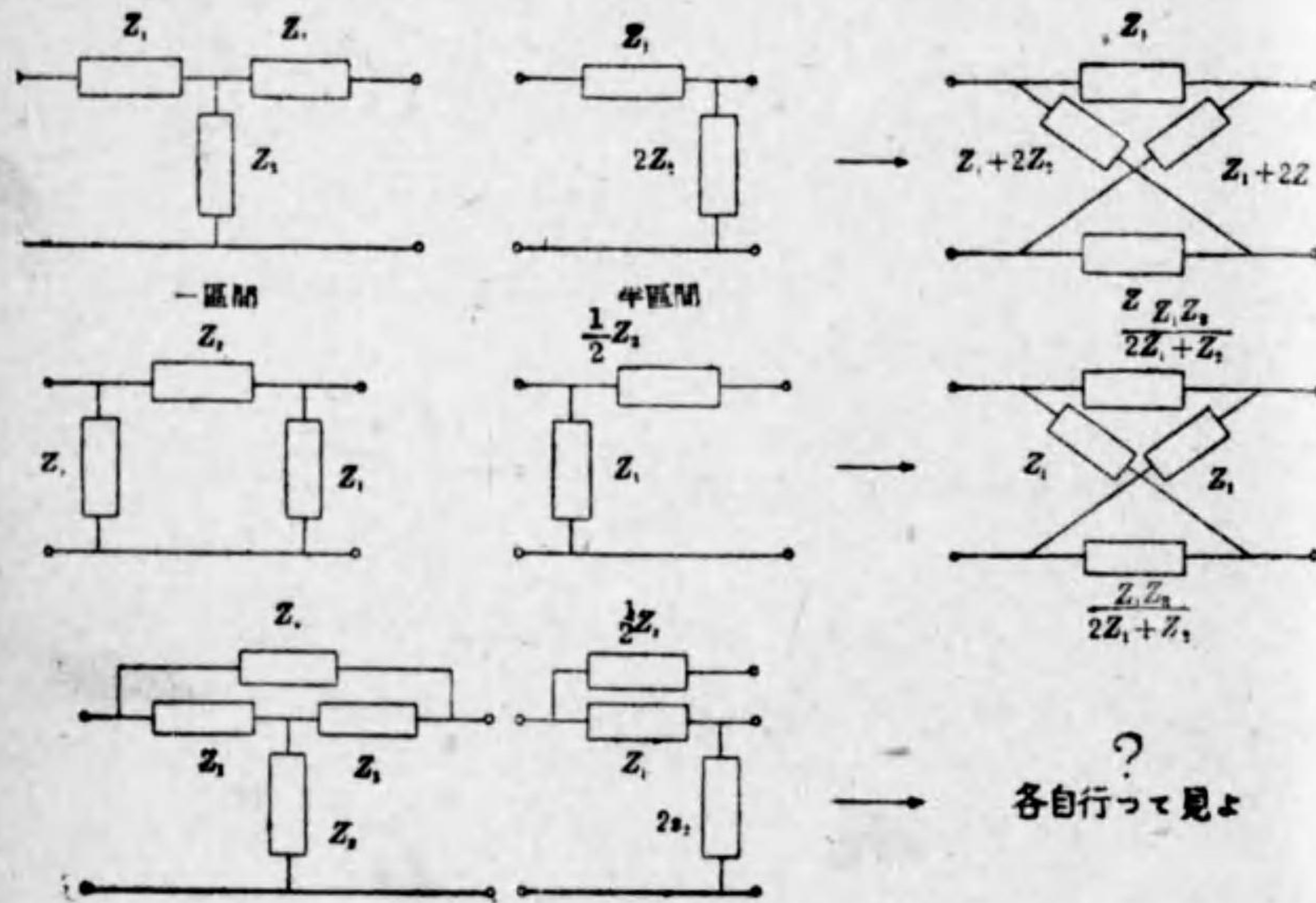
$\dot{Z}_o \tanh \frac{\theta}{2}$, $\dot{Z}_o \coth \frac{\theta}{2}$ は第 4.5.2 圖に示す様に夫々軸對稱回路の半區間の短絡及開放インピーダンスであるから第 4.5.3' 圖の結果は次の様に云へる。

即ち

任意の軸對稱四端子回路の等價格子回路を求めるには其の軸對稱四端子回路の半區間の開放インピーダンス \dot{Z}_{1f} , 短絡インピーダンス \dot{Z}_{1s} を求め之

を素子とする格子型回路を求めればよい。

実例として

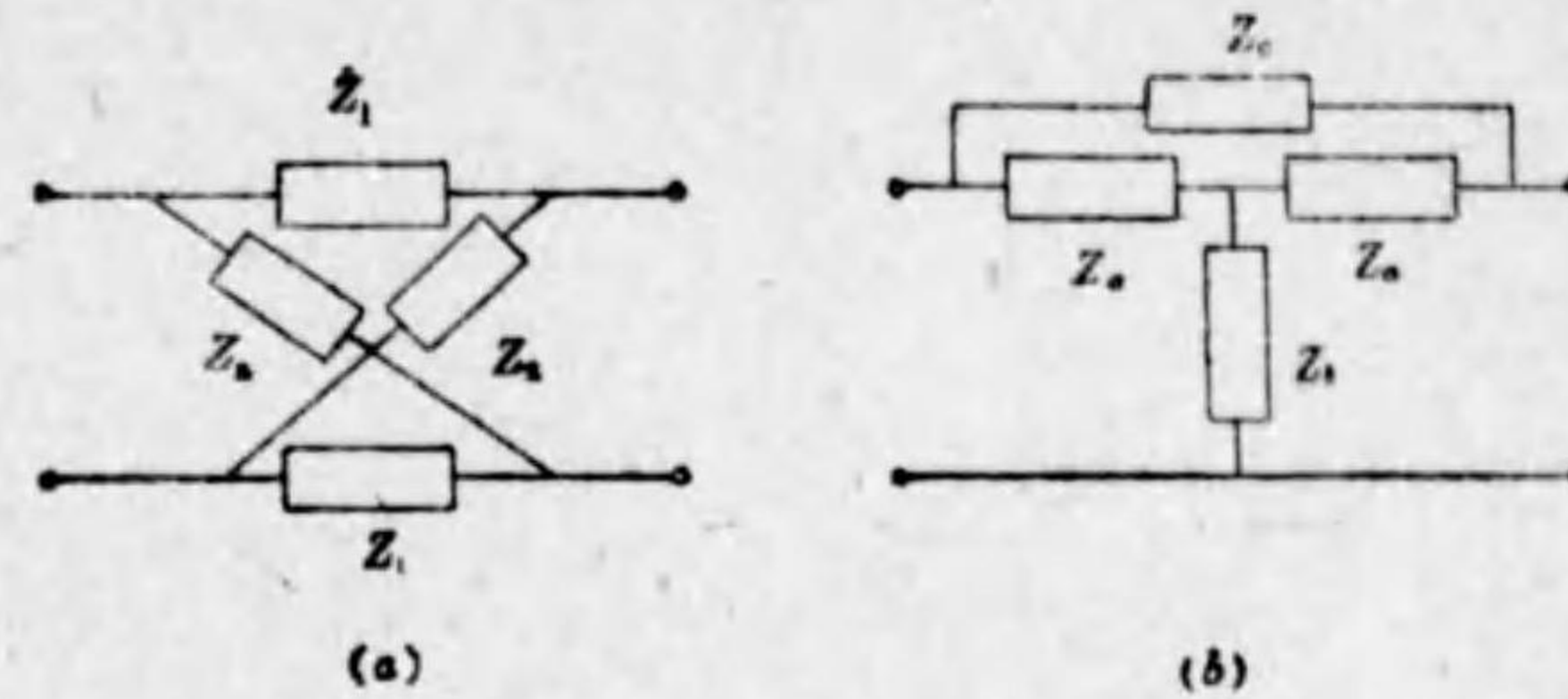


第 4.5.4 圖

ii) 格子型回路 → 橋絡 T 型回路

前述の如く軸対称回路の一つとして橋絡 T 型回路から格子型回路への變換は只一つであつた。然しながら逆に格子型回路から橋絡 T 型回路を求めるときには多數の等價回路が存在する。

格子型回路と橋絡 T 型回路とが等價なる爲には



第 4.5.5 圖

第 4.5.5 圖に於いて

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1 &= \frac{1}{\frac{2}{\dot{Z}_a} + \frac{1}{\dot{Z}_b}} \\ \dot{Z}_2 &= \dot{Z}_a + 2\dot{Z}_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.5.9)$$

が成立すべきである。式の中に見る如く(a)から(b)を求める際は方程式は二つで未知数は $\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$ の三つであるから $\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$ の中の一つは任意となる。即ち

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= \text{任意} \\ \dot{Z}_b &= \frac{1}{2}(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_a) \\ \dot{Z}_c &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\dot{Z}_1} - \frac{1}{\dot{Z}_a} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.5.10)$$

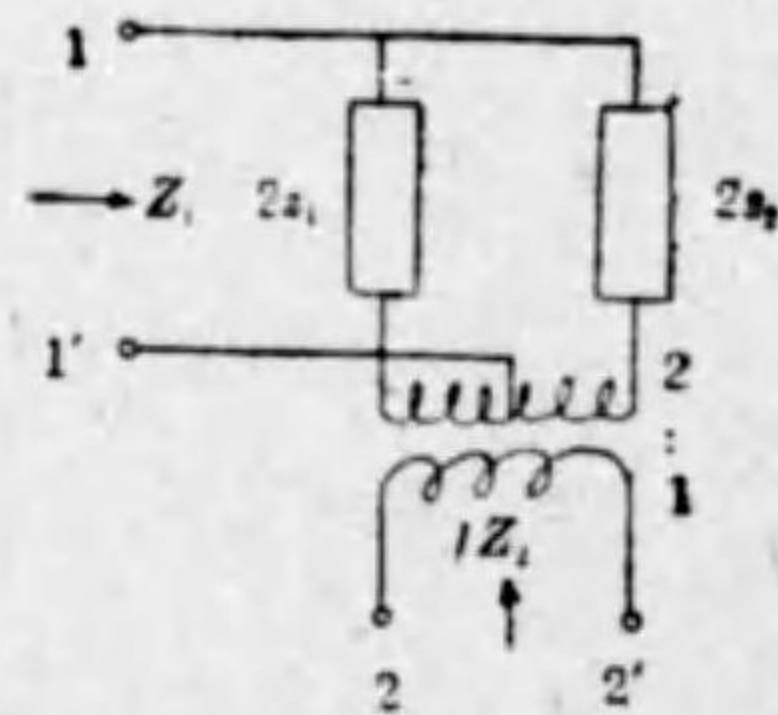
$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_b &= \text{任意} \\ \dot{Z}_a &= \dot{Z}_2 - 2\dot{Z}_b \\ \dot{Z}_c &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\dot{Z}_1} - \frac{1}{\dot{Z}_a} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.5.11)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_c &= \text{任意} \\ \dot{Z}_a &= \frac{1}{\left(\frac{1}{\dot{Z}_1} - \frac{2}{\dot{Z}_c}\right)} \\ \dot{Z}_b &= \frac{1}{2}(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_a) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.12)$$

となる。従つて $\dot{Z}_a, \dot{Z}_b, \dot{Z}_c$ は任意に決定する事が出来るけれども他の二つを物理的に実存する素子とせしめるには自然或る制限があるので勝手には選べないのである。例へば (4.5.10) 式に於いて $\frac{1}{2}(\dot{Z}_2 - \dot{Z}_a)$ を実現するためには \dot{Z}_a は \dot{Z}_2 の一部分でなくてはならぬと同時に \dot{Z}_c を実現するためには \dot{Z}_a は \dot{Z}_1 の一部分でなくてはならぬ。

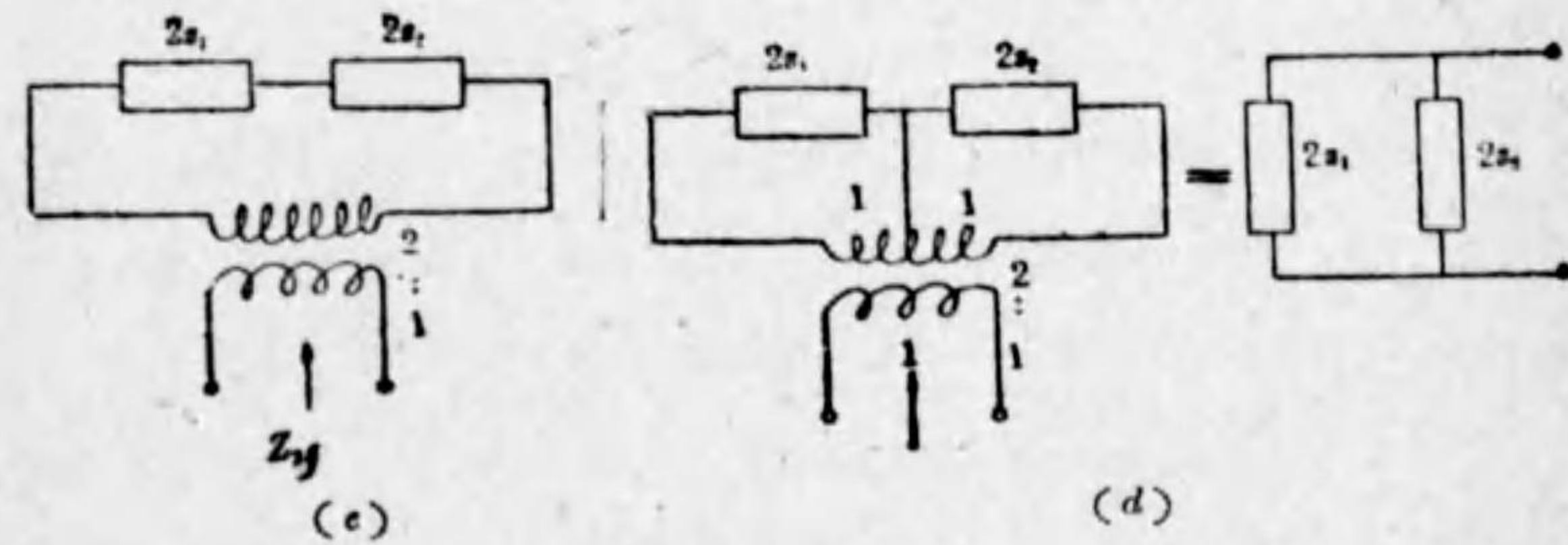
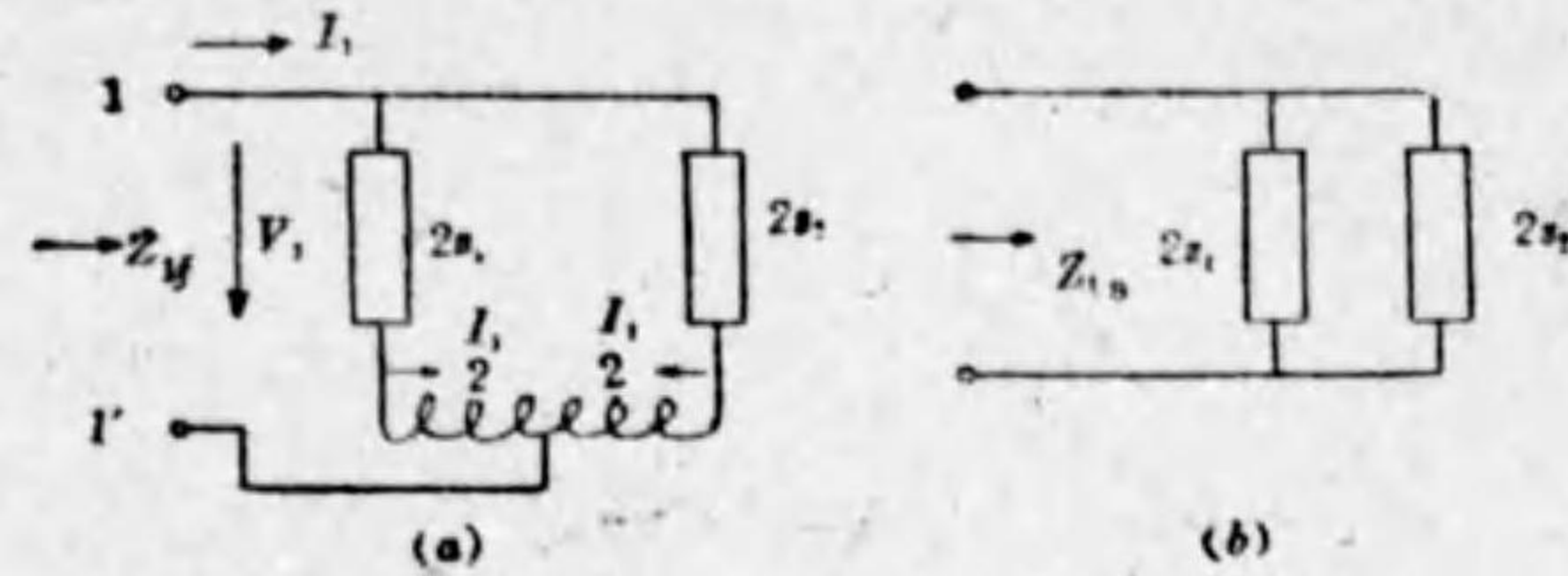
iii) Taumann 接続及 Riegger 接続

第 4.5.6 圖の如き回路を Taumann 接続と稱する端子 1, 1' に於ける開放インピーダンスは第 4.5.7 圖 (a) より



第 4.5.6 圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{V}_1 &= \frac{z_1 \dot{I}_1 + z_2 \dot{I}_1}{2} \\ \therefore \dot{Z}_{1f} &= \frac{z_1 + z_2}{2} \\ \text{又 } \dot{Z}_{1s} & \text{ は第 4.5.7 圖 (b) より} \\ \dot{Z}_{1s} &= \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2} \\ \text{同様に} \\ \dot{Z}_{2f} &= \frac{z_1 + z_2}{2} \\ \dot{Z}_{2s} &= \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5.14)$$

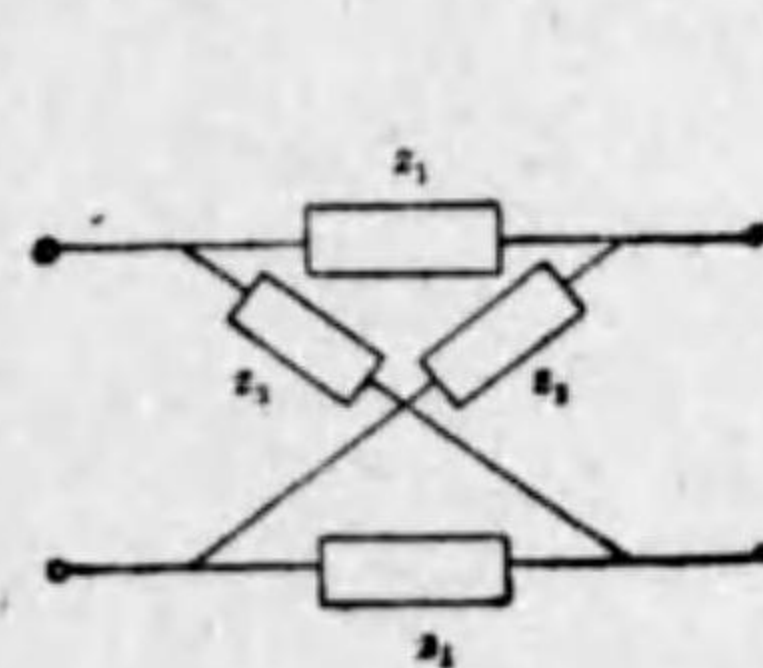


第 4.5.7 圖

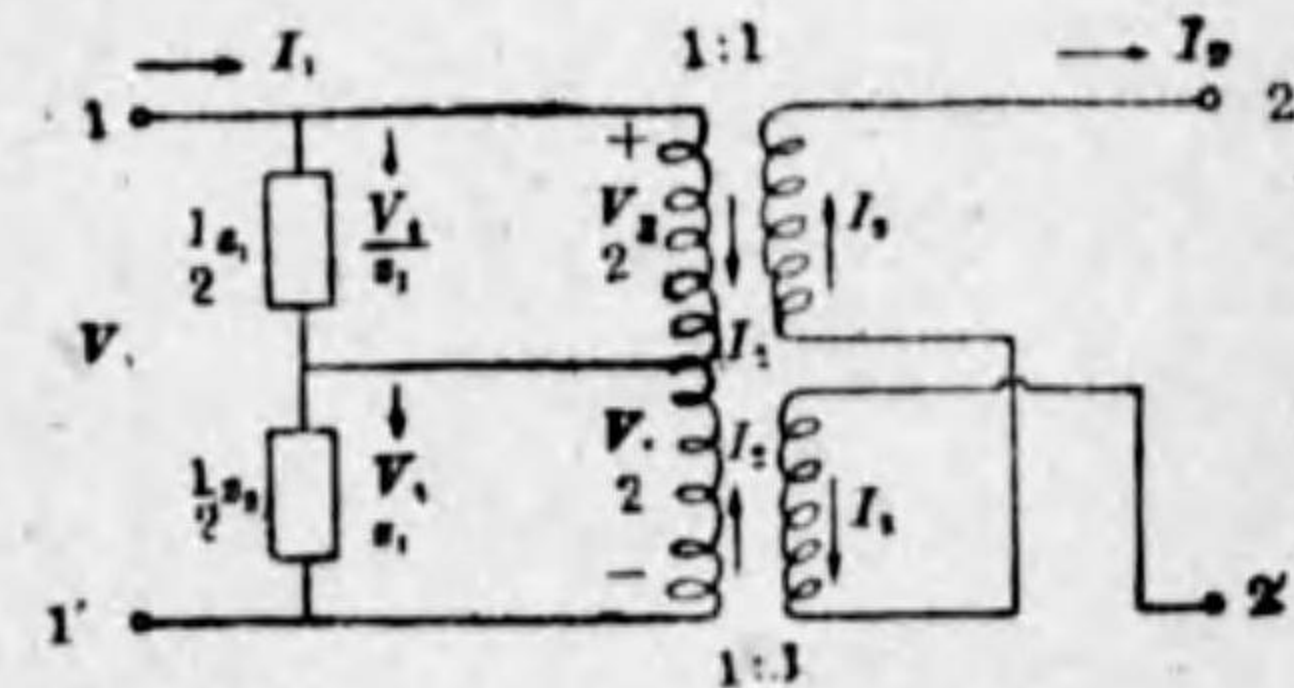
更に $\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2 = \sqrt{z_1 z_2}$

但し \dot{Z}_1, \dot{Z}_2 は映像インピーダンス (4.5.14) 式は z_1, z_2 を素子とする格子型回路に於いても成立つ。

故に第 4.5.6 圖は第 4.5.8 圖と等價である。



第 4.5.8 圖



第 4.5.9 圖

第 4.5.9 圖の如き回路を Riegger 接続といふ。

先づ 2, 2' 端短絡の時は

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{z_1} + \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{z_2} - \dot{I}_2$$

加へて $2\dot{I}_1 = \dot{V}_1 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right)$

$$\therefore \dot{Z}_{1s} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_2} = \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2} \dots\dots\dots (4.5.15)$$

2, 2' 端子開放の時は変圧器より右側断線で

$$\dot{Z}_{1f} = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \dots\dots\dots (4.5.16)$$

次に 1, 1' 端子短絡の時は

$$\frac{1}{2}z_1(\dot{I}_2 - \dot{I}_1) = \frac{1}{2}z_2(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \dot{I}_2 \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)$$

而して $\dot{V}_2 = \frac{1}{2}z_1(\dot{I}_2 - \dot{I}_1) + \frac{1}{2}z_2(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$

$$= \dot{I}_2 \left(\frac{z_2}{2} - \frac{z_1}{2} \right) + \dot{I}_2 \left(\frac{z_1}{2} + \frac{z_2}{2} \right)$$

\dot{I}_2 を \dot{I}_1 に置き代へると

$$= \dot{I}_2 \frac{-(z_2 - z_1)^2}{2(z_1 + z_2)} + \dot{I}_2 \left(\frac{z_1 + z_2}{2} \right)$$

$$= \dot{I}_2 \frac{-(z_2 - z_1)^2 + (z_1 + z_2)^2}{2(z_1 + z_2)} = \dot{I}_2 \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2}$$

$$\therefore \frac{\dot{V}_2}{\dot{I}_2} = \dot{Z}_{2s} = \frac{2z_1 z_2}{z_1 + z_2} \dots\dots\dots (4.5.17)$$

1, 1' 端子開放の時

$$\dot{Z}_{2f} = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) \dots\dots\dots (4.5.17)$$

故に之も又 z_1, z_2 を素子とする格子型回路と等価である。

第 5 章 濾 波 器

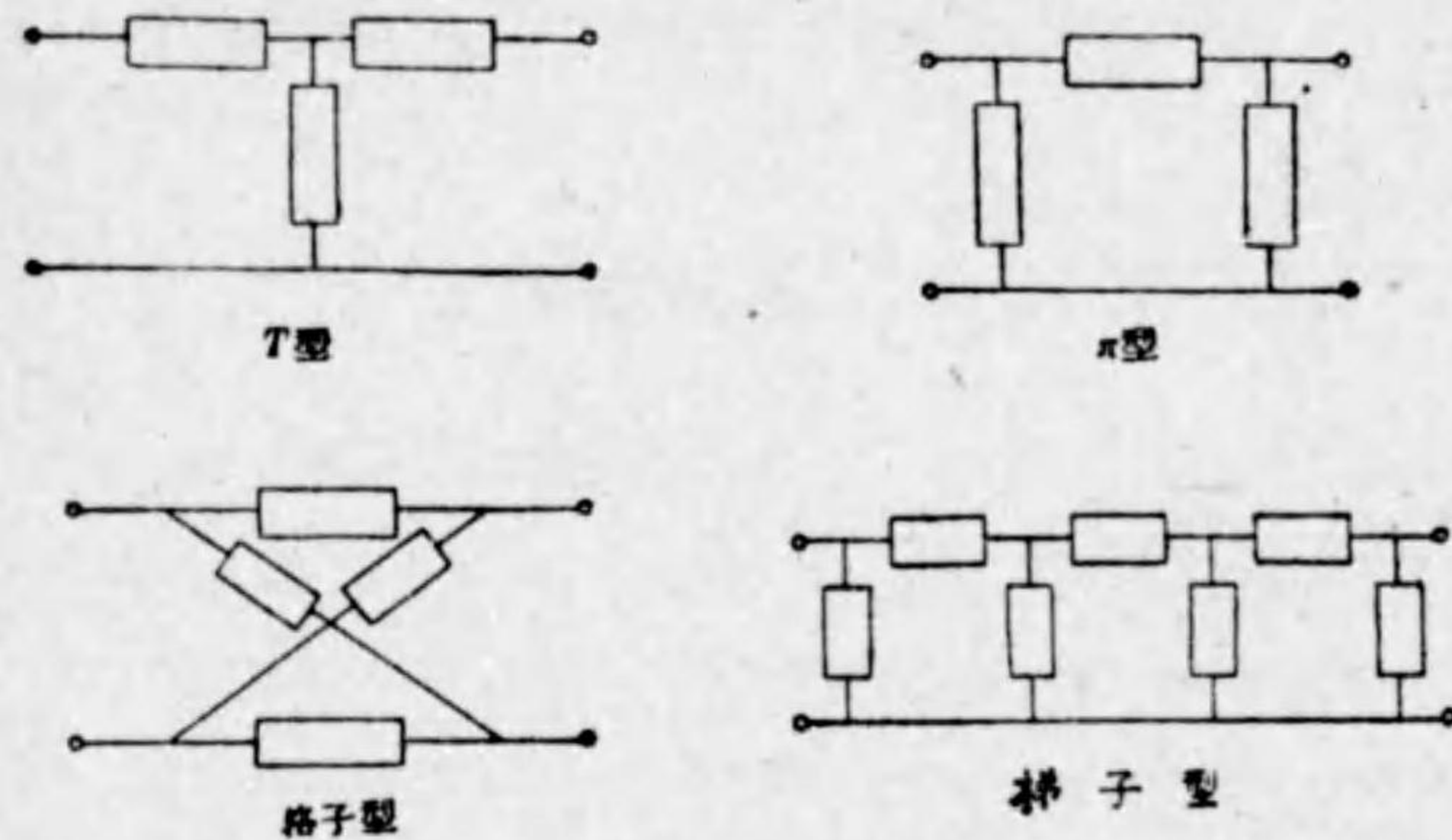
5.1 濾波器の概念

通信工学に於いては多くの周波数を含む電源から必要な周波数のみを選び出して負荷に與へる事を要求せられる事がある。斯の如く周波数群から必要な周波数のみを分離し或は周波帯に分ち或は邪魔な周波数の除去等に必要となるものが本書に於いて述べる濾波器である。實用上の濾波器はインダクタンスと容量の組合せから成る傳送四端子回路網の一つであつて、この回路網の送電端に種々の周波数を含む電源を接続し此の受電端に接続せられる負荷に勢力を傳送する場合に或る周波数範圍の電力は減衰少く傳送し、他の周波数範圍の電力は減衰する様に作られた傳送四端子網をいふのである。此の四端子網を勢力の減衰なく通過する周波数範圍を通過帯又は傳送帯といひ減衰する周波数範圍を減衰帯と稱し、通過帯と減衰帯との境の周波数を遮断周波数といふ。

然しながら濾波器の理論的考察には此の様な減衰帯、傳送帯、遮断周波数に定義は不明瞭であるから次節に改めて理論的の定義を與へる事とする。

濾波器の種類を考へるのには二つの分類方法がある。一つは濾波器が第 5.1. 圖に示す如く回路構成によつて分類する、T 型、 π 型、格子型等の分け方である。而して T 型及 π 型は此れを幾つか縦續接続をすると梯子型の回路となるから此等を併せて梯子型濾波器といふ。

他の一つは其の傳送特性によつて分類するものでその通過帯と減衰帯が周波数が零から無限大の間に於いて如何に配置されてゐるかによるもので、其



第 5.1.1 圖

の種類は

i) 低域通過濾波器

周波数が零から或る周波数迄の間が通過域でそれ以上の周波数帯が減衰帯なるもの

ii) 高域通過濾波器

或る周波数から、無限大の周波数迄の間を通過域としそれ以下の周波数帯が減衰帯となるもの

iii) 帯域通過濾波器

或る周波数 f_1 から或る周波数 f_2 迄を通過帯とし ($f_1 < f_2$ とすれば) 周波数が零から f_1 迄及 f_2 から無限大周波数迄を減衰帯とするもの

iv) 帯域消去濾波器

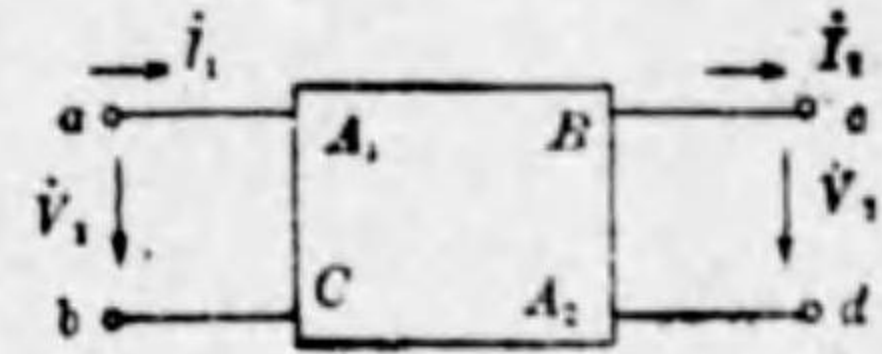
これは帯域通過濾波器的通過帯と減衰帯を交換した様な傳送特性を有するもの

5.2. リアクタンス四端子網の特質

四端子網の基本方程式

$$\dot{V}_1 = A_1 \dot{V}_2 + B \dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = A_2 \dot{I}_2 + C \dot{V}_2$$



に於いて回路網が純リアクタンス

なる場合の A_1, A_2, B, C に就いて調べて見ると

A_1 : 今端子 cd を開放した場合には $\dot{I}_2 = 0$ となり

$$\dot{V}_1 = A_1 \dot{V}_2 \quad \therefore A_1 = \frac{\dot{V}_1}{\dot{V}_2} \quad \text{又} \quad \dot{Z}_{1f} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1}{C}$$

従つて A_1 は開放電圧比を表はす事となる。而して回路網が純リアクタンスなる故に、受端電圧は同位相或は逆位相となるべきである。故に A_1 は實數である。

A_2 : 今端子 cd を短絡した場合には $\dot{V}_2 = 0$ となり

$$\dot{I}_1 = A_2 \dot{I}_2 \quad \therefore A_2 = \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \quad \text{又} \quad \dot{Z}_{1s} = \frac{\dot{V}_1}{\dot{I}_1} = \frac{B}{A_2}$$

従つて A_2 は短絡電流比を表はす事となる。而して回路網が純リアクタンスなる故に、送受端電流は同位相或は逆位相となるべきである。故に A_2 は實數である。

$$B: B = \frac{B}{A_2} \times A_2 = \dot{Z}_{1s} \times A_2$$

\dot{Z}_{1s} は純リアクタンス回路の入力インピーダンスなる故に虚數である。

而して A_2 は實數であるから B は虚數となる。

$$C: C = \frac{C}{A_1} \times A_1 = \frac{1}{\dot{Z}_{1f}} \times A_1$$

Z_{1f} は純リアクタンス回路の入力インピーダンスなる故虚数である。

而して A_1 は實数なる故 C は虚数となる。

此の回路の傳送定数を θ とすると (3.3.16) 式より

$$\begin{aligned} A_1 A_2 &= \cosh^2 \theta && \text{(第三章 3 参照)} \\ &= \cosh^2(\beta + j\alpha) \\ &= \text{實数} \end{aligned}$$

即ちリアクタンス回路にては $\cosh^2 \theta$ は實数である。

$$\begin{aligned} \cosh^2 \theta &= \cosh^2(\beta + j\alpha) \\ &= \cosh^2 \beta \cos^2 \alpha - \sinh^2 \beta \sin^2 \alpha + j \frac{1}{2} \sinh^2 \beta \sin 2\alpha \end{aligned}$$

故に $\cosh^2 \theta$ が實数なる爲には $\sinh^2 \beta = 0$ 又は $\sin 2\alpha = 0$ となる筈である。

1) $\sinh^2 \beta = 0$ の時……………通過帯域

$$\begin{aligned} \beta &= 0 & \cosh^2 \beta &= 1 \\ \cosh^2 \theta &= \cos^2 \alpha = A_1 A_2 \end{aligned}$$

$1 < \cos \alpha < -1$ なる故 $\cosh^2 \theta$ は正で 1 よりも少なる値である。而して

$$\alpha = \cos^{-1} \sqrt{A_1 A_2} = \cos^{-1} (\cosh \theta)$$

2) $\sin 2\alpha = 0$ の時……………減衰帯域

$$\begin{aligned} 2\alpha &= n\pi \\ \cos 2\alpha &= \pm 1 \end{aligned}$$

i) $\cos 2\alpha = 1$

$$\begin{aligned} 2\alpha &= 2n\pi \\ \therefore \alpha &= n\pi \end{aligned}$$

但し $n=0, 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned} \cosh^2 \theta &= \cos^2 \beta = A_1 A_2 \geq 1 \\ \beta &= \cosh^{-1} \sqrt{A_1 A_2} \end{aligned}$$

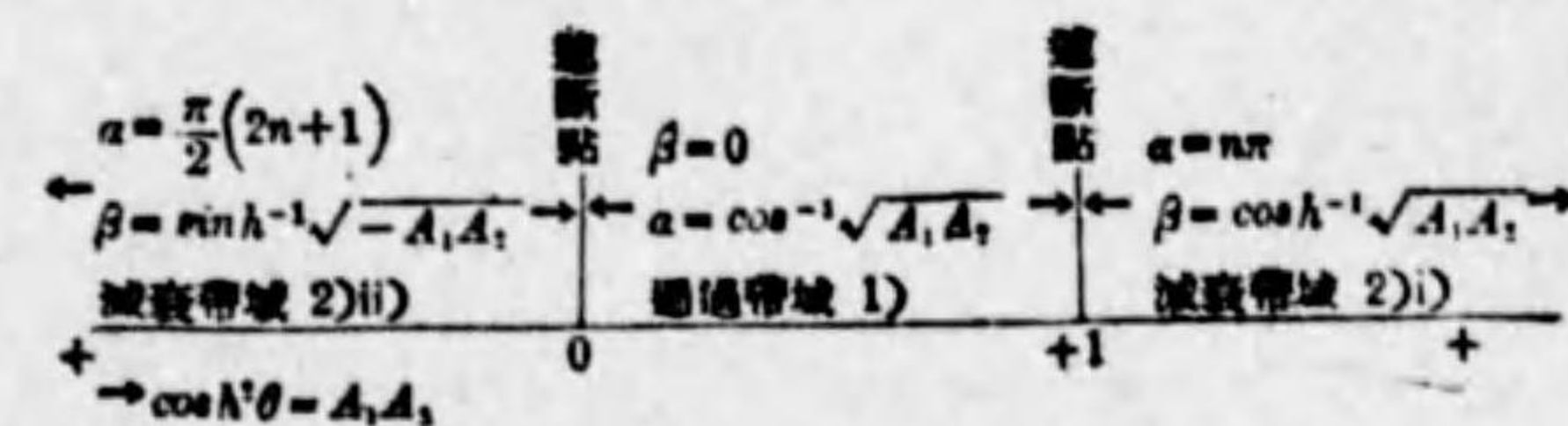
ii) $\cos 2\alpha = -1$

$$\begin{aligned} 2\alpha &= (2\mu + 1)\pi \\ \alpha &= \frac{1}{2}(2\mu + 1)\pi \end{aligned}$$

但し $\mu=0, 1, 2, \dots$

$$\begin{aligned} \cosh^2 \theta &= -\sinh^2 \beta = A_1 A_2 \leq 0 \\ \beta &= \sinh^{-1} \sqrt{-A_1 A_2} \end{aligned}$$

上に述べた (1), (2) の場合に就て $\beta=0$ の範圍を通過帯域と云ひ、それ以外の範圍を減衰帯域、夫等の界を遮断點と云ふ。上の事を圖で示すと



第 5.2.1 圖

即ち通過域にては

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \sqrt{A_1 A_2}, & \beta &= 0 \\ \tanh \theta &= \tanh(j\alpha) = j \tan \alpha \end{aligned}$$

然るに $Z_s = Z_1 \tanh \theta = Z_1 j \tan \alpha$

なる故 Z_1 は實数、同様に Z_2 も實数。

減衰域では

$$\alpha = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi, \quad \sinh \beta = \sqrt{-A_1 A_2}$$

此の時

$$\begin{aligned} \tanh \theta &= \frac{\tanh \beta + j \tanh \alpha}{1 + j \tanh \beta \tanh \alpha} \\ &= \coth \beta \end{aligned}$$

又は $\alpha = n\pi, \quad \cosh \beta = \sqrt{A_1 A_2}$

此の時は $\tanh \theta = \tanh \beta$

然るに $Z_s = Z_1 \tanh \theta$

$$= Z_1 \tanh \beta$$

又は $= Z_1 \coth \beta$

よつて Z_1 は虚数となり、同様に Z_2 も虚数となる。

遮断点では

(I) $\beta=0, A_1A_2=0$ の時

$$\cos \alpha = \sqrt{A_1A_2} = 0$$

$$\alpha = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$$

而して $A_1A_2=0$ なる爲めには

$$A_1=0 \text{ 又は } A_2=0 \text{ 又は } A_1=A_2=0$$

$\dot{Z}_1 = \sqrt{\frac{A_1B}{A_2C}}$		
より $\dot{Z}_1=0$	$\dot{Z}_1=\infty$	$\dot{V}_1 = B\dot{I}_2$ (之を定電流回路と云ふ.)
$\dot{Z}_2 = \sqrt{\frac{A_2B}{A_1C}}$		$\dot{I}_1 = C\dot{V}_2$
より $\dot{Z}_2=\infty$	$\dot{Z}_2=0$	

(II) $\beta=0, A_1A_2=1$ の時

$$\cosh \theta = \cos \alpha = \sqrt{A_1A_2} = \pm 1$$

$$\therefore \alpha = n\pi$$

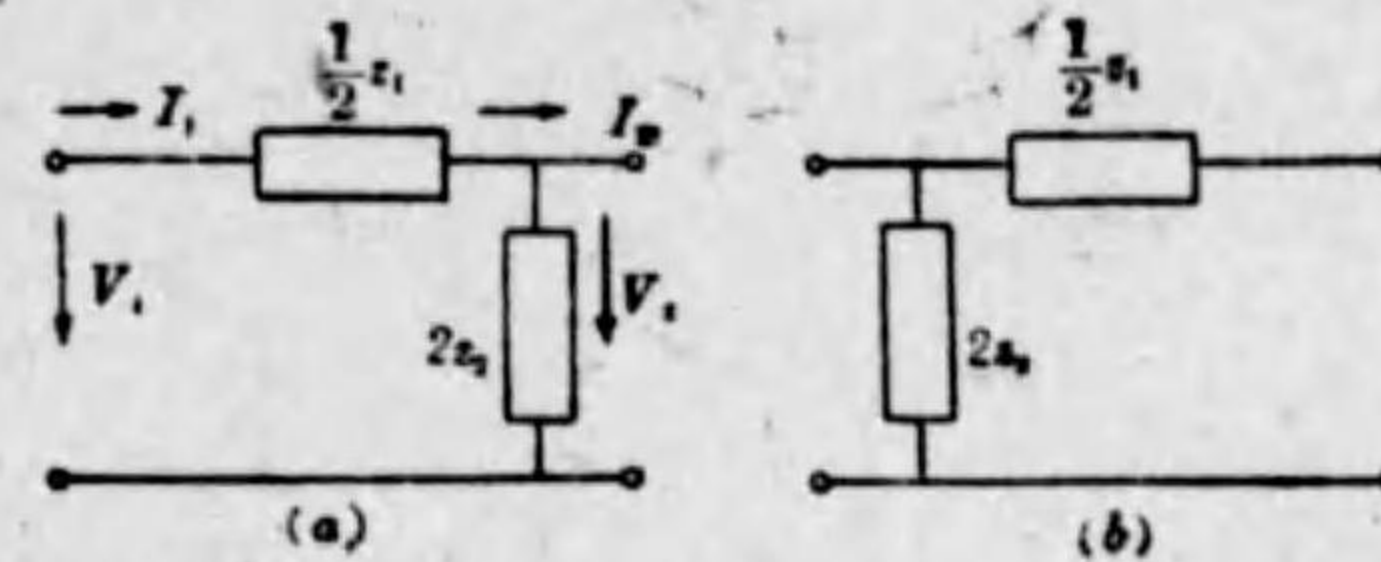
$$A_1A_2 - BC = 1 \text{ より } BC = 0$$

故に $B=0$ 又は $C=0$ 又は $B=C=0$

$\dot{Z}_1 = \sqrt{\frac{A_1B}{A_2C}}$		
より $\dot{Z}_1=0$	$\dot{Z}_1=\infty$	$\dot{V}_1 = A_1\dot{V}_2$ (理想変成器)
$\dot{Z}_2 = \sqrt{\frac{A_2B}{A_1C}}$		$\dot{I}_1 = A_2\dot{I}_2$
$\dot{Z}_2=\infty$	$\dot{Z}_2=0$	

5.3 梯子型濾波器

梯子型濾波器は第 5.3.1 圖 (a) (b) の如き L 型回路網の集合より成ると考へられる。



第 5.3.1 圖

(a) 圖に於て

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + \frac{\dot{V}_2}{2z_2} \dots\dots\dots (5.3.1)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= \dot{V}_2 + \frac{1}{2}z_1\dot{I}_1 \\ &= \dot{V}_2 \left(1 + \frac{z_1}{4z_2}\right) + \frac{1}{2}z_1\dot{I}_2 \dots\dots\dots (5.3.2) \end{aligned}$$

故に此の四端子定数は

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 1 + \frac{z_1}{4z_2} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \cosh \theta \\ A_2 &= 1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \cosh \theta \\ B &= \frac{1}{2}z_1 = \sqrt{\dot{Z}_1\dot{Z}_2} \sinh \theta \\ C &= \frac{1}{2z_2} = \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1\dot{Z}_2}} \sinh \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.3.3)$$

$$\therefore A_1A_2 = \cosh^2 \theta = 1 + \frac{z_1}{4z_2}$$

$$=(\cosh \beta \cos \alpha + j \sinh \beta \sin \alpha) \dots \dots \dots (5.3.4)$$

實數なるべし。

z_1, z_2 が純リアクタンスである時は $\frac{z_1}{4z_2}$ は正又は負の實數である。

(i) $\frac{z_1}{4z_2} > 0$ の時

(5.3.4) 式の右邊の虚數部は零となるべきである。

(イ) $\sin \alpha = 0$ とすると

$$\alpha = n\pi \quad \therefore \cos \alpha = \pm 1$$

故に $\cosh^2 \theta = \cosh^2 \beta = 1 + \frac{z_1}{4z_2}$ となり

$$\beta = \cosh^{-1} \sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}$$

で減衰帯域となる。

(ロ) $\sinh \beta = 0$ は (5.3.4) 式を満足し得ず。

(ii) $\frac{z_1}{4z_2} = 0$ の時

$$\cosh \theta = 1 = \cosh \beta \cos \alpha + j \sinh \beta \sin \alpha \quad \cosh \theta \neq -1$$

(イ) $\sin \alpha = 0$ とすれば

$$\cos \alpha = 1, \quad \cosh \theta = \cosh \beta = 1 \quad \therefore \beta = 0$$

(ロ) $\sinh \beta = 0 \quad \therefore \beta = 0 \quad \cos \theta = \cos \alpha = 1$

之は遮断點である。

(iii) $-1 < \frac{z_1}{4z_2} < 0$ の時

$$0 < \cosh^2 \theta < 1$$

(イ) $\sinh \beta = 0$ とすれば

$$\beta = 0$$

$$0 < \cosh^2 \theta = \cos^2 \alpha < 1 \quad \text{即ち} \quad -1 < \cos \alpha < 1$$

故に α は $-\pi$ から $+\pi$ の間を変化す。

之は通過域である。

(ロ) $\sin \alpha = 0$ とすれば (5.3.4) 式を満足せず。

(iv) $-1 = \frac{z_1}{4z_2}$ の時

即ち $\cosh \theta = 0$ なる爲めには

$\sinh \beta = 0$ にして $\cos \alpha = 0$ とすれば

故に $\beta = 0$ にして $\alpha = \frac{1}{2}(2n+1)\pi$

之は遮断點である。

(v) $-1 > \frac{z_1}{4z_2}$ の時

即ち $0 > \cosh^2 \theta$ なる爲めには (5.3.4) 式の右邊實數部が零であるべきで

(イ) $\cos \alpha = 0$ とすれば

$$\alpha = \frac{1}{2}(2n+1)\pi \quad \sin \alpha = \pm 1$$

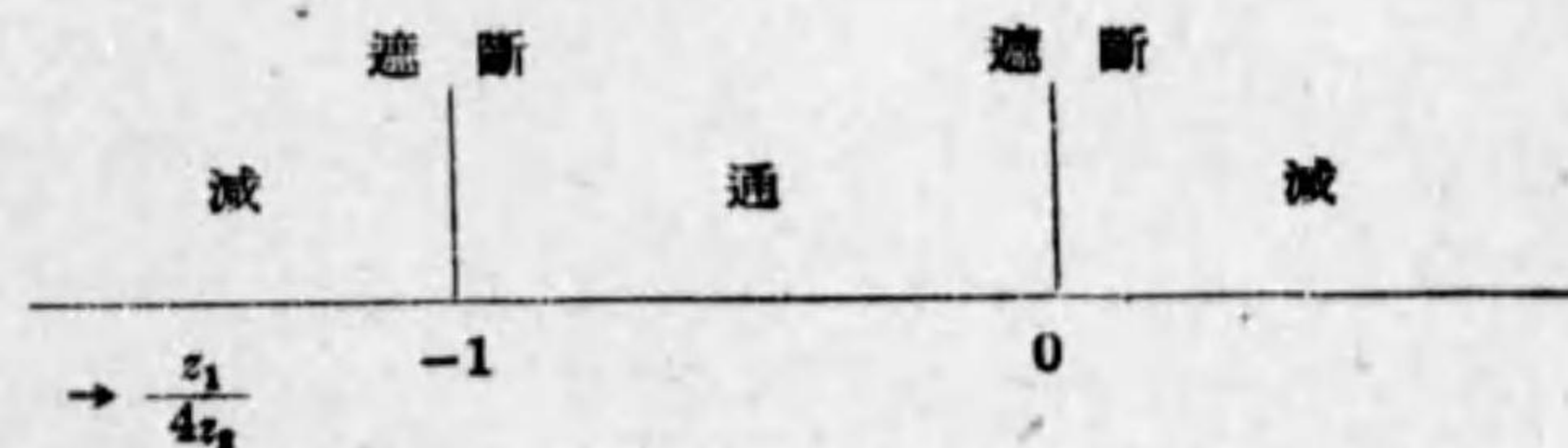
$$\cosh^2 \theta = \pm \sinh^2 \beta = 1 + \frac{z_1}{4z_2}$$

$$\therefore \beta = \sinh^{-1} \sqrt{\pm \left(1 + \frac{z_1}{4z_2}\right)}$$

之は減衰帯域である。

(ロ) $\cosh \beta \neq 0$

上の五つの場合を圖示すると



更に映像インピーダンスより観察すると

$$\dot{Z}_1 = \sqrt{\frac{A_1 B}{A_2 C}} = \sqrt{z_1 z_2} \sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}$$

(i) z_1, z_2 が同符号の時

即ち $\frac{z_1}{4z_2} > 0, z_1 z_2 < 0$

($\because z_1, z_2$ は虚数なる故)

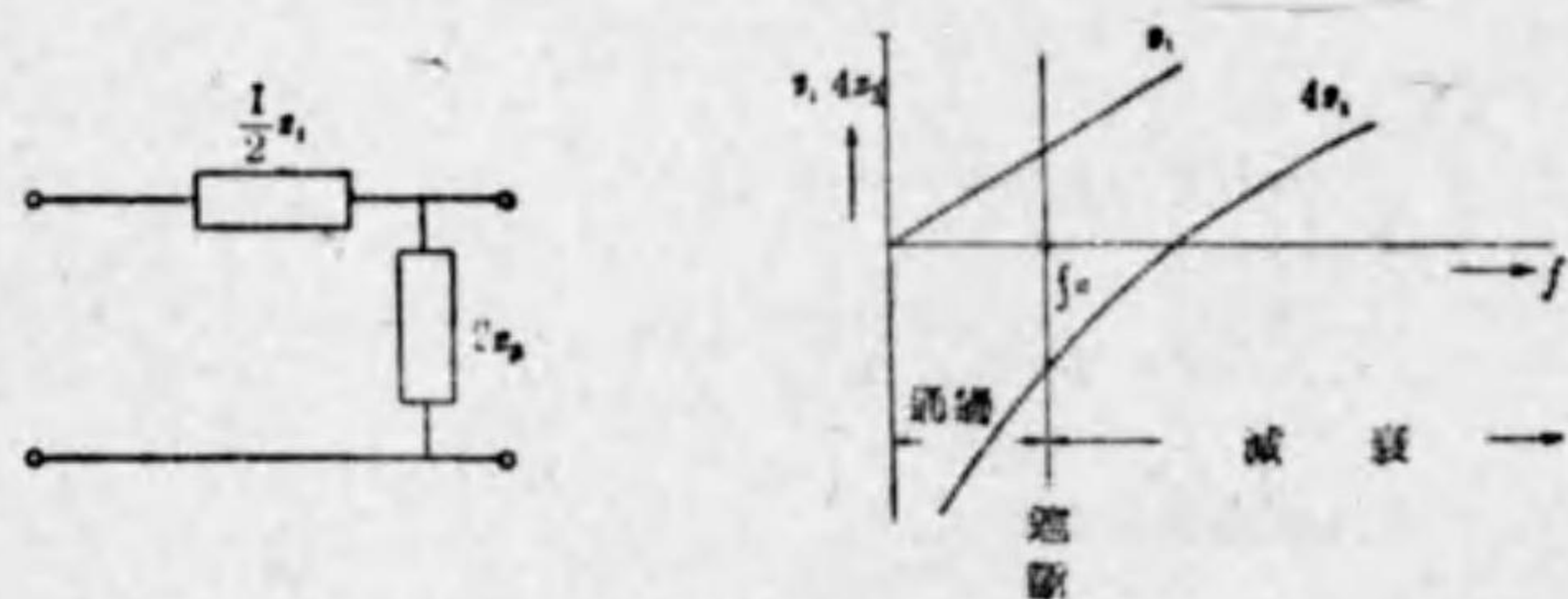
故に \dot{Z}_1 は虚数となり、減衰帯域である。

(ii) $-1 < \frac{z_1}{4z_2} < 0$ の時

\dot{Z}_1 は実数となり、通過帯域である。

(iii) $\frac{z_1}{4z_2} < -1$ の時

\dot{Z}_1 は虚数となり、減衰帯域である。

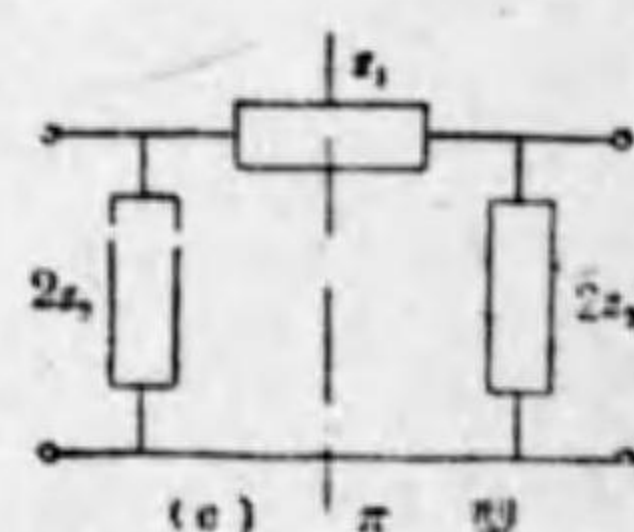
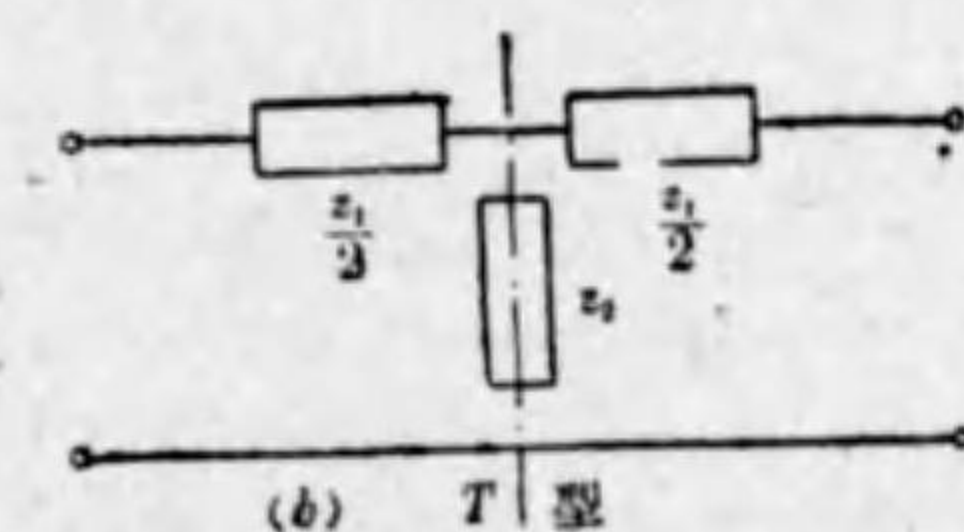
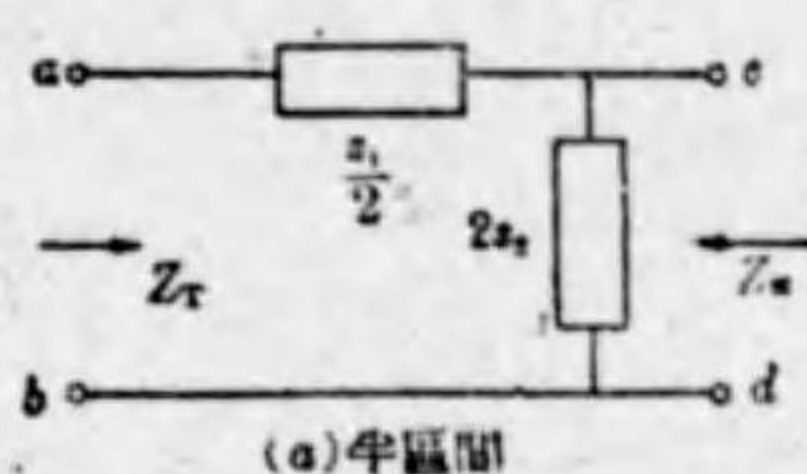


第 5.3.2 圖

今一例を示すと第 5.3.2 圖に示す如き周波数特性を持つ z_1, z_2 を直列及並列素子とする L 型回路の伝送特性は f_0 を遮断周波数とする低域通過濾波器となる。即ち z_1, z_2 の関係が上の三つの場合に分けられ、之等の $\frac{z_1}{2}$ 及 $2z_2$ の特性を知れば、其の回路網の減衰及通過帯域を知る事が出来る。

5.4 K 型濾波器 (T 型及 π 型回路)

第 5.4.1 圖 (b) (c) に示す如き對稱 T 型及 π 型の傳送特性は、之を二等分定理により半區間として同圖 (a) の如き回路の特性を知る事により求められる。(a) 半區間回路は前に述べた L 型回路で端子 ab から見た映像イン



第 5.4.1 圖

ピーダンス \dot{Z}_T (之を T 端インピーダンスと云ふ) は cd 端を開放及び短絡した時のインピーダンス $\dot{Z}_{Tf}, \dot{Z}_{Ts}$ の幾何平均より求められる。(第 3 章第 1 節参照)

$$\begin{aligned} \dot{Z}_T &= \sqrt{\frac{A_1 B}{A_2 C}} = \sqrt{\dot{Z}_{Tf} \cdot \dot{Z}_{Ts}} \\ &= \sqrt{\frac{z_1}{2} \cdot \left(\frac{z_1}{2} + 2z_2\right)} = \sqrt{z_1 z_2} \sqrt{1 + \frac{z_2}{4z_1}} \dots\dots(5.4.1) \end{aligned}$$

同様にして cd から見た映像インピーダンス \dot{Z}_π は

$$\begin{aligned} \dot{Z}_\pi &= \sqrt{\frac{A_2 B}{A_1 C}} = \sqrt{\dot{Z}_{\pi f} \cdot \dot{Z}_{\pi s}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{z_1} + \frac{1}{2z_2}}} \\ &= \sqrt{z_1 z_2} \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{z_2}{4z_1}}} \dots\dots(5.4.2) \end{aligned}$$

又伝送定数は T 型及 π 型の θ の $\frac{1}{2}$ となるべきで、其の伝送方向如何に無関係であるべきである。今之を試みに検算して見ると、端子 ab より cd 方向の分を θ_T その逆の場合を θ_π とすれば

$$\left. \begin{aligned} \tanh \theta_T &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_{TS}}{\dot{Z}_{TF}}} = \sqrt{\frac{\frac{z_1}{2}}{\frac{z_1}{2} + 2z_2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4z_2}{z_1}}} \\ \tanh \theta_\pi &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_{TS}}{\dot{Z}_{TF}}} = \sqrt{\frac{1}{2z_2} \cdot \frac{2z_1z_2}{z_1 + 4z_2}} = \sqrt{\frac{1}{1 + \frac{4z_2}{z_1}}} \\ \therefore \frac{1}{2}\theta_K &= \theta_1 = \theta_\pi = \tanh^{-1} \sqrt{\frac{\dot{Z}_{TS}}{\dot{Z}_{TF}}} = \tanh^{-1} \sqrt{\frac{z_1}{z_1 + 4z_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5.4.3)$$

第 4.5.1 圖の如き回路に於て、直列素子 z_1 と分路（並列）素子 z_2 との間に

$$z_1 z_2 = R^2 \dots\dots\dots(5.4.4)$$

なる関係がある場合、即ち z_1, z_2 は R について互に逆回路なる時、之を定 K 型濾波器と云ふ。此處に R は周波數に無関係な定數、即ち一定抵抗に相當する。然る時は

$$\dot{Z}_T = R \sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}} \dots\dots\dots(5.4.5)$$

$$\dot{Z}_\pi = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}} \dots\dots\dots(5.4.6)$$

$$\text{故に } \dot{Z}_T \dot{Z}_\pi = R^2 \dots\dots\dots(5.4.7)$$

即ち \dot{Z}_T, \dot{Z}_π は R について互に逆關係にある。

z_1 のインピーダンスが零となる様な周波數、即ち z_2 が無限大となる周

波數では回路網は直通状態となる。この周波數に於ける \dot{Z}_T, \dot{Z}_π のインピーダンスを公稱インピーダンスと云ふ。而して此の時は

$$\dot{Z}_T = \dot{Z}_\pi = R$$

となる。

(1) 低域濾波器

最も簡単な濾波器として第 5.4.2 圖の如きものが考へられる。此の場合は

$$\frac{1}{2}z_1 = -\frac{1}{2}j\omega L$$

$$2z_2 = \frac{2}{j\omega C}$$

$$\text{にして } z_1 z_2 = \frac{L}{C} = R^2$$

なる關係を與へると (5.4.5) 及 (5.4.6) 式から

$$\dot{Z}_T = R \sqrt{1 - \frac{1}{4}\omega^2 LC} = R \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \dots\dots\dots(5.4.8)$$

$$\dot{Z}_\pi = \frac{R}{\sqrt{1 - \frac{1}{4}\omega^2 LC}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \dots\dots\dots(5.4.9)$$

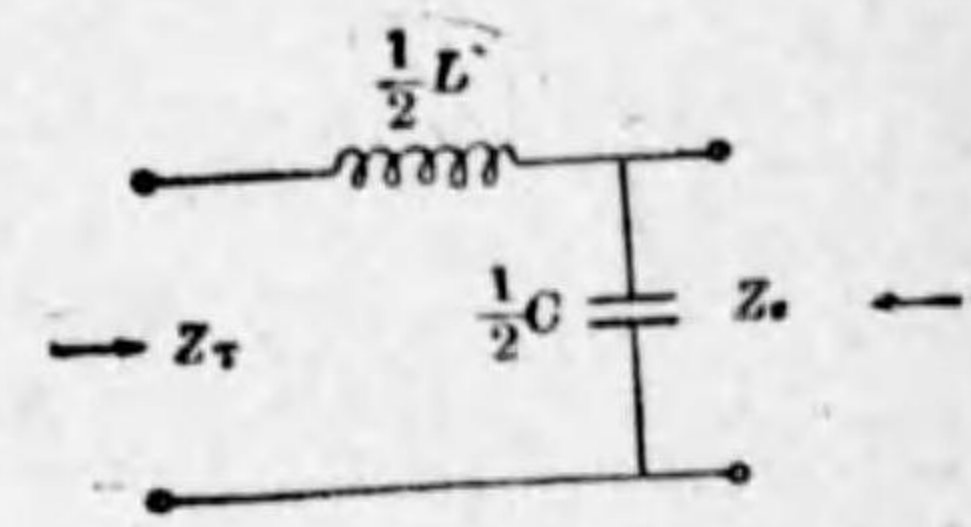
$$\text{但し } \omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}} \dots\dots\dots(5.4.10)$$

斯くの如き周波數 ω_c に於ては

$$\frac{z_1}{4z_2} = -\frac{\omega_c^2 LC}{4} = -1$$

となり、此の時の $\frac{z_1}{4z_2}$ は遮断點で、此の ω_c は遮断周波數となる。

定 K 型の低域濾波器の \dot{Z}_T 及 \dot{Z}_π を (5.4.8) 及 (5.4.9) 式から周波數



第 5.4.2 圖

に就て圖示して見ると第 5.4.

3 圖の如き特性を得る。即ち
斯くの如くインピーダンス特
性は周波数 ω_c で抵抗からリ
アクトンスに変化する。此の
回路が直通状態となる場合は
周波数 0 の時で

$$\begin{aligned} Z_n(\text{公稱インピーダンス}) \\ &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ &= R \dots \dots \dots (5.4.11) \end{aligned}$$

(5.4.10) 式より

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}} \dots \dots \dots (5.4.12)$$

(5.4.11) 及 (5.4.12) 式より

$$L = \frac{R}{\pi f_c}, \quad C = \frac{1}{\pi f_c R} \dots \dots \dots (5.4.13)$$

即ち公稱インピーダンス及遮断周波数が與へられると、K 型低域濾波器が設計出来る譯である。

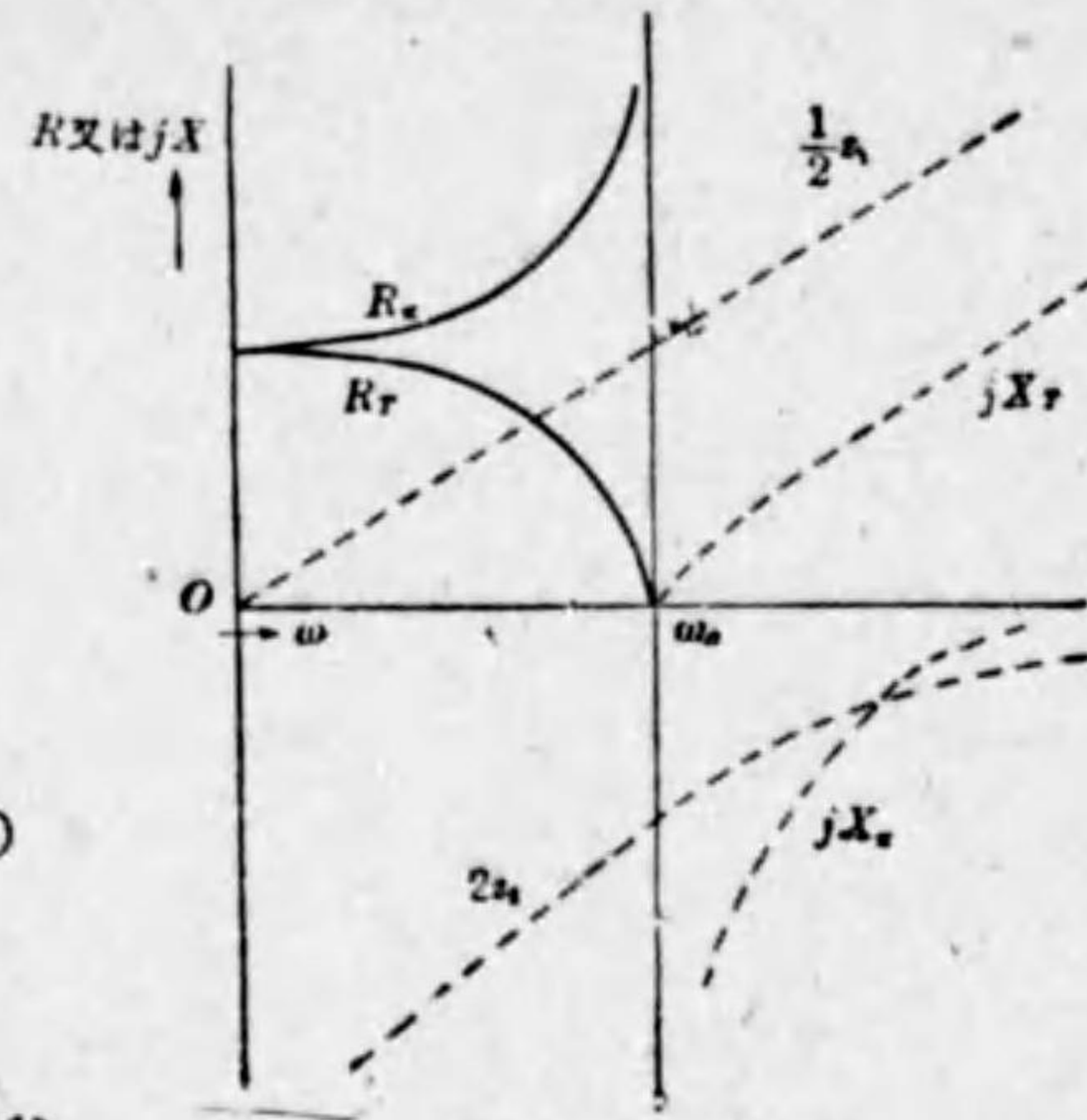
減衰並位相量の考察

(5.3.3) 式より

$$B = \frac{1}{2} z_1 = \sqrt{Z_r Z_n} \sinh \theta_1$$

而して今の場合は

$$\frac{1}{2} z_1 = \frac{1}{2} j\omega L, \quad Z_r Z_n = R^2, \quad L = \frac{R}{\pi f_c}$$



第 5.4.3 圖

なる式が成立するのであるから

$$\sinh \theta_1 = \frac{\frac{1}{2} j\omega \frac{R}{\pi f_c}}{R} = \frac{j\omega}{2\pi f_c} = j \frac{\omega}{\omega_c}$$

而して $\theta_1 = \beta_1 + j\alpha_1$ すると

通過帯域に於ては $\beta_1 = 0$ なる故

$$\sinh \theta_1 = j \sin \alpha_1 = j \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$\therefore \alpha_1 = \sin^{-1} \frac{\omega}{\omega_c} \dots \dots \dots (5.4.14)$$

又減衰帯域に於ては

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{2}$$

$$\sinh \theta_1 = j \cosh \beta_1 = j \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$\therefore \beta_1 = \cosh^{-1} \frac{\omega}{\omega_c} \dots \dots \dots (5.4.15)$$

依つて第 5.4.4 圖に示す如き位相及減衰特性を得。

(ii) 定 K 型高域濾波器

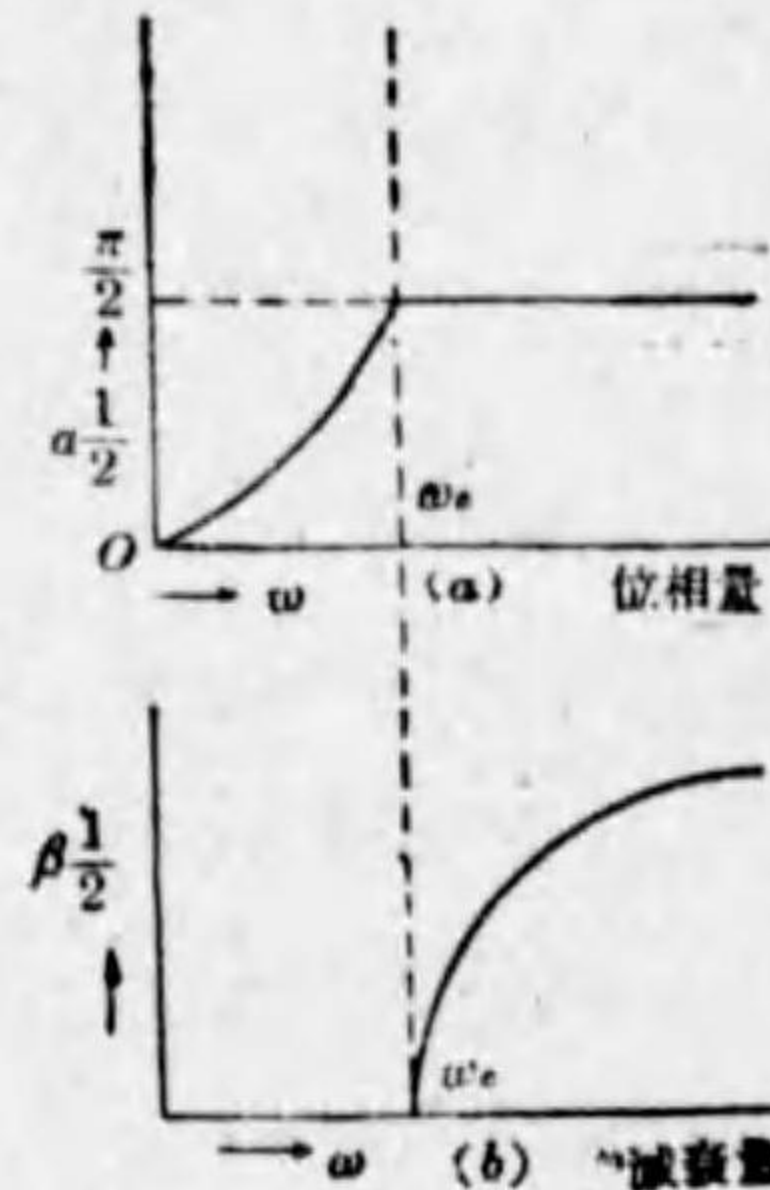
高域濾波器は第 5.4.5 圖の如きものである。即ち

$$\frac{1}{2} z_1 = \frac{1}{2j\omega C}$$

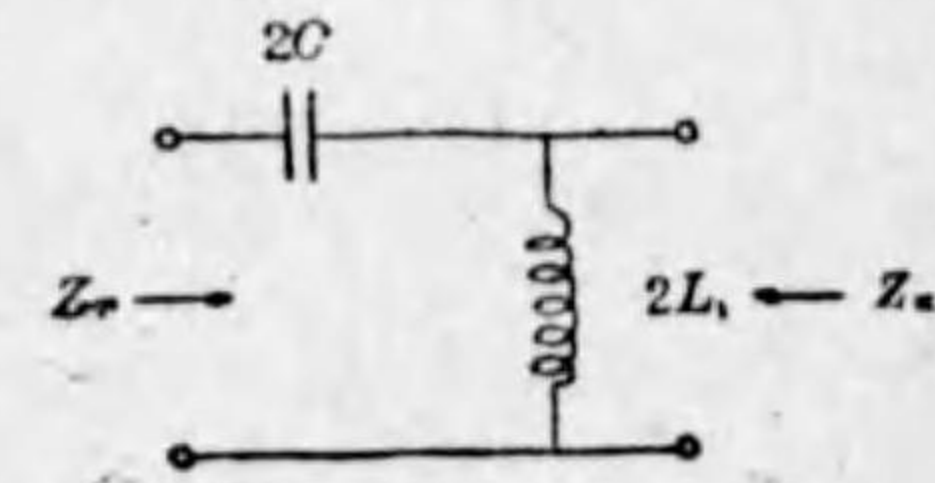
$$2z_2 = 2j\omega L$$

$$z_1 z_2 = \frac{L}{C} = R^2$$

なる関係を與へると前と、同じく



第 5.4.4 圖



第 5.4.5 圖

$$\dot{Z}_T = R \sqrt{1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}} = R \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2} \dots\dots\dots(5.4.16)$$

$$\dot{Z}_\pi = \frac{R}{\sqrt{1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}}} = \frac{R}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}} \dots\dots\dots(5.4.17)$$

但し $\omega_c = \frac{1}{2\sqrt{LC}} \dots\dots\dots(5.4.18)$

此の ω_c は

$$\frac{1}{4\omega_c^2 LC} = -1 \dots\dots\dots \left(\frac{z_1}{4z_2}\right)$$

を満足し、遮断周波数である。

此の \dot{Z}_T , \dot{Z}_π の周波数特性は (5.4.16), 及 (5.4.17) 式から得られる。(即ち第 5.4.6 圖)

此の回路が直通となる周波数は無限大周波数で

$$\dot{Z}_\pi = \sqrt{\frac{L}{C}} = R \dots\dots\dots(5.4.19)$$

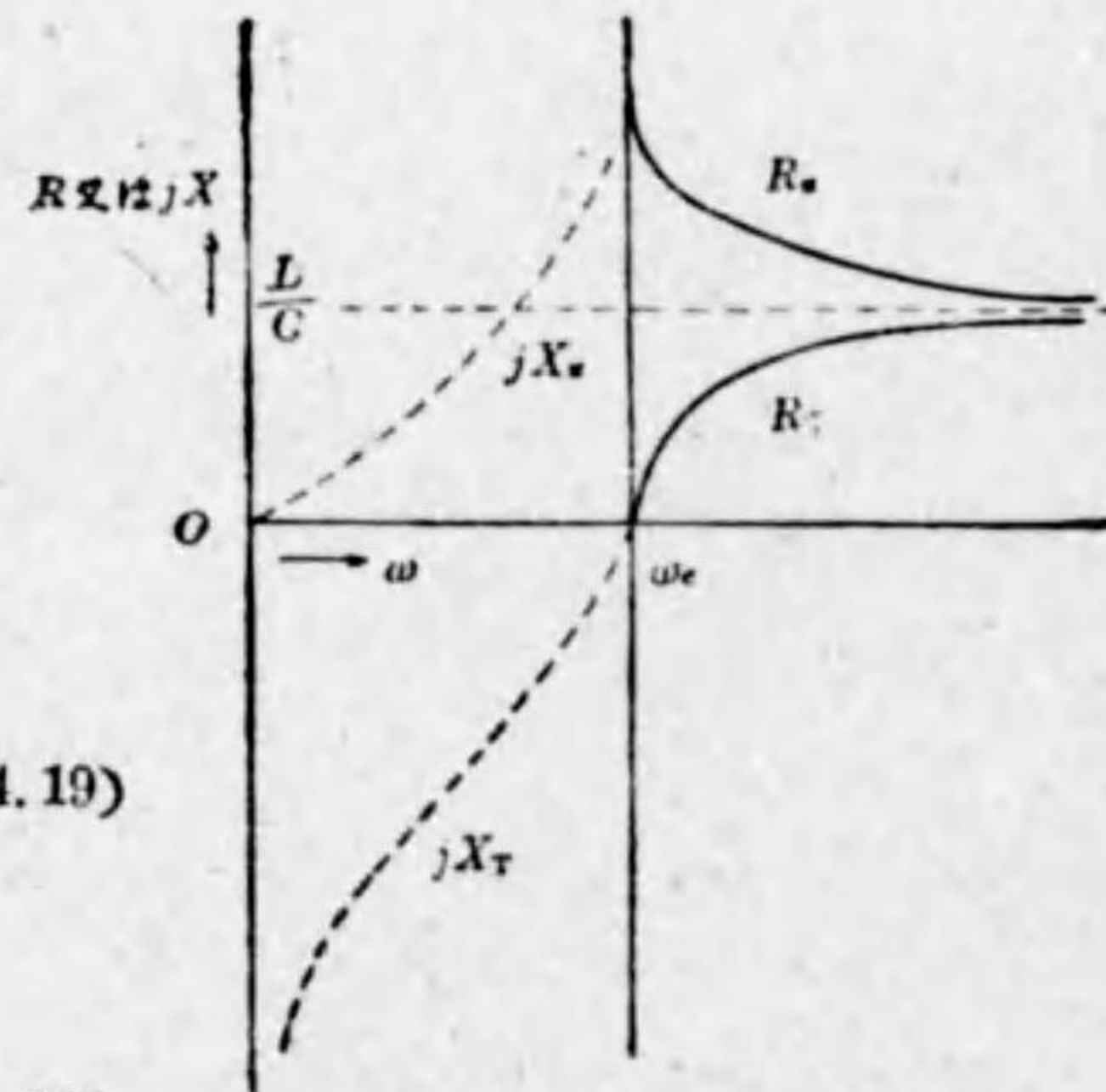
(5.4.18) 式より

$$f_c = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}} \dots\dots\dots(5.4.20)$$

(5.4.19) 及 (5.4.20) より

$$\left. \begin{aligned} L &= \frac{1}{4\pi f_c} \\ C &= \frac{R}{4\pi f_c R} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5.4.21)$$

即ち R 及 f_c が與へられると高域濾波器の設計が出来る。



第 5.4.6 圖

減衰量及位相量の考察 (第 5.4.7 圖)

$$\frac{1}{2} z_1 = \frac{1}{2j\omega C}$$

$$\dot{Z}_T \dot{Z}_\pi = R^2$$

$$C = \frac{1}{4\pi f_c R}$$

の式より

$$\sinh \theta_1 = \frac{1}{2} z_1 = \frac{\omega_c}{j\omega}$$

を得。

通過帯域に於ては $\beta_1 = 0$ で

$$\alpha_1 = \sinh^{-1} \frac{\omega_c}{\omega} \dots\dots\dots(5.4.22)$$

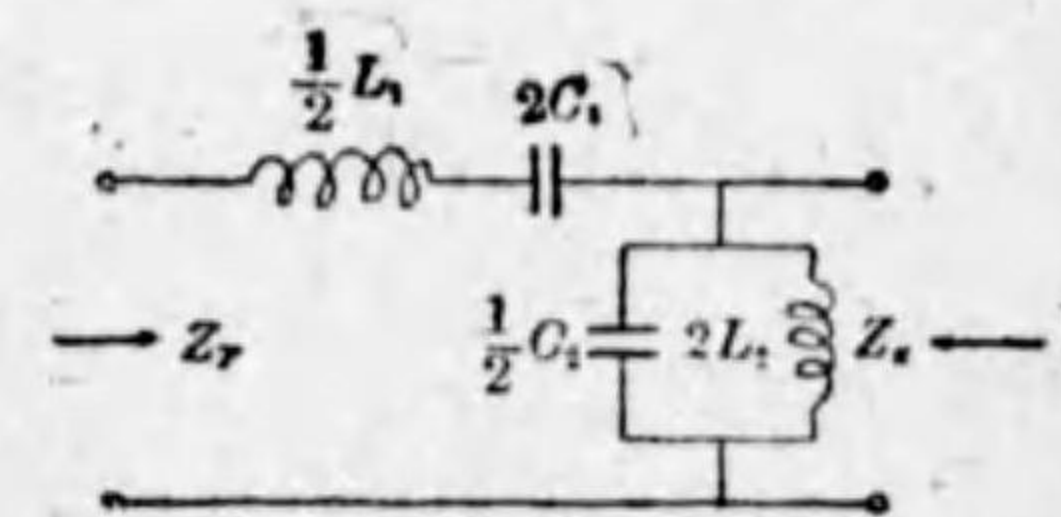
減衰帯域に於ては

$$\alpha_1 = -\frac{\pi}{2}$$

$$\beta_1 = \cosh^{-1} \frac{\omega_c}{\omega} \dots\dots\dots(5.4.23)$$

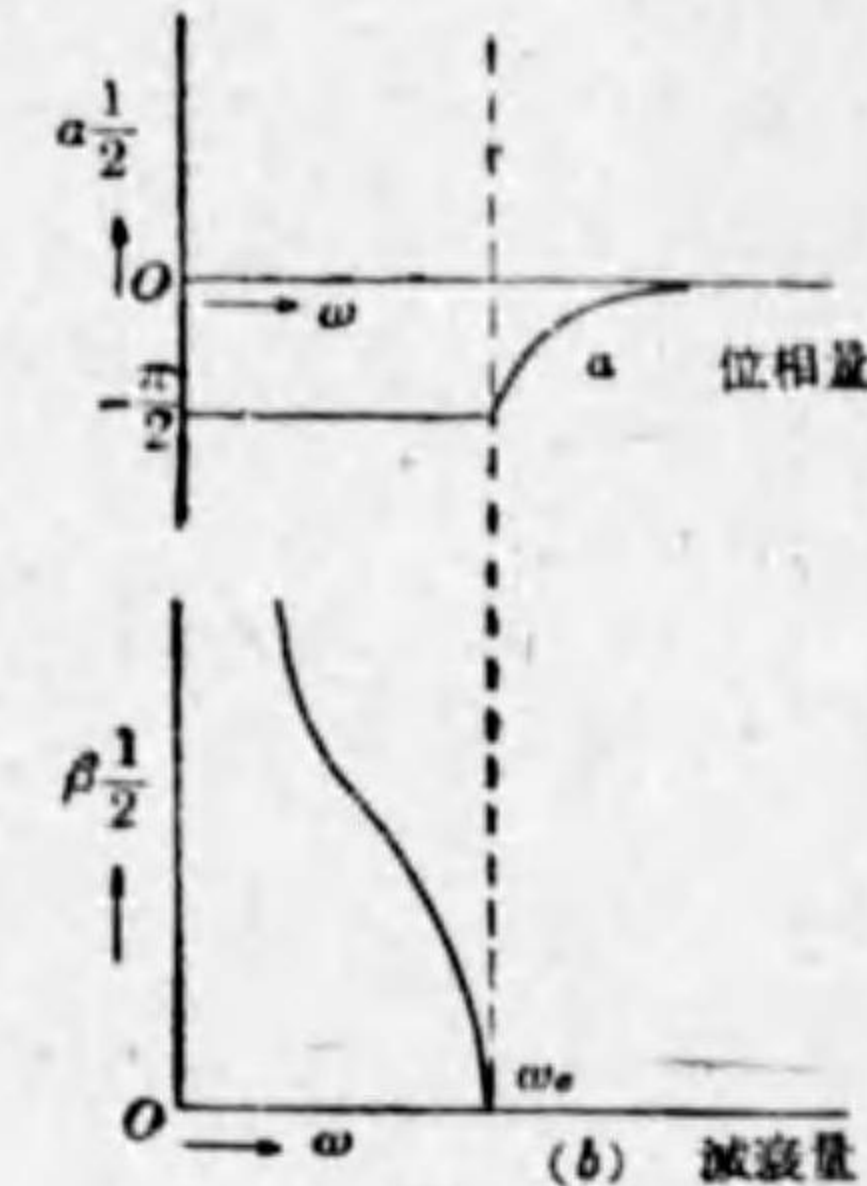
(iii) 定 K 型帯域濾波器

此の場合 z_1 が有し得る最も簡単な形は、単一の共振或ひは単一の反共振アームである。何れも z_1 の中に二つのリアクタンス素子を含んでゐる。 z_1 が単一の共振回路である場合



第 5.4.8 圖

は、 z_2 は其の逆回路即ち z_1 の共振周波数で、反共振を與へる単一の反共振回路であらねばならぬ。此の構成に於て一つの遮断周波数 f_1 以下及第二の



第 5.4.7 圖

遮断周波数 f_2 以上のすべての周波数を減衰し、之に反し二つの周波数間の帯域中にあるすべての周波数を傳送せしめる濾波器を得。故に其の濾波器を帯域濾波器と呼ばれる。第 5.4.8 圖は此の型の構成を示す。

z_1 及び z_2 は任意の値の抵抗 R に関して互に逆回路であるから (二端子網逆回路参照)

$$\left. \begin{aligned} \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} = R^2 \\ \text{或は} \\ R = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \end{aligned} \right\} (z_1 z_2 = R^2) \quad (5.4.24)$$

従つて $L_1 C_1 = L_2 C_2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} z_1 &= j \left(\frac{1}{2} \omega L_1 - \frac{1}{2\omega C_1} \right) = \frac{1}{2} j \omega L_1 \left(1 - \frac{1}{\omega^2 L_1 C_1} \right) \\ &= \frac{1}{2} j \omega L_1 \left(1 - \frac{\omega_m^2}{\omega^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} j \omega_m L_1 \left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right) \quad (5.4.25) \end{aligned}$$

但し $\omega_m = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \quad (5.4.26)$

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{4z_2} &= \left(\frac{z_1}{2R} \right)^2 = - \left(\frac{\omega_m L_1}{2R} \right)^2 \left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \\ &= - \frac{1}{4} \omega_m^2 L_1 C_2 \left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2 \quad (5.4.27) \end{aligned}$$

遮断周波数 ω_1 及 ω_2 は $\frac{z_1}{4z_2} = -1$ より求められるから、之を満足

する一つの周波数を ω_2 とすれば

(5.4.27) 式より $\omega = \omega_2$ と置き

$$\frac{1}{4} \omega_m^2 L_1 C_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2} \right)^2 = 1 \quad (5.4.28)$$

$$\therefore \left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2} \right)^2 = \frac{4}{\omega_m^2 L_1 C_2} \quad (5.4.29)$$

従つて (5.4.29) 式を (5.4.27) 式に代入すれば

$$\frac{z_1}{4z_2} = - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2} \right)^2} \quad (5.4.30)$$

故に $\dot{Z}_T = R \sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}$, $\dot{Z}_\pi = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}}$

に代入すると

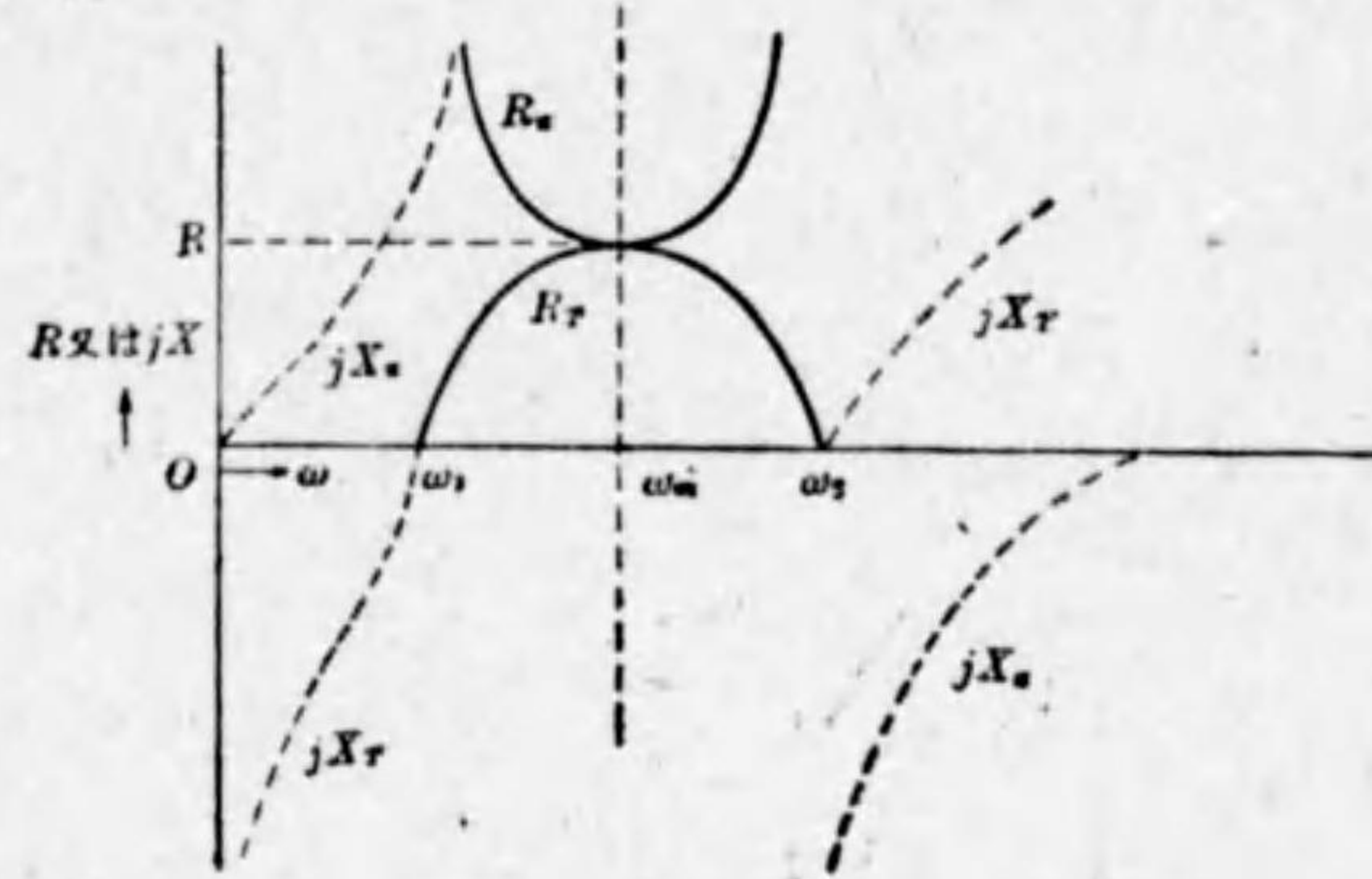
$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_T &= R \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2} \right)^2}} \\ \dot{Z}_\pi &= \frac{R}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2} \right)^2}}} \end{aligned} \right\} (5.4.31)$$

となる。遮断周波数 ω_1 を採つたとすると、前と同様にして

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_T &= R \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_1} \right)^2}} \\ \dot{Z}_\pi &= \frac{R}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)^2}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_1} \right)^2}}} \end{aligned} \right\} (5.4.32)$$

を得。

上式より Z_r 及 Z_n の周波数特性を圖示すると第 5.4.9 圖の如くなる。
 ($\omega_1 < \omega_2$ の時)



第 5.4.9 圖

Z_r は (5.4.32) 式より周波数が ω_1 より低い時即ち下の減衰帯域では容量的であり、下の遮断周波数 ω_1 で零となり遮断周波数 ω_1 を通過すると抵抗となり、中間周波数 ω_m で抵抗 R の最大値に上り、上の遮断周波数 ω_2 [(5.4.32) 式より] で再び零に下り、其の點からインダクティヴになり、周波数の増大すると共に益々大なるインダクティヴリアクタンスとなつて行く、

之に對し Z_n は下の減衰帯域ではインダクティヴであり、 ω_1 で無限大となり、 ω_1 と ω_2 の間では抵抗で中間周波数 ω_m で最小値 R まで下り、 ω_2 で再び無限大となる。而して上の減衰帯では周波数の増大と共に減少する負のリアクタンス (即ち容量性) である。

特別の場合として ω_1 が零の場合は ω_2 低域濾波器となり、 ω_2 が無限大の場合は高域濾波器となる。

然るに $\omega_2 \neq \omega_1$ であるから (5.4.30) 式の ω に ω_1 及 ω_2 を入れた時、
 即ち

$$-\frac{\left(\frac{\omega_1}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_1}\right)^2}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2}\right)^2} = -1$$

及び

$$-\frac{\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2}\right)^2}{\left(\frac{\omega_1}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_1}\right)^2} = -1$$

が満足されるべき筈である。故に

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_1}{\omega_m} &= \frac{\omega_m}{\omega_2} \\ \text{或は} \quad \omega_m^2 &= \omega_1 \omega_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.4.33)$$

となる。

故に遮断周波数の一つは ω_m より高く、他の一つは ω_m より低い周波数である。

(5.9.29) 及 (5.4.33) 式より $\omega_2 > \omega_m > \omega_1$ の時は

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_2}\right) = \frac{2}{\omega_m \sqrt{L_1 C_2}} = \left(\frac{\omega_m}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_m}\right) = 2 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} = \frac{\omega_m}{\omega_1}, \quad \omega_m = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} \text{ を代入}\right)$$

上式に於て $\frac{\omega_2}{\omega_m} = K$ と置けば

$$K - \frac{1}{K} = 2 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}}$$

$$K^2 - 1 - 2 \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} K = 0$$

$$\therefore K = \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} \pm \sqrt{\frac{C_1}{C_2} + 1}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_m} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} + 1} \text{ の時 又は } \frac{\omega_2}{\omega_m} = \sqrt{\frac{C_1}{C_2} - 1} \text{ の時}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_m} = -\sqrt{\frac{C_1}{C_2} + 1} \quad \left| \quad \frac{\omega_2}{\omega_m} = \text{負} \text{ となり、之は不能。}$$

上式より

$$\omega_2 - \omega_1 = 2\omega_m \sqrt{\frac{C_1}{C_2}} = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}$$

又 $R = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$ なる関係より $\omega = 2\pi f$ として

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \frac{R}{\pi(f_2 - f_1)} \\ L_2 &= \frac{(f_2 - f_1)R}{4\pi f_1 f_2} \\ C_2 &= \frac{1}{\pi(f_2 - f_1)R} \\ C_1 &= \frac{f_2 - f_1}{4\pi f_1 f_2 R} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.4.34)$$

位相量及減衰量の考察 (第 5.4.10 圖)

$$\frac{1}{2} z_1 = \frac{1}{2} \left(j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1} \right) = R \sinh \theta_{\frac{1}{2}} \quad (R = \dot{Z}_T \dot{Z}_n)$$

$$\sinh \theta_{\frac{1}{2}} = \frac{z_1}{2R} = \frac{j \left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega_1} \right)}$$

又は $= \frac{j \left(\frac{\omega}{\omega_m} - \frac{\omega_m}{\omega} \right)}{\left(\frac{\omega_m}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_m} \right)}$

を $= jx$

と置けば

$$\theta_{\frac{1}{2}} = \beta_{\frac{1}{2}} + j a_{\frac{1}{2}}$$

より

通過帯域に於ては

$$\beta_{\frac{1}{2}} = 0 \text{ で}$$

$$a_{\frac{1}{2}} = \sinh^{-1} x$$

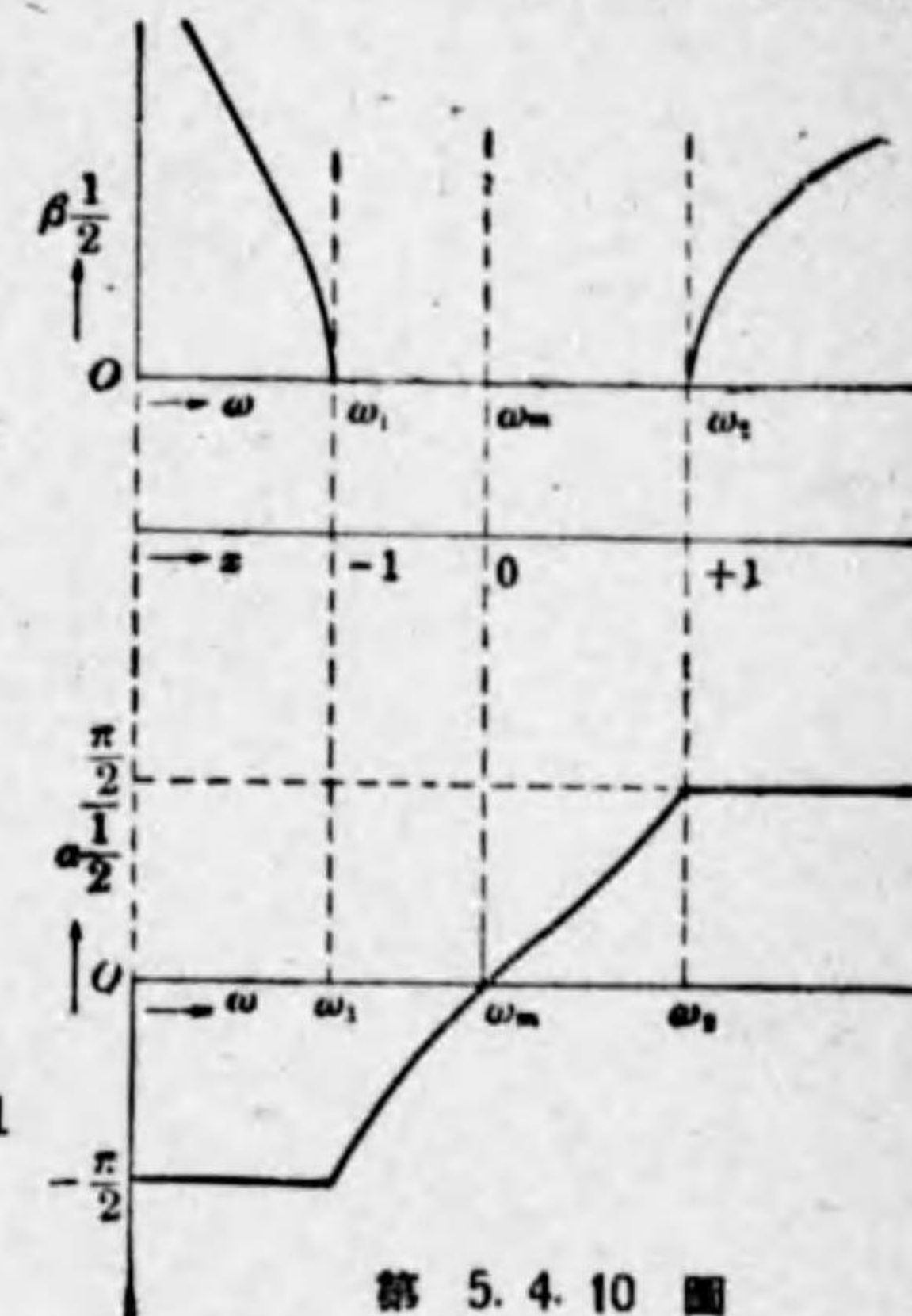
減衰帯域に於ては

$$a_{\frac{1}{2}} = -\frac{\pi}{2} \text{ 又は } \frac{\pi}{2}$$

$$\uparrow \qquad \qquad \uparrow$$

$$x = -1 \qquad x = +1$$

$$\therefore \beta_{\frac{1}{2}} = \cosh^{-1} x$$



第 5.4.10 圖

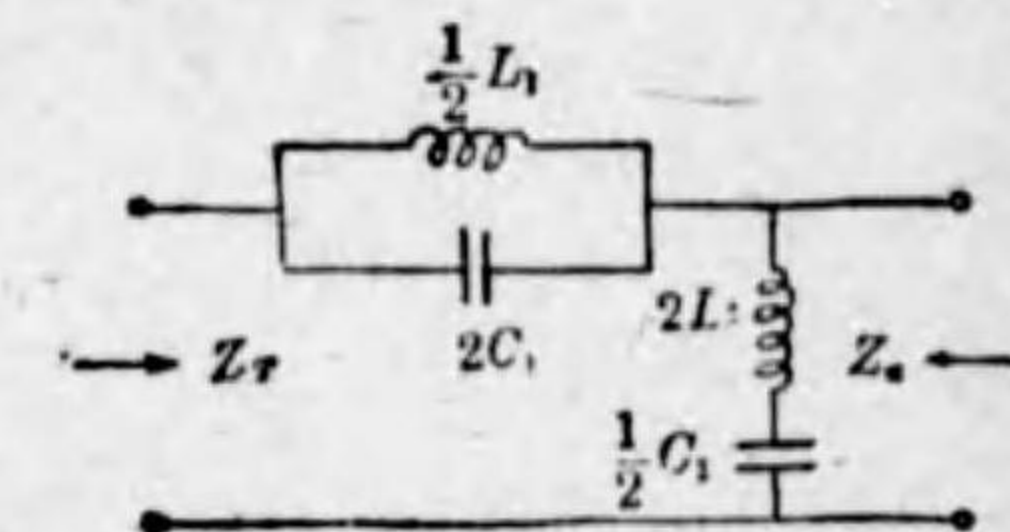
(iv) 定 K 型帯域消去濾波器

之は第 5.4.11 圖に示す如く、

z_1 が単一の反共振アームで z_2 が

R に関して、逆回路の単一の共振

アームである様な濾波器である。



第 5.4.11 圖

此の型の濾波器は其の二つの遮断周波数の間にある總べての周波数を除去し(即ち減衰させるが)他の帯域の總べての周波数を通過せしめる。

$$z_1 z_2 = R^2$$

なる爲めに

$$\frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} = R^2 \quad \dots\dots\dots (5.4.35)$$

$$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = R$$

従つて $L_1 C_1 = L_2 C_2$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} z_1 &= \frac{1}{2} \left(\frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{j\omega L_1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_\infty^2}} \\ &= \frac{1}{2} \frac{j\omega_\infty L_1}{\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty}} \dots\dots\dots (5.4.36) \end{aligned}$$

但し $\omega_\infty = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$ 又 $= \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \dots\dots\dots (5.4.37)$

即ち ω_∞ は z_1 の反共振周波数, z_2 共振周波数に相当する。

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{4z_2} &= \left(\frac{z_1}{2R} \right)^2 = - \left(\frac{\omega_\infty L_1}{2R} \right)^2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2} \\ &= - \frac{1}{4} \omega_\infty^2 L_1 C_2 \cdot \frac{1}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2} \dots\dots\dots (5.4.38) \end{aligned}$$

遮断周波数に於ては $\frac{z_1}{4z_2} = -1$ なるを以つて, 此の遮断周波数を ω_1, ω_2 とすれば

$$\left(\frac{\omega_\infty - \omega_1}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_\infty} \right)^2 = \frac{\omega_\infty^2 L_1 C_2}{4} = \left(\frac{\omega_\infty - \omega_2}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega_\infty} \right)^2 \dots\dots\dots (5.4.39)$$

之を (5.4.38) 式に入れると

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{4z_2} \left(\frac{z_1}{2R} \right)^2 &= - \frac{\left(\frac{\omega_\infty - \omega_1}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_\infty} \right)^2}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2} \\ &= - \frac{\left(\frac{\omega_\infty - \omega_2}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega_\infty} \right)^2}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2} \dots\dots\dots (5.4.40) \end{aligned}$$

従つて

$$\begin{aligned} \dot{Z}_T &= R \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega_\infty - \omega_1}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_\infty} \right)^2}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2}} = R \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega_\infty - \omega_2}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega_\infty} \right)^2}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2}} \\ \dot{Z}_\pi &= R \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega_\infty - \omega_1}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_\infty} \right)^2}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2}}} = R \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\left(\frac{\omega_\infty - \omega_2}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega_\infty} \right)^2}{\left(\frac{\omega_\infty - \omega}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_\infty} \right)^2}}} \end{aligned} \dots\dots\dots (5.4.41)$$

而して明らかに帯域濾波器に対する f_m の場合の如く, $\omega_1 \neq \omega_2$ なる故

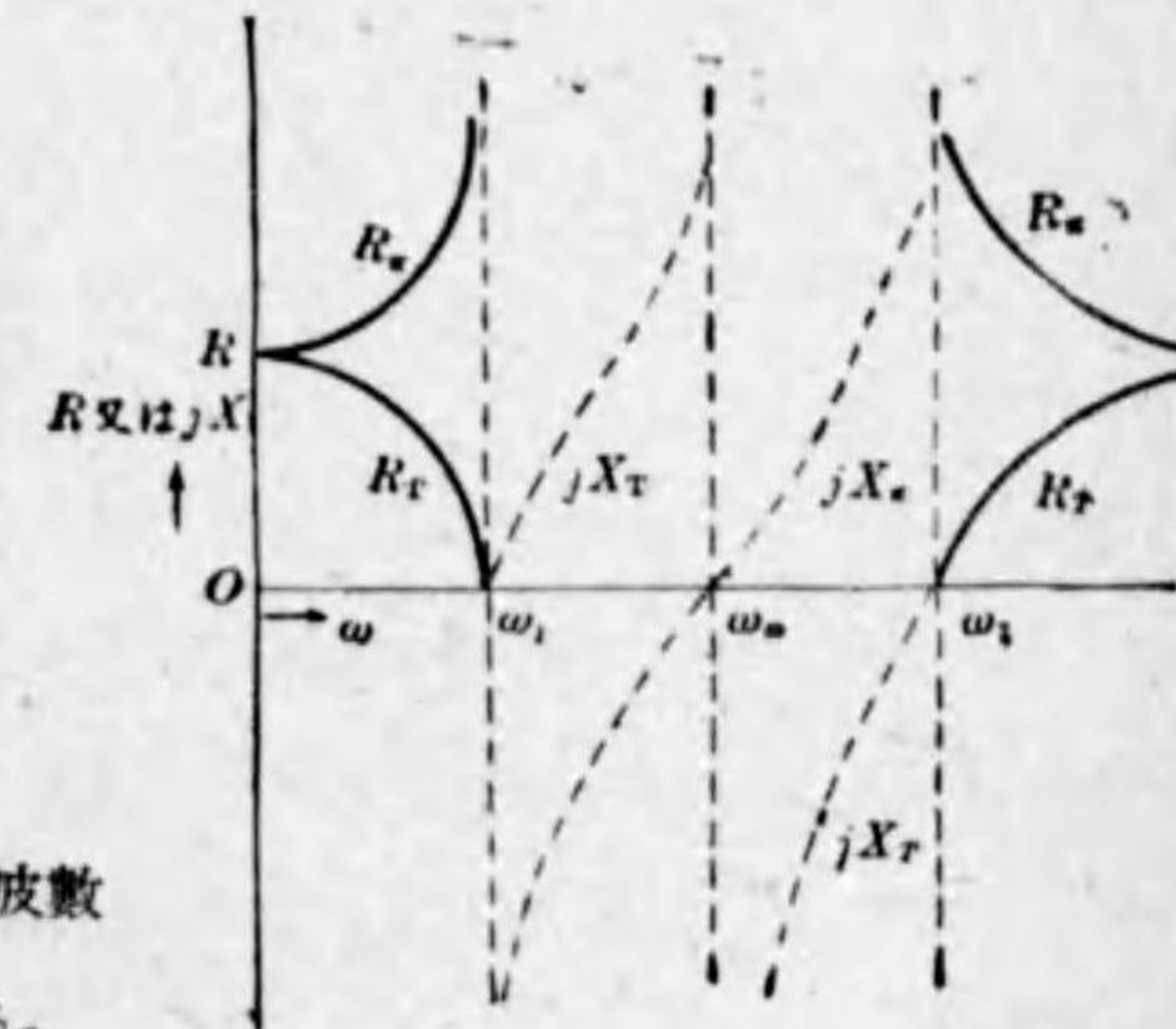
$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_1}{\omega_\infty} &= \frac{\omega_\infty}{\omega_2} \\ \omega_\infty^2 &= \omega_1 \omega_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.4.42)$$

(5.4.39) 及 (5.4.42) 式より

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{(f_2 - f_1)R}{\pi f_1 f_2} \\ C_1 &= \frac{1}{4\pi(f_2 - f_1)R} \\ L_2 &= \frac{R}{4\pi(f_2 - f_1)} \\ C_2 &= \frac{f_2 - f_1}{\pi f_1 f_2 R} \end{aligned}$$

(5.4.41) 式の \dot{Z}_T, \dot{Z}_π の周波数特性は第 5.4.12 圖の如くなる。

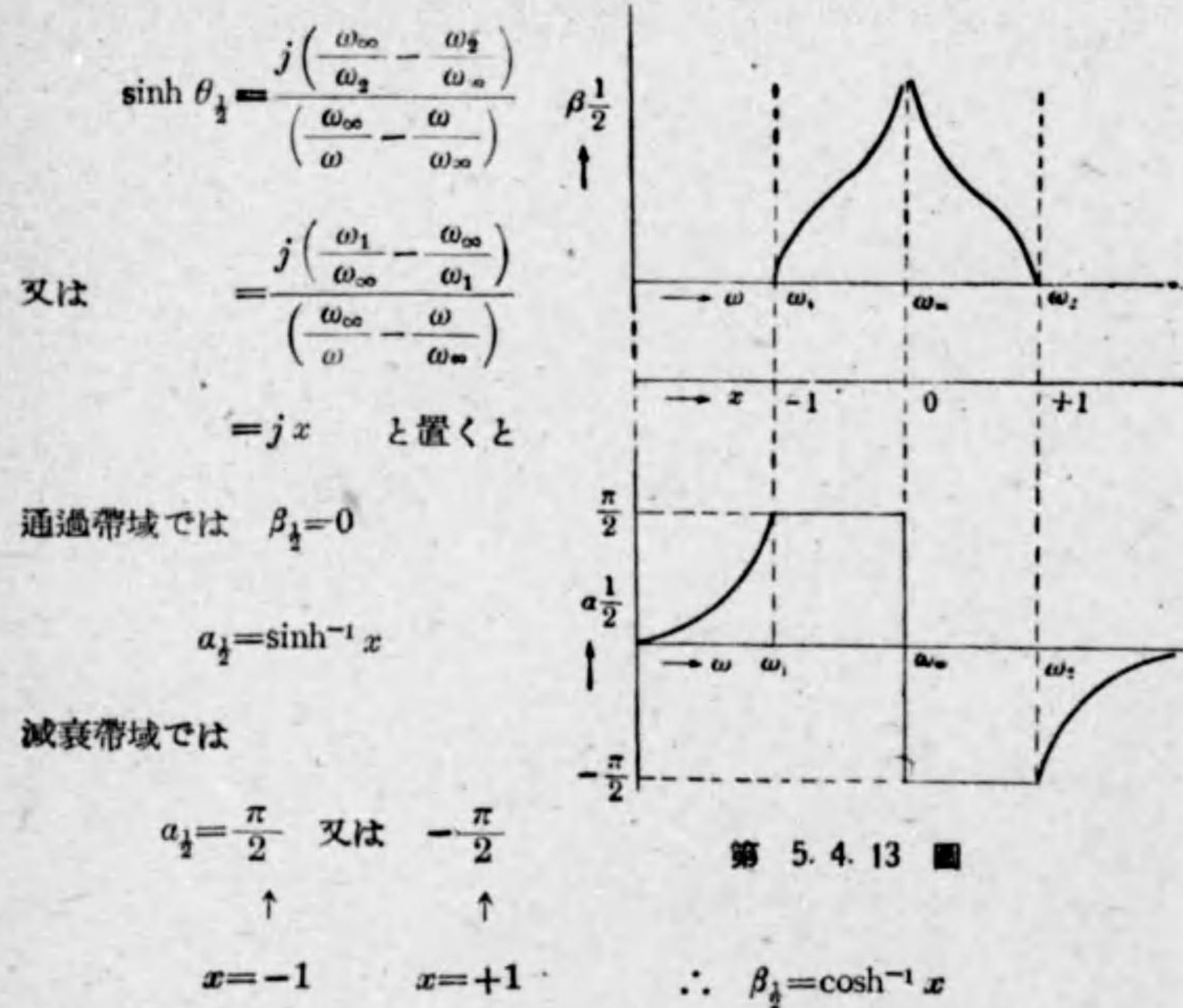
位相量及減衰量の考察(第 5.4.13 圖)



第 5.4.12 圖

$$\sinh \theta_2 = \frac{z_1}{2R}$$

(5.4.40) 式より



第 5.4.13 圖

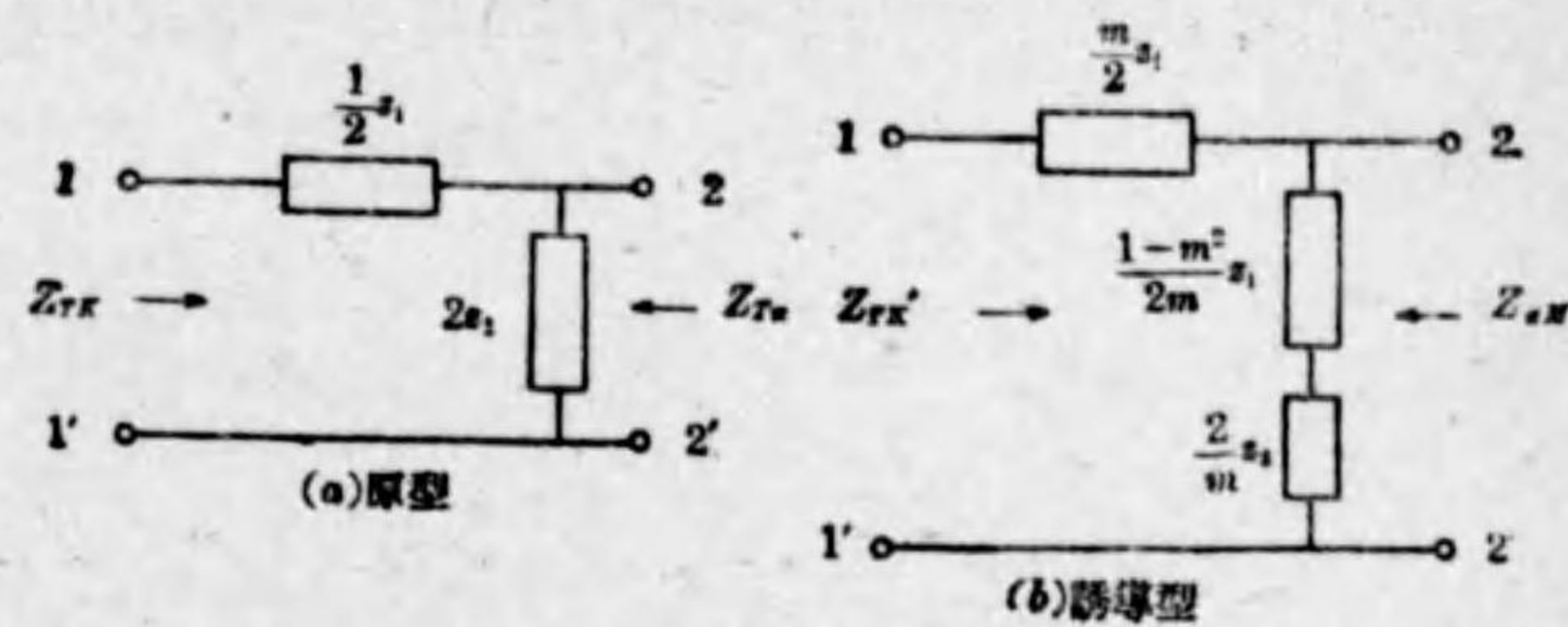
5.5 誘導 M 型濾波器

影像インピーダンスは一方或は兩方共或る定 K 型濾波器的影像インピーダンスに等しいが、其の内部配置、減衰及位相特性は一般に定 K 型の夫れとは異なつてゐる様な濾波區間或は半區間を得たいと假定する。斯かる區間或ひは半區間は定 K 型區間或は半區間と反射無しに接続することが出来る。

直列誘導型

今基礎として定 K 型の半區間を考へる。第 5.5.1 圖(a)に於て

$$\dot{Z}_{TK} = \sqrt{\dot{Z}_{TKS} \cdot \dot{Z}_{TKf}} \dots\dots\dots(5.5.1)$$



第 5.5.1 圖

此處に \dot{Z}_{TKS} は短絡インピーダンス

\dot{Z}_{TKf} は開放インピーダンス

今短絡インピーダンスが(a)圖の \dot{Z}_{TKS} の m 倍となり、開放インピーダンスが \dot{Z}_{TKf} の $\frac{1}{m}$ 倍となる如き回路を考へると、此の回路の映像インピーダンスは變らない事となる。斯くの如き條件を満足すべき回路として(b)圖を考へる。即ち同圖 1, 1' 端子から見た短絡及開放インピーダンスは

$$\dot{Z}'_{TKS} = \frac{m}{2} z_1 = m \dot{Z}_{TKS}$$

$$\dot{Z}'_{TKf} = \frac{m}{2} z_1 + \frac{m}{2} z_2 + \frac{1-m^2}{2m} z_1 = \frac{1}{m} \left(\frac{1}{2} z_1 + 2z_2 \right) = \frac{1}{m} \dot{Z}_{TKf}$$

$$\therefore \dot{Z}'_{TK} = \sqrt{z_1 z_2} \sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}} = \dot{Z}_{TK}$$

従つて斯くの如き回路構成が出来るならば(a)及(b)圖の端子 1, 1' から見た影像インピーダンスは何等變化を起さない事になる。

斯くの如き回路構成をなすべき素子が存在す爲めの m の値は次の條件内にある。

即ち $0 \leq m \leq 1$

m が正で 1 より小なる總べての値に對しては $\frac{1}{m}$ 及 $\frac{1-m^2}{m}$ は共

に正である故、所要の直列及並列アームは物理的に實現される。この範囲内では m は所要の任意の値をとり得る。此の m の値は設計上の考へから定まつて來るものである。

次に第 5.5.1 圖 (b) の端子 2, 2' から見た短絡開放及影像インピーダンスは

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{\pi MS} &= \frac{m}{2} z_1 \frac{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}}{1 + \frac{z_1}{4z_2}} \\ \dot{Z}_{\pi Mf} &= \frac{2}{m} z_2 \left\{ 1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2} \right\} \\ \dot{Z}_{\pi M} &= \sqrt{\frac{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}}{z_1 z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4z_2} \right)}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.5.2)$$

($\because \dot{Z}_{\pi M} = \sqrt{\dot{Z}_{\pi MS} \cdot \dot{Z}_{\pi Mf}}$)

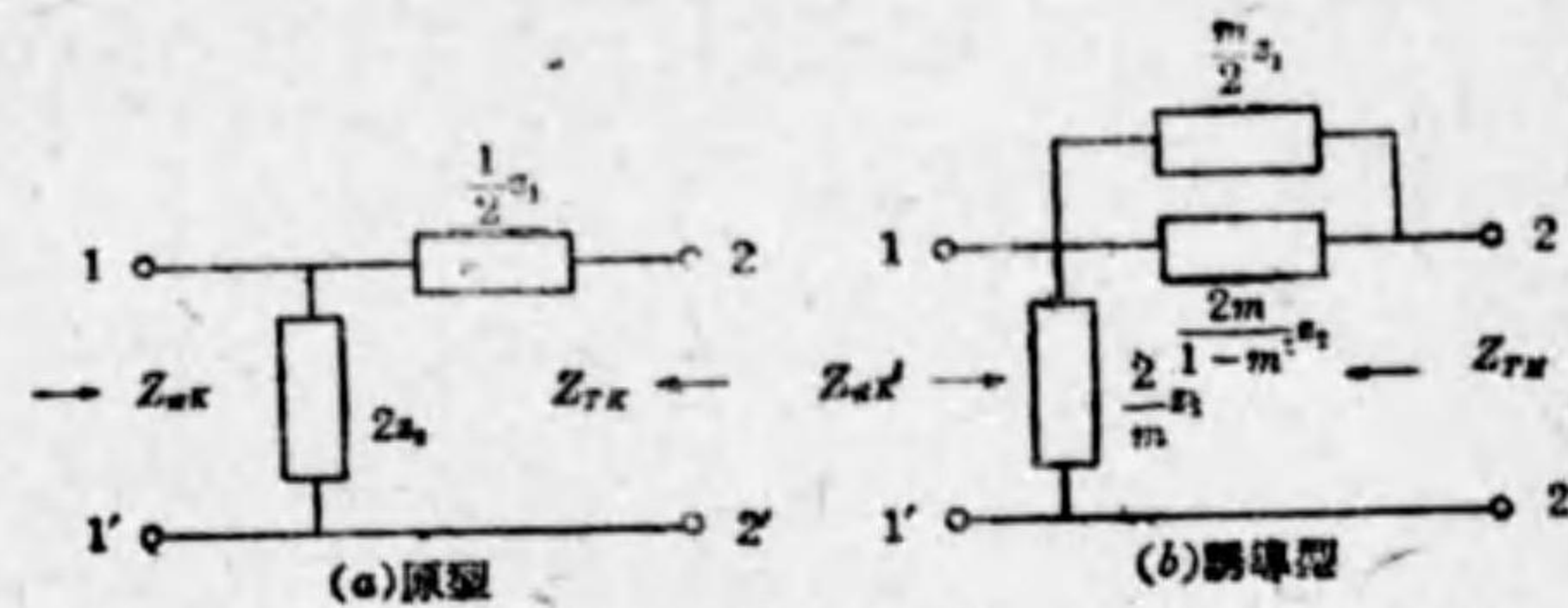
即ち $\dot{Z}_{\pi M} = \dot{Z}_{\pi K} \left\{ 1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2} \right\} \dots\dots\dots (5.5.3)$

此の誘導 M 型の變形の程度は選ばれた特性の m の値、竝に $\frac{z_1}{4z_2}$ の周波数特性に關係する。此の誘導 M 型を直列誘導 M 型と稱する。

並列誘導型

前の場合に於ける定 K 型構成の半區間を其の右端で考へるならば、異なつた種類の誘導型區間が得られる。即ち第 5.5.2 圖(a)原型の端子 1, 1' から見た短絡開放インピーダンスが m 倍及 $\frac{1}{m}$ 倍となる如き回路を考へて見る。即ち同圖 (b) を得る。

圖(b)に於て端子 1, 1' から見た短絡開放及影像インピーダンスは



第 5.5.2 圖

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{\pi KS'} &= \frac{1}{\frac{m}{2z_2} + \frac{2}{mz_1} + \frac{1-m^2}{2mz_2}} \\ &= m \frac{2z_1 z_2}{z_1 + 4z_2} = m \dot{Z}_{\pi KS} \\ \dot{Z}_{\pi Kf'} &= \frac{2}{m} z_2 = \frac{1}{m} \dot{Z}_{\pi Kf} \\ \dot{Z}_{\pi K'} &= \sqrt{\dot{Z}_{\pi KS'} \cdot \dot{Z}_{\pi Kf'}} = \sqrt{z_1 z_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}} = \dot{Z}_{\pi K} \end{aligned}$$

而して斯くの如き回路は $0 \leq m \leq 1$ なる範囲に於て實現し得られることは前述の通りである。

次に端子 2, 2' から見た短絡及開放インピーダンスは

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_{\pi MS} &= \frac{1}{\frac{m}{2z_1} + \frac{1-m^2}{2mz_2}} = \frac{\frac{m}{2} z_1}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} \\ \dot{Z}_{\pi Mf} &= \frac{2}{m} z_2 + \frac{\frac{m}{2} z_1}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} \\ &= \frac{\frac{2}{m} z_2 \left(1 + \frac{z_1}{4z_2} \right)}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.5.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{Z}_{TM} &= \sqrt{\dot{Z}_{TMS} \cdot \dot{Z}_{TMF}} = \sqrt{z_1 z_2} \frac{\sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} \\ &= \dot{Z}_{TK} \frac{1}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} \end{aligned}$$

並列誘導型区間の \dot{Z}_{TM} は元の定 K 型区間の \dot{Z}_{TK} と係数 $1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}$ だけ異なり、此の係数は定 K 型及直列誘導の $\dot{Z}_{\pi M}$, $\dot{Z}_{\pi K}$ の間の関係に對して (5.1.3) 式に表はれた比である。即ち

(5.5.3) 及 (5.5.4) 式から

$$\frac{\dot{Z}_{TM}}{\dot{Z}_{TK}} = \frac{\dot{Z}_{\pi K}}{\dot{Z}_{\pi M}} \dots\dots\dots (5.5.5)$$

又原型が定 K 型であれば

$$\dot{Z}_{TM} \cdot \dot{Z}_{\pi M} = \dot{Z}_{TK} \cdot \dot{Z}_{\pi K} = R^2 \dots\dots\dots (5.5.6)$$

即ち並列誘導型の T 端インピーダンス \dot{Z}_{TM} と、直列誘導型の π 端インピーダンス $\dot{Z}_{\pi M}$ とは逆回路の関係にある。但し其の場合は同じ定 K 型から誘導されたものでなければならぬ。

(註) 前に述べた T 端インピーダンスを半直列インピーダンスと云ひ、 π 端インピーダンスを半並列インピーダンスと云ふ。

例へば

$\dot{Z}_{\pi M}$ 直列誘導の半並列映像インピーダンス

\dot{Z}_{TKS} 定 K 型の半直列短絡インピーダンス

と云ふ。

M 型区間のインピーダンス特性

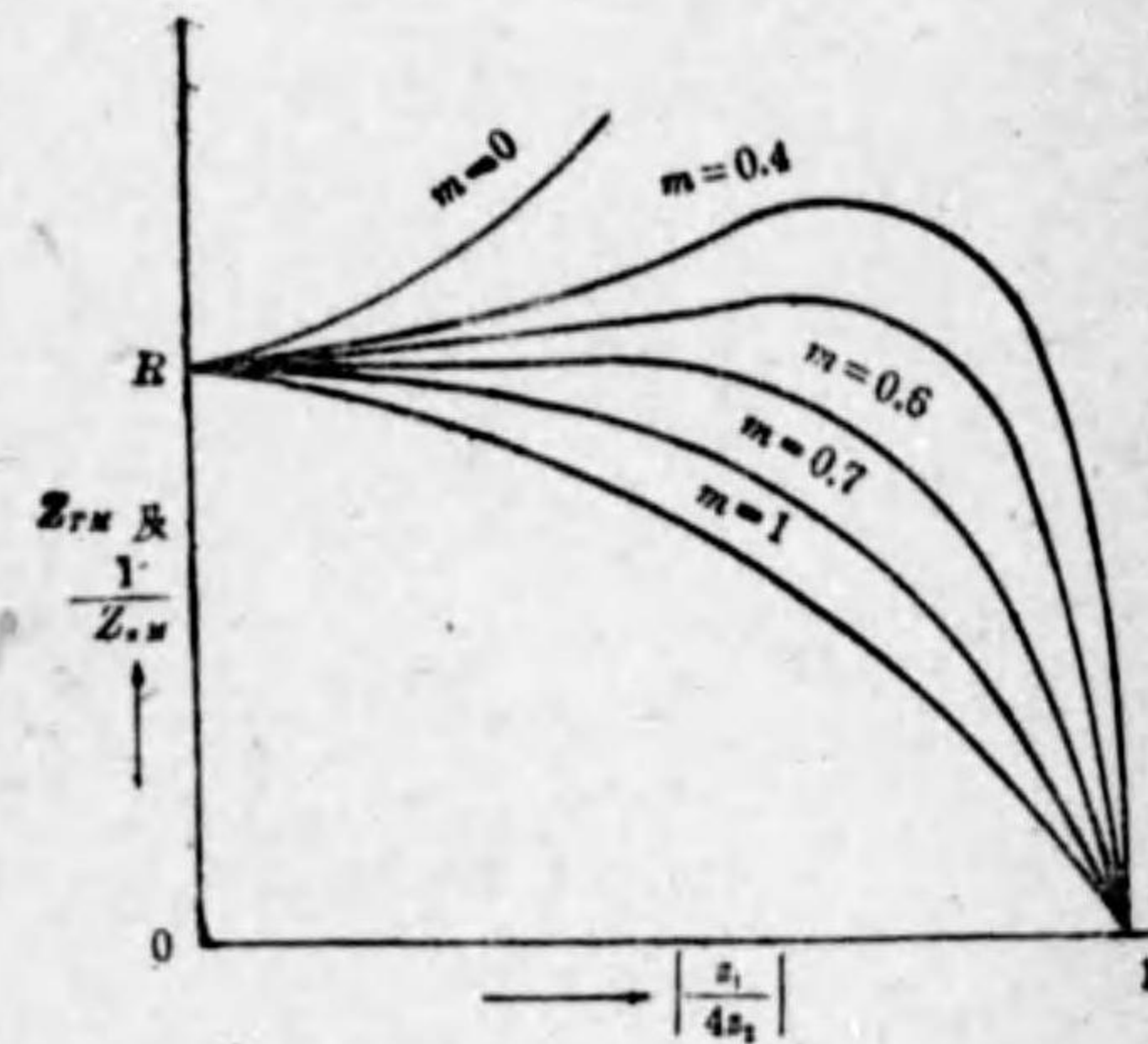
前述の如く其の誘導方法により一方の映像インピーダンスを變せず、他方の映像インピーダンスの周波数特性を變へる事が出来る。而して考へられたれ映像インピーダンスの周波数特性は m を適當に選ぶ事により望ましい形にする事が出来る。

M 型の映像インピーダンスの特徴は映像インピーダンスが比較的一定で傳送帯域の大部分を通じて一定値を保持し得る事である。

傳送帯内の \dot{Z}_{TM} 及 $\dot{Z}_{\pi M}$ の特性を第 5.5.3 圖に示す。圖に於て曲線の變化は $\left| \frac{z_1}{4z_2} \right|$ の變化に對して圖示されてゐる。 $m=1.0$ に對する曲線は定 K 型の曲線となる。

$\left| \frac{z_1}{4z_2} \right|$ は周波数に比例するやうには變化しない。従つて第 5.3.3 圖の曲線は映像インピーダンスの周波数に對する變化の正確な形は表はさないが各

曲線の形狀は種々の m の値に對する映像インピーダンスが傳送帯内での形狀を示す。圖に見る如く m が 0.6 に近い場合は映像インピーダンス \dot{Z}_{TM} 及 $\dot{Z}_{\pi M}$ は $\frac{z_1}{4z_2}$ の大部分の範圍、従つて傳送帯の大部分を通じて實用上の一定價値をとる。



第 5.5.3 圖

M 型区間の減衰特性

M 型構成に於ける遮断周波数は之を導き出した原型の定 K 型の遮断周波数と同一である。今之を本章第 3 節に於て爲したる $\frac{z_1}{4z_2}$ の考察から

考へて見よう。即ち前の場合に於ては z_1 は直列アームのインピーダンスを、 z_2 は並列アームのインピーダンスを意味してゐた。

即ち遮断點は

$$\frac{\frac{1}{2} \times \text{直列アームのインピーダンス}}{2 \times \text{並列アームのインピーダンス}} = 0 \text{ 又は } -1$$

の時であつた。斯くの如き考へから、誘導 M 型の直列アームのインピーダンスを \dot{z}_1 、並列アームのインピーダンスを \dot{z}_2 とすると、其の遮断周波数は

$$\frac{\frac{1}{2} \dot{z}_1}{2 \dot{z}_2} = 0 \text{ 又は } -1$$

の時である。第 5.5.1 圖 (b) の直列アームのインピーダンス \dot{z}_1 は

$$\frac{1}{2} \dot{z}_1 = \frac{1}{2} m z_1$$

並列アームのインピーダンスは

$$\begin{aligned} 2 \dot{z}_2 &= \frac{1-m^2}{2m} z_1 + \frac{2}{m} z_2 \\ \therefore \frac{\frac{1}{2} \dot{z}_1}{2 \dot{z}_2} &= \frac{\dot{z}_1}{4 \dot{z}_2} = \frac{\frac{1}{2} m z_1}{\frac{1-m^2}{2m} z_1 + \frac{2}{m} z_2} \\ &= \frac{m^2 \frac{z_1}{4z_2}}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} \dots\dots\dots (5.5.7) \end{aligned}$$

故に $\frac{z_1}{4z_2} = 0$ 又は -1 の時 (之は第 5.5.1 圖 (a) 原型の遮断周波数の時になる) は

$$\frac{\dot{z}_1}{4 \dot{z}_2} = \frac{m^2 \frac{z_1}{4z_2}}{1 + (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2}} = 0 \text{ 又は } -1$$

となる。

即ち原型の定 K 型と直列誘導 M 型は m の値の如何に拘はらず同じ遮断周波数を持つ。並列誘導も同様である。

斯くの如く M 型区間の減衰特性は、各減衰帯域内で減衰が變化してゐる點のみ、定 K 型構成の特性から異ならしめ得る。M 型の減衰は $\frac{\dot{z}_1}{4 \dot{z}_2}$ による。一般に

$$\begin{aligned} \tanh \theta_{M\frac{1}{2}} &= \sqrt{\frac{\dot{z}_s'}{\dot{z}_f'}} = \sqrt{\frac{m \dot{z}_s}{\frac{1}{m} \dot{z}_f}} \\ &= m \tanh \theta_{K\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (5.5.8) \end{aligned}$$

但し此處に \dot{z}_s' 、 \dot{z}_f' は誘導 M 型の短絡及開放インピーダンスで \dot{z}_s 及 \dot{z}_f は原型定 K 型の短絡及開放インピーダンスである。

然るに (5.4.3) 式より

$$\tanh \theta_{K\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4z_2}{z_1}}} = \frac{\sqrt{\frac{z_1}{4z_2}}}{\sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}}$$

故に

$$\tanh \theta_{M\frac{1}{2}} = m \frac{\sqrt{\frac{z_1}{4z_2}}}{\sqrt{1 + \frac{z_1}{4z_2}}} \dots\dots\dots (5.5.9)$$

此處に於て

$$\sqrt{\frac{z_1}{4z_2}} = jx \dots\dots\dots (5.5.10)$$

と置けば

$$\tanh \theta_{M\frac{1}{2}} = \frac{jmx}{\sqrt{1-x^2}} \dots\dots\dots (5.5.11)$$

今

$$x_\infty = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \dots\dots\dots (5.5.12)$$

とすれば

$$\tanh \theta_{M\frac{1}{2}} = \frac{jm x_{\infty}}{\sqrt{1-x_{\infty}^2}} = 1$$

となり x_{∞} の時は $\theta_{M\frac{1}{2}}$ は無限大, 即ち $\beta_{M\frac{1}{2}} = \infty$ を得。

$\beta_{M\frac{1}{2}} = \infty$ の時は

$$x_{\infty}^2 = \frac{1}{1-m^2}$$

$$\therefore \frac{z_1}{4z_2} = -\frac{1}{1-m^2} \dots \dots \dots (5.5.13)$$

$0 > \frac{z_2}{4z_2} > -1$ の時は通過帯域なる故 $0 < |x| < 1$ の時は通過帯域である。 x と $\tanh \theta_{M\frac{1}{2}}$ 及 $\beta_{M\frac{1}{2}}$ の曲線を第 5.5.4 圖に示す。

(註) case 1. 直列誘導

$$x = x_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}$$

の時は

(5.1.3) 式より

$$\dot{Z}_{NM} = 0$$

$$[\because (1-m^2) \frac{z_1}{4z_2} = -1]$$

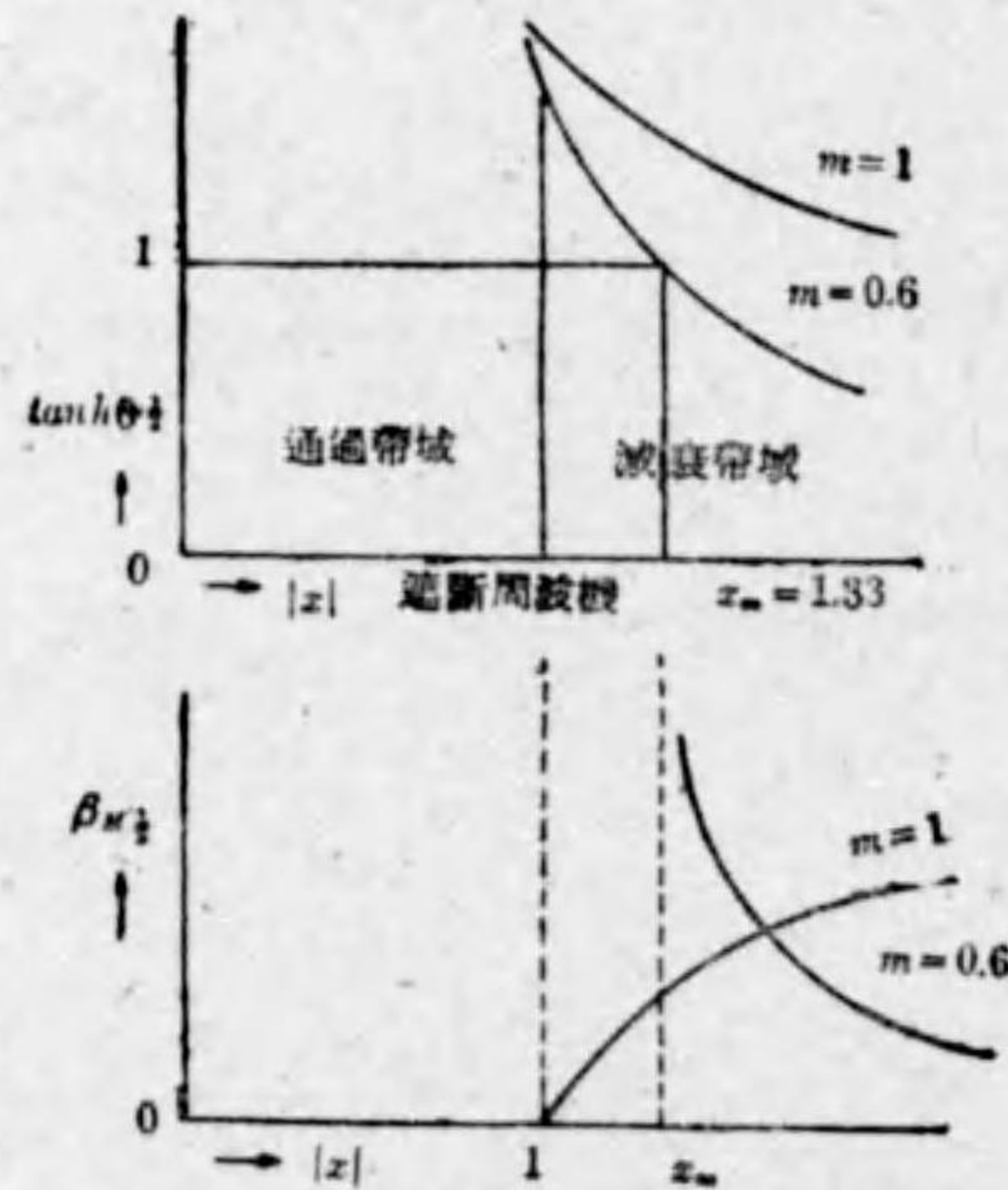
$$\dot{Z}_{NM} = 0$$

即ち x_{∞} の時は並列アームの共振を示す。

case 2. 並列誘導

$$x = x_{\infty} = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \text{ の時は}$$

(5.1.4) 式より



第 5.5.4 圖

$$\dot{Z}_{IMS} = \infty$$

$$\dot{Z}_{TM} = \infty$$

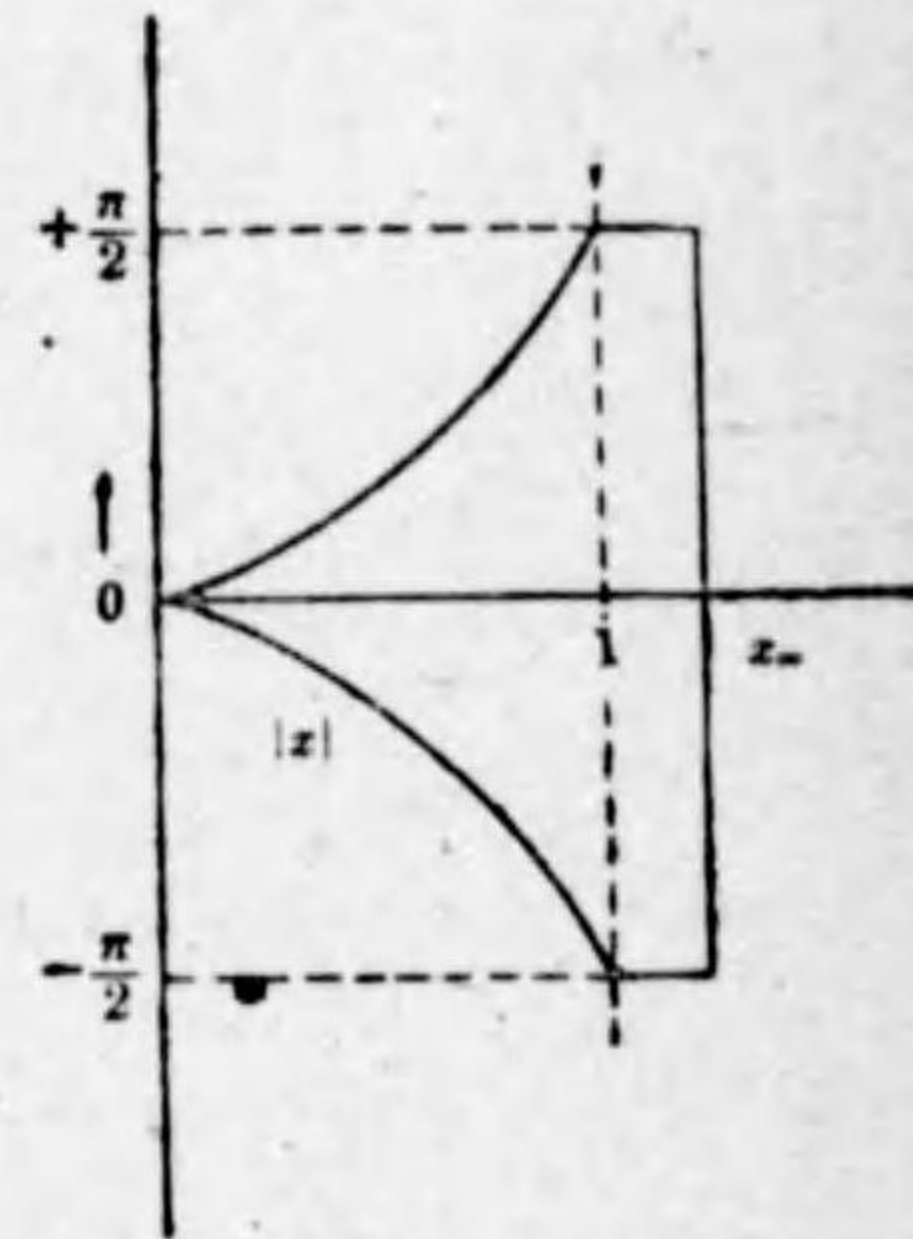
即ち x_{∞} の時は直列アームの反共振を示す。

M 型区間の位相特性

(1) 無限大減衰の周波数では $\frac{\dot{Z}_1}{4Z_2}$ が符號を變ずる故, M 型区間に於ける位相の推移は定 K 型と異なり半區間に就き常に $\pm \frac{\pi}{2}$ ラジアンではない。

此の各遮断周波数と其の隣りの無限大減衰の周波数との間の範圍でのみ此の値をとる。減衰帯域内の總ての他の周波数での位相推移は零となる。

(2) 通過帯域の範圍では位相推位は一方の遮断周波数から他の遮断周波数へ移る迄に同じ値の符號を變じて行くだけである。併し $\frac{\dot{Z}_1}{4Z_2}$ は周波数と共に $\frac{z_1}{4z_2}$ と異なつた變化をするので, 各 M 型の位相推移曲線はそれに相當する定 K 型構成のそれとは一般に等しくない。



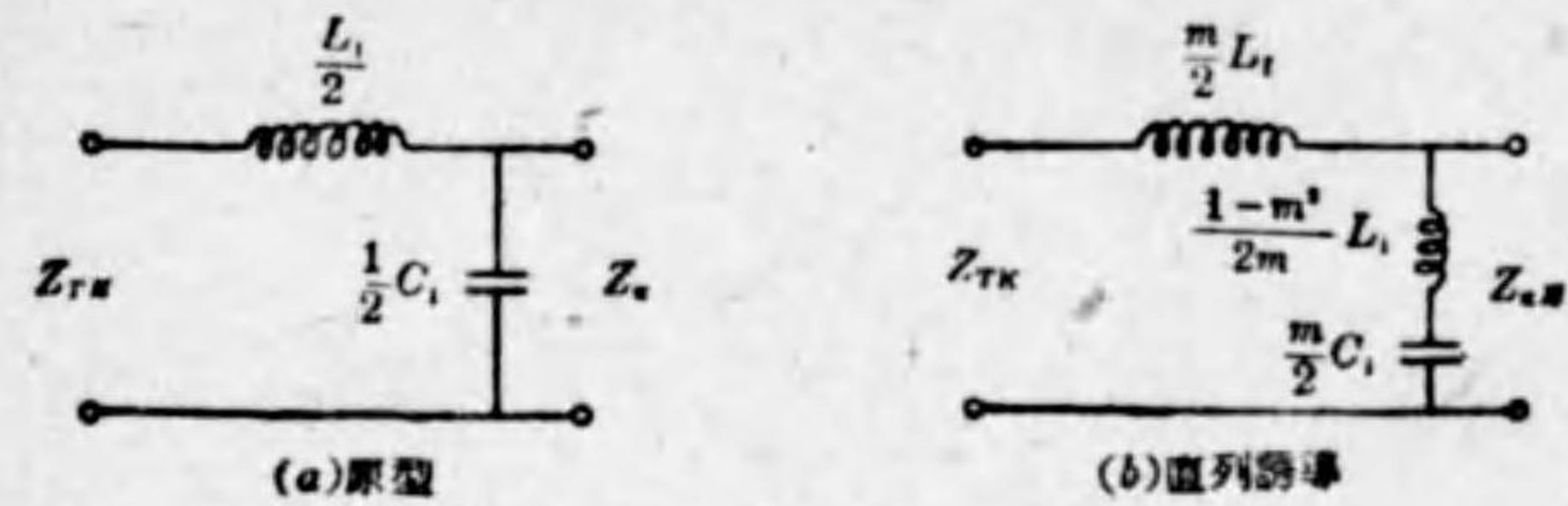
第 5.5.5 圖

誘導 M 型各種濾波器

(i) 低域 之迄の説明を先の定 K 型に適用すれば, 誘導 M 型低域濾波器, 同高域濾波器, 同帯域濾波器等を得る。

第 5.5.6 圖 (b) 及 (c) は (a) 圖から直列及並列 M 變換をなせるものである。

$$\sqrt{\frac{z_1}{4z_2}} = jx = j \frac{\omega}{\omega_0}$$



$$\frac{\omega_\infty}{\omega_c} = jx_\infty = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}}$$

ω_∞ は無限大損失を與ふる周波數

$\theta_{M\frac{1}{2}}$ の特性

(5.5.9) 式に代入して

通過帯域 ($0-\omega_c$) $\beta_{M\frac{1}{2}} = 0$

$$\alpha_{\frac{1}{2}x} = \tan^{-1} m \frac{\sqrt{\frac{z_1}{4z_2}}}{\sqrt{1+\frac{z_1}{4z_2}}} = \tan^{-1} m \sqrt{\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2}}$$

減衰帯域 ($\omega_c \rightarrow \omega_\infty$)

$$\beta_{M\frac{1}{2}} = \tanh^{-1} \frac{1}{m} \sqrt{\frac{\omega^2 - \omega_c^2}{\omega^2}}$$

$$\alpha_{M\frac{1}{2}} = \frac{\pi}{2}$$

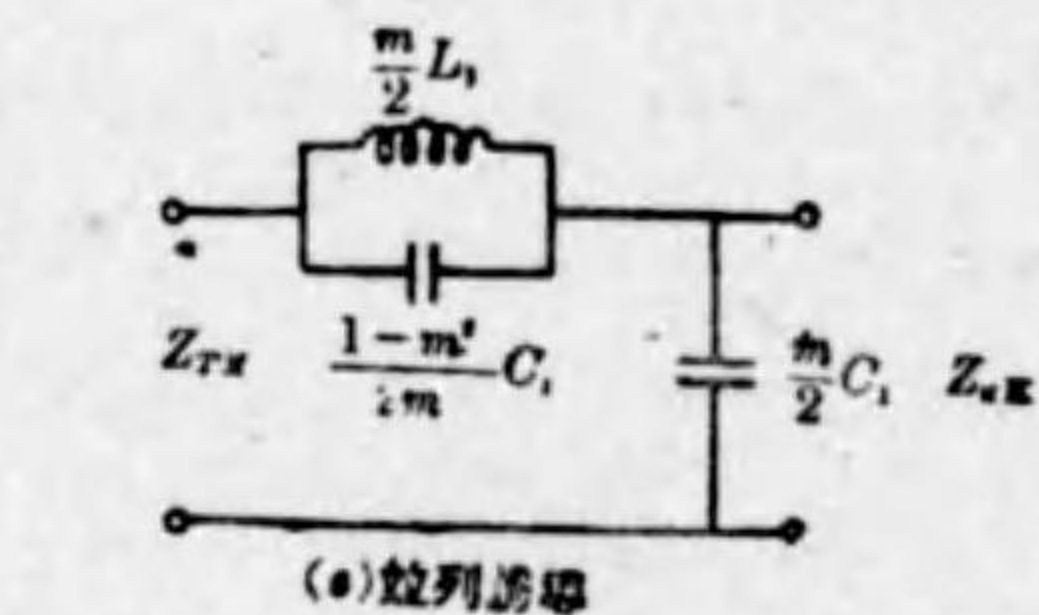
$$\omega_\infty \rightarrow \infty$$

$$\beta_{M\frac{1}{2}} = \tanh^{-1} m \sqrt{\frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_c^2}} = \alpha_{\frac{1}{2}x} + \beta_{M\frac{1}{2}}$$

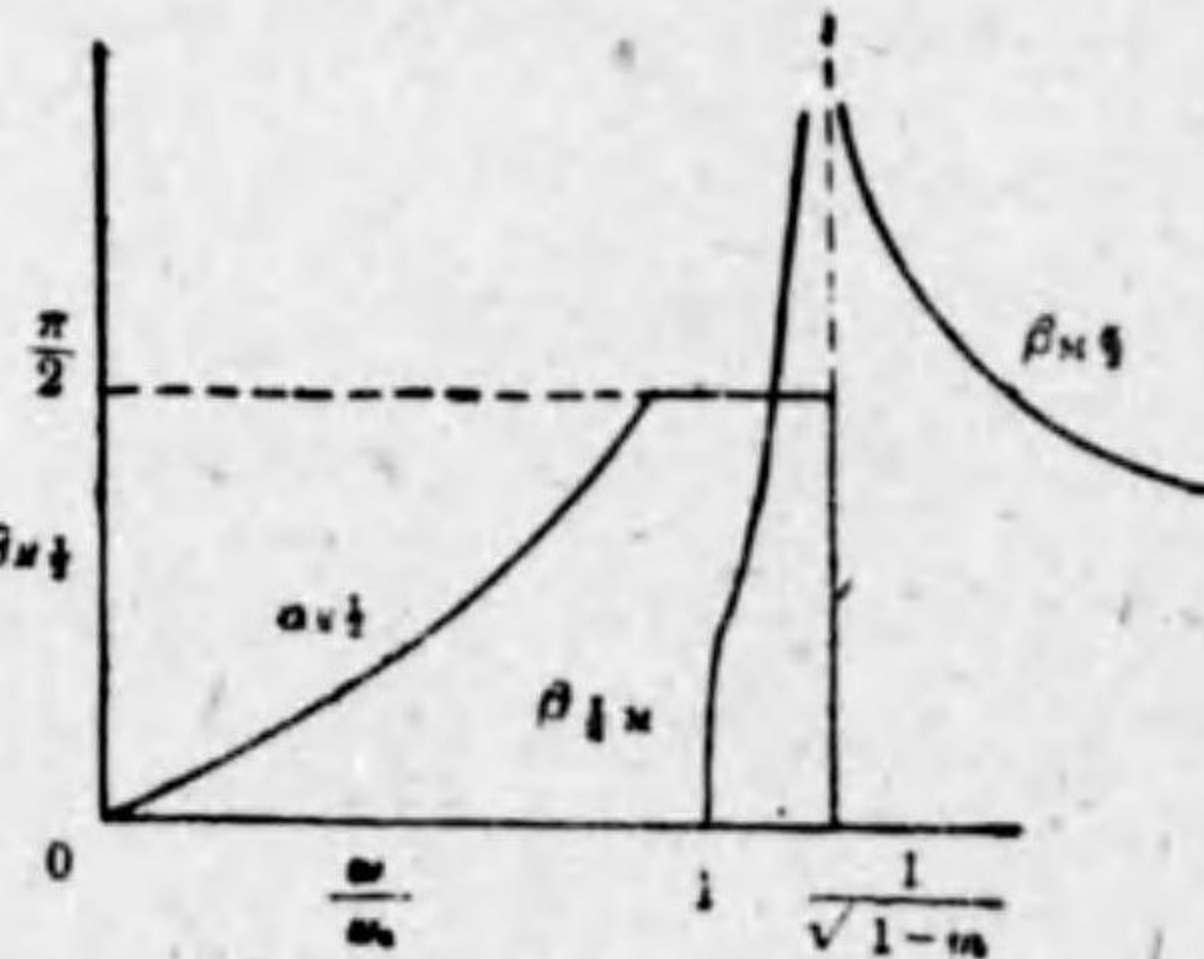
$$\alpha_{M\frac{1}{2}} = 0$$

以上の事を圖示すると第 5.5.7 圖の如くなる。

圖の如くなる。



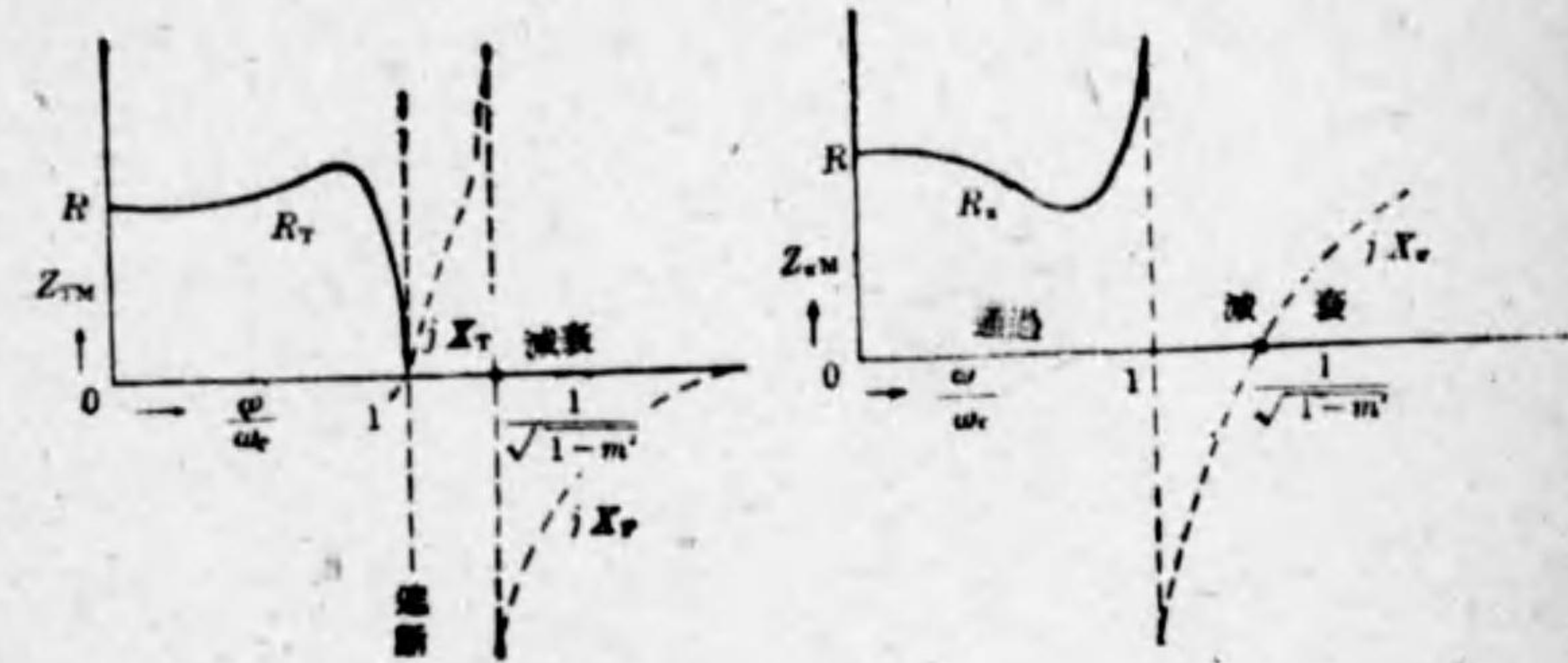
第 5.5.6 圖



第 5.5.7 圖

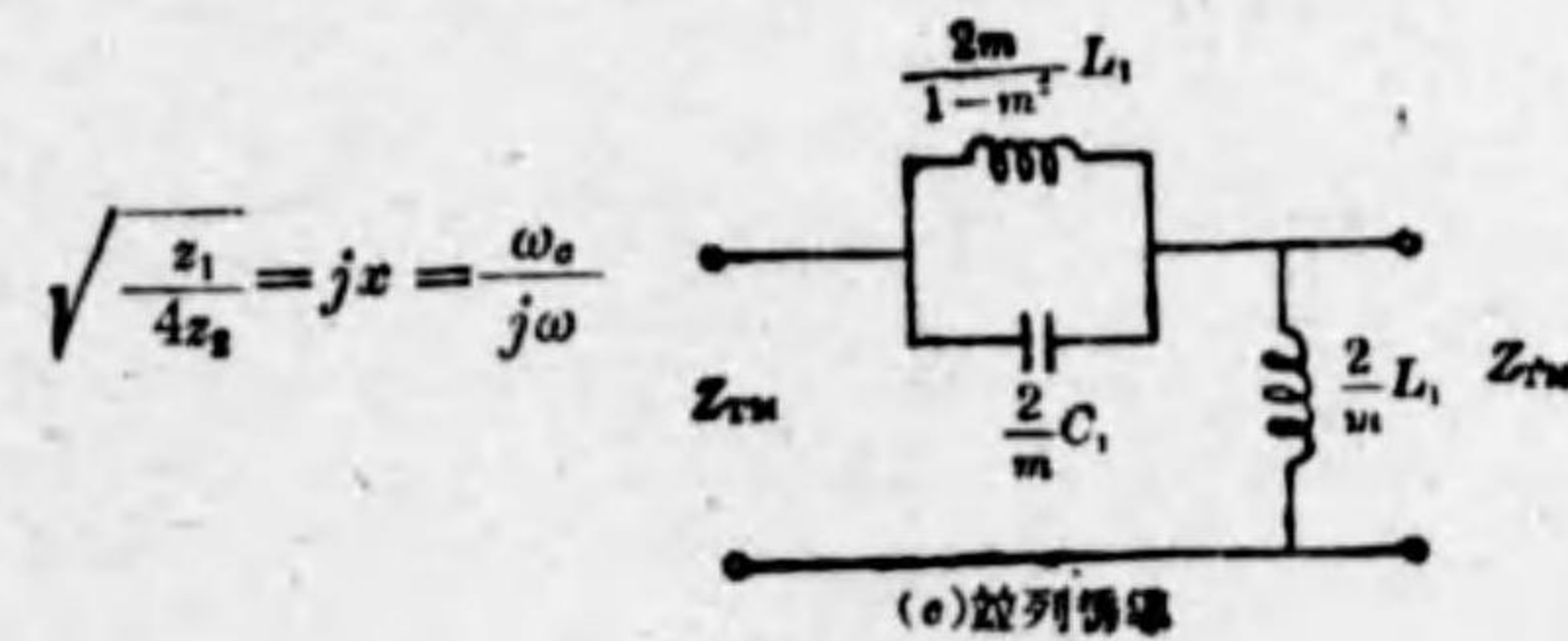
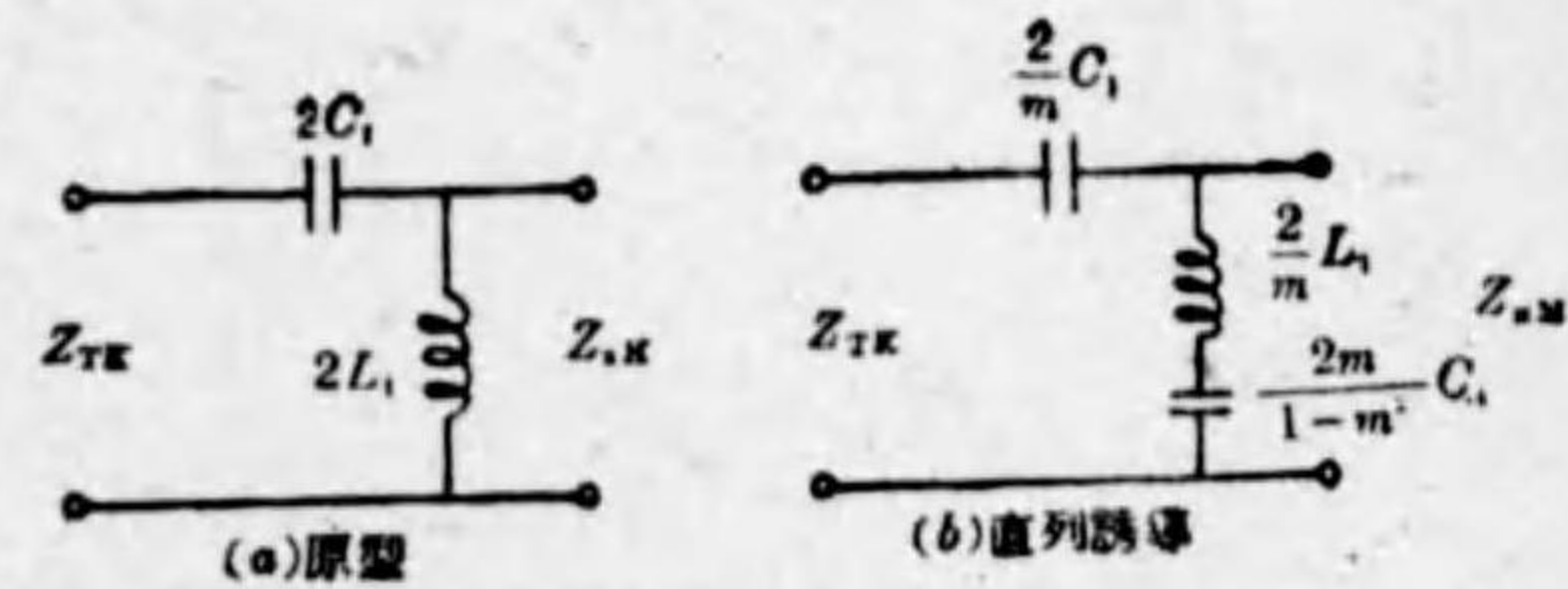
$Z_{TM}, Z_{\pi M}$ の特性

(5.5.2) 及 (5.5.4) 式に $\frac{z_1}{4z_2} = \frac{\omega}{\omega_c}$ を入れると第 5.5.8 圖の如き特性を得る。



第 5.5.7 圖

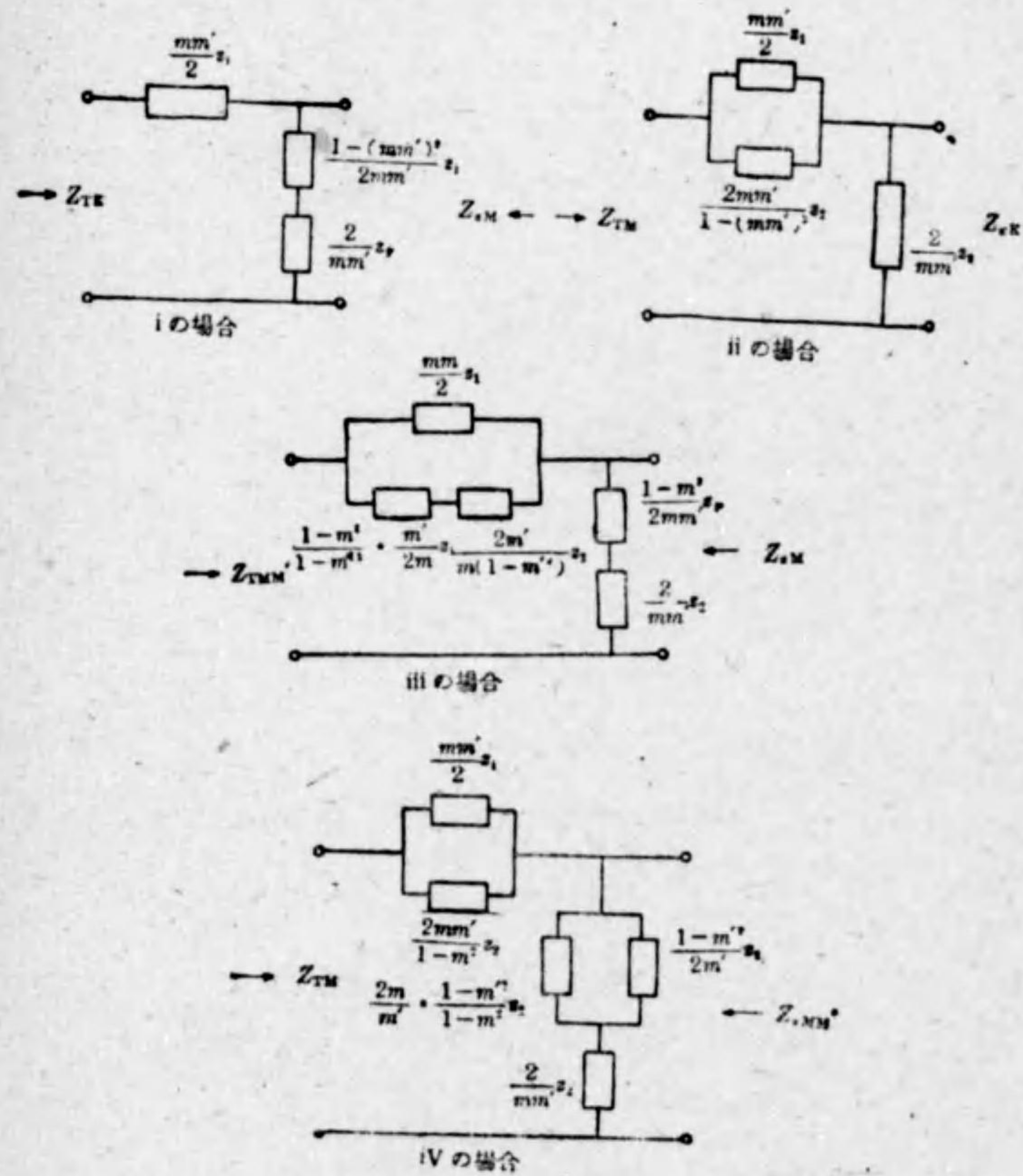
(ii) 高域



第 5.5.8 圖

5.6 高次M型濾波器

前節に誘導 M 型を導き出した方法は定 K 型ばかりでなく其の他の回路にも應用される。即ち誘導 M 型濾波器に就て更にもう一度 M 誘導を行



第 5.6.1 圖

ふ事も出来る。之を誘導 MM' 型濾波器と稱する。斯くの如くして何回も M 誘導を行つて得られるものを高次誘導 M 型濾波器と稱する。此の變換を重ねて行く場合に次の四種の方法が考へられる。

- (i) 直列 M 型變換を行つた後に更に直列 M 型變換を行ふ場合
- (ii) 並列 M 型變換を行つた後に更に並列 M 型變換を行ふ場合
- (iii) 直列 M 型變換を行つた後に並列 M 型變換を行ふ場合
- (iv) 並列 M 型變換を行つた後に直列 M 型變換を行ふ場合

此の四種の變換により求められた結果の回路構は成第 5.6.1 圖の如である。(但し原型を定 K 型とす)

(i) (ii) の場合は最初から係数を mm' にして直列或は並列を行つて得られる結果と同じものとなる。(iii) (iv) の場合には變換により新しい形の構造を得る。

傳播定數の比較

定 K 型に於ては

$$\tanh \theta_{M\frac{1}{2}} = \frac{jx}{\sqrt{1-x^2}}$$

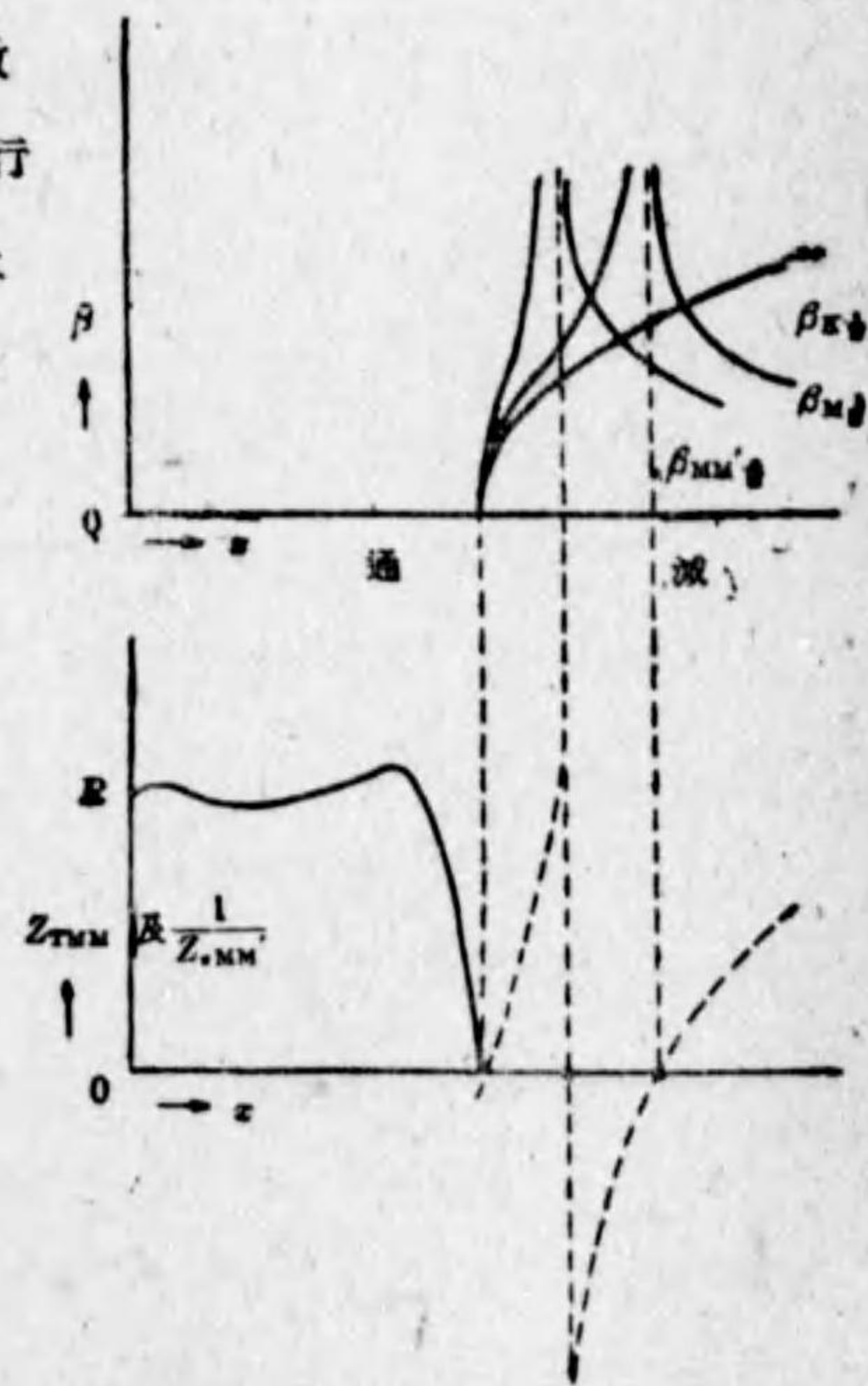
但し $jx = \sqrt{\frac{z_1}{4z_2}}$

誘導型に於ては

$$\tanh \theta_{M\frac{1}{2}} = \frac{jmx}{\sqrt{1-x^2}}$$

依つて 誘導 MM' 型に於ては

$$\tanh \theta_{MM'\frac{1}{2}} = \frac{jmm'x}{\sqrt{1-x^2}}$$



第 5.6.2 圖

となる事は容易に推察出来るであらう。上の結果より得られる β の特性を
 映像インピーダンスと対照して第 5.6.2 圖に示す。

映像インピーダンスは

$$\dot{Z}_{TMM'} = \frac{\sqrt{1-x^2} \{1-(1-m^2)x^2\}}{1-(1-m^2m'^2)x^2} R$$

$$\dot{Z}_{nMM'} = \frac{1-(1-m^2m'^2)x^2}{\sqrt{1-x^2} \{1-(1-m^2)x^2\}} R$$

$$\therefore \dot{Z}_{TMM'} \cdot \dot{Z}_{nMM'} = R^2$$

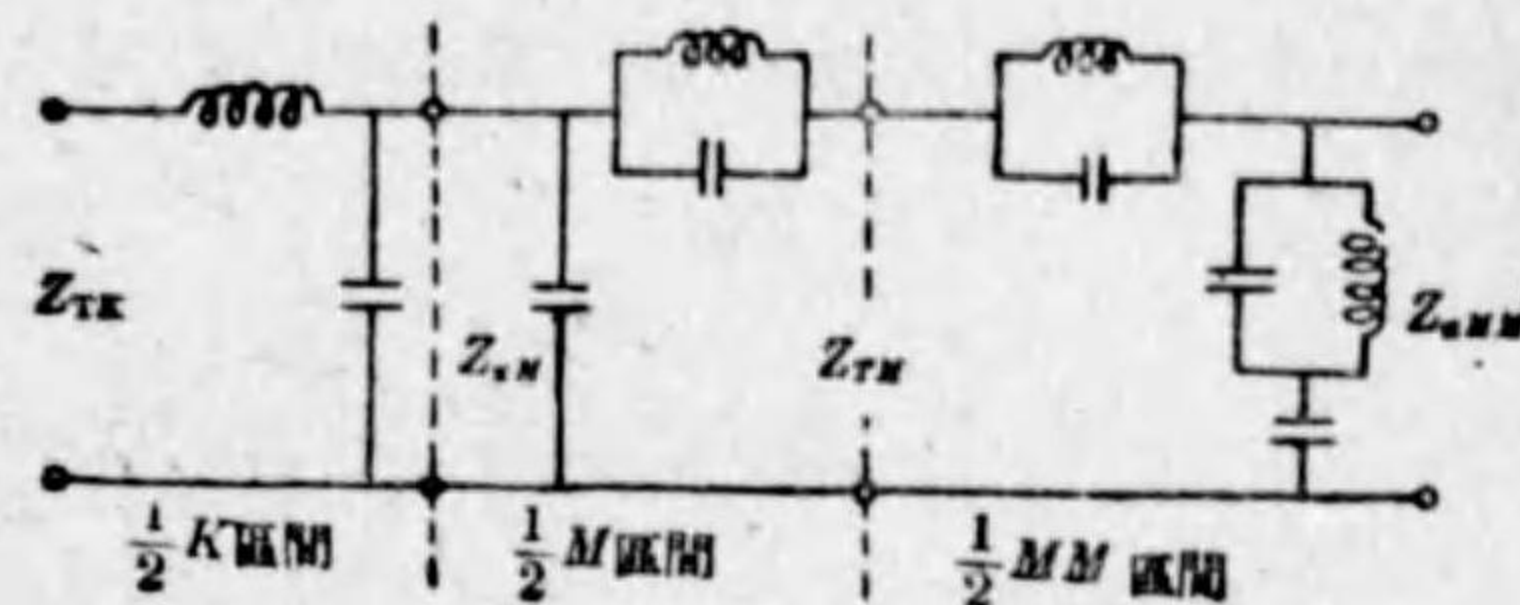
即ち $\dot{Z}_{TMM'}$ 及 $\dot{Z}_{nMM'}$ も R に関して逆関係にある。

5.7 複合濾波器 (米國特許)

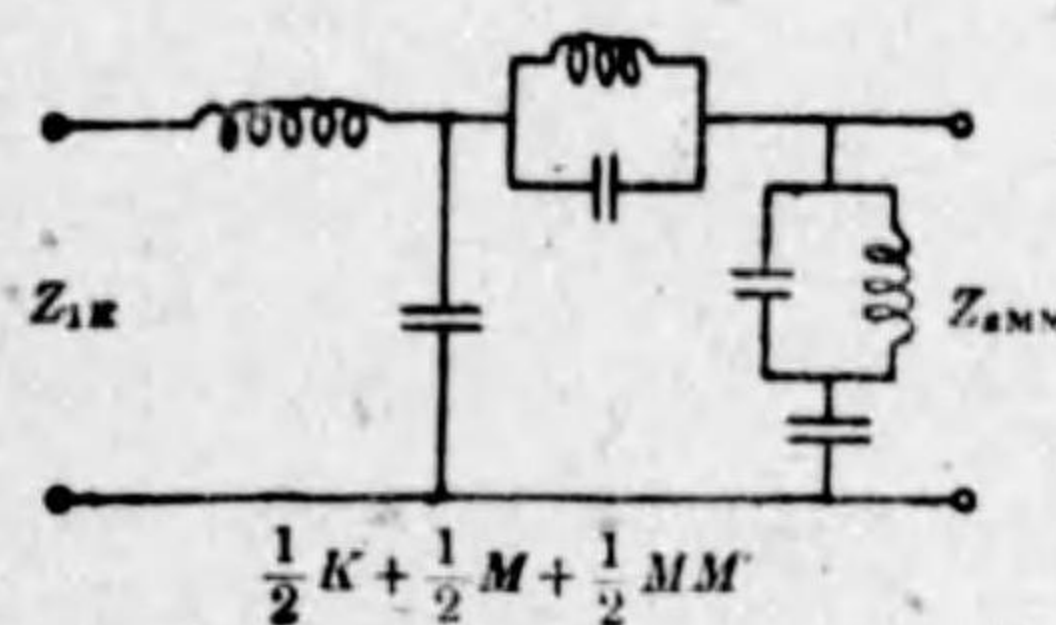
以上本章に於いて述べた定 K 型濾波器及之から M 變換を行つて得られ
 る所の誘導 M 型濾波器, 或は誘導 MM' 型濾波器を映像インピーダンスの
 等しい端子を相互に接続して得られる所の合成濾波器を複合濾波器と稱す
 る。第 5.7.1 圖にその一例を示す。

誘導 M 型は元の定 K 型と遮断周波數相等しき故 同圖 (c) の如き合成
 減衰特性を得る。而して兩端の映像インピーダンスは \dot{Z}_{TK} 及 $\dot{Z}_{nMM'}$ とな
 る。次に本濾波器の有利なる點を考へて見よう。

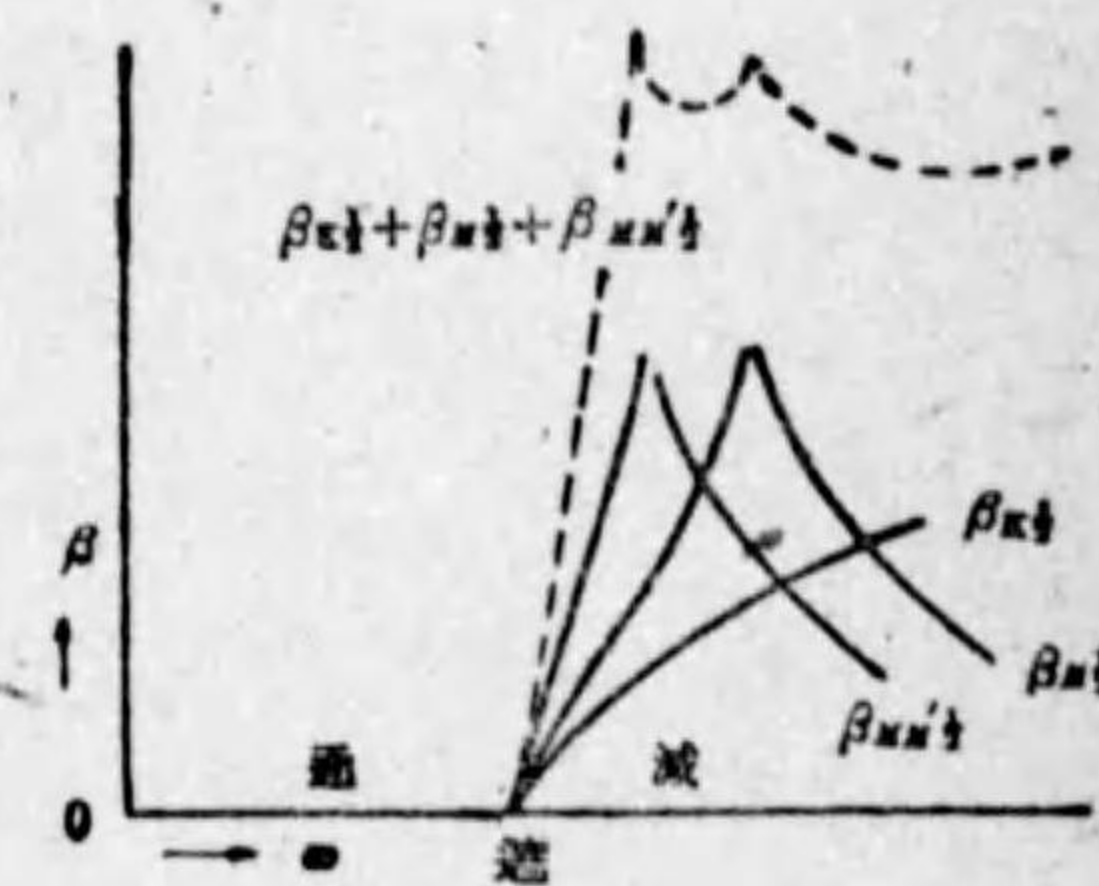
或る場合には均一なる濾波器で充分である事もあるが、普通は複合濾波器
 が使用されてゐる。均一濾波器は設計の勞力が少ないと云ふ利點はあるが選
 ばれた區間の型の有する長所、缺點を共に強調してゐることになる。例へば
 定 K 型區間の減衰特性は減衰帯域に入つても緩かにしか昇つて行かない。
 それで斯かる區間を多數用ひても問題とされる遮断周波數附近の周波數を大
 なる減衰で阻止すると云ふことはない。



(a)



(b) 合成區間



(c) 減衰特性

第 5.7.1 圖

斯くの如き時に M 變換を行つたものを入れるとその附近に鋭い減衰を表
 はす様になる。斯くの如く一方の長所で他の缺點を補ふ事が出来る。又出来
 上つた複合濾波器 (第 5.7.1 圖 (b)) は三區間の均一濾波器よりも經濟的
 である。第二に重要な事は、濾波器の各端に所要のインピーダンス特性を興へ
 る爲め M 型區間又は MM' 型區間, 或ひは定 K 型の使用が許されると同
 時に濾波器の目的をさせる爲の本體, 即ち中間の區間は減衰の點から残りの
 所要の減衰を興へる様な區間で形成し得ると云ふ事である。

5.8 重合濾波器 (圖産濾波器)

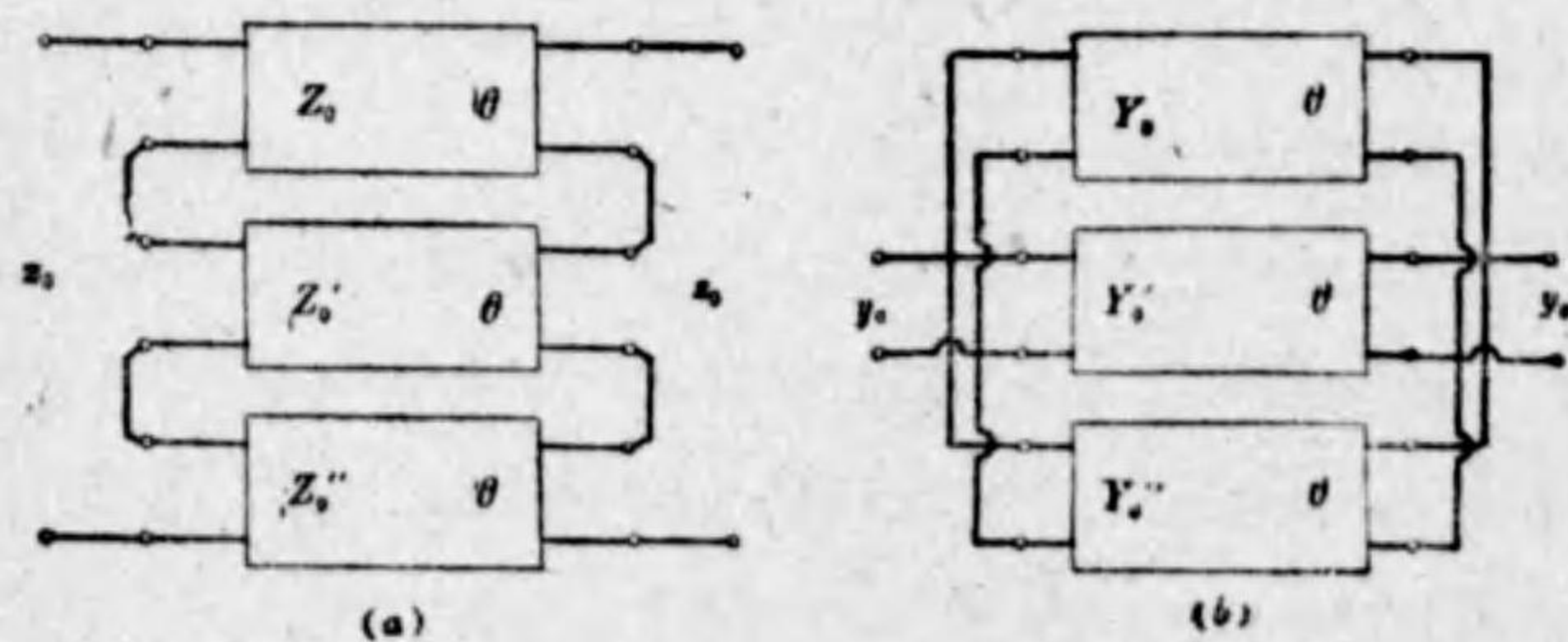
濾波器的性質として、その傳播特性が遮断周波數近くに於て急峻なる事、且つ又その影像インピーダンスが傳送帯域に於て出来るだけ廣範圍に涉つて一定値なる事が要求せられるのであるが、斯かる要求に對するもの一つとして、松前重義、松本秋男兩氏によつて考案せられたものがこの重合濾波器である。

複合とは影像インピーダンスの相等しい濾波器を縦續接続して、傳播定數を各濾波器の和とすることにより減衰特性を良好なものとする方法である。

之に對して重合とは相等しい傳播定數を有し、簡単な影像インピーダンス

(例へば Z_{TK} 又は $Z_{\pi K}$) を有する濾波器を並列又は直列接続して複雑な影像インピーダンス (例へば Z_{TM} 又は $Z_{\pi M}$) を有する濾波器を得て、その影像インピーダンス特性は傳送帯域内では一定とし、減衰帯域内では反射損失を多くするが如き影像インピーダンスとし、濾波器の減衰特性を改良せんとする方法である。

第 5.8.1 圖 (a)(b) に示す如く傳播定數 θ の同一なる四端子回路網を直



第 5.8.1 圖

列又は並列に所謂重結合を行へばその合成回路の傳播定數 θ は不變にして影像インピーダンス或は影像アドミッタンスだけが變化し次の様になる。

$$z_0 = Z_0 + Z_0' + Z_0'' + \dots + Z_0^{(M)}$$

$$y_0 = Y_0 + Y_0' + Y_0'' + \dots + Y_0^{(M)}$$

例へば第 5.8.2 圖に於て (a)(b) なる回路を並列接続すると (c) を得。

(a) 回路の公稱インピーダンスを R_{0T} , (b) 回路の公稱インピーダンスを $R_{0\pi}$, 出來上つた回路のそれを R_0 とすれば

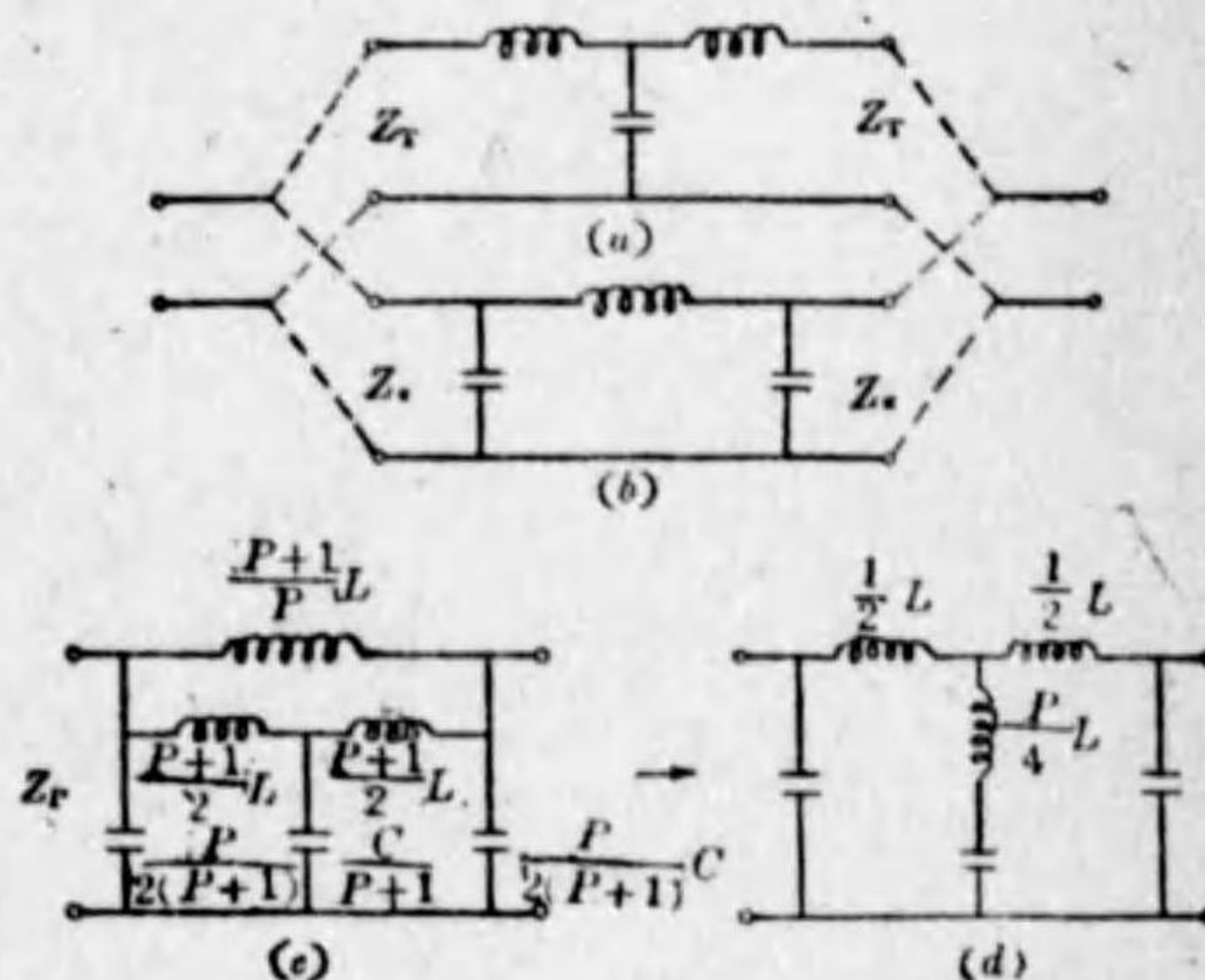
$$R_0 = \frac{R_{0T} R_{0\pi}}{R_{0T} + R_{0\pi}}$$

今、若し $R_{0T} = pR_{0\pi}$ とすれば

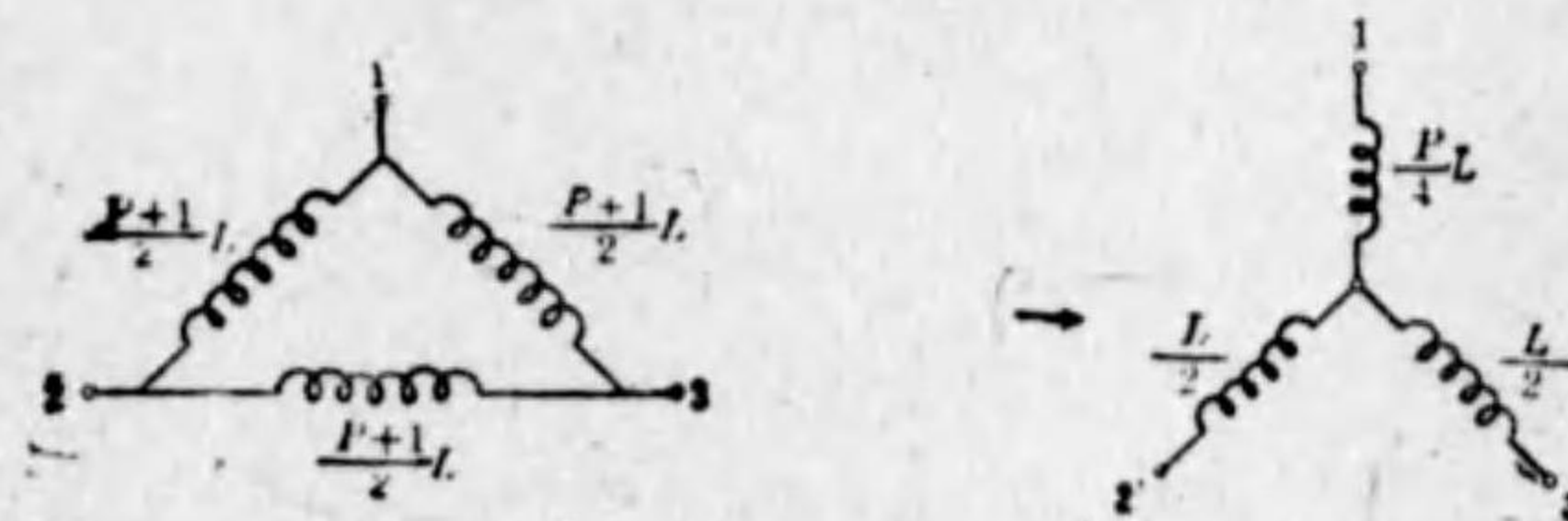
$$R_{0T} = (p+1)R_0$$

$$R_{0\pi} = \left(\frac{p+1}{p}\right)R_0$$

そこで $L = \frac{R_0}{\pi f_c}$, $C = \frac{1}{\pi f_c R_0}$ とすれば (c) 圖にある如き値を取る事となる。(c) 圖中の L の部分を $L \rightarrow \dot{Y}$ に變換すると (d) を得る。



第 5.8.2 圖



映像インピーダンスを考へて見れば

$$\dot{Z}_p = \frac{\dot{Z}_T \dot{Z}_\infty}{\dot{Z}_T + \dot{Z}_\infty}$$

$$= \frac{R_{0T} \sqrt{1-x^2} \cdot \frac{R_{0\infty}}{\sqrt{1-x^2}}}{R_{0T} \sqrt{1-x^2} + \frac{R_{0\infty}}{\sqrt{1-x^2}}}$$

$$R_{0T} = (p+1)R_0$$

$$R_{0\infty} = \left(\frac{p+1}{p}\right)R_0$$

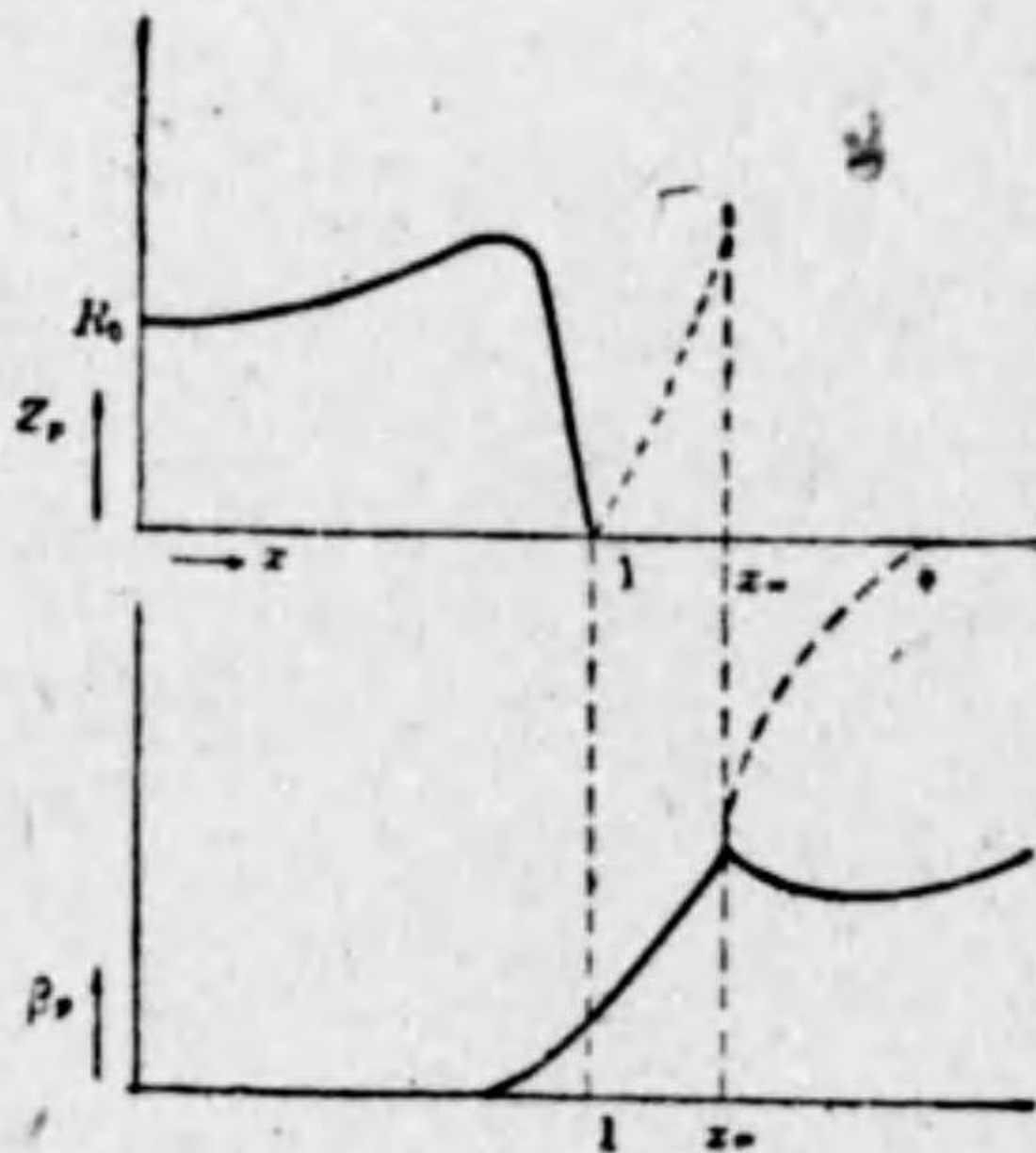
を上式に代入すれば

$$\dot{Z}_p = R_0 \frac{\sqrt{1-x^2}}{1 + \frac{p}{1+p}x^2}$$

但し $x = \frac{\omega}{\omega_c}$

即ち誘導 M 型の映像インピーダンスと同じ特性である。

斯くの如き重合濾波器を一定抵抗の負荷に用ふると、動作減衰量は映像インピーダンスが無限大なる周波数に於て無限大の減衰を與へる事となる。(第 5.8.3 圖)



第 5.8.3 圖

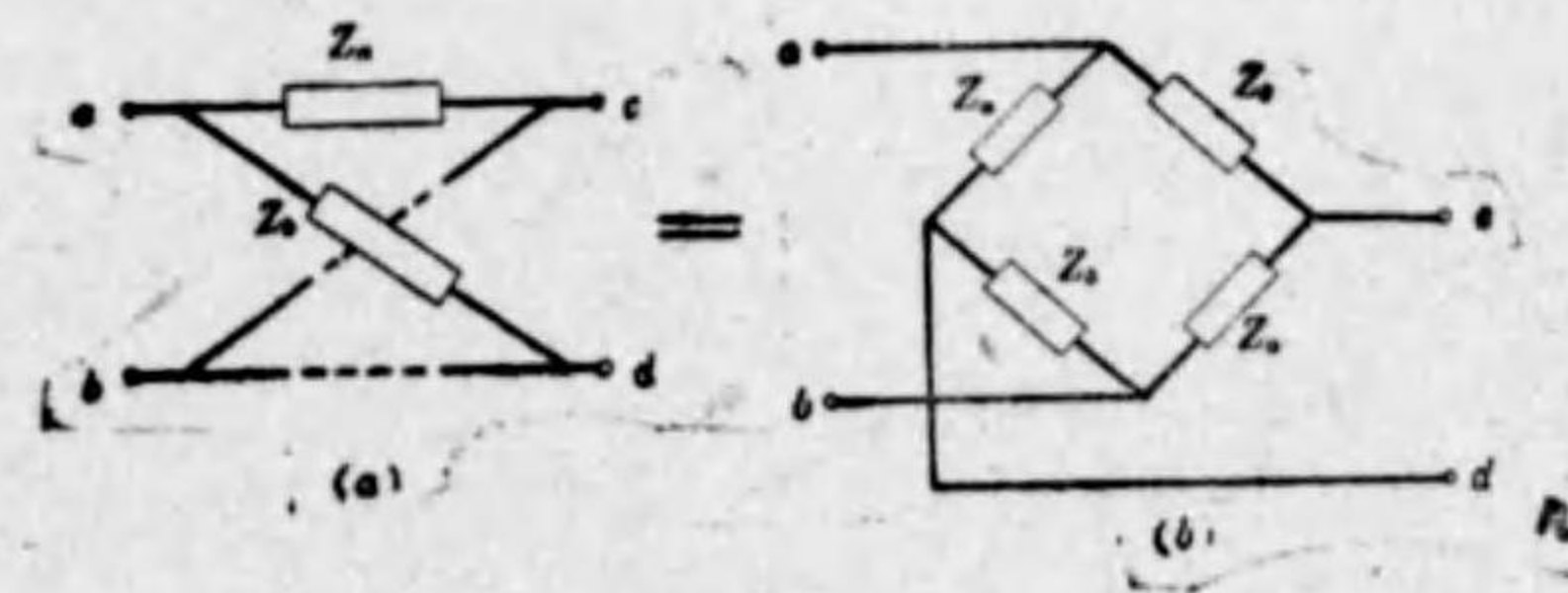
5.9 格子型濾波器

前節迄に述べたる O. Zobel の濾波器は簡單な定 K 型濾波器から出發して誘導 M 變換により他の濾波器を求め、之等の組合せにより所要の濾波器を得る方法で、その理論は常に梯子形回路の基礎の上に立つてゐる。

之に對して本節で述べる W. Cauer の濾波器理論は初めから特殊の回路に基礎を置かず、映像インピーダンスと傳播定數の周波數特性を知つて函數論的に考察するものである。故に此の理論から求めた濾波器の回路は特殊の構造を要求されない。斯かる設計方法には理論上最も取扱ひ易い格子型を採用する事とし、之が製作に際しては之と等價な他の經濟的で、而も設計の樂な回路に變換するものである。之れ即ち前に述べた Jauman 接續及 Rieger 接續等である。

尙格子型回路が濾波器の作用をなすと云ふ概念は、次の如く考へれば納得し易いと思ふ。

第 5.9.1 圖(a)は格子型回路で、之をホイートストンブリッジの如く書き直す事が出来る。(b)圖は \dot{Z}_a, \dot{Z}_b の差働的作用を利用したものである。而して $\dot{Z}_a = \dot{Z}_b$ の時は出力端子間の電位差は 0 で、電力の傳送が明らかに皆無である。之に反し $\dot{Z}_a > \dot{Z}_b$ 又は $\dot{Z}_a < \dot{Z}_b$ の時は出力端子間電壓は大で、この時が電力の傳送は最大となる。

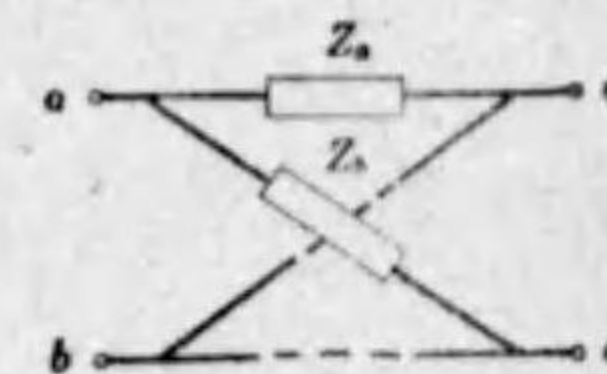


第 5.9.1 圖

5.9.1. 格子型濾波器の特性

第 5.9.2 圖の如き對稱格子型回路網に就て考へる。

開放及び短絡インピーダンスは



第 5.9.2 圖

$$\dot{Z}_S = 2 \frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}$$

$$\dot{Z}_I = \frac{1}{2}$$

故に映像インピーダンスは

$$\dot{Z} = \sqrt{\dot{Z}_S \dot{Z}_I} = \sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b} \dots\dots\dots (5.9.1)$$

又傳播定数を θ とすれば

$$\tanh \theta = \frac{2\sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b} \dots\dots\dots (5.9.2)$$

之を書き直すと

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \log_e \frac{\sqrt{\dot{Z}_a} + \sqrt{\dot{Z}_b}}{\sqrt{\dot{Z}_a} - \sqrt{\dot{Z}_b}} = \log_e \frac{\sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}} + 1}{\sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}} - 1} \\ e^\theta &= \frac{1 + \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}}}{1 - \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.9.3)$$

何となれば

$$\begin{aligned} e^{2\theta} &= \frac{1 + \tanh \theta}{1 - \tanh \theta} = \frac{1 + \frac{2\sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}}{1 - \frac{2\sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}}{\dot{Z}_a + \dot{Z}_b}} = \frac{\dot{Z}_a + 2\sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b} + \dot{Z}_b}{\dot{Z}_a - 2\sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b} + \dot{Z}_b} \\ &= \left(\frac{\sqrt{\dot{Z}_a} + \sqrt{\dot{Z}_b}}{\sqrt{\dot{Z}_a} - \sqrt{\dot{Z}_b}} \right)^2 \end{aligned}$$

故に両方の對數をとると

$$2\theta = 2 \log_e \frac{\sqrt{\dot{Z}_a} + \sqrt{\dot{Z}_b}}{\sqrt{\dot{Z}_a} - \sqrt{\dot{Z}_b}}$$

又 (4.3.6) 式より

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}} \dots\dots\dots (5.9.4)$$

(5.9.1) 式に於て

映像インピーダンスが實数の場合は通過帯域、虚数ならば減衰帯域である。故にリアクタンス回路網では \dot{Z}_a, \dot{Z}_b は虚数なる故、 \dot{Z}_a, \dot{Z}_b が同符號ならば \dot{Z} は虚数となり減衰帯域で、異符號ならば \dot{Z} は實数となり、通過帯域を示す事となる。

又 (5.9.3) 式より θ の考察を行つて見る。

傳送帯域に於ては減衰定数 β が零である故、この關係を (5.9.3) 式に代入すれば

$$|e^\theta| = |e^{j\alpha}| = 1 \dots\dots\dots (5.9.5)$$

今取扱つて居る濾波器の各素子が全部純リアクタンスで

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_a &= jX_a \\ \dot{Z}_b &= jX_b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5.9.6)$$

である所から (5.9.3) 式の關係は、之を書き換へると

$$\left| \frac{1 + \sqrt{\frac{X_a}{X_b}}}{1 - \sqrt{\frac{X_a}{X_b}}} \right| = 1$$

である。この關係より $\sqrt{\frac{X_a}{X_b}}$ の値は虚数である事が知られ、従つて X_a と X_b との間には

$$\frac{X_a}{X_b} < 0 \dots\dots\dots (5.9.7)$$

なる關係があり、換言すれば X_a と X_b とは符號が反對である。

次に此の場合の位相定数は (5.9.4) 式から

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \tanh \left(j \frac{a}{2} \right) = j \tanh \frac{a}{2}$$

故に
$$a = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{j} \tanh \frac{\theta}{2} \right) = 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{j} \sqrt{\frac{X_a}{X_b}} \right)$$

$$= 2 \cot^{-1} j \sqrt{\frac{X_b}{X_a}}$$

上の事を纏めて見ると通過帯域に於ては

$$\left. \begin{aligned} \beta &= 0, & \frac{X_a}{X_b} < 0 \\ a &= 2 \tan^{-1} \left(\frac{1}{j} \sqrt{\frac{X_a}{X_b}} \right) = 2 \cot^{-1} \left(-j \sqrt{\frac{X_b}{X_a}} \right) \end{aligned} \right\} \dots (5.9.7)$$

次に $\frac{X_a}{X_b} > 0$ の時は $\tanh \theta$ の値が實数となり、此の事は双曲線函数の性質から或る減衰定数 β を有し、位相定数 a は $\frac{\pi}{2}$ の或る整数倍である。即ち減衰帯域である事を示してゐる。

又この減衰定数 β は (5.9.3) 式より

$$\beta = \log_e \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{X_a}{X_b}}}{1 - \sqrt{\frac{X_a}{X_b}}} \right| \dots (5.9.8)$$

茲に $X_a = X_b$ に於ては $\beta = \infty$ で、この事はブリッチが平衡状態にある事を示す。即ち此の減衰帯域に於ける諸関係を纏めて見ると

$$\frac{X_a}{X_b} > 0$$

$$b = \log_e \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{X_a}{X_b}}}{1 - \sqrt{\frac{X_a}{X_b}}} \right|$$

$X_a = X_b$ に於て $\beta = \infty$

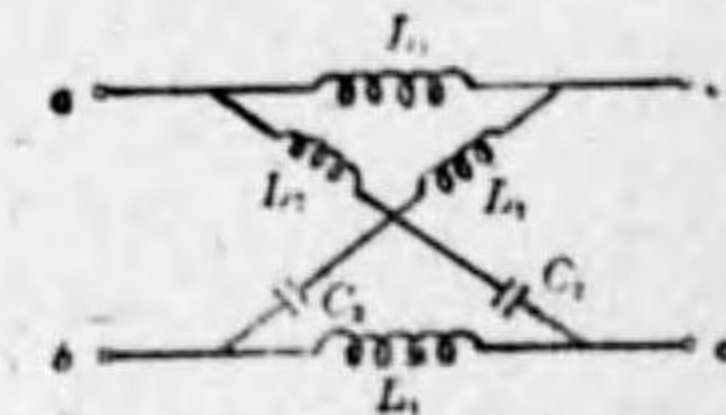
$$a = m \frac{\pi}{2}$$

以上述べた傳送帯域と減衰帯域の限界である所の

$$\frac{X_a}{X_b} = 0$$

なる關係が格子型濾波器に於ける遮断周波數を與ふる條件である。然し茲に注意を要する點は X_a が零であると同時に X_b が無限大となるが如き關係を與へる周波數は遮断周波數でなく、通過帯域なる特別の場合である。

例 1 第 5.9.3 圖の如き低域濾波器に就て考へる。



第 5.9.3 圖

Z_a の素子が L_1 なる故に Z_b は遮断周波數に於て共振する L_2, C_2 の直列回路でなければならぬ。即ち

$$\left. \begin{aligned} Z_a &= j\omega L_1 \\ Z_b &= \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}{j\omega C_2} \end{aligned} \right\} \dots (5.9.4)$$

但し
$$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \dots (5.9.5)$$

影像インピーダンスは

$$\begin{aligned} Z_0 &= \sqrt{Z_a Z_b} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \\ &= R \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2} \dots (5.9.6) \end{aligned}$$

而して此の場合の公稱インピーダンス (直通状態即ち $\omega=0$ に於て) は

$$R = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \dots (5.9.7)$$

此の回路が減衰帯域に於て $\beta = \infty$ となる周波數を ω_∞ とすれば ($Z_a = Z_b$ を満足すべき周波數に相當するから)

$$j\omega_{oc}L_1 = \frac{1 - \omega_{oc}^2 L_2 C_2}{j\omega_{oc}C_2}$$

$$\therefore \omega_{oc} = \frac{1}{\sqrt{C_2(L_2 - L_1)}} \dots\dots\dots(5.9.8)$$

$$\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b} = \frac{1 - \omega^2 L_1 C_2}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_{oc}}\right)^2} \dots\dots\dots(5.9.9)$$

之を(5.9.3)式に代入して θ の特性を知る事が出来る。

(5.9.6)(5.9.8)(5.9.9)式より此の特性を圖示すると第5.9.4圖の如くなる。即ち減衰特性は誘導M型の如き曲線を示す。

5.9.2 格子型回路の特性變換

格子型回路網の回路素子の極く簡單なる數種の變換により原型回路が如何に變化するかを説明する。

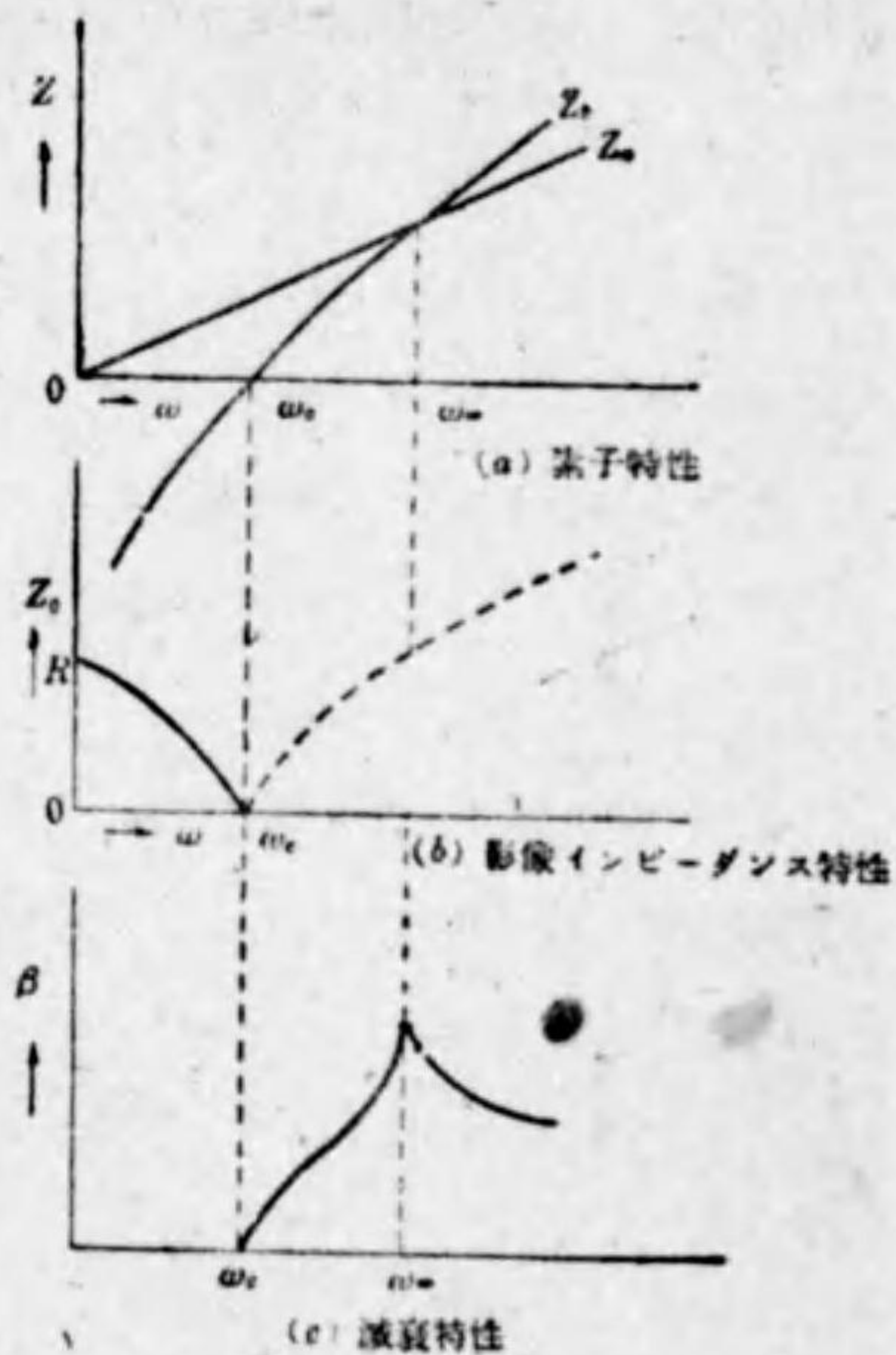
(I) 位置變換

第5.9.5圖の(a)格子型回路の映像インピーダンス及傳播定数は(4.3.4)(4.3.6)式より

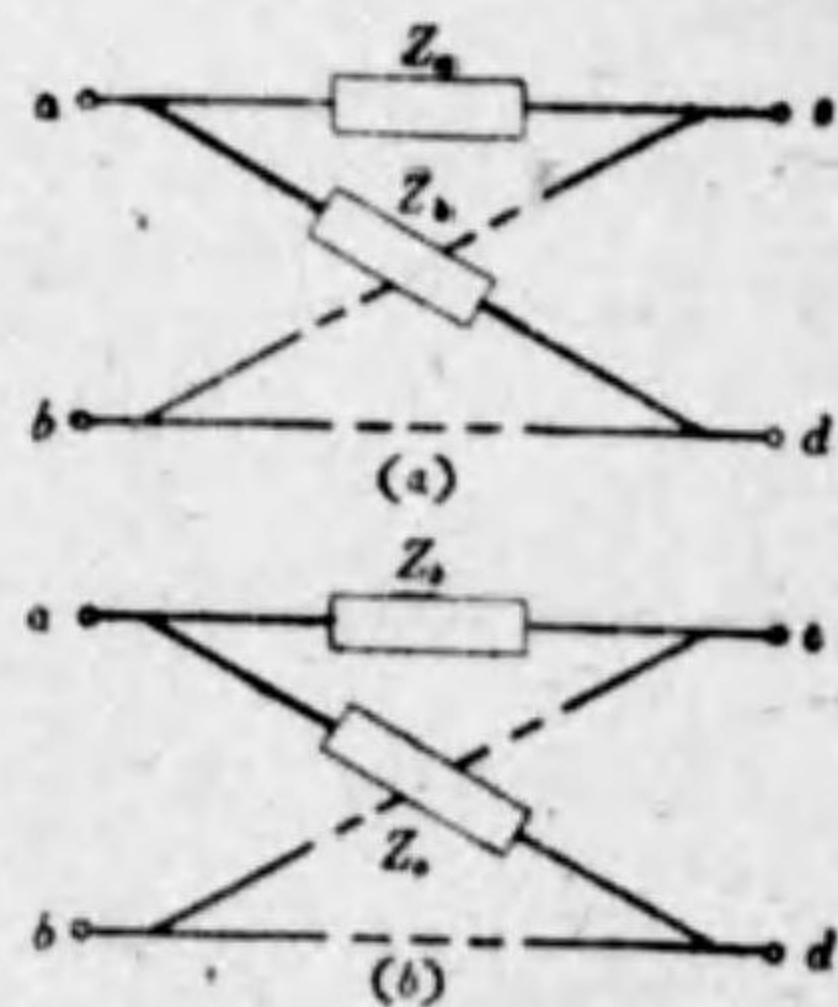
$$\dot{Z}_0 = (\dot{Z}_1 = \dot{Z}_2) = \sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}$$

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}} \dots\dots\dots(5.9.10)$$

直列素子と格子素子を置換した(b)圖の



第5.9.4圖



第5.9.5圖

映像インピーダンス \dot{Z}_0' 及び傳播定數 θ' は

$$\dot{Z}_0' = \sqrt{\dot{Z}_a \dot{Z}_b} = \dot{Z}_0$$

$$\tanh \frac{\theta'}{2} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a}} = \tanh\left(\frac{\theta}{2} + j\frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots(5.9.11)$$

$$\therefore \theta' = \theta + j\pi$$

即ち映像インピーダンスは變らないで、傳播定數が位相に於て單に逆となるだけである。即ち位相が π だけ異なる。

(II) 相似變換

直列素子 \dot{Z}_a 、格子素子 \dot{Z}_b を夫々Rに對し、その逆回路を以てて置換した場合の第5.9.6圖(b)では

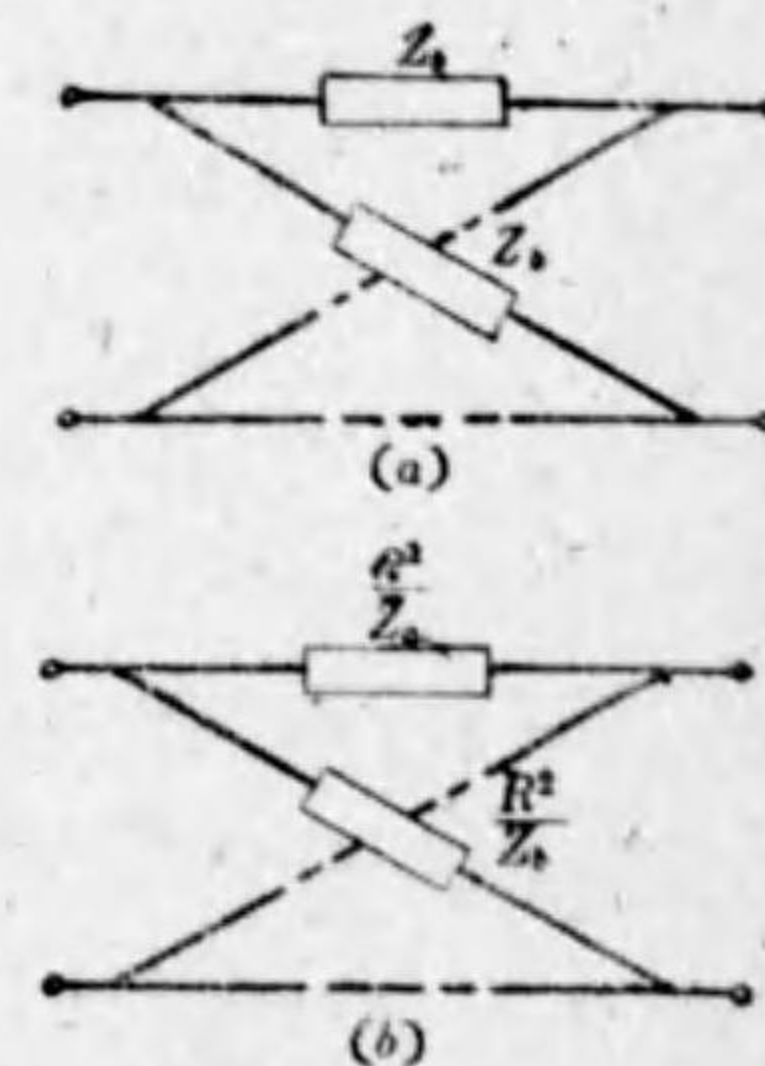
$$\dot{Z}_0' = \sqrt{\frac{R^2}{\dot{Z}_a} \cdot \frac{R^2}{\dot{Z}_b}} = \sqrt{\frac{R^2}{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}} = \frac{R^2}{\dot{Z}_0}$$

$$\tanh \frac{\theta'}{2} = \sqrt{\frac{R^2}{\dot{Z}_a R^2}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a}} = \tanh\left(\frac{\theta}{2} + j\frac{\pi}{2}\right) \dots\dots\dots(5.9.12)$$

となり(a),(b)回路は映像インピーダンスは相反な關係を有する。從つて此の變換により \dot{Z}_0 の虚數値は \dot{Z}_0' の虚數値で、 \dot{Z}_0 の實數値は \dot{Z}_0' の實數値となり、夫々の實數區域竝に虚數區域の範圍には別段變化なく、從つて濾波器的通過帶域と減衰帶域には特性の變化はない。

(iii) 單一變換

\dot{Z}_a 、 \dot{Z}_b の一方のみを逆回路により置換すれば、第5.9.7圖(a)に就ては



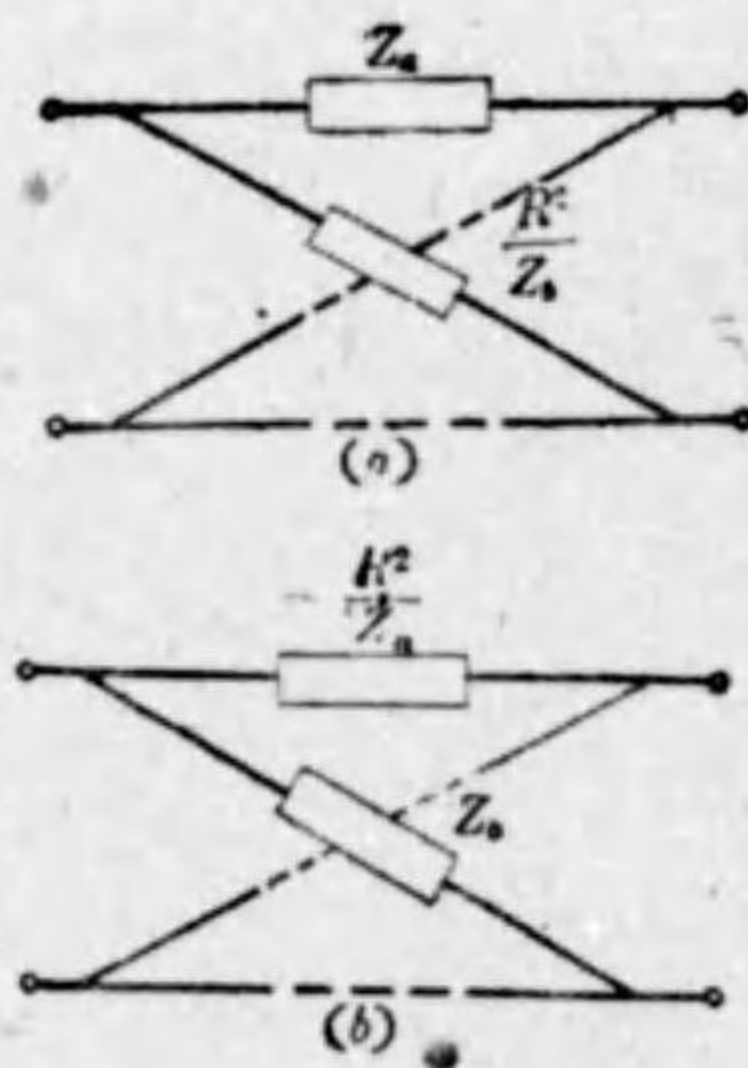
第5.9.6圖

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_0' &= \sqrt{\dot{Z}_a \cdot \frac{R^2}{\dot{Z}_b}} = R \cdot \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{\dot{Z}_b}} = R \tanh \frac{\theta}{2} \\ \tanh \frac{\theta'}{2} &= \sqrt{\frac{\dot{Z}_a}{R^2}} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}{R^2}} = \frac{\dot{Z}_0}{R} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.9.13)$$

(b) に就ては

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z}_1' &= \sqrt{\frac{R^2}{\dot{Z}_a} \cdot \dot{Z}_b} = R \sqrt{\frac{\dot{Z}_b}{\dot{Z}_a}} = \tanh \left(\frac{\theta}{2} + j \frac{\pi}{2} \right) \\ \tanh \frac{\theta'}{2} &= \sqrt{\frac{R^2}{\dot{Z}_a \dot{Z}_b}} = \frac{R}{\dot{Z}_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots(5.9.14)$$

となる。故に \dot{Z}_0 の實數域(又は虚數域)は $\tanh \frac{\theta'}{2}$ の實數域(又は虚數域)で $\tanh \frac{\theta}{2}$ の實數域(又は虚數域)は \dot{Z}_0 の實數域(又は虚數域)である。即ち第 5.9.1 圖と第 5.9.4 圖とでは、一方の減衰域は他方の通過域になる。例へば低域濾波回路は高域濾波回路へ、帯域濾波回路は帯域阻止濾波回路へ、或は之等と反對に變る事となる。而してその遮斷周波數は一致する。斯かる關係にある回路を共軛であると云ふ。尙この際 (a) と (b) との兩者は相互に相似關係にある。



第 5.9.7 圖

5.10 水晶濾波器

濾波器はその建前とし通過帯域の周波數は全く減衰なく通し、減衰帯域の周波數は充分な減衰を與へる事を理想とす。然し實際の場合には通過帯域と減衰帯域間には幾分の過渡帯域(即ち減衰特性の尾を引く帯域)がある。

此の過渡帯域は濾波器の使用周波數の高い程廣くなるが、この外又濾波器に使用するインダタシスと、靜電容量の有する抵抗値と、そのリアクタンス値との比、即ち損失係數にも比例する。

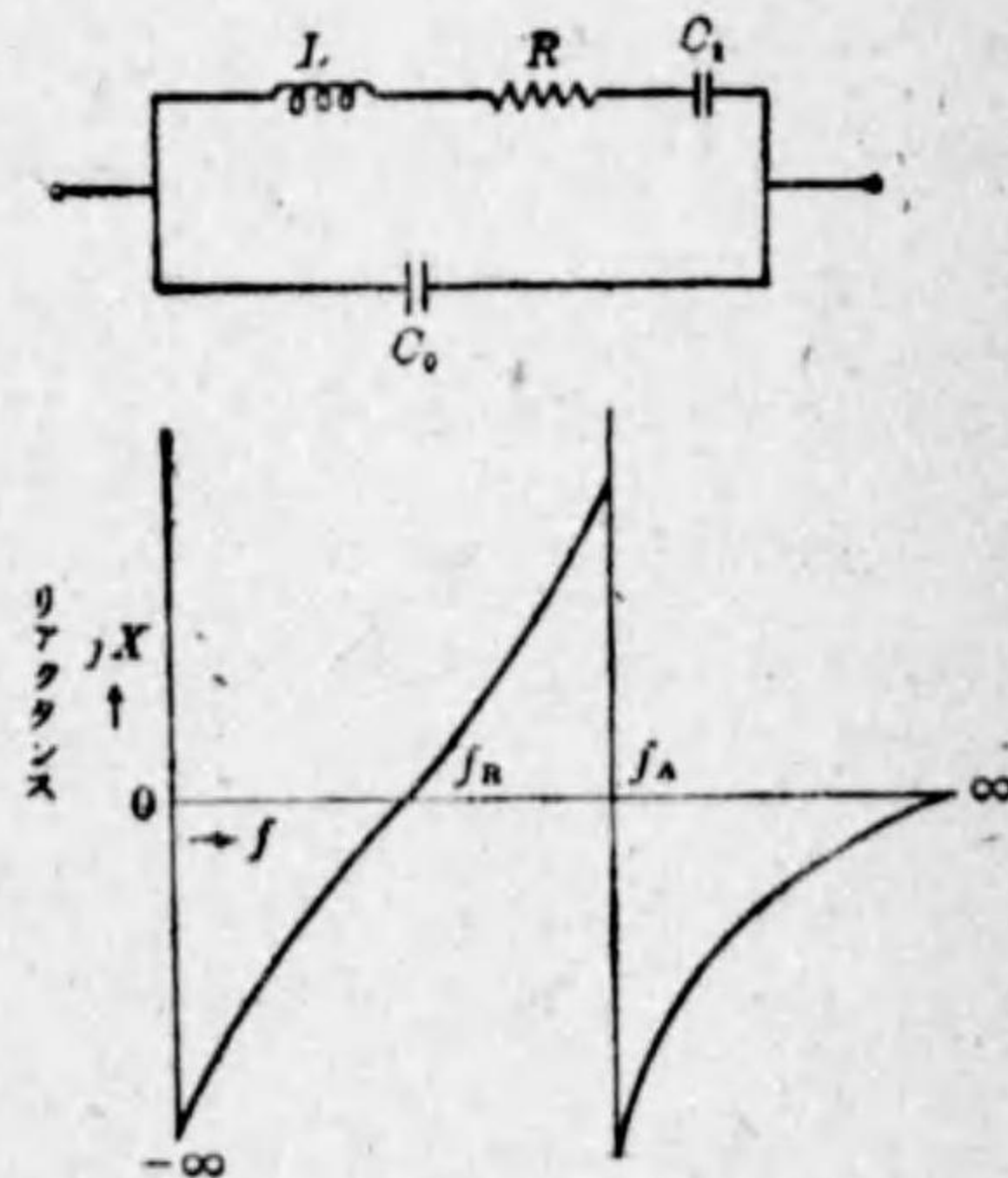
現在普通使用するインダタシスコイルの損失係數は精々 0.2% を下らなく、この値は低周波用濾波器の場合にはさして大なる値ではないが、高周波用放送波長用となるに従つて未だ未だ小さい値を必要とする様になる。現在の所斯かる小さい値のものとしては機械的振動系にのみ求められ、最も容易に利用されるものとしては壓電氣振動子、磁歪振動子等がある。先づ壓電氣振動子の中比較的損失係數が小さく且つ耐久性安定度等濾波器の素子として適當なるものには水晶振動子がある。最近高周波工學の發達と共に各方面からの要求によりこの水晶振動子を使用せる濾波器の研究が行はれ着々實用されて居る。斯くの如く水晶振動子が濾波器の素子として使用される場合、之を電氣的等價回路を以て表せば第

5.10.1 圖(a)の様になる。

茲にインダタシス L は振動の際の水晶片の質量、抵抗 R はエネルギーの損失を來たす摩擦抵抗其他、 C_0 は水晶片が振動しない状態での靜電容量、 C_1 は振動の際に於ける機械的エネルギーの蓄へから計算される容量である。尙此の際 C_0 と C_1 との比は常に一定で

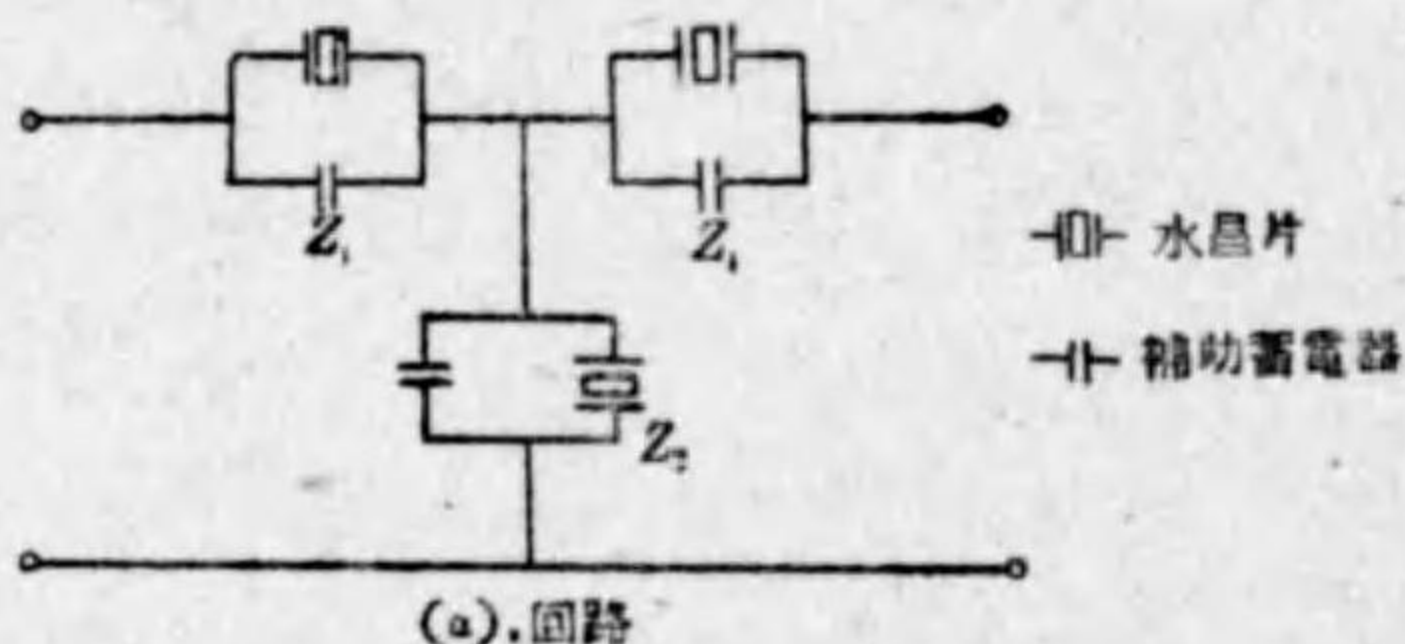
$$\frac{C_0}{C_1} = 140 \dots\dots(5.10.1)$$

であり、又 R と L との比は 10^{-3}

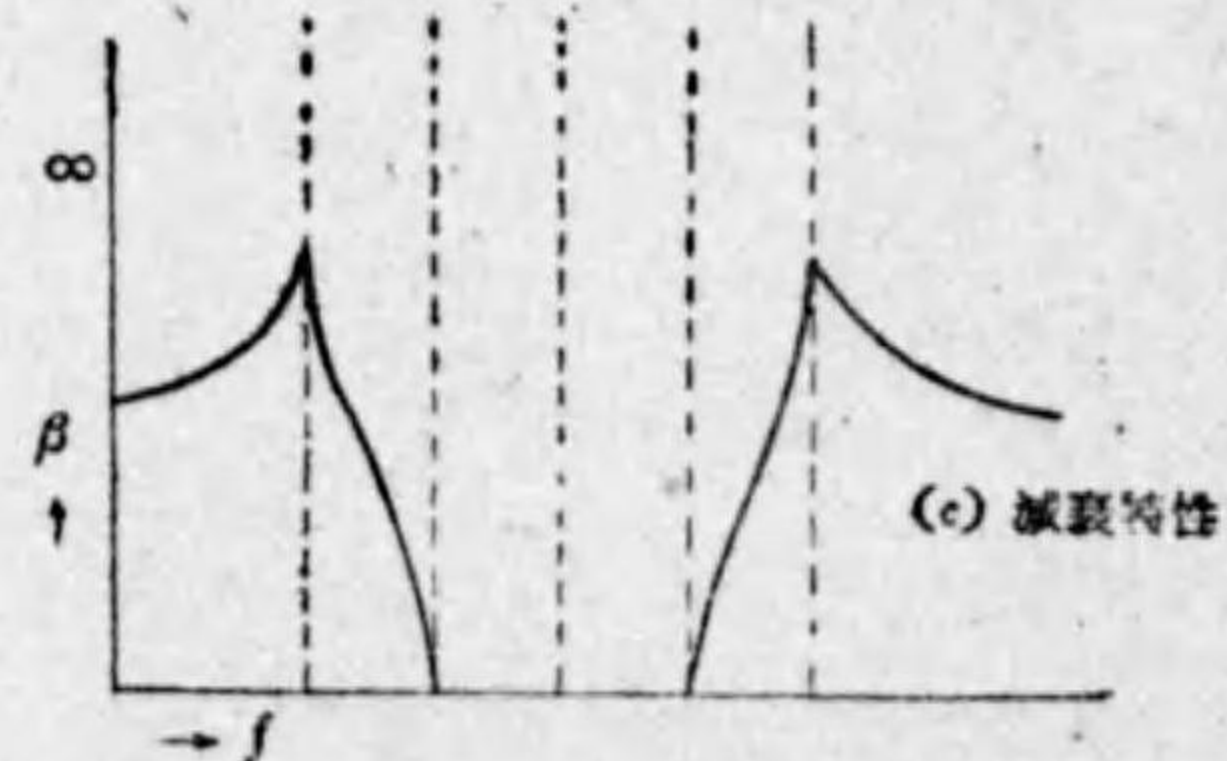
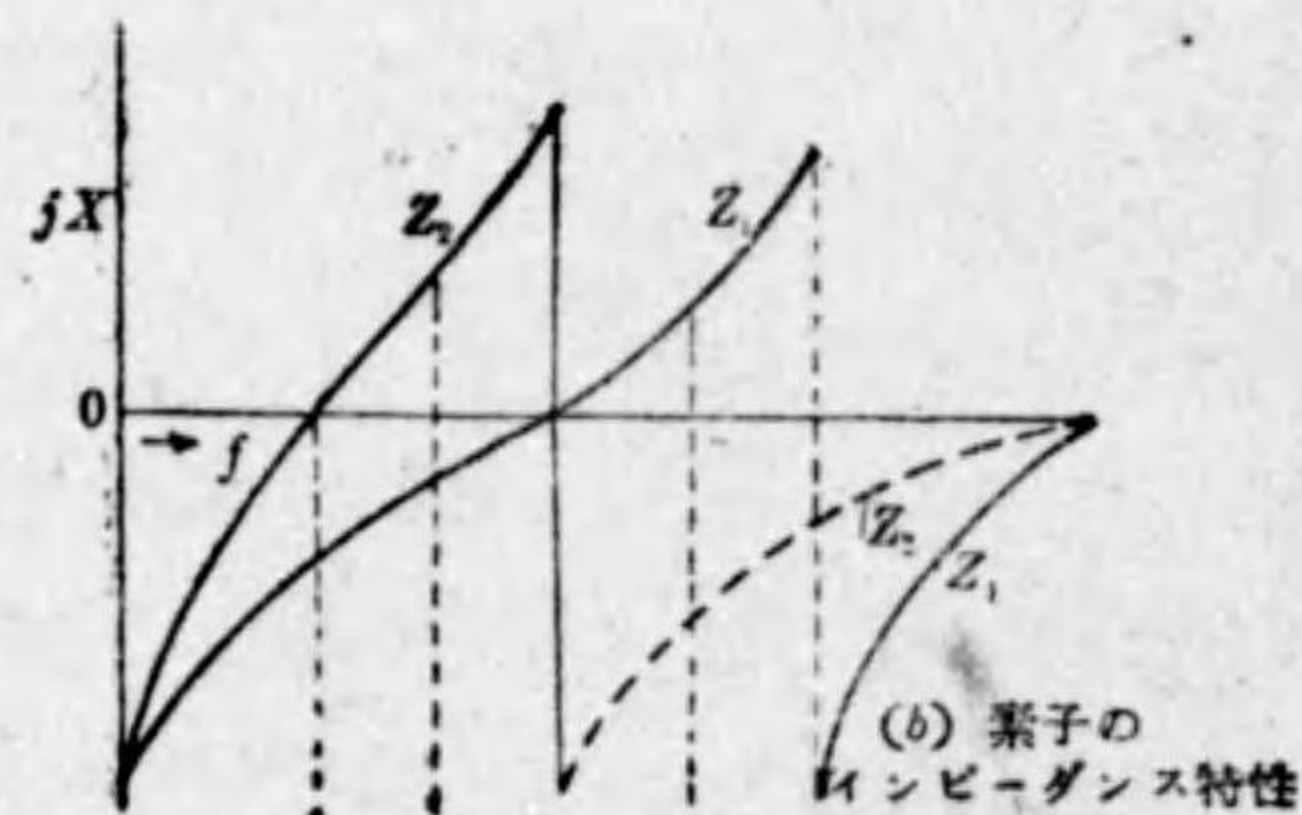


第 5.10.1 圖

程度である。普通損失係数の小さいインダクタンス・コイルが 10^{-3} 程度なるに比較して二桁の相違がある。従つて斯くの如き水晶片のリアクタンス特性は第 5.10.1 圖(b)で示される。即ち共振周波数 f_R 及び反共振周波数 f_A は各一つであり(5.10.1)式の如く C_0 と C_1 との比が一定であるが故に、この第 5.10.1 圖(b)の特性曲線は何れ的水晶振動子に対しても一般的に共通した曲線である。只水晶の長さを變へる事によつて周波数の値が變じ、水晶電極面の面積と厚さとの比を變へる事によつて各周波数に於けるリアクタンスの値の變化があるだけである。



今若し補助的の静電容量(蓄電器)を水晶片と並列に使用する時は、丁度 C_0 が増加したと同じ事となり、反共振周波数が以前より低くなり従つて共振周波数よりの間隔は前述の値 0.4% より狭くなる。普通蓄電器の損失係数は水晶振動子のそれに比較し得る程度に小さく製作し得るものであるから、この爲に水晶振動子の損失係数の小さいと云ふ



第 5.10.2 圖

特性を損する事はない。

此の種の濾波器として最も簡単な梯子型の代表的一例を第 5.10.2 圖に示さう。

前述の如く水晶振動子の共振周波数と反共振周波数との比が定つてゐるので最大減衰を與へる兩周波数間は精々 0.8% の周波帯以上にしたたり、この値以下にする場合はインダクタンスコイル或ひは並列附加蓄電器を用ふるのである。只注意を要する點は斯かるコイルは既に述べた如く割合大なる損失係数を持つて居るが故に、適當な挿入個所を見出し折角の損失係数の小なる水晶振動子の特性を損じない様に回路構成を工夫する必要がある。

5.11 損失抵抗の影響及び終端抵抗の影響

(1) H. F. Meyer の定理

任意の回路網に於て總ての誘導線輪に就て、實効抵抗 R とリアクタンス ωL との比なる損失係数 θ 即ち $\frac{R}{\omega L}$ が相等しく、又總ての蓄電器に就てその漏洩コンダクタンス G とリアクタンス $\frac{1}{\omega C}$ との積なる損失係数 ϵ 即ち $\frac{G}{\omega C}$ が相等しい場合に就てその減衰定数 β への影響を考へる。一般に

$$\theta = f_1 \left(\frac{z_1}{z_2} \right) \dots \dots \dots \theta = \tanh^{-1} \sqrt{\frac{Z_s}{Z_f}}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = f_2 (-\omega^2 LC) \quad \text{で表はされる。}$$

$$\therefore \theta = f(-\omega^2 LC)$$

今 $L \rightarrow L + \Delta L$, $C \rightarrow C + \Delta C$ になつた時 $\theta \rightarrow \theta + \Delta\theta$ となつたとすると

$$\theta + \Delta\theta = f\{-\omega^2(L + \Delta L)(C + \Delta C)\}$$

ΔL , ΔC を損失抵抗を表はす部分とす。即ち

$$\Delta L = \frac{R}{j\omega}, \quad \Delta C = \frac{G}{j\omega}$$

とす。之を代入して

$$\theta + \Delta\theta = f\{(j\omega L + R)(j\omega C + G)\}$$

損失係数 $\frac{R}{\omega L} = \delta, \frac{G}{\omega C} = \epsilon$ を置き換へて

$$\begin{aligned} \theta + \Delta\theta &= f\{j\omega L(1 - j\delta)j\omega C(1 - j\epsilon)\} \\ &= f\{-\omega^2 LC(1 - j\delta - j\epsilon)\} \end{aligned}$$

右邊を Taylor の定理により展開し第二項まで取ると

$$\begin{aligned} \therefore \Delta\theta &= \frac{d\theta}{d(-\omega^2 LC)} \cdot \omega^2 LC(j\delta + j\epsilon) \\ &= \frac{d\theta}{d\omega} - \frac{-j(\delta + \epsilon)}{2} \omega \end{aligned}$$

通過帯域で損失のない時 $\theta_0 = ja_0$ とすれば

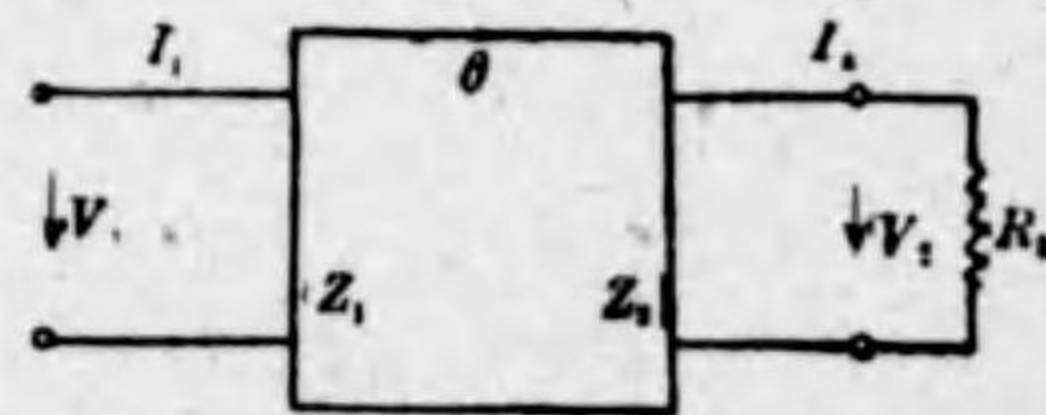
$$\theta = ja_0 + \Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{da_0}{d\omega} \cdot \frac{\delta + \epsilon}{2} \omega$$

従つて損失がある爲めの通過帯域の減衰定数は $\epsilon + \delta, \frac{da_0}{d\omega}, \omega$ の三つに比例して變る。之を Mager の定理と云ふ。

(ii) 終端抵抗の影響

右圖の如き回路に於ける傳送量を求めんに、一般に



$$\dot{V}_1 = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} \dot{V}_2 \cosh \theta + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \dot{I}_2 \sinh \theta$$

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\sqrt{\dot{Z}_1 \dot{Z}_2}} \dot{V}_2 \sinh \theta + \sqrt{\frac{\dot{Z}_2}{\dot{Z}_1}} \dot{I}_2 \cosh \theta$$

之に $\dot{V}_2 = \dot{I}_2 R_2$ なる關係を用ひて

$$\begin{aligned} \frac{W_1}{W_2} &= \frac{\dot{V}_1 \dot{I}_1}{\dot{V}_2 \dot{I}_2} = \cosh 2\theta + \frac{1}{2} \sinh 2\theta \left(\frac{\dot{Z}_2}{R_2} + \frac{R_2}{\dot{Z}_2} \right) \\ &= e^{2b} \quad (\text{但し } b \text{ は傳送減衰量}) \end{aligned}$$

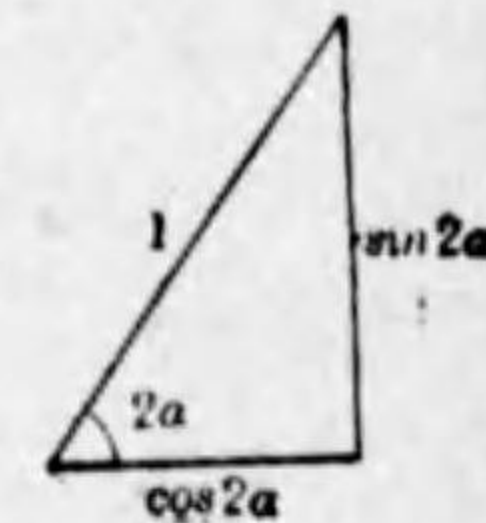
通過帯域に於ては $\beta = 0$ なる故 $\theta = ja$

$$e^{2b} = \cos 2a + \frac{1}{2} j \sinh 2a \left(\frac{\dot{Z}_2}{R_2} + \frac{R_2}{\dot{Z}_2} \right)$$

\dot{Z}_2 は實數であるから(通過帯域なき時)

故に

$$\begin{aligned} R_2 \neq \dot{Z}_2 \text{ の時は } b > 0 \\ R_2 = \dot{Z}_2 \quad \text{ " } \quad b = 0 \end{aligned}$$



減衰帯域に於ては

$$\theta = \beta + ja = \beta + j \frac{n\pi}{2}$$

$$\cosh 2\theta = \pm \cosh 2\beta$$

$$\sinh 2\theta = \pm \sinh 2\beta$$

$$\therefore \pm e^{2b} = \cosh 2\beta + \frac{1}{2} \sinh 2\beta \left(\frac{\dot{Z}_2}{R_2} + \frac{R_2}{\dot{Z}_2} \right)$$

\dot{Z}_2 は虚數

$$\frac{R_2}{\dot{Z}_2} = 0, \infty \text{ の時は } b = \infty$$

$$R_2 = \pm j \dot{Z}_2, \frac{R_2}{\dot{Z}_2} = \pm j \text{ の時は } e^{2b} = \cosh 2\beta = \frac{e^{2\beta} + e^{-2\beta}}{2}$$

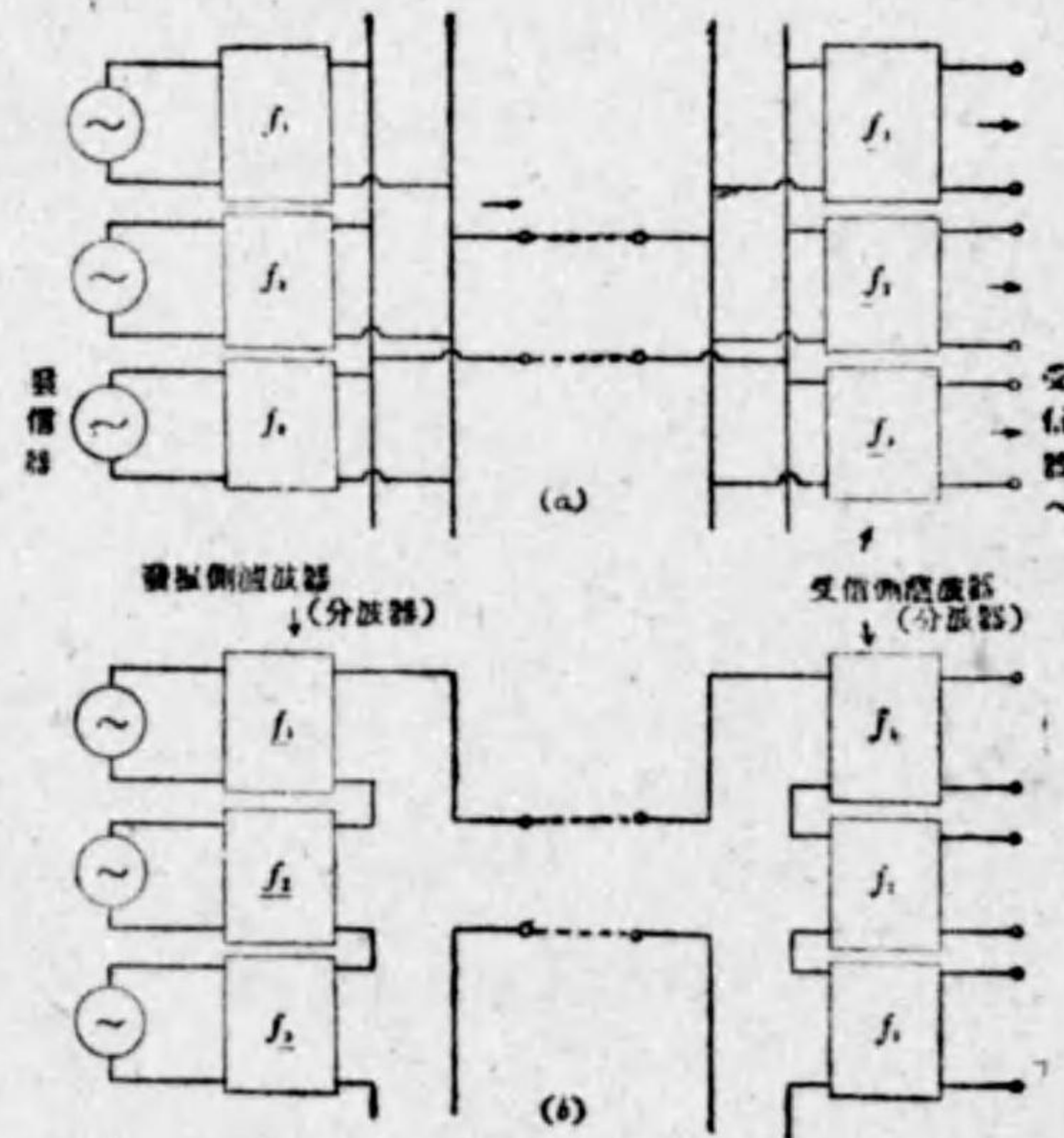
$$\therefore 2b = 2\beta - \log_e 2$$

$$\therefore b = \beta - 0.35$$

第 6 章 分 波 器

種々の周波数を含む混合波を二つ以上の周波帯域に分離して、取出す作用をなすものを分波器と云ふ。従来斯かる目的の爲めに濾波器の並列又は直列接続が使用されてゐたが、之では分波器の目的を完全に満たす事は出来なかつた。例へば搬送式多重通信方式に於て周波数の少しづゝ異なる通信電流を

各通信路毎に選擇分離して傳送する關係上、従來は第 6. a 圖 (a) 又は (b) に示す如く各々その傳送特性を異にする普通の濾波回路を多數並列又は直列に結合し使用してゐたのであるが、此の場合には一つの濾波器の減衰域は他の濾波器の通過域となるから、送信側の



第 6. a 圖

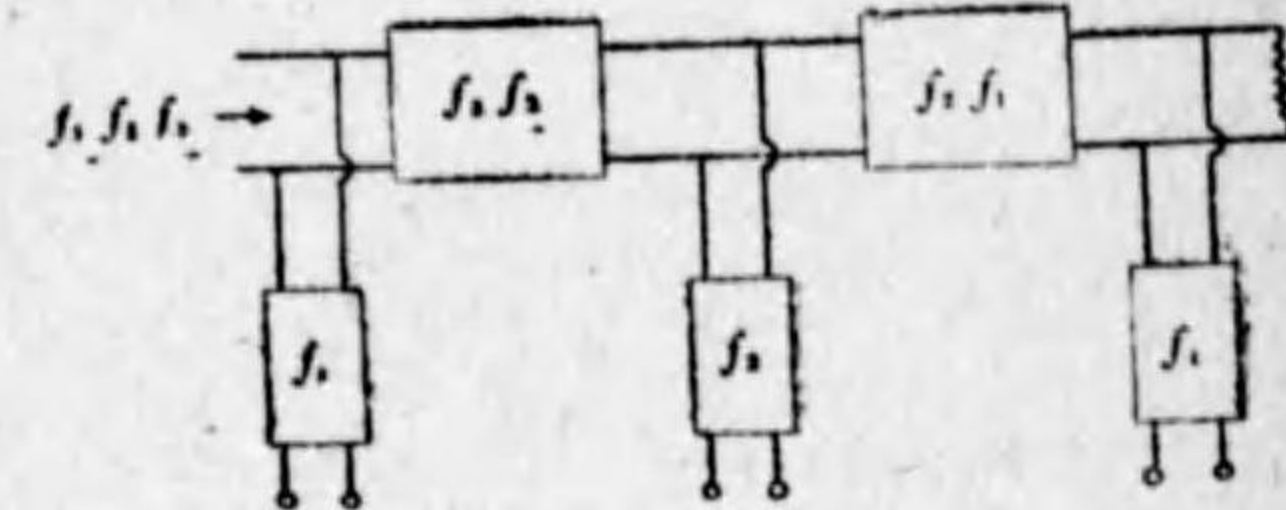
或る濾波器(例へば f_1)の出力側インピーダンスが減衰域の或る周波数(例へば f_2)で低くなるとその周波数(f_2)を通過域とする濾波器(f_2)の出力端は短絡されて終ふ。故に各濾波器は通過域に於ける傳送特性と減衰域に於ける減衰特性のみならず、減衰域に於ける出力又は入力インピーダンスをも考慮

して使用する必要がある。従つて斯かる目的に對しては特別に工夫された特殊濾波回路(分波器)がある。

6.1 濾波器母線式

この方式は昭和七年披山平一博士の創意によるもので所謂“Filter-Bus-Bar”方式と唱へられるものであり、恐らくこの種の考案として發表されてゐるものゝ最初のものであらう。

之は第 6.1.1 圖に示す如く、低域或ひは高域濾波器($f_1 f_2$) ($f_2 f_3$)…等を使用する方式である。今例へば通信周波数 f_1, f_2, \dots の順



第 6.1.1 圖

位が $f_1 < f_2 < f_3 \dots$ なる場合には濾波器 ($f_1 f_2$), ($f_2 f_3$)…等は皆低域濾波器を使用し、又 $f_1 > f_2 > f_3 \dots$ なる場合には之等に高域濾波器を使用するのである。而して濾波器 ($f_1 f_2$), ($f_2 f_3$)…等は其の遮断周波数 f_{012} , f_{023} , …等を夫々次の如く選ぶのである。

低域濾波器の場合 $f_1 < f_{012} < f_2$

$f_2 < f_{023} < f_3$

⋮

高域濾波器の場合 $f_1 > f_{012} > f_2$

$f_2 > f_{023} > f_3$

⋮

而して ($f_1 f_2$) は f_2 に對して大なるインピーダンスを呈し f_1 を減衰無

く通過する低域（或は高域）濾波器である。 (f_2/f_3) に就ても同様である。又受信濾波器 f_2 は周波数 f_1, f_2 に對して大なるインピーダンスを呈するものである。斯くの如くすると f_1, f_2 の受信回路は f_3 の受信回路に對し殆んど短絡の影響を及ぼさない事になる。同様に f_1 の受信回路は低域（或は高域）濾波器 (f_1/f_2) の爲めに f_2 の受信回路に短絡の影響を及ぼさない。

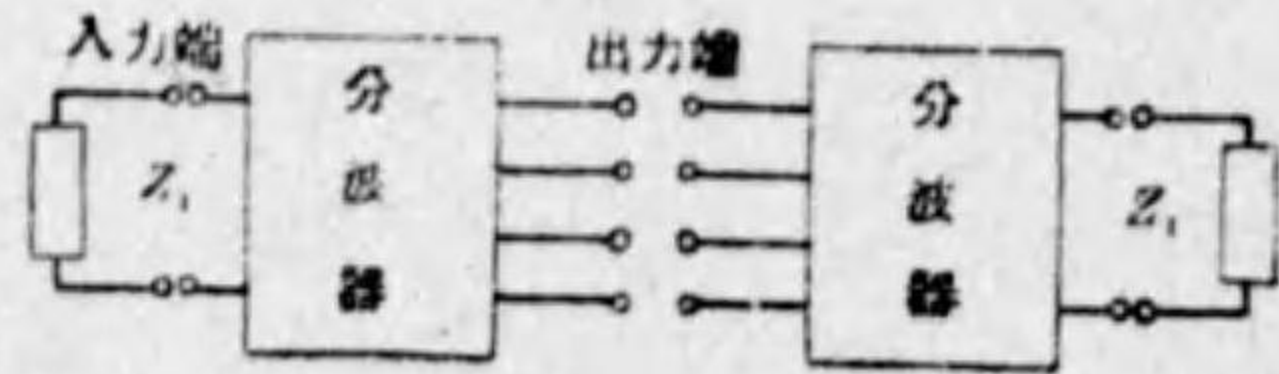
今第 6.1.1 圖に於て送端側から通信電流 f_1, f_2, f_3 が到達した場合に、分波器回路 (f_2/f_3) は f_3 を止めて f_1, f_2 の通信電流を通過せしめ f_3 は受信回路へ通過せしめられる。

次に (f_1/f_2) は残りの通信電流 f_1, f_2 の内 f_2 を止めて之を帯域濾波器 f_2 に至らしめ、他の周波数 f_1 を通過せしめる。斯くの如く分波器回路は通信電流を周波数の順位に従つて階段的に分離し各受信回路に至らしむるのである。

6.2 起伏型分波器

前に述べた分波器回路は從來使用されて來た濾波回路をもとに工夫設計されてゐるが、この分波器は全く其の考へを別にするもので、多端子網理論から傳送特性を考察して得られたもので、入力影像インピーダンスが定抵抗であると言ふ點を此の分波器の大なる特徴と見る事が出来よう。之は最近松本秋男氏により考案せられたもので、重合濾波器と共に我國産濾波器の指折のもの一つである。

第 6.2.1 圖に示す如く
相等しき分波器の出力端を
影像的に接続して得られる
四端子網の影像インピーダ

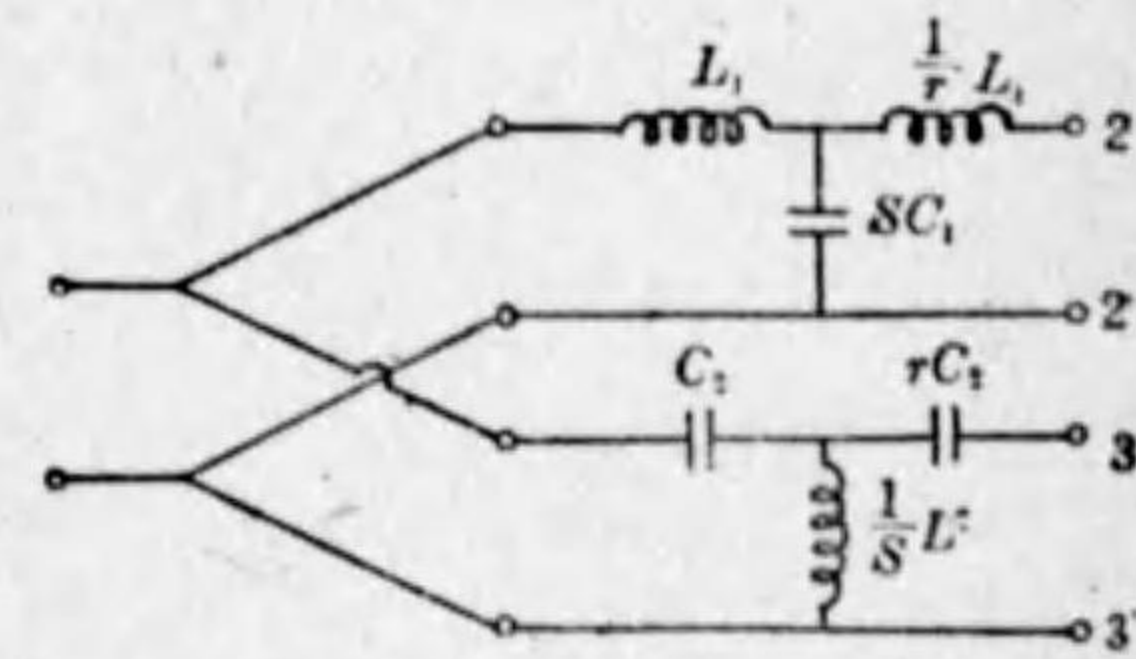


第 6.2.1 圖

ンスを原分波器の入力影像インピーダンスといふ。而して此の四端子網は軸對稱四端子網であるから二等分定理によつて二つの部分に分けて考へることが出来、その影像インピーダンスは中央出力端を同時に開放及短絡せるときのインピーダンスの幾何平均で與へられる。起伏型分波器は入力影像インピーダンスを一定ならしめるものである事は前述した通りである。

今第 6.2.2 圖について考へて見よう。圖の四端子回路 11'—22' 及び 11'—33' は夫々最も簡単な低域型

及高域濾波器の構成を示してゐるが L_1, C_1, L_2 及び C_2 の値は、普通の定 K 型濾波器の場合の値を選び r 及び S を適當



第 6.2.2 圖

インピーダンスが周波數に無關係な一定抵抗となる如くする。それが爲には端子 22' 及び 33' を全部同時に開放、又は短絡した場合に端子 11' より見たる開放及短絡アドミッタンスが互に逆回路になつて居ればよい。

圖に於て（定 K 型低域及高域濾波器の公式より）

$$L_1 = \frac{R}{2\pi f_c} = L_1 \rightarrow L_1 = \frac{R}{\omega_c}$$

$$C_1 = \frac{R}{2\pi f_c R} = C_2 \rightarrow C_1 = \frac{1}{\omega_c R}$$

$$\therefore \omega_c^2 = \frac{1}{L_1 C_1}$$

とし $\frac{f}{f_c} = x$ と置くと開放アドミッタンスは

$$Y_{11'} = \frac{j\omega S C_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1 S} + \frac{j\omega C_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1 \frac{1}{S}}$$

$$\begin{aligned}
 &= j\omega C_1 \left(\frac{S}{1-\omega^2 L_1 C_1 S} + \frac{S}{S-\omega^2 L_1 C_1} \right) \\
 &= j\omega \cdot \frac{1}{\omega_c R} \cdot S \left[\frac{S - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 S}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 S\right\} \left\{S - \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right\}} \right] \\
 &= \frac{jx \cdot \frac{1}{R} S(1+S-x^2(1+S))}{(1-x^2 S)(S-x^2)} \\
 &= \frac{jx}{R} \cdot \frac{S(1+S)(1-x^2)}{S(1+x^4) - (1+S^2)x^2} \dots\dots\dots(6.2.1)
 \end{aligned}$$

短絡アドミッタンスは同様にして

$$\dot{Y}_{13} = \frac{(1-x^2)}{jxR} \cdot \frac{rS(1+x^4) - (S^2+S+r^2+r)x^2}{(1+r)S(1+x^4) - \{S^2+(1+r)^2\}x^2} \dots\dots\dots(6.2.2)$$

而して \dot{Y}_{11} , \dot{Y}_{13} が逆関係なる爲の条件を求めて見ると

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{S^2+(1+r)^2}{S(1+r)} &= 2 \\
 \frac{S^2+S+r^2+r}{rS} &= \frac{1+S^2}{S}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6.2.3)$$

である。此の条件第 1 式より

$$S=1+r$$

これを第 2 式に代入して

$$r^2=2r+2$$

$$\left. \begin{aligned}
 \therefore r &= 1.77 \\
 S &= 2.77
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6.2.4)$$

となる。即ち第 6.2.2 圖に於いて r と S とが (6.2.4) 式の関係にある場合入力映像インピーダンス \dot{Z}_{11} は周波数に無関係な一定値となり、その式は次の如く與へられる。

$$\dot{Z}_{11} = \frac{1}{\sqrt{\dot{Y}_{11}\dot{Y}_{13}}} = R \sqrt{\frac{1+r}{r(1+S)}} = R \times 0.645 \dots\dots\dots(6.2.5)$$

斯くの如き分波器回路はほんの一例に過ぎず、斯かる定 K 型のものに限らずこの他簡單なる M 型誘導のもの又、斯かる低域及び高域型幾段かを縦横に結合するもの等にも同様適用出來得るもので、此等に關し松本秋男氏の詳細なる考察が發表さ

れてゐる。第 6.2.

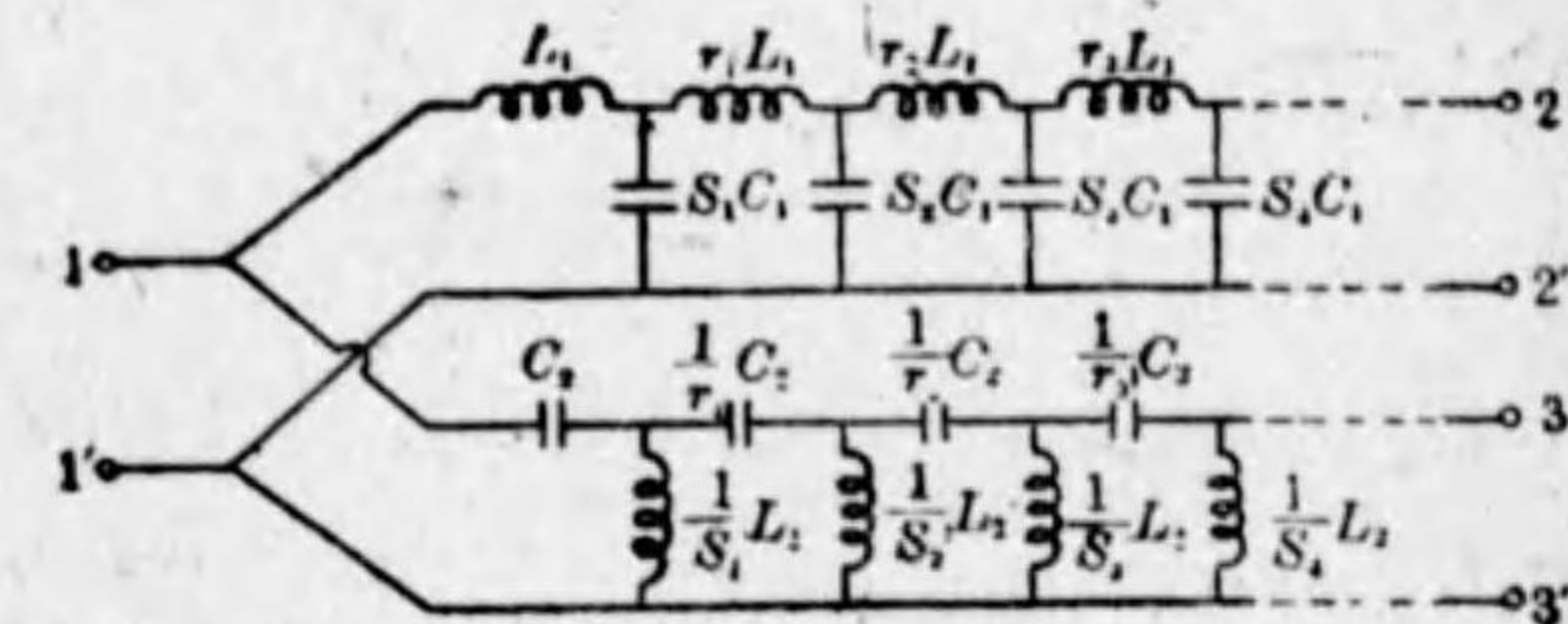
3 圖はその一例で

第 6.2.2 圖の如

き定 K 型のもの

が數段縦横結合さ

れたもので、斯か



第 6.2.3 圖

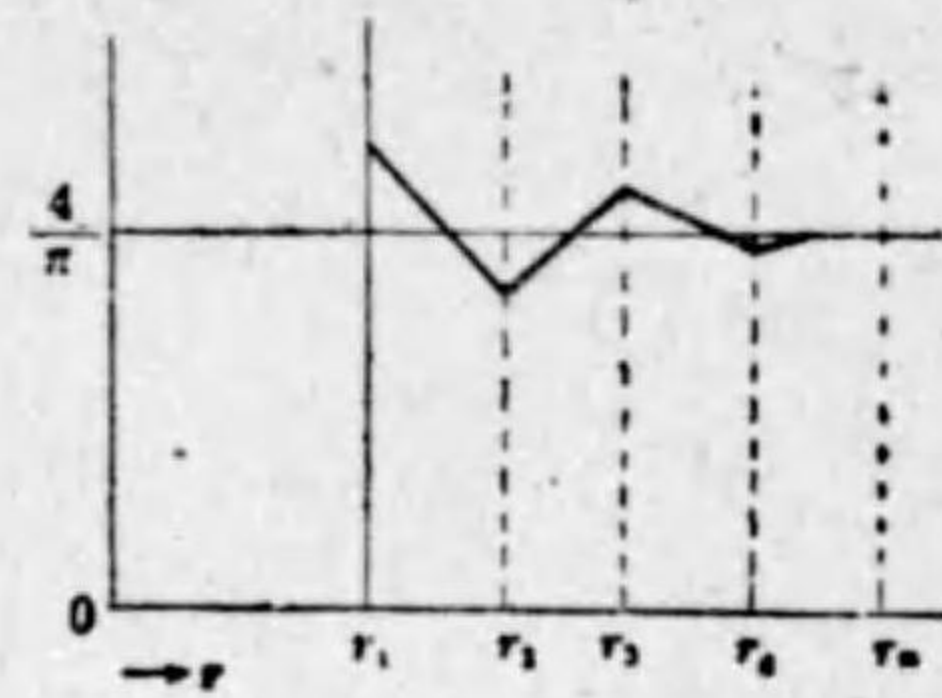
る低域及高域型の遮断周波數相等しき場合その r , S の間の關係が前と全く同様な考へのもとに計算されてゐる。その結果を示すと

$$\left. \begin{aligned}
 r_1 &= 1.361, \quad r_2 = 1.246, \quad r_3 = 1.281, \\
 r_4 &= r_5 = \dots = \frac{4}{\pi} \\
 S_1 &= 3.02, \quad S_2 = 3.05, \quad S_3 = 3.13 \\
 S_4 &= S_5 = \dots = \pi
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6.2.6)$$

であり、直列インピーダンス素子はその數値に於て或る減幅振動的變化をしながら或一定値 $\frac{4}{\pi}$ に近付き、これと同時に並列インピーダンス素子の方は振動的變化をせず漸近的に或一定値 π に近付くと云ふ傾向を見出すことが出来る。考案者は斯く直列インピーダンス素子の數値に起伏を生ず、といふところからこの分波器を起伏型分波器と名付けてゐる。

斯くして得たる分波器回路に於ける各通信路に對する出力側端子 22', 33'

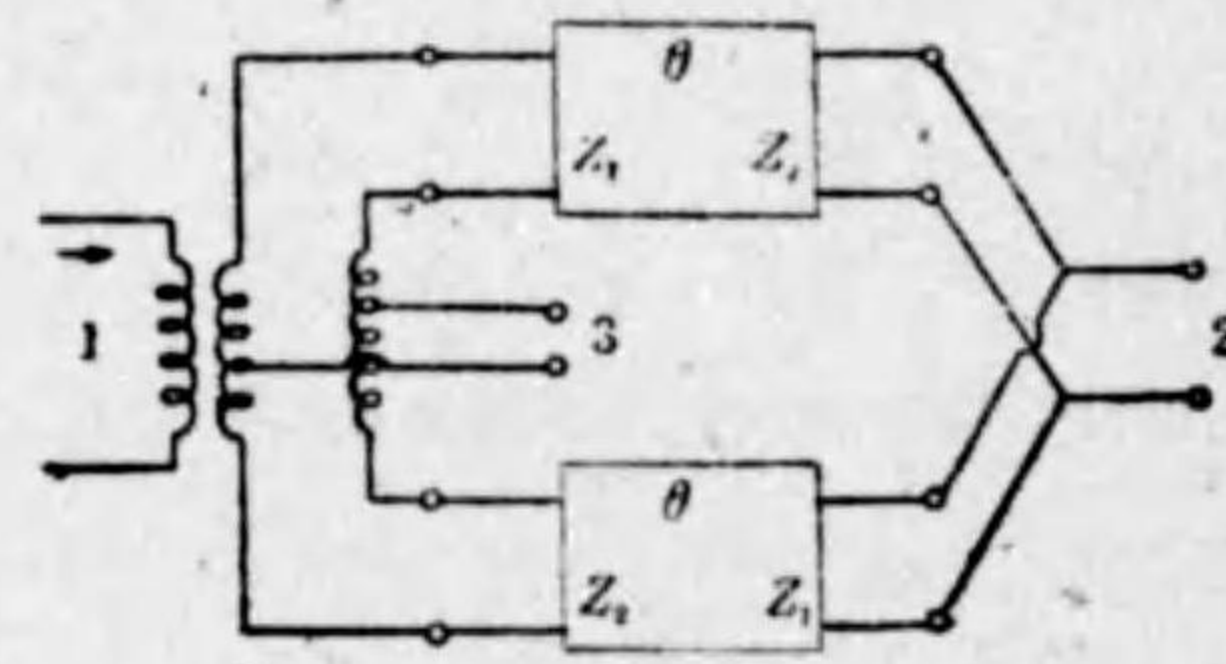
等から入力側端子 11' を見たインピーダンスはその伝送帯域に於いて殆んど一定抵抗値であり、各通信路に対する分波器回路の減衰特性はその伝送帯域に於いて減衰なく減衰帯域では相當の減衰を有してゐる。



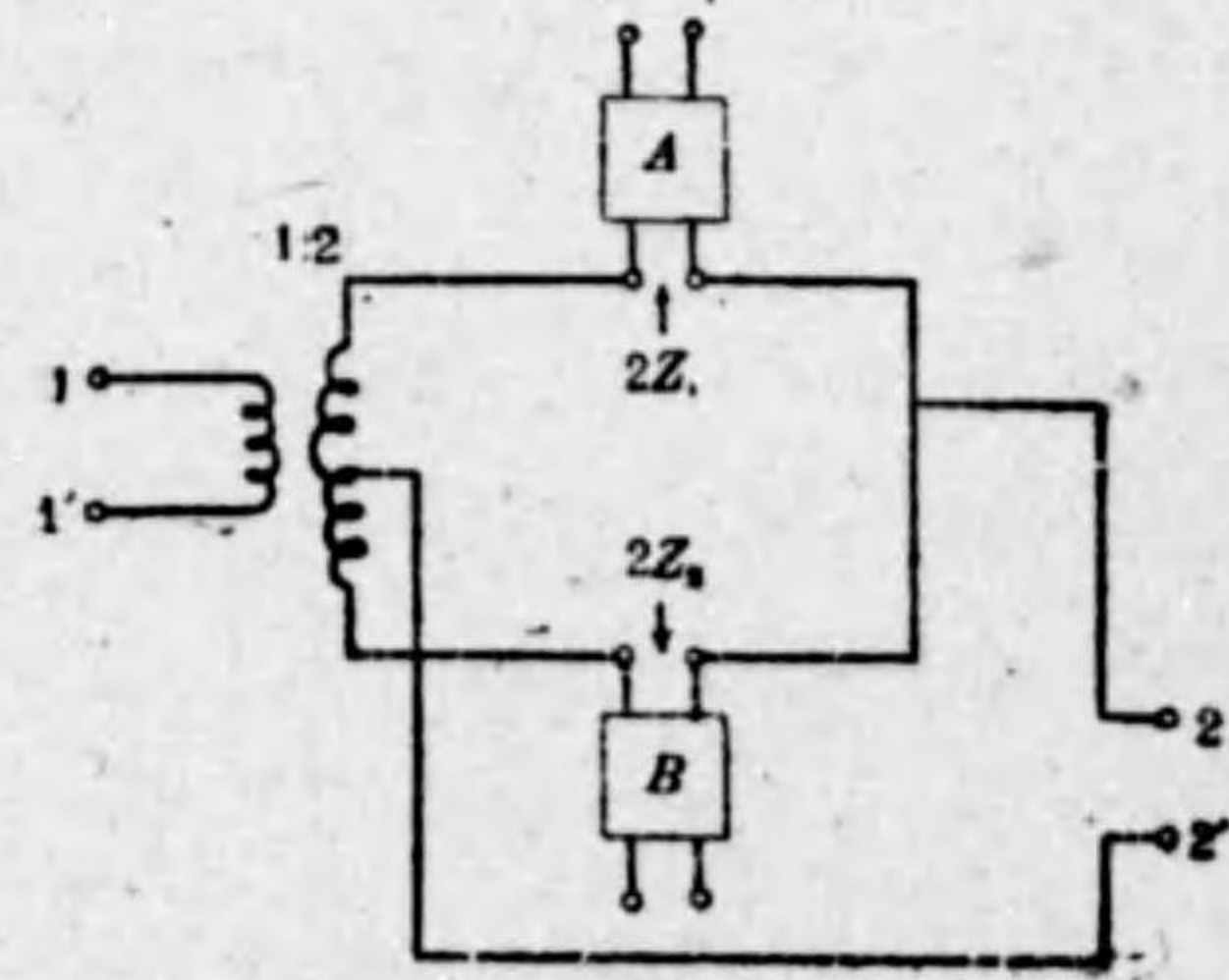
6.3 差動型分波器

これは差動変成器を用ひて第 6.3.1 圖に示す如き接続を行ふ。圖に於いて

Z_1 と Z_2 とが相等しいインピーダンスである場合には端子 1 から加へた電力は端子 3 には出て来ない。又 Z_1 と Z_2 とが反對の符號を有するリアクタンスである場合には端子 1 から端子 3 へは減衰無く傳送される。而して Z_1, Z_2 のインピーダンスが高級なる特性を示す程 1—3 間の減衰特性は高級なる特性を示す。又これと同様の理論に基く回路として第 6.3.2 圖の如きものが考へられる。圖に於いて濾波器 A 及び B が同一の遮



第 6.3.1 圖



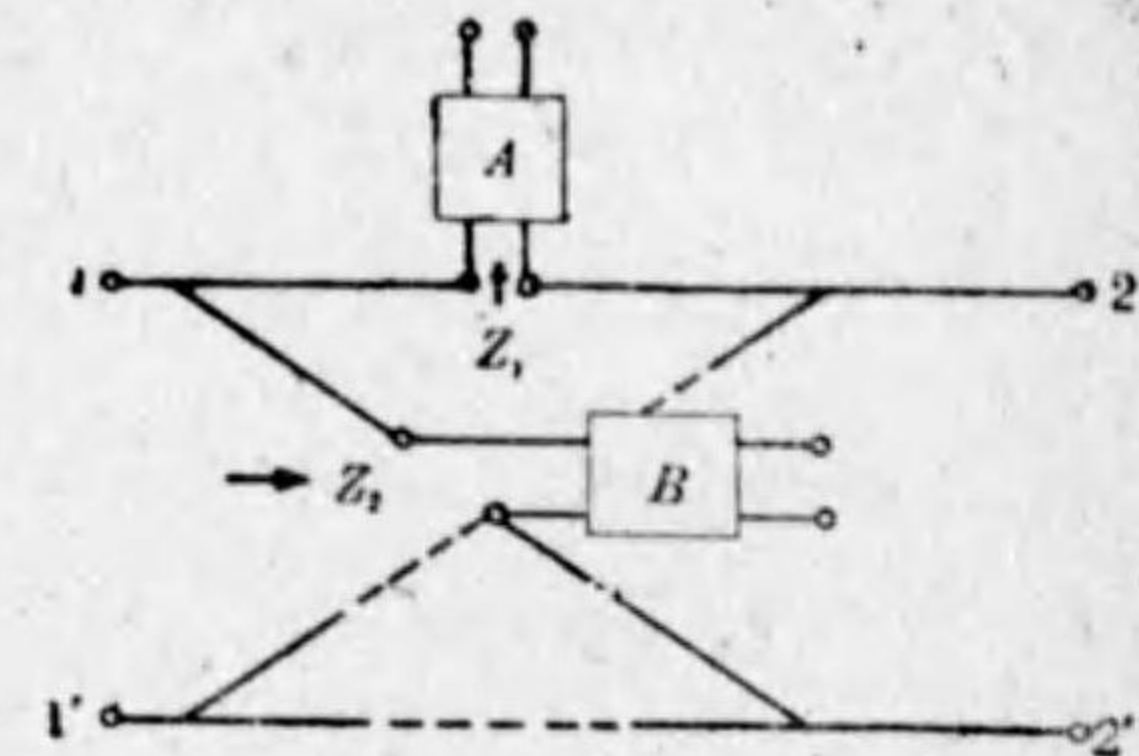
第 6.3.2 圖

断周波数を有し且つ同一の傳送特性を有する濾波器であり、更にその影像インピーダンス Z_1 及び Z_2 の間に次の關係を持たしめる。即ち

$$Z_1 Z_2 = R^2 \dots\dots\dots (6.3.1)$$

第 6.3.2 圖の如き回路は Jauman 接続の一種にして、之と等價回路として第 6.3.3 圖の如き格子回路が考へられる。(第 4 四章 3 参照)

然る時格子型回路の特性として (6.3.1) 式の R がその儘格子型回路の影像インピーダンスとなり 11' 端子から見た入力インピーダンスは周波數に無關係な一定抵抗 R となる。又この場合端子 22' に於ける出力側インピーダンスも



第 6.3.3 圖

亦同様に周波數に無關係に一定抵抗 R を有するものである。

而して格子型回路の傳播定數を θ とすれば (4.3.6) 式より

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \dots\dots\dots (6.3.3)$$

更に (6.3.1) 式を代入すると即ち濾波器 A 及び B の傳送帯域に於て夫々の影像インピーダンス Z_1 及び Z_2 の値が一定の抵抗 R に近く設計される時は

$$\tanh \frac{\theta}{2} \approx 1$$

となり θ の實數部即ち減衰定數が相當大となる。換言すれば濾波器 A 及び B の傳送帯域に於いては端子 11' から端子 22' 迄の間には相當大なる減衰を持つ事となる。又逆に A 及び B の減衰帯域に於いては夫々の影像インピーダンス Z_1 及び Z_2 は (6.3.1) 式の關係を保つてはゐるが $-\infty$ から $+\infty$

の間の虚数値となる故 θ の實對部分即ち減衰定数は 0 となる。即ち濾波器 A 及び B の減衰帯域では端子 11' から 22' 迄の間の減衰は 0 となりこの格子型回路は傳送帯域となる。従つてこの格子型濾波器の傳播特性は個々の濾波器 A 及び B の傳播特性と逆の特性となる事が判る。

以上大體考へ方の異なる三種の分波器を示したが此の他、W. Blandt 氏、H. Piloty 氏の方法等がある。

第 7 章 特 殊 回 路

7.1 遅延回路網

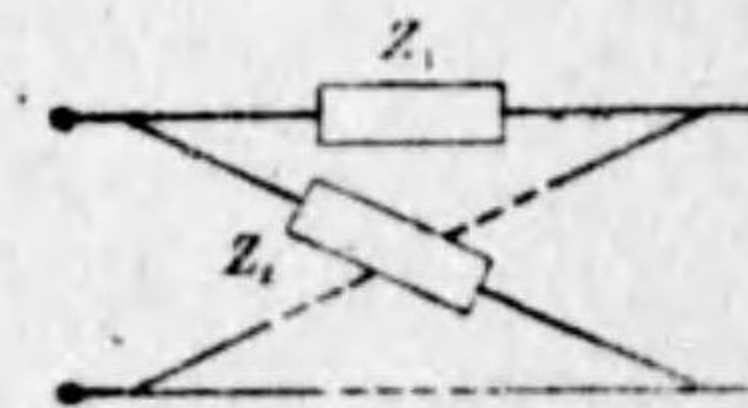
任意の四端子回路網に於て送電端に或る任意の波形の電壓を與へた場合に受電端に現れる電壓或は電流の波形が送電端の電壓或は電流の波形と相似であつて、單に或時間丈遅れて受電端に現れる如き回路網の事を遅延回路網と稱す。任意の四端子網が遅延回路網である爲の必要且つ充分なる條件は

$$\left. \begin{array}{l} \text{減衰定數 } \beta = \text{周波數に無關係なる} \\ \text{一定値を保つこと} \\ \text{位相定數 } a = \tau\omega \end{array} \right\} \dots\dots\dots(7.1.1)$$

である。茲に ω は周波數角速度 τ は比例の定數で遅れの時間を示し、(7.1.1)式が成立する場合に、此の回路網を通過する爲に要する時間を意味する。理想條件としては減衰定數 β が零である事と、 τ が周波數に無關係な定數であつて、且任意の大きさの τ が得られる事である。

(1) 格子型遅延回路網

第 7.1.1 圖の如き回路が遅延網として都合の良い點はその傳播定數は (4.3.6) 式により



第 7.1.1 圖

$$\tanh \frac{\theta'}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \dots\dots\dots(7.1.2)$$

で與へられ 影像インピーダンスが

$$Z_0 = \sqrt{Z_1 Z_2} \dots\dots\dots(7.1.3)$$

で與へられ、設計に極めて都合のよい事である。若しも

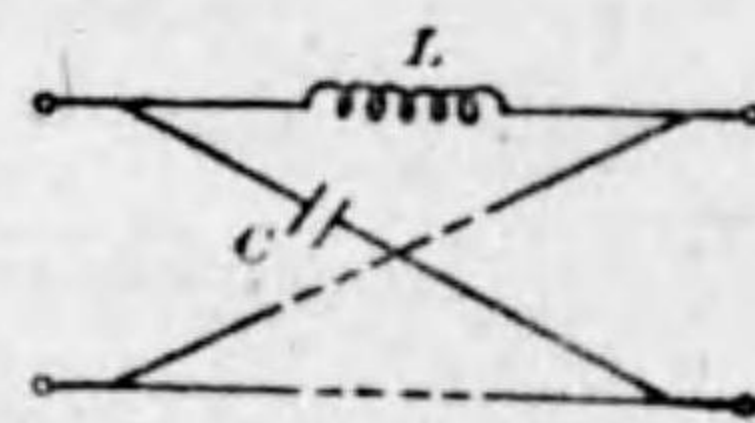
$$\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 = R^2 = \text{一定} \dots\dots\dots(7.1.4)$$

なる場合には本回路は全周波通過回路となる。

即ち如何なる周波数に於ても

$$\beta=0, \quad \dot{Z}_0=R \dots\dots\dots(7.1.5)$$

となる。然し乍ら斯くの如き格子型回路網は等しい素子を2個づゝを必要とし素子の数が増える点と共通の歸路が回路構成上無い事とが此の回路の不利な事である。故に遅延回路網は格子型で設計を行ひ、之を使用する場合には第4章4で述べた方法により橋絡T型に變換して製作するのである。そうすると同じ素子2個づゝを必要とせず共通歸路も出來てその缺點が除かれる。



第 7.1.2 圖

例 1 第 7.1.2 圖に就て考ふ。

圖に於て (7.1.4) 式が成立するも

のとせば

$$j\omega L \times \frac{1}{j\omega C} = R^2 \dots\dots\dots(7.1.6)$$

$$\therefore R = \sqrt{\frac{L}{C}} \dots\dots \text{影像インピーダンス} \dots\dots\dots(7.1.7)$$

又 (7.1.2) 式より

$$\tanh \frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{\dot{Z}_1}{\dot{Z}_2}} = \frac{\dot{Z}_1}{R}$$

$\beta=0$, $\dot{Z}_1=j\omega L$ を代入して

$$j \tan \frac{\theta}{2} = \frac{j\omega L}{R} \quad \therefore \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\omega L}{R}$$

従つて

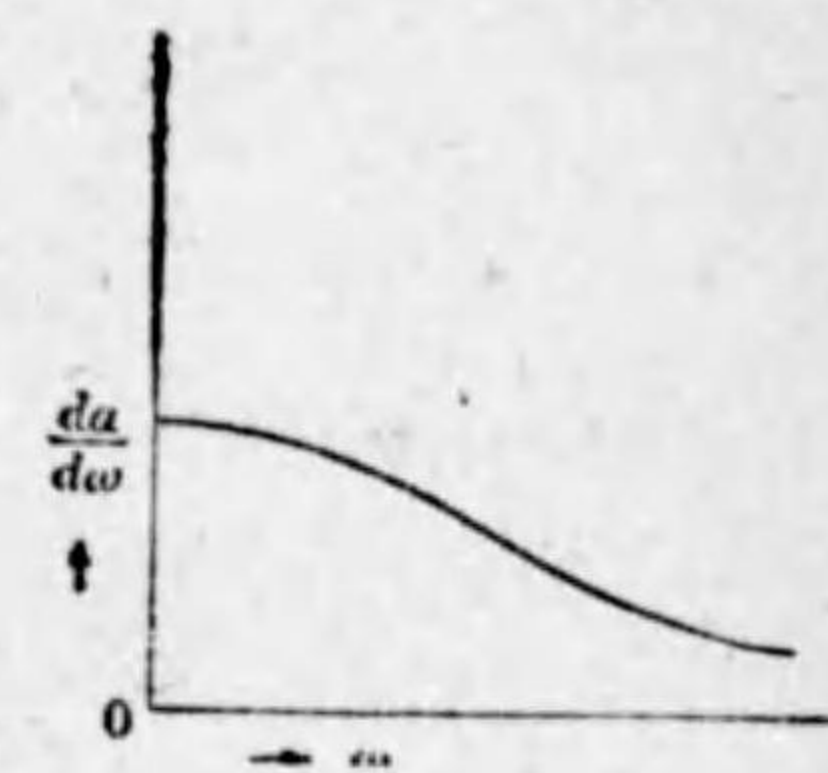
$$\alpha = 2 \tan^{-1} \frac{\omega L}{R} \dots\dots\dots(7.1.8)$$

此の回路の群傳播時間 $\frac{d\alpha}{d\omega}$ を求めると

$$\frac{d\alpha}{d\omega} = \frac{2L}{R(1 + \frac{\omega^2 L^2}{R^2})}$$

$$R = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ を代入して}$$

$$\frac{d\alpha}{d\omega} = \frac{2\sqrt{LC}}{1 + \omega^2 LC} \dots\dots(7.1.6)$$



第 7.1.3 圖

此の場合の群傳播特性は第 7.1.3 圖

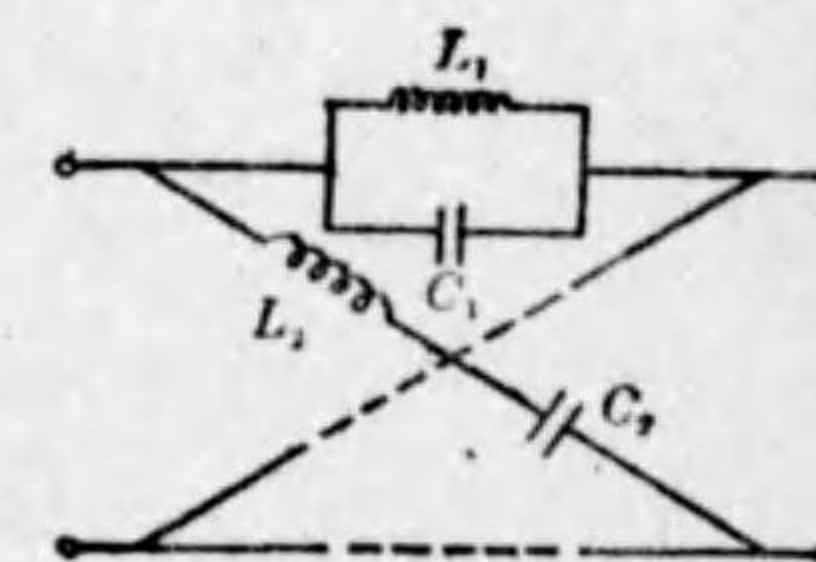
の様子に周波数の増加と共に單調に減少する。この型を A 型回路と呼ぶ。

例 2 第 7.1.4 圖の如き回路に就

いて考ふ。圖に於て

$$\dot{Z}_1 = \frac{j\omega L_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$

$$\dot{Z}_2 = \frac{1 - \omega^2 L_2 C_2}{j\omega C_2}$$



第 7.1.4 圖

(7.1.4) 式が成立する爲には

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

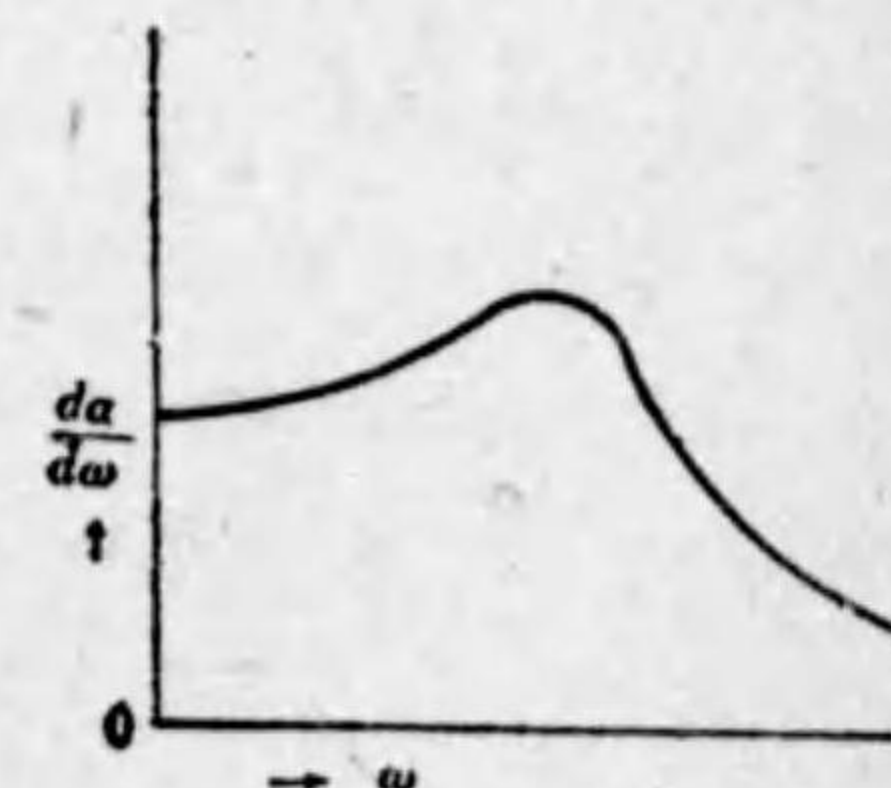
而して

$$\dot{Z}_0 = R = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \dots\dots(7.1.10)$$

を得。

$$j \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\dot{Z}_1}{R} \quad \text{より}$$

$$j \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{j\omega L_1}{\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} (1 - \omega^2 L_1 C_1)}$$



第 7.1.5 圖

$$\therefore \tan \frac{\theta}{2} = \frac{\omega_1 \sqrt{L_1 C_2}}{1 - \omega^2 L_1 C_1}$$

従つて

$$= 2 \tan^{-1} \frac{\omega_1 \sqrt{L_1 C_2}}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \dots\dots\dots (7.1.11)$$

此の回路の群傳播時間は

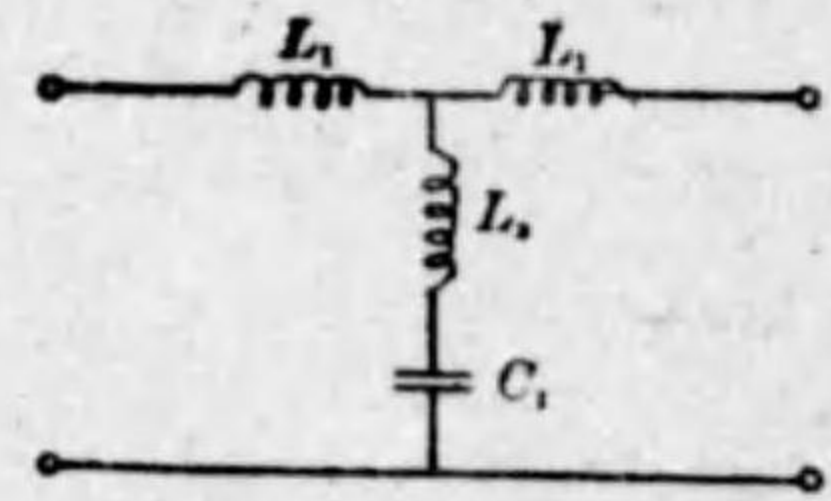
$$\frac{da}{d\omega} = \frac{2\sqrt{L_1 C_2}(1 + \omega^2 L_1 C_1)}{(1 - \omega^2 L_1 C_1)^2 + \omega^2 L_1 C_2} \dots\dots\dots (7.1.12)$$

此の場合には群傳播時間は第 7.1.5 圖の様に一つの極大點を有する。この型を B 型回路といふ。

(iii) 簡單なる梯子型遅延回路網

梯子型回路網の中で低域濾波器及び帯域消去濾波器は、もしもその素子が純リアクタンスより成立する場合には、その通過域に於ては理論上減衰無く、位相角は周波數零に於て零度であり、周波數が増大するに従ひ、漸次増大するものである。従つて此等の回路は通過域に於て(7.1.1)式の條件を満足する。故に之等の回路網の中に位相角が周波數に對し直線的に増大する回路が存在する時は遅延導線網と考へてよい。

第 7.1.6 圖は直列誘導 M 型低域濾波器と同じ様な回路を構成してゐる。従つて位相角は周波數零で零度であつて周波數が増大するに従ひ増大し遮斷周波數



第 7.1.6 圖

ω_0 で π となる。若しも遮斷周波數が遅延せしむべき電流の主要周波數より充分高く存在し位相角は周波數に比例して増大するならば、この電流に對して遅延網となる。今計算の便のために $\frac{L_2}{L_1} = K$ とおく。K の値は $-0.5 \leq K \leq \infty$ の範圍には變化する事が可能であるが K が (-0.5) 以下となれば物理的に實現する事が不可能となる。

今遮斷周波數に對應する角速度を ω_c とし影像インピダンスを Z_0 とし任意の角速度 ω と ω_c との比を x とおく。又通過帯内の回路網の位相角を a とすれば

$$\omega_c = \sqrt{\frac{2}{C_1(L_1 + 2L_2)}} \dots\dots\dots (7.1.13)$$

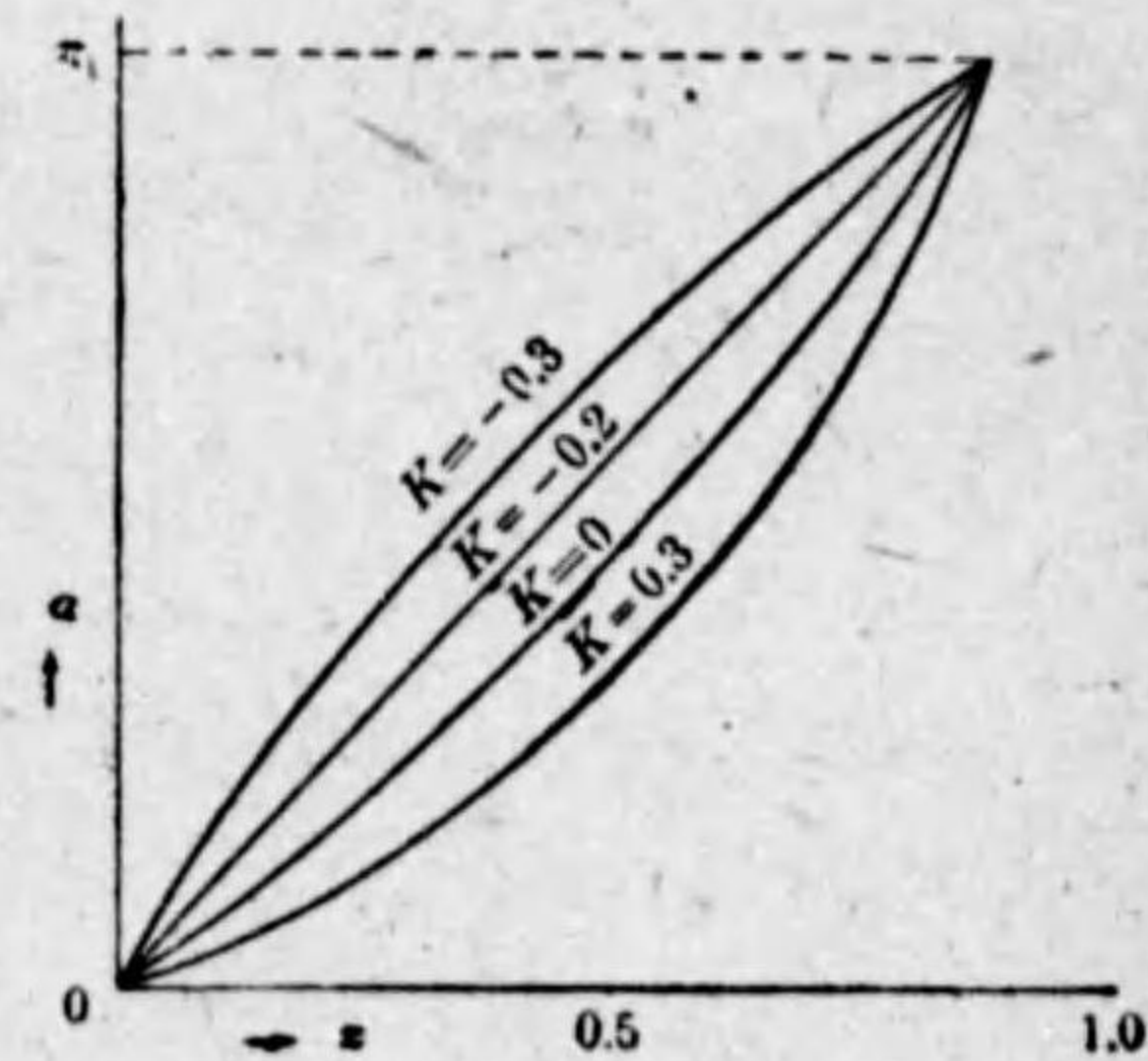
$$\left(\because \frac{1}{2} z_1 = -1 \text{ より求まる} \right)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{2L_1}{C_1} - \omega^2 L_1(L_1 + 2L_2)} \dots\dots\dots (7.1.14)$$

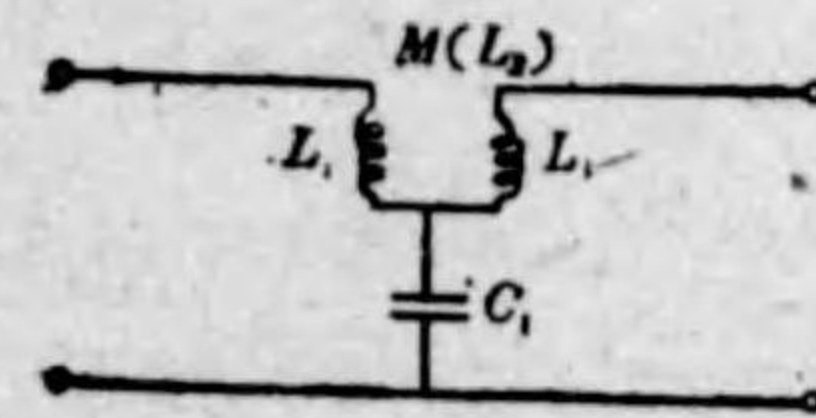
通過域の位相角 a は (4.5.1) 式より $\beta=0$ と置て

$$\tan \frac{a}{2} = \frac{1}{\sqrt{1+2K}} \cdot \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} \dots\dots\dots (7.1.15)$$

故に (7.1.16) 式より明らかなる如く位相角は x と K との函数として決定せられ ω_c, Z_0 には無關係である。(7.1.16) 式の $x=0$ から $x=1$ までの間に於て種々の K に對して位相角を計算すると第 7.1.7 圖の如くなる圖より了解出来る様に K の値は何であつても x の小さい部分を考



第 7.1.7 圖



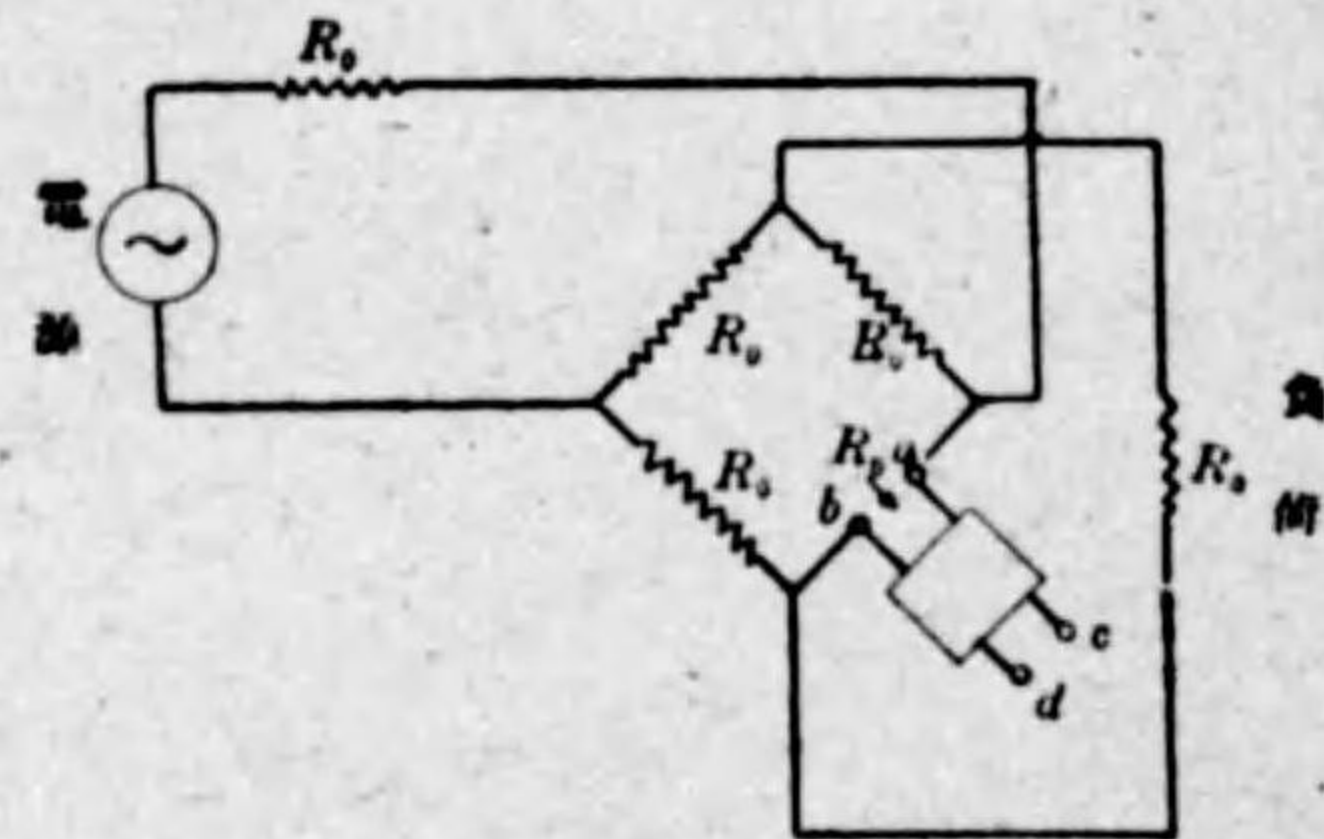
第 7.1.8 圖

へると位相特性曲線は直線よりの隔たりが小であつて遅延回路網と考へられる。而して $K=-0.2$ 位が此の直線部分が最も多く遅延回路網として最も都合が良い事にならう。其時の回路は第 7.1.8 圖を以つて實

現される。

(iii) 反射を利用した遅延回路

回路の出力端子にこの回路の映像インピーダンスを接続した場合には入力端子より回路に入った電流は全部出力端子の映像インピーダンスに傳送されて反射は起らないがもしも出力端子が開放或は短絡せられて居る場合には全反射を起し出力端子に到達した電流は入力端子の方面に逆行する。



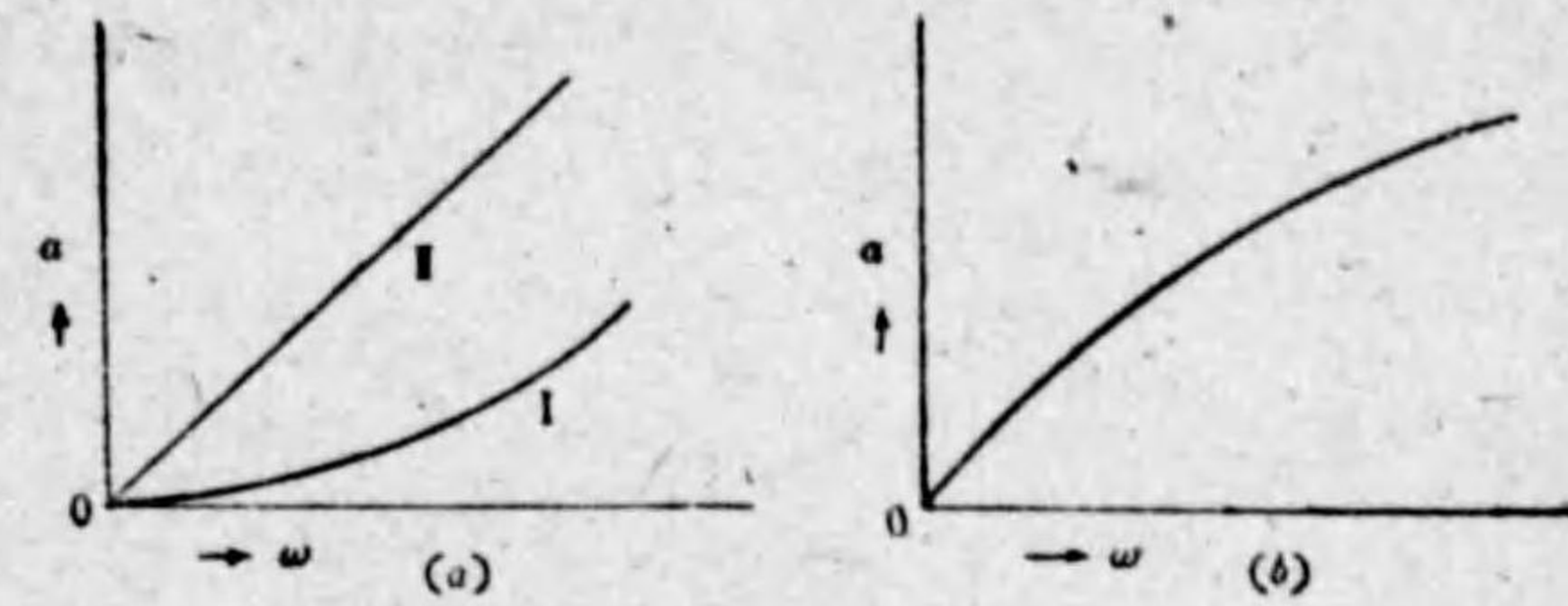
第 7.1.9 圖

この性質を應用すると一つの回路網を二度電流

を通過せしめ遅延時間を 2 倍とする事が出来る。即ち所要の τ に對し回路網を半減する事が出来る。遅延回路の映像インピーダンスを R_0 とし之を第 7.1.9 圖の如く接続する。かくすると初め電橋が平衡して居るため負荷の R_0 には電流が流れない。然るに遅延回路を通過して τ 時間の後 $e-d$ 端子に達した電流は全反射せられて 2τ 時間の後 $a-b$ 端子に現はれ $a-b$ 端子が電流となり電流を流す。今度は負荷 R_0 に電流が流れる。結局遅延回路を二度通過する時間 2τ 丈遅延せしめる事が出来る。

7.2 位相補償装置及び減衰等化装置

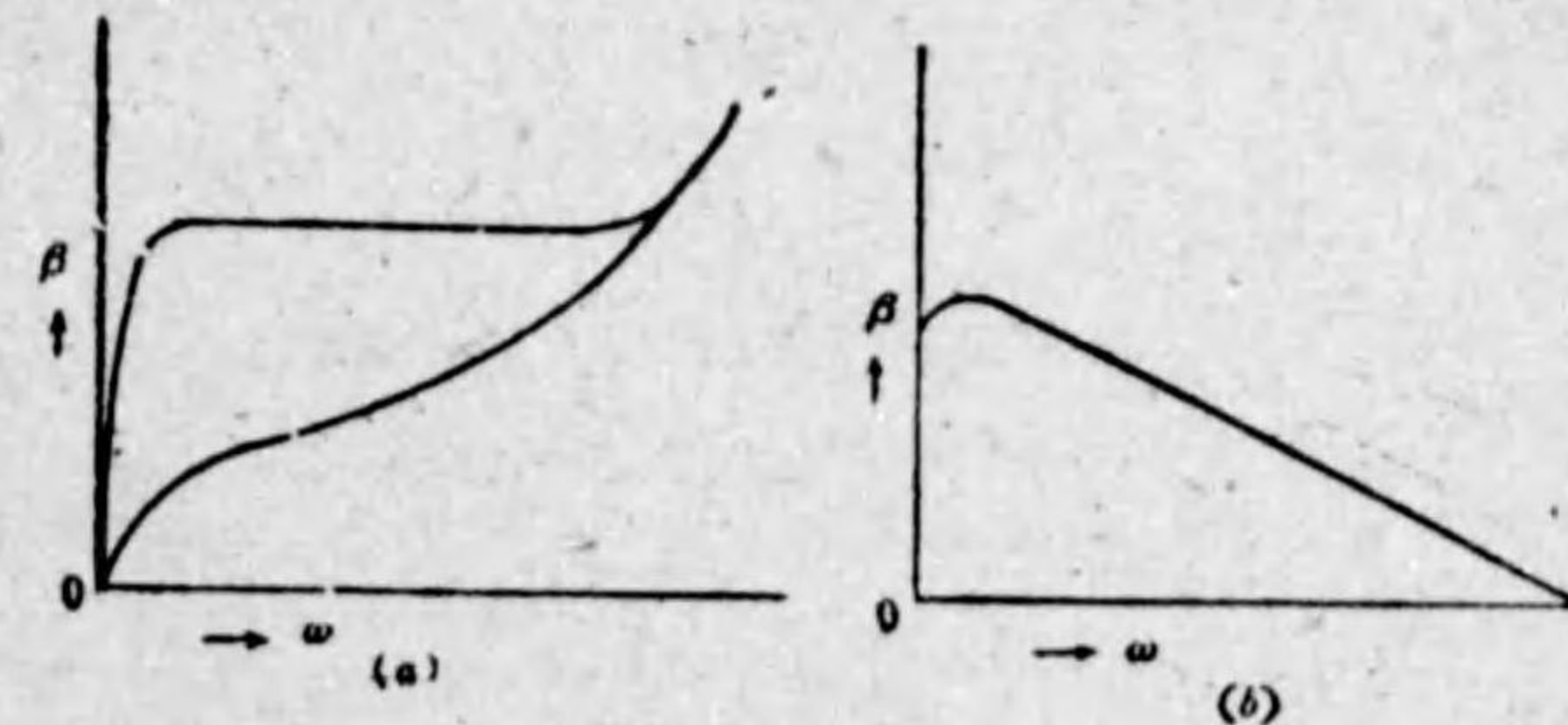
本章最初に (7.1.1) 式として示せる條件は波形に至を與へずに傳送する上に必要な條件であるが、換言すれば通信線の設計に際し通話の歪を少なくするにも重要な事柄である。従つて例へば第 7.2.1 圖(a)の曲線 I の如き位



第 7.2.1 圖

相特性の回路があつた場合、この位相特性を同圖曲線 II の如く周波数の値如何に關せず略一定になる様な位相特性に矯正する必要がある。斯くの如き場合に使用される回路を位相補償回路網 (Phase compensating network) といふ。それ故に位相補償回路の位相特性は第 7.2.1 圖(a)に於いて曲線 II と曲線 I との同一周波數に對する値の差として第 7.2.1 圖(b)の如くでなければならぬ。従來は前節に於いて述べた所の格子型全周波通過型の簡単な遅延回路を數多く縦續に連結したものであるが T 型低域遅延回路網或は橋絡 T 型回路等による設計理論が求められ、それを應用して如何様にも要求される特性に近い回路を設計する事が出来る様になつた。

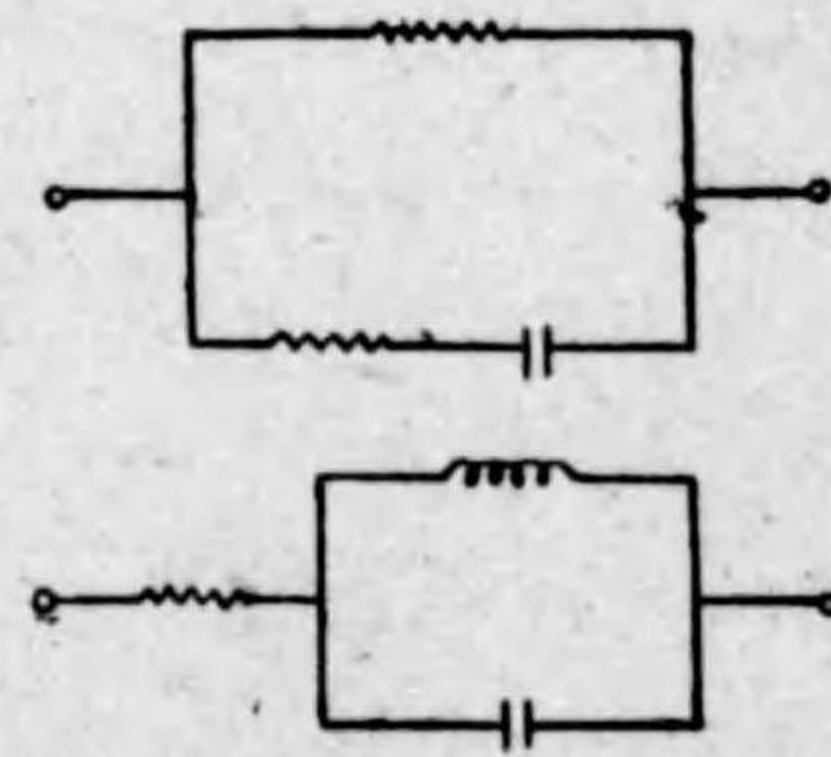
次に回路が通話の周波數範圍で一様なる減衰特性を持つ事の困難なる場合例へばその減衰特性が第 7.2.2 圖(a)の曲線 I の如き場合は同圖曲線 II の



第 7.2.2 圖

如く周波数に無関係に略一様な減衰特性に変化する必要がある。斯くの如き場合に使用される回路を減衰等化回路網(Attenuation Equalizer)といふ。それ故に減衰等化回路の減衰特性はこれと第 7.2.2 圖 (a) の曲線 I との合成が曲線 II の値になる様な特性即ち同圖 (b) の様な特性でなくてはならぬ。従来この等化回路の極く簡単なものとしては回路に直列に入れるものと並列に入れるものがあり第 7.2.3 圖に示す如き構造の回路が多いが、此の場合も前述濾波器の設計方法を應用して如何様にも設計する事が出来る。

又第 7.2.2 圖の如き回路を最初第 3 章四端子回路に於いて述べた定抵抗回路の一素子として使用しインピーダンス整合を損じないで変化を行ふ事も出来る。又第 7.2.2 圖 (b) の等化減衰曲線に近いものを得んとすればする程、換言すれば数多くの周波数 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m$ と之れに



第 7.2.3 圖

對する $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ とを與ふ程この等化回路は複雑なものとなる。

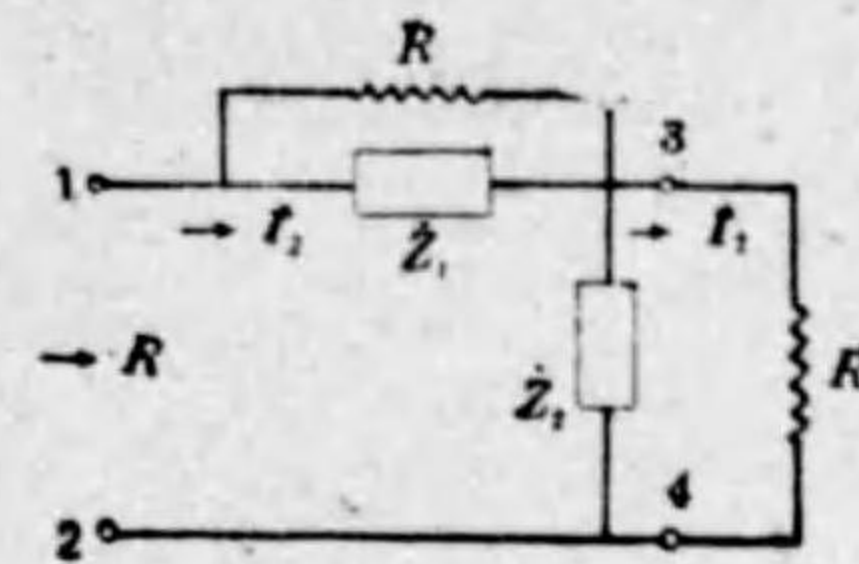
搬送式多量通信方式の發達した今日に於いては嚴密なる等化を廣範圍に互つて要求されるので一般に定抵抗四端子網を使用してゐる。第 7.2.4 圖に於いて端子 3, 4 を R を以て終端した場合

$$\dot{Z}_1 \dot{Z}_2 = R^2 \dots \dots \dots (7.2.1)$$

なる関係があれば端子 1, 2 から見たインピーダンスは

$$\frac{R \dot{Z}_1}{R + \dot{Z}_1} + \frac{R \dot{Z}_2}{R + \dot{Z}_2} = R \dots \dots \dots$$

となり、總べての周波数に對し一定抵抗 R なる定抵抗を有す。斯くの如き回路網は第 7.2.4 圖の外數種ある。例へば第 7.2.5 圖(a)及(b)は橋絡 T 型

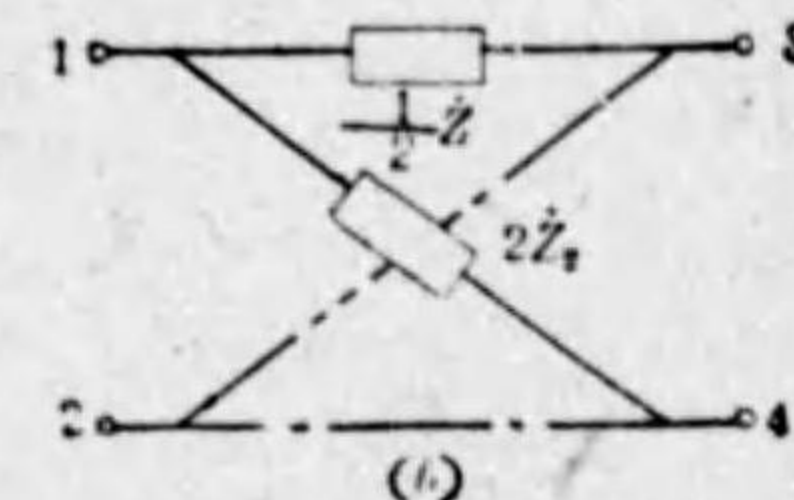
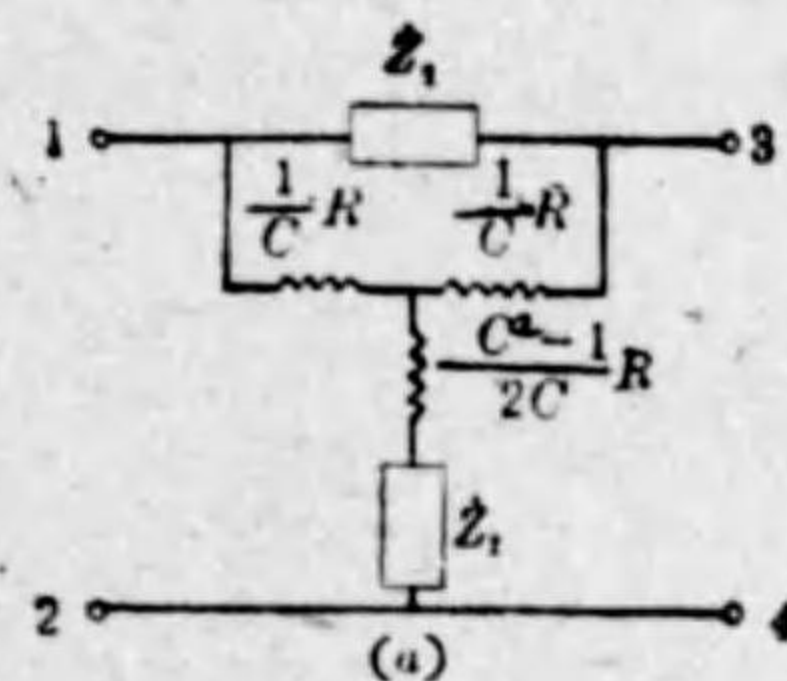


第 7.2.4 圖

及び格子型のものを示す。

次に梯子型定抵抗減衰等化器に就いて述べん。

第 7.2.4 圖に示す回路網の減衰量を求むるに、先づ傳播定數 $\dot{\gamma}$ は



第 7.2.5 圖

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{1}{2} \log_e \frac{\dot{I}_1^2 R}{\dot{I}_2^2 R} = \log_e \frac{\dot{I}_1}{\dot{I}_2} \\ &= \log_e \frac{\dot{I}_1}{\frac{\dot{Z}_2 + R}{\dot{Z}_2 + R} \dot{I}_1} = \log_e \left(1 + \frac{R}{\dot{Z}_2} \right) \end{aligned}$$

$$\text{又は } \dot{\gamma} = \log_e \left(1 + \frac{\dot{Z}_1}{R} \right) \quad (\because \dot{Z}_1 \dot{Z}_2 = R^2)$$

従つて $\dot{\gamma} = \beta + ja$ と置き、減衰量は

$$\beta = \log_e \left| 1 + \frac{\dot{Z}_1}{R} \right| \quad (\text{ネーパ}) \dots \dots \dots (7.2.2)$$

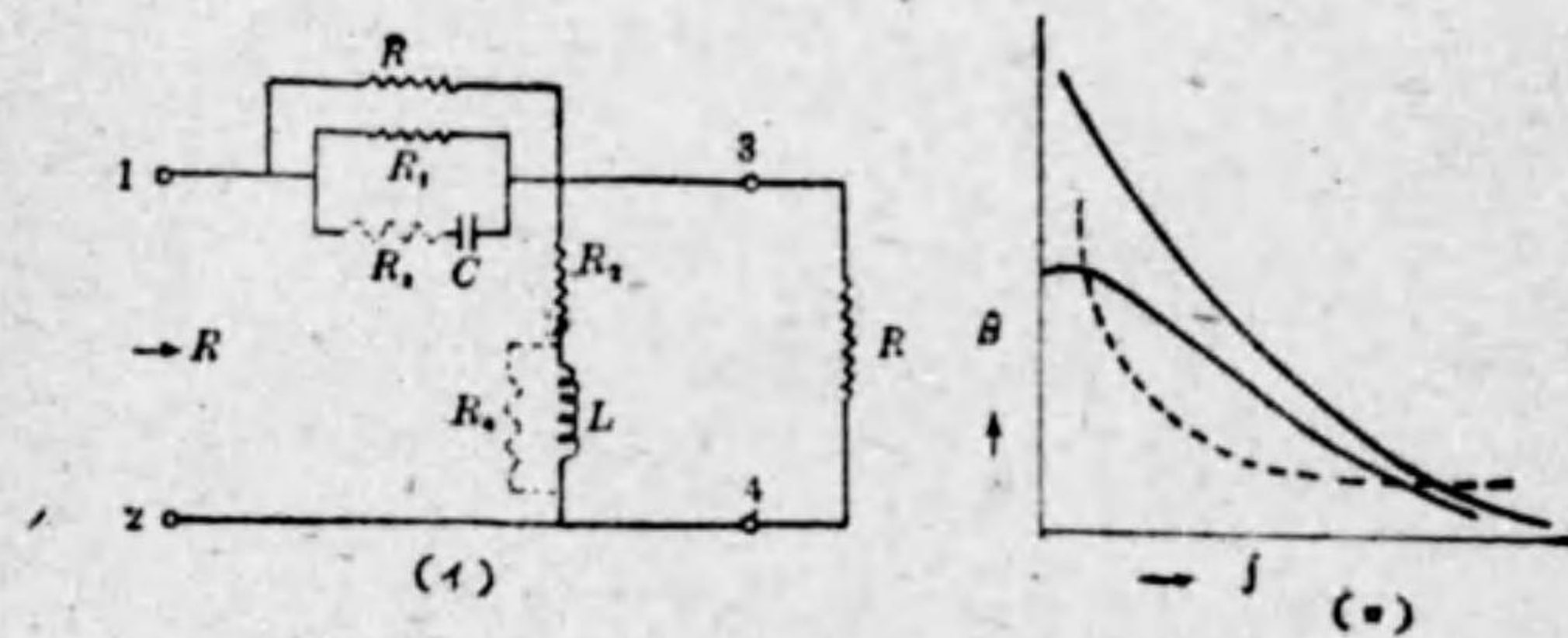
故に \dot{Z}_1 の周波数特性により β の周波数特性が左右される事となる。第 7.2.4 圖に於ける \dot{Z}_1 と \dot{Z}_2 とは互に逆な関係にあるから何れが一方の素子が定まれば他は (7.2.1) 式により定まる。

即ち一方のインピーダンスに直列なる素子が他方に並列でなければならぬ。

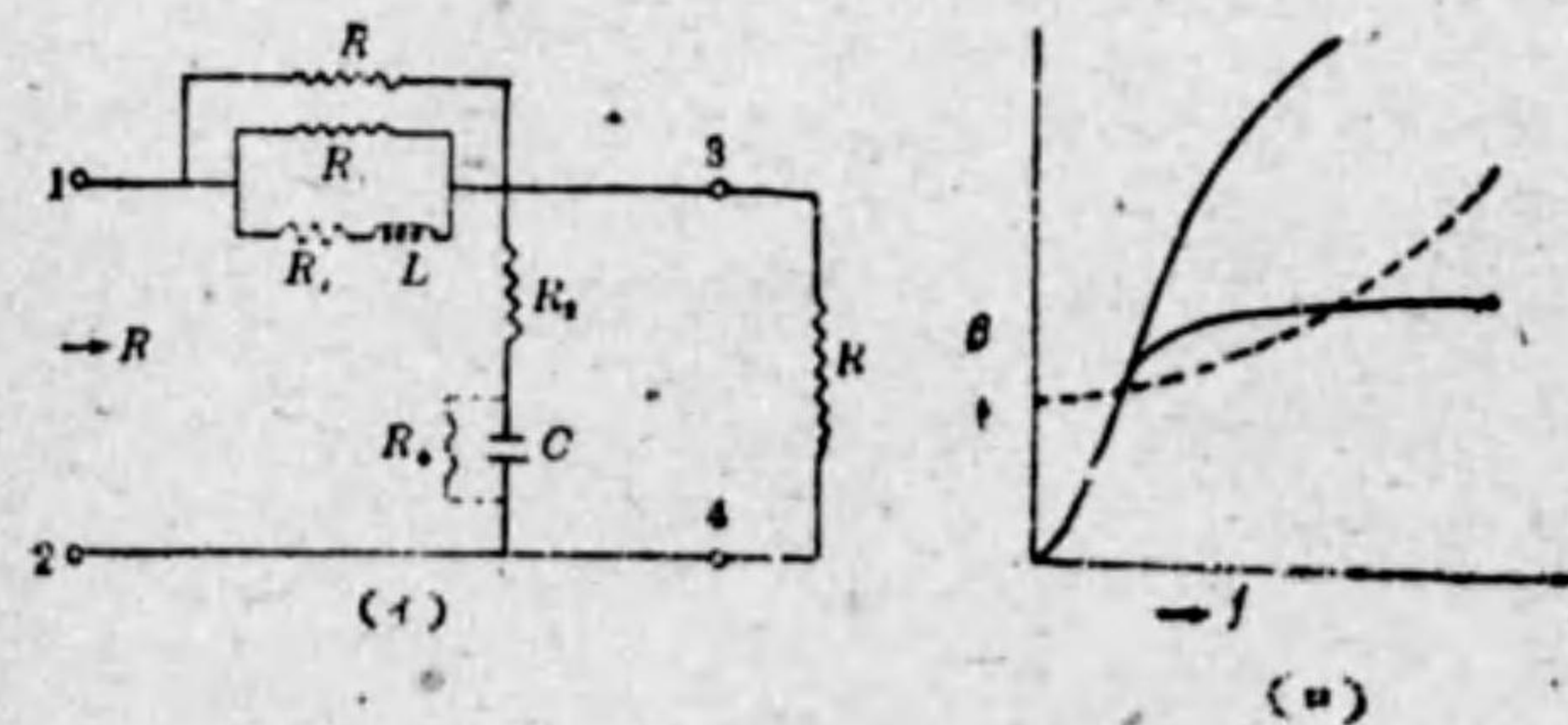
い。又一方に於けるインダクタンスは他方の蓄電器に對應する。今 R_1, L_1, C_1 を直列アームの任意の素子の構成とし、之に對應する分路アームの構成素子を R_2, L_2, C_2 とすれば

$$R_1 R_2 = \frac{L_1}{C_2} = \frac{L_2}{C_1} = R^2 \dots\dots\dots(7.2.3)$$

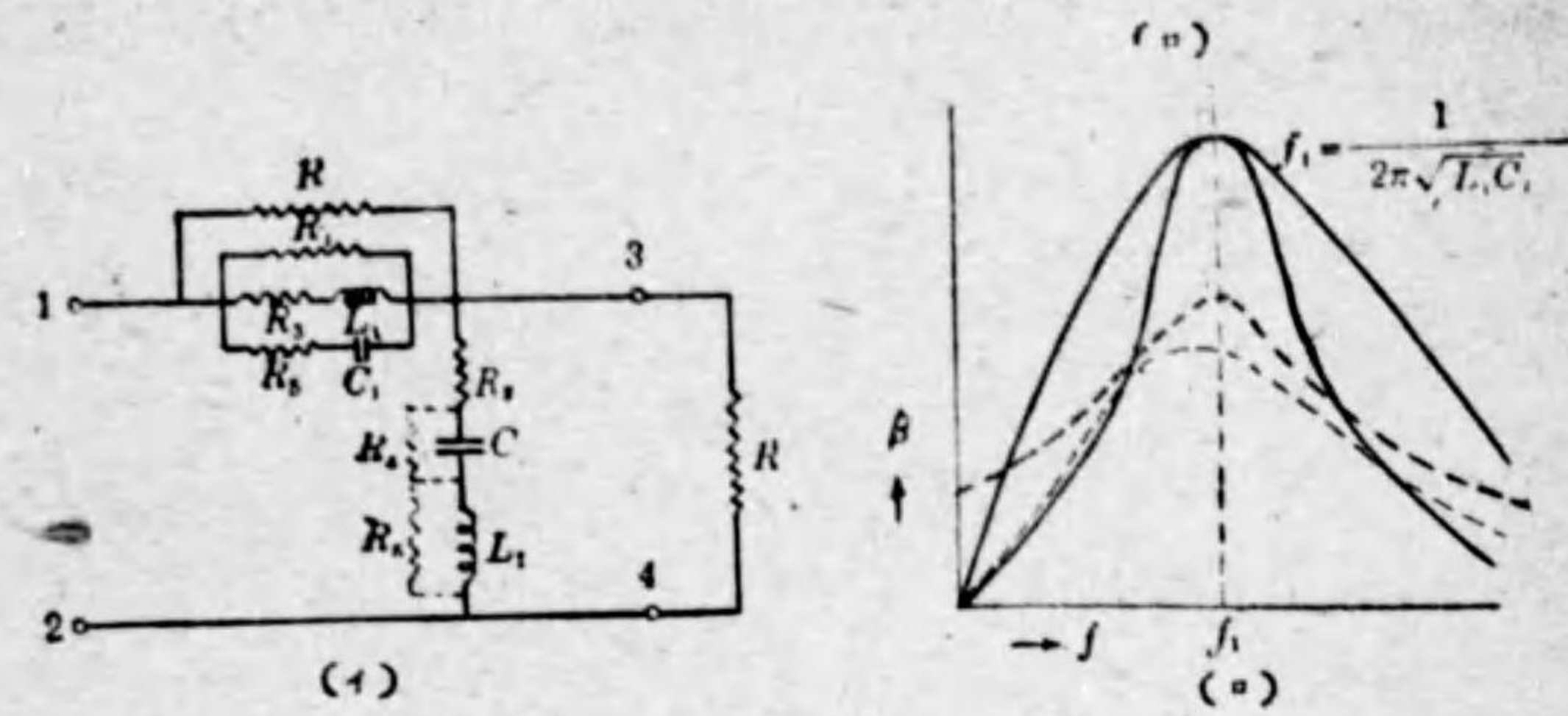
第 7.2.6 圖乃至第 7.2.11 圖に實用的な各種梯子型減衰等化器の回路及び其の減衰特性を掲げた。點線で示した抵抗を使用すれば減衰特性が點線の如くなる。



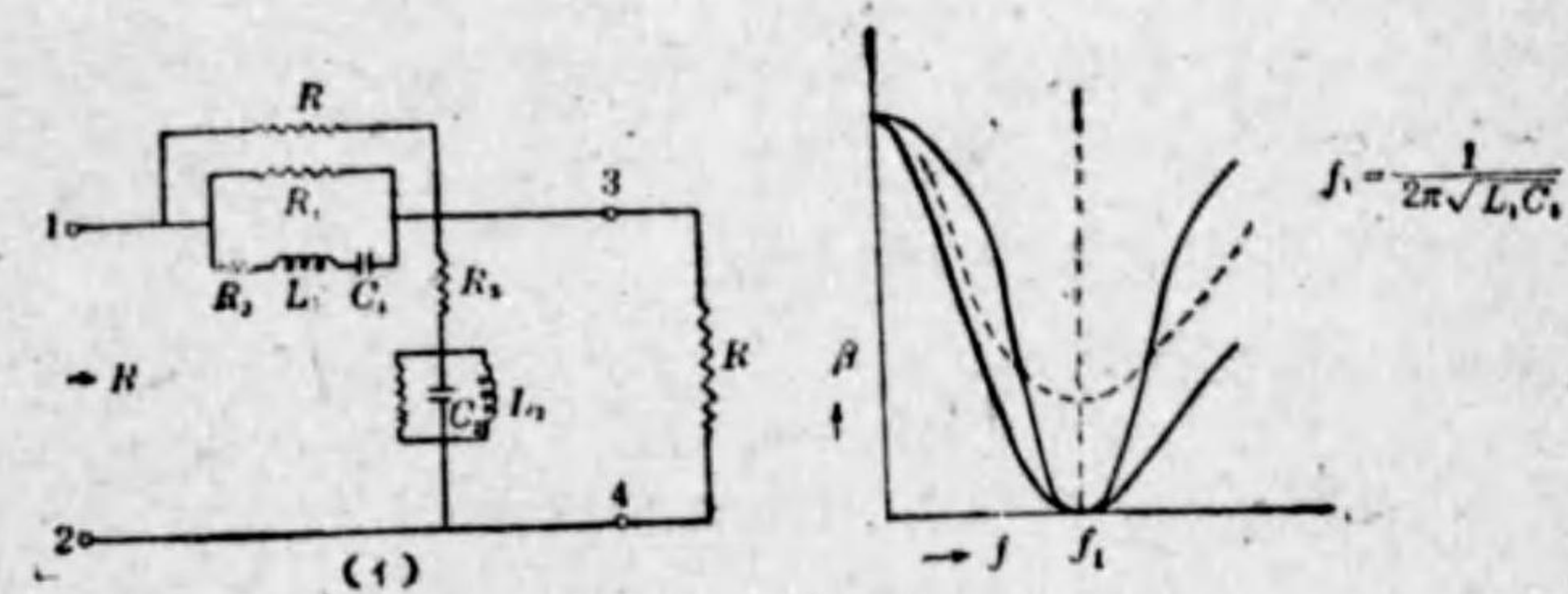
第 7.2.6 圖



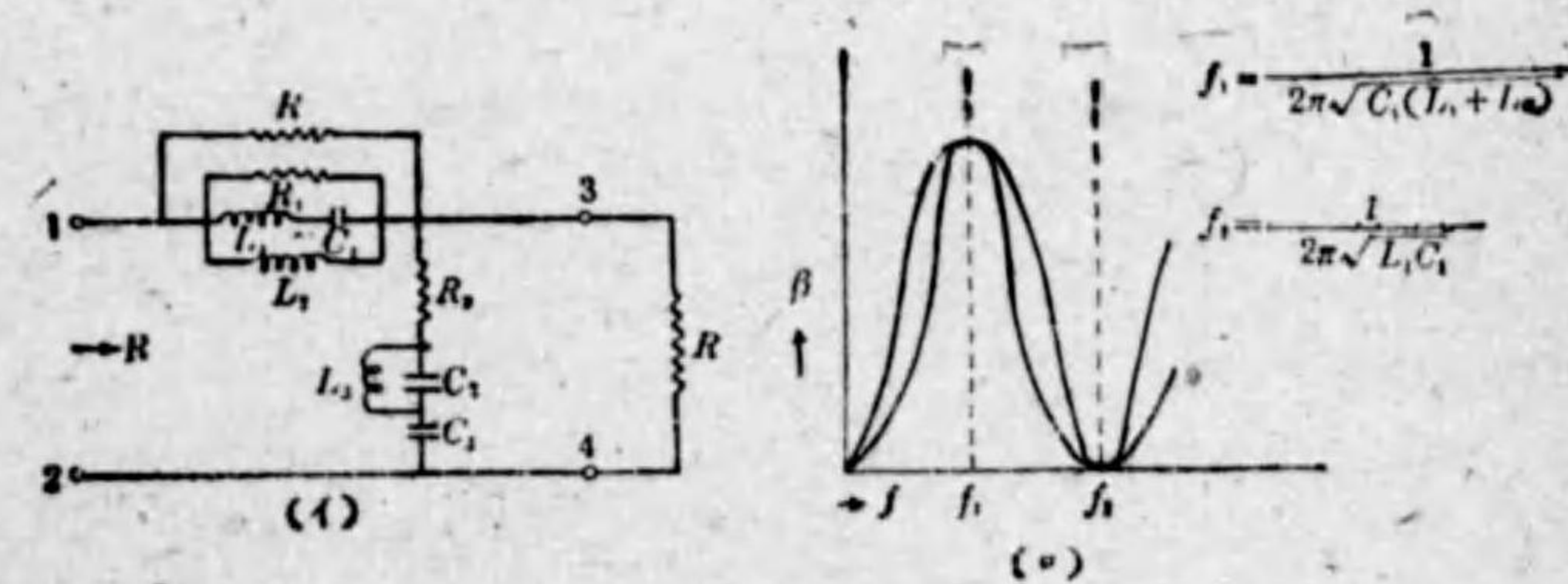
第 7.2.7 圖



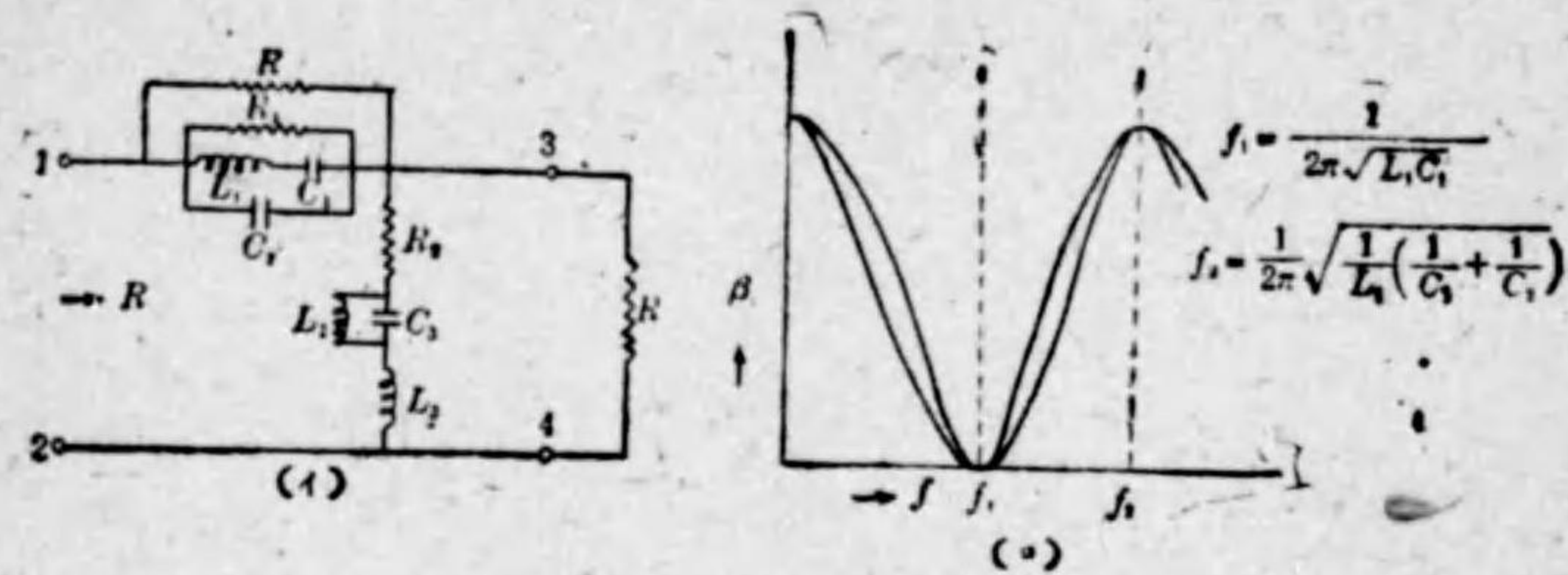
第 7.2.8 圖



第 7.2.9 圖



第 7.2.10 圖



第 7.2.11 圖

減衰等化器の設計に當つては一區間を以て完全に補償する事が出来ない場合は、二區間又はそれ以上の區間を縦横に結合して使用する。

7.3 平衡結線網

二線式回線と四線式回線との結合點には三捲變成器を使用する。この變成器には線路に向つて測つたインピーダンスと全く等しいインピーダンスを持つた回路が必要となるのである。之れが平衡結線網 (Balancing Network) である。

従つて線路が與へられ、その平衡結線網を設計することは、與へられた周波數範圍に亘り線路のインピーダンスに近似するインピーダンスを有する二端子網を製作する事に歸着する。

(i) 均一線路の二次定數と平衡結線網

均一線路 (Uniform line) の一次定數を R, L, G, C とすると、其の特性インピーダンス (Characteristic Impedance)

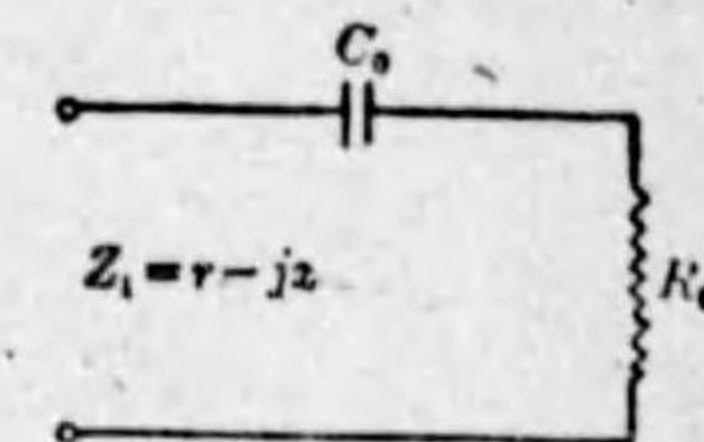
$$\dot{Z}_0 = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} \dots\dots\dots(7.3.1)$$

で表はされるが漏洩量 (G) を無視すれば、近似的に

$$\begin{aligned} \dot{Z}_0 &\approx \sqrt{\frac{R + j\omega L}{j\omega C}} = \sqrt{\frac{L}{C} \left(-j \frac{R}{\omega L}\right)} \\ &\approx \sqrt{\frac{L}{C}} - j \sqrt{\frac{R}{2\omega\sqrt{LC}}} \dots\dots\dots(7.3.2) \end{aligned}$$

となる。然るに第 7.3.1 圖の如き抵抗 R_0 と蓄電器 C_0 との直列回路のインピーダンス (\dot{Z}_1) は明らかに

$$\dot{Z}_1 = R_0 - j \frac{1}{\omega C} \dots\dots\dots(7.3.1)$$



第 7.3.1 圖

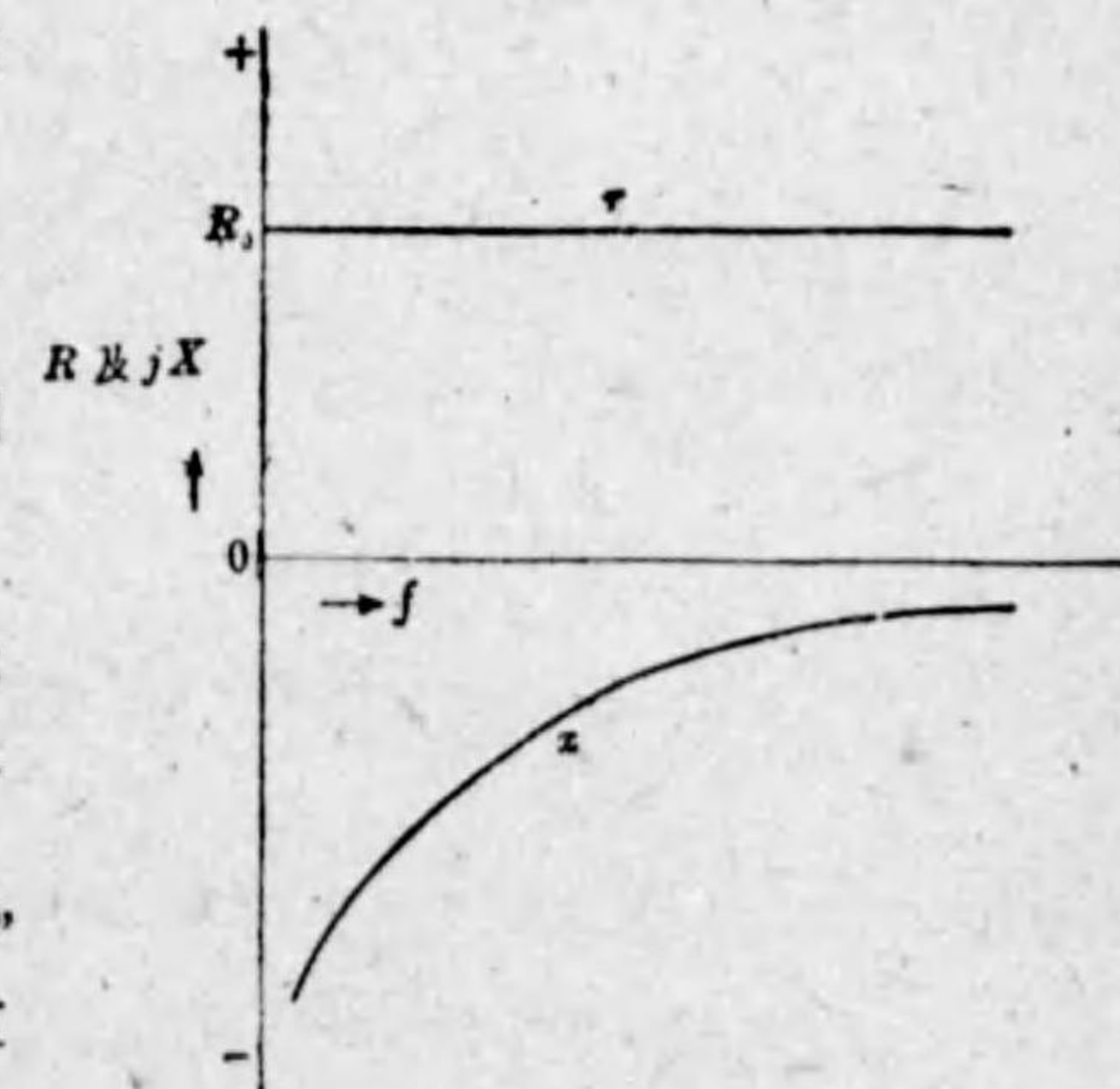
である。従つて (7.2.2) 式と (7.2.3) 式とを比較すると兩式は同一の形を有し

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \sqrt{\frac{L}{C}} \\ C_0 &= \frac{2\sqrt{LC}}{R_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.3.4)$$

なる時に兩者は完全に一致する。即ち第 7.3.1 圖の回路網は漏洩量 (G) を無視した時の均一線路の平衡結線網であつて其のインピーダンス特性は第 7.

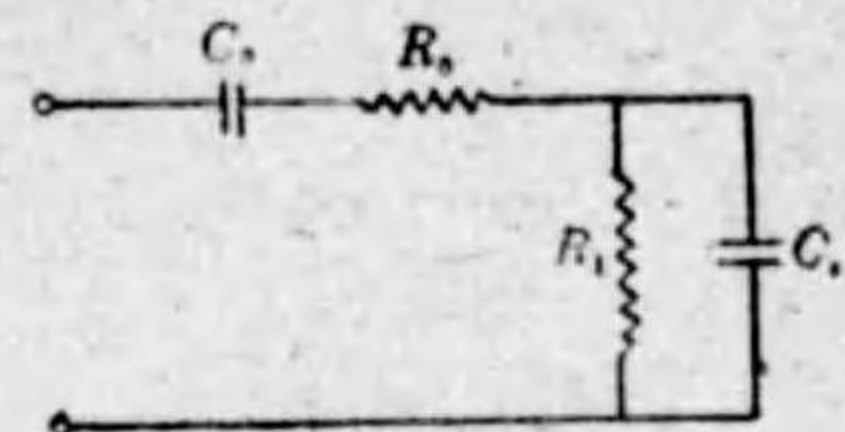
3.2 圖の如くなり、抵抗部 (r) は一定抵抗 R_0 となる。

然るに實際の線路のインピーダンス特性は第 7.3.2 圖の如き簡単な曲線ではなく、特に其の實數部は周波數の低下と共に増大する傾向を有する故、第 7.3.3 圖の如く C_0 , R_0 と直列に、 R_1 , C_1 なる直列回路を編入し實數部の周波



第 7.3.2 圖

数特性を擬似するのである。但し此の場合には虚数部にも同時に影響するから C_0 の値は前と少し異つた適當なる値を取るべきである。其のインピーダンス Z_2 は



第 7.3.3 圖

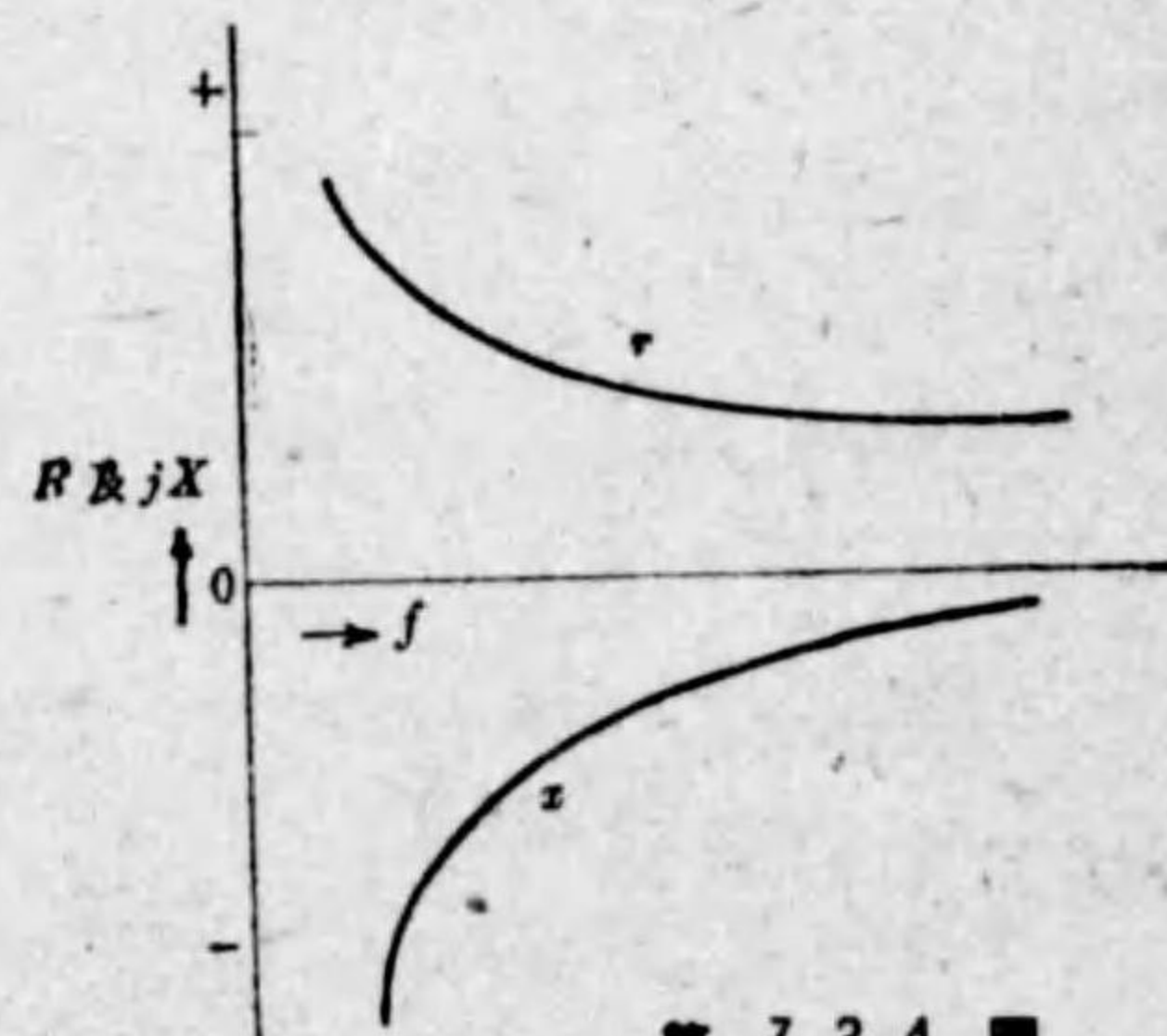
$$Z_2 = R_0 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R_1 \frac{1}{j\omega C_1}}{\frac{1}{j\omega C_1} + R_1}$$

$$= \left[R_0 + \frac{R_1^2}{1 + R_1^2 \omega^2 C_1^2} \right] - j \left[\frac{1}{\omega C_0} + \frac{R_1^2 \omega C_1}{1 + R_1^2 \omega^2 C_1^2} \right]$$

.....(7.3.5)

其の周波数特性は第 7.3.4 圖の如くなる。

以上は均一線路に就てのみ述べたが其の他装荷ケーブル等に適合するものは又別の回路構成を取るべし線路の特性に應じて適當の形のものを使用すべきである。



第 7.3.4 圖

7.4 抵抗減衰器 (Attenuator)

回路網の傳達定數 θ に就てはすでに前に説明したがこの θ は勿論複素數であつてこれは次の如く表はすことが出来る。

$$e^{\theta} = e^{\beta + ja} \quad \text{但} \quad \theta = \beta + ja$$

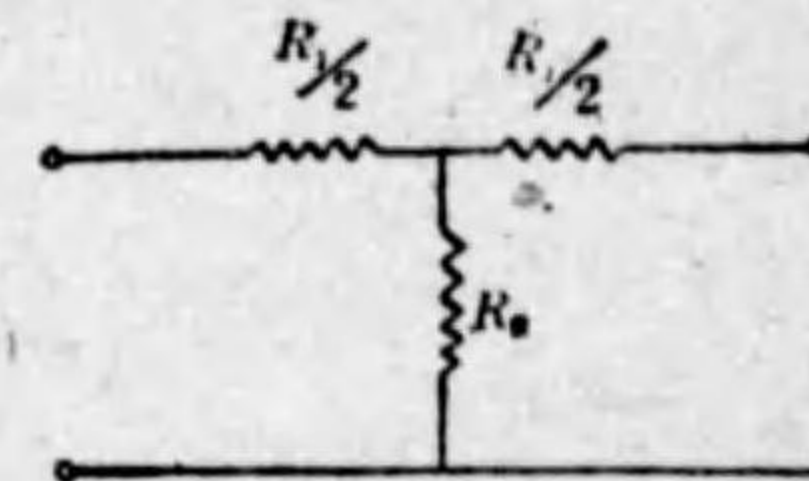
此處に β は電壓電流の振幅の減少を表すもので、減衰量と云ひ、又 a は位相の變化を表はすもので位相量と云はれて居る。

而して位相の變化を與へることなく減衰量のみを變化を與へる様な目的で作られた回路網を抵抗減衰器と云ふ。

抵抗減衰器には對稱型、非對稱型、平衡型不平衡型及等が有るがこゝには對稱 T 型及 π 型の抵抗減衰器に就て説明する。

T 型

第 7.4.1 圖の如き T 型の純抵抗を以て作つた T 型對稱回路の影像インピーダンスを Z_0 、傳達定數を θ とすると



第 7.4.1 圖

T 型對稱回路網の公式より

$$Z_0 = \sqrt{R_1 R_2 \left(1 + \frac{R_1}{4R_2} \right)}$$

$$\theta = \cosh^{-1} \left(1 + \frac{R_1}{2R_2} \right) = \beta + j0$$

$$\cosh \theta = 1 + \frac{R_1}{2R_2}$$

何れも純抵抗であるから Z_0 、 β は正の實數である(複素數にあらず)。

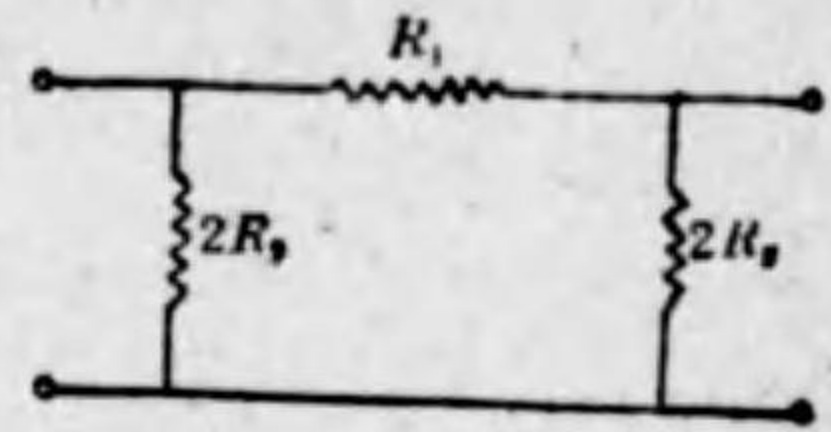
兩式より R_1 、 R_2 を求めると

$$\left. \begin{aligned} \frac{R_1}{2} &= Z_0 \tanh \frac{\theta}{2} \\ R_2 &= \frac{Z_0}{\sinh \beta} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7.4.1)$$

となり、抵抗減衰器の影像インピーダンス Z_0 及減衰量 β が與へられると所要の減衰器の各素子の値を求めることが出来る。

π 型

第 7.4.2 圖の如き π 型の抵抗減衰器も T 型と全く同様にして其の映像インピーダンス及傳送定数は



第 7.4.2 圖

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{1 + \frac{R_1}{4R_2}}}$$

$$\theta = T \text{ 型の場合と同て } = \cosh^{-1} \left(1 + \frac{R_1}{2R_2} \right) = \beta$$

兩式より

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= Z_0 \sinh \beta \\ 2R_2 &= Z_0 \coth \frac{\beta}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7.4.2)$$

減衰量 (D. B) と $\tanh \frac{\beta}{2}$, $\sinh \beta$ の關係は次表の如し

βneper で表はした減衰量

$N=8.686 \beta$D. B で表はした減衰量

N	$\tanh \frac{\beta}{2}$	$\sinh \beta$	N	$\tanh \frac{\beta}{2}$	$\sinh \beta$
1	0,05754	0,11525	10	0,51902	1,42252
2	0,11450	0,23203	15	0,69780	2,72007
3	0,17129	0,35295	20	0,81809	4,95210
4	0,22803	0,47750	25	0,89370	8,87014
5	0,28029	0,60955	30	0,93870	15,7343
6	0,33193	0,74732	35	0,96528	28,1216
7	0,38251	0,89749	40	0,98018	50,2371
8	0,43008	1,05539	45	0,98883	88,8386
9	0,47615	1,23311	50	0,99369	158,6726

例. 特性インピーダンス 600 Ω, 減衰量 8 db の減衰器を設計せよ。

表より

$$\tanh \frac{\beta}{2} = 0.43008 \quad \sinh \beta = 1.05539$$

$$Z_0 = 600$$

T 型

$$\frac{R_1}{2} = Z_0 \tanh \frac{\beta}{2} = 600 \times 0.43008 = 258 \Omega$$

$$R_2 = \frac{Z_0}{\sinh \beta} = \frac{600}{1.05539} = 568 \Omega$$

第 8 章 分布定数回路

今まで取扱つて来た抵抗、インダクタンス乃至容量は總て各々別に回路中の一點に存在するものと考へた所謂集中定数 (lumped constant) であつたが實際に存在するものは必しも集中定数ばかりではなく、例へば送電線の定数の如く回路全般に亘つて抵抗インダクタンス及び容量が一様に分布されてゐる所謂分布定数 (Distributed Constant) を有する回路がある。

8.1 分布定数回路に於ける基本方程式

二條の線路より成る分布定数回路があつて、この線路の長さが線間距離に比し、極めて長く傳送される交流の波長に比して充分長い場合を考へる。

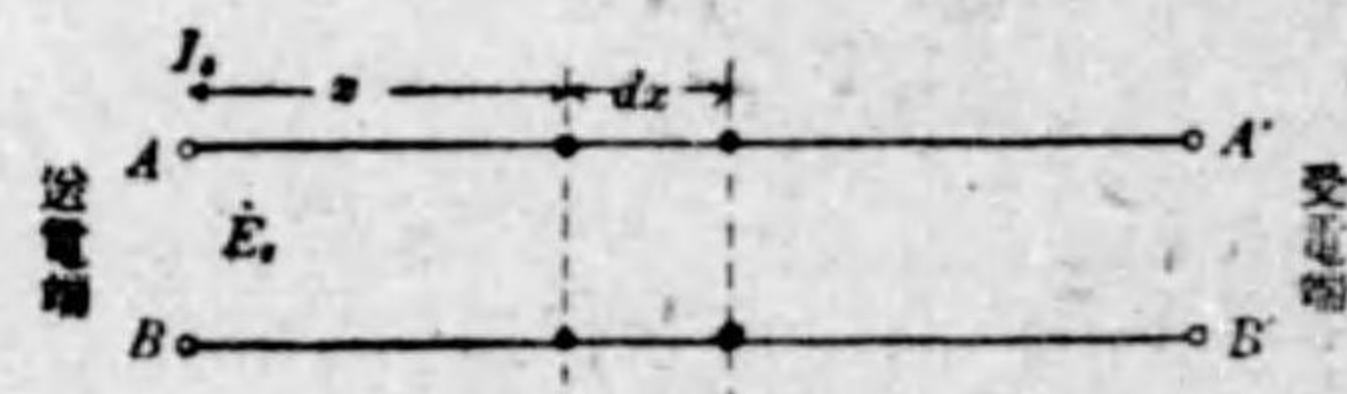
第 8.1.1 圖の如き送電端 AB と受電端 A'B' 間の往復回路に於いて各回路中に抵抗とインダクタ

ンスが分布され、又往復の兩線路間には容量と漏洩抵抗が一様に分布され

て居る場合に就いて、單

位長に對する往復二條線路に對する抵抗を R とし、一條の線路より他の線路に對する單位長に對する漏洩コンダクタンスを G とし、單位長の往復二條の線路の有するインダクタンスを L とし、單位長の二線間に有する容量を C とする。

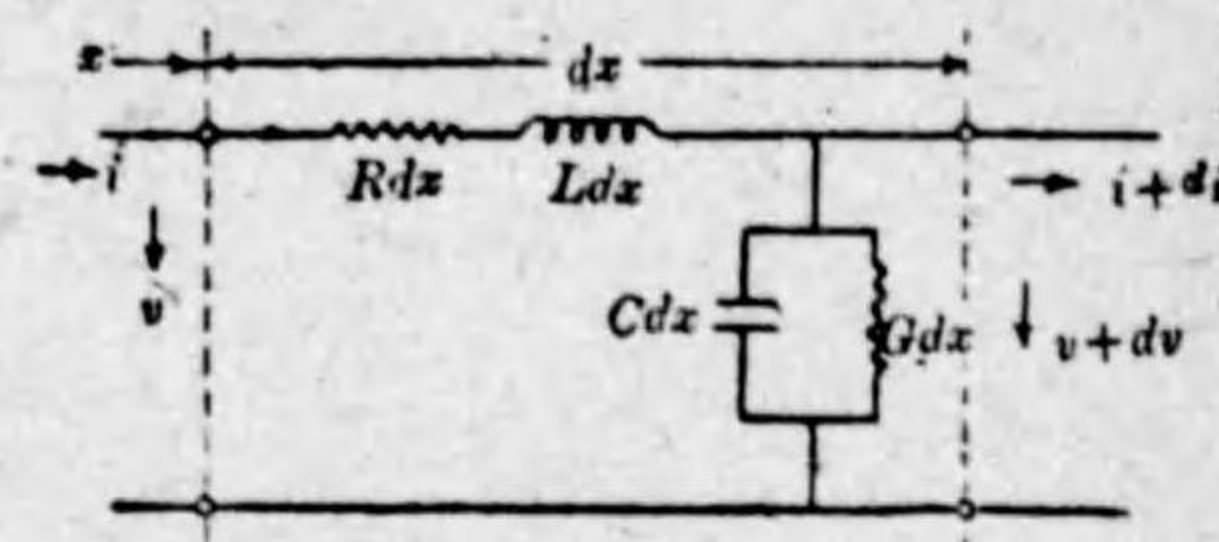
第 8.1.2 圖はこの分布定数回路の微小區間 dx の區間を考へた圖であつて R も L も往路の一路のみに二條の合計を持たせ歸路にはインピーダン



第 8.1.1 圖

スがない様に書いてあるが、考へ易いための圖である。

今 dx の區間に於ける電壓降下を dv とし電流 i の方向を矢を以つて示せば dx の區間の電壓降下は R に依



第 8.1.2 圖

る電壓降下 $R \cdot dx \cdot i$ とインダクタンス L に依る電壓降下 $L \cdot dx \cdot \frac{di}{dt}$ との和であるから

$$-dv = R \cdot dx \cdot i + L \cdot dx \cdot \frac{di}{dt}$$

従つて

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = R \cdot i + L \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \dots \dots \dots (8.1.1)$$

となる。次に電流 i の dx の區間に於ける減少は漏洩コンダクタンスを通じて流れる電流 $G \cdot dx \cdot v$ と容量 C を流れる電流 $C \cdot dx \cdot \frac{dv}{dt}$ との和である故

$$-di = G \cdot dx \cdot v + C \cdot dx \cdot \frac{dv}{dt}$$

従つて

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = G \cdot v + C \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \dots \dots \dots (8.1.2)$$

となる。(8.1.1) 式 (8.1.2) 式は分布定数回路の基本方程式で本聯立方程式を解く事により電流、電壓の關係が求められる。(8.1.1) を t に就いて微分すれば

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = R \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + L \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \dots \dots \dots (8.1.3)$$

となり、(8.1.2) を x に就いて微分すれば

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = G \frac{\partial v}{\partial x} + C \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} \dots\dots\dots (8.1.4)$$

となる。(8.1.1) (8.1.3) (8.1.4) 式より v を消去すれば

$$\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = RGi + (LG + CR) \frac{\partial i}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} \dots\dots\dots (8.1.5)$$

を得る。同様にして i を消去すれば

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = RGv + (LG + CR) \frac{\partial v}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \dots\dots\dots (8.1.8)$$

を得る。(8.1.5) (8.1.6) 式は二次微分方程式でもあるから電圧に対しても電流に対しても全く同じ方程式であつて之等の解を求めるとその積分定数が異なるのみである。この兩式を電信方程式と稱す。

8.2 正弦波形の起電力に対する方程式

第 8.1.2 圖に示される分布定数回路に於て、入力端子に加へられる起電力が正弦波形を有する特別な場合の定常状態に達した場合につき考へる。従つて電圧の實効値を \dot{V} とし電流の實効値を \dot{I} とする。この場合には回路に直列に入るインピーダンスを $(R + j\omega L)$ であつて、並列に入るアドミッタンスは $(G + j\omega C)$ である。今

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z} &= R + j\omega L = r + jx \\ Y &= G + j\omega C = g + jb \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.2.1)$$

と置けば (8.1.1) (8.1.2) 式より

$$\begin{aligned} -d\dot{V} &= (R + j\omega L) dx \dot{I} = \dot{I} \dot{Z} dx \\ -d\dot{I} &= (G + j\omega C) dx \dot{V} = \dot{V} \dot{Y} dx \end{aligned}$$

即ち

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\dot{V}}{dx} &= -\dot{Z}\dot{I} \\ \frac{d\dot{I}}{dx} &= -\dot{Y}\dot{V} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.2.2)$$

兩式を更に微分して

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \dot{V}}{dx^2} &= -\dot{Z} \frac{d\dot{I}}{dx} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} &= -\dot{Y} \frac{d\dot{V}}{dx} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.2.3)$$

此の四式から

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \dot{V}}{dx^2} &= \dot{Y}\dot{Z}\dot{V} \\ \frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} &= \dot{Y}\dot{Z}\dot{I} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.2.4)$$

即ち其電壓及び電流に対して同形の二次微分方程式を得る。

$$\frac{d^2 \dot{I}}{dx^2} = \dot{Y}\dot{Z}\dot{I}$$

上式を満足する \dot{I} の一般式は

$$\dot{I} = A e^{\dot{\gamma} x} + B e^{-\dot{\gamma} x} \dots\dots\dots (8.2.5)$$

である。此處に $A, B, \dot{\gamma}$ は常數である。

$\dot{\gamma}$ の價を定める爲に此の一般解を元の微分方程式に入れると

$$\dot{\gamma}^2 (A e^{\dot{\gamma} x} + B e^{-\dot{\gamma} x}) = \dot{Y}\dot{Z}\dot{I}$$

$$\therefore \dot{\gamma}^2 = \dot{Y}\dot{Z} = (g + jb)(r + jx) \dots\dots\dots (8.2.6)$$

$\dot{\gamma}$ も明かに複素數であるから $\dot{\gamma} = \beta + ja$ なる形で表はし得る。

之を(8.2.6)式に入れて

$$(\beta + ja)^2 = (\beta^2 - a^2) + j2a\beta = (g + jb)(r + jx)$$

$$\therefore \beta^2 - a^2 = rg - xb$$

$$\begin{aligned}
 2a\beta &= rb + gx \\
 \therefore \beta &= \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{Z}|\dot{Y}| + rg - xb)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)} + \frac{1}{2}(rg - \omega^2 LC)} \\
 a &= \sqrt{\frac{1}{2}(\dot{Z}|\dot{Y}| - rg + xb)} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{(r^2 + \omega^2 L^2)(g^2 + \omega^2 C^2)} - \frac{1}{2}(rg - \omega^2 LC)} \\
 &\dots\dots\dots(8.2.7)
 \end{aligned}$$

即ち

$$\dot{I} = A e^{(\beta + ja)x} + B e^{-(\beta + ja)x} \dots\dots\dots(8.2.8)$$

従つて (8.2.2) 式より

$$\begin{aligned}
 \dot{V} &= -\frac{1}{\dot{Y}} \frac{d\dot{I}}{dx} \quad \text{から} \\
 \dot{V} &= -\frac{1}{\dot{Y}} (rA e^{ix} - rB e^{-ix}) \\
 &= -\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} (A e^{ix} - B e^{-ix}) \quad (\because \gamma = \sqrt{\dot{Z}\dot{Y}})
 \end{aligned}$$

即ち

$$\dot{V} = -\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} (A e^{(\beta + ja)x} - B e^{-(\beta + ja)x}) \dots\dots\dots(8.2.9)$$

となる。(8.2.8) (8.2.9) 兩式は送電端 AB から任意の距離 x の點に於ける電壓及び電流を與へる一般式である。A 及び B は回路の送受兩端に於ける状態に依つて定まる常數 (一般に複素數) であるが (8.2.8) 式から見て A, B 共に電流のディメンション(性質)を有するものである事は明らかであり、従つて (8.2.9) 式の $\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}}$ はインピーダンスのディメンションを持

つ値である事は云ふ迄もない。此の $\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}}$ を特性インピーダンス (Characteristic Impedance) と稱する。(8.2.8) (8.2.9) 式はこれを更に書き直すと

$$\begin{aligned}
 \dot{I} &= \dot{A} e^{\beta x} \cdot e^{-j\alpha x} + \dot{B} e^{-\beta x} \cdot e^{-j\alpha x} \\
 \dot{V} &= -\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} (A e^{\beta x} \cdot e^{j\alpha x} - B e^{-\beta x} \cdot e^{-j\alpha x}) \dots\dots\dots(8.2.10)
 \end{aligned}$$

(8.2.10) 第一式の意味は任意の距離 x の點に於ける電流は A なる一定電流の大きさを $e^{\beta x}$ 倍し、位相を αx だけ進めたものと、同じく B なる一定電流の大きさを $e^{-\beta x}$ 倍し、位相を αx だけ遅らしたものととの和であると云ふ事である。第二式も同様に、 x の點の電壓が、或る一定電壓 $-\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} \dot{A}$ の大きさを $e^{\beta x}$ 倍し位相を αx だけ進めたものと、同じく或る一定の電壓 $-\sqrt{\frac{\dot{Z}}{\dot{Y}}} \dot{B}$ の大きさを $e^{-\beta x}$ 倍し位相を αx だけ遅らしたものととの差である事を示してゐる。即ち $(\beta + ja)$ は送電端からの距離に従つて電壓、電流の大きさと位相が變つて行く模様を決定するものであつてこれを傳播定數 (propagation constant) と呼び、其の中の實數部 β は大きさの變化を示すものであるから之を減衰定數 (attenuation constant) と呼び、虚數部 a は位相の變化を示すもので、之を位相定數 (phase constant) と呼ぶ。更に $\alpha x = 2\pi$ 或は $x = \frac{2\pi}{\alpha}$ 丈距つた二點を考へると、この二點間を電波が傳播する間に電壓又は電流のベクトルが丁度一回轉する。換言すれば 1 サイクルを完成するのである。即ち此の二點間の距離が波長となるものである。この波長を λ で表はすと

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$$

なる關係を得。即ち α さへ解れば λ が決定される故、 α を波長定數と稱す