

Grundkurs Mathematik II

Arbeitsblatt 31

Die Pausenaufgabe

AUFGABE 31.1. Löse das lineare Gleichungssystem

$$2x - 5y = 3.$$

Übungsaufgaben

AUFGABE 31.2. Überprüfe, ob die folgenden Tupel Lösungen der linearen Gleichung

$$7x + 2y - 9z = -3$$

sind.

- (1) $(0, 0, 0)$,
- (2) $(3, 3, 3)$,
- (3) $(0, \frac{1}{5}, 0)$,
- (4) $(-2, 7, \frac{1}{3})$.

Wähle „zufällig“ eine Dreiertupel. Ist es eine Lösung der Gleichung?

AUFGABE 31.3. Löse das lineare Gleichungssystem

$$x + y + z = 0.$$

AUFGABE 31.4. Löse das lineare Gleichungssystem

$$4x + 7y - 3z + 6u + 5v = 0.$$

AUFGABE 31.5. Löse das lineare Gleichungssystem

$$-\frac{9}{4}x + \frac{8}{5}y - \frac{5}{3}z = \frac{2}{7}.$$

AUFGABE 31.6. Skizziere die Lösungsmenge der linearen Gleichung

$$4x + 7y = 6$$

im \mathbb{Q}^2 .

AUFGABE 31.7. Finde zum linearen Gleichungssystem

$$\frac{7}{3}x - \frac{8}{5}y - \frac{3}{2}z = \frac{4}{9}$$

ein äquivalentes Gleichungssystem (also eines mit der gleichen Lösungsmenge), dessen Koeffizienten zu \mathbb{Z} gehören.

AUFGABE 31.8. Entscheide, ob die folgenden Tupel Lösungen des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} 3x - 6y + 4z &= 1, \\ -2x + 5y - 4z &= -3, \end{aligned}$$

sind.

- a) $(-1, 0, 1)$,
- b) $(2, 3, \frac{7}{2})$,
- c) $(1, 3, 4)$.

AUFGABE 31.9. Die Punkte (zwischen 0 und 15) in einem Kurs setzen sich aus der mündlichen Note, die zu einem Drittel eingeht, und der schriftlichen Note, die zu zwei Dritteln eingeht, zusammen.

- (1) Erstelle eine Funktion, die die Gesamtpunktzahl aus den Teilergebnissen berechnet.
- (2) Erstelle eine Gleichung, die beschreibt, dass die Gesamtpunktzahl gleich 11 ist.
- (3) Lucy Sonnenschein war während der Unterrichtsstunden etwas un aufmerksam, was sich in ihrer mündlichen Note mit 7 Punkten niederschlägt. Wie muss sie schriftlich abschneiden, um auf ihre gewünschte Gesamtpunktzahl von 11 Punkten zu kommen?
- (4) Löse das Gleichungssystem aus Teil (2). Unterscheide zwischen mathematisch korrekten Lösungen und korrekten Lösungen, die im Kontext sinnvoll interpretiert werden können.
- (5) Finde für mathematisch korrekte Lösungen, die auf den ersten Blick im gegebenen Kontext nicht sinnvoll interpretiert werden können, doch eine sinnvolle Interpretation.
- (6) Interpretiere die zugehörige homogene Gleichung.

AUFGABE 31.10.*

Kevin zahlt für einen Winterblumenstrauß mit 3 Schneeglöckchen und 4 Mistelzweigen 2,50 € und Jennifer zahlt für einen Strauß aus 5 Schneeglöckchen und 2 Mistelzweigen 2,30 €. Wie viel kostet ein Strauß mit einem Schneeglöckchen und 11 Mistelzweigen?

AUFGABE 31.11. Mustafa Müller und Heinz Ngolo sind im Fanshop von Borussia Dortmund. Mustafa zahlt für drei Pappspieler und vier handsignierte Fotos zusammen 55 Euro und Heinz zahlt für fünf Pappspieler und drei handsignierte Fotos zusammen 66 Euro. Wie viel kostet ein Pappspieler und wie viel kostet ein handsigniertes Foto?

AUFGABE 31.12. Löse das lineare Gleichungssystem

$$2x + 3y = 7 \text{ und } 5x + 4y = 3.$$

AUFGABE 31.13. Löse das lineare Gleichungssystem

$$\frac{3}{7}x - \frac{4}{11}y = -\frac{7}{3} \text{ und } -\frac{4}{7}x + \frac{5}{3}y = \frac{6}{5}.$$

AUFGABE 31.14. Löse das lineare Gleichungssystem

$$x + y = 1 \text{ und } y = 1$$

über dem Körper mit zwei Elementen.

AUFGABE 31.15. Löse das lineare Gleichungssystem

$$x = -8 \text{ und } y = 5.$$

AUFGABE 31.16. Löse das lineare Gleichungssystem

$$x = 5, 2y = 3, 4z + w = 3.$$

AUFGABE 31.17.*

Sie wollen für eine Party 100 Liter an Getränken einkaufen und dafür 80 € ausgeben. Sorte A kostet 70 Cent pro 1,25-Liter-Flasche, Sorte B kostet 1,40 € pro 750-ml-Flasche. Wie viele Flaschen kaufen Sie von jeder Sorte? Zusatzfrage: Weil man nur ganze Flaschen kaufen kann, kommt man nicht exakt auf 100 Liter und 80 €. Wie groß ist der Fehler?

AUFGABE 31.18. Löse das lineare Gleichungssystem

$$\frac{2}{9}x + \frac{3}{10}y + \frac{5}{3} = -\frac{1}{7}x + \frac{6}{5}y - \frac{3}{5} \text{ und } -\frac{3}{8}x + \frac{8}{5}y - \frac{1}{3} = -\frac{1}{6}x + \frac{4}{7}y + \frac{1}{5}.$$

AUFGABE 31.19. Es sei ein lineares Gleichungssystem durch die Gleichungen G_1, \dots, G_n und ein zweites lineares Gleichungssystem durch die Gleichungen H_1, \dots, H_m gegeben, beide über dem Körper K und in den Variablen X_1, \dots, X_r . Wie verhält sich die Lösungsmenge L_1 zum ersten System und die Lösungsmenge L_2 zum zweiten System zur Lösungsmenge des Systems, das aus den beiden Systemen zusammengesetzt ist?

AUFGABE 31.20. Über dem Körper K sei ein lineares Gleichungssystem in den Variablen X_1, \dots, X_n und ein zweites lineares Gleichungssystem in den Variablen Y_1, \dots, Y_m gegeben. Wie verhält sich die Lösungsmenge L_1 zum ersten System und die Lösungsmenge L_2 zum zweiten System zur Lösungsmenge des Systems, das aus den beiden Systemen zusammengesetzt ist?

AUFGABE 31.21. Wir betrachten das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} -4x - 2y + 6z &= 3 \\ 3x + 7y + 5z &= 2 \\ 5x - 2y + 4z &= -5. \end{aligned}$$

Finde Tupel (x, y, z) , die je zwei dieser Gleichungen erfüllen, aber nicht die dritte.

AUFGABE 31.22. Interpretiere Lemma 31.3, wenn nur eine Variable vorliegt.

AUFGABE 31.23. Wir betrachten eine Uhr mit Stunden- und Minutenzeiger. Es ist jetzt 6 Uhr, so dass die beiden Zeiger direkt gegenüber stehen. Um wie viel Uhr stehen die beiden Zeiger zum nächsten Mal direkt gegenüber?

Aufgaben zum Abgeben

AUFGABE 31.24. (2 Punkte)

Überprüfe, ob die folgenden Tupel Lösungen der linearen Gleichung

$$3x - 5y + 4z = 11$$

sind.

- (1) $(2, 1, 3)$,
- (2) $(0, 0, \frac{11}{4})$,
- (3) $(1, 2, 1)$,
- (4) $(4, 2, 6)$,
- (5) $(3, \frac{2}{5}, 1)$,
- (6) $(1, 11, 111)$.

AUFGABE 31.25. (2 Punkte)

Löse das lineare Gleichungssystem

$$-7x - 8y = 5.$$

AUFGABE 31.26. (3 Punkte)

Löse das lineare Gleichungssystem

$$-\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}y - \frac{7}{9}z + \frac{6}{7}w = \frac{4}{5}.$$

AUFGABE 31.27. (3 Punkte)

Löse das lineare Gleichungssystem

$$4x - 5y = 6 \text{ und } 2x + 11y = -3.$$

AUFGABE 31.28. (3 Punkte)

Löse das lineare Gleichungssystem

$$-\frac{4}{5}x - \frac{3}{8}y = -\frac{3}{5} \text{ und } -\frac{6}{7}x + \frac{1}{8}y = \frac{4}{9}.$$

AUFGABE 31.29. (3 Punkte)

Löse das lineare Gleichungssystem

$$\frac{3}{7}x + \frac{4}{11}y + \frac{4}{5} = -\frac{1}{2}x + \frac{6}{5}y - \frac{7}{4} \text{ und } -\frac{1}{8}x + \frac{7}{6}y - 2 = -\frac{4}{3}x + \frac{2}{7}y + \frac{3}{5}.$$

Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 7
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 7