

新扇

書 綉 鼓 費 中

伏 鼓 費



新扇

書 綵 鼓 鬚 巾

伐 鬚 鬚

無 丘

譯例

一是書以美國紐約師範學校校長宓爾君所著歸納法代數學爲原本參酌我

國情形畧爲修飾以合中學程度

宓君著算學教科書甚富即代數教科書亦三種此爲中學所用

二授科學之法有二大別曰演繹法先定名目立界說而後剖解其理由曰歸納法先以淺近之理罕譬曲引使學者有所領會而後定名立說此編開卷即發問數十條使學者藉以悟代數之爲代數本與數學一貫法雖各殊理無二致則華君若汀所謂既習數學而習代數時所有隔闕可以冰釋之說也各章俱引以此法使學者循序前進迎刃而解

西國學校算學教科書近年改良頗多此特其一種今亟爲之以貢之學界

三者自述是編凡有四長各章排列之次序按其理法自然之深淺關係步步引人入勝能握代數學之要領而不覺其艱難一也用語簡潔界說確切繁文膚詞概從刪削以免擾學者之心目二也推論清晰凡有闡解之處無不適可而止不冗不畧三也題問豐富不拘一格使學者熟習馭題之術而算理自銘刻於胸不至隨得隨失四也

四昔年髻齡入塾、數學畢業、續習代數、所用者爲狄氏代數備旨、迨四法及命分已畢、尙不明其用處、心輒厭之、後習一次方程、始馭題問、方知此學之精妙有用、固由秉性魯鈍、抑亦教科書之未盡善也、是編章法、加法之後、即繼以題問、令學者心神鼓舞、不能自己、其法益美、語之同學、亦有此情、此爲新教科書之長處、不可不揭出以告讀者、

五原書間及西國俗尙、所用人地名等、於吾國學者、未免扞格、譯時一律改訂、求合本國事理、惟英里英尺等、間有仍其舊者、以哩字代英里、呎字代英尺、其他亦隨時註明、

六館課餘暇、秉筆述此、始末不越十旬、即付手民、望誤之譏、知所不免、海內算家學士、檢閱之下、如有匡正、尙祈惠教、由發行所轉致、以便再版改正、

編譯者識

代數學卷上目錄

- 第一章 緒論 代數演法 界說 代數式
- 第二章 代數加法 方程與問題
- 第三章 代數減法 括號 遷項 方程與問題
- 第四章 代數乘法 方程與問題 乘法特式
- 第五章 代數除法 指數爲0與負數 方程與問題
- 第六章 劈生
- 第七章 生倍 大公生 小公倍
- 第八章 命分 化法 去方程之命分 命分加減 命分乘法 命分除法
命分習問
- 第九章 一次方程
- 第十章 同局方程 二未知幾何 三或多未知幾何
- 第十一章 乘方
- 第十二章 開方 平方根 立方根 指數之理

代數學卷上

第一章 緒論

代數演法

問一〇二童共有 2 1 銀圓、設長者所有、二倍幼者、則二童各有若干、

以數學法演算

某數 = 幼童所有之銀圓、

2 倍此數 = 長童所有之銀圓、

3 倍此數 = 二童共有之銀圓、

故 3 倍此數 = 2 1 圓、

此數 = 7 圓、即幼童所有、

2 倍 7 圓 = 1 4 圓、即長童所有、

以上算草內、可用一字以代某數此數等語、則較簡便、代數學中恆用天

地人物等字、代所求之數、故有如左之演法、

以代數法演算

設 天 = 幼童所有之銀圓數、
 則 2 天 = 長童所有之銀圓數、
 而 3 天 = 二童共有之銀圓數、
 故 3 天 = 2 1 圓、
 天 = 7 圓、即幼童所有、

2 天 = 1 4 圓、即長童所有、
 方程者、表其兩數或兩幾何相等也、

如 $4 + 7 = 11$ 、又 $2 天 = 16$ 、皆為方程、

題者、求解之問也、

解者、推求題之答之法也、

題語者、以代數之字號表題意也、

下列諸問、試以代數法推算之、

問二〇一人購衣一裳、共付洋 30 圓、如衣之值四倍於裳、則衣與裳、各值若干、

問三〇甲乙二童、共賺洋 36 圓、如甲童所賺、三倍乙童、則各得若干、

問四〇農人於二樹共採桃實 24 斗、如於此樹所採者、適倍於彼樹、則二樹各結實若干、

問五〇甲乙二商、共出資本洋 800 圓、如甲所出者、三倍於乙、則二人各出若干、

問六〇牧者有羊三羣、共 450 頭、次羣之數、二倍首羣、第三羣之數、三倍次羣、則每羣若干、

問七〇二生在塾、共演算題 350 問、如此生所演者、四倍彼生、則各演若干、

問八〇今有某數自增本數、則等於 260、求某數若干、

問九○農人售去馬一、牛一、共得 250 銀圓、如馬價四倍於牛價、則馬

牛各售得銀圓若干、

問十○甲乙共有羊 420 隻、甲所有者、三倍於乙、則二人各有若干、

問十一○兄妹共有田 480 畝、如兄之所有、三倍於妹、則各有田若干、

問十二○二數之和爲 540、如大數五倍小數、則各爲若干、

問十三○張王二商、共有資本 1750 銀圓、張所出之數、四倍於王、則

二人各出若干、

問十四○農人收麥與粟共 1320 斗、如粟之斗數、五倍於麥、則各爲

若干斗、

問十五○農人收麥粟豆共 1350 斗、如粟之斗數、二倍於豆、麥之斗

數、三倍於粟、則各爲若干、

問十六○甲乙丙三人、共出 560 銀圓、調恤病人、乙所出者、二倍於甲、

丙所出者、二倍於乙、則三人各出若干、

問十七○試以 169 分作三分、次分三倍於首分、第三分九倍於首分、則各爲若干、

問十八○商人經營三年、共贏利 10890 銀圓、次年所贏、倍於首年、第三年所贏、倍於前二年之和、則第三年所贏若干、

問十九○某廠之費用、每年較前年加倍、至第三年、共用 13800 銀圓、則前二年各用若干、

問二十○演說家演說二次、得 300 銀圓、祇知第二次演說、所得者二倍於首次、則二次各得若干、

問二十一○甲乙丙三人共有牛 10000 頭、乙之所有、三倍於甲、丙之所有、爲甲乙共有之四分之一、則三人各有若干、

問二十二○今有一數、加本數之二倍、又加本數之三倍、又加本數之四倍、則等於 30、問此是何數、

問二十三○小子蓄家禽十二隻、祇知雞之數、五倍於鴨、則雞鴨各爲若

干、

問二十四〇一人有產、值 6000 銀圓、欲分與二女一子、令長女所得、倍於幼女子之所得、適等於二女之和、問各得若干、

問二十五〇甲童所有石筆之數、三倍於乙童所有鉛筆之數、鉛筆每支值銀三分、石筆每支值銀一分、二童所有之筆、共值銀三角、則甲童有石筆幾支、

問二十六〇試以 $\frac{3}{6}$ 分爲四數、令其次數八倍首數、第三數爲首次二數和之三分之一、第四數爲前三數和之二分之一、則各爲若干、

問二十七〇何數加本數之五倍、則爲 90

問二十八〇何數加本數之二倍、又加本數之四倍、則爲 28

問二十九〇何數加本數之七倍、則爲 104

問三十〇甲乙二商、合本經營、共出本銀 15500 圓、甲之所出、四倍於乙、則各出若干、

問三十一○富人將其遺產 14400 圓、分與妻及子女、子之所得、三
倍於女、妻之所得、爲子女共有之二倍、則各得若干、

問三十二○農人購穀種三十二斗、其中雀麥之斗數、三倍大麥、小麥之
斗數、等於雀麥大麥之和、則三種各購若干、

問三十三○商人購布三段、共長 144 碼、次段之長、三倍首段、第三段
之長、八倍首段、則三段各長若干、

問三十四○圃翁植樹 560 株、桃樹之數、三倍於櫻、蘋果樹之數、八倍
於桃、則三種各有若干、

問三十五○張三有銀、六倍於李四所有之數、而張三過於李四之數、祇
爲三角、則二人各有若干、

問三十六○圖書館內貯圖書一萬冊、祇知說部書九倍於科學書、傳記
與行記之數、各有說部書之三分之一、其餘各種書籍、共等於科
學書之四倍、則說部書爲若干冊、

問三十七○姊有銀圓之數、五倍於妹、又知姊較妹多四角、則姊妹各有若干、

問三十八○農人有牛 217 頭、分置三欄、首欄之數、倍於第三欄、次欄倍於首欄、則各爲若干、

問三十九○某製造廠獲利、每年加倍、四年之利共爲 15000 圓、則首年與第四年之利各爲若干、

問四十○三人經商、共出資本 6000 圓、甲之所出、三倍於丙、乙之所出、爲甲乙和之半、則三人各出若干、

問四十一○某學堂有學生 600 人、次班人數、倍於首班、第三班人數、等於首次二班之和、第四班人數、爲第三班之倍、則四班各有人若干、

幾何者、物之多寡或大小也、

數目所以代表幾何者也、代數學內每以幾何代數目之意、

如 3 5 斗即代表一幾何也、

在代數學內、如 2 甲、(天+地)、4 甲天、皆名曰幾何、

已知幾何者、幾何之同數為已知、或可隨意命之者也、恆以干支之字代之、

如 6、8、2、1、5 為已有之數、而甲、乙、丙、等、可任代何數、是為已知之幾何、

未知幾何者、幾何之同數待求者也、以天地人物宿名等字代之、

如天地人房斗等代表未知之幾何、

代數學中所用之代幾何、干支天地等字、名曰元字、元字所代之數為此元字之同數、

代數學為算學之一支、論數或幾何、及方程之性質、變化、與用法、

代數學所用之號、大致與數學同、

加號為豎十字、(+) 讀曰加、置之二幾何之間、表其當相加之意、

如甲+乙、當讀甲加乙、意謂甲與乙當并和也、

減號為一橫畫、(-) 讀曰減、置於二幾何間、表次幾何當自首幾何減去、

十一

十

九

八

七

十二

如甲一乙、當讀甲減乙、意謂乙當自甲減去也、
雙號爲加減二號合并而成、(±)

如甲±乙、意謂乙當加於甲、或自甲減去也、

加減二號、除上所用之外、更作別用、設如子午線以東之距、以加號置度數前以指之、以西之距、則以減號置度數前表之、如+號表贏、則-號即表絀、如圈點以上之熱度、以+號表之、則圈點以下之度數、以-號指之、要之、+-二號、兼具指明反對之意、以圖明之如上、

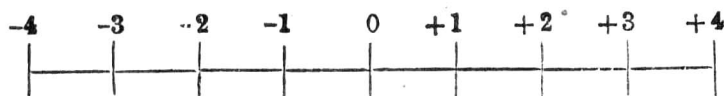
乘號爲斜十字(×)讀曰乘、置之二幾何間、表此當爲彼所乘、乘號更可用一點(·)表之、但代數學內、除用在數碼之間以外、此號恒省不用、

如甲×乙、甲·乙、甲乙、俱表甲爲乙所乘、

除號爲一短橫畫、上下各加一點、(÷)讀曰除、置之二幾何間、

十四

十三



表前幾何爲後幾何所除、

除號更可以命分法代之、書實上法下、中間橫畫、

書內以不便橫列、故作實在右法在左、

如甲 ÷ 乙、及 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}}$ 、俱表甲爲乙所除、

等號爲平行二短橫畫、(=) 讀曰等於、置之二幾何間、即成一方程、

如天 + 地 = 4、爲一方程、

括號有數式、如 ()、[]、{ }、俱表號內之諸幾何、當作單數看、

如 (甲 + 乙) 丙、甲 + 乙 × 丙、(甲 + 乙) 丙、(甲 + 乙) 丙、俱表甲與乙之和當以丙乘之、

乘方之號乃一小數碼或元字、名曰指數、書於幾何之右上隅、以表

本幾何自乘若干次、即其爲生若干次也、

如甲⁵即指甲自乘五次、即爲生五次也、

幾何之旁、不書指數、即表其指數爲 1 也、

如甲即爲甲¹、乙即爲乙¹也、

十五

十六

十七

十八

幾何之方，即本幾何自乘若干次之合也。

如⁴爲²之二次方，甲爲甲之³三次方，是也。

方之名，按本幾何自乘之次數而定之。

如甲當讀爲甲之⁵五次方，或曰甲⁵方。

凡一幾何之二次方，亦曰平方，其三次方，亦曰立方。

十九

幾何之根，即此幾何之等生之一也。

如²爲⁴之一根，甲爲甲⁵之一根是也。

二十

根之名，乃按此幾何可劈若干等生而定之。

如爲二等根之一，則曰二次根，或三等根之一，則曰三次根。

凡幾何之二次根，又曰平方根，其三次方根，又曰立方根。

三

開方之號爲 $\sqrt{\quad}$ ，名曰根號，置於一幾何之前，即指當求此幾何之

方根。

根號之勾內書小數碼或元字，名曰根指數，表所求爲幾次方根，如未書

三
之、則所求者爲平方根、設書 3 字、如³、則求三次根、設書 4 字、如⁴、則求四次根、餘類推、

三
推演之號爲三點、(⋯)意即是以也、連續之號爲三豎點、(⋮)意即等等也、

三
係數者、幾何前之數碼或元字、所以表取用者、爲此幾何之若干倍也、

如 7 乙式內之 7 爲係數、表 7 乙即等於乙 + 乙 + 乙 + 乙 + 乙 + 乙 + 乙、

尋常每以式內之首數碼或元字爲係數、實則凡生數或若干生之合、俱可爲式內餘生之係數、

如 3 甲天、其內 3 爲甲天之係數、3 甲可爲天之係數、3 天亦可爲甲之係數、

二四
係數之以數代表者曰數係、以元字代之者曰元係、

幾何之前、未書係數、則其係數爲 1

代數式

二五
代數式者、以代數字號代表一幾何也、

習課

一〇試以尋常之語解 $\sqrt{甲+3}$ 、 $\sqrt{甲-2}$ 、 $\sqrt{甲-1}$ 、 $\sqrt{甲-4}$ 、 $\sqrt{甲-9}$ 、 $\sqrt{甲-16}$ 、 $\sqrt{甲-25}$ 、 $\sqrt{甲-36}$ 、 $\sqrt{甲-49}$ 、 $\sqrt{甲-64}$ 、 $\sqrt{甲-81}$ 、 $\sqrt{甲-100}$ 、 $\sqrt{甲-121}$ 、 $\sqrt{甲-144}$ 、 $\sqrt{甲-169}$ 、 $\sqrt{甲-196}$ 、 $\sqrt{甲-225}$ 、 $\sqrt{甲-256}$ 、 $\sqrt{甲-289}$ 、 $\sqrt{甲-324}$ 、 $\sqrt{甲-361}$ 、 $\sqrt{甲-400}$ 、 $\sqrt{甲-441}$ 、 $\sqrt{甲-484}$ 、 $\sqrt{甲-529}$ 、 $\sqrt{甲-576}$ 、 $\sqrt{甲-625}$ 、 $\sqrt{甲-676}$ 、 $\sqrt{甲-729}$ 、 $\sqrt{甲-784}$ 、 $\sqrt{甲-841}$ 、 $\sqrt{甲-900}$ 、 $\sqrt{甲-961}$ 、 $\sqrt{甲-1024}$ 、 $\sqrt{甲-1089}$ 、 $\sqrt{甲-1156}$ 、 $\sqrt{甲-1225}$ 、 $\sqrt{甲-1296}$ 、 $\sqrt{甲-1369}$ 、 $\sqrt{甲-1444}$ 、 $\sqrt{甲-1521}$ 、 $\sqrt{甲-1600}$ 、 $\sqrt{甲-1681}$ 、 $\sqrt{甲-1764}$ 、 $\sqrt{甲-1849}$ 、 $\sqrt{甲-1936}$ 、 $\sqrt{甲-2025}$ 、 $\sqrt{甲-2116}$ 、 $\sqrt{甲-2209}$ 、 $\sqrt{甲-2304}$ 、 $\sqrt{甲-2401}$ 、 $\sqrt{甲-2500}$ 、 $\sqrt{甲-2601}$ 、 $\sqrt{甲-2704}$ 、 $\sqrt{甲-2809}$ 、 $\sqrt{甲-2916}$ 、 $\sqrt{甲-3025}$ 、 $\sqrt{甲-3136}$ 、 $\sqrt{甲-3249}$ 、 $\sqrt{甲-3364}$ 、 $\sqrt{甲-3481}$ 、 $\sqrt{甲-3600}$ 、 $\sqrt{甲-3721}$ 、 $\sqrt{甲-3844}$ 、 $\sqrt{甲-3969}$ 、 $\sqrt{甲-4096}$ 、 $\sqrt{甲-4225}$ 、 $\sqrt{甲-4356}$ 、 $\sqrt{甲-4489}$ 、 $\sqrt{甲-4624}$ 、 $\sqrt{甲-4761}$ 、 $\sqrt{甲-4900}$ 、 $\sqrt{甲-5041}$ 、 $\sqrt{甲-5184}$ 、 $\sqrt{甲-5329}$ 、 $\sqrt{甲-5476}$ 、 $\sqrt{甲-5625}$ 、 $\sqrt{甲-5776}$ 、 $\sqrt{甲-5929}$ 、 $\sqrt{甲-6084}$ 、 $\sqrt{甲-6241}$ 、 $\sqrt{甲-6400}$ 、 $\sqrt{甲-6561}$ 、 $\sqrt{甲-6724}$ 、 $\sqrt{甲-6889}$ 、 $\sqrt{甲-7056}$ 、 $\sqrt{甲-7225}$ 、 $\sqrt{甲-7396}$ 、 $\sqrt{甲-7569}$ 、 $\sqrt{甲-7744}$ 、 $\sqrt{甲-7921}$ 、 $\sqrt{甲-8100}$ 、 $\sqrt{甲-8281}$ 、 $\sqrt{甲-8464}$ 、 $\sqrt{甲-8649}$ 、 $\sqrt{甲-8836}$ 、 $\sqrt{甲-9025}$ 、 $\sqrt{甲-9216}$ 、 $\sqrt{甲-9409}$ 、 $\sqrt{甲-9604}$ 、 $\sqrt{甲-9801}$ 、 $\sqrt{甲-10000}$ 、 $\sqrt{甲-10201}$ 、 $\sqrt{甲-10404}$ 、 $\sqrt{甲-10609}$ 、 $\sqrt{甲-10816}$ 、 $\sqrt{甲-11025}$ 、 $\sqrt{甲-11236}$ 、 $\sqrt{甲-11449}$ 、 $\sqrt{甲-11664}$ 、 $\sqrt{甲-11881}$ 、 $\sqrt{甲-12100}$ 、 $\sqrt{甲-12321}$ 、 $\sqrt{甲-12544}$ 、 $\sqrt{甲-12769}$ 、 $\sqrt{甲-12996}$ 、 $\sqrt{甲-13225}$ 、 $\sqrt{甲-13456}$ 、 $\sqrt{甲-13689}$ 、 $\sqrt{甲-13924}$ 、 $\sqrt{甲-14161}$ 、 $\sqrt{甲-14400}$ 、 $\sqrt{甲-14641}$ 、 $\sqrt{甲-14884}$ 、 $\sqrt{甲-15129}$ 、 $\sqrt{甲-15376}$ 、 $\sqrt{甲-15625}$ 、 $\sqrt{甲-15876}$ 、 $\sqrt{甲-16129}$ 、 $\sqrt{甲-16384}$ 、 $\sqrt{甲-16641}$ 、 $\sqrt{甲-16900}$ 、 $\sqrt{甲-17161}$ 、 $\sqrt{甲-17424}$ 、 $\sqrt{甲-17689}$ 、 $\sqrt{甲-17956}$ 、 $\sqrt{甲-18225}$ 、 $\sqrt{甲-18496}$ 、 $\sqrt{甲-18769}$ 、 $\sqrt{甲-19044}$ 、 $\sqrt{甲-19321}$ 、 $\sqrt{甲-19600}$ 、 $\sqrt{甲-19881}$ 、 $\sqrt{甲-20164}$ 、 $\sqrt{甲-20449}$ 、 $\sqrt{甲-20736}$ 、 $\sqrt{甲-21025}$ 、 $\sqrt{甲-21316}$ 、 $\sqrt{甲-21609}$ 、 $\sqrt{甲-21904}$ 、 $\sqrt{甲-22201}$ 、 $\sqrt{甲-22500}$ 、 $\sqrt{甲-22801}$ 、 $\sqrt{甲-23104}$ 、 $\sqrt{甲-23409}$ 、 $\sqrt{甲-23716}$ 、 $\sqrt{甲-24025}$ 、 $\sqrt{甲-24336}$ 、 $\sqrt{甲-24649}$ 、 $\sqrt{甲-24964}$ 、 $\sqrt{甲-25281}$ 、 $\sqrt{甲-25600}$ 、 $\sqrt{甲-25921}$ 、 $\sqrt{甲-26244}$ 、 $\sqrt{甲-26569}$ 、 $\sqrt{甲-26896}$ 、 $\sqrt{甲-27225}$ 、 $\sqrt{甲-27556}$ 、 $\sqrt{甲-27889}$ 、 $\sqrt{甲-28224}$ 、 $\sqrt{甲-28561}$ 、 $\sqrt{甲-28900}$ 、 $\sqrt{甲-29241}$ 、 $\sqrt{甲-29584}$ 、 $\sqrt{甲-29929}$ 、 $\sqrt{甲-30276}$ 、 $\sqrt{甲-30625}$ 、 $\sqrt{甲-30976}$ 、 $\sqrt{甲-31329}$ 、 $\sqrt{甲-31684}$ 、 $\sqrt{甲-32041}$ 、 $\sqrt{甲-32400}$ 、 $\sqrt{甲-32761}$ 、 $\sqrt{甲-33124}$ 、 $\sqrt{甲-33489}$ 、 $\sqrt{甲-33856}$ 、 $\sqrt{甲-34225}$ 、 $\sqrt{甲-34596}$ 、 $\sqrt{甲-34969}$ 、 $\sqrt{甲-35344}$ 、 $\sqrt{甲-35721}$ 、 $\sqrt{甲-36100}$ 、 $\sqrt{甲-36481}$ 、 $\sqrt{甲-36864}$ 、 $\sqrt{甲-37249}$ 、 $\sqrt{甲-37636}$ 、 $\sqrt{甲-38025}$ 、 $\sqrt{甲-38416}$ 、 $\sqrt{甲-38809}$ 、 $\sqrt{甲-39204}$ 、 $\sqrt{甲-39601}$ 、 $\sqrt{甲-40000}$ 、 $\sqrt{甲-40401}$ 、 $\sqrt{甲-40804}$ 、 $\sqrt{甲-41209}$ 、 $\sqrt{甲-41616}$ 、 $\sqrt{甲-42025}$ 、 $\sqrt{甲-42436}$ 、 $\sqrt{甲-42849}$ 、 $\sqrt{甲-43264}$ 、 $\sqrt{甲-43681}$ 、 $\sqrt{甲-44100}$ 、 $\sqrt{甲-44521}$ 、 $\sqrt{甲-44944}$ 、 $\sqrt{甲-45369}$ 、 $\sqrt{甲-45796}$ 、 $\sqrt{甲-46225}$ 、 $\sqrt{甲-46656}$ 、 $\sqrt{甲-47089}$ 、 $\sqrt{甲-47524}$ 、 $\sqrt{甲-47961}$ 、 $\sqrt{甲-48400}$ 、 $\sqrt{甲-48841}$ 、 $\sqrt{甲-49284}$ 、 $\sqrt{甲-49729}$ 、 $\sqrt{甲-50176}$ 、 $\sqrt{甲-50625}$ 、 $\sqrt{甲-51076}$ 、 $\sqrt{甲-51529}$ 、 $\sqrt{甲-51984}$ 、 $\sqrt{甲-52441}$ 、 $\sqrt{甲-52900}$ 、 $\sqrt{甲-53361}$ 、 $\sqrt{甲-53824}$ 、 $\sqrt{甲-54289}$ 、 $\sqrt{甲-54756}$ 、 $\sqrt{甲-55225}$ 、 $\sqrt{甲-55696}$ 、 $\sqrt{甲-56169}$ 、 $\sqrt{甲-56644}$ 、 $\sqrt{甲-57121}$ 、 $\sqrt{甲-57600}$ 、 $\sqrt{甲-58081}$ 、 $\sqrt{甲-58564}$ 、 $\sqrt{甲-59049}$ 、 $\sqrt{甲-59536}$ 、 $\sqrt{甲-60025}$ 、 $\sqrt{甲-60516}$ 、 $\sqrt{甲-61009}$ 、 $\sqrt{甲-61504}$ 、 $\sqrt{甲-62001}$ 、 $\sqrt{甲-62500}$ 、 $\sqrt{甲-63001}$ 、 $\sqrt{甲-63504}$ 、 $\sqrt{甲-64009}$ 、 $\sqrt{甲-64516}$ 、 $\sqrt{甲-65025}$ 、 $\sqrt{甲-65536}$ 、 $\sqrt{甲-66049}$ 、 $\sqrt{甲-66564}$ 、 $\sqrt{甲-67081}$ 、 $\sqrt{甲-67600}$ 、 $\sqrt{甲-68121}$ 、 $\sqrt{甲-68644}$ 、 $\sqrt{甲-69169}$ 、 $\sqrt{甲-69696}$ 、 $\sqrt{甲-70225}$ 、 $\sqrt{甲-70756}$ 、 $\sqrt{甲-71289}$ 、 $\sqrt{甲-71824}$ 、 $\sqrt{甲-72361}$ 、 $\sqrt{甲-72900}$ 、 $\sqrt{甲-73441}$ 、 $\sqrt{甲-73984}$ 、 $\sqrt{甲-74529}$ 、 $\sqrt{甲-75076}$ 、 $\sqrt{甲-75625}$ 、 $\sqrt{甲-76176}$ 、 $\sqrt{甲-76729}$ 、 $\sqrt{甲-77284}$ 、 $\sqrt{甲-77841}$ 、 $\sqrt{甲-78400}$ 、 $\sqrt{甲-78961}$ 、 $\sqrt{甲-79524}$ 、 $\sqrt{甲-80089}$ 、 $\sqrt{甲-80656}$ 、 $\sqrt{甲-81225}$ 、 $\sqrt{甲-81796}$ 、 $\sqrt{甲-82369}$ 、 $\sqrt{甲-82944}$ 、 $\sqrt{甲-83521}$ 、 $\sqrt{甲-84100}$ 、 $\sqrt{甲-84681}$ 、 $\sqrt{甲-85264}$ 、 $\sqrt{甲-85849}$ 、 $\sqrt{甲-86436}$ 、 $\sqrt{甲-87025}$ 、 $\sqrt{甲-87616}$ 、 $\sqrt{甲-88209}$ 、 $\sqrt{甲-88804}$ 、 $\sqrt{甲-89401}$ 、 $\sqrt{甲-90000}$ 、 $\sqrt{甲-90601}$ 、 $\sqrt{甲-91204}$ 、 $\sqrt{甲-91809}$ 、 $\sqrt{甲-92416}$ 、 $\sqrt{甲-93025}$ 、 $\sqrt{甲-93636}$ 、 $\sqrt{甲-94249}$ 、 $\sqrt{甲-94864}$ 、 $\sqrt{甲-95481}$ 、 $\sqrt{甲-96100}$ 、 $\sqrt{甲-96721}$ 、 $\sqrt{甲-97344}$ 、 $\sqrt{甲-97969}$ 、 $\sqrt{甲-98596}$ 、 $\sqrt{甲-99225}$ 、 $\sqrt{甲-99856}$ 、 $\sqrt{甲-100489}$ 、 $\sqrt{甲-101124}$ 、 $\sqrt{甲-101761}$ 、 $\sqrt{甲-102400}$ 、 $\sqrt{甲-103041}$ 、 $\sqrt{甲-103684}$ 、 $\sqrt{甲-104329}$ 、 $\sqrt{甲-104976}$ 、 $\sqrt{甲-105625}$ 、 $\sqrt{甲-106276}$ 、 $\sqrt{甲-106929}$ 、 $\sqrt{甲-107584}$ 、 $\sqrt{甲-108241}$ 、 $\sqrt{甲-108900}$ 、 $\sqrt{甲-109561}$ 、 $\sqrt{甲-110224}$ 、 $\sqrt{甲-110889}$ 、 $\sqrt{甲-111556}$ 、 $\sqrt{甲-112225}$ 、 $\sqrt{甲-112896}$ 、 $\sqrt{甲-113569}$ 、 $\sqrt{甲-114244}$ 、 $\sqrt{甲-114921}$ 、 $\sqrt{甲-115600}$ 、 $\sqrt{甲-116281}$ 、 $\sqrt{甲-116964}$ 、 $\sqrt{甲-117649}$ 、 $\sqrt{甲-118336}$ 、 $\sqrt{甲-119025}$ 、 $\sqrt{甲-119716}$ 、 $\sqrt{甲-120409}$ 、 $\sqrt{甲-121104}$ 、 $\sqrt{甲-121801}$ 、 $\sqrt{甲-122500}$ 、 $\sqrt{甲-123201}$ 、 $\sqrt{甲-123904}$ 、 $\sqrt{甲-124609}$ 、 $\sqrt{甲-125316}$ 、 $\sqrt{甲-126025}$ 、 $\sqrt{甲-126736}$ 、 $\sqrt{甲-127449}$ 、 $\sqrt{甲-128164}$ 、 $\sqrt{甲-128881}$ 、 $\sqrt{甲-129600}$ 、 $\sqrt{甲-130321}$ 、 $\sqrt{甲-131044}$ 、 $\sqrt{甲-131769}$ 、 $\sqrt{甲-132496}$ 、 $\sqrt{甲-133225}$ 、 $\sqrt{甲-133956}$ 、 $\sqrt{甲-134689}$ 、 $\sqrt{甲-135424}$ 、 $\sqrt{甲-136161}$ 、 $\sqrt{甲-136900}$ 、 $\sqrt{甲-137641}$ 、 $\sqrt{甲-138384}$ 、 $\sqrt{甲-139129}$ 、 $\sqrt{甲-139876}$ 、 $\sqrt{甲-140625}$ 、 $\sqrt{甲-141376}$ 、 $\sqrt{甲-142129}$ 、 $\sqrt{甲-142884}$ 、 $\sqrt{甲-143641}$ 、 $\sqrt{甲-144400}$ 、 $\sqrt{甲-145161}$ 、 $\sqrt{甲-145924}$ 、 $\sqrt{甲-146689}$ 、 $\sqrt{甲-147456}$ 、 $\sqrt{甲-148225}$ 、 $\sqrt{甲-148996}$ 、 $\sqrt{甲-149769}$ 、 $\sqrt{甲-150544}$ 、 $\sqrt{甲-151321}$ 、 $\sqrt{甲-152100}$ 、 $\sqrt{甲-152881}$ 、 $\sqrt{甲-153664}$ 、 $\sqrt{甲-154449}$ 、 $\sqrt{甲-155236}$ 、 $\sqrt{甲-156025}$ 、 $\sqrt{甲-156816}$ 、 $\sqrt{甲-157609}$ 、 $\sqrt{甲-158404}$ 、 $\sqrt{甲-159201}$ 、 $\sqrt{甲-160000}$ 、 $\sqrt{甲-160801}$ 、 $\sqrt{甲-161604}$ 、 $\sqrt{甲-162409}$ 、 $\sqrt{甲-163216}$ 、 $\sqrt{甲-164025}$ 、 $\sqrt{甲-164836}$ 、 $\sqrt{甲-165649}$ 、 $\sqrt{甲-166464}$ 、 $\sqrt{甲-167281}$ 、 $\sqrt{甲-168100}$ 、 $\sqrt{甲-168921}$ 、 $\sqrt{甲-169744}$ 、 $\sqrt{甲-170569}$ 、 $\sqrt{甲-171396}$ 、 $\sqrt{甲-172225}$ 、 $\sqrt{甲-173056}$ 、 $\sqrt{甲-173889}$ 、 $\sqrt{甲-174724}$ 、 $\sqrt{甲-175561}$ 、 $\sqrt{甲-176400}$ 、 $\sqrt{甲-177241}$ 、 $\sqrt{甲-178084}$ 、 $\sqrt{甲-178929}$ 、 $\sqrt{甲-179776}$ 、 $\sqrt{甲-180625}$ 、 $\sqrt{甲-181476}$ 、 $\sqrt{甲-182329}$ 、 $\sqrt{甲-183184}$ 、 $\sqrt{甲-184041}$ 、 $\sqrt{甲-184900}$ 、 $\sqrt{甲-185761}$ 、 $\sqrt{甲-186624}$ 、 $\sqrt{甲-187489}$ 、 $\sqrt{甲-188356}$ 、 $\sqrt{甲-189225}$ 、 $\sqrt{甲-190096}$ 、 $\sqrt{甲-190969}$ 、 $\sqrt{甲-191844}$ 、 $\sqrt{甲-192721}$ 、 $\sqrt{甲-193600}$ 、 $\sqrt{甲-194481}$ 、 $\sqrt{甲-195364}$ 、 $\sqrt{甲-196249}$ 、 $\sqrt{甲-197136}$ 、 $\sqrt{甲-198025}$ 、 $\sqrt{甲-198916}$ 、 $\sqrt{甲-199809}$ 、 $\sqrt{甲-200704}$ 、 $\sqrt{甲-201601}$ 、 $\sqrt{甲-202500}$ 、 $\sqrt{甲-203401}$ 、 $\sqrt{甲-204304}$ 、 $\sqrt{甲-205209}$ 、 $\sqrt{甲-206116}$ 、 $\sqrt{甲-207025}$ 、 $\sqrt{甲-207936}$ 、 $\sqrt{甲-208849}$ 、 $\sqrt{甲-209764}$ 、 $\sqrt{甲-210681}$ 、 $\sqrt{甲-211600}$ 、 $\sqrt{甲-212521}$ 、 $\sqrt{甲-213444}$ 、 $\sqrt{甲-214369}$ 、 $\sqrt{甲-215296}$ 、 $\sqrt{甲-216225}$ 、 $\sqrt{甲-217156}$ 、 $\sqrt{甲-218089}$ 、 $\sqrt{甲-219024}$ 、 $\sqrt{甲-219961}$ 、 $\sqrt{甲-220900}$ 、 $\sqrt{甲-221841}$ 、 $\sqrt{甲-222784}$ 、 $\sqrt{甲-223729}$ 、 $\sqrt{甲-224676}$ 、 $\sqrt{甲-225625}$ 、 $\sqrt{甲-226576}$ 、 $\sqrt{甲-227529}$ 、 $\sqrt{甲-228484}$ 、 $\sqrt{甲-229441}$ 、 $\sqrt{甲-230400}$ 、 $\sqrt{甲-231361}$ 、 $\sqrt{甲-232324}$ 、 $\sqrt{甲-233289}$ 、 $\sqrt{甲-234256}$ 、 $\sqrt{甲-235225}$ 、 $\sqrt{甲-236196}$ 、 $\sqrt{甲-237169}$ 、 $\sqrt{甲-238144}$ 、 $\sqrt{甲-239121}$ 、 $\sqrt{甲-240100}$ 、 $\sqrt{甲-241081}$ 、 $\sqrt{甲-242064}$ 、 $\sqrt{甲-243049}$ 、 $\sqrt{甲-244036}$ 、 $\sqrt{甲-245025}$ 、 $\sqrt{甲-246016}$ 、 $\sqrt{甲-247009}$ 、 $\sqrt{甲-248004}$ 、 $\sqrt{甲-249001}$ 、 $\sqrt{甲-250000}$ 、 $\sqrt{甲-251001}$ 、 $\sqrt{甲-252004}$ 、 $\sqrt{甲-253009}$ 、 $\sqrt{甲-254016}$ 、 $\sqrt{甲-255025}$ 、 $\sqrt{甲-256036}$ 、 $\sqrt{甲-257049}$ 、 $\sqrt{甲-258064}$ 、 $\sqrt{甲-259081}$ 、 $\sqrt{甲-260100}$ 、 $\sqrt{甲-261121}$ 、 $\sqrt{甲-262144}$ 、 $\sqrt{甲-263169}$ 、 $\sqrt{甲-264196}$ 、 $\sqrt{甲-265225}$ 、 $\sqrt{甲-266256}$ 、 $\sqrt{甲-267289}$ 、 $\sqrt{甲-268324}$ 、 $\sqrt{甲-269361}$ 、 $\sqrt{甲-270400}$ 、 $\sqrt{甲-271441}$ 、 $\sqrt{甲-272484}$ 、 $\sqrt{甲-273529}$ 、 $\sqrt{甲-274576}$ 、 $\sqrt{甲-275625}$ 、 $\sqrt{甲-276676}$ 、 $\sqrt{甲-277729}$ 、 $\sqrt{甲-278784}$ 、 $\sqrt{甲-279841}$ 、 $\sqrt{甲-280900}$ 、 $\sqrt{甲-281961}$ 、 $\sqrt{甲-283024}$ 、 $\sqrt{甲-284089}$ 、 $\sqrt{甲-285156}$ 、 $\sqrt{甲-286225}$ 、 $\sqrt{甲-287296}$ 、 $\sqrt{甲-288369}$ 、 $\sqrt{甲-289444}$ 、 $\sqrt{甲-290521}$ 、 $\sqrt{甲-291600}$ 、 $\sqrt{甲-292681}$ 、 $\sqrt{甲-293764}$ 、 $\sqrt{甲-294849}$ 、 $\sqrt{甲-295936}$ 、 $\sqrt{甲-297025}$ 、 $\sqrt{甲-298116}$ 、 $\sqrt{甲-299209}$ 、 $\sqrt{甲-300304}$ 、 $\sqrt{甲-301401}$ 、 $\sqrt{甲-302500}$ 、 $\sqrt{甲-303601}$ 、 $\sqrt{甲-304704}$ 、 $\sqrt{甲-305809}$ 、 $\sqrt{甲-306916}$ 、 $\sqrt{甲-308025}$ 、 $\sqrt{甲-309136}$ 、 $\sqrt{甲-310249}$ 、 $\sqrt{甲-311364}$ 、 $\sqrt{甲-312481}$ 、 $\sqrt{甲-313600}$ 、 $\sqrt{甲-314721}$ 、 $\sqrt{甲-315844}$ 、 $\sqrt{甲-316969}$ 、 $\sqrt{甲-318096}$ 、 $\sqrt{甲-319225}$ 、 $\sqrt{甲-320356}$ 、 $\sqrt{甲-321489}$ 、 $\sqrt{甲-322624}$ 、 $\sqrt{甲-323761}$ 、 $\sqrt{甲-324900}$ 、 $\sqrt{甲-326041}$ 、 $\sqrt{甲-327184}$ 、 $\sqrt{甲-328329}$ 、 $\sqrt{甲-329476}$ 、 $\sqrt{甲-330625}$ 、 $\sqrt{甲-331776}$ 、 $\sqrt{甲-332929}$ 、 $\sqrt{甲-334084}$ 、 $\sqrt{甲-335241}$ 、 $\sqrt{甲-336400}$ 、 $\sqrt{甲-337561}$ 、 $\sqrt{甲-338724}$ 、 $\sqrt{甲-339889}$ 、 $\sqrt{甲-341056}$ 、 $\sqrt{甲-342225}$ 、 $\sqrt{甲-343396}$ 、 $\sqrt{甲-344569}$ 、 $\sqrt{甲-345744}$ 、 $\sqrt{甲-346921}$ 、 $\sqrt{甲-348100}$ 、 $\sqrt{甲-349281}$ 、 $\sqrt{甲-350464}$ 、 $\sqrt{甲-351649}$ 、 $\sqrt{甲-352836}$ 、 $\sqrt{甲-354025}$ 、 $\sqrt{甲-355216}$ 、 $\sqrt{甲-356409}$ 、 $\sqrt{甲-357604}$ 、 $\sqrt{甲-358801}$ 、 $\sqrt{甲-360000}$ 、 $\sqrt{甲-361201}$ 、 $\sqrt{甲-362404}$ 、 $\sqrt{甲-363609}$ 、 $\sqrt{甲-364816}$ 、 $\sqrt{甲-366025}$ 、 $\sqrt{甲-367236}$ 、 $\sqrt{甲-368449}$ 、 $\sqrt{甲-369664}$ 、 $\sqrt{甲-370881}$ 、 $\sqrt{甲-372100}$ 、 $\sqrt{甲-373321}$ 、 $\sqrt{甲-374544}$ 、 $\sqrt{甲-375769}$ 、 $\sqrt{甲-376996}$ 、 $\sqrt{甲-378225}$ 、 $\sqrt{甲-379456}$ 、 $\sqrt{甲-380689}$ 、 $\sqrt{甲-381924}$ 、 $\sqrt{甲-383161}$ 、 $\sqrt{甲-384400}$ 、 $\sqrt{甲-385641}$ 、 $\sqrt{甲-386884}$ 、 $\sqrt{甲-388129}$ 、 $\sqrt{甲-389376}$ 、 $\sqrt{甲-390625}$ 、 $\sqrt{甲-391876}$ 、 $\sqrt{甲-393129}$ 、 $\sqrt{甲-394384}$ 、 $\sqrt{甲-395641}$ 、 $\sqrt{甲-396900}$ 、 $\sqrt{甲-398161}$ 、 $\sqrt{甲-399424}$ 、 $\sqrt{甲-400689}$ 、 $\sqrt{甲-401956}$ 、 $\sqrt{甲-403225}$ 、 $\sqrt{甲-404496}$ 、 $\sqrt{甲-405769}$ 、 $\sqrt{甲-407044}$ 、 $\sqrt{甲-408321}$ 、 $\sqrt{甲-409600}$ 、 $\sqrt{甲-410881}$ 、 $\sqrt{甲-412164}$ 、 $\sqrt{甲-413449}$ 、 $\sqrt{甲-414736}$ 、 $\sqrt{甲-416025}$ 、 $\sqrt{甲-417316}$ 、 $\sqrt{甲-418609}$ 、 $\sqrt{甲-419904}$ 、 $\sqrt{甲-421201}$ 、 $\sqrt{甲-422500}$ 、 $\sqrt{甲-423801}$ 、 $\sqrt{甲-425104}$ 、 $\sqrt{甲-426409}$ 、 $\sqrt{甲-427716}$ 、 $\sqrt{甲-429025}$ 、 $\sqrt{甲-430336}$ 、 $\sqrt{甲-431649}$ 、 $\sqrt{甲-432964}$ 、 $\sqrt{甲-434281}$ 、 $\sqrt{甲-435600}$ 、 $\sqrt{甲-436921}$ 、 $\sqrt{甲-438244}$ 、 $\sqrt{甲-439569}$ 、 $\sqrt{甲-440896}$ 、 $\sqrt{甲-442225}$ 、 $\sqrt{甲-443556}$ 、 $\sqrt{甲-444889}$ 、 $\sqrt{甲-446224}$ 、 $\sqrt{甲-447561}$ 、 $\sqrt{甲-448900}$ 、 $\sqrt{甲-450241}$ 、 $\sqrt{甲-451584}$ 、 $\sqrt{甲-452929}$ 、 $\sqrt{甲-454276}$ 、 $\sqrt{甲-455625}$ 、 $\sqrt{甲-456976}$ 、 $\sqrt{甲-458329}$ 、 $\sqrt{甲-459684}$ 、 $\sqrt{甲-461041}$ 、 $\sqrt{甲-462400}$ 、 $\sqrt{甲-463761}$ 、 $\sqrt{甲-465124}$ 、 $\sqrt{甲-466489}$ 、 $\sqrt{甲-467856}$ 、 $\sqrt{甲-469225}$ 、 $\sqrt{甲-470596}$ 、 $\sqrt{甲-471969}$ 、 $\sqrt{甲-473344}$ 、 $\sqrt{甲-474721}$ 、 $\sqrt{甲-476100}$ 、 $\sqrt{甲-477481}$ 、 $\sqrt{甲-478864}$ 、 $\sqrt{甲-480249}$ 、 $\sqrt{甲-481636}$ 、 $\sqrt{甲-483025}$ 、 $\sqrt{甲-484416}$ 、 $\sqrt{甲-485809}$ 、 $\sqrt{甲-487204}$ 、 $\sqrt{甲-488601}$ 、 $\sqrt{甲-490000}$ 、 $\sqrt{甲-491401}$ 、 $\sqrt{甲-492804}$ 、 $\sqrt{甲-494209}$ 、 $\sqrt{甲-495616}$ 、 $\sqrt{甲-497025}$ 、 $\sqrt{甲-498436}$ 、 $\sqrt{甲-499849}$ 、 $\sqrt{甲-501264}$ 、 $\sqrt{甲-502681}$ 、 $\sqrt{甲-504100}$ 、 $\sqrt{甲-505521}$ 、 $\sqrt{甲-506944}$ 、 $\sqrt{甲-508369}$ 、 $\sqrt{甲-509796}$ 、 $\sqrt{甲-511225}$ 、 $\sqrt{甲-512656}$ 、 $\sqrt{甲-514089}$ 、 $\sqrt{甲-515524}$ 、 $\sqrt{甲-516961}$ 、 $\sqrt{甲-518400}$ 、 $\sqrt{甲-519841}$ 、 $\sqrt{甲-521284}$ 、 $\sqrt{甲-522729}$ 、 $\sqrt{甲-524176}$ 、 $\sqrt{甲-525625}$ 、 $\sqrt{甲-527076}$ 、 $\sqrt{甲-528529}$ 、 $\sqrt{甲-529984}$ 、 $\sqrt{甲-531441}$ 、 $\sqrt{甲-532900}$ 、 $\sqrt{甲-534361}$ 、 $\sqrt{甲-535824}$ 、 $\sqrt{甲-537289}$ 、 $\sqrt{甲-538756}$ 、 $\sqrt{甲-540225}$ 、 $\sqrt{甲-541696}$ 、 $\sqrt{甲-543169}$ 、 $\sqrt{甲-544644}$ 、 $\sqrt{甲-546121}$ 、 $\sqrt{甲-547600}$ 、 $\sqrt{甲-549081}$ 、 $\sqrt{甲-550564}$ 、 $\sqrt{甲-552049}$ 、 $\sqrt{甲-553536}</$

如甲 + 乙 + 3 丁 - 戊 = 1 + 2 + 1 2 - 5 = 1 0

一〇 3 甲 + 乙

二〇 2 丙 - 乙

三〇 3 丁 + 甲 - 乙

四〇 2 丙 - 甲 - 乙

五〇 丁 + 丙 - 2 甲

六〇 丁 - (甲 + 乙)

七〇 甲 + 乙 - 丁

八〇 (甲 + 乙) 丁 - 丙

九〇 (甲 + 乙) (丁 - 丙)

十〇 (甲 + 乙)² ÷ (甲 + 乙)

十一〇 4 (3 甲 - 乙)

十二〇 7 甲 (3 丁 - 2 甲)

十三〇 甲乙丙丁 (甲 + 乙 + 丙 + 丁) 十四〇 (甲 + 乙 + 丙) (甲 + 乙 + 丙)

十五〇 (丁 + 戊 - 乙) - (丙 - 乙) 十六〇 (丁 - 甲 + 丙) (戊 - 乙)

十七〇 (乙丙 + 丁) - 乙 (甲 + 丙) 十八〇 (乙 - 甲 + 丙) + (丙 - 甲)

十九〇 (丙 + 丁 - 甲) ÷ (丁 - 乙) 二十〇 2 乙 (甲 + 丙) (戊 - 丙)

二十一〇 3 甲丁 (丙 - 甲 + 丁) - 戊² 二十二〇 乙 (甲 + 乙 + 丙) - 丁

二十三〇 5 戊 + 甲 + ³/₂ 乙

二十四〇 (甲 + 丙)² 丁

三

$$25 \circ \left(\begin{array}{l} 2 \text{甲} + 2 \text{乙} \\ 2 \text{戊} + \text{甲} \end{array} \right) \begin{array}{l} 3 \text{乙} \\ 3 \text{甲} \end{array}$$

$$26 \circ \text{甲}^2 + \text{乙}^2 + \text{丙}^2 + \text{丁}^2 - \text{戊}^2$$

$$27 \circ \text{丁} + (\text{甲} + \text{乙}) - \text{戊}$$

$$28 \circ (\text{甲} + \text{乙}) (\text{乙} - \text{甲})^4 \text{甲}$$

$$29 \circ \text{甲} + 3 \text{戊} + 4 \text{戊} + 3 \text{丁} + 2 \text{乙}$$

$$30 \circ \left(\begin{array}{l} \text{甲} \text{戊} \\ \text{甲} + \text{丙} \end{array} \right) + \begin{array}{l} 3 \text{丁} \\ \text{丙} \end{array}$$

$$31 \circ \left(\begin{array}{l} 3 \text{丙} \\ 2 \text{丁} + \text{乙} \end{array} \right) \begin{array}{l} 3 \text{丁} - 3 \text{丙} \text{甲} \\ \text{甲} \end{array}$$

$$32 \circ \left(\begin{array}{l} 2 \text{乙}^2 \text{丙} \\ 2 \text{甲} \end{array} \right) - 5 \text{甲} + \text{丙}$$

$$33 \circ 2 \text{乙} (\text{甲} + \text{丙}) - (\text{丁} + \text{戊})$$

$$34 \circ (\text{甲} + \text{丁}) + \text{甲} \text{乙} \text{乙} \text{丁} + \text{甲}$$

$$35 \circ \left(\begin{array}{l} 4 \text{乙} \text{丙} \\ \text{甲} + \text{戊} \end{array} \right) \div \text{丁}$$

$$36 \circ \left(\begin{array}{l} \text{甲} + \text{丙} \\ \text{乙} + \text{丙} \end{array} \right) + \text{丁} \text{戊} - \text{甲} + \text{戊}$$

$$37 \circ 4 (\text{甲} \text{乙} \text{丙} - \text{乙} \text{丙}) + \left(\begin{array}{l} \text{甲} + 2 \text{乙} + 2 \text{丙} + \text{丁} \\ \text{乙} + \text{丁} \end{array} \right)$$

$$38 \circ (\text{甲} + \text{乙}) \times \text{丙} (\text{丁} + \text{戊}) - \text{甲} \text{乙} \text{乙} \div \text{乙} \text{丁} \text{甲} + \text{丁}$$

項者、代數式之一段、以+或-連之者也、

如2甲+3天-2丙丁、式內共有三項、

括號之內雖有幾項、仍作爲一幾何、

如甲+(乙+丙-丁)天式內、祇有二項、即爲甲一項、(乙+丙-丁)天亦爲一項、括弧之內、雖有三項、仍作爲一幾何、

二七

正項者、其前有加號者也、

凡式之首項為正、其加號可不用、

如於甲³ + 丙³ - 乙² + 戊⁵式內、第一第二第四項為正、

負項者、其前有減號者也、

如於³甲 - ²丁 - ³丙 + ²乙 - 戊式內、第二第三第五項為負、

相似項者、諸項之元字及指數相同者也、

如³天及¹²天為相似項、又²(天² + 地²)及⁴(天² + 地²)亦相似、若甲²天與乙²天、則以甲與乙為係數、故亦相似、

不相似項者、所含之元字不同、或元字同而指數異者也、

如³天地與²地人為不相似、又³天地與³天地亦不相似、

獨項式者、代數式之祇含一項者也、

如天地、³甲乙、²天、皆為獨項式、

多項式者、代數式之含有多項者也、

如天⁺地⁺人⁺及³甲⁺乙⁺為多項式、

三

三

三

二九

二八

三三

二項式者、式之有二項者也、

如 2 甲 $+3$ 乙、及天 $-$ 地、爲二項式、

三項式者、式之有三項者也、

如天 $+地+人$ 、與 2 甲 $+3$ 乙 -2 丙、爲三項式、

三四

第二章 代數加法

問一○5冊書與3冊書與7冊書，共爲若干冊。

問二○4乙、3乙、5乙，與2乙，共爲若干乙。

問三○3天、5天、9天、13與10天，共爲若干天。

問四○2甲乙、3甲乙、4甲乙、6甲乙，與9甲乙，共爲若干甲乙。

問五○李某無錢，欠一人洋五分，又一人三分，又一人二分，共欠若干。

問六○如以負號置於李某各欠數之前，則其共欠數之前，宜書何號。

問七○負幾何之和，其前宜書何號。

問八○-9甲、-3甲、-7甲、-8甲，共爲若干甲。

問九○王大欠一人洋一角，又一人一角二分，又一人一角五分，又設張

二欠彼5分，李三欠彼9分，則王大之財況如何，又-10、-1

2、-15、+5、+9，并之共爲若干。

問十○按下式而推所負若干，-7圓、-9圓、5圓、12圓、

問十一 ○ 3 甲、- 5 甲、- 2 甲、7 甲、- 6 甲、9 甲、- 2 甲、并合之則正負

二面孰盈孰絀、所盈若干、

問十二 ○ 一數或幾何之前未書號、則當爲何號、

加法者、并合數幾何而以簡式表其同數也、

和者、加之而得之式也、

總理 ○ 一○惟相似之幾何、乃可加之、并爲一項、

二○不相似項相加、則聯書諸項、而以原號號之、

代數學內、每以指明之式、即作爲推定之式、如總理二所云是也、

相似獨項式相加、

問一 ○ 3 甲、4 甲、5 甲之和若干、

算 草

1	5	4	3
3	甲	甲	甲
甲			

釋曰、求 5 甲、4 甲、3 甲之和、法加其係數、即可知有若干甲、故得其和爲 1 3 甲、

問二〇求 2 甲 + 4 甲 - 2 甲 + 3 甲 - 1 甲 - 3 甲 之同數、

算

草

2 甲	- 2 甲
4 甲	- 1 甲
3 甲	- 3 甲
9 甲	- 6 甲
9 甲 - 6 甲 = 3 甲	

釋曰、將相似之諸項、各書成一行、
諸正項之和爲 9 甲、諸負項之和爲 - 6 甲、
9 甲 - 6 甲 = 3 甲、
故其同數爲 3 甲、

問三

4 乙

問四

3 甲 天

問五

4 地²

問六

4 人²

問七

2 丙³ 天

問八〇求 甲天、3 甲天、7 甲天、9 甲天、8 甲天、2 甲天之和、

問九〇求 7 寅卯、寅卯、2 寅卯、8 寅卯、3 寅卯、5 寅卯之和、

問十〇求 - 3 天地、- 1 天地、- 5 天地、- 7 天地、- 9 天地、- 1 天地之和、

問十一〇求 3 天地、4 天地、3 天地、天地、7 天地、天地之和、

以下諸式變為最簡之式、

問十二〇 3 甲 + 4 甲 - 2 甲 + 7 甲 - 3 甲 - 6 甲 + 甲、

問十三〇 9 甲天 - 3 甲天 + 甲天 + 2 甲天 - 7 甲天 - 甲天、

問十四〇 4 天地 + 2 天地 - 3 天地 + 天地 + 4 天地 - 2 天地、

問十五〇 3 天地 + 4 天地 - 3 天地 - 天地 - 7 天地、

問十六〇 2 天地 + 6 天地 - 7 天地 - 3 天地 - 4 天地、

地、 天 + 地 + 9 天 + 地 - 9 天 + 地 + 8 天 + 地 - 天 +

地、

問十七〇 3 天 - 地 + 5 天 - 地 - 2 天 - 地 + 7 天 - 地 - 天

地 + 9 天 - 地 - 6 天 - 地 - 8 天 - 地 + 4 天 -

地、

問十八〇 7 甲 + 乙 + 3 甲 + 乙 - 5 甲 + 乙 + 6 甲 + 乙 - 4

(甲 + 乙) - 2 (甲 + 乙) + (甲 + 乙) - 3 (甲 + 乙)、

問十九○(甲一天) + 6(甲一天) - 2(甲一天) + 4(甲一天) + 5(甲

一天) - 7(甲一天) + 5(甲一天) - 3(甲一天)

問二十○ 5^2 (甲一乙) - 5^2 (甲一乙) + 5^2 (甲一乙) + 7^2 (甲一乙) - 8

(甲一乙) + 2^2 (甲一乙) - (甲一乙)

問二十一○ 3^3 (天+地) + 5^3 (天+地) + 7^3 (天+地) - 4^3 (天+地) -

3^3 (天+地) + 6^3 (天+地) - 7^3 (天+地) + 9^3 (天+地)

問二十二○ 6^2 甲一天 + 2^2 甲一天 - 5^2 甲一天 + 3^2 甲一天 - 4^2 甲一天 +

7^2 甲一天 + 2 甲一天

不全相似之各項相加

問一○求天 + 2地 + 人、天 - 地、天 + 3地 + 2人之和

算

天 + 2 地 + 人

天 - 地

天 + 3 地 + 2 人

釋曰、將相似之項、寫列一行、以便相加、夫既有三種相似

之幾何、則其和必為各項之和、而以合宜之號連之也、蓋

3 天 + 4 地 + 3 人

惟有相似幾何、乃可并為一項也、

草

問二〇試以下式變為最簡、

3 天 + 2 天地 + 人 - 3 天地 + 2 天 -

3 人 + 4 天 - 3 天地 - 2 天地 + 6 人 - 7 天 + 2 物、

算

3 天 + 2 天地 + 人

2 天 - 3 天地 - 3 人

4 天 - 3 天地 + 6 人

- 7 天 - 2 天地 + 2 物

釋曰、將諸幾何排列、令相似項成行、任從一端起、

各行相加、所得不相似之諸項、以合宜之號連之、

草

2 天 - 6 天地 + 4 人 + 2 物

因不相似項不可并為一項也、(總理二)

法術○將相似項各寫成行次將各相似項相加書爲得數而以應用之號連之

3 甲 + 2 乙

— 2 甲 + 3 乙 — 丙

2 甲

+ 2 丙

問三

3 乙 — 7 丙

3 甲 — 4 乙

5 天 + 3 天地

2 天 — 7 天地

問四

— 3 天 — 6 天地

3 天

4 天地 — 3 人

+ 4 人

問五

3 天 + 4 人 — 天 人

2 天 — 4 人

3 人 — 4 天 人

3 天 + 6 人 — 4 天 人

7 天 人

試變以下諸式爲最簡

問六○ 3 天 + 2 地 — 3 人 — 2 地 + 3 人 — 6 天 + 4 地 + 3 人 + 3

天 + 3 人 — 6 地

問七○ 4 天地 + 人 — 地 + 3 人 — 地 — 3 天地 + 天地 — 地 + 人 + 4

天 — 3 地 + 人

問八○ 3 甲丙 + 4 甲地 + 2 甲丙 — 3 甲地 + 2 甲地 + 2 甲丙 — 3

甲丙 + 甲地

問九〇 9 乙 + 2 丙 丁 - 3 戊 - 3 丙 丁 + 9 乙 + 3 丙 丁 - 6 戊 - 2

乙 - 4 丙 + 3 丙 丁、

問十〇 3 天地 + 3 天地 - 3 人 + 6 天地 - 6 天地 + 2 人 - 3 天地

+ 6 人 - 4 人、

問十一〇 甲 + 6 乙 + 3 丙 - 4 甲 + 3 丙 + 3 甲 - 6 乙 + 丁 + 2 丙

- 3 甲 + 7 丁、

問十二〇 天地 + 地 + 物 - 3 地 + 2 物 + 2 天地 + 人 - 3 天地 - 3

地 + 2 物、

問十三〇 9 甲 乙 - 3 丙 地 + 2 丁 - 4 丙 地 + 4 甲 乙 - 3 丁 + 2 丁

- 3 甲 乙、

問十四〇 加 3 甲 乙 + 3 天地 + 4 4 天地 - 2 甲 乙 + 7 7 甲 乙 +

3 + 2 天地、 2 天地 + 4 - 4 甲 乙、 3 甲 乙 - 2 天地 + 7、

問十五〇 加 3 天 - 4 天 - 天 + 7、 2 天 - 天 + 3 天 - 1 0、 2 天 -

$$7 \text{ 天} - 2 \text{ 天} + 4 \text{ 天} - 3 \text{ 天} - 2 \text{ 天} + 1 \text{ 天} - 3 \text{ 天} - 1 \text{ 天} + 5 \text{ 天} + 6 \text{ 天} - 7$$

$$\text{問十六} \bigcirc \text{加 } 4 \text{ 甲} \text{ 天} + 3 \text{ 甲} + 2 \text{ 天} \text{ 地} + \text{乙} \text{ 甲} \text{ 天} + 4 \text{ 天} \text{ 地} + 3 \text{ 甲}$$

$$2 \text{ 乙} \text{ 甲} \text{ 天} + 3 \text{ 天} \text{ 地} - \text{甲} - 3 \text{ 乙} \text{ 甲} \text{ 天} + 8 \text{ 天} \text{ 地} + 3 \text{ 甲}$$

$$5 \text{ 乙}$$

$$\text{問十七} \bigcirc \text{加 } \text{甲} \text{ 丙} + \text{甲} \text{ 乙} + 4 \text{ 甲} - \text{甲} \text{ 乙} + 4 \text{ 甲} \text{ 乙} \text{ 丙} + 3 \text{ 甲} \text{ 丙} \text{ 甲} \text{ 乙} +$$

$$\text{乙} + \text{甲} \text{ 乙} + \text{乙} \text{ 丙} + 2 \text{ 甲} \text{ 乙} \text{ 丙} + 2 \text{ 乙} \text{ 丙} \text{ 甲} \text{ 丙} - \text{甲} \text{ 丙} + \text{乙} \text{ 丙}$$

$$\text{乙} \text{ 丙} + \text{丙} + \text{甲} \text{ 乙} \text{ 丙}$$

$$\text{問十八} \bigcirc \text{加 } 2 \text{ (甲} - \text{天)} + 4 \text{ 天} \text{ (甲} - \text{天)} - 3 \text{ 天} - 6 \text{ 天} - 3 \text{ (甲} - \text{天)} - 7$$

$$\text{(甲} - \text{天)} - 5 \text{ 天} \text{ (甲} - \text{天)}$$

$$\text{問十九} \bigcirc \text{加 } 7 \text{ (甲} - \text{乙)} + \text{乙} \text{ 丙} - 5 \text{ (甲} + \text{乙)} - 3 \text{ (甲} + \text{乙)} - 4$$

$$\text{乙} \text{ 丙} + 8 \text{ (甲} + \text{乙)} - 7 \text{ (甲} + \text{乙)} - 8 \text{ 乙} \text{ 丙}$$

$$\text{問二十} \bigcirc \text{加 } 6 \text{ (甲} \text{ 乙} + \text{丙)} + 7 \text{ (甲} - \text{天)} + \text{甲} \text{ 天} - 5 \text{ 甲} \text{ 天} - 8 \text{ (甲} \text{ 乙} +$$

$$\text{丙} - 5(\text{甲} - \text{天})、3(\text{甲} - \text{天}) - 2(\text{甲乙} + \text{丙}) - 4\text{甲天}、3(\text{甲}$$

$$\text{乙} + \text{丙}) + 2\text{甲天} - (\text{甲} - \text{天})、$$

$$\text{問二十一} \circ \text{加}(\text{甲} + \text{丙}) - 3\text{甲}(\text{天} + \text{地})、5\text{甲}(\text{天} + \text{地}) - 5(\text{甲} + \text{丙})、$$

$$7(\text{甲} + \text{丙}) - 7\text{甲}(\text{天} + \text{地})、\text{甲}(\text{天} + \text{地}) - 9(\text{甲} + \text{丙})、$$

$$\text{問二十二} \circ \text{加}(\text{天} + 1) - 4(\text{地} - 2) + \text{甲}、3(\text{地} - 2) - 5\text{甲}、$$

$$2\text{甲}(\text{天} + 1)、7\text{甲} + 4\text{甲}(\text{天} + 1) - 2(\text{地} - 2)、3\text{甲}(\text{天} +$$

$$1) + (\text{地} - 2) + 3\text{甲}、$$

$$\text{問二十三} \circ \text{加}(\text{甲} - \text{天} + 5\text{天}、7\text{天} - 3(\text{甲} - \text{天})、7(\text{甲} - \text{天}) - 6\text{天}、$$

$$3\text{天} - 4(\text{甲} - \text{天})、$$

$$\text{問二十四} \circ \text{加}5\text{甲} - 6(\text{乙} + \text{丙}) + 7、5(\text{乙} + \text{丙}) - 6\text{甲} - 4、8\text{甲} -$$

$$9(\text{乙} + \text{丙}) - 9、3\text{甲} - 5(\text{乙} + \text{丙}) + 2、$$

$$\text{問二十五} \circ \text{加}7(\text{天} + 3) - 4\text{地} + \text{甲乙}、3\text{地} - 2\text{甲乙} - 6(\text{天} + 3)、$$

$$5\text{甲乙} - 5\text{地} + 3(\text{天} + 3)、7\text{地} - 2\text{甲乙} + (\text{天} + 3)。$$

問二十六〇加甲天(甲-1) + (乙-2) + 地、2(乙-2) - 3地 + 3

甲天(甲-1) 5地 - 6甲天(甲-1) - 6(乙-2) 4甲天(甲

- 1) + (乙-2) - 7地

問二十七〇加7(甲+乙+天) 甲-3乙+甲乙丙、7天(甲-3) 乙-5

(甲+乙-3) 甲乙丙、4(甲+乙+2) 甲乙丙-5天(甲-3) 乙

6(甲+乙-5) 天(甲-3) 乙-7甲乙丙

問二十八〇加4甲(乙-丙-3) 天+地、8天-5甲(乙-丙-5

地、6地+7(天+3) 甲(乙-丙) 甲(乙-丙)-7(天+2) 地

問二十九〇4天+甲天-乙天+2天之和若干

算 草

+ 4天³
+ 甲天³
- 乙天³
+ 2天³
(6+甲-乙)天³

釋曰、4、甲、-乙、2、諸幾何皆可作為天之係數、故當以之相加、得其和置於天前、今諸係數之和為6+甲-乙、

∴諸幾何之和為(6+甲-乙)天

問三十〇 2 甲天 - 3 乙天 + 4 丙天 + 3 丁天之和若干、

問三十一〇 2 甲天 + 4 乙天 + 3 丙天 + 4 天之和若干、

問三十二〇 加 2 (甲 + 乙)、3 甲 (甲 + 乙)、4 (甲 + 乙)、2 甲 (甲 +

乙)、

問三十三〇 加 5 (甲 + 3)、2 (甲 + 3)、3 甲 (甲 + 3)、2 乙 (甲 + 3)、

問三十四〇 加 3 甲、天 + 地、2 天 + 地、2 甲、天 + 地、3 天 + 地、

問三十五〇 加 5 (天 + 地)、甲 (天 + 地)、乙 (天 + 地)、- 4 (天 + 地)、

問三十六〇 加 乙 (天 - 地)、乙 (天 - 地)、乙 (天 - 地)、

問三十七〇 加 甲、甲 - 乙、4 丙、甲 - 乙、3 甲、甲 - 乙、2 丙、甲 - 乙、

問三十八〇 加 6 乙 (天 + 地)、甲 (天 + 地)、- 丙 (天 + 地)、- 5 乙 (天 + 地)

2 丙 (天 + 地)、

問三十九〇 加 5 甲、2 丙、3 天、甲、丙、6 甲、丙、2 天、甲、丙、

問四十〇 加 7 (天 + 地 + 1)、2 乙 (天 + 地 + 1)、- 5 (天 + 地 + 1)、3

乙(天 + 地 + 1)

問四十一 ○加甲 $\begin{matrix} \text{天} \\ \text{地} \end{matrix}$ 乙 $\begin{matrix} \text{天} \\ \text{地} \end{matrix}$ 丙 $\begin{matrix} \text{天} \\ \text{地} \end{matrix}$ (甲 + 乙 + 丙)

方程與問題

試將下列諸式變為最簡而求天之同數

問一 ○ 3天 + 4天 + 2天 - 3天 - 2天 + 4天 = 16

解

3天 + 4天 + 2天 - 3天 - 2天 + 4天 = 16

并合諸項

8天 = 16

故

天 = 2

問二 ○ 5天 + 2天 - 3天 + 4天 - 6天 + 7天 = 18

問三 ○ 5天 + 6天 - 9天 - 3天 + 2天 + 4天 = 20

問四 ○ 3天 - 2天 + 5天 + 7天 + 4天 - 3天 = 26 + 2

問五○ 3 天 -4 天 $+2$ 天 $+6$ 天 -4 天 $+天=15+3-$

2、

問六○天 $+4$ 天 $+6$ 天 -3 天 $+7$ 天 -9 天 $=21+7-4、$

問七○ 9 天 -2 天 -3 天 $+7$ 天 -5 天 $+4$ 天 $=35+9-4、$

問八○ 8 天 -4 天 $+7$ 天 $+3$ 天 -6 天 -4 天 $=37-3+2、$

問九○ 11 天 -3 天 $+7$ 天 -4 天 $+6$ 天 -3 天 $=23+7-2、$

問十○ 10 天 -4 天 $+2$ 天 $+7$ 天 -6 天 $+2$ 天 $=35+6+3、$

試解以下諸題

問十一○李福推演算題之數、倍於張祿、而張祿所推得者、三倍於王壽、

如三人共推演 70 題、問各人推演若干、

問十二○甲所有之銀、二倍於乙、乙所有者、二倍於丙、如甲乙丙共有洋

140 圓、則各有若干、

問十三○韋童所有石丸之數、二倍於韓童、韓童所有者、又三倍於孫童、

三童共有石丸 50 枚，則各有若干。

問十四○甲商負乙商洋若干圓，負丙商之數倍之，但他商之負甲者，十倍其負乙之數，設甲收欠而償負，清訖之後，餘洋 1400 圓，則其負乙與丙若干圓。

問十五○今有一數之 13 倍，減本數之 5 倍，加本數之 8 倍，其答數較 155 多 5，問此是何數。

問十六○某借書局所有參攷書之冊數，十倍於說部書，歷史書三倍於說部書，祇知參攷書較說部書歷史書之和，尙多 12000 冊，則三種各爲若干冊。

問十七○某商經營虧折，共負人 36000 圓，欠甲之數十倍於乙，欠丙三倍於乙，欠丁二倍於乙，與丙之較，則欠各人若干。

問十八○某邑之公民，選舉職員，合選者三員，甲所得之簽名票數，二倍於乙，乙所得者，爲丙之一倍半，祇知投票總數爲 1125 缺。

3名、則三人各得票數若干、

問十九○一人作工五日、每日工資三倍於食宿費、其後賦閑四日、核計除付食宿費之外、囊中尚有十圓鈔票二紙、銀洋四圓、則其每日工資若干、食宿費若干、

問二十○一人借銀於甲乙丙丁四賈、其數相同、甲借二年、乙借三年、丙借四年、丁借五年、如其人共收利洋420圓、則四人各付利洋若干圓、

問二十一○某公司共僱工人77名、計女子之數二倍男人、小孩之數二倍女子、問各爲若干、

問二十二○富翁助醫院之資、二倍於助圖書館之資、助學堂之資、四倍於圖書館、如其共助洋70000圓、則三處各助若干、

第三章 代數減法

問一○7里與9里差若干里、

問二○9寅與3寅差若干寅、

問三○12甲減去8甲、尙剩若干甲、

問四○12甲乙減去3甲乙、尙剩若干、12甲乙與-3甲乙之和若

干、

問五○13巳午減去5巳午、尙餘若干、13巳午與-5巳午之和若

干、

問六○倘不減去正幾何、則以何法可得同數、

問七○自13減去7、所餘若干、自13減去7-3、所餘若干、

問八○13減7及13減7-3、二者所得之餘數比較何如、

問九○11甲減8甲、所餘若干、11甲減8甲-5甲所餘若干、

問十○前問之二餘、比較何如、

四三

問十一○如不減負幾何、則以何法可得同數、

四四

減法者、求二幾何之較也、或曰求何幾何加於此幾何可得彼幾何也、

四五

原式者、自此幾何減去別幾何者也、

四六

減式者、所減之幾何也、

四七

餘式或曰較、減後所得之幾何也、

總理

一○惟相似諸幾何之較、可以一項顯之、

二○減一正幾何與加一相等之負幾何、其得式不改、

三○減一負幾何與加一相等之正幾何、其得式不改、

四八

正項相減

問一○自9甲減3甲、所餘若干、

算

9甲
3甲

草

6甲

釋曰、凡某數之九倍、減其數之三倍、則所餘者為六倍本數、故9甲減去3甲、餘為6甲、或曰、既減一正幾何、不啻加一相等數之負幾何、(總理二)故自9甲減3甲、則可改3甲之號而

相加、故9甲減去3甲、即求9甲與-3甲之和爲6甲、
 問二〇自13甲減15甲、所餘若干、

算

13甲
 15甲

草

-2甲

釋曰、自13甲減15甲內之13甲、尙餘2甲當減、故得
 式爲-2甲、或曰、旣減一正幾何、不啻加一相等之負幾何、
 (總理二)故13甲減15甲、可以15甲改號、求13甲
 與-15甲之和而得之、即-2甲、是以自13甲減15
 甲、餘-2甲、

問三

問四

問五

問六

問七

問八

從15甲
 減6甲

13天地
 8天地

15³2²天地
 17³2²天地

19²2²天地人
 22²2²天地人

3²2²3³天地人
 15²2²3³天地人

10²2²3³甲乙丙
 13²2²3³甲乙丙

求下諸問之餘、

問九〇12天+6地、減8天+2地、

問十〇10甲+2乙、減9甲+3乙、

問十一〇5天地+4人、減7天地+2人、

問十二○ 5^2 天地² + 3 人、減 3^2 天地² + 6 人、

問十三○ 6^2 天地人³ + 2 天地、減 8^2 天地人³ + 3 天地、

問十四○ 5^2 巳午申² + 6 巳午申、減 4^2 巳午申² + 3 巳午申、

問十五○ 7^2 寅卯天² + 2 寅卯天、減 5^2 寅卯天² + 3 寅卯天、

問十六○ 9^2 天地² + 7 地、減 5^2 天地² + 2 地、

問十七○天地² + 人、減 3^2 天地² + 4 人、

問十八○巳午² + 4 巳午、減 5^2 巳午² + 5 巳午、

問十九○ 1^2 5 天地人² + 2 地、減 2^2 天地人² + 4 地、

問二十○ 3^2 地人⁴ + 3 地人、減 8^2 地人⁴ + 地人、

問二十一○ 9^2 巳午² + 2 午申、減 3^2 巳午² + 4 午申、

問二十二○天地人³ + 天地人、減 1^2 0 天地人³ + 4 天地人、

不全相似之各項相減

問二十三○自 6^2 甲² - 2^2 乙、減 3^2 甲² - 4^2 乙、其餘若干、

算

草

$$\begin{array}{r} 6 \text{ 甲} - 2 \text{ 乙} \\ 3 \text{ 甲} - 4 \text{ 乙} \\ \hline - \end{array}$$

$$3 \text{ 甲} + 2 \text{ 乙}$$

釋曰、減式有二項、故必各項分減之、自6甲-2乙減3甲、餘3甲-2乙、或以-3甲加於6甲-2乙、所得仍同、但減式爲3甲尙少4乙、故求真餘、則必以4乙加之、3甲-2乙、而得3甲+2乙、是以推算之時、祇改減式各項之號、而後相加可也。

法術○以相似之諸項各列成行、改減式各項之號、加號變爲減號、減號變爲加號、或設其爲已變、而後按加法計之。

問二十四

問二十五

問二十六

問二十七

問二十八

$$\begin{array}{r} 4 \text{ 甲}^3 \text{ 天} \\ - 2 \text{ 甲}^3 \text{ 天} \\ \hline 2 \text{ 天}^3 \text{ 地} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ - 5 \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ \hline - 2 \text{ 天}^3 \text{ 地} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ - 2 \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ \hline 1 \text{ 天}^3 \text{ 地} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ - 2 \text{ 天}^3 \text{ 地} \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ 地} - 2 \text{ 人} \\ 3 \text{ 地} + 4 \text{ 人} \\ \hline 3 \text{ 地} + 2 \text{ 人} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \text{ 甲} \text{ 天} - 4 \text{ 乙} \text{ 地} \\ 3 \text{ 甲} \text{ 天} - 9 \text{ 乙} \text{ 地} \\ \hline 4 \text{ 甲} \text{ 天} + 5 \text{ 乙} \text{ 地} \end{array}$$

問二十九

問三十

問三十一

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 甲} + 2 \text{ 乙} - 3 \text{ 丙} \\ - 2 \text{ 甲} - 4 \text{ 乙} + 5 \text{ 丙} \\ \hline 5 \text{ 甲} - 2 \text{ 乙} + 2 \text{ 丙} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \text{ 天} + 3 \text{ 地} - 3 \text{ 人} \\ 2 \text{ 天} - 4 \text{ 地} - 5 \text{ 人} \\ \hline 2 \text{ 天} - 1 \text{ 地} - 8 \text{ 人} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \text{ 天地} + 3 \text{ 人} + 2 \text{ 天}^2 \\ 2 \text{ 天地} - 3 \text{ 人} + 4 \text{ 天}^2 - 1 \text{ 地} \\ \hline 2 \text{ 天地} + 6 \text{ 人} + 2 \text{ 天}^2 - 1 \text{ 地} \end{array}$$

問三十二○甲 + 乙 + 丙減甲 + 2 乙 - 丙、

問三十三○3 天 + 2 地 - 3 人減 2 天 - 3 地 + 4 人、

問三十四○6 甲 + 2 乙 + 3 丙減 3 甲 - 3 乙 - 2 丙、

問三十五○3 甲 - 2 丙 - 4 丁減 4 丙 - 3 甲 + 2 丁、

問三十六○8 天 - 3 地 + 2 人減 4 地 - 3 天 + 2 人、

問三十七○9 巳 + 4 午 + 未減 3 未 - 4 巳 - 2 午、

問三十八○甲天 + 2 甲地 + 人減 2 甲天 - 2 甲地 + 人、

問三十九○2 天地 + 5 地人 + 3 天人減 2 天地 - 3 地人 - 4 天人、

問四十○8 天地 + 1 6 天地 + 1 0 天地減 1 4 天地 - 8 天地 - 4

天地、

問四十一○5 天地 + 1 0 天地 - 6 地人減 1 0 天地 - 4 天地 + 5

地人、

問四十二○3 天 + 2 天地 + 人 + 物減 2 天 - 3 天地 - 4 人、

問四十三○¹5天³+10地³+8人³-未³減5地³+4人³+6未³

問四十四○⁴天地²+3天地⁵+4天³-3減4天地²-3天⁷

問四十五○⁴乙天³+3甲地²+4-丙地減丙地⁵-乙天³

問四十六○³天地²+3天地⁴-5天減2天地²-2天地⁴+4天⁵

問四十七○⁴天地⁵-3天地²-7人減2天地⁵+6天地²+2人⁴+9

問四十八○⁷甲未²-4乙申³+3未申減3甲未²+2乙申³+7

問四十九○¹5天⁵-24天地³-16地減15天地³+4人⁵-5地⁴+天⁵

問五十○³寅天⁴-4卯天^寅地⁴+4寅地減4寅天²+2卯天^寅地⁴-4寅天²

問五十一○³卯天²-2卯天^寅地^寅-寅地減3寅地³+2卯天^寅地³-4

²卯天

問五十二○³天地²+2人⁵-地減2天地³-3人²-2地²

問五十三○⁴(甲+乙)²-3甲+4丙減甲²-2(甲+乙)²-2丙

問五十四○⁵甲+乙²-3天地³減6天地³-7天地³

問五十五〇 $5 \sqrt{\text{甲} + \text{乙}^2} - 3 \sqrt{\text{丙} + \text{丁}} \text{減} 4 \sqrt{\text{甲} + \text{乙}^2} + 2 \sqrt{\text{丙} + \text{丁}}$

問五十六〇 自甲天 + 乙地減丙天 - 丁地、所餘若干、

釋曰、夫甲與丙、既可作為天之係數、而乙與丁、

為地之係數、故諸幾何之較、可以其係數之較為

天與地之新係數而定之、夫自甲既不得減丙、故

可以(甲 - 丙)表之、又乙不能減丁、故可以(乙

+ 丁)表之、是以全餘可寫為(甲 - 丙)天 + (乙 +

丁)地、

算

甲天 + 乙地

丙天 - 丁地

草

(甲 - 丙)天 + (乙 + 丁)地

問五十七〇 自甲地 + 2 天減丙地 - 丁天、

問五十八〇 自丙天 + 2 天地 - 3 丁人減 3 甲天 + 2 天地 - 2 甲人、

問五十九〇 自 2 丙丁 - 3 甲乙 + 丙戊減 2 甲丁 + 3 甲乙 - 2 丁戊、

問六十〇 自甲天 + 乙地 - 人減乙天 - 甲地 - 丙人、

問六十一〇 自 5 甲地 + 2 丙人 - 6 天減丙地 - 甲人 - 丁天、

問六十二〇 自甲天 + 2 丙地 + 3 天地減 2 乙天 - 3 甲地 - 丙天地、

問六十三〇自²巳天 + 未地² - 3午天地減未天 + 申天地 - 巳地²、
 問六十四〇自²丙天 - 1⁴甲乙地 + 7²甲乙地減9天 - 1⁴甲乙地 +

1⁵乙²、

問六十五〇自³天 + 7地 - 8人減乙丙天 - 甲地 + 午人、

問六十六〇自²甲 - 乙天 + 甲 + 乙地減甲 - 丙天 + 乙 - 丙地、

問六十七〇自²甲 + 乙 - 丙天 + 甲 - 乙 + 丙地減甲 + 乙 - 丁天

- 甲 + 乙 - 丙地、

問六十八〇自⁴乙天 - 地 + 4丙丁天減4丙天 - 地 + 甲天、

問六十九〇自⁵天 + 3地減3天 + 2甲地、

問七十〇自²甲 + 乙天 - 甲 - 乙地減乙 - 丙天 - 甲 + 丙地、

問七十一〇自²甲天 + 地 + 乙天 - 地 + 丁天減乙天 + 地 - 甲

天 - 地 - 丙天、

問七十二〇自²卯^寅天地 - 寅 + 卯^卯天地減寅 - 卯^卯天地 - 卯 +

$$3 \text{ (實)} \begin{matrix} \text{天}^2 \\ \text{地}^2 \end{matrix} + \text{地}^2$$

括號

代數減法內時或寫減式於括號之內、置之原式之後而連以減號、

如甲 + 乙減乙 + 丙 - 丁、有時或以下式表之、甲 + 乙 - (乙 + 丙 - 丁)、

問一〇減式自原式減去時、其各項之號、當如何更改、

問二〇括號之幾何前有負號、如果減之、或去其括號、則其各項之號、當

如何更改、

總理

一〇括號之前有負號、如盡改其內各項之號、則括弧可去、

二〇一式各項之號、如盡更改、則可納於前帶負號之括弧內、

幾何含於括號內、前帶正號、則去括弧時、無庸改其各項之號、故任若干項納入前

冠正號之括弧內、無庸改其各項之號、

學者當知凡式之如 $-(\text{天}^2 - \text{地}^2 + \text{人})$ 者、其天之號為正、蓋其式一如為 $-(\text{天}^2$

$-\text{地}^2 + \text{人})$ 也、

試以下諸式變爲最簡、并意謂去其括弧、其相類似項也

問一〇甲 - (甲 + 乙)

問二〇天 - (天 - 地)

問三〇甲 + 乙 - (-甲)

問四〇甲 - (-甲 - 乙)

問五〇甲 - (甲 - 乙)

問六〇地 - (-天 - 地)

問七〇4甲 - (2甲 + 地)

問八〇3天 + 2地 - (2天 - 2地)

問九〇5天 - 3地 - (-2天 + 4地)

問十〇7天 + 3人 - (天 + 地 + 人)

問十一〇2天 - 3地²人 - (天 + 人 - 3地²人)

問十二〇3天地 + 2天地³ - (4天地 - 天地³ + 天)

問十三〇3天 + 2地² - (-4天 - 2地²人)

問十四〇3甲乙² - 2甲丙² - (-3甲乙² - 6甲丙²)

問十五〇(甲 + 乙) + (甲 - 乙) - (2甲 - 2乙)

問十六〇(甲 + 乙 - 丙 - 天) - (乙 - 丙 - 天 + 甲) + (天 - 甲)

$$\text{問十七 } \circ (3 \text{ 天} - 4 \text{ 丙}) + (\text{天} - 3 \text{ 丙}) - (4 \text{ 天} - 7 \text{ 丙} - 4)$$

$$\text{問十八 } \circ (3 \text{ 甲}^2 - 2 \text{ 甲天} - 7) - (7 + 3 \text{ 甲}^2 - 4 \text{ 甲天} + 2) - 3$$

$$\text{問十九 } \circ (\text{甲}^2 + 2 \text{ 甲乙} + \text{乙}^2) - (\text{甲}^2 - 2 \text{ 甲乙} + \text{乙}^2) - (-4 \text{ 甲乙})$$

$$\text{問二十 } \circ 1 - (1 - \text{天}) + (2 + \text{天}) - (1 + \text{天}^2 - \text{天})$$

$$\text{問二十一 } \circ (\text{甲} + \text{乙}) \text{天} + 4 - (\text{甲} - \text{乙}) \text{天} + 7$$

一式有數括號者、可遞次去之、先去其外括號或內括號、則可隨意、

如 $\text{甲} + \text{乙} - (\text{丙} - \text{甲} + (\text{丁} + \text{乙})) - \text{丙} + 2 \text{乙} - \text{丁}$

$$= \text{甲} + \text{乙} - \text{丙} + \text{甲} - (\text{丁} + \text{乙}) + \text{丙} - 2 \text{乙} + \text{丁}$$

$$= \text{甲} + \text{乙} - \text{丙} + \text{甲} - \text{丁} - \text{乙} + \text{丙} - 2 \text{乙} + \text{丁}$$

$$= 2 \text{甲} - 2 \text{乙}$$

試將下諸式變爲最簡、

$$\text{問二十二 } \circ 2 \text{ 甲} - (2 \text{ 乙} - \text{丁}) - (\text{甲} - \text{乙} - (2 \text{ 丙} - 2 \text{ 丁}))$$

$$\text{問二十三 } \circ 2 \text{ 甲} - (3 \text{ 乙} + (2 \text{ 乙} - \text{丙}) - 4 \text{ 丙} + 2 \text{ 甲} - (3 \text{ 乙} -$$

丙 - 2 乙

問二十四〇 2 甲 - (2 甲 - 2 甲 - (2 甲 - 2 甲 - 甲))

問二十五〇 天 - 5 寅 丙 - (天 - (3 丙 - 3 寅 丙) + 3 丙 - (天 -

2 寅 丙 - 丙)

問二十六〇 甲 - 乙 - 丙 - (丁 + 2 甲 + (3 乙 - 2 丙 + 丁) - 4 甲 -

2 乙)

問二十七〇 天 + 2 地 - (天 + (2 地 + 3 天 - 4 天) - 6 地 + 3 天)

+ 4 天

問二十八〇 - (天地 + 2 地 - 3) - (天地 - (6 地 + 7 - 3 天地) +

9)

問二十九〇 甲乙 + 甲丙 - (3 甲乙 + (3 乙丙 + 2 乙丁 - 3 甲乙) +

2 乙丁) - 6 丙

問三十〇 - (3 甲天 - (2 天地 + 3 人) + 人 - (4 天地 + (3 甲天 +

$$6 \text{ 人} + 3 \text{ 人}$$

$$\text{問三十一} \quad \text{○天} - (\text{---} - (\text{---} \text{天}) + \text{天} - 2 \text{天})$$

$$\text{問三十二} \quad \text{○地} - (\text{丙} + \text{天}) - (\text{地} - (\text{---} \text{天} + \text{地}))$$

$$\text{問三十三} \quad \text{○(甲} - \text{乙)} - (\text{---} \text{甲} - (\text{乙} - \text{甲}) + (\text{甲} - \text{乙}))$$

$$\text{問三十四} \quad \text{○} 3 \text{ 甲} - (2 \text{ 甲} + 1) + \text{甲} - (3 - 4 - \text{甲})$$

$$\text{問三十五} \quad \text{○} - 7 - (\text{---} \text{甲} - (\text{---} \text{甲} - \text{甲} - 3))$$

$$\text{問三十六} \quad \text{○(天} + 1) - (\text{甲} \text{天} - (\text{---} - 2 \text{ 甲} \text{天} + 7) - \text{甲} \text{天} - 2 \text{天} - 7)$$

$$+ 2 \text{ 天}$$

遷項

五二

$$\text{問一} \quad \text{○如天} - 5 = 20, \text{則天之同數若干}$$

$$\text{問二} \quad \text{○如天} + 5 = 20, \text{則天之同數若干}$$

問三 ○在方程天 - 5 = 20 內求天之同數，則將 5 如何處置，○在方

程天 = 20 + 5 內其 5 之號，與其前方程內之號相比何如。

問四○在方程 $x + 5 = 20$ 內求 x 之同數將 5 如何處置○在方程 $x = 20 - 5$ 內其 5 之號與其前方程內之號如何不同

問五○將 5 自方程之此端移至彼端其號有何改變

問六○一數或幾何自方程之彼端移至此端其號宜有何變

問七○如以 5 加於方程 $2 + 3 = 5$ 之此端則彼端必如何處置方仍相等

問八○如以 5 自方程 $2 + 3 = 5$ 之此端減去則彼端必如何處置方仍相等

問九○如方程 $2 + 3 = 5$ 之此端以 5 除之則彼端如何處置方仍相等

問十○如方程 $2 + 3 = 5$ 之此端以 5 乘之則彼端如何處置方仍相等

問十一○如方程 $7 + 9 = 16$ 之此端成平方或開平方根則彼端必

五三

五四

五五

五六

五七

如何處置、方仍相等、

問十二○是則凡方程之二端必如何處置之、方不失其互等、

方程之一二端、即其等號二旁之一段也、

上端 在等號之左或上、

下端 在等號之右或下、

遷項 即自此端內移一項至彼端也、

自理者、無庸證驗之眞理也、

自理○一○凡各物俱等於一物、則此各物互等、

二○等度加等度、其和必等、

三○等度減等度、其餘必等、

四○等度乘等度、其合必等、

五○等度除等度、其得數必等、

六○等幾何之等次方必等、

七〇等幾何之等次根必等

總理

方程之任一項自此端遷至彼端祇變其號自正為負自負為正即可

方程與問題

問一〇 $2\text{天} - 3 = \text{天} + 6$ 求天之同數

釋曰此方程之二端俱有未知幾何與已知幾何雜糅故求天之同數必先將未知幾何集於此端已知幾何集於彼端

草算

2天	$=$	$\text{天} + 9$	$+$	3	$=$	$\text{天} + 6$
天	$=$	$\text{天} + 9$	$+$	3	$=$	$\text{天} + 6$
$-$	$=$	9	$+$	3	$=$	6
9	$=$	9	$+$	3	$=$	6

上端內有 -3 可於二端加 3 使之消去 (自理二) 得方程為 $2\text{天} = \text{天} + 9$

下端內有 天 可於二端各減 天 以消去之 (自理二) 得方程為 $\text{天} = 9$

又

$$2 \text{天} - 3 = \text{天} + 6$$

$$2 \text{天} - \text{天} = 6 + 3$$

$$\text{天} = 9$$

又釋曰、按總理、一項自此端遷至彼端、必改其號、故
 - 3 可遷至下端而改爲 + 3、又天可遷至上端而
 改爲負天、得方程爲 $2 \text{天} - \text{天} = 6 + 3$ 、并合諸項、
 得天 = 9、

覆驗得式之合否、可以天之同數代入原方程之二
 端、如二端等、則未知幾何之同數不誤、如本題、以 9
 代原方程二端內之天、則變爲 $18 - 3 = 9 + 6$ 、
 即 $15 = 15$ 、故天之同數誠爲 9、

法術○遷方程之項、使未知幾何盡居上端、已知幾何盡居下端、
 并合相似之項、而以未知幾何之係數除方程之二端、

覆驗法○用未知幾何之同數代入原方程、如二端之數相等、則所得未
 知幾何之同數不誤、

一○相同之項而有同號、居方程之二端、則可互消、

二○方程之諸項一齊改號、則二端仍復相等、

試遷下列諸方程之項、而求天之同數、

問二〇天 + 3 = 7、

問三〇2天 - 4 = 12、

問四〇2天 - 10 = 14、

問五〇3天 + 7 = 28、

問六〇3天 - 5 = 25、

問七〇7天 - 3 = 25、

問八〇9天 + 6 = 24、

問九〇8天 - 13 = 27、

問十〇7天 + 5 = 26、

問十一〇10天 - 5 = 35、

問十二〇12天 + 6 = 30、

問十三〇13天 - 4 = 35、

問十四〇2天 + 2 = 6 + 天、

問十五〇3天 - 4 = 6 + 天、

問十六〇3天 + 5 = 11 - 天、

問十七〇4天 + 2 = 3天 + 8、

問十八〇4天 - 11 = 9 - 天、

問十九〇4天 + 3 = 3天 + 10、

問二十〇7天 - 5 = 19 + 4天、問二十一〇9天 - 3 = 30 - 2天、

問二十二〇2天 + 35 = 5天 + 2、

問二十三〇3天 - 15 + 24 = 25 - 10、

問二十四○4天 + 13 + 38 = 10天 - 3天、

問二十五○3天 - 6 = 天 + 14 - 4、

試解左列諸問題、

問二十六○何數加9、乃等於34、

問二十七○何數減15、乃等於31、

問二十八○何數加9、乃等於27、

問二十九○何數減10、乃等於33、

問三十○何數加本數二倍、則等於45、

問三十一○何數加本數三倍、乃等於72、

問三十二○何數加倍、較本數多10、

問三十三○何數加10而復倍之、則等於44、

問三十四○何數倍之而加4、則等於本數加15、

問三十五○何數三倍之而減5、則等於本數加21、

問三十六〇一人三日共行71里、次日較首日多行3里、第二日較次日多行5里、則三日各行若干、

解〇設

天 = 首日所行之里數、

則 天 + 3 = 次日所行之里數、

而 天 + 8 = 第三日所行之里數、

故 天 + 天 + 3 + 天 + 8 = 71、

遷項 天 + 天 + 天 = 71 - 3 - 8、

并合相似項 3天 = 60、

故 天 = 20 爲首日所行之里數、

天 + 3 = 23 爲次日所行之里數、

天 + 8 = 28 爲三日所行之里數、

問三十七〇三童共有洋八角五分、仲所有者、較孟多一角、季所有者、較仲多5分、孟仲季各有若干、

問三十八○牧者有羊 395 隻、分蓄三田、次田較首田多 20 隻、第三

田較次田多 25 隻、則三田各有若干隻、

問三十九○或問牛賈所販之牛滿 100 頭否、賈曰、若以我所販之數

倍之而加 4、適為 100 頭、則其販牛若干頭、

問四十○某富人遺產 6900 圓、分與四子、命自幼而長、遞增 150

圓、則各得若干、

問四十一○某製造廠四年費用、共計 9500 圓、核之、知其每年遞增

250 圓、則每年費用各為若干、

第四章 代數乘法

問一○有人每小時行 4 里，則三小時行若干里。

問二○ 4 寅之三倍爲若干寅，○其二倍爲若干寅，○ 6 寅之 5 倍爲若

若干寅。

問三○童子每小時採栗三升，則四小時共採若干升，○ 3 已之 4 倍爲

若干已。

問四○一舟向北駛行，每小時行 6 里，以 $+$ 表之，則 3 小時當行若干

里，且合數之前，宜冠何號，以表其駛行方向。

問五○三倍 $+$ 6 ，則爲若干，○三倍 $+$ 6 甲，○二倍 $+$ 5 乙，○三倍 $+$ 7

天，○ 4 倍 $+$ 3 甲，各爲若干。

問六○正幾何爲正幾何所乘，其合數當有何號。

問七○一舟向南駛行，每小時行 5 里，以 $-$ 表之，則 4 小時當行若干

里，且合數之前，當冠何號，以表其行向。

問八○4倍-5寅、則爲若干-寅、○3倍-6寅、○5倍-4乙、○6倍-3天、各爲若干、

問九○負幾何以正幾何乘之、則其合數當有何號、

問十○ 4×5 之合、與 5×4 之合、相比何如、○如生數爲虛數、則其乘時之次序雖變、於合數亦有關係乎、○是則 $-4 \times +3$ 與 $+3 \times -4$ 、又 -5 天 $\times +7$ 、與 $+7 \times -5$ 天之合爲何、

問十一○正幾何爲負幾何所乘、其合數當爲何號、

問十二○ -3×6 之合若干、

問十三○既 -3×6 爲 -18 、設 -3 爲 $6-2$ 所乘、則 -18 必減去 -3 若干次、乃得其答、

問十四○如爲減法、則自 -18 減去 -6 時、其餘數當有何號、

問十五○ -5×4 之合若干、

問十六○既 -5×4 爲 -20 、設 -5 爲 $4-3$ 所乘、則 -20 必減

— 5 若干次、乃得其答、如其爲減法、則自 - 20 減去 - 15 時、其餘數當有何號、

問十七○按前所得、知 - 3 爲 - 2 所乘、則得 + 6、又 - 5 × - 3、則得 + 15、由此可推負幾何爲負幾何所乘、其合數當有何號、

問十八○何爲指數、○指數所表何意、○如 5^3 之 3 字表何意、又甲之 5 字表何意、

問十九○甲爲³甲所乘、則甲共爲生若干次、又甲爲⁵甲所乘、甲共爲生若干次、

問二十○是則一幾何在相乘時、如何可由所乘幾何之指數、而定其當爲生若干次、

問二十一○合數內幾何之指數、何法定之、

問二十二○試以²甲乘³甲、○合之係數、如何由生之係數得之、

乘法者、按此幾何之準箇數、而得彼幾何之倍數也、

六二 實者、被乘之幾何也、

六三 法者、表明實當為若干倍之幾何也、

六四 合者、乘後所得之數也、

六五 實與法同稱為合數之二生數、

六六 乘號(見13節)、

六七 總理

一〇生數如俱為虛設數則可任取其一為法式、

二〇二項同號其合之號為正異號其合之號為負、

三〇合式各項之係數等於生數係數之合、

四〇合式內幾何之指數等於其生數內指數之和、

六八 總理所云合式各項之號可以下法明之、

$$+甲 \times +乙 = +甲乙、$$

$$-甲 \times +乙 = -甲乙、$$

$$+甲 \times -乙 = -甲乙、$$

- 甲 × - 乙 = + 甲乙

而相獨項式法為乘

問一〇 2 甲³天地乘 3 甲²天其合式若干

釋曰、法數之生為 2 甲³、²天、故必以之遞乘實式、2 倍 3 甲²

算

3² 甲²天
2³ 甲²天地

天 = 6 甲²天、³甲乘 6 甲²天 = 6 甲⁵天 (總理四) 天乘 6 甲⁵天

草

6⁵ 甲³天地

= 6 甲⁵天 (總理四) 地乘 6 甲⁵天 = 6 甲⁶天地、蓋元幾何相

乘則可連綴書之、無庸乘號也、

又釋曰、合式之係數、可以 3 × 2 得之 (總理二) 元幾何相乘、祇需其指數相加而

已 (總理四) 故合式為 6 甲⁵天地、

問二〇 - 3 乙乘 2 甲²乙、其合式若干、

釋曰、2 甲為 - 3 乙所乘、即 2 甲倍 - 3 乙 (總理二) 得合

算

2 甲¹ - 2
- 3 乙

式為 - 6 甲乙、但全實為 2 甲¹ - 乙²、故乙²為 - 3 乙所乘之

草

- 6 甲乙 + 3³ 乙

合式必當自 - 6 甲乙減去、乙²為 - 3 乙所乘、其合式為 -

3 乙³、自 - 6 甲乙減去、即得全合式為 - 6 甲乙 + 3³ 乙³、

又釋曰、2 甲與 - 3 乙之號不同、故合式之號爲負(總理二)、又 - 乙²與 - 3 乙之號相同、故其合式之號爲正(總理二)、故合式爲 - 6 甲乙 + 3 乙³。

法術○實之各項以法一、一乘之、其法如左：

於數係之合數後、綴以爲生之諸元、其新指數各等於其於法實二指數之和、合式諸項之號、如生同號則爲正、異號則爲負。

問三

問四

問五

問六

問七

問八

問九

- 8

4

7 甲

- 3 天

4 天

3² 天

3³ 天

3

- 3

3

4

- 5

2⁴ 天

2⁴ 天

問十

問十一

問十二

問十三

問十四

4³ 天地

3² 天地

- 4 天寅地

- 1 0 天地²人

- 2³ 天地²人

2² 天地

2³ 天地

3² 天寅地

4² 天地人

- 8 天地人

問十五

問十六

問十七

問十八

問十九

- 4² 甲乙

6 甲乙²天

- 3² 天地

- 5³ 甲乙²天地

- 3² 丙丁地

5 甲²乙

- 4² 甲乙²天

- 2³ 天地

- 3³ 甲乙²天地

4² 丙丁

問二十

4 甲³天地

- 5²天³地

問二十一

5²甲²天³地

- 3²甲⁴天人

問二十二

- 4²天地

5 天³地人

問二十三

- 6²天²地²人

- 4²天²地

問二十四

4²甲²天²地

- 3²地²人

問二十五

5 甲²天地

- 3 乙²天人

問二十六

(天+地)

2

問二十七

4 (甲+乙)

- 3

問二十八

- 5²(地+人)

- 3²(地+人)

問二十九

3 (甲-乙)

4³(甲-乙)

問三十

2²(丙+丁)

3³(丙+丁)

問三十一

2⁴(天+地+人)

- 5³(天+地+人)

問三十二

3 卯天

4 卯天

問三十三

4 卯甲

- 5²卯甲

問三十四

- 5 甲天

3²甲³卯天

問三十五

2 甲卯天

4 甲寅天

問三十六

3 卯甲卯天

- 5²卯甲卯天

問三十七

- 4 卯天寅地

- 5 寅天卯地

問三十八

3 卯-1天

- 5 卯+3天

求下諸問之合式

問三十九 ○ 3 地乘天² - 2 地

問四十 ○ 2 人乘天地² - 2 人

問四十一〇³ 天地乘⁴ 天² - 2 天地、

問四十二〇² 天地乘³ - 3 天² - 2 地、

問四十三〇⁴ 天人乘⁴ 天地² + 2 人、

問四十四〇³ 天地人乘³ 天地² - 地² 人、

問四十五〇⁴ 天地乘⁴ 天³ + 2 地 + 3 人、

問四十六〇² 天人乘³ 天地² + 地² - 3 天人、

問四十七〇³ 天地乘⁶ 天地² + 4 地、

問四十八〇³ 甲丙丁乘⁴ 甲乙³ - 3 甲丙、

問四十九〇⁵ 甲丙天乘⁵ 甲丙⁵ - 6 甲天、

問五十〇⁴ 甲乙丙丁乘⁵ 甲乙丙³ - 3 甲丙丁、

問五十一〇² 甲天乘³ 甲天地² - 2 甲乙丙、

問五十二〇² 天地人乘³ 天地² + 7 人、

問五十三〇³ 乙丙乘⁴ 甲乙³ - 3 丙、

問五十四○³甲²天乘⁵甲¹天³ - ⁴甲²天

問五十五○⁵天²地²乘⁴天⁴地² + ³地²

問五十六○³甲²天乘⁶甲²天² - ⁹甲²天

問五十七○³甲²天乘²甲⁵天² - ³甲²天

問五十八○⁵丁²地乘⁷甲²乙²丙² + ⁴丁²天

問五十九○⁴甲³天乘³甲¹天⁴ - ⁵甲³天

問六十○⁷甲²乙乘²甲²乙 + ³甲²乙

法爲多項式而相乘

問一○試以²天 + 地乘^{天 - 2}地

算

2 天倍(天 - 2 地) = 2 天⁴ - 4 天地

地倍(天 - 2 地) = 天地² - 2 地

草

(2 天 + 地) 倍(天 - 2 地) = 2 天³ - 3 天地 - 2 地²

天 - 2 地

2 天 + 地

法術○以法之各項一一乘實之各項將合數和之得總合數

問二

甲乙 + 2 丙

2 甲乙 - 3 丙

2 甲乙² + 4 甲乙丙

- 3 甲乙丙 - 6 丙²

2 甲乙² + 甲乙丙 - 6 丙²

求下諸問之合式

問四○天 - 地乘天 + 地

問五○甲 + 3 丙乘 3 甲 + 丙

問六○3 甲 - 3 乙乘 4 甲 - 2 乙問七○3 地 - 4 人乘 2 地 + 3 人

問八○2 天 + 2 地乘 2 天 + 地問九○3 天 - 4 地乘 3 天 - 4 地

問十○3 甲 - 7 丙乘 5 甲 + 2 丙問十一○甲天 + 乙地乘甲天 + 乙地

問十二○2 甲丙 - 3 乙丙乘 2 甲丙 + 3 乙丙

問十三○2 乙丁 + 3 乙丙乘 3 乙丁 - 4 乙丙

問三

3 天² - 甲天地

2 天 + 3 甲天地

6 天 - 2 甲天地

+ 9 甲天地 - 3 甲²天地

6 天 + 7 甲天地 - 3 甲²天地

問十四○ 2 天地² + 3 人乘 3 天地² - 4 人²、

問十五○ 2 天地² + 人乘 3 天² 人² + 2 地、

問十六○ 2 甲乙² + 2 乙² 丙乘 4 甲乙² + 3 乙² 丙、

問十七○ 5 天地³ - 2 甲天乘 5 天地³ - 3 甲天、

問十八○甲 + 乙乘甲² + 2 甲乙² + 乙、

問十九○天 + 2 乘天² + 4 天 + 4 、

問二十○甲 - 地乘甲² + 甲地² - 地、

問二十一○ 3 甲 - 3 乙乘 2 甲² + 甲乙² - 2 乙、

問二十二○甲² - 1 乘甲⁶ + 甲⁴ + 甲²、

問二十三○天² - 地乘天⁴ + 天地² + 地⁴、

問二十四○ 3 天 + 2 地 - 5 人乘 2 天 - 3 地 + 4 人、

問二十五○ 3 甲² - 2 甲乙² + 5 丙乘 2 甲² + 5 甲乙² - 3 丙、

問二十六○ 7 天² - 2 天地² - 3 地乘 3 天² - 4 天地² + 5 地、

問二十七〇 $1 - 2 \text{天} + 2 \text{天乘} 1 - 3 \text{天} + 3 \text{天}^2$

問二十八〇 $\text{甲} - \text{甲天} + \text{天乘甲} + \text{甲天} + \text{天}^2$

問二十九〇 $\text{天} + \text{地} - 2 \text{人乘天} + 2 \text{地} - \text{人}$

問三十〇 $\text{甲} - \text{乙乘甲} + \text{乙}$
問三十一〇 $\text{天} + \text{地乘天} + \text{地}$

問三十二〇 $\text{天} + \text{地乘天} + \text{地}$

問三十三〇 $\text{天} + \text{地乘天} + \text{地}$

問三十四〇 $\text{甲} - \text{乙乘甲} + \text{乙}$

多項式相乘、往往以括弧括之、以表其意、如相乘而得其合式、曰展括弧式、

試展下諸問之括弧式、

問三十五〇 $(\text{天} + \text{地})(\text{天} + \text{地})$ 問三十六〇 $(2 \text{天} - \text{地})(2 \text{天} - \text{地})$

問三十七〇 $(3 \text{天} - 4 \text{地})(3 \text{天} + 4 \text{地})$

問三十八〇 $(4 \text{天} + 6 \text{地})(4 \text{天} - 6 \text{地})$

問三十九〇 $(3 \text{甲天} + 2 \text{地})(3 \text{甲天} + 2 \text{人})$

問四十〇(2天 - 4天地)(2天 - 2人)

問四十一〇(3甲 - 2乙丙)(3甲 + 2乙丙)

問四十二〇(甲 + 乙)(甲 + 乙)

問四十三〇(甲 + 乙 + 丙)(甲 - 乙 - 丙)

問四十四〇(甲 + 乙)(甲 + 乙)(甲 + 乙)

問四十五〇(甲 - 乙)(甲 + 乙)(甲 - 乙)(甲 + 乙)

問四十六〇(天 + 2天 + 1)(天 - 2天 + 1)

問四十七〇(甲 - 2甲乙 + 乙)(甲 + 2甲乙 + 乙)

問四十八〇(1 + 甲)(1 - 甲)(1 + 甲)(1 + 甲)

問四十九〇(天 - 地)(天 - 地)(天 - 地)(天 - 地)

問五十〇(甲 + 乙)(甲 - 乙)(甲 - 乙)(甲 - 乙)

問五十一〇(甲乙 + 乙)(甲乙 - 乙)(甲乙 - 乙)(甲乙 - 乙)

問五十二〇(天 + 地 - 人)(天 - 地 + 人)(地 - 天 + 人)(天 + 地 + 人)

$$\text{問五十三} \circ (1 - \text{天})(1 + \text{天})(1 + \text{天})(1 + \text{天})(1 + \text{天})(1 + \text{天})(1 + \text{天})$$

$$\text{問五十四} \circ (2 \text{天} - 3)(2 \text{天} + 3)(4 \text{天} + 9)$$

$$\text{問五十五} \circ (8 \text{地} - 3 \text{地})(8 \text{地} + 3 \text{地})$$

$$\text{問五十六} \circ (\text{寅} - \text{寅卯} + \text{寅卯} - \text{寅卯} + \text{寅卯} + \text{卯})(\text{寅} + \text{卯})$$

求下諸問之合、

$$\text{問五十七} \circ \text{天} - 4 \text{天} - 10 \text{乘天} + 3 \text{天} - 5 \text{天} + 20$$

$$\text{問五十八} \circ 4 - 3 \text{天} + 2 \text{天乘天} - 2 \text{天} + 2 - \text{天} + 3 \text{天}$$

$$\text{問五十九} \circ \text{甲} + \text{乙} - 1 \text{乘甲} - \text{甲乙} + \text{乙} + \text{甲} + \text{乙} + 1$$

$$\text{問六十} \circ \text{天} - \text{天} + 1 \text{乘天} - 2 \text{天} - \text{天} + 2 \text{天} + 1$$

$$\text{問六十一} \circ \text{寅} - \text{寅巳} + \text{巳乘} 3 \text{寅} - 2 \text{寅巳} + 3 \text{寅巳} - \text{巳}$$

$$\text{問六十二} \circ \text{甲} + 2 \text{乙} - 3 \text{丙乘甲} - 2 \text{乙} + 3 \text{丙}$$

$$\text{問六十三} \circ \text{甲} - \text{乙} - \text{丙乘甲} + \text{乙} - 2 \text{丙}$$

$$\text{問六十四} \circ \text{寅} - 2 \text{寅卯} + \text{卯} - \text{巳乘寅} + 2 \text{寅卯} + \text{卯} + \text{巳}$$

算

$$\begin{array}{l} \text{乘之} \\ 5 \text{天} - 15 = 2 \text{天} + 6 + 3 \\ \text{遷項} \\ 5 \text{天} - 2 \text{天} = 15 + 6 + 3 \end{array}$$

并合

$$\begin{array}{l} 3 \text{天} = 24 \\ \text{天} = 8 \end{array}$$

草

釋曰、既方程之二端、各有一項表相乘之意、則求天之同數時、必先乘之、次以未知幾何遷居上端、已知幾何遷居下端、且并合相似項、而得天之同數、

求下諸問內天之同數、並覆驗其得數、

$$\text{問二} \quad 3(2 \text{天} - 5) = 21$$

$$\text{問三} \quad 4 + 3(3 \text{天} - 7) = 19$$

$$\text{問四} \quad 3(4 \text{天} + 7) + 5 = 50, \quad \text{問五} \quad 5 \text{天} + 3(2 - \text{天}) = 40$$

$$\text{問六} \quad 6 \text{天} + 3(4 \text{天} + 3) = 41$$

$$\text{問七} \quad 5(\text{天} + 6) = 2(\text{天} + 3) + 30$$

$$\text{問八} \quad 3(2 \text{天} - 4) = 4(\text{天} - 5) + 32$$

$$\text{問九} \quad 3(\text{天} + 2) = 4(\text{天} - 2) + 15$$

$$\text{問十} \quad 3 \text{天} - 2(\text{天} + 1) = 13 - 7$$

$$\text{問十一} \quad 5 \text{天} - 3(\text{天} - 4) = 4 \text{天} + 7$$

$$\text{問十二} \quad 4(\text{天} - 5) - 3(\text{天} + 6) = 0$$

$$\text{問十三} \quad 3(2 + \text{天})(\text{天} + 3) - \text{天}^2 + 2\text{天} + 18$$

$$\text{問十四} \quad 5(2\text{天} - 2) = 27 + 3(2\text{天} + 1)$$

$$\text{問十五} \quad 10(\text{天} - 5) = (\text{天} + 1) + 5(\text{天} + 1)$$

$$\text{問十六} \quad 5(\text{天} + 3) - 2(2\text{天} - 7) = 3(\text{天} - 7)$$

$$\text{問十七} \quad 3 + 7(\text{天} - 2) - 4(2\text{天} - 7) = 16 + (\text{天} - 2)$$

$$\text{問十八} \quad 6\text{天} - 15 + 3(\text{天} - 3) - 3(\text{天} - 10)$$

$$\text{問十九} \quad 19 - 2(4 - \text{天}) + 5(7 + 2\text{天}) - 48$$

$$\text{問二十} \quad 2\text{天} + 3(6\text{天} - 5) - 5 = \text{天} - 1$$

$$\text{問二十一} \quad 3(\text{天} - 7) = 14 + 2(\text{天} - 10) + 2$$

解左列諸題、且覆驗得數之果否無誤、

問二十二 ○今有二數之和爲 40、乙數等於甲數加 5 而復自倍、問各

爲若干、

解○設天為甲數、

則 $2(\text{天} + 5)$ 為乙數、

而 $\text{天} + 2(\text{天} + 5) = 40$ 、

$\text{天} + 2\text{天} + 10 = 40$ 、

$3\text{天} = 30$ 、

$\text{天} = 10$ 、為甲數、

$2(10 + 5) = 30$ 、為乙數、

問二二三○何數加2而復三倍之、則為22、

問二二十四○甲乙二人之歲數、共為20、如乙小五歲、則甲之年數適可

倍於乙、二人各年若干、

問二二十五○二童共有洋21分、如長童少5分、則幼童所有正三倍於

長童、各有若干、

問二十六○二人相對而行、合行55里、每小時各走5里、迨相遇時、一

人多走三小時、則二人各走若干里、

問二十七○甲乙丙三人各有銀圓、甲之數倍於乙、乙之數倍於丙、甲與乙各失10圓、丙增5圓、則甲與乙之較、適與丙所有等、問三人原有各若干圓、

問二十八○農人力田二方、共50畝、如增多10畝於小田、則適爲大田之半、問二田各爲若干畝、

問二十九○二商同時經營、甲商之資本倍於乙商、一年後、甲盈500圓、乙虧300圓、時甲之所有者正爲乙之三倍、則二商原有資本若干圓、

問三十○一人欲購乳油、若至肆中、見二器貯油、一較所需者少6斤、一多14斤、如三倍首器之斤數、正等次器斤數二倍、則是人欲購乳油若干、各器所貯若干、

問三十一○童子十人合置自行車、言明均攤車資、但有四人力不能出、故餘人各多付洋8圓、則車值若干、

問三十二〇甲乙二人自二村同時對面起行相距 49 里甲每小時走 4 里途中休息二小時乙每小時行 5 里途中休息 3 小時則二人遇時各行路若干里、

問三十三〇一人買香蕉十三斤共付洋 350 圓一種每斤值二角五分一種每斤值三角則二種各有若干斤、

問三十四〇甲之年三倍於乙八年前則七倍之問二人今年各爲若干歲、

乘法特式

二幾何和之平方、

$$(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} + \text{乙}) = \text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$$

$$(\text{天} + \text{地})(\text{天} + \text{地}) = \text{天}^2 + 2\text{天地} + \text{地}^2$$

問一〇幾何自乘則成何次方、

問二〇諸幾何平方之諸項何以得之、

問三〇諸項各有何號

總理

二幾何和之平方等於首幾何之平方加首次二幾何合數之倍又加次幾何之平方夫甲乘甲 = 甲⁴又甲乘甲 = 甲⁶又甲乘甲 = 甲⁸故可見凡幾何平方之指數為其原指數之倍

試求下諸式之合或其平方

問一〇(丙 + 丁)(丙 + 丁)

問二〇(寅 + 卯)(寅 + 卯)

問三〇(未 + 申)(未 + 申)

問四〇(天 + 2)(天 + 2)

問五〇(甲 + 3)(甲 + 3)

問六〇(3甲 + 天)(3甲 + 天)

問七〇(2乙 + 丙)(2乙 + 丙)

問八〇(2地 + 1)(2地 + 1)

問九〇(寅 + 2卯)(寅 + 2卯)

問十〇(2丙 + 2丁)(2丙 + 2丁)

問十一〇(2天 + 3)(2天 + 3)

問十二〇(2天 + 4地之平方)

問十三〇(3甲 + 2乙之平方)

問十四〇(天 + 地之平方)

問十五〇(4天 + 3地之平方)

問十六〇(3巳 + 2午之平方)

問十七○²天²+5地²之平方、

問十八○²地³+3天³之平方、

問十九○^卯天^卯+地^卯之平方、

問二十○^{3卯}天³+^{2卯}地²之平方、

問二十一○^{巳午}天^{巳午}+地^{巳午}之平方、

問二十二○^{寅十卯}天^{寅十卯}+^{2卯}地²之平方、

問二十三○求³1之平方、

解

$$31 = 30 + 1$$

$$31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 961$$

求下諸數之平方、

問二十四○²2、

問二十五○²3、

問二十六○⁴1、

問二十七○⁵2、

問二十八○⁷1、

問二十九○⁸2、

問三十○⁹1、

問三十一○¹01、

問三十二○¹03、

問三十三○²02、

問三十四○²07、

問三十五○³03、

問三十六○求⁴2¹之平方、

解

$$4 \cdot 2^1 = 4 + 2^1,$$

$$(4 + 2^1)^2 = 4 + 2 \times 2^1 \times 4 + (2^1)^2 = 16 + 4 + 4^1 = 20 \cdot 4^1,$$

由上式可見凡數之爲一整數及分數 2^1 者，其平方之中項，適等於整數，故此等數之平方，即等於整數自乘爲首項，+ 整數爲中項，+ 2^1 之平方爲末項，是以首中二項之和恒等於整數加1而乘整數，末項恆爲 4^1 。

如

$$(7 \cdot 2^1)^2 = 8 \times 7 + 4^1 = 56 \cdot 4^1,$$

求下諸數之平方。

問三十七 $\circ 5 \cdot 2^1$ 、

問三十八 $\circ 8 \cdot 2^1$ 、

問三十九 $\circ 7 \cdot 2^1$ 、

問四十 $\circ 1 \cdot 2 \cdot 2^1$ 、

問四十一 $\circ 1 \cdot 0 \cdot 2^1$ 、

問四十二 $\circ 9 \cdot 2^1$ 、

問四十三 $\circ 2 \cdot 5$ 、

問四十四 $\circ 3 \cdot 5$ 、

問四十五 $\circ 4 \cdot 5$ 、

問四十六 $\circ 4 \cdot 5$ 、

問四十七 $\circ 7 \cdot 5$ 、

問四十八 $\circ 7 \cdot 5$ 、

問四十九 $\circ 8 \cdot 5$ 、

問五十 $\circ 8 \cdot 5$ 、

問五十一 $\circ 3 \cdot 5$ 、

二幾何較之平方

七五

(甲 - 乙)(甲 - 乙) = 甲² - 2甲乙 + 乙²

(天 - 地)(天 - 地) = 天² - 2天地 + 地²

問一〇上二幾何成平方、何法得其各項、

問二〇平方數之各項以何號綴之、

問三〇(甲 - 乙)之平方與(甲 + 乙)之平方何異、

總理

二幾何較之平方、等於首幾何之平方減二倍首次兩幾何之合、又加次幾何之平方、

求下諸式之合或平方、

問一〇(甲 - 丙)(甲 - 丙)

問二〇(地 - 人)(地 - 人)

問三〇(未 - 申)(未 - 申)

問四〇(乙 - 丙)(乙 - 丙)

問五〇(天 - 1)(天 - 1)

問六〇(天 - 2地)(天 - 2地)

問七〇(天 - 2地人)(天 - 2地人) 問八〇(2天 - 3人)(2天 - 3人)

問九〇(2甲 - 丙)(2甲 - 丙) 問十〇(3地 - 2人)(3地 - 2人)

問十一○(3天 - 4地)(3天 - 4地)

問十二○2甲 + 2丁之平方若干、

問十三○2未 - 3申之平方若干、

問十四○2申 - 午之平方若干、

問十五○3寅 - 4卯之平方若干、

問十六○2亥 - 物之平方若干、

問十七○2天² - 2地²之平方若干、

問十八○2天 - 3之平方若干、

問十九○3甲天 - 2天²之平方若干、

問二十○寅天 - 卯地之平方若干、

問二十一○寅天² - 卯地²之平方若干、

問二十二○2天² - 3^卯天^卯地^卯之平方若干、

問二十三○求19之平方、

解

$$19 = 20 - 1$$

$$19^2 = (20 - 1)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 1 + 1^2 = 361$$

求下諸數之平方

問二十四〇 18、

問二十五〇 29、

問二十六〇 39、

問二十七〇 38、

問二十八〇 49、

問二十九〇 48、

問三十〇 59、

問三十一〇 58、

問三十二〇 79、

問三十三〇 78、

問三十四〇 99、

問三十五〇 98、

問三十六〇 997、

問三十七〇 998、

問三十八〇 999、

二幾何和較相乘

$$(\text{甲} + \text{乙})(\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲}^2 - \text{乙}^2$$

$$(\text{天} + \text{地})(\text{天} - \text{地}) = \text{天}^2 - \text{地}^2$$

問一〇合數之諸項如何自法實得之、

問二〇中間連以何號、

總理

二幾何和較相乘，等於其平方之較。

問一〇(丙 + 丁)(丙 - 丁)

問二〇(未 + 申)(未 - 申)

問三〇(寅 + 卯)(寅 - 卯)

問四〇(丙 + 甲)(丙 - 甲)

問五〇(天 - 1)(天 + 1)

問六〇(2 - 天)(2 + 天)

問七〇(丙 + 2 丁)(丙 - 2 丁)

問八〇(2 天 + 3)(2 天 - 3)

問九〇(3 寅 + 4 卯)(3 寅 - 4 卯)

問十〇(2 天 + 5 地)(2 天 - 5 地)

問十一〇(甲乙 + 丙丁)(甲乙 - 丙丁)

問十二〇(2 天 + 4)(2 天 - 4)

問十三〇(2 天 + 地)(2 天 - 地)

問十四〇(天 + 地)²(天 - 地)²

問十五〇(天 - 地)⁴(天 + 地)⁴

問十六〇(3 亥 + 2 物)(3 亥 - 2 物)

問十七〇(5天地-3)(5天地+3)

問十八〇(2甲+3乙)(2甲-3乙)

問十九〇(3甲乙+5乙丙)(3甲乙-5乙丙)

問二十〇(4天地+5)(4天地-5)

問二十一〇(5^實天+4^卯地)(5^實天-4^卯地)

問二十二〇(7^卯甲地³天+6^卯人)(7^卯甲地³天-6^卯人)

問二十三〇求(天+地+人)(天+地-人)之合

解 天+地+人=(天+地)+人

天+地-人=(天+地)-人

按總理七十七(天+地)+人(天+地)-人(天+地)-人

=天+2天地+地-人

問二十四〇求(天-地+人)(天+地-人)之合

解 天-地+人=天-(地-人)而天+地-人=天+(地-人)

求下諸合、

問二十五〇(甲 + 乙 + 丙)(甲 - 乙 - 丙)、

問二十六〇(甲 - 乙 + 丙)(甲 - 乙 - 丙)、

問二十七〇(寅 + 卯 + 未)(寅 - 卯 - 未)、

問二十八〇(天 + 2 天 + 1)(天 - 2 天 + 1)、

問二十九〇(天 - 地 + 4)(4 - 天 + 地)、

問三十〇(天 + 天地 + 地)(天 - 天地 + 地)、

問三十一〇(4 甲 + 3 乙 - 丙)(4 甲 - 3 乙 + 丙)、

問三十二〇(2 天 + 3 人 - 4)(2 天 + 3 人 + 4)、

問三十三〇(2 寅 + 寅卯 + 3 卯)(2 寅 - 寅卯 + 3 卯)、

問三十四〇 3 2 × 2 8、合數若干、

解 3 2 - 3 0 + 2、 2 8 - 3 0 - 2、

$$32 \times 28 = 30 + 2 \times (30 - 2) = 900 - 4 = 896、$$

求下諸問之合數、

- | | | | |
|-------|--------------|-------|--------------|
| 問三十五〇 | 1 9 × 2 1、 | 問三十六〇 | 2 9 × 3 1、 |
| 問三十七〇 | 3 3 × 2 7、 | 問三十八〇 | 5 6 × 6 4、 |
| 問三十九〇 | 7 4 × 6 6、 | 問四十〇 | 8 9 × 9 1、 |
| 問四十一〇 | 7 8 × 8 2、 | 問四十二〇 | 9 7 × 1 0 3、 |
| 問四十三〇 | 3 4 × 2 6、 | 問四十四〇 | 3 8 × 4 2、 |
| 問四十五〇 | 5 7 × 6 3、 | 問四十六〇 | 4 5 × 5 5、 |
| 問四十七〇 | 9 9 × 1 0 1、 | 問四十八〇 | 9 8 × 1 0 2、 |
| 問四十九〇 | 9 6 × 1 0 4、 | 問五十〇 | 9 4 × 1 0 6、 |
| 問五十一〇 | 9 7 之平方若干、 | | |

解

$$(甲+乙)(甲-乙) = 甲^2 - 乙^2 \quad (1)$$

$$(甲+乙)(甲-乙) + 乙^2 = 甲^2 \quad (2)$$

$$甲 = 97 \quad 又乙 = 3、$$

則(2)變爲(97 + 3)(97 - 3) + 9 = 9²7、

$$\therefore 9^2 7 = 1000 \times 94 + 9 = 9409、$$

問五十二〇38之平方數若干、

解〇設

$$\text{甲} = 38、 \quad \text{又乙} = 2、$$

則(2)式變爲

$$(38 + 2)(38 - 2) + 4 = 3^2 8、$$

$$\therefore 3^2 8 = 40 \times 36 + 4 = 1444、$$

按上法而求下諸數之平方、

問五十三〇19、

問五十四〇29、

問五十五〇31、

問五十六〇39、

問五十七〇59、

問五十八〇49、

問五十九〇98、

問六十〇96、

問六十一〇94、

問六十二〇78、

問六十三〇79、

問六十四〇68、

問六十五〇103、

問六十六〇107、

問六十七〇112、

問六十八〇997、

七八

試立一法術、以求右列各數之平方、而不用筆寫、

兩二項式相乘

$$(天 + 2)(天 + 3) = 天^2 + 5天 + 6、$$

$$(天 + 2)(天 - 3) = 天^2 - 天 - 6、$$

$$(天 - 2)(天 - 3) = 天^2 - 5天 + 6、$$

問一○各對生數之內、有若干項相似、

問二○合之首項、如何由生數得之、

問三○首式合之次項、如何由生數得之、○次式合之次項○三式合之

次項各如何得之、

問四○各式合之三項、俱用何法由生數得之、

問五○如何定連其諸項之號、

總理

兩二項式如含一公用之項、則其合數等於公用項之平方、及餘二項之代數和、乘公用項及餘二項之合、

七九

求下諸問之合、

- | | |
|---------------------------------|---|
| 問一〇(天 + 4)(天 + 3)、 | 問二〇(天 - 5)(天 + 3)、 |
| 問三〇(天 + 3)(天 - 4)、 | 問四〇(天 - 4)(天 - 6)、 |
| 問五〇(甲 + 丙)(甲 + 乙)、 | 問六〇(甲 + 寅)(甲 + 卯)、 |
| 問七〇(2天 + 4)(2天 - 5)、 | 問八〇(3天 - 5)(3天 + 2)、 |
| 問九〇(天 ² - 3)(天 + 7)、 | 問十〇(天 ³ - 甲)(天 ³ + 2甲)、 |
| 問十一〇(3天 - 5)(3天 - 6)、 | 問十二〇(2甲 + 地)(2甲 + 天)、 |
| 問十三〇(5乙 - 丙)(5乙 + 3丙)、 | 問十四〇(3甲 + 2)(3甲 - 3)、 |
| 問十五〇(4丁 + 5)(4丁 + 2)、 | 問十六〇(7地 - 3)(7地 - 4)、 |
| 問十七〇(3天 - 7)(3天 + 5)、 | 問十八〇(2地 - 3)(2地 - 4)、 |
| 問十九〇(4甲 + 乙)(4甲 + 丙)、 | |
| 問二十〇(5甲 + 2乙)(5甲 - 2丙)、 | |
| 問二十一〇(3甲天 + 4)(3甲天 - 7)、 | |

問二十二〇(2 甲天 + 2)(2 甲天 - 6)、

問二十三〇(2 天地 + 4)(2 天地 + 7)、

問二十四〇(3 甲丙 + 3)(3 甲丙 - 5)、

問二十五〇(5 丙丁 + 天)(5 丙丁 - 地)、

問二十六〇(3 甲天 + 4)(3 甲天 + 7)、

問二十七〇(5 丙丁天 + 1)(5 丙丁天 - 5)、

問二十八〇(4 丙 + 甲乙)(4 丙 - 丁)、

問二十九〇(甲天 - 9)(甲天 + 5)、

問三十〇(2 甲天 + 4)(2 甲天 - 乙)、

問三十一〇(3 卯天 + 卯寅)(3 卯天 + 寅卯)、

問三十二〇(2 甲丁天 - 10)(甲丁天 - 3)、

多項式自乘

(甲 + 乙 + 丙) = 甲 + 乙 + 丙 + 2 甲乙 + 2 甲丙 + 2 乙丙、

$$(甲 + 乙 - 丙 + 丁) = 甲^2 + 乙^2 + 丙^2 + 丁^2 + 2甲乙 - 2甲丙 + 2甲丁 -$$

$$2乙丙 + 2乙丁 - 2丙丁、$$

問一〇多項式之平方內、何項必成平方、

問二〇餘諸項何以得之、

問三〇其號何法定之、

總理 多項式之平方、等於各項之平方、與各項乘其後諸項之二倍、

求下諸幾何之平方、

問一〇天 + 地 - 人、

問二〇天 - 地 + 人、

問三〇甲 - 乙 - 丙、

問四〇甲 + 乙 - 丙、

問五〇天 + 地 + 3、

問六〇2天 + 地 - 7、

問七〇2天 - 地 - 人、

問八〇3天 + 地 - 4、

問九〇2天 + 3地 - 6、

問十〇天 - 6地 - 5、

問十一〇3天 - 2地 + 3人、

問十二〇甲 + 乙 + 丙 + 丁、

問十三○甲 - 乙 - 丙 - 丁、

問十四○天 + 地 - 人 - 丁、

問十五○天 + 地 + 人 + 4、

問十六○3天 + 2地 + 3人 + 3、

問十七○2天 - 3地 - 2人 + 5、問十八○2天 + 5地 + 人 + 物、

問十九○3天 + 地 + 2人 + 5、問二十○2天 + 3地 - 5 + 2人、

問二十一○3天 - 7 + 2地 - 5人、

問二十二○4天 - 2地 - 2人 + 6、

問二十三○2甲 - 3乙 - 2丙、

問二十四○4甲卯 + 3甲乙 + 6、

問二十五○3甲天 - 2乙地 + 7、

問二十六○2天 + 3地 - 2人 + 4、

問二十七○卯天 + 卯地 + 卯人 + 卯物、

問二十八○^{2卯}天 + 卯地 - ^{3卯}人 - 8、

第五章 代數除法

問一○甲² × 甲³ 之合若干、

問二○既甲² × 甲³ 之合爲甲⁵、如甲⁵ 爲甲⁷ 所除、則其商若干、又甲⁵ 爲甲³ 所除、

其商若干、

商者、猶數學之得數也、

問三○天² 爲天⁴ 所乘之合若干、

問四○天⁶ 爲天² 所除、其商之指數爲何、○又爲天⁴ 所除、○天⁹ 爲天³ 所除、○

天⁹ 爲天⁶ 所除、○天⁵ 爲天⁴ 所除、其商各爲若干、

問五○商內幾何之指數、何法定之、

問六○10 天內含 5 天幾倍、○18 地² 含 6 地幾倍、○40 人² 含 8 人

幾倍、

問七○商之係數、何法定之、

問八○+5 爲 +3 所乘、其合若干、

問九○既 $+ 5 \times + 3$ 之合為 $+ 15$ 、則 $+ 15$ 為 $+ 3$ 所除、其商當有

何號、

問十○正幾何為正幾何所除、其商當有何號、

問十一○ $+ 5$ 為 $- 3$ 所乘、其合若干、

問十二○既 $+ 5 \times - 3$ 之合為 $- 15$ 、則 $- 15$ 為 $+ 5$ 所除、其商當

有何號、再為 $- 3$ 所除、則當有何號、

問十三○負幾何為正幾何所除、其商當有何號、

問十四○負幾何為負幾何所除、其商當有何號、

問十五○ $- 4$ 為 $- 3$ 所乘、其合若干、

問十六○既 $- 4 \times - 3$ 之合為 $+ 12$ 、則 $+ 12$ 為 $- 4$ 所除、其商當

有何號、又再為 $- 3$ 所除、則商當有何號、

問十七○正幾何為負幾何所除、其商當有何號、

除法者、求此幾何內含彼幾何若干倍也、或曰從一已知之合數與一

生數而求別一生數也。

故除法爲乘法之還原、

實者、被除之幾何也、

法者、以之除實之幾何也、即指實之當分爲若干等分也、

商者、除得之數也、除畢而實猶有剩者、曰餘、

除號(見十四節)

總理

- 一〇法與實同號、則商爲正、法與實異號、則商爲負、
- 二〇商之係數、等於法之係數、除實之係數、
- 三〇商之指數、等於實之指數、減法之指數、

代數除法內定號之正負、可以下法表明、

+	甲	×	+	乙	=	+	甲	乙
-	甲	×	+	乙	=	-	甲	乙
+	甲	×	-	乙	=	-	甲	乙
-	甲	×	-	乙	=	+	甲	乙
故								
+	甲	乙	÷	+	乙	=	+	甲
-	甲	乙	÷	-	乙	=	-	甲
+	甲	乙	÷	+	乙	=	-	甲
-	甲	乙	÷	-	乙	=	+	甲

八九

八八

八七

八六

八五

八四

以獨項式除

問一 ○ - 1 5 天地人 ÷ 3 天地人 = 若干、

算 3 天地人 - 1 5 天地人

釋曰、實與法異號、故商之號為負(總理一)、次以3除-15、得-5、天除天、得天地除

草 5 天地人

地、得地、人除人、得人(總理三)、故商為-5

天地人、

問二 ○ 1 2 甲天地 ÷ 5 甲天人 = 若干、

算 1 2 甲天地 1 2 地

釋曰、除法可以實右法左、中間豎線表之、故有上式、又法實二數、有公同生數、可先去之、而商不變、

草 5 甲天人 5 人

故得商為 $\frac{1}{5}$ 地、
5 人

問三 ○ 9 甲天 - 1 2 甲天 + 6 甲天 為 3 甲天 所除、其商若干、

算 3 甲天 9 甲天 - 1 2 甲天 + 6 甲天

草 3 甲天 - 4 甲天 + 2 天

釋曰、3 甲天²除 9 甲天³得 3 甲天、3 甲天除 1 2 甲天⁵得 4 甲天³、3 甲天

除 6 甲天⁴得 2 天²、故全商爲 3 甲天 - 4 甲天³ + 2 天²、

法術○實之各項以法除之如左、

法之係數除實之各項係數爲新係數、綴以元生各元之新指數、等於實之指數、減法之指數、法實號同則商之項爲正、法實號異則商之項爲負、

一 法實有公生數、則可棄去、以其與商無涉也、

二 商非爲整數、則當以命分表之、

問四

$$3 \text{ 甲} \overline{) 6 \text{ 甲}}$$

$$3 \text{ 甲天} \overline{) 1 2 \text{ 甲天}}$$

$$- 5 \text{ 甲地} \overline{) 1 5 \text{ 甲地}}$$

問五

問七

$$- 5 \text{ 天地} \overline{) 2 0 \text{ 天地}}$$

$$- 8 \text{ 地人} \overline{) 2 4 \text{ 地人}}$$

問八

求下諸問之商、

$$\text{問九 } 0 - 2 5 \text{ 天地人} \div 5 \text{ 天地人}$$

問十〇〇⁵ 2 甲乙丙⁵ ÷ 1 0 甲乙丙

問十一〇〇 3 0 丙丁己² ÷ 1 5 丙丁

問十二〇〇 3 6 甲天地² ÷ 1 8 甲地

問十三〇〇 - 1 8 天地人² ÷ 9 天地

問十四〇〇 - 2 1 亥物人² ÷ 7 亥人

問十五〇〇 - 3 3 未申人² ÷ 1 1 未申

問十六〇〇 3 5 寅卯天² ÷ 5 寅天

問十七〇〇 2 0 天地人³ ÷ 1 0 天地人

問十八〇〇 - 1 4 甲天地⁴ ÷ 7 甲天地

問十九〇〇 3 2 未申午² ÷ 8 未申午

問二十〇〇 - 1 8 亥天地² ÷ 亥天地

問二十一〇〇 2 4² 卯 甲乙丙^卯 ÷ - 2^卯 甲乙丙

問二十二〇〇 3 6² 卯 卯天^卯 地^卯 ÷ 4 卯天^卯 地^卯

問二十三〇² 2 5 天地人² ÷ - 5 天地人²

問二十四〇² - 2 8 地² 人² ÷ 4 地人天³

問二十五〇² - 3 0 卯天² ÷ 6 寅天²

問二十六〇² 2 8 天地人² ÷ 7 天地人²

問二十七〇² 甲天地² - 2 天地分天地²

問二十八〇² 3 天地² - 3 天地分天地²

問二十九〇² 4 天地³ + 2 天地分² 2 天地²

問三十〇² 3 甲乙² - 6 甲乙分³ 3 甲乙²

問三十一〇² 甲乙丙² - 甲乙丙分² - 甲乙丙²

問三十二〇² 9 天地人² + 3 天地人分³ 3 天地人²

問三十三〇² 甲² - 3 甲乙² + 甲丙分² 甲²

問三十四〇² 天地² - 天地² + 天地分³ 天地²

問三十五〇² 天² - 2 天地² + 地分² 天²

問三十六〇人 - 3 天人 + 3 人分人、

問三十七〇寅卯 + 2 寅卯 - 3 寅分寅卯、

問三十八〇丙丁 - 3 丙丁 + 4 丁分丙丁、

問三十九〇甲(乙 + 丙) + 乙(乙 + 丙)分 - (乙 + 丙)、

問四十〇9(甲 - 丙) - 6(甲 - 丙)分3(甲 - 丙)、

問四十一〇6甲天 - 1 5 甲天 + 3 0 甲天分 - 3 甲天、

問四十二〇2 0 天地 - 1 4 天地 + 8 天地分2 天地、

問四十三〇2 8 甲乙天 + 3 6 甲乙天 - 3 2 甲乙天分4 甲乙、

問四十四〇1 8 丙丁天 + 2 4 丙丁天 - 3 0 丙丁天分6 丙丁天、

問四十五〇天地 + 丙天地 + 丁天地分天地、

問四十六〇甲(乙 - 丙) + 乙(乙 - 丙) - 丙(乙 - 丙)分(乙 - 丙)、

問四十七〇3(天 + 地) - 9(天 + 地) + 6(天 + 地)分 - (天 + 地)、

問四十八〇天 - 2 1 天 - 3 1 天 - 2 天 - 1 分2 天、

問四十九〇 寅十一 天 + 寅十二 天 + 寅十三 天 + 寅十四 天分天

問五十〇 卯十一 地 - 卯十二 地 - 卯十三 地 - 卯十四 地分 卯十一 地

以多項式除

問一〇以天 + 地除天 + 3 天地 + 3 天地 + 3 天地 + 地

天 + 3 天地 + 3 天地 + 地 天 + 地

天 + 天地 天 + 2 天地 + 地

算

2 天地 + 3 天地

2 天地 + 2 天地

草

天地 + 地

天地 + 地

釋曰、欲求其便捷、則書法於實之下、且法與實、俱按天之次數列之、法之首項除實之首項、得商之首項、既天含天為天倍、故天為商之首項、以之乘法、

得天³ + 天地²、自實減去、餘² 天地、綴以實之後項為新實、

法之首項除新實之首項、得商之次項、既² 天地含天為² 天地倍、故² 天地為商

之次項、以之乘法、得² 天地 + ² 天地、自實減去、餘² 天地、綴以實之後項、又為新實、

法之首項除新實之首項、得商之三項、既² 天地含天為² 地倍、故² 地為商之三項、以之

乘法、得² 天地 + ² 地、自實減去、無餘、而全商為² 天 + ² 天地 + ² 地、

法術○書法於實之下、得按元字之方次、向上或向下列之、

法之首項除實之首項、得商之首項、

以所得商之一項乘實、自實減去、有餘、續以實之後項、使成新實、

迭除新實之法、如前、迨新實之首項不復包含法之首項而止、

末次除後有餘、則書於法之上、令成命分、而以合宜之號聯於商後、

問二

$$\begin{array}{r} \text{天}^4 \\ - \text{甲}^2 \text{天}^2 + 2 \text{甲}^3 \text{天}^1 - \text{甲}^4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{天}^2 \\ + \text{甲}^2 \text{天}^1 - \text{甲}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{天}^4 \\ + \text{甲}^3 \text{天}^3 - \text{甲}^2 \text{天}^2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{天}^2 \\ - \text{甲}^2 \text{天}^1 + \text{甲}^2 \end{array}$$

問三

- 甲 ³ 天 ³	- 甲 ³ 天 ³ + 2 甲 ³ 天 ³ - 甲 ¹
- 甲 ³ 天 ³ -	甲 ² 天 ² + 甲 ³ 天 ³

甲 ² 天 ² + 甲 ² 天 ² - 甲 ¹	甲 ² 天 ² + 甲 ² 天 ² - 甲 ¹
甲 ² 天 ² + 甲 ³ 天 ³ - 甲 ¹	

天 ⁴ 天 ¹	天 ⁴ 天 ¹
- 天 ³ 天 ³	- 天 ³ 天 ³
天 ³ 天 ³	天 ³ 天 ³
- 天 ³ 天 ³	- 天 ³ 天 ³
天 ³ 天 ³ + 天 ² 天 ² + 天 ¹ 天 ¹	天 ³ 天 ³ + 天 ² 天 ² + 天 ¹ 天 ¹

問四

甲 ³ 天 ³	甲 ³ 天 ³
- 甲 ² 天 ²	- 甲 ² 天 ²
甲 ² 天 ²	甲 ² 天 ²
- 甲 ² 天 ²	- 甲 ² 天 ²
甲 ² 天 ² + 甲 ¹ 天 ¹ + 天 ³	甲 ² 天 ² + 甲 ¹ 天 ¹ + 天 ³

甲 ³ 天 ³	甲 ³ 天 ³
- 甲 ² 天 ²	- 甲 ² 天 ²
甲 ² 天 ²	甲 ² 天 ²
- 甲 ² 天 ²	- 甲 ² 天 ²
甲 ² 天 ² - 甲 ¹ 天 ¹	甲 ² 天 ² - 甲 ¹ 天 ¹

甲 ³ 天 ³	甲 ³ 天 ³
- 甲 ² 天 ²	- 甲 ² 天 ²
甲 ² 天 ²	甲 ² 天 ²
- 甲 ² 天 ²	- 甲 ² 天 ²
甲 ² 天 ² - 天 ³	甲 ² 天 ² - 天 ³

天 ³ 天 ³	天 ³ 天 ³
- 天 ² 天 ²	- 天 ² 天 ²
天 ² 天 ²	天 ² 天 ²
- 天 ² 天 ²	- 天 ² 天 ²
天 ² 天 ² - 1	天 ² 天 ² - 1

天 ¹ 天 ¹	天 ¹ 天 ¹
- 1	- 1

求下諸問之商、

問七○甲² - 2 甲乙 + 乙分甲 - 乙、

問八○天³ + 4 天 + 4 分天 + 2、

問九○9 + 6 天 + 天分² 3 + 天、

問十○天³ + 天² + 天地 + 天地 + 地分天 + 地、

問十一○甲⁴ + 甲³ + 甲地 + 甲地 + 地分甲 + 地、

問十二○天³ + 3 天地 + 3 天地 + 地分天 + 地、

問十三○未³ + 3 未申 + 3 未申 + 申分未 + 2 未申 + 申、

問十四○天⁴ + 4 天地 + 6 天地 + 4 天地 + 地分天 + 地、

問十五○丙⁴ + 4 丙丁 + 6 丙丁 + 4 丙丁 + 丁分丙 + 2 丙丁 + 丁、

問十六○天¹ - 3 天³ - 3 6 天² - 7 1 天¹ - 2 1 分天² - 8 天¹ - 3、

問十七○甲³ + 5 甲天 + 5 甲天 + 天分甲³ + 4 甲天 + 天、

問十八○甲² + 2 乙丙 - 乙² - 丙分甲 - 乙 + 丙、

問十九○甲¹ - 4 甲²地 + 6 甲²地 - 4 甲³地 + 地分甲² - 2 甲³地 + 地

問二十○甲³天 - 甲²天 - 乙²天 + 乙²分甲²天 - 乙

問二十一○2 0 甲²乙 - 2 5 甲³ - 1 8 乙³ + 2 7 甲²乙分 6 乙² - 5 甲

問二十二○3 天⁴ - 8 天²地 + 3 天²人 + 5 地⁴ - 3 地²人分 天² - 地

問二十三○4 甲¹ - 9 甲² + 6 甲¹ - 1 分 2 甲² + 3 甲¹ - 1

問二十四○2 甲²地 + 3 乙²地 + 1 0 甲²乙 + 1 5 乙²分 地 + 5 乙

問二十五○乙³ + 6 乙³ - 2 甲³ + 5 4 甲³ - 3 甲²乙分 2 甲² - 乙

問二十六○2 5 甲⁵ - 甲³ - 8 甲¹ - 2 甲²分 5 甲² - 4 甲

問二十七○天³ + 地³ + 人³ - 3 天²地人分 天² + 地² + 人

問二十八○1 8 天¹ - 4 5 天³ + 8 2 天² - 6 7 天² + 4 0 分 3 天² -

4 天 + 5

問二十九○1 6 天¹ - 7 2 甲² + 8 1 甲¹分 2 天¹ - 3 甲

問三十○甲¹ + 4 甲²天 + 1 6 天¹分 甲² + 2 甲¹天 + 4 天²

問三十一○天⁴ + 天人² + 人分天² - 天人⁴ + 人²

問三十二○天⁴ - 地分天⁴ - 地、

問三十三○天⁵ + 地分天⁵ + 地、

問三十四○天⁷ + 1分天 + 1、

問三十五○天⁴ - 8 1地分天 - 3地、

問三十六○8 1甲⁴ - 1 6乙分⁴ 3甲 + 2乙、

問三十七○^卯天¹ - ^卯地分天 + 地、至三項而止、

問三十八○甲⁴ + 2甲²乙² + 9乙分甲² - 2甲乙 + 3乙、

問三十九○8天³ + 2 7地分³ 2天 + 3地、

問四十○天⁴ - 甲天² + 2甲天³ - 甲分天² - 甲天 + 甲²、

問四十一○甲⁴ - 4甲天³ + 6甲天² - 4甲天³ + 天分甲² - 2甲天 + 天、

問四十二○天⁴ + 1 1天² - 1 2天³ - 5天³ + 6分³ - 3天 + 天、

問四十三○8寅³ - 2 7卯分⁵ 2寅³ - 3卯²、

九三

問六○如甲² ÷ 甲⁵ 而指數不減，則其商爲何，○又甲⁵ ÷ 甲⁹ 所得之商爲何，
問七○既甲³ ÷ 甲⁵ = -₂ 甲² 及² 甲¹，又甲³ ÷ 甲⁵ = -₃ 甲² 及³ 甲¹，由此可知幾何

之有負指數者，與何者相等、

一幾何之倒數，即以本幾何除 1 而得者也、

如甲之倒數爲^甲天⁺地⁻之倒數爲^{天¹}地⁺、

九四

總理

一○凡幾何之指數爲 0 則等於 1、

二○凡幾何之指數爲負，即等於此幾何有正指數之倒數、

方程與問題

九五

問一○有方程甲²天⁺4 = 甲² - 2 天，求天之同數、

解 甲²天⁺4 = 甲² - 2 天、

遷其項 甲²天⁺2 天 = 甲² - 4、

是則 (甲² + 2) 天 = 甲² - 4、

以(甲² + 2) 除之 天 = 甲² - 4、

問二〇有方程乙天² = 4天 - 9乙 + 20, 求天之同數、

解

$$\text{乙天} - \text{乙}^2 = 4\text{天} - 9\text{乙} + 20$$

遷項

$$\text{乙天} - 4\text{天} = \text{乙}^2 - 9\text{乙} + 20$$

則

$$(\text{乙} - 4)\text{天} = \text{乙}^2 - 9\text{乙} + 20$$

以(乙 - 4)除之、

$$\text{天} = \text{乙} - 5$$

求下諸方程內天之同數、

問三〇丙天 - 9 = 丙² + 6丙 - 3天、

問四〇甲天 + 16 = 甲² - 4天、

問五〇3天 - 12甲 = 4甲² - 2甲天 + 9、

問六〇丁天 + 9甲² = 丁² - 3甲天、

問七〇甲天 - 甲² = 2甲乙 + 乙² - 乙天、

問八〇甲天 - 5甲乙 = 2甲² + 3乙² - 乙天、

問九〇甲天 - 丙² = 甲³ + 甲丙 + 甲丙² - 丙天、

問十○ 2 甲天 -6 甲 $=1$ 3 甲乙 $+6$ 乙 -3 乙天、

問十一○ 2 甲天 -1 0 甲乙 -1 5 乙 $=1$ 4 甲 $+2$ 1 -3 天、

問十二○甲天 $+乙$ 天 $=5$ 甲 $+7$ 甲乙 $+2$ 乙 $+5$ 甲丙 $+2$ 乙丙 $-$

丙天、

問十三○ 2 甲天 -4 丙 $+丁$ $=2$ 丙丁 -2 丙丁 $-丁$ 天、

問十四○乙天 $+3$ 乙丙 $+6$ 丙 $=乙$ $+2$ 乙丙 -2 丙天、

問十五○ 4 寅 -2 寅天 -3 寅天 $=1$ -6 寅 $+9$ 寅 $-天$ 、

問十六○甲 $+3$ 天 -9 甲 $=甲$ 天 -2 7 甲 $+2$ 7 、

問十七○ 2 寅天 $+3$ 寅卯 $+7$ 寅卯 -4 寅 $=3$ 寅卯天、

問十八○ 5 甲天 $=1$ 5 甲 -5 甲乙 $+5$ 甲乙 $+2$ 乙天 -6 甲乙 $+2$ 乙 -2 乙、

2 乙 -2 乙、

問十九○或問一人有銀圓若干、答曰、三倍吾所有而再增 2 5 圓、則為

3 5 5 圓、其所有若干、

問二十〇富人以洋 10500 圓分與四子，仲倍於伯，叔倍於仲，季爲三兄共有之半，則四子各得若干。

問二十一〇或遇乞丐一羣，每人與銀 3 分，則囊中可餘 4 分，如每人與之 5 分，則不敷 6 分，問乞丐若干人，其囊中銀錢若干。

問二十二〇一人有六子，自幼至長，遞差四歲，長子之年爲幼子之三倍，則各年若干。

問二十三〇器內貯水，再注入四十二斗令滿，則爲原有者之 7 倍，問原貯若干斗。

問二十四〇一人初次借銀，等於己所原有，用去一圓之後，二次借銀，等於所餘者，又用去一圓，三次借銀，亦等於當時所餘者，再用去一圓，則無餘銀，其原有若干。

問二十五〇甲乙丙三人分洋 3400 圓，甲多於乙 100 圓，少於丙 200 圓，則各得若干。

問二十六〇二羣羊共 360 隻，取次羣 40 隻，和於首羣，則首羣之數，倍於次羣，各羣有羊若干。

問二十七〇二人出等資本經營，此人盈 252 圓，彼人虧 174 圓，此人現有之數為彼人之倍，則各原有若干。

問二十八〇三人共有洋 152 圓，甲較乙少 20 圓，丙等於甲乙之和，則各有若干。

問二十九〇將 $\frac{3}{7}$ 分作三分，次分較首分多 3，第三分較次分少 5，問三十〇舟自香港起行，共載客 1215 人，內有至上海者若干人，至

烟台之客數較上海多十位，至天津之客數三倍烟台而復加 5，至旅順之客數二倍天津，則客之至各處者若干位。

習問

問一〇加 6 甲天 - 140 + 3 天，5 天 + 4 甲天 + 9 天，7 甲天 +

4 天 + 160 天 + 3 甲天 - 4 天。

問二〇加³甲寅 + 2天 - 3地 - 1人、2地 + 3人 - 2天 + 3甲寅、⁴天 - 3人 + 2地 + 3天、2地 - 4甲寅 + 2人 - 3天、

問三〇自²甲²乙² - 2(天 + 地) - 6減4(天 + 地) - 3²甲²乙²、餘若干、

問四〇自²天 + 2地 - 1人 + 6減3地 - 2天 - 地 + 2人 - 16、餘若干、

問五〇自²甲²天 + 2甲地 - 3地 + 人減²乙²天 + 3甲地 - 丙地 + 4人、餘若干、

問六〇自²天 + 3²天²地 - 3地人 + 甲人與⁴天 - 3地人 + 2人 + 3²天²地之和、減去⁵天 - 4人 + 6²天地 - 3²甲²人、餘若干、

問七〇天 + 2²天地 + 天地乘天 + 2天地 - 地 = 若干、

問八○卯天 + 2 卯天_卯地 + 卯地乘_卯天 + 2 卯天_卯地 + 卯地 = 若干、

問九○3 卯天 + 2 2 卯天_{2卯}地 - 卯地乘_卯天 - 2 卯地 + 卯天_卯地 = 若干、

問十○3 卯天 + 2 卯天_卯地 + 寅人乘₃ 2 卯天 - 2 卯天_寅地 + 2 寅人 = 若干、

展下列諸括弧式、

問十一○(天 - 1)(天 - 2)、 問十二○(天 - 2)(天 + 3)、

問十三○(天 + 3)(天 - 6)、 問十四○(天 - 10)(天 + 9)、

問十五○(甲 - 7)(甲 + 4)、 問十六○(天 - 3)(天 - 2)、

問十七○(天 - 5)(天 + 6)、 問十八○(甲 - 1)(甲 + 2)、

問十九○(地 - 7)(地 + 4)、 問二十○(丙 + 11)(丙 - 4)、

問二十一○(寅 - 1)(寅 + 4)、 問二十二○(巳 + 12)(巳 + 11)、

問二十三○(地 - 2)(地 + 9)、 問二十四○(丁 + 20)(丁 + 15)、

問二十五○(18 - 4天)(18 + 4天)、

問二十六○(10 + 1)(10 - 1)、

問二十七○(天 + 2 地)(天 + 2 地)

問二十八○(卯甲 - 卯乙)(卯甲 + 卯乙)

問二十九○(3 寅² - 2 寅)(3 寅 + 2 寅)

問三十○(卯天 + 天)(卯天 - 天)

問三十一○(甲 + 乙 + 丙)(甲 + 乙 - 丙)

問三十二○(天 - 地)(天 + 地)(天² - 地²)

問三十三○(1 + 天)(1 - 天)(1 + 天)(1 + 天)²(1 + 天)³

問三十四○(天 + 地)(天 + 地)(天 + 地)(天 + 地)(天 + 地)

問三十五○(甲 + 2)(甲 + 2)(甲 - 2)(甲 - 2)

問三十六○(3 甲 - 6)(3 甲 - 6)(3 甲 + 6)(3 甲 + 6)

求下諸式之平方

問三十七○²巳 - 午

問三十八○³天 + ²地

問三十九○²0 + 5

問四十○⁶0 + 4

問四十一○ $1^2 5^2 + 3^2$

問四十二○ $2^2 天 + 5^2 地$

問四十三○ $3^2 天 - 2^2 地$

問四十四○ $3^2 甲 - 2^2 乙$

問四十五○ $2^2 甲 天 + 3^2 甲 地$

問四十六○ $4^2 甲 - 3^2 甲 地$

問四十七○ $2^2 寅 甲 + 2^2 卯 乙$

問四十八○ $2^2 卯 天 + 2^2 卯 地$

問四十九○ $2^2 十 卯 天 - 2^2 地$

問五十○ $甲 + 乙 + 丙$

問五十一○ $甲 - 乙 + 丙$

問五十二○ $甲 + 乙 - 丙$

直書下諸問之合、

問五十三○ $(2^2 天 + 地) (2^2 天 - 地)$

問五十四○ $(3^2 天 + 7^2 地) (3^2 天 - 7^2 地)$

問五十五○ $(4^2 天 - 2^2 地) (4^2 天 + 2^2 地)$

問五十六○ $(3^2 甲 乙 + 2^2 乙) (3^2 甲 乙 - 2^2 乙)$

問五十七○ $(7^2 甲 + 2^2 乙) (7^2 甲 - 2^2 乙)$

問五十八○ $(5^2 乙 + 6^2 丙) (5^2 乙 - 6^2 丙)$

問五十九○(8 天地 + 3 天)(8 天地 - 3 天)

問六十○(9 甲寅 + 8 天地)(9 甲寅 - 8 天地)

問六十一○(甲^卯天 + 卯地)(甲^卯天 - 卯地)

問六十二○(甲^卯天 + 甲^卯地)(甲^卯天 - 甲^卯地)

問六十三○(甲 + 天)(甲 - 天)(甲 + 天)(甲 + 天)

問六十四○(天 + 地)(天 - 地)(天 + 地)(天 + 地)

問六十五○(2 天 + 3)(2 天 - 3)(4 天 + 9)(1 6 天 - 8 1)

求下諸問之商

問六十六○4 甲⁴ - 5 甲²乙⁴ + 乙⁴分 2 甲² - 3 甲乙 + 乙

問六十七○5 天地 + 天 + 地 + 5 天地分 天 + 地 + 4 天地

問六十八○寅⁴ - 6 寅³ + 7 寅² - 4 寅¹ - 1 2 分 寅² - 2 寅 + 3

問六十九○天 + 2 天 + 7 天 + 6 天 - 4 6 天 - 1 2 0 分 天 + 4 天

+ 5

問七十〇天⁵ + 天⁴ - 4 天³ - 天² + 天分² - 天 - 1、

問七十一〇甲⁶ - 甲⁴ + 甲³ - 甲² + 2 甲 - 1 分甲² + 甲 - 1、

問七十二〇天⁵ - 5 天地⁴ + 1 0 天地³ - 1 0 天地² + 5 天地⁴ - 地分⁵天²

+ 地² - 2 天地、

問七十三〇6 天³ - 1 6 天地² + 1 4 天地² - 4 地³ - 2 天² + 4 天地 -

2 地分² 3 天 - 2 地 - 1、

問七十四〇天⁷ - 6 天地⁶ + 2 1 天地² - 3 1 天地⁴ + 2 3 天地³ + 3 天²

地⁵ - 8 天地⁶ + 6 地分⁷天² - 2 天地² + 2 地、

問七十五〇甲²丙² - 甲²乙² + 甲²丙²丁² - 甲²丁² - 甲²乙²丙² + 乙² - 乙²丙²丁² +

乙²丁² - 甲²丙² + 丙²乙² - 丙²丁² + 丙²丁²分甲²丙² - 乙² + 丙²丁² -

丁、

去下諸問之括弧、且并合其相似項、

問七十六〇(甲² - 2 甲²天²) - (甲² - 2 甲²天² - 天² + 7)

問七十七〇甲³ = (二甲² 甲乙 + 甲乙² 乙) = (甲乙² 甲乙² 乙) = (甲乙² 甲乙² 乙³) = (甲乙² 乙³ 甲乙²) =

問七十八〇4甲² = (甲² 乙²) = (二乙² 甲² 乙²) = (甲² 乙² 甲²) =

問七十九〇1 = (4 - 7 - (2 - 3 - 4 - 甲)) =

問八十〇14 = 7 + (3 - 4 + 天) = 天 = (二天 - 4) =

問八十一〇甲 = (2乙 - (3丙 + 2乙) - 甲) =

問八十二〇甲 = 2甲 = (3乙 - (4丙 - 2甲)) =

問八十三〇7天 = (3天 - (4天 - 5天 - 2天)) =

問八十四〇 = (5甲 - (11乙 - 3甲)) = (5乙 - (3甲 - 6乙)) =

問八十五〇天 = 2天 + 3天 = (4天 - 5天 - (6天 - 7天)) =

問八十六〇8天 = 16地 = (3天 - (12地 - 天) - 8地) + 天 =

問八十七〇甲 = 2乙 + 3丙 = (3甲 - (甲 + 乙 + 2甲 - 乙)) =

問八十八〇2天 = 2天 = (2天 - (2天 - 2天)) =

問八十九〇甲 = 2乙 = (3丙 - 2甲 - (甲 + 乙 + 2甲)) =

問九十〇 2 天 - 3 地 + 2 地 - 人 - 4 人 + 2 天 - 3 地 - 人 - 2 地 - 1
 將下諸問內天地人之係數納於括弧之內、

問九十一 〇 甲天 - 乙地 + 乙人、甲地 - 丙天 - 丙人、

問九十二 〇 2 甲天 - 3 乙人 + 4 丙地 + 3 甲人 - 5 天 - 地、

問九十三 〇 丙地 + 4 甲天 - 3 丁人 + 3 甲人 - 5 乙天 + 乙地、

問九十四 〇 3 甲天 - 6 乙天 + 2 甲地 - 4 地 + 5 甲人 - 3 乙人、

問九十五 〇 4 乙地 + 2 丙人 - 3 乙天 - 4 丙地 + 甲人 - 2 丙天 -

甲地、

問九十六 〇 甲天 - 2 乙地 + 3 丙人 - 4 乙天 - 3 丙地 + 甲人 - 2

丙天 - 甲地、

問九十七 〇 6 甲天 + 5 甲地 + 2 乙地 - 6 乙人 - 5 丙天 + 6 丙地

+ 3 丙人、

問九十八 〇 3 甲天 - 2 乙地 - 4 丙人 - 2 乙天 - 2 乙天 + 8 丙人

— 2 丙天 — 2 丙地、

展下諸式、

問九十九〇(天¹ + 地¹)、

問一百〇(天³ - 地³)、

問一百一〇(2 天 + 1)、

問一百二〇(3 天 + 4 地)、

問一百三〇(5 卯甲 - 2 丙)、

問一百四〇(2 甲丁 + 3 丙丁)、

問一百五〇(6 天 - 3 地)、

問一百六〇(3 甲卯地 + 2 丙卯天)、

問一百七〇(2 天 + 3 地)(2 天 - 3 地)、

問一百八〇(2 甲 + 乙)(2 甲 - 乙)、

問一百九〇(3 天 + 2 甲)(3 天 - 2 甲)、

問一百一〇(5 天 + 3)(5 天 - 3)、

問一百一〇(7 乙丙 + 丁)(7 乙丙 - 丁)、

問一百十二〇(2 天 + 6)(2 天 + 1)、

問一百十三〇(2 天 - 5)(2 天 - 3)、

$$\text{問一百十四} \circ (\text{甲天} + 3 \text{乙}) (\text{甲天} - 2 \text{乙})$$

$$\text{問一百十五} \circ (\text{天} + \text{地} + \text{人}) \quad \text{問一百十六} \circ (\text{天} + 2 \text{地} - 3 \text{人})$$

$$\text{問一百十七} \circ (\text{天} - 3 \text{地} + 2 \text{人}) \quad \text{問一百十八} \circ (\text{寅} - \text{卯} + \text{巳} - \text{午})$$

求下諸方程天之同數、

$$\text{問一百十九} \circ 7 \text{天} - 3 \text{乙} - 1 \text{甲} \text{天} + 1 \text{乙} = 8 \text{甲} \text{天} - 3 \text{乙} \text{天} + 4 \text{乙}$$

$$\text{問一百二十} \circ 6 \text{天} - 2 \text{乙} (9 - 4 \text{天}) + 3 (5 \text{天} - 7) = 1 \text{甲} \text{天} - 4$$

$$- 1 \text{乙} \text{天}$$

$$\text{問一百二十一} \circ 3 \text{天} - 6 \text{乙} (\text{天} - 5) + 2 \text{天} = 2 \text{乙} (\text{天} + 5) + 5 \text{乙} (\text{天} -$$

$$4)$$

$$\text{問一百二十二} \circ \text{天} - 7 \text{乙} (4 \text{天} - 1 \text{乙}) + 3 \text{乙} = 1 \text{乙} (4 \text{天} - 5) - 1 \text{乙}$$

$$(8 - \text{天}) - 3 \text{乙}$$

$$\text{問一百二十三} \circ 1 \text{乙} \text{天} - (8 \text{天} - 9) - (4 - 3 \text{天} - (2 \text{天} - 3)) =$$

$$3 \text{乙}$$

$$\text{問一百二十四} \circ (\text{天} + 1 \ 2) (\text{天} - 8) = (\text{天} + 1) (\text{天} - 6)$$

$$\text{問一百二十五} \circ 4 (\text{天} - 3) - 3 (\text{天} - 2) + 2 (\text{天} - 1) + 2 = 0$$

$$\text{問一百二十六} \circ (\text{天} - 1) (2 \text{天} + 1) + 1 \ 4 = (2 \text{天} + 3) (\text{天} + 3)$$

$$\text{問一百二十七} \circ (\text{天} + 2) (\text{天} + 1) (\text{天} + 6) - 9 \text{天} - \text{天} + 4 (7 \text{天} -$$

1)

$$\text{問一百二十八} \circ \text{甲} (\text{天} - \text{甲}) - 2 \text{甲乙} = - \text{乙} (\text{天} - \text{乙})$$

$$\text{問一百二十九} \circ (\text{甲} + \text{天}) (\text{乙} + \text{天}) = (\text{甲乙} + \text{天}) + \text{天}$$

$$\text{問一百三十} \circ \text{甲天} + \text{乙} = \text{甲} + \text{乙天}$$

$$\text{問一百三十一} \circ \text{乙天} + 3 \text{乙} = 7 \text{乙丙} + 3 \text{丙天}$$

$$\text{問一百三十二} \circ \text{甲} (\text{天} + \text{甲}) + \text{乙} (\text{乙} - \text{天}) = 2 \text{甲乙}$$

$$\text{問一百三十三} \circ 2 \text{甲天} + 1 \ 2 \text{甲乙} - 4 \text{甲} = 9 \text{乙} + 3 \text{乙天}$$

$$\text{問一百三十四} \circ 3 \text{天} - 9 - 3 \text{丙} = 1 \ 2 \text{甲} - 2 \text{甲天} + 4 \text{甲} + 2 \text{甲丙}$$

$$\text{問一百三十五} \circ 2 \text{甲天} + 9 \text{丙} + 3 \text{丙丁} = 4 \text{甲} + 3 \text{丙天} + 2 \text{甲丁}$$

第六章 劈生

九七

問一○ 4×5 甲之合若干、○ 4 與 5 甲爲其合數之何、

問二○ 5 、天、 6 、 4 甲之整生爲何、

問三○既 5 與天、除本幾何與一之外、不可劈爲別箇整生、則稱之爲何等幾何、

問四○既 6 與 4 甲、除本幾何與一之外、尙可劈分爲別生、則稱之爲何等之幾何、

九八

問五○既 6 之二生 3 與 2 、皆爲質數、則稱之爲何等之生、幾何之諸生者、即相乘而得此幾何之諸幾何也、

如甲、乙、與(天+地)爲甲乙(天+地)之諸生、

一幾何之諸生、即適能除盡之者、

九九

質幾何者、幾何之除本幾何與 1 以外、更無別箇整生者也、
合幾何者、幾何之除本幾何與 1 以外、尙有別箇整生者也、

一百

百一

質生者、一生而為質幾何也、

百二

劈生法者、分一幾何為諸生也、

百三

劈獨項式為諸生、

問一○ 2^4 天地人之質生為何、

解

2^4 天地人 = $2^2 2^2 3$ 天天地地地人、

法術○分其係數為質生數、

分元幾何為質生法、按其指數而書其元字若干次、

求下諸式之質生、

問二○ 8 甲乙、

問三○ 10 天地、

問四○ 15 甲地人、

問五○ 20 甲天地、

問六○ 4^2 甲天地、

問七○ 3^6 天地人、

問八○ 2^8 甲丙天、

問九○ 3^5 天人丙、

劈多項式為獨項與多項之諸生、

百四

問一○ $5\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2 + 10\text{甲}^2\text{丙}^2 - 20\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2$ 之諸生爲何

算 $5\text{甲}^2\text{丙}^2$
 $5\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2 + 10\text{甲}^2\text{丙}^2 - 20\text{甲}^2\text{乙}^2\text{丙}^2$

草 $5\text{甲}^2\text{丙}^2 + 2 - 4\text{乙}^2$

釋曰查多項式之各項俱含 $5\text{甲}^2\text{丙}^2$ 爲生故以此公生除之即得餘一生而此式之二生爲 $5\text{甲}^2\text{丙}^2\text{乙}^2 + 2 - 4\text{乙}^2$

法術○以諸項之最大公生除本式則法與得式即爲本式之二生
求下列多項式之諸生

問二○ $5\text{甲}^2\text{乙}^2 + 6\text{甲}^2\text{丁}^2$ 問三○ $8\text{天}^2\text{地}^2 + 12\text{天}^2\text{人}^2$

問四○ $6\text{天}^2\text{地}^2\text{人}^2 + 12\text{天}^2\text{地}^2$ 問五○ $9\text{天}^3\text{地}^2\text{人}^2 + 18\text{天}^2\text{地}^2\text{人}^3$

問六○ $4\text{甲}^2\text{天}^2\text{地}^2\text{人}^2 + 4\text{甲}^2\text{天}^2\text{地}^2\text{人}^2$ 問七○ $4\text{甲}^2\text{丙}^2 + 4\text{乙}^2\text{丙}^2 + 4\text{丙}^2\text{丁}^2$

問八○ $4\text{天}^2\text{地}^2 + 3\text{天}^2\text{地}^2 + 3\text{天}^2\text{地}^2$

問九 ○ 4 甲乙天 + 6 甲天² + 8 甲天

問十 ○ 3 甲地³ - 6 甲地² + 9 甲地³

問十一 ○ 2 甲丙² - 2 甲丙² + 3 甲丙

問十二 ○ 5 甲丙丁 - 2 丙丁 + 乙丙丁

問十三 ○ 4 乙丙² - 1 2 甲乙丙 - 9 丙

問十四 ○ 3 甲乙² + 甲乙丙 - 甲乙丁

問十五 ○ 5 甲天³ - 5 甲天² + 1 0 甲天人

問十六 ○ 6 天地人 - 3 天地人 + 天地

問十七 ○ 1 2 甲丙天 + 1 5 甲丙天 - 1 2 甲丙天

問十八 ○ 6 甲乙⁴ + 2 1 甲乙³ - 2 4 甲乙⁴

問十九 ○ 2 0 丙天³ - 1 5 丙天⁴ + 5 丙天²

問二十 ○ 5 6 天地³ + 1 1 2 天地⁴ - 2 1 6 天地⁶

問二十一 ○ 6 5 天地⁵ - 8 5 天地⁷ + 2 5 5 天地⁴

問二十二○ 7 5 甲地 + 1 5 0 甲地 - 2 2 5 甲地

問二十三○ 4 8 乙丙 - 1 4 4 乙丙 - 1 9 2 乙丙

劈三項式之為平方者之二生、

$$(甲 + 乙)(甲 + 乙) = 甲 + 2 甲乙 + 乙$$

$$(甲 - 乙)(甲 - 乙) = 甲 - 2 甲乙 + 乙$$

問一○(甲 + 乙)(甲 + 乙)之合為何○是則甲 + 2 甲乙 + 乙之二生

為何、

問二○(甲 - 乙)(甲 - 乙)之合為何○是則甲 - 2 甲乙 + 乙之二生

為何○三項式內何項之號乃以定二項生中間之號、

一幾何有二個等根者、任取其一俱曰平方根

法術○將三項式之諸項按一元之次數或順列之或倒列之取其首末

二項之平方根連以中項之號即為其二個等生之一

求下諸三項式之二等生、

問一○甲 + 2 甲乙 + 乙

問二○天 + 2 天地 + 地

問三〇乙 - 2 乙丙 + 丙

問四〇未 + 2 未申 + 申

問五〇天 + 2 天 + 1

問六〇天 + 4 天 + 4

問七〇地 - 2 地 + 1

問八〇4 地 - 4 地 + 1

問九〇9 天 + 6 天 + 1

問十〇1 6 天 + 1 6 天 + 4

問十一〇9 地 - 1 8 地 + 9

問十二〇人 + 1 6 人 + 6 4

問十三〇1 6 甲乙 - 8 甲乙丙 + 乙丙

問十四〇9 寅 + 1 8 寅卯 + 9 卯

問十五〇9 + 6 天 + 天

問十七〇1 6 卯 - 8 卯 + 1

問十九〇3 6 + 1 2 甲 + 甲

問二十一〇8 1 天 - 1 8 甲天 + 甲

問二十二〇4 2 卯 甲 + 1 2 卯 甲 乙 + 9 2 卯 乙

問二十三〇天 - 3 0 天 + 2 2 5

問二十四〇4 天 - 6 4 天 + 2 5 6

問二十五〇 $4 \ 9 \ 天 - 1 \ 1 \ 2 \ 天地 + 6 \ 4 \ 地^2$

問二十六〇 $1 \ 9 \ 6 \ 甲^2 \ 乙^2 \ 丙^2 + 1 \ 1 \ 2 \ 甲 \ 乙 \ 丙^2 \ 丁 + 1 \ 6 \ 乙^2 \ 丙^2$

平方之項有在括弧內者，亦可仿此劈其二生。

問二十七〇 劈 $天 + 2 \ 天(天 - 地) + (天 - 地)$ 爲二生。

解 $天 + 2 \ 天(天 - 地) + (天 - 地) = [天 + (天 - 地)] [天 + (天 - 地)]$

$= (天 + 天 - 地)(天 + 天 - 地)$

$= (2 \ 天 - 地)(2 \ 天 - 地)$

問二十八〇 劈 $(甲 + 乙) - 2 \ 甲 + 乙(乙 - 丙) + (乙 - 丙)$ 爲二生。

解 $(甲 + 乙) - 2 \ 甲 + 乙(乙 - 丙) + (乙 - 丙)$

$= [(甲 + 乙) - (乙 - 丙)] [(甲 + 乙) - (乙 - 丙)]$

$= (甲 + 乙 - 乙 + 丙)(甲 + 乙 - 乙 + 丙)$

$= (甲 + 丙)(甲 + 丙)$

求下諸式之二等生。

問二十九○天² + 4天(天 - 地) + 4(天 - 地)²

問三十○4 + 4(天 - 地) + (天 - 地)²

問三十一○(甲 + 乙) + 6(甲 + 乙) + 9

問三十二○16 + 8(甲 - 乙) + (甲 - 乙)²

問三十三○4天(天 - 地) + 4天 + (天 - 地)²

問三十四○9天 - 6天(天 + 地) + (天 + 地)²

問三十五○4天 + 9(天 - 地) + 12天(天 - 地)²

問三十六○12地(天 - 地) + 4(天 - 地)² + 9地²

問三十七○(甲 + 2乙)² - 4(甲 + 2乙)(乙 - 丙) + 4(乙 - 丙)²

問三十八○4(甲 + 乙)² - 4(甲 + 乙)(2乙 - 丙) + (2乙 - 丙)²

問三十九○(天 + 地)² - 2(天 + 地)(地 - 人) + (地 - 人)²

問四十○9(天 + 地)² - 6(天 + 地)(3地 - 人) + (3地 - 人)²

問四十一○(甲 + 5乙)² - 10(甲 + 5乙)(乙 - 丙) + 25(乙 - 丙)²

問四十二○ 4^2 (甲+3乙) - 24(甲+3乙)(乙-丙) + 36(乙-丙)²

問四十三○ 16^2 (甲+天) - 32(甲+天)(天-地) + 16^2 (天-地)²

問四十四○ 25^2 (天+地) - 50(天+地)(地-人) + 25^2 (地-人)²

二項式之為兩平方較者、劈為兩二項生、

(甲+乙)(甲-乙) = 甲² - 乙²

(天+地)(天-地) = 天² - 地²

問一○(甲+乙)(甲-乙)之合何也○然則甲² - 乙²之二生為何○此

二生何異、

問二○(天+地)(天-地)之合何也○然則天² - 地²之二生為何○此二

生何異、

法術○求二項式各項之平方根取其和即為一生又取其較另為一生時或有一幾何之二生尚有可劈生者如

天⁴ - 地⁴ = (天² + 地²)(天² - 地²) = (天² + 地²)(天² - 地²)

劈下諸式爲最簡之生

問一〇甲² - 乙¹

問三〇寅² - 卯²

問五〇9天² - 地¹

問七〇16天² - 16地²

問九〇25甲² - 9乙²

問十一〇25天¹ - 16地⁶

問十三〇4天¹ - 9地²

問十五〇寅⁴ - 卯¹

問十七〇²卯寅² - ²寅卯⁶

問十九〇甲¹ - 乙⁸

問二十一〇甲¹天¹ - 9丙²丁¹

問二十三〇4乙²丙¹ - 25丁³

問二〇丙² - 丁²

問四〇4天² - 4地²

問六〇天¹ - 9地²

問八〇9丙¹ - 16丁²

問十〇9地² - 1

問十二〇36地² - 49人⁶

問十四〇天地² - 4地²人²

問十六〇甲⁸ - 乙⁸

問十八〇²卯甲² - 4⁴卯乙⁶

問二十〇9甲²乙² - 4丙⁴

問二十二〇¹天² - ¹地⁰

問二十四〇81乙⁴ - 16

問二十五○ 1 2 1 甲 - 3 6 乙⁴ 問二十六○ 1 6 9 丙 - 4 9 丁⁶

問二十七○ 1 0 0 甲丁 - 6 4 問二十八○ 6 4 - 2 5 天地⁴

問二十九○ 4 9 - 3 6 天地⁴ 問三十○ 1 6 寅² - 4 寅⁴ 卯⁴

問三十一○ 2 8 9 天 - 6 卯⁴ 地⁴ 問三十二○ 2 5 6 甲 - 3 6 人⁸

問三十三○ 1 9 6 天⁴ - 卯⁴ 9

問三十四○ 2 2 5 天² 地² - 1 2 1 人⁴

問三十五○ 3 2 4 天地⁴ 人⁶ - 8 1

問三十六○ 2 2 5 天地⁸ - 1 4 4

問三十七○ 劈 9 甲² - (2 甲 + 乙) 爲二生

解○ 一生爲 3 甲 + (2 甲 + 乙) 又一生爲 3 甲 - (2 甲 + 乙)

$$3 \text{ 甲} + (2 \text{ 甲} + \text{乙}) = 5 \text{ 甲} + \text{乙}$$

$$\text{又 } 3 \text{ 甲} - (2 \text{ 甲} + \text{乙}) = (\text{甲} - \text{乙})$$

$$\therefore 9 \text{ 甲} - (2 \text{ 甲} + \text{乙}) = (5 \text{ 甲} + \text{乙}) - (\text{甲} - \text{乙})$$

問三十八○劈²(5天+3地)-(3天-2地)爲二生。

解○其一生爲(5天+3地)+(3天-2地)又一生爲(5天+3地)-(3天

-2地)

$$(5天+3地)+(3天-2地)=8天+地$$

$$又(5天+3地)-(3天-2地)=2天+5地$$

$$\therefore (5天+3地)-(3天-2地)=(8天+地)-(2天+5地)$$

劈下諸式之生

問三十九○丙²-(甲+乙)

問四十○乙²-(天-地)

問四十一○4丙²-(天+地)

問四十二○9丙²-(天-地)

問四十三○天²-(甲+2乙)

問四十四○丙²-(3甲+乙)

問四十五○乙²-(2甲-3丙)

問四十六○4丙²-(2甲+3乙)

問四十七○9丙²-(2甲-3乙)

問四十八○(甲+乙)²-(甲-乙) 問四十九○(天+地)²-(2天+3)

問五十一〇(天+地)² - (2天-4) 問五十一〇(2天+3) - (3天-4)

問五十二〇(2天+3地) - (3天-4地)

問五十三〇(5天+2地) - (4天-3地)

問五十四〇(7天-3地) - (2天+地)

問五十五〇(8天+5地) - (3天-2地)

問五十六〇(9天+3地) - (2天-5地)

多項式有時可寫爲二平方之較，而以上法劈其生、

問五十七〇劈甲² + 2甲乙 + 乙² - 丙²之生、

解 甲² + 2甲乙 + 乙² - 丙² = (甲 + 乙)² - 丙²、

$$(甲 + 乙)^2 - 丙^2 = [(甲 + 乙) + 丙][(甲 + 乙) - 丙]$$

$$\text{即}(甲 + 乙 + 丙)(甲 + 乙 - 丙)$$

$$\therefore 甲 + 2甲乙 + 乙^2 - 丙^2 = (甲 + 乙 + 丙)(甲 + 乙 - 丙)$$

問五十八〇劈2丙丁 + 乙² - 丙² - 2甲乙 - 丁 + 甲²之生、

解

重行排列

$$2 \text{ 丙丁} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 - 2 \text{ 甲乙} - \text{丁}^2 + \text{甲}^2,$$

$$= \text{甲}^2 - 2 \text{ 甲乙} + \text{乙}^2 - \text{丙}^2 + 2 \text{ 丙丁} - \text{丁}^2,$$

$$= \text{甲}^2 - 2 \text{ 甲乙} + \text{乙}^2 - (\text{丙}^2 - 2 \text{ 丙丁} + \text{丁}^2),$$

$$= (\text{甲} - \text{乙})^2 - (\text{丙} - \text{丁})^2,$$

$$= (\text{甲} - \text{乙}) + (\text{丙} - \text{丁})(\text{甲} - \text{乙}) - (\text{丙} - \text{丁}),$$

$$= (\text{甲} - \text{乙} + \text{丙} - \text{丁})(\text{甲} - \text{乙} - \text{丙} + \text{丁}),$$

劈下諸式之生、

$$\text{問五十九} \quad \text{乙}^2 + 2 \text{ 乙丙} + \text{丙}^2 - \text{丁}^2$$

$$\text{問六十} \quad \text{甲}^2 + 2 \text{ 甲天} + \text{天}^2 - 4 \text{ 地}^2$$

$$\text{問六十一} \quad \text{甲}^2 - \text{天}^2 + 2 \text{ 天地} - \text{地}^2$$

$$\text{問六十二} \quad \text{甲}^2 - 6 \text{ 甲天} + 9 \text{ 天}^2 - 4 \text{ 丙}^2$$

$$\text{問六十三} \quad \text{甲}^2 + 4 \text{ 天地} + \text{地}^2 - 4 \text{ 人}^2$$

$$\text{問六十四} \quad \text{天}^2 - \text{乙}^2 - 2 \text{ 天地} + \text{地}^2$$

問六十五○天² + 4 天地 - 4 人 + 4 地²

問六十六○天² - 9 地² + 6 天 + 9

問六十七○4 天² + 1 2 天地 - 9 丙² + 9 地²

問六十八○4 甲² + 9 乙² - 1 2 丙² - 1 2 甲乙

問六十九○9 天² - 2 5 人² + 1 6 地² + 2 4 天地

問七十○甲² + 2 乙² 丁² + 丙² - 乙² + 2 甲丙² 丁²

問七十一○4 乙² - 天² + 4 天地 + 甲² + 4 甲乙² - 4 地²

問七十二○丁² - 甲² + 4 甲天² - 4 丙丁² + 4 丙² - 4 天

劈二次三項式之生

$$(\text{天} + 3)(\text{天} + 4) = \text{天}^2 + 7\text{天} + 12$$

$$(\text{天} - 3)(\text{天} + 4) = \text{天}^2 + \text{天} - 12$$

$$(\text{天} + 3)(\text{天} - 4) = \text{天}^2 - \text{天} - 12$$

$$(\text{天} - 3)(\text{天} - 4) = \text{天}^2 - 7\text{天} + 12$$

$$(天 - 2)(天 + 6) = 天^2 + 4天 - 12$$

問一○前四式之諸生，各有何異。

問二○合之何項，各爲相似。

問三○生之首項，如何自合得之。

問四○生之末項，如何自合得之。

問五○合之次項係數，如何自生之末項得之。

二次三項式者，三項式如天 + 乙天 + 丙，其丙爲二幾何之合，乙爲

此二幾何之代數和，且乙與丙同爲正或負。

問一○劈天 - 9 天 - 3 6 爲二生。

釋曰○此二生之首項各當爲天明矣，又 3 6 可爲下各對幾何之合，即 6 與 6、4

與 9、3 與 1 2、3 6 與 1、1 8 與 2，故二生之次項，必在此諸對之內。

然此二幾何之代數和爲 - 9，故必爲 3 與 - 1 2，因此外更無別對幾何，可得此

答。

故本式之二生，即 $(天 + 3)$ 與 $(天 - 12)$ 。

法術○將三項式按一元之次數或順或倒列之。

取三項式首項之平方根爲生之首項，繼查何二幾何之合等於本式之末項，而其代數和乘生之首項等於本式次項者，即取之爲生之次項。

劈下諸式爲簡生。

問二○ $天^2 + 3天 + 2$ 。

問三○ $天^2 + 7天 + 12$ 。

問四○ $天^2 - 4天 - 21$ 。

問五○ $天^2 - 7天 - 18$ 。

問六○ $天^2 + 6天 + 8$ 。

問七○ $天^2 + 12天 + 32$ 。

問八○ $乙^2 - 8乙 + 15$ 。

問九○ $乙^2 + 乙 - 12$ 。

問十○ $乙^2 - 乙 - 12$ 。

問十一○ $乙^2 + 2乙 - 35$ 。

問十二○ $地^2 + 地 - 56$ 。

問十三○ $地^2 + 3地 - 40$ 。

問十四○ $乙^2 + 19乙 + 48$ 。

問十五○ $丙^8 + 7丙^4 + 12$ 。

問十六○天地² + 7 天地人 + 1 0 人²

問十七○天² + 9 天 - 3 6、

問十八○天² - 5 7 天 + 5 6、

問十九○天² - 1 0 天 - 3 9、

問二十○天² - 1 2 天 - 6 4、

問二十一○天² - 1 0 天 + 6、

問二十二○天² - 2 7 天 + 1 8、

問二十三○天² + 1 6 甲天 + 1 2 甲²

問二十四○天² + 3 0 甲乙 + 2 4 乙²

問二十五○天² + 4 甲 - 3、 問二十六○天² + 1 0 乙 - 1 4、

問二十七○天² - 1 5 甲 - 1 4、

問二十八○天² - 4 8 丙 + 3 5、

問二十九○天² + 6 天地 - 1 5 地²

問三十○天² + 2 4 地人 - 7 人²

問三十一○天² - 1 4 天地 + 1 0 地²

問三十二○天² - 2 5 地 - 2 5 地人 + 6 人²

問三十三 ○ $4^2 9^6$ 天 + $1^4 4^3$ 地 - $1^5 5^2$ 地

劈他種三項式為兩項生、

第一端 ○ 首項非平方數、

問一 ○ 劈 8^2 天 + 天 - 7 之生、

算

$$8^2 \text{ 天} + \text{天} - 7 = (8^2 \text{ 天} + \text{天} - 7) \times 8^8$$

草

$$= \frac{64 \text{ 天}^2 + 8 \text{ 天} - 56}{8} = \frac{(8 \text{ 天} + 8)(8 \text{ 天} - 7)}{8}$$

$$= \frac{8(\text{天} + 1)(8 \text{ 天} - 7)}{8} = (\text{天} + 1)(8 \text{ 天} - 7)$$

釋曰式之首項非平方故可以8乘之使為正平方如乘 8^8 幾何之同數不改

既乘 8^8 後按百零八節劈而化簡之得二生為 $(\text{天} + 1)(8 \text{ 天} - 7)$

第二端 ○ 次項非適含首項之平方根

問一 ○ 劈 4^2 天 - 7 天 + 3 之生、

算 $4\text{天} - 7\text{天} + 3 = (4\text{天} - 7\text{天} + 3) \times 4$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} \left(\frac{6}{4}\text{天} - \frac{28}{4}\text{天} + \frac{12}{4} \right) \\ &= \frac{1}{4} \left(\frac{4}{4}\text{天} - \frac{4}{4} \right) \left(\frac{4}{4}\text{天} - \frac{3}{4} \right) \\ &= \frac{4}{4} (\text{天} - 1) (\text{天} - 3) \end{aligned}$$

草

釋曰式之首項、雖爲平方數、而其方根非爲次項之整生、故必以4乘全式、令次項可含首項之方根、且乘4、則式之同數不改、

既以4乘之、次按百零八節、劈生而化簡之、得二生爲 $(\text{天} - 1)(\text{天} - 3)$ 、

求下諸式之二項生、

問二 $2\text{天}^2 + 3\text{天} - 2$ 問三 $3\text{天}^2 + 6\text{天} + 3$

問四 $3\text{天}^2 - 17\text{天} + 10$ 問五 $5\text{天}^2 - 38\text{天} + 21$

問六 $3\text{天}^2 - \text{天} - 2$ 問七 $3\text{天}^2 + 7\text{天} - 6$

問八 $3\text{天}^2 + 11\text{天} - 20$ 問九 $2\text{天}^2 + 11\text{天} + 12$

問十 $4\text{天}^2 + \text{天地} - 3\text{地}$ 問十一 $4\text{天}^2 - 5\text{天地} + \text{地}$

問十二○ 5^2 天² - 2 9 天地 + 3 6 地²

問十三○ 7^2 天 + 1 2 3 天 - 5 4²

問十四○ 10^2 天 + 3 天地 - 地² 問十五○ 3^2 天 + 7 天地 - 6 地²

問十六○ 4^2 天 + 7 天 - 1 5² 問十七○ 6^2 天 - 天地 - 2 地²

集項劈生法

問一○劈天地 + 甲地 + 乙天 + 甲乙之生

解 天地 + 甲地 + 乙天 + 甲乙 = 地(天 + 甲) + 乙(天 + 甲) = (地 + 乙)(天 + 甲)

問二○劈甲天 - 乙天 - 甲地 + 乙地之生

解 甲天 - 乙天 - 甲地 + 乙地 = 甲天 - 乙天 - (甲地 - 乙地)

$$= \text{天}(\text{甲} - \text{乙}) - \text{地}(\text{甲} - \text{乙})$$

$$= (\text{天} - \text{地})(\text{甲} - \text{乙})$$

劈下諸式之生

問三○ 2^2 天 + 乙天 + 丙天 + 乙丙 問四○甲天 - 乙地 + 乙天 - 甲地

問五○乙² - 乙丙 + 甲乙 - 甲丙 問六○甲地 - 乙地 + 甲乙 - 地²

問七○乙地 - 乙天 + 3 甲天 - 3 甲地

問八○甲乙丙 + 甲丙丁 + 乙丁 + 甲丙²

問九○2 甲 + 乙天 + 2 乙 + 甲天²

問十○天 - 天地 + 3 地 - 3 天 問十一○乙天 - 丙天 + 乙丙 - 天²

問十二○丁天地 - 丙天地 + 丙丁天 - 地²

問十三○甲乙天 - 甲天地 + 乙天地 - 地²

問十四○乙丁天 - 乙丁地 + 甲乙丙地 - 甲丙丁天

問十五○3 乙丙 - 4 甲丁 + 6 甲丙 - 2 乙丁

問十六○1 5 甲天 - 2 0 甲地 + 9 乙天 - 1 2 乙地

問十七○3 6 甲乙 - 1 8 甲丙 - 1 8 乙² + 9 乙丙

問十八○1 2 甲天 - 9 甲地 - 8 乙天 + 6 乙地

問十九○甲丙天 + 乙丙天 + 甲丁天 + 乙丁天 + 甲丙地 + 乙丙地 +

甲丁地 + 乙丁地

問二十〇 2 甲天人 - 2 甲亥天 + 3 乙亥天 - 3 乙天人 - 4 甲亥地

+ 4 甲地人 - 6 乙地人 + 6 乙亥地

劈三項式之如甲⁴ + 甲²乙² + 乙⁴者、

問一〇 劈天⁴ + 天地² + 地⁴之生、

釋曰天⁴ + 天地² + 地⁴加1天地²即成平方、如同時於式內、加1天地²、又減1天地²、全式之同數不改、惟所加減者、必當能令原來三項式成正方、既加減之後、則式變為

$$\text{天}^4 + \text{天地}^2 + \text{地}^4 = \text{天}^4 + 2\text{天地}^2 + \text{地}^4 - \text{天地}^2$$

$$= (\text{天} + \text{地})^2 - \text{天地}^2$$

$$= (\text{天} + \text{地})^2 + \text{天地}^2 - (\text{天} + \text{地})^2 - \text{天地}^2$$

$$= (\text{天} + \text{地} + \text{天地})^2 - (\text{天} + \text{地})^2 - \text{天地}^2$$

$$= (\text{天} + \text{天地} + \text{地})^2 - (\text{天} - \text{天地} + \text{地})^2$$

問二〇 劈甲⁴ + 甲² + 1 之生、

解

$$\begin{aligned} \text{甲}^4 + \text{甲}^2 + 1 &= \text{甲}^4 + 2\text{甲}^2 + 1 - \text{甲}^2 \\ &= (\text{甲}^2 + 1)^2 - \text{甲}^2 \\ &= (\text{甲}^2 + 1) - \text{甲} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (\text{甲}^2 + 1) - \text{甲} = (\text{甲}^2 + 1) + \text{甲} - (\text{甲}^2 + 1) - \text{甲} \\ &= (\text{甲}^2 + 1 + \text{甲}) - (\text{甲}^2 + 1 - \text{甲}) = (\text{甲}^2 + \text{甲} + 1) - (\text{甲}^2 - \text{甲} + 1) \end{aligned}$$

劈下諸式之生、

問三〇 乙⁴ + 乙² 丙² + 丙⁴

問四〇 天⁴ + 天² + 1

問五〇 9 乙⁴ + 2 1 乙² 丙² + 2 5 丙⁴

問六〇 9 乙⁴ + 3 乙² 天² + 4 天⁴

問七〇 2 5 天⁴ - 9 天² 地² + 1 6 地⁴

問八〇 1 6 甲⁴ - 1 7 甲² 乙² + 乙⁴

問九〇 3 6 天⁴ + 2 3 天² 地² + 1 6 地⁴

問十〇 4 9 乙⁴ - 1 1 乙² 丙² + 2 5 丙⁴

問十一〇 6 4 甲⁴ + 1 2 8 甲² 乙² + 8 1 乙⁴

問十二〇 4 9 天⁴ + 3 4 天² 地² + 2 5 地⁴

問十三〇 9 丙⁴ + 3 8 丙² 丁² + 4 9 丁⁴

問十四〇 3 6 甲⁴ - 1 6 甲² 乙² + 4 9 乙⁴

問十五○ 2^5 乙⁴ + 3^1 乙²丙² + 6^4 丙⁴

問十六○ 2^5 乙⁴ - 乙²丙² + 6^4 丙⁴

問十七○ 8^1 天⁴ + 2^0 天²地² + 4^4 地⁴

問十八○ 8^1 天⁴ - 6^4 天²地² + 4^4 地⁴

劈二幾何等次方較之生、

$$(\text{甲}^2 - \text{乙}^2) \div (\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲} + \text{乙}$$

$$(\text{甲}^3 - \text{乙}^3) \div (\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲}^2 + \text{甲}\text{乙} + \text{乙}^2$$

$$(\text{甲}^4 - \text{乙}^4) \div (\text{甲} - \text{乙}) = \text{甲}^3 + \text{甲}^2\text{乙} + \text{甲}\text{乙}^2 + \text{乙}^3$$

問一○商之首項與實之首項相比何如、○商之次項所含何元、○其三項含何元、○其四項含何元、

問二○各項之號如何、

問三○二幾何等次方較、爲二幾何較所除、各項內甲與乙之指數何如、
總理 二幾何等次方較、恆可爲此二幾何之較、除盡、

寫出下諸問之商、

問一〇(天⁸ - 地⁸) ÷ (天¹ - 地¹)

問二〇(天⁹ - 地⁹) ÷ (天¹ - 地¹)

問三〇(天⁴ - 1) ÷ (天¹ - 1)

問四〇(天⁴ - 16) ÷ (天¹ - 2)

問五〇(天³ - 地³) ÷ (天² - 地²)

劈下諸式之生、

問六〇(甲³ - 27)

問七〇(天³ - 64)

問八〇(8甲³ - 乙³)

問九〇(27天³ - 地³)

問十〇(343 - 天³)

證者、表所言之是非也、

百十四
百十五

一百十三節之總理、證之如左、

設天與地爲二幾何、卯爲方之指數、則卯¹天¹ - 卯²地¹爲二幾何之等次方較、

而天¹ - 地¹爲二幾何較、

卯¹天¹ - 卯¹地¹

天¹ - 地¹

算

卯¹天¹ - 卯¹地¹

卯¹天¹ + 卯²地²

首次餘

卯_1 天地 $-$ 卯_1 地

卯_1 天地 $-$ 卯_2 天地

草

二次餘

卯_2 天地 $-$ 卯_1 地

卯次餘

卯_1 天地 $-$ 卯_1 地

0 天地 $-$ 卯_1 地

卯_1 地 $-$ 卯_1 地 $= 0$

證曰除 卯_1 天 $-$ 卯_1 地、得其諸餘、見其首次餘之首項為 卯_1 天地、二次餘之首項為

卯_2 天²地、三次餘為 卯_3 天³地、四次餘為 卯_4 天⁴地、故卯次餘為 卯_1 天^卯地、但

卯_1 天為 0 、天而等於 1 、(九十四節一)故卯次餘之首項剩為 卯_1 地、

夫既卯次餘之次項為 $-$ 卯_1 地、故卯次餘全式為 卯_1 地 $-$ 卯_1 地即 0 、是則無餘而除盡

也、故設天地為二幾何、卯為任次方指數、 卯_1 天 $-$ 卯_1 地、必可為天 $-$ 地除盡、如總理云

云、

上節已明證二幾何等次方之較、必可為二幾何較除盡、今考其有可為

二幾何和除盡之時否、

$$(\text{天}^2 - \text{地}^2) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天} - \text{地}$$

$$(\text{天}^3 - \text{地}^3) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^2 - \text{天地} + \text{地}^2 \quad \text{餘} - 2 \text{地}^3$$

$$(\text{天}^4 - \text{地}^4) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^3 - \text{天地} + \text{天地}^2 - \text{地}^3$$

$$(\text{天}^5 - \text{地}^5) \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^4 - \text{天地} + \text{天地}^2 - \text{天地}^3 + \text{地}^4 \quad \text{餘} - 2 \text{地}^5$$

問一〇二幾何等次方較爲二幾何和所除、商之諸項、各有何號、

問二〇商之指數、有何定例、

問三〇二幾何等次方較適爲二幾何和除盡時、其天與地之指數爲何、

總理 〇二幾何等次方較、若其指數爲雙數、可爲二幾何之和除盡、

寫下諸問之商、

$$\text{問一〇} (\text{天}^8 - \text{地}^8) \div (\text{天} + \text{地})$$

$$\text{問二〇} (\text{天}^{10} - \text{地}^{10}) \div (\text{天} + \text{地})$$

$$\text{問三〇} (\text{天}^4 - 1) \div (\text{天} + 1)$$

$$\text{問四〇} (\text{天}^4 - 16) \div (\text{天} + 2)$$

$$\text{問五〇} (\text{天}^8 - \text{地}^8) \div (\text{天} + \text{地})$$

劈下諸式之生

問六〇天¹ - 8 1。

問八〇1 6 甲⁴ - 1 6 乙。

問十〇甲⁸乙⁸ - 丙⁸丁。

問七〇天⁶ - 6 4。

問九〇甲⁶天⁶ - 地⁶。

問十一〇證上總理之實、

卯¹天¹ - 卯¹地

算

卯¹⁰天¹⁰ + 卯¹天地

天¹⁰地

卯¹天¹ - 卯²天地 + 卯³天²地 - 卯⁴天³地

首次餘

- 卯¹天地 - 卯¹地

- 卯¹天地 - 卯²天地

二次餘

卯²天²地 - 卯²地

卯²天²地 + 卯³天³地

三次餘

- 卯³天³地 - 卯³地

- 卯³天³地 - 卯⁴天⁴地

四次餘

卯⁴天⁴地 - 卯⁴地

解○既每次所餘之次項為負數，則必首項為正，而後餘可化為0，學者當指明何次之餘，可化為0、

劈二幾何等次方和之生、

$$(\text{天} + \text{地})^2 \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天} - \text{地} \quad \text{餘} 2 \text{地}$$

$$(\text{天} + \text{地})^3 \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^2 - \text{天地} + \text{地}^2$$

$$(\text{天} + \text{地})^4 \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^3 - \text{天地} + \text{天地} - \text{地}^3 \quad \text{餘} 2 \text{地}$$

$$(\text{天} + \text{地})^5 \div (\text{天} + \text{地}) = \text{天}^4 - \text{天地} + \text{天地} - \text{天地} + \text{地}^4$$

問一○商之諸項，各有何號、

問二○指數有何定例、

問三○當二幾何等次方和，為此二幾何和除盡時，其天與地之指數為何、

總理 二幾何等次方和，必其指數為單數，方可為二幾何和除盡、

寫下諸問之商、

問一〇(天⁷ + 地⁷) ÷ (天 + 地) 問二〇(天⁹ + 地⁹) ÷ (天 + 地)

問三〇(天⁵ + 1) ÷ (天 + 1)

問四〇(天地³ + 甲³乙³) ÷ (天地 + 甲乙)

問五〇(1⁰天 + 地⁵人⁵) ÷ (天 + 地人)

問六〇(1⁰天 + 1) ÷ (天 + 1)

劈下諸式之生

問七〇甲⁵ + 1⁰乙¹⁰丙¹⁰劈生爲何

問八〇天⁷ + 地⁷人⁷

問九〇寅⁵卯⁵ + 未⁵申⁵

問十〇甲⁵乙¹⁰ + 丙¹⁰丁¹⁰

問十一〇甲⁵天¹⁰ + 乙¹⁰地¹⁰

問十二〇1⁰天地⁵ + 人¹⁰地¹⁰

問十三〇證本節之總理

劈生法習問

問一〇甲² - 2甲 - 8

問二〇9甲² - 乙²

問三〇(甲² + 乙²) - (甲 - 乙)

問四〇地² + 2地寅 + 寅²

問五〇乙² - 1 2 乙 - 4 5

問六〇天⁴ - 地⁴

問七○卯² + 2 卯 - 8 0、

問八○寅⁴ 卯、

問九○甲丙 + 乙丙 + 甲丁 + 乙丁、

問十○午² - 4 午未 + 4 未、

問十一○9 天² - 2 4 天丙 + 1 6 丙²

問十二○天⁵ + 地⁵、

問十三○甲² - 7 甲 - 3 0、

問十四○甲² - 9 甲 + 1 4、

問十五○¹/₈ 天 - 地⁹、

問十六○甲天 - 甲地 - 乙天 + 乙地、

問十七○甲人 - 人 + 2 甲 - 2、

問十八○巳² - 4 巳 - 5、

問十九○¹/₂ 甲 - ¹/₂ 乙、

問二十○6 甲² - 3 1 甲 + 3 5、

問二十一○(天 - 地) - 人²、

問二十二○天² + 1 3 天地 + 3 6 地²、

問二十三○²/_寅 甲 - ²/_卯 乙、

問二十四○4 甲丙² - 1 2 甲丙³ + 9 丙⁴、

問二十五○丙² + 5 丙 - 1 4、
問二十六○地² + 6 地 + 8、

問二十七○天⁶ - 1、

問二十八○天地² - 地² + 天人¹ - 地人、

問二十九○9甲² + 1 2甲² + 4人、

問三十○4甲⁶ - 4乙、

問三十一○²寅天 + 2^寅天 + 1、

問三十二○4⁶寅天 + 4³寅天^寅地 + 2^寅地、

問三十三○4巳² - 8巳未 + 4未、

問三十四○1 6⁴卯天 - 8 1⁸卯地、

問三十五○寅² - 寅² - 9 0、

問三十六○天² + 2天 - 3 5、

問三十七○甲丙² - 甲丁² + 乙丙² - 乙丁、

問三十八○寅² - 3寅² - 2 8、

問三十九○天² + 1 4天 + 4 0、

問四十○8 5 + 1 2地² - 地、

問四十一○4天² + 8天 + 3、

問四十二○天⁴ + 天² + 1、

問四十三○甲² + 乙² - 丙² - 2 甲乙、

問四十四○4丙⁴ - 2 5丙、

問四十五○丙⁴ - 8丙² + 1 6、

問四十六〇丙¹ - 丙² - 1 2、

問四十七〇地² - 3 地 + 2、

問四十八〇人⁴ - 1 0 人² - 2 4、

問四十九〇巳² + 7 巳 + 1 0、

問五十〇天³ - 地、

問五十一〇6 乙² - 7 乙 - 3、

問五十二〇1 0 0 天² - (1 0 天 + 地)、

問五十三〇6 甲² - 3 甲寅 - 2 甲卯 + 寅卯、

問五十四〇4 丙² + 4 0 丙丁 + 1 0 0 丁、

問五十五〇4 天² - 9 地⁴、

問五十六〇2 甲² + 4 甲 + 甲乙 + 2 乙、

問五十七〇天² - 2 天 - 3 6 0、 問五十八〇2 5 寅巳 - 3 6 2 巳天、

問五十九〇1 2 丙² + 7 丙 - 1 2、

問六十〇人² + (天 - 地) - 2 人(天 - 地)、

問六十一〇(天² - 天地) - 2 (天² - 天地)(天地 - 1) + (天地 - 1)、

問六十二〇(3 天² - 4 地) + (2 天² - 3 地) - 2 (3 天² - 4 地)(2 天² -

3地)

問六十三○(甲² + 乙² + 丙² + 丁²) - (甲² - 乙² + 丙² - 丁²)、

問六十四○(天² + 地² + 人²) - 2天地 + 2天人 - 2地人 - (地² + 人²)、

問六十五○天地² - 天人² - 天地² + 天地人、

問六十六○天人² + 甲天² - 甲人² - 甲、

問六十七○甲乙天地² + 乙地² + 甲丙天² - 丙²、

問六十八○地³ - 2甲地² - 乙地² + 2甲乙地² + 甲地² - 甲乙、

問六十九○2寅卯² - 寅² - 卯² + 甲² + 乙² - 2甲乙、

問七十○甲² - 2丙丁² + 乙² - 丙² - 丁² - 2甲乙、

問七十一○(甲² - 乙²) - 寅² - 2寅卯² - 卯²、

問七十二○3甲² - 6甲乙² + 3乙² + 6甲丙² - 6乙丙、

問七十三○(天² - 1) - 2(天² - 1)(地² - 1) + (地² - 1)、

問七十四○(甲² + 乙² + 2甲乙²) - (甲² + 乙² - 2甲乙²)、

問七十五 ○ 2 甲天 + 2 甲地 - 2 甲人 + 2 乙天 + 2 乙地 - 2 乙人

第七章 生倍

大公生

百二

問一○試求一幾何、適能除盡 3 甲與 2 甲天者、

問二○共有若干幾何、能除盡 1 甲天地與 1 甲天地、且於諸公生

內、孰爲最大、

問三○ 2 甲²乙²丙²與 4 甲²乙²丙²之最大公生爲何、

問四○ 2 甲²乙²丙²與 4 甲²乙²丙²有何公用之質生、

問五○ 2 甲²乙²丙²與 4 甲²乙²丙²之大公生、如何可自二幾何之生得之、

百三

公生者、能將二幾何或數幾何並除盡之法數也、

如 1 甲² 2 甲² 4 甲² 3 甲² 0 甲²地之公生爲 6 甲、

百三

一幾何之生、即能除盡此幾何之幾何也、

百四

大公生者、能將二幾何或數幾何並除盡之最大法數也、

百二五

如4甲²天地為12甲³天地與8甲²天地之大公生、

諸幾何除1以外、無有公生、則稱之曰、互相為質、

如5天³地、8人乃互相為質、

百二六

總理

二幾何或數幾何之大公生、即為其諸公用質生之合、

百二七

求大公生、幾何之生之易知者

問一〇8甲²乙²丙³與12甲²乙²丙²之大公生為何、

算

$$8 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \text{甲} \text{ 甲} \times \text{乙} \text{ 乙} \times \text{丙} \text{ 丙} \text{ 丙}$$

$$12 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times \text{甲} \times \text{乙} \text{ 乙} \times \text{丙} \text{ 丙}$$

草

$$\text{大公生} = 2 \times 2 \times \text{甲} \times \text{乙} \text{ 乙} \times \text{丙} \text{ 丙} = 4 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2$$

釋曰、大公生等於凡公用質生之合(總理)、故將二幾何劈生、其公用之質生為2、

2、甲、乙、乙、丙、丙、其合為4甲²乙²丙²、即大公生、

問二〇求甲(天² - 地²)與甲(天² + 2天地 + 地²)之大公生、

算

甲(天² - 地²)

= 甲(天 + 地)(天 - 地)

甲(天² + 2 天地 + 地²) = 甲(天 + 地)(天 + 地)

草

大公生

= 甲 × (天 + 地) = 甲(天 + 地)

釋曰、如上問、劈二幾何爲質生、取其公用者之合、即大公生、公用之生爲甲與(天 +

地)、故大公生爲甲(天 + 地)、

法術○劈幾何爲質生、取其公用者之合、即大公生、

求下諸問之大公生、

問三○ 1 2 寅卯天與 1 8 寅卯天

問四○ 1 6 未申天與 2 0 未申天

問五○ 2 1 天地人與 1 4 天地人

問六○ 1 5 天地人與 2 0 天地人

問七○ 1 1 甲天地、8 甲天地與 9 甲天地

問八○ 1 5 甲天地、9 甲天地與 8 甲天地

問九〇 1 8 乙² 丙² 丁³ 乙² 丙² 丁³ 與 1 2 甲² 乙² 丙²

問十〇 1 0 丙³ 天³ 地³ 8 甲² 天² 地³ 與 1 2 甲² 天² 地²

問十一〇 1 8 未² 申² 酉² 1 0 未² 申³ 酉³ 與 1 6 未² 申² 酉²

問十二〇 2 0 甲³ 天³ 地³ 1 5 甲² 天² 地³ 與 1 0 甲² 天² 地²

問十三〇 1 2 天³ 地² 人² 1 8 天⁴ 地³ 人³ 與 1 5 天² 地⁴ 人²

問十四〇 甲² - 乙² 與 甲² - 2 甲² 乙² + 乙²

問十五〇 天² - 2 天² 與 2 天² 地² - 4 地²

問十六〇 1 6 天² - 地² 與 1 6 天² - 8 天² 地² + 地²

問十七〇 天² - 2 天² - 1 5 與 天² + 9 天² + 1 8

問十八〇 天² + 9 天² + 2 0 與 天² + 2 天² - 1 5

問十九〇 天² + 天² - 3 0 與 天² + 1 2 天² + 3 6

問二十〇 天² - 天² - 1 2 與 天² - 4 天² - 2 1

問二十一〇 天² + 9 天² + 1 4 與 天² + 2 天² - 3 5

問二十二○天² + 天 - 3 0 與天² + 9 天 + 1 8、

問二十三○甲(天⁴ - 地⁴)與天⁴ + 2 天³地 + 天²地、

問二十四○4 甲² - 9 天²與 4 甲² - 1 2 甲²天 + 9 天、

問二十五○乙⁴ - 2 7 甲³乙與(乙² - 3 甲)、

問二十六○4 甲³乙³ - 4 甲²乙²丙與 1 2 甲²乙² - 1 2 甲²丙、

問二十七○地人 - 人與地人 - 地人、

問二十八○5 甲² - 2 甲 - 3 與 5 甲² - 1 1 甲 + 6、

問二十九○9 地² - 4 與 9 地² - 1 5 地 - 1 4、

問三十○甲² - 乙²甲² - 甲²乙²與甲² - 2 甲²乙² + 乙²、

問三十一○8 (天⁴ - 地⁴) 1 0 (天² - 地²)與 1 2 (天⁴ - 地⁴)、

問三十二○甲² - 乙²甲² - 2 甲²乙² + 乙²與甲²乙² - 甲²乙²、

問三十三○人² + 人 - 6 人² + 7 人 + 1 2 與人² - 2 人 - 1 5、

問三十四○天² + 5 天 + 6 天² + 7 天 + 1 0 與天² + 1 2 天 + 2 0、

百二十八

問三十五○ $1 - 甲^2 + 甲^3$ 與 $甲^2 + 5甲 + 4$ 、

求大公生 幾何之生之不易知者、

問一○何幾何可除盡 $甲^2$ 天○何幾何可除盡 $甲^2$ 天之二倍即 $2甲^2$ 天○

何幾何可除盡 $甲^2$ 天之丙倍即丙 $甲^2$ 天、

問二○一幾何可除盡別幾何、則別幾何任加若干倍、此幾何仍可除盡之乎、

問三○甲為 2 甲乙與 3 甲乙之公生、則仍為此二幾何和與較之公生否、

問四○求 2 甲與 6 甲之大公生○ 2 甲與 6 甲之乙倍即 6 甲乙○ 2

甲與 6 甲之 5 乙丙倍即 30 甲乙丙○ 2 甲與 6 甲之 31 即 2

甲○ 2 甲之 12 倍即 24 甲與 6 甲、

問五○二幾何或數幾何之大公生、在何時雖將此諸幾何或倍之或分之而仍不變、

總理

一〇凡幾何任加若干倍原幾何之一生仍為其一生
 二〇二幾何或數幾何之公生仍為此諸幾何和較之生
 三〇二幾何或數幾何之一為別幾何所乘所除苟此幾何非
 為他幾何之一生則大公生不變

問一〇求 2^2 天 - 5天 + 2與 4^3 天 + 1 2天 - 1天 - 3之大公生

$$2^2 \text{天} - 5 \text{天} + 2 \quad 4^3 \text{天} + 1 \quad 2^2 \text{天} - 1 \text{天} - 3 \quad 2 \text{天} + 1 \quad 1$$

算

$$4^3 \text{天} - 1 \quad 0^2 \text{天} + 4 \text{天}$$

$$2^2 \text{天} - 5 \text{天} - 3$$

$$2^2 \text{天} - 5 \text{天} + 2 \quad 2$$

草

$$2^2 \text{天} - 5 \text{天} + 2 \quad 2$$

$$2^2 \text{天} - 1 \quad 2^2 \text{天} - 5 \text{天} + 2 \quad 2$$

$$2^2 \text{天} - 1 \quad 2$$

∴ 2 天 - 1 爲大公生

$$\begin{array}{r} - 4 \text{ 天} + 2 \\ - 4 \text{ 天} + 2 \end{array}$$

釋曰、察之、易見大公生必不能大於 2 天² - 5 天 + 2、如以 2 天² - 5 天 + 2 除 4 天 + 1 2 天² 天 - 1 天 - 3 而能無餘、則此卽大公生、試除之、不盡、餘 5 0 天 - 2 5、故知 2 天² - 5 天 + 2、非大公生、

夫 2 天² - 5 天 + 2 含大公生、則 (2 天 + 1 1) 倍 (2 天² - 5 天 + 2) 亦含大公生也、(總理一)、且此合與 4 天 + 1 2 天² 天 - 1 天 - 3 同含大公生、則其較 5 0 天 - 2 5 亦必含其大公生矣、(總理二)、故知大公生不能大於 5 0 天 - 2 5、

5 0 天 - 2 5 之一生爲 2 5、而非爲求大公生諸幾何之一生、故可以之除 5 0 天 - 2 5、而與所求之大公生無涉、(總理三)、是則大公生不能大於 2 天 - 1、

2 天 - 1 如能除盡 2 天² - 5 天 + 2、則卽爲大公生、蓋設其爲 2 天² - 5 天 + 2 所含、則亦爲 2 天² - 5 天 + 2 之任若干倍所含、(總理一)、且亦爲 (2 天 + 1 1) 倍 2 天² - 5 天 + 2 與 5 0 天 - 2 5 之和所含也、(總理二)、試除之、見其適能除

盡 2 天 - 5 天 + 2, 故 2 天 - 1 爲諸幾何之大公生。

問二〇求 3 天 + 1 1 天 + 6 與 2 天 + 1 1 天 + 1 5 之大公生。

$$2 \text{ 天} + 1 1 \text{ 天} + 1 5 \text{ 天} + 3 \text{ 天} + 1 1 \text{ 天} + 6$$

2

算

$$\begin{array}{r} 6 \text{ 天}^2 + 2 2 \text{ 天} + 1 2 \text{ (} 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ 天}^2 + 3 3 \text{ 天} + 4 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 1 1 \text{ (} - 1 1 \text{ 天} - 3 3 \end{array}$$

草

$$\text{天} + 3 \text{ (} 2 \text{ 天}^2 + 1 1 \text{ 天} + 1 5 \text{ (} 2 \text{ 天} + 5$$

$$2 \text{ 天}^2 + 6 \text{ 天}$$

$$5 \text{ 天} + 1 5$$

$$5 \text{ 天} + 1 5$$

釋略曰〇實包含法之倍數、既非整數、則可以 2 乘含天係數較大之幾何、而令其商爲整數、如以 3 乘 2 天 + 1 1 天 + 1 5、其答同(總理三二)

也、餘一 1 1 天 - 3 3、可以一 1 1 除之、因一 1 1 非 2 天 + 1 1 天 + 1 5 之一生

問三〇求 2 天 - 1 2 天 + 1 7 天 + 6 天 - 9 與 4 天 - 1 8 天 + 1 9

天 - 3 之大公生

$$4 \text{天}^3 - 1 8 \text{天} + 1 9 \text{天} - 3 \quad 2 \text{天}^4 - 1 2 \text{天} + 1 7 \text{天} + 6 \text{天} - 9$$

算

$$4 \text{天}^4 - 2 4 \text{天}^3 + 3 4 \text{天}^2 + 1 2 \text{天} - 1 8 \quad (\text{天})$$

$$4 \text{天}^4 - 1 8 \text{天}^3 + 1 9 \text{天}^2 - 3 \text{天}$$

$$- 3 \quad 6 \text{天}^3 + 1 5 \text{天}^2 + 1 5 \text{天} - 1 8$$

$$2 \text{天}^3 - 5 \text{天}^2 - 5 \text{天} + 6 \quad 4 \text{天}^3 - 1 8 \text{天}^2 + 1 9 \text{天} - 3 \quad (2$$

草

$$4 \text{天}^3 - 1 0 \text{天}^2 - 1 0 \text{天} + 1 2$$

$$- 8 \text{天}^2 + 2 9 \text{天} - 1 5$$

$$2 \text{天}^3 - 5 \text{天}^2 - 5 \text{天} + 6$$

$$- 8 \text{天}^3 + 2 9 \text{天} - 1 5 \quad 8 \text{天}^3 - 2 0 \text{天}^2 - 2 0 \text{天} + 2 4 \quad (- \text{天} - 1$$

$$8 \text{天}^3 - 2 9 \text{天}^2 + 1 5 \text{天}$$

$$9 \text{天}^2 - 3 5 \text{天} + 2 4$$

$$8 \text{ 天}^2 - 29 \text{ 天} + 15$$

$$\begin{array}{r} \text{天}^2 - 6 \text{ 天} + 9 \\ - 8 \text{ 天}^2 + 29 \text{ 天} - 15 \\ \hline - 8 \text{ 天} + 48 \text{ 天} - 72 \\ - 19 \text{ 天} + 57 \\ \hline \text{天} - 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 8 \text{ 天}^2 + 29 \text{ 天} - 15 \\ - 19 \text{ 天} + 57 \\ \hline - 3 \text{ 天} + 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} - 19 \text{ 天} + 57 \\ - 3 \text{ 天} + 9 \\ \hline - 3 \text{ 天} + 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{天} - 3 \\ \text{天}^2 - 6 \text{ 天} + 9 \end{array}$$

$$\text{天} - 3 \text{ 天}$$

$$- 3 \text{ 天} + 9$$

$$- 3 \text{ 天} + 9$$

∴ 大公生爲天 - 3

釋略曰、以 2 乘大幾何、使之包含小幾何之倍數爲整、其首次餘、以 - 3 除之、因 - 3 非爲法之一生、故亦不爲大公生所含也、次法式以 4 乘之、又一法式以 - 19 除之、

法術 ○ 以小幾何除大幾何、有餘、以除小幾何、又有餘、以除前法、如是遞除、至無餘而止、末次之法、卽爲大公生、求數幾何之大公生、則先求其中二幾何之大公生、而後以此大公生遞

與餘幾何。一一求大公生。末所得者。即衆幾何之大公生。

一〇如一幾何含之一生爲別幾何所無者。則未演之前。可先棄之。

二〇諸幾何公用之生。可先劈分存之。而爲大公生之一生。

三〇其法或實。可以非爲別幾何一生之幾何或乘或除。而大公生不變。

四〇其法或實。或法實兼有各項之號同改。而大公生不變。

求下諸問之大公生。

問四〇 2 天 - 1 6 天 + 1 4 與天² - 5 天 - 1 4^Q

問五〇 3 天 + 1 4 天 + 8 與 4 天 + 1 9 天 + 1 2^Q

問六〇 6 天 - 2 3 天 + 1 5 與 2 天 - 1 2 天 + 1 8^Q

問七〇 4 天 + 2 1 天 - 1 8 與 2 天 + 1 5 天 + 1 8

問八〇 2 1 天 - 2 6 天 + 8 與 6 天 - 天 - 2

問九〇 天 - 6 天地 + 8 地與天 - 8 天地 + 1 6 地

問十〇 天³ - 地³與天² - 2 天地 + 地²

問十一○天⁴ - 2天² + 1與天⁴ - 4天³ + 6天² - 4天¹ + 1、

問十二○2天³ + 6天² + 6天¹ + 2與6天³ + 6天² - 6天¹ - 6、

問十三○3天³ + 3天² - 15天¹ + 9與3天⁴ + 3天³ - 21天² - 9天、

問十四○20天⁴ + 天² - 1與25天⁴ + 5天³ - 天¹ - 1、

問十五○天² - 9天² - 3天¹ - 18與天² + 11天¹ + 24、

問十六○天² - 3天¹ - 28天² - 11天¹ + 28與天² - 15天¹ + 56、

問十七○天² + 6天¹ + 9天³ - 天² - 12天與天² - 4天¹ - 21、

問十八○甲⁴ - 乙⁴ + 甲³ + 甲²乙 - 甲²乙² - 乙³與甲⁴ - 2甲²乙² + 乙⁴、

問十九○天⁴ + 5天³ + 6天² + 3天¹ + 3天² + 2與3天³ + 8天² + 5

天²、

問二十○甲³ + 3甲²乙 + 3甲²乙² + 乙³ + 4甲²乙² + 12甲³乙 + 8乙⁴與甲²

- 乙²、

問二十一○9天⁴ + 12天³ + 10天² + 4天¹ + 1與3天⁴ + 8天³ +

$$14\text{天}^2 + 8\text{天} + 3$$

問二十二〇天⁴ + 3天³ + 9天² + 12天 + 20與天⁵ + 6天³ + 6天² +

$$8\text{天} + 24$$

問二十三〇3甲天² + 甲天 + 2甲² + 12天 + 4天 + 8與甲天² + 3

$$\text{甲天}^2 + 4\text{甲} + 4\text{天}^2 + 12\text{天} + 16$$

問二十四〇15天³ + 9天² - 3天 + 3與40天³ - 21天² + 10天

$$-1$$

問二十五〇16甲天³ - 20甲天² + 10甲天 - 6甲與3甲天² -

$$15\text{甲天} + 12\text{甲}$$

問二十六〇2甲天³ - 2甲乙天² - 2甲乙天 + 2乙天與4甲³ + 4甲²

$$\text{乙} - 4\text{甲乙} - 4\text{乙}$$

問二十七〇2天² - 14天 + 20與4天³ - 25天² + 20天 + 25、

問二十八〇3天² + 21天 - 132與6天地³ + 54天地² - 138

天地 - 6 6 地、

問二十九〇天⁵ - 天⁴ - 3 天³ + 天² + 3 天 + 1 與天⁴ - 天³ - 3 天² + 2 天

+ 2、

問三十〇甲³ - 5 甲² - 9 9 甲 + 4 0 與甲³ - 6 甲² - 8 6 甲 + 3 5、

問三十一〇 1 4 天⁴ + 天³ + 8 天² - 天 + 2 與 6 天⁴ + 7 天³ + 7 天² + 3

天 + 1、

問三十二〇 3 天³ - 天² - 2 天 - 1 6 與 2 天³ - 2 天² - 3 天 - 2、

小公倍

問一〇求適含 2、3、甲與乙之幾何、〇此諸幾何與合有何連絡、

問二〇求適含 3 甲與 4 甲乙之最小幾何、

問三〇 3 甲之生有不為 4 甲乙所含者何數、3 乘 4 甲乙之合為何、

問四〇是以數幾何之最小公倍、等於者、

適能含某幾何之幾何、為此幾何之倍幾何、

百三三

如甲²天爲甲²甲與天之倍幾何、

公倍者、適能包含二幾何或數幾何之幾何也、

如⁴乙丙爲²乙與丙之公倍、

百三四

小公倍者、適能包含二幾何或數幾何之最小幾何也、

如²乙丙爲²乙與丙之小公倍、

百三五

總理

二幾何或數幾何之小公倍、即爲其凡不相似質生之合、然必按其於任一幾何內之次數最大者、

百三六

問一○求³天地人亥與⁵天地人之小公倍、

算

$$\begin{aligned}
 &^3 \text{天地人亥} = 3 \times \text{天}^2 \times \text{地}^2 \times \text{人} \times \text{亥} \\
 &^5 \text{天地人} = 5 \times \text{天}^2 \times \text{地}^3 \times \text{人}^2
 \end{aligned}$$

草

$$\text{小公倍} = 5 \times 3 \times \text{天}^2 \times \text{地}^3 \times \text{人} \times \text{亥} = 15 \text{天地人亥}^2$$

釋曰小公倍爲諸幾何所含不相似質生之合、故劈二幾何之生、夫凡質生必爲小公倍之一生、而按其在任一幾何內最大之次數(總理)、故小公倍之諸生爲5及

3、²、³、²、² 天地人亥、其合爲 1 5 天地人亥、即小公倍、

問二〇求甲² 甲 - 1 2 與甲² 甲 - 4 甲 - 2 1 之小公倍、

算

$$(\text{甲} - \text{甲} - 1 2) (\text{甲} - 4 \text{甲} - 2 1)$$

甲 + 3

$$= (\text{甲} - 4) (\text{甲} - 4 \text{甲} - 2 1)$$

$$= \text{甲}^3 - 8 \text{甲}^2 - 5 \text{甲} + 8 4$$

草

釋曰、夫二幾何之合即二幾何之公倍、故自此合內去其公生、即得小公倍、且二幾何之公生、即爲大公生、故二幾何之合、以其大公生除之、所得者、即其小公倍也、

如本問二幾何之大公生爲甲 + 3、自法與實去之、得(甲 - 4)(甲 - 4 甲 - 2 1)、即等於甲³ - 8 甲² + 8 4、爲小公倍、

法術○取諸幾何所含之、不相似質生、各按其在任一幾何內最大之次數、而求得其合、

二幾何之合、以其大公生除之、得其小公倍、

求下諸問之小公倍、

問三〇 8 甲²乙²丙³與 10 甲²乙²丙²

問四〇 10 天地人²、20 天地人³與 25 天地人³

問五〇 14 甲²乙²丙²、7 乙²天地與 35 甲²乙²丙²天

問六〇 12 寅卯地²、18 寅卯地³與 24 寅卯地³

問七〇 18 未申人²、9 未申人³與 36 未申人⁴

問八〇 天² - 地與天² - 2 天地 + 地²

問九〇 天² - 地與天² + 2 天地 + 地²

問十〇 天² - 地、天² - 2 天地 + 地、與天² + 2 天地 + 地²

問十一〇 天² - 地與天³ - 地³

問十二〇 甲²(天² - 人)與地²(天² - 人)²

問十三〇 天² - 1、天² + 1 與天⁴ - 1

問十四 ○ 2 天(天 - 地) 4 天地(天 - 地) 與 6 天地(天 + 地)

問十五 ○ 天² - 天³ - 1 與 天³ + 1

問十六 ○ 天² - 1 天² - 天³ 與 天³ - 1

問十七 ○ 4 (1 + 天) 4 (1 - 天) 與 8 (1 - 天)

問十八 ○ 天² + 5 天 + 6 與 天² + 6 天 + 8

問十九 ○ 甲² - 甲 - 2 0 與 甲² + 甲 - 1 2

問二十 ○ 天² - 9 天 - 2 2 與 天² - 1 3 天 + 2 2

問二十一 ○ 天² - 8 天 + 1 5 與 天² + 2 天 - 5

問二十二 ○ 天³ + 天地² + 天地² + 地與 天³ - 天地² + 天地² - 地

問二十三 ○ 天³ - 天地² + 天地² - 地與 天³ + 天地² - 天地² - 地

問二十四 ○ 甲³ - 2 甲² + 4 甲 - 8 與 甲³ + 2 甲² - 4 甲 - 8

問二十五 ○ 天² + 地² 天³ - 天地² 與 天³ + 天地² + 天地² + 地

問二十六 ○ 天² - 4 天² - 天 - 6 與 天³ - 3 天² - 4 天 + 1 2

問二十七○天¹ - 5, 天² - 2 甲天 + 甲², 天² - 1 0 天 + 2 5 與天² + 5 甲

- 5 天 - 甲天、

問二十八○天⁴ - 1 6, 天² + 4 天 + 4 與天² - 4、

問二十九○寅² - 3 寅 + 2 與寅² - 4 寅 + 4、

問三十○巳² - 7 巳 + 1 0 與巳² - 巳 - 2 0、

問三十一○丙² - 5 丙 - 丙² - 4 與 3 - 4 丙 + 丙²、

問三十二○1 - 巳 + 巳², 1 + 巳 - 巳² 與 1 - 巳²、

問三十三○4 甲丙 - 4 丙 - 4 丙² 與 2 甲乙 - 2 乙丙 - 2 乙、

問三十四○3 天² - 1 9 天 + 6 與天² - 1 0 天 + 2 4、

問三十五○寅² - 寅 - 9 0, 寅² - 1 3 寅 + 3 0 與寅² - 1 0 0、

問三十六○地² - 2 地 - 3 5, 地² - 8 地 + 7 與地² + 4 地 - 5、

問三十七○2 天³ - 1 2 天 + 1 9 天 - 1 2 與 2 天³ - 6 天 + 7 天 -

3、

問三十八○甲⁴ + 2 甲³ - 2 甲² - 2 甲 + 1 與甲⁴ - 1、

問三十九○丙² - 5 丙 + 4 丙² - 6 丙 + 8 與丙² - 8 丙 + 1 6、

問四十○甲² + 3 甲 - 4 甲² - 6 甲 + 5 與甲² - 甲 - 2 0、

問四十一○天² - (地 + 人) 地² - (天 + 人) 與人² - (天 + 地)、

問四十二○甲³ - 8 甲² + 1 9 甲 - 1 2 甲³ - 9 甲² + 2 6 甲 - 2 4 與

甲³ - 6 甲² + 1 1 甲 - 6、

問四十三○4 丙² - 9 6 丙² - 5 丙 - 6 與 6 丙² + 1 3 丙 + 6、

問四十四○1 - 天 + 天²、1 + 天 + 天² 與 1 + 天 + 天⁴、

問四十五○天³ + 3 天地 + 3 天地² + 地與天³ - 天地 + 天地² - 地、

問四十六○(甲 + 乙)(甲 + 丙)(甲 + 乙)(乙 + 丙) 與 (甲 + 丙)(乙 + 丙)、

問四十七○甲² + 甲乙 + 乙²、甲³ - 乙³ 與 甲 - 乙、

問四十八○4 甲³ (甲 + 天)⁴ 甲³ (甲 - 天) 與 2 甲² (甲 + 天)、

第八章 命分

百三七

問一○凡物分作二等分、其一分何名、○以何法表明之、

問二○^甲所表何意、 $\frac{2}{5}$ 、 $\frac{2}{7}$ 、 $\frac{3}{9}$ 、各表何意、

問三○天之五分一、何法表明之、乙之三分一、地之七分三、人之

十一分八、各以何法表之、

百三八

命分者、準箇所分等分之一分、或若干分也、

百三九

夫命分既爲一物等分之一分或多分、則必用二幾何乃能表明之、一以表此準箇所分爲若干分、一以表今所取者爲若干分也、此二數或幾何、左右或上下平列書之、中間一線、

百四十

分母者、指準箇共分若干分之數或幾何也、書於線之左、或於線之下、

如^甲爲命分、^乙爲分母、指準箇共分乙分也、

分子者、指今所取之爲若干分也、書於豎線之右、或於線之上、

百四一

如命分^甲甲為分子、指今所取者為甲分也、

分子分母合稱、曰**命分之項**、

除法可寫作命分以指明之、分子為實、分母為法、

整幾何者、幾何之不帶命分式者也、

如2甲3丙、2天+地等、俱為整幾何、

雜幾何者、幾何之帶命分者也、

如2甲 + $\frac{3}{7}$ 乙、2天 + 2地 - $\frac{3}{7}$ 人 + 2為雜幾何、

命分之號書於分線之前、此號屬全命分、並不偏屬分母或分子、

如一 $\frac{2}{8}$ ^{天+地}命分之號為負、而天地與2人各項之號俱為正、此分線前之號、指明命

分當加或減、

命分化法

展分、約分、

百四七

百四六

百四五

百四四

百四三

百四二

問一〇一半內有若干四分一、
問二〇 $\frac{2}{3}$ 乙、 $\frac{2}{3}$ 天、 $\frac{2}{3}$ 地各有若干四分一、

問三〇 $\frac{3}{4}$ 乙有若干六分一、〇又含若干九分一、〇自命分 $\frac{3}{4}$ 乙如何可得命

分 $\frac{2}{3}$ 乙之式、

問四〇何法可改命分之項、而不改其同數、

問五〇 $\frac{6}{7}$ 乙、 $\frac{2}{9}$ 乙、 $\frac{3}{11}$ 乙、 $\frac{4}{12}$ 乙、各有若干三分一、〇自此三命分、如何可得相等之

命分 $\frac{3}{4}$ 乙、

問六〇用一幾何同乘命分二項之外、更有何法、可改命分之項、而不改

其同數、

分子分母無公生時、則命分之項最小、

總理 以一幾何同乘、或同除命分之二項、命分之同數不改、

法問一〇展 $\frac{2}{3}$ 乙使其分母爲 6 乙、

百四八
百四九

算

$$2 \overline{) 3}$$

$$6 \text{ 乙} \div 2 \text{ 乙} = 3 \text{ 乙}$$

草

$$\begin{array}{r} 3 \times 3 \text{ 乙} \\ 2 \text{ 乙} \times 3 \text{ 乙} \\ \hline 6 \text{ 乙} \end{array} = 9 \text{ 乙}$$

釋曰、命分欲展爲大項之相等命分、則必以一幾何同乘二項、令其同數不改(總理)、今欲得所定之分母、則必以3乙乘原分母、故亦當以之乘原分子

法問二〇約

$$\begin{array}{r} 1 \text{ 乙} \\ 2 \text{ 乙} \\ 5 \text{ 乙} \end{array} \overline{) \begin{array}{r} 1 \text{ 乙} \\ 5 \text{ 乙} \\ 2 \text{ 乙} \end{array}}$$

爲最小項

算

$$\begin{array}{r} 1 \text{ 乙} \\ 2 \text{ 乙} \\ 5 \text{ 乙} \end{array} \overline{) \begin{array}{r} 1 \text{ 乙} \\ 5 \text{ 乙} \\ 2 \text{ 乙} \end{array}} = \begin{array}{r} 3 \text{ 乙} \\ 5 \text{ 乙} \end{array}$$

釋曰、命分約爲小項之相等命分、必以一幾何適可除盡其二項者除之(總理)、本式以5天地除之、二項即爲最小、以二項互相爲質也、又法以二項之大公生同除二項則命分約盡

草

展命分令變大項

法術〇查得一幾何可使已有之項變爲所求之項即以此幾何乘命分

之母子

約命分爲最小項

法術○以母子之各公生一除母子迨無公生而止
又○以母子之大公生除母子

問三○展^{3甲}使其分母爲2 8

問四○展^{5天²}使其分母爲3 6

問五○展^{2甲+4乙}使其分母爲1 5

問六○展^{3天+7}使其分母爲3 0

問七○展^{2天}使其分子爲6天

問八○展^{3天}使其分子爲9天

問九○展^{6天-8}使其分子爲4甲天

問十○展^{2甲天}使其分母爲甲-乙

^{3+2地}
^{2甲+天}
^{甲+乙}

問十一〇展 $\begin{matrix} 3 \text{天一地} \\ \text{甲} + \text{乙} \end{matrix}$ 使其分母為 $\text{甲} + 2 \text{甲} + \text{乙}$

約盡下諸命分式

問十二〇 $\begin{matrix} 15 \text{天地}^2 \\ 75 \text{天地}^2 \end{matrix}$

問十三〇 $\begin{matrix} 21 \text{天地}^2 \\ 28 \text{天地}^2 \end{matrix}$

問十四〇 $\begin{matrix} 10 \text{甲乙天地} \\ 25 \text{甲乙天地} \end{matrix}$

問十五〇 $\begin{matrix} 16 \text{天地}^3 \\ 24 \text{天地}^2 \end{matrix}$

問十六〇 $\begin{matrix} 21 \text{寅卯}^2 \\ 12 \text{寅}^2 \end{matrix}$

問十七〇 $\begin{matrix} 24 \text{天地}^3 \\ 12 \text{天地}^4 \end{matrix}$

問十八〇 $\begin{matrix} 35 \text{天地}^5 \\ 49 \text{天地}^6 \end{matrix}$

問十九〇 $\begin{matrix} 22 \text{甲天地}^5 \\ 33 \text{甲天地}^2 \end{matrix}$

問二十〇 $\begin{matrix} 2 \text{甲乙}^2 \\ \text{甲} - 2 \text{甲乙} + \text{乙}^2 \end{matrix}$

問二十一〇 $\begin{matrix} 2 \text{甲}^2 \\ \text{甲} + 2 \text{甲乙} + \text{乙}^2 \end{matrix}$

問二十二〇 $\begin{matrix} 2 \text{天}^2 \\ 6 \text{天} - 4 \text{天}^2 \end{matrix}$

問二十三〇 $\begin{matrix} 2 \text{甲} - 2 \\ \text{甲} - 2 \text{甲} + 1 \end{matrix}$

問二十四〇 $\begin{matrix} 3 \text{甲} - 4 \text{甲乙} + \text{乙}^2 \\ \text{甲} - \text{甲乙} \end{matrix}$

問二十五〇 $\begin{matrix} \text{天} - 1 \\ \text{天} - 1 \end{matrix}$

問二十六〇 $\begin{matrix} \text{甲} - 2 \text{甲乙} \\ \text{甲} - 4 \text{甲乙} + 4 \text{乙}^2 \end{matrix}$

問二十七〇 $\begin{matrix} 2 \text{天地}^4 \\ 3 \text{天地} - 3 \end{matrix}$

問二十八 ○ $\begin{matrix} 1 & 8 \\ \text{甲} & \text{丙} \end{matrix}$ - $\begin{matrix} 6 & \text{乙} \\ \text{丙} & \end{matrix}$
 $\begin{matrix} 4 & 2 \\ \text{甲} & \text{丁} \end{matrix}$ - $\begin{matrix} 1 & 4 \\ \text{乙} & \text{丁} \end{matrix}$

問三十 ○ $\begin{matrix} \text{寅} & 10 \\ \text{卯} & \end{matrix}$
 (寅十卯)

問三十二 ○ $\begin{matrix} \text{甲} & - & 4 & \text{甲} & - & 1 & 2 \\ \text{甲} & + & 5 & \text{甲} & + & 6 \end{matrix}$

問三十四 ○ $\begin{matrix} \text{甲} & + & \text{甲} & - & 9 & 0 \\ \text{甲} & + & 8 & \text{甲} & - & 2 & 0 \end{matrix}$

問三十六 ○ $\begin{matrix} \text{寅} & - & 1 & 2 & \text{寅} & + & 3 & 2 \\ \text{寅} & + & 2 & \text{寅} & - & 2 & 4 \end{matrix}$

問三十八 ○ $\begin{matrix} 7 & \text{甲} & \text{乙} & + & 7 & \text{甲} & \text{乙} & \text{天} \\ \text{甲} & - & 1 & \text{天} \end{matrix}$

問四十 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & 1 \\ \text{天} & \text{地} & + & 2 & \text{地} \end{matrix}$

問四十二 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & \text{天} & \text{地} \\ \text{天} & - & \text{地} \end{matrix}$

問四十四 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & 3 & \text{天} & - & 2 & 8 \\ \text{天} & - & 1 & 1 & \text{天} & + & 2 & 8 \end{matrix}$

問二十九 ○ $\begin{matrix} \text{天} & + & \text{地} \\ \text{天} & - & \text{地} \end{matrix}$

問三十一 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & \text{天} \\ \text{天} & + & \text{天} \end{matrix}$

問三十三 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & 5 & \text{天} & + & 6 \\ \text{天} & + & 4 & \text{天} & - & 2 & 1 \end{matrix}$

問三十五 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & 5 & \text{天} & + & 3 \\ \text{天} & + & \text{天} & - & 2 \end{matrix}$

問三十七 ○ $\begin{matrix} 3 & \text{甲} & - & 6 & \text{甲} \\ 2 & \text{甲} & \text{天} & - & 4 & \text{天} \end{matrix}$

問三十九 ○ $\begin{matrix} \text{天} & + & 2 & \text{天} & + & 1 \\ \text{天} & - & 1 \end{matrix}$

問四十一 ○ $\begin{matrix} \text{天} & - & 2 & \text{甲} & \text{天} & + & \text{甲} \\ \text{天} & - & \text{甲} & \text{天} \end{matrix}$

問四十三 ○ $\begin{matrix} \text{天} & + & 6 & \text{天} & + & 9 \\ \text{天} & - & \text{天} & - & 1 & 2 & \text{天} \end{matrix}$

問四十五 ○ $\begin{matrix} \text{寅} & - & \text{卯} \\ \text{寅} & - & \text{卯} \end{matrix}$

百五二

問四十六〇
甲⁴乙⁶
甲⁴乙⁴

問四十八〇
寅⁶卯⁸
寅⁶卯⁸

問五十〇
天²地³
天²地³地²

問五十二〇
甲²乙²
(甲²乙²)

問五十四〇
甲²甲²甲²
甲²甲²甲²甲²

問五十六〇
甲²(乙²丙²)
甲²甲²乙²甲²丙²

問五十八〇
甲²甲²甲²
甲²甲²甲²甲²甲²

問四十七〇
寅³卯²
寅³卯²

問四十九〇
甲²乙²甲²乙²
甲²甲²乙²甲²乙²甲²乙²

問五十一〇
地³地²
地³地²地²

問五十三〇
甲²甲²甲²
甲²甲²甲²甲²

問五十五〇
丙²丙²丙²
丙²丙²丙²丙²

問五十七〇
天²天²地²地²
天²天²天²地²地²

問五十九〇
天³天²天²
天³天²天²天²

整幾何或雜幾何化爲命分、

問一〇3、4、10、甲、丙各有若干五分一、

問二〇2、4、乙、丙各有若干七分一、

問三〇 2 4₁、3 4₃、甲 + 甲₄、各有若干四分一、

法問一〇 化甲 + 丙_乙 爲命分、

算 甲 = 丙_丙

釋曰、1 等於丙_丙、故甲 = 丙_丙、而甲 + 丙_乙 = 丙_丙 + 丙_乙

草 甲 + 乙_丙 = 甲_丙 + 乙_丙 = 甲_丙 + 乙_丙 = 丙_丙 + 乙_丙

法術〇 以分母乘整幾何、若命分爲正、即加分子、爲負、即減去分子、而後書爲分母之新分子、

如命分之號爲負、則減分子時、當先改其分子各項之號、

化下諸幾何爲命分、

問二〇 2 天 + 5 地₄

問三〇 5 天 - 3 地₄

問四〇 4 天 - 2 人₆

問五〇 天 + 4 地 + 3 地₄

問六〇 2 甲 + $\frac{3}{4}$ 天 + 4

問七〇 2 天 + $\frac{3}{8}$ 地 - 4

問八〇 3 天 - $\frac{2}{6}$ 地 + $\frac{13}{3}$

問九〇 5 甲 - $\frac{3}{2}$ 天 + 4

問十〇 6 甲 - $\frac{3}{4}$ 地 + 7

問一〇〇 3 丙 + $\frac{4}{丁}$ 甲 + 乙

問十二〇 4 甲 + $\frac{3}{丙丁}$

問一三〇 3 天 + $\frac{6}{甲天}$ 甲 - 丙

問一四〇 天 + 4 + $\frac{2}{5}$ 丙 - 丁

問一五〇 甲 - $\frac{2}{甲丙}$ 甲 - 丙

問一六〇 2 天 - 5 - $\frac{天+4}{天-2}$

問一七〇 甲 + 天 + $\frac{甲+天}{甲-天}$

問一八〇 甲 + 丙 + $\frac{2}{甲丙}$ 甲 - 丙

問一九〇 天 - 地 + $\frac{天-地}{天+地}$

問二〇〇 天 + 4 - $\frac{天-2}{天-4}$

問二一〇 甲 + 天 - $\frac{4}{甲天}$ 甲 - 5 天

問二二〇 甲 - 乙 - $\frac{甲+乙}{甲-乙}$

問二三〇 寅 + 卯 - $\frac{2}{寅卯}$ 寅 + 卯

命分化爲整幾何或雜幾何

問一 ○ 3|8、2|5、3|1、各含若干準箇、

問二 ○ $\frac{6}{6}$ 甲+乙、 $\frac{8}{4}$ 天-4、 $\frac{5}{5}$ 寅+卯、各含若干準箇、

法問一 ○ 化 $\frac{乙天+丁}{乙}$ 爲雜幾何、

算

$$\frac{乙天+丁}{乙} = 天 + 乙丁$$

草

釋曰、夫命分即表未演之除法、故若按除法算之、即可變命分爲雜幾何矣、

化下列諸式爲整幾何或雜幾何、

問二 ○ $\frac{甲+丙^2}{甲}$

問三 ○ $\frac{乙天+丙丁}{乙}$

問四 ○ $\frac{2}{甲+乙} \frac{甲乙+乙^2}{甲+乙}$

問五 ○ $\frac{甲-1}{甲} \frac{甲^2}{天}$

問六 ○ $\frac{甲-1}{甲+天} \frac{甲^2}{天^2}$

問七 ○ $\frac{天+1}{天+1} \frac{天^3}{天+1}$

問八 ○ $\frac{天+1}{天-1} \frac{天^7}{天-1}$

問九 ○ $\frac{1}{1-天} \frac{1}{1-天}$

問十〇 天³
天+地

問十一〇 7甲²
甲-乙

問十二〇 天一地
天+地

問十三〇 2天+7
天-4

問十四〇 乙⁴-甲²
乙+甲

問十五〇 天³-地³
天-地

問十六〇 天²+2甲+天²
甲+天

問十七〇 甲+乙³
甲-乙

問十八〇 5甲地+甲天+天
甲天

問十九〇 2甲-2乙²
甲+乙

問二十〇 天²+2天地+2地²+天
天+地

問二十一〇 甲-乙³
甲-乙

問二十二〇 天²+天地+地²
天+地

問二十三〇 (寅+卯)³
寅-卯

問二十四〇 天³-地³-人³
天-人

問二十五〇 4天+4天地-6地⁴
2天-2地

問二十六〇 天⁴+2天³-天²-4天-6
天-2

問二十七〇 5甲-甲²+5
5甲+4甲-1

百五四

問二十八 ○ $\frac{1}{甲+乙} + \frac{2}{甲+乙} + \frac{1}{甲}$ 問二十九 ○ $\frac{1}{甲-3} + \frac{3}{甲+乙} + \frac{3}{甲+乙} + \frac{1}{甲+乙}$
甲+乙+1 甲-2 甲+乙

不相似命分化為相似項、

問一 ○ 化 $\frac{3}{1}$ 、 $\frac{4}{1}$ 、 $\frac{6}{1}$ 為同用一準箇之命分、

問二 ○ 化 $\frac{2}{1}$ 與 $\frac{5}{1}$ 為同用一準箇之命分、

問三 ○ 化 $\frac{2}{1}$ 與 $\frac{5}{1}$ 與 $\frac{1}{1}$ 為公母最小之相等命分、

相似命分其分母相等、

不相似命分其分母不相等、

故相似命分有公分母、

相似命分之項、約為最小、則有小公母、

總理 一 ○ 二命分或數命分之公母、為諸分母之公倍、

二 ○ 二命分或數命分之小公母、為諸分母之小公倍、

問一 ○ 化 $\frac{2}{甲丁}$ 與 $\frac{2}{丙}$ 為有小公母、而相似之命分、
3 甲丁

百五八

百五七

百五六

百五五

算

$$\begin{array}{l} \text{丁} \\ \hline 2 \text{甲丙} = \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{丁} \times 3 \text{甲丁} \\ \hline = 6 \text{甲丙丁} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{丁} \\ \hline 3 \text{甲丁} \\ \hline = 3 \text{甲丁}^2 \end{array}$$

草

$$\begin{array}{l} 2 \text{丙} \\ \hline 3 \text{甲丁} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 2 \text{丙} \times 2 \text{丙} \\ \hline = 4 \text{丙}^2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3 \text{甲丁} \times 2 \text{丙} \\ \hline = 6 \text{甲丙丁} \end{array}$$

釋曰、夫諸命分之小公母、爲諸公母之小公倍（總理二）故求得 2 甲丙與 3 甲丁之小公倍爲 6 甲丙丁、次以各命分之母除 6 甲丙丁、所得之商、各乘己之母子、即皆展得母爲 6 甲丙丁之命分（1 4 9 節）6 甲丙丁 ÷ 2 甲丙 = 3 甲丁、以之乘第一命分、6 甲丙丁 ÷ 3 甲丁 = 2 丙、以之乘第二命分、

法術 ○ 求諸分母之小公倍爲小公母、

以各分母除小公母、所得之數、乘其各分子、

一○凡小公母之倍幾何、卽爲諸分母之一倍幾何、

二○凡雜幾何宜先化爲命分、○凡命分宜先約盡、而後求其小公母、

化下諸命分爲有小公母而相似之項

問二〇 $\frac{3}{4}$ 天 | $\frac{5}{6}$ 與 | 天

問三〇 $\frac{7}{8}$ 甲 | $\frac{5}{6}$ 與 | 甲

問四〇 $\frac{3}{4}$ 天地 | $\frac{2}{1}$ 與 | 天地

問五〇 $\frac{2}{3}$ 天 | $\frac{4}{6}$ 與 | 天地

問六〇 $\frac{2}{3}$ 乙 | $\frac{2}{6}$ 與 | 地

問七〇 $\frac{3}{2}$ 甲丙 | $\frac{2}{3}$ 與 | 乙丁

問八〇 $\frac{2}{5}$ 天-4地 | $\frac{3}{10}$ 與 | 天-8地

問九〇 $\frac{4}{3}$ 甲+5乙 | $\frac{3}{4}$ 與 | 甲+4乙

問十〇 $\frac{3}{5}$ 天-2地 | $\frac{4}{10}$ 與 | 天-3地

問十一〇 $\frac{3}{2}$ 天地 | $\frac{4}{3}$ 與 | 甲

問十二〇 $\frac{4}{4}$ 天、4地 | $\frac{8}{8}$ 與 | 地

問十三〇 $\frac{2}{3}$ 丁、丙 | $\frac{4}{4}$ 與 | 甲丙

問十四〇 $\frac{4}{4}$ 天+地、天-1地 | $\frac{2}{2}$ 與 | 天+地

問十五〇 $\frac{2}{2}$ 天+2、天-1 | $\frac{2}{2}$ 與 | 天+3、天-1

問十六〇 $\frac{2}{2}$ 天地、天地 | $\frac{3}{3}$ 與 | 甲+乙、甲-乙

問十七〇 $\frac{2}{2}$ 天+地、天-1地 | $\frac{2}{2}$ 與 | 天+地、天-1地

問十八 ○ $\frac{\text{天}^2 - 1}{\text{天} + 1} \cdot \frac{\text{天} + 1}{\text{天} - 1}$ 與 $\frac{\text{天}^2 + 1}{\text{天} - 1}$ ○

問十九 ○ $(\text{甲} - \text{乙})^2 (\text{乙} - \text{丙})$ 與 $(\text{甲} - \text{乙})(\text{甲} - \text{丙})$ ○

問二十 ○ $\frac{\text{甲} + 1}{\text{甲} + 3} \cdot \frac{1}{\text{甲} - 9} \cdot \frac{2}{\text{甲} - 1} \cdot \frac{\text{甲} - 1}{\text{甲} - 3}$ ○

問二十一 ○ $\frac{3 \text{天} - 1}{\text{天} + 2} \cdot \frac{2 \text{天} + 5}{\text{天} + 4} \cdot \frac{4 \text{天} - 1}{\text{天} + 1} \cdot \frac{2 \text{天} + 4}{\text{天} + 1} \cdot \frac{6 \text{天} + 1}{\text{天} + 2}$ ○

問二十二 ○ $\frac{8}{\text{天} - 5} \cdot \frac{4}{\text{天} - 2} \cdot \frac{2}{\text{天} - 5} \cdot \frac{3}{\text{天} + 5}$ ○

問二十三 ○ $\frac{1}{\text{寅} - \text{卯}} \cdot \frac{2}{\text{寅} - \text{卯}} \cdot \frac{\text{寅} + \text{卯}}{\text{寅} - \text{卯}}$ ○

問二十四 ○ $\frac{\text{天} + 3}{\text{天} + \text{天} - 2} \cdot \frac{\text{天} + 1}{\text{天} - \text{天} - 6} \cdot \frac{\text{天} - 2}{\text{天} - 4} \cdot \frac{\text{天} + 8}{\text{天} + 2} \cdot \frac{\text{天} + 2}{\text{天} + 4} \cdot \frac{1}{\text{天} + 4}$ ○

去方程之命分

問一 ○ 十爲何數之半、

問二 ○ 何數之三分一爲 1 2、

問三○如21天為4、則天之同數若干、

問四○如41天 = 8、則天之同數若干、

問五○如方程之二端、以一幾何同乘之、則方程失其相等乎、

問六○有方程 $3 \mid \text{天} = 6$ 、如二端同以3乘之、則方程變為何如、○乘以6、

9、12、15、各有何變狀、

問七○有命分之方程、何法可變之為不帶命分、

去方程之命分者、變之為另一方程、不帶命分也、

總理 以方程內諸分母之倍幾何乘二端、則命分可去、(見57節自

理四)

問一○有方程 $\text{天} + 5 \mid \text{天} = 12$ 、求天之同數、

算

天 $+ \mid \text{天} = 12$

釋曰、此方程內含有命分、故必以其分母乘二端

草

去其分并合諸項
 $5 \text{天} + \text{天} = 60$
 $6 \text{天} = 60$
故 $\text{天} = 10$

以去之(總理)分母為5、乘二端、方程變為5天
 $+ \text{天} = 60$ 、故 $\text{天} = 10$ 、

問二〇有方程天 + 3 | 天 + 5 | 天 + 6 | 天 + 1 | 5 | 3 | 求天之同數、

算

$$\begin{array}{r} \text{天} + 3 | \text{天} + 5 | \text{天} + 6 | \text{天} + 1 | 5 | 3 | \\ \hline 10 \end{array} = \frac{153}{10}$$

去其分 3 0 天 + 1 0 天 + 6 天 + 5 天 = 4 5 9

草 而 故 5 1 天 = 4 5 9
天 = 9

釋曰、此方程必以諸公母之倍幾何乘之、以去其命分(總理)、故可以 3、5、6、1 0 遞乘之、或以其合、或其任一倍幾何乘之、

夫既諸公母之小公倍、即為最小之倍幾何、故因求簡、取 3、5、6、1 0 小公倍 3 0 乘方程之二端、并諸項而除之、得天 = 9、

法術〇以諸母之小公倍乘方程之二端、

一〇以諸母遞乘方程之二端、亦可去其命分、

二〇如命分之前有負號、去其分母時、分子之各項須改號、

三〇以一命分之母乘之、即去其分母、

求下諸方程內天之同數而覆驗之。

$$\text{問三} \quad \circ \text{天} + \frac{5}{\text{天}} = 2 \quad 4$$

$$\text{問四} \quad \circ \frac{6}{\text{天}} + \text{天} = 2 \quad 1$$

$$\text{問五} \quad \circ \frac{2}{\text{天}} + \frac{3}{\text{天}} = 2 \quad 8$$

$$\text{問六} \quad \circ \frac{4}{\text{天}} + \frac{5}{\text{天}} = 4 \quad 2$$

$$\text{問七} \quad \circ \frac{3}{\text{天}} - \frac{7}{\text{天}} = 4 \quad 0$$

$$\text{問八} \quad \circ \text{天} - \frac{6}{\text{天}} = 2 \quad 5$$

$$\text{問九} \quad \circ \frac{4}{\text{天}} - \frac{6}{\text{天}} = -2 \quad 4$$

$$\text{問十} \quad \circ \frac{3}{\text{天}} + \frac{5}{\text{天}} + 7 \text{天} = 3 \quad 8$$

$$\text{問十一} \quad \circ \frac{2}{\text{天}} + \frac{3}{\text{天}} + \frac{4}{\text{天}} = 2 \quad 6$$

$$\text{問十二} \quad \circ \frac{3}{\text{天}} + \frac{4}{\text{天}} + \frac{6}{\text{天}} = 1 \quad 8$$

$$\text{問十三} \quad \circ \text{天} + \frac{2}{\text{天}} + \frac{3}{\text{天}} = 2 \quad 9$$

$$\text{問十四} \quad \circ \frac{2}{\text{天}} + \frac{3}{\text{天}} - \frac{4}{\text{天}} = 5 \quad 0$$

$$\text{問十五} \quad \circ \frac{3}{\text{天}} - \frac{3}{\text{天}} - \frac{5}{\text{天}} = 1 \quad 8$$

$$\text{問十六} \quad \circ \frac{4}{\text{天}} + \frac{3}{\text{天}} - \frac{9}{\text{天}} = 7 \quad 4$$

$$\text{問十七} \quad \circ \frac{3}{\text{天}} - \frac{6}{\text{天}} + \frac{1}{\text{天}} = 7 \quad 0$$

$$\text{問十八} \quad \circ \frac{4}{\text{天}} + \frac{6}{\text{天}} + \frac{8}{\text{天}} = 2 \quad 6$$

$$\text{問十九} \quad \circ \frac{4}{\text{天}} + \frac{9}{\text{天}} + \frac{2}{\text{天}} = \frac{3}{\text{天}} - \frac{6}{\text{天}} + 3$$

$$\text{問二十一} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 7 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ \hline 4 \end{array} \text{天} + \begin{array}{l} 4 \\ \hline 4 \end{array} \text{天} - \begin{array}{l} 5 \\ \hline 1 \end{array} \text{天} = 0$$

$$\text{問二十二} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ \hline 4 \end{array} \text{天} + \begin{array}{l} 1 \\ \hline 8 \end{array} \begin{array}{l} 0 \\ \hline 5 \end{array} \text{天} = 2 \quad \begin{array}{l} 9 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\text{問二十三} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ \hline 1 \end{array} \text{天} - \begin{array}{l} 1 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ \hline 1 \end{array} \text{天} + \begin{array}{l} 1 \\ \hline 8 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ \hline 1 \end{array} \text{天} = 1 \quad \begin{array}{l} 9 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\text{問二十四} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} + 3 \\ \hline 2 \end{array} + \begin{array}{l} 3 \\ \hline 5 \end{array} \text{天} = 2 + \begin{array}{l} 4 \\ \hline 3 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 5 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\text{問二十五} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 5 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} + 2 \\ \hline 5 \end{array} + \begin{array}{l} \text{天} - 1 \\ \hline 7 \end{array} = \begin{array}{l} \text{天} - 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\text{問二十六} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 7 \\ \hline 0 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} + 2 \\ \hline 1 \end{array} - \begin{array}{l} 1 \\ \hline 2 \end{array} = \begin{array}{l} 3 \\ \hline 5 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} + 3 \\ \hline 2 \end{array} - \begin{array}{l} \text{天} \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\text{問二十七} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ \hline 4 \end{array} \text{天} + \text{甲} - \begin{array}{l} \text{天} \\ \hline 5 \end{array} = \text{甲} + \begin{array}{l} \text{天} \\ \hline 5 \end{array} + \begin{array}{l} 5 \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\text{問二十八} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 3 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ \hline 3 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} + 4 \\ \hline 1 \end{array} - \begin{array}{l} 3 \\ \hline 3 \end{array} \begin{array}{l} 1 \\ \hline 4 \end{array} = \begin{array}{l} \text{天} - 3 \\ \hline 4 \end{array} + \begin{array}{l} \text{天} + 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

$$\text{問二十九} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} 3 \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 4 \\ \hline 8 \end{array} = \begin{array}{l} 6 \\ \hline 1 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 5 \\ \hline 6 \end{array} + \begin{array}{l} 3 \\ \hline 1 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 1 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\text{問三十} \quad \begin{array}{l} \circ \\ 6 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ \hline 4 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 5 \\ \hline 4 \end{array} + \begin{array}{l} 6 \\ \hline 4 \end{array} \begin{array}{l} \text{天} + 3 \\ \hline 4 \end{array} = 5 \cdot \text{天} - \begin{array}{l} 1 \\ \hline 2 \end{array} \begin{array}{l} 7 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十} \circ \\ 5 - 3 \text{天} + 3 - 5 \text{天} = 3 \\ 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十一} \circ \\ 2 \text{天} + 3 \text{天} + 4 \text{天} + 5 \text{天} = 16 \\ 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ 3 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十二} \circ \\ 5 \text{天} - 1 \text{天} + 6 \text{天} - 4 \text{天} = 7 \text{天} \\ 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \\ 6 \quad 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十三} \circ \\ 3 \text{天} + 1 \text{天} - 3 \text{天} - 1 \text{天} = 2 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \\ 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十四} \circ \\ 4 \text{天} - 3 \text{天} - 1 \text{天} = 0 \\ 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \\ 5 \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十五} \circ \\ 2 \text{天} + 3 \text{天} = 5 \text{天} \\ 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十六} \circ \\ 2 \text{天} - 1 \text{天} + 4 \text{天} - 3 \text{天} - 1 \text{天} = 2 \\ 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十七} \circ \\ 3 \text{天} - 2 \text{天} - 4 \text{天} - 5 \text{天} = -1 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \\ 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十八} \circ \\ 2 \text{天} + 3 \text{天} - 1 \text{天} - 2 \text{天} = 2 \\ 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \\ 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問三十九} \circ \\ 1 \text{天} - 1 \text{天} + 4 \text{天} - 3 \text{天} = 5 \\ 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \\ 2 \quad 1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \quad 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{問四十一} \\ \text{〇} \\ \hline 3 \text{天} - 3 \\ \hline 4 \quad - \quad 3 \text{天} - 3 \\ \hline 3 \quad - \quad 15 \\ \hline 3 \quad - \quad 27 + 4 \text{天} \\ \hline 9 \end{array}$$

問四十一〇甲用其銀之四分之一、而收入二圓、又用去當時所有之二分

一、尙餘七圓、原有若干、

解〇設

則

天 = 原有之數、

$4\text{天} =$ 初次所用之數、

$4\text{天} + 2 =$ 收二圓後之數、

$21(\frac{3}{4}\text{天} + 2) = 3\text{天} + 1 =$ 二次所用之數、

故

$$4\text{天} + 3\text{天} + 1 + 7 = \text{天} + 2$$

去命分

$$2\text{天} + 3\text{天} + 8 + 56 = 8\text{天} + 16$$

移項

$$2\text{天} + 3\text{天} - 8\text{天} = -48$$

$$-3\text{天} = -48$$

$$\text{天} = 16$$

問四十二〇何數加本數之四分之一爲15

問四十三○何數之二分一與三分一相并爲 150、

問四十四○甲之歲數之三分一又加五分二爲二十二歲、甲之年若干、

問四十五○三子共分遺產、伯得三分之二、仲得五分之一、季得 200

圓、伯仲各得若干、

問四十六○甲之資本爲乙之四分三、如甲之數少 500 圓、則爲乙之

二分一、二人各有資本若干、

問四十七○馬與馬車共值 420 圓、如馬值爲車值之四分三、則各值

若干、

問四十八○甲有錢倍於乙、丙之所有、爲甲一零三分之一倍、丁之所有、

爲甲之四分一、如四人共有 50 圓、則各有若干、

問四十九○何數之五分一、較其六分一多 3、

問五十○江海關供事某、以其薪水之三分一爲膳宿費、其餘之三分一

爲雜用、如是每年積洋 280 圓、其人年俸若干、

問五十一○何數之五分一、自50減去、餘爲4所乘、則較原數少70、
問五十二○試以100分爲二數、使首數之三分一、自次數四之分一

減去、餘爲11、

問五十三○今有二數、次數較首數多1、又首數之二分一加五分一等
於次數之三分一加四分一、則二數若干、

問五十四○五年前、甲之年爲乙年之二零三分之一倍、一年之後、甲年
將爲乙年之一零九分之四倍、二人今年各若干、

問五十五○求何二數之較爲20、且此數之七分一等於彼數之三分
一、

問五十六○何數之四分一、加其五分一與十分一、自33減之、適可無
餘、

問五十七○求何二數之較爲8、且小數除大數之商爲3、

命分加減法

問一〇求 $3|1 + 6|1, 4|1 - 8|1, 2|1 + 6|1$ 之諸同數、

問二〇何等命分、或加或減、不必改其形狀、

問三〇不相似之命分、未加或減之先、宜以何法、變為相似、

總理

一〇惟相似之命分、可相加、或減、并成一項、

二〇不相似之命分、必先化為相似、而後可相加、或減、并成一項、

法問一〇自 $1|6|2$ 減 $1|1|7$ 乙、

算

草

$$\begin{array}{r}
 6|2 \\
 1|1|7|7 \\
 \hline
 2|2|7|7 \\
 \hline
 4|2|2|7 \\
 \hline
 2|2|7|7 \\
 \hline
 4|2|2|7 \\
 \hline
 7|7|7|7
 \end{array}$$

釋曰諸命分既不相似、故未減之前、必先化為相似、其小公母為 $7|7$ 甲乙、故 $1|6|2$ 乙

$= \frac{4}{7} \frac{2}{7} \frac{2}{7}$ 乙² 而 $\frac{1}{7} \frac{1}{7} = \frac{2}{7} \frac{2}{7}$ 甲² 自原式之分子減減式之分子、得餘式為 $\frac{4}{7} \frac{2}{7} \frac{2}{7} - \frac{2}{7} \frac{2}{7}$ 甲、

法問二〇求甲 + $\frac{2}{7}$ 甲天 與 3 甲 + $\frac{3}{7}$ 人之和、

解 甲 + 3 甲 = 4 甲、

$$\frac{2}{7} \text{甲天} + \frac{3}{7} \text{天} = \frac{2}{7} \text{甲天人} + \frac{2}{7} \text{天} \quad \text{或} \quad \frac{2}{7} \text{甲天人} + \frac{2}{7} \text{天}、$$

和 = 4 甲 + $\frac{2}{7}$ 甲天人 + $\frac{2}{7}$ 天、

法問三〇自 3 甲 + $\frac{2}{7}$ 甲乙² 減甲 - $\frac{1}{7}$ 甲乙²、

解 $\frac{3}{7} \text{甲} + \frac{2}{7} \text{甲乙}^2 - (\text{甲} - \frac{1}{7} \text{甲乙}^2) = 3 \text{甲} + \frac{2}{7} \text{甲乙}^2 - \text{甲} + \frac{1}{7} \text{甲乙}^2$

$$= 2 \text{甲} + \frac{2}{7} \text{甲乙}^2 + \frac{1}{7} \text{甲乙}^2$$

$$= 2 \text{甲} + \frac{2}{7} \text{甲乙}^2$$

$$= 2 \text{甲} + \frac{2}{7} \text{甲乙}^2、$$

加法○化所有命分爲相似、
加其分子書於公母之上、

如有整幾何或雜幾何將整幾何與命分各自相加而後并合所得者、
 減法○化所有之命分爲相似自原式之分子減去減式之分子書其餘
 於公母之上、

如有雜幾何或整幾何則整幾何與命分各自減而後并合所得者、
 求下諸問之和、

問四 ○ $\frac{1}{10}$ 甲 與 $\frac{1}{10}$ 人

問五 ○ $\frac{1}{10}$ 天 與 $\frac{1}{10}$ 天

問六 ○ $\frac{1}{10}$ 天 與 $\frac{1}{10}$ 天

問七 ○ $\frac{4}{10}$ 天 與 $\frac{1}{10}$ 天

問八 ○ $\frac{2}{10}$ 天 與 $\frac{1}{10}$ 地

問九 ○ $\frac{2}{10}$ 甲 與 $\frac{1}{10}$ 甲

求下諸問之較、

問十 ○ $\frac{5}{10}$ 甲 丁 減 $\frac{2}{10}$ 甲 乙

問十一 ○ $\frac{2}{10}$ 寅 卯 減 $\frac{3}{10}$ 寅 卯

問十二 ○ $\frac{1}{10}$ 甲 乙 減 $\frac{1}{10}$ 甲 乙

問十三 ○ $\frac{2}{10}$ 甲 乙 減 $\frac{3}{10}$ 甲 乙

問十四 ○ $\frac{5}{\text{天}+1}$ 減 $\frac{4}{\text{天}-1}$ 、

問十五 ○ $\frac{\text{天}-1}{\text{天}+1}$ 減 $\frac{\text{天}+1}{\text{天}-1}$ 、

以下諸式化而簡之、

問十六 ○ $\frac{\text{天}^2}{\text{天}-1} + \frac{\text{天}}{\text{天}-1} - \frac{\text{天}}{\text{天}+1}$ 、

問十七 ○ 甲 $+$ $\frac{1}{\text{甲}-\text{乙}}$ $+$ 2 甲 $-$ 乙、

問十八 ○ 甲 $-$ 乙 $+$ 甲 $+$ 乙 $-$ 甲 $-$ 乙、

問十九 ○ $\frac{\text{地}-2\text{天地}-\text{天}^2}{\text{天}-\text{天地}}$ $+$ $\frac{\text{天}}{\text{天}-\text{地}}$ 、

問二十 ○ $\frac{1}{2(\text{天}-1)}$ $-$ $\frac{1}{2(\text{天}+1)}$ $+$ $\frac{1}{2\text{天}}$ 、

問二十一 ○ $\frac{1+\text{天}}{1+\text{天}+\text{天}^2}$ $+$ $\frac{1-\text{天}}{1-\text{天}+\text{天}^2}$ 、

問二十二 ○ $\frac{\text{甲}+\text{乙}}{\text{甲}-\text{乙}}$ $-$ $\frac{\text{甲}-\text{乙}}{\text{甲}+\text{乙}}$ 、

問二十三〇 (6 天 + $\frac{2}{5}$ 甲 - $\frac{3}{5}$ 乙) - (3 天 - $\frac{3}{6}$ 甲 + $\frac{2}{6}$ 乙)、

問二十四〇 (7 天 + 地) - (3 天 - $\frac{1}{3}$ 地)、

問二十五〇 (3 乙 + 甲) - (2 乙 - 甲)、

問二十六〇 (5 天 + $\frac{1}{3}$ 天) - (2 天 - $\frac{2}{4}$ 天)、

問二十七〇 (甲 + 甲) - (乙 + 甲)、

問二十八〇 ($\frac{2}{3}$ 天 + 5 地 + 4 天地 - 3 地) - (5 天地 - 2 地)、

問二十九〇 ($\frac{3}{2}$ 甲 - 乙) - (6 甲 - 1 乙) - (5 乙 + 7 甲)、

問三十〇 ($\frac{1}{1}$ 天 - 1 天) + ($\frac{2}{1}$ 天 + 1 天)、

問三十一〇 ($\frac{1}{1}$ 天 - 1 甲) + ($\frac{2}{4}$ 天 - 1 甲) - ($\frac{5}{9}$ 天 - 1 甲)、

問三十二 ○³天 - ²天 - ¹天 - ⁴天 - ²天 - ¹天

問三十三 ○²天 + ¹天 - ²天 + ²天 - ²天 + ²天

問三十四 ○¹天 + ²天 + ²天 + ³天

問三十五 ○¹甲 - ¹乙 + ²乙 - ¹丙 + ¹丙 - ¹甲
¹甲乙 + ¹乙丙 + ¹甲丙

問三十六 ○²天 - ²天 + ³天 + ²天 + ⁶天

問三十七 ○²天 - ¹天 + ⁴天 + ⁵天 - ¹天

問三十八 ○²甲 + ¹甲 + ¹甲 - ¹甲 + ¹甲 + ¹甲

問三十九 ○¹天 - ²天 + ¹天 + ²天 - ⁴天 + ²天

問四十 ○²甲 + ²甲 - ²乙 + ²甲 - ²乙 + ³甲 + ³甲 - ³乙

問四十一〇 $\begin{array}{l} \text{天}^3 + 2 \text{地}^2 \\ \text{天}^4 - \text{地}^4 \end{array}$ + $\begin{array}{l} \text{天}^2 - \text{地}^2 \\ \text{天}^2 + \text{地}^2 \end{array}$ - $\begin{array}{l} \text{天}^1 \\ \text{天}^1 + \text{地}^1 \end{array}$ 、

問四十二〇 $\begin{array}{l} 2 - \text{天}^4 \\ \text{天}^2 + 2 \end{array}$ - $\begin{array}{l} \text{天}^4 \\ \text{天}^2 + 4 \end{array}$ - $\begin{array}{l} \text{天}^3 \\ \text{天}^2 - 1 \end{array}$ 、

問四十三〇 $\begin{array}{l} \text{天}^2 \\ \text{天}^2 - 9 \text{天}^2 + 18 \end{array}$ - $\begin{array}{l} \text{天}^2 \\ \text{天}^2 + \text{天}^2 - 12 \end{array}$ 、

問四十四〇 $\begin{array}{l} \text{寅} - 4 \text{卯} - 2 \text{巳} \\ 3 \end{array}$ - $\begin{array}{l} 4 \text{寅} - 2 \text{卯} + 3 \text{巳} \\ 2 \end{array}$ 、

問四十五〇 $\begin{array}{l} \text{天}^2 + 1 \\ \text{天}^2 + \text{天}^2 + 1 \end{array}$ - $\begin{array}{l} \text{天}^2 - 1 \\ \text{天}^2 + \text{天}^2 + 1 \end{array}$ 、

問四十六〇 $\begin{array}{l} \text{甲} + \text{天}^2 \\ 2 \text{甲} + \text{天}^2 \end{array}$ 、

問四十七〇 $\begin{array}{l} \text{甲}^2 + 2 \\ \text{甲}^2 - 2 \text{甲} - 3 \end{array}$ - $\begin{array}{l} \text{甲}^2 + 1 \\ \text{甲}^2 - \text{甲} - 6 \end{array}$ 、

問四十八〇 $\begin{array}{l} 3 \text{寅} \\ 2 \text{寅} - 5 \text{寅} - 14 \end{array}$ - $\begin{array}{l} 2 \text{寅} \\ 2 \text{寅} - 3 \text{寅} - 10 \end{array}$ 、

問四十九〇 $\begin{array}{l} 1 \\ \text{天}^2 + 2 \end{array}$ - $\begin{array}{l} 9 \text{天}^2 - 13 \text{天}^2 \\ \text{天}^2 + 5 \text{天}^2 + 6 \end{array}$ 、

問五十〇 $\frac{2}{\text{天}-1} \frac{2}{\text{地}} - \frac{2}{\text{天}+1} \frac{2}{\text{地}}$ 、

問五十一〇 $\frac{2}{(\text{天}+1)} \frac{2}{\text{地}} - \frac{2}{(\text{地}+2)} \frac{2}{\text{天}}$ 、

問五十二〇 $\frac{2}{\text{天}+1} \frac{2}{\text{天}-1} - \frac{3}{\text{天}-1} \frac{2}{\text{天}-4}$ 、

問五十三〇 $\frac{2}{\text{天}+4} \frac{2}{\text{天}-2} + \frac{2}{\text{天}+2} \frac{2}{\text{天}-1} + \frac{2}{\text{天}+1} \frac{2}{\text{天}+3}$ 、

問五十四〇 $\frac{2}{\text{天}-6} \frac{2}{\text{天}-4} + \frac{4}{\text{天}+2} \frac{2}{\text{天}-8} + \frac{6}{\text{天}+4}$ 、

問五十五〇 $\frac{1}{\text{天}+1} + \frac{1}{\text{天}-1} + \frac{2}{(\text{天}+1)} \frac{2}{\text{天}} + \frac{2}{\text{天}-1} \frac{2}{\text{天}+1}$ 、

命分乘法

問一〇 $2 \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{3}$ 甲、各爲若干、

問二〇 $2 \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{5}{8}$ 甲、各約盡之、

問三〇 上諸式之合、如何得之、

問四○整數乘命分、有何二法、

問五○ $\frac{5}{4}$ 之 $\frac{2}{1}$ 即 $5\frac{3}{4} \div 2$ 、 $7\frac{3}{4}$ 之 $\frac{3}{1}$ 即 $7\frac{3}{4} \div 3$ 、各為若干、

問六○ $\frac{2}{1}$ 之 $\frac{2}{1}$ 即 $2 \div 2$ 、 $\frac{3}{1}$ 即 $3 \div 3$ 、各為若干、

問七○由此可見、整數除命分、有何二法、

總理

一○任一幾何乘分子、或除分母、命分即為此幾何所乘、
二○任一幾何除分子、或乘分母、命分即為此幾何所除、

法問一○ $\frac{甲}{乙}$ 為 $\frac{丙}{丁}$ 所乘、其合若干、

釋曰、以 $\frac{丙}{丁}$ 乘 $\frac{甲}{乙}$ 、即求 $\frac{甲}{乙}$ 之 $\frac{丙}{丁}$ 之丙倍也、夫 $\frac{乙}{乙}$ 之 $\frac{丁}{丁}$ 即 $\frac{乙}{乙}$ （總理

算

$$\frac{乙 \times 丙}{丁} = \frac{甲}{丁}$$

二而 $\frac{甲}{乙}$ 之丙倍、即 $\frac{甲丙}{乙丁}$ （總理二）是即分子乘分子、為合之分子、分母乘分母、為合之分母、

草

法術○分子乘分子、為合之分子、分母乘分母、為合之分母、

一○整幾何、雜幾何、必先化為命分、然後相乘、

二〇整幾何書 1 爲其分母，則可作爲命分，如甲可寫甲、
 三〇分子分母之等生數，當先消去、

法問二〇求 $\frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-2\text{甲}} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-9} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}+10}$ 之合、

解

$$\frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-2\text{甲}-3} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-9} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}+10}$$

$$\frac{\text{甲}^2}{\text{甲}+11} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-1} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}+11} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-2} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}+11} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲}-1}$$

消去等生，即得合爲甲-1

求下諸問之合、

問三〇 $\frac{\text{甲}^3}{4\text{乙}} \times \frac{4\text{天}}{2\text{甲地}}$ 、

問四〇 $\frac{\text{甲}^2}{\text{甲}^2\text{天}} \times \frac{5\text{天地}^2}{2\text{甲}^2\text{天}}$ 、

問五〇 $\frac{\text{甲}^4}{2\text{甲卯地}} \times \frac{\text{甲}^2}{\text{甲天}}$ 、

問六〇 $\frac{\text{甲}}{2\text{甲}} \times \frac{\text{甲}^3}{2\text{甲地}}$ 、

問七〇 $\frac{\text{天}^2}{10} \times \frac{\text{甲天}}{3(\text{天}^2\text{地})}$ 、

問八〇 $\frac{2\text{甲}^2}{2\text{天}} \times \frac{\text{甲}^3}{4\text{乙}}$ 、

問九〇 $\frac{\text{天}^2}{\text{天}^2\text{甲}} \times \frac{\text{天}^2}{\text{天}^2\text{甲}}$ 、

問十〇 $\frac{\text{甲}}{\text{天}^2\text{地}} \times \frac{\text{乙}}{\text{天}^2\text{地}}$ 、

問十一 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{甲}} \times \frac{2}{\text{丙}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十二 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十三 ○ $\frac{4}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{甲}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十四 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十五 ○ $\frac{3}{\text{甲}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十六 ○ $\frac{4}{\text{甲}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十七 ○ $\frac{2}{\text{甲}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十八 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問十九 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問二十 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問二十一 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

問二十二 ○ $\frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}} \times \frac{2}{\text{地}}$

$$\text{問二十三} \circ (\text{天} + \frac{\text{天地}}{\text{天} - \text{地}}) \times (\text{地} - \frac{\text{天地}}{\text{天} + \text{地}})$$

$$\text{問二十四} \circ (4 + \frac{2}{3} \frac{\text{天}}{\text{丙}}) \times (2 - \frac{2}{6} \frac{\text{天}}{\text{丙}})$$

$$\text{問二十五} \circ \frac{\text{地} - 2 \text{地} + 1}{\text{地} - 4} \times \frac{\text{地} - 2}{\text{地} + 9 \text{地} + 10}$$

$$\text{問二十六} \circ (\text{甲} - \text{甲} + 1) (\frac{1}{\text{甲}} + \frac{1}{\text{甲}} + 1)$$

$$\text{問二十七} \circ \frac{\frac{2}{\text{天} + 4} \frac{\text{天} - 6 \text{天} - 16}{\text{天} - 2}}{1} \times \frac{\frac{2}{\text{天} + 9} \frac{\text{天} - 8 \text{天} + 15}{\text{天} + 14}}{5}$$

$$\text{問二十八} \circ (\text{地} + 1) \times (\frac{\text{天}}{\text{地}} - \frac{1}{\text{地}} + 1)$$

$$\text{問二十九} \circ \frac{\frac{2}{\text{天} - 3} \frac{\text{天} + \text{天} - 2}{\text{天}}}{\text{天}} \times \frac{\frac{2}{\text{天} + 2} \frac{\text{天} + 9 \text{天} - 36}{\text{天}}}{2}$$

命分除法

問一〇 1 含 8 1 若干次、1 含 7、1、0、2、0、1、各若干次、

問二〇 命分之子爲 1、則其爲 1 所含之次數與分母有何相關、

求下諸問之商、

$$\text{問三} \circ \frac{4 \text{ 甲}^3}{6 \text{ 丁}^2 \text{ 地}} \div \frac{2 \text{ 甲}^2}{8 \text{ 甲}^2 \text{ 地}}$$

$$\text{問四} \circ \frac{7 \text{ 天地}}{3 \text{ 甲}^2 \text{ 丁}} \div \frac{2 \text{ 天地}}{3 \text{ 甲}^2 \text{ 丁}}$$

$$\text{問五} \circ \frac{5 \text{ 天地}^2}{6 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}} \div \frac{10 \text{ 天地}^3}{8 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}}$$

$$\text{問六} \circ \frac{4 \text{ 甲}^2 \text{ 地}^2}{8 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2 \text{ 丁}} \div \frac{6 \text{ 甲}^2 \text{ 地}^2}{16 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2 \text{ 丁}}$$

$$\text{問七} \circ \frac{\text{甲}^2 \text{ 天地}^2}{\text{丙}^2 \text{ 寅}^2 \text{ 卯}} \div \frac{8 \text{ 甲}^2 \text{ 天地}}{\text{丁}^2 \text{ 寅}^2 \text{ 卯}}$$

$$\text{問八} \circ \frac{\text{寅}^2 \text{ 卯}^2 \text{ 地}^2}{\text{甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2} \div \frac{\text{寅}^3 \text{ 卯}^3 \text{ 地}^3}{\text{甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2}$$

$$\text{問九} \circ \frac{5 \text{ 天地}}{\text{甲}^2 \text{ 天}} \div \frac{10 \text{ 天地}}{\text{甲}^2 \text{ 天}}$$

$$\text{問十} \circ \frac{2 \text{ 甲}^2 \text{ 天}^2}{\text{甲}^3 \text{ 天}} \div \frac{\text{甲}^2 \text{ 天}}{\text{甲}^2 \text{ 天}}$$

$$\text{問十一} \circ \frac{\text{寅}^2 \text{ 卯}^2}{6} \div \frac{3 \text{ 寅}^2 \text{ 卯}^2}{12}$$

$$\text{問十二} \circ \frac{\text{甲}^2 \text{ 丙}^2}{10 \text{ 天}} \div \frac{\text{甲}^2 \text{ 丙}^2}{10 \text{ 天}}$$

$$\text{問十三} \circ \frac{\text{甲}^2 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2}{\text{丁}^2 \text{ 丙}^2} \div \frac{\text{甲}^2 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2}{\text{丁}^2 \text{ 丙}^2}$$

$$\text{問十四} \circ \frac{5 \text{ (天}^2 \text{ 地}^2)}{\text{天}^2 \text{ 地}^2} \div \frac{\text{天}^2 \text{ 地}^2}{\text{天}^2 \text{ 地}^2}$$

$$\text{問十五} \circ \frac{\text{甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{ 丙}^2 \text{ 丁}^2}{\text{甲}^2 \text{ 丙}^2} \div \frac{\text{甲}^2 \text{ 丙}^2}{\text{甲}^2 \text{ 丙}^2}$$

$$\text{問十六} \circ \frac{3 \text{ 甲}^2 \text{ 卯}^2 \text{ 寅}^2 \text{ 地}^2}{\text{天}^2 \text{ 地}^2} \div \frac{\text{天}^2 \text{ 地}^2}{\text{天}^2 \text{ 地}^2}$$

$$\text{問十七} \circ \frac{4 \text{ 甲}^2 \text{ 天}^2 \text{ 地}^2}{\text{丙}^2 \text{ 丁}^2} \div \frac{\text{甲}^2 \text{ 乙}^2}{\text{甲}^2 \text{ 乙}^2}$$

$$\text{問十八} \circ \frac{5 \text{ 天地}^2 \text{ 天}^2}{\text{甲}^2 \text{ 卯}^2} \div \frac{\text{天}^2 \text{ 天}^2}{\text{天}^2 \text{ 天}^2}$$

$$\text{問十九} \quad \frac{\overset{2}{\text{天}} - 7 \text{天} + 30}{\text{天} - 15} \quad \frac{1}{1}$$

$$\text{問二十} \quad \frac{\overset{2}{\text{天}} - 5 \text{天} - 6}{\text{天} + \text{天}} \quad \frac{\overset{2}{\text{乙}}}{\text{天} + \text{天}}$$

$$\text{問二十一} \quad \frac{\overset{2}{\text{乙}} \text{巳} + \text{巳} \text{天地}}{\overset{2}{\text{甲}} \text{寅}} \quad \frac{\overset{2}{\text{乙}} \text{丙} + \text{丙} \text{天地}}{\overset{2}{\text{甲}} \text{寅}}$$

$$\text{問二十二} \quad \frac{16 \div (\overset{2}{\text{甲}} - \overset{2}{\text{丙}})}{\overset{2}{\text{甲}}} \quad - \text{甲} + 2 \text{丙}$$

$$\text{問二十三} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{3}{\text{甲}} - \overset{3}{\text{乙}}}{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{甲}} \text{乙} + \overset{2}{\text{乙}}} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} - \overset{2}{\text{乙}}}{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{乙}}}$$

$$\text{問二十四} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{甲}} \text{乙} + \overset{2}{\text{乙}}}{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{乙}}} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} - \overset{2}{\text{乙}}}{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{乙}}}$$

$$\text{問二十五} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{甲}} \text{乙} + \overset{2}{\text{乙}}}{\overset{2}{\text{甲}} + \overset{2}{\text{乙}}} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} - \overset{2}{\text{甲}} \text{乙} + \overset{2}{\text{乙}}}{\overset{2}{\text{甲}} - \overset{2}{\text{乙}}}$$

$$\text{問二十六} \quad \frac{\overset{2}{\text{天}} + 6 \text{天} + 8}{\overset{2}{\text{天}} - 9} \quad \frac{\overset{2}{\text{天}} - 2 \text{天} - 8}{\overset{2}{\text{天}} - 3}$$

$$\text{問二十七} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} - 3 \text{甲} + 2}{\overset{2}{\text{甲}} - 7 \text{甲} + 10} \quad \frac{\overset{2}{\text{甲}} - 4 \text{甲} + 4}{\overset{2}{\text{甲}} - 1}$$

問二十八〇 $\frac{2}{\text{天}-4} \frac{1}{\text{天}-1} \frac{2}{2} \div \frac{2}{\text{天}+3} \frac{1}{\text{天}-2} \frac{8}{8} \div \frac{2}{\text{天}+6} \frac{3}{\text{天}-1} \frac{18}{18}$:

問二十九〇 $\frac{2}{\text{人}-(\text{天}+\text{地})} \frac{2}{\text{人}} \div \frac{\text{人}+\text{地}+\text{天}}{\text{人}-\text{地}+\text{天}}$ 、

問三十〇 $\frac{4}{\text{天}-4} \frac{6}{\text{地}} \div \frac{3}{\text{天}-2} \frac{3}{\text{天}+\text{地}}$ 、

問三十一〇 $\frac{4}{\text{甲}+1} \div \frac{2}{\text{甲}+1} \frac{1}{\text{甲}-1} \text{又} \frac{2}{\text{甲}-1} \frac{1}{\text{甲}+1}$ 、

問三十二〇 $\frac{2}{\text{寅}-7} \frac{1}{\text{寅}-1} \frac{8}{8} \div \frac{2}{\text{寅}-5} \frac{1}{\text{寅}-1} \frac{4}{4} \text{又} \frac{6}{\text{卯}-8} \frac{1}{\text{卯}-9} \frac{1}{\text{甲卯}-1} \frac{2}{2}$ 、

百六七

疊分者、命分之母或子、或母與子俱爲命分者也、

問一〇求乙甲之同數若干、

丁丙乙甲

草算

丁丙乙甲
 $\frac{=}{\text{乙}} \frac{\text{甲}}{\div} \frac{\text{丙}}{\text{丁}} = \frac{\text{甲} \times \text{丁}}{\text{乙} \times \text{丙}} = \frac{\text{甲丁}}{\text{乙丙}}$

釋曰、疊分祇爲命分之除式、故可將此式書爲
 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} \div \frac{\text{丙}}{\text{丁}}$ 按前法除之、得商爲 $\frac{\text{甲丁}}{\text{乙丙}}$

求下諸式之同數

問二〇

$$\begin{array}{c} \text{天}^+ \text{甲} \\ | \\ \text{天}^+ \text{乙} \\ | \\ \text{天}^+ \text{丙} \\ | \\ \text{天}^+ \text{丁} \end{array}$$

問五〇

$$\begin{array}{c} 4 \text{天} - 4 \text{地} \\ | \\ 5 \text{甲} \text{乙} \\ | \\ 5 \text{天} - 3 \text{地} \\ | \\ 5 \text{天} \text{地} \end{array}$$

問八〇

$$\begin{array}{c} \text{天}^+ \\ | \\ 2 \text{甲} \text{丙} \\ | \\ 3 \text{甲} \text{丙} \\ | \\ 3 \text{甲} \text{丙} \\ | \\ \text{天}^+ \end{array}$$

問十一〇

$$\begin{array}{c} \text{甲}^+ \text{天} \\ | \\ \text{乙}^+ \text{地} \\ | \\ \text{甲}^+ \text{天} \\ | \\ \text{乙}^+ \text{地} \\ | \\ \text{丙}^+ \text{天} \end{array}$$

問十四〇

$$\begin{array}{c} \text{天}^+ \\ | \\ 1 \text{天} \text{地} \\ | \\ 1 \text{天} \text{地} \\ | \\ 1 \text{天} \text{地} \\ | \\ 1 \text{天} \text{地} \end{array}$$

問三〇

$$\begin{array}{c} \text{甲}^+ \text{天} \\ | \\ 3 \text{天} \\ | \\ 4 \text{天} \\ | \\ 5 \text{天} \end{array}$$

問六〇

$$\begin{array}{c} \text{天}^+ \text{地} \\ | \\ 4 \text{甲} \text{天} \\ | \\ 2 \text{天} - 2 \text{地} \\ | \\ 8 \text{甲}^2 \text{天} \end{array}$$

問九〇

$$\begin{array}{c} \text{天}^2 \\ | \\ 2 \text{地} \\ | \\ 2 \text{地} \\ | \\ 2 \text{地} \\ | \\ \text{天} - 3 \text{地} \end{array}$$

問十二〇

$$\begin{array}{c} 1 \text{天} \\ | \\ 2 \text{地} \\ | \\ 2 \text{地} \\ | \\ 1 \text{天} \end{array}$$

問十五〇

$$\begin{array}{c} \text{甲}^+ 5 \\ | \\ 1 \\ | \\ \text{甲} - 5 \\ | \\ 1 \\ | \\ \text{甲} - 5 \end{array}$$

問四〇

$$\begin{array}{c} 3 \text{甲} - 3 \text{地} \\ | \\ 3 \text{甲}^+ \text{地} \\ | \\ 3 \end{array}$$

問七〇

$$\begin{array}{c} 4 \text{甲}^2 \\ | \\ 4 \text{甲} - 4 \text{天} \\ | \\ \text{甲}^+ \text{天} \\ | \\ \text{甲} - \text{天} \end{array}$$

問十〇

$$\begin{array}{c} \text{天} \text{地} - 3 \text{天} \\ | \\ 3 \text{甲} \text{丙} \\ | \\ \text{甲} \text{丙} \\ | \\ \text{天}^+ 2 \text{丙} \end{array}$$

問十三〇

$$\begin{array}{c} \text{天}^+ \\ | \\ 2 \text{天} \\ | \\ 2 \text{天} \\ | \\ 3 \text{天} \\ | \\ \text{天} - 3 \end{array}$$

問十六〇

$$\begin{array}{c} 4 \\ | \\ \text{天}^+ 1 \\ | \\ 3 \text{天} - 1 \\ | \\ \text{天}^+ 2 \end{array}$$

問十七○ $\frac{1}{1} - \frac{1}{1}$ 、
 $\frac{1}{1} + \frac{1}{1}$ 、
 甲

問十八○ $\frac{1}{1}$ 、
 $\frac{1}{1}$ 、
 甲 + 甲 + 甲

問十九○ $\frac{1}{1}$ 、
 $\frac{1}{1}$ 、
 天 + 地 + 天 + 地 + 地

問二十○ $\frac{1}{1} - \frac{1}{1}$ 、
 $\frac{1}{1} - \frac{1}{1}$ 、
 乙 + 甲

問二十一 $\frac{3}{3} \frac{天-2}{天} + \frac{1}{1}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{天-1}{天}$ 、
 天

問二十二 $\frac{1}{1} + \frac{1}{1}$ 、
 $\frac{1}{1} + \frac{1}{1}$ 、
 丙

命分習問

約盡下列諸式、

問一○ $\frac{3}{3} \frac{天-6}{天} \frac{天+1}{天} \frac{1}{1} \frac{天-6}{天}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{天-2}{天} \frac{天-1}{天} \frac{1}{1} \frac{天+2}{天}$ 、

問二○ $\frac{3}{3} \frac{寅+3}{寅} \frac{寅+3}{寅} \frac{寅+3}{寅}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{寅+3}{寅} \frac{寅+5}{寅} \frac{寅+3}{寅}$ 、

問三○ $\frac{3}{3} \frac{天-2}{天} \frac{天+4}{天} \frac{1}{1} \frac{天-3}{天}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{天-5}{天} \frac{天+1}{天} \frac{1}{1} \frac{天-9}{天}$ 、

問四○ $\frac{3}{3} \frac{甲+3}{甲} \frac{甲+3}{甲} \frac{甲+2}{甲}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{甲+3}{甲} \frac{甲+3}{甲} \frac{甲+2}{甲}$ 、

問五○ $\frac{3}{3} \frac{丙+8}{丙} \frac{丙+1}{丙} \frac{1}{1} \frac{5}{5}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{丙-3}{丙} \frac{丙-1}{丙} \frac{1}{1} \frac{0}{0} \frac{丙+2}{丙} \frac{2}{2}$ 、

問六○ $\frac{4}{4} \frac{天-1}{天} \frac{天-4}{天} \frac{1}{1} \frac{天+1}{天}$ 、
 $\frac{4}{4} \frac{天-3}{天} \frac{天-8}{天} \frac{1}{1} \frac{天-1}{天}$ 、

問七○ $\frac{3}{3} \frac{甲-7}{甲} \frac{甲+1}{甲} \frac{1}{1} \frac{6}{6} \frac{甲-1}{甲} \frac{1}{1} \frac{2}{2}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{甲-1}{甲} \frac{1}{1} \frac{4}{4} \frac{甲+1}{甲} \frac{1}{1} \frac{6}{6} \frac{甲-1}{甲}$ 、

問八○ $\frac{3}{3} \frac{天+3}{天} \frac{天+3}{天} \frac{1}{1} \frac{天+1}{天}$ 、
 $\frac{3}{3} \frac{天-1}{天} \frac{1}{1} \frac{1}{1} \frac{天-7}{天}$ 、

問九 ○ 2^4 天² - 3 天³ + 5 天² - 1 天¹ - 1 天⁰、

問十 ○ 6^3 甲³ - 11 甲² - 13 甲¹ - 7 甲⁰、

求下列諸式之同數、

問十一 ○ $\frac{1}{\text{天}+1} - \frac{1}{\text{天}-1} + \frac{1}{\text{天}+2} - \frac{1}{\text{天}-2}$ 、

問十二 ○ $\frac{3+2\text{天}-2-3\text{天}+16\text{天}-2}{2-\text{天}} - \frac{2+\text{天}}{2+\text{天}} + \frac{16\text{天}-2}{\text{天}-4}$ 、

問十三 ○ $\frac{1}{\text{天}-\text{地}} - \frac{1}{\text{地}-\text{天}} + \frac{1}{\text{天}-\text{人}} - \frac{1}{\text{地}-\text{天}} + \frac{1}{\text{天}-\text{人}} - \frac{1}{\text{天}-\text{地}}$ 、

釋畧 ○ 次項命分以 -1 除之、變為 + $\frac{1}{\text{天}-\text{地}} - \frac{1}{\text{天}-\text{人}} - \frac{1}{\text{天}-\text{地}} + \frac{1}{\text{天}-\text{人}}$ 、

問十四 ○ $\frac{1}{\text{甲}(\text{甲}-\text{乙})(\text{甲}-\text{丙})} + \frac{1}{\text{乙}(\text{乙}-\text{甲})(\text{乙}-\text{丙})} + \frac{1}{\text{丙}(\text{丙}-\text{甲})(\text{丙}-\text{乙})}$ 、

問十五 ○ $\frac{1}{1+\text{天}+\text{地}} \times \frac{1}{1-\text{天}+\text{地}}$ 、

問十六 ○ $\frac{1}{\text{天}-\text{地}+\text{天}+\text{地}} \times \frac{1}{\text{天}-\text{地}+\text{天}+\text{地}}$ 、

問十七 ○ $\frac{1}{\text{甲}+1+\text{甲}} \times \frac{1}{1-\text{甲}+\frac{1}{\text{甲}}}$ 、

問十八〇

$$\left(\frac{\text{甲}+1}{\text{甲}-1} - \frac{\text{甲}-1}{\text{甲}+1} \right) \div \frac{\text{天}}{\text{甲}-1}$$

問十九〇

$$\left(\frac{\text{天}^2}{\text{天}-1} \right) \times \left(1 + \frac{\text{天}-1}{\text{天}+1} \right) \div \left(1 - \frac{\text{天}-1}{\text{天}+1} \right) \times \left(1 + \frac{\text{天}+1}{\text{天}-1} \right)$$

問二十〇

$$\frac{1 - \frac{\text{甲}+1}{\text{甲}+1}}{\text{甲}+1} \div \frac{1 + \frac{\text{甲}-1}{\text{甲}-1}}{\text{甲}+1}$$

問二十一〇

$$\frac{\text{甲}-1}{4} - \frac{2}{\text{甲}-7}$$

問二十二〇

$$1 - \frac{1}{1}$$

問二十三〇

$$1 + \frac{4}{4}$$

問二十四〇

$$\frac{\text{天}^2}{\text{天}+1} - \frac{\text{天}^2}{\text{天}-1}$$

問二十五〇

$$\frac{\text{天}^2}{\text{天}-1} - \frac{\text{天}^2}{\text{天}+2}$$

問二十六〇

$$\begin{array}{r}
 \text{天}^2 + 2 \text{天} \\
 \text{天} - 8 \text{天} + 12 \\
 \hline
 3 \text{天}^2 \\
 \text{天} + 3 \text{天} - 10 \\
 \hline
 1 \\
 \text{天} - 1
 \end{array}$$

問二十七〇

$$\begin{array}{r}
 1 + \text{甲} - \text{丙} \\
 \text{甲} + \text{丙} \\
 \hline
 1 + \text{甲}^2 - \text{丙}^2 \\
 \text{甲} - \text{丙} \\
 \hline
 \text{甲} + \text{丙}
 \end{array}$$

問二十八〇

$$\begin{array}{r}
 \text{天} - 5 - 3 \text{天} - 15 \\
 \text{天} + 3 \\
 \hline
 \text{天} + 4 - \text{天} - 13 \\
 \hline
 5 | 1 \\
 \text{天} - 1
 \end{array}$$

問二十九〇

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \text{地}^2 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{天}^2 \\
 + \\
 \text{天}^2 \text{地}^2 \text{天}^2 \text{地}^2 \\
 \hline
 \times \\
 \text{地} \text{天}^3 \\
 + \\
 \text{天} \text{地}^3
 \end{array}$$

問三十〇

$$\begin{array}{r}
 \text{天}^2 \\
 \text{天} - \text{地} + 2 \text{天} \text{地} \\
 \hline
 \text{地}^2 \\
 \text{地} - \text{天} \\
 \hline
 2 \text{天} \text{地} - 2 \text{地}^2 \\
 \hline
 \text{地}^6
 \end{array}$$

問三十一〇 $\frac{(甲-乙)^2(2甲-2甲乙)}{(甲-乙) \div 甲乙}$ 、

$\frac{4}{2} \frac{(甲-乙) \div 甲乙}{甲+乙}$

問三十二〇 $\frac{甲-1}{乙+1} \frac{乙-1}{丙+1} + \frac{甲丙+丙乙}{甲+乙} \times \frac{乙}{甲-乙} \times \frac{乙}{丙}$ 、

$\frac{甲}{乙} \frac{乙}{丙} \frac{丙}{甲}$

問三十三〇 $\frac{天-1}{地+9} \frac{天+2}{地-3} \div \frac{天+4}{地+2} \frac{天-1}{地-1} \times \frac{天地+5}{天地+6}$ 、

問三十四〇 $\frac{甲-甲^3+甲^2乙-甲乙^3+乙^4}{甲-乙} \div \frac{(甲-乙) \times (甲+乙)^5}{(甲+乙)^2}$ 、

問三十五〇 $1 \div \frac{1+甲}{1+甲+2甲} + \frac{1-甲}{1-甲+2甲} \times \frac{2}{甲}$ 、

問三十六〇 $(1 + \frac{天}{天-2}) \times \frac{1}{天} \frac{4-天^2}{天} \times \frac{天-3}{天+天-2} \frac{天-4}{天} - \frac{2}{天-4} \frac{天}{天}$ 、

問三十七〇 $(\frac{天-2}{天-4} + \frac{天-3}{天-2} - \frac{天}{天+2}) \times \frac{2}{天^2} \frac{2}{2} \div \frac{天-3}{天} \frac{6}{6}$ 、

問三十八〇 $\frac{\text{甲}+\text{天}}{\text{天}} - \frac{2}{\text{甲}} + \frac{\text{甲}+\text{天}}{\text{天}} + \frac{\text{甲}-\text{天}}{\text{甲}-2\text{天}}$

問三十九〇 $\frac{\text{天}+\text{地}}{\text{天}} \times \frac{3}{\text{天}+\text{地}} \times \frac{2}{\text{天}-\text{地}} \times \frac{3}{\text{天}-\text{地}} \times \frac{3}{\text{天}+\text{地}}$

問四十〇 $\frac{2}{\text{天}} \frac{2}{\text{地}} \frac{3}{\text{天}+\text{地}} - \frac{2}{\text{天}-\text{地}} \frac{2}{\text{地}} + \frac{2}{\text{天}-\text{地}} \frac{2}{\text{天}+\text{地}}$

問四十一〇 $\frac{\text{甲}}{\text{甲}+\text{丙}} - \frac{\text{甲}}{\text{天}-\text{丙}} + \frac{\text{甲}}{\text{甲}+\text{丙}} \frac{3}{\text{丙}-\text{甲}} \frac{\text{天}}{\text{天}-\text{丙}}$

問四十二〇 $\frac{1}{10} \frac{\text{甲}+\text{天}+\text{地}}{\text{甲}+\text{天}} \frac{3}{\text{甲}+\text{地}} \frac{2}{\text{天}} \div \frac{3}{\text{天}-3\text{甲}} \frac{\text{甲}+\text{天}}{\text{甲}}$

問四十三〇 $\frac{\text{甲}-\text{乙}}{\text{甲}+\text{乙}} \times \frac{\text{甲}+\text{乙}}{\text{乙}} - \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \div \frac{1}{\text{乙}} \frac{1}{\text{甲}}$

問四十四〇 $\frac{1}{1-\text{甲}} \frac{1}{\text{甲}^2} + \frac{1}{1-\text{甲}+\text{甲}} \frac{1}{\text{甲}} \div \frac{1}{1+\text{甲}+\text{甲}} \frac{1}{\text{甲}} - \frac{1}{1+\text{甲}} \frac{1}{\text{甲}^2}$

問四十五○

$$\begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{地}^2 \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{地}^2 \end{array} \times \begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{地}^2 \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{地}^2 \end{array} \div \begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{地}^2 \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{地}^2 \end{array}$$

問四十六○

$$\begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{乙} \frac{1}{2} \text{天} \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{乙} \frac{1}{2} \text{天} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{乙} \frac{1}{2} \text{甲} \frac{1}{2} \text{乙} \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{乙} \frac{1}{2} \text{天} \end{array} \times \begin{array}{l} \text{乙} \frac{1}{2} \text{甲} \frac{1}{2} \text{乙} \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{乙} \frac{1}{2} \text{天} \end{array}$$

問四十七○

$$\begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{天} \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{天} \end{array} \div \begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{天} \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{天} \end{array} + \begin{array}{l} \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{天} \\ \text{甲} \frac{1}{2} \text{天} \frac{1}{2} \text{天} \end{array}$$

第九章 一次方程

溫習

百六九

- 一〇述方程之界說、
- 二〇述方程二端之界說、
- 三〇述上端下端之界說、
- 四〇述去命分之界說并法術、
- 五〇述遷項之界說及法術、
- 六〇述自理之界說、并述自理、
- 七〇述題語之界說、
- 八〇述題解之界說、

百七十

方程內未知幾何不爲命分、亦不在根號下、則方程之次數、按其任一項內未知幾何最高之次數、
如天⁺乙⁼丙³ 甲天⁺地⁼卯⁴ 乙天⁺3 甲天³ 甲⁼甲、皆爲一次方程、

百七一

天² + 甲 = 丙、乙² 天 + 3 地 = 丁、天 + 天地 = 7、甲天地 + 3 地 = 卯、皆為二次方程、
 天 = 甲、天地 = 甲、天地² = 甲、天 + 天² + 天 = 甲皆為三次方程、

簡方程者、一次方程也、

百七二

平方方程者、二次方程也、

百七三

立方方程者、三次方程也、

百七四

數方程者、方程之已知幾何俱以數表之者也、

百七五

元方程者、方程之已知幾何俱以元字表之者也、

解下列諸方程、

問一 ○ 4 天 - $\frac{天+2}{2}$ = 3 天 + 3、

問二 ○ 天 - $\frac{3天+4}{3}$ = $\frac{天+1}{9}$ + $\frac{天-1}{6}$ 、

問三 ○ $\frac{6天-8}{2}$ + 2 = 天 - $\frac{5-2天}{4}$ 、

問四 ○ 天 - 3 - $\frac{天+2}{8}$ = $\frac{天}{3}$ 、

問五 ○ $\frac{15天}{4}$ = $\frac{2}{4}$ | $\frac{1}{2}$ - $\frac{3-2天}{2}$ 、

問六 ○ $\frac{3天-1}{2}$ = $\frac{天-1}{1}$ - 9、

問七 ○ $\frac{9天}{7}$ - $\frac{天+3}{5}$ = 2 天 - 2 1、

問八 ○ $\frac{甲天-乙}{丙}$ + 甲 = $\frac{天+甲丙}{丙}$ 、

問九〇甲天 $\frac{3}{2}$ 甲 - 乙天 = 1、
問十〇甲天 - 乙 = 丁丙一天、

問十一〇 $\frac{3}{2}$ 天 - 5 - 1 2 = $\frac{4}{3}$ 天 - 一天、

問十二〇 甲 - 1 - 甲 + 1 = 乙、

問十三〇 $\frac{天+2}{天+甲}$ 甲 + 甲 = $\frac{4}{16}$ 甲乙、

問十四〇 2 - 2 天 = $\frac{天+8}{4}$ - $\frac{天+6}{3}$ 、

問十五〇 $\frac{4}{5}$ 天 + $\frac{3}{2}$ 乙 = 6 + $\frac{1}{2}$ 乙、

問十六〇 甲 - 甲 = 丙 - 丙、

問十七〇 $\frac{2}{4}$ 天 - 8 + 天 = 3 0 - $\frac{天+3}{2}$ 、

問十八〇 1 0 - $\frac{3}{3}$ 天 + 4 = 2 天 - $\frac{3}{3}$ 、

問十九〇 4 + 1 0 天 + 5 - 6 天 = $\frac{1}{3}$ - $\frac{3}{3}$ = 2 7、

問二十〇天 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) = 7 + \frac{1}{6}$

問二十一〇天 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{7} \right) = \frac{1}{2}$

問二十二〇天 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1} \right) = \frac{1}{2}$

問二十三〇天 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = 2 \frac{1}{2} - 4 \frac{1}{3}$

問二十四〇天 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = 6 - 9 \frac{1}{4}$

問二十五〇天 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) = 4 \frac{1}{5} - \frac{1}{4}$

解畧〇此方程可變之爲 $\frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right)$

化簡之 $\frac{1}{5} = \frac{1}{4}$

問二十六〇天 $\frac{1}{5} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} \right) = \frac{1}{6} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{9} \right) - \frac{1}{8}$

$$\text{問二十七} \circ \begin{array}{l} \text{甲} + \text{乙} \\ \text{天} - \text{丙} = \text{天} - \text{甲} + \text{天} - \text{乙} \end{array}$$

$$\text{問二十八} \circ \begin{array}{l} 6 \text{天} + 13 \\ 15 \\ 5 \text{天} + 15 \\ 5 \text{天} - 25 \\ + 3 \\ = \\ 2 \text{天} + 15 \\ 5 \end{array}$$

解畧 ○ 同問二十五、

$$\text{問二十九} \circ \begin{array}{l} \text{天} - \text{甲} - \text{甲} + \text{乙} \\ \text{天} + \text{甲} = 2 \text{甲} - \text{天} \\ \text{甲} + \text{乙} = \text{甲} - \text{乙} \end{array}$$

$$\text{問三十} \circ \text{天} + 3 + \begin{array}{l} 3 \text{天} + 3 \\ 7 \end{array} = \begin{array}{l} 3 \text{天} + 3 \\ 2 \end{array} - 2 \mid 1$$

解畧 ○ 未去命分之前、先并合諸項、

$$\text{問三十一} \circ \text{天} + 6 - \begin{array}{l} 3 \text{天} + 6 \\ 4 \end{array} = \begin{array}{l} 1 \\ 3 \end{array} (\text{天} + 6) - 6$$

$$\text{問三十二} \circ \text{天} - 7 + \begin{array}{l} \text{天} - 7 \\ 2 \end{array} + \begin{array}{l} 3 \text{天} - 7 \\ 4 \end{array} = \begin{array}{l} 2 \\ 4 \end{array} \mid 1$$

$$\text{問三十三} \circ \begin{array}{l} 3 \text{天} + 4 \\ 2 \end{array} + \begin{array}{l} \text{天} + 4 \\ 4 \end{array} - \begin{array}{l} 3 \text{天} + 4 \\ 5 \end{array} = \begin{array}{l} 1 \\ 1 \\ 2 \end{array} \mid 1$$

$$\text{問三十四} \circ \begin{array}{l} 2 \text{天} - 3 \\ 3 \end{array} + 2 (\text{天} - 3) = 5 - \begin{array}{l} \text{天} - 3 \\ 4 \end{array}$$

$$\text{問三十五} \circ \begin{array}{l} 2 \text{天} - 3 \\ 3 \end{array} - \begin{array}{l} 2 \text{天} + 3 \\ 9 \end{array} = 6 - \begin{array}{l} 5 \text{天} + 1 \\ 4 \end{array}$$

問三十六〇天 - 4 - $\frac{3}{2} \frac{\text{天}-5}{5} = 8 - \frac{2}{3} \frac{\text{天}-4}{14}$ 、

問三十七〇 $\frac{4}{9} \frac{\text{天}+3}{9} + \frac{7}{5} \frac{\text{天}-2}{12} = \frac{8}{18} \frac{\text{天}+1}{19}$ 、

解畧〇同問二十五、

問三十八〇 $\frac{9}{14} \frac{\text{天}+5}{14} + \frac{8}{6} \frac{\text{天}-7}{12} = \frac{3}{56} \frac{\text{天}+1}{15} + \frac{10}{14} \frac{1}{4}$ 、

問三十九〇 $\frac{6}{15} \frac{\text{天}+7}{15} - \frac{7}{7} \frac{\text{天}-2}{6} = \frac{2}{5} \frac{\text{天}+1}{11}$ 、

問四十〇 $\frac{6}{15} \frac{\text{天}+1}{15} - \frac{7}{7} \frac{\text{天}-4}{6} = \frac{2}{5} \frac{\text{天}-1}{11}$ 、

問四十一〇 $\frac{6}{15} \frac{\text{天}+1}{15} - \frac{3}{5} \frac{\text{天}+5}{25} = \frac{2}{5} \frac{\text{天}}{1}$ 、

問四十二〇 $\frac{\text{天}-1}{7} + \frac{\text{天}-4}{2} = 2 + \frac{\text{天}-7}{7}$ 、

問四十三〇 $\frac{2}{4} \frac{\text{天}-1}{10} - \frac{1}{5} \frac{\text{天}-8}{8} - \frac{2}{2} \frac{\text{天}-5}{5} = \frac{\text{天}-1}{4}$ 、

問四十四〇 $\frac{2}{3} \frac{\text{天}-5}{5} - \frac{1}{4} \frac{\text{天}-3}{3} = \frac{\text{天}-2}{2} - \frac{\text{天}-1}{2}$ 、

問四十五〇 $\frac{5}{3} \frac{\text{天}}{1} - \frac{2}{3} \frac{\text{天}}{1} - \frac{1}{4} \frac{\text{天}}{4} = \frac{4}{3} \frac{\text{天}}{1} - \frac{2}{2} \frac{\text{天}}{2}$

問四十六〇 $\frac{3}{4} \frac{\text{天}}{1} - \frac{3}{2} \frac{\text{天}}{1} - \frac{1}{1} \frac{\text{天}}{1} = 6 \frac{\text{天}}{1} - \frac{2}{4} \frac{\text{天}}{1} + \frac{1}{3} \frac{\text{天}}{3}$

問四十七〇 $\frac{3}{3} \frac{\text{天}}{1} - \frac{7}{1} \frac{\text{天}}{8} - 8 = \frac{2}{3} \frac{\text{天}}{1} - \frac{3}{6} \frac{\text{天}}{6} + 4$

問四十八〇 $\frac{3}{4} \frac{\text{天}}{1} - \frac{3}{3} \frac{\text{天}}{4} = \frac{1}{3} \frac{\text{天}}{6} - \frac{2}{9} \frac{\text{天}}{7} + \frac{4}{9} \frac{\text{天}}{4}$

問四十九〇 $\frac{6}{1} \frac{\text{天}}{8} + \frac{4}{8} \frac{\text{天}}{8} - \frac{1}{3} \frac{\text{天}}{1} - \frac{3}{6} \frac{\text{天}}{6} = 5 \frac{\text{天}}{1} - \frac{4}{3} \frac{\text{天}}{3} - \frac{1}{2} \frac{\text{天}}{1} - \frac{1}{3} \frac{\text{天}}{3} - \frac{2}{8} \frac{\text{天}}{1} - \frac{2}{8} \frac{\text{天}}{2}$

問五十〇 $\frac{4}{9} \frac{\text{天}}{3} + \frac{3}{8} \frac{\text{天}}{8} = \frac{8}{1} \frac{\text{天}}{8} + \frac{1}{9} \frac{\text{天}}{9} - \frac{5}{7} \frac{\text{天}}{1} - \frac{2}{2} \frac{\text{天}}{9}$

問五十一〇 $\frac{\text{甲}}{\text{乙}} \frac{\text{天}}{2} + \frac{\text{天}}{\text{乙}} - \frac{\text{乙}}{\text{甲}} \frac{\text{天}}{2} = \frac{\text{天}}{\text{甲}} \frac{\text{乙}}{\text{乙}} - \frac{\text{甲}}{\text{乙}} \frac{\text{乙}}{\text{天}}$

問五十二〇 (甲 + 天)(乙 + 天) - 甲(乙 + 丙) = 乙²丙 + 天²

問五十三〇 $\frac{4}{8} \frac{\text{天}}{1} - \frac{8}{3} \frac{\text{天}}{1} + \frac{3}{2} \frac{\text{天}}{1} - \frac{1}{5} \frac{\text{天}}{5} - \frac{2}{1} \frac{\text{天}}{6} - \frac{1}{6} \frac{\text{天}}{6} = 0$

問五十四〇 $\frac{4}{2} \frac{\text{天}}{4} - \frac{1}{4} \frac{\text{天}}{6} - \frac{2}{6} \frac{\text{天}}{0} + \frac{9}{1} \frac{\text{天}}{2} = \frac{\text{天}}{4} - \frac{1}{4} \frac{\text{天}}{6} + \frac{5}{6}$

問五十五〇

$$\begin{array}{r} 13-4 \text{天} \\ 15 \\ \hline 3+4 \text{天} \\ + 6 \text{天} \\ - 8 \\ \hline 12 \text{天} \\ + 58 \\ \hline 158 \end{array}$$

問五十六〇

$$\begin{array}{r} \text{地}+1 \\ - \text{地}-1 \\ \hline \text{地}+1 \\ - \text{地}-1 \\ \hline 3 \end{array}$$

問五十七〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{天}-4 + \text{天}+6 \\ \hline 7 \\ - \text{天}+2 \text{天} \\ \hline 80 \\ 24 \end{array}$$

問五十八〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{天}+2 \\ \hline 3 \\ - \text{天}+4 \\ \hline 5 \\ 3 \text{天} \\ \hline 5 \\ 2 \text{天} \\ \hline 101 \\ 24 \end{array}$$

問五十九〇

$$\begin{array}{r} 2 \text{天} \\ \text{天}+3 + \text{天}-5 \\ \hline 3 \\ - 2 \text{天}-1 \\ \hline 1 \end{array}$$

問六十〇

$$\begin{array}{r} \text{天}-1 \\ \text{甲} + \text{天}-1 \\ \hline \text{乙} + \text{天}-1 \\ \hline \text{丙} \\ = 0 \end{array}$$

問六十一〇

$$\begin{array}{r} \text{甲}^2 \\ - 2 \text{甲} \\ \hline \text{乙}^2 \\ - \text{甲} \\ \hline \text{乙}^2 \\ + 2 \end{array}$$

問六十二〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{天}-\text{甲} \\ \hline 2 \\ \text{天}-\text{乙} \\ \hline \text{甲}-\text{乙} \end{array}$$

問六十三〇

$$\begin{array}{r} \text{甲}^2 \\ \text{乙}-\text{人}^2 \\ \hline + 2 \text{人} \\ - \text{丙} \\ \hline \text{甲}^2 \\ \text{乙}^2 \\ \hline \text{丙}^2 \\ - 8 \text{甲} \end{array}$$

問六十四〇

$$\begin{array}{r} 1 \\ \text{寅}+\text{卯} \\ \hline 2 \text{寅卯} \\ - 2 \\ \text{寅}+\text{卯} \\ \hline 2 \\ \text{寅}+\text{卯} \\ \hline 2 \\ \text{天}-\text{寅} \\ \hline \text{寅}+\text{卯} \end{array}$$

問六十五 ○ $\begin{array}{l} 3 \text{ 甲} \\ 3 \text{ 乙} \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 2 \text{ 乙} \\ - \end{array} \begin{array}{l} \text{甲} \\ 2 \text{ 乙} \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - \text{甲} \\ = \end{array} \begin{array}{l} \text{甲} \\ \text{乙} \end{array} \begin{array}{l} \text{天} - 2 \\ 3 \end{array}$

問六十六 ○ $\begin{array}{l} \text{甲} \\ 6 \end{array} \begin{array}{l} \text{乙} \\ + \end{array} \begin{array}{l} 5 \text{ 乙}^2 \\ + \end{array} \begin{array}{l} \text{天} \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} \text{乙}^2 \\ = \end{array} \begin{array}{l} \text{丙} \\ \text{甲} \\ \text{乙} \end{array} \begin{array}{l} \text{天} \\ + \end{array} \begin{array}{l} \text{甲} \\ \text{乙} \end{array} \begin{array}{l} \text{天} \\ \text{乙} \end{array}$

問六十七 ○ $\begin{array}{l} \text{天} \\ 3 \end{array} \begin{array}{l} \text{甲} \\ \text{乙} \end{array} \begin{array}{l} \text{天} \\ + \end{array} \begin{array}{l} 5 \text{ 乙}^2 \\ + \end{array} \begin{array}{l} \text{天} \\ 4 \end{array} \begin{array}{l} \text{乙}^2 \\ = \end{array} \begin{array}{l} 7 \text{ 甲}^2 \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} \text{甲}^2 \\ + \end{array} \begin{array}{l} 1 \text{ 甲} \\ 6 \end{array} \begin{array}{l} \text{乙} \\ - \end{array} \begin{array}{l} \text{天} \\ 2 \end{array} \begin{array}{l} \text{甲}^2 \\ \end{array}$

問題

解方程總訣 ○ 以天代未知幾何之一次按題意而得餘各未知幾何之式自題意求得相等二式列之為方程解此方程

問六十八 ○ 何數之半加本數其過於 60 之數正等於 65 減本數之餘

問六十九 ○ 今知二數之較為 8 小數除大數得商為 3 求此二數若干
 問七十 ○ 一人命以遺產之半與其妻六分之一與子女十二分一與弟尚餘 600 圓以作善舉則此人有產若干圓

問七十一〇何二數之和為70、而以小數除大數、則得商為2而餘1、
 問七十二〇有酒一桶、漏其五分之一、繼而舀出十斗、桶中尙存三分之
 二、則原貯酒若干斗、

問七十三〇甲五日作工一件、令乙作之、則須六日、苟二人合作、則須若
 干日、

解〇設

天 = 二人合作之日數、

和 = 二人每日所作之分數、

5/1 = 甲每日所作之分數、

6/1 = 乙每日所作之分數、

$$5/1 + 6/1 = \text{天}^{-1}$$

故 而

$$\text{天} = 2 \frac{1}{11}$$

問七十四〇甲九日作工一件、乙須十日完工、則二人合作、須若干日、
 問七十五〇甲五日作工一件、乙須七日畢之、丙須九日畢之、如三人合

作、則須若干日、

問七十六○二管通入一水池、一管八小時滿之、一管九小時滿之、如二管齊流、則若干小時滿之、

問七十七○一水池有進水管一、三小時可滿之、又放水管一、四小時可放盡、如二管齊開、則若干時後、水池方滿、

問七十八○捕獲大魚一尾、其尾重九斤、其頭之重等於尾及其身之半、其身之重、正等首尾之和、則魚全重若干、

問七十九○有兵一營、其三分之二作工、八分之一患病、五分之一告假出營、餘380名私逃、則全營兵數若干、

問八十○一人以年俸之四分一作食宿費、三分之一置衣服、十二分之一作雜用、尙餘500圓、則年俸若干、

解○推此類題、欲免命分之繁、則可設天有係數、正等諸分母之倍數、以代所求之數、如此問內、則以12天代年俸、

設

1 2 天 = 其人之年俸、

3 天 = 其人之食宿費、

4 天 = 衣服之費、

天 = 雜用之費、

故

$$3 \text{ 天} + 4 \text{ 天} + \text{天} + 5000 = 12 \text{ 天}$$

$$4 \text{ 天} = 5000$$

$$\text{天} = 1250$$

12 天 = 15000 即其人之年俸、

問八十一〇有田 392 畝、分與四人、甲所得為乙五分之四、丙所得者

為甲與乙之和、丁所得者為甲與丙和之半、則各得若干畝、

問八十二〇農人以粗麥、玉米、雀麥三種、共三百斗、合作飼畜料、欲使雀

麥之數為玉米三分二、粗麥為雀麥二分一、則各當若干斗、

問八十三〇試將 204 分作二分、使其大分之五分二、自小分減去、適

等於大分減小分之七分三之餘。

問八十四〇一人用其所有洋銀之七分三又多十四圓、尙餘原有之三分一加六圓、則原有若干、

問八十五〇商人首年虧本五分之一、次年賺其餘本之八分三、第三年又賺新本之十一分三、則共有 7000 圓、其原有若干、

問八十六〇武員列其兵丁爲平方、第一次排之、餘 39 人、次乃每邊加一人、則知須再加 50 人、乃成正方、求共有兵丁若干、

解〇設

天 = 第一次排列每邊人數、

則

天² = 第一平方人數、

則

天 + 1 = 第二次排列每邊人數、

而

(天 + 1)² = 第二平方人數、

天 + 39 = 共有人數、

(天 + 1)² - 50 = 共有人數、

故

$$(\text{天} + 1)^2 - 50 = \text{天} + 39,$$

$$\text{天}^2 + 2\text{天} + 1 - 50 = \text{天} + 39,$$

$$\text{天} = 44,$$

$$\text{天}^2 + 39 = 1975,$$

問八十七○兵丁一營、列成正方、尙餘 295 人、如每邊加五人、則無餘、營兵之數若干、

問八十八○有參將試列其屬下兵丁爲正方、餘 31 人、如每邊加 1 人、則尙少 24 人、其兵數若干、

問八十九○有人買糖、計如糖值每磅一角一分、則其囊中尙缺銀三角、故讓價至每磅一角零半分、則餘銀一角五分、其人購糖若干磅、

問九十○試將 56 分爲二分、使二分相比、如 3 比 4、

解○夫二數相比、如 3 比 4、則此爲彼之四分三明矣、故避用命分之法、可令

4 天 = 此分、

3 天 = 彼分、

4 天 + 3 天 = 5 6、

天 = 8、

4 天 = 3 2 爲此分、

3 天 = 2 4 爲彼分、

問九十一〇何二數相比如 5 比 7、而其和爲 7 2、

問九十二〇甲之年比乙之年如 3 比 8、二人年數之和爲 4 4、則二人

年各若干、

問九十三〇有兄弟二人、分遺產 1 5 0 0 0 圓、伯之所得比仲之所得、

如 8 比 7、則各得若干、

問九十四〇甲乙二人共分銀洋、甲所得比乙所得、如 5 比 3、又甲所得

比原數之九分五多 5 0 圓、則各得若干、

故 則

問九十五○甲乙二人同出，所攜銀洋之數相等，乙付還甲前負 20 圓，後甲向乙購物，其值等於甲當時共有之半，買後，甲見己之洋數適等於乙之半，則二人原有若干？

問九十六○有善婦以洋 252 圓分與貧人，男各 12 圓，女各 6 圓，小孩各 3 圓，只知女之數較男數之 2 倍少 2，小孩之數較女數之 3 倍少 4，則此善婦共賙貧人若干？

問九十七○我購蘋果若干枚，每五枚值二分，次乃售去其半，每二枚價一分，又一半每三枚價一分，如是賺洋一分，則所購蘋果若干枚？

問九十八○商人經營，首年獲利，較原本少 1000 圓，次年獲利，較新本少 1000 圓，第三年又獲利，較二次新本少 1000 圓，是則共有資本較原本三倍，其原本果若干圓？

問九十九○甲乙各營貿易，資本相等，首年甲贏利為原本之三分之一，乙

虧本四分一、次年甲虧 7 2 圓、乙賺 3 6 圓、當時乙之資本正等於甲之四分三、則二人原本若干、

問一百〇有一水池、可貯水 648 斗、以二管於十八分時滿之、祇知此管流水每分時較彼管多 6 斗、則每分時、二管各流若干斗、
問一百一〇農人有羊九十頭、分置四田、第一田內之數加 2 、第二田內之數減 2 、第三田內之數乘 2 、第四田內之數分 2 、則俱相等、四田各有羊若干、

問一百二〇一人有洋萬圓、用若干以造居第、餘者存息、其三分之一、年利六分、三分之二、年利五分、每年共得利銀 320 圓、則居第之值若干、

問一百三〇有庭一方、鋪以石板、環以木籬、其資正同、祇知鋪石之資、每方碼洋四角、結籬之資、每碼 為三呎 一圓、則庭之邊長若干、

問一百四〇二兵同時起行、往一礮台、甲日行 12 哩、九日之後、有事回

行原路、等於乙於九日共行之路、然後再前行至台、起行後十八日、二人同至礮台、則乙每日行路若干、

問一百五〇某童買蘋果若干、每四枚價洋五分、以後賣去、每三枚洋四分、共賺洋六角、則所賣買蘋果若干、

問一百六〇某君遺洋 315 圓、以贈四僕、乙所得者、等於甲之數外再加此數之半、丙所得者、等於甲與乙之和、再加此數之三分之一、丁所得者、正等甲乙丙三人之和、又加其數之四分之一、則各得若干、

問一百七〇何二數相比、如 2 比 3、且各減 50、則此餘爲彼餘之二分之一、

問一百八〇一婦賣蘋果與蛋、蛋每打 四人以十二枚爲一打 之值、較蘋果每打之值、多洋五分、且八打蛋正等於 1375 打蘋果之值、則蛋與蘋果每打各值若干、

問一百九〇甲乙丙三工人築垣 318 丈、甲每日築 7 丈、乙 6 丈、丙 5 丈、乙作工日數較甲之日數加倍、丙之日數爲甲乙二人日數和之半、則三人各築若干日、

問一百一〇一人有一車二馬、共值 150 圓、劣馬與車之共值爲良馬之倍、良馬與車之共值爲劣馬之三、二馬各值若干、

問一百一〇一人購布二疋、此疋之碼數四倍彼疋、而少 12 碼、此疋每碼值 5 圓、彼疋每碼值 4 圓、此疋剪去二十三碼、彼疋剪去五碼、後將餘者賣去、每碼之價較原值多一圓、則其人共賺 142 圓、二疋布原來各若干碼、

問一百十二〇二點鐘後、何時鐘之長短二針相并、

解〇設 $\frac{1}{x}$ 天 = 長針於未并合前所行過之鐘面分數、

則 $\frac{1}{2x}$ = 短針於未并合前所行過之鐘面分數、

既當二點鐘時、二針相距十分、則有

$$\text{天} - \frac{1}{2} \text{天} = 10、$$

$$\frac{1}{2} \text{天} = 10、$$

$$1 \text{天} = 120、$$

天 = 10 $\frac{11}{10}$ 爲二點鐘後之時分數、

問一百十三〇五點鐘後、何時二針合併、

問一百十四〇八點鐘後、何時二針合併、

問一百十五〇四點鐘後、何時二針成直線、

問一百十六〇五點鐘後、何時二針相背成直線、

問一百十七〇六點鐘後、何時二針相距十五分、

問一百十八〇八點半後、何時二針相距十五分、

問一百十九〇一人有二馬、共值 460 圓、一車值 210 圓、駕良馬於

車上、則其共值爲劣馬之三倍、加良馬值之十分一、求二馬各值若干、

問一百二十〇一廠雇巧匠二、拙工一、首匠每日工資二倍工人、次匠三倍之、計工人十日、首匠七日、次匠四日、共得工資 72 圓、求三人每日各得工資若干、

問一百二十一〇一童清晨七點鐘自家乘自由車、每小時行 8 哩、行若干路、車機損壞、祇可步行還家、至家已爲下午六點半鐘、如其每小時步行三哩半、則其所至之距若干、

問一百二十二〇求何二數之和爲 80、其較爲 6、

問一百二十三〇甲語乙曰、吾等二人離家時、攜銀洋之數相等、但汝與吾 60 圓、我與汝 10 圓、今我所有者、三倍於汝、求二人原有若干、

問一百二十四〇今有三數之和爲 230、其第二數等於第一數減 20、所餘之三分二、第三數等於第一數之二倍少 50、求此三數各爲若干、

問一百二十五○木匠某每日得工資三圓半、付食宿費一圓、越二十四日、共積洋 39 圓、求其工作日數、

問一百二十六○有田一方、長倍於廣、如長增一步、廣減一步、則其面積減 6 方步、求其長廣若干、

問一百二十七○一人往某處、每小時行 5 里、步行 6 小時後、有人乘馬追之、每小時行 8 里、則乘馬者必行若干里、乃能追及前人、

問一百二十八○某人共有銀洋值 2870 圓、其大洋圓之數、等於一角小洋圓之數四倍、則二種各有若干、

問一百二十九○一人每年用去銀行存洋之五分一、而增入年俸 4000 圓、祇知第四年之首、該人共存銀行洋 13600

圓、則其原存若干、

問一百三十○有王傳密令至七十哩外之軍營、使者每小時行三哩半、

既去六小時、王又遣次使、追收成命、次使每小時行五哩、再越七小時、又遣使者乘馬傳令、每小時行10哩、則第三使追及前二使、當在何時、

問一百三十一○童子初次用去所有銀洋之半加半分、二次用去所餘之半加半分、三次用去所餘之半加半分、則尙餘二分、原有洋若干、

問一百三十二○吾付出所有銀洋之寅分一與卯分一、尙餘乙圓、我原有若干、

解○設

天 = 吾原有之數、

則

$\frac{天}{十} + \frac{天}{十} =$ 吾所用之數、

故

$\frac{天}{十} + \frac{天}{十} + 乙 = 天、$

寅天 + 卯天 + 寅卯乙 = 寅卯天、
寅卯天 - 寅天 - 卯天 = 寅卯乙、

(寅卯 - 寅 - 卯) 天 = 寅卯乙、

天 = $\frac{\text{寅卯乙}}{\text{寅卯} - \text{寅} - \text{卯}}$ 、

百七七

凡題內含元字者是曰公題、

公題所得之數答、其數無限、因可以各數遞代元字也、

如上問若寅 = 4、卯 = 5、乙 = 6、6、則天之同數為 120、如寅 = 5、卯 = 8、乙 = 5、4、則天之同數為 80、

問一百三十三〇一馬與鞍共值洋寅圓、而馬之值卯倍於其鞍、當寅 =

200、卯 = 9 時、各值若干、

問一百三十四〇一人共與二僕洋乙圓、與呷僕之數為呷僕之甲倍、則

二僕各得若干、如乙 = 75、甲 = 4、則各若干、

問一百三十五〇試分乙為二分、使此分為彼分之甲倍、當乙 = 24、甲

= 7 時、二分各為若干、

問一百三十六〇呷卯日作工一件、吃於寅日可畢之、二人合作、則幾日

可畢、如卯 = 5、寅 = 7、則爲幾日、又如卯 = 10、寅 = 8、則爲幾何、

問一百三十七○甲人同賃一車、如再增乙人、則各人所出車資、可減丁圓、則各付車資若干、如甲爲 8、乙爲 4、丁爲 1 圓、則各付車資若干、

問一百三十八○今有一數爲乙所除、則法實商三者之和等於丙、問此是何數、如乙爲 16、丙爲 84、則此是何數、

第十章 同局方程

二未知幾何

百七八

問一〇何二數之和爲12、此問可有若干答、

問二〇設天與地代二數、則有方程天 + 地 = 12、其天之同數若干、地之同數若干、

問三〇一方程內含二未知幾何、則此未知幾何各有答若干、〇此等方程、可稱以何名、

問四〇如二方程天 + 地 = 6、與天 - 地 = 2 相加、(自理二)則所得之方程爲何、得天之同數若干、又地之同數若干、

問五〇含二未知幾何之方程若干、乃可定幾何之同數、

問六〇以方程天 + 地 = 6、自2天 + 2地 = 12 減去、所得方程如何、各未知幾何可得若干同數、

問七○夫方程 $2\text{天} + 2\text{地} = 12$ 、既為 2 乘 $\text{天} + \text{地} = 6$ 而得、則可以何名稱之、

問八○如有含二未知幾何之二方程、其一為引伸方程、則不能由之求得幾何之同數、故求幾何之同數、必需何等方程、

同局方程者、二方程或多方程中、其相當元字之同數相同者也、

如 $\begin{cases} \text{天} + \text{地} = 12 \\ \text{天} - \text{地} = 2 \end{cases}$ 為同局方程、其 $\text{天} = 7$ 、而 $\text{地} = 5$ 、

引伸方程者、聯合或改變別方程而成之方程也、

如方程 $2\text{天} + 2\text{地} = 8$ 、為 2 乘 $\text{天} + \text{地} = 4$ 而成、又如 $2\text{天} + 3\text{地} = 7$ 、乃由 $\text{天} + \text{地} = 3$ 及 $\text{天} + 2\text{地} = 4$ 相并而成、皆引伸方程也、

獨立方程者、不自別方程引伸而出、亦不能變為同式者也、

如 $2\text{天} + \text{地} = 5$ 、及 $\text{天} + 2\text{地} = 6$ 、為獨立方程、

無定方程者、方程之未知幾何可有無窮同數者也、

如 $\text{天} + \text{地} = 12$ 、為無定方程、因其未知幾何各有無窮同數也、

百七九

百八十

百八一

百八二

總理

- 一〇凡一方程而含二未知幾何者為無定方程故
- 二〇解含二未知幾何之方程則必需有二獨立方程各含此
- 一或二未知幾何

革法者自同局諸方程而推得含未知幾何較少之方程也

加減而革

問一〇如天 + 2 地 = 10、又天 - 2 地 = 6、則革去地之法如何

問二〇如 3 天 + 4 地 = 16、又 5 天 - 4 地 = 16、革去地之法如何

問三〇何時則幾何宜用加法革之

問四〇如天 + 2 地 = 6、又天 + 地 = 4、則革去天之法如何

問五〇何時則幾何宜用減法革之

總理 幾何之係數相等者可以加法或減法革之

問一〇設有 2 天 + 3 地 = 13、又 3 天 + 2 地 = 12、求天與地之同數

算

$$2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13$$

$$3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12$$

$$6 \text{ 天} + 9 \text{ 地} = 39$$

$$6 \text{ 天} + 4 \text{ 地} = 24$$

$$5 \text{ 地} = 15$$

$$\text{地} = 3$$

$$2 \text{ 天} + 9 = 13$$

$$2 \text{ 天} = 4$$

$$\text{天} = 2$$

(1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

(8)

(9)

釋曰、所有之方程、其幾何之係數俱無同者、故以3乘(1)式、2乘(2)式、得(3) (4) 二式、天之係數相同、而有同號、故可以減法革之、(總理)自(3)減(4)得(5)以地之係數除之、即得(6)以地之同數代入(1)內、得(7)式、移項而并合之、得天 = 2

法術○二同局方程之一或二以合宜之數乘之或除之使其一未知幾何之係數相同

此相同係數之號若同則相減異則相加
求下諸問內未知幾何之同數

問二〇

$$\begin{array}{r} \text{天} + 2 \text{地} = 7 \\ \text{天} + \text{地} = 5 \end{array}$$

問四〇

$$\begin{array}{r} 4 \text{天} - 5 \text{地} = 3 \\ 3 \text{天} + 5 \text{地} = 11 \end{array}$$

問六〇

$$\begin{array}{r} 8 \text{天} + 3 \text{地} = 22 \\ 4 \text{天} + 5 \text{地} = 18 \end{array}$$

問八〇

$$\begin{array}{r} 5 \text{天} + 6 \text{地} = 61 \\ 4 \text{天} + 5 \text{地} = 50 \end{array}$$

問十〇

$$\begin{array}{r} 5 \text{天} + 6 \text{地} = 40 \\ 8 \text{天} - 4 \text{地} = 4 \end{array}$$

問十二〇

$$\begin{array}{r} 2 \text{天} + 3 \text{地} = 3 \\ 5 \text{天} + 2 \text{地} = 10 \end{array}$$

問十四〇

$$\begin{array}{r} 5 \text{天} + 2 \text{地} = 14 \\ 4 \text{天} - 2 \text{地} = 5 \end{array}$$

問十六〇

$$\begin{array}{r} 4 \text{天} + 2 \text{地} = 6 \\ 5 \text{天} + 3 \text{地} = 4 \end{array}$$

問三〇

$$\begin{array}{r} 4 \text{天} + 3 \text{地} = 7 \\ 2 \text{天} - 3 \text{地} = 1 \end{array}$$

問五〇

$$\begin{array}{r} 2 \text{天} + 6 \text{地} = 10 \\ 3 \text{天} + 2 \text{地} = 8 \end{array}$$

問七〇

$$\begin{array}{r} 3 \text{天} + 4 \text{地} = 25 \\ 4 \text{天} + 3 \text{地} = 21 \end{array}$$

問九〇

$$\begin{array}{r} 4 \text{天} + 3 \text{地} = 32 \\ 7 \text{天} - 6 \text{地} = 11 \end{array}$$

問十一〇

$$\begin{array}{r} 3 \text{天} + 6 \text{地} = 39 \\ 5 \text{天} - 3 \text{地} = 13 \end{array}$$

問十三〇

$$\begin{array}{r} 6 \text{天} - 3 \text{地} = 11 \\ 3 \text{天} - 3 \text{地} = 1 \end{array}$$

問十五〇

$$\begin{array}{r} 4 \text{天} + 2 \text{地} = 12 \\ 5 \text{天} - 2 \text{地} = 10 \end{array}$$

問十七〇

$$\begin{array}{r} 3 \text{天} + 7 \text{地} = 10 \\ 7 \text{天} - 5 \text{地} = 5 \end{array}$$

問十八○

$$\begin{array}{r|l} 5 & 2 \\ \hline 6 & 5 \text{天} + 3 \text{地} \\ + & 4 \\ \hline 5 & = 1 \quad 3 \\ & 2 \mid 1 \end{array}$$

問十九○

$$\begin{array}{r|l} 1 & 3 \\ \hline 2 & 4 \text{天} + 5 \text{地} \\ - & 8 \\ \hline 9 & = 2 \quad 3 \\ & 3 \mid 1 \end{array}$$

相比而革

問一○有二同局方程天 + 2 地 = 8、與天 - 地 = 5、將前方程之 2 地、

與後方程之地俱遷至下端、所得方程如何、

問二○既其下端各等於天、則其相比如何、

問三○如以此二下端合為一方程、則所含未知幾何若干、

問四○二同局方程之未知幾何、如何可相比而革其一、

習問

問一○設有同局方程天 + 2 地 = 8、又 3 天 + 2 地 = 12、求天與地

之同數、

$$\text{天} + 2 \text{地} = 8$$

$$3 \text{天} + 2 \text{地} = 12$$

(1) 釋曰、相比而革法、乃於二方

(2) 程同求一幾何之同數、連之

算

$$\begin{array}{l} \text{天} = 8 - 2 \text{地} \\ \text{天} = \frac{12 - 2 \text{地}}{3} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{天} = \frac{12 - 2 \text{地}}{3} \\ \text{天} = 8 - 2 \text{地} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{12 - 2 \text{地}}{3} = 8 - 2 \text{地} \\ 12 - 2 \text{地} = 24 - 6 \text{地} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12 - 2 \text{地} = 24 - 6 \text{地} \\ 4 \text{地} = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4 \text{地} = 12 \\ \text{地} = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{天} + 6 = 8 \\ \text{天} = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{天} + 6 = 8 \\ \text{天} = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{天} = 2 \\ \text{地} = 3 \end{array}$$

(3) 爲新方程，故移(1)式之2地而爲(3)，移(2)之2地且以3除之，得(4)，此二式皆爲天之同數而相等，故有(5)。(自理一)去命分，得(6)，移項并合之，得(7)，以(6)除之，得(8)，用此地之同數代入(1)，得(9)，并之得(10)。

法術○自二方程內各求一未知幾何之同數式、

以此二同數成一方程而解之、

用相比之革法解下諸問、

$$\begin{array}{l} \text{問二} \quad \text{天} + \text{地} = 9 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{問三} \quad \text{天} - \text{地} = 3 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{問四} \quad \text{天} + 2 \text{地} = 26 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 39 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{問五} \quad \text{天} - 3 \text{地} = -14 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 44 \end{array}$$

問六〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 18 \\ 3 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 8 \end{array}$$

問八〇

$$\begin{array}{r} 4 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 26 \\ 3 \\ \text{天} - 4 \text{地} = 3 \end{array}$$

問十〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 33 \\ 9 \\ \text{天} - 4 \text{地} = 9 \end{array}$$

問十二〇

$$\begin{array}{r} 4 \\ \text{天} - 5 \text{地} = -34 \\ 2 \\ \text{天} - 3 \text{地} = -22 \\ 2 \\ \text{天} - 3 \text{地} = -22 \end{array}$$

問十四〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{天} - 3 \text{地} = 3 \\ 4 \\ \text{天} + 5 \text{地} = 39 \end{array}$$

問十六〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 5 \\ 3 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 5 \end{array}$$

問十八〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 5 \\ 7 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 7 \\ 5 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 5 \end{array}$$

問二十〇

$$\begin{array}{r} 4 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 2 \\ 5 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 4 \\ 7 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 9 \\ 6 \\ \text{天} + 5 \text{地} = 9 \end{array}$$

問七〇

$$\begin{array}{r} 5 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 9 \\ 6 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 13 \end{array}$$

問九〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \text{天} - 3 \text{地} = -7 \\ 4 \\ \text{天} - 5 \text{地} = -9 \end{array}$$

問十一〇

$$\begin{array}{r} 6 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 45 \\ 3 \\ \text{天} - 2 \text{地} = 15 \end{array}$$

問十三〇

$$\begin{array}{r} 5 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 11 \\ 5 \\ \text{天} - 2 \text{地} = 11 \end{array}$$

問十五〇

$$\begin{array}{r} 7 \\ \text{天} - 4 \text{地} = 81 \\ 5 \\ \text{天} - 3 \text{地} = 57 \end{array}$$

問十七〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{天} + 2 \text{地} = 7 \\ 3 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 9 \\ 3 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 1 \end{array}$$

問十九〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 4 \\ 4 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 4 \\ 5 \\ \text{天} + 3 \text{地} = 14 \end{array}$$

問二十一〇

$$\begin{array}{r} 5 \\ \text{天} + 4 \text{地} = 2 \\ 6 \\ \text{天} + 5 \text{地} = 8 \\ 8 \\ \text{天} + 5 \text{地} = 2 \\ 9 \\ \text{天} + 8 \text{地} = 6 \end{array}$$

問二十二〇

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 7 \text{天} \\
 2 & + 2 \text{地} \\
 3 & = 1 \\
 & 6 \\
 & 3 | 1
 \end{array}
 \begin{array}{r|l}
 5 & 4 \text{天} \\
 & - 7 \text{地} \\
 & = 7 \\
 & 5 | 3
 \end{array}$$

相代而革、

問一〇一方程內含二未知幾何、如一幾何之同數已知、則又一幾何之同數何法得之、

問二〇有二同局方程、 $\text{天} + \text{地} = 5$ 、與 $\text{天} + 2 \text{地} = 7$ 、試將地移至下端、而求天於首方程內之同數、

問三〇以前問所得天之同數、代入次方程內、則所含未知幾何若干、

問四〇如何於同局方程內以相代而革其未知幾何、

習問

問一〇設有二方程、 $3 \text{天} + 2 \text{地} = 12$ 、又 $2 \text{天} + 3 \text{地} = 13$ 、求天與地之同數、

算

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \\ 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \\ 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \\ 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \\ 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \\ 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \\ 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \\ 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \text{ 天} + 3 \text{ 地} = 13 \\ 3 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 12 \end{array}$$

- (1)
- (2)
- (3)
- (4)
- (5)
- (6)
- (7)
- (8)

釋曰、夫於一方程內、求一未知幾何之同數、而代入又一方程內、則可革去一未知幾何、故自(1)求天之同數而得(3)、代入(2)內、乃得(4)、去其命分得(5)、除之得地=3、以此同數代入(3)、得天=2、

草

法術○自一方程求得任一未知幾何之同數式、用此同數式代入次方程而解之、用相代法解下列諸問、

問二 ○ $\begin{array}{r} 2 \text{ 天} + 2 \text{ 地} = 10 \\ 2 \text{ 天} - 3 \text{ 地} = 1 \end{array}$

問三 ○ $\begin{array}{r} 3 \text{ 天} - 2 \text{ 地} = 1 \\ 2 \text{ 天} + 4 \text{ 地} = 19 \end{array}$

問四 ○ $\begin{array}{r} 2 \text{ 天} - 2 \text{ 地} = 6 \\ 2 \text{ 天} - 1 \text{ 地} = 27 \end{array}$

問五 ○ $\begin{array}{r} 9 \text{ 天} - 1 \text{ 地} = 6 \\ 2 \text{ 天} + 1 \text{ 地} = 4 \end{array}$

問六〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 6 \text{天} + 5 \text{地} = 2 \\ \hline 3 \end{array}$$

問八〇

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 3 \text{天} + 2 \text{地} = 3 \\ \hline 9 \end{array}$$

問十〇

$$\begin{array}{r} 5 \\ \hline 2 \text{天} - 4 \text{地} = 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 5 \text{天} + 6 \text{地} = 1 \\ \hline 8 \end{array}$$

問十二〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 3 \text{天} + 4 \text{地} = 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \text{天} + 3 \text{地} = 7 \\ \hline 7 \end{array}$$

問十四〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 2 \text{天} - 2 \text{地} = 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \text{天} + 4 \text{地} = 5 \\ \hline 5 \end{array}$$

任用何法解下列諸問、

問十六〇

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 1 \text{天} + 3 \text{地} = 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ \hline 2 \text{天} + 1 \text{地} = 1 \\ \hline 0 \end{array}$$

問七〇

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 3 \text{天} + 5 \text{地} = 1 \\ \hline 3 \end{array}$$

問九〇

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \text{天} + 5 \text{地} = 2 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \\ \hline 2 \text{天} - 5 \text{地} = -2 \\ \hline 1 \end{array}$$

問十一〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \text{天} - 2 \text{地} = 2 \\ \hline 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 5 \text{天} + 5 \text{地} = 4 \\ \hline 1 \end{array}$$

問十三〇

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \text{天} + 4 \text{地} = 8 \\ \hline 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 3 \text{天} - 1 \text{地} = -3 \\ \hline 3 \end{array}$$

問十五〇

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 7 \text{天} + 7 \text{地} = 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 7 \text{天} + 7 \text{地} = 2 \\ \hline 5 \end{array}$$

問十七〇

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 1 \text{天} - 3 \text{地} = 7 \\ \hline 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 7 \text{天} + 5 \text{地} = 1 \\ \hline 9 \end{array}$$

問十八○

$$\begin{array}{r|l} 6 & 3 \\ \hline 7 & 5 \\ \hline 1 & 2 \\ \hline 0 & 1 \\ \hline & 3 \end{array}$$

問十九○

$$\begin{array}{r|l} \text{天} & \text{甲} \\ \hline \text{地} & \text{乙} \\ \hline & = \\ \hline & \text{卯} \end{array}$$

問二十○

$$\begin{array}{r|l} 4 & \text{天} \\ \hline + & 8 \\ \hline 2 & = \text{地} \\ \hline - & 1 \\ \hline & 2 \end{array}$$

問二十一○

$$\begin{array}{r|l} 2 & \text{天} \\ \hline - & 1 \\ \hline + & 3 \\ \hline & \text{天} = 2 \\ \hline & \text{地} - 6 \end{array}$$

問二十二○

$$\begin{array}{r|l} 2 & \text{天} \\ \hline - & 2 \\ \hline 3 & = \\ \hline 4 & \text{天} + \text{地} + 1 \\ \hline 3 & \end{array}$$

問二十三○

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 1 \\ \hline - \\ \hline \text{地} - 1 \\ \hline - \\ \hline \text{天} - 1 \\ \hline = \\ \hline 7 \\ \hline 6 \end{array}$$

問二十四○

$$\begin{array}{r|l} 1 & - \\ \hline 3 & \text{天} \\ \hline 7 & + \\ \hline 3 & \text{地} \\ \hline - \\ \hline 1 & = 2 \end{array}$$

問二十五〇

$$\begin{array}{l} 4 \text{ 天} + \text{地} = 11 \\ \text{地} = 7 \text{ 天} - \text{地} \\ \hline 5 \text{ 天} = 3 \text{ 天} \\ \hline 2 \text{ 天} = 1 \text{ 地} \\ \hline 1 \text{ 天} = 1 \text{ 地} \end{array}$$

問二十六〇

$$\begin{array}{l} \text{甲} + \text{地} = 2 \\ \text{乙} \text{ 天} - \text{甲} \text{ 地} = 0 \end{array}$$

問二十七〇

$$\begin{array}{l} \text{丙} + \text{地} = 1 \\ \text{甲} \text{ 天} - \text{乙} \text{ 地} = \text{丙} \\ \text{甲} - \text{乙} = \text{丙} \end{array}$$

問二十八〇

$$\begin{array}{l} \text{乙} + \text{地} = 3 \text{ 甲} + \text{天} \\ \text{甲} \text{ 天} + 2 \text{ 乙} \text{ 地} = \text{丁} \end{array}$$

問二十九〇

$$\begin{array}{l} \text{甲} + \text{地} = \text{丙} \\ \text{天} + \text{地} = \text{戊} \end{array}$$

問三十〇

$$\begin{array}{l} \text{甲} \text{ 天} + \text{乙} \text{ 地} = \text{未} \\ \text{甲} \text{ 天} + \text{丙} \text{ 地} = \text{申} \end{array}$$

問三十一〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} = 2 \\ \text{天} - \text{地} = 1 \end{array}$$

問三十二〇

$$\begin{array}{l} \text{甲} \text{ 乙} \text{ 天} + \text{丙} \text{ 丁} \text{ 地} = 2 \\ \text{甲} \text{ 天} - \text{丙} \text{ 地} = \text{丁} - \text{乙} \end{array}$$

問三十三〇

$$\begin{array}{l} \text{甲} \text{ 天} - \text{丁} \text{ 地} = \text{丙} \\ \text{寅} \text{ 天} - \text{卯} \text{ 地} = \text{丙} \end{array}$$

問三十四〇

$$\begin{array}{l} \text{甲} + \text{地} = 2 \text{ 甲} \text{ 乙} \\ \text{甲} \text{ 乙} + \text{地} = \text{甲} + \text{乙} \end{array}$$

同局方程帶命分而分母爲未知幾何，不必去其命分，亦可解之。

問一〇解下列二方程

$$\begin{array}{r} \overline{\text{天}^3 + \text{地}^2} \\ \text{天}^5 + \text{地}^7 = \frac{1}{4} \end{array}$$

(1)

解〇以5 × (1) 得

$$\begin{array}{r} \overline{\text{天}^1 + \text{地}^0} \\ \text{天}^5 + \text{地}^7 = \frac{3}{4} \end{array}$$

(3)

以3 × (2) 得

$$\begin{array}{r} \overline{\text{天}^{\frac{1}{5}} + \text{地}^{\frac{2}{1}}} \\ \text{天}^{\frac{1}{5}} + \text{地}^{\frac{2}{1}} = \frac{5}{4} \end{array}$$

(4)

自(4)減(3)得

$$\begin{array}{r} \overline{\text{地}^{\frac{1}{1}}} \\ \text{地}^{\frac{1}{1}} = \frac{2}{4} \end{array}$$

(5)

以1 1 除(5) 得

$$\begin{array}{r} \overline{\text{地}^1} \\ \text{地}^1 = \frac{4}{2} \text{ 即 } \frac{2}{1} \end{array}$$

∴ 地 = 2、

代入(1)、

天 = 4、

問二〇

$$\begin{array}{r} \overline{\text{天}^6 + \text{地}^2} \\ \text{天}^6 + \text{地}^2 = \frac{1}{4} \\ \overline{\text{天}^2 + \text{地}^4} \\ \text{天}^2 + \text{地}^4 = \frac{1}{4} \end{array}$$

問三〇

$$\begin{array}{r} \overline{\text{天}^5 + \text{地}^1} \\ \text{天}^5 + \text{地}^1 = \frac{1}{2} \\ \overline{\text{天}^4 + \text{地}^3} \\ \text{天}^4 + \text{地}^3 = \frac{1}{2} \end{array}$$

問一〇設茶7磅、咖啡5磅、共值洋5.50圓、又茶6磅、咖啡3磅、共值

問題

問十二〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 3 & \text{地} - 2 \\ \hline 5 & 4 \\ \hline \text{天} + 3 & \text{地} - 2 \\ \hline 3 & 2 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} \text{天} + 3 & \text{地} - 6 \\ \hline 3 & 6 \\ \hline \text{天} + 3 & \text{地} - 2 \\ \hline 5 & 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 17 \\ \hline 7 \end{array}$$

問十〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} - 1 & \text{地} = 1 \\ \hline 7 & 8 \\ \hline \text{天} - 1 & \text{地} = 9 \end{array}$$

問八〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 1 & \text{地} = 4 \\ \hline 3 & 8 \\ \hline \text{天} + 1 & \text{地} = 3 \end{array}$$

問六〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 1 & \text{地} = 3 \\ \hline 6 & 6 \\ \hline \text{天} + 1 & \text{地} = 4 \end{array}$$

問四〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 3 & \text{地} = 4 \\ \hline 3 & 1 \\ \hline \text{天} + 3 & \text{地} = 4 \end{array}$$

問十三〇

$$\begin{array}{r|l} \text{乙} + \text{天} & \text{甲} + \text{地} \\ \hline \text{甲} + \text{地} & \text{乙} + \text{天} \\ \hline = & = \\ \text{午} & \text{巳} \end{array}$$

問十一〇

$$\begin{array}{r|l} 3 & 2 \\ \hline \text{天} + 5 & \text{天} + 3 \\ \hline 10 & 6 \\ \hline \text{天} = 1 & \text{天} = 1 \\ \hline 1 & 4 \end{array}$$

問九〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + \text{乙} & \text{天} + \text{甲} \\ \hline \text{地} + \text{甲} & \text{地} + \text{乙} \\ \hline = & = \\ \text{丁} & \text{丙} \end{array}$$

問七〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 7 & \text{天} + 5 \\ \hline \text{地} + 9 & \text{地} + 6 \\ \hline = & = \\ 1 & 7 \\ \hline 0 \end{array}$$

問五〇

$$\begin{array}{r|l} \text{天} + 5 & \text{天} + 1 \\ \hline \text{地} + 2 & \text{地} + 3 \\ \hline = & = \\ \text{乙} & \text{甲} \end{array}$$

洋 4.20 圓、則二物每磅之值各若干、

解○設

天 = 茶葉每磅之價、

地 = 咖啡每磅之價、

7 天 + 5 地 = 5.50、 (1)

6 天 + 3 地 = 4.20、 (2)

天 = 0.50、 (3)

地 = 0.40、 (4)

問二○今有一命分、其子加 1、則分數為 1、其母加 3、則分數為 2 分 1、求此命分爲何、

解○設

天 = 分子、

地 = 分母、

地 | 天 = 分數、

則

天 + 1 | 地 = 1、 (1)

地 + 3 | 天 = 2、 (2)

問三〇 求何二位之數，如以二位之和除之，得商為4，如本數加36，則

二位倒置。

解〇設

$$\text{天} = 4, \quad (3)$$

$$\text{地} = 5, \quad (4)$$

$$\text{地} = 514, \quad (5)$$

天 = 十位之數、
地 = 箇位之數、

$$10 \text{ 天} + \text{地} = \text{此數}$$

$$10 \text{ 地} + \text{天} = \text{此數倒列}$$

$$\begin{matrix} 10 \text{ 天} + \text{地} \\ \text{天} + 10 \text{ 地} \end{matrix} = 4$$

$$10 \text{ 天} + \text{地} + 36 = 10 \text{ 地} + \text{天}$$

$$\text{天} = 4$$

$$\text{地} = 8$$

$$10 \text{ 天} + \text{地} = 48$$

- (5)
- (4)
- (3)
- (2)
- (1)

問四〇何二數之和爲 24 、較爲 8 、

問五〇何二數之和爲 29 、較爲 5 、

問六〇何二數之和爲 2 所除得 24 、其較爲 2 所除得 17 、

問七〇一人賃男人六、小孩二、一日工費共 28 圓、又賃男人三、小孩四、

一日工費共 20 圓、每人工費數與前同、則每人每日工費若干、

問八〇今有分數、其子加 3 、則爲 31 、其母減 1 、則爲 51 、求此是何分數、

問九〇一人有二馬一鞍、鞍值十圓、祇知置鞍於良馬、則共值爲劣馬所

值之倍、置鞍於劣馬、則共值不及良馬尙十三圓、問二馬之值各

若干、

問十〇二人共有洋 300 圓、取此人之 30 圓以與彼人、則彼此相等、

則各有洋若干、

問十一〇甲與乙共有洋 570 圓、如甲所有之三倍、加乙之五倍、則二

人共有 2350 圓、則各有洋若干、

問十二○今有一分數、其子加₄、則等於₂₁、其母加₇、則等於₅₁、問此是何分數、

問十三○今有二位之數、等於二位相并數之四倍、又本數加₁₈、則二位顛倒、問此是何數、

問十四○一人有小銀錢二種、一則十枚抵大洋一圓、一則二枚抵大洋一圓、今付別人洋一圓、只知共給小洋₆枚、問二種各若干枚、

問十五○羣友出遊、合雇一車、計若再多₃人、則每人可少出₁圓、再少₂人、則每人必多出₁圓、問人數若干、各付車資若干、

問十六○酒家一次賣出波打酒₂₀打、舍厘酒₃₀打、共得洋₁₂₀圓、又一次賣出波打酒₃₀打、舍厘酒₂₅打、共得洋₁₄₀圓、

問、問二酒各打之值若干、

問十七○今有二位之數、其二位之和加₇、則等於左位之三倍、如本數減₁₈、則二位顛倒、求此是何數、

問十八○甲乙二商、共有資本 9800 圓、甲存貯其本之六分之一、乙存

貯其本之五分之一、則所餘之洋數相等、求二人各原有若干、

問十九○農人購田 100 畝、用洋 2450 圓、內有每畝 20 圓者、亦

有每畝 30 圓者、求二種各若干、

問二十○父子之年共 80 歲、如子之年加倍、則長於父 10 齡、問父子

年各若干、

問二十一○甲語乙曰、汝與吾洋 2 角、則吾之所有、爲汝之四倍、乙語甲

曰、汝給吾洋 2 角、則吾之所有、爲汝之一倍半、問二人各有若

干、

問二十二○農人購地 100 畝、共付洋 4220 圓、內有 37 圓一畝

者、亦有 45 圓一畝者、則二種各有若干畝、

問二十三○一童以洋三角購蘋果與梨、蘋果每四枚值一分、梨每五枚

值一分、既而照原價賣出蘋果之二分一、梨之三分一、共得洋

一角三分則其所購二果各若干枚、

問二十四○農人售與一人玉米⁴ 7斗、小麥¹ 8斗、共得洋⁴ 5 2 6
圓、又以同價售與一人玉米³ 斗、小麥⁶ 3斗、共得洋⁶ 4 7
⁴ 圓、則二穀每斗之值若干、

問二十五○今有二數、此數之二分一、加彼數之三分二、則爲³ 8、又此
數加³、則等於彼數與⁸之較之八分三、求此二數爲何、

問二十六○甲童語乙童曰、汝若以所有銀洋之半、另加五角與我、則我
所有者、爲汝所有之四倍、但若我與汝五角、則汝較我多二圓
五角、問二童各有若干、

問二十七○此田內羊數之四分一、等於彼田羊數之六分一、如十羊自
此田躍至彼田、則彼田之數四倍、此田、問二田內羊數各若干、
問二十八○三年前張生之年如其妹之三倍、三年以後、則三倍其年、方
爲妹年之五倍、求生與妹之年、

問二十九○有分數二，其子俱爲 3 ，二分數之和等於小分數之三倍，又大分數之二倍減小分數之三倍，則得 $8\frac{3}{4}$ ，求此二分數爲何。

問三十○吾借出銀一注，年利六分，經若干時，得利洋 720 圓，苟時期加長三年，則利洋可爲 1800 圓，問銀洋之數，及出借之期。

問三十一○有一長方形，長廣各加一尺，則其面積加 14 方尺，如其長減一尺，廣加半尺，則全面積不改，求此形之長廣。

問三十二○童子衣有二袋，共貯石丸 39 枚，如此袋貯丸較彼袋所貯之三分二多九枚，則二袋各貯若干。

問三十三○今有二位之數，較二位和之八倍尙多 2 ，又如本數減 54 ，則二位顛倒，問此是何數。

問三十四○甲與丙六日合成一工，乙與丙則八日成之，如甲之所作，爲乙所作之三分三，則三人合作之，祇需若干日可竣。

問三十五○一人存貯四千四百圓，以若干買鐵路股票，年利三分，餘者

買國債股票、年利二分半、所得利洋相等、問二項各存洋若干、

釋略○鐵路年利三分故利洋等於存項之百分之三、而國債之利洋爲百分之二分半、即二百分之五、

問三十六○乙較甲先奔一百碼、甲於四分時追及之、且甲每奔九千呎時、則追近乙七百五十呎、求二人之速率各若干、

問三十七○火車行一小時後停止三十分、乃再前行、速率爲前數之五分六、然到站已遲十分時、如所停之處、在前十二哩、則火車到站、祇遲四分時已可矣、求此車未停之前之速率、及全路之長、

三個或多個未知幾何

問一○有方程 $2\text{天} + 3\text{地} + 4\text{人} = 26$ 、又 $\text{天} + 4\text{地} + 5\text{人} = 18$ 、何法革去人元、

問二○一幾何革去、則方程內尙餘若干幾何、

問三○求二未知幾何之同數、則必需若干獨立方程、

百九二

問四○連合問一之方程，可成若干獨立方程，內含相同之二未知幾何。
 問五○夫既必先有二獨立方程，然後可求二未知幾何之同數，且按一
 問之二方程，祇可引得一方程，內含相同之幾何，故必有若干方
 程，乃可求得其未知幾何之同數。

既求二未知幾何之同數，必需二獨立方程，求三未知幾何之同數，必需
 三獨立方程，故可得總理如左。

總理

解方程之含未知幾何者，如方程內有若干未知幾何，則亦當
 有若干獨立方程式。

習問

問一○有方程

$$\begin{array}{r} \text{天} + 2 \text{地} + 3 \text{人} = 14 \\ 2 \text{天} + \text{地} + 2 \text{人} = 10 \\ 3 \text{天} + 4 \text{地} - 3 \text{人} = 2 \end{array}$$

求天地人之同數

解

$$\text{天} + 2 \text{地} + 3 \text{人} = 14 \quad (1)$$

$$2 \text{天} + \text{地} + 2 \text{人} = 10 \quad (2)$$

$$\begin{array}{l} (1) \times 2 \\ (2) \\ (4) - (2) \\ (1) \times 3 \\ (3) \\ (6) - (3) \\ (5) \times 3 \end{array}$$

$$3 \text{ 天} + 4 \text{ 地} - 3 \text{ 人} = 2$$

$$2 \text{ 天} + 4 \text{ 地} + 6 \text{ 人} = 28$$

$$2 \text{ 天} + \text{地} + 2 \text{ 人} = 10$$

$$3 \text{ 地} + 4 \text{ 人} = 18$$

$$3 \text{ 天} + 6 \text{ 地} + 9 \text{ 人} = 42$$

$$3 \text{ 天} + 4 \text{ 地} - 3 \text{ 人} = 2$$

$$2 \text{ 地} + 12 \text{ 人} = 40$$

$$9 \text{ 地} + 12 \text{ 人} = 54$$

$$7 \text{ 地} = 14$$

$$\text{地} = 2$$

$$4 + 12 \text{ 人} = 40$$

$$12 \text{ 人} = 36$$

$$\text{人} = 3$$

$$\text{天} + 4 + 9 = 14$$

$$(3)$$

$$(4)$$

$$(5)$$

$$(6)$$

$$(7)$$

$$(8)$$

$$(9)$$

$$(11)$$

$$(12)$$

$$(13)$$

$$(14)$$

求下諸問內未知幾何之同數

問二〇

$$\begin{array}{l} \text{天} - 2 \text{地} + 2 \text{人} = 5 \\ 5 \text{天} + 3 \text{地} + 6 \text{人} = 57 \\ \text{天} + 2 \text{地} + 2 \text{人} = 21 \end{array}$$

問四〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 6 \\ 5 \text{天} + 4 \text{地} + 3 \text{人} = 22 \\ 3 \text{天} + 4 \text{地} - 3 \text{人} = 2 \end{array}$$

問六〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 35 \\ \text{天} - 2 \text{地} + 3 \text{人} = 15 \\ \text{地} - \text{天} + \text{人} = -5 \end{array}$$

問八〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 12 \\ \text{天} - \text{地} = 2 \\ \text{天} - \text{人} = 4 \end{array}$$

問十〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + 2 \text{地} + 3 \text{人} = 34 \\ 2 \text{天} - 3 \text{地} + 4 \text{人} = 19 \\ 3 \text{天} + 4 \text{地} - 5 \text{人} = -6 \end{array}$$

天 = 1

(15)

問三〇

$$\begin{array}{l} 7 \text{天} - 4 \text{地} + 3 \text{人} = 35 \\ 4 \text{天} - 5 \text{地} + 2 \text{人} = 6 \\ 2 \text{天} + 3 \text{地} - \text{人} = 20 \end{array}$$

問五〇

$$\begin{array}{l} \text{天} - 4 \text{地} + 3 \text{人} = 2 \\ 4 \text{天} - 3 \text{地} + \text{人} = 9 \\ 2 \text{天} + 6 \text{地} - 4 \text{人} = 14 \end{array}$$

問七〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + 2 \text{地} = \text{地} + \text{人} \\ \text{地} + 2 \text{地} = 2 \text{天} + 2 \text{人} \\ \text{人} + 2 \text{地} = 3 \text{天} + 3 \text{地} \end{array}$$

問九〇

$$\begin{array}{l} \text{戊} + \text{地} + \text{人} = 2 \text{天} \\ \text{戊} + \text{天} + \text{人} = 3 \text{地} \\ \text{戊} + \text{天} + \text{地} = 4 \text{人} \\ \text{天} + \text{地} + 3 \text{人} = 6 \end{array}$$

問十一〇

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 90 \\ 2 \text{天} - 3 \text{地} = -20 \\ 2 \text{天} + 3 \text{人} = 145 \end{array}$$

問十二

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} = 35 \\ \text{天} + \text{人} = 40 \\ \text{地} + \text{人} = 45 \end{array}$$

問十三

$$\begin{array}{l} 2 \text{天} + 4 \text{地} - 3 \text{人} = 22 \\ 4 \text{天} - 2 \text{地} + 5 \text{人} = 18 \\ 6 \text{天} + 7 \text{地} - \text{人} = 63 \end{array}$$

問十四

$$\begin{array}{l} 8 \text{天} - 4 \text{地} = 24 \text{一人} \\ 6 \text{天} + \text{地} = \text{人} + 84 \\ \text{天} + 80 = 3 \text{地} + 4 \text{人} \end{array}$$

問十五

$$\begin{array}{l} 5 \text{天} - 2 \text{地} + 2 \text{人} = 6 \\ 3 \text{天} + 2 \text{地} + \text{人} = 13 \\ \text{天} + 3 \text{地} - \text{人} = 10 \end{array}$$

問十六

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} + \text{人} = 18 \\ \text{天} - \text{地} + \text{人} = 6 \\ \text{天} + \text{地} - \text{人} = 4 \end{array}$$

問十七

$$\begin{array}{l} 2 \text{天} - 4 \text{地} + 3 \text{人} = 10 \\ 3 \text{天} + \text{地} - 2 \text{人} = 6 \\ \text{天} + 3 \text{地} - \text{人} = 20 \end{array}$$

問十八

$$\begin{array}{l} 5 \text{天} - 3 \text{地} + \text{人} = 16 \\ 9 \text{天} + 2 \text{地} - 3 \text{人} = 14 \\ \text{天} - 4 \text{地} - 5 \text{人} = 10 \end{array}$$

問十九

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{甲} = \text{地} + \text{人} \\ \text{地} + \text{甲} = 2 \text{天} + 2 \text{人} \\ \text{人} + \text{甲} = 3 \text{天} + 3 \text{地} \end{array}$$

問二十

$$\begin{array}{l} \text{天} + \text{地} + 2 \text{人} = 2 \text{乙} + 10 \text{丙} \\ \text{天} + \text{人} + 2 \text{地} = 2 \text{甲} + 10 \text{丙} \\ \text{地} + \text{人} + 2 \text{天} = 2 \text{甲} + 10 \text{乙} \end{array}$$

問二十一

$$\begin{array}{l} \text{甲} \text{天} + \text{乙} \text{地} = \text{未} \\ \text{乙} \text{地} + \text{丙} \text{人} = \text{申} \\ \text{甲} \text{天} + \text{丙} \text{人} = \text{亥} \end{array}$$

問二十二

$$\begin{array}{l} \text{天} + 2 \text{地} + 2 \text{人} + 2 \text{物} = 118 \\ \text{天} + 2 \text{地} + 2 \text{人} + \text{物} = 117 \\ \text{天} + 2 \text{地} + \text{人} + 2 \text{物} = 116 \end{array}$$

問二十三〇

亥	戌	戌	戌	戌
+	+	+	+	+
天	天	亥	亥	天
+	+	+	+	+
地	地	地	天	地
+	+	+	+	+
人	人	人	人	人
=	=	=	=	=
1	1	1	1	1
8	7	6	5	4

問二十五〇

地	天	天
+	+	+
3	3	3
人	人	地
=	=	=
9	6	5

問二十七〇

地	天	天
+	+	+
十	十	十
人	人	地
=	=	=
丙	乙	甲

問二十九〇

天	地	天
+	+	+
十	十	十
人	人	地
=	=	=
7	6	5
1	1	1

問二十四〇

天	地	天
+	+	+
十	十	十
人	人	地
=	=	=
6	7	5

問二十六〇

乙	甲	天
+	+	+
十	十	十
人	人	地
=	=	=
2	2	2

問二十八〇

戌	物	人	地	天
+	+	+	+	+
十	十	十	十	十
天	戌	物	人	地
=	=	=	=	=
1	1	1	1	9
2	5	3	1	

問三十〇

地	天	天
+	+	+
十	十	十
人	人	地
=	=	=
丙	乙	甲

問三十一〇

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2 & 3 & 3 \\ \text{人} & \text{天} & \text{人} & \text{天} \\ - & - & + & + \\ 2 & & 2 & 4 \\ \text{酉} & \text{酉} & \text{地} & \text{地} \\ + & + & + & + \\ & & 2 & 3 \\ \text{地} & \text{戊} & \text{酉} & \text{人} \\ = & = & = & = \\ 1 & 9 & 1 & 4 \\ 3 & & 7 & 3 \\ & & & 5 \end{array}$$

問三十三〇

$$\begin{array}{ccc} \text{地} & \text{天} & \text{地} \\ + & + & - \\ \text{人} & \text{地} & \text{人} \\ + & - & = \\ \text{天} & \text{地} & \text{乙} \\ - & = & \\ \text{丙} & & \end{array}$$

問三十五〇

$$\begin{array}{ccc} \text{天} & \text{地} & \text{乙} \\ + & - & - \\ \text{人} & \text{人} & \text{天} \\ + & + & = \\ \text{地} & \text{甲} & \text{乙} \\ - & = & \\ \text{丙} & & \end{array}$$

問三十七〇

$$\begin{array}{ccc} 3 & 3 & 3 \\ \text{人} & \text{地} & \text{天} \\ + & + & + \\ 4 & 4 & 4 \\ \text{天} & \text{人} & \text{地} \\ + & + & = \\ \text{地} & \text{天} & \text{乙} \\ - & = & \\ \text{丙} & & \end{array}$$

問三十九〇

$$\begin{array}{ccc} \text{天} & \text{地} & \text{乙} \\ + & - & - \\ \text{人} & \text{天} & \text{人} \\ + & + & = \\ \text{地} & \text{乙} & \text{甲} \\ - & = & \\ \text{丙} & & \end{array}$$

問三十二〇

$$\begin{array}{ccc} \text{天} & \text{地} & \text{天} \\ - & + & - \\ \text{人} & \text{人} & \text{地} \\ - & = & = \\ \text{天} & 3 & \text{甲} \\ = & \text{甲} & \\ 2 & & \end{array}$$

問三十四〇

$$\begin{array}{ccc} \text{天} & \text{亥} & \text{人} \\ - & - & + \\ \text{地} & \text{天} & \text{地} \\ + & + & = \\ \text{亥} & \text{人} & \text{甲} \\ = & = & \\ \text{丁} & \text{丙} & \end{array}$$

問三十六〇

$$\begin{array}{ccc} 2 & & \text{天} \\ \text{人} & \text{地} & + \\ + & + & 2 \\ \text{天} & \text{人} & \text{地} \\ = & = & = \\ \text{丙} & \text{乙} & \text{甲} \end{array}$$

問三十八〇

$$\begin{array}{ccc} \text{亥} & \text{地} & \text{天} \\ - & + & + \\ \text{天} & \text{亥} & \text{人} \\ = & = & = \\ \text{丙} & \text{甲} & \text{乙} \\ - & = & \\ \text{乙} & \text{丙} & \end{array}$$

題問

百九四

問一〇今有三數和爲60、第一數之二分一加第二數之三分一與第三數之五分一爲19、第一數之二倍加第二數減第三數所餘之三倍、則爲50、求此三數、

問二〇今有三數、第一數加第二數第三數和之半爲119、又第二數加第三數減第一數所餘之三分一則爲68、三數和之半爲94、求此三數、

問三〇甲乙丙三人共有洋1500圓、如乙與甲200圓、則甲較乙多280圓、但設丙與乙180圓、則乙與丙相等、求其各有之數、

問四〇三人以同值購糖咖啡茶葉、甲購糖七磅、咖啡五磅、茶葉三磅、共付洋420圓、乙購糖九磅、咖啡四磅、茶葉二磅、共付洋340圓、丙購糖五磅、咖啡二磅、茶葉三磅、共付洋325圓、問三貨每

磅各值若干、

問五○試將 1 2 5、分爲四分、第一分加 $\frac{1}{4}$ 、第二分減 $\frac{1}{4}$ 、第三分被 $\frac{1}{4}$ 乘、第四分被 $\frac{1}{4}$ 除、得數俱同、

問六○甲乙合作、八日可成一工、甲與丙合作、則九日成之、乙與丙合作、則十日成之、求三人獨作、各用若干日、

問七○有三位之數、其三位之和爲 1 0、首末二位之和爲中位之三分二、如自此數減去 1 9 8、則三位倒置、求此是何數、

解畧○設天 = 首位、即百位、地爲中位即十位、人爲末位即箇位、則 1 0 0 天 + 1 0 地 + 人 = 此數、

問八○農夫共有馬牛羊 8 0 隻、馬數之四分一、羊之六分一、牛之二分一、共爲 1 9、又馬牛之共數、自羊數之半減去、則餘 1 0、求三種畜牲各爲若干、

問九○商人結帳、核已所有之銀圓、及對開四開小洋、共八十四枚、值

洋⁴2圓、又知對開小洋數之三分之一、加四開數之四分之一、則值
650圓、求三種銀洋各若干枚、

問十○甲乙丙三人相聚論年、甲曰、如吾年之數二倍加乙之年、則較丙
長二十年、又吾年之半加乙年之二倍、則較丙少二十年、但吾與
丙之年、共爲乙年之六倍、求三人之年各若干、

問十一○店中有花金表一、素金表一、明表一、金鍊一、如置金鍊於花金
表上、則共值較餘二表尚多⁴0圓、如置金鍊於素表、則共值較
明表值二倍尚多²0圓、如置金鍊於明表、則共值爲花表之五
分一與素表之三分之一、如四件共值洋四百圓、求各值若干、

問十二○今用洋²500圓、購馬八匹、羊一百頭、牛若干頭、只知牛之
頭數爲一羊值數之四倍、又一馬一羊之共值較羣牛共價之五
分一少⁵圓、如牛每頭值⁴0圓、求馬羊每頭之值、及牛之頭數、
問十三○甲乙丙三童各有栗一袋、如各童取己栗之五分一遞次分與

二童、則甲童有 740、乙有 580、丙有 380、求三童原有各若干、

問十四○今有同母之命分二、如小命分之子減 1、則其同數等於大命分之三分一、但如大命分之子減 1、則其同數等於小命分之二倍、又知二者之較爲三分一、求此二命分、

問十五○一人分產與其四子、長子所得、爲餘三子共數之二分一、次子所得、爲餘三子共數之三分一、第三子所得、爲餘三子共數之四分一、且長子較幼子多 14 圓、求四子各得若干、

問十六○農人數己之羊、知其數較牛馬之總數多 26、又羊數之五分一、等於馬數加牛數之四分一、又牛數之八分一、馬數之二分一、羊數之五分一、共爲 12、則三種畜牲各若干、

問十七○今有銀囊三、取第一囊之 20 圓、以納之第二囊內、則次囊之數爲首囊餘數之四倍、取次囊之 60 圓、以納之第三囊內、則

第三囊之數爲次囊之一零四分之一、三倍、取第三囊之 40 圓、而納之首囊內、則第三囊之數爲首囊之二零四分之一、一倍、求三囊各有若干、

問十八○甲乙丙三人合購木料、值洋 900 圓、甲所付之半數加乙所付之四分之一加丙所付之五分之一、共計 279 圓、又甲所付者加乙所付之三分二減丙所付之二分一、則爲 320 圓、求三人各付若干、

問十九○今有三數、只知第一數之二分一、第二數之三分一、第三數之四分一、共爲 115、第一數之三分一、第二數之四分一、第三數之五分之一、共爲 86、第一數之四分一、第二數之五分之一、第三數之六分之一、共爲 69、求此三數、

問二十○甲予乙丙二人之洋圓、等於二人當時所有之數、乙予甲丙之洋圓、亦等於二人當時所有之數、丙予甲乙之數、又等於二人

當時所有者、是則各有洋 8 圓、求三人原有之數、

問二十一 ○甲乙丙三人、各有銀洋、如乙予甲 350 圓、則甲有乙所餘之二倍、如丙予乙 700 圓、則丙所餘爲乙當時所有之三分一、如甲予丙 210 圓、則丙有甲所餘之五倍、求三人各有洋若干、

--	--	--	--

百九六

指數 (17 節) 方 (18 節) 方之名 (18 節)

百九七

乘方者，求一幾何之方也。

百九八

總理 一○凡正幾何之方皆為正。

二○凡負幾何之偶次方為正，奇次方為負。

三○凡幾何之方之指數等於本幾何之指數乘所求之方次

數。

百九九

獨項式乘方

問一○求 6 甲乙之立方。

解○ $(6 \text{ 甲乙})^3 = 6^3 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \times 6 \text{ 甲}^3 \text{ 乙}^3 \times 6 \text{ 甲}^3 \text{ 乙}^3 = 216 \text{ 甲}^3 \text{ 乙}^3$

問二○求 -2 甲乙之五次方。

解○ $(-2 \text{ 甲乙})^5 = -2^5 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^3 \times -2^2 \text{ 甲}^3 \text{ 乙}^3 \times -2 \text{ 甲}^3 \text{ 乙}^3 \times -2 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^3 \times -2 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^3 = -32 \text{ 甲}^5 \text{ 乙}^5$

法術○將係數按所求方次自乘，各元之指數以所求方次乘之，乃於其

前加應得之號、
求下諸式之方、

問三〇求⁽²⁾(6⁽²⁾天地)、

問五〇求⁽³⁾(-3⁽³⁾甲乙)、

問七〇⁽⁵⁾(2⁽³⁾甲天地)、

問九〇⁽⁴⁾(4⁽⁴⁾甲乙丁)、

問十一〇⁽⁴⁾(-4⁽²⁾甲乙丙)、

問十三〇⁽³⁾(-5⁽³⁾甲乙丙)、

問十五〇⁽⁴⁾(-4⁽²⁾甲乙丙)、

問十七〇⁽⁴⁾(2⁽²⁾天地人)、

問十九〇⁽²⁾(-4⁽³⁾甲人地)、

問二十一〇⁽⁵⁾(-2⁽²⁾甲地)、

問二十三〇⁽⁸⁾(天地⁽²⁾卯人)、

問四〇求⁽³⁾(-4⁽²⁾甲乙)、

問六〇⁽²⁾(-3⁽²⁾丙丁)、

問八〇⁽⁶⁾(2⁽²⁾天地人)、

問十〇⁽⁷⁾(-1⁽⁵⁾甲乙丙)、

問十二〇⁽⁵⁾(2⁽²⁾天地人)、

問十四〇⁽³⁾(甲乙丙)、

問十六〇⁽⁹⁾(2⁽²⁾甲乙丙)、

問十八〇⁽³⁾(3⁽²⁾天地)、

問二十〇⁽⁵⁾(2⁽³⁾天地人)、

問二十二〇⁽⁴⁾(2⁽²⁾甲天地)、

問二十四〇⁽⁵⁾(天地⁽²⁾寅人)、

問三十九〇³卯³甲⁴天⁴乙³地⁴

問四十〇^卯甲²乙^卯十一^卯丙^卯黃^天卯^一地^一

問四十一〇⁴甲⁴乙³丙²天²地⁴

問四十二〇²卯²甲³乙^卯丙^卯天²地³寅^人

多項式乘方、

$$(\text{天} + \text{地})^2 = \text{天}^2 + 2 \text{天地} + \text{地}^2$$

(7 3 節)

$$(\text{天} - \text{地})^2 = \text{天}^2 - 2 \text{天地} + \text{地}^2$$

(7 5 節)

$$(\text{天} + \text{地} - \text{人})^2 = \text{天}^2 + \text{地}^2 + \text{人}^2 + 2 \text{天地} - 2 \text{天人} - 2 \text{地人} \quad (8 1 \text{節})$$

求下諸式之方、

問一〇²(2 甲 + 乙)

問二〇²(3 甲 - 2 丙)

問三〇²(2 甲 + 3 乙)

問四〇²(4 甲 - 2 乙)

問五〇²(3 甲 + 4 丙)

問六〇²(5 甲 - 4 丙)

問七〇²(2 天 - 地)

問八〇²(3 天 + 2 地)

問九〇²(3 天 - 3 地)

問十〇³(4 天 + 5 地)

問十一 $○(5^3 \text{天} - 3^2 \text{地})$

問十二 $○(3^2 \text{天} + 6^2 \text{地})$

問十三 $○(\text{甲} + \text{乙} + \text{丙} - \text{丁})$

問十四 $○(2^2 \text{天} - 3^2 \text{地} + 2^2 \text{人})$

問十五 $○(\text{天}^2 - \text{地}^2 + 2^2 \text{人})$

問十六 $○(\text{天}^2 + 2^2 \text{地} + 3^2 \text{人})$

問十七 $○(2^2 \text{天} + 3^2 \text{地} - \text{人})$

問十八 $○(2^2 \text{天} - 3^2 \text{地} - 2^2 \text{人})$

幾何可任成多次方、惟令此幾何自乘之次數、與所求方次數相等之而已、

求下諸式之方、

問十九 $○(\text{天}^3 + \text{地})$

問二十 $○(\text{甲}^5 - \text{乙})$

問二十一 $○(\text{甲}^4 + \text{乙})$

問二十二 $○(\text{天}^6 + \text{地})$

問二十三 $○(\text{甲}^7 - \text{丙})$

問二十四 $○(2^4 \text{乙} + \text{丙})$

問二十五 $○(2^3 \text{甲} - \text{乙})$

問二十六 $○(3^4 \text{甲} + \text{乙})$

問二十七 $○(4^4 \text{天} - \text{地})$

問二十八 $○(5^5 \text{天} + \text{人})$

問二十九 $○(2^2 \text{天} - 3^2 \text{地})$

問三十 $○(3^3 \text{天} + 2^2 \text{地})$

問三十一○(4天+3地)

問三十二○(5天-2地)

問三十三○(4天-2地)

按二項例而求兩項式之諸方、

$$(\text{甲} + \text{乙})^2 = \text{甲}^2 + 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$$

$$(\text{甲} + \text{乙})^3 = \text{甲}^3 + 3\text{甲}^2\text{乙} + 3\text{甲乙}^2 + \text{乙}^3$$

$$(\text{甲} + \text{乙})^4 = \text{甲}^4 + 4\text{甲}^3\text{乙} + 6\text{甲}^2\text{乙}^2 + 4\text{甲乙}^3 + \text{乙}^4$$

$$(\text{甲} + \text{乙})^5 = \text{甲}^5 + 5\text{甲}^4\text{乙} + 10\text{甲}^3\text{乙}^2 + 10\text{甲}^2\text{乙}^3 + 5\text{甲乙}^4 + \text{乙}^5$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^2 = \text{甲}^2 - 2\text{甲乙} + \text{乙}^2$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^3 = \text{甲}^3 - 3\text{甲}^2\text{乙} + 3\text{甲乙}^2 - \text{乙}^3$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^4 = \text{甲}^4 - 4\text{甲}^3\text{乙} + 6\text{甲}^2\text{乙}^2 - 4\text{甲乙}^3 + \text{乙}^4$$

$$(\text{甲} - \text{乙})^5 = \text{甲}^5 - 5\text{甲}^4\text{乙} + 10\text{甲}^3\text{乙}^2 - 10\text{甲}^2\text{乙}^3 + 5\text{甲乙}^4 - \text{乙}^5$$

學者當詳察以上所列(甲+乙)與(甲-乙)之諸方、

問一○此兩項式諸方之項數、與方指數有何相關、

問二○兩項式之諸方內、何項含原式之首元、

問三○何項含原式之次元、

問四○諸方之首項含原式之首元、指數爲何數、○次項三項等內各爲何數、

問五○諸方之次項含原式之次元、其指數爲何、○三項四項等內各爲何數、

問六○諸方之首末二項係數爲何、

問七○諸方次項之係數與方次比較何如、

問八○如其次項之係數以本項首元之指數乘之、又以本項之次數或本項次元指數加1除之、則得何數、且爲何項之係數、

問九○以下各項之係數、各仿此爲之、則得何項之係數、

問十○(甲 + 乙)之諸方、其號爲何、

問十一○(甲 - 乙)之諸方、其號爲何、

總理

- 一〇凡兩項式之正整次方其項數較方次多一、
- 二〇方之諸項除末項外俱含原式首元除首項外俱含原式
次元、
- 三〇首元之指數在方之首項等於方次以後每項遞減一次
元之指數在方之次項爲一以後每項遞加一、
- 四〇方之首項係數爲一次項之係數等於方次、
- 五〇方內任一項之係數以首元指數乘之又以次元指數加
一除之即得其下一項之係數、
- 六〇如兩項式之二項皆正則諸方之各項皆正、
- 七〇如兩項式之次項爲負則其諸方自左向右數之奇項爲
正偶項爲負、

任一項內指數之和恒等於方次之數、

習問

問一〇按二項例求(天-地)之五次方、

解〇 元字 天 天地 天地 天地 天地 地

指數 天⁵ 天地⁴ 天地³ 天地² 天地¹ 地⁰

係數 1 5 10 10 5 1

號 - + - + -

合之爲天⁵-5天地⁴+10天地³-10天地²+5天地¹-地⁰

展下諸式、

問二〇(天³+地³) 問三〇(甲³-乙³)

問四〇(甲³+丙³) 問五〇(甲³+天³)

問六〇(甲³-天³) 問七〇(甲³+乙³)

問八〇(天³-地³) 問九〇(乙³+丙³)

問十〇(天³+1) 問十一〇(天³-1)

問十二〇(1+甲³) 問十三〇(1-甲³)

問十四〇(天¹ + 甲)

問十五〇(天² + 乙)

問十六〇(天¹ - 丙)

問十七〇(天¹ - 地)

問十八〇(甲¹ + 乙)

問十九〇(甲⁵ - 丙)

問二十〇(甲⁴ - 天)

問二十一〇(甲⁶ + 天)

問二十二〇(甲¹ - 丙)

問二十三〇(天⁷ - 地)

問二十四〇(天¹⁰ + 地)

問二十五〇(天⁵ + 1)

問二十六〇(天⁶ - 1)

問二十七〇(1⁵ + 甲)

問二十八〇(1⁷ - 甲)

問二十九〇(天⁴ + 甲丙)

問三十〇(天⁵ + 乙丙)

問三十一〇(天⁶ - 甲丙)

如二項式之二項有係數，則可依左法展之、

問三十二〇求²甲³ - ³乙之三次方、

解〇設

²甲 = 天、而³乙 = 地、

則

²甲³ - ³乙 = 天³ - 地、

$$(\text{天}^3 - \text{地}^3) = \text{天}^3 - 3\text{天地}^2 + 3\text{天地}^2 - \text{地}^3$$

以 2 甲代還天

$$8\text{甲}^6 - 4\text{甲}^4 + 2\text{甲}^2$$

以 3 乙代還地

$$3\text{乙}^3 - 9\text{乙}^2 + 27\text{乙}$$

係數

$$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$$

號

$$+ \quad - \quad + \quad -$$

合

$$8\text{甲}^6 - 36\text{甲}^4\text{乙} + 54\text{甲}^2\text{乙}^2 - 27\text{乙}^3$$

展下列諸式、

$$\text{問三十三} \circ (\text{甲}^3 + 2\text{乙})$$

$$\text{問三十四} \circ (3\text{甲} - \text{乙})$$

$$\text{問三十五} \circ (2\text{甲} + 3\text{乙})$$

$$\text{問三十六} \circ (3\text{甲} - 3\text{丙})$$

$$\text{問三十七} \circ (3\text{甲} + 2\text{丙})$$

$$\text{問三十八} \circ (2\text{甲} - \text{丙})$$

$$\text{問三十九} \circ (2\text{甲} + \text{丙})$$

$$\text{問四十} \circ (3\text{天} + 2\text{地})$$

$$\text{問四十一} \circ (4\text{甲} - \text{丙})$$

$$\text{問四十二} \circ (3\text{甲} + 4\text{丙})$$

$$\text{問四十三} \circ (3\text{天} - 5\text{丙})$$

$$\text{問四十四} \circ (5\text{甲} + 4\text{丙})$$

$$\text{問四十五} \circ \text{展} (\text{甲} + \text{乙} - \text{丙})$$

解○ $(甲 + 乙 - 丙)^3 = (甲 + 乙 - 丙)$ 即爲二項式、

$$[(甲 + 乙) - 丙]^3 = (甲 + 乙)^3 - 3(甲 + 乙)(丙 + 3(甲 + 乙)丙 - 丙^3)$$

$$= 甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3 - 3(甲^2丙 + 2甲乙丙 + 乙^2丙)$$

$$丙 + 3甲丙 + 3乙丙 - 丙^3$$

$$= 甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3 - 3甲^2丙 - 6甲乙丙 -$$

$$3乙^2丙 + 3甲丙 + 3乙丙 - 丙^3$$

問四十六○展(甲 + 乙 + 丙 - 丁)、

解畧○ $(甲 + 乙 + 丙 - 丁)^3 = (甲 + 乙 + 丙 - 丁)^2(甲 + 乙 + 丙 - 丁)$ 爲二項式、

展下諸式、

問四十七○(天 - 地 + 人) 問四十八○(天 - 地 - 人)、

問四十九○(甲 + 乙 - 丙) 問五十○(甲 - 乙 - 丙 - 丁)、

問五十一○(甲 + 乙 - 丙 + 丁) 問五十二○(1 + 天 - 地 - 人)、

左列展有係數之二項式甚爲合用、

問一○求 $5甲 + 4乙$ 之三次方、

算

$$(5 \text{ 甲} + 4 \text{ 乙})^3 = 125 \text{ 甲}^3 + 300 \text{ 甲}^2 \text{ 乙} + 240 \text{ 甲} \text{ 乙}^2 + 64 \text{ 乙}^3$$

$$(5 \text{ 甲})^3 = 125 \text{ 甲}^3 \text{ 首項}$$

$$\begin{array}{l} 125 \times 4 \times 3 \\ \hline 5 \end{array} = 300 \text{ 次項之係}$$

草

$$\begin{array}{l} 300 \times 4 \times 2 \\ \hline 5 \times 2 \end{array} = 240 \text{ 三項之係}$$

$$\begin{array}{l} 240 \times 4 \times 1 \\ \hline 5 \times 3 \end{array} = 64 \text{ 四項之係}$$

釋曰、首項爲5甲之立方、即125甲³、

天方之次項、含首元之平方乘次元、其係數有首元之係數5之平方、及次元之係數4爲二生數、因求簡捷、故取首元之係數、除其立方、即以代其平方、故 $\frac{125}{5} \times 4$ 爲次項係數之二生。

當二項式二項之係數爲一時、求其方之各項係數、法取前項之係數、以首元之指數乘之、以次元之指數加一除之、故合求本題之方次項全係數、其 $\frac{125}{5} \times 4$ 必再乘以主元之指數3、除以次元之指數加一即1、(因次元在首項內之指數爲0)是則次項係數爲 $\frac{125}{5} \times 4 \times 3 = 300$ 、其下各項之係數、俱可仿此得之、而有左列之術、

法術○方之首項爲原式首項按方次所成之方、

任一項之係數等於前項之係數爲原式首項之係所除再以原式次項之係乘之又以元之指數乘之次元之指數加一除之、

一○二項式方之項數恒較方次多一、故其任一項首元之指數等於其項距末之項數、

二○又次元之指數等於其項距首項之數、

三○元字指數記號之例與前同、

問二○求 2 甲 + 3 乙 之四次方、

解○ (2 甲)⁴ = 16 甲爲首項、

$$2 \begin{array}{l} 16 \times 3 \times 4 \\ \times 2 \end{array} = 96 \text{ 爲次項之係、而次項爲 } 96 \text{ 甲}^3 \text{ 乙、}$$

$$2 \begin{array}{l} 96 \times 3 \times 3 \\ \times 2 \end{array} = 216 \text{ 爲三項之係、而三項爲 } 216 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^2 \text{、}$$

$$2 \begin{array}{l} 216 \times 3 \times 2 \\ \times 2 \end{array} = 216 \text{ 爲四項之係、而四項爲 } 216 \text{ 甲乙}^3 \text{、}$$

$$2 \begin{array}{l} 216 \times 3 \times 1 \\ \times 4 \end{array} = 81 \text{ 爲五項之係、而五項爲 } 81 \text{ 乙}^4 \text{、}$$

$$\therefore (2 \text{ 甲} + 3 \text{ 乙}) = 1 \text{ 6 甲} + 9 \text{ 6 甲乙} + 2 \text{ 1 6 甲乙} + 2 \text{ 1 6}$$

$$\text{甲乙} + 8 \text{ 1 乙}$$

展下諸式

$$\text{問三} \circ (2 \text{ 甲} + 3 \text{ 丙})$$

$$\text{問四} \circ (2 \text{ 甲} - 4 \text{ 乙})$$

$$\text{問五} \circ (3 \text{ 甲} + 2 \text{ 天})$$

$$\text{問六} \circ (2 \text{ 甲} - 5 \text{ 天})$$

$$\text{問七} \circ (5 \text{ 甲} + 3 \text{ 丙})$$

$$\text{問八} \circ (4 \text{ 甲} + 3 \text{ 天})$$

$$\text{問九} \circ (3 \text{ 甲} - 5 \text{ 天})$$

$$\text{問十} \circ (7 \text{ 甲} - 4 \text{ 丙})$$

$$\text{問十一} \circ (6 \text{ 甲} + 5 \text{ 天})$$

$$\text{問十二} \circ (3 \text{ 天} - 1)$$

$$\text{問十三} \circ (2 \text{ 天} + 5)$$

$$\text{問十四} \circ (\text{甲} + \frac{2}{1} \text{ 甲})$$

$$\text{問十五} \circ (1 - \frac{2}{3} \text{ 天})$$

$$\text{問十六} \circ (\frac{2}{3} + \frac{3}{5} \text{ 丙})$$

$$\text{問十七} \circ (\text{甲} + 2 \text{ 丙})$$

第十二章 開方

二百四

問一○ 1^6 、 3^6 、 4^9 、 8^1 、 1^2 、 1 、劈爲二等生爲何、

問二○甲²、 4^2 甲²、 1^6 甲²、 2^5 甲⁴、 3^6 甲⁴之二等生之一卽其二

次根爲何、

問三○甲³、 8^3 甲³、 2^7 甲³、 8^6 甲⁶、 6^4 甲⁶之三等生之一卽其三次

根爲何、

問四○ $+2$ 之平方何號、其立方、四五六次等方、各有何號、

問五○ -2 之平方何號、立方四五六次方、各有何號、

問六○正幾何之何次方爲正、負幾何之何次方爲正、其何次方爲負、

問七○夫方之有負號者、既必爲奇箇相等負幾何之合、則凡負幾何之

奇次根、當有何號、

問八○正幾何之奇次根何號、

問九〇夫方之有正號者、可為偶箇相等負幾何或正幾何之合、則凡正幾何之偶次根、當有何號、

問十〇何種幾何二次為生、則合為負、何種幾何四次為生、則合為負、何種幾何六次為生、則合為負、

問十一〇負幾何之偶次根、當有何號、

開方法者、求一幾何之根也、

幻幾何者、指明負幾何之偶次根式也、如 $\sqrt{4}$ $\sqrt{-1}$ 甲

此外皆曰真幾何、如 $\sqrt{2}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt[3]{1}$ 甲 $\sqrt[4]{4}$ 、

總理〇一〇一幾何之奇次根號、與原幾何同、

二〇正幾何之偶次根、可正可負、

獨項式開方、

問一〇求 25 天地之平方根、

二百八

二百七

二百六

二百五

算

$$\sqrt{25} \text{ 天地} = \pm 5 \text{ 天地}$$

釋曰、夫獨項式成平方之法、乃以係數自乘、2
乘元之指數、故開方之法、當開係數之方、又以
2 除元之指數、

草

又既正幾何之偶次根、或正或負、(總理二)故
根可有二號、是則此幾何之根為 ± 5 天地、

法術○按根次而開係數之方、并以根次除各元之指數、前加以合宜之
號、

開命分之方、即開其子與母之方也、

如數之根不易得、則可劈之為質生、按根次而分為若干副、取其一副之合、即其根
也、

如求 1 2 9 6 之四次根、則劈之為質生、得 2、2、2、2、3、3、3、3、而 2×3 得 6、即
其四次根也、

求下諸式之同數、

問二〇〇 \sim 1 6 甲乙丙

問四〇〇 \sim 4 甲丙天

問六〇〇 \sim 1 6 甲乙丙

問八〇〇 \sim 1 5 甲丙天

問十〇〇 \sim 甲天地人

問十二〇〇 \sim 1 6 天卯地人

問十四〇〇 \sim 甲天卯地

問十六〇〇 \sim 8 天 2 7 地

問十八〇〇 \sim 2 8 9 地人

問二十〇〇 \sim 8 天 5 地卯人

問三〇〇 \sim 8 甲乙丙

問五〇〇 \sim 2 7 天地人

問七〇〇 \sim 8 甲乙丙

問九〇〇 \sim 寅甲寅天寅地

問十一〇〇 \sim 天地人物

問十三〇〇 \sim 甲天地人

問十五〇〇 \sim 1 6 甲 2 5 地

問十七〇〇 \sim 1 2 5 天 2 1 6 甲地

問十九〇〇 \sim 2 7 甲乙 3 4 3 天 1 8 地

問二十一〇〇 \sim 7 天 1 4 地 2 1 人

問二十二〇^寅 甲² 天³ 地⁴ 寅人 問二十三〇⁵ - 3 2 ¹⁰ 甲¹⁵ 天²⁰ 地

多項式開平方

問一〇夫(甲+乙)之平方爲甲²+2甲乙+乙²則甲²+2甲乙+乙²之平方根爲何、

問二〇甲²+2甲乙+乙²之平方根、首項何法得之、

問三〇根之次項、如何可自方之次項2甲乙得之、

問四〇2甲乙+乙²之諸生爲何、

問五〇2甲乙+乙²既等於乙(2甲+乙)則凡二項式平方末二項之二

生爲何、

問六〇是則甲²+2甲乙+乙²之末二項、必以何幾何除之、乃得平方根

之次項、

習問

問一〇求甲²+2甲乙+乙²之平方根、

算

$$\begin{array}{l} \text{甲}^2 \\ + 2 \text{甲乙} \\ + \text{乙}^2 \\ \hline \text{甲} + \text{乙} \end{array}$$

草

$$\begin{array}{l} \text{廉法 } 2 \text{甲} \\ \hline \text{全法 } 2 \text{甲} + \text{乙} \\ \hline 2 \text{甲乙} + \text{乙}^2 \end{array}$$

釋曰〇式依甲之次數列之、

首項爲甲、其方根爲甲、即根式之首項、亦曰初商、自原式減之、餘 $2 \text{甲乙} + \text{乙}^2$ 、

餘式之首項爲 2甲乙 、如以 2甲 除之、則得乙爲根式之次項、又曰次商、故 2甲 即初商之二倍、名曰廉法、以之加次商乙、得 $2 \text{甲} + \text{乙}$ 、爲全法、以乙乘而減之、適盡、

故甲+乙爲此式之平方根、

按前可求甲+乙+丙之平方、法可設天代甲+乙、而得其平方如天+

$2 \text{天丙} + \text{丙}^2$ 之式、故可知凡幾何之根多於二項者、可仍如前問開之、祇設其已得之商爲一項可也、

法術○將多項式各項按任一元之方次排列之、
 開首項之方根書為根之首項亦曰初商然後方之自原式減去得餘式、
 二倍初商曰廉法以除餘式之首項得根之次項亦曰次商書之初商之
 後且與廉法相并以成全法、
 次商乘全法得式自餘式減去又得餘式、
 仿此直開至盡或至項數已足而止、

求下諸式之平方根、

問三○ $4x^2 + 4x + 4$ 、

問四○ $4x^2 + 2x + 1$ 、

問五○ $4x^2 + 4x + 1$ 、

問六○ $4x^2 + 4x + 1$ 、

問七○ $9x^2 - 12x + 4$ 、

問八○ $4x^2 + 2x + 1$ 、

問九○ $4x^2 - 12x + 9$ 、

問十○ $4x^4 + 4x^3 - 7x^2 - 4x + 4$ 、

問十一○天 - 4天 + 10天 - 12天 + 9天²

問十二○16甲 - 24甲 + 49甲 - 30甲 + 25天⁴

問十三○甲 + 乙 + 丙 - 2甲 - 2甲 - 2甲 + 2乙 - 2丙、

問十四○40天 - 12天 + 9天 - 24天 + 36、

問十五○4天 + 5天 + 12天 - 5天 - 10天 + 2天 + 1、

問十六○49天 - 28天 - 17天 + 6天 + 49、

問十七○9甲 + 6甲 + 丙 + 1 - 2丙 - 6甲、

問十八○4寅 + 9天 - 12寅 + 8寅 - 12天 + 4、

問十九○甲 + 乙 - 12甲 + 丙 + 12乙 - 2甲 - 2乙 + 36丙、

問二十○²寅甲 - 2^寅甲 + 乙 + 2^寅甲 - 2^卯丙 - 2^卯乙 + 3^卯丙 + 6^卯丙、

問二十一○1 - 甲 + 4^甲 + 3^甲 - 3^甲 + 9^甲、

問二十二○⁵寅 - 2^寅寅 - 寅 + 3^寅寅 + 2^寅寅 + 1、

問二十三○⁴甲 + 甲 + 4³甲 + 4¹甲 + 1¹、⁶

問三十一 $\circ 4 + 3$ 甲、

問三十三 $\circ 4$ 天 - 1、

問三十五 \circ 甲² + 2¹ 乙、

問三十二 $\circ 4$ 甲² + 3、

問三十四 $\circ 1 - 2$ 地、

數目開方

$$1^2 = 1、$$

$$1^2 0 = 100、$$

$$1^2 00 = 10000、$$

$$9^2 = 81、$$

$$9^2 9 = 9801、$$

$$9^2 99 = 998001、$$

二章

問一 \circ 凡箇位數之平方，必以幾位數表之、

問二 \circ 凡十位數平方所需之位數，與十位數所需位數比較何如、 \circ 凡百位數平方所需之位數，與百位數所需位數比較何如、

問三 \circ 如有一數之平方為三位數，則此數有若干位、如平方為四位五位七位，則其數各有若干位、

問四 \circ 是故平方根之位數，可以何法得之、

總理 \circ 一數之平方，其位數必為原數之二倍，或二倍少一、

總理 \circ 一數之平方，其位數必為原數之二倍，或二倍少一、

三章

二〇一數自箇位起分頓，每二位一頓，則其頓數必等於其平方根之位數。

如數之十位以甲代之，箇位以乙代之，則凡十位數之平方即為 $(甲 +$

乙) 之平方，即 $甲^2 + 2 甲乙 + 乙^2$ 。

如 $35 = 30$ 加 5 ，亦可書作 $30 + 5$ ，而 $3^2 5 = 3^2 0 + 2 (30 \times 5) + 5^2 =$

1225 。

習問

問一〇1225之平方根若干。

$$\begin{array}{r} 1225 \\ \sqrt{} \\ 30 + 5 \\ \hline 900 \\ \hline 325 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 甲 = 60 \\ 乙 = 5 \end{array}$$

第一算草

$$\begin{array}{r} 2 甲 + 乙 = 65 \\ \hline 325 \end{array}$$

釋曰、按211節總理二、平方根之位數、可以方數每二位分頓定之、故以1225分爲二頓、知根含十位與箇位、夫十位之平方爲百數、而方之百數小於16即4、

大於9即3，故知根之十位必為3，即得30之平方為900，自1225減去，餘325，等於二倍十位數乘箇位數加箇位數之方，夫二倍十位數乘箇位數，必甚大於箇位數之平方，故325幾為十位數乘箇位數之二倍，如325為二倍十位數，即60所除，其商必畧近根之箇位數，故以60為廉法除之，得箇位為5，加於廉法，得全法60+5即65，以5乘之，得325，自餘實325減去，適盡，故1225之根為35。

$$\begin{array}{r} 1225 \\ \underline{35} \end{array}$$

第二算草

$$\begin{array}{r} \text{甲}^2 = 9 \\ \text{乙} = 5 \\ \text{甲} = 60 \\ \text{乙} = 5 \\ \text{甲} + \text{乙} = 65 \\ \text{325} \end{array}$$

釋曰、尋常推算之時、祇將同位之數成行列之、其右位之圈不書、

凡數俱可視為十位與箇位合成，故上法可通用以開任一數之平方。

如 325 = 32拾 + 5箇、4685 = 468拾 + 5箇、

問二〇求 137641 之平方根、

解

137641 | 371

9

廉法 = $2 \times 30 = 60$ 476

全法 = $60 + 7 = 67$ 469

廉法 = $2 \times 370 = 740$ 741

全法 = $740 + 1 = 741$ 741

法術○自箇位起將數分頓每二位一頓

取首頓至大之整方求其方根書為根之首位是曰初商

初商成方自首頓減去其餘綴以下頓為新實

以已得之初商二倍之末加一圈以為廉法而商除之得數為根之次位

是曰次商加於廉法之內又以次商乘之自實減去其餘綴以下頓列為

新實

仿此開畢諸頓即得根之各位如有未盡則開至位數已足而止

一○如數非整方、則以圈成頓加上、開得小數、

二○小數分頓、亦每二位一頓、必自分點向右計之、

三○命分開方、可開其分子分母之方、或先化爲小數、而後開之、

開下諸數之平方、

問三○2 8 0 9、

問四○3 9 6 9、

問五○4 3 5 6、

問六○9 2 1 6、

問七○2 2 0 9、

問八○1 6 8 1、

問九○6 5 5 3 6、

問十○5 4 2 8 9、

問十一○4 2 8 4 9、

問十二○7 0 7 5 6、

問十三○1 1 8 3 3 6、

問十四○6 7 4 0 4 1、

問十五○7 8 4 9 9 6、

問十六○7 7 6 1 6 1、

問十七○1 0 7 5 8 4、

問十八○2 3 4 0 9、

問十九○1 9 3 0 5 6、

問二十○5 7 6 4 8 0 1、

問二十一 0938961 、

問二十二 05875776 、

問二十三 012574116 、

問二十四 030858025 、

問二十五 01338649 、

問二十六 000729 、

問二十七 010242656 、

問二十八 0296356225 、

問二十九 000720801 、

求下諸數之方根、至四位小數、

問三十 05 、

問三十一 011 、

問三十二 013 、

問三十三 015 、

問三十四 072 、

問三十五 053 、

問三十六 007 、

問三十七 0007 、

問三十八 074 、

問三十九 083 、

問四十 095 、

問四十一 016 、

問四十二 034 、

問四十三 053 、

問四十四 017 、

問四十五 01150 、

多項式開立方、

問一〇(甲 + 乙)之立方若干、

問二〇(甲 + 乙)之立方、既爲 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 、則 $甲^3 + 3甲乙 + 3甲^2乙 + 乙^3$ 之立方根若干、

問三〇自 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 、如何可得根之首項、

問四〇自方之次項 $3甲^2乙$ 、如何可得根之次項、

問五〇 $3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之二生爲何、

問六〇夫 $3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 既等於 $乙(3甲^2 + 3甲乙 + 乙^2)$ 、則凡二項式立方末三位之二生爲何、

問七〇是則必以何幾何除 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之末三項、乃可得根之次項、

習 問

問一〇求 $甲^3 + 3甲^2乙 + 3甲乙^2 + 乙^3$ 之立方根、

算

$$\begin{array}{l} \text{甲}^3 \text{甲}^3 \\ + 3 \text{甲}^2 \text{乙}^3 \\ + 3 \text{甲} \text{乙}^2 \\ + 3 \text{甲} \text{乙}^2 \\ + \text{乙}^3 \\ \hline \text{甲}^3 + \text{乙}^3 \end{array}$$

草

$$\begin{array}{l} \text{廉法} \text{ }^3 \text{甲}^2 \\ \text{全法} \text{ }^3 \text{甲}^2 + 3 \text{甲} \text{乙}^2 + \text{乙}^3 \\ \hline \text{ }^3 \text{甲} \text{乙}^2 + 3 \text{甲} \text{乙}^2 + \text{乙}^3 \end{array}$$

釋曰、如幾何爲立方、其一項必爲立方、其根之首項爲甲之立方根、即甲、是曰初商、以甲自原式減去、餘 ${}^3\text{甲}\text{乙}^2 + 3\text{甲}\text{乙}^2 + \text{乙}^3$ 、

夫既根之次項、可以三倍初商之方、除餘實之首項得之、故以廉法 ${}^3\text{甲}$ 除 ${}^3\text{甲}\text{乙}^2$ 、得乙、爲根之次項、是曰次商、又因凡二項式立方之末三項、等於三倍初商之方、及三倍初次商之合、及次商平方之和乘次商、故有 ${}^3\text{甲} + 3\text{甲}\text{乙} + \text{乙}^2$ 爲全法、以乙乘之、得 ${}^3\text{甲}\text{乙} + 3\text{甲}\text{乙}^2 + \text{乙}^3$ 、自餘實減去、適盡、是以甲 + 乙爲甲 3 + 3甲 2 乙 + 3甲乙 2 + 乙 3 之立方根、

夫甲 + 乙 + 丙成立方、其甲 + 乙可以天代之、則得式爲天 3 + 3天丙 + 3天丙 2 + 丙 3 、由此可見凡幾何之根多於二項者、其開法與前同、惟視已

得之諸項如一項耳、

問二〇求天⁶ - 3天⁵ + 5天⁴ - 3天³ - 1之立方根、

算

$$\begin{array}{r} \text{天}^6 \\ \text{天}^5 - 3\text{天}^4 + 5\text{天}^3 - 3\text{天}^2 - 1 \\ \hline \text{天}^6 - 3\text{天}^5 + 5\text{天}^4 - 3\text{天}^3 - 1 \end{array}$$

廉法

$$\begin{array}{r} 3\text{天}^4 \\ - 3\text{天}^5 + 5\text{天}^3 \end{array}$$

全法

$$3\text{天}^3 - 3\text{天}^2 + \text{天}^2 - 3\text{天}^4 + 3\text{天}^3 - \text{天}^3$$

草

廉法

$$\begin{array}{r} 3\text{天}^3 - 6\text{天}^2 + 3\text{天}^2 \\ - 3\text{天}^4 + 6\text{天}^3 - 3\text{天}^2 - 1 \end{array}$$

全法

$$3\text{天}^3 - 6\text{天}^2 + 3\text{天}^2 + 1 - 3\text{天}^4 + 6\text{天}^3 - 3\text{天}^2 - 1$$

釋曰、初商次商、循前法得之、求三商時、視天² - 天爲一項、自乘而乘以3爲廉法、除餘實得三商爲 - 1、加諸廉法、而又以 - 1乘之、則得全法、以三商乘之、自 - 3天⁴ + 6天³ - 3天² + 1、減去、無餘、故此式之立方根爲天² - 天 - 1、

法術〇將多項式按其一元之方次列之、

開首項之立方根書為根式之首項為初商並三方之自原式減去得餘實

初商自乘三倍之為廉法除餘實之首項得根之次項為次商

次商乘初商而三倍之并將次商方之皆與廉法相并而得全法

次商乘全法自餘實減去復得餘實仿此向下開迨根之各項俱得而止

根之各項可遞次以根之首項平方三倍除餘實之首項而得之

求下諸數之立方根

問三〇天³ + 6天地² + 12天地² + 8地³

問四〇27甲³ + 27甲² + 9甲 + 1

問五〇8天³ - 36天² + 54天 - 27

問六〇27天³ + 108天² + 144天 + 64

問七〇甲³ + 3甲² + 3甲 + 1

問八〇甲³ - 12甲² + 48甲 - 64

問九○8甲³+12甲²+6甲+1、

問十○27天⁶-54天⁵+63天⁴-44天³+21天²-6天+1、

問十一○8寅⁶+36寅⁵+66寅⁴+63寅³+33寅²+9寅+1、

問十二○1-3甲+6甲²-7甲³+6甲⁴-3甲⁵+甲⁶

問十三○寅³-3寅²+5-寅²_寅³-寅¹_寅、

問十四○天³-3天地³-地³+8人+6天人-12天地人+6地人

+12天人-12地人+3天地²

問十五○8甲³-84甲²乙+294甲乙²-343乙、

問十六○地⁶-6地⁵+21地⁴-44地³+63地²-54地+27、

問十七○1-9甲+39甲²-99甲³+156甲⁴-144甲⁵+64

甲、

問十八○66丙⁴+1-63丙³-9丙²+8丙⁶-36丙⁵+33丙²、

三四

問十九〇甲⁶ + 3甲⁴ + 6甲³ + 7甲² + 2甲¹ + 3甲⁰ + 1
 問二十〇天⁵ - 12天地⁴ + 60天地³ - 192天地² + 240天地¹ -
 160天地⁰ + 64地⁰

多項式開多次方

開多項式之四次五次六次或任幾次根、求全法祇以(甲+乙)成所求之方、而將其首項以下諸項、分爲二生、其一即根式次項之一方、而其一即全法也、如

$$(甲+乙)^5 = 甲^5 + 5甲^4乙 + 10甲^3乙^2 + 10甲^2乙^3 + 5甲乙^4 + 乙^5$$

廉法 5甲⁴

全法 (5甲⁴ + 10甲³乙 + 10甲²乙² + 5甲乙³ + 乙⁴)

$$(甲+乙)^7 = 甲^7 + 7甲^6乙 + 21甲^5乙^2 + 35甲^4乙^3 + 35甲^3乙^4 + 21甲^2乙^5 + 7甲乙^6 + 乙^7$$

廉法 7甲⁶

廉法 7甲⁶

全法

$$(7 \text{ 甲}^6 + 21 \text{ 甲}^5 \text{ 乙} + 35 \text{ 甲}^4 \text{ 乙}^2 + 35 \text{ 甲}^3 \text{ 乙}^3 + 21 \text{ 甲}^2 \text{ 乙}^4 + 7 \text{ 甲} \text{ 乙}^5 + \text{乙}^6)$$

四次方為二次方之二次方，又六次方為二次方之三次方，餘做此，要之凡根次之以 2 與 3 或 2 或 3 為生數者，均可遞開二次方三次方，以得其根。

如四次根，可開其二次根之二次根而得之，又六次根，則可開其二次根之三次根以得之，又八次根，可開二次根之二次根之二次根以得之。

問一〇求 $1 - 8 \text{ 甲} + 24 \text{ 甲}^2 - 32 \text{ 甲}^3 + 16 \text{ 甲}^4$ 之四次根。

問二〇求 $1 + 5 \text{ 天} + 10 \text{ 天}^2 + 10 \text{ 天}^3 + 5 \text{ 天}^4 + 1$ 之五次根。

問三〇求 $1 + 6 \text{ 天} + 15 \text{ 天}^2 + 20 \text{ 天}^3 + 15 \text{ 天}^4 + 6 \text{ 天}^5 + 1$ 之六次根。

問四〇求 $1 + 8 \text{ 甲} + 24 \text{ 甲}^2 + 32 \text{ 甲}^3 + 16 \text{ 甲}^4$ 之四次根。

問五〇求 $1 - 5 \text{ 天} + 10 \text{ 天}^2 - 10 \text{ 天}^3 + 5 \text{ 天}^4 - 1$ 之五次

根、

問六〇求甲⁵ — $\frac{5}{地}$ 甲⁴天 + $\frac{10}{地}$ 甲³天² — $\frac{10}{地}$ 甲²天³ + $\frac{5}{地}$ 甲⁴天 — $\frac{5}{地}$ 天之五次根、

問七〇求丙⁶ + 1⁵丙⁴人 + 1⁵丙³人 + 6⁵丙²人 + 6⁵丙⁵人 + 2⁵丙³人 + 人之六次根、

數目開立方

$$1^3 = 1, \quad 1^3 0 = 1000, \quad 1^3 00 = 1000000,$$

$$3^3 = 27, \quad 3^3 6 = 46656, \quad 3^3 61 = 47045881,$$

$$9^3 = 729, \quad 9^3 9 = 970299, \quad 9^3 99 = 999700299,$$

問一〇凡筒位數之立方數、須以數碼若干表之、

問二〇凡十位數之立方、其數碼之數與十位數碼之數比較如何、凡百位數之立方、其數碼之數與百位數碼之數比較何如、

問三〇如一數之立方爲四位數、則其根有若干位、五位數之根有若干

位、六位數八位數之根各爲若干位、

問四〇任一數之立方根之位數如何定之、

總理

- 一〇凡數之立方、必以三倍位數之數表之、或較之少一與二、
二〇凡數自箇位起分頓、每頓三位、則其根之位數正等於其頓數、

二六

二七

如一數之十位、以甲字代之、其箇位以乙字代之、其數之立方、即爲(甲 + 乙)之立方、即甲³ + 3甲²乙 + 3甲乙² + 乙³、

如35 = 3拾 + 5箇、即30 + 5、而35³ = 30³ + 3(30 × 5) + 3(30 + 5²) + 5³ = 42875、

習問

問一〇求13824之立方根、

一 第 草 算

廉法

3	3	3	3	3
$甲$	$甲$	$甲$	$甲$	$甲$
$乙$	$乙$	$乙$	$乙$	$乙$
-	-	-	-	-
1	2	4	0	0
6	4	0	0	0
5	8	2	4	0
1	3	8	2	4
2	0	0	4	4
4	0	0	0	0

全法

-
1
4
5
6
5
8
2
4

釋曰、按 2 1 6 節總理二、將數分頓、每頓三位、即可定根之位數、故將 1 3 8 2 4 分頓、得二頓、即知根為二位數、即拾位與箇位、

夫既拾之立方為千、而方之千數小於 2 7 即 3³、大於 8 即 2³、故知根之拾位數為 2、次以 2 拾即 2 0 成立方、得 8 0 0 0、自 1 3 8 2 4 減去、餘 5 8 2 4、此即等

於三倍拾數之平方 × 箇位 + 三倍拾位 × 箇位平方 + 箇位平方 + 箇位之立方、

夫三倍十位之方、較三倍十位 × 箇位平方為大、5 8 2 4 較三倍十位之方 × 箇位微大、故如 5 8 2 4 為三倍十位之方即 1 2 0 0 (廉法) 所除、得商 4、為根之

箇位、祇加合宜之數、以得其全法可也、

欲得全法、必加以三倍十位之平方與三倍十位×箇位及箇位之平方、(217節)故有全法爲1200 + 240 + 16即1456、此數以4乘之、得合5824、自餘實5824減之、無餘、是則13824之立方根爲24、

$$13824 \div 24$$

二第草算

1456	5824
3甲	1200
乙	240
16	0
5824	5824

釋曰○演算之時、每將數排列成行、而置合之右旁之圈於不問、

既凡數俱可作爲十位與箇位合成者、故上文所列之法、可以通用、

如468 = 46拾 + 8箇又3829 = 382拾 + 9箇、

問二○48228544之立方根若干、

算

$$\begin{array}{r} \text{廉法} = 3(30) = 2700 \\ 3(30 \times 6) = 540 \\ 6^2 = 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 48228544 \\ \underline{364} \end{array}$$

草

$$\begin{array}{r} \text{全法} = 3276 \\ \text{廉法} = 3(360) = 3880 \\ 3(360 \times 4) = 4320 \\ 4^2 = 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19656 \\ \underline{1572544} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{全法} = 393136 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1572544 \end{array}$$

法術○自箇位起將數分頓每頓三位
 求上頓最大之立方根書於根之首位爲初商並三方之自上頓減去次
 乃以下頓移綴餘數之尾爲新實
 將初商尾加一圈平方而三倍之爲方廉法以除新實得數書於根之次

位爲次商

初商尾加一圈乘，以次商而三倍之，及次商之立方，同加於方廉法爲全法，亦曰廉隅共法。

以次商乘全法，自實數減去，仿此往下推算，直開至終。

一○開至末頓，尙有餘數，則加小數圈於其後，成一頓，開得小數。

二○小數分頓之法，乃自小數點起，向右分之。

三○求分數之立方根，法以分子分母各開立方，或先化爲小數，而後開之。

四○按217節之公理，可得開任何方之公法。

求下諸數之立方根

問三○74088

問四○262144

問五○166375

問六○34965783

問七○130323843

問八○704969

問九○185193

問十○250047

問十一 0015625

問十二 12812904

問十三 5545233

問十四 2000376

問十五 153990656

問十六 60236288

問十七 0000064

開下諸數之立方根至三位、

問十八 03

問十九 027

問二十 064

問二十一 000465 、問二十二 065 、

問二十三 087 、

問二十四 013 、

問二十五 014 、

開數之任一方根

按 214 節所列求方廉法及全法之術、可求一數之任何方根、

較立方為高之數、罕有求其根者、苟欲求之、亦可用對數法開之、其法見後文、

指數之理

以上所用之指數、俱為正整數、然算學內屢有用分指數及負指數者、粗

二八

二九

視之似不合理、且不合指數之界說、蓋按界說則指數者、表一幾何爲生之次數也、然如 4 甲及 -2 甲所有之指數、並非表明此意、

夫正整指數既已立有定例、故因求簡捷、則必將分指數與負指數之理說明、以求其合於此例、

自指數之界說而可立下列正整指數之定例、

三〇

一 $\text{寅甲} \times \text{卯甲} = \text{寅十卯甲}$ 三 $\text{卯}(\text{寅甲}) = \text{寅卯甲}$

二 $\text{寅甲} \div \text{卯甲} = \text{寅一卯甲}$ 四 $\text{寅卯甲} = \text{寅甲}$

分指數之義

三一

問一〇天之立方根若干、〇何法得之、〇試祇書指數之受除、以表其根式、

問二〇上問得式 3^6 天、其 6 字表明何意、〇 3 字表明何意、

問三〇天之四方根若干、〇試祇書指數之受除、以表其根式、

問四〇上問得式 4^8 天、其 8 字表明何意、〇 4 字表明何意、

問五〇分指數之子表明何意、〇其母表明何意、

總理 如分指數之二項爲正整數、子則表方數、母表根數、

總理之眞實、可以下法證之、夫已定指數之例、必可同用於分指數與整指數、

一〇⁴³甲 × 43甲 × 43甲 × 43甲 = 4^{1/2}甲 = 甲⁸、

二〇¹¹甲 × 11甲 × 11甲 至爲生卯次 = 卯¹¹甲 = 甲、卯爲正整數、

三〇¹¹甲 × 11甲 × 11甲 至爲生卯次 = 卯¹¹甲 = 甲、寅與卯爲正整數、

是即⁴³甲或¹¹甲爲甲之四等生之一、¹¹甲或¹¹甲爲甲之卯等生之一、¹¹甲或¹¹甲爲甲之卯等生之一、

故正整指數之例、既可用於正分指數、其子表一幾何之方、母表其根、

習問

試以根號表下列諸數、

問一〇¹¹甲³¹乙、

問二〇³甲³¹、

問三〇³¹(3甲)、

問四〇 2_{41} 甲 3_{52} 乙、

問五〇 3_{21} 天 3_{32} 地、

問六〇 甲 1_{71} 天、

問七〇 4_{41} 甲 1_{51} 乙、

問八〇 3_{31} 甲 4_{41} 乙 1_{51} 丙、

試以分指數表下列諸數、

問九〇 \sim 甲 乙、

問十〇 \sim 甲、

問十一〇 (\sim) 甲、

問十二〇 \sim 天、

問十三〇 \sim 甲 乙、

問十四〇 \sim 天 地、

問十五〇 \sim 甲 乙、

問十六〇 3_{31} 甲 2_{41} 天 地、

求下諸數之同數、

問十七〇 2_{31} 1 6、

問十八〇 2_{41} 2 5、

問十九〇 3_{41} (1 2 7)、

問二十〇 3_{41} - 2 7、

問二十一〇 2_{31} 3 6、

問二十二〇 3_{51} 9、

問二十三〇 2_{31} (1 9)、

問二十四〇 4_{31} (2 8 1)、

先求其根、則推演之法可簡、

有限幾何以 0 為指數者之義、

按 9 2 節、凡有限幾何以 0 為指數者、即等於 1、此理可以下法證之、

按已立指數之定例，有

又

$$\begin{aligned} \text{實甲} \div \text{實甲} &= \text{甲}^0 \\ \text{實甲} \div \text{實甲} &= 1 \\ \therefore \text{甲} &= 1 \end{aligned}$$

三五
負指數之義

按 9.2 節，凡幾何有負指數者，等於其有正指數之倒數，此例可以下法證之。

設已定之例，可施於凡指數，則

以^甲甲除之。

$$\begin{aligned} \text{甲} \times \frac{1}{\text{甲}} &= \text{甲}^0 \\ \text{甲} &= 1 \end{aligned}$$

三六
總理 分數任一項內之生，可自分母遷至分子，或分子遷至分母，祇須改其指數之號。

習問

書下列諸數為正指數，

問一 10^3 2^2 甲

問二 10^4 3^3 乙

問三 10^{-2} 甲 3^{-3} 乙

問四○¹天²地

問五○⁶甲³地

問六○³天²地

問七○²甲⁵乙

問八○⁴天⁷地

問九○³丙¹丁³天

問十○²甲¹乙¹丙

問十一○⁷甲¹乙²丙

問十二○⁵甲²乙²丙

遷分數之元生至分子

問十三○²天²地

問十四○³甲²天³地

問十五○³甲³天⁴地

問十六○^丙天²地

問十七○¹甲¹乙¹丙²天²地

問十八○⁵天²地²人

問十九○³甲²天³地³人

問二十○²乙¹丙¹丁

三七

夫因已定指數之例、可通用於各等指數、故得分指數與負指數之解、是則甲^寅×卯^卯甲^寅 = 寅^十卯^卯甲、無問寅與卯為整為分、為正為負、此式恆真、

寅^十卯^卯甲 = 寅^十卯^卯甲、

甲³ × 甲⁶ = 甲⁹、甲³ × 甲³ = 甲⁶、

$\overset{-32}{\text{甲}} \times \overset{-43}{\text{甲}} = \overset{-32}{\text{甲}} \overset{-43}{\text{甲}} = \overset{-1}{\text{甲}}$ 餘仿此、

習問

求下諸問之合、

問一 $\overset{0}{2} \overset{5}{\text{甲}} \times \overset{3}{2} \overset{32}{\text{甲}}$ 、

問二 $\overset{0}{5} \overset{-1}{\text{天}} \times \overset{3}{2} \overset{32}{\text{天}}$ 、

問三 $\overset{0}{3} \overset{3}{\text{甲}} \times \overset{2}{2} \overset{21}{\text{甲}}$ 、

問四 $\overset{0}{4} \overset{-2}{\text{乙}} \times \overset{2}{2} \overset{1}{\text{乙}}$ 、

問五 $\overset{0}{5} \overset{4}{\text{丙}} \times \overset{2}{2} \overset{32}{\text{丙}}$ 、

問六 $\overset{0}{7} \overset{5}{\text{甲}} \times \overset{-4}{\text{甲}}$ 、

問七 $\overset{0}{3} \overset{3}{\text{乙}} \times \overset{1}{\text{甲}} \overset{-43}{\text{乙}}$ 、

問八 $\overset{0}{2} \overset{1}{\text{甲}} \times \overset{-32}{\text{甲}} \overset{2}{\text{乙}}$ 、

問九 $\overset{0}{3} \overset{3}{\text{天}} \times \overset{1}{\text{甲}} \overset{-32}{\text{天}}$ 、

問十 $\overset{0}{4} \overset{1}{\text{甲}} \overset{32}{\text{天}} \times \overset{32}{\text{甲}} \overset{1}{\text{天}}$ 、

問十一 $\overset{0}{2} \overset{2}{\text{丙}} \times \overset{4}{4} \overset{-53}{\text{丙}} \overset{3}{\text{天}}$ 、

問十二 $\overset{0}{5} \overset{1}{\text{甲}} \overset{1}{\text{丁}} \times \overset{2}{2} \overset{-1}{\text{丁}}$ 、

問十三 $\overset{0}{2} \overset{-32}{\text{甲}} \times \overset{3}{3} \overset{2}{\text{乙}} \overset{-1}{\text{甲}}$ 、

問十四 $\overset{0}{43} \overset{2}{\text{乙}} \times \overset{2}{2} \overset{1}{\text{甲}} \overset{-2}{\text{乙}}$ 、

問十五 $\overset{0}{3} \overset{-32}{\text{丙}} \times \overset{5}{5} \overset{1}{\text{甲}} \overset{2}{\text{乙}} \overset{-1}{\text{丙}}$ 、 問十六 $\overset{0}{1} \overset{2}{\text{甲}} \overset{1}{\text{乙}} \times \overset{3}{3} \overset{1}{\text{丙}} \overset{-2}{\text{乙}}$ 、

問十七 $\overset{0}{32} \overset{41}{\text{甲}} \overset{-21}{\text{丙}} \times \overset{31}{31} \overset{-43}{\text{甲}} \overset{2}{2} \overset{-43}{\text{乙}} \overset{2}{2} \overset{-1}{\text{丙}}$ 、

問十八 $\overset{85}{32} \overset{32}{\text{天}} \overset{32}{\text{地}} \times \overset{-81}{81} \overset{3}{3} \overset{1}{\text{天地}} \overset{5}{5} \overset{3}{3} \overset{1}{\text{人}}$ 、

問十九〇(天⁻³¹地⁺³²) × (天⁺³¹地⁻³²)

天⁻³¹地⁺³² + 天⁺³¹地⁻³²

天⁺³¹地⁺³¹

天⁻³²地⁺³¹ + 天⁺³¹地⁻³²

天⁺³²地⁻³¹ + 天⁻³¹地⁺³²

天 + 地

問二十〇(甲⁻²乙⁻²) × (甲⁺²乙⁺²)

甲⁻²乙⁻² + 甲⁺²乙⁺²

甲⁻²乙⁺² + 甲⁺²乙⁻²

甲⁻⁴乙⁻² + 甲⁺²乙⁺²

+ 2 甲⁻²乙⁻² - 4 + 2 甲⁺²乙⁺²

+ 甲⁰乙⁰ - 2 甲⁻²乙⁺² + 2 甲⁺²乙⁻²

甲⁻⁴乙⁻⁴ + 2 甲⁰乙⁰ - 4 + 2 甲⁺⁴乙⁺⁴

$$= \text{甲}^{-4} \text{乙} + 2 - 4 + \text{甲}^{-4} \text{乙}$$

$$= \text{甲}^{-4} \text{乙} - 2 + \text{甲}^{-4} \text{乙}$$

問二十一 \circ $(\text{甲}^{21} + \text{乙}^{21}) \times (\text{甲}^{21} + \text{乙}^{21})$

問二十二 \circ $(\text{天}^{31} + \text{地}^{31}) \times (\text{天}^{32} + \text{地}^{32})$

問二十三 \circ $(\text{天}^{61} + \text{地}^{61} + \text{天}^{31} + \text{地}^{31}) \times (\text{天}^{31} + \text{地}^{31})$

問二十四 \circ $(2 \text{天}^{31} + \text{天}^{32} + \text{天}^{33}) \times (\text{天}^{32} + \text{天}^{33} + 2)$

問二十五 \circ $(\text{天}^{41} + \text{天}^{21} + \text{地}^{41} + \text{地}^{21}) \times (\text{天}^{41} + \text{地}^{41})$

問二十六 \circ $(\text{甲}^{32} + \text{甲}^{31} + \text{乙}^{31} + \text{乙}^{32}) \times (\text{甲}^{31} - \text{乙}^{31})$

問二十七 \circ $(\text{天}^{21} + \text{天}^{11}) \times (\text{天}^{-11} - \text{天}^{-11})$

問二十八 \circ $(\text{天}^{21} - 3 + \text{地}^{31} + \text{天}^{31}) \times (\text{天}^{31} - \text{地}^{31} + 3 + \text{天}^{31})$

問二十九 \circ $(\text{天}^{21} - \text{地}^{21} + \text{天}^{21} + \text{地}^{21}) \times (\text{天}^{21} - \text{地}^{21})$

問三十 \circ $(\text{天}^{-3} - \text{地}^{-3} + \text{天}^{-23} - \text{地}^{-23}) \times (\text{天}^{23} + \text{地}^{23})$

除法內指數之例，可以通用，故甲^實 ÷ 甲^明 = 實^明 甲一式，無問實與卯之

爲分爲整、爲正爲負俱合、

寅 甲 ÷ 卯 甲 = 寅一卯 甲、

甲 ÷ 一³ 甲 = 三 + 六 甲 = 甲、

一^{3,2} 甲 ÷ 一^{4,3} 甲 = 一^{3,2 + 4,3} 甲 = 一^{1,2} 甲、 餘仿此、

習問

求下諸問之商、

問一〇 甲 ÷ 甲、

問三〇 甲 ÷ 甲、

問五〇 甲 ÷ 甲、

問七〇 天 ÷ 天、

問九〇 乙 ÷ 乙、

問十一〇 甲 天 ÷ 甲 天、

問十三〇 (甲 - 乙) ÷ (甲 - 乙)、

問二〇 甲 ÷ 甲、

問四〇 甲 ÷ 甲、

問六〇 丙 ÷ 丙、

問八〇 人 ÷ 人、

問十〇 乙 丙 ÷ 乙 丙、

問十二〇 天 地 ÷ 天 地、

— 6 — 1 2 — 31 天₂₁地 + 1 8 — 32 天地

問十五〇(天 + 2₂₁ 天₂₁地 + 地) ÷ (天 + 2₂₁ 地)

問十六〇(天 - 地) ÷ (天₃₁ - 地)

問十七〇(甲 + 2₃₄ 甲₃₂乙 + 乙) ÷ (甲 + 3₂ 乙)

問十八〇(甲 + 3₃₂ 甲₃₁天 + 3₃₁ 甲₃₂天 + 天) ÷ (甲 + 3₃₁ 天)

問十九〇(天 - 地) ÷ (天 + 3₃₁ 天₃₁地 + 3₃₂ 地)

問二十〇(天 + 2₃ 天₂地 + 天₂地 + 3₂ 地) ÷ (天 + 1₁ 地)

問二十一〇(天₆ - 3₄ 天₂地 + 3₂ 天₄地 - 6₆ 地) ÷ (天₂ - 2₂ 地)

問二十二〇(甲₂乙 + 1₁ 甲₂乙 + 甲₁乙 - 2₂ 甲₂乙) ÷ (甲 + 2₂ 乙)

問二十三〇(丙 + 丙 + 3₃₁ 丙 + 1) ÷ (3₃₂ 丙 + 2₃₁ 丙 + 1)

乘方法所有指數之定例，可以通用，故(甲_{寅卯}) = 寅卯 甲一式，無問寅與卯

爲正或負，爲整或分俱合。

按此例，則(甲_{一卯}) = 一寅卯 甲，証之如左。

一〇証 $\begin{matrix} \text{一卯} \\ \text{寅} \end{matrix} \text{甲} = \text{一寅卯甲}$

$\begin{matrix} \text{一卯} \\ \text{寅} \end{matrix} \text{甲} = \begin{matrix} \text{一卯} \\ \text{寅} \end{matrix} \text{甲} = \begin{matrix} \text{一寅卯甲} \\ \text{寅卯甲} \end{matrix} = \text{一寅卯甲}$

二〇証 $\begin{matrix} \text{一巳} \\ \text{午} \end{matrix} \text{甲} = \begin{matrix} \text{一巳} \\ \text{午} \end{matrix} \text{甲} = \begin{matrix} \text{一寅卯甲} \\ \text{寅卯甲} \end{matrix} = \text{一寅卯甲}$

$\begin{matrix} \text{一巳} \\ \text{午} \end{matrix} \text{甲} = \begin{matrix} \text{一巳} \\ \text{午} \end{matrix} \text{甲} = \begin{matrix} \text{一寅卯甲} \\ \text{寅卯甲} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{一寅卯甲} \\ \text{寅卯甲} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{一寅卯甲} \\ \text{寅卯甲} \end{matrix} = \text{一寅卯甲}$

餘可仿此證之。○求下諸式之同數

問一 $\begin{matrix} 4 \\ 21 \end{matrix} \text{甲}$ 問二 $\begin{matrix} 32 \\ 21 \end{matrix} \text{甲}$ 問三 $\begin{matrix} 3 \\ 31 \end{matrix} \text{丙}$

問四 $\begin{matrix} 23 \\ 32 \end{matrix} \text{乙}$ 問五 $\begin{matrix} 21 \\ 52 \end{matrix} \text{丁}$ 問六 $\begin{matrix} 43 \\ 32 \end{matrix} \text{天}$

問七 $\begin{matrix} 52 \\ 53 \end{matrix} \text{天}$ 問八 $\begin{matrix} 4 \\ 21 \end{matrix} \text{人}$ 問九 $\begin{matrix} 6 \\ 32 \end{matrix} \text{丙}$

問十 $\begin{matrix} 23 \\ 9 \\ 32 \end{matrix} \text{丙}$ 問十一 $\begin{matrix} 32 \\ 8 \\ 3 \end{matrix} \text{甲}$ 問十二 $\begin{matrix} 23 \\ 3 \\ 6 \\ 4 \end{matrix} \text{天}$

問十三 $\begin{matrix} 21 \\ 52 \end{matrix} \text{人}$ 問十四 $\begin{matrix} 32 \\ 43 \\ 21 \end{matrix} \text{天地}$ 問十五 $\begin{matrix} 27 \\ 1 \\ 6 \\ 2 \end{matrix} \text{天}$

問十六 $\begin{matrix} 23 \\ 9 \\ 3 \\ 25 \\ 3 \end{matrix} \text{天}^4 \text{地}$

雜問

展下諸式、

問一〇²(³¹甲 + ³¹乙)、

問二〇²(³²天 - ³²地)、

問三〇²(⁶⁵丙 + ⁶⁵天)、

問四〇(³²天 + ³²地)(³²天 - ³²地)、

問五〇²(²¹天 + ²¹地)(天 - 地)、

問六〇²(⁴³天 + ⁴³人)(²³天 - ²³人)、

求下諸合、

問七〇(³²甲 + ³¹甲³¹乙 + ³²乙) × (³¹甲 - ³¹乙)、

問八〇(⁴³丙 - 2⁴¹丙 + 4) × (⁴¹丙 - 1)、

問九〇(4⁵³甲 + 2⁵²甲⁵¹乙 + 3⁵¹甲⁵²乙 + 9) × (2⁵²甲 - 乙)、

問十〇(²天 - ¹天¹地 + ²地) × (¹天 + ¹地)、

求下諸商、

問十一〇(2¹丙 + ³²丙 + ³¹丙 + 1) ÷ (3³¹丙 + 1)、

問十二〇(甲²乙 + 2 + ²甲乙) ÷ (甲¹乙 + ¹甲乙)、

問十三〇(⁵天 - ⁵地) ÷ (¹天 - ¹地)、

問十四○⁽³⁴⁾甲 + 甲 + ³¹甲 + 1) ÷ (³²甲 + 2 ³¹甲 + 1)

開下諸式之方根、

問十五○ 9 丙 - 4 ⁻²¹丙 + 1 0 - 1 2 ²¹丙 + ⁻¹丙、

問十六○ 4 甲 + 1 2 ²¹甲 ³¹乙 + 4 ²¹甲 丙 + 9 ³²乙 + 6 ³¹乙 丙 + ²丙、

問十七○ ³²天 + 4 ³¹天 - 1 0 ⁻³¹天 + 4 ³⁴天 - 2 0 ³²天 + 2 5、

問十八○ 天 + 2 ⁴³天 + 3 ²¹天 + 2 ⁴¹天 + 1、

問十九○ 4 ²¹天 - 2 0 ⁸³天 ⁸¹地 + 3 7 ⁴¹天 ⁴¹地 - 3 0 ⁸¹天 ⁸³地 + 9 ²¹地、

開下諸式之立方根、

問二十○ 天 + 1 2 ³²天 + 4 8 ³¹天 + 6 4、

問二十一○ 天 - 3 ³⁵天 + 5 天 - 3 ³¹天 - 1、

問二十二○ ⁸¹天 ³天 - ³¹²天 ²¹地 + 6 天地 - 8 ²³地、

問二十三○ 8 甲 + 1 2 甲 - 3 0 甲 - 3 5 + 4 5 ⁻¹甲 + 2 7 ⁻²甲

- 2 7 ⁻³甲、