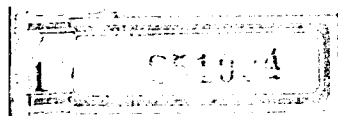


04
普通結構學

中 冊

蔡 方 蔭 著



商 務 印 書 館 發 行

02

普 通 結 構 學

中 冊

641001

蔡 方 蔭 著

015354

商 務 印 書 館 發 行

中 册 目 次

第七章	橋梁之反力切力及彎矩	1
7—1.	普通橋梁之型式及構造	1
7—2.	橋梁之呆荷重	1
7—3.	反力切力及彎矩之感應圖	11
7—4.	用虛功原理求感應圖	30
7—5.	橋梁之最大反力	37
7—6.	橋梁任何截面之最大切力	51
7—7.	橋梁任何截面之最大彎矩	69
7—8.	公路橋梁之活荷重制	75
7—9.	鐵路橋梁之機車活荷重制	82
7—10.	鐵路橋梁之簡單活荷重制	95
7—11.	橋梁在活荷重下之衝擊力	102
7—12.	橋梁之最大切力圖及最大彎矩圖	109
7—13.	橋梁之絕對最大彎矩	125
7—14.	橋面系之最大反力,切力及彎矩	130
第八章	橋梁桁架之應力	142
8—1.	橋梁桁架之普通型式	142
8—2.	橋梁桁架之呆應力	149
8—3.	普通桁架之應力感應圖	152



8—4.	用虛功原理求桁架之應力感應圖	162
8—5.	平行弦桁架之活應力	166
8—6.	非平行弦桁架之活應力	192
8—7.	再分析架之活應力	225
8—8.	多重腹桿桁架之活應力	245
8—9.	斜橋桁架之活應力	248
第九章 橋梁在側力及縱力下之應力		253
9—1.	橋梁支撐之佈置	253
9—2.	橋梁上之側力	255
9—3.	橋梁在側力下之穩度	260
9—4.	側支撐架之型式及應力	263
9—5.	橋門架之型式及應力	271
9—6.	豎支架及豎支撐之應力	278
9—7.	側力對於豎桁架應力之影響	283
9—8.	側力對於非平行弦桁架應力之影響	287
9—9.	橋梁上之縱力及其應力	290
9—10.	曲線上橋梁之淨空及寬度	297
9—11.	曲線上橋梁之應力	307
9—12.	側力及縱力對於設計應力之影響	323
9—13.	塔架在側力及縱力下之應力	327
9—14.	橋梁由於變形之應力	333
附錄三		336

A. 最大彎矩,最大端切力及最大橫梁反力.....	336
B. 橋梁(無橫梁)之最大切力	338
C. 橋梁(無橫梁)之最大彎矩	340
D. 最大節間切力	342
E. 最大節點彎矩	344
圖,例題及習題索引	346
索引	348

普通結構學

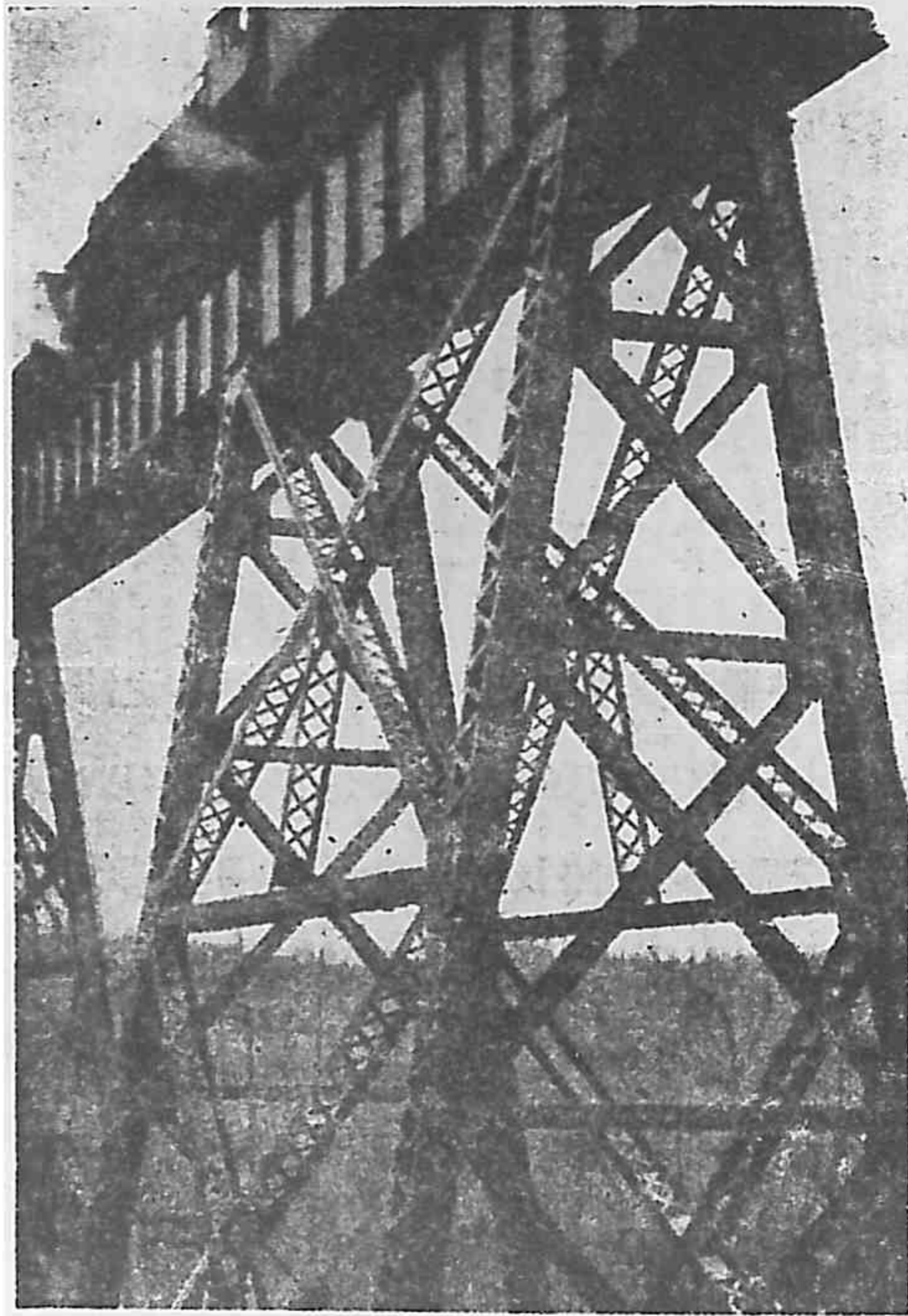
中 冊

第七章 橋梁之反力切力及彎矩

7—1. 普通橋梁之型式及構造 凡結構之跨越天然或人造阻礙（如江河澗谷鐵路公路以及街道等）而用以便利交通者，皆為橋梁。交通雖以鐵路及公路為主要，但並非以此為限，蓋橋梁亦有專備行人往來，不走車輛，或專為支承水管或傳遞貨物之用者。橋梁之本身稱為橋梁之上部結構，其用以支承橋梁之橋墩，橋座或塔架（橋梁之支承於塔架者稱為塔架橋（viaduct）（見影片 VII 及 VIII），其支承於柱架（bent）者稱為柱架橋（trestle）等，稱為橋梁之下部結構。鐵路及公路之普通橋梁，多係兩端支承，常稱之為簡單跨。橋梁之位置係固定不動者，常稱為固定跨。

橋梁之材料，不外木、磚、石、混凝土及鋼鐵等，除磚石外，其餘材料均可用於簡單跨之橋梁。

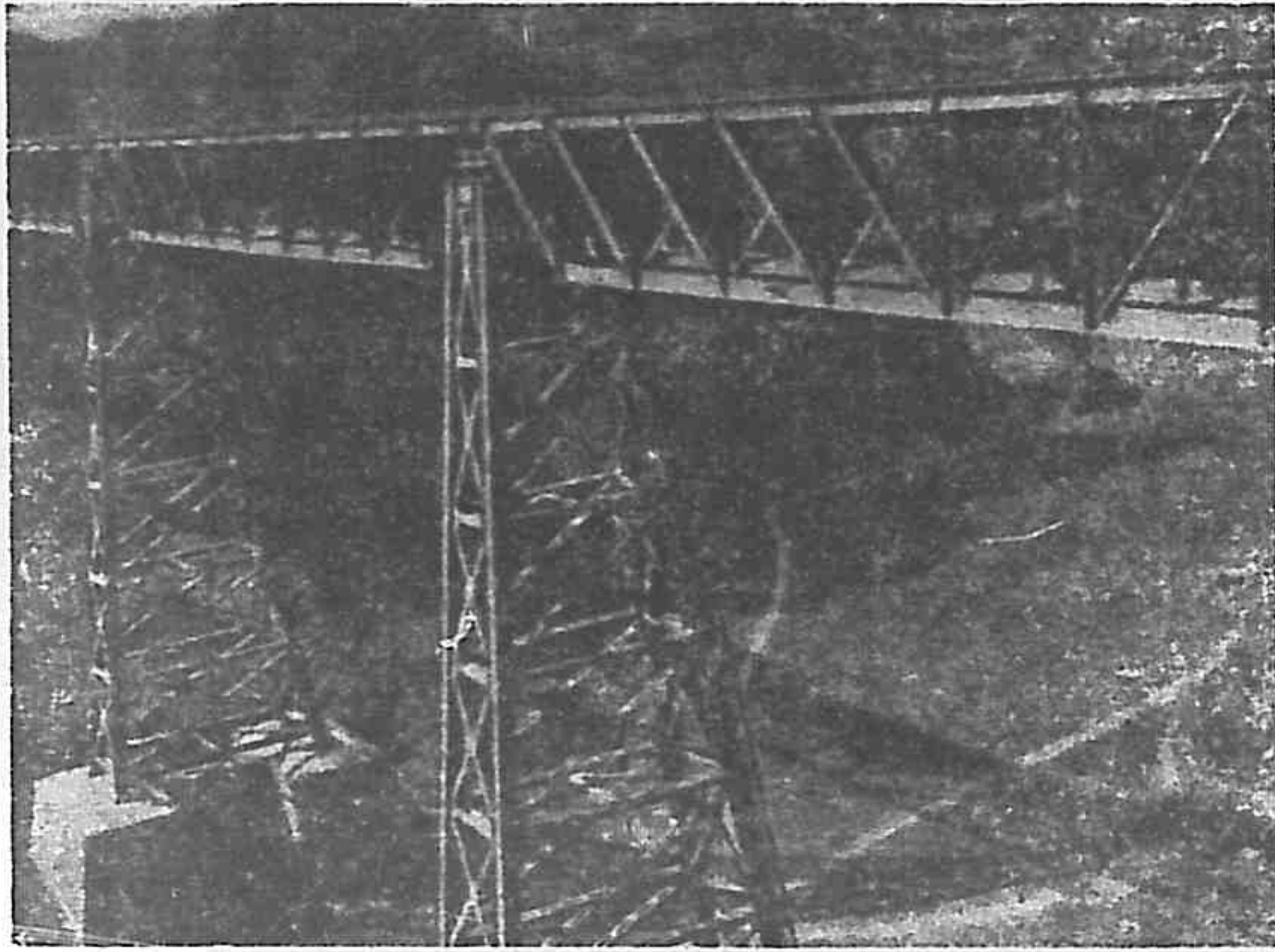
橋梁又分為輓梁橋，鉸梁橋及桁架橋三種，其採用之標準，視其跨度之長短而定。輓梁橋及鉸梁橋跨度之限制已於 6—1 節中述及。桁架橋跨度之限制，當於 8—1 節中述之。



影片VII. 鋼梁塔架橋

公路橋梁之橋面，係採用木料，混凝土或鋼板。此種橋面稱爲實橋面。而鐵路橋面之鋪有道碴者，稱爲鋪碴橋面，必用實橋面，其材料與公路橋面所用者相同，惟構造常稍異。鐵路橋面之不鋪道碴者，即將木枕直接鋪置於縱梁或橋梁之上，此種橋面，稱爲木枕橋面，亦稱爲空橋面。

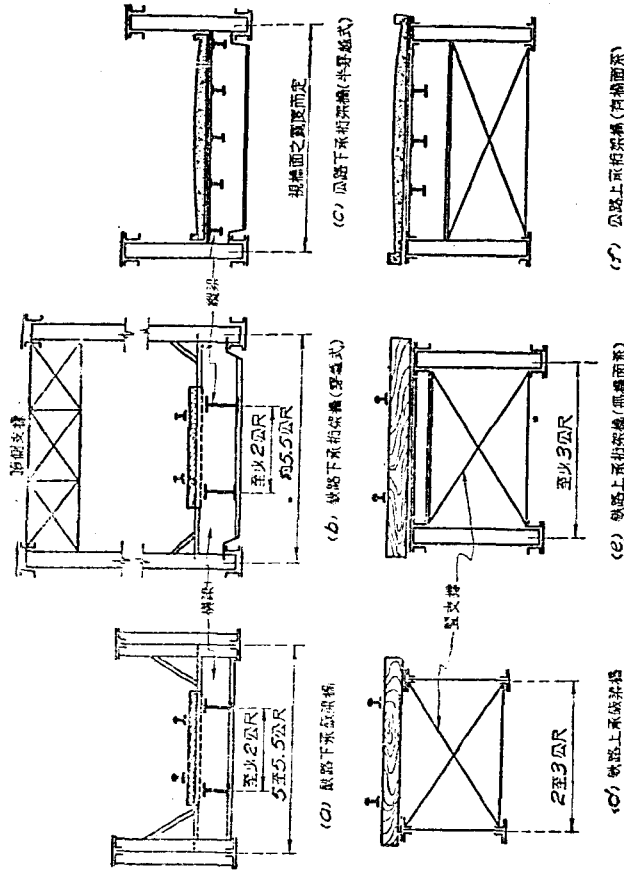
如橋面係支承於鋼梁之下翼緣或桁架之下弦，則該橋稱爲

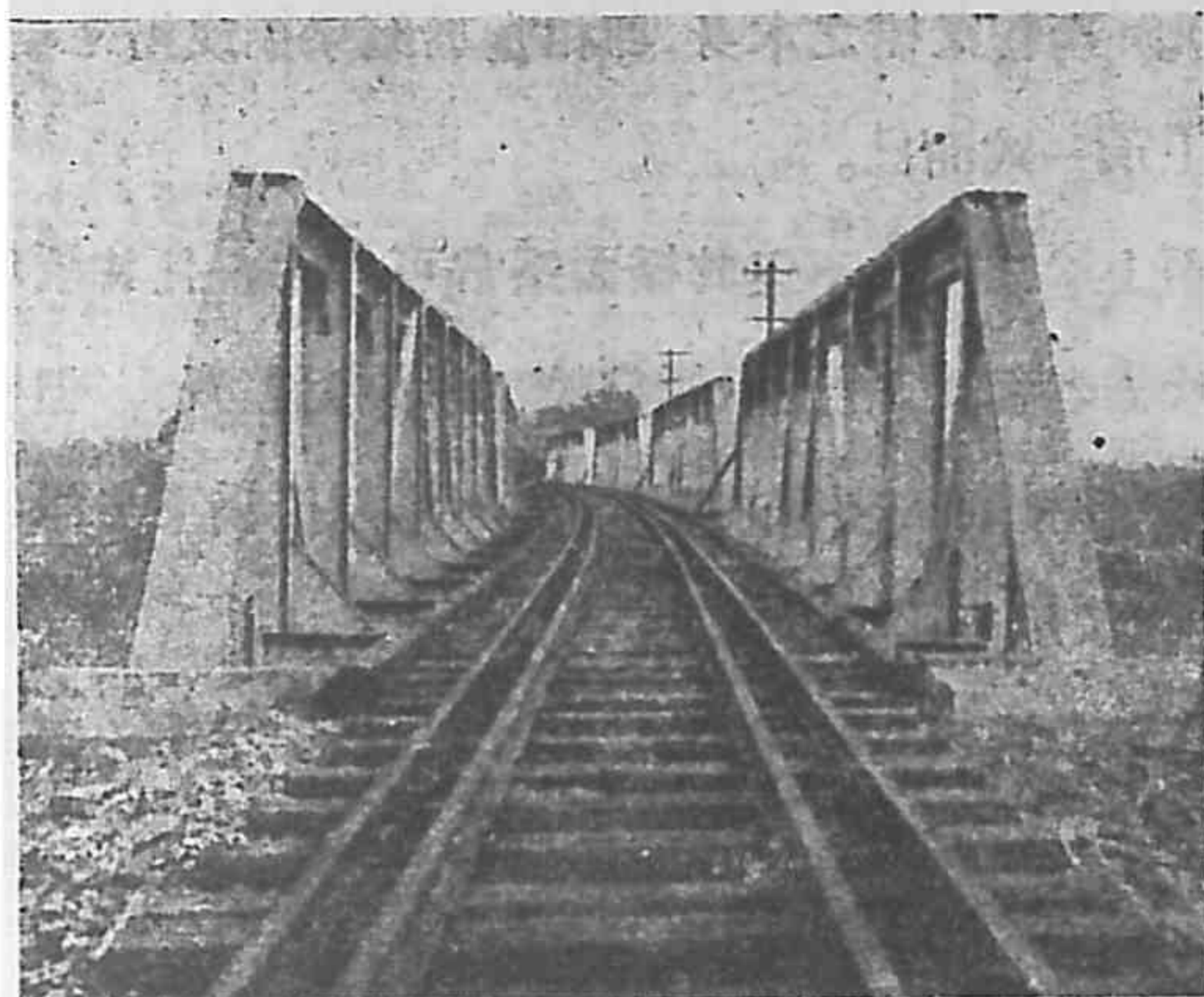


影片 VIII. 桁架塔架橋

下承橋，如圖 7-1 (a)(b) 及 (c)。下承橋桁架橋之有頂側支撐 (top lateral bracing) 者，如圖 7-1 (b)，稱為穿越式 (見影片 IX)，因車輛係穿越而過也。若桁深不大，不能有頂支撐，如圖 7-1 (c)，稱為半穿越式，其中之桁架稱為矮桁架 (pony truss) (見影片 X)。下承橋之橋面常支承於縱梁，縱梁支承於橫梁，橫梁始支承於橋身之鈹梁或桁架 (見圖 1-4)，此項支承橋面之縱梁及橫梁，統稱為橋面系。公路橋梁之橋面系，有時祇有橫梁，即以橋面同時用作縱梁，以其較為經濟也。

如橋面係支承於鈹梁之上翼緣或桁架之上弦，則該橋稱為上承橋 (見影片 VII 及 VIII)。上承橋常無橋面系，故橋面係直接支承於鈹梁或桁架之上，如圖 7-1 (d) 及 (e)。但鐵路橋面之有二軌道以上者及公路橋面之太寬者，均須有橋面系，如圖





影片 X. 矮桁架橋(軌道係曲線)



影片 IX. 穿越式桁架橋

7-1 (f)。至韌梁橋之本身，即相當於鈹梁橋或桁架橋之縱梁，故祇有上承一式而已。

採用上承橋時，不但其橋面系常可省去，且其橋墩及橋座均較下承橋者稍矮，故上承橋常較下承橋為經濟。但橋下之淨空如有限制時，則常須採用下承橋。塔架橋橋下之淨空常無限制，故一律採用上承橋。

各式單軌道鐵路橋梁中二鈹梁或二桁架之中心距，約如圖 7-1 所示。於雙軌道或多軌道橋梁，每增一軌道，其中心距至少應增加 4 公尺。為使橋梁能抵抗各種規定之側力而無傾覆之虞，下承橋之上頂中心距，不得小於其跨度二十分之一；上承橋之上頂中心距，不得小於跨度十五分之一，或橋身之有效深度二分之一。上承橋二鈹梁及下承橋二縱梁之中心距，均不得小於 2 公尺。但每軌道下如有四根鈹梁或縱梁時，則不在此例。此四梁應對置於每軌之下，並須與每軌成對稱。縱梁之長，當然與橫梁之中心距及橋梁之節間長度均相同。於鈹梁橋中，縱梁之長，常在 3 至 6 公尺之間。公路桁架橋節間之長，常在 3.5 至 9.5 公尺之間。鐵路桁架橋節間之長，常在 6 至 14 公尺之間。為方便及簡易起見，每一橋梁中所有節間之長度，常均相等。

橋面系中縱梁與橫梁之高度，常約略相同。如圖 7-2(a)，計算其反力，切力及彎矩時，為簡便起見，可作略圖 (b) 或 (c) 以代表之。

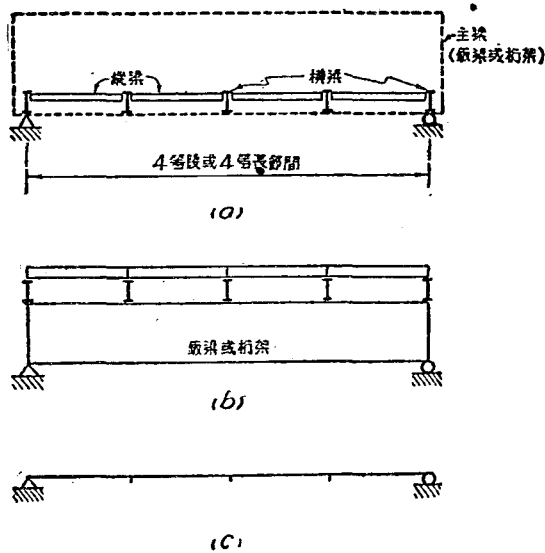


圖 7-2. 有橋面系橋梁之實際情形與代表略圖

7--2. 橋梁之呆荷重 橋梁之呆荷重，包括軌道，道碴，橋面，以及橋身等之重量。橋身包括二鈹梁或二桁架，橫梁，縱梁，以及各種支撐。橋身之重量，所包含之因素甚多，如橋身之跨度，型式，細節，材料，所支之活荷重，以及其設計之規範等，故橋身之真確重量，非設計完成後，不能預知。惟根據以往之經驗，橋身之重量，常可以公式估計之。歐美關於橋梁之書籍中，此項公式甚多，但所有公式，並不十分一致。故採用必須十分審慎，至少設計完成之後，應實際計算其重量，視其是否與公式所估計者，大致相符。如相差較巨，則必須修改以前之計算及

設計，以免蹈第一章中所舉 Quebec 大橋之覆轍。

若鐵路鋼橋之設計，係依我國交通部民國二十七年七月所公佈之國營鐵路鋼橋規範書，而其活荷重為中華十六級活荷重制，^①其重量可用下列公式估計之。^②

$$(7-1) \quad \text{輓梁橋：跨長 4 至 5 公尺，} \quad w = 115 L - 40$$

$$(7-2) \quad \text{跨長 5 至 8 公尺，} \quad w = 115 L + 80$$

$$(7-3) \quad \text{上承鈹梁橋：跨長 8 至 15 公尺，} \quad w = 47 L + 270$$

$$(7-4) \quad \text{跨長 15 至 22 公尺，} \quad w = 50 L + 330$$

$$(7-5) \quad \text{跨長 22 至 30 公尺，} \quad w = 58 L + 390$$

$$(7-6) \quad \text{下承鈹梁橋：} \quad w = 65 L + 770$$

$$(7-7) \quad \text{上承桁架橋：} \quad w = 22 L + 1,370$$

(無橋面系)

$$(7-8) \quad \text{穿越式桁架橋：} \quad w = 20 L + 1,660$$

其中 L = 跨長 (以公尺計)， w = 單軌道空橋面鐵路鋼橋之鋼料重量 (以公斤/公尺計)。此項重量包括橋身之所有輓梁，或二鈹梁，或二桁架，及其應有之橋面系與各種支撐等，但不包括其兩端之支座，木枕橋面，及軌道之鋼軌，內護軌扣件等。故欲得橋身之總重量，應將木枕橋面，及軌道之重量加入。每軌道之鋼軌，內護軌，及其扣件之重量，約為 225 公斤/公尺。若木枕為 $200 \times 250 \times 3,000$ 公厘，其心距為 350 公厘，其兩端各加

① 見 7-9 節之解釋。

② 此項公式係交通部技術廳所求得者。

150×200 公厘之木護軌，長度與橋相同，則此種木枕橋面之重量約為 475 公斤/公尺。故軌道及木枕橋面之總重量，約為 700 公斤/公尺。

上列公式，若用於雙軌道橋梁，則所算得之重量 w ，至少應增加 85%。若用於活荷重為中華二十級活荷重制之鋼橋，則應增加約 15%。

關於估計鐵路鋼橋重量之公式，美國所發表者甚多，茲舉一例，並改成公尺制如下。①

$$\text{上承板梁橋: } w = k(63L + 149) \quad (7-9)$$

$$\text{下承板梁橋: } w = k(73L + 745) \quad (7-10)$$

$$\text{穿越式桁架橋: } w = k(44L + 1,040) \quad (7-11)$$

其中 L 與 w 之意義及單位，與方程 7-1 等所用者相同。鋼橋之設計規範，以美國鐵路工程協會 1925 所公佈者為準。其活荷重為古柏 (Cooper) 氏之 E 活荷重制， k 為一恆數，視活荷重之輕重而定，其值如下：

$$\text{活荷重制 } E-40, \quad k=0.88$$

$$\text{活荷重制 } E-50, \quad k=1.00$$

$$\text{活荷重制 } E-60, \quad k=1.12$$

公路鋼橋因其活荷重，橋面寬度及設計規範等，即在公路最發達之美國，前此亦未十分標準化。故所有關於該種橋重之公式，更不易相當準確。若公路鋼橋之橋面寬度為 b 公尺，其活荷重為 $H-15$ ，② 並係根據美國各省公路官員協會之標準規

① 見麥(Merriman)，威(Wiggin) 二氏所著之美國土木工程師手冊 (American Civil Engineers' Handbook)，第 5 版，1162 頁。

② 見 7-8 節之解釋。

範設計，則下列公式可備參考。^①

$$(7-12) \quad \text{半穿越式桁架鋼橋} \quad w = 24 L + 780$$

$$(7-13) \quad \text{穿越式桁架鋼橋} \quad w = 22 L + 682$$

其中 $L =$ 跨長 (以公尺計), $w =$ 每橋鋼料之重量 (以公斤/公尺計), 但不包括混凝土橋面, 與其中之鋼筋, 及支座等之重量。若橋面寬於或狹於 6 公尺, 則每增寬或減狹 1 公尺, w 各應增減約 75 公斤/公尺。若活荷重非 $H-15$ 而係 $H-20$ 或 $II-10$, 則 w 應各乘以 $4/3$ 或 $2/3$ 。韋梁橋及鈹梁橋, 公路用之均較少, 故其橋重未列入。

民國二十五年九月我國全國經濟委員會所訂之公路橋梁涵洞工程設計暫行準則 (已由交通部重行公佈) 大半以美國各省公路官員協會之標準規範為根據, 故我國公路橋梁之設計, 若依照該項暫行準則, 其重量自亦可以方程 (7-12) 及 (7-13) 估計之,

為橋重之估計易於精確起見, 可先設計軌道, 橋面, 縱梁, 橫梁等, 並實地計算其重量。所須估計者祇橋身之二鈹梁, 或二桁架及其應有之各種支撐。故橋重之不確定成分較少。

習題 7-1. 於一方格紙中, 作曲線表示方程 (7-1) 至 (7-13)。於方程 (7-9) 至 (7-11) 中, 採用 $k=0.88$ 。(因跨長若至 30 公尺以上, 則中華十六級活荷重制相當於古柏氏 $E-40$ 級活荷重制, 故可以比較) 以橋重 w 之估計於豎軸上, 跨長 L 計於橫軸上。

習題 7-2. 試估計下列諸木枕橋面鐵路鋼橋每公尺之重量 (包括軌道及

① 見克 (Kirkham) 氏所著公路橋梁之設計 (Design of Highway Bridges), 1955 年出版, 232 及 269 頁。

橋面)，將所有計算，列一整潔之表。

橋梁型式	中華活荷重級數	跨長(公尺)	軌道數
(a) 上承板梁	18	25	單
(b) 上承桁架	16	45	單
(c) 穿越式桁架	20	65	單
(d) 穿越式桁架	16	90	雙

習題 7-3. 試估計一跨長 25 公尺依活荷重 $H-10$ 設計之公路矮桁架鋼橋每公尺之重量(包括橋面及欄杆)。橋面之淨寬為 8 公尺，係採用鋼筋混凝土板，平均厚度為 23 公厘。兩邊各有 200×210 公厘之鋼筋混凝土緣石。鋼筋混凝土之重量為 2,400 公斤/立方公尺。欄杆之重量每公尺為 30 公斤。

習題 7-4. 本節所列舉之估計鋼橋每公尺重量之諸公式，何以有一項為跨長之函數與一項為互數，試解釋之。

7-3. 反力切力及彎矩之感應圖 橋梁與屋頂或其他種結構不同之點，即在其活荷重係一行動荷重，因此必須研究祇橋梁跨長之某一段有活荷重時對於其各部應力之影響，藉以求其各部之最大活應力。作此種研究時，常須採用感應圖之方法，而於較複雜之橋梁尤然。

感應圖者，乃一直線或折線或曲線圖，用以表示橋梁某一已定截面或部份之任何函數(反力，切力，彎矩，桿應力等)。因一單位豎向集中荷重經過該橋跨度時所發生之改變值。故於某一已定截面或部份之某函數感應圖，其任何點之豎距，即等於一單位豎向集中荷重置於該點時所得該函數之值。感應圖之豎距，亦可列一表以記之，此表即稱為感應表(influence table)。茲分條述之如下：

(1) 反力之感應圖：反力感應圖之意義已於 3—8 節及圖 3—27 中略表述之。圖 7—3 示一梁，其 AC 段係一懸臂。以

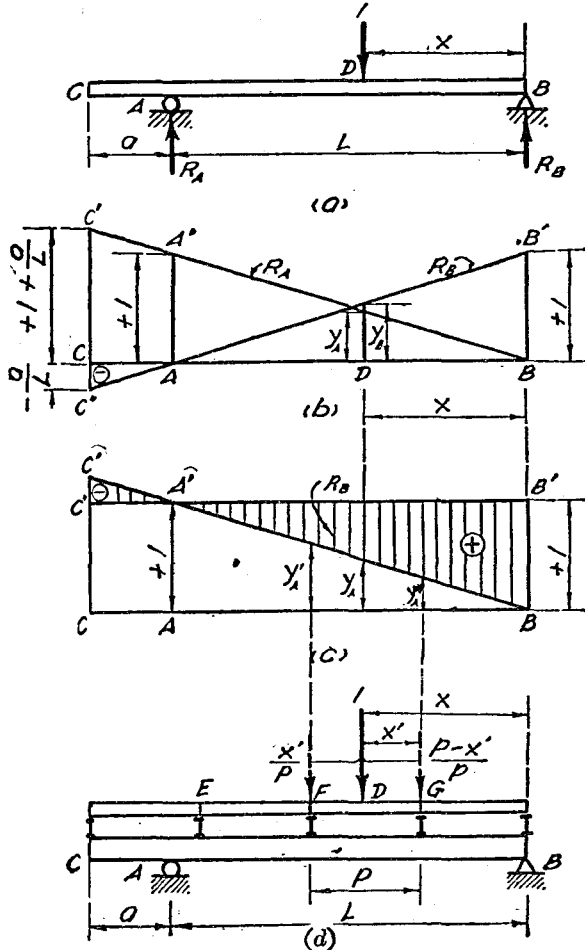


圖 7-3. 反力之感應圖

一單位豎向集中荷重置於任何截面 D ，其與 B 端之距為 x ，則 $R_A = x/L$ 。故 x 之值如改變，則 R_A 之改變可以直線 $C'A'B$ 表之。此 $C'A'B$ 線即方程 $R_A = x/L$ 之表示圖，稱為 R_A 之感應線，而三角形 $C'CB$ 則稱為 R_A 之感應圖。同此 $C'AB'$ 為 R_B 之感應線，而二個三角形 $CC'A$ 及 ABB' 為 R_B 之感應圖，三角形 $CC'A$ 在 AB 底線之下，故 $x > L$ 時， R_B 之值為負號。即其指向與圖 7-3 (a) 所示者相反，故 R_B 係向下。於此較簡易之例，作 R_A 及 R_B 之感應圖時，並不須先寫出其方程，即於 A 及 B 點各作一豎線，並使 $AA' = BB' = +1$ ，聯 BA' 及 AB' 並各引長至 C' 及 C'' 點，即各得 R_A 及 R_B 之感應線或圖。若以任何豎向集中荷重 P 置於該梁任何截面 D ，則 $R_A = P y_A$ ， $R_B = P y_B$ ，其中 y_A 及 y_B 各為 R_A 及 R_B 感應圖於截面 D 之豎距。 y_A 及 y_B 均無單位可言，故係不名數，於任何同一截面 y_A 與 y_B 之代數和必等於一，即 $y_A + y_B = 1$ 。因該梁在任何單位豎向集中荷重下時， $R_A + R_B = 1$ ，由此可知 $R_B = 1 - R_A$ 。若 R_A 之感應圖已求得，則 R_B 之感應圖可自豎距為一之圖減去 R_A 之感應圖而得之。如圖 7-3 (c) 所示，三角形 $CC'B$ 為 R_A 之感應圖， $CC''B'B$ 為豎距為 1 之圖，自後圖減去前圖，得二個三角形 $C'C'A$ 及 $A'B'B$ ，即 R_B 之感應圖其任何截面之豎距與圖 7-3 (b) 所示相同，所不同者，即此圖之負號部份在底線 $C''B'$ 之上，而其正號部份反在此底線之下。但此與其豎距之數值無關。

若該主梁之上有縱梁及橫梁，其佈置如圖 7-3 (d)，而荷重係置於縱梁之上，則其反力感應圖有橫梁處 C, E, F, \dots 等截面之豎距，當然各與圖 7-3 (b) 者相同。至諸橫梁間之反力感應圖，仍係一直線。試以 R_A 爲例，證明如下。如圖 7-3 (d)，設荷重在 F 及 G 二橫梁間之截面 D 。將荷重分解爲二平行分力，置於 F 及 G 二截面各得 x'/p 及 $(p-x')/p$ 。再各乘以 R_A 感應圖 F 及 G 二截面之豎距 Y'_A 及 Y''_A [圖 7-3 (c)] 則 $R_A = y'_A x'/p + y''_A (p-x')/p$ 。若 x' 改變，則 R_A 之改變係直線性。故橫梁間之反力感應圖，仍係一直線。因此 R_A 之感應圖，仍與圖 7-3 (b) 所示者完全相同。故縱梁及橫梁對於主梁之反力感應圖，並無影響，即使縱梁有懸臂部份時亦然。(但於切力及彎矩之感應圖則不一定如此，見下列第(5)條關於縱梁橫梁對於主梁任何感應圖之影響。於 7-4 節，有較普遍之解說。)

(2) 切力之感應圖 切力與反力有密切關係，故前者之感應圖，可由後者之感應圖求得。如圖 7-4 (a) 所示，設欲求任何截面 II 切力 V_H 之感應圖。若 $x < b$ ，則 $V_H = +R_A$ 。若 $x > b$ ，則 $V_H = -R_B$ 。其正負號係依切力 V_H 者而定。如圖 7-4 (b) 所示，先作 R_A 及 $-R_B$ 之感應圖。取 R_A 感應圖 HB 間之一段，及 $-R_B$ 感應圖 HC 間之一段，以一豎線於 H 截面聯合，即得 V_H 之感應圖及各頂點之豎距，如圖 7-4 (b) 所示。

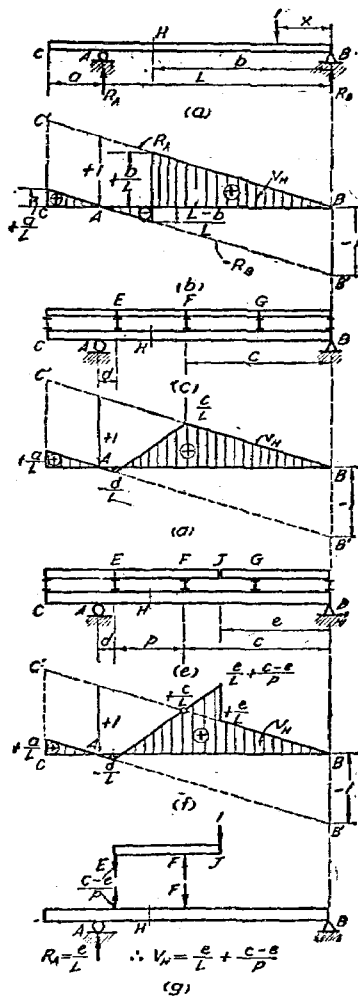


圖 7-4. 切力之感應圖

若該主梁 AB 之上有縱梁及橫梁，如圖 7—4 (c) 所示，而 H 截面又適在有橫梁之處，則切力 V_H 之感應圖當然與圖 7—4 (b) 所示者完全相同。若 H 截面在 E 及 F 二橫梁之間，則於有橫梁處之諸截面，切力 V_H 感應圖之豎距仍各與無橫梁時相同。但於任何二橫梁之間，該感應圖均係一直線，故該感應圖及其各頂點之豎距，均如圖 7—4 (d) 所示。由此圖可知：若 H 截面之位置改變，但仍在 E 及 F 二橫梁之間，則切力 V_H 之感應圖仍如圖 7—4 (d)。蓋無論縱梁上之荷重如何，該二橫梁間主梁任何截面之切力，均係一恆數。

若 EF 縱梁之右端有懸臂部份 FJ ，如圖 7—4 (e)，則於 EJ 間，切力 V_H 之感應圖亦係一直線，如圖 7—4 (f) 所示。其中各頂點之值，除荷重在縱梁 EJ 之 J 端時之外，均與圖 7—4 (d) 者相同。若荷重置於縱梁 EJ 之 J 端， H 截面切力 V_H 之求法，如圖 7—4 (g) 所示。先求得 A 點之反力 $R_A = e/L$ ，再求橫梁 E 之反力得 $(c-e)/p$ ，反其指向成爲主梁之荷重，故 $V_H = e/L + (c-e)/p$ 。

切力感應圖之豎距亦無單位可言，故爲不名數，與反力感應圖同。

(3) 彎矩之感應圖 彎矩感應圖亦可由反力感應圖求得。如圖 7—5 (a) 所示，設欲求任何截面 H 彎矩 M_H 之感應圖。若 $x < b$ ，則 $M_H = R_A(L-b)$ 。若 $x > b$ ，則 $M_H = R_B b$ 。如圖 7—5 (b)，作 $R_A(L-b)$ 及 $R_B b$ 之感應線因幾何學之

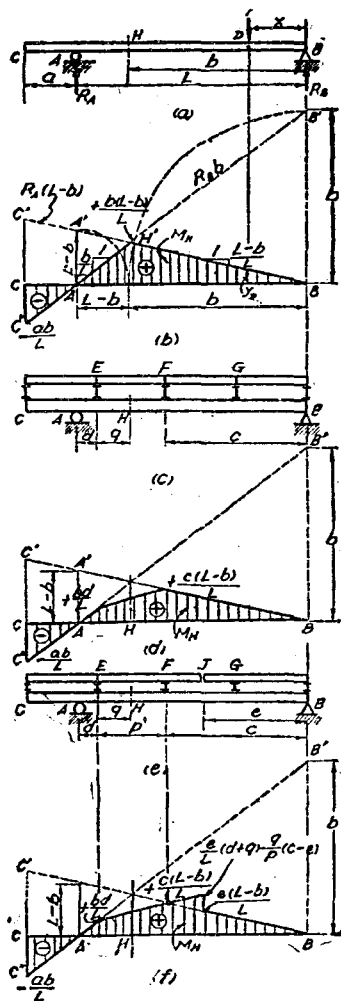


圖 7-5. 彎矩之感應圖

關係，該二感應線之相交點，必與 H 截面同在一豎線上，故二個三角形 $CC'A$ 及 ABH' 即係 M_H 之感應圖。其各段之坡度，如圖 7-5 (b) 所示。作 $R_A(L-b)$ 及 $R_B b$ 之二感應線時，亦可各以 A 及 B 二點為圓心， $L-b$ 及 b 為半徑，作二圓弧以定 A' 及 B' 二點。

若該主梁 AB 之上有縱梁及橫梁，如圖 7-5 (c) 所示，而 H 截面又適在有橫梁之處，則彎矩 M_H 之感應圖當然與圖 7-5 (b) 所示者完全相同。若 H 截面在 E 及 F 二橫梁之間，則於有橫梁處之諸截面彎矩 M_H 感應圖之豎距，仍各與無橫梁時相同。但於任何二橫梁之間，該感應圖均係一直線，故該感應圖及其各頂點之豎距，均如圖 7-5 (d) 所示。惟 H 截面之位置如有改變，雖仍在 E 及 F 二橫梁之間，則彎矩 M_H 之感應圖亦隨之而改變，蓋無論縱梁上之荷重如何，該二橫梁間主梁各截面之彎矩並非一恆數也。此係彎矩感應圖與前條所述切力感應圖不同之一點。

若 EF 縱梁有懸臂部份 FJ ，如圖 7-5 (e)，則在 EJ 間，彎矩 M_H 之感應圖係一直線，如圖 7-5 (f) 所示，其中各頂點之值，除 FJ 一段外，均與圖 7-5 (d) 者相同。若荷重在 EJ 段之 J 點時， M_H 之值如圖 7-5 (f) 所示，其求法與前條 V_H 之求法相似。

彎矩感應圖中豎距之單位為距離，常以公尺表之。

(4) 普通橋梁之感應圖 鐵路及公路之普通橋梁，均係兩

端支承之簡單跨。如其上有縱梁及橫梁，其所有橫梁之中心距（此中心距即等於橋梁節間之長）常係相等；而縱梁亦常係兩端支承於橫梁之上，絕少有懸臂部份或其他畸形。如無縱梁，則橋面亦視作係兩端支承於橫梁之上；依此標準，則主梁各項函數感應圖之求法，極為簡易。

無論主梁之上有無橫梁，其兩端反力之感應圖，均係一三角形。該感應圖一端之豎距為 1，而他端為零。將圖 7-3(a) 之 AC 懸臂部份略去，其反力感應圖即係簡單跨橋梁之反力感應圖。

於無橫梁之主梁任何截面，及有橫梁之主梁任何節點，其切力感應圖均與圖 7-4 (b) AB 間之部份相同，至任何二節點間之切力〔常稱為節間切力 (panel shear)〕感應圖，雖與圖 7-4 (d) AB 間之部份相同，但其頂點豎距及其他，尚有下列較簡明之關係。

圖 7-3 (a) 示一節間長度相等之簡單跨橋梁，共有 m 節間，其節點形 $0, 1, \dots$ 等數字自左向右依次計之。其任何二節點 n 及 $n+1$ 之切力感應圖如圖 7-6 (b) 所示，其負號之頂點豎距為 $-n/m$ ，其正號之頂點豎距為 $+n'/m$ ，其中 $n' = m - n - 1$ 。此感應圖各段之坡度，如圖 7-6 (b) 所示。其與底線中部之相交點 O 稱零切點 (point of zero-shear)，亦稱為中點 (neutral point)，因將任何豎向集中荷重，置於該點之縱梁上，則節點 n 及 $n+1$ 間之切力必為零。於切力感應圖之正號部份，設 O 點與 $n+1$ 節點間之距離為 x ，依圖 7-6 (b) 之幾何性，可得

$$\frac{x}{p} = \frac{\frac{n'}{m}}{\frac{n'}{m} + \frac{n}{m}} = \frac{n'}{n'+n}$$

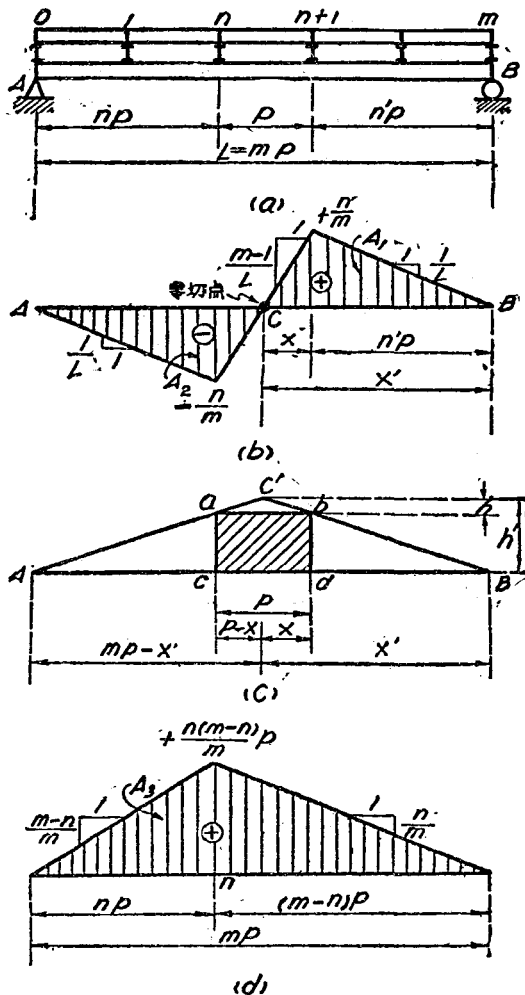


圖 7-6. 普通橋梁之剪力切力及剪力彎矩感應圖

$$\text{但 } n' = m - n - 1$$

$$\text{故 } x = \frac{n'p}{m-1} \quad (7-14)$$

C 點與 B 端之距離 x' ，常係計算時所必需，由圖 7-6 (b) 當然

$$x' = x + n'p = \frac{m}{m-1} n'p \quad (7-15)$$

$$\text{故 } x' = mx \quad (7-16)$$

求 x' 之值時，可用 (7-15) 或 (7-16) 二方程中之任一方程，但以方程 (7-15) 最為簡便。因其形式既簡明且不需先求得 x 之值也。切力感應圖各部份各距離之關係，與上述者完全相似，祇須將 n' 改為 n ，則上列諸方程均可採用。

零切點 C 位置之求得，亦可不用感應圖。如圖 7-6 (c) 所示，以 n 及 $n+1$ 節點間之長度 p 為底線，作一任何長方形 $abcd$ 。聯 Aa 及 Bb 線，並各引長而相交於 C' 點。該點即與 C 點同在一豎線上，證明如下。由圖 7-6 (c) 則，

$$\frac{h}{h'} = \frac{x}{x'} = \frac{p-x}{mp-x'}$$

$$\text{由是可得 } x' = mx$$

由該圖所得 x' 既與方程 (7-16) 所示之關係相同，故該圖之解法無誤。

切力感應圖之正負號面積 A_1 及 A_2 之公式如下：

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{x'n'}{2m} = \frac{n^2}{2(m-1)}p \\ A_2 &= \left(\frac{mp-x'}{2} \right) \left(-\frac{n}{m} \right) = -\frac{n^2}{2(m-1)}p \end{aligned} \right\} (7-17)$$

於無橫梁之主梁任何截面及有橫梁之主梁任何節點，其彎矩感應圖均與圖 7-5 (b) AB 之部份相同。至橫梁間任何截面之彎矩感應圖，則與圖 7-5 (d) AB 部份相同。

圖 7-6 (d) 示任何節點 n 之彎矩感應圖，其頂點豎距為 $+n(m-n)p/m$ ，其兩段之坡度如圖所示，其面積 A_3 之公式如下：

$$A_3 = \frac{n(m-n)p^2}{2} \quad (7-18)$$

觀察圖 7—5 (b), 可知: AB 間之一部份, 等於以一單位豎向集中荷重置於 H 截面時該梁 AB 段之彎矩圖。如圖 7—5 (b) 所示, 設荷重置於任何截面 D , 則該截面彎矩感應圖之豎距 y_D , 等於截面 H 在此荷重位置下之彎矩, 即 $y_D = M_{HD}$ 。但根據 3—10 節所述彎矩互等之理論, $M_{DH} = M_{HD} = y_D$, 故 y_D 亦即荷重置於 H 截面時截面 D 之彎矩 M_{DH} 。故於兩端支承之簡單梁, 任何截面之彎矩感應圖, 即等於以一單位豎向集中荷重置於該截面時之彎矩圖。但此項彎矩圖之頂點, 皆在跨中豎距為 $L/4$ 之拋物線上。故 M_H 感應圖之作法, 可如圖 7—7 (b) 或 (c)。後者實即拋物線作法之一, 其中 1, 2 及 3,

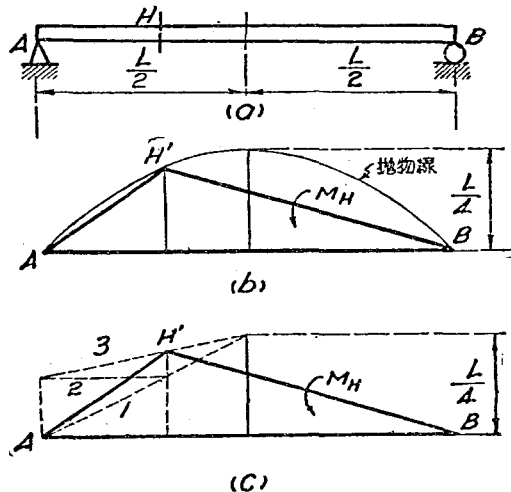
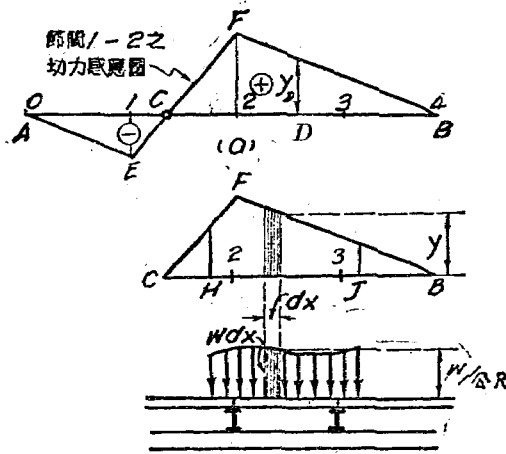


圖 7-7. 簡單梁彎矩感應圖之作法

示所作諸線之先後次序。



(b)

圖 7-8. 感應圖之應用

(5) 感應圖之特性 由上述之討論，可知任何函數之感應圖，均有下列之特性。

(a) 求任何函數之感應圖時，須先選定一截面，或一節點，或一節間。

(b) 在任何情形之下，作任何截面任何函數之感應圖時，所用之荷重，均係一單位豎向集中荷重，並行動而經過橋梁之全長。

(c) 於靜定之結構所有感應圖均係直線所組成，絕對不致有曲線。(唯一例外，祇鐵路橋梁之軌道，係曲線時之感應圖，因

荷重不在一直線上也。見 9—11 節及圖 9—26。) 但於靜不定之結構，則其中任何函數之感應圖，至少有一部份係曲線。惟任何結構如有縱梁時，則主梁之感應圖，一律係直線所組成，(此點當於 7—4 節中用虛功法證明之)。

(d) 無論橫梁係如何佈置，縱梁係如何支承，其主梁任何截面任何函數之感應線，於各縱梁兩端豎線之中，必係一直線。即於各縱梁兩端之間感應線不能有折斷之處。但縱梁之不直接承受荷重部份者，不在此例(此點亦當如 7—4 節用虛功法證明之)。

(e) 感應圖之豎距，不但可以與任一恆數相加減(如圖 7—3 (e))，且可自行互相加減。於較複雜或靜不定之結構，常以二函數之感應圖相加減，以求第三函數之感應圖(此點當於第八、第十及第十一章中述之)。

(f) 不僅反力，切力及彎矩可作感應圖，此外其他函數如桁架之初應力，次應力，結構之變位等，亦均可作感應圖。

(6) 感應圖之應用 感應圖之應用甚多，常係研究若干問題之最簡便方法。試以圖 7—8 (a) 節間 1—2 之切力(即 V_{1-2}) 感應圖為例，條舉如下。

(a) 以任一集中豎向荷重 P 置於任一截面 D 時，則 $V_{1-2} = P_{vD}$ 。

(b) 荷重 P 如置於 AG 間之任一截面，則 V_{1-2} 為負號。荷重 P 如置於 CB 間任一截面，則 V_{1-2} 為正號。若荷重

P 置於截面 C 時刻 V_{1-2} 爲零。

(c) 荷重 P 如置於節點 2, 則得最大之正號 V_{1-2} 。荷重 P 如置節點 1, 則得最大之負號 V_{1-2} 。

(d) 若多數豎向集中荷重 P 置於任何位置, 則諸荷重之數量各乘以其所在截面感應圖之豎距, 而取其代數和, 即得 V_{1-2} 之值, 或 $V_{1-2} = \Sigma Py$ 。

(e) 若多數豎向集中荷重 P 間之距離不變(如鐵路機車之輪重), 由感應圖可決定諸荷重 P 在橋梁上之位置應如何, 庶可得 V_{1-2} 之最大正號值或最大負號值。

(f) 若以任何分佈荷重置於橋梁 H 及 J 之間, 如圖 7-8 (b), 將 $w dx$ 視作一集中荷重, 用 (d) 條之法, 即得 V_{1-2} 之值, 故

$$V_{1-2} = \sum_H^J (w dx) y$$

若荷重係均勻分佈 (即 w 係一恆數), 則

$$V_{1-2} = w \int_H^J y dx = wA$$

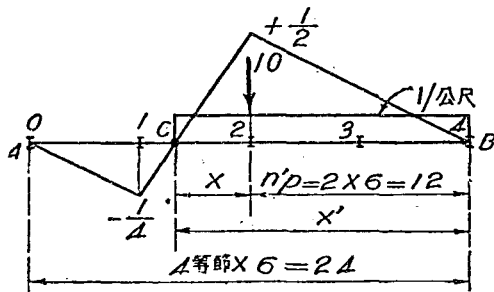
其中 $A = \int_H^J y dx$ 即 H 及 J 二截面間感應圖之面積。

(g) 若欲求 V_{1-2} 在均佈荷重下之最大正號值, 則 CB 間之全長, 均應置有該荷重, 其值即等於該荷重每公尺之數量, 乘以 CBF 三角形之面積。若欲求 V_{1-2} 在該荷重下之最大負

號值，則 AC 間之全長均應置有該荷重，其他均等於該荷重每公尺之數量乘以 ACE 三角形之面積，若橋梁全長 A 及 B 之間均有均佈荷重時，則 V_{1-2} 之值，即等於該荷重每公尺之數量乘以 CBF 及 ACE 二個三角形面積之差。

上述 (d) 至 (g) 四條之應用，當然係根據 3—10 所述之疊加原理。前已述明，凡函數所受結構變形之影響不可略去者，概不能採用疊加原理。故於感應圖 (d) 及 (g) 條之應用亦然。故感應圖普遍應用，祇以函數所受結構變形之影響，實際上可以略去者為限。^①

例題 7-1. 圖示一下承板梁橋之略圖，作 1—2 節間之剪力感應圖；若每板梁之活荷重係一均佈荷重 1 公噸/公尺，與一集中荷重 10 公噸。求該節間之最大正號剪力。



例題 7-1.

解答 1—2 節間剪力之感應圖如附圖所示，與圖 7-6 (b) 相似。其

- ① 例如懸橋之變形，常較他種橋梁為大，對於其中諸函數之影響亦然。故於鉅大懸橋之計算，為準確及經濟起見，此項影響，常不可略去。如是，則感應圖之方法不能採用。

二頂點之豎距如下：

$$\text{節點 1:} \quad -\frac{n}{m} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{節點 2:} \quad +\frac{n'}{m} = +\frac{2}{4} = +\frac{1}{2}$$

求 1—2 節間之最大正號切力時，荷重之位置如附圖所示，用方程(7-14)及(7-16)則

$$x = \frac{n'p}{m-1} = \frac{2 \times 6}{3} = 4$$

$$x' = mx = 4 \times 4 = 16$$

故 BC 間感應圈之面積 A_1 為

$$A_1 = \frac{1}{2} \times 16 \times \frac{1}{2} = 4,$$

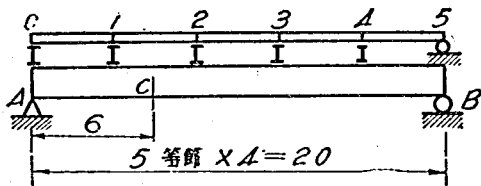
或用方程(7-17)，則

$$A_1 = \frac{n^2}{2(m-1)} p = \frac{4 \times 6}{2 \times 3} = 4,$$

故 1—2 節間之最大正號切力為

$$\frac{1}{2} \times 10 + 4 \times 1 = 9 \text{ 公噸},$$

習題 7-5. 圖示五等長節間之下承板梁橋，求下列主梁諸函數之感應圖：



習題 7-5.

(a) A 及 B 端之反力；(b) 節間 0—1 及 1—2 之切力；(c) 節點 1, 2, 及 C 點之彎矩。(d) 若每板梁之活荷重如下：

均佈荷重：1.5 公噸/公尺

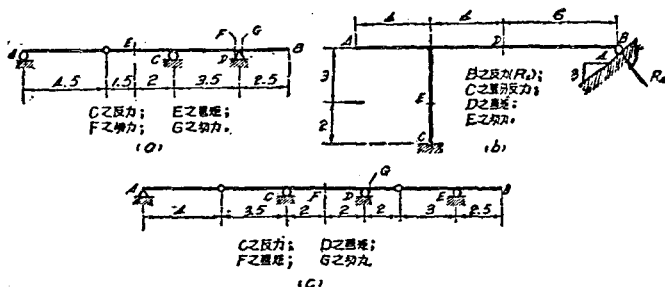
二集中荷重：一為 9 公噸，其另一為 6 公噸，其間之固定距離為 3

公尺。

求上列諸函數之最大正數值。

提示：節點 b 無橫梁，其於諸函數感應圖之影響如何？

習題 7-6. 作下列諸結構所指定各函數之感應圖。單位豎向集中荷重均在梁 AB 之上。



習題 7-6.

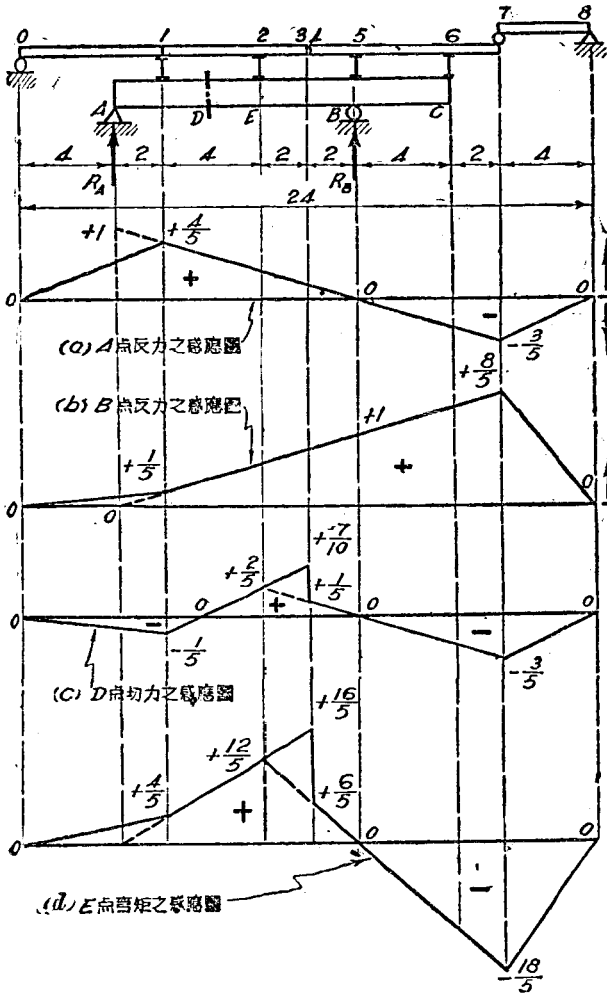
例題 7-2. 求附圖所示結構中下列諸函數之感應圖：

- A 點之反力;
- B 點之反力;
- D 點之剪力;
- E 點之彎矩。

解答：(a) 及 (b)。荷重在 1 與 b 之間時， R_A 及 R_B 之值與簡單梁者相同(附圖中之虛線即表示此意義)。如是，即得 1 及 b 二點之豎距及其間之感應線。根據第 7-3 節中第 (b) 條 (d) 感應線之特性，則於 0-1, 4-7, 及 7-8 三段，感應線均係一直線。如是，即可得 R_A 及 R_B 之感應圖，如附圖 (a) 及 (b)。再用幾何學，即可求得 7 點之豎距。

(c) 荷重在 0-1 之間時， D 點之剪力等於 $-R_B$ 。荷重在 1-2 之間時， D 點之剪力與圖 7-4 (d) 之中段相似，並引長至 3 點而求其豎距。荷重在 4-8 之間時，則 D 點之剪力等於 $+R_A$ ，如是即得感應圖如附圖 (c)。

(d) 荷重在 0-2 之間時， E 點之彎矩等於 $+4R_B$ 。故以 $+4$ 乘 0-2



例題 7-2

間 R_B 之感應圖，即得該段 E 點彎矩之感應圖。將 1—2 間感應線引至 3 點，並求其豎距。荷重在 4—8 之間時， E 點之彎矩等於 $+6R_A$ 。如上述法，即得該段 E 點彎矩之感應圖，如附圖 (d)。

無論結構如何複雜，用與上述相似之分析法，以求其感應圖，常較以荷重先後置於各點，直接計算而後作感應圖之法，更為簡明而不易錯誤。若以 7—4 節所述之虛功法與圖解法並用，則任何複雜結構之感應圖，均可於數分鐘內求得之，且不易有錯誤。

習題 7-7. 以一單位豎向集中荷重先後置於例題 7-2 中諸感應圖之有豎距值處，而計算諸函數之值，以資校核。

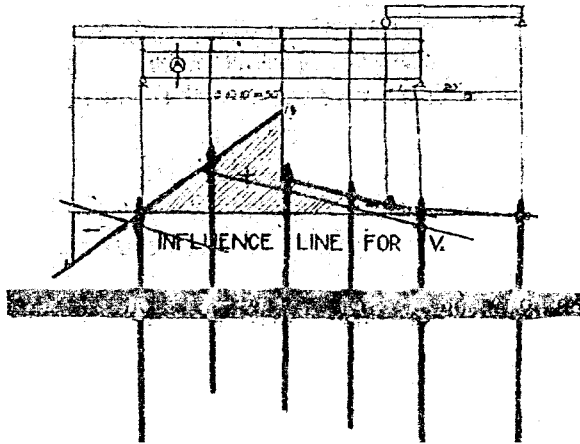
習題 7-8. 將習題 3-27 中四結構所示之荷重除去，各求其下表中所指定諸函數之感應圖。

習題 7-8

	反力所在之點	切力所在之截面或點	彎矩所在之點
(a)	E	$B-C$	C
(b)	A	$C-D$	C
(c)	B	D	D
(d)	E	$D-G$	B

7-4. 用虛功原理求感應圖 用虛功原理以求感應圖，最為簡捷。於複雜及靜不定之結構尤然。最著者以小模型分析靜不定結構之各種儀器，^① 均根據此原理。靜不定結構之討論，不在本書範圍之內。故以下所述，祇以此原理於靜定結構之反力，切力及彎矩之應用為限。至於此原理於靜定桁架中應力之應用。當於第八章述之。

① 如美國柏氏 (G. E. Beggs) 所發明之「變形儀」(deformeter) 及南美洲葛 (Otto Gottschalk) 氏所發明之「葛氏連續靜力儀」(continostat Gottschalk) 等。本書著者亦曾根據此原理發明一儀器 (見影片 XI)，表演此原理於靜定結構之應用。此項儀器於講授此原理之應用時，輔助頗多，但其內容尚未在任何刊物發表。



影片 XI. 靜定結構之感應圖儀(本書著者所設計及監製)

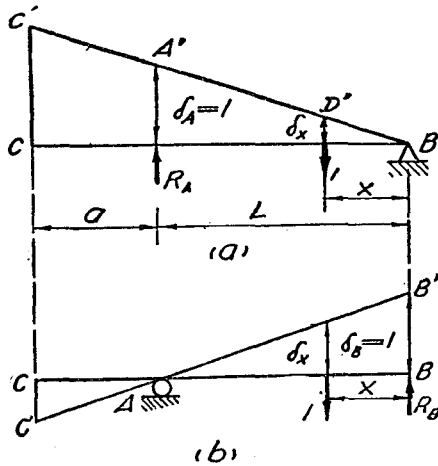


圖 7-9. 用虛功原理求反力之感應圖

用此原理以求反力之感應圖，已於 3-8 節及圖 3-27 中略表述之。

設欲求 7-3 (a) CB 梁 A 點反力 R_A 之感應圖，以一單位豎向集中荷重置於任何截面 D ，並將 A 點之支座移去，而以其反力 R_A 代之，如圖 7-9 (e)。庶該梁可有以 B 點為轉心之轉動。再使 A 點有向上極小之單位虛移位 $\delta_A=1$ ，則該梁亦必有與其控制情形相符之虛移位。於是其位置變為 $C'A'D'B$ 之直線，與該梁之原來位置成一三角形。此三角形稱為虛移位圖。因虛移位係極小， C', A' 及 D' 諸點均可視為各與 C, A 及 D 諸點同在一豎線上。故 D 點之虛移位為豎向之 δ_x 。其指向與荷重者正相反，用方程 (3-5)，則

$$R_A \times 1 - 1 \times \delta_x = 0$$

或 $R_A = \delta_x$

荷重既係置於任何截面 D ，而 R_A 又等於虛移位圖該截面之豎距。故虛移位圖 $CC'B$ 即 R_A 之感應圖與圖 7-3 (b) 所示者相同。同理，將 B 點之支座移去，而代以其反力 R_B ，再使 B 點有向上極小之單位虛移位 $\delta_B=1$ ，則該梁與其控制情形相符之虛移位圖 $CC'AB'B$ ，即 R_B 之感應圖。與圖 7-3 (b) 所示者相同。

設欲求圖 7-4 (a) CB 梁任何截面 H 之剪力感應圖。將該梁於該截面截斷，而以其剪力 V_H 代之，如圖 7-10。再使該截面之兩邊共有極小之單

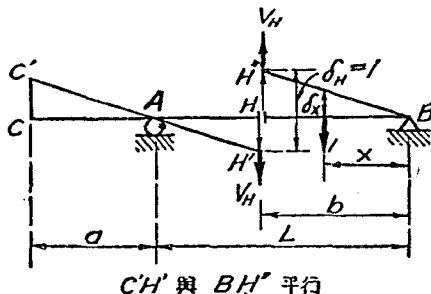


圖 7-10. 用虛功原理求剪力之感應圖

位上下虛移位 $\delta_H=1$ ，結構如祇在剪力之作用下有移位時，其剪力作用線兩邊之部份必須保持平行。故梁 CB 與其控制情形相符之剪力虛移位圖，為

$CC'AH'H''B$, 而 $C'H'$ 與 $H''B$ 平行, 用方程(3-5), 則

$$V_H HH' + V_H HH'' - 1 \times \delta_x = 0$$

但 $HH' + HH'' = \delta_H = 1$

故 $V_H = \delta_x$

因此, 虛移位圖 $CC'AH'H''B$ 即 V_H 之感應圖, 由該圖可得

$$\frac{HH''}{HH'} = \frac{b}{L-b}$$

或 $\frac{HH''}{HH' + HH''} = \frac{b}{L}$

故 $HH'' = \frac{b}{L}$

並 $HH' = 1 - \frac{b}{L} = \frac{L-b}{L}$

$$CC' = HH' \times \frac{a}{L-b} = \frac{a}{L}$$

所得之頂點豎距與圖 7-4 (b) 所示者相同, 其正負號可以觀察定之。

設欲求圖 7-5 (a) CB 梁任何截面 H 之彎矩感應圖。將該梁於該截面截斷而以其彎矩 M_H 代之如圖 7-11。再使該截面之兩邊共有極小之單位旋轉虛移位 $\alpha_H = 1$ (即將該梁於 H 截面繞轉而經過一極小單位角度 $\alpha_H = 1$, 但實際用時可使 $A'A' = L-b$), 故梁 CB 與其控制情形相符之彎矩

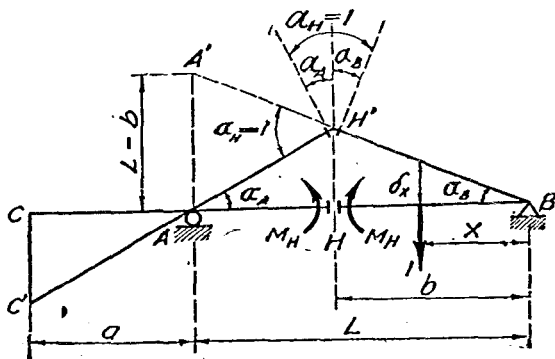


圖 7-11. 用虛功原理求彎矩之感應圖

虛移位圖爲 $CC'AH'B$ 。用方程 (3-5) 及 (3-6) 則

$$M_H a_A + M_H a_B - 1 \times \delta_x = 0$$

但 $a_A + a_B = 1$

故 $M_H = \delta_x$

因此虛移位圖 $CC'AH'B$ 卽 M_H 之感應圖。由該圖可得 (因所有 a 之值均係極小)

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{\frac{H'H}{L-b}}{\frac{H'H}{b}} = \frac{b}{L-b}$$

或 $\frac{a_A}{a_A + a_B} = \frac{b}{L}$

故 $a_A = \frac{b}{L}$

並 $H'H = a_A (L-b) = \frac{b(L-b)}{L}$

$$cc' = a_A a = \frac{ab}{L}$$

所得之頂點豎距與圖 7-5 (b) 所示者相同。其正負號可以觀察定之。

若將靜定結構中主梁某一點之支力移去，或某一截面截斷，該主梁成爲不穩定之結構而能自由移動。因此其直接承受荷重部份(主梁或縱梁)之虛移位圖，係直線所組成，故該主梁之感應圖亦然。若將靜不定結構中主梁某一點之支力移去，或某一截面截斷，則該主梁至少仍有一部份係穩定而不能自由移動。因此其虛移位圖至少有一部份係曲線。惟靜不定主梁之上如有靜定之縱梁時，則該主梁之感應圖，自當以其縱梁之虛移位圖爲準，卽仍係直線所組成。以上所述乃 7-3 節第(5)條中(c)之證明。

上述之 $1 \times \delta_x$ 係荷重所作之虛功，故 δ_x 係結構直接承受荷重部份之虛移位，而所用之單位虛移位 δ_A, δ_H 及 a_H 卽在所求感應圖之函數所在部份，於上舉三例中，承受荷重部份及函數所在部份，均係梁 CB ，故二者不必加以區別，若二者不屬於結構之同一部份時，雖該二部份虛移位圖有時相同，但感應圖常應以結構直接承受荷重部份之虛移位圖爲準。又根據圖 3-25 及方程 (3-5)， $\delta_1, \delta_2, \dots$ 等各係與 F_1, F_2, \dots 等作用線平行之另移位，故求感應

圖時所採用各點之虛移位，應以其與荷重作用線平行之分移位為準。

如是，用虛功法求感應圖之原則可述之如下：使某函數所在之截面或部份有與該函數性質相符之極小單位虛移位，則結構直接承受荷重部份之各點，因而所得與結構控制情形相符，並與荷重作用線平行之虛移位圖，即等於該函數之感應圖。

於有橫梁之橋梁，荷重係直接承受於縱梁，故求主梁中某函數之感應圖時，當採用上述之原則；而於縱梁非兩端支承於橫梁，或有他項畸形時，尤非採用該原則不可。設欲求主梁中某函數之感應圖。先依上法求得主梁之虛移位圖（或暫將縱梁與橫梁略去而求其感應圖），並於其上定橫梁之位置點。經過支承各縱梁之橫梁位置點，各作一直線，其兩端與各縱梁之兩端同在一豎線上，即得縱梁之虛移位圖，亦即主梁中某函數之感應圖。此法如與圖解法聯合採用，尤為簡捷。由此可知，於各縱梁兩端豎線之中任何感應線，必係一直線，但縱梁之不直接承受荷重部份，不在此例。此即 7-3 節第 (5) 條中 (d) 之證明。

例題 7-3 用虛功原理求例題 7-2 中下列二函數之感應圖：

- (a) 截面 D 之切力；
- (b) 截面 E 之彎矩。

解答：

(a) 暫將縱梁及橫梁略去，作主梁截面 D 點之切力感應圖如附圖 (a) 之虛線所示，再於其上定橫梁之位置點如 1, 2, 5, 及 6 諸點，作若干直線聯 0-1, 1-2, 及 5-6；並各引至縱梁兩端之豎線，得 3, 4, 及 7 諸點。再作直線聯 7-8，即得截面 D 切力之感應圖。如係用圖解法，則諸頂點之豎距可以 $AA'=1$ 之比例尺量定之。

如虛移位圖係一無比例尺之略圖，則諸頂點之豎距可用幾何學計算之，其法如下：

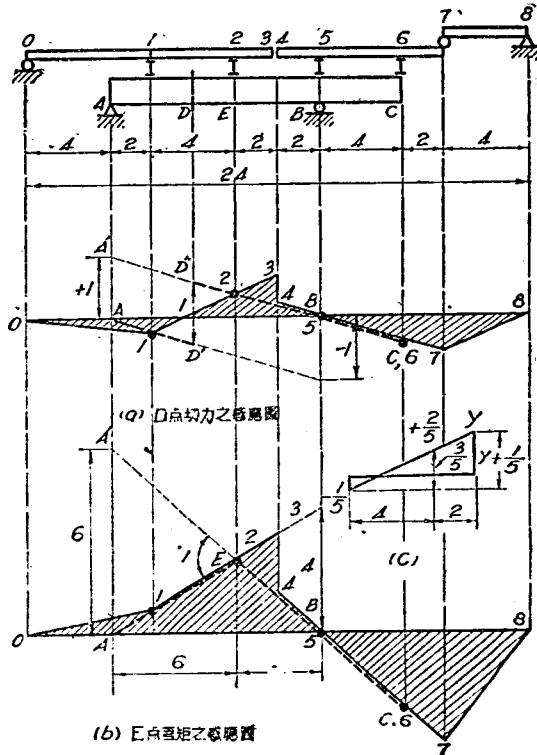
$$\text{頂點 1: } \quad \frac{-1}{10} \times 2 = -\frac{1}{5}$$

$$\text{頂點 2: } \quad \frac{1}{10} \times 4 = +\frac{2}{5}$$

頂點 3: $\frac{y + \frac{1}{5}}{6} = \frac{\frac{3}{5}}{4}$, $y = +\frac{7}{10}$ (見附圖 (a))

頂點 4: $\frac{1}{10} \times 2 = +\frac{1}{5}$

頂點 7: $\frac{1}{10} \times (-6) = -\frac{3}{5}$



例題 7-3.

(b) 暫將縱梁及橫梁略去，作主梁截面 E 之切力感應圖，如附圖 (b) 之虛線所示。其餘之步驟與解答 (a) 完全相似。如係用圖解法，則請頂點之整

距可以 $AA'=6$ 之比例尺量定之。如用計算法，其法如下：

$$\text{頂點 1: } \quad -\frac{4}{10} \times 2 = +\frac{4}{5}$$

$$\text{頂點 2: } \quad \frac{4}{10} \times 6 = +\frac{12}{5}$$

$$\text{頂點 3: } \quad \frac{12}{5} \times \frac{8}{6} = +\frac{16}{5}$$

$$\text{頂點 4: } \quad -\frac{6}{10} \times 2 = +\frac{6}{5}$$

$$\text{頂點 7: } \quad \frac{6}{10} \times (-6) = -\frac{18}{5}$$

習題 7-9. 用虛功法原理解答習題 7-6，並用比例尺量定諸感應圖頂點之豎距。

習題 7-10. 用虛功原理求習題 7-8 中諸結構所指定截面之切力及彎矩感應圖，並用計算法求其諸頂點之豎距。

7-5. 橋梁之最大反力 橋梁之最大反力，可由其反力感應圖定之。若橋梁之支承情形及荷重分佈均較複雜，欲求橋梁某反力為最大時之活荷重位置，祇可先觀察反力感應圖，大概決定若干此種位置，然後再計算該反力在諸位置時之數量而比較之。於簡單跨之橋梁，其活荷重常不外均佈與集中二種。於均佈荷重長度之大於跨長 L 者，最大反力自等於反力感應圖之面積與荷重每公尺之數量 W 之乘積，即 $WL/2$ 。若均佈荷重之長度較跨長為短，則求某支點之最大反力時，該荷重之一端自應置於該支點之上。於集中荷重可用下述移動荷重之諸法，比較反力在各種荷重位置不同時之增減，藉以求得其最大之數量。

於有橫梁之普通橋梁，反力有全反力 (gross reaction) 及

淨反力 (net reaction) 之區別。自全反力減去端橫梁 (end floor beam) 之反力，即為淨反力。如習題 7-5 之附圖所示，其支點 B 祇有淨反力而無全反力。計算橋梁中之應力時，均用淨反力，其感應圖與端節間 (end panel) 切力之感應圖完全相同。但二者皆與節點彎矩之感應圖相似，故其最大數量之計算法，當於 7-7 節述之。本節所述各種最大反力之計算法，祇以全反力為限。

(1) 用感應圖計算法 圖 7-12 (a) 示梁 AB 及其 A 點反力 R_A 之感應圖。其活荷重係三集中荷重 P_1, P_2 及 P_3 。其間之距離為恆數 d_1 及 d_2 ，欲求反力 R_A 為最大時該活荷重在梁 AB 上之位置。先使活荷重之位置約如圖 7-12 (a) 所示。再使其自右向左移動，當活荷重如此移動時反力 R_A 當然繼續增大，迄至 P_1 至 A 點時為止。故反力 R_A 為最大時，支點 A 必置有一集中荷重；亦即感應圖豎距最大處，必置有一集中荷重。 而此集中荷重又必係數量較大者之一，但不一定係最大者。此不獨求最大反力時如此，求最大切力及最大彎矩時均須如此。因此可以圖 7-12 (b) 所示之荷重位置 (I) 起首，使荷重自右向左移動，迄至圖 7-12 (c) 所示之位置 (II) 為止。由感應圖 BA' 之坡度，可知：任何荷重如在該梁上自右向左移動任何距離，則反力 R_A 增加之數量，等於該荷重乘以該距離再乘以 $1/L$ 。 故荷重由位置 (I) 移至位置 (II) 後，反力 R_A 之增加為 $(P_2 + P_3) d_1/L$ ，而其縮減當然為 P_1 ，因 P_1 已不在該梁

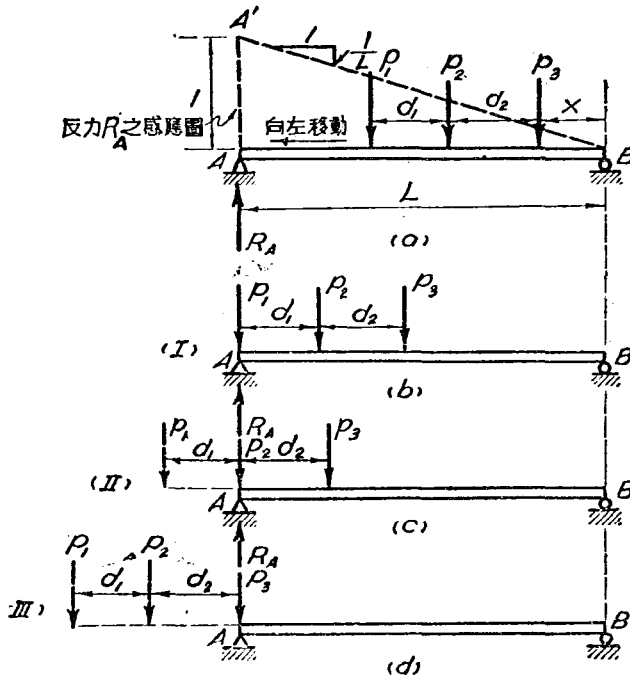


圖 7-12. 最大反力之計算 (一)

之上。設增加小於縮減，則荷重在位置(I)之反力 R_A 較在位置(II)時為大。設增加大於縮減，則結果正與前者相反。於此應再使荷重由位置(II)自右向左移動，迄至圖 7-12 (d) 所示之位置(III)為止。於是則反力 R_A 之增加為 $P_3 d_2 / L$ ，而其縮減為 P_2 。再依前法比較反力 R_A 在荷重位置 (II) 與 (III) 時之增減，而決定反力 R_A 在何種荷重位置時為最大。

普通言之，任何函數在某種荷重位置為最大時，則其數量

與在一位置時比較，增加必大於縮減。而其數量與在後一位置時比較，增加必小於縮減。但與此條件相符之荷重位置，有時不祇一個。例如圖 7—13 示結構某函數與活荷重位置之關係。其中 B 及 F 二位置，均與上述之條件相符。蓋該條件祇相

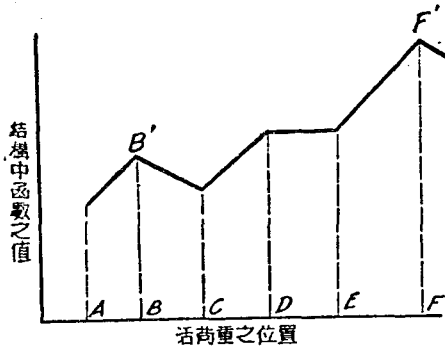


圖 7—13. 函數改變與活荷重位置之關係

當於 B' 及 F' 二點上曲線之傾度 (圖 7—13)，由正號變為負號，於數學上之意義，皆為最大也。如是，則必再將活荷重之位置，由 B 直接移至 F ，比較其增減而決定何者真係某函數為最大時之活荷重位置。有時活荷重位置改變時，某函數之增多與減少恰相等，則某函數在此二種活荷重位置時之數量，亦必相等，如圖 7—13 之 D 與 E 二位置。至該二位置是否為某函數為最大時之位置，須比較 E (或 D) 與 F' 二位置之增減而定之。

由是可知：採用荷重移動之任何計算方法時，如加以常識之判斷，常可免去若干不需要之計算。 譬如一組集中荷重，左

部之重量相當大於其右部之重量時，則計算時或可擇其左部中相當之一荷重，置於感應圖豎距最大處，以爲計算之起點。故荷重移動之計算，不必常以其最左之荷重爲起點。

計算時並不須作一圖以表示每一荷重之位置，可將感應圖及荷重圖各畫於一紙上，但二者長度之比例尺，必須相同，再將任一圖之位置固定，而使他一圖在其上移動，以觀察各種荷重位置。

表示荷重位置之改變，常以感應圖豎距最大處之荷重號碼爲之。如由位置(I)變至位置(II)，可簡寫成「1→2」，意即謂感應圖豎距最大處之荷重原爲 P_1 (即位置(I))，因移動向該處之荷重變爲 P_2 。

用上述方法之計算，可如下列方程寫之。

荷重位置改變	增加	縮減
1→2:	$(P_2 + P_3) \frac{d_1}{L}$	$\geq P_1$
2→3:	$P_3 \times \frac{d_2}{L}$	$\geq P_2$

若荷重自右向左移動後，如有任何其他荷重因此而來至該梁，則反力 R_A 亦必因之而增加，此項增加常以 δ 暫時代表之。若未包含 δ 之增加已大於縮減時，則 δ 之值自不必計算，否則必須計算之。

如圖 7-14(a) 所示，設有一集中荷重 P' 原在 B 支點之右，二者之距離爲 d' 。若荷重向左移動 α 距離後，而 d 大於 d' 。故 P' 因而來至該梁，但其在梁上之移動距離關係 $d-d'$ ，故反力 R_A 之增加 δ 爲

$$(7-19) \quad \varepsilon = P' \frac{(d-d')}{L}$$

假有均佈荷重 w /公尺因荷重移動由 B 點行至梁上之 O 點，如圖 7-14(b) 所示，則反力 R_A 之增加為

$$(7-20) \quad \delta = w \frac{d^2}{2L}$$

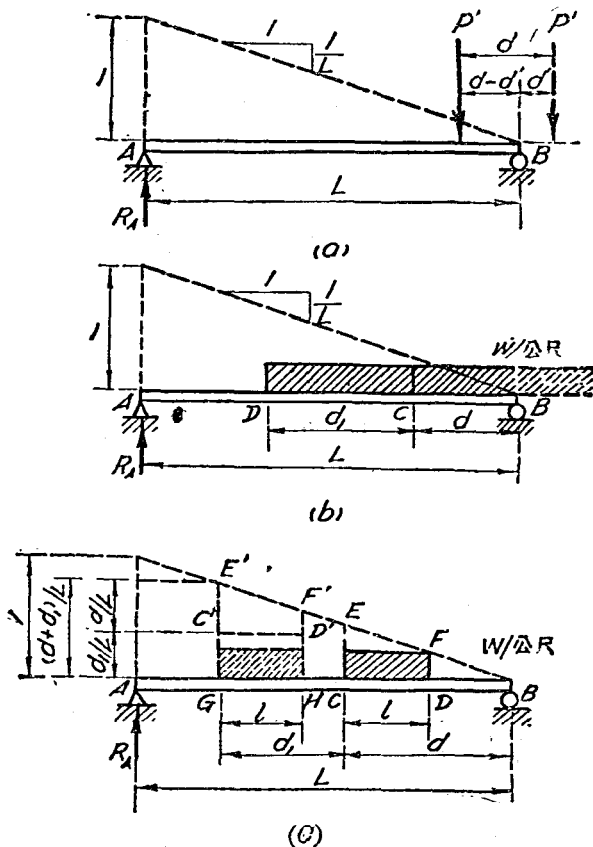


圖 7-14. 找大反力之計算法(二)

若荷重 w 原在該梁之 BC 段, $BC=d$, 再由 C 點向左移至 D 點, $CD=d_1$, 如圖 7-14(b) 所示, 則反力 R_A 之增加 δ 爲

$$\delta = \frac{w}{L} \cdot \frac{(d+d_1)^2 - d^2}{2} = \frac{wd_1}{L} \left(\frac{d_1}{2} + d \right) \quad (7-21)$$

設均佈荷重 w 之長度 l 小於該梁之跨長 L , 該荷重原不在該梁上, 因荷重向左移動而行至梁之 CD 段, 如圖 7-14(c) 所示, 而 $d \geq l$, 則反力 R_A 之增加 δ 爲

$$\delta = \frac{wl}{L} \left(d - \frac{l}{2} \right) \quad (7-22)$$

若上述荷重原在該梁之 CD 段, 再向左移至 GH 段, 如圖 7-14(c) 所示, 則反力 R_A 之增加 δ 等於長方形 $C'D'GH$ 之面積乘以荷重 w , 故

$$\delta = wl \frac{d_1}{L} \quad (7-23)$$

於圖 7-12 中所舉之例, δ 之值皆爲零。

無論橋梁有無橫梁, 其任何截面或任何中部節間切力感應圖兩端部份之傾度均與反力感應圖者相同。(參閱圖 7-4(b) 及 (d) AB 間之切力感應圖) 故方程(7-19)至(7-25) 均可採用。於計算任何截面或節點之彎矩時, 若將上列諸方程乘以該截面或該節點與左支點間之距離(參閱圖 7-5(b)), 則亦可採用。

活荷重移動之指向, 常以感應圖大部份之增加方向爲準。圖 7-12(a) 反力 R_A 感應圖之增加方向係自右向左, 故活荷重移動之指向亦如是。依多數人之習慣, 荷重向左移動似較向右爲便利。故感應圖之增加係向右時, (知反力 R_B 之感應圖) 亦常將其反置, 而仍使活荷重自右向左移動。

(2) 用公式計算法 荷重移動法之計算, 亦可不用感應圖而用公式, 圖 7-15(a) 及 (b) 示荷重移動過程中之某步驟, 荷重位置由 (I) 向左移至 (II)。設 P 爲位置 (I) 中置於支點 A 之荷重, ΣP 爲除 P 以外梁 AB 上所有之荷重總量。 d 爲荷重 P 與 ΣP 中最左邊荷重之距離。荷重之位置如由 (I) 變

爲(II)，則反力 R_A 之增減可以下列方程表之。

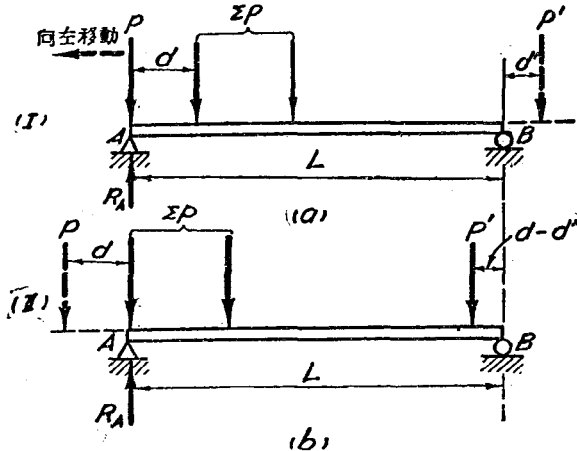


圖 7-15. 最大反力之計算法(三)

$$(7-24) \quad \frac{d}{L} \Sigma P + \delta \geq P$$

其中 δ 代表反力 R_A 因集中荷重 P' 來至該梁之增加，其值可用方程(7-19)計算之。

若 δ 爲零，方程(7-24)可寫爲

$$(7-25) \quad \frac{\Sigma P}{L} \geq \frac{P}{d}$$

(3) 用反力多邊形計算法 橋梁之最大反力，亦可用 3-6 節中圖 3-16 所示之平行反力之圖解法求之。依此圖之原則稍加改變，即可得反力多邊形 (reaction polygon)。① 圖 7-16(a) 示梁 AB 及其活荷重，與圖 7-12(a) 相同。將該活荷重之次序倒換，並使 P_1 與支點 B 同在一豎線上，如圖 7-16 (c) 之上半段所示。爲此次序倒換之活荷重，作一力之多邊形如圖 7-16

① 反力多邊形係溫氏(Winkler)所發明。

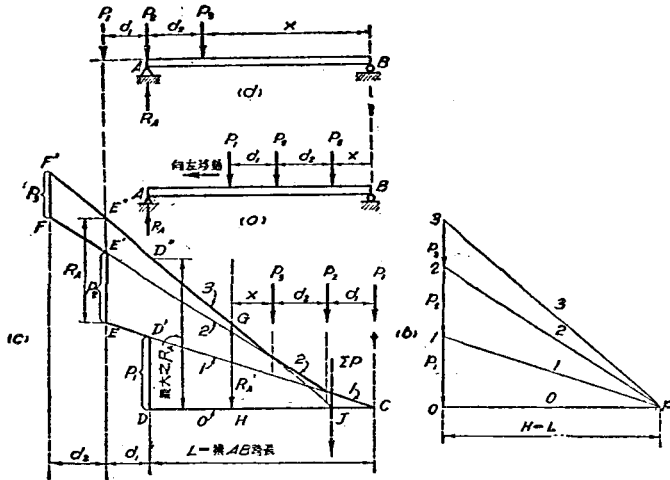


圖 7-16. 求反力多邊形 (集中荷重)

(b). 使其極距 H 與梁跨長 L 相等, 並使其首末線成一平線。於圖 7-16 (c) 爲此次序倒換之活荷重作一索線多邊形, 並將 0, 1, 2 及 3 諸索線各引長至 $D; E; F$ 及 F' 諸點。作 $DD'EE'$, 及 FF' 諸豎線。其長度應各與荷重 P_1, P_2 , 及 P_3 相等, 得一多邊形 $CF'FE'ED'D$, 如圖 (c) 所示, 即梁 AB 在該活荷重下支點 A 之反力多邊形。無論該活荷重在該梁上之位置如何, 其支點 A 之反力 R_A , 即等於該反力多邊形在最左邊荷重 P_1 下之豎距, 其比例尺與圖 (b) 之力多邊形相同。若活荷重之位置如圖 (a) 所示, 則 $R_A = HG$ 。於圖 (c) 次序倒換後, 活荷重之合力 ΣP 必經過索線 0 及 3 之交點 J 。比較圖 (a) 及 (c), 可知該活荷重對於支點 B 之力矩等於 $HJ \times \Sigma P$, 此力矩再除以該梁之跨長 L , 即得 R_A , 故

$$R_A = \frac{HJ \times \Sigma P}{L}$$

圖 (c) 之三角形 GHJ 與圖 (b) 之力多邊形 $P-C-3$ 係相似, 故

$$\frac{\Sigma P}{L} = \frac{HG}{HJ}$$

由此

$$R_A = HQ$$

若該活荷重向左移動，迄至其最左邊之荷重不在該梁上，則反力多邊形之底線，應改為索線 1，其有用者實祇 ED' 一段。故荷重位置如圖 7-16 (d) 所示，時則 $R_A = EE''$ 。如荷重移動時，有其他荷重來至該梁，則作反力多邊形時即已顧及，此時無須加以考慮。

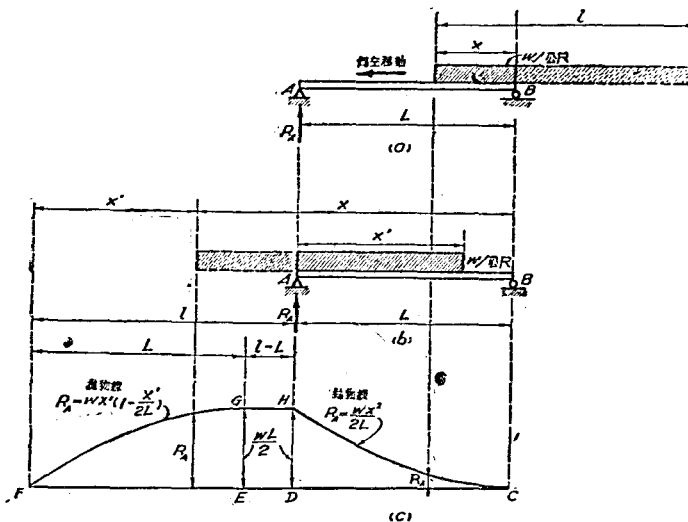
此反力多邊形之豎距，顯示活荷重在梁 AB 上任何位置時 R_A 之改變，其意義頗與感應圖相似。惟後者祇顯示單個集中荷重之影響，而前者乃顯示所有活荷重之總合影響。故反力多邊形亦常稱為反力之總合感應圖 (summation influence diagram)。由反力多邊形可知當活荷重自圖 (a) 所示之位置向左移動時， R_A 必逐漸增加，迄至 P_1 正在支點 A 之上為止。此時 $R_A = DD''$ ，若荷重再向左移動，則當 P_1 正脫離支點 A 時， R_A 驟然縮減而等於 $D'D''$ 。但以後又逐漸增加，迄至 P_2 正在支點 A 之上為止。此時 P_1 正與 E 點同在一豎線上，故 $R_A = EE''$ 。由此可知反力多邊形之最大豎距，必在其底線之有豎線處，並可證明支點 A 之反力 R_A 為最大時，必有一集中荷重正在該支點之上。比較 DD'' ， EE'' ，及 FF'' 三豎距之長度，可知當 P_1 正在支點 A 之上時，其反力 R_A 為最大。

反力多邊形之作法，雖必根據某梁之跨長 L ，但其應用並不祇限於跨長相同之梁。若某同一活荷重，須用於各種跨長不同之梁，則作反力多邊形時，可以其最長跨度 L 為準。若此反力多邊形用任何較短之跨度 L' 時，則依力多邊形比例尺所求得之豎距，應乘以 L/L' 之比。因荷重對於支點 B 之位置如不變，則支點 A 之反力，與跨長成反比例。但應用時須注意某荷重是否已脫離該梁藉以定反力多邊形中適當之底線。

此法若祇用於求橋梁之最大反力，自不如前二法之簡便，惟此法不但顯示某反力與活荷重位置之關係，且將來可用之以求橋梁中某截面之最大切力及橋梁桁架中某桿之最大應力，當於本章 7-6 及第八章中分別述之。

若活荷重係均佈荷重，其反力多邊形視橋梁跨度 L 與活荷重長度 l 之相對值而定，茲分述之如下：

(a) 均佈活荷重之長度 l 大於橋梁之跨長 L 。如圖 7-17 (a) 所示，設活荷重自右向左移動，而 x 等於其荷重左端與支點 B 間之距離。下列關於

圖 7-17. 反力多邊形(均佈荷重, $l > L$)

支點 A 反力 R_A 之關係, 極為明瞭。

$$\text{當 } 0 < x < L \text{ 時, } R_A = \frac{wx^2}{2L} \quad (7-26)$$

$$\text{當 } L < x < l \text{ 時, } R_A = \frac{wL}{2} \quad (7-27)$$

$$\text{當 } l < x < (L+l) \text{ 時, } R_A = wx' \left(1 - \frac{x'}{2L} \right) \quad (7-28)$$

其中 $x' = L + l - x$, 祇用於當 $l < x < (L+l)$ 時(見圖 7-17(b))。若以一平線 $CDEF$ 為底線, 則支點 A 之反力多邊形如圖 7-17(c) 所示。其中 CH 係一拋物線, 其頂點為 C 。 HG 係一與底線平行之平線, 其長度等於 $l-L$ 。 GF 亦係一拋物線, 其頂點為 G 。 該三線各代表上列之三方程。 無論該均佈荷重在該梁上之位置如何, 其支點 A 之反力 R_A , 即等於此反力多邊形在活荷重左端下之豎距。

(b) 均佈活荷重之長度 l 小於橋梁之跨長 L 。 如圖 7-18 所示, 下列

關於支點 A 反力 R_A 之關係，亦極易明瞭。

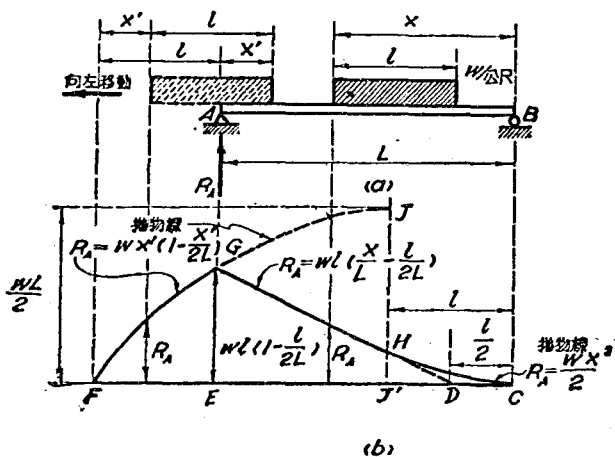


圖 7-18. 反力多邊形(均佈荷重, $l < L$)

當 $0 < x < l$ 時，荷重之情形與圖 7-18(a) 所示者相似，故

$$(7-26) \quad R_A = -\frac{wx^2}{2L}$$

當 $l < x < L$ 時，

$$(7-29) \quad R_A = wl \left(\frac{x}{L} - \frac{l}{2L} \right)$$

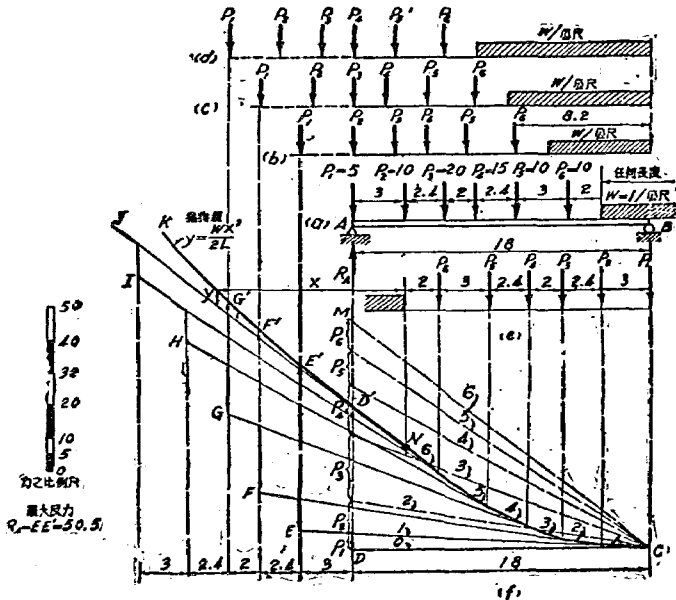
當 $L < x < (L+l)$ 時，荷重之情形與圖 7-17(b) 所示者相似，故

$$(7-28) \quad R_A = wx' \left(1 - \frac{x'}{2L} \right)$$

其中 $x' = L + l - x$ ，祇用於當 $L < x < (L+l)$ 時（見圖 7-18(a) 之虛線部份）。若以一平線 $CDEF$ 為底線，則支點 A 之反力多邊形如圖 7-18(b) 所示。其中 CH 係一拋物線， HG 係一直線， $GE = wl \left(1 - \frac{l}{2L} \right)$ ，可由方程 (7-29)（使 $x=L$ ）或方程 (7-28)（使 $x'=l$ ）得之。 GF 亦係一拋物線，但其頂點不在 Q 點而在 J 點，其位置可以 $JJ' = \frac{wL}{2}$ 及 $FJ' = L$ 定之。因

此圖之拋物線 FGJ 與圖 7-17(a) 之拋物線 FG 均係代表方程 (7-28), 故二者應相同也。此反力多邊形之三線 OH, HG 及 GF , 各代表方程 (7-28), (7-29) 及 (7-28) 至其意義與 (a) 條所述者完全相同。

例題 7-4. 一簡單跨橋梁之跨長為 18 公尺, 若活荷重如附圖 (每一梁之荷重) (a) 所示。用公式 (7-24) 及反力多邊形求支點 A 之最大反力。



例題 7-4

解答：

(*) 用公式 (7-24)：先使荷重之位置如附圖 (a) 所示，以 P_1 置於支點 A 之上，再使荷重自右向左移動，依次使 P_2, P_3, \dots 等在支點 A 之上各如附圖 (b), (c), \dots 等所示。應用公式 (7-24)，比較荷重位置改變時支點 A 反力 R_A 之增減如下：

荷重位置改變	增加	縮減
1→2	$65 \times \frac{8}{18} + 1 \times \frac{3}{18} (1.5 + 3.2)$	> 5
2→3	$55 \times \frac{2.4}{18} + 1 \times \frac{2.4}{18} (1.2 + 6.2)$	< 10
3→4	$35 \times \frac{2}{18} + 1 \times \frac{2}{18} (1 + 8.6)$	< 20

以上關於均佈荷重之計算均用方程 (7-21)。如荷重繼續向左移動，則增加自必繼續小於縮減，故不必再行計算，即可知 $P_2=10$ 置於支點 A 之上時，如附圖 (b) 所示，其反力 R_A 為最大，其值如下：

$$\begin{aligned} \text{最大 } R_A &= \frac{10 \times 8.2 + 10 \times 11.2 + 15 \times 13.6 + 20 \times 15.6 + 1 \times 6.2 \times 8.1}{18} + 10 \\ &= 50.5 \text{ 公噸} \end{aligned}$$

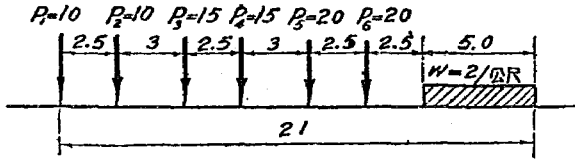
(b) 用反力多邊形：先將所有活荷重之次序倒置，並使 P_1 與支點 B 同在一豎線上，如附圖 (c) 所示。集中荷重之反力多邊形作法，與圖 7-16 相同，惟反力多邊形 CDM 之首索線 O 亦用 CD 線。均佈荷重之反力多邊形為拋物線 NK ，於頂點 N 與 NJ (索線 6) 相切。此拋物線之方程為 $y = wx^2/2L$ ， x 量自經過 N 點之豎線， y 量自 NJ 線。觀附圖 (f) 之反力多邊形，可知豎距 EE' 為最大，即活荷重位置如附圖 (b) 時，支點 A 之反力 R_A 為最大。用比例尺量定 EE' ，得 $R_A = 50.5$ 公噸。與以前所得之答案正相符合。

習題 7-11。設某均佈活荷重為 2/公尺，其長度無限制，用習題 7-6 中所求得之反力感應圖，計算該習題中各結構所指定各支點在此活荷重下之最大(正號及負號)反力。

習題 7-12。附圖示某活荷重圖(每一梁之荷重)。設一簡單跨橋梁 AB 之跨長為 20 公尺，用公式(7-24)及反力多邊形求其任何一樑之最大反力。

提示：活荷重可自橋梁之任一端來至橋上，而其荷重之次序亦可與附圖所示者相反。觀察此荷重之分佈，可知某支點之反力為最大時，最重之荷重 P_5 及 P_6 必靠近該支點。故計算右支點之重大反力時，此荷重應自左向右移動。此法即等於將荷重之次序倒置，再使其自右向左移動，以求左支點之最

大反力。因橋梁有對稱性，故其左右二端之最大反力必相同，故計算橋梁中某函數在活荷重下之最大值時，必參與常識之判斷。



習題 7-12.

7-6. 橋梁任何截面之最大切力 無論橋梁有無橫梁，若活荷重係均佈荷重，而其長度又長於切力感應圖正號或負號部份之底線時，則橋梁任何截面之最大正號或負號切力，均等於切力感應圖各該部份之面積，與均佈荷重每公尺數量 w 之乘積。

於等長節間之橋梁，受有均佈活荷重 w /公尺，其任何節間之最大正號切力，可用下列之法計算之。由方程 (7-17) 及圖 7-6 (b)，則

$$\text{最大正號 } V = wA_1 = \frac{n'^2}{2(m-1)}wp \quad (7-30)$$

使方程 (7-30) 中之 $n' = m - 1$ ，則其左端節間中之最大正號切力 V_{0-1} 為

$$\text{最大正號 } V_{0-1} = \frac{m-1}{2}wp \quad (7-31)$$

由是則

$$\text{最大正號 } V = \frac{n'^3}{(m-1)^2}V_{0-1} \quad (7-32)$$

將方程 (7-30) 與 (7-32) 中之 n' 改為 n ，即得任何節間中最

大負號切力與右端節間中最大負號切力之相似關係。

由切力之感應圖，下列關於最大切力之結論，極其明顯。

於無橫梁之橋梁：

(a) 求在單個集中荷重下任何截面之最大切力時，應將該荷重置於離該截面極近之處，並與離該截面較遠之支點同在一邊。

(b) 求在均佈荷重下任何截面之最大切力時，應將該荷重置於該截面與較遠支點之間。

(c) 因單個集中荷重所發生之最大切力，在橋梁之任何一端，其數量等於該荷重。

(d) 因均佈荷重所發生之最大切力，在橋梁全跨有該荷重時之任何一端，其數量等於橋上所有荷重之半。

於有橫梁之橋梁(等長節間)：

(e) 求在單個集中荷重下任何節間中之最大切力時，應將荷重置於該節間之靠近橋跨中點之一端。

(f) 求在均佈荷重下任何節間中之最大切力時，應將該荷重置於該節間中之零切點與較遠支點之間(端節間之零切點即係該端之支點)。

(g) 用單個集中荷重 P 所發生之最大切力，在端節間中，其數量等於 $P(m-1)/m$ 。 m = 橋之節間數(即圖 7-6(b) 中 $n' = m - 1$)。

(h) 因均佈荷重 w /公尺所發生之最大切力，在端節間中，其數量等於 $w p(m-1)/2$ 。 m = 橋之節間數， p = 節間長度(即方程(7-17)中 $n' = m - 1$)。

若均佈荷重之長度短於切力感應圖正號或負號部份之底線長度，求無橫梁之橋梁任何截面之最大切力或有橫梁之橋梁任何節點之最大切力時，該均佈荷重之一端，自應置於該截面或該節點之上。但於有橫梁之橋梁任何節間之最大切力則不然。其荷重位置定法如下：

圖 7-19 示節間切力感應圖之正號或負號部份，均佈荷重之長度 l 短於此圖底線之長 x' 。荷重之位置應使此感應圖中 $EFCHG$ 之面積為最大，由此可知

$$\text{梯形 } CDEP \text{ 之平均豎距} = \frac{y}{x} \left(x - \frac{c}{2} \right)$$

方程(7-33)與(7-34)亦可用於彎矩及桁架之桿壓力。

於普通節間等長之橋梁，將圖 7-6 (b) 及方程(7-14)與 (7-15)中之值代入方程(7-32)與 (7-35)中，即可得任何節間最大切力之荷重位置及數量之公式。

$$(7-36) \quad a = \frac{l}{m}$$

$$(7-37) \quad \left. \begin{aligned} \text{最大正號切力: } V &= \frac{wl}{L} \left(np - \frac{(m-1)l}{2m} \right) \\ \text{最大負號切力: } V &= \frac{wl}{L} \left(np - \frac{(m-1)l}{2m} \right) \end{aligned} \right\}$$

於多數集中荷重，可用前述之荷重移動法。以下所述，雖僅以最大正號切力為例，若將切力感應圖於其平面內轉移 180 度，則其負號部份之位置與未轉移前正號部份者相同，如是則最大負號切力之計算，與最大正號完全相同。

(1) 感應圖計算法 此法與前述計算最大反力之法相似，即將活荷重自右向左移動，比較某截面切力在各種位置不同時之增減，藉以求該截面切力為最大時之荷重位置。如圖 7-20(a) 所示，設欲求無橫梁之橋梁 AB 任何截面 C 之最大正號切力 $+V_c$ 。先使一集中荷重 P_1 恰在該截面之右，(即荷重與該切面之距離係極小，以下同此。) 如圖 7-20(a) 所示。再將荷重向左移動 d 距離，迄至 P_2 恰在該截面之右，如圖 7-20(b)。試比較此項荷重位置之改變對於 $+V_c$ 之增減。由 V_c 之感應圖，可知如荷重於 BC 段中向左移動，則截面 C 之正號切力增加。如於 CA 段中向左移動，則截面 C 之負號切力之縮減，即相當於截面 C 之正號切力增加。故荷重於全

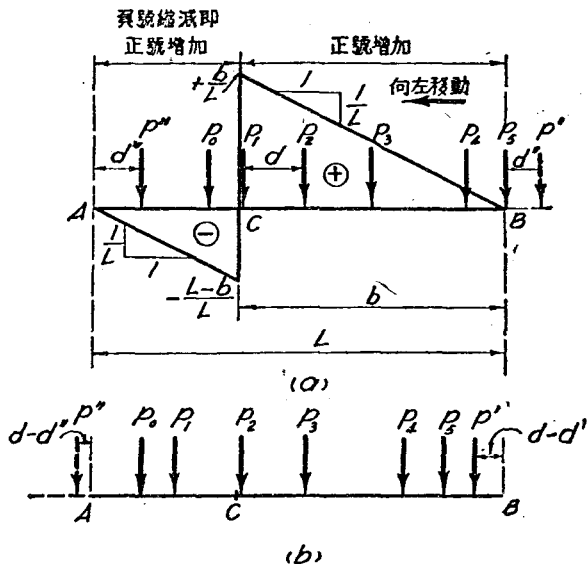


圖 7-20. 最大切力之計算法(二)

跨長度 AB 向左移動時，截面 C 之正號切力概係增加。惟荷重 P_1 原在截面 C 之右時， V_C 為 $+P_1 b/L$ 。荷重 P_1 移至該截面之左後， V_C 變為 $-P_1(L-b)/L$ 。二者之差為 P_1 ，故荷重自截面 C 之右移至該切面之左後，該切面之正號切力即驟然縮減 P_1 。設荷重之記號如圖 7-20 所示，若荷重由圖 (a) 之位置向左移動 d 距離至圖 (b) 之位置，則截面 C 正號切力之增減如下：

荷重位置改變 增加 縮減

$$1 \rightarrow 2 \quad [d \sum P + (d-d') P' + d'' P''] \frac{1}{L} \geq P_1 \quad (7-38)$$

其中 $(d-d')P/L$ 係截面 C 正號切力因荷重 P 來至該梁之增加，與方程 (7-19) 之 δ 相同，而與方程 (7-20) 至 (7-23) 之 δ 相似。 $d''P'/L$ 係截面 C 正號切力因荷重 P' 移動之增加。 $(d-d')$ 與 d'' 各係荷重 P 及 P' 在梁上移動之實在距離，故 d' 及 d'' 均不能大於 d 。至於比較上述之增減，以決定截面 C 正號切力為最大時之荷重位置之法，與 7-5 節第 (1) 條所述之原則相同。至端截面最大切力之計算法及數量，均與最大反力相同，惟求最大反力時荷重之正在該支點之上者，於此應假定該荷重與該支點間之距離係極小。

設橋梁 AB 有橫梁，其任何中部節間 ED 切力 V_{DE} 感應圖如圖 7-21 (與圖 7-6 (b) 相同)。其中 AD 及 EB 二部份，各與圖 7-20 無橫梁時相同，故荷重在梁之該二段上向左移動，亦係使節間 DE 之正號切力增加。荷重移動時，亦係每次使一集中荷重恰在節點 E 之上，其計算法則與上述者相同。於 DE 段，荷重之向左移動，係使節間 DE 之正號切力縮減，故任一集中荷重 P 由 DE 段之任何一點向左移動 d 距離而至 DA 段之任何一點，如圖 7-21 (a) 所示，則該節間正號切力之縮減為 $Pd_1(m-1)/L$ ，其增加為 Pd_2/L 。其中 d_1 及 d_2 各係 P 原來之位置及移動以後之位置與節點 D 之距離，故 $d_1+d_2=d$ 。此項增加與縮減之差為

$$(7-39) \quad P \frac{d_2}{L} - P \frac{d_1(m-1)}{L} = P \frac{d}{L} - P \frac{d_1}{p}$$

其中之首項，顯係支點 A 反力因荷重 P 向左移動 d 距離之

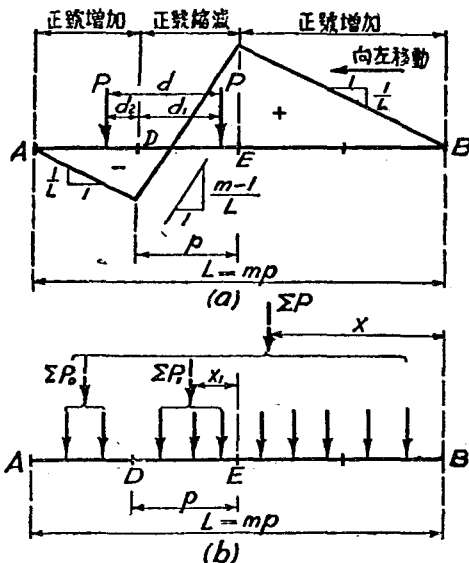


圖 7-21. 最大切力之計算法(三)

增加，而其次項顯係節點 D 橫梁反力因荷重 P 向左移動 d_1 距離之增加。二者之差即係節間 DE 中正號切力之增減。

(2) 用公式計算法 上述方法，亦可以公式表之。於無橫梁之橋梁，方程 (7-38) 可寫成如下(見圖 7-20)。

荷重位置改變

增加

縮減

1 → 2

$$\frac{d}{L} \Sigma P + \delta \geq P_1 + \delta' \quad (7-40)$$

其中 $\Sigma P = \Sigma_0^5 P + P''$ ，即荷重未移動以前梁 AB 上所有荷重之總數量。 $\delta = P' \left(\frac{d-d'}{L} \right)$ ， $\delta' = P'' \left(\frac{d-d''}{L} \right)$ ，各表示荷重因向左

移動而來至該梁或脫離該梁者對於截面 C 正號切力之影響。

若 $\delta = \delta' = 0$ ，則方程(7—40)變為

$$(7-41) \quad \frac{\Sigma P}{L} \geq \frac{P_1}{d}$$

於有橫梁之橋梁，其任何中部節間 DE 之正號切力，因荷重向左移動之增減，可用二種不同之公式表示之。觀察圖 7—21 (a) 及方程(7—39)，可知荷重向左移動時，節間 DE 正號切力之增加，等於支點 A 反力之增加，而其縮減等於節點 D 橫梁反力之增加。惟此項增加當然不能大於 Pd_1/p 。設 P 為在梁上向左移動之任何荷重（包括荷重之因移動而行至該梁或脫離該梁者）， d 為 P 在該梁上向左移動之實在距離，則支點 A 反力因荷重移動之增加為 $\Sigma(Pd)/L$ ，設 P_1 為在節間 DE 中向左移動之任何荷重， d_1 為 P_1 在該節間中向左移動之實在距離，則節點 D 橫梁反力之增加為 $\Sigma(P_1d_1)/p$ 。故節間 DE 中正號切力因荷重向左移動 d 距離之增減，可用下列公式表之

$$(7-42) \quad \frac{\Sigma(Pd)}{L} \geq \frac{\Sigma(P_1d_1)}{p}$$

若荷重向左移動時，無荷重來至或脫離該梁，並無荷重越過節點 D ，則所有荷重之 d 及 d_1 均係相等之恆數，故方程(7—42)變為

$$(7-43) \quad \frac{P}{L} \Sigma P \geq \Sigma P_1$$

$$\text{或} \quad \frac{\Sigma P}{m} \geq \Sigma P_1 \quad (7-44)$$

其中 $m = L/p$ ，即橋梁中所有等長節間之數。注意採用公式 (7-42) 至 (7-44) 時，每次荷重之移動，均應使一集中荷重正在感應圖正號部份豎距最大之 E 點。

節間 DE 中正號切力因荷重向左移動之增減，亦可以另一公式表之。其原理雖與公式 (7-42)，(7-43) 或 (7-44) 相似，而其應用之方法則稍異。圖 7-21 (b) 示荷重在橋梁上之某位置，在此荷重位置下，節間 DE 中之正號切力 V_{DE} 為

$$V_{DE} = \frac{x}{L} \Sigma P - \frac{x_1}{p} \Sigma P_1 - \Sigma P_0$$

其中 ΣP = 橋梁上所有荷重之總量， ΣP_1 = 節間 DE 中之荷重， ΣP_0 = 節點 D 以左之重量。若荷重向左移動之距離為 Δx ，則 V_{DE} 之改變率 $\Delta V_{DE}/\Delta x$ (即 V_{DE} 對於 x 之紀數) 為

$$\frac{\Delta V_{DE}}{\Delta x} = \frac{\Sigma P}{L} - \frac{\Sigma P_1}{p} \quad (7-45)$$

若在此移動後之荷重位置下， V_{DE} 如係最大，則 $\Delta V_{DE}/\Delta x = 0$ ，

故

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Sigma P}{L} &= \frac{\Sigma P_1}{p} \\ \frac{\Sigma P}{m} &= \Sigma P_1 \end{aligned} \right\} \quad (7-46)$$

或 故某節間之切力為最大時，該節間之荷重必等於全橋梁每節間之平均荷重。公式 (7-46) 之得來係假設紀數 $\Delta V_{DE}/\Delta x$ 常有

連續性，此祇於分佈荷重為然。故該二公式之應用，祇限於分佈荷重。^① 於集中荷重 $\Delta V_{DE}/\Delta x$ 不常有連續性，故公式 (7—45) 或 (7—46) 於集中荷重之應用，可以一「 \geq 」號代替其中之等號。

於集中荷重，節間 DE 之正號剪力 V_{DE} 為最大時，必有一荷重正在感應圖豎距為最大之 E 節點，而當荷重自節點 E 之右移至其左時， $\Delta V_{DE}/\Delta x$ 必由正號而變為負號，故某荷重置於節點 E 而節間 DE 之正號剪力為最大時，則必須符合下列之條件：

$$(7-17) \quad \begin{cases} \text{該荷重恰在節點 } E \text{ 之右時: } \frac{\Sigma P}{m} > \Sigma P_1 \\ \text{該荷重恰在節點 } E \text{ 之左時: } \frac{\Sigma P}{m} < \Sigma P_1 \end{cases}$$

此公式之形式，雖與公式(7—44)相同，但其應用之方法則異。採用公式(7—17)時，荷重祇自節點 E 以右之極小距離，向左移動至節點 E 以左之極小距離。至集中荷重之在橋跨或節間之內者，雖其與支點或節點之距離係極小，均應包括在 ΣP 或 ΣP_1 之內。 反是凡集中荷重之在橋跨或節間之外者，雖其與支點或節點之距離係極小，均不應包括在 ΣP 或 ΣP_1 之內。圖 7—22 示公式 (7—47) 之符號與節間 DE 剪力改變之關係。其中之折線示剪力改變與集中活荷重位置改變之關係。

① 參閱例題 7—1 及其附圖，其中 $\Sigma P_1 = x, \Sigma P = x'$ ，或 $\Sigma P/m = x'/m$ ，但依方程 (7—16)， $x'/m = x$ ，故 $\Sigma P/m = \Sigma P_1$ ，恰與公式 (7—46) 相符。

荷重恰在某點之右: <	=	=	>	>	>	<	>	公式符號
荷重恰在某點之左: =	>	<	=	>	<	>	<	
								切力改變
<p style="text-align: center;">其中活荷重位置之改變</p>								

圖 7-22. 公式符號與切力改變之關係

如某一集中荷重在 a 位置時，節間 DE 之切力為最大，則活荷重恰在 E 點之右時，紀數 $\Delta V_{DE}/\Delta x$ 必為正號，故公式(7-47)中得 $>$ 號。而活荷重恰在 E 點之左時，紀數 $\Delta V_{DE}/\Delta x$ 必為負號。故公式(7-47)中得 $<$ 號，圖 7-22 中 c 位置之情形，與上相同。若橋梁上活荷重之組成，不因移動而有改變，則祇有一荷重位置與公式(7-47)相符，否則荷重位置之與公式(7-47)相符者，常不祇一個。於此可計算該若干荷重位置下 V_{DE} 之值，或用感應圖之計算法，比較 V_{DE} 在該若干荷重位置下之增減，以決定何者真係 V_{DE} 為最大時之荷重位置。由此可知用公式(7-47)雖較用感應圖或公式(7-42)為簡便，但有時前者之應用，不如後者之直接了當(參閱例題 7-6)。

如應用公式(7-47)時得「 \leq 」或「 \geq 」之符號時，各如圖 7-22 中位置 b 及 d 之情形，若與位置 a 及 c 之情形比較，前者不同，而後者正相同。故均非節間 DE 切力為最大時之位置。如應用公式(7-47)時得一「 $=$ 」號，如圖 7-22 中位

置 e, f, g 及 h 之情形，則 e 及 f 亦係節間 DE 切力為最大時之荷重位置，而 g 及 h 則否。

上列之討論，雖以節間切力為例，其應用並不限於切力，以後所述求最大彎矩之公式，其應用之情形亦完全與上相同，

(3) 用反力多邊形計算法 反力多邊形亦可用以計算橋梁之最大切力。

圖 7-23(a) 示梁 AB 及其荷重之反力多邊形，與圖 7-16 完全相同。此

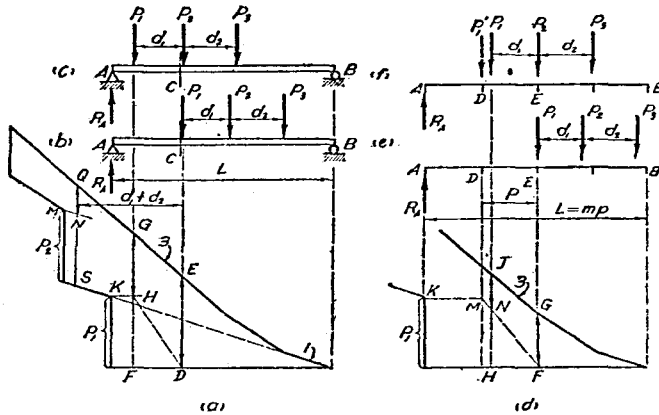


圖 7-23. 用反力多邊形求最大切力

圖任何點之豎距，既等於荷重 P_1 置於梁 AB 上該點時之支點 A 反力 R_A ，故荷重 P_1 恰在梁 AB 任何截面之右時，反力多邊形於該截面之豎距，即係梁 AB 該截面之正號切力。故欲求該梁任何截面 C 之最大正號切力 V_C ，先使 P_1 恰在該截面之右，如圖 7-23(b)，則 $V_C = ED$ ，再使 P_2 恰在該截面之右如圖 7-23(c)，則 $V_C = R_A - P_1 = FG - FH = GH$ 。若再使荷重 P_2 恰在該截面之右，則 $V_C = R_A - P_2 = QS - NS = QN$ 。蓋荷重 P_1 設離該梁後，則反力多邊形之底線為 SK ，即圖 7-16 之素線 1 也，故 MN 與 SK 平行。比較 ED, GH 及 QN 之長度，可知荷重 P_1 恰在該截面之右時， V_C

之值爲最大。注意 GE 線即圖 7-16 之素線 3，其傾度爲 $\Sigma P/L$ ，而 HD 線之傾度爲 P_1/d_1 ，觀察圖 7-23 (a) 可知 GE 線之傾度小於 HD 線之傾度，即 $\Sigma P/L < P_1/d_1$ ，與公式 (7-41) 所表示之一半情形恰相符合，即荷重位置由圖 (b) 變爲圖 (c) 後，截面 C 正號剪力之增加小於縮減，故此 GE 及 HD 二線，可視爲公式 (7-41) 之圖解。

於有橫梁之橋梁，設欲求任何中部節間 DE 之最大正號剪力 V_{DE} ，先置荷重 P_1 於節點 E 如圖 7-23 (e) 所示，則 $V_{DE} = GF$ ，如圖 7-23 (d)。再置荷重 P_2 於節點 E ，如圖 7-23 (f)，則 $V_{DE} = R_A - P_1 = JH - NH = JN$ ，其中 P_1' 係荷重 P_1 在該節間中時節點 D 之橋梁反力，而 $HN = P_1 d_1/p = P_1'$ 。比較 GF 及 JN 之長度，可知 P_1 在節點 E 時， V_{DE} 之值爲最大。 JG 線之傾度爲 $\Sigma P/L$ ，而 NF 線之傾度爲 P_1/d_1 。但前者小於後者，故 $\Sigma P/L < P_1/p$ ，與公式 (7-43) 之一半情形相符，即荷重位置由圖 (e) 變爲圖 (f) 後，節間 DE 正號剪力之增加，小於縮減，故此 JG 及 NF 二線可視爲公式 (7-43) 之圖解。

(4) 用荷重線計算法 使荷重間之距離不變，但將每一荷重畫於其左所有荷重之上，可得於常形之折線如圖 7-24 (a) 之 $A'C'DFB'$ 折線，即所謂荷重線 (load-line)。設欲求梁 AB 任何截面 C 之最大正號剪力 V_C ，先使荷重 P_1 恰在該截面之右，則公式 (7-41) 中之 P_1/d 爲零，可於圖 7-24 (a) 中 $C'E$ 平線之傾度代表之。再使荷重 P_2 恰在該截面之右，則公式 (7-41) 中之 P_1/d 可以 $C'F$ 線之傾度代表之。作 $A'B'$ 線，其傾度即代表公式 (7-41) 中之 $\Sigma P/L$ ，自 C' 點作 $C'G$ 線，與 $A'B'$ 線平行。若 $C'G$ 線在 $C'E$ 及 $C'F$ 二線之間，即荷重 P_1 恰在截面 C 之右時，與公式 (7-41) 之 $\Sigma P/L > P_1/d$ 相符；荷重 P_2 恰在截面 C 之右，時與公式 (7-41) 之 $\Sigma P/L < P_1/d$ 相符。故 P_1 恰在截面 C 之右時， V_C 之值爲最大。

於有橫梁之橋梁，荷重線之用法，如圖 7-24 (b) 所示。與圖 7-24 (a) 相似，圖 7-24 (b) 中 $D'E'$ 平線之傾度，代表荷重 P_1 在節點 E 時公式 (7-43) 中之 $\Sigma P_1/p$ 。 $D'F'$ 線之傾度，代表荷重 P_2 在節點 E 時公式 (7-43) 中之 $\Sigma P_1/p$ 。 $A'B'$ 線之傾度，代表公式 (7-43) 中之 $\Sigma P/L$ 。自 D' 點作 $D'G'$ 線，與 $A'B'$ 平行，其傾度在 $D'E'$ 與 $D'F'$ 二線之間，故與

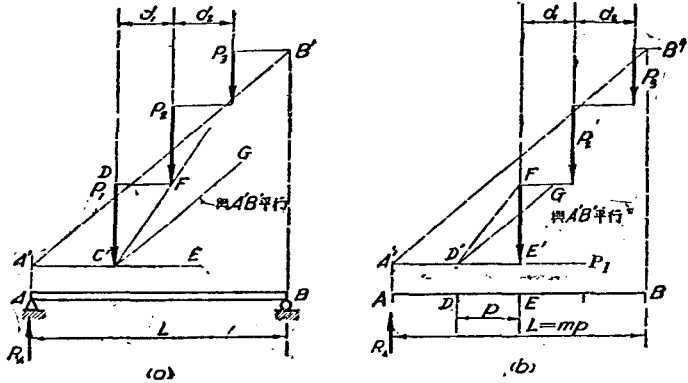
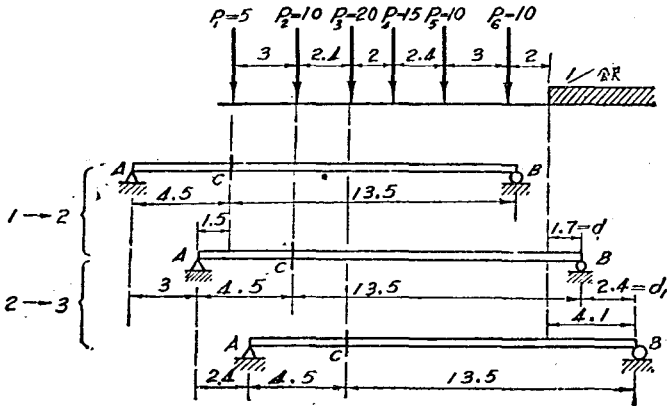


圖 7-24. 用荷重線求最大剪力

公式(7-43)所表示之情形相符。即 P_1 在節點 E 時，節間 DE 之正號剪力為最大。

例題 7-5. 設一無橫梁之橋梁 AB ，其跨長及荷重均與例題 7-4 者相同。用感應圖之計算法，求在左支點 A 以右 4.5 公尺之截面 C 之最大正號剪力。



例題 7-5.

解答：依次使 $P_1, P_2,$ 及 P_3 恰在截面 O 之右，如附圖所示。（注意附圖中活荷重之地位不變，但使橋梁向右移動，以代替使荷重向左移動。）再照圖 7-20 及方程(7-38)所示之法，計算截面 O 正號切力之增減如下：

荷重位置改變	增加	縮減
1→2	$70 \times \frac{3}{18} + \delta$	$> \delta$
2→3	$65 \times \frac{2.4}{18} + 5 \times \frac{1.5}{18} + \delta$	< 10

1→2 位置改變時，因 $70 \times \frac{3}{18}$ 已大於 5，故因均佈荷重來至該梁之 δ 不必計算。但 2→3 位置改變時， $(65 \times 2.4/18) + (5 \times 1.5/18) = 8.97$ 與 10 相差甚微，故 δ 必需計算，用方程(7-21)（參閱圖 7-14(b)），則

$$\delta = \frac{vd_1}{L} \left(\frac{d_1}{2} + d \right) = \frac{1 \times 2.4}{18} (1.2 + 1.7) = 0.39$$

$8.97 + 0.39 < 10$ ，故荷重 P_2 恰在截面 O 之右時，該截面之正號切力為最大。其數量如下：

最大正號 V_O

$$= \frac{10(3.7 + 6.7 + 13.5) + 15 \times 9.1 + 20 \times 11.1 + 5 \times 16.5 + 0.5 \times 1.7^2}{18} - 5$$

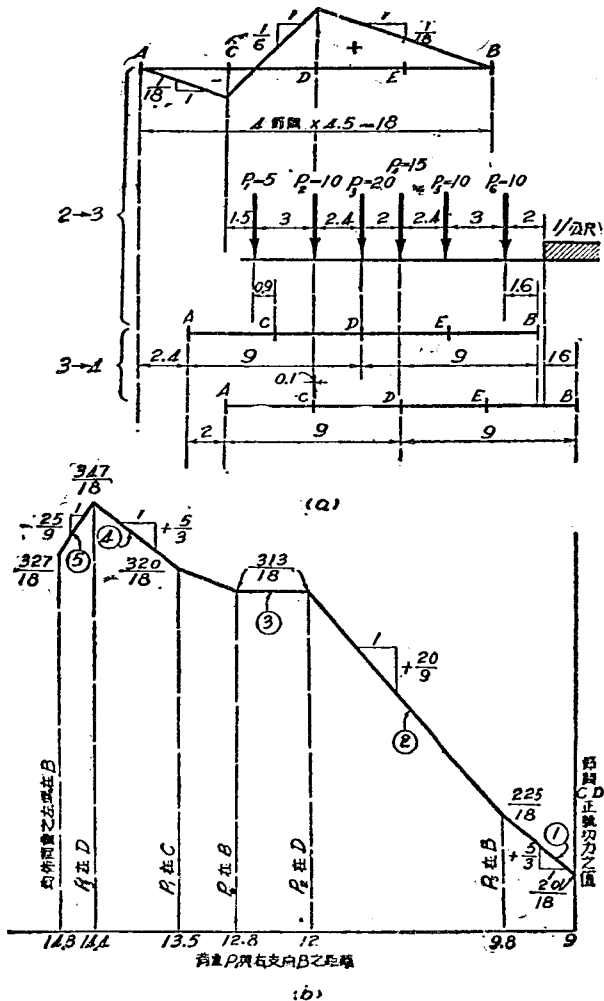
$$= 32.9$$

習題 7-13. 用反力多邊形之計算法，解答例題 7-5。另作一與例題 7-4 附圖(f)相同之反力多邊形，並極力求其精確，以備計算時之用。

習題 7-14. 設一無橫梁之橋梁 AB ，其跨長及荷重均與習題 7-12 者相同。用感應圖之計算法，求在左支點 A 以右 5 公尺之截面 O 之最大正號切力。

提示：參閱習題 7-12 之提示。計算時應將荷重之次序倒換，而後使其自右向左移動；或荷重之次序不變，但使其自左向右移動，以求截面 O 在右支點 B 之左 5 公尺者之最大負號切力。用此二法所得之結果，當然相同。

例題 7-3. 設例題 7-5 之橋梁 AB 係有橫梁者，共有四等長之節間。若荷重亦與例題 7-5 相同，用感應圖及公式(7-47)求其節間 CD 之最大正號切力。若荷重自右向左移動，荷重位置由 P_1 在節點 D 變為均佈



例題 7-6.

荷重左端在節點 B ，作節間 CD 正號剪力之改變圖，並由此圖研究公式(7-47)之意義。

解答：

(a) 用感應圖 觀察荷重圖，可知 '1' 置於節點 D 時， V_{CD} 之值決不能為最大。故依次以 P_2, P_3 及 P_4 置於該節點，如附圖 (a) 所示，比較 V_{CD} 之增減

荷重位置改變

增加

縮減

$$2 \rightarrow 3 \quad 45 \times \frac{2.4}{18} + 5 \frac{0.9}{18} + \delta > 10 \times \frac{2.4}{6} + 5 \times \frac{1.5}{6}$$

(δ 之值不必計算)

$$3 \rightarrow 4 \quad (35+5) \frac{2}{18} + \delta < 30 \times \frac{2}{6}$$

(δ 之值應計算， $\delta = \frac{1(1.0)^2}{2 \times 18} = 0.07$)

故 P_3 置於節點 D 時， V_{CD} 之正號剪力為最大，其值之計算如下：

最大正號 V_{CD}

$$= \frac{10(1.6+4.6+11.4)+15 \times 7+20 \times 9+5 \times 14.4}{18} - 5 - 10 \times \frac{2.4}{45}$$

$$= 19.28$$

(b) 用公式(7-47)：

荷重 P_1 ：

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } D \text{ 右:} \\ \text{恰在 } D \text{ 左:} \end{array} \quad \frac{50}{4} \left\{ \begin{array}{l} > 0 \\ > 5 \end{array} \right. \quad (\text{非最大})$$

荷重 P_2 ：

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } D \text{ 右:} \\ \text{恰在 } D \text{ 左:} \end{array} \quad \frac{60}{4} \left\{ \begin{array}{l} > 5 \\ = 15 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

荷重 P_3 ：

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } D \text{ 右:} \\ \text{恰在 } D \text{ 左:} \end{array} \quad \frac{70}{4} \left\{ \begin{array}{l} > 10 \\ < 30 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

故 P_2 或 P_3 置於節點 D 時， V_{CD} 之正號值均係最大，因此須用他法再比較二者之大小。故採用公式(7-47)，有時不如採用感應圖之省事。

(c) 當集中荷重自右向左移動時，若無荷重越過左右二支點 A 及 B 及節點 C ，則 V_{CD} 之改變，必係一直線，故先以 P_1 置於節點 D ， P_1 與右支點 B 之距離為 9，得 $V_{CD} = 201/18$ 。若荷重向左移動至 P_2 在右支點 B ，於是 P_1 與右支點 B 之距離為 9.8，得 $V_{CD} = 225/18$ 。同此依次求得 P_2 在 D ， P_6 在 B ， P_1 在 C ， P_3 在 D ，及均佈荷重之左端在 B 時， V_{CD} 之值。以 V_{CD} 之值為豎軸， P_1 與右支點之距離為平軸，畫一折線，得 V_{CD} 值之改變圖，如附圖(b)，其中各段直線之傾度亦示出。

注意公式(7-47)係由公式(7-45)與(7-46)得來，若將公式(7-47)寫成

$$\frac{\Sigma P}{L} \geq \frac{\Sigma P_1}{p}$$

則 $\Sigma P/L - \Sigma P_1/p$ 之差，即等於附圖(b)各段直線之傾度（即 $\Delta V_{CD}/\Delta x$ 之值），如荷重 P_1 恰在節點 D 之右時，則

$$\frac{\Sigma P}{L} - \frac{\Sigma P_1}{p} = \frac{50}{4 \times 4.5} - \frac{5}{4.5} = +\frac{5}{3}$$

即附圖(b)中直線 ① 之傾度，同此荷重 P_2 恰在節點 D 之右時，

$$\frac{\Sigma P}{L} - \frac{\Sigma P_1}{p} = \frac{60}{4 \times 4.5} - \frac{5}{4.5} = +\frac{20}{9}$$

即附圖(b)中直線 ② 之傾度。如荷重 P_2 恰在節點 D 之左時，

$$\frac{\Sigma P}{L} - \frac{\Sigma P_1}{p} = \frac{60}{4 \times 4.5} - \frac{15}{4.5} = 0$$

即附圖(b)中直線 ③ 之傾度。故用公式(7-47)計算時，即比較某荷重恰在節點 D 之左及右時附圖(b)中 V_{CD} 改變圖傾度之改變。因此， P_2 及 P_3 在節點 D 時，均與 V_{CD} 係最大之條件相符。而用感應圖計算時，即直接比較 V_{CD} 值之改變，故感應圖之法較為切實。

習題 7-15。設習題 7-14 之橋梁 AB 係有橫梁者，共有五等長之節間。用感應圖及公式(7-47)求其自左端點起之第二節間中之最大正彎切力。

提示：參閱習題 7-14 之提示。

習題 7-16。設習題 7-15 中之活荷重祇係一均佈荷重，計 2/公尺，其長度為 5 公尺，則其自左端點起之第二節間中之最大正彎及負彎切力各為

若干？

7—7. 橋梁任何截面之最大彎矩 前已說明，於有橫梁之橋梁，其任何節點之彎矩感應圖，與無橫梁時相同，均係一個三角形。故二者之最大彎矩計算法，亦相同。惟節間中任何截面之彎矩感應圖，如圖 7—5 (d) 之 AB 間部份所示，係一個四邊形。故其最大彎矩之計算法，自當別論。惟節間中之最大彎矩，祇計算無豎桿之倭 (Warren) 氏桁架弦桿應力時需用之，此外常不需要。故其計算法當於第八章述之。

下列之各種計算法，其應用不祇限於節點或截面之最大彎矩，蓋凡函數之感應圖係一個三角形而其中無直角者，皆可採用下列諸法，以計算該函數之最大值，故此法可用以計算前述之最大淨反力，最大端節間切力，及後述之最大橫梁反力（或最大節點荷重）。此外任何荷重函數之感應圖，雖不止一個三角形，但荷重祇在一個三角形內移動，亦可採用之。

若荷重係均佈荷重，其長度又長於橋梁之跨度，則任何節點或截面之最大彎矩，即等於彎矩感應圖之面積，與均佈荷重每公尺之乘積。

於等長節間之橋梁，受有均佈活荷重 w /公尺，其任何節點之最大彎矩，可用下列之法計算之，由方程 (7—18)，

$$M = wA_s = \frac{n(m-n)}{2} wp^2 \quad (7-48)$$

使方程(7—48)中之 $n = m/2$ ，則橋梁中線之彎矩 M_c 為

$$M_c = \frac{wm^2p^2}{8} = \frac{wL^2}{8}$$

與無橫梁之橋梁在均佈荷重下之中線彎矩相同。由是則

$$(7-49) \quad M = \frac{4n(m-n)}{m^2} M_c$$

由 M_c 而求 M 之值，亦可採用圖 4-14 中之方程。蓋橋梁在均佈活荷重下任何節點之最大彎矩，均在一拋物線上，其中線之最大豎距為 M_c ，故於節間長度不等之橋梁，宜用此法。

由彎矩之感應圖，下列關於最大彎矩之諸條，極其明顯。

於無橫梁之橋梁：

- (a) 求在單個集中荷重下任何截面之最大彎矩時，應將該荷重置於該截面。
- (b) 求在均佈荷重下任何截面之最大彎矩時，該橋之全跨應有該荷重。
- (c) 因單個集中荷重 P 所發生之最大彎矩，在橋跨 L 之中點，其數量等於 $PL/4$ 。
- (d) 因均佈荷重 w /公尺所發生之最大彎矩，在橋梁全跨 L 有該荷重時之中點，其數量等於 $wL^2/8$ 。

於有橫梁之橋梁(等長節間)：

- (e) 求在單個集中荷重下任何節點之最大彎矩時，應將該荷重置於該節點。
- (f) 求在均佈荷重下任何節點之最大彎矩時，該橋之全跨應有該荷重。
- (g) 若節間之數 m 係偶數，則因均佈荷重 w /公尺所發生之最大彎矩，在橋梁全跨有該荷重時之中心節點，其數量等於 $wm^2p^2/8$ 。 p = 節間之長度，(即方程 (7-18) 中 $n=m/2$)。
- (h) 若節間之數 m 係奇數，則因均佈荷重 w /公尺所發生之最大彎矩，在橋梁全跨有該荷重時之鄰近跨中心之節點，其數量等於 $wp^2(m^2-1)/8$ ， p = 節間之長度 (即方程 (7-18) 中 $n=(m-1)/2$)。

若均佈荷重之長度，短於橋梁之跨長，則可採用 7-6 節及圖 7-19 關於在相同荷重下之最大切力計算法，將方程 (7-33) 中之 x 及 x' 各改爲 l_1 及 L (見圖 7-25)，則圖 7-19 所示之荷重位置，可用下列方程定之，

$$\frac{a}{l} = \frac{l_1}{L} \quad (7-50)$$

又將方程 (7-33) 及 (7-34) 中之 x' 改爲 L ，並 y 改爲 $l_1 l_2 / L$ ，則圖 7-19 中 $EFCHG$ 之面積 A 爲

$$A = \frac{l_1 l_2}{L} \left(1 - \frac{l}{2L}\right) \quad (7-51)$$

故最大彎矩 M 爲

$$\text{最大彎矩: } M = \frac{w l_1 l_2}{L} \left(1 - \frac{l}{2L}\right) \quad (7-52)$$

於多數集中荷重，可用下述之諸法，以求彎矩爲最大時之荷重位置。

(1) 感應圖計算法 圖 7-25 示橋梁任何節點或截面 C 之彎矩 M_C 感應圖。設荷重自右向左移動，於 BQ 段則 M_C 之值增加，而於 CA 段則 M_C 之值縮減。 M_C 之值爲最大時，

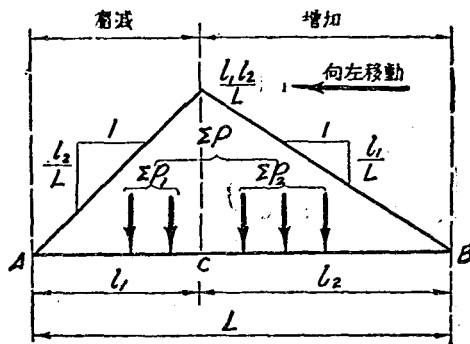


圖 7-25. 最大彎矩之計算法(一)

必有一集中荷重正在 C 點，故荷重每次向左移動時，必繼續移動，迨至有一荷重正在 C 點時為止。至因荷重移動 M_C 增減之計算，與 7—6 節第(1)條所述關於切力之計算法極其相似，不必贅述。若荷重向左移動時，有其他荷重經過右端 B 點而來至梁上，則 M_C 因此之增加值 δ ，可將方程(7—19)至(7—23)之右部，各乘以 l_1 以計算之。

(2) 用公式計算法 觀察圖 7—25，可知如荷重 ΣP_1 及 ΣP_2 各在 AC 及 CB 段中向左移動 Δx 距離時，則 M_C 之增減如下：

$$\begin{array}{ccc} & \text{增加} & \text{縮減} \\ & \text{~~~~~} & \text{~~~~~} \\ & \frac{l_1}{L} \times \Delta x \times \Sigma P_2 \geq & \frac{l_2}{L} \times \Delta x \times \Sigma P_1 \\ (7-53) \text{ 或} & \frac{\Sigma P_2}{l_2} \geq & \frac{\Sigma P_1}{l_1} \end{array}$$

$$\text{由此} \quad \frac{\Sigma P_2 + \Sigma P_1}{l_2 + l_1} \geq \frac{\Sigma P_1}{l_1}$$

$$(7-54) \text{ 故} \quad \frac{l_1}{L} \Sigma P \geq \Sigma P_1$$

公式(7—53)及(7—54)之意義，均與公式(7—47)相同，其應用亦然。故某荷重置於感應圖豎矩最大之 C 點時，若該點之彎矩為最大，則該荷重恰在該點之右時， $(l_1/L) \Sigma P$ 應大於 ΣP_1 ，而該荷重恰在該點之左時， $(l_1/L) \Sigma P$ 應小於 ΣP_1 。採用公式(7—53)及(7—54)時，如遇他種符號如圖 7—22 所示者，其解釋詳見 7—6 節第(2)條中關於公式(7—47)之討論，注意

公式(7—54)亦用求公式(7—47)之相似方法求得之。

採用公式(7—53)及(7—54)時，亦與公式(7—47)相同，某荷重祇自 C 點以右之極小距離移至 C 點以左之極小距離。計算時，凡荷重之在橋跨之內者，雖其與支點之距離係極小，亦應包括在 ΣP 之內。 反是，凡荷重之在橋跨之外者，雖其與支點之距離係極小，亦不應包括在 ΣP 之內。 如橋跨活荷重之組成，因移動而有改變，則與公式(7—53)及(7—54)相符之活荷重位置，常不祇一個。於此，可用 7—6 節第(2)條中所述之方法，求 M_C 之最大值。故此法常不如採用上述感應圖法之簡切了當。

(9) 用荷重線及索線多邊形計算法 用荷重線亦可求得某節點或截面彎矩為最大時之荷重位置，圖 7—26 (a) 示一荷重線，假欲求梁 AB 截面 C 彎矩 M_C 為最大時之荷重位置。先試以荷重 P_2 置於截面 C ，作 $A'B'$ ， $A'E$ 及 $A'F$ 三線。 A' 及 B' 各係經過 A 及 B 二點豎線與荷重線之交點。 $B'G$ 之高度，等於梁 AB 所有之荷重。故 $A'B'$ 線之傾度，即等於公式(7—54)中之 $\Sigma P/L$ 。同此， $A'E$ 線之傾度等於 P_2 恰在截面 C 以右之 $\Sigma P_1/l_1$ ， $A'F$ 線之傾度等於 P_2 恰在截面 C 以左之 $\Sigma P_1/l_1$ 。 $A'B'$ 線與 P_2 相交，其傾度大於 $A'E$ 而小於 $A'F$ ，故與公式(7—54)之條件正相符，即 P_2 置於截面 C 時， M_C 之值為最大。由是可知：若某荷重置於某截面而該截面之彎矩為最大時，則 $A'B'$ 線必與該荷重相交。 以任何較短之梅距 H (H 愈短，則下述之 y 愈長，故愈準確) 為荷重作一索線多邊形，如圖 7—26 (d) 所示。作 A_2B_2 閉合線，得 A_2B_2 與索線多邊形關於截面 C 之截距 y_2 ，則 $M_C = Hy_2$ ，其解述已述見 3—13 節及圖 3—34。若荷重 P_1 (或 P_2) 置於截面 C 時，如圖 7—26 (b) (或 (c))，則 A_1B_1 及 y_1 (或 A_3B_3 及 y_2) 各係其閉合線及其與索線多邊形間之截距。比較 y_1, y_2 及 y_3 之長度，可知 P_2 置於截面 C 時 M_C 之值為最大，故用索線多邊形亦可求得某截面彎矩為

最大時之荷重位置，惟此法不及用荷重線之法為簡便。

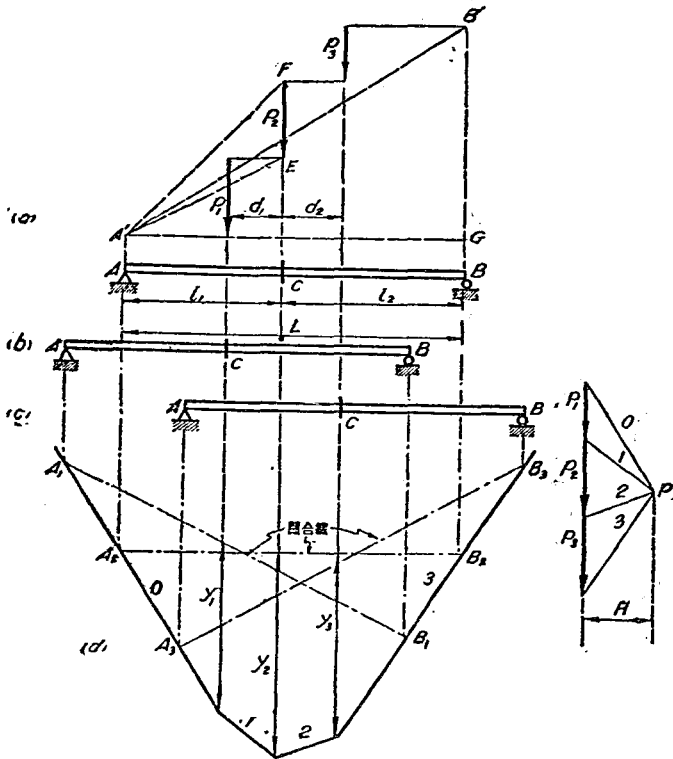


圖 7-26. 最大彎矩之計算法 (二)

習題 7-17. 一有橫梁之橋梁，共有五等長之節間，每節間之長度為 4 公尺。若荷重與習題 7-12 所示者相同，用公式(7-54)求其自左端或右端載起第三節點之最大彎矩。

提示：參閱習題 7-12 及 7-14 之提示。因橋梁有對稱性，故其自左端或右端載起第二節點之最大彎矩必相同。

習題 7—18. 用荷重線及索線多邊形解答習題 7—17。

習題 7—19. 橋梁與荷重均與習題 7—17 相同，求其端節間之最大切力及其與支點相隣節點之最大彎矩。

提示：注意在同一活荷重下，與支點相隣節點之最大彎矩，即等於端節間之最大切力（即最大淨反力）與端節間長度之乘積。蓋二者之感應圖極相似，故該二函數為最大時之荷重位置係相同。關於荷重之次序及移動方向，參閱習題 7—12 及 7—14 之提示。

7—8. 公路橋梁之活荷重制 公路橋梁之活荷重，當然以運貨汽車及電車為準，電車之長矩及重量，均無一定絕對之標準，故暫不論。於 7—2 節曾述及我國刻下橋梁之設計，係根據民國二十五年九月全國經濟委員會所訂之暫行準則，而此項準則又大半根據美國各省公路官員協會之標準規範。茲將該規範所規定之活荷重制，略述於下，並將英制之尺寸及重量一律改為公制。

該規範規定之標準貨車，如圖 7—27 所示。其中圖 (a) 示標準貨車之尺寸及各輪之重量，圖 (b) 示計算時所用連續通過橋梁之貨車排列，其中祇有一貨車之重為標準荷重 W ，其餘均為 $0.75 W$ 。此項 $0.75 W$ 之貨車，前後各係若干，全以可以使橋梁各部發生最大應力為準。並行之貨車，應假定為同向行駛。圖 (c) 示每車道之代替荷重，若橋梁及其各部承受荷重之長度短於 18 公尺者，則計算時仍應用圖 7—27 (b) 所示貨車排列之實際荷重。若承受荷重之長度在 18 公尺以上者，可用圖 7—27 (c) 所示之代替荷重。活荷重可以下列二法之一，加於橋梁，以使橋梁發生較大之應力為準：(1) 每車道自成一單

位，每車道中之活荷重位置及有活荷重之車道數，均以使橋梁發生最大應力為準。(2)橋面之全寬度均有活荷重，每公尺寬度之活荷重，等於一車道活荷重之 36.5% (即 $1/2.75$)。若橋面受活荷重之寬度超過 5.5 公尺時，則每超過 1 公尺，活荷重可縮減百分之三，但至多祇可縮減百分之二十五。關於計算橋面縱梁橫梁應力時活荷重之分佈，該規範均有詳密之規定，當於 7—14 節中述之。

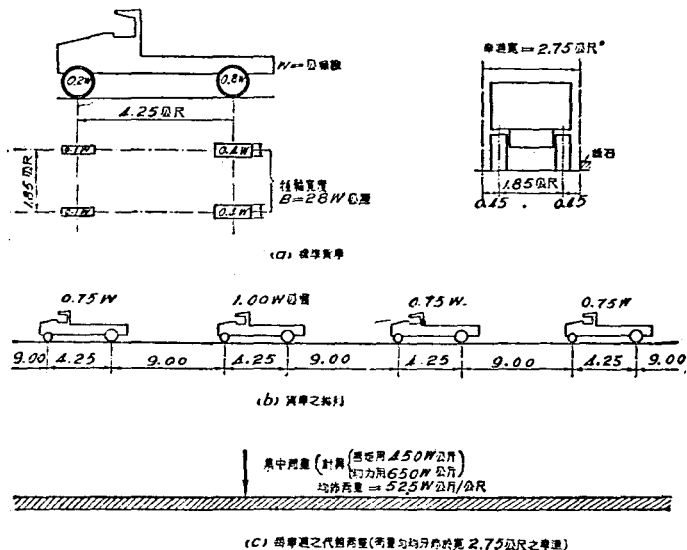


圖 7-27. 公路橋梁之活荷重制

美國公路活荷重制之級數以 H—10, H—15, 及 H—20 區別之。H 係英文公路 Highway 之首字母，H 後之數字

表示一貨車總重量之英噸數（短噸，每噸等於 0.9072 公噸），公路橋梁之運輸最繁者，當依 H—20 計算，其次可減至 H—15 或 H—10。於我國則上述之暫行準則規定 (11)「凡在重要幹線之永久性橋梁，其設計貨車重量，不得小於十五公噸」，（約合美國之 H—16.6），惟刻下我國已有之公路橋梁，能合此規定者恐極其少數。

計算行人道之橋面，縱梁，橫梁等時，活荷重以行人道面積每平方公尺 490 公斤計。但計算橋梁之鈹梁或桁架之應力時，則行人道活荷重 P 可以下列公式計算：

$$P = \left(40 + \frac{913}{L}\right)(5.37 - 0.32 B) \quad (7-55)$$

其中 P = 行人道面積每平方公尺之公斤數，但 P 不得超過 490 公斤/平方公尺。 L = 行人道受活荷重之長度，以公尺計。

B = 行人道之寬度，以公尺計。

若橋梁之活荷重，係一均佈荷重及一集中荷重，如公路橋梁之代替荷重，則橋梁在均佈荷重 w / 公尺下任何節點之最大彎矩，可依圖 4—14 之拋物線方程或方程 (7—49) 求之。求橋梁在一集中荷重 P 下任何節點之最大彎矩時，必將該荷重置於該節點，而照此項荷重位置，其所有節點之最大彎矩，亦均在一拋物線上，該拋物線於橋跨中線之最大豎距為 $PL/4$ ，與圖 7—7(b) 相似。故橋梁在一集中荷重 P 下任何節點之最大彎矩，亦可依圖 4—14 之拋物線方程或方程 (7—49) 求之。如是，可

將均佈荷重及集中荷重聯合計算，即方程 (7-49) 中 M_0 之值如下：

$$(7-56) \quad M_c = \frac{PL}{4} + \frac{wL^2}{8} = \frac{L}{4} \left(P + \frac{wL}{2} \right)$$

或如圖 7-28 所示，以 $GC' = M_0$ 為最大豎距，橋跨為底線，作一拋物線，則此拋物線於任何節點 n 之豎距 M ，亦可用圖 4-14 之拋物線方程求之。於節間長度不等之橋梁，宜用此法。

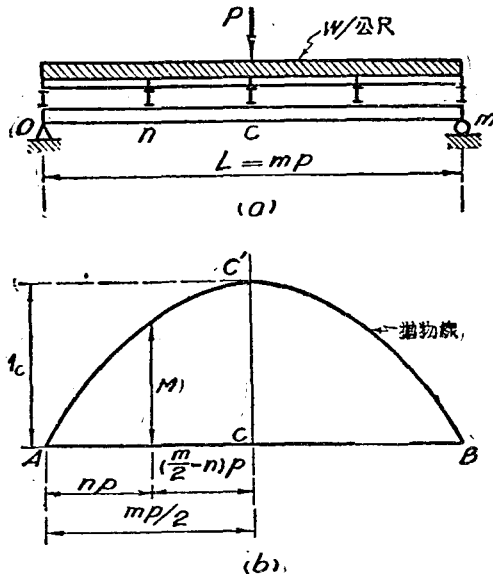


圖 7-28. 最大節點彎矩之計算

求橋梁在均佈活荷重下任何節間之最大正彎切力時，除用感應圖面積之法，如例題 7-1 則方程 (7-17) 之計算外，如用方程 (7-32) 計算，更為簡便。但此方程祇用於節間等長之橋

梁，如橋梁節間之長度不等，可先求得零切點，再以均佈荷重置於該點與較遠支點之間，即可求得該節間之最大正號切力，並不一定需用感應圖。至橋梁在一集中荷重下該節間之最大正號切力，當以前述之法另求之。

節點荷重法 此外尚有一近似之法，常用之以求橋梁任何節間之最大切力，即以均佈荷重 w 乘以節間長度 p ，得 wp ，稱為節點荷重。視所求之最大切力係正號或負號，將節點荷重置於該節間以右或以左之所有諸節點，如圖 7-29 所示。至

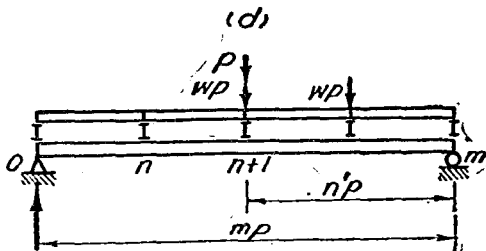


圖 7-29. 用節點荷重法計算節間之切力

集中活荷重之位置，與上述者相同，在此項活荷重位置下則該節間之切力，即等於橋梁無活荷重一邊之反力。

節點荷重法當然亦可用之以計算任何節點之最大彎矩，且所得之結果與用感應圖所得者相同。故節點荷重法用之於計算最大彎矩時，並非一近似法。

由是則任何 n 與 $n+1$ 節間中，由於均佈荷重之最大正號及負號切力 V 可用下列方程計算之。

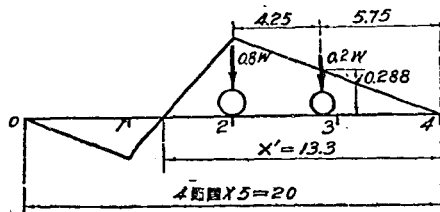
$$\text{最大正號 } V = \frac{wp}{m} (1+2+\cdots\cdots+n)$$

$$(7-57) \begin{cases} = -\frac{n'(n'+1)}{2m}wp \\ \text{最大負載 } V = -\frac{n(n+1)}{m}wp \end{cases}$$

若以方程(7-17)之 A_1 及 A_2 乘以 w 後，各與方程(7-57)相比較，則後者所得之 V ，較前者為大。故節點荷重法雖係近似法，但常係安全，此二法所得最大切力之差於靠近橋梁中心之節間為最大，其差約為 $wp/8$ 。於兩端之節間中，則此二法所得之最大切力相同，並無差異。

例題 7-7. 一有橫梁之公路橋梁，共有四等長之節間，每節間之長度為 5 公尺。其橋面之寬度為 7 公尺，兩邊各有一行人道，其寬度各為 1.5 公尺。假標準貨車之重量為 10 公噸（即圖 7-27 中 $w=10$ ），求此橋中每一主梁在活荷重下各節間之最大正號切力，及各節點之最大彎矩。其活荷重之衝擊力，可以暫時不計入。

解答：觀附圖可知計算 1—2 節間中之切力時，其受活荷重之長度，為 13.3 公尺。故活荷重需採用圖 7-27 (b) 所示者。求其餘之切力及彎矩時，其受活荷重之長度均超過 18 公尺，故可採用圖 7-27 (c) 所示之代替活荷重，橋面之寬度為 7 公尺，比 5.5 公尺寬 1.5 公尺，故所有活荷重可減去 4.5%。



例題 7-7.

計算 1—2 節間中之最大正號切力時，活荷重之位置如附圖所示，行人道之活荷重用公式 (7-55) 計算如下：

$$P = \left(40 + \frac{913}{13.3}\right) (5.87 - 0.32 \times 1.5) = 532, \quad \text{用 } P = 490,$$

V_{1-3} :

$$\frac{8 \times 0.5 + 2 \times 0.288}{2.75} \times \frac{7}{2} \times 0.955 = 5.6$$

$$0.490 \times 1.5 \times \frac{1}{2} \times 13.3 \times \frac{1}{2} = 2.5$$

$$\text{每一主梁之最大正號 } V_{1-2} = \underline{\underline{8.1}} \text{ 公噸}$$

 V_{0-1} :

$$P = \left(40 + \frac{913}{20} \right) (5.37 - 0.32 \times 1.5) = 420$$

$$\frac{6.5 \times 0.75 + 0.525 \times 0.75 \times 10}{2.75} \times \frac{7}{2} \times 0.955 = 10.8$$

$$0.42 \times 1.5 \times 0.75 \times 10 = 4.7$$

$$\text{每一主梁之最大 } V_{0-1} = \underline{\underline{15.5}} \text{ 公噸}$$

 M_1 :

$$\frac{4.5 \times 3.75 + 0.525 \times 3.75 \times 10}{2.75} \times \frac{7}{2} \times 0.955 = 44.6$$

$$0.42 \times 1.5 \times 3.75 \times 10 = 23.7$$

$$\text{每一主梁之最大 } M_1 = \underline{\underline{68.2}} \text{ 公噸公尺}$$

 M_2 :

$$\frac{4.5 \times 5 + 0.525 \times 5 \times 10}{2.75} \times \frac{7}{2} \times 0.955 = 59.2$$

$$0.42 \times 1.5 \times 5 \times 10 = 31.5$$

$$\text{每一主梁之最大 } M_2 = \underline{\underline{90.7}} \text{ 公噸公尺}$$

以上之計算，均依本節所述之第(二)法，即橋寬每公尺均有活荷重，因用此法所得之應力較大，且均用感應圖計算，因感應圖極簡單，故未畫出，學者應明瞭上列所有計算之步驟及其意義。

習題 7-20. (a) 有一橫梁之公路橋梁，有五等長之節間，每節間之長度為 6 公尺，其橋面之寬度為 8.75 公尺。設標準貨車之重量為 15 公噸，求此橋中每一主梁在活荷重下各節間之最大正號切力，及各節點之最大彎矩。其活荷重之衝擊力，可以暫時不計入，(b) 用貨車排列之荷重，計算端節間之最大切力及與支點相隣節點之最大彎矩，將所得之答案，與用代替荷重所得者

相比較。

習題 7—21. (a)用方程(7—32)及(7—40)之法求習題 7—20 (a)中各節間之最大正號剪力及各節點之最大彎矩。(b)用節點荷重法，求同一習題中鄰近支點二節間中之最大正號剪力。

7—9. 鐵路橋梁之機車活荷重制 鐵路橋梁之活荷重，當然係機車(包括其後之煤水車)及其所拖曳之列車，列車以運貨者為最重，其重量常假定係均佈，依若干工程師之經驗，最重之貨車約在每公尺 7.5 至 9 公噸之間，但有時亦有重至 10 公噸者。至機車則因輪重較大，不得視作均佈荷重，且其型式既多，重量復各不同。某一鐵路既不能祇行駛一種型式之機車，且其他鐵路之機車，常不免行駛於該鐵路，故橋梁應力之計算，不能祇以某一型式之機車為準。若分別依各種型式之機車計算，而取其最大之應力，則計算太繁，勢不可能。故計算橋梁之應力時，必採用一種標準集中活荷重制，其對於橋梁中應力之影響，可以代表多數通用之機車，且相當準確而安全。

1894 年美國之橋梁工程師古柏 (Theodore Cooper)^① 氏根據美國當時最重機車之型式，制定一種 E 式 [E 係英文 Engine (機關)之首字母]活荷重制，如圖 7—30 (a) 所示，E 式荷重制係以二個 2-8-0 式^② 機車及煤水車相聯，其後再附以列車之均佈荷重，或二特種軸荷重。二者之選擇，以得較

① 見美國土木工程師會專刊，1894 年，174 頁。

② 此符號之意義，係指機車前有一對導輪，中有四對主輪，後無從輪，以此符號表示機車之型式，乃懷 (F. M. Whyte) 氏所創。

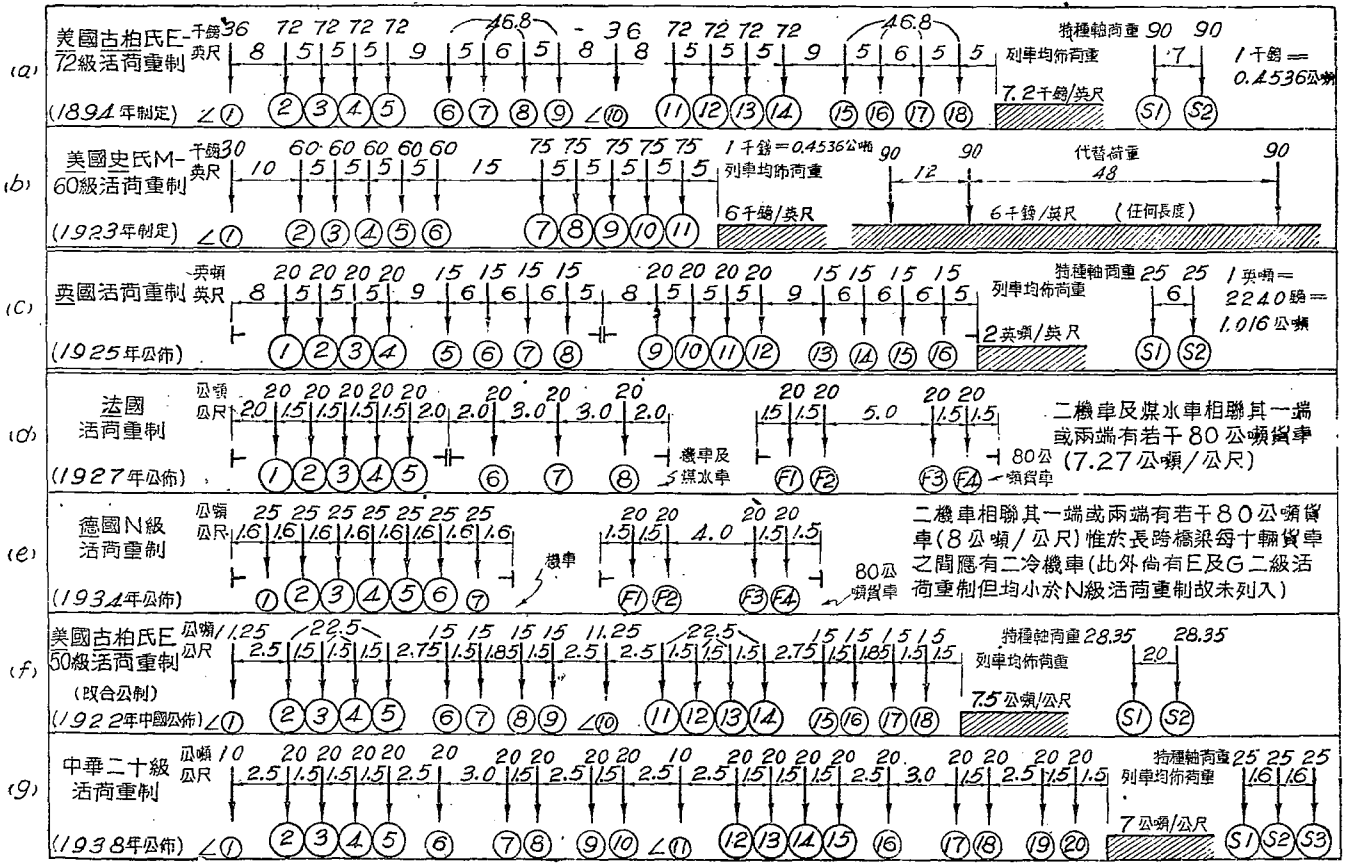
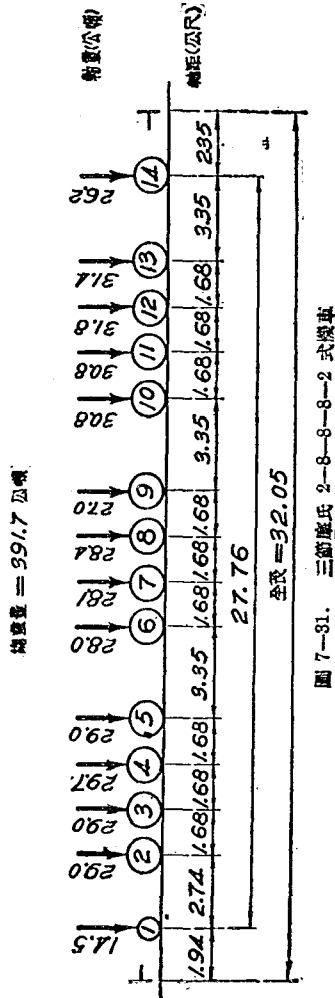


圖 7-30. 各國鐵路橋梁標準活荷重制之比較 (所示之荷重數量均係軸荷重)

大之應力為準圖。7—30(a) 所示之重量，係 E 式 72 級 (簡寫作 E—72)。蓋指明其每對主輪之重量為 72「千磅」(kips=kilopounds)，其後之列車均佈荷重為 72「千磅」，其所有重量，可以依同一比例增減，以得較輕或更重之活荷重制，但其所有之軸距均不變，故於 E—40 或 E—75，則每對主輪之重量各為 40 或 75「千磅」。當古柏氏制定此活荷重制時，曾決定以 E—25 為最小，E—40 為最大。惟此後不但機車之重量逐漸增加，其型式亦多改變，故至 1903 年古柏氏遂將其最大荷重制由 E—40 增至 E—50，並以為「足敷將來荷重之需要」。但今日較重之機車，如圖 7—31 所示之三節



摩氏 2—8—8—8—2 式 (triple-articulated Mallet),^① 其重量已相當於 E—65 以上，至刻下最重機車之重量恐非 E—75 不足以當之。美國鐵路工程協會 1935 年之鐵路鋼橋規範則規定以 E—72 爲準，但工程師於必要時，仍可斟酌增減。

古柏氏 E 式活荷重制在今日之最大缺點有二 第一，2—8—0 式機車，即在美國早已被淘汰，故 E 式活荷重制已不能代表現在通行之各式機車。第二，E 式活荷重制增減之比例，列車與機車相同，殊與實際不符。以刻下最重機車及列車之重量與 E—40 相比較，則機車之總重量約增加一倍，而列車之重量祇增加約一半。且機車之長度與重量同時增加，而 E 式活荷重制之長度係固定不變，因此欲橋梁在刻下通行之各式機車下所生之應力，與用 E 式活荷重制所算得者相同，不但其等級應隨跨度之長短而改變，且在同一跨度時，其各部應力之計算，亦應採用等級不同之 E 式活荷重制，依史 (D. B. Steinman)^② 氏之研究，於一跨長約 33 公尺之白 (Pratt) 氏橋梁桁架，須用八種等級不同之 E 式活荷重制計算，則其各部之應力，始能與實際相符。因此史氏於 1923 制定一 M 式 (M 係英文 Modern (現代)，Mallet，或 Motive power (原動力) 等之首字母)。活荷重制，如圖 7—30(b) 所示。M 式活荷重制各部

① 此種型式係法國摩 (Mallet) 氏所發明，故名。我國常稱爲大型煤山機車。

② 見所著的鐵路橋梁之機車荷重一文，載美國土木工程師會專刊 1923 年，606 頁。此文及其他工程師之討論，於此題最詳盡，凡橋梁工程師均應讀之。

之重量，亦可依同一比例增減，以得各種等級不同之荷重。惟 M 式活荷重制之長度，祇 23.8 公尺，較之現代機車之長度為 38 公尺者，殊嫌太短，故用於跨度較長之橋梁，或反不如 E 式活荷重制為適宜。此外美國各鐵路橋梁之設計，採用 E 式活荷重已久，一旦更改，困難殊多，故 M 式活荷重制，雖多數工程師認為較 E 式為優，但實際採用者極少。故美國鐵路橋梁之設計，刻下仍多沿用 E 式活荷重制。此外歐洲各國如英，法，德等亦各有其所規定之活荷重制，各如圖 7-30 (c)，(d) 及 (e) 所示。

我國交通部民國十一年公佈之鐵路鋼橋規範亦採用 E 式活荷重制，並規定 E-35 及 E-50 二級。惟我國度量衡係採用公制，故將 E 式活荷重制之尺寸及重量，均改為公制，並去其畸零，以便計算，稱為「改合 E 式活荷重制」。如圖 7-30(f) 所示。但前此橋梁之設計時，仍多採用英制之 E 式活荷重制，故此項改合 E 式活荷重制，實際上並未曾採用。查任何活荷重制之適用與否，須視其能否符合下列三大原則為斷：

(1) 活荷重制之軸距及軸重之數字，必須簡單整齊，以便計算。

(2) 活荷重制之軸距及軸重之分配，必須符合現在及將來最通行之機車型式，以符實際。

(3) 用此種活荷重制所設計之橋梁，在現在各式同重量機車下所生之應力，必須無顯著之過剩或不足，以求經濟與安全。

E 式活荷重制之缺點前已述及之，而於我國則與上列三原則均不合，分述如下：

(1) E 式活荷重制之英制，其等級與主輪軸重相同，故數字簡易整齊，頗為便利。若變為公制，則數字既不整齊，等級與主輪軸重亦不相同。故 E 式原制之優點，多已失去。即採用圖 7—30(f)之「改合 E 式」亦然。

(2) 我國各鐵路所有之機車，2—8—0 式約僅百分十二有奇，而我國前鐵道部已規定 2—8—2 式為貨運機車標準，4—6—2 為客運機車標準。故 E 式活荷重制與我國現有及將來機車之型式，均不符合。

(3) 若以我國現有機車型式為標準，則 E 式活荷重制在跨度 30 公尺以下橋梁中所生應力太高，而在 50 公尺以上者又嫌略小。我國鐵路鋼橋共約六千餘座，其中跨長在 30 公尺以下者佔五千八百餘，故我國採用 E 式活荷重制，不失之不安全，即失之於不經濟。

因此我國鐵道部於二十六年五月間召集全國各路橋梁專家討論新活荷重制，決定改用中華活荷重制，如圖 7—30(g)所示，於二十七年七月由交通部公佈施行。中華活荷重制之特點如下：

(1) 命名及組合 新活荷重制依機車主輪軸重為準，如主輪軸重為 20 公噸，則稱「中華二十」。(英文簡寫作 C—20)，餘類推。其組合用二附掛煤水車之機車，其後附以列車之均佈

荷重，於短跨橋梁，則用特種軸荷重。

(2) 機車 新活荷重制採用部定標準貨運機車之 2—8—2 式，其軸距與軸重之分配，以能較實際機車所生之應力稍大而簡易為原則。機車全長 12 公尺。

(3) 煤水車 煤水車全長 8.5 公尺，滿載煤水時，其軸重與主輪者相同。

(4) 列車均佈荷重 每公尺之重量，等於主輪軸重百分之三十五。

(5) 特種軸荷重 以三軸組成，其軸重較主輪者增加百分之二十五。

(6) 等級 視主輪之重量而分為「中華二十」級 (C—20) 用於業務特繁之鐵路，及「中華十六」級 (C—16)，用於其他一切幹線鐵路。

各國活荷重制見圖 7—30，其軸距之比例尺均相同，由此圖可知中華活荷重制最長，各國活荷重制之各項比較，見下列之附表 X。

表 X 各國活荷重制之比較

種 類	機車型式	組 合	總重量(公噸)	全長(公尺)	平均重量 (公噸/公尺)
古柏氏 E-72	2—8—0	二機車各附掛一煤水車	493.76(最重)	35.7	12.99
史氏 M-60	2—8—1	一機車包 括煤水車	319.78	23.8(最輕)	12.60
英 國	C—8—0	二機車各附掛一煤水車	284.48(最輕)	33.5	8.50
法 國	0—10—2	同 上	320.00	40.0	8.00(最輕)
德 國 N 級	2—10—2	二機車包 括煤水車	350.00	25.6	13.67(最重)
E—50 改合	2—8—0	二機車各附掛一煤水車	322.50	35.7	9.03
中 華 二 十	2—8—2	同 上	380.00	41.0(最長)	9.29

圖 7—32 示中華活荷重制與 E 式活荷重制之比較。此項比較，係以靠近跨度中點之絕對最大彎矩（見 7—12 節）為準。觀此圖可知於跨長在 30 公尺以上之橋梁，中華二十及十六級各相當於 E—50 及 E—40。若跨長在 30 公尺以下，則各小於 E—50 及 E—40，故採用中華活荷重制較 E 式為經濟。

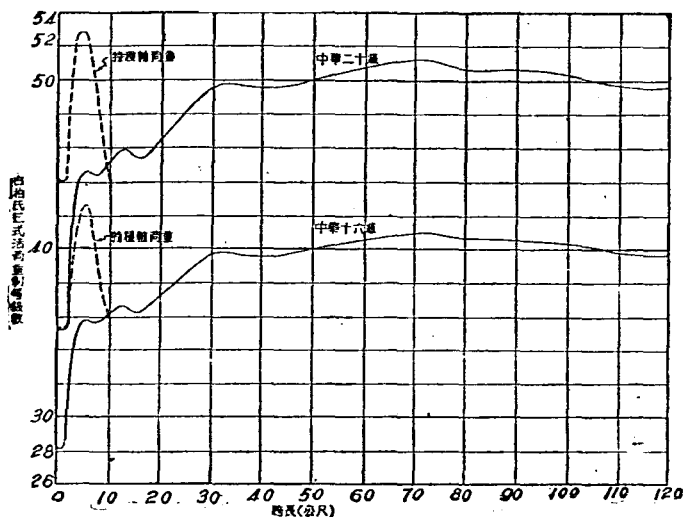


圖 7—32.

中華荷重與古柏氏 E 式活荷重之比較(以靠近跨度中點之絕對最大彎矩為準)

至於我國新建鐵路之橋梁，多數工程師均以爲依中華十六級設計，既經濟，亦安全。故部定以中華十六級爲基本標準。於業務較繁或坡度較大之各鐵路，如必須行駛較重之機車，可採

用中華二十級之高級標準。故任何鐵路橋梁設計時，所用中華活荷重制之等級，可由工程師規定之 [302]。

表 XI 係中華二十級之力矩表。計算時用之頗為便利。其中 1, 2, 3, 三行各示輪重，軸距及輪數。4 行示任何輪軸與輪①之總距離。5 行示任何輪及其以左諸輪之總重量。6 行示任何輪以左諸輪總重量對於該輪之力矩。7, 8 及 9 三行各與 4, 5 及 6 三行相似，惟將輪①略去。以下諸行，將略去之輪數依次增加，至略去輪 9 為止。若再將輪①略去，則所得結果與此表之左半相同。蓋輪①係第二機車之導輪，與第一機車之輪①相同，故不必重複。表 XII 係一簡表，即祇將表 XI 中 1 至 6 行寫出。用荷重移動法計算時，可將此簡表扯下，以資應用。

圖 7—33 (a) 示求無橫梁橋梁任何截面 C 之最大切力時應置於 C 點之輪數。圖 7—33 (b) 示求任何節點 C 或任何截面 C 之最大彎矩應置於該點之輪數。計算最大彎矩時，感應圖之短段，常在左邊，惟圖 7—33 (b) 中所示之輪數在一小圓圈之內者，則該輪置於 C 點時，短段應置於右邊。

圖 7—33(a). 求 C 點最大切力時應區於該點之輪數(無橫梁之橋梁)

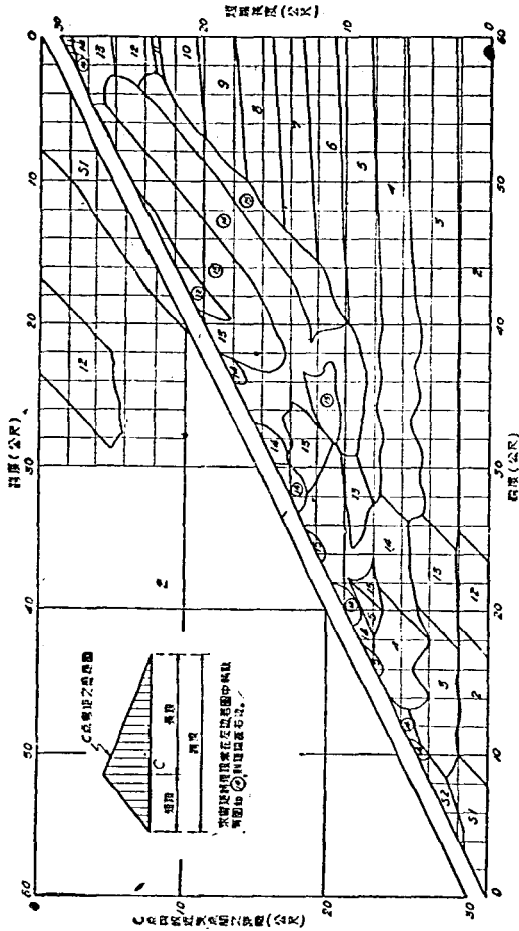
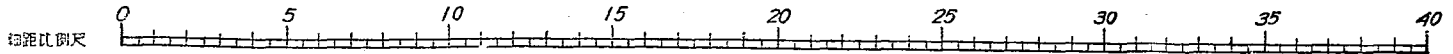


圖 7—33(b). 求 C 點最大彎矩時應區於該點之輪數

附錄三中之(A), (B), ……等五表, 示各種跨度不同橋梁在中華十六級活荷重制下所生之最大切力, 最大彎矩, 及最大橫



距離(公尺)	0	5	10	15	20	25	30	35	40													
距離(公尺)	2.5	1.5	1.5	1.5	2.5	3.0	1.5	2.5	1.5	2.5	1.5	1.5	2.5	3.0	1.5	2.5	1.5	1.5	2			
車軌(公尺)	5	10	10	10	10	10	10	10	10	5	10	10	10	10	10	10	10	10	2			
車軌(公尺)	5	10	10	10	10	10	10	10	10	5	10	10	10	10	10	10	10	10	2			
每軌之列車重量 3.5 公噸/公尺	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
∑軸距	0	2.5	4.0	5.5	7.0	9.5	12.5	14.0	16.5	18.0	20.5	23.0	24.5	26.0	27.5	30.0	33.0	34.5	37.0	38.5	40.0	40.0X
∑軸重	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	190	190X
∑力矩	0	12.5	35.0	72.5	125.0	237.5	402.5	500.0	687.5	815.0	1052.5	1302.5	1467.5	1647.5	1842.5	2192.5	2642.5	2882.5	3307.5	3577.5	3862.5	*
∑軸距	0	1.5	3.0	4.5	7.0	10.0	11.5	14.0	15.5	18.0	20.5	22.0	23.5	25.0	27.5	30.5	32.0	34.5	36.0	37.5	37.5	
∑軸重	10	20	30	40	50	60	70	80	90	95	105	115	125	135	140	155	165	175	185	185	185	
∑力矩	0	15.0	45.0	90.0	150.0	340.0	430.0	605.0	725.0	950.0	1187.5	1345.0	1512.5	1705.0	2042.5	2477.5	2710.0	3122.5	3385.0	3662.5	3662.5	
∑軸距	0	1.5	3.0	5.5	8.5	10.0	12.5	14.0	16.5	19.0	20.5	22.0	23.5	26.0	29.0	30.5	33.0	34.5	36.0	36.0	36.0	
∑軸重	10	20	30	40	50	60	70	80	85	95	105	115	125	135	145	155	165	175	175	175	175	
∑力矩	0	15.0	45.0	120.0	240.0	315.0	465.0	570.0	770.0	982.5	1125.0	1282.5	1455.0	1767.5	2172.5	2390.0	2777.5	3025.0	3287.5	3287.5	3287.5	
∑軸距	0	1.5	4.0	7.0	8.5	11.0	12.5	15.0	17.5	19.0	20.5	22.0	24.5	27.5	29.0	31.5	33.0	34.5	34.5	34.5	34.5	
∑軸重	10	20	30	40	50	60	70	75	85	95	105	115	125	135	145	155	165	165	165	165	165	
∑力矩	0	15.0	65.0	155.0	215.0	340.0	430.0	605.0	792.5	920.0	1062.5	1220.0	1507.5	1882.5	2085.0	2447.5	2680.0	2927.5	2927.5	2927.5	2927.5	
∑軸距	0	2.5	5.5	7.0	9.5	11.0	13.5	16.0	17.5	19.0	20.5	23.0	26.0	27.5	30.0	31.5	33.0	33.0	33.0	33.0	33.0	
∑軸重	10	20	30	40	50	60	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155	155	155	155	155	155	
∑力矩	0	25.0	85.0	130.0	230.0	305.0	455.0	617.5	730.0	857.5	1000.0	1262.5	1607.5	1795.0	2132.5	2350.0	2522.5	2522.5	2522.5	2522.5	2522.5	
∑軸距	0	3.0	4.5	7.0	8.5	11.0	13.5	15.0	16.5	18.0	20.5	23.5	25.0	27.5	29.0	31.5	29.0	30.5	30.5	30.5	30.5	
∑軸重	10	20	30	40	50	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	155	145	155	155	155	155	
∑力矩	0	30.0	60.0	135.0	195.0	320.0	457.5	555.6	667.5	795.0	1032.5	1347.5	1520.0	1832.5	2035.0	2252.5	2252.5	2252.5	2252.5	2252.5	2252.5	
∑軸距	0	1.5	4.0	5.5	8.0	10.5	12.0	13.5	15.0	17.5	20.5	22.0	24.5	26.0	27.5	26.0	27.5	27.5	27.5	27.5	27.5	
∑軸重	10	20	30	40	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	135	145	145	145	145	145	
∑力矩	0	15.0	65.0	110.0	210.0	322.5	405.0	502.5	615.0	827.5	1112.5	1270.0	1557.5	1745.0	1947.5	1947.5	1947.5	1947.5	1947.5	1947.5	1947.5	
∑軸距	0	2.5	4.0	6.5	9.0	10.5	12.0	13.5	16.0	19.0	20.5	23.0	25.0	26.0	28.0	24.5	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	
∑軸重	10	20	30	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	125	135	135	135	135	135	
∑力矩	0	25.0	55.0	130.0	217.5	285.0	367.5	465.0	652.5	907.5	1050.0	1312.5	1485.0	1672.5	1672.5	1672.5	1672.5	1672.5	1672.5	1672.5	1672.5	
∑軸距	0	1.5	4.0	6.5	8.0	9.5	11.0	13.5	16.5	18.0	20.5	22.0	23.5	26.0	27.0	25.0	26.0	26.0	26.0	26.0	26.0	
∑軸重	10	20	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	135	145	145	145	145	145	
∑力矩	0	15.0	65.0	127.5	180.0	247.5	330.0	492.5	717.5	977.5	1240.0	1412.5	1740.0	1942.5	2200.0	2200.0	2200.0	2200.0	2200.0	2200.0	2200.0	
∑軸距	0	2.5	5.0	6.5	8.0	9.5	12.0	15.0	18.0	20.5	22.0	24.5	26.0	27.5	28.0	27.5	27.5	27.5	27.5	27.5	27.5	
∑軸重	10	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145	145	145	145	145	145	145	
∑力矩	0	25.0	62.5	100.0	152.5	220.0	357.5	552.5	852.5	1202.5	1717.5	2200.0	2702.5	3572.5	4750.0	5522.5	6650.0	8772.5	10200.0	11772.5	11772.5	

* 3862.5 + 190.0 + 1/2(3.5X)

表 XI 中華二十級活荷重制之力矩表 (以每一軌之荷重計算)

表四、中級二十級活荷重耐力距離表(以每一噸之荷重計算)

M 距離(公尺)	荷重(公噸)	M 距離(公尺)	M 力矩(公噸公尺)	力矩比例尺
5	5	0	0	0
15	2	2.5	12.5	
25	3	4.0	35.0	
35	4	5.5	72.5	5
45	5	7.0	125.0	
55	6	8.5	237.5	10
65	7	10.0	402.5	
75	8	11.5	500.0	15
85	9	13.0	687.5	
95	10	14.5	815.0	20
100	11	16.0	1052.5	
110	12	17.5	1302.5	25
120	13	19.0	1467.5	
130	14	20.5	1647.5	30
140	15	22.0	1842.5	
150	16	23.5	2192.5	
160	17	25.0	2642.5	
170	18	26.5	2882.5	
180	19	28.0	3307.5	
190	20	29.5	3577.5	
		30	3862.5	40
				0

每
一
噸
之
荷
重
力
矩
之
比
例
尺

梁反力等項可供計算時之參考，或校核。

如橋梁承受多軌道之活荷重，計算時所用之活荷重如下。

[302]:

雙軌道：全部活荷重。

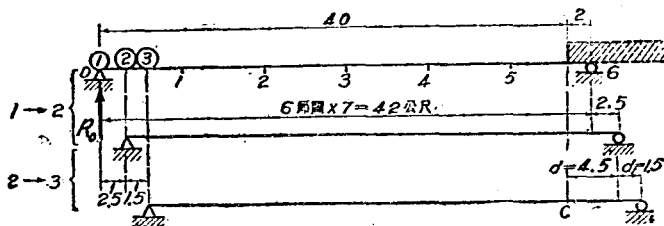
三軌道：兩軌道之全部活荷重，及第三軌道活荷重之半數。

四軌道：兩軌道之全部活荷重，第三軌道活荷重之半數，及第四軌道之四分之一數。

各軌道上活荷重之分佈，應以所計算之橋梁部份能發生最大之應力為準。

例題 7-8。一單軌道之鐵路橋梁，共有六等長之節間，每節間之長度為 7 公尺。求其在中華二十級活荷重下每一主梁之最大全反力。

解答：計算時用荷重移動法及公式 (7-24)。先置輪 ① 於左支點 O ，再使荷重向左移動，依次使輪 ② 及 ③ 在左支點 O ，並計算其反力之增加如下[見附圖]：



例題 7-8。

荷重位置改變

1 → 2

增加

$$(190 - 5) \frac{2.5}{42} + 5$$

總減

5

5 之值不必計算。

$$2 \rightarrow 8 \quad (190-15) \frac{1.5}{42} + 8 < 10$$

δ 之值應計算，用方程(7-21)，則

$$\delta = \frac{3.5 \times 1.5}{42} \left(\frac{1.5}{2} + 4.5 \right) = 0.66$$

故輪 ② 位於左支點時，其反力為最大。此最大反力數量之計算如下（見附圖）：

由表 XI 第 9 行，得輪 ② 至 ④ 對於 C 點之力矩為， 3662.5

依 3-10 節第 2 條之理論，則 $(190-5)4.5 =$ 832.5

得輪 ② 至 ④ 對於右支點 6 之力矩， 4495.0

加列車均重對於右支點 6 之力矩 $3.5 \times \frac{(4.5)^2}{2} =$ 35.4

以跨長 42 公尺除之，

$$\frac{42 \mid 4530.4 \text{ 公噸公尺}}{42}$$

得左支點之最大反力

$$R_0 = \underline{\underline{107.87 \text{ 公噸}}}$$

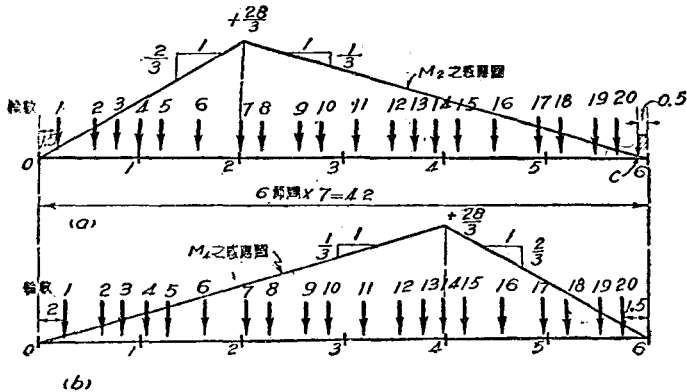
習題 7-22. 求例題 7-8 中橋梁每一主梁之最大淨反力。若該橋梁承受雙軌道，而活荷重改為中華十六級，其最大全反力及最大淨反力各為幾何？

提示：注意最大淨反力之荷重位置，與最大全反力者不同。計算時可用公式(7-54)，以定淨反力為最大時之荷重位置。

習題 7-23. 橋梁及活荷重均與例題 7-8 相同，求其中橫梁之最大反力。

例題 7-9. 橋梁及活荷重均與例題 7-8 相同，求每一主梁中諸節間之最大正號剪力及諸節點之最大彎矩。

解答：此橋梁有對稱性，故與其中線或對稱二節間之最大剪力及二節點之最大彎矩應相同，故祇須求此橋任何一邊三節間之最大剪力如 V_{0-1} , V_{1-2} 及 V_{2-3} ；三節點之最大彎矩如 M_1 , M_2 及 M_3 。根據習題 7-19 之提示，則 $M_1 = 7 V_{0-1}$ ，故須求得者，實祇三最大正號剪力，及二最大彎矩。因此五項之計算法大約相似，故祇以計算 M_2 之法為例。並將計算 M_2 時之特殊情形加以說明。



例題 7-9。

M_2 之感應圖如附圖(a)所示, 由此圖之形狀及橋梁之跨長及活荷重之特性(即除輪 ① 及 ⑥ 外, 其餘輪重均相同), 可知 M_2 為最大時, 多數輪重應在此橋之上。故輪 ⑥, ⑦ 或 ⑧ 必置於節點 2。試以輪 ⑥ 置於節點 2 為起首, 再使荷重向左移動, 並用公式 (7-54) 以比較 M_2 之增減。

$$\text{輪 ⑥ 恰在 2} \begin{cases} \text{右: } \frac{14}{42} \times 180 > 45 \\ \text{左: } > 65 \end{cases} (M_2 \text{ 非最大})$$

$$\text{輪 ⑦ 恰在 2} \begin{cases} \text{右: } \frac{14}{42} (190 + 0.5 \times 3.5) > 55 \\ \text{左: } < 65 \end{cases} (M_2 \text{ 為最大})$$

$$\text{輪 ⑧ 恰在 2} \begin{cases} \text{右: } \frac{14}{42} (190 + 2 \times 3.5) > 65 \\ \text{左: } \frac{14}{42} (185 + 2 \times 3.5) < 70 \end{cases} (M_2 \text{ 亦為最大})$$

$$\text{輪 ⑨ 恰在 2} \begin{cases} \text{右: } \frac{14}{42} (185 + 4.5 \times 3.5) < 70 \\ \text{左: } \frac{14}{42} (175 + 4.5 \times 3.5) < 70 \end{cases} (M_2 \text{ 亦非最大})$$

荷重移至輪 ⑧ 在節點 2 後, 即不必再向左移, 因觀荷重位置, 可知荷重如再向左移動, 則 M_2 必繼續縮減。惟輪 ⑦ 及 ⑧ 在節點 2 時, 均與 M_2 為最大時之條件相符。故應比較在此二荷重位置下之 M_2 , 何者之值為較大。

茲用感應圖之荷重移動法，先置輪①於節點 2，再將輪②向左移至該節點，則 M_2 之增減如下：

荷重位置改變	增加	減減
① → ②	$125 \times 1.5 \times \frac{1}{3} + \delta$	$< 65 \times 1.5 \times \frac{2}{3}$
	$\delta = 3.5 \times 1.5 \times \frac{1}{3} \left(\frac{1.5}{2} + 0.5 \right) = 2.19$	

故輪①在節點 2 時，如附圖(a)所示， M_2 之值為較大。其值之計算如下：

由表 XI 第 6 行，得輪①至②對於 C 點之力矩為，	3862.5
加	190 × 0.5 = 95.0
加	3.5(0.5) ² /2 = 0.4
橋上所有荷重對於右支點 6 之力矩為	3957.9 公噸公尺
左支點反力對於節點 2 之彎矩為	$3957.9 \times \frac{14}{42} = 1319.3$

減輪①至②對於節點 2 之彎矩

(表 XI 之第 6 行於輪①之下)	<u>402.5</u>
輪①在節點 2 時 M_2	<u>= 917.8 公噸公尺</u>

再觀察活荷重制之分佈，則機車主輪之輪距短而煤水車輪之輪距長，故機車主輪處之平均荷重為較大。若以機車主輪之一置於節點 2 時，則 M_2 之值或較上得者為更大。如又欲使多數輪重在此橋之上，則必將活荷重制之次序倒換，並使其向右移動，但如此計算殊不方便。於此可計算節點 4 之彎矩 M_4 以代替 M_2 。蓋如此即等於將活荷重制之次序倒換，以計算 M_2 ，亦即等於使 M_2 感應圖之短段 14 公尺在其長段 28 公尺之右，於是可試以輪②置於節點 4 為起首。再使荷重向左移動，並用公式 (7-54) 比較 M_4 之增減。

輪②恰在 4	{	右: $\frac{28}{42} \times 180 > 110$	(M_4 非最大)
	{	左: $\frac{18}{42} \times 190 > 120$	
輪②恰在 4	{	右: $\frac{28}{42} \times 190$	(> 120 , M_4 為最大)
	{	左: < 130	

$$\text{輪 } \textcircled{4} \text{ 恰在 } 4 \left\{ \begin{array}{l} \text{右: } \frac{28}{42} (100+1.5 \times 3.5) \\ \text{左: } \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} < 130 \\ < 140 \end{array} \right. (M_4 \text{ 非最大})$$

至此荷重即不必再向左移。蓋如此則 M_2 之值必繼續縮減。故輪 $\textcircled{4}$ 在節點 4 時，如圖(b)所示， M_4 之值為最大，其值之計算如下：

$$M_4 = 3862.5 \times \frac{28}{42} - 1647.5 = \underline{927.50} \text{ 公噸公尺}$$

所得 M_4 之值，較前得 M_2 之值 917.8 為大，故 M_2 之最大應為 927.5 公噸公尺。此外 M_3, V_{0-1}, V_{1-2} ，及 V_{2-3} 之值，大略如下，不必贅列。茲僅將其值列下(均為每一主梁之值)：

$$\begin{array}{lll} V_{0-1} = \underline{83.88}, & V_{1-2} = \underline{54.46}, & V_{2-3} = \underline{31.88} \text{ 公噸} \\ M_1 = \underline{587.16}, & M_2 = \underline{927.0}, & M_3 = \underline{1027.75} \text{ 公噸公尺} \end{array}$$

$$\text{注意 } M_1 = 7V_{0-1} = 7 \times 83.88 = \underline{587.16} \text{ 公噸公尺}$$

習題 7-24. 一雙軌道之鐵路橋梁，共有六等長之節間，每節間之長度為 8 公尺，求其在中華十六級活荷重下每一主梁中諸節間之最大正號剪力及諸節點之最大彎矩。

習題 7-25. 一無橫梁之單軌道鐵路橋梁，其跨度為 10 公尺，求其左端及自該端每隔 2 公尺諸截面之最大正號剪力及最大彎矩。其值以每一主梁計，活荷重制為中華二十級。

提示： 共須計算五截面之最大正號剪力，及二截面之最大彎矩，因此橋之跨度甚短，故計算時並應採用特種軸荷重，視其是否可得較大之值。

7-10. 鐵路橋梁之簡單活荷重制 上述以機車所表示之任何活荷重制，既係一種假定之標準，實際上並非與所用機車盡相符合。即使機車荷重能如此，但所計算之衝擊力(見 7-11 節)及列車之荷重，亦極少能與實際相符合。故以機車活荷重所算得之應力，並非絕對與實際情形相符，絲毫不爽；而用機車以表示鐵路橋梁之活荷重，更非天經地義不可或改之法。

因根據機車活荷重制而計算橋梁之應力，其步驟相當繁瑣，

故若干工程師曾設法不用此機車活荷重，而用一種較簡單之活荷重，庶計算可變為簡易，而所算得之應力仍與以機車活荷重所算得者完全或大略相同。^①於是有所謂相當 (equivalent) 活荷重與代替 (substitute) 活荷重者。

相當活荷重常係(但並非限定)算得之均佈活荷重，以該項活荷重置於橋梁中某函數為最大時之荷重位置，則所算得某函數之最大值，與用機車活荷重制所算得者，完全相同。因此必先求得該函數之最大值，而後除以其感應圖之適宜面積，始能求得。於普通有橫梁之橋梁，計算切力及彎矩時所用之相當活荷重 W_c (均佈荷重)，可以下列方程計算之。

$$(7-58) \quad \text{最大正號節間切力 } V: \quad W_c = \frac{V}{A_1} = \frac{2(m-1)V}{n^2 p}$$

$$(7-59) \quad \text{最大負號節間切力 } V: \quad W_c = \frac{-V}{A_2} = \frac{2(m-1)V}{n^2 p}$$

$$(7-60) \quad \text{最大節點彎矩 } M: \quad W_c = \frac{M}{A_3} = \frac{2M}{n(m-n)p^2}$$

其中 A_1, A_2 及 A_3 之值，各見方程 (7-17) 及 (7-18)。

由是可知：如欲使以相當活荷重所算得之最大切力及彎矩與用機車活荷重所算得者完全相同，即在某同一跨長之橋梁中，計算各節間切力及各節點彎矩時所用之相當活荷重，其數量並非一律相同。故除非有某一工程師將各種跨度橋梁中之切力及彎矩之相當活荷重先行算出，列成圖表，則採用此項相當活荷

^① 溫 (Winkler) 氏於 1884 年，即建議並研究此項簡易之活荷重。

重以計算橋梁之應力，不但不省時，抑且無意義。美國之史 (D. B. Steinman)^① 氏曾將 E 式及 M 式活荷重制之相當活荷重，全行算出。圖 7—34 示根據靠近跨中線之最大彎矩 (即 7—12 節所述之絕對最大彎矩) 所算得 E—40, E—50, C—16, 及 C—20, 活荷重制之相當活荷重。由此圖亦可知：如跨長在 30 公尺以上，則 C—16 及 C—20 大約各相當於 E—40 及 E—50。惟多數工程師常不肯冒然採用他人所得之結果，而不加以校核。故相當活荷重之不易通行，於此可見。

例題 7—10. 橋梁及活荷重制均與例題 7—9 相同，求各節間切力及各節點彎矩每一軌之相當均佈活荷重。

解答：各節間之最大正號切力及各節點之最大彎矩均於例題 7—9 中算出，故其相當均佈活荷重，可分別以方程 (7—58) 及 (7—60) 計算之。

$$V_{0-1} \quad W_e = \frac{2(m-1)V'}{n^2p} = \frac{2 \times 5 \times 83.65}{25 \times 7} = \underline{4.79} \text{ 公噸/公尺 (每一軌)}$$

$$V_{1-2} \quad W_e = \frac{10}{7} \times \frac{54.46}{16} = \underline{4.86} \text{ 公噸/公尺 (每一軌)}$$

$$V_{2-3} \quad W_e = \frac{10}{7} \times \frac{31.38}{9} = \underline{4.98} \text{ 公噸/公尺 (每一軌)}$$

$$M_1 \quad W_e = \frac{2M}{n(m-n)p^2} = \frac{2 \times 587.16}{1 \times 5 \times 49} = \underline{4.79} \text{ 公噸/公尺 (每一軌)}$$

$$M_2 \quad W_e = \frac{2}{49} \times \frac{927.50}{2 \times 4} = \underline{4.73} \text{ 公噸/公尺 (每一軌)}$$

$$M_3 \quad W_e = \frac{2}{49} \times \frac{1027.57}{3 \times 3} = \underline{4.66} \text{ 公噸/公尺 (每一軌)}$$

注意 V_{0-1} 及 M_1 之相當均佈活荷重常係相同，參閱習題 7—18 之提示，其理自明。

習題 7—26. 橋梁及活荷重制均與習題 7—24 相同，求各節間切力及各

① 見本書 84 頁註 2 所舉之參考書。

圖 7-37. 中華荷重制之機車超重(跨長在 15 與 55 公尺之間)

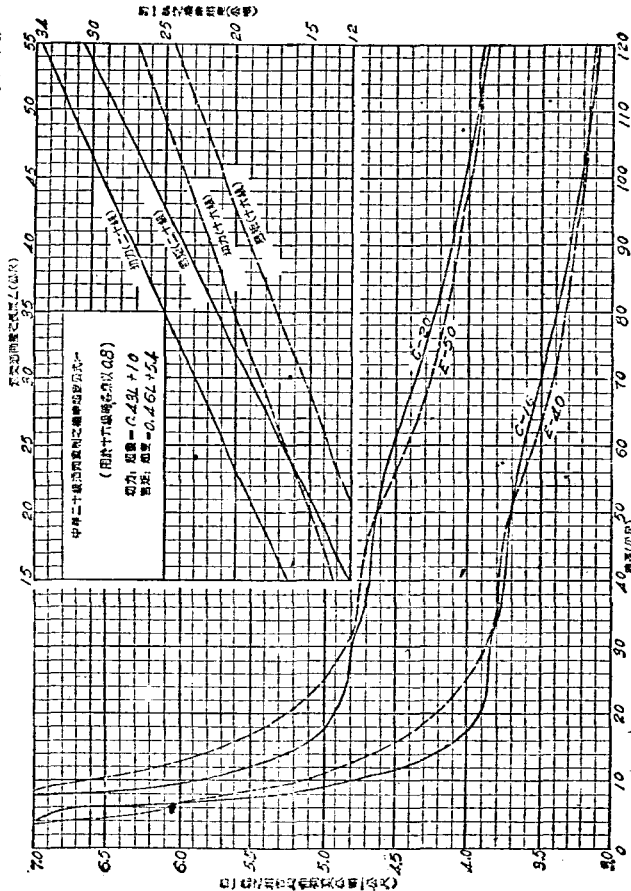


圖 7-34. 中華荷重制及吉布氏 B 荷重制之相當均佈荷重(根據靠近跨中線之彎矩計算)

節點彎矩每一主梁之相當均佈活荷重。

提示：各節間之最大正彎矩切力及各節點之最大彎矩，均可採用習題 7-24 中所算得者。計算時勿用方程(7-53)及(7-60)，而用感應圖之面積。

相當均佈活荷重既極繁雜而不易通行，已如上所述。故若干工程師又主張採用代替活荷重。用此項代替活荷重所算得之結果；與用機車活荷重制所算得者比較，雖不完全相同，但所差不多。此項代替荷重或祇係均佈荷重，或係一均佈荷重，其數量與列車均重者相同，另加一個或二個甚至多至三個之集中荷重，其數量或係一恆數，或因橋梁之跨長節長及函數之不同而改變。

如代替活荷重祇係一均佈荷重，其數量之計算法，可根據下列三原則之一：第一，用此項活荷重所算得之端節間切力，應與用機車活荷重制所算得者相等。第二，於橋跨四分之一處，用該二種活荷重所算得之彎矩應相等。第三，橋跨中線之彎矩應相等。第一法所算得之數量，用之於正彎切力及靠近橋端之彎矩相差差不多，但用之於負彎切力及靠近橋跨中線之彎矩則太大。第二法所得之數量，用之於正彎切力及靠近橋端之彎矩則太小，但用之於負彎切力及靠近橋跨中線之彎矩則相差甚微。第三法所得之數量，除用之於橋跨之中段尚相差不多，此外均甚太小。此項代替活荷重之數量，均與橋梁跨長或其平方成反比例。

代替荷重中均佈荷重以外之集中荷重，常稱為機車超重(locomotive excess)，其效用係表示機車主輪之荷重對於橋梁應力之影響。如用一個機車超重，則常以最大橫梁反力減去其由於列車均重之部份，作為機車超重之數量，故此項機車超重之數量，當然與橋梁節間成正比例，惟用之於切力及彎矩，均不準確。圖 7-35 示 M-60 之代替活荷重，亦係史 (Steinman) 氏所求得者。其均佈荷重與列車均重相同，其三個機車超重各為 90 千磅，較 M-60 活荷重制中主輪荷重大一中。



圖 7-35. M-60 之代替活荷重(以每一軌道計)

於跨長在 15 至 55 公尺間之簡單橋梁，著者求得中華二十級活荷重制，可以圖 7-36 所示之活荷重代替之，其中機車超重每一軌道之數量，可以下列直線方程表之。

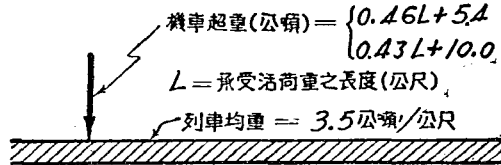


圖 7-36. 中華二十級之代替活荷重(以每一軌道計)
(祇限於跨長在 15 至 55 公尺間之簡單橋梁)

(7-61) 彎矩: 機車超重 = $0.46L + 5.4$ (公噸)

(7-62) 剪力: 機車超重 = $0.43L + 10.0$ (公噸)

其中 L = 某函數為最大時之承受活荷重之長度(公尺)。於彎矩則 L 與橋跨長度相等，於剪力則 L 等於其感應圖正號或負號部份底線之長度。此項機車超重之數量，可自圖 7-37 求得。如用於中華十六級，可將圖 7-36 所示之數量，各乘以 0.8。上述之代替活荷重，雖可用於跨度短至 15 公尺之橋梁，但於縱梁之計算，仍以採用機車活荷重制為宜。

於普通簡單橋梁之計算，採用機車活荷重制，並不十分繁瑣。故採用相當或代替活荷重，祇可視為計算之另一法。於多

重腹桿之桁架橋梁（見 4—17 節及第八章）及橋梁之承受彎曲軌道者（見第九章），計算時採用機車活荷重制，常多困難，故以相當或代替活荷重較為簡便。至於較複雜之長跨橋梁，如拱橋，懸臂橋等計算時，尤以採用相當或代替活荷重較為相宜。

由 7—9 節及本節之討論，可知求公路或鐵路橋梁在活荷重下之最大切力及彎矩時，因所採用活荷重之種別不同，有下列諸法：

活荷重制之種別

求最大切力及彎矩之方法

公路之貨車活荷重制 或 鐵路之機車活荷重制	}	1. 用荷重移動法及力矩表。 <ul style="list-style-type: none"> 1 a. 感應圖法。 1 b. 公式法。 1 c. 圖解法（如反力多邊形，荷重線，及索線多邊形等）。
相當均佈活荷重 或 代替活荷重制	}	2. 用最大切力及彎矩表（如附錄三之諸表）。 3. 用感應圖之面積。 4. 用方程(7-32)或零切點法求切力。用方程(7-49)或拋物線方程求彎矩。 5. 用節點荷重法（於切力此法係近似法）。

上述諸法，均可用以求橋梁桁架之應力，當於第八章中論之。

例題 7-11. 用圖 7-36 所示之中華二十級之代替活荷重，解答例題 7-9，並求此二例題中答案相差百分數。

解答： 所有之計算，均見附表中，無需解釋。表中所有之機車超重，均得自圖 7-37。表中荷重長度均以公尺計，切力均以公噸計，彎矩均以公噸公尺計。

函影	荷重		機	車	超	重	列	車	均	重	答 案		
	長度	L									代	替	機
V_{0-1}	42.0	$28.1 \times \frac{5}{6} = 23.3$								$3.5 \times \frac{5}{6} \times \frac{42}{2} = 61.2$	84.5	83.9	+0.7%
V_{1-2}	33.6	$24.5 \times \frac{2}{3} = 16.3$								$3.5 \times \frac{2}{3} \times \frac{33.6}{2} = 39.2$	55.5	54.5	+1.8%
V_{2-3}	25.2	$20.8 \times \frac{1}{2} = 10.4$								$3.5 \times \frac{1}{2} \times \frac{25.2}{2} = 22.1$	32.1	31.4	+3.5%
M_1	42.0	$24.7 \times \frac{35}{6} = 144.0$								$3.5 \times \frac{35}{6} \times \frac{42}{2} = 429.0$	573.0	587.2	-2.4%
M_2	42.0	$24.7 \times \frac{8}{3} = 231.0$								$3.5 \times \frac{28}{3} \times \frac{42}{2} = 686.0$	917.0	927.5	-1.1%
M_3	42.0	$24.7 \times \frac{21}{2} = 269.0$								$3.5 \times \frac{21}{2} \times \frac{42}{2} = 822.0$	1091.0	1027.8	+6.1%

習題 7-27. 用代替活荷重解答習題 7-24, 並求此二習題中答案相差之百分數, 用方程(7-32)及(7-49)計算。

7-11. 橋梁在活荷重下之衝擊力 以上所述關於橋梁在活荷重下之最大切力及最大彎矩之計算, 係假定活荷重為一靜荷重, 對於橋梁無動力作用, 但實際並非如此。於鐵路橋梁, 機車及列車以相當速率經過橋梁時, 常使其發生震動, 因而橋梁之活應力實際較用靜力學方法所算得者為大。於公路橋梁亦然。此種活荷重之動力作用, 稱為衝擊力(impact), 其因衝擊而增加之活應力稱為衝擊應力。

根據美國鐵路工程協會^①之研究, 橋梁有衝擊力之原因, 不外下列數項:

1. 機車主輪之不平衡力 主輪有曲柄 (crank) 及連桿

① 見該會第十五委員會於 1911 及 1916 所發表之報告。

(connecting rod), 於其中心之一邊與其相聯。故與其相對處必有平衡重量, 使全輪能平衡。但此種平衡法常不完善, 故主輪每轉一次, 對於鋼軌有錘擊作用, 因此有衝擊力。

2. 軌道之粗糙及不平。
3. 車輪之非絕對圓形。
4. 輪軸不絕對在輪之圓心。
5. 機車及列車行駛之速率。
6. 橫梁及縱梁之變位。
7. 機車及列車之傾擺 機車及列車傾擺時, 使其兩邊之輪重驟然改變, 故亦發生衝擊力。

由多數實驗之結論, 證明鐵路橋梁之衝擊力, 原於第 1 項機車之錘擊作用者最大, 衝擊應力百分之八十係由於此。其次則推第 7 項機車之傾擺。至其餘諸項所發生之衝擊力常甚小。

故計算橋梁之應力時, 必顧及此項衝擊應力。於此有二法: 第一法係將橋梁之准許應力減少。第二法係將橋梁之活應力增加一百分數, 作為衝擊應力。第二法比較最通行, 其所增加之百分數, 稱為衝擊係數, 常以公式表之。

我國交通部鐵路鋼橋規範書 [205] 所採用之衝擊公式與美國鐵路工程協會鋼橋規範書 1935 年修正本所採用者相同。該項公式如下:

橋跨之小於 30 公尺者:

$$(7-63) \quad I = \frac{30}{S} + 100 - 2L (\%)$$

橋跨之等於或大於 30 公尺者：

$$(7-64) \quad I = \frac{30}{S} + 10 + \frac{540}{L-12} (\%)$$

其中 I = 衝擊係數之百分數， S = 縱向鈹梁，縱梁，或桁架之中心距，或橫梁，橫向鈹梁之長度，均以公尺計。 L = 縱梁，鈹梁，或桁架支座之中心距；或計算橫梁，橫向鈹梁，或橫梁吊桿時 L = 橫梁或橫向鈹梁之長度，均以公尺計。衝擊應力不得超過依靜力學所算得之活應力之全數。 凡承受二條軌道之活荷重者，則

如 L 小於 50 公尺：二軌道之衝擊力應完全計算。

如 L 為 50 至 70 公尺：一軌道之衝擊力完全計算，其他一軌道所應計之衝擊力，當佔該軌道衝擊力全數中百分之 $350-5L$ 。

如 L 大於 70 公尺：一軌道之衝擊力完全計算，而其他軌道完全不計。

凡承受二條以上軌道之活荷重者，不論 L 等於何數，僅計算任何二軌道衝擊力之全數。

公式(7-63)及(7-64)中之 $30/S$ ，係機車及列車傾擺之影響。其中之第二項，係蒸汽機車及列車之鈍擊，軌道之不平等項之影響。故採用電機車時，該二公式中之第二項，均應改為 $110/L + 12.5 (\%)$ ，其中 L 之意義及單位，均與上述者相

同。

於公路橋梁前舉之我國前經委會暫行準則(13)規定如下：

木橋之衝擊力用 $I=20\%$ 。

磚石混凝土及鋼鐵橋梁，用下列公式

$$I = \frac{15}{L+38} \quad (7-65)$$

其中 I =衝擊係數(非百分數)， L =應力為最大時橋梁承受活荷重之長度，以公尺計。人行道，橋墩，橋座，及橋上之填土在 0.8 公尺以上者，不計其衝擊力。

若橋梁某部之活應力，係經由其他部份之傳遞而得者，則因該其他部份之彈性作用，該部之衝擊力因而減少，或受尼阻，與車輛之衝擊力，被其下之彈簧所尼阻相同。故橋梁因車輛所發生之衝擊力，以橋面所受者為最大，縱梁次之，橫梁又次之，而主梁則更少矣。因此計算橋墩，橋座，及地基之活應力時，可以不計其衝擊力。

若應力之來源甚多，如呆荷重，活荷重，衝擊力，風力，牽挽力等，不必假定各應力之最大數量，同時發生。故計算縱力，離心力，橫力等之應力時，可不計其衝擊力。

最早之衝擊力公式，大約係十九世紀之末美國彭考(Pencoyd)橋梁公司所用之下列公式：

$$I = 0.7 + \frac{1.5}{L} \quad (7-66)$$

於 1895 年，美國之橋梁工程師唐(Fred Thompson)氏發表下列公式：

$$I = \frac{92}{92+L} \quad (7-67)$$

上列公式後被彭考橋梁公司之規範所採用，故常被稱為彭考公式。此公式於1910年亦被美國鐵路工程協會之規範所採用，迨至1921年又改用下列公式：

$$(7-68) \quad I = \frac{2,800}{2,800 + L^2}$$

公式(7-68)係美國之際(F. E. Turneure)氏所建議。美國橋梁工程師希(Seaman)氏曾建議下列公式：

$$(7-69) \quad I = \frac{122 - 0.5L}{122 + L}$$

英國規範自1920年始，即採用下列公式：

$$(7-70) \quad I = \frac{36.7}{27.5 + \frac{n+1}{2}L}$$

其中 n = 軌道之數。印度鐵路橋梁工程師對於衝擊力亦曾有相當之研究與實驗，其1925年之報告中建議下列公式：

$$(7-71) \quad I = \frac{20}{13.7 + L}$$

德國之衝擊力公式，則視軌道及橋面情形而定，其中之一公式如下：

$$(7-72) \quad I = 0.19 + \frac{21}{46 + L}$$

德國之米(Melan)氏建議下列公式：

$$(7-73) \quad I = 0.14 + \frac{8}{16 + L}$$

公式(7-66)至(7-73)中 I 及 L 之意義及單位均與公式(7-65)者相同。

奧國之柏(Friedrich Bleich)氏根據理論之研究，建議下列之衝擊係數表，並謂於公路橋梁可用其半數：

XIII. 柏氏之衝擊係數表

跨長(公尺)	2	4	6	10	15	20	25	50	100	150
衝擊係數	1.00	0.73	0.61	0.48	0.44	0.41	0.37	0.32	0.26	0.20

上列之公式，多數由實驗得來，在歐美曾作此種實驗者頗多，最著者推法

圖之那 (M. Rabut) 氏^①，美國之滕 (Turneure) 氏^②，印度鐵道部^③，英國之交通部^④，及英國之橋梁應力委員會^⑤等。實驗方法，多先以一機車以極低之速率(每小時約 13 至 16 公里)行過該橋，以變形儀(extensometer)量定橋梁某部份之應力 S_1 。再使機車以極高之速率(每小時約 97 至 114 公里)行過該橋，並量定橋梁同一部份之應力 S_2 。 S_2 當然大於 S_1 ，故 $S_2 - S_1$ 即衝擊應力，而 $(S_2 - S_1)/S_1$ 之值，即係衝擊係數。所得之結果，約如圖 7-38 所示。其外包線 AB ，即表示衝擊係數之最大百分數。因實驗時之機車，橋梁，橋面，軌道等情形，並不一致，且此項實驗，極不易準確，故所得之結果，如圖 7-38 所示，亦不一致。實驗時亦可不量應力，而量橋梁之向下變位，量此項變位時，最好用一種自記器。

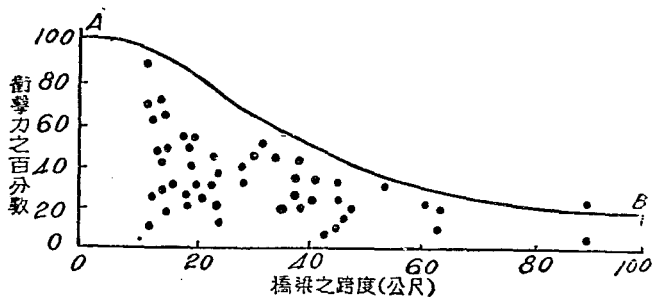


圖 7-38. 鐵路橋梁衝擊力之實驗記錄

當機車以高速率行過橋梁時，橋梁必發生振動，其振動之自然頻率，長跨橋梁較短跨者為小，但與機車之速率無關。橋梁之衝擊力既多半由於機車主輪之碰擊，當此項碰擊之頻率與橋梁振動之自然頻率相合時，即發生共振。

① 見法國之土木工程期刊，第 22 卷，1892 年，88 頁。

② 見美國土木工程師會年刊，1898 年，410 頁。

③ 見該部 1925 年出版之報告。

④ 見該部 1921 年出版之報告。

⑤ 見該委員會 1928 年出版之報告。

於此，橋梁之振動變位及衝擊力，均為最大；而在此情形下，機車之速率稱為臨界速率 (critical speed)，故每一橋梁，均有一臨界速率，其大小視橋梁之柔順性 (flexibility)，呆荷重，活荷重及機車主輪之直徑等而定。根據柏 (Friedrich Bleich) 氏^①之估計，橋梁振動之自然頻率如表 XIV 所示：

表 XIV. 橋梁振動之自然頻率

跨 長 (公尺)		2	4	6	10	15	20	25	50	100	150
每秒之頻率	無活荷重時	81	40	28	19	12.6	10	8	4.7	2.7	2.0
	有活荷重時	33	20	15	11	8	7	6	3.8	2.4	1.9

設機車之最高速率，每小時為 120 公里，而主輪之直徑為二公尺，如是，則主輪每秒鐘之轉數為 5.4。故短跨橋梁之振動，不能發生共振，而長跨橋梁之振動發生共振時，機車之速率必小於每小時 120 公里。惟機車均裝有彈簧，於高速率時，此彈簧對於橋梁之振動尚有阻尼作用。故衝擊力之公式，如 (7-63) 及 (7-64)，依橋梁跨度之長短加以區別，即以此故。

英國之應氏 (C. E. Inglis)^②，係前述英國橋梁應力委員會委員之一，曾將橋梁之衝擊力加以數理之研究，彼以為於短跨 (30 公尺以下) 橋梁，機車主輪之錐擊，可視作靜荷重而計算衝擊應力。於跨度較長 (30 尺以上) 之橋梁，衝擊力可以一相當活荷重代替之，惟其數量之計算，頗為繁瑣，茲不詳述。

例題 7-12. 照我國之規定，求例題 7-9 鐵路橋梁中最大切力及最大彎矩之衝擊力。假定該橋二主梁之中心距 S 為 5.5 公尺。

解答：該橋之跨長為 42 公尺，故採用公式 (7-64) 計算。

$$I = \frac{30}{5.5} + 10 + \frac{540}{42^2 - 12} (\%) = 33.5\%$$

故最大切力及最大彎矩之衝擊力如下：

$$V_{0-1} = 0.335 \times 83.88 = 28.1 \text{ 公噸}$$

① 見所著之鋼橋之理論及計算 (德文本) 49 頁, 1924 年柏林出版。

② 見所著之鐵路橋梁振動之數理論一書, 1934 年英國劍橋大學出版。

$$V_{1-2} = 0.335 \times 54.46 = \underline{18.2} \text{ 公噸}$$

$$V_{2-3} = 0.335 \times 31.38 = \underline{10.60} \text{ 公噸}$$

$$M_1 = 0.335 \times 587.16 = \underline{196.0} \text{ 公噸公尺}$$

$$M_2 = 0.335 \times 927.50 = \underline{310.0} \text{ 公噸公尺}$$

$$M_3 = 0.335 \times 1027.75 = \underline{344.0} \text{ 公噸公尺}$$

習題 7—28. 照我國之規定，求習題 7—20 (a) 公路橋梁中最大剪力及最大彎矩之衝擊力，設此橋係鋼料者。

習題 7—29. 照我國之規定，求習題 7—24 鐵路橋梁中最大剪力及最大彎矩之衝擊力，二主梁間之中心距可假定為 10 公尺。

習題 7—30. 於一方格紙上，作曲線表示鐵路橋梁衝擊力公式(7-63)，(7-64)與(7-66)至(7-73)，並衝擊係數表 XIII。以衝擊係數 I 計於豎軸上，跨長 L 計於平軸上，假定所比較者係橋梁之彎矩衝擊力，故公式(7-66)至(7-73)中之荷重長度，與橋梁跨長相同。

7—12. 橋梁之最大剪力圖及最大彎矩圖 於橋梁或其他結構，時常須求得其最大剪力圖及最大彎矩圖。例如 6—4 節所述求鉸梁之長度時，即須用其最大彎矩圖。最大剪力圖及最大彎矩圖任何截面之豎距，即各表示橋梁在其活荷重之任何位置下，該截面所能發生之最大剪力或最大彎矩。故在呆荷重下，橋梁之最大剪力圖及最大彎矩圖各與平常之剪力圖及彎矩圖相同。其各截面之最大剪力及最大彎矩係在同一固定之荷重位置下同時發生。但在活荷重下，橋梁之最大剪力圖及最大彎矩圖既與其平常之剪力圖及彎矩圖各不相同，而其各截面之最大剪力及最大彎矩且係在不同之荷重位置下，非同時發生。故最大剪力圖及最大彎矩圖，並不各表示某截面剪力及彎矩為最大時之荷重位置。

無論活荷重之分佈如何，若橋梁無橫梁，可取若干距離相等之截面，使活荷重向左移動，用前述之方法，求得各截面之最大正號切力。再以其值作各截面之豎距，以一曲線聯之，得如圖 7—39 (a) 之 $ACBED$ 。求最大負號切力時，應將活荷重之次

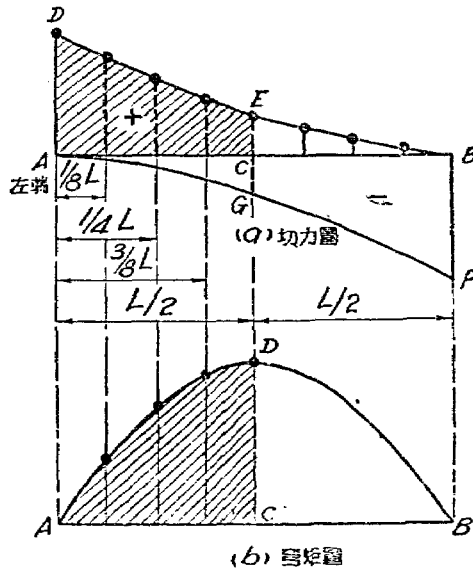


圖 7—39. 最大切力及最大彎矩圖之例

序倒換，並向右移動，得最大負號切力圖 $ACBEFG$ ，與正號者相同。韋梁或鉸梁橋梁之計算，常祇需最大正號切力圖之左半 $ACED$ ，因其右半 CBE 較最大負號切力圖之右半 $CBEFG$ 為小，而後者又與最大正號切力圖之左半相同。實際計算時，常使諸截面之距離等於跨長 L 之八分之一，所需最大正號切力之

截面，祇左端及距左端 $\frac{1}{8}L$, $\frac{1}{4}L$, $\frac{3}{8}L$ 及 $\frac{1}{2}L$ 諸截面。同此，求最大彎矩圖時，亦祇需計算距左端 $\frac{1}{8}L$, $\frac{1}{4}L$, $\frac{3}{8}L$, 及 $\frac{1}{2}L$ 諸截面之最大彎矩，如圖 7—39 (b)。如此項圖須特別精確，則計算時諸截面之距離，可改小為 $\frac{1}{10}L$, $\frac{1}{12}L$ 或 $\frac{1}{16}L$ 。但 $\frac{1}{8}L$ 之距離，通常頗够精確。附錄三之表 B 及 C 各示無橫梁之橋梁在中華十六級活荷重制下各截面之最大切力及最大彎矩，其各截面之距離亦為 $\frac{1}{8}L$ 。

於普通無橫梁之公路或鐵路橋梁，其活荷重制為標準貨車或機車，則最大切力圖中之 DEB [圖 7—39(a)] 與頂點為 B 之拋物線極其近似。故祇需求得左端之最大切力，即可作其近似之最大切力圖。最大彎矩圖之近似作法，已詳 6—4 節及圖 6—9，茲不贅述。

於有橫梁之橋梁，依其各節間中之最大切力，即可作主梁之最大切力圖，成一階形線。因節間中任何點之切力，常係一恆數也。同此，將相隣二節點之最大彎矩以直線聯之，即得主梁任何截面之最大彎矩圖。此圖於活荷重祇係一均佈荷重時，完全正確，於他種活荷重，則為近似，但係安全。因此圖所表示節間中任何截面之最大彎矩，常較在非均佈活荷重下實際上所能發生者為大。其證明如下：設圖 7—40 中之豎距 DD' 為節點 D 在非均佈活荷重下之最大彎矩。在此活荷重位置下，節

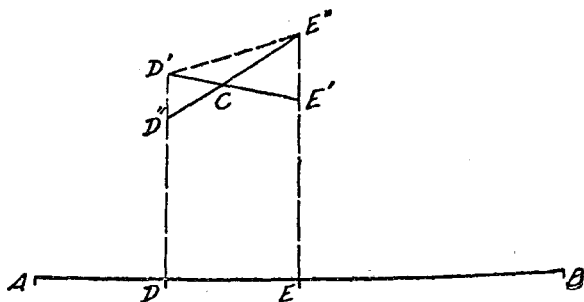


圖 7-49. 節間中任何截面之最大彎矩圖

點 E 之彎矩為豎距 EE' 。節間 DE 中之彎矩圖為直線 $D'E'$ 。設活荷重之位置改變，使節點 E 之彎矩為最大，則在此新活荷重位置下，節點 E 及 D 之彎矩各為豎距 EE'' 及 DD'' 。節點 DE 中之彎矩圖為直線 $D''E''$ 。因豎距 DD' 及 EE'' 各係節點 D 及 E 之最大彎矩，故 DD'' 必小於 DD' ， EE'' 必小於 EE' 。設 $D'E'$ 與 $D''E''$ 之交點為 C ，則折線 $D'CE''$ 上任何點以下之豎距，可約略表示節間 DE 中該點之最大彎矩（參閱下列之 (a) 條及圖 7-41(c)）。但為安全起見，常以直線 $D'E'$ 表示節間 DE 中之最大彎矩圖。蓋在任何荷重位置下，節間 DE 中任何點之彎矩為最大時，該節點中之彎矩圖，仍必係一直線；而此直線之左端，必不能高於 D' 點，其右端亦必不能高於 E' 點。故以直線 $D'E'$ 表示節間 DE 中之最大彎矩，常綽有餘裕。惟計算橋梁之最大彎矩時，主梁本身重量亦需計入，此項重量之彎矩圖，係一拋物線。但通常亦假設此項彎矩圖於節間中係一直線，故稍嫌不足，正可藉上述活荷重於

節間中所餘裕之彎矩，以資彌補。

若活荷重較爲簡單，則橋梁之最大切力圖及最大彎矩圖，尙有下列較易之作法，茲分五條述之如下：

(a) 活荷重係一集中活荷重 圖 7-41(a) 示一橋梁 AB 及其一集中活荷重 P ，其任何截面 C 之最大正號切力，即等於當荷重 P 恰在該截面之右時左支點 A 之反力 R_A 。其最大正號切力圖即 R_A 之感應圖，或反力多邊形 abg (圖 7-41 (b))。同此，該截面之最大負號切力，即 $-R_B$ 之感應圖 abb ，惟荷重 P 恰在該截面之左。故截面 C 之最大正號切力爲 cr ，而其最大負號切力爲 cs 。如橋梁 AB 有橫梁，則各節間之最大正號及負號切力圖如

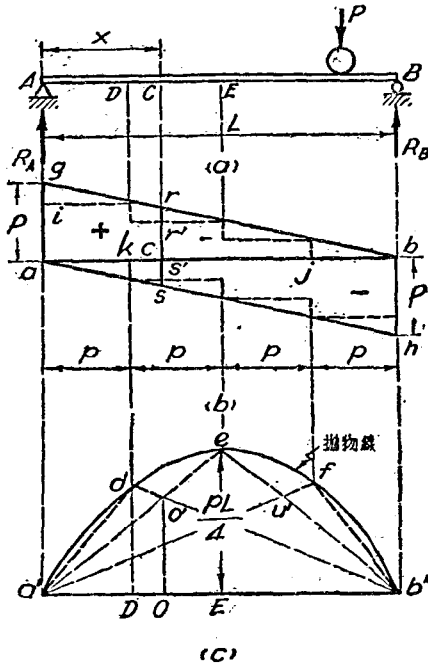


圖 7-41. 最大切力及最大彎矩圖(一集中荷重)

圖 7-41 (b) 之階形虛線所示。故任何節間 DE 之最大正號及負號剪力各為 cr' 及 co' 。當荷重在任何節間之右端時，該節間之正號剪力為最大；當荷重在任何節間之左端時，該節間之負號剪力為最大。故由該圖可知右端節間 jb 不能有正號剪力，而左端節間 ab 不能有負號剪力。

任何截面 O 之彎矩為最大時，必將荷重 P 置於該截面，其最大彎矩 M_O 為

$$(7-74) \quad M_O = -\frac{Px(L-x)}{L}$$

方程(7-74)表示一拋物線，故最大彎矩圖如圖 7-41(c)之拋物線 $a'defb'$ ，其中線之最大豎距為 $PL/4$ 。若該橋梁有橫梁，則節點之最大彎矩仍不變，但節間中任何截面之最大彎矩圖為折線 $a'do'cu'fb'$ 。試以節間 DE 為例，由彎矩感應圖可知如欲求該節間中 DO 間任何截面之最大彎矩，則荷重 P 必置於節點 D 。故荷重 P 在節點 D 時，彎矩圖 $a'db'$ 之 do' 一段，必為該節間 DO 段之最大彎矩圖。同理， $o'e$ 線係該節間中 OE 段之最大彎矩圖，其荷重 P 之位置為節點 E 。故求截面 O 之最大彎矩時，荷重 P 可置於節間 DE 中之任何一點，因截面 O 之彎矩感應圖，於 DE 間係一平線。

(b) 活荷重係一均佈荷重並長於橋跨 如活荷重係一均佈荷重，並長於橋跨 L ，則任何截面 C 之最大正號剪力，即等於 C 與右支點 B 間全有該荷重時左支點之反力 R_A ，如圖 7-42 所示，則

$$(7-75) \quad \text{正號 } V_O = R_A = \frac{w(L-x)^2}{2L}$$

方程(7-75)表示一拋物線 bg (圖 7-42(b))，於其頂點 b 與底線 ab 相切。故最大正號剪力圖為 abg 。同理，最大負號剪力圖為 abh 。故任何截面 C 之最大正號及負號彎矩各為 cr 及 co 。如橋梁 AB 有 m 等長節間，則各節間之最大正號及負號剪力圖如圖 7-42 (b) 之階形虛線，其一端之最大豎距為 $(m-1)wp/2$ (見方程 (7-31))，而其角點亦均在一拋物線上。此拋物線於其他端與底線 ab 相切，至任何節間之剪力為最大時之荷重位置，以其剪力感應圖之零切點為準。

橋梁之全跨均有均佈活荷重時，則任何截面之彎矩均係最大，故最大彎矩

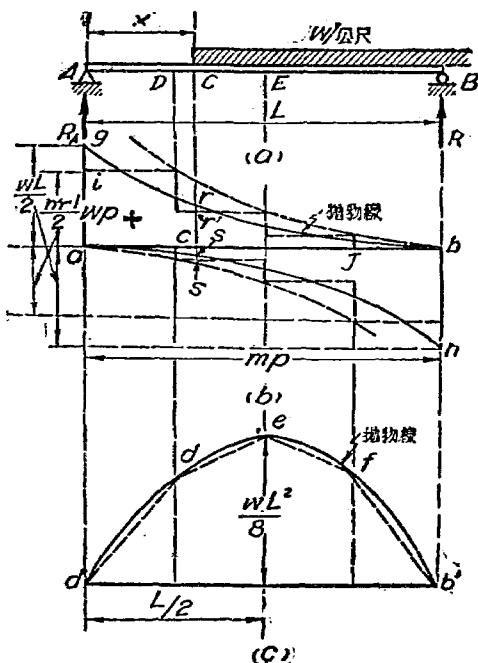


圖 7-42. 最大切力及最大彎矩圖(均佈荷重長於 L)

圖係一拋物線 $a'defb'$ (圖 7-42 (c)), 其中線之豎距為 $wL^2/8$, 與全跨有均佈荷重時之彎矩圖相同。如橋梁有橫梁, 則最大彎矩圖係折線 $a'defb'$, 其各節點之最大彎矩仍不變。

(c) 活荷重係一均佈荷重並短於橋跨 若活荷重係均佈荷重而其長度 l 又短於橋跨之長度 L , 則任何截面之最大正號切力, 等於當荷重之左端恰在該截面之右時左支點之反力 R_A 。故最大正號切力圖如圖 7-43(b) 之 abg , 與圖 7-18 (b) R_A 反力多邊形之 $CEGH$ 部份相同。同此, 其最大負號切力圖如圖 7-43 (b) abh , 任何截面之負號切力為最大時, 該活荷重之右端應恰在該截面之左。

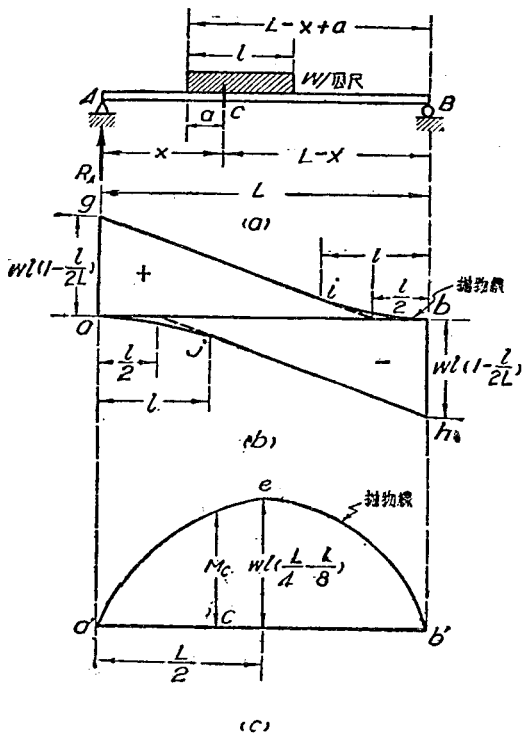


圖 7-43. 最大剪力及最大彎矩圖(均佈荷重短於 \$L\$)

由彎矩之感應圖及圖 7-19, 可知任何截面 \$C\$ 之彎矩 \$M_C\$ 為最大時, 該截面必在該活荷重兩端之間, 如圖 7-43 (a) 所示。其中 \$a\$ 之長度依方程 (7-50) 而定, \$x\$ 即係該方程中之 \$l_1\$, 故任何截面 \$C\$ 之最大彎矩 \$M_C\$ 為

$$(7-76) \quad M_C = R_A x - \frac{w a^2}{2} = \left(L - x + a \right) \frac{w l x}{2L} - \frac{w a^2}{2}$$

以方程 (7-50) 中 \$a = l_1 / L = l x / L\$ 代入上列方程中, 並化簡, 則

$$(7-77) \quad M_C = \frac{w l x}{L} (L - x) \left(1 - \frac{l}{2L} \right)$$

方程(7-77)示表一拋物線，於橋之兩端（即 $x=0$ 及 $x=L$ ）其豎距為零；於橋跨之中線，其最大豎距為 $wl(L/4-l/8)$ 。故最大彎矩圖如圖 7-43 (c) 之拋物線 $a'eb'$ 。若 $l=L$ ，則橋跨中線之最大彎矩為 $wL^2/8$ ，與上述(b)條之情形正相同。

於有橫梁之橋梁，宜先計算各節間之最大正負號切力，及各節點之最大彎矩，而後再作最大切力及最大彎矩圖。若節間之長度相等，則計算時可用方程(7-37)及(7-52)。

(d) 二個節間固定而數量不等之集中荷重 設活荷重係二個集中荷重 P_1 及 P_2 ，其間之固定距離為 l ，其合力 ΣP 與 P_1 及 P_2 之距離各為 l_1 及 l_2 ，如圖 7-44 (a) 所示。設 P_1 大於 P_2 ，而 P_1 在 P_2 之左，則任何截面之最大正號切力，即等於 P_1 恰在該截面之右時其左支點之反力 R_A 。故最大正號切力圖如圖 7-44 (b) 之 $agfb$ ，其中 $ag=P_1+P_2(L-l)/L$ ，與圖 7-16 (c) 之反力多邊形相似。若 P_1 恰在該截面之左，則該截面之切力等於 R_A 減去 P_1 ，故於 bfg 之下作 mkl 與之平行，其間之距離為 P_1 ，而 $aj=P_2(L-l)/L$ ，即 P_1 恰在任何截面之左時該截面之切力圖。此切力圖之左部為正號，右部為負號。若 P_2 恰在任何截面之左時，則該截面之切力，常係負號，其值等於右支點 $-R_B$ 之反力圖 $abih$ ，其中 $bi=P_2+P_1(L-l)/L$ 。故此圖為負號切力圖。若 P_2 恰在任何截面之右，則該截面之切力等於 $-(R_B-P_2)$ 或 $-R_B+P_2$ ，故於 ahi 之上作 qon 與之平行，其間之距離為 P_2 ，而 $bn=P_1(L-l)/L$ 。此切力圖之左部為正號，右部為負號。如圖 7-44 (b) 所示， mkl 之中段在 ahi 之下，而此二圖相交於 r 及 s 二點。故於此二點間之任何截面， P_1 恰在該截面之左時所發生之負號切力，較 P_2 恰在該截面之左時所發生之負號切力為大；而於 r 及 s 二截面，則該荷重位置所發生之負號切力必相同。此於右邊荷重 P_2 小於 $P_1l/(L-l)$ 時常係如此。故於此例，最大負號切力圖係 $arksib$ 。若荷重之次序可以互換，則求任何截面之最大負號切力時，應使較重之荷重 P_1 在較輕之荷重 P_2 之右，如是則最大負號切力圖如圖 7-44 (b) 之 aub ，與 $agfb$ 相同，但位置相反；而此圖於任何截面之豎距，均較 ahi 及 mkl 為大。故求最大正號或負號切力圖時，常使較重荷重 P_1 各在較輕荷重 P_2 之左或右。若荷重之位置如圖 7-44 (a) 所示，

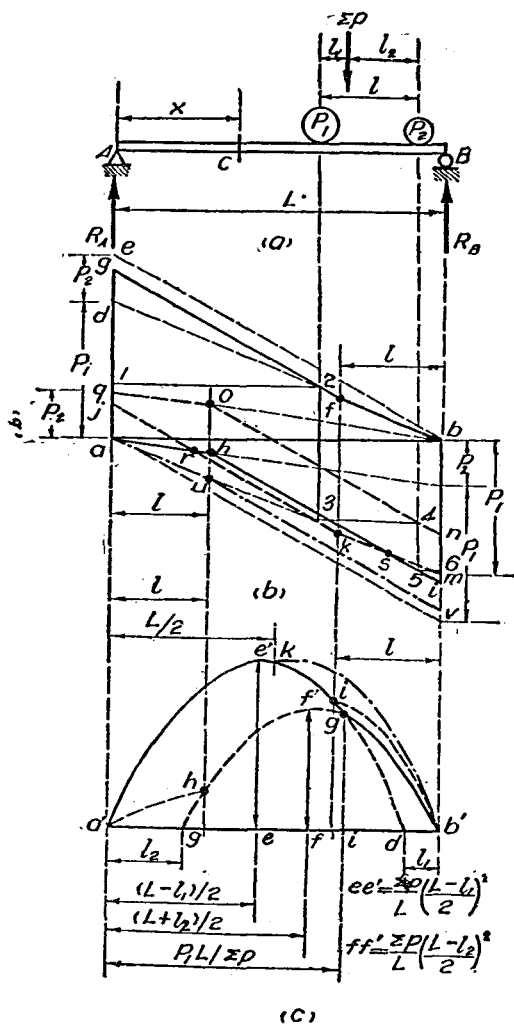


圖 7-44. 最大剪力及最大彎矩圖(二個集中荷重)

則此橋梁之切力圖如圖 (b) 之 1-2-3-4-5-6 階形線所示。

任何截面 C 之彎矩為最大時，則必有一荷重在該截面。先使 P_1 在截面 C ，並假設 P_2 亦在橋上，則截面之彎矩 M_{C_1} 為，

$$M_{C_1} = R_A x = \frac{\Sigma P}{L} (L - x - l_1) x \quad (7-78)$$

方程(7-78)表示圖 7-41 (c) 中之拋物線 $a'o'd$ 。於左支點 ($x=0$) 及距右支點 l_1 之處 ($x=L-l_1$)，其豎距均為零。其最大豎距之位置及數值，可求得如下：

$$\frac{\partial M_{C_1}}{\partial x} = \frac{\Sigma P}{L} (L - 2x - l_1) = 0$$

故
$$x = \frac{L - l_1}{2}$$

代入方程 (7-78) 中，得該點之最大豎距如下：

$$\text{最大 } M_{C_1} = \frac{\Sigma P}{L} \left(\frac{L - l_1}{2} \right)^2 \quad (7-79)$$

同此，再使 P_2 在截面 C ，並假定 P_1 仍在橋上，則截面 C 之彎矩 M_{C_2} 為，

$$M_{C_2} = R_B (L - x) = \frac{\Sigma P}{L} (x - l_2) (L - x) \quad (7-80)$$

方程(7-80)表示圖 7-44 (c) 中之拋物線 $gf'b'$ 。於右支點 ($x=L$) 及距離左支點 l_2 之處 ($x=l_2$)，其豎距均為零，其最大豎距之位置及數值可用同法求得之：

$$x = \frac{L + l_2}{2}$$

$$\text{最大 } M_{C_2} = \frac{\Sigma P}{L} \left(\frac{L - l_2}{2} \right)^2 \quad (7-81)$$

此二拋物線相交點 g ，其距左支點之 x 值，可使方程(7-78)與(7-80)相等求得之，

故
$$x = \frac{l_2}{l_1} L = \frac{P_1}{\Sigma P} L \quad (7-82)$$

求方程(7-78)與(7-80)時，曾假定 P_1 與 P_2 均在橋上，故方程(7-78)

祇可用於 $0 < x < (L - l_1)$ 之一段，方程(7-80)祇可用於 $l_2 < x < L$ 之一段。

於此二段之公共一段中， M_{C_1} 大於 M_{C_2} 時 x 之值，可使方程(7-78)大

於方程(7-80)求得之，

$$(7-83) \quad x < \frac{l_2}{l}L \text{ 或 } < \frac{P_1 l}{\Sigma P}L$$

若 $0 < x < l$ ，則 P_1 不在橋上，故該段中之最大彎矩圖即 P_2 一荷重之最大彎矩圖 $a'h$ ，與拋物線 $gf'b'$ 相交於 h 點，若 $(L-l) < x < L$ ，則 P_2 不在橋上，故該段中之最大彎矩圖即 P_1 一荷重之最大彎矩圖 ib' ，與拋物線 $a'e'd$ 相交於 i 點，由圖 7-44 (c)，可知 $b'i$ 之豎距大於拋物線 $gf'b'$ ，換言之即於 $(L-l) < x < L$ 一段中任何截面，於橋上有 P_1 一荷重時之彎矩大於該截面於橋上有 P_1 與 P_2 二荷重時之彎矩。此於 P_2 小於 $P_1 l / (L-l)$ 時，常係如此。故於此例，最大彎矩圖係二拋物線之 $a'e'i$ 及 ib' 二段，若荷重之次序可以倒換，則求橋跨左半或右半之最大彎矩圖時，應使較重荷重 P_1 各在較輕荷重 P_2 之左或右，如是則最大彎矩圖如圖 7-44(c) 之 $a'e'kb'$ ，其中 kb' 與 $a'e'k$ 相同，但位置相反。

於有橫梁之橋梁，仍應先計算各節間之最大正負號剪力及各節點之最大彎矩，而後再作最大剪力及最大彎矩圖。

上述之最大剪力及彎矩圖，祇就活荷重而論。實際上橋梁有呆荷重，而活荷重有衝擊力，均應計入。呆荷重及活荷重均係向下之荷重，故求其最大彎矩圖時，祇需將其由於呆荷重，活荷重，在衝擊力之數量相加。惟剪力有正負號之別，故求最大正負號剪力圖時，應用代數加法。

普通橋梁之呆荷重，常假定係均佈荷重，故其最大剪力如圖 7-45 之 $abcd$ ，橋梁由於活荷重及衝擊力之最大正號剪力圖，為圖 7-45 (a) 之 abf ，其任何截面之豎距，均等於活荷重最大正號剪力圖者，乘以 $(1+I)$ ，其中 I 為衝擊力係數，以小數計。若以 de 為底線，作 deg ，其任何截面之豎距，與 abf 者相等，得 $aghbe$ ，即呆荷重，活荷重，衝擊力三項最大剪力圖之代數

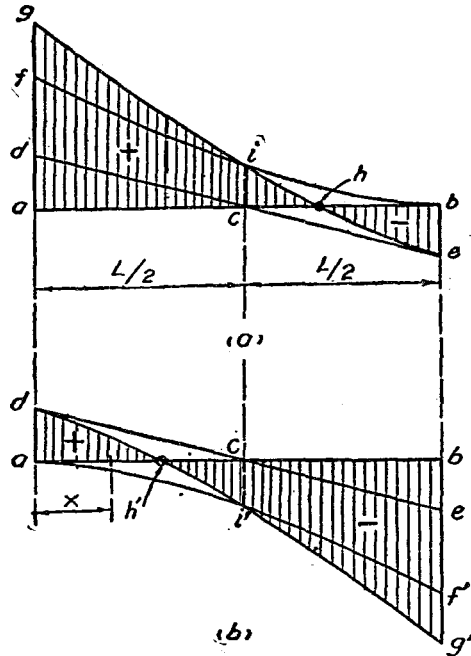


圖 7-45. 橋梁在呆荷重活荷重及衝擊力下之最大剪力圖

和，其中 ahg 即係橋梁在此三項作用下之最大正號剪力圖。

同此圖 7-45 (b) 之 $bh'g'$ 係橋梁在此三項作用下之最大負號剪力圖。由圖 7-45 (a) 及 (b)，可知於 ah' 段中，橋梁之剪力常係正號。於 bh 段中，橋梁之剪力，常係負號。於 h 與 h' 間之一段中，橋梁之剪力為正號或負號，視活荷重之位置而定。於鋼梁及鉸梁橋， h 及 h' 二點之位置，不須求得。蓋其計算可依最大正號剪力圖之 $acig$ 或最大負號剪力圖之 $bc'g'$

爲準。但於桁架橋梁，則 h 及 h' 二點之位置，必須求得。蓋於 h 與 h' 之間，其斜桿之應力係壓力或拉力，全視活荷重之位置而定。此點當於第八章中再詳論之。

如活荷重係均佈荷重，其數量爲 w /公尺，則圖 7-45 之 bif 及 $ai'f'$ 均係一拋物線。若呆荷重之數量爲 w' /公尺，則 ah' 或 bh 之長度，可求得如下：

於距左支點 x 之任何截面，由於呆荷重之最大正號切力

V'_x 爲

$$(7-84) \quad V'_x = \frac{w'L}{2} - w'x$$

而該截面由於活荷重及衝擊力之最大負號切力 V_x 爲

$$(7-85) \quad V_x = -\frac{w(1+I)x^2}{2L}$$

於 h' 點，

$$V'_x + V_x = 0$$

$$\text{故} \quad \frac{w'L}{2} - w'x - \frac{w(1+I)x^2}{2L} = 0$$

由是

$$(7-86) \quad x = ah' = bh = \frac{w'L}{w(1+I)} \left[\sqrt{1 + \frac{w(1+I)}{w'}} - 1 \right]$$

前已述及，於普通無橫梁之公路或鐵路橋梁，其活荷重制爲標準貨車或機車，則最大切力圖與在均佈活荷重下最大切力圖之拋物線極其近似，其相當均佈活荷重 w /公尺，可由最大端切力 V_0 求得，

故
$$w = \frac{2V_0}{L} \quad (7-87)$$

於有橫梁之橋梁，其情形及處理方法，與上述者相似，不必贅述。

習題 7-31. 設一無橫梁之公路橋梁，其跨長為 18 公尺，橋面之淨寬為 5.5 公尺(二車道)，活荷重為 10 公噸之貨車。用圖 7-27(c) 之代替荷重，求此橋每一主梁在活荷重下之最大正負號切力圖及最大彎矩圖，並求其跨中在活荷重及衝擊力下切力可為正號或負號一段之位置。設橋身呆荷重之總量為 4 公噸/公尺，衝擊力用公式(7-65)計算。

習題 7-32. 與習題 7-31 相同，惟假定每車道之活荷重祇係一貨車。衝擊係數與習題 7-31 相同。(a) 假定二車道之貨車祇能一同向左行駛。(b) 假定二車道之貨車可一同向左向右行駛。

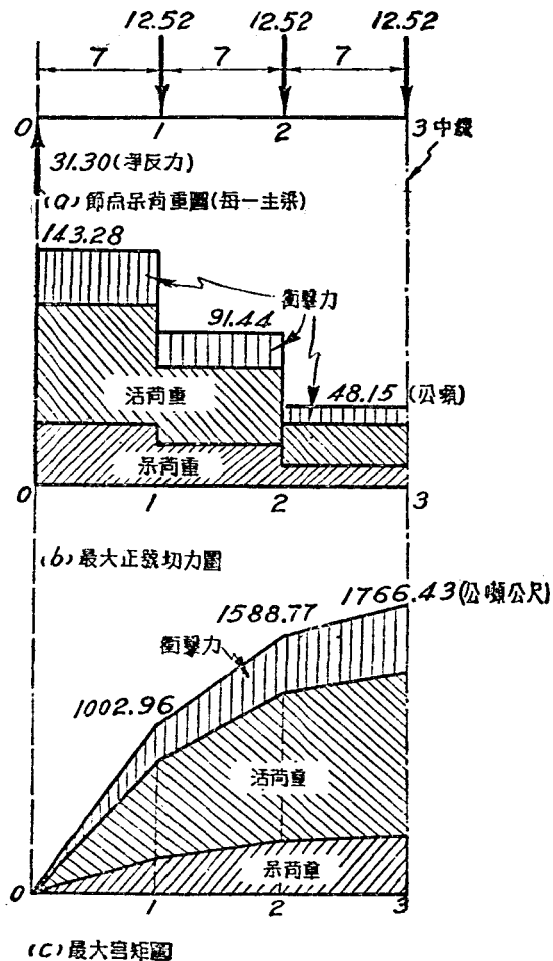
例題 7-13. 求例題 7-9 及例題 7-12 中鐵路鋼橋在呆荷重，活荷重及衝擊力下之最大正負號切力及最大彎矩圖，其豎距之值均以每一主梁計。假設該橋係木枕橋面之穿越式桁架橋。

解答： 先求呆荷重之最大正負號切力及最大彎矩圖。橋身之重量可用公式(7-8)計算，且應增加 15%，因活荷重係中華二十級，故

$$\begin{aligned} w &= (20 \times 42 + 1,660) 1.15 && = 2,875 \\ \text{木枕橋面及軌道等} &&& = 700 \\ \text{每一橋之全重(公斤/公尺)} &&& = 3,575 \\ \text{每一主梁之全重(公斤/公尺)} &&& = 1,788 \\ \text{節點荷重} &= 1,788 \times 7 = 12.52 && \text{公噸} \end{aligned}$$

節點呆荷重如附圖 (a) 所示。在活荷重下各節間之最大正負號切力及各節點之最大彎矩，可各取自例題 7-9 及 7-12，其數量如下表。最大切力及彎矩圖見附圖 (b) 及 (c)。

	V_{0-1}	V_{1-2}	V_{2-3}	M_1	M_2	M_3
呆 荷 重	31.30	18.78	6.26	219.10	350.56	394.88
活 荷 重	83.88	54.46	31.38	587.16	927.50	1027.75
衝 擊 力	28.10	18.20	10.51	196.70	310.71	344.30
總 共	143.28	91.44	48.15	1002.96	1588.77	1766.43



例題 7-13.

習題 7-33. 求習題 7-24 中鐵路鋼橋在呆荷重,活荷重,及衝擊力下之最大正號及負號切力圖及最大彎矩圖。其豎距之值均以每一主梁計。假定該橋係木枕橋面之穿越式桁架橋。

提示: 此橋在活荷重及衝擊力下各節間之最大正號切力之一部及各節點之最大彎矩,各見習題 7-24 及 7-29。

習題 7-34. 設習題 7-25 中之鐵路橋梁為木枕橋面之上承梁橋。求其在呆荷重,活荷重及衝擊力下之最大正負號切力圖及最大彎矩圖,其豎距之值均以每一主梁計。並求其跨中切力可為正號或負號一段之位置。

7-13. 橋梁之絕對最大彎矩 計算橋梁時,常須知其在某活荷重制下可能發生之最大切力及彎矩,稱為絕對最大切力及絕對最大彎矩。於有橫梁之橋梁,絕對最大切力發生於端節間中,絕對最大彎矩發生於橋跨中線,或靠近橋跨中線之節點;於無橫梁之橋梁,絕對最大切力發生於兩端,均無待論。惟於無橫梁之橋梁,而其活荷重係多數集中荷重,則其中發生最大彎矩之截面,並不一定常在橋跨之中線,觀圖 7-14 (c) 即可瞭然。

無橫梁之橋梁中,絕對最大彎矩之截面,既係未知,則前述諸法不能用以求其值。如採用 7-12 節求最大彎矩圖之法,求若干距離相等諸截面之最大彎矩,則最大彎矩所發生之截面,或即在諸截面之間,不能求得。且用此法即能求得最大彎矩,亦嫌太繁瑣,不便實用。

於多數集中活荷重下,橋梁中任何截面之彎矩為最大時,則必有一集中荷重在該截面,故求絕對最大彎矩時,可先選定一集

中荷重，而後用下法^①求該荷重點彎矩最大時之位置。如圖 7-46 所示， P 為所選定之一集中荷重， $\Sigma P'$ 為 P 以右所有

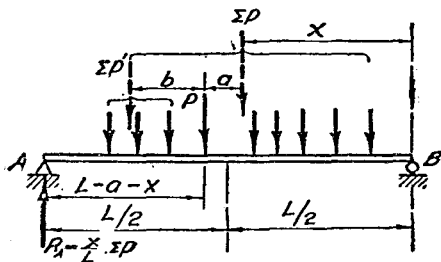


圖 7-46. 絕對最大彎矩

荷重之總數量。 ΣP 為橋梁全跨上所有荷重之總數量。故荷重 P 所在截面之彎矩 M_P 為

$$M_P = (L - a - x) \frac{x}{L} \Sigma P - b \Sigma P'$$

M_P 為最大時，則 $\partial M_P / \partial x = 0$ ，故

$$\frac{\partial M_P}{\partial x} = L - a - 2x = 0$$

$$(7-88) \quad \text{由是} \quad x = L - a - x$$

$$(7-89) \quad \text{或} \quad x = \frac{L}{2} - \frac{a}{2}$$

故橋梁上某一荷重點之彎矩為最大時，則橋跨之中線必與橋上所有荷重合力及該荷重點間之中線相合。

所選定之荷重 P ，常係與荷重合力 ΣP 最鄰近之一荷重。

^① 此法係 M. L. A. Barré 於 1883 年所發表。

惟此荷重之數量如較其鄰近之他荷重為極小時，則或不然。荷重 P 之位置已依方程 (7-88) 或 (7-39) 決定之後，如該荷重點之彎矩係最大，必與 7-7 節中方程 (7-53) 或 (7-54) 所表示之條件相符，否則該荷重不必考慮。

計算時有時須選定三數集中荷重，以資試驗，視其中何荷重點之彎矩為絕對最大。若先用方程 (7-53) 或 (7-54) 之法，求得橋跨中線截面之彎矩為最大時應置於該截面之某荷重，則所需試驗者，常祇該荷重及其左右鄰近之二荷重。

如橋跨之長度較短，而集中荷重之距離又較長，則將一最大之荷重置於橋跨之中線，或即係絕對最大彎矩之荷重位置。故計算時亦常須試驗之。

若活荷重係四個相等之集中荷重，如圖 7-47 所示。或活荷重雖非如此，但橋跨較短，其能同時來至橋上之活荷重之最重一部，與圖 7-47 所示者相同，則該橋之絕對最大切力及彎矩，可依下列表 XV 中之公式^① 計算之。

表 XV. 絕對最大切力及彎矩之公式

(活荷重如圖 7-47 所示, L = 橋跨長度)

橋上所 有之輪 數	絕對最大切力 (即最大切力)	絕對最大彎矩	絕對最大彎矩公式 可用時之最長跨度
1	P	$\frac{PL}{4}$	$L \leq 1.7a$
2	$P\left(2 - \frac{a}{L}\right)$	$P \frac{\left(L - \frac{a}{2}\right)^2}{2L}$	$L \leq 0.4a + 1.82b$

① 見孔 (Kunz) 氏所著之鋼橋設計 49 頁。

3	$P\left(3 - \frac{2a+b}{L}\right)$	$P\left[\frac{3}{L}\left(\frac{L}{2} - \frac{b-a}{6}\right)^2 - a\right]$	$L \leq 2.16a + 1.575b$
4	$P\left(4 - \frac{4a+3b}{L}\right)$	$P\left[\frac{1}{L}\left(L - \frac{b}{2}\right)^2 - a\right]$	$L > 2.16a + 1.575b$

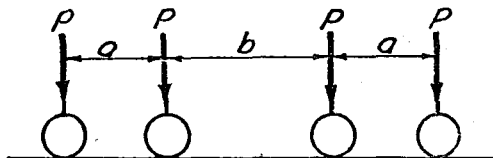


圖 7-47 四個相等之集中活荷重

例題 7-14. 設一跨長 12 公尺之無橫梁橋梁，其活荷重為二輛相當之 40 公噸電車，如圖 (a) 所示。若該橋祇有一電車軌道，求每一主梁之絕對最大彎矩。

解答：先用公式 (7-53) 求橋跨中線彎矩為最大時之荷重位置。法按 $l_1 = l_2$ ，故公式 (7-53) 可寫成 $\Sigma P_2 \geq \Sigma P_1$ 。先試荷重 ②，

荷重 ②：

$$\text{恰在中線之} \begin{cases} \text{右：} & 5=5 \\ \text{左：} & 5 < 10 \end{cases} \quad (\text{係最大})$$

荷重 ③：

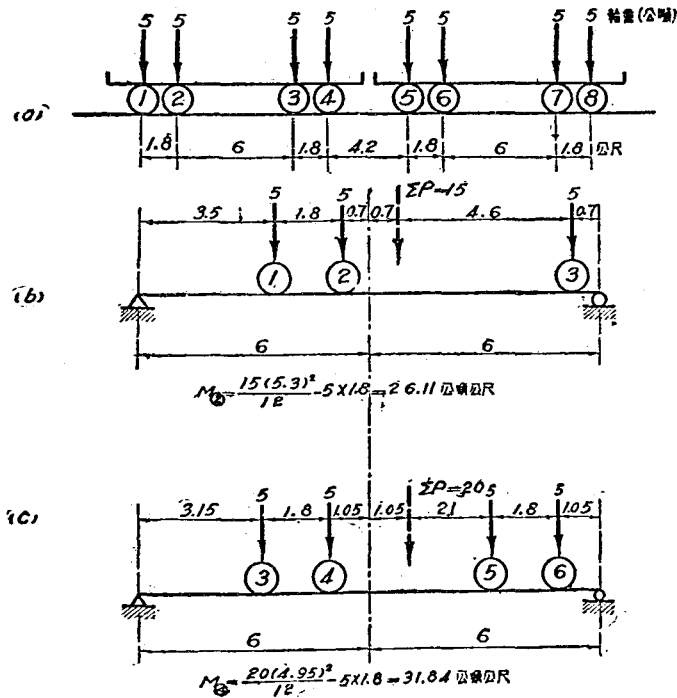
$$\text{恰在中線之} \begin{cases} \text{右：} & 10 > 5 \\ \text{左：} & 10 > 5 \end{cases} \quad (\text{非最大})$$

荷重 ④：

$$\text{恰在中線之} \begin{cases} \text{右：} & 10 > 5 \\ \text{左：} & 10 = 10 \end{cases} \quad (\text{係最大})$$

注意附圖 (a) 之電車荷重有對稱性，故荷重 ⑤ 至 ⑧ 諸荷重，不必再試。計算絕對最大彎矩時所須試驗之荷重，亦祇 ② 及 ④ 而已。其計算各如附圖 (b) 及 (c) 所示。故該橋在此活荷重下之絕對最大彎矩為 $M_{\text{④}} = 31.84$ 公噸公尺。

其實於此簡單之例，對於絕對最大彎矩稍有計算之經驗者，一認即知，以附



例題 7-14.

圖(c)之荷重位置，即可得絕對最大彎矩。上列之計算法，適全為初學者計耳。

此例題橋梁之跨度，較活荷重之長度為短。至多祇有四輪可同時在橋上，故表 XV 中之公式可以採用。取四輪之相距最近者，則 $a=1.8$ ， $b=4.2$ ，而 $2.16 \times 1.8 + 1.575 \times 4.2 = 10.50 < 12$ ，故用表 XV 中第四項之公式，則

$$\text{絕對最大彎矩} = 5 \left[\frac{1}{12} \left(12 - \frac{4.2}{2} \right)^2 - 1.8 \right] = \underline{31.84} \text{ 公噸公尺}$$

與上得之答案相同。

習題 7-35。設一單車道之公路橋梁，其活荷重為 20 公噸之標準貨車

(見圖 7-27(a))。求每一主梁之絕對最大彎矩。橋跨長度爲 (a) 8 公尺，及 (b) 8.5 公尺。

習題 7-36。設有一單軌上承式之鐵路鋼梁橋，跨長爲 12 公尺，活荷重爲中華十六級，求其跨度中線之最大彎矩及其絕對最大彎矩。

提示：於跨度稍長（約 10 公尺以上）之橋梁，其跨度中線之彎矩與絕對最大彎矩相差甚微。故計算時應十分精確（至少應算至四位有效數字），則二者之值始有區別。

習題 7-37。設活荷重爲圖 7-27 (a) 所示之標準貨車，無橫梁橋梁之跨度，必在若干公尺以上，則以一後輪置於橋跨中線時之絕對最大彎矩，常大於以前後二輪均置於橋上時之絕對最大彎矩？

提示：前後二輪均在橋上時之絕對最大彎矩，可以方程(7-79)計算之。

習題 7-38。若計算絕對最大彎矩時，將橋梁之均佈呆荷重 w /公尺亦計入，則方程(7-88)或(7-89)有何改變？

7-14. 橋面系之最大反力，切力及彎矩 上述求橋梁之最大反力，切力及彎矩之諸法，自亦可用之於橋面系。惟活荷重制常採用集中（機車或貨車）荷重制，因縱梁及橫梁之跨度均較短也。此外關於橋面系之計算，尚有若干特點，如輪重之橫向分佈等，茲分述之如下：

(1) 公路橋之橋面系① 如圖 7-48 (a) 所示，設求縱梁之最大彎矩時，以一車輪重量 P 置於任何內縱梁 C 之中部，因橋面有相當剛勁，必使縱梁 C 及其相鄰之縱梁 B 與 D 均有變位。故縱梁 C 祇能承受該車輪重量 P 之一部，其餘部份，被縱梁 B 及 D 所承受。計算縱梁時，車輪之重量應乘以橫

① 本段所述多以我國之暫行準則(見 7-8 節)爲根據，其中所有規定大半採自美國各省公路官員協會之標準規範，惟稍爲簡單耳。

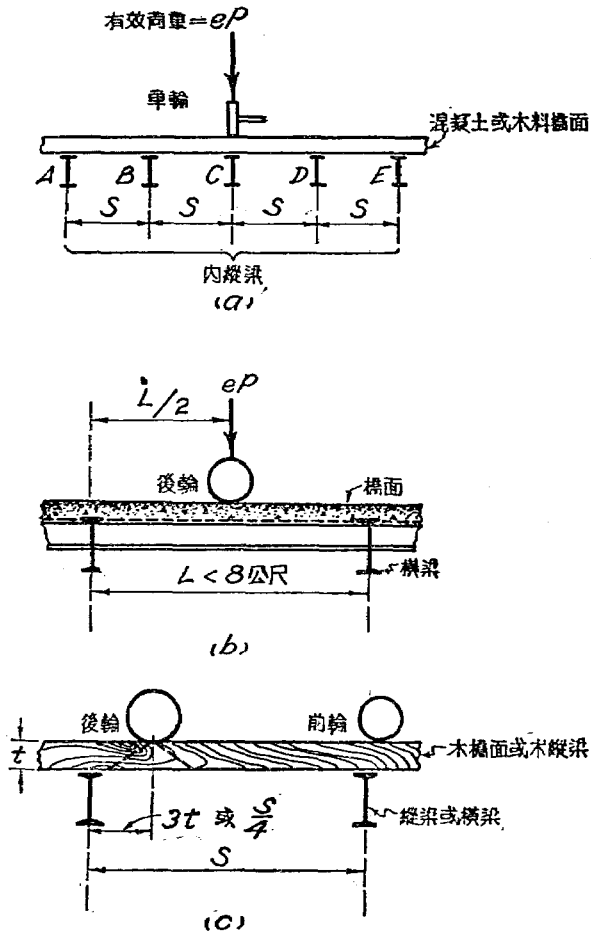


圖 7-48. 公路橋中縱梁之計算

向分任荷重係數 e , eP 稱為有效荷重。圖 4—48(a) 之例，本可以橋面視作一連續梁，而縱梁視作其彈性支承以計算之。但此

項手續太繁。但可知橋面之剛勁愈大，或縱梁之中心距愈小，則 e 之值愈小。又橋面之車道愈小，則每一內縱梁有一車輪正在其上之機會愈少，故 e 之值亦愈小。我國規定 (17) e 之值如表 XVI 所示。

表 XVI. 公路橋中內縱梁之橫向分任荷重係數
(祇計算彎矩時用之)

橋面種類	單 車 道		雙 車 道	
	e	S'	e	S'
木 橋 面	$\frac{S}{1.20}$	1.20	$\frac{S}{1.10}$	1.50
混 凝 土 橋 面	$\frac{S}{1.80}$	1.80	$\frac{S}{1.40}$	3.00

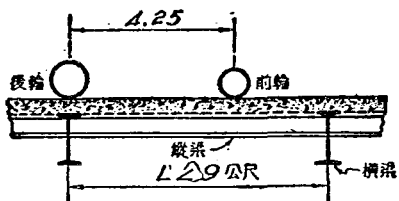
其中 e = 內縱梁之橫向分任荷重係數， S = 內縱梁之中心距， S' = 內縱梁中心距之最大限度，均以公尺計。如內縱梁之中心距超過上表中之最大限度 S' 時，則其所任荷重，應假定二縱梁間之橋面為簡單梁而由其所得輪重之反力求之，而外縱梁之所任荷重之計算亦相同。外縱梁所受之活荷重雖較小，惟貨車如與綠石相撞，則所受之衝擊力甚大，故設計時常使其強度與內縱梁者相等。

計算縱梁之絕對最大彎矩時，其跨長 L 如在 8.05 公尺以下(公路橋之節間長度，常不超過此限度)，則以後輪置於其跨度之中線，如圖 4—48 (b) 所示，即得其絕對最大彎矩，其值為 $ePL/4$ (其證明見習題 7—37)。

計算縱梁之最大反力及切力時，自應將貨車之後輪置於其一端。但用輪重之全量，不乘以分任荷重係數，因最重之輪係鄰近橫梁，而縱梁之變位極小也。惟縱梁如係木料，則計算其最大端切力時，應將最重之後輪置於距該端 $3t$ 之距離，如圖 4—48 (c) 所示。 t = 木縱梁之高度，但此距離不能大於縱梁跨度四分之一。因後輪之重量向前後分佈如圖 (c) 之虛線所示，如以後輪置於其一端，則所算得之最大切力，較實際發生者為大，甚不經濟。計算木橋面之最大切力時亦同。

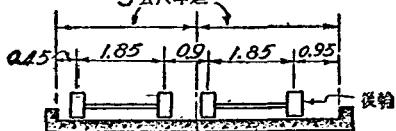
計算公路橋中橫梁之最大反力時，貨車後輪應直接置於該橫梁之上，如圖 7—49(a) 所示。如縱梁之跨長 L 小於 9 公尺，則其左邊另一貨車之前輪，不能於該橫梁發生反力，觀圖 7—27 (b) 自可了然。計算最大端切力時，應將後輪極近於該端之緣石，如圖 7—49 (b) 所示。計算絕對最大彎矩時，則輪重之位置應依方程 (7—88) 或 (7—89) 定之。如橋面之淨寬係 6 公尺，則輪重之位置如圖 7—49 (c) 所示。計算橫梁之彎矩時，其跨長係與二主梁之中心距相等，如圖 7—49 (d) 所示。於鉸梁橋固當如此，於桁架橋則係假定其支承橋梁之二豎桿，不能抵抗彎矩，即假定其中各有一樞。因此，橋梁之荷重係加於二主梁之中心平面，此與 4—4 節所述之桁架理想情形正相符合。

如公路橋梁有橫梁而無縱梁，則計算其彎矩時，可採用縱向分任荷重係數，其值如下列之表 XVII(17)。

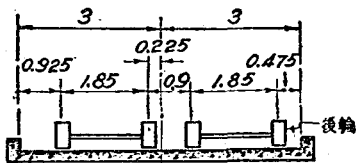


(a) 最大反力

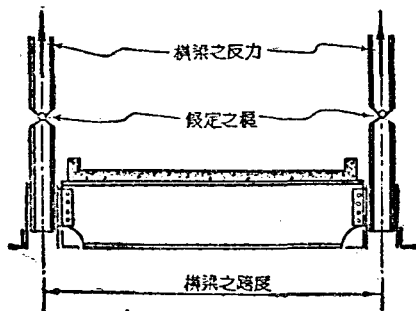
3公尺車道



(b) 最大左端剪力



(c) 絕對最大彎矩



(d) 橫梁之跨度

圖 7-19. 公路橋中橫梁之計算.

表 XVII. 公路橋中橫梁之縱向分任係數
(祇計算彎矩時用之)

橋面種類		S'
木橋面	$\frac{S}{1.2}$	1.2
混凝土橋面	$\frac{S}{1.8}$	1.8

其中 e = 橫梁之縱向分任荷重係數, S = 橫梁之中心距, S' = 無縱梁時橫梁中心距之最大限度。

以上祇就活荷重而論, 實際計算時, 當然應將呆荷重及衝擊力加入。計算橫梁時, 常將橋面及縱梁之呆荷重視作均佈於橫梁上橋面之全寬度中。

公路橋面之計算 公路橋面係支承於若干縱梁或橫梁之上, 故係一彈性支承之連續梁, 其中最大正負號彎矩之精確計算, 殊為繁瑣。根據克 (J. E. Kirkham) ① 氏之分析, 則其中最大正負號彎矩之值約如下列之表 XVIII。

表 XVIII. 公路橋面之最大正負號彎矩

	活 荷 重		呆 荷 重
	橋面支於縱梁	橋面支於橫梁	
最大負號彎矩	$-0.167PS$	$-0.130PS$	$-0.166wS^2$
最大正號彎矩	$+0.200PS$		$+0.071wS^2$

其中 P = 貨車後輪之重量, S = 縱梁或橫梁之中心距, w = 橋面之重量, 以公斤/公尺計。

計算鋼筋混凝土因輪重所發生之彎矩時, 其與橋跨平行之縱向, 不計輪重之分佈。至與橋跨垂直之橫向, 其輪重應視作係平均分佈於橋面之相當寬度,

① 見所著公路橋梁之設計 67—74 頁。

此項寬度 E 稱為有效任重寬度，應照下列方程計算(18)：

主要鋼筋係縱向者(即橋面支於橫梁者)：

$$(7-90) \quad E = 0.7S + B$$

其中 E = 每一後輪有效任重寬度， S = 橋面板之寬度， B = 後輪之寬度，均以公尺計。 E 之值不得超過 2.10 公尺，如二後輪平行排列，致其有效任重寬度有一部份重疊時，則每一輪之有效任重寬度，應為 $(E+C)/2$ ，其中 C 為二後輪之中心距。

主要鋼筋係橫向者(即橋面支於縱梁者)：

$$(7-91) \quad E = 0.7(2D + B)$$

其中 D = 自後輪中線至最近支點中線之距離，以公尺計。若假定後輪在橋面跨度之中線，則 $2D = S$ 。

橋面之木板，常係寬 300 公厘厚 100 公厘，若木板係縱向而支於橫梁，而其上每輪之下釘有一縱向墊板，如圖 7-50 所示，則橋面板之縱向有效任重寬度，可視作等於三板之寬度。

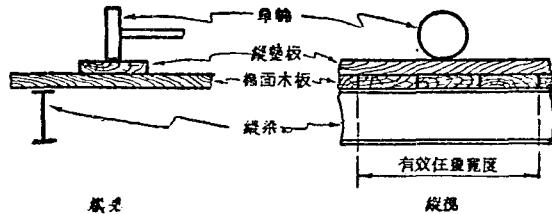


圖 7-50. 公路橋面上之縱墊板

若橋面板之跨度不特別短小，計算時可祇計其最大彎矩，不必計其最大切力。

(2) 鐵路橋之橋面系 鐵路橋面系之計算，無甚特點，惟其中之橫梁中心距如係極小(如用輓梁橋面系)，無須用縱梁，即足以承載軌道者，則計算該項橫梁之反力，切力及彎矩時，我國規定 [204] 均可用縱向分任係數，其值等於橫梁中心距與機車活荷重制軸距之比。於鋪碴橋面，其各軌道之活荷重，應作為

平均橫佈於 3 公尺寬之橋面上。

橫梁之跨度亦與鈹梁及桁架之中心距相等，與圖 7—49(d) 相同 [103]。計算橫梁之最大反力時，其活荷重位置之定法，與 7—7 節所述計算最大彎矩時之定法相同。荷重位置既定之後，其值自不難計算，但下列方法或較簡便。

設欲計算圖 7—51 (a) 橫梁 B 之反力 R_B 。其感應圖如圖 (b)， B 點之最大豎距 $y=1$ 。若將二縱梁 AB 及 BC 視作一梁，其跨長為 p_1+p_2 ，則其截面 B 彎矩 M_B 之感應圖，亦係一個三角形。惟最大豎距 $y=p_1p_2/(p_1+p_2)$ 。故

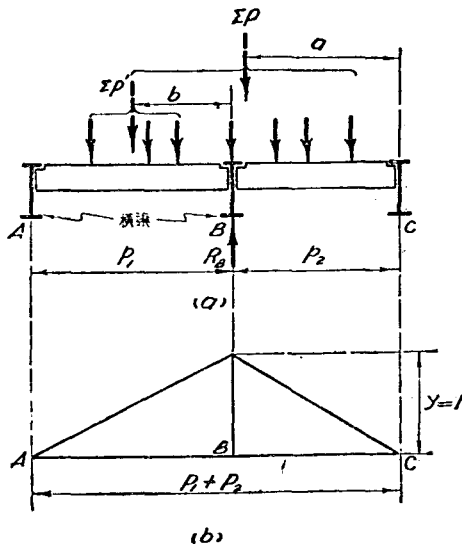


圖 7—51. 最大橫梁反力之計算(一)

將 M_B 之感應圖乘以 $(p_1+p_2)/p_1p_2$ ，即得 R_B 之感應圖。

由是

$$(7-92) \quad R_B = \frac{p_1+p_2}{p_1p_2} M_B$$

如 $p_1=p_2=p$ ，則

$$(7-93) \quad R_B = \frac{2}{p} M_B$$

故計算橫梁 B 之最大反力 R_B 時，可先計算最大彎矩 M_B ，而後乘以 p_1+p_2/p_1p_2 或 $2/p$ 。若圖 7-51 (a) 中所示 $p_1=p_2=p$ ，則 R_B 亦可以下列方程計算之：

$$(7-94) \quad R_B = \frac{a\Sigma P - 2b\Sigma P'}{p}$$

注意方程(7-94)中之 $a\Sigma P$ 等於節點 C 以左所有荷重對於 C 之力矩 M_C ， $b\Sigma P'$ 等於節點 B 以左所有荷重對於 B 之力矩 M_B ，故方程 (7-94) 可寫作

$$(7-95) \quad R_B = \frac{M_C - 2M_B}{p}$$

若節點 A 以左之若干節間尚有荷重，如圖 7-52 所示。

如將此項荷重計入，可設 $M_A = c\Sigma P''$ ，即節點 A 以左所有荷重對於 A 之力矩，而 M_B 及 M_C 之計算，如圖 7-52 所示，則方程 (7-95) 變為

$$(7-96) \quad R_B = \frac{M_A - 2M_B + M_C}{p}$$

方程 (7-96) 之應用較方程(7-95)為簡便，因 M_A 、 M_B 、及 M_C

之值，極易用表 XI 計算。方程 (7-96) 亦可用於計算橋梁在某一定之活荷重位置下任何節點之節點活荷重，因其意義與橫梁反力相同。

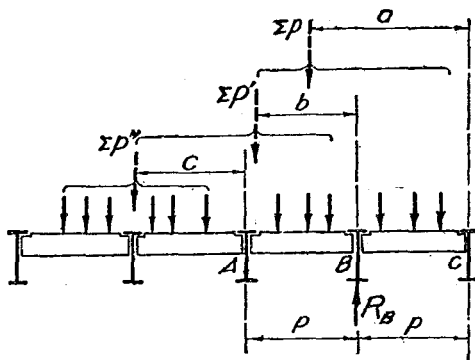


圖 7-52. 最大橫梁反力之計算(二)

既知橫梁之最大反力，其最大切力及彎矩均不難計算。

惟計算時均應將呆荷重及衝擊力加入，木枕之計算，我國規定 [204] 最大輪重平均縱向分佈於一公尺之軌道上，並無須計算其衝擊力。

例題 7-15. 設一公路樑橋，跨長 9 公尺，橋面有二車道，樑梁之中心距為 1.2 公尺。每一樑梁之重量為 100 公斤/公尺。混凝土橋面之重量為 600 公斤/平方公尺。活荷重為 15 公噸之貨車，求每一內樑梁在呆荷重，活荷重及衝擊力下之最大切力及彎矩。

解答：

$$\text{橫向分任荷重係數： } e = \frac{1.2}{1.4} = 0.86$$

$$\text{衝擊力係數，用方程(7-65)： } I = \frac{15}{9+38} = 0.32$$

$$\text{呆荷重: } (0.6 \times 1.2 + 0.1) 4.5 = 3.69$$

$$\text{活荷重: } (15 \times 0.4 + 15 \times 0.1 \times \frac{4.75}{9}) = 6.79$$

$$\text{衝擊力: } 6.79 \times 0.32 = 2.17$$

$$\text{絕對最大切力} = 12.65 \text{ 公噸}$$

$$\text{呆荷重: } (0.6 \times 1.2 + 0.1) \frac{9^2}{8} = 8.30$$

$$\text{活荷重: } \frac{0.86 \times 7.5}{9} \left(\frac{9 - 0.85}{2} \right)^2 = 11.89$$

$$\text{衝擊力: } 11.89 \times 0.32 = 3.81$$

$$\text{絕對最大彎矩} = 24.00 \text{ 公噸公尺}$$

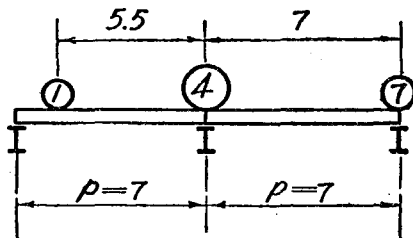
計算活荷重之絕對最大彎矩，係採用方程 (7-79)，因跨長大於 8.05，故貨車之前後輪均應在橋上。

習題 7-39. 設一公路橋梁，其型式尺寸及活荷重均與習題 7-3 相同。節間之長度為 5 公尺，每一節間中共有七縱梁，其中心距均為 1.0 公尺，每一縱梁之重量為 90 公斤/公尺。每一橫梁之重量為 150 公斤/公尺。二桁架之中心距為 7 公尺。求每一內縱梁及每一內橫梁在呆荷重，活荷重及衝擊力下之最大切力及彎矩。

習題 7-40. (a) 設一公路橋梁之橋面係鋼筋混凝土平板，其厚度為 230 公厘，支承於中心距為 1.0 公尺之縱梁上。活荷重為 10 公噸之標準貨車。求該橋橋面板縱向每一公尺寬度在呆荷重，活荷重及衝擊力下所發生之最大正負彎矩，以公噸公尺計。(b) 與上列之 (a) 相同，惟橋面係用寬 360 公厘厚 100 公厘之木板，其上每一車輪下並釘有縱墊板。

例題 7-16. 設一單軌道之鐵路橋梁，其節間之長度為 7 公尺，橫梁之跨長為 5.5 公尺。活荷重為中華二十級。求在活荷重及衝擊力下之最大橫梁反力。

解答: 用 7-7 節所述之法或由圖 7-33，可知輪 ④ 正在某橫梁之上時，該橫梁之反力為最大。故荷重位置如附圖所示，用方程 (7-94) 並表 XI，則



例題 7-18.

$$\alpha \Sigma P = \text{輪 ① 至 ④ 對於輪 ⑦ 之力矩} = 402.5$$

$$-2\beta \Sigma P' = -2(\text{輪 ① 至 ④ 對於輪 ④ 之力矩}) = -2 \times 72.5 = -145.0$$

$$257.5$$

故在活荷重下之最大橫梁反力 = $\frac{257.5}{7} = 36.79$ 公噸。

用公式 (7-63), 其中 S 與 L 均等於橫梁之跨長, 即 5.5 公尺。故

$$I = \frac{30}{5.5} + 100 - 2 \times 5.5(\%) = 0.945$$

故最大橫梁反力之衝擊力為 $36.79 \times 0.945 = 34.77$ 公噸。

習題 7-41. 設一鐵路下承橋, 其型式尺寸及活荷重均與習題 7-24 相同。若橋面係用木枕 每軌道下均有二縱梁, 其中心距為 2 公尺, 二主梁之中心距為 10 公尺。每一縱梁之重量為 230 公斤/公尺, 每一橫梁之重量為 450 公斤/公尺。求此橋內縱梁及內橫梁在呆荷重, 活荷重及衝擊力下之最大剪力及彎矩。

第八章 橋梁桁架之應力

8—1. 橋梁桁架之普通型式 前此樞接桁架盛行時，橋梁桁架型式，以圖 4—3(h) 之白 (Pratt) 氏桁架最爲普通，以其在呆荷重下中部斜桿全係拉桿，如添用反斜桿，則斜桿可全用眼桿，較爲經濟也。圖 4—3 (h) 係下承橋桁架之型式。如白 氏桁架用於上承橋，其兩端斜桿之傾度，可與圖 4—3 (h) 相同，如圖 8—1(a)，或與之相反，如圖 8—1(b)。圖 4—3 (b) 之浩 (Howe) 氏桁架，多祇用於木料或木料與鋼條聯合採用之橋梁，因木料之強度不大，故其採用祇限於荷重較輕之公路橋梁。近年來樞接鋼橋既日見稀少，而公路橋梁之荷重較重者，亦不宜採用木料桁架，故白浩 二氏桁架漸被圖 4—3 (f) 之倭 (Warren) 氏桁架所完全代替。此項桁架宜用於鉗接，其斜桿多用能承受拉力及壓力之剛性桿，故不須用反斜桿。倭 氏桁架之無豎桿者〔圖 4—3 (f) 之虛線所示者〕，祇用於高架鐵路及短跨之公路矮桁架式橋梁。如橋梁之跨度較長，則加用豎桿，此項桁架實係現代鉗接鋼橋之最通行型式。因其以最短距離，將荷重經腹桿而傳達於橋梁之支點。上述各式平行桁架之採用，均祇限於橋跨之長度在 60 公尺以下者。

於橋跨之長度在 60 公尺以上者，則採用平行弦之桁架，殊不經濟。最好使桁架各節點之高度與其最大彎矩圖各節點之

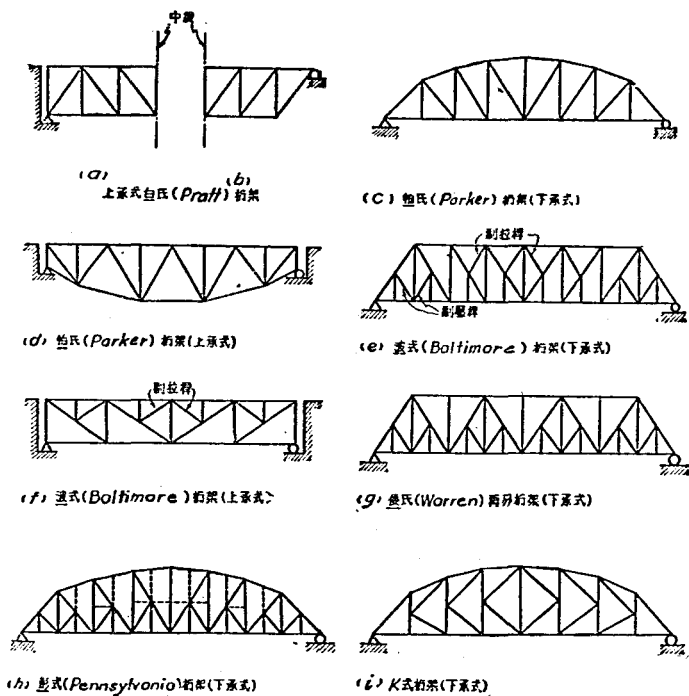
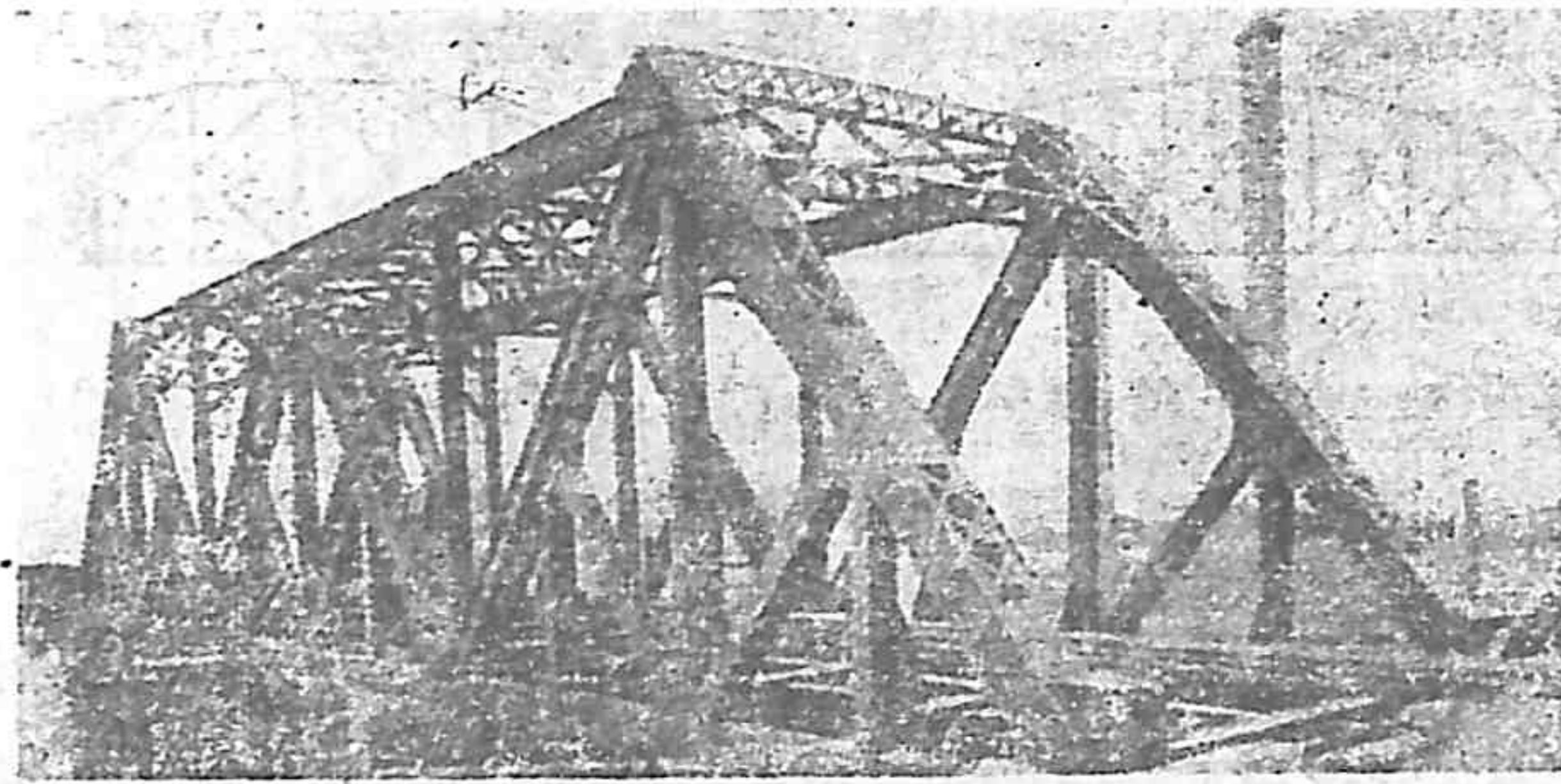


圖 8—1. 橋梁桁架之普通型式 參閱圖 4—3)

豎距成正比例，庶各弦桿之最大應力，約略相等。故可使桁架之一弦（常係橋面所在之弦）平直，其他一弦成折線形，成為非平行弦桁架。此項桁架與平行弦桁架比較，不但材料較為經濟，抑且較為美觀。此項桁架之最通行者為圖 8—1 (c) 之帕 (Parker) 氏桁架，其中斜桿之傾度與白氏桁架相同，但亦可採用倭氏桁架中斜桿之傾度，如圖 8—1 (d)。圖 8—1 (c) 係用於

下承式橋梁，而圖 8-1 (d) 係用於上承式橋梁。帕氏桁架跨度最長之限度，約為 100 公尺。

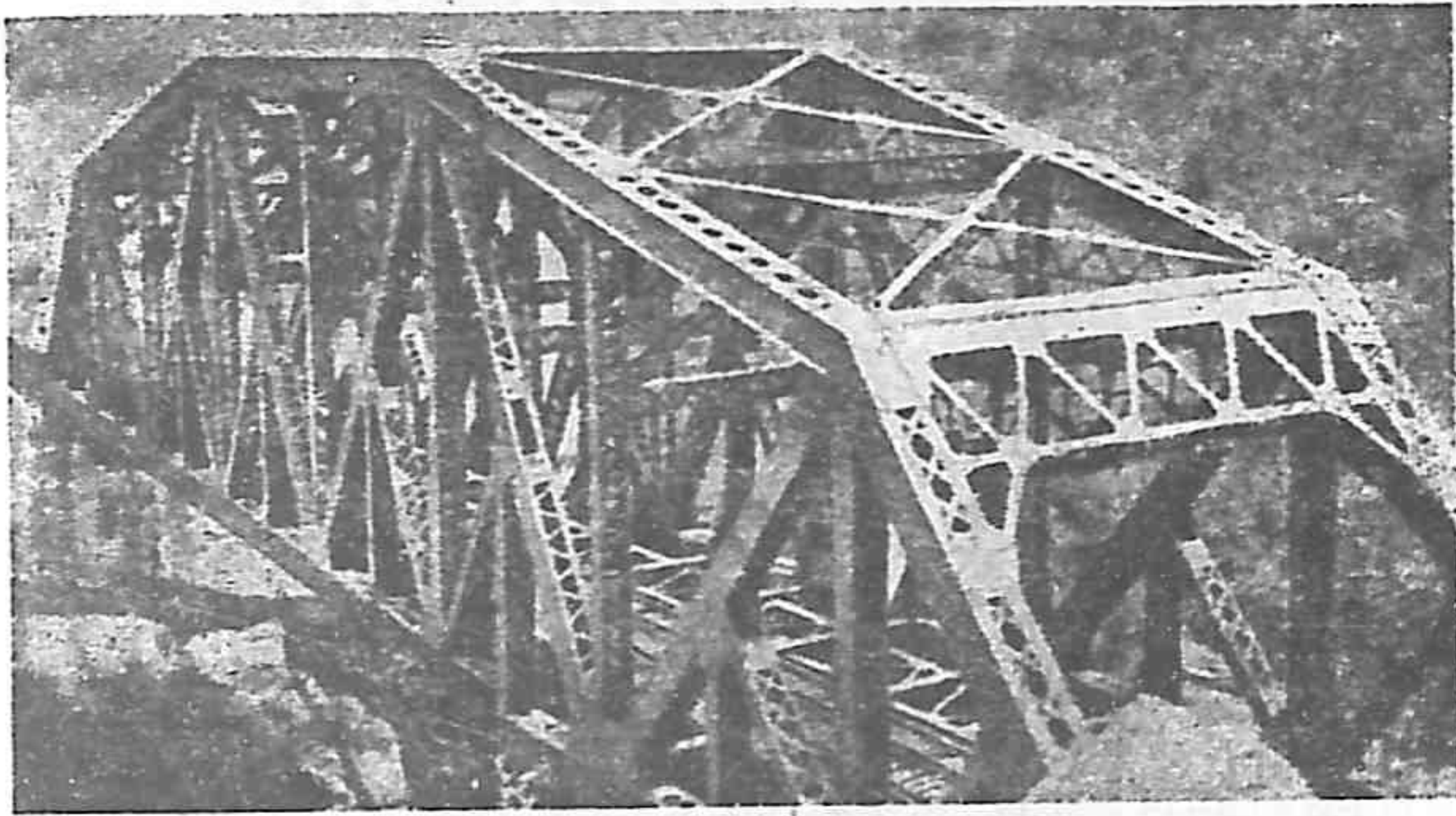
根據研究及經驗，如斜桿之傾度與水平線成 45° 與 60° 間之角度，則於材料最為經濟。為橋梁之經濟及剛勁起見，桁架深度應與其跨度同時增加。如此，則跨度愈長，節間因之愈長，而橋面系之重量亦愈大。故橋跨如在 100 公尺以上，如欲保持斜桿之經濟傾度，又欲使節間不太長，橋面系不太重，昔日常用多重腹桿，如圖 4-3 (g) 之費 (Whipple) 氏桁架。現代則採用節間再分之法，稱為再分桁架 (subdivided trusses)，如圖 8-1 (e) 至 (h) 等。桁架圖 (e) 係白氏再分桁架，稱為波式 (Baltimore, 美國之域名) 桁架 (見影片 XII)，用於跨度不特



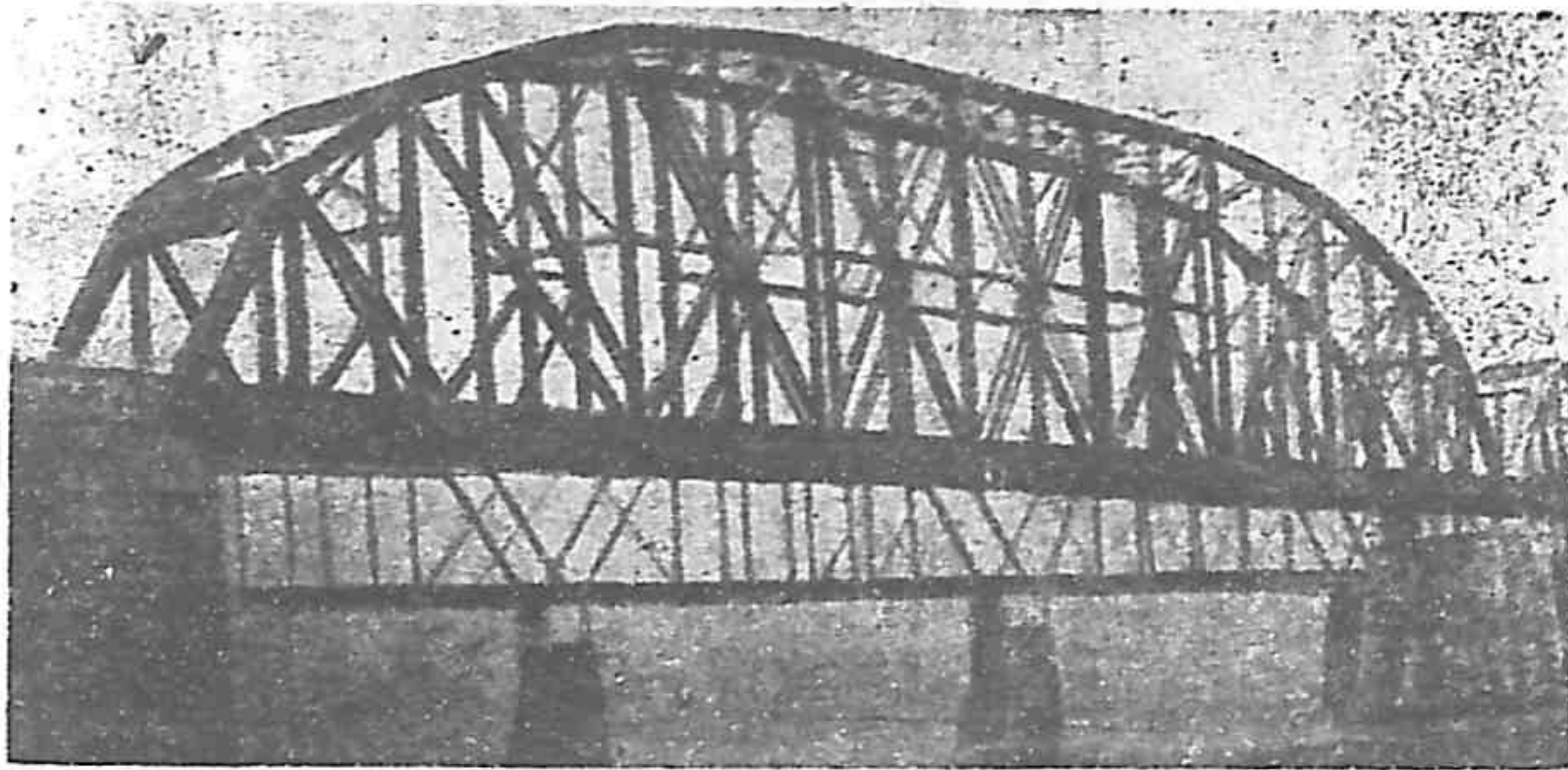
影片 XII. 波式桁架穿越式橋

長而橋面系又需特淺之橋梁。因跨度不特長，故可用平行弦桁架；因橋面系需特淺，故須用再分節間而使縱梁之跨度縮短。圖 f 示波式桁架之用於上承橋者，圖 (g) 示倭氏再分桁架，

均與波式桁架相似。再分節間中之斜桿稱為副斜桿 (sub-diagonal), 自以用副拉桿 (sub-tie) 為經濟, 但副壓桿 (sub-strut) 使桁架之剛勁增加, 故常宜於採用。圖 (h) 係帕氏再分析架, 稱為彭 (Pennsylvania, 美國省名) 式桁架 (見影片 XIII 及 XIV)。其中虛線所示平桿及豎桿, 各係專用於以支撐極長之



影片 XIII. 彭式鑲接桁架穿越式橋



影片 XIV. 彭式樞接桁架穿越式橋

豎桿及上弦桿, 皆係不承受應力之副桿。圖 (i) 之 K 式桁架, 係晚近所發明, 其目的與再分析架相同, 其上下二弦亦可平行

此項桁架之次應力較小，故用於長跨橋梁之用鉚接或鐸接者，最為適宜。

上述之各種橋梁桁架，僅以最通行之代表型式為限。實際桁架之組成法，變化無窮，不遑枚舉。惟其各部之變化，常不外下列諸項：

桁架組成之變化

1. 橋梁之型式 {
 - a. 上承式。
 - b. 下承式(穿越式或半穿越式)。

2. 弦桿之形狀 {
 - a. 平行。
 - b. 非平行。

3. 腹桿之佈置 {
 - a. 白氏式 } (歐洲常稱為 N 式)。
 - b. 浩比式 }
 - c. 倭氏式 (歐洲常稱為 V 式)。
 - d. K 式。
 - e. 多重式。

4. 斜桿之性質 {
 - a. 拉桿。
 - b. 壓桿。
 - c. 剛性桿。

5. 再分之方法 {
 - a. 副斜拉桿。
 - b. 副斜壓桿。

概括言之，於上述所列之五項中，各指定一特點，即可得某某型之橋梁桁架。如圖 8-1 (h) 之桁架，係屬於 1b-2b-3a-

4c—5b 式。

橋梁桁架之深度(上下弦桿之重心軸距),於鐵路穿越式至少約 9 公尺上下,於公路穿越式至少約 5 公尺。於鐵路及公路之上承式橋梁,桁架之深度,均不能大於二桁架中心距之二倍。此外自橋梁之經濟及剛勁之觀點,則桁架之深度與跨度之比,約在 $\frac{1}{5}$ 至 $\frac{1}{8}$ 之間。

平行弦桁架受豎向荷重時,該荷重必全經過腹桿,而傳達於兩端之支座。腹桿之作用,祇在抵抗斜桿之平分應力而已。圖 8-2 示桁架中腹桿佈置之經濟比較。圖(a)示白氏式或 N 式之腹桿佈置。圖(b)示德氏式或 V 式之腹桿佈置。二者比較,則圖(a)中荷重 P 之一半,必經過 a, b, \dots, j 等腹

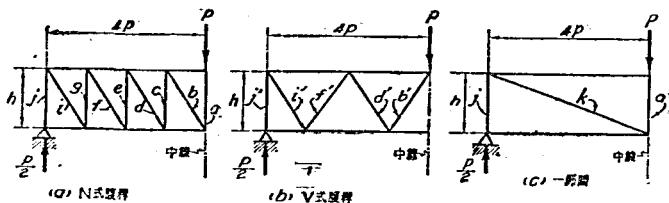


圖 8-2. 桁架中腹桿佈置之經濟比較

桿,以達於左支座,而圖(b)中荷重 P 之一半,祇經過 b', d', \dots, j' 以達於左支座,故後者荷重傳達之距離,較前者為短。且圖(b)中將圖(a)中之 a, c, e 及 g 四豎桿省去。圖(b)中之 b', d', f', h' 及 j' 五腹桿之應力數量,各與圖(a)中之 b, d, f, h 及 j 相等,惟 f' 及 b' 二桿變為壓桿。二桁架之弦桿,實際當相同。若材料之准許壓應力與准許拉應力約略相等,則圖(b)桁架所節省之材料頗多。若將四節間改爲一節間,如圖 8-2(c),則又不經濟矣。其證明列爲習題 8-2。故斜桿如係剛性,則 V 式之腹桿佈置,常較 N 式者為經濟。

桁架之經濟,應包括工料二項而言。非平行弦桁架與平行弦桁架比較,常料,而工費,故非平行弦桁架祇用於長跨橋梁為經濟。非平行弦之諸節點如圖 8-3 之 U_1, U_2, \dots 等,全在一拋物線上,最為適宜。但為免去中樑

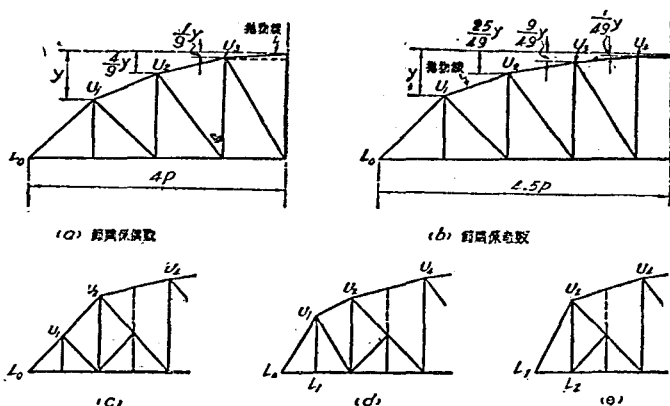


圖 8-3. 非平行弦桁架之形狀

二節間或一節間中弦桿之拼接，常使其成為平直，如圖(a)之虛線所示。於非平行弦桁架，其端節間亦可再分如圖 8-3 (c)，但常使 U_1 稍高，並與 U_2, L_1, \dots 等同在一拋物線上，庶 $U_1 L_1$ 之深度，與穿越橋梁之適宜深度相同，如圖(d)。但亦可將 $L_0 L_1$ 節間略去，使 $L_1 L_2$ 成為非再分之端節間，如圖(e)。

習題 8-1 依下列之條件，試各畫一對稱式橋梁桁架。

(a) 共 16 等長節間， $1b-2a-3b-4c-5a$ 。

(b) 共 16 等長節間， $1b-2b-3d-4c-5a$ 。

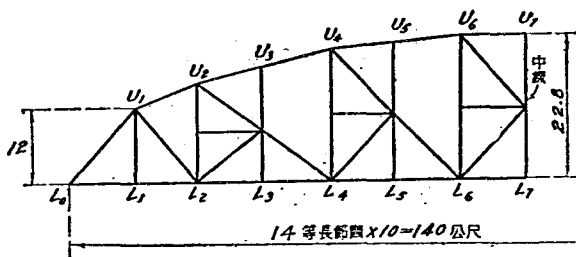
(c) 共 14 等長節間， $1b-2b-3c-4c-5a$ 。

(d) 共 18 等長節間， $1b-2b-3a-4c-5a$ 。

(e) 共 20 等長節間， $1b-2b-3a-4c-5a$ 。

習題 8-2. 設材料之准許壓應力與准許拉應力相等，求圖 8-2 中三桁架在所示之荷重下所需材料之比。計算時可將桁架之重量略去，並使 $h=p_c$ 。

習題 8-3. 設附圖所示對稱式桁架諸節點 U_1, U_2, U_3 及 U_0 均在一拋物線上，求該桁架所有諸節點處之深度。



習題 8-3.

8-2. 橋梁桁架之呆應力 計算橋梁桁架呆荷重時，須先計算其中各節點之呆荷重。實際上每一節點之呆荷重，等於所有交會於該節點諸桿件（包括頂底側支撐，橋門支撐（portal bracing）及豎支撐（sway bracing）等之桿件，其解釋見第九章）重量之一半。於受活荷重弦之諸節點，並應加其所承橋面及橋面系之重量。故橋身之呆荷重，實際並非均佈於橋跨之長度。但於跨度不特長之普通桁架橋梁，橋身之呆荷重，常假定係平均分佈於橋跨之長度，並可用第七章之公式，作初步之估計。

於極短之橋梁，呆荷重常假定係全部加於受活荷重之弦。但跨度如稍長，則最普通之法，係以橋身鋼料重量三分之二及橋面軌道之重量，加於受活荷重之弦；橋身鋼料其餘三分之一，加於不受活荷重之弦。若將桁架之重量分別估計，以其一半各加於上下弦，另將各項支撐，橋面及橋面系之重量，加於適當之弦，或更為適宜。惟呆荷重無論如何分佈於桁架上下弦，祇與其豎桿之應力有關，而與弦桿及斜桿之應力無關，此點已於第四。

章中說明。況於跨度不甚長之普通橋梁，呆應力與活荷重及衝擊力之應力之和比較，其數量常相當微小。故上述橋梁呆荷重之普通分佈法，實際常採用之。

桁架節點呆荷重既算定之後，其應力可用第四章中所述之任何方法計算之，其中比較適宜之法如下：

數解法：

- (a) 節點法。
- (b) 彎矩及切力法。
- (c) 指數應力法(應力係數法)。

圖解法：

- (d) 節點法。
- (e) 彎矩及切力法。

於普通橋梁桁架，計算時常以數解法比圖解法較為適宜且精確。數解法之彎矩法，可與拋物線公式或方程 7—49 聯合採用，較為簡便。切力法亦用以求非平行弦中斜桿及豎桿之應力，惟須先求得其斜弦桿中之豎分應力。若以節點法與指數應力法比較，則後法常較前法稍為簡便。至於畸形之桁架，自仍以節點圖解法最為適宜。

例題 8—1. 一單軌道木枕橋面之穿越式鐵路桁架鋼橋，共有六節間，每節間長 7 公尺。桁架為白氏式，其上下弦係平行。桁深為 9 公尺，活荷重為中華二十級。用指數應力法，求各桿之呆應力。

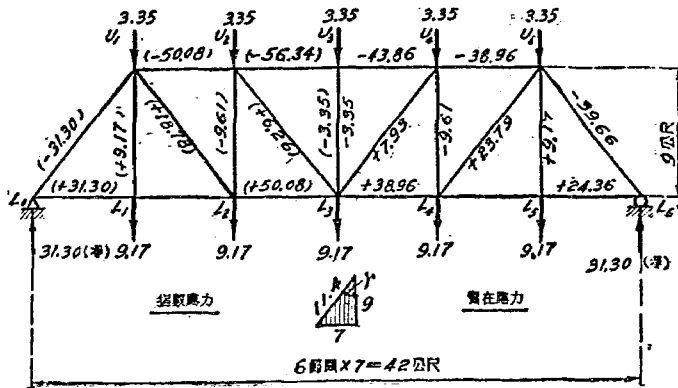
解答： 此例題中橋梁之情形與例題 7—0、7—12 及 7—13 相同。橋身鋼料重量為 2,875 公斤/公尺，已於例題 7—13 算得。木枕橋面及軌道

之重量為 700 公斤/公尺，故上下弦之節點呆荷重如下：

$$\text{上弦節點： } 2,875 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \times 7 = \underline{3.35} \text{ 公噸}$$

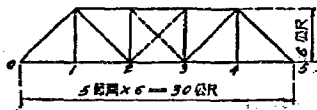
$$\text{下弦節點： } (2,875 \times \frac{2}{9} + 700) \times \frac{1}{2} \times 7 = \underline{0.17} \text{ 公噸}$$

上弦之兩端二節點之外，雖無弦桿，但因有橋門支撐，故該二節點之呆荷重不能小於其他節點，所有計算，全見附圖。左半係指數應力，右半係實在應力。

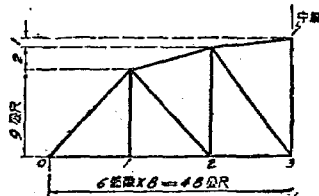


例題 8-1.

習題 8-4. 一承穿越式公路鋼橋，其桁架之型式及尺寸如附圖所示。橋面係混凝土平板，總寬 8.75 公尺，平均厚度為 230 公厘。活荷重為 15 公噸之標準貨車。用方程 (7-13) 估計其橋身鋼料重量，並用指數應力法，求其中諸桿之呆應力。



習題 8-4.



習題 8-5.

習題 8-5. 一下承穿越式雙軌鐵路鋼橋，其桁架之型式及尺寸如附圖所示。橋面係用木枕。活荷重為中華十六級。用指數應力法，求其中諸桿之呆應力。

提示：於如此短跨橋梁，用非平行桁架，自不經濟。但列為習題，固無不可。注意此橋之一切情形，與習題 7-24, 7-29 及 7-33 者相同，故橋身鋼料之重量，可得自習題 7-33。

8-3. 普通桁架之應力感應圖 桁架之應力，當然與橋梁之節間切力或節點彎矩有密切關係，故二者之感應圖亦然。普通橋梁節間切力及節點彎矩之感應圖，於第七章中已詳述之，由此而求普通桁架應力之感應圖，殊為簡易。

於平行弦桁架，其腹桿佈置係白氏，浩氏，或倭氏者，則下列桁架應力感應圖與橋梁切力及彎矩感應圖之關係（不計其正負號），極其顯然。

(1) 任何弦桿應力之感應圖，等於其弦心所在之節點之彎矩感應圖，除以桁深。

(2) 任何斜桿豎分應力之感應圖，等於其所在之節間之切力感應圖。

(3) 任何豎桿應力之感應圖，等於其隔離截面於受活荷重弦上所截斷之節間之切力感應圖。

(4) 任何副桿應力之感應圖，等於其所支承之橫梁之反力感應圖。

於非平行弦桁架，則第(1)條之「桁深」應改為「該弦桿與其弦心間之正距」。第(2)及(3)二條雖不能採用，但各條中所

述二種感應圖之形狀，仍頗相似。至第(4)條亦可採用。

於平行弦桁架，其腹桿非上述之三式者，則上列之四條之採用與否，雖視腹桿之佈置而定，但各條中所述二種感應圖之形狀，亦常極其相似。至桁架之有反斜桿，多重腹桿，或再分節間者，其感應圖當於以後諸節中另述之。

習題 8-6. 求下列諸桁架中英文字母所指定諸桿應力（或其整分應力或不分應力）之感應圖。其有數字之弦，係承受活荷重之弦。

提示：

(B): c. 注意其應力之感應圖，非一個三角形。

(C): d. 先求得 b 及 c 二桿應力之感應圖，再用 $\Sigma V=0$ 於其上端之節點。

(D): d. 先求 c 桿應力之感應圖，再考慮其下端節點之 $\Sigma V=0$ 。

(E): a. 用 $\Sigma M_m=0$ 。

b. 先求 b'，再用 $\Sigma M_2=0$ ，截面為 ①-②。

c. 求 c'。

d. 考慮其上端節點之 $\Sigma V=0$ 。

(F): a. 係一副桿。

b. 考慮其上端節點之 $\Sigma V=0$ 。

c. 與 b 相似。

d. 用 $\Sigma M_2=0$ ，隔離截面如附圖所示。

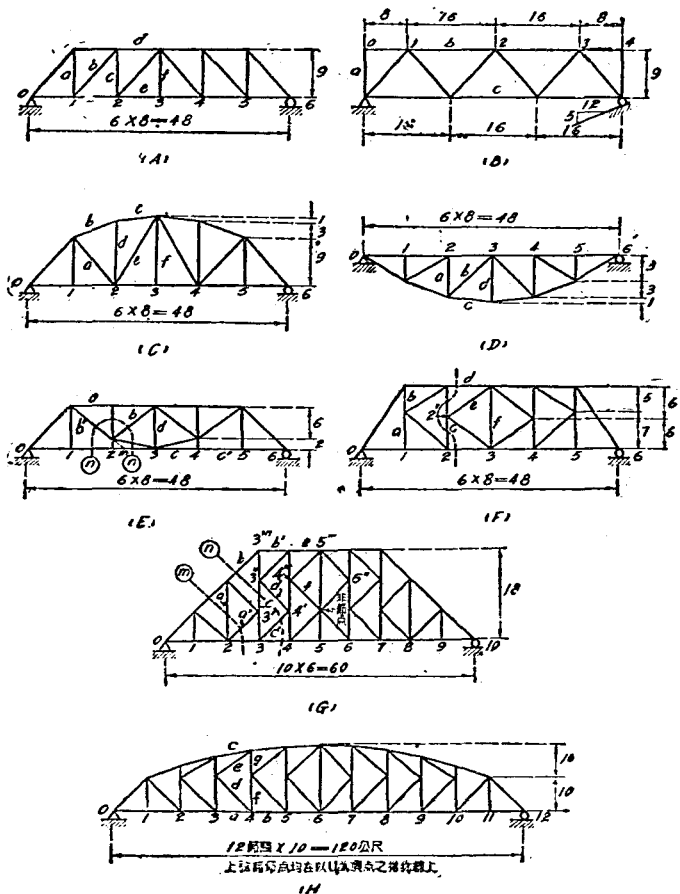
e. 先考慮節點 2' 之 $\Sigma H=0$ ，再用切力法。

f. 考慮其上端節點之 $\Sigma V=0$ 。

(G): a. 先求 a'，再用 $\Sigma M_0=0$ ，截面為 ③。

b. 先求 b' 其方法與(E)之 d 桿相似，再考慮節點 3''' 之 $\Sigma H=0$ 。

c. 先用 $\Sigma V=0$ 於節間 3-4 及 $\Sigma H=0$ 於節點 3'' 與 4'，求得 c'，再用 $\Sigma M_0=0$ ，截面為 ④。



習題 8-6.

- d. 先用 $\Sigma H = 0$ 於節點 4'.
- e. 用 $\Sigma M_4 = 0$.
- f. 先用 $\Sigma H = 0$ 於節點 4'' 與 6'', 及 $\Sigma V = 0$ 於節點 5''', 再

用 $\Sigma V=0$ 於節間 4-5。

(H): a. 用 $\Sigma M=0$, 以 U_8 爲矩心, 截面與 (F) 之 d 桿相似。

b. 與 a 桿相似。

c. 與 a 桿相似, 或用 $\Sigma H=0$, 注意 $H_c = -S_a$ 。

d. 用 $\Sigma H=0$ 於節點 L_4 。注意 $H_d = S_b - S_a$, 即 H_d 之感應圖等於 S_b 及 S_a 二感應圖之差。

e. 用 $\Sigma H=0$ 於節點 M_3 , 注意 $H_e = -H_d$ 。

f. 用 $\Sigma V=0$ 於節點 L_4 。注意 $S_f + V_d = 0$, 若荷重正在節點 L_4 , 則 $S_f + V_d = 1$ 。

g. 用 $\Sigma V=0$ 於節點 U_4 。亦可用 $\Sigma M=0$, 先求得 $(S_f - S_g)$ 之感應圖, 再自 S_f 之感應圖減去之, 即得 S_g 之感應圖。

如求平行弦桁架所有諸桿應力之感應圖, 可用圖 8-4 之系統作法, 圖 (b) 示斜桿應力 S_{Ab} , S_{Bc} 及 S_{Cd} 感應圖之作法, S_{Bc} 感應圖之零切點 4, 與圖 () 1, 2 及 3 三點, 同在一豎線上。1 及 2 二點之作法及理由, 與圖 7-6(c) 相同。點 3 之理由如下: 將圖 (a) 之三角形 A_{og} 及 Bbc 各視作左支點 a 反力及節點 b 橫梁反力之感應圖。設以一豎向集中荷重置於 $3'$ 點, 則左支點 a 反力及節點 b 橫梁反力均等於 $3-3'$ 。因此節間 $b-c$ 之切力爲零, 故 $S_{Bc}=0$ 。圖 (c) 示豎桿 S_{Cc} 感應圖之作法。於上承橋, 則 $S_{Cc} = -V_{Bc}$, 故 S_{Cc} 感應圖零切點 5 與點 4 同在一豎線上。於下承橋, 則 $S_{Cc}=0$ 之點, 應以同法求 Ac 及 Gd 二直線之相交點以定之 (圖 (a) 中未示出)。圖 (d) 示上下弦桿應力感應圖之作法, 其中諸感應圖之頂點, 均在一拋物線上, 其橋跨中線之豎距爲 $L/4h$, 其理由與圖 7-

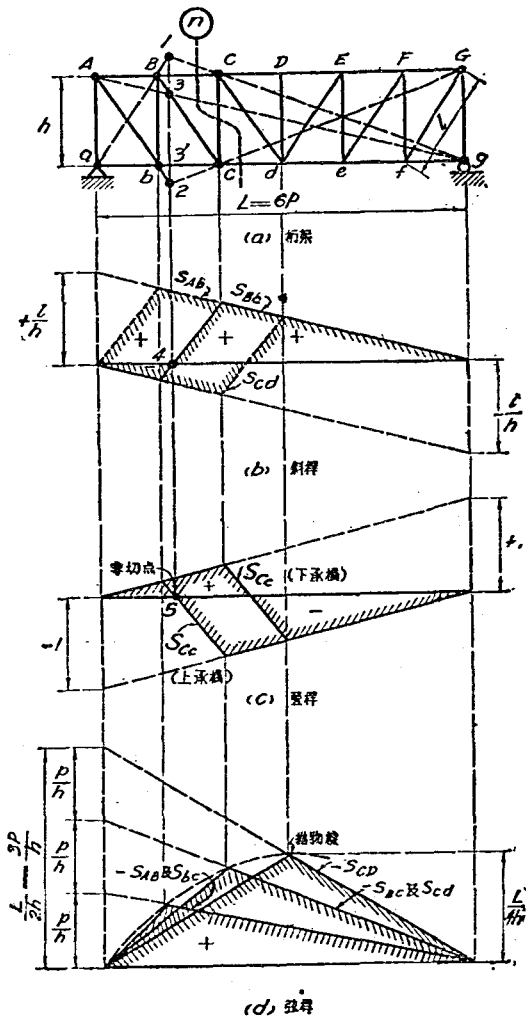


圖 8-4 普通平行弦桁架之應力感應圖

7 相同。其作法即係拋物線作法之一，其餘各桿應力感應圖之作法，與圖 8-4 所示者相同。

習題 8-7 用上述之統系作法，求習題 8-6 中桁架(A)左半各桿之應力感應圖。

於非平行弦之桁架，其中諸桿應力感應圖之作法，如圖 8-5 所示。先論腹桿，並以桿 Bc 為例。將上弦桿 Bc 引長，與下弦桿之引長相交於 I 點，為 Bc 桿之矩心，其矩臂為 r_1 ，如圖(a)所示。若單位集中荷重在 c 與 g 之間，則 Bc 桿之應力 S_{Bc} 為

$$S_{Bc} = +R_a \times \frac{d_1}{r_1}$$

作 $+R_a$ 之感應圖，並乘以 d_1/r_1 ，得 $A'AG$ 。取其 $c'G$ 一段，如圖(b)。若荷重在 a 與 b 之間，則 S_{Bc} 為

$$S_{Bc} = -R_g \times \frac{d_1 + L}{r_1}$$

$$\text{但} \quad \frac{d_1 + L}{r_1} \times \frac{d_1}{d_1} = \frac{d_1}{r_1} \times \frac{d_1 + L}{d_1} = \frac{d_1}{r_1} \times \frac{gg'}{aa'}$$

$$\text{故} \quad S_{Bc} = -R_g \times \frac{d_1}{r_1} \times \frac{gg'}{aa'}$$

其中 aa' 及 gg' 之值，為圖(a)所示。故作 $-R_g$ 之感應圖，並乘以 $(d_1/r_1)(gg'/aa')$ ，得 $G'GA$ 。取其 $b'A$ 一段，並聯 b' 與 c' ，得 S_{Bc} 之感應圖如圖(b)。注意 $+d_1/r_1$ 及 $-(d_1/r_1)(gg'/aa')$ 各係 $R_a=1\uparrow$ 及 $R_g=1\uparrow$ 時 Bc 桿中之應力。

圖(b)感應圖中 $S_{Bc}=0$ 之點 $1'$ ，與圖(a)中之 1, 2, 及 3 三點，同在一整線上，1 及 2 二點之作法，與圖 8-4(a) 所示者相似，其證明如下：以任何荷重 P_1 置於 1 點，於圖(g) 作一整線，表示 P_1 ，於其兩端各作 4 及 5 二線，各與圖(a)之 $a'b$ 及 cg' 平行。此二線相交於極點 P ，自 P 點作 6 及 $b-c$ 二線，各與圖(a)之 $a'g'$ 及下弦平行。將圖(a)之三角形 $a'1g'$ 視作一索線多邊形，則左支點反力 R_a 必係圖(g)中 4 與 6 之合力。同此將圖(a)之三角形 $b1c$ 視作一索線多邊形，則節點 b 之橫梁反力 R_b 必係圖(g)中 4 與 $b-c$ 之合力；而 $R_a - R_b$ 又為 6 與 $b-c$ 之合力，其作用線必經過

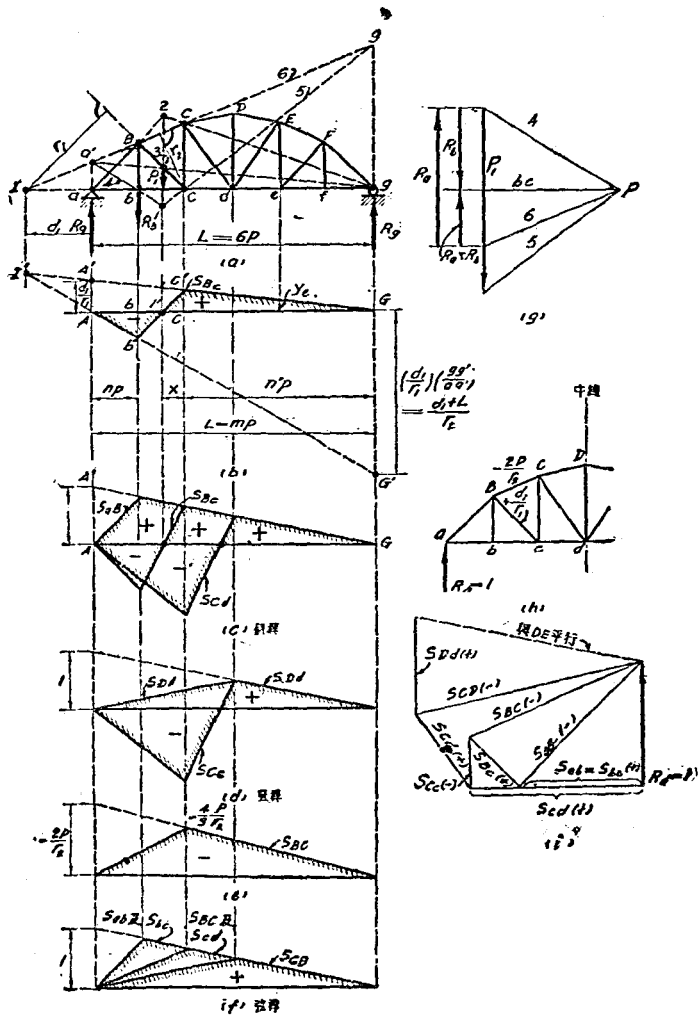


圖 8-5. 非平行弦桁架内力感應圖(一)

圖(a)中 b 與 $b-c$ 二線之交點 I 。即 P_1 在 1 點時，左支點反力 R_a 與節點 b 之橫梁反力 R_b 之合力，經過 Bc 桿之矩心，故 $S_{Bc}=0$ 。同此，可證明 2 點之正確。3 點之證明與平行弦桁架者相似。亦將圖(a)之二個三角形 $aa'g$ 及 bBc 各視作左支點反力 R_a 及橫梁反力 R_b 之感應圖。惟 bB 之高度應與 aa' 相同，故 R_b 之感應圖 bBc 應乘以 aa'/bB 之比。因此，集中荷重 P_1 置於 3 點時，則 $R_b/R_a=aa'/bB$ 。但 $aa'/bB=d_1/(d_1+p)$ ，由是， $R_a d_1 - R_b(d_1+p)=0$ ，即集中荷重 P_1 置於 3 點時， R_a 及 R_b 對於 I 點之力矩共等於零，故 Bc 桿之應力為零。於圖(a)中， $a'g$ 及 Bc 桿之傾度，均係自左上至右下，若 Bc 桿改為 bC 桿，則 3 點之定法，應作 ag' 線。至豎桿 Cc 之零應力點，於上承橋與 Bc 桿者相同，於下承橋，則應以同法作 $a'c$ 及 $g'd$ 二線以定之(圖(a)中未示出)。

將圖(b)中 S_{Bc} 感應圖之 $A'G$ 及 AG' 二線引長，相交於 I' 點，係與圖(a)之 I 點同在一豎線上，其正確自不難以幾何證明之(注意 $(d_1+L)/d_1=gg'/aa'$)。

試求 $S_{Bc}=0$ 之 I 點與節點 c 距離 x 之值，為普通起見，設圖(a)之 $ab=np$ ， $cg=n'p$ ， $L=mp$ ，故 $m=n+n'+1$ 。如圖(b)所示，於圖(b)中，

$$cc' = \frac{d_1}{r_1} \times \frac{n'}{m}$$

$$bb' = \frac{d_1+mp}{r_1} \times \frac{n}{m}$$

由是

$$\frac{x}{\frac{d_1}{r_1} \times \frac{n'}{m}} = \frac{p}{\frac{d_1}{r_1} \times \frac{n'}{m} + \frac{d_1+mp}{r_1} \times \frac{n}{m}}$$

將上式化簡，並注意 $n+n'=m-1$ ，即可得

$$x = \frac{n'p}{(m-1) + mn \frac{p}{d_1}} \quad (8-1)$$

於平行弦桁架，則 $d_1=cc$ ，如是，則方程(8-1)變為與方程(7-14)相同。

圖(b)中三角形 GcI' 之面積 A_1 為，

$$A_1 = \frac{n'(x+n'p)}{2m} \times \frac{d_1}{r_1} \quad (8-2)$$

上列二方程亦可用於豎桿 Cc ，惟其 n 及 n' 之值自與 Bc 桿者不同。

注意圖 (b) 中 S_{Bc} 感應圖有五個控制, 即: (1) $S_{Bc}=0$ 之 $1'$ 點, (2) d_1 之位置, (3) AA' 之值, (4) GG' 之值, 及 (5) y_e 之值 (即單位集中荷重在節點 e 時 S_{Bc} 之值)。以上列五個控制中之任何適宜二個控制聯合, 即可完全定 S_{Bc} 之感應圖, 但 AA' 與 y_e 之聯合, 不能採用。 $1'$ 點與 d_1 之聯合, 不易採用。如欲作一非平行弦桁架中若干腹桿之應力感應圖時, 以應力為零之 $1'$ 點與 y_e 之聯合, 較為簡便。此若干腹桿 y_e 之值, 可以一單位集中荷重置於節點 e 而以一麥 (Maxwell) 氏應力圖一次求得之。

上述求桁架應力感應圖之法, 祇就腹桿而論, 若欲求桁架中所有諸桿應力之感應圖, 可用下述之統系方法。

若將圖 8-5 (b) 中 S_{Bc} 之感應圖之豎距, 均除以 $+d_1/r_1$ 。則 $AA'=1$, 如圖 (c), 此感應圖稱為縮減感應圖 (reduced influence diagram)。 $+d_1/r_1$ 稱為感應係數 (influence coefficient), 其值即等於 $R_a=1$ 時 Bc 桿之應力 (見圖 (h))。故作 S_{Bc} 之縮減感應圖時, 使 $AA'=1$, 並用圖 (a) 之法, 求其應力為零之點以定之。惟應用此縮減感應圖時, 應以其感應係數乘之。圖 (c) 示斜桿 aB, Bc 及 Cd 之縮減感應圖, (d) 示豎桿 Cc 及 Dd 之縮減感應圖。 Bb 係一副桿, 自不必用此法。圖 (e) 示弦桿 BC 之感應圖, 若除以 $-2p/r_2$, 則其縮減感應圖如圖 (f) 所示。 $-2p/r_2$ 亦等於 $R_a=1$ 時 BC 桿之應力 (見圖 h)。弦桿 ab, bc, cd 及 CD 之縮減感應圖亦均見圖 (f) 中。用此法時, 所有各桿之感應係數可作一麥氏應力圖如圖 (i) 求得之。因圖 (a) 之桁架係對稱, 故祇需求其一半中諸桿之應力感應圖。於非對稱之桁架, 可於中部桁深為最大或最小處, 將桁架分為左右二半, 其右半諸桿之感應係數即各等於右支點反力為 1 時之桿應力。此法當然亦可用於平行弦之桁架, 惟無此需要, 因圖 8-4 之法已夠簡易。

若非平行桁架係拱形, 如圖 8-6 (a), 其中之 bC 桿與圖 8-5 (a) Bc 桿之位置相同, 但二者之感應圖則異。因 bc 與 BC 二弦桿之交點 I , 不在橋跨之外而在橋跨之內。設圖 8-6 (a) 係上承橋, 則 bC 桿應力為零之點 I 求法, 如該圖所示, 與圖 8-5 (a) 之法完全相似。圖 8-6 (b) 示 bC 桿之應力感應圖, 其作法亦與圖 8-5 (b) 法完全相似。由此圖可知 bC 桿無負實之應力為零之點, 故無論荷重之位置如何, bC 桿之應力, 均係拉力。若

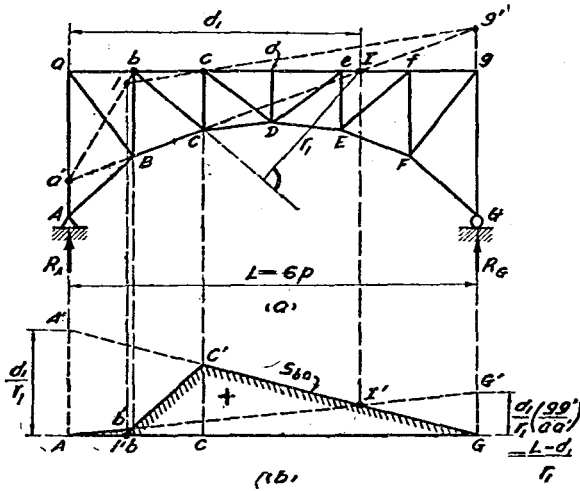
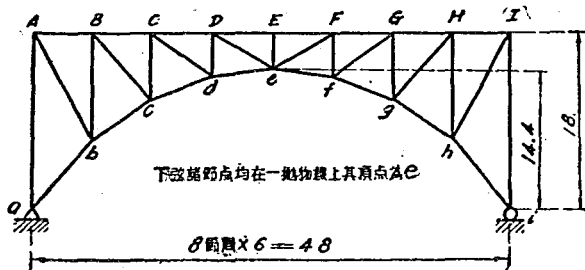


圖 8-6. 非平行弦桁架應力感應圖(二)

某腹桿(如 C_0 及 cD)之 I 點如在橋跨之外, 則其應力感應圖仍有應力為零之點, 與圖 8-5 (b) 者相似。

習題 8-8. 附圖示一上承橋之桁梁。求其左半諸桿之縮減感應圖, 並示腹桿應力為零點之作法, 感應係數可用查氏應力圖求之。



習題 8-8.

8-4. 用虛功原理求桁架之應力感應圖 根據 7-4 節之討論，已知橋梁桁架桿應力之感應圖，亦可以虛功原理求之。即將某桿移去，並使其二端之二節點，有極小之相對虛移位 $dl = \pm 1$ ，則直接承受荷重之縱梁之虛移位圖，即係該桿應力之感應圖。於普通橋梁，則縱梁之虛移位圖與桁架承受荷重弦者相同，故後者之虛移位圖，亦即該桿應力之感應圖。其證明如下：

如圖 8-7 所示，設以一單位向下荷重置於任何節點 b ，而求 BC 桿之應力 S 。假定 S 為拉力，並使 BC 桿之 B 端不移動，其 C 端(反之亦可)有極小之虛移位 $dl = -1$ ，若其餘諸桿均無變形，則該桁架中祇有三角形 BCe 有變形，假設桁架左部 $abcB$ 之位置不變，則其右部 $cdeDC$ 必繞節點 c 向上轉動 θ 角。故 e 移至 e' 。但 e 點係一支點，不應有虛移位，而桁架之下弦原係一直線，故作 ae' 線，作為虛移位圖之底線。即得三角形之虛移位圖 $ae'e$ ，其中 $bb' = \delta_b \uparrow$ 用虛功方程，則

$$S(-1) - \delta_b \times 1 = 0$$

故

$$S = -\delta_b$$

因 b 係任何一節點，故以荷重置任何其他一節點所得之結果亦同。即已證明虛移位圖 $ae'e$ 係 BC 桿應力之感應圖，且正負號亦相符。因常以虛移位圖之在底線之下者為正號，感應圖之在底線之上者為正號。故使 $dl = -1$ ，則所得之虛移位圖之正負號，亦與感應圖者相符。即正號者在底線之上，而負號者在底線之下。圖 8-7 感應圖 $ae'e$ 中豎距 cc' 之值，可求得如下：

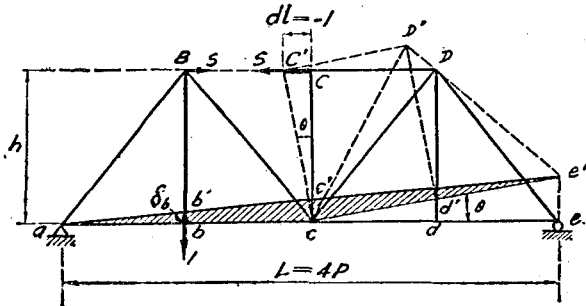


圖 8-7. 用虛功原理求桁架應力之感應圖

$$\theta = -\frac{1}{h} = \frac{ee'}{2p}$$

或
$$ee' = -\frac{2p}{h}$$

故
$$cc' = \frac{ee'}{2} = -\frac{p}{h} = -\frac{L}{4h}$$

並
$$\delta_0 = bb' = \frac{cc'}{2} = -\frac{L}{8h}$$

於較複雜之桁架，由虛移位圖求感應圖中豎距之值，常非如上列之簡易。若採用後述(第十二章)桁架變位之維(Williot)氏圖解法，則常甚簡易。但下述之幾何方法，亦不繁雜，因其原理與維氏方法相同也。

圖 8-8 (a) 桁架中之任何三角形，設 A 及 B 二點之位置不變，若該 AC 桿之 C 端有極小之虛移位 $-dl$ (即 AC 桿之縮短)，求 C 點之虛移位。依幾何方法，可以 A 為圓心， $AC-dl$ 為半徑，作一圓弧。又以 B 為圓心， BC 為半徑，再作一圓弧。此二圓弧之交點為 C'' ，故 CC'' 為 C 點

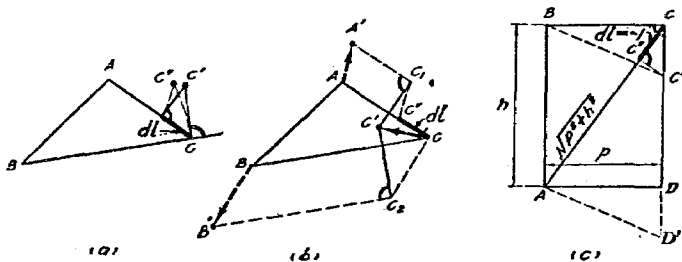


圖 8-8. 桁架虛移位圖之計算

之虛移位。惟 dl 既係極小，則求 C'' 點時，可以不作二圓弧，而作二直線，各與 AC 及 BC 成垂直以代替之。此二垂直線之交點為 C' ，故 CC' 為 C 點之虛移位，如圖 8-8 (a) 所示。 C' 及 C'' 二點之位置相差頗遠。如 dl 比較 AC 及 BC 之長度為極小時，則 C' 及 C'' 二點之位置，將實際同在一點。故此法實非一近似之法。若 A 及 B 二點之位置不論由任何原因各移至 A' 及 B' 二點，則定 C' 點時，如用圓弧，當以 A' 及 B' 二點為圓心，

如用垂直線，則應先作平行四邊形 $AA'O''C_1$ 及 $BB'CC_2$ 。再自 C_1 及 C_2 二點，作 C_1C' 及 C_2C' ，各與 $A'C_1$ 及 $B'C_2$ 垂直，則 CC' 為 C 點之虛移位圖，8-8(c) 示桁架之一節間。設 A 及 B 二節點不移動，祇斜桿 AC 之 C 端有極小之虛移位 $dl = -1$ ，故 C 移至 C'' 。依圖 (a) 之法，作 $C''C'$ 及 CC' 二直線各與 AC 及 BC 桿垂直，得其相交點 C' ，使 $C'D' = CD$ ，得 D' 點。故 C 及 D 二節點之虛移位相同。三角形 $CC'C''$ 與三角形 ABC 係相似，故

$$\frac{CC'}{-1} = \frac{\sqrt{p^2+h^2}}{h}$$

$$\text{或(8-3)} \quad DD' = CC' = -\frac{\sqrt{p^2+h^2}}{h}$$

由虛移位求斜桿應力感應圖之豎距時，可用方程(8-3)計算。

習題 8-9。用虛功原理，求習題 8-6 桁架 (C) 及 (F) 之 c, d, e 及 f 四桿之應力感應圖，並由其虛移位圖，計算感應圖中主要豎距之值。

提示：求 (F) 桁架各桿應力感應圖之虛移位圖，如附圖所示。 c, d 及 e 三桿之圖，係假定桁架之右半位置固定不動。 f 桿之圖，係假定 U_3 之位置不動， U_3L_3 係豎向而不變。圖中有斜線之部份，均係不能有變形之部份，茲分別解釋如下：

c 桿：需求得 $L_1L'_1$ 之值，注意 $L_1L_1 = M_1N_1$ ， M'_1 點之求法，與圖 8-8(b) 相同。 $L'_2M''_1$ 與 L_2M_1 平行， $L_1L'_1$ 及 $U_1U''_1$ 均與 M_1M' 平行。 $U''_1M'_1L'_1$ 係一豎向之直線。由三角形 $NM'_1M''_1$ 與 $M_1U_1U_2$ 及三角形 NM'_1M_1 與 $M_1L_1L_2$ 之關係，即可求得 $L_1L'_1$ 之值。

d 桿：需求得 $L_1L'_1$ 或 $L_0L'_0$ 之值，注意 θ' 與 θ 之關係。

e 桿：需求得 $L_2L'_2$ 之值，作 NL_3 與 M_2U_3 成垂直，並求得其長度。注意三角形 M_2NL_3 與 $M_2M'_2M''_2$ 之關係，即可求得 $M_2M'_2$ 及 θ 之值。由是可得 $L_2L'_2$ 之值。

f 桿： M'_2, U'_2 及 L'_2 三點之定法，與 c 桿之 M'_1, U'_1 及 L'_1 三點之定法相似。求 $L_2L'_2$ 之值。注意 $L_2L'_2 = NM_2$ 及四個三角形 NM'_2M_2 ， $NM'_2M''_2$ ， $M_2U_2U_3$ 與 $M_2L_2L_3$ 之關係。桁架有半之虛移位圖，與左半相同而成對稱。

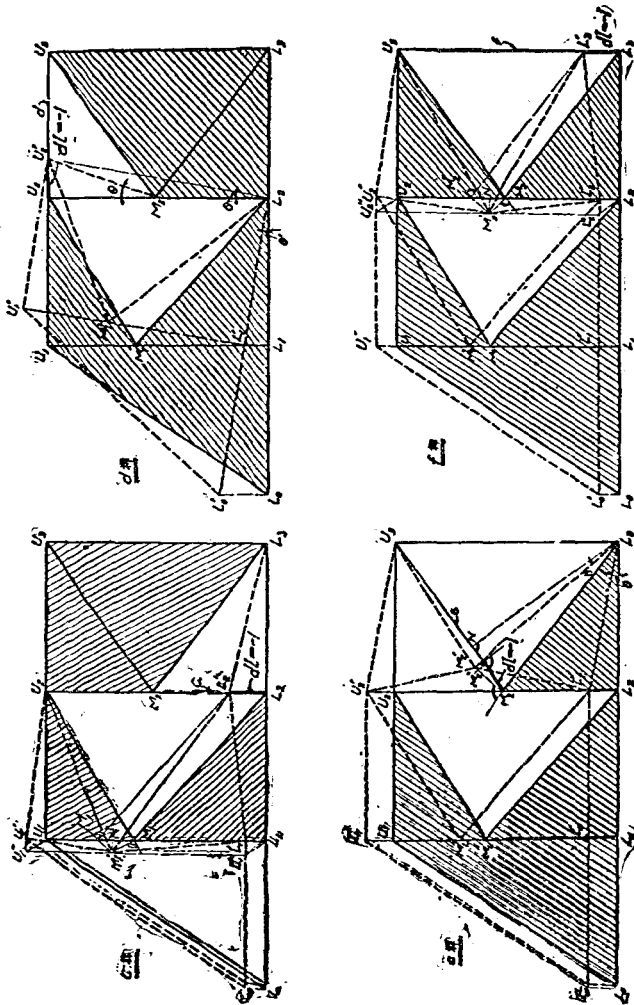


圖 8-9.

8—5. 平行弦桁架之活應力 求平行弦桁架之最大活應力，常等於求有橫梁橋梁在活荷重下之最大節間切力，最大節點彎矩，及橫梁之最大反力。蓋於平行弦桁架中，腹桿之最大豎分應力，即等於最大節間切力；弦桿之最大應力，即等於其矩心節點之最大彎矩，除以桁深；而懸桿或副桿之最大應力，即等於最大橫梁反力。橋梁中最大切力，彎矩及最大橫梁反力之計算法，已於第七章中詳論之，不必贅述。

如桁架某桿應力為最大時之活荷重位置已決定後，其應力之計算，可用第四章中所述之任何方法，於普通之白氏，浩氏或倭氏桁架，自以切力法及彎矩法最為簡便。如桁架某桿應力為最大時之活荷重位置，與其活應力用同一步驟計算，常可用圖 7—23 (b) 之用反力多邊形求最大切力之法以計算腹桿之活應力，及圖 7—26 (d) 之用索線多邊形求最大彎矩之法以計算弦桿之活應力。

關於平行弦桁架活應力之計算，尚有下列數點，為前此所未述及者。茲分條述之如下：

(1) 反復應力 圖 8—9(a) 示一下承橋平行弦之白(Pratt) 氏桁架。圖 (b) 示斜桿 U_2L_2 之感應圖。由此圖可知活荷重如自右向左行動，則當 $6-N$ 一段有活荷重時， U_2L_2 之拉力為最大。但活荷重如自左向右行動時（或活荷重仍自右向左行動至其尾段正在 $0-N$ 一段時），則 $0-N$ 一段有活荷重時， U_2L_2 之壓力為最大。但 U_2L_2 在假定均佈呆荷重下

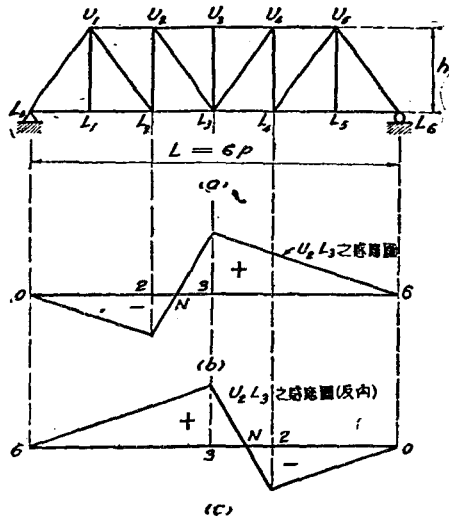


圖 8-9. 桁架之反復應力

之拉應力，小於其活荷重及衝擊力下之最大壓應力時，則此斜桿之總合應力，即係壓力。因此 U_2L_3 之總合應力，有時係拉力，有時係壓力。即此桿受有反復應力。因設計腹桿之截面時，應知其所受之最大拉應力及最大壓應力，前者常簡稱為最大應力 (maximum stress)，後者常簡稱為最小應力 (minimum stress)①。同此，豎桿 U_2L_2 之情形與斜桿 U_2L_3 者相似但相

① 此項最大及最小應力與所謂設計應力 (design stress)，並非係相同。蓋 (1) 於腹桿之設計，我國鐵路鋼樑規範尚有規定[305]，而 (2) 腹桿之受有反復應力者，設計時且須考慮反復應力對於材料之疲乏 (fatigue) 作用。惟此二點均屬於結構設計之範圍，故不諱及。

反。因在呆荷重下及 $6-N$ 一段有活荷重時，其應力為壓力，而 $0-N$ 一段有活荷重時其應力為拉力。斜桿 U_1L_2 之情形亦相似，惟其總合應力能否有壓應力，當視呆荷重與活荷重及衝擊力之相對數量而定。靠近橋梁兩端愈近之處，腹桿之呆應力愈大，而其在活荷重及衝擊力下之反復應力反愈小，其情形與圖 7-45 所示者相似，即 ah' 及 bh 二段之間，切力之正負號無改變之可能。故於平常情形之下，斜桿 U_1L_2 常無反復應力。此外 I_0U_1 係端壓桿， U_1L_1 及 U_3L_2 二豎桿均係副桿，當然均無發生反復應力之可能。

計算斜桿 U_1L_2 在活荷重下之最大壓應力時，如用圖 8-9(b) 之感應圖，則活荷重應自左向右移動，常感不便。故計算時可將其感應圖反向，如圖 8-9(c)，仍使活荷重自右向左移動。注意，活荷重自左向右移動時 U_2L_3 之最大壓應力，等於活荷重自右向左移動時 U_4L_3 之最大壓應力，故二者之計算可以互相代替。

例題 8-2. 求例題 8-1 鐵路橋梁桁架諸桿之最大及最小應力。

解答： 注意例題 8-1 之鐵路橋梁與例題 7-9, 7-12, 及 7-16 者完全相同。故呆應力可抄自例題 8-1。其在活荷重下之最大節點彎矩及最大正號節間切力可抄自例題 7-9。惟最大負號節間切力 $V_{1-2} = -3.86$ 及 $V_{2-3} = -14.58$ 係另行計算者。衝擊係數係抄自例題 7-12，而懸桿 U_1L_1 之活應力及衝擊力係抄自例題 7-16。所有計算均見下列二表。由此表可知祇腹桿 U_2L_3 及 U_2L_4 有反復應力。腹桿 U_1L_2 因呆應力較大，無發生反復應力之可能。

弦桿之最大及最小應力 (例題 8-2)

桿	呆應力	活 荷 重		衝 擊 應 力 衝擊係數=0.835	最大及最小應力 (公 噸)
		節點彎矩	應 力		
(1)	(2)	(3)	(4) = (3) ÷ 9	(5) = (4) × 0.335	(6) = (2) + (4) + (5)
L_0L_1 L_1L_2	+24.36	587.6	+ 65.24	+21.86	+111.46
L_2L_3	+38.96	927.50	+103.06	+34.52	+176.54
U_1U_2	-38.96	927.50	-103.06	-34.52	-176.54
U_2U_3	-43.86	1027.75	-114.19	-38.25	-196.30

腹桿之最大及最小應力 (例題 8-2)

桿	呆應力	活 荷 重		衝 擊 應 力 衝擊係數=0.335*	最大及最小應力 (公 噸)
		節間剪力	應 力		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5) = (4) × 0.335*	(6) = (2) + (4) + (5)
U_1L_0	-39.66	+63.88	-106.53	-35.69	-181.88
U_1L_1	+ 9.17	+ 36.79	+34.77*	+ 89.73
U_1L_2	+23.79	+54.46 - 3.86	+ 69.16 - 4.87	+23.17 - 1.63	+116.12
U_2L_2	- 9.81	+31.38 -14.58	- 31.38 + 14.58	-10.51 + 4.88	- 51.50 + 9.85
U_2L_3	+ 7.95	+31.38 -14.58	+ 39.85 - 18.52	+13.35 - 6.20	+ 61.13 - 16.79
U_3L_3	- 3.35	0	0	- 3.35

* U_1L_1 之衝擊係數=0.945 見例題 7-16。

習題 8-10. 設習題 8-5 之鐵路橋梁係平行弦之白(Pratt)氏桁架,其桁深為 10 公尺,其餘情形與習題 8-5 相同。求其中諸桿之最大及最小應力。

提示: 此習題鐵路橋梁之情形與習題 7-24, 7-29, 7-33 及 7-41 均相同。故諸習題中已算得之結果,可以採用,不必另行計算。

(2) 反斜桿 上述桁架應力之計算,係假定腹桿均係剛性,即能承受拉力及壓力,故此項剛性桿之設計,應顧及其反復應

力，此於鉚接或銲接之鋼橋，常係如此。於樞接鋼橋，其斜桿常用纖長之眼桿。此項眼桿因係纖長，祇能承受拉力而不能承受壓力。因此，於斜桿有反復應力之節間中，應添一反斜桿，亦係拉桿，如圖 4—11 (a) 及圖 8—10(a) 所示。該二交叉斜

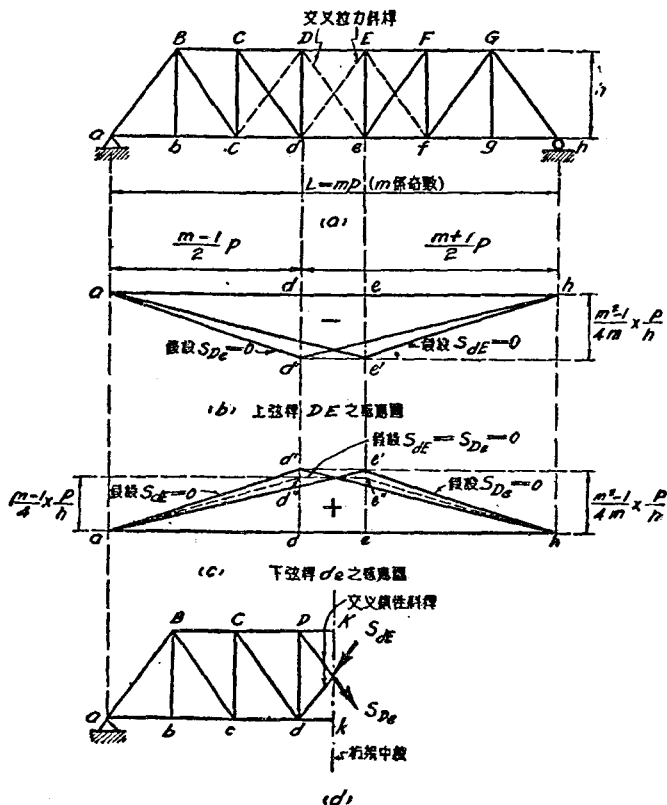


圖 8—10. 桁架節間為奇數時之應力

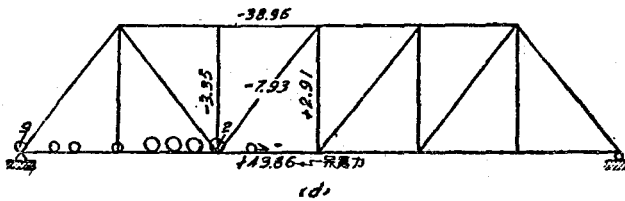
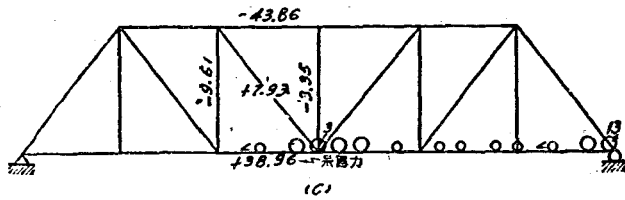
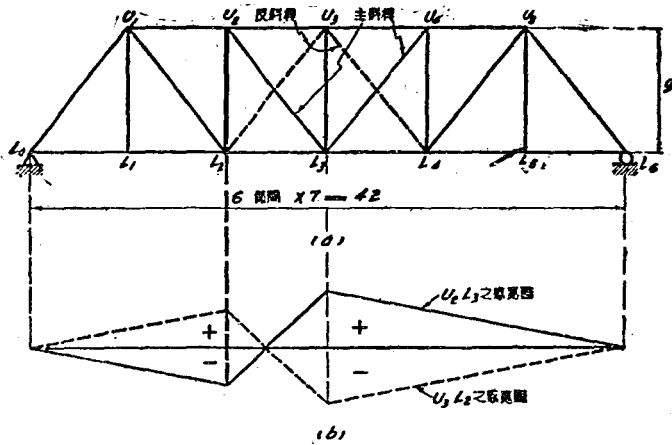
桿，因祇能承受拉力，故在某種活荷重位置下，同時祇有一斜桿有應力，其他一桿之應力必爲零。此點已於 4—5 節及圖 4—11 詳細說明。惟在呆荷重及活荷重之某種位置下，二交叉斜桿之應力，可同時爲零。

同此，木料浩 (Howe) 氏桁架中之斜桿，因其兩端與桁架無承受拉力之接合，故祇能承受壓力而不能承受拉力。如有反復應力時，亦應添反斜桿，如圖 4—11 (b) 所示。惟於此項木料浩氏桁架中，不論斜桿有無反復應力，常於所有之節間中，均置一反斜桿，以防任何斜桿有反復應力發生，並可使桁架全部之接合，不至有鬆動之病。

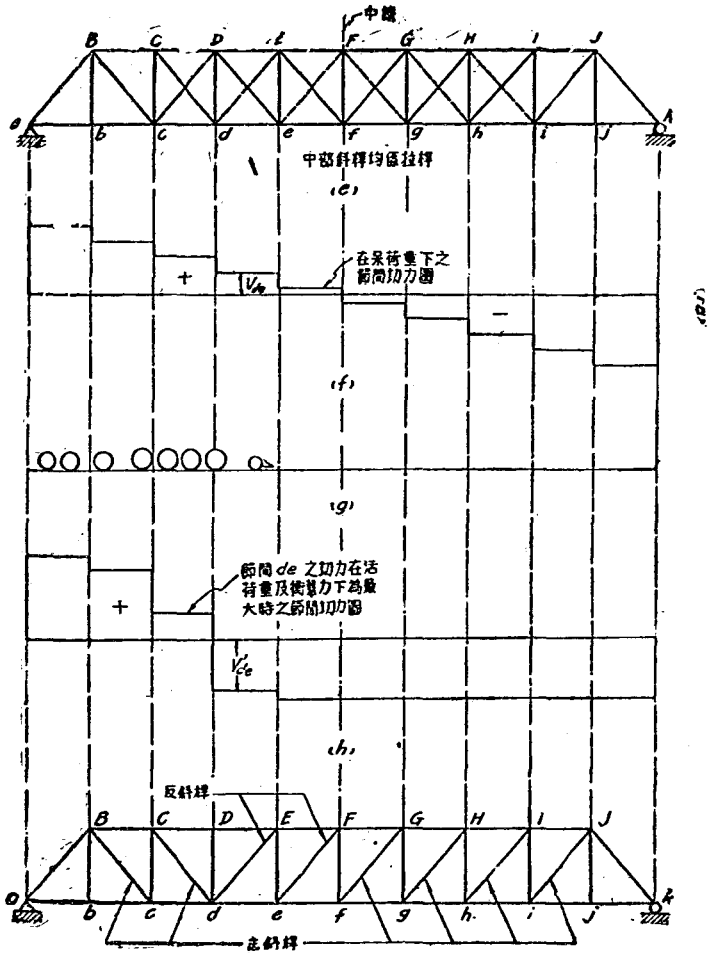
此項有交叉斜桿之節間，雖係虛偽靜不定，但此二斜桿之長度，如不十分適合，則桁架雖平置於地上而無任何荷重時，其中亦有原應力 (initial stress)。如是，則在荷重之作用下，此二斜桿將同時均有應力，成爲靜不定之節間。爲免去此項原應力起見，反斜桿之採用鋼鐵者，其中常備有螺絲扣，使其長度可以伸縮。因反斜桿可使節間成爲靜不定，故若干工程師非於必要時，多不願採用之。

反斜桿最大及最小應力之計算及其對於其鄰近諸桿應力之影響，以下列之實例解釋，最爲簡明。

例題 8-3. 設例題 8-2 橋梁桁架之腹桿，祇能承受拉力，故於節間 2-3 及 8-4 中，應各置一反斜桿 U_3L_3 及 U_8L_8 ，如附圖 (a) 所示，以承受該節間切力反復時之拉應力。求所有諸桿最大及最小應力之改變。



例題 8-3. (未完)



例題 8-3. (續,完)

解答：附圖(b)示主斜桿 U_2L_3 及反斜桿 U_3L_2 之感應圖，由是可知活荷重之位置如附圖(c)，主斜桿 U_2L_3 之應力為最大，而反斜桿 U_3L_2 無應力(在此活荷重之位置下，反斜桿 U_3L_2 亦常無應力)。故桁架有應力之斜桿如附圖(c)所示，活荷重下之位置如附圖(d)時，主斜桿 U_2L_3 無應力，而反斜桿之應力最大，其最大應力當然係拉力，其數量與例題 8-2 中 U_2L_3 之最大壓應力相等。其計算如下：

反斜桿 U_3L_2 之最大拉應力(U_2L_3 相同)：

$$\text{呆應力：} - 7.93$$

$$\text{活應力：} + 18.52$$

$$\text{衝擊力：} + 6.50$$

U_3L_2 之最大拉應力：+16.79 公噸

附圖(d)示在該項活荷重位置下有應力之斜桿。

於有剛性斜桿之桁架，豎桿 U_2L_2 有反復應力，已於例題 8-2 中求得。但於有反斜桿之桁架，則豎桿 U_2L_2 不能有反復應力，於主斜桿 U_2L_3 有應力時，其活荷重之位置如圖(c)所示，於此，豎桿 U_2L_2 之最大應力為壓力，其數量為 -51.50 ，與例題 8-2 所算得者相同。於反斜桿 U_3L_2 活應力為最大時，其活荷重之位置如附圖(d)所示，於此，豎桿 U_2L_2 變為一副桿，其活應力及衝擊力均為零，其呆應力係壓力，其數量等於其端節點之呆荷重。故豎桿 U_2L_2 之最大應力，即係壓力 -51.50 ，並無發生拉應力之可能。附圖(c)及(d)桿上所記之應力，係在所示不同活荷重位置下之呆應力(節點呆荷重見例題 8-1 之附圖)，於附圖(c)，豎桿 U_2L_2 係一副桿，其呆應力為 -3.35 ，其活應力及衝擊力為零。於附圖(d)，豎桿 U_2L_2 之呆應力變為 $+2.91$ ，而其活應力及衝擊力為壓力，其數量與反斜桿 U_3L_2 之豎分應力相等。故其最大應力計算如下：

豎桿 U_2L_2 之最大壓應力：

$$\text{呆應力：} + 2.91$$

$$\text{活應力：} - 14.68$$

$$\text{衝擊力：} - 4.88$$

U_2L_2 之設計應力：-16.55 公噸

由是可知：於有拉力反斜桿之白氏桁架中，除懸桿外，所有豎桿之最大應力均係壓力。

注意附圖(d)中弦桿 L_2L_3 之呆應力，雖較附圖(c)所示者(即例題 8-2 中所算得者)為大，但在附圖(d)所示活荷重位置下，該弦桿之活應力及衝擊力均較例題 8-2 所算得者為小，故不必顧慮；而其最大應力，仍與例題 8-2 所算得者相同。此外，其他諸弦桿之最大或最小應力更無改變。

由以上之討論，可知：將例題 8-2 桁架中之斜桿改為拉力斜桿，並加用反斜桿後，其最大及最小應力受有影響者，僅二交叉斜桿 U_2L_3 及 U_3L_2 與二豎桿 U_2L_2 及 U_3L_3 ；而須另行計算者，祇豎桿 U_3L_3 之呆應力，其餘均可抄自例題 8-2。茲將以上之計算，總括列表如下：

腹桿最大及最小應力之改變(例題 8-3)

(例題 8-2 之桁架改用拉力反斜桿)

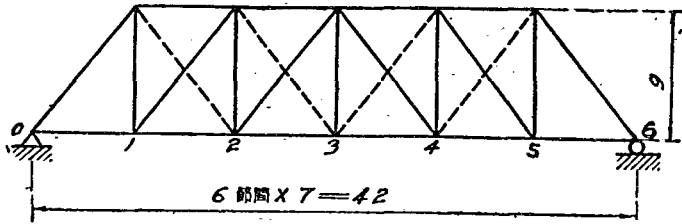
桿	呆應力	活應力			衝擊力	最大及最小應力	
		節間切力	應力	衝擊係數		應力	(公噸)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6) = (4) × (5)	(7) = (2) + (4) + (6)	
U_2L_2	-9.6	+31.58	-3.38	0.335	-10.51	-51.50	
U_2L_3	+7.93	+31.38	+39.54		+13.35	+61.13	
U_3L_2	-7.95	-14.58	+18.52		+6.20	+16.79	
U_3L_3	+2.91	-14.58	-14.58		-4.88	-16.55	

試再研究某節間中反斜桿應力為最大時，其餘節間中有應力之桿係反斜桿抑係主斜桿？附圖(e)示一節間較多之白氏桁架，其所有之斜桿，祇能承受拉力。並假設其中線左右之三節間，均須有反斜桿。此桁架在均佈呆荷重下之節間切力圖，如附圖(f)所示。設節間 de 中反斜桿 dE 應力為最大時，活荷重之位置如附圖(g)所示。由節間 de 之切力感應圖，可知該節間在活荷重下之切力為最大時，活荷重之最重部分，必在節點 e 之附近，因此，在此種活荷重位置下，其彎矩圖常以節點 d 之豎距為最大，故其節間切力圖常於節點 d 改變其正負號，如附圖(h)所示。觀察附圖(f)及(h)，可知反斜

桿 dE 之應力(拉力)為最大時, 節間 dE 在呆荷重及衝擊力下, 必有最大之負號切力, 故附圖 (h) 中之豎距 V_{de}' , 必大於附圖 (f) 之豎距 V_{de} 。如是, 則節間 de 以右所有節間中之切力, 必均係負號, 故其中傾度為 $/$ 之桿均有應力, 而傾度為 \backslash 之桿均無應力。亦即反斜桿 eF' 有應力, 而反斜桿 Fg , Gh , ……等無應力。至節間 de 以左之所有節間中, 其切力必均係正號, 故其中如有反斜桿, 亦必均無應力。因此, 節間 de 中反斜桿 dE 應力(拉力)為最大時, 其餘節間中有應力之桿如附圖 (i) 所示。由此圖可知: 桁架某節間中之反斜桿應力為最大時, 則該節間與橋跨中線之間所有節間中之反斜桿, 均有應力, 而其餘所有節間中之反斜桿均無應力。若桁架所有之斜桿, 祇能承受壓力, 則上得之結論仍不變。

習題 8-11. 於例題 8-3 中, 當主斜桿 U_2L_3 之活應力為最大時, 求主斜桿 U_1L_3 及反斜桿 U_1L_4 在呆荷重活荷重及衝擊力下之總合應力。

習題 8-12. 設例題 8-2 之橋梁係用浩氏桁架, 其斜桿祇能承受壓力, 每一節間中均有一反斜桿, 如附圖所示。求其中各桿之最大及最小應力。該桿之最大及最小應力, 與例題 8-2 中所算得者比較, 有無改變?



習題 12.

習題 8-13. 設習題 8-10 之橋梁桁架改用拉力斜桿, 並於需要之節間中, 添置拉力反斜桿, 則何腹桿之最大及最小應力有改變? 並求其有改變之最大及最小應力。

(3) 桁架節間為奇數時之活應力 於有反斜桿之桁架, 作主斜桿或反斜桿或與其有關之他桿之感應圖時, 應假定二交叉

斜桿之一有應力，其另一無應力（即等於假設桁架中暫時無此斜桿）。如例題 8—3 之附圖 (b)，作主斜桿 U_2L_3 之感應圖時，係假定反斜桿 U_3L_2 之應力為零；而作反斜桿 U_3L_2 之感應圖時，係假定主斜桿 U_2L_3 之應力為零。惟應用此項感應圖以求活應力時，於決定活荷重之位置後，應觀察在該活荷重之位置下，二交叉斜桿之應力，必須與前此所假定者相符，否則其感應圖不能採用。於桁架節間為奇數而又有反斜桿時，則在任何集中荷重之作用下，其中心節間中弦桿活應力之計算，應加以特別考慮。圖 8—10 (a) 示一節間為奇數之白氏桁架，其中心節間有交叉之拉力斜桿。作上弦桿 DE 之應力感應圖時，應先後假定 S_{D_e} 及 S_{dE} 為零，得二感應圖 $ad'h$ 及 $ae'h$ ，如圖 8—10 (b) 所示。若採用 $S_{D_e}=0$ 時之感應圖 $ad'h$ ，則 DE 桿應力為最大時，節點 d 之彎矩為最大。因節點 e 及 d 成對稱，故節點 d 之彎矩為最大時，節點 e 之彎矩不能大於節點 d 者。故節間 de 之切力必為負號或為零。因此， $S_{D_e}=0$ ，與感應圖 $ad'h$ 所假定之情形相符，故可採用感應圖 $ad'h$ ，以求 DE 桿之最大應力。同此，感應圖 $ae'h$ 亦可採用。由是可知：求上弦桿 DE 之最大應力時，活荷重之位置應使節點 d 或 e 之彎矩為最大。

再考慮下弦桿 de 之最大應力。作該弦桿之感應圖時，亦先後假定 S_{dE} 及 S_{D_e} 為零，得二感應圖 $ad'h$ 及 $ae'h$ ，如圖 8—10 (c) 所示。若採用 $S_{dE}=0$ 時之感應圖 $ad'h$ ，則 de 桿

應力為最大時，節點 D 之彎矩為最大，而節間 de 之剪力為負號。因此， $S_{dE} \neq 0$ ，與感應圖 $ad'h$ 所假定之情形不相符，故不能採用感應圖 $ad'h$ 以求 de 桿之最大應力。同此，感應圖 $ae'h$ 亦不能採用。再假定 S_{dE} 及 S_{De} 同時均為零（即節間 de 之剪力為零），得 de 之應力感應圖 $cd''e''h$ 如圖 8—10 (c) 之虛線所示，其中豎距 dd'' 及 ee'' ，均等於感應圖 $ad'h$ 與 $ae'h$ 於桁架中線交點之豎距。感應圖 $ad''e''h$ 與節間中線之彎矩感應圖之形狀相同。由是可知：求下弦桿 de 之最大應力時，活荷重之位置，應使節點 D 及 E 之彎矩為最大且相等。如是，則節間 DE 中任何點之彎矩均相等，因節點 D 及 E 之彎矩相等時，該節間之剪力為零。此項最大彎矩，稱為中線節間彎矩 (central panel moment)，附錄三表 E 中之有 * 號之數，即係此項彎矩。比較圖 8—10 (b) DE 桿之任一感應圖與圖 (c) de 桿之感應圖 $ad''e''h$ ，可知：在任何同一集中活荷重制下， de 桿最大應力之數量，常較 DE 桿者為小。故實際上常假定 de 桿之最大應力與 DE 桿者相等。

以上係就任何集中活荷重而論。若活荷重祇係一均佈荷重，則 de 桿之應力為最大時，當然應使桁架全長均有此項活荷重。如是，則節間 de 之剪力為零，而同時 S_{dE} 及 S_{De} 均為零。因此，圖 8—10 (c) 所示之三感應圖，均可採用。蓋三者之面積均等於 $(m^2 - 1)p^2/8h$ 。若活荷重係一集中荷重，則求 de 桿之最大應力時，應以該荷重置於節間 de 之中線。若活荷重

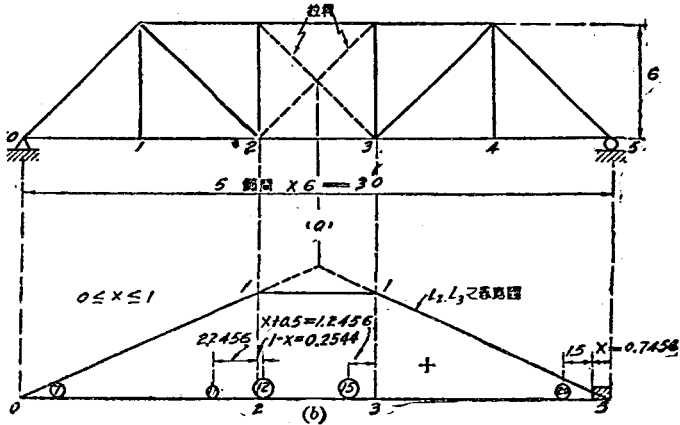
係任何集中荷重，如鐵路橋梁之機車荷重制，則 de 桿應力為最大時之活荷重位置，祇可用試算法，解一次或二次方程以定之。

若圖 8—10 之桁架改為浩氏桁架，其中心節間有交叉之應力斜桿，則以上所述上下弦桿 DE 及 de 應力為最大時之活荷重位置應互換。故在任何同一集中荷重制下， DE 桿最大應力之數量常較 de 桿者為小。

若桁架中心節間中之交叉斜桿 De 及 dE 係剛性桿，可以承受拉力及壓力，如圖 8—10(d)。在任何活荷重下，可假定該節間之切力，由該二桿平分承受，即該二桿之應力數量相同，性質相反。上下弦桿 DE 及 de 之感應圖，均如圖 8—10 (c) 之 $ad''e''h$ 。此二弦桿之應力為最大時，桁架中線 Kk 之彎矩為最大。故其最大應力等於 K 或 k 點之最大彎矩，除以桁深。因 S_{dE} 與 S_{De} 相等，其對於 K 或 k 點之力矩互相消去。至 DE 及 de 二桿應力為最大時之活荷重位置之定法，與下條所述倭氏桁架弦桿者相同。

例題 8—4。設一下承式單軌道之鐵路鋼樑桁架，如附圖所示，其中心節間中之交叉斜桿係拉桿，求其中心節間上下弦桿 U_2U_3 及 L_2L_3 在中華二十級活荷重下之最大活應力。

解答：觀察附圖 (b) 之感應圖及中華活荷重制，可知輪 ② 靠近節點 L_2 之右時，則節點 U_2 及 U_3 之彎矩相等（即節間 2—3 之切力為零）。如附圖所示，設列車均重左端與右支點之距離為 x ，則輪 ② 及 ③ 與節點 L_2 及 L_3 之距離各為 $1-x$ 及 $x+0.5$ ，在此活荷重位置下，左支點之反力為



例題 8-4.

$$\frac{1947.5 + 135x + 3.5\left(\frac{x^2}{2}\right)}{80}$$

而節點 L_0 與 L_2 間之荷重重為 45，節點 L_2 之橫梁反力為

$$\frac{90 + 4x(x + 0.5)}{6}$$

若節間 2-3 之剪力為零，則

$$\frac{1947.5 + 135x + 3.5\left(\frac{x^2}{2}\right)}{80} = 45 + \frac{90 + 40(x + 0.5)}{6}$$

由此得

$$1.75x^2 - 65x + 47.5 = 0$$

注意上列方程祇於 $0 \leq x \leq 1$ 時有效。蓋 $x > 1$ 時，則輪 \odot 即在節點 L_2 之左，而上列之橫梁反力即不正確，若 $x < 0$ ，則其值為負，毫無意義。解上列之二次方程得

$$x = 0.7456 \text{ 公尺}$$

所算得 x 之值，既在其有效之範圍以內，故可採用，否則須另行試算，依附圖 (b) 所示之活荷重位置，可用表 XI 計算節點 U_2 及 U_3 之彎矩 M_{U_2} 及 M_{U_3}

如下：

$$\text{輪 } \textcircled{1} \text{ 至輪 } \textcircled{3} \text{ 對於列車均重左端之力矩} = 1947.50$$

$$\text{加 } 135 \times 0.7456 = 100.67$$

$$\text{加 } 3.5(0.7456)^2 \div 2 = 0.97$$

$$\text{桁架上所有荷重對於右支點之力矩} = 2049.14$$

$$\text{故左支點之反力} = \frac{2049.14}{30} = 68.305 \text{ 公噸}$$

$$M_{U_2} = 68.305 \times 12 - 210 - 45 \times 2.2456 = \underline{508.61} \text{ 公噸公尺}$$

$$M_{U_3} = 68.305 \times 18 - 615 - 85 \times 1.2456 = \underline{508.61} \text{ 公噸公尺}$$

以上所算 M_{U_2} 及 M_{U_3} 之值相等，故節間 2-3 之切力必為零，而交叉斜桿 U_2L_2 及 U_3L_2 之應力均為零，故下弦桿 L_2L_3 之最大活應力為

$$S_{L_2L_3} = + \frac{508.61}{6} = + \underline{84.77} \text{ 公噸}$$

至上弦桿 U_2U_3 之最大活應力，即等於節點 L_2 或 L_3 之最大彎矩，除以桁深。依第七章中之法，可求得輪 $\textcircled{3}$ 在節點 L_2 時，該節點之彎矩為最大，其值為 513.33，故上弦桿 U_2U_3 之最大活應力為

$$S_{U_2U_3} = - \frac{513.33}{6} = - \underline{85.56} \text{ 公噸}$$

較下弦桿 L_2L_3 之活應力稍大。故設計時，常以 U_2U_3 之活應力當作 L_2L_3 之活應力，因此二者相差無幾也。

習題 8-14. (a) 與例題 8-4 相同，惟節間之長度改為 7 公尺。(b) 與例題 8-4 相同，惟桁架改為浩氏式，中心節間之二交叉斜桿係壓桿。

習題 8-15. 設習題 8-4 公路鋼橋桁架中心節間之交叉斜桿係拉桿，求諸桿之最大及最小應力。節間 1-2 及 3-4 中需要反斜桿否？

提示： 呆應力可抄自習題 8-4。此橋梁之情形與習題 7-20 (a) 及 7-23 相同，故其中所算得之結果，可以採用。

習題 8-16. 求例題 8-4 中 L_2L_3 活應力為最大時該橋梁在活荷重下之切力圖。

提示： 活荷重之位置當然如例題 8-4 之附圖 (b) 所示。先用方程 (7-86) 計算諸節點之節點活荷重，然後用此荷重再求該橋梁之切力圖，較為簡

便。

(4) 倭氏桁架承受荷重弦桿之活應力 圖 8—11(a) 示一倭氏桁架之無豎桿者，其上弦桿承受活荷重，弦桿 BC 之應力感應圖如圖 8—11(b) 所示，其形狀與節間中某一點之彎矩感應圖相同。因 BC 桿之矩心節點 b 與上弦之節點不同在一豎線上，若欲求 BC 桿應力為最大時活荷重之位置，必用荷重移動法。用荷重移動法時，當然可用圖(b)之感應圖，但採用下列之公式，或較簡便。

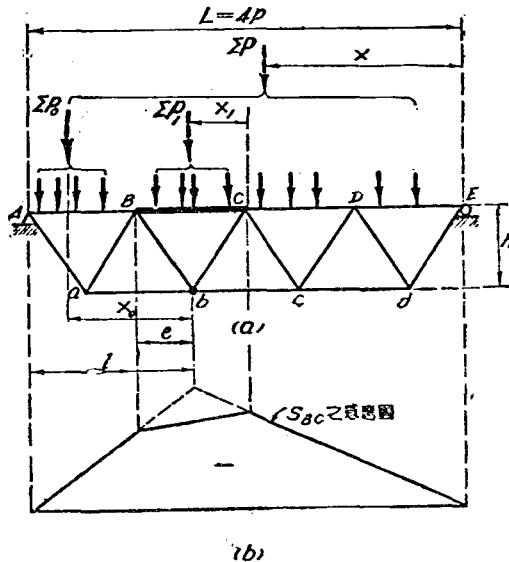


圖 8—11. 倭氏桁架承受荷重弦桿之活應力

如圖 8—11(a) 所示， BC 桿應力 S_{BC} 之數量為

$$S_{BC} = \frac{M_b}{h} = \frac{x_l}{Lh} \Sigma P - \frac{x_0}{h} \Sigma P_0 - \frac{x_1 e}{ph} \Sigma P_1$$

若荷重向左移動 Δx ，則 S_{BC} 之改變率 $\Delta S_{BC}/\Delta x$ 為

$$\frac{\Delta S_{BC}}{\Delta x} = \frac{l}{Lh} \Sigma P - \frac{1}{h} \Sigma P_0 - \frac{e}{ph} \Sigma P_1$$

若在此移動後之荷重位置下 S_{BC} 如係最大，則 $\Delta S_{BC}/\Delta x = 0$ ，故

$$\frac{l}{L} \Sigma P - \Sigma P_0 - \frac{e}{p} \Sigma P_1 = 0$$

或
$$\frac{l}{L} \Sigma P = \Sigma P_0 + \frac{e}{p} \Sigma P_1 \quad (8-4)$$

方程(8-4)與方程(7-45)或(7-46)相同，祇能用於分佈荷重。於集中荷重，則公式(8-4)中之等號應以「 \geq 」號代替之。

於集中荷重，節點 b 之彎矩 M_b 為最大時，必有一荷重正在節點 B 或 C 。當荷重向左移動時， $\Delta S_{BC}/\Delta x$ 必由正號而變為負號，故某荷重置於節點 B 或 C ，而節點 b 之彎矩為最大時，則必需符合下列之條件：

$$\left. \begin{array}{l} \text{該荷重恰在節點} \\ \text{B 或 C 之右時,} \end{array} \right\} \frac{l}{L} \Sigma P > \Sigma P_0 + \frac{e}{p} \Sigma P_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{該荷重恰在節點} \\ \text{B 或 C 之左時,} \end{array} \right\} \frac{l}{L} \Sigma P < \Sigma P_0 + \frac{e}{p} \Sigma P_1 \quad (8-5)$$

活荷重之位置既定之後，計算應力 S_{BC} 或節點 b 之彎矩 M_b 時，可先計算在此活荷重位置下節點 B 及 C 之彎矩 M_B 及 M_C ，而後用下列方程計算 M_b 之值。

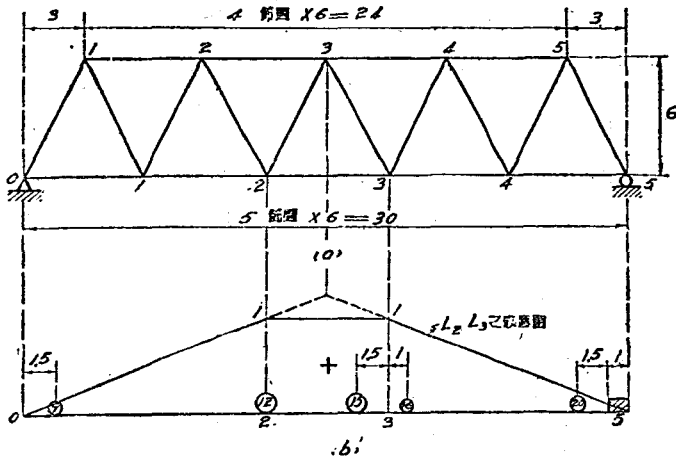
$$(8-6) \quad M_b = M_B + (M_C - M_B) \frac{e}{p}$$

若節點 b 正在節點 B 及 C 之中線，則 $e=p/2$ ，或 $e/p=1/2$ ，故方程(8-5)及(8-6)各變為

$$(8-7) \quad \frac{1}{L} \Sigma P \geq \Sigma P_0 + \frac{1}{2} \Sigma P_1$$

$$(8-8) \quad M_b = \frac{1}{2} (M_B + M_C)$$

例題 8-5. 設一下承式單軌道之鐵路橋梁，其桁架係無豎桿之傑式桁架，其尺寸如附圖所示。求在中華二十級活荷重制下下弦桿 L_2L_3 之最大活應力。



例題 8-5.

解答：觀察附圖 (b) 之感應圖及中華活荷重制，可知輪 ⑤ 在節點 L_2 時，或輪 ⑥ 在節點 L_3 時，下弦桿 L_2L_3 之活應力為最大。茲用公式(6-7) 分別計算如下：

輪 ⑤:

$$\text{恰在 } L_3 \text{ 右: } \frac{15}{30} \times 145 > 55 + \frac{1}{2} \times 30 \quad (\text{非最大})$$

$$\text{恰在 } L_3 \text{ 左: } \frac{15}{30} \times 135 > 45 + \frac{1}{2} \times 40$$

輪 ⑥:

$$\left. \begin{array}{l} \text{恰在 } L_2 \text{ 右: } \frac{15}{30} (135 + 3.5) \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左: } \frac{15}{30} (135 + 3.5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} > 45 + \frac{1}{2} \times 40 \\ < 55 + \frac{1}{2} \times 30 \end{array} \quad (\text{係最大})$$

故輪 ⑥ 在節點 L_2 時下弦桿 L_2L_3 之活應力為最大。活荷重之位置, 如附圖(b)所示, 再用表 XI 計算如下:

輪 ⑦ 至輪 ⑥ 對於列車均重左端之力矩	= 1947.5
加 185×1	= 185.0
加 $3.5 \times 1^2 \div 2$	= 1.75
桁架上所有荷重對於右支點之力矩	= 2084.25 公噸公尺

$$\text{故左支點之反力} = \frac{2084.25}{30} = 69.475 \text{ 公噸}$$

$$M_{L_2} = 69.475 \times 12 - 322.5 = 511.20$$

$$M_{L_3} = 69.475 \times 18 - 615.0 - 85 \times 1.5 = 508.05$$

用方程 (8-8), 則

$$M_{U_2} = \frac{511.20 + 508.05}{2} = 509.625$$

故下弦桿 L_2L_3 之最大活應力 $S_{L_2L_3}$ 為

$$S_{L_2L_3} = + \frac{M_{U_2}}{6} = + \frac{509.625}{6} = +84.9375 \text{ 公噸}$$

附圖 (b) L_2L_3 之感應圖, 雖與例題 8-4 附圖 (b) L_2L_3 之感應圖相同; 但此例所求得 L_2L_3 之活應力, 較例題 8-4 中 L_2L_3 之活應力稍大。蓋此例之活荷重位置, 不必使節間 2-3 中之剪力為零也。

習題 8-17. 求例題 8-5 桁架中下弦桿 L_1L_2 之最大活應力。

習題 8-18. 設習題 8-15 公路鋼橋桁架中心節間之交又斜桿係剛性

桿，則何桿之最大及最小應力有改變？並求其改變之最大及最小應力。

提示：若干腹桿之最大及最小應力有改變，自不待論。此外其中心節間中上下弦桿之最大或最小應力，亦有差異。於習題 8-15 中，上弦桿 U_1U_2 之活應力為最大時，節點 L_2 或 L_3 之彎矩為最大；下弦桿 L_2L_3 之活應力為最大時，節間 2-3 之切力為零。於此習題中，上下弦桿 U_1U_2 及 L_2L_3 活應力之數量相等，均等於桁架中線之最大彎矩，除以桁深〔見圖 8-10(d)〕。桁架中線之彎矩為最大時，其中心節間之切力不必等於零。故此習題上下弦桿 U_1U_2 及 L_2L_3 活應力之計算，與例題 8-5 中下弦桿 L_2L_3 者極其相似。

(5) 節點荷重法 於 7-10 節中已說明以機車活荷重所算得之鐵路橋梁之活應力，並非絕對與實際情形相符，絲毫不爽。故為計算之簡便起見，不妨採用代替活荷重制。於公路橋梁，則代替荷重且係荷重長度在 18 公尺以上時，規定可以採用者。

鐵路及公路橋梁之代替活荷重制，常係一均佈荷重及一集中荷重。公路橋梁之代替活荷重如圖 7-27 (c) 所示。於鐵路橋梁，若採用中華二十級活荷重制，其代替荷重之均佈荷重即係其列車均重，其集中荷重可用著者所求得之方程 (7-31) 及 (7-32) 計算。

如採用上述之代替荷重時，則橋梁桁架應力之計算，通常均採用 7-8 節所述之節點荷重法。於弦桿，端壓桿及副桿之應力，用節點荷重法所算得之結果，與用感應圖或他法所算得者完全相同。但於腹桿之應力，則用節點荷重法所算得者之結果，較用感應圖法所算得者稍大。故此法於腹桿雖係近似，但

常安全。因此，如採用節點荷重法，則計算切力之機車超重時，方程(7-62)中之荷重長度 L 不用感應圖正號或負號部份底線之長度，而用有節點荷重之諸節間之總長度。如是，則計算較為簡易。至副桿或懸桿之機車超重之計算，應採用方程(7-61)，因其感應圖與彎矩者相似之故。

採用節點荷重法時，如活荷重係一均佈荷重及一集中荷重，則計算所有弦桿之活應力或所有節點之最大彎矩時，可用 7-8 節所述之法，使活荷重之位置，如圖 7-28 所示。先用方程(7-56)求橋梁中線之最大彎矩，再用圖 4-14 之拋物線方程，或方程(7-49)，求所有節點之最大彎矩。計算在均佈荷重下所有腹桿之活應力或所有節間之最大正負彎切力時，可用方程(7-57)。惟用節點荷重法求桁架之應力計算，常甚簡易，實無採用上述方程之必要。

計算所有弦桿之活應力，亦先求集中荷重 P 之相當均佈活荷重 w' ，再與原有均佈荷重 w 相加，而後再用節點法。橋梁在相當均佈活荷重 w' 下，任何節點之最大彎矩在一拋物線上，其中線之最大豎距為 $w'L^2/8$ ，而橋梁在集中活荷重 P 下任何節點之最大彎矩亦在一拋物線上，其中線之最大豎距為 $PL/4$ ，使此二最大彎矩相等，則

$$w' = \frac{cP}{L} = \frac{2P}{mp} \quad (8-9)$$

其中 $L=mp$ 。如是，則相當均佈活荷重 w' 之節點荷重 $w'p$ 為

$$w'p = \frac{2}{m}P \quad (8-10)$$

與原有均佈活荷重 w 之節點荷重 wp 相加，得節點荷重之總量如下：

$$(w+w')p = wp + \frac{2}{m}P \quad (8-11)$$

如是，則活荷重原有之均佈及集中荷重，變為一相當之均佈活荷重。用此項荷重計算弦桿之活應力時，常較通常計算方法為簡易，且可採用 4-10 節所述之彎矩圖解法。

計算任何腹桿之活應力或任何二節點 n 與 $n+1$ (參閱圖 7-6(a)) 間之最大正負號節間切力時, 集中活荷重 P 之相當均佈活荷重 w'' , 可求得如下。計算該節間之最大正號切力時, 應將 P 置於 $n+1$ 節點, 而最大正號切力為 Pn'/m 。計算該節間之最大負號切力時, 應將 P 置於 n 節點, 而最大負號切力為 $-Pn/m$ 。 n 及 n' 之意義, 見圖 7-6 (a)。使此二切力之各與方程 (7-57) 相等, 並將其中之 w 改為 w'' , 則相當均佈活荷重之節點荷重 $w''P$ 為,

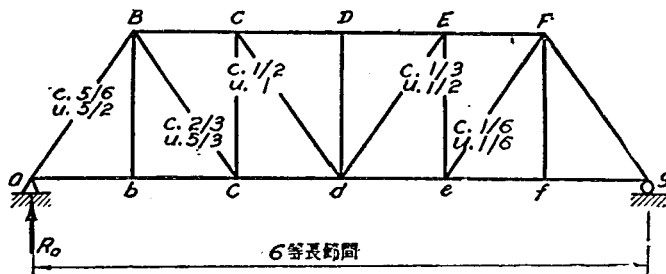
$$(8-12) \quad \text{正號切力:} \quad w''P = \frac{n'+1}{2} P$$

$$(8-13) \quad \text{負號切力:} \quad w''P = \frac{n+1}{2} P$$

此項相當均佈活荷重, 因節間之位置而異, 不似彎矩之相當均佈活荷重之簡單, 故用此法計算, 實較通常之方法為繁瑣。

如用圖解法求所有腹桿之活應力或所有節間之最大正號切力, 可使均佈活荷重之節點荷重之距離, 與桁架節間之長度相等, 並以集中活荷重置其左端, 而後依圖 7-16 之法, 作反力多邊形。再由此反力多邊形, 求某節間切力為最大時活荷重位置下之左支點最大反力。蓋用節點荷重法時, 任何節間之最大正號切力, 即等於左支點之最大反力。同此, 任何節間之最大負號切力, 即等於右支點之最大反力。惟集中活荷重之數量, 若因節間之位置而異, 如方程 (7-62) 所表示, 計算切力之機車超重, 則此項圖解法, 不但不簡捷, 且無意義可言。

某腹桿應力為最大時左支點之反力 R_1 , 亦可用係數法求之。設活荷重均在桁架之右邊, 而其中之一集中荷重及其均佈荷重之節點荷重, 均等於 1。則各腹桿活應力為最大時之活荷重反力 R_1 係數, 如圖 8-12 所示。其中 C 表示集中荷重, U 表示均佈荷重。故以此項係數各乘以荷重之數量即得所求之 R_1 。若集中荷重與節間之位置而異, 此法亦可採用。又此項係數全視橋梁中等長節間之多少而定。因此, 若等長節間之數相同, 無論求鉸梁橋之最大節間切力, 或非平行弦桁架橋梁之最大腹桿活應力, 圖 8-12 所示之係數, 均可採用。

圖 8—12. 活荷重反力 R_0 之係數

例題 8—6. 用中華二十噸之代替活荷重制及節點荷重法, 求例題 8—1 鐵路橋梁桁架中諸桿之最大及最小應力。

解答: 先用方程 (7—61) 及 (7—62), 或圖 7—37, 求所需之機車超重, 其計算見下表中。列車均重之節點荷重等於 $3.5 \times 7 = 24.5$ 公噸, 而呆荷重之上下弦節點荷重為 $3.35 + 9.17 = 12.52$ (見例題 8—1)。此例題之呆應力當然可抄自例題 8—1, 而諸弦桿在列車均重下之活應力, 可以 $24.5 / 12.52 = 1.96$ 之比值, 各乘其呆應力以求得之。所有最大及最小應力之計算, 均見下列之二表中。並將例題 8—2 用機車荷重所算得之最大及最小應力列出, 以資比較, 藉以證明用代替荷重所算得之結果, 堪稱滿意。

機車超重之計算(例題 8—3)

方程 7—61) 與 (7—62)		荷重長度		機車超重
彎矩	弦	桿	42	24.7
	懸	桿	14	11.8
節間切力	(—1	+	42	28.1
	1—2	+	28	22.0
		—	7	13.0
力	2—3	+	21	19.0
		—	4	16.0

此例題橋梁及荷重之情形, 與例題 7—11 者相同。惟係用節點荷重法, 故切力之機車超重及最大節間切力, 與該例題中所算得者稍異。由切力求斜桿之應力, 係乘以 1.27。除懸桿 U_1L_1 之衝擊係數係抄自例題 7—16 外, 其餘諸桿之衝擊力係數, 均係抄自例題 7—12。

茲將之最大及最小壓力 (例題 8-5)

桿	反應力	活		力	衝擊壓力 (0.35)	最大及最小壓力 (公噸)		
		列車荷重	荷重節點			代管荷重	機車荷重	
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
L_0, L_1, L_2	+24.36	+47.67	L_1	機車超重=24.7	+63.68	+21.33	+119.37	+111.46
L_2, L_3	+38.96	+76.24	L_2	$24.7 \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{9} = +16.01$	+101.10	+34.12	+174.94	+176.51
U_1, U_2	-38.96	-76.24	L_2	$24.7 \times \frac{4}{6} \times \frac{14}{9} = +25.62$	-101.80	-34.12	-174.94	-176.54
U_2, U_3	-43.80	-85.83	L_3	$24.7 \times \frac{3}{6} \times \frac{21}{9} = -28.61$	-114.64	-33.41	-166.91	-196.28

腹桿之最大及最小應力 (例題 8-6)

桿	采應力 (2)	最大節間切力=整分應力			活應力 (6)	衝擊應力: (0.335) 代管荷重機車荷重 (公噸)	最大及最小應力 (8) (9)
		列車均重 (3)	機車超重 (4)	總共 (5)			
U_1L_0	-39.06 + 9.17	$24.7 \left(\frac{1+2+3+4+5}{6} \right) = -61.25$	29. $\left(\frac{5}{6} \right) = -23.41$	-84.06	-107.52	-36.02	-183.24 - 181.88
U_1L_1		+24.50	+11.80	+36.30	+36.30	+34.30*	+79.77 + 80.73
U_1L_2	+23.79	$24.5 \left(\frac{1+2+3+4}{6} \right) = +40.83$	$22.0 \left(\frac{4}{6} \right) = +14.67$	+55.50	+70.45	+23.61	+117.80 + 116.12
		$24.5 \left(\frac{1}{6} \right) = -4.08$	$13.0 \left(\frac{1}{6} \right) = -2.17$	-6.25	-7.94	-2.66	
U_2L_2	- 9.61	$24.5 \left(\frac{1+2+3}{6} \right) = -24.50$	$19.0 \left(\frac{3}{6} \right) = -9.50$	-34.00	-34.00	-11.39	-55.00 - 61.50
		$24.5 \left(\frac{1+2}{6} \right) = +12.25$	$16.0 \left(\frac{2}{6} \right) = +5.33$	+17.58	+17.58	+5.89	+19.86 + 9.85
U_2L_5	+ 7.93	$24.5 \left(\frac{1+2+3}{6} \right) = +24.50$	$19.0 \left(\frac{3}{6} \right) = +9.50$	+34.00	+43.18	+14.47	+65.58 + 61.13
		$24.5 \left(\frac{1+2}{6} \right) = -12.25$	$16.0 \left(\frac{2}{6} \right) = -5.33$	-17.58	-22.33	-7.48	-21.88 - 16.79
U_3L_5	- 3.35	0	0	0	0	- 3.35 - 3.36

* U_1L_1 之衝擊係數 = 0.945, 見例題 7-16.

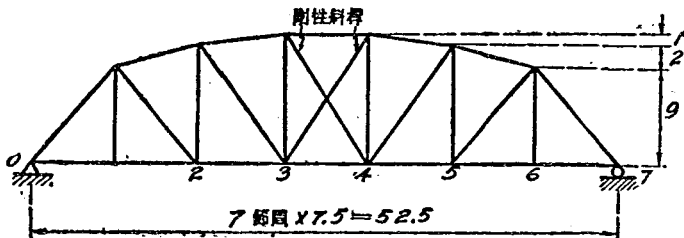
習題 8—19. 用中華活荷重制之代替荷重及節點荷重法，求習題 8—10 鐵路橋梁桁架中諸桿之最大及最小應力，並比較此二習題之答案。

習題 8—20. 用 4—10 節所述之彎矩圖解法，求例題 8—6 桁架上下弦桿之活應力。

提示：應先將機車超重方程 (8—10) 變為相當均佈荷重之節點荷重，再與列車均重之節點荷重相加，得節點荷重之總量，而後用圖解法以計算之。

8—6. 非平行弦桁架之活應力 非平行弦桁架弦桿及端壓桿之活應力計算，與平行弦桁架者相似，惟計算其應力時，當然以弦桿之矩臂 (即弦桿與其矩心之正距)，除其矩心之最大彎矩；而其平分應力，等於其矩心之最大彎矩，除以其弦三角形^①之豎高度。計算時，後法常較簡便，因不必先求得其矩臂也。副桿或懸桿活應力之計算，自亦與平行弦桁架相同。

習題 8—21. 設一穿越式單軌道之鐵路鋼橋，其桁架如附圖所示。二桁架之中心距為 5.5 公尺。其所有之斜桿，均係剛性桿，可以承受拉力及壓力。橋面係用木枕。活荷重制係中華二十級。鋼橋之重量可用公式 (7—3) 估計，並乘以 1.15 係數，木枕橋面及軌道等之重量為 700 公斤/公尺，衝擊力之計算依照我國之規定，求其上下弦桿及端壓桿之最大及最小應力。



習題 8—21.

① 弦三角形之定義見 4—13 節。

提示：諸桿活應力為最大時之活荷重位置，可採自圖 7-33(b)。斜桿既係剛性桿，故其中心節間之切力，可假定由其中之二交叉斜桿平分承受，上下弦桿 U_3U_4 及 L_3L_4 活應力之計算，與例題 8-5 之下弦桿 L_2L_3 相同。（參閱圖 8-10(d) 及習題 8-18 之提示）計算時可先計算其平分應力，並列一表，與例題 8-2 者相似。惟其中 (3) 與 (4) 二豎行之間，應添一行以記「平分應力」。

習題 8-22. 求習題 8-21 桁架中豎桿 U_3L_2 之感應圖，並求其中兩端感應線相交點與左支點之平豎二距離。

提示：注意斜桿 U_4L_3 在非對稱之荷重下，常有應力。節間 L_3L_4 中之切力可假定係由二斜桿 U_4L_3 及 U_3L_4 平分承受。

此外非平行弦桁架活應力之計算與平行弦者比較有若干不同之點，茲分條述之如下：

(1) 腹桿之活應力 因非平行弦桁架之斜弦桿有豎分應力，故腹桿活應力之豎分應力，並不等於節間之最大切力。因此，腹桿應力為最大時活荷重位置之定法，與節間切力為最大時活荷重位置之定法，亦常不相同。觀察非平行弦桁架腹桿及節間切力感應圖之不同，則更為明瞭。

圖 8-13 (a) 示一非平行弦桁架，設欲求斜桿 Cd 拉應力為最大時之活荷重位置。假定荷重之位置如圖 (c) 所示，考慮圖 (a) 截面 @ 以左部份之平衡，則

$$S_{Cd} = \frac{d \frac{x}{L} \Sigma P - (d+l) \frac{x_1}{p} \Sigma P_1 - (d+l-x_0) \Sigma P_0}{r}$$

以求方程 (7-45) 及 (8-4) 相同之方法，求 $\Delta S_{Cd} / \Delta x$ ，並使其值等於零，得

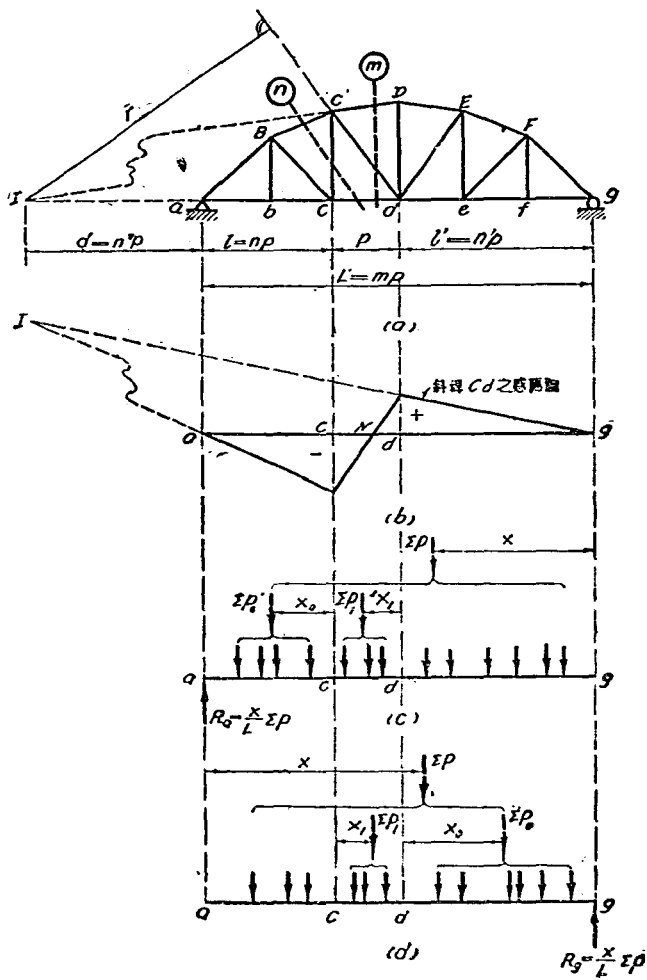


圖 8-13. 非平行弦桁架桿件之活應力

$$\frac{\Sigma P}{L} + \frac{\Sigma P_0}{d} = \frac{d+l}{d} \left(\frac{\Sigma P_1}{p} \right) \quad (8-14)$$

方程(8-14)之應用，祇限於分佈荷重。於集中荷重，則 S_{Cd} 為最大時必以一集中荷重置於節點 d 。若某荷重在節點 d 而 Cd 之拉應力為最大時，必須符合下列之條件，其理由與方程(7-17)及(8-5)相同。

$$\left. \begin{array}{l} \text{該荷重恰在節點 } d \text{ 之右時: } \frac{pd}{L(d+l)} \Sigma P + \frac{p}{d+l} \Sigma P_0 > \Sigma P_1 \\ \text{該荷重恰在節點 } d \text{ 之左時: } \frac{pd}{L(d+l)} \Sigma P + \frac{p}{d+l} \Sigma P_0 < \Sigma P_1 \end{array} \right\} (8-15)$$

設欲求斜桿 Cd 之壓應力為最大時之活荷重位置。假定荷重之位置如圖 8-13 (d) 所示，考慮圖 (a) 截面 \textcircled{a} 以右部分之平衡，以相似之方法，可得

$$S_{Cd} = \frac{(d+L) \frac{x_1}{L} \Sigma P - (d+l+p) \frac{x_1}{p} \Sigma P_1 - (d+l+p+x_0) \Sigma P_0}{r}$$

$$\frac{\Sigma P}{L} - \frac{\Sigma P_0}{d+L} = \frac{d+l+p}{d+L} \left(\frac{\Sigma P_1}{p} \right) \quad (8-16)$$

若某荷重在節點 C 而 Cd 之壓應力為最大時，必需符合下列之條件：

$$\left. \begin{array}{l} \text{該荷重恰在節點 } c \text{ 之左時: } \frac{p(d+L)}{L(d+l+p)} \Sigma P - \frac{p}{d+l+p} \Sigma P_0 > \Sigma P_1 \\ \text{該荷重恰在節點 } c \text{ 之右時: } \frac{p(d+L)}{L(d+l+p)} \Sigma P - \frac{p}{d+l+p} \Sigma P_0 < \Sigma P_1 \end{array} \right\} (8-17)$$

注意應用方程(8—17)時，應使活荷重之次序倒換，並使其自左向右移動。但如此計算時，常覺不便，故可使圖 8—13 (a), (b) 及 (d) 反向，如是，則活荷重之次序不必倒換，仍自右向左移動。惟方程(8—17)前之「左」「右」二字應互相改換。

於平常之機車荷重，其前部輪重常大於其後部。如是則 Cd 桿之拉應力及壓應力為最大時， ΣP_0 常係零。於等長節間之桁架，可使 $L=mp$ ， $l=np$ ，及 $d=n''p$ 。如是，則方程(8—15)及(8—17)各變為下列之方程(8—18)及(8—19)：

$$(8-18) \quad \text{拉應力: } \frac{n''}{m(n''+n)} \Sigma P \geq \Sigma P_1$$

$$(8-19) \quad \text{壓應力: } \frac{m+n''}{m(n''+n+1)} \Sigma P \geq \Sigma P_1$$

如上述之諸方程，用於求豎桿 Cc 之最大應力時，則用圖 8—13 (a) 之截面 ⑩，而其 d 及 n'' 之值，與斜桿 Cd 者亦不同。故豎桿 Cc 之應力為最大時活荷重之位置，與斜桿 Cd 之應力為最大時活荷重之位置，於理論上顯然不同，惟實際上有時相同。於平行桁架，豎桿 Cc 及斜桿 Cd 之應力為最大時，其活荷重之位置，於理論及實際上均常係相同。又上列之法，用於豎桿 Cc 或與 Cd 傾度相反之斜桿時，則上述之拉應力當改為壓應力，而上述之壓應力當為拉應力。腹桿之活應力為最大時，實際上常祇桁架之一邊有活荷重。若活荷重位置與腹桿之重心如圖(8—13(a)之 I 點)不同在桁架之一邊時，應採用方程(8—18)；如同在一邊，則採用方程(8—19)。至 n 之值，常

與 n'' 之值同在桁架之一邊。

於某種桁架之豎桿，方程(8—18)及(8—19)中 n'' 之值，不能由其矩心求之，必由其應力感應圖求之。例如下列例題 8—7 桁架中豎桿 U_3L_3 及 U_4L_4 即係如此。其詳見該例題之解答(b)。於此，不用方程(8—18)及(8—19)而用感應圖移動荷重之法，以求應力為最大時之活荷重位置亦可。若任何桁架腹桿之感應圖與斜桿 Cd 者相似，而 n'' 之值由其感應圖求得，則方程(8—18)及(8—19)均可採用。

斜桿 Cd 應力為最大時之活荷重位置既定之後，其活應力之計算，可用下列之諸法：

(a) 用感應圖之豎距或面積。

(b) 以圖 8—13 (a) 之 I 點為矩心，用彎矩法計算其應力 S_{cd} ；或其豎分應力 V_{cd} 。

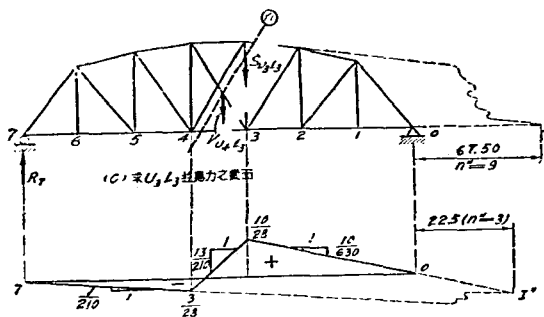
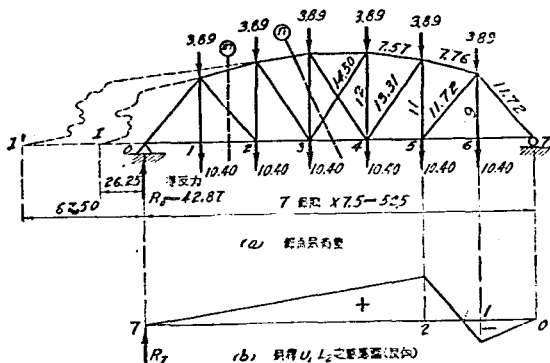
(c) 先求得斜弦桿 CD 之豎分應力，再用切力法計算斜桿 Cd 之豎分應力 V_{cd} 。

(d) 先求得上弦桿 CD 之平分應力 H_{CD} 及下弦桿 cd 之應力 S_{cd} 。再用 $\Sigma H=0$ 計算斜桿 Cd 之平分應力 H_{cd} ，如是則如圖 8—14 所示：

$$H_{CD} = \frac{M_d}{h_d}$$

$$S_{cd} = \frac{M_c}{h_c}$$

$$\text{故 } H_{cd} = H_{CD} - S_{cd} = \frac{M_d}{h_d} - \frac{M_c}{h_c} \quad (8-20)$$



例題 8-7.

梁荷重如附圖 (a) 所示。用截面 ② 及 ③ 並矩心 I 及 I' , 各得 U_1L_2 及 U_3L_3 之梁應力。注意中心節間二交叉斜桿之梁應力為零。

$$V_{U_1L_2} = \frac{42.87 \times 26.25 - (3.89 + 10.40)(26.25 \times 7.5)}{23.25 + 15} = +15.59$$

$$S_{U_1L_2} = +15.59 \times \frac{11.72}{9} = +20.28 \text{ 公噸}$$

$$S_{U_3L_3} = \frac{3 \times 10.40(67.50 + 15) + 2 \times 3.89(67.50 + 11.25) - 42.87 \times 67.50}{67.50 + 3 \times 7.5}$$

$$= +3.31 \text{ 公噸}$$

(b) 活應力:

斜桿 U_1L_2 之拉應力: $m=7, n=1, n''=26.25 \div 7.5=3.5$, 故於方程

(8-18)中

$$\frac{n''}{m(n''+m)} = \frac{3.5}{7(3.5+1)} = \frac{1}{9}$$

輪 ②:

$$\begin{aligned} \text{恰在 } L_2 \text{ 右: } & \frac{190}{9} = 21.11 \\ \text{恰在 } L_2 \text{ 左: } & \left. \begin{array}{l} > 5 \\ > 15 \end{array} \right\} \text{ (非最大)} \end{aligned}$$

輪 ③:

$$\begin{aligned} \text{恰在 } L_2 \text{ 右: } & \frac{190+1.5 \times 3.5}{9} = 21.67 \\ \text{恰在 } L_2 \text{ 左: } & \left. \begin{array}{l} > 15 \\ < 25 \end{array} \right\} \text{ (係最大)} \end{aligned}$$

故輪 ③ 在節點 L_2 時, 斜桿之拉應力為最大。其應力之計算可用上述之

(d) 法, 由表 XI 得,

輪 ① 至 ③ 對於列車均重左端之力矩	= 3882.50
加 190×1.5	= 285.00
加 $3.5(1.5)^2 \div 2$	= 3.94
桁架上所有荷重對於其右支點之力矩	= 4151.44

故

$$M_{L_1} = 4151.44 \times \frac{1}{7} = 593.06$$

$$M_{L_2} = 4151.44 \times \frac{2}{7} - 35 = 1151.13$$

$$H_{U_1L_2} = \frac{1151.13}{11} - \frac{593.06}{9} = 104.65 - 65.90 = +38.75 \text{ 公噸}$$

$$S_{U_1L_2} = +38.75 \times \frac{11.72}{7.5} = +60.60 \text{ 公噸}$$

斜桿 U_1L_2 之壓應力: m, n 及 n'' 之值均與上相同。故於方程(8-

19)中

$$\frac{m+n''}{m(n''+n+1)} = \frac{7+3.5}{7(3.5+1+1)} = \frac{8}{11}$$

將 U_1L_2 之感應圖反向如附圖(b), 使荷重自右向左移動。

輪②:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_1 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_1 \text{ 左:} \end{array} \quad 55 \times \frac{3}{11} = 15 \quad \left\{ \begin{array}{l} > 5 \\ = 15 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

輪③:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_1 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_1 \text{ 左:} \end{array} \quad 55 \times \frac{3}{11} = 15 \quad \left\{ \begin{array}{l} = 15 \\ < 55 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

由圖 7-22 之 e 及 f , 可知輪②或③置於 L_1 時, U_1L_2 之壓應力相等, 均係最大。故可以輪②置於反向感應圖之節點 L_1 , 以計算豎桿 U_1L_2 之最大壓應力。

$$\begin{array}{r} \text{輪①至⑥對於輪②之力矩} \\ \text{加 } 55 \times 0.5 \\ \text{桁架上所有荷重對於支點 } 0 \text{ 之力矩} \end{array} \quad \begin{array}{r} = 237.5 \\ = 27.5 \\ = 265.0 \end{array}$$

故

$$M_{L_2} = 265.0 \times \frac{5}{7} = 189.29$$

$$M_{L_1} = 265.0 \times \frac{6}{7} - 12.5 = 214.64$$

$$H_{U_1L_1} = \frac{189.29}{11} - \frac{214.64}{9} = 17.21 - 23.85 = -6.64 \text{ 公噸}$$

$$S_{U_1L_2} = -6.64 \times \frac{11.72}{7.5} = -10.58 \text{ 公噸}$$

豎桿 U_3L_3 之拉應力: 求豎桿 U_3L_3 之最大拉應力時, 用截面 ④, 隔離體如附圖(c) 反向所示。豎桿 U_3L_3 壓力為最大時, 斜桿 U_4L_3 之應力不等於零, 故方程 (8-15) 或 (8-18) 所定之活荷重位置, 係 U_2L_3 及 U_4L_3 二桿總應力為最大時之位置, 而此位置亦與 U_3L_3 一桿應力為最大時之位置不同。故上述方程, 不能直接採用。由圖 8-5 (a) 及 (b), 可知桁架之 I 點及腹桿感應圖之 I' 係同在一豎線上, 而某桿應力為最大時活荷重之位置, 又應以其感應圖為準。故方程 (8-15) 至 (8-19) 中 d 或 n'' 之值, 亦應以圖 8-13 (b) 感應圖之 I' 為準。不過於通常桁架圖 8-13 (a) 桁架之 I 常與 I' 同在一豎線上, 附圖(d) 示豎桿 U_3L_3 之感應圖, 其中 $n'' = 3$ 。但由附圖 (a) 或 (c) 則 $n'' = 67.50 \div 7.5 = 9$, 二者之值, 相差頗距。但採用方程 8-

18) 及 (8-19) 時, 應用 $n''=3$, 故於方程 (8-19) 中,

$$\frac{m+n''}{m(n''+n+1)} = \frac{7+3}{7(3+3+1)} = \frac{10}{49}$$

將附圖 (a) 之感應圖, 使荷重自右向左移動, 先試以輪 ③ 起首計算,

輪 ③:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 130 \times \frac{10}{49} = 26.6 \quad \left\{ \begin{array}{l} > 15 \\ > 25 \end{array} \right. \quad (\text{非最大})$$

輪 ④:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 140 \times \frac{10}{49} = 28.6 \quad \left\{ \begin{array}{l} > 25 \\ < 35 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

輪 ⑤:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 140 \times \frac{10}{49} = 28.6 \quad \left\{ \begin{array}{l} < 35 \\ < 45 \end{array} \right. \quad (\text{非最大})$$

故輪 ④ 在簡型 L_3 時, 豎桿 U_3L_3 之拉應力為最大。試再以 7-3 節 (1)

採用感應圖之法計算, 以資校核。

荷重位置改變 增加 縮減

$$\text{③} \rightarrow \text{④} \quad (130 - 25) 1.5 \times \frac{10}{630} + \delta > 25 \times 1.5 \times \frac{13}{210}$$

$$\text{④} \rightarrow \text{⑤} \quad (140 - 35) 1.5 \times \frac{10}{630} < 35 \times 1.5 \times \frac{13}{210}$$

故輪 ④ 在 L_3 時, 豎桿 U_3L_3 之拉應力為最大, 與上得之結果相同。若用附

圖 (c) 中 $n''=0$ 之值, 則

$$\frac{m+n''}{m(n''+n+1)} = \frac{7+0}{7(0+3+1)} = \frac{10}{91}$$

輪 ③:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 130 \times \frac{10}{91} = 22.8 \quad \left\{ \begin{array}{l} > 15 \\ < 25 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

輪 ④:

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 140 \times \frac{10}{91} = 24.6 \quad \left\{ \begin{array}{l} < 25 \\ < 35 \end{array} \right. \quad (\text{非最大})$$

所得之結果，與上二法所得者均不符，故 $n'' \neq 9$ 。蓋輪 ③ 在 L_3 時， U_3L_3 與 U_4L_3 二桿之總應力為最大，但非 U_3L_3 一桿之應力為最大。以輪 ④ 置於其感應圖之節點 L_2 ，則 U_3L_3 最大拉應力之計算如下：

$$\text{輪 ④ 至 ③ 對於輪 ④ 之力矩} = 1,842.5$$

$$\text{加 } 140 \times 0.5 = \underline{70.0}$$

$$\text{桁架上所有荷重對於支點 O 之力矩} = 1,912.5$$

$$R_1 = 1912.5 \div 7.5 = 254.67$$

$$\text{節點 } L_4 \text{ 之橫梁反力} = 72.5 \div 7.5 = 9.67$$

以附圖 (c) 之 I 點為矩心，則

$$S_{U_3L_3} + V_{U_4L_3} = \frac{26.43 \times 16 \times 7.5 - 9.67 \times 13 \times 7.5}{12 \times 7.5} = +38.10$$

$$\text{減去 } V_{U_4L_3} = \frac{26.43 - 9.67}{2} = \underline{+13.33}$$

$$S_{U_3L_3} = \underline{+24.72} \text{ 公噸}$$

若以輪 ③ 置於 L_3 ，則所得之結果如下，

$$S_{U_3L_3} + V_{U_4L_3} = +38.44 > 38.10$$

$$V_{U_4L_3} = +18.98 > 13.38$$

$$S_{U_3L_3} = +24.46 < 24.72$$

豎桿 U_3L_3 之壓應力： m, n 及 n'' 之值，均與求拉應力所用者相同，

故於方程 (8-18) 中，

$$\frac{n''}{m(n''+n)} = \frac{8}{7(3+3)} = \frac{1}{14}$$

輪 ②：

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 120 \times \frac{1}{14} = 7.1 \quad \left\{ \begin{array}{l} > 5 \\ < 15 \end{array} \right. \quad (\text{係最大})$$

輪 ③：

$$\begin{array}{l} \text{恰在 } L_3 \text{ 右:} \\ \text{恰在 } L_3 \text{ 左:} \end{array} \quad 130 \times \frac{1}{14} = 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} < 15 \\ < 25 \end{array} \right. \quad (\text{非最大})$$

故輪 ② 在節點 L_3 時，豎桿 U_3L_3 之壓應力為最大。

$$\begin{aligned}
 & \text{輪①至③對於輪②之力矩} && = 1467.5 \\
 & \text{加 } 120 \times 0.5 && = 60.0 \\
 & \text{桁架上所有荷重對於支點 7 之力矩} && = 1627.5 \\
 & R_0 = 1627.5 \div 52.5 = 29.10 \\
 & \text{節點 } L_3 \text{ 之橫梁反力} = 12.5 \div 7.5 = 1.67 \\
 & S_{U_3 L_3} + V_{U_4 L_3} = \frac{1.67 \times 12 \times 7.5 - 29.10 \times 9 \times 7.5}{12 \times 7.5} = -20.16 \\
 & \text{減去 } V_{U_4 L_3} = -\frac{29.10 - 1.67}{2} && = -13.72 \\
 & S_{U_3 L_3} = -\underline{6.44} \text{ 公噸}
 \end{aligned}$$

(c) 衝擊係數: 用方程(7-64), 其中之 $S=5.5$, $L=52.5$, 則該二桿之衝擊係數如下:

$$I = \frac{30}{5.5} + 10 + \frac{540}{52.5 - 12} = 28.8\% = 0.288$$

(d) 最大及最小應力: 斜桿 $U_1 L_2$ 及豎桿 $U_3 L_3$ 之最大及最小應力如下表:

桿	呆應力	活應力	衝擊應力	最大及最小應力 (公噸)
$U_1 L_2$	+20.23	+60.60 -10.88	+17.45 -2.99	+98.33
$U_3 L_3$	+3.31	+24.72 -6.44	+7.12 -1.86	+35.15 -4.99

由上表可知斜桿 $U_1 L_2$ 無反復應力, 而豎桿 $U_3 L_3$ 則有之。

習題 8-23. 求習題 8-21 桁架中下列四腹桿之最大及最小應力: $U_1 L_1$, $U_2 L_2$, $U_3 L_3$ 及 $U_3 L_4$ 觀察諸桿是否有反復應力, 並將所有之計算, 詳細列出。

提示: 豎桿 $U_1 L_1$ 係一懸桿, 其最大及最小應力之計算法, 與例題 7-16 相同。

(2) 反斜桿 若非平行弦桁架之斜桿非剛性桿, 祇能承受拉力或壓力, 則斜桿之有反復應力者, 必添用一反斜桿, 與原有之主斜桿成交叉式。此與前述之平行弦桁架情形相同。至反

斜桿對於非平行弦桁架中其他各桿之最大或最小應力，有無影響，視桿之性質而異，茲分條解述如下：

(a) 斜桿 反斜桿祇於橋跨一部份有活荷重時始有作用。斜桿之活應力為最大時，橋梁全跨均有活荷重，故反斜桿均無作用。因此斜桿之最大或最小應力，與無反斜桿時之最大或最小應力比較，毫無改變。惟節間為奇數時，其中心節間之二交叉斜桿，若由剛性桿改為拉桿或壓桿，則該節間中上下弦桿之最大或最小應力，當然有改變（比較習題 8—18 與 8—15，並參閱習題 8—18 之提示）。此與前述平行弦桁架之情形相同。

(b) 斜桿 端壓桿之情形與弦桿者相同，無須再論。比較例題 8—2 及 8—3 中腹桿之最大及最小應力表，可知於平行弦桁架中，反斜桿 U_3L_2 與主斜桿 U_2L_3 之呆應力，係數量相同而性質相反；而反斜桿 U_3L_2 之最大最小應力與主斜桿 U_2L_3 之反復應力（即最大或最小應力之與呆應力性質相反者）之關係亦然，蓋該二斜桿之長度相同。於非平行弦桁架，反斜桿與主斜桿之長度不同，故該二桿之呆應力及最大或最小應力亦均不相同。此係與平行弦桁架不同之點。圖 8—15 (a) 示一非平行弦桁架，其中斜桿除端壓桿外，均係拉桿。圖 (b) 示主斜桿 Cd 及反斜桿 cD 之應力感應圖。由此圖可知主斜桿 Cd 之活應力為最大時，其呆應力亦係拉力，而反斜桿 cD 無任何應力。故主斜桿 Cd 之最大或最小應力，與無反斜桿時其數量較大（或與其呆應力同性質）之最大或最小應力相同。反斜桿 cD 之活

應力為最大時，其呆應力為壓力，而主斜桿無任何應力。

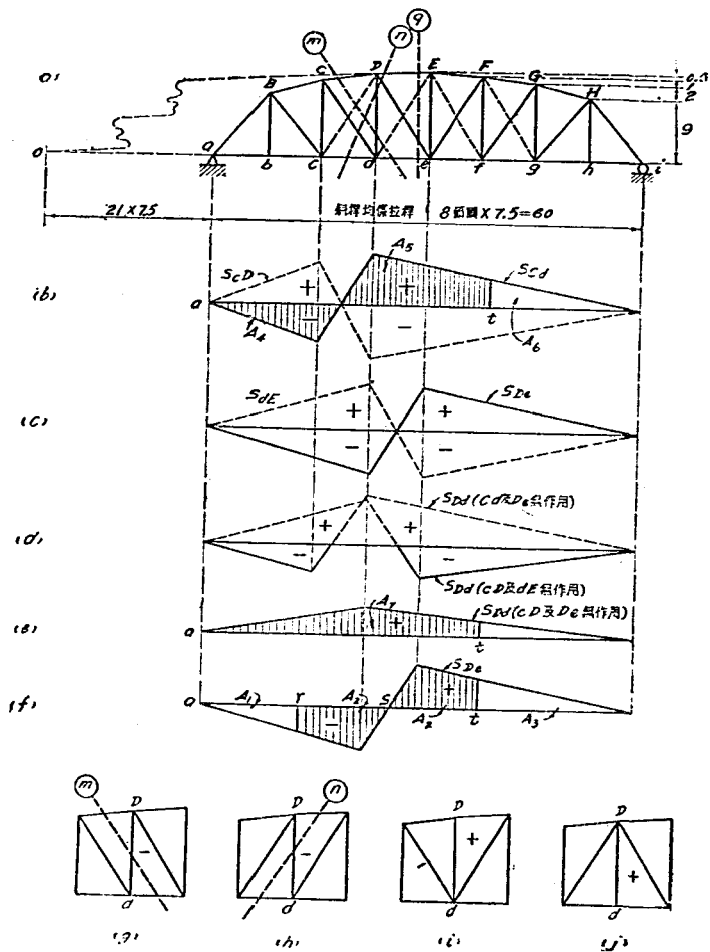


圖 8-15. 非平行弦桁架有反斜桿時數桿之應力

故計算反斜桿 cD 之最大或最小應力時，可假定主斜桿 Cd 不存在，而反斜桿之呆應力為壓力。若其呆應力之數量大於其活應力及衝擊應力時，則其最大應力為其所不能承受之壓力，即此節間中不需要此反斜桿。故研究某節間中是否需要反斜桿之方法亦同。若圖 (a) 桁架中斜桿均係壓桿，則上述之壓力及拉力應互相改換。

(c) 豎桿 於例題 8—2 之平行弦桁架中，豎桿 U_2L_2 有反復應力。於例題 8—3 中採用必需之反斜桿 U_3L_2 之後，則豎桿 U_2L_2 之反復應力（拉力）即不復存在。蓋考慮節點 U_2 在活荷重下之平衡，則豎桿 U_2L_2 之最大拉應力，必等於主斜桿 U_2L_3 之最大壓應力。若主斜桿 U_2L_3 不能承受壓力，則豎桿 U_2L_2 自無發生拉應力之可能。於非平行弦桁架，則因有斜弦桿之故，情形較複雜。其中之豎桿有無反復應力，當視桁架之尺寸，反斜桿之佈置，及呆荷重與活荷重之相對值而定。不易定一簡單之規則。此亦係與平行弦桁架不同之點。

圖 8—15 (a) 中豎桿 Dd 之呆應力為壓力；其活應力之性質及數量，則視其兩旁節間中交叉斜桿之有無作用而定。兩旁節間有作用斜桿之佈置，於理論上有圖 8—15 (g) 至 (j) 四種情形之可能。若活荷重在圖 (a) 之 ei 一段，則反斜桿 cD 及 dE 均無應力。求豎桿 Dd 之活應力時，用圖 (a) 或 (g) 之截面 \textcircled{a} ，其活應力為壓力。若活荷重在圖 (a) 之 ac 一段，則主斜桿 Cd 及 Dc 均無應力。求豎桿 Dd 之活應力時，用圖 (a)

或(h)之截面 ⑩，其活應力仍為壓力。圖(d)示豎桿 Dd 在(g)及(h)二種情形下之感應圖，其正號部份均不能採用，故以虛線表之。由此圖可知豎桿 Dd 於圖(g)中之壓應力，較圖(h)者為大。故求豎桿 Dd 與其呆應力性質相同之最大壓應力時，活荷重之位置，應使反斜桿 cD 及 dE 無應力。換言之，即其與呆應力性質相同之最大壓應力與無反斜桿時相同。若有應力之斜桿如圖(i)及(j)所示，則豎桿 Dd 之活應力為拉力。但在何種活荷重位置下，有應力之斜桿，始能各如圖(i)及(j)所示，須詳細研究。在呆荷重下，節間 cd 及 de 之切力，均係正號。而前者之值，大於後者。反斜桿 cD 有作用時，節間 cd 在活荷重下之切力必為負號，其值且必大於該節間在呆荷重下之正號切力。同時節間 de 在呆荷重及同一活荷重下之總切力，亦必係負號，故反斜桿 cD 有作用時，主斜桿 De 不能同時有作用。因此，圖(j)之情形於實際為不可能。圖(i)示豎桿 Dd 之活應力為最大時，則斜弦桿 CD 與 DE 活應力之差亦為最大。在此情形之下，豎桿 Dd 之感應圖如圖(e)所示。設 w 為橋梁均佈呆荷重，並暫假設活荷重亦係均佈荷重 w' ，包括衝擊力在內。由圖(f)主斜桿 De 之應力感應圖之面積 A_1, A_2 及 A_3 等，可知其呆應力為拉力 $w(A_3 - A_1)$ 。設均佈活荷重 w' (衝擊力在內) 由左向右行至橋上，至 ar 段時，其活應力與呆應力性質相反，而數量相等。故此時主斜桿 De 之總應力為零，由是

$$w(A_3 - A_1) - w'A_1 = 0$$

或
$$A_1 = \frac{w}{w+w'}A_3$$

若活荷重 w' 再由 r 點向右行動至 s 點為止，則反斜桿 dE 發生作用，而其總應力逐漸增大，同時主斜桿 De 無作用。若活荷重 w' 再由 s 點向右行動，則反斜桿 dE 之總應力，逐漸減少，迄至活荷重 w' 至 t 點時，圖 (f) 感應圖 rs 及 st 二段之面積相等，則主斜桿 De 正開始有作用，但同時反斜桿 dE 亦正開始無作用。故活荷重在跨之 at 段時，主斜桿 De 及 dE 同時均無作用。再考慮在此活荷重位置下，主斜桿 Cd 是否有作用。觀圖 (b) 感應圖之面積 A_4, A_5 及 A_6 ，可知主斜桿 Cd 之活應力為 $w'(A_5 - A_4)$ 。若主斜桿 Cd 有作用，則其總應力必大於零，故

$$w(A_6 + A_5 - A_4) + w'(A_5 - A_4) > 0$$

或
$$\frac{w}{w+w'}A_6 + A_5 > A_4$$

若如此，則豎桿 Dd 之活應力即等於 $w'A$ [見圖 (e)]，否則主斜桿 Cd 無作用，而反斜桿 cD 有作用，反斜桿 dE 既亦無作用，如是則豎桿之最大拉應力，即等於在呆荷重，活荷重及衝擊力下節點 d 之橫梁反力。故計算豎桿 Dd 之最大應力時，盡量多加活荷重於橋跨之左部，同時使其右鄰之主斜桿 De 無作用。換言之，即使圖 8-15 (a) 截面 (g) 任何一邊隔離體上之呆荷重活荷重，及衝擊力等力系對於 0 點力矩之總

和等於零。若活荷重係集中荷重制，祇可用試算之法；但實際計算時，並不須絕對準確。若活荷重位置之準確在一公尺之十分之一以內，而上述之力矩總和幾等於零，即可認為滿意。其詳細方法，見例題 8—9。

若呆荷重之數量較大，有時不能使主斜桿 De 無作用，如是，可將活荷重置於圖 (f) 之 as 段，計算豎桿 Dd 有無拉應力。

此外豎桿 Cc 與 Dd 相同，惟因無反斜桿 bC ，較為簡易。豎桿 Bb 係一懸桿。中線豎桿 Ee 之拉應力為最大時，橋梁全跨應有活荷重，而其任一端 e 或 E 之節點彎矩為最大；其壓應力為最大時，反斜桿 dE 或 Ef 之一，必有作用，而活荷重之位置亦與反斜桿 dE 或 Ef 有作用時相同。於節間為奇數之桁架，計算其中心節間兩旁二豎桿最大拉應力時之活荷重位置，與豎桿 Ee 相同。

例題 8—8. 設一穿跨式單軌道之鐵路橋樑，其桁架如圖 9—15 (a) 示。二桁架之中心距為 5.5 公尺。橋面係用木枕。活荷重制係中華二十級。鋼橋之重量可用公式 (7—8) 估計，並乘以 1.15 係數。木枕橋面及軌道等之重量為 700 公斤/公尺。衝擊力之計算，依照我國之規定。試研究反斜桿 cD 有無需要？如有需要，其最大拉應力為若干？

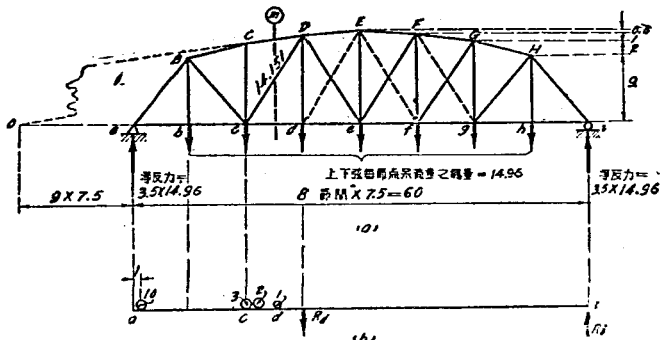
解答：依例題 7—13 及 8—1 之計算，節點呆荷重如下：

$$w = 1.15(20 \times 0.0 + 1.660) = 3.29$$

$$\text{上弦節點: } 3.289 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times 7.5 = 4.11 \text{ 公噸}$$

$$\text{下弦節點: } (3.289 \times \frac{2}{3} + 700) \frac{1}{2} \times 7.5 = 10.85 \text{ 公噸}$$

共 14.96 公噸



例題 8-8.

假設反斜桿 cD 有需要,並有作用,如附圖 (a),考慮截面 \textcircled{a} 左邊隔體之平衡,則斜桿 cD 在呆荷重下之豎分應力 V_{cD} 為,

$$V_{cD} = \frac{14.96 \times 7.5(10+11) - 3.5 \times 14.96 \times 7.5 \times 9}{11 \times 7.5}$$

$$= \frac{14.96(21 - 3.5 \times 9)}{11} = -14.28 \text{ 公噸}$$

再將活荷重之次序倒置,自左向右移動,用公式 (8-19) (用斜桿 cD 之傾度與圖 8-12 (a) 斜桿 Cd 者相反),求斜桿 cD 活應力(拉力)為最大時之活荷重位置。於公式 (8-19) 中, $m=8$, $n=2$, $n''=9$, 故

$$\frac{m+n''}{m(n''+n+1)} = \frac{8+9}{8(9+2+1)} = \frac{17}{96}$$

因此,求得輪 $\textcircled{3}$ 置於節點 c 時,斜桿 cD 之活應力為最大。活荷重之位置,如附圖 (b) 所示,由表 XI 或 XII,則

$$\text{右支點反力: } R_1 = \frac{17 \times 7.5 \times 1}{8 \times 7.5} = \frac{90}{8 \times 7.5}$$

$$\text{橫梁反力: } R_2 = \frac{35}{7.5}$$

考慮截面 \textcircled{a} 右邊隔體之平衡,則斜桿 cD 之最大活應力之豎分應力 V_{cD} 為,

$$V_{cD} = \frac{17 \times 7.5 \times R_1 - 12 \times 7.5 \times R_2}{11 \times 7.5}$$

$$= \frac{17 \times \frac{910}{8} - 12 \times 35}{11 \times 7.6} = +18.85 \text{ 公噸}$$

用公式(7-64),

$$I = \frac{30}{6.5} + 10 + \frac{540}{60 - 12} = 26.7\%$$

故 V_{cD} 之衝擊應力為 $+18.85 \times 0.267 = +4.89$, 因在活荷重及衝擊力之 V_{cD} 之拉力為 $18.85 + 4.89 = +23.24$, 大於其在呆荷重下之壓力 -14.28 , 故反斜桿 cD 係屬需要, 其最大拉應力 S_{cD} 為,

$$S_{cD} = (23.24 - 14.28) \frac{14.151}{12} = +10.57 \text{ 公噸}$$

例題 8-9. 求例題 8-8 橋梁桁架中豎桿 Dd 或 Ff 在呆荷重, 活荷重及衝擊力下之最大拉應力。

解答: 計算豎桿 Dd 之最大拉應力, 應將活荷重之次序倒置, 加於桁架之左部。故計算時, 以其對稱豎桿 Ff 代替之, 將活荷重加於桁架之右部, 而其次序不倒置。

計算豎桿 Ff 之最大拉應力時, 應將活荷重盡量多加於桁架之右部, 而同時斜桿 eF 在呆荷重, 活荷重及衝擊力之下應力為零。計算斜桿 eF 之呆應力及活應力時, 可計算附圖 (a) 截面 \odot 右邊隔體上力系對於 O 點力矩 M_O 以代替之。力矩之順時針向者, 使斜桿 eF 有拉應力, 故視作正號。反是視作負號。由例題 8-8 之附圖 (a), 則由於呆荷重之此項力矩 M_O 為,

$$M_O = 3.5 \times 14.96 \times 21 \times 7.5 - 3 \times 14.96 \times 23 \times 7.5 = +54.9$$

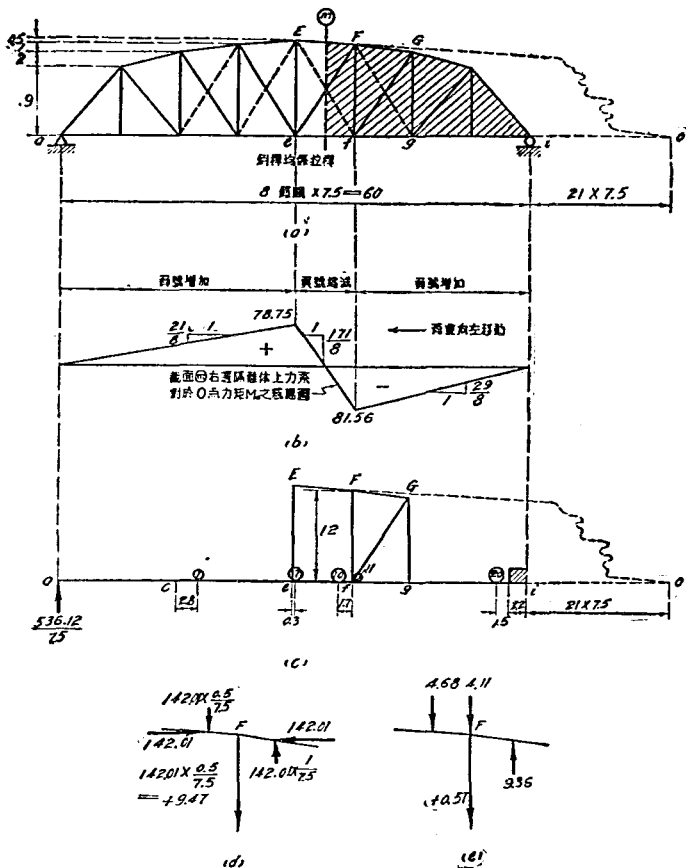
計算斜桿 eF 之活應力時, 應加入衝擊力, 即等於將活應力乘以 $(1+I)$, 其中 I 為衝擊係數。若斜桿 eF 之活應力為零, 則

$$\text{呆應力} + \text{活應力}(1+I) = 0$$

$$\text{或} \quad \frac{\text{呆應力}}{1+I} + \text{活應力} = 0$$

故計算時, 若將呆應力除以 $(1+I)$, 則計算活應力時, 即不必再加衝擊力。因活應力須試算數次, 如此較為簡便也。 I 之值如下:

$$I = \frac{30}{6.5} + 10 + \frac{540}{60 - 12} = 26.7\%$$



例題 8-9.

$$\text{值} \quad \frac{M_0}{1+I} = + \frac{504.9}{1.267} = +398.50$$

故斜桿 eF 之應力為零時，桁架截面 \textcircled{a} 右邊所有活荷重力乘對於 O 點之力矩總等於 -398.50 ，先使列車均重之左端與右支點相合（活荷重位置附圖中

未示出) 用表 XI 計算 M_0 如下:

$$\text{右支點反力之 } M_0: \left(190 - \frac{3832.5}{8 \times 7.5}\right) 21 \times 7.5 = +19,785.93$$

$$f \text{ 點橫梁反力之 } M_0: \frac{10(2.5+4+6.5)}{7.5} \times 24 \times 7.5 = -3,120.00$$

$$\text{輪①並②之 } M_0: 1177.5 + 105 \times 21 \times 7.5 = -17,715.00$$

$$\text{共} \quad -1,649.07$$

即上述活荷重位置之 $-M_0$ 較所需之 -338.50 為大, 二者之差為 $-1049.07 - (-38.50) = -1010.57$ 。故活荷重應向左移, 使 $-M_0$ 縮減 -630.57 , 計算時如用附圖 (b) M_0 之感應圖及與圖 7-21 (a) 相似之法, 較為簡便。暫使活荷重向左移 2 公尺, 則 $-M_0$ 之增減如下:

$$-M_0 \text{ 之縮減: } (2 \times 30 + 1.5 \times 10) \frac{171}{8} \approx 1,100$$

$$-M_0 \text{ 之增加: } (0.5 \times 10 + 2 \times 95 + 2 \times 3.5) \frac{29}{8} + 2 \times 55 \times \frac{21}{28} \approx 1,020$$

580

即 $-M_0$ 縮減 580, 尚不足 -630.57 。由是可知活荷重應向左移動, 其值約 $2(630.57/580) \approx 2.24$ 公尺。若活荷重位置之準確, 祇需在 1/10 公尺以內, 可採用 2.2 公尺。即列車均重之左端, 在右支點以左 2.2。其位置如附圖 (c) 所示, 依前法計算 $-M_0$ 之值如下:

$$\left(190 + 3.5 \times 2.2 - \frac{3862.5 + 190 \times 2.2 + 3.5 \times \frac{2.2^2}{2}}{8 \times 7.5}\right) 21 \times 7.5 = +19,873.22$$

$$\frac{10(0.3 + 1.8 + 4.3 + 5.8)}{7.5} \times 24 \times 7.5 = -2,928.00$$

$$815 + 95(3.7 + 21 \times 7.5) + 3.5 \times 2.2(1.1 + 21 \times 7.5) = -17,350.22$$

$$\text{共} \quad -399.00$$

比較所需之 -398.50 相差極微, 實際上或不需如此準確。

計算登桿 Ff 之應力時, 可先計算弦桿 EF 及 FG 之平分應力, 二者皆等於節點 f 之彎矩除以 12 公尺。

$$\text{左支點反力} = \frac{3882.5 + 150 \times 2.2 + 3.5 \times \frac{2.3^2}{2}}{8 \times 7.5} = \frac{439.12}{7.5}$$

$$\text{故 } H_{EF} = H_{FG} = (815 + 95 \times 1.7 - \frac{53.12}{7.5} \times 7.5 \times 5) \frac{1}{12} = -142.01$$

考慮節點 F 之平衡, 如附圖 (d), 則豎桿 Ff 之活應力為 $+9.47$, 其衝擊力為 $+9.47 \times 0.267 = +2.53$ 。弦桿 EF 之應力之豎分應力如下:

$$V_{EF} = (4 \times 14.96 \times 2.5 \times 7.5 - 3.5 \times 14.96 \times 5 \times 7.5) \frac{1}{12} \times \frac{0.5}{7.5} = -4.68$$

考慮節點 F 之平衡, 如附圖 (e) 所示, 則豎桿 Ff 之應力為 $+0.57$, 故豎桿 Ff 或 Dd 之最大拉應力如下:

呆應力:	+ 0.57
活應力:	+ 9.47
衝擊力:	+ 2.53
共:	<u>+12.57 公噸</u>

故非平行弦桁架中豎桿之拉應力, 常係一微小之值, 上列精確之計算, 於實際或不需。

習題 8-24. 若習題 8-21 及 8-23 桁架之斜桿改為拉桿, 必於需要之節間中, 添加反斜桿, 則中心節間中上下弦桿 U_3U_4 及 L_3L_4 之最大或最小應力, 有無改變? 如有改變, 求其最大或最小應力。

提示: 當然有改變。習題 8-21 中該二弦桿活應力之計算, 與例題 8-5 之下弦桿 L_1L_3 相同。而於此題中, 該二弦桿活應力之計算, 則與例題 8-4 相同。

習題 8-25. 桁架與習題 8-24 相同, 其中心節間中二交叉斜桿 U_3L_4 及 U_4L_3 之最大及最小應力與習題 8-23 所求者有無改變? 如有改變, 求其最大及最小應力。

習題 8-26. 桁架與習題 8-24 相同。研究節間 1-2 及 2-3 中有無添置反斜桿之需要。如有需要, 並求其最大應力。

習題 8-27. 桁架與習題 8-24 相同, 求豎桿 U_2L_2 及 U_3L_3 在呆荷重活荷重及衝擊力下之最大拉應力。

提示： 豎桿 U_2L_2 最大拉應力之計算，與例題 8-9 相同。豎桿 U_3L_3 之拉應力為最大時，節點 L_3 之彎矩亦係最大。因斜桿 U_3L_4 之呆應力為零，而在節點 L_3 彎矩為最大時之活荷重位置下，中心節間之切力係負號，故斜桿 U_3L_4 之活應力亦為零，與前述豎桿拉應力為最大時之條件完全相符。

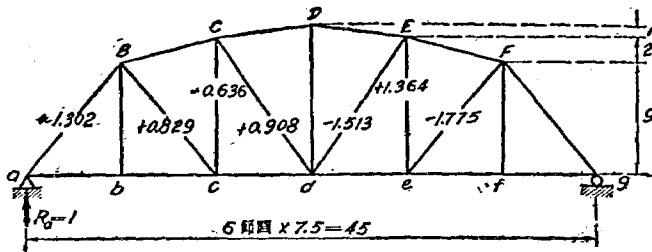
習題 8-28. 若習題 8-21 桁架斜桿之佈置改用浩氏式（即其傾度與習題 8-21 附圖所示者相反），且全係壓桿，於必需之節間中添置反斜桿。

- (c) 求其所有上下弦桿之最大或最小應力。
- (b) 求其所有主斜桿及反斜桿之最小應力。
- (c) 求其所有豎桿之最大或最小應力，並研究有無反復應力。

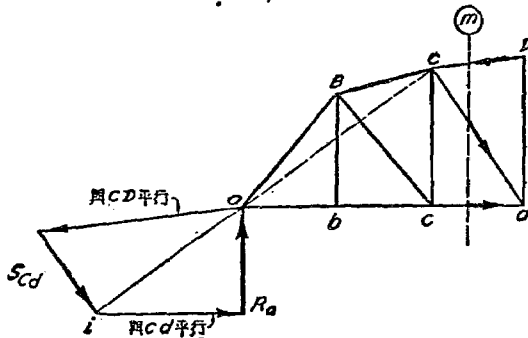
提示： 例題 8-7，習題 8-21 至 8-27 中之結果有若干可於此題中直接或間接採用，但採用時必須細心考慮，以免說誤。

(3) 節點荷重法 若活荷重係一均佈荷重及一集中荷重，則計算非平行弦桁架之活應力，亦可用節點荷重法，此法用以計算弦桿之應力與平行弦桁架相同。惟非平行弦桁架斜桿之豎分應力，不等於節間切力。故如用切力法，必先求得一斜弦桿之豎分應力，如用彎矩法，先求得其矩心，均不甚簡便。

用節點荷重法時，任何腹桿（副桿及中線豎桿當然除外，但端壓桿亦可視作一腹桿）之活應力，當然祇與桁架無活荷重一邊之反力有關。圖 8-16 (a) 示一非平行弦桁架。設活荷重常在其右部，則腹桿之活應力祇與其左支點之反力 R_0 有關。設 $R_0 = 1\uparrow$ ，求得腹桿之應力，如圖所示，此應力稱為腹桿之活應力係數，其值祇與桁架之深跨比有關，其意義與數量與 8-3 節所述之感應係數完全相同，故亦可用如圖 8-5(i) 以麥氏應力圖求之。圖 8-16 (a) 右部之活應力係數，係用以求腹桿



(a) 風荷之活應力係數



(b) 圖解隔離法

圖 8-16. 非平行弦桁架腹桿之應力

之反復應力者。故用此法時，先由某腹桿活應力為最大時在桁架右邊之活荷重位置，求得左支點之反力 R_a ，再以其活應力係數乘之，即得其最大活應力。左支點 R_a ，亦可用圖 8-12 所示之係數法求之。

既知各腹桿活應力為最大時左支點之反力 R_a ，其應力亦可用 4-11 節所述之圖解隔離法求之。圖 8-16 (b) 示用此法求腹桿 Cd 應力之法。其中 iac 係一直線， ia 表示 R_a 與 S_{cd} ，

及 S_{CD} 與 S_{Cd} 之合力,其作法已詳於 4—11 節中,無須贅述。

習題 8—29. 用圖 7—36 之中華活荷重制之代替荷重及節點荷重法,解答習題 8—21, 例題 8—7, 及習題 8—23。計算切力之集中荷重時,方程 (7—62) 中之 L 可視為等於有節點荷重之諸節間之總長度。腹桿之活應力,可用圖 8—16(a) 之係數法計算。計算弦桿之活應力時,均佈及集中活荷重之節點荷重之總量,用方程 (8—11) 計算。將所求得之答案,與上述例題及習題用機車荷重所算得者並列,以資比較。將所有之計算列表如下:

弦桿之最大及最小應力(習題 8—29)

桿	呆應力	活荷重(節點總荷重=)		衝擊應力	最大及最小應力	
		節	點 彎 矩 應 力		代替荷重	機車荷重
L_0L_1						
L_1L_2						
L_2L_3						

腹桿之最大及最小應力(習題 8—29)

桿	呆應力	活 荷 重			衝擊應力	最大及最小應力	
		R_0	係 數	應 力		代替荷重	機車荷重
U_1L_0							
U_1L_1							

(4) 特種非平行弦桁架 有數種非平行弦桁架,情形特殊,須另行討論,茲分別述之如下:

(a) 拋物線桁架 圖 8—17 (a) 示一桁架,其上弦係平直,下弦諸節點在一以 d 為頂點之拋物線上。下列數點,極其顯然。

1. 若全跨長受有均佈荷重,則彎矩圖亦係一拋物線,故任何節點之彎矩,

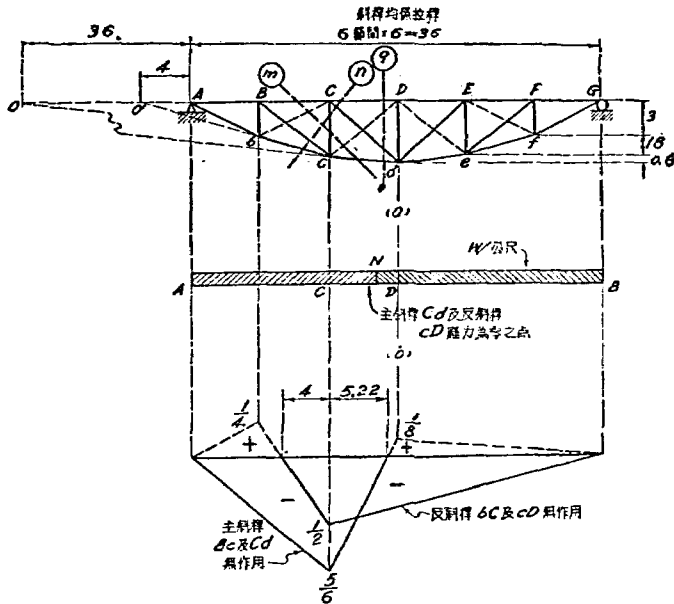
(C) 斜桿 Cc 之應力應力圖

圖 8-17. 拱橋桁架

除以該節點之桁深，其商數係一恆數。

2. 任何上弦桿之應力及任何下弦桿之平分應力，均等於其重心節點之彎矩，除以該節點之桁深。於全跨長受有均佈荷重時，所有上弦桿之應力，及下弦桿之平分應力，各係一恆數。

3. 由第 2 條可知：若全跨長受有均佈荷重，則所有斜桿（端斜桿當然除外）之應力均為零，而所有豎桿之應力，均係壓力，其數量等於節點荷重。

4. 由第 3 條可知：任何斜桿應力感應圖之正負號面積應相等。故活荷重如係均佈荷重，計算時採用感應圖之面積，則任何斜桿之最大壓應力等於其最大拉應力。

5. 若呆荷重係均佈荷重，則所有斜桿之呆應力均為零。因此，如斜桿

祇能承受一種應力，則每節間(端節間當然除外)中均需要反斜桿。

6. 計算時無論用感應圖面積或節點荷重法，反斜桿最大活應力之平分應力與主斜桿最大活應力之平分應力相等。

試以圖 8-17 (a) 之主斜桿 Cd 及反斜桿 cD 為例，證明第 6 條如下：該二斜桿應力為零之點均為 N 。主斜桿 Cd 活應力為最大時，活荷重應自 N 至 B 如圖 8-17 (b) 所示。設在此活荷重位置下 C 及 D 二節點之彎矩各為 M'_C 及 M'_D ，由方程 (8-20)，則主斜桿 Cd 最大活應力之平分應力 H_{Cd} 為，

$$H_{Cd} = \frac{M'_D}{Dd} - \frac{M'_C}{Cc}$$

同此，反斜桿 cD 活應力為最大時，活荷重自 A 至 N 。設在此活荷重位置下， C 及 D 二節點之彎矩各為 M''_C 及 M''_D ，由方程 (8-20)，則反斜桿 cD 最大活應力之平分應力 H_{cD} 為，

$$H_{cD} = \frac{M''_C}{Cc} - \frac{M''_D}{Dd}$$

設 M_C 及 M_D 各為全跨長有活荷重時 C 及 D 二節點之彎矩，則

$$M_C = M'_C + M''_C$$

$$M_D = M'_D + M''_D$$

由第 1 條，

$$\frac{M'_C}{Cc} = \frac{M_D}{Dd} = \dots\dots\dots = \text{函數}$$

故

$$\begin{aligned} \frac{M_D}{Dd} - \frac{M'_C}{Cc} &= \frac{M_D - M''_D}{Dd} - \frac{M_C - M''_C}{Cc} \\ &= \frac{M_D}{Dd} - \frac{M_C}{Cc} + \frac{M''_C}{Cc} - \frac{M''_D}{Dd} = \frac{M''_C}{Cc} - \frac{M''_D}{Dd} \end{aligned}$$

所以

$$H_{Cd} = H_{cD}$$

拋物線桁架如無反斜桿，其活應力除有上述之諸特點外，其計算法與前述之普通非平弦桁架者相同。若有反斜桿時，斜桿活應力之計算，仍與前述者相同，惟豎桿之活應力須另加以考慮。豎桿活應力為最大時之情形，於理歸

亦有圖 8-15 (g) 至 (j) 所示之四種。惟在均佈呆荷重下，所有斜桿之呆應力均為零。因此 (i) 之情形為不可能。於圖 (j) 豎桿之活應力等於其一端之橫梁反力，常非最大之數。故須考慮者，祇圖 (g) 及 (h) 二種情形。

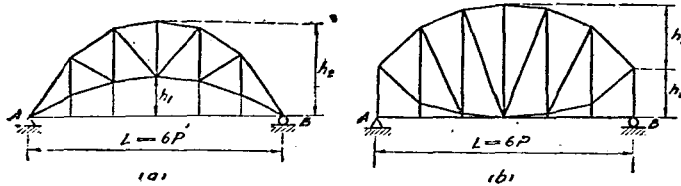
圖 8-17 (c) 示此二種情形下豎桿 Cc 之應力感應圖，其一係假定反斜桿無作用，求 Cc 之應力時，用截面 \textcircled{a} ，祇其中之負號部份可以採用，因活荷重如置於正號部份，則反斜桿即有作用。另一係假定主斜桿無作用，求 Cc 之應力時，用截面 \textcircled{b} ，亦祇其中之負號部份可以採用。二種情形中，何者之活應力為較大，則視活荷重之分佈情形而定。於均佈活荷重，可比較二感應圖負號部份面積之大小而決定之。於集中活荷重，求豎桿 Cc 活應力為最大時之活荷重位置時，可用方程 (8-18) 或 (8-19)，視反斜桿或主斜桿無作用而定。其中 n'' 之值，應各由其感應圖求之，與例題 8-7 中豎桿 U_3L_3 之情形相似。注意豎桿 Cc 無發生拉應力之可能。

因在均佈之呆荷重下之所有主反斜桿之呆應力均為零，故弦桿活應力為最大時之情形，與 8-5 節第 (3) 條所述中心節間弦桿者相似。茲以上下弦桿 CD 及 cd 為例。如斜桿係拉桿，則上弦桿 CD 之最大活應力，等於節點 c 之最大彎矩，除以 Cc ，或節點 d 之最大彎矩，除以 Dd ，視何者之值較大而定下弦桿 cd 活應力為最大時，活荷重之位置應使其節間中之主反斜桿之應力均等於零。換言之，即使圖 8-17 (a) 截面 (g) 任何一邊隔體上之活荷重及其反力對於 O 點之力矩等於零，其情形與本節第 (3) 條所述，圖 8-15 (a) 豎桿 Dd 拉應力為最大時者相似。故其活荷重位置之決定，亦須試算，與例題 8-0 相似。至下弦桿 cd 最大活應力之豎分應力之計算，與上弦桿 CD 相同。

習題 8-30。設圖 8-17 (a) 之桁架係一單軌道之上承式鐵路橋梁。其呆荷重假定係均佈，其活荷重為中華二十級，求以下諸桿之最大活應力：(a) 上弦 CD ，(b) 豎桿 Cc ，(c) 下弦桿 cd 。

習題 8-31。附圖示二桁架。(a) 為鍊刀式，(b) 為魚腹式。二者之上下二弦諸節點均在拋物線上，其頂點在桁架之中線上。設以一均佈荷重 w /公尺加於 AB 線 (AB 無應力) 之全長。試證明 (1) 所有斜桿之應力均為零。(2) 所有上下二弦間豎桿之應力均為相等之拉力，其數量於 (a) 為

$wph_2/(h_2-h_1)$ ，於 (b) 為 $wph_2/(h_2+h_1)$ 。



習題 8-11.

提示：(1)應先證明上下二弦間之豎距之改變，亦係一拋物線，(2)先假設所有豎桿之應力均為拉力 X ，將上下二弦隔離，用平衡定律，求其兩端二弦桿之平分應力。再使上下二弦之此項平分應力相等，即可求得 X 之值。

(b) 保 (Pauli) 氏桁架 保氏桁架之原理，即係使非平行上弦諸桿之最大或最小應力完全相等。如圖 8-18 所示，設 M_1, M_2 及 M_3 各為節點 1, 2 及 3 在某荷重活荷重及衝擊力下之最大彎矩。 r_1, r_2 及 r_3 為上弦諸桿之矩臂，若上弦諸桿之最大或最小應力相等，則

$$(8-21) \quad \frac{M_1}{r_1} = \frac{M_2}{r_2} = \frac{M_3}{r_3} = \text{恆數}$$

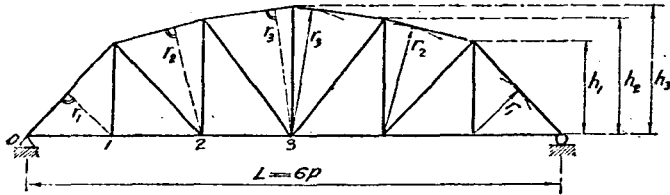


圖 8-18. 保氏桁架

決定此項桁架各節點之桁深時，自兩端起首，應先定其節間長度 p 及與兩端相鄰節點之桁深 h_1 而計算 r_1 。注意 $r_1 = h_1 p / \sqrt{h_1^2 + p^2}$ 。再求諸節點在某荷重，活荷重，及衝擊力下之最大彎矩。用方程 (8-21) 求 r_2, r_3, \dots 等之值，由是即可求得各節之桁深 h_2, h_3, \dots 等之值。注意 $r_2 = p / \sqrt{(h_2 - h_1)^2 + p^2}$ 。既知 $h_1, r_1, r_2, r_3, \dots$ 等之值後，如圖 8-18 右半所

示，亦可以各斜桿之矩心為圓心，以 r_1, r_2, r_3, \dots 等為半徑，作圓弧。再自端節點起，依次作直線與圓弧相切，即為桁架各節點之桁深。保氏桁架之承受活荷重弦，亦可係一曲線。此項桁架，於數十年前奧二國用之頗多，他國罕用之者。最著者即 1875 年德國梅因 (Mainz) 萊茵河上所造之橋，共計 4 跨，每跨長 105.2 公尺。

習題 8-32. 一單軌道穿道式之鐵路橋梁，共有六等長之節間，每節間之長度為 7 公尺。橋面係用木枕。活荷重為中華二十級。欲採用保氏桁架，二桁架之中距為 6.5 公尺，節點 1 之桁深 h_1 為 9 公尺。求節點 2 及 3 之桁深 h_2 及 h_3 ，並以圖解法校核。

提示：橋梁及荷重之情形與例題 7-13 者相同，故各節點在呆荷重、活荷重及衝擊力下之最大彎矩 M_1, M_2 ，及 M_3 之值，可直接採自該例題。

(c) 席 (Schredler) 氏桁架 席氏桁架之原理，係使所有斜桿無反復應力，故斜桿如祇能承受一種應力時，亦可以不用反斜桿。席氏桁架之承受活荷重弦，常係平直，計算其各節點桁深之時，應先定節間長度及中樑之桁深，而後依次向兩端定各節點之桁深。如圖 8-19 所示，先假定斜桿 Cd 反復應力(壓

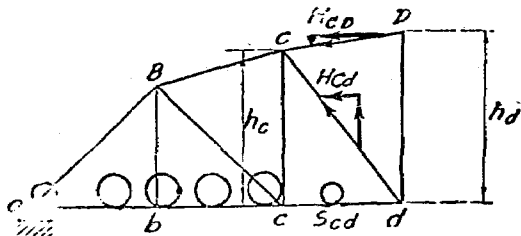


圖 8-19. 席氏桁架之原理

力) 為最大時之活荷重位置，再求在呆荷重，活荷重及衝擊力下 c 及 d 二節點之彎矩 M_c 及 M_d 。用方程 (8-20)，則斜桿 Cd 之平分應力 H_{cd} 為，

$$H_{cd} = \frac{M_d}{h_d} + \frac{M_c}{h_c}$$

如斜桿 Cd 無壓應力，則

$$\frac{M_d}{h_d} \geq \frac{M_c}{h_c}$$

或(8-22)

$$h_c \geq h_d \frac{M_c}{M_d}$$

既知 h_c 之值後，即可校核斜桿 Cd 是否有反復應力。如仍有反復應力，則前假定之活荷重位置，顯有錯誤，應加以改正。此項席氏桁架中部之桁深，常較其兩旁者為小，故上弦桿之中部下落，如圖 8-20 所示。但實際上常使其上弦桿之中部不直，如圖 8-20 之虛線所示，如是，則中部節點間中之斜桿，將仍有反復應力，或仍需要反斜桿。故此項桁架之優點，常不能完全實現。此項桁架於過去德國用之頗多，但他國無用之者。

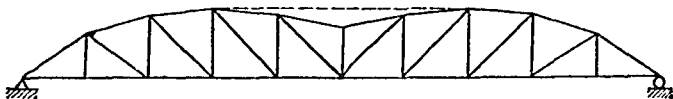
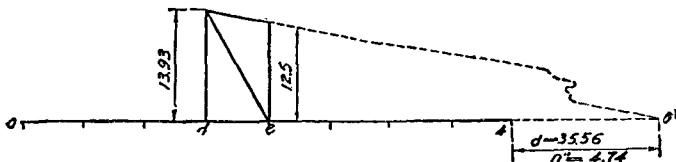


圖 8-20. 席氏桁架之例

例題 8-10. 設將例題 8-8 橫梁之桁架改為席氏桁架 其節間長度及中線桁深均不變，求節點 d 之桁架。



例題 8-10.

解答：假定活荷重之次序倒置，加於桁架之右部，輪 \odot 置於節點 d 時，斜桿 De 之壓應力為最大。如是，則輪 \odot 在左支點 a 以右 0.5 公尺。

由表 XII 則右支點之反力 R_d 為

$$R_d = \frac{1467.5 + 120 \times 0.5}{6 \times 7.5} = \frac{245.58}{7.5}$$

節點呆荷重為 14.90，衝擊係數為 0.267，均見例題 8-8 中。故節點 e 及 d 在呆荷重、活荷重及衝擊力之彎矩 M_e 及 M_d 為

$$M_e = 14.90 \times 7.5 (8.5 \times 4 - 3 \times 2) + \left(\frac{245.58}{7.5} \times 4 \times 7.5 \right) (1.267)$$

$$= 897.60 + 1260.22 = 2187.82$$

$$M_d = 14.96 \times 7.5 (3.5 \times 3 - 2 \times 1.5) + \left(\frac{245.58}{7.5} \times 5 \times 7.5 - 12.5 \right) (1.267)$$

$$= 841.50 + 1596.03 = 2438.43$$

用方程 (8-22), 則 h_d 之最小值為

$$h_d = h_c \times \frac{M_d}{M_c} = 12.5 \times \frac{2438.43}{2187.82} = \underline{13.93} \text{ 公尺}$$

既知 h_d 之值, 即可求得 0 點與 i 點之距離 $d = 35.66$, 如附圖。於方程 (8-18) 中, $n'' = 4.74$, $m = 8$, $n = 4$, 故

$$\frac{n''}{m(n''+n)} = \frac{4.74}{8(8+4)} = \frac{4.74}{69.92}$$

使活荷重之次序倒置, 加於桁架之左部, 試算輪②置於節點 d 時, 斜桿之壓應力是否為最大, 用方程 (8-18),

輪②:

$$\text{恰在節點 } d \text{ 之} \begin{cases} \text{左} \\ \text{右} \end{cases} \frac{4.7}{69.6} \times 120 = 8.1 \begin{cases} > 5 \\ < 15 \end{cases} \text{ (係最大)}$$

故前所假定斜桿活應力為最大時之活荷重位置無誤。

習題 8-33. 求例題 8-10 中盧氏桁架節點 c 及 b 桁深之最小值。

8-7. 再分桁架之活應力 再分桁架已於 8-1 節述及之, 其最簡單之例, 為有副豎桿之倭氏桁架, 而最普通之例為波式及彭氏桁架(見圖 8-1)。前者之應力分析極其簡易, 無須討論; 後者之應力分析, 雖亦不出前述方法之範圍, 但有若干特點, 茲分條述之如下:

(1) 應力分析 圖 8-21 (a) 至 (d) 示一下承式波式及彭式桁架中之二節間。其中 $Bb'b$ 及 $Dd'd$ 為副豎桿, ab' 為副壓桿, $d'E$ 為副拉桿。 ac 及 ce 稱為主節間, 而 ab, bc, \dots 等稱為再分節間, 或副節間。 A, C, E, a, c 及 c 稱為主節點,

而 B, b', b, D, d' 及 d 稱為再分節點, 或副節點。副豎桿 Bb' 或 $b'b$ 之應力各等於其節點 B 或 b 之節點荷重。節點 b' 自無活荷重; 至呆荷重亦常假定祇係加於上下弦諸節點, 此於較長及較重之橋梁, 上項假定或不十分準確, 於普通橋梁則常可採

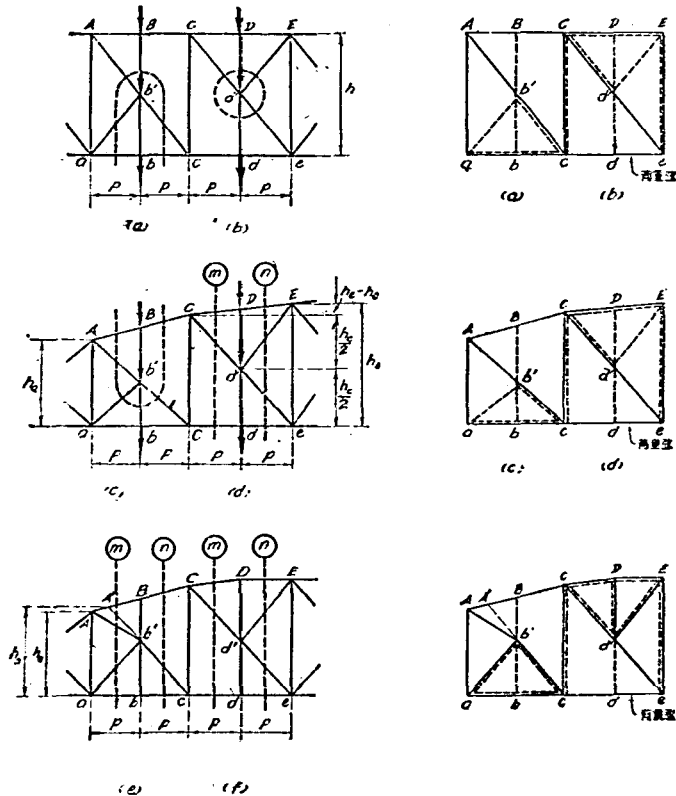


圖 8-21. 再分桁架之應力

圖 8-22. 副桿及副桁架

用，故中節點 b' 常無任何荷重。爲普遍起見，假定 B, b' 及 b 三節點之荷重總量爲 P ，用一倒 U 形之截面，如圖 (a)。再以節點 c 爲重心，用 $\Sigma M=0$ ，考慮 U 形中隔離體之平衡，並不計應力之正負號，則

$$V_{cb} = \frac{P}{2} \quad (8-23)$$

故副斜桿 ab' 之應力，祇與 B, b' 及 b 三節點之荷重總量有關。考慮 U 形中隔離體之平衡時，亦可以節點 A 爲重心，則

$$H_{cb} = \frac{l}{h}P \quad (8-24)$$

求副斜桿應力時所用之截面，亦可爲一圓形，如圖 (b)，或順 U 形，如圖 (c)。所算得副斜桿 ab' 或 $d'E$ 之應力之值，均與方程 (8-23) 及 (8-24) 之結果相似。由圖 (a)，(b) 及 (c)，可知於平行弦及非平行弦之桁架，若副斜桿與主斜桿之傾度雖正負相反，但數值相同，則副斜桿之豎分應力，等於三副節點荷重總量之半。

求副斜桿之應力時，亦可用下列之法：以二截面 ㊸ 及 ㊹ 如圖 (d) 所示，以節點 c 爲重心，設 M_c 爲截面 ㊹ 任何一邊桁架上所有力系對於節點 c 之彎矩， M_c' 爲截面 ㊸ 同一邊桁架上所有力系對於節點 c 之彎矩。注意因弦桿 CD 及 DE 係同在一直線，故其應力常相等，如是則

$$H_{cE} + H_{cD} = \frac{M_c}{h_c} \quad (8-25)$$

$$(8-26) \quad H_{CE} = \frac{M'_e}{h_e}$$

由方程(8-25)減去方程(8-23), 則

$$(8-27) \quad H_{d'E} = \frac{M_e - M'_e}{h_e}$$

注意 M_e 與 M'_e 之差, 祇等於 \textcircled{m} 及 \textcircled{n} 二截面間荷重 P 對於節點 e 之彎矩, 故

$$(8-28) \quad M_e - M'_e = pP$$

$$(8-29) \quad H_{d'E} = \frac{p}{h_e} P$$

與方程(8-24)之結果相符, 由圖(d),

$$(8-30) \quad V_{d'E} = \frac{h_e - \frac{h_e}{2}}{p} H_{d'E} = \left(1 - \frac{1}{2} \times \frac{h_c}{h_e}\right) P$$

因圖(d)中副斜桿 $d'E$ 與主斜桿 Ce 之傾度數值不同, 故方程(8-30)之結果, 與(8-23)者亦不相似。若 $h_e = h_c$, 則該副斜桿及主斜桿之傾度數值相同, 而方程(8-30)之結果亦變為與方程(8-23)者相似。注意方程(8-30)中 $h_c < h_e$, 故 $V_{d'E} > P/2$ 。

圖 8-21 (a) 至 (d) 所示之四種截面, 於該四圖所示之桁架情形, 均可互換採用, 並非某一圖之桁架情形, 祇限於該圖所示之截面。

上述之方法, 祇限於 (a) 主斜桿 $Ab'e$ 或 $Cd'e$ 係一直線; (b) 中節點 b' 或 d' 在主斜桿長度之中心點, 及 (c) 主節間中之上下弦桿亦係一直線; 否則上述之方法, 均不能採用。圖

8—21 (e) 示主斜桿 $Ab'c$ 非一直線，故斜桿 ab' 已非一純粹之副斜桿。因桁架任何節點有荷重時，該斜桿均有應力。考慮中節點 b' 之平衡，則此點甚為明瞭。求斜桿 ab' 之應力時，應先將斜桿 $b'c$ 延長，與上弦桿 AB 相交於 A' 點。再用截面 ㉓ 及 ㉔ 並方程 (8—25) 及 (8—26) 相似之法，可得方程如下：

$$H_{ab} + H_{ab'} = \frac{M_A}{h_a} \quad (8-31)$$

$$H_{cb} = \frac{M_{A'}}{h_{a'}} \quad (8-32)$$

由方程 (8—31) 減去方程 (8—32)，則

$$H_{ab'} = \frac{M_A}{h_a} - \frac{M_{A'}}{h_{a'}} \quad (8-33)$$

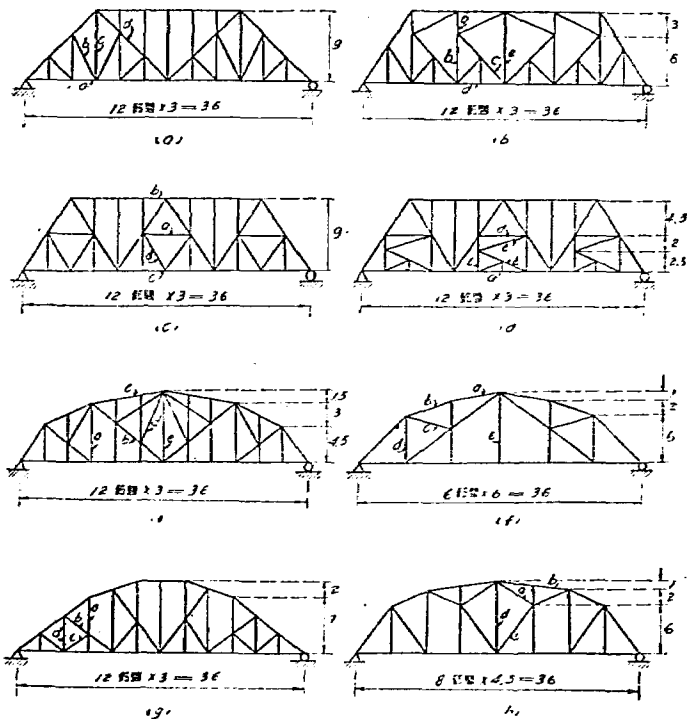
圖 8—21 (f) 示上弦桿 CD 及 DE 不同在一直線上 (DE 係一平桿)，故豎桿 $d'D$ 及斜桿 $d'E$ 均非一純粹之副桿。以荷重置於桁架之任何節點，考慮節點 D 及 d' 之平衡，則該二桿均有應力。求斜桿 $d'E$ 應力之方法，與方程 (8—27) 之方法相似。即先用截面 ㉕ 求得 $H_{DE} + H_{d'E}$ ，再用截面 ㉖ 求得 H_{CD} ，即係 H_{DE} 。二者相減，即得 $H_{d'E}$ ，計算時，均用 $\Sigma M = 0$ ，以節點 e 為矩心。

既知副斜桿之應力，其餘斜桿及豎桿之應力，可用切力法或彎矩法求之，視截面所截斷之上下二弦桿是否平行而定。至弦桿應力之求法，與非再分析桁架完全相同。

解釋：所有計算，列為習題 8—34。惟注意 M_3L_3, U_4U_6 及 L_2L_4 應力圖上數值在括弧之內者，表示其兩邊之感應線係在一直線上。

習題 8—31。校核例題 8—11 中諸桿之感應圖。

習題 8—31。求諸下承橋桁架中英文字母所指定諸桿之應力（或其分應力）感應圖。



習題 8—35。

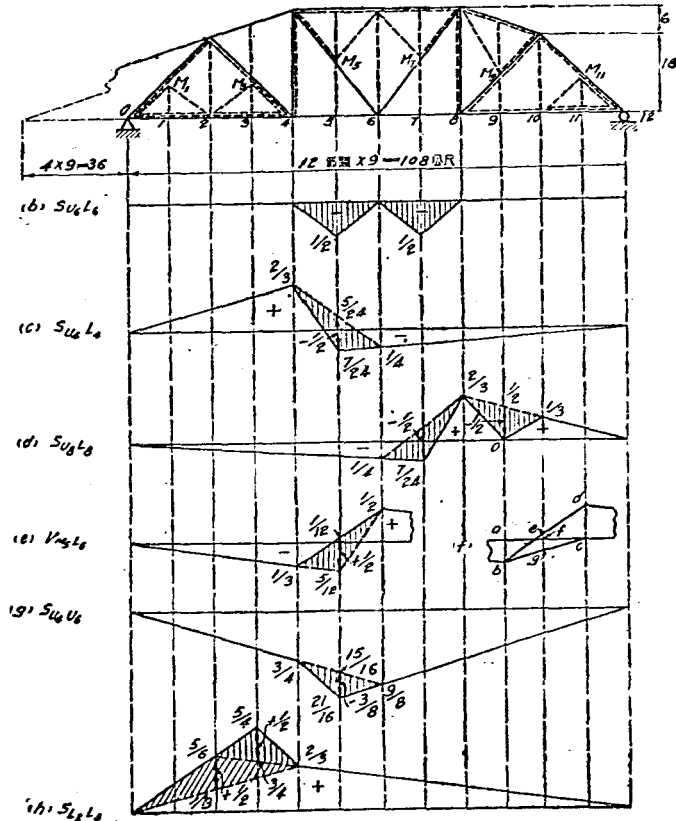
再分桁架之意，即於主桁架之節間中添置副桿及副桁架，以支承再分節點之荷重。副桿支承於副桁架，而副桁架又支承主

桁架之主節點。圖 8—22 (a) 之虛線 Bb' 表示副桿，而虛線三角形 abc' 表示支承副桿 Bb' 之副桁架，此副桁架支承於主桁架之節點 a 及 c 。故再分節點 B, b' 及 b 有荷重時，該荷重即由該副桿及該副桁架而達於主桁架之節點 a 及 c 。因此，斜桿 ab' 係一純粹之副桿，而斜桿 $b'c$ 及弦桿 abc 均兼有主桿及副桿二種作用。圖 (b) 與 (a) 相似，惟因桁架係下承式，故副桁架 $CDEd'$ 之反力，須由豎桿 Cc 及 Ee 而達於荷重弦之節點 c 及 e 。因此，該二豎桿亦兼有主桿及副桿之二種作用。惟豎桿如原係桁架中之懸桿，則副桁架之反力自不能由其上端節點而傳達於其下弦節點。同此，如豎桿原係桁架中之副壓桿，則副桁架之反力亦不能由其下端節點而傳達於其上端節點。圖 (c) 及 (d) 之情形，與 (a) 及 (b) 完全相同。於圖 (e) 及 (f) 中，祇豎桿 Bb' 及 dd' 係純粹之副桿，其餘以虛線及實線聯合表示之桿，均兼有主桿及副桿二種作用。

以上所述並非僅係一種解釋，實係一種再分析架應力之分析方法。即先將桁架之副桿及副桁架標出，如圖 8—22，若所求應力之桿係純粹之副桿，則其應力當然祇與其副節點之荷重有關。若所求應力之桿有主副二種作用，可將該二種作用分開，分別計算其二種應力，而後求此二種應力之代數和。惟計算其主桿作用之應力時，所有副節點之荷重均應計入。若所求應力之桿，雖係純粹之主桿，但其應力與某副桿之應力有關，亦可依上法先分別計算其應力，而後求其代數和。若副桿及副桁架

之標出無誤，此種分別計算應力之方法，常較爲簡便。且可明瞭各桿之作用，而免去計算之訛誤。

例題 8-12. 先將例題 8-11 桁架中之副桿及副桁架標出，再用上述方法，分別計算主副二種作用之應力，解答例題 8-11。



例題 8-12.

解答：如附圖(a)所示，若將所有之副桿及副桁架用虛線標出，其餘實線，全係主桿桁架。左端之副桁架 $L_0U_2L_4$ 中有二副桁架 $L_0M_1L_2$ 及 $L_2M_3L_4$ ，因 U_1L_{10} 係一副桿，故副桁架 $U_6M_5U_{10}$ 右端之反力，不能藉其而傳於 L_{10} 。 U_1L_2 、 U_6L_6 、 $U_{10}L_{10}$ 、 M_3L_2 及 U_6M_5 均係純粹之副桿，故除 U_6L_6 外，其應力感應圖之求法，極其顯明，無須採用此法。其餘各桿應力感應圖之求法如下：

豎桿 U_6L_6 ：此豎桿係不承受活荷重之純粹副桿，荷重置於 L_5 或 L_6 時，得其最大之應力為 $-1/2$ 。荷重置於任何其他節點時，其應力均為零，故其感應圖為二個三角形，如附圖(b)。

豎桿 U_4L_4 ：先將其副桿之作用略去，得中部有虛線之感應圖。再加其副桿作用之三角形感應圖，其中線之豎距為 $-1/2$ ，如附圖(c)。

豎桿 U_2L_2 ：與豎桿 U_4L_4 相似，如附圖(d)。

斜桿 M_5L_6 ：先將副桿 U_6M_5 略去不計，得中部有虛線之感應圖。再加該副桿之三角形感應圖，其中線之豎距為 $+1/2$ ，如附圖(e)。斜桿 M_5L_6 感應圖於節點 L_4 及 L_6 之間，係一直線，亦可以另一法證明之。以荷重置於 L_5 ，則該荷重之半各由副桿及副桁架而達於 L_4 及 L_6 。故該桿應力感應圖於 L_5 之豎距，等於 L_4 及 L_6 二豎距代數和之半，如附圖(f)所示，即 $ef = (dc - ab)/2$ 。先假設 bed 係一直線。聯 bc ，得二個三角形 abc 及 bdc ，由是 $eg = dc/2$ ， $fg = ab/2$ ，故 $ef = eg - fg = (dc - ab)/2$ 。與前得之答案相同，即已證明 bed 係一直線。

弦桿 U_4U_6 ：先將其副桿之作用略去，得中部為虛線之感應圖。再加其副桿作用之三角形感應圖，其中線之豎距為 $-6/16$ ，如附圖(g)。

弦桿 L_2L_4 ：與弦桿 U_4U_6 相似，惟副桁架 $L_0U_2L_4$ 又有副桁架 $L_2M_3L_4$ ，故其感應圖係三部相加而成，如附圖(h)所示。注意副桁架略去後，以荷重置於 L_4 ，即得弦桿 L_0L_4 感應圖之最大豎距。

習題 8-36。 將習題 8-35 中諸桁架中之副桿及副桁架標出。如圖 8-23 所示之方法，以虛線表示純粹之副桿，以虛線及實線並列，表示兼有主副二種作用之桿。

習題 8-37。 根據習題 8-33 所得之結果，用分別計算主副二種作用

之應力法，解答習題 8—15。

(2) 活應力之荷重位置 無論活荷重之種類如何，任何桁架中桿應力為最大時之荷重位置，全視其感應圖而定。於再分桁架自非例外。如例題 8—11 之附圖所示，副桿 U_2L_2 , U_6L_6 , $U_{10}L_{10}$, M_3L_2 及 U_6M_5 之應力感應圖，與彎矩或橫梁反力之感應圖相同。此外弦桿 U_5U_1 , L_4L_6 , L_6L_8 , …… 等之應力感應圖亦然。故上述諸桿活應力之荷重位置之定法，與彎矩者相同。斜桿 U_4M_5 及 M_5L_6 之應力感應圖，各與節間 4—5 及 4—6 之切力感應圖相同，故其活應力荷重位置之定法亦與切力者相同。豎桿 U_1L_1 之應力感應圖，與非再分析架者相同，故其活應力荷重位置之決定可採用方程 (8—18) 及 (8—19)，惟其中 m , n 及 n'' 之值，應以再分節間之長度為準。豎桿 U_8L_8 之應力感應圖較為複雜，惟求其壓應力為最大時之荷重位置時，若節點 L_9 至 L_{12} 間無荷重，仍可如上法採用方程 (8—18)。若求其拉應力為最大時之荷重位置，則當以用感應圖移動荷重之法最為簡易。

弦桿 U_4U_6 及 L_2L_4 之應力感應圖，與非再分析架者不同，故其活應力之荷重位置亦異。下列之公式，可用以決定其荷重位置。

圖 8—23 (a) 示一再分析架。求上弦桿 U_4U_6 之活應力時，用截面 (a)，以節點 L_6 為矩心。注意矩心 L_6 在截面 (a) 之右。設活荷重之位置如圖 (b) 所示，弦桿 U_4U_6 活應力為最

大時，則截面 ㊸ 任一邊隔離體上所有力系對於節點 L_0 之彎矩 M_{L_0} 必係最大，由圖 (b)，則

$$M_{L_0} = \frac{xn}{m} \Sigma P - (x_0 + 2p) \Sigma P_0 - 2x_1 \Sigma P_1$$

使 $\partial M_{L_0} / \partial x = 0$ ，則

$$\frac{n}{m} \Sigma P - \Sigma P_0 - 2 \Sigma P_1 = 0$$

如例題 8—11 附圖所示，弦桿 $U_4 U_6$ 之應力感應圖中，節點 L_6 之豎距為最大。若某荷重置於節點 L_5 ，弦桿 $U_4 U_6$ 之應力為最大，則當活荷重自右向左移動時， M_{L_6} 之增減必與下列條件相符：

$$(8-34) \quad \text{荷重恰在 } L_5 \text{ 之} \begin{cases} \text{右:} \\ \text{左:} \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{n}{m} \Sigma P \geq \Sigma P_0 + 2 \Sigma P_1 \\ \frac{n}{m} \Sigma P < \Sigma P_0 + 2 \Sigma P_1 \end{array} \right.$$

公式(8—34)之應用。詳見 7—6 節中之第(2)條。

求下弦桿 $L_2 L_4$ 之活應力時，用截面 ㊸，以節點 U_2 為矩心，注意矩心 U_2 在截面 ㊸ 之左。設活荷重之位置如圖 8—23 (c) 所示，用與上列相似之方法，可得下列之諸公式：

$$M_{U_2} = \frac{xn}{m} \Sigma P - (x_0 - p) \Sigma P_0 + x_1 \Sigma P_1$$

$$\frac{n}{m} \Sigma P - \Sigma P_0 + \Sigma P_1 = 0$$

如例題 8—11 之附圖所示，弦桿 $L_2 L_4$ 之應力感應圖中，節點 L_2 之豎距為最大。若某荷重置於節點 L_3 ，弦桿 $L_2 L_4$ 之應力為最大，則當活荷重自右向左移動時， M_{U_2} 之增減必與下列之

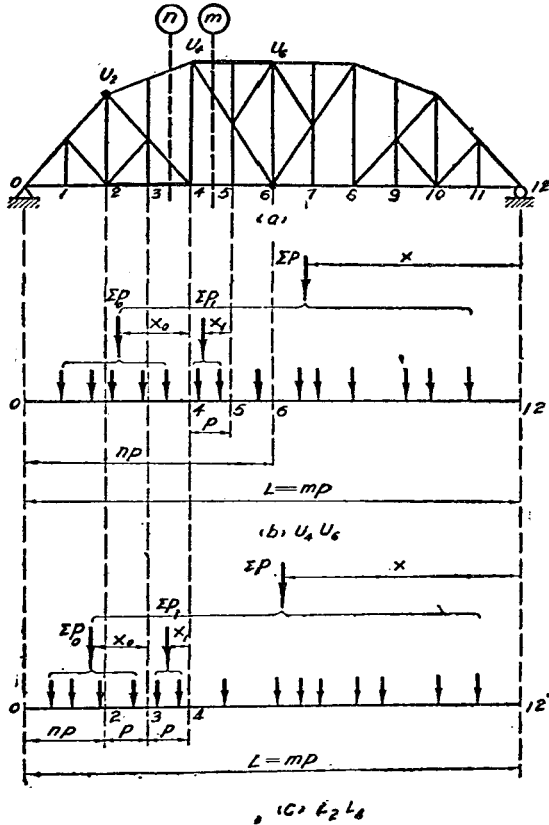


圖 8-23. 再分桁架弦桿活壓力之荷重位置

條件相符：

$$\text{荷重恰在 } L_3 \text{ 之} \begin{cases} \text{右：} \\ \text{左：} \end{cases} \frac{n}{m} \Sigma P \geq \Sigma P_0 - \Sigma P_1 \quad (8-35)$$

公式(8-35)之應用詳法與公式(8-34)相同。用與公式(8-

34) 及 (8—35) 相符之荷重位置，或不祇一個。試算時，或須將活荷重之次序偶置，以資比較而求其最大之活應力。

習題 8—38. 設一單軌道下承式鐵路橋梁之桁架，與例題 8—1' 者相同。活荷重為中華二十級。求其中弦桿 L_2L_4 及 U_4U_6 之最大活應力，並登桿 U_6L_8 在活荷重下之最大拉應力及壓應力。

(3) 反斜桿 若再分析架之斜桿祇能承受一種應力，則斜桿如有反復應力時，亦須添用反斜桿。圖 8—24 () 示波式桁架中線左邊之二節間。若斜桿係拉桿，則 1 及 3 為主斜桿，2

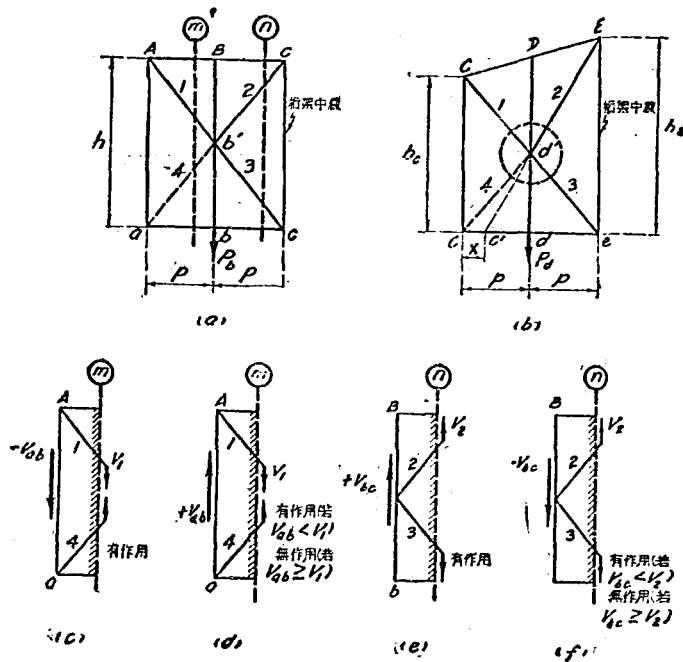


圖 8—24. 再分析架有反斜桿時之應力

爲副斜桿。當活荷重加於桁架節點 a 之右邊時，反斜桿 4 無作用而 2 爲副桿，其豎分應力爲等於 $P_b/2$ 之拉力， P_b 代表節點 B, b' 及 b 在呆荷重，活荷重及衝擊力下之節點荷重。若活荷重加於桁架節點 b 之左邊，而桿 1 之應力爲壓力時，則反斜桿 4 有作用，而桿 3 無作用。故桿 2 及桿 4 之作用，變爲主斜桿；而桿 1 之作用，變爲副斜桿，其豎分應力亦爲等於 $P_b/2$ 之拉力。由是可知：桿 1 及 2 常有作用，在任何情形之下，其拉應力之豎分應力，不能小於 $P_b/2$ ；而在同一之活荷重位置下，3 及 4 二桿中，祇其一桿能有作用。

在任何荷重下，桿 3 或桿 4 必有一無作用。如圖 8—24 (c) 所示，考慮截面 ⑩ 左邊隔離體之平衡。若節間 ab 之切力 V_{ab} 係負號，則桿 4 固有作用，即切力 V_{ab} 係正號而小於斜桿 1 之豎分應力 V_1 時，桿 4 亦有作用，如圖 8—24 (d)。惟切力 V_{ab} 係正號而大於或等於 V_1 時，桿 4 始無作用。同此，如圖 (e) 及 (f) 所示，考慮截面 ⑪ 左邊隔離體之平衡。若節間 bc 之切力 V_{bc} 係正號，或係負號而小於斜桿 2 之豎分應力 V_2 時，桿 3 均有作用。若 V_{bc} 係負號而大於或等於 V_2 時，桿 3 始無作用。注意 V_1 及 V_2 均爲拉力，其豎分應力之最小值爲 $P_b/2$ 。

若欲知桁架在某一定之荷重下，3 及 4 二桿中，何者有作用？何者無作用？可先假定任一桿有作用，其另一桿無作用，而後用上述之方法，分析其有關諸桿之應力，觀其能否維持平衡而

決定前所假定者是否正確。若欲研究某節間中是否需要反斜桿或計算其反斜桿之最大或最小應力時，亦均可先假定該反斜桿有作用，依其應力感應圖而決定其應力為最大時之活荷重位置，而後用上法求其在呆荷重，活荷重及衝擊力下之總合應力。此總合應力必係拉力，否則該節間中無反斜桿之需要。

彭式桁架中有反斜桿之情形，與上述者相似。惟求各斜桿之應力時，不用切力法而用彎矩法。此外尚有一點不同，如圖 8—24 (b) 所示，當斜桿 3 無作用時，桿 2 及 4 有主斜桿之作用，但桿 1 非一純粹之副斜桿。因桿 2 及 4 不同在一直線上，將桿 2 引長與 cd 相交於 c' 點。設 $cc' = x$ ，由圖 8—24 (b)，可得，

$$(8-36) \quad x = 2p \left(\frac{h_c - h_c}{2h_c - h_c} \right)$$

以一圓形截面，如圖 (b) 所示，用 $\Sigma M = 0$ ，以節點 c 為矩心，考慮該圓形隔離體之平衡，則可得

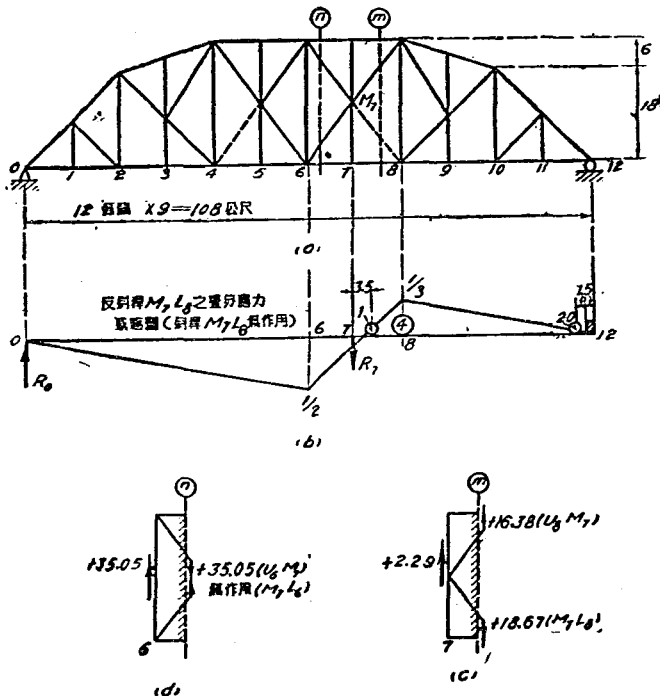
$$(8-37) \quad H_1 = \frac{pP_d - xV_2}{h_c}$$

可知桿 1 之應力與桿 2 之應力有關。於上述之情形下，桿 2 既有主斜桿之作用，故桿 1 亦非一純粹之副斜桿。觀察圖 8—24 (b)，可知桿 1 實同時有二種作用：其一，係抵抗副節點 d' 因 P_d 之作用所發生之向下移動，其二，係抵抗副節點 d' 因桿 2 及 4 之拉力作用所發生之向上移動。前者使桿 1 之平分應力 H_1 有拉應力 $+pP_d/h_c$ ，後者使 H_1 有壓力 $-xV_2/h_c$ ，

觀察方程 (8—37)，益為明瞭。

再分析架之反斜桿對於弦桿及豎桿應力之影響，與非再分析架者相似，惟略加複雜而已。讀者如明瞭前述非再分析架中反斜桿對於弦桿及豎桿應力之影響，於再分析架，應不難以相似之方法分析之。

例題 8—13. 設一單軌道穿越式鐵路橋梁之桁架，如附圖(a)所示，其中部之斜桿均係拉桿。桁架之中心距為 6.5 公尺。每桁架之節點呆荷重，上弦



例題 8—13.

為 6.6 公噸，下弦為 16.4 公噸，活荷重為中華二十級。試研究節間 4—5 或 7—8 是否需要反斜桿，如需要，其最大應力為何？

解答：節間 4—5 或 7—8 需要反斜桿時，活荷重應各在節點 L_5 之左或節點 L_7 之右，但後者之計算較為方便，先假設反斜桿 M_7L_8 有作用，故斜桿 M_7L_6 即無作用。反斜桿 M_7L_8 之豎分應力感應圖如附圖(b)所示。此感應圖與節間 6—8 之切力感應圖完全相同，故其活應力為最大時之荷重位置，可用公式 (7-47) 定之。惟其中之節間數 m 應為 6，而非 12。由是知輪④置於節點 L_8 時，反斜桿之活力為最大，活荷重之位置如附圖 (b) 所示，其左支點反力 R_0 及節點 L_7 之橫樑反力 R_7 各如下：

$$R_0 = \frac{3862.5 + 190 \times 1.5 + 3.5 \times 1.5 \times 0.5}{118} = 38.44 \text{ 公噸}$$

$$R_7 = \frac{72.5}{9} = 8.06 \text{ 公噸}$$

衝擊係用公式 (7-64) 計算如下：

$$I = \frac{20}{6.5} + 10 + \frac{540}{(6-12)} = 21.1\% = 0.211$$

節間 7—8 之切力 V_{7-8} ：

$$\text{呆荷重：} \quad -1.5(6.6 + 16.4) = -34.50$$

$$\text{活荷重及衝擊力：} \quad 1.211(38.44 - 8.06) = +33.79$$

$$V_{7-8} = +2.29$$

節點 7 之荷重 R_7 ：

$$R_7 = 8.06(1 + 0.11) + (6.6 + 13.4) = 32.76$$

故假設 M_7L_8 有作用而 L_6M_7 無作用時，斜桿 M_7U_8 之豎分應力 $V_{M_7U_8}$ 為 R_7 之半，即 +13.38。如附圖 (c) 所示，節間 7—8 之切力係正號，故反斜桿 M_7L_8 之豎分應力 $V_{M_7L_8}$ 為 $16.38 + 2.29 = +18.67$ 。用 $\Sigma V = 0$ 於節點 M_7 得斜桿 U_6M_7 之豎分應力 $V_{U_6M_7}$ 如下：

$$V_{U_6M_7} = 32.76 - 16.38 + 18.67 = +35.05$$

注意 $V_{U_6M_7}$ 等於斜桿 M_7U_8 及 M_7L_8 豎分應力之總和，蓋斜桿 U_6M_7 兼有主副二種作用也。

再計算節間 6—7 之剪力 V_{6-7} :

$$\text{呆荷重:} \quad -0.5(8.6+16.4) = -11.50$$

$$\text{活荷重及衝擊力:} \quad 1.211 \times 38.44 = +46.55$$

$$V_{6-7} = +35.05$$

如附圖(d)所示,節間 6—7 之剪力係正號,且其數量與上得 $V_{U_6M_7}$ 之值相同,故主斜桿 L_6M_7 無作用而反斜桿 M_7L_8 有作用,因此,於節間 7—8 中,反斜桿 M_7L_8 係有需要,其最大應力 $S_{M_7L_8}$ 之值如下:

$$S_{M_7L_8} = +18.67 \times \frac{5}{4} = +23.34 \text{ 公噸}$$

習題 8—39. 求例題 8—13 桁架中斜桿 U_6M_7 之最大應力。

提示: 此桿雖係一副桿,但當反斜桿有作用時,其作用即變為主桿。其副桿作用時之最大應力,並非常小於主桿作用時者,故二者均須算出,以資比較而取其較大之值,為其最大應力。

習題 8—40. 求例題 8—13 桁架中豎桿 U_6L_8 之最大及最小應力。

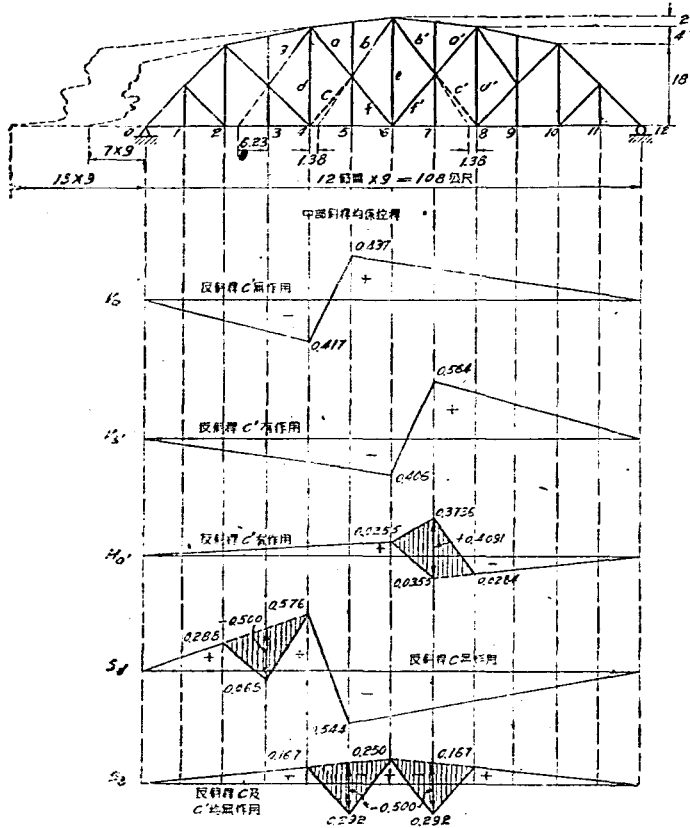
提示: 與習題 8—39 之提示相同。

例題 8—14. 求附圖所示桁架中 a, b, a', d 及 e 諸桿之應力 (或其分應力) 之感應圖。副斜桿 c 及 c' 有無作用,假定各如附圖答案中所示者。

解釋: V_a 及 V_b 之感應圖,無須解釋。反斜桿 c' 有作用時, H_a 之感應圖之作法,若根據與方程(8—37)相似之下列方程,最為簡便,即

$$H_{a'} = \frac{9}{22} P_1 - \frac{1.38}{22} V_b$$

其中 $P_1=1$ 。故先以 $-1.38/22$ 乘 V_b 之感應圖,再於此感應圖節間 6—8 一段中,加一個四邊形,其於節點 7 之豎距為 $9/22=0.4091$, 即得 $H_{a'}$ 之感應圖。反斜桿 c 既無作用,作 S_d 之感應圖時,可將副斜桿 g 亦略去,而後再於節間 2—4 一段,加入該副斜桿豎分應力 V_g 之三角形感應圖,其於節點 3 之豎距為 -0.5 , 同此,求 S_e 之感應圖時,亦可將二副斜桿 b 及 b' 略去,而後再於節間 4—3 及 6—8 二段,各加入該二副斜桿豎分應力 V_b 及 V_b' 之三角形感應圖,其於節點 5 及 7 之豎距均為 -0.500 。



例題 8-14.

習題 8-41. 求例題 8-14 桁架中, 下列諸桿之應力感應圖。於必要時, 並說明其作法: V_c (f' 桿無作用), S_d' (反斜桿 c' 有作用), S_e (反斜桿 c' 有作用, 但 e 無作用)。

習題 8-42. 桁架與例題 8-14 相同, 試證明在假定均佈之呆荷重下, 反斜桿 c' 無作用。

提示：若反斜桿 c' 無應力，則斜桿 f' 必有應力。設節點呆荷重等於 1，計算斜桿 f' 之應力是否係拉力。如係拉力，則斜桿 f' 有作用，而反斜桿無作用。計算斜桿 v' 之應力時，可以一截面經過節間 $c-7$ ，用 $\Sigma M=0$ ，考慮該截面任何一邊隔離體之平衡；或用方程 (8-28) 計算 H_f' 之值亦可。若以一截面經過節間 $7-8$ ，用 $\Sigma M=0$ 直接證明反斜桿 c' 不能有拉力，或較為簡便。

習題 8-43。設例題 8-13 之鐵路橋梁，改用例題 8-14 之桁架，求豎桿 d 之最大及最小應力。

習題 8-44。橋梁及桁架均與習題 8-43 相同。惟活荷重改為中華二十級之代替荷重，求豎桿 e 之最大應力。

提示：代替荷重之集中荷重，應用公式 (7-81) 計算，因豎桿 e 之應力，與彎矩相關，計算時用感應圖之面積，並須考慮反斜桿有作用及無作用二種情形，以資比較，取其較大之值為其最大應力。

8-8. 多重腹桿桁架之活應力 多重腹桿應力計算之近似法，已於 4-17 中述之。其活應力計算之近似法，原則與前相同，惟採用感應圖法，較為簡便。

圖 8-25 (a) 示一雙重腹桿之倭氏桁架，假設係下承橋。如前法將其分隔為二分桁架，其一之腹桿以粗線表之，其另一之腹桿，以細線表之。除二端節間中之二弦桿為後者所獨有外，其餘之上下二弦桿均係二桁架所共有。如欲求粗線桁架中斜桿 a 豎分應力 V_a 之感應圖，先作節間 1-3 之切力感應圖，如圖 (b) 之 $0'1'3'5'7'8'$ 。但荷重如在節點 L_2, L_4 及 L_6 時，即與細線桁架無關，故 V_a 為零。於圖 (b) 作 $0'1', 1'2', 2'3', \dots$ 等線，得四個三角形，即 V_a 之感應圖。如欲求弦桿 b 應力 S_b 之感應圖，先分別作二分桁架 S_b 之感應圖。於粗線桁架，

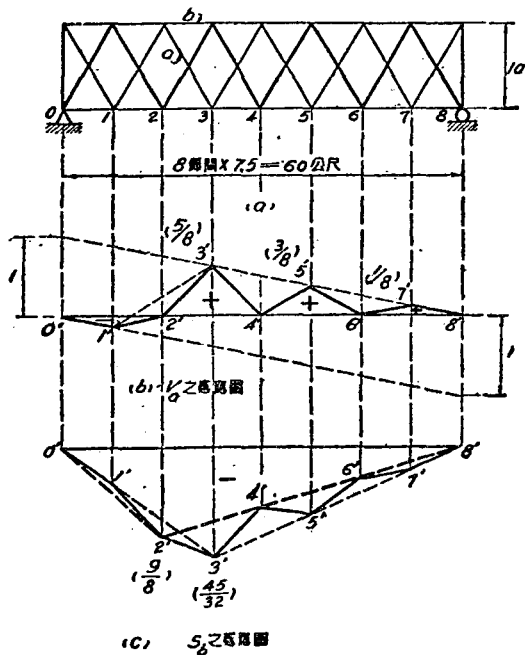


圖 8-25. 多重複桿之應力感應圖

得粗虛線三角形 $0'2'8'$ ；於細線桁架，得細虛線三角形 $0'3'8'$ ，如圖(c)所示。但荷重如在節點 L_1, L_3, L_5 及 L_7 時，屬於細線桁架，故於細虛線上定 $1', 3', 5'$ 及 $7'$ 諸點。荷重在節點 L_2, L_4 及 L_6 時，屬於粗線桁架，故於粗虛線上定 $2', 4'$ 及 $6'$ 諸點。作 $0'1', 1'2', 2'3', \dots$ 等線，如圖(c)之實線所示，即得 S_2 之感應圖。其各點之豎距，各根據 $2'$ 及 $3'$ 二點之豎距，以比例法求之。

無論活荷重係均佈或集中荷重，計算多重腹桿桁架中桿之應力時，先求得節點荷重，而後用感應圖計算，最為簡便。至某桿活應力為最大時之荷重位置，於集中活荷重，祇可用感應圖移動荷重之法，實行試算而已。

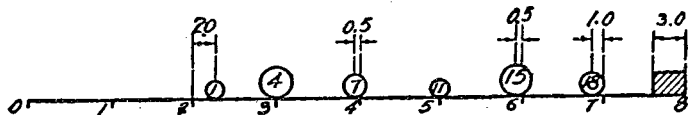
前已言之，多數昔日盛行之多重腹桿桁架，今日已嫌陳舊。惟圖 8—25 (a) 之雙重腹桿之倭氏桁架，橋梁之上下弦支撐架多採用，故其應力之計算，讀者亦須明瞭。

習題 8—45. 求習題 4—17 諸桁架中下列諸桿之應力 (或其分應力) 感應圖：(a) c 及 d 桿，(b) a 及 c 桿，(c) a 及 b 桿，(d) c 及 d 桿。

提示：題(a) 戴氏桁架兩端之 a 及 b 二整桿，應屬於何分桁架，當以 c 及 d 二桿之應力為最大為準。題(b) 之三角形副桁架，對於 a 及 c 二桿應力感應圖之影響，應分開考慮而後加入。

例題 8—15. 設圖 8—25 之桁架，用於單軌道之鐵路橋梁，求斜桿 a 在中華二十級活荷重下之最大拉應力。

解答： S_a 之感應圖，雖係三個三角形，但三角形 2'3'4' 之豎距為最大。故活荷重位置之決定，大概可就此三角形為準。因此， S_a 為最大時荷重位置之定法，與節點 L_2 之橫梁反力為最大時相同。如前法可求得輪④在節點 L_1 時 S_a 為最大，故活荷重之位置如附圖所示。



例題 8—15.

計算各節點之節點活荷重時，採用方程 (7—94)，最為簡便，各節點之力矩如下：

$$M_2 = 0$$

$$M_1 = 72.5$$

$$M_4 = 4(2.5 + 65 \times 0.5) = 435.0$$

$$M_5 = 1052.5$$

$$M_6 = 1842.5 + 140 \times 0.5 = 1912.5$$

$$M_7 = 2882.5 + 170 \times 1.0 = 3052.5$$

$$M_8 = 3862.5 + 190 \times 3 + 3.5 \times 3 \times 1.5 = 4448.25$$

用方程(7-94), 則 L_3, L_5 及 L_7 各節點之活荷重(即橫梁反力)如下:

$$R_3 = \frac{435.0 - 2 \times 72.5}{7.5} = \frac{290}{7.5}$$

$$R_5 = \frac{435.0 + 1912.5 - 2 \times 1052.5}{7.5} = \frac{242.5}{7.5}$$

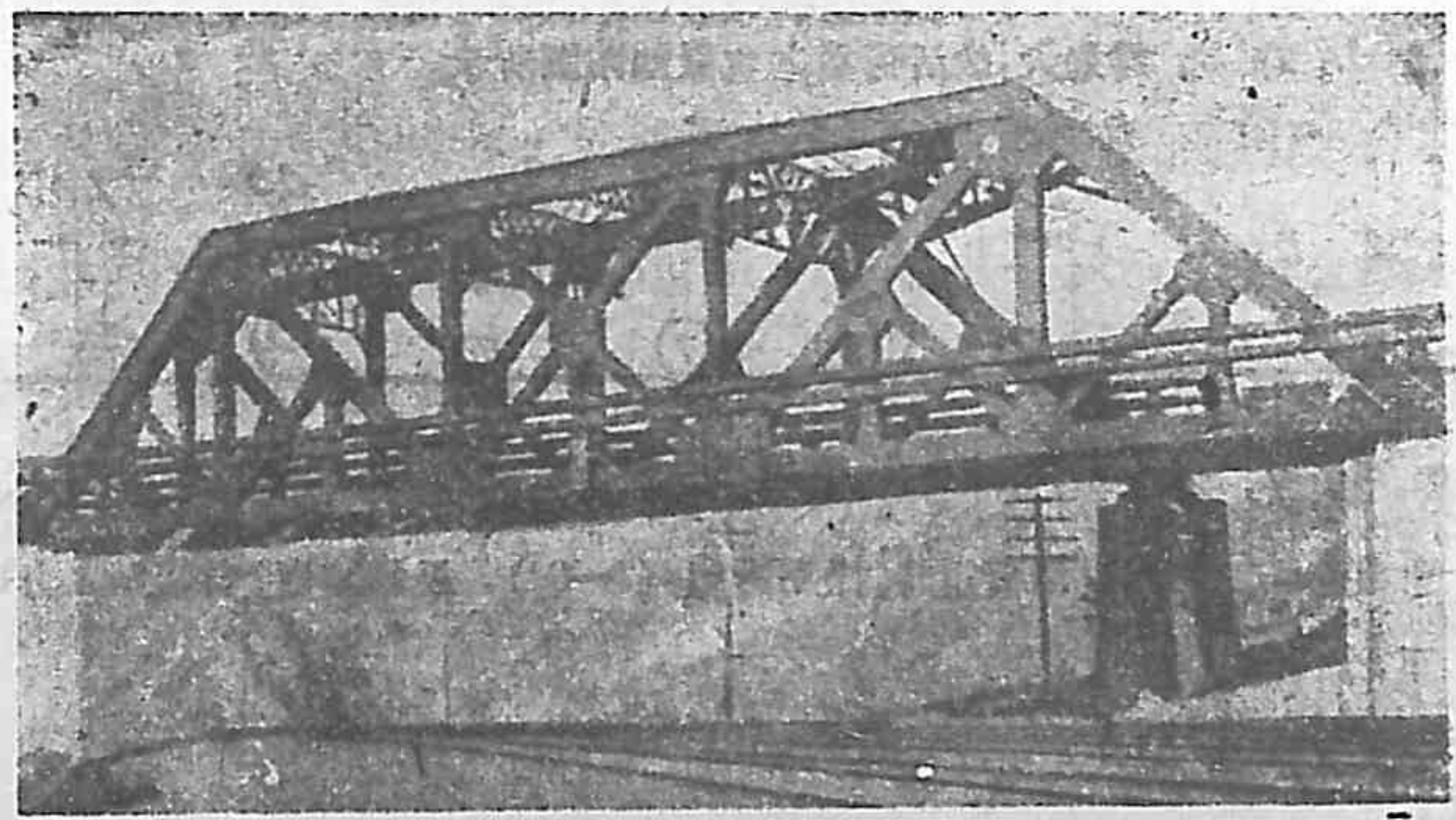
$$R_7 = \frac{1912.5 + 448.25 - 2 \times 3052.5}{7.5} = \frac{255.75}{7.5}$$

$$V_a = \frac{1}{8 \times 7.5} (290 \times 5 + 242.5 \times 3 + 255.75) = \frac{2433.25}{60} = +40.55$$

$$S_a = +40.55 \times \frac{5}{4} = \underline{\underline{50.69}} \text{ 公噸}$$

習題 8-46. 求例題 8-15 中上弦桿 a 之最大活應力。

8-9. 斜橋桁架之活應力 凡橋梁之一端或兩端不與軌道或車道成垂直者, 稱爲斜橋(skew bridge)。鐵路或公路橋梁之跨過與路線不垂直之另一鐵路公路, 街道, 或水道等時, 爲經濟起見, 常採用之。影片 XV 示一跨過鐵路之斜橋。



影片 XV. 斜橋

斜橋及其桁架之佈置，須視當地情形及斜度大小而定。為建造之簡易及經濟起見，所有橫梁仍應與桁架成垂直。如斜橋二桁架其端與路線平行之差距(稱為斜度差距)等於桁架節間之長度 P ，其佈置可如圖 8—28(a)，其中

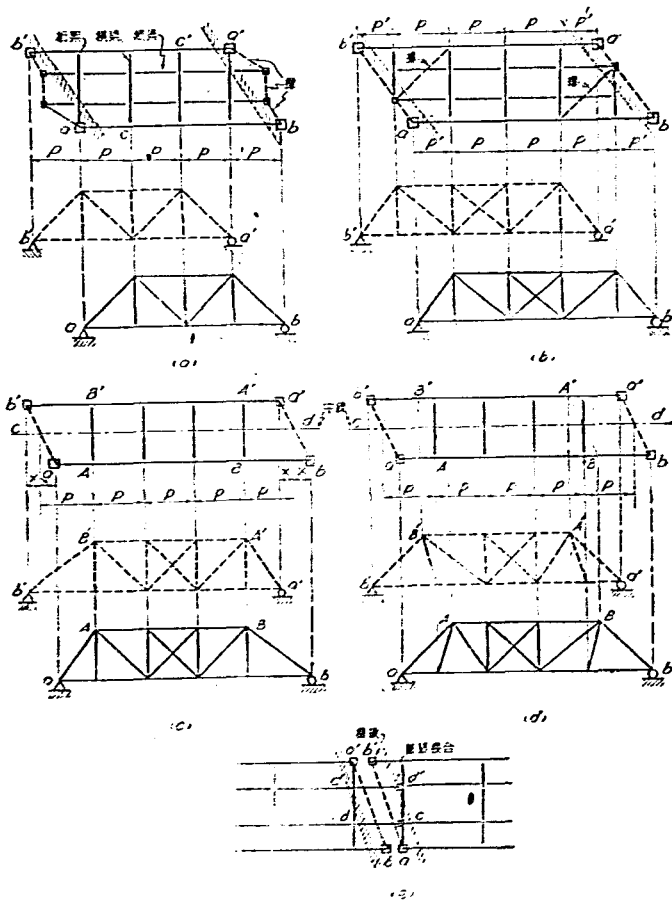


圖 8—28. 斜橋桁架及樑面系之佈置

兩端之縱梁長度相等，故聯該二縱梁外端之線，與軌道成垂直，此係我國鐵道鋼橋之規定 [103]。於斜橋之兩端，桁架與縱梁之間，應有撐以聯繫之，如圖 (a) 所示。若橋跨之長度非斜度差距之整數倍數，可使節間 ac 及 $a'e'$ 均等於斜度差距之長，將其所餘之距離再分為若干等長之節間；或用圖 8—26 (b) 之佈置亦可，其中桁架兩端之節間較短，並有兩較短之橫梁。於圖 (a) 及 (b) 之佈置，二桁架係對稱而且相同。因其端壓桿之傾度相同，故橋門架（見第九章）係在同一平面之內。若斜度差距長於一節間之長度時，將圖 8—26 (b) 之佈置，略加改變，即可採用。

若斜度差距較短時，可如圖 8—26 (c) 所示，將橋梁之中線 cd 均分為若干等長節間，故所得之桁架係非對稱式，其各端之二端壓桿亦不平行。因此橋門架不在同一平面之內，其應力之計算及接合之方法，均甚繁瑣，極宜避免。於此，可採用圖 8—26 (d) 之法，其中 AB' 及 $A'B$ 各與 ab' 及 $a'b$ 平行，故各端之二端壓桿係平行。惟懸桿由豎桿變為斜桿，如是，其下端與橫梁之接合，不如豎桿之簡易，且有斜懸桿之桁架，亦不美觀，實其缺點。

於橋墩上，橋面系之佈置，可採用圖 8—26 (b) 之法。此外，如圖 8—27 (c) 所示，若二相鄰橋跨之四支座 a, b, a' 及 b' 均係固定，則橋墩上之二縱梁 ac 及 $c'd$ ，可用通常方法，與橫梁 $c'd$ 及 cd' 相接合。若 a' 及 b' 係固定支座，而 a 及 b 係膨脹支座，則該二縱梁之 c 及 d' 二端與橫梁 cd' 之接合，應採用膨脹接合，而該二縱梁亦不能與端撐 ab' 相聯接。

計算斜橋桁架之活應力時，可採用感應圖之法。圖 8—27 (a) 及 (b) 各示其斜橋之平面佈置及其前面之桁架。荷重如在節點 b 及 e 之間，則桁架任何桿之應力，與非斜橋者相同。圖 8—27 (c) 示 S_{cd} 之感應圖，其中三角形 $ac'g$ 與非斜橋者無異。但荷重如在 $a''b$ 一段，該桿亦有應力，故作 $a''b'$ 直線。荷重在 fg 一段時，桁架任何桿之應力為零。荷重如在圖 (a) 之 i 點時，則節點 f 之橫梁反力為 $e/(e+i)$ ，故 $ff'' = ff' \times e/(e+i)$ ，得 S_{cd} 之感應圖如圖 (c) 之 $a''b'c'e'f'f$ 。圖 (d) 及 (e) 各示 S_{bc} 及 V_{cd} 之感應圖。其作法及意義，與 S_{cd} 者相同。決定 S_{cd} 為最大時之荷重位置，可用感應圖 $ac'g$ 以代替 $a''b'c'e'f'f$ 。因二者之相差祇在兩端，而兩端之豎距比較甚小也。此法當然係近似，如必欲精確，可用感應圖移動荷重之法。

習題 8-47. 設於圖 8-27 (a) 及 (b) 中 $x=2$, $p'=4$, $p=6$, $s=2$, $t=1.75$, $h=6$, ama' 及 gnf' 均係直線。

- (a) 求桁架 $a'f'$ 之形式及尺寸;
- (b) 求該桁架中上弦桿 $B'C'$, 斜桿 Bb , 及下弦桿 de 之應力感應圖。
- (c) 求下弦桿 de 在中華二十級活荷重下之最大活應力。

第九章 橋梁在側力及縱力下之應力

9—1. 橋梁支撐之佈置 橋梁除受有上述之呆荷重，活荷重及衝擊力等豎向力之外，尚受有側力及縱力。縱力即因列車啓行或停止時所生之施軔 (braking) 力及牽輓 (traction) 力，當於 9—8 節中述之。側力則包括風力，機車搖擺之影響及離心力等。橋梁所受之此項側力，全賴其側支撐架 (lateral bracing)，豎支撐 (sway bracing)，加勁撐 (bracket) 及橋門架 (portal frame)，以資抵抗。

圖 9—1 示各式橋梁中支撐之通常佈置。圖 (a) 爲下承式鉸梁橋。下有底支撐架。各節點處有加勁撐 (參閱影片 VI)，與腹鉸之加勁桿及橫梁之頂相聯接，庶鉸梁上部之側力，可傳達於底支撐架。圖 (b) 爲下承式矮桁架橋。如淨空許可，各節點處亦可用加勁撐 (參閱影片 X) 與豎桿及橫梁之頂相聯接，與圖 (a) 之鉸梁相似。故其側力之抵抗，全賴豎桿之剛勁。如豎桿之剛勁不足，可於桁架之外邊，用加勁撐，庶其上弦之側力，可傳達於其下之底支撐架。圖 (c) 爲上承式鉸梁或桁架橋，其上下各有頂或底支撐架，兩端及中間不逾 5 公尺 [427] 之間隔，有豎支架 (cross frame) (參閱影片 V)，惟橋跨短於 15 公尺 [424] 時，底支撐架可以略去。圖 (d) 爲穿越式桁架橋。其上下有頂底支撐架，兩端有橋門架，中間各節點處有豎支撐

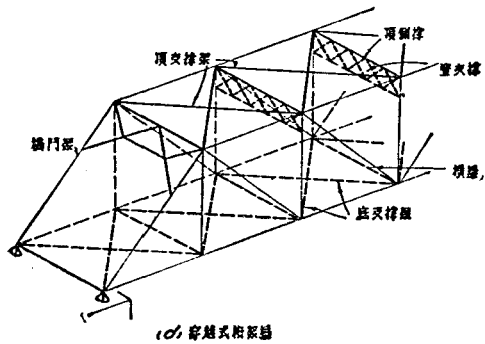
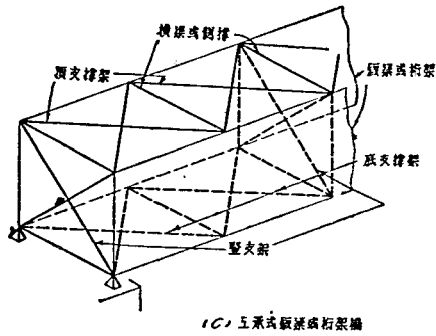
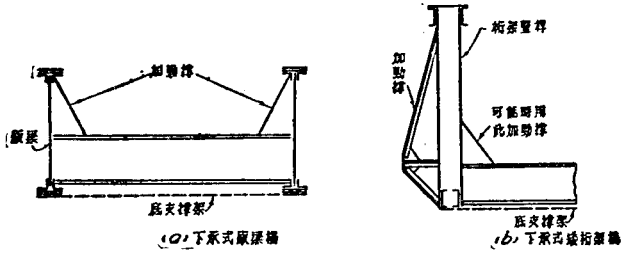


圖 9-1. 橋梁支撐之佈置

(參閱影片 IX, XIII, 及 XV)。如桁架之深度不足容 1.8 公尺 [425] 或更深之豎支撐，則各節點處可用與上弦桿深度相同之頂側撐，並加淨空所許可之隅撐以代替之。

橋梁既係以二豎立之鈹梁或桁架所組成，故係一空間架，因此在側力之作用下，必有各項支撐，始能穩定，橋梁之頂底側支撐架，係用以抵抗上下弦之側力，而傳達於其兩端之支座。惟此頂支撐架如非直接支承於兩端之支座，則其側力，必由橋門或兩端之豎支架始能傳達於橋梁之支座。橋梁如有頂底側支撐架，則其中間之豎支撐或豎支架，於橋梁之穩定，並不需要。故豎支撐及豎支架之功用，常假定不在傳遞任何側力，而在增加橋梁之剛勁，庶橋梁不致有側向之振動。蓋橋梁在側力之作用下，不但須有充分之強度及穩度，並須有充分之剛勁，而此種剛勁，於鐵路橋梁尤為重要。

於短跨之上承式鈹梁或桁架橋，祇有頂支撐架而無底支撐架時，則其中間之豎支撐或豎支架，於橋梁之穩定，係屬需要。蓋其下弦或下翼緣之風荷重，必由其中間之豎支撐或豎支架而傳達於其上弦或上翼緣，再經過頂支撐架及兩端之豎支架，而傳達於橋梁之支座。

9-2. 橋梁上之側力 通常橋梁之側力有二項：一為風力，一為機車或車輛之搖擺。於鐵路橋梁，我國之規定如下：

(1) 橋梁有活荷重時之風力 [207]。

風力為來自任何平吹方向行動之力，其數量為承受面積每

平方公尺 150 公斤。其承受面積規定爲橋面系，鈹梁豎面面積之一倍半，及所有桁架各桿豎面之面積。通常係假定風向與桁架之平面成垂直。若二桁架正相對且其豎面積相同，則橋梁之風力承受面積，祇按一桁架計算。但荷重弦或翼緣上每公尺長之風力，不得小於 300 公斤。非荷重弦或翼緣上每公尺長之風力不得小於 225 公斤。列車所受之風力，應以每軌道每公尺 450 公斤計。其施力點應高出軌頂 2.4 公尺。

(2) 橋梁無活荷重時之風力[208]。

橋梁無活荷重時，若照 (1) 條規定，承受面積，以每平方公尺 250 公斤之風力計算，而所生應力，較在活荷重及 (1) 條所規定風力下所生之應力爲大時，則此種受較大應力之桿件，應按照較大之應力設計。

(3) 機車搖擺之影響[209]。

機車搖擺之影響，應作一行動之集中力。凡活荷重爲中華二十級時，用 7,000 公斤。活荷重爲中華十六級時，用 5,600 公斤。其施力點係在軌頂上，並可發生於橋跨間之任何點任何水平方向。

於公路橋梁，則美國規定風力應假定爲每平方公尺 150 公斤，風向水平，其承受面積爲橋身向風正面豎面積之一倍半。此項面積應包括橋面系，欄杆等。若橋梁有三或更多之桁架時，則二桁架以外所有諸桁架豎面積之一半，亦應包括在內。但於桁架橋，則荷重弦上每公尺長之風力不得小於 450 公斤，非荷

重弦上每公尺長之風力不得小於 225 公斤。於鈹梁橋每公尺長之風力不得小於 450 公斤。車輛搖擺及其所受之風力，每公尺長應共為 300 公斤，其施力點應高其路面 2 公尺。至橋梁無活荷重時風力之規定，與上述之 (2) 條相似。我國規定與上述者相同，惟稍簡略耳 (14)。

桁架上下二半之風力，係假定各集中於上下弦之節點。風力對於桁架各桿之彎矩，通常可以略去不計，惟於較纖長之桿，設計時此種彎矩應行計入。列車或車輛及橋面系之風力，必傳達於下弦之側支撐架，因此，有傾覆作用，以後當另述之。所有風力，常假定係由向風之桁架承受，但亦可假定由二桁架平分承受。二法所得結果之不同，祇在側撐之應力，其數量常甚小，於其截面之設計，無甚影響。

風力之研究，已於 5-4 節述及之。茲述其關於橋梁者如下。根據思 (Stanton) 氏^①，克 (Kernot) 氏^② 及華 (Flachsbart) 氏^③ 等之實驗，一桁架所受之風力，以風向與桁架面成垂直時為最大，其總量 P_t 可以下列公式表之：

$$P_t = CAP \quad (9-1)$$

其中 P 為正方形平板與風向成垂直時之單位風壓力，其數量可用方程 (5-8) 計算，或採用規範所規定者。 A 為一桁架所有諸桿之豎面積， C 為一係數，與方程 (5-9) 中所用者相同，其數值視 A 與桁架外輪廓以內全面積之比 ϕ 之值而定。 $\phi \geq 0.5$ 時， C 之值常係一恆數，約等於 1.26。若 $\phi < 0.25$ ， C 則之值與 ϕ 之值有關，但約略等於 1.42。

① 及 ② 見英國土木工程師會會刊，171 卷，1907-3 年，175 及 218 頁。

③ 見德國之結構工程 (Die Bautechnik)，1934 年，65 頁；及 1935 年 57 頁；並英國之工程新聞記錄，1934 年 10 月 11 日刊，466 頁。

於 5-4 節第(1)條中，已說明若二平行之平板，其平面與風向垂直，而二平板之距離不甚大，則向風之板，對於其後之板有遮蔽作用。故橋梁向風之鉸梁或桁架，對於背風鉸梁或桁架亦有遮蔽作用。根據英國屈氏 ① 之實驗，若二桁架之距離等於其深度，則二桁架上之風力總量等於向風桁架上風力總量，乘以 1.29。若二桁架有橋面及橋面系，而其距離為其深度之二倍，則上述之乘數，減至由 1.15 至 1.25。其所用桁架 ϕ 之值，約為 0.50。若採用上述一桁架 C 之值為 1.26，則二桁架 C 之最大值为 $1.25 \times 1.26 = 1.58$ ，而採用方程(9-1)時， A 之值仍按一桁架計。若干橋梁規範規定風力之承受面積，應為桁架諸桿向風正面暨面積之倍半，即係此故。

根德華 (Flachsbart) 氏之實驗，若橋梁之二桁架完全相同，且背風桁架正在向風桁架之後，則其遮蔽作用，視 ϕ 之值及二桁架距離 S 與其深度 h 之比而定。若 $\phi \geq 0.6$ ，而一桁架 C 之值為 1.26，則二桁架 C 之值可以下列方程約略計算之。

$$(9-2) \quad C = 2.70 - 2.10 \left(\frac{h}{S} \right)^{0.75}$$

採用方程(9-1)時， A 之值仍按一桁架計算。設 $h/S = 0.5$ ，由方程(9-2)得 $C = 1.45$ ，與上得 $C = 1.58$ 之結果，約略相同。

上述橋梁之風力，有活荷重時，規定為承受面積每平方公尺為 150 公斤，無活荷重時，規定為承受面積每平方公尺為 250 公斤。若依方程(5-8)，則風之速度各相當每小時 160 及 270 公里。依已往記錄，風之最大速度，常在每小時 130 至 200 公里之間，則橋梁無活荷重時之規定風力，似嫌稍大。依英國蘭 (Remfry) 氏 ② 之研究，於英國之橋梁，若跨長不超過 300 公尺，則每承受面積之單位風力 P (以 公斤/平方公尺 計) 約如下：

$$(9-3) \quad \text{有活荷重時: } P = 170 - 0.208 L$$

$$(9-4) \quad \text{無活荷重時: } P = 200 - 0.258 L$$

其中 L 為橋跨長度，以公尺計。於印度之橋梁，則用方程(9-3)及(9-4)

① 見英國土木工程師會會刊，158 卷，1903—4 年，78 頁。

② 見英國土木工程師會會刊，216 卷，1922—3 年，3 頁。

所算得之數，應增加百分之四十。

例題 9-1、例題 8-1 鐵路橋梁桁架各桿及其他部份之深度或寬度 (以公尺計)如下：

上下弦桿及端壓桿：	0.40
斜桿及主豎桿：	0.33
副豎桿：	0.25
縱梁：	1.00
木枕：	0.25
鋼軌：	0.15

求有活荷重時及無活荷重時桁架上下弦之節點風荷重。

解答：

上弦風力之總承受面積：

$$0.40(4 \times 7 + 2 \times 0.5 \times 11.4) = 15.76$$

$$0.33 \times 0.5(4 \times 11.4 + 2 \times 9) = 10.49$$

$$0.25 \times 0.5 \times 3 \times 9 = 3.38$$

$$\underline{\underline{29.63 \text{ 平方公尺}}}$$

$$\frac{29.63}{6} \times 150 = 749, \text{ 或 } 225 \times 7 = \underline{1575 \text{ 公斤}}$$

$$\text{有活荷重時之節點風荷重} = \underline{1.58 \text{ 公噸}}$$

$$\text{無活荷重時之節點風荷重} = 0.889 \times \frac{250}{150} = \underline{1.48 \text{ 公噸}}$$

下弦風力之總承受面積：

$$0.4(6 \times 7 + 2 \times 0.5 \times 11.4) = 21.86$$

$$\text{腹桿(同上)} 10.49 + 3.38 = 13.87$$

$$1.5 \times 6 \times 7 \times 1.40 = 88.20$$

$$\underline{\underline{123.43 \text{ 平方公尺}}}$$

$$\frac{123.43}{6} \times 150 = 3136, \text{ 或 } 300 \times 7 = 2100 \text{ 公斤}$$

有活荷重時之節點風荷重：

$$\begin{aligned}
 \text{桁架之風力} &= 3.09 \\
 \text{列車之風力} &= 0.46 \times 7 = 3.15 \\
 \text{總共} &= \underline{6.24} \text{ 公噸}
 \end{aligned}$$

$$\text{無活荷重時之節點風荷重} = 3.086 \times \frac{2.0}{150} = \underline{5.14} \text{ 公噸}$$

習題 9-1. 設習題 8-10 鐵路橋梁桁架各桿及其他部份之深度或寬度 (以公尺計)如下:

上下弦桿及端壓桿:	0.45
斜桿及主豎桿:	0.40
副豎桿:	0.30
縱梁:	1.00
木枕:	0.25
鋼軌:	0.15

求有活荷重時及無活荷重時桁架上下弦之節點風荷重。

9-3. 橋梁在側力下之穩度 橋梁之側力，不但使橋梁有平移動之趨勢，且使橋梁有傾覆之趨勢。因側力多不在橋梁支點平面之內，故側力對於橋梁背風桁架支座之底，發生一傾覆之力矩。此項力矩，必由橋梁之呆荷重及活荷重對於該支座之底力矩以抵抗之。為安全起見，後項力矩應大於前項力矩至少約一半 (即安全率為 1.5)，否則橋梁之支座，必須特別錨定，以免其有因側力而上升之虞。

此項使橋梁有傾覆趨勢之側力，計有上下弦之總風力 P_1 及 P_2 (圖 9-2)，列車或車輛之總風力 P_3 ，於鐵路橋梁，尚有機車搖擺之影響 P_4 。於橋梁之在曲線者，尚有離心力。至抵抗此項傾覆力矩之豎向力，計有橋梁之呆荷重 W_1 及活荷重 W_2 ，活荷重 W_2 應以空車之重量計算。於鐵路橋梁及塔架，

我國規定[210]每一軌道之活荷重，以每公尺 1,500 公斤計。於公路橋梁，美國規定每一車道之活荷重以每公尺 600 公斤計，均不計其衝擊力。於多軌道或多車道之橋道，此項活荷重，應置於背風之軌道或車道上。

計算橋梁之穩度時，應以下列二種情形為準：

- (a) 無活荷重時之風力及呆荷重。
- (b) 有活荷重時之風力，呆荷重，活荷重（空車）（於橋梁之在曲線上者，加空車之離心力）。

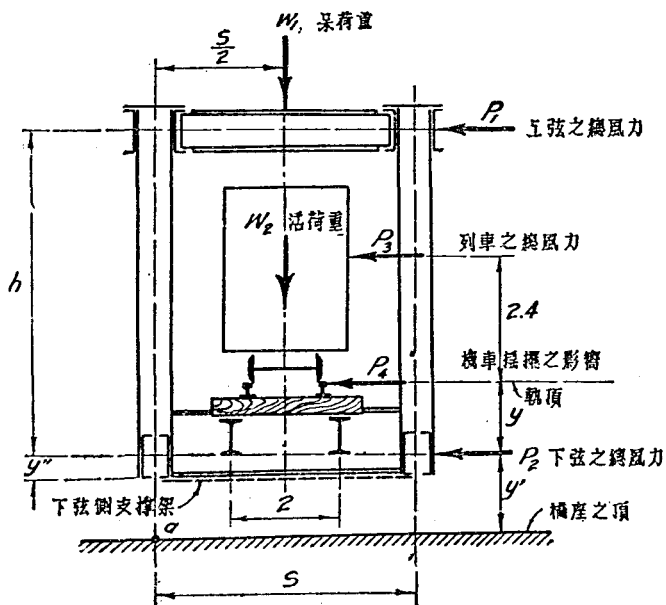


圖 9-2. 橋梁之穩度

圖 9-2 示一單軌道穿越式鐵路橋梁之側力及其作用線。

設 f 為橋梁之安全率。以圖 9-2 之 a 點為矩心，則依上列

(a) 及 (b) 之情形，可得方程如下：

無活荷重時：

$$(9-5) \quad f = \frac{W_1 S}{2(P_1(h+y') + P_2 y')}$$

有活荷重時：

$$(9-6) \quad f = \frac{(W_1 + W_2) S}{2(P_1(h+y') + P_2 y' + P_3(2.4+y+y') + P_4(y+y'))}$$

f 之值以不小於 1.5 為宜。

上承式橋梁穩度之計算，與上述者相似，其側力之位置，可參閱以後之圖 9-11 (a)。

此項傾覆力矩，對於桁架及橋面系之應力，當然亦有影響，以後當另述之。

例題 9-2。設於圖 9-2 中 $y'=0.75$ ， $y=1.35$ ，求例題 9-1 橋梁無活荷重時及有活荷重時對於傾覆力矩之安全係數 f 。活荷重為中華二十級，

解答：由例題 8-1 得橋梁呆荷重之總量 W_1 如下：

$$W_1 = 2 \times 6(3.35 + 9.17) = 150.24$$

由例題 9-1 得橋梁無活荷重時上下弦之總風力 P_1 及 P_2 如下：

$$P_1 = 1.48 \times 5 = 7.40$$

$$P_2 = 5.14 \times 6 = 30.84$$

用方程(9-5)得橋梁無活荷重時對於傾覆力矩之安全係數如下：

$$f = \frac{150.24 \times 5.5}{2(7.40(3+0.75) + 30.84 \times 0.75)} = 4.34$$

依我國之規定 [210]，活荷重之總量 w_2 ，列車風力之總量 P_3 ，及機車撞擊之影響 P_4 各如下：

$$W_2 = 1.5 \times 42 = 63.00$$

$$P_3 = 0.450 \times 42 = 18.90$$

$$P_4 = 7.00$$

由例題 9—1 得橋梁有活荷重上下弦之總風力 P_1 及 P_2 如下：

$$P_1 = 1.58 \times 5 = 7.90$$

$$P_2 = 3.09 \times 6 = 18.54$$

用方程(9—6)得橋梁有活荷重時對於傾覆力矩之安全係數如下：

$$f = \frac{(150.24 + 63.00) \times 5.5}{2(7.90 \times 9.75 + 18.54 \times 0.75 + 18.9 \times 4.50 + 7.00 \times 2.10)} = 3.08$$

於二種情形之下， f 之值均大於 1.5，故此橋梁對於傾覆力矩，甚為安全。

習題 9—2. 設於圖 9—2 中 $y' = 0.80$, $y = 1.40$, 求習題 9—1 橋梁無活荷重及有活荷重時對於傾覆力矩之安全係數 f , 活荷重為中華十六級。

提示：注意此係雙軌道之橋梁，其二桁架間之中心距為 10 公尺，二軌道間之中心距為 4 公尺，橋梁之呆荷重可得自習題 8—5。

9—1. 側支撐架之型式及應力 側支撐架之型式，視橋梁之型式及大小而定。於短小之橋梁，如上承式鉸梁橋，其頂支撐架常係一簡單倭氏桁架，其弦桿即係主桁架之弦桿或鉸梁之翼緣。於有豎支架之處，加一側撐 (lateral strut)，如圖 9—3 (a) 所示。側支架之最普通型式為雙重腹桿式之倭氏桁架，如圖 9—3 (b) 所示。用於荷重弦時，則橫梁當作側撐。用非荷重弦時，常另加側撐，但亦可不加側撐，如圖 9—3 (c)。圖 9—3 (b) 之桁架(參閱影片 XIII)，係多次靜不定式，依我國鐵路橋梁規範規定 [304]，支撐壓桿之纖比不能大於 120，並規定一切側支撐必須為纖比小於 120 之剛性桿。如是則計算應力時，可假定節間切力係由其中之二交叉斜桿均分承受。於公路

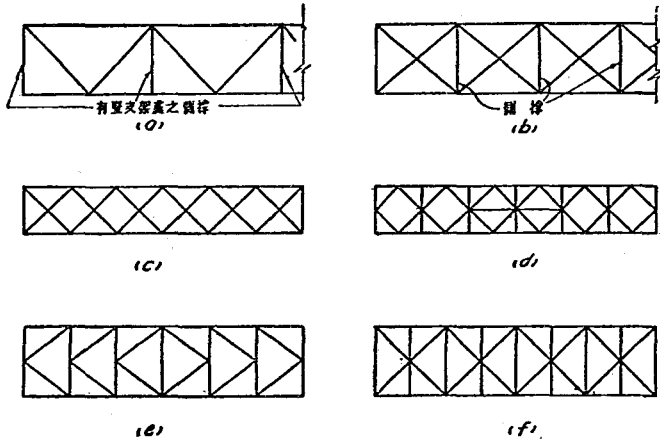


圖 9-3. 側支撐架之型式

橋梁，支撐壓桿之纖比常規定不能大於 140，但支撐斜桿之纖比與此規定相符者，有時仍視作拉桿計算。

圖 9-3 (c) 之支撐架，雖係一次靜不定式，如荷重有對稱性，則變為靜定式，此其優點。但荷重如非對稱，則計算時仍應有一假定。圖 9-3 (d) 支撐架之靜定情形，與 (c) 相同，但其斜桿之長度較短，係其優點。支撐架中斜桿與弦桿間之角度，以 45 至 60 度為宜。故於節間較短而寬度較大之橋梁，側支撐架常用圖 9-3 (e) 之 K 式桁架。圖 9-3 (f) 之桁架亦可採用，惟係靜不定式。

於可能時，荷重弦支撐架之斜桿，常應與縱梁於 a, b, c 及 d 點〔圖 9-4 (a) 及 (b)〕相接合，使其長度減短。但縱梁亦承受其豎面之風力，列車風力，及機車搖擺之影響。為免去支

撐斜桿因縱梁之側力作用而有彎曲，常於二縱梁間加一或二側撐，如圖 9-4 (a) 及 (b) 所示。惟縱梁之跨度如太長，則二縱梁間應另有一側支撐架，如圖 9-4 (c) 所示，以免縱梁因側

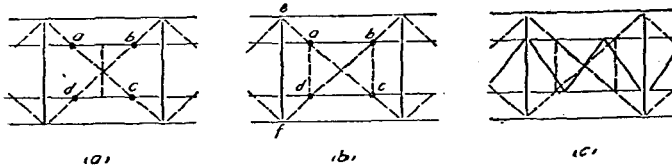


圖 9-4. 側支撐架與縱梁之接合

力作用而有彎曲。側支撐架斜桿與縱梁之接合及二縱梁間之側撐，亦可使橋梁之縱力，由縱梁經側支撐架而傳達於主桁架，此點以後當再述之。

於支承點所在之弦，側支撐架之風力，可直接傳達於支座，其他一弦側支撐架之風力，必由橋梁兩端之豎支架或橋門架(假設豎支撐不傳遞風力)而傳達於支座。惟橋門架之支撐，並不完備，故橋門架之二柱(即二桁架之端壓桿)，必受有彎矩。橋梁支座之一端，於縱向係固定，故側支撐架之反力有四，如圖 9-5，但計算時常將其二縱向反力 H 略去，使其成爲一二端支承之簡單跨。

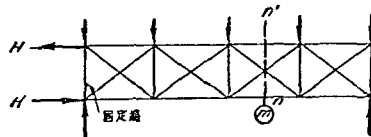


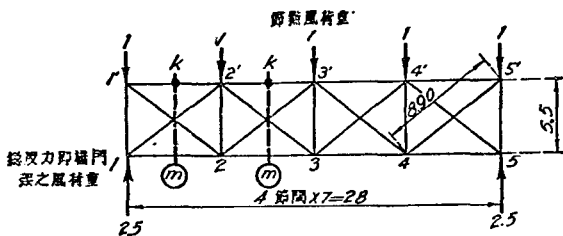
圖 9-5. 側支撐架之反力

計算側支撐架之應力時，常用節點荷重法。於圖 9-3 (b), (c), 或 (f) 式之側支撐架，若斜桿係剛性桿，計算上下弦桿之應力時，可以一截面 m (圖 9-5) 經過二斜桿之交點，用彎矩法，各以 n 及 n' 點為矩心，其方法與圖 8-10 (d) 所示者相同。因風力皆假定係行動荷重，故計算斜桿之應力時，須求其節間之最大切力。於側支撐架之在桁架壓弦間，或上承鈹梁受壓翼緣間者，其任何節間中之斜桿，除承受側力之最大節間切力外，並須承受另一節間切力，其數量等於該節間中二受壓弦桿最大壓應力（於橋梁無活荷重時，用呆應力）各百分之 2.5 [211]。蓋直柱因軸向荷重而發生彎曲時，即有橫切力發生，其數量自與其軸向荷重者有關。若將橋梁二桁架之受壓弦桿，合而視作一柱，則亦有橫切力發生。故受壓弦側支撐架之斜桿，除必須抵抗側力之作用外，尚須抵抗二受壓弦桿因壓力所生之橫切力。

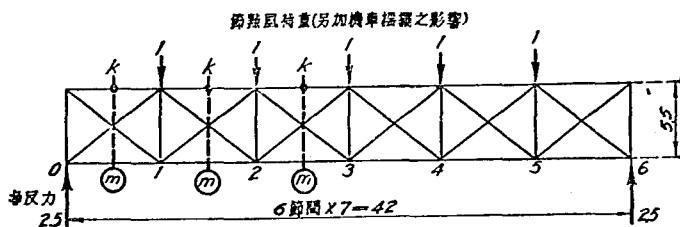
若風向改變，則支撐梁各桿之應力即隨之改變。故側支撐架各桿之應力，必兼有壓力及拉力二種性質。因此，斜桿之反復應力，不必另行計算。但設計斜桿之截面時，亦不必顧及其反復應力，因其應力之反復，必經過相當之時間。側支撐架斜桿之應力常甚小，因此，其截面面積每為規範所規定之最大纖比所限制，故其應力之計算，可以採用上述之近似法。

例題 9-3. 設例題 9-1 及 9-2 橋梁之上下弦側支撐架，採用有側撐之雙重腹桿係氏桁架，如圖 9-3 (b)，所有斜桿均係剛性桿。求其中各桿

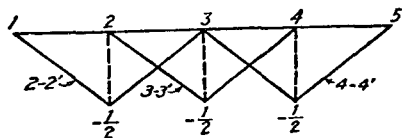
無活荷重及有活荷重時之最大應力。



(a) 上弦側支撐架



(b) 下弦側支撐架



(c) 上弦側撐之應力感應圖

例題 9-3.

解答：此橋梁所有側力之計算，均見例題 9-1 及 9-2。側支撐架各桿之最大應力如下：

(a) **弦桿** (即主桁架之弦桿)：弦桿之計算，採用應力係數法，即設鉤點風荷重為 1，用截面 \odot ，以 K 為矩心，如附圖(a)及(b)，故得弦桿之應力係

數如下：

在風力下上下弦桿之應力係數：

$$U_1U_2 = \pm 1.5 \times \frac{3.5}{5.5} = \pm 0.96$$

$$U_2U_3 = \pm \frac{1.5 \times 10.5 - 1 \times 3.5}{5.5} = \pm 2.23$$

$$L_0L_1 = \pm 2.5 \times \frac{3.5}{5.5} = \pm 1.59$$

$$L_1L_2 = \pm \frac{2.5 \times 10.5 - 1 \times 3.5}{5.5} = \pm 4.14$$

$$L_2L_3 = \pm \frac{2.5 \times 17.5 - 1(10.5 + 3.5)}{5.5} = \pm 5.41$$

在機車振擺之影響下弦桿之應力係數：

$$L_0L_1 = \pm \frac{5}{6} \times \frac{3.5}{5.5} = \pm 0.53$$

$$L_1L_2 = \pm \frac{4}{6} \times \frac{10.5}{5.5} = \pm 1.27$$

$$L_2L_3 = \pm \frac{3}{6} \times \frac{17.5}{5.5} = \pm 1.59$$

將桁架風力，列車風力及機車振擺之影響，分別計算，無活荷重及有活荷重時之桁架風力，亦應加以區別，所有計算均見下表：

在側力下上下弦桿之最大應力 (側題 9-3)

(於背風桁架為拉力，向風桁架為壓力)

上 下 弦 桿	風 應 力			機 車 振 擺 應 力			有 活 荷 重 時 之 總 共
	應 力 係 數	桁 架 節 點 風 荷 重		列 車 節 點 荷 重	應 力 係 數 = 7 公 噸	下 弦 一 集 中 荷 重	
		無 活 荷 重	有 活 荷 重				
U_1U_2	± 0.96	± 1.42	± 1.52	± 1.52
U_2U_3	± 2.23	± 3.30	± 3.52	± 3.52
L_0L_1	± 1.59	± 3.07	± 4.91	± 5.11	± 0.53	± 3.71	± 13.83
L_1L_2	± 4.14	± 21.28	± 12.78	± 13.04	± 1.27	± 8.89	± 34.72
L_2L_3	± 5.41	± 27.81	± 16.72	± 17.04	± 1.59	± 11.13	± 44.89

(b) 斜桿 風荷重既經規定係一行動荷重，故求斜桿之最大應力，須先求節間之最大切力。於上弦之側支撐架，此節間切力尚須加該節間中每一弦桿壓力之 2.5%。此項弦桿壓力，於有荷重時用最大應力。於無荷重時，用呆應力，二者均可抄自例題 8-3，但有活荷重時之節間切力，常較無活荷重時者為大，故後者可不必計算，所有計算，詳見下表：

側支撐架之最大節間切力(有活荷重時)(例題 9-3)

節間	上弦			下弦		
	風荷重	弦桿之應力	總共(公噸)	風荷重	機車振擺 7 公噸	總共(公噸)
0-1	$\frac{15}{6} \times 6.24 = 15.00$	$\frac{5}{6} \times 7 = 5.83$	21.43
1-2	$\frac{6}{4} \times 1.58 = 2.3$	$0.05 \times 176.54 = 8.83$	11.20	$\frac{10}{6} \times 6.24 = 10.40$	$\frac{4}{6} \times 7 = 4.67$	15.07
2-3	$\frac{3}{4} \times 1.58 = 1.19$	$0.05 \times 186.30 = 9.32$	11.01	$\frac{8}{6} \times 6.24 = 6.24$	$\frac{3}{6} \times 7 = 3.50$	9.74

$$\text{上弦側支撐架斜桿之最大應力} = \pm \frac{11.20}{2} \times \frac{8.91}{5.5} = \pm \underline{9.05} \text{ 公噸}$$

$$\text{下弦側支撐架斜桿之最大應力} = \pm \frac{21.43}{2} \times \frac{8.50}{5.5} = \pm \underline{17.20} \text{ 公噸}$$

(c) 側撐：若假定風荷重全加於向風之桁架，除上弦兩端之側撐，同時係橋門架之支撐，其應力當由橋門架計算外，其餘上下弦側撐之最大應力，當由其感應圖求之。附圖(c)示上弦側撐之應力感應圖，由此圖可知所有上弦側撐之最大應力均為節點荷重之半。上弦弦桿之應力，與側撐無影響。下弦側撐之最大應力，亦為節點荷重之半，惟應加入機車振擺之影響，故

$$\text{上弦側撐之最大應力} = -\frac{1.58}{2} = -0.79 \text{ 公噸}$$

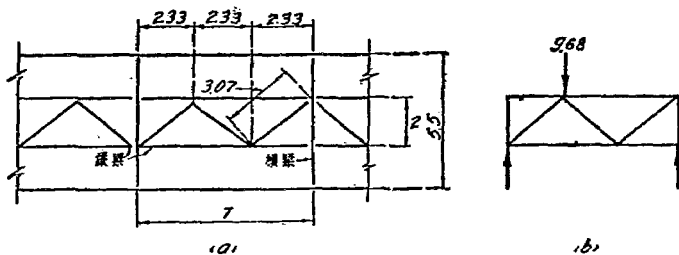
$$\text{下弦側撐之最大應力} = -\frac{6.24+7.00}{2} = -6.62 \text{ 公噸}$$

上弦側撐之應力常甚小，故其截面之設計常為最大纖比所限制，與上所算得之應力無關。下弦之側撐即係橫梁，其截面常足以承受上所算得之應力而轉有餘裕。若風荷重及機車振擺之影響，由二桁架平分承受，則側撐之應力變為

者。

例題 9-4. 設例題 9-3 橋梁之二縱間之側支撐架，如附圖(a)所示，求其各桿之最大壓力。

解答： 縱梁所受之側力為其橋面系之風力，列車風力，及機車擋風之影響。其側面之風力，可由例題 9-1 計算如下：



例題 9-4.

$$\text{橋面系之節點風荷重} = 1.5 \times 1.4 \times \frac{7}{2} \times 0.150 = 1.10$$

$$\text{加入列車之節點風荷重} = 0.45 \times \frac{7}{2} = 1.58$$

$$\text{加入機車擋風之影響} = 7.00$$

$$\text{總共} = \underline{\underline{9.68 \text{ 公噸}}}$$

如附圖 (b) 所示

$$\text{斜桿之最大壓力} = \pm 9.68 \times \frac{2}{3} \times \frac{3.07}{2} = \pm \underline{\underline{9.91 \text{ 公噸}}}$$

$$\text{弦桿之最大壓力} = \pm 9.68 \times \frac{2}{3} \times \frac{2.33}{2} = \pm \underline{\underline{7.52 \text{ 公噸}}}$$

縱梁側支撐之弦桿，即縱梁之自身，其側力之壓力，常比較微小，故設計縱梁時，常不計及。

習題 9-3. 設習題 9-1 及 9-2 橋梁之上下弦側支撐架採用圖 9-3(c) 之 K 桁架，所有斜桿均係剛性桿，求其中各桿無活荷重及有活荷重時之最大壓力。

習題 9-4. 設習題 9-3 橋梁每軌道二縱梁間之側支撐架與例題 9-4

附圖所示者相似，求其各桿之最大應力。

9-5. 橋門架之型式及應力 如圖 9-1(d) 所示，穿越式橋梁兩端各有一橋門，以桁架之端壓桿，頂側支撐架之端側撐，並加支撐而成（參閱影片 IX, XII 及 XIII）。此橋門架藉其二端壓桿中彎曲及直接應力之作用，將頂側支撐架兩端之風反力，傳達於橋梁之支座。欲使其二端壓桿之彎曲應力減為極小，其間之支撐架之深度，宜盡量利用淨空所允許者。

如桁架甚低，橋門架可用一輓梁或鈹梁，於其兩端可各加一鋼鈹之加勁撐或鋼角之隅撐，如圖 9-6 (a) 所示。或用二隅撐，如圖 9-6 (b) 所示。若使圖 9-6 (b) 二隅撐之上端 2 及 2' 二點相合，並另加 B'3', 33' 及 3 B 三撐（此三撐乃用以加勁 1'2 及 21 二撐，並使橋門架略為美觀，其應力皆為零）得一最簡單而最有效用之橋門架如圖 (c)（參閱影片 IX）。如淨空許

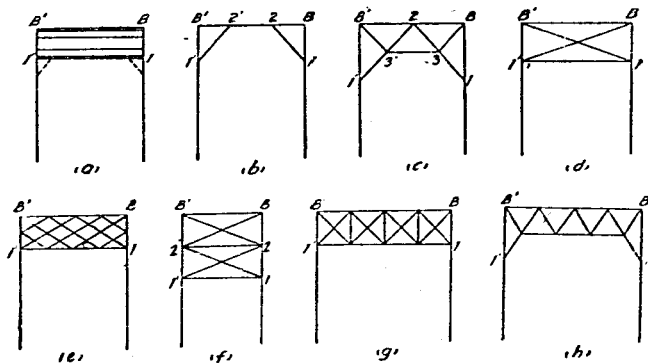


圖 9-6. 橋門架之型式

可，可採用圖 (d) 或圖 (e) 之型式。圖 (e) 係一格式支撐架，其功用與圖 (a) 之軛梁或鈹梁相同。

圖 9-6 (a) 至 (e) 係橋門架之各種最簡單型式，實際採用時，當可略加改變。如於深度特大之橋梁，可用圖 (f) 式，於寬度特大之橋梁可用圖 (g) 或 (h) 之式（參閱影片 XIII）。

於鉚接桁架，端壓桿與下弦桿相接合，如圖 9-7 (a) 所示。於樞接桁架，端壓桿之腹板直接支承於樞上，如圖 9-7 (b) 及 (c) 所示。二端壓桿之間，均有端橫梁以資加勁，且端壓桿之呆應力頗大，均足以使端壓桿之下端，不能於與桁架垂直之平面內有所轉動。故橋門架二柱之下端，多少係固定。因此，橋門架與第五章所述之工廠檯架相同，均係三次靜不定之結構。如欲祇用靜力學求其反力及應力，亦須有若干假定。此項假定及其理由均與 5-6 節所述者相似，即，(1) 橋門架之切力由其二

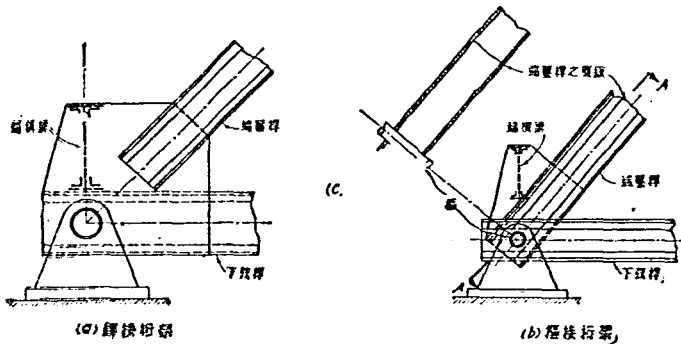


圖 9-7. 端壓桿下端之支承

柱均分承受，即二柱下端平分反力相等，(2) 二柱之反彎點，均在柱底與支撐架下端（即圖 9—6 之 1 或 1' 點）距離之中點。如是則橋門架二柱之反力，可依 5—6 節所述之方法求得之。

既知其二柱之反力，橋門架各桿之應力亦可依 5—8 節所述，求工廠檣架應力之方法求得之。應注意所有節點，均假定係鉸節，惟其二柱自底至頂（圖 9—6 之 B 及 B' 點）係連續不斷。圖 9—6 (b) 之側撐 BB' 亦相同。計算圖 9—6 (e) 之格式支撐架中各斜桿之應力時，可假定任何截面之豎向切力，由所截斷之斜桿均分承受。於圖 9—6 (d), (f) 及 (g) 式中，斜桿應力之計算，當視其性質而採用適宜之假定。

橋門架之荷重，即係頂側支撐架之淨反力，此項荷重，可假定全加於圖 9—6 之節點 B 或 B' ，或以一半各加於 B 及 B' 二節點。此項荷重之分佈，祇與頂側撐 BB' 之直接應力有關係，故如何分佈，實際上無甚重要。

圖 9—8 (a) 及 (b) 各示一斜橋之平面及立面圖，其二端壓桿係平行，故其橋門架係在平面 $aa'B'B$ 之內。注意圖 (a) 之 S' 及圖 (b) 之 c ，各係側撐 BB' 及端壓桿 aB 之真實長度。圖 (c) 示橋門架在與平面 $aa'B'B$ 平行之一平面之投影圖，其中各線均表示各桿之真實長度。設 P 及 P' 各係由上弦側支撐架而傳達於節點 B 及 B' 之風荷重。如圖 (a) 所示，將 P 及 P' 各分解為二分力，其一與側撐 BB' 平行，其值各為 $P \sec \beta$ 及 $P' \sec \beta$ ，其另一與桁架之平面平行，其值各為 $P \tan \beta$ 及 $P' \tan \beta$ ， β 為橋梁之斜度角。前二分力必由橋門架而傳達於橋梁之支點，故為橋門架之風荷重。後二分力則由桁架而傳達於橋梁之支點，故為桁架之風荷重。

欲計算圖 (c) 橋門架之反力及各桿之應力，必先求得其中 b 及 h' 之值，

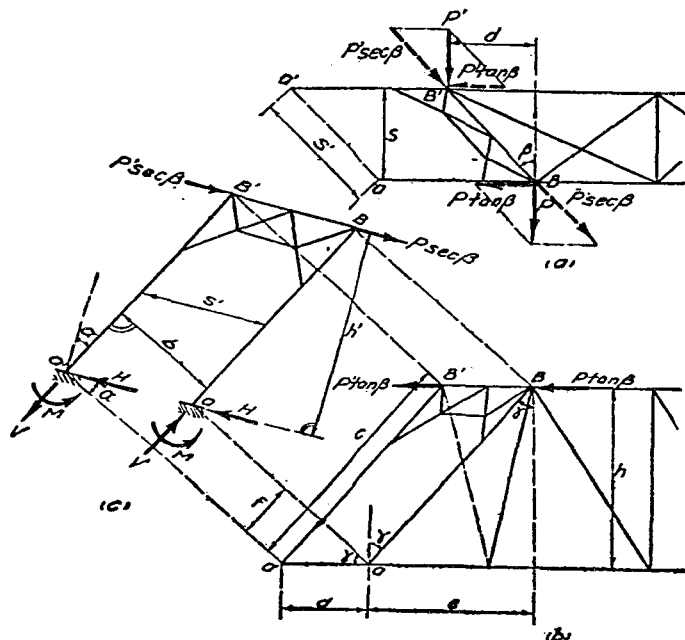


圖 9-8. 斜橋之橋門架

由圖(a), 則

$$\sin \beta = \frac{d}{S'}$$

由圖(b), 則

$$\sin \gamma = \frac{e}{c} = \frac{f}{d}$$

由圖(c), 則

$$\sin \alpha = \frac{f}{S'}$$

故(2-7)

$$\sin \alpha = \sin \beta \sin \gamma = \frac{de}{S'^2}$$

既知 α 之值, 則

(2-8)

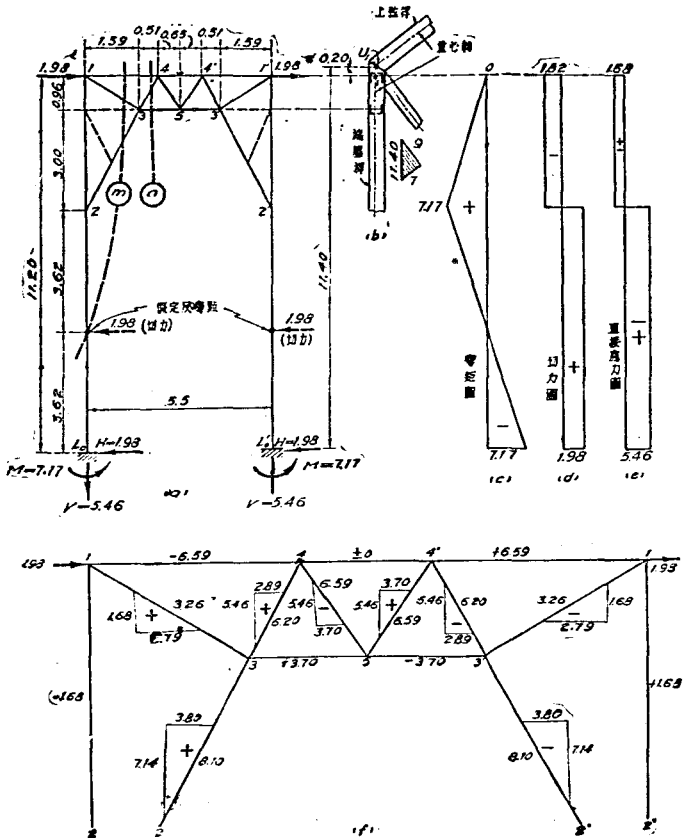
$$d = S' \cos \alpha$$

$$h' = c \cos \alpha$$

(9-9)

b 及 h' 之值既求得之後，其餘之應力計算方法，與非斜橋之橋門架相似，無待贅述。至風荷重對於斜橋桁架應力之影響，當於 9-7 節中述之。

例題 9-5. 設例題 9-4 橋梁之橋門架如附圖所示，求其二柱底之反



力及其各桿之應力。

解答：爲便於接合起見，附圖(a)側撐1—1'之高度略在桁架節點 U_1 之下，詳見附圖(b)。其二柱之底則假定與桁架節點 L_0 相合。支撐架之佈置及尺寸，係根據所需之淨空，其定法不在本節範圍之內。如例題9-1及9-8所示，上弦之節點風荷重有活荷重時爲1.58，較無活荷重時者爲大，故應力之計算，以前者之情形爲準。由例題9-3之附圖(a)，則橋門架之風荷重爲 $2.5 \times 1.58 = 3.95$ ，假定其一半1.98各在節點1及1'。在此荷重下，附圖(a)中所有虛線桿之應力，當然爲零。蓋虛線桿之作用，僅在支撐2—3及2'—3'二桿而已。

假定二柱反彎點之位置如附圖(a)所示，並假設二柱之切力相等，則二柱底之反力計算如下：

$$H = 1.98$$

$$V = \frac{2 \times 1.98 \times 7.58}{5.6} = 5.46$$

$$M = 1.98 \times 3.62 = 7.17$$

用截面①如附圖(a)所示，以節點1爲矩心，則 H_{2-3} 之值如下：

$$H_{2-3} = + \frac{1.98 \times 7.58}{3.96} = +3.80$$

$$\text{故 } V_{2-3} = +3.80 \times \frac{3}{1.59} = +7.14$$

考慮截面②之 $\Sigma V = 0$ ，則

$$V_{1-3} = 7.14 - 5.46 = +1.68$$

$$H_{1-3} = 1.68 \times \frac{1.59}{0.36} = +2.79$$

考慮截面③之 $\Sigma H = 0$ ，則

$$S_{1-4} = -(3.80 + 2.79) = -6.59$$

用切力法，則斜桿3—4、4—5、5—4'，及4'—3'之豎分應力，均爲5.46，故

$$H_{3-4} = +5.46 \times \frac{0.51}{0.96} = +2.89$$

用 $\Sigma H = 0$ 於節點3，則

$$S_{3-5} = 3.80 + 2.79 - 2.89 = +3.70$$

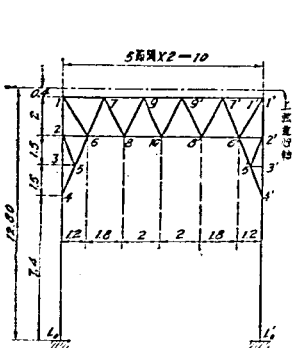
取用截面 (a), 以節點 (a) 爲矩心, 則

$$S_{2-2} = \frac{1.88 \times 7.58 - 5.46 \times 2.10}{0.46} = +2.11$$

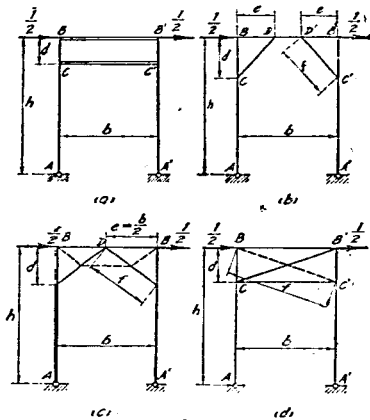
其右半各桿應力之求法相同, 既知各桿之平均應力, 其應力可各依其傾度三角形求得。所有桿之應力, 如附圖 (f) 所示, 附圖 (c), (d) 及 (e) 各示二柱之彎矩圖, 切力圖及直接應力圖。注意節點 1 及 1' 與 $\Sigma H=0$ 之條件不符, 因二柱之頂, 各有切力 1.82。若將此切力計入, 則該二節點始符 $\Sigma H=0$ 之條件。

習題 9-5. 設習題 9-4 之橋門架如附圖所示, 求其二柱底之反力及其中各桿之應力。

提示: 採用與例題 5-5 相同之假定, 先指出應力爲零之各桿。



習題 9-5.



習題 9-6.

習題 9-6. 求此四種橋門架各桿之應力, 並作二柱及側撐之切力, 彎矩及直接應力圖。

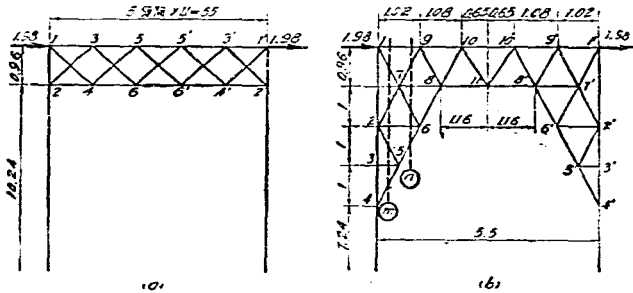
提示: (a): 側撐 $BCC'B'$ 係一縱梁, 計算時可以其重心軸至柱底之距離爲二柱之高度。

(b) 及 (c): 此二種橋門架極相似, (c) 之虛線桿均無應力。若 (b) 之

等於 $b/2$ ，則 (b) 與 (c) 完全相同。注意 (b) 之側撐受有彎矩及剪力，而 (c) 之側撐則否。

(d)：二交叉斜桿 BC' 及 $B'C$ 常假定係拉桿，故在所示之荷重下，虛線所示之 BC' 斜桿無應力。

習題 9-7. 設例題 9-5 之橋門架如附圖 (a) 或 (b) 所示，求其中各桿之應力，並作二柱之剪力，彎矩及直接應力圖。



習題 9-7.

提示：(a)：假定所有斜桿均係剛性桿，故其應力之計算，與側支撐架之斜桿相同。

(b)：注意此橋門之支撐架是靜定，如係靜不定，假定所有斜桿均係刚性桿，則截面 ⑤ 及 ⑥ 之剪力，除由斜桿 4-5-6 承受一部份外，其餘可假定由斜桿 1-7-6 及 2-7-9 平分承受。先計算斜桿 8-10 之應力，並指出應力為零之桿。

9-6. 豎支架及豎支撐之應力 於上承式橋梁之支點在下弦者，其上弦之側力必藉其兩端之豎支架而傳達於支點。於鉸梁橋及桁架橋豎支架之位置常係在圖 9-9 (a) Aa 平面之內。但於圖 9-9 (b)， Aa 係一副桿，其剛勁遠不及斜桿 aB ，故豎支架以置於 aB 平面之內為宜。同此，於桁架橋梁之支點在

上弦者，如圖 9-9 (c)，其下弦之風力亦必藉 Ab 平面內之豎支架而傳達於支點，故上承式橋梁端支架之功用，與穿越式橋梁之橋門架者相同。惟豎支架常係完全之桁架，其中各桿祇有直接應力而無彎應力及切應力，此係與橋門架不同之點。

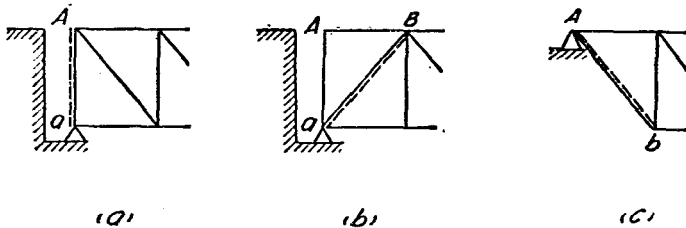


圖 9-9. 端豎支架之位置

圖 9-10 示豎支架之普通型式，最通常者為(a)之交叉斜桿式。於淺而寬之橋梁，可分為二節，如(b)，或用 K 式桁架如(c)。於深而寬之橋梁亦可用 K 式桁架，惟其二斜桿須添加支撐，如(d)及(e)。於極深之橋梁，可分為若干層，用(f)之交叉斜桿或(g)之 K 式桁架均可。

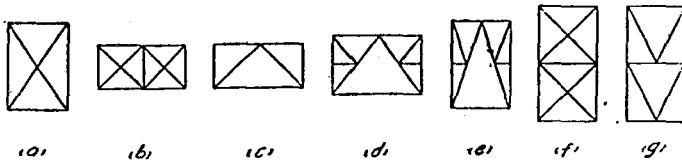


圖 9-10. 豎支架之普通型式

圖 9-11 示端豎支架之反力。於上承式橋梁之支點在下弦者，其上弦之側力包括上弦風力 P_1 ，列車風力 P_2 及機車搖

擺之影響 P_4 。其下弦之側力，僅有風力 P_2 ，如圖 9-11 (a) 所示。故支點 a' 之平分反力 H' 爲

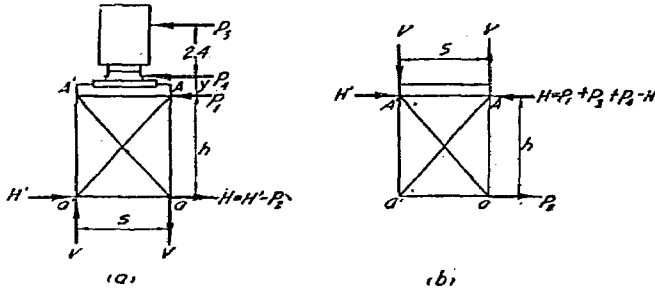


圖 9-11. 端豎支架之反力

$$H' = \frac{1}{2}(P_1 + P_3 + P_4) \longrightarrow$$

而支點 a 之平分反力 H 爲

$$H = H' - P_2 \longrightarrow$$

因 H' 常大於 P_2 ，故 H 與 H' 之指向相同，其豎分反力 V 爲

$$V = \frac{P_1 h + P_4(h+y) + P_3(h+y+2.4)}{s}$$

於上承式橋梁之支點在上弦者〔見圖 9-9 (c) 及 9-11 (b)〕，則支點 A' 之平分反力 H' 爲

$$H' = \frac{1}{2} P_2 \longrightarrow$$

而支點 A 之平分反力 H 爲

$$H = P_1 + P_3 + P_4 - H' \longleftarrow$$

因 H' 常小於 $P_1 + P_3 + P_4$ ，故 H 與 H' 之指向相反，其豎分

反力 V 爲

$$V = \frac{P_2 h}{S}$$

至其應力之計算與桁架相同。

中間豎支架或豎支撐對於橋梁之功用，於 9-1 節已述及之。若橋梁祇一弦有側支撐架時，則中間豎支架或豎支撐之功用，在將無側支撐架各節點之側力，傳達於有側支撐架弦之各節點。如是，則其應力之計算，與端支架或橋門架相似。若橋梁之上下二弦均有側支撐架，則中間豎支架或豎支撐，於橋梁之穩定既不需要，且使橋梁成爲一多次靜不定之結構，故其應力之計算，必須考慮橋梁各部之相對剛度。試以穿越式橋梁爲例，若其上下弦側支撐架之剛度相等，而跨度亦相同，則在所有側力之作用下，圖 9-12 (a) 之上下弦節點 B 及 b 之側變位亦必相等，故於實際上，祇中間豎支撐之上下側撐受有應力。惟上弦側支撐架係藉兩端之橋門架而與橋梁之支點相聯，橋門

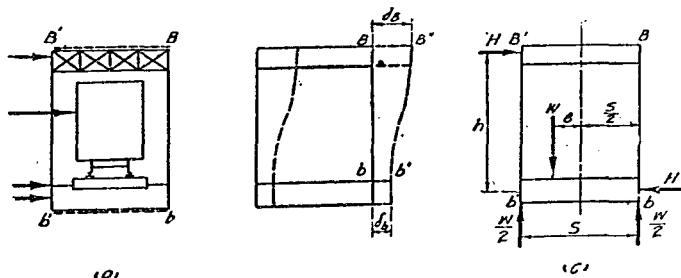


圖 9-12. 中間豎支架或豎支撐之變位

架之剛度常不及側支撐架，故上弦側支撐架之剛度常較下弦者爲小。因此在所有側力之作用下，節點 B 之側變位 δ_B 必較節點 b 之 δ_b 爲大，如圖 9—12(b) 所示，而於橋梁無活荷重時爲尤然。如是不但此中間豎支撐有應力，且將上弦節點側力之小部份，傳達於下弦。惟中間支撐架之剛度，常不及橋門架者，故其將上弦節點側力之部份傳達至下弦者，常極微小。普通常假定中間支撐架可將上弦節點側力之一半傳達於下弦，同時上下弦之側支撐架，仍按原有之側力總量設計。

計算橋梁之各種側支撐時，必須先明瞭所有側力由其作用點而達於橋梁支點之應力歷程 (stress path)。於有贅餘側支撐之橋梁，側力之分佈及其應力之歷程，可考慮各種側支撐架之相對剛度而以經驗及判斷定之。若橋梁穩定所需之各種側支撐架已按所有之側力妥爲設計，其他輔助而贅餘之支撐，可全依經驗及判斷設計之。蓋此項輔助而贅餘支撐之目的，端在增加橋梁之剛勁，故依此目的而設計，最爲適宜。

若因列車之風力或機車之搖擺影響，使每對縱梁所受之荷重不相等，或雙軌道橋梁祇一軌道有活荷重時，亦使中間支撐架發生變形而有應力。故若干橋梁規範規定中間支撐架之設計，應使橋梁受偏心活荷重時，二桁架之變位相等。因此其所承受之活荷重亦相等。圖 9—12 (c) 示一穿越式橋梁之中間支撐架，受有偏心荷重 W 。若此中間支撐架之作用，能使二桁架所受之荷重相等，即 b 及 b' 二節點之橫梁反力相等，則

節點 B' 及 b 必各有一平反力 $H = We/h$ ，而此二平反力必由上下弦之側支撐架而達於橋梁之支點。同時，上下弦相同節點之側變位亦相等。但側支撐架之剛度常極小，故中間豎支撐之此種作用，於實際上，其有效之程度頗微。若以精確之方法計算之，則所得之結論亦同。^①

9-7. 側力對於豎桁架應力之影響 於穿越式正橋（即非斜橋）之採用平行弦桁架者，側力對於豎桁架應力之影響，前此曾有三項：(1) 豎桁架之上下弦桿當作上下弦側支撐架之弦桿時在側力作用下之應力，(2) 端壓桿當作橋門架之二柱時在側力作用下之各項應力，(3) 豎桿當作中間豎支撐之二柱時在側力作用下之各項應力。此外，尚有以下二項：(4) 因上弦側力對於橋梁之傾覆力矩所生之應力，及 (5) 因列車風力及機車搖擺對於橋梁之傾覆力矩所生之應力。前者常簡稱為橋門效應 (portal effect)，後者可簡稱為傾覆效應 (overturning effect)。茲分別述之如下：

(1) 橋門效應 如圖 9-13 (a) 所示，用作橋門架二柱之端壓桿 aC 段在上弦側力之作用下有直接應力 Ph'/S ，於背風桁架為壓力，於向風之桁架為拉力。設橋梁該端之支座為輻軸支座，故祇有豎向反力，與上述直接應力之豎分應力維持平衡，至其平分應力 $(Ph'/S) \sin \gamma$ ，必由所有之下弦桿承受，則節點

① 見蔣，波，應 (Johnson-Bryan-Turneaure) 三氏所著之近世架或結構 第二卷，第 9 版，378—382 頁。

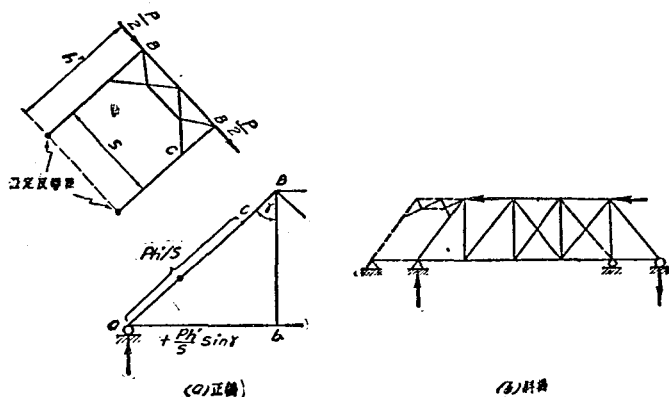


圖 9-13. 橋門架效應

a 始能維持平衡。故背風桁架下弦之全長有拉應力 $+(Ph'/S) \sin \gamma$ ，而向風桁架之全長有壓應力 $-(Ph'/S) \sin \gamma$ 。此項應力，即稱為橋門架之效應。若橋門架之型式如圖 9-13，則端壓桿 CB 段之直接應力為零，故上弦桿之此項應力為零，即使橋門架係他種型式（如例題 9-5），端壓桿 CB 段雖有直接應力，但於橋門架平面之內，節點 B 及 B' 均能有平衡（即 $\Sigma V=0$ ），如是則上弦桿之此項應力仍為零。^① 同此，上承式橋梁兩端之豎支架，即係在斜面之內，如圖 9-9 (b) 及 (c)，桁架之上下弦均無此項應力。至兩端橋門架均在豎面之內時，桁架之下弦當然不能有此項應力。

橋門架對於斜橋桁架應力之影響，除上述者外，每一桁架上弦兩端節點並各有一指向相同之平荷重，如圖 9-13 (b) 所示

① 若干英文教本，常謂上弦桿亦有因橋門架效應所生之應力，斷係錯誤。

(參閱圖 9—8(b))。此二平荷重，必使桁架中之所有主桿均有應力。

(2) 傾覆效應 如圖 9—2 所示，下承式橋梁有活荷重時，其列車風力 P_1 及機車搖擺之影響 P_4 ，必傳達於其下弦之側支撐架。因此橋梁受有一種傾覆力矩，其結果使背風桁架或鉸梁受有向下之荷重，其值為 $(P_4(y+y'') + P_3(2.4+y+y''))/S$ ，其中 y'' 等於下弦桿高度之半。向風桁架亦受有相等之向上荷重。前者使桁架或鉸梁之活應力增加，而後者則使之減少。注意列車之風力係一行動之均佈荷重，機車搖擺之影響係一行動之集中荷重，將前者之數量乘以 $(2.4+y+y'')/S$ ，後者之數量乘以 $(y+y'')/S$ ，即得一桁架或一鉸梁之豎向荷重，將此二荷重視作一桁架或一鉸梁之活荷重，即可用第八章所述之節點荷重法，求得其各節之最大活應力。計算桁架腹桿在此項活荷重下之最大應力時，並須注意其反復應力。於背風之桁架，此項活荷重使其上弦發生壓應力，下弦發生拉應力，於向風之桁架，則其上下弦之應力情形，正相反。

例題 9—6. 求例題 9—1 橋梁桁架各桿 (a) 因橋門架效應所生之應力及 (b) 因列車傾覆力矩所生之應力。

解答：

(a) 橋門效應 由例題 9—5 橋門架二柱之直接應力為 ± 5.46 。由例題 8—1 之附圖， $\sin \gamma = 7/11.4$ 。故下弦因橋門架效應所生之應力為 $\pm 5.46 \times (7/11.4) = \pm 3.3\%$ 。於背風桁架為拉力，向風桁架為壓力。

(b) 傾覆效應 列車之風力規定為每公尺 450 公斤，機車搖擺之影響規定為一集中荷重 7 公噸。由例題 9—1 得 $y'' = 0.20$ ，由例題 9—2 得 $y =$

1.35, 由是得桁架之活荷重如下:

$$\text{列車風力之節點活荷重} = 0.45 \times 7 \times \frac{2.4 + 1.35 + 0.20}{6.5} = 2.27$$

$$\text{機車振擺之活荷重} = 7 \times \frac{1.35 + 0.20}{5.5} = 1.97$$

用與例題 8-6 相似之方法, 背風桁架各桿在上列節點活荷重下之應力計算見下表, 向風桁架各桿之應力數量相同, 但正負號完全相反。

傾覆效應於背風桁架所生之應力 (例題 9-8)

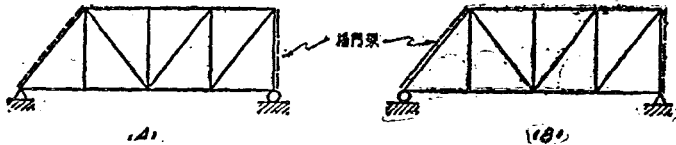
(向風桁架各桿之應力數量相同惟正負號相反)

桿	列 車 風 力	機 車 振 擺
弦 L_0L_1	$\frac{2.27 \times 2.5 \times 7}{9} = +4.41$	$1.97 \left(\frac{5}{6}\right) \left(\frac{7}{9}\right) = +1.40$
	$\frac{2.27 \times 7(2.5 \times 2 - 1)}{9} = +7.06$	$1.97 \left(\frac{4}{6}\right) \left(\frac{14}{9}\right) = +2.05$
桿 U_1U_2	$\frac{2.27 \times 7(2.5 \times 2 - 1)}{9} = -7.06$	$1.97 \left(\frac{4}{6}\right) \left(\frac{14}{9}\right) = -2.05$
	$\frac{2.27 \times 7 \times 3(2.5 - 1)}{9} = -7.95$	$1.97 \left(\frac{3}{6}\right) \left(\frac{21}{9}\right) = -2.80$
腹 U_1L_0	$2.27 \left(\frac{1+2+3+4+5}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = -7.18$	$1.97 \left(\frac{5}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = -2.09$
	$+2.27$	$+1.97$
腹 U_1L_2	$2.27 \left(\frac{1+2+3+4}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = +4.74$	$1.97 \left(\frac{4}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = +1.06$
	$2.27 \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = -0.48$	$1.97 \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = -0.42$
腹 U_2L_2	$2.27 \left(\frac{1+2+3}{6}\right) = -2.27$	$1.97 \left(\frac{3}{6}\right) = -0.99$
	$2.27 \left(\frac{1+2}{6}\right) = +1.14$	$1.97 \left(\frac{2}{6}\right) = +0.66$
腹 U_2L_3	$2.27 \left(\frac{1+2+3}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = +2.87$	$1.97 \left(\frac{3}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = +1.25$
	$2.27 \left(\frac{1+2}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = -1.44$	$1.97 \left(\frac{2}{6}\right) \left(\frac{11.4}{9}\right) = -0.84$
U_3L_3	0	0

習題 9-8. 求習題 9-1 橋樑桁架各桿 (a) 因橋門架效應所生之應力及 (b) 因列車傾覆力矩所生之應力。

提示: 參考習題 9-2 及 9-5。

習題 9-9. 附圖示二穿越式橋梁, 其一端之橋門架係在豎平面之內, 另一端者在斜面之內, 試說明其桁架因橋門架效應所生之應力。注意此二橋梁兩端支座之不同。



習題 9-9.

9-8. 側力對於非平行弦桁架應力之影響 於非平行弦之橋梁桁架, 其曲折弦之側支撐架各節間, 不同在一平面之內。因此該弦之側力對於豎桁架應力之影響, 除 9-8 節所述之五項外, 尚另有一項, 即側力之作用, 使桁架曲折弦上之諸節點, 受有豎向及平向力。因此, 桁架之諸桿又多受一種應力。於曲折弦桿傾度較大之巨大橋梁, 如高大之拱橋, 此項應力之數量較大, 故亦相當重要。但於通常之非平行弦桁架橋, 其數量較小, 故常略去不計。

曲折弦各節點之節點風荷重, 常假定係相等, 該弦側支撐架之諸節點雖不同在一平面之內, 但其節間切力之計算, 並不受其影響。故計算其各桿之應力時, 若將此曲折之側支撐架展平於一平面之內, 則斜桿應力之計算方法, 與前述關於平行弦桁架者, 完全相同, 無須贅述。

計算豎桁架之應力時，應先求得其豎向及平向之節點荷重，而此項節點荷重又與側支撐架斜桿之分應力有關，故最簡明之計算方法，係先求得斜桿於 X, Y, Z 三坐標軸之分應力。若設 X 及 Z 軸各與橋跨平行及成垂直， Y 軸係豎向，則曲折弦側支撐架各節點之力系，於 Z 軸必維持平衡。即 $\Sigma Z=0$ 。但於 X 及 Y 軸則否，而其於該二軸之不平衡合力，即成爲豎桁架之荷重。換言之，即此項不平衡之合力，必使豎桁架發生應力，庶曲折弦之各節點，始能於 X 及 Y 軸亦維持平衡。計算之方法見下列之例題。

例題 9-7. 附圖示下弦曲折之上承式桁架橋梁，設該弦之節點風荷重均爲 1，求該弦諸節點因該風力所發生之荷重。計算時假設側支撐架之斜桿，均係剛性桿。

解答：如附圖 (b) 所示，先用切力法求側支撐架諸斜桿於 Z 軸之分應力，再各乘以 $2/3$ ，即得其於 X 軸之分應力。以一豎向截面（與 Z 軸成垂直）①—①，將側支撐架隔離爲二，求諸節點於 X 軸之合力，即得於 X 軸之節點荷重。側支撐架之應力，包括在所欲求豎桁架斜桿應力之內。故求上述之合力時，不計及之。如是得向風及背風桁架下弦諸節點於 X 軸之荷重各如附圖 (a) 及 (c) 所示。又以一側向截面（與 X 軸成垂直）②—②，得橋梁之側面圖如附圖 (d) 所示。於此圖中得各斜桿於 Z 軸之分應力乘以 $2/3$ 或 $3/6$ 即各得其於 Y 軸之分應力。求各節點於 Y 軸之合力，即得於該軸之節點荷重。此項節點荷重之計算，詳見附表。注意向風及背風桁架之節點荷重均係數量相同而指向相反。若側支撐架之斜桿均係拉桿，豎桁架仍係對稱式，上述之關係即不存在。

桁架	c'	bc'	0.25↑	$\overrightarrow{0.375}$	0.125↓
		c'd	0.25↑	$\overleftarrow{0.375}$	0.125↓
		節點荷重		0	0.25 ↓
背風桁架	b	A'b	0.75↑	$\overleftarrow{1.125}$	1.125↑
		bc'	0.25↓	$\overleftarrow{0.375}$	0.125↑
		節點荷重		1.50	1.25 ↑
桁架	e	b'c	0.25↑	$\overleftarrow{0.375}$	0.125↑
		cd'	0.25↑	$\overrightarrow{0.375}$	0.125↑
		節點荷重		0	0.25 ↑

習題 9—10. 設上弦之風力為跨長每公尺 225 公斤。求習題 8—21 橋梁向風及背風桁架上弦諸節點在此風力下之節點荷重。其上弦之側支撐，係如圖 9—3(b)之交叉斜桿式，斜桿均係拉桿。

9—9. 橋梁上之縱力及其應力 當列車於橋上啓行或停止時，因車輪與鋼軌之摩擦作用，於橋梁上發生一種縱力。列車啓行時之縱力為牽輓力，列車停止時之縱力為施輓力，二者均係惰性力，故其傾度為水平，其指向與列車行動之指向相同。其施力高度在列車之重心。於普通橋梁，此項縱力所生之應力，並不甚大，故常略去不計。但於長跨橋梁，可發生較大之應力，而於塔架橋則此項縱力常極重要，不可略去。

關於鐵路橋梁所受縱力，我國規定 [212] 計算時應採用下列施輓力及牽輓力二者中之較大者。

施輓力：活荷重百分之十五 (15%)，不計其衝擊力，但不得小於每軌道每公尺 520 公斤。

牽輓力：機車主動輪全重百分之二十五 (25%)，不計衝

擊力。

其施力點應假定高出軌頂 1.8 公尺。於多軌道橋梁，祇須計算一軌道上之縱力，因列車於橋梁上啓行或停止，原屬偶爾，於多軌道橋梁，則每軌道同時均有列車啓行或停止之機會殊少，故祇按一軌道計算已足。若橋梁因桿件之連續，或摩擦之抵抗，大部份縱力可直接傳達於橋座（如三或四孔之鋪碴橋面之上承橋）；則僅宜計算上開縱力之半數。

縱力於橋梁所發生之應力有二：其一即於橋面系及荷重弦之側支撐架所發生之應力，其二即於豎桁架所發生之應力，試分述之如下。

縱力必經由軌道，縱梁及橫梁而達於主桁架，因此橫梁於水平面內受有彎曲，如圖 9—14 所示。若活荷重來自橋梁之固定端，則橫梁之此項彎曲，逐漸增加，至膨脹端之橫梁為最大。若

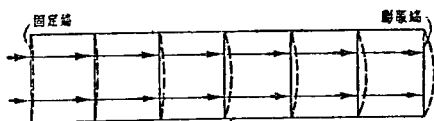


圖 9—14. 橫梁因縱力所發生彎曲

活荷重來自膨脹端，則結果正相反。若荷重弦側支撐架之斜桿與縱梁相接合，並加用二側撐 ad 及 bc ，如圖 9—4 (b) 所示，則其中之 $adef$ 成爲一桁架，稱爲縱力架 (traction frame)，如是則縱力可藉該桁架各桿之直接應力而傳達於主桁架。但側支撐架之二斜桿必加大使能承受此項另加之直接應力。如每

節間中均有二個此項縱力架，則其荷重自以一節間中之縱力爲限。但亦可隔若干節間始用一縱力架，惟用此佈置時，橫梁之彎曲，祇可減小，並不能完全免去。如橋不甚長，並可置一個此項縱力架於橋跨之中線，如圖 9—15 (a) 及 (b) 所示。圖 (a) 示側支撐架爲交叉斜桿式時縱力架之又一型式。圖 (b) 示側支撐架爲 K 式時縱力架之型式。若橫梁之深度較縱梁之深度甚大，則側支撐架之在橫梁底者，勢不能與縱梁相接合，於是或須另加縱力架於縱梁之高度，使其與側支撐架不發生關係。此項另加之縱力架，可以二個置於橋跨之中線，如圖 9—15 (c)

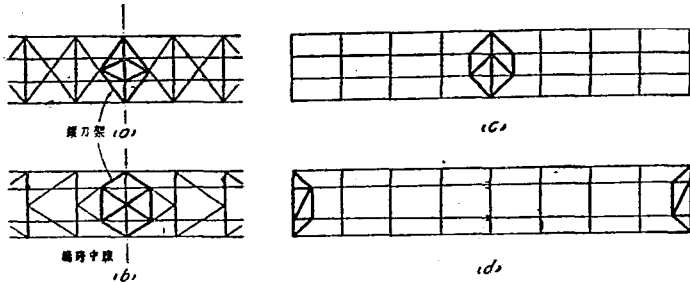


圖 9—15. 縱力架之型式

所示，亦可以一個各置於橋梁之兩端，如圖 9—15 (d) 所示。惟橋跨中線縱梁 a 及 b 二點與橫梁之接合，應用一種滑動接合，庶橋梁左右二半之縱力，可各由該端之縱力架承受。

無論縱力架之佈置如何，每節間之縱力必仍由其中縱梁之一端或二端之橫梁而傳達於主桁架。但縱梁兩端傳達於主桁架節點之縱力，各佔該節間中縱力之若干成份。換言之，即在

某種活荷重之位置時，桁架每節點所受之縱力為若干，實係一靜不定問題，無法精確計算之。桁架之節點縱力，既無法確定，則其中各桿在縱力下之最大應力，亦無法確定，自不待言。若干工程師計算桁架某桿在縱力下之最大應力時，即以該桿活應力為最大時之活荷重位置，求桁架之節點荷重，再乘以規定之縱力百分數，即作為節點縱力，而後計算該桿之應力。此法係假定節間中縱力分配於其兩端節點之方法，與豎向荷重者相同。此種算法，顯係武斷，與理論及實際均無根據，且計算時亦甚繁瑣，殊無可取之點。

桁架各桿在縱力下之應力，既不能精確計算，且其數量不大，故不妨採用下述之近似方法。譬如計算施軌力時，可取機車及列車在橋跨上之最大平均荷重，視作一均佈荷重，乘以節間長度及規定之施軌力百分數，得節點縱力。將此節點縱力依規定之高度，加於桁架所有之節點，如圖 9—16 所示，而後計算各桿之應力，即得所求各桿在施軌力下之應力。注意計算腹桿之最大應力時，亦應全橋跨均有縱力。蓋腹桿應力之大小，全視

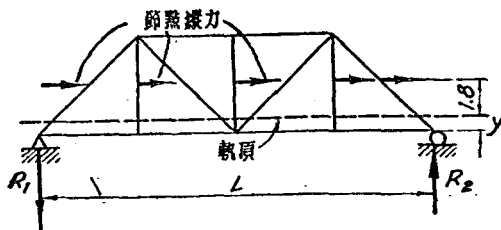


圖 9—16. 縱力對於桁架應力之影響

圖 9—16 反力 R_1 及 R_2 之大小而定，而全橋跨均有縱力時，反力 R_1 及 R_2 當然係最大。

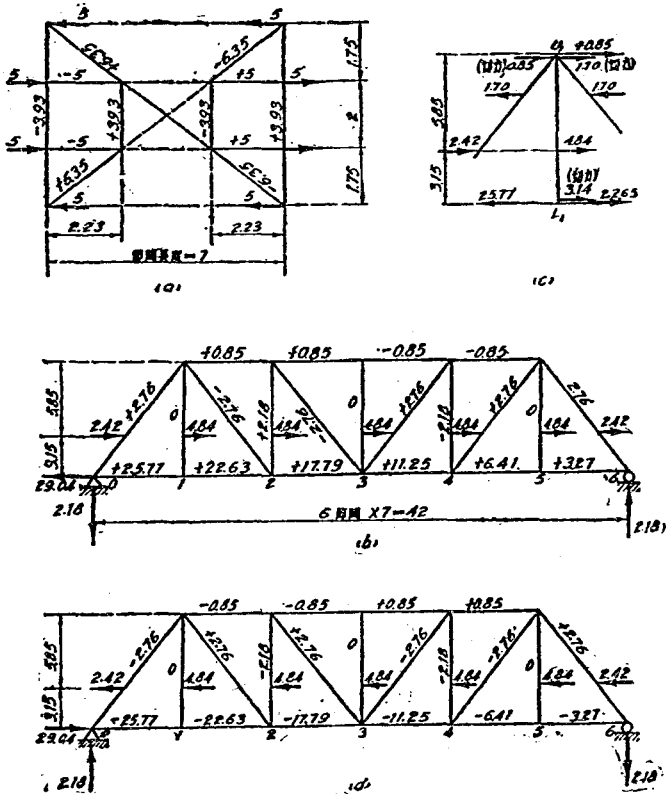
桁架在縱力下之應力，常以下弦桿為最大。若活荷重自桁架之固定端向其膨脹端行動，則所有下弦桿在縱力下之應力，均係拉力。其鄰近固定端下弦桿之應力為最大，以次逐漸減少，至鄰近膨脹端者為最小。若活荷重自桁架之膨脹端向其固定端行動，則所有下弦桿在縱力下之應力均係壓力，亦與鄰近固定端者為最大，鄰近膨脹端者為最小，其次大應力之桿，即腹桿。最小而不甚重要者，係上弦桿。此可由下列之列題 9—8 證明之。

我國規定鐵路橋梁之縱力，應為施軌力及牽軌力二項中之較大者，施軌力規定為活荷重百分之十五，而牽軌力規定為機車主動輪重百分之二十五。試就中華二十級活荷重而論，每一機車有四主動輪，每輪之軸重為 20 公噸，故四主動輪之軸重共為 80 公噸。以百分之二十五計，則其牽軌力共為 20 公噸。施軌力為每輪軸重之百分之十五，計 3 公噸，故七輪之施軌力即超過牽軌力，而七輪所佔之長度為 11.5 公尺（導輪不計入）。因此，如橋梁受縱力之長度在 11.5 公尺以下時，則牽軌力大於施軌力。反是，如橋梁受縱力之長度等於或大於 11.5 公尺時，則施軌力大於牽軌力。無論活荷重為中華二十級或十六級，若施軌力規定為活荷重百分之十五，則在任何情形之下，每軌道之施軌力皆大於每公尺 520 公斤，故此項最小限度之規

定，顯無必要。

例題 9-8. 橋梁之情形與例題 8-1 相同。(a) 設每節間中均有與圖 9-4 (b) 相同之縱力架，求其中各桿之應力。(b) 求桁架各桿在縱力下之最大應力。

解答：(a) 受桿力之長度為節間之長度 7 公尺，小於 11.5 公尺，故縱



例題 9-8.

力應採用較大之牽動力，則每節間每軌道之牽動力 $= 0.25 \times 4 \times 20 = 20$ 公噸，假設此項縱力由該節間中之二個縱力架平分承受，則縱力架之節點荷重為 5 公噸。由此得其各桿之應力如附圖 (a) 所示，其應力之計算，自不必解釋。

(b) 橋梁之長度為 42 公尺，而機車荷重之長度為 41 公尺 (見表 X)，其二十級之總重量為 380 公噸，再加一公尺之列車均重 7 公噸，得橋跨最大之活荷重 387 公噸，如是則每桁架每節點之應力為

$$\frac{387 \times 0.15}{2 \times 6} = 4.84 \text{ 公噸}$$

設橋梁之左端為固定端，活荷重自左向右行動，由例題 9-2，得圖 9-16 中 y 之值為 1.85，加 1.8 得 3.15，即縱力加於桁架之高度，如附圖 (b) 所示。由此得桁架左端之平反力 $= 4.84 \times 6 = 29.04$ 公噸。其兩端之豎反力 $= 29.04 \times 3.15 \div 42 = 2.18$ 。以 U_1 為矩心，用 $\Sigma M = 0$ ，得下弦桿 L_0L_1 及 L_1L_2 之應力如下：

$$L_0L_1 = 29.04 - 2.18 \times \frac{7}{9} - 2.42 \times \frac{5.85}{9} = +25.77 \text{ 公噸}$$

$$L_1L_2 = 29.04 - 2.18 \times \frac{7}{9} - (2.42 + 4.84) \frac{5.85}{9} = +22.63 \text{ 公噸}$$

其上弦桿應力之計算法相同，答案見附圖 (b)，上弦桿 U_1U_2 之應力如下：

$$U_1U_2 = 2.18 \times \frac{14}{9} - (2.42 + 4.84) \frac{3.15}{9} = +0.85 \text{ 公噸}$$

$$U_2U_3 = 2.18 \times \frac{21}{9} - (2.42 + 2 \times 4.84) \frac{3.15}{9} = +0.85 \text{ 公噸}$$

其餘上弦桿 U_3U_4 及 U_4U_5 之應力均為 -0.85 ，如附圖 (b) 所示。注意因節點縱力係假設加於桁架豎桿及端壓桿之中部，故該二種桿之上下二端亦應假設有切力。因此校核每節點是否合 $\Sigma H = 0$ 之條件時，必須將此項切力計入。附圖 (c) 示節點 U_1 及 L_1 所有平力系，與 $\Sigma H = 0$ 之條件正相符。斜桿及豎桿之應力，均用切力法計算，無須解釋。

若桁架之固定端仍在左端，而活荷重自右向左行動，如附圖 (d)，則桁架各桿應力之數量與附圖 (b) 所示者相同，惟正負號相反。

習題 9-11. 橋梁之情形與習題 8-10 相同，(a) 設每節間中均有與圖 9-4 (b) 相同之縱力架，求其中各桿之應力。(b) 求桁架各桿在縱力下之最大

應力。

提示：注意該橋係一雙軌道橋梁，惟依我國之規定，祇須計算一軌道之縱力。因縱力不在橋梁之中線，故每一桁架所受之縱力，並不等於一軌道縱力之半數。計算桁架各桿之應力時，應假定該桁架係較近於受有縱力之軌道者。

9—10. 曲線上橋梁之淨空及寬度 圖 9—17 示一鐵路之圓弧曲線 ACB 。 AB 弦之長為 l ，其半徑為 r ，矢為 f ，圓中心 O 點之角度為 D 。我國規定^①圓弧曲線之彎度，以對於 20 公尺弦之中心角度 D 計。設 $D=1$ 度，則半徑 r 之值如下：

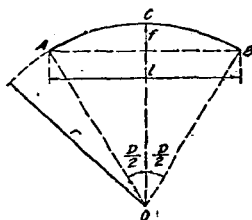


圖 9—17. 鐵路之圓弧曲線

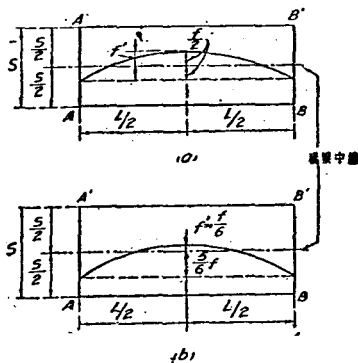


圖 9—18. 曲線上上承式橋梁之寬度

$$r = \frac{10}{\sin 0.5} = 1,145.98 \text{ 公尺}$$

若彎度 D 甚小，則正弦與其角度成正比例，

$$r = \frac{1,145.98}{D} \text{ 公尺} \quad (9-10)$$

① 美國規定曲彎度 D 以弦長 100 英尺計，此點與我國不同。

矢之值爲

$$(9-11) \quad f = r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}$$

若 Γ 小於約 15° 度時，則矢 m 之近似值，可用下列方程計算

$$(9-12) \quad f = \frac{l^2}{8r} = \frac{Jl^2}{9167.44} = 0.000,109,082 Dl^2$$

至其他任何點圓弧曲線與弦間之高度，可假設曲線係一拋物線，用圖 4-14 之方法求之。

於曲線上之上承式橋梁，若以橋跨爲弦長之矢大於 75 公厘（橋跨較短時）至 150 公厘（橋跨較長時），則橋梁之寬度 S 應較在直線上時之寬度 S_0 至少增加矢 f 之值。若橋梁之中線將矢之值 f 均分爲二，如圖 9-18 (a)，則

$$(9-13) \quad S = S_0 + f$$

若橋梁之中線與曲線頂點之距離 f' 爲 $f/6$ ，如圖 9-18 (b)，則

$$(9-14) \quad S = S_0 + \frac{5}{3}f$$

圖 9-18 所示之二種佈置，(a)式之橋寬較小於 (b) 式。如採用 (b) 式，則活荷重爲均佈荷重時，二主梁 AB 及 $A'B'$ 跨中點之最大彎矩相等〔參閱方程 (9-41)〕。若欲使二主梁 AB 及 $A'B'$ 在均佈荷重下之最大反力相等，則 $f' = f/3$ 〔參閱方程 (9-43)〕。惟上述二項結果，祇計及軌道彎曲之影響，至外軌超高 (super-elevation of outer-rail) 及離心力 (centrifugal force)

之影響，並未計入。此三式各有優劣，但我國則規定 $f' = f/2$ ，以期劃一[106，第一附則]。

曲線上穿越式橋梁之寬度，視所需要之淨空及 f' 之值而定。依我國規定直線上穿越式鐵路橋梁之最小淨空如圖 9—19 所示。其中之虛線示車輛之大約尺寸。其上部之空位係備特高貨車之通過。其兩端之空位係備向外開之車門，偶然啓開。於曲線上之橋梁，因軌道之彎曲使車輛中線向內移動，並

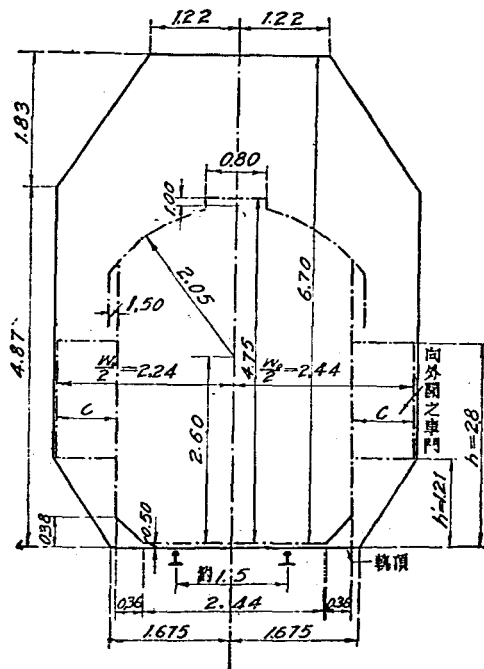


圖 9—19. 直線上橋梁之最小淨空

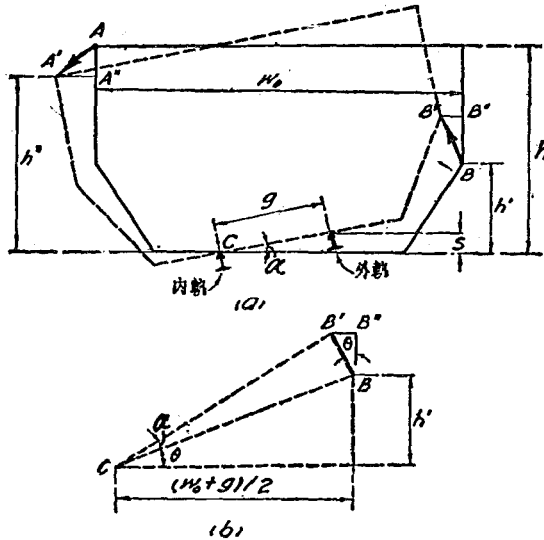


圖 9—20. 淨空圖因外軌超高之內傾側

因外軌之超高，使車輛靠內軌一邊之最高點向內傾側，故圖 9—19 最小淨空之寬度 w_0 ，必須加大。車輛之向內傾側，應依淨空圖高度為 h （見圖 9—19）之下部計算之。如圖 9—20 (a) 所示，淨空圖因外軌超高 s 使其向內傾側，即淨空圖繞 C 點而轉動一 α 角度。因此 B 移至 B' ，而 A 移至 A' 。設 g 為二軌間之中心距，因 α 角度不大，故 $\alpha \approx s/g$ 。如圖 9—20 (b) 所示，

$$BB' \approx BC(\alpha) = BC\left(\frac{s}{g}\right)$$

$$B'B'' = BB' \sin \theta = \frac{sh'}{g}$$

$$BB'' = BB' \cos \theta = \frac{s(w_0 + s)}{2g}$$

同此

$$A'A'' = \frac{sh}{g}$$

$$AA'' = \frac{s(w_0 - s)}{2g}$$

故 A' 點量自軌頂之豎高度 h'' 爲

$$h'' = h - \frac{s(w_0 - s)}{2g}$$

如圖 9—21 所示，設 L_a 爲車輛之長度， L_b 爲車輛轉向架 (bogie trucks) 之中心距， L_c 爲桁架於圖 9—20 (a) A' 高度之最大長度， f_a , f_b , 及 f_c 各等於弦長爲 L_a , L_b 及 L_c 之矢。車輛之寬度應以圖 9—20 淨空圖之寬度 w_0 計。如祇顧及車輛中線因軌道彎曲而發生之向內移動，則所需之淨空之增大寬度，如圖 9—21 (b) 之 BA 。若再顧及圖 9—20 所示之淨空圖因外軌超高之向內傾側，則所需淨空之寬度，變成如圖 9—21 (b) 之 $B'A'$ 。圖 9—21 (a) 及 (b) 中之 A, A', B , 及 B' 諸點之位置，與圖 9—20 (a) 之 AA' 及 B' 諸點之位置互有關係。設 M 及 N 爲軌道中線於橋跨中線各與淨空外線及內線之距離，則

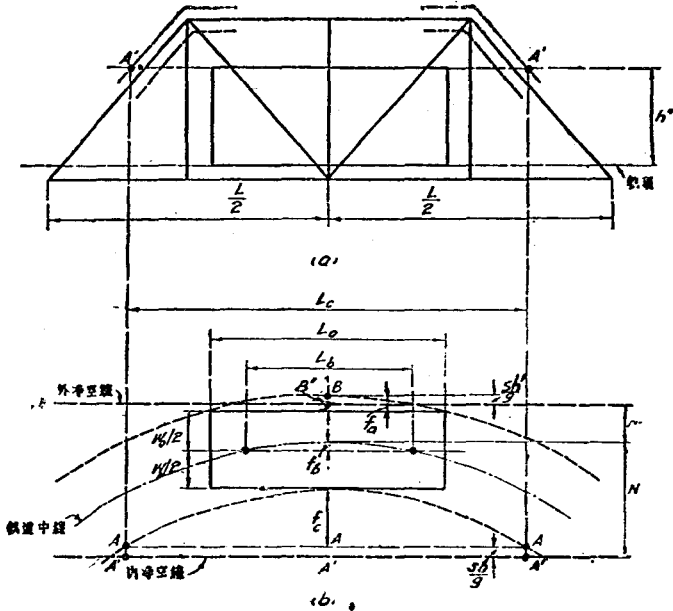


圖 9-21. 曲線上橋梁淨空之寬度

$$(9-15) \quad M = \frac{w_0}{2} + f_a - f_b - \frac{sh'}{g}$$

$$(9-16) \quad N = \frac{w_0}{2} + f_b + f_c + \frac{sh}{g}$$

我國規定 [106] $L_c = 26$ 公尺 (85 英尺), $L_b = 18$ 公尺 (60 英尺), 車門向外啓開時其上方超出軌頂之高度 h 爲 2.8 公尺, 於標準軌距 (4 英尺 8.5 英寸或 1.4351 公尺) 之軌道, 其二軌之中心距 g 約爲 1.5 公尺 (參閱習題 2-7 之附圖所示軌頂之寬度), 外軌超高度 s 以 0.125 公尺計 (解釋見 9-11 節),

如是,則

$$f_a = 0.000,109,082 \times \overline{26} D^2 = 0.07874D$$

$$f_b = 0.000,109,082 \times \overline{18} D^2 = 0.03534D$$

$$\frac{sh'}{g} = \frac{0.125 \times 1.21}{1.5} = 0.101$$

$$\frac{sh}{g} = \frac{0.125 \times 2.80}{1.5} = 0.233$$

$$\frac{w_0}{2} = 2.440$$

代入方程 (9-15) 及 (9-16) 中,則

$$M = 2.339 - 0.0384D \quad (9-17)$$

$$N = 2.673 + 0.03534D + f_c \quad (9-18)$$

我國規定 [106, 第一附則] 正橋及斜橋淨空之寬度如圖 9-22 所示,其中

$$x = f_b = \frac{40.5}{r} = 0.03534D \quad (9-19)$$

$$y = \frac{sh}{g} = 0.233 \quad (9-20)$$

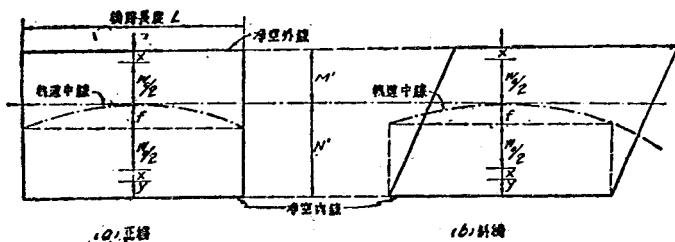


圖 9-22. 我國規定之淨空圖之寬度

並以橋跨長度 L 當作 L_c ，則 $f_c=f$ ，同時假設

$$f_0 - f_s = 0.0384D \approx x$$

且將方程(9-15)中之 sh/g 略去，則方程(9-15)及(9-16)中之 M 及 N 各變為 M' 及 N' ，如圖 9-22 所示，

$$(9-21) \quad M' = \frac{w_0}{2} + x = 2.44 + 0.03534D$$

$$(9-22) \quad N' = \frac{w_0}{2} + f + x + y = 2.673 + 0.03534D + f$$

由是可知，我國之規定，祇係根據近似之計算，但所得之淨空寬度常有餘裕。蓋 f 既大於 f_c ，且以 $x=0.03534D$ 當作 $0.0384D$ 時，寬度所減少者為 $0.00306D$ ，而略去 sh/g 一項時，寬度所增加者為 0.101 。若曲線彎度 D 小於 33 度時，則寬度之增加大於其減少。因曲線彎度決不能大於 33 度，故方程(9-21)及(9-22)所得之結果，常綽有餘裕。

於半穿越式橋梁，若其上弦桿之頂超出軌頂之高度大於 2.8 公尺，或其上翼緣之頂超出軌頂之高度大於 1.21 公尺時，則淨空寬度之計算與穿越式橋梁相同。否則方程(9-15)及(9-16)中之 h' 及 h ，均應各採用其上弦桿及上翼緣之頂超出軌頂之高度，而計算 f_c 時之 L_c ，應採用其上弦桿或上翼緣頂之總長度。

於曲線上有軌道之橋梁，其淨空之寬度，不難以相似之方法求之。但我國規定兩軌道間之中心距，不得小於 4 公尺 [106]。

曲線上橋梁之寬度(即二主梁之中心距)視上述之淨空及橋梁縱向中線與軌道中線頂點間之距離(即圖 9-18 中 f' 之值)而定。觀圖 9-21 (b) 可知橋梁中線與內淨空線之距離較其與外淨空線者為大,前者之值為

$$N - f' = -\frac{w_0}{2} + f_b + f_c + \frac{sh}{2} - f' \quad (9-23)$$

橋梁淨空一半之增加為 $f_b + f_c + \frac{sh}{2} - f'$, 故

$$\frac{S}{2} = \frac{S_0}{2} + f_b + f_c + \frac{sh}{2} - f' \quad (9-24)$$

$$\text{或} \quad S = S_0 + 2(f_b + f_c + \frac{sh}{2} - f') \quad (9-25)$$

以我國所規定之值代入,則

$$S = S_0 + 0.467 + 0.07068D + 2(f_c - f') \quad (9-26)$$

依我國所規定之近似計算法及 $f' = f/2$, 則

$$S = S_0 + 0.467 + 0.07068D + f \quad (9-27)$$

$$\text{即} \quad S = S_0 + 2y + 2x + f \quad (9-28)$$

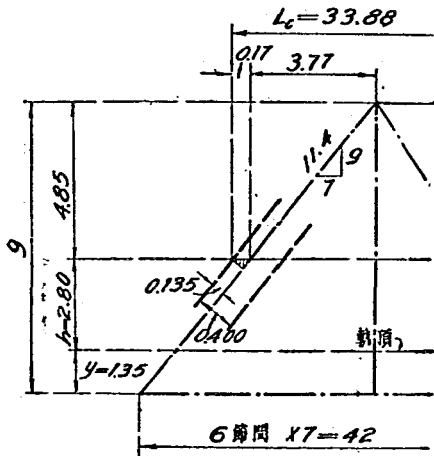
觀圖 9-22, 則方程 (9-27) 或 (9-28) 之意義,極為明瞭。

例題 9-9: 設例題 8-1 之穿越式鐵路橋梁,係在彎度為 4 度之曲線上,依我國之規定,求其淨空及寬度之精確及近似值。設 $S_0 = 5.5$ 公尺及 $f' = f/2$ 。

解答: 端壓桿之寬度為 0.400 公尺,係採自例題 8-1。設其上蓋板之上面與該桿重心軸之距離為 0.135, 如附圖所示,求得 L_c 之值如下:

$$L_c = 4 \times 7 + 2 \left(4.85 \times \frac{7}{9} + 0.135 \times \frac{11.4}{9} \right) = 28 + 2(0.377 + 0.17) = 35.58$$

$$f_c = 0.060, 109, 082 (35.58)^2 (4) = 0.582 \text{ 公尺}$$



例題 9-9.

用方程(9-17)及(9-18), 則

$$M = 2.339 - 0.0384 \times 4 = \underline{2.185} \text{ 公尺}$$

$$N = 2.673 + 0.03534 \times 4 + 0.562 = \underline{3.376} \text{ 公尺}$$

$$f' = \frac{f}{2} = \frac{0.000,109,062(42)^2(4)}{2} = 0.385 \text{ 公尺}$$

用方程(9-26), 則

$$S = 5.5 + 0.467 + 0.07068 \times 4 + 2(0.562 - 0.385) = \underline{6.604} \text{ 公尺}$$

如用我國規定之近似法, 則

$$M' = 2.44 + 0.03534 \times 4 = \underline{2.58} \text{ 公尺}$$

$$N' = 2.673 + 0.03534 \times 4 + 2 \times 0.385 = \underline{3.58} \text{ 公尺}$$

用方程(9-27), 則

$$S' = 5.5 + 0.467 + 0.07088 \times 4 + 2 \times 0.385 = \underline{7.020} \text{ 公尺}$$

習題 9-12. 設習題 8-10 之穿越式鐵路橋梁, 係在彎度為 5 度之曲線上。依我國之規定, 求其淨空及寬度之精確及近似值。

習題 9-13. 設一半穿越式車軌道之鐵路橋梁, 跨長為 20 公尺, 二

板梁之中心距為 5 公尺，蓋板之寬度為 0.83 公尺，上翼緣蓋板之頂超出軌頂之高度為 0.850 公尺。設此橋梁在彎度為 3 度之曲線上，而 $f' = f/2$ ，求其淨空及寬度之精確值。

9—11. 曲線上橋梁之應力 計算曲線上橋梁之應力時應考慮之荷重情形有三項：(1)因軌道彎曲之偏心荷重，(2)因外軌超高之偏心荷重，及(3)離心力。圖 9—23 (a) 示第 (1) 項之荷重情形，圖 (b) 示第 (1) 及 (2) 項之聯合荷重情形，圖(c) 示

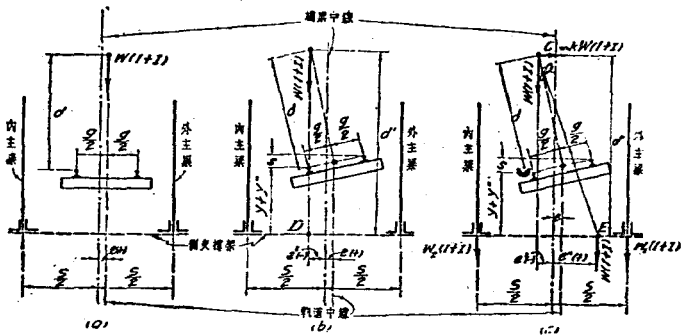


圖 9—23. 曲線上橋梁之荷重情形

所有三項之聯合荷重情形。於圖(c)中，離心力 C 必由荷重弦之側支撐承受，故離心力 C 對於橋梁亦有傾覆力矩作用，與列車風力相同。將豎向荷重 W 及離心力 C 之合力於其作用線與側支撐平面之交點 E 仍分解為平豎二分力，則 W 及 C 對於橋梁之影響，可以 W 置於 E 點表之。故曲線上橋梁之所有荷重情形，均可以偏心荷重表之。圖 9—23 (b) 之 D 點及 (c) 之 E 點，稱為荷重點。為以後之計算方便起見，所有偏心

外軌超高之作用，係藉以免去車輪因離心力對於外軌之側壓力。故外軌超高度之多寡，應使離心力與豎向活荷重之合力，經過軌道之中心而定，如圖 9—24 所示。

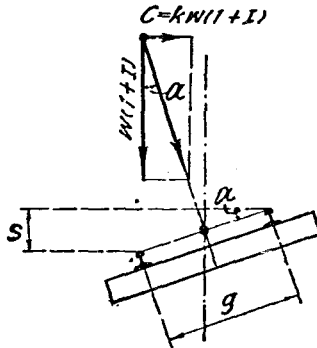


圖 9—24. 外軌之超高與離心力之關係

$$\tan \alpha = K$$

$$\sin \alpha = \frac{s}{g}$$

因 α 之角度常甚小，故可假定 $\tan \alpha = \sin \alpha$ ，如是則

$$s = Kg \quad (9-31)$$

計算離心力時，自應以 V 之最大值為準。若計算外軌超高時亦用 V 之最大值，則行車之速率較低時，必使車輪對於內軌發生側壓力，因而有出軌之虞。故計算外軌超高時所用之速率 V ，應較計算最大離心力時所用者為小，軌道二軌之中心距 g 約為 1.5 公尺，依方程 (9—31) 及表 XIX 則 $s=0.15$ 公尺。但我國規定 [106] $s=0.125$ 公尺。即計算外軌超高時所用

之速率，約為計算離心力時所用最大速率之 91%。

圖 9—25 示橋梁上外軌超高之設置法。其中 (a), (b) 及 (d) 三種，通常用於軌道彎度不超過 3 度者。

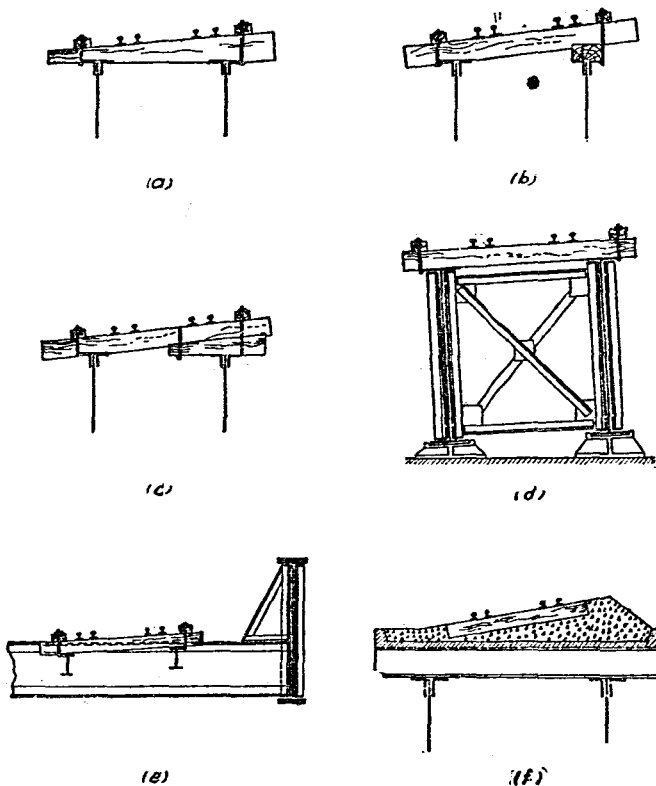


圖 9—25. 橋梁上外軌超高之設置法

計算曲線上橋梁應力時，應先求得內外主梁所受之荷重，由

圖 9-23 可得

$$\begin{aligned} e' &= e - \frac{sd}{g} \\ e'' &= e' + d' \tan \alpha \\ &= e - \frac{sd}{g} + d'k \end{aligned} \quad (9-32)$$

其中 d' 之近似值爲

$$\begin{aligned} d' &= d + \frac{s}{2} + y + y'' \\ &= 1.86 + y + y'' \end{aligned} \quad (9-33)$$

y 及 y'' 之意義見圖 9-2。由方程(9-32)可知圖 9-23(c)中偏心距 e'' 之值實包含因軌道彎曲, 外軌超高, 及離心力三項所致之偏心距。

設 $W_1(1+I)$ 及 $W_2(1+I)$ 各等於外內主梁所受活荷重及衝擊力 $W(1+I)$ 之部份。由圖 9-23(c), 則

$$\begin{aligned} W_1(1+I) &= W(1+I) \left(\frac{\frac{S}{2} + e''}{S} \right) = \frac{W(1+I)}{2} \left(1 + \frac{2e''}{S} \right) \\ &= \frac{W(1+I)}{2} \left(1 + \frac{2e}{S} - \frac{2sd}{Sg} + \frac{2d'k}{S} \right) \end{aligned} \quad (9-34)$$

同此,

$$\begin{aligned} W_2(1+I) &= \frac{W(1+I)}{2} \left(1 - \frac{2e''}{S} \right) \\ &= \frac{W(1+I)}{2} \left(1 - \frac{2e}{S} + \frac{2sd}{Sg} - \frac{2d'k}{S} \right) \end{aligned} \quad (9-35)$$

依我國規定, $s=0.125$ 公尺, $d=1.8$ 公尺, $g=1.5$ 公尺。若

軌道彎度 D 大於 1 度時, $k=0.1$, 則方程 (9-34) 及 (9-35) 可寫成

$$(9-36) \quad W_1(1+I) = \frac{W(1+I)}{2} \left(1 + \frac{2e}{S} - \frac{0.3}{S} + \frac{0.2d'}{S} \right)$$

$$(9-37) \quad W_2(1+I) = \frac{W(1+I)}{2} \left(1 - \frac{2e}{S} + \frac{0.3}{S} - \frac{0.2d'}{S} \right)$$

於方程 (9-34) 至 (9-37) 括弧中之第一項 "1" 表示軌道爲直線時每一主梁所受之荷重。其後三項各示因軌道彎曲, 外軌超高, 及離心力所增減之荷重。其第二及第三項之數量甚小, 惟第四項較大, 其作用且使內主梁所受之荷重減少。惟計算內主梁之最大應力時, 是否應將離心力略去不計, 未可一概而論。因離心力如略去, 則衝擊力亦須略去, 二者皆列車停止於橋上之情形也。如是, 則內主梁所受之荷重變爲

$$(9-38) \quad W_2 = \frac{W}{2} \left(1 - \frac{2e}{S} + \frac{0.3}{S} \right)$$

故計算內主梁之最大應力時, 離心力是否應略去, 須視方程 (9-38) 之值是否大於方程 (9-37) 之值而定。於荷重弦之弦桿, 並須顧及其當作側支撐架弦桿在離心力下之應力。普通言之, 衝擊力常大於離心力, 故計算內主梁之最大應力時, 衝擊力及離心力常須計入。

於方程 (9-34) 至 (9-32) 之括弧中, 除第一第三及第四項於橋梁之全跨中係恆數外, 第二項中之偏心距 e 係變數, 且有正負號之區別。故無論活荷重之分佈如何, 計算橋梁因外軌

超高及離心力所增減之應力時，祇須將該橋梁軌道為直線時之應力，各乘以 $2sd/Sg$ (或 $0.3/S$) 及 $2d'k/S$ (或 $0.2d'/S$)。但計算橋梁因軌道彎曲所增減之應力時，如活荷重係若干集中荷重(如機車荷重)，則因 e 非一恆數，故步驟較為繁瑣。惟此項因軌道彎曲所增減之應力數量甚微，故計算時可用相當均佈荷重或代替荷重以代替之。至橋梁某部應力為最大時之活荷重位置，常假定係與軌道為直線時相同，計算時可用節點荷重法。至 e 之值，用節點上 e 之值，或用節點兩相隣節間中 e 之平均值，均無不可，所差甚微。

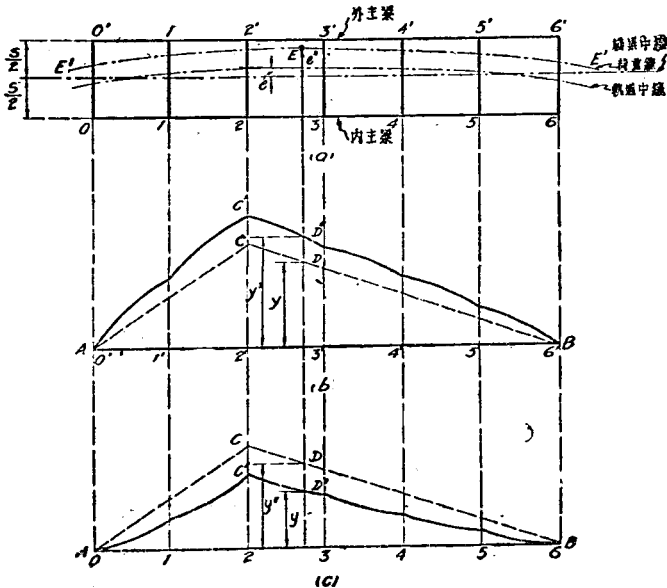


圖 9-26 曲線上橋梁之應力感應圖

曲線上橋梁之應力，亦可用感應圖求之。圖 9—26 (a) 示曲線上橋梁之平面圖。其中之 $E'E'$ 線稱為荷重線，即圖 9—23 (c) E 點於橋跨上之軌迹。如欲求其外主梁節點 2' 之彎矩感應圖，先假設軌道為直線，其中線與橋梁之中線相合，得感應圖如圖 9—26 (b) 之 ACB 。如方程 (9—34) 所示，將所有之豎距 y 均乘以 $1+2e''/S$ ，得 y' 之值，故

$$(9-39) \quad y' = y \left(1 + \frac{2e''}{S} \right)$$

即軌道為曲線時感應圖 $AC'B$ 之豎距。注意如方程 (3—33) 所示 e'' 包括 e , sd/g 及 $d'k$ 三項，其中任何項可以略去不計。因 e 值之改變係一曲線，故該感應圖亦係由曲線所組成。同此，圖 9—26 (c) 之 $AC'B$ 示內主梁節點 2 之彎矩感應圖，惟

$$(9-40) \quad y' = y \left(1 - \frac{2e''}{S} \right)$$

於圖 (b) 及 (c) 中，任何同一截面實線與虛線間之豎距常相等。如圖 (b) 之 DD' 等於圖 (c) 之 DD' 。蓋二者均等於 $2e''y/S$ 也。此法用以計算曲線上之斜橋，尤為便切。

若活荷重為均佈荷重，則橋梁因軌道彎曲（即 e 之影響）所增減之應力，可用微積分以精確算之。設 M_x 及 V_x 各為橋梁無橫梁而軌道為直線時任何截面之最大彎矩及剪力。 M'_x 及 V'_x 各為同一橋梁而軌道為彎曲時同一截面之最大彎矩及剪力。依康 (Kommerell) ① 氏之計算，則

① 康氏之結果係於 1923 年於德國某工程期刊中發表，見柏 (Bleich) 氏所著鋼橋之理論及計算，407—412 頁。本書所列舉結果之方法，較原書為簡核。

$$M'_x = \pm \frac{2}{S} \left[f' - \frac{f}{3} + \frac{2fx(L-x)}{3L^2} \right] M_x \quad (9-41)$$

$$V'_x = \pm \frac{2}{S} \left[f' - \frac{f}{3} + \frac{2fx(2L-3x)}{3L^2} \right] V_x \quad (9-42)$$

其中 f' 及 f 之意義，如圖 9-18 所示。至於括弧前之加減號，於外主梁用加號，於內主梁用減號，與方程 (9-34) 及 (9-35) 括弧內第二項之符號相同。

使方程 (9-24) 中之 x 等於零，則該方程可用計算端切力或反力因軌道彎曲之增減。設 R 及 R' 各為軌道係直線及彎曲時之最大反力，則

$$R' = \pm \frac{2}{S} \left[f' - \frac{f}{3} \right] R \quad (9-43)$$

方程 (9-42) 亦可約略用以計算橋梁有橫梁時之節間切力。圖 9-27

(a) 示橋梁有橫梁時某節間切力為最大時之活荷重位置。由方程 (7-30)，則該節間之最大切力 V 為

$$V = \frac{n^2}{2(m-1)} wp$$

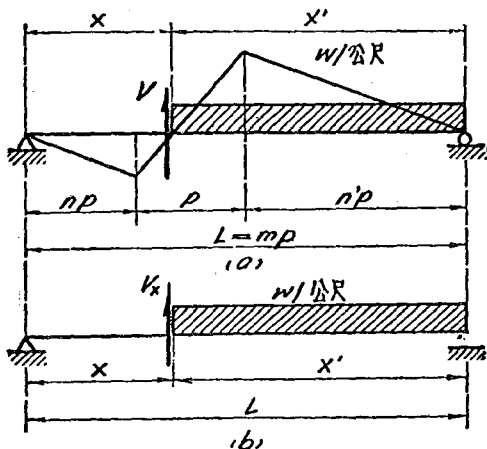


圖 9-27. 最大節間切力與最大截面切力之關係

設活荷重位置不變而橋梁係無橫梁者，則截面 x 之最大剪力 V_x ，為

$$V_x = \frac{wx^2}{2mp}$$

由方程(7-15)則

$$x' = \frac{m}{m-1} n'p$$

故(9-44)

$$V_x = \frac{mn'^2}{2(m-1)^2} wp$$

比較方程(9-44)與(7-30)，則

$$(9-45) \quad V = \frac{m-1}{m} V_x$$

由是可知，如將方程(9-42)乘以 $(m-1)/m$ ，即可用以求最大節間剪力，其中 x 之值如下：

$$(9-46) \quad \begin{aligned} x = L - x' &= mp - \frac{m}{m-1} n'p \\ &= \frac{m}{m-1} np \end{aligned}$$

如計算時用相當均佈荷重，則方程(9-41)，(9-42)，及(9-47)中之 M_x 及 V_x ，各等於軌道為直線時在相當均佈荷重下之彎矩及剪力，亦即軌道為直線時在機車荷重下之彎矩及剪力。蓋相當均佈荷重之求法，即根據二者之值相等之原則。於方程(9-42)中，如 V_x 係節間剪力，則 V'_x 亦係節間剪力，自不必再依方程(9-45)乘以 $(m-1)/m$ 之值，其理由至為顯然。以方程(9-46)中 x 之值代入方程(9-42)，並化簡，即得

$$(9-47) \quad V'_x = \pm \frac{2}{S} \left[f' - \frac{f}{3} + \frac{2fn(2n'-n)}{8(m-1)^2} \right] V_x$$

其中 m, n 及 n' 之意義，見圖 9-27 (a)。方程(9-41)，(9-42) 及 (9-47) 當然可用之以求桁架之弦桿及腹桿的應力。副桿最大應力因軌道彎曲之增減，當然與最大橫梁之反力相同，計算時亦用 e 之平均值，與上述求節點荷重之法相同。

二主梁之荷重弦或荷重翼緣，同時當作該弦側支撐架之弦桿，以抵抗離心力，故其應力亦須計算。離心力等於 $k(1+I)$

乘活荷重，故側支撐架之最大節點彎矩及最大節間切力，即各等於 $2k(1+I)$ 乘每一主梁在活荷重下相同節點之最大彎矩及相同節間之最大切力。若支撐架之斜桿係拉桿，弦桿之應力即等於其矩心節點之彎矩除以二主梁之中心距。若支撐架之斜桿係剛勁桿，弦桿之矩心在其節間之中線上（見圖 9-5），故其應力等於兩端節點彎矩之平均值，除以二主梁之中心距。至斜桿之應力，則依上得之節間切力計算，不必贅述。

於曲線上之橋梁，外主梁之應力常大於內主梁，但設計時常使二主梁相同。惟有時內主梁某部之應力大於外主梁時，則該部之設計，仍以該項較大之應力為準。

曲線上橋梁中縱梁之佈置有二法。若軌道之彎曲不大，可將縱梁之中心距較軌道為直線時者加寬，約等於 f 之值。使每邊之縱梁均在一直線上，縱梁間之中線，並將矢 f 之值均分為二，如圖 9-28 (a) 所示。若軌道之彎曲較大，可將相隣節間中縱梁之位置，加以偏移，以適應軌道之彎曲，如圖 9-28 (b) 所示。若軌道之彎曲太大，可使縱梁之佈置隨軌道而彎曲，如圖 9-28 (c) 所示。

內外縱梁因軌道彎曲，外軌超高，及離心力所受活荷重之計算，與主梁相似，故亦可用方程 (9-34) 及 (9-37)。其中 $d' =$ 活荷重重心超出縱梁之高度， $S =$ 縱梁間之距離，如圖 9-29 所示。於縱梁之佈置如圖 9-28 (a) 時， e 之值可採用其節間

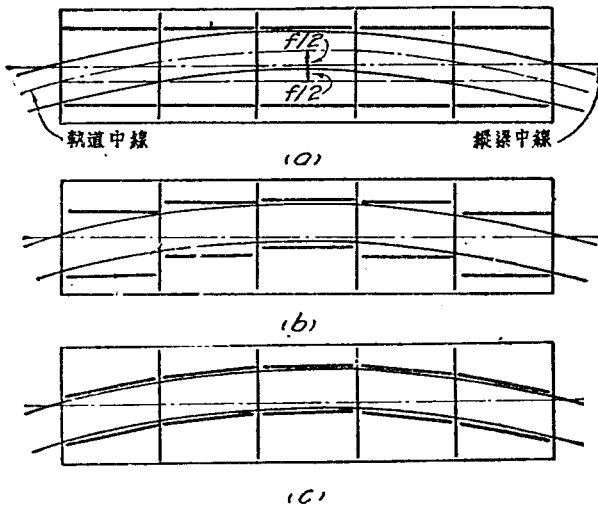


圖 9—28. 曲線上橋梁中縱梁之佈置

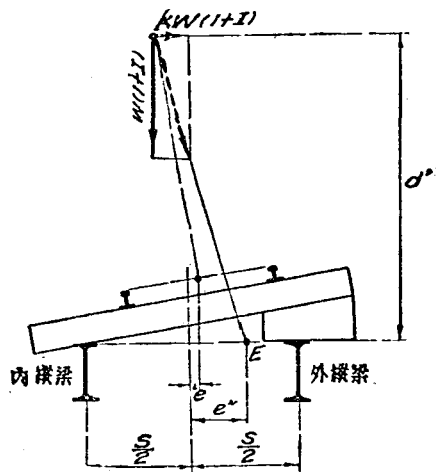


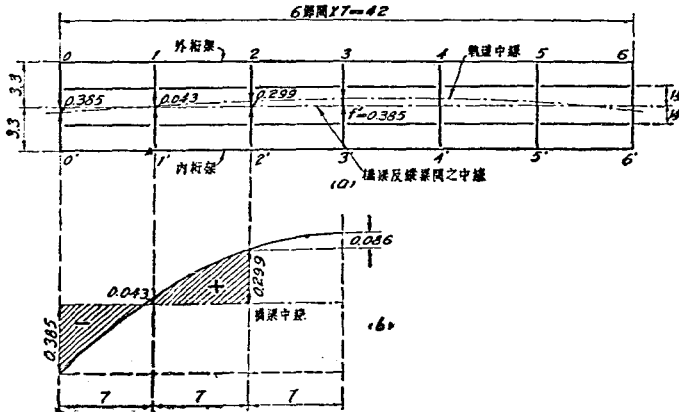
圖 9—29. 縱梁之荷重情形

中 e 之平均值。於縱梁之佈置如圖 9—28 (b) 及 (c) 時，其節間中 e 之平均值，可假設係等於零。至計算內縱梁之最大應力時，離心力是否應略去，亦視方程 (9—38) 之結果是否大於方程 (9—35) 之結果而定，與內主梁相同。

離心力對於縱梁亦有彎曲應力之影響。欲將此項彎曲應力免去，則縱梁之間必有側支撐，如圖 9—4 (c) 所示。

橫梁之最大反力或切力，亦可用方程 (9—34) 至 (9—37) 計算，其中 e 之值可用其二相隣節間中之平均值，至縱梁之位置及中心距如何，毫無關係。惟計算橫梁之最大彎矩時，必顧及其兩相隣節間中縱梁之佈置及中心距。離心力使橫梁中有直接應力，但常略去不計。

例題 9—10. 求例題 9—9 橋梁內外桁架中 L_1L_2 , U_1U_2 , U_1L_1 , 及 U_1L_2 四桿在中華二十級活荷重下之最大應力(包括衝擊力在內)。



例題 9—10

解答：依例題 9-9 之精確計算，二桁架之中心距為 8.6 公尺， $f=0.770$ ， $f'=f/2=0.385$ 。縱梁之中心距為 $2+0.77\approx 2.8$ 公尺，其佈置與橋梁之中線成對稱。橋梁之平面，如附圖(a)所示。計算各節點因軌道彎曲之偏心距 e 時，假設軌道中線係一拋物線，採用圖 4-14 中之方程。

應力計算表 (例題 9-10)

桿		I_1L_2	U_1U_2	U_1L_1	U_1L_2	
直線軌道	活應力	+ 65.24	-103.06	+ 36.79	+ 69.16	- 4.87
	衝擊力	+ 21.86	- 34.52	+ 34.77	+ 23.17	- 1.63
	共	+ 87.10	-137.58	+ 71.56	+ 92.33	- 6.50

外 桁 架

應力增減	軌道彎曲	+ 5.23	- 10.04	+ 1.00	+ 7.57	+ 0.07
	外軌超高	- 3.56	+ 6.25	- 3.25	- 4.20	+ 0.03
	離心力	+ 8.97	- 14.17	+ 7.37	+ 9.51	- 0.67
側支撐架		+ 39.64
外桁架應力		+127.98	-155.54	+ 76.68	+105.21	- 7.07

內 桁 架 (有 離 心 力)

2×直線軌道應力	+174.20	-275.16	+143.12	+184.66	-13.00
減去外桁架應力	-127.98	+155.54	- 76.68	-105.21	+ 7.07
內桁架應力	+ 46.22	-119.62	+ 66.44	+ 79.45	- 5.93

內 桁 架 (無 離 心 力)

直線活應力	+ 65.24	-103.06	+ 36.79	+ 69.16	- 4.87	
應力增減	軌道彎曲	- 3.91	+ 7.52	- 0.52	- 5.67	- 0.05
	外軌超高	+ 2.97	- 4.68	+ 1.67	+ 3.14	- 0.02
內桁架應力		+ 64.30	-100.22	+ 37.94	+ 65.63	- 4.94

附表中軌道為直線時各桿之活應力及衝擊力，係抄自例題 8—2。計算各桿應力因軌道彎曲之增減時，於弦桿 L_1L_2 及 U_1U_2 用方程(9—41)，於斜桿 U_1L_2 用方程(9—47)。外桁架用加號，內桁架用減號。

外桁架 L_1L_2 :

$$+\frac{2}{6.6}\left(0.385-\frac{0.77}{3}+\frac{2\times 0.77\times 1\times 5}{3\times 6^2}\right)(+87.10)$$

$$=(+0.080)(+87.10)=+6.23$$

外桁架 U_1U_2 :

$$+\frac{2}{6.6}\left(0.385-\frac{0.77}{3}+\frac{2\times 0.77\times 2\times 4}{3\times 6^2}\right)(-137.58)$$

$$=(+0.073)(-137.58)=-10.04$$

外桁架 U_1L_2 :

$$+\frac{2}{6.6}\left[0.385-\frac{0.77}{3}+\frac{2\times 0.77\times 1(2\times 4-1)}{3(6-1)^2}\right](+92.33)$$

$$=(+0.082)(+92.33)=+7.57$$

$$+\frac{2}{6.6}\left[0.385-\frac{0.77}{3}+\frac{2\times 0.77\times 4(2\times 1-4)}{3(6-1)^2}\right](-6.50)$$

$$=(-0.011)(-6.50)=+0.67$$

於副桿 U_1L_1 須計算節間 0—1 及 1—2 中 e 之平均值，如附圖(b)所示，該項平均值等於附圖有斜線面之代數和除以 14，其計算如下：

$$\begin{array}{r} 0.77\times 21\times \frac{2}{3} \\ 0.086\times 7\times \frac{2}{3}=0.41 \\ 0.299\times 7 \\ 0.385\times 21 \\ \hline \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{l} 11.78 \\ \\ \\ \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -10.89 \\ +0.19 \\ \hline 14=0.014 \end{array}$$

(e 之平均值)

外桁架 U_1L_1 :

$$(+71.56)(+0.014) = +1.00$$

計算外桁架各桿因外軌超高及離心力之增減時之應力，保持軌道為直線時之應力，各乘以下列係數。

$$\text{外軌超高: } -\frac{0.3}{6.6} = -0.455$$

離心力：先用方程(9-33)求 d' ，其中 $y+y''=1.85+0.2=1.55$ ，係採自例題 9-6 之解答 (b)，故

$$\begin{aligned} d' &= 1.86 + 1.55 = 3.41 \\ &+ \frac{0.2 \times 3.41}{6.6} = +0.103 \end{aligned}$$

應力之計算見附表。弦桿 L_1L_2 同時係底支撐架之弦桿。由例題 8-2 則 $M_1=587.16$ ， $M_2=1514.66$ ，故底支撐架之斜桿如係剛性桿，則 L_1L_2 之應力為

$$2 \times 0.1 \times (1 + 0.335) \times \frac{587.16 + 1514.66}{2 \times 6.6} = +39.04$$

將各桿之各項應力用代數加法相加，得外桁架之應力如附表所示。

內桁架各桿應力之計算，與上列者相同，惟其應力增減正與外桁架者相反。若注意軌道為直線時應力之二倍，減去外桁架之應力，即得內桁架之應力，則計算時較為簡便。

若將離心力略去，則內桁架各桿之應力如附表之末段所示。觀察附表，可知各桿之應力，均以外桁架為較大。除下弦桿 L_1L_2 外，內桁架其餘三桿之應力有離心力時，均較無離心力時為大。因 L_1L_2 同時係底側支撐架之弦桿，其在離心力下之應力為壓力，因此當其作主桁架弦桿時之拉力減少。

習題 9-14。作例題 9-10 外桁架 L_1L_2 及 U_1L_2 二桿之應力感應圖，包括軌道彎曲，外軌超高，及離心力三項。

習題 9-15。求例題 9-10 內外桁架中其餘各桿在中華二十級活荷重下之應力。

習題 9-16。求例題 9-10 中橫梁 1—1' 及端節間中二縱梁在中華二十級活荷重下之最大切力及彎矩(包括衝擊力)。

提示：於橫梁 1—1' 之計算，可否採用例題 9-10 所算得之結果？於二縱梁之計算，可先假設軌道係直線而後加以改正。計算離心力時，圖 9-29

中 d' 之值可採用 2.34 公尺。

9—12. 側力及縱力對於設計應力之影響 由上列各節之討論,可知側力及縱力對於橋梁各部應力之影響,相當複雜。且此項影響如何,視橋梁之情形而定,未可一概而論。爲簡明起見,茲以穿越式平行弦桁架橋梁爲例,將側力及縱力對於其各部應力之影響,臚列於表 XX。並將此項橋梁之在曲線上者亦列入,庶學者對於側力及縱力於此項橋梁各部之影響,可以一目了然。

橋梁之最大及最小應力,須包括呆應力,活應力,衝擊力,以及側力及縱力所生之應力。於橋梁之在曲線上者,當然尚須包括軌道彎曲,外軌超高,及離心力所生之應力。故於軌道爲直線時之橋梁之最大及最小應力,須有二種。一種包括在豎向荷重下之應力,一種包括所有在側力及縱力下之應力。

將各項應力相加(代數加法),以求第一種之最大及最小應力時,須注意下三條簡單原則:

- (1) 各項相加之應力,必須在橋梁之同一部份。
- (2) 各項相加之應力,不但須有同時發生之可能,且須有同時發生之機會。
- (3) 凡必係同時發生之各項應力,雖係異性應力,亦須相加而同時計入。

表 XX. 側力及縱力對於穿越式平行弦桁架橋梁各部應力之影響
(包括在曲線上之此項橋梁)

橋梁部份	背風		向風		桁架	縱梁	橫梁	側支撐梁		
	上弦下弦	強弱	強弱	強弱				上弦	下弦	
桁架風力	側支撐	+	+	0	0	0	0	+	-	
	橋門效應	0	+	- [△]	0	0	0	+	-	
列車風力及機車部效應	側支撐	0	+	0	0	0	0	+	-	
	橋門效應	-	+	-	+	+	+	0	+	
縱力	活荷重向膨脹端行動					活荷重向固定端行動	直接應力	平面切力及彎矩	平面切力及彎矩	平面切力及彎矩
	+	-	+	+	+	+				
曲線上	外					內				
	軌道彎曲	-	+	-	+	+	+	+	+	+
橋梁	外軌超高	+	-	+	-	-	-	-	-	-
	傾側效應	-	+	-	+	+	+	+	+	+
側支撐力	0	+	0	0	0	0	0	0	0	

+ 指拉應力, - 指壓應力, * 指反復應力, [△] 另加切應力及彎矩力。

呆荷重長久存在，故概須計入。計入桁架之風力時，可以不計入列車風力；但計入列車之風力時，必須計入桁架之風力。衝擊力及機車搖擺似與活荷重不能分離，但列車如係停止於橋上時，則該二項可以不計入。縱力於一列車啓行或停止時始發生，於此時雖無甚衝擊力及機車搖擺之可言，但因橋梁之最大及最小應力如包括側力及縱力，則其准許應力相當提高（見下），故衝擊力，機車搖擺及縱力仍常同時計入。

於跨越式橋梁之背風桁架，其上弦桿在列車風力下之應力為壓力（傾覆效應）。同時在桁架風力下，該上弦桿之應力為拉力（頂側支撐架之弦桿），二種應力之性質雖異，但因係同時發生，故計算該上弦桿之最大壓力時，亦須將上述之拉力計入。

若最大及最小應力包括呆應力，活應力，衝擊力，及側力縱力等（即第二種最大及最小應力），則准許單位應力，可以相當提高。我國規定 [21C] 此項准許單位應力之提高為百分之二十五 (25%)。但用此提高之准許單位應力所算得之截面面積，不能小於由呆應力，活應力及衝擊力（即第一種最大及最小應力）所算得者。故第二種最大及最小應力與第一種最大及最小應力之差若不超過第一種最大及最小應力之 25%，則設計時橋梁之側力及縱力，可以略去不計。

觀察表 XX 可知跨越式橋梁向風桁架下弦桿由側力所生之應力係壓力。其由縱力所生之應力亦可為壓力，故該弦桿有發生反復應力之可能。惟該弦桿在呆荷重及活荷重下所生之

拉力甚大，除兩端二節間中之下弦桿外，其餘下弦桿能發生反復應力之機會甚少。因此樞接橋梁之下弦桿雖多係用祇能承受拉力之眼桿，惟於兩端二節間中，多規定須採用能承受壓力及拉力之剛性桿。我國亦有此項規定[411]。

例題 9-11. 求例題 8-2 橋梁桁架之最大及最小應力，包括側力及縱力之影響。

解釋：所有之計算，均列於附表中。各項應力之計算，詳見例題 8-2, 9-3, 9-5, 9-6 及 9-8。惟表中第(6)行之答案，前此未曾計算。係由第(8)行之答案乘以 1.48/1.58 之係數而得。1.48 及 1.58 各係無活荷重時及有活荷重上弦之節點風荷重，其計算詳見例題 9-1。

附表中最大及最小應力之計算，有下列三點須注意：

(1) 計算 L_0L_1 及 L_1L_2 之應力時，其縱應力不用 +25.77 而用 +22.63，因風應力係採用 L_0L_1 之較大值，而 +25.77 非 L_0L_1 之縱應力。

(2) 計算 U_1U_2 及 U_2U_3 之應力時，其風應力各為 $-(7.16-1.52) = -5.64$ 及 $-(7.95-3.52) = -4.43$ ，因二種應力係同時存在。雖性質互異，亦須計入。

(3) 計算腹桿 U_2L_2 及 U_2L_3 之反復應力時，其列車風力及機車搖擺之應力，均各採用其第二行之較小應力，因其係與風應力同時存在。

附表中第(17)行列舉此項最大及最小應力(第二種)與例題 8-2 中之最大及最小應力(第一種)比較所增加之百分數。除所有之下弦桿外，其餘各桿之增加，均不及 25%，故設計時不必顧及其側力及縱力。即假設縱力與衝擊力及機車搖擺同時存在，將其加入第(15)行之最大及最小應力中，亦與各桿之設計無甚影響。惟所有下弦桿之截面，必因側力及縱力之影響而增大。

習題 9-17. 作一與表 XX 相似之表，陳列側力及縱力對於上承式平行弦橋梁桁架各桿應力之影響，包括此項橋梁之在曲線上者，惟縱梁及橫梁二項，可以略去。

習題 9-18. 求習題 8-10 橋梁桁架之最大及最小應力，包括側力及縱力之影響。

橋梁桁架之最大及最小應力(包括側力及縱力)(例題 9—11)

桿	呆應力	活應力	衝擊力	桁架風力*				列車風力*		機車振擺*		縱力	呆應力 + 桁架風力 (無活重荷)	最大及最小應力(公噸)		此表中之最大及最小應力與例題 8—2 中之最大及最小應力比較所增加之百分數	
				無活荷重時		有活荷重時		側支撐	傾覆效應	側支撐	傾覆效應			應力 + 活應力 + 衝擊力	應力 + 活應力 + 衝擊力		
				側支撐	橋門效應	側支撐	橋門效應										
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	
弦桿	L_0L_1	+24.36	+6.24	+21.86	± 8.07		± 4.91		± 5.01		± 3.71		± 25.77	+48.78	+181.11	+111.46	63%
	L_1L_2				± 21.28	± 3.14	± 12.79	± 3.35	± 13.04	± 4.41	± 8.89	± 1.40	± 22.63	- 0.06			
	L_2L_3	+38.96	+103.06	+34.52	± 27.81	± 3.14	± 16.72	± 3.35	± 17.04	± 7.06	± 11.13	± 2.65	± 17.75	+69.91	+251.68	+16.54	43%
	U_1U_2	-38.96	-103.06	-34.52	± 1.42	± 1.52	∓ 7.06	∓ 2.05	± 0.85	-40.38	-184.98	-176.54	4%
	U_2U_3	-43.86	-114.19	-38.25	± 3.30	± 3.52	∓ 7.95	∓ 2.30	± 0.85	-47.16	-203.88	-196.30	4%
腹桿	U_1L_0	-39.66	-106.53	-35.89	∓ 5.12 [△]	∓ 5.46 [△]	∓ 7.18	∓ 1.09	± 2.76	-44.78	-199.37	-181.88	10%
	U_1L_1	+ 9.17	+ 36.79	+34.77	± 2.27	± 1.97	0	+ 9.17	+ 84.97	+ 80.73	5%
	U_1L_2	+23.79	+ 69.16	+23.17	± 4.79	± 1.63	∓ 2.76	+23.79	+125.33	+116.12	8%
			- 4.87	- 1.63	∓ 0.48	∓ 0.42					
	U_2L_2	- 9.61	- 31.38	- 0.51	∓ 2.27	∓ 0.99	± 2.18	- 9.61	- 56.94	- 51.50	11%
			+ 14.58	+ 4.88	± 1.14	± 0.66		+ 13.83	+ 9.85	+ 9.85	40%
桿	U_2L_3	+ 7.93	+ 39.85	+13.35	± 2.87	± 1.25	∓ 2.76	+ 68.01	+ 61.13	+ 61.13	11%
			- 18.52	- 6.20	∓ 1.14	∓ 0.84	+ 7.93	- 21.53	- 16.79	- 16.79	28%
	U_3L_3	- 3.35	0	0	0	0	0	- 3.35	- 3.35	- 3.35	0%
得自	例題 8—2			例題 9—3 (8) × $\frac{1.48}{1.58}$		例題 9—3	例題 9—3	例題 9—3	例題 9—3	例題 9—3	例題 9—6	例題 9—8				例題 8—2	

△ 另加剪力及彎矩於有活荷重時剪力=1.98公噸,彎矩=7.17公噸公尺,見例題 9—5。

* 應力前上半之正負係指背風桁架者,其下半之符號係指向風桁架者。

9-13. 鋼架在側力及縱力下之應力 塔架橋之採用鋼料塔架及上承式鋼梁橋如習題 1—1 (b) 所示者,用以跨越深谷之有小河者,通常最為經濟適宜。

圖 9—30 示塔架橋之一例。 L_1 為中間跨之長度, L_2 為塔架跨之長度。為經濟起見, L_1 之長度如不與 L_2 相等,即應相當較長於 L_2 。若塔架之高度 h 不大,於公路橋, L_2 約以 6 至 7.5 公尺為經濟。於鐵路橋, L_2 約以 9 至 12 公尺為經濟。於極高之塔架,為穩度起見, L_2 以不小於 $h/4$ 至 $h/5$ 為宜。於較低之塔架,可使 L_1 與 L_2 相等。但於較高之塔架,則以 L_1 約等於 L_2 之二倍為經濟。惟 L_1 不可超過 25 公尺。

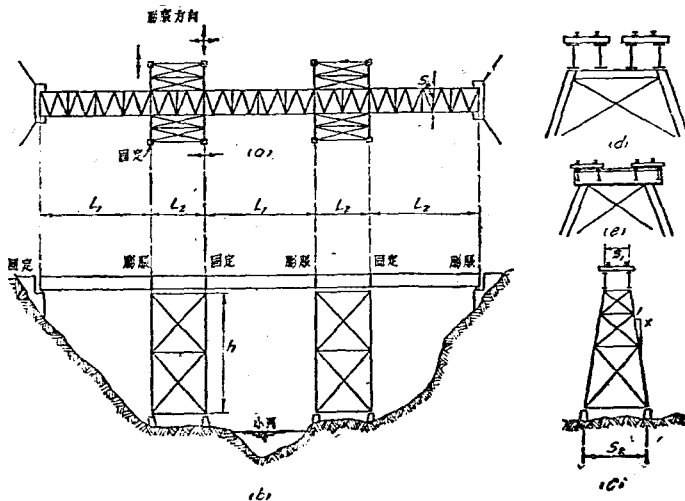


圖 9—30. 塔架橋之一例

於單軌道之塔架橋，二鈹梁係直接支承於二柱之上，如圖 9—30 (c) (參閱影片 VII)。若鈹梁之數多於二而仍用二柱，可於二柱頂端之間置一橫梁，以支承內鈹梁，其二外鈹梁，仍直接支於二柱之上，如圖 9—30 (d)。若橋之寬度極大，可將橫梁置於柱之頂，並使其二端伸長，以支承所有之鈹梁，如圖 9—30(e) 所示。

塔架頂端之寬度 S_1 視橋梁之寬度而定，其下端之寬度，則視二柱之高度 h 及傾度而定，而二柱之傾度又視塔架在側力下之穩度而定。於單軌道橋梁，二柱之傾度約以橫 1 豎 6 (即圖 9—30 (c) 中 $x=6$) 爲宜。若塔架係在曲線上，則傾度應較大，至橫 1 豎 4 爲止。於雙軌道橋梁，則宜用橫 1 豎 8 之傾度。於塔架之在曲線上者，或宜使外柱之傾度稍大於內柱者。但工價較昂，且有礙美觀，乃其缺點。

所有鈹梁跨均有一膨脹端，如圖 9—30 (b) 所示。塔架之四支點應有一支點係用完全固定支座，二支點用單向之膨脹支座，其餘一支點則用雙向之膨脹支座，即採用雙層輻軸之支座。

我國規定 [428] 塔架之支撐，應爲雙系之剛性斜桿。於頂端底端及各中間節點處，並應力橫撐。計算時各假設節間中二斜桿之應力係數量相等，其方法與計算橋梁之側支撐架同。於任何豎向荷重之下，若二柱頂端所受之分力等於其底端之反力，則塔架橫面支撐之應力，均等於零。如是則該項支撐祇在側力之作用下有應力。至其縱面之支撐，祇在縱力之作用下有應力。

我國規定 [211]，該項支撐除承受側力或縱力所生之切力外，尚須承受等於二柱中之最大壓力各百分之 2.5 之切力。其理由及計算方法，與橋梁上弦側支撐架之斜桿相同，已於第 9—4 節中詳述之。

塔架之穩度極為重要，其計算法與橋梁之穩度相似，詳見第 9—3 節。惟塔架之高度甚大，故柱底因側力及縱力所發生之向下反力，常大於其因呆荷重及活荷重所發生之向上反力。因此柱底必須切實鑄定於柱墩，其重量須等於向下反力及向上反力之最大差之一倍半至二倍，以免柱底有上升之虞。若柱墩係浸於水內，則計算其重量時，應減去等於柱墩浸在水內體積之水之重量。

若軌道係直線，則計算柱底向下反力與向上反力之最大差，可依照下列之荷重情形為準：

- (1) 無活荷重時之側力及呆荷重。
- (2) 有活荷重時之側力，機車搖擺，活荷重(空車)及呆荷重。
- (3) 縱力，活荷重(非空車)及呆荷重。

衝擊力概不計入。側力及縱力亦不必同時計入，若軌道係曲線，則第(2)項中尚須加入離心力。

塔架原係一空間架，惟因其祇二縱面有傾度，故其縱面及橫面各可視作係一桁架(平面架)而計算其應力，至其方法與前述求桁架之應力者相同，此外並無任何新原則，故不贅述。

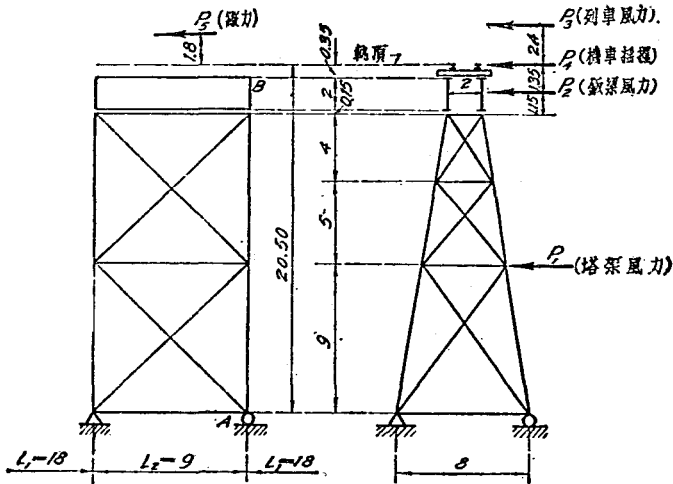
例題 9-12. 求附圖塔架柱底向下反力與向上反力之最大差，其活荷重為中華二十級，其呆荷重及風荷重假設如下：

呆荷重： 鋁梁橋，9公尺跨， 1,800 公斤/公尺(跨長)
 鋁梁橋，18公尺跨， 2,200 公斤/公尺(跨長)
 塔架 1,600 公斤/公尺(塔高)

無活荷重時 有活荷重時

風荷重： 鋁梁橋〔公斤/公尺(跨長)〕 750 450
 塔架〔公斤/公尺(塔高)〕 625 375

此外列車風力(450 公斤/公尺)，機車擱擱 (7,000 公斤)，縱力及空車重量(每一軌 1,500 公斤/公尺)等，均依照我國之規定。



例題 9-12

解答： 柱底之向上反力：

$$\text{呆荷重： } \frac{1.6 \times 18 + 1.8 \times 9 + 2.2 \times 18}{4} = 11.15 \uparrow \text{公噸}$$

$$\text{活荷重(空車)： } \frac{1.5(9+18)}{4} = 10.13 \uparrow \text{公噸}$$

以機車活荷重之輪 ③ 置於 B 點,得柱 AB 在活荷重下之最大反力如下:

活荷重(非空車).....32.53↑公噸

● 柱底之向下反力:

無活荷重時之側力:

$$\text{飯梁橋: } \frac{0.750 \times (9+18) \times 19.15}{8 \times 2} = 24.19 \downarrow$$

$$\text{塔架: } \frac{0.625 \times 18 \times 9}{8 \times 2} = 6.33 \downarrow$$

30.52↓公噸

有活荷重時之側力:

$$\text{飯梁橋: } \frac{0.450 \times (9+18) \times 19.15}{8 \times 2} = 14.51 \downarrow$$

$$\text{塔架: } \frac{0.375 \times 18 \times 9}{8 \times 2} = 3.76 \downarrow$$

$$\text{列車風力: } \frac{0.450 \times (9+18) \times 22.90}{8 \times 2} = 17.39 \downarrow$$

$$\text{機車擺擺: } \frac{7 \times 20.50}{8} = 17.94 \downarrow$$

53.60↓公噸

每塔架所受縱力之長度為 27 公尺,長於 11.5 公尺,依第 9—9 節末之討論,則旋軌力大於牽挽力。於 27 公尺之荷重長度,中華二十級之最大活荷重為每軌道 135 公噸,則

$$\text{旋軌力: } \frac{135 \times 0.15 \times 22.8}{9 \times 2} = 25.09 \downarrow \text{公噸}$$

由前述之三種荷重情形,得柱底向下反力與向上反力之最大差如下:

$$(1) \quad 30.52 \downarrow - 11.15 \uparrow = +19.37 \downarrow \text{公噸}$$

$$(2) \quad 53.60 \downarrow - 11.15 \uparrow - 10.18 \uparrow = +32.32 \downarrow \text{公噸}$$

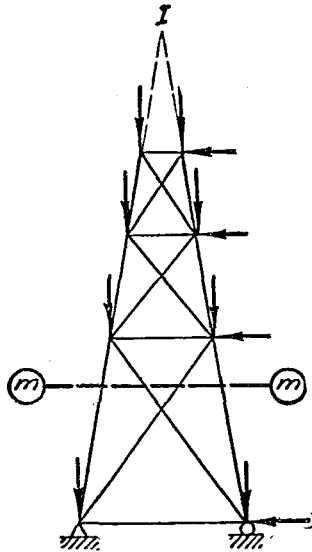
$$(3) \quad 25.09 \downarrow - 11.15 \uparrow - 32.53 \uparrow = -18.59 \uparrow \text{公噸}$$

故所求之最大差為 32.32 公噸，而鑄定之設計即以此為根據。

習題 9-19. 塔架橋及荷重均與例題 9-13 相同。

(a) 求一柱底段在呆荷重，活荷重，衝擊力，側力及縱力下之最大壓應力。

(b) 設所有之支撐斜桿均係剛性桿，求柱底段節間中橫面及縱面支撐斜桿之最大及最小應力。



習題 9-19.

提示: (a) 衝擊力依我國之規範計算，衝擊力公式中之 L 為 27 公尺。呆荷重應分佈於各節點，如附圖所示。(b) 先將塔架之風力分佈於各節點，如附圖所示。於橫面之支撐用彎矩法，以 I 點為矩心。於縱面之支撐，用切力法。二者皆用截面 \textcircled{m} ，並假設二交叉斜桿之應力係數量相等。注意橫面及縱面中支撐斜桿之最大及最小應力與柱之最大及最小應力，亦有關係。

9-14. 橋梁由於變形之應力 以上所討論橋梁在各種荷重下之應力，雖相當複雜，但均屬於所謂初應力之範圍，其計算係假定主桁架，側桁架，及橋面系等均係一靜定之平面結構，而任何一部份之變形，不致使其他部份因之發生應力。實際上橋梁既非一完全之平面結構，而各部之平面結構，亦常非一靜定結構。因此某一部份有變形時，若干與其關聯之其他部份，即隨之而發生應力。此項因變形所發生之應力，常稱為變形應力或牽涉應力，亦可統稱之為次應力，與第四章中所述次應力之涵義，完全相同。

此項變形應力，通常因有安全係數，故均略去不計。其計算之方法，亦不在本書範圍之內。為使讀者明瞭其梗概起見，茲略述其主要者於下：

(1) 由於側支撐架之變形應力 橋梁之側支撐架，多採用有豎桿之雙系梁式桁架，其弦桿即主桁架之弦桿。此種桁架係靜不定結構，即其中任何桿之長度有改變時，其餘諸桿必因抵抗此項長度之改變而發生應力。故主桁架之弦桿在豎向荷重下因軸向應力而發生長度之改變時，必因側支撐架之抵抗而使其軸向應力略為減少。同時，側支撐亦發生軸向應力。且側支撐架各桿之長度有改變時，各桿之角度因剛節不能隨之而改變，故於側支撐架之平面內，弦桿及側支撐均有彎曲應力。若側支撐架採用 K 式或其他靜定式桁架，則此項變形應力，可以避免。

(2) 由於橋面系之變形應力 橋面系對於主桁架弦桿變形之抵抗，與側支撐架者相同。橋面系中縱梁及橫梁之組成，雖非一靜不定結構，但縱梁在豎向荷重下之長度，幾無改變，故亦必因抵抗弦桿之長度改變而發生應力，同時亦使弦桿之軸向應力略為減少。此外，於橋面系平面之內，橫梁亦因而發生彎曲應力，其數量甚大。若側支撐架與縱梁及橫梁相接合，則其間之交互作用，尤為複雜。

(3) 由於豎支撐架之變形應力。豎支撐架中橫梁與豎桿之接合，常相當剛勁。若頂側撐相當剛勁，則該項豎支撐架在豎向荷重下之變形，約如圖 9-1

31(a) 所示。若頂側支撐之剛勁甚微， A 及 B 二點可視作係鉸節，則該頂側支撐架之彎曲略如圖 9-31(b)。於二種情形之下，豎桿均發生彎曲應力。

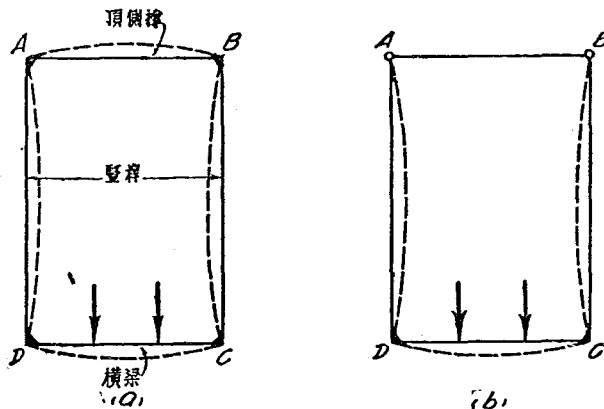
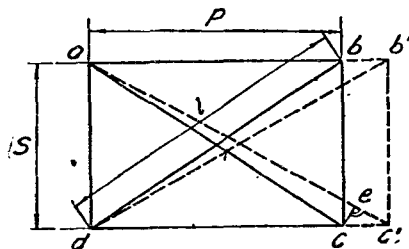


圖 9-31. 豎支撐架之變形

(4) 由於支座低陷之變形應力 橋梁之本身至少係穩定之空間架，若其下之豎向反力之數超過三，則成一外力靜不定之空間架。橋梁常有四支座，故係靜不定。因此，若橋梁係鑄定於支座而有一支座略有低陷，則橋梁即受有扭力作用，因而使主梁發生應力。

習題 9-20. 若例題 9-3 橋梁桁架之下弦有相當於單位應力為 10



習題 9-20.

公斤/平方公厘之伸長，(a) 求下弦側支撐架中斜桿因此發生之單位應力。假設二主桁架之中心距不變，並設該桿之應力不因側支撐架之抵抗而減少。桁架係鋼料，其彈性係數為 21,000 公斤/平方公厘。(b) 求側支撐架中斜桿因此發生之長度改變。

提示：(a) 附圖示一節間之變形。注意 ado 及 $c'ec$ 係二個相似之三角形。(b) 用微積分計算，注意 $l = \sqrt{s^2 + p^2}$ ，用 dl/dp 以求之。

附錄三 A. 最大彎矩、最大端切力及最大橫梁反力

(中華十六級活荷重制, 跨長 1 至 120 公尺, 以每一軌之荷重計算。)

跨長 (公尺)	最大端切力 (公噸)	最大彎距 (公噸公尺)	最大橫梁反力 (公噸)	跨長 (公尺)	最大端切力 (公噸)	最大彎距 (公噸公尺)
1.0	10.00	2.50	10.00	21.0	47.54	216.14
1.5	10.00	3.75	10.00	22.0	49.23	235.46
2.0	12.00	5.00	14.00	23.0	50.89	256.44
2.5	13.60	6.25	17.20	24.0	52.67	278.04
3.0	14.67	8.07	19.35	25.0	54.56	301.04
3.5	16.29	10.41	0.86	26.0	56.62	325.37
4.0	18.00	14.00	22.00	27.0	58.52	350.96
4.5	19.83	17.75	22.88	28.0	60.43	377.18
5.0	20.40	21.50	24.00	29.0	62.34	404.24
5.5	21.27	25.25	25.45	30.0	64.13	431.70
6.0	22.00	29.00	27.00	31.0	65.94	459.60
6.5	22.62	32.75	28.31	32.0	67.76	487.92
7.0	23.14	36.50	29.43	33.0	69.70	516.76
7.5	23.60	40.25	30.93	34.0	71.53	547.47
8.0	24.00	44.00	32.50	35.0	73.37	578.61

8.5	24.94	47.75	34.12	36.0	76.22	610.20
9.0	25.78	51.50	35.78	37.0	77.19	642.22
9.5	26.53	55.25	37.47	38.0	79.03	675.50
10.0	27.20	60.04	39.40	39.0	80.90	710.76
10.5	28.19	65.04	41.14	40.0	82.72	747.16
11.0	29.09	70.14	42.78	42.0	86.29	824.07
11.5	29.91	75.64	44.52	44.0	89.80	903.37
12.0	31.00	81.13	46.33	46.0	93.24	905.53
12.5	32.00	86.63	48.16	48.0	96.63	1069.71
13.0	32.92	92.13	50.00	50.0	99.98	1157.51
13.5	33.78	97.62	51.85	62.0	103.28	1246.68
14.0	34.57	103.60	53.86	64.0	106.50	1337.85
14.5	35.59	110.08	55.75	65.0	109.77	1430.40
15.0	36.53	116.56	57.55	58.0	112.97	1524.90
15.5	37.42	123.04	59.30	60.0	116.15	1622.21
16.0	38.50	130.10	60.98	62.0	119.30	1721.61
16.5	39.52	137.60	62.59	64.0	122.42	1822.56
17.0	40.47	146.10	64.39	66.0	125.53	1925.66
17.5	41.39	152.86	66.12	68.0	128.62	2129.40
18.0	42.30	161.45	67.80	70.0	131.70	2193.70
18.5	43.20	169.93	69.42	75.0	139.32	2411.63
19.0	44.18	178.42	71.01	80.0	145.86	2701.65
19.5	44.96	187.65	72.84	85.0	154.34	3013.98
20.0	45.83	197.16	74.62	85.0	161.76	3337.17
				85.0	169.14	3670.43
				100.0	178.59	4020.13
				110.0	191.08	4771.20
				130.0	205.67	5571.16

粗線以上之數係用特種圓筒重所算得者

附錄三 B. 橋梁(無橫梁)之最大切力

(中華十六級活荷重制,以每一軌之荷重計算)

跨 長 (公 尺)	最 大 切 力 (公 噸)					
	端 點	1/8 點	1/4 點	3/8 點	中 點	中 點
1.0	10.00	8.76	7.80	6.25	5.00	5.00
1.6	10.00	8.76	7.60	6.25	5.00	5.00
2.0	12.00	9.50	7.50	6.25	5.00	5.00
2.5	13.60	11.10	8.60	6.25	5.00	5.00
3.0	14.87	12.17	9.87	7.17	6.00	6.00
3.5	16.29	12.93	10.43	7.93	5.43	5.43
4.0	18.00	14.25	11.00	8.50	6.00	6.00
4.5	19.33	16.68	11.83	8.94	6.44	6.44
5.0	20.40	16.65	12.00	9.30	6.80	6.80
5.5	21.27	17.62	13.77	10.02	7.09	7.09
6.0	22.00	18.25	14.5	10.75	7.33	7.33
6.5	22.62	18.87	16.12	11.87	7.62	7.62
7.0	23.14	19.30	16.64	11.89	8.14	8.14
7.5	23.60	19.80	17.10	12.80	8.60	8.60
8.0	24.00	2.25	18.60	12.75	9.00	9.00
8.5	24.34	21.60	18.80	13.10	9.36	9.36
9.0	25.78	20.52	17.17	13.42	9.67	9.67
9.5	26.63	21.53	17.45	13.70	9.96	9.96
10.0	27.20	22.20	17.70	13.95	10.20	10.20
10.5	28.19	22.81	17.93	14.18	10.43	10.43
11.0	29.09	23.35	18.27	14.39	10.64	10.64

11.5	23.91	18.74	14.58	10.83
12.0	31.00	19.17	14.75	11.00
12.5	25.38	19.56	14.91	11.16
13.0	32.92	19.92	15.04	11.31
13.5	33.78	20.33	15.19	11.44
14.0	27.67	20.86	15.32	11.67
14.5	35.59	21.34	15.44	11.69
15.0	36.63	21.80	15.63	11.80
15.5	37.42	22.29	15.89	11.90
16.0	38.60	22.88	16.13	12.00
16.5	39.62	23.42	16.50	12.09
17.0	40.47	23.94	16.85	12.18
17.5	41.39	24.43	17.19	12.26
18.0	42.30	24.89	17.60	12.33
18.5	43.20	25.32	17.82	12.41
19.0	44.08	25.84	18.24	12.47
19.5	44.96	26.38	18.33	12.64
20.0	45.83	26.90	19.00	12.60
21.0	47.54	27.95	19.49	12.71
22.0	49.23	29.09	20.32	13.00
23.0	60.89	30.13	21.02	13.89
24.0	62.67	31.08	21.75	13.92
25.0	64.56	32.08	22.46	14.40
26.0	66.62	33.00	23.27	14.85
27.0	68.60	33.65	24.02	15.26
28.0	60.43	34.79	24.71	15.64
29.0	62.34	36.72	25.86	16.14
30.0	64.13	38.73	26.07	16.60

粗線以上之數係用特種軸當量所算得者。雙線格內之數係以輪齒於該點所算得者。

附錄三 C. 橋梁(無橫梁)之最大彎矩

(中華十六級活荷重制, 以每一軌之荷重計算。)

跨 長 (公 尺)	最 大 彎 矩 (公 噸)						絕對最大彎矩 (公噸公尺)
	1/8 點	1/4 點	3/8 點	中 點	3/8 點	1/4 點	
1.0	1.09	1.88	2.84			2.60	2.60
1.5	1.64	2.81	3.62			3.76	3.76
2.0	2.23	3.75	4.69			5.00	5.00
2.5	3.47	5.88	6.68			6.26	6.26
3.0	4.68	7.26	8.06			7.60	8.07
3.5	6.03	9.13	10.41			10.25	10.41
4.0	7.3	11.00	12.76			14.00	14.00
4.5	8.77	13.31	15.64			17.75	17.75
5.0	10.41	16.13	19.16			21.60	21.60
5.5	12.05	18.94	22.67			25.25	25.25
6.0	13.69	21.75	26.19			29.00	29.00
6.5	15.33	24.53	29.70			32.75	32.75
7.0	16.97	27.38	33.22			36.50	36.50
7.5	18.61	30.19	36.73			40.25	40.25
8.0	20.25	33.09	40.25			44.00	44.00
8.5	21.89	36.11	43.77			47.75	47.75
9.0	23.53	38.63	47.28			51.50	51.50
9.5	25.56	42.25	51.58			55.25	55.25
10.0	27.76	46.00	56.25			60.00	60.00
10.5	29.94	49.78	60.94			65.00	65.04

11.0	32.13	63.50	65.94	70.00	70.14
11.5	34.38	67.50	7.09	76.50	76.64
12.0	37.00	62.00	76.25	81.00	81.18
12.5	39.63	66.50	81.41	86.50	86.63
13.0	42.26	71.00	86.61	92.00	92.13
13.5	45.19	75.75	91.88	97.50	97.62
14.0	48.26	81.00	98.25	103.00	103.00
14.5	51.81	86.25	114.81	108.00	108.00
15.0	54.88	91.50	111.69	113.00	113.00
15.5	57.44	98.75	118.72	118.00	118.00
16.0	60.60	102.00	125.75	122.50	122.50
16.5	64.44	107.00	132.78	130.00	130.00
17.0	68.99	113.75	139.81	137.50	137.50
17.5	72.81	120.25	146.84	146.00	146.00
18.0	76.26	127.00	154.03	152.50	152.50
18.5	80.27	133.75	162.69	161.00	161.00
19.0	84.85	140.50	170.66	169.50	169.50
19.5	89.49	147.89	178.63	178.00	178.00
20.0	92.70	154.86	186.80	186.50	186.50
21.0	101.82	163.57	204.81	197.00	197.00
22.0	110.21	183.19	223.38	216.00	216.00
23.0	119.87	198.96	243.14	235.00	235.00
24.0	128.79	216.10	263.28	256.00	256.00
25.0	138.49	231.65	284.07	278.00	278.00
26.0	149.13	246.69	306.03	301.00	301.00
27.0	160.19	265.92	328.23	325.00	325.00
28.0	172.00	284.50	352.93	350.00	350.00
29.0	185.81	304.00	377.00	377.00	377.00
30.0	195.88	324.50	401.47	404.18	404.18
				431.70	431.70

附錄三 D. 最大節間切力
(中華十六級活荷重制, 以每一軌之荷重計算。)

跨長 (公尺)	支點心距 (公尺)	節間數	節間之最大切力 (公噸)										
			0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8			
12	12000	3	18.00	6.00									
15	15000	3	21.93	6.80									
16	16000	4	20.60	12.13									
18	18000	5	30.43	17.42	9.33								
20	20000	5	38.22	19.00	9.80								
24	24000	6	40.35	23.50	16.42								
25	25000	5	39.56	23.62	10.68								
28	28000	4	40.64	19.29	5.79								
30	30000	7	47.64	33.36	22.14	12.88							
30	30000	4	45.27	20.63	5.90								
30	30000	5	46.93	27.40	12.87	4.40							
30	30000	6	49.13	32.07	15.67	8.73							
30	300.02	7	50.87	36.68	23.57	13.72			6.97				
30	30000	8	52.23	36.47	27.40	17.98	10.23	6.90					
32	32000	8	55.31	40.81	23.81	10.06							
35	35000	5	58.94	30.91	14.63	4.63							
35	34928	6	66.59	30.82	21.64	40.00							
35	35000	7	58.51	41.31	26.69	15.66			7.20				
35	35000	8	59.97	44.57	30.94	20.69	11.93	6.13					
36	35001	9	61.16	47.22	34.63	24.79	16.18	9.14	5.30				
35	35000	10	62.29	49.54	37.89	28.17	20.11	12.86	7.93				
37.5	37500	11	57.89	38.07	16.98	4.72							
40	40002	6	64.12	41.65	11.25								
40	39998	7	68.28	46.66	30.28	17.67	8.16						

40	40000	8	67.91	50.45	35.49	23.15	13.45	6.30	
40	39946	9	69.25	53.42	39.55	27.63	18.38	10.60	6.47
40	40000	10	70.25	55.70	42.85	31.75	22.55	14.75	8.25
42	42000	6	67.10	48.67	26.10	11.47			
46	46000	6	71.35	46.53	26.71	12.44			
45	45003	7	73.92	51.86	33.91	19.54	9.14		
45	45000	8	75.56	56.22	39.67	25.47	15.03	6.82	
46	46000	9	77.08	59.69	44.22	30.80	20.27	11.73	6.80
45	45000	10	78.27	62.44	48.04	35.01	24.63	16.49	9.33
49	49000	7	79.65	53.33	36.69	20.94	9.80		
50	49998	6	78.25	51.29	29.48	13.75			
50	50001	7	81.04	67.41	37.33	21.34	9.99		
50	50000	8	83.04	61.84	43.68	28.38	16.44	7.60	
50	50034	9	84.43	66.78	48.84	34.31	22.11	13.01	6.80
50	50000	10	85.83	68.81	53.16	39.24	27.43	18.04	10.36
52.5	52500	7	84.46	60.05	36.97	22.96	10.44		
58	58000	8	91.51	68.66	43.46	31.61	17.66	8.39	
60	60000	8	93.83	72.94	51.62	38.63	19.10	8.79	
60	60003	9	93.79	77.08	67.81	40.70	26.37	16.20	7.00
60	60000	10	100.10	80.59	62.87	46.83	32.70	21.17	12.37
60	60005	11	101.35	83.54	67.03	52.01	38.35	26.98	17.47
60	60000	12	102.46	85.94	70.59	56.41	43.37	32.23	22.57
63	63000	9	102.91	80.42	60.32	42.63	27.65	15.31	7.30
67.5	67500	8	108.65	85.30	63.99	45.47	29.48	16.77	7.82
70	70000	8	110.92	83.08	59.31	38.77	22.29	10.34	
70	70002	9	112.27	87.15	66.16	46.98	30.53	17.31	8.09
70	70000	10	113.99	91.70	71.75	53.89	37.97	24.49	14.09
70	70004	11	116.28	94.99	75.57	59.76	44.57	31.11	20.22
70	69998	12	116.37	97.81	80.61	64.78	50.90	37.17	26.20
75	75000	10	120.67	97.28	75.99	57.22	40.55	26.16	14.06

附錄三 五、最大節點彎矩
(中華十六級活荷重制，以每一軌之荷重計算。)

跨長 (公尺)	支點心距 (公尺)	節間數	1	2	3	4	5	6
12	12000	3	72.10					
15	15000	3	106.67					
16	16000	4	102.00	130.10				
18	18000	5	109.76	157.20				
20	20000	5	132.87	191.20				
24	24000	5	161.39	249.87	78.10			
25	25000	5	159.27	251.86				
28	28000	4	284.50	377.00				
30	30000	7	190.67	306.29	387.64			
33	33000	4	324.60	441.70				
35	35000	5	31.60	410.70	406.88*			
35	35000	5	246.10	387.12	431.70			
30	30002	7	218.03	310.90	421.43	418.20*		
30	30000	8	155.83	324.60	401.47	431.70		
32	32000	8	221.25	368.60	433.13	487.80		
35	35000	5	377.60	565.20	547.1*			
35	35000	5	330.07	515.94	57.51			
35	35000	7	292.57	476.60	506.23	561.04*		
35	35000	8	262.38	437.00	541.56	573.66		
35	35001	9	237.86	404.67	516.08	570.86	567.41*	
35	35000	10	213.00	377.60	483.40	556.20	578.68	
37.5	37500	5	450.40	637.60	627.64*			
40	40002	5	427.49	674.61	746.24			
40	39998	7	378.74	616.75	739.31	731.84*		
40	40000	8	339.54	564.60	710.63	746.15		

40	39998	9	307.77	523.43	674.31	742.94	736.33*
40	40000	10	281.00	487.60	635.80	726.61	746.18
42	42000	6	469.73	742.03	822.20		
45	45000	6	585.10	849.17	943.18		
45	45003	7	476.21	772.14	932.12	905.38*	
45	45000	8	425.0	709.70	893.61	943.18	
45	45000	9	385.38	655.47	845.17	938.42	927.03*
45	45000	10	352.24	611.72	786.38	914.24	943.18
49	49000	7	657.53	909.07	1094.91	1076.22*	
49	49998	6	652.08	1026.54	1156.09	1119.41*	
50	50001	7	578.89	844.62	1137.13	1166.18	
50	50000	8	518.97	805.65	1085.13	1146.74	1131.97*
50	50004	9	469.11	802.04	1026.81	1113.44	1166.18
50	50000	10	429.14	744.52	971.42	1231.33*	
52.5	52500	7	633.45	1035.19	1243.80	1430.38	
56	56000	8	640.54	1076.09	1336.45	1622.20	
60	60000	8	736.85	1232.69	1516.38	1622.20	
60	60003	9	658.64	1123.47	1443.18	1602.11	1681.28*
60	60000	10	600.64	1046.75	1364.35	1551.36	1622.20
60	60005	11	553.03	973.73	1292.60	1499.58	1609.90
60	61000	12	612.28	913.10	1222.69	1443.05	1674.50
63	63000	9	720.35	1284.70	1678.01	1753.27	1735.68*
67.5	67500	9	817.15	1403.56	1790.20	1986.71	1969.97*
70	70000	8	962.66	1625.9	2017.17	2136.38	
70	7002	9	873.12	1500.74	1811.82	2122.27	2069.33*
70	70000	10	787.92	1389.83	1812.91	2066.46	2135.38
70	70004	11	733.64	1294.31	1719.98	1980.63	2129.63
70	69996	12	678.77	1210.75	1626.12	1911.52	2099.65*
75	75000	10	1011.6	1574.75	2053.51	2342.94	2410.58

有 * 號者係中心節間彎矩, 解釋見 8-5 節第 (3) 條。

圖,例題及習題索引

A. 圖之部

圖	頁數	圖	頁數	圖	頁數	圖	頁數
7-1	4	7-29	79	8-5	168	9-6	271
7-2	7	7-30	82	8-6	161	9-7	272
7-3	12	7-31	83	8-7	162	9-8	274
7-4	15	7-32	88	8-8	163	9-9	279
7-5	17	7-33	90	8-9	167	9-10	279
7-6	20	7-34	98	8-10	170	9-11	280
7-7	22	7-35	100	8-11	182	9-12	281
7-8	23	7-36	100	8-12	189	9-13	284
7-9	31	7-37	98	8-13	194	9-14	291
7-10	32	7-38	107	8-14	198	9-15	292
7-11	33	7-39	110	8-15	206	9-16	293
7-12	39	7-40	112	8-16	217	9-17	297
7-13	40	7-41	113	8-17	219	9-18	297
7-14	42	7-42	115	8-18	222	9-19	299
7-15	44	7-43	116	8-19	223	9-20	300
7-16	45	7-44	118	8-20	224	9-21	302
7-17	47	7-45	121	8-21	226	9-22	303
7-18	48	7-46	126	8-22	226	9-23	307
7-19	53	7-47	128	8-23	237	9-24	309
7-20	55	7-48	131	8-24	238	9-25	310
7-21	57	7-49	134	8-25	240	9-26	313
7-22	61	7-50	136	8-26	249	9-27	315
7-23	62	7-51	137	8-27	251	9-28	318
7-24	64	7-52	139	9-1	254	9-29	318
7-25	71	8-1	143	9-2	261	9-30	327
7-26	74	8-2	147	9-3	264	9-31	334
7-27	76	8-3	148	9-4	265		
7-28	78	8-4	156	9-5	265		

B. 例題之部

例題	頁數	例題	頁數	例題	頁數	例題	頁數
7-1	26	7-12	108	8-7	193	9-3	266
7-2	28	7-13	123	8-8	210	9-4	270
7-3	35	7-14	128	8-9	212	9-5	275
7-4	49	7-15	139	8-10	224	9-6	285
7-5	64	7-16	140	8-11	230	9-7	288
7-6	65	8-1	150	8-12	233	9-8	295
7-7	80	8-2	168	8-13	241	9-9	305
7-8	91	8-3	171	8-14	243	9-10	319
7-9	92	8-4	179	8-15	247	9-11	326
7-10	97	8-5	184	9-1	259	9-12	330
7-11	101	8-6	189	9-2	262		

C. 習題之部

習題	頁數	習題	頁數	習題	頁數	習題	頁數
7-1	16	7-28	109	8-14	181	8-41	244
7-2	10	7-29	109	8-15	181	8-42	244
7-3	11	7-30	109	8-16	181	8-43	245
7-4	11	7-31	123	8-17	185	8-44	245
7-5	27	7-32	123	8-18	185	8-45	247
7-6	28	7-33	125	8-19	192	8-46	248
7-7	30	7-34	125	8-20	192	8-47	252
7-8	30	7-35	129	8-21	192	9-1	260
7-9	37	7-36	130	8-22	193	9-2	263
7-10	37	7-37	130	8-23	204	9-3	270
7-11	50	7-38	130	8-24	215	9-4	270
7-12	50	7-39	140	8-25	215	9-5	277
7-13	65	7-40	140	8-26	215	9-6	277
7-14	65	7-41	141	8-27	215	9-7	278
7-15	68	8-1	148	8-28	216	9-8	287
7-16	68	8-2	148	8-29	218	9-9	287
7-17	74	8-3	148	8-30	221	9-10	290
7-18	75	8-4	151	8-31	221	9-11	296
7-19	75	8-5	152	8-32	223	9-12	306
7-20	81	8-6	153	8-33	225	9-13	306
7-21	82	8-7	157	8-34	231	9-14	322
7-22	92	8-8	161	8-35	231	9-15	322
7-23	92	8-9	164	8-36	234	9-16	322
7-24	95	8-10	169	8-37	234	9-17	326
7-25	95	8-11	176	8-38	238	9-18	326
7-26	97	8-12	176	8-39	243	9-19	332
7-27	102	8-13	176	8-40	243	9-20	334

中華民國三十五年八月初版
中華民國三十八年八月四版

◆(8324.1B)

普通結構學三冊

中册基價貳拾元

印刷地點外另加運費

* 版 翻 *
* 權 印 *
* 所 必 *
* 有 究 *

著 者 蔡 方 蔭

發 行 人 陳 懋 解

上海河南中路

印 刷 所 商 務 印 刷 廠

發 行 所 商 務 印 書 館

各地

