

44
3/12/13
國立中央大學

土木工程研究所專刊

泥沙分類命名之商榷

沙 玉 清

原 載

中國水利工程學會水利月刊

第十五卷 第一期

專 刊 第一號

水利組 第一號

中華民國三十六年十月

泥沙分類命名之商榷

沙玉清

- (一) 引言
- (二) 水土之通性
 - (甲) 泥沙之性質
 - (乙) 泥與水之相對性質
- (三) 浮沉定律
- (四) 沉速分類命名法
- (五) 沙氏數
 - (一) 水力相似性
 - (二) 沙氏數
 - (三) 沙氏數與阻力係數
 - (四) 沙氏數與相當粒徑
- (六) 標準沙氏數
- (七) 模型試驗定律
- (八) 泥沙分類命名
 - 第一類 石礫類
 - 第二類 素土類
 - 第三類 膠土類
 - 第四類 膠質
- (九) 沙氏數配度
 - (一) 粒配度
 - (二) 沙氏數配度
- (十) 複式命名
 - (一) 斜度係數
 - (二) 複式命名
- (十一) 結論

泥沙分類命名之商榷

沙 玉 清⁽¹⁾

(一) 引 言

泥沙之分類，頗隨各專家之觀點，以及需要之不同而異；例如地質學家着重沙土之成份，沖積之過程；農學家常注意土壤之肥力，與蓄水之性能；土工學家則以沙土之透水率及剪力強度，作為分類標準(計1)。我國河工，向分泥沙為素土，膠土，黃土三類(計2)；實為水工學者，分類命名之肇始。惟此種方法，實用固稱便利，但已難滿足近代水工學術之要求。歐美學者，近年研究泥沙問題，貢獻殊多，惟對於泥沙分類命名之基本工作，尚沿舊習，缺乏統一合理之標準，可資借鏡。本文就管見所及，擬定較為合理之分類命名方法，謹與當世賢達，共商榷之。

本文承唐念慈君襄助整理，附此誌感。

(二) 水土之通性

水工學術中之泥沙問題，以研究泥沙在流水中之挾運，沖刷，淤積等現象為主。此種性能，可簡稱為「泥沙之沖積」。影響泥沙沖積之因素，頗為複雜；普通可就水力的，沙性的，水性的三方面言之。

- 一、水力的 包括比降，流速，水深，流量，渦率，副流，流速分佈，斷面形，糙率等。
- 二、沙性的 包括沙粒之粗細，形狀，比重，方位等。
- 三、水性的 包括比重，動滯性率等。

關於水力的因素，屬河渠水力学範圍，暫不論列。茲將泥沙本身之性質，以及水與沙之相對性質，分述如下：

(甲) 泥沙之性質

一、沙粒之粗細

河流挾運之泥沙，概由粗細不同之顆粒，組合而成。顆粒之直徑，曰「粒徑」，單位常以公厘(mm.)計之。

自然界泥沙之粒徑，變率至大，巨者可達數公尺之頑石，細者可至0.002mm.之泥土，其間相差，約百餘萬倍。沙粒粗細，影響土壤之性質，最為顯著。各國土壤學者，概以之作爲土壤分類命名之標準。

1913年10月13日，國際土壤物理協會，採取 Atterberg 氏之建議，規定如第一表(計3)：

流水挾運泥沙，對於粒徑之較粗者，需較大能力。久引起水工學者之注意，列爲影響流水挾沙量重要因素之一。例如 G.K. Gilbert(計4)，A. Schoklitch(計5)，Meyer-Peter(計6)名家之挾沙量

(1) 國立中央大學教授兼土木工程系主任，前中央水利實驗處國立西北農學院合股武功水工試驗室主任。

公式中，均以粒徑為函數。

自然界泥沙，概非純粹之球形，且以呈扁圓，稜角，或片狀者居多；所謂粒徑，究何所指，向為研究泥沙者，最感棘手之問題。普通由篩析法測定之粒徑，常為顆粒之最長直徑；用沉澱法分析者，則又為相當於該顆沙粒，同一重量，同一沉速，球狀之直徑。又稱「相當粒徑」。此種相當粒徑，輒較自顯微鏡觀測之自然粒徑為小。普通片狀顆粒之真粒徑，約大於相當粒徑 $3\frac{1}{2}$ 至4倍(註7)。可見普通所指粒徑，除純粹球形者外，即非一具體之物理數量，隨顆粒之形狀而變，常可影響挾沙量公式之可靠性，不可不注意也。

二、沙粒之形狀

沙粒之形狀，有橢圓，有扁平，有稜角，變化複雜，極不規則，輒視其母岩性質，風化之過程而異。如雲母呈片狀，石英粗者近球形，細者多稜角，長石為橢圓或板片狀；又如花崗石者呈卵形，頁岩則為扁圓形等，其著例也。

片狀沙粒，較球狀者易於冲刷，而難於淤積。易言之，即片狀之沙粒，在流水中運動之阻力，較球狀者為大；是以在同一水流狀況內，流水之挾沙量，對於片狀沙粒，當較同等重量之球狀者為大。但在極細之沙粒，片狀者之阻力，反較球狀者為小。此為從事水工試驗者，習知之事實。惟普通挾沙量公式中，未能將此種因素，列入函數之內。

沙粒之形狀，以其變化複雜，且非一純粹幾何型；吾人欲定一具體之係數表示之，如取最長直徑與最短直徑之比值等，對於定量定性，殊乏實際意義，欲進而作分類命名標準，更屬困難，惟此種因素，事實上未容忽視。

三、沙之么重(Spezifische Gewicht)

沙之么重 δ 視泥沙之母岩而異；普通泥沙么重，概如第二表(註8)：

可見普通岩質泥沙之么重，平均約在2.6~2.7之間。變率較其他因素為微，且可精密測定之。

設泥沙顆粒之容積相等，凡么重大者，常易於淤積，而難於冲刷，固屬重要，惟以其近似一常數，普通可包括於公式常數之內，在實用挾沙量公式中，雖未將么重列入，尚不致引起顯著差誤。

四、沙粒之方位

泥沙在流水中運動，或淤積於河床，其顆粒之位置，對水流方向，常構成一定之方位，例如溪澗中石子，輒呈鱗狀疊積；此種有規則之現象，凡粒徑在一公分以上者，尤為顯著。(註12)

泥沙受水流冲刷，向前運動之方位，與淤積時之固定方位，常不一致；視顆粒之形狀而異。例如柱形顆粒，在運動時，其長軸與水流方向輒相垂直，滾轉而進，惟在靜止時，則長軸多與流向平行。又如片形顆粒，在水流滯緩之時，可在水底間隙滑動；流速稍增，則翻轉跳躍而前進，如車輪然。苟水流更疾，則片形得由水底激起，飄蕩而進。可見泥沙顆粒，在流水中運動之方位，不特視形狀而異，且與運動之速率，亦有密切關係。

第一表 國際土壤分類命名表

名稱	粒徑(mm.)	原名
石與粗礫	>20	Stein und Geröll
細礫	20—2	Kies
粗沙	2—0.2	Grob Sand
細沙	0.2—0.02	Fein Sand
泥	0.02—0.002	Schluff
膠	<0.002	Kolloid Teilchen

第二表 岩石沙土之么重

種 類	么重 ($\frac{Gr.}{cm^3}$)	種 類	么重 ($\frac{Gr.}{cm^3}$)
長石	2.5 ~ 2.8	石英沙	2.653 ~ 2.639
正長石	2.5 ~ 2.6	灰石沙	2.722 ~ 2.756
曹達長石	2.63 ~ 2.69	白堊土	2.813 ~ 2.720
灰曹長石	2.64 ~ 2.8	高嶺土	2.47 ~ 2.503
輝石	3.2 ~ 3.5	埴土	2.44 ~ 2.53
角閃石	2.9 ~ 3.4	腐植土	1.37
雲母	2.8 ~ 3.2	泥炭	1.26 ~ 1.462
石英	2.5 ~ 2.8	褐鐵礦	3.4 ~ 4.0
方解石	2.6 ~ 2.8	赤鐵礦	5.1 ~ 5.2
白雲石	2.8 ~ 3.0	永定河沙(註9)	2.76 ~ 2.66
綠泥石	2.7 ~ 3.0	渭河沙(註10)	2.52 ~ 2.58
滑石	2.6 ~ 2.7	黃土(註11)	2.47 ~ 2.75
石	2.2 ~ 2.4		

(乙) 泥與水之相對性質

上述各點，概就泥沙本身之性質言；惟吾人探討沖積問題，應着重泥沙在流水中之相對性質，以及水因含有泥沙後，本身性質之改變。茲將泥與水之相對性質，分述如下：

一、渾水之么重

清水之么重 γ_0 ($Gr./cm^3$)，視溫度而異，如下表：

溫度 °C.	0	4	10	15	20	30	50	100
么重 γ_0	0.9999	1.0000	0.9997	0.9991	0.9982	0.9951	0.9881	0.9584

可見清水么重隨溫度之變異極微，普通可假定為一常數，即等於 $1.000(Gr./cm^3)$ 。

水含泥沙，則稱「渾水」，渾水之么重 γ ，隨溫度及水內所含「渾質」之多寡而定，如下式：

$$\gamma = \frac{\left(V - \frac{G}{\delta} \right) \gamma_0 + G}{V} = \gamma_0 - \left(\frac{\gamma_0}{\delta} - 1 \right) \frac{G}{V} \dots \dots \dots (1)$$

式中：V = 渾水之容積，(cm³)

G = 渾水內所含渾質之重量，(Gr.)

γ_0 = 清水之么重，(Gr./cm³)，= $1.000(Gr./cm^3)$

δ = 渾質之真么重，(Gr/cm³)

按含泥量 C = 單位容積內渾質之重量與渾水重量之比值，即 $C = \frac{G}{\gamma V}$ ，代入上式，則得渾水么重公式如下：

$$\gamma = \frac{\gamma_0}{1 - \left(\frac{\gamma_0}{\delta} - 1 \right) C} \dots \dots \dots (2)$$

二、渾水之動滯性率

渾水之動滯性率 ν 。(Coef. of kinematic viscosity) 隨水溫 $t^{\circ}\text{C}$ 而變，據 Poiseuille 氏 (H13) 測定，如下式：

$$\nu_0 = \frac{0.0178}{1+0.0337t+0.00022t^2} \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right) \dots\dots\dots (3)$$

渾水之動滯性率 ν ，視溫度及含泥量而定。李翰如君曾將武功黃土，配合於清水內，實測其動

第四表

含泥量 % C	渾水比重 γ (Er/cm ³)	動滯性率 ν ($\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$)				
		t=0°C.	t=10°C.	t=20°C.	t=30°C.	t=40°C.
0	1.000	0.0178	0.0131	0.0101	0.0081	0.0066
2	1.012	0.0185	0.0136	0.0105	0.0084	0.0069
4	1.027	191	141	108	087	071
6	1.040	197	145	112	090	073
8	1.052	203	149	115	092	075
10	1.067	209	154	119	095	078
12	1.080	0.0216	0.0159	0.0122	0.0098	0.0080
14	1.096	223	164	127	102	083
16	1.110	231	170	121	105	086
18	1.127	240	177	136	109	089
20	1.141	250	184	142	113	093
22	1.160	0.0260	0.0192	0.0148	0.0118	0.0097
24	1.175	272	200	154	124	101
26	1.192	286	210	162	130	106
28	1.210	302	222	171	137	112
30	1.230	319	235	181	145	118
32	1.249	0.0341	0.0251	0.0194	0.0155	0.0126
34	1.268	366	270	208	167	136
36	1.289	400	294	227	182	148
38	1.310	439	323	249	199	162
40	1.330	487	358	276	221	180
42	1.353	0.0551	0.0405	0.0313	0.0250	0.0204
44	1.376	640	471	363	292	238
46	1.400	785	557	445	356	291
48	1.428	1010	745	574	460	375
50	1.450	0.1482	0.1090	0.0842	0.0675	0.0550

滯性率(註14)，茲分析其結果，得公式如下：

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 - K \left(\frac{C}{1-C} \right)^n} \quad \left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right) \dots\dots\dots (4)$$

式中 ν = 渾水之動滯性率 $\left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right)$

ν_0 = 溫度相等時清水之動滯性率 $\left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}} \right)$ ，可由第(3)式計算之。

C = 含泥量

K = 常數。略視土粒粗細而異，普通黃土 K = 0.88

n = 0.81

第四表示渾水之么重與動滯性率(按渾質之真么重 $\delta = 2.65$ 計算)。第一圖為渾水動滯性率之檢規圖。

綜上各點，吾人對於泥沙分類命名之標準，應考慮之因素，至少須能包括下列五點，始為合理。

1. 沙粒之粗細，
2. 沙粒之形狀，
3. 沙粒之么重，
4. 渾水之么重，
5. 渾水之動滯性率。

(三) 浮沉定律

物體在靜止之液體中，上浮或下沉時，物體本身之作用力，即為該物體在液體內之有效重量W：

$$W = V(\rho_0 - \rho)g = V(\delta - \gamma) \dots\dots\dots (5)$$

式中 W = 有效重量(Gr.)

V = 物體之容積(cm³)

ρ_0 = 物體之密度 $\left(\frac{\text{Gr. sec}^2}{\text{cm}^4} \right)$

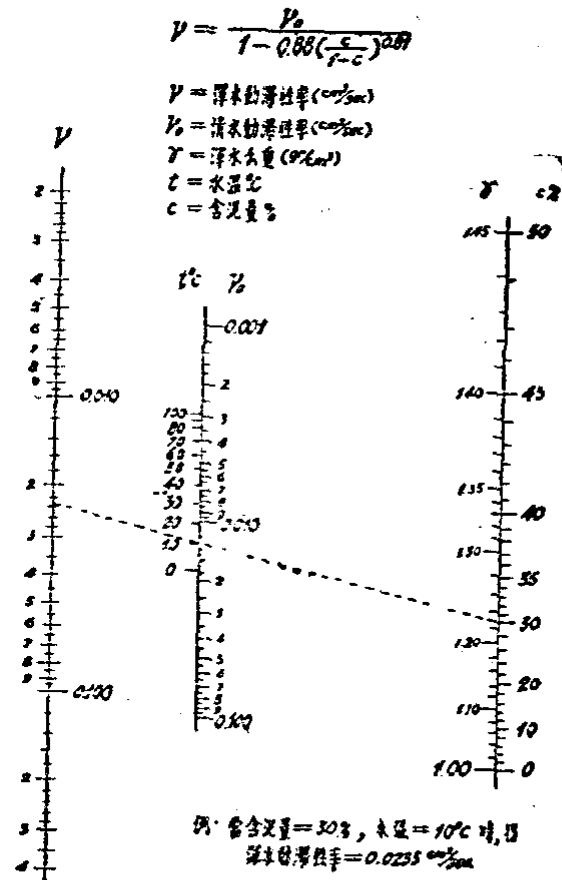
ρ = 液體之密度 $\left(\frac{\text{Gr. sec}^2}{\text{cm}^4} \right)$

δ = 物體之么重 $\left(\frac{\text{Gr.}}{\text{cm}^3} \right)$

γ = 液體之么重 $\left(\frac{\text{Gr.}}{\text{cm}^3} \right)$

g = 重力加速率 $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2} \right)$

設物體係一球體，直徑為 d(cm)，則



第一圖

$$W = V(\delta - \gamma) = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3(\delta - \gamma) \dots\dots\dots(6)$$

設物體之運動，達最終速率時，則成等速運動，該時物體之有效重量，應恰與液體對該物體所生之阻力 R 相等，而呈平衡狀態。

$$W = R \dots\dots\dots(7)$$

按牛頓定律(註15)，液體對物體運動之阻力，如下式：

$$R = \psi \gamma F \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(8)$$

式中 R = 阻力(Gr.)

ψ = 阻力係數

F = 物體垂直於運動方向之面積(cm²)

v = 物體之速率，(浮沉速率)， $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$

設物體為一球體，其直徑為 d (cm)，則

$$R = \psi \gamma \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \frac{v^2}{2g} \dots\dots\dots(9)$$

在等速運動時，W=R，將第(6)式與第(9)式，入第(7)式，則得阻力係數 ψ ，

$$\psi = \frac{4}{3} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right) g \frac{d}{v^2} \dots\dots\dots(10)$$

阻力係數 ψ ，視物體之形狀，位置而定，且為雷氏數 R (Reynolds number) 之函數。雷氏數為一無因次之「純數」(Pure number)，如下式：

$$R = \frac{vd}{\nu} \dots\dots\dots(11)$$

式中： R = 雷氏數

v = 物體之速率 $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$

d = 物體之粒徑(cm.)

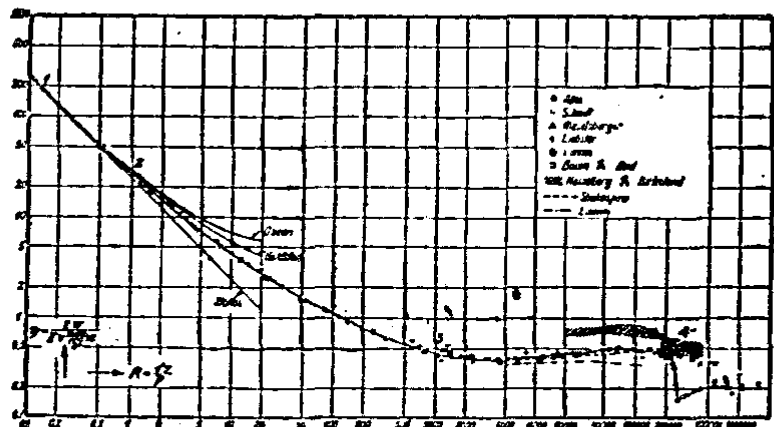
ν = 液體之動滯性率 $\left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}\right)$

第二圖示球體阻力係數與雷氏數之關係。第三圖示各種型體阻力係數與雷氏數之關係。按阻力係數 ψ 為雷氏數R之函數，普通實用上，在某一定區域內，可簡書如下式：

$$\psi = f(R) = AR^n \dots\dots(12)$$

式中： A = 常數

n = 雷氏數之指數

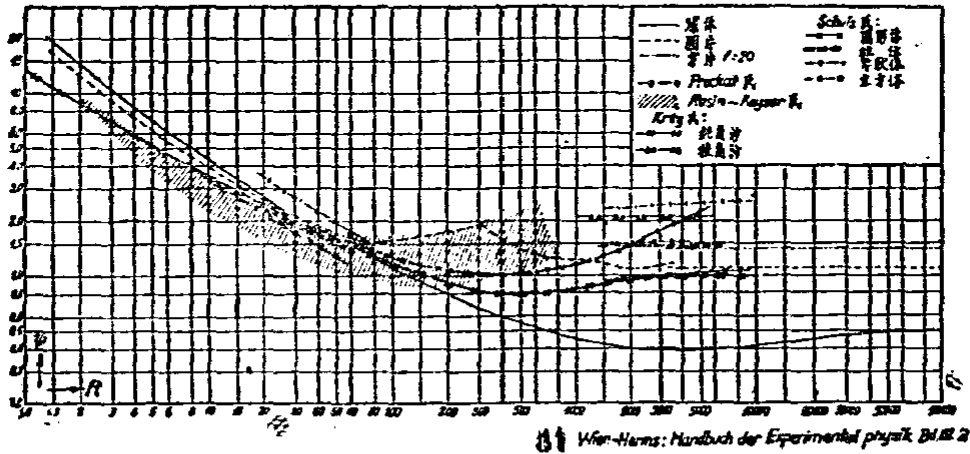


第 二 圖

將第(10)式及第(11)式代入第(12)式，則得物體運動速率與粒徑之公式。

$$v = \left(\frac{4g}{3A}\right)^{\frac{1}{2+n}} \gamma^{\frac{n}{2+n}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{1}{2+n}} d^{\frac{1-n}{2+n}} \dots\dots\dots(13)$$

$$d = \left(\frac{3A}{4g}\right)^{\frac{1}{1-n}} \gamma^{\frac{-n}{1-n}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{-1}{1-n}} v^{\frac{2+n}{1-n}} \dots\dots\dots(14)$$



第三圖

阻力係數ψ與雷氏數R之關係，視物體運動時，所引起四周液體流性之不同，概可分為(1)滯流區(Laminar或Deformation Drag)，(2)介流區(Transition或Surface Drag)與(3)湍流區(Turbulent或Form Drag)等三段。

第一段 滯流區 (第二圖 1-2)

$$R < 0.1 \sim 0.4 \quad n = -1, \quad A = 24$$

$$\psi = \frac{24}{R} \dots\dots\dots(15)$$

此式首為G.G.Stokes氏所發表(註16)，故稱「司篤克定律」，轉近用沉澱法，分析土壤之粒徑(粒徑<0.05~0.08者)，即由本式轉算而得之。司篤克定律 $\psi = \frac{24}{R}$ ，可化為

$$v = \left(\frac{4g}{3 \times 24}\right) \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right) d^2 \dots\dots\dots(16)$$

或
$$v = \frac{2}{9} \frac{\delta - \gamma}{\mu} \left(\frac{d}{2}\right)^2 \dots\dots\dots(17)$$

式中 $\mu = \text{滯性率} = \gamma \theta = \frac{\gamma}{g} \left(\frac{\text{Kr. sec}}{\text{cm}^2}\right)$

第二段 介流區 (第二圖 2-3)

R ≈ 0.08 ~ 1000, n ≈ - 1/2, A ≈ 20

ψ ≈ 20 / R^(1/2)(18)

v ≈ (43/60)^(1/2) * 1 / γ^(1/2) * (δ/γ - 1)^(1/2) * d(19)

第三段 激流區 (第二圖 3-4)

R > 1000, n ≈ 0, A ≈ 0.4 ~ 0.5 (球體)

ψ ≈ 0.4 ~ 0.5 (常數)(20)

v ≈ (43/1.5)^(1/2) * (δ/γ - 1)^(1/2) * d^(1/2)(21)

本段阻力係數ψ，與雷氏數R已無顯著之關係，近成一常數，牛頓之阻力定律完全適用。

(四) 沉速命名分類法

上篇各式，物體在靜止之液體中，上浮或下沉之速率定律；可見物體在液體中運動之速率，視該物體之粗細，形狀，比重；以及液體之比重，動滯性率等，種種因素而定，而成一綜合函數。吾人苟能利用泥沙在靜水中之下沉速率（簡稱沉速），作為泥沙分類命名標準；實較現行僅憑粒徑一項，作分類之標準者，具有更直捷，更基本之意義。

按照沙粒在靜水中之沉速，作泥沙分類命名之標準者；印度之灌溉工程師，採用已久(註17)。例如某種泥沙，在靜水中之沉速，為每秒 0.1 英尺 (0.1 ft./sec)，則該沙之名為 0.1。設某種泥沙，由粗細不同之顆粒組合而成者；經測定知該沙之最大沉速為每秒 0.1 英尺 (0.1 ft./sec)，最小沉速為每秒 0.05 英尺；則該沙之名為 0.1 / 0.05。

1930年 W.W.Rubdy 氏(註18)，曾建議以泥沙在靜水中之沉速，作分類命名之標準，其規定如第五表：

第 五 表

Table with 3 columns: Name (名稱), Velocity (沉速), and Unit (mm./sec). Rows include Very fine Sand, Coarse Silt, Medium Silt, Fine Silt, Very fine Silt, Coarse Clay, Medium Clay, and Fine Clay.

按近代流體力學理論，水流之快運泥沙，由於流水向上之分速，故在同一水流狀況內，凡沉速較小之泥沙，常較沉速之大者，易於冲刷，而難於淤積；是以根據泥沙之沉速，作分類命名之標準，實為研究泥沙冲刷問題之一大進步。惜尚未為水工學術界所注意，而廣為採用。惟此種基本標準，是否能再有改善，使包括更廣泛之基本意義，急待吾人深究之。

視察沉速，作分類命名標準，尚須改進之點，有三：

(1) 沉速之單位為 (mm/sec) 或 (cm/sec)，其因次為 [LT^-1]，故沉速必須附註其單位；而非

一無因次之純數，各國因度量衡制度不同，難期國際間統一採用。

(2) 僅知泥沙之沉速，而不用註其粒徑，及液體之動滯性率，即不能求得雷氏數，以定該種沙數所屬運動定律之範圍。

(3) 不符合雷氏相似性原理，即同一沉速之泥沙，其運動性質，未必相同也。

(五) 沙 氏 數

(一) 水力相似性

物體在液體中運動，輒受液體滯性之影響；故阻力係數 λ ，為雷氏數 R 之函數，已如前述。設定型顆粒，在靜止之液體中運動，其粒徑為 d_1 ，液體之動滯性率為 ν_1 ，速率為 v_1 ；則該顆粒之雷氏數 $R_1 = \frac{d_1 v_1}{\nu_1}$ 。設另有一同型之顆粒，其粒徑為 d_2 ，在另一種液體內運動，其動滯性率為 ν_2 ，

速率為 v_2 ；則該顆粒之雷氏數 $R_2 = \frac{d_2 v_2}{\nu_2}$ ；倘 $R_1 = R_2$ ，則此兩種顆粒之運動定律，始能完全相似，而附合雷氏相似定律。據此，吾人就泥沙之沖積問題言，苟能運以泥沙在靜水中運動之雷氏數，作為分類命名之標準，當較僅以沉速一項，作標準者，具有更基本之意義；且雷氏數為一無因次之純粹數目，不必附註單位，對於水工模型試驗設計，尤屬有利。

根據泥沙在靜水中運動之雷氏數，作分類命名標準，吾人將遇一困難；蓋雷氏數中，必須包括粒徑 d 。但泥沙之粒徑，隨顆粒之形狀而變，除純粹球形者外，即非具體之物理數量，已如前述。故欲利用雷氏數作分類命名標準，雖屬理想，但事實上困難殊多。

(二) 沙 氏 數

按雷氏數 $R = \frac{d \cdot v}{\nu}$ ，將第(14)式 d ，代入雷氏數內，則得：

$$R = \left(\frac{3\Delta}{4}\right)^{\frac{1}{1-n}} \left[\frac{v}{\nu^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{3}{1-n}} \dots\dots\dots (22)$$

上式中 $\left[\frac{v}{\nu^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \right]$ 為另一無因次之純數，可命名曰「沙氏數」(Sha's number)，

其符號為 S ，如下式：

$$S = \frac{v}{\nu^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (23)$$

- 式中： S = 沙氏數(無因次數目)
- v = 物體之速率 $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)$
- ν = 液體之動滯性率 $\left(\frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}\right)$
- g = 重力加速度 $\left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}\right)$

$$\delta = \text{物體之比重} \left(\frac{gr}{cm^3} \right)$$

$$\gamma = \text{液體之比重} \left(\frac{gr}{cm^3} \right)$$

上列沙氏數內所包括之各種因素，概係具體之物理數量，均可用儀器，精密測定之。第四圖示沙氏數線規圖。沙氏S數與雷氏數R之關 如下式：

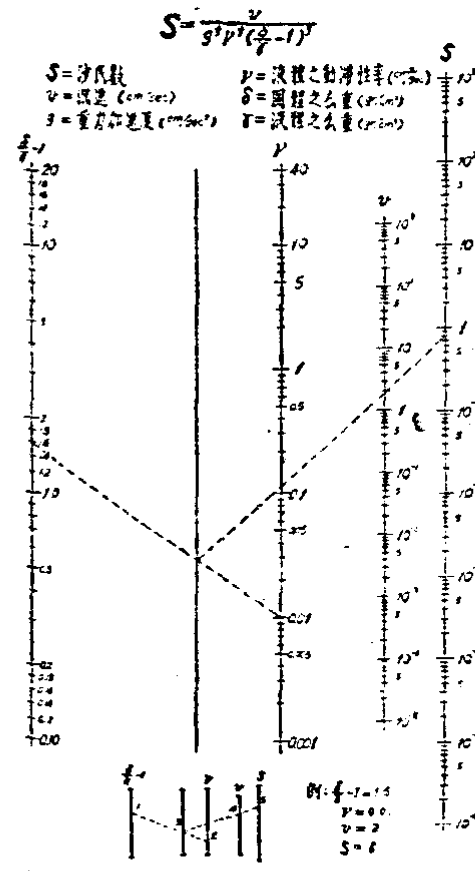
$$R = \left(\frac{3A}{4} \right)^{\frac{1}{1-n}} S^{\frac{3}{1-n}} \dots \dots \dots (24)$$

或
$$S = \left(\frac{4}{3A} \right)^{\frac{1}{3}} R^{\frac{1-n}{3}} \dots \dots \dots (25)$$

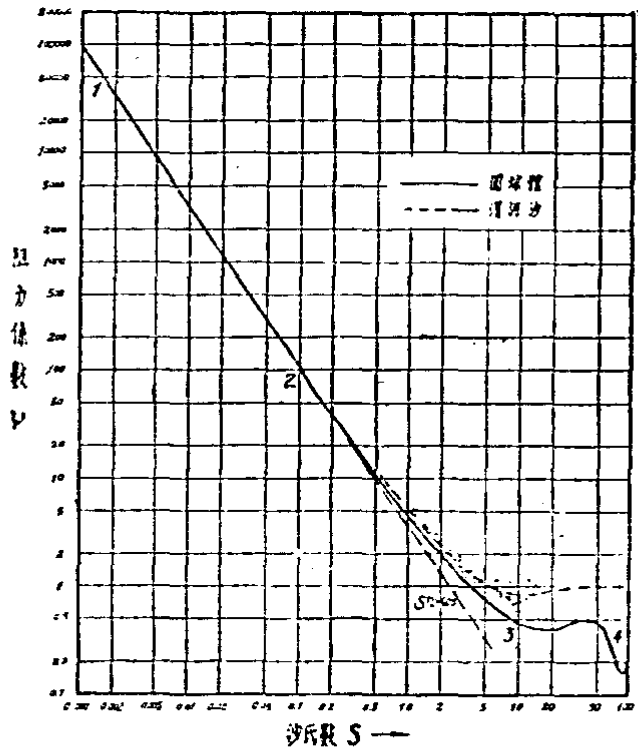
可見沙氏數S為雷氏數R之函數，吾人苟能用以作為泥沙分類命名之標準，較往昔以粒徑或流速作標準者，不特具有更基本之意義，且符合雷氏相似律定律，而無決定雷氏數，必先知粒徑之困難。

(三) 沙氏數與阻力係數

按阻力係數為雷氏數之函數， $\psi = AR^n$ ，將第(24)式代入之，則得沙氏數與阻力係數之關係，



第 四 圖



第 五 圖

$$\psi = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{n}{1-n}} A \frac{1}{1-n} S^{\frac{3n}{1-n}} \dots\dots\dots(26)$$

命

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{n}{1-n}} A \frac{1}{1-n} = B, \quad \frac{3n}{1-n} = m$$

則

$$\psi = BS^m \dots\dots\dots(27)$$

式中 B 爲常數，m 爲沙氏數之指數；在各種不同流區內，其概值如下：

第一段 滯流區 (第五圖 1—2)

$$S < 0.1, B = 5.65, m = -\frac{3}{2}$$

即

$$\psi = \frac{5.65}{S^{\frac{3}{2}}} \dots\dots\dots(28)$$

第二段 介流區 (第五圖 2—3)

$$S = 0.1 \sim 10, B \approx 5.16, m \approx -1$$

即

$$\psi \approx \frac{5.16}{S} \dots\dots\dots(29)$$

第三段 激流區 (第五圖 3—4)

$$S > 10, B \approx 0.4 \sim 0.5, m = 0$$

即

$$\psi \approx 0.4 \sim 0.5 (\text{常數}) \dots\dots\dots(30)$$

第五圖示阻力係數與沙氏數之關係。

(四) 沙氏數與相當粒徑

按第(10)式與第(27)式，阻力係數ψ可著作：

$$\psi = \frac{4}{3} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right) g \frac{d}{v^2} = BS^m$$

將第(23)式代換上式中之v，得相當粒徑 d 與沙氏數 S 之關係，

$$d = \frac{3}{4} B \frac{\gamma^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}} S^{m+2} \dots\dots\dots(31)$$

常數B，指數m，視物體運動，所屬之流區而定。

第一段 滯流區

$$S < 0.1, B = 5.65, m = -\frac{3}{2}$$

$$d = 4.2 \frac{\gamma^{\frac{1}{2}}}{g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}} S^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(32)$$

第二段 介流區

S = 0.1 ~ 10, B = 5.16, m = -1

d = 3.88 * (gamma^1/2 / (g^1/2 * (delta/g - 1)^1/2)) * S

第三段 激流區

S > 10, B = 0.4 * 0.5, m = 0

d = 3.4 * (gamma^1/2 / (g^1/2 * (delta/g - 1)^1/2)) * S^2

(六) 標準沙氏數

按沙氏數內所含之變量，可分沙質的與水質的兩類。對於某定型沙粒（沙質不變），沙氏數則隨水質而異，非一常數，已如前述。是以吾人欲利用此種純數，作分類命名標準，俾得與其他類型之沙粒，互相比較；對於水質一項，應有明確規定。

影響水質之因素：一為水內所含之渾質（如泥土鹽份等）；二為水之溫度。前者可規定為不含渾質之清水（即蒸餾水），殊屬簡易；至於水之溫度，著者曾比較研究球體沙粒（delta = 2.65）之粒徑，在各種不同水溫內，各與其沙氏數之關係；發見水溫在 10° C. 時，沙氏數與國際土壤分類命名標準之粒徑 d (mm) 之關係如下：（參考第一表）

Table with 2 columns: 沙氏數 S, 粒徑 d (mm). Values include 10, 1, 0.01, 0.0001, 0.000001 and corresponding d values.

故吾人規定以 10° C. 為水溫之標準，實用上較為簡便，且與現行國際標準相一致。

某定型沙粒，在無限大靜止之清水中，水溫 10° C，由其自身重量，下沉等速運動之沙氏數，可命名曰「標準沙氏數」。其符號為 S。

測定泥沙之標準沙氏數，以能在上列規定條件下舉行，最為準確。但實際上容有困難，則可改在 10° C 附近之清水內測定，再用公式，轉算得之。

按第(31)式: d = (3/4) * B * (gamma^1/2 / (g^1/2 * (delta/g - 1)^1/2)) * S^(m+2)

設有註脚。上者，示水溫 10° C 時之變量；無註脚者，為任何水溫時之變量。對於同一沙粒，d_0 = d, delta_0 = delta; 在同一地點，則 g_0 = g; 設沙粒種類，在同一流區以內，則 B_0 = B, m_0 = m; 因得 S 與 S_0 之比值 K，如下式：

$$K = \frac{S_0}{S} = \left[\frac{\left(\frac{\delta_c}{\gamma_c} - 1 \right)}{\left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)} \right] \frac{1}{3^{m+2}} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{\frac{2}{3(m+2)}} \dots \dots \dots (35)$$

式中指數m，視沙粒運動所屬之流區而定，如下：

第一段 滯流區

$$S < 0.1, m = -\frac{3}{2}$$

$$K = \frac{S_0}{S} = \left[\frac{\left(\frac{\delta_c}{\gamma_c} - 1 \right)}{\left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)} \right]^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{\frac{4}{3}} \dots \dots \dots (36)$$

第二段 介流區

$$S = 0.1 \sim 10, m = -1$$

$$K = \frac{S_0}{S} \left[\frac{\left(\frac{\delta_c}{\gamma_c} - 1 \right)}{\left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)} \right] \frac{1}{3} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{\frac{2}{3}} \dots \dots \dots (37)$$

第三段 激流區

$$S > 10, m = 0$$

$$K = \frac{S_0}{S} \left[\frac{\left(\frac{\delta_c}{\gamma_c} - 1 \right)}{\left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)} \right] \frac{1}{6} \left(\frac{\nu}{\nu_c} \right)^{\frac{1}{3}} \dots \dots \dots (38)$$

測定泥沙之沙氏數，設所用之水質，為純粹清
水，沙粒之比重為 $2.65 \left(\frac{gr}{cm^3} \right)$ ，在各種不同流

區與溫度之K值，概如第六表：

上列第(36)(37)(38)各式，除滯流區第(39)式，較為準確外，餘均為近式；苟水溫與規定者相差過遠，輒易發生顯著差誤；故在測定標準沙氏數 S_0 ，對於所用水質之溫度，以能使與規定溫度 $10^\circ C$ 相接近為妥。

(例一) 設有某沙粒，經在 $20^\circ C$ 清水內，測定其沉速 $v = 10.0$ (cm/sec)，比重 $\delta = 2.65$ (gr./cm³)，求該沙粒之標準沙氏數。

按 $20^\circ C$ 清水之動黏性率 $\nu = 0.0101$ (cm²/sec) (見第四表)，故得沙氏數 S 如下：

$$S = \frac{\nu}{g^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)^{\frac{1}{3}} \nu^{\frac{1}{3}}} = \frac{10}{980^{\frac{1}{3}} \left(\frac{2.65}{1} - 1 \right)^{\frac{1}{3}} 0.0101^{\frac{1}{3}}} = 3.95$$

第六表 K 值表

溫度 °C.	K 值		
	滯流區 S < 0.1	介流區 S = 0.1-10	激流區 S > 10
0	1.525	1.235	1.109
1	1.452	1.205	1.100
2	1.392	1.180	1.086
3	1.323	1.150	1.072
4	1.268	1.126	1.063
5	1.221	1.105	1.053
6	1.166	1.081	1.039
7	1.061	1.028	1.015
8	1.040	1.021	1.010
9	1.020	1.010	1.005
10	1.000	1.000	1.000
11	0.960	0.986	0.989
12	0.927	0.963	0.981
13	0.893	0.945	0.972
14	0.865	0.930	0.964
15	0.837	0.915	0.957
16	0.806	0.893	0.948
17	0.778	0.882	0.939
18	0.750	0.866	0.931
19	0.729	0.854	0.924
20	0.704	0.839	0.916
21	0.682	0.826	0.909
22	0.650	0.812	0.901
23	0.638	0.729	0.894
24	0.623	0.789	0.888
25	0.602	0.776	0.881
26	0.584	0.764	0.874
27	0.567	0.753	0.868
28	0.549	0.741	0.861
29	0.533	0.730	0.854
30	0.519	0.721	0.849
31	0.503	0.709	0.842
32	0.490	0.700	0.837
33	0.477	0.691	0.831
34	0.464	0.681	0.825
35	0.452	0.672	0.820
36	0.441	0.664	0.815
37	0.429	0.655	0.809
38	0.417	0.646	0.804
39	0.406	0.637	0.798
40	0.396	0.629	0.793

因沙氏數 $S = 3.95$ ，該值大於0.1，小於10，屬介流區，由第六表，查得 $K = 0.839$ ，故標準沙氏數 $S_0 = KS = 0.839 \times 3.95 = 3.31$ 。

(例二) 設上例沙粒， $S_0 = 3.31$ ，在水溫 20°C ，含泥量 $C = 20\%$ 之黃土渾水內，問該沙粒之實際沙氏數應為若干？

上例沙粒之粒徑約 0.65mm ，大於黃土粒徑 ($d = 0.01\text{mm}$) 65倍，可假土黃土渾水為均勻性液體。按溫度 20°C ，含泥量 $C = 20\%$ 之渾水，由第四表查得水質之比重 $\delta = 1.141$ (Gr./cm^3)，動靜性率 $\gamma = 0.0142$ (cm^2/sec)。因 $S_0 = 3.31$ ，屬介流區。將上列各值，代入第(37)式，則得

$$\frac{S_0}{S} = K = \left[\frac{\left(\frac{S_0}{S_c} - 1\right)}{\left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\gamma}{\gamma_c}\right)^{\frac{1}{2}} = \left[\frac{\left(\frac{2.65}{1} - 1\right)}{\left(\frac{2.65}{1.141} - 1\right)} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{0.0142}{0.0131}\right)^{\frac{1}{2}} = 1.13$$

故得 $S = \frac{S_0}{K} = \frac{3.31}{1.13} = 2.93$ 。

由上二例，可見某定型沙粒之沙氏數，非一常數，且隨水溫之降低或含泥量之增加而減小；沙氏數愈小，冲刷愈易；間接足以影響流水挾運泥沙之能力。例如 A.H.Gibson 氏，引美國工程新聞謂：「在含有粒徑 0.3mm 細沙之渾水中，其挾運粒徑 $0.4 \sim 0.5\text{mm}$ 泥沙之重量，可按清水時增加四倍」。(註19)。是以吾人研究河渠之冲積問題，對於泥沙一項，僅測其粒徑，已感不足；應就實際之沙粒與水質（包括溫度含泥量等），定其沙氏數，以示該沙粒與水質之相對品性，方屬合理。

(七) 模型試驗定律

按物體在靜止之液體中運動（上浮或下沉），其阻力係數 ψ 為沙氏數 S 之函數， $\psi = f(m)$ ；此函數在某一定區域內，實用上可簡略近式如下：

$$\psi = BS^m \dots \dots \dots (39)$$

式中常數 B ，指數 m ，視物體之品狀及運動所屬之流區而定，已如前述。設原體之阻力係數為 ψ_1 ，常數為 B_1 ，流區指數為 m_1 ；沙氏數為 S_1 ；又模型之阻力係數為 ψ_2 ，常數為 B_2 ，指數為 m_2 ，沙氏數為 S_2 。據水力相似定理，原體與模型欲完全相似，必須保持下列之條件；即

$$\psi_1 = \psi_2$$

$$B_1 = B_2$$

$$m_1 = m_2$$

故原體與模型完全相似時，二者之沙氏數應相等。即

$$S_1 = S_2$$

按第(23)式， $S = \frac{v}{\gamma^{\frac{1}{2}} \delta^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{1}{2}}}$ ；在原體與模型完全相似時， $S_1 = S_2$ ，即

$$\frac{v_1}{\gamma_1^{\frac{1}{2}} \delta_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_1}{\gamma_1} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{v_2}{\gamma_2^{\frac{1}{2}} \delta_2^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_2}{\gamma_2} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} \dots \dots \dots (40)$$

又按第(31)式： $d = \frac{3B}{4 \delta^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1\right)^{\frac{1}{2}}} S^{m+2}$ ，在原體與模型完全相似時，

$B_1 = P_2, m_1 = m_2, S_1 = S_2$; 則:

$$d_1 \frac{\epsilon_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_1 - 1}{\gamma_1} \right)^{\frac{1}{2}}}{\gamma_1^{\frac{1}{2}}} = d_2 \frac{\epsilon_2^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_2 - 1}{\gamma_2} \right)^{\frac{1}{2}}}{\gamma_2^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (41)$$

設原體與模型長度之比率為 λ , 時間之比率為 τ , 力量之比率為 γ , 則

$$\frac{\text{原體長度}}{\text{模型長度}} = \frac{L_1}{L_2} = \lambda \dots\dots\dots (42)$$

$$\frac{\text{原體時間}}{\text{模型時間}} = \frac{T_1}{T_2} = \tau \dots\dots\dots (43)$$

$$\frac{\text{原體力量}}{\text{模型力量}} = \frac{K_1}{K_2} = \gamma \dots\dots\dots (44)$$

根據第 (40) 式與第 (41) 式, 即可求得基本物理比量率之關係:

$$\lambda = \frac{L_1}{L_2} = \frac{d_1}{d_2} \frac{\epsilon_2^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_2 - 1}{\gamma_2} \right)^{\frac{1}{2}} \gamma_1^{\frac{1}{2}}}{\epsilon_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_1 - 1}{\gamma_1} \right)^{\frac{1}{2}} \gamma_2^{\frac{1}{2}}} \dots\dots\dots (45)$$

$$\tau = \frac{v_2}{v_1} \lambda = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \lambda^2 \dots\dots\dots (46)$$

$$\gamma = \frac{(\delta_1 - \delta_1) d_1^3}{(\delta_2 - \delta_2) d_2^3} \frac{\epsilon_2 \gamma_1^2}{\epsilon_1 \gamma_2^2} \lambda^3 = \frac{(\delta_1 - \delta_1)}{(\delta_2 - \delta_2)} \lambda^3 \dots\dots\dots (47)$$

根據上列基本物理量之比率, 其他物理量之比率, 均可推算如下:

- 體積比率..... λ^3
- 面積比率..... λ^2
- 時間比率..... $\left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} \right) \lambda^2$
- 長度比率..... λ
- 工作比率..... $\frac{\epsilon_2 \delta_1 \gamma_1}{\epsilon_1 \delta_2 \gamma_2} \lambda$ 或 $\frac{(\delta_1 - \delta_1)}{(\delta_2 - \delta_2)} \lambda^4$
- 力量比率..... $\frac{\epsilon_2 \gamma_1}{\epsilon_1 \gamma_2} \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^2 \lambda^3$ 或 $\frac{(\delta_1 - \delta_1)}{(\delta_2 - \delta_2)} \lambda^3$
- 能力比率..... $\frac{\epsilon_2 \gamma_1}{\epsilon_1 \delta_2} \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^2 \lambda^{-1}$ 或 $\frac{(\delta_1 - \delta_1)}{(\delta_2 - \delta_2)} \lambda^2$
- 速率比率..... $\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \lambda^{-1}$
- 單位面積力比率..... $\frac{\epsilon_2 \delta_2}{\epsilon_1 \delta_1} \left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^2 \lambda^{-2}$ 或 $\frac{(\delta_1 - \delta_1)}{(\delta_2 - \delta_2)} \lambda$
- 加速率比率..... $\left(\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \right)^2 \lambda^{-3}$

普通水工模型，概可分縮小與放大兩種，縮小模型之 $\lambda > 1$ ；放大模型之 $\lambda < 1$ 。根據第(45)式，對於模型比重 δ_2 ，液體比重 γ_2 ，液體動滯性率 ν_2 之選擇如下：

縮小模型 $\lambda > 1$ ， $\delta_2 > \delta_1$ ， $\gamma_2 < \gamma_1$ ， $\nu_2 < \nu_1$ 。

放大模型 $\lambda < 1$ ， $\delta_2 < \delta_1$ ， $\gamma_2 > \gamma_1$ ， $\nu_2 > \nu_1$ 。

(例三) 設有石礫一塊，其最大直徑約 100mm，因受儀器限制，不能直接量其沉速，而定標準沙氏數；試作一模型測定之。已知：該石礫之比重 $\delta_1 = 2.65(\text{gr/cm}^3)$ ，水溫 10°C ，水之比重 $\gamma_1 = 1.000(\text{gr/cm}^3)$ ，動滯性率 $\nu_1 = 0.0131(\text{cm}^2/\text{sec})$

按此係縮小模型， $\lambda > 1$ ，應選用 $\delta_2 > \delta_1$ ， $\gamma_2 < \gamma_1$ ， $\nu_2 < \nu_1$ 。

假定模型以鉛質製造，則比重 $\delta_2 = 11.25(\text{gr/cm}^3)$ ，液體用輕油精(Benzin)，溫度 20°C ，則 $\gamma_2 = 0.865(\text{gr/cm}^3)$ ； $\nu_2 = 0.00731(\text{cm}^2/\text{sec})$ ，並假定 $g_1 = g_2 = 980(\text{cm}/\text{sec}^2)$ ，按第(45)式：

$$\lambda = \frac{L_1}{L_2} = \frac{d_1}{d_2} \left[\frac{\delta_2 \left(\frac{\delta_1 - 1}{\gamma_1} \right)}{\delta_1 \left(\frac{\delta_2 - 1}{\gamma_2} \right)} \right]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\nu_1}{\nu_2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

故得長度比率如下：

$$\lambda = \left[\frac{\left(\frac{11.25 - 1}{0.865} \right)}{\left(\frac{2.65 - 1}{1} \right)} \right]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{0.0131}{0.00731} \right)^{\frac{1}{3}} = 2.84$$

鉛質模型之最大粒徑 $d_2 = \frac{d_1}{\lambda} = \frac{100}{2.84} = 35.2\text{mm}$ 。測定此鉛質模型在輕油精內之沉速，計算其沙氏數，即等於該石礫之標準沙氏數。

(例四) 設由顯微鏡觀察，已知某黃土顆粒之大小(約 0.010mm)，與形狀。試作一肉眼可見之模型，以觀察該土在 20°C 清水中，下泄運動之情形。已知該土粒之比重 $\delta_1 = 2.65(\text{gr/cm}^3)$ ， 20°C 清水之比重 $\gamma_1 = 1.000(\text{gr/cm}^3)$ ，動滯性率 $\nu_1 = 0.0101$ 。

按此係放大模型， $\lambda < 1$ ，應選用 $\delta_2 < \delta_1$ ， $\gamma_2 > \gamma_1$ ， $\nu_2 > \nu_1$ 。

假定模型土粒以瀝青土(Asphalt)製造，則比重 $\delta_2 = 1.50(\text{gr/cm}^3)$ ，液體選用動滯性率較大之甘油，溫度 18°C ，其比重 $\gamma_2 = 1.26(\text{gr/cm}^3)$ ，動滯性率 $\nu_2 = 7.95(\text{cm}^2/\text{sec})$ ，將上列各值，代入第(45)式，則得 $\lambda = 0.00563$ ；故模型粒徑 $d_2 = \frac{d_1}{\lambda} = \frac{0.010}{0.00563} = 1.78\text{mm}$ ，肉眼觀察已無困難。

(八) 泥沙分類命名

自然界之泥沙，按其顆粒粗細，物理性質，概可分為石礫，素土，膠土，膠質四種。

第一類 石礫類

岩石崩裂，受水流衝擊，互相摩蝕，漸呈球形，質以石英居多；倘母岩石質為花崗石，頁岩，玄武岩等，含有他種礦質者，則常呈不規則之鈍角塊狀。

(1) 頑石 河底之巨大石塊，標準沙氏數在 300 以上；粒徑約在 2,500mm 以上。

(2) 盤石 (河工名謂) 百斤左右之青紅石塊, 皆曰盤石, 標準沙氏數 S_0 自 100 至 300, 粒徑約自 300 至 2,500 mm.

(3) 砬 音子 (玉篇) 石名。又稱「石子」(河工要義)。石子亦曰「河光石」, 河中即有, 就地取材。砬分大小兩種:

大砬 $S_0 = 60 \sim 100$; 粒徑約 100~300 mm.

小砬 $S_0 = 30 \sim 60$; 粒徑約 25~100 mm.

(4) 礫 (說文) 小石也。(河工名謂) 大石擊碎之小石也。

礫分粗礫細礫兩種。

粗礫 $S_0 = 20 \sim 30$; 粒徑約 10~25 mm.

細礫 $S_0 = 10 \sim 20$; 粒徑約 2~10 mm.

石礫在水中運動, 屬激流區, 阻力係數約等於 1; 適用牛頓定律。

第二類 素土類

素土係缺乏粘性之土質。(河工要義) 素土者其性滲透, 其質疎散, 團之不能成聚之沙土也。相當德文之「Nichtbindige Boden.」。

(1) 沙 (說文) 水散石也。(河工輯要) 沙之種類有十: 如飛沙, 泡沙, 鐵屑沙則皆係乾土, 尚不難挑挖; 此外如水中沙, 青沙, 鐵屑沙, 馬牙沙, 扯皮沙, 其性易乾, 亦易施工; 惟有淘沙, 翻沙最難為力。

沙粒粗者, 略呈球形, 質與石礫相異, 細者則多稜角; 蓋因沙粒四周, 受水膜保護, 摩蝕較難。

沙分粗沙, 中沙, 細沙三種:

粗沙 $S_0 = 3 \sim 10$; 粒徑約 0.57~2 mm.

中沙 $S_0 = 1 \sim 3$; 粒徑約 0.20~0.57 mm.

細沙 $S_0 = 0.3 \sim 1$; 粒徑約 0.11~0.20 mm.

沙在水中之運動定律, 屬介流區。

(2) 壤 (康熙字典) 壤音英, 塵也。相當於 Terzashi 氏所定之 Mo。壤之顆粒形狀, 及其成份, 與細沙相異, 係極細之岩石粉末。我國西南省之黃土, 概屬此類。(河工要義) 黃土無論乾溼, 性較疎鬆, 故其禦水之力, 不及膠土。黃土之成份, 石英佔 60~75%, 黃埴與石灰約佔 5~25%, 餘則為其他礦質。

壤分粗壤, 中壤, 細壤三種:

粗壤 $S_0 = 0.1 \sim 0.3$; 粒徑約 0.064~0.11 mm.

中壤 $S_0 = 0.03 \sim 0.1$; 粒徑約 0.035~0.064 mm.

細壤 $S_0 = 0.01 \sim 0.03$; 粒徑約 0.020~0.035 mm.

粗壤在水中之運動定律, 屬介流區。中壤細壤屬滯流區。

第三類 膠土類

膠土係有粘性之土質, (河工要義) 膠土者, 其質細膩, 其性膠黏, 風揚不易揚塵, 水刷亦難溶解, 此外河所謂淤泥濕土也。相當德文之「Bindige Boden.」。

(1) 泥 (前漢地理志) 水和土也。(水經注) 河水濁, 清澄, 一石水六斗泥。一作坭, (六書

統)水利土也。泥、坭通。又稱淤，(說文)澗澤濁泥也。(河工輯要)淤之種類有四：白乾淤，嫩淤，稀淤，夾沙淤。

泥之顆粒，較稀者其形狀與成份，與細壤相似。有時可大部由化學之分解質，如矽化鋁，鹼土，氧化鐵等所構成。或則含有他種物質，如矽藻(Diatoms)，浮石(Pumice)等。

泥分粗泥，中泥，細泥，微泥四種：

- 粗泥 $S_c = 0.003 \sim 0.01$; 粒徑約 $0.011 \sim 0.020$ mm.
- 中泥 $S_c = 0.001 \sim 0.003$; 粒徑約 $0.0064 \sim 0.011$ mm.
- 細泥 $S_c = 0.0003 \sim 0.001$; 粒徑約 $0.0035 \sim 0.0064$ mm.
- 微泥 $S_c = 0.0001 \sim 0.0003$; 粒徑約 $0.0020 \sim 0.0035$ mm.

(2) 埴 (說文)粘土也。(書禹貢)厥土赤地埴。

埴之顆粒，已非岩石之粉屑，而為經化學分解以後，造成之次生物質；往昔以為非晶體，近則視為結晶體。形態不一，普通多鱗片狀。埴在土壤中之化學作用，較上列各種粘土為強。

埴分粗埴，中埴，細埴，微埴四種：

- 粗埴 $S_c = 0.00003 \sim 0.0001$; 粒徑約 $0.0011 \sim 0.0020$ mm.
- 中埴 $S_c = 0.00001 \sim 0.00003$; 粒徑約 $0.00064 \sim 0.0011$ mm.
- 細埴 $S_c = 0.000003 \sim 0.00001$; 粒徑約 $0.00035 \sim 0.00064$ mm.
- 微埴 $S_c = 0.000001 \sim 0.000003$; 粒徑約 $0.0002 \sim 0.00035$ mm.

第四類 膠 質

膠 (說文)呢也，(徐曰)呢粘也。相當德文之「Kolloid」。

膠質屬土壤中極微細部份之總稱。顆粒在液體內，發生布朗氏運動(Brownian movement)。司篤克定律，已不適用。

膠之標準沙氏數小於0.000001；粒徑約小於0.0002mm.

根據標準沙氏數，擬定之泥沙分類命名標準，各名詞之來源，及其在物理性質上之區別，概述如上。茲將其他各家，以粒徑作分類命名之標準，列比較表如次，(見第七表)以資參證(註20)。

(九) 沙氏數配度

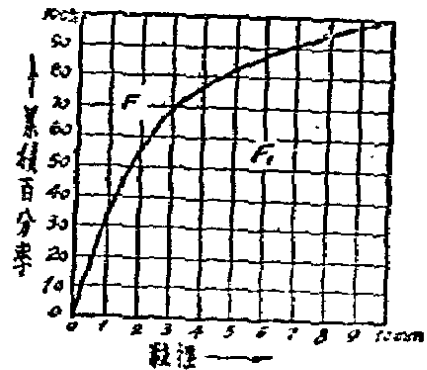
(一) 粒 配 度

自然界之泥沙，常由各種粗細不同之顆粒，組合而成。各類粒分配之程度，曰「粒配度」。普通以累積百分率作橫軸，以粒徑或粒徑之對數作縱軸，給一曲線以表示之，曰「粒配度曲線」。惟此種圖示之曲線，今欲以一數目字代表之，俾可引入挾沙量公式之內，尚為水工學界急待解決之問題。

1893年 Allen Hazen 氏，首建議(註21)利用粒配度曲線，在60%之粒徑與在10%之粒徑之比值，以示粒配度，定名曰「勻度係數」(Uniformity coefficient)。

1926年 Scholitsch 建議(註22)利用粒配度曲線，上下所包括之面積，如第六圖，取其比值，曰「沙性係數」，K：

$$K = \frac{F}{F_1} \dots \dots \dots (48)$$



第 六 圖

並以最大粒徑，附註沙性係數 K 之旁。例如某種沙樣粒徑分析結果，最大粒徑為180mm，面積比值為 $\frac{1}{2}$ ，則該沙樣之沙性係數 $K_{180} = \frac{1}{2}$ 。

1932年，Kramer建議(註23)，利用粒配度曲線上部所括之面積 E ，以及 F_a 與 F_b 之比值，見第七圖，以示粒配度。並定 F_a/F_b 比值曰「不勻度」。(Ungleichkornigkeitsgrad)。

(二) 沙氏數配度

上列諸法，較往昔僅以平均粒徑一項，表示某泥沙顆粒分配之性質者，已有進步，但其缺點，尚難根據此種已知之係數，重繪一粒配度曲線，使能與原來之曲線，完全符合。

將自然界各種測候資料，(如泥沙之沙氏數；河流之流量；各地之雨量，氣溫等)，各取量之對數，按其值之大小，順序排列($\log X_1, \log X_2, \dots, \log X_n$)統計其出現之次數 f_1, f_2, \dots, f_n ，繪成曲線，通稱：機率曲線 (Probability Curve)。凡次數之分配，符合理論公式者，曰「常態分配」(Normal distribution)。將此種常態分配累積所得之頻率曲線 (Frequency Curve)，繪於Hazen之機率方格紙上(註24)，應成一直線，見第八圖A-A，其幾何平均數 X_0 (Geometric mean)，應與幾何中位數 $X(50\%)$ (Geometric median) 相等，同位於頻率為50%之處。變量之對數 $\log X$ ，與 $\log X_0$ ，相差一幾何標準差 $\log \sigma$ (Geometric standard deviation)者，其頻率理論上位於15.9%及84.1%二點，概如圖中之 $X(84.1\%)$ ， X_0 ， $X(15.9\%)$ 三點，成一直線。(註25)

設機率曲線，與理論之常態分配曲線，略有偏差，則累積所得之頻率曲線，在機率方格紙上，中部稍呈彎曲，幾何平均數與幾何中位數，見第九圖B-B，不復重合。其間相差之頻率百分數，曰「中平差數」，符號為 ϵ (Verzerrungszahl)。

幾何平均數 $\log X$ 之頻率即為 $(50 + \epsilon)\%$ ，經此點作一縱綫，量得此曲綫之頂點至常態直綫之縱座標距差 a ，則該曲綫於其他諸特殊頻率之縱座標距差，概列如下：

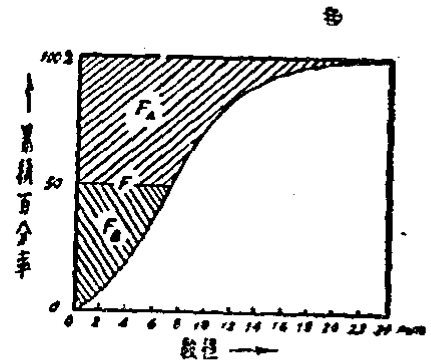
4.0 % 或 96%	2a
0.73 % 或 99.27%	4a
0.09 % 或 99.91%	6a

又曲綫B-B與常態頻率直綫A-A，有兩交點，理論上應在 $\Sigma f = 17.3\%$ ，與 $\Sigma f = 82.7\%$ 之處。根據上列關係，當常態分配直綫之位置，以及中平差數 ϵ 決定以後，即不難將原有頻率曲綫之位置，重新繪出。

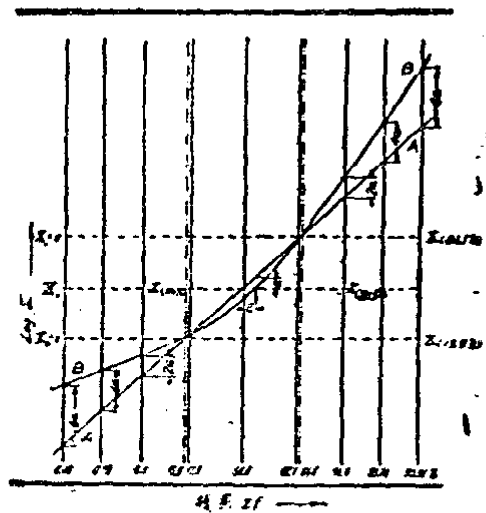
求幾何平均數 X_0 ，幾何標準差 σ ，中位差數 ϵ 之方法有三，茲分述如次：

(甲) 精算法

按幾何平均數 X_0 ，幾何標準差 σ ，中位差數 ϵ 之公式如下：(式中 n =次數)。



第七圖



第八圖

$$\text{Log} X_0 = \frac{\sum \text{Log} X}{n} \dots \dots \dots (49)$$

$$\text{Log} \sigma = \sqrt{\frac{\sum (\text{Log} X - \text{Log} X_0)^2}{n-1}} \dots \dots \dots (50)$$

$$\varepsilon = 7.79 \frac{\sum (\text{Log} X - \text{Log} X_0)^3}{(n-1)(\text{Log} \sigma)^3} \dots \dots \dots (51)$$

例如：涇河張家山水文站，民國31年8月7日，上午六時，所探之泥樣，含泥量 = 57.10%，河水流速 = 385.00cms，該泥樣標準沙氏數 S 之幾何平均數 S₀，幾何標準差 σ，中位差數 ε，各值計算方法列如下表：

第 八 表

標準沙氏數 S	機率 f	Log S	f · Log S	Δ	f Δ	f Δ ²	f Δ ³
0.000077	4.16	-4.111	- 17.10	-1.289	5.360	6.910	-8.900
0.000101	1.44	-3.997	- 5.75	-1.175	1.690	1.990	2.310
0.000155	0.92	-3.810	- 3.50	-0.988	-0.908	0.899	0.888
0.000230	1.27	-3.634	- 4.61	-0.812	1.030	0.837	0.678
0.000370	7.41	-3.430	-25.40	-0.608	4.500	2.740	1.660
0.000690	14.50	-3.159	-45.80	-0.337	4.880	1.645	0.555
0.000800	11.30	-3.098	-35.00	-0.276	3.120	0.861	0.238
0.001030	7.70	-2.989	-23.00	-0.167	1.285	0.215	0.036
0.001450	11.10	-2.837	-31.50	-0.015	0.167	0.003	0.000
0.002710	11.20	-2.567	-28.70	+0.255	2.860	0.730	+0.186
0.004750	12.20	-2.323	-28.40	+0.499	6.090	3.040	1.520
0.008500	12.10	-2.072	-25.00	+0.750	9.070	6.800	5.100
0.016200	4.70	-1.799	- 8.43	+1.032	4.850	5.000	5.160
100.00			-282.19			31.670	+11.970
							-15.290
							- 3.330

$$\text{Log} S_0 = \frac{-282.19}{100} = -2.8219, \quad S_0 = 0.001505$$

$$\text{Log} \sigma = \sqrt{\frac{31.670}{99}} = 0.565, \quad \sigma = 3.67$$

$$\varepsilon = (7.79) \frac{-3.33}{(99)(0.565)^3} = -1.45$$

泥沙沙氏數分配之程度，曰「沙氏數配度」，沙氏數配度表示之方法，須包括沙氏數之幾何平均數 S₀，標準差 σ，中平差數 ε 三項；

$$S = S_0 (50 + \varepsilon \%) \times \sigma \dots \dots \dots (52)$$

上式 × 為乘或除之符號，例如 S(15.9%) = S₀ + σ；S(21.1%) = S₀ × σ。

上項涇河泥樣沙氏數配度，如下式：

$$S = 0.001505(48.55\%) \times 3.67$$

(乙) 圖解法

上法所求 S_0 , δ , ϵ 各值, 最屬精密, 但計算較為複雜, 實際應用, 可由圖解法決定之。圖解法首將實測記錄, 繪於 Hazen 機率方格紙上, 審慎聯一光順之曲線, 冀通過大部點據。(見第九圖), 檢讀與頻率為 84.1% 及 15.9% 相應之縱座標, 得 $S(84.1\%)$ 及 $S(15.9\%)$ 兩值。

因 $S_0 \times \sigma = S(84.1\%) \dots\dots\dots(53)$

$$S_0 + \sigma = S(15.9\%) \dots\dots\dots(54)$$

故 $S_0 = \sqrt{S(84.1\%) \times S(15.9\%) \dots\dots\dots(55)}$

$$\sigma = \sqrt{S(84.1\%) + S(15.9\%) \dots\dots\dots(56)}$$

S_0 求出後, 在圖上讀出其百分率, 得 $f(S_0\%)$ 故

$$\epsilon = f(S_0\%) - 50\% \dots\dots\dots(57)$$

(丙) 簡捷法

按上列二法, 以第一法最精, 第二法次之, 除做精密研究工作外, 普通應用, 尚可簡化, 即以在 50% 讀出之中位數 $S(50\%)$, 代幾何平均數 S_0 ; 並用與 84% 及 16% 相應之 $S(84\%)$ 及 $S(16\%)$ 求標準差 δ 。

$$\delta = \sqrt{\frac{S(84\%) - S(16\%)^2}{S(50\%)}} \dots\dots\dots(58)$$

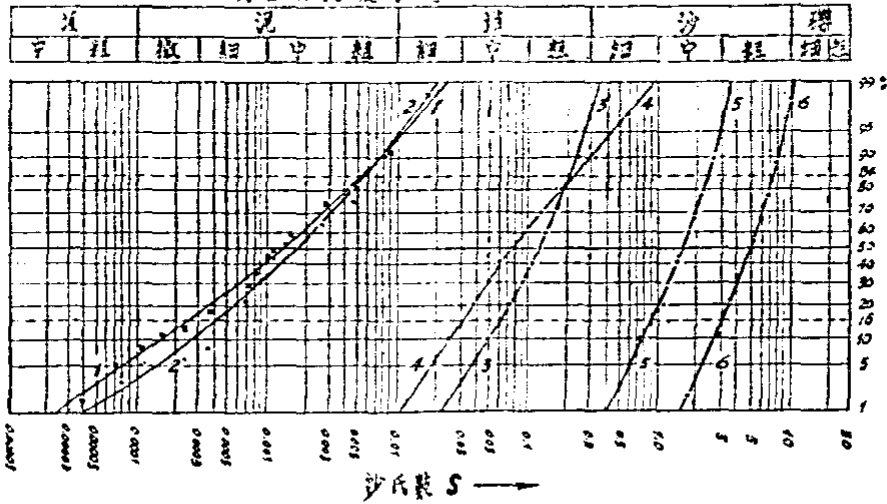
普通中平差數 ϵ 值, 常極微小, 可略去不計, 即以常態分配直綫, 為所求之曲綫。故沙氏數配

第九表

地點	經河		永定河		涇惠渠頭武		
	含泥量 2.58%	含泥量 57.1%	雙營河底	三家店水流中	卅二公里處	渠首	
日期		31-8-7					
S_0	甲	0.00118	0.00151	0.11900	0.08300	1.50000	4.75000
	乙	0.00118	0.00169	0.11400	0.08570	1.45500	4.74000
	丙	0.00130	0.00170	0.13000	0.07500	1.60000	5.00000
δ	甲	4.28	3.67	1.68	2.11	1.58	1.52
	乙	4.38	3.44	1.84	2.68	1.62	1.53
	丙	4.50	3.54	1.87	2.73	1.63	1.53
δ	甲	2.042	1.450	1.600	5.730	6.510	4.970
	乙	2	3	3	5	7	5

備註: (甲) 精算法 (乙) 圖解法 (丙) 簡略法

中國水利學會 武漢水利試驗室



資料: 1-1 淮陰縣(含泥量 25.5%) 3-3 永定河(含泥量 10%) 5-5 渭河(含泥量 10%)
 2-2 淮陰縣(含泥量 57.1%) 4-4 永定河(含泥量 10%) 6-6 渭河(含泥量 10%)

第九圖

度之表示法，可簡略如下式：

$$S = S(50\%)^{2.6} \dots \dots \dots (59)$$

第九圖示兩 各河泥沙之沙氏數配度曲綫；第九表表示應用上列三法，求得之平均數S。標準差σ，中平差數σ。

(十) 複式命名

(一) 外度係數

按第(58)式，標準差 $\sigma = \sqrt{S(81.1) - S(15.9)}$

即
$$\sigma = \frac{S(81.1) - S(15.9)}{S(15.9)} \dots \dots \dots (60)$$

故標準差之平方，即為與 81.1 相應之沙氏數與 15.9% 處沙氏數相比之倍數。設某種配沙，其中最粗顆粒與最細者相差愈鉅，則其外離之程度愈大，故可選以σ值作為外離之係數，設「外離係數」為 M，則

$$M = \sigma^2 \dots \dots \dots (61)$$

按泥沙之最大標準沙氏數為 100 (大砂)，最細者為 0.000001 (微值)，二者之倍數 $M = 100,000,000 = 10^8$ 。今設以外度係數，每大10倍為一級，約可分為 8 級如右表：

等級	外度係數 M
1	0 — 10
2	10 — 10 ²
3	10 ² — 10 ³
4	10 ³ — 10 ⁴
5	10 ⁴ — 10 ⁵
6	10 ⁵ — 10 ⁶
7	10 ⁶ — 10 ⁷
8	10 ⁷ — 10 ⁸

(二) 複式命名

第八節所列泥沙分類命名標準，係指某一種顆粒而言，對於含有各種不同顆粒之命名法，曰「複式命名」。我國文字習慣，對於

複式名稱，常以第一字為主要部份，第二字示次要部份。譬如我國河工，對於沙之含有土性或膠質者，有「沙土」「沙膠」之稱。

沙土（河工要義）沙土者，沙之猶含土性者也。

沙膠（河工要義）沙膠者，素土之含有膠質者也，無論含膠多寡，皆曰「沙膠」。

美國公路局 (U.S. Bureau of Public Roads) 採用 A.C. Rose 之建議，對於土壤複式命名標準，以土壤內所含沙 (sand) ($d = 0.5 \sim 0.05 \text{ mm}$, $S_{60} = 2.5 \sim 0.06$)，泥 (silt) ($d = 0.05 \sim 0.005 \text{ mm}$, $S_{60} = 0.06 \sim 0.0006$)，埴 (clay) ($d < 0.005 \text{ mm}$, $S_{60} < 0.0006$) 三者之百分率而定，如下表：(註 26)

類 名	沙 %	泥 %	埴 %
沙 (Sand)	80—100	0—20	0—20
沙埴 (Sandy loam)	50—80	0—50	0—20
埴 (Loam)	30—50	30—50	0—20
泥埴 (Silty loam)	0—50	50—100	0—20
沙埴埴 (Sandy clay loam)	50—80	0—30	20—30
埴埴 (Clay loam)	20—50	20—50	20—30
泥埴埴 (Silty clay loam)	0—30	50—80	20—30
沙埴 (Sandy clay)	55—70	0—15	30—45
埴 (Clay)	0—55	0—55	30—100
泥埴 (Silty clay)	0—15	55—70	30—45

此種方法，對於農業土木，殊為適用，以其便於農工人員習慣上之瞭解，惟於水利工作者，尚感煩雜，難於辨別，且不能根據名稱，推想顆粒分配之情形。茲擬定一簡捷方法如次。

$$\text{複式名稱} = S(84\%) \text{名稱} + S(16\%) \text{名稱}$$

例如某項泥沙之 $S(84\%) = 0.0150$ (名細埴)， $S(16\%) = 0.002$ (名中泥)，則其複式名稱為「細埴中泥」。

倘複式名稱中，兩名詞同一類者，如「粗埴、細埴」，則可簡解「粗細埴」。「粗埴、粗埴」，簡解為「粗埴」。

根據複式名稱，即可決定沙氏數配度曲線之大概位置。

按上項泥沙之標準差 $\sigma = \frac{0.015}{0.002} = 7.5$ ，故其斜度係數 $M = \sigma^2 = 56$ 。

下表示西北各河泥沙之完全命名。

地 點	S (84%)	S (16%)	σ	名 稱	M
涇河 (C=2.58%)	0.0052	0.0026	4.5	粗微泥	20.2
涇河 (C=57.1%)	0.0058	0.0048	3.54	粗細泥	12.5
永定河雙營河底	0.210	0.060	1.87	粗中埴	3.5
永定河三家店河底	0.238	0.032	2.73	粗中埴	7.4
渭惠渠 32 km 渠底	2.35	0.83	1.63	中細沙	2.7
渭惠渠 0 km 渠底	7.25	3.10	1.53	粗 沙	2.3

(十一)：結 論

茲將本文要點，概述如下：

(一) 泥沙之分類命名，以粒徑為準者，最為普遍，以其觀念明瞭，易於推行。較近水工學術進步，無論定量性，均力求精確完備，此種命名方法，漸感不適，其主要原因有三：

1. 由顯微鏡觀察，或用篩析法所測之粒徑，僅能表示顆粒大小，對於沙粒之么重，形狀，表面性質等要素，未能包括在內。

2. 根據泥沙顆粒，在清水中之沉速，間接求得之「相當粒徑」或稱「沉澱粒徑」(Sedimentation diameter,)，對於泥沙顆粒之性質，確能包括較廣泛之定義；惟此種相當粒徑，在小於 0.625 mm 者，可用司篤克氏定律轉算而得；大於此值者，尚乏準確公式，可資應用。

3. 流水挾運泥沙，由於前進時之向上分速，適能與泥沙向下之沉速，互呈平衡。故挾運沙量之多寡，對於泥沙之沉速有直接關係，而與粒徑僅屬間接關係。吾人研究沖積問題，雖已知泥沙之「相當粒徑」，仍須倒算其沉速，方能引入公式之內；故「相當粒徑」，在實用上之價值，殊不顯著。

(二) 根據泥沙在規定溫度清水內之沉速，作分類命名之標準，較用「相當粒徑」，具有更直接明瞭之意義，且可逕行引入沖積公式之內，是其利點；惟按雷氏相似定律，僅沉速相等，尚不能滿足相似定律之條件；易言之，在同一沉速之泥沙，其在水中運動之性質未必能完全相似。

(三) 本文根據物體在靜止液體中運動原理，發見阻力係數 ψ ，為沙氏數 S 之函數。沙氏數係一無因次之純數，如下式：

$$S = \frac{v}{\nu^{\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta}{\gamma} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

式中： v - 物體之速率 (cm/sec)

ν - 液體之動滯性率 (cm²/sec)

g - 重力加速度 (cm/sec²)

δ - 物體之么重 (Gr./cm³)

= 液體之么重 (Gr./cm³)

(四) 沙粒在溫度 10°C. 靜止清水中，下沉運動之沙氏數，曰「標準沙氏數」 S_0 ，本文建議以標準沙氏數 S_0 為分類命名之標準。

(五) 沙氏數為雷氏數 R 之函數，以之作泥沙分類命名之標準，可符合雷氏相似定律。

(六) 沙氏數 $S < 0.1$ ，物體在液體中運動，屬滯流區，適合司篤克定律。沙數 $S = 0.1 \sim 10$ ，屬介流區；沙氏數 $S > 10$ ，屬湍流區，適用牛頓定律。

(七) 物體在液體中浮沉運動之模型試驗，應按照沙氏數相似定律設計之，即

$$S_1 = S_2$$

$$\text{或} \quad \frac{v_1}{\nu_1^{\frac{1}{2}} g_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_1}{\gamma_1} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}} = \frac{v_2}{\nu_2^{\frac{1}{2}} g_2^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\delta_2}{\gamma_2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}}}$$

其他各項要素之比率，均可藉以推求得之。

(八) 根據標準沙氏數 S_0 ，作泥沙分類命名之標準，建議如下表；並附英譯名稱，附註於后。

		標準沙氏數 S_0 。	
第一類	石礫類	頑石 (Boulders)	< 300
		盤石 (Blocks)	100—300
		大籽 (Large Pebble)	60—100
		小籽 (Small Pebble)	30—60
		粗礫 (Coarse Gravel)	20—30
		細礫 (Fine Gravel)	10—20
第二類	素土類	粗沙 (Coarse Sand)	3—10
		中沙 (Medium Sand)	1—3
		細沙 (Fine Sand)	0.3—1.0
		粗模 (Coarse Mo)	0.1—0.3
		中模 (Medium Mo)	0.03—0.1
		細模 (Fine Mo)	0.01—0.03
第三類	膠土類	粗泥 (Coarse Silt)	0.003—0.01
		中泥 (Medium Silt)	0.001—0.003
		細泥 (Fine Silt)	0.0003—0.001
		微泥 (Very Fine Silt)	0.0001—0.0003
		粗埴 (Coarse Clay)	0.00003—0.0001
		中埴 (Medium Clay)	0.00001—0.00003
		細埴 (Fine Clay)	0.000003—0.00001
		微埴 (Very Fine Clay)	0.000001—0.000003
第四類	膠質類……膠質 (Colloid)	< 0.000001	

(九) 泥沙顆粒分配之程度，可按照次數分配原理，以沙氏數之幾何平均數 S_0 ，標準差 σ ，中平差數 ω 三值，表示之。

沙氏數配度曲綫之表示法，為 $S = S_0 \cdot (50 + \varepsilon \%) \times \sigma$

(十) 根據沙氏數配度曲綫之表示法，並可作泥沙分類之複式命名之標準，如下式：

名稱 = $S(84\%)$ 名稱 + $S(16\%)$ 名稱。

(十一) 合理之挾沙尾公式，應以上述之沙氏數配度曲綫之變量 (S, σ, ε) 為函數，即以沙氏數之幾何平均數 S_0 ，幾何標準差 σ ，中平差數 ω 三者為函數。

附 註

註 1. Redlich-Terzaghi-Kampe: Ingenieurgeologie, S. 348. 1929.

註 2. 王喬年著：河工要義

註 3. Schuchl, F.: Bericht über die Sitzung der Internationalen Kommission für mechanische und Physikalische Bodenanalyse. International Mitt. Bodenkde. 4, 30 (1914) -- Val lerger A. Atterberg: Über die Klassifikation der Bodenkörner. Kalmár 1910. ---]

- Kopěcký: Ein Beitrag zur Frage der neueren Einteilung der Kornungsprodukte bei der mechanischen Analyse. Internat. Mitt. Bodenkde. 4, 199 (1914) -- G. Colley: A study of the soils of the United States, U. S. Dept. of Agr., Bur. of Soils, Bull.85 (1913).
- 註 4. Gilbert G. K. : The transportation of debris by running water. Professional paper 86, U. S. Geological Survey, 1914.
- 註 5. A. Schoklitsch: Der Geschiebetrieb und die Geschiebefracht. Wasserkraft und wasserwirtschaft 16, Februar 1934,
- 註 6. E. Meyer-Peter, H. Favre, und A. Einstein: " Neure Versuchsergebnisse über den Geschiebetrieb, " Schweizerische Bauzeitung. Nr. 103, 1934, Professional Paper 86.
- 註 7. A. Casagrande: Die Araometermethode zur Bestimmung der Kornverteilung von Boden und anderen Materialien. s. 10 u. 40, Julius Springer, Berlin 1934.
- 註 8. E. Blanck: Handbuch der Bodenlehre. Band V, s. 43.
- 註 9. 華北水利委員會：永定河治本計劃(民國二十二年)
- 註10. 國立西北農學院水利系實測
- 註11. Scheidig: Der Loss und seine geotechnischen Eigenschaften. Dresden Steinkopff 1934.
- 註12. Krumbien, W. C. . " Preferred orientation of pebbles in sedimentary deposits, " Journal Geol. vol.47, 1939. P.673-706.
- 註13. Mem. presentes par divers savants, S.532, Paris 1846.
- 註14. 李翰如著：黃水滯率之初步測定。西北水聲第六卷第四期
- 註15. Philosophiae naturalis Principia, London 1687, lib.2, sectio 7, prop. 32, theor. 26.
- 註16. Stokes, G. : Trans. Cambridge Phil. Soc. , Vol. 8, 1845 and Vol.9, 1851; or Collected Papers, Vol.1, P.75.
- 註17. Bellasis, E. S. : River and canal engineering. P42 3rd ed.1930.
- 註18. Rubey, W. W. : ' Mechanical analysis in connection with lithologic studies of sedimentary rocks of the Black Hills region ' U. S. Geological Survey Professional Paper 165, 1930.
- 註19. Gibson, A. H. : Hydraulics and its Applications. 3rd. Edition, P.341.
- 註20. Lane, E. W. : Engineering Aspects of Sediment Transportation and Deposition. State University of Iowa, Oct. 1939.
- 註21. Allen Hazen: Some Physical properties of sands and gravels, 24th Ann. Report Mass. State Board of Health, 1893.
- 註22. Schoklitsch: Geschiebebewegung in Flüssen und in Stauwerke. s. 3 wien 1926.
- 註23. Kramer: Modellgeschiebe und Schleppkraft. Der schsischen Technischen Hochschule zu Dresden eingereichte Dissertation. Berlin 1932.
- 註24. Allen Hazen: Flood flows. New York 1930.
- 註25. Hans Grassberger: Die Anwendung der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Hochwasserfragen. Deutsche Wasserwirtschaft 1936. s.200.
- 註26. Hozenogler: Engineering properties of soils.

定價壹拾元