

(2)

算 術 題 解

# 目 次

一	整數四則	1
1	怎樣是加法	1
2	怎樣是減法	2
3	怎樣是乘法	2
4	怎樣是除法	3
5	括號怎樣用法	5
二	應用問題	6
6	怎樣解決應用問題	6
7	怎樣是數字題	7
8	怎樣是工作題	8
9	怎樣是資金題	9
10	怎樣是貨價題	11
11	怎樣是年齡題	12
12	怎樣是速度題	13
13	怎樣是時間題	14
14	怎樣是距離題	16
15	怎樣是雞兔共籠題	17
16	怎樣是混合題	18

	17 怎樣是比重題 .....	19
	18 怎樣是方陣題 .....	20
<b>三</b>	<b>約數和倍數 .....</b>	<b>23</b>
	19 怎樣是約數和倍數 .....	23
	20 約數和倍數的例 .....	24
	21 怎樣求分數的最大公約數和最小公倍數 .....	25
<b>四</b>	<b>分數問題 .....</b>	<b>26</b>
	22 怎樣是分數 .....	26
	23 怎樣是數字題 .....	27
	24 怎樣是工作題 .....	29
	25 怎樣是資金題 .....	30
	26 怎樣是貨價題 .....	32
	27 怎樣是年齡題 .....	37
	28 怎樣是時間題 .....	34
	29 怎樣是鷄兔題 .....	35
	30 怎樣是混合題 .....	38
<b>五</b>	<b>複名數 .....</b>	<b>40</b>
	31 怎樣是複名數 .....	40
	32 怎樣是面積和體積 .....	41
	33 怎樣是貨幣問題 .....	42

34	怎樣是經時間題 .....	43
35	怎樣是溫度問題 .....	44
六	循環小數 .....	46
36	怎樣是循環小數 .....	46
七	比例 .....	48
37	怎樣是比例 .....	48
38	怎樣解正比例 .....	49
39	怎樣解反比例 .....	50
40	單比例雜例 .....	52
41	怎樣解複比例 .....	54
42	怎樣是連環比例 .....	56
43	怎樣是配分比例 .....	58
44	怎樣是混合比例 .....	60
八	百分法 .....	62
45	怎樣是百分法 .....	62
46	怎樣是單利法 .....	64
47	怎樣是複利法 .....	67
48	利息的應用 .....	69
九	開方 .....	71
49	怎樣開平方 .....	71

50 怎樣開立方.....	76
附 求積雜題.....	76

# 算術題解

## 一 整數四則

### 1 怎樣是加法？

數字相加，不論次序先後，或分組相加，結果都是一樣；但不同類的名數，不能相加。

$$\begin{aligned}\text{例1. } 12+8+6 &= 6+12+8 \\ &= (8+6)+12=26\circ\end{aligned}$$

例2. 甲原有銀 486 圓，今乙給銀 165 圓與甲，那麼兩人所有銀數相等，問乙原有銀多少？

**【解】** 甲銀增 165 圓，就是乙銀減 165 圓。現在兩人所有銀數相等，所以甲銀加 165 圓，再加 165 圓，就是乙有的銀數。即

$$486\text{圓} + 165\text{圓} + 165\text{圓} = 816\text{圓}\circ$$

故乙原有銀 816 圓。

## 2 怎樣是減法？

從一數減許多數，不論這許多數的次序先後，逐個相減或從被減數減去減數的總和，結果都是一樣；但減數的總和，不能大於被減數；不同類的名數，不能相減。

$$\begin{aligned} \text{例1. } 15-8-6 &= 15-6-8 \\ &= 15-(6+8) = 1。 \end{aligned}$$

例2. 甲有銀 218 圓，今以 75 圓給乙，那麼乙比甲多 42 圓。問乙原有銀多少？

【解】 甲銀減 75 圓，就是乙銀增 75 圓。但乙銀增 75 圓後，又比甲多 42 圓。所以甲銀減 75 圓，一定和乙銀 75 圓—42 圓相等。那麼甲銀減 75 圓，再減 33 圓，一定就是乙原有的銀數。即

$$218\text{圓}-75\text{圓}-33\text{圓}=110\text{圓}。$$

故乙原有銀 110 圓。

## 3 怎樣是乘法？

諸數相乘，和他們的次序，沒有關係；  
一數同許多數的和或差相乘，和許多數逐個  
乘這一數一樣；但乘數常是不名數，被乘數  
和積，或同是名數或同是不名數。

○乘任何數，結果是○。

$$\begin{aligned}\text{例1. } 3 \times 8 \times 5 &= 5 \times 3 \times 8 \\ &= 3 \times (5 \times 8) = 120.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{例2. } 3 \times (8+5) &= 3 \times 8 + 3 \times 5 = 39 ; \\ 3 \times (8-5) &= 3 \times 8 - 3 \times 5 = 9.\end{aligned}$$

例3. 工人每日的工資兩角。現有 5  
人 3 日可成的事，由一人獨做，問這人  
共得工資多少？

【解】 工人 5 人 3 日可成的事，由一人  
獨做，要  $5 \times 3$  日。每日的工資 2 角，所  
以這人共得

$$2\text{角} \times 5 \times 3 = 30\text{角}。$$

故這工人共得工資 3 圓。

#### 4 怎樣是除法？



諸數相除，和他們的次序，沒有關係。  
一數同許多數的和或差相除，和許多數逐個  
除這一數一樣。

被除數和除數，用同數去乘，或同數去  
除，其商不變。

同名數相除，所得的商是不名數；倘除  
數是不名數，那麼所得的商，和被除數同是  
同名數，或同是不名數。

$$\begin{aligned} \text{例1. } (15+20) \div 5 &= (15 \div 5) + (20 \div 5) \\ &= 3+4=7。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (20-15) \div 5 &= (20 \div 5) - (15 \div 5) \\ &= 4-3=1。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{例2. } 15 \div 5 &= (15 \times 3) \div (5 \times 3) = 45 \div \\ &15=3。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 15 \div 5 &= (15 \div 5) \div (5 \div 5) = 3 \div 1 \\ &= 3。 \end{aligned}$$

例3. 龜每分鐘走12尺，兔每分鐘走  
66尺，今龜兔競走，兔先假寐，45分鐘

後，兔纔追上，問須幾分鐘追及？

【解】 龜兔所走的路，每分鐘差66尺—12尺=54尺—就是龜兔各走一分鐘，兔能超過龜54尺。現在龜先行45分鐘，共走12尺×45=540尺，故兔追及龜的時間是

$$66\text{尺}-12\text{尺}=54\text{尺}。$$

$$540\text{尺}\div 54\text{尺}=10。$$

答兔行十分鐘追及龜。

## 5 括號怎樣用法？

括號的種類，常用的分一，( )，[ ]，{ } 四種。

加括號或去括號時，倘括號前是+號，那麼括號內的符號不變；倘括號前是一號，那麼括號內符號+變爲—，—變爲+。

去括號時，習慣上先把括號內的數計算，再把括號外的數計算。

例1.  $32-18+12+5-3-4-2$

$$\begin{aligned}
 &= 32 - 18 + 12 + (5 - 3) - (4 + 2) \\
 &= 32 - 18 + [12 + (5 - 3) - (4 + 2)] \\
 &= 32 - \{18 - [12 + (5 - 3) - (4 + 2)]\} \circ
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{例2. } &32 - \{18 - [12 + (5 - 3) \\
 &\quad \quad \quad - (4 + 2)]\} \\
 &= 32 - \{18 - [12 + 5 - 3 - 4 - 2]\} \\
 &= 32 - \{18 - 12 - 5 + 3 + 4 + 2\} \\
 &= 32 - 18 + 12 + 5 - 3 - 4 - 2 = 22 \circ
 \end{aligned}$$

## 二 應用問題

### 6 怎樣解決應用問題？

【解】 應用問題應先明瞭題意，什麼是已知的數，什麼是要求的數，然後認定目標，依一定次序，逐漸解出。

計算數題，倘式內祇有乘除號子，就照算式的次序計算；倘加減乘除混用的算式，應先做乘除，慢做加減。

要列式明顯可加括號。方法詳前節。

## 7 怎樣是數字題？

例1. 有大小二數，大數和小數的二倍的和是17，大數的二倍和小數的和是22，求二數。

【解】 依題，17是一個大數和二倍小數的和，22是兩倍大數和一個小數的和，所以 $(17+22)$ 就是三倍大數和三倍小數的和。故3除 $(17+22)$ 就是一個大數和一個小數的和。即

$$(17+22) \div 3 = 39 \div 3 = 13。$$

但17是一個大數與兩倍小數的和，所以從一個大數與兩倍小數的和，減去一個大數與一個小數的和，就是小數的數值。

$$\therefore 17 - 13 = 4 \text{ 小數；}$$

$$\therefore 13 - 4 = 9 \text{ 大數。}$$

例2. 有兩位數，十位數字是單位數字的兩倍。倘從這數減9，那麼兩位數字

相同。求原數。

【解】從兩位數字減9，就是從十位數字減1，在單位數上加1。現在兩個數字相等，那麼原來數字，十位數必多 $1+1=2$ ，就是兩位數相差的一倍。故單位數是2，十位數是4，故原數是42。

## 8 怎樣是工作題？

例1. 甲乙二人，合作一事，10日做成。今二人合作四日後，由甲一人獨做，又8日做成。問二人獨作全事，各須幾日？

【解】甲獨作8日 = 甲乙合作的 $10-4=6$ 日。

但甲比兩人合作所需的日數，祇多 $8-6=2$ 日。

故甲2日的工作 = 乙6日的工作，

即甲1日的工作 = 乙3日的工作。

例2. 有一事，用工人5名，12日可

成。今5人合作4日後，再添3人，問幾日可成？

【解】 原定的日數和已作的日數，相差 $12日 - 4日 = 8日$ 。

5人8日的工作是 $8日 \times 5 = 40日$ ，

現在人數添3人，故所需的日數是 $40日 \div (5+3) = 5日$ 。

## 9 怎樣是資金題？

例1. 男工12人，女工16人，作工30日，共計工資270圓。已知男工的工資，是女工的二倍；求男女工每人每日的工資？

【解】 男工的工資 = 女工的工資的二倍，

故男工12人的工資 = 女工24人的工資，

男工12人女工16人30日的工資 = 女工 $(12 \times 2) + 16 = 30$ 人30日的工資，但男

4

工12人，女工16人，30日的工資，共計  
270 圓。

故女工每人每日的工資 =  $(270 \div 30) \div$   
 $30 = 0.30$  圓，

故男工每人每日的工資 =  $2 \times 0.30 = 0$   
 $.60$  圓。

例2. 甲乙丙三人合資營商，共得純  
益2500圓。但知甲分得乙有的2倍，乙  
比丙多得350圓。問三人各分得多少？

【解】 依題丙比乙少得350圓，故25  
00圓 + 350圓 = 2850圓，就是甲與乙的  
兩倍的和，但甲得乙的二倍，就是乙的  
四倍，

故乙分得的利益 =  $2850 \text{圓} \div 4 = 712.5$   
5 圓，

甲分得的利益 =  $712.5 \text{圓} \times 2 = 1425$   
圓。

丙分得的利益 =  $712.5 \text{圓} - 350 \text{圓} = 36$

2.5圓。

## 10 怎樣是貨價題？

例1. 用銀3888圓買米若干，賣出時每賣一圓，賺米二升，至賣盡時，共獲洋486圓，問原買米多少？

【解】 賣出一圓，賺米二升；賣出3888圓，共賺米  $2 \text{ 升} \times 3888 = 7776 \text{ 升}$ ，就是所獲的利益486圓。

故每圓賣出  $7776 \text{ 升} \div 486 = 16 \text{ 升}$ ，

但每圓賣出時賺米2升，故每圓買米  $16 \text{ 升} + 2 \text{ 升} = 18 \text{ 升}$ ，

故買入的米數  $18 \text{ 升} \times 3888 = 69984 \text{ 升} = 699.84 \text{ 石}$ 。

例2. 某人用銀138圓，買牛羊若干，但知牛每頭45圓，羊每頭4圓；而羊數是牛數的6倍。問牛羊各若干？

【解】 依題羊數是牛數的6倍，

故買羊的銀 = 牛數  $\times 6 \times 4$ 。



買牛的銀 = 牛數  $\times$  45

即牛羊共值 = 牛數  $\times$  (45 + 24) = 138圓

故牛數 =  $138 \div (45 + 24) = 138 \div 69 = 2$

羊數 =  $2 \times 6 = 12$ 。

### 11 怎樣是年齡題？

例1. 父年32歲，子年6歲。問幾年後，父年是子年的2倍？

【解】 父子年歲的差 =  $32 - 6 = 26$ 。

故父年是子年的2倍時，就是子年的  
 $2 - 1 = 1$ 倍，即子年 =  $26 \div 1 = 26$ ；父年  
 $= 26 \times 2 = 52$ ，

但子年6歲，故父年是子年的2倍時 =  
 $26 - 6 = 20$ 。

故20年後，子年是父年的2倍。

例2. 父年40歲，長子年15歲，次子  
 年12歲，問幾年後二子年齡的和等於父  
 的年齡？

【解】 現在長子和次子年齡的和是15

$$+12=27,$$

二子年齡的和與父年的差是 $40-27=$

13。

但父年增1,子年的和增2。故要二子年齡的和,等於父年,必須 $13 \times 2=26$ ,即

$$\text{二子年齡的和} = 27 + 26 = 53,$$

故 $53-40=13$ ,即13年後二子年齡的

和等於父年。

## 12 怎樣是速度題?

例1. 甲每分鐘速度較乙的二倍少18尺。今二人競走,乙先走60尺,甲纔追上,經10分鐘一同到達,求甲乙的速度各多少?

【解】 甲每分鐘比乙多走 $60 \div 10 = 6$ 尺,

今題言甲比乙的二倍少18尺,就是一倍多6尺。

故乙每分鐘的速度 $18 \text{尺} + 6 \text{尺} = 24 \text{尺}$ ,

甲每分鐘的速度 $24尺 + 6尺 = 30尺$ 。

例2. 在一定距離內，甲船順流而行，乙船逆流而行。經5時相遇，甲船已行全長之半又65里。但知順流速度每時54里，逆流速度，每時46里。求水力每小時的速度多少？

【解】 甲乙兩船相遇時，甲船比乙船多行的里數是 $65里 \times 2 = 130里$ ，故甲船每時多行的里數是 $130里 \div 5 = 26里$ 。順流與逆流每小時速度的差是 $54里 - 46里 = 8里$ 。

故水力每小時的速度是 $(26里 - 8里) \div 2 = 9里$ 。

### 13 怎樣是時間問題？

例1. 長120里的河內，甲船下行8小時，上行15小時。乙船上行12小時，下行要多少時？

【解】 甲船上行每時的速度  $120里 \div$

15 = 8 里，

乙船上行每時的速度  $120 \text{ 里} \div 12 = 10$   
里，

甲船下行每時的速度  $120 \text{ 里} \div 8 = 15$  里  
水每時的速度  $(15 \text{ 里} - 3 \text{ 里}) \div 2 = 7$  里  
 $\div 2 = 3.5$  里。

故乙船下行每時的速度  $10 \text{ 里} + 3.5 \text{ 里}$   
 $\times 2 = 17$  里，

故乙船下行的時間  $120 \text{ 里} \div 17 \text{ 里} = 7$  時

例2. 甲乙同走長 360 里的路，甲每  
日行 45 里，乙每日行 30 里。二人每行 10  
0 里各休息 1 日，問甲比乙先到幾日？

【解】 甲行全路須  $360 \text{ 里} \div 45 \text{ 里} = 8$ 。  
乙行全路須  $360 \text{ 里} \div 30 \text{ 里} = 12$ 。

全路有三個 100 里，故甲乙各須休息  
3 日，

故甲走完全路須  $8 \text{ 日} + 3 \text{ 日} = 11$  日，

乙走完全路須  $12 \text{ 日} + 3 \text{ 日} = 15$  日，

故甲比乙先到 $15日 - 11日 = 4日$ 。

#### 14 怎樣是距離問題？

例1. 相隔48丈的兩電桿間，再加五棵電桿，要使各桿間的距離相等。問每桿相隔多少？

【解】 兩桿間再加五桿，便成7桿。桿和桿的中間，共有六個間隔，就是把全長分做6份。得

$$48丈 \div 6 = 8丈，$$

故每桿相隔8丈。

例2. 三人同行120里的路，雇車二輛，三人輪坐時間相等。問每人乘車和步行各多少里？

【解】 兩車各走120里的路，共走 $120里 \times 2 = 240里$ 。

兩車走240里，由三人輪坐，每人乘車 $240里 \div 3 = 80里$ ，

故每人步行的路程，就是 $120里 - 80$

里 = 40里。

### 15 怎樣是雞兔共籠題？

例1. 雞兔共20隻，足共56隻，求雞兔各多少？

【解】 假設20隻都是雞，那麼足數是 $20 \times 2 = 40$ ，比56少16隻。假使把一隻雞換入一隻兔，那麼足數可多出2隻。現在要補足缺少的16隻腳，一定要換入 $16 \div 2 = 8$ 隻兔。

所以兔是8隻，雞是 $20 - 8 = 12$ 隻。

例2. 雞兔共39隻，雞每只4斤，兔每隻2斤，共值54圓；倘雞兔各跌價5分，共值銀48.6圓。問雞兔各若干？

【解】 雞兔的斤數共 $(540分 - 486分) \div 5分 = 108$ ，

假設39隻都是兔，那麼斤數共 $39 \times 2 = 78$ ，比108少30斤。假使把一隻兔換入一隻雞，那麼斤數可多2斤。所以現

在要補足缺少的30斤，一定要換入 $30 \div 2 = 15$ 隻雞。

故雞是15隻，兔是  $39$  隻  $- 15$  隻  $= 24$  隻。

## 16 怎樣是混合問題？

例1. 上等米15斤，混入次等米7斤，每斤售價240文。現在每斤售價要減至120文，問上等米15斤，應混次等米多少斤？

【解】 上等米15斤和次等米7斤，共值 $240 \text{文} \times (15 + 7) = 5280 \text{文}$ 。

今售價減至120文，那麼15斤上米與次米斤數的和是

$$5280 \text{文} \div 120 \text{文} = 44。$$

故上等米15斤，應混入次等米 $44$ 斤  $- 15$ 斤  $= 29$ 斤。

例2. 甲桶容水56斤，乙桶容水16。今使甲桶的水流入乙桶，每分鐘流出8

斤。問多少時後，乙桶的水，是甲桶的2倍？

**【解】** 甲乙二桶的水共 $56\text{斤} + 16\text{斤} = 72\text{斤}$ 。

甲乙二桶所容水的倍數共 $1\text{倍} + 2\text{倍} = 3\text{倍}$ ，

故每倍的水量是 $72\text{斤} \div 3 = 24\text{斤}$ 。

即甲桶流出的水量是 $56\text{斤} - 24\text{斤} = 32\text{斤}$ ，

故流出的時間是 $32 \div 8 = 4$ 。即四分鐘。

## 17 怎樣是比重問題？

例1. 空氣比水輕773倍，水銀比水重13.6倍。問水銀一立方寸等於空氣多少立方寸？

**【解】** 水一立方寸的重量 = 空氣773立方寸的重量；水銀一立方寸的重量 = 水13.6立方寸的重量。

故水銀一立方寸 =  $13.6 \times 1 \times 773$



$$=10512.8,$$

即水銀一立方寸等於空氣 10512.8 立方寸。

例2. 瓶中盛水，重28.8兩；改盛水銀重56兩。已知水銀的比重是13.6。求這瓶的重量多少？

【解】 水銀的重量，是水的13.6倍，所以用同量的水銀換同量的水，重量應增  $(13.6-1) = 12.6$  倍。

今把水換同量的水銀後，重量增加56兩 $-28.8$ 兩 $=27.2$ 兩。

故瓶內所盛的水重是 $27.2$ 兩 $\div 13.6 = 2$ 兩，

故瓶的重量是 $28.8$ 兩 $- 2$ 兩 $=26.8$ 兩

## 18 怎樣是方陣問題？

例1. 軍隊排成空心方陣每邊13人，共四層。問兵士共多少？

【解】 方陣人數，每進一層，每邊要

減少 2 人。故每層的人數是

第一層每邊 13 人，共計  $(13 \times 4) - 2 = 50$  人，

第二層每邊 11 人，共計  $(11 \times 4) - 2 = 42$  人，

第三層每邊 9 人，共計  $(9 \times 4) - 2 = 34$  人，

第四層每邊 7 人，共計  $(7 \times 4) - 2 = 26$  人，

故四層人數，共計  $50 + 42 + 34 + 26 = 152$  人。

例 2. 軍隊排一三角陣，第一排 1 人，以後逐排增 2 人，問 10 排共有兵士多少？

【解】 第一排一個，以後逐排多二人，故各排的人數是

第一排 1 人，

第二排  $1 + (2-1) \times 2 = 3$  人，

第三排  $1 + (3-1) \times 2 = 5$  人，

第四排  $1 + (4-1) \times 2 = 7$  人，

.....

第十排  $1 + (10-1) \times 2 = 19$  人，

故兵士總數是  $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 19$   
人。

假如一個同樣倒轉的三角陣，他的人數是

$19 + 17 + 15 + 13 + \dots + 1$  人

但兩個倒轉的三角陣相合，恰是一個斜方陣，他的人數是

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + 19$

$$\frac{19 + 17 + 15 + 13 + \dots + 1}{20 + 20 + 20 + 20 + \dots + 20}$$

即每排 20 人，十排共  $20 \text{ 人} \times 10 = 200$   
人。

但斜方陣是三角陣的兩倍。所以三角陣的人數是

$$200人 \div 2 = 100人。$$

### 三 約數和倍數

#### 19 怎樣是約數和倍數？

一數能整除他數，這數就是他數的約數，他數就是這數的倍數。所以甲乙兩數都是丙數的倍數時，他們的和或較，也是丙數的倍數。換句話說，丙數是甲乙兩數的約數時，也是他們的和或較的約數。

諸數的公約數中，最大的叫最大公約數。求最大公約數的簡便方法，就是把公約數除諸數，再用公約數除諸商，這樣繼續下去，到沒有公約數可除為止。然後把公約數連乘，所得的積，就是最大公約數。

諸數的公倍數，可多至無窮，那最小的叫最小公倍數，求最小公倍數的簡便方法。同最大公約數的方法一樣。但須把公約數和末次所得的商連乘起來，所得的積，就是最

小的公倍數。

## 20 約數和倍數的例？

例1. 兩數的最大公約數和最小公倍數的相乘積是4608, 一數是96, 求他數和他們的最大公約數和最小公倍數。

【解】 依題一數是96, 那麼他數是4608 ÷ 96 = 48;

96的最大公約數是 $2^5 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ,

48的最大公約數是 $2^4 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$ ,

故兩數的最大公約數是 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$ 。

最小公倍數是 $4608 \div 48 = 96$ 。

例2. 某校有男生288人, 女生128人, 現在把男女生各分數班。每班人數相等, 問男女至少各分幾班, 每班人數多少?

**【解】** 依題每班人數相等，故兩數的公約數，即是每班的人數。

$$288 \text{ 的最大公約數是 } 2^5 \times 3^2 = 2 \times 2 \times 2 \\ \times 2 \times 2 \times 3 \times 3,$$

$$128 \text{ 的最大公約數是 } 2^7 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \\ \times 2 \times 2 \times 2,$$

所以  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$  是公約數，  
就是各班的人數。

$$\text{故男生的班數是 } 288 \div 32 = 9,$$

$$\text{女生的班數是 } 128 \div 32 = 4。$$

## 21 怎樣求分數的最大公約數和最小公倍數？

求分數的最大公約數，先求諸分子的最大公約數，作為新分子，次求諸分母的最小公倍數，作為新分母。這求得的新分數，就是所求的最大公約數。例如：

$$\text{求 } \frac{3}{4}, \frac{9}{14}, \text{ 和 } \frac{21}{26} \text{ 的最大公約數}$$

**【解】** 諸分子3, 9, 和21的最大公約數

是3，

諸分母4, 14和26的最小公倍數是364，  
故所求的最大公約數是 $\frac{3}{364}$ 。

求分數的最小公倍數的方法，和求最大公約數的方法相反。就是先求諸分子的最小公倍數作為新分子，次求諸分母的最大公約數作為新分母。這求得的分數，就是所求的最小公倍數，例如：

求  $\frac{3}{4}$ ， $\frac{9}{14}$ ，和 $\frac{21}{26}$ 的最小公倍數。

【解】 諸分子的最小公倍數是63，

諸分母的最大公約數是2，

故所求的最小公倍數是 $\frac{63}{2}$ 。

#### 四 分數問題

##### 22 怎樣是分數？

分母大於分子的分數叫真分數，分母等於或小於分子的分數，叫假分數，整數和分數合成的分數，叫帶分數。

凡用一整數乘分子，與用這數乘全分數相同；用一整數除分子或乘分母，與用這數除全分數相同；凡分子分母同被一數乘或同被一數除，分數的數值不變。

計算分數算式，應用通分與約分的方法，化成簡單。繁分數的計算，就應用尋常分數的四則方法。

例如：求簡 
$$\frac{\left(5\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{8}\right) \div 2\frac{3}{5}}{3\frac{1}{8} + 5\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5}}$$

【解】 
$$\frac{\left(5\frac{1}{5} \times 3\frac{1}{8}\right) \div 2\frac{3}{5}}{3\frac{1}{8} + 5\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5}}$$

$$= \frac{\left(\frac{26^{13}}{5} \times \frac{25^5}{8}\right) \div \frac{13}{5}}{\frac{25}{8} + \frac{26}{5} - \frac{13}{5}} = \frac{\frac{65}{4} \div \frac{13}{5}}{\frac{125}{40} + \frac{208}{40} - \frac{104}{40}}$$

$$= \frac{\frac{65^5}{4} \times \frac{5}{13}}{\frac{229}{40}} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{229}{40}} = \frac{25}{4} \times \frac{40^5}{229} = \frac{125}{229}。$$

23 怎樣是數字題？



例1. 分數的分子加2,分數變1;分母加1,分數變 $\frac{1}{2}$ 。求原分數。

【解】 分子加2,分數變1,就是分子分母相等。故原分數的分母,必較分子多2。

分母加1,那麼這分母必比分子多3,故

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}。$$

$$\text{故原分數是 } \frac{3}{6-1} = \frac{3}{5}。$$

例2. 從某數減 $\frac{1}{2}$ 的差,再減 $\frac{1}{3}$ ,照樣從差上減去 $\frac{1}{4}$ , $\frac{1}{5}$ ……至 $\frac{1}{30}$ ,共減29次,後餘10,求某數。

【解】 假定某數為1,先減 $\frac{1}{2}$ ,則餘 $\frac{1}{2}$ ;  
再減 $\frac{1}{2}$ ,則餘 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ ;再減 $\frac{1}{4}$ ,則餘  
 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ ;再減 $\frac{1}{5}$ ,則餘 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$   
 $\times \frac{4}{5}$ ,同理減29次,後,所得的差是 $\frac{1}{9}$

$$\times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \cdots \cdots \frac{27}{28} \times \frac{28}{29} \times \frac{29}{30} = \frac{1}{30} \circ$$

$$\text{故某數是 } 10 \div \frac{1}{30} = 10 \times 30 = 300 \circ$$

## 24 怎樣是工作題？

例1. 有一事甲乙二人合作8日可成。  
 若甲一人獨作的日數，是乙一人獨作的日數 $\frac{1}{2}$ 。問甲乙獨作各須幾日？

【解】 乙獨作8日，甲祇須8日 $\times \frac{1}{2}$   
 $= 4$ 日，

故甲獨作的日數是8日+4日=12日，

又甲獨作8日，乙須8日 $\times 2=16$ 日，

故乙獨作的日數是8日+16日=24日。

例2. 前題甲一人獨作須12日可成，  
 乙一人獨作須24日可成。今二人合作，  
 其中甲休息6日。問幾日作成？

【解】 甲一日的工作，是全事的 $\frac{1}{12}$ 。

乙一日的工作，是全事的 $\frac{1}{24}$ 。

$$\begin{aligned} & \text{今甲休息 6 日，即少作全事的 } 6 \times \frac{1}{12} \\ & = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

假定全事是 1，那麼甲乙二人合作的工作等於  $1 + \frac{1}{2}$ 。

$$\begin{aligned} & \text{但二人合作一日的工作，是全事的 } \frac{1}{12} \\ & + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{故二人合作全事須 } \left(1 + \frac{1}{2}\right) \div \frac{1}{8} = \frac{3}{2} \\ & \times \frac{8}{1} = 12 \text{ 日。} \end{aligned}$$

## 25 怎樣是資金題？

例1. 男工 5 人的工資，比女工 8 人的工資少 0.15 圓。但知男工 2 人的工資，等於女工 3 人的工資。求男女工的工資各多少？

【解】 已知男工 2 人的工資，等於女工 3 人的工資，

故男工 5 人的工資，等於女工 工資的

$$\frac{2}{3} \times 5。$$

而工資 .15 圓，就等於  $8 - \frac{2}{3} \times 5 =$

$$8 - \frac{10}{3} = \frac{24 - 10}{3} = \frac{14}{3}。$$

故男工一人的工資是  $.15 \div \frac{10}{3} = 15^3$

$$\times \frac{3}{10} = \frac{9}{2} = .45，$$

女工一人的工資是  $.45 \times \frac{2}{3} = \frac{.90}{3} =$

.30。

例2. 甲乙二人，共有金80圓。甲用去  $\frac{4}{5}$ ，乙用去  $\frac{2}{3}$ 。二人所餘的金額相等，問二人各有金多少？

【解】 甲用去  $\frac{4}{5}$ ，尚餘  $\frac{1}{5}$ ，故甲所有的倍數是  $1 \div \frac{1}{5} = 5。$

乙用去  $\frac{2}{3}$ ，尚餘  $\frac{1}{3}$ ，故乙所有的倍數是  $1 \div \frac{1}{3} = 3。$

故甲乙二人所有的倍數是  $5 + 3 = 8$ ，每

倍是 $80\text{圓} \div 8 = 10\text{圓}$ 。

故甲所有的金額是 $10\text{圓} \div \frac{1}{5} = 10\text{圓} \times 5 = 50\text{圓}$ 。

乙所有的金額是 $10\text{圓} \div \frac{1}{3} = 10\text{圓} \times 3 = 30\text{圓}$ 。

## 26 怎樣是貨價題？

例1. 某人買橘一籃，每10枚價銀  
.50圓。其後壞去30枚，以每10枚價銀  
.80圓賣出，共獲利銀1.20圓。求買進  
橘子共多少？

【解】 橘一枚賣出時所得的利是 $\frac{8}{10}$ —

$$\frac{5}{10} = \frac{3}{10}。$$

依題除壞去30枚外，尚得利銀1.2圓  
，那麼獲利的總數是 $30 \times \frac{5}{10} + 12 = 15 + 12 = 27$ 。

故賣出的橘數是 $27 \div \frac{3}{10} = 27 \times \frac{10}{3} = 90$   
枚。

買進的橘數是  $90 + 30 = 120$  枚。

例2. 羊肉12斤，牛肉3斤，共價銀  $4\frac{1}{5}$  圓；羊肉3斤牛肉12斤，共價銀  $3\frac{3}{10}$  圓。

問牛羊肉每斤價多少？

【解】 依題把兩種價額相減，就得9斤的差即  $4\frac{1}{5} - 3\frac{3}{10} = \frac{9}{10}$ 。

故每斤價值的差，就是  $\frac{9}{10} \div 9 = \frac{9}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{10}$ 。

3斤價值的差，就是  $\frac{1}{10} \times 3 = \frac{3}{10}$ 。

故羊肉15斤的價值，是就  $4\frac{1}{5}$  圓 +  $\frac{3}{10}$  圓  
 $= \frac{45}{10}$  圓，

即羊肉每斤的價是  $\frac{45}{10}$  圓  $\div 15 = \frac{45^{\cancel{3}}}{10}$  圓

$\times \frac{1}{\cancel{15}} = \frac{3}{10}$  圓。

牛肉每斤的價是  $\frac{3}{10}$  圓 -  $\frac{1}{10}$  圓 =  $\frac{2}{10}$  圓，

故羊肉每斤價銀3角，牛肉每斤價銀

2角。

## 27 怎樣是年齡題？

例1. 某人年齡的 $\frac{1}{4}$ 家居， $\frac{4}{7}$ 在國內讀書， $\frac{1}{7}$ 在國外讀書。自回國服務，亦已一年，問他的年紀現在幾歲？

【解】 假定年齡全數是1，那麼減去家居和讀書的時間，必是回國後服務的時間。即 $\frac{1}{4} + \frac{4}{7} + \frac{1}{7} = \frac{27}{28}$ ，

故回國後的時間必是 $1 - \frac{27}{28} = \frac{1}{28}$ 。

但回國後已有一年，故現在的年齡是 $1 \div \frac{1}{28} = 1 \times 28 = 28$ 。

例2. 某人在父年26歲時生，至父年的 $\frac{1}{2}$ 歲時父死，又隔2年死母，但母的享年和父相同。問這人生時，母年幾歲？

【解】 父年26歲，子年1歲；故父子年齡的差是 $26 - 1 = 25$

假設父享年為1，那麼子喪父的年齡是  
 $\frac{1}{2}$ 。

$$\begin{aligned} \text{故父的享年是 } & 25 \div \left(1 - \frac{1}{2}\right) = 25 \div \frac{1}{2} \\ & = 25 \times 2 = 50。 \end{aligned}$$

父50歲時，母的年紀，是 $50 - 2 = 48$ ，

子的年紀，是 $50 - 25 = 25$ 。

母子年齡的差，是 $48 - 25 = 23$ 。

故這人生時，母的年齡是 $23 + 1 = 24$ 。

## 28 怎樣是時間問題？

例1. 晝長是夜長的 $\frac{3}{5}$ 時，問晝長多少？

【解】 依題晝長等於夜長的 $\frac{3}{5}$ 時，

晝夜共24時，故夜長加他的 $\frac{3}{5}$ ，必等

於24

假定夜長的時間是1，那麼 $\left(1 + \frac{3}{5}\right)$ 就  
 等於24小時，

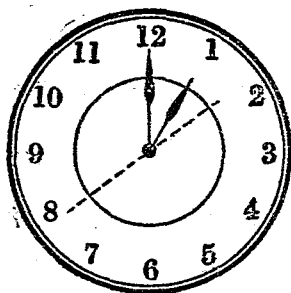
故夜長的時間是 $24 \text{時} \div \left(1 + \frac{3}{5}\right) = 24$



$$\text{時} \div \frac{8}{5} = 24 \text{時} \times \frac{5}{8} = 15 \text{時}$$

故晝長的時間是24時—15時=9時。

例2. 求一點鐘後，兩針成直線的時間。



【解】 一點鐘

時，時針指1，分針指12，兩針相隔5分鐘，兩針成直線時，相隔30分鐘，所以分

針一定要追過時針30分+5分=35分。

但分針走一週時，時針祇走 $\frac{1}{12}$ 週，

故分針走一分鐘，分針能追過時針

$(1 - \frac{1}{12})$ 分鐘，

今分針要追過時針35分鐘，所需的時

間就是35分 $\div (1 - \frac{1}{12}) = 35 \text{分} \div \frac{11}{12} = 35$

分 $\times \frac{12}{11} = 38\frac{2}{11}$ 分，

故一點鐘後兩針成直線時是 1 時  $38\frac{2}{11}$  分。

## 29 怎樣是雞兔題？

例 1. 雞兔足數的和共 220 隻；兔的頭數，是雞頭的  $\frac{5}{12}$ ，問雞兔各多少？

【解】 假定雞的頭數是 1，那麼雞兔頭數的總和是  $1 + \frac{5}{12}$ 。

但雞足 2 隻，兔足 4 隻，所以雞兔的足數共  $1 \times 2 + \frac{5}{12} \times 4 = 2 + \frac{5}{3} = 3\frac{2}{3}$

故雞數是  $220 \div 3\frac{2}{3} = 220 \div \frac{11}{3} = 22$

$$20 \times \frac{3}{11} = 60。$$

兔數是  $60 \times \frac{5}{12} = 25。$

例 2. 雞兔頭數的差是 5；雞的足數，是兔的足數的  $\frac{5}{12}$ 。問雞兔各多少？

【解】 假定兔的足數是 1，那麼雞足就是  $\frac{5}{12}$ 。

$$\begin{aligned} \text{故兔的頭數是 } \frac{1}{4}, \text{ 雞的頭數是 } \frac{5}{12} \div 2 \\ = \frac{5}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{24}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故兔的頭數和雞的頭數的差是 } \frac{1}{4} - \frac{5}{24} \\ = \frac{1}{24}. \end{aligned}$$

但已知兔的頭數和雞的頭數的差是5,

$$\text{故兔的足數共 } 5 \div \frac{1}{24} = 5 \times 24 = 120,$$

$$\text{故兔數是 } 120 \div 4 = 30,$$

$$\text{雞數是 } 30 - 5 = 25.$$

### 30 怎樣是混合題？

例1. 酒精與水混合做酒，酒精是全量的一半多40斤，水是全量的 $\frac{1}{4}$ ，問酒精和水各多少斤？

【解】 依題，酒精占全量的一半，餘 $\frac{1}{2}$ ，

$$\begin{aligned} \text{故酒精40斤，等於全量的 } \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \\ = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}, \end{aligned}$$

故全量是  $40 \text{ 斤} \div \frac{1}{4} = 40 \text{ 斤} \times 4 = 160 \text{ 斤}$

故酒精的斤數  $160 \text{ 斤} \times \frac{1}{2} + 40 \text{ 斤} = 80$   
斤 + 40 斤 = 120 斤，

水的斤數是  $160 \text{ 斤} \times \frac{1}{4} = 40 \text{ 斤}$ 。

例2. 純金在水中，減少原重  $\frac{4}{77}$ ，純銀減少  $\frac{1}{7}$ ，今有金銀的混合物重  $10\frac{1}{2}$  兩，在水中重  $9\frac{3}{4}$  兩。問金銀各重多少？

【解】 假定混合物都是純金，那麼在水中應減

$$10\frac{1}{2} \text{ 兩} \times \frac{4}{77} = \frac{21^3}{2} \text{ 兩} \times \frac{4^2}{77 \times 11} = \frac{6}{11} \text{ 兩}。$$

依題混合物在水中減少的重量是  $10\frac{1}{2}$  兩 -  $9\frac{3}{4}$  兩 =  $\frac{3}{4}$  兩。

故混合物和純金在水中所減重量的差，是  $\frac{3}{4}$  兩 -  $\frac{6}{11}$  兩 =  $\frac{9}{44}$  兩，

但金銀在水中所減重量的差是  $\frac{1}{7} - \frac{4}{77}$   
=  $\frac{7}{77} - \frac{4}{77} = \frac{1}{11}$ ，

$$\begin{aligned} \text{故混合物中的金數，是} & \frac{9}{44} \text{兩} \div \frac{1}{11} \\ & = \frac{9}{44} \times 11 = \frac{9}{4} \text{兩} = 2 \frac{1}{4} \text{兩}。 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{故混合物中的銀數是} & 10 \frac{1}{2} \text{兩} - 2 \frac{1}{4} \text{兩} \\ & = 8 \frac{1}{4} \text{兩}。 \end{aligned}$$

## 五 複名數

### 31 怎樣是複名數？

用兩個或兩個以上的單位來表示數量叫複名數，量長短的叫度，量容量的叫量，量輕重的衡。

我國所用的度量衡制叫營造庫平制和萬國權度通制二種。營造庫平制度的單位是尺，量的單位是升，衡的單位是兩。萬國權度通制；度的單位是公尺 *Mètre*，量的單位是公升 *Litre*，衡的單位是公分 *Gramme*。

外國度量衡制，常用的還有英美制，比較亦很重要。

計算複名數，應照各種單位的進率計算

### 32 怎樣是面積和體積？

三角形的面積，等於底高相乘積的一半；正方形的面積等於邊線的自乘。矩形的面積，等於長闊的相乘積；梯形的面積，等於 $\frac{1}{2}$ 上下底的和乘高；菱形的面積等於 $\frac{1}{2}$ 兩對角線的相乘積；圓的面積，等於半徑的平方乘圓周率；球的面積等於 $4\pi \times \text{半徑}^2$ 。凡面積的單位，都是平方數。

正立方體的體積，等於邊線的立方數；正六面體的體積，等於長，闊，高的相乘積；直角柱和直圓柱的體積，等於高乘底面積；直角錐和直圓錐的體積，等於 $\frac{1}{3}$ 高乘底面積；球的體積，等於 $\frac{4}{3}\pi \times \text{半徑}^3$ 。凡體積的單位，都是立方數。

例如：人每分鐘呼吸空氣的量是10立方尺，今有15人，同居長4丈6尺，闊

2丈四尺，高1丈2尺5寸的屋內。問  
可支幾分鐘？

【解】 屋中空氣的容量是46尺×24尺  
×12.5尺=13800立方尺

15人每分鐘呼吸的量是10立方尺×15  
= 150 立方尺

故15人呼吸可支的時間是13800÷150  
=92.

故15人呼吸，可支92分鐘，即1小時  
又32分。

### 33 怎樣是貨幣題？

貨幣制度，各國不同，大都用金做本位。  
。在我國商業上常用而且比較重要的是英，  
美，法，日等幣制。惟我國現行銀本位制，  
不能直接比較價值；僅從標金和大條銀的市  
價，來定兌換的當量。但市價有漲落，故各  
國貨幣價值，無一定標準。

例如：英幣1辨士，美幣、1分，法

幣 1 參，日幣 1 錢。合我國庫平銀多少？

【解】 依某日市價：

英幣 1 辨士 = 5 角 ÷ 12 = 0.04166 圓

美幣 1 分 = 2 圓 ÷ 100 = 0.02 圓

法幣 1 參 = 4 角 ÷ 100 = 0.004 圓

日幣 1 錢 = 1 圓 ÷ 100 = 0.01

故  $0.04166$  圓 +  $0.02$  圓 +  $0.004$  圓 +  $0.01$  圓 =  $0.07566$  圓。

但市價銀 1 圓，合庫平銀  $0.7225$  兩。

• 故

$0.7225$  兩 ×  $0.07566$  =  $0.05466435$  兩

即合庫平銀 5 分 4 釐 6 毫 6 絲 4 忽 35。

### 34 怎樣是經時問題？

地球表面，人類設想的縱橫線，通過兩極的叫經線，和赤道平行的叫緯線。兩經線相隔的距離叫經差。地球每 24 小時旋轉一周。凡經差  $15^{\circ}$ ，時間差 1 小時；故知兩地的經



差，就可求兩地時間的差。即時差。

例1. 漢口在東經 $114^{\circ}32'$ 。今漢口午前11時2分20秒時，適當上海正午。求上海的經度。

【解】 上海和漢口的時差是12時—11時32分20秒=27分40秒。

但經差 $15^{\circ}$ 等於時差1小時，故 $15^{\circ} \times 27分40秒 = 6^{\circ}55'$ 。

故上海的經度是東經 $(114^{\circ}32' + 6^{\circ}55')$   
=東經 $121^{\circ}27'$ 。

例2. 正午距日出日沒的時間相等。  
今日出時間是5時45分，問日沒在何時？

【解】 日出至正午的時間，是12時—5時45分=6時15分。

依題正午距日出日沒的時間相等，故日沒的時間，是午後6時15分。

35 怎樣是溫度問題？

計算溫度的器具，是寒暑表。常用的寒暑表是攝氏和華氏兩種。攝氏表冰點 0 度，沸點 100 度；華氏表冰點 32 度，沸點 212 度

例 1. 攝氏表 20 度，等於華氏表幾度？

【解】攝氏表 20 度的距離等於華氏表的  $20 \times \frac{180^\circ}{100} = \frac{180}{5} = 36$  度。

華氏表在冰點上 36 度，這時的度數是  $32 \text{度} + 36 \text{度} = 68 \text{度}$ 。

例 2. 華氏表 68 度，等於攝氏表幾度？

【解】華氏表 68 度，應在冰點上  $68 \text{度} - 32 \text{度} = 36 \text{度}$ ，

但華氏表 1 度，等於攝氏表的  $\frac{100}{180}$   
 $= \frac{5}{9}$ 。

故華氏表 36 度，等於攝氏表  $36 \times \frac{5}{9}$  度。

$$\frac{5}{9} = 20 \text{度}$$

例3. 攝氏表和華氏表在什麼溫度，  
兩表的數字相同？

【解】 攝氏 1 度 = 華氏 的  $\frac{180}{100} = \frac{9}{5} =$

1.8 度

故攝氏和華氏每度的差是1.8度-1度  
= 0.8 度，

但攝氏 0 度等於華氏 32 度，所以 0 度  
以上，必無相同的數字。

故二表同數字的溫度，必在零下  $32 \div$   
 $0.8 = 40$  度。

## 六 循環小數

### 36 怎樣是循環小數？

分數化成小數，所得的商，位數無限；  
而且隔了幾位，重複循環，這種小數叫循環  
小數。凡所得的小數，完全循環的叫純循環  
小數；小數開始幾位後始循環的叫混循環小

數。

化純環小數爲分數，把循環節移去作分子，照循環的位數，連寫若干個 9 作分母，再約分。化混循環小數爲分數，把混循環小數去小數點和循環點後，減去不循環部分作分子，照循环节的位數，連寫若干個 9，9 的後面再照不循環部分的位數，連寫若干個 0 作分母。再約分。

$$\text{例如：求解 } [(0.\dot{2}9\dot{8} \times 2.\dot{0}8\dot{1}) + (1.7\dot{5}3 \div 7.\dot{5}1)] - 0.8\dot{3}$$

$$\text{【解】 } [(0.\dot{2}8\dot{9} \times 2.\dot{0}8\dot{1}) + (1.7\dot{5}3 \div 7.\dot{5}1)] - 0.8\dot{3}$$

$$= \left[ \left( \frac{296}{990} \times 2 \frac{81}{999} \right) + \left( 1 \frac{745}{990} \div 7 \frac{51}{99} \right) \right]$$

$$- \frac{75}{90}$$

$$= \left[ \left( \frac{296}{990} \times \frac{2079}{999} \right) + \left( \frac{1736}{990} \times \frac{99}{744} \right) \right]$$

$$- \frac{75}{90}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left( \frac{28}{45} + \frac{7}{30} \right) - \frac{75}{90} = \frac{78}{90} - \frac{75}{90} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30} \\
 &= 0.\dot{3}
 \end{aligned}$$

## 七 比例

### 37 怎樣是比例？

比較二量的方法叫比。一量是他量的幾倍或幾分之幾叫比值。凡比的兩項，乘以同數，或除以同數，比值不變。

甲數對於乙數的正比，就是乙數對於甲數的反比。比的前項和後項，是幾個比合成的叫複比。所以複比的比值，就是諸比比值的連乘積。

表兩比相等的等式，叫比例式；所以比例式有兩個內項和兩個外項凡比例式兩內項的積，等於兩外項的積。

解比例式，就是從已知的三項，求未知的一項；這未知項常用X代表。倘未知項是外項的一項，就用外項的另一項，除兩內項

的積；未知項是內項的一項，就用內項的另一項，除兩外項的積。

### 38 怎樣解正比例？

凡同時互依同比變化的二量，成正比例；

例1. 男8日的工資，等於女11日的工資，男女每日工資的差是0.15圓。問男女每日工資多少？

【解】 男女每日工資的比是  $\frac{1}{8} : \frac{1}{11}$ ，  
即 11 : 8

依題男女每日工資的差是0.15圓，二量成正比，故

$$11 - 8 \text{ 日} : 11 \text{ 日} = 0.15 \text{ 圓} : X \text{ 圓}$$

$$\begin{aligned} \text{故男工每日的工資是 } X &= \frac{11 \times 0.15}{3} \text{ 圓} \\ &= \frac{1.65}{3} \text{ 圓} = 0.55 \text{ 圓} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{女工每日的工資是 } &0.55 \text{ 圓} \times \frac{8}{11} = \frac{4.4}{11} \\ &\text{圓} = 0.40 \text{ 圓}。 \end{aligned}$$

例2. 甲乙丙三人同繞小山行走。甲每分鐘的速度32步，乙28步，丙25步。今甲和乙丙反向而行，甲先與乙相會，3分鐘後遇丙。問小山的周圍共多少里？

【解】 甲會乙和丙，時間差3分鐘，故丙和乙的距離是，

$(32步 + 25步) \times 3 = 171步$ ，但二量成正比，故得

$$(28 - 25)步 : 171步 = 1分 : X,$$

$$\therefore X = 57分。$$

故甲丙共走全周的時間是57分 + 3分 = 60分

故全周是  $(32步 + 25步) \times 60 = 3420步$

故小山的周圍是9里90丈，即9里半。

### 39 怎樣解反比例？

凡同時依反比變化的二量成反比例。

例1, 12人作一事，15日可成，今

工作 3 日後，減少 4 人。問尚須幾日可成？

【解】 依原定人數，減少 4 人後，尚剩 12 人 - 4 人 = 8 人。

依原定日數，減去 3 日後，尚剩 15 日 - 3 日 = 12 日，

今人數減少，則所需的日數必增多，故得反比

$$8 \text{ 人} : 12 \text{ 人} = 12 \text{ 日} : X \text{ 日}$$

$$\text{故 } X = 18 \text{ 日}$$

例 2. 兵士 1200 人，貯足一年糧食。滿三個月調防。但其所餘糧食，仍敷填防軍隊一年之用。問填防軍隊共若干人？

【解】 四個月後所餘糧食，足敷原軍隊 12 月 - 4 月 = 8 月。

但依題 8 個月的糧食，仍敷填防軍隊一年之用，那麼填防軍隊的人數，一定



比原軍隊減少。故得反比

$$12月 : 8月 = 1200人 : X人,$$

$$\therefore X = 800人$$

【註】12月是填防軍駐守的時間。

#### 40 單比例雜例

正比例，反比例，統稱單比例。茲再舉數例如后：

例1. 攝氏表和華氏表，在同時同溫度所指的度數，相差48度，問這時二表各幾度？

【解】攝氏表和華氏表，冰點和沸點間度數的比是 $100 : 180 = 5 : 9$ 。

但在同溫度時冰點以上的度數，華氏表常比攝氏表多。

因華氏表冰點下差32度，故冰點上僅差 $48度 - 32度 = 16度$ ，

故攝氏表的度數，是 $9 - 5 : 5 = 48 \div 32 : X$ ，

$$\therefore X = \frac{5 \times 16}{4} = 20 \text{度};$$

華氏表的度數，是  $9 - 5 : 9 = 48 - 32 : X$ ，

$$\therefore X = \frac{9 \times 16}{4} = 36 \text{度}$$

故華氏表在冰點上的度數，是  $36 \text{度} + 32 \text{度} = 68 \text{度}$ 。

例2. 甲乙二人，各營商業，資本的比，是  $5 : 3$ 。其後甲所損的本，和乙所獲的利，都是 250 元。這時二人資本的比是  $5 : 11$ ，求二人的原本各多少？

【解】 依題二人損益的數相同，故二人所有金的和不變。

乙初時所有金是二人共數的  $\frac{3}{5+3}$ 。

得利後所有金是二人共數的  $\frac{11}{5+11}$ ，

$$\text{故 } \frac{11}{5+11} - \frac{3}{5+3} : \frac{3}{5+3} = 250 : X,$$

$$\text{即 } \frac{11}{16} - \frac{3}{8} : \frac{3}{8} = 250 : X,$$

$$\text{即 } \frac{5}{16} : \frac{3}{8} = 250 : X,$$

$$\text{故乙的原本 } X = \frac{3}{8} \times 250 \times \frac{16}{5} = 300$$

圓。

又甲乙原本的比，是 5 : 3，

$$\text{故 } 3 : 5 = 300 : X,$$

$$\text{故甲的原本 } X = \frac{5 \times 300}{3} = 500 \text{ 圓。}$$

#### 41 怎樣解複比例？

複比例的解法，和單比例相同。先在問題中尋出所求的未知數，用 X 代表，作第四項。再用和未知項同類的已知數作第三項。再就其餘每種二數，辨別同第三項和第四項成正比或反比，分作第一第二項。再解比例式即得未知數。

例 1. 牛和馬力的比是 5 : 4, 速的比是 3 : 5. 用馬 15 疋 6 日能耕田若干。今要 3 日完工，問需牛多少？

**【解】** 依題所求的未知項是牛數。故

得複比例如下

$$\left. \begin{array}{l} \text{力的比} \quad 5 : 4 \\ \text{速的比} \quad 3 : 5 \\ \text{日的比} \quad 3 : 6 \end{array} \right\} = 15 \text{馬數} : X \text{牛數}$$

$$\therefore X = \frac{4 \times 5 \times 6 \times 15}{5 \times 3 \times 3} = 60$$

故要3日完工需牛60疋。

例2. 兵士1200人，貯足10個月糧食。今駐滿3個月後調去若干。同時留守兵士每人每日減少原來食量的 $\frac{1}{8}$ ，則所餘糧食仍敷10月之用。問兵士調去多少？

【解】 依題求調去的人數，應先求留守的人數

即前後兵士人數的比是1200 : X

每人每日食量的比是  $1 : \left(1 - \frac{1}{8}\right)$

餘糧足支月數的比是  $(10 - 3) : 10$

$$\left. \begin{array}{l} \left(1 - \frac{1}{8}\right) : 1 \\ 10 : (10 - 3) \end{array} \right\} = 1200 \text{人} : X \text{人}$$

$$\therefore X = \frac{7 \times 1200 \times 8}{7 \times 10} = 960 \text{ 人。}$$

故調去的人數是  $2200 \text{ 人} - 960 \text{ 人} = 340 \text{ 人}$ 。

## 42 怎樣是連瑣比例？

知第一量和第二量的關係，第二量和第三量的關係，第三量和第四量的關係，求最後一量和第一量的關係的方法，叫連瑣比例法。解連瑣比例問題：先尋出未知項，把他的等值的量，並列在左，再把他的同種的量，斜列在左；照樣把同值的各已知量，並列，把同種的都不同行。然後把左行各數的連乘積，除右行各數的連乘積，就得未知數的數值。

例1. 上中下三種米。上米2斤的價，等於中米3斤的價；中米3斤的價，等於下米5斤的價。上米每斤價銀0.2圓。問下米每斤價多少？

【解】 X圓——下米 1斤  
           下米 5斤——中米 3斤  
           中米 3斤——上米 2斤  
           上米 1斤——0.2圓

$$\therefore X = \frac{1 \times 3 \times 2 \times 0.2}{5 \times 3 \times 1} = \frac{0.4}{5} = 0.08$$

圓。

故下米 1斤，價銀 0.08圓

例2. 男工 2 人的工作，等於女工 3 人的工作，女工 1 人的工作，等於童工 2 人的工作。今以女工 18 人的工作，由男童工 15 人合做。問男童工各需幾人？

【解】 女工 18 人的工作，由男工做需  $3 : 2 = 18 人 : X 人$ ，  $X = 12 人$

即女工 18 人的工作，全由男工做差  $15 人 - 12 人 = 3 人$ 。

依題，男工 1 人的工作，等於女工的  $\frac{3}{2}$ ；

又男工 1 人的工作，等於童工的

$$\frac{3}{2} \times 2 = 3。$$

故以男工做童工的工作應須  $3 \div 3 = 1$ 。

故所求的男工數是  $12 \text{人} - 1 \text{人} = 11 \text{人}$

所求的童工數是  $15 \text{人} - 11 \text{人} = 4 \text{人}$ 。

#### 43 怎樣是配分比例？

照所定的比，把某數分成若干部份，叫做配分比例。解配分比例問題，把各部份連比的各項相加作分母，各項做分子，再把這些分數乘總數，就得各部份的數。

例1. 甲乙丙丁四人分金1300圓。甲所得的 5 倍，等於乙所得的 6 倍；乙所得的 3 倍，等於丙所得的 4 倍；丙所得的 2 倍，等於丁所得的 5 倍。問各得多少？

【解】依題甲乙丙丁所得的比如下：

$$\text{甲} : \text{乙} = 6 : 5,$$

$$\text{乙} : \text{丙} = 4 : 3,$$

$$\text{丙} : \text{丁} = 5 : 2.$$

$$\begin{aligned} \text{故甲} : \text{乙} : \text{丙} : \text{丁} &= 6 \times 4 \times 5 : 4 \times 5 \\ &\times 5 : 5 \times 5 \times 3 : 5 \times 3 \times 2 \\ &= 120 : 100 : 75 : 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{即甲乙丙丁四人合得的成數共 } 120 + \\ 100 + 75 + 30 &= 325. \end{aligned}$$

$$\text{故甲所得是 } 1300 \text{ 圓} \times \frac{120}{325} = 480 \text{ 圓}$$

$$\text{乙所得是 } 1300 \text{ 圓} \times \frac{100}{325} = 400 \text{ 圓}$$

$$\text{丙所得是 } 1300 \text{ 圓} \times \frac{75}{325} = 300 \text{ 圓}$$

$$\text{丁所得是 } 1300 \text{ 圓} \times \frac{30}{325} = 120 \text{ 圓}$$

例2. 甲乙二人合股營商，所出資本的比是 2 : 3. 到 6 個月後甲抽出資本的  $\frac{1}{3}$ ，乙抽出  $\frac{1}{2}$ ，再 6 個月共獲利 564 圓。問甲乙各應派得多少？

【解】 依題前 6 個月，二人所出資本的比是  $2 \times 6 : 3 \times 6$ ,

後 6 個月，二人所出資本的比是  $\frac{2}{3} \times$



$$2 \times 6 : \frac{1}{2} \times 3 \times 6.$$

故二人前後所出資本的比是

$$2 \times 6 + \frac{2}{3} \times 2 \times 6 : 3 \times 6 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 =$$

$$12 + 8 : 18 + 9 = 20 : 27$$

$$\text{今 } 20 + 27 = 47$$

$$\text{故甲應派得 } 564 \text{ 圓} \times \frac{20}{47} = 240 \text{ 圓},$$

$$\text{乙應派得 } 564 \text{ 圓} \times \frac{27}{47} = 324 \text{ 圓}。$$

#### 44 怎樣是混合比例？

和混合時各物的原價，及各物分量的比，求平均價，就把混合時各物分量的和，除各物價值的和。就得混合物每單位的價值。

例如：上米 8 斤，每斤價銀 0.16 圓，次米 6 斤，每斤價銀 0.12 圓。現在把兩種混合，求混合米每斤價多少？

【解】依題兩種米分數的和是 8 斤 + 6 斤 = 14 斤；

兩種米價值的和是  $0.16 \text{ 圓} \times 8 + 0.12$

$$\text{圓} \times 6 = 1.28\text{圓} + 0.72\text{圓} = 2\text{圓}。$$

故混合米每斤的價是  $2\text{圓} \div 14 = 0.$

1428圓。

知各物原價及預定混合物，每單位的價，求混合時各物分量的比：就把損益二量的單位價格，和預定混合物的單位價格，分別比較，顛倒比較後所得數值的位置，就得二量的分量；倘有三種量時，先求二量的分量，再依上法，比較損益的二量，就得三量的分量。

例如：銀的比重是 10.5，鉛的比重是 11.3，銅的比重是 8.8。今有銀，鉛，銅的混合物重 270 兩，在水中重 240 兩。問銀，鉛，銅各重多少？

【解】 和混合物同體積的水的重量是  $270\text{兩} - 240\text{兩} = 30\text{兩}$ ，

混合物的比重是  $270\text{兩} \div 30\text{兩} = 9.$

混合物 的比重	原比重	比 較		混合物重 量的比	
9	10.5		2	2	1
	11.3	2		2	1
	8.8	2.3	15	38	19

混合物重量的總成數是  $1 + 1 + 19$   
 $= 21$ ,

銀和鉛重量的比相同，等於  $270 \text{ 兩} \times$   
 $\frac{1}{21} = 12\frac{6}{7} \text{ 兩}$ ，

銅的重量，等於  $270 \text{ 兩} \times \frac{19}{21} = 244$   
 兩。

## 八 百分法

### 45 怎樣是百分法？

用 100 做分數的分母，來表兩數的比，  
 叫百分法。比的前項叫子數，後項叫母數，  
 比值叫百分率。常用 % 做記號，他們的關係  
 和比例一樣。母數和子數的和叫母子和，母

數和子數的差，叫母子差。他們的關係如下

：

$$\text{母子和} = \text{母數} \times (1 + \text{百分率}),$$

$$\text{母子差} = \text{母數} \times (1 - \text{百分率}).$$

百分法的應用很廣。在商業上的折扣，賺賠，佣金，租稅，保險和匯兌的計算，都很重要。

例1. 某校原有學生 250 名，暑假後畢業 6% 名，轉學 10 名。開學後又招進 24% 名。問招進學生多少？

【解】 原有學生數是母數，畢業後的學生數是母子差，招進後的學生數是母子和。依公式得

$$\begin{aligned} \text{畢業後的學生數} &= 250 \times \left(1 - \frac{6}{100}\right) \\ &= 235 \text{ 名} \end{aligned}$$

轉學後所剩的學生數，是 235 名 - 10 名 = 225 名。

招進後的學生數，是 225 名 ×

$(1 + \frac{24}{100}) = 289$  名，故招進的人數是  
 $289$  名  $- 225$  名  $= 64$  名。 *原意 54 名*

例2. 某人以金1800圓，借於甲乙二人。甲年利一分五釐，乙年利一分二釐。兩人所付利金相等。問甲乙各借多少？

【解】 甲乙利率的比是  $0.015 : 0.012$   
 $= 15 : 12 = 5 : 4$

依題兩人所付利金相等，故依利率的比，把本金分作兩部。今借出的總成數是  $5 + 4 = 9$

$$\text{故甲借得 } 1800 \text{ 圓} \times \frac{5}{9} = 1000 \text{ 圓}$$

$$\text{乙借得 } 1800 \text{ 圓} \times \frac{4}{9} = 800 \text{ 圓}$$

#### 46 怎樣是單利法？

向人家借錢，在歸還時另加多少，作為報酬，叫做利息。原借的銀數叫本金，借款經過的時期叫期數，每期利息對於本金的百

分率的叫利率。利率分年利，月利和日利三種。在計算利息時，各期都用原借的銀數作本金，利上不加利的，叫單利法。計算單利的公式是： 利息 = 本金 × 利率 × 時期

本金同利息的和叫本利和，他的公式是  
本利和 = 本金 × (1 + 利率 × 期數)。

例1. 年利率 3.5%，3 年 6 月後的利息是 245 圓，問本銀多少？

【解】 依單利公式：

$$\text{本金} = \frac{\text{利息}}{\text{利率} \times \text{時期}},$$

今年利率是 3.5%，故 1 年的利息是  
245 圓 ÷ 3.5% = 70 圓，

$$\begin{aligned} \text{故本金} &= 70 \text{圓} \div \frac{3.5}{100} = 70 \text{圓} \times \frac{100}{3.5} \\ &= 2000 \text{圓}。 \end{aligned}$$

例2. 月利 1.2%，5 個月後得本利和 530 圓，問本金多少？

【解】 依公式：

$$\text{本金} = \frac{\text{本利和}}{1 + \text{利率} \times \text{時期}}$$

$$\begin{aligned} \text{故本金} &= 530 \text{ 圓} \div \left( 1 + \frac{1.2}{100} \times 5 \right) \\ &= 530 \text{ 圓} \div 1.06 = 500 \text{ 圓}。 \end{aligned}$$

例3. 本金 300 圓，年利率 5 釐，問 3 月 10 日的利息多少？

【解】

$$\left. \begin{array}{l} \text{三} \\ \text{月} \\ \text{的} \\ \text{利} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{二月的利息} = 300 \text{ 圓} \times 1\% = 3 \text{ 圓} \\ \text{一月的利息} = \frac{1}{2} (300 \text{ 圓} \times 1\%) \\ \qquad \qquad \qquad = 1.5 \text{ 圓} \end{array}$$

$$\text{10日的利息是 1 月的} \frac{1}{3} = 0.5 \text{ 圓}$$

本金 300 圓，年利率 5 釐 3 月 10 日的  
利 = 5 圓

但 5% 比 6% 小  $\frac{1}{6}$ ，故年利 6 釐。的

利息中減  $\frac{1}{6}$  就是所求的利息，即

$$\begin{aligned} 5 \text{ 圓} - \left( 5 \text{ 圓} \times \frac{1}{6} \right) &= 5 \text{ 圓} - \frac{5}{6} \text{ 圓} = 5 \text{ 圓} \\ &- 0.83 \text{ 圓} = 4.1 \text{ 圓}。 \end{aligned}$$

## 47 怎樣是複利法？

計算利息時，把各期的利息併入本金，作爲次期的本金。這樣利上加利，叫複利法。本金和利息的和，也就是本利和，他們的公式是：

$$\text{本利和} = \text{本金} \times (1 + \text{利率})^{\text{期數}},$$

$$\text{複利息} = \text{本金} \times [(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1],$$

計算利息時，每期不付利息，也不併入本金，但在沒次總結時將各期未付的利息，也照利息計算，一併歸還，這叫做期利。

例1. 本金 500 圓，年利率 6 釐，一年一結，3 年 6 個月的本利和多少？

【解】 依公式得三年的本利和是：

$$\begin{aligned} \text{三年的本利和} &= 500 \text{ 圓} \times (1 + 0.06)^3 \\ &= 595.508 \text{ 圓}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{6 月的本利和} &= 595.508 \text{ 圓} \\ &\times \left(1 + \frac{6^3}{100} \times \frac{6}{122}\right) = 614.37324 \text{ 圓}. \end{aligned}$$

例2. 年利 6 釐每半年的複利，和同



利率的單利，5年差21.958圓，求本金多少？

【解】依公式：

$$\text{複利} = \text{本金} \times \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{10} - 1$$

$$= \text{本金} \times 0.343916 ;$$

$$\text{單利} = \text{本金} \times 0.06 \times 5 = \text{本金} \times 0.3。$$

$$\begin{aligned} &\text{依題 複利} - \text{單利} = \text{本金} \\ &\times (0.343916 - 0.3) = 21.958 \text{圓}， \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\text{故本金} = 21.958 \text{圓} \div 0.043916 \\ &= 500 \text{圓}。 \end{aligned}$$

例3. 本金500圓，年利率5%，照期利計算，每年一結，求2年3月10日的本利和。

【解】本金500圓，年利率5%，2年3月10日的單利是：

$$500 \text{圓} \times \frac{5}{100} \times 2 \frac{5}{18} = 102.5 \text{圓}，$$

每年應付的利息是：

$$500\text{圓} \times \frac{5}{100} = 25\text{圓}。$$

總結時，各期未付的利息，應加付利息的時期是：

第一年的25圓，應付1年3月10日的利

第二年的25圓，應付 3月10日的利

故二年未付的利應付 1年6月20日的利，

各年未付的利息，應加的利息是25圓

$$\times \frac{5}{100} \times \frac{14}{6} = 1.94\text{圓}。$$

故利息總數是 102.5 圓 + 1.94圓

$$= 104.45\text{圓}$$

故本利和是 500 圓 + 104.45圓

$$= 60.45\text{圓}。$$

## 48 利息的應用

利息的應用很廣，銀行的計算，尤佔最重要的一部。因銀行的計算是存付二種，比較繁複的，就是零存整付和整存零付。他們

的公式，例舉如下

(1) 各期零存數 = 整付數 ÷

$$\left\{ \frac{1 + \text{利率}}{\text{利率}} [(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1] \right\} \circ$$

(2) 整付數 = 各期零存數 ×

$$\left\{ \frac{1 + \text{利率}}{\text{利率}} [(1 + \text{利率})^{\text{期數}} - 1] \right\} \circ$$

(3) 整存數 = 零付數 ×

$$\left\{ \frac{1}{\text{利率}} \left[ 1 - \frac{1}{(1 + \text{利率})^{\text{期數}}} \right] \right\} \circ$$

(4) 零付數 = 整存數 ÷

$$\left\{ \frac{1}{\text{利率}} \left[ 1 - \frac{1}{(1 + \text{利率})^{\text{期數}}} \right] \right\} \circ$$

例1. 每年存銀50圓，年利6釐的複利計算，問12年後的本利和共多少？

【解】 依公式得整付數即本利和

$$\begin{aligned} & 50\text{圓} \times \left\{ \frac{1 + 0.06}{0.06} [(1 + 0.06)^{12} - 1] \right\} \\ &= 50\text{圓} \times \left\{ \frac{1.06}{0.06} [(1.06)^{12} - 1] \right\} \\ &= 50\text{圓} \times \left\{ \frac{1.06}{0.06} \times 1.0122 \right\} \end{aligned}$$

$$= 50 \text{ 圓} \times 17.8822$$

$$= 894.11 \text{ 圓}$$

故十二年後的本利和是894.11圓。

例2. 存銀500圓，年利6釐，每年底付款一次，四年後付清，問每次付銀多少？

【解】 依公式得零付數即每次付銀數

:

$$500 \text{ 圓} \div \left[ \frac{1}{0.06} \left\{ 1 - \frac{1}{(1.06)^4} \right\} \right]$$

$$= 500 \text{ 圓} \div \left[ \frac{1}{0.06} \times \frac{0.2625}{1.2625} \right]$$

$$= 500 \text{ 圓} \times \frac{757.5}{2625} = 144.7 \text{ 圓}。$$

故每次付銀144.7圓

## 九 開方

### 49 怎樣開平方？

甲數是乙數的平方時，乙數就是甲數的平方根。求某數的平方根時，就是把某數開

平方。

整數開平方，應用兩數和的平方的公式

$$:(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$$

小數開平方，先把小數點後的小數，每兩位分成一段，再照前法開平方。

分數開平方，倘分母是可以開盡的分數，就把分母分子，各自開方；倘分母是不能開盡的分數，可先化成小數，再開方。

例1. 求966289的平方根。

【解】  $\sqrt{966289}=983.$

	9 8 3	
	96' 62' 89	
$9^2 =$	81	
$2 \times 90 + 8 =$	188	1562
$188 \times 8 =$	1504	1504
$2 \times 980 + 3 =$	1963	5889
$1963 \times 3 =$	5889	5889
		0

例2. 求617.5225的平方根

【解】  $\sqrt{617.5225}=24.85$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{2} \phantom{4} \phantom{8} \phantom{5} \\
 \hline
 2 \ 4 \ . \ 8 \ 5 \\
 \hline
 6 \ 17 \ . 52 \ 25 \\
 \hline
 2^2 = 4 \\
 \hline
 2 \times 20 + 4 = 44 \qquad 217 \\
 44 \times 4 \qquad \qquad = 176 \\
 \hline
 2 \times 240 + 8 = 488 \qquad 4152 \\
 488 \times 8 \qquad \qquad = 3904 \\
 \hline
 2 \times 2480 + 5 = 4965 \qquad 24825 \\
 4965 \times 5 \qquad \qquad = 24825 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

例3. 甲乙丙三數。甲乙二數的相乘積是180,乙丙二數的相乘積是108,甲丙二數的相乘積是135.求三數。

【解】 依題  $甲 \times 乙 = 180,$

$乙 \times 丙 = 108, \quad 甲 \times 丙 = 135.$

$\therefore 甲 \times 乙^2 \times 丙 = 180 \times 108,$

$\therefore 乙^2 = \frac{180 \times 108}{甲 \times 丙} = \frac{180 \times 108}{135}$

$= \frac{19440}{135} = 144,$

$\therefore 乙 = \sqrt{144} = 12,$

$$\text{甲} = 180 \div 12 = 15,$$

$$\text{丙} = 108 \div 12 = 9.$$

## 50 怎樣開立方？

甲數是乙數的立方時，乙數就是甲數的立方根。求某數的立方根時，就是把某數開立方。

整數開立方，應用兩數的立方的公式：

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

小數開立方，先把小數點後的小數，每三位分成一段，再照前法開立方。

分數開立方時，倘分母是可以開盡的分數，就把分母分子，各自開立方；倘分母是不能開盡的分數，可先化成小數，再開立方。

。

例1. 求 42875 的立方根

【解】  $\sqrt[3]{42875} = 35.$

$$\begin{array}{r} 35 \\ \hline 12'875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5^3 = \overline{27} \\
 3 \times 30^2 = 2700 \quad | \quad 15875 \\
 3 \times 30 \times 5 = 450 \quad | \quad 15875 \\
 \underline{5^2 = 25} \quad | \\
 5 \times 3175 = 0
 \end{array}$$

例2. 求187.149248的立方根

【解】  $\sqrt[3]{187.149248} = 5.72$

$$\begin{array}{r}
 \phantom{5} \phantom{7} \phantom{2} \\
 \phantom{5} \phantom{7} \phantom{2} \\
 \phantom{5} \phantom{7} \phantom{2} \\
 5 \phantom{7} \phantom{2} \\
 \hline
 187.149' 248 \\
 5^3 = \overline{125} \\
 3 \times 50^2 = 7500 \quad | \quad 62 \ 149 \\
 3 \times 50 \times 7 = 1050 \quad | \\
 \underline{7^2 = 49} \quad | \\
 \underline{7 \times 8599} \quad | \quad 60 \ 193 \\
 3 \times 570^2 = 974700 \quad | \quad 1 \ 956 \ 248 \\
 3 \times 570 \times 2 = 3420 \quad | \\
 \underline{2^2 = 4} \quad | \\
 2 \times 978124 \quad | \quad 1 \ 956 \ 248 \\
 \hline
 0
 \end{array}$$

例3. 甲乙丙三數，甲比乙是5 : 4，

乙比丙是3 : 4，三數的連乘積是2880。

求三數。



【解】 依題，甲比乙 = 5 : 4, 乙比丙 = 3 : 4,

甲乙丙三數的連乘積是 15 : 12 : 16.

故甲是某數的 15 倍，乙是某數的 12 倍，丙是某數的 16 倍。

$$\text{即某數是 } \sqrt[3]{\frac{2880}{15 \times 12 \times 16}} = 1.$$

故甲數是  $1 \times 15 = 15$ ,

乙數是  $1 \times 12 = 12$ ,

丙數是  $1 \times 16 = 16$ .

### 附 求積雜題

求積計算已詳 32 節。本節例題應用幾何學原理計算，便學者研究參考，故作為附。

例 1. 正方形和圓，倘面積相等，他們的周界的比怎樣？

$$\begin{aligned} \text{【解】 正方形的面積} &= \left( \frac{\text{邊線} \times 4}{4} \right)^2, \\ &= \left( \frac{\text{周界}}{4} \right)^2, \end{aligned}$$

$$\text{圓的面積} = \frac{\text{圓周}^2}{\pi \times 4}$$

$$\text{依題} \quad \left(\frac{\text{周界}}{4}\right)^2 = \frac{\text{圓周}^2}{\pi \times 4},$$

$$\text{即} \quad \frac{\text{方周界}}{4} = \frac{\text{圓周}}{\sqrt{\pi \times 4}},$$

$$\text{即} \quad \frac{\text{方周界}}{2} = \frac{\text{圓周}}{\sqrt{\pi}}.$$

$$\text{故} \quad \text{方周界} : \text{圓周} = 2 : \sqrt{\pi}.$$

例2. 每邊5寸的正三角形，求內切正方形的面積。

【解】 設 ABC 是正三角形，EFGH 是內切正方形。AP 是中垂線。

$$\text{因} \quad \text{AEG 是正三角形，故} \quad \text{AP} : \text{AG} = \frac{\sqrt{3}}{2} : 1,$$

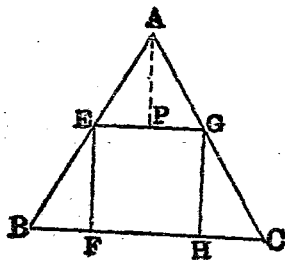
又兩三角形 A

PG 和 GHC 中，

$$\text{AP} : \text{AG} = \text{GH} :$$

GC，

$$\text{但} \quad \text{AG} = \text{GE} =$$



GH,

$$\therefore AP : AG = AG : GC,$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{3}}{2} : 1 = 1 : GC,$$

$$\therefore GC = \frac{2}{\sqrt{3}}, AG + GC$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} + 1,$$

但依題  $AG + GC = AC = 5$  寸,

$$\therefore AC : AG = \frac{2}{\sqrt{3}} + 1 : 1,$$

$$\text{即 } 5 : AG = \frac{2}{\sqrt{3}} + 1 : 1$$

$$\therefore AG = \frac{5}{\frac{2}{\sqrt{3}} + 1} = \frac{5}{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{5\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = GH$$

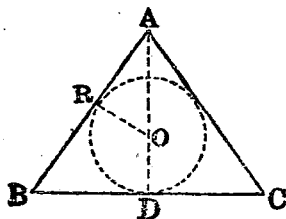
故內切正方形的面積 =  $GH^2$

$$\begin{aligned} &= \left( \frac{5\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} \right)^2 = \frac{75}{7 + 4\sqrt{3}} = \frac{75}{13.923} \\ &= 5.385 \end{aligned}$$

故內切正方形的面積是 5.385 方寸。

例3. 底邊6寸高4寸的圓錐，求內切圓球的面積

【解】 設ABC是圓錐的截面。OR是



內切圓的半徑

○ 依題 BC =

6寸，AD = 4

寸， $BD = \frac{6 \text{ 寸}}{2} = 3 \text{ 寸}$ ， $BR = BD = 3 \text{ 寸}$

$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ 寸}$ ；

故  $AR = AB - BR = 5 \text{ 寸} - 3 \text{ 寸} =$

2寸。

又兩三角形 ARO和ADB中， $OR : AR = BD : AD$ ，

即  $OR : 2 = 3 : 4$ ，

$\therefore OR = \frac{2 \times 3}{4} \text{ 寸} = \frac{3}{2} \text{ 寸}$

故內切圓的直徑是  $\frac{3}{2} \text{ 寸} \times 2 = 3 \text{ 寸}$ 。

依公式圓球的體積  $= \frac{1}{6} \times \pi \times \text{直徑}^3$

$$= \frac{1}{6} \times \pi \times 3^3$$

$$= \frac{1}{6} \times 3.1416 \times 27 \text{立方寸} = \frac{84.8232}{6} \text{立}$$

方寸 = 14.137立方寸。

— 完 —