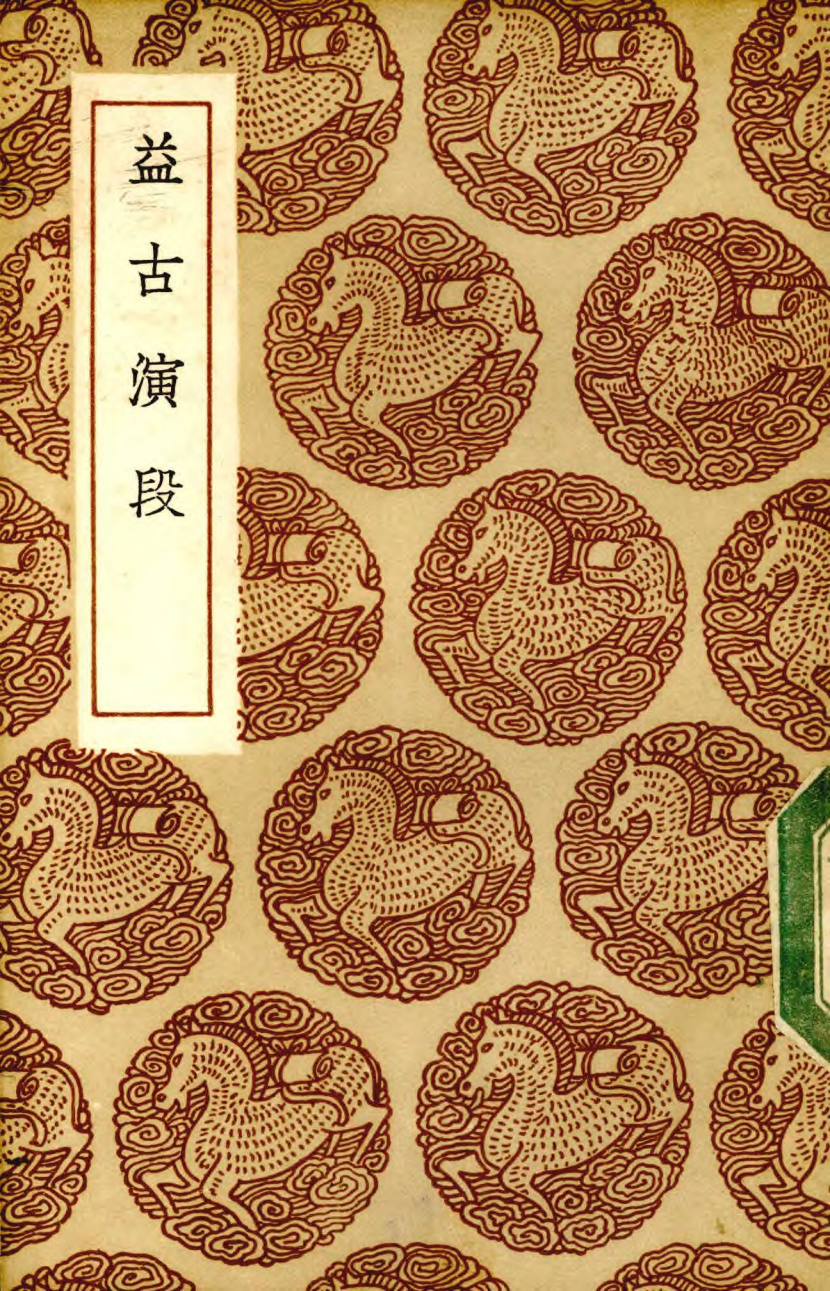


益古演段



貴州省圖書館  
中文舊書

17.8

1.1279



益古演段

李冶撰

編定五雲王

編初成集書叢

段 演 古 益

中華民國二十五年十二月初版

撰 者 李 冶

發行人 王 雲 五  
上海河南路

印刷所 商 務 印 書 館  
上海河南路

發行所 商 務 印 書 館  
上海及各埠

本館據知不足齋  
叢書本排印初編  
各叢書僅有此本

益古演段

# 欽定四庫全書

## 益古演段

### 提要

巨等謹案。益古演段三卷。元李冶撰。據至元壬午硯堅序稱。治測圓海鏡既已刻梓。其親舊省  
據李師徵復命其弟師珪請治是編刊行。是書在測圓海鏡之後矣。其曰益古演段者。蓋當時  
某氏算書。〔案〕治序但稱近世有某以方圓周徑冪積和較相求。定爲諸法。名益古集。以爲其蘊猶  
匿而未發。因爲之移補條目。釐定圖式。演爲六十四題。以闡明奧義。故踵其原名。其中有草有  
條段有圖有義。草卽古立天元一法。條段卽方田少廣等法。圖則繪其加減開方之理。義則隨  
圖解之。蓋測圓海鏡以立天元一法爲根。此書卽設爲問答。爲初學明是法之意也。所列諸法。  
文皆淺顯。蓋此法雖爲諸法之根。然神明變化。不可端倪。學者驟欲通之。茫無門徑之可入。惟  
因方圓冪積以明之。其理猶屬易見。故治於方圓相求各題下。皆以此法步之爲草。俾學者得  
以易入。其誤者正之。疎者辨之。顛倒者次序之。各加案語於下。庶得失不掩。俾算家有所稽考  
焉。乾隆五十一年四月恭校上。

# 益古演段序

算數之學。由來尙矣。率自九章支分派委。劉徽李淳風又爲之注。後之學者。咸祖其法。敬齋先生天資明敏。世閒書凡所經見。靡不洞究。至於薄物細故。亦不遺焉。近代有移補方圓。自成一家。號益古集者。大小七十問。〔案〕書中六十四問。〔鏡案〕此舉成數言之。下稱海鏡二百問亦同。先生一寓目。見其用心之勤。惜其祕而未盡剖露。繙圖式。釋條段。可移則移之。可補則補之。〔案〕詳字有脫。應作說之詳。非若溟涬黯黯之不可曉。析之明。非若淺近悞俗之無足觀。釐爲三卷。目曰益古演段。頗曉十百。披而覽之。如登坦途。前無滯礙。旁蹊曲逕。自可縱橫而通。嘉惠後來。爲視隱互雜糅。惟恐人窺其彷彿者。相去大有逕庭矣。先生又盡據己見。輯爲測圓海鏡一編。二百問。〔案〕今本一百七十問。同出一源。緻密纖悉。備而不繁。參考互見。眞學者之指南也。海鏡旣命工刻梓。省掾李師徵其親舊也。囑弟師珪請是編刊而行之。將與衆共推善及人。良可尙也已。數學在六藝爲末。求之人。最爲切要。邇來精其能者殊鮮。自非先生學有餘力。誠能搜剔軒轅隸首之奧。有不暇矣。雖然。是特大烹之一瓣耳。若夫先生胸中渾涵停蓄。測之愈深。挹之不窮。時發於翰墨。昭不可掩者。則大全集在。當嗣此出。願肅枉以觀。至元壬午仲秋二十六日。鄖城硯堅序。

# 益古演段自序

術數雖居六藝之末。而施之人事。則最爲切務。故古之博雅君子。馬鄭之流。未有不研精於此者也。其撰著成書者。無慮百家。然皆以九章爲祖。而劉徽李淳風又加注釋。而此道益明。今之爲算者。未必有劉李之工。而褊心跼見。不肯曉然示人。惟務隱互錯糅。故爲溟泮黯黯。惟恐學者得窺其彷彿也。不然。則又以淺近惰俗。無足觀者。致使軒轅隸首之術。三五錯綜之妙。盡墮於市井沾沾之兒。及夫荒邨下里蚩蚩之民。殊可憫悼。近世有某者。以方圓移補成編。號益古集。真可與劉李相頡頏。余猶恨其闕匿而不盡發。遂再爲移補條段。細繙圖式。使粗知千百者。便得入室。啗其文。顧不快哉。客有訂愚曰。子所述。果能盡軒隸之祕乎。余應之曰。吾所述。雖不敢追配作者。誠令後生輩優而柔之。則安知軒隸之祕。不於是乎始。客退。因書以爲自序。時大元己未夏六月二十有四日。樂城李冶自序。

# 益古演段卷上

翰林學士知 制誥同修 國史樂城李冶撰

## 第一問

今有方田一段。內有圓池。水占之。外計地一十三畝七分半。並不記內圓外方。只云從外田楞至內池楞。

四邊各二十步。問內圓外方各多少。

答曰。外田方六十步。內池徑二十步。

法曰。立天元一。爲內池徑。加倍至步。得

$\textcircled{3}$ 太一〔案〕太卽真數。此卽四十步併一池徑。○〔鏡案〕凡算式。真積曰太極。旁記大字。虛數曰天元。旁記元字。太之下一

層爲元。元之下一層爲元自乘。太字則不記元字。記元字則不記大字。在太元俱不記者。則以上方一層爲太也。上中下三層。從戴而列。每層步位。皆上下相當。步之左爲十百千萬。步之右爲分釐毫絲。式下注有步字者。便以所注之位爲步。其上下層與此步字相當之位。亦爲步也。其不注者。則以右方尾位爲步。若上下層尾位不正相當。則以偏在左方一層之尾位爲步。其上下層與此尾位相當之位。亦爲步也。凡算式有誤。並依法算定。改。爲田方面。〔案〕方面。卽每邊。以自增乘。得太〔案〕此卽一千六百步。八爲方積。於頭再立天元一爲

內池徑。以自之。又三因。四而一得。太〔案〕此卽百分平方之七十五。爲池積。以減頭位。得太唯三〇



〔案〕此即一千六百步。入十池徑。二分半平方。為一段虛積。寄左。然後列真積。以畝法。〔案〕畝法。二百四十步。通之。得三千三百步。

與左相消。〔案〕相消者。兩邊同減一千六百步。後凡言相消者。皆兩邊加減一數也。○〔銳案〕此案非也。蓋西人借根方。

即古立天元一。而借根方兩邊加減。與立天元一相消。其法迥殊。加減法如案所云。若相消法。則但以寄左數減後數。或以後數減寄

左數。故曰相消也。說詳得。〔銳案〕元本算式。正負無別。見余所校測圓海鏡中。致沈存中夢溪筆談。稱算法用

赤籌黑籌。以別正負之數。又秦道古數學九章卷四上開方圖。負算畫黑。正算畫朱。並與劉徽九章注正算赤負算黑之說合。知當時算

式。亦必畫紅黑為別。而傳寫者改去也。今依海鏡例。凡負算以斜畫記之。庶算位易辨。○〔案〕此即一千七百步。與八十池徑二分

半平方等。○〔銳案〕兩邊加減法。既加減後。仍分兩邊。故案云步與池徑平方等。若相消之後。則止有減餘。更不得云彼與此等矣。

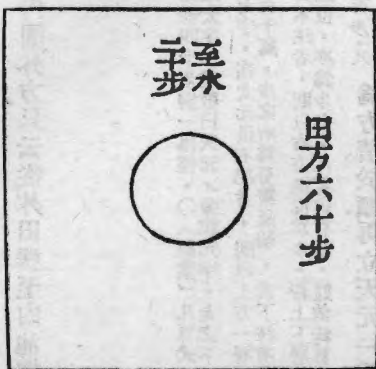
又借根方諸數用多少為記。其不實多少者亦為多。多即正。少即負。案不言多少。是相與池徑平方並為多也。若相消法以寄左減

後數。則得此實正從負隔負。或以後數減寄左數。則正負與此互相易。所得為實負從正隔正。或實或從隔。與加減所得。多少每相反也。

至步加池徑。即外方面也。

〔案〕今借根方法。即立天元一法。詳見

御製數理精蘊。茲不盡釋。



開平方。得二十步。為圓池徑也。倍

依條段求之。眞積內減四段至步幕。爲實。四之至步。爲從。  
二分半常法。

義曰。眞積內減四段至步幕者。是減去四隅也。以二分半  
爲常法者。是於一步之內。占却七分半外。有二分半也。

第二問

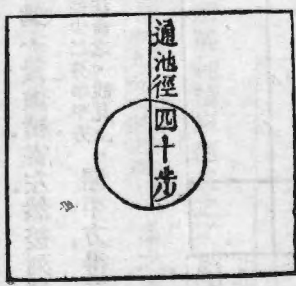
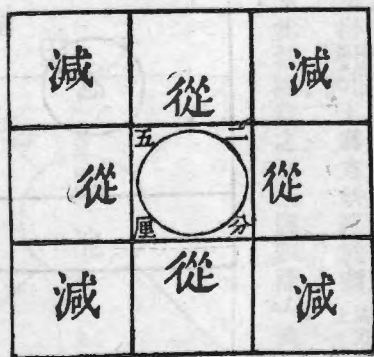
今有方田一段。內有圓池水占之。外計地一十三畝七分半。並不  
記徑面。只云從外田南楞。通內池北楞。四十步。問內圓外方各  
多少。

答曰。同前。

法曰。立天元一爲池徑。減倍通步。得太十。〔案〕此即八十步少一圓徑。爲

田方面。以自增乘。得太長一。〔案〕此即六千四百步少一百六十徑多一平方。爲方田

積。於頭。又以天元池徑自之。三因。四而一。得太〇。〔案〕此即



百平方之七十五。為池積。以減頭位。得ㄅ。惟ㄅ此即六千四百步。少一為一段虛積。寄左。然後列真積三

千三百步。與左相消。得三〇〇〇。等。○〔案〕此即三千一百步。與一百六十徑少二分半平方。開平方。得二十步。

即內池徑也。倍通步。內減池徑。為方面也。

依條段求之。倍通步自乘。於頭位。以田積減頭位。餘為

實。四之通步。為從。二分半虛常法。

義曰。倍通步者。是於方面之外。引出一圓也。用二分半

虛常法者。是一個虛方內。却有減餘圓池。補了七分半

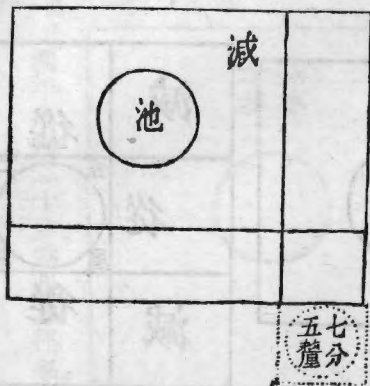
外。欠二分半。故以之為虛隅也。

第三問

今有方田一段。內有圓池。水占之。外計地一萬一千三百二十

八步。只云從外田角斜至內池楞。各五十二步。問內徑外方各多少。

答曰。外田方一百二十步。內池徑六十四步。



法曰立天元一爲內池徑加倍至步得 $\text{㊀}$ 爲方斜以自增乘得 $\text{㊀} \times \text{㊀}$ 爲方斜幕於頭其方斜上本

合身外減四今不及減便是寄一步四分爲分母也今此方斜幕乃是對斜爲方面以自乘之數又別得是展起之數也又立天元爲池徑自之又三因四而一爲池

積今爲方田積既以展起則此池積亦須展起故又用一步

九分六釐乘之得一步四分七釐亦爲一個展起底圓池積

也以一步九分六釐乘之者蓋爲分母十四以自之得一步九分六釐也以池積減田積餘 $\text{㊀} \times \text{㊀} \times \text{㊀}$

爲一段如積寄左然後列真積一萬一千三百二十八步亦

用分母幕一步九分六釐乘之或兩度下加四亦同得二萬二千二百

○二步八分八釐與左相消得 $\text{㊀} \times \text{㊀} \times \text{㊀}$ 平方開之得六十四

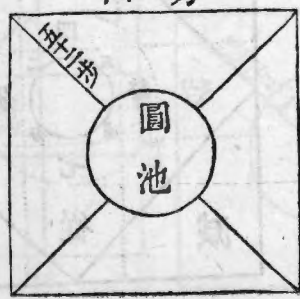
步爲內池徑也倍至步加池徑身外除四見方面也一法求所展池積以徑自之了更不須三

因四除及以一步九分六釐乘之只於徑幕上以一步四分七釐案此即三因四除一乘之便爲所

展之池積也

依條段求之展積內減四段至步幕餘爲實四之至步爲從四分七釐益隅

方田



義曰。凡言展積者。是於正積上。以一步九分六釐乘起之數。元法。本是方面上。寄一步四分分母。自乘過。於每步上得一步九分六釐。故今命之為展起之數也。諸變斜為方面者。皆準此。所展之池積。是於一步圓積上。展出九分六釐。若以池徑上取斜為外圓徑。則一步上止生得四分七釐也。故以四分七釐為虛常法。又取方冪一步九分六釐四分之三。亦得圓積一步四分七釐也。

〔銳案〕此圖元本脫左右兩從字。今增。

〔案〕法內皆以徑一周三方五斜七為率。故各面積分數。與密率不合。蓋此書專為明理而作。密率數繁。礙於講解。故用古率以從簡。且其法既明。即用密率亦無不可。

第四問

今有方田一段。內有圓池水占之。外計地一萬一千三百二十八步。只云從外田角斜通池徑。得一百一十六步。問內徑外方各多少。



答曰。外田方一百二十步。內池徑六十四步。

法曰。立天元一爲圓徑。減倍通步。得下田爲方斜。以自之。得

一便爲所展方田積。於上再立天元一爲池徑。以自之。又以一步四分七釐乘之。得太步便爲所展圓池積也。以池積減上

田積。餘得田爲一段如積。寄左。然後列真積。如法展之。得二

萬二千二百〇二步八分八釐。與左相消。得田

平方。開之得六十四步。爲內池徑也。以池徑減倍通

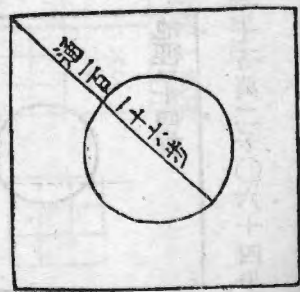
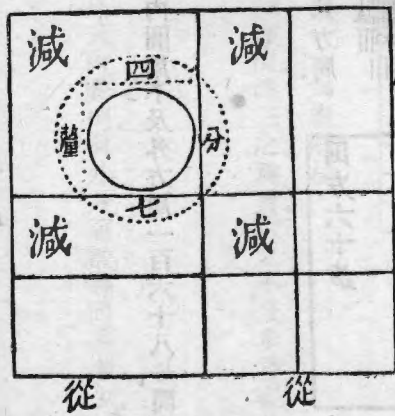
步。卽是方田斜。身外除四。爲方面也。

依條段求之。四段通步。內減展積。爲實。四之通步。

爲從。四分七釐常法。

義曰。四之通步爲從。其減積外。實欠一个方。今卽有

展池減時所剩之積。補却一个虛方外。猶剩一个四



七

從

從

從

從

分七釐爲常法也。

第五問

今有方田一段內有圓池水占之外計地一十三畝二分只云內圓周不及外方周一百六十八步問方圓各多少。

答曰外方周二百四十步內圓周七十二步。

法曰立天元一爲內圓周加一百六十八步得 $\text{ㄟ}$ 一爲外方周。

以自增乘得 $\text{ㄟ}$ 一爲一十六个方田積又三因之得 $\text{ㄟ}$ 三

爲四十八段方田積於頭所以三因之爲四十八者再立天元圓

周以自之 $\text{ㄟ}$ 一爲十二段圓池積圓周幕爲九個圓徑幕每三個

圓徑幕共爲十二個圓池積也又就分四之得 $\text{ㄟ}$ 三爲四十八个圓池積以減

頭位得 $\text{ㄟ}$ 十爲四十八段如積寄左然後列真積一十三畝

二分以畝法通之得三千一百六十八步又就分母四十八之得一十五萬二千〇六十四步與



寄左相消得卦<sup>卅</sup>卅平方開之得七十二步爲內圓周也三而一爲池徑。

依條段求之四十八段田積內減三段不及步爲實六之不及爲從一虛隅。

義曰：每一個方周方。

爲十六段方田積今

三之爲四十八段方

田積也內除了三個

圓周幕外於見積上虛了一個圓周幕也今求圓周故以一步爲虛隅法。

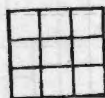
舊術曰：以十六乘田積爲頭位。以合方周之積以不及步自乘減頭位餘三之爲實六之不及步爲從法。

廉常以一步爲減從法。

第六問

今有方田一段內有圓池水占之外計地二千六百七十三步只云內圓周與外方面數等問各多少。

答曰：外方面內圓周各五十四步。





法曰立天元一為方面。便是圓周。以自之得元一便為十二段

池積也。再立天元方面以自之。又十二之得元十一為十二段

方田積也。二數相減餘元一為十二段如積寄左然後列真

積就分母十二之得元一與左相消得元一。十平方開之得五

十四步為方面亦為圓周也。

依條段求之十二之真積為實無從。一十一步常法。

義曰一个方田積便是一个圓周積也。一个圓周積便是十

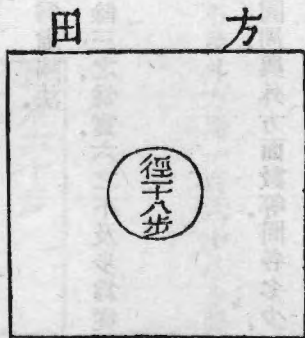
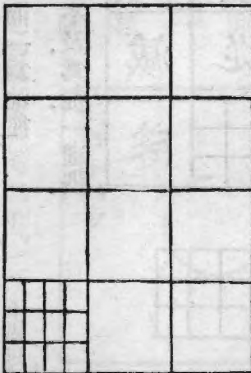
二个圓池積。今將一十二个圓池積減於十二个方田積。通

有十一段方田積也。

舊術曰以十二乘田如十一而一所得開方除之合前問也。

又法立天元一為等數以自之為外田積。又就分母九之得

元三為九个方田積於頭。又立天元等數以自之為十二个



圓池積也。三之四而一得<sup>ㄅ</sup>。為九個圓池。以減頭位得<sup>ㄅ</sup>。為九段如積寄左。然後列真積。就分九之。得二萬四千零五十七步。與左相消得<sup>ㄅ</sup>。○<sup>ㄅ</sup>平方開得五十四步。為等數也。

依條段求之。九之積為實。無從。八步二分半為常法。

義曰。每一個方幕為十二個圓池。今將見有的九個圓池。去了七分半。餘二分半。併實有八個方。倍是八個二分半也。

又法。立天元一為徑。以三之為外方面。以自之得<sup>ㄅ</sup>。為外方積。於

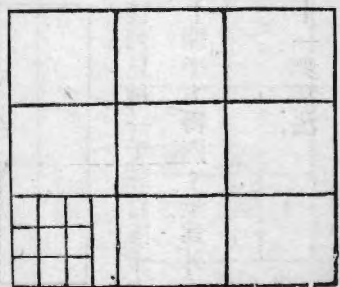
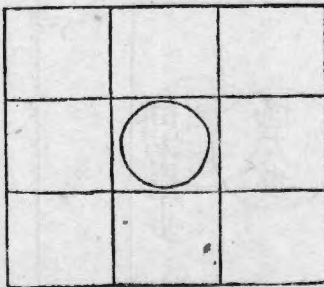
上。再立天元圓徑。以自之。三之。四而一得<sup>ㄅ</sup>。為圓池積也。以此圓

積減方積得<sup>ㄅ</sup>。為一段。如積寄左。然後列真積。與左相消。得下式

。平方開得一十八步。為圓徑也。

依條段求之。積為實。八步二分半為常法。

義曰。中間一方。除圓池四分之三外。有四分之一。即是一步內得二



分半也。

舊術曰。列積步。以八步二分半除之。所得。再開方。見內圓徑。

第七問

今有方田一段。內有圓池水占之。外計地一千三百五十七步。只云外方

面。不及內池周一十四步。問方圓各多少。

答曰。方面四十步。圓周五十四步。

法曰。立天元一爲外方。加不及一十四步。得 $\text{一四}$ 爲內周。以自增

乘。得 $\text{一四}$ 爲十二個圓池積。於頭。再立天元方面。以自之。又十

二之。爲十二個方田積。內減頭位。得 $\text{一四}$ 爲十二段如積。寄左。然後列見積一千三百五十七

步。就分母十二通之。得一萬六千二百八十四步。與左相消。得 $\text{一四}$ 開平方。得四十步。爲外方

面也。

依條段求之。十二之積內。加入不及步。爲實。二之不及步。爲虛。從十一步常法。



義曰。其十二段積內。帶起十二個圓池。其十二個圓池。補成一個圓周方。其圓周多於方面十四步。故自之爲纂。加入所欠之一角。又二之爲虛從。恰得十一個方也。

第八問

今有方田一段。內有圓池水占之。外有地一十三畝七分半。只云內

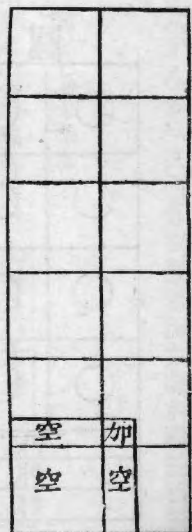
外方圓周共相和。得三百步。問方圓周各多少。

答曰。外方周二百四十步。內圓周六十步。

法曰。立天元一爲圓徑。以三之爲圓周。以減共步。得 $\text{太}\text{一}\text{卅}$ 爲田

方周。以自增乘。得 $\text{太}\text{一}\text{卅}$ 爲十六段方田積。於頭再立天元

圓徑。以自之。又十二之得 $\text{太}\text{一}\text{卅}$ 爲十六個圓池積。以減頭



方



位得<sup>卅</sup>卅為十六段如積寄左然後列真積一十三畝七分半以畝法通之得三千三百步又就分母一十六通之得五萬二千八百步與左相消得<sup>卅</sup>卅開平方得二十步為圓池徑又三之為圓周也

依條段求之和步幕內減十六之見積為

實六之和步為從三步常法

義曰十六個圓池該十二個方內從步合

除去九個方外猶剩三個方故以三步為

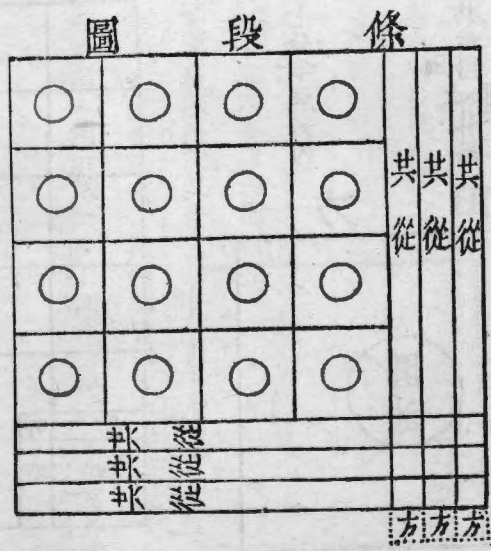
常法也

舊術曰列相和步自乘為頭位又以十六

之田積減頭位又六而一為實以相和步

為從法廉常置五分

第九問



今有方田一段內有圓池水占之外計地三千一百六十八步只云內外周與實徑共相和得三百三十步問三事各多少

答曰外方周二百四十步 實徑一十八步 圓周七十二步

法曰立天元一爲池徑以五之減倍之相和步得 $\text{ㄅ}$ 爲九

个方面以自增乘得 $\text{ㄅ}$ 爲八十一段方田積於頭位二

相和步。別得是八方面六圓徑二實徑。今將二實徑與一圓徑就成一方面。共前數計九方面。五圓徑。却更無實徑也。再立天

元池徑以自之。又以六十步七分半乘之得 $\text{ㄅ}$ 爲八十一

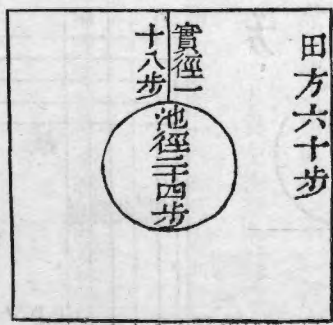
個圓池。所以用六十步七分半乘之者。欲齊其八十一分母也。每個圓池七分半。以八十一通之。遂得六十步七分半也。以

此減頭位餘 $\text{ㄅ}$ 爲八十一段如積寄左然後列算積三

千一百六十八步以八十一通之得二十五萬六千六百〇八與左相消得下 $\text{ㄅ}$ 步開平方

得二十四步爲池徑也五因池徑減倍相和餘九而一得方田面以池徑減方餘折半爲實徑

依條段求之倍共步自乘於頭以八十一之田積減頭位餘爲實二十之共步爲從三十五步七





爲二千二百九段方田積於頭位。十之相和步三千四百二十。爲方面四十個內池徑三十個斜至步一十個。以一十個斜至步。合入五個池徑。共得五斜。此五斜。便是七個方面。

計總數該四十七個方面二十五個圓徑外。更無斜至步也。再立天元池徑以自之。又以一千六百五十六步七分半乘之。得

爲二千二百零九個圓池積也。所以用一千六百五十六步七分半乘之者。欲齊其二千二百〇九分母也。每

六百五十六步七分半也。以此減頭位得

八步以分母二千二百〇九通之得六百九十九萬八千一百一十二步與左相消得

平方得二十四步即池徑也。以二十五之圓徑減十之和步餘四十七而一得爲外方面身加四

內減了圓池徑餘折半爲斜徑也。

〔案〕法內所用四十七方面之數亦由立天元一法取出。但截去前段恐初學不能無疑。茲仍依其

法補之。

法立天元一爲池徑五因之以減倍和得（鏡案）此算式。上層是爲八方面一斜共數以方五因

之得（減）爲實。又以方五因八方面得四十以斜七乘一斜得七併之得四十七爲法除實得方

面不除便爲四十七個方面也。



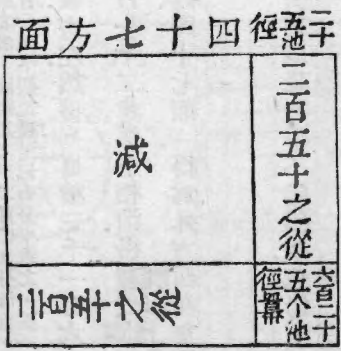
依條段求之相和步進一位自乘於頭位以二千二百九之真積減頭位餘為實五百之和步為益從一千三十一步七分五釐為益隅。

義曰減數係是二千二百九段方面幕內却漏下二千二百九個圓池此數該係一千六百五十六個七分半圓徑幕却於從步上疊用了六百二十五個池徑幕外猶剩一千三十一個七分五釐故以之為隅法其從法元有五十個圓徑今命之為五百者緣相和步進一位也。

舊術曰列相和步進一位自相乘為頭位以二千二百九之積減頭位餘以三之為實又以一千五百之相和步為從法廉常置三千九十五步二分半開平方見池徑。

第十一問

今有圓田一段內有方池水占之外計地二十五畝餘二百四步只云從外田楞至四邊各三十二步問



外圓內方各多少。

答曰。外圓徑一百步。內方面三十六步。

法曰。立天元一內爲方面。加倍至步。爲外田徑。以自之。得下

式。天<sub>一</sub>又三之。得<sub>四</sub>爲四段圓田積。於頭。再立天元

方面以自之。又就分母四之。得<sub>四</sub>爲四池積。以減頭位。得

四<sub>千八百一十六</sub>步。與左相消。得<sub>三十六</sub>開平方。得三十六

步。爲方池面也。加倍至步。卽圓徑也。

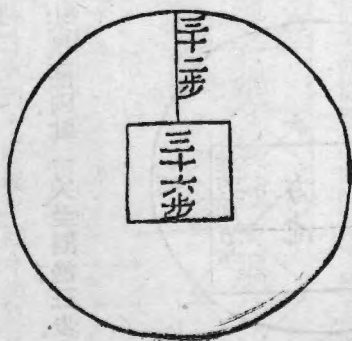
依條段求之。四之積步。於頭位。作三个外圓徑。內出了四个方池積也。內減十二

之至步。爲實。十二之至步。爲從。一虛隅。

義曰。四个外圓田內。減了十二段至步。復以十二之至步爲從。又合去四个方池。今元積內有

三个虛池。猶欠一个虛池。故以一步爲虛隅。常減從以爲法。

登古演段 卷上



減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減
𠄎	池	𠄎
減	從	減

池

又有圓田一段。中有方池。水占之。外有田五十步。只云方池一尖抵圓邊。其一尖至圓邊。三步間。圓徑方面各若干。

答曰。徑十步。面五步。

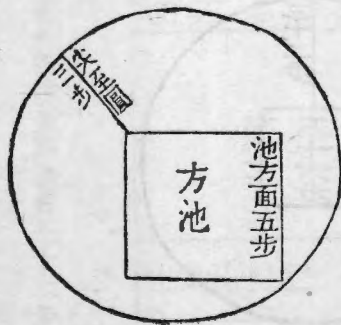
法曰。立天元一爲方斜。加三步爲圓徑。以自之。又以一步九

分六釐乘之。得<sup>丁</sup>步<sup>元</sup>。分六釐。多十七步六分四釐。諸條皆步

數在上。此條獨步數在下。〔銳案〕海鏡算式。以太上一層爲元。元上一層爲元自乘幕。與此正同。此法緣鈔於別紙。故獨與諸問體例異也。

又三之。得<sup>三</sup>步<sup>三</sup>。內減四之天元幕。得上層<sup>三</sup>中下云云。

〔案〕即多三十五元餘。二十五步餘也。寄左。然後置五十步。兩度加四。得<sup>三</sup>步。又



四之得。得三。步與左相消。得下層三百三十九步。○八釐。〔案〕此下當加與一平方八分八釐多三十五元二分。八釐等十八字。方明。〔銳案〕此法文雖簡。而意

已足。不必如案所云。且案所據乃借根方加減法。平方及多負。〔銳案〕此負字。當屬上文。蓋以三百九十二步減寄少字。亦惟借根方用之。於古立天元一之文。則甚無當也。左下層。不足減。反減之。得三百三十九步八釐

為實也。案語從中隔斷。緣不知古法開方除。有實實之故。開平方得七步。即池斜也。副置池斜。上位加至步。即圓徑。下位身外

減四。即方面也。合問。

依條段求之。四段展起見積。

內減三段展起至步。為實。

六之至步。展起。為從。一步八

分八釐為常法也。此問若求方面。則其法甚易。今求方斜。故其圖須細分之。

義曰。三个九分六釐。共計二步八分八釐。其元初作四段如積時。合有四个所展之池。今來只見

三个。故於二步八分八釐內。去却一步。〔銳案〕此下元本衍有字。今刪。餘只有一步分八八釐為常法也。此法於別紙上

鈔得。故錄於此。

第十二問



今有圓田一段。內有方池。水占之。外有地二十五畝零二百四步。只云從外田楞通內方方面六十八步。問各數若干。

答曰。外圓徑一百步。內方面三十六步。

法曰。立天元一爲內方面。減倍通步。得三十一爲外圓徑。以自之。得

卅一爲圓徑。以三之。得九十三爲四段圓田積。於頭。再立天元

方面。以自之。又就分母四之得。卅三爲四段方池積。以減頭位。得

卅一爲四段如積數。寄左。然後以四之見積二萬四千八百一十六

步。與左相消。得卅一平方開之。得三十六步。爲內方面也。減倍通

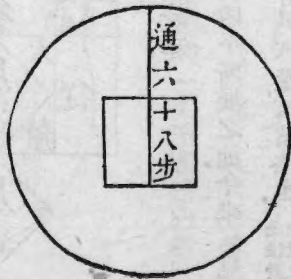
步。卽圓徑。

依條段求之。十二段通(銳案)元本作至。誤。步。內減

四之見積。爲實。十二之通步。爲從。一常法。

義曰。所減數內剩下四個方池。疊補了三個

減	減	二之
減	減	從
卅一	卅一	
減	減	二之
減	減	從
卅一	卅一	
減	減	二之
減	減	從
卅一	卅一	



外。猶剩一个。故以之爲常法。

第十三問

今有圓田一段。內有方池。水占之。外許地五千步。只云從外田楞至內池角。四邊各一十五步。問方圓各多少。

答曰。外圓徑一百步。內方面五十步。

法曰。立天元一爲內方面。身外加四。爲內方斜。又加倍至步。得 $\text{太三}$ 。

爲外圓徑也。以自增乘。得 $\text{太三}$ 。爲外徑。以三之。得 $\text{太三}$ 。爲四。

段外圓積。於頭。再立天元內方面。以自之。又四之。得 $\text{元非}$ 。爲四段方。

池積也。以減頭位。餘 $\text{非太}$ 。爲四段如積數。寄左。然後列四之見積。

二萬步。與左相消。得 $\text{元非}$ 。開平方。得五十步。爲池方面也。身外加四。又加入倍至步。卽爲外田徑也。



依條段求之。四之積步內。減十二段至步。爲實。十二之至步。身外加四。爲從。一步八分八釐。爲

常法

義曰。三个九分六釐計二步八分八釐。其四个圓田內有四个方水池。除從步合占三个外。猶剩

一个水池。却於數內取了一

步。餘一步八分八釐。故以之

為常法也。其從步加四者。蓋

取斜中之方面也。若不加四

不能見方面。而但得方斜也。

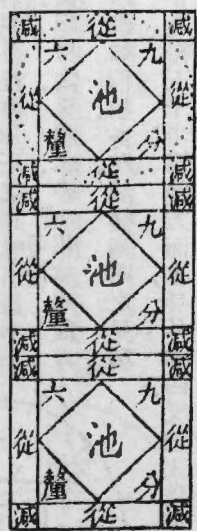
舊術曰。四因積步。為頭位。又倍去角步。自乘三之。減頭位。餘折半。為實。又倍去角步。三因加四。為

從法。廉常置九分四釐。

第十四問

今有圓田一段。內有方池水占之。外計地三百四十七步。只云從田外楞通內池斜。三十五步半。問外圓

內方各多少。



答曰。外圓徑三十六步。內方面二十五步。

法曰。立天元一爲內方面。加四得三。步爲方斜。以減倍通步。得

爲外圓徑。以自增乘。得三。爲外田徑。以三之。得

爲四段圓田積。於頭。再立天元內方面。以自之。又就分四之得

爲四段方池。以減頭位。得。爲四段如積。寄左。然後列

四之見積一千三百八十八步。與左相消。得。開平方。得二

十五步。爲內方面也。方面加四。減於倍通步。得圓徑也。

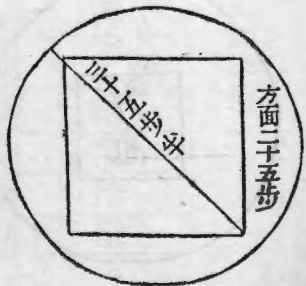
依條段求之。十二段通步。幕內。減四

之田積。爲實。十二之通步。加四。爲益

從。一步八分八釐常法。

義曰。此式原係虛從。今以虛隅命之。

四段圓田減積時。剩下四段方池。於從步內用訖。三個外。猶剩一個。却於二步八分八釐虛數內。





補了一步外虛一步八分八釐。故以之爲法。從負隅正。或從正隅負。其實皆同。故因此廉從以別之。○

數減後數。則得實負從正隅負矣。正負元可互易。故曰其實皆同也。

舊術曰。倍通步自乘。三之爲頭位。四因田積減頭位。餘爲實。又十二通步加四。爲從法。廉常置一

步八分八釐減從開方。新舊廉從不同。開時則同。故兩存之。

第十五問

今有圓田一段。內有方池水占之。外計地三十三畝一百七十六步。

只云內方周。不及外圓周一百五十二步。問外圓內方各多少。

答曰。外圓周三百六十步。內方周二百八步。

法曰。立天元一爲內方面。以四之爲內方周。加不及一百五

十二步。得  $\text{田}$  爲外圓周。以自增乘。得  $\text{田}$  爲十二段圓

田積。於頭。再立天元內方面。以自之。又就分十二之。得  $\text{元}$

爲十二段方池積。以減頭位。餘  $\text{田}$  爲十二段如積。寄左。然後列見積八千〇九十六步。又就



分十二之得九萬七千一百五十二步。與左相消得五千四百平方開得五十二步。爲內池方面也。以四之爲內方周。加不及步爲圓周也。

依條段求之。十二段積步內減不及步。爲實八之不及步。爲從。四步爲常法也。

義曰。十二段圓積。該九段圓徑。九段圓徑。便是一個圓。

周。據十二段圓積內。元少十二個方池。今於周內除。

折算外。剩四個池積。故以四步爲常法也。

舊術曰。十二之積步。爲頭位。以不及步自乘。減頭位。餘八而。

一。爲實。以不及步。爲從法。廉常置半步。開平方。新舊二術不同者。舊術從簡。

耳。算術本貴簡易。而猶立新術者。緣舊術。難盡條段也。餘做此。

第十六問

今有圓田一段。內有方池。水占之外。計地三千五百六十四步。只云內方周與外圓徑等。問等數各若干。

答曰。內方周。外圓徑。各七十二步。

圓				周				幕			
不及幕				從				從			
減去				從				從			
少				少				少			
少				少				少			
少				少				少			
少				少				少			

法曰。立天元一爲等數。便以爲方周。以自之。爲十六个方池。於頭。元一。再立天元等數。便以爲圓徑。以自之。又十二之得。元一。爲十六段圓田積。內減頭位。餘。元一。

一。爲十六段如積。寄左。然後列真積三千五百六十四步。又就分十六之。得五萬七千〇二十四步。與左相消。得。元一。平方。開得七十二步。卽等數也。

〔案〕法後落條段一條。依前例補之。

依條段求之。十二之真積。爲實。無從。一十一步常法。

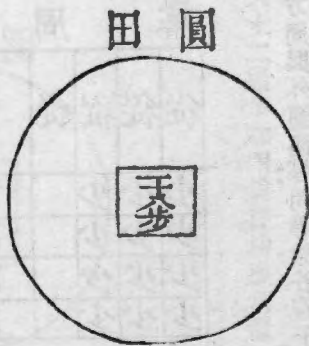
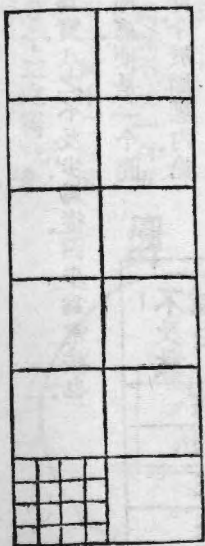
義曰。十六个圓積。乃十二段圓徑。爲實。

共十六个圓積內。有十六个方池。恰是

一个方也。此一个方。便是等數。爲實也。

舊術曰。列田積。從十一段平方開之。得

內方面四之。卽等數也。又法。以十六乘田積。如十一而一。所得。開方。卽等數。





爲實倍不及步爲虛從一十一步爲常法。

義曰十二個圓徑幕該十六個圓田積十六個圓田積內有十六個方池其十六個方池於實積內侵過所加一角併二段虛從之數也。

第十八問

今有圓田一段內有方池水占之外計地三百四十七步只云外圓周內方周共得二百八步問內外周各多少。

答曰外圓周一百八步內方周一百步。

法曰立天元一爲內方面以四之爲內方周減於相和二百

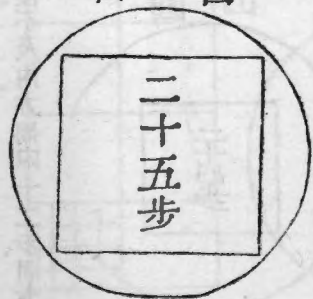
八步得 $\text{太}\text{田}\text{冊}$ 爲外圓周以自增乘得 $\text{田}\text{冊}\text{丁}$ 爲圓周幕便爲

十二段圓田積於頭再立天元內方面以自之又就分十二

之得 $\text{元}\text{二}$ 爲十二段方池積也以減頭位餘 $\text{田}\text{冊}\text{田}$ 爲十二

段如積寄左然後列見積三百四十七步就分母十二之得四千一百六十四步與左相消得 $\text{田}\text{冊}$

圓田



開平方得二十五步爲內方面也。四之爲內方周。減於相和步爲圓周也。依條段求之。以十二之積步減和步。爲實八之和步。爲虛從。四常法。

義曰。十二段圓田。內有十二个方池。於方周內補了十二池外。猶欠四个。故以四爲隅法。此式元係虛從。今却爲虛隅命之。故以

四爲虛常法。

舊術曰。相和步自乘於頭位。以十二之積步減頭位。餘八而一。爲

實相和步爲從法。廉常置半步減從。

第十九問

今有圓田一段。內有方池水占之。外計地三十三畝。一百七十六步。只云內外周與實徑共相和得六百

二步。問三事各多少。





答曰。外圓周三百六十步。內方周二百八步。實徑三十四步。

法曰。立天元一爲內方面。以減一百七十二。得六十爲外田徑也。


借云數。得一千二百四步。別得是六个圓徑、八个方面、兩個實徑。

減	減	連下十六			
此外國周 羅也該十 二圓田積	減	池面爲四 之和步從			
減	減				
和步從	爲四之	連右十			
	六池面				

今將一个方面兩個實徑。合成一个圓徑。併前數而計。是七個方面七個圓徑也。今置一千二百。以自增乘。得四步在地。以七約之。得一百七十二步。為徑面共也。便是一个方面一个圓徑。更無實徑也。

得  為圓徑幕也。以三之。得  為四段圓田積。於頭。再立天元內池面。以自之。又就分四之得  為四池積。以減頭位。得  為四段如積。寄左。然後

列見積八千九十六步。又就分四之得三萬二千三百八十四步。

與左相消。得  十開平方。得五十二步。為內方面也。以七之方

面。減於倍和步餘。以七而一。即圓徑也。圓徑內減方面。餘者又半

之。即實徑也。

依條段求之。徑面共一百七十二也。自之為幕。又三之於頭位內

減四之見積。餘為實。六之徑面

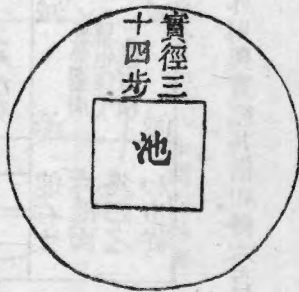
共步。為從。一常法。

義曰。四之異積內。有四個方池。

於從法疊用了三個外。剩一個。

減	從
從	
減	從
從	
減	從
從	

常



故以一步為常法。

舊術曰。倍相和。自乘。三之。為頭位。以一百九十六步

〔案〕此即四與四十九相乘之數。

之田積。減頭位。餘以十四而

一。為實。又六之相和步。為從法。廉常置三步半。開平方。見內方面。

### 第二十問

今有圓田一段。內有方池。水占之外。計地二千四百七十五步。只云內外周與斜徑相和。得二百五十九

步半。問三事各多少。

答曰。外圓周一百八十步。內方周六十步。斜一十九步半。

法曰。立天元一為內方面。以三十三之。減於十之云數。二千五

百九十五步。

〔註〕

為三十五個圓田徑。

十之云數。內有外圓徑三十個。內方面四十個。角

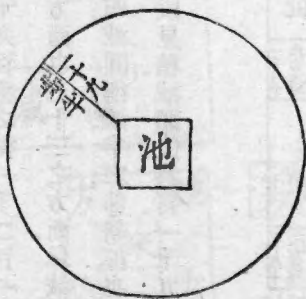
斜十個。今將七個方面併八個角斜。為五個圓徑也。總別得十之云數。是方面三十三個圓徑三十五個外。更無斜徑角也。乃以三

十五之圓徑。自增乘。得下式。

徑幕也。以三因之。得

〔註〕

合以四除之。今不除。便為四千九百段圓田積。於頭。再立天元內池





面以自之。又就分以四千九百乘之。得 $\text{〇〇〇〇}$ 為四千九百段方池積。以減頭位。得 $\text{〇〇〇〇}$ 為四千九百段如積數。寄左。然後列真積二千四百七十五步。就分以四千九百乘之。得一千二百一十二萬七千五百步。與左相消。得 $\text{〇〇〇〇}$ 平方開得一十五步。為內方面也。三十三之方面。以減於十之相和二千五百九十五步。餘三十五而一。即圓徑。以方面加四。減圓徑餘半之。即斜徑也。依條段求之。十之相和步。自之為幕。以三之於頭位。以四千九百段見積。減頭位。為實。一千九百八十之相和步。為從。一千六百三十三為常法。

義曰。減數計三千六百七十五個圓

徑幕。便是四千九百個圓田積也。內

漏下四千九百個方池。却於從內疊

用了三千二百六十七個方池外。猶

剩一千六百三十三個方面幕。故以之為常法也。其從法元有一百九十八個方面。合用一百九

十八之相和步為從。今用一千九百八十八個相和步者。緣為相和步先進了一位也。

從	減	徑幕	一千二百二十五圓
從	從	九方幕	一千八百九十
從	減	徑幕	一千二百二十五圓
從	從	九方幕	一千八百九十
從	減	徑幕	一千二百二十五圓
從	從	九方幕	一千八百九十
從	從	徑幕	五十三圓

第二十一問

今有方田三段。共計積四千七百七十步。只云方方相較。等三方面共併得一百八步。問三方各多少。

答曰。大方面五十七步。中方面三十六步。小方面一十五步。

法曰。立天元一爲方差。以減中方面。置併數三而一。即得中方面。得三十爲小

方面也。以自之。得十二。置併數三而一。即得中方面。爲小方積。於頭。再立天元方差。加入中

方面。得三十一爲大方面。以自之。得九百六十一爲大方積。於次位。又列

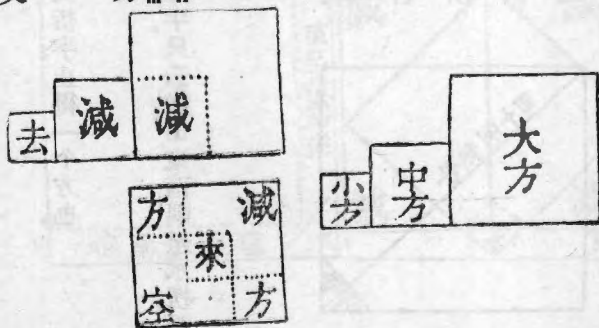
中方面三十一。自之。得下九百六十一爲中方積。於下位。三位相併。得三十一。爲

一段如積數。寄左。然後列真積四千七百七十步。與左相消。得三十一。爲

○。開平方。得二十一步。即是方差也。置方差數。加中方。即大方

面。減中方。即小方面也。

依條段求之。列併數。以三約之。所得。即中方面也。以自之爲羈。又



三之。以減積爲實。無從。二步常法。

義曰。積步內。減三個中方。幕外。有兩個方。故得二步常法。舊術又折半。止得一個方也。

第二十二問

今有方田一段。其西北隅被斜水占之外。計地一千二百一十二步七分半。只云從田東南隅至水楞。四十五步半。問田方面多少。

答曰。田方面三十五步。

法曰。立天元一爲水占斜。加入云數四十五步半。得太元爲田斜。

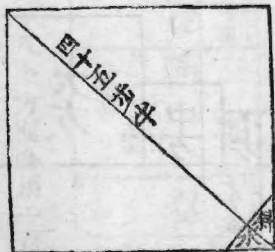
以自增乘。得田步田一爲田斜幕。於頭。再立天元一水占斜。以自

之。爲水占得小方積。就分以一步九分六釐乘之。得元步爲所

展得水占積也。以減頭位。得田步爲如積一段。寄左。然後列

真積一千二百一十二步七分半。以一步九分六釐乘之。得數二

千三百七十六步九分九釐。以與左相消。得田開平方。得三步半。爲水占斜。加至步爲田斜。



身外減四。卽是面方也。

依條段求之。展積內減至步。爲實。二之至步。爲從。九分六

釐虛常法。開平方。得三步半。卽水占斜也。

義曰。今將水占斜直命爲小方池面也。

舊術曰。列田積於頭位。又列至步除四。則直至步。以自乘。減

頭位。餘爲實。二之直至。爲從。以九分六釐爲廉。減〔銳案〕元本脫減字。今

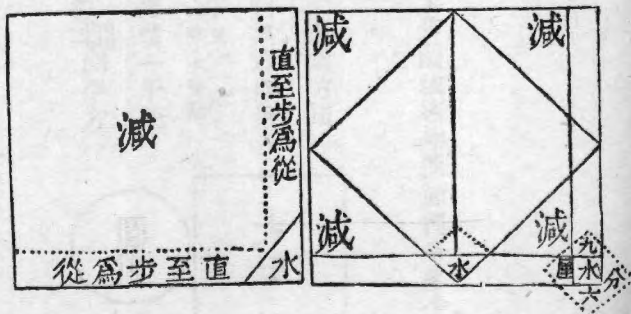
補。蓋廉從異名。須相減也。從開平方。得二步半。加直至步三十二步半。

得三十五步。卽田方面也。

此圖卽舊術條段也。舊術減云步爲直至步。入法。而求得二

步半。爲直至不及方面步。新術展積入法。而求得三步半。爲

水占斜。



卷之三

...

...

...

...

...

...

...

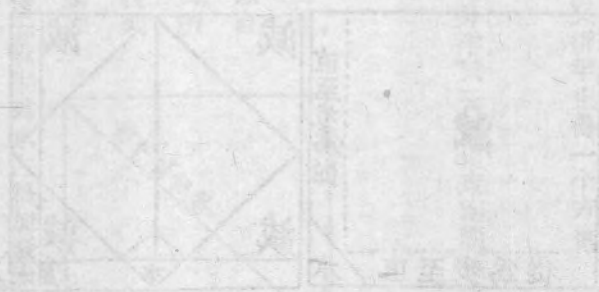
...

...

...

...

...



...

# 益古演段卷中

## 第二十三問

今有圓方田各爲段。共計積一千三百七步半。只云方面大如圓徑一十步。圓依密率。問面徑各多少。

答曰。方面三十一步。圓徑二十一歩。

法曰。立天元一爲圓徑。加一十步。得 $10 \text{ 太 } 1$ 爲方面。以自之。得 $10 \text{ 太 } 1$ 爲方田

積。以十四之。得下式。 $11 \text{ 太 } 1$ 爲十四段方田積。於頭。又立天元圓徑。以自乘

爲冪。又以十一之。得 $11$ 便爲十四段圓田積。依密率。合以徑自乘。又十一之。如十四而一。今以十一乘。不受除。

故就爲十四分母也。以併入頭位。得 $11 \text{ 太 } 1$ 爲十四段如積。寄左。然後列真積一千三

百七步半。就分十四之。得一萬八千三百五步。與左相消。得 $11 \text{ 太 } 1$ 開平方

除之。得二十一步。爲密率徑也。加不及步。爲方田也。

依條段求之。十四之積步。於上。內減十四段不及步冪。爲實。二十八之不及步。爲從。二十五步常



法。

義曰。將此十四個方冪之式。只作一個方冪求之。自見

隅從也。

第二十四問

今有方圓田合一段。共計積一千四百六十七步。只云方面與圓徑相穿。得五十四步。問面徑各多少。

答曰。方面一十二步。圓徑四十二步。

法曰。立天元一為圓徑。減穿步五十四步。得十為方田面。以自

增乘。得下式。卅一為方田積。於頭位。再立天元圓徑。以自之。又

三之。四而一。得元為圓田積也。併入頭位。得卅一為一段。如

積寄左。然後列真積一千四百六十七步。與左相消。得卅一倒

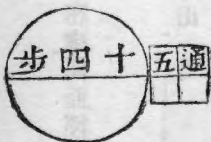
積倒從開平方。得四十二步。為圓田徑也。以減穿步。即方面。

〔案〕法內所言倒積倒從。即翻積法也。蓋初商積常減原積。此獨以原積減初商積。倍廉常減從步。

總十四方面積

十四徑	方積
十四之從	減

十四圓積  
合為十一  
徑方積



$$\begin{array}{r} \text{二} \\ \text{四} \\ \text{一} \\ \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array} \begin{array}{r} \text{九} \\ \text{二} \\ \text{七} \\ \text{七} \\ \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \\ \text{一} \\ \text{二} \\ \text{二} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array} \begin{array}{r} \text{五} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array}$$

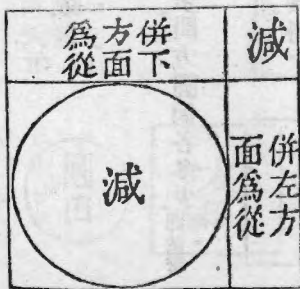
$$\begin{array}{r} \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{一} \end{array} \begin{array}{r} \text{八} \\ \text{七} \\ \text{三} \\ \text{四} \\ \text{五} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{七} \\ \text{一} \\ \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array} \begin{array}{r} \text{〇} \\ \text{二} \\ \text{〇} \\ \text{八} \\ \text{三} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{二} \\ \text{一} \\ \text{一} \\ \text{三} \\ \text{三} \\ \text{七} \end{array} \begin{array}{r} \text{五} \\ \text{五} \\ \text{二} \\ \text{五} \\ \text{二} \\ \text{〇} \end{array}$$

此獨以從步減倍廉乃平方中之一變也。古法多用之。今依數布算於後。以存其式。

法列積一千四百四十九步爲實。以一百零八步爲長與一闊又七分半之和。卽從數求闊。初商四十步。以一闊七分半乘之。得七十步。以減和數。餘三十八步。以初商乘之。得一千五百二十步。爲初商積。大於原積。反減之。餘實七十一步。乃二因一闊七分半所乘初商之數。得一百四十步。大於和數。反減之。餘三十二步。爲次商廉。次商二步。以一闊七分半乘之。得三步半。爲次商隅。凡和數廉隅相減。此反相加。得三十五步。以次商乘之。得七十一步。爲次商積。與餘積相減。恰盡。開得闊四十二步。依條段求之。穿步幕內。減田積。爲實。倍穿步。





爲從一步七分半虛常法。

義曰二之從步內元減了七分半又疊了一步計虛却一步七分半也。

第二十五問

今有方圓田各一段共計積一千三百七步半只云方周大如圓周五十八步問方圓周各多少率圓依密

答曰方周一百二十四步圓周六十六步

法曰立天元一爲圓周加周差五十八步得本一爲方田周以自增乘得下

式三十一爲方周幕便是十六個方田積又就密率分母一十一之得三十一

一爲一百七十六段方田積於頭又立天元圓周以自之爲幕又就分一十

四之得元三十一爲一百七十六段圓田積依密率周上求積合以周自乘又以七乘之如八十八而一爲一段田積也今

於周幕上更以十四乘之則合用一以添入頭位得三十一共爲一百七十六段

如積寄左然後列真積一千三百七步半就分以一百七十六乘之得二十三萬一百二十步與

左相消得三十一開平方得六十六步爲圓田周也加多步見方周





圓周以自之。又就分四之得。亦為四十八段圓田積。併入頭位得。為四十八段如積數。寄左。然後列真積一千四百五十六步。就分四十八之。得六萬九千八百八十八步。與左相消。得。開平方。得七十二步。為圓田周。〔鏡案〕元本也。減共步。則方周。作徑。誤。

依條段求之。三段和步羈

內。減四十八之田積。為實。

六之和步。為從。七益隅。

義曰。減時。減過一个方。六

之從步內。又欠六个方。共虛了七步。故以為益隅。

第二十七問

今有方圓田各一段。共計積二千二百八十六步。只云方面不及圓徑一十二步。圓依密率。問面徑各多少。

答曰。方面三十步。圓徑四十二步。

減	從
十六个方田積	
從	減
	十六个方田積
從	減
	十六个方田積
從	減
	十六个方田積
從	減
	十六个方田積

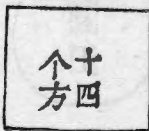
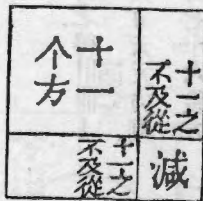


法曰立天元一爲方面加不及一十二步得太一爲圓徑以自之得三二爲圓徑幕以一十一之得下式三二便爲十四個圓積於頭再立天元方面以自之又就分一十四之得元爲十四個方積也併入頭位得三二爲十四段如積數寄左然後列真積二千二百八十六步就分一十四之得三萬二千四步與左相消得下式三二平方開之得三十步即方面也加不及一十二步即圓徑也

依條段求之十四之真積內減一十一段差步幕爲實二十二之差步爲從差步即不及步二十五步常法

義曰十四之積步內有一十一個圓徑方與一十四個方面此式與第二十五問略同其一十一個圓徑幕有一十一個方正當十一段之共數自見也

第二十八問



今有方圓田各一段。共計二千二百八十六步。只云方周不及圓周一十二步。問二周各若干。圓徑密率。

答曰。方周一百二十步。圓周一百三十二步。

法曰。立天元一爲方周。加不及步一十二。得太一爲圓周。以自之。得三三三三

又以一十四乘之。得一三三三三爲一百七十六段密率積。於頭再立天元方周。

以自之。爲方積一十六段。又就分一十一之。得元一便爲一百七十六段方

田積。併入頭位。得下式。一三三三三爲一百七十六段如積數。寄左。然後列真積

二千二百八十六步。就分以一百七十六乘之。得四

十萬二千三百三十六步。與左相消。得一三三三三開平

方。得一百二十步。爲方周。加不及步。即圓周也。

依條段求之。一百七十六之真積內。減十四段差步

幕。爲方實。二十八之差步。爲從。二十五常法。

義曰。所減數乃十四段不及步幕也。

總爲四十圓方周

十四個方周方	十四之從
十四之從	減

二百七十六圓徑幕

方田

圓田

一百七十六方積即六方積一十一個方周方

第二十九問

今有方圓田各一段。共計積一千四百四十三步。只云圓

周大於方周。方圓周併得一百九十八步。問二周各多少。

答曰。方周九十六步。圓周一百二步。

法曰。立天元一為方周。減共步一百九十八。得卅十為圓周。以自增乘。得卅一為十二段圓田

積。四之。得下卅卅為四十八段圓田積。於頭再立天元方周。以自之。為十六段方田積。又就分

三之。得元卅便為四十八段方田積。併入頭位。得卅卅為

四十八段如積。寄左。然後列真積一千四百四十三步。就分

母以四十八乘之。得六萬九千二百六十四。與左相消。得卅卅

卅卅開平方。得九十六步。為方周也。減於併數。見圓周也。

依條段求之。四段共步卅內。減四十八之積。為實。八之。共為

從七益隅。



義曰。八之從內。合虛八个方。今見有一个方外。只虛了七步方也。

第三十問

今有圓田二段。一段依圓三徑一率。一段依密率。共積六百六十一步。只云二徑共相和得四十步。問

二徑各數。

答曰。密徑一十四步。古徑二十六步。

法曰。立天元一爲密徑。以減相和四十步。得 $\text{太}$ 十爲古徑。以自之。得 $\text{下毛}$

一爲古徑幕。以三因之。得 $\text{毛}$ 。合以四約之。又就分母七之。得 $\text{下毛}$ 。爲

二十八段古圓積。於頭再立天元密圓徑。以自之。又二十二之。得 $\text{元}$ 。爲二

圓積 十二个 減	併下方 面爲從	併右 方積 十六个 減	併下方 面爲從	併右 方積 十六个 減	併下方 面爲從	併右 方積 十六个 減	併下方 面爲從
爲從 方面	爲從 方面	爲從 方面	爲從 方面	爲從 方面	爲從 方面	爲從 方面	爲從 方面



十八段密圓積也。併入頭位得下為二十八段如積。寄左。然後列真積六百六十一。步就分二十八乘之。得一萬八千五百八步。與左相消得計平方開之。得一十四步。為密圓徑。以減和步。即古徑也。

依條段求之。二十一段和步。幕內減二十八之田積。為實。四十二之和步。為從。四十三步。虛常法。

義曰。其二十八之田積內。有古積二十一段。密積二十二段。元初減時。減過一段。又併從步內。合除之數。計虛却四十三個方也。

第三十一問

今有直田一段。中心有圓池。水占之。外計地三千九百二十四步。只云從外田角。斜通內池徑。七十一步。外田闊。不及長九十四步。問三事各多少。

答曰。圓池徑一十二步。田長一百二十六步。闊三十二步。

併下方面三三之從	二十一個 古率徑幕
二十二個 密率徑幕	併左方面二十一之從



法曰立天元一為內圓徑以減倍通步一百四十二步得目十為直

田斜以自乘得目冊一為兩段直田竝一段較幕於頭再置闊不及

長九十四步自之得八千八百三十六步以減頭位得目冊一為兩

段直積數寄左再立天元圓徑以自之為圓徑幕三之二而一得元

圖為兩個池積數加入二之見積七千八百四十八步得目亦

為二段異積與寄左相消得目平方開之得一十二步為圓徑

也。

依條段求之倍通步為幕內減二之見積一個較幕為

實四之通步為從半步常法。

義曰從步內少一個圓徑幕其漏下底二個圓池共一

步半今將一步補了從步合除之數外猶剩半步故以

為常法。



第三十二問

今有圓田一段。中心直池水占之。外計地五千三百二十四步。只云併內池長闊。與外圓徑等。內池闊。不及長三十六步。問三事各多少。

答曰。外田徑一百步。內池長六十八步。闊三十二步。

法曰。立天元一爲外圓徑。以自乘。三因。四而一。得元。爲圓積。內減了見積五千三百二十四步。

餘得非

七爲水池直積也。以四之。得非。爲

四段水池直積。寄左。再立天元圓徑。命爲直積和

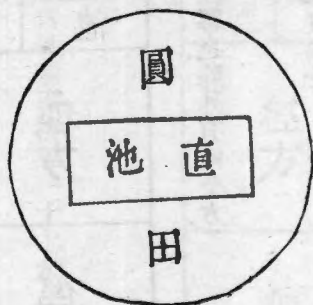
步。以自之。得元。爲四積。一較。內減了池較。幕

一千二百九十六步。得非。亦爲四段池積。與

左相消。得非。平方開之。得一百步。爲外圓徑

也。闊不及長減圓徑。餘折半。見闊。却以不及步加

之。卽長也。



依條段求之。四積內減較幕。爲實。從空。二步常法。

義曰。四之圓積內。有四個水池。又於見積

內減了一個池較幕。相併恰是一個和幕

也。今來池和與圓等。其（銳案）元本誤作共。今改。和幕恰是一個圓徑幕也。除外有兩個方。

第三十三問

今有圓田一段。中心有直池水占之。外計地七千三百步。只云併內池長

闊。少田徑五十五步。闊不及長三十五步。問三事各多少。

答曰。田徑一百步。內池長四十步。闊五步。

法曰。立天元一爲外圓徑。自之得數。又三之。四而一得。元爲外

圓田積也。減見積七千三百步得。三爲內池積也。以四之得

同。川爲四段池積。寄左。再立天元圓徑。內減少徑步五十五得



$\text{III} \text{---} \text{I}$  爲池和也。以自之得  $\text{III} \text{---} \text{I}$  爲四池。一較幕內減池較幕一千二百二十五步。得  $\text{III} \text{---} \text{I}$  亦爲四池積也。與左相消得  $\text{III} \text{---} \text{I}$  平方開之。得一百步。爲圓徑也。內減少徑。即水池和步內加一差。即爲二長。若減一差。即爲二闊也。

依條段求之。四之積步。內減池較幕。却加入少徑幕。爲實。二之少徑。爲從。二步常法。

義曰。四池。并所減底个較幕。恰是一個和

自之。

舊術。下積步。四之。於頭位。又以少徑步自

乘。加頭位。內却減闊不及長幕。餘折半。爲

實。用少徑爲從。一步常法。

第三十四問

今有圓田一段。內有直池水占之。外計地六千步。只云從內池四角斜至田楞。各一十七步半。其池闊不及長三十五步。問三事各若干。



答曰。圓田徑一百步。池長六十步。闊二十五步。

法曰。立天元一為外徑。內減倍至步三十五步。得 $\text{卅一}$ 為池斜。以自

之。得 $\text{卅一〇一}$ 為二積。一較羈於頭。又列闊不及長三十五步。以自之。

得 $\text{卅一}$ 減頭位。餘得 $\text{〇一}$ 為二池積也。又倍之。〔銳案〕此餘得至倍之。元本脫去。今以意增。

得 $\text{〇一}$ 為四池積。寄左。又立天元圓徑。以自之。又三之。便為四段

圓積。內減四之見積二萬四千步。得下式。 $\text{〇一}$ 亦為四個池積也。

與左相消。得 $\text{〇一}$ 平方開得一百步。為外田圓徑也。圓徑自之。又三之。四而一。內減見積。餘為

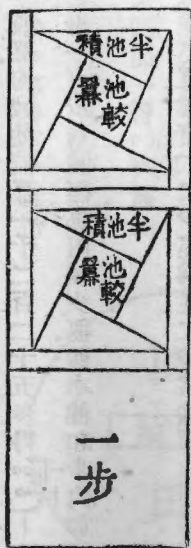
內池積也。又用差步為從。開方。見池闊也。〔

依條段求之。四之見積。內加八段至步羈。

却減兩段闊不及長羈。為實。八之至步。為

從。一步常法。

義曰。四個圓積內。有四個虛直池。於積內



又減了兩段闊不及長。竊合成兩個池斜。竊也。八个從步內。貼入八个斜。至步竊。其數與圓徑正。亦應也。外恰有一步方。

第三十五問

今有圓田一段。中心有直池。水占之。外計地五千七百六十步。只云從外田東南楞。至內池西北角。通斜一百一十三步。其內池闊不及長三十四步。問三事各多少。

答曰。外圓田徑一百二十步。池長九十步。闊五十六步。

法曰。立天元一爲角斜。加通步。得 $\text{H}|\text{I}$ 。爲圓徑。以自之。得 $\text{H}|\text{I}|\text{I}$ 。爲

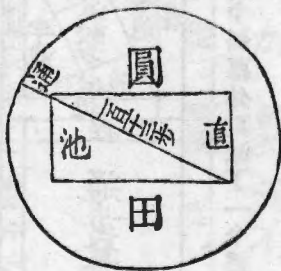
圓徑竊。又三之。得 $\text{H}|\text{I}|\text{I}|\text{I}$ 。爲四段圓田積也。內減了四之見積二萬

三千四十步。得 $\text{H}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}$ 。爲四段內直池。寄左。再立天元角斜。以減通

步。爲池斜。以自之。得 $\text{H}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}$ 。爲池斜竊。於頭。又列長平（案）平。較三

十四步。以自之。得一千一百五十六步。以減頭位。餘 $\text{H}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}$ 。爲二池

積也。又倍之。得 $\text{H}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}$ 。亦爲四直池。與左相消。得 $\text{H}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}|\text{I}$ 。開平方。得



七步爲角斜也。

依條段求之。四之積步。內減兩段闊不及

長。又減一段通步。爲實。十之通步。爲

從。一步隅法。

義曰。兩個較。併四個池積。該兩個斜。於四個圓積內。減此兩個斜。外更減了一個通步。幕恰是十之從。外有一步常法也。

第三十六問

今有圓田一段。中心有直池。水占之。外計地六千步。只云從內池四角。斜至

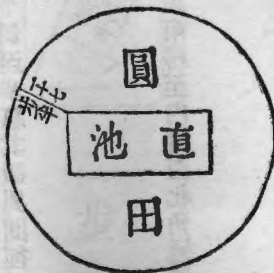
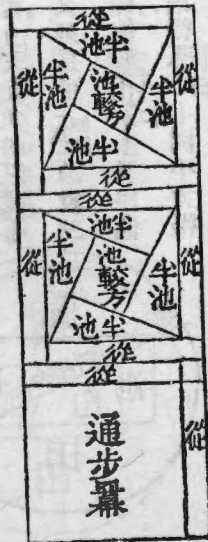
田楞。各一十七步半。其內池長闊共相和。得八十五步。問三事各多少。

答曰。外田徑一百步。池長六十步。闊二十五步。

法曰。立天元一爲內池斜。加入倍至步三十五。得大一爲外圓徑。以

自之。又三之。得三。三爲四段圓積也。內減四之見積二萬四千步。

半



得下圖。川爲四個池積。寄左。乃置內池和八十五步。以自之。得<sup>非</sup>爲四積。一較幕。於頭。再立天元內池斜以自之。得<sup>元</sup>一爲二池積。一較幕。以減於頭位。得<sup>非</sup>。十爲二池積也。又倍之。得<sup>非</sup>。亦爲四池積。與左相消。得<sup>非</sup>。平方開得六十五步。爲內池斜。加倍至步。及圓徑也。徑自之。又三之。四而一。內減去田積。餘實以和步爲從。一虛隅。開平方。見闊也。

依條段求之。四之積步。內加兩段和步幕。却減十二段至步幕。爲實。十二之至步。爲從。五步常法。藝曰。所加兩個和幕。該八積。二較幕。數內元有四虛池外。有四積。二較幕。其實只是添了兩個池斜幕也。於四圓積內。除從步占外。元有三個方。今又加入兩個池斜幕。共得五步。故五爲常法。

第三十七問

今有圓田一段。中心有直池水占之。外計地九千一百二十步。只云從外田楞。通內池斜。一百一十六步。

減	從	減
從	加	從
減	從	減
從	加	從
減	從	減
從	元有	從
減	從	減



半其內池長闊共相和得一百二十七步問三事各多少

答曰圓田徑一百二十步 池長一百一十二步 闊一十五步

法曰立天元一爲角斜加通步一百一十六步半太步一爲圓徑以自之得|||||一爲圓徑幕以三之得|||||爲四段圓田也內減四之見積三萬六千四百八十步得|||||步|||爲四段內池積寄左再立天元角斜以減通步得|||||步|||爲內池斜以自乘得|||||步|||爲二積一較幕於頭又列池和步以自乘得|||||步|||內減頭位餘得|||||步|||爲二池積也倍之得下步|||||亦爲四池積與左相消得|||||步|||平方開之得三步半爲角斜也加通步爲圓徑



減乙	方方	甲減
減	方方	甲減
減乙	方方	甲減
減	方	通步從
從步通		
減		

乙	甲
斜幕	乙
斜幕	甲

依條段求之。四之積步。內加兩段和步。却減五個通步。餘爲實。二之通步。爲從。五步爲常法。義曰。兩個和幕內。虛了四池。只是兩個池斜幕。今將兩個池斜幕。減於兩個通步。止有二甲二乙所占之地。今又將二甲二乙及三段通步。併以減於四之見積外。實在兩個通步。從五個方也。



第三十八問

今有水旱田各一段。共計積二千六百二十五步。只云水田長闊共一百步。其旱田闊不及長三十五步。而不及水地闊十步。問水旱地長闊各若干。

答曰。水地長七十五步。闊二十五步。旱地長五十步。闊一十五步。

法曰。立天元一爲旱地闊。加旱闊不及水闊一十步。得水一爲水地闊。以減水地長。闊共一百步。得水十爲水田長也。以水田長闊相乘。得水十。爲水田積。於頭。再置天元旱地闊。加不及三十五步。得水三。爲旱田長也。以天元乘之。得水三。爲旱田積也。加入



頭位得  爲一段如積寄左。然後列真積二千六百二十五步。與 〔銳案〕元本 左相消得  下

法上實。如法得一十五步。爲旱田闊也。加闊不及長三十五步。爲旱田長也。又於旱闊內加不及水地闊一十步。爲水地闊也。以水地闊減於水田長。闊共 〔銳案〕元本脫 一百步。餘爲水田長也。

依條段求之。以水田共步乘二闊差。於頭位。以二闊差乘減頭位。得數。復以減於田積。爲實。列水田共步。加入旱地長。闊差內。却減兩個二闊差。爲法。



〔銳案〕右圖舛誤。以意訂正如左。蓋黑者。爲元同水旱田。點者。元減一段。即二闊差異。去減一段。與來減一段等。就是闊差乘旱闊底小直積也。

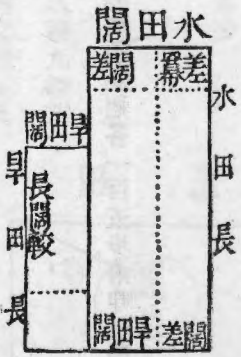
元減  
去減



義曰其水田闊二十五步為法內元多一个水旱二闊差數又積步內減了一段旱闊為長二闊差為平底直積是又虛了一个水旱二闊差數故於法內減去兩個闊差也

〔案〕此條圖與義不合蓋傳寫之誤也今仍存舊式另擬圖義於後以明之

義曰水田長闊共步乘二闊差內減差幕即附水田周一磬折積也以減共積餘同旱闊之兩長方共積為實其水田長闊比原數各減一闊差於此長闊和內加旱田長闊較即兩



長方之共長故爲法即得旱田闊也。

第三十九問

今有直田一段內有圓池水占之外計地三十九畝一分半只云從田兩頭至池各一百五步兩畔至池各九步問三事各多少。

答曰田長二百三十四步闊四十二步池徑二十四步。

法曰立天元一爲內池徑加二之邊至一十八步得 $\text{一}\text{一}\text{一}$ 爲田闊又置天元池徑加二之頭至二百一十步得 $\text{一}\text{一}\text{一}$ 爲田長長闊相乘得下式

$\text{○}\text{一}\text{一}$ 爲直田積於頭再置天元徑以自之又三之四而一得 $\text{○}\text{一}\text{一}$ 爲內池積以減頭位得 $\text{○}\text{一}\text{一}$ 爲一段如積數寄左然後列真積三十九畝一分半以畝法通之得九千三百九十六步與左相消得 $\text{一}\text{一}\text{一}$ 開平方得二十四步爲內池徑也加二之邊至步爲田闊若加二之頭至步即田長。

直 田



依條段求之。倍頭至步。與倍邊步相乘。以減田積。爲實。併一頭一邊步。又倍之。爲從。二分半常法。

義曰。此間與第一問條段頗同。但所減者爲四個小

池積。〔案〕池。當作隔。〔銳案〕池積。當作直積。此間減去四隅。與第一問正同。所異者。第一問爲小方積。此

爲小直積耳。案。非。

第四十問

今有直田一段。中心有圓池。水占之外。計地四畝五十三步。只云外田長平和。得

七十六步。太半步。從田四角去池楞。各十八步。問外田。水池徑。各多少。

答曰。田長五十步。闊二十六步太。池徑二十步太。

法曰。立天元一爲內池徑。加倍角至步三十六。得三十一爲直田斜。以自之。

得世太一爲田斜。便是一積一。又九之。得下式。三十一爲十八積九較。幕

也。寄左列和步七十六步太。〔案〕太。即三分步之二。通分內子得三十一以自之。得五萬

減	從	減
從	圓池	從
減	從	減

〔銳案〕此圖。元本脫左右兩從字。今增。

田 直



二千九百步爲九段和幕於頭。爲九段和幕者。元帶三分母。以自之。得九。又置天元圓徑。以自之。又

三之。四而一。得唵<sup>ㄨ</sup>爲一段圓積也。加入見積一千一十三步。得<sup>ㄨ</sup>○<sup>ㄨ</sup>共爲直積一段。又十八

之。得<sup>ㄨ</sup>○<sup>ㄨ</sup>爲十八段直積。以減頭位。得<sup>ㄨ</sup>○<sup>ㄨ</sup>亦爲九段田斜幕。與左相消。得<sup>ㄨ</sup>○<sup>ㄨ</sup>合以平

方開之。今不可開。〔案〕不可開者。謂廉隅數多。而得數又不能盡也。先以隅法二十二步半。乘實二萬三千單二步。得五十

一萬七千五百四十五步正。爲實元。從六百四十八負。依舊爲從。一益隅。平方開之。得四百六十

五步。〔銳案〕此開方除。以實爲正。從爲負。益隅亦是負也。蓋惟用相消法。故所得正負如此。若兩邊加減。則三者並爲多號矣。相消與加減法不同。此其明證也。以元隅二十二步半

約之。得二十步三分之二。爲內池徑也。加倍至步。爲田斜。以自之。

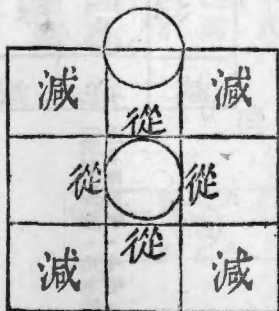
爲二積一較幕。又二之。於頭位。以和步幕減頭位。餘以平方開之。

卽田較也。加入和步。折半。爲長。若減於和步。折半。爲闊也。

依條段求之。列相和步。自乘爲幕。內減倍積及四段至步幕。爲實

四之至步。爲從。二步半常法。

義曰。和步幕內減了二直積。只有一段斜幕也。減二直積時。漏下



兩個圓池。該一步半。又正有一步。共計二步半常法也。求較者。先置池徑二十步太。帶三分

母。便為三個徑也。加入六之至步一百八步。得○便為三個田斜也。以自之得。為九段斜。是

十八個直積。倍之得。為三十六段田積。一十八段較。於頭。再置和步七十六步太。亦帶三

分母。便為三個和也。以自之得。為九段和。是三十六直積。九較。以減頭位。餘。為九段較。平方

開之。得七十步。以三約之。得二十三步三分步之一。為田較也。凡欲見夫一方田之長闊及斜者。

准此法求之。又法。求圓池徑者。立天元一。為三個內池徑。以自之得。為九段池徑。便是

十二段圓積也。加十二段見積。得○。為十二段直積。又身外加五。得。為十八段直田

積。於頭。又列和步七十六步太。通分內子。得二百三十。自之得。為和。九段。是直積三十六。內

減頭位。得下式。為九段斜。寄左。再置天元圓徑。加六之角。至步一百八步。得。為

三個田斜。以自之得。亦為九段斜。與左相消。得。開平方。得六十二步。為三個

圓池徑也。以三約之。得一個圓徑二十步三分之二。此名之分天元一術。前法乃連枝同體術也。

〔案〕分天元一術。即天元一內帶分求之。得數而後約之。連枝同體術。即通分開方得數而後約之。皆兼通分之法也。〔銳案〕本文以之分二字相屬。案云分天元一術。誤。



第四十一問

今有直田一段。中心有圓池。水占之。外計地三千九百二十四步。只云從外田角斜通池徑七十一步。外田長闊相和得一百五十八步。問三事各多少。

答曰。圓徑十二步。田長一百二十六步。闊三十二步。

法曰。立天元一為內圓徑。以減倍通步一百四十二步。得 $\equiv$ 十為田斜。以自之。

得 $\equiv$ 十為二積一較。纂於頭。又立和步一百五十八步。以自之。得 $\equiv$ 十為四積。

一較。纂內減頭位。得 $\equiv$ 十為二直積。寄左。又立天元池徑。以自之。又

三之。二而一。得 $\equiv$ 十為兩個池積也。加入二之見積七千八百四十八

步。得 $\equiv$ 十亦為一段直積。與左相消。得 $\equiv$ 十平方開之。得一十二

步。為內池徑也。

依條段求之。二之積步內。加四段通步。纂卻減一段和步。纂為實。四之

通步。為從。二步半虛常法。



義曰。減一和步。是減四積一較幕也。四之通步。幕內減了一個斜幕。却又減過二個直積。故二之積步加之。從內欠一個方。減二積時。漏下兩個圓池。又該欠一個半方。共欠二步半。虛常法也。

第四十二問

今有直田一段。中心有圓池。水占之外。計地一萬八百步。只云從田角至水池楞六十五步。其外田闊不及長七十步。問三事各多少。

答曰。田長一百五十步。闊八十步。圓池徑四十步。

法曰。立天元一。為內池徑。加倍至一百三十步。得 $\text{得}\text{太}$ 一為田斜。以自之。

得 $\text{得}\text{〇}$ 一為田斜幕。於頭。又置田較七十步。以自之。得 $\text{得}\text{〇}$ 為較幕。以減

頭位得 $\text{得}\text{〇}$ 一為二田積。寄左。再立天元池徑。以自之。身外加五。得 $\text{得}\text{〇}$

得 $\text{得}\text{〇}$ 為兩池積也。加二之見積二萬一千六百步。得 $\text{得}\text{〇}$ 。(鏡案)元本脫得字。今增。

得 $\text{得}\text{〇}$ 亦為二直積。與左相消。得 $\text{得}\text{〇}$ 。開平方。得四十步。即池徑也。以徑

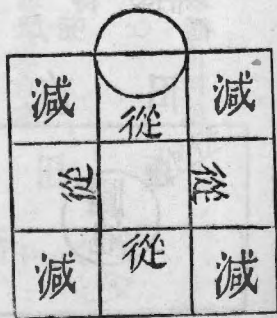
自之。三之。四而一。加入見積。為實。以闊不及長。為從。開方。得田闊。

直田



依條段求之。二之田積內。加較幕。却減四段。至步幕。為實。四之至步。為從。半步虛常法。

義曰。二積內加一个較幕。恰補就一个斜幕也。其二積內。有兩個圓池。是元虛了一步半方也。於積內。却實有一步除外。只虛了半步也。



# 益古演段卷下

## 第四十三問

今有圓田三段。一依古法。一依密率。一依數率。共計地二十畝五十二步一百七十五分步之二

十三。只云密徑多於古徑九步。微徑多於密徑九步。問三徑各多少。

答曰。古徑三十六步。密徑四十五步。微徑五十四步。

法曰。立天元一為古徑。加多九步得 $\text{三十一}$ 為密徑。以自之得 $\text{三十一}$ 為

密徑。又以十一乘之得 $\text{三十一}$ 為十四段密圓積。於頭。又立天元古徑。

加二之多步一十八步得 $\text{三十一}$ 為微徑。以自之得 $\text{三十一}$ 為微徑。幕也。又

以一百五十七乘之得 $\text{三十一}$ 為二百段微圓積。於中〔案〕微率。周一百五十七。徑五十。徑乘

周。四歸。為圓幕。今以徑幕乘周。當以徑五十除之。再四歸。又置天元古徑。以

之。為圓幕。不除。便為五十乘之。又四乘之。之二百圓幕也。自之。又三之得 $\text{三十一}$ 為四段古圓積。於下。乃求三積齊同分母而併之。先

古徑三十六步

密徑四十五步

微徑五十四步





也。求三積齊同分母。元分母數一百七十五。元乘積數一千四百。此二數相乘。二十四萬五千。即大分母也。三積總率。皆齊同於此。既得此齊同分母。乃各以先求到段數約之。微率得一千二百二十五。密率得一萬七千五百。古率得六萬一千二百五十。故反以乘段數。皆齊同於二十四萬五千也。

〔案〕條段分母數簡於前法者。用舊術也。然各分母之數。猶有可省者。蓋衆數取分母數。必得最小者。方為確準。其義見秦九韶數學九章大衍術中。今附其法於後。以發明前法所未盡者。

法列四數。先以元母一百七十五。與密方率十四相度。得度盡二數之數為七。次以二數相乘。以度盡數除之。得三

三五〇  
二〇〇  
一五〇  
二〇〇  
一五〇  
五〇

三五〇 母數二  
二〇〇 率方微

一七五  
一四  
七〇〇  
一七五  
二四五〇  
三五〇  
三七  
二四五〇  
二二  
三五  
三五  
〇〇〇

一七五 一七五 母元  
一四〇 一四 率方密  
三五 二〇〇 率方微  
二八 四 率方古  
七

百五十爲二數總母。又以二數總母與微方率數相度。得度盡二數之數爲五十。以二數相乘。度盡數除之。得一千四百。爲三數總母。又以三數總母與古方率數相度。則古方率四。卽爲度盡二數之數。二數相乘。度盡數除之。仍得一千四百。卽爲四數總母。然後以密方率十四除之。得一百。爲密分母。以微方率二百除之。得七。爲微分母。以古方率四除之。得三百五十。爲古分母。以元分母一百七十五除之。得八。爲原積分母。以此數與各段羈積相乘除。較原數所省多矣。

第四十四問

今有梯田一段。長二百四十步。竝不知東西兩闊。只云從東頭截長五十步。計地三畝。從西頭截長三十步。計地五畝。問二闊各

一四〇〇	一四〇〇	一四〇〇	母數三
四一	二		
五六〇〇	二〇〇		
一四〇〇	二〇〇		
四	〇〇〇		
五六〇〇			
四			
一六			
一六			
〇〇〇			

三五〇	
二〇〇	
七〇〇〇〇	
一四〇〇	
五	
七〇〇〇〇	
五	
二〇	
二〇	
〇〇〇〇	

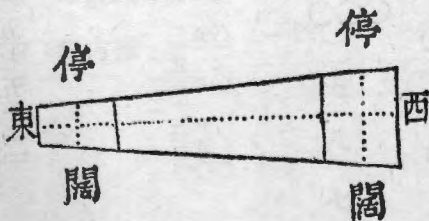
四 母數古



多少。

答曰。東頭元闊一十一步二分。西頭元闊四十一步九分二釐。

法曰。此問先須求見兩頭各截之停廣。求東截停廣者。置東頭所截三畝之積七百二十步。以截長五十步除之。得一十四步四分。為東截地之停廣也。求西截停廣者。置西頭所截五畝之積一千二百步。以截長三十步除之。得四十步。為西頭所截停廣也。乃立天元一為每步之差。以東頭截長五十步乘之。折半。得 $\frac{25}{2}$ 。以減東停廣一十四步四分。得 $\frac{11}{2}$ 。為東頭元小闊。於上。再置天元差步。以西頭截長三十步乘之。得 $\frac{15}{2}$ 。折半。得 $\frac{15}{4}$ 。加入西頭停廣四十步。得 $\frac{165}{4}$ 。為西頭大闊也。內減東頭小闊餘 $\frac{11}{2}$ 步。為二闊總差也。寄左。再立天元每步差。以正長二百四十步乘之。得 $\frac{11}{2}$ 。亦為二闊總差。與左相消。得 $\frac{11}{2}$ 步。下法上實。如法而一。得一分二釐八毫。為每步之差也。置每步之差。以西頭截長三十步乘之。得三步八分四釐。折半。得一步九分二釐。加入



西頭停廣四十步。得四十一步九分二釐。爲西頭元大闊也。又置每步之差以東頭截長五十步乘之。得六步四分。折半。得三步二分。以減於東頭停廣一十四步四分。餘一十一步二分。爲東頭元小闊也。此問止求每步之差。更不須以條段明之。

舊術。依法求得東停廣與西停廣數。乃以二停廣相減。餘以二百而一。謂東截長五十步。其停廣當二十五步。餘去了二十五步也。

四截長三十步。其停廣當一十五步。餘去了一十五步也。兩頭計去了四十步。以減於正長二百四十步。餘二百步。所得爲每步之差。乃副置半步之差。左以東截長乘之。以減東停廣。餘爲東元闊也。右以西截長乘之。以加西停廣。併爲西元闊也。又法置一步之差。以正長二百四十乘之。所得爲都闊差也。以都闊差加於小頭闊。則爲大頭闊也。

#### 第四十五問

今有方田一段。中心有方池水占之。外計地一畝。只云從外田東南隅。至內池西南隅。一十三步。問內外田方各多少。

答曰。內池方七步。外田方一十七步。

法曰。立天元一爲內池方。以自乘。倍之。得元。||加入見積。得○。||寄左。又列至步。自之。得一百六

十九步。又倍之。得三百三十八步。與左相消。得 $\text{三}\text{寸}\text{太}$ 。○開平方。得七步。即內池方也。池方自之。加入見積。再開平方。即外田方面也。

依條段求之。只據前式。便是。更不須重畫也。只是將見積打作四段小直田。以池面為較。以外田方面為和。以斜至步為弦。然此問。惟是其池

正在方田中心。可依此法求之。若稍有偏側。則不能用也。

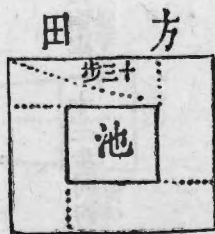
舊術。列去角步。自乘。為二位。頭位。減半田積。開平方。見內池面。下位。加半田積。開平方。見外田面也。

第四十六問

今有方圓田各一段。共計積一百二十七步。只云其方面大如圓徑。圓徑穿方斜。共得二十步。問面徑各多少。

答曰。方面一十步。圓徑六步。

法曰。立天元一為圓徑。減穿步。得 $\text{二}\text{寸}\text{太}$ 為方斜。以自之。得 $\text{三}\text{寸}\text{太}$ 。○為方斜幕。於頭。再置天元圓徑。



以自之。又以一步四分七釐乘之。得  $\text{ㄩㄩ}$  步為展起圓田也。併入頭位。得

$\text{ㄩㄩ}$  步為展數如積一段。寄左。然後列見積一百二十七步。兩度下加

四。兩度下加四。止是以一步九分六釐乘之也。變方田為斜田也。得二百四十八步九分二釐。與

左相消。得下式  $\text{ㄩㄩ}$  開平方。得六步。即圓徑也。以徑減穿步。即方斜也。

依條段求之。穿步幕內。減去展起見積。為實。二之步穿。為從。二步四分七

釐虛隅。

義曰。下式乃展起之圓積也。亦俱是減數也。此數該一步四分七釐之方。

又從步內疊出一步虛隅。計得二步四分七釐常法

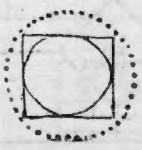
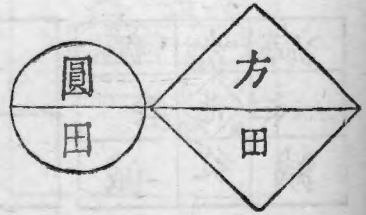
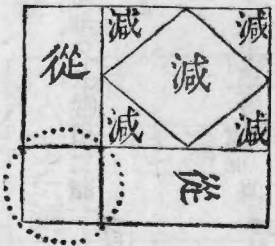
也。

舊術曰。以一步九分六釐乘田積。為頭位。又列穿步

自乘。內減去頭位。餘為實。倍穿步為從。廉常置二步

四分七釐。減從開方。

益古演段 卷下



第四十七問

今有直田一段。中心有小方池。結角占之。外計地二千七十九步。只云從田二頭至池角二十一。一步半。兩邊至池角七步半。問三事各多少。

答曰。長六十四步。闊三十六步。池方一十五步。

法曰。立天元一為內方面。身外加四。又加二之頭至步四十三。得<sup>太</sup>三<sub>三</sub>為

田長也。又置池方面。身外加四。又加入二之邊至步一十五。得<sup>太</sup>三<sub>三</sub>為田

闊也。長闊相乘。得下式。<sup>三</sup>三<sub>三</sub>二<sub>三</sub>為直田積。於頭。又置天元池方面。以自之。

得<sup>元</sup>一<sub>三</sub>為內方池。以減頭位。得<sup>三</sup>三<sub>三</sub>二<sub>三</sub>為如積一段。寄左。然後列見積二

千七十九步。與左相消。得<sup>三</sup>三<sub>三</sub>三<sub>三</sub>開平方。得一十五步。即內池方面也。方

面外加四。副二位。若加兩頭至池步。見長。若加兩邊至池步。即見闊也。

依條段求之。積步內。減四段邊至與頭至步相乘數。為實。併邊至頭至步

倍之。又身外加四。為從。九分六釐常法。

直 田



義曰水池外有九分六釐常法從步皆加四者蓋於斜上求方面也。

第四十八問

今有方田一段內有直池水占之外有地三百四十步只云其池廣不及長四步又云從田楞通池長一十五步問三事各多少。

答曰田方二十步 內池長一十步 廣六步。

法曰立天元一爲池長減於倍通步得(銳案)元本脫太得字今增三十爲田方

面以自之得元一爲田方積於頭再置天元池長內減較四步

得(銳案)元本脫太得字今增一爲池闊以天元乘之得元一爲直池

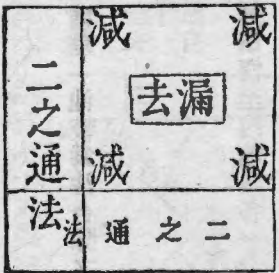
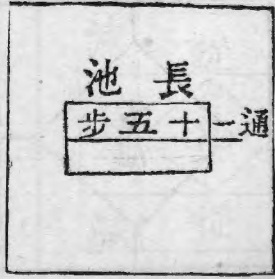
積以減頭位得元下爲如積一段寄左然後列直積三

百四十步與左相消得元下下法上實如法而一得一十

步卽池長也以長減於倍通步卽方田面也。

依條段求之四段通步幕內減田積爲實四之通步內減

田 方



來漏

池較爲法。如法得池長。

義曰。四之通步爲法。內欠一个池長。用所漏之池補之。猶差一池較。爲法合除之數也。既於實積內虛了此數。故作法時。於四之通步內。減去一數也。

第四十九問

今有方田一段。內有小方池。結角占之。外計地一萬八百步。只云從外田楞至內池角。各一十八步。問內外方各多少。

答曰。外田方一百二十步。內池方六十步。

法曰。立天元一爲內方面。身外加四。又加倍至步三十六。得

爲田方面。以自乘。得  $100$  爲外方積。於頭再置天元內方

面。以自之。得  $100$  爲內池積也。以減頭位。得  $100$  爲如積一

段。寄左。然後列真積一萬八百步。與左相消。得  $100$  開平方。

得六十步。爲內池方面也。內方面身外加四。又加倍至步。卽方面也。

田 方



依條段求之。見積內減四段至步。爲實。四之至步。身外加四。爲從。九分六釐常法。

義曰。從步內加四者。是於一个方面上求。

第五十問

今有方田一段。內有小方池。結角占之。外計地九千三百七十五步。只云

從外方角至內池面各五十七步半。問內外方各多少。

答曰。外田方一百步。內池方二十五步。

法曰。立天元一爲內方面。加倍至步一百一十五步。得 $\text{||||}$ 一爲外

田斜。以自之。得 $\text{||||}$ 〇一爲所展方積。於頭。再置天元內池面。以自

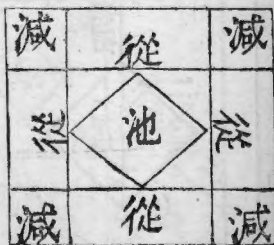
之。得 $\text{元}$ 一爲內池積。又就分以一步九分六釐乘之。得下 $\text{元}$ 自亦

爲所展之池積也。以減頭位。得 $\text{||||}$ 〇 $\text{下}$ 爲一段所展如積。寄左。然

後列真積九千三百七十五步。以一步九分六釐乘之。得一萬八千三百七十五。與左相消。得〇

方

田





○<sub>下</sub>開平方得二十五步即內方面也。

依條段求之展積內減四段至步幕為實四之至步為從九分六

釐虛常法。

義曰展積時其池亦展得虛了九分六釐也。

第五十一問

今有方田一段內有小方池結角占之外計地四十五畝只云從外田南

邊斜通池北角一百二步問內外方各多少。

答曰外田方一百二十步內池方六十步。

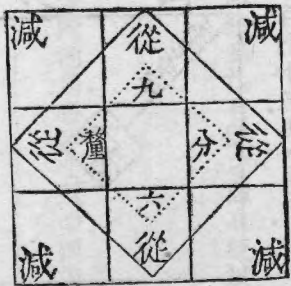
法曰立天元一為內方面身外加四為池斜以減於倍通步二百

四步得 $\equiv$ 為外方面以自之得 $\equiv$ 為方田積於頭又置天

元內池面以自之得 $\equiv$ 為內方池也。以內方池減頭位得 $\equiv$

為如積一段寄左然後列真積一萬八百步與左相消得 $\equiv$

田 方



平方開之得六十步為池方面也。

依條段求之四段通步幕內減見積為實四之通步加四為從。

九分六釐虛隅法。

義曰從步身外加四者蓋是於池斜上求池面也。

舊術曰倍通步自乘以田積減之餘折半為實倍通步加四為

從廉常置四分八釐減從開方見內方面。

第五十二問

今有方田一段內有方池結角占之外計地三十九畝零一十五步只

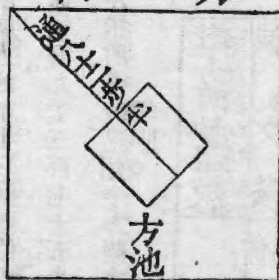
云從田東南角至內池西北面八十二步半問內外方面各多少。

答曰外田方面一百步內池方面二十五步。

法曰立天元一為內方面減於倍通步一百六十五步得

為外田斜也。以自之得為所展外田積於頭再置天元

方田



池方面以自之為方池積。又就分以一步九分六釐乘之得。𠄎<sub>T</sub>為所展方池積也。以減頭位得

𠄎<sub>T</sub>下為展起底如積一段寄左。然後列真積三十九畝一十五步。通納得九千三百七十五步。又就所展分母一步九分六釐乘之得一萬八千三百七十五步。與左相消得。𠄎<sub>T</sub>平方開之。

得二十五步。即內池面也。以池面減於倍通步。又身外去四。即外方

面也。

依條段求之。四段通步羈內減展積為實。四之通步為從。九分六釐

常法。

義曰。元以展積減四段通步羈時。漏下一步九分六釐池積。今來於

從步內疊用了一個方外。剩九分六釐。

第五十三問

今有方田一段。內有直池結角占之。外計地八百五十步。只云從田角水長三十七步。通水闊三十二通

步。問三事各數。



答曰池長二十五步。闊一十五步。外田方三十五步。

法曰立天元一爲內池長。減於倍通步七十四步。得 $\text{太}$ 十爲外

田斜也。以自之。得 $\text{丁}$ 卅一爲所展外田積。於頭。再置倍通長七

十四步。內減倍通闊六十四步。餘一十步。乃池長闊差也。或直以通

長通闊相減。餘者倍之。亦爲長闊差也。再置天元池長。內減長闊差。得 $\text{太}$ 一爲闊也。

以天元長乘之。得 $\text{元}$ 一爲直池積也。又就分以一步九分六釐

乘之。得 $\text{步}$ 卅爲展起底直池積也。以減頭位。得下式。 $\text{丁}$ 卅一爲所展如積一段。寄左。然後列真

積八百五十步。就分以一步九分六釐乘之。得一千六百六十六步。與左相消。得 $\text{元}$ 卅一開平方。

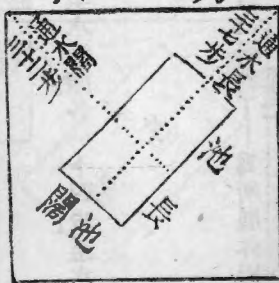
得二十五步。爲內池長也。以減倍通長步。又身外去四。卽外田方面也。

依條段求之。四段通長幕內。減展積。爲實四之通長。於頭。以一步九分六釐乘長闊差。以減頭位。

爲從。九分六釐常法。

義曰。據從步合用之積。於疊起處。少了一方。今將減積時漏下所展水池。補了一甲之地。若更得

田 方



一乙之地。則共補成一步九分六釐之方

也。(案)原圖仍用正方。今易為直方。庶為簡明。今不可補。故於從

步內減去所展差步。便是於從法合用之

積內。借了一乙之地。恰補就一步九分六

釐之方也。除補了疊起的一步方外。猶剩

九分六釐。故以之為常法也。

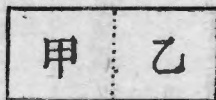
第五十四問

今有方田一段。內有直池。結角占之。外計地一千一百五十步。只云從田角至水兩頭。各一十四步。至水

兩邊。各一十九步。問三事各多少。

答曰。方四十五步。池長三十五步。闊二十五步。

法曰。立天元一為池闊。加二之邊。至步三十八。得<sub>三</sub>一為外田斜。以自之。得<sub>四</sub>一為所展外田積。於頭二之邊。至步內。減二之頭。至步餘一十步。為池長闊差也。再置天元池闊。加差一十步。得



一為池長也。用天元池闊乘之。得 $\text{元}$ 一為直池積也。又就分以一步九分六釐乘之。得 $\text{元}$ 下步  
 為所展之池積也。以減頭位。得 $\text{元}$ 下步為所展如積一段。寄左。然後  
 列真積一千一百五十步。以一步九分六釐乘之。得二千二百五十  
 四步。與左相消。得 $\text{元}$ 開平方。得二十五步。為池闊也。又加二之邊至步。又身  
外去四。即外方面也。

依條段求之。展積內減四段邊至步。為實。四之邊至步。於頭。以一

步九分六釐。乘長闊差。減頭位。餘為從。九分六釐虛常法。

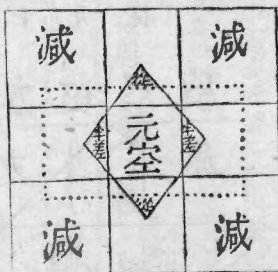
義曰。所展池積內。將四段紅〔案〕原圖。應減者以紅色別之。積。恰補作九分

六釐虛常法。其兩個所占半差。於減從時。又以一步九分六

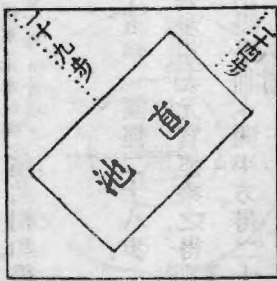
釐乘之。者蓋欲合身外加四所乘積也。

〔案〕展積義多未備。此條尤略。今另具圖說以詳之。

義曰。外四隅方。所減之四至。為中十字積為實。則池闊為隅。四之至步為從也。附直池外斜方。



〔銳案〕此圖有脫誤。義稱四段紅積。亦未審何指。闕疑可也。



展池積也。平分上下二尖形。附於左右二尖形外。成一原池闊。乘展池正長之直方。展池正長。爲原池長之一步九分六釐。十字積與展池積之較。爲實。是前從隅內。應少原池長之一步九分六釐。又爲少原池長闊較之一步九分六釐。故展較減前從。以爲從。展隅反減前隅。爲虛隅也。

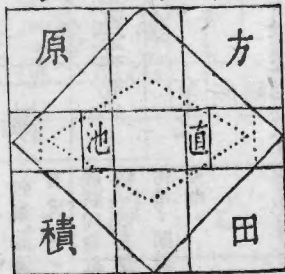
第五十五問

今有圓田一段。內有圓池水占之。外計地二十三畝一分。只云內外周與實〔鏡案〕元本脫與實二字。今增。徑共相和得四百二十四步。問內外周徑各多少。圖依密

答曰。外周二百八十六步。徑九十一步。內周一百一十步。徑三十五步。實徑二十八步。

法曰。立天元一爲實徑。以減相和步四百二十四。得卅。爲內外周共步。用天元實徑乘之。得卅。爲如積兩段。寄左。然後列二之真積一萬一千八十八步。與左相消。得卅。開平方。得二十步。爲實徑也。以徑步除田積。於頭位。又二十二乘徑步。如七而一。得數。若加頭位。卽外周。若減

方田展積



頭位。即內周也。

義曰。以徑步除田積。所得。乃半內周半外周共步也。又據古率。

三個實徑。即是半個外內周差步也。緣此關係是密率。故以二

十二乘徑。以七約之也。既得半差。以加共步。即是外周。以減共

步。即是內周也。又據古率。三之實徑。以加減共步者。緣共步便

三空徑。三實徑共數也。於此共數內。加三實徑。則恰是三個大

圓徑。故為一個外周也。若共數內減去三實徑。則正有三個小圓徑。故為一個內周也。今是密率。

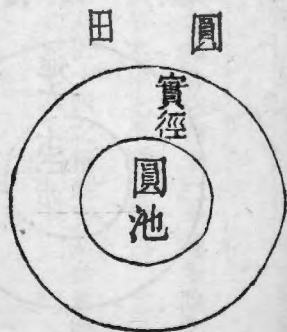
故先以二十二之七而一。所以附就此數。以求內外周也。

依條段求之。倍積步。為實。和步為從。一

益隅。

義曰。以和步為從。是於內外周數外。又

引出一步虛常法也。





第五十六問

今有圓田一段內有圓池水占之外計地二十三畝一分只云從外田通內池徑六十三步問同前。

答同前。

法曰立天元一為實徑加通步六十三得三十一為外田徑以自之得下三十一為外圍徑幕又十

一之得下式三十一為十四段外圍積於頭再置天元實徑以減

通步得六十一為內圍徑以自之得三十一為內圍徑幕又十一之

得三十一為十四段內圍積也以減頭位得下式三十一步為十四段

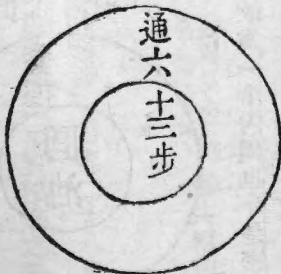
如積寄左然後列真積二十三畝一分法通得五千五百四十四

又就分一十四之得七萬七千六百一十六與左相消得三十一下

法上實如法而一得二十八步為實徑也以實徑加通步即外徑

若減通步即內池徑也

依條段求之十四之積為實四十四之通步為法求得實徑



此十四个真積便是實徑爲平。

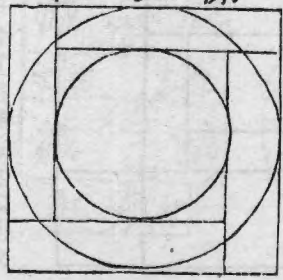
七个内外周爲長一段直田也。

此問難以爲式。強立此式以推之。每積之長。乃三个通步。今十四之積。合以四十二个通步除之。今用四十四之通步爲法者。緣密率之周。稍多於古率之周也。假令古率七个積。即用合二十一个通步爲法。若依密率七个積。即合用二十二个通步爲法。此問乃併十四之積爲實。是合用四十四个通步爲法也。

舊術曰。二十二之通步。如七而一。爲法。除田積。見徑。又法。併通步。自之。又十一之。於上。以十四之積減上。餘爲實。四十四之通步爲法。見池徑。

〔案〕條段皆於立天元一內取出。而於方圓變積之義。或未暇深思。故謂難以爲式。若以方環圓環解之。固易易耳。今增一圖義於後。而舊術又法先求池徑。更可互相發明。因竝附焉。

條段圖



義曰。圓幕率十一。方幕率十四。以十四乘圓環積。便為十一方環積。每環為實徑乘通步之直方。故以十一方環積為實。四十四通步為法。即得實徑也。

義曰。倍通步。即大小徑併。其幕內有大小徑幕各一。大小徑相乘。直方二。內減圓環積所變之方環積。餘小徑幕二。大小徑相乘之直方二。又為小徑乘大小徑併之直方二。又為小徑乘通步之直方四。故以十一倍之積較為實。四十四之通步為法。即得小徑也。

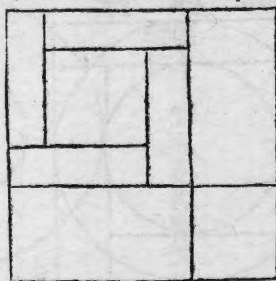
第五十七問

今有圓田一段。內有直池水占之。外計地八千七百四十四步。只云兩頭至田榜各二十一。兩畔至田榜各四十五步。問三事各數。

答曰。田徑一百二十四步。池長八十二步。闊三十四步。

法曰。立天元一為池闊。加二之畔至步。得太一為外田徑。以自之。得〇〇三為田徑幕。以三之。得

舊術又法圖





舊術曰。四之積步於上。又倍一畔步。自乘。三之。減上。餘為實。又併一頭一畔步。六之。內減了長闊之差。餘為從。廉常置一步。減從開方。見池闊也。

第五十八問

今有圓田一段。內有直池水占之。外計地一千五百八十七步。只云從田楞通池長四十二步。通池闊三

十七步。問三事各數。

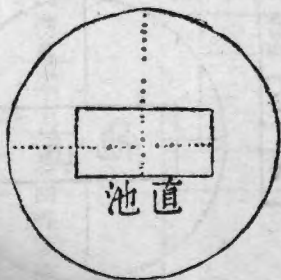
答曰。田徑五十四步。池長三十步。闊二十步。

法曰。立天元一為內池長。以減倍通長八十四步。得三十一為田徑。以自之。得三十一為田徑。以三之。得三十一為四段圓田。於頭再立天元一為池長。內減長闊差。得十一為池闊。以天元

一乘之。得十一。又就分四之。得三十一為四段池積。求長闊差者。倍通長內減。

倍通闊即以減頭位。得下式。三十一為四段如積。寄左。然後列四之真積六千三百四十八步。與左相消。得三十一開平方。得三十一為內池長也。以長減倍通長。即田徑也。

圓田



舊術曰。四之積步。於上。又倍一畔步。自乘。三之。減上。餘爲實。又併一頭一畔步。六之內減了長闊之差。餘爲從。廉常置一步。減從開方。見池闊也。

第五十八問

今有圓田一段。內有直池水占之。外計地一千五百八十七步。只云從田榜通池長四十二步。通池闊三

十七步。問三事各數。

答曰。田徑五十四步。池長三十步。闊二十步。

法曰。立天元一爲內池長。以減倍通長八十四步。得 $\text{卅一}$ 爲田

徑。以自之。得 $\text{壹千卅一}$ 爲田徑幕。以三之。得 $\text{壹萬零貳百三十三}$ 爲四段圓田

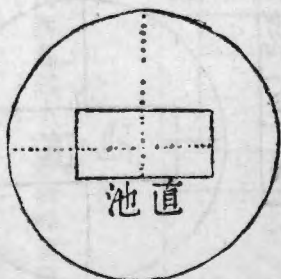
於頭。再立天元一爲池長。內減長闊差。得 $\text{卅一}$ 爲池闊。以天元

一乘之。得 $\text{卅一}$ 。又就分四之。得 $\text{壹萬零貳百三十三}$ 爲四段池積。求長闊差者。倍通長內減。

倍通闊即以減頭位。得下式。 $\text{卅一}$ 爲四段如積。寄左。然後列四之真積六千三百四十八步。與左

相消。得 $\text{卅一}$ 開平方。得三十步。爲內池長也。以長減倍通長。卽田徑也。

圓田



依條段求之。十二之通步。羸〔銳案〕此及下通步。並謂通長步也。內減四之見積。爲實。十二之通步。內減四差。爲從一。

步常法。

義曰。十二之從步內。減去

了三個差。又以三個漏下

池積。補了疊起底三個虛

方外。猶剩一池。更用一差減從。併上所剩之一池。恰補成一步常法也。

第五十九問

今有二方夾一圓。失却圓水占外。有田積一十一畝五分五釐。其方圓相去。重重徑等。問方圓各多少。

答曰。內方面一十二步。圓徑三十六步。外方面六十步。

法曰。立天元一爲等數。五之得元〔銳案〕此及下文次位下兩一字。當是欲區別頭爲外方面。自之得元〔銳案〕此及下文次位下兩一字。當是欲區別頭爲外方積。於頭一。

位次位。故作一畫以截之。展轉傳寫。乃誤爲一字耳。次立天元一爲等數。以三之得元〔銳案〕此及下文次位下兩一字。當是欲區別頭爲中圓徑。以自之得元〔銳案〕此及下文次位下兩一字。當是欲區別頭爲圓徑羸。

又三之。四而一得元〔銳案〕此及下文次位下兩一字。當是欲區別頭爲池積。以減頭位得元〔銳案〕此及下文次位下兩一字。當是欲區別頭爲外田積。內減了中圓積之數。於次位一。再立

減	減	二之從
池直	減	差池
減	減	二之從
從之二	減	差池
減	減	二之從
池直	減	差池
減	減	二之從
從之二	減	差池
減	減	二之從
池直	減	差池
減	減	二之從
從之二	減	差池

池直池  
差池

天元等數便為內方面以自之得〇一為內方積却加入次位得下四步元為如積一段寄左然後

列真積一十一畝五分五釐以畝法通得二千七百七十二步

與左相消得三十一步下法上實如法而一得一百四十四步再

開平方得一十二步為等數也〔銳案〕此下法乃天元自乘羈之積數故除實所得須再開方若以

此下法為常法無從開平方則徑得等數矣下問放此便是內方面也三之為中圓徑五之

為外方面此問更無條段舊法以十九步二分半除積步得

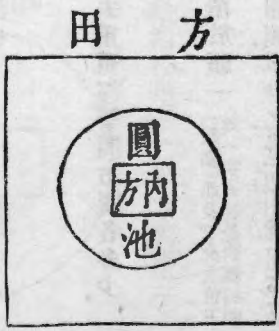
內方羈只是以一步推之也假令內方一步則圓徑三步外方

面五步也於外方積二十五步之內減了中圓積六步七分半却加入內方積一步計得十九步

二分半也

第六十問

今有二圓夾一方失却中方水占外有田積一十四畝一分七釐半其方圓相去重重徑等問方圓各幾何







第六十一問

今有方田一段。靠西北隅有圓池。水占之。外計地九百二十五步。只云從外田東南隅至池楞。二十五步。

問面徑各多少。

答曰。外田方面三十五步。內池徑二十步。

法曰。立天元一為內池徑。身外加二。得三。步為池東南楞至田

西北角也。又加斜至步二十五步。得太。仁為外田斜。以自之。得

四。分七釐乘之。得元。為所展圓池積。以減頭位。得。為

所展如積一段。寄左。初立天元身外加二者。以方求斜。合加四。今求

半斜和之。然後列真積九百二十五步。就分以一步九分六釐乘

之。得一千八百一十三步。與左相消。得。平方開得二十步。為池徑也。池徑外加二。又添入

斜至步。却身外除四。即外方面也。

斜至步。却身外除四。即外方面也。

方田



依條段求之。展積內減斜至。爲實。倍至步。身外加二。爲從。三釐虛常法。減從開平方。

義曰。於一方外。虛了四分七釐。從上帶了四分外。虛七

釐。又於從上乘起四釐外。猶虛三釐。故以三釐爲常法。

〔鏡案〕此文有舛誤。蓋展池一方外。所虛之四分七釐。每分以圓徑爲長。十分圓徑之一爲闊。每釐爲十分圓徑之一之自乘。兩

個從步上所帶之四分。每分以圓徑爲長。以十分至步之一爲闊。與所虛之分不相等。從上本不得有乘起之四釐。即使有之。其每

釐亦並爲十分至步之一之自乘。與所虛之釐。亦不相等。分釐既不相等。即不得以從上所加之數。消去所虛之數也。從上所以

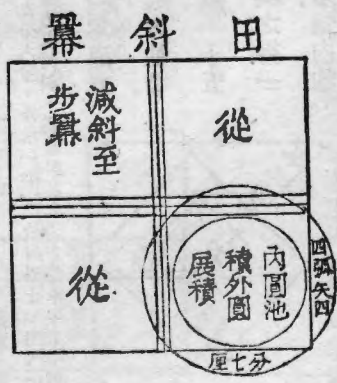
加二者。緣田斜幕內。減去至步。又少卻一步四分四釐一個虛方外。有圓徑加二乘。至步底二段直積。此直積與至步加二乘。圓徑

底二段直積等。今求圓徑。故倍至步加二爲從。非因虛卻四分四釐。乃有所加也。三釐爲虛常法者。展池虛一步四分七釐。所

少之虛方止。有一步四分四釐。猶虛三釐。故以爲虛常法。亦非因加入四分四釐。乃只虛得三釐也。此圖內二分。合畫作極細形狀。與四分七釐外圓邊

正自相應。今不應者。但二分差闊耳。所以畫作差闊之狀者。正欲易辯二分之數也。

〔案〕原圖式。有附斜至。幕外磬折形。無附池徑。幕外磬折形。且二形相離。皆傳本之誤也。故義中。論亦不知其何指。今訂補此圖。二分不必加闊。未嘗不易辨也。



第六十二問

今有方田一段。靠西北隅有方池。結角占之。外計地四畝一十五步。只云從外田東南隅。斜至水方面。一

十九步。問內外各多少。

答曰。外方面四十步。內方面二十五步。

法曰。立天元一爲池方面。身外加四八。又加入斜至步一十九步。得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{元} \\ \text{一} \end{matrix}$ 爲外田斜也。先將池斜變爲方。故加

四。後又將池方變爲斜。復合加四。兩度加四於一步上。合得一步九分六釐。今求一半。故身外止加四八也。〔案〕方一步求斜。身外加四。又以斜爲方。求斜。再身外加四。是原方求再斜。爲身外加九六。今求半方半再斜

之和數。故以自之。得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{元} \\ \text{一} \end{matrix}$ 爲外田斜。於上再立天元一爲池方

面。以自之。又以四十九乘之。如二十五而一。得 $\begin{matrix} \text{元} \\ \text{一} \end{matrix}$ 爲展起方池積。

以減上。得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{元} \\ \text{一} \end{matrix}$ 爲所展如積一段。寄左。然後列真積四畝一十五

步。以畝法通得九百七十五步。又隨分以一步九分六釐乘之。得一

千九百一十一。步與左相消。得 $\begin{matrix} \text{太} \\ \text{元} \\ \text{一} \end{matrix}$ 平方開得二十五步。爲內池

方面也。於此方面上兩次求斜。合得一步九分六釐。以除元方一步外。有九分六釐半之。則得四



分八釐。故此方面上。加四八。更加入斜至步。爲大方斜也。

以條段求之。展積內減至步。爲實。二之至步。以一步四分八釐乘之。爲從。二分三釐四絲爲常法。

義曰。此一問。其展起積時。於一池之外。虛了九分六釐。却於一個

從步內。加四分八釐。二个從步。計加了九分六釐。恰就了所展虛

數。〔銳案〕此文舛誤。與上問正同。蓋展池所虛之九分六釐。與兩個從步所加之九分六釐。元不相等。不得云恰就了所展虛數也。從步加四分八釐

之故。緣見積內有方面加四八乘至步底二段直積。此直積。與至步加四八乘方面底二段直積等。今求方面。須於二之至步上。各加四八。爲從。乃合見

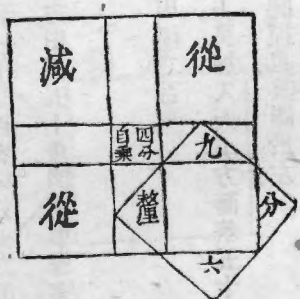
積之數。非因虛卻九分六釐。而有所加也。 除外有一段四分自乘數。該一分六釐。於上

又有兩段四分乘八釐數。〔案〕附自乘方外。 該六釐四毫。於次。又有一段八

釐自乘數。〔案〕小方隔。 該六毫四絲。於下。三位併得二分三釐四絲。此數係是於展積內實有之數。故

以爲常法也。

舊術。以四十九乘田積。如二十五而一。於頭位。以至水步自乘。減頭位。爲實。餘與條段同。



〔案〕原圖式四分八釐方內。按分釐數細分之。因其數甚微。又以分數釐數作等數分之。終不免混淆。今以廉隅線易之。

第六十三問

今有大圓田一段。大小方田二段。其小方田內有圓池水占之。外共計積六萬一千三百步。只云小方田面至池楞三十步。大方田面多於小方田面五十步。其圓田徑又多於大方田面五十步。問三事各多少。

答曰。小方田面一百步。池徑四十步。大方田面一百五十步。圓田徑二百步。

法曰。立天元一爲內池徑。加二之至水六十步。爲小方面。於小方面上。又加入大小方面差五十步。卽大方面也。於大方面上。又加入大圓徑大方面差五十步。卽大圓徑也。具圖於左。

一內圓徑  $\text{太}$  | 一小方面  $\text{太}$  | 一大方面  $\text{太}$  | 一大圓徑  $\text{太}$  | 乃先置天元內圓徑。以

自之。又三之得  $\text{元}$   $\text{川}$  爲四段圓池積。於上。又置小方面  $\text{太}$  | 以自之得  $\text{元}$  | 爲小方積。以四之。

得下式。  $\text{元}$   $\text{川}$  爲四段小方積。於次。又置大方面以自之得  $\text{元}$   $\text{川}$  爲大方積。四之得  $\text{元}$   $\text{川}$  爲



四段大方積於下。又置大圓徑。下式  $\text{山} \text{太} |$  以自之得  $\text{山} \text{太} | \text{〇} |$  爲大圓徑幕。以三之得下式  $\text{山} \text{太} | \text{〇} | \text{〇} | \text{〇} |$

爲四段大圓積於下位之次。併下三位得下式  $\text{山} \text{太} | \text{〇} | \text{〇} | \text{〇} |$  於右以四池

積  $\text{山} \text{太} | \text{〇} | \text{〇} | \text{〇} |$  減於右得  $\text{山} \text{太} | \text{〇} | \text{〇} | \text{〇} |$  爲如積四段寄左。然後列真積六萬一千

三百步。就分四之得二十四萬五千二百步。與左相消得  $\text{山} \text{太} | \text{〇} | \text{〇} | \text{〇} |$  卅平

方開之得四十步。爲內池徑也。各加差步。卽各得方面與圓徑也。

依條段求之。四之田積於頭位內減三段 (案) 薄大圓徑三字 多池徑幕。又減

四段大方面多池徑幕。又減十六段至水步幕。爲實六之圓田多池

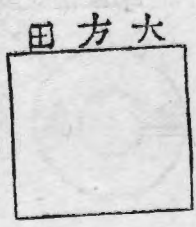
徑步。又八之大方田面多池徑步。又十六之至水步。三位併之得二

千三百二十步。爲從法。廉常置八步。開平方。

義曰。三段圓徑幕。乃四個圓田積。此數內有三個方也。其四段大方

田積內有四個方也。其四段小方積。每個圓池外。餘二分半。四池計

餘一步方也。三位上併帶八步方。



三 段 圓 徑 冪

從	減	從	減	從	減
方	從	方	從	方	從

四 段 大 方 田 積

從	減	從	減	從	減	從	減
方	從	方	從	方	從	方	從

四 段 小 方 田 積

減	從	減	減	從	減	減	從	減	減	從	減
從	○	從	從	○	從	從	○	從	從	○	從
減	從	減	減	從	減	減	從	減	減	從	減

第六十四問

今有方田一段。中心有環池水占之。外計地四十七畝二百一十七步。只云其(銳案)元本環水內周不及外周七十二步。又從田四角至水各五十步半。問內外周及田方面各多少。

作共。誤。

環水內周不及



答曰。外周一百八十步。內周一百八步。田方一百一十五步。

法曰。立天元一爲池內徑。先以六除內外周差七十二步。得一十二步。爲水徑。倍之。得二十四步。

加入天元池內徑。得 $\equiv$ 太 $\equiv$ 爲池外徑。又加倍至步一百一步。得

下式。太 $\equiv$ 爲外田斜。以自之。得 $\equiv$ 田 $\equiv$ 爲田斜。於頭位。再立

天元池內徑。加入二之水徑。得太 $\equiv$ 爲池外徑。以自之。得 $\equiv$ 元 $\equiv$

爲外徑。又以一步四分七釐乘之。得下式。元 $\equiv$ 步展起

爲底外圓積。於次上。再立天元一池內徑。以自之。元 $\equiv$ 亦以一

步四分七釐乘之。得元 $\equiv$ 步爲展起底內圓積。以減次上。得 $\equiv$ 元 $\equiv$

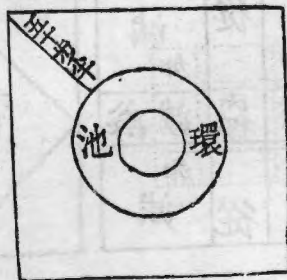
步 $\equiv$ 爲所展池積也。以此池積減頭位。得下式。元 $\equiv$ 步 $\equiv$ 爲

展起如積一段。寄左。然後列真積四十七畝二百一十七步。以畝法通納之。得一萬一千四百九

十七步。又就分以一步九分六釐乘之。得二萬二千五百三十四步一分二釐。與左相消。得下式。

元 $\equiv$ 步 $\equiv$ 十開平方。得三十六步。卽池內徑也。三之爲內周。又加差爲外周。置內徑。加二之水徑。又

田 方



加倍至步爲外方斜也。置外方斜身外去四。卽外田方面也。

依條段求之。以一步九分六釐乘田積。於頭位。以水徑加至

步。以自之爲幕。又四之。以減頭位。又倍水徑。自乘。又以一步

四分七釐乘之。却加入頭位。爲實。又水徑加至步。四之。於頭

位。又三之水徑。以一步九分六釐乘之。減頭位。爲從。一步常

法。此間圖式有三。第一式卽所畫原樣是也。以一步九分六

釐乘之。變爲斜幕。其式如後。

右第二式也。黑者爲元間。點者畫是展數。恐模糊難辨。再具

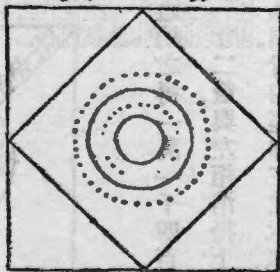
加減圖式於下。更不見舊式也。

右第三式也。(銳案)據下文圓環得方環四分之一。加減各有三段。則此式虛環內。當作三段加三段減。今作四段加兩段減。

與下文不相應。蓋傳寫之誤。其圓環以條段命之。只是一個方環內取四分

之三也。却加入三段展起底水徑幕外。只有三段展起底水徑乘內圓徑直田積也。此係展環之

積 展 積 展



虛數也。今以至步竝水徑。共爲從。故於內却除去水徑之虛步也。必須以一步九分六釐乘水徑而去從者。緣二停虛環。竝是展起之積。故減從時。將水徑亦展起而減之也。〔案〕展水徑。展內圓徑。皆以原數身外加四。今以內圓徑爲不動。則水徑必兩度加四。故以一步九分六釐乘之也。

卷之四

第...章

第...節

第...條

第...款

第...項

第...目

第...款

第...項

第...目

第...款

第...項

第...目

第...款

第...項

第...目

第...款

第...項



從

是書所稱某氏益古集。今已亡佚不傳。楊輝摘奇載元豐紹興淳熙以來。刊刻算書。有益古算法一種。當卽此書也。某書以方田圓田爲問。於徑圍方斜相與之率。能反復變化。而爲術之意。猶引而未發。敬齋先生恐學者難曉。於是有演段之作。所謂演者。演立天元段者。以條段求之也。蓋敬齋晚年。得洞淵九容之說。日夕玩釋。所得甚深。故所著海鏡演段二書。竝以立天元術爲根本。銳受業嘉定錢少詹之門。究心數學。十年於今。於天元如積之術。尤所篤好。以爲斯術者。算家至精之詣。縱使隸首商高。復生今日。亦當無以過之者也。唐王孝通輯古算經。世稱難讀。太史造仰觀臺以下十九問。術文隱祕。未易鑽尋。而以立天元一御之。則其中條理。固自秩然。無可疑惑。由是愈歎立天元術之妙。嘗做演段之例。爲輯古算經衍一書。急欲刊以問世。匆匆猶未暇也。知不足齋主人刻海鏡旣成。復以演段介錢唐何君夢華元錫。屬銳算校而梓之。其表揚古人之心。眞足尙已。校畢。因書此於簡末。以見是書之可寶。願當代明算君子。毋忽視焉。

嘉慶二年歲次丁巳冬十一月二十二日元和李銳跋

