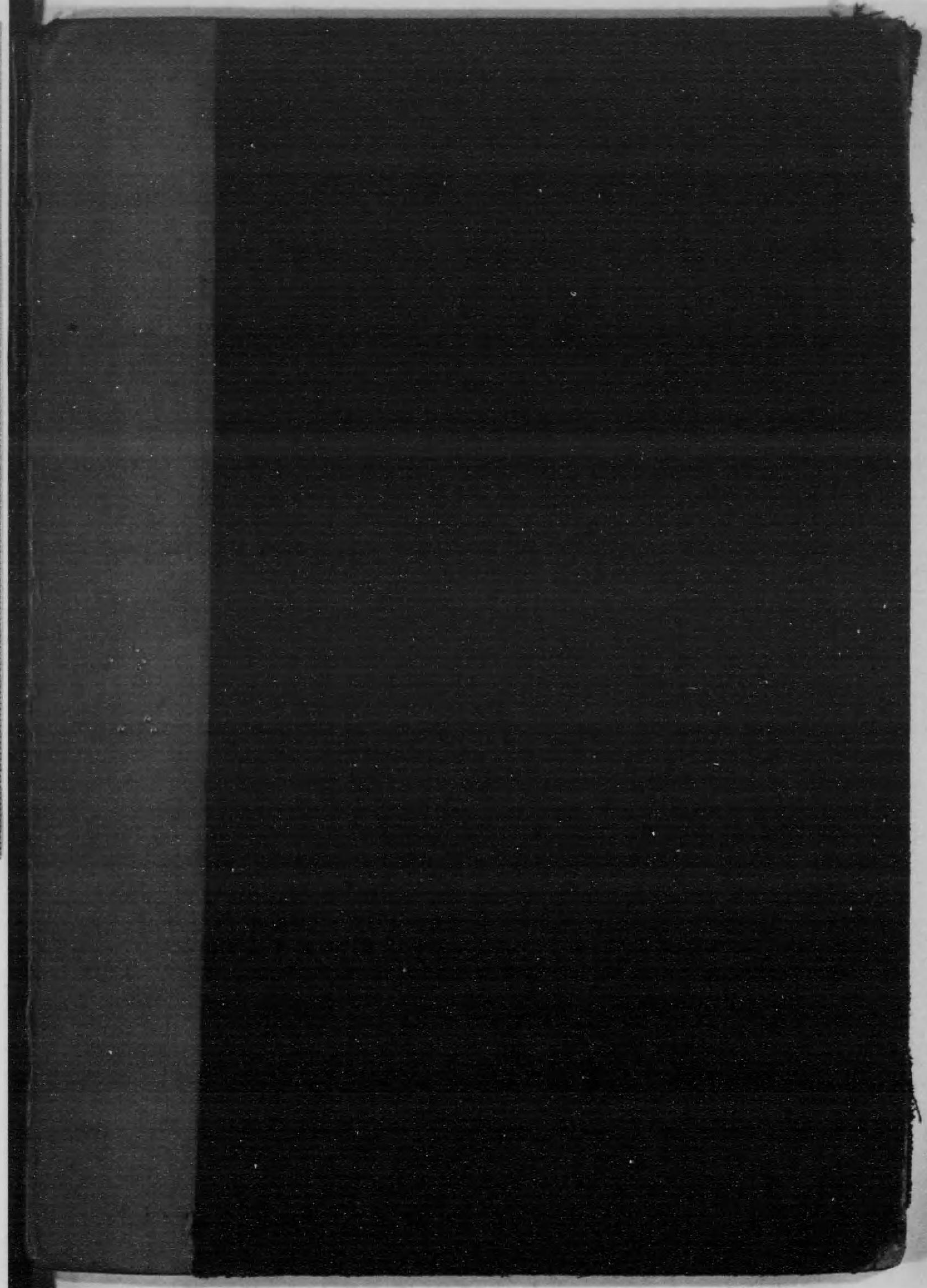
始



46-125 名

ローレンツ著

(H. A. LORENTZ)

物理學

下卷

理學博士　長岡半太郎譯

東京

合資會社

冨山房發行

(大正二年)

下　卷　目　次

第　九　章

振動する物體 (Vibrating Bodies)

三〇一　總論 (General Considerations.) 此章に於て吾人は安定平衡位置の附近に於ける物體若しくは物體系の振動を論せんと欲す。吾人が論せんとする場合は皆互に酷似するものなりと雖、物體の微部分を平衡位置に戻さんとする力は種類を甚しく異にし得べし。物體が平衡位置より離れたる後或仕事を爲し得ることは常に著目すべき所なり。斯して物體は振子の如く位置のエネルギーを有し得べし、又壓縮せる氣體の如く、内部エネルギーにして吾人が分子運動エネルギーなりと概觀せざるべからざるもの有り、或は又物體に歪の或自由エネルギー(二四七節a)あるものとし得べし；即ち包圍せる大氣の熱の貯藏所により常溫度に保たるゝものは其一例なり。此等の場合を總括するために變位エネルギーの名を之に應用し、其平衡位置より變位して生じたるものなりとの意義を明にす。

振動は斷えず此變位エネルギーを運動エネルギー(視ゆる運動の)に變じ、又後者を前者に變ず；而して前者は微部分が其平衡位置より最大なる距離にあるとき又最大にして、後者は平衡位置を過ぎんとし、加速運動が減速運動に變らんとするとき最も大なり。摩擦の如き抵抗の存在せざるときは、一度生じたる運動は不斷繼續す、而して吾人は假に抵抗なきものと假定す；又相等しくして反對の方向に於

ける振れに對して變位エネルギー相等しきときは、各部分の軌道は平衡位置の兩側に振幅を同うす。

以下特に注意するにあらざれば議論は甚しく小なる振れのみに限るものとす。最も簡單なる場合に於ては微部分に働く合成力は平衡位置よりの距離に比例し、振動は從て「單一」なり(一〇二節)。

玆に論せんとする振動は專ら音學に屬す。實驗に由れば、物體の振動數が一秒に約三十回より五萬回の間にあれば、空氣又は他の物體を通じて傳播する運動は耳に達して音の感覺を生ずるものなり。是頗る多樣にして一部分非常に複雜なる運動に由て生ずるものなり、而して各振動の種類には之に相當する一定の音の感覺を生ず。規則正しき振動の連續は音調の表象を喚起す。實驗に依れば音調の高きものは各秒に於ける振動數大なるものにして、二箇の異れる物體にして同數の振動を爲すときは、其音調は吾人に同一の高さある感覺を與ふ。

習熟したる耳は單純なる振動に由て生ずる音を、振動の「形」を異にせる音より區別するを得(五〇節)。吾人は單一振動に由て生ずる音、例ば音叉(五七節)に由て生ずる音の如きものを「單一」音調と名くべし。

多くの音を發する物體は多樣に振動し得べくして、是に由て異れる單音を發し得べし。其最も低きものを原音と名け他を陪音と稱す。

上に與へられたる狀態の下に常に等時性(一〇二節)を存續す；是に由て吾人は振動體に於て總ての微部分の平衡位置よりの變位を同比に減少するも、振動の數即ち音の高さに變りを生せしむることな

かるべし。故に振幅の大さは音の高さに影響を生せずして音の强さを定む。

與へられたる狀況の下に一定の物體の振動數は幾何なるか、即ち如何なる音を生ずるかの問題は重要なりとす。振子に於けるが如く、多くの場合に於ては振動數を理論上推定し得べし；然れども推算は高等數學の助けを假らざれば爲し難し。吾人は啻二三の結果を示すに過ぎず、而して如何なる量が之に表るゝかを說明し、出來得べくんば結果に到歸すべき方法の表象を與へんと欲するなり。一つの一般の注意は直に爲し得べし。振動期 T と各秒の振動數 N とは

$$N=\frac{1}{T}$$

の關係を有し、前に論せし仕方に依り物體の微部分を平衡位置に移らしめんとする力と運動せしめざるべからざる質量とに關係す。

變位後の物體の位置が單一なる量 φ に依て定められ、叉二箇の常量 A 及 B により變位エネルギーは $\frac{1}{2}A\varphi^2$、運動エネルギーは $\frac{1}{2}B\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2$ に依て表さるゝ狀況にあるときは、周期(一八七節の)を與ふる範式は

$$T=2\sqrt{\frac{B}{A}}\quad\cdots\cdots(1)$$

なり。

實驗上種々の方法に從ひ N を定め得べし。振動を廻轉する圓壔表面に畫かしむるか、然らざれば既知の振動數を有する物體ありとするときは、他物體を之と比較し得べし。

振動數を簡單に測定し得る器械はサイレンなり、此器械に於ては二箇の水平にある同直徑の圓板の短距離に於て相重なるものあり。是等の板は同數の孔を有し、等距離に於て圓の周に穿たれ、圓は板の緣と同心なり。上板は其中心點を通ずる直立軸の周に容易に廻轉す

るを得、下板は圓壔の上底面をなし、圓壔內に空氣を吹き入る。今上板を廻轉するときは、其孔は各回下板の孔と一瞬間相會し、空氣を流出せしむ。斯して空氣の受くる規則正しき衝擊は、板の一に穿てる孔が他板のそれに會する每に一振動をなす音を喚起す。

孔を金屬板に適當なる方向に斜に穿つときは、圓壔に吹き入れられたる空氣自身が板を運動せしむ、斯して音は空氣を吹き入るゝことの强きにより又高からしむるを得べし。

今空氣の流れを調節し、音が檢査すべき發音體と高さを同うするときは、發音體の振動數はサイレンと同一にして、廻轉速度と孔の數とより計算し得べし。

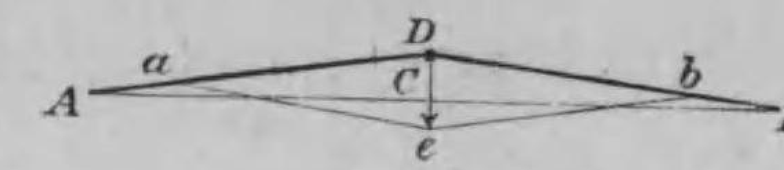
然りと雖、吾人はサイレン以外に他の音源、例ば振動する絃を利用し檢査すべき物體を之と比較し得べし、而して耳に由て觀測する以外に、亦兩音が高さを同一にするや否やを判斷し、相同じからざれば其差は幾何なるやを判定する裝置を得べし。

三〇二　質量を固著せる緊張線の運動 (Vibrations of Stretched Strings with Clamped Masses.)　線 AB（二三七圖より二四〇圖）の一端を固定し、他端は滑車上を過ぎて錘を附し、或は緊張したる後に、復其端を固定す。斯して微部分は其平衡位置より運動に由て描畫面に容るゝを得べし、而して其運動は線に直角なる方向に於て始まり、小距離間は其方向に直線上に起るも、運動を續くるときは是より振れを生ずるものとす。線が滑車に乘るときは振れを生じたる後も、亦各部分に於ける張力は其一端に懸る錘に等し、而して其兩端を固定するときは、線の伸張により張力は幾何か大なるべし。然れども當初十分大なる張力あるときは、其增加は除外し得べし。

是等二の場合に於て一方の振れを生じたる後變位より生ずる一定のエネルギーあり。一の場合に於ては張力を與ふる錘が少しく昇るにより、他の場合には線自身にエネルギーを生ず。

最初線の質量は除外し得べきも、運動する物質は之に固定せる一箇若くは數多の小物體より成るものと假定す。

第二三七圖



(a)　一箇の斯の如き質量を線の中央に置くものとす（二三七圖）、質量が D まで變位せるに由り、之に働く張力 Da 及 Db ありて、其合成力は De なりとす。

S を張力、l を線の長さ、M を D の質量とす。斯して De の大さを計算し、從て振動期 T（即ち全振動の時間）を計算し得べし。其結果は

$$T=\pi\sqrt{\frac{Ml}{S}}\dots\dots\dots(2)$$

なり。

何となれば　$Da=Db=S$

なるが故に圖上

$$De=2S\frac{CD}{AD}$$

なり、AD を $\frac{1}{2}l$ に依て置き換へ得るを以て

$$De=\frac{4S}{l}CD$$

なり。

一〇二節に a を以て示さるゝ量の値は $\frac{4S}{l}$ なり、之を其章の (20) 式に入るゝを要す。

此結果は又 (1) 式に依り演繹し得べし。線は S なる錘により緊張せらるゝものと考へ、$CD=\varphi$ とすれば

$$AD=\sqrt{\frac{1}{4}l^2+\varphi^2}$$

にして、φ が甚小なるを以て

$$\frac{1}{2}l+\frac{\varphi^2}{l}$$

と置くを得べし。故に A 及 B 間の線の長さは $2\varphi^2/l$ 程増加せり。此長さだけ錘は昇れるに由り、位置のエネルギーは $2\varphi^2 S/l$ 程増加せり。是に由て $A=4S/l$ なるを見る。更に $B=M$ にして (1) 式は (2) 式に變す。

振動は線が短ければ周期を短くするを明にせんが爲め、吾人は八六圖（一〇四節）に於て長き振子と短き振子とを比較せし如く、二三の場合を比較し得べし。

(b)　今吾人は（二三八圖）C_1, C_2 に於て、A 及 B よりの距離が各$\frac{1}{4}l$ の位置に二箇の等しき質量を荷ふ線あるものと假定す。第一の質量が任意なる仕方に於て、例ば D_1 及 D_2 に變位せるものとすれば、其運動に由り互に、等しき歩調を保たざるべし。一の質量は直に平衡位置に戻るも他は尚之より間隔を有することあり得べし。例ば二三八圖に於て D_1 に働く合成力は上部に向へり。

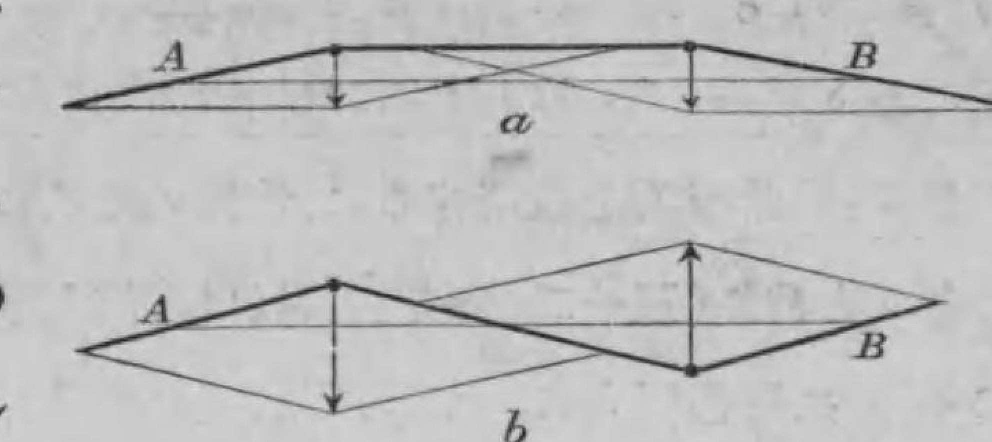
第二三八圖

然れども變位は、一系の種々の點に就て是等の點が同時に放たるゝときは、總て直に平衡位置に向て動く如く選擇し得べし、而して其速度は同瞬時に是等の位置に達する如くならしむるを得べし。斯して總ての點は同周期の單一振動をなし、常に同瞬時に於て平衡位置を通過し、復同時に最大振れを有すべし。而して一點が其最外位置より平衡位置に向ひ、路の一部分を通過し、或は之に反對に通過せるときは、他の總ての點は之に比例する其等の路を通過したるべし。

此等の數多の條件を滿足するときは、物體の簡單なる運動の仕方なりと言ふを得べし。

二箇の質量を有する線に於ては、二様の簡單なる運動あり、之れ二三九圖 a 及 b に依て示さるゝものなり。線は質量の放たれたるとき一瞬時の線形を與ふるものなり；半周期後の形は容易に之を見出し得べし。

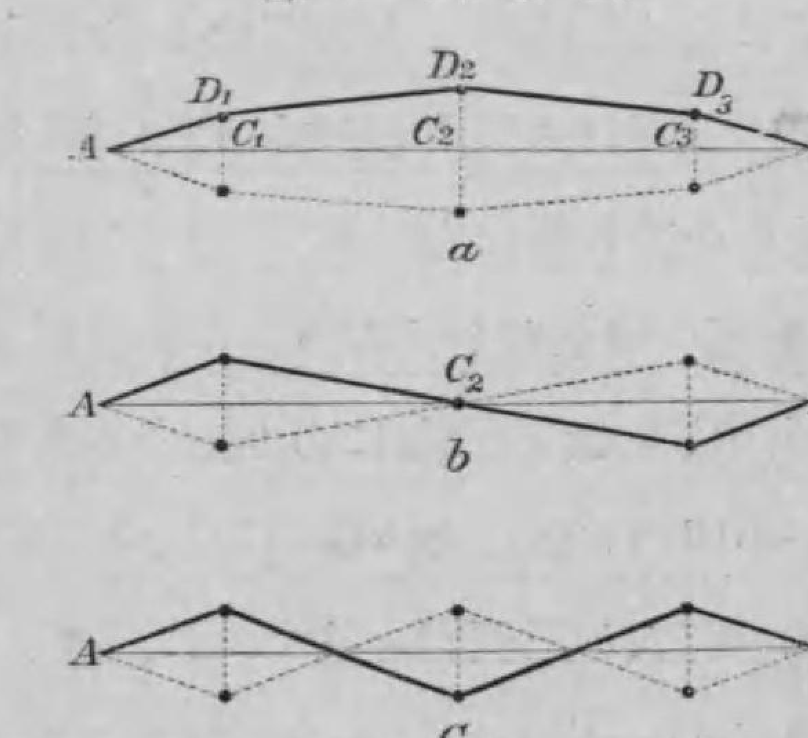
第二三九圖



各質量に就き、張力と其合成力とは又知るを得べく，合成力は大略平衡位置に向ふを示せり。

(c)　同樣に二四〇圖 a, b 及 c は三箇の等質量を C_1, C_2, C_3 に裝置する線の簡單なる運動狀態を示すものにして、質點は $AC_1=BC_3=\frac{1}{6}l$ 及び $AC_2=\frac{1}{2}l$ となる諸點にあるものとす。

第二四〇圖



吾人は斯の如くして益々線に多數の質量を荷はしむるを得べし；斯して簡單なる運動の仕方は次第に増加するを示すものなり。今注意すべきは線を分つ部分の數を増加し、双方に交互變位し得る數を増すときは、振動も亦漸次交互迅速に起ることなり。例ば二三九圖 b に於て、二三九圖 a と振れを同うするも、張力の合成力は大にして振動期は小ならざるべからず。

線が二箇或は數多の部分に分たるゝときは、不斷靜止する諸點により互に分れ得べし。是等の點を節點と名く、又線の固定端を節點と考へ得べし。此處に論ずる質量の配分に依れば、節點は互に同一距離にあり。一の節點の兩側には同瞬時に振れと速度と反對せるもの存在す。此事項を表明するに、節點の左右に於ける點は反對の位相にありと言ふ(三一二節參照)、是れ節點が靜止するに必要なる條件なり。二四〇圖 b に於て C_2 點に互に相除去する張力の働くものあり、然れども C_1 と C_3 か同方に變位するときは、C_2 も亦其方に引かるべし。

三〇三　絃の振動 (Vibrations of Strings.) 線に裝置する質量の數を非常に增大する時は、遂に平等に質量を以て裝置せらるゝ線に漸次近似すべし、即ち夫自身一定の質量を有する絃に等しかるべし。今前節に論ぜし事項より緊張せる絃の振動に關し次の定理を得べし。

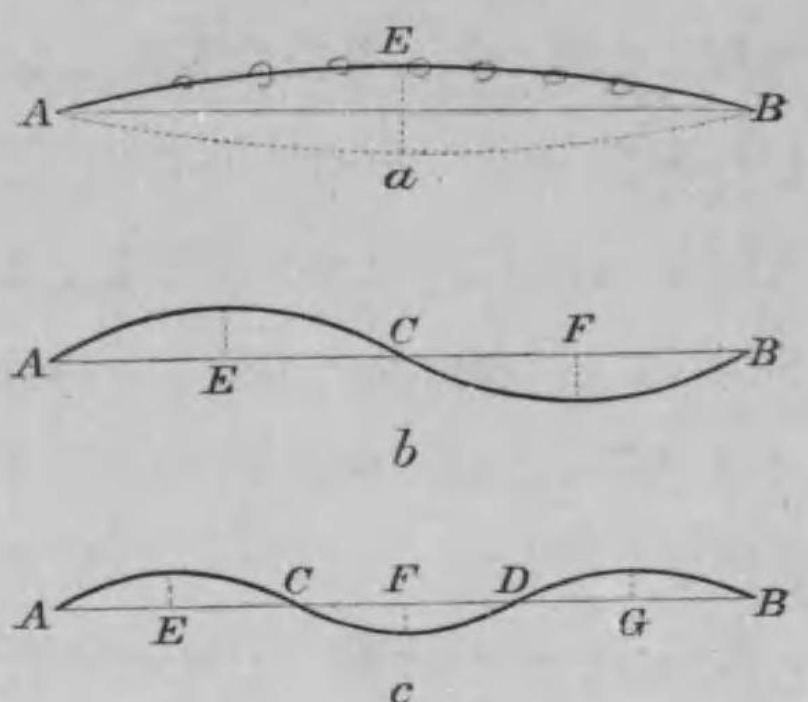
(a) 簡單なる振動の仕方の數は無限大なり;第一、總ての部分が同瞬時に一方に變位し、第二、絃は二部分となり互に反對の位相にあり、第三には三部分となり……。節點は互に等距離にありて、斯節點の兩側は反對の位相にあり。各振動の仕方に由り絃は單音を發し、第一の運動方法により原音を生ず。

(b) 吾人か三質點を論ずるに、變位 C_1D_1, C_2D_2 及 C_3D_3 間に(二四〇圖 a) 一定の比を存せしむることは、第一の單一運動を生ずるに必要なり;變位を全く任意に選むときは、同瞬時に點か放たるゝも、其平衡位置に達するは時間を同うせざるべし。

同樣に各單一振動により絃は一定の形狀を有せざるべからず。數學上之を論ずるときは各瞬時に絃は正弦線の形を爲さざるべからざ

るを證明し得べし(二一節)、而して其原音を發するも亦陪音を生ずるも同樣なり(二四一圖)。

第二四一圖



(c) 絃の總質量が其中點に集中するものと考ふるときは、容易に原音の振動期を計算し得べし。一單位の長さにある質量を m とすれば全絃の質量は ml にして、(2) 式に於て M の代りに之を入るれば

$$T=\pi l\sqrt{\frac{m}{S}}$$

なり。勿論此結果は正しからず。絃の質量を二・三・四……點に分てば其値は益々正しきものに近似す。

T に對する正式を得んには、質點の數を非常に增したる極限値を求めて之を得べし。斯すれば

$$T=2l\sqrt{\frac{m}{S}}$$

となり、原音の振動數として

$$N=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{S}{m}}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

を得。

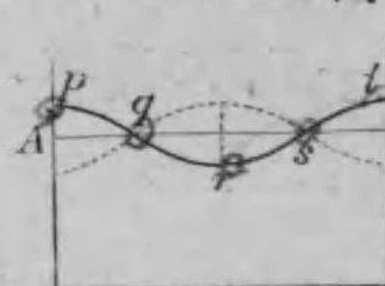
此式に由り陪音の振動數も亦同時に定めらる。節點は靜止するにより、二箇の相續く節點を固定するも、絃の中間部分の運動に變動を生ずることなし。故に陪音の振動數は (3) 式に於て l の代りに二箇の相隣する節點間の距離を置くに依て得らる。

三〇四　流體の振動 (Vibrations of a Mass of Liquid.) 一九四節の

管內(二〇六圖)に於ける流體が靜止狀態に置かれ、一方には a に達し、他方には c に到るとし、夫自身に放置するときは左右に振動すべし。次に是に類するものを說くべし。

AB(二四二圖)を長方形器內にある流體表面の平衡位置とす、而して是等の表面に $pqrst$ なる任意に與へらるゝ表面を得たるものとす;正しく之を言明すれば、表面は最初平面にして後に壔面となり、是等は兩ながら描畫面に直立し、AB 及 $pqrst$ に於て之を切るものとす。

第二四二圖



後記の線狀を都合好く選めば簡單なる運動を生じ、表面は $pqrst$ と點線に依て與へらるゝ位置との間に上下に運動すべし。振動期は重力の强さに關係す。

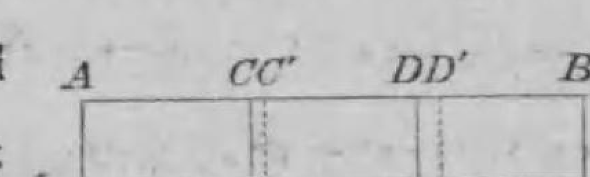
q 及 s 點を通じ圖面に直角に立つ線上にありては、流體微部分は常に靜止するにより、是等の線を節線と名く。

斯の如き流體運動を波動と稱し、後に論ぜんと欲する一種の運動と區別せんが爲めに之を常定波と名く。今絃の運動及他物體の運動が水面の振動と相類似するにより、總ての是等の場合に波動の名を應用せり;吾人が常に常定波と稱するは、振動體微部分が總て同瞬時に平衡位置を過ぎ、又同時に最大振れに達するものなり。上記の各「簡單運動の仕方」に於て吾人は常定波を論ずるものなり。水波に於ては波の山と谷とを區別す、他の場合に於て節點の兩側にある物體の部分が反對の位置にあるものに相當す。絃及二四二圖の流體表面に於ては最大振れを有し、從て最大速度ある點は常に二箇の相隣せる節點の中間に位す。是等の點を腹と名け、總て是等の場合に等しく應用すべき名稱なり。

總て是等の波動に特有なる事項は、空間に於て周期的なること、即ち吾人が任意の點より一定距離間進むときは、再び等しき狀態あるを示すことなり。吾人が容易に二四一圖 C に於て AD に就き、二四二圖に於て AB に就き、是等の距離を認むるものにして、是を波長と名く;相隣せる節點間の距離は半波長にして、節點と、之に次ぐ腹との距離は四分の一波長なり。絃が其原音を發するときは、二四一圖 a に表す仕方により振動する絃の最長き部分に屬するものなることを覺り得べし。此場合に於ても亦吾人は波長と稱するを得べし;而して半波長は絃の長さに等し。

三〇五　彈性棒の縱振動 (Longitudinal Vibrations of an Elastic Rod.) AB(二四三圖)は棒にして、其一端 A を動かざる樣固定し、端 B を B' に變位し、C 及 D の如き截斷面は C' 及 D' に移れるものとす。

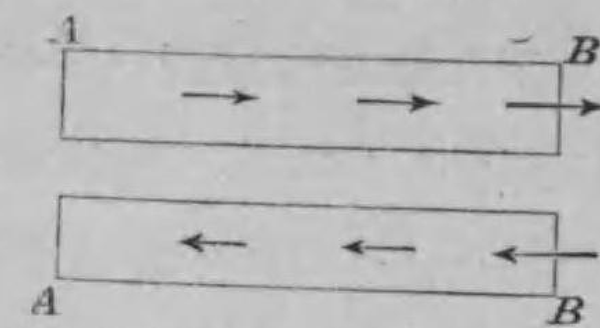
第二四三圖



彈性あるにより、微部分は放たるゝや否や、其平衡位置に戾らんとす;而して諸所の截斷面に於ける變位が都合好く選擇せられ、即ち一定の法則に從ひ A より B に增加するものとすれば、「簡單なる運動」即ち「常定波動」を生ずべし。微部分が其得たる速度により平衡位置を通過すれば、棒の部分は A に於て壓縮せらる;此部分は右方にある部分に對し反動を生じ、從て或時間を經過すれば運動を反向せしむ。此外部に向ふ運動は、再び伸張に由て棒に生じたる張力に由り消滅す。

密度の變化は漸次 A より B に向て減少し、B 點に於て零となる;棒の最外層は、B に於て自由に右方に伸ぶるを得べくして、兩截斷面の中間にある部分は、兩方に於て自由なること能はず。

第二四四圖

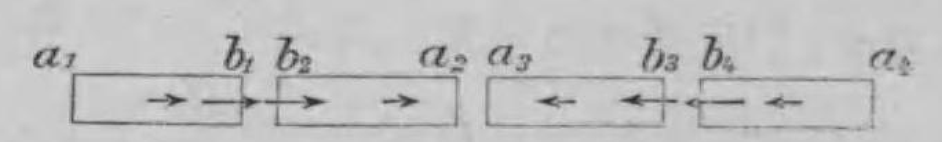


然れども變位は A に隣する場所に於ては全く零にして、自由なる端に向うて大なり、而して此處に於て最大値に達す。速度に就ても同樣なり。二四四圖は半周期を隔つる兩瞬時に於ける速度の大さと方向を示すものなり。

此運動狀態にありては、節は A にあり腹は B にあり、然れども又節と腹とは倘數多其間に存在し得べきなり。

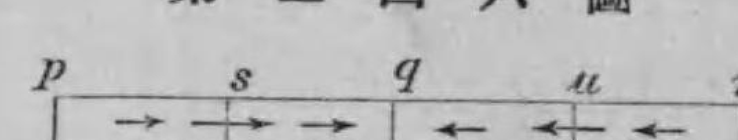
a_1b_1、b_2a_2、a_3b_3、b_4a_4、(二四五圖) は上記の仕方に振動する等しき棒を示し、a 端に節あり b 端に腹あるものとす。b 端に於ける振幅を總ての棒に就き同一なりとすれば、a 端に於ける密度の變りも亦同樣なり。最後に吾人は總ての棒が同瞬時に最大振幅に達し、其時の變位方向は矢に依て與へらるゝ如きものなりとす。

第二四五圖



今總ての端 a を各自固定する代りに、啻 a_1 と a_4 を固定し、第二第三の棒は之を一に併合して互に相密著するものとす、是れ a_2 及 a_3 に於て同一の壓若くは張力の存在するにより出來得べきなり。同樣にして b_1 及 b_2 の端 b_3 及 b_4 の端を併合し、棒の運動に變動を生ぜざらしめ得べし; 何となれば b_1 及 b_2 は同方向に常に同速度を有し、b_3 及 b_4 に於ても亦同樣なればなり。

第二四六圖



斯くして得たる結果は一の長き棒 (二四六圖) にして、節と腹の或數を以て振動するものなり。pqr の節に於ては最大の密度變化あり、而して q の如きは、其兩側に於て運動が反對の位相を有するに依りて、例ば圖に示す瞬時には、微部分は q の左右より互に相近づくに由り、此節に於て密度を增加す。

腹の兩側に於ては同方向に於ける同一速度あり、故に腹に於ては密度の變りあることなし。

振動の數を知らんと欲せば、二四三圖の場合を論ずれば可なり。微部分を其平衡位置に送らんとする力は彈性に由るものにして、彈性係數が大なれば N も亦大なり、而して密度の增加は自然 N をして小ならしむ。棒の截斷面の大さは影響を受けず、何となれば大なる棒は細き棒を幾多集めて之を作るを得べく、細き棒は各自振動するものなればなり。終に N は短き棒に於ては長きものより大なり、何となれば吾人は假に長さの異る二箇の棒より、其自由なる端に於て同長なる部分を考ふれば、同距離に內部に之を變位するときは、短き棒にありては各長さの單位につき壓縮せらるゝは長き棒より大にして、從て是に由て生ずる壓も亦大なり。理論は

$$N=\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{E}{d}} \qquad \text{(4)}$$

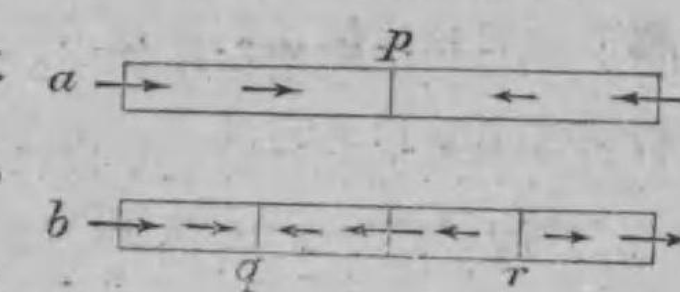
の式に歸著す; λ は長さの四倍にして、d は密度(八八節)、E は彈性係數(二五四節)を示すものなり。

此式は二四六圖に示す場合にも應用し得べし; 而して λ は波長を示すものなり。

上論により、棒に於ても亦絃に於ける如く、種々の「單一運動」ありて、原音の外種々の陪音を發し得るを演繹すること容易なり。各の場合を論せんと欲すれば、固定せる端に於て節あり、自由なる端に於て腹あらざるべからざるに留意するを要す。固定端に於ては各運動

を阻止し、自由端に於ては各密度の變りあらざるに由る。故に棒は常に四分の一波長の一か或は數部分ならざるべからず、是二四六圖の教ふる所なり。兩端が自由なりとすれば物體が一定の仕方に振動し得るには節に於て支持(固定)するを要す。

第二四七圖



二四七圖は棒の兩端を自由にせる場合の最簡單なる運動方法二種を示すものなり。節は p 若くは q 及 r にあり。斯の如き棒にありては原音及逐次の諸陪音等の振動數は 1, 2, 3, 4, 5…の比をなすものなり。原音と陪音との間に此關係ある時は、陪音を音調陪音と稱す。

玆に論ずる振動は棒の長さに沿うて起るに由り、之を縱振動と名け、長さに直角若くは一般に物體の最も長き方向に直角に生ずるものを橫振動と名け、之と相區別せしむ。

三〇六　空氣層の縱振動 (Longitudinal Vibrations of Air Columns.) 管內に容れたる氣體は上に論ぜる彈性棒の運動と一致する振動を爲す、其模樣は圖面を以て表し得べし。

二四三圖に於て、管の一端 A を閉ぢ B を開くものとす。管軸に沿ふ運動により、空氣の微部分は其平衡位置より外部に變位し、B より B' に又 C より C' に向ひ、A に於て空氣は稀薄となるも、外部の空氣の壓に由り微部分を戾すものなり。此壓と管內に於けるものとの差は固體棒に於ける彈性と同性質のものなり、微部分が其平衡位置より內部に變位するときは、此差は前と反對の符號を得べし。

二四六圖に表す狀態も亦空氣層に起り得べし。節 q の兩側に於ける微部分の運動は、q に於ける空氣の濃厚にして、從て壓の增加

するに依り消除せられ、反對の運動に變ずべし。

總ての場合に振動數を知らんと欲すれば、二四三圖に於けるものを計算するを以て足れり。氣體に就き既に判明せる性質より、管內の壓は空氣の內部に向ふ運動に由り、幾何なるかを演繹し得るに依り、此運動も亦如何なる速度を以て消滅するかを知り得べし;之と同じく外部に向ふ運動が反對となるには、幾何の時間を要するやも知り得べきなり。此演繹をなすに、振動は普通迅速にして、密度の變化は斷熱的に起るものと考へざるべからず(二二八節)。今温度は空氣の濃厚となるにより上騰し、稀薄となるにより下降するものなれば、前者に於て壓の昂上を見、後者に於て低降を見るは、温度が不變なる場合の如くなるべし。微部分を平衡位置に戾さんとする力は是に由て上記の溫度の違ひにより常に增大し、從て各秒間の振動數も亦增大すべし。振動數を波長 λ により計算する式は、

$$N=\frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{c_p p}{c_v d}}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

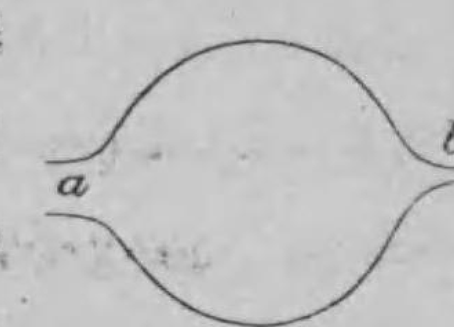
なり。式中 p は平衡狀態に於て各單位表面に於ける空氣の壓にして、d は其狀態に於ける密度、c_p は定壓に於ける比熱、c_v は定積に於ける比熱を示すものなり(二三〇節)。是等の兩價に差異あるは、斷熱壓縮と膨脹とに由る溫度の變化と直に關聯す、而して兩比熱の比が溫度變化の振動數に於ける影響を推算するに利用せらるゝは怪むに足らず。

棒と同く空氣層も亦多樣の音を發し得べし。空氣を容るゝ管の閉ぢたる端に節を生じ、開きたる端に腹あり;何となれば開きたる端に於て空氣は外部に(又橫にも)出で、或は外部より入るを得べきを以

て此處に壓或は密度の變化ある能はず、兩端を開ける管に於て振動數が互に 1, 2, 3……の比にある音を發し、一端を閉ぢたる管に於ては振動數の比が 1, 3, 5……の比を爲す音を發し得べし。前記の狀況の一部分は二四七圖に示さる；後記の事項を說明するは讀者に之を委ぬ。

三〇七 他形の空氣量 (Mass of Air in Other Forms.) 唯一箇の口を具へたる器を充せる空氣に於ては、二四三圖の管に於けるものゝ如く、交互內外に動く空氣の振動を生じ得べし、例ばフラスコ及び共鳴器の如し；共鳴器は始めてヘルムホルツに依り後に說明する目的に利用せられたるものなり。二四八圖は a なる口を有する共鳴器を示す。b に於て管狀の突起せるものあり、之に孔を附して耳に當て得べし；斯して a に對する壁に於ける密度の變化は鼓膜を振動せしむ。

第二四八圖



斯の如き共鳴器にも亦陪音あり、空氣は二四八圖に於て若干の相接する部分に分たれ、同瞬時に一部に於ける空氣は右方に、他方に於ける部分は左方に運動し得べし。然れども陪音の振動數は、上に說明せし場合に於ける如く原音と簡單なる關係を有せず。

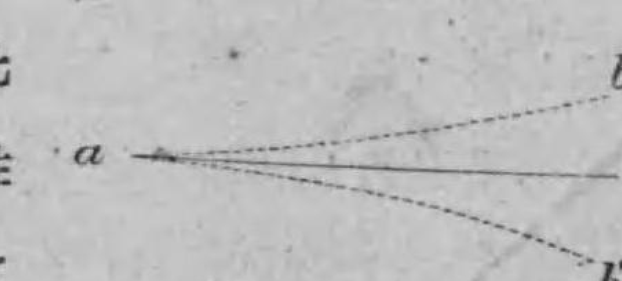
玆に、振動體にして音を發するものは、甚しく小なる部分に分ち、(容積の微部分にして例ば 0·001 或は 0.0001 糎の長さ若くは幅あるもの)各自が全體として振動するものなるを考へ得べきを、暫く說明するを必要とす。是等の小部分は非常に多數の分子を有するも、音なる振動の明瞭なる表象をなすには、單獨の分子と其容積の微部分內に起り得る分子運動を考ふるの必要もなく、又斯くするを宜

しとせず。例ば前に「空氣の微部分」を論せしも、其分子なることを考ふるの必要なく、啻小なる質量にして、其內に數多の分子を含むものとするを可とす。

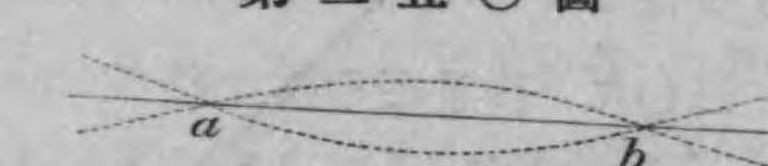
氣體のエネルギーに關しても亦注意を要す。二四四圖の管內に於て、a 端に密度の增加を生ずるときは緊縮されたる固體棒の如く位置エネルギーの此處に存することなし。氣體に於て分子が著しく牽引せられざる場合には、全體に通じ振動する層に、運動エネルギーより外他のエネルギーの存することなし、是又不規則なる分子運動の運動エネルギーに他ならず。是等のエネルギーの形が、音の振動に於ては互に相變化するものなり。

三〇八 棒の橫振動 (Transverse Vibrations of Rods.) 棒 ab (二四九圖)の一端を固定し、彎曲せる位置 ab' に置き、而して之を放てば、棒は此位置と ab'' の間に振動すべし。彈性ある金屬の舌にして、斯の如き振動をなすものは數多應用せらる。又棒にして其兩端を自由にし、二箇の適當に撰定せる點を固定するものは、橫に振動し得べし(二五〇圖)。

第二四九圖



第二五〇圖



節 a 及 b は、兩端より長さの 0.22 の距離にあり。

是等の場合に於て、微部分を平衡位置に戾さんとする力は、縱線の一半に起る張力と、他の一半に起る壓力とに由て喚起せらるゝものなり(二五七節)。運動の種類は如何なるにもせよ、N を計算する式は縱振動に於けるよりも複雜なり。只長さを增加し厚さを薄くす

るときは、振動方向に於ける物體の大さを減ずるものにして、N を小にす。

音叉の運動は、上記の振動と頗る相似たり。運動を支配する力は、棒の中央部即ち彎曲部にあるものとす；何となれば此部分の曲率は專ら變るを以てなり。是に反し最大運動エネルギーは脚端の附近にあり。其兩端に於ける鋼鐵を鑢去するときは、質量を減ずるにより音調を高くす；曲れる部分の中央を鑢去するときは彈性を減少するに由り音調を低くす。斯して音叉は要求せる音を發する如く調節せられ得べし。

音叉を彈くときは陪音を聞くことあり、其原音よりも著しく高くして、之と簡單なる關係を有せず。此陪音は通常起るものにあらず、而して原音よりも速に消滅するに由り、音叉は單一音調を發するに利用し得べし。

絃の横振動と、棒のそれとの間に差異あるを知らざるべからず。後者にありては、平衡位置に戻さんとする力は彎曲に由て生ずるも、細き絃にありては彎曲は殆ど影響なく、振動は啻平衡位置に於て既存する張力に關聯し、全截斷面を通じ大さと方向を同うす。

三〇九　膜及板の横振動 (Transverse Vibrations of Membranes and Plates.) 薄き膜にして其周圍を固定して張りたるものの振動と、一定の厚あり、例ば其中央を支持せる彈性板の振動との間に、上に相類する差異あり。是等の物體も亦多樣の音を發し、原音に在ては其微部分は同瞬時に同方向に運動す；而して陪音に依て物體は、「節線」を以て區分せられ、相隣する部分は反對の位相にあり。最も簡單なるものは、圓板に於て其緣の點を都合好く押へ、其半徑に沿ふて趨る節線を

Nagawa

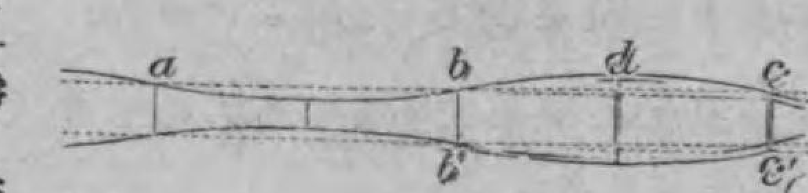
生せしむるにあり、而して線の數は偶數より外ならざるは容易に悟り得べし。

異れる音の振動數は、板に於ても亦膜に於ても、簡單なる關係あることなし、啻物體を區分すること多ければ、音も亦高調なるは一般の規則なるを玆に記するに止めんとす。

鐘は曲れる板に他ならずして、平面板の如く横振動をなすものなり、即ち表面に直角なる方向に振動す。

三一〇　液體を充せる管の振動 (Vibrations of Elastic Tubes filled with Liquid.) 水を充塡せるゴム管に於て、二五一圖に示す如き常定波を起し得べし。*abc*......の點、及此點を通じ長さに直角に畫ける平面内の管壁の諸點が靜止するときは、此等の點間に、交互管の膨脹收縮ありて、同一の場所に於ては、膨脹せるものは半振動期後に收縮となり、又反復す。壁の微部分は横に振動するも、液體の微部分の速度は縱の部分を有す。d に於ける膨脹が收縮となるときは、bb' 及 cc' の平面間にある液體の部分は、是等の表面を通じ管の隣接せる部分に送らる。

第二五一圖



運動を生ずる力は壁の彈性に起因するものなり。壁が硬きときは圖に與へられたる線 *abdc*......の「彎曲」により、一定の自由エネルギーあり；然れども薄くして彎曲し得る管壁には此自由エネルギーは極めて小なり。管が膨脹したる後再收縮せんとするは、壁を長さに直角なる數多の平面に由り分つ管狀微部分の膨脹に由り周圍の延長し居るに由り說明せざるべからず。

運動する質量の一部分は壁にして一部分は液體なり。直徑の餘り小ならざる薄き壁の管にありては、液體の運動は大なる影響を生ず。振動期の計算は困難なれども、其直徑・壁の厚さ・液體の密度・管壁の彈性係數等に關係するは容易に悟り得べし。加之總ての前例により、振動は波長、即ち距離 ac が短ければ速なるを知り得べし。

三一一　同一線にある振動の干渉 (Interference of Vibrations on the Same Line.)　吾人は今多くの音及光の現象を説明するに、頗る有利なる原理、即ち數多の小振動の同時に存立する原理を説明せざるべからず。此處に一直線に運動する單獨點の議論より始むべし。O を線上の固定點とし、是より距離 s (五三節)を計算し、而して二樣の既知運動ありて、適應なる力の作用を受け、點の爲し得るものなりと表象す。各運動に於て、s は時間 t の一定の函數にして、是等の函數を s_1 及 s_2 とし、互に區別すべし。

今玆に第三の運動ありて、各瞬時に於て變位 s は第一若くは第二運動が單獨に存在する場合の其等の値の代數和に相當するものなりとす。力學の原理に由り「合成」運動は式

$$s=s_1+s_2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

に依て與へられ、第一及第二運動に必要なる力が同時に存在するとき、實際に行はるゝものなることを演繹し得べし。

Δt は六二節に於て與へられたる意味あるものとし、Δt 時間内の增加を Δs_1、Δs_2、Δs とすれば

$$\Delta s=\Delta s_1+\Delta s_2$$

にして、

$$\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\Delta s_1}{\Delta t}+\frac{\Delta s_2}{\Delta t}$$

なり、此式は如何に Δt を小にするも滿足せらる、此 $\frac{\Delta s_1}{\Delta t}$ は Δt を漸次小にするに由て、極限値に達すれば、第一運動に於て時間 t に存在する速度 v_1 を與ふ、即ち等しく第二運動に於ける速度は、$v_2=Lim\frac{\Delta s_2}{\Delta t}$ にして、合成運動の速度は $v=Lim\frac{\Delta s}{\Delta t}$ なり、故に

$$v=v_1+v_2$$

なり。上記のものと同一なる結論により、各單位時間の速度の增加、即ち加速度は、三運動に就き是に類する關係を有し、同瞬時に於て三の場合に働かざるべからざる力を F_1、F_2 及 F を以て示すときは、

$$F=F_1+F_2$$

なり。

二運動に必要なる力が同時に存在するとき上式が滿足せらるゝや否やは、各場合に特別研究するを要すれども、一般に此書の範圍外に亘るものなり、故に啻(6)式に依て與へられたる規則により互に合成し得るを玆に記するに止めん。

(*a*)　發音體にして二樣の運動に屬する一點の運動。

此例は三〇二節に說きし二箇の質點を荷ふ絲の運動に關す。張力を S とし、二三八圖に於ける二箇の質點の變位を s_1 及 s_2 とし、絃の長さを l とし、D_1 に働く張力を D_1C_1 に投射すれば、是等の投射の和として

$$\frac{s_1}{AC_1}S+\frac{s_1-s_2}{C_1C_2}S$$

を得、是又

$$\frac{2S}{l}(3s_1-s_2)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

と記し得べし。今一定の運動狀況に於て、任意の瞬時に於ける變位が σ_1 及 σ_2 なるときは、D_1 に働く力は

$$\frac{2S}{l}(3\sigma_1-\sigma_2)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

なり、第二の運動狀態に於て同瞬時に於ける變位が σ'_1 及 σ'_2 なるときは、力は

$$\frac{2S}{l}(3\sigma_1'-\sigma_2') \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

なり。今第三運動狀態に於て

$$s_1=\sigma_1+\sigma'_1、及び\ s_2=\sigma_2+\sigma'_2$$

なるときは、張力より起る力 (7) は實際 (8) と (9) の和なり。運動の合成に關する條件は此に於て滿足せらる。

(*b*)　二箇の音源より氣體の微部分が受くる振動。

(*c*)　是に由て觀測者の鼓膜に生ずる二樣の運動。

是等の場合には、兩振動とも同一線に起るものとす、是 (*a*) 及 (*b*) の場合に常に滿足せられざる假定なり。

二樣の運動を合成せし如く、又三樣若くは數多の運動を合成し得べし；鼓膜は數多の異れる音源より來る振動の任意の數に由て打たれ得べし。異れる振動の合作用を干涉と名く；吾人は今其結果を精く攻究すべし。

三一二　位相及位相の差 (Phase and Phase-difference.)　單一なる振動に於ける振れと速度に關し、種々の狀態に在る一點が前後存在する狀況を「位相」として區別すべし、全振動の後位相は復歸し半振動期を隔つる瞬時に於ける位相は「反對」なりと稱し得べし。此言葉を以て是等の位相にありては振れは反對に向ひ速度も反對なるを表明するものとす。

平行線或は同一線上に於ける同周期の二箇の單一振動が、一致する位相を有するは、同瞬時に於て兩振動に於ける最大の振れが同方向に起る場合にあり。斯の如くならざるときは、「位相の差」は振動

點が其最大振れを有せる瞬時と、他の點に就て同樣なる瞬時との間にある時間に依り之を計り、振動期を單位として此時間を言表すを常とす。吾人は又一の振動點は他に對して位相の差に依て與へらるゝだけ先んぜりと言ひ得べし。

此差が振動期の四分の一なるときは、一點は他點が最大振れを生じたるときに平衡位置にあり。半周期程異る位相は反對にして、全周期の位相差あるものは位相の相等しきものに異ならず。一般に位相差を與ふるときは周期の全數は除去して可なり。

五五節に論せし如き單一振動が正弦線に依て示さるゝときは、第一の振動と啻一定の位相差に由て異れる他の振動は、曲線を時の軸に沿ひ位相差に對する長さだけ移すにより、之を示し得べし。

三一三　同一周期の單一振動 (Simple Vibrations of the Same Period.)　斯の如き二樣の振動を合成して同一周期の運動を得るは論を俟たず。吾人は其又單一振動にして、其振幅は與へられたる振動の振幅と位相差に關係するを證明し得べし。位相差が零なるときは、平衡位置よりの最大の振れは同時に同側にあり、故に合成振幅は與へられたるものの和に等し；位相差が半周期なるときは、合成振幅は與へられたる振幅の差に等し。總て他の場合に於ては合成振動の振幅は兩値の間に位す。反對の位相にして振幅を同うすれば振動は絕えず打消すものなり。

是等は總て圖上に明示し得べし、一般に同軸に對し二線を描くは五五節に於て與へられたる方法に由り、三一一節に論せし運動を示すものとす。斯して合成運動の圖式表明を得んと欲すれば、二線につき同橫座標に對する、即ち同時間に關係する縱座標を取り是等の

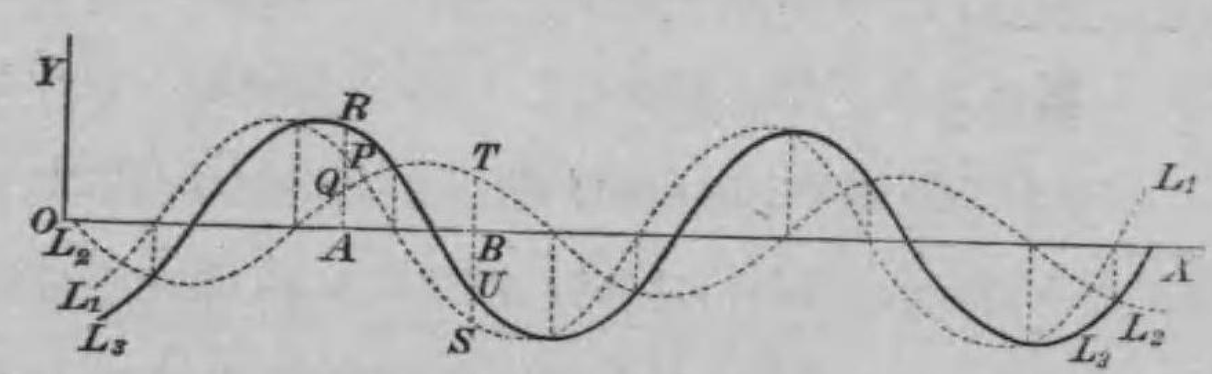
代數和を新き點の同横座標に對する縦座標とす、横座標の若干數に就き之を行ふときは、求めんとする線の同數の點を得、斯して吾人は(6)式に由て表さるゝものを圖上に示し得たり。

斯く記載せる方法を簡單に二曲線の合成と名け、線を合成線と名く。

二五二圖は二箇の單一振動の干渉を圖上に表すものにして、振動を表す線は L_1 及 L_2 に於て示さる。吾人が得たる合成線は假に $AR=AP+AQ$ 及 $BU=BS-BT$ とすれば、又正弦線となる、故に圖の敎ふる所は合成運動が單一振動なることなり。

與へられたる振動間の位相の差は、圖上 L_1 同 L_2 線が下部より上部に上るときは、x 軸を切る線の距離に依て與へらる。合成振幅

第二五二圖



が如何に位相の差に關係するか；位相差が零となり、或は半振動期に等しきときは、線は如何なるか、容易に之を悟り得べし。圖の示す所は、合成振動が二様の振動と位相に於て相一致せざるものなり。

二様の振動を合成せる如く又三様或は多數の同一周期の單一振動を合成し得べし、而して是等は等しく常に單一振動と爲る。其振幅は又與へられたる振幅と位相の差に關係し、特別なる場合に於て零となるは、振動が相合して全く除去せらるゝ場合に屬す。

一定の位相の差ある二様の振動の一例は、四七圖（五一節）及五二圖（五四節）に示さる、而して同瞬時に一の圖に於て振動點が A にあり、他圖に於て Q_0 にあるものと假定するを要す。位相差 q を周期に依て表すときは、

$$q=\frac{弧AP_0}{2\pi}=\frac{p}{2\pi}\quad（五四節參照）$$

にして、二様の運動は

$$s_1=a_1\cos 2\pi\frac{t}{T}\quad 並に\quad s_2=a_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q\right)\quad\cdots\cdots(10)$$

に依て表さる。尙之を一般にすれば

$$s_1=a_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_1\right)\quad 及び\quad s_2=a_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_2\right)$$

の式に依り與へらるゝ二つの振動の間に位相の差 $\varDelta=q_1-q_2$ あり。

今是等の振動を合成するときは、t 時に於ける振れは

$$s=a_1\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_1\right)+a_2\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_2\right)$$

にして、$q_2=q_1-\varDelta$ なる關係を入るれば、

$$s=(a_1+a_2\cos 2\pi\varDelta)\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_1'\right)+a_2\sin 2\pi\varDelta\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_1\right)$$

なり。

今 A 及 φ が次の式を滿足するやう定む、即ち

$$\left.\begin{aligned}a_1+a_2\cos 2\pi\varDelta&=A\cos 2\pi\varphi\\ a_2\sin 2\pi\varDelta&=A\sin 2\pi\varphi\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(11)$$

なれば、

$$s=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+q_1-\varphi\right)$$

なり、然るに A と φ とは常數なれば、是れ單一振動に外ならず。(11) 式に依り振幅は

$$A=\sqrt{a_1^2+2a_1a_2\cos 2\pi\varDelta+a_2^2}$$

に依て定めらる、而して式に $\varDelta=0$ とすれば $A=a_1+a_2$ にして、$\varDelta=\frac{1}{2}$ とすれば a_1-a_2 に變す。

三一四　唸り (Beats)　二様の振動が全く周期を同うせざるも、其相近きときは、或瞬時に兩振動とも同じ側に平衡位置より最大振れを示し、此瞬時後或振動期間は位相の相近くして運動を高むること

あり。然れども此狀態を長く繼續すること能はず、何となれば一の振動は他に對して進むこと速なればなり。一の振動が他の振動に對し半周期の進步をなすだけの時間を經過したる後、兩運動に反對の位相あるを以て、互に相弱め、或は相除去す、而して其經過時間が倍すれば、運動を强むること當初に於けると同樣なり。干涉に由て生ずる交互の强弱を示す現象を音學にありては唸りと稱す。唸りは二の音にして其調の差僅少なるものが鼓膜に當るにより聽取せらる。一秒間の唸りの數、即ち强大となる數、或は微弱となる數は、兩音に於ける各秒間の振動數の差に等し。

一例として一の音が各秒二百回の振動をなし、他の音は二百三回なりとし、兩音が鼓膜を內方に壓する瞬時より始むるときは、六分の一秒後に兩運動は反對の位相を得；何となれば此時間內に一の振動に $\frac{200}{6}$ 周期ありて、他の振動にありては $\frac{200}{6}+\frac{1}{2}$ 周期あればなり。六分の一秒後には位相は相同じくして、以後强大となること六分の一秒を隔てゝ相繼續す。一般に N 及 $N+n$ が二音の振動數なるときは、一の運動は他に對し一秒間に n 周期の進步を示すに由り、$\frac{1}{n}$ 秒間に一周期進むなり。$\frac{1}{n}$ 秒後に再び同一の位相差を生じ、一秒に n 回强大となる。

唸りは二箇の發音體が同調なるか、或は周期間に小差あるかを判斷するに適當なる方便なり。

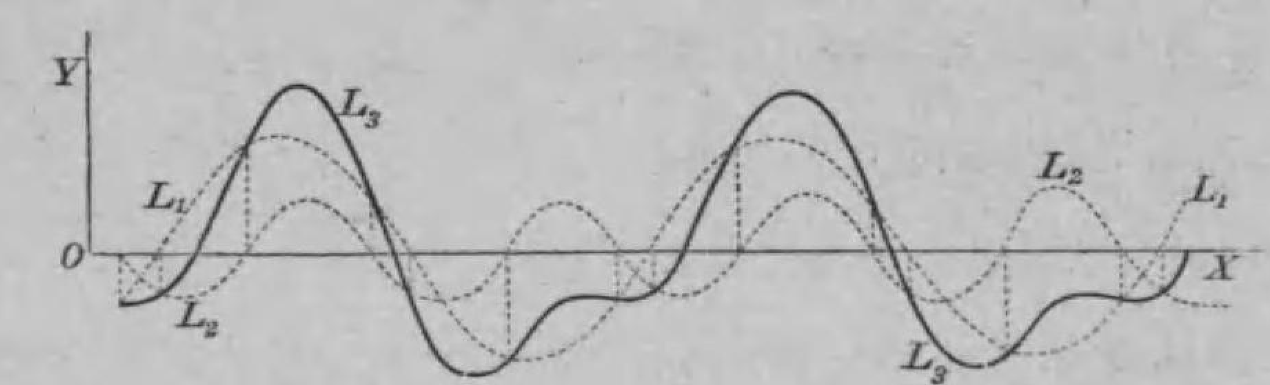
唸りが圖上如何に認識すべきかは讀者に之を委ぬ。

三一五　周期間に簡單なる比ある振動の合成 (Combination of Vibrations, whose Periods are in a Simple Ratio.) 吾人は周期の長きものは他周期の倍數なりと假定す。即ち周期は $T, \frac{1}{2}T, \frac{1}{3}T, \frac{1}{4}T,$………

なり。T 時間の後各振動は同一の振れに戻るものなり、何となれば此時間は第二運動の二周期に當り、第三の三周期に當ればなり。又合成せる振れも各回 T 時間後同じ大さにして、合成運動は最大周期を有する振動と同周期の振動なり。然れども運動は最早單一振動にあらずして他の振動形を有す(五〇節)。

是を說明するは圖上に示すを適當なりとす。二五三圖に於て點線

第二五三圖



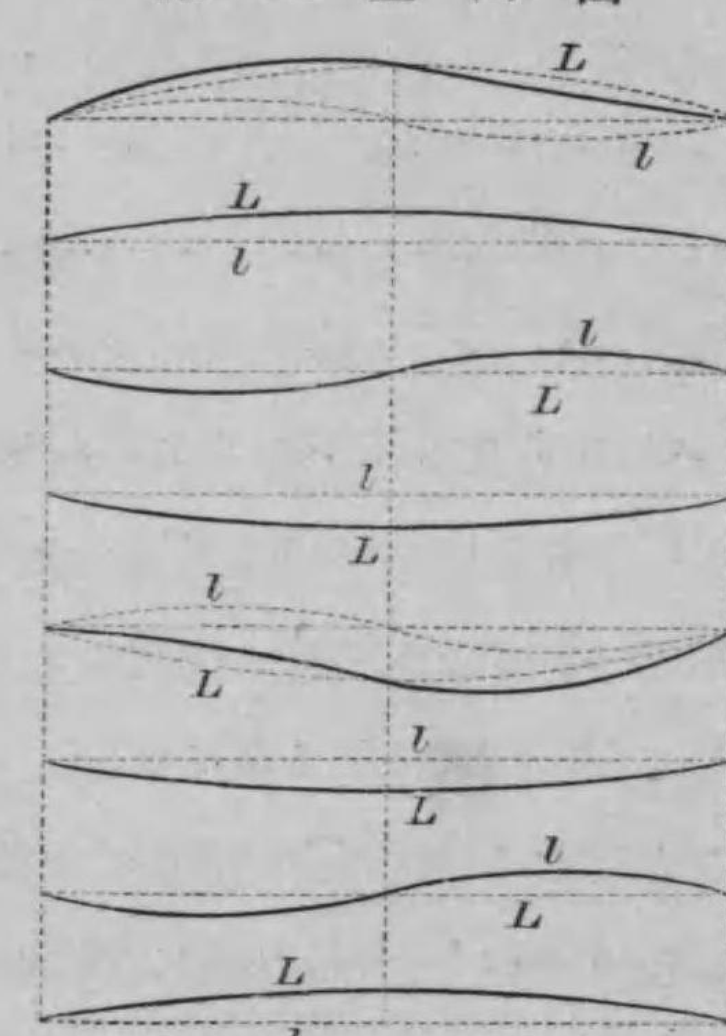
は周期 T 及 $\frac{1}{2}T$ を有する單一振動を示し、實線は回轉せる圓壔上兩單一振動を同時に爲す一點に由て描かる。此線を $\frac{1}{3}T, \frac{1}{4}T,$……の周期を有する正弦線に由て合成するときは、常に他形の波線を得、而して合成振動は頗る異る振幅を有し；且つ各運動の位相は更り得ることを考ふれば、單一振動の合成に由て生ずる運動の多樣なることを悟り得べし。是れ實に廣大なる結果にして、吾人の考へ得る各振動形は此仕方にて生じ得べし；佛國數學者フーリエ (Fourier) の發見せる定理に由り、複雜なる各波線は適當に選擇せる正弦線の合成に依て之を生じ得べし。

三一六　一の發音體に依り同時に生じ得べき異樣の音 (Different Tones produced simultaneously by a Sounding Body.) 此章の始に吾人は多樣なる運動の生じ得べきことを說きしが、吾人は常に是等の運動の唯一が存在せるものと表象せり。三一一節に說きし所に由

れば、物體は其振動し得る二樣若くは多樣の運動を同時に履行し得べし。

此事項を說明せんが爲め、例を絃に選み、其同時に原音及第一陪音を與ふるとき、如何なる運動あるかを示さん。二五四圖に於て、順次相次ぐ瞬間に於て、絃の有し得る八樣の形を與ふ、而して L は嘗原音のみに由て生ずるものにして、l は只第一陪音の存在する形なり。斯く選める瞬時の間隔は相等しくして原音周期の八分の一に當り、從て陪音周期の四分の一なり。第一圖に於ては兩音は平衡位置より最大振れを示すものと假定す、斯くすれば l は又第三第五及第七圖に於て此位置にあり、L は第五圖に於て之に相當す。更に第二第四第六及第八圖に於て l は平衡位置に位し、L は第三及第七圖に於てす。第二·四·六·八圖に於て是等の線の形は第一·五圖に於ける

第二五四圖



L より一方に縮めて之を得べくして、總ての縱坐標は $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 程短縮す(一六及五一節)。

今線の單獨なる點に就き爰に論せる瞬時に於ける位置を見出さんと欲すれば、三一一節の規則を應用せざるべからず、全絃の形は各回 L 及 l の線を互に合成して之を得。斯して線を描くときは、或瞬時に於ては自然其 L 或は l と相合するを見る。絃が單に一音を與ふる

とき平衡位置にあるべき瞬時にして此時其部分は他の音に屬する振れのみを生ず。

此仕方に由り、絃が原音の外一陪音以上を發する場合を論じ得べし。絃が原音の外如何なる陪音を生じ、其强さは幾何なるかは、絃の運動を生ぜしむる仕方に關係す。吾人は其諸點が平衡位置より離れ、而して後放たれたるものと爲さん。是に由て總ての點を放ち、精密に正弦線 AEB (二四一圖 a) にあらしめば、唯原音のみを發す、若絃が他の形狀を有し、例ば二五五圖に表す如きものならば、吾人はフーリエの定理に從ひ、線は數多の

第二五五圖

正弦線の合成に由て生ずるものと概括し得べし;恰も二五四圖が二箇の正弦線より爲るが如し。數學上の計算に依り二五五圖の線を合成に由て生ぜんには、是等の正弦線の何れが各自幾何の最大振れを示さざるべからざるか;即ち絃の發する單一音の振幅を定め得べし。

一點 P に於て働く力の爲に絃が平衡位置より離れしめられて生ずる折線の形は、數多の正弦線を合成するに由て之を得べし。如何なる陪音が存在するかは、P 點の位置に關係す。P 點が二五六圖に於ける如き位置を占むるときは、

第二五六圖

絃の形は二五四圖の第一に甚しく相似たり、故に原音と共に專ら第一陪音の生ずるを明にす。之に反し、P が中央にあるときは第一陪音を缺ぐ、何となれば振れは左右とも同じ方に同じくして、是れ二五四圖の波線 l が合成線の部分となるは決してあり得べからざればなり。

絃が小槌を以て打たれ、或は彈かれて、振動するときは、同時に多樣

の音を發す,而して此音は打たれ或は彈かれたる位置に關係す。例ば絃は彈かるゝ毎に小距離鼓弓に導かれて然る後反撥するものなり。

他の發音體に就ては、絃に於ける如く精く論するを欲せす、一般の規則として其履行し得る振動は同時に生じ得べくして、如何なる陪音を生ずるかは運動を生ずる仕方に關係す。

三一七　合成音　音色 (Resultant Tones. Timbre.)　絃が原音の外種々の陪音を發するときは、其部分は原音の周期を有する振動を生ずるも,最早單一ならず;是れ音の傳播する方向にある觀測者の鼓膜に就ても同樣なり。然れども如何に絃は打たれ或は彈かるゝも、其發する音は吾人の感覺に對しては同じ高さにして、振動が單一なるも又單一ならざるも、音の高さは毎秒の振動數に依て定めらる。然れども耳は同周期を有する異形の振動を區別し、其單一なるや又單一ならざるやを知り得べし;之れ吾人が音色と名くる特質を示すものにして、振動の形、隨て陪音の强さの大小あるものが、原音と共に存在するに關係す。

音色は其高さが一致するとき、種々の樂器の音を區別せしむるものなり、而して種々の音色の起り得べきは、同調の音にて自由に「ア」或は「オ」を發し得るが如し。

今多くの場合に、振動の全く規則正しく繼續し得る場合には、簡單なる音にあらずして,合成音なることを明にす。斯樣なる音を合成するは、吾人の聞き得る音色てふ不完全なる感覺に影響するのみならず、耳も亦多少合成音に匿れたる單音を別々に聽取し得る狀況にあり;吾人はフーリエの定理を利用して數學者がなし得ることを耳にて爲し得ると表象し得べし。

更に記すべきは、陪音が時として唸りを與ふることにして、逆に又唸りは陪音の存在を證するものなり。二絃の振動數が一〇〇及二〇三なる二絃が同時に音を發するときは、通常唸りを聞くこと一秒に三回づゝなり、是れ第一絃の陪音と第二絃の原音とより起るものなり。

三一八　種々の方向に於ける同時の振動 (Simultaneous Vibrations in Different Directions.)　一點が同時に同一線に沿ひて種々の運動を爲し得る如く、種々の線に沿ひて又一振動以上の運動を履行し得べし。吾人は O を點の平衡位置とし、一定瞬時に於て唯第一或は唯第二振動……が存在するときは、A, B……の位置を占め得るものと考ふ。斯してヴエクトルに就き與へられたる規則に從ひ(二七節)、OA, OB…… の振れを合成するときは、ヴエクトル OP を得て、點は其瞬時に常に此ヴエクトルの端 P にあるものと考へ得べし。此「合成」運動は與へられたる振動の合成に由て得られたりと言ふ。多くの場合に於て一系に働く力は、其合成運動を隨意に履行し得べき狀況にあり。簡單なる例は前記の二樣の單一振動をなせる絃に由て示され、第二の運動は第一運動と異れる平面に於て振動する場合に屬す。

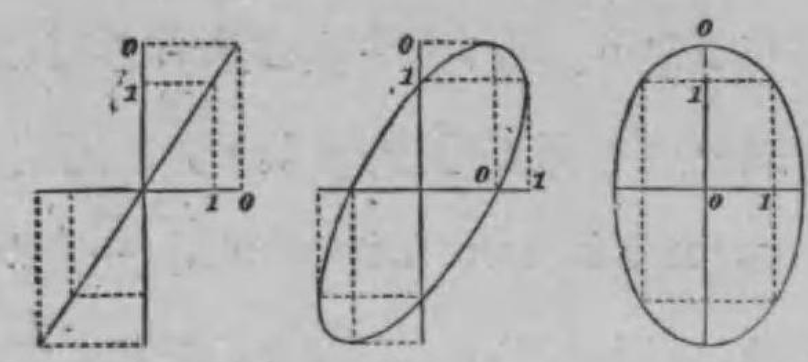
吾人は一點が同時に互に直立せる方向に振動する軌道を二つの場合に攻究せんと欲す。

(*a*)　二樣の同周期ある單一振動。二五七圖は此場合に屬す、一の運動は垂直にして、他は水平なるものと假定す、是等の線の交點は平衡位置なり。

軌道の形は位相差に關係す。吾人は垂直線の端 A と水平線の端 B を「相當點」とし、兩運動が同瞬時に於て、一方の運動は點

A に他の運動は之を B に置かんとする如きものを、位相に於て相一致すと稱す。位相差は斯して一の運動に於て、點 A に達する時間と、他の運動に於て、點 B に達する時間との間に經過する時間を以て計るものなり。

第二五七圖



今位相の差が與へらるゝときは、四八圖（五一節）に示せし如く、兩振動の各自に就き、或數の瞬時に就き點の位置を定め得るのみならず、又此時に於て如何なる點に當るやを知り得べし。斯の如き垂直線及び地平線に於ける相當點に直立せる線は、其交點に於て點が實際に占むる位置を定むるにより、斯して見出されたる直線若くは曲線は實際の軌道なり。

是等の注意の後、圖の説明は簡單なり。垂直線の最高點及水平線の右端を相當點と撰び、位相差は $0, \frac{1}{8}T$ 及 $\frac{1}{4}T$ なりとせり。軌道は第一の場合に直線にして、他の二つの場合には一般に楕圓なり。讀者は自ら他の位相差 $\varDelta$ に就き作圖を爲すべし。

$\varDelta=\frac{3}{8}T$ なるとき二五七圖の中央にある楕圓に同一形の軌道を得れども、上端は右に向はずして左に傾けり。

$\varDelta=\frac{1}{2}T$ なるときは直線にして同樣に二五七圖の左と區別あり、

$\varDelta=\frac{5}{8}T$ なるときは $\varDelta=\frac{3}{8}T$ に同じ、

$\varDelta=\frac{3}{4}T$ なるときは $\varDelta=\frac{1}{4}T$ に同じ、

$\varDelta=\frac{7}{8}T$ なるときは $\varDelta=\frac{1}{8}T$ に同じ、

上に記する $\varDelta$ の二箇の値 $\frac{3}{4}T$ 及び $\frac{1}{4}T$ の如きものに在ては同樣の曲線を得るも、其通過する方向は反對せり。

振幅が互に等しきときは、二五七圖の直立楕圓は圓に變ず。精く之を論ずれば、圓上の點の運動は平等なり。是れ實際單一振動の最初の定義と一致するものなり。

楕圓軌道に關し記すべきは、斯の如き軌道に於ける運動が種々の仕方に二樣の互に直立せる振動に分ち得べきことなり。例ば二五七圖の傾ける楕圓に於ける運動は、楕圓軸の方向に於ける二運動の合成せるものと論じ得べし。吾人が上記の楕圓運動の一を履行する點を、其位置の各點に於て直線に投射すれば、投射の運動は單一振動なり。

(*b*) 次章に於て吾人は二箇の發音體の運動を示すに光點を以てし、其互に直立せる方向に振動するを學び得べし。光點が其位置に於て吾人の網膜に與ふる感覺は、或時間を要するを以て、吾人は其軌道の諸點に於て同時に之を見るものと信じ、從て光線を感得す（リッサジュー圖）。兩物體が同音を發するときは、上記の圖に示す線を生ず。

特別なる例は、兩音が高さに於て少しく異れる場合にあり。兩振動が一定瞬時に全く同一位相にありて、其前後は暫時二五七圖の直線を認む。然れども直に位相差を生じ、$\frac{1}{8}T$ の差ある場合には圖の如き傾ける楕圓を見る。是等は遂に直立せる楕圓となり、上に記載せる總ての線を經過す。此現象の唸りに類するは目撃すべくして、圖の種々の形を經過する回數は又唸りとして聞くを得べし。

第二五八圖

(c) 周期間に簡單なる比ある單一振動　二五八圖は比が $\frac{2}{3}$ なる場合を示す。讀者は自ら線を描くことを試み得べし;吾人は此曲線圖を觀察するときは、直に上記の比あることを悟り得るを記するを以て十分なりとす。一點が全曲線を趨るは垂直方向に二回、水平方向に三回、上下若くは左右に動くによる。一方の振動の位相を變ずれば、他形の軌道を得。

三一九　周期的力に影響せらるゝ運動 (Motion under the Influence of a Periodic Force.) 發音體の小部分を平衡位置より離し、或は之に速度を與へて一定のエネルギーを傳へ、物體を夫自身に放つときは、一定時の後振動は消滅すべし。此鈍りは一部分既に記せし原因に由るものにして、一部分は振動が周圍の空氣に傳り、或は他の物體に移り、是を通じて傳播する狀況にある結果なり。絃が共鳴臺即ち彈性木の壁上に張らるゝときは、壁が振動を受け、其表面の大なるため、絃自身が空氣に傳へ得るより振動を傳ふること善良なり、然れども是に由て音は速に鈍るを見る。

物體のエネルギーの消散するは避くべからざるに係らず、振動を保續せしむるには是に正なる仕事を爲す力を働かしめざるべからず。此力は例ば物體の運動する方向に常に働くものにして、同時に運動と共に方向を轉換するを得べし。

斯の如き周期的作用を生ずる力は、又靜止する物體を振動せしめ得べし、是れ特に研究すべき現象なり。此目的を以て安定平衡の位置にある物體が、各變位後に一定の力に由て原位置に戻るものと考ふ。是等の力の影響を蒙り、吾人が「自由振動」と名くる、一定の周期を有する振動を生ず。然れども吾人は今外部より物體に周期的力の働く

ものありとし、是を外力と名く。此力の影響を受けて物體は「强制振動」を爲し、外力と一致する周期を以て振動を履行す。振幅が幾何なるやは外力の周期と、自由振動のそれとに關係し、是等の周期が同一なるとき最大なり。

是を説明せんには、如何にして重き寺鐘が動かさるゝかに由て爲し得べし。鐘は平行軸に振動し得べし、綱を引き鐘を一方に變位し、例ば右方に動かし得べし。今鐘衝きが絶えず同一の力を用ゐ、假令力一杯に引くも、鐘に其平衡位置より僅少の變位を與ふるに過ぎず;今絶えず之を一方にのみ引かずして、逆に引くときは、可なりの振動を生じ得べし;即ち鐘が左右に往來するに要する時間 T に等しき間隙を以て之を引くにあり。斯して第一回の鐘を引くことは、右方に小速度を與へ、第二には再び右に向はんとする運動あるときに於てし、第三番目も同樣にするときは運動は加りて、遂に鐘を引くによりて生ずる速度の增加量が、左右の行動、即ち、鐘舌に對する衝突によりて。生ずる速度の減少量に等しきに至るべし。

是に相當するものは他の場合にも數多あり。電流計の針は例ば電流により唯僅の繼續する振れを生ずるも、適當なる時間の隙を以て電流を開閉すれば、大なる距離間に左右に動かしめ得べし。是に類する仕方により、弱き磁石を近け或は遠ざくるにより、吊せる磁石をして大振幅の振動を爲さしめ得べし。是に反し磁石を相互作用によりて得たる運動が反對となる瞬時に棒に近寄らしむれば、既存の振動を速に停止し得べし。

强制運動の振幅は、外力の周期が自由振動の周期と異るとき減少するを見んと欲すれば、始め一秒間に振動する振子ありて、右方に衝

突を續くるものありと考へ、衝突の間隙が半秒を隔つるものとす。今第一の衝突は振子を實際に振動せしむるも、此運動は第二の衝突により消費せらる、何となれば其振子が左に動かんとするときに起ればなり。

是に反し、衝突の周期が $\frac{7}{8}$ 秒なりとすれば、振子は右に動く間に第二の衝突を受け、第三の衝突は此方向に動き始むる途端に於てす、第四及第五の衝突は始めて既存の運動を弱くす。

三二〇 共振及共鳴 (Resonance.) 多くの場合に於て、物體 A に第二物體 B より發する周期ある力の働くものあり、B は自ら振動せるものなり、故に此力の周期は B の周期に等し、而して A は是に由て自由振動の周期が B の振動期に等しきときに運動を受く。故に發音體は他の發音體を振動せしめ、所謂共鳴す、而して此現象は兩物體が同調に調節せらるゝとき最も明瞭なり。

(*a*) 錘を吊す絲の上端を持つときは、手を左右に動かして錘に大なる振動を與へ得るは、啻此運動の周期が振子の振動期と一致する場合にあり。此試驗を說明せんに、手の右に動くは同方向に於ける力を錘に作用を生ぜしむる所以なり。最初絲を垂直に吊せば手の運動により、斜なる位置を得；重力は絲の延長線に於ける力と水平の部分とに分ち得べくして、水平動力は右に働くものなり。

絲の上端を手に持つ代に、重き振子の下端に之を固著し得べし；周期が相一致するときは、振子は錘を共振せしむ。

又吾人は二箇の同周期の振子を同じ臺上に吊し、一の振子を運動せしむるときは、臺は先づ前に一方に、後に他方に交互壓され、之を第二の振子に傳達す。

是等の試驗に於て、周期は少く異るとも共振を生じ得ることを知る、然れども共振物體の振幅は、周期の同き場合の如く大ならざるべし。

(*b*) 數米の綱の一端を固定し、他端を手にて張るときは、絃の如く種々振動せしめ得べし；一定の周期を以て手を前後に動かし、綱の動き得る仕方と一致するときは、運動に由り節又腹を表すを見る。此試驗は容易に履行し得べし、何となれば綱は運動するとき一方又他方に交互力を手に及ぼせばなり。吾人は容易に感覺により前後の適應なる速度を見出し得べし。

是に類する仕方により、手を上下し、器に容れたる水に常定波を起し得べし。

(*c*) *メルデ*の實驗 音叉の一脚の端に絲を附し、脚面に直角なる方向に滑車を傳ふて之を導き、其端に錘を附す。錘と絲の長さとを調節し、絲の振動期を音叉の周期と合同せしむれば、音叉を彈くにより絲を振動せしめ得べし。斯して相隣せる節の距離と張力を與ふる目方と一單位の長さの質量とを測れば、三〇三節の (3) 式により、絲の振動數を演繹し得べし、是又音叉の振動數に他ならず。

(*d*) 一端を封する圓壔を充す空氣の層は、三〇六節の (5) 式に依て其高さを與ふる音を發し得べし、而して λ は管の長さの四倍に等し。今管を垂直に立て、液體を容るゝにより其長さを調節するものとすれば、其音は音叉の音と等しからしめ得べし、而して音叉を器の口に置き、其脚をして圓壔軸の方向に振動せしむれば、空氣層をして共鳴を爲さしむ。層の一定の長さにより音叉の音をして著しく强からしむるを認む。

吾人は此實驗を以て音叉の振動數を測定し得べし、然れども共鳴を止むるには、空氣層の長さを可なり更へざるべからず、且つ三〇六節に於て未だ記載せざる一の狀況を知らざるべからず。圓壔の口に於ては、大氣微部分の運動は、管の軸に沿ひて全く平行ならず、運動の方向を示す線は、緣の近傍に於ては外部に曲れり。故に上記の範式は嚴密ならず、補正を爲すを要す、而して其大さは管徑が管の長さに對し大なれば又大なり。

此共振の場合及前記のものとは既に論せし簡單なる場合と全運動系が周期力の作用を受くる點に於て相異す。此振動は何處に周期力が働くかには關係すること少し。例ば音叉に普通附せらるゝ共鳴箱に於て之を認む。是れ長方形の截斷面を有する木管にして、一方を開くを以て、上記の圓壔の如く管內の空氣は振動し得べし；共鳴箱の長さは空氣の特音と音叉の音と一致する如く定めらる。彈かれたる音叉を共鳴箱の口に近くれば、強き共鳴を感ず、然れども音叉を普通取り付る如く、共鳴箱の上面に其幹を固著するも同樣なり。斯して振動は木の媒介によりて空氣に傳へらる。

(e) クントの實驗に於ては長き空氣層を振動せしめ、是を數多の部分に區分す。彈性棒 AB（二五九圖）は其中點を木栓にて固定し、

第二五九圖

栓は長き硝子管 CD に嵌まり、是に固定せらる。CD は他端に於て木栓に依て閉ぢられ、栓は左右に動き得べし、管內に輕き粉（コルクの鑢粉・リコボヂウム粉・結晶せざる硅酸粉）を入れ、硝子壁の最下母

線に集合せしむ。今棒 AB の一部分 AC を摩擦するときは、（硝子には濕れたる布を用ゐ、金屬或は木には樹脂粉を蒔きたる布を用ふ）棒は縱振動を爲して空氣を共鳴せしむ。空氣層に於ける節は粉により認め得べく、粉は空氣の靜止する處に止るも、他の場所に於ては振動せる空氣の微部分により運動す。節點間の距離を計るときは、三〇六節の (5) 式に由り、棒 AB の振動數と三〇五節の (4) 式とにより、棒の物質の彈性係數を計算し得べし。

棒の空氣に振動を傳ふるを促さんが爲め、B 端にコルクの薄板を固定し、管の截斷面の大さより少しく之を小にす。

(f) 三〇七節に記載せる共鳴器は音叉の共鳴箱に於ける空氣層と同樣に共鳴す。共鳴器の一組にして、第一は一定の音を與へ、順次之に續く音調陪音を與ふるやう調節せるものは、ヘルムホルツが發音體に由て發せらるゝ合成音を分解するに用ゐしものなり。此試驗を爲さんには發音體の音の高さは最低調に調節せる共鳴器の特音と一致せざるべからず。今合成音が例ば原音の振動數の三倍なる音を含むとすれば、第三共鳴器は此陪音を強くし、共鳴器を耳に當つるときは之を明に聽取す。

(g) 是等の共鳴器なきも、吾人は多くの場合に共振によりて其合成音なるや否やの結論を惹き得べし；例ば絃が同じ共鳴臺上に他のものと共に張らるゝときは、双方とも同調なるとき共鳴するのみならず、又其振動が他のものの倍にして、一の音は第一陪音なるときも共鳴し得べし。今最低調を與ふる絃を打つときは、他の絃は共鳴して、是に特有なる原音を與ふ。是他絃の第一陪音により振動を生ずるなり。

ピヤノを以て此實驗をなすには、高調の絃を自由にして鍵を抑し、而して低調の絃を打つによりて之を行ひ得べし。

樂器の開きたる共鳴箱に歌ひ込めば、數多の絃を同時に共鳴せしめ得べし。

(*h*) 兩物體の音調の差が共鳴に對する影響は、發音體の異るにより大に相異することあり、一方には音叉、他方には張られたる薄き膜は極端の場合に當るものと考ふべし。

音叉は一度之を運動せしむれば振動を繼續するにより、其質量は大なるにもせよ、適應なる高さを有する弱き音により共鳴せしめ得べし。斯して數多の振動間に各回生ずる速度の增加を蓄積し得べし。然れども音叉に當る音の振動數は、音叉の振動數より、例ば每秒四回異るものとすれば、共鳴は認むべからず、何となれば音叉の脚が空氣より得る僅の衝突により、右方に移さると雖、以前より保續せる振動が衰弱することなく存在するにより、同瞬時に於て脚は左に移ればなり。

薄き膜は是に反し、其平衡位置より離るゝときは、既に第一振動間に其エネルギーの大部分を空氣に傳ふ。故に其任意の間隙ある衝突により、之に當るも、常に其衝突に應じ、衝突は既に存在する振動を消滅せしむるに費さる。故に吾人が發せしむる音が、膜の特音と一致するや否やは、共鳴に對しては相關すること少し、假令全く一致するとも長時間に亘り速度の蓄積を見ることなし。

膜が空氣より受くる僅の衝突により、著しき振動を發するは、其表面に對し質量の割合に小なるが爲なり。

是等の議論は吾人の耳内にある鼓膜が、甚しく異れる高さの音に

より振動せしめらるゝを理解せしむ。電話器の板も亦是と同樣なり。

三二一　物體が共振れにより運動せしめらるゝ場合 (Cases in which a Body is set in Motion by Resonance.)　(*a*) 二五九圖の棒の一半が摩擦さるゝときは、Cに於ける交互の短縮膨脹は、他の一半に周期的力を及ぼし、是に由て他の一半を共振せしむ。棒が正しく中點に於て固定せられざるときは不可能なり; 何となれば BC の部分が生じ得る特音は、上記の力が方向を轉換すると共に、速度を精密に之と相應せしめざればなり。

(*b*) 絃の一點を固定するに、其一端より長さの三分の一隔たりたる處に於てし、其小部分を振動せしむれば、此部分は他の部分に交互上下に働く力を及ぼすものなり。今此他の部分を二部分に分ち、小部分と同周期に振動し得るときは、其實際に此運動を受くるに由ればなり。

是等の場合に於て、尙精しき議論により明にせざるべからざるは、節點の一方に於ける物體の部分が、如何にして他方の部分と共鳴し、恰も反對位相にあるかの問題なり。

(*c*) 風琴管(唇管)に於て、振動する空氣は、上端に於て外氣との交通を塞ぎ(閉管)、或は外氣と相通ず(開管)るものにして、下端に於ては常に空氣と貫通す。下端に於ては横孔あり、管を振動せしむるには、下端の口の上緣に於ける唇に對し、氣流を吹き附くるにあり、是に由て生ずる躁音は、多樣の音より合成せらる。今其内に管の原音あるときは、管内の空氣は此音を以て振動し、他の强まり得ざるものは閉息す。

陪音が又同時に强くし得べきは勿論にして、風琴管は合成音を與ふ。管を尙强く吹くときは、躁音を生じ常に高音を發す、故に最初原音を發するも、管を吹くこと强ければ、陪音の一が又强まることあるべし。

三二二　共振體の反作用 (Reaction of Resonating Bodies.)　三二〇節に於て B と名けし物體の周期は、與へられたるものと假定せり、實際此周期は A の反作用に由て變じ、吾人が此變化を除外視し得るは、A の質量が B の質量に對し、甚しく小なるを以てなり。

例ば振子 A が他の振子 B に吊さるゝときは、B が A をして共振せしむるも、同時に又 B の運動は A の運動に由りて多少支配せらる。

簧にありては、其端に固定せる舌あり(三〇八節)、之と共振し得べき物體は管內の空氣層なり。舌は空氣層と第二空間の間にある壁に於ける孔を通じ運動し得べし、而して第二の空間は交互開閉し得べし。今空氣を第二の空間に吹くときは、舌は運動し、空氣の流れは各回一瞬間每に孔に通じ得べし。サイレンに於けると同樣に生ずる空氣の衝突は、空氣層の振動を促す。今舌が可なり大なる質量の彈性的金屬片なるときは、其發する音の振動期は、舌の彈性と大さとに由て定めらる；斯して空氣層は共振の法則に從ひ音を强くするの役を勤むるに過ぎず。然れども舌が柔かにして撓み得れば事情を異にす。空氣振動は舌の運動に由て促さるゝも、空氣の振動に由て支配せらる、故に音を發するは、空氣の特有振動に由り、舌の彈性に由て影響せらるゝこと微細なり。

三二三　合音 (Combination Tones.)　物體の小部分(例ば絃空氣層或は太皷の皮)が一定の運動を單獨に履行し得るときは、又其合成に

由て得らるべき運動を爲し得べし(三一一節)、然れども啻振幅が甚しく小なる場合に限れり。精しく是を攻究すれば、振れが大なるときは、其事情を異にす。物體に二つの運動を生ずる源ありて、其一は例ば一秒每に N_1 振動を爲さしめ、他は N_2 振動を爲さしむとすれば、物體は同時に是等の二樣の運動を受く；然れども之に加ふるに他の二樣の振動あり、即ち一秒に N_1-N_2 並に N_1+N_2 振動を爲すものなり。斯く追加せる運動は、第一次音と傍合音と名くる他の音を生じ、之を更に區別して差音及び和音とす。

是等の合音の振幅は第一次音の振幅の各に比例す、而して一次音の双方が半減するときは、四倍小となる、故に甚しく小なる振幅にありては、合音は認め難し。

是に反し、振幅大なるときは、合音は直接に或は適當なる裝置を以て感得し得べし；就中差音は最大の强さを有するを以て最も容易に聞き得べし。

吾人は例ばサイレンを用ゐ、運動する板が數多の孔の共心列を有するにより、孔の異れる數を利用し得べし。各列は固定板に同數の孔列を有するものゝ上にあり、而して各列に空氣を流通せしむれば、同時に精密に測りたる比をなす振動數を有する音を生じ得べく、又任意に各列を閉ぢ得べし。今最初十二孔を有するものを吹き、斯する間に又十八孔の列を吹くときは、第一音に追加して第二の高調の音を得。然れども音が十分强きときは、明に原音より低き音を聞き得るものなり。是れ差音にして、其振動數は兩元音の低きものの半なるものなり。

合音は元音の一と唸りを生じ得べし。二箇の發音體ありて其一は

他音の第一陪音に近きものを與へしめ、同時に兩音を發するときは此現象を聽取し得べし。例ば振動數が二〇〇及三九八なりとすれば、差音の振動數は一九八にして、是に由て二〇〇回振動する音と共に一秒に二回の唸りを現す。二箇の音叉を以て試驗するときは、唸りは同時に差音の存在するを證す；絃にありては陪音により之を說明し得べし(三一七節)。

第十章

振動の傳播 (Propagation of Vibrations)

三二四 單一なる平衡變動の傳播 (Propagation of a Single Disturbance of Equilibrium.) 石を靜止せる水中に投ずるときは輪狀の波を生ず、是れ平衡變動の傳播の名稱の下に總括せらるゝ現象の一種の第一例と見るを得べし。此場合に起る事情は容易に概念し得べし；水面の一定所に於て、一の原因に由り、一部分が水面より上り、其場所以外は平面に在るものとして、最初に表象するにあり。斯して上れる部分が放たるれば、重力に由て下げらるべし；然れども同時に又其位置を繞る水は上るべし。最初生せし位置に於ける平衡變動は消滅して、小なる輪形波山を作ると雖、永續することなし。波山を生ずる部分は直に沈むも、出立點より離るゝ部分は上るにより、一瞬間の後一の波山をなすべくして、稍大なる輪を生ず。此傳播の狀況が進行するには玆に精しく其模樣を論ずるの要なし、而して常に增大する波谷を生ずるは、最初に水の上る代りに下るものあるとき起るものなり；波山と波谷と規則正しく互に交代して相續くものは、外部の原因により、水が中心に於て斷えず上下動を爲すときに觀察し得べし。

「波」の傳播は水の小部分の運動と全く異ることを特に注意せざるべからず。吾人が浮べる物體に就て觀察し得る如く、唯比較的小

距離內に上下す。平衡變動は又斷えず新き部分を侵し、遠距離に進行し得べし。

玆に記載せし現象と他の現象とは、多くの點に相一致するものあり。

(*a*) 長き綱 ab (二六〇圖)を張りて兩端を固定し、不意に之を打ち $pqrs$ に依て與ふる平衡位置の變動を來さしむ。張力あるにより、q

第 二 六 〇 圖

及 r に於ける點は上部に向ひ、p 及 s に於ては下に向ふ。最初振れを生せし小部分は平衡位置に戻ると雖、附近に位する小部分は變位し、或時間の後平衡變動 qr は消滅す、然れども其左右に於ては、綱の點線にて與ふる形に變るを見る。斯の如くして平衡變動 uv は右方に向ひ、他の變動は左方に進むものなり。

此實驗に於て一の「波」qr は、小なる振れある二つの波に分るゝを論せん; 兩波は各自最初の波の如く著しき特點を示し、其理論に就ては玆に精しく說く能はずと雖、之を明にするを得べし。小部分が平衡位置に戻る間に、其速度は變じ、遂に其位置に達する時は、速度は零となる。故に波は其位置を過ぐるに當り、平衡變動を殘すことなし。

上記の事情は a 點の附近に運動の原因ありても同樣なり、然れども其傳播は啻に右方に於けるものゝみに就き語るを得べし。

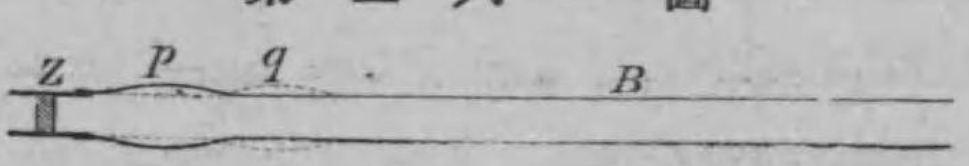
(*b*) 長き彈性棒の一端に向ひ、長さの方向に打擊を與ふれば、棒の此端は壓縮せらる。棒は直に再び膨脹し、是に由て隣接せる部分を一方に壓し、同時に之を縮搾す。斯の如くして「濃厚波」は棒に傳播し得るなり。

是に類する仕方に由り稀薄を生せしむるは、棒の一端を外部に引くにあり。

(*c*) 長き管內に氣體の層を封塞し、活塞の如きものを以て其一端を變位すれば、急に濃厚を生じ、彈性棒に於ける濃厚と等しく傳播し、又活塞を外部に引けば稀薄を傳ふ。啻此場合には稀薄の場所に隣する小部分は之を其場所に引く力に由て動かすにあらずして、他方より之に働く壓の高きに由る。

(*d*) 最終の例として長き彈性管內(二六一圖)に水を盛るものを撰まん。其一端に於て不意に一定量の液體を管に壓するは、活塞 Z を內部に壓すことに由て生じ得べし; 斯して壁 p を膨脹せしむべし。是に由て彈性は p の部分より液體を進ましめ、管は右方に q の如き處に於て膨るべし。故に管に沿ふ脈波の進行するを見る、而して是に類する現象は、又狹搾するに由りても觀測し得べし、是れ最初或壓を與へて急に液體を管より流出せしむるに由て爲し得べきなり。

第 二 六 一 圖



(*b*) (*c*) (*d*) に於て記載せる場合に、平衡變動は物體の各小部分が變動に逢ひてより或時間の後、全く平衡位置に戻る如く傳播し得べし。

總て是等の場合に於て平衡變動は物體の端に生せずして、體內に起り、二つの波に分れ、反對の方面に傳播す。玆に一見少しく怪しむべき狀況を詳にするを要す。空氣層に於て何れの處にか生ずる濃厚の一半は一方に進み、一半は他方に傳るも、一の濃厚が一定の方面に傳播する間は、其更に二部に分れ、一は前進し、他は後退する

ことなし。理論は此違ひが濃厚となりたる層に於ける空氣の微部分の速度と關聯するを敎ふ。是等の速度の有する値に從ひ、濃厚は全體に右方若くは左方に動き、或は强さを同うするか、或は同うせざる兩部分に分たれ得べし。一定の瞬時に空氣の微部分を動かすことなく濃厚を生ずるときは、是等は二箇の同部分に分る；左方より來る濃厚に於ては是に反し、微部分は傳播の啻右方にのみ起るに相當する速度を有す。

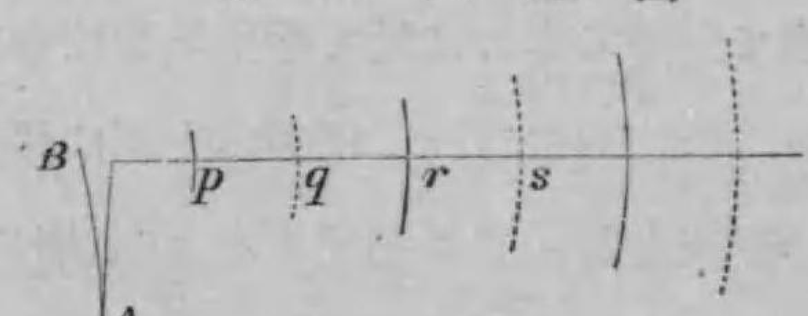
三二五 振動の傳播 (Propagation of Vibrations.) 總て玆に論せし場合に於て、平衡變動の連續は相前後して傳播する振動に由り、交互の方向に起り得べし。例ば張りたる綱の一端を持ち、是を長さに直角なる方向に左右に動かすときは、二六二圖に示す形狀となる。

第二六二圖

彈性棒若くは空氣層に於て、一端に於ける振動に由り總て同速度を以て傳播する濃厚と稀薄とが交番するものを得べし。

空氣層に於けると同樣なるものは、又總ての方向に播がる空氣內に起り得べし。例ば A に固定せる彈性金屬片 AB（二六三圖）の横に振動するものありとす。B 端が右に動く每に、此側に於ける空氣に濃厚を生じ、右方に傳播す。B が戻るにより、空氣の稀薄を促すも、速に復濃厚の之に續くものあり。若吾人が B の周圍に於ける空氣を見

第二六三圖



得るならば、恰も水面に於て擴大する波山と波谷とを觀測する如く、濃厚層と稀薄層なる $p, q, r, s, \ldots\ldots$ を見るべし、而して是等は互に同距離にある表面に於て之を認むべし。

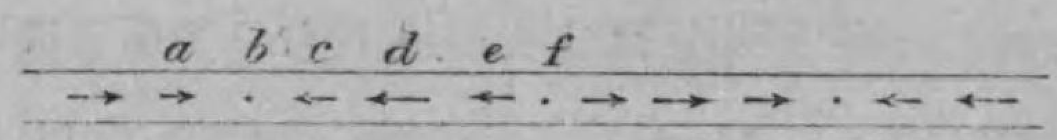
吾人が到る處同狀態にありと認むる表面を波の前面と稱す。振動が管に傳るときは波の前面は軸に直角なる平面なり。一點より總ての方面に傳播する振動あれば、波の前面は球形なり。又任意の形をなせる物體にして、總ての部分が振動するときは、斯の如き簡單なる波の前面は、通常存在することなし。平衡變動の傳播は、概ね總ての方面に同樣に起るべし、例ば二六三圖の振動せる撥條は同瞬時に右方には濃厚を生じ、左方には稀薄を生ずるにより、空氣の密度は B の上方には變化することなし。然れども是に由て ps の如き各線に振動の傳播して、同距離を隔て相連續する濃厚と稀薄とを擴大せしむるを妨げず。

斯の如き線上に、又一端を振動せしむる綱の上に於て、各點は平衡變動を受く、而して其變動は少く以前に振動の源に近き點に存在せしものなり。是れ平衡位置よりの變位・密度の變動等に就き同樣なるものにして、一言之を蔽へば、平衡變動に由り議論に上る總ての量に關して同樣なり。總ての點は同一の振動を受くるも、振動は同時に履行せらるゝものにあらず、起點より不同の距離にありては、平衡變動が一點より他點に傳播するに必要なる時間だけ一點は他點より進めるものなり。又傳播により振幅は減少し得べし。

三二六 前進波及び常定波 (Progressive and Stationary Waves.) 吾人が前章に於て學びたる常定波に對し、前進波と名くべき運動狀態あり、前進と常定の語に由て表さるゝ區別は重要なるものなり；是

を復習すれば、常定波にありては、總ての微部分が其最大の變位を生ずるは同時にして、從て同瞬時に於て總ての部分は同位相にあるか、或は反對の位相にあり、而して節に當る或微部分は概して動かざるものなり。前進波に於ては是に反し、節に關して言ふべきことなし、何となれば總ての部分は振動に逢ひ、傳播の方向に沿ふて位相は一點より他點に變ずればなり。一の微部分が最大振れを有してより、他の微部分にして之より少しく離るゝものは、此狀況に達する迄或時間を待たざるべからず。

第二六四圖

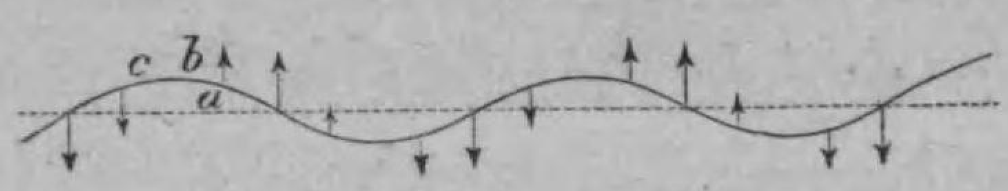


二六四圖に依り更に之を說明し得べし；或一定瞬時に空氣層の種々の點が有する速度を矢にて示さん。前進波の右に傳はるものを表さんには、一瞬間後に得る速度を得んが爲め、圖を弯空氣層上に右方に變位するを以て足れりとす、是に由て吾人は一定瞬時に e の微部分が運動を加へ、c の微部分が之を減するを見る、是れ c 及 e 間の空氣の稀薄なると相關聯す。

今此圖を以て前進波の左に向ふものを表し得べし；斯して之を左に變位すれば、e は減速し、c は加速す、是れ c 及 e の間に濃厚を生ずるに由り出來得べきなり。稀薄は a の左方にあり。終りに此圖を以て又常定波を表し得べし、但し右方若くは左方に於ける變位につき言ふこと能はず。圖は速度が到る處最大値に達したる時間に於けるものとすれば、例ば $\frac{1}{8}$ 周期の後總ての矢は一定の比に減ずるを要す；$\frac{1}{4}$ 周期の後には到る處靜止し、且つ速度の方向を變す。b 及 f 點は靜止し、最大濃厚と最大稀薄は是等の「節」に起るものなり。

玆に論せし事項により、前進波及常定波は其速度に關しては、一瞬時一致し得べきも、濃厚と稀薄の位置に關しては互に異ることあり。强く張りたる綱に於ては、平衡變動間に一定瞬時前進波と常定波に現るゝものが相一致するも、他の點に於ては區別あるを明にす。綱の形は二つの場合に於て同一なるべくして、二六五圖の正弦線に依て表し得べし、然れども微部分の速度は兩者に於て異れり。圖に示すものは前進波の右方に傳播する場合に屬す。點が上方に向ふとき a は或時間後前進するも、波線の頂上にありて、b は下方に來れるを見るべし。

第二六五圖



三二七　傳播速度・振動數及波長間の關係 (Relation among the Velocity of Propagation, Frequency and Wave-length.)　振動の傳播するときは、二重の周期あり、即ち時間及位置に關するものなり。同一の點に於て、周期 T の後、各回同一の狀況に移り、又一定瞬時に於て同一の平衡變動あるは、吾人が一定距離を傳播速度の方向に進むにより認むるところなり。此距離を名けて波長と稱す；水波に於ては、相隣せる波山の頂點距離にして、空氣中に音の傳播するときは、相隣せる濃厚層の距離なり；一般に同位相にある二點の距離を波長と言ふ。波長は常に λ を以て示さる。

振動體は一周期毎に同一の平衡變動を促すにより、此變動の始まる瞬時に於て、前の變動は T 時間を經過し、其次に來る者は $2T$ を經過せり。之に對する平衡變動を受くる場所の距離は波長にして一周期間に振動の傳播する道の長さに他ならず。v を傳播速度とすれば

$$\lambda = vT$$

にして、N か一單位時間の振動數なりとすれば

$$\lambda = \frac{v}{N}$$

と記し得べし。是等の重要なる範式の正確なることを證する結論は、種々の仕方に之を裝ふを得べし；例ば水面に小なる浮動體ありとし、此上に波山と波谷か擴大して、順列的に傳播するものとす。吾人は其速度 v を以て物體を越え傳播すと言ふ。故に $\frac{v}{\lambda}$ 秒内に幾多の波山の過ぐるあり、即ち一秒間に物體は $\frac{v}{\lambda}$ 回其最高位置と最低位置にあり。故に振動數は

$$N = \frac{v}{\lambda}$$

なり、斯して濃厚は幾回觀測者の耳に達し、從て幾回鼓膜を內部に壓すかの問に答へ得べし。

振動の傳播する線の一に、振動中心よりの距離を x とし、時間 t に於ける平衡位置よりの振れを（五四節 (c)）$A\cos 2\pi\frac{t}{T}$ とす。距離 x に於ける t 時の平衡變動は（振幅は小にして a なりとす）$t-\frac{x}{v}$ 時に於て振動體に接近せる位置に於て存在せるものと同一なるを認む。平衡位置よりの振れは x に依て定められ、t 時には

$$y = a\cos\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

なり、振動中心點の運動が $A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+p\right)$ に依て示さるれば

$$y = a\cos\frac{2\pi}{T}\left(t+pT-\frac{x}{v}\right)$$

なり。t に一定値を附し、一定距離を越へ、振幅は一定せりと考ふるを得ば、y の路は x の周期函數にして、函數の周期 Tv は波長に等し。之を入れて

$$y = a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+p\right)$$

の範式を得。

三二八　傳播速度の値 (Value of Velocity of Propagation.) 振動の具合が分明すれば、傳播速度を波動の傳播する物體の性質より推算するは數學の問題なり。吾人は玆に啻一・二の結果を示さん；一般に注意すべきは、求むべき速度は、微部分を平衡位置に戻さんとする力の大さに關係す—即ち汎く「彈性」に關係す—又同時に運動狀態に置かるべき質量にも關係す。波動の傳播は、何れの場合にありても平衡位置より變動せる物體の部分が元位置に戻らんとして是に界する部分を運動せしむるに由る；彈性が大にして質量が小なれば、平衡變動の傳達、從て傳播は速かならざるべからず。

水の波動には重力が彈性の役を爲し、狀況か同一なるときは、波山と波谷は加速度 g の大なるとき速に傳播せざるべからず。地球上同一の場所に於て、二種の液體の全く同形なるものが同樣なる波を生ずるときは、兩回とも傳播速度を同うす；何となれば一の場合より他の場合に移るに、力は質量と同比に增加すればなり。

傳播速度に關する理論の與へたる二・三の結果を記せん。平衡變動は常に極めて小なるものと假定す、斯る場合には v の値は變動の大さに無關係なり。微部分に大なる變位を與ふるときは、長距離運動せざるべからず、然れども之に對して現はるゝ力は、平衡變動の大さと共に增加するものなり。故に傳播速度の此大さに無關係なるは理解し得べし。張られたる絲の橫振動に就ては

$$v = \sqrt{\frac{S}{m}}, \quad \text{..............(1)}$$

彈性棒の縱振動に就ては

$$v = \sqrt{\frac{E}{d}}, \quad \text{..............(2)}$$

氣體層の縱振動に就ては

$$v=\sqrt{\frac{c_p p}{c_v d}}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

にして、三二四節 (d) に論せし脈波に於ては、管壁か薄くして波長が管の半徑に比し大なるときは

$$v=\sqrt{\frac{Ea}{2Rd}}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

なり。最初の三式に於て記號は三〇三節三〇五節三〇六節の (3) (4) (5) 式と同じき意義を有す。最終の式に於て E は壁の彈性係數、a は壁の厚さ、R は管の內徑、d は液體の密度を示すものなり。

三二九 氣體內に於ける音の速度 (Velocity of Sound in Gases.) (3) 式は啻に氣體を以て充たさるゝ管內に該當するのみならず、又音源の振動が總ての方向に氣體內に傳播する速度を與ふ。

空氣中の音の傳播速度に關する觀測は、零度に於て

$$v=33200\ 糎/秒$$

なる結論に歸著せり、但し數2は未だ正確ならず。是に關する測定が最初施行せられしときには、未だ十分滿足なる現象の理論を得ざりき。ニウトンの演繹せし方式に從へば、速度は $\sqrt{\frac{p}{d}}$ なり。今零度に於ける空氣にして、七六糎の壓を受くるものとすれば、$C \cdot G \cdot S$ 單位にては $p=1,014\times10^6, d=0,001293$ なるにより、$\sqrt{\frac{p}{d}}=28000$ 糎秒なり。正當なる値は、音が傳播する際各濃厚層に於て溫度は昇り、稀薄層に於て下降するを認めたる後に理論的に之を與ふるを得たり。密度の變りは速に起るものとして、濃厚に由て生ずる熱は測り得べし。而も隣接せる氣體の微部分に之を傳ふるに十分なる時間なく、又稀薄となり、從て冷却せる層は周圍より幾何の熱を受くること

能はず。然るにニウトンは其式を得るに、ボイルの法則を援き、壓は濃厚層に及ぼすものなりとの假定より之を演繹せり。此層に於て溫度が昇るものとすれば、ボイル法則に相當するより更に大なる力を以て膨脹せんと欲す、又冷却により、稀薄層に於ける壓はニウトンの假定せしより減少す。濃厚層より空氣の流出すると、稀薄なる部分に其流入するとは、斷熱的溫度變化に由て加速せらるべし。故に傳播速度は增加するなり。

(3) 式に於て此溫度轉換の影響は、平方根記號の下にある $\frac{c_p}{c_v}$ の因數に由り示さる。二三〇節に與ふる c_p と c_v を用ふるときは

$$v=33200\ 糎/秒$$

にして、測定の結果と相一致す。

測定と理論とを比較するは、觀測せる v の値より $\frac{c_p}{c_v}$ の比を計算し得べきを以て爲すべきなり。是に由て測定されたる c_p の値を用ひ、c_v を見出し、遂に熱の仕事當量を演繹し得べし(二三一節)。

上に論せし溫度の變化を記するに、氣體內の一部に或符號を付し、他の場所に反對の符號を付し得べし、而して又同一の場所に於て交互發熱と冷却と起り得べきなり。吾人が寒暖計を以て觀測し得べき平均溫度は音の振動に由て變ずることなし。

音の速度が種々の狀況に關連するは、(3) 式により容易に之を悟り得べし。同一の氣體に於ては、$\frac{c_p}{c_v}$ は殆ど常數なり。音の傳播速度は溫度の變らざる間、密度に無關係なり、何となればボイルの法則に從ひ、d の增加により、壓 p は其比例に增加すればなり。山の頂點に於て音の傳播するは、麓に於けると速度を同うす。

是に反し溫度の昇騰に由り v は增加す、何となれば同一密度を示すも p は大なる値となればなり。t は溫度にして、α は氣體の膨脹係數とすれば、$\frac{p}{d}$ の比は $1+\alpha t$ に比例す; 故に v は $\sqrt{1+\alpha t}$ に比例せざるべからず。是に由て空氣中溫度 t に於ける音の速度は、糎/秒にて

$$v=33200\sqrt{1+\alpha t}\ \cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

なり。終りに吾人は二種の氣體を比較し、簡略に壓と溫度とは同一なりとす。$\frac{c_p}{c_v}$ の値は比較的小なる差を示すを以て、氣體內の速度は其密度最小なるものに於て最大ならざるべからず。

(3)式より導かれたる結論の正當なることは、簡單なる考案により證し得べし。例ば空氣中に於けると水素中に於けると、最初同一の氣壓なりとし、同一の比に密度が增加したりとすれば、濃厚層が其四圍に及ぼす壓は兩の場合に同一なり。然れども其水素を壓すは之より密なる空氣に於けるより速なるべし。

狹き管內に於ける音の傳播は、廣き管に於けるか、或は總ての方向に擴かる空間に於けるより小なり。是一部分は管壁に對する摩擦及び氣體層間の內部摩擦により、一部分は熱傳導に由てなり。狹き管に於ては壓縮に由て生ずる熱は容易に壁に達し、之を通じて導くを得べし、是に由て v の値はニウトンの計算せしものに近似せざるべからず。

空氣を以て充たされたる二糎徑の管に於て、一秒千回振動をなすものの v は、(3)式に依て與へらるゝより約一〇〇〇糎程小なり。速度の減少は管の直徑と振動數の平方根に反比例す。

三三〇 他の物體內に於ける音の速度 (Velocity of Sound in other Bodies.) 音は固體又は液體を通じ傳播し得べし、彈性棒を通じては、

例ば (2) 式に依て定めらるゝ速度を以て傳播す。音波か液體內に傳播するときは、氣體內に於けるが如く濃厚層と稀薄層とを生ず。故に運動は三二四節の液體波と全く種類の異るものなり。後記の場合に於ては、運動は重力に由て支配せらるゝも、音の振動にありては、液體の壓縮に反對する抵抗か作用を生ずるに由る。

水中の音の速度は直接に測定し、毎秒一四三〇〇〇糎なる結果に到達せり、是水の壓縮率の試驗と相一致するものなり。

三三一 ドツプレル原理 (Doppler's Principle.) 簡單なる議論によりドツプレルが最初注意を惹きし如く、音源と觀測者とを連ぬる線上に關係運動あるときは音調は變せざるべからず。

最初吾人は音源の振動期 T にして、振動數 N なるものが其位置を保留し、觀測者は一直線に之より速度 v' を以て離るゝものとし、v' は音の傳播速度より小なりと假定す。或濃厚波が觀測者の耳に達したる瞬時に、之に次ぐ濃厚は、一波長 λ の距離にあり。音波か v の速度を以て進行するにより、此濃厚は耳に達するに

$$\frac{\lambda}{v-v'}$$

の時間を要す。故に一秒間に耳に達する濃厚の數 N'、即ち吾人が觀測する濃厚の數にして音調として感ずる振動數は、式

$$N'=\frac{v-v'}{\lambda}$$

に依て與へらる; 然るに $\frac{v}{\lambda}=N$ なるにより

$$N'=\left(1-\frac{v'}{v}\right)N\ \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

なり。吾人は是に類する式が又觀測者が音源に近づくときに滿足せらるゝを悟り得べし; 斯するときは、v' に反對の符號を付するを要

す。次に吾人は觀測者が止り、音源か v' の速度を以て離るゝ場合を論せん。連續する濃厚波か物體より出る間に、時間 T を經過するにより、音源は $v'T$ の路を描けり、故に第二の濃厚は第一に比し、觀測者に達する迄に之だけの路を經過するを要す。是が爲め $\frac{v'}{v}T$ を要し、耳に來る濃厚は、T の間隔あらずして、$\left(1+\frac{v'}{v}\right)T$ の間に相次ぐものなり。是に由て一秒間に觀測する振動數は

$$N'=\frac{1}{\left(1+\frac{v'}{v}\right)T}=\frac{v}{v+v'}T. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(7)$$

なり。音源が觀測者に近づけば、式中 v' の符號を反對にせざるべからず。

斯く論ずれば觀測者或は音源が動くも同樣にして、相近づくときは音調を高ふし、相離るれば之を低くす。v' が v に對し非常に小なるときは、(6) 及 (7) は同一なりと見るを得べし。

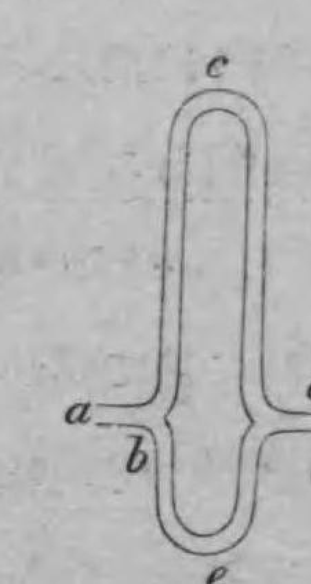
三三二 音の干涉 (Interference of Sound.) 二箇の石を水に投ずれば波輪を生じ、其一に由て生ずるものは他に由て生ずるものと相交り、其傳播に於て相妨ぐることなきは、日常觀測する現象なり。是三一一節に論せし異れる小運動の同時に存在する新例なり；水の微部分の平衡位置より高まるは、兩原因に由て同時に生ずる高まりの代數和なり。第二石の生ずる波山は第一の生ずる山及谷を越えて趨り、等しく又第二系の波谷により既に第一系に於ける高まり或は窪みあるに係らず、水の高さは一定の低降を示すべし。

三一一節に既に證せる如く、空氣は振動の任意なる數を同時に傳へ得べし。一の發音體が合成運動を履行し、其單一振動の或數を集めたるものなりとすれば、空氣の微部分は總て是等の振動を受け、之を觀測者の鼓膜に傳ふ、從て音源に類する振動形を得。更に又同瞬時に於て空氣は頗る異れる原因と種類の波系に由り交錯せらるべし；音は人間の聲なるべく、時計の音なるべく、蟲の音なるべく、又風の木を動かす音なるべし。空氣の微部分の實際に變位するは、諸原因の各自により單獨に作用する變位を互に相加へて之を知り得べし；同樣に微部分の速度は、又單獨運動の速度の合成にして、密度の變りは種々の原因に由て生ずる變化の代數和なり。「合成」運動が實際に存在し得る狀況により、種々の波系の妨害を受けざる傳播は、各自の特質を失はず、耳も亦其受くる運動を分析するにより、音調・音色・及强さ等を各自の音を發する源に就き、判斷し得るの機能あり。

勿論振動を夥多く合成するに由り、空氣微部分の運動は甚しく複雜となる、玆に一二の簡單なる場合に限り論じ得べし。

(a) 二六六圖に於て、ab は管にして、b に於て二枝 bcd、bed に分れ、d に於て再ひ相合す。a 端に簡單なる音を發し、d 端を耳に當つれば、振動は二路を通じ觀測者の耳に達し得べし、而して兩振動は bcd と bed の長さの違ひに由り、d に於て音を强くし或は相弱くするを示す。

第二六六圖



兩路が長さを同うするときは、音を强くす。斯して右方に於ける衝擊の或瞬時に a に當ることあれば、bcd の路を傳ひ、或は bed の路に依り、d に達するに要する時間は同一なり、故に d に於て二衝擊とも同瞬時に右方に來るものなり。是に反し bcd の路が bed より半波長長きときは、一路に沿ふては平衡變動は他路に沿ふより半振動期長くして、同瞬時に於て bcd を

通じ、衝擊が d に於て右方に來れば、bed の路に於ては a より半振動期後れて發せる衝擊が左方に來ることあるべし。一の運動は他を打消し、遂に音を感得せず。

一般に振動の出發點より干渉を論ずる點までの一の路は他の路より半波長の k 倍大なりと假定す。斯して一の路に對しては、平衡變動は他の路に於けるより k 半振動期多きを以て、同瞬時に達する二變動は k 半振動期の違ひある瞬時に、音の中心點より發したるものなり。今 k は偶數なりとすれば、平衡變動の何れも同位相にあり；k が奇數なれば位相は相反す、故に第一の場合に於て振動を强くし、第二の場合には之を弱くす。

(*b*) 二箇の發音體が同一振動期を有するときは、其四圍の空氣の一定點に與ふる振動に斷えず同一位相差あること明なり。其差が半振動期の偶數か、或は奇數なるにより、强きか或は弱きかを觀測すべし。若し之に反し、兩音の高さが稍異るときは、同一の場所に於て音の强さは最大値と最小値との間に變るべし。故に唸りは啻に觀測者の鼓膜ある處に起るのみならず、又到る處四圍の空氣中に起るものなり。吾人は觀測者二人あるときは、各秒同數の唸りを聞くも、其同瞬時に於て聞かざるを理解すべし；一觀測者は音の最大强さあるものを聞くと同時に、他は最小の强さあるものを聞くも、亦不可能にあらず。

三三三　反射 (Reflection.)　音の固定せる壁より反射し、反響を生ずるは人の能く知るところなり。吾人は簡單なる場合に此現象の理由を與ふべし。

此目的を以て、空氣を充たせる長き管ありて、其一端は閉ぢられ、

濃厚波は此端に向て傳播するものとす。是に由て濃厚なる大氣は常に前進し、一瞬間前は壓縮せられたる層の前に位せる新しき空氣層を壓縮す、而して微部分の速度は障碍なく傳播する間は波を戻ることなからしむ(三二四節)、然れども固定壁に達すれば濃厚層は前面に膨脹する能はず、故に必然他方に於て膨脹せざるべからず；濃厚層は其背部に新しき濃厚を生じ、管を通じて歸還す。稀薄波の反射も亦同樣に說明し得べし。

管の一端が開くときは、波の管を去る瞬時に、新しき波の歸還するものあり、此場合に於ても亦反射なる語を用ゐ得べし、然れども濃厚波は稀薄波を生じ、又反對に稀薄波は濃厚波を生ず。

是を說明せんには、濃厚が管內にある間は平衡變動を殘すことなく進行す。例ば壓縮層が右に膨脹すれば、微部分の運動は最初の密度に達する瞬時に終息す；之に必要なる速度を減殺するは空氣が膨脹層より右に堆積する結果なり。然るに管の端に於ては空氣が總ての方向に避け得るが故に膨脹は更に進むべし；密度は再び平衡狀態に於ける値に達するのみならず、濃厚の場所に於て稀薄を生ずべし。此稀薄は普通の仕方により管を通じて戻るものなり。

又管が其長さの一部分空氣を以て充たされ、殘りの部分は他の氣體を含むときは、其境界面に於て反射を生ず。此面が空氣の側より來る濃厚に逢ひ、他の氣體が炭酸瓦斯なるときは、其質量の大なるが爲め、濃厚層の前進路に膨脹するは、空氣を以て充たさるゝにより容易ならず、故に層は一部分其背部に位する空氣を排し、濃厚波の戻るものあり。然れども炭酸瓦斯の代りに水素あるときは、質量の小

なるがため、膨脹せんとする層の部分は益々前方に向ひ、此處に空氣の存在して能く運動し得るにより、空氣内に稀薄波を生ず。

總ての波動は差別なく反射を生ず。吾人が三二四節 (a) に假定せし平衡變動が、張られたる綱に與へらるゝとすれば、或時間の後變動は固定端に達し、他の變動にして微部分が上部に變位するものは自ら歸還すべし。綱が尙長ければ、端に密接せる部分 b（二六〇圖）は之に續く部分の生ずる力の影響を受け、反對の方向に運動すべし。此力は最初上部に向へども、次の微部分が大なる振れを得て、b より低ければ下部に向ふ。力は b の運動を遲くし、其微部分は速度なしに平衡位置に歸還す。然れども微部分 b が綱の固定端に近接するときは、常に上部に向ふ力を受くべし。故に微部分は或速度を以て平衡位置を超過し、綱に沿ひ歸還する新しき波を生ずるは、既に論せしところなり。

斯く論じ來れば、反射を生ずべき原因の數多あるを知るべし。波動の傳播する系團の狀況に起る各變動は、通常反射を生ず。例ば三二四節 (d) の彈性管に沿ふ波動は管の徑の或部分に於て壁の厚さ、或は壁の性質に變りあれば反射すべし。

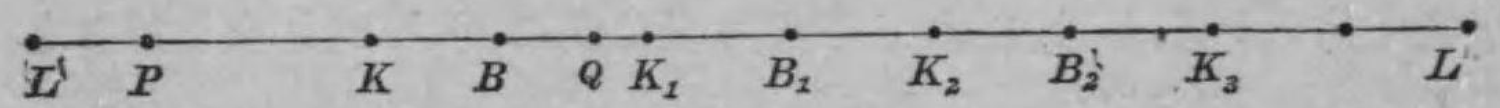
三三四 進行波より常定波の生ずること (Production of Stationary from Progressive Waves.) 屢記載せる綱の自由端を持ち、手を以て規則正しき振動を生せしむるときは、固定端より反射する波は、其端に進行する波に遭遇すべし。來らんとする波と戻らんとする波との干渉により、前に論せし常定波に他ならざる運動狀況を生ず。是又管内に音波の傳播し、其端より反射するに由て起る現象なり。

此事項を明にせんが爲め、反對の方向に傳播する兩波系の振幅は同一なりと假定す。

今 LL（二六七圖）を兩波系が傳播する線なりとす。此線の各點は二樣の振動に遭遇し、其受くる運動は振動の位相差に關係す。此差は總ての點に於て同一ならず、然れども兩振動が同周期なるにより、一定點に於ては斷えず同値を有すべし。今或點に於て右並に左より來る振動は、反對の位相にあり、或他の點に於ては之に反し、同位相にあるべし。第一點に於ては常に靜止して節を爲し、第二點に於ては合成振動が他の物體に於けるより大なる振幅を有するにより腹を生ず。

精しく之を說明せんが爲め、LL 上に任意なる點 P を選む；此點は左より振動を受けて、一定瞬時或位相に在り。右より來る運動により、LL の種々の點はあらゆる位相にあるにより、是等の位相中、P が左より來る波動に由て有する位相に反對なる點あるべし。Q

第二六七圖



を其點とす；K を PQ の中點とすれば、此點は節に當らざるべからず。何となれば、θ を振動が PK 或は QK の路を通過するに要する時間なりとすれば、K に於ては同時間に二樣の平衡變動を受く、而して其變動は θ 時間前には、同時に P 及 Q にありしものにして、反對位相にありし二樣の平衡變動なり。

然れども吾人は一の節を明にせば、尙他の節の數多存在せざるべからざるを直に結論し得べし。吾人は進行波に於て一の波長 λ だけ

前進し、若くは背進するときは同一の狀態あるを見る、故に $KK_2=K_2K_4=\ldots\ldots=\lambda$ とすれば、K_2, K_4……の點に於て干渉する運動が合成狀態を示すものは、K に於けるが如くならざるべからず。然れども K_1, K_3……の點にして、K 及 K_2, K_2 及 K_4…の中點に於ては亦節あるを知る。何となれば $KK_1=\frac{\lambda}{2}$ なるにより、左より來る運動に關しては、K_1 於ては K に於けると反對の位相にあり、然れども是又右より來る運動にも同樣なり。故に K_1 に於ては、干渉する振動は兩ながら K に於けると反對の位相にあり、而して其 K に於て互に打消すにより、K_1 に於ても亦然らざるべからず。

次に BB_1B_2………の諸點が順次節の中心にあるものとすれば、振動は常に同位相を以て干渉す；例ば同瞬時に左より K 點の、右より K_1 點の受くる平衡變動は同位相なることを記臆すべし。今變動が傳播するとき、是等は B に於て常に同位相を以て遭遇すべし。

終りに B_1 に於ける平衡位置より合成したる振れは B に於けると反對の方向に在り、是に由て合成運動は前に吾人の注意を惹きし常定波に就き見出せる總ての性質を具ふるものなり。

玆に論せし振動に就ては、其特別なる種類なることを豫定せざりき、此處に記せる議論は張られたる綱の横振動にも、亦空氣層若くは彈性棒の縦振動にも同樣に該當す。

常定波の互に相隣せる節間の距離は常定波を生ずる進行波の半波長に等し。三〇四節に紹介せし名稱を用ゐ此事項を述べんに、進行波の波長は其生ずる常定波の波長に等しと言ふを得べし。

此結論を二・三の圖畫を以て說明することは讀者に委ねん；第一に

同軸上に波長と振幅とを同うする簡單なる波線の一對を書き、而して是等を相合す。斯選みたる兩線は、一定瞬時に綱が其上に嘗に右より趨る波か、然らざれば嘗に左より傳る波あるときの形を示し得べし；合成線は兩波線が存在するときの綱の形を示すものなり。今其後の瞬時に於ける形を得んには、原の兩波線を一は右に、他は同じ程左に移し、更に是を合成するを要す；第二の合成線は最初と同點に於て軸を切るを見るべし。然らざれば吾人は二六四圖(三二六節)に於ける如く矢の互に相重なるものの二列を書き、是等は振動の進行するに由り、空氣層又は彈性棒に於て右より或は左より傳る振動の一定瞬時に於ける速度を表すものとす。斯して兩圖に於て同一點に與へらるゝ速度を互に合成し、一圖を右方に又他圖を同距離左に移したる後重ねて之を合成せしむ。

三二七節に記せし如く、x 軸に沿ひて傳播する進行波にありては、平衡位置よりの距離は

$$y=a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+p\right)$$

に依て表さる。

反對の方向に進行する波の系に關する數式は

$$y'=a\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+p'\right)$$

なり。故に一微部分の變位は合成運動に由り

$$Y=y+y'=a\left[\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}+p\right)+\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}+p'\right)\right]$$

即ち

$$Y=2a\cos 2\pi\left[\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{2}(p'-p)\right]\cos 2\pi\left[\frac{t}{T}+\frac{1}{2}(p'+p)\right]$$

なり。此式は各點に就き振幅

$$2a\cos 2\pi\left[\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{2}(p'-p)\right]$$

なる簡單なる振動を示せり、此振幅は弧 $2\pi\left[\frac{x}{\lambda}+\frac{1}{2}(p'-p)\right]$ が $-\frac{3}{2}\pi$, $-\frac{1}{2}\pi$, $+\frac{1}{2}\pi$,

$+\frac{3}{2}\pi, \ldots\ldots$ なるとき零にして、從て節に屬し、之に對する x の値に $\frac{1}{2}\lambda$ づゝの差あり。

總ての微部分は同瞬時に其最大振れに達す、即ち t の値が弧

$2\pi\left[\frac{t}{T}+\frac{1}{2}(p'+p)\right]=0,\ \pi,\ 2\pi, \ldots\ldots$ なるときに該當す。

三三五 常定波と進行波との關係より來る結論 (Conclusions drawn from the Relation between Stationary and Progressive Waves.)

(*a*) クント及メルデの實驗に於ては〔三二〇節 (*e*) 及 (*c*)〕、實際に上節に與へられたる仕方にて進行波より常定波を生ず。第一の試驗に於ては振動棒の外端を通じ、普通の進行波動は四圍の空氣に傳へらる。此運動に於て濃厚層は管内に粉末の靜止する場所の間隔の二倍の距離に於て排列す。

三二〇節に於て、是等の試驗は共鳴の例として記載せり。又他の場合に於て此現象は反射波投射波との干渉の結果と見るを得べし。一の振動せる音叉を共鳴箱の口に置くときは、斯様なる干渉は明に起り得べく、適當なる空氣層の長さに由て音を甚しく强くし得べし。

(*b*) 然れども總ての常定波は必しも進行波より起らず、例ば原音を與ふる絃は總ての點が平衡位置より適當なる仕方に離れたる時を考ふべし。斯様なる場合に、振動せる物體の運動は二つの進行波の干渉に依て得らるゝ振動體の運動と相一致す。是に由て長き絲にして絃の如く同一の性質と同一の張力とを有する者に沿ひ、絃の原音と周期を同うする振動の傳る場合には、其波長が絃の長さの二倍となる速度なるを結論し得べし。是に等しき結論は又振動する棒の場合にも爲し得べし。

(*c*) 進行波の傳播速度が既知なるときは、常定波動を爲す物體に就て振動數を物體に於ける節と腹との距離より見出し得べし。例ば張られたる絲に沿ふ横振動の傳播速度は、三二八節の (1) 式に依て定めらる。其端を固定せる線の長さ l なるものが原音を發するとき同振動期の進行波の波長は $2l$ なれば、三二七節の式に依り

$$N=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{S}{m}}$$

にして、三〇三節に記するものと相一致す。

此仕方に由り三〇五節及三〇六節の式 (4) 及 (5) を三二八節の (2) 及 (3) の關係より演繹し得べし。

三二八節の (3) 式の代りに、空氣中に於ける音の速度に關する研究より得たる結果を利用し得べし。例ば長さ三〇糎なる閉ぢたる風琴管の原音を知らんと欲すれば、此音の波長は管の長さの四倍に等しきを思ふべし; 是に由て振動數は

$$N=\frac{33200\sqrt{1+\alpha t}}{120}$$

なり。

三二〇節 (*d*) の議論に依り、斯く計算せる振動數は實際と全く一致せざるも之に近し。

斯の如くしてクントの研究により音の振動數を節の數より演繹し得べし。

(*d*) 又是に反し進行波の傳播速度は既知の波長を有する常定波に就て振動期を知るときは之を知り得べし。

三二八節の式 (1) (2) (3) は三〇三・三〇五・三〇六節より演繹し得べし。

クントの實驗に由り、摩擦せる彈性棒の縱振動の傳播速度を見出し得べし。空氣中に於ける節の距離より N を知り、又摩擦せられたる棒の波長は其長さの二倍なるを知る。計算は更に簡單に爲すを得べし。二箇の異れる物體内に傳播する速度は v_1 及 v_2 にして、同振動期の波長は λ_1 及 λ_2 なりとすれば、v 及 λ 間の關係に依り

$$v_1 : v_2 = \lambda_1 : \lambda_2$$

なり。

クントの研究に由れば、空氣中の傳播速度と、使用せし棒に於けるものとは、空氣中の二節間の距離と棒の長さとの比例を爲せり。

三三六　進行波及常定波に於けるエネルギー (Energy of Progressive and Stationary Waves.) 三二五節に記せる仕方に張りたる綱を手を以て前後に動かし、是に由て綱に沿ひて進行する波を起すときは、吾人は斷えず一定の仕事を爲し、從て綱のエネルギーを增加す。實際平衡位置よりの變位と、微部分の運動とは、綱に漸次行き亙るものなり。故に手は綱に對して仕事を爲すが如く、任意の截斷面 S を考ふるときは、S と手の間にある綱の部分が他方に於ける部分に對し仕事を爲せり。

綱の一部分より他の部分にエネルギーを傳達するは、波が固定端に達するとき停止す。一端が動かすべからざる鉤により壁に固定するときは、綱は此處に仕事を爲す能はず、從てエネルギーを傳ふる能はず。故に波は十分なる强さを以て反射し、固定端に傳播せしと同量のエネルギーを以て反るものなり。然れども鉤の部分が動き得るときは、綱は之に對して仕事を爲し、從てエネルギーを失ふ。此場合に於ては反射波は其强さを減少す。

空間にある綱が、其兩端を動かすべからざるやう固定せらるゝときは、全く仕事を爲すこと能はず; エネルギーは不變にして、内部の原因に由り振動エネルギーが熱に變化せざれば、綱の履行する常定波動は衰弱することなく保續せらるべし。是に反し、實際には絃は空氣及共鳴箱にエネルギーを分配す。

是に類する議論は彈性棒及氣體の如き他の場合にも亦該當す。

第十一章

光の反射と屈折

(Reflection and Refraction of Light)

三三七　直線傳播 (Rectilinear Propagation.) 光に關する數多の現象及多くの光學器械の作用は、傳播、反射、及屈折に關する僅少の簡單なる法則より說明し得べし、而して是等は吾人の當初學ぶべきものなり。

等質物質內に光は常に直線に傳播す、故に其線路を名けて「光線」と云ふ。是等の光線は光源の各點より出づ、又光源より受けたる光に依り視ゆる物體の各點より發するものも亦同樣なり。

一の現象に於て單一の光線の現るゝことなし、吾人は常に光線の夥しき數より成る光束に就て論ずべし。

光線の趨向に就ては光束の數多の種類を區別し得べし。

光束を成す總ての線が同一點より出で、或は之を通過するときは、恰も其點より來るものゝ如し、故に發散すと稱す。光束の總ての線が同一點に向ふときは實際其點に達するか、或は或障害に依て止めらるゝにもせよ、之を收斂すと稱す。終りに光束の線は互に平行し得べし。

光束の線は交り得るに依り、玆に啻特別なる場合を數へたり、然れども是等は總ての場合に就き最も大切なるものなり。

光束が總て一點を通過する線に沿ふて趨る光線を含むときは、一般に之を共心なりと稱す。此名は發散光束と收斂光束とを含むものにして、平行線の光束も亦之に含まる、何となれば平行光束は無限大の距離に於て相切るものと表象し得べきを以てなり。

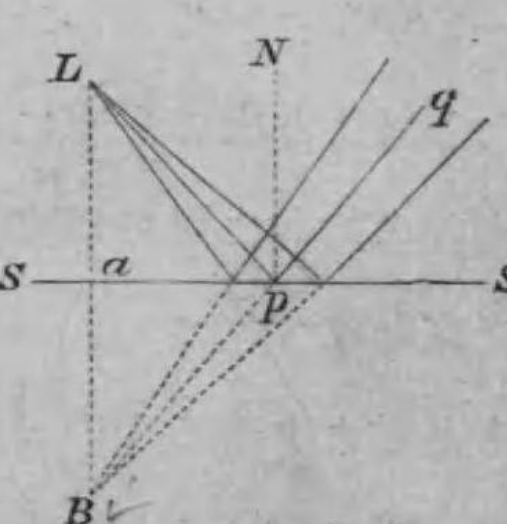
三三八　反射則 (Law of Reflection.)　**平面鏡** (Plane Mirror.)　滑かなる表面に投射する光線は交點に於ける投射線と平面の法線とを含む平面（「投射面」）內にある一線に反射す。斯して投射線と反射線は法線の兩側に於て法線と同角を爲す、（「投射角」及「反射角」）。

此法則は反射面のあらゆる形に就て滿足せらるゝも吾人は暫く平面に關してのみ論ずべし。

此法則に從へば、反射に由り平行光線の束より、亦平行光線の新なる束を生ず。

二六八圖に於て、描畫面に直角に表す平面鏡 SS に一の光點 L より出る光束ありとすれば、各反射線の延長線は L より鏡に直立せる線上に L と鏡背に同距離にある點 B に合す。故に反射せる光束は恰も B より來りし如く、反射線を眼に受くる觀測者は此處に光點あるものと做すべし。

第二六八圖



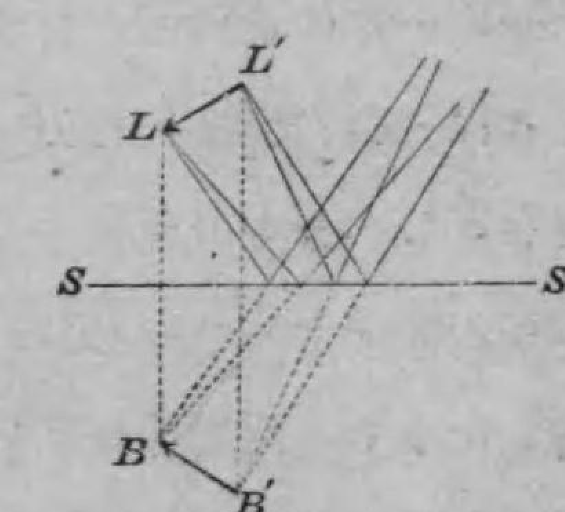
吾人は B を L の像或は像點と名く。後に一點より出る光線にして種々の仕方に其路を變せしものは、實際一點に集るを學ぶことあるべし、故に此處に遮屏を置くときは光點を觀測し得べし。斯の如き像を信實像或は實像と名く、是に反し像にして之より光線が來る如く見ゆるものを虛像或は假像と名く。

反射則に依り、光線は Lpq の路を傳ひ、又反對の路 qpL を通り得べし。故に鏡 SS の背の一點 B に收斂する如き光束は、反射したる後 L に收斂す、而して L 點は Ba を鏡に直角に引き、aL を Ba に同じくするに由て得らる。

故に平面鏡に依て反射する總ての場合に於て、共心光束より又共心光束を生ず。吾人は一般に投射光束の交點を光點と名け、反射光束の交點を像點と名け得べし、斯して像點に就て爲せし如く、光點に就ても等しく之を區別するを要す。光線が實際一點より出づるときは、是れ眞實の光點にして、之に反し、光線は一點に向ふも之に達する以前に其方向を變ずるが爲め、遂に到達し能はざる點を虛光點と名く。後記の場合は光線が最初一點より出で、或仕方に依て收斂せらるゝ場合に自然起り得べし、而して後に示す如く常に收斂し得べきものなり。

光線の趨向を反轉することを論ぜしが、鏡面の反射に依り光點と像點とは其役を更代し得べし。是を顯はさんが爲め、兩點を互に區別せずして是等を共軛點と稱す。

第二六九圖



實在する光點の場合に戾らん。LL' なる物體が（二六九圖）鏡の前にあるものとすれば、L より出る光線が鏡より離るるは其恰も B より來りしが如し、而して L' より出るものは、反射後 B' より來れるが如し。斯くして物體の總ての點の像を作り得べし；是等の點を相連ぬるときは、物體の虛像を得、即ち吾人が鏡に對し視る像なり。物體及像が幾何學的相同じきは容易に悟り得べし。

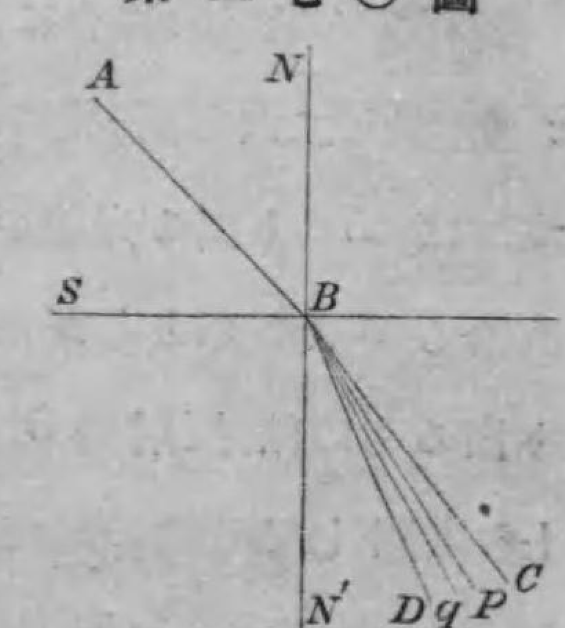
後記の場合に就き次の總ての場合を滿足すべき注意を加へ得べし。物體より出る光線が如何なるかを硏究せんと欲すれば、物體の一點より出る光線を其趨路に追隨し、而して後第二點より來るものも亦斯の如くし、逐次之を行ふ。

完全なる反射面 SS あるときは、啻に像 BB' を見るのみにして、鏡を見ること能はず。鏡を見るは其完全に滑ならざる場合に於てす何となれば些少の平面ならざる部分は、光線の一部分を他の方向に反射すればなり。斯の如く散亂せる反射に由り、特有なる光を發散せざる物體は一般に認め得べし。

三三九　屈折及光の分解 (Refraction and Dispersion.) 透明物體より他の物體に移る光線は、其境界面に直角なるときは、啻に其線に進行す。あらゆる他の場合に於ては（啻二·三の後に記すべき場合を除き）方向を變ず、之を「屈折」と名く、而して規則として光線は種々の光線に分析せらる。

例ば太陽の光線·ドラムモンド光·或は電氣燈の光が、空氣より AB の方向に（二七〇圖）圖面に直角に立てる硝子の一片に境界面 S を通じて之に入るときは、反射光線の三三八節に依り其方向を定むべきものを生ずる他、硝子內に數多の光線を生じ、一定の角度 CBD の內に含まる。此光線は互に分るゝに由り吾人の眼に入るときは、種々の色を現す。屈折最も少なるもの、即 BC に近き線は赤色を現し、屈折の大なるに從ひ橙黃·黃·綠·青·菫の諸色列を生ず。

第二七〇圖



或仕方に依り、光線が同一線に向ひ、共に眼に入るときは、再び AB 線と同一なる光を生ず。此線は數多の光線が集合して同一方向に傳播し、他の透明物質に入るに由り、互に相分るゝものと考ふるを要す。勿論是等の部分の存在に關しては差有り得べし、然らざれば光線は不同に屈折し、又異れる印象を吾人の眼に與へ得ざるべし。此差が何處に存するかは次章に說かんと欲す。暫く吾人は種々の光を其感覺を刺擊する色に由て區別し、簡單に赤光及青光等の語を用ふべし、而して「赤」及「青」と稱するは、觀測者が光線に依て感得する表象にのみ關係する記號なりとす。

嚴密に論ずれば、色を與ふるも、光の種類を決定する能はず。何となれば吾人は啻に有限なる色の數を知るも、實際白光より光線の無限大なる數を生じ、二七〇圖に於て DBC の全角を充實す。BC より BD の間に色は漸次赤より橙黃に移り、橙黃より黃に移り……數多の色彩を生ずれども、言葉を以て之を區別する能はず。吾人の眼は pBq なる小角內にある總ての光線に就き感覺あるときは、其間に區別を爲す能はずと雖、是等の光線の屈折を異にするにより其同樣ならざること明なり。

吾人は太陽の光線に於て CBD の角度內の一定線の方向に通過する或光線の缺損するを觀測せり。BC より BD まで是等の缺けたる光線を、文字 $A, B, C, D, E, F, G, H.$ を以て示せり；A, B 及 C の位置は赤の間に位し、D は黃に、E は綠に、F は綠と青の界に、G は青に、終りに H は菫色光線の間にあり。今例ば D 光線或は F 光線に就き語るときは、吾人の考ふる光の種類につき少しも疑を存することなし。

白光の屈折に由り生ずる光線は、再び同様に分解する能はず、故に是等の光線は「等質」又は「單純」なりと稱す、(三八七節に記載すべき唯一の場合を除き)反射或は屈折を重ぬるも、是等の光線の種類(屈折せらるゝ度合即ち色)に變りあることなし。

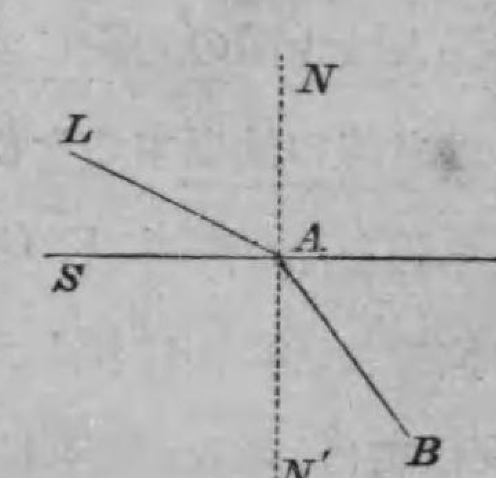
二七〇圖に於て AB の方向に投射する光が最初白くして、色硝子或は著色液體を通ずるときは、屈折に由り CBD の角内に入る光線の種類のみを生ず、然れども此角度内の或種類の光線は弱められ、或は全く缺くるを得べし。白光に現るゝ光の種類は著色せる物質に由り假令多少遮斷せらると雖、光は常に合成せらる。

著色せる焰より發散する光は、稍單純なる種類に屬す；其光は僅少の單純なる光の種類を有するのみ。蒸發せる食鹽を含めるブンゼン燈の焰の黄光は、殆ど等質なりと考へ得べし。故に斯様なる焰は多くの實驗に應用せらる。

合成されたる光の屈折に由て分析せらるるを光の分解と名く。

三四〇 屈折則 (Law of Refraction.) 總ての單純なる光線は、ライデン市に於けるスネリウス (Snellius) (一五九一年より一六二六年)に依て發見されたる次の法則に從ひ屈折す。

第二七一圖



(1) 投射光線 LA (二七一圖)と屈折光線 AB とは、其境界面に交る點に立てたる法線 AN にして、「投射垂線」と名くるものと、同一平面(投射面)にあり。

(2) 投射線の方向は如何なるに係はらず、投射線と投射垂線との間の角 LAN (「投射角」)の正弦と投射垂線と屈折線との間の角 BAN' (「屈折角」)の正弦とは、互に常數なる比を爲す、但し透明物體は同一なるを要す。

吾人は普通投射角を i とし、屈折角を r とす；常數なる比は

$$\frac{\sin i}{\sin r}=n$$

にして、之を屈折率と名く。

此比が一より大なるときは、r は i より小なり、而して光線は投射垂線の方に折る、n が 1 より小なるときは反對なり。

總ての場合に $i=0$ なれば $r=0$ にして、i と r は均しく增加するものなり。 $i=f(r)$

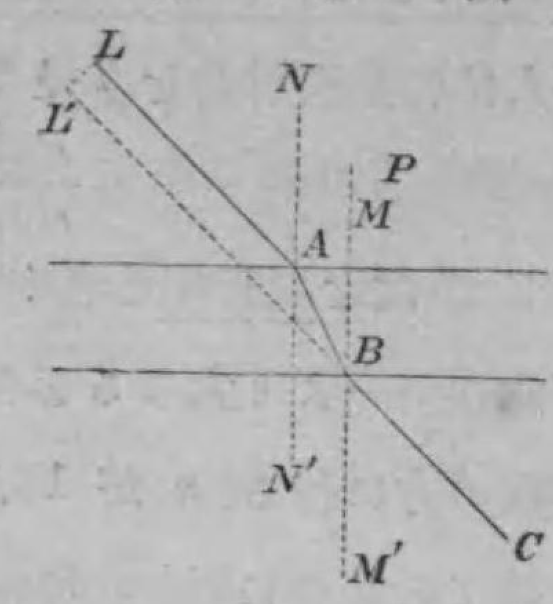
色の分解は、種々の單純なる光に就き、n か同一の値ならざるを證せり。投射垂線に向ふ屈折にありては、n は赤光に對し最小にして、菫光に對し最大なり。

種々の色に就き、屈折率が互に僅少の差異を示すときは、吾人は屢色の分解を度外視し得べし；斯すれば n は光束に現るゝ最も强き光の屈折率と理解するを要す。

次節に於て此見解より進み、吾人は等質光に就き論ずることあるべし。

三四一 光線の通路の轉換 (Reversal of the Path of Light Rays.) 反射に於ける如く、屈折に於ても通常一定の路を通過したる光線は、又反對の方向に同路を通過し得べし。二七一圖に於て BA は投射線にして、AL は屈折線なるを得べし。斯くすれば BAN' は投射角にして、LAN は屈折角なり；而して屈折率が n なりしときは、此場合に於ては $\frac{1}{n}$ にして、吾人は「轉換」せる値を得たりと言ふを得べし。此法則より結論し、同時に其證明を與ふるは、光線 LA が(二七二圖)平行限界面なる板に投射し、板の兩側に同一物質 P あるときは、

第二七二圖



其二回の方向の變りありたる後、LA に平行する線 BC の方向に出づる事項なり。吾人が物質 P より出でて板の物質に入るにより、屈折率 n あるものとすれば、上記の屈折率に從ひ、反對の通路に於ては、其 $\frac{1}{n}$ ならざるべからず。投射垂線 NN' と MM' とを描けば

$$\frac{\sin LAN}{\sin BAN'}=n \quad 及 \quad \frac{\sin ABM}{\sin CBM'}=\frac{1}{n}$$

なり。

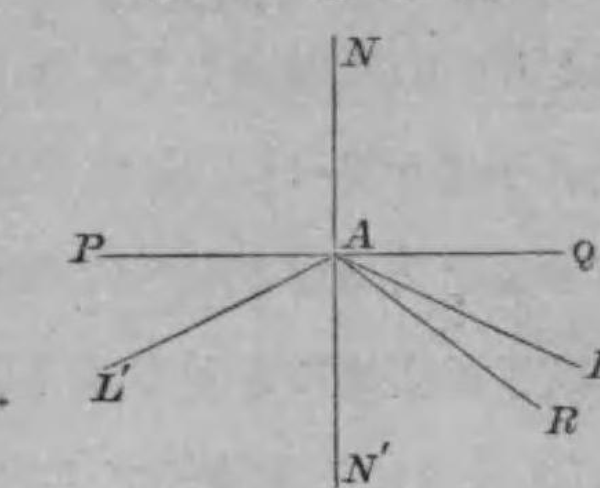
今側面の平行なるに由り角 BAN' と ABM とは相等しく、LAN、CBM' も同様ならざるべからず、故に BC は LA に平行す。

上論に依り、光線が空氣より硝子に入るも、亦反對に硝子より空氣に入るも、其硝子内に投射垂線と爲す角度は、空氣に於けるより小なり。又此の場合に於て、兩物質間に密度の大差あるときは、光線と投射垂線との間の角度は、密度の小なる物質に於て大なり、而して物體の兩狀況に於て雷密度に就てのみ違ふ場合には同様なることあり、即ち二箇の空氣層を論ずるが如し。故に吾人は一般に光線か投射垂線と大なる角度をなす物質を「光學的」密度の小なるものと言ふ。

光學的密度の小なるものより、光學的密度の大なるものに入るときは、屈折率は一より大なり。

三四二 全反射 (Total Reflection.) PQ を圖面に直角なる二物體の境界面なりとし、此平面の上部に光學的小密度のものあり、下部に其大なるものありとす。A に於て上部より投射する光線に種々の方向を與へ、最初 NA にして、終りに PA なりとすれば、屈折線は當

第二七三圖



初 AN' の方向にあり；最終に或線 AR に於て通過すべし。最後の方向は、RAN' が屈折角なるには、投射角か 90° なるときに相當すと考へざるべからず；故に n を光學的小密度の物質より、大密度の物質に入る屈折率なりとすれば、

$$\sin RAN'=\frac{1}{n}\text{.......................(1)}$$

なり。

AR より投射垂線に對し大なる振れを生ずるものは、PQ 上にある投射線に由て決してあり得べからず。

今光線の方向を轉換し、下部より $N'A$ と RA との間にある方向にある光線により境界面 PQ を過るものとすれば、屈折線は常に NAP 角の內にあり；然れども光線か RAQ の間に落つるときは不可能なり。此場合には投射角 i の正弦は $\sin RAN'$ より大にして、從て $\frac{1}{n}$ より大なり、而して此處に論ずる方向に通過するに由り

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{1}{n}$$

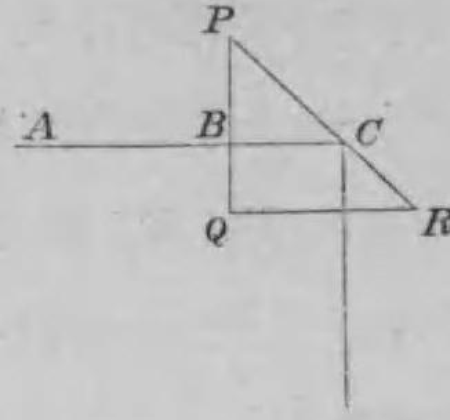
なり、依て $\sin r>1$ ならざるべからず、是れ不可能のことなり。

今吾人は QAR の角內に、或方向に一線が投射するものとすれば、光線は普通二物體の境界面に於て一部分反射し、一部分屈折するを知る。吾人は後に各光束には或エネルギーが傳播し、其量は光の「强さ」に關係し、エネルギー保存の法則に從ひ、反射線と屈折線は唯投射せる光の强さの一部分なることを學ばん。

今投射線 LA か QAR 角內にありとすれば、屈折線を生ずることなく、唯反射線 AL' あるのみ。斯して此線は投射線の全き强さを有する

により、此場合に全反射ありと稱す。此現象は光學的大なる密度の側より光の投射するものありて、投射角が一定の値を超へたる場合にのみ起り得べし。方程式 (1) に依て定めらるゝ値を全反射の限界角と稱す。

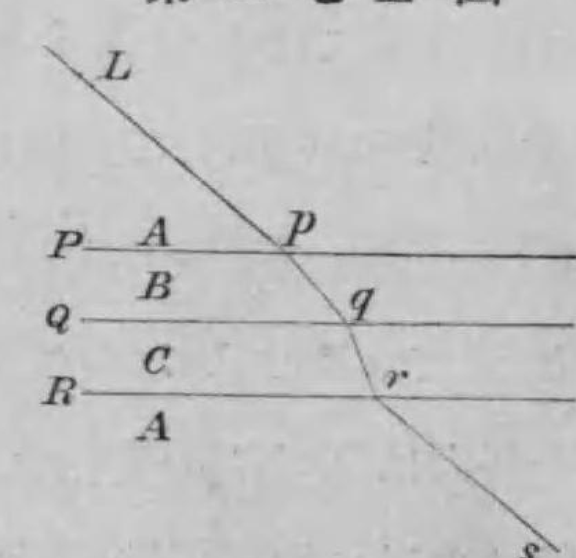
第二七四圖



硝子及空氣にありては、限界角は 45° より小なり、故に三稜硝子プリズマに於て截斷面が二等邊直角三角形 PQR なるときは（二七四圖）、AB の方向に 邊 PQ に直角に投射する光線は、斜邊面 PR に於て全反射す、故に此面は鏡の如く作用し、强き光の像を與ふ。

三四三　三物質間の屈折率の關係 (Relation between the Indices of Refraction in three Substances.) P, Q, R を三箇の平行平面なりとし、其間に B, C の物質あり（二七五圖）此兩板の兩側には物質 A あり。實驗に由れば、Lp の如き方向に投射する光線は p, q, r に於て三屈折を爲したる後、原線 Lp に平行なる rs 線に於て出づ。讀者に委ぬる結論に由り

第二七五圖



$$n_{B,C}=\frac{n_{A,C}}{n_{A,B}}\text{..............}(2)$$

にして、物質 B より C に移る屈折率を $n_{B,C}$ とし、分子及分母も類似の意味あるものとす。斯く屢使用せらるゝ書き方に依り（三四〇節）

$$n_{B,C}=\frac{1}{n_{C,B}}\text{..............................}(3)$$

なり。

(2) 式に依て表さるゝ法則により二種の重要なる結論を得；第一

物質 A より K に入る光線にして、中間に任意なる他の物質あり、A と K は平行平面に依て限られ、K に於ける光線は A と K と一の平面にありて、上記の平面に平行して相限らるゝと假定せるものと同一の方向にあり。吾人は一度 (2) の法則を知れば、透明物體のあらゆる組合せに對し、屈折率を二つづゝ見出すの必要なく、一定の物質を他の總てのものと組合するを以て十分なりとす。吾人は此物質として空氣を用ゐ、簡單に「透明體の屈折率」としては空氣より其物質に入るに由り、n の有する値を意味す。尙注意すべきは、眞空より空氣に入るにより、光線は限界面の法線に對し、僅少なる屈折を示し、空氣の稀薄なるものより濃厚なるものに入るも同樣なり。此點を參酌すれば、(2) 式は固體又は液體に、空氣より光線の入る場合には、空氣の狀態が屈折率に影響するを敎ふ。然れども方向の違ひは上記の場合に於て甚だ小なるを以て、之を度外視し得べし。眞空內より零度にして七六糎の壓を受くる空氣に入るにより、屈折率は 1,000294 なり。

物質の「絕對」屈折率は、眞空より其物質に入る屈折率を言ふ。

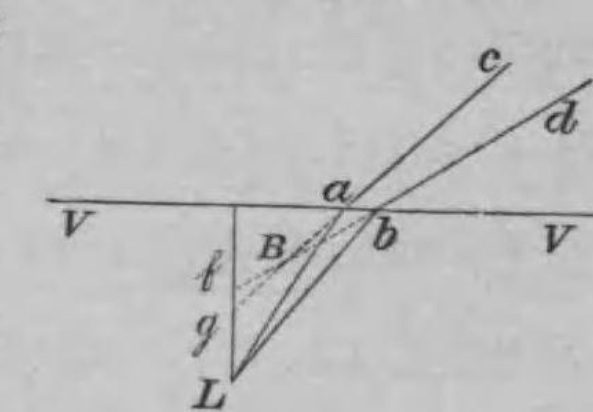
吾人は大氣は密度を異にする空氣層より成るものと考ふるときは、上論に由り、天體より來る光は稍垂直に曲り、從て地平より是等の物體の見ゆる角度は增大す。

(2) 式に依り、限界面の兩側に於けるメヂウムが屈折率を同うするときは、光線か假令斜に投射するも、此表面に於て其趨向を變ずることなし。是三三九節の始めに掲げし除外例に屬す。同屈折率ある二物體の限界に於て光線は反射せず、故に屈折せる光線、或は投射せる光線に依て限界面の存在を認むる能はず。

限界面が凹凸を示す場合に於ても亦同樣なり。屈折率の等しからざるときは投射光線を總ての方向に分散すべし。是れ艶消し硝子に之と同じ屈折率あるセダー油の數滴を落すに由り證明し得べし。

三四四　一平面或は兩平行平面に屈折するに由て生ずる像 (Images produced by Refraction at a Single Plane or at two Parallel Planes.) VV（二七六圖）を圖面に直角なる二物體の限界面とし、L を其一方に於ける光點とす。光線の此點より出で、可なり大なる角度を法線と爲すものあれば、屈折線の束は共心ならず、故に L の「像」を生ずることなし。

第二七六圖



L より出でゝ、甚しく小なる圓錐内に含まるゝ光線は、屈折後特有なる性質あり。例は La と Lb とを其等の線とし、V に直角なる平面にあるものとすれば、屈折線 ac と bd とは B に於て相交り、aLb の角度内にある各線は屈折後此點を通過す。

他方より觀察すれば、投射角を同うし、V に直角にして、異れる平面にある二線は、屈折後 L より V に立てたる垂直の同一點より來るものと認めらる。今吾人は小圓錐內の線にして、其截斷面は圖面に於て aLb なるときは、屈折後總て B を通じ圖面に直角なる小線を切るべし、而して小線は L より立てたる直立線に fg に於て交るを證し得べし。投射角の大ならざるときは、此等の二箇の小線は相密接し、光束を受くる眼は、恰も是等の小線に於て光點あるが如きを認む。

二七七圖は、L の小なる光束が、限界面の垂線に近き處より出づる特別なる場合に屬す、斯して像は吾人が容易に定め得る位置に實

現す。Lac は V に直角なる線にして、Lbd が之より僅か違ふものなり、Lc と db の延長線との交點を B とすれば

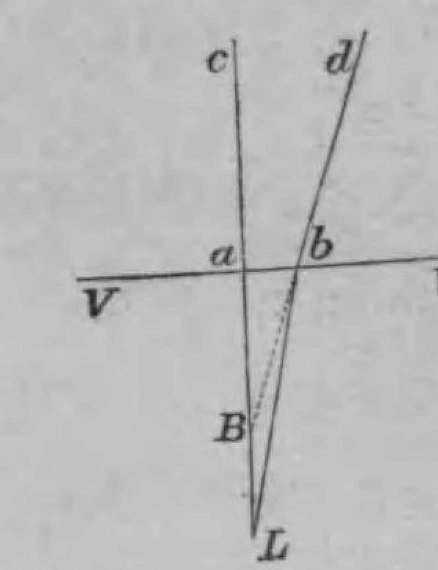
$$ab = La\,tgaLb \quad 及び$$

$$ab = Ba\,tgaBb$$

なるに由り、$Ba = La\dfrac{tgaLb}{tgaBb}$

なり。

第二七七圖



今角度 aLb と aBb が甚だ小なるときは、正切の比は正弦の比にて置き換へ得べし；而して光線の向きを轉換せる路に於る屈折率を n とすれば、此正弦の比は $\dfrac{1}{n}$ なり。故に

$$Ba = \frac{La}{n}$$

にして、光點の示す變位は

$$LB = La\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

なり。是に由て、平行せる側面を有する硝子板を通し、其面に直角に見るときは、裏面の一點は其實在する距離より $d\left(1-\dfrac{1}{n}\right)$ の距離にあるが如くに見ゆるを結論し得べし；d は硝子板の厚さにして、n は其屈折率なり。讀者は容易に上記の方向に、板の後に任意の距離にある一點を見るときは、其同樣なる變位を受けたる如く見ゆるを證し得べし。

硝子板を通し、光點 L（二七二圖）を斜に望むときは、最初短距離にあるが如く、且つ視線に直角なる方向に LL' の距離だけ變位して現るべし。i が LA の投射角にして、r が之に屬する屈折角なるときは、

$$LL'=d\frac{sin(i-r)}{cos\ r}$$

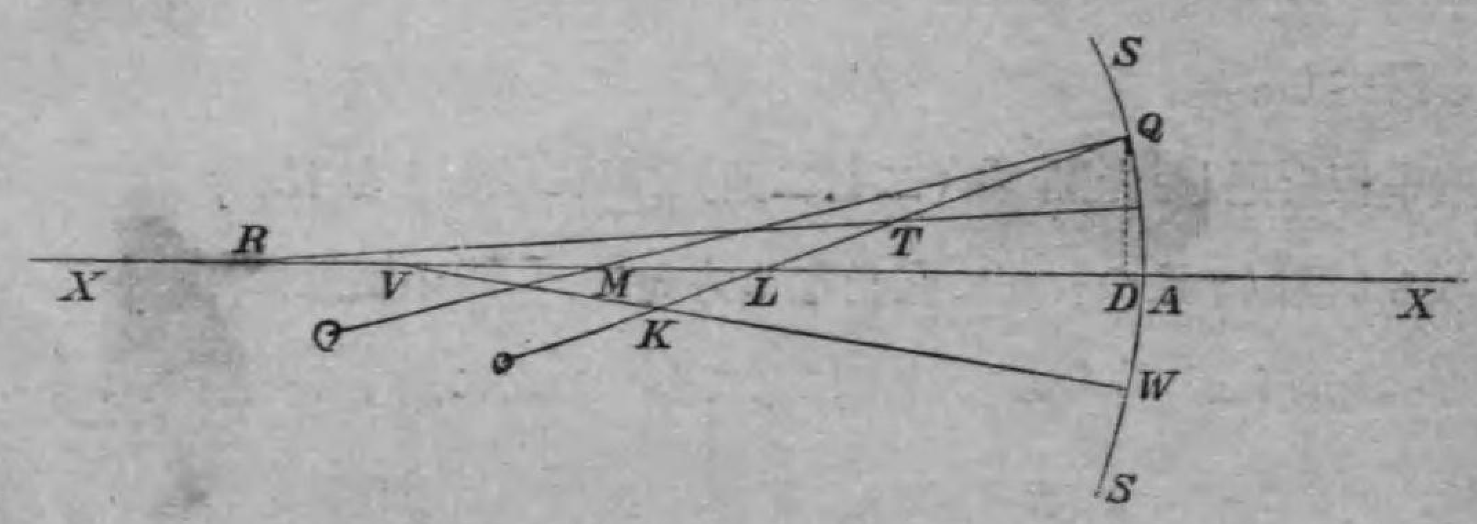
なり。

三四五　球面鏡及レンズの理論初歩 (Introduction to the Theory of Spherical Mirrors and Lenses.) 光學器械に於ては、屢球面に依て光を反射せしめ、又是等の表面を通ずる屈折を利用することあり。是に由て生ずる現象が、簡單なる法則に從ふは、表面の有効なる部分が全球面に對し小にして、且光は到る處極めて小なる角度に投射する場合に限らる。此條件が滿足せらるゝときは、吾人が學ばんとする省略を利用し得べし。

SS を球面の截斷線とす(二七八圖)、截斷面は中心點 M を通過し、XX は M を通して描ける固定直線にして、球面を A に於て切るものとす。此軸の方向と他線の方向とを圖面上に比較すべし。

此目的を以て、各線は XX と鋭角を爲せるものとせん。此角を線の發散と名け、一般に $\varDelta$ を以て表すものとす。發散は線に沿ひて右に向ふときに、上部に動くものは正なりとし、右に向ひて進行し、線の下降するときは負號を付す。故に圖上 RT 線は發散 $+TRA$ を有し、VW は $-WVA$ を有す。

第　二　七　八　圖



吾人は弧度法を以て表す發散の角度値が常に甚しく小なるものと假定す。

圖面上の二線間の鋭角は、其發散に正しき符號を附すれば、發散の差に等し。

例ば KQ と RT を論せんに、KQ の發散は $\varDelta_1=+TLA$ にして、RT の發散は $\varDelta_2=+TRA$ なり、而して兩線間の角度は、

$$RTL=TLA-TRA=\varDelta_1-\varDelta_2$$

なり。KQ を第一線とし、第二線に VW を撰めば、其間の角度は

$$QKW=QLA+WVA$$

にして、玆に又 $\varDelta_1-\varDelta_2$ と記するを得べし、何となれば、$\varDelta_2=-WVA$ なればなり。

軸に L に交り、球面を Q に於て切る線 KQ の發散は、LA と Q より軸迄の距離 QD とに依て表し得べし。 $AL=p$, $QD=z$ と置き、第一線 p は L が A より左なるときに正なりとし、Q が軸の上部にあるときに z を正なりとす。

今　$$tg\varDelta=\frac{z}{LD}$$

なるを知り得べし。然るに $\varDelta$ は甚だ小なれば、$tg\varDelta$ を $\varDelta$ にて置換へ得べし；而して球面の部分 AQ は僅に曲れるを以て、LD の代りに距離 p を用ゐ得べし。p と LD の差は DA にして、圖を一見するときは、此線は甚だ小にして、LD と比較すべくもあらず、從て短線 z を LD に依て除する場合には之を省略し得べし。故に

$$\varDelta=\frac{z}{p}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

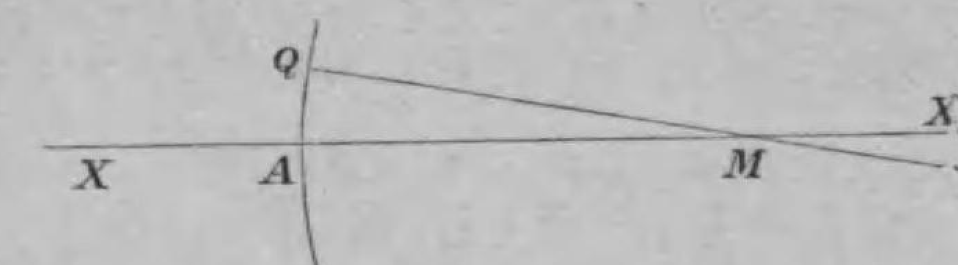
にして、此方程式は符號を正しく撰むときは、總ての場合を滿足す。

例ば $\varDelta$ の下にある一點を通じ、KQ に平行せる線に對して、$\varDelta$ は

常に正にして、z と p は負なり、VW 線に對しては、Δ は負にして z と p は反對の符號を有す。

上論は表面 S が二七八圖に於て凹面を左に向け、或は二七九圖に於て凸面を左にするも滿足せらる。是等の場合の差は、表面に直角なる線の發散にあり。Q 點に於ける法線は此點に描かるゝ半徑と常に一致す、然れども二七八圖に於ては、軸より上に位する一點に就き發散は正なるも、二七九圖に於ける同樣なる點に就ては負なり。

第二七九圖



(4)式に依り、各の場合に就て、法線の發散は

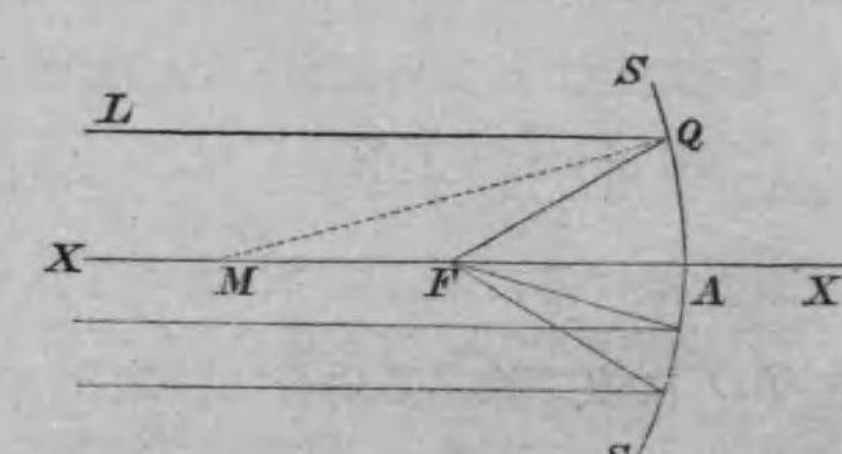
$$\Delta_n=\frac{z}{R}$$

なり、球面の半徑は球心 M が A (二七八圖)より左に位するときに正とし、M が A の右に位するとき(二七九圖)負なりとす。

今後の議論に於ては、光線は左方より來るものとす。

三四六　凹面鏡 (Concave Mirror.) 凹面鏡 SS (二八〇圖)に光線 LQ が軸 XX に平行に投射し、反射線は軸に F 點に相交るものと假定す。反射則に依り $\angle QFA=2\angle QMA$ なるを容易に證し得べし、即ち反射線の發散は、投射點に於ける垂線の發散の二倍なり。然るに是等の發散(三四四節)は $\frac{z}{AF}$ 及 $\frac{z}{R}$ にして、

第二八〇圖



$$\frac{z}{AF}=2\frac{z}{R},$$

即ち

$$AF=\frac{1}{2}R$$

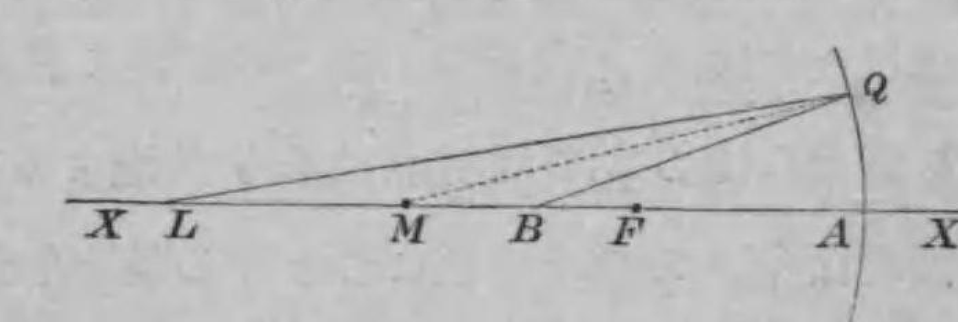
なり。

此結果は z の値に無關係なるが故に、XX に平行に鏡に投射する總ての光線は、反射後 AM の中點なる F 點に集合す、此點を主焦點、或は簡單に焦點と名く、而して $AF=\frac{1}{2}R$ を主焦點距離、又は焦點距離と名く。反射光線は實際 F に集まるに由り、焦點は實點なり。

反對に F 點に光點を置くときは、之より發する光線は、反射後鏡の軸に平行に趨るべし。

(b) L を軸上の光點とし(二八一圖)、LQ を之より出る光線とし、B を反射線の XX と交る點とす。Δ_1 を LQ の發散とし、Δ_2 を QB のそれとし、Δ_n を MQ のそれとす。角度 BQM は LQM に等しきを以て、

第二八一圖



$$\Delta_2-\Delta_n=\Delta_n-\Delta_1,$$

即ち

$$\Delta_1+\Delta_2=2\Delta_n$$

なり。LA を p にて示し、BA を q とすれば三四四節により

$$\Delta_1=\frac{z}{p},\qquad \Delta_2=\frac{z}{q},\qquad \Delta_n=\frac{z}{R}$$

にして、

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{2}{R}$$

即ち

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

なり; f は焦點距離を示すものとす。

f と p とが與へらるゝときは、此式により q を計算し得べし、依て B の位置は一定す。然るに今 z は方程式より除去せらるゝにより、最初 L 點を通ずる總ての光線は、反射後同一點を通過すべし。此點は L の像なり。又反對に、L は B の像にして、L と B を共軛點と稱し得べし(三三七節)。

此等の結論と(5)式とは總ての事情の下に滿足せられ、$p, q, z, \Delta_1, \Delta_2$ 及 Δ_n の符號が如何なるも同一なり。故に p は又負となり得べし、即ち投射線が鏡面後の一點に收斂する場合にも滿足せらる、故に光點が虛なる時は(三三七節)、反射線は共心光束を構成す。實像なるか或は虛像なるかは、方程式が與ふる q の符號に關係す。q が負なるときは、B は鏡背に位して、各反射線は恰も B 點より來るが如き方向にあり。

讀者は今 p の種々の値につき q の値の如何なるかを吟味し得べし。$p=\infty$ なれば $q=f$ にして、是れ既に期待するところなり。L が無限大の距離より M 點に接近するときは、B は M に近づき、此點に於て L と相合す。M より出る光線は鏡面に直角に投射し、其投射せる路に沿ひて反射せらる。

次に L が M より F に向ふ間に、像は M より無限大の距離に動き、光點が F より右に來るときは、其 F より A に向て動く間に、右方より漸次鏡に近づく虛像を生ず。故に吾人は像點が常に光點と反

對の方向に軸上に動くを見る。

尙記すべきことあり、焦點より光點までを l とし、又像點までを l' とし、投射線の向きを正に計算するときは、簡單なる關係

$$ll'=f^2$$

を滿足す、此證明は讀者に委ぬ。此式より直に (5) 式の如く、上に光點と像點との同時の變位につき論ぜし結論を得。

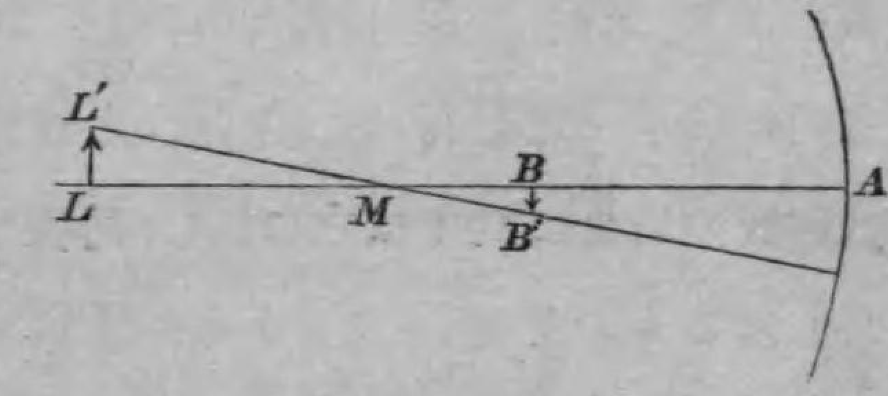
斯く論ぜし光線の趨向の各場合を圖に依て說明するは難きことなし。

(c) 上記の議論に、軸 XX は常に中心 M を通ずる任意の線となせり。吾人は XX の代りに、M を通ずる他の各線を取り得べし。依て像點は各光點に相當し、其點は光點と共に M を通ずる線上にありて、此線上の位置は (5) 式に依て定めらる。

一物體の數多の點の像の順列は、此物體の實「像」或は虛「像」を生ず、反射後光線が實在的に交るときは、像は實にして、遮屛に之を寫し得べし、而して像が鏡背に現るゝときは虛なり。

二八二圖に於て、B が MA 線上に於る L の像なるときは、M を中心とし、ML を半徑として、球 LL' を描くときは、其表面の總ての點は球面より同距離にあるにより、其像も亦 M より同距離にありて、球 BB' の上にあるべし。次に像點は、光點と M を通ずる線上にあるにより、LL' にある或形の像は、BB' に於て類似形を爲すべし。

第二八二圖



兩球面の小部分は之を MA に直角なる平面にて置換へ得べし。

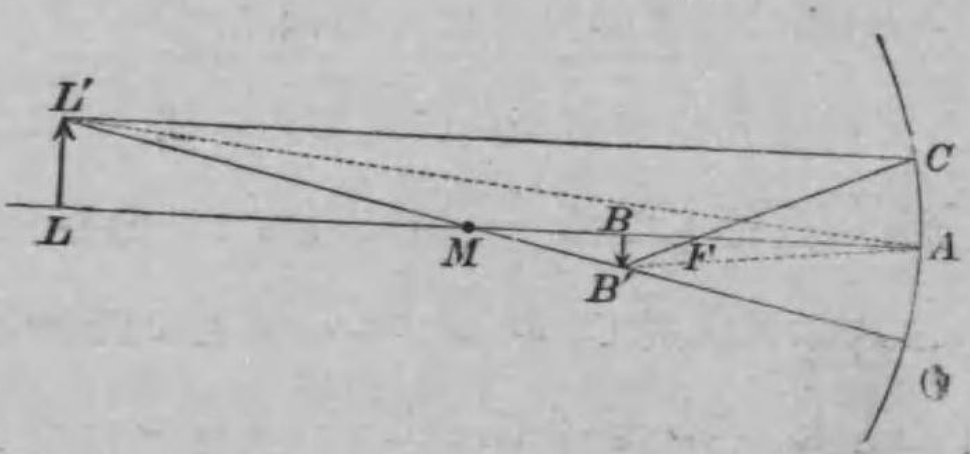
故に餘り大ならざる物體にして、軸に直角なるものゝ像は、又軸に直角なる平面にありて、其物體と相似なり。

球面鏡は、普通球面弓形の形狀を有す。軸を明記することなければ、普通、球の中心より弓形の基面に直角に描きたる線を云ふ。此線を特に區別せんが爲め主軸と名け、他の球心を通ずる軸を副軸と名く。

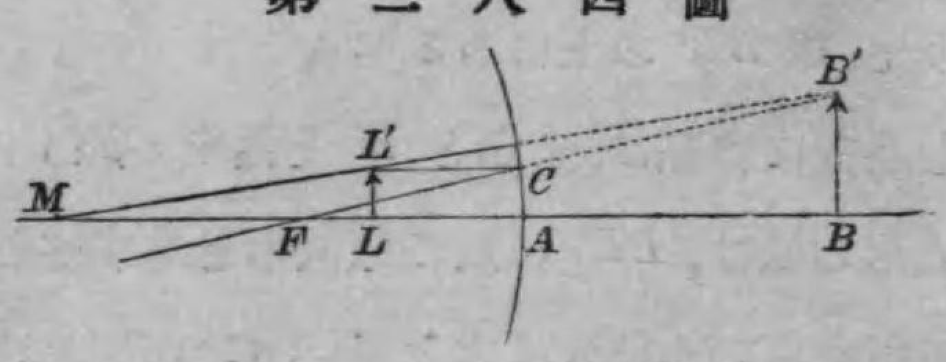
(d) 吾人は一點を通ずる總ての光線は、反射後一點に交るを知るにより、此點を作圖上定め得べし。二線を描き、何處に其交るやを定むれば十分なり、此等の線は其趨向が容易に與へらるゝやう選み得べし。

例ば二八三圖に於て、M と F が普通の意味を有し、LL' が軸に直角なる物體なりとす。最初 L' より M を通ずる光線を描くときは、其鏡面に直角なるにより、其線に沿ひて反射す。L' より MA に平行に出る線は、CF に沿ひて反射せらるべし。兩反射線が B' に於て交るにより、此點は L' の像なり、而して全物體の像は、$B'B$ を MA に直角に描きて之を得べし。像は此場合に於て實にして逆立なり。二八四圖の場合に於ては之に反し、同樣なる描畫法により、虛像にして直立なるものを得。

第二八三圖



第二八四圖



吾人は又第三線につき其趨向が容易に與へられ得るに注意す。最初 $L'F$ 線に趨りし光線は、總て

F を通過する他の線の如く、AM に平行に反射せらる。故に吾人は此線を他の二線の一と相合して B' を定め得べし。

畢竟像の位置に關する描畫法は、(5) 式と同一の結果に歸著す。何となれば B は L の像なるにより、LA と BA 間に二八一圖に於ける如き關係あり。

物體と像の大さの比に關しては、圖より種々の式を演繹し得べし。初め三角形 MLL' と MBB' の相似なるにより、此比は中心より物體の距離と像の距離との比に等し。之に次で、此比は又鏡面よりの距離の比に依て置換へ得べし。B' は L' の像なるにより、L' より出る各線は、反射後 B' を通ずる線上に趨らざるべからず。是又 $L'A$ (二八三圖) につき滿足せらるゝにより、$\angle B'AB = \angle L'AL$ なり、從て三角形 $B'AB$ は $L'AL$ と相似にして、

$$\frac{BB'}{LL'} = \frac{BA}{LA}$$

なり。實像は縮少するか或は擴大し、虛像は常に擴大す。

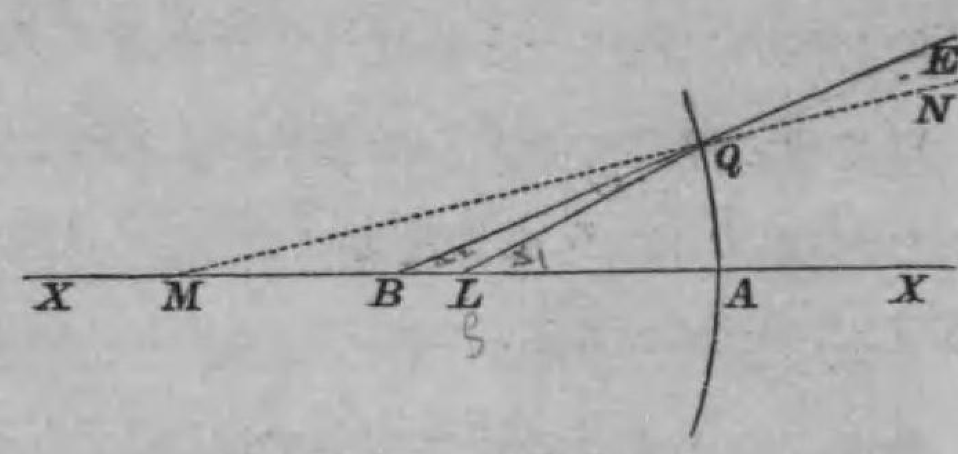
三四七 凸鏡 (Convex Mirror.) 此種の鏡の理論は、二・三の違ひを除き、凹鏡の理論と一致す、故に其發展は讀者に委ぬ。吾人は平行光線の一束より發散光束を生ずるを見るべし、故に虛なる主焦點ありて、鏡と曲率中心との中間に位す。p と q は光點及像點が鏡前にあるとき正に計算し、主焦點の位置が鏡背にあるとき F に負符號を附すれば、(5) 式は又凸鏡に於て滿足せらる。

鏡前にある總ての物體の像は虛にして直立し且縮少す。

三四八 單一なる球面に於ける屈折 (Refraction at a Single Spherical Surface.) AQ (二八五圖)を此表面と其中心點 M を通過する平面との截斷面とす、AQ の左及右にあるものは、1 及 2 の指數に

依て區別すべし。$n_{1,2}$ を左より右に移る場合の光線の屈折率とす。

第二八五圖



今任意なる(實或は虚なる)光點 L が與へらるゝものとすれば、此點と M を通ずる線 XX を軸に選み(三四四節)、投射線 LQ を其發散 Δ_1 に依て定め得べし。屈折線 QE の通過する線は、軸を B に於て切るべし。此線の發散を Δ_2 と名く。終りに Δ_n を法線 MQN の發散とす。

LQ と BQ とが、MQ となす鋭角は、投射角 i と屈折角 r なり、此等の間に

$$\frac{\sin i}{\sin r}=n_{1,2}$$

の關係あり、然れども i 及 r が甚だ小なるにより

$$i=n_{1,2}r \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

と記し得べし。圖に示すは發散が總て正なる場合に屬す。Q が常に軸よりも上にあるときは、一の虚なる光點につきては Δ_1 は負なり;凸面が左に向へる表面にありては、Δ_n に就ても斯の如くにして、Δ_2 が負なる場合につき讀者は容易に圖を描き得べし。吾人は總ての場合を包含する理論を作り得べし。此目的を以て、三四五節に論ぜしところに基き、角度 i は總ての場合に Δ_1 及 Δ_n より得べきを省み、又 r も Δ_2 及 Δ_n を互に減ずるにより求め得べきを省みれば、問題は啻 i を $\Delta_1-\Delta_n$ とすべきか、或は $\Delta_n-\Delta_1$ となすべきか、又 r は $\Delta_2-\Delta_n$ なるか、或は $\Delta_n-\Delta_2$ なるかにあり。

吾人が i と r を二つながら負とし、或は二つながら正とするも、(6) 式は滿足せらる、故に上記の差は双方同符號と爲すを要す。

今吾人が作圖せる場合に、投射線と屈折線の趨る線が、Q 及 M 間の法線の一片と挾む鋭角は MQ と同側にあり。故に Δ_1 及 Δ_2 なる發散は Δ_n と同方向に振る、而して i 及 r が同符號を得るには

$$i=\Delta_n-\Delta_1 \quad 及び \quad r=\Delta_n-\Delta_2$$

と確に置き得るなり。故に (6) 式は

$$\Delta_n-\Delta_1=n_{1,2}(\Delta_n-\Delta_2)$$

に變ず。今又 LA 及 BA の距離を p 及 q とし、球の半徑を R とし、三四五章に定めたる如く、此等の量の符號を附すれば、三四五節により

$$\Delta_1=\frac{z}{p},\quad \Delta_2=\frac{z}{q},\quad \Delta_n=\frac{z}{R}$$

にして、吾人は

$$\frac{1}{R}-\frac{1}{p}=n_{1,2}\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{q}\right).$$

即ち

$$\frac{1}{q}=\frac{1}{R}\left(1-\frac{1}{n_{1,2}}\right)+\frac{1}{n_{1,2}p} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

なるを知る、此式に z の消失せるにより、最初 L を通ずる線をなして趨る總ての光線は、屈折後互に B に交る線をなして趨るを見る。故に共心光束より他の共心光束を生ず。

此定理は R の各符號につき、又 $n_{1,2}$(>1 或は <1) の各値並に L の各位置につき滿足せらる。吾人は常に (7) 式より q を計算し、L の位置に屬する像點の位置を得べし。像は q が負なるとき實にして、q が正なるときは虚なり;屈折線が表面の右側に趨りて、互に實在的に切るは、B も亦其側にある場合なり。

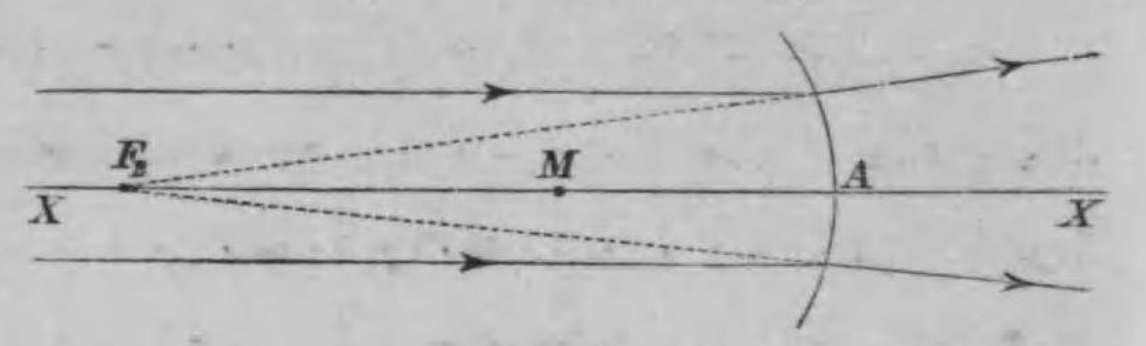
方程式は又平面に於て屈折する場合にも滿足せらる。A 點を固定するとき、中心を A より漸次遠くるにより、球面を次第に MA に直角なる平面に近づくるを得べし。然るに (7) 式に $R=\infty$ と置くときは、

$$q=n_{1,2}p$$

となり、三四三節に見出せるものと一致す

終りに範式は，p 或は q を絶えず增加するにより、投射光束又は屈折光束は軸に平行する光線の一系に變ずる場合にも亦滿足せらる。F_2 を(二八六圖) $p=\infty$ と置くにより、B の移る點なりとし、f_2 を q が此場合に受くる値即ち、B 點の A よりの距離とすれば、(7) 式により

第二八六圖

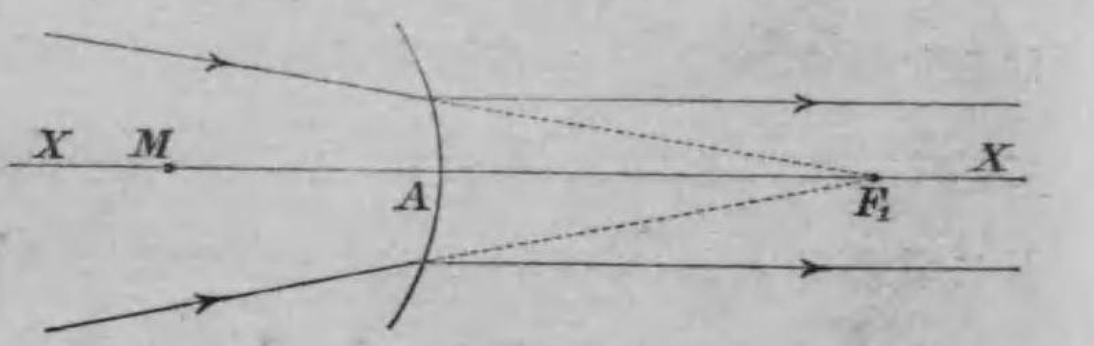


$$f_2=\frac{n_{1,2}}{n_{1,2}-1}R \qquad \text{(8)}$$

となる。

斯の如くして屈折線は光點(二八七圖)が F_1 點にあるとき軸に平行し、F_1 の A よりの距離は

第二八七圖



$$f_1=-\frac{R}{n_{1,2}-1} \qquad \text{(9)}$$

に依て定めらる。

吾人は F_2 を第二主焦點, F_1 を第一主焦點と稱す。F_1 に此名を

附するは、屈折により光線の路を逆にすることあるべくして、從て線は右方より軸に平行に投射し、屈折後總て F_1 を過ぐる線に趨るが故なり。

(8) (9) の範式より f_1 及 f_2 は常に反對の符號を有す。是れ兩主焦點は兩ながら實なるか、或は兩ながら虛なるを示すものなり。上記の圖に於て焦點は虛なり、實主焦點は f_2 か負にして f_1 か正なる場合に之を得べし。即ち R が負にして、$n_{1,2}>1$ なるか、R か正にして $n_{1,2}<1$ なる場合に屬す。此等の證明は讀者に委ね、此節に屬する殘餘の事項は圖を以て說明せんことを期す。

三四九　諸の球面系 (Systems of Spherical Surfaces.) 吾人は光束が順次球面の任意の數を通過し、各球面は二箇の透明物質間の境界を爲して、第一面の前部、其最後面の背部、及び、二箇の相續く球面間は全體何處も同一なる等質物體を以て充實せるものと表象す。斯して順次相續く投射角が常に甚だ小なるときは、共心光束は常に又共心光束を生じ、從て最終の屈折後に出る光束は一點に集合するか、或は一點より發散せる光線より成る者なり。

此點の位置を定めんと欲すれば、(7) 式を屢々應用するの他なし。吾人は先づ光點より出づる光線の第一回の屈折により集合する點を見出し得べし、此點を第二屈折に對し實光點或は虛光點と做し得べく、範式を用ゐて再び此屈折後の像點を見出し得べし、此方法を順次行ふときは、各回屈折により見出さるゝ像點を、次の屈折に對する光點と爲すを得べし。勿論此計算を履行することは普通甚しく複雜にして、各回新線を軸とするを要す; 此線は最終の像點を次回屈折すべき表面の中心點と連結するに依て得べきものなり。

表面の諸系にして、吾人が實際に組合すべきものには、簡單にすべき事情の存するあり。此等は中心線を有す、即ち總ての表面の中心點は同一直線にあつて、之を系の軸、或は主軸と稱す。今光の源點が主軸上にあれば、總ての像點も亦其上にあるは明白なり。

三五〇　レンズ (Lenses) レンズは普通硝子より成る透明體にして、表面は二箇の球面或は球面と平面とによりて限らるゝものなり。球面は凸面或は凹面を外部に向け得べし、故に吾人は兩凸レンズ(二九〇圖)兩凹レンズ(二九二圖)平凸レンズ(二九一圖)平凹レンズ(二九三圖)及び凹凸レンズ(二八九圖)と凸凹レンズ(二八八圖)を區別す。最終の二形は凹凸ンンズに於て凸面が、又凸凹レンズに於ては凹面が、最も彎曲せるにより互に區別せらる。

第二八八圖

總て此等の形狀は二群に分る、第一群の形は緣に於けるより中央に於て厚く、第二群に於ては緣に厚くして中央に薄し。總て第一群のレンズは、要點に於ては兩凸レンズの如く、第二群にありては兩凹レンズの如く作用す；第一群のレンズを凸レンズと稱し、第二群を凹レンズと言ふ。

三四八節に論せしところにより、レンズの理論は或程度迄特別に形狀を假定することなく發展し得べし。最初に主軸に平行に投射する光線はレンズを通過したる後何處に相集るやを研究し得べし。

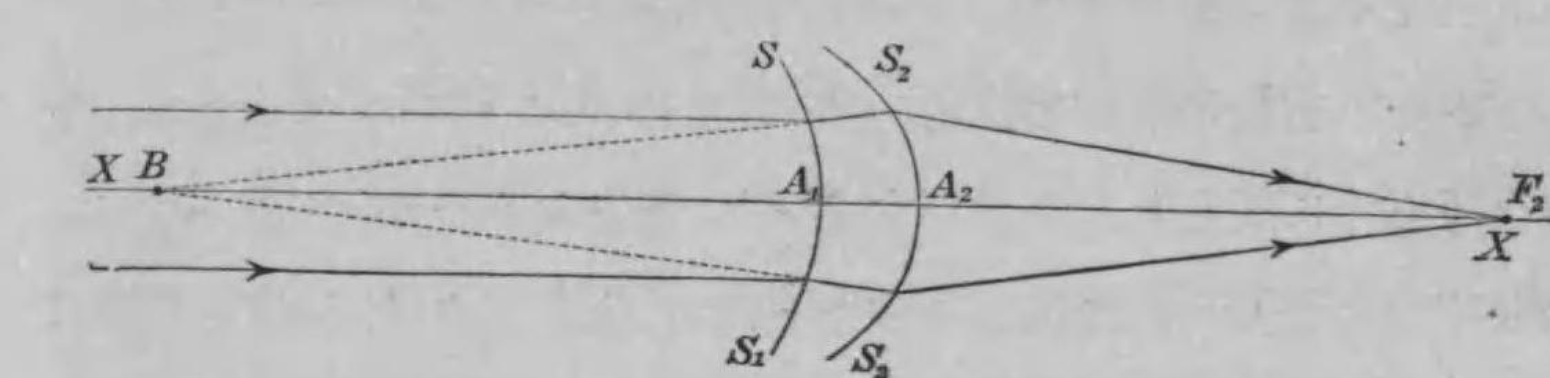
二八九圖に於て、S_1S_1 をレンズの前面とし、S_2S_2 を背面とし、R_1 を第一面の半徑とし、R_2 を第二の半徑とし、兩半徑とも表面の凹側が左に向ふ場合を正なりとす。レンズの前後には同質のものあり、n を此物質よりレンズに入る屈折率とすれば、稀に起る場合を除き、

$n>1$ と假定し得べし。今光束は XX に平行して、S_1 に投射すれば、光線は硝子内に一點 B に於て主軸と相交る線に趨り、B 點の A_1 の前にある距離は、(8) 式により

$$\frac{n}{n-1}R_1$$

を以て與へらる。S_2 面に於ける屈折を研究するには、B を光點とせざるべからず、然れども範式 (7) を應用し得んが爲め、總ての距離

第　二　八　九　圖



を A_2 點より計算するを要す。レンズの厚さ A_1A_2 を d とすれば、(7) 式に表るゝ p は

$$\frac{n}{n-1}R_1+d$$

と置かざるべからず；而して $\left(\frac{n}{n-1}\right)R$ が正なるも、亦負なるも同樣なり。次に R_1 は R_2 にて、$n_{1,2}$ は $\frac{1}{n}$ にて置き換へざるべからず。更に q の値を、玆に f_2 とすれば

$$\frac{1}{f_2}=\frac{n}{\frac{n}{n-1}R_1+d}-\frac{n-1}{R_2}$$

なり、F_2 點は A_2 より f_2 の距離にありて、レンズを通じ、投射線の軸に平行に趨るものの生ずる光束の集合點なり。吾人は此點をレンズの第二主焦點と名く；此點は f_2 が負なるか或は正なるかに從て、實なるか或は虛なり。

多くの場合に於て、レンズの厚さは之に關聯する他の距離に對し薄ければ省略するを得べし。今之を假定すれば、吾人は

$$\frac{1}{f_2}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

の式を得。

吾人は厚さを省略せしにより、斯く定めたる長さ f_2 をレンズよりの第二主焦點の距離と云ふを得べし；吾人は距離を前面より、或は後面より、若くは中央よりと、區別するの必要なし。f_2 を第二主焦點距離と名く。

三五一　符號の撰擇の變化 (Change in the Choice of Signs.) 今迄三四五節に規定したる法則を遵守し、任意なる一點(光點、像點、或は曲率中心點)が屈折面よりの距離を正としたるは、點が表面の前面にありしとき、即ち投射線の側にありしときなり。特にレンズを論ずるに當り、此規則を變じ、他に依て之を置換ふるの便利なるを感ず。レンズの表面の半徑が正なるときは、其面が凸なる場合に於てし凹面が外部に向くときは半徑を負なりとす。光點(或は物體)のレンズよりの距離を光點が實在するときに正なりとし、其虛なるときは負なりとす、而して吾人はレンズより像の距離を論ずるに此規則に從はんとす。又主焦點距離は、主焦點の實なるか或は虛なるかにより正或は負なりとす。

(10) 式に表るゝ量に關しては、啻 R_2 のみ符號を換へずして、f_2 及 R_1 の符號は反對にせざるべからざるは、上記の規則により明白なり。例ば二八九圖に於ては、f_2 は負なり、何となれば F_2 は A_2 の右にあればなり；又 R_1 は正なり、何となれば S_1S_1 の中心點は其左方にあればなり。今定めしところに由れば、此圖に於て、f_2 は正にして R_1 は

負なりとするを要す、而して其理由は、第二主焦點は實にしてレンズの前面は凹なればなり。

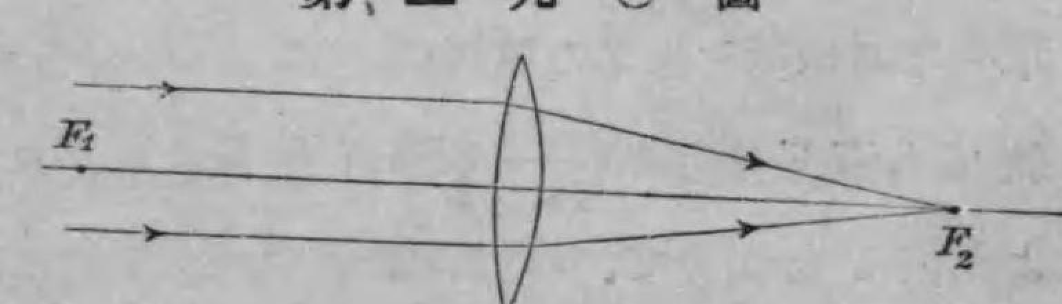
斯く論ずれば (10) 式は次の如く變ず。

$$\frac{1}{f_2}=(n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

第一主焦點は光線がレンズを通過したる後、軸に平行に趨るに、實若くは虛の光點を置かざるべからざる位置なり。レンズより此點までの距離 f_1 は、光線がレンズの背面に於て軸に平行なるとき屈折線の集合點なることを省みて容易に見出し得べし。故に f_1 を見出さんには、(11) 式に於て R_1 と R_2 を互に置換ふるを要す。是に由て $f_1=f_2$ なり。故に總てレンズの兩側が同物質を以て包まるゝ場合には、兩主焦點は實にても或は虛にても、常にレンズより同距離にあり、而して一は其前面に他は背面にあり。吾人は主焦點距離なる語を用ゐ、f を以て之を表すべし。

三五二　收歛レンズ及ひ發散レンズ (Convergent and Divergent Lenses.) 兩凸レンズに於ては R_1 及 R_2 が兩ながら正なり；平凸レンズにありては是等の半徑の一は無限大となり他は正なり、而して凹凸レンズに於ては小なる半徑は正にして大なるものは負なり。故に總ての凸レスズにありては f は正にして主焦點は實なり。軸に平行に投射する光線は（二九〇圖）F_2 に於て集合し、F_1 より出る光線（二九一圖）は互に平行にレンズを離る。吾人は兩凸レンズに於て、作用は曲率の和に關係し

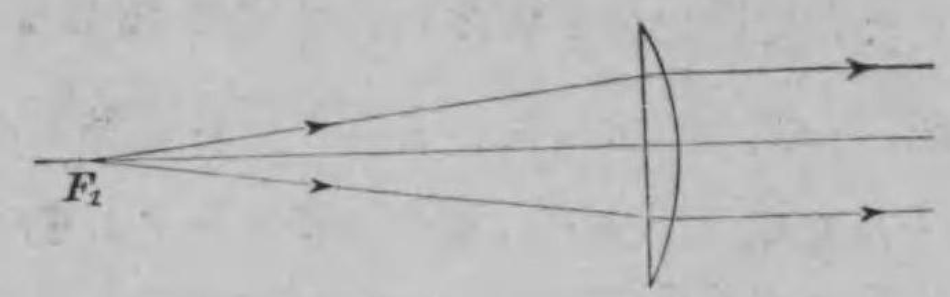
第、二九〇圖



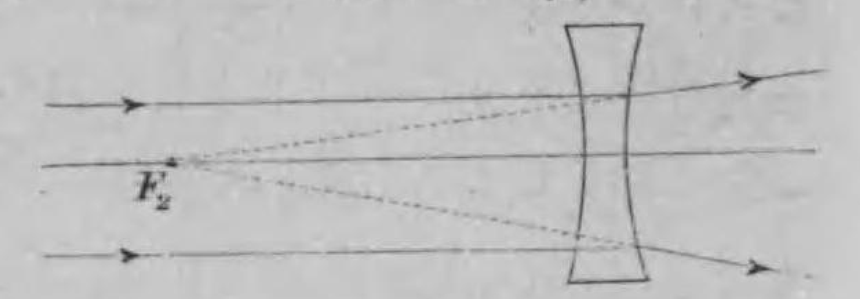
凹凸レンズに於ては、其差に關係するに注意す。

是に反し、前に「凹レンズ」の名を以て概括せしレンズにありては、f_1 及 f_2 は負にして、主焦點は從て虛なり。二九二圖及二九三圖は此點を說明し得ん。平行光線の作用に關しては、後に示す如く他の光束に於ける作用と相一致し、凸レンズを收斂レンズ（收斂するレンズ）と名け、凹レンズを發散レンズ（發散するレンズ）と名く。f の符號により收斂レンズを又正レンズ、發散レンズを負レンズと稱す。

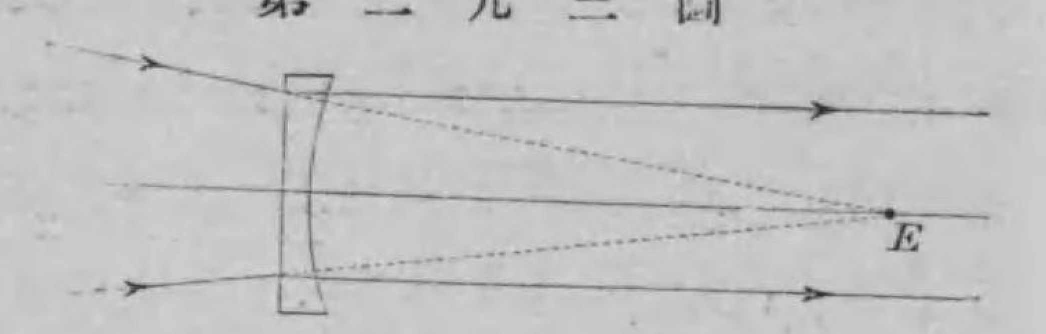
第二九一圖



第二九二圖

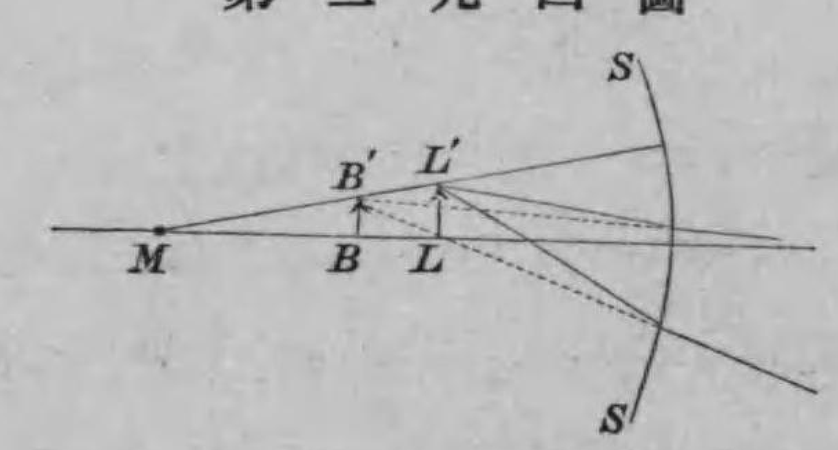


第二九三圖



三五三　物體の像 (Image of an Object.)　三四六節 (c) に於て球面鏡の生ずる像に關し論ぜしことは、又少しく變更すれば、單一なる球面を過ぐる屈折に就ても滿足せらる。一の形より出る光ありて、SS（二九四圖）と同心球面 LL' 上にあるものは、又 M を中心とする第二の表面 BB' に實像或は虛

第二九四圖



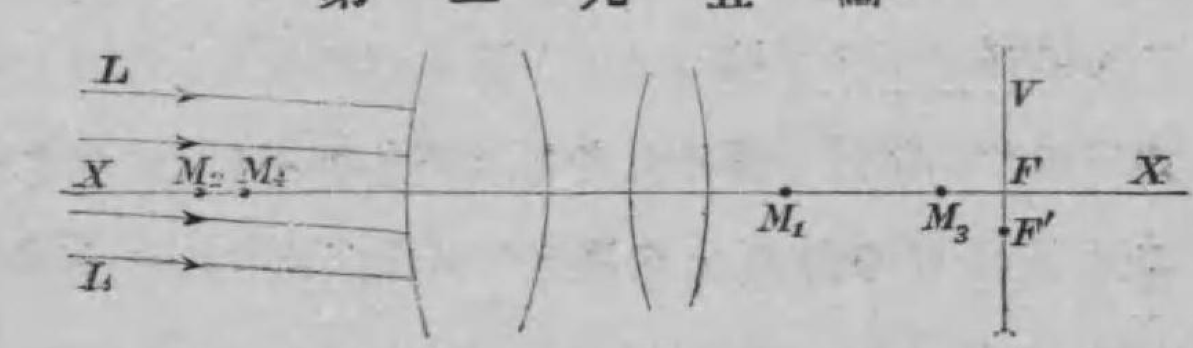
像を有す、此像は光を發するものゝ形に相似なり

玆に又軸に近き物體にして、之に直立するものは又軸に直立し、物體に類似する像を與ふることは玆に殆ど同樣に再び滿足せらる。

此定理は勿論共心面の任意なる系に敷衍し得べし。吾人は第一屈折に由て一物體の種々の點に相當する像點を次の屈折に關する實光點或は虛光點となし、此等の點の相隣接するにより生ずる像を實物體或は虛像物體となすを得べし。今吾人が常に系軸の附近にありと考ふる元の物體は、軸に直立するものとすれば、又第一像幷に第二像其他に於ても同樣ならざるべからず。

特別の注意を要するは物體が無限大の距離にある場合なり。其一が系の軸 XX（二九五圖）上にあれば、此點より出る光線は軸に平行にして、系の第二主焦點なる F 點に集合す。物體の殘餘の點の像は、同じく一平面 V にありて焦點を通過し、軸に直角にして焦平面と名くるものなり。今軸の外部に位する物體の點が光線を出し、第一屈折面の附近に於て LL の如く互に平行して、必ずしも軸に平行ならざるときは、次の結論を得。

第二九五圖

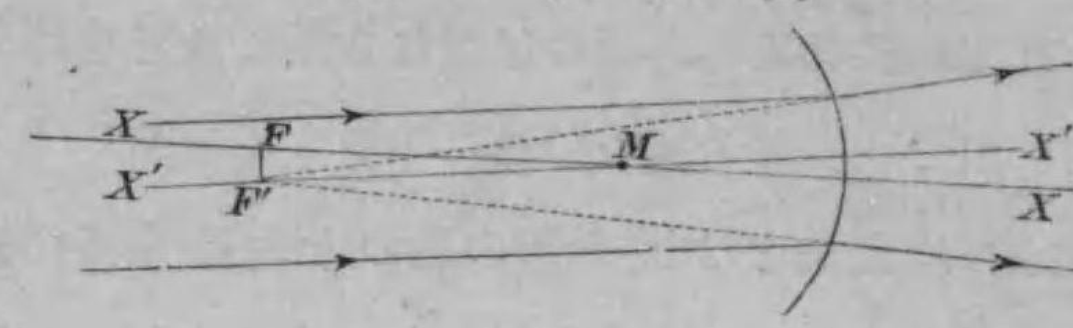


互に平行にして任意なる方向に投射する光線は、系を通過したる後焦平面の何處にか其實或は虛なる集合點 F' を有す。

此事項を明にせんが爲め又次の如く結論せん。單一なる屈折面に於て F（二九六圖）は XX 軸に平行に投射する光線の第二主焦點な

るときは、之に相當する F' は、又始め總て $X'X'$ 軸に平行に趨る光線の主焦點にして、$MF'=MF$ なり。今角度 XMX' は甚だ小なりとすれば、FF' を XX に直角なる直線と考へ得べし；今此の屈折面に續きて數多の他の屈折面ありとし、總てが XX 上に中央點を有すれば、FF' の最終の像は又 XX に直角なるべし。

第二九六圖

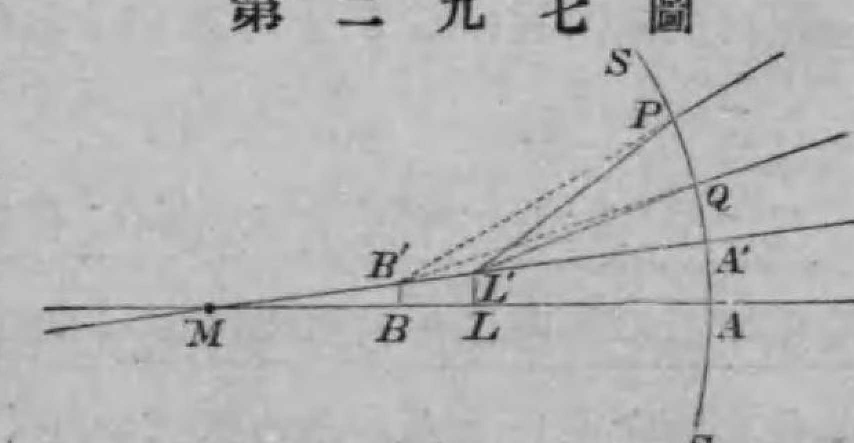


恰も主焦點に二ある如く、又二焦平面ありて、之を第一及第二として區別す。光線の趨向を反轉するに由り、吾人は容易に一の共心光線にして、其頂點が第一焦點面にあるときは、平行光線の一束を生じ、其方向は概ね軸の向きと違ふものなるを演繹し得べし。

三五四　物體と像の大さと、物體の一點より出てゝ像に集合する二光線の間の角度との關係 (Relation between the Magnitude of Object and Image, and between the Angles made by two Rays, which emerge from a Point of the Object and meet at the Image.)

二九七圖に於て、LBM 及 SS は二九四圖に於けると同意味を有す。小圓弧 LL' と BB' とは M を中心とする線にして MA' に達す。斯して BB' は LL' の像なり、而して圖上直立の像を爲せども、他の場合に於て L 及 B が M の反對の側にあることありて、次の議論に對し、一般に三四八節に論ぜしことが等しく滿足せらるゝには、逆立の像となるべし。軸上の高さは、L' に於ては h_1 にして、B' に於

第二九七圖



ては h_2 なり、依て一の場合に於ては、h_1 と h_2 は同符號を有し、他の場合に於ては反對なり。然れども常に

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{LM}{BM}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

にして、L 及 B が M の一方の側か、或は他の側にあるに依り、LM と BM は正符號或は負符號を附すべきものなり。吾人は三四八節に用ゐし記號に從ひ、三四五節に定めし符號に關する規約を守れば、(12) 式を

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{p-R}{q-R}$$

と記し得べし、即ち (7) 式を省み

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{n_{1,2}p}{q}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

なり。此關係は軸 LA に關する發散なる線 $L'A$ 及 $B'A$（圖に於ては $B'A$ の延長線上にあり）の屈折に由て生ずるものに就き考ふれば、直に演繹し得べし。A 點に於て法線は軸と一致するにより、此等の發散は投射角と屈折角にして、兩者の關係は從て屈折率に依て定めらる。

今二箇の任意なる表面 AMA' に於て趨る光線 $L'P$ 及 $L'Q$ を考へ、簡單に其遠く趨る場合にも亦 P 及 Q にて示すべし。此等は屈折後 $B'P$ 及 $B'Q$ に沿ひて趨るものなり。此等の兩光線の軸 $L'A'$ に對する發散を屈折前に $\Delta_{1,p}$ 及 $\Delta_{1,q}$ とし、屈折後 $\Delta_{2,p}$, $\Delta_{2,q}$, とすれば

$$\frac{\Delta_{1,p}}{\Delta_{2,p}}=\frac{q}{p}\quad 及び\quad \frac{\Delta_{1,q}}{\Delta_{2,q}}=\frac{q}{p},$$

にして、從て又

$$\frac{\Delta_{1,p}-\Delta_{1,q}}{\Delta_{2,p}-\Delta_{2,q}}=\frac{q}{p}$$

なり。左方の分子及分母は銳角を示し、兩光線 P 及 Q が L' 及 B' に於て互に相挾むものにして、之を ϵ_1 及 ϵ_2 と名く；當 ϵ_1 或は ϵ_2 は $\Delta_{1,p}-\Delta_{1,q}$ 及び $\Delta_{2,p}-\Delta_{2,q}$ が正なるか或は負なるかにより、又正となり負となるものなり。吾人は二・三の特別なる場合を論ずれば、ϵ_1 及 ϵ_2 は同一又は反對の符號を得るは、P の光線より Q の光線まで銳角だけ回轉せしむるに、L' 點に於けるものと B' 點に於けるものが向きを同うするか、或は反對なるかに依るなり。

終りに $n_{1,2}$ の代りに、第一及第二のメヂウムが空氣に對する屈折率 n_1 及 n_2 を入るれば

$$n_{1,2}=\frac{n_2}{n_1}$$

と置くを得べし、而して更に (13) 式に於て $\frac{p}{q}$ を $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ にて置き換ふれば次の如く式を記し得べし。

$$n_1h_1\epsilon_1=n_2h_2\epsilon_2 \quad\cdots\cdots(14)$$

今吾人は任意なる共心系の表面を考へ、第一屈折前に實或は虛の物體ありとし、而して順次其實或は虛なる像を生ずるものと考ふ。此等の像は順次相續く物質內に來る光線に依て現るゝに由り、簡單に其像は其物質內にありと云ふべし、然れども斯く言ふも必ずしも像が其物質內にありとするは正しからず。

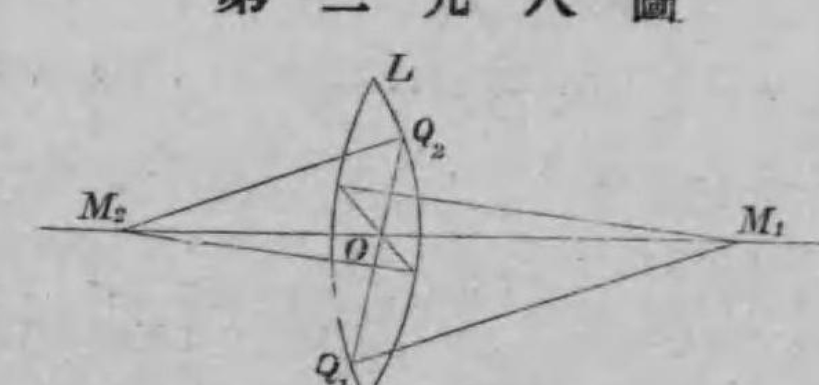
終りに二箇の任意なる光線にして、物體の任意なる點より出でゝ、軸と同平面にあるものを考へん。此等の線は各像に於て互に交り、今各回此等が像に於て相交る角度 ϵ、此像の軸に直角なる方向に於ける直線的大さ h、及び像の存在する物質の屈折率 n を區別し得べし。吾人は今各像につき、積

$$nh\epsilon$$

を作れば、此大さは到る處同じからざるべからず、故に又最終の像に就ても物體に於けると同一の値を有す。(14) 式により第一像に關する積は物體に關するものと其値を同うす、是に由て又第二像に就ても第一に於けるが如くならざるべからず、而して順次此關係あり。

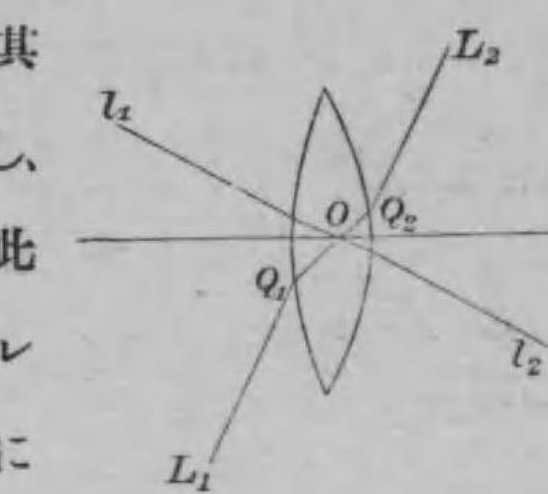
三五五　レンズの光學的中心點 (Optical Centre of a Lens.) L（二九八圖）は任意なるレンズにして、其曲率中心點が M_1 及 M_2 にあるものとす、此等の點より二個の平行線 M_1Q_1 及 M_2Q_2 を描き、Q_1 及 Q_2 の球面と交る點を連ぬれば、常に同一點 O に於て軸を通過するを證し得べし。是を以て此點（表面の相似點）は之を通する各線がレンズの表

第二九八圖



面を二點に切り、其點に於ける法線、從て又觸接面が同一方向を有するの特質を帶ぶ。今レンズを Q_1 に於て交る光線に（二九九圖）L_1Q_1 の方向を與へ、其方向はレンズ內に今定めたる點 O を通し、Q_1OQ_2 に沿ひ通過するものとす；斯して此光線は三四一節に論ぜしところにより、レンズと Q_2 に會し、Q_2L_2 の方向に L_1Q_1 に平行して過ぐべし。

第二九九圖



故に各光線にして O を過ぐる線上に趨る如く、レンズに投射するものは、レンズに投射せると同方向に之より出づるものなり。

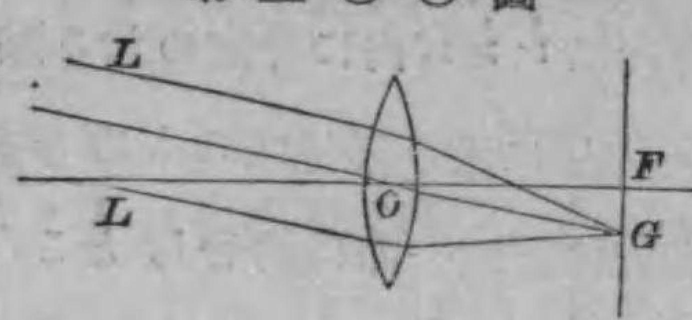
O 點を光學的中心點と名く；此點は兩凸レンズ或は兩凹レンズにして其表面が等く彎曲せるものにありては厚さの中心にあり、然れども其他の場合には兩面よりの距離は等しからず。一の平なる側面を有するレンズにありては、此點は軸が球面を切る點と一致す、凹凸レンズ及凸凹レンズにありては、點は硝子の外部にあり。薄き普通のレンズにありては、常に側面より離るゝこと僅なり、從て又前に定めたる主焦點距離 f は、光學的中心點より焦點迄の距離なりと言ふを得べし。

二九九圖の光線 $L_1Q_1Q_2L_2$ はレンズを通過せる後、投射線の延長せるものと等距離を有ち、レンズの厚さ薄ければ其距離は小なり。此場合に於て吾人は $L_1Q_1Q_2L_2$ の二回の折れを省略し得べし、故に l_1l_2 の如き各線は、最初光學的中心點に向ふときは屈折なしにレンズを通過すと言ふも事實に近し。

O を通ずる各直線を副軸と名く。

三五六　副軸の主焦點。コリマートル。(Principal Focus on a Secondary Axis. Collimator.)　前論を三五三節と相關連せしむれば、LLの如き(三〇〇圖)任意の方向に互に平行して、兩凸レンズに投射する光線が如何に屈折するかを容易に見出し得べし。總ての光線中 OG に沿うて投射するものは屈折なしに通過し、從て屈折後集合點 G は焦平面 FG と光線の方向にある副軸との相交るにより定めらる。

第三〇〇圖

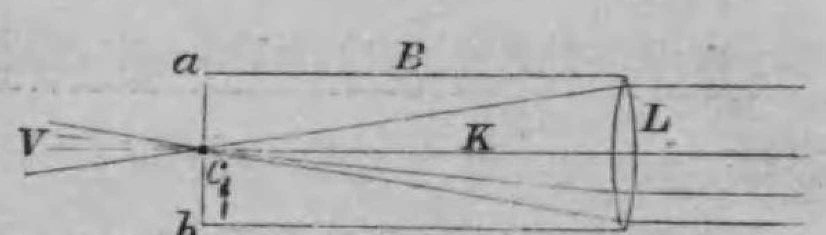


假にレンズの軸が太陽の中心に向ひ、上記の線、從て又線 L は太陽の緣の一點に向ふものとすれば、吾人は容易に焦平面に於て太陽の圓像が FG の半徑を以て生ずるを理解し得べし、(天日取り眼鏡)

上に證明せる定理に從ひ、G より出づる光線は、レンズを通過したる後、總て副軸 GO に平行す。

總ての研究に於て平行光線の一束を以て實驗するを宜しとす。平行光線を得んと欲すれば收斂レンズ L (三〇一圖)を小なる孔 C を附したる遮屏 ab と組合す。外部の光をレンズより避けんが爲め之を管の一端に置き、他端に小孔を有する遮屏を置く、斯してコリマートルと稱するものを得。口より或距離、例ば V に於て或廣さある光線を置きたるものとす。口が一點と考へらるゝときは、之に種々の向きに入る光線は單一なる錐形を作り、光は總てレ

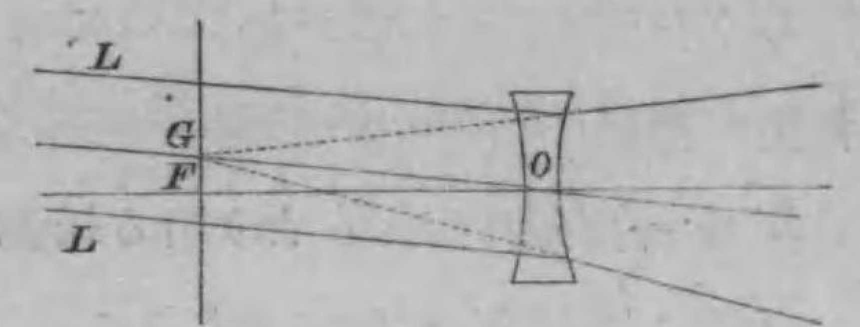
第三〇一圖



ンズより同方向に去るべし。普通口には細隙あり、其各點は光點と考へ得べく、レンズの他方に於ける光は種々の方向に於ける數多の光束より成ると雖、各自遂に平行光線を生ず。

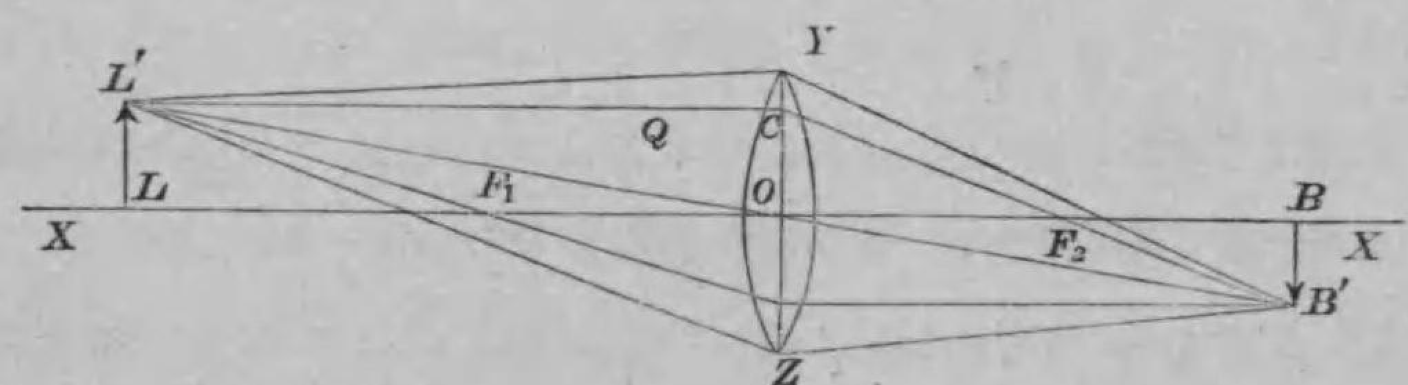
凹レンズに於て平行光束 LL が屈折せらるゝは、三〇二圖に示すが如し、此圖は同時に又光束の最初焦點面の一點に收斂したるものが如何になるかを示すものなり。

第三〇二圖



三五七　レンズに於ける像の作圖 (Construction of Images in Lenses.)　(a) 凸レンズ　三〇三圖に於て XX を軸とし、O を光學的中心とし、F_1 を第一 F_2 を第二主焦點とし、LL' を軸に垂直なる物體とす。吾人は L' の像を此點より出る二光線の趨向を追ふにより定め得べし。第一光線として $L'O$ をとり、第二光線として XX に平行する光線 $L'Q$ をとる。吾人は後の光線は F_2 を通ずるやうレンズを過ぐるを知る。然れども嚴密に言へば、其路は未だ定まらず、何となれば其二回方向を變ずるを以てなり、然れどもレンズが薄きときは、方向の變動を受くる點は甚だ相近くして、(今後始終斯の如きものと假定せん)、斯して二回の方向の變りは O を通じ軸に

第三〇三圖



直角なる平面 OY に於て起るものと見做し得べし。故に $L'Q$ が此平面を C に於て切るときは、CF_2 は出る光線にして、此線の $L'O$ の長線と交る點 B' は L' の像ならざるべからず、而して $B'B$ を軸に直角に描くときは全物體の像を得。

斯く利用せし光線の一を XX に平行して出るもの $L'F_1$ を以て置換へ得べし。

B' を一度知れば、L' より出る任意なる光線の如何に過ぐるかを知り得べし。L' が總ての方向に光を發するものとすれば、B' は光線錐 $YB'Z$ を受く、啻此錐内に又 B' の光線が前進すれば、眼球内の或現象を説明すること必要なれども、今暫く之を止めん。

圖上相似三角形の三對あるに注意す、而して各對は像と物體との大さに關する比例につき一の値を與ふ。OL を p, OB を q にて示し、$OF_1=OF_2$ を f にて示すときは、

$$\frac{BB'}{LL'}=\frac{q}{p}=\frac{q-f}{f}=\frac{f}{p-f}\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

にして、

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

なり。是を以て像の位置を計算し得べし。此範式は p 及 q の符號に關し、三五一節の規則に遵ふときは總ての場合に滿足せらる。

p の種々の値に就き作圖を行ひ、各回範式が如何なる結果を與ふるかを見るを必要とす。物體が主焦點距離 OF_1 内にあるときは、吾人は擴大せる直立像を得べし(三六一節三一三圖參照)

(b) 凹レンズ 作圖は收斂レンズと同じ方法に依り行ひ得べし、故に之を讀者に委ぬ。此レンズは實在の物體に對し常に小なる直立

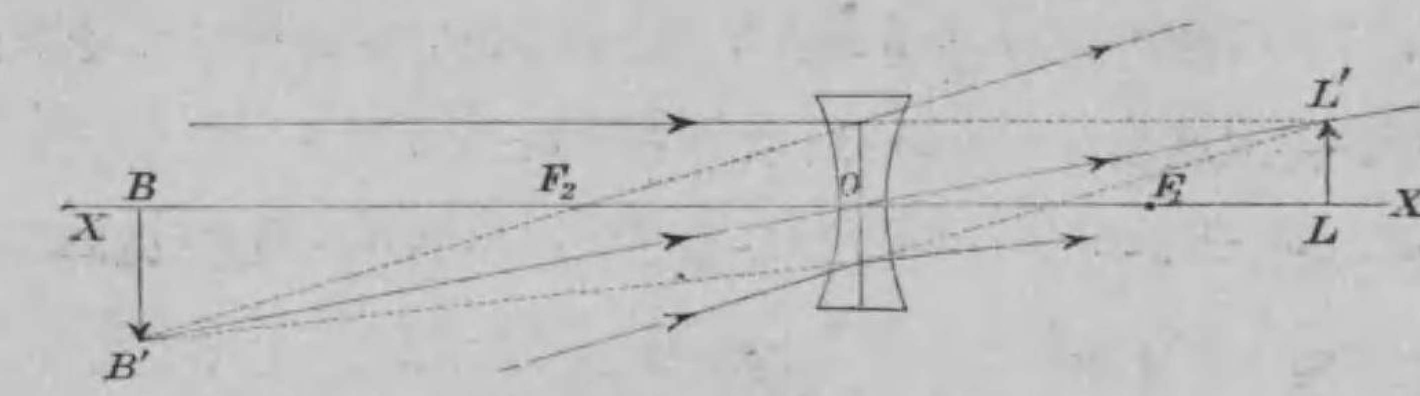
像を與ふ。

(16) 式は又凹レンズに依て滿足せらる。啻 f を負にとらざるべからず。

(c) 物體が軸に沿ひて動くときは像は常に同じ側に向ひ移るものなり。

(d) 虛なる物體の場合も亦凸レンズに於けるが如く、凹レンズに於て詳にするの要あり。三〇四圖は此場合を示すものなり。吾人

第三〇四圖



はレンズが左方に於て光線 $L'L$ の諸點に收斂するものに遇ふと考ふ。最初吾人は常に L' に向ふ線にのみ注意す。此線を通じ二線を描き、一は軸に平行に他は O を通過す、而して全體の投射線はレンズの左に於て此等の線に沿ひて趨り得べし。第一の光線は恰も其 F_2 より來りし如く屈折すべし、而して第二線は屈折なしにレンズを通過す。故に吾人は L' の像 B' と物體の虛像 BB' を見出すには更に説明を要せず。

今 (16) 式を應用せんと欲せば、自然 p に負なる値を置き換へざるべからず。

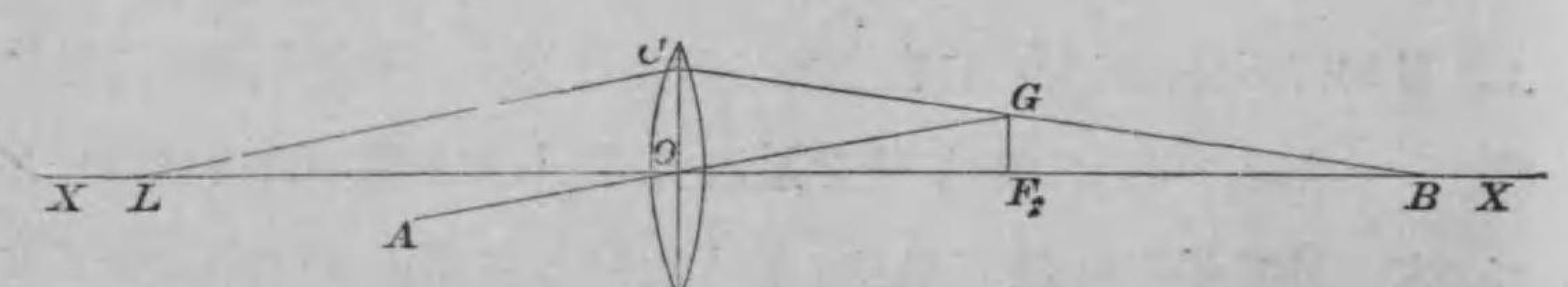
(e) 任意のレンズに就て像の位置が判明するときは、(15) 式の第一により其大さを知るべし; 像は物體と光學的中心點に對し、同じ側にあるときは直立し、反對なる側にあれば逆立す。

(*f*) 斯かるレンズが一系の一部分を構成するときは、三〇三圖に於ける LL' が既に像なるを得べく、而して L' よりは啻に限られたる光線錐の出るものあるべし、是れ啻透明物體が背面より僅かに擴かりたる光線により照さるゝ場合に屬す。今作圖に用ゐし光線か錐形中に現れざる場合も亦起り得べし。然れども作圖を變ずるを要せず、何となれば L' より出る總ての光線は遂に一の集合點を有し、存在する光線は缺けたる光線が相交るべき點を通過すべし。

(*g*) 物體にあらずして單獨なる光點 L' が軸外に與へらるゝときは、上圖に與へられたる作圖を應用し得べし。啻光點 L のみが存在するときは等しく又始めに單に想像的に假定せる L' 上にある第二點の像 B' を作り、次に B' より軸上に直立線を描き得べし。

光點 L が軸上にあるときは、三〇五圖に示す如く又作圖を爲し

第　三　〇　五　圖



得べし。茲に任意なる光線 LC を論じ、之に平行に副軸 AG を描くときは、屈折後 LC の AG に平行に投射するは總て他の光線と同じく、副軸の焦平面を通過する交點 G を過ぎざるへからず。是に由て屈折線 CG と、從て又像點 B を定む。

(*h*) 軸上に於ける光點と之に共軛なる像點とに就ても (16) 式は常に滿足せらる。

(*i*) 通過したる光錐の光線の收斂或は發散は、投射錐のそれと常に異れり。凸レンズにして、例ば平行光線が收斂せらるゝとすれば、

既に存在する收斂を强くし、發散を弱め、止め(二九一圖三五二節)或は遂に收斂と爲すことあるべし。

三五八　等軸のレンズ二枚の組合せ (Combination of Two Lenses on the Same Axis.) 斯の如き組合せの生ずる像を詳く説明し、之に關する作圖の數回の應用を重ぬることは茲に省略すべし。吾人は啻軸に平行に第一レンズに落つるものゝみを論せん。

此レンズの主焦點距離を f_1 とし、第二レンズのそれを f_2 とし d を光學中心點の距離とす。第一レンズを通過したる後、光線の集合點は第二レンズに就きて光點と考ふるを要す、之に相當する像點を組合せの主焦點と名く。吾人は第二レンズの背に於ける此點の距離を φ と名く。

今 (16) 式を第二レンズに應用せんが爲め、吾人は p を $d-f_1$ にて q を φ にて f を f_2 にて置換へざるべからず。是に由て吾人は

$$\frac{1}{\varphi}=\frac{1}{f_2}+\frac{1}{f_1-d}$$

を得。レンズが直に相連續するときは、厚さを非常に薄きものとすれば d を省略し、此系は單一のレンズにして、焦點距離は

$$\frac{1}{\varphi}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\qquad\cdots\cdots(17)$$

に依て定めらる。固より f_1 及 f_2 が兩ながら正なるときは、$\varphi<f_1$ 及び $<f_2$ なるべし、第二レンズは第一レンズに依て生ずる收斂を大にし、前と平行せる光線は是に由てレンズ背に尙濃厚に集合せざるべからず。

薄きレンズの作用は上論により全く主焦點距離に依て定めらる。

此距離小なれば、レンズの作用は大にして、光線に大なる收斂か或は發散を與ふ。

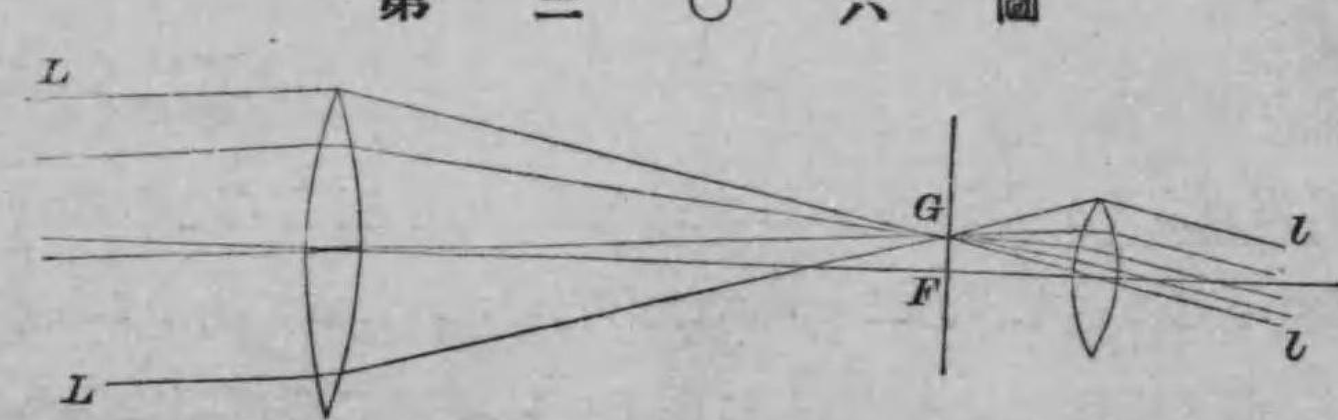
主焦點距離の代に、其逆値を以てレンズの作用を定むるものとなし得べし。此逆値を强さと名くれば、(17) 式により二枚のレンズが直に相連續するとき、其强さは各自の値を代數的に加へたるものなり。

f が米突にて表さるゝときは、$\dfrac{1}{f}$ は眼科に於ける常用語なるレンズのヂオプトルの數を表すものなり。

レンズが互に或距離に離るゝときは斯の如く簡單ならず。吾人は双方のレンズが凸にして、投射線は軸に平行なりと假定す。斯して $d<f_1$ 或は $>f_1+f_2$ なるときは、通過線は收斂す、然れども d が f_1 と f_1+f_2 との間にあれば發散す、後の場合に於てはレンズ系は或度迄單一なる凹レンズの如く作用す。

終りに $d=f_1+f_2$ なれば、光線は互に平行に出づ、而して一見兩レンズ共特別の光學作用を生せざるが如き觀あり。然れども之に反し、光線が軸に平行せずして投射する場合を論ずれば其異るを悟り得べし。斯の如き光線 LL は最初 G に集合し(三〇六圖)、而して

第 三 〇 六 圖



遂に l の線に沿ひて G を第二レンズの光學中心點と連ぬる線に平行に出づ。線の主軸に對する發散は、兩レンズにより反對の記號

を有し、又他の値を得たり。符號を省略し、$\varDelta$ を投射線の發散とし、$\varDelta'$ を通過線のそれとすれば

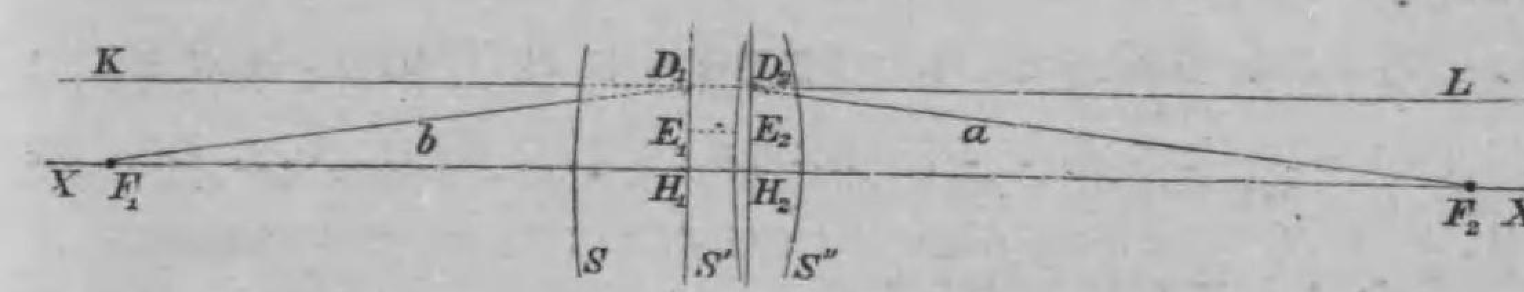
$$\frac{\varDelta'}{\varDelta}=\frac{f_1}{f_2}$$

なり。二枚のレンズの一系にして、玆に論せし如きものを望遠系と名く。

三五九　光學系の一般理論 (General Theory of Optical Systems.)

$SS'S''$ (三〇七圖及三〇八圖) は中心系の屈折表面にして、三四九節に論ぜし如く、軸

第 三 〇 七 圖



XX を有するものとす。KL は XX に平行せる任意なる線なり; 斯の如くして光線は左よりするか、或は右よりするか、此線に沿ひて系に投射するものとし、數回三四八節に論せし方法を應用して、如何に此場合に於て通過線が趨るかを檢す。吾人は又投射光線が左より來るときは、通過線 a の軸と KL とを切る點 F_2 及 D_2 を定め得べく、光線が右より投射すれば、之に相當する點 F_1 及 D_1 を定め得べし。

F_1 及 F_2 は系の第一主焦點と第二主焦點にして、D_1 及 D_2 の意味を此處に索めんと欲す。

第一、D_2 は D_1 の像なること明なり。吾人は Lb の趨向を反對にし得べし、斯して二線 KD_1 及 b は第一の屈折前に D_1 に交り、最終の屈折後 D_2 を通ずる線(即ち a 及 D_2L) に趨るを見る。次に D_1H_1 及 D_2H_2 が軸に直角に描かるゝときは、D_2H_2 は D_1H_1 の物體の像なることを結論し得べし。此像及物體は虛又は實なるを得べし、而して圖に於ける如く D_2H_2 は D_1H_1 の右にあらずして、左方にあることあるべ

し。總ての場合に於て物體の位置につき、像が物體に同くして直立することを見出し得べし。

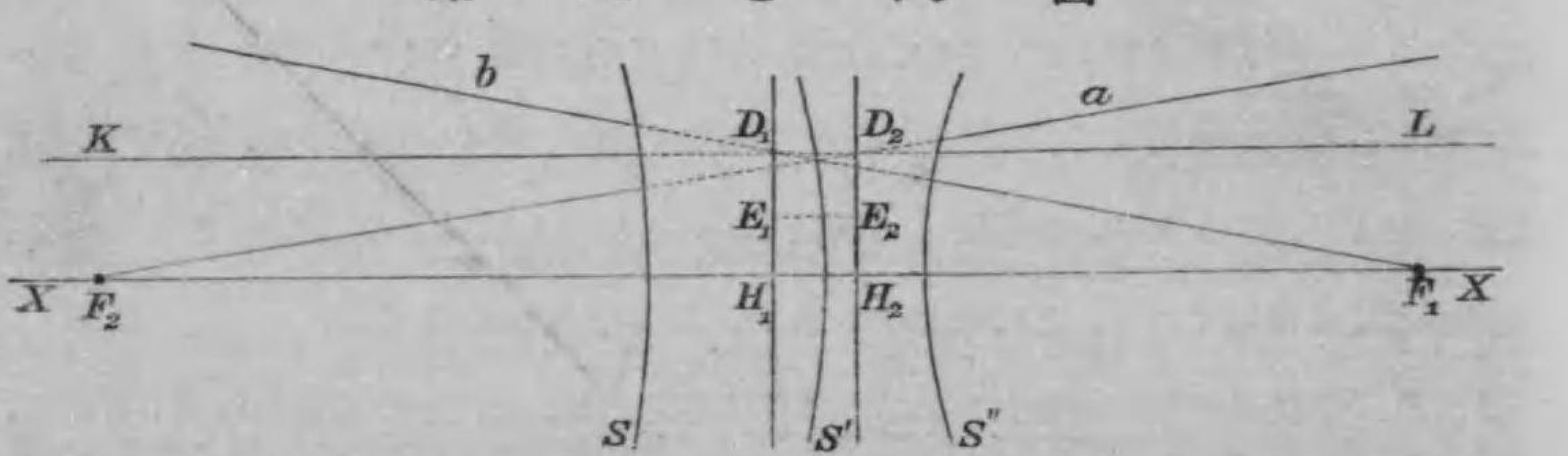
物體と像とは相似るにより、D_1H_1 を或比に分つ一點 E_1 より、一點 E_2 に於ける像を生じ、D_2H_2 を同じ比例に分つべし、從て自然 $H_2E_2=H_1E_1$ なり。

H_1 及 H_2 を主點と名づけ、H_1D_1 及 H_2D_2 を系の主平面と名く。此等の點の性質は次の如く表し得べし；第一屈折前に第一主平面の一點 E_1 を通過する各光線は、最終の屈折後第二主平面の點 E_2 を通過し、其點は E_1E_2 を軸に平行に描きて得らる。

既に論ずる如く主點の位置は理論的に決定し得べし、又實驗により之を見出し得べし。之と主焦點の位置とが既知なるときは、光學系の與ふる像は單一なる薄きレンズに依て得らるゝものと同じく、此位置を簡單なる作圖と計算に從つて知り得べし。

此證明を與ふる前に、吾人は光學系の一般理論に於て、第一主焦點距離 f_1 は、第一主點より第一主焦點の距離を示し、第二主焦點距離 f_2 は F_2 と H_2 との距離を示すことに慣用せるを記す。次に F_1 が H_1 の前にあるときは、f_1 は正にして、f_2 の正なるときは、F_2 が H_2 の後にある場合なり。三〇七圖に於ては、斯して兩焦點距離は正にして、三〇八圖に於ては兩ながら負なり。此等は互に異れる符號を有する能はず。

第 三 〇 八 圖



最終に言ひしことを證明せん爲め、吾人は三五四節に於て證明せる定理を物體 H_1D_1 及像 H_2D_2 に應用す、又 KD_1 及 b に沿ひて投射する線を P 及 Q と名けん。H_1D_1 及第一屈折面の前方にあるメヂウムとに關する大さに指數 1 を附し、H_2D_2 及最終のメヂウムに關するものを指數 2 にて表せば、

$$n_1h_1\epsilon_1=n_2h_2\epsilon_2 \text{..................} (18)$$

ならざるべからず。然るに h_1 及 h_2 は同符號なれば、ϵ_1 と ϵ_2 も符號に於て相一致す；

換言すれば、D_1K より b に向ふ回轉は、a の D_2L に回轉するものと同方向にあらざるべからず。此事情は兩圖に於て滿足せらる、然れども $f_1 f_2$ が反對の記號を有するときは、最早滿足せられず。

焦點距離間の簡單なる關係は、$h_1=h_2$ にして、ϵ_1 及 ϵ_2 の絕對値は $\frac{h_1}{f_1}$ 及 $\frac{h_2}{f_2}$ に依て與へらるゝを注意すれば見出し得べし。是に由て (18) 式は

$$\frac{f_1}{n_1}=\frac{f_2}{n_2}$$

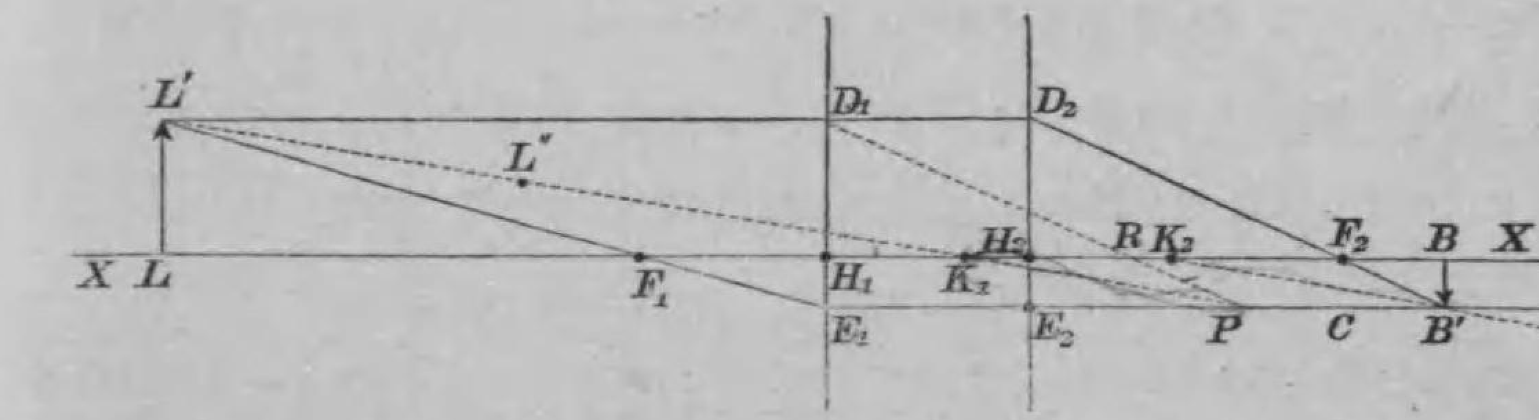
に變ず。第一屈折面の前方と最終屈折面の後方に於けるメヂウムが相等しきときは、$n_1=n_2$ にして

$$f_1=f_2$$

なり。焦點距離の符號に從ひ、光學系はレンズに於けるが如く（三五二節）二群に分ち正及負と區別し得べし。

像の作圖は三〇九圖に與へらる。圖上屈折面を畫かざるも、作圖は主點と焦點とが與

第 三 〇 九 圖



へらるゝときは行ひ得べし。又 f_1 f_2 は互に異れりと假定す。

物體 LL' の頂點 L' より二線を描き、一は軸に平行に、他は F_1 を通過す。是等の線は第一主平面を D_1 及 E_1 に切り、從て總ての屈折を經たる後、第二主平面を D_2 及 E_2 に於て切るべし。第一線は遂に D_2F_2 に沿ひ、第二線は E_1C に沿ひて軸に平行す。斯の如くして像點 B' と索められたる像 BB' を得。

此作圖に依り更に重要なる定理を演繹し得べし。吾人は D_1F を D_2B' に平行に描き、D_1P と E_1B' の交點 P を L' と連結す。連結線は軸の一點 K_1 に於て交り、其位置は式

$$F_1K_1=E_1P\times\frac{L'F_1}{L'E_1}=E_1P\times\frac{D_1H_1}{D_1E_1}=H_1R=H_2F_2=f_2 \text{............} (19)$$

に依て與へらる。式中 R は D_1F と軸との交點を示すものなり。

斯して $B'K_2$ を PK_1 に平行に描けば、軸上に點 K_2 を得、此點は $K_1K_2=H_1H_2$ の式を滿足し、從て

$$F_2K_2=F_1F_2-F_1K_1-K_1K_2=F_1F_2-H_2F_2-H_1H_2=F_1H_1=f_1 \quad\cdots\cdots(20)$$

なり。(19) 及 (20) 式により、點 K_1 及 K_2 は H_1、H_2、F_1 及 F_2 が與へらるゝとき吾人が容易に見出し得る軸上に固定す。吾人は K_1 を第一節點、K_2 を第二節點と名く。此等の點は圖に明なる如く、任意なる光點を K_1 と連れたる線と、之に屬する像點を K_2 と結べる線とが互に平行なる特性を有す。

總て L' より出る光線の内、$L'K_1$ に沿ふ一線あり。此一の光線に關しては線の他の點 L'' を光點と考へ得べく、$L'K_1$ に屬する線は L'' の像と L' の像とを過ぎざるべからず。他方に於ては又一の像と他の像が、K_2 より $L'K_1$ に平行に描かるゝ線上にあらざるべからず。此線は $L'K_1$ より生ずる光線にして、節點の特性を又次の如く表し得べし。

第一屈折前に、第一節點を通過する方向にある各光線は、最終の屈折後第二節點を通し、最初の方向にある一線に出づ。

總ての前記の議論は又負系(三一〇圖)に敷衍し得べし、又玆に節點は

$$F_1K_1=F_2H_2 \qquad F_2K_2=F_1H_1$$

の關係により定めらる。正系にありても亦負系にありても節點は主點と一致す、但し第一屈折面の前方と最終屈折面の後方に同物質ありて、$F_1H_1=F_2H_2$ なる條件を滿足する場合に限る。

節點が既知なるとき、像を作るに之を利用し得べきは證明を要せず。旣に記せるが如く、像の位置を計算するも亦簡單なり。物體の第一主點よりの距離を p とし、第二主點より像の距離を q とすれば、三〇九圖により

$$\frac{BB'}{LL'}=\frac{f_1}{p-f_1}=\frac{q-f_2}{f_2}$$

にして、從て

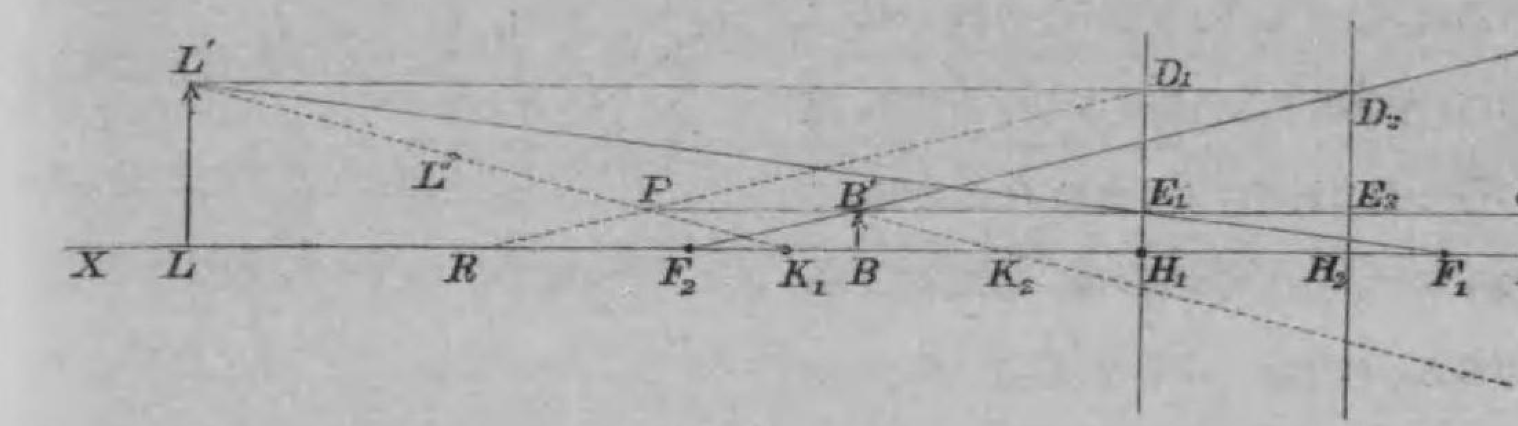
$$qf_1+pf_2=pq \quad\cdots\cdots\cdots(21)$$

なり。而して $f_1=f_2$ なる特別なる場合には

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=\frac{1}{f}$$

なり。(21) 式は總ての場合に滿足せらる、例ば三一〇圖に於て、f_1 f_2 に正當なる符號

第 三 一 〇 圖



を與ふれば、L が第一主平面の前方にあるとき p を正なりとし、B が第二主平面の後にあるときは q を正とす。

q の値を出せば、如何なる比に L より出る任意なる光線の發散が全體の屈折によりて變るかを知り得べし。此線が第一主平面を、例ば D_1 にて切るとすれば、通過したる線は D_2 を通じ、而して圖より直に發散の比として

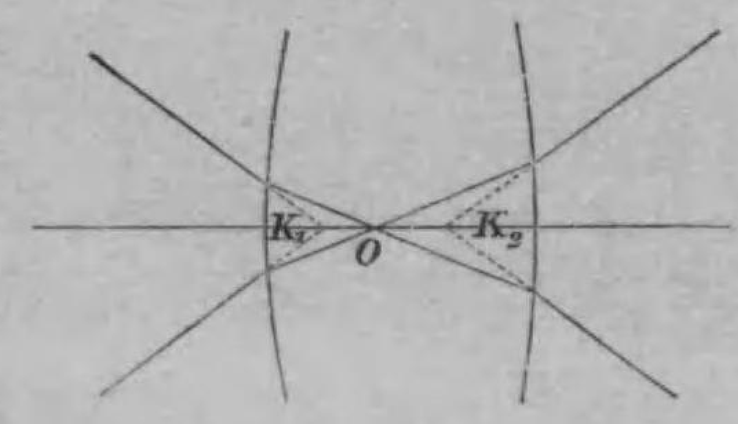
$$\frac{\delta_1}{\delta_2}=-\frac{q}{p} \quad\cdots\cdots\cdots(22)$$

を得。玆に簡略に其梗概を擧げたる理論を全くせんが爲め、吾人は尙方程式を擧げ、是に由て任意なる屈折面につき諸主焦點及主點(全體を主要點と名け得べし)の位置を定めざるべからず。玆に訾吾人は屈折面系が、二の相續く群に分れ、之を I 及 II と名くれば、各群を一系として考へたるとき、其點が與へらるゝときに全系に就き主要點を定むべき方針を與ふるに限らん。

此目的を以て、軸に平行に之より h の距離に於て I の前面に投射する光線を考へん。此線が I を通じ軸を切る點は旣に定めらる、何となれば此點は I の第二主焦點なればなり、且吾人は其線が如何なる角度に於て軸に交るかを知り得べし。斯く記載せる焦點を II を通ずる屈折に對する光點なりと考ふれば、吾人は (21) 式及 (22) 式を應用し、光線は II を通じ、何處に軸を切り、從て全系の第二主焦點は何處にあるやを見出し得べし、而して又其軸に交る角度も與へ得べし。然るに全系につき(三〇七及三〇八圖) F_2 の位置と角度 $D_2F_2H_2$ 即 δ が既知なるときは、是に由て H_2 の位置を定め得べし、何となれば $F_2H_2=\frac{h}{\delta}$ なればなり。

簡單なる場合は厚さを省略し得べからざる一枚のレンズにあり。兩側に同物質あるときは節點及之と一致する主點を定むるに他の方法を與へ得べし。吾人は最初（三五五節）光學中心點 O（三一一圖）を索め、三四八節の方法により、光點 K_1 の第一屈折により O を像點とし共軛なるものを索め、更に K_2 の第二屈折により光點 O と共軛なるものを索む。斯して光線の第一屈折前に K_1 に向へるものは終に K_2 を通過せざるべからず、而して其レンズ內に O を通ずるにより、最初の方向に趨らざるべからず。由て K_1 及 K_2 は節點なり。

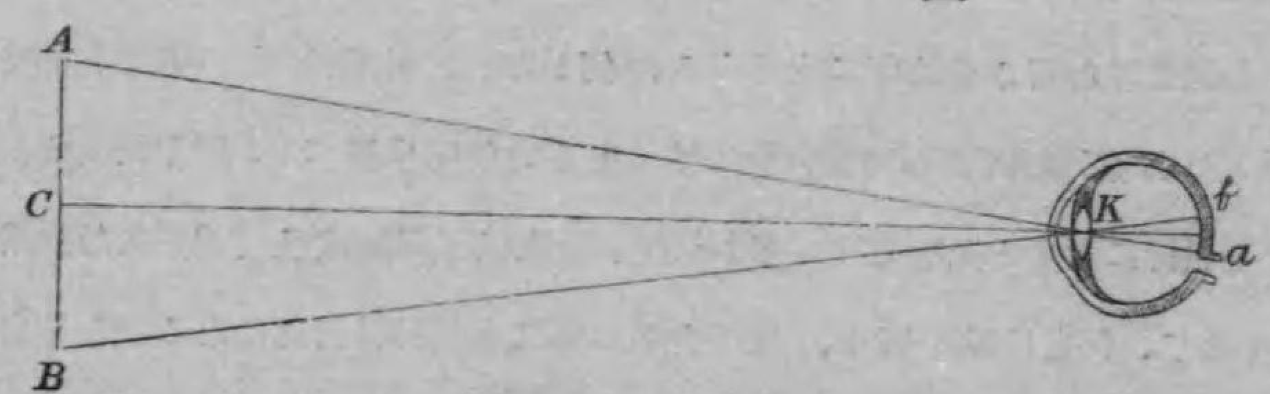
第三一一圖



三六〇　物體の見ゆる大さ (Apparent Magnitude of an Object.) 物體は屈折面が吾人の眼に其鮮明なる像を網膜に投射するとき明に視るを得べし。網膜は眼の後壁を覆ふものにして、吾人は多少眼を變じ遠距離に於ける物體の像を生ぜしめ、又直に近距離の物體の像を生ぜしむる適應能を有す。物體は像が網膜の大部分を覆ふ場合に增大して顯れ、且其細微なる點を區別し得べし。

眼の硏究により其何れの距離に適應さるゝも、物體の點を網膜上の其像と連ぬる線は殆んど眼中の一點 K を通じ（三一二圖）K は網

第三一二圖



膜より不變の距離にあり、之を節點と名く。眼が他の光學系と同じく有する兩節點は甚しく相接近す。故に網膜像 ab の大さは、角度

akb 即ち AKB に比例し、此角は物體の端點を K と連ぬる線が互に挾むものなり。吾人が「物體を見る角度」は「見ゆる大さ」の量にして吾人の眼に感覺を與ふる大さなり。

此角を常に小なりとすれば、$AB=l$ が物體の「線狀」の大さにして、K より KC に直角なる向きに物體迄の距離が d なるときは、（或は稍不精密なれども眼よりの距離）見ゆる大さを弧度法にて表せば

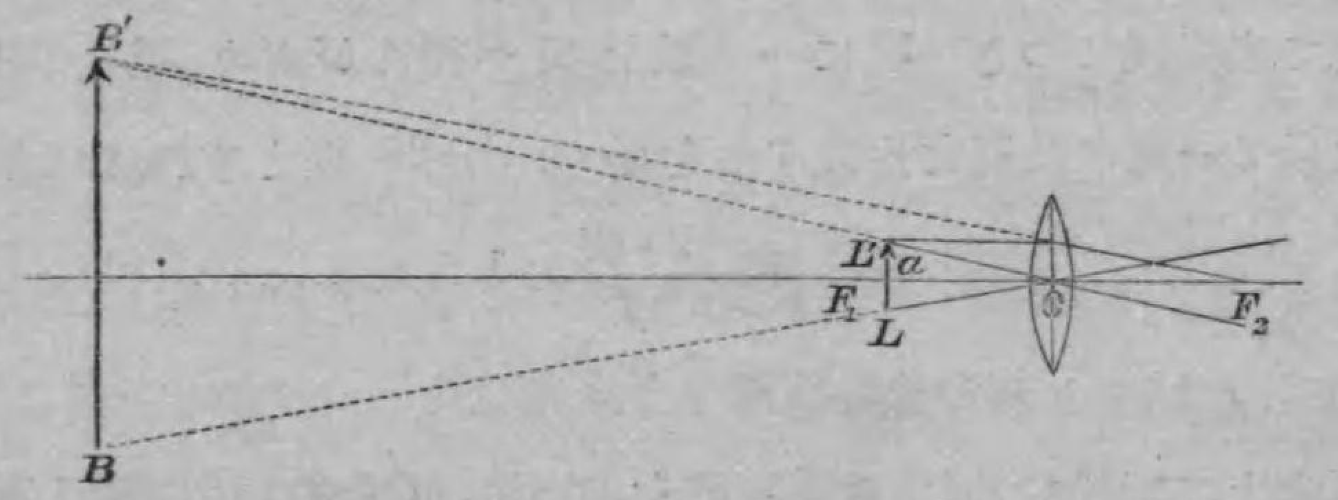
$$\frac{l}{d}$$

なり。

三六一　蟲眼鏡及顯微鏡 (Magnifying Glass and Microscope.) 小なる物體より網膜像の大なるものを得んには、唯 d を小にするを必要とす、然れども總て眼は或距離內に入れば物體を鮮明に見る能はざるものなり。「蟲眼鏡」(擴大硝子)若くは顯微鏡は、小なる物體より大なる網膜像を作り、肉眼を以て觀測するより大ならしむるものなり。

(a)　蟲眼鏡は簡單なる收斂レンズなり。目的物 LL'（三一三圖）を眼鏡の主焦點距離內にあらしめ、直立せる虛像 BB' を生じ、眼

第三一三圖



より適當なる距離に之を置けば鮮明に見るを得べし。

b は BB' なる像の大さにして、d が眼よりの其距離なりとすれば、眼に由て見らるゝ像の見ゆる大さは $\frac{b}{d}$ なり。

肉眼を以て物體を見るときは、之を距離 d に置かざれば鮮明なる能はず、而して $LL'=l$ とすれば、此場合に於ける見ゆる大さは $\frac{l}{d}$ なり。

比

$$V=\frac{b}{d}:\frac{l}{d}=\frac{b}{l}\cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$

は蟲眼鏡を使用し、其無き場合より網膜像の大さが幾倍大なるかを與ふ、是れ蟲眼鏡の生ずる倍率なり。

像 BB' の蟲眼鏡よりの距離を y とすれば、F_2 を頂點とする三角形は相似なるに由り、三一三圖は

$$\frac{b}{l}=\frac{y}{f}+1$$

を與ふ。此實の擴大は同一の蟲眼鏡にありても一定せる數にあらずして y に關係す。蟲眼鏡を眼に接近せしめ、$y=d$ と置き得る場合に最大なり。此場合に於て、d により擴大を見出し、吾人が鮮明に見得る距離を定め得べし、而して觀測者を異にすれば此距離も亦異れり。

總て蟲眼鏡につき、V に一定數を與へ得んが爲め、種々の擴大硝子を以て一定の尺度を比較するを要す；$d=25$ 糎とすれば倍率は

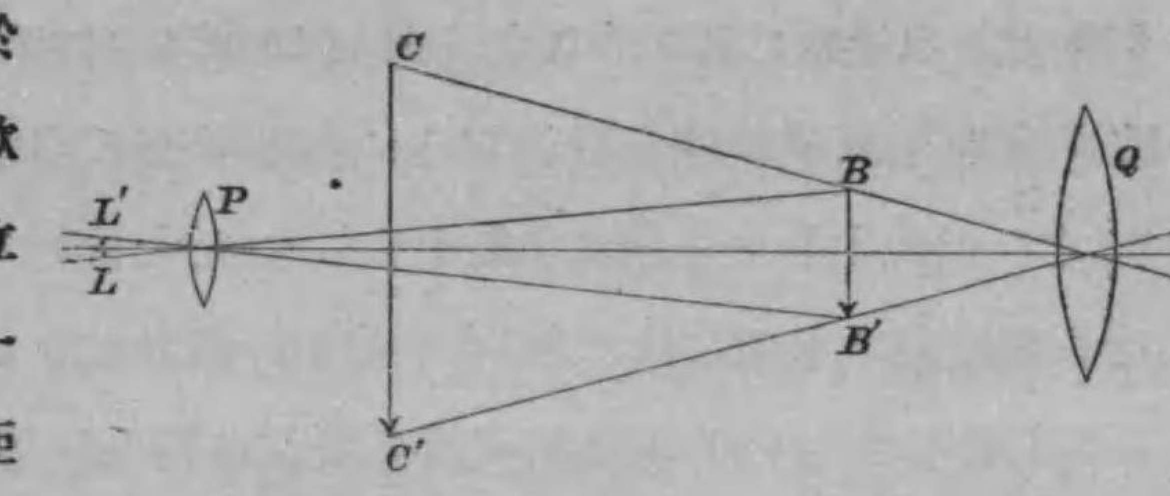
$$V=\frac{25\text{糎}}{f}+1\cdots\cdots\cdots\cdots(24)$$

にして、f はレンズの焦點距離なり。

便宜上、二五糎の固定せる距離を、明視の距離或は視距離と稱す、然れども完全に之に該當する能はず。

强き擴大を得んが爲め、吾人は顯微鏡を使用す。此器械は(三一四圖)其最も簡單なる形狀に於ては二枚の收斂レンズより組立てらる。其第一 P は短き焦點距

第三一四圖



離を有し、物體 LL' に向ひ對物鏡と名く；第二 Q は大なる焦點距離を有し直に眼前にあり、對眼鏡と名く。物體は普通透視するを得べく透射線に依て之を吟味し、少しく對物鏡の主焦點距離外にあり；此レンズは光線を器械の管に集合し、而して擴大したる逆立の實像 BB' を生ず。對眼鏡は此像の後にありて、其距離は像 CC' を見るに恰も蟲眼鏡を以てするが如くならしむ。

倍率とは、顯微鏡にありても、亦吾人が器械を以て物體を見たるとき見ゆる大さと、器械なくして之を見たる大さの比を云ふ。玆に又蟲眼鏡に於けるが如く、一定の觀測者が得たる實の倍率を與ふることなく、肉眼を以て觀測するときは物體が「明視距離」に置かるゝものとし、顯微鏡の對物鏡の前に置かれたる物體が、此距離に於て又眼に判明なる像を與ふるやう、調節せらる。上記の條件が滿足せらるゝとき換言すれば、物體と像の實在の大さの比は倍率なり。倍率は、對物鏡が生ずるものと、其光學的中心の物體及實像よりの距離とより計算し得べきものと、對眼鏡が生ずる倍率の (24) に於て定めらるゝものとを乘ずるにより見出さる。

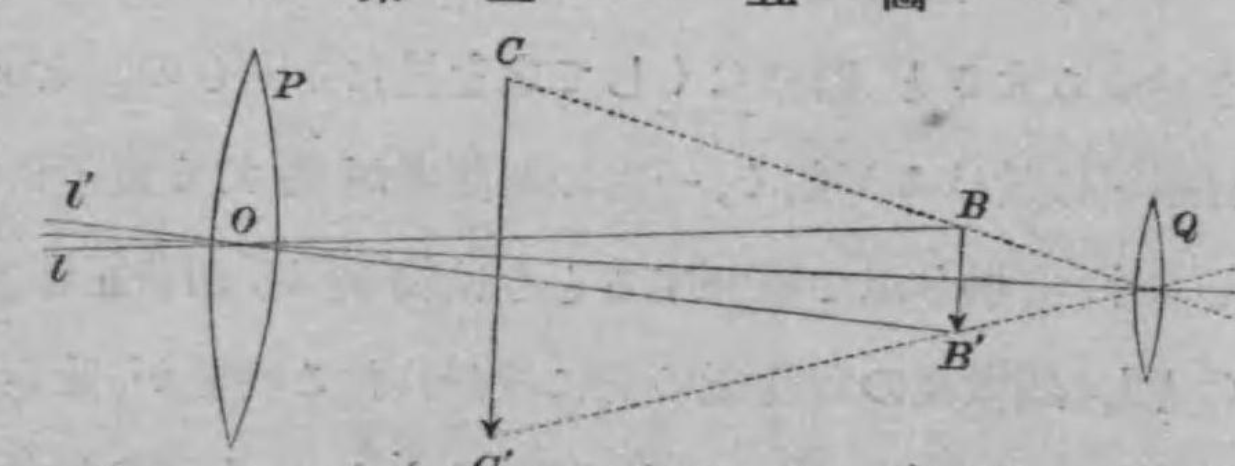
三六二　振動顯微鏡 (Vibration-Microscope.) 振動する物體の光學

的研究に 顯微鏡の對物鏡は筒と連結せずして音叉 A の一脚に附著するものを利用す。顯微鏡の軸が直立するときは、音叉は振動するとき、對物鏡が水平線に振動する如く置かる。此レンズ下に第二の振動物體 B, 例ば音叉或は絃を置き、其上に光點(小なる水銀粒或は澱粉を置き、之に焔の光をレンズにて集中せしもの)を付して之を觀測す。B の振動方向は水平なれども A の方向に直角なりとす。若し A のみが振動するとせば、光點の見ゆる變位は吾人が容易にレンズの性質より推算し得べきものなり。同時に A 及 B が運動するときは、二箇の互に相直立する振動の合成に依て、前に(三一八節)記載せし模樣に現るゝ光の線を觀測すべし。

三六三 望遠鏡 (Telescopes.) 此等の器械は肉眼にて物體を見るより大なる角度に觀測せんが爲め使用せらる。

(a) 天體望遠鏡(三一五圖)は顯微鏡の如く、二枚の凸レンズ P 及 Q より成りて、吾人は此符號を以て兩レンズを區別せん。此器械に於ては、對物鏡 P は對眼鏡より著しく大なる焦點距離を有す。遠方の物體は對物鏡により逆立實像 BB' を、第二主焦點に於て或は之に近く生じ、此像は顯微鏡に於けるが如く對眼鏡に依て觀測せらるゝにより、吾人は像 BB' を見るなり。

第三一五圖



望遠鏡の「倍率」は、物體の像を器械に依て見る角を、肉眼に依て其

實際にある有樣に遠距離にある物體を見たる角度にて除したる數なり。第一角の代りに、吾人は實像が對眼鏡の光學的中心より見らるべき角をとり、物體の距離が望遠鏡の長さに比し、甚しく大なるときは、第二角を定めんが爲め、眼が恰も對物鏡の光學的中心にあるが如く考へ得べし。第二角は lOl' にして、實物が O より見らるゝ角度 BOB' に等し。實像の線狀の大さを l とし、d_1 を對物鏡の光學的中心よりの距離とし、d_2 を對眼鏡の光學的中心よりの距離とすれば、倍率は

$$V=\frac{l}{d_2}:\frac{l}{d_1}=\frac{d_1}{d_2}$$

なり。

然るに d_1 は對物鏡の焦點距離と、d_2 は對眼鏡の焦點距離と、何れも僅の差あるを以て、吾人は倍率を焦點距離に依て互に除したるものとなし得べし。

今記せし事項を説明せんが爲め、三〇六圖(三五八節)を利用せん。實際圖上に表せるレンズの組合せは、天體望遠鏡を無限大の距離に調節せるものにして、眼が無限大の距離を明に見、從て光線 ll の網膜に集合し得るものと假定す。今光線 LL が軸と爲す角度は、肉眼を以て觀測する物體の見ゆる大さを示し、之に相當する光線 ll に關する角度は、望遠鏡を以て觀測する大さを示すものなり;此等の角度間に三五八節に記せる關係あり。

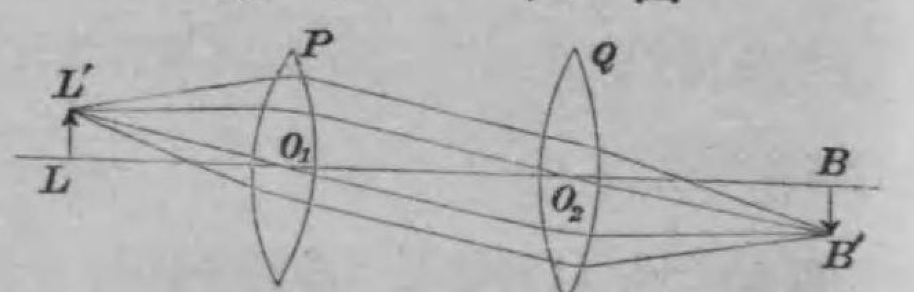
觀測者を異にすれば眼の異るにより又距離を大にするか、或は小にするときは、望遠鏡の使用上、對眼鏡を動かさゝるべからざるは證明の要なし。故に對眼鏡は特別の管に篏まり、對物鏡を据へたる筒内に動かすを得べし。

顯微鏡にありても亦時としては斯の如き調節法を利用す、然れども普通は物體を變位せしむ。

天體望遠鏡は逆立の像を生ずるも、多くの場合に於て支障を生ずることなし、故に天體觀測及多くの物理的研究に於ても亦斯の如き望遠鏡を使用す；吾人が特に附言せざるときは、望遠鏡と稱すれば天體望遠鏡なるを知るべし。

(*b*) 三一六圖に於て P 及 Q は二枚の凸レンズにして、LL' は P の主焦點に於ける物體なり。L' より出る光線は P を通じ $L'O_1$ に平行となる、是に由て Q を通じ B' に集合す、是れ O_2B' を $L'O$ に平行に、Q の焦點面まで描くにより得らるゝものなり。故に LL' の逆立像を生ず。

第三一六圖



地上望遠鏡の天體望遠鏡と異るは、斯の如き一對のレンズあるにあり；是に由て三一五圖の實像は對眼鏡により見らるゝ前に正立す。

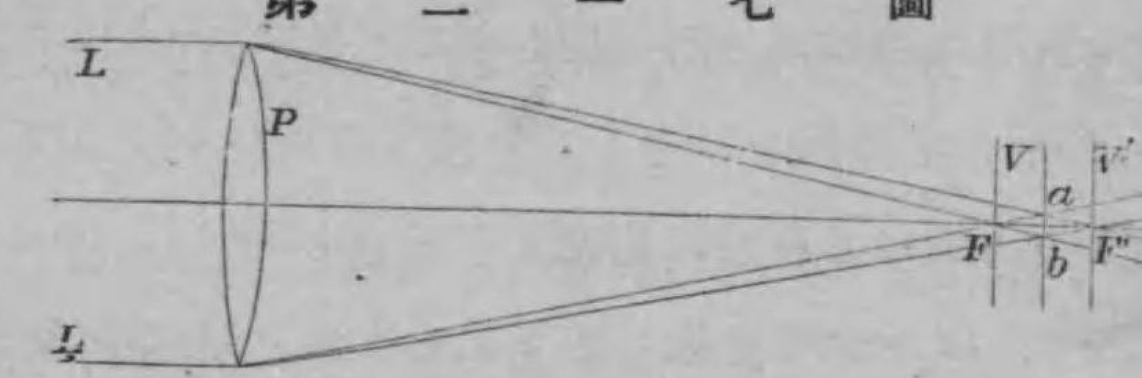
(*c*) オランダ望遠鏡或はガリレイ望遠鏡（例ば普通の双眼鏡）は直立せる像を與ふ。鏡は二枚のレンズより成り、一は收斂レンズにして對物鏡となり、一は發散レンズにして對眼鏡となる。對眼鏡は三〇四圖三七五節）對物鏡より來る光線の路に在りて像 LL' に集合する以前にあり、斯して眼は物體と同じ位置を有する像 BB' を見る。

(*d*) 甚しく小にして、比較的遠距離にある物體に對し、啻二枚の收斂レンズより成る光學器械を利用し得るのみならず、又中間の距離にあるものに就ても利用し得べし。故に顯微鏡と望遠鏡間に判明なる境界を措く能はず。

三六四　レンズの色收差 (Chromatic Aberration of Lenses.) **色消しレンズ** (Achromatic Lenses.) 像を純潔ならしむるには、上に假定せるより稍單純ならざる裝置を光學器械に與ふる二樣の理由あり。第一、光は數多の光線より合成せられ、各種類の光は屈折を異にす（三三九節）次に吾人が既に擧べるレンズの理論は決して十分に且概ね實在し得べからざる假説に基くものなり。

色の分解の影響を表象せんが爲め、白光の一束 LL' が（三一七圖）軸に平行に收斂レンズ D に投射せるものを考ふ。光に含まるゝ青光及赤光——唯此二種の光に就てのみ論せん——は屈折を異にし、例ば青は F に赤は F' に集合す、換言すれば焦點距離は光の色に關係す。遮屏 V を F 點に置けば、之に現るゝ光點の緣は赤色を帶び、F に於て V' の遮屏を置くときは、青色を帶ぶる緣あるを見る。遮屏を何處に置きても總ての光線を無色なる像點に集合せしむることは最早不可能なり。

第三一七圖



レンズに對し有限なる距離に光點を置く場合には、同樣なる色の分解は、影響を生ずるものにして、一般に分解の結果として、物體の像は鮮明を缺き、彩りたる緣を現す。

此事項は、望遠鏡の創作者をして、非常に大なる焦點距離のレンズを用ゐ、是を避けしめたり、隨て器械は甚しく長かりしなり。吾人が色の分解を示すこと僅少なる、或は全く之を示さゞる對物鏡を作る

を學びし後、望遠鏡を今日の完全なる程度に進ましむるを得たり、而して斯の如き對物鏡は色消しなりと稱すべし。

色消レンズ或は正確に言へば色消しレンズ系を作り得ることは、異種の硝子が不同なる光學性質を帶ぶるに基けり。鉛を含まざるクラウン硝子と、鉛を含めるフリント硝子とを區別す。此書の結尾に與ふる表を見れば、フリント硝子は各光線に對し大なる屈折率を有し、屈折率の赤光と青光に對する差別は、クラウン硝子の之に相當する差に對し、著しき程度に超過するは、屈折率の超過より大なり。此差を色分解能或は分解の量とするときは、吾人はフリント硝子にありて、屈折と分解とはクラウン硝子に於けるより强しと雖、分解は屈折よりも大なる程度に超過すと言ふを得べし。

今クラウン硝子を以て作りたる收斂レンズの表面と、フリント硝子を以て作れる發散レンズの表面が曲率を互に同うするものとすれば、其與ふる光の分解は屈折を一部分除きて、其系は單一なる分解なしの收斂レンズとして作用す。

簡單を期し、$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ はクラウン硝子レンズに於て k なりとし、フリント硝子レンズにありては k' なりとし、曲率半徑の符號は三五一節に於けるが如く撰み、クラウン硝子の赤及菫線に就き、屈折率は n_r 及 n_v なりとし、フリント硝子にありては n_r' 及 n_v' なりとすれば、逆數焦點距離(强さ)は、赤線に對する組合せに就き

$$(n_r-1)k+(n_r'-1)k'$$

にして、菫線に對しては

$$(n_v-1)k+(n_v'-1)k'$$

なり。此等の式が互に等しからんには

$$k'=-k\frac{n_v-n_r}{n'_v-n'_r}$$

ならざるべからず。吾人は n_r 及 n_r' に B 線の屈折率を用ゐ、n_v 及 n_v' に H 線の屈折率を用ふるときは、此書の結尾に附する表に從ひ

$$n_r=1,5258;\quad n_v=1,5466,$$

$$n_r'=1,6277;\quad n_v'=1,6711.$$

なり。依て

$$k'=-0,479\,k$$

にして、系の逆主焦點距離は

$$0,225\,k$$

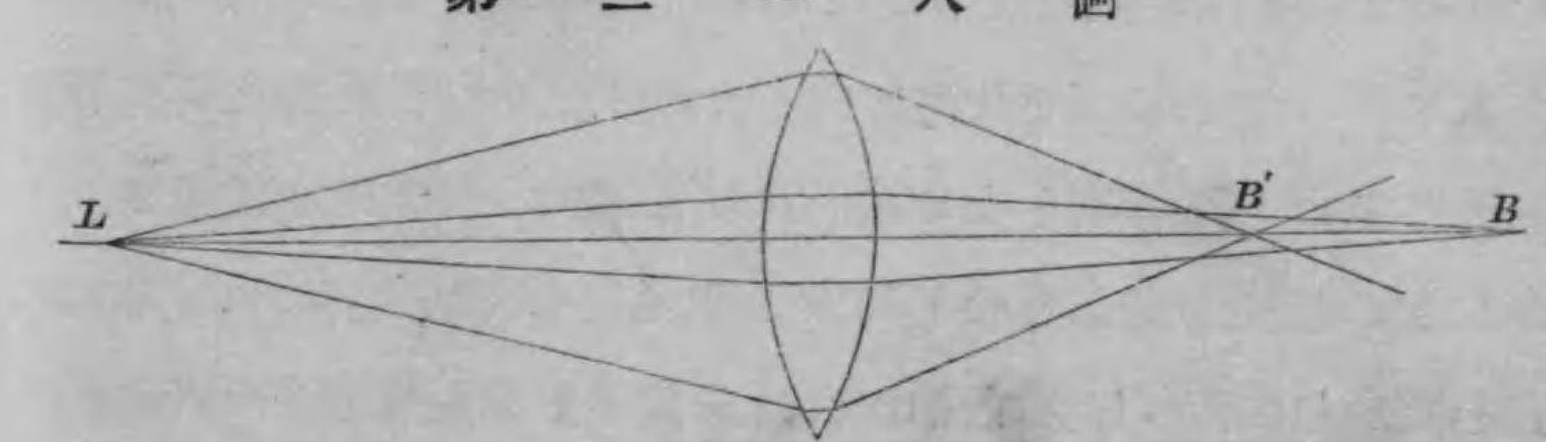
なり。此値が正ならんには、k が正にして、k' は從て負ならざるべからず。

嚴密に論ずれば、斯るレンズは總ての光の種類に對し主焦點距離を同うせず、然れども殘留する色の分解は微少なり。

現今吾人は數多の硝子種類を供給し得るにより、熟練せる選擇に依り、頗る完備せる色消しを爲し得べし。

三六五　球面收差 (Spherical Aberration.) レンズと鏡の理論に於て、吾人は嚴密に正しからず、啻近似的に滿足せらるゝ假定を爲せり、是れ表面が僅か曲り、投射角が小なる場合に屬せり。實際に於ては一の光點より出る總ての光線が、球面に於て屈折し、或はレンズを通過したる後、一點に集合すと云ふは、正しからず。凸レンズを

第三一八圖



通じ、其線に近く過ぐる線は(三一八圖)軸を B' 點に切り、其點はレンズの中央部を通過する線が集る點 B よりレンズに近し。球面なるが爲に生する狂ひ、或は球面收差と名くる現象は、色の分解(色收差とも言ふ)に等しく、像をして純潔ならしめざる結果を生ず。

然れども像はレンズ幷に孔を有する遮屏(絞り)を置くにより鮮明ならしむるを得べし;斯る遮屏は啻中心線のみを通過せしめ、像を純潔ならしむるも光の强さを損す。故に球面收差は又レンズの組合せを以て之を避くるの外なし。

投射角が甚だ小なる場合の簡單なる理論(三四八節)は、實際より遠ざかり、レンズの表面の曲り大なれば、其違ひも亦從て大なり。簡單なる圖を描けば、軸に平行に軸より或距離に於て投射する光が、曲率半徑の小なれば、之に應じて大なる投射角を有するを示すべし。吾人は一枚の凸レンズを用ふる代りに、同一の屈折を二枚の他のレンズを以て生じ得べし、而して此レンズは互に相密著し、各自一箇のレンズより二倍大なる焦點距離を有するものなり。故に表面は一枚のレンズより曲ること著しく少く、從て又球面收差を小ならしむ。

レンズの簡單なる理論に從て、其作用全く相一致する兩系は、像の純潔の度に關しては甚しく不同の値を有し得べし。是に就き更に他の例を擧げんに、一枚の兩凸及一枚の平凸レンズは、共に其焦點距離を同うするも、球面收差に關しては甚だ異れり。唯一枚のレンズにありても、其何れの面を物體に向くるかにより、此缺點を示す程度を異にす。色の分解を止めんが爲め、二枚のレンズを組合せざるべからざるとき、又此組合せを利用し、其系をして出來得る丈け球面收差を除かしめ得べし。前節に從ひ、一定の焦點距離を得んが爲めに、

各レンズに就き $\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}$ に一定の値を與へざるべからず。普通吾人はレンズを磨るに、凸側は精密に、他のレンズの凹側に嵌る如くす、然れども尙四箇の曲面半徑の一は任意に選むを得べし。是に由て球面收差を出來得る丈け除去し得べし。

是等の目的が出來得る丈け達せられたるレンズを無收差なりと稱す。

三五三節に與へたる證明に於て、像は軸に直角なる平面にありて像と物體とは類似せりとの證明は、啻近似的に正しきものなり。軸に直角なる平面にある形が幾分か大なる大さを有するときは、像點は多く曲面にあり、而して像點が又鮮明なるときは、其總ての部分に於て鮮明なる像が一平面に得られずして、像は狂ひを示し、軸より最も隔たりたる部分を見るときは最も能く之を認む。

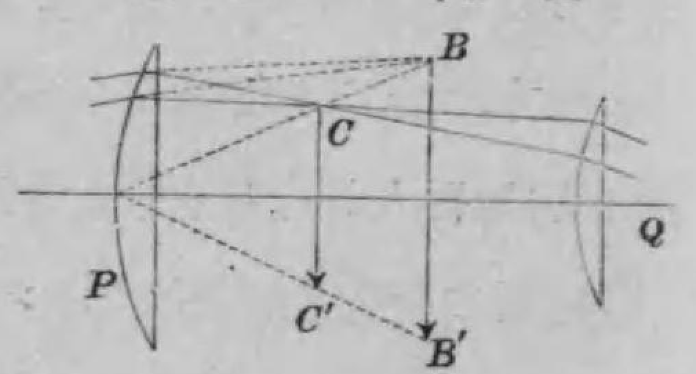
三六六 對物鏡と對眼鏡との装置 (Arrangement of Objectives and Oculars.) 此書の範圍内にては光學器械の像をして出來得る丈け完全ならしむる方法に就て、精しく論ずる能はず。一方に於ては理論の發展と他方に於ては光學硝子の製造及注文通りのレンズを磨る技術の進歩とは、吾人が今日有する貴重なる器械の製作を能くするに至れり。

望遠鏡の對物鏡は、色消レンズなることは既に詳にしたるところなり。倍率の大なる顯微鏡の對物鏡は複雜なる構造を有す。後に記すべき理由に基き、P.129. 對物鏡に入る光錐は、其頂點に於て大なる角度を挾まざるべからずして、投射角小なりとしては論ずること能はず、而して屈折面の曲率と表面間の相互距離は、夫等の光錐を一の像點に集合する如く選擇せざるべからず。同時に又出來得る丈け多くの諸物體に類似する像を得んことを努む。吾人は此等の目的を達す

るに、二枚或は三枚の相連續するレンズを用ゐ各レンズは又硝子の種類を異にする二枚或は數枚のレンズより成り、其多くは平凸レンズの前面なる平面が物體に對する如くし、時としては殆ど半球に近き形を有することあり。

望遠鏡及顯微鏡に於てラムスデン又はハイゲンスの對眼鏡を使用す。兩者とも二枚の平凸レンズより成り、ラムスデンの對眼鏡にありては凸側を相對せしめ、ハイゲンス對眼鏡に於ては凸側を物體に向はしむ。レンズの焦點距離及相互間の距離は、ラムスデンの對眼鏡にありては、實の主焦點を有する如くならしめ、實際二枚のレンズを組合せたる蟲眼鏡たるに過ぎず。是に反し、ハイゲンスの對眼鏡にありては、通過線が軸に平行に趨るときは、投射線が收斂せざるべからざる組合せを爲せり。此顯微鏡に於ける對眼鏡の役は、オランダ望遠鏡の發散對眼鏡と相似たるものあり。對物鏡より來る光線が、一の像 BB'（三一九圖）に集合する前に、對眼鏡の第一レンズ P（集合レンズ或は場レンズ）が之を受けたる後、CC' の像に集合し、又レンズ Q の蟲眼鏡の如く作用するものにより視らるゝなり。

第三一九圖



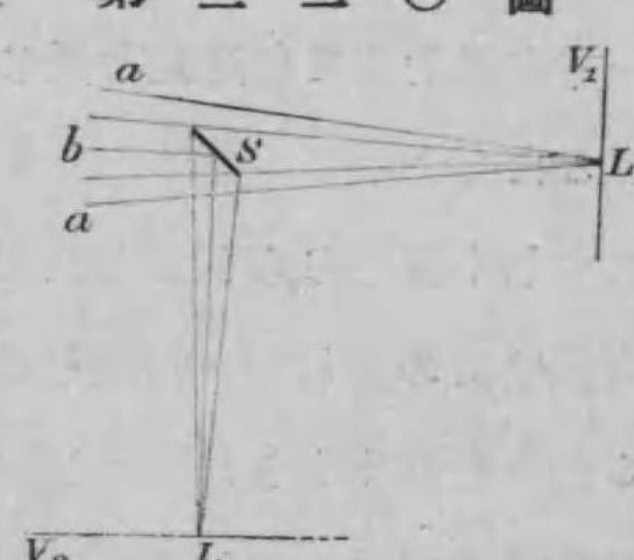
三六七　倍率の測定 (Determination of Magnification.)　諸レンズの焦點距離より倍率を理論的に測定するは、顯微鏡對物鏡の複雜なる構造に在ては容易ならず、然れども是れ自然器械を設計する者の實行するところなり。器械が與へらるゝ時は、實驗的に倍率を定むるを宜しとす。吾人は之を行はんが爲め、兩視の方法を利用し得べし。

一眼を以て顯微鏡を通じ、細線に切りたる尺度、例ば硝子板に百分の一粍の距離に描ける線（對物測微計と名くるもの）を視同時に他眼を以て顯微鏡に沿ひ粍に切りたる尺度を視て、網膜像の兩ながら相密接し、或は相重りて視ゆる如くし、一の目盛の幾條が他の尺度の一定數と相一致するやを數ふ。此等の目盛の比較により肉眼を以て見るときは、丁度二五糎の距離にあらしめ、直に倍數を測定するか、或は簡單なる計算により倍數を見出し得べし。

兩眼を以て同時に二物體を見るは疲勞し易く、或は全く不可能なり。然れども又同じ眼を以て一の物體を顯微鏡下に見又傍にある第二の物體を見得る方便あり。

是を說明せんに、三二〇圖に於て一點 L_1 より出る發散光錐を aa とし、S を光錐の途中に置ける小なる鏡とす。光線の傍にある L_2 の光點より鏡に投射するものは b に反射し得べくして、恰も其 L_1 より來りし如くならしむ。眼を調節するときは、光錐 aa の光線も亦光錐 b のそれと瞳孔に入り得べし；此等の光線は總て網膜の同一點に來るにより、吾人は位置を同うする兩光點より來るものとし、從て物體 V_1 と V_2 と相重るものを見るべし。

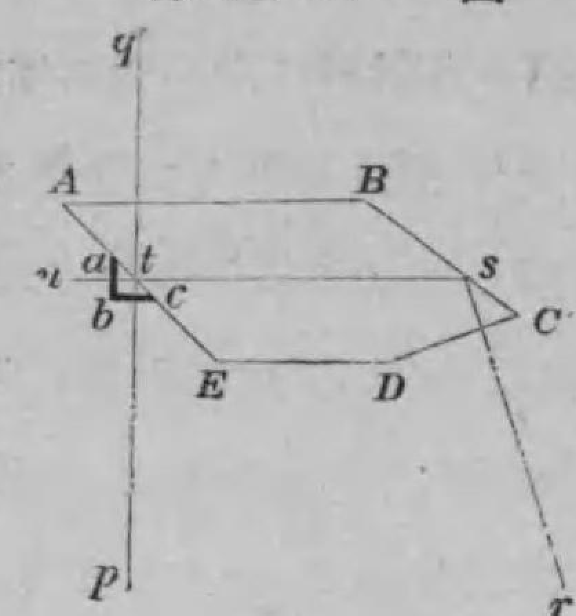
第三二〇圖



これは小孔を有する大なる鏡に依て目的を達し得べしと雖、互に直角なる二方に於て見る代りに、又光束の一を又第二の鏡に依て反射せしむるも可なり。此考を以て、三二一圖に書ける謄寫プリズマ（カメラ・ルシダ）の作用を容易に理解すべし。此器械は二箇の相固着

せる硝子片 $ABCDE$ 及 abc より成り、其小なる側面 bc を顯微鏡の對眼鏡上に置き、此器械より來る光線 p は bc 及 AB を通じて眼に入り、又光錐の光線の一部分を受けて CD の下に斜に位する物體より出る rs 線を軸とするものを受くべし。此等の光線は最初 BC の側面を通じ、ac に面し、直に之を通過する部分を除き、AE 面より全反射す。

第三二一圖



此プリズマを以て如何に倍率を測定するか、且つ物體を謄寫するに如何に之を利用し得るかは、精しく之を說くを要せず。

望遠鏡の倍率は又兩視の方法により測り得べし。其方法は遠方にある尺度に分たれたるもの(瓦屋根又は之に類するものを利用す)を一方の眼を以て望遠鏡を通じて望み、他眼を以て之を視て像を比較するにあり。

少しく直接ならざるも凸對眼鏡を備ふる望遠鏡に於て屢使用する方法は次の如し。對物鏡を晴空に向け、其面に接して前に孔を有する絞りを置くときは、望遠鏡のレンズは此孔の實像を對眼鏡外小距離に投影す、而して此像は遮屏に寫し得べし。今孔の大さ l と、之に相當する像 l' とを測定するときは、望遠鏡が實驗に於て裝置されたる距離に於て與ふる倍率は $\frac{l}{l'}$ なり。

像を謄寫する孔としては、對物鏡自身を使用し得べし。對眼鏡の背面に生ずる其小像は通過孔と稱す。但し對物鏡の緣より出る光線は、望遠鏡內に設くる絞りに依て遮られざるを保證するを要す。

三六三節 (a) に記載せる裝置を有する望遠鏡が、無限大の距離に

調節せらるれば、吾人は此方法の精確なることを容易に證明し得べし。此實驗は對物鏡を去りたる後爲したるものと考ても可なり、絞りの孔が對物鏡の前にあるときは現象に影響することなければなり。

一般の證明は三五四節の定理の結果なり。望遠鏡を任意なる物體に向けたるものとし、絞りを對物鏡前に置きたりとす。其孔 A 及對眼鏡の後にある像 B を、大さ h_1 の物體とし、像を大さ h_2 のものとす。遠方の物體の端より、光孔の同點まで描かれし光線は、又後に一點 B に相交りて、吾人が前に P 及 Q と名づけたるものとす。此等の線が A にて互に相挾む角度 ϵ_1 は、肉眼を以て遠方の物體を望みし大さにして、B に於て互に交る角度 ϵ_2 は、其望遠鏡內に示す見えたる大さなれば、倍率の求めらるゝものは是に由て $\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$ なり。然るに A 及 B は兩ながら空氣中にあるにより、$h_1\epsilon_1=h_2\epsilon_2$ なり、是れ證すべき事項なり。

三六八　光學器械を用ふる測定　(Measurements with Optical Instruments.) 前節に記載せるカメラ・ルシダは又顯微鏡下にある物體の虛像を測るに用ゐ得べし、而して吾人は直接目盛を以て比較するか、或は最初之を謄寫し、然る後其大さを測り得べし。前以て倍率を測定し置けば、斯の如くして又物體の大さを知り得べし。

光學的像の大さを測定して物體の大さを測るは、屢應用せらるゝ方法なり。最も簡單なるは實像を取扱ふにありて、吾人は之を目盛上に投影し得べし。

望遠鏡及顯微鏡に於ては例ば實像の生ずる場所に於て――總ての對眼鏡に對し同位置を占めざるも、常に絞りに依て其位置を示さる――硝子板に細線例ば十分の一粍每に描ける線を附したるものを置き得べし。斯の如き硝子を對眼測微尺と言ふ;勿論顯微鏡に於ては、測微尺の目盛は前以て對物測微計を以て比較し、實像の大さより物體の大さを定め得るやう爲さざるべからず。

他の屢用ゐらるゝ對物測微尺は、實像の平面に於て測微螺旋により、それ自身に平行に變位し得べき細線を以て作ることあり。

望遠鏡にありては、實像平面に固定せる一線或は二線を器械の軸に直角に交らしむ。斯の如き十字形の線は、望遠鏡の軸を正確に遠距離の點に向くるに使用す。此點の像が兩線の交點と相合するときは、其點は交點と對物鏡の光學的中心點を連ぬる延長線内にあること確なり。今斯の如くして望遠鏡を相續きて二點に向け、之に必要なる變位より、兩點の關係位置を知り得べし。

望遠鏡の變位は平行變位なるか然らざれば回轉なり。

平行變位の一例はカテトメートルなり。望遠鏡の軸を水平に置き得べきものは、直立柱に沿うて變位し得べく、柱には目盛を施し、三本の螺旋により柱を垂直にす。之に依て柱と共に一平面にある二點間の高さの違ひは、望遠鏡が何れの高さにても平面に回轉することを得る場合には、又任意の二點の高さの違ひを測定し得べし。

目盛したる圓周上に見取り得べき回轉は、二箇の遠方にある點に描ける線が互に挾む角度を測るに應用せらる。

三六九　二つの形が同平面にあるかを判斷する方法 (How to judge whether Two Figures are in One Plane or not.) 既に論せし如く、對眼測微尺或は十字線は觀察せらるゝ物體の實像の現るゝ平面にあり、如何なる程度迄此事情が滿足せらるゝかを判斷するには、像と十字線が兩ながら鮮明なるやに注意すべし、若し其一が他のものゝ前後にあるとすれば、啻兩者の一が對眼鏡により判明し得べし。然れども眼前にある距離が僅か違ふ兩物體は、能く同時に鮮明に視えたりと信せらる。故に吾人の求むる位置を知らんと欲すれば、他の方法を講ずるの要あり。

吾人は既知の事實を利用し得べし。二物體が或距離に於て相前後するときは、觀測者が少しく片方に動くにより、後に位するものは前方にあるものに對し、觀測者の動くと同方向に變位する如く見ゆるものなり。故に吾人は啻眼を對眼鏡の後方にて左右に動かすを要するのみにして、十字線の像に對し不正なる位置は、關係變位に由て判然すべし。斯の如き變位を視差的なりと稱す。

此應用は次の如し; 望遠鏡ありて十字線を附し、對眼鏡と共に變位するを得べく、レンズを通じ線を視ることを得べくして、之に對しレンズは變位し得べきものとす。後記の變位により、線を判明に見得べく、斯して望遠鏡を隔遠なる物體に向けたる後十字線を有する對眼鏡を調節し、視差的變位なからしむ。此調節を終れば對物鏡の主焦點に十字線ありしと假定し、望遠鏡を以て光束が平行光線より成るや否やを定め得べし、斯の如き光束が望遠鏡に入れば、光線は線が平行なるとき、十字線に對し視差的變位を示さず。

コリマートルを其レンズと共に望遠鏡の對物鏡に向くれば、兩軸の各自が他軸の延長線に落ちて、望遠鏡内に細隙の像を觀測し得べし。視差的變位の存在せざるは、コリマートルの細隙がレンズの主焦點にあるを證明す。

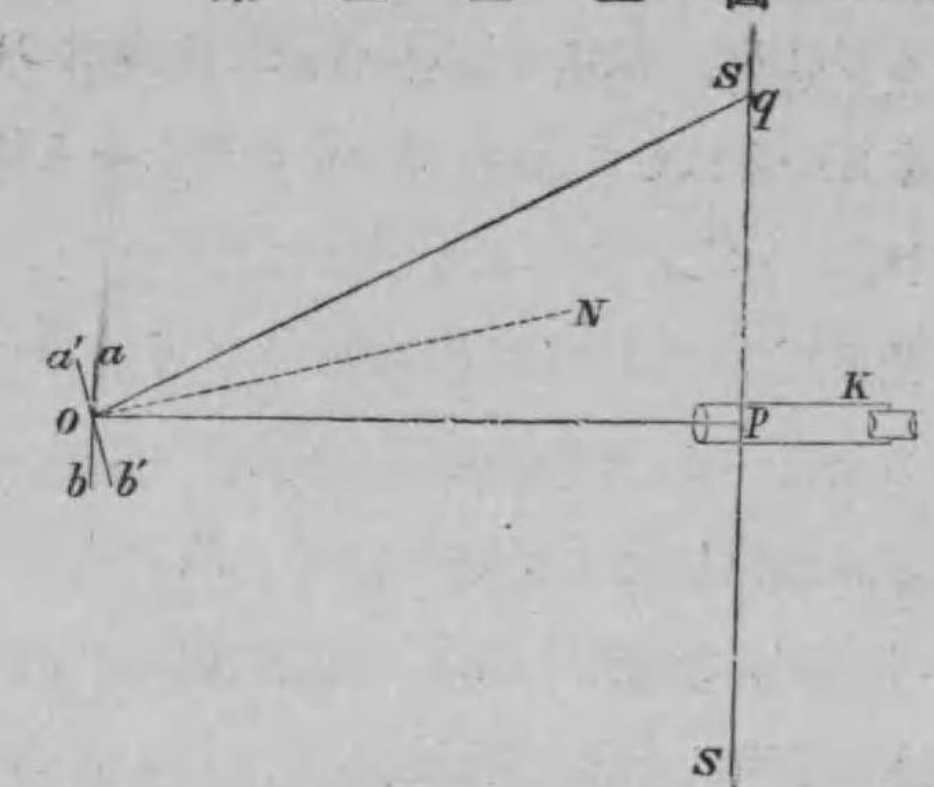
此實驗に於て細隙の像の起る具合は、精く之を論ずるの要なし。光線の趨向は三一六圖(三六三節り)に示せるものと相一致す。

三七〇　鏡讀取り (Mirror and Scale Methol. (Spiegelablesung.)) 回轉する物體の小運動、例ば糸にて吊す磁石を觀察するには、此物體に鏡を附著し、反射線の方向が投射線と鏡との各回轉により其方向

を變じ、又反對に投射線は反射線が同一方向にあれば、各回他の向きにあらざるべからざるを利用す。

此鏡讀取りは二様に裝置し得べし。最初三二二圖に水平面に投影して示せる如く、固定せる望遠鏡 K の十字線を附せるものが、尺度 SS の上に安置せられ、平面鏡 ab に向ひ、SS の鏡面像を望遠鏡を以て明に望み得べくす。吾人は望遠鏡と尺度を裝置し、鏡が平衡位置 ab にあるときは、尺度の p 點の像が對物鏡の中心下に望遠鏡内の線或は兩線の交點と相一致するが如くす。斯して鏡が後に $a'b'$ の位置を占むれば、尺度の點 q が上記の位置を占むべし。尺度が op 線に直角なるときは、pq の距離即ち十字線が尺度上にありし位置の差と長さ Op とにより、角度 pOq を計算し得べし。此角度の半は NOp 角にして、鏡の回轉せるものに等し。僅の回轉は是に由て生ずる尺度上の變位に比例するものと見做し得べし。

第三二二圖



勿論望遠鏡は其下にある尺度の鏡像を視るには幾何か傾かざるを得ず。

此方法に從へば、啻一人にて變位を觀測し得べし；是を以て主觀的鏡讀取りと名けらる。回轉を數多の人に同時に示さんと欲すれば、凹鏡を廻轉物體に取付け、之に光體を對せしめ（燈火を後方にせる

細隙）又尺度を置き此等を調節し、鏡が發光物體の像を尺度上に生じ、鏡の回轉は斯して此像の變位を生ず（客觀的鏡讀取り）。

鏡讀取りと稍似たるはリサジウが音叉の振動を光學的に研究するに利用せし方法なり。兩脚の端に一の鏡を固定し、是に由て光點より來る光線は望遠鏡内に反射せり。音叉が靜止するときは、光點の鮮明なる像を觀測せり、然れども之を打つときは、其像は光の線となり、方向の變化を示し、音叉の脚と之に附着せる鏡が受けし運動を明にせり。

今實驗を變へ、光線が第一の小鏡により反射したる後、第二鏡にて反射し、其鏡は他の音叉に固定せるものにして、光線は望遠鏡に入らしむるときは、像は同時に二樣の運動を爲すを觀測し得べし、而して音叉をして其運動が互に直角なる方向にある位置に置き得べし。振動數間に簡單なる比あるときは、三一八節に論ぜし圖を視るべし。

三七一　光學器械に於ける像の光の强さ (Intensity of Light in Images formed by Optical Instruments.)　此問題に關する議論にありては、光線の通過する物質は全く透明なりと假定し、光の一部分が各屈折面に於て、反射により光の一部分を失ふをことなしと假定す。吾人は更に光點の大さが、非常に小なる場合と、觀察する物體が或大さを有する場合とを區別すべし。

(a) 吾人は最初に望遠鏡を論じ、對物鏡に投射する光線は、通過孔（三六八節）の位置に於て最も密に集合し、從て總ての光線又は其出來得べき大なる部分は網膜に達するものとす、但し眼の瞳孔が通過孔の平面にあるときに限る。吾人は眼が斯る位置にあるとき最大光度を期待すべきものと假定す。

器械が一の恒星に向けらるゝときは、器械と眼に誤差なければ、網膜に單一なる像點を生ずべし。今通過孔が眼の瞳孔より小なるときは、對物鏡に投射する總ての光は網膜に達し得べし。像を生ずるに要する光の量と、肉眼が像を生ずるに星より受くるものとの比は、對物鏡の表面積と通過孔のそれとの比の如し。

通過孔が瞳孔より大なるときは是に異れり。總て通過孔は全對物鏡の口と共軛にして、(三六七節)此孔のうち瞳孔の占むる部分と此孔の一部分とは共軛なり、而して此部分内に投射する光は眼に入るべし。V が望遠鏡の線倍率とすれば、Vは又對物鏡口に於ける任意の線の長さと瞳孔に於る之に相當する長さとの比なり、故に網膜に入る光の量は、肉眼を以て觀測するより V^2 倍大なり。

(b) 物體が或大さを有すれば——簡單に視線に直角なる光板なりと考ふ——啻全光量の網膜像を作るに有效なるに注意せざるべからざるのみならず、又此光の擴がる表面の大さも考ふるを要す。網膜が各單位面積に受くる光の量は「光度」を決定す。

今吾人は第一に肉眼を以て見るときは、光度が光板の存在する距離に無關係なるを證し得べし、少くも板の各點が諸方面に光を發散し、或は各點が少くも眼の全瞳孔を光を以て充たすべく十分なる量に發散するときに此事項を證し得べし。最初吾人は板を距離 d に置けば、其一點より眼に入るものは此點を頂點とし、瞳孔を底面と爲す圓錐内にあるものなり。斯して $2d$ の距離に移れば、此の錐の截斷面が瞳孔の表面より四倍大なる位置に來るべし、故に前に目に受けし光の四分の一となれり；此事項は板の各點に滿足せらるゝにより、網膜に入る全光量に就きても亦同結果を生ず。然れども眼の後

の距離に於ては、網膜像の大さは前の二分の一となり、從て其表面は四分の一なり(三六〇節)、故に吾人は同比例に小なる表面に四分の一の光あるにより、像の光度は不變なり。

是に類する結論は、遠方の光板より望遠鏡を通じて得らるゝ像に應用し得べし。全體の光量に就ては尙又 (a) に論ぜし事項が滿足せらる。通過孔の十分なる大さあるときは、肉眼を以て觀測するより V^2 倍大なり。然れども網膜に於ける像は肉眼を以て觀測するものより V^2 倍大にして、像の光度は物體の各點が眼の瞳孔全體を覆ふ場合には、望遠鏡を用ゐるに依り變ることなし、然れども此條件の滿足せられざる場合には小なり。

此結果は各光學器械に就て滿足せらる。吾人が顯微鏡を以て觀測するときは、物體は肉眼を以てすると光度を同うす、但し倍率に關係せざる光度を得るは、啻眼の瞳孔を全く各光錐により充たせる場合に限る。

此證明は三五四節の定理により演繹し得べし。今 h_1 を物體の一の大さにして、其物體は空氣中に存在し、h_2 は之に相當する虛像の同じく空氣中にあるものゝ大さとす。物體の同一點より出で、遂に瞳孔の直徑の端に達する二線を P 及 Q なりとす；ϵ_1 を此等が物體に就き相交る角とし、ϵ_2 を虛像に於ける角とす。光度は肉眼を以て觀測するときは、物體の存在する距離に無關係なれば、吾人は此距離が眼前に虛像あると同一なりとすべし。

斯して眼は物體の一點より頂點に於て角度 ϵ_2 を含む光錐を受け、顯微鏡を使用するとき物體の頂點に於て ϵ_1 の角度を以て光錐の內部を過ぎるものとす。兩角は小なれば、双方の場合に於て光の總量の比は $\frac{\epsilon_2^2}{\epsilon_1^2}$ と置き得べし。然れども網膜像の表面は、顯微鏡なき場合と之を用ふる場合と、互に h_1^2 と h_2^2 との比をなし、從て光度は $h_2^2\epsilon_2^2 : h_1^2\epsilon_1^2$ なり。故に此等は相同くして、$h_1\epsilon_1 = h_2\epsilon_2$ なり。

倍率の強き顯微鏡に於ては、光點より出る光錐のみにて遂に全瞳孔を充たし得べし、但し光錐は光點に於て其頂點に大なる角度を含む場合に屬す、此角度を對物鏡の開きと稱す。此角は倍率強き器械に於て百度を越ゆることあり。角が小なるときは、視界は直接利用せられたる光源を以て見るより少き光度を以て觀察せらる。之より尙大切なる開きを大にする理由は次章に於て學ぶことあるべし。

三七二　顯微鏡を以て透明物體を視ること (Observation of Transparent Objects by Means of Microscope.)　吾人が顯微鏡を以て觀測する物體は、實際それ自身に發光するものにあらずして、外部の光を假り、一般に之を通過する光により觀測せらる。故に物體は視界に光の配布異る場合に視得べし、而して變りは物體の部分が光の全體を通せず、總ての部分が同一の量の光を透徹せざるに基くものなり。物體の部分間の此等の違ひは、適當なる色素を以て透過を小にするに依り生じ得べし。

適々全く透明なる物質を視得ることあり、是れ投射線の路に於て屈折及び反射の生ずる變りによるものなり。一例を擧げて之を說明せんと欲す；顯微鏡下に送光鏡あり、尙二枚の水平にある硝子板（覆蓋硝子）ありて普通變りを生ずることを論せん。二枚の硝子間には透明なる液體の薄層あり。顯微鏡は液體內の水平面 V を視る如く調節せらるゝにより、水平面は網膜と共軛なり、S は V の小部分にして、吾人が器械を以て吟味する場所なり。

S なる表面の一部分は前節に論せし光板に比し得べし。之れ自ら光を發せずと雖、其點 P より對物鏡に對し、各點は送光鏡より受くる光線を送り、S の平面を過ぎて支障なしに進行するものなり。

啻其有様は發光體の一點が總ての方向に光線を送ると異れり；P は啻光錐の內部にある方向に通過する光線のみを送り、其頂點は P にありて鏡に直角なるものなり。吾人は此錐を「送光錐」と名け K を以て之を示す、K' は又頂點を P に有し、對物鏡に直角なる錐を示すものなり。K' は眼の瞳孔を全く光を以て充たすに十分なりと假定す（三七一節）、故に瞳孔が全く光線を以て充さるゝときは平面 S は直接觀測に於けると光度を同うす。

光錐 K が錐 K' を全く圍繞するとき、此場合に屬するは明白にして、吾人は平面 V はレンズが全くなかりし場合と光度を同くするを感得す。視界の光度は又不變なり——少くも透明物體の表面に於ける反射を省略するときは——吾人は啻レンズを去るのみならず、又液體と共に硝子板を去り、直接に送光鏡を視るに同じ。吾人は又反射により此鏡に於て失はるゝ光を省略すれば、液體と共にある板とレンズ等が其位置に復するも、視界の光度は光源を視ると同一にして、例ば光源としては晴空を望むが如し。

今小なる透明球を液體內に入れたるものとす、其中心點 M は S の平面にありて、顯微鏡は中心點に調節せられ、此球は周圍の液體と異る屈折能あるものとし、其大なると小（氣泡）なるとに係らず、餘り大ならざる投射角により其表面より反射せらるゝ光線の部分を省略すべし。中心點に向ひ屈折なしに進行する光線は、M より來るものも球の存在せざるに等し、故に M に於ては常に初に等しき光度を示す、又中心點より或距離に於ては之に似たれども、球を平面 S に依て切る圓の周圍に近づけば光は衰弱し、遂に零となり得べし。此事項を明にせんと欲すれば、S 上の圓の附近に於ける一點 Q に著目し

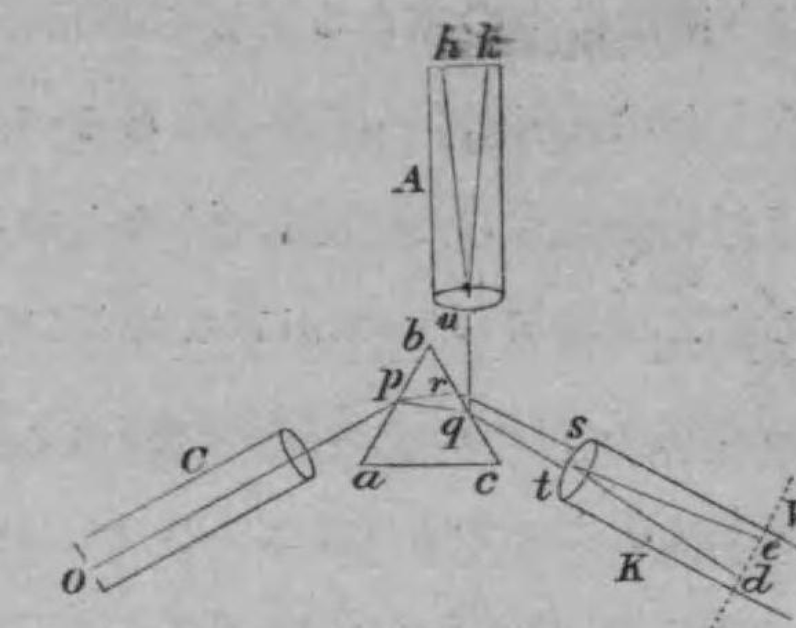
暫く此點に屬する錐 K' 內に對物鏡の側より光線が傳播するものとす。光線は球を通過するにより、二回一方に或は他方に屈折せらるべし。又氣泡に關しては、光線は球面に入る前に全反射せらるべし。此等の光線は如何なるにもせよ、上部より來る光錐の線は送光鏡に達せざる方向に球を去るべし。K' の總ての光線に對し、此事が滿足せらるれば、鏡より來る光線は反對に Q を通過する線により對物鏡に入る能はず；斯して Q に於て光を見ず、啻光度を減じ、K' 錐の總ての線に上論が當て篏まらざるも、其幾分かには該當すべし。

次に吾人は球の中心に調節せずして、之より高きか或は低き點に調節するときは、視界に於ける光の配布は異ることあるべし。此點に關しては、Q は幾分かレンズの作用を生じ、光源の小なる像は第二主焦點と名くる一點に生じ、其位置は球及液體の屈折率に關係す。吾人が此點に顯微鏡を調節すれば、像の中央に最大の光度を得べし。

上に論ずる如くにして、物體の表面に於ける反射を加へて、他の形狀ある物體の有樣につき論ずるを得べし。斯の如くして觀測せる像が如何に光錐 K を增大し、或は其軸が或角度を顯微鏡の軸と爲せるときに像に違ひを來すかを說明し得べし。

三七三　分光鏡 (Spectroscope.)　吾人が最終に論せんと欲する光學器械は分光鏡にして、合成光を其部分に分解するに利用せらる。此裝置は三二三圖に水平面に投影せるなり。C は垂直細隙を有するコリマートル、abc は三面を有するフリント硝子プリスマにして、其面は直立し、K は望遠鏡なり。最初單一光線を送る光源は、或距離に細隙 o の前にありとす。o の中心を通じ、光錐はレンズによりコリマートルの軸に平行にプリズマの側面 ab に當り、又 bc にも

第三二三圖



當りて、qt の方向に現るべし。此通過光束は望遠鏡の對物鏡に入り、光線は互に平行せるにより焦平面 V の一點 d に集合すべし。細隙の最上點若くは最下點より入る光線も亦之に類す。細隙の最上端より來る束より下方に趨る光束を生ず。此等の光線は又プリズマを通じ、屈折したる後同樣なることを爲すも、斯して近似的に水平投影線として qt に平行なるものを有す、故に線は次に V 平面の一點に d の下部に集合す。斯して吾人は一の光の線を得たり。是れ細隙の像に外ならずして、其隙に比例する幅を有す。

吟味せらるゝ光源より第二種の單純なる光を發するときは、其光線はコリマートルが色消しレンズを具ふるが爲め、上と同路を傳ひ、プリズマに達し、其表面 ab より他の方向に入るべし。例ば其屈折率小なるときは、始に pr の方向に於てし、然る後に rs に平行に通過し、遂に平面 V の他の處 e に於て細隙の像を生ず。

單純なる各光線は、V 平面に於て各自異る細隙の像を作る、此等の合成せる光の像はスペクトルと名けらる；之を望遠鏡にて吟味し、像か鮮明に感得せらるれば、像を生ずる光線は互に平行して對物鏡に入り、望遠鏡は無限大の距離に調節せらる。

圖上 de は V 平面に於て二種の異れる光線が結合する位置を示し、此等の光線は細隙の中心を通過するものなり。今細隙は測り得

べき幅を有すれば、d 及 e が中心點を示す二箇の像に就ても亦同様なり。故に僅の差ある二種類の光を論ずる場合に、de の距離が小なるときは、兩像は一部分相重なるべし、是れ細隙の幅と、從て又像の幅が幾分か大なるときに起るものなり。故にスペクトルを出來得る丈け純潔ならしめんには、屈折に關し互に僅少の違ひある光の種類に就き、出來得る丈け像の混せざらんことを期すべく、從て細隙を狹くせざるべからず。

スペクトルが種々の場合に於て如何に視ゆるかは容易に知り得べし。光線が啻に單純なる光の一定數の種類を發するときは、此數に等しき光ある線を觀測すべし。是に反し、單一なる光の種類が全く缺けざる場合には、細隙の像の連續せるものが、「連續」色帶を生ずるを視る。太陽の光線は多數の細き黑線あるスペクトルを與へ、線は其發見者の名を附し、フラウンホーフェル線と稱し、此等の種類の光が缺くるを證せり。此等の線の重要なるものは、既に三三九節に於て記せる文字を以て示すものなり。

一定の分光鏡を用ふるときは、各光線の種類は色帶に於て固定せる位置を有するにより、其位置を決定するを重要なりとす。斯く爲さんがため、對物測微尺を利用し得べし。普通硝子に寫眞せる透明なる線を有せる尺度を A 管の一端 hk に置き、管の他端にはレンズを嵌む。燈火を以て尺度を照し、此レンズの主焦點に尺度を置けば、レンズより來る光線はプリズマの側面 bc より反射して望遠鏡に入るべし。望遠鏡の主焦點には尺度の像を生ず。尺度の h 點より出る光線はレンズの光學的中心點を h と連ぬる線に平行に、uq の方向にプリズマに達す。bc を通じ qt の方向に光線が反射するときは、遂

に d に集合し、h の右方に位する一點、例ば k より出る光線は e に集合すべし。

三七四　屈折率の測定 (Measurement of Indices of Refraction.) プリズマと望遠鏡は、互に無關係に直立軸の周りに廻轉し、廻轉角度を目盛圓盤上に讀むことを得; 更に之に十字線を附せる望遠鏡を具ふるときは、分光鏡は分光計となり、此器械を以てプリズマの屈折率を測定し得べし。測

プリズマの「屈折角」、即ち面 ab と bc 間の角度は、最初に測定せざるべからず。此目的を以て、プリズマと望遠鏡を調節し、コリマートルより來る光線をして、側面 ab の外側に於て反射後望遠鏡に入らしめ、此處に生ずる細隙の像の中心を十字點の交點と相一致せしむ。望遠鏡を固定してプリズマを動かし、細隙の像が上記の位置に來る迄之を動かすものとす; 此像は表面 bc に於ける反射によりて得られたるものなり。斯して像は前に ab によりて得たるものと同方向にあるにより、プリズマを廻轉せる角度は屈折角の補角なり。

今プリズマと望遠鏡を調節し、光線――單純なるものと假定せん――が三二三圖に示す仕方に望遠鏡に當るものとすれば、プリズマの側面に達し、他面より出る間の角度を求め得べし。然れども吾人は總てプリズマの角度外、啻一の角度を得るにより十分なる工夫を得たり。

吾人は三二三圖に示す如く、細隙の像を望遠鏡内に明視し得る位置に於て、プリズマを一方或は他方に廻轉せしむるものとす。吾人は斯して像の視界に於て變位するを視る、是れ bc より來る光線の方向が、プリズマの位置に依て同時に變ずるを示すものなり。今プリズ

マを廻轉し、像は屈折稜 b のある側に移りたるものとす、即ち V 平面に於て d より e に向ふ方向に於てす；斯して通過線が投射線と爲す角度が小なる位置を順次求め得べし、此角度を振れと名け、漸次減ずるも一定値を下る能はず；何となればプリズマを上記の方向に順次廻轉すれば、光の像は或時間後舊位置に向て戻るを認むるを以てなり。

今吾人は光の線が出來得る丈け e の側にある位置にプリズマを固定し、細隙の中央が十字線の交點と一致する樣に望遠鏡を向く。望遠鏡の位置を讀みたる後、プリズマを去り、望遠鏡をコリマートルの延長線に置き、光の線の中央が復た線の交點と一致するやうにす。斯して望遠鏡が前位置と爲せる角度 D は振れの最小なるものなり、是に由て屈折角 A と相關連し、屈折率 n を定め得べし。

吾人は振れの最小に達するとき、プリズマ内の光線は兩屈折面と同角度をなすを證明せり；是を假定すれば容易に

$$n=\frac{\sin\frac{1}{2}(A+D)}{\sin\frac{1}{2}A}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(25)$$

なるを見出すべし。

線がプリズマ内に於て兩面と同角度に交る場合の投射角を I とす、斯して第二側面に於ける屈折角は又 I なり、而して振れは $D=2I-A$ なり；プリズマの他の位置に於て第一投射角が $I+\epsilon$ ならば後の屈折角は小なり、例へば $I-\epsilon'$ とすれば、$D'=2I-A+\epsilon-\epsilon'$。今是に反し、投射線が前面に於ける垂直線と $I-\epsilon'$ の角を爲すものとすれば、背面に於ける垂直線と $I+\epsilon$ の角度をなして、光線は之より出づ、依て又振れは D' の値を有す。故に投射角が最初 I より大なれば(即ち $I+\epsilon$) 遂に、$=I$ となり、又 I より小なれば(即ち $I-\epsilon'$) 最初の振れ D' に戻るものなり。是を以て光像の轉換を說明す。

D は最小の振れにして、最大の振れならざるを說明せんと欲すれば $\epsilon>\epsilon'$ なるを證明せざるべからず。

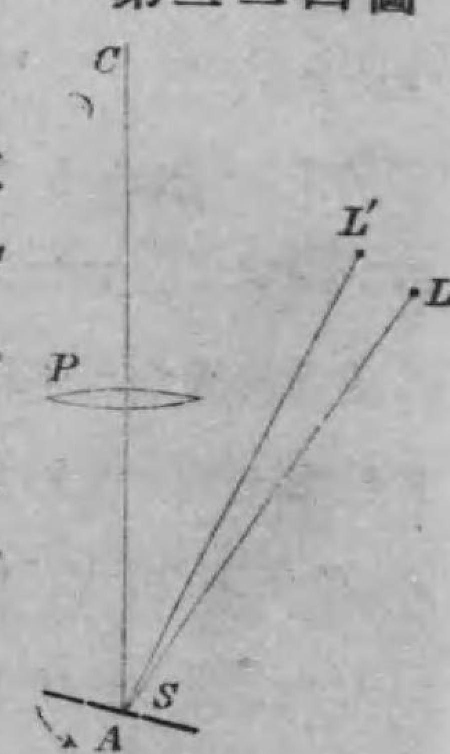
斯く記載せる觀測は、又太陽の光線につき行ふを得べし、望遠鏡をフラウンホーフェル線に向け、是等の線につき最小の振れを索むるにあり。斯して、太陽の光に缺けたる線に就き屈折率を測定し得べし。

第十二章

光の性質 (Nature of Light.)

三七五　光の傳播速度 (Velocity of Propagation of Light.)　昔時は星學觀測によりてのみ光の傳播する速度を測定したりしが、前世紀に二三の物理學者は此重要なる量を、地球上の距離に就て爲せる觀測より實驗的に演繹するを得たり。此目的に考案せし方針は概要次の如し。

第三二四圖



照されたる細隙 L より出る光線（三二四圖）は、直立垂直軸 A の周りに（圖面は地平なりとす）廻轉し得る鏡 S に投射す。鏡の適當なる位置に於て、光線は遠く隔たれる固定鏡より AC の方向に反射せらる、是に由て光線はレンズ P を通過し、鏡の平面に於て L の像を投影す。遠方にある鏡がレンズ P に光線を反射すれば、S が上記の位置に固定せるとき、再び L に戻るものにして、一二の工夫を以て實際に觀測し得べきなり。若し此事項が S の或位置にのみ滿足せらるれば、又最初の位置より僅か異れる處に於て起り得べし、然れども S が他の方向にあれば、細隙の像のレンズに依て生ずるものは變位す；此像が

固定せる鏡に存留する間は、光は L に戻り得べく、少くも固定鏡が光線をレンズに反射し得る以上は斯くなし得べきなり。總ての光線につきても亦斯の如くにして、P より出る光錐の軸は、固定せる鏡の表面に直立し、此點が之に逢ふや否やに關せず；是を以て固定鏡は凹にして其曲面中心を P 或は P の附近に有するものならざるべからず。

吾人は今鏡 S が斷えず矢の方向に廻轉するものと假定す。廻轉が遲緩なるときは、上記の像は時々現るゝのみなり、何となれば S より反射する線の多くは、固定せる鏡に投射せざればなり。廻轉の數が一秒間に十より大なりとすれば、吾人は斷えず像を見るべし、何となれば網膜に生ずる感覺は約 0,1 秒存續すればなり；而して今廻轉速度を次第に增加すれば、兩鏡が十分なる間隔を有つとき、像は最早 L に於て生ずるにあらず、之より或距離例ば L' に於て生ずべし。此變位は光が S より固定鏡に到り、再び之より歸るに、測り得べき時間を要するに依て生ず。故に光束が反射して來るとき、其鏡は最初光線を反射せし位置にあらず。

光像の變位を測れば、光線の前後に通過する間に、S が幾何の角度程廻轉せしかを知り得べし。故に廻轉速度と鏡の距離を測るときは、傳播速度を計算すべき總ての必要材料を得たるものなり。

亞米利加の物理學者マイケルソン (Michelson) の實驗に在ては、兩鏡間の距離は 62450 糎にして、一秒に 257,9 廻轉を爲し、像は 13,77 糎變位せり。細隙と廻轉軸との距離 (1020 糎) より、角度 LAL' を弧度法にて 0,01350 (2785 秒) なるを知る。鏡の廻轉角度は其半分なれば 0,006750 なり、而して光の傳播速度は

$$\frac{2\pi \times 257.9}{0,006750} \times 2 \times 62450 = 299,8 \times 10^8 \text{粍/秒}$$

なり。マイケルソンの種々の測定の相一致することゝ、其數の他の觀測者の得たる數と相一致するは、實に顯著にして、最終の數 8 に一位だけ誤差あるに過ぎざるべし。即ち光の傳播は約 3×10^{10} 粍各秒なりとするを得べし。

後に紹介すべき理由に基き、眞空内に於ける傳播速度は空氣中に於けるものより、約 88×10^5 粍各秒程大なり。

終りに、觀測により、色を異にする光線は眞空内に嚴密に同一の速度を以て傳播し、空氣中に於ける速度は少しく異りと雖其差は省略し得べき結論を得たり。

三七六 光の振動 (Vibrations of Light.) **干渉現象** (Phenomena of Interference.) 光る物體より斯の如き大なる速度を以て出るは何物なるか。此問題に對し、和蘭の物理學者クリスチアーン・ハイゲンス (Huygens) (一六二九年より一六九五年) は始めて解答を與へ後の物理學者により更に啓發せられ、總て吾人の知れる光現象を説明するにより、其正確なることに就きては疑ふの餘地なし。

吾人は今ハイゲンスの假定せしことを熟知せり、光は光源より周圍のメヂウムに傳播する平衡變動にして、恰も水面上波山及波谷或は空氣中に濃厚及稀薄波が傳播するが如し; 且つ吾人は平衡變動の交互一方並に他方に向ふを知る。

此斷言に對する證明は干渉現象により與へらる。發音體より二條の異れる路を傳ひ、同一點に達する平衡變動が、狀況により强大となり、或は衰弱する如く、同一點より出る二條の光線が作用を合して、場合により光度を强ふし、又場合により暗黑を來たすことあり。此現

象を説明せんと欲すれば、同瞬時に於て各光線に交互相反する狀況の相續くを假定せざるべからず。傳播に由り、同瞬時に一光線の種々の點に於ける狀況は總て同點に順次達するものなり、故に各點に於て斷えず反對なる狀況の轉換あり; 換言すれば光線の路に運動するものあり、光の存在せざる場合に平衡位置より一方に變位すれば、直に他方に變位し、從て「振動」を生ずるを表象せざるべからず。

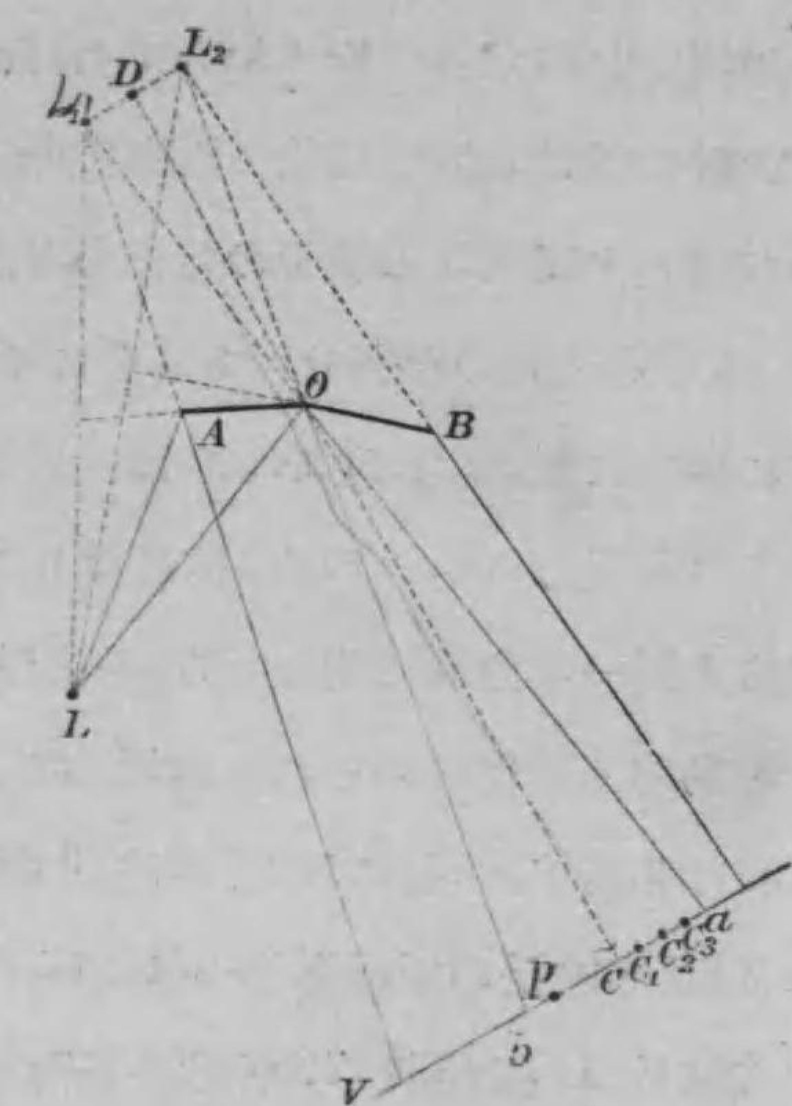
光は振動なりとの理論 (波動説) に於て、振動期及波長は前に學びたると同一の意味に用ゐらる、一定點に於て一振動期後、同方向の平衡變動即ち同位相のそれは歸還して、半周期の奇數だけ隔たる兩瞬時には相反す。是に反し、一波長進む毎に同瞬時に光線は同位置にあり、又半波長の距離を保つ毎に反對の平衡變動を來すべし。是に由て波長 λ, 振動期 T, 各秒の振動數 N, 傳播速度 v 間に又

$$\lambda = vT \qquad \lambda = \frac{v}{N} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

の關係を生ずるも、十章に既に論せしことなれば證明を要せず。

三七七 フレネルの鏡實驗 (Experiment with Fresnel's Mirrors.) 次のフレネル (Fresnel) (一七八八年より一八二七年) の實驗は甚だ簡單なる考へに基けり。OA 及 OB なる (三二五圖) 圖面に直角なる鏡は、角 O に於て相接觸し、其鏡面は互に百八十度に近き角度を爲せり。鏡に對して光點 L あり、(實際は圖面に直角なる光の線なり) 此線は最初平等光線を送るものと假定せん。反射せる光線は遮屏 V に受く。像 L_1L_2 を以て各鏡により反射さるゝ最も外部に位する線は圖に示す如くなるべし遮屏の或部分 ab は OA 及 OB より成る光を共に受く。a 及 b 間の各點は二條の光線に逢ひ、其經路は吾人が容易に作圖し得るものにして、L の傳ひし路は L_1p と L_2p に等し。L_1L_2

第三二五圖



の中點に直立線を描き、遮面に一點 c を索め、同じ長さの路を通過したる二線の集合點とす、是に由て此點に於ては、振動の位相相合し、共に光度を强くするを以て、此處に光あるを認む。然れども遮屛上に右に進みて c より c_1 點に達し、其 L_1 及 L_2 よりの距離は半波長の差あるものとす。此點が受くる兩樣の平衡變動は、半周期だけ一の光點より出づるものは他の光點より出るものに前後するを以て、反對の位相にあり、相合して暗黑となる。更に進んで c_2 點に於て L_1c_2 及 L_2c_2 の差が正しく一波長に等しければ光は又相强くするを觀察す；次の點 c_3 に於て、$L_1c_3-L_2c_3=\frac{3}{2}\lambda$ なるときは、c_3 に於て再び暗黑となるを認む。此結論は尙之を續くるを得べく、又 c の左にある點にも應用し得べし；斯して c の兩側に交互明暗となる處を得、圖面に直角に明暗縞を生ず、何となれば、圖面に平行にして、鏡と光の線を切り、稍之より高く又低き平面に同じ議論を應用し得べければなり。

フレネルは、「干涉像」を遮面に受けずして、之を去り、V 平面の背に或距離に於て擴大レンズを置けり；眼を一定に調節するときは V 平面にある光の分布の圖を網膜上に得べし。又擴大レンズを測微

螺旋により、ba の方に變位せしむるときは、器械に固著せる細線は、明に見るを得て、順次種々の暗黑縞と相合せしめ、是に由て例ば距離 cc_1 は幾何なるかを知り得べし。此距離を測り、又鏡の關係位置と平面 V 及光の線とを知れば、L_1 及 L_2 も既知なるにより、L_1c_1 及 L_2c_1 の長さを定め、従て又波長 λ を知り得べし。

食鹽の光を以て此實驗を行ふときは、$\lambda=0{,}00006$ 糎に相當す、此小なる値より、吾人は L_1 及 L_2 の點を甚しく相近づくるの必要を認む、鏡は各自殆ど他鏡の延長に等しき位置にあらしめざるべからず。從て距離 L_1L_2 が大なるだけ、兩光像の距離間に半波長の差を得るに、c より横に行くこと愈減少す。是故に干涉現象は L_1L_2 の長さが大なれば相密接して、遂に觀測し能はざるに至る。

終りに吾人は實際現象の斯く說明されしよりは複雜なるを知らざるべからず、吾人は各鏡が投射線に及ぼす作用は、其普通の法則に從ひ光線を反射するより他なきを假定せり。是れ各鏡が平面 V の一部分を平等に照らす結果を生ず。

實際には、後に說くべき理由により、啻一個の鏡あるときは、平面の之に關する部分に明暗の差あるを觀測す。今吾人は狀况を選擇し、此明暗の變りが照されたる界限の線に於てのみ存するものとし、c の附近に於て c c_1 c_2……等の場所は平等に照され、第一鏡若くは第二鏡を除くも同樣なるものとすれば、上論は滿足せらる。

三七八 光エーテル (Luminiferous Aether.) 既記の現象及他の之に類する現象により、光振動の存在を證明す、然れども運動する物體の種類は未知なり。

光が眞空を傳播するにより、眞空内に於て振動の生じ得るメヂウ

ムの存在を假定せざるべからず、而して吾人は之を光エーテルと名く、此物質は又普通の物體の分子間に於ける空間に存在するものと假定すべき理由あり。氣體の光學性質は稀薄の度を順次高くすれば、遂に眞空空間の狀況に移るものなり。是れ容易に考へ得べくして、吾人は氣體の分子間に眞空を充たす同一物體の存在すると假定するものなり。斯して光の運動は大部分此物質内に起り、又氣體分子が現象に影響することあれば、其影響は密度の小なるに從ひ一層減退すべし。

次に固體及液體に關しては、光は氣體と著しく異れる現象を呈す——即ち大なる屈折率あることなり——然れども屈折率の變る有様より推して、固態より液態及氣態の狀態に移るに依り、エーテルは啻一の狀態に於てのみ光の傳播に相伴ひ、他の狀態に於ては然らずと見解を下すは正しからず。

(是等の總ての物質に透徹するエーテルに關する臆說を述ぶるは冗長に亘るの嫌ひあり。啻吾人は一の性質を記載し得べし、之れ前に說きしものと相關するものにして、容易に此メヂウムが總ての物體を通し働き得ることなり。) 吾人が晴雨計を傾け、水銀が管を全く充すものとすれば、水銀上の眞空間にありしエーテルは、金屬又は硝子を通じ出でたるものとなさざるべからず、(水銀と硝子との間より出でたるものとせざる以上)是に類する注意は、又全く閉ぢたる眞空の金屬函を内側に押潰したる場合にも當嵌まる。

エーテルの性質に關する不可思議なることを省略し、觀測は光の振動に關し甚だ滿足なる結果を生じたり。吾人は後に示す如く振動が光線の方向に起るや或は之と或角度を挾むやの問題を解答し得

たり。吾人は前提なしに玆に干渉現象の說明は振動の方向に關する特別の槪念に就き無關係なるを注意せんと欲す。吾人はたかだが三二五圖の振動が光線の方向に、又は之に直角に圖面内に於て起るものとすれば、c_1 に於ける光の消滅は全き能はず、何となれば兩變位にして、運動する部分が此點に於て受くるものは十分相反對せざるを以てなり。且つ唯干渉光線の相逢ふ角度は總て少にして、此狀況に依り殘留する光の强さは觀測者の眼に判然せざるべし。

三七九　色を異にする光線間の差異 (Difference between Rays of Different Colours.) 色を異にする光を以てフレネルの實驗を、順次行ひ、光線は常に單色なるものとすれば、干渉像内の明暗縞は、各自相互の距離を異にすべし。距離は赤線を用ふるとき最も大にして、菫光に於ては最も小なり;其中間にあるスペクトルの色は又中間の値を有す。故に $L_1c_1 - L_2c_1 = \frac{1}{2}\lambda$ なる關係に基き、式は各實驗に滿足せらるゝを以て、赤光の波長は最大にして、菫光の波長は最小なるを結論す。

後に記載すべき現象により、フレネルの實驗を以て演繹し得べきものより遙に精密なる波長を測定し得べし。吾人はフラウンホーフエル線に就き此書の結尾に集むる表に與ふる結果を得たり。

三八〇　一單位時間内の光振動の數 (Number of Light Vibrations in Unit Time.) 吾人が波長に就き見出せし結果により、三七六節の(1)式より主要なる結論を惹き得べし。吾人は λ 及 v を知るときは、各秒の振動數を測定するを得。v の大なる値と λ の小なる値とにより、自然 N に大なる數を得。此數は色を異にすれば同じからず。空氣中に於て v は總ての色に就き殆ど同じきを以て、波長の減少するが故に、振動の數は赤より菫に增加せざるべからず。

光の色を異にするは音の高さを異にするに等し。

推算すればスペクトルの最外赤光は 40×10^{13}、又最外菫光は 76×10^{13} 回各秒振動す。

吾人が茲に詳說する能はざる議論により、平等なる光は簡單なる音の如く單一振動に依て生ずるを證明し得べし。

三八一　白光を用ゐたる干渉現象 (Interference Phenomena by using White Light.) 此現象を理解せんが爲め、色を異にする光線は決して干渉に依て消滅せず、又同一色の光線の如く同し程度に强くすべからざるを知らざるべからず。二條の斯の如き光線より、一點の受くる速度は、直に同じ方向にあり、又直に反對の方向にあり、然れども此等の二の場合は、振動數の異れるにより迅速に相更迭し、到底眼に感ずる能はず。吾人が又平均の光の强さを感得するは、啻其變らざる場合に於るのみならず、兩線の通過する路に於て、不同なる程度に變る場合に於ても亦然り。

今白光を以て干渉實驗を爲すは、夥しき光の種類を用ふるに等しければ、總て單一なる光の種類は特有なる干渉像を與ふ、而して光を異にするにより特別なる現象を起すことなきを以て、吾人は此等の相重れる諸像を視るべし。

フレネルの鏡の實驗に於て、各種類の光は中點に於て c に光を與ふるにより、此處に再び又白光を得。然れども c の左右には最早斯の如くならず; 單色の光線が黑き縞を生ずる場所に、他の波長を有するものは光を與ふべし、斯して合成光は、其部分の一部或は諸部分に缺くるにより最早白からず。c に於ける中點の白縞の兩側に、彩りたる縞の順列を觀測すべし。

讀者は今色を呈する現象が、プリズマを通ずる分解に由て得たるものと、其有樣を全く異にすることに注意すべし。

三八二　異種類のスペクトルの意味 (Meaning of Different Spectra.) ブンゼン燈の焰に種々の金屬鹽を燃せば、焰を著色し得べし; 斯して光を分光鏡により檢査すれば、單獨なる光の線を認む。是と同じき現象は稀薄なる氣體を充たせるガイスレル管に放電して光を放たしめ、分光鏡の細隙前に置くにより觀測すべし。

白熱體が氣態なるか或は蒸氣態なるとき、總ての場合に於て有限なる種類の單光を發し、是等は各自一定の振動期を有すべし、故に吾人が又換言し得る如く、スペクトル內の線の位置、即ち輻射線の波長及振動期は、各物質に特有なり。

同金屬の異れる鹽を焰に入るればスペクトルは相同じ; 是れ鹽が焰內に分解せられ、之に存在する金屬は蒸氣狀態に於て光線を輻射するを推定せしむるものなり。

鐵の如き液化し難き金屬を、蒸氣狀態に於て光を輻射せしめんと欲すれば、其金屬の電極間に電氣火花を飛さしむ。火花のスペクトルに於て、光る空氣に屬する輝線の外、金屬の性質に關係する線の或數が然るべき位置にあるを見るべし。

前に(二二〇節及二二二節)氣體內の熱運動に關し示せしことにより、吾人は氣體の輻射に關し表象し得べし。分子の折線的運動は「振動」と名け難し、而して吾人は又微部分がエーテル內に振動を刺激するものと假定すれば、例ば一定の波長を食鹽の蒸氣が輻射するを理解すること難からず。何となれば、吾人が見たる如く微部分は甚だ異れる速度を以て運動し、其相連續する衝突間に通過する距離は

甚だ不同なり、故に異種類の光はあらゆる振動期の輻射を爲すべきを期待せしむ。

分子が紛飛する間に、其構成部分は互に運動し、此運動に光の振動の原因を索むべきなり。此概念に從へば、各分子を發音體に比し、全體の氣體を例ば數多の同音調の音叉が紛飛する空間に比し得べし。各分子内の運動が周期的にして、エーテル内に振動を刺激し得べく、且構成部分が振動する周期は、總ての分子に就き同一なるを得べきは明瞭なり。又音叉は衝突により、其一は自然他のものより大なる振幅を得るも、總て同音調を發すべし。

次に吾人は第九章に於て一般に振動系は周期を異にする種々の運動を同時に履行し得るを見たり、從て氣體分子が同樣なることを爲し得るは驚くに足らず、故にスペクトル内に一の輝線を見るのみならず數多存在し得べきなり。スペクトル線に相當する振動數が、分子の構造及び構成部分間の力等に關係するは恰も發音體の音の高さが其大さ、質量及彈性に關係するが如し。

然れども最も簡單なる輝線を有するスペクトルにありても、線の位置を分子の構造に關する假說より說明するは尙不可能なり。啻多くの氣體の分子が、非常に複雜なる構造を有するは確かなり。吾人は數多の輝線を示し、場合により數百線を含むスペクトルを觀測せり。

吾人は發音體に就き、唯簡單なる場合に於てのみ、原音と陪音の振動數間に簡單なる關係の存在するを示せり。又スペクトル線の諸振動間の關係は、吾人の證明し得たる範圍内に於て著しく複雜なり。

今提案せし紛飛する音叉の表象は他の事項をも說明し得べし。各音叉は其質量と彈性とに相當する音を與ふ、何となれば其經路の大

部分に於て、夫自身に放任せらるればなり。然れども音叉が斷えず相互作用を生ずるときは變りあるべし、例ば彈性ある紐を以て互に連續するにより生じ得べきなり。斯して相隣せる音叉間の連結狀態が到る處同じからざれば、頗る異る音を聞き得べきなり。

自然狀態にある固體及び液體が「連續」スペクトルを與ふるは、斯の如き原因に基くものと做し得べし。分子は最早各自振動するにあらず、其間に相關連する影響あり、而して狀態の異れるは、其波長を或界限内にあらゆる値を生ぜしむるに十分なりとす。

又甚しく濃厚なる氣體は斯くの如きスペクトルを與へ得べし。

日光には又無數の單一線の種類現るゝにより、光は可なり大なる密度を有する自然物體より放散せらるべし。啻說明すべきはフラウンホーフエル線に關することにして、下に之に就て述ることあるべし。

三八三　光線のエネルギー (Energy of Light Rays.)　光の輻射と傳播に關しては、三三六節に記せしものと相類せる見解を滿足す。焰内の振動する小部分は、斷えず周圍のエーテルに仕事を爲し、夫自身エネルギーを失ひつゝ、其或量を之に與へて不斷遠距離に傳播す、是れ線の强さ或は光度を測るものと考へ得べし。今光が鏡に依て受けられ、其鏡が一の物質より成りて、之に含まるゝ一部分は運動すべき部分を含まざるものとすれば、(故に三三六節の固定せる鈎に比較すべし)エーテルのエネルギーは不變にして、光は全く反射せらるべし　光が透明體例ば硝子板に投射すれば又異れり；斯して一部分反射するは、到著するエネルギーの一部分が硝子内に通過するに由る。若し硝子が全く透明ならば、投射線が常定の强さを有すれば硝子内に振動を起し、不變なるエネルギー量に相當すべし。投射光

線に於けると同量のエネルギーが板に達し、反射線及透過線として進行すべし。是に反し、全く透明ならざる物體にありては、次節に論せんと欲する如く、エネルギーの一部分は止めらるべし、吾人は光線に由りて斯の如き物體に仕事を為され、透過線と反射線の强さの和が、投射束の强さより小なりと言ふを得べし。

又干渉現象に於てもエネルギーの分布に注意するを要す。フレネルの鏡の試驗に於て、例ば三二五圖に關し、遮面の部分 ab は鏡の一に依り、又他鏡に依り、一定量のエネルギーを受く。吾人は此原因は各量 A に相當するものとし、此量は啻一の鏡を論ずるときは、平等に平面 ab 上に配布せらるゝものと假定せん。兩鏡が存在するときは、遮屏の部分 ab の受くるエネルギー量は $2A$ なれども、其配布は平等ならず。暗縞の場所に於てエネルギーは零なり。是に反し三七七節に論ぜしエネルギーの增大する處に於ては唯一箇の鏡より其受くるエネギーの二倍以上なるものゝ來るを見る。

三八四 光の吸收 (Absorption of Light.) 吾人は平行せる側面を有する板の全く透明ならざる物質より成るものを考ふ。側面に平行せる光線の强さ I なるものが投射するものとす。吾人は後者の大さは各單位時間に光束に伴はれたるエネルギーに比例すと考へ得べし。

吾人は前面と背面より反射によりて失はるゝ光を度外視すれば、通過する光束は投射光束よりも小なるべし。同時に吾人は板の溫まるを見るべし、故に光振動のエネルギーの一部分は熱運動に變ず。單一線の一定の種類につき論ずれば、通過線の强さは各板につき投射線の强さの一定部分なるを示せり。

板の厚さが一糎にして、通過線の强さを得るに、投射線の强さに乘せざるべからざる分數を a なりとす。斯くて二枚・或は三枚・或は一般に d 枚の重なれる板を通過する光の强さは

$$a^2I,\quad a^3I,\ldots\ldots\quad a^dI$$

なるべし。今吾人は別に變りを來すことなく板を一枚に合せ得べし、而して d 糎厚の板は

$$i=a^dI$$

の光の量を通過せしむ。是 d が整數ならざる場合にも滿足するを證明し得るは玆に詳にするの要なし。

吸收さるゝ光の量は、板に當る量を、$1-a^d$ にて乘じ見出し得べし。

$a<1$ なるにより、i の値は d が漸次增加するにより零に近くを見る、即ち全く透明ならざる物質より成る板が十分厚きときは、總ての光を吸收す。他方に於て i が d の減少により、I の値に近づくは期待すべし。是又 a が小なるときに起るものなり。一糎厚の層が、僅小なる光を透過せしむるときは、d が十分小なるも a^d は殆ど一に近かるべし。

多くの物體に於て、a の大さは單一光線の種類を異にすれば同じからず、是等の物體は、特に一種の色或は特種の色を吸收す。投射線は白くとも、透過線は斯して色を現じ、層が十分薄きときは殆ど認め得べからずと雖厚さを增すにより明瞭となるべし。

最も强く吸收する物質は金屬なり、此等は 0,001 糎の厚さあれば不透明なりど言ふも不可なし。

種々の物體は反射線にも亦一種の色を示せり、是れ白光の種々の

部分が鏡面により異れる強さを以て反射せらるゝに由る(磨きたる金屬の色)、又は光線は或厚さを透過して然る後に反射するに由るべし(繪具を以て覆れたる物)。後記の場合には實際薄層を通ずる透過により、吸收と相關連するものなり。

最終の仕方に生ずる色は、物體が光を散じ、或は反射により散光するとき最も明瞭なり。吾人は磨かれざる表面を有する物體が、一定の方向に投射する光線を總ての方向に再び散ずる現象を意味す。

夫自身光を與へざる物體の色に就きて尙注意すべきは、其常に之に當る光の色に關係することなり。一室内にある物品が、唯食鹽の光に依て照さるゝときは、黃色より他に現すことなし、晉一物體は他物體より明るく或は暗く見え得べし。第二の例は日光に依て見たる色と瓦斯燈に依て見たると色彩を異にするは知れ亘りたることなり、實際日光と瓦斯燈とは其成分を異にするによる。瓦斯燈には靑色及菫色の光少し。

色に關する現象の研究は、非常に種類を異にせる光を總合したるものも、吾人の眼に與ふる感覺は、同一の色を呈し得るを敎へたり。故に獨り分光鏡に依てのみ光の合成に就き一定の判斷を爲すを得べく、其光は種々の場合に於て透過し又反射せるものなり。

「吸收スペクトル」の類例は、最初白き光がフクシンのアルコール溶液を通過したるものを分光鏡の細隙に投射するに依て示さるべし。斯して數多の狹き又は廣き黑縞の模糊たる線を有せるものを視るべし。

三八五 吸收能と輻射能との關係 (Relation between the Power of Absorption and of Emission.) 强き白光の一束を、食鹽の光を通じ透

過せしめ、而して之を分光鏡に受くるときは、焰自身が一の光線を與ふる場所に、一の黑線を觀るべし。

此實驗は白熱蒸氣が其送出する光線と同じき光を吸收するを證明す。此現象は他の氣體及蒸氣が有する特質にして、共振れ(三二〇節)の法則により說明せらる。ナトリウム分子内には、一秒に一定數の振動を爲し得る小部分あり。エーテル内に、同周期の振動が傳播すれば、此小部分は共振し、エーテルは其エネルギーの一部分を吸收せらる。斯樣に分子内に生ずる振動は、種々の仕方に不規則なる熱運動に變化すべし。

上に記載する實驗を說明せんと欲すれば、投射線の路にあるナトリウム焰は、吸收によりスペクトルの一點に於ける光の强さを減少するを記するの必要あり;然れども此部分は再び其送出する光に依て補はれ其スペクトルに於ける位置は精密に同一の場所にあり。ナトリウム焰より甚しく强き光線を以て實驗を行ふときは、其吸收する光の量は投射線の一定の部分にして、是に由て焰自身が分光鏡に送る量より遙に大なり。

三八六 フラウンホーフェル線の源因 (Origin of Fraunhofer Lines.) 此等の線内にある D 線は前節に記せし線と同一の場所を占む;此線は日光がナトリウム蒸氣を通過して來れる假定を起さしむ。他の事實は此假定の精確なるを示せり。數多のプリズマを備ふる分光鏡を使用するときは、色を分解すること大にして、D 線は二條の相近似する線より成れり。然れども斯樣なる器械に於てナトリウム光の明るき線は二條となり、兩線は D 線の占むる二箇の黑線と全く其位置を同うす、加之太陽スペクトル内に於ける他の黑線は、一定

の白熱狀態にある氣體若くは蒸氣のスペクトルに現るる輝線と同一の位置にあり。C及F線は水素輝線と一致し、鐵スペクトルの二千條の線は太陽スペクトルの黑線中に見出し得べし。是れ日光が鐵の蒸氣を通過すとの說明の他なきを示すものなり。

此蒸氣・C及F線を生ずる水素並にナトリウム蒸氣にしてD線の依て生ずるは、太陽の最外層、即太陽の大氣に存在せざるべからず、故に太陽の實體は尙高き溫度にあつて、あらゆる波長の光を發散するを表象せざるべからず。

太陽スペクトルの黑線中、其或數は、地球の大氣中の吸收に由て生じ、專ら之に含まるゝ水蒸氣の生ずるものなり。

三八七　運動によるスペクトル線の變位 (Displacement of Spectrum Lines by Motion.)　三三一節に於ける議論はドップレル原理を提起し、此處に演繹せる範式 (6) 及 (7) は光に於ても亦滿足せらる。スペクトル內の點の位置は、光線の集合する處にして、分光鏡の細隙が一秒間に逢ふ振動の夥しき數により決定さるゝことを記憶すれば、次の結論に到達す。

平等光線を發散する光源が觀測者に近づくとき、或は觀測者が分光鏡を以て光源に近よるときは、觀測者の視るスペクトル線は、關係的靜止の場合に於けるより菫色の部に移るを觀る。是に反し線が此場合に有する位置より赤色の部に變位するは、光線と觀測者が、運動により互に遠ざかる場合に屬す。吾人が茲に詳にする能はざる考索により、其輝線にあらず、吸收線に關しても同樣なる事項の滿足せらるゝを知り得べし。吸收線は之を生ずる物體が、觀測者に近より或は之より遠かるにより變位す。

多くの星のスペクトルに、線の僅少なる變位を觀測せり、是れ既に論せし如く、天體の運動に歸著せしめ得るところにして、重要なる結果に導けり、何となれば是に由て視線の方向に於ける星の速度を決定し得べければなり。三三一節の範式は振動數の變化に對し觀測者或は光源の速度と光の速度との比が之を決定するに十分にして、從て地球の有する速度がスペクトルに認め得べき線の變位を生ずること小なるを示せり。然りと雖ドップレル原理の光に應用すべきは、實驗的に證明せられ、光線を適應なる仕方に迅速に動く鏡より反射するにより證明せられたり。是に由て、吾人は線の小なる變位を來し、其大さが理論上計算せるものと滿足に一致するを見たり。此目的には光線の一束が靜止せる光源より出でゝ、直角なる方向に鏡面に投射し、而して後分光鏡に入る場合を論ずるに由て十分なり。光源が分光鏡に近づく運動を與ふるときは、各振動は細隙に達するに、以前に要せし時間より少なる時を要す。故に振動は光源より出でしよりは迅速なる順序に從うて細隙に達す。運動せる鏡面に反射する場合は、三三九節に論せし反射に由り、光源の種類は常に不變なることを示せり。

上記の小變位を觀測せんが爲め、比較スペクトルの方法を利用す、之れ又他の多くの場合に應用せらるゝものなり。三七三節に論せしところに依れば、細隙を直立せしむれば、スペクトルは互に相重れる小スペクトルの數多より合成せるものにして、各スペクトルは、細隙に一定點より入りし光より起るものなり。今細隙の上下の各一半に、二條の異れる光束を入るれば、此等の光のスペクトルは相上下して現る、是を以て吾人はスペクトルを互に比較し得べきなり。

例ば研究せんとする星のスペクトルに諸線が、鐵より生じたるものと假定すれば、細隙の一半に星の光を受け、他の半分に鐵の電極間に生ずる電氣火花の線を入る、今星の地球よりの距離が不變なりとすれば、スペクトル線は比較スペクトル線の延長線内にあるべし。關係運動により生ずる變位は、此事情の下に容易に明瞭ならしむ。今多くのスペクトル觀測に爲さるゝ如く寫眞を利用し、三二三圖のV面の位置に寫眞板を置けば、現像したる後、之に寫れる線と數多のスペクトル線間の距離を測り得べし。

三八八　赤外線 (Infra-red Rays.)　岩鹽のレンズ及プリズマを以て、日光若くは電氣燈のスペクトルを遮屏に投射し、赤色の端に於けるスペクトル界を去る僅なる處に寒暖計球を煤煙にて覆ふたるものを置けば、寒暖計は溫度の昇騰を示さん。太陽及弧燈に於る白熱炭素の頂點より光の感じを生ずるもの以外の線を發し、眼に感ぜざるも、光線の如く吸收せらるゝにより、熱運動に變ずるものなり。此等の暗き熱線は太陽の輻射する總エネルギーの大部分を占む。

暗き熱線がスペクトル内に占むる位置より赤外線の名稱を生せり、而して其光線と異るは唯波長のみにして、赤線より大なるを假定せしむ。更に之を研究すれば、此假定が精確にして、反射・屈折・及干涉に關して光線と同一なる法則に從ふを示せり。加之發光せざる物體より出る熱線は、太陽の光線に伴ふものと同一の性質を帶ぶるを見たり。

光の如く、今論せし線も亦異れる物質により吸收せらるゝこと異れり；此等の研究には、岩鹽若くは他の物質にして、熱線を殆ど完全に通過せしむるものを使用す(透熱物體)、而して硝子は甚しく熱線を吸收す、又煤煙を以て寒暖計の球を覆ふときは、各波長の振動を熱運動に變ずるを以てなり。

吾人は僅の熱に對して、普通の寒暖計よりも著しく感じ强きものを考案し、此器械を以て見るべからざる線を精しく研究せり。是に由て氷の熱線を觀測し、波長 0,0061 粍の線あるを證明せり。

一見驚くべきは氷の熱線を論じ得べきやにありと雖、氷の一塊を之より低溫度にある物體に相對せしむれば、氷の輻射により其熱せらるゝを期待すべし。然れども今光源が之と相對せる物體に斯く輻射する如く、氷塊の熱線は總て同一なるべし。此事項は任意なる物體にも滿足せられ、遂に吾人をしてエーテルは全く暗黑なる空間に、總ての方向に於て其處に存在する物體より出る無數の振動に依り交らるゝを思はしむ。是に由て各物體はエネルギーを失ふも、殘餘の總てのものより又エネルギーを受く。總ての物體が此空間内に於て同一の溫度にありて、其狀態を變ぜざるときは各物體が其周圍より受取ると同量のエネルギーを輻射せざるべからず。

一の固體若くは液體より出る光線は甚だ異れる波長を有す。何れの光線が此等の輻射せる振動内に最も强きかは溫度に關係す。低溫度に於ては、暗き熱線が殆ど全現象を生じ、一定の溫度より以下は赤線に伴はる；此溫度は約五百度なりと推究し得べし、(かゝる物體は「赤熱」なり)、次に黃線を發し、最も强く屈折せらるゝ光線を生ずるに至り、遂に物體は「白熱」狀態にあり。

此等の變遷により、總ての振動は幾分か其强さを增加す。然れども總て輻射せる振動中、最も强くして、輻射せるエネルギーの大部分

を含むものは、溫度の昇騰するに從ひ、常に小波長の方向に變位す。

此等より得たる重なる結論は、固體例ば瓦斯燈内の炭素粉の如きものに光を發散せしむるには、之に出來得べき高溫度を與ふるやう努めざるべからず。斯してエネルギーの最も大なる部分は、眼に依て感得し得べき狀況にあらしめ得べし。

三八九　光の化學作用　菫外線　螢光　燐光 (Chemical Action of Light. Ultraviolet Rays. Fluorescence. Phosphorescence.) 光が吸收せらるゝときは常に熱に變ずるものにあらず、時としては化學分解を生ずるにエネルギーを消費す。啻一二の例を擧ぐれば、第一植物の葉綠素は、太陽光線の影響により、炭酸瓦斯を分離す、而して、專ら黄色の光線による; 第二、或銀鹽を分解す、而して寫眞に應用せらる。

此等の銀鹽は珍き現象を示すものなり。寫眞板がカメラ内に或時間光に曝さるゝときは、像は少しも見るべきものなし。吾人は更に之を現像せざるへからず、即ち板を液體内に入れ光に感ずる層に現るゝ銀鹽より、化學作用により金屬を分離す。像を生ずるは光を受けたる部分のみにして、光が强ければ又從て著し。故に光は少しも銀を分離せず、兎も角も見るべき形に分たざるも、上記の化學反應に感ずべき狀態に銀鹽を置くものなり。

銀鹽の變動は、短き波長の光線により生ず。此作用は第二種に見るべからざる光線に由て生じ、光線は菫光よりも小なる波長を有し、可視スペクトルの菫色側の外にあり。化學作用により 0,00001 粍の波長の光線の存在を證明し得べし。

此等の菫外線の存在は尙他の現象に依て證明せらる。光が硫酸キニーンの溶液に投射するときは、溶液の各點の光線に依て照さるゝ部分は諸方面に光を發し、其光は投射線と著しく異なり、然れども總て前に論せし現象にありては、光の振動の周期は不變なり。此輻射を名けて螢光と稱す; 斯して菫外線により喚起せらるゝ輻射は、吾人が視得べき作用を生ず。

螢光物體は其數甚多し; 各物質は同じ狀況の下に輻射する光の種類異なれり。硫化カルシウム・硫化バリウム及普通の光色素は光源により照されたる後、長く光を發し、其期間に短長あり、又他の物體は遲緩なる化學作用により(燐)、又は壓及摩擦に由て發光す。斯の如き場合に、物體が暗黑裏若くは低溫度にありて光を發するときは、屢燐光の名稱を附す。

三九〇　レントシエン線 (Röntgen Rays.) 從來論せしものと甚しく異れる一種の線は、一八九五年にレントシエンにより發見せられたり。線は硝子器(眞空管)に稀薄なる氣體を充たし、之に一定の放電を發するにより起るものなり。斯して一種の物質は眞空管の附近に於て螢光を發す; 吾人は容易に其眞空管を出る影響に歸せざるべからざるを明にするも、同時に又其普通の光線又は菫外線にあらざるを知る。吾人は此等の二種の線を全く透過せざるやう管を黑紙を以て覆ふも、螢光を防止せざるを示し得べし。

レントシエン線(以前には又 X 線と稱せり)と名くる新線は、電氣放電に逢へる硝子壁の部分より直線に出るものなり、又眞空管に設けたる金屬板は線の起點と做し得べし。

レントシエン線は、菫外線の如く網膜に感せざるも、其之と異るは紙の覆ひを以て試驗せることにより既に明なる如く、菫外線の透過

せざる物體を透過するの能あるにあり。如何なる性質を線が表すやは、シヤン化白金バリウムの薄層を塗りたる紙の遮屏に之を受くるときは、線の影響を受け、著しく螢光を發するに依る。第一にレントシエン線は數米の空氣を透過するを得、次に數粍の厚さある金屬板を螢光遮屏前に置くときは甚だ明にして、時としては全く黒き影を生す、然れども粍の十分の一位の厚さある白金板及銅板幷に十五粍厚のアルミニウムを透し通過し得べし。木・紙・鉛を含まざる硝子、多くの動物の細胞等は、一糎或は數糎の厚さあるも十分透明なり。故に遮屏前僅の距離に於て、木函の金屬物質を包めるものを置くときは、遮屏に此等の到底眼に見るべからざる物質の影像を見るべし；手を遮屏前に置くときは、影像上に手の骨を明に現すべし。

レントシエン線は啻に螢光を發するのみならず、又寫眞板に作用を生じ得べし。線が與ふる物體の影像を或時間此等の板に投射し普通の方法に從ひ之を現像するときは、明に像を見るを得べし（輻射寫眞術）。

レントシエン線は、鏡により光線の反射せらるゝ如く、規則正しく反射せらるゝものにあらず；此線は一物體より他物體に移るにより屈折せず、初の方向に進行す。此等の線を以て實驗するには、レンズを利用すること能はず、吾人の得るものは唯影像にして、其鮮明ならんことを期すれば物體を螢光遮屏又は寫眞版に近接せしむるか、線の出る表面を餘り大ならざるやう撰むべし。

レントシエン線の性質に關しては種々の研究により、其光及菫外線に類する平衡變動より起るも、規則正しき振動にあらずして、不規則なる振動の相斷續することを確めたり、各振動は吾人の觀測せし

最外の菫外線の振動より短期なるを確定せしむ。此線が多くの物體を透過する能あるにより、此等の物體內にエーテルの存在すとの表象を確實にし得べし。理論的考察は、各平衡變動が甚しく短期なるとき、普通物體の分子の影響は甚だ小なるを敎へたり。

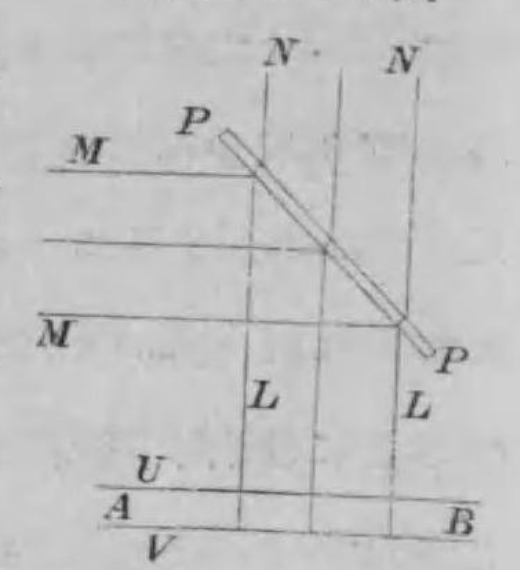
三九一　二箇の異れる光源より發する線の合作用により干渉現象を觀測すべからざること (Impossibility of observing Interference Phenomena by the Combined Action of Rays from two Different Sources of Light.) ナトリウム焰內の發光分子は、其合成部分が振動する間に、斷えず位置を變へ、恐らく各衝突により運動狀態に急激なる變動あるべし。二箇のナトリウム焰を取り、一焰內の單獨點 A より出づる光と、又他焰の單獨點 B より發する光を遮屏に投射せしむるときは、干涉縞を觀測し能はざること是に由て明なり。一定瞬時に A 及 B 點にある分子が同位相にて、遮屏の一點に例ば暗黑線を與ふるものとすれば、一瞬間後には其位置を占むる部分は反對の位相にありて、遮面の同一點にありて振動の强まることあるべし。此明暗の狀況は交互相連り、吾人は照されたる表面の總ての點に於ける平均の光の强さを感得するに過ぎず。是又光線が或廣さあるときに實驗する場合に滿足せらる；吾人が觀測する光の强さは各點に於て兩光源が各自に生ずる强さの和なり（三八三節參照）。

干涉により光を强くし或は弱くするは、只光線が同一點より出で、異れる路を通過して再び相交る場合に於てのみ見ることを得べし。然れども吾人は尙光源の廣さに著目せざるべからず。光源の各點は夫自身干涉像を與へ、此像は光源の一點が或場所に暗黑狀況を與ふるも、他點に於ては光を與ふ。フレネルの鏡を用ふる干涉試驗に

於ては、此理由に基き、細き光線を以て試驗を施すを必要なりとす。

三九二 薄板の干渉現象 (Phenomena of Interference of Thin Plates.) 平行側面を有する透明物體より成る薄板 AB（三二六圖）に、平等光線 LL の直角に投射するあり。其一部分は表面 U に於て、一部分は又裏面 V に於て反射す。是を以て二條の反射線は薄板に直角なる線に傳播す、d が薄板の厚さを示すときは反射線の一は他線より $2d$ だけ長き路を通過す。此狀況は兩線間の位相差を起さしむ。加之薄板の兩側が同一のメヂウムなるときは、位相の差を生ずるに第二の原因あるものなり。

第三二六圖



三三三節に、密度を異にせる二氣體の境界面に於て投射する濃厚波は又濃厚波として反射せらるゝは、其密度少き物體より出るときにして其他方より來るときは稀薄波として反射せらる。一般に反射により A 及 B の兩メヂウムの境界面に於て、振動は其 A の側より來るか、或は B の側よりするかを區別せざるべからず。吾人が玆に說く能はざる理論により、振動の如何なる種類なるかを證明せしむ。例ば光振動に於て反射により位相を反對にし、他の場合には斯く爲さゞるを以て區別し得べし。

薄板の表面と裏面に起る振動間に明に此區別あり。光振動は光線に直角にして、圖面の右方に起るものとすれば、平衡變動は反射により同一方向に於て變位を來たし、他の場合には左に運動を生ずべし。

吾人は此等に著眼すれば、板の厚さが $0, \frac{1}{2}\lambda, \lambda, \frac{3}{2}\lambda, \ldots\ldots$ なると

きは、二條の反射線は互に相消滅し、$d=\frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda\ldots\ldots$ なるときは、出來得る丈け强さを增すべし。是を以て反射線の强さは厚さに關係し、其或値に就きては零に等し。

エネルギー保存の法則は、板より僅の光が反射せらるゝときは、光の多くは通過し、而して又其反對なる場合には反對なるを必要とす。是れ實際に起るものなり。又通過線に於て强さが異れる値を得るは、二線が互に干渉し、其一は直接通過し、他は最初裏面に、而して後前面に於て反射せらるゝの結果なり。次に吾人は板より反射せらるゝ光に就き特に論ずることあるべし。

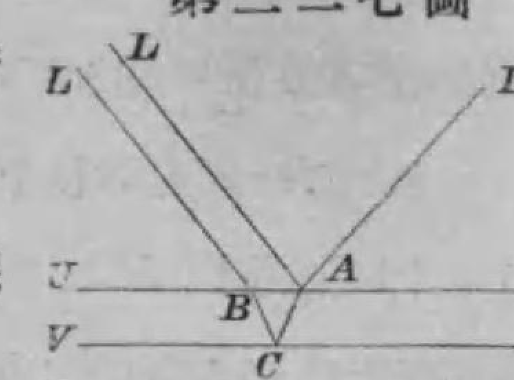
投射せる白光の一束が如何なるべきやを見んと欲すれば、其各合成分に就き如何なるかを研究せざるべからず、波長は異れる色につき同じからざるにより、厚さは總ての色につき波長の同一部分或は其倍數なることを得ず；厚さは例ば一の色の四分の一波長の四倍に等しきも、他の色につきては其五倍なるを得べし。異れる單一光線の種類は是に由て不同なる强さを以て反射せらるゝにより相合して色を爲せる光束を生ず。

又通過光線は自然一束を爲し、其色は反射光線と異れり。何となれば白光の合成分中、其一束に缺けたるものは他束に大なる强さを以て現るればなり。若し兩束の光を合成することを得れば、吾人は再び白光を得べし。兩色の相合して白光となるものを餘色と稱す。

薄板より直角に反射せらるゝ光線を眼に入らしめんと欲すれば、種々の工夫を利用せざるべからず；例ば透明なる硝子板 PP を光線の路に置き；之と四五度の角を爲さしむ。NN が投射線なるときは、線 MM は眼に入り得べし。

斯の如き方法は、斜に投射する光を以て試驗する場合には最早必要ならず。如何に干涉線が斯く通過するかは、三二七圖に於て之を見るべし。兩平行光線 LA 及 LB にして、無限大の距離にある同一光點より來るものは、一の反射光線 AD を生ず。

第三二七圖



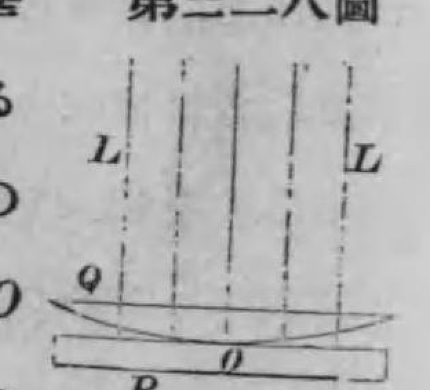
此場合に於ける位相の計算は頗る面倒なり。其結果は投射角に關係し、角に從て又板の示す色を變ず。

此處に與へられたる方法により、石鹼球・水上の薄油層・及金屬の其表面に薄き酸化層あるものゝ色を生ず。

總て此等の場合に於て、光源が廣さありて干涉現象の觀測せらるゝは同樣に、薄板の一定部分より、瞳孔に入る光線が、其方向に於て唯僅の差あるを以てなり。網膜に達する光線は、殆ど同一の角度に薄板に投射す。此等の各有効光線につき、又 LAD 及 $LBCAD$ (三二七圖)の部分に生ずる位相の差は殆ど同一にして、總ての同波長の有効光線は從て同時に明暗を現ず。

三九三　ニウトン環 (Newton's Rings.)　ニウトンが最初試驗せしものは、平面硝子板 P (三二八圖)上に曲りの甚しく弱き平凸レンズ Q を置くにありて、其曲れる側を下方に向けたり; 此硝子の組合せに、平等光の一束を投射せしめ、反射線を眼に入らしむれば、O 點の周圍に、眼の適應なる調節により、明暗相連なる環の一系を見るべし。反射線をして收斂レンズを通過せしむれば、レンズ前の一定の距離に於て、同一干涉像を遮屏に受くるを得

第三二八圖



べし。勿論三二八圖に於ける如く光線 LL を直角に投射せしむるには、三二六圖に應用せると同樣なる工夫を爲さゞるべからず。

兩硝子間の空氣の薄層は、此實驗に於て前節に論ぜし薄板の役をなせり。然れども側面が全く平行ならざるにより、現象の滿足なる理論は頗る複雜なり。

光線が唯空氣層の下部の境界面より反射するときは、網膜或は遮屏に光斑を生じ、又反射が唯上部の境界面に於てのみ起る場合には同樣なることを注意するに止む。故に實際二箇の相合する光斑を得。網膜の一定點 A に二線相交り、(嚴正に言へば二條の薄き光束) 兩線として空氣層の一定の場所 B に反射せられ、一は上部に他は下部の境界面に於てす。投射線が三二八圖に示せる方向を有するときは、兩線の路に差を生ずるは B 點に於ける空氣層の厚さの二倍に近し。故に A に於ける厚さが $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$…… なるとき暗黑を示し、其 $\frac{1}{4}\lambda$, $\frac{3}{4}\lambda$, ……なるとき光は最大の强さあるべし。

觀測と詳細なる理論は、網膜が空氣の薄層と共軛なるときに於てのみ能く環を見得べきを教ふ。三二八圖の點 O は網膜の或點 O' に相當し、而して空氣層の上記の點 B の周圍を、O を中心として圓を畫けば、A 點は O' の周りに於ける圓を廻るべし。光の强さは位相の差、從て空氣層の厚さによりて、定まるが故に、第一に記せし圓上には、到る處强さを同うす、從て O' の周にある圓上にも强さを同うせざるべからず、故に同心の明るき環と暗き環とを生ず。

又斜に光を投射するときは、環の一系を認む、然れども此等は直角に投射する線と異れる直徑を有す。

投射線が白光なるときは、前節に論ぜしところにより、空氣層の各

點に色を現じ、其色は薔層の厚さに關係するものにして、從て O を中心點とする圓形を爲し、黒き中心點の周の彩色ある環となるべし。

是に關し尙明瞭なる表象を得るは、平等光の各種が夫自身に干涉現象を起し、吾人が白光につき認めしものは、總て此等の現象の相重なりて、合成したるものと考ふるにあり。今暗き環が、色を異にせるものゝ相集りたるものとすれば、白光により無色の明るき環と暗き環とを生ずべし、然れども波長を異にするにより、此等の相合するは不可能にして、一の色は光を與へ、他の色は之を暗黒ならしむ。

三九四　干涉縞は甚しく厚き板に於て何故に觀測せられざるか (Why Interference Fringes are not observed in very Thick Plates?) 吾人が前節に利用せしレンズを以て、硝子板がナトリウム焔により照さるれば空氣層の周圍に至る迄暗き環を觀測す。是に反し、白光を以て見るときは、色彩ある環の數は限られ、空氣層の周圍には、到る處白光の反射せらるゝものあり。是れ白光內の光線は、吾人の眼に一定の色の感覺を與ふる、稍異れる波長を有するの結果なり。例ば赤線に對しては、波長は殆ど 0,000076 粍より 0,000063 粍間にあり。空氣層の厚さが 0,000035 粍にして、恰も赤線の平均の半波長に等しきときは他の赤線の半波長と異ひあること僅少なり。故に此厚さにありては、反射線が、殆ど總ての赤線の干涉により消滅するにより、色を認めざるべからず。

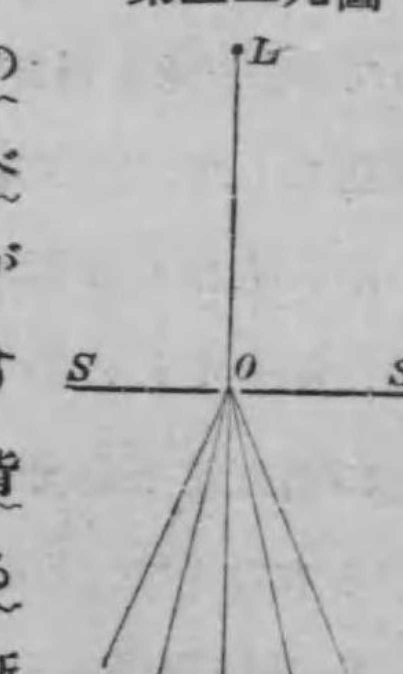
0,0004 粍の厚さにありては、$\lambda=0,000073$ なる光の四分の一波長の二二倍に相當し、又 $\lambda=0,000070$ なる光線の四分の一波長の二三倍にして、又 $\lambda=0,000067$ 及び $\lambda=0,000064$ なる光の四分の一波長

の二四倍及び二五倍なり。此等の四種の光の內、第一及び第三は反射線に缺け、第二及第四は反射線に現る。均しく又黃色線の或ものは消滅し、他のものは然らず、他色に就きても之に類するものあり。此結果は各色の一部は反射せられ、其量は總ての色につき投射線に對し殆ど同一の割合なるにより、反射せる光は白からざるべからず。

此の「白光」にありて、一定の波長を有する光線の缺損せるは、分光鏡を以て之を分析し、證明し得べし。

三九五　細隙を通ずる光の廻折 (Diffraction through a Small Slit.) 光束より細隙を以て其小部分を分離し、之を單一なる光線と考へ得るには、吾人は特別なる困難に遭遇す。L が光點にして(三二九圖) O が不透明なる遮屏 SS 上の甚しく細き隙間なりとすれば、遮屏背の空間に於ては、Lo 線の延長に於けるのみならず、又線外に光を感得すべし。波動說は此現象につき說明を與ふ。吾人が背面に得たる光は、最初 o に來れる振動の傳播するものに他ならず、隙間が十分狹きときは、S の背にある空間に於ける傳播は、恰も隙間を單一なる振動中點としたるものに同じと見做し得べし。斯の如き中點は、平衡變動を唯一方に於て傳播するのみならず、又諸方面に傳ふるを見る、故に圖に示せる各線は光の運動の一部分と見做さゞるべからず。

第三二九圖

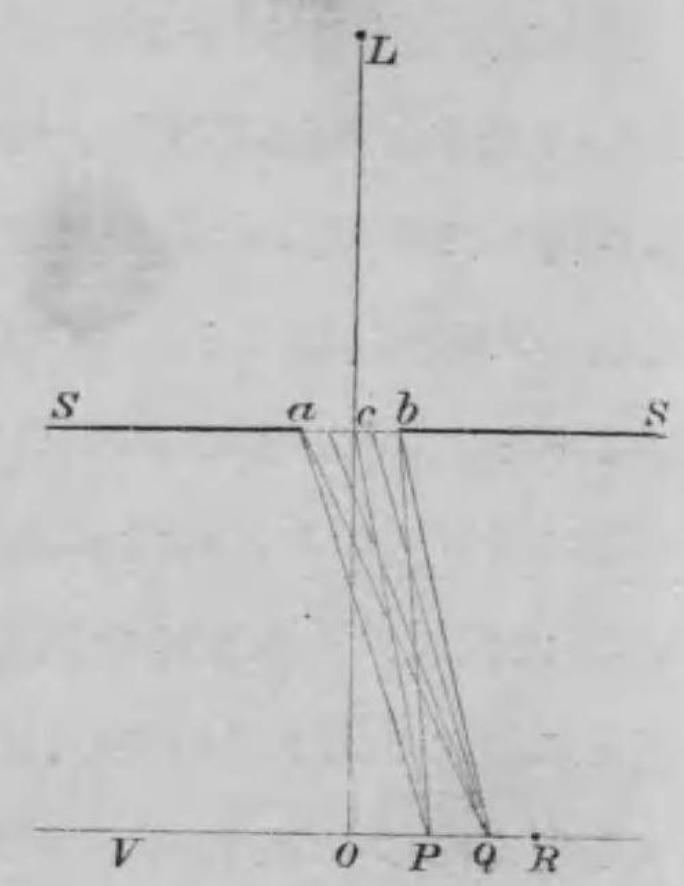


是に由て單獨なる「光線」の存在し能はざるを示せり。同時に光が光點より出る直線に限り傳播せざる現象の或數につき關鍵を有す。此現象は光の廻折(デフラクション)と稱す。

遮屏に o 及 o' の二箇の甚だ小なる隙間あるときは、S の背にある各點は o 及 o' より來る振動に會すべし、實際の光の運動は此等の振動の干渉の結果なり。是れ又隙間が二箇より多數なるときも滿足せられ、又此等が互に隔離せざる場合にも同樣なり。吾人は單獨なる大なる隙間を、直接に並列する甚だ狹き隙間の夥しき數が相集るものと見做し得べし。

吾人は一例として、細隙（三三〇圖）を通ずるヂフラクションを論ぜん、細隙の縁は圖面に直角に a 及 b 點に立てるものなり。此細隙に對し、均く圖面に直角なる光の線 L ありて、單一光を發するものとす；V は遮屏にして、之に光の運動を受けしむ。吾人は次に圖面の遮屏に於ける點に就きてのみ論じ、唯細隙の此平面に接近せる部分のみが光を遮屏に送るものとす。

第三三〇圖



L を細隙の中點 c と連結し、平面 V 上に一點 O を定む。今 LO が平面 S に直立し、L と O の此平面よりの距離は大にして、$La-Lc$ と $Oa-Oc$ は波長よりも小なるものとす、斯して細隙の總ての點は同一位相の振動を受け、此等の振動は細隙の各點より遮屏の背部に傳播するにより、O に於て再び同一位相を以て相合すべし。故に此點に於て光を感得すべし。

今細隙の兩端點より P に至る距離の差が、使用せる單一光線の波

長 λ に等しきものとすれば、其點は暗黑なるべし。P を細隙の中點 c と連ぬれば、線 Pc は Pa より短きこと、尚其 Pb に超過するが如し。故に $Pa-Pc=Pc-Pb=\frac{1}{2}\lambda$ を得。然れども之れのみならず、細隙の各半に一點をとり、一點は a の右にあること尚他點が c の右にあるが如くならしむれば、又二箇の斯の如き「相當」點の P よりの距離は、半波長の差を生ずべし。

細隙の各半には光を P に送る夥しき點あり、然れども既に論せしところによれば、P が ac の一點より受くる光は、cb の相當點より來る運動に依て消除せらる。故に P が ac 及 cb より受くる總ての運動は、又互に消除せらるべし。

是に類する推論を以て、$Qa-Qb=\frac{3}{2}\lambda$ を滿足する Q 點に起る現象を知り得べし。吾人は ab を三等分し、斯く分ちたる點を Q と連結し得べし；Q に相合する四線は $\frac{1}{2}\lambda$ の差ある長さを有すべし、Q 點に於て細隙の最初の三分の一より來る光は、第二部の三分の一より來るものに依て消除せらるゝも、終りの細隙の三分の一より出づる運動は消失することなし。

R 點に又暗黑點あり、即ち $Ra-Rb=\frac{4}{2}\lambda$ なる處なり。此事項を詳にする爲め細隙を四等分す；此部分の第一及第二部分は、遮屏の背部に於ける光の運動を生ずるも、R に於て相消除し、又第三及第四部より來る平衡變動も亦斯の如し。

吾人は此議論を更に敷衍するの要なし。之を詳說する理論に於ては、細隙の總ての部分を參酌せざるべからず、即ち圖面より上部にあり、又下部にありて、此平面より或距離にある部分を考ふべきなり；斯して全體に於て同結果を得。

遮屏に於ける光の强さは、最大値より P, R……諸點に於て漸次零となり、各平面に上記の議論を應用し得べし、平面は細隙の縁に直角にして、實際は V 平面に於て圖面に直角に明暗なる縞を生ず。又 O の左方に於ける光の配布は右方に於けると同様なり。

現象を明瞭に觀測するには、三七七節に記載せる方法に從ひ、擴大レンズを以て見るを宜しとす。

平等光線の種々の種類を用ゐ、相續きて實驗を爲すときは、波長の異るにより、デフラクション縞は各回相互間の距離を異にす；其最も小なるものは菫光を用ゐたる場合にあり。

白光を使用するときは彩色ある縞を見るべし。唯 O 點に於ては光は白し、何となれば、此處に總ての色に對し明るき縞を生ずればなり。色は最初右方或は左方に赤を現す、何となれば青色或は菫色の光線の缺くる處に唯赤光のみあればなり。

斯く記載せる現象は、唯光が一線或は甚だ狹き光源 L より發するとき觀測し得べし。光源が認め得べき幅あるときは、吾人が之を區劃して小部分の集れるものと爲し、各自につきデフラクション縞の一系を作るに、是等の系が全く相重らざるにより、一系に於て明るき場所は、他系に於ては暗き場所なるを認め得べし。

此節に使用せる、一の振動運動に當る點は新しき振動中點と考へ得べしとの定理はハイゲンスの原理と稱せらる。

三九六　隙間の幅の影響 (Influence of the Breadth of the Opening.)

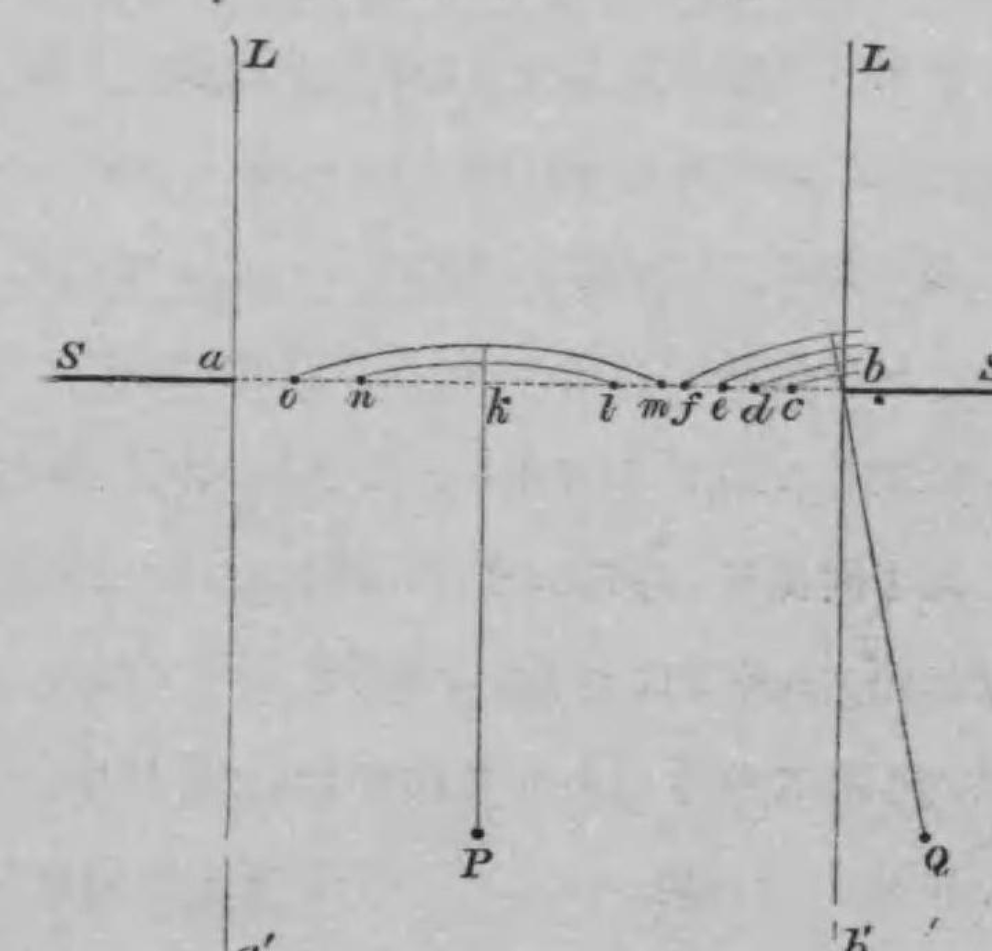
三三〇圖に於て、ab が波長より短き間は、第一の暗縞に與へたる條件を滿足する點なし。此場合には又無限小なる隙間に於ける如く總ての方向に光を送るべし、然れども幅が波長に近似するときは、光

は cO の方向に集中し始む。

隙間の幅が波長の幾何かを占むれば、前記の明るき縞と暗き縞との交互相列るものを生ず；此等の縞の光の强さは、O より隔たるに從ひ速に減ず；實際 O 點は全隙より光を受け、Q は其三分の一を受くと言ふを得べし。隙間を廣くするに從ひ、PQR の諸點は總て O に近づくことは、前節の結論より容易に演繹し得べし。

故に吾人は振動の性質は一度其遭遇したる點より總ての方向に傳播し、隙間を廣くするにより漸次斯の如き傳播の狀況を減じ、遂に細隙の幅が波長の千若くは一萬に當るとき、光は殆ど直線的に傳播するを見る。

第三三一圖



三三一圖に ab を斯の如き幅廣き隙間とし、之に L の方向に平行光線の一束が投射するものとす。線の縁を通し、aa'、bb' を此方向に描くときは、此線の外部に於て、短距離に於てすら、例ば Q に於て暗きを見るべし。吾人は Q を中心とし、數多の球を畫き、此等の半經を Qb、$Qb+\frac{1}{2}\lambda$、$Qb+\lambda$、$Qb+\frac{3}{2}\lambda$……等とす。此等の球は、隙間の平面より、圖上 bc、cd、de……を以て示す數多の帶に之を切るべし、而して Q に於ける光の運動は、此等の種々の帶よ

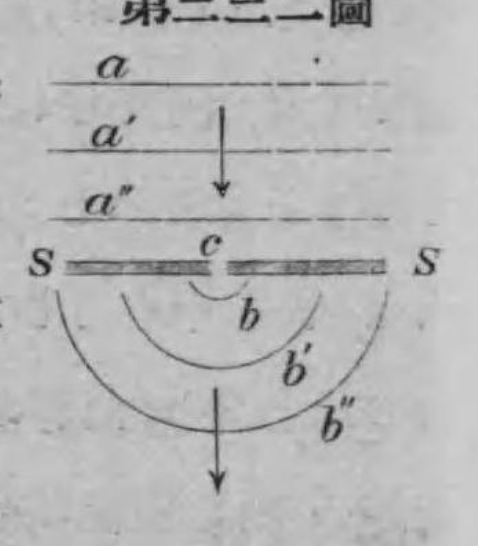
り來るものゝ合結果なり。然るに此等の運動は交互反對の位相にあり——Qb、Qc、Qd …の線の長さより知らるゝ如く——而して是を以て大部分相消除す。如何程迄斯の如くなし得るかは、會詳細なる議論に依て決し得べきも、吾人は玆に之を省略す; 角度 $b'bQ$ が幾何か認め得べき大さとなるときは、Q は暗黑となる。

線 aa' 及 bb' 間の狀況は之に異れり。P に於ける光の運動を索むるときは、隙間の平面を此點の周の球に依て nl 及 om 等の部分に分ち得べく、其數は甚だ大にして、P に其授くる運動は大部分相消除するも、理論は P に振動の殘餘ありて、P より ab に落せる垂直に接近せる處にある ab の點より來るものと見るを得べきを示せり。

隙間の幅が大なるときは、光の運動は光點より線に沿ひて描きたる直線間の空間のみに限られず、故に「影」と稱するも、通過せる光束の內部に、平衡變動の最初 k にあるものは「光線」kP に沿ひて P 點に向ひ傳播す。故に吾人は直線傳播につき今論じ得べし。光束が發散して遮屛に投射するときは又同結論を得。

光と同樣なる現象は他の波動にも存在す。例ば堤防或は壁 S(三三二圖)に依て二部分に離隔せらるゝ水ありとし、其間に狹き口ありて兩部分を連結す。斯くて波山の一列 a、a'、a'' ‥を矢の方向に口に向て進行するものとすれば、水面の高低は環狀波 b、b'、b''……をなし S の背面に傳播す。口が波長の幾何かとなるときは、三三〇圖に論ずるものと一致する現象を生ず、而して口が夥しき波長に相當する幅

第三三二圖



を有するときは、堤防の背面に、進行する投射波は大體に於て口の緣に沿ひて投射方向に描きたる直線に依て限らる。

固定せる任意の堤防が、水に依て諸方面に圍繞せらるゝとき、其波に及ぼす影響は、其大さに關係す。數十糎の距離に交互相連續する波山は、船に依て遮られ、船尾にありては水面は靜止す、然れども水中に立てる棹の周圍には其存在を認む。

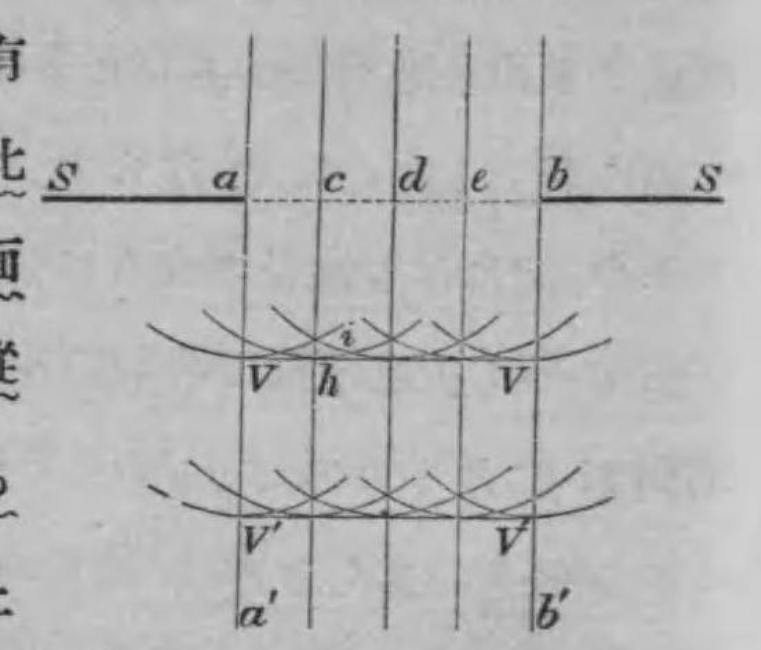
光に於ても亦之に他ならず。會波長に比較し大なる物質のみ影を生ず、然れども波長の大さに比し僅に之に超過する物體は、光波を廻折す、即ち振動運動は物質の左右に於ける諸點に達したる後「幾何學的影」に入るものなり。

光と音との著しき差は、波長の異れるにより、影を生ずる事に關し、一部分說明し得べし。音に在りては波長は普通數十糎にして、音影の認め得べきものを得るには、大なる物體例ば建築物の如きものを必要とす; 小なる物體(例ば吾人の頭)は、空氣の何れの一部分にも振動なからしむる能はず。光にありては波長の甚しく小なるにより、遮屛及細隙の λ より甚しく大なる場合には影を生ず。是故に吾人は、光の影を生ずるは確實なりと觀測するは、影の全く鮮明ならずして、幾分か光の影に入るものあること、並に細隙の示す現象を未だ觀測せざる人の觀測なることを注意す。又光束にして、其截斷面が λ に比し大なるときは、直線的に傳播するも、多くの實驗に於て十分に光線として考へ得べき程小なることあり。

三九七 波の前相面の傳播 (Propagation of Wave Front.) 光の幅廣き隙間を通じ傳播することの議論は、多樣に之を裝ふを得べし; 吾人は如何なる場所に、光點より同時に細線の種々の點を經て進行

せる或平衡變動が、或時間後到著するやの問を發し得べし、而して之れハイゲンス原理により、細隙の各點より總ての方向に進行せる場合に屬す。其解答は明に、隙間 ab の種々の點を中心とし平衡變動が是に關する時間內に傳播したる距離に等しき半徑を有する球面を畫きて得べし。此表面の、三三三圖に示すが如き部分共通なる切面 V を有す、而して吾人は今 ab が波長に比し幅廣きときは V の點にして、表面が上記の球に接する點に光あり、從て aa' と bb' 間は此等の線外にある運動を省略し得べきを證せり。圖上同樣の作圖により、VV より第三平面 $V'V'$ が得らるゝかを見、或時間後 VV にありし平衡變動が之に達するを見るべし。

第三三三圖

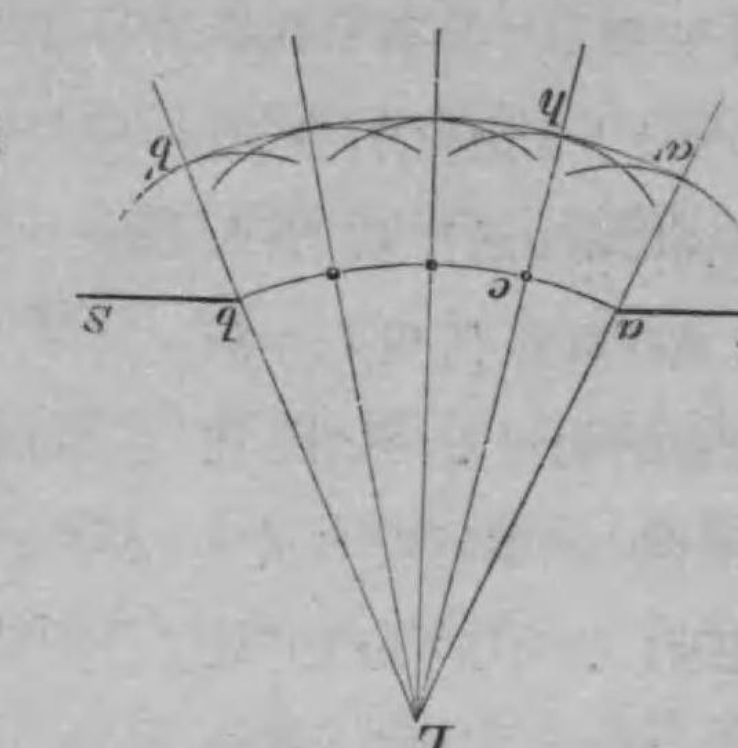


一の光點より出る平衡變動が、同瞬時に達する諸點の存在する表面を、既に述べたる如く波の前相面と稱す。上に利用せしが如き、種々の振動中心點の周に記載せる球は、微部分波と名く。

吾人は今此等の微部分波の助けを假り、三三三圖に於て或時間後に對する平面波の前相面の位置を得たり；之れ波の前相面が屈曲せる表面なるときも亦斯の如くなし得べし。此表面の種々の點に於て微部分波を作り、此等が總て接觸せる包表面を作れば、之れ新しき波の前相面にして最初の波の前相面の有效部分の幅が夥しき波長を含めば新しき波の前相面に於ける運動は、其實際に微部分波により觸接せらるゝ諸點に限らる。

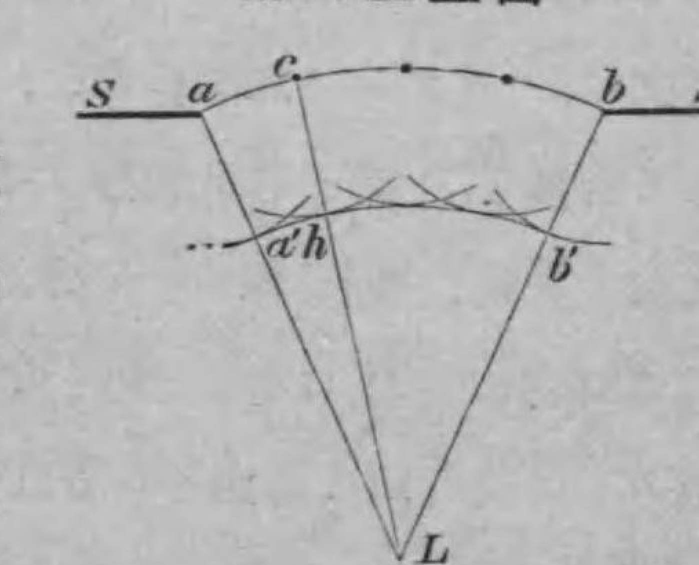
三三四圖及三三五圖は之を說明し得べし。遮屏 SS は隙間 ab を有し、之に光線の當るものあり；線は遮屏前の一點 L より出で、或は遮屏背の一點 L に集中するものとす。此等の兩の場合に、波の前面は球形にして、acb の位置より之に續く位置は微部分波の助けを以て得らるべし。ab の幅が波長に對し甚く大なるときは、遮面の背部に於ける運動は、殆ど圖に示す圓錐內に限らる。

第三三四圖



三三五圖には L に集中する光波を示せり。

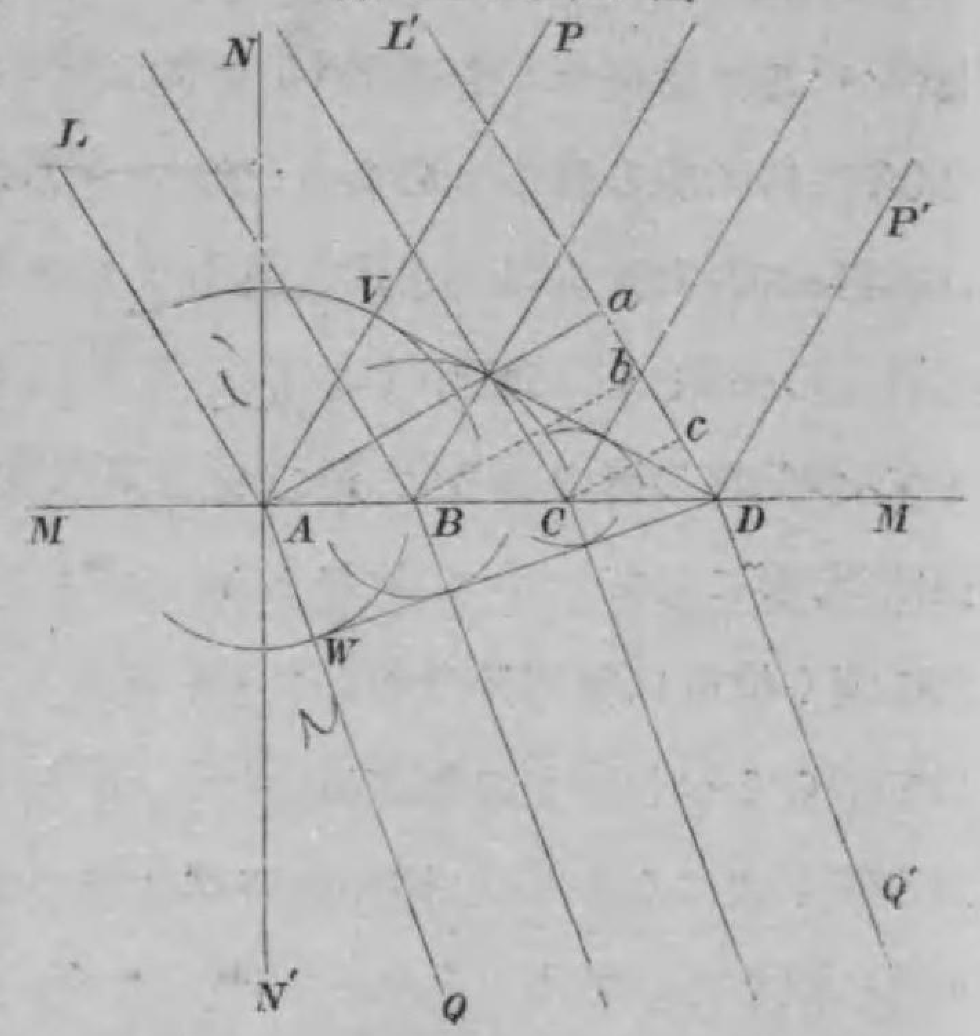
第三三五圖



總て上に論じたる場合に於て（三三三圖より三三五圖）、包表面の一點 h に於ける運動は、c を中心として描きたる微部分波、h に於て包表面に接するものに由て生ず。故に圖に示せる光線の方向に於ける傳播に就きては、波の前相面に直立すと言ふを得べし。

三九八　反射則と屈折則の說明 (Explanation of Laws of Reflection and Refraction.) MM（三三六圖）を二物質の境界線とし、LA、$L'D$ を平行光線の一束が境界面に到るものとし、圖面を投射面とす。光點より出る平衡變動は、或瞬時に LA に垂直なる波の前相面 aA の LA

第三三六圖



に直立する總ての點に達せり；斯して運動は此等の點より光線の方向に境界面に向て進行す。吾人は或時間後、何處に平衡變動が達せるかを研究し、線の諸點が D に於て圖面に直角なる線上に達せる瞬時に於ける狀況を尋ねん。此線は啻此面と相交る點を以て示さる。

平衡變動の D に達するときは、AD の他點は既に或時間前に變動を受け、ハイゲンス原理に從ひ、運動は此等の各點の周に微部分波として傳播す。第一に此傳播は第一のメヂウムに起り、其速度は投射光線の夫れに等し、線 A の點より出る微部分波の半徑は、斯く運みたる瞬時に aD に等し、何となれば此半徑は平衡變動が aD の路を進みしと同時間に通過せらるればなり。斯して微部分波の任意なる線 C の點の周に記すべき半徑は cD に等し。但し、Cc は投射線に直角に描けるものなり。

總ての微部分波の中、其二三は圖上圓弧を以て示せり。此等の凡ての圓弧は D 點より描かるゝ直線と接觸し、之に依て、總ての微部分波の包表面は D 點を過ぐる一平面なるを見ること容易なり。此平面は波の前相面の新しき位置にして、三三三圖の平面 VV と同樣に之を見るをを得べし。DV の總ての點は同瞬時に一の平衡變動を受

く、是れ或時間前に光點より出でしものなり。投射束の幅が波長の多數倍に等きときは、光の運動は平面 DV の實際微部分波に接したる部分にのみ限らる。圖面に直角なる平面 LA 及 $L'D$ の內にのみ投射束が含まるゝときは、V 及 D に於て此平面に直角に描きし線により之に關する部分は限らるべし。

平衡變動が傳播する線に就きては、前節の終りに爲せしと等しき注意を滿足す。A と D 間の任意なる點に達する平衡變動は、此點の周に記載せる波が觸接點に向ふものなりと言ふを得べし。

波の前相面 DV は、境界面よりそれ自身に平行に進行す、換言すれば DV に直角にして、相平行せる光束を生じ、其最外線は DP' と AVP となり。讀者は今容易に斯く利用せる作圖法により、反射の法則を演繹し得べし。

上論によれば、反射せる光の運動は、決して DP' と AVP 間の空間に全く限らるゝにあらず。實際は反射光線に會する遮屏上に決して鮮明なる光斑を生ずることなく、其線に於ては漸次明るき處より暗き處に入るべし。又光源が線なるときは、幾條の明るき縞と暗き縞を見るべし。光の强さに關する此等の變りは、AD が十分小なるときは光斑の中心に達す、而して甚しく小なる表面に於ては、反射線は、三三〇圖の細隙背に現るゝものに似たるものを生ず。

此等の現象は三七七節に既に擧げたるものなり。

振動は境界面より自然一部分第二メヂウムに傳播す。故に吾人は、平衡變動が D まで傳播したる瞬時に對して此物質內に微部分波の一列を作るべし。此作圖は物質を異にすれば光は同一の速度を以て傳播せざる假定の下に光の屈折を說明するものなり。此假定

は自然に順ふものにして、吾人が第十章に於て論せし波動の傳播速度が常に其傳播物質の性質に關係するを記憶せしむ。第一物質内に存在する投射線の速度は v_1 なりとし、第二物質に於て v_2 なりとすれば、A の周に、其半徑は $AW=v_2/v_1\times aD$ なる微部分波を作り、B の周りに $\frac{v_2}{v_1}\times bD$ の半徑を以て球を作るときは、總て此等の球の包表面は、D を通過する平面にして、A 線に屬する球は、一線 W に於て之に接觸す。此線と D とにより第二メヂウム内の波の前相面は限られ、光は AWQ の方向に傳播す。

屈折光線 AQ は投射線 LA と投射垂線 NAN' と、一平面にあるは吾人が直に知り得る處なり。次に投射角 $i=LAN=DAa$ にして屈折角 $r=QAN'=ADW$ なり。直角三角形 ADa 及 ADW より

$$\frac{\sin i}{\sin r}=\frac{aD}{AW}=\frac{v_1}{v_2}$$

なるを知る。

是を以て投射角と屈折角の正弦の比は常數なり、同時に屈折率が傳播速度の比に等しきを見る。

是より次の事項を追加し得べし。

(a) 光の屈折は實際傳播速度の異れるにあることは觀測に依て確定せらる。茲に與へられたる理論に從へば、水中の光の速度は空氣中の速度の殆んど $\frac{3}{4}$ に等し、何となれば屈折率が $\frac{4}{3}$ なればなり。三七五節に與ふる原理に從ひ、直接實驗により、光を回轉せる鏡と固定せる鏡の間に長き水層を置き之を確定せり。

今總ての透明物體、例ば硝子の如きものにつき、直接の測定は不可能なるも、光の速度を $v=v_0/n$ なる範式により定め得べし、n は屈折率にして v_0 は空氣中の速度なり。

眞空間より氣體内に光の出るときは、投射垂線の方に屈折す、空氣の屈折率は $0°$ 幷に 76 糎壓に就き 1,000294 なり。故に眞空内の速度は此割合に空氣に於けるよりも大なり。

光學的密なる或は疎なるメヂウムは、光の速度が小なるか或は大なるものを意味す。

(b) 三四三節の範式 (2) 及 (3) は、$n=\frac{v_1}{v_2}$ なる關係より直接に出る結果なり。

(c) 三三六圖に於ては、$v_1>v_2$ なりと假定す。讀者は容易に反對なる場合に作圖し得べし。若し投射角が全反射の限界面より大なるときは、第二メヂウム内の微部分波は相重なりて、遂に包表面を作るべし從て第二メヂウムに於て平面波並に之に直角なる光線の起る理由なし。然れども種々の微部分波に依て傳播する振動は、限界面の背部に於て全く消除するものと假定すべからず、兎も角も第二物質内に或運動が進入するは期待すべきなり。此點に就きて決答を與ふることは理論上成功せり。理論は振動が第二物質内に進入すれども、限界面より隔たるに從ひ、振幅が迅速に削減せられ、限界面の背面に二三の波長だけに進めば既に認むべき振動無きを敎へたり。第二メヂウム内に常に大なる距離に運送せらるゝエネルギーの量は、最早語るに足らず;從て、上記の運動狀態が限界面の附近に起るときは、總ての來著せるエネルギーは、反射光線に依て導かれ、全反射を生ず。

(d) 色の分解は、空氣中に於ける傳播速度が、總ての色につき殆ど同一なるも、固體及液體にありては具異るにより説明せらる。赤線につき n が固體又は液體の屈折率を示し、v が此物體内の傳播速

度にして、v_0 が空氣に於ける傳播速度なりとし、青光には (′) を附して此等の數を表せば

$$n=\frac{v_0}{v},\qquad n'=\frac{v_0'}{v'}$$

なり、何となれば $v_0=v_0'$ にして、$n<n'$ なるが故に、$v>v'$ ならざるべからず。

如何にして v と v' 間の區別が起るかは、現象の機關に深く研究を進むるにより、嘗理論上之を與へ得べきなり。

說明は恐らく次の如くなるべし。吸收の現象は、分子の成分がエーテル振動により運動を爲し、又別に振動を不規則なる熱運動に變ずる原因の存せざるときは、原子がエーテルと共振れを爲すものと假定し得べし。其運動が大なるか或は小なるかは（三一九節及三二〇節）、エーテル振動の周期、即ち光の色に關係するものなり。今極端なる二つの場合を考へ、一の場合に色は全く共振れを爲さしめざるものとし、他の場合に於ては共振れを爲すものとすれば、前者に於ける傳播速度は、啻エーテルのみを通じ、後者に於てはエーテルと分子とを通す。然れども波の傳播により、余分の物質に影響を生ずるときは速度を變ぜさるべからず。

此說明は或光線を強く吸收する物質の屈折率の値に就て強力なる助勢を得たり。此場合に共振れは、振動期が最も強く吸收せらるゝ光線に近かづくとき益々大なるを確なり、又此處に於て屈折率は何れの透明物質に於て見出さるゝよりも、頗る大なる變動を受く。

嚴密に論ずれば、空氣中に於ける速度も波長を異にすれば互に異れり、眞空間に於て傳播速度は全く同一なり。

(e) 光の速度が斯の如くにして、分子内の微部分の共振れに由て定るものとすれば、分子の數或は性質の變化により、屈折率に影響を及ぼすこと明なり。

理論は或物質の密度 d が增加するにより、屈折率 n は

$$\frac{n^2-1}{n^2+2}\cdot\frac{1}{d}$$

う變化することを敎ふ。實際に於ても之に近し、此規

則は物質の狀態變化あるも滿足せらるゝを示せり。

(*f*) 或一定の單色光に就き、λ_0 と v_0 が空氣中に於ける波長と傳播速度なるときは、屈折率 n なる他の物質內に於ける同種の量 λ 及 v は、

$$\lambda:\lambda_0=v:v_0$$

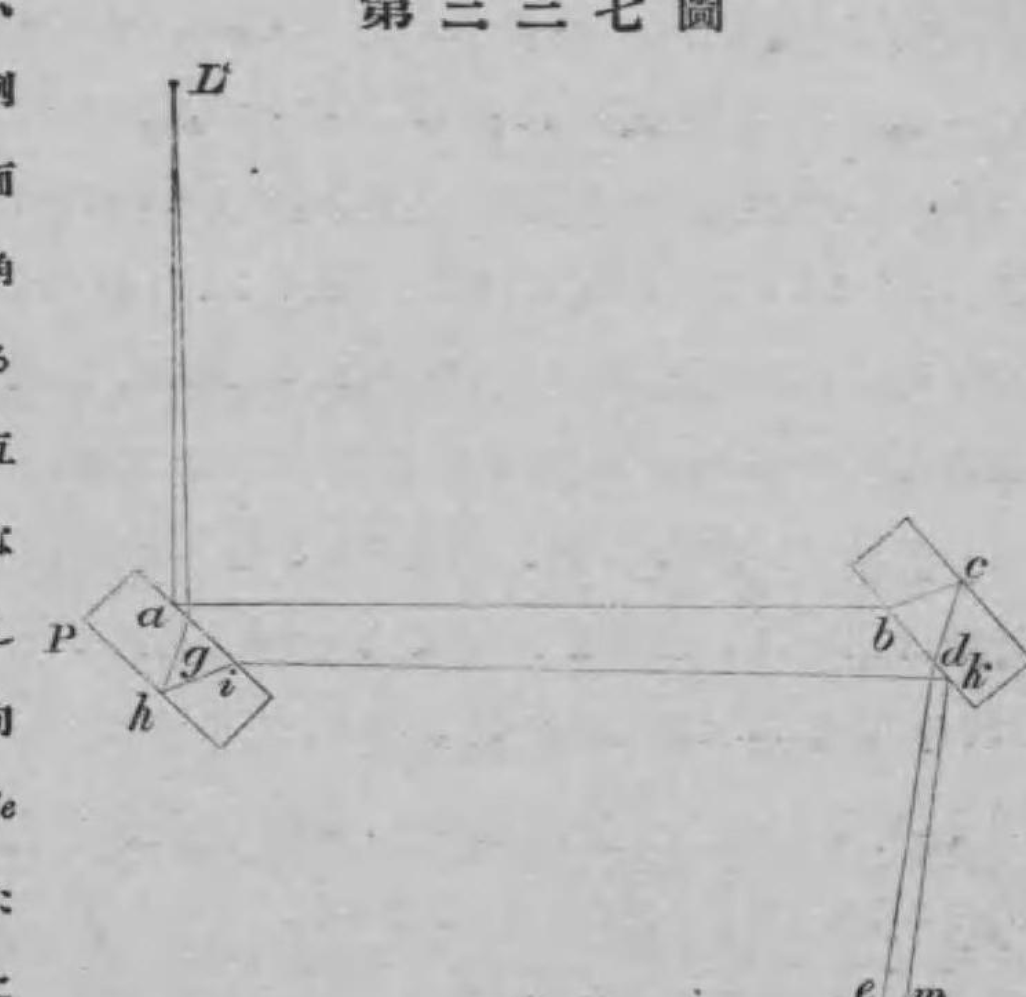
の關係を生ず、故に

$$\lambda=\frac{\lambda_0}{n}$$

なり。

三九九　兩光線が異れる物質を通過する場合の干涉現象 (Interference Phenomena, in which the Rays pass through Different Media.)

第三三七圖



三三七圖に於て、P 及 Q は、圖面が二箇の厚き硝子板（例ば三稜の）を切りたる截斷面とし、板の側面は圖面に直角なりとす。板は殆ど平行せる側面を有す、又此等は殆ど互に平行して、殆ど同し厚さなり。La 及 Lg の二線にして、一の光點より殆ど同方向に出る二條の光線は、$Labcde$ 及び $Lghikm$ の路を通過したる後、觀側者の網膜の一點に會合す。通過する路は空氣中にありても、硝子內に於ても亦兩光線に就き殆ど等しきも、全く同じからず、是を以て、位相の差を生じ、遂に互に弱め或は強むるに至る。

今 L をナトリウム焰なりとし、網膜の各點が此焰の或部分より光を受くるものと假定す。

焰の同一點 L より出る只二條の光線は、網膜の一定點に相會するを得ることは之を證

明し得べし、此等の兩線に就き、$Labcde$ の如き一線は、常に第一硝子板の前面と第二板の裏面とに於て反射し得べく、$Lghikm$ の如き他線は、P の裏面と Q の前面に於て反射せらる。吾人は此等の線が A に於て得る位相差を $(LA)_1-(LA)_2$ を以て示すべし；今眼は光源の諸點より出でし、總ての對線にして、網膜の同一點 A に達する樣適合せらるゝものとし、此等が同一なるか或は殆ど同一の位相差を呈すべし、即ち L'、L''……が焔の他點を示し、此等より A に來る振動は

$$(LA)_1-(LA)_2=(L'A)_1-(L'A)_2=(L''A)_1-(L''A)_2$$

なりとし、此差の共通値を簡單に「A に於ける位相差」と名く；此差が半振動期の偶數倍なるか、或は奇數倍なるにより、A に於て明暗を生ず。

B が網膜の他の點なるときは、光線の一對にして、此處に會合するものは總て同一位相差を生ず、故に又

$$(LB)_1-(LB)_2=(L'B)_1-(L'B)_2=\cdots\cdots\cdots\cdots$$

にして、B に於ける位相差は A に於けるものと他の値を有し得べし。故に網膜の一點に於て光あるも、他點に於ては光なきを見ることあるべし。

位相差が振動期の或倍數なる諸點、例ば k 振動期なるときは、總ての點は網膜に於て、一定線 l_1 にあり得べし(三三八圖)。次に吾人は位相差が $(k+\frac{1}{2})T$ なるものを l_2 線、$(k+1)T$ なる l_3………を順次見出し得べし。勿論斯くすれば l_2 l_4……は暗黑にして、l_1 l_3 l_5……には光あるべし。

第三三八圖

此等の黑帶は如何なる形を爲せるか、其種々の狀況に關係するを以て吾人の目的には不必要なり。

硝子板が厚さあるにより、ab 及 ik (三三七圖)の光線は可なり間隙を有す、故に兩板間に二箇の互に離れたる光束あり、各束は網膜の各點に光線を送るものなり。今吾人は一束を形成する總ての光線が、硝子板の一より他に通過するに $\frac{1}{4}T$ だけ短縮し得るものとす。斯して三三八圖に於ける總位相差は $\frac{1}{4}T$ だけ大なるか、或は小ならん；吾人は假に小なるものとす。

l_2 及 l_3 線の中間に、圖上點線を以て示す線あり。總上位相差は最初 $(k+\frac{3}{4})T$ なり

今此線の諸點に於る位相差は $(k+\frac{3}{4})T$ なり、即ち最初線 l_2 上には暗黑なりと雖、今點線上に於て然り、而して l_2 線に於ては位相差が $(k+\frac{1}{4})T$ に減ぜるを以て、幾分か光あるべし。

是を以て黑線 l_2 は相隣する兩黑線の距離の $\frac{1}{4}$ だけ上部に變位せりと言ふを得べし、而して吾人は總ての線が網膜上の變位を共同にするを察し得べし。今光束が P より Q に移るに依て受けたる時間の短縮により、干涉縞は又絕えず上部に運動す；短縮が遂に K 振動期となるときは、K 暗黑縞の網膜の各點を通過するものあり。

此現象は十字線を附せる望遠鏡を以て觀測し、線の交點を通じ幾何の縞が通過するかを數へ得べし。

此現象を迅す方法は次の如し。光束の路に一の大氣層を置き、層は鏡に用ふる平面硝子板を以て閉ぢたる管內に封ぜられたるものとす。板は廣くして他の光束迄達し得べし。斯して管より空氣を排除するときは、干涉縞は變位す；再び空氣を管に入るゝときは運動の向きは反對なり。此等の變位は、眞空內に於ける光の速度が空氣に於けるより大なるにより說明せらる。

K が吾人の觀測する暗縞の通過する數にして、管內の空氣を全く排除したる後空氣を入るゝにより生じたるものとす、n が眞空より空氣に移るによる屈折率とし、λ_0 を眞空內の波長とし、L を管の長さとすれば、

$$n=1+K\frac{\lambda_0}{L}$$

なり。

四〇〇 光波がレンズを通るにあたり形を變ずること

(Change of Form of Light Waves, when they pass through a Lens) 凸レンズを用ゐ(三三九圖). 平行光線の一束を一點 F に集合するときは、レンズが平面光波 V を球面形波 V' に變じ、球の中心點は F にありて、遂に此點に收束するものなりと言ふを得べし(三三五

第三三九圖