理論經濟學叢書
第二編

早川三代治譯述

レオン・ワルラアス
純粹經濟學入門

日本評論社版

例　言

本書は專ら Léon Walras 著 "Mathematische Theorie der Preisbestimmung der wirtschaftlichen Güter," Stuttgart, 1881. 並に "Théorie mathématique de la richesse sociale," Lausanne, 1883. を底本としてゐる。然し此兩者の中に含まれてゐる各章は各々異れる學會に於て、時と處を異にして發表されたる獨立の成立を持つた研究論文である故に、一冊の著書としては、重複し或はその處を得ない若干の部分が存する。私は隨意にではあるが、然しワルラアスの眞髓を誤らぬやう汲々としつゝ二三の取捨を敢てした。又前掲底本の兩者に含まれてゐるジェヴンス並にワルラアスの書簡を除き更に佛文底本にのみ含まれてゐる複本位制、銀行券、土地價格及び國家による土地買收に關する數學的理論を省略した。而して、本來ならば、「經濟財の價格決定の數學的理論」或は「社會的富の數學的理論」と稱すべき此書に對して「ワルラアス純粹經濟學入門」なる名稱を與へた。蓋し、かつて、Prof. Zawadzki によつて、「我々に興味を與ふるワルラアスの最初の著」と推擧された "Principe d'une théorie mathématique de l'échange" 「交換の數學的理論の原理」を本書第

一章に於て窺ひ得る外、全卷を通じて、ワルラアスの名を不朽ならしめた均衡理論即ち今日我々の所謂純粋經濟學の主要の問題を取扱ふて居るからである。

本書が理論經濟學叢書の一冊として刊行さるゝ此の機會に於て、高田保馬博士より平素惠まれてゐる學恩に衷心の感謝を表し度く希ふ。

昭和五年八月廿七日

札幌　早川三代治

目次

序論　純粋經濟學の本質と其數學的基礎……一
第一章　交換の數學的理論の原理……六
第一節　交換並に生産の問題の構成……六
第二節　二個の商品の交換……九
第三節　市場及び自由競爭の定義。需要曲線……一三
第四節　如何にして市場價格或は均衡價格が需要曲線より生ずるか……一八
第五節　如何にして需要曲線が效用及び存在量より生ずるか……二三
第六節　二個の商品の交換の分析的定義。交換價値の原因としての rareté……二九
第二章　交換方程式……三四
第一節　多數の商品の交換。需要方程式……三四

第二節　如何にして需要方程式が效用及び存在量より生ずるか……三七
第三節　如何にして市場價格或は均衡價格が需要方程式より生ずるか……四一
第四節　一般的均衡。交換方程式組織……四四
第五節　交換方程式の解。均衡價格の成立法則……五〇
第六節　多數の商品の交換の分析的定義。均衡價格の變化法則……五九
第三章　生產方程式……六八
第一節　三種の生產用役……六八
第二節　生產の機構……七〇
第三節　生產方程式組織……七七
第四節　生產方程式の解。生產物の市場……八七
第五節　生產方程式の解(續き)。生產用役の市場。生產物並に生產用役の價格の成立法則……九五
第六節　生產の分析的定義。生產物並に生產用役の價格の變化法則……一〇五
第四章　資本化並に信用の方程式……一一三
第一節　總所得並に純所得。純所得率……一一三
第二節　消費以上の資本化し得る所得剩餘。資本化の問題の構成……一一九
第三節　資本化方程式並に信用方程式の組織……一二八
第四節　資本化方程式並に信用方程式の解。純所得率の成立法則……一三七
第五節　資本化並に信用の分析的定義。經濟的進步の條件……一四九
第六節　進步しつゝある社會に於ける價格の變化法則……一五四
結論……一六一
附錄　一、レオン・ワルラアスの生涯……一六五
二、レオン・ワルラアス著作年譜……一九三

純粹經濟學の本質と其數學的基礎

序論

國民經濟學が固有の科學であるか或は應用科學であるかと云ふ事は經濟學者の間にも未だ解決されてゐない疑問である。然し乍ら我々の考へる處によれば或る一つの科學が固有の科學であると同時に應用科學であるべきではないから、從つて、經濟學が固有の科學であると同時に又、應用科學であると言ふが如くには信じられない。我々に在りては一方には純粹經濟學なる名稱を以つて、生産並に交換の領域内に於ける自由競爭の自然的並に必然的作用の研究と解し、他方には應用經濟學の名稱の下に、是等の作用と一般的最善との一致、從つて、農工商業及び信用に對する自由競爭の原理の應用に關する正確なる判斷を研究する事を意味しなければならぬと思ふ。laissez-faire, laissez-passer の結果が善いものであり且つ有利であると云ふ判斷を與へねばならぬ必要から、少くともその結果の如何を知らうとするは眞に須要のことではない。此須要は純粹經濟學の存立を難ずる經濟學者ですらも是れを感じ得る程に明白な事である。彼等としても亦、純理經濟學を取扱ふのである。然し彼等は、我々の問題は應用經濟學を峻別し、其對象、性質、方法を精

密にする事に、より多く存するものであつて、かの應用經濟學の存立を證明する事には殆ど存しないと云ふが如き是等の事を應用經濟學の名の下に混同してゐるものである。

後に述べるが如くに、經濟財の價格決定の理論或は純粹經濟學は明らかに、固有の即ち物理數學的科學の性質を有するものと考へられる。然るにも拘らず經濟學の此性質は從來認識される事がなかつたのであらうか。決して左樣ではなかつた。夙に重農學派が國民經濟に對して全く物理科學の性質を賦與した事は何等疑ふ餘地がない。然し乍ら、我々の考ふる處によれば、彼等は此性質をば正當に純粹經濟學に與へた許りではなく他方には又不正當にも此性質を應用科學へも與へたのである。又、Ricardo から J. St. Mill に至る迄のかの凡ての英國經濟學者は實に純粹經濟學をば眞の科學のやうに取扱つたものである。唯、我々から云へば、彼等の唯一の錯誤は普通の日常用語を以つて數學の部門を發展させやうと考へた事である。而して此理由のみで彼等は困難に遭遇し、完全な成功を收め得ずして終つたのである。惟ふに精神の內部に論理的推論の一組織の建設の基礎となる如き經驗事實を現實界から抽き出して來ることは恐らく物理數學的科學の最も困難な部分である。然し乍ら、簡單から複雜へと推論を進めて行くならば、遂には法則の知識に達し得らるべき筈である。數學を物理科學に應用しやうとする考へは古るき並に、新しき時代の諸々の學者がそれよりして多くの效果を覓め得た考へ方であるが、それは Descartes によつて初めて完全に明らかにされたのである。Descartes は測定し得る量を取扱ふ總ての科學、即ち數或は圖形にて示され得る量、從て此の理由から、數の本質に關する知識に基く數論即ち代數、或は幾何學に於ける圖形の本質に關する知識に基く圖形論即ち幾何學に表はす事が出來、又表はされねばならぬ量を取扱ふ總ての科學を數學的科學と考へた事は、その著「方法に關する考察」Discours de la Méthode 中の章句によつて明白である。幾何學に對する代數の應用は既に周知の事であるが、それは此見解の特殊なる推論に外ならぬものである。幾何學は圖形即ち數にて表はし得る大いさを取扱ふ。それ故に幾何學そのものは數の本質に關する知識に基く數論の用語にて表はされ得る。從つて幾何學が最初の科學であり、これに代數を應用する事が出來、それより解析幾何學が發達したものである。然るに此處へ一般の物體の運動を取扱ふ力學、並に特に天體の運動を取扱ふ天文學が加はる。是等の運動を數或ひは圖形にて表はし得る場合には力學及び天文學に數學即ち代數、幾何學及解析幾何學を應用する事が出來る。Descartes 以前には既に Galilaei が是れを爲し又 Descartes 以後にも Huyghens, Newton, Laplace が是れを行つたのである。

力學が運動を取扱ひ、速度を取扱ふやうに、純粹經濟學は我々の定義によれば、交換を取扱ひ

價格即ち生產物の價格及び生產用役の價格を取扱ふ。價格は交換された商品數量の逆比であり、數或は圖形にて示され得る量である。後に說く如く、此價格の必要にして充分なる要因、卽ち效用並に商品の存在量も亦數或は圖形にて表はされ得る量である。夫故に力學を天文學に應用すると同じやうに、數學を純粹經濟學に應用すること即ち、純粹經濟學をば力學及び天文學の如くに數或は圖形の性質を利用して數論或は圖形論を以て表はす事は許さるべきである。而して若し是れを爲してよいものならば、それを爲さなければならぬ。是れ即ち、經濟學に數學を應用する事の可能であると言ふ性質である。

然し乍ら物理學並に一般自然科學に對する數學の應用及び特に純粹經濟學に對する數學の應用に關しては二つの事柄を區別しなければならぬ。それは、與へられた物理的現象から方程式を論定する事と、その計算とを區別する事である。從つて、もし我々の推論が正しいならば、方程式の論定が正しくなければならず、又それを基礎とする計算も正しくなければならぬと云ふ二樣の事が必要である。第一の操作は云はゞ自然科學者の係るべき事柄であり、第二のそれは數學者の係るべき事である。例へば、我々は交換の問題に關する限りに於ては、周密に經濟現象の方程式の定立を爲すを以つて與へられたる課題となし、而してその計算を此處に引き入れる事は不必要であると考へる。

數學を自由に且眞面目に組織的に經濟學へ應用しようと試みた最初の人は Cournot である。彼は此の試みをば、一八三八年に出版されたが我々の知る限りではフランスの學者達からは一度も批評されなかつた「富の理論の數學的原理に關する研究」"Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesse." に於て爲した。Walras 自身としては、年來同じく物理數學的科學としての純粹經濟學を完成する事にたづさはつて來た。然し Walras は Cournot とは別な經濟學原理から出發し、又、別な數學的證明を利用して此點に到達し得たのである。即ち、Cournot は獨占から出發して無制限なる競爭に終りを結んだのであるが、Walras は一般の場合としての無制限なる競爭から出立して、特殊なる場合である獨占を終りとすべきだと考へるのである。又、Cournot は一般に高等解析幾何を應用したが、Walras は單に初等解析幾何學の範式を利用する事に成功した。それ故に Walras の理論の基礎付けには僅かに初等解析幾何學の範式の知識で充分である。

第一章　交換の數學的理論の原理

第一節　交換並に生産の問題の構成

我々の研究の目的の爲に或る國を假想しよう。其處では或る特定の生産要素或は用役即ち、土地、人間、並に資本の一定量が與へられて居り、又、如何なる種類の同情或は正義の感とも全然無關係に、自由競爭、完全無制限なる laissez-faire, laissez-passer の支配の下に、ある特定の瞬間から始めて、生産及び交換が營まれる事に定められてゐるとする。もし人がそれをより有用或はより正義であると考へる限りは我々は何事をも云ふを欲しない。然し反之、我々はそれより結果し來るものを只單に視やうとするのである。さて實驗に依つてもなく、斯る國に於て、或る一定の時の經過したる後、此の狀態は必ず三つのものを生じなければならぬと云ひ得る。

（一）或る一定の種類の生産物が或る一定數量與へられるであらう。幾許ヘクトリットルの小麥、幾許封度の珈琲、等。生産物の是等種々の數量に關しては勿論統計に依つて精粗何れにせよ

報告される。然り、是等の數量は各瞬間に於て定まつてゐる。即ち數學的量であると云ふ樣に確定してゐるものである。

（二）總ての是等の生産物は或る定まつた價格を持つであらう。即ち、是等の生産物は全く、定つた數量關係にて交換されるであらう。例へば小麥一ヘクトリットルが燕麥二ヘクトリットル、或は珈琲十封度と交換される等の如くである。然かも是等の價格は多かれ、少なかれ、或る瞬間から他の瞬間へと變動するであらう。然し、そうだからと云つて、是等の價格が各瞬間に於ては定まつてゐること、即ち、數學的量であると云ふ事の眞は何等減ずるものでない。

（三）此國土内に存立する總ての生産要素も同じく或る一定の價格、或は數學的價格を持つであらう。其土地の或一區劃はしか〲の價格にて賣られ、しか〲の値にて貸與されるであらう。其勞働者の賃銀は日當、しか〲の高さであり、資本利子はしか〲の率になるであらう。

此處に、生産及び交換の領域に於ける自由競爭の自然的並に必然的作用が成り立つ。我々の考へる處によれば、是等作用に關する研究は特にあらゆる應用とは無關係でなければならず、又應用の結果を考慮せずして行はれねばならぬ。更に此の研究は非常に廣汎な且つ複雜な問題を含んでゐるが平易な解釋を得る爲に二つの問題に分つ事が出來る。

扨て、燕麥、小麥、珈琲が生産物であると云ふ事情は是れを後述に讓る。我々は市場にて交換される商品のみを見、而して自由競爭の支配の下に於ける是等商品と夫等の價格との間に成立する關係をば探らう。是れが第一の問題であつて、交換の數學的理論の對象を成すものである。我々は是れを次の如く云ひ現はす事が出來る。

商品の數量が與へられる時、是等の商品の價格を根とする方程式の組織を求む、と。

一と度び此第一の理論が完成されるならば、我々は次で、件の商品が諸生産用役の協働作用から生ずると云ふ本質的事情を考察し、又、自由競爭が生産並に交換を支配してゐると云ふ假定の下に常に立つて、是等生産用役の量と、生産された生産物の量と、かの用役並に生産物の價格との間に成り立つ複雜なる關係を考察しよう。是れが第二の問題であつて、生産の數學的理論の對象を成すものである。我々は是れを次の如く云ひ表はす事が出來る。

生産用役の量が與へられる時、（一）生産物の量を根とする方程式、（二）是等生産物の價格を根とする方程式、（三）生産用役の價格を根とする方程式の組織を求む、と。

斯く考へる時は、經濟財の價格決定の理論或は、純粹經濟學は明らかに固有の性質卽ち、物理數學的科學の性質を有すると考へられる。

第二節　二個の商品の交換

我々は前節に於て純粹經濟學を二つの問題に總括したが、此處ではその中の第一の問題のみを取扱ふ。加之此處では、交換の數學的理論を展開せず、只、交換の數學的理論が基礎とする原理だけを展開しよう。任意の數の商品の交換を研究するに先立つて、二つの商品の交換を考察する場合には、我々は普通の方法に從ふ。加之、或る價値標準及び貨幣の導入によつて、第一の場合は部分的に第二の場合に還元される事が豫想される。扨て、二つの任意の商品を假想しよう。例へば、燕麥と小麥とを採る。或は是等を更に抽象的に（A）並に（B）を以て表す。又、一方からは、商品（A）の或量を有し、その一部分をばそれに對して商品（B）の或量を得んがために讓り渡さうとする者が現はれ、他方からは、商品（B）の或量を有し、その一部分をばそれに對して商品（A）の或る量を得んが爲に讓り渡さうと欲する者の現はれ來る或る市場を想像しよう。燕麥對小麥、又は（A）と（B）との交換は、結局に於て 2:1 の比例にて行はれる。換言すれば（B）にて表された（A）の價格は$1/2$又反對に（A）にて表された（B）の價格は2であると假定しよう。

　さて、價格は供給と需要との關係によつて決定される、と云ふ事を我々は總ての方面から聞く。是れに關して現在の經濟學が答へた事は亦眞實である。只悲しい事には、旣に Cournot の注意した樣に、その解答たるや直ちに以て不正確とも見えず、又その表現が頗る曖昧、不確實とも思はれないが、一と度び一語々々是れを批判するやいなや、全く誤りと化し得る底のものであり、又、事實に誤りとなるものたる事である。供給とは何んであるか。我々の考へる處によればそれは市場に持ち來された商品の總體の量である。又、需要とは何んであるか。それは市場に於ける總ての交換者の欲望の完全な充足のために必要な商品の總量である。唯、もし人が是れによつて、比なる言葉に數學的意味を附加しやうと欲するならば、即ち、此の言葉を商なる言葉と等しいとしやうとするならば、我々は價格は供給の需要に對する比でもなければ、或は需要の供給に對する比でもないと說かざるを得ない。價格はそれとは全く別個のものである。

　交換された商品の逆比或は商たる價格は數學的量であると云ふ事柄を反省して見よう。小麥にて表はされた燕麥の價格、或は（B）にて表された（A）の價格が $1/2$ であると言ふ此の事は、人が（B）の 0.45 或は 0.55 に對してゞはなく 0.50 に對して（A）の 1 を得ると言ふ事を示すものである。同樣に燕麥にて表はされた小麥の價格、或は（A）にて表はされた（B）の價格が 2 であると言ふ此の事は、人が（A）の 1.95 或は 2.05 に對してゞはなく（A）の 2 に對して（B）の 1 を得る事を示すものである。それ故に、もし此の事が可能であるとするならば、我々は科學的嚴密を以つて、かの價格を條件付けてゐる原因を說明する理論を見出すか、或ひは然らずんば沈默して了はねばならぬ。如何なる場合にも、科學的嚴密の外貌を裝ふてその下には不明瞭と不確實のみを隱してゐるが如き表現を用ひてはならぬ。多くの人々は問題の原因が我々に與へられて居らず、或は少くとも計算しうるやうには與へられて居ないと考へ、又はそれを口にするのを我々は知つてゐる。然し乍ら我々は誤謬に陷る事を避けよう。恐らく、何日か一度は、市場にて自働的に行はれてゐる價格騰貴及び價格低落の代りに計算を代辨するやうに、或る一定の場合に經濟學に對して數學を應用することが許されるであらう。それが如何樣に應用されるにもせよ、此處に於ては斯の如き數字上の應用は問題でない。我々が此處に與へる交換の數學的理論の唯一の問題は自由競爭の機構の數學的表現である。疑ひもなく、その性質上抽象的であり、一般的であり、又理論的である此分析を應用するに當つては、個々の取扱ひの多岐と差異とのため、又斷定自由の事實のため、計算の中止されねばならぬ或る點が存する。然し乍ら我々は遠く其處まで論及する前に、交換並に價格の理論に於て、需要供給の法則をば是れまで行はれたよりも更に廣

く探求し得ると云ふ事を明らかにしたい。

第三節　市場並に自由競争の定義。需要曲線

我々は先づ、市場を支配してゐると假定するかの自由競争の機構を嚴密に定義しなければならぬ。此の目的のために、何れか或る自由なる市場を假想し、而して此の市場が如何なる形をとるかを見よう。例へば、穀物市場へ赴き、すべての操作に就いて嚴密に商量を行はう。

扨て市場が開かれ一ヘクトリットルの價格として、二十法と呼ばれる。此處に於て、一方には其商品を二十法か或はより安値にても賣らうと欲する賣手は或る一定量の小麥を二十法の價格で提供する。或る一定の價格に對して斯くの如く爲される或る一定量の商品の供給をば　有效供給　或は單に　供給　と稱する。他方に於ては、二十法か或はより高値にても買取らうとする買手は或る一定量の小麥を二十法の價格にて需要する。或る一定の價格に對する或る一定量の商品の需要をば　有效需要　或は單に　需要　と稱する。

此處に於て、供給が需要に等しいか、或はより大なるか、或はより小なるかに從つて三つの場合を區別しなければならぬ。

第一の場合。二十法の價格を以つて供給される量と相等しい或る量を同じ二十法にて需要する。買手と賣手とは丁度彼等の相手方を見出す。かくて二十法の相場が保たれる。市場安定、或は　市場均衡　が支配する。

第二の場合。買手はその相手方を見出さない。此の事は二十法の價格で需要される小麥の量が是れと同じ價格で供給される量よりも大である事を證する。二〇・〇五法或はより多くを支拂ふ氣のある買手は此の價格にて需要する。かくて彼等は價格を吊り上げる。此價格昂騰からして恐らく二樣の事が起る。

（一）二〇・〇五法にては最早買ふ事を望まない二〇法に對する買手は退く。（二）二〇法にては賣るを欲しなかつた二〇・〇五法に對する賣手が留る。それ故に、需要と供給との間の對立は二重の原因からして自ら平衡する。均衡が成立した時に騰貴は止む。然らざる時は、騰貴は二〇・〇五法から二〇・一〇法へ、二〇・一〇法から二〇・一五法へと需要と供給との間に均衡が成立するまで昇る。然る後に或る、より高い相場に於て新らしい均衡が支配する。

第三の場合。賣手はその相手方を見出さない。此の事は、二〇法の價格で供給される小麥の量が是れと同じ價格で需要される量よりも大である事を證するものである。既に一九・九五法にて

も商品を賣渡さうと望む賣手は此二〇法の價格にて供給する。かくて彼等は價格を引下げる。

此の價格低落からして恐らく二樣の事が起る。（一）一九・九五法では最早賣らうとしない二〇法に對する賣手は退く。（二）二〇法では未だ買はうとしなかつた一九・九五法に對する買手が留まる。供給と需要との間の對立は、一九・九五法から一九・九〇法へ、或はもし必要なる場合には一九・九〇法から一九・八五法へと、低落によつて均衡の成立するまで自ら平衡する。かくて或る、より低い相場に於て新らしい均衡が現はれる。

さて、此の嚴密なる自由競爭の條件の下に於て、如何に價格の現象が行はれるか、その價格の現象を我々は考察し度い。此際、物理學及び機械學に於て屢々、媒質、抵抗、摩擦に起るが如き些細な混亂せる附帶的事情は後に是れを法式の中へ導入する事として暫らく隔離する。又、貨幣の導入をも此處では考察に入れない事にする。我々は競爭の機構に關する精密な概念を得るために、賣買が金並に銀に對する商品の交換にて行はれる市場に於けるそれと區別しなければならぬ。實際生活に於ては事物を非常に簡單化する貨幣の導入も理論にとつては暫らく之れを分離して置くを要する錯綜した事柄である事は明らかである。さて、我々は小麥對燕麥の直接の交換に立ち歸つて、先づ小麥の所有者並に燕麥の所有者に於ける交換に對する意向を檢して見る。

總ての小麥所有者中から或る一人を取り出して考へる。彼は小麥を所有してはゐるが燕麥を所有してゐない。彼は小麥の或る一定の部分を自分の爲に保持し、その殘りをば飼ひ馬のための燕麥と交換しやうと考へる。彼が保持しやうとする量並に交換しやうとする量に關しては、それは燕麥の價格に依存する。卽ち、それは彼が燕麥の價格を考慮して要求する燕麥の數量に依存する。何んとなれば、零なる價格に於ては、即ち、もし燕麥一ヘクトリッットルに對して小麥零ヘクトリッットルが支拂はれるならば（換言すれば燕麥が無代價であるならば）彼は燕麥を需要するであらう。即ち飼ひ馬の飼養に何等の費用を要しない時は、彼の所有する、或は所有しうべき總ての飼ひ馬のために充分なる量の燕麥を需要するであらう。$\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$……なる價格の段階に於ては即ち彼が一ヘクトリッットルの燕麥に對して順次、$\frac{1}{1000}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{2}$……ヘクトリッットルの小麥を支拂はねばならぬならば、彼はその需要を更に一層低減するであらう。結局或る一定の價格に於て、例へばもし彼が價格一〇〇に於て、卽ち、燕麥一ヘクトリッットルのために小麥一〇〇ヘクトリッットルを支拂はねばならぬならば彼は最早何等燕麥を欲しないであらう。何んとなれば、彼は此の價格に於ては馬を飼ふ事が出來ず、或は飼ふと欲しないからである。それ故に、交換全體に於て、燕麥に對する需要は、その數量については、價格が增加すると共に絕え

ず減少し、零なる價格に於ける或る一定量から或る一定價格に於ける零なる量へと需要が次第に低下する事疑ひがない。

此處に第一所有者の交換に對する意向が現はれてゐる。もし彼が自ら市場に赴くならば前以つて此意向に就いて商量を試みる事を要せず、反對に、價格を知つた後に始めて彼の需要を定める樣に保留する事が出來る。それ故に此意向は事實上少からず存立するものである。然し乍ら、もし例へば所有者が自ら市場に赴く事を妨げられるならば、或は何らかの理由にて友人に委託するか、或は代理者に指圖を與へるかしなければならぬ時には、彼は零から無限大に至る、或は少くとも零から能ふ限り最高の價格に至るまでの總ての可能なる價格を豫想し、而して對應せる各需要に對して豫め確定を與へ、是れを何等かの形に表さねばならぬ。此の事は何等困難でない。彼は算術的、幾何學的並に代數的表現方式を得る。

（一）算術的方式。總ての價格を第一行に書き、是れに並んで其れに對應する需要を第二行に書く。

（二）幾何學的方式。第一圖の如き坐標組織に於て、水平軸 Op は價格軸を意味し、垂直軸 Od は需要軸を表はす。價格軸上に原點 O より始めて、小麥にて表はされた燕麥、或は(B)にて表はされた（A）の種々の可能なる價格に應じて Op_a'，Op_a''……をとる。需要軸上には同樣に原點 O より始め、價格零に於て小麥或は（B）の所有者によつて求められる燕麥或は（A）の量に應じて、長さ $Oa_{a,1}$……をとる。而して點 p'_a，p''_a……を通り需要軸に對し平行なる直線上に是等の點から始めて燕麥或は(A)の求められた量に關する價格 p'_a，p''_a に應じて $p_a'a_1'$，$p_a''a_1''$……をとる。$Oa_{p,1}$ なる長さは、彼がその價格にては最早燕麥を買はずと云ふその價格を表はす。曲線 $a_{d,1}$ a_1' a_1''……$a_{p,1}$ が得られる。

（三）代數的方式。此處に描かれた曲線 $a_{d,1}$ a_1' a_1''…… $a_{p,1}$ の方程式 $d_a=f_{a,1}(p_a)$ は計算によつて各々の價格に對應せる需要を與へる。

此處に、我々は、交換に對する意向を幾何學的方式にて表はす事を假想するものである。此方式は二つの商品間の交換の場合に於て相互間に完全に應用され猶ほ又、直線及び平面による量の圖形的説明を以つて現象の道行きを圖解するために頗る多大の便益を供するものである。我々は斯る説明方法の下に、（一）、如何にして市場價格或は均衡價格が需要曲線より生ずるか、（二）、如何にして需要曲線そのものが效用と商品の數量とより生ずるか、を示さう。是れによつて一方には效用と商品の數量との間に如何なる關係が成り立つか、他方には商品の數量とその市場價格

との間に如何なる關係が成り立つかゞ明らかになるであらう。

第四節　如何にして市場價格或は均衡價格が需要曲線より生ずるか

前節に述べたる如く、我々は（B）の所有者(1)の側に於ける交換に對する意向をば幾何學的に曲線 $a_{d,1}\ a_{p,1}$ を以て表はした。同様に我々は（B）の他の總ての所有者(2)(3)……に就て曲線、$a_{d,2}\ a_{p,2},\ a_{d,3}a_{p,3}$……を得る。又同様にして（A）の種々なる所有者の側に於ける、（B）に對する交換の意向を幾何學的に表はす曲線を見出し得る。是等の需要曲線が得られるならば、二個の商品（A）及び（B）、並に是等兩商品の交互の需要曲線が與へられる時、此商品に關する均衡價格を求む、と云ふ一般的問題を數學的に解く事が出來る。

此問題が恰かも事實上市場に於て、即ち實地に於て、價格騰落の經驗上の處置によつて解かれる如く、數學的取扱ひによつて少くとも理論的には一見明瞭に解かれ得ると云ふ事を先天的に云ひ得る。我々は我々の考へる市場に於て、買手並に賣手各自が存立すると云ふ事を假定したが、此事は必ずしも必要ではない。もし彼等が其代理者へ單に指圖を與へさえすれば、その代理者間に交換が起るであらう。實際界には專ら代理者、委託者、商用旅行者等のみの參加の下に賣買の結ばれる如き市場すら存立する。而してかゝる市場は競爭の目的のためには最も有利に組織されてゐる事が證明され得る。それ故に、我々のとれる市場をば斯くの如くに假想するに何物も是れを妨げる事が出來ない。理論にとつて代理者の存立なる事は交換者自身の存在よりも何等か更に必要な事であらうか。否、少しも必要としない。かの代理者なるものは與へられる指圖そのまゝを實行する機械である。人々は公然の掛合を自分で行ふ代りに、かの指圖を彼等に委託する事が出來、而して此商量を行ふ者は、或は非常に迅速ではないかも知れぬが、猶ほ騰貴及び下落の機構に於ける場合よりも間違なく正確に、均衡價格を見定めるであらう。さて斯く云ふ我々は此商量を行ふ者に外ならない。我々の需要曲線は交換者の指圖を表すものである。先づ、我々は、均衡價格の數學的決定に到達しなければならぬ。

市場價格或は均衡價格とは其價格に對して雙方の商品の各々の總需要と總供給とが相互に相等しい時の價格である。然るに今、我々は我々の曲線の中に個々の需要を有する。同一横軸 Op_a' に對する縦線 $p_a'a'_1,\ p_a'a'_2,\ p_a'a'_3$……を加へ合せ、是等個々の需要曲線 $a_{d,1}a_{p,1},\ a_{d,2}a_{p,2},\ a_{d,3}a_{p,3}$……の總てを加へる時は、（B）の所有者總體が（A）の需要に對する意向を幾何學的に表はす、全曲線

A_aA_p（第二圖）を得る。是れが（B）にて表はされた（A）の價格の函數としての、（B）にて表はされた（A）の總需要曲線である。同樣にして（A）にて表はされた（B）の價格の函數としての、（A）にて表はされた（B）の總需要曲線たるべき曲線 B_aB_p を得るであらう。是れより以下、雙方の商品の總需要を有するとして、先づ最初にそれより總供給を導き出し、次いで、如何なる價格に於て供給並に需要の均等が支配するかを考察しよう。

前述の如く有效需要及び有效供給を或る一定の價格に於ける或る一定量の商品の需要及供給と考へる。さて斯くの如く定義された需要と供給との間には頗る簡單なる關係が成り立つ。何んとなれば例へば一八ヘクトリットルの燕麥が小麥にて表はして $1/2$ の價格を求めるとするならば、即ち、此の事は事實に於て $9=18\times\frac{1}{2}$ ヘクトリットルの小麥が小麥にて表はされた燕麥の價格と同じ價格 $1/2$ 或は燕麥にて表はされた小麥の價格2と云ふ値を附けるからである。一般に云へば（A）の D_a 單位が（B）にて表はされた（A）の價格 p_a を求めるとするならば、此の事は即ち $O_b=$（B）の D_ap_a 單位は（B）にて表はされた（A）の價格 p_a 或は（A）にて表はされた（B）の價格 $p_b=\frac{1}{p_a}$ を求める事である。換言すれば、或る商品の他の商品に對する供給は後の商品の需要に、前者にて計れる後者の價格を乘じたものに相等しい。

それ故に、（B）にて表はされた（A）の價格の函數としての（A）の有效的に求められる量並に（B）にて表はされた（A）の同じ價格の函數としての（B）の有効的に供給される量を與ふる曲線 A_aA_p（第二圖）が成り立つ。此の曲線は縱坐標の長さによつて（A）の需要を表はし、又縱軸を高さとし、それに對應せる橫軸を幅とする矩形の面積によつて（B）の供給を表はす。何んとなれば、此矩形は需要と供給との積であるからである。同樣にして、曲線 B_aB_p は（B）の需要及び（A）にて表はされた（B）の價格の函數としての（A）の供給を我々に與へる。さて、此處に於て、我々は、（B）或は（A）の供給は畫かれた矩形の面積によりて又、（B）にて表はされた（A）の價格或は（A）にて表はされた（B）の價格の函數としては最早我々に與へられず、反之、縱軸の長さにより、又、（A）にて表はれた（B）の價格、或は（B）にて表はされた（A）の價格の函數として與へられるやうに、（A）の需要曲線から（B）の供給曲線を導き出すか、然らずんば、（B）の需要曲線から（A）の供給曲線を導き出さねばならぬ。

此處に於て問題となるべき數學的問題は、解析幾何學の問題である。

（B）の總需要曲線は代數的には方程式 $D_b=F_b(p_b)$ にて表はされる曲線 B_aB_p である。（A）の供給曲線（坐標軸より成る矩形の面積によりて p_b の函數として（A）の供給を與へる（B）の需

要曲線と混同してはならぬが、反之、縱軸の長さによりて p_a の函數として（A）の供給を與へる種々の曲線の一つとは取換へられる）は代數的には方程式 $O_a=F_b\left(\frac{1}{p_a}\right)\frac{1}{p_a}$ により表はされる。第二圖中、點線にて示された曲線 KLM がそれである。此曲線は零より始まり、（A）にて表はされた（B）の無限小の價格と對應する（B）にて表はされた（A）の無限大の價格に至る。即ち、價格の軸は曲線の漸近線（Asymptote）である。此曲線は（A）にて表はされた（B）の上昇價格が對應する（B）にて表はされた（A）の下降價格に對して原點に近づく如く、量に於て增騰し、Lに於て極大に達す。然る後に曲線は絕えず原點に近づきつゝ下降し、（B）にて表はされた（A）の價格 OK に對して零となる。此價格 OK は（A）にて表はされた（B）の價格 OB_p の逆であり、且つ曲線 B_aB_p が價格軸と交る點 B_p の橫坐標である。

（A）の總需要曲線は代數的には方程式、$D_a=F_a(p_a)$ にて表はされる曲線 A_aA_p である。（B）の總供給曲線は代數的には方程式 $O_b=F_a\left(\frac{1}{p_b}\right)\frac{1}{p_b}$ にて表はされる曲線 NPQ である。

是等の考察によつて、價格 $p_a=\frac{1}{2}$, $p_b=2$ は假定に從つて、一方には二つの曲線 A_aA_p と KLM 又他方には B_aB_p と NPQ とが相交る二つの點（A）並に（B）の橫坐標なること、又是等の價格は二つの商品（A）並に（B）の各々の供給と需要とが相等しい時の價格なること、即ち、是等は均衡價格或は市場價格なることが明らかである。$p_a=\frac{1}{2}$ よりも大なる、（B）にて表はされた（A）の總ての價格に對し、或は $p_b=2$ より小なる、（A）にて表はされた（B）の總ての價格に對して、（A）の供給は需要よりも大なるべく、又（B）の需要は供給よりも大であらう。又、逆に $p_a=\frac{1}{2}$ よりも小なる、（B）にて表はされた（A）の總ての價格に對し、或は $p_b=2$ よりも大なる、（A）にて表はされた（B）の總ての價格に對して、（A）の需要は供給よりも大なるべく、又、（B）の供給は需要よりも大であらう。第一の場合に於ては、p_a にとりて下落を意味すべき p_b の騰貴によつて均衡が作り出されるであらう。第二の場合に於ては、p_b にとつて下落を意味すべき p_a の騰貴によつて均衡に導かれるであらう。されば、もし需要曲線が與へられるならば、價格は數學的にそれより生ずる。斯くして我々の第一の問題は解かれた。

第五節　如何にして需要曲線が效用並に存在量より生ずるか

我々は第二の問題へ移る。問題に曰く、二つの商品（A）並に（B）、及び各交換者に對する雙方の商品の各々の效用並に各商品の各所有者の所有する存在量が與へられる時、需要曲線を求む。

我々の假定した二つの原因の中、一つは全く決定し得られるものである。即ち、所有者の所有する各商品の存在量が是れである。然るに、他の原因、即ち、各交換者に對する各商品の效用なるものは、空間或は時間の孰れとも何等か直接の關係、又は測定し得る關係に立つものではない。それ故に、此の理由からして、最初一瞥した丈では此點にて考察の歩を止める事を命ずるかのやうに見えるが、然し乍ら、あらゆる多數の表はし方にも表はし盡くせない此狀態が明らかに、嚴密な數學的表現に適ふのである。物理學でも亦機械學でも是れと同樣に直接には測る事の出來ない量、例へば質量が計算に導入される。我々は是れと同じやうに取扱はう。效用は直接に測り得られると暫らく假定する。而して效用が存在量と合して、需要曲線に、又、ひいては價格の上に及ぼす影響について我々は正確に又、數學的に計算を遂げる事が出來る。

扨て我々は慾望の强度の尺度、即ち、同一種類の經濟財の類似の單位に對してのみならずあらゆる可能なる種類の種々なる單位に對しても同一なる效用の强さの尺度が存在すると假定する。今、直角座標軸組織（第三圖）に於て垂直軸を Oq にて水平軸を Or にて表す。縦軸 Oq 上に O 點より $O\beta_{q,1}$ の長さをとる。是れは所有者(1)が（B）を意のまゝに處分する時に消費し得べき（B）の總量を表はす。此の長さ $O\beta_{q,1}$ は所有者(1)に對する商品（B）の效用の廣さを表はし、又、かの所有者(1)が商品（B）に對して感ずる欲望の廣さを示す。然し乍ら（B）の件の量を成す總ての單位或は單位の分數は所有者の(1)に對して同一の强度を有するものではない。それ故に量 $O\beta_{q,1}$ は或る一定數の段階 $Oq\ qq'\ q'q''\ldots\ldots$ に分たれ、其段階の各々は均等の强度を有し、又その數量は所有者(1)がそれを處分する時、次第に消費されねばならぬと假定する。更に横軸 Or 上並に點 $q,\ q',\ q''\ldots\ldots$ を通って Or に平行なる直線上に長さ $O\beta_{r,1},\ q^{r},\ q'^{r}$ をとる。是れは量 $O\beta_{q,1}$ を形作る單位或は分數の各群の效用の廣さを表はす。矩形 $Oq\ R\beta_{r,1},\ qq'\ R'r',\ q'q''\ R''r''\ldots\ldots$ を作れ。斯くして曲線 $\beta_{r,1}\ Rr'\ R'r''\ R''\ldots\ldots\beta_{q,1}$ を得る。此曲線は連續的或は非連續的である。即ち、$Oq\ qq'\ qq''\ldots\ldots$ が無限に小なる量でない時には曲線は非連續的であり、是れと對蹠的に反對に、無限に小なる量の場合には連續的であり、然る時に、曲線 $\beta_{r,1}r'r''\ldots\ldots\beta_{q,1}$ と一致する。更に兩者の場合に於て效用の廣さは、最後に消費される單位或は其分數に連關する强度が零に達するまで第一の單位或は其分數に連關する强度、$O\beta_{r,1}$ を遞減する。

曲線 $\beta_{r,1}\ \beta_{q,1}$ は所有者(1)に對する商品（B）の效用曲線或は慾望曲線である。同樣にして、同じ所有者(1)に對する商品（A）の效用曲線或は慾望曲線としての滿足曲線 $a_{r,1}\ a_{q,1}$ なる曲線を得る。是等の曲線は此外、猶ほ二重の性質を有する。

我々は慾望の廣さ並に强さに從つて、商品の存在量によりて充足される慾望の總量を有効效用或は簡單に滿足と呼ぶ。然る時は曲線 $\beta_{r,1}\,\beta_{q,1}$ は所有者(1)に對する（B）の存在量の函數としての滿足曲線である。されば、存在量 q_b（第三圖中 Oq_b なる長さ）に對しては滿足は面積 $Oq_b\,p\beta_{r,1}$ にて表はされる。又、商品の或る一定の存在量によつて充足された最終の慾望の强さを我々は稀少性と呼ぶ。然る時は曲線 $\beta_{r,1}\,\beta_{q,1}$ は所有者(1)に對する（B）の存在量の函數としての稀少性曲線を意味する。されば、或存在量 q_b（第三圖中 Oq_b なる長さ）に對しては稀少性は長さ $q_b p$ にて表はされる。同樣に、曲線 $\alpha_{r,1}\,\alpha_{q,1}$ は（A）の存在量の函數としての滿足曲線であり、又、稀少性曲線である。されば、我々は此坐標軸組織の兩軸をば、稀少性軸並に存在量軸と稱する事も出來る。繰り返へして云ふが存在量が減少する時には稀少性は增加し、反對の場合には是れと逆である事が認められねばならぬ。

もし所有者(1)が（B）に就いてその單位 q_a を自ら消費するために保持するならば、慾望曲線の構造及びその性質に依つて滿足の總量を獲得する。此總量は面積 $Oq_{b,p}\beta_{r,1}$ にて表はされる。然し一般には此所有者(1)は丁度此通りには所有する量の全部を消費しないであらう。何んとなれば、もし彼がその所有する存在量の一部分のみを自ら消費し、その餘剩をば市場價格にて、商品（A）の或る一定量と交換するならば、一層大なる總量の滿足を獲得する事が出來るからである。例へば、もし彼が、（B）にて表はされた（A）の價格 p_a に於て（B）の y 單位丈を自らの消費のために保持するならば、彼は二つの面積、$Oy\beta\beta_{r,1}$ 及び $Od\alpha\alpha_{r,1}$ にて表はされ、而して恐らく、前者 $Oy\beta\beta_{r,1}$ よりも大なるべき總量の滿足を獲得するであらう。故に所有者(1)は出來得る限り大なる總量の滿足を獲得せんと努め、又、從つて、價格 p_a が與へられる時、需要 d_a は、二つの面積 $Oy\beta\beta_{r,1}$ $Od\alpha\alpha_{r,1}$ の和が極大なるべしと言ふ條件によつて決定されると言ふ原理の論定される事が認められる。

此條件は何を意味するか。我々は此處に直ちに、求められた極大滿足の條件を論定する、即ち極大滿足の條件は、最終の充足された慾望の强度或は rareté の比が交換の後に於て價格に相等しい時に充される。是れに對する數學的證明は微分を必要とするが、此處では、單に二個の商品の間に於ける場合に對してのみ證明を與へるに止める。

（B）を小麥、（A）を燕麥とし、小麥にて表はされた燕麥の價格を $p_a=\frac{1}{2}$ とせよ。小麥の所有者は最初に直ちに、その小麥の最終の半リットルを燕麥の最初の一リットルと交換する事が出來る。かくして小麥所有者は小麥に於て或一定の滿足平面を手離すが、然し燕麥に於て或一定の滿

足平面を獲得する。彼の獲得せる滿足平面が、もし手離した滿足平面よりも大であるならば此第一の各個交換は小麥所有者に有利である。而して 0.5，1，1.5……リットルの小麥を 1，2，3，……リットルの燕麥と交換する事が小麥所有者に尙ほ利益を提供する事は可能である。彼が手離す小麥の滿足平面は、小麥の存在量の減少すると同じ割合で大となるに拘らず、是れと逆に彼が獲得する燕麥の滿足平面は彼の所有となる燕麥の存在量の增加すると同じ割合にて減少する事は全く確かである。それ故に各個交換は小麥所有者にとつて次第に有利ではなくなるであらう。即ち或一定の限界に於て各個交換はその有利なる事を失ひ轉じて不利となるであらう。最後の未だ猶ほ有利である各個交換と、旣に不利となれる最初の各個交換との間に交換が行はれる。是が無限に小であるか否かは無關係である。滿足の極大は右のある一點に於て起るであらうから、各個交換は其の前或は其の後に於て停止しなければならぬ。然るに此交換は各個滿足平面が相等しかるべき時の交換である。然るに此の平面の底邊は稀少性を表はし、又、その逆比に於ては交換された量を示すところの稀少性の高さを表はす。換言すれば、是れは交換の前後に於て最終の小麥の滿足度が、最終の燕麥の滿足度よりも二倍丈大であるべき交換である。

故に（B）にて表はされた（A）のあらゆる價格 p_a に對して極大滿足を與へる需要 d_a が存し、又、それよりして同樣に、價格の函數としての需要曲線が決定される。

第六節　二個の商品の交換の分析的定義。交換價値の原因としての rareté

依之觀是、效用曲線並に商品存在量は究局に於て、市場價格或は均衡價格の構成に對し必要にして充分なる假定である。是等の假定より數學的に先づ第一に、各個需要曲線及び總需要曲線が生ずる。又第二に、各個需要曲線及び總需要曲線より數學的に市場價格或は均衡價格が生ずる。需要曲線は各所有者が其慾望の極大滿足を得んと求める事實を基礎として、數學的に效用曲線及び商品存在量より生ずる。又、價格は、市場には唯だ一つの價格、卽ち、その價格に於て總需要が總供給に等しいと云ふ價格のみが行はれると云ふ事實を基礎として需要曲線より、換言すれば各人は與へると同じ割合にて受け取らねばならず、又、受取ると同じ割合にて與へねばならぬと云ふ事より數學的に生じて來る。

されば――自由競爭の支配する市場に於ける二つの商品相互間の交換なるものはそれによつて一方の商品並に他方の商品の總ての所有者が、彼等の賣る商品と全く相等しい割合にて與へ、又

彼等の買ふ商品と全く相等しい割合にて受取ると云ふ條件と適合する極大滿足を獲得する所爲である。

經濟財の價格決定理論の主要目的は此命題を普遍化し、それが二つの商品相互間の交換と同樣に多數の商品相互間の交換にも連關する事、及び此命題が交換に連關すると同じく生産にも亦連關して自由競爭の上に應用される事を示すに在る。

今、v_a 及び v_b を交換價値とし、p_a 及び p_b を市場價格或は均衡價格とし、$r_{a,1}, r_{b,1}, r_{a,2}, r_{b,2}, r_{a,3}, r_{b,3}$……を商品（A）並に（B）の稀少性或は交換後に所有者(1)(2)(3)……に對する是等商品の最終の充足された慾望の强度とするならば、

$$p_a = \frac{v_a}{v_b} = \frac{r_{a,1}}{r_{b,1}} = \frac{r_{a,2}}{r_{b,2}} = \frac{r_{a,3}}{r_{b,3}} = \cdots\cdots$$

$$p_b = \frac{v_b}{v_a} = \frac{r_{b,1}}{r_{a,1}} = \frac{r_{b,2}}{r_{a,2}} = \frac{r_{b,3}}{r_{a,3}} = \cdots\cdots$$

を得る。是れを言葉にて云ひ表はせば、卽ち、市場價格或は均衡價格は稀少性の商に等し。或は是れを他の形にて云ひ表はせば、卽ち交換價値は稀少性に正比例す。

是れが卽ち、Léon Walras の父であり師であつた Auguste Walras の、稀少性が交換價値の原因なりと言ふ理論であつた。Auguste Walras は是れを旣に一八三一年に其著「富の本質と價値の源泉」"De la nature de la richesse et de l'origine de la valeur" 中に述べ、更に此の思想は一八四九年に出版され、又、Académie des sciences morales et politiques 論文集中に掲載された「交換價値の源泉に關する論文」"Mémoire sur l'origine de la valeur d'échange" の中に維持されてゐる。Auguste Walras は稀少性をば效用と數量の制限との二重の條件によつて定義したのであるが、我々は斯くの如く定義された稀少性が、我々の此處に見出した稀少性卽ち、最終の充足された慾望の强度と全く合致する事を證明するのが重要であると思ふ。若し慾望が存せず、商品は效用量（utilité extensive）も、效用度（utilité intensive）をも有せず、不用であるならば、我々は事實に於て最終の充足された慾望の强度なるものを云々し得ないであらう。又、商品が效用曲線を持ち得るにもせよ、もし效用量よりも大なる數量にて存在するならば、卽ち、若し商品が數量に於て無制限であるならば、最終の充足された慾望の强度は零であらう。それ故に我々の考へる稀少性は Auguste Walras に於ける稀少性と全く同一である。唯だ附言を要するは、稀少性が數學的量として考へ得られること、及び交換價値が啻に稀少性より出でゝ稀少性に伴ふのみならず必然的に稀少性にて測られると云ふ事である。然るに若し稀少性と交換價値とが二つの相隨伴す

る、正比例的な現象である事が數學的に證明されるならば、然る時は、稀少性が交換價値の原因である事が證明される。

交換價値は從屬的事實であり、稀少性は非從屬的事實である。若し存在する兩商品（A）並に（B）のうちその一方が不用であるならば、或は有用ではあつてもその數量が無制限であるならばそれは最早稀少ではなく、又、何等の交換價値をも有しないであらう。然し乍らそれは其故を以つて稀少でなくなる事はないであらう。それは種々なる所有者の各々に對して、より高いか或はより低い程度の稀少性を持つであらう。

我々は敢て、種々なる所有者の各々に對して、と云ふ。稀少性と交換價値との間のあらゆる混亂を豫め防ぐために此事を更に注意するのは事實に於て肝要な事である。即ち、交換價値は事實的或は客觀的である。それは事物の内に存する。稀少性は我々の内に在り、個人的或は主觀的である。思ふにそれ自體に於て商品（A）或は（B）の稀少性であるが如きものは存しない。更にそれ自體に於て（A）の稀少性の（B）の稀少性に對する比であり、或は（B）の稀少性の（A）の稀少性に對する比であるが如きものは存しない。眞に存在するものは、是等兩商品の所有者(1)(2)(3)……にとつての商品（A）並に（B）の稀少性であり、又、（B）の稀少性に對する（A）の稀少性の反對的關係、或はかの所有者にとつての（A）の稀少性に對する（B）の稀少性の反對的關係である。唯或る一定の人に關する場合丈けでは、一方には稀少性、滿足及び存在量と他方には速度、通過する空間及び費された時間との間の嚴密なる比較に基き、稀少性をば存在量に依る滿足の微分商として定義し得る。それはあだかも速度をば、費された時間による通過した空間の微分商として定義すると全く同一である。此處には以上の推論だけで止めて置く。然し乍ら恐らく此推論は純粹機械學の推論の正確なる定義、科學的嚴密を純粹經濟學の中へ導入し、それに依つて既に久しく經濟學者の一致して居る應用經濟學の問題のみならず、意見が未だ猶ほ分れて居り、科學的並に經濟的進歩に大なる損失を及ぼしてゐる問題（その數は充分に多い）に數學的解を與へる方法の重要さを證するに足るであらう。

第二章　交換方程式

第一節　多數の商品の交換。需要方程式

我々は是れまで、二つの商品間の相互の交換を考究するために幾何學的形式を採つた。即ち、價格及びその原因をば圖形にて表はし然かも漸化、或は解析によつて我々は價格をばその要素に還元せしめたのである。然し、是れからは、二つ以上の商品相互間の交換を研究するために、代數的形式を利用する。即ち價格及びその原因を數にて表はし、又、演繹或は綜合を應用するであらう。即ち、我々は價格の原因から價格そのものを類推する。

今、自由競爭の支配して居る或市場に於て、m個の商品（A）（B）（C）（D）……が與へられてゐるとせよ。此市場には一定量の（A）を所有してゐるが（B）或は（C）……等を所有せず、而して（A）の或る一定量を自らのために保留し、殘りの或る一定量をば（B）（C）（D）……と交換するために他へ賣り渡そうと欲する（A）の所有者が居る。又、此市場には、是れと類似の意向を有する（B）の所有者が居る。以下同樣。我々は總ての所有者の内から、例へば、（A）の所有者を取り出して考へて見る。然る時、彼の求めんとする（B）（C）（D）……の量は何に依存するか。それは（A）にて表はされた（B）の價格、（C）の價格、（D）の價格……に依存する。而して（A）の所有者が是等各々の商品に對して爲すところの需要は單に是等商品の價格のみならず、總ての他の商品の價格にも亦依存するであらう。疑ひもなく、（A）にて表はされた（B）の需要の決定は、（A）にて表はされた（B）の價格を知らずしては行はれ得ない樣に、亦（A）にて表はされた（C）の價格、（D）の價格……の智識なくしては行はれ難い事を我々は認めざるを得ない。然し乍ら（A）にて表はされた（B）（C）（D）……の價格が總て知られてゐる場合には（A）にて表はされた（B）の需要は是れによつて決定され得る事をも是認せざるを得ない。それ故に、（A）にて表はされた（B）（C）（D）……の價格に對する各個需要の各々は多くの變數即ち、（A）にて表はされた（B）（C）（D）……等の價格の函數である。$d_{b,a}$ が或る各個需要を意味し、$p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a}$……が是等の價格であるならば、此關係は方程式

$$d_{b,a}=f_{b,a}(p_{b,a}, p_{c,a}, p_{d,a}\ldots\ldots)$$

にて代數的に表される。此方程式中、左邊には函數 $d_{b,a}$ が在るのみであるが、右邊にては變數

$p_{a,b}$，$p_{c,a}$，$p_{d,a}$……が加減乘除等を以つて一つ或は多數の項に纏められ、又は相互に結合された項を含む代數式を考へねばならぬ。その結果、是等の變數が（A）にて表はされた（B）（C）（D）……の或一定の價格にて置換される時は、是等の價格に於て（A）の所有者により有効的に需要せらるべき（B）の數量が函數の値として數學的に生ずる。是れと同じ事が（A）の所有者にとつて（A）にて表はされた（C）（D）……の各個需要に對して起り、又同じく（A）の他の所有者の側にても（B）（C）（D）……の各個需要に對して起る。更に又（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の各個需要の各々に對しても是れと同樣である。二つ以上の商品の相互間の交換の場合に於ては交換に對する各所有者の意向は最早や曲線によつて幾何學的には表はし得ない。即ち變數の個數から來る事情のため幾何學的に表はし得ない事が知られる。然し乍らそれは依然として方程式によつて代數的に表はされ得る事には變りがない。故に我々は餘儀なく幾何學的表現から代數的表現へと移るのである。此代數的形式の應用の下に、我々は既に二つの商品に對して爲したやうに、此處では多數の商品に對して（一）、如何にして市場價格或は均衡價格が需要方程式より生ずるか。（二）、如何にして需要方程式そのものが効用及び商品存在量より生ずるかを示さねばならぬ。我々は漸化法の代りに演繹法を用ひて、此兩問題のうち先づ後者から解く事とする。

第二節　如何にして需要方程式が効用並に存在量より生ずるか

我々の解かうとする第一の問題は次の問題である。即ち、m個の商品（A）（B）（C）（D）……及び交換者の各自に對する是等各商品の效用、同じく各商品の各所有者の所有する存在量が與へられる時、需要方程式を求む。

例へば（A）の所有者を採る。此所有者の有する（A）の存在量の數學式は簡單である。それを q_a にて示す。交換者に於ける（A）（B）（C）（D）……の效用の數學式に關しては既に述べたる說明に從つて同じく容易である。我々は幾何學的に此效用を件の個人に於ける（A）（B）（C）（D）……の慾望曲線によつて表はす事が出來る。但し、此際縱軸は存在量に、又橫軸は稀少性或はその存在量によりて充足された最終の慾望の强度に當るであらう。それ故に我々は代數的に此の效用を效用曲線の方程式にて表はすであらう。我々は是等の方程式をば稀少性に對して解かれると假定し度い。即ち、稀少性が存在量の函數であると云ふ形式に是等の方程式を爲したいと思ふ。かくて方程式 $r=\varphi_a(q)$，$r=\varphi_b(q)$，$r=\varphi_c(q)$，$r=\varphi_d(q)$……が與へられる。左邊には函數 r のみが存

し、右邊には加減乘除等によつて一つ或は多數の項に纒められ、又は相互に結合された項を含む變數 q が表はされねばならぬ。その結果、若しその變數が（A）（B）（C）（D）……の或る一定の存在量にて置換されるならば、最終の充足された慾望の强度或は此存在量に於ける（A）（B）（C）（D）……の稀少性が函數の値として數學的に生じてくる。曲線の横坐標が縱坐標の增加するに對し減少する時は、是等函數の微分商は其變數によつて考へれば、負である。有効效用或は、商品の存在量によりて充足された慾望の總和（曲線の面積にて表はされる）は函數の積分にて再び與へられる。此最後の事實は（A）の任意の所有者に對し、（A）にて表はされた（B）の需要方程式を立てる爲には許されぬ事ではないが、然し前の事實で充分である。

（A）の所有者は（A）にて表はされた（B）の或る一定の價格 $p_{b,a}$ にて（B）のある一定の數量 $d_{b,a}$ に對し、（A）の或る一定量を與へ、（A）にて表はされた（C）の或る一定の價格 $p_{c,a}$ にて（C）のある一定の數量 $d_{c,a}$ に對し、（A）の或る一定量を與へ、（A）にて表はされた（D）の或る一定の價格 $p_{d,a}$ にて（D）のある一定の數量 $d_{d,a}$ に對し（A）の或る一定量を與へる。以下同樣。彼が（B）（C）（D）……等に對して與へた（A）の總量を x とするならば、從つて q_a-x は彼が自分のために保留した量である。然る時は、先づ方程式

$$x=d_{b,a}p_{b,a}+d_{c,a}p_{c,a}+d_{d,a}p_{d,a}+\cdots\cdots$$

が得られ、而してそれより他の方程式、

$$q_a-x=q_a-d_{b,a}p_{b,a}-d_{c,a}p_{c,a}-d_{d,a}p_{d,a}-\cdots\cdots$$

が生ずる。

故に二つの商品に對して述べたと同樣に、多數の商品に對しても事實として、需要は慾望の極大滿足の條件に依つて決定されると說く事が出來る。我々は又、二つの商品に對して云つた如くに、多數の商品に對しても、その條件は稀少性の比或は最終の充足された慾望の强度の比が交換後、價格に相等しかるべしと云ふに在りとなす命題を定める事が出來る。事實に於て、若し（A）の稀少性に對する（B）の稀少性の比が交換後（A）にて表はされた（B）の價格 $p_{b,a}$ に等しからずば是れよりも大なるか、或は小なる時には、既に二つの商品相互間の交換に因みて述べた如く極大滿足の條件に依りて猶ほ（B）の或る一定量に對して（A）の或る一定量を交換し、或は（A）の或る一定量に對して（B）の或る一定量を與へる事が有利であるであらう。換言すれば、未だ限界に達して居ないか、さもなければ既に限界を越えて居るであらう。同じ結論は、（A）の稀少性に對する（C）の稀少性の比が交換の後、（A）にて表はされた（C）の價格 $p_{c,a}$ に相等

しくなければならぬ事、（A）の稀少性に對する（D）の稀少性の比が交換後（A）にて表はされた（D）の價格 $p_{d,a}$ に相等しくなければならぬ事を示すであらう。以下同樣。故に交換後（A）（B）（C）（D）……の稀少性が $r_a=\varphi_a(q_a-x)$, $r_b=\varphi_b(d_{b,a})$, $r_c=\varphi_c(d_{c,a})$, $r_d=\varphi_d(d_{d,a})$……なりとすれば方程式、

$$\varphi_b(d_{b,a})=p_{b,a}\varphi_a(q_a-x)=p_{b,a}\varphi_a(q_a-d_{b,a}p_{b,a}-d_{c,a}p_{c,a}-d_{d,a}p_{d,a}-\cdots\cdots),$$

$$\varphi_c(d_{c,a})=p_{c,a}\varphi_a(q_a-x)=p_{c,a}\varphi_a(q_a-d_{b,a}p_{b,a}-d_{c,a}p_{c,a}-d_{d,a}p_{d,a}-\cdots\cdots),$$

$$\varphi_d(d_{d,a})=p_{d,a}\varphi_a(q_a-x)=p_{d,a}\varphi_a(q_a-d_{b,a}p_{b,a}-d_{c,a}p_{c,a}-d_{d,a}p_{d,a}-\cdots\cdots),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

即ち（$m-1$）個の方程式を生ずる。其内、例へば $d_{b,a}$ の如き（$m-2$）個の未知數を $p_{b,a}$, $p_{c,a}$, $p_{d,a}$……の函數として得るために $d_{c,a}$, $d_{d,a}$……を消去し、或は例へば $d_{d,a}$ を得るために $d_{b,a}$, $d_{c,a}$……を消去する。以下同樣。かくて（A）の任意の所有者にとつての（A）にて表はされた（A）（B）（C）（D）……の價格の各組織は、彼に極大滿足を獲得せしむる（B）（C）（D）……に對する需要の組織と對應するであらう。故に、かくして各商品の各個需要方程式が總ての商品の價格の函數として定まる。

第三節　如何にして市場價格或は均衡價格が需要方程式より生ずるか

我々の解かねばならぬ第二の問題は次の問題である。即ち、m 個の商品（A）（B）（C）（D）……及び他の商品の各々にて表はされた是等商品の各々の需要方程式が與へられる時、是等商品に關する均衡價格を求む。

既に第二章第一節に述べたる如く簡單に各個需要方程式を加ふれば、（A）にて表はされた（B）（C）（D）……に對する總需要方程式（$m-1$）個、

$$\text{[I]}\quad D_{b,a}=F_{b,a}(p_{b,a},p_{c,a},p_{d,a}\cdots\cdots),$$

$$D_{c,a}=F_{c,a}(p_{b,a},p_{c,a},p_{d,a}\cdots\cdots),$$

$$D_{d,a}=F_{d,a}(p_{b,a},p_{c,a},p_{d,a}\cdots\cdots),$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

が得られる。

同樣に（B）にて表はされた（A）（C）（D）……に對する總需要方程式（$m-1$）個、

〔I〕 $D_{a,b}=F_{a,b}(p_{a,b},p_{c,b},p_{d,b}\cdots\cdots)$,

$D_{c,b}=F_{c,b}(p_{a,b},p_{c,b},p_{d,b}\cdots\cdots)$,

$D_{d,b}=F_{d,b}(p_{a,b},p_{c,b},p_{d,b}\cdots\cdots)$,

……………………………

が得られる。

又同じく、（C）にて表はされた（A）（B）（D）……に對する總需要方程式（$m-1$）個、

$D_{a,c}=F_{a,c}(p_{a,c},p_{b,c},p_{d,c}\cdots\cdots)$,

〔I〕 $D_{b,c}=F_{b,c}(p_{a,c},p_{b,c},p_{d,c}\cdots\cdots)$,

$D_{c,c}=F_{c,c}(p_{a,c},p_{b,c},p_{d,c}\cdots\cdots)$,

……………………………

が得られる。

又同じく（D）にて表はされた（A）（B）（C）……に對する總需要方程式（$m-1$）個、

$D_{a,d}=F_{a,d}(p_{a,d},p_{b,d},p_{c,d}\cdots\cdots)$,

〔I〕 $D_{b,d}=F_{b,d}(p_{a,d},p_{b,d},p_{c,d}\cdots\cdots)$,

$D_{c,d}=F_{b,d}(p_{a,d},p_{b,d},p_{c,d}\cdots\cdots)$,

……………………………

が得られる。以下同樣。かくて我々は總計 $m(m-1)$ 個の總需要方程式を得る。

我々の謂ふ均衡價格とはその價格に於て、總需要が總供給に相等しい場合の價格の謂である。此命題及び或る商品の他の商品に對する供給は常に後の商品に對する需要に等しく、又、その需要に、前者にて表はされた後者の價格を乘じたるものに等しいと云ふ別の命題とからして今若し

（B）（C）（D）……に對する（A）の（$m-1$）個の方程式、

$D_{b,a}p_{b,a}=D_{a,b}$,　$D_{c,a}p_{c,a}=D_{a,c}$,　$D_{d,a}p_{d,a}=D_{a,d}$………

（A）（C）（D）……に對する（B）の（$m-1$）個の交換方程式、

$D_{a,b}p_{a,b}=D_{b,a}$,　$D_{c,b}p_{c,b}=D_{b,c}$,　$D_{d,b}p_{d,b}=D_{b,d}$………

（A）（B）（D）……に對する（C）の（$m-1$）個の交換方程式、

$D_{a,c}p_{a,c}=D_{c,a}$,　$D_{b,c}p_{b,c}=D_{c,b}$,　$D_{d,c}p_{d,c}=D_{c,d}$………

更に、（A）（B）（C）……に對する（D）の（$m-1$）個の交換方程式、

$D_{a,d}p_{a,d}=D_{d,a}$,　$D_{b,d}p_{b,d}=D_{d,b}$,　$D_{c,d}p_{c,d}=D_{d,c}$………

以下同様、が與へられるならば、總計 $m(m-1)$ 個の交換方程式が得られ、それ等の中には陰伏的に $\frac{m(m-1)}{2}$ 個の逆の價格の方程式を含む。$m(m-1)$ 個の需要方程式と此の $m(m-1)$ 個の交換方程式を合せて總計 $2m(m-1)$ 個の方程式を得る。然るに此の問題には丁度 $2m(m-1)$ 個の未知數が存する。即ち、m 個の商品の間に於ける $(m-1)$ 個の價格、及び、此の相互に交換されたm個の商品について $m(m-1)$ 個の總量が未知數として存する。依之觀是、未知數と方程式とが其數に於て同數なるを以つて前述の方程式は一般に數學的に解かれる。かくて各商品の各價格に於ける獨立的相互均衡の問題が解かれる。

第四節　一般的均衡。交換方程式組織

以上にて多數の商品相互間に於ける交換の問題は一般に解かれた如くに見えるが、然かしそれはその一半に過ぎない。前に定義した條件の下にては各二個の商品間の或る一定の均衡が市場に成り立つ事は確かである。然し乍ら、此均衡は不完全な均衡に過ぎない。完全なる、或は、市場の一般的均衡は任意の二つの商品の相互の價格が或る任意の第三の商品を以つて表はされるその兩商品各々の價格の比に相等しい時にのみ成り立つ。以下この事を證明する。先づ、總ての商品の中より三つの任意の商品、例へば(A)(B)(C)をとり、價格 $p_{c,b}$ は $p_{c,a}$, $p_{b,a}$ の比よりも大であるか或は小であると假定する。次に市場たるの役目を爲す場所は、總ての商品(A)(B)(C)(D)……相互間の交換のために各二個宛の商品の交換が行はれる様に多くの部分、即ち、$\frac{m(m-1)}{2}$ 個の部分市場に分たれ、其處にて交換される商品種類と上述の諸方程式の組織によつて數學的に評價された夫等商品の價格が明らかにされてゐると假想する。さて「逆の價格 $p_{a,b}$, $p_{b,a}$ にて表はされる（B）に對する（A）、及び（A）に對する（B）の交換」――「逆の價格 $p_{a,c}$, $p_{c,a}$ にて表はされる（C）に對する(A)及び（A）に對する（C）の交換」――「逆の價格 $p_{b,c}$, $p_{c,b}$ にて表はされる（C）に對する（B）及び（B）に對する（C）の交換」が生ずる。此事は(B)(C)を得たいと思ふ（A）の各所有者が（A）を（B）及び（C）と第一、第二部分市場にて交換する様に餘儀なくされてゐる場合、(A)(C)を得たいと思ふ(B)の各所有者が(B)を（A）及び（C）と第一、第三部分市場にて交換する様に餘儀なくされてゐる場合、(A)(B)を得たいと思ふ（C）の各所有者が（C)(A）及び（B）と第二、第三部分市場にて交換する様に餘儀なくされて居る場合に均衡が保たれると云ふ事を假定したものである。然るに（A）の所有者も（B）の所有者も（C）の所有者も、かの二つの商品間の交換に拘束されはしない。彼等は猶ほ第三の商品を求

めやうとする。

第二章第二節にて述べたる如く商品（A）の q_a-x なる量を自分のために保留し、（B）の $d_{b,a}$ 並に（C）の $d_{c,a}$ なる量を買ひ入れる（A）の所有者には二つの方程式、

$$\varphi_b(d_{b,a})=p_{b,a}\varphi_a(q_a-x)$$

$$\varphi_c(d_{c,a})=p_{c,a}\varphi_a(q_a-x)$$

が當てはまる。此方程式は、交換後、（B）の稀少性或は（C）の稀少性と（A）にて表はされた（B）並に（C）の各價格を乘じたる（A）の稀少性との間の比が各々相等しい事、即ち、極大滿足の條件を表はす。然るに是等の方程式から $\varphi_a(q_a-x)$ を消去し、移項して、

$$\varphi_c(d_{c,a})=\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}\varphi_b(d_{b,a})$$

を得、又、例へば $p_{c,b}>\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ と假定すれば、$p_{c,b}$ を代入して、

$$\varphi_c(d_{c,a})<p_{c,b}\ \varphi_b(d_{b,a})$$

が得られる。是れは（A）の所有者がその市場（A、B）並に（A、C）に於て最初の兩度の交換を爲した後、市場（B、C）に赴き、其處にて（C）を賣り、それに對して、（B）にて表はされた（C）の價格 $p_{c,b}$ にて（B）を買ふ事が有利である事を示す。二つの商品相互間の交換の場合に對して市場價格決定の理論を組立てた如く、此理論に依れば此（A）の所有者の行爲は、（C）の供給が需要よりも大なる處にては市場（B、C）の均衡を亂す。而して斯く亂された均衡は價格 $p_{c,b}$ の下落によつてのみ再び成立され得る。

前に假定せる不等式、$p_{c,b}>\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ より、方程式 $p_{b,a}=\frac{1}{p_{a,b}}$ の助けによつて更に不等式、$p_{c,a}<\frac{p_{c,b}}{p_{a,b}}$ が得られる。

是れによつて、（B）の所有者にとりては、市場（A、B）並に（B、C）に於いて始めの二度の交換を爲した後に（C）を買ひ入れ、（A）にて表はされた（C）の價格 $p_{c,a}$ にて（A）を賣るために最後の市場（A、C）へ赴くのが有利である事が證明される。此（B）の所有者の行爲は（C）の需要が供給よりも大なる場合には市場（A、C）の均衡を亂す。而して斯く亂された均衡は價格 $p_{c,a}$ の騰貴によつてのみ再び成立され得る。

最後に、前と同じ不等式、$p_{c,b}>\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ より、方程式 $p_{b,c}=\frac{1}{p_{c,b}}$ 並に方程式 $p_{c,a}=\frac{1}{p_{a,c}}$ の助けによつて不等式 $p_{b,a}>\frac{p_{b,c}}{p_{a,c}}$ が生ずる。

是れによつて（C）の所有者にとつては市場（A、C）並に（B、C）に於いて始めの二度の交換を爲した後に（B）を賣り、（A）にて表はされた（B）の價格 $p_{b,a}$ にて（A）を買ふ爲に市

場（A、B）に赴くのが有利なる事が證明される。此（C）の所有者の行爲は（B）の供給が需要よりも大なる場合には市場（A、B）の均衡を亂す。而して斯く亂された均衡は、價格 $p_{b,a}$ の下落によつてのみ再び成立され得る。

依之觀是、$p_{c,b}>\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ なる場合には、市場の均衡は完全、或は一般的ではない事、又、$p_{c,b}$ の下落、$p_{c,a}$ の騰貴、及び $p_{b,a}$ の下落を結果とする補足的交換の起る事が知られる。又同時に $p_{c,b}<\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}}$ なる場合には市場の均衡は完全でなく、$p_{c,b}$ の騰貴 $p_{c,a}$ の下落及び $p_{b,a}$ の騰貴を結果として生ずる補足的交換が市場に起る事が知られる。且又、（A）（B）及び（C）の價格に關して述べられたる事は任意の三個の商品の價格に就ても同樣に述べられ得る事が明らかである。それ故に何等の補足的交換が起らず、又、市場に於ける各二つの商品の均衡が一般的なる事を欲するならば任意の二つの商品相互の價格が或る任意の第三の商品を以つて表はされた第一並に第二の商品の價格の比に相等しいと云ふ條件を導入しなければならぬ。此の事は次の方程式、

$$p_{a,b}=\frac{1}{p_{b,a}},\quad p_{c,b}=\frac{p_{c,a}}{p_{b,a}},\quad p_{d,b}=\frac{p_{d,a}}{p_{b,a}}\cdots\cdots$$

[3]　$$p_{a,c}=\frac{1}{p_{c,a}},\quad p_{b,c}=\frac{p_{b,a}}{p_{c,a}},\quad p_{d,c}=\frac{p_{d,a}}{p_{c,a}}\cdots\cdots$$

$$p_{a,d}=\frac{1}{p_{d,a}},\quad p_{b,d}=\frac{p_{b,a}}{p_{d,a}},\quad p_{c,d}=\frac{p_{c,a}}{p_{d,a}}\cdots\cdots$$

……………………………………………

等、即ちその中には逆の價格に關する $\frac{m(m-1)}{2}$ 個の方程式を陰伏的に含んでゐる總計 $(m-1)\times(m-1)$ 個の一般的均衡方程式を滿足せしめる事を意味する。

然るに、此の $(m-1)(m-1)$ 個の條件方程式の導入は前に述べた需要方程式並に交換方程式の組織を是等の方程式と同一數にまで減ずるを要求する。事實、部分市場の代りに一般市場をとる場合には、各商品と他の商品との間の需要供給の均等を與へる交換方程式を置換して各商品と總ての他の商品全體との間の需要供給の均等を與へる次の如き方程式

$$D_{b,a}p_{b,a}+D_{c,a}p_{c,a}+D_{d,a}p_{d,a}+\cdots\cdots=D_{a,b}+D_{a,c}+D_{a,d}+\cdots\cdots$$

[2]′　$$D_{a,b}p_{a,b}+D_{c,b}p_{c,b}+D_{d,b}p_{d,b}+\cdots\cdots=D_{b,a}+D_{b,c}+D_{b,d}+\cdots\cdots$$

$$D_{a,c}p_{a,c}+D_{b,c}p_{b,c}+D_{d,c}p_{d,c}+\cdots\cdots=D_{c,a}+D_{c,b}+D_{c,d}+\cdots\cdots$$

$$D_{a,d}p_{a,d}+D_{b,d}p_{b,d}+D_{c,d}p_{c,d}+\cdots\cdots=D_{d,a}+D_{d,b}+D_{d,c}+\cdots\cdots$$

即ち m 個の交換方程式を得る。然るに此 m 個の方程式は $(m-1)$ 個に減少する事が出來る。事實に於て若し一般的均衡の方程式より得らるる、（A）にて表はされた價格の値を m 個の方程式に導

入し、簡單にするために、（A）にて表はされた（B）、（C）、（D）……の價格を p_b, p_c, p_d……にて示すならば方程式組織[2]は次の如き形式

$$D_{b,a}p_b+D_{c,a}p_c+D_{d,a}p_d+\cdots\cdots=D_{a,b}+D_{a,c}+D_{a,d}+\cdots\cdots$$

$$D_{a,b}\frac{1}{p_b}+D_{c,b}\frac{p_c}{p_b}+D_{d,b}\frac{p_d}{p_b}+\cdots\cdots=D_{b,a}+D_{b,c}+D_{b,d}+\cdots\cdots$$

[2]′ $$D_{a,c}\frac{1}{p_c}+D_{b,c}\frac{p_b}{p_c}+D_{d,c}\frac{p_d}{p_c}+\cdots\cdots=D_{c,a}+D_{c,b}+D_{c,d}+\cdots\cdots$$

$$D_{a,d}\frac{1}{p_d}+D_{b,d}\frac{p_b}{p_d}+D_{c,d}\frac{p_c}{p_d}+\cdots\cdots=D_{d,a}+D_{d,b}+D_{d,c}+\cdots\cdots$$

……………………………………………………

をとる。第一の方程式の兩邊に p_b 第二の方程式の兩邊に p_c 第三の方程式の兩邊に p_d を乘じたる後、$(m-1)$ 個の方程式を合計し、左右兩邊の同一項を消去すれば前述の組織の第一方程式を得る。それ故に此の第一方程式を除く事が出來、方程式組織を第二方程式以下の $(m-1)$ 個の方程式に減少する事が出來る。此處に於て、最後に得たる方程式組織は $(m-1)$ 個の交換方程式として存し、是れと $m(m-1)$ 個の需要方程式と、$(m-1)(m-1)$ 個の一般的均衡方程式と併せて總計 $2m(m-1)$ 個の方程式を形作り、其の根は m 個の商品間の相互の價格 $m(m-1)$ 個及び相互に交換されたる m 個の商品間の總數量 $m(m-1)$ 個である。

依之觀是、需要方程式が與へられる時、それより數學的に價格が導かれる。

第五節　交換方程式の解。均衡價格の成立法則

前節に於て理論的に解かれた交換の問題は實地には市場に於ける自由競爭の機構によつて解かれるのと同じである事を證明することが殘つて居り又是れが主要な問題である。

先づ市場に於ては、事實、價値標準の假定によつて m 個の商品間の價格 $m(m-1)$ 個は第 m 番目の商品にて表はされる價値標準の下に、$(m-1)$ 個の商品間の $(m-1)$ 個の價格に歸着せしめられ此最後の第 m 番目の商品が價値標準である。而して始めの商品の間の $(m-1)(m-1)$ 個の價格に關しては、一般的均衡條件及び方程式組織[3]によつて、價値標準（第 m 番目の商品）にて表はされた商品の價格商に等しいと考へられる。故に p_b', p_c', p_d'……は(A)にて表はされた(B)(C)(D)……に關する $(m-1)$ 個の任意の呼び値とする事が出來る。

各交換者は斯くの如き呼び値に相應じて彼の所有する商品にて表はされた各商品に對する需要を形作る。此事は計算を行はずとも極大滿足の條件及び總需要方程式[I]を考へ併せば確實に知られる。故に、$D'_{b,a}, D'_{c,a}, D'_{d,a}$……$D'_{a,b}, D'_{c,b}, D'_{d,b}$……$D'_{a,c}, D'_{b,c}, D'_{d,c}$……$D'_{a,d}, D'_{b,d}, D'_{c,d}$……を

前述の價格 $p'_b, p'_c, p'_d, \ldots\ldots$ に對應する $(m-1)$ 個の總需要とする事が出來る。

總ての商品に對する單獨の各商品の供給なるものは、或る商品の他の商品に對する供給が前者にて表はされた後者の價格を後者の需要に乘じたるものに相等しいと云ふ事實に依つて、總ての商品の各個單獨の需要から常に導かれる。斯くて、(B)の供給

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b}+D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b}+D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b}+\ldots\ldots,$$

(B)の需要

$$D'_{b,a}+D'_{b,c}+D'_{b,d}+\ldots\ldots$$

が得られ、同樣にして(C)の供給

$$D'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+D'_{b,c}\frac{p'_b}{p'_c}+D'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\ldots\ldots,$$

(C)の需要

$$D'_{c,a}+D'_{c,b}+D'_{c,d}+\ldots\ldots,$$

(D)の供給

$$D'_{a,d}\frac{1}{p'_d}+D'_{b,d}\frac{p'_b}{p'_d}+D'_{c,d}\frac{p'_c}{p'_d}+\ldots\ldots,$$

(D)の需要

$$D'_{d,a}+D'_{d,b}+D'_{d,c}+\ldots\ldots,$$

等が得られる。

若し各商品の供給と需要とが相等しいなら、換言すれば

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b}+D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b}+D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b}+\ldots\ldots=D'_{b,a}+D'_{b,c}+D'_{b,d}+\ldots\ldots$$

$$D'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+D'_{b,c}\frac{p'_b}{p'_c}+D'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\ldots\ldots=D'_{c,a}+D'_{c,b}+D'_{c,d}+\ldots\ldots$$

$$D'_{a,d}\frac{1}{p'_d}+D'_{b,d}\frac{p'_b}{p'_d}+D'_{c,d}\frac{p'_c}{p'_d}+\ldots\ldots=D'_{d,a}+D'_{d,b}+D'_{d,c}+\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

ならば、需要供給均等の條件及び方程式組織〔2〕の條件に適應して是等の價格に於て交換が起る。然る時は即ち問題は是れにて解かれたのである。

然るに一般には各商品の需要と供給とは相等しくない。斯る場合には市場では如何なる事が起るか。若し、需要が供給よりも大であるならば、市場にては商品の價格騰貴が起る。理論的解と市場の實地的解とが同一である事を明らかにするには如何なる事を證明しなければならぬか。それは單に、價格の騰貴並に下落なるものは交換方程式の解法を得る事に外ならぬ事を證すれば足る。

先づ、最初に若し價格 $p'_b,\ p'_c,\ p'_d$……に於ける、m 個の商品（A）（B）（C）（D）……の需要及び供給に關する m 個の不等式の組織總體

$$D'_{b,a}p'_b+D'_{c,a}p'_c+D'_{d,a}p'_d+\cdots\cdots\geqq D'_{a,b}+D'_{a,c}+D'_{a,d}+\cdots\cdots$$

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b}+D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b}+D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b}+\cdots\cdots\geqq D'_{b,a}+D'_{b,c}+D'_{b,d}+\cdots\cdots$$

$$D'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+D'_{b,c}\frac{p'_b}{p'_c}+D'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\cdots\cdots\geqq D'_{c,a}+D'_{c,b}+D'_{c,d}+\cdots\cdots$$

$$D'_{a,d}\frac{1}{p'_d}+D'_{b,d}\frac{p'_b}{p'_d}+D'_{c,d}\frac{p'_c}{p'_d}+\cdots\cdots\geqq D'_{d,a}+D'_{d,b}+D'_{d,c}+\cdots\cdots$$

……………………………………………

をとり、第一不等式を除く殘りの（$m-1$）個の不等式の兩邊に順次に夫れぞれ $p'_b,\ p'_c,\ p'_d$……を乘ずれば、

$$D'_{b,a}p'_b+D'_{c,a}p'_c+D'_{d,a}p'_d+\cdots\cdots\geqq D'_{a,b}+D'_{a,c}+D'_{a,d}+\cdots\cdots$$

$$D'_{a,b}+D'_{c,b}p'_c+D'_{d,b}p'_d+\cdots\cdots\geqq D'_{b,a}p'_b+D'_{b,c}p'_b+D'_{b,d}p'_b+\cdots\cdots$$

$$D'_{a,c}+D'_{b,c}p'_b+D'_{d,c}d'_d+\cdots\cdots\geqq D'_{c,a}p'_c+D'_{c,b}p'_c+D'_{c,d}p'_c+\cdots\cdots$$

$$D'_{a,d}+D'_{b,d}p'_b+D'_{c,d}p'_c+\cdots\cdots\geqq D'_{d,a}p'_d+D'_{d,b}p'_d+D'_{d,c}p'_d+\cdots\cdots$$

……………………………………………

を得る。而して左邊の總て並に右邊の總てを別々に加へるならば、二つの全く同一なる式を得る。此事は、此形式にありては、左邊は、（A）にて表はされた供給量の等價を表はし、右邊は（A）にて表はされた各商品（A）（B）（C）（D）……の需要量の等價を表はすと云ふ事を考慮に入れるならば當然斯くあらねばならぬ。何んとなれば丁度 $p'_b,\ p'_c,\ p'_d$……にて定まつたある全く任意の價格 $p'_b,\ p'_c,\ p'_d$……に於て、各交換者は彼の需要する他の商品の量の總計と同一價値の量を彼の所有する商品より供給する故に、供給された商品の總量と需要された商品の總量とは同價値なる事が必然に起る。從つて、若し價格 $p'_b,\ p'_c,\ p'_d$……に於て、或る商品の需要が其供給よりも大なる時は、他の或る商品の供給は其需要よりも大でなければならず、又、反對の場合には是れと逆となる。

今、不等式

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b}+D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b}+D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b}+\cdots\cdots\geqq D'_{b,a}+D'_{b,c}+D'_{b,d}+\cdots\cdots$$

をとり、$p'_c,\ p'_d$……を看過し而して是等の價格は定まつてゐるが p_b のみが未だ定められてゐないと云ふ假定の下に、此の不等式を恒等式に變化させるには p_b が零と無限との間に於て如何に

變化しなければならぬかを考察する。

右邊は（A）（C）（D）……にて表はされた（B）の需要を表はす。總ての項は p_b の函數、即ち p_b が增加する時には減少し又 p_b が減少する時には增加する函數である。若し p_b が零なる時は需要される量は無制限の滿足のために要する量である。若し p_b が無限に大であるならば需要される量は零であらう。

次に、左邊は（A）（C）（D）……に對する（B）の供給を表はす。總ての項は前と同樣に p_b の函數である。然し乍ら、p_b の變化に對する夫等の變化の比は更に複雜である。若し p_b が零ならば（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の價格は無限に大であり、（B）の所有者によつて需要される（A）（C）（D）……の量は零である。從つて、（B）の供給は零に等しい。若し p_b が增加するならば（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の價格は減少する。換言すれば、（A）（C）（D）……は（B）に比例して安くなる。從つて、（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の需要がそれに伴ふ（B）の供給と同じく起り來る。然し乍ら、その供給は無限に大には增加しない。若し p_b が絕えず增加するならば（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の價格は益々減少する。換言すれば、（A）（C）（D）……は（B）に比例して絕えず安くなる。（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の需要は增加する。然し乍らそれに伴ふ（B）の供給は減少する。最後に若し p_b が無限に大であるならば（B）にて表はされた（A）（C）（D）……の價格は零である。換言すれば（A）（C）（D）……は無代價にて得られる。（B）の所有者の側から需要される（A）（C）（D）……の量は無制限の滿足のために要する量である。然し乍ら（B）の供給は零である。

是等の條件及び、（B）の需要を表はす右邊は（B）の供給を表はす左邊が零ならざる間は零にならぬと云ふ條件の下に、（B）の需要と供給とが相等しかるべき p_b の或る一定の値が存する。此値を得るには、もし（B）の需要が供給よりも大なる時は p_b を增加しなければならぬ。又、反對に（B）の供給が需要よりも大なる時は p_b を減少しなければならぬ。かくて、方程式、

$$\Delta'_{a,b}\frac{1}{p''_b}+\Delta'_{c,b}\frac{p'_c}{p''_b}+\Delta'_{d,b}\frac{p'_d}{p''_b}+\cdots\cdots=\Delta'_{b,a}+\Delta'_{b,c}+\Delta'_{b,d}+\cdots\cdots$$

を得る。

此操作によつて例へば不等式

$$D'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+D'_{b,c}\frac{p'_b}{p'_c}+D'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\cdots\cdots\gtrless D'_{c,a}+D'_{c,b}+D'_{c,d}+\cdots\cdots$$

は次の形

$$\Delta'_{a,c}\frac{1}{p'_c}+\Delta'_{b,c}\frac{p''_b}{p'_c}+\Delta'_{d,c}\frac{p'_d}{p'_c}+\cdots\cdots\gtrless\Delta'_{c,a}+\Delta'_{c,b}+\Delta'_{c,d}+\cdots\cdots$$

となる。然るに此の不等式より、(C) の需要が供給よりも大なるか、或は供給が需要よりも大なるかに從つて p'_c を增加或は減少して、方程式

$$\varDelta''_{a,c}\frac{1}{p''_c}+\varDelta''_{b,c}\frac{p''_b}{p''_c}+\varDelta''_{d,c}\frac{p'_d}{p''_c}+\cdots\cdots=\varDelta''_{c,a}+\varDelta''_{c,b}+\varDelta''_{c,d}+\cdots\cdots$$

が得られる。

同樣にして、方程式

$$\varDelta'''_{a,d}\frac{1}{p''_d}+\varDelta'''_{b,d}\frac{p''_b}{p''_d}+\varDelta'''_{c,d}\frac{p''_c}{p''_d}+\cdots\cdots=\varDelta'''_{d,a}+\varDelta'''_{a,b}+\varDelta'''_{d,c}+\cdots\cdots$$

等を得る。

是等の總ての操作の後

$$D''_{a,b}\frac{1}{p''_b}+D''_{c,b}\frac{p''_c}{p''_b}+D''_{d,b}\frac{p''_d}{p''_b}+\cdots\cdots\gtrless D''_{b,a}+D''_{b,c}+D''_{b,d}+\cdots\cdots$$

が得られる。而して最後に殘されてゐるのは此不等式が次の不等式

$$D'_{a,b}\frac{1}{p'_b}+D'_{c,b}\frac{p'_c}{p'_b}+D'_{d,b}\frac{p'_d}{p'_b}+\cdots\cdots\gtrless D'_{b,a}+D'_{b,c}+D'_{b,d}+\cdots\cdots$$

よりも恒等式により近いと云ふ事を證明する事である。

然るによく考へて見るならば、最後の不等式を恒等式に導いた、p'_b の p''_b への變化は恰も丁度此意味に作用したのであるが、前の不等式を恒等式より遠ざからしめた、p'_c の p''_c へ、p'_d の p''_d……への變化は丁度反對の意味に作用し、或る一定の程度迄はその影響を互に相殺したと云ふ事が確かのである。此理由からして、新しい價格 p''_b, p''_c, p''_d……の系列は古い價格 p'_b, p'_c, p'_d……の系列よりも一層均衡狀態に近い。故に益〻均衡價格に近づく爲めには、是れと同一方法を續けて行かねばならぬ。

故に多數の商品相互間の交換に對する均衡價格の成立法則をば價値標準の導入の下に、次の樣に公式化する事が出來る。――價値標準の助けによつてその交換の行はれる二つ以上の商品が與へられ、從つて市場に於て是等の商品に關して價格の均衡が支配するならば、即ち總ての是等の商品の定まつた價格が成り立つならば、是等の價格に於ける各々の商品の需要は其の供給に相等しいと云ふ事が必要にして充分である。もし此均等が存しないならば、然る時は、均衡を成立せしめるために、其需要が供給よりも大なるが如き商品の增加、及び其供給が需要よりも大なるが如き商品の減少を要する。

第六節　多數の商品の交換の分析的定義。均衡價格の變化法則

上述の證明より、二つの商品に對すると同樣に多數の商品に對しても市場價格或は均衡價格の成立の必要にして充分なる條件は、交換者にとつての商品の效用と所有者側に於けるその商品の存在量とである事が明らかである。是等價格を構成する條件が定まるならば、然る時は商品の相互の價格、或は更に簡單に云へば、是等商品の內の何れか一つにて表はされた價格は、恰も三つの條件、即ち、(一)極大滿足の條件、(二)需要供給均等の條件、(三)市場の一般的均衡の條件の三者によつて數學的に決定される如くに、市場に於ける自由競爭の機構によつて實地に經驗的に決定される。

それ故に、自由競爭の支配する市場に於ける多數の商品の交換とは、是等の商品の何れかを所有する總ての所有者が彼等の慾望の出來得る限り大なる滿足を獲得する行爲である。而して此事は任意の二つの商品が相互に、共通且つ同一の比にて交換されるのみならず、更に、是等兩商品は任意の第三の商品と、其商が最初の商に相等しき二つの比に從つて交換されると云ふ條件に適合する。

v_a, v_b, v_c, v_d……を商品(A)(B)(C)(D)……等の交換價値とする。是等の商は市場價格或は均衡價格である。又、$r_{a,1}, r_{b,1}, r_{c,1}, r_{d,1}, \dots, r_{a,2}, r_{b,2}, r_{c,2}, r_{d,2}, \dots, r_{a,3}, r_{b,3}, r_{c,3}, r_{d,3}, \dots$を商品の稀少性或は交換後に於ける、最後に滿足された慾望の强度とする時は、是等の條件の下に

$$v_a : v_b : v_c : v_d : \dots$$
$$= r_{a,1} : r_{b,1} : r_{c,1} : r_{d,1} : \dots$$
$$= r_{a,2} : r_{b,2} : r_{c,2} : r_{d,2} : \dots$$
$$= r_{a,3} : r_{b,3} : r_{c,3} : r_{d,3} : \dots$$

なる式を得る。是れを次の如き言葉にて云ひ表はす事が出來る。——交換價値は稀少性に正比例す。

此處に至つて、かの複雜を呈し、特に多數の商品に關して一層その然るを覺ゆる交換價値の現象が遂に其眞の性質を以つて現はれ來るのである。

v_a, v_b, v_c, v_d……は何を意味するかと云ふに、それは全く不定な任意の式に過ぎない。夫等の比は市場の一般的均衡狀態に於て總ての所有者に對する總ての商品の稀少性の共通にして同一なる比を表はし、又、從つて夫等各二つ宛の商はある任意の所有者に於ける各二つの稀少性と二つの稀少性との比に等しい價格として、數にて表はされ得る。

理論家は、均等價格の成立法則を公式化するに必要なる時間に對し價格の原因を不變と假定す

る權利を持つてはゐるが、然し乍ら斯る操作の後に、價格の原因はその本質に於て變化するものなる事を反省する義務を有する。それ故に理論家は均衡價格の成立法則を公式化した後は、更に均衡價格の變化法則をば公式化しなければならぬ。此事が猶我々に殘されてゐる。加之、先きに我々のとつた操作が直接に我々を次の操作へと導く。事實に於て價格成立の原因なるものは亦、價格變化の原因である。即ち其原因は商品の效用と存在量とである。從つて、此點に商品の價格變動の第一理由と條件が存するのである。

今、此處に、均衡が成立したと假定する。而して、(A)の所有者が(A)にて表はされた(B)(C)(D)の價格 p_b，p_c，p_d……に於て彼に極大滿足を與へる(A)(B)(C)(D)……の量に關して均衡が支配してゐるとする。此狀態は稀少性係數(二つの稀少性の商)と價格との相等しき事によつて成り立ち、此兩者の均等の絕たれる時には最早成立しない。扨て我々は效用及び存在量の變化が如何樣に極大滿足の狀態を亂す事が出來るか、又此攪亂の結果として何が生じて來なければならぬかを注目しよう。

效用の變化は種々なる形にて現はれる事が出來る。效用度の增加並に效用量の減少、或は其逆が起り得る。從つて效用の變化に關して一般的規則を論定するには愼重を要する。故に此處では效用の增加並に減少なる云ひ現はし方をば、最後に滿足された慾望の强度、或は稀少性が交換後に增加或は減少する結果となる慾望曲線の形の變化と考へる事に仕度い。然る上で(B)の效用の增加即ち、彼にとりて(B)の稀少性の增加が生じ來るが如き(B)の慾望曲線の形の斯る變化を想像して見る。彼にとつては極大滿足は最早存しない。それとは反對に彼には、價格 p_b，p_c，p_d……に於て(A)(C)(D)……の供給の下に、(B)を需要する事が有利である。何んとなれば總ての商品(A)(B)(C)(D)……の需要と供給との均等が價格 p_b，p_c，p_d……に於て成立つならば、(B)の供給以上に需要の超過が存し、又、(A)(C)(D)……の需要以上に供給の超過が存するからである。それ故に p_b の騰貴並に p_c，p_d……の下落が起る。然るに他の交換者にとりても極大滿足は最早や成り立たぬ。彼にとつては反對に(A)にて表はされた p_b より大なる(B)の價格にて、又、(A)にて表はされた p_c，p_d……より小なる(C)(D)……の價格にて、(A)(C)(D)……の需要の下に(B)を供給する事が有利である。均衡は、p_b より大なる此の(B)の價格及び p_c，p_d……より小なる此の(C)(D)……の價格に於て、總ての商品(A)(B)(C)(D)……の需要と供給とが相等しい時に再び成立する。夫故に、彼にとつての(B)の效用の增加は結果として(B)の騰貴を齎し又、(C)(D)……の下落を齎す。然るに此第二の結果は他の商品が非

常に多く市場に現はれる場合、及び（B）と交換される商品の量が非常に少き場合には第一の結果よりも遙かに著しくないであらう。又（B）の效用の減少はその結果として明らかに、（B）の下落、及び（C）（D）……の、さまで著しからぬ騰貴を齎らす。

次に存在量の增加は稀少性の減少を結果する事、又、逆に存在量の減少は稀少性の增加を結果する事を注目せんがためには慾望曲線を一瞥するを要する。然るに、稀少性の增加或は減少と共に價格が騰貴或は下落する事を既に知つた故に、存在量の變化の作用は正確に效用の變化に對應する事を知る。かくて我々の求むる均衡價格の變化法則を次の如き言葉を以て云ひ表はす事が出來る。

價値標準の導入の下に交換の行はれる市場に於て多數の商品が一般的均衡狀態にて與へられ、又、其他相等しい條件の下に一人或は多數の交換者にとつて是等商品の或ものの效用が增加或は減少するならば此商品の價格は騰貴或は下落する。又、其他相等しい條件の下に一人或は多數の所有者の許に於ける是等商品の或ものの存在量が增加或は減少するならば此商品の價格は騰貴或は下落する。

此處に注意すべきことは、假令、價格の變化は必ずその價格の原因の變化を意味するものとは雖も、價格の安定は價格の原因の安定を是非共包含するものではないと云ふ事である。事實に於て、是れ以上の證明は略して、尙次の如き二重の主張を爲す事が出來る。

多數の商品が與へられ、而して是等の商品の或るものの效用及び存在量が、一人或は多數の所有者或は交換者に關して稀少性の變化せざる樣に變化する時は是等の商品の價格も亦變化しない。

總ての商品の效用及び存在量が、一人或は多數の所有者或は交換者に關して稀少性係數の變化せざる樣に變化する時は、價格も亦變化しない。

是れが均衡價格の變化法則である。是れと既に述べたる均衡價格の成立法則とを結合する時は、經濟學に於て**需要並に供給の法則**と稱せられるものゝ科學的法式を得る。

我々は既に此の根本法則が是れまで一度も證明された事なく、又科學的に公式化された事さへもなかつた事を注意した。我々は今此處に、此の法式及び證明は事物の本質上、需要、供給、稀少性の諸定義、同じく亦需要、供給及び稀少性と價格との關係の研究、卽ち、數學的表現、方法、原理なしには成就し得ない總ての事物を豫想するものである事を附言して置く。是れよりして、純理經濟學に對する數學的形式の應用は啻にそれが可能であるのみならず、必要にして缺くべからざるものである事が結論として現はれてくる事は既に述べた如くである。

第三章　生産方程式

第一節　三種の生産用役

我々は第一章に於ては自然的狀態に於ける二つの商品の相互の交換を取扱ひ、第二章に於ては、價値標準の導入の下に多數の商品の相互の交換を取り扱つた。其際我々は前以つて斷つて置いた如く、夫等の商品が何れも土地、人間及び資本の三生産用役の相互作用から生ずる生産物たる事情を看過したのである。然るに此本質的事情を導入し生産物の價格の數學的決定の問題の後を繼いで、生産用役の價格の數學的決定の問題を說明する時が此處に到來した。第一の問題の解、即ち交換方程式の解は我々をば需要並に供給の法則の科學的公式へ導いた事は既に述べた如くである。次に第二の問題の解、即ち生産方程式の解は以下に說明する樣に生産費法則即ち生産價格法則の科學的法式へ我々を導く。經濟財の生産理論の主要目的は、前に述べた經濟財價格決定理論の結論を受け繼いで、農、工、商業の組織に對し如何なる生産の法則が導かれ來るかを示すに在

る。誠に、經濟財價格決定理論の結論として得られた命題は、生産理論は勿論、又、應用經濟學と同じく純理經濟學をも抱括してゐるのである。然りとすれば、我々は經濟學の二大法則を發見したと云ひ得よう。然しその法則をして價格決定に關する反對論並に矛盾を避けしめるために、その法則の各々に、次の樣な役目を分擔させる。即ち、第一の法則の上には、生産物の價格の決定が其基礎を置き、第二の法則の上には生産用役の價格の決定がその基礎を置く。すべての方面の經濟學者の認め、我々も亦それを認めるやうに、或る一定の正常理想的なる狀態に於ては、商品の賣値は其生産價格に相等しいと云ふ事は全々失當では決してない事が確かである。斯る交換並に生産の均衡狀態に於ては、例へば五法にて賣られる葡萄酒一壜の生産は、二法の小作料、二法の賃銀、一法の利子が費やされたかも知れない。然し此葡萄酒一壜は小作料二法、賃銀二法、利子一法を支拂つたが故に五法にて賣られるのであるか、或は寧ろ反對に、此葡萄酒一壜が五法にて賣られるが故に、二法の小作料、二法の賃銀、一法の利子が支拂はれるのではないか、と云ふ此の二つの事柄が明瞭に區別されねばならぬ。簡單に云ふならば生産用役の價格が生産物の價格を決定するか、或は寧ろ反對に、我々の見たやうに生産物の價格は需要供給の法則によつて決定されるものではないか、と云ふ事を區別しなければならぬ。此問題に就ては生産用役の價格が

生產費法則或は生產價格の法則によつて決定されるのである。以下此の事を吟味する。

生產用役に三種ある。即ち、生產的用役を列擧する時、土地、勞働及び資本と呼ばれる三者である。然し乍ら、此名稱は原理として論理的推論に役立ち得るには充分に嚴密ではない。勞働とは人間の能力の用役或は人間の用役である。それ故に土地及び資本は勞働と並べ置かるべきではなく、土地の用役が地代なる名の下に、又、狹義の資本の用役が利用或は利用收益の名の下に置かるべきである。我々は此名稱を直に變更はしないとするも、然し一般よりも少しく制限した意味に應用する故に此名稱をもつと正確に定義しなければならぬ。我々はあたかも Auguste Walras が「社會的富の理論」"Théorie de la richesse sociale" に於て爲したと同じく、全然消滅される事のない、或は極めて徐々に消耗される各經濟財及び其最初に爲された使用を持續する、簡單に云へば一度以上使用され得る、數量に制限ある各利用の對象(例へば、家屋、家具の如きもの)を廣義に於ける資本と稱する。次に我々は、直接に消費される各種の經濟財、例へば最初の用役を提供した後は最早や存在せぬ、簡單に云へば、唯一度丈け役に立つ、(例へば、パン、肉の如き)對象を所得と稱する。それ故に種子、纖維素等の如き農業及び工業の原料はそれが原料である限りに於ては、所得であつて資本ではない。是れと反對に、建物、機械は資本であつて所得ではない。若し或る一定の種類の經濟財がその本質よりして資本を成し、又他の或る一定の種類の經濟財が本質よりして所得を成すならば、然る時は人が是等のものを用役に供したる使用に從ひ、或は人が是等のものを利用する用役に從つて、資本或は所得の何れかであるが如き經濟財が亦多量に存する事を我々は附言する。家畜は勞役を爲し或は乳を給し、或は卵を産む限りは是れに屬して資本である。又それより榮養を攝らんがために屠殺する時は家畜は所得である。然し乍ら、その本質からして或は我々の定める處によつて、數量の制限された利用の對象、其の他若干の對象は常に、一度以上屢々役立つか或は一度限り役立つかである。それ故に、資本或は所得の何づれかに屬する。土地、人間、及び狹義の資本は資本である。土地の用役、人間の用役、及び資本の用役、即ち地代、勞働及び利子は所得である。故に正確且つ嚴密を欲するならば生產用役として土地、資本、及び所得の三種類を區別しなければならぬ。即ち、土地、土地資本並に土地所得、人的資本並に人的所得及び流動資本並に流動所得。即ち、土地と地代、人と勞働、及び資本と利用とである。かくして慣習的な記法が是認されるやうに改訂され、事物の本性に從つて基礎付けられるのである。土地は不滅の資本であり、人間の能力は讓り渡しの出來ない資本であり、狹義の資本は人爲的資本である。而して是等の性質は單に相違を說明するのみならず進んでその相違を是認

せしめる經濟的意味を有する。されば土地は消耗され得ず又破壊され得ずと云ふ事情、土地所得の價格は償却資金或は保險料を含まないと云ふ事情が生じてくる。然るに資本は工業生産物より成ると云ふ事情は、生産物の賣値が其生産物價格と一致すると云ふ事情を惹起する。

さて我々は、自由競爭の支配に委ねられた一經濟社會に於て、土地の用役（或は地代）、人間の用役（或は勞働）、資本の用役（或は利用）に對して數學的量である市場價格の存在するのは何故であるか、又如何にしてそれが起るかを考察しなければならぬ。正確を期するために、小作料、賃銀、及び利子を根とする方程式の組織を作らねばならぬ。現在、經濟學に五つ或は六つの地代論の存する事を反省する時、此研究の重要さが猶未だ充分に明らかでないならば、一般に地代理論は存せず、又究極に於て、賃銀及び利子の理論も存せずと云ふことと正しく同じではあるまいか。

第二節　生産の機構

我々は先きに、生産物價格の數學的決定の問題を取扱ふに當つて、交換の事實中に於ける自由競爭の機構を正確に定義するを要したやうに、今此處に、生産用役の價格の數學的決定の問題に移るに當つても亦、生産の事實中に於ける自由競爭の機構を抽き出して來る爲めに、事實と經驗とを注意深く吟味しなければならぬ。此分析を行ふ爲に、今假りに或る與へられた國に於て、或る瞬時の間、生産が中絶したと想像する。此場合、我々は、此國に於て經濟財の總體を形作る資本及び所得を次のやうな十三の部分に分つ事が出來る。

資本に關しては我々は次の如きものを有する。

（一）、（二）、（三）。資本所有者自身によつて直接に消費されるか、此所得の借手によつて直接に消費され、又は個人によつて直接に消費されるか、さもなくば、共同體及び國家によつて直接に消費される、所得の源泉として土地資本、人的資本並に流動資本。是れに屬するものは、森林田畑、住宅地、市街、有閑者と奴僕、住宅、家具、衣服。

（四）、（五）、（六）。農、工、商業によつて生産物に變ぜられる、所得の源泉として土地資本、人的資本並に流動資本。是れに屬するものは、屋敷地、農舍用土地、工場用土地、倉庫用土地、賃銀勞働者、農舍、工場、倉庫、機械、器具、仕事道具。

（七）。差當つては所得を齎らさず、生産者の許に、生産物の名の下に貯藏される新らしき流動資本。

所得に關しては我々は次の如きものを有する。

(八)。消費者の許に於ける消費物資より成る所得の貯藏。是れに屬するは、パン、肉、葡萄酒、薪。

(九)。生産者の許に在る原料より成る所得の貯藏。之れに屬するは、肥料、種子、金屬、建築用材、纎維素、織物原料。

(一〇)。賣る目的にて生産者の許に生産物として貯藏されてゐる消費物資並に原料より成る新所得。

貨幣に關しては、我々は次の如きものを有する。

(一一)、(一二)、(一三)。消費者の許に於ける通貨、生産者の許に於ける通貨及び貯蓄されたる貨幣。

我々は生産作用が暫時中絶したと假想したが、此處に再びそれが進行すると考へる。

始めの六つの部分の對象中、土地は不滅である故に消耗も破滅もされぬ。人間は死亡し又、人口の運動に從ひ、農、工、商業的生産に依存しないであらう。狹義の資本は時と共に消費され得べく又、災禍によつて破滅され得る故に破壞或は消滅するであらうが、然しそれは(七)の部分に擧げられた新資本によつて補塡される。故に此事實の結果として、狹義の資本の數量は減少するが然し生産によつて再び補充される。問題の假定を簡單にするには若干の困難に逢ふかも知れぬが新資本は直ちに第三乃至第六の部分に於ける生産物の形に編入されると假定するならば、後に述べるが如き保留をして、第七の部分の新しき流動資本は是れを看過する事が出來る。

(八)並に(九)の部分に擧げられた對象、即ち、消費物資及び原料は直接に消費され得る所得であるから消費されるであらう。然し乍ら是等は(一〇)の部分に擧げられた新所得によつて補塡される。故に是等の財の數量は消費によつて減少するが生産によつて再び補塡されるであらう。新所得は直ちに(八)、(九)の部分へ生産物として編入され得ると假定すれば此の(一〇)なる部分を看過する事が出來る。消費財及び原料は生産された後、貯藏されずに直ちに消費されると假定すれば(八)、(九)の部分さへも除外する事が出來る。

さて然る上に、交換の中へ貨幣を導入する。流通しつゝある貨幣の一部分はあらゆる瞬間に於て貯蓄として貯藏される。而して貯蓄された貨幣の一部分は信用によつて再び流通に導き入れられる。故に若し貯蓄を看過するならば、貯藏された貨幣を看過する事が出來る。又、同樣に流通しつゝある貨幣をも看過し得る事が直ちに解るであらう。

既に述べた事を総括する。狹義の資本は消費財並に原料と同様に消滅する。唯、異るは、資本は徐々に消滅し、消費財並に原料は直ちに消滅する。此兩者は（四）、（五）、（六）部分に擧げられた土地資本、人的資本、及び流動資本の協働作用によつて直ちに更新される。此協働作用即ち生産は、此處に於て、よく定義されなければならぬ。然し既に、前節に於て、我々に生産要素の分類を與へた資本と所得との區別は、更らに生産の機構を一瞥する事を許すであらう。事實に於て所得は、最初の用役を現はした後に最早や存在しないと云ふ丈の理由で、賣られ或は贈與され得る。資本は是れに反し資本の爲す最初の用役を持續すると云ふ丈の理由で貨幣に對し、或は無償にて貸與され得る。然るに資本の貸與とは資本所得の讓渡を意味する。故に、貨幣を得る爲めの賃貸を基礎として土地資本、人的資本及び流動資本の三者が生産の目的のために協働するのである。

土地の所有者を地主、人的能力の所有者を勞働者、狹義の資本の所有者を資本家と呼ぶ。それは如何なる種類のものでもよい。次に、是等とは全く異り、地主の土地、勞働者の人的能力、及び資本家の資本を借入れ、農、工、或は商業に於て三つの生産用役を結合させる事を其特殊の業務とする第四の者を此處に企業家と呼ぶ。現實に在りては、勿論同一人が前述の二つ或は三つ、時としては、全部四つの役割をさへ一身に結合する事が出來る。兎に角、同一人が二つ、三つ或は四つの異れる役割を果す事は確かである。それ故に我々は科學的見地から之等の種々な役割を區別し、而して以つて企業家と資本家とを區別しなかつた英國經濟學者の誤謬と同じく、企業家をば特に企業指導の勞働に委任されたるものと考へて企業家を勞働者と見做す若干の佛蘭西經濟學者の誤謬をも我々は避けねばならぬ。

此の企業家の役割に關する第一の見解の結果として、二つの相異なれる市場を考察しなければならぬ。一つは賣手としての地主、勞働者及び資本家と、生産用役即ち地代勞働及び利用の買手としての企業家とが出合ふ生産用役の市場である。生産用役は此處に於て、自由競爭の機構に依りて交換される。是等の生産用役は貨幣にて支拂はれる。地代の價格を小作料と稱し、勞働の價格を賃銀と稱し、利用の價格を利子と稱する。もう一つの他の市場は生産物の賣手としての企業家と、その買手としての地主、勞働者、及び資本家とが出合ふ、生産物の市場である。是等の生産物は前と同樣に、自由競爭の機構に依りて交換される。是等の生産物も亦貨幣にて支拂はれる。

此處に於て、それ自體の内に交換の均衡狀態を含むでゐる生産の均衡狀態が容易に定義される。それは是等生産用役の市場に於て生産用役の供給と需要とが相等しい狀態であり、生産物の市場

に於て生產物の需要と供給とが相等しい狀態であり、又、最後に、生產物の賣値が生產用役にて表はされた生產物の生產價格に相等しい狀態である。此狀態は理想的狀態であつて現實的狀態ではないが、然しながら、それは、生產並に交換の事實中に於ける自由競爭に際し生產物の賣値が生產用役にて表はされた生產物の生產價格より大であるならば（それは利潤を意味する）、然る時は企業家等は其の企業に集まり、或は生產を擴張する。かくてそれは、更に生產物の數量を增加せしめ、價格を抑壓し、而して販路を刺戟する事となる。又、若し、或る一定の企業に於て、生產用役にて表はされた生產物の生產價格がその賣値よりも大であるならば（それは損失を意味する）、然る時は企業家は企業より退くか、或は生產を制限する。此事は更に生產物の數量を減少せしめ、生產物の價格を騰貴せしめ、而して販路を一層制限せしめる事となる。我々の注意すべきは、生產用役と生產物、又生產物と生產用役とが交換され、或は一層正確に云ふならば、究極に於て生產用役が相互に交換される故に、此均衡狀態に於ては價値標準は兎に角としても、貨幣は看過され得る事である。

それ故に、生產の均衡狀態に在りては企業家は利潤も損失も有しない。されば彼等は企業家として存せず、地主、勞働者、或は自己又は他人の企業に於ける資本家として存する。自ら耕作するか或は單に所有してゐる土地の所有者たる企業家は理論的計算によつてその企業の指導にたづさわると我々は考へる。彼は資本を以つて業務に參加し、自ら一般の費用を支辨し、又、生產用役の市場價格に從つて計算されたる小作料、賃銀、及び利子を自ら支拂はねばならず、又、企業者としての利潤或は損失なしに、是等のものによつて生活する。事實に於て彼の至る處で利得し得る價格よりも大或は小なる價格を自己の企業の生產用役から得るならば、彼は丁度その差額丈け利潤を收め或は損失を蒙るは瞭らかである。

第三節　生產方程式組織

前述の總ての簡單化を爲すに當つて問題に關する本質的假定となつた（一）より（十六）までの等級の下に擧げられた生產用役へ立ち戻る。是等の生產用役は種々なる土地の用役（T）（T′）（T″）……、種々なる人の用役（P）（P′）（P″）……、及び種々なる資本の用役（K）（K′）（K″）……より成るとする。然るに是等生產用役の數量は次の二つの單位に依つて測られ得る。（一）自然的單位の量、或は資本の人爲的單位の量に依つて測定される。斯る單位量として役立つものは、ヘクタア、人數、資本そのものである。（二）時間の單位に依つて測定される。例へば、一日と云ふが如くで

ある。それ故に我々は、是れ是れの土地の一ヘクタア當りの地代日數、是れ是れ人の勞働日數、是れ是れの資本の利用日數等、或る一定の數量を有する。今、是等生産用役の異れる種類がその數に於て n 個ありとする。

扨て前に定義した生産用役の助けによりて種々なる種類の生産物(A)(B)(C)(D)……が生産される。此生産は夫れよりも前に行はれた原料の生産によつて、即ち、地代、勞働、及び利用の相互の結合によつて、直接或は間接に行はれるものである。然るに、此の後者の場合は前者の場合に還元する事が出來る。從つて、生産された生産物の種類はその數 m 個であるとする。

生産物は各人にとつて、效用を有する。その效用は $r=\varphi(q)$ なる形の效用方程式或は慾望方程式にて表はされ得る。而して人は隨意にその土地、人的能力、資本等の用役をば、全體的にも、部分的にも賣渡し、又は自分のために保持し得るのみならず、若し欲するならば企業家として地代、勞働及び利用をば生産物に變ずる許りではなく、消費者として是等を直接に利用する事も出來る。我々は（四）、（五）、（六）の等級の下に列擧した生産用役と相並んで（一）、（二）、（三）の等級の生産用役をば特に別の組に編入するに當りて、此事を是認して爲したのである。それ故に、生産用役も亦、商品であり、從つて、その各人にとつての效用は同じく $r=\varphi(q)$ なる形の方程式にて表はされ得る。

次に、(T)の q_t, (P)の q_p, (K)の q_k……を所有する或るものを考へる。加ふるに、$r=\varphi_t(q)$, $r=\varphi_p(q)$, $r=\varphi_k(q)$…, $r=\varphi_a(q)$, $r=\varphi_b(q)$, $r=\varphi_c(q)$, $r=\varphi_d(q)$……は彼にとつて生産用役（T）（P）（K）……並に生産物（A）（B）（C）（D）……の效用方程式或は慾望方程式なりとし、O_t, O_p, O_k……は是等の價格にて供給される生産用役の量なりとせよ。此量は正或は負たり得る量であり、正なる時は供給量を表はし、負なる時は需要量を表はす。最後に d_a, d_b, d_c, d_d……は是等の均衡價格にて需要される生産物の量なりとせよ。然る時は、均衡價格に於て總供給と總需要とは相等しい故に是等の量と價格との間に先づ、方程式、

$$O_t p_t + O_p p_p + O_k p_k + \cdots\cdots = d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \cdots\cdots$$

を得る。

更に、生産用役の正或は負の供給並に生産物の需要の決定條件である極大滿足の條件によつて、丁度此量と價格との間に、方程式

$$\varphi_t(q_t \pm O_t) = p_t \varphi_a(d_a)$$

$$\varphi_p(q_p - O_p) = p_p\varphi_a(d_a)$$

$$\varphi_k(q_k - O_k) = p_k\varphi_a(d_a)$$

……………………

$$\varphi_b(d_b) = p_b\varphi_a(d_a)$$

$$\varphi_c(d_c) = p_c\varphi_a(d_a)$$

$$\varphi_d(d_d) = p_d\varphi_a(d_a)$$

……………………

即ち、$(n+m-1)$ 個の方程式を得る。是等の方程式は直ぐ前の方程式と合して $(n+m)$ 個の方程式より成る組織を作る。此の方程式組織から $(n+m)$ 番目の未知數を價格 $p_t, p_p, p_k\cdots\cdots, p_b, p_c, p_d\cdots\cdots$ の函數として與へる一個の方程式を得るように $(n+m-1)$ 個の未知數 $O_t, O_p, O_k\cdots\cdots d_a, d_b, d_c, d_d\cdots\cdots$ を順次に消去し得る。それ故に、我々は (T)(P)(K)……に對して次の如き供給方程式或は需要方程式、

$$O_t = f_t(p_t, p_p, p_k\cdots\cdots p_b, p_c, p_d\cdots\cdots)$$

$$O_p = f_p(p_t, p_p, p_k\cdots\cdots p_b, p_c, p_d\cdots\cdots)$$

$$O_k = f_k(p_t, p_p, p_k\cdots\cdots(p_b, p_c, p_d\cdots\cdots)$$

……………………

及び (B)(C)(D)……に對して次の如き需要方程式、

$$d_b = f_b(p_t, p_p, p_k\cdots\cdots p_b, p_c, p_d\cdots\cdots)$$

$$d_c = f_c(p_t, p_p, p_k\cdots\cdots p_b, p_c, p_d\cdots\cdots)$$

$$d_d = f_d(p_t, p_p, p_k\cdots\cdots p_b, p_c, p_d\cdots\cdots)$$

……………………

を得る。

又、(A) に對する需要方程式は方程式、

$$d_a = O_t p_t + O_p p_p + O_k p_k + \cdots\cdots - (d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \cdots\cdots)$$

によつて與へられる。

同様にして、生産用役の各個供給方程式並に各個需要方程式及び生産用役の他の總ての所有者の側に於ける生産物の各個需要方程式が得られる。又、$O_t, O_p, O_k\cdots\cdots$ を以つて生産用役の總供給を表はし、$D_a, D_b, D_c, D_d\cdots\cdots$ を以つて生産物の總供給を表はし、$F_t, F_p, F_k\cdots\cdots F_b, F_c, F_d\cdots$

…を以って函數 f_t, f_p, f_k……f_b, f_c, f_d…… の總和を表はすならば、求められる量を決定するために、生産用役の總供給に關し、次の如き n 個の方程式の一組織、

$$O_t=F_t(p_t, p_p, p_k \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots)$$

〔1〕
$$O_p=F_p(p_t, p_p, p_k \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots)$$

$$O_k=F_k(p_t, p_p, p_k \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

及び、生産物の總需要に關し、次の如き m 個の方程式の一組織

$$D_b=F_b(p_t, p_p, p_k \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots)$$

〔2〕
$$D_c=F_c(p_t, p_p, p_k \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots)$$

$$D_d=F_d(p_t, p_p, p_k \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

即ち總計 $(m+n)$ 個の方程式を得る。

更に a_t, a_p, a_k……b_t, b_p, b_k……c_t, c_p, c_k……d_t, d_p, d_k……は、(A)(B)(C)(D)……の各々の單位中に含まれてゐる（T）（P）（K）、……の夫れぞれの量なりとすれば次の如き二つの方程式組織

$$a_tD_a+b_tD_b+c_tD_c+d_tD_d+\cdots\cdots=O_t$$

〔3〕
$$a_pD_a+b_pD_b+c_pD_c+d_pD_d+\cdots\cdots=O_p$$

$$a_kD_a+b_kD_b+c_kD_c+d_kD_d+\cdots\cdots=O_k$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

即ち、生産用役の需要量は供給量に等しい事を意味する n 個の方程式、及び

$$a_tp_t+a_pp_p+a_kp_k+\cdots\cdots=1$$

〔4〕
$$b_tp_t+b_pp_p+b_kp_k+\cdots\cdots=p_b$$

$$c_tp_t+c_pp_p+c_kp_k+\cdots\cdots=p_c$$

$$d_tp_t+d_pp_p+d_kp_k+\cdots\cdots=p_d$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

即ち、**生産物の賣値は生産用役にて表はされた生産物の生産價格に等しい**事を意味する m 個の方程式を得る。

我々は此處に明らかな如く、係數 a_t, a_p, a_k……b_t, b_p, b_k……c_t, c_p, c_k……d_t, d_p, d_k……

を先天的に決定されたものと假定してゐるが、然し現實に於ては左樣ではない。人は生產物を生產するに當り、或る一定の他の生產用役、例へば、利用收益又は勞働を生產に多く投ずるか或は少く投ずるかと云ふ條件に從つて、或る一定の生產用役、例へば、地代を生產に多く投ずるか或は少く投ずる事が出來るのである。而してそれによつて各生產物の單位中に含まれる各生產用役の夫れぞれの量は、生產物の生產價格が極小であると云ふ條件の下に、生產用役の價格決定に從つて定められる。此條件をば方程式組織にて表はすのは困難な事ではない。然しその方程式組織は或る關係に於て、此處に考察された他の方程式組織と無關係である故に簡單にする爲に前述の係數は問題の事實中に屬してゐると云ふ條件の下に是れを看過してよい。

故に、旣に豫め云つた如く、原料に對して生產用役を投下する場合をば生產用役相互の結合の場合へ還元する事が出來る。又、事實から是れを見れば、原料そのものは生產物であつて、生產用役の相互の結合によるか或は同じ事を繰返へして云へば他の原料に對する生產用役の投下によつて生產されると云はねばならぬ。

例へば生產物（B）の單位が、原料（M）の β_m なる量に對し、（T）の β_t 量、（P）の β_p 量、（K）の β_k 量……を投下して生產されるとするならば（B）の生產價格 p_b は方程式

$$p_b=\beta_t p_t+\beta_p p_p+\beta_k p_k+\cdots\cdots+\beta_m p_m$$

にて表はされる。此式に於て p_m は（M）の生產價格を意味する。然るに、若し、原料（M）そのものが生產物であり、その一單位が（T）の m_t，（P）の m_p，（K）の m_k……間の相互の結合によりて生產されるならば、（M）の生產價格 p_m は方程式、

$$p_m=m_t p_t+m_p p_p+m_k p_k+\cdots\cdots$$

によつて與へられる。然るに、p_m の此値を前の方程式に當てはめる時は、

$$p_b=(\beta_t+\beta_m m_t)p_t+(\beta_p+\beta_m m_p)p_p+(\beta_k+\beta_m m_k)p_k+\cdots\cdots$$

を得る。此方程式は、

$$\beta_t+\beta_m m_t=b_t,\ \ \beta_p+\beta_m m_p=b_p,\ \ \beta_k+\beta_m m_k=b_k\cdots\cdots$$

と置く時、組織[4]の第二方程式と全く同一となる。

若し、原料（M）が生產用役相互間の結合にはよらずして、何れか他の原料に對する生產用役の投下によつて生產されるならば、何が起るべきかは前に述べた事によつて直ちに知られる。

かくて我々は總計（$2m+2n$）個の方程式を得る。然るに（$2m+2n$）個の方程式は（$2m+2n-1$）個に減ぜられる。事實に於て、若し、方程式組織[3]の n 個の方程式の兩邊に夫れぞれ $p_t, p_p, p_k\cdots$

…を乘じ、又、方程式組織〔4〕の m 個の方程式の兩邊にそれぞれ D_a, D_b, D_c, D_d を乘じ、而して各組織の方程式を別々に加へるならば、左邊同志全く相同じき二つの總方程式を得る。從つて、右邊同志が相等しくなる。

$$O_a p_t + O_a p_p + O_a p_k + \cdots\cdots = D_a + D_b p_b + D_c p_c + D_d p_d + \cdots\cdots$$

然るに是れは方程式組織〔2〕の m 番目の方程式と全く同じ方程式であつて、總需要方程式である。故に我々は、此最後の方程式を殘して任意に例へば方程式組織〔4〕の第一方程式を消去し、或はその逆を爲す事が出來る。又、他方の場合にも同じく、$(2m+2n-1)$ 個の未知數を決定するに $(2m+2n-1)$ 個の方程式が存する。それは、(一)生産用役の供給總量 n 個、(二)生産用役の價格 n 個、(三)生産物の需要總量 m 個、(四)一般的均衡狀態に於ける m 番目の生産物にて表はされた是等 $(m-1)$ 個の生産物の均衡價格 $(m-1)$ 個である。されば生産の均衡に對して殘つてゐる事は嘗つて交換の均衡について證明したやうに我々の今此處に理論的解答を與へた共問題が、市場の實地に於て自由競爭の機構によつてその解答の見出される問題と全く同一のものである事を證明することだけである。

第四節　生産方程式の解、生産物の市場

生産の均衡に關する理論的解答が實地には市場に於ける自由競爭の機構によつて解かれるところと同じである事を考察する爲に、次の如く假定する。我々は、自ら市場に赴き、其市場に於ては生産用役の n 個の價格 p_t、p_p、p_k……が任意に定まつてゐるとする。是れから以下にて行ふ取扱ひを容易に理解するために、次の如き二樣の假定を設けて全體の取扱ひを二つの段階に別ける。先づ第一に、(A)(B)(C)(D)……の企業家は彼等の生産用役(T)(P)(K)……を、外國市場にて買入れ、而して後に是等の用役をば是れと同一量ではないが然し相等しい價値の量にて償還すると假想し、次に又、かの生産用役の價値を單に同一價値量に於てのみならず、同一數量にても亦償還されなければならぬと假想する。此場合に又、企業家は自國の市場に於てその生産物を賣り付ける地主、勞働者及び資本家より彼等の要する生産用役を買入れる事を假想し得る。此取扱ひ方は價値標準を看過しはしないが、貨幣を看過する事は認められる。

又、資本はその本質上貸付けられるものであると云ふ事が如上の事實及び條件中に自ら含まれてゐる事に留意するを要する。而して資本が貨幣にて貸付けられ得る事は後に考察する事とする。

5

既に假定した如く、價格 p'_t, p'_p, p'_k……が定まつてゐるならば夫等價格から方程式、

$$p'_a = a_t p'_t + a_p p'_p + a_k p'_k + \cdots\cdots$$

$$p'_b = b_t p'_t + b_p p'_p + b_k p'_k + \cdots\cdots$$

$$p'_c = c_t p'_t + c_p p'_p + c_k p'_k + \cdots\cdots$$

$$p'_d = d_t p'_t + d_p p'_p + d_k p'_k + \cdots\cdots$$

…………………………

により、企業家に對する或る一定の生産價格 p'_a, p'_b, p'_c, p'_d……が得られる。

然るに第一方程式に於て、我々は $p'_a=1$ なる様 p'_t, p'_p, p'_k……を決定する可能性を有する。我々は此の可能性を適當なかゝる場合に利用するために後述に讓る。而して此處暫らくの間は(A)の生産價格がその賣値よりも大であるか、小であるか、或はそれと相等しいかと云ふ事を顧みずに取扱ふ事とする。

是れから以下、企業家は外國市場に於て、生産用役(T)(P)(K)……を價格、p'_t, p'_p, p'_k,……にて無制限に得られる事、又、企業家は生産價格、p'_a, p'_b, p'_c, p'_d……にて、(A)(B)(C)(D)……のある任意の一定量 Q_a, Q_b, Q_c, Q_d……を生産すると云ふ事を假定しなければならぬ。

其爲めに要する生産用役（T）（P）（K）……の量を $\Delta_t, \Delta_p, \Delta_k$……とすれば、方程式によつて、

$$\Delta_t = a_t Q_a + b_t Q_b + c_t Q_c + d_t Q_d + \cdots\cdots$$

$$\Delta_p = a_p Q_a + b_p Q_b + c_p Q_c + d_p Q_d + \cdots\cdots$$

$$\Delta_k = a_k Q_a + b_k Q_b + c_k Q_c + d_k Q_d + \cdots\cdots$$

…………………………

である。

かくて我々の此處に考へた國の市場へ生産物の量 Q_a, Q_b, Q_c, Q_d……が齎らされる時、此市場の企業家によつて爲される其販賣は自由競爭の機構に從つて行はれるであらう。我々は先づ、生産物（B）（C）（D）……の販賣の條件を考察し、然る後に、價値標準として働く生産物（A）の販賣を考察しやう。

生産物（B）（C）（D）……の Q_b, Q_c, Q_d……なる量は、方程式、

$$Q_b = F_b(p'_t, p'_p, p'_k \cdots\cdots \pi_b, \pi_c, \pi_d \cdots\cdots)$$

$$Q_c = F_c(p'_t, p'_p\ p'_k \cdots\cdots \pi_b, \pi_c, \pi_d \cdots\cdots)$$

$$Q_d = F_d(p'_t, p'_p, p'_k \cdots\cdots \pi_b, \pi_c, \pi_d \cdots\cdots)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

により、**賣値** $\pi_b, \pi_c, \pi_d \ldots\ldots$ にて賣られ得る。

事實に於て、自由競爭の支配する市場に於ては、生產物の販賣は三樣の條件、(一)極大滿足の條件、(二)生產用役、並に生產物の價格の單一と云ふ條件、(三)一般的均衡の條件、に從つて行はれる。然るに前記の方程式組織は $(m-1)$ 個の未知數を含むでゐる $(m-1)$ 個の方程式より成る組織であつて、丁度この三つの條件に當てはまる。

扨て一般には賣値 $\pi_b, \pi_c, \pi_d \ldots\ldots$ は生產價格 $p'_b, p'_c, p'_d \ldots\ldots$ とは異る故に、(B)(C)(D)……を生產する企業家は利潤を得るか或は損失を蒙るかの二つである。その損益の何れも

$$\Omega_b(\pi_b - p'_b),\ \Omega_c(\pi_c - p'_c),\ \Omega_d(\pi_d - p'_d) \ldots\ldots$$

なる差額にて表はされ得る。

我々は前記方程式組織中の函數 $F_b, F_c, F_d \ldots\ldots$ の値を知りはしない。然るにも拘らず、交換の現象の性質そのものからして、是等の函數は第一に p_b 第二に p_c 第三に $p_d \ldots\ldots$ 等の値が減少或は增加するに從つて、增加或は減少する事が知られる。故に例へば $\pi_b > p'_b$（賣値が生產價格よりも大）なる時は Ω_b（(B)の生產量）の增加によつて π_b（賣値）が減少され得る。又是れと逆に $\pi_b < p'_b$（賣値が生產價格よりも小）なる時は Ω_b の減少によつて π_b が增加され得る。同樣に若し $\pi_c \gtrless p'_c, \pi_d \gtrless p'_d \ldots\ldots$ なる時は $\Omega_c, \Omega_d \ldots\ldots$ の增加或は減少によつて $\pi_c, \pi_d \ldots\ldots$ が減少或は增加され得る。かくて此方法によつて(B)(C)(D)……の或る一定の量 $D'_b, D'_c, D'_d \ldots\ldots$ を近似的に決定する事が出來る。是等の量の生產には、方程式、

$$D'_t = a_t \Omega_a + b_t D'_b + c_t D'_c + d_t D'_d + \ldots\ldots$$

$$D'_p = a_p \Omega_a + b_p D'_b + c_p D'_c + d_p D'_d + \ldots\ldots$$

$$D'_k = a_k \Omega_a + b_k D'_b + c_k D'_c + d_k D'_d + \ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

によつて(T)(P)(K)……の量、$D'_t, D'_p, D'_k \ldots\ldots$ を要し又、賣値 $p'_b, p'_c, p'_d \ldots\ldots$ に於ける是等の量の販賣は、方程式

$$D'_b = F_b(p'_t, p'_p, p'_k \ldots\ldots p'_b, p'_c, p'_d \ldots\ldots)$$

$$D'_c = F_c(p'_t, p'_p, p'_k \ldots\ldots p'_b, p'_c, p'_d \ldots\ldots)$$

$$D'_d = F_d(p'_t, p'_p, p'_k \ldots\ldots p'_b, p'_c, p'_d \ldots\ldots)$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

の表はす處に從つて行はれる。

然るに此の事は、企業家がその企業に利潤或は損失を見込むに從つて、企業へ集まり或は企業から退く時、生産物市場に於て自由競爭の支配の下に自ら起る事と全く同一である。

内國市場にありては、賣値及び同時に生産價格 p'_b, p'_c, p'_d……に於て、生産用役の總供給方程式、

$$O'_t=F_t(p'_t, p'_p, p'_k\cdots\cdots p'_b, p'_c, p'_d\cdots\cdots)$$

$$O'_p=F_p(p'_t, p'_p, p'_k\cdots\cdots p'_b, p'_c, p'_d\cdots\cdots)$$

$$O'_k=F_k(p'_t, p'_p, p'_k\cdots\cdots p'_b, p'_c, p'_d\cdots\cdots)$$

……………………………

により、生産用役（T）（P）（K）……の供給量 O'_t, O'_p, O'_k……が生産物（B）（C）（D）……の需要量 D'_b, D'_c, D'_d……と一致する。此の生産用役の總供給方程式は生産物の總需要方程式と合して、極大滿足、價格單一、一般的均衡の三條件に適合する交換方程式の組織を形作る。

次に又、人は事實に於て、方程式、

$$D'_a=O'_tp'_t+O'_pp'_p+O'_kp'_k+\cdots\cdots-(D'_bp'_b+D'_cp'_c+D'_dp'_d+\cdots\cdots)$$

によつて決定される（A）の或る一定量 D'_a を需要する。

然るに生産用役の函數としての生産物の價格の方程式組織と生産物の數量の函數としての生産用役の需要數量に關する方程式組織の兩者から方程式、

$$\mathcal{Q}_ap'_a=D'_tp'_t+D'_pp'_p+D'_kp'_k+\cdots\cdots-(D'_bp'_b+D'_cp'_c+D'_dp'_d+\cdots\cdots)$$

が容易に得られる。

從つて、又、

$$D'_a-\mathcal{Q}_ap'_a=(O'_t-D'_t)p'_t+(O'_p-D'_p)p'_p+(O'_k-D'_k)p'_k+\cdots\cdots$$

を得る。

さて價値標準として働く商品（A）の生産量は是れまでは假定によつて全く任意に定められてゐた。然し乍ら此量をば企業家が利潤も損失も得ないと云ふ樣に定める事は容易である。その爲めには、外國市場にて買入れられた生産用役と内國市場にて企業家により受取られた量とは等價でなければならぬ。何んとなれば、假定に從つて、（B）（C）（D）……を生産せる企業家は利潤も損失も有しないからである。故に、

$$(O'_t-D'_t)p'_t+(O'_p-D'_p)p'_p+(O'_k-D'_k)p'_k+\cdots\cdots=0$$

でなければならず、從つて、

$$D'_a=\Omega_a p'_a$$

でなければならぬ。又、均衡であるためには（A）に對する需要 D'_a と（A）の供給 Ω_a とは相等しくなければならぬ故に $p'_a=1$ でなければならぬ。即ち、價値標準として働く商品の生産價格は其の賣値でなければならぬ。此の事は、

$$p'_a=a_t p'_t+a_p p'_p+a_k p'_k+\cdots\cdots=1$$

なる事を注意する時に起る。

若し此方程式が滿足されぬならば、均衡は不可能である。

又、此方程式が滿足されると假定するならば $\Omega_a=D'_a$ なる時に均衡が成り立つ。故に、價格標準の生産價格が一に等しい樣に生産用役の價格を定める時は、實地に於て我々の求める部分的均衡に達成するには、（A）の企業家は（A）の需要總量を賣値に相等しい生産價格に於て、從つて利潤或は損失なしに生産する丈で充分である。然る時に、企業家は生産用役をば同一量にてゞはなく、等しい價値量にて償還しなければならぬと云ふかの第一條件は滿足される。換言すれば、然る時に、生産用役の總供給方程式を含む方程式組織〔1〕に至るまで、生産の總ての方程式が滿足される。

第五節　生産方程式の解、生産用役の市場、生産物及び生産用役の價格の成立法則

更に一歩を進めて、前節の終りに述べた方程式組織も亦、前の方程式組織と同じ樣に滿足されるを要する。換言すれば、生産用役の買入れ量と償還される量とが等價値であると云ふ前に述べた事だけでは未だ充分でない。更に是等兩者の量は生産物の生産に使用される故に量に於ても相等しい事を要する。それ故に、云はゞ外國市場の假定を撤回し、又、企業家は其生産物を賣り渡す相手の地主、勞働者及び資本家から生産用役を買ひ入れると云ふ實際に適合した假定を導入して、生産の過程を完からしめる場合に我々は到達してゐる。

今述べた等價の條件は

$$D'_t=O'_t,\ D'_p=O'_p,\ D'_k=O'_k\cdots\cdots$$

なる時に充される。然るに一般には、

$$D'_t\gtreqless O'_t,\ D'_p\gtreqless O'_p,\ D'_k\gtreqless O'_k\cdots\cdots$$

である、$p'_a=1$ 及び $Q_a=D'_a$ と、差額 $O'_t-D'_t$, $O'_p-D'_p$, $O'_k-D'_k$……の内、或る一定數が正であり、其他のものは必然的に負なる場合には p'_t, p'_p, p'_k……は其本質に從つて正である。又、逆の場合には是れと反對なる事を注意せよ。

函數 O'_t を $U-\mu$ なる形にする事が出來る。但しUは正なる O_t の總和、即ち、生産用役(T)の供給量を表はし、μは負なる O_t の總和、即ち、生産用役（T）の需要量を表はす。即ち、單に企業家によりて（A）（B）（C）（D）……の生産のために求められる生産用役のみならず、商品として消費者によつて求められるものをも表はす。故に、不等式、

$D'_t \geqq O'_t$ は、

$$a_tD'_a+b_tD'_b+c_tD'_c+d_tD'_d+\cdots\cdots+\mu\geqq U$$

なる形に變ぜられ得る。

D'_a は一定、即ち、（A）の企業家は常に（A）の同一量を生産すると假定する。此の事は、亦 p'_t, p'_p, p'_k……の變化、從つて生産價格 p_a の變化であり得る。然る時は、左邊には變數 $b_tD'_b$, $c_tD'_c$, $d_tD'_d$……價格 p_b, p_c, p_d……の遞降的函數と、生産價格は生産用役の價格の遞昇的函數である故に、價格 p_t の遞降的函數と、價格 p_t の遞降的函數なる變數 μ とが存する。故に若し p_t が零より無限大に至る迄增加し、p'_p, p'_k が一定不變ならば $D'_t+\mu$ は或る一定の定まつた値から零まで減少する。

又、不等式の右邊の唯一の項Uは、$p_t=0$ に對して零であり、或は p_t の或る一定の正なる値に對しても零である。それは種々なる生産物の價値が生産用役（T）の價値に比例し、その生産物の需要はかの生産用役の所有者にとつて零に等しいと云ふが如き高さの場合である。價格 p_t が騰貴する時は先づ第一に函數Uも亦增加する。次に、生産物は生産用役に比例して安くなる。而して此生産物に對する需要はそれに連關せる生産用役の供給を相伴ふ。然し乍ら此の生産用役の供給の增加は無制限ではない。それは少くとも（T）の總存在量よりも大ではあり得ない極大に到達し、次で減少し、而して最後に、（T）の價格が無限に小なる時即ち（A）（B）（C）（D）……が無代價にて得られる時に生産用役の供給は零となる。從つて p_t が零より無限大に迄增加する間に、Uは零より始めて增加し、極大に達し、然る後に再び零に至るまで減少する。

是等の條件及び Uが零とならぬ間は $D'_t+\mu$ は零とならぬ（何らの解のない場合である）と云ふ條件に於ては、$D'_t+\mu\geqq U$ なるに從つて、$D'_t+\mu\geqq p'_t$ であり、（T）の需要と供給とが相等しい p_t の或る一定の値が存する。今もし p'_t を以つて此の値とし、π'_b, π'_c, π'_d……は（B）（C）

(D)……の賣値にして且つ生產價格であるとし、Q'_t は(T)に關し需要と相等しい供給を表すとすれば我々は方程式

$$Q'_t = F_t(p'_t, p'_p, p'_k \ldots\ldots \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \ldots\ldots)$$

を得る。

同じく此の操作を行へば、前に述べた函數

$$O'_p = F_p(p''_t, p'_p, p'_k \ldots\ldots p'_b, p'_c, p'_d \ldots\ldots)$$

は

$$Q'_p = F_p(p'_t, p'_p, p'_k \ldots\ldots \pi'_b, \pi'_c, \pi'_d \ldots\ldots)$$

なる形をとる。然るに生產用役(P)の供給はその需要よりも大であるか、或は小である。然らば、(P)の供給と需要とが其値に於て相等しく、而して p''_t を見出したと同樣にして見出し得る p_p の或る一定の値が存しなければならぬ。今若し、p''_p を此の値とし、$\pi''_b, \pi''_c, \pi''_d \ldots\ldots$ は(B)(C)(D)……の賣値にして且生產價格であり、Q''_p は(P)に關し需要と相等しい供給を表はすとせば、方程式

$$Q''_p = F_p(p''_t, p''_p, p''_k \ldots\ldots \pi'''_b, \pi'''_c, \pi'''_d \ldots\ldots)$$

を得る。

同樣にして

$$Q''_k = F_k(p''_t, p''_p, p''_k \ldots\ldots \pi'''_b, \pi'''_c, \pi'''_d \ldots\ldots)$$

を得る。以下同樣。

總ての是等の操作を行つた後に、我々は

$$O''_t = F_t(p''_t, p''_p, p''_k \ldots\ldots p''_b, p''_c, p''_d \ldots\ldots)$$

を得る。而して猶ほ證明の殘つてゐる事は、此供給 O''_t と需要 D''_t との差が供給 O'_t と需要 D'_t との差よりも小さいと云ふ事である。然るに此の事は、需要と供給との均等を齎した、p'_t から p''_t への變動が此方向へ作用するに拘らず、かの需要と供給とを新に均衡から遠ざけた、p'_p、p'_k……から p''_p, p''_k……への變動は前者と反對の方向へ作用し、或る程度までは互に相殺すると云ふ事を顧れば、疑ひのない事である。それ故に新らしい價格 p''_t, p''_p, p''_k……の系列は前の古い價格 p'_t, p'_p, p'_k……の系列よりも遙かに均衡に接近して居る。而して益々均衡に近づくためには生產用役市場に於て實地に行はれたと同じ方法で進むを要するのみである。

今、均衡が得られたものと假定すれば、生產價格、

$$p''_a = a_t p''_t + a_p p''_p + a_k p''_k + \cdots\cdots$$

$$p''_b = b_t p''_t + b_p p''_p + b_k p''_k + \cdots\cdots$$

$$p''_c = c_t p''_t + c_p p''_p + c_k p''_k + \cdots\cdots$$

$$p''_d = d_t p''_t + d_p p''_p + d_k p''_k + \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

を得る。又、他方には生産用役の需要量

$$D''_t = a_t D'_a + b_t D''_b + c_t D''_c + d_t D''_d + \cdots\cdots$$

$$D''_p = a_p D'_a + b_p D''_b + c_p D'_c + d_p D''_d + \cdots\cdots$$

$$D''_k = a_k D'_a + b_k D''_b + c_k D''_c + d_k D''_d + \cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

が得られる。更らに此方程式中 $D''_b, D''_c, D''_d \cdots\cdots$ なる量は生産物（B）（C）（D）……の需要方程式を滿足せしめ、又、量 $D''_t = O''_t$，$D''_p = O''_p$，$D''_k = O''_k$ は生産用役（T）（P）（K）……の供給方程式を滿足せしめる。$p''_t, p''_p, p''_k \cdots\cdots p''_b, p''_c, p''_d \cdots\cdots$ は獨立變數である。

此兩方程式組織から、方程式

$$D'_a p''_a = D''_t p''_t + D''_p p''_p + D''_k p''_k + \cdots\cdots - (D''_b p''_b + D''_c p''_c + D''_d p''_d + \cdots\cdots)$$

を得る。

然るに次に（A）の量 D''_a が求められるが、それは方程式

$$D''_a = O''_t p''_t + O''_p p''_p + O''_k p''_k + \cdots\cdots - (D''_b p''_b + D''_c p''_c + D''_d p''_d + \cdots\cdots)$$

によつて與へられる。

然るに $D''_t = O''_t$，$D''_p = O''_p$，$D''_k = O''_k \cdots\cdots$

なる故に

$$D''_a = D'_a p''_a$$

が生ずる。

是れによつて需要と供給との均等を與へる價値標準の生産價格の方程式を除いて、問題のすべての方程式換言すれば、賣値と生産價格との均等從つてそれが一に等しき事を與へるかの價値標準の需要方程式に至るまでの總ての方程式の滿足される事が瞭らかである。それ故に若し偶然に $p''_a = 1$ であるならば $D'_a = D''_a$ である。或は逆にもし偶然に $D'_a = D''_a$ であるならば $p''_a = 1$ である。斯くて問題は完全に解かれた事となる。然るに一般には上述の $p'_t, p'_p, p'_k \cdots\cdots$ から、p''_t，

p''_p, p''_k……への變動に從つて、

$$p''_a \geqq 1$$

であるを常とする。故に

$$D''_a \geqq D'_a$$

である。

　それ故に近似法を續けて用ひて生産方程式の一般的組織の解を完全の域に齎らすには、方程式

$$a_t p'''_t + a_p p'''_p + a_k p'''_k + \cdots\cdots = p'''_a = 1$$

に依つて p'''_t, p'''_p, p'''_k……を決定しなければならぬ。但し $p''_a \geqq 1$ なるに從つて $p'''_t \geqq p''_t$, $p''_a \geqq p''_p$, $p'''_k \geqq p''_k$……であるとする。

　此の新しい基礎から出立して生産物の市場に於ては、先づ最初に、(一)の等級中 D''_a を、方程式

$$D'''_a = O'''_t p'''_t + O'''_p p'''_p + O'''_k p'''_k + \cdots\cdots - (D'''_b p'''_b + D'''_c p'''_c + D'''_d p'''_d + \cdots\cdots)$$

に依りて決定し、次いで生産用役の市場に於ては(二)の等級中 D^{IV}_a を、方程式

$$D^{IV}_a = D'''_a p^{IV}_a$$

に依りて決定し得る。而して證明の殘つてゐるのは p^{IV}_a が p''_a よりも一に近い事を證明する事である。然し此れは、もし例へば $p''_a > 1$ であり $p'''_a < p''_b, p'''_c < p''_c, p'''_d < p''_d$……であり、又、從つて $D'''_a < D''_a$ である場合を顧みれば疑ひもなく起る事である。故にもし $p'''_a = 1$ なる時は p^{VI}_a となるには、(B)(C)(D)……の需要の増加によつて大となり、又、(A)の需要の減少によつて小となつた筈である。$p''_a < 1$ の場合には p'''_a が p^{IV}_a となるには(B)(C)(D)……の需要の減少によつて小となり、又、(A)の需要の増加によつて大となつた筈である。前の場合にも後の場合にも同様に、その影響は反對の傾向に作用する故に、p_a が其影響によつて一から遠ざかる事は、それが、p_t, p_p, p_k……の減少並に増加によりて一に近づく事よりも少い。故に、此方法を續けるならば、p_a は益々一に近づく。今、$p^{IV}_a = 1$ なる様に此の目的が達せられたと假定するならば、然る時は又、$D''_a = D^{IV}_a$ であり、斯くて我々の問題は完全に解かれた事となる。

　今此處に述べた近似法は自由競爭の支配の下に自然的に自ら行はれる。事實に於て若し、

$$D''_a = D'_a p''_a$$

なる時は(A)の生産者は $D'_a p''_a$ を受ける。今彼等が價格一に於て(A)に關する需要量を D''_a 丈與へるならば彼等は利潤として $D'_a - D''_a = D'_a(1 - p''_a)$ を得る。此利潤は若し、$p''_a < 1$ 並に

$D'_a > D''_a$ なる時は眞の利潤である。然るに次に、彼等は生産を擴張し、それによつて p''_t, p''_p, p''_k……の騰貴に影響を及ぼし、その結果一に近づく價格 p''_a に影響を及ぼす。若し、$p''_a > 1$ 並に $D'_a < D''_a$ なる時はその差額は損失を意味する。生産者はその損失、$(D'_a - D''_a)$ を負擔する。然るに次に、彼等はその生産を制限する。p''_t, p''_p, p''_k……の減少、また、其結果、一に近づく價格 p''_a の減少を生ずる。此狀態を避ける事は（A）の企業家にとつては自由自在である事を注意しなければならぬ。彼等はもし價値標準として働く商品の生産價格が其賣値即ち一よりも大であり、從つて損失が確實である時には生産を中止すればよい丈である。又、もし生産價格が一よりも小なるか或は是れと相等しい時に丈け生産を行ふ事が出來る。簡單に云へば、（A）の企業家は（B）（C）（D）……の企業家と同じ様に、賣値が生産價格よりも大である時には彼等の生産を擴張し、是れと反對に、若し生産價格が賣値より大である時には生産を制限する。第一の場合には彼等は生産用役の騰貴を惹起し、第二の場合には生産用役の市場に其下落を及ぼす。彼等は兩者の場合に於て均衡の成立に影響を及ぼす。

上述の證明を總括すれば、交換並に生産の均衡價格の成立法則を次の如くに法式化する事が出來る。種々なる生産物を生産する多數の生産用役が與へられ、また、此の生産物に對する生産用役の交換が價値標準の導入の下に行はれる時、それより市場に均衡が成立する爲には即ち總て是等の生産用役並に價値標準を以つて計れる是等總ての生産物の安定な價格が成立する爲には、(一)此價格に於て各生産用役並に各生産物に對する需要は其供給に相等しきこと、(二)生産物の賣値は生産用役を以つて計れる生産物の生産價格に相等しいことが必要にして且つ充分な事である。此の二重の均等が存しないならば、第一の均等を成立せしめるためには、需要が供給よりも大なる生産用役或は生産物の騰貴及び供給が需要よりも大なる生産用役或は生産物の下落を要する。又、第二の均等を成立せしめる爲にはその賣値が生産價格よりも大なる生産物の量の増加及びその生産價格が賣値よりも大なる生産物の量の減少を要する。

第六節　生産の分析的定義。生産物並に生産用役の價格の變化法則

第四節及び第五節にて與へた證明から、生産に關する自由競爭、即ち利潤の得られる場合には生産を擴張し、損失の場合には生産を制限する様に企業家に許されてゐる自由は、交換に關する自由競爭、即ち生産用役及び生産物を價格騰貴の道程に於て賣り又は買ふやうに、一方には地主、

勞働者、資本家に、他方には企業家に許されてゐる自由と合して、第三節に於ける方程式の實際的解となると云ふ事が生ずる。然し乍らもし此條件及び自由競爭の基礎たる條件に立ち歸へるならば次の法則が認められる。——交換及び生産に關する自由競爭とは、即ち各生産用役並に各生産物が市場に於て唯一の價格を持つと云ふ條件の範圍内に於て慾望の出來得る限り最大の充足を與へるために、適當の方法と量にて生産用役を結合し生産物となす行爲である。

人々は恐らくいつかは遂に、科學的に取扱はれた純理經濟學の重要さを認めるに至るであらうが我々は此の純正科學的の見地から、是れまで自由競爭を事實として、或は假定として、考へる事が出來たのであり、又、實際にそう考へたのである。何んとなれば、我々が眞の自由競爭を見たか否かと云ふ事は殆ど影響する處がなく、我々にとつては自由競爭が考へられる可能があると言ふ事丈で充分であつたからである。我々は此條件の下に、其性質、原因及び結果を研究したのである。此處に於てその結果は或る一定の範圍内に於て效用の極大を得る事に歸着すると云ふ事が示される。是れによつて、自由競爭は一般的最善の原理或は規則となるものである。考察の殘されてゐる事は、此の規則の農、工、商業及び信用に對する應用のみである。故に純正科學の推論は我々をば直ちに應用科學の領域内に導くのである。是れを以つて我々の採れる方法に對する如何に多くの非難が自ら論據薄弱となるかゞ明らかである。實に或る人は別の事情の下に次の如く言つた。「無制限なる自由競爭とは假說に外ならぬ。現實に在りては自由競爭は是れを妨げる無數の事情によつて抑制される。嘗つて如何なる計算も是れを測定し得ず、又如何なる法式も是れを計算する事の出來ない、かの妨げをなす原因を看過しては自由競爭そのものを研究する事は無益であり誠に單純なる好奇心である」と。假りに交換及び生産の方程式中に、妨げをなす原因を量として導入する事は決して科學の進歩を許す所以でないと假定しても、又我々の立てた諸方程式が交換及び生産の自由に關し一般的にして顚すべからざる規則に少からず導くものであると云ふ假定(それを確證しやうとするのは賢明でも必要でもない事は確かである)に於ても、前述の見解の誤りなる事は明らかである。此自由競爭は或る一定の範圍内に於て效用の極大を與へる。それ故に此自由競爭を制限する事情は效用の極大を妨げるものである。又、此事情が如何なる種類のものであつても結論に達する間は許される限り除外されねばならぬ事を充分に考慮しよう。

是れがまた、寔に全部總じてかの、"laissez-faire, laissez-passer" の中に其學說の最高頂を示し

た經濟學者の見解である。然し不幸にも我々は、經濟學者が古代及び近代の社會主義者とは反對に、彼等の "laissez-faire, laissez-passer" を今日まで獨斷として說明した以上には何事も爲す處がなかつたと云はねばならぬ立場に在るのである。又、是等の社會主義者は彼等の側でも亦同樣に何等の證明を與へずに國家の補助の必要をば獨斷と說くのである。我々はかく云ふ事によつて多くの人々の激成を買ふかとも思ふが、然し我々の借問する事を許して欲しい。彼等國民經濟學者は、自由競爭の結果が眞に何より成れるかを知らぬのにその結果がよい或は有利であると云ふ事を如何にして說明し得るのか。又、自由競爭の結果に連關し、且その結果を決定する定義をも與へず、法則も定立しないで、如何にして彼等は此の事を證明出來るのであるか。此處に於て我々は此前者の判斷に先天性を與へ、後者の判斷に後天性を與へるのである。或る原理が一と度、科學的に確立されたならば、然る後に原理の應用され得る場合と然らざる場合とを直ちに明らかに知る事が出來る。而して之れと反對に、自由競爭の原理は未だ證明されてゐないと云ふ證明は國民經濟學者が原理の眞の範圍を超えて原理を繰り返へし應用した事から推定され得る。されば例へば自由競爭に關する我々の證明は第一に消費者側に於ける生產用役及び生產物の效用の評價に基くものである。それ故に、我々の證明は消費者の財貨を評價すべき各個の慾望或は個人的效用と、それとは全く別途の方法にて評價さるべき社會的欲望或は一般的效用との間に原則的の區別を假定するのである。從つて、かく個人的最善の對象の生產に應用し得られる自由競爭の原理も最早や一般的最善の對象の生產には應用され得ない。然るに此誤謬に陷入つてゐる經濟學者にして、公益的用役をば私經營に放任する事によつてそれを自由競爭に從はしめやうと考へる者は果してゐないであらうか。我々は猶ほ第二の例をとる。我々の證明は第二に、生產物の賣値と生產價格との較差に基く。故に、企業は損失を齎らしつゝある企業より退いて、利潤を齎らしつつある企業に聚まると云ふ事を假定するのである。從つて自由競爭の原理は最早や、自然的且つ必然的獨占の對象である財貨の生產に是非共應用され得るものではない。然るに獨占の傾向ある產業分枝に因んで自由競爭を云々する經濟學者はゐないであらうか。自由競爭に就ての我々の說明は效用の問題に關して何等の疑ひを許さない。而して、我々の說明は正義に關する問題には全く觸れしめない。何んとなれば、我々の說明は生產用役の或る一定の分配から生產物の或る一定の分配を生ずると云ふ事に自ら制限するからである。而して此の分配の問題は解答を要する全々殘されてゐる問題である。

v_t, v_p, v_k……を生產用役（T）（P）（K）……の交換價值とし、夫等が生產物（A）の交換價值

v_a に對する割合を以つて夫等用役の價格を表はし $r_{t,1}, r_{p,1}, r_{k,1} \cdots\cdots r_{t,2}, r_{p,2}, r_{k,2} \cdots\cdots r_{t,3}, r_{p,3}, r_{k,3}$ ……を交換の後に生產用役を自らのために保持し、或は間接に消費するために利殖する各個人、(1)(2)(3)……に於ける生產用役の稀少性或は最後に充足された慾望の强度とするならば、我々は一般的均衡の觀念を次の如くに補足しなければならぬ。

$$v_a : v_b : v_c : v_d : \cdots\cdots v_t : v_p : v_k : \cdots\cdots$$
$$= r_{a,1} : r_{b,1} : r_{c,1} : r_{d,1} : \cdots\cdots r_{t,1} : r_{p,1} : r_{k,1} : \cdots\cdots$$
$$= r_{a,2} : r_{b,2} : r_{c,2} : r_{d,2} : \cdots\cdots r_{t,2} : r_{p,2} : r_{k,2} : \cdots\cdots$$
$$= r_{a,3} : r_{b,3} : r_{c,3} : r_{d,3} : \cdots\cdots r_{t,3} : r_{p,3} : r_{k,3} : \cdots\cdots$$
$$= \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

かくして我々は再び生產用役及び生產物に對して一般的命題を立てる事が出來る。即ち交換價値は稀少性に正比例す。

此の理由によつて我々は又、價格變動の法則を次の如く一般的形式に云ひ表はす事が出來る。

即ち、

多數の生產物或は生產用役が價値標準の導入の下に交換の行はれる市場に於て一般的均衡の狀態にて與へられ、又其他同一の事情の下に於て、一人或は多數の交換者にとりて是等生產物の或るもの或は生產用役の或るもの〻效用が增加或は減少する時は、此生產物或は生產用役の價格は增加或は減少す。

其他同一の事情の下に同一假定に於て、若し一人或は多數の所有者に於ける是等生產物の或るもの或は生產用役の或るもの〻存在量が增加或は減少する時は、此生產物或は生產用役の價格は減少或は增加す。

もし多數の生產物或は生產用役が與へられ、又一人或は多數の交換者或は所有者に於ける是等生產物の或るもの或は生產用役の或るもの〻存在量が稀少性の一定不變である樣に變化する時は此生產物或は生產用役の價格は變化しない。

もし一人或は多數の交換者或は所有者に於ける總ての生產物或は生產用役の效用及び存在量が稀少性係數の變化しない樣に變化する時は、是等生產物或は生產用役の價格は變化しない。

上述の命題に猶ほ次の二つの命題を附加する事が出來る。

もし其他同一なる事情の下に、一人或は多數の人にとつて或る生產用役の存在量が增加或は減少し、又それに對應して、是等の人々の側の此生產用役の供給が生產用役市場に於て增加或は減

少し、又それに對應して價格が下落或は騰貴する時は、かの生産用役の投下された生産の生産物の價格は下落或は騰貴する。

もしその他同一なる事情の下に、一人或は多數の消費者にとつて或る生産物の效用が增加或は減少し、消費者側の此生産物の需要が同様に生産物市場に於て增加或は減少し、又、價格がそれに應じて騰貴或は下落する時は、此生産物の生産に當り投下されたる生産用役の價格は騰貴或は下落する。

是れが交換並に生産の均衡價格の變化法則である。是れを、前に述べた價格の成立法則と結合する時、**需要供給並に生産價格の法**則なる二重の法則に關する科學的全法式を得る。

第四章 資本化並に信用の方程式

第一節 總所得並に純所得。純所得率

(T)(T')(T'')……(P)(P')(P'')……(K)(K')(K'')……なる種類の土地所得、人的所得、動的所得の存在は同じ種類の土地資本、人的資本、流動資本の存立を豫想する。我々は所得の價格、即ち小作料、賃銀、及び利子を決定したが、その利用或は用が即ちかの所得であるところの資本の價格を未だ決定しなかつた。此決定の問題は經濟財の數學的理論に於ける第三の大問題であつて、是れから以下本章に於ける我々の考察の基礎とされねばならぬものである。

一つの市場の存する處唯だ一つの價格のみが行はれる。從つて前に、生産物及び生産用役の價格を決定するために一つの生産物市場及び一つの生産用役市場を考察の基礎となした如く、資本の市場と稱し、資本が賣買される市場を觀察するを要する。生産物は其效用に比例して需要され、生産用役はそれが生産物の生産に役立つた生産物の價格に比例して需要される。さて、生産

資本の需要に對して標準となるものは何んであるか。生産資本は地代、勞銀、及び利用收益に比例して、就中、生産資本の齎らす小作料、賃銀、及び利子に比例して需要される。疑ひもなく、人は資本の所得を賣る考へで資本を獲得する如くに、資本を消費する考へで資本を獲得する事が出來る。然るに此の前者の觀點が資本の利益の行はれる處に於ては後者よりも重きを爲すものと見られなければならぬ。何んとなれば、もし然らざれば人は所得の買入れ、從つて資本の借入れに制限されるからである。居住の目的で家屋を買入れる者は、我々から見れば二人の人に別れる。即ち其一人が投資を爲すに對し他の一人は投下資本の所得を直接に消費するのである。此後者に就いては既に述べたが故に我々は暫く前者を考察する。

資本の價格は事物の本質上、資本所得の價格に依存する。それ故に我々は資本所得を分析しなければならぬ。何んとなれば資本所得の價格は非常に異つた三要素から成つてゐるからである。

先づ第一に、存在する種々の資本の總てが同じ割合に消耗性を有してゐるものではない。その結果として、資本が徐々に消費されるか、或は急速にされるかに從つて、同一所得を齎らす資本にても、より高値に買はれ或はより安値に買はれる事となる。

第二に、種々なる資本が災禍によつて突然豫期せずに同じ樣に消滅されると云ふ事はない。その結果として、資本が災禍による消滅に左右される事の多いか或は少ないかに從つて、同一所得の資本が高値に買はれ或は安値に買はれる事となる。

此二つの狀態を數學的に考量するのは極めて容易い事である。

第一の狀態に關しては、唯だ單に、資本の償却、或は、若し資本が擴張される時には、資本の新獲得のために必要なる額を毎年の資本所得の價格の中から豫め積立てると云ふ事を假定するを要する丈である。是れを負債償却或は資本の償却と稱する。此目的のために積立てられる額、或は償却資金は夫々、資本の種類によりて相違する。然し乍ら、もし償却資金が一と度び積立てられるならば、その積立によつて總ての資本は或る一定の關係に於て非消耗的とされる故に、その消耗と云ふ事に關しては全く同一となる。

第二の狀態に關しても事情は是れと同樣である。前と同じく、年々災禍によつて消滅される總ての類似の資本の補充に必要なる額を資本所得の價格の中から豫め控除すると云ふ事を假定しなければならぬ丈である。是れを災害保險或は資本の保險と稱する。此目的のために控除される額、或は保險料も亦、同樣に資本の種類によつて異る。然し乍ら、一と度び積立てられるならば、總ての資本は謂はば不滅にされる故に、災禍による消滅に關しては全く同一となるであらう。

さて、pは償却資金及び保險料を含める資本所得の價格、即ち總所得或は粗所得なりとし、μは償却資金、νは保險料なりとせよ。總所得より償却資金と保險料とを差引いた殘高、即ち、$\pi=p-(\mu+\nu)$ は純所得或は眞所得である。

是れによつて、同一資本の總所得の間に存する相違、換言すれば、同一總所得を齎らす資本の相違が說明される。然し乍ら、疑ひもなく、資本の價値は純所得の價値に正確に比例する。何んとなれば同一の純所得を齎らす二つの資本に對して同一の價格が支拂はれてならぬ理由はないからである。又或る資本が他の資本よりも、二倍或は三倍の所得を齎らす時に、前者をば後者の二倍或は三倍の價格にて買入れてならぬ理由はないからである。少くとも、或る一定の正常にて且つ理想的なる狀態に於ては斯くあらねばならぬ。而して、是れが資本の市場に於ける均衡狀態である。

今、Pを資本の價格とせよ。比 $\frac{\pi}{P}$ 或は純所得の利率は均衡狀態に於ては同一にて共通なる率である。此の比がiに等しいとせよ。若し、此の比が正確に得られるならば、それによつて、あらゆる土地資本、人的資本、及び流動資本の價格が正確に得られるであらう。

我々が現在取扱つてゐる證明に就てはその決定に對する一切の先行條件を未だ持つてゐない。是れまでは或る一定量の土地、人的能力、及び資本、並に自ら直接に消耗する部分を除いて、生產資本の所得をば、消費に供し得る生產物又は直接に消費しつゝある所得と交換を行ふ地主、勞働者及び資本家を假想したのである。是等の條件の下に於ては資本を賣る事も又買ふ事も起り得なかつた。何んとなれば、是等の資本は其純所得に比例して相互に交換され得るからである。而して斯る處置は貨幣にて表はされる價格を何等成立せしめない。我々は、資本の供給と需要とを得るためには、靜止しつゝある經濟狀態の代りに、進步しつゝある經濟狀態を基礎としなければならぬ。消費に供される生產物を生產する代りに、新なる生產資本を作り出す企業者を假想しなければならぬ。又、同樣に、消費し得る生產物を買入れた後、彼等の生產的所得の額よりも少いある量だけかの生產資本を買入れる手段を有する地主、勞働者、資本家を我々は假想しなければならぬ。此の新しい條件と併せて、かの新なる生產資本は生產費法則に從ふ生產物である事を顧みるならば、我々は問題の證明に必要なる總ての先行條件を備へるものである。事實、均衡狀態に於てはかの新なる生產資本の賣値はその生產價格に相等しくなければならぬ。又、他方には、既に存在する生產資本の賣値はかの新なる生產資本の賣値に相等しくなければならぬ。それ故に、もし新なる生產資本の生產價格を知るならば、既に存在せる資本の賣値と同樣に、新なる資本の賣値を、從つて又、純所得の利率をも知る事が出來るであらう。我々は、前と同樣、市場

に實現する如くに此の均衡を數學的に表はす事が出來る。然し乍らその前に、是れから以下此處に導入するために是れまで看過して置いた重要な事情を述べて置かねばならぬ。

事實、土地及び人的能力は自然物にてのみ貸與され、資本のみが生産用役の市場に於て貨幣を以つて賃貸される。資本家はその資本をば貨幣節約によつて作る。彼は此貨幣をば賃貸契約の滿期後に貨幣を返濟する企業者に貸與する。此の操作を信用と稱する。此の事から、新なる生産資本を求めるものは生産物の企業者であつて、資本家、貨幣節約者ではないと云ふ事が生ずる。然し、資本家にとつては、資本を賃貸するためには貨幣を貸與するか、或は何等かの資本を買入れるかと云ふ事は理論的には全く何れでもよいのである。同樣に企業者にとつては、彼が新なる資本を買入れるためには既に存在する資本を賃借するか、或は貨幣を借入れるかと云ふ事は、理論的には何れでもよい。唯だ實際的見地からして、前者の第二の結合の場合が優れて居るのである。猶ほ又、我々は純所得率決定の問題が何れの假定に於ても同樣に、如何に市場に於ける自由競爭の機構によつて解かれるかを示さう。猶ほ豫め此處に注意すべきは、資本の市場、即ち生産資本の賣買される市場と、貨幣資本が賃借される市場にして且つ生産用役の市場と同一なる資本市場とを混同してはならぬ事である。

第二節　消費を超過せる資本化し得る所得餘剩。資本化の問題の構成

容易に認められる事ではあるが、然しその爲めに問題を不必要に錯雜にする僅かな例外を除けば、土地は自然的資本であつて、人爲的資本或は生産されたる資本ではない。土地に關しては、價格は數量に何等の影響を及さず、又、逆に數量も亦、價格に影響を及さぬ。他方に於ては、前と同じ若干の例外を除けば、更に、土地は破壞し得ず消滅し得ざる資本である。土地の所得の價格に關しては何等の償却資金、保險料を控除されるを要しない。此の二つの注意からして、土地の數量は常に我々の問題に對して與へられた量に屬し、未知の量ではないこと、及び、土地の價格は、若し是れを決定しやうとするならば、極めて簡單に方程式

$$P_t = \frac{p_t}{i}$$

に由りて、土地の總所得を純所得の利率を以つて除したる商に相等しいと云ふ事が生ずる。

人的能力も亦同樣に自然的資本である。その數量は工業的生産の運動に依存せずして、人口の運動に依存する。是れは土地とは反對に、破壞され、消滅され得る資本である。然るに拘らず、負

償却及び災害保險が勞働者婦女の出產、生計、及び子女の養育によりて影響されると考へる事が出來る。而して、是れよりして、人的能力の數量も亦同樣に我々の問題に對して與へられたる量に屬し、未知なる量には屬しないこと、及びその價格は、若しそれを求めようとするならば、極めて簡單に方程式

$$P_p = \frac{\pi_p}{i}$$

に由りて、人的能力の純所得を純所得の利率にて除したる商に相等しいと云ふ事が生ずる。

狹義の資本は人爲的資本である。それは生產物より成り、其價格は生產費の法則に從ふ。若し賣値が生產價格より大であるならば、生產される數量は增加し、而して賣値は下落する。若し賣値が生產價格よりも小であるならば、生產される數量は減少し、而して賣値は騰貴する。均衡狀態に於ては、資本の賣値は生產價格に相等しい。今、存在する資本、或は生產さるべき資本（K）（K′）（K″）……が、その數 l 個なりとせよ。p_t……p_p……p_k, $p_{k'}$, $p_{k''}$……は夫々（T）……（P）……（K）（K′）（K″）……に關する生產的所得の夫々の價格であるとし、k_t……k_p……k_k, $k_{k'}$, $k_{k''}$……, k'_t……k'_p……k'_k, k'_k, $k'_{k'}$, $k'_{k''}$……, k''_t……k''_p……k''_k, $k''_{k'}$, $k''_{k''}$……は（K）（K′）（K″）……の一單位に必要なる生產的所得の夫々の數量であるとすれば、l 個の方程式

$$k_t p_t + \cdots\cdots + k_p p_p + \cdots\cdots + k_k p_k + k_{k'} p_k + k_{k''} p_{k''} + \cdots\cdots = P_k$$

$$k'_t p_t + \cdots\cdots + k'_p p_p + \cdots\cdots + k'_k p_k + k'_{k'} p_{k'} + k'_{k''} p_{k''} + \cdots\cdots = P_{k'}$$

$$k''_t p_t + \cdots\cdots + k''_v p_p + \cdots\cdots + k''_k p_k + k''_{k'} p_{k'} + k''_{k''} p_{k''} + \cdots\cdots = P_{k''}$$

…………………………………………………………

が得られる。

他方に於ては、狹義の資本は破壞され、消滅され得る資本である。それ故に、資本の所得の價格から償却資金及び保險料を豫め控除すべきである。μ_k, $\mu_{k'}$, $\mu_{k''}$……ν_k, $\nu_{k'}$, $\nu_{k''}$……は資本（K）（K′）（K″）……の總所得の價格 p_k, $p_{k'}$, $p_{k''}$……から控除さるべき件の償却資金及び保險料であるとせば、是等の資本の價格は l 個の方程式

$$P_k = \frac{p_k - (\mu_k + \nu_k)}{i}$$

$$P_{k'} = \frac{p_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i}$$

$$P_{k''} = \frac{p_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i}$$

…………………………

に由り、資本の純所得を純所得利率にて除したる商に相等しいであらう。

今、或る一人の者が(T)の q_p (K)の q_k (K')の $q_{k'}$ (K'')の $q_{k''}$ の所有者である事が出來る。然る時に生産的所得の價格を $p_t \dots p_p \dots p_k, p_{k'}, p_{k''} \dots$ にて表し、生産資本の價格を $P_t \dots P_p \dots P_k, P_{k'}, P_{k''} \dots$ にて表はせば、其所得は、

$$q_t p_t + \dots + q_p p_p + \dots + q_k p_k + q_{k'} p_{k'} + q_{k''} p_{k''} + \dots$$

に相等しく、又、資本は

$$q_t P_t + \dots + q_p P_p + \dots + q_k P_k + q_{k'} P_{k'} + q_{k''} P_{k''} + \dots$$

に相等しい。

若し、此者が(T)……(P)……(K)(K')(K'')……の

$$o_t p_t \dots o_p p_p \dots o_k p_k,\ o_{k'} p_{k'},\ o_{k''} p_{k''} \dots$$

なる値の一定量を賣り渡す時は、彼は、

$$(q_t - o_t)p_t \dots (q_p - o_p)p_p \dots (q_k - o_k)p_k,\ (q_{k'} - o_{k'})p_{k'},\ (q_{k''} - o_{k''})p_{k''} \dots$$

なる値の一定量を消費する。猶ほ其外彼は、是れまで假定したやうに、方程式

$$o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots = d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots$$

に由り、彼の供給する生産用役の値にて表はされた生産物(A)(B)(C)(D)……の或る一定量を消費する。然るに供給された生産用役の値が需要された生産物の値を超過する事があり得る。即ち、

$$e = o_t p_t + \dots + o_p p_p + \dots + o_k p_k + o_{k'} p_{k'} + o_{k''} p_{k''} + \dots - (d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots)$$

此方程式の兩邊より夫々

$$r = q_t p_t + \dots + q_p p_p + \dots + q_k p_k + q_{k'} p_{k'} + q_{k''} p_{k''} + \dots$$

の兩邊を減じ、移項すれば

$$e = r - [(q_t - o_t)p_t + \dots + (q_p - o_p)p_p + \dots + (q_k - o_k)p_k + (q_{k'} - o_{k'})p_{k'} + (q_{k''} - o_{k''})p_{k''} + \dots + d_a + d_b p_b + d_c p_c + d_d p_d + \dots]$$

を得る。

是れを言葉で云へば、需要された消費財の値以上の供給された生産用役の超過は又消費以上の所得の超過である。

此超過は負であり得る。即ち、それは所得以上の消費の超過として現はれる。それ故に、彼が自らの消費に供しない總ての生産的所得を賣るのみならず、彼の生産資本の一部分をも賣ると云

ふ事を我々は假想しなければならぬ。是れを人々は巧に喩へて、元も子もなくすると云ふのである。此の負なる超過は生産資本の價格の總計、

$$q_1P_1+\cdots\cdots+q_pP_p+\cdots\cdots+q_kP_k+q_{k'}P_{k'}+q_{k''}P_{k''}+\cdots\cdots$$

よりも大ではあり得ない。若し、そうでなければ、彼は自身の財と共に他人の財をも殘らず消費し盡すであらう。是れは決して正常なる狀態でない。

是等の定義が定まる上は、次の如き三つの事柄から一つの事が生じ得る。

（一）正なる超過は資本（K）（K′）（K″）の損失補塡及び災害保險に必要なる額に相等しい。されば

$$e=q_k(\mu_k+\nu_k)+q_{k'}(\mu_{k'}+\nu_{k'})+q_{k''}(\mu_{k''}+\nu_{k''})+\cdots\cdots$$

を得る。此場合には彼はその狹義の資本をば增加或は減少せずに單に其維持に跼蹐する。

（二）超過は正、零、負の何れかであるが、その絕對値は負債償却及び災害保險の額よりも小である。されば

$$e<q_k(\mu_k+\nu_k)+q_{k'}(\mu_{k'}+\nu_{k'})+q_{k''}(\mu_{k''}+\nu_{k''})+\cdots\cdots$$

を得る。此場合には彼は、償却されず、又保險に附せられず、而して使用によつて部分的に破壞され、或は災害によつて消滅されるために最早や元の財或は元の同一量では存在しない筈の狹義の資本の一部分を實際に消費する。

（三）若し超過が負債償却及び災害保險の額よりも大であるならば、

$$e>q_k(\mu_k+\nu_k)+q_{k'}(\mu_{k'}+\nu_{k'})+q_{k''}(\mu_{k''}+\nu_{k''})+\cdots\cdots$$

を得る。此場合には彼は消費財の代りに生産から新なる資本を買入れる事によつて狹義の資本を增殖する。卽ち、彼は蓄積する。

それ故に次の如き事が生ずる。蓄積は消費以上の所得の超過と、資本の負債償却資金及び災害保險料との間の正なる符號を有する差額である。

彼が直ちに彼の資本を償却し、又、保險に附するか否か、或は所得を全部消費するか、一部分消費するか、或は蓄積するか否かと云ふ事は、彼が生産に當つて、新なる資本の代りに、消費財をより多く求めるか、或はより少く求めるか、或は消費財の代りに、新なる資本を求めるかと云ふ事態を常に生ずる。それ故に、我々は資本化の方程式組織を得るために、此の正、零、或は負なる消費以上の所得の超過をば假定として生産方程式組織中へ導入し得るものと觀る。消費に對する所得の超過が正なるのみならず、加之、存在する資本の負債償却及び災害保險の額よりも大

であるならば、其時にのみ超過は眞に蓄積である。

前に交換に就て論じたと全く同じ樣に推論し、總ての人々の內から或る任意の人をとつて、彼の消費以上の所得の超過が何處に依據するかを設問しやう。答へて曰く、その超過は生產的所得の價格に依存し、消費財の價格に依存し、又、生產資本の價格に依存する。簡單にする爲めに、生產資本の代りに純所得の利率を置換する事が出來る。彼が $p_t \cdots\cdots p_p \cdots\cdots p_k, p_{k'}, p_{k''} \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots$ 及び i の何んであるかを知らぬ場合には彼の生產的所得の供給或は消費財に對する需要或は新なる資本に對する需要を決定し得ない事が確かである。然るに、若し是等の量が知られてゐるならば、彼は夫等を決定するに必要なる總ての條件を備へる事が確實であり、又、特に蓄積に對する彼の態度をば

$$e = f_e(p_t \cdots\cdots p_p \cdots\cdots p_k, p_{k'}, p_{k''} \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots i)$$

なる形の方程式によりて數學的に最も簡單なる方法にて表はし得る事も確實である。但し此方程式中、左邊は函數 e のみであるに對し、右邊には變數 $p_t \cdots\cdots p_p \cdots\cdots p_k, p_{k'}, p_{k''} \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots i$ が存する。而して是等の變數は、若し生產的所得及び消費財の定まれる價格及び純所得の定まれる利率にて置換されるならば、それよりして數學的に夫等の價格及び利率に於ける消費以上の所得の超過が函數の値として生じ來るやうに加減乘除によつて他の變數と相互に結び付けられてゐると考へられねばならぬ。人も識る如く、此の蓄積の方程式は、前に需要方程式を組立てたやうに、經驗的に組立てられてゐる。旣に需要函數の數學的根本的先行條件を考察した如く、蓄積函數の數學的根本的先行條件を求め得るであらう。その爲めには、明らかに、效用をば或る新なる觀點の下に考察しなければならぬ。即ち、效用を現在の效用と將來の效用とに區別しなければならぬと思ふ。此處では立ち入つて此考究を行はぬが、然しそうだからとて、夫等の先行條件をば固執するは不可能であると主張するのではなく、むしろその考察はさし當つて必要でないと云ふ丈の理由で、蓄積函數に經驗的性質を許さうと思ふ。我々にとつては、純所得の或る一定の條件の下に可能なる或る蓄積を爲さうとする者は、更に有利なる條件の下にあつては少くとも是れと同じ高さの蓄積を爲さうとはしまいと云ふさまで不合理ではない理由から、此蓄積函數が i の遞昇的値或は遞降的値に對して增加、或は減少すると云ふ事を事實として說明する丈で充分でなければならぬ。

個々の超過の總和を E にて表し、又、個々の蓄積函數の總和を F_e にて表すならば、方程式

$$E = F_e(p \cdots\cdots p_p \cdots\cdots p_k, p_{k'}, p_{k''} \cdots\cdots p_b, p_c, p_d \cdots\cdots i)$$

を得る。

又、$D_k, D_{k'}, D_{k''}$……は新なる資本(K)(K′)(K″)……より生産された量であるとせば、方程式

$$D_kP_k + D_{k'}P_{k'} + D_{k''}P_{k''} + \cdots\cdots = E$$

を得る。

斯くて、我々は究極に於て、生産された新なる資本のl個の量、既に存在せる資本の價格に當然相等しい筈の是等資本のl個の價格、更に消費以上の所得の資本化されつゝある總超過、及び純所得の利率等を決定するために、$2l+2$個の方程式、即ち未知數と同じ數の方程式を得る。斯くて問題は解かれる。猶ほ殘されてゐる事は、資本化の問題を把持し是れを解くために、是等の方程式を適當の方法にて生産方程式組織の中へ導入する事である。故に、問題に曰く、蓄積の數量が與へられる時、其方程式の根が、(一)新なる資本の數量であり、(二)此資本の價格であり、(三)純所得の利率であるが如き方程式の組織を求む。

我々は此問題を次節に於て取扱ふ。

第三節　資本化並に信用の方程式組織

先づ我々は前節にて得たる方程式

〔1〕　$E = F_e(p_t \cdots\cdots p_p \cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''} \cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d \cdots\cdots i)$

即ち、消費以上の所得の總超過を表はす方程式を有する。

更に、任意の個人に就て、生産資本及び消費財に對する生産的所得の交換方程式

$$o_tp_t + \cdots\cdots + o_pp_p + \cdots\cdots + o_kp_k + o_{k'}p_{k'} + o_{k''}p_{k''} + \cdots\cdots$$
$$= f_e(p_t \cdots\cdots p_p \cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''} \cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d \cdots\cdots i)$$
$$+ d_a + d_bp_b + d_cp_c + d_dp_d + \cdots\cdots$$

を有する。

然るに極大滿足の條件は常に、生産用役の正或は負の供給及び生産物の需要を決定してゐる條件である故に、その供給量、需要量及び價格の間にも亦、方程式

$$\varphi_t(q_t - o_t) = p_t\varphi_a(d_a)$$

…………………

$$\varphi_p(q_p - o_p) = p_p\varphi_a(d_a)$$

…………………

$$\varphi_{k}(q_{k}-o_{k})=p_{k}\varphi_{a}(d_{a})$$

$$\varphi_{k'}(q_{k'}-o_{k'})=p_{k'}\varphi_{a}(d_{a})$$

$$\varphi_{k''}(q_{k''}-o_{k''})=p_{k''}\varphi_{a}(d_{a})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\varphi_{b}(d_{b})=p_{b}\varphi_{a}(d_{a})$$

$$\varphi_{c}(d_{c})=p_{c}\varphi_{a}(d_{a})$$

$$\varphi_{a}(d_{a})=p_{a}\varphi_{a}(d_{a})$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

即ち $n+m-1$ 個の方程式を得る。是れを前の方程式と併すれば $n+m$ 個の方程式の組織を形作る。是れによつて、(T)……(P)……(K)(K′)(K″)……の n 個の供給方程式

$$o_{t}=f_{t}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$o_{p}=f_{p}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$o_{k}=f_{k}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$o_{k'}=f_{k'}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$o_{k''}=f_{k''}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

及び、(B)(C)(D)……に對する $m-1$ 個の需要方程式

$$d_{b}=f_{b}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$d_{c}=f_{c}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$d_{a}=f_{a}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

を得る。然るに(A)に對する需要は方程式

$$d_{a}=o_{t}p_{t}+\cdots\cdots+o_{p}p_{p}+\cdots\cdots+o_{k}p_{k}+o_{k'}p_{k'}+o_{k''}p_{k''}+\cdots\cdots$$
$$-[f_{e}(p_{t}\cdots\cdots p_{p}\cdots\cdots p_{k},\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_{b},\ p_{c},\ p_{a}\cdots\cdots i)+d_{b}p_{b}+d_{c}p_{c}+d_{a}p_{a}+\cdots\cdots]$$

によりて與へられる。同様にして、生產用役の他の總ての所有者に對して、生產用役の各個供給と各個需要との方程式及び生產物の各個需要の方程式が得られる。かくて、我々の導入した記法

に從へば、究極に於て、次の如き生產用役の總供給に關する n 個の方程式の組織

$$O_t=F_t(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$O_p=F_p(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

［2］

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$O_k=F_k(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

$$O_{k'}=F_{k'}(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

$$O_{k''}=F_{k''}(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

及び、次の如き、生產物の總需要に關する m 個の方程式の組織

$$D_b=F_b(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

$$D_c=F_c(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

［3］

$$D_d=F_d(p_t\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots p_b,\ p_c,\ p_d\cdots\cdots i)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$D_a=O_tp_t+\cdots\cdots+O_pp_p+\cdots\cdots+O_kp_k+O_{k'}p_{k'}+O_{k''}p_{k''}+\cdots\cdots$$
$$-(E+D_bp_b+D_cp_c+D_dp_d+\cdots\cdots)$$

が得られる。

今、$a_t,\ b_t,\ c_t,\ d_t\cdots\cdots k_t,\ k'_t,\ k''_t\cdots\cdots a_p,\ b_p,\ c_p,\ d_p\cdots\cdots k_p,\ k'_p,\ k''_p\cdots\cdots a_k,\ b_k,\ c_k,\ d_k\cdots\cdots k_k,\ k'_k,\ k''_k\cdots\cdots$ $a_{k'},\ b_{k'},\ c_{k'},\ d_{k'}\cdots\cdots k_{k'},\ k'_{k'},\ k''_{k'}\cdots\cdots a_{k''},\ b_{k''},\ c_{k''},\ d_{k''}\cdots\cdots k_{k''},\ k'_{k''},\ k''_{k''}\cdots\cdots$ は各生產物（A）（B）（C）（D）……及び、各新なる資本（K）（K′）（K″）……の一單位の生產に使用される生產用役（T）……（P）……（K）（K′）（K″）……の常に一定不變と假定された夫々の量であるとすれば、三つの方程式組織を得る。

$$a_tD_a+b_tD_b+c_tD_c+d_tD_d+\cdots\cdots+k_tD_k+k'_tD_{k'}+k''_tD_{k''}+\cdots\cdots=O_t$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$a_pD_a+b_pD_b+c_pD_c+d_pD_d+\cdots\cdots+k_pD_k+k'_pD_{k'}+k''_pD_{k''}+\cdots\cdots=O_p$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

［4］

$$a_kD_a+b_kD_b+c_kD_c+d_kD_d+\cdots\cdots+k_kD_k+k'_kD_{k'}+k''_kD_{k''}+\cdots\cdots=O_k$$

$$a_{k'}D_a+b_{k'}D_b+c_{k'}D_c+d_{k'}D_d+\cdots\cdots+k_{k'}D_k+k'_{k'}D_{k'}+k''_{k'}D_{k''}+\cdots\cdots=O_{k'}$$

$$a_{k'}D_a + b_{k'}D_b + c_{k'}D_c + d_{k'}D_d + \cdots + k_{k'}D_k + k'_{k'}D_{k'} + k''_{k'}D_{k''} + \cdots = O_{k'}$$

……………………………………

即ち、使用された生産用役の量は供給された量に相等しいことを表はす n 個の方程式、

及び

〔5〕

$$a_t p_t + \cdots + a_p p_p + \cdots + a_k p_k + a_{k'} p_{k'} + a_{k''} p_{k''} + \cdots = 1$$

$$b_t p_t + \cdots + b_p p_p + \cdots + b_k p_k + b_{k'} p_{k'} + b_{k''} p_{k''} + \cdots = p_b$$

$$c_t p_t + \cdots + c_p p_p + \cdots + c_k p_k + c_{k'} p_{k'} + c_{k''} p_{k''} + \cdots = p_c$$

$$d_t p_t + \cdots + d_p p_p + \cdots + d_k p_k + d_{k'} p_{k'} + d_{k''} p_{k''} + \cdots = p_d$$

……………………………………

即ち、生産物の賣値は其生産價格に相等しいことを表はす m 個の方程式、

及び、

〔6〕

$$k_t p_t + \cdots + k_p p_p + \cdots + k_k p_k + k_{k'} p_{k'} + k_{k''} p_{k''} + \cdots = p_k$$

$$k'_t p_t + \cdots + k'_p p_p + \cdots + k'_k p_k + k'_{k'} p_{k'} + k'_{k''} p_{k''} + \cdots = p_{k'}$$

$$k''_t p_t + \cdots + k''_p p_p + \cdots + k''_k p_k + k''_{k'} p_{k'} + k''_{k''} p_{k''} + \cdots = p_{k''}$$

……………………………………

即ち、新なる資本の賣値は其生産價格に相等しいことを表はす l 個の方程式を得る。

更に、方程式

〔7〕

$$P_k = \frac{p_k - (\mu_k + \nu_k)}{i}$$

$$P_{k'} = \frac{p_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i}$$

$$P_{k''} = \frac{p_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i}$$

……………………………………

即ち、總ての資本に就いて、純所得の利率の同一なることを表はす l 個の方程式を得る。

最後に、我々は、一方に於ては總ての存在する土地資本、人的資本、及び流動資本に加ふるに新なる資本と、他方に於ては、土地資本、人的資本、及び流動資本に加ふるに、消費以上の所得の總超過との間の價値の同一なる事を表はす方程式を有する。而して其方程式は、もし其超過を正と假定すれば次の如き方程式

〔8〕

$$D_k P_k + D_{k'} P_{k'} + D_{k''} P_{k''} + \cdots = E$$

即ち、新なる資本に對する總超過の交換方程式である。

それ故に、是れを顧みれば、總計 $2n+2m+2l+2$ 個の方程式を得る。是れは、$2n+2m+2l+1$ 個の未知數を正確に決定するために、$2n+2m+2l+1$ 個の方程式に減少され得る。是等の未知數とは、

(一)供給された生産的所得の總量、n 個

(二)是等の所得の價格、n 個

(三)需要された消費財の總量、m 個

(四)m 番目の財を以つて計れる是等 $m-1$ 個の財の價格、$m-1$ 個

(五)消費以上の所得の總超過額

(六)生産された新なる資本の量、l 個

(七)是等資本の價格、l 個

(八)純所得の利率

是れである。交換及び生産に於けるが如く、此處に於ても亦以上の理論的に組み立てられた問題が又、實地に市場に於て自由競爭の機構によつて解かれる問題に外ならぬ事を示すことが猶ほ殘

されてゐる。

第四節　資本化並に信用の方程式の解。純所得率の成立法則

前節末尾に於て述べた此考察の目的のために、我々は市場に赴くとし、其市場にては全く任意に、純所得の或る一定の利率 i、資本 D'_k, $D'_{k'}$, $D'_{k''}$……の生産すべき量 l 個、更らに、生産用役の價格 n 個が定まつてゐると假定する。前に生産の問題に對して與へた解と同樣の結果に達するためには自由競爭の機構に於ける試みを繰り返へして、夫等の最後の價格を、p'_t……p'_p……p'_k, $p'_{k'}$, $p'_{k''}$……なる値に變じ得る事を我々は既に知つた。方程式に由つて、生産物の生産費の m 個の値が是れを決定する。

$$1 = a_t p'_t + \cdots\cdots + a_p p'_p + \cdots\cdots + a_k p'_k + a_{k'} p'_{k'} + a_{k''} p'_{k''} + \cdots\cdots$$

$$p'_b = b_t p'_t + \cdots\cdots + b_p p'_p + \cdots\cdots + b_k p'_k + b_{k'} p'_{k'} + b_{k''} p'_{k''} + \cdots\cdots$$

$$p'_c = c_t p'_t + \cdots\cdots + c_p p'_p + \cdots\cdots + c_k p'_k + c_{k'} p'_{k'} + c_{k''} p'_{k''} + \cdots\cdots$$

$$p'_d = d_t p'_t + \cdots\cdots + d_p p'_p + \cdots\cdots + d_k p'_k + d_{k'} p'_{k'} + d_{k''} p'_{k''} + \cdots\cdots$$

……………………………………………

即ち、若し夫等生産用役の n 個の價格及び生産物の m 個の價格が與へられるならば、それより次の如き事が生ずる。

（一）消費以上の所得の總超過、

$$E'=F_e(p'_t\cdots\cdots p'_p\cdots\cdots p'_k,\ p'_{k'},\ p'_{k''}\cdots\cdots p'_b,\ p'_c,\ p'_d\cdots\cdots i')$$

（二）供給された生産用役の n 個の量、

$$O'_t=F_t(p'_t\cdots\cdots p'_p\cdots\cdots p'_k,\ p'_{k'},\ p'_{k''}\cdots\cdots p'_b,\ p'_c,\ p'_d\cdots\cdots i'),$$

……………………………………………

$$O'_p=F_p(p'_t\cdots\cdots p'_p\cdots\cdots p'_k,\ p'_{k'},\ p'_{k''}\cdots\cdots p'_b,\ p'_c,\ p'_d\cdots\cdots i')$$

……………………………………………

$$O'_k=F_k(p'_t\cdots\cdots p'_p\cdots\cdots p'_k,\ p'_{k'},\ p'_{k''}\cdots\cdots p'_b,\ p'_c,\ p'_d\cdots\cdots i')$$

……………………………………………

$$D'_a=O'_tp'_t+\cdots\cdots+O'_pp'_p+\cdots\cdots+O'_kp'_k+O'_{k'}p'_{k'}+O'_{k''}p'_{k''}+\cdots\cdots$$
$$-(E'+D'_bp'_b+D'_cp'_c+D_dp'_d+\cdots\cdots)$$

此超過、供給された量、及び需要された量は生産されつゝある新しき資本の任意の量と共に方程式、

$$a_tD'_a+b_tD'_b+c_tD'_c+d_tD'_d+\cdots\cdots+k_tD'_k+k'_tD'_{k'}+k''_tD'_{k''}+\cdots\cdots=O'_t$$

……………………………………………

$$a_pD'_a+b_pD'_b+c_pD'_c+d_pD'_d+\cdots\cdots+k_pD'_k+k'_pD'_{k'}+k''_pD'_{k''}\cdots\cdots=O'_p$$

……………………………………………

$$a_kD'_a+b_kD'_b+c_kD'_c+d_kD'_d\cdots\cdots+k_kD'_k+k'_kD'_{k'}+k''_kD'_{k''}+\cdots\cdots=O'_k$$
$$a_{k'}D'_a+b_{k'}D'_b+c_{k'}D'_c+d_{k'}D'_d+\cdots\cdots+k_{k'}D'_k+k'_{k'}D'_{k'}+k''_{k'}D'_{k''}+\cdots\cdots=O'_{k'}$$
$$a_{k''}D'_a+b_{k''}D'_b+c_{k''}D'_c+d_{k''}D'_d+\cdots\cdots+k_{k''}D'_k+k'_{k''}D'_{k'}+k''_{k''}D'_{k''}+\cdots\cdots=O'_{k''}$$

……………………………………………

を滿足する。

生産用役の價格の値 $P'_t\cdots\cdots p'_p\cdots\cdots p'_k,\ p'_{k'},\ p'_{k''}\cdots\cdots$ は生産物の生産價格の m 個の値の外に、尙、新なる資本の生産價格の l 個の値を決定する。

$$P'_k=k_tp'_t+\cdots\cdots+k_pp'_p+\cdots\cdots+k_kp'_k+k_{k'}p'_{k'}+k_{k''}p'_{k''}+\cdots\cdots$$

$$P'_{k'}=k'_{t'}p'_t+\cdots\cdots+k'_{p'}p'_p+\cdots\cdots+k'_{k'}p'_k+k'_{k'}p'_{k'}+k'_{k''}p'_{k''}+\cdots\cdots$$

$$P'_{k''}=k''_{t}p'_t+\cdots\cdots+k''_{p}p_p+\cdots\cdots+k''_{k}p'_k+k''_{k'}p'_{k'}+k''_{k''}p'_{k''}+\cdots\cdots$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

斯くて、方程式組織〔1〕、〔2〕〔3〕〔4〕〔5〕〔6〕の諸方程式が滿足される。而して猶殘されてゐる事は、若したま〳〵、

$$P'_k=\frac{p'_k-(\mu_k+\nu_k)}{i'}$$

$$P'_{k'}=\frac{p'_{k'}-(\mu_{k'}+\nu_{k'})}{i'}$$

$$P'_{k''}=\frac{p'_{k''}-(\mu_{k''}+\nu_{k''})}{i'}$$

であり、又、

$$D'_kP'_k+D'_{k'}P'_{k'}+D'_{k''}P'_{k''}+\cdots\cdots=E'$$

なる時に、問題が解かれる様に方程式組織〔7〕及び〔8〕の方程式が滿足される事である。然るに一般には、

$$P'_k\geqq\frac{p'_k-(\mu_k+\nu_k)}{i'}$$

$$P'_{k'}\geqq\frac{p'_{k'}-(\mu_{k'}+\nu_{k'})}{i'}$$

$$P'_{k''}\geqq\frac{p'_{k''}-(\mu_{k''}+\nu_{k''})}{i'}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

であり、又、

$$D'_kP'_k+D'_{k'}P'_{k'}+D'_{k''}P'_{k''}+\cdots\cdots\geqq E'$$

である。それ故に此の不等式を恒等式に導くには、任意に定められた量 i', D'_k, $D'_{k'}$, $D'_{k''}$……に應用さるべき近似法によつて爲される事となる。是れが特に我々の研究する問題の對象を爲すものである。

さて、所得の價格 $p'_k, p'_{k'}, p_{k''}$……に於て、新なる資本（K）（K'）（K''）……は價格

$$\Pi_k=\frac{p'_k-(\mu_k+\nu_k)}{i'}$$

$$\Pi_{k'}=\frac{p'_{k'}-(\mu_{k'}+\nu_{k'})}{i'}$$

$$\Pi_{k''}=\frac{p'_{k''}-(\mu_{k''}+\nu_{k''})}{i'}$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

にて賣られる。換言すれば、若し資本市場に存在せる資本が資本家或は企業家によつて需要されたと假定する時は、資本市場に存在せる資本の賣値にて賣られる。何んとなれば、もし其賣値が騰貴するならば、蓄積を處理しつゝある資本家にとつては、新なる資本よりは、既に存在して居る資本（K）（K′）（K″）……を買ふことが有利であり、又、生産物の企業家にとつては、新なる資本を買ふためには利率 i にて貨幣資本を借入れるよりは賃貸價格、p'_k, $p'_{k'}$, $p'_{k''}$……にて既に存在せる資本を借入れる方が有利である。次に、新なる資本の企業家は彼等の新なる資本をば引下げたる價格にて提供する事を要する。又、逆に、もしそれらの賣値が下落するならば、既に存在せる資本、（K）（K′）（K″）……を所有する資本家にとりては、新なる資本を買入れるために、是等の資本を賣るのが有利である。又、生産物の企業家にとりては、存在せる資本を賃借價格 p'_k, $p'_{k'}$, $p'_{k''}$……にて借入れるよりは、新なる資本を買入れるために、利率 i にて貨幣資本を借入れる方が有利である。それ故に、夫等の資本家及び生産物の企業者は新なる資本をば騰貴する價格に於て求める様になる。故に、$p'_k, p'_{k'}, p'_{k''}$……が新なる資本の生産價格である如く、Π_k, $\Pi_{k'}$, $\Pi_{k''}$……はその賣値である。然るに、一般には、賣値と生産價格とは相等しくない故に、新なる資本の企業家はその差額、

$$D'_k(\Pi_k-P'_k),\quad D'_{k'}(\Pi_{k'}-P'_{k'}),\quad D'_{k''}(\Pi_{k''}-P'_{k''})\ldots\ldots$$

にて表はされる利潤或は損失を得る。

前に生産物の賣値と生産價格との不等に就て論じた如く、量、D'_k, $D'_{k'}$, $D'_{k''}$……の變化によつて、如何にして價格、Π_k と P_k、$\Pi_{k'}$ と $P_{k'}$、$\Pi_{k''}$ と $P_{k''}$……とを相等しくする事が出來るかと云ふ事は直接には解らない。それは、是等の賣値及び生産價格函數が生産された新なる資本の量であると云ふことを直接に注意しないに由るものである。然し乍ら事情を明らかにするのは容易である。

今、前節に述べたやうに資本化の方程式の種々の組織を振りかへつて見る。方程式組織〔5〕の方程式によつて與へられる p_b, p_c, p_d……の値を組織〔1〕〔2〕〔3〕の方程式に代入し、次に、組織〔2〕〔3〕の方程式によりて與へられる O_t……O_p……O_k, $O_{k'}$, $O_{k''}$……及び、D_a, D_b, D_c, D_d……の値を此の形にて、組織〔4〕の方程式に導入すると假定すれば、然る時は此方程式組織は、$n+l+1$ 個の未知數の下に、n 個の方程式より成る一組織を形作る。$n+l+1$ 個の未知數とは、生産用役の價格 p_t……p_p……p_k, $p_{k'}$, $p_{k''}$…… n 個、生産さるべき新なる資本 D_k, $D_{k'}$, $D_{k''}$……の量 l 個、及び純所得の利率 i である。我々は此の後の $l+1$ 個の量を與へられたものとし、初めの n 個

のみを未知數と考へ、而して順次にそれらの（$n-1$）個の未知數を消去すれば、最後に、生產用役の價格を、生產さるべき新なる資本の量と純所得利率との函數として與へる次の如き n 個の方程式が得られる。

$$p_l = F_l(D_k,\ D_{k'},\ D_{k''}\cdots\cdots i)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$p_p = F_p(D_k,\ D_{k'},\ D_{k''}\cdots\cdots i)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$p_k = F_k(D_k,\ D_{k'},\ D_{k''}\cdots\cdots i)$$
$$p_{k'} = F_{k'}(D_k,\ D_{k'},\ D_{k''}\cdots\cdots i)$$
$$p_{k''} = F_{k''}(D_k,\ D_{k'},\ D_{k''}\cdots\cdots i)$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

而して是等の方程式によりて與へられる $p_l\cdots\cdots p_p\cdots\cdots p_k,\ p_{k'},\ p_{k''}\cdots\cdots$ の値を組織〔6〕及び〔7〕の方程式に代入すれば、結局に於て、各々 l 個の方程式より成る二つの方程式組織を得る。其の一つは生產價格を與へ、他の一つは生產さるべき新なる資本の量と、純所得の利率との函數としての賣値を與へる。

我々は函數 $F_l\cdots\cdots F_p\cdots\cdots F_k,\ F_{k'},\ F_{k''}\cdots\cdots$ に就ては關知しないが、前に述べた如く、生產用役の價格變動の法則によつて、もし不等式

$$k_l p_l' + \cdots\cdots + k_p p_p' + \cdots\cdots + k_k p_k' + k_{k'} p_{k'}' + k_{k''} p_{k''} + \cdots\cdots \gtreqless \frac{p_k' - (\mu_k + \nu_k)}{i'}$$
$$k_l' p_l' + \cdots\cdots + k_p' p_p' + \cdots\cdots + k_k' p_k' + k_{k'}' p_{k'}' + k_{k''}' p_{k''}' + \cdots\cdots \gtreqless \frac{p_{k'}' - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'}$$
$$k_l'' p_l' + \cdots\cdots + k_p'' p_p' + \cdots\cdots + k_k'' p_k' + k_{k'}'' p_{k'}' + k_{k''}'' p_{k''}' + \cdots\cdots \gtreqless \frac{p_{k''}' - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

が與へられ、又、量 D_k が增加或は減少する時は、他方に於ても亦、資本（K）の生產に使用される總ての生產用役の價格は增加或は減少する。即ち第一の不等式の左邊によつて表はされる資本の生產價格が騰貴或は下落するに對し、右邊に於ては、生產的所得（K）の價格は著しく減少或は增加する。即ち、此の資本の賣値は著しく下落或は騰貴することが明らかである。それ故に不等式の左邊は生產された資本（K）の量の遞增的函數であり、右邊は其の遞減的函數である。從つて、例へば、$P_k' > \Pi_k$ と假定せば、D_k' の減少によつて P_k' を減少し、Π_k を增加すること

が出來る。又、逆に、もし $P'_k < \Pi_k$ と假定せば、D'_k の増加によつて、P'_k を増加し、Π_k を減少する事が出來る。同様に、もし、$P'_{k'} \geqq \Pi_{k'}$ ならば、D'_k の増加或は減少によつて $P'_{k'}$ を減少或は増加し、$\Pi_{k'}$ を増加或は減少する事が出來る。同様に、もし、$P'_{k''} \geqq \Pi_{k''}$ ならば、$D'_{k''}$ の減少或は増加によつて $P'_{k''}$ を減少或は増加し、$\Pi_{k''}$ を増加或は減少する事が出來る。如何なる近似法を用ゆればよいか、又、此の近似法を前述の特定の量 D'_k ; $D'_{k'}$, $D'_{k''}$…… に結び合はせて、方程式組織〔1〕〔2〕〔3〕〔4〕〔5〕〔6〕の方程式と同じく組織〔7〕の方程式が充される様に、

$$k_1 p''_1 + \cdots\cdots + k_p p''_p + \cdots\cdots + k_k p''_k + k_{k'} p''_{k'} + k_{k''} p''_{k''} + \cdots\cdots = \frac{p''_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'}$$

$$k'_1 p''_1 + \cdots\cdots + k'_p p''_p + \cdots\cdots + k'_k p''_k + k'_{k'} p''_{k'} + k'_{k''} p''_{k''} + \cdots\cdots = \frac{p''_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'}$$

$$k''_1 p''_1 + \cdots\cdots + k''_p p''_p + \cdots\cdots + k''_k p''_k + k''_{k'} p''_{k'} + k''_{k''} p''_{k''} + \cdots\cdots = \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'}$$

……………………………………………………

なることが如何にして得られるかゞ直ちに解る。然るに此の近似法は現に市場に於て實際に行はれて居るものであつて、あだかも自由競爭を假定する其方法に外ならぬものである。新なる資本の企業家は、生產物の企業家と同じ様に、利潤が得られるか或は損失を蒙るかに從つて、企業に向つて輻輳し來り、或はそれより退散する。それ故に、既に述べたる近似法は初めの七個の資本化方程式より成る方程式組織の解を與へる。而して殘るは唯最後の組織の方程式を解く事だけである。

さて、若し

$$D''_k P''_k + D''_{k'} P''_{k'} + D''_{k''} P''_{k''} + \cdots\cdots = E''$$

であるならば、我々の問題は完全に解かれるのであるが、一般には

$$D''_k P''_k + D''_{k'} P''_{k'} + D''_{k''} P''_{k''} + \cdots\cdots \geqq E''$$

である。故に、此處では、任意に決定された量 i' に近似法を應用して、此の不等式を恒等式に導くを要する。

我々は結局に於て、不等式を

$$D'_k \frac{p''_k - (\mu_k + \nu_k)}{i'} + D'_{k'} \frac{p''_{k'} - (\mu_{k'} + \nu_{k'})}{i'} + D'_{k''} \frac{p''_{k''} - (\mu_{k''} + \nu_{k''})}{i'} + \cdots\cdots$$
$$\geqq F_e(p''_1 \cdots\cdots p''_p \cdots\cdots p''_k,\ p''_{k'},\ p''_{k''} \cdots\cdots p''_b,\ p''_c,\ p''_d \cdots\cdots i')$$

なる形に書く事が出來る。此の不等式の左邊は存在せる資本、(K)(K′)(K″)……を賃借すると同じく貨幣資本を喜んで借入れる生產物の企業家側の貨幣資本の需要を表はす。此の需要は明らか

に i に關する遞減的函數である。右邊は消費以上の超過所得の貸手側の貨幣資本の供給を表はす。此處に於て、我々は、函數 F_e を知らずとも、F_e は i に關する遞增的函數なる事を知る。此の事が確かであるならば、左右兩邊を等しからしめるには、貨幣資本の需要が供給よりも大なる場合には、純所得の利率の昂騰を要し、又、反對に、供給が需要よりも大なる場合には、純所得の利率の低落を要することが知られる。此の事は正確に、資本市場に於て起る。

それ故に、——多くの生產用役が與へられ、其價格にて、消費以上の所得の資本化し得る超過を擧げることが可能であり、又、其種々なる消費財及び新なる資本との交換が、或る價値標準の導入の下に起るならば、それより資本市場の均衡或はすべての新なる資本の定まつた價格が成立つ爲には、(一)それらの新なる資本の賣値は其生產價格に等しいこと、(二)此價格より生ずる純所得の利率に於て、貨幣資本の需要は其供給に等しいこと、が必要にして且つ充分な條件である。是の二重の均等が成立せざる場合には、第一の均等の成立するためには其賣値が生產價格を超過する新なる資本の量の減少するを要し、又、第二の均等の成立するためには、もし貨幣資本の需要が其供給よりも大なる時には、純所得の利率の昂騰を要し、もし貨幣資本の供給が其需要よりも大なる時には純所得の利率の低落を要する。

新なる資本も畢竟、生產物に外ならず、從つて新なる資本に關する條件は生產費の根本法則に支配される故に、此考察の主要結論として、純所得の利率の決定は需要供給の法則に從ふと云ふ結論を得る。此處に資本化の問題の解が存する。一と度び此利率が決定されるならば、土地及び人的能力の價格は此法則に從つて資本市場に於て定まる。即ち、土地の價格は方程式

$$P_t=\frac{p_t}{i},\quad P_{t'}=\frac{p_{t'}}{i},\quad P_{t''}=\frac{p_{t''}}{i}\cdots\cdots$$

によつて定まり、又、人的能力の價格は、方程式

$$P_p=\frac{p_p-(\mu_p+\nu_p)}{i},\quad P_{p'}=\frac{p_{p'}-(\mu_{p'}+\nu_{p'})}{i},\quad P_{p''}=\frac{p_{p''}-(\mu_{p''}+\nu_{p''})}{i}\cdots\cdots$$

によつて定まる。

第五節　資本化並に信用の分析的定義。經濟的進步の條件

消費以上の所得の超過による新なる資本の獲得の範圍内に於ける自由競爭は、何れの點よりするも、既に述べた資本化方程式の解に到達する道行きとして現はれる故に、次の如く云ひ得る。自由競爭の支配する一市場に於ける、信用による蓄積の資本化とは、その市場のすべての生產

用役に對して唯一つの純所得利率が存在するのみと云ふ條件の範圍内に於て、出來得る限り最大の慾望滿足を與へるために、消費以上の所得の超過が特有の性質並に數量の新なる資本に轉化する操作である。

生產物市場に於ける生產物に對しても亦、生產用役市場に於ける生產用役、並に貨幣資本市場に於ける貨幣資本に對する如く、一方に於ては極大滿足、他方に於ては價格の單一がその二重の條件である。此條件に基いて經濟的利益の世界が自ら秩序立たんとすることは、あだかも、天體運動の世界が、質量に正比例し、距離の自乘に反比例する引力を二重の條件として、その上に自ら秩序を整へるが如くである。

彼我共に同じやうに、二つの線より成る一公式が全科學を包括し、無數の量の特有なる各個現象に就ての說明を與へるのである。

市場の一般的均衡狀態に於ける稀少性も價値も、比例性原則及需要の變化より生ずるか、さもなければ生產物或は生產用役の存在量の變化より生ずる稀少性の變化に基く均衡價格の變化法則が、資本化方程式の解の前後、何れの場合にも同樣に存續することは云ふ迄もない。然し、かの方程式を立てるに當りて顧みた土地の數量の不可增性の事實と、蓄積し、資本化する一社會の範圍內に於ける人及び資本の可增性とは合して、經濟的財に關する此の數學的理論の概說を結ぶに當り最も重要な若干の法則を公式化するやうに猶ほ論じ殘されてゐる極めて重要な推論を有してゐる。是等の法則とは、或る進步しつゝある社會に於ける價格の變化法則である。

我々は、是れまでの考察に於て、生產係數

$$a_t, b_t, c_t, d_t \cdots\cdots k_t, k'_t, k''_t \cdots\cdots a_p, b_p, c_p, d_p \cdots\cdots k_p, k'_p, k''_p \cdots\cdots$$

$$a_k, b_k, c_k, d_k \cdots\cdots k_k, k'_k, k''_k \cdots\cdots a_{k'}, b_{k'}, c_{k'}, d_{k'} \cdots\cdots k_{k'}, k'_{k'}, k''_{k'} \cdots\cdots$$

$$a_{k''}, b_{k''}, c_{k''}, d_{k''} \cdots\cdots k_{k''}, k'_{k''}, k''_{k''} \cdots\cdots$$

を看過して來た。即ち、各生產物（A）（B）（C）（D）……の一單位及び各新資本（K）（K′）（K″）……の一單位の生產に用ひられる生產用役（T）……（P）……（K）（K′）（K″）……の夫々の數量を看過した。我々は、是等の量がアプリオリでない理由を述べ、然かも何故に暫くの間アプリオリとして定まつてゐると許したかを說明した。然し乍ら、事實に於て、是等の量は其値に鑑みるも、又、其性質に鑑みるも、アプリオリとして定まつたものではない。此の事情が決定を與へ、重要なる意義を有するものである。

もし、（A）（B）（C）（D）……（K）（K′）（K″）の一單位を生產するために、（T）なる種類の、

常に一定不變なる量の地代が必要であるならば、是等の生産物及び新なる資本の増殖は此の(T)なる種類の土地の生産費Q_iによりて全く制限されるであらう。もし例へば、一ヘクトリットルの小麥を生産するために、一ヘクタアの土地の年々の地代の十分の一が常に必要であるならば、換言すれば、もし一ヘクタアの土地が年々小麥一〇ヘクトリットル以上を生産することが出來ないならば、然る時は、小麥の増加は耕作し得る土地の存在量によつて全く制限される。然るに實際の事情が左樣でないことを何人も知つてゐる。輪作組織に基く休閑の補充に依り、施肥、耕耘機の使用により、一ヘクタアの土地は年々更に多くの小麥を生産することが出來る。而して一般に云へば、生産物及び新なる資本の生産に當りては、次第に大なる量の資本利用を投下する條件の下に、次第に少なき量の土地地代が消費される。此處に進歩の可能が存する。

經濟的進歩は増殖しつゝある人口に於ける生産物の稀少性の減少、或は最後に充足される慾望の强度の減少の中にのみ存在し得る。それ故に、進歩は生産物の増加が可能であるか、或は不可能であるかに從つて、可能であり、或は不可能である。若し、生産物の増加がある一定の限度に於てのみ可能であるならば、進歩も亦、ある一定の限度に於てのみ可能である。稀少性は、もし人口が同一であるならば、ある一定の點まで減少する事が出來る。或は、もし稀少性が同一であるならば、人口はある一定の點まで増加する事が出來る。或は又、もし人口そのものがある一定の點まで増加するならば、稀少性はある一定の點まで減少し得る。若し、生産物の増加が無限であり得るならば、進歩も亦、無限に可能である。然し乍ら、生産物の無限の増加は、生産に於ける資本利用による土地地代の完全なる補充が決して行はれないとするも、益々著しい補充の可能性に基いて、可能である。それは二つの場合に區別される。生産係數の値が地代の使用の減少及び資本利用の増加によりてのみ變化する場合。是れを我々は、經濟的進歩、蓄積によりて招致されたる進歩と稱する。次に又、生産係數そのものゝ性質が特定の生産用役の導入及び特定の他の生産用役の消滅によりて變化する場合。是れを我々は技術的進歩、科學によりて招致されたる進歩と呼ぶ。實際には進歩の是等兩形式は協働するものであるが、此處では前者のみを考察するために後者を看過する。加ふるに、資本利用の投下が可能なる以前に、先づ蓄積によりて資本が創り出されねばならぬ事が明らかである。それ故に次の命題を得る。――人口數の増加の下に於て生産物の稀少性の減少の中に存在する經濟的進歩は、土地の量の増加せざるに拘らず、資本の量の増加が人口數の増加に先行し、是れを超ゆると云ふ本質的條件の下に、資本の量の増加に負ふて可能である。此處に、人口及び食糧に關するマルサスの多々論爭されたる理論を訂正すべき理

由が存する。

第六節　進歩しつゝある社會に於ける價格の變化法則

生産物の價格は進歩しつゝある社會に於て騰貴するか、或は下落するかと云ふ問題に關して從來多く論爭されたが、何等の重要にして且つ究極の結論に達せられなかつた。我々は此問題に對して、進歩しつゝある社會に於て、必然的に減少するのは稀少性であると答へざるを得ない。或る生産物の稀少性と價値標準として働く生産物の稀少性との比なる價格は、價値標準の生産物を除ける他の總ての生産物の稀少性が減少すると同時に、價値標準として働ける生産物の稀少性も亦それと比例して減少するならば、價格は變化しない事が出來る。而して、此の事を想像してはならぬ理由は何等存しない。價格は價値標準として働く生産物の稀少性が變化しない時に下落し得るのみである。それ故に、價値標準として働く生産物の稀少性が一定不變であると云ふ假定の下にのみ、生産物の價格は進歩しつゝある社會に於て下落すると云ふ事が出來る。J. B. Say は、是れを證明し得ないがと斷り乍ら、此命題を述べてゐる。他の多くの場合に於けるが如く、此場合にも、彼の優れた洞察は彼を非常に正しく導いたのであつたが惜むらくは、唯だ深く探求する方法を缺いてゐる。何んとなれば此處に云々されてゐる問題の證明は、全く、價格の成立及び變化の現象の完全なる數學的分析に基づくものであるからである。

我々は既に生産物の價格に關して必要なる考察を終つたから、是れより生産用役の價格に移る。考察を本論外に渉らせぬため、又、進歩の作用をば從前の如く總て其他同一の關係の下に考察するために、或る一定の效用曲線或は需要曲線を有する人々より成る或る一定の人數が生産用役、即ち、土地、人的能力及び資本の或る一定數量を所有して居り、又、その人數が、ある與へられたる期間に、進歩によつて二倍となるが如き或る社會を假想しやう。前の社會に對し、總ての點に於て同一なる後の社會が全々一致する場合には、生産用役の價格は生産物の價格と同じく變化しない事が明らかである。然し乍ら斯る假定は進歩に關する經驗的知識と一致しない。我々は寧ろ、前の古き社會の內の一人は、或る一定の時を經過したる後に、新なる社會內にては二人となると假定し、又、是等のものは生産及び交換の成就以前に、

(一)元と同じ效用曲線或は需要曲線

(二)元と同じ土地の半分

(三)元と同じ人的勞力の等量

(四)元と同じ資本の比較的により大なる量

を處分したと假想しなければならぬ。此の事は、土地及び地代の同一量並に人的能力及び勞働の二倍の量を以って各生産物の少くとも二倍の量を生産するためには企業家に許さるべき必要の事である。

斯くて、古き社會の各員は新なる社會の成員二人によつて交代される。彼等は生産及び交換の成就後に

(一)元と同じ地代の半分

(二)元と同じ勞働の等量

(三)元と同じ利用收益の比較的により大なる量

(四)元と同じ生産物の少くとも等量

を直接に消費しなければならぬであらう。

是等の條件の下に於て新なる社會の市場の一般的均衡は古き社會に於けると同じ價格にては持續しない。直接に消費される地代と直接に消費される資本利用收益との稀少性が、價値標準として働ける生産物の稀少性に對する比は是等地代及び資本利用收益の價格、即ち小作料及び利子よりも一部分は大であり、一部分は小である事が明白である。速かに、直接に消費され得る地代に對する需要、直接に消費され得る資本利用收益の供給、從つて小作料の昂騰、利子の低落が現はれて來る。此の事に疑ひはない。然し、地代の價格の騰貴及び資本利用收益の價格の下落が充分に落ついたと我々の考へる時に、猶ほ若し一般的均衡が成立して居ないならば、それは成立の途中にあるものであると云ふ事を示すのは容易である。

小作料が上り、利子が下るならば、直接に消費し得る地代及び資本利用收益に關して、ほゞ、極大滿足が現はれる。更に、直接に消費される勞働に關して極大滿足が現はれる。それ故に、生産用役の價格に關して均衡が存續する。或はほゞ、均衡に近い。

企業家は生産者として、より高い小作料を支拂ふが、然し、生産物の生産に要する地代は少い。彼等はより低い利子を支拂ふが、然し生産物の生産には、より多くの資本利用收益を要する。それ故に、生産價格は殆んど同一で、賣値と一致するか或はこれより僅かに低い。

消費者としての、地主、勞働者、及び資本家は地代を賣る事は少ないが、然し、是れをより高き價格にて賣る。彼等は多くの資本利用收益を賣るが、然しそれを低き價格にて賣る。それ故に彼等は殆んど同じ所得を有し、而して、生産價格に相等しき同一の賣値にて少くとも同一生産物

の同一數量を獲得する事が出來るか、或はそれにほゞ近い數量を得る。

又、終りに、生産物の極めて僅か減少せる稀少性と、價値標準として働ける生産物の同じく極めて僅か減少せる稀少性との種々なる比は、常にその賣値に相等しい故に、生産物に關してはほゞ極大滿足が存在し、又此の生産物の價格に關しては均衡が成り立つか、或はほゞ均衡に近い。

以上の説明は我々をして次の如き命題を述べしめるに充分である。進歩しつゝある社會に於て勞働の價格或は賃銀が著しく變化しないならば、地代の價格或は小作料は著しく昂騰し、又、資本利用收益の價格或は利子は著しく低落する。

資本は生産物である。此の理由から、生産價格に相等しき其賣値は資本利用收益の價格或は利子が著しく低落するも變化しないと云ふ事を考へるならば、然る時は、「進歩しつゝある社會に於ては純所得の利率は著しく低落する」ことが認められる。

それ故に、純所得の利率は資本の價格に對する純粹利子の比を以つて與へられる。一と度び此の純所得の利率が見出されるならば、それを以つて純賃銀及び小作料を除して、人的能力及び土地の價格が見出される。賃銀は著しくは變化しないが、小作料が著しく昂騰する時は、――若し、進歩しつゝある社會に於て資本の價格が變化しないならば、人的能力の價格は純所得の利率の低落に從つて昂騰し、又、土地の價格は同時に純所得の利率の低落及び小作料の昂騰に從つて騰貴する。

生産用役の價格決定に關する我々の理論中に含まれてゐる小作料、賃銀、及び利子の三理論が何處まで近代の理論と一致するか、或は背馳するかを此處に示さうとは考へない。唯、地代の理論或は小作料の理論に關して望む處は、我々の理論に於ては、ある社會に於ける地代の値をば、それを發展せしめると同じ原因より發生すると考へ、又、それを發生せしめたと同じ原因より發展すると考へた事に注意を喚起することである。此の價格なるものは常に稀少性に正比例する。即ち、最後に充足された慾望の強度、直接に消費された地代の強度に常に正比例する。狩獵、漁獲、或は遊牧の生活よりやうやく新に農耕に移り行つた社會にありては、各人は啻に農耕のため許りではなく、猶ほ、住家を建て庭園を設けるための需要に從つて土地及び地代を生ずる。稀少性、從つて地代の價格及び土地の價格は未だ零である。是れに反し、工業及び商業に移り行ける社會にありては、人は數階建の家屋に住み、森林及び庭園は日々益々消滅して行く。稀少性、從つて地代の交換價値及び土地の交換價値が現はれる。若し、我々が農業生産物或は其他の生産物を買はぬならば、我々は何等の地代を支拂はぬものであると云ふことを證明しやうと志す經濟學

者は、先づ我々は住家及び庭園のために土地を無制限に持つてゐること、然かもそれはアフリカやアメリカの砂漠ではなく、我々の住居しなければならぬ其の場所に有して居ると云ふ事を證明しなければならぬ。然かも彼等は此の證明を與へず、又、與へる事も絶えてないであらう。資本及び人口の發展と共に地代の價値及び土地の價値の絶えざる著しき增加は經濟的進步の眞の特性であると云ふことは眞理であり、又、純理經濟學が此の眞理を覆し得ざるものと說く事によつて、他の關係に於て應用經濟學よりも少なからず國民經濟の理論を明らかにすると云ふことも亦眞理である。

結論

代數的分析の法式にて表はされた以上の四章は國民經濟學の一體系を包攝してゐる。其の體系の二つの主要部分は、第一章第三節の中に與へた、交換の事實に於ける自由競爭の機構の說明、(需要と供給、騰貴と下落、市場價格或は均衡價格)及び、第三章第一節、第二節にて與へた、生產の事實に於ける自由競爭の機構の說明(土地と地代、人と勞働、資本と利用收益、地主、勞働者、資本家、企業者、利潤、損失、生產價格と賣値との均等)である。我々は、是等の根本的考察によつて、

(一)地主、勞働者、資本家の側からは、土地地代、人の勞働、及び資本利用收益が、低落しつつある價格にて供給され、又、企業家の側からは騰貴しつゝある價格にて需要される生產用役の市場。

(二)企業家に對しては消費に供し得る所得、及び新なる資本が、低落しつゝある價格にて供給され、地主、勞働者及び資本家の側からは騰貴しつゝある價格にて需要される生產物の市場。

(三)資本家の側からは、貨幣資本が、低落しつゝある價格にて供給され、又、企業家の側からは騰貴しつゝある價格にて需要される資本の市場等を得る。

更に又、我々は、

(一)生産用役の價格、或は小作料、賃銀及び利子。

(二)生産物の價格。

(三)純所得の利率、從つて、土地、人及び資本の價格。

を得る。

企業家にとりては、生産用役の需要及び生産物の供給は利潤及び損失の商量により決定される。地主、勞働者及び資本家にとりては生産用役の供給及び生産物の需要は極大滿足の商量によりて定められる。

多くの人は、既に起つたやうに、それ自體既に簡單にて充分に明瞭なる說明方法を、更に數學的形式で表はすことは、一體、必要であるか否か、又、それが有益であるよりも先づ以つて有害ではないか否かを恐らく問ふであらう。此の質疑に對して次の如く答へる。

抑々理論を構成すると云ふ事は一つの事柄であり其の理論を證明すると云ふ事は又他の事柄に屬する。我々は常々、根本的には何等證明されて居らぬ所謂論證なるものが經濟學中に與へられ、又、夫等の證明が信じられてゐるのをよく知つてゐる。然かもあだかも此の理由で、我々は是れまで主張を拘束されてゐた事柄を證明し得ない間は、經濟學は眞の科學ではないと信ずる。然るに、測り得る量たる商品の價格、即ち、それらの商品と交換し得られる價値標準の商品の量は事實に於て、或る一定の與件、或は條件より導かれると云ふことを證明するために、(一)それらの與件或は條件により、其數に於て未知數の數と全く相同じく、求められる量をその根とする諸方程式の一組織を立て、又、(二)實際の現象の連絡が諸方程式組織の經驗的解を形作ることを證明するのは、我々の考へに從へば全く許されない。我々は此のことを順次、交換、生産、及び資本化に對して行つた。又、數學的用語及び方法の應用は、事實を分析し、それによつて自由競爭の原理を確めるために、獨り市場價格或は均衡價格の成立法則のみならず是等價格の變化法則をも亦證明することを得せしめたのである。疑ひもなく、或る體系の說明と、推論による其體系の確證とは二つの異れる事柄である。我々の內、Newton の「自然哲學の數學的原理」或は、Laplace の「天體力學」を解し得るものは僅かである。然し乍ら、我々すべては、天體現象の世界に就て論じられた我々のための記述をば、專門家の判斷に信頼して眞と考へる。然るに是れと同樣に我

我は何故に自由競爭の原理に依れる經濟現象界に關する記述を眞と考へてはならないのか。人は、體系の證明が與へられた時に、それを等閑に附するも妨げない。又、應用經濟學或は實際經濟の問題の研究に利用するために其證明から種々の主張を固持することも亦何等妨げない。然し乍ら、我々に於ては、經濟學の眞の科學的理論を此處に概說しやうとする課題を果すためには種々の主張と相並んで、その科學的論證をも與へなければならなかつたのである。

レオン・ワルラアスの生涯

Marie Esprit Léon Walras は一八三四年十二月十六日北佛蘭西 Eure 縣 Evreux に生れた。父は南佛 Montpellier 生れで當時、エヴルー中學（Collège d'Evreux）の修辭學教授 Antoine Auguste Walras（1801—1866）であり、母は Evreux 生れの Louise Aline de Sainte-Beuve である。從つて、レオン・ワルラアスは未だ資本家的重商主義の中に衰退しなかつた以前には第十九世紀初頭の榮譽と考へられた、明るい、自由な、篤實な智識的中產階級の出であつた。

レオン・ワルラアスの祖父は Eure 縣の Chartres に於ける公證人であつた。此祖父からワルラアスが享け嗣いだ貴重な遺產である道德的誠實を偲ばせる次の樣な物語りがある。それは革命時代の事であつたと云ふ。ワルラアスの祖父は或る日重い袋を背負ふた一人の貴族が彼の公證役場に入つて來るのを見た。「公證人さん、此處に私の財產があります。これを私の戾つて來るまで、あなたにお預けします。然し疑はれないためにどうぞ帳簿へ預入れの印しをしないで置いて下さい。」と貴族が云つた。袋は戶棚の中へ仕納はれた。月が經ち、年が過ぎた。そして二十五年經つ

て此の Chartres の公證人は、コブレンツから歸つて來たかの亡命貴族が彼の役場に入つて來るのを見た。貴族は彼の預け物を請求した。公證人は驚き且つそれを拒んだ。貴族は熱心に繰りかへして云つた「思出して下さい。私はあなたの處へ袋を持つて來ました。それを、あなたはそこの戸棚に仕納はれたのです。」そこで公證人は素直に立ち上つた。「あなたが其處へ預けられたのなら、そこになければならん。」袋は實際に、元のまゝあつた。困亂と不正な金儲の二十五年の間此の公證人は財寶の傍に暮し乍ら、その時までそれを忘れてゐたのであつた。

ワルラアスの父 Antoine Auguste Walras も亦よく此の傳統をその全生涯に保つた。レオン・ワルラアスが敬虔に物語る處に據れば誠實と高貴との典型であつた。父ワルラアスは一八一〇年に南佛蘭西地中海に近き Montpellier に於て生れた。如何なる事情で Chartres から、Montpellier へ一家が移つたかは詳らかでないが、巴里に近い Chartres の生活が、革命時代の擾亂のため禍されることの多いのを一時避るためではなかつたらうか。レオンの祖父と亡命貴族との挿話にある二十五年と云ふ年數に信を置けば、次のやうな事情になるのではなからうか。假りに事の起りが一七八九年佛蘭西革命の頃であつたとすれば、それから二十五年後は、一八一四年でナポレオンが讓位して、ルイ十八世が王位に即き、第一次巴里和約の成つた年である。そうだとすれば一八〇一年に生れたアウギュストは此の時既に十三歳に達してゐた筈である。然してアウギュストの父は、又 Chartres に歸つてゐたことになる。從つて、アウギュストは此處で師範學校 (Ecole normale) の教育を受けたのであらう。

アウギュストに傳つた氣高い不羈の精神は既にその青年時代から現はれる機會を得た。彼は一八二二年に師範學校 (Ecole normale) に入學し其處で學士の稱號を得て卒業した。彼は司祭によつて監督されてゐる Collège(公立中學校)に régent(中學教員) として、先づ南佛蘭西の Valence へ、次いで同じく、Saint-Etinne へ遣られた。監督の司祭は彼に懺悔證を要求したが彼はそれをきつぱり斷つたと云ふ逸話がある。一八三〇年七月革命の後彼は再び大學に入り、翌一八三一年にエヴルー中學 (Collège d'Evreux) の修辭學教授に任命された。此頃彼は經濟學者、特にサン・シモン主義者との交友が繁く、その赴任後間もなく、"De la nature de la richesse et de l'origine de la valeur", Paris 1831, を出版した。後年其子レオンワルラアスが自己の價値理論の最初の要因を見出したと云ふのは實に父の此の著書に於てゞあつた。一八三三年にはアウギュストは經濟學の講義を始めた。その開講々演は "De la connexité des connaissance humaines et des progrès scientifique, en général, et en particulier de l'influence que l'étude de l'économie politique est appelée à exercer sur l'avancement des sciences morales et historique", Evreux 1833. として公にされた。又同年に校長となつた。彼がこの Evreux 生れの Louise-Aline de Sainte-Beuve(註)と結婚したのは恐らく此の頃かと推察される。

（註） Louise-Aline de Sainte-Beuve はアウギュストと同時代の文豪 Charles Augustin de Sainte-Beuve (1613—1677) 家とは關係がない。文豪サント・ブウブの父は Picardy に生れ Boulogne に住居し、その地の入市稅の管理人であつた。彼は一八〇四年五十二歳を以つて結婚し、同年一子アウギュスタンの生れる前に歿した。即ち、アウギュスタンは一八〇四年十二月二十三日に遺子 (l'enfant posthume) として生れた。母は Boulogne の海員を父とし、英國婦人を母としてゐた。從つて血緣がないと思はれる。猶ほ一六一三年巴里に生れ、一六七七年巴里に歿した神學者に Jacques de Sainte-Beuve がある。彼は一六二八年 Sorbonne にてドクトルを得、一六四二年 Théologie royal au collége de France の教授となつた。彼の弟 Jérôme de Sainte-Beuve (1626—1711) は Saint-Jean-de Montauriol の修道院長であつた。此の Sainte-Beuve 家と何等かの關係でもあらうか、筆者の未だ詳らかになし得ない所である。

一八三四年十二月十六日に Evreux の此の新進氣鋭の經濟學者の家庭に、レオンが生れた。一八三五年には父ワルラアスは巴里の Athenée（當時の官公立中學校、現在の lycée に當る）の經濟學教授として巴里に赴いた。翌一八三六年、彼は哲學教授撰拔試驗準備のために、Collège d'Evreux の校長の地位を退いた。T. Fix の主宰する "Revue mensuelle d'Économie politique", vol. V. に "Considerations sur la mesure de la valeur et sur la fonction des métaux precieux dans l'appreciation de la richesse sociale" を發表し、一八三八年には "De la richesse sociale, ou de l'object d'économie politique", Paris, pp. 43. を著した。一八三九年に彼は巴里に隱退し Collège de France に Pellegrimo Rossi の經濟學講義を聽いた。Rossi はサン・シモン主義に屬するに拘らず Collège de France に於ける講義は古典學派のそれであつた。やがて父ワルラアスは再び教職に歸り Caen の大學で哲學及佛蘭西文學を講じた。一八四四年には子レオンがケーン中學 (Collège de Caen) に入學した事から推測すればアウギュストの巴里遊學は僅かに數年の間であつたらしい。かくてその講ずる處は哲學並に佛蘭西文學であつたが彼はその生涯の終りまで經濟學に對する興味にひきつけられてゐたばかりでなく、後年文學及美術批評へ向はふとしてゐたレオンの志向を經濟學へ轉じさせるに至つた程、經濟學に執着を持つてゐたのであつた。その事は、その後の彼の著作の種類内容によつても明らかに知られる。恐らく此の時代の事であらう。彼の許へ多くの友人が集まり彼はその研究の拔萃をその人達に朗讀してきかせるのが常であつた。レオンは彼等の傍に忍び込み、部屋の片隅に坐つて、父の講義を一心不亂に傾聽してゐた。その爲めに、レオンは既に「十四歳の頃に土地並にその用役はその數量の制限と結びついてゐるその效用から生ず

る固有價値を持ち、進歩的且つ合理的社會に於て增加する價値は、全く土地に負ふものであり、地代は公の用の出費を負擔するものであり、我々各人が食物のために勞働し、富むために節約するのは自由であると云ふ事を聽き覺えた。」と云ふ。父ワルラアスは一八四九年に "Théorie de la richesse, ou resumé des principes fondamentaux de l'économie politique", Paris. pp. 103. を著した。同年九月十五日に、アウギュストは巴里の Academie des sciences morales et politiques で研究論文を朗讀した。それは "Mémoire sur l'origine de la valeur d'échange, ou exposition critique et réfutation des opinions les plus accréditées chez les Economistes". として同學會から公にされた。

レオンが成長したのは、斯う云ふ高い敎養と固い道德的な篤實とを持つた大學の環境の中でゞあつた。斯くしてレオンは一八五〇年にベルギーに近い北佛蘭西の Douai の lycée に入り、一八五一年、文學士の稱號を得た。彼は一年間を微積分及解析力學の勉强に費して、一八五三年に理學士の稱號を得た。同一八五三年に彼は、Polytechnique（理工科學校）の入學試驗を受けたが失敗した。彼は再び微積分や解析力學を勉强した。然し乍ら彼は既に學んだ處を繰りかへす代りに、Polytechnique の Duhamel の敎授してゐた解析及力學の講義の學級を目ざしたのであつた。彼は勉强した。そうして Descartes 及び Newton の著書の中の解析幾何及微積分の起源を研究しやうと欲した。その結果、受驗は失敗であつた。翌一八五四年に彼は巴里の École des Mines（鑛業學校）に入學した。然し彼は技師たるに必要な技術については何等の趣味を持たず哲學、歷史、文學美術批評、經濟學、社會科學の敎養のために次第に學業を放り出し始めて來た。就中彼を最もひきつけたものは文學と美術批評とであつた。

一八五八年に彼は小說を公にした。彼の廿四歲の時である。然しこの事は恰も青春時代の罪でもあるかのやうに自叙傳に於ても物語られてはゐない。是れについて Antonelli は、次の樣に誌してゐる。この小說は、"Francis Sauveur" と題されたもので、彼の舊友 G. Renard によつてその存在が洩らされたのである。この小說の主題とする處は以前不幸な戀愛のために相互に離反した青年男女の愛情の心理學的研究である。その冒頭に於て、民主々義的敎理の元氣潑溂たる宣言や、美術に關する興味ある主張や此の青年主人公によつて表はされた眞劍な哲學的美術的敎養の外に若干の曖昧は見出されるが、然し乍ら、小說そのものはワルラアスの智的並に道德的特色を知るに特に資する處の多いものである。全篇、色合に滿ち、動作は殆どない。爽やかな經緯の上に非常に微妙な變化が縫ひ込まれてゐる。物語の主人公たちは、每頁、愛の淚の中に抱き合ひ、

毎章の終りには一方が自ら他方の犠牲となる。完全に保たれてゐる文學的態度の下に、作者の生き〳〵した眞情が絶えず潑溂に、且つ豐饒に現はれてゐる。もし主人公たちの心理が我々にとつて若いと思はれるとせば、それは始から終りまで非常に高尚で、又非常に氣高い感情の領域の内に我々がゐるからなのである。

此處に於て既に二十四歳のワルラアスの中に生育してゐた爲人を我々は把持することが出來る。科學者にありがちな片意地もなく、秀でゝ文學に通曉し、綿密且つ自由なる慧智、優れた高雅、魅するやうな親切。斯う云ふ爲人であつた。彼は文學者とならうと決心してゐた。然るに、恰も、此の時一八五八年に決定的の轉期が彼に迫まつた。その新しい發展は自發的であつたと云ふよりはむしろ、彼の柔かい感情が、父によつて動かされたと云ふべきであらう。「一八五八年の夏のある美しい夕に、私の全生涯を決する非常に大切な時が鳴り渡つた。それは Gave de Pau の谷間を散歩してゐる間に、現代のために成就さるべき猶二つの大きい仕事、即ち、歷史上の著作を完成し、又社會科學上の著作に着手する仕事が在ると云ふ事を父が熱心に斷言した時である。第一の點について滿足を與へるには、如何に Renan に負ふかを父は疑はなかつたが第二の點については全く自身の見解を信じ切つてゐた。父は非常に感激さへしてゐた。父は私を改造する事を固い信念を以て力說した。然も、とある平野の “Les Roseaux” と云ふ城門の前で父は私に、父の仕事の繼續に全々私を捧げるために、文學と美術批評を棄てる事を約束させる事に成功した。」と自ら語つてゐる。

斯くて、一八五八年レオンは社會科學上の著述家となる事を決心した。然も父の望みに從つて、專ら經濟學に身を捧る決意をなすに至つた。新しい方面に身を投じて間もなく、彼は經濟理論に數學的形式を與ふる必要を認めたが、彼の第一の研究は先づ經濟學と道德との關係の問題であつた。彼は此の主題に關し、社會科學の上に唯心論と唯物論との綜合を試みた一つの論文を書き、Journal des Économistes を主宰してゐる M. Baudrillart へもたらした。然し躊躇なく拒絕された。ワルラアスは彼の論文を再び取り上げ、完成し其の調子を柔げた。然し、之も、Revue des Deux-Mondes によつて拒絕にあつた。後年一八六八年に彼の參加した消費組合會議の題目となり、又、“L'idéal sociale” の表題のもとに出版されたのは此の拒絕された二つの論文である。

一八五九年に彼は巴里へ出た。彼は同年 “Journal des Économistes” に入り、一八六〇年には “La Presse” へ轉じた。そしてその間に彼の科學上の處女出版が爲された。それは、“L'économie politique et la justice, examen critique et réfutation des doctrines économiques de M. P.-J. Proudhon, précédés d'une introduction à l'étude de la question sociale, Paris, 1860. である。彼は此著に於てプルードンの嚮導思想に對する反駁論究を試みると同時に、一八五九年以來旣に經濟學理論を數學的に取扱ふ可能性が彼にとつて動かない處となつた事を示してゐる。ワルラアス自身も次の樣に云つてゐる。「此の著を書いてゐる間に部分的に、又出版後には、一層多く一層良く、次の如き事實を知つた。生産並に富の發展に一致する地代並に土地の餘剩價値又は、自由競爭の支配に依つて農工商業的生産に現はれる極大效用の現象は、數學的に證明さるべきものであると云ふ事を。斯くして純粹經濟學が數學的形式にて把持された。」それ故に、研究者としての內部生活に於ては、彼は此時から彼自らの欲するものを識つたと云ふべきである。「此處に具體的問題の中にではなく、方法の中に――彼の著作の本源が存するのである。」と云ふ Schumpeter の言は正當である。

然し乍ら、此の「駁プルードン論」の著を以てしても未だ佛蘭西經濟學界の注意を引く處とはならなかつた。然るに此處にワルラアスにとつても幸とすべき機會が偶然に現はれて來た。それは、一八六〇年七月にローザンヌに於て開催された國際租稅會議である。彼は此の會議に出席し且つ討論に加つた。而して其際に述べられた觀念が第二の著、“Théorie critique de l'impôt, précédé de Souvenirs du Congrès de Lausanne”, Paris, 1861. を世に問ふ動機となつた。又、租稅問題の會議に參加した外に、彼は競爭論文に應じて、土地並に地代に對する國家の買戾しの理論を明晰に論じた論文を、Vaud 州廳へ提出した。競爭論文審査委員會は、當時ローザンヌ・アカデミイの經濟學教授であり、後年 “Riche ou pauvrete” 1841 にて土地國有化を論じた Antoine Elysée Cherbuliez の特別上申の結果、第四等賞を得たが此の論文は採用されなかつた。翌年此の論文は、“De l'impôt dans le canton de Vaud. Mémoire auquel un quatrième accessit a été décerné ensuite du concours ouvent par le Conseil d'Etat du Canton de Vaud sur les question relatives à l'impôt”. Lausanne 1861 として出版された。而して、ローザンヌに於て著者によつて爲された役目は尙外に、會議終了後、ローザンヌ・アカデミイに於ける經濟學の教授をワルラアスに委任しやうと云ふ議が Vaud 州廳文部省に起つた程、一般公衆によつて高く評價された。然しこの事は其後猶十年の後に至つて、やうやく實現され、然も其實現とても容易の事ではなかつた。

さて雜誌記者生活は彼を安じさせなかつた。凡て政治經濟に觸れた科學的條件は一層惡いことを想像し得らるゝものであつた。佛蘭西では最高學府は三つの講座と八人の怠惰な大學教授より

成つてゐた故に、正統的一派は講壇の爲めに齷齪奔走してゐた。非常に違つた結論のために屢々衝突し、又、常に腐敗してゐた此の一派は現在の社會組織を窮極に於て、世界の終滅によつて終る人類にとつて滿足に感じられるものと敎へてゐた。

科學に反抗する官吏、政治家、及實務家は大學の講壇に怠惰者を集め、又、會員投票による入會に對しては父から子へ、舅から婿へ、伯父から甥へとあらゆる種類の同盟を以て反對するのである。非常に有力なる新聞、大多數の雜誌が此の評議會に賴つてゐる。而して政府は、書籍及出版物の新刊に對し强制的に二つ折版 (foglio) 頁に五サンチームを課税し又十頁以下の印刷物より成る各著書に對しては、千部につき五〇乃至四五〇フランの税金を課さうとした。彼は Journal des Économistés によつて論文を拒絶され、又、La Presse の所有者の意見に屈する前に貴い自由を取戻す爲に同社をも去つてしまつたのであつた。又、獨立的な經濟雜誌創設の許可を得やうとして出來なかつたワルラアスは全く機會を失つて了つた。彼は科學哲學に關する講義を爲すに就て同じく許可を拒まれた。彼は語つてゐる。「何んと云ふ時代だらう。私は再び巴里アカデミイの總長代理から明瞭に申渡された。彼は、科學の哲學に關する或る會合を催すのを許可され度いと云ふ私の意見を文部大臣へ願ひ入れやうとするについて私と同じやうに夢見る事は出來ないと云ふのである。私は形而上學を修めずして科學の哲學を修める事は出來ない。形而上學は宗教其他に係はる。もし私が大司祭であつたら勿論するであらう。然し乍ら、大學最高學府の大官こそ此仕事をするがいゝ。私は立ち上つた。私はソルボンヌの中庭に面する二つの窓の間の臺の上に置いた私の帽子を取りに行つた。私はお辭儀をして去つた。」斯う云ふ事情の下にあつたワルラアスは一八六二年に北部鐵道 (le chemin de fer du Nord) の一書記の地位についた。

雜誌並に官學は彼を拒絶したが、彼の精神的活動は益々旺盛だつた。彼は何處かに其の活動力を費す必要を感じた。そして機會は其處にあつた。それは、當時非常な興味で迎へられてゐた消費組合運動である。彼は之れに身を投じた。一八六五年の初めに、彼は消費組合に關する三つの公開講演を爲し、又三人の組合代表委員の間から庶民組合割引銀行 (La Caisse d'Escompte des associations populaires) の理事に選擧された。同銀行の業務の開始された同年三月、公開會議に於て雜誌「勞働」“Le Travail, organ international intérêts de la classe laborieuse, revue du mouvement coopératif” の編輯並に發行に Léon Say と共に與る事となり、雜誌は Bruxelles で發行された。此の年一八六六年に父アウギュストは、彼が確信し且つその確信が見事に實現された、經濟學に於ける我が子の偉大なる業績を見ずに六十六歲を以て歿した。「勞働」は一八六六年から

一八六八年まで、二年間繼續された。而して一八六七年より六八年までの間、主として割引銀行の顧客及び「勞働」の讀者より成る多數の民衆に向つて、社會道德原理を論じた。雜誌「勞働」に發表した論文は、實に "Programme économique et politique" 外二十三篇の數に上り、消費組合運動理論家としても注目さるべき貢献をなした。割引銀行の理事等はその質に於ては多數の消費組合生産組合及信用組合に比して劣つてゐなかつたが、然し不幸な事には、此組合は立派な成功を擧げ得る事なく、又從つて預金拂戾が出來ず、その結果、遂に一八六八年末に此の割引銀行は援助を受けてゐた佛蘭西銀行（Banque de France）に對し相當の損失を以つて、その資本を失ひ、破産整理をしなければならなくなつた。此の破産はセイとワルラアスとの間に不和の最初の原因を作つた。この理由に就ては、アントネルリによれば、未發表の記錄が殘されてゐて、それが發表される曉には、この庶民消費組合に關する事件の一切を決定的に明らかにされ得ると云ふ事である。兎に角に、ワルラアスは此の波瀾を少くする事をしなかつた。然かもそれは、所謂彼の肩を持つ譯でもなく、又不成功と頑固で卑俗な惡感情の只中の獰猛な不羈の性質の譯でもないと云はれてゐる。斯くて銀行の沒落で物質上の危險に陷入つた彼は割引銀行の管理委員の一人だつた銀行家 Hollander の使用人となり、其後十九ヶ月間その許に止まつて、科學的研究を殆んど全く擲つて了つた。それ故に、將來請合つて彼の科學的研究に專念する事が許されると云ふ久しく希望してゐた吉報が突然現はれて來た時にも彼の如き秀でた智識すら不當な運命の急變の下に憂欝のために脅やかされてゐたのであつた。然し來るべき眞の機會がやうやくにして到來した。その機會と云ふのは十年前に遡つて、彼に微かに笑顔を見せたまゝ、又、遠く消え去つてゐたあの機會であつた。その機會の笑顔が眞に、ローザンヌに於て再び輝き始めた。Vaud 州廳は一八六九年の法律によつて、かつて一五三七年ベルンの人々によつて設立されたローザンヌ・アカデミイを再び組織し、且つその法學部に經濟學講座を新設する事に決した。而してワルラアスは一八六〇年の租稅會議に傍聽してゐた友人の經濟學者の熱心な通知に勵まされて、此の講壇に對する競爭に加はる望みを表明せざるを得なかつた。斯くて、是れに同意した彼は一八七〇年七月末日に、銀行家の許から暇をとり、ノルマンディへ赴く爲めに八月七日巴里を去つた。彼は今や生涯の大望となつた經濟學講義の競爭試驗に準備する間に心の躍るのを感じた。然し乍ら、彼も亦當時普佛戰爭のため四十歳まで動員された陸軍省の布告に從はねばならなかつた。その間に競爭試驗が初まらうとし、三人のヴォド貴族と四人の經濟學者からなる試驗委員が定まつた。始め三人の貴族はワルラアスにとつて有利であつたが、他の三人の教授は明らかに反對した。然し、第四人目の

Genève の Dameth 教授は彼の同僚以上にワルラアスと觀念を共にするものでないがと云ふ事を叙べた上で、然も猶彼は明らかに眞摯で且つ眞面目なワルラアスの此の觀念は斯學の爲めに講述されなければならぬと考へた。彼は斯る動機で候補者として推擧され、次いで任命が行はれた。そうして動員招集の布告を免除される際に、ワルラアスは中學の舊友であつた Caen 市會議員に伴はれ、旅行免狀を貰ふ爲めに Calvados の官邸へ出頭し、もしも、免除が効力を失ふ時は、佛蘭西に歸國する事を彼の友人に約束し、且つ宣誓した。斯くてワルラアスはローザンヌを志して、一八七〇年十二月七日 Caen を出立し、普魯西亞軍の包圍の内にあつた巴里をさけ南下して、Angers 及び Poitiers を經、東行して Moulins を過ぎ再び南下して Lyon へ出で、恰も第三十六回目の誕生日十二月十六日にローザンヌに着任した。ワルラアスが新任の教授として、ローザンヌの彼の學生の前に挨拶に現はれた時、彼の若い無遠慮な聽講生のすばらしい歡喜に際して、彼は感激して名乘る事が出來なかつた。彼はいつもの癖の樣に、團栗帽で顏をかくしてしまつたと云ふ事である。是れが彼の性格を現はす親しみのある特質の一つである。此の時から彼の生活は、即ち彼の科學的著作の生活となつた。彼は彼の學説の説明の中に、數學的經濟學を創始する觀念を述べた。實に、彼がローザンヌ大學に於ける講義の二十二年の全部を捧げたのは此の熾烈なる欲求のためであつたのである。

數學的經濟學創始の觀念は一八六〇年以來彼の精神を占領する事を止めなかつた。然し乍ら、さし當つて、彼の講義は殆んど通常の形式に組み立てられてゐた。然し彼の眞の研究は Cournot から出立された。而して、彼は、Cournot のそれの樣な傾向に於て注目に値する唯一の企圖を知つてゐた。彼は、多數の商品の交換の場合に於て、需要される量を價格の函數にて近値的に表はすクルノーの需要曲線は二つの商品だけの交換の場合に於ける如くに嚴密ではない事を知つた。されば、彼は、問題を前者の場合に制限して、先づ一つの商品の需要曲線、他の商品の供給曲線及び供給並に需要曲線の交りに於て生ずる均衡の正常價格を合理的に導いて來た。次に所有される量及び滿足された最後の慾望の强度を消費された量の函數にて表はす效用曲線或は慾望曲線より合理的に需要曲線を導いた。而して是等のものは、すべて數學的經濟學の要石を成すものである。この範圍に於て得られたる理論は、一八七三年に於ける出版 “Principe d'une théorie mathématique de l'échange”. の内容を爲してゐる。是れを機緣として一八七一年五月一日からワルラアスとジエヴンスとの研究上の文通が始まつた。而してジエヴンスがワルラアスに先立ち、又ゴッセンがジエヴンスに先立つて、效用曲線を論じたと云ふ事實に對して、發見は偉大なる反響を喚ん

だ。斯くて、二つの商品の交換の理論から、任意の數の商品間の交換の理論へ、又、交換理論から、生産理論、資本化理論及び貨幣理論へと、相次いでワルラアスは經濟的均衡理論の全部を彼の著 "Eléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale", Lausanne et Paris の中に組織した。その第一版の第一部は一八七四年に出版された。而して後二年、一八七六年夏、ローザンヌ・アカデミィの總長に選擧された。一八七七年には第二部が出版され一八九二年に第二版（"Théorème de l'utilité maxima des capitaux neufs", Revue d'économie politique, juin 1889. を收錄す）、一八九六年に第三版（"De l'échange de plusieurs marchandises entre elles", Mémoire de la Société des Ingénieurs Civils de Paris. 1890 を收む）を重ね、一九〇〇年に出版された "Théorie mathématique de la richesse sociale," は七篇の研究論文を含み、その內、初の五篇は、"Eléments" の以前に研究されたものである。又、最後の銀行券の數學的理論並に土地價格及び國家による土地の買戻しに關する數學的理論に當てられた二篇の論文は應用經濟學及社會經濟學に對する數學の應用の一例をなすものである。貨幣の應用理論は一つの特別の著作の對象をなし、一八八六年に出版された少しく以前の著 "Théorie de la monnaie", Lausanne, pp. 123. に既に取扱はれてゐる。此の著に於ては銀貨を補助貨とする金貨に關する理論組織を展開した。更に進んで實地の領域に於ても、此意味に於て一八八七年、印度の銀貨の自由鑄造の廢止が導かるべき事を勸說した。然し乍ら、これはやうやく六年の後、一八六三年六月に斷行さるゝ處となつた。次いで一八九〇年から一八九二年まで、ワルラアスは自由競爭の支配の下に於ける價格決定の全理論を解析幾何の助けを貸りて說明する事を成就した。是れは基礎的教育の階梯の新しい訓練に大いに資益するものである。

外國に於ける二十二年間の教授生活の間、その最初から最後の日まで、ワルラアスは彼の研究の結果が故國佛蘭西に於て注意され、又、論議されるやうにと云ふ希望を決して捨てなかつた。彼は此の意向のために七つ或は八つの試みをした。交換方程式、生産方程式、資本化方程式を含む三つの論文の報告を巴里の "Academie des sciences morales et politiques" へ提出した。然し、フランスに於て科學への道をさへぎつてゐる世襲官吏の非常に瘵し難き感化で、全部默殺或は激怒を催させる反對に遭遇した。一八七九年に彼の友 Jules Ferry が文部大臣となり、ワルラアスは其の時に、Ferry の創設しつゝあつた法學部の經濟學教授になるやうにと推薦された。高等教育局長 M. Dumont の囑望によつて單科大學の教授を養成する爲めに、"Ecole pratique des Hautes études"（大學程度の高等實業學校）に於ける社會政治經濟學の教育組織に關する意見書を同じ

く書いた。然し此の度も亦ワルラアスは失敗した。是れに反對に伊太利では、彼の理論は寛大なる認容と溫き讚同を見出した。斯くて又、ベルギー、オランダ、オーストリア、ハンガリイ、ロシヤ、アメリカに於ても。一八九一年ローザンヌ・アカデミイは大學となつた。其の翌年彼の年齡の初老一八九二年に、完成せる著作と愼重なる分類を作る爲めに自ら退職した。彼の講壇が數學派經濟學者の中最も有名なる一人、侯爵 Vilfredo Pareto その人によつて繼がれるのを見て、ワルラアスはその推薦者として非常に滿足を感じた。

名譽教授の好遇を受けて猶大學との關係を保つてゐた彼は Léman 湖畔、Montreux の Claren 村のさゝやかな住居でその研究を續けた。

ワルラアスは種々なる研究論文發表のためにローザンヌに於ける Société Vandoise des sciences naturelles に關係した。此の學會はその中に數學部會を有し、彼の報告を聽き又、之を刊行した。又次に擧ぐる諸學會は自ら進んで夫々彼を會員に推擧した。l'Institut International de Statistique de Rome" がローマに設立されると一八八六年に贊助會員、一八八七年には正會員に推薦し、"Société royale des Sciences de Liége" は一八八七年に彼を通信員に推し "American Academy of Political and Social Science" は一八九〇年に彼を正會員に推し、"American Economic Association" は一八九二年に彼を名譽會員に推擧した。とかくする間に自由主義及び Georges Renard 教授の特質だつた高尙なる見解を以て主宰されるに至つた "Revue socialiste" はワルラアスに門戸を開放した。次いで、"Revue du droit public et des sciences politiques", "Revue d'économie politique" がそうである。彼は此の時代種々なる論文を "Études d'économie sociale. Theorie de la répartition de la richesse sociale". Lausanne et Paris, 1896." 及び "Études d'économie politique appliquée. Théorie du la production de la richesse sociale", Lausanne et Paris, 1898." の二卷に收錄した。

一八九二年から一九〇〇年までの隱棲の歲月は主として "Éléments d'économie politique pure" の新版を世に問ふ爲めに費された。而してこの第四版は著者決定版として、事實に於て、研究生活の偉大にして不滅なる "la chant de cygne" そのものとなつた。此一九〇〇年には、自らの研究生活を回顧した一篇の短い自敍傳を綴り、其の慷慨の筆を次の樣に結んだ。「レオン・ワルラアスの經歷は故國に全く失望し、又革新の著作を完成した一人の人間のそれである。此の著作の完成は、科學が學校にて公であり且つ專門的である國に於て彼によつて達成され、又、觀念の或る一定の獨立性及文學的並に科學的二重の文化を彼にもたらした。もし、一國に於て自由なる大學及び科

學が生れるとせば、それは我々の欲求を達する教育の種々なる分科の總てを哲學科の中に綜合するであらう。二十歳にしてドクトルとなり、二十五歳及三十歳の間に教授となるならば、見取圖を作る如き事の一切合切出來ない社會政治經濟學組織の解明をなし遂げるに丁度よいであらう。」

ワルラアスは又、アントネルリに語つてゐる。「一九〇三年六月二日夜九時に、Gide 氏の求めに依り、次の冬に、經濟學に於ける數學的方法の原理とその應用に關し、又、ローザンヌの私の講義に於て私が此問題に關して用意の不充分な聽衆の推理力に精密なる觀念を與へると云ふ問題を如何に解決したかを講義する事を承諾するようにとの手紙が私の處へ送られて來た。その結果、私の最初の佛蘭西人の門下が巴里で數學的經濟學の最初の講義を爲しに行つた。この夜私の部屋の窓外には南佛の連峰のシルエットに圍まれた湖と山脈を照らしてゐる月光がひろがつてゐた。私は遂に私の全理論が佛蘭西に知られるのを見ると信じた。……」と。故國に容れられなかつたワルラアスの胸中を偲ぶとき、"Et campos ubi Troja fuit"（トロヤのありし野よ）の感慨を今、此人から聽く思ひを禁じ得ない。

ワルラアスの靜かな隱棲は、その業績と爲人とに對して時と共に加はる讃仰の裏に猶も送られてゐた。ワルラアスに始まつてローザンヌ學派の名聲は絶好の後繼者パレエトを得て燦然と輝き

渡つて來た。而して、それを目のあたりに具體化した一九〇九年が近づいた。此年を以てワルラアスは七十五回の誕生日を迎へ、五十年の研究生活を偲ばんとするのである。是れに先立つて、ローザンヌ大學は一九〇八年十二月（十六日？）ワルラアスの經濟學講座擔當第三十八年を紀念する爲めに式典を行ふた。同年同月の "Giornale degli Economisti" は一九〇〇年に綴られたワルラアスの "Autobiografia" を Pantaleoni のはしがきを附して掲載した。冬が過ぎて春が訪れた。此の一陽來復を Schumpeter はワルラアスの全生涯の上に擴げて次の樣に述べてゐる。「彼の自叙傳は辛辣な言葉で終つて居り、苦々しい感情に陷入らねばならなかつた樣に見える。……この樣に、悲劇の要素が外見的には斯くも靜かな生活の上に横つてゐる。然し、雨後の日光の樣に、一九〇九年春彼の紀念祝賀會の式典が彼に影響を及ぼした。その時彼が豫期しなければならぬとは少しも思はなかつた同情と欽仰の情が表はされた。彼がかつて考へたよりも、より多くの賞讃が彼にふりそゝがれた。それは彼の生涯での最も得意の時であつた。」

一九〇〇年 "Éléments d'économie politique pure" 決定版を出して以來、ノーベル平和賞競爭論文の爲め準備してゐた "La paix par la justice sociale et le libre échange" のノートの筆をしばし措いて、彼は Clarens の隱棲からローザンヌ學派のその發祥地へ出て行かなければならな