

九章算術







九章算術

劉徽注
李淳風注釋

編主五雲王

編初成集書數

術 算 章 九

中華民國二十五年十二月初版

注 者 劉 徽

注 釋 者 李 濬 風

發 行 人 王 雲 五

印 刷 所 商 務 印 書 館

發 行 所 商 務 印 書 館

上海及
各埠

上海河南路

上海河南路

九章算術

提要

臣等謹案九章算術九卷。蓋周禮保氏之遺法。不知何人所傳。永樂大典引古今事通曰。王孝通言周公制禮。有九章之名。其理幽而微。其形祕而約。張蒼刪補殘缺。校其條目。頗與古術不同。云云。今考書有長安上林之名。上林苑在武帝時。蒼在漢初。何緣預載。知述是書者。在西漢中葉後矣。舊本有注。題曰劉徽所作。考晉書稱魏景元四年。劉徽注九章。然注中所云。晉武庫銅斛。則徽入晉之後。又有增損矣。又有注釋。題曰李淳風所作。考唐書稱淳風等奉詔注九章算術。爲算經十書之首。國子監置算學生三十人。習九章及海島算經。共限三歲。蓋卽是時作也。北宋以來。其術罕傳。自沈括夢溪筆談以外。士大夫少留意者。書遂幾於散佚。洎南宋慶元中。鮑澣之始得其本於楊忠輔家。因傳寫以入祕閣。然流傳不廣。至明又亡。故二三百年來。算術之家。未有得睹其全者。惟分載於永樂大典者。依類哀輯。尙九篇具在。考鮑澣之後序。稱唐以來所傳舊圖。至宋已亡。又稱盈不足方程之篇。咸缺。淳風注文。今校其所言。一一悉合。知卽慶元之舊本。蓋顯於唐。晦於宋。亡於明。而幸逢聖代表章之盛。復完於今。其隱其見。若有數默存於其間。

非偶然矣。謹排纂成編，併考訂訛異，各付案語於下方。其注中指狀表目，如朱實、青實、黃實之類，皆就圖中所列而言。圖既不存，則其注猝不易曉。今推尋注意，爲之補圖，以成完帙。算數莫古於九數，九數莫古於是書。雖新法屢更，愈推愈密，而窮源探本，要百變不離其宗。錄而傳之，固今古算學之弁冕矣。

劉徽九章算術注原序

昔在庖犧氏始畫八卦。以通神明之德。以類萬物之情。作九九之數。以合六爻之變。暨於黃帝。神而化之。引而伸之。於是建歷紀。協律呂。用稽道原。然後兩儀四象。精微之氣。可得而效焉。記稱隸首作數。其詳未之聞也。按周公制禮。而有九數。九數之流。則九章是矣。往者暴秦焚書。經術散壞。自時厥後。漢北平侯張蒼。大司農中丞耿壽昌。皆以善算命世。蒼等因舊文之遺殘。各稱刪補。故校其目。則與古或異。而所論者多近語也。徽幼習九章。長再詳覽。觀陰陽之割裂。總算術之根源。探賾之暇。遂悟其意。是以敢竭頑魯。采其所見。爲之作注。事類相推。各有攸歸。故枝條雖分。而同本幹者。知發其一端而已。又所析理以辭。解體用圖。庶亦約而能周。通而不贖。覽之者思過半矣。且算在六藝。古者以賓興賢能。教習國子。雖曰九數。其能窮纖入微。探測無方。至於以法相傳。亦猶規矩度量。可得而共。非特難爲也。當今好之者寡。故世雖多通才達學。而未必能綜於此耳。周官大司徒職。夏至日中立八尺之表。其景尺有五寸。謂之地中。說云南戴日下萬五千里。夫云爾者。以術推之。案九章立四表望遠。及因木望山之術。皆端旁互見。無有超遠若斯之類。然則蒼等爲術。猶未足以博盡羣數也。徽尋九數。有重差之名。原其指趣。乃所以施於此也。凡望極高。測絕深。而兼知其遠者。必用重差。句股則必以重差爲率。故曰重差也。立兩表於洛陽之城。令高八

尺。南北各盡平地。同日度其正中之時。以景差爲法。表高乘表間爲實。如法而一。所得加表高。卽日去地也。以南表之景乘表間。爲實。實如法而一。卽爲從南表至南戴日下也。以南戴日下及日去地。爲句股。爲之求弦。卽日去人也。以徑寸之筩。南望日。日滿筩空。則定筩之長短。以爲股率。以筩徑爲句率。日去人之數。爲大股。大股之句。卽日徑也。雖夫圓穹之象。猶曰可度。又況泰山之高。與江海之廣哉。微以爲今之史籍。且略舉天地之物。考論厥數。載之於志。以闡世術之美。輒造重差。并爲注解。以究古人之意。綴於句股之下。度高者重表。測深者累矩。孤離者三望。離而又旁求者四望。觸類而長之。則雖幽遐詭伏。靡所不入。博物君子。詳而覽焉。晉劉徽序。

九章算術目錄

卷一

方田

卷二

粟米

卷三

衰分

卷四

少廣

卷五

商功

卷六

均輸

卷七

盈朒

卷八

方程

卷九

勾股

附錄

九章算術音義

九章算術卷一

晉 劉 徽 注
唐 李 淳 風 注 釋

方田以御田疇界域

今有田廣十五步。從十六步。問爲田幾何。答曰。一畝。

又有田廣十二步。從十四步。問爲田幾何。答曰。一百六十八步。

方田術曰。廣從步數相乘。得積步。

此積爲田畧。凡廣從相乘。謂之畧。

淳風等按。經云。廣從相乘。得積步。注云。廣從相乘。謂之畧。觀斯注意。積畧義同。以理推之。固當不爾。何則。畧是方面單布之名。積乃衆數聚居之稱。循名責實。二者全殊。雖欲同之。竊恐不可。今以凡言畧者。據廣從之一方。其言積者。舉衆步之都數。經云。相乘得積步。卽是都數之明文。注云。謂之爲畧。全乖積步之本意。此注前云。積爲田畧。於理得通。復云。謂之爲畧。繁而不當。今者注釋。存善去非。略爲科簡。遺諸後學。

以畝法二百四十步除之。卽畝數。百畝爲一頃。

淳風等按。此爲篇端。故特舉頃畝二法。餘數不復言者。從此可知。一畝之田。廣十五步。從而疏之。令爲十五行。則每行廣一步。而從十六步。又橫而截之。令爲十六行。則每行廣一步。而從十五步。此卽從疏橫截之步。各自爲方。凡有二百四十步一畝之地。步數正同。以此言之。則廣從相乘得積步。驗矣。二百四十步者。畝法也。百畝者。頃法也。故以除之。卽得。

今有田廣一里。從一里。問爲田幾何。答曰。三頃七十五畝。

又有田廣二里。從三里。問爲田幾何。答曰。二十二頃五十畝。

里田術曰。廣從里數相乘。得積里。以三百七十五乘之。卽畝數。

按。此術廣從里數相乘。得積里。方里之中。有三頃七十五畝。故以乘之。卽得畝數也。

今有十八分之十二。問約之得幾何。答曰。三分之二。

又有九十一分之四十九。問約之得幾何。答曰。十三分之七。

約分

按。約分者。物之數量。不可悉全。必以分言之。分之爲數。繁則難用。設有四分之二者。繁而言之。亦可爲八分之四。約而言之。則二分之一也。雖則異辭。至於爲數。亦同歸爾。法實相推。動有參差。故爲術者。先治諸分。

術曰。可半者半之。不可半者。副置分母子之數。以少減多。更相減損。求其等也。以等數約之。

等數約之。卽除也。其所以相減者。皆等數之重疊。故以等數約之。

今有三分之一。五分之二。問合之得幾何。答曰。十五分之十一。

又有三分之一。二七分之四。九分之五。問合之得幾何。答曰。得一六十三分之五十。

又有二分之一。三分之一。二四分之三。五分之四。問合之得幾何。答曰。得二六十分之四十三。

合分

淳風等按。合分。知數非一端。分無定準。諸分子雜互。羣母參差。蠱細既殊。理難從一。故齊其衆分。同其

羣母。令可相併。故曰合分。

術曰。母互乘子。并以爲實。母相乘爲法。

母互乘子。約而言之者。其分蠱繁而言之者。其分細。雖則蠱細有殊。然其實一也。衆雖錯雜。非細不會。乘而散之。所以通之。通之則可并也。凡母互乘子。謂之齊。羣母相乘。謂之同。同者相與通同。共一母也。齊者子與母齊。勢不可失本數也。方以類聚。物以羣分。數同類者無遠。數異類者無近。遠而通體。知雖異位。而相從也。近而殊形。知雖同列。而相遠也。然則齊同之術。要矣。錯綜度數。動之斯諧。其猶佩觿解結。無往而不理焉。乘以散之。約以聚之。齊同以通之。此其算之綱紀乎。其一術者。可令母除爲率。率乘子爲齊。

實如法而一。不滿法者。以法命之。

今欲求其實。故齊其子。又同其母。令如母而一。其餘以等數約之。卽得知。所謂同法爲母。實餘爲子。皆從此例。

其母同者。直相從之。

今有九分之八。減其五分之一。問餘幾何。答曰。四十五分之三十一。
又有四分之三。減其三分之一。問餘幾何。答曰。十二分之五。

減分

淳風等按。諸分子母數各不同。欲知餘幾。減餘爲實。故曰減分。
術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。

母互乘子者。知以齊其子也。以少減多者。知齊故可相減也。母相乘爲法者。同其母也。母同子齊。故如母而一。卽得。

今有八分之五。二十五分之十六。問孰多。多幾何。答曰。二十五分之十六多。多二百分之三。

又有九分之八。七分之六。問孰多。多幾何。答曰。九分之八多。多六十三分之二。

又有二十一分之八。五十分之十七。問孰多。多幾何。答曰。二十一分之八多。多一千五十分之四十三。

課分

淳風等按。分各異名。理不齊一。較其相近之數。故曰課分也。

術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。卽相多也。

淳風等按。此術母互乘子。以少分減多分。與減分義同。惟相多之數。意與減分有異。減分知其餘數有幾。課分知其餘數相多也。

今有三分之一。三分之二。四分之三。問減多益少。各幾何而平。答曰。減四分之三者二。三分之二者一。并以益三分之一。而各平於十二分之七。

又有二分之一。三分之一。四分之三。問減多益少。各幾何而平。答曰。減三分之二者一。四分之三者四。并以益二分之一。而各平於三十六分之二十三。

平分

淳風等按。平分。知諸分參差。欲令齊等。減彼之多。增此之少。故曰平分也。

術曰。母互乘子。

齊其子也。

副并爲平實

淳風等按。母互乘子。副并爲平實。知定此平實主限。衆子所當損益。知限爲平。

案。此注有舛誤。據首問。第二數母三。第三數母四。互乘第

一數子一。得十二。第一數母三。第三數母四。互乘第二數子二。得二十四。第一第二數母各三。互乘第三數子三。得二十七。并之共六十三。爲平實。母三三相乘。又與四乘。得三十六。爲法。列數凡三。卽以三乘十二。得三十六。乘二十四。得七十二。乘二十七。得八十一。爲

列實亦以三乘法三十六得一百八平實六十三減列實三十六少二十七減七十二餘九減八十一餘十八約之九爲一則十八爲二而二十七爲三平實六十三爲七法一百八爲十二命爲十二分之七設以十二作三數三分之一則四也三分之二則八也四分之三則九也定平實七立限八減一九減二皆七所減之一二益於四亦七損多益少適如其限宜云定此平實立限如限爲平立訛作主如訛作知途不可通

母相乘爲法

母相乘爲法知亦齊其子又同其母

以列數乘未并者各自爲列實亦以列數乘法

此當副并列數爲平實若然則重有分故反以列數乘同齊

淳風等按問云所平之分多少不定或三或二列位無常平三知置位三重平二知置位二重凡此之例一準平分不可豫定多少故直云列數而已

以平實減列實餘約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何答曰人得一錢二十一分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何答曰人得二錢八分錢之一

經分

淳風等按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之

母互乘子。知齊其子。母相乘者。同其母。以母通之者。分母乘全。內子散全。則爲積分。積分則與子相通。故可令相從。凡數相與者。謂之率。率知自相與。通有分則可散。分重疊則約也。等除。法實相與率也。故散分者。必令兩分母相乘爲法也。

重有分者。同而通之。

又以法分母乘實。實分母乘法。此謂法實俱有分。故令分母各乘全分。內子。又令分母互乘上下。

今有田廣七分步之四。從五分步之三。問爲田幾何。答曰。三十五分步之十二。

又有田廣九分步之七。從十一分步之九。問爲田幾何。答曰。十一分步之七。

又有田廣五分步之四。從九分步之五。問爲田幾何。答曰。九分步之四。

乘分

淳風等按。乘分者。分母相乘爲法。子相乘爲實。故曰乘分。

術曰。母相乘爲法。子相乘爲實。實如法而一。

凡實不滿法者。而有母子之名。若有分以乘其實而長之。則亦滿法。乃爲全耳。又以子有所乘。故母當報除。報除者。實如法而一也。今子相乘。則母各當報除。因令分母相乘而連除也。此田有廣從。難以廣諭。設有問者曰。馬二十四。直金十二斤。今賣馬二十四。三十五人分之。人得幾何。答曰。三十五分斤之十二。其爲之也。當如經分術。以十二斤金爲實。三十五人爲法。設更言馬五匹。直金三斤。今賣馬四匹。

七人分之。人得幾何。答曰。人得三十五分斤之十二。其爲之也。當齊其金人之數。皆合初問人於經分矣。然則分子相乘爲實者。猶齊其金也。母相乘爲法者。猶齊其人也。同其母爲二十。馬無事於同。但欲求齊而已。又馬五匹直金三斤。完全之率。分而言之。則爲一匹直金五分斤之三。七人賣四匹馬。一人賣七分馬之四。分子與人交互相生。所從言之異。而計數則三術同歸也。

今有田廣三步三分步之一。從五步五分步之二。問爲田幾何。答曰。十八步。

又有田廣七步四分步之三。從十五步九分步之五。問爲田幾何。答曰。一百二十步九分步之五。

又有田廣十八步七分步之五。從二十三步一分步之六。問爲田幾何。答曰。一畝二百步一分步之七。

大廣田

淳風等按。大廣田。知初術直有全步而無餘分。次術空有餘分而無全步。此術先見全步復有餘分。可以廣兼三術。故曰大廣。

術曰。分母各乘其全。分子從之。

分母各乘其全。分子從之者。通全步。內分子。如此則母子皆爲實矣。

相乘爲實。分母相乘爲法。

猶乘分也。

實如法而一。

今爲術廣從俱有分。當各自通其分。命母入者。須還出之。故令分母相乘爲法。而連除之。

今有圭田廣十二步。正從二十一步。問爲田幾何。答曰。一百二十六步。

又有圭田廣五步二分步之一。從八步三分步之二。問爲田幾何。答曰。二十三步六分步之五。

術曰。半廣以乘正從。

半廣。知以盈補虛爲直田也。亦可半正從以乘廣。按半廣乘從。以取中平之數。故廣從相乘爲積步。畝

法除之。卽得也。

今有斜田。一頭廣三十步。一頭廣四十二步。正從六十四步。問爲田幾何。答曰。九畝一百四十四步。

又有斜田。正廣六十五步。一畔從一百步。一畔從七十二步。問爲田幾何。答曰。二十三畝七十步。

術曰。并兩斜而半之。以乘正從若廣。又可半正從若廣以乘并。畝法而一。

并而半之者。以盈補虛也。

今有箕田。舌廣二十步。踵闊五步。正從三十步。問爲田幾何。答曰。一畝一百三十五步。

又有箕田。舌廣一百一十七步。踵廣五十步。正從一百三十五步。問爲田幾何。答曰。四十六畝二百三十

二步半。

術曰。并踵舌而半之。以乘正從。畝法而一。

中分箕田。則爲兩斜田。故其術相似。又可并踵舌半正從以乘之。
今有圓田。周三十步。徑十步。

淳風等按。術意以周三徑一爲率。周三十步。合徑十步。今依密率。合徑九步十一分步之六。
問爲田幾何。答曰。七十五步。

此於徽術。當爲田七十步一百五十七分步之一百三。

淳風等按。依密率。爲田七十一步二十二分步之一十三。

今有圓田。周一百八十一步。徑六十步三分步之一。

淳風等按。周三徑一。周一百八十一步。徑六十步三分步之一。依密率。徑五十七步二十二分步之一十三。

問爲田幾何。答曰。十一畝九十步十二分步之一。

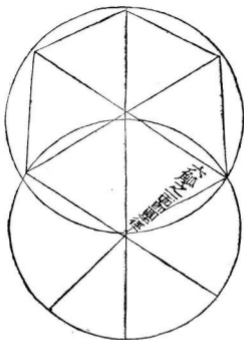
此於徽術。當爲田十畝二百八步三百一十四分步之一百十三。

淳風等按。依密率。當爲田十畝二百五步八十八分步之八十七。

術曰。半周半徑相乘。得積步。

按半周爲從。半徑爲廣。故廣從相乘。爲積步也。假令圓徑二尺。圓中容六觚之一面。
案。六觚。原本說作六弧。攷六角形。其平面亦有

圓內容六觚之圖



六八角形其平面亦有八。古人謂之六觚八觚。若截圓形爲六。古人謂之弧背。其弧即圓周。不得云圓中容六弧之一面。後或言弧或言觚。義各不同。原本觚皆訛作弧。遂蒙混不可通。今並改正。徑率一而外周率三也。案劉徽以周三徑一。乃六觚之率。圓內容六觚。其觚面適爲六弧之弦。圓周大於六觚之周。爲六弧背與六觚弦之差。其說非圖莫顯。今補圖附於後。

與圓徑之半。其數均等。合

案劉徽以圓田用周三徑

一爲率。乃圓內容六觚之

周。圓周大於六觚之周。爲

六觚背與六觚弦之差。疊

兩圓觀之。六觚之一面。適

得圓半徑。舊缺圖。今補。

又按爲圓以六觚之一面乘一弧半徑。案一弧二二二因而六之。案此句有說并當改云三之上行二因而三字得十二觚之幕。若又割

之。次以十二觚之一面乘一弧之半徑。案一弧之三四因而六之。案此句亦有說并當云六之上行四因而三字則得二十四觚之幕。

割之彌細。所失彌少。割之又割。以至於不可割。則與圓周合體。而無所失矣。觚面之外。又有餘徑。以面

乘徑。則幕出觚表。若夫觚之細者。與圓合體。則表無餘徑。表無餘徑。則幕不外出矣。以一面乘半徑。觚

而裁之。每輒自倍。故以半周乘半徑。而爲圓幕。此一周徑。謂至然之數。非周三徑一之率也。周三者。從

其六觚之環耳。以推圓規多少之較。案較原本說乃弓之與弦也。然世傳此法。莫肯精覈。學者踵古。習其

謬失。不有明據。辯之斯難。凡物類形象。不圓則方。方圓之率。誠著於近。則雖遠可知也。由此言之。其用

博矣。謹按圓驗。更造密率。恐空設法數。昧而難譬。故置諸檢括。謹詳其記注焉。

割六觚以爲十二觚術曰。置圓徑二尺。半之爲一尺。卽圓裏觚之面也。案觚之面原本說作弦之面。後觚令半

徑一尺爲弦。案原本說作半面五寸爲句。爲之求股。以句幕二十五寸。減弦幕。餘七十五寸。開方除之。下

至秒忽。又一退法。求其微數。微數無名。知以爲分子。以下爲分母。約作五分忽之二。故得股八寸六分

六釐二秒五忽五分忽之二。案二秒原本說以減半徑。餘一寸三分二釐九毫七秒四忽五分忽之三。謂

作二釐今改正

之小句。案此下原本衍小句知半面五寸之句九字。 觚之半面。又謂之小股。爲之求弦。其幕二千六百七十九億四千九百一十

九萬三千四百四十五忽。餘分乘之。案此句原本訛作全分并之。改茲幕五忽之下。尙有一六餘分。無所謂全分也。當是傳寫舛誤。遂不可通。後數條皆云餘分乘之。今據以改正。 開方除之。

卽十二觚之一面也。

割十二觚以爲二十四觚術曰。亦令半徑爲弦。半面爲句。爲之求股。置上小弦。幕四而一。得六百六十九億八千七百二十九萬八千三百六十一忽。餘分乘之。卽句幕也。以減弦幕。其餘開方除之。得股九寸六分五釐九毫二秒五忽五分忽之四。以減半徑。餘三分四釐七秒四忽五分忽之一。謂之小句。觚之半面。又謂之小股。爲之求小弦。其幕六百八十一億四千八百三十四萬九千四百六十六忽。餘分乘之。開方除之。卽二十四觚之一面也。

割二十四觚以爲四十八觚術曰。亦令半徑爲弦。半面爲句。爲之求股。置上小弦。幕四而一。得一百七十億三千七百八萬七千三百六十六忽。餘分乘之。卽句幕也。以減弦幕。其餘開方除之。得股九寸九分一釐四毫四秒四忽五分忽之四。以減半徑。餘八釐五毫五秒五忽五分忽之一。謂之小句。觚之半面。又謂之小股。爲之求小弦。其幕七百七十一億一千二十七萬八千八百一十三忽。餘分乘之。開方除之。得小弦一寸三分八毫六忽。餘分乘之。卽四十八觚之一面。以半徑一尺乘之。又以二十四乘之。得幕三萬一千三百九十三億四千四百萬忽。以百億除之。得幕三百一十三寸六百二十五分寸之

五百八十四，卽九十六觚之幕也。

割四十八觚以爲九十六觚術曰：亦令半徑爲弦，半面爲句，爲之求股，置次上弦幕四而一，得四十二億七千七百五十六萬九千七百三忽，餘分乘之，卽句幕也。以減弦幕，其餘開方除之，得股九寸九分七釐八毫五秒八忽十分忽之九，以減半徑，餘二釐一毫四秒一忽十分忽之一，謂之小句。觚之半面，又謂之小股，爲之求小弦，其幕四十二億八千二百一十五萬四千一十二忽，餘分乘之，開方除之，得小弦六分五釐四毫三秒八忽，餘分乘之，卽九十六觚之一面，以半徑一尺乘之，又以四十八乘之，得幕三萬一千四百一十億二千四百萬忽，以百億除之，得幕三百一十四寸六百二十五分寸之六十四，卽一百九十二觚之幕也。以九十六觚之幕減之，餘六百二十五分寸之一百五，謂之差幕，倍之，爲分寸之二百一十。案爲分寸者，襲上者文，謂六百二十五分寸之二百一十也。卽九十六觚之外弧田，所謂以弦乘矢之凡幕也。案弧田下原本衍九十六

三字，今刪。

加此幕於九十六觚之幕，得三百一十四寸六百二十五分寸之一百六十九，則出圓之表矣。故

還就一百九十二觚之全幕三百一十四寸，以爲圓幕之定率，而乘其餘分以半徑一尺除圓幕，倍之，得六尺二寸八分，卽周數，令徑自乘爲方幕四百寸，與圓幕相折，圓幕得一百五十七爲率，方幕得二百爲率，方幕二百，其中容圓幕一百五十七也。圓率猶爲微少。案弧田圖，令方中容圓，圓中容方，內方

合外方之半。然則圓幕一百五十七。其中容方幕一百也。

案一百原本說作二百今改正

又令徑二尺與周六尺二寸八

分相約。周得一百五十七。徑得五十。則其相與之率也。周率猶爲微少也。晉武庫中漢時王莽作銅斛。其銘曰。律嘉量斛。內方尺而圓其外。庑旁九釐五毫。幕一百六十二寸。深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。以此術求之。得幕一百六十一寸有奇。其數相近矣。此術微少。而斛差幕六百二十五分寸之一百五。以十二觚之幕爲率消息。當取此分寸之三十六。

案取此分寸亦蒙上書文謂六

百二十五分寸之三十六也。以增於一百九十二

觚之幕。以爲圓幕三百一十四寸二十五分寸之四。置徑自乘之。方幕四百寸。令與圓幕通相約。圓幕三千九百二十七。方幕得五千。是爲率。方幕五千中。容圓幕三千九百二十七。圓幕三千九百二十七。中容方幕二千五百也。以半徑一尺。除圓幕三百一十四寸二十五分寸之四。倍之。得六尺二寸八分二十五分寸之八。卽周數也。全徑二尺。與周數通相約。徑得一千二百五十。周得三千九百二十七。卽其相與之率。若此者。蓋盡其纖微矣。舉而用之。上法仍約耳。當求一千五百三十六觚之一面。得三千七百二觚之幕。而裁其微分。數亦宜然。重其驗耳。

淳風等案。舊術求圓皆以周三徑一爲率。若用之求圓周之數。則周少徑多。用之求其六觚之田。乃與此率合會耳。何則。假令六觚之田。觚間各一尺爲面。自然從角至角。其徑二尺可知。

案二尺原本說作一尺今改正

周六徑二，與周三徑一已合，恐此猶爲難曉。今更引物爲喻，設令刻物作圭形者六枚，枚別三面，皆長一尺，攢此六物，悉使銳頭向裏，則成六觚之周，角徑亦皆一尺，更從觚角外畔圍繞爲規，則六觚之徑盡達規矣。當面徑短，不至外規，若以徑言之，則爲規六尺，徑三尺，面徑皆一尺。

案此三句有舛誤，當云者以六觚言之，則爲周六尺，徑二

尺，面皆一尺，六觚二字，說作徑，周說作規，二說作三面字下，又衍徑字，遂不可通。

面徑股不至外畔，定無二尺可知，故周三徑一之率，於圓周，乃是徑

多周少，徑一周三，理非精密，蓋術從簡要，舉大綱略而言之。劉徽特以爲疎，遂改張其率，但周徑相乘，數難契合，徽雖出斯一法，終不能究其纖毫也。祖沖之以其不精，就中更推其數，今者修撰，攬摭諸家，考其是非，沖之爲密，故顯之於徽術之下，冀學者知所裁焉。

案沖之密率較徽率爲密，其約率較徽率爲疎，淳風等所稱密率，皆約率，以之測徽，似誤。

又術曰：周徑相乘，四而一。

此周與上觚同耳，周徑相乘，各當一半，而今周徑兩全。

案原本兩說，作田今改正。

故兩母相乘爲四，以報除之，於徽術

以五十乘周，一百五十七而一，卽徑也。以一百五十七乘徑，五十而一，卽周也。新術徑率猶當微少，據周以求徑，則失之長，據徑以求周，則失之短。諸據見徑以求幕者，皆失之於微少，據周以求幕者，皆失之於微多。

淳風等按：依密率，以七乘周，二十二而一，卽徑；以二十二乘徑，七而一，卽周。依術求之，卽得。

又術曰。徑自相乘。三之。四而一。

按圓徑自乘。爲外方。三之。四而一者。是爲圓居外方四分之三也。若令六觚之一面乘半徑。其幕卽外方四分之一也。因而三之。卽亦居外方四分之三也。是爲圓裏十二觚之幕耳。取以爲圓。失之於微少。於徽新術。當徑自乘。又以一百五十七乘之。二百而一。

淳風等按。密率。令徑自乘。以十一乘之。十四而一。卽圓幕也。

又術曰。周自乘。十二而一。

六觚之周。其於圓徑。三與一也。故六觚之周自相乘爲幕。若圓徑自乘者九方。九方凡爲十二觚者十有二。故曰十二而一。卽十二觚之幕也。今此令周自乘。非但爲圓徑自乘者九方而已。然則十二而一所得。又非十二觚之類也。若欲以爲圓幕。失之於多矣。以六觚之周十二而一可也。於徽新術。直令圓周自乘。又以二十五乘之。三百一十四而一。得圓幕。其率二十五者。圓幕也。三百一十四者。周自乘之幕也。置周數六尺二寸八分。令自乘。得幕三十九萬四千三百八十四分。又置圓幕三萬一千四百分。皆以一千二百五十六約之。得此率。

淳風等按。方面自乘。卽得其積。圓周求其幕。假率乃通。

案。假原本說。作股。今改正。

但此術所求。用三一爲率。圓田正法。

半周及半徑以相乘。今乃用全周自乘。故須以十二爲母。何者。據全周而求半周。則須以二爲法。就全

周而求半徑。復假六以除之。是二六相乘。除周自乘之數。依密率以七乘之。八十八而一。

今有畹田。下周三十步。徑十六步。問爲田幾何。答曰。一百二十步。

今有畹田。下周九十九步。徑五十一步。問爲田幾何。答曰。五畝六十二步四分步之一。

術曰。以徑乘周。四而一。

此術不驗。故推方錐以見其形。假令方錐下方六尺。高四尺。四尺爲股。下方之半三尺爲句。正面邪爲

弦。弦五尺也。令句弦相乘。

案。句弦原本說作句股。今改正。

四因之。得六十尺。卽方錐四面見者之幕。若令其中容圓錐。圓

錐見幕。與方錐見幕。其率猶方幕之與圓幕也。

案。圓幕原本說作圓錐。今改正。

按。方錐下六尺。則方周二十四尺。以五尺

乘而半之。則方錐之見幕。故求圓錐之數。折徑以乘下周之半。卽圓錐之幕也。今畹田上徑圓穹。而與

圓錐同術。則幕失之於少矣。然其術難用。故略舉大較。施之大廣田也。求圓錐之幕。猶求圓田之幕也。

今用兩全相乘。故以四爲法除之。

案。原本說四字今補。

亦如圓田矣。開立圓術。說圓方諸率。甚備。可以驗此。

今有弧田。弦二十步。矢十五步。問爲田幾何。答曰。一畝九十七步半。

又有弧田。弦七十八步。二分步之一。矢十三步。九分步之七。問爲田幾何。答曰。二畝一百五十五步八十

一分步之五十六。

術曰以弦乘矢矢又自乘并之而二

方中之圓圓裏十二觚之幕合外方之幕四分之三也方中合外方之半則朱實合外方四分之一也

弧田半圓之幕也故依半圓之體而爲之術以弦乘矢而半之

案原本說作弧今改正

則爲黃幕矢自乘而半之則

爲二青幕青黃相連

案注文此書舊有圖而缺又上圓田注內亦引弧田圖詳攷其說非圖不顯今補圖於後

爲弧體法當應規今觚面不至外畔

案原本說作令弧而不

外畔今改正

失之於少矣圓術以周三徑一爲率俱得十二觚之幕

案原本說作十二弧之弧今改正

亦失之於少也與此相

似指驗半圓之幕耳若不滿半圓者益復疏闊宜句股鋸圓材之術以弧弦爲鋸道長以矢爲句深而

求其徑

案此謂弧矢形求圓徑其術以弧弦折半自乘矢除之加矢爲圓徑

既知圓徑則弧可割分也割之者半弧田之弦以爲股其矢爲句爲

之求弦卽小弧之弦也以半小弧之弦爲句半圓徑爲弦爲之求股以減半徑其餘卽小弧之矢也割

之又割使至極細但舉弦矢相乘之數則必近密率矣然於算數差繁必欲有尋究也若但度田取其

大舊術爲約耳

圓田弧



案。注意取半圓爲弧矢。以方中之圓。圓裏十二
 觚驗之。移黃乙黃丙。補觚面外之空角。則黃幕
 適滿外大方四分之一。如朱實。二青幕。又半於
 黃幕。合青黃適得半外方四分之三。加圓裏觚
 面外空處。乃爲半圓幕。術以十二觚之幕爲圓
 幕。又以半圓論弧矢。皆疎。原本缺圖。今補。

今有環田。中周九十二步。外周一百二十二步。徑五步。

此欲令與周三徑一之率相應。故言徑五步也。據中外周以徽術言之。當徑四步一百五十七分步之
 一百二十二也。

淳風等按依密率合徑四步二十二分步之十七。

問爲田幾何。答曰二畝五十五步。

於徽術當爲田二畝三十一步一百五十七分步之二十三。

淳風等按依密率爲田二畝三十步二十二分步之十五。

術曰并中外周而半之以徑乘之爲積步。

此田截而中之周則爲長。案此處有脫誤當云截齊中外之周則爲長。并而半之知亦以盈補虛也。此可令中外周各自爲圓田。

以中圓減外圓餘則環實也。

又有環田中周六十二步四分步之三。外周一百一十三步二分之一。徑十二步三分步之二。

此田環而不通匝。故徑十二步三分步之二。若據上周求徑者。此徑失之於多。過周三徑一之率。蓋爲

疎矣。於徽術當徑八步六百二十八分步之五十一。

淳風等按依周三徑一考之。合徑八步二十四分步之一十一。依密率合徑八步一百七十六分步之

一十三。

問爲田幾何。答曰四畝一百五十六步四分步之一。

於徽術當爲田二畝二百三十二步五千二十四分步之七百八十七也。依周三徑一爲田三畝二十

五步六十四分步之三十五。

淳風等按密率爲田二畝二百三十一步一千四百八分步之七百一十七也。

術曰置中外周步數分母子各居其下。

案原本脫母字今據注補。

母互乘子通全步內分子。

案此句上下皆有脫文當云分母相乘通全步內分子并而半之。

以

中周減外周餘半之。

案此別記術之小異亦有脫文當云又可以中周減外周餘半之以益中周。

徑亦通分內子以乘周爲實分母相乘爲法除之爲

積步餘積步之分。

案此句下有脫文當云餘積步之分等數約之。

以畝法除之卽畝數也。

按此術并中外周步數於上以分母子置於下母互乘子者爲中外周俱有餘分故以互乘齊其子母相乘同其母子齊母同故通全步內分子半之。

案二字上有脫文當云并而半之。

知以盈補虛得中平之周周則爲從徑

則爲廣故廣從相乘而得其積既合分母還須分母出之故令周徑分母相乘而連除之卽得積步不盡以等數除之而命分以畝法除積步得畝數也。

九章算術卷二

粟米以御交質變易

凡此諸率相與大通其時相求各如本率可約者約之別術然也

粟率五十

糲米三十

稗米二十七

粳米二十四

御米二十一

小麴十三半

大麴五十四

糲飯七十五

稗飯五十四

粳飯四十八

御飯四十二

案詩大雅鄭箋云米之率糲十稗九粳八侍御七疏云九章粟米之法粟率五十糲米三十稗二十七粳二十四御二十一言粟五升爲糲米三升已下則米漸糲故數益少今攷鑿鑿古多通用

菽蒼麻麥各四十五

稻六十

豉六十三

殮九十

熟菽一百三半

藥一百七十五

今有

案今有即下文稱所有率是也

此都術也。凡九數以爲篇名。可以廣施諸率。所謂告往而知來。舉一隅而三隅反者也。誠能分詭數之紛雜。通彼此之否塞。因物成率。審辨名分。平其偏頗。齊其參差。則終無不歸於此術也。術曰。以所有數乘所求率。爲實。以所有率爲法。

少者多之始。一者數之母。故爲率者必等之於一。據粟率五。糲率三。是粟五而爲一。糲米三而爲一也。欲化粟爲米者。糲當先本是一。

案下粟粟率五。今五爲一。則此不得云糲當先本是一。糲字應改作粟。

一者。謂以五約之。令五而爲一也。訖乃以

三乘之。令一而爲三。如是則率至於一。

案至字誤。上云爲率者必等之於一。至乃等字之誤。

以五爲三矣。然先除後乘。或有餘分。故術

反之。又究言之。知粟五升爲糲米三升。以分言之。知粟一斗爲糲米五分斗之三。以五爲母三爲子。以粟求糲米者。乘其母報除也。案此句有脫誤。當云以子乘其母報除也。然則所求之率常爲母也。

淳風等按。宜云所求之率常爲子。所有之率常爲母。今乃云所求之率常爲母。知脫錯也。實如法而一。

今有粟一斗。欲爲糲米。問得幾何。答曰。爲糲米六升。術曰。以粟求糲米。三之五而一。

淳風等按。都術以所求率乘所有數。以所有率爲法。此術以粟求米。故粟爲所有數。三是米率。故三爲所求率。五爲粟率。故五爲所有率。粟率五十。米率三十。退位求之。故惟云三五也。

今有粟二斗一升。欲爲稗米。問得幾何。答曰。爲稗米一斗一升五十分斗之十七。術曰。以粟求稗米。二十七之五十而一。

淳風等按。稗米之率二十有七。故直以二十七之五十而一也。

今有粟四斗五升。欲爲鑿米。問得幾何。答曰。爲鑿米二斗一升五分升之三。術曰。以粟求鑿米。十二之二十五而一。

淳風等按。鑿米之率二十有四。以爲率太繁。故因而半之。半所求之率。以乘所有之數。所求之率既減。

半。所有之率亦減半。是故十二乘之。二十五而一也。

今有粟七斗九升。欲爲御米。問得幾何。答曰。爲御米三斗三升五十分升之九。

術曰。以粟求御米。二十一之。五十而一。

今有粟一斗。欲爲小麴。問得幾何。答曰。爲小麴二升一十分升之七。

術曰。以粟求小麴。二十七之。百而一。

淳風等按。小麴之率十三有半。半者二爲母。以二通之。得二十七。爲所求率。又以母二通其粟率。得一百。爲所有率。凡本率有分者。須卽乘除也。他皆倣此。

今有粟九斗八升。欲爲大麴。問得幾何。答曰。爲大麴一十斗五升二十五分升之二十一。

術曰。以粟求大麴。二十七之。二十五而一。

淳風等按。大麴之率五十有四。因其可半。故二十七之。亦如粟求麴米。半其二率。

今有粟二斗三升。欲爲糲飯。問得幾何。答曰。爲糲飯三斗四升半。

術曰。以粟求糲飯。三之。二而一。

淳風等按。糲飯之率七十有五。粟求糲飯。合以此數乘之。今以等數二十有五。約其二率。所求之率得三。所有之率得二。故以三乘二除。

今有粟三斗六升。欲爲稗飯。問得幾何。答曰。爲稗飯三斗八升二十五分升之二十二。

術曰以粟求稗飯二十七之二十五而一。

淳風等按此術與大糲多同。

今有粟八斗六升欲爲鑿飯問得幾何答曰爲鑿飯八斗二升二十五分升之一十四。術曰以粟求鑿飯二十四之二十五而一。

淳風等按鑿飯率四十八此亦半二率而乘除。

今有粟九斗八升欲爲御飯問得幾何答曰爲御飯八斗二升二十五分升之八。術曰以粟求御飯二十一之二十五而一。

淳風等按此術半率亦與鑿飯多同。

今有粟三斗少半升欲爲菽問得幾何答曰爲菽二斗七升一十分升之三。

今有粟四斗一升太半升欲爲蒼問得幾何答曰爲蒼三斗七升半。

今有粟五斗太半升欲爲麻問得幾何答曰爲麻四斗五升五分升之三。

今有粟一十斗八升五分升之二欲爲麥問得幾何答曰爲麥九斗七升二十五分升之一十四。

術曰以粟求菽蒼麻麥皆九之十而一。

淳風等按四術率竝四十五。

案竝原本說作并今改正

皆是爲粟所求俱合以此率乘其本粟術欲從省先以等數五

約之所求之率得九。所有之率得十。故九乘十除。義由於此。

今有粟七斗五升七分升之四。欲爲稻。問得幾何。答曰。爲稻九斗三十五分斗之一十四。
術曰。以粟求稻。六之五而一。

淳風等按。稻率六十。亦約二率而乘除。

今有粟七斗八升。欲爲鼓。問得幾何。答曰。爲鼓九斗八升二十五分升之七。

術曰。粟求鼓。六十三之五十而一。

今有粟五斗五升。欲爲煇。問得幾何。答曰。爲煇九斗九升。

術曰。以粟求煇。九之五而一。

淳風等按。煇率九十。退位與求稻多同。

今有粟四斗。欲爲熟菽。問得幾何。答曰。爲熟菽八斗二升五分升之四。

術曰。以粟求熟菽。二百七之百而一。

淳風等按。熟菽之率一百三半。半者其母二。故以母二通之。所求之率。既被二乘。所有之率。隨而俱長。

故以二百七之百而一。

今有粟二斗。欲爲蘖。問得幾何。答曰。爲蘖七斗。

術曰。以粟求蘖。七之二而一。

所有之率得二故七乘二除。

今有糲米十五斗五升五分升之二欲爲粟問得幾何答曰爲粟二十五斗九升。

術曰以糲米求粟五之三而一。

淳風等按上術以粟求米故粟爲所有數三爲所求率五爲所有率今此以米求粟故米爲所有數五爲所求率三爲所有率準都術求之各合其數以下所有反求多同皆準此。

今有稗米二斗欲爲粟問得幾何答曰爲粟三斗七升二十七分升之一。

術曰以稗米求粟五十之二十七而一。

今有鬻米三斗少半升欲爲粟問得幾何答曰爲粟二斗三升三十六分升之七。

術曰以鬻米求粟二十五之十二而一。

今有御米十四斗欲爲粟問得幾何答曰爲粟三十三斗三升少半升。

術曰以御米求粟五十之二十一而一。

案原本作二十
二而今改正。

今有稻一十二斗六升一十五分升之一十四欲爲粟問得幾何答曰爲粟一十斗五升九分升之七。

術曰以稻求粟五之六而一。

今有糲米一十九斗二升七分升之一。欲爲稗米。問得幾何。答曰。爲稗米一十七斗二升一十四分升之一十三。

術曰。以糲米求稗米。九之十而一。

淳風等按。稗米率二十七。合以此數乘糲米。術欲從省。先以等數三約之。所求之率得九。所有之率得十。故九乘而十除。

今有糲米六斗四升五分升之三。欲爲糲飯。問得幾何。答曰。爲糲飯一十六斗一升半。

術曰。以糲米求糲飯。五之二而一。

淳風等按。糲飯之率七十有五。宜以本糲飯乘以率數。

案此句錯。當云宜以本糲米乘此率。

術欲從省。先以等數十五約

之。所求之率得五。所有之率得二。故五乘二除。義由於此。

今有糲飯七斗六升七分升之四。欲爲飧。問得幾何。答曰。爲飧九斗一升三十五分升之三十一。

術曰。以糲飯求飧。六之五而一。

淳風等按。飧率九十。爲糲飯所求。宜以飧乘此率。

案此句誤。當云宜以糲飯乘此率。

術欲從省。先以等數十五約之。所求

之率得六。所有之率得五。以此故六乘五除也。

今有菽一斗。欲爲熟菽。問得幾何。答曰。爲熟菽二斗三升。

淳風等按熟菽之率一百三半。

案率原本說作粟今改正

因其有半各以母二通之宜以熟菽數乘此率。

案此句誤當云宜以菽數乘此

率衍熟字

術欲從省先以等數九約之所求之率得一十一半所有之率得五也。

今有菽二斗欲爲鼓問得幾何答曰爲鼓二斗八升。

術曰以菽求鼓七之五而一。

淳風等按鼓率六十三爲菽所求宜以鼓乘此率。

案此句誤當云宜以菽乘此率

術欲從省先以等數九約之所求之率

得七而所有之率得五也。

今有麥八斗六升七分升之三欲爲小麴問得幾何答曰爲小麴二斗五升一十四分升之一十三。

術曰以麥求小麴三之十而一。

淳風等按小麴之率十三半宜以母二通之以乘本麥之數術欲從省先以等數九約之所求之率得

二所有之率得十也。

今有麥一斗欲爲大麴問得幾何答曰爲大麴一斗二升。

術曰以麥求大麴六之五而一。

淳風等按大麴之率五十有四合以本麴數乘此率。

案此句誤當云宜以麴數乘此率。

術欲從省先以等數九約之。所求

之率得六。所有之率得五也。

今有出錢一百六十買甌甃十八枚。

甌甃甌也。

問枚幾何。答曰一枚八錢九分錢之八。

今有出錢一萬三千五百買竹二千三百五十箇。問箇幾何。答曰一箇五錢四十七分錢之三十五。

經率術曰以所買率爲法。所出錢數爲實。實如法得一。

此術猶經分。

淳風等按今有之義以所求率乘所有數合以甌甃一枚乘錢一百六十爲實。

案此句原本脫乘字今補。

但以一乘不

長故不復乘。是以徑將所買之率與所出之錢爲法實也。又按此今有之義出錢爲所有數一枚爲所

求率所買爲所有率而今有之即得所求數。

案原本說作即得所求率今改正。

一乘不長故不復乘。是以徑將所買之率

爲法以所出之錢爲實實如法得一枚錢不盡者等數而命分。

今有出錢五千七百八十五買漆一斛六斗七升太半升欲斗率之問斗幾何。答曰一斗三百四十五錢。

五百二分錢之一十五。

今有出錢七百二十，買縑一匹二丈一尺，欲丈率之，問丈幾何？答曰：一丈一百一十八錢六十一分錢之二。

今有出錢二千三百七十，買布九匹二丈七尺，欲匹率之，問匹幾何？答曰：一匹二百四十四錢一百二十九分錢之一百二十四。

今有出錢一萬三千六百七十，買絲一石二鈞一十七斤，欲石率之，問石幾何？答曰：一石八千三百二十六錢一百九十七分錢之百七十八。

術曰：以所求率乘錢數爲實，以所買率爲法，實如法得一。

淳風等按：今有之義，錢爲所求率，物爲所有數，故以乘錢，又以分母乘之，爲實，實如法而一，有分者通之，所買通分內子，爲所有率，故以爲法，得錢。

案：此已上并誤不可通，攷書內列數間，淳風等多據首一間爲實，此當云今有之義，一斗爲所求率，出錢爲所有數，故以一斗乘錢數，有分者通之。

又以分母乘之，爲實，所買通分內子，爲所有率，故以爲法，實如法而一，得錢。數不盡而命分者，因法爲母實，餘爲子實，見不滿，故以命之。

今有出錢五百七十六，買竹七十八箇，欲其大小率之，問各幾何？答曰：其四十八箇，七錢，其三十分，箇八錢。

今有出錢一千一百二十，買絲一石二鈞十八斤，欲其貴賤斤率之，問各幾何？答曰：其二鈞八斤，五錢。

其一石一十斤、六錢。

今有出錢一萬三千九百七十、買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤石率之。問各幾何。答曰。其一鈞九兩一十六銖。石八千五十一錢。其一石一鈞二十七斤九兩一十七銖。石八千五十二錢。

今有出錢一萬三千九百七十、買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤鈞率之。問各幾何。答曰。其七斤一十兩九銖。鈞二千一十二錢。其一石二鈞二十斤八兩二十銖。鈞二千一十三錢。

今有出錢一萬三千九百七十、買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤斤率之。問各幾何。答曰。其一石二鈞七斤十兩四銖。斤六十七錢。其二十斤九兩一銖。斤六十八錢。

今有出錢一萬三千九百七十、買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖。欲其貴賤兩率之。問各幾何。答曰。其一石一鈞一十七斤一十四兩一銖。兩四錢。其一鈞一十斤五兩四銖。兩五錢。

其率術曰。各置所買石鈞斤兩以爲法。以所率乘錢數。爲實。實如法而一。不滿法者。反以實減法。法賤實貴。其求石鈞斤兩。以積銖各除法實。各得其積數。餘各爲銖。

其率如欲令差分。按出錢五百七十六。買竹七十八箇。以除錢。得七。實餘三十。是爲三十箇。復可增一錢。然則實餘之數。卽是貴者之數。故曰實貴也。本以七十八箇爲法。今以貴者減之。則其餘悉是賤者之數。故曰法賤也。其求石鈞斤兩。以積銖各除法實。各得其積數。餘各爲銖者。謂石鈞斤兩。積銖除實。

一鈞二十斤六兩十一銖五銖一錢其一石一鈞七斤一十二兩一十八銖六銖一錢今有出錢六百二十買羽二千一百鵞

鵞羽本也數羽稱其本猶數草本稱其根株

欲其貴賤率之間各幾何答曰其一千一百四十鵞三錢一錢其九百六十鵞四錢一錢今有出錢九百八十買矢榦五千八百二十枚欲其貴賤率之間各幾何答曰其三百枚五枚一錢其五千五百二十枚六枚一錢

反其率術曰以錢數爲法所率爲實實如法而一不滿法者反以實減法法少實多二物各以所得多少之數乘法實卽物數

按其率出錢六百二十買羽一千二百鵞反之當二百四十錢一錢四鵞其三百八十錢一錢三鵞

案以

上并誤不可通參攷上注當云按其率錢多物少反之錢少物多出錢六百二十買羽二千一百鵞當以除羽得三實餘二百四十是爲三鵞復可增一鵞然則實餘之數卽是多者之錢故曰買多本以六百二十錢爲法今以多者減之則其餘三百八十是少者之錢故曰法少也二百四十錢一錢四鵞乘得九百六十其三百八十錢一錢三鵞乘得一千一百四十是錢有二價物有貴賤故以羽乘錢反二率也

淳風等按其率者錢多物少反其率知錢少物多多少相反故曰反其率也其率者以物數爲法錢數

爲實。反之。知以錢數爲法。物數爲實。不滿法。知實餘也。當以餘物化爲錢矣。法爲凡錢。而今以化錢減之。故以實減法。法少。知經分之所得。故曰法少。實多者。餘分之所益。故曰實多。乘實宜以多。乘法宜以少。故曰各以其所得多少之數。乘法實。卽物數。

九章算術卷三

衰分以御貴賤粟稅

術曰各置列衰

列衰相與率也重疊則可約

副并爲法以所分乘未并者各自爲實實如法而一

法集而衰別數本一也今以所分乘上別以下集除之一乘一除適足相消故所分猶存且各應率而別也於今有術列衰各爲所求率副并爲所有率所分爲所有數又以經分言之假令甲家三人乙家二人丙家一人并六人共分十二爲人得二也欲復作逐家者則當列置人數以一人所得乘之今此術先乘而後除也

不滿法者以法命之

今有大夫不更饔飧上造公士凡五人共獵得五鹿欲以爵次分之問各得幾何答曰大夫得一鹿三分鹿之二不更得一鹿三分鹿之一饔飧得一鹿上造得三分鹿之二公士得三分鹿之一

術曰列置爵數各自爲衰

爵數者謂大夫五不更四饔飧三上造二公士一也墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名

也。

副并爲法以五鹿乘未并者各自爲實實如法得一。

案原本作得一鹿行鹿字攷古算凡以法除實得所求之數多云實如法而一所有率恆爲法所求率通所有數恆爲實準所有率以副

實取其一爲所求數故曰如法而一或變言實如法得某數篇內有云實如法得絲數及得錢數得粟數之類是也一乃該舉得所求之數爲實此云得一亦該舉得所求數之辭不知者妄加鹿字得一鹿恆不足該舉與後妄加斗字錢字尺字斛字升字作得一斗得一錢得一尺得一斛得一升者皆不可通今竝爲之訂正刪去。

於今有術。

案原本脫於字今據後注文之例補。

列衰各爲所求率副并爲所有率今有鹿數爲所有數而今有之即得。

今有牛馬羊食人苗苗主責之粟五斗羊主曰我羊食半馬馬主曰我馬食半牛今欲衰償之間各出幾何答曰牛主出二斗八升七分升之四馬主出一斗四升七分升之二羊主出七升七分升之一。

術曰置牛四馬二羊一各自爲列衰副并爲法以五斗乘未并者各自爲實實如法得一。

案原本作得一斗乃後人妄加斗字今刪。

淳風等按此術問意羊食半馬馬食半牛是謂四羊當一牛二羊當一馬今術置羊一馬二牛四者通其率以爲列衰。

今有甲持錢五百六十乙持錢三百五十丙持錢一百八十凡三人俱出關關稅百錢欲以錢數多少衰出之間各幾何答曰甲出五十一錢一百九分錢之四十一乙出三十二錢一百九分錢之一十二丙出

一十六錢一百九分錢之五十六

術曰各置錢數爲列衰副并爲法以百錢乘未并者各自爲實實如法得一

案原本作得一錢亦後人妄加錢字今刪

淳風等按此術甲乙丙持錢數以爲列衰副并爲所有率未并者各爲所求率百錢爲所有數而今有之卽得

今有女子善織日自倍五日織五尺問日織幾何答曰初日織一寸三十一分寸之十九次日織三寸三十一分寸之七次日織六寸三十一分寸之十四次日織一尺二寸三十一分寸之二十八次日織二尺五寸三十一分寸之二十五

術曰置一、二、四、八、十六爲列衰副并爲法以五尺乘未并者各自爲實實如法得一

案原本作得一尺亦後人妄加尺字今刪

今有北鄉算八千七百五十八西鄉算七千二百三十六南鄉算八千三百五十六凡三鄉發徭三百七十八人欲以算數多少衰出之間各幾何答曰北鄉遣一百三十五人一萬二千一百七十五分之一萬一千六百三十七西鄉遣一百一十二人一萬二千一百七十五分人之四千四南鄉遣一百二十九人一萬二千一百七十五分人之八千七百九

術曰各置算數爲列衰

淳風等按三鄉算數約可半者爲列衰

副并爲法。以所法徭人數乘未并者。各自爲實。實如法得一。

案原本作得一人。亦後人妄加人字。今刪。

按此術。今有之義也。

案此注有脫誤。據注文之例。當云亦今有之義。以列衰各爲所求率。副并爲所有率。所發徭人數爲所有數。而今有之。卽得。

今有粟粟大夫不更。籓囊上造。公士凡五人。一十五斗。今有大夫一人。後來亦當粟五斗。倉無粟。欲以衰出之。問各幾何。答曰。大夫出一斗四分斗之一。不更出一斗。籓囊出四分斗之三。上造出四分斗之二。公士出四分斗之一。

術曰。各置所粟粟斛斗數。爵次均之。以爲列衰。副并而加後來大夫亦五斗。得二十。以爲法。以五斗乘未并者。各自爲實。實如法得一。案原本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。

粟前五人十五斗者。大夫得五斗。不更得四斗。籓囊得三斗。上造得二斗。公士得一斗。欲令五人各依所得粟多少。減與後來大夫。卽與前來大夫同。據前來大夫已得五斗。故言亦也。各以所得斗數爲衰。并得十五。而加後來大夫亦五斗。凡二十。爲法也。是爲六人共出五斗。後來大夫亦俱損折。於今有術。案原本脫於字。今補。副并爲所有率。未并者各爲所求率。五斗爲所有數。而今有之。卽得。

今有粟粟五斛。五人分之。欲令三人得三。二人得二。問各幾何。答曰。三人人得一斛一斗五升十三分升。

今有大夫、不更、饔、上造、公士、凡五人，共出百錢。欲令高爵出少，以次漸多，問各幾何？答曰：大夫出八錢，一百三十七分錢之一百四，不更出一十錢，一百三十七分錢之一百三十，饔出一十四錢，一百三十七分錢之八十二，上造出二十一錢，一百三十七分錢之一百二十三，公士出四十三錢，一百三十七分錢之一百九。

反衰術曰：列置衰而令相乘，動者爲不動者衰，置爵數各自爲衰而反衰之，副并爲法，以百錢乘未并者，各自爲實，實如法得一。

案原本作得一錢，亦後人妄加錢字，今刪。

以爵次言之，大夫五，不更四，欲令高爵得多者，當使大夫一人受五分，不更一人受四分，人數爲母，分數爲子，母同則子齊，齊卽衰也，故上衰分宜以五、四爲列焉。今此令高爵出少，則當大夫五人共出一人分，不更四人共出一人分，故謂之反衰，人數不同，則分數不齊，當令母互乘子，母互乘子，則動者爲不動者衰也，亦可先同其母，各以分母約其子，爲反衰，副并爲法，以所分乘未并者，各自爲實，實如法而一。

今有甲持粟三升，乙持糲米三升，丙持糲飯三升，欲令合而分之，問各幾何？答曰：甲二升一十分升之七，乙四升一十分升之五，丙一升一十分升之八。

術曰以粟率五十糲米率三十糲飯率七十五爲衰而反衰之。副并爲法。以九升乘未并者。各自爲實。實

如法得一。

案原本作得一升亦後人妄加升字今刪

按此術三人所持升數雖等論其本率精糲不同米率雖少令最得多飯率雖多反使得少故令反之使精得多而糲得少於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率九升爲所有數而今有之即得

四。今有絲一斤價直二百四十今有錢一千三百三十八問得絲幾何答曰五斤八兩一十二銖五分銖之

術曰以一斤價數爲法以一斤乘今有錢數爲實實如法得絲數

按此術亦今有之義以一斤價爲所有率一斤爲所求率今有錢爲所有數而今有之即得

今有絲一斤價直三百四十五今有絲七兩一十二銖問得錢幾何答曰一百六十一錢三十二分錢之二十三

術曰以一斤銖數爲法以一斤價數乘七兩一十二銖爲實實如法得錢數

按此術亦今有之義以絲一斤銖數爲所有率

案原本脫銖字今補

價錢爲所求率今有絲爲所有數而今有之

即得

淳風等按此術亦今有之義。以縑一丈寸數爲所有率。價錢爲所求率。今有縑寸數爲所有數而今有之。卽得。

今有布一匹。價值直一百二十五。今有布二丈七尺。問得錢幾何。答曰。八十四錢八分錢之三。

術曰。以一匹尺數爲法。今有布尺數。乘價錢。爲實。實如法。得錢數。

按此術亦今有之義。以一匹尺數爲所有率。價錢爲所求率。今有布爲所有數而今有之。卽得。

今有素一匹一丈。價值直六百二十五。今有錢五百。問得幾何。答曰。得素一匹。

術曰。以價值爲法。以一匹一丈尺數。乘今有錢數。爲實。實如法。得素數。

按此術亦今有之義。以價錢爲所有率。以丈尺數爲所求率。今有錢爲所有數而今有之。卽得。

今有與人絲一十四斤。約得縑一十斤。今與人絲四十五斤八兩。問得縑幾何。答曰。三十二斤八兩。

術曰。以一十四斤兩數爲法。以十斤乘今有絲兩數。爲實。實如法。得縑數。

按此術亦今有之義。以一十四斤兩數爲所有率。一十斤爲所求率。今有絲爲所有數而今有之。卽得。

今有絲一斤。耗七兩。今有絲二十三斤五兩。問耗幾何。答曰。一百六十三兩四銖半。

術曰。以一斤展十六兩爲法。以七兩乘今有絲兩數。爲實。實如法。得耗數。

按此術亦今有之義。以一斤爲十六兩爲所有率。七兩爲所求率。今有絲爲所有數而今有之。卽得。

今有生絲三十斤。乾之耗三斤十二兩。今有乾絲一十二斤。問生絲幾何。答曰。一十三斤一十一兩十銖七分銖之一。

術曰。置生絲兩數。除耗數。餘以爲法。

餘四百二十兩。卽乾絲率。

三十斤乘乾絲兩數。爲實。實如法。得生絲數。

凡所得率。如細則俱細。麤則俱麤。兩數相推而已。故品物不同。如上緣絲之比。相與乘爲三十斤。凡四百八十兩。今生絲率四百八十兩。今乾絲率四百二十兩。則其數相通。可俱爲銖。可俱爲兩。可俱爲斤。無所歸滯也。若然。宜以所有乾絲斤數。乘生絲兩數。爲實。今以斤兩錯互。而亦同歸者。使乾絲以兩數爲率。生絲以類爲率。譬之異類。亦各有一定之勢。

淳風等按。此術置生絲兩數。除耗數。餘卽乾絲之率。於今有術。爲所有率。三十斤爲所求率。乾絲兩數爲所有數。凡所爲率者。細則俱細。麤則俱麤。今有一斤乘兩。知乾絲卽以兩數爲率。生絲卽以斤數爲率。譬之異物。各有一定之率也。

今有田一畝。收粟六升太半升。今有田一頃二十六畝一百五十九步。問收粟幾何。答曰。八斛四斗四升一十二分升之五。

按此術亦今有之義。以一畝步數爲所有率。六升太半升爲所求率。今有田積步爲所有數。而今有之。即得。

今有取保一歲。價錢二千五百。今先取一千二百。問當作日幾何。答曰。一百六十九日二十五分日之二十三。

術曰。以價錢爲法。以一歲三百五十四日。乘先取錢數。爲實。實如法。得日數。

按此術亦今有之義。以價爲所有率。一歲日數爲所求率。取錢爲所有數。而今有之。即得。

今有貸人千錢。月息三十。今有貸人七百五十錢。九日歸之。問息幾何。答曰。六錢四分錢之三。術曰。以月三十日乘千錢爲法。

以三十日乘千錢爲法者。得三萬。是爲貸人錢三萬。一日息三十也。

以息三十乘今所貸錢數。又以九日乘之。爲實。實如法。得一。案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今刪。

以九日乘今所貸錢。爲今一日所有錢。於今有術爲所有數。息三十爲所求率。三萬錢爲所有率。此又可以一月三十日。約息三十錢。爲十分一日。以乘今一日所有錢。爲實。千錢爲法。爲率者。當等之於一也。故三十日。或可乘本。或可約息。皆所以等之也。

九章算術卷四

少廣以御積器方圓

淳風等按一畝之田廣一步長二百四十步今欲截取其從少以益其廣故曰少廣
術曰置全步及分母子以最下分母徧乘諸分子及全步

淳風等按以分母乘全步者通其分也以母乘子者齊其子也

各以其母除其子置之於左命通分者又以分母徧乘諸分子及已通者皆通而同之并之爲法

淳風等按諸子悉通故可并之爲法亦宜用合分術列數尤多若用乘則算數至繁故別置此術從省約

置所求步數以全步積分乘之爲實實如法而一得從步

案此句實如法之上原本以劉徽總注列入其注又誤截爲三中間注有分者至子如母而一凡三十五字訛作正文語

意蓋橫隔不可通今改正

此以田廣爲法以畝積步爲實

案此十二字原本祇作置所求步數以全步積分乘之爲實下注文今改其文意乃劉注總解田廣求從之術定以田廣爲法以畝積步爲實非專釋二語也

法有分者

當同其母齊其子以同乘法實而使齊子法今以分母乘全步及子子如母而一

案此三十五字原本訛作正文今改正改法有分者

曹田廣既有分母子，須令同母子齊也。以同乘法實，曹母相乘爲同，既以之乘法，遇其子母，又必以之乘實，則實齊。竝以并全法子法也。今以分母乘全步及子子如母而一，卽正文所云以最下分母，徧乘諸分子及全步，各以其母除其子也。

則法實俱長，意亦等也。故如法而一，得從步數。

案此二十三字，原本載作上文法有分者已下之法，今攷竝以并全法，卽正文所云并之爲法也。則法實俱長，意亦等也。承上法既以分母遇

之而是，故積步爲實者，亦以遇之而是，實與法方相等。此二句，始專釋置所求步數，以全步積分乘之爲實，二語前後文意相貫，自中間說作正文，截首尾而三，遂不可通。

今有田廣一步半，求田一畝，問從幾何。答曰：一百六十步。

術曰：下有半，是二分之一，以一爲二，半爲一，并之得三，爲法。置田二百四十步，亦以一爲二乘之，爲實。實如法，得從步。

今有田廣一步半，三分步之一，求田一畝，問從幾何。答曰：一百三十步一十一分步之一。

術曰：下有三分，以一爲六，半爲三，三分之一爲二，并之得十一，爲法。置田二百四十步，亦以一爲六乘之，爲實。實如法，得從步。

今有田廣一步半，三分步之一，四分步之一，求田一畝，問從幾何。答曰：一百一十五步五分步之一。

術曰：下有四分，以一爲十二，半爲六，三分之一爲四，四分之一爲三，并之得二十五，以爲法。置田二百四十步，亦以一爲一十二乘之，爲實。實如法而一，得從步。

今有田廣一步半，三分步之一，四分步之一，五分步之一，求田一畝，問從幾何。答曰：一百五步一十三

七分步之一十五。

術曰。下有五分。以一爲六十。半爲三十。三分之一爲二十。四分之一爲一十五。五分之一爲一十二。并之。得一百三十七。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲六十。乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。九十七步。四十九分步之四十七。

術曰。下有六分。以一爲一百二十。半爲六十。三分之一爲四十。四分之一爲三十五。五分之一爲二十四。六分之一爲二十。并之。得二百九十四。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲一百十。乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。九十二步。一百二十一。分步之六十八。

術曰。下有七分。以一爲四百二十。半爲二百一十。三分之一爲一百四十。四分之一爲一百五。五分之一爲八十四。六分之一爲七十。七分之一爲六十。并之。得一千八十九。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲四百二十。乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。八十八步。七百六十一。分步之二百三十二。

術曰。下有八分。以一爲八百四十。半爲四百二十。三分之一爲二百八十。四分之一爲二百一十。五分之一爲一百六十八。六分之一爲一百四十七。七分之一爲一百二十八。八分之一爲一百五。并之。得二千二百八十三。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲八百四十乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四。

術曰。下有九分。以一爲二千五百二十。半爲一千二百六十三。三分之一爲八百四十。四分之一爲六百三十五。五分之一爲五百四十六。六分之一爲四百二十七。七分之一爲三百六十八。八分之一爲三百一十五。九分之一爲二百八十。并之。得七千一百二十九。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲二千五百二十乘之。爲實。實如法。得從步。

今有田廣一步半。三分步之一。四分步之一。五分步之一。六分步之一。七分步之一。八分步之一。九分步之一。十分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。八十一步七千三百八十一分步之六千九百三十九。

術曰。下有一十分。以一爲二千五百二十。半爲一千二百六十三。三分之一爲八百四十。四分之一爲六百三十五。五分之一爲五百四十六。六分之一爲四百二十七。七分之一爲三百六十八。八分之一爲三百一十五。九分之一爲二百八十。十分之一爲二百五十二。并之。得七千三百八十一。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲二千五百二十乘之。爲實。實如法。得從步。

之一十分步之一十一分步之一求田一畝問從幾何答曰七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一。

術曰。下有一十一分。以一爲二萬七千七百二十。半爲一萬三千八百六十。三分之一爲九千二百四十。四分之一爲六千九百三十。五分之一爲五千五百四十四。六分之一爲四千六百二十。七分之一爲三千九百六十八。八分之一爲三千四百六十五。九分之一爲三千八十一。十分之一爲二千七百七十二。十一分之一爲二千五百二十。并之得八萬三千七百一十一。以爲法。置田二百四十步。亦以一爲二萬七千七百二十乘之。爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半、三分步之一、四分步之一、五分步之一、六分步之一、七分步之一、八分步之一、九分步之一、十分步之一、十一分步之一、十二分步之一。求田一畝。問從幾何。答曰。七十七步八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三。

術曰。下有一十二分。以一爲八萬三千一百六十。半爲四萬一千五百八十。三分之一爲二萬七千七百二十四。四分之一爲二萬七百九十。五分之一爲一萬六千六百三十二。六分之一爲一萬三千八百六十七。七分之一爲一萬一千八百八十八。八分之一爲一萬三千九百九十五。九分之一爲九千二百四十。十分之一爲八千三百一十六。十一分之一爲七千五百六十。十二分之一爲六千九百三十。并之得二十五萬

八千六十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八萬三千一百六十乘之爲實實如法得從步。

淳風等按凡爲術之意約省爲善宜云下有一十二分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十分之一爲二千七百七十二十一分之一爲二千五百二十二十二分之一爲二千三百一十并之得八萬六千二十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之以爲實實如法得從步其術亦得知不繁也。

今有積五萬五千二百二十五步問爲方幾何答曰二百三十五步。

今有積二萬五千二百八十一步問爲方幾何答曰一百五十九步。

今有積七萬一千八百二十四步問爲方幾何答曰二百六十八步。

今有積五十六萬四千七百五十二步四分步之一問爲方幾何答曰七百五十一步半。

今有積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步問爲方幾何答曰六萬三千二十五步。

開方

求方幕之一面也。

議所得以一乘所借一算爲法而以除。

先得黃甲之面上下相命是自乘而除也。

案注內有黃甲黃乙朱青幕之文則知舊有圖而缺今補開方圖附於後

除已倍法爲定法。

倍之者豫張兩面朱幕定義以待復除故曰定法。

其復除折法而下。

欲除朱幕者本當副置所得成方倍之爲定法以折議乘而以除如是當復步之而止乃得相命故使

就上折下。

復置借算步之如初以復議一乘之。

欲除朱幕之角黃乙之幕其意如初之所得也。

所得副以加定法以除以所得副從定法。

再以黃乙之面加定法是則張兩青幕之表。

復除折下如前若開之不盡者爲不可開當以面命之。

術或有以借算加定法而命分者雖粗相近不可用也凡開積爲方方之自乘當還復有積分令不加

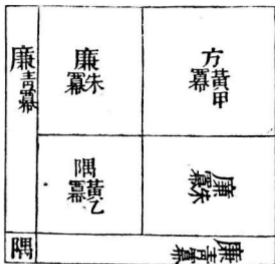
借算而命分。則當微少。其加借算而命分。則又微多。其數不可得而定。故惟以面命之。爲不失耳。譬猶以三除十。以其餘爲三分之一。而復其數。可以舉。不以面命之。加定法如前。求其微數。微數無名者。以爲分子。其一退以十爲母。其再退以百爲母。退之彌下。其分彌細。則朱竊雖有所乘之數。不足言之也。若實有分者。通分內子。爲定實。乃開之。訖。開其母。報除。

淳風等按。分母可開者。竝通之。積先合二母。既開之後。一母尙存。故開分母。求一母爲法。以報除也。若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之。訖。令如母而一。

淳風等按。分母不可開者。本一母也。又以母乘之。乃合二母。既開之後。亦一母存焉。故令如母而一。得全面也。

又按。此術開方者。求方竊之一面也。借一算者。假借一算。空有列位之名。而無除積之實。方隅得面。是故借算列之於下也。步之超一位者。方十自乘。其積有百。方百自乘。其積有萬。故超位至百而言十。至萬而言百也。議所得。以一乘所借一算。爲法。而以除者。先得黃甲之面。以方爲積者。兩相乘。故開方除之。還令兩面上下相命。是自乘而除之也。除已倍法爲定法者。實積未盡。當復更除。故豫張兩面。朱竊定表。以待復除。故曰定法也。其復除折法而下者。欲除朱竊。本當副置所得。成方倍之。爲定法。以折議乘之。而以除。如是當復步之而止。乃得相命。故使就上折之而下也。復置借算。步之如初。以復議一乘。

開 方 圖



案、注內稱黃甲幕者。卽初商所除方幕。稱黃乙幕及兩朱幕者。卽次商所除隅幕及兩廉幕。稱兩青幕者。卽三商所除兩廉幕。凡次商以後。皆有隅。有兩廉。故倍黃甲之面。爲朱幕定表。并黃甲及黃乙之面。倍之。爲青幕定表。原書有圖而缺。今補。

今有積一千五百一十八步四分步之三。問爲圓周幾何。答曰。一百三十五步。

於徽術當周一百三十八步一十分步之一。

淳風等按此依密率爲周一百三十八步五十分步之九。

今有積三百步問爲圓周幾何答曰六十步。

於徽術當周六十一步五十分步之十九。

淳風等按依密率爲周六十一步一百分步之四十一。

術曰置積步數以十二乘之以開方除之即得周。

此術以周三徑一爲率與舊圓田術相反覆也。於徽術以三百一十四乘積如二十五而一所得開方除之即周也。開方除之即徑是爲據見幕以求周猶失之於微少。其以二百乘積一百五十七而一開方除之即徑猶失之於微多。

淳風等按此注於徽術求周之法其中不用開方除之即徑六字。今本有者衍贖也。依密率八十八乘之七而一按周三徑一之率假令周六徑一半周半徑相乘得幕三周六自乘得三十六俱以等數除得幕一周之數十二也其積本周自乘合以一乘之十二而一得積三也術爲一乘不長故以十二而一得此積今還原置此積三以十二乘之者復其本周自乘之數凡物自乘開方除之復其本數故開方除之即周。

今有積一百八十六萬八百六十七尺。

此尺謂立方尺也。凡物有高深深而言積者曰立方。

問爲立方幾何。答曰：一百二十三尺。

今有積一千九百五十三尺八分尺之一。問爲立方幾何。答曰：一十二尺半。

今有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七。問爲立方幾何。答曰：三十九尺八分尺之七。

今有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七。問爲立方幾何。答曰：一百二十四尺太半尺。

開立方

立方適等。求其一面也。

術曰：置積爲實。借一算步之。超二位。

言千之面十。言百萬之面百。

議所得。以再乘所借一算。爲法。而以除。

再乘者。亦求爲方幕。以上議命而除之。則立方等也。

除已三之。爲定法。

爲當復除。故豫張三面已定方幕。爲定法也。

復除折而下。

復除者。三面方幕。已皆自乘之數。須得折議。定其厚薄耳。開平幕者。方百之面十。開立幕者。方千之面十。據定法也。有成方之幕。故復除當以千爲百。折下一等也。

以三乘所得數置中行。

設三廉之定長。

復借一算置下行。

欲以爲隅方立方等。未有定數。且置一算定其位。

步之中超一下超二位。

上方法。長自乘而折中廉法。但有長。故降一等。下隅法。無面長。故又降一等也。

復置議以一乘中。

爲三廉借幕也。

再乘下。

令隅自乘爲方幕也。

皆副以加定法。以定法除。

三面三廉一隅。皆已有幕。以上議命之。而除去三表之厚也。

凡再以中三以下。加定法者。三廉各當以兩面之幕。連於兩方之面。一隅連於三廉之端。案原本脫兩方之面一隅連於

凡八字。今據李淳風注釋所舉此文補入。以待復除也。言不盡言。解此要當以基。乃得明耳。

復除。折下如前。開之不盡者。亦爲不可開。

術亦有以定法命分者。不如故幕開方。以微數爲分也。

若積有分者。通分內子。爲定實。定實乃開之。訖。開其母以報除。

淳風等按。分母可開者。竝通之。積先合三母。既開之後。一母尙存。故開分母。求一母爲法。以報除也。

若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之。訖。令如母而一。

淳風等按。分母不可開者。本一母也。又以母再乘之。今合三母。既開之後。一母猶存。故令如母而一。得

全面也。

又按。開立方者。立方適等。求其一面之數也。借一算步之。超二位者。立方求積。方再自乘。就積開之。故超二位。言千之面十。言百萬之面百也。議所得以再乘。所借一算爲法。而以除者。求爲方幕。以議命之。而除。則立方等也。除已三之。爲定法者。爲積未盡。當復更除。故豫張三面已定方幕。爲定法也。復除折而下者。三面方幕。皆已有自乘之數。須得折議。定其厚薄。據開平方百之面十。其開立方則千之面十。

而定法已有成方之幕。故復除之。當以千爲百。折下一等也。以三乘所得數置中行者。設三廉之定長也。復借一算置下行者。欲以爲隅方。立方等未有數。且置一算定其位也。步之中超一下超二者。上方法。長自乘而一折。中廉法。但有長。故降一等。下隅法。無面長。故又降一等也。復置議以一乘中者。爲三廉借幕也。再乘下者。當令隅自乘爲方幕也。皆副以加定法以定法除者。三面三廉一隅。皆已有幕。以上議命之。而除去三袤之厚也。除已倍下并中從定法者。三廉各當以兩面之幕連於兩方之面。一隅連於三廉之端。以待復除也。其開之不盡者。折下如前開方。卽合所問。有分者。通分納子。開之。訖。開其母以報除。可開者。竝通之。積先合三母。既開之後。一母尙存。故開分母者。求一母爲法以報除。若母不可開者。又以母再乘定實。乃開之。訖。令如母而一。分母不可開者。本一母。又以母可乘。今合三母。既開之後。亦一母尙存。故令如母而一。得全面也。

今有積四千五百尺。

亦謂立方之尺也。

問爲立圓徑幾何。答曰。二十尺。

淳風等按。依密率。立圓徑二十八尺。計積四千一百九十尺。二十一分尺之一。

今有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺。問爲立圓徑幾何。答曰。一萬四千三百尺。

淳風等按。依密率。爲徑一萬四千六百四十三尺四分尺之三。
術曰。置積尺數。以十六乘之。九而一。所得。開立方除之。卽圓徑。

立圓。卽丸也。爲術者。蓋依周三徑一之率。令圓幕居方幕四分之三。圓困居立方亦四分之三。更令圓困爲方率十二。爲丸率九。丸居圓困又四分之三也。置四分自乘。得十六。三分自乘。得九。故丸居立方十六分之九也。故以十六乘積。九而一。得立方之積。丸徑與立方等。故開立方而除得徑也。然此意非也。何以驗之。取立方基八枚。皆令立方一寸。積之爲立方二寸。規之爲圓困。徑二寸。高二寸。又復橫困之。案。此句有舛誤。後李淳風注釋。亦以立方基爲喻。有從規橫規之語。此當云。又復橫規之。則其形有似牟合方蓋矣。八基皆然。似陽馬圓然也。按合蓋者。

方率也。丸居其中。卽圓率也。推此言之。謂夫圓困爲方率。豈不闕哉。以周三徑一爲圓率。則圓幕傷少。令圓困爲方率。則丸積傷多。互相通補。是以九與十六之率。偶與實相近。而丸猶傷多耳。觀立方之內。合蓋之外。雖衰殺有漸。而多少不掄。判合總結。方圓相纏。濃纖詭互。不可等正。欲陋形措意。懼失正理。敢不闕疑。以俟能言者。

黃金方寸。重十六兩。金丸徑寸。重九兩。率生於此。未曾驗也。周官考工記。廩氏爲量。改煎金錫。則不耗。不耗然後權之。權之然後準之。準之然後量之。言鍊金使極精。而後分之。則可以爲率也。令九徑自乘。三而一。開方除之。卽丸中之立方也。假令丸中立方五尺。五尺爲句。句自乘幕二十五尺。倍之。得五十

尺以爲股。幕謂平面方五尺之弦也。以此弦幕爲股。亦以五尺爲句。并句股幕得七十五尺。是爲大弦。幕開方除之。則大弦可知也。大弦卽中立方之長邪。邪卽九徑。故中立方自乘之幕。於九徑自乘之幕。三分之一也。令大弦還乘其幕。卽九外立方之積也。大弦幕開之不盡。令困幕七十五。案七十五卽大弦幕是爲外立方一

面自乘之幕。非困幕也。困幕當是其幕之誤。再自乘之。爲面。命得外立方積四十二萬一千八百七十五尺之面。又令中立方五

尺自乘。又以方乘之。得積一百二十五尺。自乘爲面。句得積一萬五千六百二十五尺之面。案句字說。據上云命得外立方積之面。此乃命得中立方積之面也。句當作命。皆以六百二十五約之。外立方積六百七十五尺之面。中立方積

二十五尺之面也。

張衡算。又謂立方爲質。立圓爲渾。衡言質之與中外之渾。六百七十五尺之面。開方除之。不足一。謂外質積二十六也。內渾二十五之面。謂積五尺也。今徽令質言中渾。渾又言質。則二質相與之率。猶衡二渾相與之率也。衡蓋亦先二質之率。推以言渾之率也。衡又言質六十四之面。渾二十五之面。質復言渾。謂居質八分之五也。又云方八之面。圓。案此下有脫文。據前書九居圓四分之三。此當作方八之面。圓六之面。故斷之云。圓渾相推。知其復以圓爲方率。渾爲圓率。脫六之面三字。圓

渾相推。知其復以圓爲方率。渾爲圓率也。失之遠矣。衡說之自然。欲協其陰陽奇偶之說。而不顧疎密矣。雖有文辭。斯亂道破義病也。置外質積二十六。以九乘之。十六而一。得積十四尺八分之五。卽質

中之渾也。以分母乘全內子，得一百一十七。又置內質積五，以分母乘之，得四十。是謂質居渾一百一十七分之四十。

案此言渾圓內所容之立方，是謂質，當作是內質。

而渾率猶爲傷多也。假令方二尺，方四面并得八尺也。謂之方周。

其中令圓徑與方等，亦二尺也。九半徑以乘圓周之半，卽圓幕也。半方以乘方周之半，卽方幕也。然則方周知方幕之率也。圓周知圓幕之率也。按如術術，方周率八之面，圓周率五之面也。令方周六十四尺之面，卽圓周四十尺之面也。又令徑二尺合乘，得徑四尺之面。

案上言張術術，立方內容立圓者，立圓積居立方積八分之五。以此通之，立圓外渾圓之幕亦

居立方外六面之幕八分之五。故設立方幕六十四尺，則立圓幕四十尺也。此書又令徑二尺自乘，得徑四尺之面。二語無從得其解。據下云是爲圓周率十二之面，而徑率之一面也。謂周自乘得十二者，徑自乘得一，置十二開方除之，得圓周三四六四三五弱。由此言之，術所定平方與平圓周徑之率，方周四，其面一，內容圓之周三四六四三五弱，其徑亦一。劉徽所定方圓周徑之率，則方周四，圓周三四一六，其徑一。故下言術增周太多，過其實。然則當云又令徑一尺，方周四尺自乘得十六尺之面，不得言徑二尺自乘得徑四尺之面。或傳寫舛誤，校是。書者又有竄改，遂致不可通。是爲圓周率十二之面，而徑率一之面也。術亦以周三徑一之率爲非是。故更

著此法，然增周太多，過其實矣。

淳風等按祖暅之謂劉徽張衡二人，皆以圓困爲方率。九爲圓率，乃設新法。祖暅之開立圓術曰：以二乘積。

案此句有脫誤。據淳風申明祖暅之所定立圓術，以徑再自乘，十一乘之，二十一而一，得圓積。反是以求徑，當云以二十一乘積，十一而一，蓋立圓積約居同徑之立方積二十一分之十一也。若以二乘積，則立圓居立方之半，疏譌甚矣。後云今欲求其

本積故二十一乘之十一
 而一正承此申明其說
 開立方除之。卽立圓徑。其意何也。取立方基一枚。令立樞於左後之下隅。從規去

其右上之廉。又合而衡規之。去其前上之廉。

案此下有脫文。據上云立樞於左後之下隅。則其隅正與右前之上隅相對成內外。而外三廉皆連於右前之上隅。一爲右上之廉。一爲前上之廉。

一爲右前之廉。三廉皆當誤據上言置三分之二。以三乘之。如四而一。乃丸居立方二分之一。非三分之一。況已上明祖氏圓術。其率乃丸居立方二十一分之十一。下云圓徑再自乘。十一乘之。如二十一而一。是也。若二分之一。於祖氏術不協矣。又祖氏方幕率十四。圓幕率十一。亦不得用方幕四圓幕三之疎率。以解祖氏說。自祖暅之開立方圓術曰至此。似因傳寫既訛。後人妄加竄改。遂不可通。今攷立方與圓。猶之平方與平圓也。其率亦立方積十四。圓積十一。而丸居圓困三分之二。與十四分之十一通之。分母乘分母得四十二。分子乘分子得二十二。是爲丸居立方四十二分之二十。二即二十一分之十一也。祖氏求圓困立圓平圓三法。本條實爲一等數既密。心亦昭晰。張衡做舊。貽哂於後。劉徽循

故未暇校新。夫豈難哉。抑未之思也。依率立此。圓積本以圓徑再自乘。十一乘之。二十一而一。約此積。今欲求其本積。故二十一乘之。十一而一。凡物再自乘。開立方除之。復其本數。故立方除之。卽丸徑也。

九章算術卷五

商功以御功程積實

今有穿地積一萬尺。問爲堅壤各幾何。答曰。爲堅七千五百尺。爲壤一萬二千五百尺。

術曰。穿地四。爲壤五。

壤。謂息土。

爲堅三。

堅。謂築土。

爲墟四。

墟。謂穿坑。此皆其常率。

以穿地求壤。五之。求堅。三之。皆四而一。

今有術也。

以壤求穿。四之。求堅。三之。皆五而一。以堅求穿。四之。求壤。五之。皆三而一。

淳風等按。此術竝今有之。義也。重張穿地積一萬尺。爲所有數。堅率三。壤率五。各爲所求率。穿率四。爲所有率。而今有之。卽得。

城垣隄溝壟渠皆同術。

今有穿地表一丈六尺深一丈上廣六尺爲垣積五百七十六尺問穿地下廣幾何答曰三尺五分尺之三。

術曰置垣積尺四之爲實。

穿地四爲堅三垣堅也以堅求穿地當四之三而一也。

以深袤相乘。

爲深袤之立實也。

又三之爲法。

以深袤乘之立實除垣積卽阡廣又三之者與堅率并除之。

所得倍之。

爲阡有兩廣先并而半之卽爲廣狹之中平今先得其中平故又倍之知兩廣全也。

減上廣餘卽下廣。

按此術穿地四爲堅三垣卽堅也今以堅求穿地當四乘之三而一深袤相乘者爲深袤立幕以深袤立幕除積卽阡廣又三之爲法與堅率并除所得倍之者爲阡有兩廣先并而半之爲中平之廣今此

今有垣，下廣三尺，上廣二尺，高一丈二尺，袤二十二丈五尺八寸，問積幾何？答曰：六千七百七十四尺。

今有隄，下廣二丈，上廣八尺，高四尺，袤一十二丈七尺，問積幾何？答曰：七千一百一十二尺。

冬程人功四百四十四尺，問用徒幾何？答曰：一十六人一百一十一分之二。

術曰：并上下廣而半之，損廣補狹。

以高若深乘之，又以袤乘之，卽積尺。

按：此術并上下廣而半之者，以盈補虛，得中平之廣，以高若深乘之。

案：此下原本衍「壘率三壘率五各爲所求壘率四爲所有率而今有之凡二十二字係

上注重見於此，今刪正。

得一頭之立幕，又以袤乘之者，得立幕之積，故爲積尺。

以積尺爲實，積功尺數爲法，實如法而一，卽用徒人數。

案：此節之上，原本有術曰二字，上兩節并注，原本誤入上城垣隄溝壘渠皆同術之下，今訂正，合爲一條。

今有溝，上廣一丈五尺，下廣一丈，深五尺，袤七尺，問積幾何？答曰：四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺，并出土功五分之一，定功六百一十二尺五分之四，問用徒幾何？答曰：七人三千六十四分人之四百二十七。

術曰置本人功去其五分之一餘爲法去其五分之一者謂以四乘五除也

以溝積尺爲實實如法而一得用徒人數

按此術置本人功去其五分之一者謂以四乘之五而一除去出土之功取其定功乃通分內子以爲法以分母乘溝積尺爲實者法裏有分實裏通之故實如法而一即用徒人數此以一人之積尺除其衆尺得用徒人數不盡者等數約之而命分也

今有壘上廣一丈六尺三寸下廣一丈深六尺三寸袤一十三丈二尺一寸問積幾何答曰一萬九百四十三尺八寸

八寸者謂穿地方尺深八寸此積餘有方寸中二分四釐五毫乘之貴欲從易非其常定也

夏程人功八百七十一尺并出土功五分之一沙礫水石之工作太半定功二百三十二尺一十五分尺之四問用徒幾何答曰四十七人三千四百八十四分人之四百九

術曰置本人功去其出土功五分之一又去沙礫水石之功太半餘爲法以壘積尺爲實實如法而一即用徒人數

按此術置本人功去其出土功五分之一者謂以四乘五除又去沙礫水石作太半者一乘三除存其少半取其定功乃通分內子以爲法以分母乘壘積尺爲實者爲法裏有分實裏通之故實如法而一

今有穿渠。上廣一丈八尺。下廣三尺六寸。深一丈八尺。袤五萬一千八百二十四尺。問積幾何。答曰。一十七萬四千五百八十五尺六寸。

秋程人功三百尺。問用徒幾何。答曰。三萬三千五百八十二人。功內少一十四尺四寸。一千人先到。問各當受袤幾何。答曰。一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八。術曰。以一人功尺數。乘先到人數。爲實。

以一千人一日功爲實。立實爲功。

案此四字不可通。當是衍文。致下注有立實爲法四字。纂訛作實。後人更移而加之於此。蓋因說致衍耳。

并渠上下廣而半之。以深乘之。爲法。

以渠廣深之立實爲功。

案此四字舛誤。據廣深相乘。得立實。故以除于。人一日功。得袤。當作以渠廣深之立實爲法。

實如法。得袤尺。

今有方塚塿。

塚者。塚城也。塿音丁老反。又音轟。謂以土擁木也。

方一丈六尺。高一丈五尺。問積幾何。答曰。三千八百四十尺。

術曰。方自乘。以高乘之。卽積尺。

今有圓塚塿。周四丈八尺。高一丈一尺。問積幾何。答曰。一千一百一十二尺。

於徽術當積二千一十七尺一百五十七分尺之百三十一。

淳風等按依密率積二千一十六尺。

術曰周自相乘以高乘之十二而一。

此章諸術亦以周三徑一爲率皆非也。於徽術當以周自乘以高乘之。又以二十五乘之三百一十四而一。此之圓幕亦如圓出之幕也。求幕亦如圓田而以高乘幕也。

淳風等按依密率以七乘之八十八而一。

今有方亭下方五丈上方四丈高五丈問積幾何。答曰一十萬一千六百六十六尺太半尺。

術曰上下方相乘又各自乘并之以高乘之三而一。

此章有壘塔陽馬皆合而成立方。蓋說算者乃立基三品以效高深之積。假令方亭上方一尺下方三尺高一尺其用基也。中央立方一四面壘塔四四角陽馬四上下方相乘爲三尺以高乘之約積三尺。是爲得中央立方一四面壘塔各一上方自乘亦得中央立方一。

案此十一字舛誤不可通據上方自乘所得者平幕耳非立方也又下云上方自乘以高乘之

得積一尺又爲中央立方一合前中央立方一四面壘塔各一及中央立方

一四面壘塔各二四角陽馬各三凡二十七基則此二句乃衍文應刪去。

下方自乘爲九以高乘之得積九尺是爲

中央立方一四面壘塔各二四角陽馬各三也上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一凡三

一。卽四陽馬也。上下方相乘。以高乘之。卽中央立方及四面壘塔也。并之。以爲方亭積數也。

今有圓亭。下周三丈。上周二丈。高一丈。問積幾何。答曰。五百二十七尺九分尺之七。

於徽術。當積五百四尺四百七十一分尺之一百一十六也。

淳風等按。依密率。爲積五百三尺三十三分尺之二十六。

術曰。上下周相乘。又各自乘。并之。以高乘之。三十六而一。

此術周三徑一之義。合以三除上下周。各爲上下徑。以相乘。又各自乘。并以高乘之。三而一。爲方亭之積。假令三約上下周。俱不盡。還通之。卽各爲上下徑。令上下徑分母相乘。

案。此句并誤。據上云。還通之。卽各爲上下徑。則是既以分母通上下徑。納

分子矣。此乘卽各爲上下徑言之。當云令上下徑相乘。其語便足。分母二字。乃衍文。應刪。

又各自乘。并以高乘之。爲三方亭之積分。此合分母分相乘得九。爲

法除之。

案。此句有脫誤。據上下徑分母同爲三。則上下徑相乘之數。應以兩分母相乘得九。報除。而上下徑各自乘之數。應各以分母自乘得九。報除。是相乘爲法。及自乘爲法者。同用九也。當云此合分母相乘得九。分母各自乘亦得九。爲法除之。不得違

去自乘一邊言之。蓋

後人傳寫脫落耳。

又三而一。得方亭之積。

案。此下有脫文。據後委粟依垣錄注云。從方鏡中求圓鏡之積。亦猶方幕中

求圓幕。乃令圓率三乘之。方率四而一。得圓亭之積。前求方亭之積。乃以三而一。今求圓亭之積。亦合

三乘之。二母既同。故相準折。惟以方幕四。乘分母九。得三十六而連除之。於徽術。當上下周相乘。又各自乘。并以高乘之。又二十五乘之。九百四十二而一。此方亭四角圓殺。比於方亭二百分之一百五十七。爲術之意。先作方亭三而一。則此據上下徑爲之者。當又以一百五十七乘之。六百而一也。今據周爲之。若於圓塚壙。又以二十五乘之。三百一十四而一。則先得三圓亭矣。故以三百一十四爲九百四十二而一。併除之。

淳風等按。依密率。以七乘之。二百六十四而一。

今有方錐。下方二丈七尺。高二丈九尺。問積幾何。答曰。七千四十七尺。

術曰。下方自乘。以高乘之。三而一。

按。此術假令方錐。下方二尺。高一尺。卽四陽馬。如術爲之。用十二陽馬。成三方錐。故三而一。得方錐也。今有圓錐。下周三丈五尺。高五丈一尺。問積幾何。答曰。一千七百二十五尺一十二分尺之五。

於徽術。當積一千六百五十八尺三百一十四分尺之十三。

淳風等按。依密率。爲積一千六百五十六尺八十八分尺之四十七。

術曰。下周自乘。以高乘之。三十六而一。

按。此術圓錐。下周以爲方錐。下方方錐。下方。令自乘。以高乘之。合三而一。得大方錐之積。大方錐之積。

一百五十七之乘六百而一其說如圓亭也。

淳風等按依密率以十七乘之二百六十四而一。

今有壘堵下廣二丈表一十八丈六尺高二丈五尺問積幾何答曰四萬六千五百尺。

術曰廣表相乘以高乘之二而一。

斜解立方得兩壘堵雖復橢方亦爲壘堵故二而一此則合所規算推其物體蓋爲壘上疊也其形如城而無上廣與所規基形異而同實未聞所以名之爲壘堵之說也。

今有陽馬廣五尺表七尺高八尺問積幾何答曰九十三尺少半尺。

術曰廣表相乘以高乘之三而一。

按此術陽馬之形方錐一隅也今謂四柱屋隅爲陽馬假令廣表各一尺高一尺相乘得立方積一尺斜解立方得兩壘堵斜解壘堵其一爲陽馬一爲鼈臙陽馬居二鼈臙居一不易之率也合兩鼈臙成一陽馬合三陽馬而成一立方故三而一驗之以基其形露矣悉割陽馬凡爲六鼈臙觀其割分則體勢互通蓋易了也其基或脩短或廣狹立方不等者亦割分以爲六鼈臙其形不悉相似然見數同積實均也鼈臙殊形陽馬異體則不純合不純合則難爲之矣何則按斜解方基以爲壘堵者必當以半爲分斜解壘堵以爲陽馬者亦必當以半爲分一從一橫耳設以陽馬爲分內鼈臙爲分外基雖或隨

脩短廣狹，猶有此分常率，知殊形異體亦同也者，以此而已。其使鼈臚廣袤高各二尺。

案原本說作廣袤各高二尺，今改正。

用壘堵鼈臚之基各二，皆用赤基。又使陽馬之廣袤高各二尺，用立方之基一。壘堵陽馬之基各二，皆用黑基。基之赤黑，接爲壘堵。廣袤高各二尺，於是中效其廣，又中分其高，令赤黑壘堵各自適當一方。高二尺方二尺，每二分鼈臚，則一陽馬也。其餘兩基各積本體，合成一方焉。是爲別種而方者，率居三通其體而方者，率居一。雖方隨基改，而固有常然之勢也。按餘數具而可知者，有一二分之別，則一二之爲率定矣。其於理也，豈虛矣。若爲數而窮之，置餘廣袤高之數各半之，則四分之三又可知也。半之彌少，其餘彌細，至細曰微，微則無形。由是言之，安取餘哉。數而求窮之者，謂以情推，不用籌算。鼈臚之物，不同器用。陽馬之形，或隨修短廣狹，然不有鼈臚，無以審陽馬之數。不有陽馬，無以知錐亭之數。功實之主也。

今有鼈臚，下廣五尺，無袤，上袤四尺，無廣，高七尺，問積幾何。答曰：二十三尺少半尺。

術曰：廣袤相乘，以高乘之，六而一。

按此術，臚者背節也，或曰半陽馬，其形有似鼈肘，故以名云。中破陽馬，得兩鼈臚。鼈臚之起數，卽陽馬之半數，數同而實據半，故云六而一，卽得。

按此術羨除實隧道也其所穿地上平下斜似兩甍牖夾一壑堵卽羨除之形假令用此基上廣三尺深一尺下廣一尺末廣一尺無深表一尺下廣卽壑堵上廣者兩甍牖與一壑堵相連之廣也以深表乘得積五尺甍牖居二壑堵居三其於本基皆以爲六故六而一合四陽馬以爲方錐斜畫方錐之底亦合爲中方就中方削而上合全爲中方錐之半於是陽馬之基悉中解矣中錐離而爲四甍牖焉故外錐之半亦爲四甍牖雖背正異形與常所謂甍牖參不相似實則同也所云夾壑堵者中錐之甍牖也凡壑堵上表短者連陽馬也下表短者與甍牖連也下兩表相等知亦與甍牖連也并三廣以高表乘六而一皆其積也今此羨除之廣卽壑堵之表也按此本是三廣不等卽與甍牖連者別而言之中央壑堵廣六尺高三尺表七尺末廣之兩旁各一小甍牖皆與壑堵等令小甍牖居裏大甍牖居表則大甍牖出橢皆方錐下廣三尺表六尺高七尺分取其半則爲表三尺以高廣乘之三而一卽半錐之積也斜解半錐得此兩大甍牖求其積亦當六而一合於常率矣按陽馬之基兩斜基底方當其方也不問旁角而割之相半可知也推此上連無成不方故方錐與陽馬同實角而割之者相半之勢此大甍牖可知更相表裏但體有背正也

今有芻蕘下廣三丈表四丈上表二丈無廣高一丈問積幾何答曰五千尺
術曰倍下表上表從之以廣乘之又以高乘之六而一

推明義理者。舊說云。凡積芻蕘。有上下廣。曰童蕘。謂其屋蓋之苦也。是故蕘之下廣表。與童之上廣表等。正解方亭兩邊合之。卽芻蕘之形也。假令下廣二尺。表三尺。上表一尺。無廣高一尺。其用基也。中夾壘堵二。兩端陽馬各二。倍下表。上表從之。爲七尺。以高廣乘之。得幕十四尺。陽馬之幕各居一。壘堵之幕各居三。以高乘之。得積十四尺。其於本基也。皆一而爲六。故六而一。卽得。亦可令上下表差乘廣。以高乘之。三而一。卽四陽馬也。下廣乘上表而半之。高乘之。卽二壘堵。并之。以爲蕘積也。

芻童曲池盤池冥谷皆同術。

術曰。倍上表。下表從之。亦倍下表。上表從之。各以其廣乘之。并以高若深乘之。皆六而一。

按此術。假令芻童上廣一尺。表二尺。下廣三尺。表四尺。高一尺。其用基也。中夾立方二。四面壘堵六。四角陽馬四。倍下表爲八。上表從之。爲十。以高廣乘之。得積三十尺。是爲得中夾立方各三。兩邊壘堵各四。兩旁壘堵各六。四角陽馬亦各六。復倍上表。下表從之。爲八。以高廣乘之。得積八尺。是爲得中央立方亦各三。兩端壘堵各二。并兩旁三品基。皆一而爲六。故六而一。卽得。爲術又可令上下廣表差相乘。以高乘之。三而一。亦四陽馬。上下廣表互相乘。并而半之。以高乘之。卽四面六壘堵與二立方。并之。爲芻童積。又可令上下廣表互相乘而半之。上下廣表又各自乘。并以高乘之。三而一。卽得也。

其曲池者。并上中外周而半之。以爲上表。亦并下中外周而半之。以爲下表。

此池環而不通。匝形如盤蛇而曲之。亦云周者。謂如委穀依垣之周耳。引而伸之。周爲表。求表之意。環

田也。

今有芻。上廣二丈。袤三丈。上廣三丈。袤四丈。高三丈。間積幾何。答曰。二萬六千五百尺。

今有曲池。上中周二丈。外周四丈。廣一丈。下中周一丈四尺。外周二丈四尺。廣五尺。深一丈。間積幾何。答曰。一千八百八十三尺三寸少半寸。

今有盤池。上廣六丈。袤八丈。下廣四丈。袤六丈。深二丈。間積幾何。答曰。七萬六千六百六十六尺太半尺。

負土往來七十步。其二十步上下棚除。棚除二當平道五。踟躕之間十加一。載輸之間三十步。定一返一百四十步。土籠積一尺六寸。秋程人功。行五十九里半。問人到積尺及用徒各幾何。答曰。人到二百四尺。用徒三百四十六人。一百五十三分人之六十二。

術曰。以一籠積尺。乘程行步數。爲實。往來上下棚除二當平道五。

棚除。斜道有上下之難。故使二當五也。

置定往來步數。十加一。及載輸之間三十步。以爲法。除之。所得。卽人一所到尺。以所到約積尺。卽用徒人數。

按此術。棚除斜道有上下之難。故使二當五。置定往來步數。十加一。及載輸之間三十步。是爲往來求一返。凡用一百四十步。於今有術。爲所有行率。籠積一尺六寸。爲所求到土率。程行五十九里半。爲所有數。而今有之。卽所到尺數。所到約積尺。卽用徒人數者。此一人之積。除其衆積尺。故得用徒人數。

爲術又可令往求一返所用之步約程行爲返數乘籠積爲一人所到以此術與今有術相反覆則乘除之或先後意各有所在而同歸耳

今有冥谷上廣二丈表七丈下廣八尺表四丈深六丈五尺間積幾何答曰五萬二千尺

載土往來二百步載輸之間一里程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用徒各幾何答曰人到二百一尺五十分尺之十三用徒二百五十八人一萬六千三分人之三千七百四十六術曰以一車積尺乘程行步數爲實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘之爲法除之所得卽一人所到尺以所到約積尺卽用徒人數

按此術今有之義以載輸及往來并得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之所得卽一車所到欲得人到者當以六人除之卽得術有分故亦更合法而并除者亦用以半尺數以爲一人到土率

案此二十五字說并不可通據下文云術恐有分故令乘法而并除又云亦可令六人約半積尺數爲一人到土率

此卽下殘缺字句之誤入於前者應刪去以免重複

六人乘五百步爲行率也又亦可五百步爲行率令六人約半積尺數

案此句并說當云約車載

尺爲一人到土率以載土術入之入之者亦可求返數也要其會通而已

案此二十一字說并不可通據下文云術恐有分故令乘法而并除總承上

六人除一車所到及六人約車載尺數二術也中間行前二十五字及此二十一字蓋由傳寫失真後人復妄意竄改耳

術恐有分故令乘法而并除以所到約積尺卽用徒人

數者以一人所積尺除其衆積故得用徒人數也。

今有委粟平地。下周一十二丈。高二丈。問積及爲粟幾何。答曰。積八千尺。

於徽術。當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十九。

淳風等按。依密率。爲積七千六百三十六尺十一分尺之四。

爲粟二千九百六十二斛二十七分斛之二十六。

於徽術。當粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛之一千二百一十。

淳風等按。依密率。爲粟二千八百二十八斛九十九分斛之二十八。

今有委米依垣內角。下周八尺。高五尺。問積及爲米幾何。答曰。積三十五尺九分尺之五。

於徽術。當積三十三尺四百七十一分尺之四百五十七。

淳風等按。依密率。當積三十三尺三十三分尺之三十一。

爲米二十一斛七百二十九分斛之六百九十一。

於徽術。當米二十斛三萬八千一百五十一分斛之三萬六千九百八十。

淳風等按。依密率。爲米二十斛二千六百七十三分斛之二千五百四十。

今有委菽依垣。下周三丈。高七尺。問積及爲菽各幾何。答曰。積三百五十尺。

依徽術。當積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六。

淳風等按依密率爲積三百三十四尺十一分尺之一。

爲菽一百四十四斛二百四十三分斛之八。

依徽術當菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分斛之七千七百七十一。

淳風等按依密率爲菽一百三十七斛八百九十一分斛之四百三十三。

術曰下周自乘以高乘之三十六而一。

此猶圓錐也。於徽術亦當下周自乘以高乘之。又以二十五乘之。九百四十二而一也。

其依垣者。

居圓錐之半也。

十八而一。

於徽術當令此下周自乘以高乘之。又以二十五乘之。四百七十一而一。依垣之周半於全周。其自乘之。居全周自乘之。四分之一。故半全周之法以爲法也。

其依垣內角者。

角隅也。居圓錐四分之一也。

九而一。

於徽術當令此下周自乘而倍之。以高乘之。又以二十五乘之。四百七十一而一。依隅之周半於依垣。

三徑一之率。假令以三除周得徑。若不盡。通分內子。卽爲徑之積。令自乘。以高乘之。爲三方錐之卽分。母自相乘得九爲法。又當三而一。約方錐之積。從方錐中求圓錐之積。亦猶方幕求圓幕。乃當三乘之。四而一方錐得圓幕之積。

案此句衍方錐二字。又圓幕當作圓錐。

前求方積。乃以三而一。今求圓錐之積。復合三乘之。二母

既同。故相準折。惟以四乘分母九。得三十六。而連除圓錐之積。其圓錐之積。與平地聚粟同。故三十六而一。

淳風等按。依密率。以七乘之。其平地者。二百六十四而一。依垣者。一百三十二而一。依隅者。六十六而一也。

程粟一斛。積二尺七寸。

二尺七寸者。謂方一尺。深二尺七寸。凡積二千七百寸。

其米一斛。積一尺六寸五分寸之一。

謂一千六百二十寸。

其菽蒼麻麥一斛。皆二尺四寸十分寸之三。

謂積二千四百三十寸。此爲以精粗爲率。而不等其槩也。粟率五。米率三。故米一斛。於粟一斛三分之

二、菽、蒼麻、麥亦如本率云。故謂此三量器爲槩。而皆不合於今斛。當今大司農斛。圓徑一尺三寸五分五釐。正深一尺。於徽術爲積一千四百四十一寸。排成餘分。又有十分寸之三。王莽銅斛。於今尺爲深九寸五分五釐。徑一尺三寸六分八釐二毫。以徽術計之。於今斛爲容九斗七升四合有奇。周官考工記。槩氏爲量。深一尺。內方一尺而圓外。其實一鬴。於徽術。此圓周積一千五百七十六寸。左氏傳曰。齊舊四量。豆區釜鍾。四升曰豆。各自其四。以登於釜。釜十則鍾。鍾六斛四斗。釜六斗四升。方一尺。深一尺。其積一千寸。若此方積。容六斗四升。則通外圓積成量。容十斗四合一合五分之三也。以數相乘之。則斛之制。方一尺而圓其外。庾旁一釐七毫。幕一百五十六寸四分寸之一。深一尺。積一千五百六十二寸半。容十斗。王莽銅斛。與漢書律歷志所論斛同。

今有倉。廣三丈。袤四丈五尺。容粟一萬斛。問高幾何。答曰。二丈。術曰。置粟一萬斛。積尺爲實。廣袤相乘爲法。實如法而一。得高。以廣袤之幕除積。故得高。按此術本以廣袤相乘。以高乘之。得此積。今還元。置此廣袤相乘爲法除之。故得高也。

今有圓囷。

圓囷。廩也。亦云圓囤也。

高一丈三尺三寸少半寸。容米二千斛。問周幾何。答曰。五丈四尺。

於徽術當周五丈五尺二寸二十分寸之九。

淳風等按依密率爲周五丈五尺一百分尺之二十七。

術曰置米積尺。

此積猶圓堦塲之積。

以十二乘之令高而一所得開方除之卽周。

於徽術當置米積尺以三百一十四乘之爲實二十五乘困高爲法所得開方除之卽周也此亦據見
幕以求周失之於徽少也晉武庫中有漢時王莽所作銅斛其篆書字題斛旁云律嘉量斛方一尺而
圓其外庀旁九釐五毫幕一百六十二寸深一尺積一千六百二十寸容十斗及斛底云律嘉量斗方
尺而圓其外庀旁九釐五毫幕一百六十二寸

案原本說作幕一尺六寸二分於數不合當是後人因下文積一百六十二寸與此適同妄改此以別於下不知幕一百六十二寸者半方寸

也其深僅一寸故積仍爲一百六十二寸積乃立方寸與幕自別況斗與斛
之九圓底旁既同則幕亦同斛深十倍於斗故積十倍之今據上下文訂正

深一寸

案原本說作深一尺今改正

積一百六十二寸容

一斗合侖皆有文字升居斛旁合侖在斛耳上後有讚文與今律歷志同亦魏晉所常用今粗疏王莽
銅斛文字尺寸分數然不盡得升合勺之文按此術本周自相乘以高乘之十二而一得此積今還元
置此積以十二乘之令高而一卽復本周自乘之數凡物自乘開方除之復其本周自乘之數故開方
除之卽得也

淳風等按依密率以八十八乘之爲實七乘困高爲法實如法而一開方除之卽周也。

九章算術卷六

均輸以御遠近勞費

今有均輸粟甲縣一萬戶行道八日乙縣九千五百戶行道十日丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日丁縣一萬二千二百戶行道二十日各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛用車一萬乘欲以道里遠近戶數多少衰出之間粟車各幾何答曰甲縣粟八萬三千一百斛車三千三百二十四乘乙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘丙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘丁縣粟四萬五百五十斛車一千六百二十二乘術曰令縣戶數各如其本行道日數而一以爲衰

按此均輸猶均運也令戶率出車以行道日數爲均發粟爲輸據甲行道八日因使八戶共出一車乙行道十日因使十戶共出一車計其在道則皆戶一日出一車案原本作出車說一字今補故可爲均平之率也

甲衰一百二十五乙丙衰各九十五丁衰六十一副并爲法以賦粟車數乘未并者各自爲實衰分科率

實如法得一

案原本作得一車亦後人妄加車字今刪

各置所當出車以其行道日數乘之如戶數而一得率戶用車二日四十七分日之三十一故謂之均求此戶以率當各計車之錢分也。

案此二句舛誤當云求此率以戶當各計車之衰分也

淳風等按縣戶有多少之差行道有遠近之異欲其均等故各令行道日數約戶爲衰。

案原本脫行道多道字今補

者少其戶行道少者多其戶故各令約戶爲衰以八日約除甲縣得一百二十五乙丙各九十五丁六十一於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率以賦粟車數爲所有數而今有之各得車數一句除乙十三除丙各得九十五二句除了得六十一也。

案淳風等至此原本說在前接故可爲均平之率也下於術意前後失次今訂正

有分者上下輩之。

輩配也車牛人之數不可分裂推少就多均賦之宜今按甲分既少宜從於乙滿法除之有餘從丙丁分又少亦宜就丙除之適盡加乙丙各一上下輩益以少從多也。

以二十五斛乘車數卽粟數。

今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行道一日丙縣一千二百八十人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千七百五十人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近戶率多少衰出之間縣各幾何答曰甲縣二百二十九人乙縣二百八十六人丙縣二百二十八人丁

縣一百七十一人。戊縣二百八十六人。

術曰。令縣卒各如其居所及行道日數而一。以爲衰。

按此亦以日數爲均。發卒爲輸。甲無行道日。但以居所三十日爲率。言欲爲均平之率者。當使甲三十人而出一人。出一人者。計役則皆一人。一日。是以可爲均平之率。

甲衰四。乙衰五。丙衰四。丁衰三。戊衰五。副并爲法。以人數乘未并者。各自爲實。實如法而一。

各置所當出人數。以其居所及行道日數乘之。如縣人數而一。案此二十四字。原本又重見於後。接故存之也。下今刪彼存此。得戶率人役

五日七分日之五。案此十二字。原本接注文重見者之下。今據徽說前後體例訂正。

淳風等按。爲衰於今有術。副并爲所有率。未并者各爲所求率。以賦卒人數爲所有數。此術似別。考則意同。以廣異聞。故存之也。案此條原本混入上注。接如縣人數而一之下。脫淳風等按四字。今據淳風等所釋前後體例訂正。又爲衰二字上有脫文。當云各令居所及行道日數。約縣卒爲衰。

有分者上下輩之。

輩配也。今按丁分最少。宜就戊除。不從乙者。丁近戊故也。滿法除之。有餘從乙。丙分又少。亦就乙除。有餘從甲。除之適盡。從甲丙二分。其數正等。三者於乙。遠近皆同。不以甲從乙者。方以下從上也。

今有均賦粟。甲縣二萬五百二十戶。粟一斛二十錢。自輸其縣。乙縣一萬二千三百一十二戶。粟一斛一

十錢。至輸所二百里。丙縣七千一百八十二戶。粟一斛一十二錢。至輸所一百五十里。丁縣一萬三千三百三十八戶。粟一斛一十七錢。至輸所二百五十里。戊縣五千一百三十戶。粟一斛一十三錢。至輸所一百五十里。凡五縣。賦輸粟一萬斛。一車載二十五斛。與僦一里一錢。欲以縣戶輸粟。令費勞等。問題各粟幾何。答曰。甲縣三千五百七十一斛。二千八百七十三分斛之五百一十七。乙縣二千三百八十斛。二千八百七十三分斛之二千二百六十。丙縣一千三百八十八斛。二千八百七十三分斛之二千二百七十六。丁縣一千七百一十九斛。二千八百七十三分斛之一千三百一十三。戊縣九百三十九斛。二千八百七十三分斛之二千二百五十三。術曰。以一里僦價。乘至輸所里。

此以出錢爲均也。問者曰。一車載二十五斛。與僦一里一錢。一錢卽一里僦價也。以乘里數者。欲知僦一車到輸所所用錢也。甲自輸其縣。則無取僦價也。以一車二十五斛除之。

欲知僦一斛所用錢。

加一斛粟價。

案原本一說作以注同。今據淳風等所釋。並改正。

則致一斛之費。

加一斛之價於一斛僦直。卽凡餘粟取僦錢也。甲一斛之費二十。乙丙各十八。丁二十七。戊十九也。

言使甲二十戶共出一斛，乙丙十八戶共出一斛，計其所費，則皆戶一錢，故可爲均賦之率也。

甲衰一千二十六，乙衰六百八十四，丙衰三百九十九，丁衰四百九十四，戊衰二百七十，副并爲法，所賦粟乘未并者，各自爲實，實如法得一。

各置所當出粟，以其一斛之費乘之，如戶數而一，得率戶出三錢二千八百七十三分錢之一千三百八十一。

淳風等按：此以出錢爲均，問者曰：一車載二十五斛，與儻一里一錢，一錢卽一里儻價也。案：原本脫價字，今據注文補入。

以乘里數者，案：原本脫數字，今據注文補入。欲知儻一車到輸所用錢，甲自輸其縣，則無取儻之價，以一車二十五斛

除之者，欲知儻一斛所用錢，加一斛之價於一斛儻直，卽凡餘粟取儻錢，甲一斛工費二十，乙丙各十八，丁二十七，戊一十九，各以約其戶爲衰，甲衰一千二十六，乙衰六百八十四，丙衰三百九十九，丁衰四百九十四，戊衰二百七十，言使甲二十戶共出一斛，乙丙十八戶共出一斛，計其所費，則皆戶一錢，故可爲均賦之率也。案：率字下，原本衍計字，今刪。於今有術，副并爲所有率，未并者各爲所求率，賦粟一萬斛爲所有

數，此今有衰分之義也。案：此條原本誤連上劉徽注，脫淳風等三字，攷其文義，多與徽所注重複，應是淳風等更舉注文，以總解術意，書內此類甚多，今改正。計經賦之率，既有戶算

之率。亦有遠近貴賤之率。此二率者。各自相與通。通則甲二十。乙十二。丙七。丁十三。戊五。一斛之費。謂之錢率。錢率約戶率者。則錢爲母。戶爲子。子不齊。令母互乘爲齊。則衰也。若其不然。以一斛之費。約戶數取衰。並有分。當通分。內子約之。於算甚繁。此一章皆相與通功共率。略相依似。以上二率。下一率。亦可放此。從其簡易而已。又以分言之。使甲一戶出二十分斛之一。乙一戶出十八分斛之一。各以戶數乘之。亦可得一縣。凡所當輸。俱爲衰也。乘之者。乘其子。母報除之。以此觀之。則以一斛之費。約戶數者。其意不異矣。然則可置一斛之費。而反衰之。約戶以乘。戶率爲衰也。合分注曰。母除爲率。率乘子爲齊。反衰注曰。先同其母。各以分母約其子。爲反衰。以施其率。爲算既約。且不妨處下也。

案計經賦之率至此。原本說入前節注文。故可

爲均賦之率也。下文多舛誤。不可遽據辭內引合。分注及反衰注。乃淳風等推論。衡意無疑。今改正。

今有均賦粟。甲縣四萬二千算。粟一斛二十。備價一日一錢。自輸其縣。乙縣三萬四千二百七十二算。粟一斛一十八。備價一日一十錢。到輸所七十里。兩縣一萬九千三百二十八算。粟一斛一十六。備價一日五錢。到輸所一百四十里。丁縣一萬七千七百算。粟一斛一十四。備價一日五錢。到輸所一百七十五里。戊縣二萬三千四十算。粟一斛一十二。備價一日五錢。到輸所二百一十里。己縣一萬九千一百三十六算。粟一斛一十。備價一日五錢。到輸所二百八十里。凡六縣。賦粟六萬斛。皆輸甲縣。六人共車。車載二十五斛。重車日行五十里。空車日行七十里。載輸之間各一日。粟有貴賤。備各別價。以算出錢。令費勞等。問

按此術羨除實隧道也其所穿地上平下斜似兩鼈臚夾一壘堵即羨除之形假令用此基上廣三尺深一尺下廣一尺末廣一尺無深表一尺下廣即壘堵上廣者兩鼈臚與一壘堵相連之廣也以深表乘得積五尺鼈臚居二壘堵居三其於本基皆以爲六故六而一合四陽馬以爲方錐斜畫方錐之底亦合爲中方就中方削而上合全爲中方錐之半於是陽馬之基悉中解矣中錐雖而爲四鼈臚焉故外錐之半亦爲四鼈臚雖背正異形與常所謂鼈臚參不相似實則同也所云夾壘堵者中錐之鼈臚也凡壘堵上袤短者連陽馬也下袤短者與鼈臚連也下兩袤相等知亦與鼈臚連也并三廣以高表乘六而一皆其積也今此羨除之廣即壘堵之袤也按此本是三廣不等即與鼈臚連者別而言之中央壘堵廣六尺高三尺袤七尺末廣之兩旁各一小鼈臚皆與壘堵等令小鼈臚居裏大鼈臚居表則大鼈臚出橢皆方錐下廣三尺袤六尺高七尺分取其半則爲袤三尺以高廣乘之三而一即半錐之積也斜解半錐得此兩大鼈臚求其積亦當六而一合於常率矣按陽馬之基兩斜基底方當其方也不問旁角而割之相半可知也推此上連無成不方故方錐與陽馬同實角而割之者相半之勢此大鼈臚可知更相表裏但體有背正也

今有芻蕘下廣三丈表四丈上表二丈無廣高一丈問積幾何答曰五千尺
術曰倍下表上表從之以廣乘之又以高乘之六而一

推明義理者。舊說云。凡積芻蕘。有上下廣。曰童蕘。謂其屋蓋之苦也。是故蕘之下廣。表與童之上廣。表等。正解方亭兩邊合之。卽芻蕘之形也。假令下廣二尺。表三尺。上表一尺。無廣高一尺。其用基也。中央壘塔二。兩端陽馬各二。倍下表。上表從之。爲七尺。以高廣乘之。得幕十四尺。陽馬之幕各居一。壘塔之幕各居三。以高乘之。得積十四尺。其於本基也。皆一而爲六。故六而一。卽得。亦可令上下表差乘廣。以高乘之。三而一。卽四陽馬也。下廣乘上表而半之。高乘之。卽二壘塔并之。以爲蕘積也。

芻童曲池盤池冥谷。皆同術。

術曰。倍上表。下表從之。亦倍下表。上表從之。各以其廣乘之。并以高若深乘之。皆六而一。

按此術。假令芻童上廣一尺。表二尺。下廣三尺。表四尺。高一尺。其用基也。中央立方二。四面壘塔六。四角陽馬四。倍下表爲八。上表從之。爲十。以高廣乘之。得積三十尺。是爲得中央立方各三。兩邊壘塔各四。兩旁壘塔各六。四角陽馬亦各六。復倍上表。下表從之。爲八。以高廣乘之。得積八尺。是爲得中央立方亦各三。兩端壘塔各二。并兩旁三品基。皆一而爲六。故六而一。卽得。爲術又可令上下廣表差相乘。以高乘之。三而一。亦四陽馬。上下廣表互相乘。并而半之。以高乘之。卽四面六壘塔與二立方。并之。爲芻童積。又可令上下廣表互相乘而半之。上下廣表又各自乘。并以高乘之。三而一。卽得也。

其曲池者。并上中外周而半之。以爲上表。亦并下中外周而半之。以爲下表。

此池環而不通。匝形如盤蛇而曲之。亦云周者。謂如委穀依垣之周耳。引而伸之。周爲表。求表之意。環

今有芻童。下廣二丈。袤三丈。上廣三丈。袤四丈。高三丈。問積幾何。答曰。二萬六千五百尺。

今有曲池。上中周二丈。外周四丈。廣一丈。下中周一丈四尺。外周二丈四尺。廣五尺。深一丈。問積幾何。答曰。一千八百八十三尺三寸少半寸。

今有盤池。上廣六丈。袤八丈。下廣四丈。袤六丈。深二丈。問積幾何。答曰。七萬六千六百六十六尺。大半尺。

負土往來七十步。其二十步上下棚除。棚除二當平道五。踟躕之間十加一。載輸之間三十步。定一返一百四十步。土籠積一尺六寸。秋程人功。行五十九里半。問人到積尺及用徒各幾何。答曰。人到二百四尺。用徒三百四十六人。一百五十三分人之六十二。

術曰。以一籠積尺。乘程行步數。爲實。往來上下棚除二當平道五。

棚、閣、除、斜道。有上下之難。故使二當五也。

置定往來步數。十加一。及載輸之間三十步。以爲法。除之。所得。卽人一所到尺。以所到約積尺。卽用徒人數。

按此術棚閣除斜道有上下之難。故使二當五。置定往來步數十加一。及載輸之間三十步。是爲往來求一返。凡用一百四十步。於今有術爲所有行率。籠積一尺六寸。爲所求到土率。程行五十九里半。爲所有數。而今有之。卽所到尺數。所到約積尺。卽用徒人數者。此一人之積。除其衆積尺。故得用徒人數。

爲術又可令往求一返所用之步約程行爲返數乘龍積爲一人所到以此術與今有術相反覆則乘除之或先後意各有所在而同歸耳

今有冥谷上廣二丈表七丈下廣八尺表四丈深六丈五尺問積幾何答曰五萬二千尺

載土往來二百步載輸之間一里程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用徒各幾何答曰人到二百一尺五十分尺之十三用徒二百五十八人一萬六千三分人之三千七百四十六術曰以一車積尺乘程行步數爲實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘之爲法除之所得卽一人所到尺以所到約積尺卽用徒人數

按此術今有之義以載輸及往來并得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之所得卽一車所到欲得人到者當以六人除之卽得術有分故亦更令法而并除者亦用以半尺數以爲一人到土率

案此二十五字說并不可通據下文云術恐有分故令乘法而并除又云亦可令六人約半積尺數爲一人到土率

此卽下殘缺字句之誤入於前者應刪去以免重複

六人乘五百步爲行率也又亦可五百步爲行率令六人約半積尺數

案此句并說當云約車載

尺爲一人到土率以載土術入之入之者亦可求返數也要其會通而已

案此二十一字說并不可通據下文云術恐有分故令乘法而并除總承上

六人除一車所到及六人約車載尺數二術也中間衍前二十五字及此二十一字蓋由傳寫失真後人復妄意竄改耳

術恐有分故令乘法而并除以所到約積尺卽用徒人

數者以一人所積尺除其衆積故得用徒人數也。

今有委粟平地。下周一十二丈。高二丈。問積及爲粟幾何。答曰。積八千尺。

於徽術。當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十九。

淳風等按。依密率。爲積七千六百三十六尺十一分尺之四。

爲粟二千九百六十二斛二十七分斛之二十六。

於徽術。當粟二千八百三十斛一千四百一十三分斛之一千二百一十。

淳風等按。依密率。爲粟二千八百二十八斛九十九分斛之二十八。

今有委米依垣內角。下周八尺。高五尺。問積及爲米幾何。答曰。積三十五尺九分尺之五。

於徽術。當積三十三尺四百七十一分尺之四百五十七。

淳風等按。依密率。當積三十三尺三十三分尺之三十一。

爲米二十一斛七百二十九分斛之六百九十一。

於徽術。當米二十斛三萬八千一百五十一分斛之三萬六千九百八十。

淳風等按。依密率。爲米二十斛二千六百七十三分斛之二千五百四十。

今有委菽依垣。下周三丈。高七尺。問積及爲菽各幾何。答曰。積三百五十尺。

於徽術。當積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六。

返幾何。答曰：一百五十返。術曰：置重行率，加十里，以里法通之，爲實。以一返之步爲法，實如法而一，即得也。

今有程傳委輸，空車日行七十里，重車日行五十里。今載太倉粟輸上林，五日三返，問太倉去上林幾何。答曰：四十八里一十八分里之一十一。

術曰：并空重里數，以三返乘之，爲法。令空重相乘，又以五日乘之，爲實。實如法得一。

案原本作得一里，亦後人妄加里字，今刪。

此亦如上術。率一百七十五里之路，往返用六日也。於今有術，則五日爲所有數，一百七十五里爲所求率，六日爲所有率。以此所得，則三返之路，今求一返，當以三約之。因令乘法而并除也。爲術亦可。各置空重行一里，用日之率，以爲列衰，副并爲法。以五日乘列衰爲實。實如法所得，即各空重行日數也。各以一日所行，以乘爲凡日所行。三返約之，爲上林去太倉之數。按此術，重往空還，一輪再還，道置空行一里七十分日之一。重行一里用五十分日之一。齊而同之。空重行一里之路，往返用一百七十五分日之六。定言之者，一百七十五里之路，往返用六日，故并空重者并齊也。空重相乘者，同其母也。於今有術，五日爲所有數，一百七十五爲所求率，六爲所有率。以此所得，則三返之路，今求一返者，當以三約之，故令乘法而并除，亦當約之也。

案自按術重往空還以下，應是李淳風等所釋，訛爲劉注。

今有絡絲一斤，爲練絲一十二兩。練絲一斤，爲青絲一斤一十二銖。今有青絲一斤，問本絡絲幾何。答曰：

一斤四兩一十六銖三十三分銖之一十六。

術曰。以練絲十二兩乘青絲一斤一十二銖爲法。以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數。又以絡絲一斤乘

之爲實。

案原本脫

實如法得一。

案原本作得一斤亦後人妄加斤字今刪

按練絲一斤爲青絲一斤十二銖。此練率三百八十四。青率三百九十六也。又絡絲一斤爲練絲十二兩。此絡率十六。練率十二也。置今有青絲一斤。以練率三百八十四乘之。爲實。實如青絲率三百九十六而一。所得青絲一斤用練絲之數也。又以絡率十六乘之。所得爲實。以練率十二爲法。所得卽練絲用絡絲之數也。是謂重今有也。雖各有率。不問中間。故令後實乘前實。後法乘前法。而并除也。故以練絲兩數爲實。青絲銖數爲法。一曰。又置絡絲一斤兩數。與練絲十二兩約之。絡得四。練得三。此其相與之率。又置練絲一斤銖數。案原本脫與青絲一斤一十二銖約之。練得三十二。青得三十三。亦其相與

數字今補

之率。齊其青絲絡絲。同其二練。絡得一百二十八。青得九十九。練得九十六。卽三率悉通矣。今有練絲一斤。爲所有數。絡絲一百二十八。爲所求率。青絲九十九。爲所有率。爲率之意。猶此。但不先約諸率耳。凡率錯互不通者。皆積齊同用之。放此。雖四五轉。不異也。言同其二練者。以明三率之相與通耳。於術無以異也。又一術。今有青絲一斤銖數。乘練絲一斤兩數。爲實。以青絲一斤一十二銖爲法。所得卽用練絲兩數。以絡絲一斤乘所得。爲實。以練絲十二兩爲法。所得卽用絡絲斤數也。

今有惡粟二十斗，舂之得糲米九斗。今欲求稗米一十斗，問惡粟幾何？答曰：二十四斗六升八十一分升之七十四。

術曰：置糲米九斗，以九乘之，爲法。亦置稗米十斗，以十乘之。又以惡粟二十斗乘之，爲實。實如法得一。

原案

本作得一斗，亦後人妄加斗字，今刪。

按：此術置今有求稗米十斗，以糲米率十乘之，如糲率九而一，卽糲亦化爲惡粟矣。此亦重今有之義，爲術之意，猶絡絲也。雖各有率，不問中間，故令後實乘前實，後法乘前法，而并除之也。

今有善行者行一百步，不善行者行六十步。今不善行者先行一百步，善行者追之，問幾何步及之？答曰：二百五十步。

術曰：置善行者一百步，減不善行者六十步，餘四十步，以爲法。以善行者之一百步，乘不善行者先行一百步，爲實。實如法得一。

案原本作得一步，亦後人妄加少字，今刪。

按：此術以六十步減一百步，餘四十步，卽不善行者先行率也。善行者行一百步，追及率約之。追及率得五，先行率得二，於今有術。

案原本說有字，今補。

不善行者先行一百步，爲所有數。五爲所求率，二爲所有率，而

今有不善行者先行一十里，善行者追之一百里，先至不善行者二十里，問善行者幾何里及之。答曰：三十三里少半里。

術曰：置不善行者先行一十里，以善行者先至二十里增之，以爲法，以不善行者先行一十里，乘善行者一百里，爲實，實如法得一。

案原本作得一里，亦後人妄加里字，今刪。

按：此術不善行者既先行一十里，後不及二十里，并之得三十里也。謂之先行率。善行者一百里爲追及率，約之，先行率得三，三爲所有率，而今有之，卽得也。其意如上術也。

今有兔先走一百步，犬追之二百五十步，不及三十步而止，問犬不止，復行幾何步及之。答曰：一百七步七分步之一。

術曰：置兔先走一百步，以犬走不及三十步減之，餘爲法，以不及三十步乘犬追步數，爲實，實如法得一。

案原本作得一步，亦後人妄加步字，今刪。

按：此術以不及三十步減先走一百步，餘七十步，爲兔先走率，犬行二百五十步，爲追及率，約之，先走率得七，追及率得二十五，於今有術不及三十步爲所有數，二十五爲所求率，七爲所有率，而今有之，卽得也。

今有人持金十二斤出關，關稅之十分而取一，今關取金二斤，價錢五千，問金一斤值錢幾何。答曰：六千。

二百五十。

術曰以一十乘二斤以十二斤減之餘爲法以一十乘五千爲實實如法得一。

案原本作得一錢亦後人妄加錢字今刪

按此術置十二斤以一乘之十而一得一斤五分斤之一卽所當稅者也減二斤餘卽關取盈金以盈除所價錢卽金值也。

案偵原本說作實今改正

今術旣以十二斤爲所稅則是以十爲母故以十乘二斤及所價錢通

其率於今有術五千錢爲所有數十爲所求率八爲所有率而今有之卽得也。

今有客馬日行三百里客去忘持衣日已三分之一主人乃覺持衣追及與之而還至家視日四分之三問主人馬不休日行幾何答曰七百八十里術曰置四分日之三除三分日之一

按此術置四分日之三除三分日之一者除卽減也。

案卽原本說作其今改正

減之餘有十二分之五卽是主人追客

還用日率也。

半其餘以爲法。

去其還存其往率之者子不可半故倍母二十四分之五是爲主人與客均行用日之率也。

副置法增三分日之一。

法二十四分之五者。主人往追。用日之分也。三分之一者。客去主人未覺之前。獨行用日之分也。并連此數。得二十四分日之十三。則主人追及前。用日之分也。是爲客行主人追及。用日率也。然則主人用日率者。客馬行率也。客用日率者。主人馬行率也。母同則子齊。是爲客馬行率五。主人馬行率十三。於今有術。三百里爲所有數。十三爲所求率。五爲所有率。而今有之。卽得也。以三百里乘之。爲實。實如法。得主人馬一日行。

欲知主人追客所行里者。以三百里乘主人均行日分子十三。以母二十四而一。得一百六十二里半。以此乘主人均行日分母二十四。如客馬與主人均行用日分子五而一。亦得主人馬一日行七百八十里也。

今有金簋。長五尺。斬本一尺。重四斤。斬末一尺。重二斤。間次一尺。各重幾何。答曰。末一尺重二斤。次一尺重二斤。八兩。次一尺重三斤。次一尺重三斤。八兩。次一尺重四斤。

術曰。令末重減本重。餘卽差率也。又置本重。以四間乘之。爲下第一衰。副置。以差率減之。每尺各自爲衰。按此術。五尺有四間者。有四差也。今本末相減。餘卽四差之凡數也。以四約之。卽得每尺之差。以差數減本重。餘卽次尺之重也。爲術所置。如是而已。今此率以四爲母。故令母乘本爲衰。通其率也。亦可置末重。以四間乘之。爲上第一衰。以差重率加之。爲次下衰也。

副置下第一衰以爲法以本重四斤徧乘列衰各自爲實實如法得一

案原本作得一斤亦後人妄加斤字今刪

以下第一衰爲法以本重乘其分母之數而又反此率乘本重爲實一乘一除勢無損益故惟本存焉乘衰相推爲率則其餘可知也亦可副置末衰爲法而以末重二斤乘列衰爲實此雖迂迴然是其舊故就新而言之也

今有五人分五錢令上二人所得與下三人等問各得幾何答曰甲得一錢六分錢之二乙得一錢六分錢之一丙得一錢丁得六分錢之五戊得六分錢之四

術曰置錢錐行衰

按此術錐行者謂如立錐初一次二次三次四次五次各均爲一列者也

并上二人爲九并下三人爲六六少於九三

數不得等但以五四三二爲率也

以三均加焉副并爲法以所分錢乘未并者各自爲實實如法得一

案原本作得一錢注內同亦後人妄加錢字今刪

此問者令上二人與下三人等上下部差一人其差三均加上部則得二三均加下部則得三三下部猶差一人差得一以通於本率即上下部等也於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率五錢爲所有數而今有之即得等耳假令七人分七錢欲令上二人與下五人等則上下部差三人并上部爲

十三下部爲十五下多上少下不足減上當以上下部列差而後均減乃合所問耳此可做下術令上二人分二錢半爲上率令下二人分二錢半爲下率上下二率以少減多餘爲實置二人三人各半之減五人餘爲法實如法得一卽衰相去也下衰率六分之五者丁所得錢數也

今有竹九節下三節容四升上四節容三升中間二節欲均容各多少答曰下初一升六十六分升之二十九次一升六十六分升之二十二次一升六十六分升之一十五次一升六十六分升之八次一升六十六分升之一次六十六分升之六十次六十六分升之五十三次六十六分升之四十六次六十六分升之三十九

術曰以下三節分四升爲下率以上四節分三升爲上率

此二率者各其平率也

上下率以少減多餘爲實

按此上下節各分所容爲率者各其平率上下以少減多者餘爲中間五節半之凡差故以爲實也

置四節三節各半之以減九節餘爲法實如法得一

案原本作得一升亦後人妄加升字今刪

卽衰相去也

按此術上下節所容已定之節中間相去節數也實者中間五節半之凡差也故實如法而一則每節之差也

下率一升少半升者，下第二節容也。

一升少半升者，下三節通分四升之平率，平率即爲中分節之容也。

今有鳧起南海，七日至北海，雁起北海，九日至南海，今鳧雁俱起，問何日相逢，答曰：三日十六分日之十五。

術曰：并日數爲法，日數相乘爲實，實如法得一。

案原本作得一日，亦從人妄加日字，今刪。

按此術置鳧七日一至，雁九日一至，齊其至，同其日，定六十三日，鳧九至，雁七至，今鳧雁俱起，而問相逢者，是爲共至，并齊以除同，即得相逢日，故并日數爲法者，并齊之意，日數相乘爲實者，猶以同爲實也。一曰：鳧飛日行七分至之一，雁飛日行九分至之一，齊而同之，鳧飛定日行六十三分至之九，雁飛定日行六十三分至之七，是爲南北海相去六十三分，鳧日行九分，雁日行七分也，并鳧雁一日所行，以除南北相去，而得相逢日也。

今有甲發長安，五日至齊，乙發齊，七日至長安，今乙發已先二日，甲乃發長安，問幾何日相逢，答曰：二日十二分日之一。

術曰：并五日七日以爲法。

乙五至并之爲十二至者用三十五日也。謂甲乙與發之率耳。然則日化爲至。當除日。故以爲法也。以乙先發二日減七日。

減七日者言甲乙俱發。今以發爲始發之端。於本道里則餘分也。餘以乘甲日數爲實。

七者長安去齊之率也。五者後發相去之率也。今問後發。故舍七用五。以乘甲五日爲二十五日。言甲七至乙五至更相去用此二十五日也。

實如法得一。

案原本作得一日亦後人妄加日字今刪

一日甲行五分至之一。乙行七分至之一。齊而同之。甲定日行三十五分至之七。乙定日行三十五分至之五。是爲齊去長安三十五分。甲日行七分。乙日行五分也。今乙先行發二日。已行十分。餘相去二十五分。故減乙二日。餘令相乘爲二十五分。

今有一人一日爲牝瓦三十八枚。一人一日爲牝瓦七十六枚。今令一人一日作瓦。牝牡相半。問成瓦幾何。答曰二十五枚少半枚。

術曰并牝牡爲法。牝牡相乘實。實如法得一。

案原本作得一枚亦後人妄加枚字今刪

此意亦與鳧雁同術。牝牡瓦相并猶如鳧雁日飛相并也。按此術并牝牡爲法者并齊之意。牝牡相乘

爲實者。猶以同爲實也。故實如法。卽得也。

今有一人一日矯矢五十。一人一日羽矢三十。一人一日箬矢十五。今令一人一日自矯羽箬。問成矢幾何。答曰。八矢少半矢。

術曰。矯矢五十。用徒一人。羽矢五十。用徒一人。太半人。箬矢五十。用徒三人少半人。并之得六人。以爲法。以五十矢爲實。實如法得一。案。原本作得一矢。亦後人妄加矢字。今刪。

按此術言成矢五十。用徒六人。一日工也。此同工共作。猶鳧雁共至之類。亦以同爲實。并齊爲法。可令矢互乘。一人爲齊。矢相乘爲同。今先令同於五十矢。矢同則徒齊。其歸一也。以此術爲鳧雁者。當雁飛九日而一至。鳧飛九日而一至。七分至之二。并之得二至七分至之二。以爲法。以九日爲實。實如法而一。得一人日矯矢之數也。

今有假田。初假之歲。三畝一錢。明年。四畝一錢。後年。五畝一錢。凡三歲。得一百。問田幾何。答曰。一頃二十七畝四十七分畝之三十。

術曰。置畝數及錢數。令畝數互乘錢數。并以爲法。畝數相乘。又以百錢乘之。爲實。實如法得一。案。原本作得一畝。亦後人

按此術令畝互乘錢者，齊其錢，畝數相乘者，同其畝，同於六十，則初假之歲，得錢二十，明年得錢十五，後年得錢十二也。凡三歲得錢一百，爲所有數，同畝爲所求率，四十七錢爲所有率，今有之，卽得也。齊其錢，同其畝，亦如鳧雁術也。於今有術，百錢爲所有數，同畝爲所求率，并齊爲所有率。

淳風等按：假田六十畝，初歲得錢二十，明年得錢十五，後年得錢十二，并之得錢四十七，是爲得田六十畝，三歲所治，於今有術，百錢爲所有數，六十畝爲所求率，四十七爲所有率，而今有之，卽合問也。今有程耕，一人一日發七畝，一人一日耕三畝，一人一日耨種五畝，今令一人一日自發耕耨種之，問治田幾何？答曰：一畝一百一十四步七十一分步之六十六。

術曰：置發耕耨畝數，令互乘人數，并以爲法，畝數相乘爲實，實如法得一。

案原本作得一畝，亦後人妄加畝字，今刪。

此猶鳧雁術也。

淳風等按：此術亦發耕耨種畝數互乘人者，齊其人，畝數相乘者，同其畝，故并齊爲法，以同爲實，計田一百五畝，發用十五人，耕用三十五人，種用二十一人，并之得七十一，工治得一百五畝，故以爲實，而一人一日所治，故以人數爲法，除之卽得也。

今有池五渠注之，其一渠開之，少半日一滿，次一日一滿，次二日半一滿，次三日一滿，次五日一滿，今皆決之，問幾何日滿池？答曰：七十四分日之十五。

術曰各置渠一日滿池之數并以為法。

按此術其一渠少半日滿者是一日三滿也。次一日一滿。次二日半滿者是一日五分滿之二也。次三日滿者是一日三分滿之一也。次五日滿者是一日五分滿之一也。并之得四滿十五分滿之十四也。以一日為實實如法得一。

案原本作得一日下同。皆後人妄加日字今刪。

此猶矯矢之術也。先令同於一日日同則滿齊。自鳧雁至此其為同齊有二術焉。可隨率宜也。

其一術列置日數及滿數。

案列原本訛作各。今據注文改正。

其一渠少半日滿者是一日三滿也。次一日一滿。次二日半滿者。是五日二滿。次三日一滿。次五日一滿。此謂之列置日數及滿數也。

今日互相乘滿并以為法。日數相乘為實。實如法得一。

亦如鳧雁術也。

淳風等按此其一渠少半日滿池者是一日三滿池也。次一日一滿。次二日半滿者。是五日再滿。次三日一滿。次五日一滿。此謂列置日數於右行及滿數於左行。以日互乘滿者。齊其滿日數相乘者。同其日滿齊而日同。故并齊以除同。即得也。

案此條原本誤連上劉徽注脫淳風等三字攷其文義多。

今有人持米出三關。外關三而取一。中關五而取一。內關七而取一。餘米五斗。問本持米幾何。答曰。十斗九升八分升之三。

術曰。置米五斗。以所稅者三之。五之。七之。爲實。以餘不稅者二。四。六。互相乘。爲法。案。互相原本說。作相互。今改正。實如法得

一。案原本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。

此亦重今有術也。

案原本說術字。今補。

所稅者。謂今所當稅之定三。五。七。皆爲所求率。二。四。六。皆爲所有率。置今

有餘米五斗。以七乘之。六而一。卽內關未稅之本米也。又有五乘之。四而一。卽外關未稅之本米也。今從末求本。不問中間。故令中率轉相乘而同之。亦如絡絲術。

又一術。外關三而取一。則其餘本米三分之二也。求外關所稅之餘。則當置三分乘之。二而一。欲知中關。以四乘之。五而一。欲知內關。以六乘之。七而一。凡餘分者。乘其母。而以三。五。七。相乘。得一百五。爲分母。二。四。六。相乘。得四十八。爲分子。約而言之。則是餘米於本所持三十五分之十六也。於今有術。餘米五斗爲所有數。分母三十五爲所求率。分子十六爲所有率也。

今有人持金出五關。前關二而稅一。次關三而稅一。次關四而稅一。次關五而稅一。次關六而稅一。次五關所稅。適重一斤。問本持金幾何。答曰。一斤三兩四銖五分銖之四。

術曰置一斤通所稅者以乘之爲實亦通其不稅者以減所通餘爲法實如法得一

案原本作得一斤亦後人妄加斤字今刪

此意猶上術也置一斤通所稅者謂令二三四五六相乘爲分母七百二十也通其所不稅者謂令所稅之餘一二三四五相乘爲分子一百二十也約而言之是爲餘金於本所持六分之一也以子減母凡五關所稅六分之五也於今有術所稅一斤爲所有數分母六爲所求率分子五爲所有率此亦重今有之義又雖各有率不問中間故令中率轉相乘而連除之卽得也置一以爲持金之本率以稅率乘之除之則其率亦成積分也

九章算術卷七

盈不足以御隱雜互見

今有共買物。人出八。盈三人。出七。不足四。問人數。物價各幾何。答曰。七人。物價五十三。
今有共買雞。人出九。盈一十一。人出六。不足十六。問人數。雞價各幾何。答曰。九人。雞價七十。
今有共買驢。人出半。盈四人。出少半。不足三。問人數。驢價各幾何。答曰。四十二人。驢價十七。
今有共買牛。七家共出一百九十。不足三百三十九。九家共出二百七十。盈三十。問家數。牛價各幾何。答曰。一百二十六家。牛價三千七百五十。

按此術并盈不足者。爲衆家之差。故以爲實。置所出率。各以家數除之。各得一家所出率。以少減多者。得一家之差。以除。卽家數。以出率乘之。減盈。故得牛價也。

術曰。盈不足。相與同共買物者。

案此十字。原本說在有分者。通之。句下共說作其。遂不可通。今改正。

置所出率。盈不足各居其下。令維乘所出率。并

以爲實。并盈不足爲法。

案此下原本有實如法而一五字。考此術法實皆以設差約之。實爲物價法爲人數。與他術實如法而一者不同。此五字後人所加。今刪。

按盈者謂之朒。不足者謂之朒。所出率謂之假令。盈朒雜乘兩設者。欲爲同齊之意。據共買物。人出八。盈三人。出七。不足四。齊其假令。同其盈朒。盈朒俱十二。通計齊則不盈不朒之正數。故可并之爲實。并

盈不足爲法，齊之三十二者，是四假令有盈十二，齊之二十一者，是三假令亦腠十二，并七假令合爲

一實，故并三四爲法。

案此條原本說在以御屨，雖互見之下，今改正移此。

有分者通之。

若兩設有分者，齊其子，同其母，此問兩設俱見零分，故齊其子，同其母。

案此條首句之上，原本有注云二字，接上條故并三四爲法之下，係後人連合。

注文因其更端不相通貫，竄入注云二字以別之，今刪正。

副置所出率。

案原本脫副字，今補。

以少減多，餘以約法實，實爲物價，法爲人數。

案此術前列四問，本會通爲一，微注辭不達意，後人失其解，遂妄加改竄，據第二問，人出九，盈

十一，人出六，不足十六，以十六互乘九，得一百四十四，以十一互乘六，得六十六，并之，二百一十，爲實，所謂相與同共買物者，置所出率，盈不足各居其下，令縱乘所出率，并以爲實也。盈十一及不足十六，并之，二十七，爲法，所謂并盈不足爲法也。於出九，減出六，餘三，以三約實，二百一十，得價七十，以三約法，二十七，得九人，所謂副置所出率，以少減多，餘以約法實，實爲物價，法爲人數也。其第一問，所出率相減，餘一，則法實無庸約，故縱乘并之，徑得物價，并盈不足，徑得人數，偶書一算耳。第三問，人出半，盈四，人出少半，不足三，半即二分之一，少半即三分之一也。又即爲二人共出一，盈四，三人共出一，不足三，以二分通三之一，得二，以三分通二之一，得三，是齊其子也。二分三分相乘，得六，是同其母也。以盈四互乘二，得八，以不足三互乘三，得九，并之，十七，爲實，是盈不足縱乘所出率，并以爲實也。盈四及不足三，并而爲七，以分母相乘，所得六，通而齊之，得四十二，爲法，是并盈不足爲法也。二三相減，餘一，以約法實，亦無庸約，故徑得物價，人

七十得一千八百九十，猶之齊其子也。七家九家相乘，得六十三，猶之同其母也。以盈三十五乘一千七百一十，得五萬一千三百，以不足三百三十五乘一千八百九十，得六十二萬三千七百廿六，六十七萬五千，爲實是盈不足維乘所出率，并以爲實也。盈三十及不足三百三十，并而爲三百六十，以六十三通而齊之，得二萬二千六百八十，爲法。是并盈不足爲法也。於一千八百九十，減一千七百一十，餘一百八十，以一百八十約實六十七萬五千，得價三千七百五十，以一百八十約法二萬二千六百八十，得一百二十六家，是別置所出率，以少減多，餘以約法實也。三四兩問，皆所謂有分者通之也。由此觀之，後人改竄之謬，顯然後兩盈兩不足，相與同共買物者，後人亦改竄其文，謬戾做此。

今下維乘上訖，以同約之，不可約，故以乘同之，所出率以少減多者，餘謂之設差，以爲少設，則并盈胸，是爲定實，故以少設約定實，則法爲人數，適足之實，故爲物價。案，二十字有外誤，當云故以少設約法則爲人數，約實則爲物價。盈胸當與少

設相通，不可徧約，亦當分母乘設差，爲約法實。案，此條首句之上，原本有又云二字，按上條故齊其子同其母之下，亦後人連合注文，因其更端竄入此二字，以別之，今改正。

其一術曰，并盈不足爲實，以所出率以少減多，餘爲法，實如法得一，以所出率乘之，減盈增不足，卽物價。此術意謂盈不足爲衆人之差，以所出率以少減多，餘爲一人之差，以一人之差，約衆人之差，故得人

數也。案，此條原本說在筭一問之下，今改正。

今有共買金，人出四百，盈三千四百，人出三百，盈一百，問人數，金價各幾何？答曰：三十三人，金價九千八百。

今有共買羊，人出五，不足四十五，人出七，不足三，問人數，羊價各幾何？答曰：二十一人，羊價一百五十。

兩曰兩盈兩不足相與同共買物者。

案此十二字原本亦說在後有分者通之句下共說作其今改正。

置所出率盈不足各居其下令維乘所

出率以少減多餘爲實兩盈兩不足以少減多餘爲法。

案此下原本有實如法而一五字亦後人妄加今刪。

有分者通之副置所出率。

案原

說副以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數。

按此術兩盈兩不足者兩設皆不足於正數其所以變化猶兩盈

案此有脫誤當云兩盈者兩設皆通於正數兩不足者兩設皆不足於正數其所以變化則兩

不足亦猶兩盈

而或有勢同而情違者當其爲實俱令不足其相乘減則遺其所不足焉故其餘所以爲實者

無胸數以損焉蓋出而有餘兩盈兩設皆逾於正數。

案以上說并不可通。

假令與共買物人出八盈三人出九盈

十齊其假令同其兩盈兩盈俱三十。

案原本脫盈字今補。

舉齊則兼去其餘所以爲實者無盈數兩盈以少減多

餘爲法齊之八十者是十假令而凡盈三十者是齊十以十三之。

案此七字并誤不可通當云是三以十齊之。

齊之二十七者是

三假令而凡盈三十者是三以十之。

案此五字亦并誤當云是十以三齊之。

今假令兩盈共十三以三減十餘七爲一實故

法人數約實即得全數。

案此十二字亦并誤當云故以少股約法則爲人數約實則得物價。

其一術曰置所出率以少減多餘爲法兩盈兩不足以少減多餘爲實實如法而一得人數以所出率乘之減盈增不足即物價。

置所出率以少減多得一人之差兩盈兩不足相減餘爲衆人之差人數以所出率乘之減盈增不足即物價。

案原本脫餘字今補。

故以一人之差除之得

今有共買犬人出五不足九十人出五十適足問人數犬價各幾何答曰二人犬價一百。

術曰以盈及不足之數爲實置所出率以少減多餘爲法實如法得一其求物價者以適足乘人數得物價。

此術意謂以所出率以少減多者餘是一人不足之差不足數爲衆人之差以一人差約之故得人之數也適足數爲實者。案此句訛并當云益不足數爲實者。數單見即衆人差故以爲實所出率以少減多餘即一人差。案原本脫

餘字今補。故以爲法以除衆人差得人數以適足乘人數即得物價也。

今有米在十斗桶中不知其數滿中添粟而舂之得米七斗問故米幾何答曰二斗五升。

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升

案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得故

米斗數

按桶受一斛若使故米二斗須添粟八斗以滿之八斗得糲米四斗八升課於七斗是爲不足二升若使故米三斗須添粟七斗以滿之七斗得糲米四斗二升課於七斗是爲有餘二升以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意

案此下原本云爲齊同者假令據共買物人出入盈三人出七不足四齊其假令同其盈虧俱十二通計齊卽不盈不虧之正數故可以并之爲實并盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二

齊之二十一者是三假令而凡購十二并七假令合爲一實故亦并三四爲法凡一百字已見前此處係重出衍文與上下絕不相涉今刪去

實如法卽得故米斗數乃不盈不虧之正數也

今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何答曰五日十七分日之五瓜長三尺七寸一十七分寸之一瓠長五尺二寸一十七分寸之一十六

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸

案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得日數

按假令五日不足五寸者瓜生五日下垂蔓三尺五寸瓠生五日上延蔓五尺課於九尺之垣是爲不足五寸令之六日有餘一尺二寸者若使瓜生六日下垂蔓四尺二寸瓠生六日上延蔓六尺課於九尺之垣是爲有餘一尺二寸以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意

案此下原本云假令據共買物者人出入盈三人出七不足四齊其假令

問其盈朒俱十二通計齊即不盈不朒之正數故可并以爲實并盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令而凡朒十二并七假令合爲一實故亦并三四爲法凡九十六字即上條重出衍文復雜入於此與上下亦絕不相涉今刪去實如法而一即設差不盈不朒之正數即得日數以瓜瓠一日之長乘之故各得其長之數也

今有蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲日自半莞生日自倍問幾何日而長等答曰二日十三分日之六各長四尺八寸一十三分寸之六

術曰假令二日不足一尺五寸令之三日有餘一尺七寸半

案此下有脫文當云以盈不足雜乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者等數約之而命

分以後一日所長乘日分子如日分母而一各增二長爲二物共長齊等之數

按假令二日不足一尺五寸者蒲生二日長四尺五寸莞生二日長三尺是爲未相及一尺五寸故曰不足令之三日有餘一尺七寸半者蒲增前七寸半莞增前四尺是爲過一尺七寸半故曰有餘以盈不足乘除之又以後一日所長各乘日分子如日分母而一者各得日分子之長也故各增二長即得其數

今有醇酒一斗直錢五十行酒一斗直錢一十今將錢三十得酒二斗問醇行酒各得幾何答曰醇酒二升半行酒一斗七升半

術曰。假令醇酒五升。行酒一斗五升。有餘一十。令之醇酒二升。行酒一斗八升。不足二。

案。此下有脫文。當云各以盈不足維乘之。并爲

實并盈不足爲法。實如法而一。得二酒之數。

據醇酒五升。直錢二十五。行酒一斗五升。直錢一十五。課於三十。是爲有餘十。據醇酒二升。直錢一十。行酒一斗八升。直錢一十八。課於三十。是爲不足二。以盈不足術求之。此問已有重說。及其齊同之意也。

今有大器五。小器一。容三斛。大器一。小器五。容二斛。問大小器各容幾何。答曰。大器容二十四分斛之十。三。小器容二十四分斛之七。

術曰。假令大器五斗。小器亦五斗。盈一十斗。令之大器五斗五升。小器二斗五升。不足二斗。

按。大器容五斗。大器五。容二斛五斗。以減二斛。餘五斗。即小器一所容。故曰。小器亦五斗。小器五。容二斛五斗。大器一。合爲三斛。課於兩斛。乃多十斗。令之大器五斗五升。大器五。合容二斛七斗五升。以減三斛。餘二斗五升。即小器一所容。故曰。小器二斗五升。大器一。容五斗五升。小器五。合容一斛二斗五升。合爲一斛八斗。課於二斛。少二斗。故曰。不足二斗。以盈不足維乘除之。

案。此句有脫文。當云以盈不足維乘之。各并爲實。并盈不足爲法除之。

今有漆三。得油四。油四。和漆五。今有漆三斗。欲令分以易油。還自和餘漆。問出漆得油和漆各幾何。答曰。

出漆一斗一升四分升之一。得油一斗五升。和漆一斗八升四分升之三。

術曰。假令出漆九升。不足六升。令之出漆一斗二升。有餘二升。

按此術三斗之漆。出九升。得油一斗二升。可和漆一斗五升。餘有二斗一升。則六升無油可和。故曰不足六升。令之出漆一斗二升。則易得油一斗六升。可和漆二斗。於三斗之中。已出一斗二升。餘有一斗八升。見在油合和得漆二斗。則是有餘二升。以盈不足維乘之。爲實。并盈不足爲法。實如法而一。得出漆升數。

案此下有脫文。當云求油及和漆者。

四五各爲所求率。四五各爲所有率。而今有之。卽得也。

今有玉方一寸。重七兩。石方一寸。重六兩。今有石立方三寸。中有玉。并重十一斤。問玉石重各幾何。答曰。玉一十四寸。重六斤二兩。石一十三寸。重四斤一十四兩。

術曰。假令皆玉。多十三兩。令之皆石。不足一十四兩。不足爲玉。多爲石。各以一寸之重乘之。得玉石之積重。

立方三寸。是一面之方。計積二十七寸。玉方一寸。重七兩。石方一寸。重六兩。是爲玉石重差一兩。假令皆玉。合有一百八十九兩。課於一十一斤。有餘一十三兩。

案此下原本衍。故謂二字。今刪。

玉重而石輕。故有此多。卽二十

七寸之中。有十三寸。寸損一兩。則以爲石重。故言多爲石。言多之數。出於石以爲玉。假令皆石。合有一百六十二兩。課於十一斤。少十四兩。故曰不足。此不足卽以重爲輕。故令減少數於石重。卽二十七寸

之中有十四寸寸增一兩也。

案此句有脫文當云寸增一兩則以爲玉重也。

今有善田一畝價三百惡田七畝價五百今并買一頃價錢一萬問善惡田各幾何答曰善田一十二畝半惡田八十七畝半。

術曰假令善田二十畝惡田八十畝多一千七百一十四錢七分錢之二令之善田一十畝惡田九十畝不足五百七十一錢七分錢之三。

按善田二十畝直錢六千惡田八十畝直錢五千七百一十四七分錢之二課於一萬是多一千七百一十四七分錢之二令之善田十畝直錢三千惡田九十畝直錢六千四百二十八七分錢之四課於一萬是爲不足五百七十一七分錢之三以盈不足術求之也。

今有黃金九枚白銀一十一枚稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何答曰金重二斤三兩一十八銖銀重一斤一十三兩六銖。

術曰假令黃金三斤白銀二斤一十一分斤之五不足四十九於右行令之黃金二斤白銀一斤一十一分斤之七多一十五於左行以分母各乘其行內之數以盈不足維乘所出率并以爲實并盈不足爲法實如法得黃金重分母乘法以除得銀重約之得分也。

按此術假令黃金九白銀一十一俱重二十七斤金九約之得三斤銀一十一約之得二斤一十一分

斤之五。各爲金銀一枚重數。就金重二十七斤之中。減一金之重。以益銀。銀重二十七斤之中。減一銀之重。以益金。則金重二十六斤一十一分斤之五。銀重二十七斤一十一分斤之六。以少減多。則金輕一十七兩一十一分兩之五。課於一十三兩多四兩一十一分兩之五。通分內子言之。是爲不足四十九。又令之黃金九一枚重二斤九枚重一十八斤。白銀一十一亦合重一十八斤也。乃以一十一除之。得一枚一斤一十一分斤之七。爲銀一枚之重數。今就金重一十八斤之中。減一枚金以益銀。復減一枚銀以益金。則金重一十七斤一十一分斤之七。銀重一十八斤一十一分斤之四。以少減多。卽金輕一十一分斤之八。課於一十三兩少一兩一十一分兩之四。通分內子言之。是爲多一十五。以盈不足爲之。如法得金重。案此二句有脫誤。當云以盈不足術求之。實如法得金重。以除者爲銀兩分母。故同之。案此二句亦脫誤。當云分母乘法以除者。則銀兩分母同。須通法。

而後乃除得銀重。餘皆約之者。術省故也。

今有良馬與鷺馬。發長安至齊。齊去長安三千里。良馬初日行一百九十三里。日增一十三里。鷺馬初日行九十七里。日減半里。良馬先至齊。復還迎鷺馬。問幾何日相逢。答曰。一十五日。一百九十分一。日之一百三十五。而相逢。良馬行四千五百三十四里。一百九十一分里之四十六。鷺馬行一千四百六十五里。一百九十一分里之一百四十五。

術曰。假令十五日。不足三百三十七里半。令之十六日。多一百四十里。以盈不足維乘假令之數。并而爲

實并盈不足爲法實如法而一得日數不盡者以等數除之而命分

案以盈不足維樂至此原本訛入注內今據前術體例改正又此下仍有脫文當云求二馬各

行里數以十五日初未之行并而半之十五乘之又以後一日之定行乘日分子日分母爲法得一各加於前破半里爲半法以八殘分

求良馬行者十四乘益疾里數而半之加良馬初日之行里數

案此下有脫文當云以乘十五日得十五日之凡行又以十五日乘益疾里數加良馬初日之行

以乘日分子如日分母而一所得前良馬凡行里數即得其不盡而命分

案此二句有舛誤當云所得及其不盡而命分加於前良馬凡行里數即

得求驚馬行者以十四乘半里又半之以減驚馬初日之行里數以乘十五日之凡行

案又半之至此有說脫當云以減驚

馬初日之行里數餘以并初日之行又半之乘十五日得驚馬十五日之凡行

又以十五日乘半里以減驚馬初日之行餘以乘日分子如日分母而

一所得加前里即驚馬定行里數其奇半里者爲半法以半法增殘分即得其不盡者而命分按令十五日不足三百三十七里半者據良馬十五日凡行四千二百六十里除先去齊三千里定還迎驚馬一千二百六十里驚馬十五日凡行一千四百二里半并良馬二馬所行得二千六百六十二里半課於三千里少三百三十七里半故曰不足令之十六日多一百四十里者據良馬十六日凡行四千六百四十八里先除去齊三千里定還迎驚馬一千六百四十八里驚馬十六日凡行一千四百九十二

五字脫誤不可通。當云以盈不足雜乘假令之數，并而爲實，并盈不足爲法。

實如法而一，得日數者，卽設差不盈不朒之正數，以二馬初日所行里。

乘十五日爲一十五日平行數，求初末益疾減遲之數者，并一與十四，以十四乘而半之，爲中平之積。案此下原本有減益疾之數五字，係衍文，今刪。又令益疾減遲里數乘之，各爲減益之中平里，故各減益平行數，得一十五日定行

里。若求後一日，以十六日之定行里數乘日分子，如日分母而一，各得日分子之定行里數，故各并十

五日定行里，卽得其驚馬奇半里者，法爲全里之分，故破半里爲半法，以增殘分，卽合所問也。

今有人持錢之蜀賈，利十三，初返歸一萬四千，次返歸一萬三千，次返歸一萬二千，次返歸一萬一千，後返歸一萬，凡五返歸錢，本利俱盡。問本持錢及利各幾何？答曰：本三萬四百六十八錢三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六，利二萬九千五百三十一錢三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七。

術曰：假令本錢三萬，不足一千七百三十八錢半，令之四萬，多三萬五千三百九十錢八分。

按：假令本錢三萬，并利爲三萬九千，除初返歸，留餘加利爲三萬二千五百，除二返歸，留餘又加利爲二萬五千三百五十，除第三返歸，留餘又加利爲一萬七千三百五十五，除第四返歸，留餘又加利爲八千二百六十一錢半，除第五返歸，留合一萬錢，不足一千七百三十八錢半。若使本錢四萬，并利爲五萬二千，除初返歸，留餘加利爲四萬九千四百，除第二返歸，留餘又加利爲四萬七千三百二十，除

第三返歸留餘又加利爲四萬五千九百一十六。除第四返歸留餘又加利爲四萬五千三百九十錢八分。除第五返歸留合一萬餘三萬五千三百九十錢八分。故曰多。

又術置後返歸一萬以十乘之十三而一。卽後所持之本加一萬一千又以十乘之十三而一。卽第四返之本加一萬二千又以十乘之十三而一。卽第三返之本加一萬三千又以十乘之十三而一。卽第二返之本加一萬四千又以十乘之十三而一。卽初持之本并五返之錢以減之卽利也。

今有垣厚五尺。兩鼠對穿。大鼠日一尺。小鼠亦日一尺。大鼠日自倍。小鼠日自半。問幾何日相逢。各穿幾何。答曰。二日一十七分日之二。大鼠穿三尺四寸十七分寸之一十二。小鼠穿一尺五寸十七分寸之五。術曰。假令二日不足五寸。令之三日有餘三尺七寸半。

大鼠日倍。二日合穿三尺。小鼠日自半。合穿一尺五寸。并大鼠所穿合四尺五寸。課於垣厚五尺。是爲不足五寸。令之三日。大鼠穿得七尺。小鼠穿得一尺七寸半。并之以減垣厚五尺。有餘三尺七寸半。以盈不足術求之。卽得。以後一日所穿。案原本訛作求今改正乘日分子。如日分母而一。卽各得日分子之中所穿。故

各增二日定穿。卽合所問也。

九章算術卷八

方程以御錯糶正負

今有上禾三乘，中禾二乘，下禾一乘，實三十九斗，上禾二乘，中禾三乘，下禾一乘，實三十四斗，上禾一乘，中禾二乘，下禾三乘，實二十六斗，問上中下禾實一乘各幾何？答曰：上禾一乘，九斗四分斗之一，中禾一乘，四斗四分斗之一，下禾一乘，二斗四分斗之三。

案三原本訛作一今改正

程，課程也。羣物總雜，各列有數，總言其實，令每行為率，二物者再程，三物者三程，皆如物數程之，并列爲行，故謂之方程。行之左右，無所同存，且爲有所據而言耳。此都術也。以空言難曉，故特繫之禾，以決之。又列中行如右行也。

術曰：置上禾三乘，中禾二乘，下禾一乘，實三十九斗，於右方。中左禾，列如右方。以左行上禾，徧乘中行，而以直除。案古字直值通用，直除猶言對減也。以右行上禾，徧乘中行，復以中行上禾，徧乘右行，然後可相對減。古人文省，故但舉一以該之。

爲術之意，令少行減多行，反覆相減，則頭位必先盡。上無一位，則此行亦闕一物矣。然而舉率以相減，不害餘數之課也。若消去頭位，則下去一物之實，如是疊令左右行相減，審其正負，則可得而知。先令右行上禾乘中行，爲齊同之意，爲齊同者，謂中行直減右行也。案此句并誤，當云謂中行上禾，亦乘右行也。從簡易，雖不言齊同。

以齊同之意觀之其義然矣。

又乘其次亦以直除。

案此謂右行上禾獨乘左行復以左行上禾獨乘右行亦相對減古人文多者等。

復去左行首。

然以中行中禾不盡者。

案古人單用然字不曰然後者然猶乃也非脫後字。

獨乘左行。

案此以中行左行所減之餘如前獨乘文亦從省。

而以直除。

亦令兩行相乘去行之中禾也。

左方下禾不盡者。

案下原本訛作上今改正。

上爲法下爲實實卽下禾之實。

上中禾皆去故餘數是下禾實非但一乘欲約衆乘之實當以禾乘數爲法列此下禾之乘實。

案下禾上原本

衍以字今刪。

乘兩行以直除則下禾之位自決矣各以其餘一位之乘除其下實卽斗數矣。

案斗原本訛作計今改正。

用算

繁而不省所以別爲法約也然猶不如自用其舊廣異法也。

案用算繁而不省以下亦說衍行文。

求中禾以法乘中行下實而除下禾之實。

此謂中下兩禾實。

案原本脫下字今補。

下禾一乘實數先見將中乘求中禾其列實以減下實而左方下禾雖去

一乘以法爲母於率不通。案此三句自脫誤當云而左方下禾不惟一乘下禾實既以法爲母則中行下實不以法爲母於率不通故先以法乘其實而同之。案實原本說作通今

改正。俱合法爲母而除下禾實以下禾先見之實令乘下禾乘數即得下禾一位之列實減於下實。案原本脫

減字今補。則其數是中禾之實也。

餘如中禾乘數而一即中禾之實。

餘中禾一位之實也故以一位乘數約之乃得一乘之實也。

求上禾亦以法乘右行下實而除下禾中禾之實。

此右行三禾共實合三位之實。案合原本說作令今改正故以二位乘數約之。案二原本說作一今改正乃得上禾一乘之實。案原本脫上禾

二字今補。此右行三禾共實合中下禾之實其數竝見右行之禾乘以減之。案此句有脫誤當云以中下禾先見之實令乘右行中下禾乘數以減之故

亦如前各求列實以減下實也。

餘如上禾乘數而一即上禾之實實皆如法各得一。案此下原本衍斗字係後人妄加今刪正

三實同用不滿法者以法命之母實皆當除之。案此六字亦說衍衍文

今有上禾七乘，損實一斗，益之下禾二乘，而實一十斗。下禾八乘，益實一斗，與上禾二乘，而實一十斗。問上下禾實各幾何？答曰：上禾一乘，實一斗五十二分斗之一十八；下禾一乘，實五十二分斗之四十分斗之一。

術曰：如方程，損之曰益，益之曰損。

問者之辭雖

案此字下有脫文，當云雖以損益爲說。

今按實云上禾七乘，下禾二乘，實一十一斗；上禾二乘，下禾八乘，實九

斗也。損之曰益，言損一斗，餘當一十斗。今欲全其實，當加所損也。益之曰損，言益實以一斗，乃滿一十斗。今欲知本實，當減所加，即得也。

損實一斗者，其實過一十斗也。益實一斗者，其實不滿一十斗也。

重論損益數者，各以損益之數，損益之也。

今有上禾二乘，中禾三乘，下禾四乘，實皆不滿斗。上取中，中取下，下取上，各一乘，而實滿斗。問上中下禾實各幾何？答曰：上禾一乘，實二十五分斗之九；中禾一乘，實二十五分斗之七；下禾一乘，實二十五分斗之四。

術曰：如方程，各置所取。

置上禾二乘，爲右行之上；中禾三乘，爲中行之中；下禾四乘，爲左行之下。所取一乘及實一斗，各從其

位。諸行相借取之物，皆依此例。

以正負術入之，正負術曰：

今兩算得失相反，要令正負以名之。正算赤，負算黑。否則以邪正爲異。方程自有赤黑相取，左右數相推求之術，而其并減之勢，不得交通，故使赤黑相消，奪之於算，或減或益，同行異位，殊爲二品，各有并減之差，見於下焉。著此二條，特繫之禾，以成此二條之意。故赤黑相雜，足以定上下之程，減益雖殊，足以通左右之數，差實雖分，足以應同異之率。然則其正無入以負之。

案此句有脫誤，當云然則其正無入負之，負無入正之。

其率不安

也。

同名相除。

此爲以赤除赤，以黑除黑，行求相減者，爲法頭位也。然則頭位同名者，當用此條。頭位異名者，當用下條。

異名相益。

以行減行，當各以其類矣。其異名者，非其類也。非其類者，猶無對也。非所得減也。故黑用黑對，則除黑。無對則除赤，赤黑并於本數。此爲相益之。皆所以爲消奪。消奪之與減益，成一實也。

案此注多說并，據方程術，無論物有幾品，遞減

至一物乃止。又以赤黑別正負。首位赤減赤。黑減黑者。同名相除也。次位以下。過赤用黑對。則相益。此條是也。首位赤減黑。黑減赤者。異名相除也。次位以下。過皆赤皆黑。則相益。後條是也。由此言之。注之謬顯。然蓋傳寫失真。後人復妄加改竄。遂不可通。術

本取要。必除行首。至於他位。不嫌多少。故或令相減。或令相并。理無同異。一也。案。上原本衍而字。今刪正。

正無入負之。

案。入原本說作人。下文及注並同。據注云。無人爲無對也。無對之說。亦未分曉。釋方程者。專爲過空位起例。而左右兩行相對減。或正宜變爲負。或負宜變爲正。往往不得其義例。今考同名相除。異名相益者。如下實左右俱正。所減之餘。

屬左行則去右行。屬右行則去左行。其物品以正減正。負在所去之行。爲正無入。以負減負。餘在所去之行。爲負無入。以正從負。爲正無入。以負從正。爲負無入。負對空位。而負數在所去之行。與以負減負同例。正對空位。而正數在所去之行。與以正從負同例。此皆所謂正無入。負無入正之也。異名相除。同名相益者。如下實左右俱正。并爲一數。則無分於左右。其物品以負減正。餘或左或右。爲正無入。以正減負。餘或左或右。爲負無入。以正從正。爲正無入。以負從負。爲負無入。正對空位。與以負減正同例。負對空位。與以負從負同例。此皆所謂正無入正之。負無入負之也。由是言之。在所去之行。則其數無入。而或左或右。以與無分於左右合爲一行。因亦謂之無入。人字乃傳寫之誤。明矣。今悉改正。 負無入正之。

無入爲無對也。無所得減。則使消奪者。居位也。其當以列實或減下實。

案。此句說并。據後注內方程新術。以列衰乘下實。又以列衰乘單物之數。并爲

法。其當相并。而行中正負雜者。同名相從。異名相消。似即此所舉。

而行中正負雜者。亦用此條。此條者。同名減實。異名益實。正無入負之。負無

入正之也。

其異名相除。同名相益。正無入正之。負無入負之。

此條異名相除爲例。故亦與上條互取。凡正負所以記其同異。使二品互相取而已矣。言負者。未必負。

於少言正者。未必正於多。故每一行之中。雖復赤黑異算。無傷。然則可得使頭位常相與異名。此條之實兼通矣。遂以二條反覆一率。觀其每與上下互相取位。則隨算而言耳。猶一術也。又本設諸行。欲因成數以相去耳。案成字誤。當作減。故其多少無限。令上下相命而已。若以正負相減。如數有舊增法者。每行可

均之。不但數物左右之也。

今有上禾五乘。損實一斗一升。當下禾七乘。上禾七乘。損實二斗五升。當下禾五乘。問上下禾實一乘各幾何。答曰。上禾一乘五升。下禾一乘二升。

術曰。如方程。置上禾五乘正。下禾七乘負。損實一斗一升正。

言上禾五乘之實多。減其一斗一升。餘是與下禾七乘相當數也。故互其算。令相折除。以一斗一升爲差。爲差者。上禾之餘實也。

次置上禾七乘正。下禾五乘負。損實二斗五升正。以正負術入之。

按正負之術。本設列行物程之數。不限多少。必令與實上下相次。而以每行各自爲率。

案此下原本衍多
少二字。乃上文不

限多少勿重
出。今刪正。

然而或減或益。同行異位。殊爲二品。

案此下原本衍各自二字。乃上
文各自爲率勿重出。今刪正。

并減之差。見於下也。

今有上禾六乘。損實一斗八升。當下禾一十乘。下禾一十五乘。損實五升。當上禾五乘。問上下禾實一乘

各幾何。答曰。上禾一乘實八升。下禾一乘實三升。

術曰。如方程。置上禾六乘正。下禾一十乘負。損實一斗八升正。次置上禾五乘負。

案原文脫置字。今據前後文補入。

下禾一

十五乘正。損實五升正。以正負術入之。

言上禾六乘之實多。減損其一斗八升。餘是與下禾十乘相當之數。故亦互其算。而以一斗八升爲差實。差實者。下禾之餘實。

今有上禾三乘。益實六斗。當下禾一十乘。下禾五乘。益實一斗。當上禾二乘。問上下禾實一乘各幾何。答曰。上禾乘實八斗。下禾一乘實三斗。

術曰。如方程。置上禾三乘正。下禾一十乘負。益實六斗負。次置上禾二乘負。下禾五乘正。益實一斗負。以正負術入之。

言上禾三乘之實少。益其六斗。然後與下禾十乘相當也。故亦互其算。而以六斗爲差實。差實者。下禾之餘實。

今有牛五。羊二。直金十兩。牛二。羊五。直金八兩。問牛羊各直金幾何。答曰。牛一直金一兩二十一分兩之一十三。羊一直金二十一分兩之二十。

術曰。如方程。

假令爲同齊，頭位爲牛，當相乘右行定。

案此句外誤，應作左右行相乘定。

更置牛十，羊四，直金二十兩，左行牛十，羊二十

五，直金四十兩，牛數等同，金多二十兩者，羊差二十一使之然也。以少行減多行，則牛數盡，爲羊與直金之數，見可得而知也。以小推大，雖四五行不異也。

今有賣牛二，羊五，以買一十三豕，有餘錢一千，賣牛三，豕三，以買九羊，錢適足，賣六羊，八豕，以買五牛，錢不足六百，問牛羊豕價各幾何？答曰：牛價一千二百，羊價五百，豕價三百。

術曰：如方程，置牛二，羊五，豕一十三，負餘錢數正，次牛三，羊九，負豕三，次五牛，六羊，正，八豕，正，不足錢負，以正負求術入之。

此中行買賣相折，錢適足，故但互買賣算而已，故下無錢直也。設欲以此行，如方程法，先令二牛徧乘中行，而以右行直除之，是故終於下實虛缺矣。故注曰：正無實負，負無實正，方爲類也。方將以別實加適足之數，與實物作實。

案此注說脫不分曉，據術意，應列三行，先令右行牛二徧乘中行，復令中行牛三徧乘右行，而以直除，得羊三十三，正，豕四十五，負，餘錢三千正，以同名相除，異名相益，正無入負之，負無入正之也，次令右

行牛二徧乘左行，復令左行牛五徧乘右行，而以直除，得羊三十七，正，豕四十九，負，餘錢三千八百正，此異名相除，同名相益，正無入正之，負無入負之也，重列爲左右兩行，先令右行羊三十三徧乘左行，復令左行羊三十七徧乘右行，而以直除，得豕四十八，正，以爲法，錢一萬四千四百正，爲實，實如法而一，得豕價三百，轉減而上，得羊價五百，牛價一千二百，此亦同名相除，異名相益，正無入負之，負無入正之也，中行下實虛缺，本無庸論，蓋注文傳寫失真，後人又妄加改竄，遂不可通。

盈不足章黃金白銀，與此相當，假令黃金九，白銀一十一，稱之重適等，交易其一，金輕十三兩，問金銀一枚，各重幾何。

與此同。

今有五雀六燕集稱之。衡雀俱重燕俱輕。一雀一燕交而處衡適平。并雀燕重一斤。問雀燕一枚各重幾何。答曰。雀重一兩一十九分兩之一十三。燕重一兩一十九分兩之五。

術曰。如方程交易質之。各重八兩。

此四雀一燕與一雀五燕衡適平。并重一斤。故各八兩。列兩行程數。左行頭位。其數有一者。令右行徧除。亦可令於左行。案此十六字說并不可通。當云其數是一可者乘。令右行徧乘左行。而取其法實於左。左行數多。以右行取其數。左頭位減盡。

中下行算當燕與實右行不動。左上空。案此十五字。係說并衍文。中法下實。即每枚當重。宜可知也。按此四雀一燕與

一雀五燕其餘等。是三雀四燕重相當。案四原本說。雀率重四。燕率重三也。諸再程之率。皆可異術求之。作一今改正。

即其數也。案此即宋條所首新術以下實俱重八兩。徧乘上雀燕。以左雀八。減右雀三十二。餘二十四。以右燕八。減左燕四十。餘三十二。是爲二物正質相倍。因而約之。雀得三。燕得四。乃三雀當四燕也。對易其數。即雀率重四。而燕率重三。注於此。

突入異術。幾不解其所謂。姑附論之。

今有甲乙二人持錢不知其數。甲得乙半而錢五十。乙得甲大半而亦錢五十。問甲乙持錢各幾何。答曰。甲持三十七錢半。乙持二十五錢。

術曰如方程損益之。

此問者言一甲半乙而五十太半甲一乙亦五十也各以分母乘其全內子行定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一百五十於是乃如方程諸物有分者放此。

今有二馬一牛價過一萬如半馬之價一馬二牛價不滿一萬如半牛之價問牛馬價各幾何答曰馬價五千四百五十四錢一十一分錢之六牛價一千八百一十八錢一十一分錢之二術曰如方程損益之。

此一馬半與一牛價直一萬也二牛半與一馬亦直一萬也一馬半與一牛通分內子右行爲三馬二牛直錢二萬二牛半與一馬直錢一萬通分內子左行爲二馬五牛直錢二萬也。

今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至阪皆不能上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆上問武中下馬一匹各力引幾何答曰武馬一匹力引二十二石七分石之六中馬一匹力引一十七石七分石之一下馬一匹力引五石七分石之五。

術曰如方程各置所借以正負術入之。

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆不足如丙一綆案此句知字及下三知字原本並訛作以惟上知字不誤今據上文改正丙四綆不足

如丁一綆丁五綆不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆案此下原本衍一知字今刪各得所不足一綆皆遠問井深綆

長各幾何。答曰：井深七丈二尺一寸，甲綆長二丈六尺五寸，乙綆長一丈九尺一寸，丙綆長一丈四尺八寸，丁綆長一丈二尺九寸，戊綆長七尺六寸。

案：此間不言丈尺，無由知井深綆長於丈尺幾何，使井深半之爲三丈六尺有半寸，則甲綆一丈三尺二寸半，乙綆九尺五寸半，丙綆七尺四寸，丁綆六尺四

寸半，戊綆三尺八寸，使井深倍之爲十四丈四尺二寸，則甲綆五丈三尺，乙綆三丈八尺二寸，丙綆二丈九尺六寸，丁綆二丈五尺八寸，戊綆一丈五尺二寸，皆合所問，由是言之，間既不定以丈尺，使術推求，先得七百二十一，無以定百爲丈，十爲尺也。問井深綆長之率各幾何，答以井深之率七百二十一，甲綆長率二百六十五，乙綆長率一百九十，丙綆長率一百四十八，丁綆長率一百二十九，戊綆長率七十六，於義乃通。

術曰：如方程，以正負術入之。

此率初如方程爲之名各一逮，井其後法得七百二十一實七十六。

案：此上說并不可通，據術先得七百二十一，爲所列五行之通率，卽井深率也，以此率列

各行下爲各行之下實，重求之法，得七百二十一，實得五萬四千七百九十六，以法除實，得用逮之數七十六。是爲七百二十一綆，而七十六逮井，用逮之數以法除實者，

案：此九字乃說并衍文。而戊一綆逮之數，定逮七百二十一分之七十六，是故七百二十一爲井深，七十六爲戊綆

之長，舉率以言之。

今有白禾二步，青禾三步，黃禾四步，黑禾五步，實各不滿斗，白取青黃，青取黃黑，黃取黑白，黑取白青，各一步，而實滿斗，問白青黃黑禾實各幾何。答曰：白禾一步實一百一十一分斗之三十三，青禾一步實一百一十一分斗之二十八，黃禾一步實一百一十一分斗之一十七，黑禾一步實一百一十一分斗

之一十。

術曰。如方程。各置所取。以正負術入之。

今有甲禾二乘。乙禾三乘。丙禾四乘。重皆過於石。甲二重如乙一。乙三重如丙一。丙四重如甲一。問甲乙丙禾一乘各重幾何。答曰。甲禾一乘重二十三分石之一十七。乙禾一乘重二十三分石之一十一。丙禾一乘重二十三分石之一十。

術曰。如方程。置重過於石之物爲負。

此問者言甲禾二乘之重過於一石也。其過者何云。

案。何云當作幾何。

如乙一乘重矣。互其算。令相折除。

案。原本訛作互。

舊其算令相折除而一衍言字。及而一二字。今刪正。

以石爲之差實。差實者。如甲禾餘實。故置算相與同也。

以正負術入之。

此入頭位異名相除者。正無入正之。負無入負之也。

今有令一人。吏五人。從者一十人。食雞一十。令一十人。吏一人。從者五人。食雞八。令五人。吏一十人。從者一人。食雞六。問令吏從者食雞各幾何。答曰。令一人食一百二十二分雞之四十五。吏一人食一百二十二分雞之四十一。從者一人食一百二十二分雞之九十七。術曰。如方程。以正負術入之。

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十六。四羊二犬六雞三兔直錢一千一百七十五。三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八。二羊三犬五雞一兔直錢八百六十一。問羊犬雞兔價各幾何。答曰。羊價一百七十七。犬價一百二十一。雞價二十三。兔價二十九。

術曰。如方程。以正負術入之。

今有麻九斗麥七斗菽三斗蒼二斗黍五斗直錢一百四十。麻七斗麥六斗菽四斗蒼五斗黍三斗直錢一百二十八。麻三斗麥五斗菽七斗蒼六斗黍四斗直錢一百一十六。麻二斗麥五斗菽三斗蒼九斗黍四斗直錢一百一十二。麻一斗麥三斗菽一斗蒼八斗黍五斗直錢九十五。問一斗直幾何。答曰。麻一斗七錢。麥一斗四錢。菽一斗三錢。蒼一斗五錢。黍一斗六錢。

術曰。如方程。以正負術入之。

此麻麥與均輸少廣章之重衰積分。皆爲大事。其拙於精理。徒按本術者。或用算而布氈。方好煩而喜誤。曾不知其非。反欲以多爲貴。故其算也。莫不同於設通。而專於一端。至於此類。苟務其成。然或失之。不可謂要約。更有異術者。庖丁解牛。游刃理間。故能歷久其刃如新。夫數猶刃也。易簡用之。則動中庖丁之理。故能和精神愛刃。速而寡尤。凡九章爲大事。按法皆不盡一百算也。雖布算不多。然足以算多。世人多以方程爲難。或盡布算之象。在綴正負而已。未暇以論其設動無方。斯膠柱調瑟之類。聊復恢演。

爲作新術著之於此。將亦啓導疑意。網羅道精。豈傳之空言。記其施用之例。著策之數。每舉一隅焉。案以

上字句多訛誤。又皆屬虛辭。非有實義可考。無從訂正。姑仍之。

方程新術曰。以正負術入之。令左右相減。先去下實。又轉去物位。則其求一行二物正負相借者。案此句則

其求三字件設。當云求其一行二物正負相借者。據所立新術。推算至一行二物。若非遇一正一負。彼此相借者。則不得其率。須另推算。往往輒窮。易其相當之率。又令二物與他行互相去取。

轉其二物相借之數。即皆相當之率也。各據二物相當之率。對易其數。即各當之率也。更置成行及其下實。案成行不可通。後稱減行。指所減之餘也。疑成乃減之說。各以其物本率今有之。求其所同。并以爲法。其當相并而行中正負雜者。

同名相從。異名相消。餘以爲法。以下實爲實。案下實原本說作下置。今據上下文訓價直爲下實改正。實如法。即合所問也。一物各以本

率今有之。即皆合所問也。率不通者。齊之。

其一術曰。置羣物通率爲列衰。更置成行羣物之數。案成行亦減行之說。各以其率乘之。案率原本說作數。今改正。并以爲法。其

當相并而行中正負雜者。同名相從。異名相消。餘爲法。以成行下實。案成行亦減行之說。乘列衰。各自爲實。實如

法而一。即得以舊術爲之。凡應置五行。今欲要約。先置第三行。以減第四行及減第三行。次置第二行。

以第二行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次以第四行減左行頭位次以左行去第四行及第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實如法而一得二卽有黍價以法減第二行得荅價左行得麥價第三行麻價右行得菽價如此凡用七十七算案以上所言藝術說并不可通據方程術凡五物及總價求其各物之價者應列五行行五位及價直以上一位互乘因徧乘次位以下及價直兩兩相對減去其頭位所減之餘重列之減至一物一價乃止物爲法價爲實實如法而一得一物之價轉減而上以知各價先化五爲四次化四爲三次化三爲二次化二爲一凡用十算兼乘減除言之則一百四十五算凡上一位互乘其數必同可書乘若遇上一位數同則省徧乘或上一位遇一則省其與對行徧乘考問意左行上一位是一先以左行減右行次減第二行次減第三行次減第四行所減之餘重列爲四行其左行上一位又是一以左行減右行次減第二行次減第三行所減之餘重列爲三行其上一位數皆同卽以本數減之餘列爲兩行依術得荅價轉而上求得菽價及黍價麻價凡用九十九算以新術爲此先以第四行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三行次以第四行去左行下位右行當左行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位次以第四行減右行菽位不足減乃止次以左行減第二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上得五下得三是菽五當荅三次以左行去第三行菽位又以減第四行及右行菽位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去左行頭位次以左行去右行頭位餘上得六下得五是爲荅六當黍五次以右行去左行荅位餘約之上爲二下爲三次以左

行去第二行下位。以第二行去第四行下位。又以減左行下位。次以右行去第二行下位。餘上得三。下得四。是爲麥三當菽四。次以第二行減第四行下位。次以第四行去第二行下位。餘上得四。下得七。是爲麻四當麥七。是爲相當之率舉矣。

案。以上所言新術。亦說并不可通。據其術求之。先以左行減第三行。去其次位。次并右行。左行亦并第三行。第四行以減之。去其次位。次倍左行以第二行減之。去其次

位。所減之餘。重列之爲三行。次以第四行減第二行。去次位及下位。次以重列之中行減右行。去其下位。次以重列之左行減右行。去其下位。所減之餘。又重列之爲三行。次以此右行減中行。去其頭位。次以此右行減左行。去其頭位。所減之餘。兩行兩物。減去下實。餘約之上。得五。下得三。是菽五當麥三。前云令左右相減。先去下實。又轉去物位。求其一行二物正負相借者。易其相當之率。謂菽五當麥三。即菽價率三。麥價率五也。或先減下實。乃減物位。或先減物位。乃減下實。各從習慣。本無一定之先後。其先求菽與麥相當之率。次求麥與菽相當之率。次求麻與麥相當之率。亦無一定之先後。然非遇正負相借者。則二物相當之率不可得。往往窮而復推。輾轉滋繁。遠不若舊術之究歸易簡也。

據麻四當麥七。即麻價率。

案。此四字有脫誤。當云。即爲麻價率七。而麥價率四。

又麥三當菽四。即爲麥價率四。而菽價率三。

案。此下原本有而。麥價率五。凡五字。今刪正。

又麥六當黍五。即

爲麥價率五。而黍價率六。

案。此下原本有。而。率通矣。更置第三行。以第四行減之。餘。菽價率五也。凡十六字。乃重出衍文。今刪正。

而率通矣。更置第三行。以第四行減之。餘

有麻一斗。菽四斗。正。菽三斗。負。黍四斗。正。

案。第三行乘四。以第四行乘四。減之。適盡。惟下實一百一十六。以第四行一百一十二減之。餘四。當云。下實四正。此作黍四斗。正。乃後人所妄改。

求

其同爲麻之數。以菽率三黍率四。

案。黍率四三字。亦後人所妄改。又有脫文。當云。以菽率三。黍率五。各乘菽五斗數。

如麻率七而一。得一斗七分斗之

一負。案此句亦脫說當云菽得一斗七分斗之五正菽得二斗七分斗之一負則菽荅化爲麻以并之令同名相從異名相消餘得定麻七分斗之

四以爲法置四爲實。案此句有脫文當云置下實四爲實以分母乘之。案以原本說作而今改正實得二十八而分子化爲法矣。案實字法字之上原本錯

荅荅字今刪正以法除得七卽麻一斗之價。案麻字原本說作麥今改正置麥率四菽率三荅率五黍率六皆以麻乘之。案此句誤當云

皆以其斗數乘之各自爲實以麻率七爲法。案麻字原本說作實今改正所得卽各爲實。案此句誤當云所得卽同爲麻之數亦可使置本行實與物

相通之各以本率今有之求其本率所得并以爲法如此卽無正負之異矣擇異同而已又可以一術爲之置五行通率爲麻七麥四菽三荅五黍六以爲列衰減行麻一斗菽四斗正異同斗負各以其率

乘之訖令同名相從異名相消餘爲法。案法原本說作減今改正或置餘乘列衰爲實所得各爲實。案此二句并說當云又置下實乘列衰所

得各爲實此可以實約法。案實字原本說作說今改正此所謂法乃各物之率總數實乃各物之價總數價於率或適相等或幾倍也則不復乘列衰各以列衰爲實。案此句亦說觀

當云各以列衰如所約知其價如此則凡用一百二十四算也。

九章算術卷九

句股以御高深廣遠

今有句三尺股四尺問爲弦幾何答曰五尺

今有弦五尺句三尺問爲股幾何答曰四尺

今有股四尺弦五尺問爲句幾何答曰三尺

句股

短面曰句長面曰股相與結角曰弦句短其股股短其弦將以施於諸率故先具此術以見其源也

術曰句股各自乘并而開方除之卽弦

句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之羣

案注內以朱青分句股之

方羣則知舊有圖而缺今補圖於後開方除之卽弦也

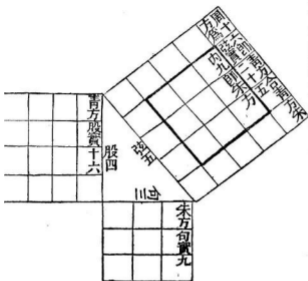
又股自乘以減弦自乘其餘開方除之卽句

淳風等按此術以句股羣合成弦羣句方於內則句短於股令股自乘以減弦自乘餘者卽句羣也故

開方除之卽句也

又句自乘以減弦自乘其餘開方除之即股。
句股幕合以成弦幕令去其一則餘在者皆可得而知之。

句股弦互求圖



案注云句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補合成弦方之幕又李淳風等所釋有云句方於內則句短於股據此可推見劉徽舊圖之意原本缺逸今補。

句實之矩圖

句實	并	股		句實
			股實	
				廣
				股弦差爲

案注云句股幕合以成弦幕令去其一則餘在者皆可得而知之後用股弦差股弦并與句股弦互求法本趙君卿說句實之矩以股弦差爲廣股弦并爲表而股實方其裏原本缺圖今補

股實之矩圖

句實	并	股		股實
			句實	
				廣
				句弦差爲

案句實股實合成弦實之方弦實內減句實得股實之方減股實得句實之方後用句弦差句弦并與句股弦互求注本趙君卿說股實之矩以句弦差爲廣句股并爲表而句實方其裏原本缺圖今補

今有圓材，徑二尺五寸，欲爲方版，令厚七寸，問廣幾何？答曰：二尺四寸。

術曰：令徑二尺五寸自乘，以七寸自乘減之，其餘開方除之，卽廣。

此以圓徑二尺五寸爲弦，版厚七寸爲句，所求廣爲股也。

今有木長二丈，圍之三尺，葛生其下，纏木七周，上與木齊，問葛長幾何？答曰：二丈九尺。

術曰：以七周乘三尺爲股，木長爲句，爲之求弦，弦者葛之長。

據圍廣求從爲木長者，

案此句有舛誤，當云據圍廣木長，求葛之長。

其形葛卷裏表，以筆管青線宛轉，有似葛之纏木，解而觀之，

則每周之間，自有相間成句股弦，則其間葛青七弦周乘三圍并合衆句以爲一句，木長而股短，術云

木長謂之股言之倒。

案此數句訛舛不可通，當云則其間木長爲股，圍之爲句，葛長爲弦，弦七周乘三圍，是并合衆句以爲一句，則句長而股短，故術以木長謂之句，圍之謂之股，言之互倒。

句五與股求弦

亦無圍二十五青弦之自乘，幕出上第一圍。

案此亦訛舛，當云句與股求弦，亦如前圖，句三自乘爲朱幕，股四自乘爲青幕，合朱青得二十五爲該五自乘，幕出上第一圍。

句股幕

合爲弦幕，明矣。然二幕之數，謂倒在於弦幕之中而已，可更相裏者，則成方幕，其居表者，則成矩幕，二表裏形訛而數均。又按此圖，句幕之矩，青卷白表，是其幕以股弦差爲廣，股弦并爲表，而股幕方其裏，股幕之矩，青卷白表，是其幕以句弦差爲廣，句弦并爲表，而句幕方其裏，是故差之與并，用除之，矩長互相乘也。

案此上亦多訛舛，又非本術所該，特因論句幕股幕合爲弦幕，旁推交通言之，據趙君卿往周詳算經云：凡并句股之實，卽成弦實，或矩於外，或方於內，形訛而量均，體殊而數齊，句實之矩，以句弦差爲廣，股弦并爲表，而股實方其裏，股

實之矩，以句弦差爲廣，句股并爲袤，而句實方其裏，君卿漢人，此注蓋用其說，而傳寫失真，加以後人竄改，遂不可通，其圖已見上。

今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺，引葭赴岸，適與岸齊，問水深葭長各幾何？答曰：水深一丈二尺，葭長一丈三尺。

術曰：半池方自乘。

此以池方半之得五尺爲句，水深爲股，葭長爲弦，以句弦見股，故令自乘，先見矩幕也。

案此注有脫誤，當云以句及股弦差

求股弦，故令句自

乘，先見矩幕也。

以出水一尺自乘，減之。

出水者，股弦差，減此差幕於矩幕，則除之。

案此三字舛誤，當云餘爲倍股弦差乘股長之矩幕。

餘，倍出水，除之，即得水深。

差爲矩幕之廣。

案此句有脫誤，當云倍差爲矩幕之廣。

水深是股，令此幕得出水一尺爲長，故爲矩而得葭長也。

案此二句有脫誤，當云欲

先見葭長者，出水一尺自乘，以加於半池方自乘尺數，倍出

水除之，即得，令此幕得出水一尺爲袤，故爲矩而得葭長也。

加出水數，得葭長。

淳風等按此葭本出水一尺。既見水深。故加出水尺數。而得葭長也。

今有立木。繫索其末。委地三尺。引索卻行。去本八尺。而索盡。問索長幾何。答曰。一丈二尺六分尺之一。

術曰。以去本自乘。

此以去本八尺爲句。所求索者弦也。引而索盡。開門去闔者。句及股弦差。同一術。

案此句有脫誤。當云與闔門去闔者。句及股弦差求

股弦同一術。去本自乘者。先張矩幕。

令如委數而一。

委地者。股弦差也。以除矩幕。卽是股弦并也。

所得。加委地數而半之。卽索長。

子不可半者。倍其母。加差者。并則成長。故又半之。其減差者。并而半之也。

案此注脫誤不可通。據句自乘之。幕如股弦差而一。得股弦并。加差爲

兩弦減差。爲兩股。當云加差於井。則成兩索。長故又半之。其減差於井而半之。得木長也。

今有垣高一丈。倚木於垣上。與垣齊。引木卻行一尺。其木至地。問木長幾何。答曰。五丈五寸。

術曰。以垣高一十尺自乘。如卻行尺數而一。所得。以加卻行尺數而半之。卽木長數。

此以垣高一丈爲句。所求倚木者爲弦。引卻行一尺爲股弦差。爲術之意。與繫索間同也。

今有圓材埋在壁中不知大小以鑿鑿之深一寸鑿道長一尺問徑幾何答曰材徑二尺六寸術曰半鑿道自乘

此術以鑿道一尺爲句材徑爲弦鑿深一寸爲股弦差之一半鑿長是半也

案此五字并誤當云故鑿長亦半之也

淳風等按下鑿深得一寸爲半股弦差注云爲股差差者鑿道也

案此言下鑿深得一寸爲半股弦差即注所謂鑿深一寸爲股弦差之一半也更觀注云爲股

弦差者鑿道也十字并誤不可通據割圓術鑿深一寸即可爲股弦差半鑿道五寸爲句材半徑爲弦若以此言之尤合術意

如深寸而一以深寸增之即材徑

亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也

今有開門去闔一尺不合二寸問門廣幾何答曰一尺一寸

術曰以去闔一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半即得門廣

此去闔一尺爲句半門廣爲弦不合二寸以半之得一寸爲股弦差求弦故當半之今次以兩弦爲廣

數案次字誤當云今即以前弦爲廣數故不復半之也

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何答曰廣二尺八寸高九尺六寸

術曰令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半即戶廣加相多

之半，卽戶高。

令戶廣爲句，高爲股，兩隅相去一丈爲弦，高多於廣六尺八寸爲句股差，按圖爲位，弦幕適滿萬寸，倍之，減句股差幕，開方除之，其所得卽高廣并數，以差減并而半之，卽戶廣，加相多之數，卽戶高也。今此術先求其半，一丈自乘爲朱幕四，黃幕一，半差自乘，又倍之爲朱幕。案此處脫誤，當云爲黃幕四分之二，減實。半其餘，有朱幕

二、黃幕四半一丈。

案此亦說，當云黃幕四分之二。

其於大方，乘四分之一，故開方除之，得高廣并數，半并數。

案此亦說，當云乘四分之三，適

得四分之一，故開方除之，得高廣并數之半。

減差半，得廣，加得戶高，又按此圓幕。

案圓字誤，當作圓，據注文，知舊有圖而缺，今補圖於後。

句股相并，而加其差幕，

亦減弦幕爲積，蓋先見其弦，然後知其句與股。

案此亦說，據句股并自乘，加差幕，爲兩弦幕，半之，開方得弦，今適今倍弦幕減差幕，求句股并，蓋先見其弦，然後知其句與股也。

今適

等自乘，亦各爲方，先見其弦，然知其句與股，適等者，令自乘，亦令爲弦幕。

案此亦說，據句股適等者，并而自乘，卽爲兩弦幕，皆各爲方，先見

其弦，然後知其句與股者，倍弦幕，卽爲句股適等者，并而自乘之幕。

令半相多而自乘，倍之，亦爲弦幕，而差數復先此各自乘之，而與相乘數各

爲門實。

案此亦說，并不可通，據半相多自乘倍之，又半句股并自乘亦倍之，合爲弦幕，其無差數者，句股各自乘，并之爲實，與句股相乘倍之爲實，皆開方得弦，弦幕半之爲實，開方卽得句股。

及股長句短，同源而分

流焉，假令句股各五，弦幕五十，開方除之，得七尺有餘，一不盡，假令弦十，其幕有百，半之爲句股弦三

幕各得五十。

案此句舛誤。當云爲句股二幕各得五十。

當亦不可開。故曰圓三徑一。方五斜七。雖不正得盡理。亦可言相近耳。

其句股合而自相乘之幕者。令弦自乘爲四幕。以減之。開方除之。其餘爲句股差。加於合而半爲股。減差於合而半之爲句。
案此亦訛舛。當云其句股合而自乘之幕。令弦自乘倍之爲兩弦幕。以減之。其餘開方除之。爲句股差。加差於合而半之。爲股。減差於合而半之。爲句。 股弦卽高廣表。其出

此圖也。其倍弦爲廣表。令矩句卽爲幕得廣卽句股差。

案此亦訛舛。據趙君卿注周髀算經云。其倍弦爲廣表。合而令句股見者。自乘爲其實。四實以減之。開其餘所得爲差。以

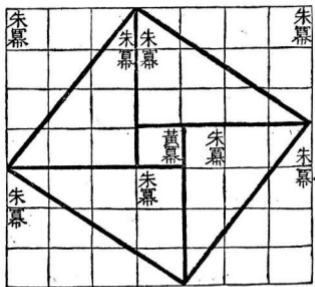
差減合。半其餘爲廣。減廣於弦。卽所求也。此注似用其說。而傳寫舛誤。後人又妄加改竄。遂不可通。就君卿說究之。倍弦自乘。得弦實四。內有句實股實各四。減四句實。餘卽四股實。開之得倍股。減四股實。餘卽四句實。開之得倍句。所謂開其餘所得爲差也。減倍股於倍弦。半其餘爲股弦差。減倍句於倍弦。半其餘爲句股差。所謂以差減合。半其餘爲廣也。減股弦差於弦。卽股。減句股差於弦。卽句。所謂減廣於弦。卽所求也。凡股弦差爲廣。股弦并爲表。其幕卽句幕。句弦差爲廣。句弦并爲表。其幕卽句幕。合廣表皆成倍弦。故曰倍弦爲廣表。合而倍句倍股卽廣表。差此云廣卽句股差。其謬甚矣。 其矩句之幕倍爲從法。開之亦句股差。其餘以句股幕減半其餘差爲從法。

開方除之。卽句也。

案此亦訛舛。據趙君卿云。減矩句之實於弦實。開其餘卽股。倍股在兩邊。爲從法。開矩句之角。卽股弦差。減矩股之實於弦實。開其餘。卽句。倍句在兩邊。爲從法。開矩股之角。卽句弦差。此法亦用其說。而殘缺失次第。

不可通。

句股差與并股互求之圖



案。注意滿大方。即句股并自乘之幕。有朱幕八。黃幕一。朱幕者。句股積也。黃幕之面。即句股差。大方內小方。即弦實。有朱幕四。黃幕一。倍弦實。滿外大方而多一黃幕。於弦實內減黃幕四分之一。半其餘。適得外大方四分之一。原本缺圖。今補。

股實廣表合圖

廣	句弦 差為				句弦 差為	廣	股實
句弦 差為							
句弦 差為	股實		句實		句實	句弦 差為	
			句實		句實		
		廣	句弦 差為			句弦 差為	廣
廣	句弦 差為						廣

案注本趙君卿說。倍弦為廣表合。而令句股見者。自乘為其實。四實以減之。開其餘。所得為差。凡弦實內。容句實股實各一。倍弦自乘之。則容句實股實各四。減四股實。餘為四句實。開之得倍句。即股實之廣表差也。原本缺圖。今補。

句實廣合表圖

廣	差	股							股	句
差	為	弦							并	實
股	句			股				股	為	表
并	為								表	
表										
				股				股		
廣										
差	廣	股						并	股	句
為	差	弦						為	并	實
表	表							表	表	

案此即前趙君卿說前圖據股實以句弦差為廣句弦并為表而廣表合即倍弦此據句實以股弦差為廣股弦并為表而廣表合亦即倍弦其容句實股實各四減四句實餘為四股實開之得倍股即句實之廣表差也原本圖缺今補

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何答曰四尺二十分尺之一十一術曰以去本自乘

此去三尺爲句折之餘高爲股以先令自乘之幕

案此句有脫誤當云末折抵地爲弦以句及股弦并求股故先令句自乘凡矩幕

令如高而一

凡爲高一丈爲股弦并之

案此句有舛誤當云竹高一丈爲股弦并

以除此幕得差

所得以減竹高而半餘卽折者之高也

此術與繫索之類更相反覆也亦可如上術令自乘爲股弦并幕

案此句脫一高字當云令高自乘爲股弦并幕

去本自乘爲矩幕

減之餘爲實倍高爲法則得折之高數也

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行甲南行十步而斜東北與乙會問甲乙行各幾何答曰乙東行一十步半甲斜行一十四步半及之

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲斜行率斜行率減於七自乘餘爲南行率以三乘七爲乙東

行率

案此問甲行率七者股句弦并七也乙行率三者股股三也術令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲斜行率者句弦并自乘如股自乘半之卽弦乘句弦并所得數以爲弦率斜行率減於七自乘餘爲南行率者句弦并自乘減弦乘句弦并餘卽句乘句弦

井所得數以爲句率。弦率句率皆句弦并乘出之率。故所設股三亦以乘句弦并七乃爲股率。句率二十。股率二十一。弦率二十九。則句之十步。股必十步半。弦必十四步半矣。

此以南行爲句。東行爲股。斜行爲弦。并句率七。

案并句二字誤。當云句弦并七。

欲引行當以爲幕。

案此亦說誤。當云欲知弦者當以股自乘爲幕。

如并

而一所得爲句弦差。加并之半爲率。以率減餘爲句率。

案此亦說誤。當云加差於并而半之爲弦。以弦減差餘爲句。

如是或有分當通而

約之。及定術以可使爲分母。

案此亦說誤。當云乃定術以句弦并爲分母。差爲分子。

故令句弦并自乘爲朱黃相連之方。股自乘爲青

幕之矩。以句弦并爲表。差爲廣。今有相引之直。加損同上。

案上當作之。

其圖大體。

案圖原本說作圖今改正。

以兩弦爲表。句

股爲廣。

案此句誤。當云句弦并爲廣。

引橫斷其半。爲弦率。七自乘者。句弦并之率。故弦減之餘爲句率。同立處是中停

也。列用率。

案此三字原本說在上斷其中爲弦率之下今訂正。

皆句弦并爲率。故亦以句率同其表也。

案此亦說誤。當云皆句弦并爲表。弦與句各爲之廣。故亦以股率同其表也。

置南行十步。以甲斜行率乘之。副置十步。以乙東行率乘之。各自爲實。實如南行率而一。各得行數。

南行十步者。所有見句求見弦股。故以弦股率。如句率而一。

圖之弦句求并弦句與股

朱黃相連
之六即句
弦并之率
青幕之矩
即句弦差
率故句股
弦三率亦
皆以句弦
并齊之

				句弦并自乘為朱黃相連之方	句弦并為表	為置青幕之矩	股自乘	青幕
				朱幕 句弦并自乘為朱黃相連之方	句弦并為表	為置青幕之矩	股自乘	青幕
圖之大體以句弦并為廣				即去橫幕益於此				
圖之大體以句弦并為廣				圖之大體以句弦并為廣				

案。注意句弦并自乘之方。加股自乘之矩。損上橫幕益於下。以句弦并為表。差為廣。其相加成長方。以兩弦為表。句弦并為廣。故半之為弦率。減股自乘為句。即加差於并。半之為弦。減差於弦為句之通術也。據句三股四弦五。圖之自明。舊有圖而缺。今補。

今有句五步股十二步問句中容方幾何答曰方三步十七分步之九

術曰并句股爲法句股相乘爲實實如法而一得方案方字下原本衍一步二字乃後人妄加今刪正

句股相乘爲朱青黃幕各二案此及下注舊皆有圖而缺今各補圖於後令黃幕表於隅中朱青各以其類令從其兩徑共成脩

之幕案此有訛并據後容圖術注云可用畫於小紙分設邪正之會令顛倒相補各以類合成脩幕則此亦謂令黃幕連於下隅朱青各以其類移而相補共成脩幕也方中黃案此三字下有脫文當云中方黃爲廣并句股

爲表故并句股爲法幕圓方在句中案圓字誤當作圓則方之兩廉各自成小股表案此句誤當云各自成小股而其相與之勢

不失本率也句中之小股股面之并爲中率案此亦訛并當是言句面之小股股面之小句從橫相連合而成中方令股爲中方率并句股爲案此

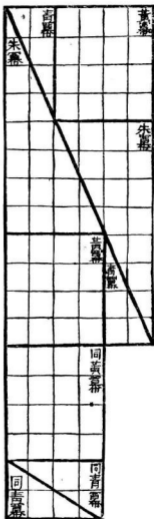
四字之下有脫文當據見句五步而今有之得中方也復令句爲中率以句股爲率案此二句有脫誤當云復令句爲中方率以并句股爲表

率據股十二步而今有之則中方又何如案此句并誤當云則中方又可知此則雖不效而法實有法由生矣案此亦并誤據

有術及衰分章列表之術解此術大小句股互求并句股即所有率中方率即所求率見句見股即所有數於事雖不同而意相做效實術所由生也注意當是如此不容圓率而似今有衰分言之案此二句并誤

當云下容圓率而以今有衰分言之可以見之也

句股容方圖



案。注意句股相乘。得兩黃幕。兩朱幕。兩青幕。令朱幕從朱幕。兩句股積連成長方。青幕從青幕。亦連兩句股積成小長方。橫在下。而黃幕從黃幕。則句股并為表。容方之面為廣。其朱幕青幕各成小句股。皆如大句股本率。可以小大互求。原本缺圖。今補。

今有句八步。股一十五步。問句中容圓徑幾何。答曰。六步。

術曰。八步為句。十五步為股。為之求弦。三位并之為法。以句乘股。倍之。為實。實如法得徑。

案。徑字下。原本衍一步二字。乃後人

妻加。今刪正。

句股相乘爲圓本體。朱青黃幕各二之。則田爲各四。

案此注訛并當云句股相乘爲圓之本體。朱青黃幕各二則倍之爲各四。

可用畫於小紙分裁。

邪正之會令顛倒相補。各以類合。成脩幕。圓徑爲廣。并句股弦爲袤。故并句股弦以爲法。又以圓大體

言之。案圓字誤。當作圓。

股中青必令立規於橫廣句股。又邪三徑均而復連規。

案此亦并誤。據容圓之徑。即減弦於句股并之餘也。取半徑規之。又以半徑減句股其餘。

并之適爲該。如是截句股弦各爲二。三半徑均而復連於規之中央。注意蓋以此爲言。而殘缺失次。遂不可通。

從橫量度。句股必合而成小方矣。又畫中弦以規除會。則句

股之面中央小句股弦。

案此亦訛并。當是言又畫中弦以觀其會。則句股之中成小句股弦者四。

句之小股面。面小句。

案此二句股當作句面之小股。股面之小句。

皆小方之

面。皆圓徑之半。其數故可衰。以句股弦爲列衰。副并爲法。以小句乘未并者。各自爲實。實如法而一。得

句面之小股可知也。以股乘列衰爲實。則得股面之小句可知。

案以小句乘未并者至此訛并不可通。或後人妄加改竄。又據衰分章之文。入於此。遂漫無辨別。當

是言令股爲列衰。以見句乘之爲實。實如法而一。則句面之小股可知也。令句爲列衰。以見股乘之爲實。實如法而一。則股面之小句可知。此在粟米章。即今有術。以所求率乘所有數。所有率除之。古算家謂之異乘同除。注以解大小句股互求。句率股率爲所有率及所求率。見句或見股爲所有數。不可以見句乘句率。見股乘股率也。

訛并。當云則又可以

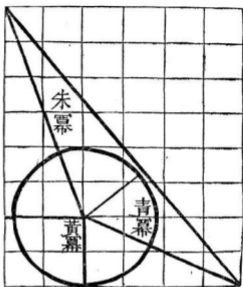
句弦差減股爲圓徑。

案此下有脫文。當補云句弦差。股弦差并之以減弦餘爲圓徑。

又弦減句股并。餘爲圓徑。以句弦差乘

股弦差而倍之。開方除之。亦圓徑也。

句股容圓圖



案。句股相乘。半之。爲句股積。有朱青黃
冪各一。則句股相乘倍之。有朱青黃冪
各四。截朱青冪各成小句股者二。令倒
順相補。各成小長方。合四朱四青四黃
而成大長方。以容圓之徑而廣。并句股
弦爲袤。原本缺圖。今補。

今有邑方二百步。各中開門。出東門一十五步有木。問出南門幾何步而見木。答曰。六百六十六步大半
步。
術曰。出東門步數爲法。

以句率爲法也。

半邑方自乘爲實。實如法得一。

案原本此句之下衍步字。乃後人妄加。今刪正。

此以出門十五步爲句率。東門南至隅一百步爲股率。南門東至隅一百步爲見句步。欲以見句求股。以爲出南門數。正合半邑方自乘者。股率當乘見句。此二者數同也。

今有邑東西七里。南北九里。各中開門。出東門一十五里有木。問出南門幾何步而見木。答曰。三百一十五步。

術曰。東門南至隅步數。以乘南門東至隅步數。爲實。以木去門步數爲法。實如法而一。

此以東門南至隅四里半爲句率。出東門一十五里爲股率。南門東至隅三里半爲見股。所問出南門。卽見股之句。爲術之意。與上同也。

今有邑方不知大小。各中開門。出北門三十步有木。出西門七百五十步見木。問邑方幾何。答曰。一里。術曰。今兩出門步數相乘。因而四之。爲實。開方除之。卽得邑方。

按。半邑方令半方自乘。出門除之。卽步。

案此注不分曉。應有脫誤。據前出東門術。半邑方自乘。出東門步數除之。卽出南門步數。似引之以互相證明。

令之出相乘。

案令之二字誤。

當云今兩出門相乘。

故爲半方邑自乘。居一隅之積分。因而四之。卽爲四隅之積分。故爲實。開方除。卽邑方也。

今有邑方不知大小，各中開門，出北門二十步有木，出南門一十四步，折而西行一千七百七十五步見木，問邑方幾何？答曰：二百五十步。

術曰：以出北門步數乘西行步數，倍之，爲實。

此以折而西行爲股，自木至邑一十四步爲句。

案：邑下脫南字，當云自木至邑南十四步爲句。

以出北門二十步爲弦率。

案：弦字誤，當云爲句率。

北門至西隅爲單望半廣數。

案：單望二字誤，當云爲弦率，卽半廣數。

故以出北門乘至南行股以半率乘句之，幕。

案：此二句訛，當云故以出北

門句率乘西行股得

半廣股率乘句之幕。

然北幕居半以，西行故又倍之，合東盡之也。

案：此亦訛，當云然此幕居半以，西故又倍之，合半以東也。

并出南門步數爲從法，開方除之，卽邑方。

此術之幕，東西南北邑自木盡邑南四十步之幕。

案：此二句訛，當云東西知邑方，南北自木盡邑南十四步。

合南北步爲廣，邑方爲表。

故連兩廣爲法從并。

案：此八字訛，當云故連并兩廣爲從法。

以爲隅外之幕也。

今有邑方一十里，各中開門，甲乙俱從邑中央而出，乙東出，甲南出，出門不知步數，邪向東門磨邑，適與乙會，率甲行五，乙行三，問甲乙行各幾何？答曰：甲出南門八百步，邪東北行四千八百八十七步半，及乙。

乙東行四千三百一十二步半。

術曰。令五自乘。三亦自乘。并而半之。爲邪行率。邪行率減於五自乘者。餘爲南行率。以三乘五。爲乙東行率。

求三率之意。與上甲乙同。

置邑方半之。以南行率乘之。如東行率而一。卽得出南門步數。

今半方南門東隅五里。半邑者。謂爲小股也。求以爲出南門步數。

案。此注有脫誤。當云邑半方。自南門至東隅五里。以爲小股。求出南門步數爲小股之句。以東

行爲股率。南行爲句率。故置邑方半之。以南行句率乘之。如股率而一。

以增邑方半。卽南行。

半邑者。謂從邑心中停也。

置南行步求弦者。以邪行率乘之。求東者。以東行率乘之。各自爲實。實如南行率得一。

案。原本說作實如法南行率得一步。據前甲乙

術云。實如南行率而一。各得行數。則此術與上甲乙同。

此術與上甲乙同。

今有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左兩表與所望參相直從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何答曰三十三丈三尺三寸少半寸

術曰令一丈自乘爲實以三寸爲法實如法而一

此以入前右表三寸爲句率右兩表相去一丈爲股率左右兩表相去一丈爲見句所問木去人者見句之股於右行

案此三字乃衍文當刪

股率當乘見句此二率俱一丈故曰自乘之以三寸爲法實如法得一

今有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺

案原本訛作九尺五寸今改正

人立木東三里望木末通與山

峯斜平人自高七尺問山高幾何答曰一百六十四丈九尺六寸大半寸

術曰置木高減人目高七尺

此以木高減人目高七尺餘有八丈八尺爲句率人去木三里爲股率山去木五十三里爲見股以木高爲見股求句加人目之高

案此二句訛并當云以句率乘見股如股率而一得句加木之高

故爲山高也

餘以乘五十三里爲實以人去木三里爲法實如法而一所得加木高卽山高

此術句股之義

案上節注文似應接此句之下衍注端一此字

今有井徑五尺。不知其深。立五尺木於井上。從木末望水岸。入徑四寸。問井深幾何。答曰。五丈七尺五寸。
術曰。置井徑五尺。以入徑四寸減之。餘以乘立木五尺。爲實。以入徑四寸爲法。實如法得一。案。此句之下。原本

人妄加。

今刪正。

此以入徑四寸爲句率。立木五尺爲股率。井徑四尺六寸爲見句。問井深者。見句之股也。

今有戶不知高廣。竿不知長短。橫之不出四尺。從之不出二尺。邪之適出。問戶高廣。表各幾何。答曰。廣六尺。高八尺。表一丈。

術曰。從橫不出相乘。倚而開方除之。所得。加從不出。卽戶廣。

此以戶廣爲句。戶高爲股。戶表爲弦。凡句之在股。

案。此句有訛舛。當云凡并句股之率。卽爲弦率。

或矩於表。或方於裏。連之者舉

表矩而端之。又從矩方裏令爲青矩之表。未滿黃方。滿此方。則兩端之邪。

案。邪字誤。當作廉。

重於隅中。各以股

弦差爲廣。句弦并爲表。

案。并字誤。當作差。又據注文。舊有圖而缺。今補圖於後。

故兩端差相乘。又倍之。則成青黃之幕。開方除之。得黃

方之面。其外之青。知亦以股弦差爲廣。故以股弦差加。則爲句也。

九章算術音義

唐 李 籍 撰

序

九九之術。食律切。術者有所述也。前漢梅福傳。臣聞齊桓之時。有以九九見者。桓公不逆。欲以致大也。師古曰。九九算術。若今九章五曹之輩。隋書經籍志。九九算術二卷。楊淑撰。

九數。色具切。卽九章是也。以算言之。故曰九數。以篇言之。故曰九章。周官保氏教國子以六藝。一曰禮。

二曰樂。三曰射。四曰馭。五曰書。六曰數。鄭康成注云。九數。方田。粟米。差分。少廣。商功。均輸。方程。贏不足。

旁要。今有重差。夕桀。句股。

案周禮疏曰。云今有重差。夕桀也者。此漢注增之。馬氏注以爲今有重差。夕桀。夕桀亦是算術之名。與鄭異。據疏所言。鄭注惟云。今有重差。句股也。夕桀二字。乃馬注。賈公彥後始竄入。鄭注內。此所引。

與今本周禮注同。蓋訛并已久矣。

隋書律歷志云。一曰方田。以御田疇界域。二曰粟米。以御交質變易。三曰衰分。以御貴

賤粟稅。四曰少廣。以御積募方圓。五曰商功。以御功程積實。六曰均輸。以御遠進勞費。七曰盈朒。以御

隱雜互見。八曰方程。以御錯糅正負。九曰句股。以御高深廣遠。

隸首。郎計切。世本曰。黃帝時隸首作數。

探賾。上吐南切。下土革切。賾者含蓄。含蓄者探之可及。故易曰探賾。

案隱 上索白切下於謹切隱者隱匿隱匿者案之可得故易曰案隱

重差 上直容切下楚佳切重復也差不齊也重差句股名也

率 所律切數相與也又音律約數也

可度 徒各切揆也

考論 廬敦切

孤離 呂支切

九章第一

方田 徒年切田者圍周之以爲疆橫從之以爲理平夷著見興作利養之地也方田者田之正也諸田

不等以方爲正故曰方田

以御 牛倨切理也

田疇 直留切耕治之田也

界域 兩逼切疆也

廣 如字闊也

從 卽容切長也

幾何 上居豈切下如字幾何數之疑也

相乘 食陵切。登也。登之使其數多。隋書曰：乘以散之。

案此引隋書乘以散之。後又引隋書除以聚之考之。隋書亦然。於乘除之義適相反。乘乃合其數。當云乘以聚之。除乃分數。當

云除以散之。此該諸分爲言。散謂通之。以衍而多。聚謂約之。使專而少耳。

淳風 竝如字。李淳風。岐州雍人。幼爽秀。通羣書。明步天歷算。貞觀初。與傅仁均爭歷法。議者多附淳風。故以將仕郎直太史局。制渾天儀。詆撫前世得失。著法象書七篇。上之。擢承務郎。遷太常博士。改太史丞。與諸儒修書。遷爲令。於占候吉凶。若節契然。當世術家。意有鬼神相之。非學習可致。終不能測也。以勞封昌樂縣男。奉詔與算博士梁述。助教王真儒等。是正五曹。孫子等書。刊定注解。立於學官。九章卽其一也。

畝法 莫厚切。司馬法。六尺爲步。步百爲畝。秦孝公之制。二百四十步爲一畝。

除之 直魚切。去也。去之使其少。隋書曰：除以聚之。

案聚非除之義。蓋指約分諸術而言。

一頃 去穎切。百畝也。

約分 於略切。約者欲其不煩。分之爲數。煩則難用。設有言四分之二者。煩而言之。則可爲八分之四。約而言之。則二分之一也。雖則異辭。至於爲數。亦同歸耳。

副置 上敷救切。別也。下陟吏切。設也。別設算位。有所分也。

合分 古沓切。合分者，欲其不離。數非一端，分無定準。分子雜互，羣母參差，麤細既殊，理難從一。故齊其衆分，同其羣母，分可相并。故曰合分。

參差 上楚金切。下楚宜切。不齊也。三相參爲參，兩相差爲差。

臚 音攜。所以解結。詩曰：童子佩臚。

減分 古斬切。減損也。減分者，欲知其餘。諸分子母數各不同，以少減多，欲知餘幾，以餘爲實。故曰減分。課分 苦臥切。校也。欲知其相多，分各異名，理不齊一。校其相多之數。故曰課分。

平分 符兵切。均也。平分者，欲減多增少，而至於均。諸分參差，欲令齊等，減彼之多，增此之少。故曰平分。副并 略政切。兼也。別兼算位，有所合也。

經分 如字。釋名曰：經者徑也。經分者，欲徑求一人而至於徑。自合分已下，皆於諸分相齊。此乃徑求一人之分，以人數分所分。故曰經分。下經率同。

乘分 如字。乘分者，欲知其所積。分母相乘爲法，子相乘爲積。故曰乘分。自合分已下，獨乘言田，而皆列於方田者，欲其學數者不可後也。故說算者，以謂爲術者先治諸分，能治諸分，則數學之能事盡矣。

大廣田 并如字。初術有全步而無餘分，次術有餘分而無全步。此術先見全步，復有餘分，可以廣兼三術。故曰大廣田。

圭田 古攜切。圭田者，其形上銳，有如圭然。白虎通曰：圭者上銳，象物皆生，見於上也。

箕田 居之切。箕田者有舌有踵。其形侈侈。有如箕然。詩曰：哆兮侈兮。成是南箕。

圓田 王權切。圓田之率有三。一曰古率。周三徑一。是也。二曰徽率。周一百五十七。徑五十。是也。三曰密率。周二十二。徑七。是也。爲算之術有四。一曰半周半徑相乘。得積步。二曰周徑相承。四而一。三曰徑自乘。三之四而一。四曰周自相乘。十二而一。

徽術 許歸切。徽術以五十乘周。一百五十七而一。卽徑以一百五十七乘徑。五十而一。卽周。此率本於劉徽。故曰徽術。

密率 美畢切。密率以七乘周。二十二而一。卽徑以二十二乘徑。七而一。卽周。此率本於宋南徐州從事史祖沖之。沖之以圓徑一億爲一丈。圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽。胸數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽。正數在盈胸二限之間。密率圓徑一百一十三。圓周三百五十五。約率圓徑七。周二十二。此乃率之最密也。

秒忽 上亡沼切。下呼骨切。忽者數之始也。一蠶所吐謂之忽。孫子算術云：蠶所生吐絲爲忽。十忽爲秒。十秒爲毫。十毫爲釐。十釐爲分。

億 於力切。十萬曰億。萬者物數也。以人之億數爲足以勝物數故也。或曰：萬萬曰億。黃帝爲法數。有十等。及其用也。乃有三焉。十等者謂億兆京垓秭壤溝澗正載也。三等者謂上中下之數也。下數者十十變之。若言十萬曰億。十億曰兆。十兆曰京。中數者萬萬變之。若言萬萬曰億。萬萬億曰兆。萬萬兆曰京。

上數者數窮則變。若言萬萬曰億。億億曰兆。兆兆曰京。詩云：不稼不穡，胡取禾三百億兮。毛氏曰：萬萬曰億。鄭氏曰：十萬曰億。據如此言，則鄭用下數。毛用中數也。

嘉量 晉亮周禮考工記：裏氏爲量。黼，深尺，內方尺而圓其外。其實一黼。其髻一寸。其實一豆。其耳三寸。其實一升。重一鈞。其聲中黃鍾。槩而不稅。其銘曰：時文思索，允臻其極。嘉量既成，以觀四國。永啓厥後。茲器維則。春秋左氏傳曰：齊舊四量：豆、區、黼、鍾。四升曰豆。各自其四，以登於黼。六斗四升也。黼十則鍾。六十四斗也。鄭康成以爲方尺積千寸。此九章粟米法：少二升八十一分升之二十二。祖沖之以算術考之。積凡一千五百六十二寸半。方尺而圓其外，減旁一釐八毫。其徑一尺四寸一分四釐七秒二忽。有奇。而深尺，卽古斛之制也。王莽作銅斛，名曰律嘉量。其意蓋本於此。銅斛之法，方尺而圓其外，旁有虺焉。其上爲斛，其下爲斗。左耳爲升，右耳爲合。侖其狀似爵，以廣爵祿。上三下二。參天兩地，圓而兩方。左一右二，陰陽之象也。圓象規，其重二鈞。備氣物之數，各萬有一千五百二十也。聲中黃鍾。始於黃鍾而反覆焉。其斛銘曰：律嘉量斛。方尺而圓外，虺旁九釐五毫。累百六十二寸，深一尺，積一千六百二十寸。容十斗。祖沖之以圓率考之。此壺當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽。虺旁一分九毫有奇。劉歆虺旁少一釐四毫有奇。歆數術不精之所致也。魏陳留王景元四年，劉徽注九章商功曰：當今大司農斛，圓徑一尺三寸五分五釐，深一尺，積一千四百四十一寸十分寸之三。莽王銅斛，於今尺爲深九寸五分五釐，徑一尺三寸六分八釐七毫。以術計之，於今斛爲容九斗七升四合有奇。此魏斛大而尺

長。王莽斛小而尺短也。

庀 吐雕切。不滿之貌也。

奇 居宜切。餘數也。

攔撫 上居運切。下之石切。攔撫。取捨也。攔或作摺。

皖 皖當作宛。字之誤也。宛田者。中央隆高。爾雅曰。宛中宛邱。又曰。邱上有邱爲宛邱。皆中央隆高之義也。

也。

弧田 戶吳切。弧田者。有弧有矢。如弧之形。

環田 戶關切。環田者。有肉有好。如環之形。爾雅曰。肉好若一。謂之環。或作環。

九章第二

粟米 上相玉切。下莫禮切。粟者。禾之未舂。米者。穀實之無殼。粟者。米之率也。諸米不等。以粟爲率。故曰

粟米。

交質 陟利切。又如字。

變易 羊益切。

糲米 盧達切。糲也。凡粟五斗。得糲米三斗。故粟率五十。而糲率三十。

稗米 傍卦切。精於糲也。凡粟五斗。得稗米二斗七升。故粟率五十。而稗率二十七。詩曰。彼疏斯稗。鄭康

成注云米之率。糲十。稗九。鑿八。御七。

鑿米。音作。精於稗也。凡粟五斗。得鑿米二斗四升。故粟率五十。而鑿率二十四。春秋左氏傳曰。黍食不鑿。俗作鑿。

御米。牛倨切。精於鑿也。供王膳之米也。蔡邕獨斷曰。所進曰御。御者進也。凡衣服加於身。飲食入於口。皆曰御。

小麴大麴。音敵。麥屑也。細曰小麴。麤曰大麴。

菽。音叔。大豆也。

荅。都合切。小豆也。

豉。是義切。鹽豉也。

殮。音孫。說文曰。鋪也。

蘖。魚列切。麴蘖也。說文曰。米牙。

瓠甕。上音盞。下扶歷切。甕也。

箇。古賀切。數也。數竹曰箇。

縑。古甜切。說文曰。并絲縑也。

鈞。居勻切。三十斤也。

銖 音殊。八銖爲鎰。二十四銖爲兩。

藪 音侯。說文曰：羽本也。數羽稱其本。猶數草木稱其根株也。

榦 古按切。榦，莖也。一本作幹。

九章第三

衰分 楚宜切。衰，差也。以差而平分，故曰衰分。

稟 筆錦切。供穀曰稟，或曰廩，非是。

大夫 上如字，下甫無切。爵名也。夫以智率人者也。大夫則以智率人之大者也。

不更 古衡切。爵名也。次大夫，取其不與戊更。

簪鬋 上側吟切，下奴了切。爵名。次不更，取其纓冠乘馬。

上造 音皂。爵名也。次簪鬋，取其爲造士而居上。

公士 並如字。爵名也。次上造，取其爲士而在公。

爵數 色具切。爵數者，謂大夫五，不更四，簪鬋三，上造二，公士一也。墨子號令篇以爵級爲賜，然則戰國

之初，有此名也。

償之 市羊切。還也。

北鄉算 蘇貫切。算者，計口出錢。漢律：人出一算，一算百二十錢。買人與奴婢，倍算。

徭 音遙。役也。

耗 呼到切。減也。

乾 古寒切。燥也。

保 音寶。備也。如所謂酒家保。

貸 吐代切。以物假人也。

九章第四

少廣 上書沼切。不多也。下古莽切。闕也。少廣從多。截從之多。益廣之少。故曰少廣。

積幕 上資昔切。下莫狄切。積者聚也。衆數聚居之稱。幕者覆也。方面單布之名。積幕之義不同。如此。

半 博漫切。物中分也。凡言半者。以二爲分母。言太半。少半者。以三爲分母。

約省 所景切。

折法 旨熱切。折者屈。而有降意。折法。卽退位也。

內子 如字。入也。旣以分母通之。必入其分子。故曰內子。所謂齊同以通之也。又音納。

中行 戶剛切。列也。下行同。

丸徑 故官切。丸卽立圓也。

車合 上莫浮切。下胡閑切。

稟氏 力質切。稟氏，鑄量之官也。一本作粟。

爲渾 胡昆切。

祖隨之 古鄧切。隨之，字景鑠，沖之子也。少傳家業，究極精微，亦有巧思入神之妙。般僅無以過之。當

其詣微之時，雷霆不能入，嘗行遇僕射徐勉，以頭觸之，勉呼乃悟。父所改何承天歷，時尚未行，梁天監初，隨之更修之，於是始行焉。位至大府卿。

昭晰 音哲，明也。

哈晒 上呼開切。下，式忍切。笑也。

九章第五

商功 式羊切。商，度也。以度其功庸，故曰商功。

穿地 昌緣切。掘地也。凡穿地四尺爲壤，五尺爲堅，三尺

壤如兩切，壤謂息土，書曰厥土惟白壤。

堅 古賢切。堅謂築土，詩曰築之登登。

墟 苦虛切。墟，謂穿坑。

垣 音園。墉也。

隄 都奚切。防也。俗作堤。

溝 古侯切。釋名曰：田間之水曰溝。溝，搆也。縱橫相交搆。

壘 七豔切。長於溝也。水之邊城者。

渠 強如切。長於壘也。水之通運者。

表 莫侯切。表，長也。

礫 郎擊切。釋名曰：小石曰礫。

堦墻 上音寶。小城也。下音鳥。以土擁木也。

方亭 特丁切。釋名曰：亭，停也。人所停集也。方亭者，其積之形如亭之方者。圓亭亦然。

方錐 職誰切。方錐者，其積之形如錐之方者。圓錐亦然。

壘堵 當古切。壘堵，壘上疊也。以立方一邪解，得二壘堵。其積居立方二分之一。將一壘堵邪解，得一陽

馬。一鼈臚。求壘堵之積，以廣長相乘，又以高乘之，二而一。

陽馬 莫下切。陽馬之形，方錐一隅也。今以四柱屋隅爲陽馬。以立方一邪解，得三陽馬。其積居立方三

分之一。將一陽馬邪解，得二鼈臚。求陽馬之積，以廣長相乘，又以高乘之，三而一。

鼈臚 那到切。臂節也。鼈臚之積，半陽馬。其形有似鼈肘，故以名云。以立方一邪解，得六鼈臚。其積居立

方六分之一。求鼈臚之積，以廣長相乘，又以高乘之，六而一。臚，或作臚，非是。

羨除 上以淺切。下直魚切。羨，延也。除，道也。羨除，乃隧道也。其所穿地，上平下邪，似兩鼈臚，夾一壘堵。卽

羨除之形求其積并三廣以深乘之又以長乘之六而一。

芻蕘 上測隅切刈草也俗作芻下莫耕切屈棟也芻蕘之形似屋蓋上苦也求其積倍下長上長從之又以廣乘之又以高乘之六而一正解方亭兩邊合之卽其形也。

芻童 徒紅切如倒置研石求其積倍上長并入下長以上廣乘之又倍下長并入上長以下廣乘之并二位以高乘之六而一曲池盤池冥谷皆同術。

曲池 邱玉切。

盤池 薄官切。

冥谷 莫經切冥谷之形如正置研石。

棚除 上薄耕切下遲據切。

踟躕 上直離切下直誅切行不進也。

載輸 上作代切下式朱切。

一籠 力董切。

委粟 於詭切積也。

程粟 直城切課也程粟一斛積二千七百寸米一斛積一千六百二十寸菽荅麻麥一斛積二千四百三十寸此據精麤爲率使價齊而不等其器之積寸也以米斛爲正則同於漢志孫子算術曰六粟爲

圭，十圭爲抄，十抄爲撮，十撮爲勺，十勺爲合，應邵曰：圭者自然之形，陰陽之始，四圭爲撮，孟康曰：六十四黍爲圭，漢志曰：量者，侖合升斗斛也，所以量多少也，本起於黃鍾之侖，用度數審其容，以子穀秬中者，千有二百，實其侖，以井水準其概，十侖爲合，十合爲升，十升爲斗，十斗爲斛，而五量嘉矣。

圓困 去倫切，倉圓曰困。

九章第六

均輸 式朱切，均，平也，輸，委也，以均平其輸委，故曰均輸。

勞費 芳未切，耗也。

乘 繩證切，數車曰乘，一本作量。

衰出 楚危切，次也，不齊等也，管子曰：相地衰征。

薄塞 上補各切，迫也，不先代切，邊也。

輩之 補妹切，配也，俗作輩。

傲 卽就切，貸也。

備 餘封切，貸也。

重車 直隴切，輕對也。

春 書容切，世本曰：雍父作春，呂氏春秋曰：赤冀作春。

程傳 張戀切傳郵

絡 盧各切

惡 烏各切不善也

金篋 之累切策也

四間 古閑切中間也

錐行 戶剛切錐行衰者下多上少如立錐之形

鳧 防無切野鴨也

牝瓦 毗忍切

牡瓦 莫厚切

矯夭 居天切說文曰揉箭筈也俗作播

假田 古雅切借也

發 方伐切伐也詩曰駿發爾私

耕 古莖切犁也詩曰亦服爾耕

耨種 曾擾覆種也孟子曰播種而耨之

九章第七

盈不足 以成切。盈者滿也。不足者虛也。滿虛相推以求其適。故曰盈不足。

胸 女六切。不足也。或作肱。非是。

璣 將鄰切。美石次玉曰璣。一本作準。

適足 施隻切。恰也。

桶 他孔切。

瓠 胡誤切。瓜屬也。蔓無販切。瓜蔓也。

淳酒 常倫切。厚酒也。

行酒 胡剛切。市酒也。

和漆 如字。又胡臥切。

易油 羊益切。交易也。

惡田 烏各切。不善也。

駑馬 音奴。字林曰駑也。

之蜀賈 音古。商賈一本作價。

返 府遠切。還也。

九章第八

方程 直成切。方者，左右也。程者，課率也。左右課率，總統羣物，故曰方程。

錯糅 女救切。雜也。

正負 上之盛切。下房久切。本數爲正，非本數爲負。正與正同名，負與負同名。同名相除，則異名者相益。

異名相除，則同名者相益。一正一負，相反而相爲用，術之至也。

乘 兵永切。一禾爲乘。

稱 昌孕切。正斤兩也。俗作秤。

課 苦臥切。程也。

衡 戶庚切。權衡也。

武馬 莫下切。武馬，戎馬也。戎馬言武馬者，猶曲禮謂戎車爲武車也。取其健猛而善行也。

阪 府遠切。不平也。俗作坂。

借 資者切。從人假物也。

引 余忍切。引重也。易曰：引重致遠。

綆 古杏切。汲水索。

令 力正切。官名也。

從者 疾用切。隨也。

庖 薄交切。

恢演 上苦回切。大也。下以淺切。廣也。

九章第九

句股 上古侯切。下公戶切。句短面也。股長面也。短長相推以求其弦。故曰句股。

圓之 雨非切。周也。

纏 持碾切。纏繞物也。俗作纏。

葛長 直良切。

馥 古牙切。說文曰。葦之未秀者。

闕 苦本切。門限也。

折 常列切。斷也。

抵 都禮切。

磨邑 莫禾切。

參 倉含切。俗作叅。

橫 戶盲切。從橫也。

御製題九章算術 有序

是書雖爲晉劉徽注。而其名則始見於唐。蓋自李淳風注釋。義遂大顯。北宋時人罕習者。漸以溷晦。南宋慶元中鮑澣得其本。寫入祕閣。世亦莫得而見。明初編列永樂大典。然依韻分排。閱者鮮能究其端委。則雖存猶亡也。茲以校勘四庫全書。詞臣於斷簡零篇中。裒輯得九篇。悉符鮑澣之舊。顧鮑本無圖。今諸臣按注意補爲之。雖未能必其盡合。皆可因注推演而知。則亦未嘗或紊。視澣所傳。殆有過之無不及矣。算法自皇祖表章以來。可謂大備。是書至今始出。或亦顯晦有時。固有莫知其然而然者乎。夫九章昉於周官。六藝教於洙泗。余雖未習其事。要不得謂非學者所當肄業及之者也。系詩題識如左。

算術由來非所學。不知難強以爲知。大成廣集欽皇祖。

皇祖講明算法。欽定數理精蘊儀象考成等書。實足爲萬世算學標準。

六藝曾論愧仲尼。分

韻笑他割裂者。補圖欣此粹完之。時爲顯晦晦今顯。是用摛毫作弁詞。

九章算經後序

九章算經九卷。周公之遺書。而漢丞相張蒼之所刪補也。算數之書。凡數十家。獨以九章爲經之首。以其九數之法。無所不備。諸家立術。雖有變通。推其本意。皆自此出。而且知後人無以易周漢之舊也。自唐有國。用之以取士。本朝崇寧。亦立於學官。故前世算數之學。相望有人。白衣冠南渡以來。此學既廢。非獨好之者寡。而九章正經。亦幾泯沒無傳矣。近世民間之本。題之曰黃帝九章。豈以其爲隸首之所作歟。名已不當。雖有細草。類皆簡捷殘闕。懵於本原。無有劉徽李淳風之舊注者。古人之意。不復可見。每爲慨嘆。慶元庚申之夏。余在都城。與太史局同知算造楊忠輔德之論歷。因從其家得古本九章。乃汴都之故書。今祕館所定著。亦從此本寫以送官者也。謹按晉志。劉徽所注九章。實魏之景元四年。觀其序文。以謂析理以辭。解體用圖。又造重差於勾股之下。辭乃今之注文。其圖至唐猶在。今則亡矣。重差之法。今之海島算經是也。又李淳風之注。見於唐志。凡九卷。而今之盈不足方程之篇。咸闕淳風注文。意者此書歲久。傳錄不無錯漏。猶幸有此存者。今此乃是合劉李二注而爲一書云。其年六月一日乙酉。迪功郎新隆興府靖安縣主簿括蒼鮑澣之仲祺謹書。