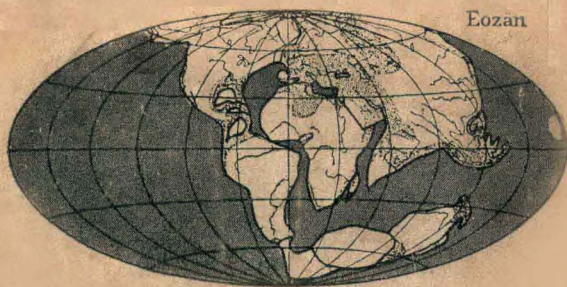


自然科學小叢書

地球物理學

寺田寅彥 坪井宗二 著
郝新吾 譯



商務印書館

自然科學小叢書

地球物理學

寺田寅彥 坪井宗二著
郝新吾 譯

王雲五 周昌壽 主編

商務印書館發行

目錄

緒論……………一

第一章 地球地理學之範圍及本書之內容……………一

第二章 地球物理學之沿革……………四

第一編 地球之形狀與大小……………一一

第三章 地球圓形說……………一一

第四章 地球橢圓說……………一七

第五章 均衡地球面……………三六

第一節	水平面·····	三六
第二節	水準測量·····	三九
第三節	重力之測定·····	四二
第四節	重力之分布及均衡地球面之形·····	四九
第五節	鉛直線之異常與均衡地球面之形·····	六一
第六節	定壓均衡面說·····	六七
第七節	厄特法斯重力偏差計·····	七二
第八節	地球形狀之天文學的研究法·····	七三
第九節	迴轉液體所呈平衡之形·····	七五
第十節	均衡地球面之變形·····	七七
第十一節	地球表面之外形·····	七八

第二編 地球內部之構造……………八七

第六章 地球之比重分布……………八七

第一節 地球之平均比重……………八七

第二節 內部之比重分布……………九三

第七章 地球之彈性……………一〇二

第一節 地球內部之應力……………一〇三

第二節 地殼岩石之彈性……………一〇四

第三節 地球之平均剛性……………一〇八

第八章 地球內部之溫度……………一四二

第一節 地下溫度……………一四二

第二節 地球內部之溫度狀態……………一四七

第九章	地球之年齡……………	一五六
第十章	關於地球內部狀態之一般的考察……………	一六〇

地球物理學

緒論

第一章 地球地理學之範圍及本書之內容

同以地球爲研究對象之科學，每因其主要之點不同，分爲種種派別。例如認地球爲天體之一而研究其運動等，則屬於天文學（astronomy）之範圍；考查構成地殼之岩石所具之性質，與其分布、排列等，而研究其年代之新舊、生成之原因及其變動等，則屬於地質學（geology）之範圍；闡明地球表面水陸分布之狀況，研究各種地貌之所由成，則屬於地理學（geography）之一部分是也。所謂地球物理學（geophysics）者，廣義言之，係指論究地球全體及其各部之物理的性質，與其

所起之一切物理的現象之科學，故其一部分與天文學、地質學、地理學等相接觸，其間且難有劃然之區別。又因其爲應用物理學之一分科，除記載地球之諸現象外，同時又須深入此等諸現象之內而探究其原因之存在。由上所言，廣義之地球物理學，範圍既如此之廣，故必然又分種種之派別。今先將地球分爲三部分而各歸其研究之範圍：第一研究圍繞地球表面大氣（氣圈 atmosphere）之物理學，屬諸氣象學（meteorology）；第二研究水圈（hydrosphere）（海洋）之物理學，屬諸海洋物理學（physical oceanography 或 oceanophysics）；第三研究地殼及其內部（lithosphere）之物理學，則屬最狹義之地球物理學。此中，氣象學已大有進步，成爲一獨立之學科；海洋學，前此雖曾目爲極難之一分科，但其後已漸見進步，入於精密科學領域之內；最後之地殼物理學，則與地質學、天文學等最爲接近，無明瞭之境界存在，且其中有一部分之問題，自昔已爲星學者及地質學者研究及之。氣象學及海洋學，應行研究之事實，材料極爲豐富，然關於地殼，尤其關於地球內部之狀況，能直接得而觀測之範圍卻極爲狹小，大多數問題均僅憑極少之材料爲基礎推論之，故其最緊要之利器，當爲數學的解析。不寧惟是，地殼之自然現象，既複雜，又龐大，不能如在實驗室內

所作之研究，可以人力使其簡單化，觀測實驗，亦有不少困難，實不足以稱爲真正的物理學研究。此狹義之地球物理學之中，尚有特別分科，即地震學（seismology），及地磁之研究，是也。前者成立爲特別之學科，爲時尚不甚久，後者雖尙無一定之名稱，然事實上已成爲一研究地球上磁力之分布變動等之特別分科，且與空電、地電等之研究，有密切之關係。

本書範圍，僅限於最狹義之部分，即所述及者僅爲關於地球之大小形狀及地殼與其內部之構造等之問題，關於氣象、海洋、磁、電現象等，則一律從略。又關於地震事項，在論述地殼構造處，雖稍涉及，然其全體，則並未含於此書中也。

第二章 地球物理學之沿革

試一上溯地球物理學發達之歷史，則與星學等同達太古之時代。中國日本，固不待論，即其他各民族，繙其歷史傳說之第一頁，其所記載，莫不及於天地創造之顛末。此等天地開闢論，在今日觀之，固不足稱爲科學，然由此可以窺見古代人類之宇宙觀，自然觀，則甚饒興味。又若對於自然發生驚異之一念，爲產生哲學之因，則古代希臘之哲學家，關於地球物理學問題，曾加思索，當非偶然。此輩見解涉及今日科學之根本問題，及成爲現代學說之萌芽者，似頗不少。

此等歷史沿革，固饒興趣，然非本書之目的，故不詳及，僅舉二三代學者之名，以見地球物理學問題發生之久遠。

退利斯(Thales)認萬物之本源爲水，在紀元前約六百年之古昔，已有『吾人棲息之地，爲與諸天體同樣之物』之思想。其後亞拿薩哥拉(Anaxagoras)更明言『月爲與地球同樣之物，太

陽不過灼熱之石塊』據傳因此被逐出雅典云。由隕石證明地球與天體爲相同之物質所成，在當時誠不可不謂爲卓見。至畢達哥拉斯學派，更明言地球爲球形。此等諸人，一方面固潛心於形而上學，他一方面則在自然界中，從事客觀事實之蒐集說明。如赫羅多特（Herodot），如希波革拉第（Hippocrates）等，即稱之爲科學家之前驅，亦無不可。彼等對於今日之自然地理學、氣候學中之問題，亦曾作種種饒有興味之說。例如前者曾說明各季節雨之分布，後者曾說明風之原因等，是也。亞里斯多德（Aristoteles）出，將其以前傳來材料，加以系統蒐集，形成一大學派。對於天體現象，如銀河、彗星等，固不待論，對於氣象方面如風、雨、雷、電等，亦論及之，甚至地震，亦曾論及，其再傳弟子斯特拉頓（Straton）可稱爲今日地貌學之始祖。又據傳較亞里斯多德稍後，有庇退亞斯（Pytheas）者，爲希臘人最初作遠洋航海，試行種種新觀察，對於地學上曾有重大貢獻。然再至其後起一種非科學的學風，僅以記載事實爲能事，對於說明的研究，反生閒卻之傾向，致地學之進步，與他科學同受頓挫。此時唯埃及及派之學者，放一異彩，側重數學的考察，置物理的事實觀察於度外，有名之普托勒密（Ptolemy）等，亦汲其流焉。此等事實在今日固不能不謂爲陷入邪途，然在自然學科研究過

程中，亦未能認爲過也。據傳此時獨有斯特拉逢（Strabon）者，致力於地理學的研究云。

古代之羅馬人，對於自然科學，雖非所長，然其對於地學方面，似未必然。例如有名之歷史家普利紐斯（Plinius）兄弟，關於地文學之著述，其兄雖僅爲材料之蒐集，未作系統的研究，然其弟塞涅加（Seneca）則研究頗有系統，對於地學上之智識，如水陸之影響等，述之甚詳。記載一如百科全書，即其對於地震等之地理學的關係，所述亦不失爲今日之正鵠。

古代之阿剌伯人，長於數理者甚多，從事研究地球物理學者，亦復不少。例如亞爾琴第（Al-Kindi），關於今日氣象學上所討論之各種問題，曾有著述，惜其內容早已失傳，他如卡里夫·亞爾·馬孟（Kalif Al Mannun）曾測地球之大小，亞爾哈仁（Alhazen）曾由曙光以測大氣之高等，皆著名之例也。

印度、中國、日本，關於此學之科學的研究，似未多聞。中國在堯舜時，已有天文曆數之學，禹及周公時代，已闡明山河之地理，然古來中國人對於自然，似常抱一種主觀，以之解釋外界事物，孔子之所謂格物，其中雖或含有自然之客觀的研究，然不爲後世所重，一般多由不充分之自然現象之觀

察，即試爲綜合的應用於宇宙間之事理。縱其解說自然現象，近於正鵠，亦不過爲不完全之類推於精神界人事界之手段耳。

歐洲自耶穌紀元由宗教時代入於教父時代後，其文化早已爲北方蠻人蹂躪殆盡。其後雖斯哥拉學派興起，綿延頗久，然於自然科學之發達，並未有助。祇少數之學者如馬格努斯（Albertus Magnus）培根（Roger Bacon）輩，稍致力於切實之研究。馬格努斯對於緯度及地表狀況，影響於氣候之問題曾加以研究。此時有名「水與陸」De Aqua et Terra一書，相傳爲詩聖丹提（Dante Alighieri）所著。其真僞，茲姑不論，此書對於當時學者聚訟紛紛之地球重心與地球上水之重心是否一致之問題，有所論列，於一致之說，予以肯定。

自十五世紀末葉，哥倫布（Columbus）發見新大陸後，地球智識始獲一大進步，此次航海之結果，不惟使一般人對於地球大小之概念，爲之一變，關於地球上磁力之分布及海流等，亦發見不少新事實。至十六世紀，所謂自然地理學（Physiography），乃見於中等學校之課程中。據傳創力學物理學之伽利略（Galileo），最初亦曾執教於巴茲亞之大學，擔任當時所謂地文學之講義。及

十六世紀將終，吉爾伯特 (Gilbert) 創地磁論，謂地球上磁力之分布，可由地球之中心有磁棒存在之理，以說明之，至是現代科學之基礎研究，方始出現。與伽利略同時，尚有刻卜勒 (Kepler)，亦爲此學有力之研究者。伽利略對於形而上學與物理學之間，予以明瞭之區別，自此由數學與力學之堅固立場以研究自然界現象之傾向乃生。以論理的分析的方法替代直覺的綜合的方法，以數量的測定替代不精密之觀察，至今日止，其發達之徑路，殊未遑一一列舉也。

古來哲學家對於自然界之考察，往往的中正鵠，雖爲可驚之事，然由今日科學之立場言之，其觀察此種事實，或不正確，或不充分，恆帶主觀的色彩。現代的物理學之成爲科學，乃以結合數量的測定與論理的推論爲基礎。地球物理學之成爲真正的科學，自亦必須如此。對於地球，若只言其成爲球形，則極爲漠然。若不知其直徑爲幾何，與真正之球形差異如何，則不可謂爲已知地球之形。即使知之，亦僅限於幾何學的，於自然科學的關係猶淺。必進而窮究其何以成此形狀，則問題方始不限於地球，乃擴大而爲與一般天體相關聯之物理的力學的大問題，更進而測定地球水準面之局部的凸凹。若僅行測定，仍不外爲好事家的興味，然若論及其成因，考察其地殼及其內部之構造，則

已非僅限於地球之問題，而與此相聯關之一般物理學上之諸種問題，乃得陸續發生，如後所述。

研究地球物理學，須先具一切精密的基礎科學之智識。故必此等學科進步發達，地球物理學方始發生反響。例如鐘之發見，使吾人對於地球內部之思想，爲之一變，數學上有積分方程式之研究，方得由地震波以知地球內部之彈性等是也。故將來地球物理學之進步，有待於此等基礎科學者甚多，同時地球物理學之研究，亦將予此等基礎科學以新問題而促進其發達，可以想像而知也。由是言之，地球物理學之興味，當非僅限於以地球爲一遊星而爲博物的研究已也。

第一編 地球之形狀與大小

第三章 地球圓形說

哥倫布信地球爲球形，遂發見新世界，固爲世俗有名之故事，相傳當時之僧侶輩，反對其說，發爲類於今日之滑稽議論。考始唱地球爲球形者，爲哥倫布以前約千九百年，卽西曆紀元前約四百餘年之畢達哥拉斯學派諸人，其後亞里斯多德更藉：（1）愈登高處，地平線上之視界愈廣；（2）向南行或向北行，則北辰之高度起變化；（3）月蝕之際，月面上所投之影爲地球之影，此影呈圓形等之事實爲之證明。然此說雖爲當時多數學者所承認，而實行測其大小者，則爲埃及之埃拉托色尼（Eratosthenes, 220 B. C.）在今尼羅河東岸，近於北回歸線之處有稱爲亞斯安（Assuan）地方，昔時稱爲悉厄納（Syene）。此處昔時有垂直之井，每年夏至之正午，太陽昇至井頂，直射其底。

埃拉托色尼於此日，在距該處北方二百餘里處之亞力山大里亞 (Alexandria) 之「斯加味」(Skapho) 觀測臺上，測正午時太陽之高度。即於太陽南中之時，立一垂直之柱而測其影之長，由此得知亞力山大里亞(第一圖 A) 與悉厄納 (B) 二點間緯度之

差 θ 。後復知兩點間之距離 ΔB ，故地球之周徑等，由是計算而得。埃氏所用之尺度稱爲「斯塔幾亞」(Stadia)。「斯塔幾亞」

約當現今之 185 呎。據其測定之結果， $\theta = 7^{\circ} 6' 30''$ ， $AB = 1000$ 「斯塔幾亞」。由此計算地球子午線之四分之一圓周，即一第

象限之長 $Q = 11562$ 杆。與今日所知之長 10000.86 杆相較，約多 15%。在紀元前二世紀，有此測定，足可驚異。據傳其後坡

悉多紐斯 (Posidonius, 85 B. C.) 又於亞力山大里亞及洛多斯島 (Rhodos) 二地，同時測定

太陽之高度，行同樣之計算，其結果得象限之長 $Q = 11100$ 杆。又阿刺伯之加里夫·阿爾·馬孟

(Kulif Al Mamun, 827 A. D.) 於巴格達 (Bagdad) 附近測正午太陽之高度，算出與緯度

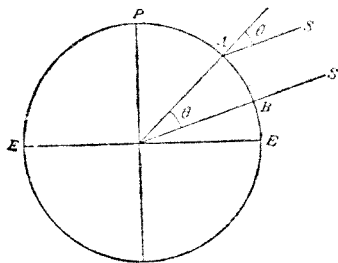


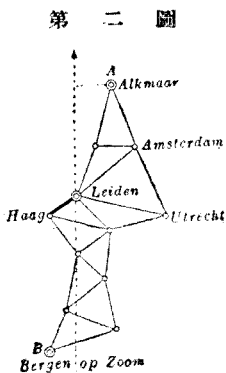
圖 1

一度相當之周弧之長，此長與今日認為正確之值相較，約大5%至10%。西洋在耶穌紀元以後，已如第二章所述，獨創的研究極形衰頹，地球之大，多信仰普特勒密所算出之不正確之值，據傳即哥倫布等亦深信之。其後在十六世紀之中葉，有醫師非爾納爾（Fernel）於巴黎與亞眠（Amien）之間，作坡悉多紐斯等相同之測定，結果得地球一象限之長 $Q = 11100$ 杆。彼之得此二點間之值也，係用車輪迴轉記錄器，由車輪之迴轉數與車之周徑算出。十八世紀之末，拉蘭德（Lalande, 1787）亦行與此相同之測定，所用之器，稱為「特立揆特魯姆」（Trigonetrum），構造類似機械，其結果得緯度一度之差，約為57070「托亞斯」（Toise）。「托亞斯」為杖以前所用之尺度，略當1.9497 呎。今日所認為正確之一度之長，換算為「托亞斯」則為57010「托亞斯」，故此值與真值甚近，所差僅為萬分之二。

在此以前，和蘭人斯涅力烏斯（Snellius, 1570-1626）用與今三角測量相同之方法，選定基線五處，作三角三十三個，精密測定亞爾克馬爾（Alkmaar）與卑爾根（Bergen）二點間之距離。其所用之三角點為寺院之塔尖，所用之測角器，亦極簡單，並無遠鏡，僅恃張於腕木兩端之線以行透

視所得緯度一度之長，較今日之值約小 $\frac{1}{200}$ 。其後彼復修正算法，改良測法，重行測量，惜乎未獲結果，即爾長逝。然其方法後終為高斯（Gauss）等所大成，凌駕其他種種之方法，即今日所謂大規模測量，殆全用此法也。

此法之要點，為於平坦之地，選較短之距離以為基線，而以尺度精密測量其兩端目標間之距離。乃以此基線為三角形之一邊，順次作三角形之連鎖（第二圖）而順次於各三角點測其相隣各點之水平角，而算出此以基線為邊之三角形之邊。更以此邊為基而算出其次三角形之邊。如是順次反復行之，算出各三角形之邊長，然後觀察天體，決定主要邊之方位，再決定其一切方位。乃將此等邊順次投射於子午線上，則三角連鎖兩極端之二點間子午線上之距離，可以算出。最後於兩端行天體之觀測而求其緯度之差，則與緯度一度相當之子午線之長，及象限之長，可由此而定。實際雖因三角形非為平面，實行上較為複雜，然大致之方針，已盡於此。此法之優點為於精密測量少數基

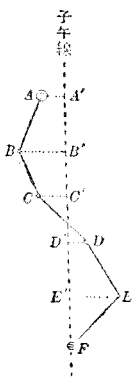


線之長後，其餘僅須測量角度，且僅須測量最易測定之水平角即可。將此法之優點愈益發揮者，爲後述之高斯諸人。

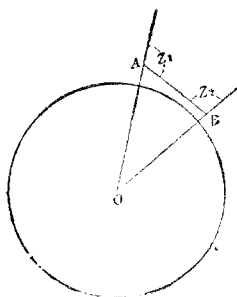
與斯涅力烏斯同時，英人諾爾伍德 (Norwood, 1633-35)，亦於倫敦、約克長凡四十哩之間，作子午線之測量。其法，以鏈條測定相隣地點間之距離，以磁針測定各點間之方向，乃將測得之距離，投影於子午線上，即得兩極端間沿子午線之距離，由此以計算緯度之長。此法縱使無磁針之偏差，亦未能如三角測量結合實測之數值，以結果難保正確，理論上不能不謂爲遠劣於三角測量法。

同時又有李科里 (Riccoli) 與格黎馬爾第 (Grimaldi, 1645)，用與前述全異之方法，測量緯度之長。此法採用刻卜勒所發明之法，先測 $\triangle AB$ 二點(第四圖)相互之天頂角 Z_1 與 Z_2 ，由此計算 $\triangle B$ 對於地心之角，更以此角與由三角測量測定之

第三圖



第四圖



AB間之弧之長以決定緯度一度之長。其結果 $1^{\circ} = 62650$ [托亞斯]，失之過大。考此法誤差之發生，實由於光線受空氣屈折之故。蓋地面上空氣之密度，因高度而異，光線一般沿曲線而前進，尤其光線愈近於水平前進時，其曲愈甚，因此遠方之物體，通例皆稍高於吾人之眼簾。故以上述方法測定之 N_1 及 N_2 ，皆較實際爲小，因而中心O之角，亦較實際爲小，一度之長，遂陷於過長。又阿刺伯人有由高處所見之地平線之降下度以測緯度之長者，此法亦因光線屈折之故，結果仍失之過大。

法王路易十四，於一六六六年創立學士院後，不久即命該院實行測定地球子午線之長，任命匹加爾 (Picard) 主其事。此時測量之器，已大有進步，遠非先前所可比擬。當時測角器之分度圈，以鐵製成，且使用副尺以期度數精細。遠鏡亦已發明，視野中亦張有極細之十字線，藉使觀測精密。此外又附水準器，顯微鏡及時計等。匹氏即於巴黎附近平坦之地，選定長十一杆之基線，亦用木製之尺二支測定其長。後卡西尼父子 (D. and J. Cassini) 繼任於一六八三年，開始測量通過巴黎，而橫切法國爲南北二部之線，至一七一八年，始告完成。然其結果不料引起當時學界，尤其英法兩國學者間一大論爭。茲於未述此事之前，先一述地球橢圓說。

第四章 地球橢圓說

知識發達之順序，必先由粗略而入於精密，世俗所謂球形，不過指近於球形而已，並非精密的幾何學上之球形也。十七世紀末葉以前，地球爲完全球形之說，雖已見滿足，然時代漸進，此說乃不能再無疑義。歷來墨守亞里斯多德以來之說者，認地球爲球形，而醉心於其象限及半徑等之決定。至十七世紀末葉，始發見非議球形之說，其動機如次所述。

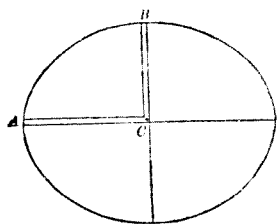
一六七二年，法國天文學者李捨爾 (Richer) 被派至南美法屬基阿那之開雲 (Cayenne) (北緯五度附近) 時，於其地試驗由法國攜去之擺時計，發見在巴黎調整準確之時計，在此一日竟遲至二分有半，將擺縮短，始克準確。後此時計攜回巴黎，擺仍須恢復以前之長度。當時適牛頓 (Newton) 及惠更斯 (Huygens) 重力之研究出世，由此始不得不認地球爲扁平之橢圓體，由中心至赤道之半徑，較由中心至兩極之半徑爲長。雖因愈近赤道，地球之迴轉所起之遠心力愈大，

地球縱為完全之球形，赤道上之重力，應較高緯度之地為小。然僅此點，仍不足以說明李捨爾所得之結果，蓋無論如何，赤道地方較之高緯度地方，離地心必遠。又同時卡西尼亦發見木星亦為橢圓形，足為地球多少扁平之旁證。然如前所述，法國學士院實際測量之結果，適與牛頓、惠更斯之理論互相矛盾，於是論爭以起，茲將雙方之理論簡單說明之如次：

牛頓由重力之基礎的研究，發見計算一橢圓體之各部分及於其內外諸點之引力之法，最先即應用之於地球。迴轉之地球，其形應否為橢圓體，並不另行證明，開始即假定地球為等質之橢圓形而求其扁平度（即長徑 a 與短徑 b 之差與長徑之比 $\frac{a-b}{a}$ ）。

其法，便宜上假定由極 H 及赤道上之一點 A 向地心各掘一穴，穴中各滿以水。若是則地球因迴轉之故， A 穴中之水，受遠心力之影響，重量稍稍減少。其結果如 $\triangle C$ 不稍長於 B ，則地心二穴底之壓力，不能平衡。牛頓以此壓力互相平均為條件，求 a 與 b 之比，由此計算扁平度，得 $1:230$ 。此值與今日實際所知之值 $1:298$ 相較，未免過大。當時

第五圖



牛頓亦承認由此理論所得之扁平度，與當時所知之各地秒擺之長之差不甚符合。彼因巴黎地方秒擺之長與赤道附近地方秒擺之長之差，較由此理論所豫期者爲大，故謂實際之扁平度較 $1:230$ 爲大。然此議論之錯誤，正如其後克勒洛所指摘，重力之差之大，及足以示扁平度之小。此論驟視之，似不可思議，然一考迴轉速度時，若扁平度變化，其原因必由於內部質量配布之變化，亦不足異也。

惠更斯之理論與牛頓之理論相異之要點爲關於地球質量分布之點。牛頓認地球全部爲等比重，惠更斯與之相反，係就地球質量全部集合於中心時着想。故惠更斯由此着想，仍如牛頓所認之液面平衡，計算地球之扁平度，得 $1:578$ 之結果。此值與實際相較，則爲過小。惟據「勢」之理論所示，地球內部之比重，愈近中心愈重，故無論其分布如何，其扁平度當常較 $1:230$ 爲小，常較 $1:230$ 爲大，可以證明。即此二人所算出之值，爲實際所能有之兩極端之值。近來由實測之結果，地球扁平度之值爲 $1:298$ ，適位於兩者之間，蓋暗示地球內部質量之分布，在牛頓與惠更斯所假定之中間也。牛頓惠更斯以後，克勒洛 (Clairaut, 1713-65) 又發表一著名之論文「地球之形」，予此問

題以不少之進步。克勒洛假定地球之內部，分爲若干橢圓形之層，各層之比重相異，由此以論地球表面重力之分布，導出有名之克勒洛定理。此定理示地球扁平度與赤道及極上重力之關係，其式如次：

$$\frac{\text{扁平度} + \frac{\text{極之重力} - \text{赤道之重力}}{2}}{\text{赤道之重力}} = \frac{5}{2} \frac{\text{赤道上之遠心力}}{\text{赤道之重力}}$$

故若知地球上重力之分布，即可由此式知其扁平度。此種由重力之測定以得決定地球之形狀之法，殊饒興趣。

克勒洛所假定之層狀比重分布，僅言同心同軸之橢圓，此外未有限制的，頗爲一般的。彼在計算時省略扁平度之自乘，以求地球上各緯度重力之值，結果如次：

$$g = g_0(1 + B \sin^2 \varphi)$$

g_0 爲赤道上之值， φ 爲緯度， B 爲地球形狀之常數。此式後來漸見擴張，扁平度之自乘及其他，亦考慮及之，上列則爲其最基本之形式。

勢之理論，爲今日重力問題及其他一切數理物理學問題之重要理論。此理論在克勒洛時代，

尙未成熟，及至近代，斯多克斯 (Stokes) 試用於地球形狀問題之新研究上，大收效果。斯多克斯之研究，與克勒洛相異，並不假定地球內部之構造情形，僅假定地球表面爲等勢面 (equipotential surface)，認地球爲迴轉橢圓體，而予以算出地球上重力分布狀況之方法。是蓋由於表面若爲等勢面，則表面以外之重力分布與內部之質量分布無關故耳。斯多克斯於扁平度之四乘，亦曾加以考慮，更極其精細。

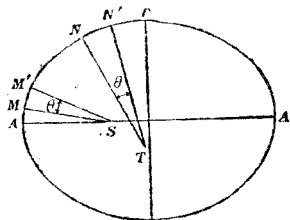
觀牛頓以來進步之跡，可知力學進步，同時其應用即隨之而擴張。打破千數百年以來之金科玉律地球僅爲球形之說，足見牛頓惠更斯之偉大。在勢論尙未產生之時代，已能觀破牛頓惠更斯理論之弱點，使後世之勢論，發揚光大，足見克勒洛之非凡。至若數理大家如斯多克斯，則克勒洛理論之發展，固其易爲者也。

然則卡西尼父子測量之結果與牛頓惠更斯之理論矛盾之點，果何在？

今假定地球如第六圖所示，爲扁平之迴轉橢圓體。AA'爲赤道，P爲極。如於子午線AP上引諸垂線，則相隣之垂線，互交於一點。今如於近赤道之處與近極之處，各引一對相隣之垂線（圖

之 MM' 及 NN' ，此二對垂線使各於交點成相等之角 θ ，則由橢圓之性質而言，相鄰之垂線間所挾之子午線之弧，愈近於極者愈長，即 NN' 應長於 MM' 是也。換言之，即愈近於極，因曲率半徑愈大之故，相同之微分角所對之弧，亦應較長。反之，若地球為兩極較長之橢圓體，則相同之角度所對之弧之長，應愈近於極而愈短。是以地球究為扁平，若柑之形乎？抑稍帶長形若棗之形乎？於子午線上南北相距之二處，測與緯度一度之差相當之弧之長而比較之，即可決定。然前述之卡西尼所測定之弧，全長約八度半，其各部分一度之長，試計算而比較之，殊出意外。蓋緯度愈增（即愈近於極）而愈短，照此結果，則地球當為棗形。惟其差固不甚大，北緯五十度之處，一度之長 16980 「托亞斯」，四十八度附近，一度之長 17098 「托亞斯」，兩者之差約 110 。此在今日觀之，此種結果之發生，乃地方的鉛直線之偏倚（參觀第五章第五節），不無若干之影響，一方又因測量所用之器械及方法不完全，觀測上之誤差自亦不少故耳。測定緯度時，若角度誤至十秒，則緯度一度之長，即生 100 「托亞斯」之誤

第六圖



之誤差自亦不少故耳。測定緯度時，若角度誤至十秒，則緯度一度之長，即生 100 「托亞斯」之誤

差。卡西尼所得之結果，在當時固亦曾爲一部分之學者所信用，作其懷疑扁平橢圓說之反證。科學史上，此種實例，並非稀有。偉大之發見，常爲一般因襲守舊者所反對，固學界之常例也。世雖有證據勝於雄辯之諺，然有時所謂證據，亦不足恃，蓋直接可作證據之事實，每因觀察方法不完全或錯誤，而失其爲證據之效也。卡西尼之測定，揆諸當時學術程度，固不能罪之，然欲由此結果以決定地球之扁平度，則其所測必需之二地點緯度長之差，未免錯誤過大，換言之，卽彼等所測子午線之弧長，未免過短。是以欲解決此問題，無論如何，測定非於緯度甚相異之二處行之不可。法國政府有見於此，遂決定組織二遠征隊，一隊派赴近於赤道之南美德魯，一隊則派赴近於北極之拉伯蘭（Lapland）。派赴秘魯者，爲布格（Bouguer）拉·康達敏（La Condamine）二人，自一七三五至一七四二年，跨南緯一度半之兩側，測三度餘之弧而歸。派赴拉伯蘭者爲莫伯爾圖伊（Maupertuis）折爾栖烏斯（Celsius）克勒洛（Clairaut）等諸人，爲當時之有名學者，自一七三六年至一七三七年，於北緯六十六度半附近，測定約五十七分之弧而歸。其測定之結果如次：

	平均緯度	一度之長(托亞斯)
1	北緯 60° 20'	57138
2	北緯 45° 0'	57012
3	南緯 1° 31'	57734

表中，c 爲法國之值。

由此表，牛頓等所謂「子午線之一度之長，由赤道起，愈近極愈長」之說，漸臻確實。又由此等值，地球之扁平度，應可算出。若地球真爲橢圓體，而此等測定之結果又無誤差，則僅知二處之弧之長，橢圓之形，應即可確定。然由上表中 a 及 b 計算，扁平度爲 1:215，較牛頓之值爲大。由 b 及 c 計算，則爲 1:304。此等差異之發生，蓋一則由於觀測之不完全，一則由於受地方之影響，實際地球之水準面，並非真正之橢圓也（參觀第五章）。然而而言之，此次遠征既解決多年之宿題，殊可紀念，同時參加其中之學者，除完成其任務外，日日接觸於異鄉之自然界，其所得蓋不少也。如布格之利用山之引力以定地球之密度，設其未與安第斯山脈之雄姿相接，何由得之。又此遠征爲法國政府

所舉行，可見當時法國學士院，爲世界學術界中，一方之重鎮。其後法國鈞單位之普遍於世界，致令一言度量衡，卽有法國二字浮現吾人腦中，當歸因於此也。秘魯地方之測量，最近猶續在進行。據傳當時拉·康達敏因欲明示秘魯地方基線之位置起見，曾建碑於此，因碑銘觸西班牙政府之忌，遂被破毀，後厄瓜多爾大總統爲使其易爲人見起見，改建於與基線毫無關係之處，傳爲笑話。

十七世紀末葉，已有欲以一定不變之物爲尺度標準之思想，萬一人工的標準尺度全滅，仍得繩之以獲與前同一之尺度。法國有鑒於此，遂決定精密測量地球子午線之長，尤其通過巴黎者之長，以爲尺度之標準。對於此目的，子午線長之測定，必須較以前更加精密，並須測定較長之弧。遂由德獵姆布爾 (Delambre) 及美謝因 (Méchain) 二人擔任其事，先於丹刻克 (Dunkerque) 與西班牙巴塞羅納 (Barcelona) 之間，行三角測量。次阿拉哥 (Argo) 及畢窩 (Biot) 更越海而延長至巴雷阿羣島 (Balears)，此等測量事業，因戰亂病疫等之故，大受障害。阿拉哥等所經歷之苦辛事實，蓋無異一篇小說也。此測量未告確定之時，法國已制定新尺度。一七九〇年卽以聲譽卓著之物理學者拉普拉斯 (Laplace)、蘭格倫日 (Lagrange)、波爾達 (Borda)

蒙日 (Monge) 等爲委員，制定米之標準，以經過巴黎之子午線象限一千萬分之一爲一呎。至一七九九年，又確定此新尺度與以前之尺度「托亞斯」之比。然欲以地球子午線之長作長度單位之標準，究未適當。蓋地球決非完全之橢圓體，子午線之長，確定既非易事，又不能斷定其永久不變，若每得新結果而改正之，則實際上極爲不便也。是以尺度之標準，寧用人工制定者爲便，故其後萬國會議，重行制定現今之呎。今日萬國公定之呎，以鎊之金屬蒸氣於一定之條件下，所發生之一定之色光之波長爲不變之標準，與之比較，縱一朝不幸，今日之標準尺全行破壞，同一之標準，尙可制定。

如上所述，地球象限之測定，原不僅供地球形狀之研究，並欲由此以得尺度之標準。然尺度在 今日既已有最可靠之光波長以爲標準，昔日之目的，早已無存。

至十九世紀，三角測量之大連鎖，已爲各國政府努力擴張，歐洲全部，漸爲三角形之網所蔽。德國有名之高斯氏 (Gauss) 於一八一〇年開始，實行漢諾威 (Hannover) 地方之三角測量。此時丹麥則有叔馬捨爾 (Schumacher) 測量什列斯威好斯敦 (Schleswig Holstein) 地方，德國

尚有柏塞爾 (Bessel) 與貝亞 (Bäyer) 開始測量東普魯士。高斯除於數學物理學方面露其頭角外，於測地學 (Geodesy) 方面，亦予以新機軸，有不朽之功績。於三角點立角錐形之架，目標則用以鏡反射日光之日照器 (Heliotrope) 等，皆其所創始也。然此外彼尚有更大之功績，即應用最小自乘法於三角測量是也。最小自乘法雖為高斯前約二十年之勒戎德爾 (Legendre) 所創，然高斯始應用之於測地學，予以不少之發展。何謂最小自乘法？茲簡單述之於次：

一切物理學之測定上，一量之值，如只行一回之測定，決不能得精確之結果。例如測一棒之長，如精密為之，反復若干次，每測一次，即得一稍異之值。問題簡單之時，此等值固可取其平均以為正值。然果無論何時，均單純的取其平均即可乎？又如嫻熟者之測定，與無經驗者之測定，可無差別的取其平均乎？此應加以研究者也。又若稍進而實測平面三角形之一邊與二角，而求他之二邊時，只將實測之值代入三角法之公式內而計算之，所得之值，即信為正值可乎？角度之測定，苟誤一秒，所求之邊之長，將生幾何之誤差？此應加以研究者也。此外更有使人困惑者，為已行測定之既知數之個數，多於由此以求未知數之計算上所必需之數時是也。例如三角形之測量，假定一邊之長已知，

三角亦已一一實測，則據幾何學之定理，平面三角形三角之和，應嚴格的等於百八十度。然以不全之人造器械測量，則測量之結果，必有若干之誤差，蓋實測而得之三角和，殊難恰爲百八十度也。此時若三角之中，任意採用二角，其餘一角，視爲不知，由此以計算各邊，姑求記錄於簿上了事，固可不必再論。然此曾以苦心測量而得之三角中，任棄其一，所得之結果互異，此中究以何值最近於真，判斷殊爲不易。所謂最小自乘法，對於此種問題可予以明白而不曖昧之解答。多數實測之結果，應如何結合之，方可得最近於真之值，此法能明白指示。且所得之結果，予人以可相信至若何程度之保證。實測之結果，雖依其組合之方法，而得種種不同之結果，然其中可認爲必有最近於真者一個，即最小自乘法所示者是也。斯涅力烏斯所發明之三角測量，得以發揮其用者，實此最小自乘法之賜，此應歸功於高斯者也。

貝亞雖爲一軍人，夙以爲測地事業，不宜由各國政府單獨舉行，須各國協力合作，方克有濟。乃聯合中歐諸國，後聯合全歐諸國，而創萬國測地學會，今日歐美各國及日本，皆已加入。

以上所述，爲子午線長度之測定（meridian triangulation）。欲知地球之真形，除子午線外，

更須有緯線長度之測定 (parallel triangulation)。此種測定，歷來亦曾於各地與子午線同樣行之。

三角連鎖之網，今已遍於歐洲全部。例如北由挪威之北端起，南達黑海之一大弧，及由挪威北方羅佛敦羣島 (Lofoten) 起，以達地中海中摩爾太島 (Malta) 之弧，由英國北方設得蘭島 (Shetland) 起，越法蘭西西班牙兩國及地中海以達阿爾及耳 (Algeria) 之二十七度之弧等皆是。又緯線，則有由大西洋達奧斯克 (Oriskany) 之五十二度之弧，又有由大西洋達阿斯脫刺罕 (Asiat) (Asiat) 之四十七度半之弧等，皆爲其主要者也。其他，美國現亦縱橫皆網。非洲大陸，除由好望角以達地中海之一大弧外，與此平行及將此橫斷之種種三角網連鎖，現亦正在計劃，正在漸次完成之中，恰如科學的文化之觸手，在黑暗大陸內部蔓延者然。又在印度方面，亦已由英國政府行精密之測量。印度之測地事業，於地球物理學上有不少貢獻，當在以後述之。(參觀第五章第六節)

越大洋以連結三角網，在現今雖尚屬困難之事，然亦有人以下述之方法，論其可能性。即先於大西洋之兩岸之各二處浮上如匹加爾所乘之氣球，上設特別之測角機及照相機，更於大西洋正

中之二處，相次浮上備有照明器之標示氣球，而由兩岸之各二點以行觀測是也。其成否姑不具論，惟在科學家之努力不息下，雖一見殆爲不可能之問題，亦必思所以解決之也。

三角測量上某線之長，通例約爲數杆，所選之地，竭求其平坦。其長之測定，歷來多用長約四呎或五呎之棒。今如長五杆之基線，以長五呎之尺度測之，則尺度之使用，須反復千回。此時尺度與尺度接頭之處，若不令其密接或不精密補正其出入，則極微之差，相積卽成鉅大之差。昔時行此種測定時，用二尺度，交互使其前進，其端之接觸點之距離，設種種之方法以求其密合。近來之方法，只用一尺度而以固定之顯微鏡一對讀取其近於兩端所刻之細線，順次移動尺度，相次之尺度位置，於其相接之端，精密測定其互相出入之度。更有用含鎳三十六%，含鐵六十四%之合金 (Invar) 所製之金屬絲或線，此合金因溫度之變化而發生之伸縮極少，且運搬使用，甚爲便利，於短時間內，可以測定頗長之距離。此金屬線之長，須時時與他之標準尺比較，而後參酌使用。

如上所述，及至近世，子午線測量之結果，既漸增加，此等結果，若適當綜合之，則地球之大，較之往昔，所知自必大爲正確。今地球各處之子午線之長，業已知之，試蒐集此等結果，而綜合之，可知地

球未見必爲真正之週轉橢圓體。例如同一緯度之處，子午線一度之長，亦未必相同也。然大體近於橢圓形，則可無疑，故假定地球爲真正之橢圓體，而認其爲一大小形狀與一切實測之結果極相融和之橢圓體，即所謂地球橢圓體 (Irregular Ellipsoid) (德) 則爲極重要之事。茲就諸家爲此目的，而蒐集多數材料以行計算所得之結果中，其爲今日一般所採用者，述之於次。

十九世紀之初，自勒戎德爾以至厄利 (Airy, 1830) 多數學者，曾行此計算，然因綜合實測結果之方法，多非系統的，致其結果無甚價值。及至柏塞爾 (Bessel, 1837-1841)，不獨選得多數良好材料，且所選之材料，又復用最合理的方法即前述之最小自乘法以作計算，故其結果在今日，尚近於精確，爲世所採用。柏塞爾所選之子午線，其數凡十，其位置自南緯三度起，達北緯六十七度。由彼計算所定之橢圓體，稱爲柏塞爾橢圓體 (Bessel's ellipsoid)。

其後英人葛拉克 (Clarke, 1880)，更利用新式之觀測法以行計算，其所定之橢圓體，稱爲葛拉克橢圓體 (Clarke's ellipsoid)。此二種橢圓體之大小及形狀，如下表所示：

	柏塞爾	葛拉克	嘿福耳德
長徑 $a =$	6377397 呎	6378249 呎	6378388 呎
短徑 $b =$	6356079 呎	6356515 呎	6356912 呎
象限 $Q =$	10000856 呎	10001865 呎	10002288 呎
扁平度 $a = \frac{a-b}{a} =$	1:299.15	1:293.47	1:297.00

今試比較兩者之結果，後者象限約較長一籽，扁平度亦較大。然如後章所述，由重力測定之結果計算而得之扁平度之值，反與較古之柏塞爾之值相一致。考葛拉克之結果，曾用遠比柏塞爾為多之材料獲得，似所得當益近真值，詎知竟有此出入，果何故乎？考葛拉克所採用之觀測結果得自印度，或該項材料因受該地鉛直線之變異影響，不甚適用，亦未可知也。然柏塞爾及葛拉克之結果，無論何者，在實用上，均無大差。

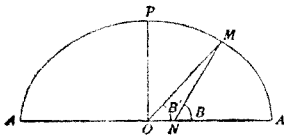
上表中尚有美國嘿福耳德 (Hayford, 1910) 所定之橢圓體。此橢圓體之扁平度，不似柏塞爾及葛拉克之橢圓體之得自子午線測量之結果，乃由利用重力測定之結果而求得。且當其處理

此重力測定之結果時，後述之「地殼均衡」，亦經加以考慮，故此扁平度亦爲最近於精確者之一。地球之形狀大小，必如此加以推求，是果有何用乎？曰：無論有用與否，吾人生於斯息於斯之地，球能稍知其底蘊，乃爲一般學術上極有興味之事。且卽就實用上而言，地球之形態，亦有知之之必要，觀後所述，可以推知。

前述三角測量時，係就地面恰如平面着想，故悉以平面三角之理論述之。然若三角形之邊，長達數十里時，則不能再視爲平面三角。蓋此時已發生地球之曲率影響，而三角形三角之和，亦已非百八十度，平面三角法之公式至是卽不復可用。且此時距離若在二百浬以內，尙可視爲球面三角形；若更越過此範圍，則無論如何，必須視地球爲橢圓體，否則不能得與吾人測量目的合致之精密度。

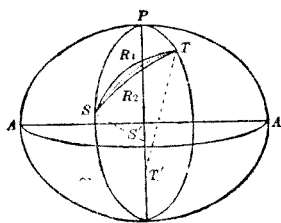
若爲球體，則由其表面所引之一切垂線，必皆集於中心一點，甚爲簡單，然橢圓體則否，其垂線不能集於一點。今假定第七圖爲地球之切斷面， P 爲極， A 爲赤道，則由表面上一點 M 所引之垂線，不與 AO 交於中心 O ，而卻與 AO

第七圖



交於 γ 。考緯度之定義，二點之緯度，或由其垂線與赤道面所成之角 B 定之，或由 OM 與赤道面所成之角 B' 定之。前者稱為地理學的緯度 (geographical latitude)，後者稱為地心的緯度 (geocentric latitude)。又如第八圖所示，橢圓體上二點 S 、 T 間之距離，亦為困難之問題，為普通所意想不到者。由 γ 設所引之垂線，與地軸交於 S_1 ，由 γ' 所引之垂線，則與地軸交於 T_1 。今如於 S 安置垂緯儀以覘 T ，雖可求得弧 γ 、 R_2 、 γ' 之方位，然由 γ' 以覘 γ ，則只能知弧 γ 、 R_1 、 S 之方位，故欲求 S 、 T 間之距離，即發生 S 、 R_2 、 T 與 S 、 R_1 、 T 之選取問題。此時 S 、 T 間之最短距離，即圖上虛線所示之距離，稱為測地線 (geodesic line)。要而言之，知二點之經緯度而求其間之距離時，或已知由經緯度已知之甲點至經緯度未知之乙點間之距離與方向以求乙點之位置即經緯度時，則必須先知地球橢圓體正確之形狀及大小。例如計算一省一縣之面積，苟不知地球橢圓體之形狀大小，決不能精密決定之。故測地事業為各國政府重要事業之一，既屬當然，同時其基礎橢圓體研究之重要，亦不言而喻矣。

第八圖



現今測量上採作基礎者，德法等歐洲大陸諸國及日本，皆用柏塞爾橢圓體，英美則用葛拉克橢圓體，於此亦足窺見民族氣質之一斑，然無論如何，實用上兩者均無甚差異。

第五章 均衡地球面

第一節 水平面

自地球爲球形之說發生疑義之後，繼之而有非議地球爲橢圓之說，此當然之趨勢也，及至今日，則已進而爲研究地球實際之形，究與橢圓體有如何出入之時代矣。

以上只漠然就地球之形而言，然於形字之意義，猶未甚深究及之，茲先將此點稍加闡明，然後再作進一步之研究。

地球有指爲球形者，亦有指爲橢圓形者，然地面上之山有高達 29000 呎之喜馬拉亞高峯，地面上之海，有爲恩登艦 (Endon) 所發見，深達 10793 呎之凹處。此等最高最低二點之差，與地球之半徑比較，雖只約其三百二十分之一，然若柏塞爾，葛拉克之以呎計算地球半徑時，則早已不能

視之度外。然則普通所謂地球爲橢圓體，究何所指乎？曰是蓋指地球上之平均海面（或中等潮位面）爲橢圓體耳。

何謂地球之平均海面（mean sea level）？曰地球上之海面，雖因潮汐波浪及其他之原因，時有高低之變化，然各就其處，求其多年之平均，自可得一定之水平面，將地球上全體之水平面平均之，是即平均海面。雖然，陸地之內部與海相隔離之地，又將如何着想乎？

例如日常謂某山高若干呎，此種高度，果自何處起算，即成問題。此時可想像將海面延長至陸地內部，而求解答。此種延長陸地內部之平均海面，謂之均衡地球面（Geoid）。

詳言之，即某處均衡地球面爲假想於該處掘一極狹之溝渠，導海水流至其處時之水面。惟實際掘此鉅大之溝，則地球表面質量之分布，將因之而生變化，水面之形，亦將隨之變化，故所假想之溝渠，意義極狹，自不待言。此種溝渠，僅假想之藉以決定均衡地球面，實際並無鑿掘之必要。

今於未論均衡地球面之形以前，試一考實際之平均海面對於重力之等勢面（詳言之，即到處垂直於重力方向之面），其相應之程度爲何如。波浪潮汐之影響，若求其多年間之平均，可以消

去，此外可使水面生高低之原因，則爲氣壓、水之溫度及比重之不同、風、海流等。地球上某處，設其年中之平均氣壓常較他處爲高，則其處之平均水面，應較均衡地球面爲低。又若水之溫度較他處爲高，所含鹽分較他處爲少，即比重較小之處，其平均水面應較他處爲高。又若年中一定方向之風，對於海岸特殊之處，水面受其影響，亦應較均衡地球面爲高或低。又強海流沿海岸急流時，因受地球自轉之影響，海流之右側，必較左側稍高。

若上述之影響顯著時，則陸地兩側海面對均衡地球面之高，必生甚大之差。此問題甚爲緊要，自測地學進步，即漸次研究及之。例如中美兩側、太平洋之水面與大西洋之水面，嘗有高低之差甚大之說，近年因測定計算之方法改進，乃知此差甚小。又據以前法蘭西、葡萄牙、西班牙沿岸各點水準測量之結果，地中海水面與大西洋海岸水面，亦有相差甚著之說，甚至竟認大西洋岸之某處，較地中海岸之馬賽近傍高達一呎者。及後拉魯曼（Lallemand）發覺當時計算方法之缺點後，復行詳細研究，計算結果，相差不過數厘，且二處究孰爲高。亦判然而明。要而言之，此差由測定之誤差而起，範圍並非甚大，可視爲無甚緊要也。

然則此均衡地球面，導入陸地內，由此以決定陸上各點之高之法，果何如乎？曰是即所謂精密水準測量也。

第二節 水準測量

於述水準測量以前，先一述何謂標準橢圓體 (Referenzellipsoid) (德) 柏塞爾、葛拉克等之地球橢圓體，形狀與大小，雖所明示，然一指定土地，例如日本，究通過此橢圓體之何點，則爲不易明瞭之問題。詳言之，例如東京參謀本部內原點以下之若干尺處，通過其面即爲殊難確定之問題。東京灣之平均海面，雖已知爲在此原點下 22.41 呎之處，惟此面爲實際之均衡地球面，並非強使地球成爲全體一致之地球橢圓體面也。是以不得已各國乃各認其本國實際之平均海面爲最易融和之地球橢圓體面，以之爲水準測量之標準。此種橢圓體，稱爲標準橢圓體。故即使同爲採用柏塞爾地球橢圓體之國，彼此亦互有出入，今日尙未能統一。在水準測量之連鎖尙未普及地球全部時，此種出入，殊無法除去之也。

由水準測量以定地面上甲乙二點之高之差，其法有二。

(1) 三角術的水準法

第九圖， $A_1 B_1$ 假定為標準橢圓體之面， $A_1 O$ 及 $B_1 O$

假定為由二點 $A B$ 向橢圓體所引之垂線。若 $A_1 B_1$ 之距離較

曲率半徑 $A_1 O$ 及 $B_1 O$ 為小，則 $A_1 B_1$ 可視為圓弧。今若由

Δ 視 B 而測其天頂角，如前所述，因空氣中光線屈折之故，得較

實際為小之 Z_1 ，同樣由 B 測 A 之天頂角得 Z_2 。若 $A B$ 之距離不

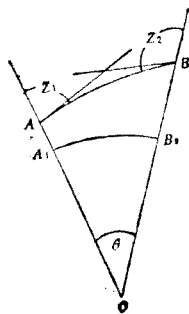
甚遠，則 $A B$ 間光線之徑路，為計算簡便起見，可認為近於圓弧，而 ΔA_1 與 $B B_1$ 之差，即由橢圓

體至 A 及 B 之高之差，可由 $Z_1 Z_2$ 及 θ 以計算之。即由此法，可得知標準橢圓體外之點之高。

(2) 幾何學的水準法

第十圖，為求 $A B$ 二點之高，將 $A B$ 間分為多數之小部分如 $A_1 A_2$ 。第十一圖，於 $A_1 A_2$ 之中央安置水準儀，立刻有尺度之棒，於 A_1 及 A_2 ，由水準儀上之望遠鏡，覘取通過其軸之水平線切於棒上尺

第九圖

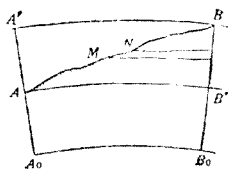


度之點，測定 M 、 N 二點之高差 h 。此時光線亦不依直線進行，稍呈屈折，必須考慮及之。如上順次進行，得各小部分之高低差 h_1, h_2, \dots 而求其總和 $h_1 + h_2 + \dots$ ，可得 A, B 之高差。此法水平面若為簡單之球面，僅此已足，然實際則殊不若是簡單，蓋均衡地球面 A, B_0 及通過 A 之水平面（即垂直於重力方向之面） A, B_1 ，以至通過 B 之水平面 A', B' 等，未必互相平行也。是以 A, B 二點之高差，可視為有下列種種：

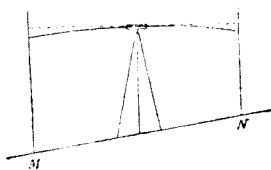
$$A A' - B B' \quad B B_0 - A A_0 \quad \text{或} \quad h_1 + h_2$$

然均有若干出入。此中 $B B_0 - A A_0$ 為均衡地球面以上之高差，吾人之所欲得者即此。然因不能直接測之，無論如何，只能由實測而得之 $h_1 + h_2$ 計算以求之。然最後之 $h_1 + h_2$ 之和，亦因由 A 至 B 路線之如何而生差異。由 A 出發至 B ，再由 B 歸至 A ， $h_1 + h_2$ 之總和，未必恰等於零。即由同一點，得二種之高也。然實測之 $h_1 + h_2$ ，如以適當之計算，予以補正，則 A, B 二點距均衡地球面上之高差，可以知

第十圖



第十一圖



之。

如上所述，由三角術的水準法，可以知 A, B 二點之橢圓體上之高，由幾何學的水準法，可以知 A, B 二點之均衡地球面上之高，故若比較此二結果，則實際之均衡地球面與橢圓體有如何出入，應可知之。然不幸其出入之程度既極微細，而三角術的水準法所難免之由光線屈折而發生之誤差又甚大，故在今日，此法只屬於理想，難以實行之也。

然則均衡地球面之真形，此外果無法以知之乎？曰，其法有二，第一由地球之重力分布以測知之，第二由鉛直線之偏倚以決定之。

第三節 重力之測定

現代力學之祖之伽利略，據傳少年時代，曾於比薩之寺院，由天井中所懸之燈之擺動與自身之脈搏相比較，因而發見擺一擺動所需之時間，與其擺幅之大小無關之理，雖為有名之傳說，似不過為後世所捏造。然彼由落體速度及斜面運動等之研究，進而研究擺，則無庸懷疑。其後擺之研究，

得惠更斯及其他之學者之致力，愈益詳盡，而其最初應用於重力測定，則爲前章所述李捨爾以後之事。

物理學上所謂單擺，爲以無重量無伸縮之線，懸吊極小之物質即質點所成。擺之週期，當擺幅小時，不問擺幅及質量之如何，恆與線長之平方根成正比，與其地之重力加速度之平方根成反比例。此種理想之擺果能製成，則於真空中使其擺動而測其一擺動所需之時間及其長，其地之重力，應可立即知之。惟實際既無無重量之線，亦難於製成極小而重之球，實現殊爲困難。所謂波爾達擺 (Borda)，其所用之球頗大，球各部質量運動之不同，雖予以考慮修正，惟由此求出之，則不易期其非常精確。現今對於求達精密之目的，則採用固體製成全體堅牢之複擺。此中定之絕對之值最便利者，則爲可倒擺 (reversible pendulum)。此擺於複擺重心之兩側，設相對之二刃稜 (knife edge)，若以此二刃稜交互使行擺動，同時擺動之週期，亦竭力使之相同，則由此週期與二刃稜間之距離，即可求出之值。此擺之優點，爲其相對之二刃稜尖端間之距離，及擺之週期，可以精密測定，故只加以若干之補正，即得精密決定之值。若加以種種周密之注意，則之值，可

使其精密度達百萬分之一。例如擺在擺動時，須注意其周圍空氣之影響；對於擺之長，須注意溫度之變化；對於擺台，須注意其在擺動時之動搖。此外更須注意其他種種不同之誤差上所生之影響，而須設法除去之，實驗殊非易事。現今用作重力絕對值之基準者，爲德國波次但 (Potsdam) 地球物理研究所所測定，此測定，在一特設之室行之，測定確實之值，約費八年之日月。波次但觀測室 (海面上87呎) 所測定重力之值爲

$$g = 981.274 \pm 0.003 \text{ cm/sec}^2$$

此值爲今日地球全體重力比較之基礎 (此前，用作基準者，則爲奧國維也納 (Vienna) g 之值， $g = 980.876$)。

此種測定，隨處行之，殊非易事。然幸有簡便之法，即用普通之復擺，於各地方使之擺動而比較其週期，則擺質量之分布等，縱不知之，各地方之 g 之比，亦可精密求得。換言之，即易於行比較測定 (relative measurement) 是也。用此法，可將擺先於波次但之基準點，使之擺動而測定其週期，再移至他處而測定其週期，則由二地週期之比與基準點之 g 之絕對值，即可算出其地之 g 。惟運

搬中，恐擺或有變形，須時時運歸基準點修正之，對於溫度之變化等，亦須加以注意，自不待言。今日

普通用以行此種比較測定者為斯忒涅克擺 (Sternock) 或其

曾經種種之改良者。此擺如第十二圖所示，用長約二十五厘米甚

堅牢之棒為軸，棒之上端，前面置鏡 N ，中間貫通，插入鋼鐵或瑪瑙

之刀稜，載於固定於擺台上之瑪瑙板上，其下端之重錘，重約一鈞。今如第

十三圖所示，燈 S 射來之光，以鏡 N 反射之，使通過水平之細隙 D_1 及

D_2 ，再以鏡 N 反射於望遠鏡 T 於支點 M 所支之槓桿 L 之端，裝一鑿有

細隙之板 D_3 ，將此槓桿與電池 B 及時辰儀 (chronometer) C 之電磁

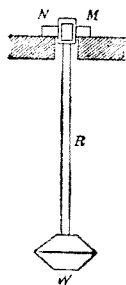
石 E 連絡，每一秒間，使之一動。則為 N 所反射，通過細隙，再為 N 所反射

之光束，乃隨擺之擺動，或高或低而動。今假定來至 D_1 ， D_2 中間之光，瞬

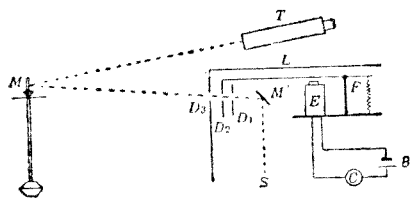
間通過 D_3 之細隙，復為 N 所反射，適投於望遠鏡之視界中，而生成一像。

此時若擺之週期與 D_2 之週期，精密一致，則當 D_2 令光通過之瞬間， N

第十二圖



第十三圖



即回復前之位置，故望遠鏡視界中光像之位置，必不變化。然若擺之週期與 D_2 之週期稍有參差，則當 D_2 令光通過之瞬間， D_1 之傾斜，逐漸變化，其結果，使望遠鏡視界中光像之位置漸離中央而偏於一方。當光像離中央達某程度時，則在閃光之瞬間，擺必達於極端之傾斜。其後光像又漸歸至中央，向反對之側移動，及達某點，又復歸舊位。今假定 D_1 之週期與擺之週期之差為百分之一秒，則每百秒，光像必回復一次。故反之，若測定每若干秒，光像回復一次，即可以時計測定擺之週期。然後再由天體之觀測決定時計正確遲速之度，擺之週期，因以決定。此法稱為符合法 (method of coincidence)，為一般決定擺動體週期之最良方法。其後製擺所用之材料及觀測之方法，經不少改良，測定雖愈能進微入細，然根本之方式，殆無二致。近年則已有不用時辰儀，以無線電直接比較甲乙二處擺之週期矣。

欲知地球上重力之分布，不獨應測定之陸上之重力，亦應測定海上之重力。然不幸陸上所行之方法，不能施於船上，海上重力之測定因發生困難。赫克爾 (Hecker) 曾試以其他方法，得相當之成功。考以水銀氣壓計測氣壓，係以水銀柱之重，使氣壓均衡而測其柱之高也。故由水銀柱之高，

換算空氣之壓力時，必須知其地之重力之值。今反之，如能改用與重力無關之其他方法，另行測定氣壓，則應可由水銀柱之高，而逆知其處之重力。此法中最稱便利者，厥爲利用水之沸騰點，按水之沸騰點，常隨氣壓之變動而有異同，其異同與氣壓之關係，已由他方面之研究，可以精密知之，只需有特製之溫度計（即沸點計 *hypometer*）即可達到目的。赫克爾用此方法以測大洋之重力，已告成功，唯精密密度與陸上測定者相比，則相差達數十倍。

用陸上相同方法，以複擺測定海上之重力而獲成功者，爲荷蘭之邁涅斯（*V. Meinesz*）考荷蘭之土地，因過於軟弱，常動搖甚劇，如用普通之方法，測定當地陸上之重力，必甚感困難。最初應用下述之方法，以測海上之重力者即邁涅斯也，法以週期相等之甲乙二擺，結爲一組，使其位相反對而擺動，以觀其偏倚之差。此法外部縱有動搖，因甲擺若受若干影響，乙擺亦必受同樣影響，互相消去，故二擺偏倚之差，並不稍受影響。且此將差一增一減之週期，恰等於甲乙擺之自由週期，故不必測定擺之週期，只須測定此因差之增減而不受外界影響之週期即可。邁涅斯利用潛水艇，動搖極少之理，將上述方法，加以若干修改，於潛艇內，測海上之重力，獲告成功。此法之精密密度，可與陸上測

定者相匹敵，邁涅斯以數次之航海，環行世界一週，獲得極有益之結果。

測定重力時，視其目的若何，有時亦可無庸求其極度精密，只須竭力於短時間內，在多數之處，簡易觀測之即可。對於此種目的，不用擺而易以簡單測定之方法，則有種種。例如用螺旋彈簧及其他之彈性體，下懸一錘，持之遍歷各地，則因彈簧伸長之度與各地之重力為比例，故若能精密測定其伸長度，則各地之重力，當可由比較而定。然不幸此伸長之變化既極小，而具有理想的性質之彈性體，實際又絕無其有，上述之方法，實行殊為困難。實際之彈性體，其彈性率既須受溫度之影響，所謂閱歷之影響亦復不小。如後所述（參觀第七章第三節），於一定之地點求重力之變動時，姑不具論，若運之野外，以行觀測，則殊為困難。司勒爾法爾（Threlfall）、伊醒（Ising）、哈爾克（Hauk）等，雖製成此目的之裝置，攜赴野外實行觀測，然未得滿意之結果。

於此尚須一述者，為累哲（Lejay）、霍爾味克（Holweck, 1930）所創製之擺，此擺為混合自由擺及彈性擺所成，稱為倒擺（inverted pendulum），可由重力與彈性力輕微之差而擺動，與重力恰小此數之處自由擺之擺動相同。故應用此擺，動力之變化，縱屬同一，與通常之自由擺較，則

生大達數十倍之週期變化故欲得同一之精密度亦可於相當之短時間內測定告終此時彈性體之性質固亦成問題，惟彼等係用鐵 52%，鎳 36%，鉻 12% 之合金「厄林法爾」(Elinvar) 造成，此合金因溫度之變化所起之彈性率增減甚少，故已獲有相當之成績。

第四節 重力之分布及均衡地球面之形

由重力之分布，如何以知均衡地球面之形乎？茲簡單說明之。

地球爲一質量之團塊，其各小部分皆與其質量成比例，且與距離之自乘成反比例之引力，及於他點。故地球表面上一點之質量，皆受有此等各部分引力之合力。此外地球又因自轉之故，發生離心力。離心力係向減小上述引力合力之方向，其影響在赤道地方，最爲顯著，然與引力相比，僅其 $\frac{1}{289}$ 。離心力與地球引力之合力，即重力，其所生之加速度，稱爲重力加速度。今如移動地球上之一質點，此質點一般稱之爲對於引力作功，或稱爲引力作功，惟限於沿某特別之面移動之時，質點之功爲零，質點之重力位置之能無增減。此面即通過此質點最初之位置之等勢面也。等勢面上

之重力，並不一定，一般到處相異。然若等勢面之形已知，其內部之全質量不變，則不論其內部質量之分布如何，其上之重力分布，恆為一定。此即勢之理論所證明者也。知等勢面上之重力分布而求其形，一般雖為困難之問題，然地球大體近於球形，可應用球函數以解決之。即地球上之重力分布，如能以較簡單之函數式表之，則有此分布之等勢面之形，即可知之。惟應用此勢之理論時，地球之物質若不全部在所處理之等勢面內，則將發生困難。布立爾安 (Brillouin) 於此，乃提出：「於海面上高達十杆之處，選定此勢面，將地球上重力之值，一律換算為此面上之值，以定此面之重力分布，由其結果以定此面之形」之方法。然在如此之高處置標準面，實用上既感不便，而重力之換算，亦難正確，故何如置一與實際海面相近之等勢面，較為便利。赫爾美爾特 (Helmert) 路茲基 (Luzki) 等於此乃又行下述之改良。其要領為認地球海面以上一切之質量，盡皆強行壓入海面以下。如此則雖因附近質量之分布發生變化，等勢面亦隨之變形，然若施以適當之方法，則等勢面之形，不唯不起顯著變化，即質量亦不與地球自身有甚大相異，且地球的全質量，既沒於海面以下，復得簡單應用勢之理論也。

赫爾美爾特，以爲將海面以上之質量，照其原形，凝縮至海面以下約二十一杆之處，較爲便利。如此則地球全質量無變化，惟等勢面則稍稍變形。然彼證明由此發生之變化極微，且示此變化之大小，亦可由計算定之。

路茲基則與此相反，須先將海面外之質量，稍變化之而後移至海面下適當之位置，使等勢面之形，與實際毫不相異。此時地球之全質量雖稍變化，惟變化並不多。

實際上，赫爾美爾特之法，似較便利，故茲只就該氏之研究述之。

赫爾美爾特之法，要而言之，乃假定有一與實際之地球略同形之等勢面，且全質量均含於其內之假想的地球之存在，而決定其形之方法。假想的地球之形既定，則與之近似之均衡地球面之形，自亦略可以知之矣。

此處須特加注意者，爲如此移動質量時，與海面相當之等勢面之形，雖無甚變化，其上之重力分布，則頗生變化。今欲知如上所述之假想的地球之形，須先知此種地球上之重力分布。故須由實際之重力分布，換算爲假想的地球上之重力分布。故實測之 ω 之值，須加以相當之補正。例如第十

四圖，假定已於山腹之實測重力，今如欲計算之點直下海面之假想的地球之重力，則須由實際重力之值，先減去海面以上一切之土地（不獨第十四圖之山，包括地球全體）及於此點之引力，加入該質量壓入地下凝縮而後所生之引力以代之，更加入由之接近至之海面所生變化之補正，是也。

實際地球因與球形相去甚微，使陸地凝縮至海面而下所生之等勢面之變化，極端時亦不過三呎，故等勢面大體可視為不變，為此法之特點。

行凝縮時，為欲實行換算，對於加入實測重力之值之補正，殊難嚴密計算。赫爾美爾特乃先施以略算，然後換算地球上多數測定之結果。

今如已知空氣中之點之重力，則欲求其直下海面上之值時，若地球之水平面為完全之球，甚為簡單。因地球表面以上之重力與由中心起至該處止之距離之自乘為反比例，故如假定海面上之重力為 γ ，地球半徑為 R ，測點之在海面上之高為 H ，則 P 點之重力 γ' ，可由下式求之。

$$\gamma' = \gamma \left(\frac{R}{R+H} \right)^2$$

第十四圖



若 H 小於 R ，則取級數

$$\gamma = \gamma_0 \left(1 - \frac{2H}{R} + \frac{3H^2}{R^2} + \dots \right)$$

之前二三項，可以求得近似之值（第三項，縱最高之山，影響於重力之值，亦僅約二十萬分之一）。赫爾美爾特先施以極概略之補正，以調查地球海面上重力 γ_0 之分布，認重力只因緯度 φ 而異，與經度無關，乃綜合多數觀測，得下列之結果。是即所謂一九〇一年之赫爾美爾特之式也。彼先將大陸內部之材料與海岸之材料，分別處理，然後各表之以式。是蓋因如後所述，海岸一般重力之分布，與大陸內部有異故也。又烏嶼等處之重力，改算時須予以大且不確之補正，故姑從略，未加入此計算中。

先綜合內陸之結果：

$$\gamma_0 = 978.036(1 + 0.005296\sin^2\varphi + 0.0000105\sin^2 2\varphi) \pm 14 \quad \pm 14$$

（ φ 為緯度， γ_0 之單位為 $\frac{\text{cm}}{\text{sec}^2}$ ， \pm 示平均誤差）。

海岸之重力，全體平均，較陸地多 0.036，故減去計算之，則爲：

$$\gamma_0 = 978.049(1 + 0.005302\text{Sin}^2\varphi - 0.000013\text{Sin}^22\varphi) \quad \pm 12 \quad \pm 12$$

此等式中， $\text{Sin}^2\varphi$ 及 $\text{Sin}^22\varphi$ 等之係數，均爲地球形狀之常數，其內含有扁平率、半徑、自轉之角速度等。因其數值係以最小自乘法定之，故可由此以求扁平率。 $\text{Sin}^22\varphi$ 之係數，既爲極小之數，而重力之測定，又有若干之誤差，未能精密定之，故寧用由他方面計算所得者，較爲得策，如後所述，維赫特 (Wiechert) 及達爾文 (G. H. Darwin) 關於地球內部之比重分布，各基於相異之假定，以行力學的計算，其結果地球之形，甚相一致，此結果若認爲正確而利用之，則 $\text{Sin}^2\varphi$ 之係數當爲 0.000007，故若將此作爲既知數，而僅以最小自乘法定 $\text{Sin}^2\varphi$ 之係數，則：

$$\gamma_0 = 978.044(1 + 0.005301\text{Sin}^2\varphi - 0.000007\text{Sin}^22\varphi) \quad \pm 15$$

$$\text{在海岸} \quad \gamma_0 = 978.017(1 + 0.005300\text{Sin}^2\varphi - 0.000007\text{Sin}^22\varphi) \quad \pm 11$$

± 11

以上皆以舊時維也納之重力爲基礎

先計算由陸地之結果及海岸之結果減去 0.036 後之結果，更與現今用爲基準之波次但重力比較而換算之，則以二係數爲未知數時

$$\gamma_0 = 978.028(1 + 0.005300\sin^2\varphi - 0.000002\sin^2\varphi) \\ \pm 13 \qquad \pm 13$$

然如 $\sin^2\varphi$ 之係數，採用上述之值，則：

$$\gamma_0 = 978.030(1 + 0.005302\sin^2\varphi - 0.000007\sin^2\varphi) \\ \pm 12$$

此最後之式，爲現時認爲最適當者之一，稱爲地球上之標準重力 (Normal value of gravity)。具如此重力分布之等勢面，其切口之形，類於橢圓，與橢圓相比較，惟在極及赤道之處稍凸出，在四十五度之附近稍凹下。但此種凸凹之度，僅約十數欸，與地球之平均半徑相較，殊爲微微，此類似之橢圓體，稱爲水準橢圓體 (Nivauspheroid) (德)。

以上乃專認地球爲完全之迴轉橢圓體所得之結果。今更認地球爲三軸長度互異之一般橢

圓體，而以相同之手續，綜合其重力測定之結果，則：

$$\gamma_0 = 978.052(1 + 0.005285 \sin^2 \varphi - 0.000107 \sin^2 2\varphi + 0.000018 \cos^2 \varphi \cos 2(\lambda + 17^\circ))$$

(λ 表經度) 此式稱爲一九一五年之赫爾美爾特式。據此式，赤道之形，已非完全之圓，而爲長短兩軸之差達 930 呎之橢圓，且其長軸在西經 17 度之處。又據與赫爾美爾特行同樣之研究者二三人之結果，赤道兩軸之差，雖均約二三百呎，然長軸之位置，則所說不一，尙未能明瞭判斷之。

將上述之水準橢圓體相當之標準重力與各實測點之值，比較之可得解決種種重要問題之端緒。

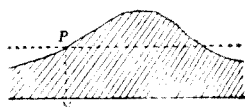
實測重力之值，施以高度之補正後，通例以 g_0 表之；再加入凝縮表面物質至內部時所需之補正後，通例以 g_1 表之。

關於高度之補正，而視地球爲球形時之概算法，前已述及，此時若將扁平度亦加以考慮，則：

$$g_1 = g + 0.3086H \quad (H \text{ 示高度，單位呎})$$

若更由實驗的測定重力隨高度而變化之比率，其結果亦與此略同（參觀第六章第一節）。次就將水面以上之物質，凝縮至水面以下時，其換算所需之補正述之。據赫爾美爾特之說，實際地球上所有之小凹凸，爲便於理論上說明起見，將其壓縮至地下二十一杆之處，或僅壓縮至海面以下，其結果無甚大差。圖所示之山，若壓縮至海面後，則P點下密接於N之點之重力，殆與N之同厚之層，壓縮至表面時之N上之重力相同，（此理在靜電及其他類似之問題中，業已證明茲不再述），故結局所謂凝縮之補正，與凸凹之地面返爲與P同高之平坦地面時之補正相同。由此意味，稱此補正爲平地換算補正（reduction of horizontal terrain），或稱地形補正（topographical correction）。此補正總之即爲在P之水平面上之質量減去其及於上方之引力，或埋入N之高度以下之空處後，加入埋填物質及於下方之引力是也，故其數常爲正。此補正常頗小，如次表所示：

第十五圖



	高	度(呎)	補	正
富士	3772		+0.119	cm/sec ²
布蘭 (Mont Blanc)	4807		+0.123	
埃特納 (Etna)	2943		+0.052	

今假定由

$$g_0' = g_0 + \text{地形之補正}$$

而得 g_0' 。此 g_0' 與 γ_0 之差 (即 $g_0' - \gamma_0$)，正所以示前述與實際地球不甚相異之假想的地球上之重力與簡單之理想的橢圓體上之重力之出入，故稱爲重力的異常 (anomaly)。今若已知地球全體之 $g_0' - \gamma_0$ ，則由斯多克斯定理，地球上無論何處，此假想的地球之海面 (即與之近似之平均海平線之面) 對於水準橢圓體之高低差，即可決定。應用此定理時，若等勢面以外，尚有質量存在，則感不便，故必須如前所述，先加以修正方可。惟不幸今日重力測定之結果，尙未普及，實際行此計算以定地球全體均衡面之凸凹，尙不可能，即就後述之鉛直線偏倚等所示，而加入判斷，此

高低差亦未有過數呎者。此高低差既認爲甚小，則由重力測定之結果，關於地球之比重分布，必可得其重要智識之端緒。

昔時將高處觀測所得之重力之值，換算爲海面之值時，認其觀測點爲在與之同高且平之地球上，乃先減去自海面至此高度地盤之引力，次加入空氣中高度之補正。如此將海面以上至觀測點止之地盤假定爲平坦，而認其地爲過剩之質量存在於海面上，如將其削除，降低觀測點至海面，即可得標準之重力之值。此種地盤之補正，稱爲布格 (Bouguer)、楊格 (Young)、帕松 (Poisson) 之補正，此補正雖似言之有理，然由今日觀之，殊欠妥當。蓋只着想海面上之質量爲贅物，地下質量之過剩與不足，全行忘卻故也。

對於某地點之重力，施以空氣中高度之補正後，若此重力（即 g ）與標準重力（即 g_0 ）之間，有若干之差時，則不能不認爲係發生於次之二原因：第一爲由於此點上之均衡地球面，對於水準橢圓體凸出或凹入；第二爲由於此點之附近，地殼質量之配布有異，或此二原因同時存在。昔時因未將此二原因加以考慮，故問題未能解決。明示此點者，不能不歸功於赫爾美爾特。

發生重力異常之質量（質量不足時，認質量爲負號分布於其處），不問其在海面上，或在海面下，祇想像其盡皆壓縮至海面，成爲薄層，而研究之，則某任意地點之（ $g_0 - \gamma$ ），可分爲如此之二事項而着想。卽一爲由於該處均衡地球面之凸出或凹入而起者，一爲由於此點直下質量之異常而起者。後者又可分爲由海面以上之部分發生者及由海面以下發生者二種。今由他方面之研究，已知均衡地球面形狀之異常，甚爲微細，若更知海面上質量之過剩而除去由此發生之部分，則所剩僅爲海面以下，目不能觀之質量異常所發生之部分。故 γ 加以布格之補正（通例以 σ_0 表之）後，如與標準重力有顯著之差異時，則可認爲係海面以下質量分布有相當之異常。然此等計算，乃假想質量之過不及悉凝縮於海面之時，故不能由此而知實際內部之質量分布。

今於實際地球上之諸點，觀測其重力，使與所謂標準重力相較，則不獨 σ_0 與 γ_0 之差，大致甚微，卽在高山上測定之 g ，其加入高度補正之 g_0 後，較之更加入布格補正之 g_0' ，更爲與 γ_0 相近似。最顯著之例，如印度喜馬拉亞山地之摩勒 (More) 地方，雖在海面以上 4696 呎之高處，其

加入高度之補正後

$$g_0 = 979.681$$

再加入布格之補正後

$$g_0'' = 979.095$$

標準重力

$$g_0''' = 979.600$$

即不減去該地以下之地盤引力之 g_0 ，反與標準重力甚相一致。以此試與前述之理論對照，則知該地海面以上之質量異常與海面以下之質量異常，效果互相抵消。換言之，喜馬拉亞雖凸出於海面以上甚高，其海面以下之部分，則較之其他處所，質量有所不足也。然所謂質量不足，並非謂其下有空洞，係指其下質量之比重，較同緯度之其他處所之平均為小耳。又與此相同之事實，亦可由他方面推測得之，即可由次節所述之鉛直線之傾斜推測之也。

第五節 鉛直線之異常與均衡地球面之形

地球上各點重力之方向即鉛直線之方向，為其點之均衡地球面上垂線之方向。然均衡地球面與地球橢圓體不相一致時，此橢圓體之垂線，一般不示重力之方向，自不待言。此均衡地球面之

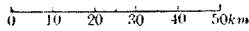
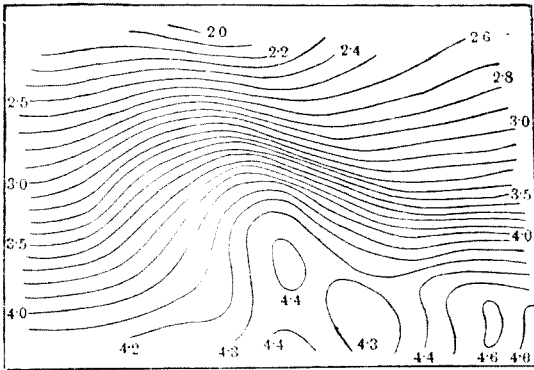
垂線與橢圓體之垂線間之角，稱爲鉛直線偏倚 (Deflection of the vertical)。此角度一般雖只數秒乃至十數秒，多亦不過二三十秒，然行精密測量時，不惟不能忽略，且測定之而利用其結果，可得關於均衡地球面之形之智識。又就考察地殼質量之分布而言，亦可由此入手。

欲測定此偏差角度，如前所述，在今日尚未連結地球各地之標準橢圓體以成完全之地球橢圓體狀態下，固不可能，然以各地測定之標準橢圓體爲基礎，則可知其垂線之方向，至少確定一標準點之緯度經度，則他點在橢圓上之緯度經度，苟知其兩點間之距離及方位，應可算出。例如若知由甲點至其正南乙點之距離，則二點間之緯度（橢圓上）差，可以知之。此差示由二點向橢圓所引之垂線間之角，其理甚明。次於甲乙二點分別行天體觀測，例如測北極星之高度，則其高度之差，即所以示由二點向均衡地球面所引之垂線間之角度。此二角若相一致，自無問題，若不一致，則其差即爲由鉛直線偏倚所發生。實際因由多數點之觀測，以確定橢圓體之位置，故各地垂線之絕對的位置定，從而各點偏差之值，亦因之而定。普通係將子午線上即南北方向之偏差，與與此成直角之東西方向之偏差，分別算出之。

某處均衡地球面與橢圓體之垂線間之角，亦爲該處二曲面之正切面間之角。故若沿連結甲乙二點之任意之弧線，此而盡知此偏差之值，即可知此二點上之均衡地球面對於橢圓體高度之差。例如某道路上，由甲點起，至乙點止，若盡知途中之傾斜，則二點間之高低差，亦可知之，實與此同一理由。故由此若知廣闊面積之內，均衡地球面高度上多數之點，則該地之均衡地球面上概略之高低線，可以畫出，第十六圖（A）爲加爾勒（A. Gallo）等所測定之德國哈鹿山（Harz）附近之均衡地球面之等高線，（B）爲同一地域之概略地形圖。線旁之數字均示標準橢圓體上之高度，單位爲呎。由此圖觀之，可知均衡地球面之異常，不必與表面之地形相符合，又知與地形之高低相較，殊爲微微也。第十七圖爲日本陸地測量部熱海大尉所測定之日本內地之均衡地球面之凸凹圖。由此圖觀之，均衡地球面對於地球橢圓體，高低之差，最多不過數呎與地球外形之高低相比較，其微殆不足言，甚爲明瞭。今縱令均衡地球面有百呎之高低，亦不過與直徑百數十尺之地球儀之表面，有一厘之高低，同一比率，而實際所知之高低，且尙不及此數之十分之一。由此以觀，可知地球之水平面，如何近於橢圓體而就另一方面言，此測定之如何困難，當亦可以想像矣。十呎之長，約

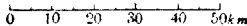
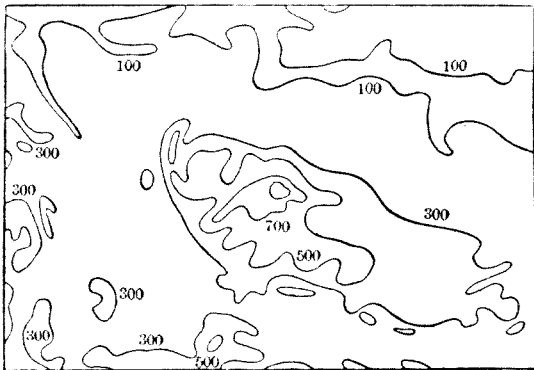
爲地球直徑百萬分之一，現今科學之力所能測定一切之量，其精密度之極限，亦約爲此數。

第十六圖(A)



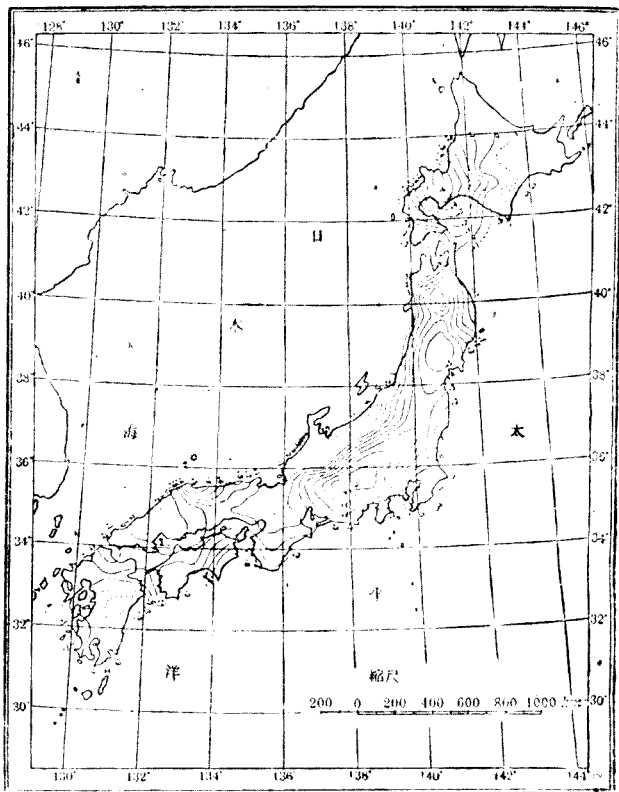
哈甌地方平均海平線之等高線

第十六圖(B)



哈甌地方之地形圖

第十七圖



日本之平均海平線等高線數字為呎單位，實線示高處，
虛線示低處。

昔時認此鉛直線之傾斜，爲主由於露出於地表之過剩質量即山嶽之引力所引起。牛頓曾認地球上半球形之山，必有及於其山麓之重錘之引力，由此而計算所發生之鉛直線傾斜，其後布格又於安第斯山地方實測鉛直線之傾斜，用之以定地球之平均比重，爲有名之事。

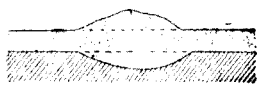
今試假想地球上有一外部移來之山，置於其表面，山之一側，懸一錘線。此時該錘線既受地球引力 \curvearrowright 之作用，水平之方向，又受山之引力 \circ 作用，故此二力合力之方向，遂成該處實際鉛直線之方向。此處 \curvearrowright 爲地球之全質量及於與地球半徑相等距離之引力， \circ 爲山之質量及於觀測點之引力。故若知山之質量分布，則由此鉛直線之傾斜，可知地球全體之質量，從而可知地球全體之平均比重（參觀第一編第六章）。其後尙有多人亦以相同之法，行此測定，然由今日觀之，欲由此法決定地球比重，理論上之根據殊嫌薄弱，蓋其只顧及海面上之質量，而忽略海面以下故也。考此事之引人注意，始於喜馬拉亞山脈南麓印度地方鉛直線偏倚之研究。前世紀中葉，普拉特（Archedacon Pratt）曾由精查印度三角測量之結果，算定各地鉛直線之偏倚，同時又計算鉛直線由喜馬拉亞山地表部分之引力所起之傾斜，以與實測之值比較。當時普氏因對於實測結果之值，僅當計算之

值之三分之一，始想及此出入係起因於印度地方之地球橢圓體之偏平度與行此計算所用之偏平度著異之故。當時厄利 (Airy) 聞此結果，即提出所謂地殼浮泛之說，加以說明，彼以爲地殼之下，必有液狀岩漿存在，地殼成於其上之狀態。故若喜馬拉亞之突出於地表之上者，其下部亦必相反，而突出於岩漿中。(第十八圖) 因此表面質量雖形過剩，底部則質重之岩漿凹下，質輕之地殼突入其中。結果，此部分之引力，乃較他部分爲少，從而表面過剩之影響，一部分亦因之減少。此說後斐雪氏 (Osmond Fisher) 盛稱道之。然厄利提出此說後，不數年，普拉特又取消其前說，復唱與前稍異之新說。此等研究，爲今日地殼均衡說之起源。

第六節 定壓均衡面說

定壓均衡面 (Isostasy) 一語，始於杜頓 (Dutton)，乃指下述之一種地殼質量之分布狀態也。

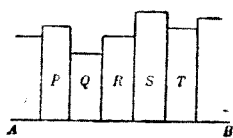
第十八圖



地殼表面縱有不規則之凸凹，一至地下一定深度之層，則其層以上之質量，可認為到處均等。例如第十九圖之 P, Q, R, S, T 表面高低不同之部分，試一比較之，則因 AB 線所示之層上，同一面積上所立之柱，其密度與其高度為逆比例，結局 AB 線上之質量，到處均一。此而稱為均衡面 (layer of compensation)。普拉特最初認均衡而為在海面以下數百哩之處，後美人嘿福耳德 (Hayford) 則假定其約在一百二十杆之處，用以說明美國重力之分布及鉛直線偏倚之狀況，甚覺便利。彼先精查實測上之鉛直線偏倚，一方又計算僅由地面上地形之引力，所生之偏差，兩相比較，則知地下有質量不足之狀態。於是乃採用定壓均衡面之說，先於種種之深度，假定均衡面而行計算，考驗若何之深度，可得與實測最相近之結果，終乃知約百二十杆處最為適當。其後彼更由相同之假定以計算重力分布之狀況，確知其結果甚能說明實際之重力分布。

美國以外之地，據現在所知，大致此種定壓均衡面之說，亦可適用。尤其在海上，因海面以下近於表面之處，係由比重較小之水而成，若定壓均衡面之說，果屬確實，則海底之地殼，比重必大，據赫

第十九圖



克爾用氣壓計與沸點溫度計（參觀本章第三節）在大洋上行重力實驗之結果，大致亦與此說不相衝突。此外此說之特別適用之點，為測定島及海岸地方重力分布之異常。考島上重力之大，自昔已為人所注目。昔時有人以為海水因受大陸質量之引力，為陸岸所吸引，故大洋之中，均衡地球面頗呈扁平之狀，從而因海面地心間之距離較短，島之重力乃大。然在海中之 ∞ ，已知之今日，此種想像當與事實不符，自不待言。反之，由定壓均衡面之說，則說明極為容易。蓋島附近之質量，與陸地內與之同高之點之周圍相較，因悉偏於海面以下之深處，故向下方之引力必大也。又大洋岸成急斜面之土地重力特別大，漸入內地，漸近於普通之值，此理亦易以定壓均衡面之說說明之。赫爾美爾特因是乃求得均衡面之深度，約為120杆。

其後波薇（Bowling）利用美國迭次舉行之重力測定之結果，換算均衡面之深度，平均約得60杆之值，山嶽地方則約得50杆之值。此等值與嘿福耳德及赫爾美爾特之值相較特小，殊堪注目。考嘿福耳德等用作計算根據之標準重力，因未加以定壓均衡面說之考慮，結果乃生此出入，未足為異也。設其事前參以定壓均衡之說，則其結果，均衡面之深度，仍當為60杆內外，與波薇所得者自相

一致。

據波薇之計算，山嶽地方之均衡面，較平均之均衡面爲深，又據其後亥斯加倫 (Heiskanen) 之研究，亦謂現在愈高之地，其均衡面愈在較深之處，故普拉特之所謂均衡面存在於一定之深度，殊難設想。現在之地殼，寧認爲與厄利所唱之狀態相近。其究極之真相雖尙未明，將來喜馬拉亞及安第斯等大山脈之重力測定，能充分周密行之，研究其結果，此點或可明瞭。

定壓均衡面之說，雖如上已大致成立，然地面一切之凸凹，均如此說，互相保持平衡，是亦未必然。小區域之凸凹，往往全失均衡，質量之過剩或缺少，常影響於重力等。例如前述之哈疵山，即其適例。又即就大區域而論，此種理想的分布，亦決未完全及於各地。例如阿爾卑斯山，均衡之狀態，嘗經一次成立之後，表面之山，又移動至南方者然，類此之例甚多，此種狀態，稱爲異常質量之水平移動。由大體言之，亞洲大陸質量似有缺少，歐洲則反而概呈過剩之狀。又維赫特認亞得里亞海地方之重力過大之原因，爲由於阿爾卑斯質量之一部，受水浸蝕，向南移動所生之過剩，尙未達於均衡所致。然與此正反對者亦有之，據嘿福爾德及波薇之調查，在密士失必平原，重力反較標準爲小，在河帕

拉幾山地，則主爲重力過剩。吉爾柏特 (Gilbert) 則謂，此種難於說明之異同，未必即與定壓均衡面之說相矛盾。據其所論，如在第十九圖中，縱使 S, O 等柱全體之質量均等，若各柱之上方及下方間，密度有異同，則此種重力異同之發生，乃爲意中之事。定壓均衡面，雖在印度亦大致成立，然喜馬拉亞之南麓，則頗呈顯著之異常。此種異常有以地下之大裂罅說明之者，又有視爲沖積層廣大楔形部之影響而試爲說明之者。邁涅斯所測定之東印度諸島附近之海上重力（第二十圖），其顯著不足之地帶，大致係沿烏弧而綿延。

設定壓均衡面果屬事實，則其物理的意義，果何如乎？今試以第十九圖之 P, Q, R, S, T 等比重相異之柱狀物體，並列浮於液體之上，若 P, Q, R 等之比重間，有均衡之關係，則其底面應成一平面，自不待論。故地下 S, O 籽以下，果有液體存在，則大體地殼應呈均衡之狀態。至於小區域之間凸，則地殼之彈性，足以維持，此理可由拉甫 (Love) 等之數理的研究，得以明瞭。又波微於研究美國定壓均衡面之際，對於任何之小凸凹，亦認爲能成立均衡，所謂局部的均衡 (local isostasy) 是也。彼將此局部的均衡試與對於某一定幅員之地域之平均高度而成立之，所謂地方的均衡 (Regional

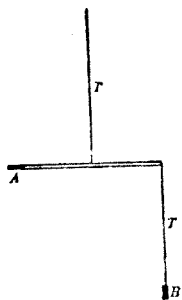
Isostasy) 比較研究之，乃知所採用地域以 100 呎周圍者為最適當。若廣大區域之內，有背於均衡時，則地殼必破裂而失其均衡的狀態。是以完全之均衡存在時，則可知現在或至少過去之某時代，地下必成液體。惟此處所謂液體，不必為普通之液體，只須對於長年月間之力，能呈液體之性質，即只須為黏性之物質即可。又據諸大家對於實際地球剛性之研究，則亦謂現在地下似難於設想為有顯著之液體層存在。如後所述，一方由地震之研究，知地下約 3 呎之處，有所謂不連續面之存在，此下則為其他與黏性物質相當之物質；一方因實際上均衡決未達於完全之域，故亦可以地下之應變，在某程度內為彈性所支持之理解釋之。據嘿福耳德及拉甫等之計算，由於實際不完全之均衡所起之應變，已足為普通岩石程度之彈性所能支持。

第七節 厄特法斯重力偏差計

欲知均衡地球上輕微之不規則之凸凹，此外尚有一法。此法為由互相接近之二點重力之差異，以得關於均衡地球面之曲率智識之方法。匈牙利之貴族厄特法斯 (R. V. Eötvös) 以此目

的製成厄特法斯扭秤，又稱爲重力偏差計。此重力偏差計有二種，其一如第二十一圖所示，以極細之金屬線，懸一水平之輕棒，棒之一端，置一金或鉑之重量 γ ，他端亦以細金屬線懸一同樣之重量 γ 而成。若作用於 γ 及 γ 之重力，完全平行，則金屬線 \simeq 決不扭轉，否則金屬線 \simeq 必因之而扭轉。今試使水平棒向種種之方向而一一測其金屬線之扭轉情形，則 γ 、 γ 二點重力之大小及方向之差，即可由此而知。以數學的言之，即爲若知重力勢之空間的二次微分係數，即可知等勢面之曲率是也。厄特法斯用此機械測定匈牙利某地方之重力，得頗有趣味之結果。其後此器盛用以供推定地下之構造，及用以探測地下石油之存在等，不勝枚舉。

第二十一圖



第八節 地球形狀之天文學的研究法

關於地球形狀，此外尚有種種研究方法，予吾人以不少之智識，茲爲概敘於次：

(1) 由月之視差 理論上，由地球表面所見之月之位置，與由地心所見之月之位置稍異，

蓋有視差故也。此視差之值，因觀測點之地球半徑而異，故若假定地球爲橢圓，即可知其扁平度。惟實際上此法決不能得正確之結果。

(2) 由月之視差與重力之測定 地球之平均重力、平均半徑、赤道上月之視差及月運動之角速度之間，有簡單之數學的關係。利用此等關係，由視差及重力之測定，地球之平均半徑，可以決定。據赫爾美爾特算定之結果，

$$\text{赤道半徑} = 6381.400 \text{ 呎}$$

以與柏塞爾橢圓體之 6378 呎相比，頗相脗合。

(3) 由月運動之異常 受地球引力之影響而運動之月，其運動應因地球之形而異。數學的言之，即在月位置之地球之勢，應因地球之或爲球或爲橢圓而異。故若假定地球之扁平度，則其所及於月之運動上之影響，應可以計算而得。反之，由實測月之運動所得之結果，地球之扁平度，亦應可以知之。此法對於地球內部之比重分布，無須有若何假定，故甚爲便利。赫爾美爾特用此法算定之扁平度爲 $1:297.842.2$ 。

(4) 由地球之歲差 (precession) 地球爲扁平橢圓體，且其軸對於軌道呈傾斜之形，其結果，月與太陽之引力，遂引起地球迴轉軸之歲差。即地球如傾斜迴轉之陀螺，心棒徐徐迴轉於某圓錐之上。此歲差之多少，因地球之扁平度而異。故反之由歲差之觀測，可以決定地球之扁平度。惟歲差如迴轉體之力學上所述，因地球之慣性能率即內部比重分布之如何而異，用此方法，對於內部比重之分布，須有適當之假定。後節所述之維赫特及達爾文等之研究，即此例也。要而言之，如假定比重愈至內部而愈增加時，則實測而得發生歲差之扁平度，不能大於 $1:297.3$ ，可以證明。

第九節 迴轉液體所呈平衡之形

孤立於空間之液體團塊，完全靜止時，必成球形，此雖爲已明之事，然此液體團塊如迴轉於某定軸之周圍，究成如何之形，則爲牛頓以來數理學者間之一難問題也。此問題在十八世紀之末，至十九世紀之初，爲馬克洛林 (Maclaurin) 拉普拉斯 (Laplace) 等所研究，而以法國之學者爲主。及至近代，則有愷爾文 (Lord Kelvin) 泰特 (Tait) 旁卡勒 (H. Poincaré) 達爾文 (G. H. Dar-

win) 等更深入之。

馬克洛林證明迴轉橢圓體可爲全體均質之迴轉液體平衡之形，且確定其只限於扁平之時 (Oblate spheroid) 成立。又示可發生一定扁平度之迴轉速度，僅由比重以定，與大小無關。並發見一定比重之物，在某角速度以上，不能再成平衡之狀態。

雅科俾 (Jacobi) 認三軸之長各異之橢圓體，亦可成迴轉之等質液體平衡之形，且認其軸之比，係依一定之法則。達爾文論及二相離之液體團塊迴轉於其共同重心周圍時之平衡。旁卡勒則將此等問題加以一般的研究，認不獨橢圓爲然，卽如洋梨狀之卵狀體，亦屬可能。然據李耶普諾夫 (Liapounoff) 之研究，則謂係不安定之平衡。又達爾文及拉甫 (A. E. H. Love) 當其否認康德，拉普拉斯等之「當月生成時，地球周圍成輪狀之部分，先行脫離而成一團塊」之說，而提出「在某過去之時代，因地球之固有振動週期與太陽潮汐之週期相合之故，振動加大，達不安定之狀態，最後遂分離一團塊而成月」之說。

如前所述，雅科俾認地球爲三軸相異之橢圓體。雖有多數學者曾由此說而試求地球之大小，

然在今日，得藉以確實決定之材料，蓋猶不足。

前世紀中葉，比利時之物理學者柏拉托（Platin）於酒精與水之溶液中，浮橄欖油之球而使之迴轉，得種種迴轉液體之形，爲吾人所熟知之事。如上所得之形，雖在某程度內，可符合於理論上之結果，然行此實驗時之條件，與地球迥異，未能卽以之爲理論上之根據。關於此點，似往往有誤解。

第十節 均衡地球面之變形

平衡地球面雖爲地球之平均海面，然實際地球之等勢面，因受月與太陽引力之影響，不斷的週期的漸起多少之變形。海面爲欲與此刻刻之等勢面成一一致之故，乃起潮汐之現象。此時不獨水面變形，地球自身亦漸起多少變形。關於此事，在次章論地球之剛性時，當稍爲詳述之。

平均海面，雖除去潮汐之影響，亦非永久不變之面。地球是否因熱之放散於宇宙而漸次收縮，固屬問題。若果因放熱而漸次收縮，則未來及過去之均衡地球面之形及大小，當與今日多少相異，

自不待論。又地球上發生山嶽生成海陸易位之大變動時，均衡地球面之形，亦不能不認爲有多少之變化。又地球迴轉軸因對於地球之位置，時起些微之變化，故與此相當，由遠心力發生之勢，亦起變化，結果乃發生海面之變化。巴克回正 (Van de Sande Bakhuysen) 曾發見此種隨地軸之週期的運動即緯度之變化而起之海面之變化。又日本大森博士，亦於日本海岸之海面，發見可由緯度變化以說明之長年月間海面之變化。

據相對性原理，今如有立於地球以外，自信業已靜止之觀測者，則由此人觀之，應見地球於其運動之方向，約縮二億分之一。然此乃地球上之觀測者，無論用何方法，所不能知之事，故吾人論地球之形時，自無着想之必要也。

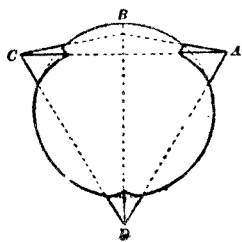
第十一節 地球表面之外形

以上乃就地球之平均海面即假想的等勢面而述，地球表面之形，尙少述及。地球之表面，決不似均衡地球面之平滑，蓋有大陸及海洋，不規則的分布於其上也。陸上最高之點，在海面以上，近九

千呎；大洋最深之處，達一萬呎以上。據盆克（Penck）之說，陸地平均之高爲 735 呎，海洋平均之深爲 3650 呎。此種海洋高低分布之發生，自當認爲必有其相當之原因在。英人格林（W. L. Green）對此會唱一奇說，法人拉耳曼（Lallemand）後復爲之祖述。此說謂海陸分布之狀況，恰與圖所示之三角四面體，覆以球形之海相類似。四面體之尖端及近傍，凸出於海上，因成大陸，其 A, B, C 則各與美洲、歐洲、非洲及亞洲、大洋洲等陸地相當，D 與南極之大陸相當。據稱因正三角四面體，在以一定面積所包圍之種種多面體中，爲容積之最

小者，故若地球之外殼凝固後，內部收縮，自然而成此形。拉耳曼復謂如將橡皮球中之空氣抽出，該球卽成類於四面體之形。此說於說明種種之事實時，雖亦有便利之點，然信之者殊少。蓋若地球爲靜止於空間之小物體時，則由外殼之漸次冷卻，內部顯著的收縮，此種變化或能有之，今地球爲一以甚大之角速度迴轉之大物體，能否與此相同，則不無可疑。況大陸之分布，以與此種幾何學的形互相比較，亦似過於附會。雖拉耳曼謂此形成後，再起收縮，結果因四面體之稜變化，遂成今日之形；

第二十二圖



然此種變形，果否肯定，固屬須另行證明之問題，即其內部之收縮，在現今亦尙屬疑問。

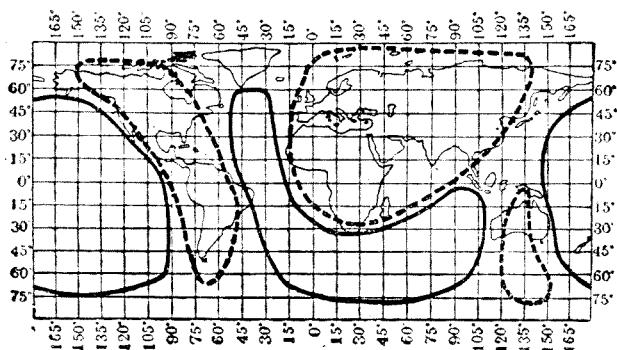
此外晉斯 (Jeans) 及拉甫等亦提出其他之學說，以說明地球之外形。茲於未述此說以前，先一述關於重力的不安定 (gravitational instability) 之說。

今假定有一拳大之大理石球於此，壓之擊之，則此球視所受之力之大小，起相當之變形，或發生振動；及力之作用停止，或振動之能消盡，則又復歸舊態，此爲至易明瞭之事。此時球之物質相互間之引力，較之因變形而生之內部彈力，則爲非常之小，殆無考慮之必要。今將此球大行擴大之，令與地球同大，則又不然。蓋如此大球，一經變形，其密度增加之部分，較其密度減少之部分，有強大之引力及於其他部分，因此該部分之密度，乃發生漸次加大之傾向。反之，密度減少之部分，則愈爲減少，其初之微小之差，遂生漸次增大之傾向。此以物理學上之術語表之，即成爲不安定是也。然一方物質之彈性，卻反對此傾向，力使復歸舊時之狀態，若彈性充分強大，則此種變化，結局可不致發生。拉甫推廣晉斯原來之說，計算在地球上之此等關係，結果乃謂至少在地球過去之某時代，地球內部之同比重面，在其分布成爲同心球時，此種分布即爲甚不安定，一有少許之障礙，即生不可遏止

之變化，而招來比重分布之不平衡；並認今日之海陸分布，即爲此密度不平均之結果。考地球振動之形，可以球函數表示之，今假定海陸之分布，果爲往時振動之痕跡，則此分布之形狀，大體上當亦可由主要之球面函數之合成表示之。拉甫在實際計算上，乃認海陸之形，在某程度內大體可僅以自第一次至第三次之球函數表示。第二十三圖之濃黑線，即爲此種數學的面之海岸線，虛線係爲與陸地最高點高度之十分之一相當之等高線。

現代對於地球表面之形，大膽提出巧妙之說者，爲未該納 (A. Wegener) 氏，通常所謂大陸移動說，即爲此說。此說認今日世界中之諸大陸，爲密度較小之「矽鋁層」(Sial) 之塊，其下爲密度較大之「矽鎂層」(Simä) 諸

第 二 十 三 圖



大陸之漂浮於「矽鎂層」上，恰如冰山之漂浮於海水上。此等大陸塊，最初會形成一體相續之大

陸，因大裂

罅之故，遂

分爲若干

部分，其各

部分如第

二十四圖

所示，因受

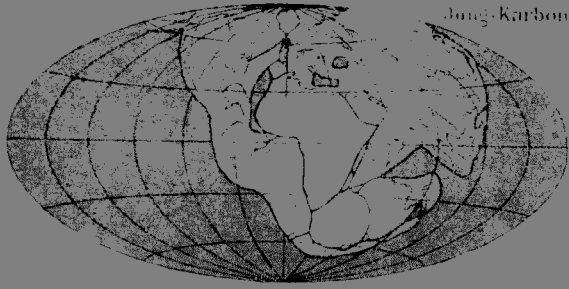
一種力，徐

徐在地球

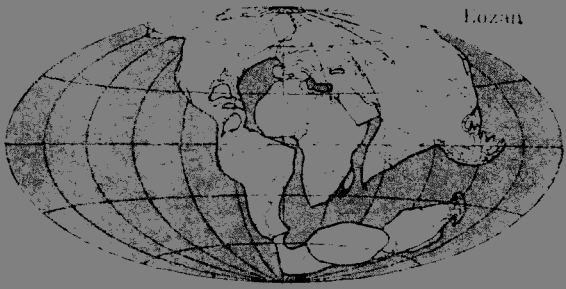
之表面移

動，以達於

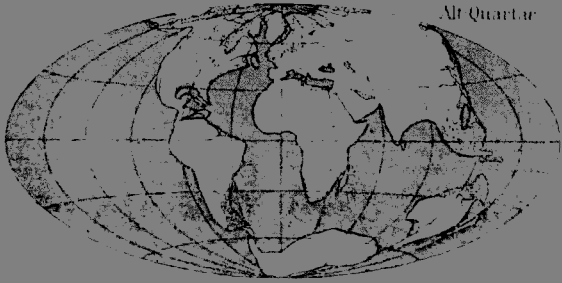
第二十四圖



Jung-Karbon



Eozan



Alt Quartar

今日之位置。南美大陸之西海岸及非洲大陸之東海岸，凸凹相反，即可以此理說明。大陸塊移動之時，因其前而受抵抗而漸次變形，北美之落磯山脈，南美之安第斯山脈，乃於是而生。又現今遠隔海洋之大陸間，所有不能渡海之生物，不論其爲古生物，或現生物，每有頗相類似之處。此事之說明，雖有所謂陸橋說，認此等大陸之間，曾另有大陸爲之接續，生物賴以自由連絡，今日則此種陸橋已陷沒，不復存在。然據大陸移動說，則此等大陸，曾相連接，生物之類似，蓋屬當然。又有就某地質時代之氣候，而認現在對蹠的地域之寒暖相反事實，亦可以大陸之移動，說明之。此外如諸大陸間，地質構造之顯著類似等對於此說亦爲有利之點也。更有趣味者，爲由經緯度之測量，可察知諸大陸間之距離，今日猶時時在微微變化之中。例如據日本早乙女博士之測量，東京與海參崴間經度之差，年年增加，宛如日本每年約二呎離亞洲大陸而去者然。

大陸之移動，大體似可區分爲向赤道移動及向西移動。此種成大陸移動之原因尙不甚明瞭。向赤道方面移動者，則有謂由於作用於大陸之浮力之方向與重力之方向不相一致所致；向西移動者，則有認爲由於太陽與月之影響。謂大陸因此等極微之力而移動，驟聞之似不可思議，然如定

壓均衡面說所述，漂浮大陸之下層物質，不必爲普通之液體，只須爲對於長年月間之力呈如液體之性質之物質即可當亦可以置信。據士奎答及蘭柏爾（Lambert）之計算，「矽鎂層」之粘性縱爲 10^{19} ，在緯度四十五度一帶，陸塊向赤道移動之速度，每年亦達約二十裡云。

現在世界各國聯合以行大規模之經度測量，不久當可得有益之結果發表。倘其結果，能明示世界數十處經度之差，與歷來所測定者相比較，有如何之變化，則對於大陸移動之說，必爲重要之資料也。

又地球創成之初，若果如未該納之說，大陸大體連爲一塊，則即由重力的不安定設想，亦較普斯、拉甫等之說，可以更低次之球函數，表地球大致之輪廓，此可注意者也。

地球之表面，自地質時代以來，變動繼續不絕，甚爲明瞭，其運動現猶在徐徐發生，此事據近年日本研究所發表，謂不特地震及噴火時爲然，即在平常，由精密之水準測量及三角測量，亦可充分觀測知之。例如就垂直變動而論，土地之隆起、沈降、傾斜、撓曲或所謂地塊運動等，可以觀測而出。即就水平運動而論，面積之膨脹、收縮、迴轉、橫歪，亦不難觀測而出。在某地域，此等變動，似與最近之地

質運動有密接之關係。土地對海水面之隆起沈降，由檢潮儀觀察而知，亦相當不小。又日本關東震災時，震央附近之海底，由深測而知其曾起莫大之垂直變動。

行此等精密之測量及觀測，宛如極端變更時間之尺度，將長年月間之事實，縮之成爲一瞬間之事實者然。由此以言，地表可謂現猶在繼續不絕的發生滄桑之變，與古語所謂「如大地之不動」恰正相反。

第二編 地球內部之構造

第六章 地球之比重分布

第一節 地球之平均比重

前章論均衡地球面之形時，嘗述及地球內部比重之分布，屢成問題。以後所述之諸問題，比重之分布，亦與之有關係，茲特於此處稍詳述之。

近於地球表面之各種岩石，其比重據安布龍 (Ambrona) 所定，有如次表，其他諸學者推測所得，大抵亦不出此範圍。

花崗岩	2.75
閃綠岩	2.85
斑輝岩	2.95
石英粗面岩	2.75
玢岩	2.95
輝綠岩	2.5
粗面岩	2.4
玄武岩	3.0
平均	2.8

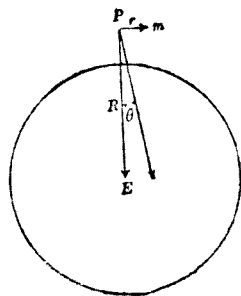
然地球之平均比重，即地球之全質量以其容積除之，所得之商卻殆為此數之二倍。
測定地球之比重或質量，其法有種種。

(1) 如第二十五圖，以圓表地球，假定其全質量為 M 。今如於地球外，與地心相距 R 之一點 P ，置單位質量，假定 γ 為引力之恆數，則此單位質量受地球全體引力之合力為 $\gamma \frac{M}{R^2}$ ，其方向則

向地心。又如另以一小質量 \approx 持近於 γ ，與 γ 在同一之水平面上相隔 \approx 之處，則 \approx 及於 γ 之引力爲 $\frac{\gamma m}{r^2}$ ，方向則向 \approx 。結局作用於 γ 之力之合力，一般較之未有 \approx 時，其大小及方向，應生變化。實測此變化，一方若知 \approx 及 γ ，則 \approx 可以知之。此時合力方向之變化假定爲 θ ，則 $\tan \theta = \frac{\gamma m}{R^2} \cdot \frac{r^2}{R^2}$ 今如 \approx 爲地面上之大山，則鉛直線之方向，因山之引力而變化，山南北兩側鉛直線方向間之角，可由天體觀測定之。一方又由二點之距離，計算其間緯度之差，而比較之則可知鉛垂線之偏倚（參觀第五章第五節），因而可以達到目的。此種設想，初由牛頓提出，後由布格實行，英國亦屢行之。然行此法時，必須知山之質量分布，故須詳知山之全體構造，實行甚爲困難。加之鉛直線之傾斜，如前章述及，除山外，地下之比重分布，亦影響及之，故此法決難得足以置信之結果也。

(2) 靜電學及磁學上，於測定微弱之引力時，有所謂庫侖(Coulomb)扭秤(torsion balance)。此秤以細線或金屬線懸一水平之棒而成，棒之兩端，置有可受引力之質量。英人約翰·邁

第二十五圖



克爾(John Michell)曾獨自創製與此相同之器械，擬以測物體間之引力，未及成功而死。其後發見水之主成分而著名之卡汶狄士(Cavendish)繼承其工作，而開始有名之卡汶狄士實驗。

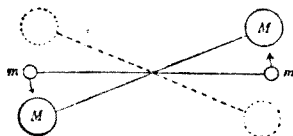
此實驗如第二十六圖所示，以長六呎之棒，兩端置徑二吋之鉛球 M ， M ，水平懸之，以徑十二吋重350磅之鉛塊持近其旁 m ， m ，精密測定 m ， m 棒受其引力之影響所扭轉之角度。次測定此棒扭轉一定之角度時所需之力，即將 m ， m 稍行扭轉，放之使起振動，測其週期，若週期已知，棒及 M ， M 全體之慣性能率亦已知，則所需之力為若干，即可由此算出。如上設測定 M ， m 間之引力為 γ 達因(Dyne)，而 M ， m 間之距離為 r ，則：

$$A = f \frac{m M}{r^2}$$

又地球及於 M 之引力為：

$$Mg = f \frac{ME}{R^2}$$

第二十六圖



故

$$\frac{A}{Mg} = \frac{m}{E} \cdot \frac{R^2}{r^2}$$

故

$$E = \frac{mMg}{A} \cdot \frac{R^2}{r^2}$$

由此地球之質量 E 可以求出。卡汶狄士所得之結果；經精密修正之後，

$$\text{地球之質量 } E = 5.9 \times 10^{27}$$

$$\text{平均密度 } \delta = 5.448$$

其後波義斯發明熔融水晶以製細線之法。因水晶製成之線，細而且牢，彈性完全，故彼利用之。與卡汶狄士同一之原理，而行 E 之測定。彼之實驗之特點，為所用之器械，概極小於卡汶狄士之所用者。例如扭秤棒之長僅 $\frac{9}{10}$ 吋， m 為徑 $\frac{1}{4}$ 吋之金球，線之直徑僅 $\frac{1}{5000}$ 吋，是也。其實驗之結果

$$\delta m = 5.527$$

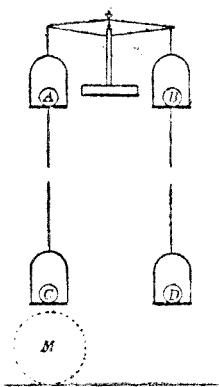
為今日最可置信者之一。

(3) 此外又有用普通天秤以測地球之重之法，即一八七八年後數年間約利 (Jolly) 於

德國岡行所行之有名實驗是也。此法係於高樓之上，安置普通之精密天秤，於其兩側二皿之下，復以長線各懸一皿，上下二皿間高度之差為二十一呎，四

皿中各置同大之玻璃球 A, B, C, D，於 A 及 B 內各密封水銀五尅。各球載入皿內後，調整天秤，使其左右保持平衡。於是將 A, C 互相易位，則左側較前重 3.1 尅。是蓋示五尅之水銀，距離地球中心較前近 21 呎，即增加其引力故

第二十七圖



耳（參觀第五章第四節）。次以直徑一呎之鉛塊置於左側下皿之下，再如上實驗之，則由上皿移至下皿時，加重之量較未有鉛時更多 0.53 尅。此項增加，不可不認為係起因於鉛之引力。即地球全體之質量，於六千三百餘呎之距離間，及於水銀之引力為五尅，此鉛塊於五十七呎之距離間，及於同一之物之引力為 0.53 尅是也。因已知 $\frac{V_1}{V_2}$ 與 $\frac{m_1}{m_2}$ 之比，等於 7000 與 0.00053 之比，故由 m_1, r_1 及 V_1 之已知值，即易將 V_2 求出。約利氏所求得之結果如次：

$$\delta m = 5.69$$

理查斯 (Richard) 及克里加爾·門策爾 (Krigal-Menzel) 二人，亦於柏林近郊史盤刀 (Spandau) 之兵營中，置高二呎之鉛塊於二重天秤皿之間，行與約利類似之實驗，其測定之結果如次：

$$\delta m = 5.505$$

英人波因丁 (Poynting) 約與約利同時，亦以相同之原理用天秤以測定地球之比重。其方法較之歷來所行者尤多巧妙之點，所得之結果如次：

$$\delta m = 5.49$$

綜合此等結果，可知地球之平均比重，為近於 5.5 之數，蓋無復有懷疑之餘地矣。

此等實驗，概可視為係決定引力恆數 γ 之實驗。例如卡汶狄士之實驗，因 γ 與 M 間之引力 γM ，達因測得，故 $\gamma = \frac{mM}{r^2}$ ，由之即可求出恆數 γ 。近年美國度量衡局 (Bureau of Standard) 曾行極綿密之測定，據其結果， γ 之值為 6.670×10^{-8} 。

第二節 內部之比重分布

如前所述，地球之平均比重，約為地球表面比重之二倍，故地球之內部，不能不認為有比重遠較平均比重為大之物質。然僅知表面之比重與平均比重，則不能決定內部實際之比重分布。蓋僅此條件，無論何種之分布，均備之也。惟地球除備此項條件外，又備有物理的及力學的條件，故多少可以推定。

首先可設想地球之內部，比重愈大之物質，愈近於中心而存在；故若暫時無視地球之自轉，則同比重之物質，可認為大致在同心球上。然各層之比重愈至內部愈增加之情形，則又可有種種之設想。

勒戎德爾 (A. M. Legendre) 及拉普拉斯 (Laplace) 各假定地球內部之比重分布如次：

$$\delta = \delta_0 \frac{\sin n r}{n r}$$

上式中， r 為距地心之處之比重， δ_0 為常數， δ_0 為 $r=0$ 時之比重即地心內之比重。如此之地球，迴轉於軸之週圍，保持平衡之形時，呈如何之扁平度，則由其內部比重分布之狀況而定。反之，若知其扁平度及平均比重，則 δ_0 及 n 二未知數，應可由此求出。拉普拉斯因之乃得下列結果：

$$\delta_c = 11.0$$

$$\delta = 2.69$$

上式中， δ_c 爲表面之比重。其值甚與實際相符合。彼又着想地球內部之物質，各於其深度，對於壓縮，有一定之彈性係數，地球內部因受上層之壓力，故比重增加。彼由此着想，乃算出地球內部物質之壓縮係數及壓力。據其結果，地心之壓力 p_c 如次：

$$p_c = 3100000 \text{ 氣壓}$$

又由此算出之表面地殼岩石之壓縮係數，甚與實際之岩石壓縮係數相近。

洛許 (E. A. Roche) 又不用拉普拉斯所用之三角函數，而假定

$$\delta = \delta_c \left\{ 1 - \frac{r}{R} \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right\}$$

上式中， δ_c 爲常數， r 爲地球半徑。洛許由此式行與前相同之計算，其結果：

$$\delta_c = 104$$

$$\delta = 2.29$$

$$p = 3000000 \text{ 氣壓}$$

此結果對於表面岩石之壓縮係數，似亦得可以首肯之值。惟如此之比重分布，即使果有，則此

比重分布，至地球中心止，全部由同一物質而成，無復可着想為僅因壓縮，遂成此比重之理由。又此比重分布由種種之點觀之，寧認為不穩當，故如是而決定之壓縮係數，可認為大無意義。要而言之，此不過示分布之方則，縱假定以如此相異之數學式表之，亦得無甚大差之結果耳。又赫爾美爾特試將地球認為完全之球形而假定次之分布：

$$\delta = \delta_0 \left\{ 1 + \alpha_1 \left(\frac{r}{a} \right)^2 + \alpha_2 \left(\frac{r}{a} \right)^4 \right\}$$

此時應決定之未知數有 $\delta_0, \alpha_1, \alpha_2$ 三個，故若僅知平均比重及表面比重，不能將其決定。然幸尚可利用地軸歲差觀測之結果。歲差（參觀第五章第八節）因地球之慣性能率而異，隨地球內部之比重分布而定，故若將此現象觀測之結果並用之，三定數方能決定。據此計算，假定 $\alpha_1 = 1.22$ ，則得 $\delta_0 = 11.22$ ，結果，與前述之拉普拉斯及洛許之結果仍相近。

赫爾美爾特更於比重之式中，加入 $\left(\frac{r}{a} \right)^6$ 一項，復以等比重而同時亦成等勢面之假定，而計算 α_2 以外，地心內之等勢面之極限扁平度 α_2 。據其結果：

$$\delta_0 = 11.3$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{371.6}$$

綜合以上之結果，地球中心之比重，似約爲 10 乃至 11。

達爾文假定洛許之分布，將地球迴轉之形，更加以詳細計算考慮及於四次之球函數，示平均海平線與迴轉橢圓體出入至如何程度。據其結果，緯度四十五度附近最低之處與極及赤道之高處相較，其差約爲三呎。

拉普拉斯及洛許之認比重隨地表以下之深度而連續增加，雖似近於理，然由反而言之，則並無非如此設想不可之確實根據。維赫特且斷定此種設想爲不自然之設想，據其所說，與其設想地球內部爲由同種之物質而成，無寧認地球全體可分爲外殼及內核，其質全異之二部，較爲妥當。基此着想，乃試將地球以半徑之球區分爲內外二部分，兩部分之比重，各視爲一樣，而計算此種地球迴轉於其軸之周圍時保持平衡之形。據其結果，若知地球之扁平度及其外殼之比重，即可知內核之比重及二層境界面之深度。關於扁平度，已由他方面得其極爲正確之值，惟此時計算所需之作爲既知數之外殼比重，若用表面岩石之比重，則欠妥當。蓋上述之假定，僅爲一與複雜之實際狀況相類似而較簡單之理想的分布，實際雖屬外殼，其比重由外部漸至內部，亦漸次增加，故此理論

所用之外殼比重，不可不用其平均值，維赫特據地球之衛星月，原為地殼之一部之假說，而設想地球外殼之平均比重，略與月之比重 3.4 相近，乃假定外殼比重 ρ_1 約為此數而計算地球內核之比重 ρ_2 及境界面之半徑 r_1 。其結果，若 $\rho = \frac{1}{2.96}$ 則

ρ_1	3.0	3.2	3.4
ρ_2	8.05	8.22	8.45
r_1/r	0.792	0.773	0.749
$r_1 - r$	1325	1445	1599

上表第二行示內核之比重，第三行示內核外殼之境界面與中心間之距離為半徑之若干，第四行示此境界面在地表下之深度，即外殼之厚。今假定 $\rho = 3.4$ 最近於確實，則境界面自中心起約在半徑之 $\frac{3}{4}$ 之處，外殼之厚約 1600 杆。此時內核之比重為 8.45，與鐵、鎳、鋼或隕鐵等之比重，甚相近似，殊饒興味。考隕鐵既多量存在於宇宙間，由光譜線之研究，知太陽雲圍氣之深層內，亦有多量之鐵；又地球為一大磁石。由此諸點着想，此說可視為甚合於理。惟地球內部，果如吾人之像

想，爲高溫度所支配，則縱其含有鐵，亦難着想爲有磁性；故地磁一點，或難爲此說之根據也。此說僅止於此，雖頗爲漠然，惟其有力之證，則爲如後所述，由地震波傳播之狀況所推定外殼之厚，適與此說所求得之厚，甚相一致。

日本田中館博士測量日本磁力之結果，對於日本磁力分布之發生異常，歸因於地下存在之假想的磁極。觀其算定之結果，深度仍約千數百呎，此或爲偶然之符合，亦未可知。然萬一在非常高壓之下，高溫度之鐵，磁性依然存在，則或將有更饒趣味之關係發生。惜吾人實驗室內所能發生之高壓，最高不出數萬氣壓，於內核之物性，殊不易下確實之判斷耳。

維赫特又着想內核之扁平度或與現時之地球迴轉速度不相當，猶保持與太古某時代之迴轉速度相當之形，乃試採用由歲差求得之慣性能率，單獨決定內核之扁平度。結果，卻得與今日之迴轉速度猶小之速度相當之扁平度。據通常地球生成之假說，可認地球係漸由星雲凝固而成，當凝固時，其角速度隨之漸增，表面乃生大洋，因潮汐之故，生發摩擦，角速度乃漸減，遂成今日之地球。故若維赫特之計算果屬正確，則其結果，內核遠在大洋生成以前，已失液體之性質。此點於地球內

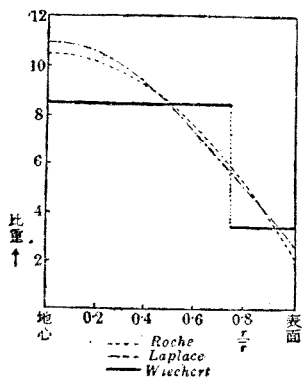
部構造說，雖足爲有力之論據，然此理論猶含有種種之假定，似未足重視也。

維赫特以此獨特之比重分布爲基礎，依達爾文之法，計算均衡地球而與橢圓體相出入之程度。據其結果，均衡地球而在赤道者約較橢圓體高一呎，在兩極者約較橢圓體高一呎半，在緯度四十五度之處，則較橢圓體低一呎，與達爾文之結果，殆相一致。赫爾美爾特因此兩者所假定之比重分布，雖有非常之差，卒如此互相一致，遂由此結果以計算重力公式內第二次之項（參觀第五章第四節）。

除上述者外，尚有斯達夫（Stafin）所假定之比重分布，然其法與洛許等之法相類，且其理論似不甚確實，茲略之。

第二十八圖示拉普拉斯、洛許及維赫特之比重分布之狀態。觀此圖，前二者之比重分布，數學式之形雖異，實際頗相類，又維赫特之比重分布，根本與之有如何相異，可以

第二十八圖



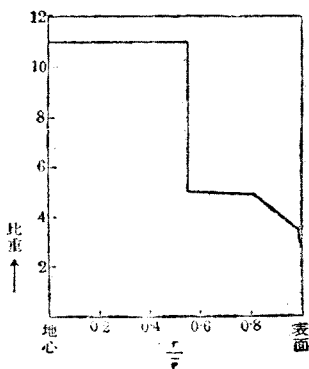
知之。

其後關於此等問題之研究，如後所述，雖隨遠距離地震之觀測及其記錄解釋之進步，極見詳盡，然均踏襲維赫特之不連續比重分布之說。今日最可置信者，爲第二十九圖所示之比重分布。與維赫特僅着想於內核與圍繞之外殼相比，此則更將外殼加以區分，設想爲由三相異之層而成。

此等各層之成分，由哥德士密特 (Goldschmidt) 坦曼 (Tammann) 等之地球化學的研究及隕鐵隕石等成分之推測，而設想如次。即最近於表面之地殼，主爲鋁之矽酸鹽；第二層爲鎂之矽酸鹽；內核爲鎳與鐵之合金；第三層，主爲硫化物氧化物，其上部則成於與所謂「巴拉賽特」(Pallasite) 相似之特殊之隕石。第一第二之外殼及內核，隨其主成分，稱爲矽鋁層 (Sial)，矽鎂層 (Sima)，鎳鐵層 (Nife)。

若將矽鋁層代表質輕之大陸，矽鎂層代表大陸下重而富於黏性之物質，則定壓均衡而說或大陸

第二十九圖



移動說，均似可與此等比重分布甚相調和。

第七章 地球之彈性

第一節 地球內部之應力

普通固體內部之應力，分解之可區分爲二種，即可設想其內部有一面，此二種力，一垂直於其上，一沿之而作用者是也。前者爲物質收縮膨脹所由起之力，後者爲物質扭轉所由起之力。然在液體，則僅有壓力，且此壓力無論任何方向皆相同，即僅有所謂靜水壓，是也。今欲論地球內部之應力，亦因其內部爲固體抑爲液體，而情形全異。

若內部爲液體，則理論甚爲簡單，僅知內部比重之分布或假定之，各層之靜水壓，即易知之。前章所述之拉普拉斯、洛許所得之地心壓力，實與此相當。然若地球全體爲固體，且爲若干各各分離之球形殼相重而成，各殼爲中心所牽引，所起之殼內部之側壓，爲殼之彈性所支持，恰如拱之被

支持，則在地心，應毫無下壓力之可言。然支持此種地殼之拱，所需之力莫大，在吾人所知之物質彈性之範圍外，故此種極端之力，對於吾人之地球，難以想像。故若認各層必有壓力及於其下層，則愈至地心，應力愈增大，必為當然之事。然抵抗扭轉之彈性，有一定之極限，愈至內部壓力愈大之處，與全體之壓力相比較，扭轉之應力及由於方向所生之壓力差之比率，愈為減少。換言之，即當漸近似於靜水壓之狀態是也。

地球不惟呈迴轉液體之形，由其表面以下約百秆之深度已保持定壓均衡面的平衡觀之，地下至多數百秆以下，已可認為大致為靜水壓所支配，無庸懷疑。凡百物質，對於長年月間無時或息之強大應力，因其黏性之故，殆無不呈液體之性質，雖不足異，然應力之變化比較急時，地球是否亦呈液體之性質抑呈普通固體之剛性，即為一問題，普通對於地球內部為液體抑為固體之議論，即屬此種意味。

第二節 地殼岩石之彈性

關於構成地球外皮之岩石之彈性研究，爲日本震災預防調查會之一種事業，經長岡、日下部兩博士研究之結果，已爲此方面之權威。日下部氏曾就該國所產之岩石標本百數十種，加以精密研究，將岩石之方形棒，曲之扭之，或使之振動而測定其彈性常數。茲由此等結果中，舉數實例於次表。同名之岩石，因產地及風化程度之不同，各有非常差異。觀此表可以明瞭。表中第二列之符號，示岩石之地質時代，A示始原代 (Archaean)，P示古生代 (Palaeozoic)，M示中生代 (Mesozoic)，O示新生代 (Cainozoic)。據該氏全體之調查， $E \times 10^{11}$ 之值有種種，在始原代者爲由 2 至 4，在古生代者爲由 10 至 1，在中生代者爲由 8 至 1，在新生代者則爲由 4 至約 0.5。大致平均之，時代愈古之岩石，彈性率愈大。扭轉之應力係數即剛性率，其值約爲上之彈性率之 $\frac{2}{3}$ ，乃至 $\frac{1}{3}$ 。

岩石之種類	時代	產地(日本)	彈性率(楊格係數)E
綠泥片岩	A	秩父	11.09×10^{11}
同	A	羣馬縣大西	4.03
石灰岩	P	美濃赤阪	7.08

同	P	大西	2.85
花園岩	P	攝津海影	4.61
同	P	茨城	1.33
砂岩	M	紀伊	0.98
同	C	秩父	3.53
同	C	銚子	0.59

此等岩石之彈性，極不完全，普通不似金屬等之力與應變互成簡單比例，故不能適用虎克定律（Hooke's law）又雖加以相同之應力，所生之應變，亦因其前所受之處理如何而大異，即有所謂滯後影響（hysteresis）；又雖相同之力，亦因所加之時間而大異，即所謂具有一種受範性（plasticity）。因此之故，有時乃有加以力，使其變形，待後力弛，即生應變不特不減而反增加之現象。構成地殼之物質，既由此等物質而成，故關於地殼之應變問題，過於簡單之彈性理論，乃不能適用。日下部氏曾據此種岩石之性質，得以說明大地震後，餘震與時俱減之現象。謂大地震之際，地

殼一部分內所蓄積之應變，因變動之故，一時未能除去，其後方得徐徐發出也。又溫度與濕度及於岩石彈性之影響等，日下部氏亦曾行有益的研究，其詳可參觀該氏之論文。

關於地表之岩石，於實驗室內測定之彈性，已如上述。然此種物質在地下深處受有高溫，同時受有高壓時，其狀態何如，則未能直接實驗之。況地殼以內深處之彈性等，除由間接之方法以推測外，別無他法。

達爾文想及外部壓力及於平坦地面上之影響，而研究地殼內對於山脈等之重量，假定爲不可壓縮性，且爲等質者，當生如何之應變。其結果，知此應變者超過地殼物質之彈性極限，則山必沒入大地，恰如於凝膠面上置一重鉛球者然。

據達爾文之計算，例如峯高四千呎之並行山脈，全部由比重 2.5 之岩石而成，則地下最大之應變，若錫之類物質，差可支持之。又並行山脈之峯，若相距 20 呎，則其結果，應變最大之處，爲在地下 50 呎之處。又非洲美洲等大陸，地下約 1000 呎之處，至少須有花崗岩以上之強度之物質。

以上係認地球爲全體等質所行之計算，其後拉甫又以定壓均衡而說所示之地殼比重之分

布爲基礎，而計算地殼因大陸山脈等之故所生之應變。據其結果，維持地球上現在所有之外形，所需之物質，遠較達爾文所計算者爲小，普通之石材，即恢恢乎有餘。

其後澤夫立茲 (Zerby) 亦假定地殼之下爲液體以行計算，得波長爲地殼厚二倍以上之並行山脈陷入其中之結果。

要而言之，地殼之內部，雖視爲受有近於岩石彈性極限之應力，然由長年月間能繼續支持觀之，地球內部岩石之黏性似極大，不甚有顯著之流動性。

第三節 地球之平均剛性

地球就其全體觀之，其平均剛性若何，亦爲一問題。地球之內部，究爲氣體乎？液體乎？抑爲固體乎？古來雖議論紛紛，要而言之，就其全體觀之，對於外力，呈恰如帶有剛性之固體之性質，由以下所述之各方面之研究，可以明之。

未知其實質之球，欲驗其硬軟，或以指壓之使破，或捻之，或叩之而聽其音，判斷之方法有種種。

同樣欲知地球之剛性亦不外借外力使之變形，或使起震動波以驗之。故判斷地球剛性之方法，亦有種種。

(一) 歲差與地球之剛性

地球因係橢圓體，故由月及太陽引力之作用，而生變更地軸方向之偶力，其結果乃生恰如傾斜心棒而迴轉之陀螺之歲差運動，前已述之。此運動之多少，由天體之觀測，可得相當精密之決定。然此運動因地球是否爲剛體而相異，故由歲差之觀測，關於地球剛性之智識似可得其多少。惟據霍布金斯 (Hopkins)、達爾文 (G. H. Darwin)、奧烹海姆 (Oppenheim) 等之研究，終知此法不適於此目的之用。

(二) 地殼之潮汐與地球之剛性

地球表面之海洋，因日月之引力及地球對此等天體之相對運動發生之離心力之故，而生潮汐，此吾人所習知者也。然發生此潮汐之力，不僅作用於海洋，又使地球自身起如海面之變形，自不待言。故今如假定地球爲全無剛性而如液體之物，則地殼與海洋必同起潮汐，因而陸地亦與海洋

同時起伏，由陸地上居住之人類觀之，海面之昇降漲退，無由得知，恰如置身海上之船中，潮之高低，無由得知者然。又若地球為彈性體，因上述之力之故，而起多少變形，則陸地潮汐之漲退雖屬存在，其高低之度，較之地球為完全之剛體時，多少減少，甚為明瞭。愷爾文注意及此，乃試由潮汐之觀測以計算地球之剛性。惟此處所困難者，為海洋之潮汐，不必隨發生潮汐之力而呈靜力學的。詳言之，即海洋因有自己特有之振動週期，力之變化之相，與潮汐之相不相一致。又潮汐之高度，亦不能簡單由力之大小以計算之。不寧惟是，海陸之分布，甚為複雜，潮汐之波，發生反射迴折，成不規則之形，理論的計算，決難實行。然發生潮汐之力，試用調和分析之方法，分析之為種種週期之單簡部分，其內有有頗長之週期者，如所謂半月潮一月潮等是也。此種長週期與地球表面海洋自己振動之週期相較，頗長過之，由此發生之潮汐，殆可視為靜力學的而計算之。即海面對於時時刻刻之力，可認為常保持平衡之形是也。此種發生潮汐之力，因其大小可由日月之質量及距離以計算之，故地球假定為完全剛體時，可發生幾何之潮汐，可以知之。一方若分解實測之結果以知此種長週期潮實際之高度，則由此實際之高度與前之為剛體時理論上之高度之差，即可知地球變形之度，從而地

球之剛性，可以知之。惟由所予之應力而生之地球變形之度，由其內部之比重分布而異，故關於此點，不能不有若何之假定焉。

愷爾文爲簡單之着想，認地球全體之比重，係屬均一，又假定其物質爲不可壓縮性。一方由多數之觀測，調查半月潮實際之高度，得悉此高度已減至理論上剛體之地球應發生者之 $\frac{2}{3}$ ，由此計算，得地球全體之平均剛性率較玻璃爲大，約與鋼鐵同程度之結論。其後士歪塔 (Schweydar) 亦由多數之觀測材料，求有十四日及二十九日之週期潮汐，其結果得略同樣之剛性。

然地球之比重，假定爲全體均一，理論上殊嫌過於粗雜，故其後拉甫及普勒斯珂特 (Prescott) 又就愈近地心，比重愈增之說，加以研究。據其結果，此時地球之剛性，一般較假定爲全體等質時爲小。其後士歪塔更深究此問題，以維赫特之比重分布（參觀第六章第二節）爲基礎，改行計算。但計算時，爲便利計，地球內部之物質，仍假定爲不可壓縮性，一如以前。茲於介紹此新研究之前，關於觀測地殼潮汐之其他之方法，先爲一述。

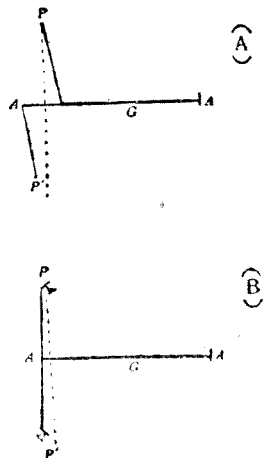
考潮汐之現象，自一方觀之，乃由天體引力發生之均衡地球面變形之結果（參觀第五章第

十節)。換言之，即地球上各點鉛直線之方向呈週期的變化之現象是也。地球若如液體變形，則地面與海面一致，鉛垂線常直角於地面，地上縱置精密之水準器，亦不呈若何之變化。反之，地殼若不完全變形，則重力之方向對於地面變其傾斜，苟置精密之水準器，即可發見，測定亦屬可能。其結果，恰與測地球潮汐之高相同，故可用於地球剛性之計算。

今縱假定地球全不變形，鉛直線因潮汐之作用，所傾斜之角度，最大僅約一秒之百分之一。此種變化，欲由實測發現，殊非易事。譬如懸一長達十杆之錘線，其下端之擺動，最大僅約半耗，決非普通之方法所能發現。柏蘭塔姆爾 (Plantamour) 曾於風光明媚之日內瓦湖畔之地下室內，安置極銳敏之水準器。於長年月之間，繼續觀測地盤之傾斜，惜因溫度之變化，地盤及房屋傾斜之影響過多，關於潮汐作用之影響，未能得確實之結果。達爾文亦曾作巧妙之裝置，以行試驗，亦終未達成功之域。此種難問題，直至水平擺發明，始獲解決。策爾涅爾 (Zöllner) 最初所作之擺，如第三十圖 (N) 所示，以一棒 AB ，於其一端近 A 之二點，繫以二細金屬線 P_1P_2 ，上下懸之，使略成水平位置而成。後勒波義爾·巴士威次 (V. Reber Paschwitz) 則廢棄金屬線，如圖 (B) 所示，將棒 PP'

直角固定於 \triangle 棒之一端，以適當之尖端支持之，使其全體可以 AA' 爲軸而迴轉。要之，二者均可視爲以 PP' 爲迴轉軸之一種複擺。若 PP' 對於鉛直線微微偏向，則因與 AA' 成直角之重力之分力甚微之故，此擺離開平衡之位置時，復歸

第三十圖



舊位之力甚小，恰如極長之單擺然，起極緩徐之擺動。今若 PP' 稍偏向於含 $\triangle AA'$ 及 PP' 之平面，即圖所示之與鉛直面互成直角之方向，則 \triangle 即起迴轉運動，直至棒之重心 G 來至含此新 PP' 之位置之鉛直面內方止。 \triangle 若充分近於鉛直，則縱極微之傾斜， \triangle 亦必起顯著的迴轉，故祇須測其迴轉之角度，則此傾斜可以求出。巴士威次之擺，其一端安置平面鏡，使來自一定方向之光線束，由此反射，反射光線之移動，使其自記於迴轉圓筒上所捲之照相紙之上。此迴轉圓筒裝於一時計上，能按時迴轉，由此種記錄以行計算， \triangle 之傾斜，雖僅約一秒之千分之一亦可得而知之。用水平擺以觀測地殼之潮汐者，曾有數人。前述之士歪答，亦曾於海得爾堡行此觀測。觀測臺

所在之小丘，因日照而生溫度變化，故日日必受多少偏向之影響，致其結果較為複雜。然此等影響，因有太陽時一日及半日之週期，故若就太陰時求其長日月間之平均，可以消去，而單求由月發生之潮汐作用之影響。士歪答乃由此觀測所得地殼潮汐大小之結果，以計算地球之平均剛性，所得之值，與彼由實際之海洋潮汐所得之結果，甚相接近。赫爾克又於波次但地球物理研究所之深井中所掘距地表二十五呎之處之橫穴內，安置此器械以行觀測。其結果，由地表溫度日日之變化而起之地盤傾斜，在此深度，其所感受猶約表面之七分之一。彼更據歷來之法，以計算地球之剛性，結果發現一奇妙之事，即地球之平均剛性，由於對於東西方向之變形與對於南北方向之變形而著異是也。東西方向之剛性率為 6.1×10^{11} ，南北方向之剛性率只約 3.0×10^{11} ，後者僅約為前者之半。赫克爾及拉爾曼認此差異大概歸因於大陸成爲如地殼脊骨之形之影響及其下比重之分布有差異等。然此種設想，其後因拉甫及士歪答之研究，早已不能存在矣。

先是，士歪答曾於其一九一二年所著之論文內，詳細解說地殼潮汐之問題。認由發生潮汐之力而發生之地殼變形，可歸於直接與間接之二影響。地殼除隨行將變形之外力而直接變形外，又

因變化之故，發生質量之移動，使勢面更生變化。故如不將此影響合而設想，不能得真正之結果。彼更如拉甫所想，以爲赫爾克所發見之方向上剛性之異同，是否爲因計算剛性時，未顧及海洋潮汐之間接影響所致之謬誤乎？因是之故，彼乃將海洋潮汐之形，不由實測以定之，而以簡單之假定爲基礎，由理論以導之，將此影響加入考慮之中，而試行計算。先由在太陰時時有半日週期之潮汐計算其結果，得地球之平均剛性率 n 如下：

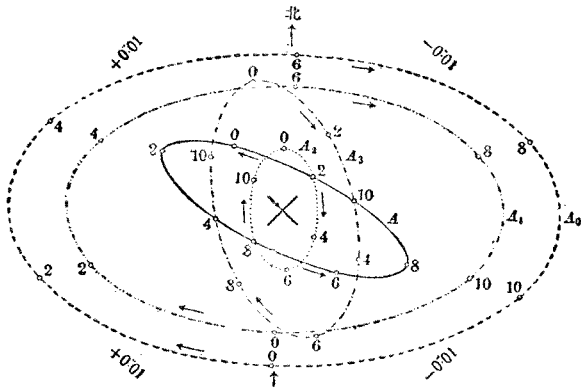
$$n = 17.6 \times 10^{11}$$

又由有一日週期之潮汐計算，得

$$n = 19.8 \times 10^{11}$$

n 之測定，向無用此一日週期之潮汐以行計算，然因海洋上此週期之潮汐至少，其所生之間接影響亦小，故以之測定 n ，反較用半日潮爲便也。關於此點，日本之志田博士，亦注意及之。歷來未顧及海洋之影響而行計算者，所得之 n 之值，均約爲 9×10^{11} ，反之，如後所述，由緯度變化計算所得者，大抵在其三倍以上，且何以發生若此顯著之差異，莫能明瞭。考不完全之彈性體，其彈性係由變形

第三十一圖



上圖係採自志田博士之論文，為將上加茂地方鉛直線變化之與太陽半日週潮相當者，算出而作之圖示。橢圓形△示實際之鉛直線變化，由圖之中點引直線至此曲線上之點，則此線之方向及長示刻刻鉛直線傾斜之方向及大。曲線旁之數字示太陽時之時刻。因週期為半日，故每十二小時，同一徑路必返復一次。△之運動，可認為由三橢圓運動所合成：第一主要者為因太陽引力而起之運動，若地球為完全剛體，毫不變形，應如△₀所示，然因實際地球自身變形，故對於地面鉛直線之變化減少，又由變形而起之勢之變化，亦加入此中，結局所行之運動，如△₁所示。第二為僅因海水潮汐之引力而起之運動，如△₂所示，即示有太陽之引力，又無地盤之變化，若有如實際之潮汐，鉛直線應作如何之運動，是也。第三為因潮汐之壓力，由海岸至陸地，地盤傾斜而起之部分，如△₃所示。即實際之△着想為△₁△₂△₃三運動之和而分別決定之，是也（決定此三運動，自須有一適當之假定）。如若將上得之△₁以與△₀相比較，地球之剛性，可以知之。由△₃可知地殼之剛性。△較△₁頗小，蓋△₂△₃之位相略與△₁反對，打消其效果，故也。

之速度而定，通例對於急激之變化彈性大，對於徐徐之變化彈性稍小，惟此處則不易以此說明，蓋緯度變化遠較潮汐爲緩故也。此疑問得士歪答及志田博士等，方始明瞭。士歪答又證明地殼上有厚如大陸之層存在時，其及於實際地殼潮汐之影響，非常之少，以此決不足以說明之。因方向而異。在此以前，拉甫曾研究赫克爾所發見之異常，可否作爲說明地球自轉之影響，然其結果仍爲否定的。是以赫克爾所注意之異常，主爲大西洋潮汐間接之影響，業已明瞭。

日本志田博士，亦於一九一〇年起。至一九一一年止，在京都上加茂地方之觀測所，安置巴士味茲式之水平擺，以行觀測，由觀測所得之材料，行精密之研究，發表極有益之結果。該氏於潮汐間接之影響，亦特加注目，精密分析由於海洋潮汐之引力發生之影響，及因其壓力地盤傾斜之影響。不似士歪答之用理論上之潮汐爲基礎，而以由實測決定之日本近海之潮時線圖爲基礎，以行計算，可謂甚爲妥當。日本與坡次但相較，地盤傾斜之影響特大，情形更爲複雜，然志田博士卒適當分解之，由其結果以求地殼之剛性，得 5.9×10^{11} 之值。此值爲恰與花剛石同程度之剛性。又就地球全體而論

全體之比重，假定爲一致，則

$$n = 13.0 \times 10^{11}$$

據維赫特之比重分布，則

$$n = 12.0 \times 10^{11}$$

與士歪答之數相較雖稍小，然大致同程度。要而言之，在西洋測定之值與在東洋測定之值，可謂彼此略同。

據最近此等研究之結果，地球之平均剛性，可視爲在愷爾文時代所求得之值之二倍以上，與由後述之緯度變化算出之值，甚相接近。

此等計算，係假定地球之實質，爲毫不受壓縮者。蓋如此不獨計算上便利，又似因未知實際之係數，而不得已也。然要之乃爲一種之假定也。痕涅西 (Hennessy) 關於地球變形之問題，雖論及壓縮係數之不可省略，然如拉甫所言，則難認有壓縮性者比諸無壓縮性者，能減少其全體之變形。故若將此影響並爲着想，則剛性率之值，反將愈大。

斐雪及其他多數地質學者所主張之地殼與內核之間，有液體之層 (Substratum) 存在，是否確實，爲極重要之問題。維赫特亦曾由沿地面而傳播之彈性波之狀況，以想像此種之層。要而言

之，地殼之潮汐，因此種層之有無，自亦不能不發生變化。據拉甫之論，設此種層果屬存在，則無論爲如何薄之層，必因此有顯著增加外力引起地球變形之傾向。即使地殼甚厚，欲說明實際所能觀測之變形，其剛性率不能不假定爲莫大之數。此論於黏性之影響，並未予以考慮。士歪答將黏性之影響，亦予以考慮，其結論謂假定果有此種層，其層必爲極薄，且黏性甚大，殆難稱爲液體之層。然在地質學上許多之事實而言，並無不能使人想像有液層之存在，且據士歪答之理論，亦尙含有被默認之種種之假定，故此等問題，尙未能謂爲全已解決。關於此事，以後當再爲論述（參觀八十四頁及九十七頁）。

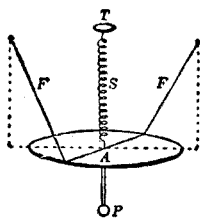
邁克爾孫 (Michelson) 重新應用昔人所主張之用水準器以測地殼變形之方法，以水平安置長達五百呎之管，盛水於其內，以顯微鏡測其兩端水面之昇降，由此而得與水平擺相同之結果。後水面之昇降，以光之干涉測定之，得地球之剛性 $n \approx 8.0 \times 10^{11}$ 之值。又亦有不用人工的水準器，而利用天然細長之海，由其水面之昇降，以測地殼變形者。格勒斯 (Grace) 曾利用紅海，貝加爾湖等水面之昇降以行之。

近年日人石本博士以熔融石英製成則爾涅爾式之水平擺，此擺較之歷來之水平擺，有種種優點。高橋氏安置此器械於二三海岸，以行觀測，發見此等點之傾斜，與附近海水之昇降，極相一致。據詳細研究其觀測材料之結果，此傾斜殆全部由於地殼受潮汐之重負而發生，故由潮汐引力發生之鉛直線方向之變化等，此時已不成問題。然潮汐重負所加之影響，亦只自觀測點起，數百呎之半徑以內，其外者則無甚關係，業已明瞭。此種顯著之地殼性質，與理想的彈性體甚為相異，在研究地殼之潮汐時，似不可不充分考慮，且觀測地點距海岸近時，更加注意。又地表之各種地質構造等，對於地殼之潮汐，亦必與有有重大之影響，故僅在一點觀測而知之傾斜，是否足以代表地球一般之潮汐，蓋尚有研究之餘地也。

上述各種方法，均以地球上重力方向之變化為由於月、太陽之引力所引起者為範圍。即關於重力之水平分力變化者是也。然一方重力之垂直分力，亦因月及太陽之故，而發生變化，故重力全體之值，亦在變化之中，可不待論。惟由月所起之重力變化，縱多估計，亦不過約千萬分之一。以現在普通之重力測定方法， ∞ 之絕對值，至百萬分之一，已難期其正確，故上述之微小之變化，測定之殊

非易事。然士歪答改良士密特 (A. Von Schmidt) 所創製之重力計 (gravimeter) 以實測此微細之變化，似獲成功。此法之原理，極爲簡單易明。如圖所示，以 F_1 、 F_2 二細線（以鉑鈹合金絲製成）懸板 Δ 於其上面之中央，置鋼鐵之弱彈簧 S ， S 之上端固定於分度圈 Ω 。今如稍捻 Ω 之上端，則圓板 Δ 及其下所懸之重量 γ ，向捻之方向稍起迴轉而止於一定之位置。此時有二偶力作用於 Δ 上而互相平衡，一爲彈簧之偶力，一爲二線之張力分解於 Δ 板面上所生之分力偶力。此張力隨 γ 之重量而變化，自不待言。故今如重力增加，則由吊線之張力所生之偶力，打破 Ω 之偶力，而向回歸之方向迴轉，重力減則向反對之方向迴轉。是以於 γ 上置小鏡，投射以光，由鏡上反射之光線，其移動使自記於裝有時計之迴轉圓筒之照相紙上，則重力時時刻刻變化之情形，可以知之。惟原理雖若是簡單，然因所測者乃爲前述之極微細之變化，故在普通原爲毫無問題之種種原因，此時必作用而發生妨礙，則自在意料之中。尤其溫度之變化，影響爲最甚。蓋溫度變，則彈簧之彈性亦變，吊線之扭轉與長及其他一切之條件莫不變，因此而起之迴轉，反將極緊要之重力變化之影

第三十二圖



響隱滅也。故爲使溫度盡可能的不生變化計，乃於波次但地球物理研究所深四十二呎之井中，掘一橫穴於距地二十五呎之深處，安置此器械於穴中以行觀測。此處每日溫度之變化，小於攝氏一度之千分之一，一年中之變化，亦僅約 0.10° 。對於觀測，殆不受障害。又一方氣壓若變，則空氣之密度變，因而空氣之浮力變，其結果與 ρ 之重量變化相同。然氣壓之變化係屬難免之事，故行觀測時，同時須測壓力之變化而於觀測之結果，予以適當之修正。要而言之，士歪答用此方法，似獲成功。彼如是觀察約一年間，由其結果試求與由太陰而起之半日週潮之週期相當者，較之假定地球爲完全剛體時，重力之變化，似約大十分之二。此重力大小之變化與前由水平擺之測定所得之重力方向之變化，互相結合之，極感便利。歷來僅由水平擺之結果以定地球之變形，復欲由此以定地球之剛性時，則地球內部之比重分布及彈性，無論如何，非有任何之假定不可；然若同時而知重力大小之變化，則不必有此假定，即可定地殼之變形。雖因觀測之結果過少，不能充分確實明瞭，然據士歪答由上述一年間之結果所計算，則由月而起之地殼半日週潮之高，最大之處，約爲三十二哩。

近來托馬斯謝克 (Thomas Jök) 沙費爾尼希特 (Schaffernicht) 以與士歪答相同之原理製

成重力計。此重力計種種之點，較之歷來之重力計爲優，尤其彈簧所用之材料更三致意。據此重力計測定之結果，由月而起之半日過潮之高，在馬耳堡 (Marburg) 約爲二十三釐。

(三) 緯度變化與地球之剛性

完全不受外力作用之剛體，在空間迴轉時，若其迴轉軸與其物體慣性能率之主軸相一致，則物體無論至何時，皆應以等速度迴轉於該軸之周圍。反之，若迴轉軸對於此特別而容易適於迴轉之軸有所傾斜，則迴轉軸時時刻刻移動於物體之中，徐徐繞慣性能率主軸之周圍而行，各瞬間迴轉軸對於空間保持一定之方向。此現象稱爲物體之自由歲差 (Free Precession)，以與物體因外力之作用，對於空間移動其迴轉軸之歲差 (Precession) 相區別。奧伊拉 (Euler) 研究剛體之迴轉時，論此特殊之運動，認自由歲差之週期即迴轉軸一周主軸所需之時間由其物體之主要慣性能率而定。即以爲縱屬同形同質量之物體，其自由歲差亦因其內部質量之分布而有異同，是也。

吾人固已熟知地球爲一在空間迴轉之物體，因太陰太陽之引力，發生歲差，然此外是否尙發生上述之自由歲差，則不能無疑。地球縱令在過去之某時期，其迴轉軸與其慣性能率之主軸曾相

一致，其後因地殼之變動及隨之發生之種種變動之故，其質量之分布，一生異動，此二軸必已不一致，遂至發生自由歲差，此極自然之事也。故用由歲差之觀測所得之地球慣性能率之值，依奧伊拉之公式，以試計算自由歲差之週期，約得三百有五日。

地球廻轉軸若對於地球有所移動，且對於空間有一定之方向，則其結果，地球上各點遂至發生緯度之變化。蓋廻轉軸因常指天球之南北極，地球對之傾斜，故由地球上之一點所見之天球兩極之高度發生變化。換言之，即緯度發生變化是也。故於地球上之一點，續行精密之天體觀測，測定日日之緯度，檢查其變化，則地球若為完全之剛體，有自由歲差，緯度應以三百五日之週期，呈有規則之變化。為驗此現象之有無，十九世紀中葉，拍塔斯（Peters）馬克斯維爾（Maxwell）等已行觀測，然其所得之結果，緯度之變化，過不規則，未能發見有規則之週期。愷爾文對此結果，謂如此不規則之變化，恐未能獨歸罪於測定器械之不完全及觀測之誤差，或乃由實際地球上質量之異動而發生。然至一八八五年，柏林天文台之居斯特那（Kistner），始確實認為有週期的緯度變化之存在。又美人張德拉（Chandler）亦殆於同時發見緯度變化實際之週期，且發見非為三百五日而

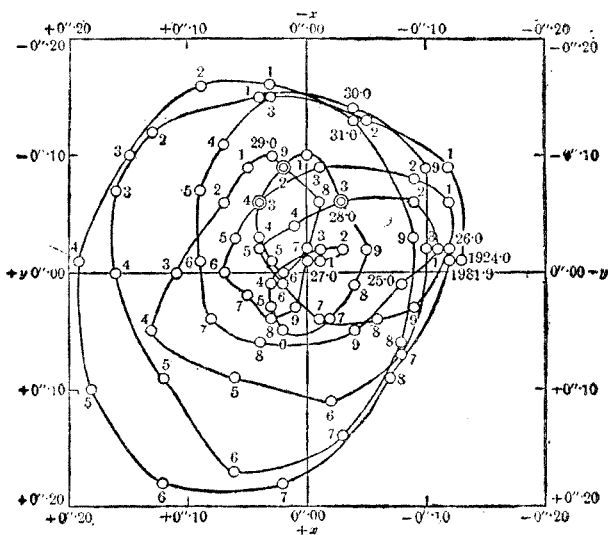
爲四百二十七日，較奧伊拉之週期，約長四月。所謂張德拉之週期，卽此是也。其後不久至一八九〇年，斐爾斯塔 (Foerster) 於萬國測地學會提議，在對於地軸與歐洲互相反對之爪哇行同樣觀測，結果得知歐洲與爪哇緯度之增減相反。至是始確定緯度之變化乃起因於地球迴轉軸之變位。其後萬國測地學會更如意大利斐爾哥拉 (Fergola) 所嘗述及，認爲有於地球同緯度之各經度上，觀察緯度變化之必要，乃選定次表 1, 2, 3, 4 之四處，以同一之器械，依同一之方法，就相同之星羣，繼續觀測。此事決定於一八九八年，翌年規則成立，遂開始觀測。

	地	名	國	名	經	度	
1	水澤		日本		- 141° 8'		39° 8' 42"
2	卡洛福特	(Carloforte)	意大利		- 8° 12'		39° 8' 9"
3	給薩斯堡	(Gaithersburg)	美國		+ 77° 12'		39° 8' 13"
4	烏基亞	(Ukiah)	美國		+ 123° 13'		39° 8' 12"
5	查爾朱伊	(Tschardjui)	俄亞細亞		- 63° 29'		39° 8' 11"
6	辛辛那提	(Cincinnati)	美國		+ 48° 25'		39° 8' 19"

此中5,6二處,各由俄國及美國政府負責,參加此事業。及歐戰後,只餘1,2,3三處。然中亞之基塔布,又新設一觀測所,美國之給薩堡又再設一觀測所。此外南半球則澳洲之阿得雷得 (Adelaide) 阿根廷之拉·巴拉他 (La Plata) 二處,亦設有觀測所。

其後經從事此事業之學者熱心研究,地球迴轉軸之移動,愈益正確測定,地軸之位置,經不時之窮究,其精密之度,達於可驚之域。圖之曲線,示自一九二四年起,至一九三一年止之地軸之移動情形。今假定圖之中心為○,則○示平均之地軸位置,○示通過格林威治 (Greenwich) 之子午線之

第三十三圖



通過格林威治 (Greenwich) 之子午線之

方向，*Og* 示西經九十度之方向。如圖所示，地軸傾斜之變化，最多僅約角度半秒以內，地軸切地球表面之點，其移動之範圍，僅約二十呎。二十呎與子午線之長一萬呎相較，不過其 $\frac{2}{1000000}$ ，即僅五十萬分之一之變化，是也。能測定此種細微之變化，不可不謂爲可驚之事。

緯度變化之大小，頗因年而異，觀圖可以知之。然其一週所需之日數，則略一定。據和蘭巴克韋曾 (Van de Sande Bakhuizen) 之測定，爲四百三十一日。據日本木村博士之結果，緯度變化有兩種週期，一爲 436 日，一恰爲 365 日。

木村博士又發見緯度變化之極微細之一小部分，即他人所未曾注意及之。然此項不能以地軸之移動說明之，與此處所述者無直接之關係，茲略之。又由緯度變化所生之海面之昇降及緯度變化與地震之關係等，饒有興味之問題尙多，茲亦略之。

由上以言，地球若爲剛體，緯度變化之週期應爲三百五日，然實際則約爲十四個月，是果何故乎？此不能無疑問者也。對此疑問，最初予以正當之解釋者，爲美國之天文學者紐昆 (Newcomb) 氏。謂地球因非剛體，故隨地軸之變化而稍變形。其結果，自由歲差之週期爲之加長。其後英人哈弗

由數學的計算等質彈性球體之變形，推論其所得結果，得結論曰：欲說明張德拉之週期，地球之剛性率須約與鋼鐵相似。此結果因與前所述，愷爾文等由潮汐之現象所得之結果完全一致，頗引起一般之注意。其後赫爾洛茲 (Hertoln) 不認地球為等質，依洛許及維赫特之說，假定地球內部之比重分布而行計算，結果得平均剛性率為 11.7×10^{11} ，遠比鋼鐵等之值為大。次布里爾 (Brill) 對於大洋之水之影響，亦予以考慮。據其計算之結果，為 14.4×10^{11} 。又士歪答既由同樣之計算，求得平均剛性率 16.4×10^{11} ，復由維赫特之說，分地球內部為二層，計算各層之剛性率，結果，得下列之值：

外殼 $n = 6.8 \times 10^{11}$

內核 $n = 19.7 \times 10^{11}$

此值與志田博士及士歪答自身由潮汐之現象所求得之值，甚相接近，即地球之剛性，可認為遠大於歷來之所信者。

(四) 地震波之速度與地球之剛性

向一切方向無限擴大之彈性體，若於其中之一點發生衝動，則一種被攪亂之狀態，由其處向一切方向成波而傳播。在空氣中之液體中鳴鈴時，傳播於四方之音波，在物理學上爲所謂縱波，不過係粗雜之狀態傳播於四方耳。然在彈性體中，則一般發生二種性質相異之波動。其一爲恰與音波同樣傳播之縱波 (longitudinal wave)，即粗密波 (dilatational wave) 是也。其一爲物體內部扭轉之狀態以一定之速度向一切之方向傳播而去之波動，即所謂橫波 (transverse wave) 是也。此二種波無論何者，均其彈性體之彈性愈大，或比重愈小，則速度愈大。然二者之內，粗密波之速度較扭轉之波爲大，前者至少須較後者之一.155 倍爲大，可以證明之。又若爲不可壓縮性之物，則粗密波之速度，應爲無限大，然此種物質，自然界內未實有之，不待論也。

若彈性體無論何處，均爲等質，則此二種波以最初發生衝動之點爲中心，成球狀之波面而傳播，隨距中心愈遠而愈微弱。然若於傳播之途中，物質之彈性或密度，有相異之處，則於其處受種種之變化。例如彈性與密度均徐徐移變，則波面一般已不成球形，垂直於波面之線，即波之進行線徐徐彎曲。達物質之性質急變之境界面，則波於其處一部分被反射。達有限彈性體外圍之境界面，則

因波之勢力，不能達物體以外，概被送還入內部，是也。此時如爲音波等，較爲簡單，然彈性體則發生複雜之現象。彈性體由內部傳播而來者，縱僅縱波，被境界面反射時，除生縱波外，同時又生橫波爲副。地震時，地面運動之方向對鉛直線傾斜，故若簡單決定震源之深度等，則發生顯著謬誤之主要理由，卽在於此。

又彈性體爲一面所限界時，有僅沿其表面而傳播之一種特別之波。此波以由理論上發見之學者之名名之，稱之爲累力波 (Rayleigh wave)。此波有與深水之表面發生之波等類似之點，因此波之故發生之物質部分之振動，表面最大，漸深漸減，至某深度以上，則減滅殆難認識之域。此波之速度，須較物體內部之橫波稍小，理論上可以證明之。要而言之，累力波常僅沿物體之表面而傳播，與在物體內部傳播之縱波橫波全異，此可注意者也。

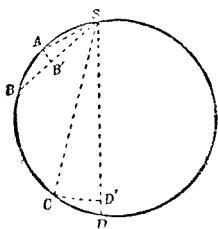
又一彈性體之表面，有其他之彈性體，成層重於其上時，亦有沿其表面而傳播之一種波。此波亦以由理論上發見之學者之名名之，稱之爲拉甫波 (Love wave)。此波之速度，雖因上下層之密度、彈性率之如何及波長之如何而異，並不一定；然卻在上下層橫波速度之間。又此外如妹澤博士

發見之層，有某種累力式之波及彈性率與密度隨深度而變化時，傳於其表面之波等種種，其詳茲不具述。

是以地球若爲一彈性體，則其表面或內部，苟有一處發生激動，應卽由其處發生如上所述之縱波及橫波而傳於四方，此波達於地球表面，則一部成表面波，其他於其處被反射，復歸內部，再達表面，再被反射，反射若干回，其勢力減少，遂歸於消滅。

累力波等之表面波，因係沿表面以一定之速度進行之波，故自震源地出發以達他地，所需之時間，略與沿表面而測定之距離成正比例，所不待言。反之，傳播於內部之縱波及橫波到達地球表面之時間，並不與沿表面測定之距離成比例，其理由可由第三十四圖簡單說明之。正如光學上，光波進行之狀況，以垂直於面之線表示卽所謂光線者同樣，此處地震之波，亦設想爲地震之進行線，若地球內部全體爲一樣之物質所成，則因波之速度不變之故，進行線必成直線由震源（圖之 S ）輻射於四方。今設想震源地 S 附近地球表面上有 A, B

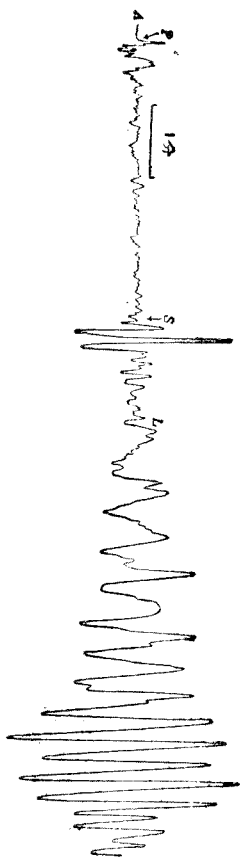
第三十四圖



二點，稍遠有 C, D 二點，又設想沿 AB 間之圓弧測定之距離與沿 CD 間之圓弧測定之距離相等。又圖上假設 $SA = SB, SC = SD$ 。則由上假定，地震波由 S 直線的向 A 進行，最後到達 A 時， SB 線上只到達 B ，須由 B 經過 BB' 之距離，始到達地面上之點 B 。故在 B 感受此波之時刻，較在 A 感受之時刻為遲，其所遲恰與波經過 BB' 距離所需之時間相等。同樣，在 C 與 D 感受此波之時刻之差，亦等於波經過 DD' 所需之時間。然觀圖所示， DD' 較 BB' 為短，甚為明瞭，故此時間之差，自亦 CD 較 AB 為短。即弧 CD 雖與弧 AB 同長，波通過所需之時間則較之為短。故沿表面之弧測定之波之速度， CD 間似較 AB 間為大。換言之，即自震源地起，距離愈遠之地方，此波之到達，似愈較為快速，是也。然實際並非波面之進行快速，乃通過內部而來之波，沿表面測之，故得此結果耳。以上不過由理論上述各種波傳播之狀況，今實際地震之波，果為如何之性質，試一考查之，通例銳敏之地震計所記錄之遠距離地震之波，如第三十五圖所示。最初地震計之針，略靜止而劃一直線 \perp 。地震最初之表象，極微細之振動，自 \perp 開始，稱為初期微動，為吾人所未能感覺。如是者數秒乃至數分後，稍顯著之振動遂自 \perp 開始。此振動稍繼續後，顯著之振動，更向 \perp 一帶開始。此三部分，多數

地震之記錄，可以明瞭認識之。今試就種種地震之記錄加以考查，此 P 及 S

第三十五圖

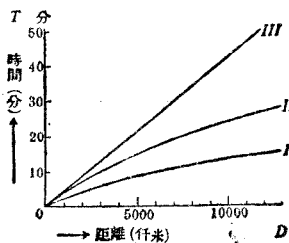


振動繼續之時間，震源地愈遠時愈長，可以知之。雖其長不必與震源之距離為正比例，然要之其間固有一定之關係。此關係由多數地震觀測之結果決定之，則以後地震發生時，由初期微動之時間，震源地之距離，可以即時知之。

P, S 及 L 由震源之發震地到達觀測點需若干時間，由震源地至觀測點距離為若干，此二者之關係，以第三十六圖示之。此圖橫軸 OX，

以示距離，縱軸 OY，以示到達之時間，種種之地震，於種種之地方觀測之，其結果一一以點記入此圖，例如僅就初期微動開始之時刻記入多

第三十六圖



數之點，引連絡此等點之曲線，則此曲線卽示地震之第一動由震源到達任意之距離 γ （沿地球表面而測定之距離）所需之時間。又 γ 及 γ' 亦可就之以引同樣之曲線 I 及 II。圖所示者爲則普里茲 (Zoppeltz) 於一九〇七年所作。此種曲線稱爲走時曲線 (Laufzeitkurve) (德) 向此曲線所引之切線，其傾斜卽示表面速度。此線成直線時，卽示此波沿表面以一定之速度進行。又曲線對 γ 軸彎曲，其切線與 γ 軸所成之角愈小，卽示表面速度愈大。今試觀此走時曲線，對 γ 波所引者（圖之 III），略成直線。卽時間與距離，因爲正比例，故地震之 γ 波，可視爲必屬表面波。惟諾特 (Knot) 謂此表面波果爲累力波，則理論上，上下動與水平動相較，不能不較實際爲大，然此可以地表軟弱之層之影響說明之。此波之速度爲 V ，卽由此直線對 γ 軸之傾斜角之正切以示之。此直線所示，爲每秒約四杆。反之， γ 波及 γ' 波之走時線 I, II 向 γ 軸彎曲，其切線與 γ 軸所成之角愈增而愈小。卽示距離愈大，則表面之速度亦愈大。此正與前就橫波縱波在地球之內部傳播時所述者相應，結局此二種波可推論爲通過地球內部之縱波及橫波之現於表面者。果如是，則速度較大者（卽 γ ）爲縱波（卽粗密波）， γ' 爲橫波，可以無疑。由上所述，地震計之記錄狀況，大致

可以明白說明。即同時由震源地發生之三種波，其中速度最大之縱波，通過地球內部，最先到達（第三十五圖 P）。橫波速度較遲，稍後到達（S）。表面波速度既遲，又沿地球表面而來，故最後到達（T）。此三種波到達時刻之差，距離愈長則愈大，觀第三十六圖，可以明瞭。故主要動開始以前，初期微動繼續之時間，距離愈遠則愈長，甚為明瞭。第三十六圖之軸上任意之點之 T、S 及 P 之縱座標之差，即示其點（距離 S）初期微動繼續之時間也。

以上所述，乃着想地球內部波之速度，無論何處，全然相同。若此着想果屬正確，則示走時線 T、S 等之形之數學式，應不待實測，即可知之。因而以由實測求得之走時線與理論上之數學式相對照，可以知內部彈性波之速度，又若比重亦知之，則由此可以知地球內部物質之彈性常數。惟事實殊不若是之簡單，走時線之形，無論如何，與上述之簡單理論所豫期者不相合。此蓋示地球內部之彈性波速度，假定為到處相同，係屬誤謬耳。據上所述，地球內部之物質，愈至內部，密度愈增，業已明瞭。然若彈性係數與密度相比例而增加，則地震波之速度，應無變化。惟據日下部博士等之實驗，比重愈大之物質，普通其彈性係數與比重之比亦愈大，即彈性波之速度亦愈大，故愈至內部，波

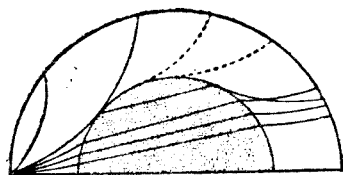
之速度愈增，殆無可疑。果如是，則波之進行線早非直線的，應向地心成凸形而彎曲。又地球之核內，如地震波之速度特大，則因在其境界而應起曲折之故，地震波傳播之狀況，不成第三十四圖之形而成此處第三十七圖所示之形。

此種波之進行線彎曲之狀況，因內部速度分布之狀況，而呈種種變化，是以走時曲線之形，亦因內部之狀況，千變萬化，蓋屬當然。

要而言之，內部之速度分布，苟最初即知之，則數學的探究由震源向

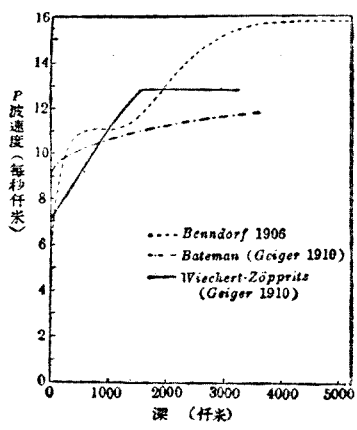
各方向發出之進行線之徑路，由其結果以算出走時曲線之形，理論上雖非困難之事，然事實與之相反。蓋吾人雖知走時曲線，內部之分布，則毫不知之，反須由走時曲線演繹以知內部之狀況也。此問題數學的言之，為所謂積分方程式之問題，一般雖為甚難之問題，然在地球，因內部由等質之同心層成立，有假定愈至中心，速度愈增之理由，情形較為簡單，多方設法，問題可解決。歷來研究此問題之人，為數頗多，茲就彼等所得之結果，揭其二三於第三十八圖。圖之橫軸示地球表面以下之距

第三十七圖



離即深度縱軸示此深度內彈性波之速度因初期微動已明，故此圖所示之結果，皆依據之，即此速度示縱波之速度是也。此圖之各曲線中，貝特曼 (Bateman) 之曲線，為以簡單之數學式，表其用為材料之走時線之形所算出（茄加即為依此人之式而行計算者），惟難認為近於實際之曲線。本多爾夫 (Bendorff) 之曲線，方法既不完全，材料亦不甚良好。惟維赫特，則

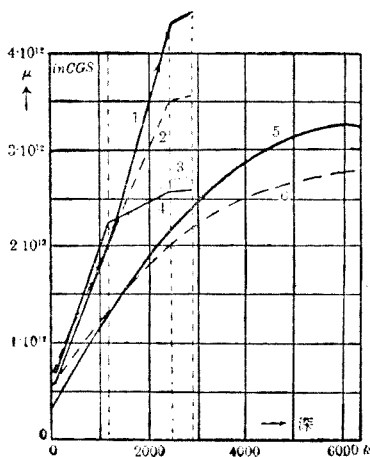
第三十八圖



普立茲 (Zöppritsch) 及茄加 (Geiger) 之曲線，可視為大致真確。據此曲線，縱波之速度，自表面起，愈深愈增加，約達 1500 秆之處，每秒約達 13 秆之值，由此至某深度，速度略略同一。此於深約 1500 秆之處，有一種之境界之謂，可認為係證確前此維赫特關於內部比重分布所立之說者。然由此所得之剛性之值，果足首肯乎？鋼鐵中縱波之速度，在普通之狀態，每秒只約五秆，地球內部，反約其三倍之值。縱波之速度，由彈性常數（楊格係數或剛性率與坡伊孫比）與比重而定，今從威赫爾特

之說，假定比重約 8.5 ，又假定帕松比（延伸物體時寬度縮小與長度伸長之比）與鋼鐵等同，爲 $1/4$ ，則與縱波速度每秒十三杆相當之剛性率爲 47×10^{11} ，即得與由潮汐及緯度變化所得者相較，達其二倍半乃至三倍之值。維赫特前此又根據 ω 波之走時線以計算橫波之速度，據此不假定帕松比，即直接計算剛性率，其結果仍約 39×10^{11} 。地球表面上，吾人尙未見有剛性如此大之物質也。第三十九圖爲由集錄前圖以後諸家所得之結果所成，縱軸示剛性率 μ 。此圖曲線 1, 2, 3 爲哈

第三十九圖



示愈近地心，剛性率愈增加之狀況。線 1, 2, 3 爲哈爾克根據地震波速度，假定三種之密度分布所得者。4 爲谷騰堡依同樣之法所得者。5, 6 爲士歪答根據潮汐及張德拉週期，假定洛許氏之比重分布所得者。

爾克 (Hauclck) 由種種比重分布之假定所求得， μ 爲谷騰堡所求得。5, 6 非由地震波速度所求得，乃士歪答由地殼潮汐及張德拉週期計算所求得。此等結果，由二方面求之，所得甚相接近。

在如地球內部之莫大壓力之下，剛性率異常大之物質，未能斷定其必無，故由地震波所得之剛性率之值，縱與由潮汐及緯度變化推算所得之結果頗相異，未必即為不合理，又縱互相一致，亦不能即為之可靠。對此問題，有種種之事實可設想。第一由潮汐及緯度變化所得之剛性率為一種之平均值。若地球內部悉為固體，且剛性無甚懸隔之異同，則此平均值不妨視為係將內部大部分平均而得。然若地球內部稍有液體部分之存在，則此液體之部分，於地震波傳播之平均速度，雖無甚顯著之影響，而於由地球全體之變形所得之剛性率之平均值，則予以非常之影響。例如據拉甫之計算，若表面以下 1400 呎之處有薄液層，則地殼之剛性，須在 25×10^{11} 以上，否則表面之變形，將較實際為大。液層愈假定在淺處，則地殼之剛性，愈不能不假定為大。據志田博士之計算，外殼之剛性率，假定為 5×10^{11} ，內核再分為內外二層，若外方之半假定為 35×10^{11} ，則內方之半縱為液體，實際潮汐之現象可以說明。製作地震走時線之際，縱蒐集多數之地震材料，甚難確認其為通過地球中心附近而來之橫波，此不可思議者也。由此點着想，近於內核中心之處，可視為黏性非常大或彈性係數非常小。要而言之，若於適當之位置，想像液狀之層，則由潮汐及緯度變化所得之平均

值，對於由地震波所得者爲小，未能說明之乎？此志田博士於其論文中所述之懷疑意見也。地下液層之存在，雖拉甫、士歪答等大家，猶不能無疑。然此乃由地球內部之剛性不超過地球表面物質之數倍及液層不甚薄二假定所生之結論。苟地球之內部，有由地震波所得之剛性或其以上更大之剛性之物質占其大部分，則設想液體近於地球中心或連於極薄之層上，似未爲不可也。

然此處尚有須考慮者，卽由地震波而起之應變之變化，與由潮汐等而起之應變之變化，週期相異是也。徵之實驗室之經驗，某種物質，例如樹脂，約數秒之週期變形，雖呈彈性完全之固體之作用，然對於約一日之週期，則呈帶黏性之液體之作用。此種性質，如予以考慮，則由地震波所得之剛性，較諸由潮汐等所得者爲大，可認爲未必卽屬不可解也。

維赫特之門人茄加 (Geiger) 及谷騰堡 (Gutenberg)，更由研究通過地球內部後，爲地球表面所反射而折回之波之強度，而詳爲說明地球內部複雜之構造。

又據摩霍洛味奇克 (Mohorovičić) 之說，地球之表面，如第四十圖所示，有相當厚之物質，其中地震波之速度，較其下之物質遲時，若地震發生於上之物質內，則在較之點近於震央之點，取實

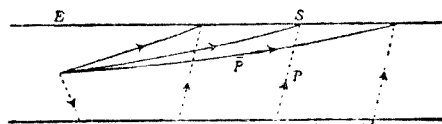
線所示之徑路之地震波通常稱爲 γ 者，較取虛線之徑路通常稱爲 δ 者先行到達。反之，較遠之點，則取虛線之徑路者，反先行到達。

依此設想，由實際地震之觀測以定此境界面之深度，在歐洲略得 50~60 千之值。又日本和達博士亦由相同之設想以計算相同之境界面之深度，而得略相同之值。

日本松澤博士詳細分析該國關東地方之地震記錄，由其結果，得悉此地方之地殼，距表面數千之處，又另有一明瞭之不連續面。

奧爾但曾論及大陸及海底，通過表面之累力波，其速度有差異。其後谷騰堡亦曾由地震波之觀測以論大西洋底之地殼構造。此等論說，雖與前述之地殼均衡說及大陸移動說相關聯，爲極有興味之事，惜亦因觀測材料猶不充分，難遽決定，然各方面之研究，與年俱進，此等問題之真相，漸近於解決，可期待也。

第四十圖



第八章 地球內部之溫度

第一節 地下溫度

地表土壤岩石等之溫度，因受太陽及氣溫之影響，時時變化。距地表極近之處，晝溫而夜涼，除日日之變化外，一日之平均溫度，又隨季節而變化。然此種變化，愈至地表以下愈減少。日日之變化，通例約至地下一呎之處，即殆難以識別，一年中之變化，亦愈至地下深處愈減少，同時溫度最高最低之時期漸次加遲，在某深度則反冬暖而夏涼。然十五呎乃至二十呎以下，則年中之變化，亦難識別。年中至常呈一定之溫度。此常溫愈至深處愈增高。此等事實，自古以來，從事鑛山之人，即已知之。十七世紀中葉，僧侶某所著之書，其中所載，有涉及此等事實者。又物理學者中，則波義耳（Boyle, 1680）最初發表關於地下溫度之論文。古來關於地球內部狀況等之臆說中，有以地球內部為冷

物者。要而言之，地下溫度古來曾引起學者之注目，可以斷言。至十九世紀之初，傅立葉（Fourier）著有有名之熱傳導論，同時論地球內部之溫度，謂地球內部，因溫度甚高，為熔融之狀態，常由表面向空間發散其熱。一方地下溫度之實測，亦漸行之。最初雖不過測鑛坑內空氣之溫度，至法國之科爾機（Corlier），始以溫度計插入岩石中以測其溫度。

其後更就以採水採油或地質調查之目的掘鑿之井，精密測其種種深度之溫度，地下溫度之智識，漸見精密。掘鑿之井，測其種種深度之溫度，有意外之困難。第一為此等井孔，多為地下水所充滿，若插入普通之溫度計，則水銀球為水之壓力所壓縮，其所指示之溫度，必為謬誤過高之溫度。為防此謬誤起見，溫度計須更封入堅牢之玻璃管內。又為防孔中水之交流起見，溫度計之上下，亦須設適當之障壁。又溫度計在某深度，達其處之溫度後，取上時，通過溫度低之處，有稍被冷卻之虞，故感度須使之遲緩，或用最高溫度計。然無論何時，溫度計須長時間放置於測定溫度之處，待其完全達到該處之溫度後，再為取出，所不待言。

一方當開鑿隧道及鑛坑之際，測定岩石之溫度，亦研究地下溫度之好材料，每有機會，即測定

之。例如法瑞兩國間新普倫 (Simplon) 隧道開鑿之際，最高之溫度達攝氏五〇・六度（華氏百二十八度半），工程因之不能進行，後由細孔噴出壓縮空氣以生冷氣，始獲竣工，此有名之事實也（參觀第四十三圖）。

自歷來觀測之材料加以判斷，地下溫度隨深度而加高之比率，雖因地方，頗有異同，大致深度每增三十呎乃至三十五呎，溫度增加攝氏一度。此種溫度增加一度地下增加之深度，謂之地下增溫率 (Geothermal gradient)。此增溫率在吾人所能觀測之深度範圍內，各處大致各一致，即溫度與深度比例而加深是也。茲就數處實例列舉其增溫率於次：

地	方	井之深度	增溫率
1	日本東京帝國大學內深井	385 呎	34~45
2	日本新潟縣藤田鐵場七十三號	1407	22
3	德國斯拍倫堡 (Sprenberg)	1390	35
4	北美灰令 (Wielcing)	1500	46
5	德國帕魯叔微茲 (Paruschowitz)	2003	32

上表中 2 爲日本人藤理學士所測定。

然亦有極端之例，茲亦列舉於次：

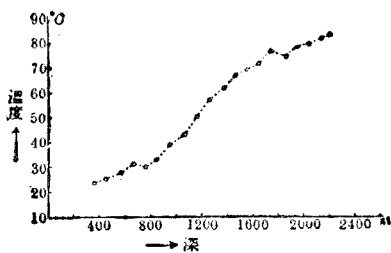
地	方	井之深度	增溫率
6	英國利物浦(Liverpool)之某井	456	81
7	波希米亞普維布拉姆(Pribram)	622	61
8	英國喜特邁因(Hittinme, Northumberland)	216	19

今日世界之深井中，溫度測定結果之極有名者，爲德國西利西

亞(Schlesien) 促可夫(Ozuchow)之深井。此井深約 2240 呎，

其深度與溫度之關係，如第四十一圖所示。一般之例，深度與溫度之曲線，亦如此圖所示，未必成一直線，此可着想爲主由於種種難免之觀測困難，發生誤差之故。然增溫率則大致可視爲恆同。較此井更深之井，爲北美西維基尼阿普立刻特克里克(Prickett Creek)之深井。此井深 2286 呎，增溫率 35.7°。

第四十一圖



如上所述，增溫率因地方而不同，是果何故乎？曰，是有種種之原因，可以着想。第一因熱傳導率之相異。有一定溫度之差之二點間，有種種之物質相重於其間時，傳導率愈小之處，增溫率應愈小。地下岩石傳導率之差異，是否足生實際觀測所得之差異，雖屬疑問，然岩石之傳導率，頗互有異同，觀下表可以知之（傳導率為每一糎之距離，溫度每增攝氏一度時，境界面一平方糎一秒間所通過之熱量，以卡示之之數）。

大理石	0.0051——0.0352
玄武岩	0.0037——0.0067
石英	0.0160
片麻岩	0.00057——0.0081
綠岩	0.1358（又據某人之結果，為0.00200）
石墨	0.000257——0.000444
斑岩	0.00810

第二由於地下有特別熱源之存在與否。若地下因放射能及化學作用等之故而發生熱，或附

近有高溫熔岩層之存在，則其處之增溫率縱小，亦溫度甚高。石油地方及火山地方，卽有此種實例。

第三由於地形之影響。地面之凸起部（卽山脈等之內部），

等溫線之間隔，較平地之下底爲廣，換言之，卽增溫率較大，可認爲當然（第四十二圖）之事。然實際殊不若是之簡單，觀第四十三圖新普倫隧道溫度之分布，（據沙爾特 Schardt），可想像也。又雖有人謂近傍有面積廣闊之湖海之處，增溫率大，然一般果否爲事實，亦屬可疑。惟增溫率因受地下水之影響而生異同，則屬可能。

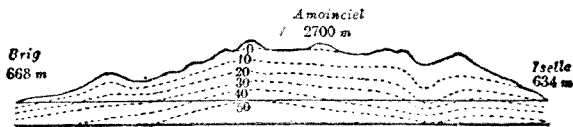
第二節 地球內部之溫度狀態

平均之地下增溫率，雖一度約三十五呎，然此比率是否任何之深度，均可適用，爲一問題。現今吾人所知之最深之井，其深

第四十二圖



第四十三圖



度與地球之半徑相較，不過約其二千五百分之一。以僅此深度之智識，以推測其餘全部之狀況，其困難不言而喻。今如假定地表之增溫率，可適用至地心，則地心之溫度，將及十八萬度，此種計算，殆無甚意味。又雖亦有人將表面附近之溫度分布，表以簡單之代數式，試以之示至中心爲止之狀況，然此乃極端之歸納法 (extrapolation)，亦毫無意義。由上所述，關於地球內部之狀態，除以備有物理的根據之假說以論究外，別無他法。

古來關於地球內部之溫度，臆說假說，枚舉不遑。先由最古者言之，柏拉頓 (Platon) 謂地下有火河。亞里斯多德因其所說之四元素中火爲最輕，以爲地中不應有火存在。又宗教家想像地下有焦熱地獄之存在，東西一軌。然此等思想，均不足稱爲科學，茲不具論。降至中世以後，實事求是之科學者間，猶有持極端之異說者。要而言之，是乃關於地球及其他天體成因之見解，即關於宇宙開闢論 (Cosmogony) 之見解，互相有異，所使然耳。

多數學者之中，如笛卡兒 (Descartes)、康德 (Kant)、拉普拉斯 (Laplace) 等，認地球內部之高熱，乃古昔地球曾爲熔融之液塊時代之餘波。厄比那斯 (Aepinus) 反之，認地球最初乃一冷

塊，因受太陽之熱，遂自外部爲所灼熱。帕松 (Poisson) 後將此說稍加變更，別立一說。彼以地球之形，爲扁平之橢圓體，而設想地球昔曾爲液體。然不似他人認地球爲由外部凝固，而卻以爲乃因高壓之故，由內部開始凝固，冷卻後，因太陽系通過天體中之熱處，由外部爲其所熱，其後再至冷處，又再開始冷卻所成。又畢柏爾斯坦 (Marschall von Bieberstein) 等以爲地球乃由隕石之冷塊集合而成，因集團之大漸增，從而由外部高壓之故，內部之物質，被壓縮而向中心，此時位置之能減少，變而爲熱。摩爾頓 (Moulton) 及張伯林 (Chamberlin) 之所謂微星假說 (planetesimal hypothesis) 蓋汲其流者也。又如德拉里甫 (De la Rive) 來伊爾 (Lyell) 韓德 (Hunt) 等，側重於由化學變化所生之熱者亦有之。又一方，亦有認現在之地球內部，爲係氣體者，亦有人認爲係液體者，亦有認爲係固體者。就中如勒斯利 (Leslie) 甚至發爲「地球內部爲空洞，充有強烈之光，以其光之壓力，支持其上層之壓力」之奇說。然多數之物理學者則於「地球乃由熔塊漸次冷卻所成」之說，業已一致，惟當其冷卻之際，凝固究係由表面開始乎？抑係由內部開始乎？則議論尙未一致耳。若內部之物質，在凝固時有如水等之反形膨脹之性質，則表面冷卻之部分成固體而上

浮，若強壓之入內部，則因壓力之故，熔融點下降，又再熔融，故地球之凝固，可認為自表面開始，次第及於內部者。反之，若為凝固之際有收縮之性質者，則在表面凝固之部分，一旦沈下，及達表面以下壓力大之處，凝固點雖上昇，同時因受壓力之壓縮而溫度上昇；今若因壓力之故，溫度上昇之比率，較熔融點之上昇為多，則沈下同時又再熔融，變輕而上浮；如此則表面漸冷卻，冷至表面以下頗厚之層，達凝固點，始生地殼，故可認為係徐徐凝固以及於內部者。又若與此相反，溫度之上昇較熔融點之上昇為少，則在表面凝固之部分漸次沈下，結局地球應自內部開始凝固。決定此問題所必需之材料，即岩石凝固之際，比重增加乎？抑減少乎？實驗的研究之者不少。例如據畢叔甫（Bielhot）之實驗，玄武岩及花崗岩，得凝固之際收縮之結果。然此種實驗，有種種之困難，此結果未能謂為毫無可疑。

及至近世，愷爾文（Lord Kelvin）於地球內部之溫度，作最精細之議論，彼指摘歷來諸說與力學熱學根本相抵觸之點。證明前述之帕松等之說，與事實不相符合。假定地球為一旦由熔融之團塊冷卻而成，又以前述之畢叔甫實驗為根據，認「地球之內部，中心部略一樣達凝固之溫度後，

表面乃「生地殼」之說，最爲妥當。又假定凝固後之溫度全部略爲華氏七千度，自後漸次冷卻，遂成現在之地球。並謂其表面之增溫率至達現時之值止，經過之年數以億計。據此說，地球中心之溫度，應約華氏七千度（攝氏三千八百七十度），增溫率應自表面愈進入內部愈增加。

愷爾文之說，揆之當時物理學上之智識，固最妥當；根據此說所得之畢叔甫實驗結果，及至尼斯（Nier）之實驗結果出，遂生疑義。其後岩石及其他大多數之物質，凝固結晶之際必起收縮之說，雖由巴拉斯（Barnes）、多厄爾塔（Doelter）、坦曼（Tammann）等之實驗，被認爲確實。然據坦曼等之研究，多數物質之熔融點，壓力增時，最初雖上昇，及壓力增至超越某程度，則達某最高之值，以後反由此值降下。不幸關於實際之岩石，尙無此種實驗耳。坦曼以此等實驗及其專攻之「高溫高壓下物性變遷之研究」爲基礎，特創一學說。此說認地球全體之化學的成分係屬均等，而論其冷卻之狀況，論述時區分爲二種情形：一在表面冷卻之物，沈下而起交流時；二不起交流時；前者在某深度之處，因壓力之故，熔融點最高，由此乃開始凝固結晶。此層以外之處，凝固之際收縮；此層以內之處，凝固之際膨脹，故此層勢至處處破壞，由下層流出液狀之熔塊。後者視內部溫度增加之如何，

或成前者之狀況，或由外部凝固。據坦曼之研究，多數之物質，成固體後，猶隨溫度之變化，經歷種種之多形的 (Polymorphic) 變化。據其想像，此等事實乃惹起種種地殼變動之原因。此多形的變化，伴有熱之現滅，故如並加考慮，則內容愈為複雜。

及至近年，鐳、釷等放射性物質 (radioactive substance) 發見，知此等物質之原子不斷的自然破壞，同時發生熱；更知構成地殼之岩石，莫不含有此等放射性物質之微量。於是關於地球內部溫度之想像，遂蒙非常之影響。愷爾文之說，因之根本動搖。歷來雖有人着想地球內部因化學變化之故而發生熱，然其熱即使真有，亦未能認此熱為足阻地球全體使不冷卻。然有鐳之存在，其影響之所及，遂使吾人懷疑地球之冷卻焉。鐳一克與由其變化所生之射氣 (emanation) 與其他之誘導體相接觸，在平衡之狀態時，所發生之熱量，一小時約百十八克卡，足以沸騰一克之水而有餘。然構成地殼之岩石中所含之鐳，其量究約若干乎？據佐利 (Zoly) 之實測，各種火成岩，每一噸約含百萬分之二乃至六克；水成岩所含，平均較火成岩稍少。要而言之，所含之量，殊為微微。然此等岩石若自地球成生以來，即不斷的發生熱，則其熱殊未可等閒視之。又地球內部因傳熱率不大，

由外面發散之熱不甚多，故岩石中鑄發散之熱，有蓄積於內之傾向。據司特拉特 (J. R. Strutt) 之計算，若地球內部含鑄之比率，全體一樣，其含有量，岩石每一立方呎約千萬分之二克弱，則現在地球刻刻放散亡失之熱，可由此補充之。然地球表面之岩石中所含之鑄，數十倍於此，若內部全體亦與表面同質，則地球匪特不冷卻，熱漸蓄積，溫度反應漸高。惟地球溫度漸高，既與地質學上之事實相乖離，一方揆之隕石及隕鐵，其中所含之放射能物質亦極微，故地球內部所含之鑄，寧認為極微，較為妥當。又據該氏之計算，若由表面起，至約七十餘呎之深度止，岩石與表面相同，再下全無鑄之存在，則地球之熱，恰可收支相償。惟現在之地球，是否熱量收支恰足相償，抑正在冷卻，或溫度加高，既尚未由他方面決定之，此種計算，似無甚價值。然吾人之欲求，對於此項難問題，未能放置。其後據澤夫立茲 (Jeffreys) 等研究之結果，地球內部增溫率甚大。中心附近，凝固當時之溫度，現猶保存，最高溫度以着想約為二千度，最為妥當。

自愷爾文提出地球冷卻之理論以來，至少，物理學者間均以爲此問題略已解決矣。然路茲基 (Rudzki) 對之，獨持異議。據其所說，地球失熱則收縮，收縮則其全質量愈近於重心，此時位置之

能相當減少，應變爲熱而出現，故地球因失熱之故，溫度反上昇，並非不可能之事。此異議雖亦有理，然較此更足根柢推翻愷爾文之說者，實爲鐳之存在。因鐳存在之說之故，一旦以爲業經解決之問題，復歸於渾沌，至無論何事，皆呈莫明其妙之觀。然實則並非莫明其妙，謂爲因前此所未知之大事實，業已知悉，可得真正智識之時機，已相當接近，或較妥當。此種事實，科學史上，屢見不鮮，將來恐亦續出，乃科學進步階段上之一例也。又此處有不能不一言者，爲佐利試以由此放射能發生之熱量說明地質時代所起之大變動。該氏以爲位於大陸下之矽鎂層，亦含有放射能物質，由此漸次發生之熱，因上有大陸，未能充分放散，故溫度漸次上昇。據佐利之計算，此熱約積至五千六百萬年可充分熔融此矽鎂層。大陸下之矽鎂層既熔融，密度減少，大陸自不能不沈降，同時又因受月及太陽引力之影響，而漸次移動。大陸既移動，業已熔融之矽鎂層，遂直接與海水相接，歷來未能自由放散之熱，遂盛行放散，如是矽鎂層之溫度既降低，又再固化。徵之地質學上之研究，過去之地質變動，大致亦週期的襲來，且其一次之內，海浸、海退、造山運動三者，似常順序井然而返復，由佐利之說，大致可以說明之。

錳之性質，據現今之所知，此物質之放射能不受溫度及壓力之影響。然在實驗室內所知之性質，在地球之內部，所被想像之高溫高壓之下，能依然存在乎？關於多數物質之性質，實驗上之方則，非隨低溫度研究之進行而須變更乎？放射能非分子之性質，乃原子之性質，雖可單由熱及壓力論其分子的狀態不變化，然反觀歷來物理學發展之歷史，似未能卽下斷定也。然此姑不具論，地球之內部，非試驗在極度之壓力及溫度下之物性之絕好實驗室乎？吾人在小規模之實驗室內，決難實行之大規模之實驗，現在吾人之腳下，不正在實行乎？由是以觀，關於地球內部之研究，或不獨爲一遊星之研究，而爲示更廣更大與物理學上之根本問題相觸之好端緒，亦未可知。由此點言，吾人甚望一般物理學者對於地球內部之研究，勿事閒卻。

第九章 地球之年齡

地球自初生以至今日，其間經過之年齡，究爲幾何？關於此問題，試由種種方面，予以解答者不少。愷爾文由地球冷卻之程度以推測地球自凝固以來以至今日之年齡，近年以前，猶被目爲一權威，自鐻發見以來，遂失其根據，前章已述之矣。此外歷來關於地球年齡之學說甚多，茲述其主要者於次：

被覆地球表面之海水，其中所含之鹽類，就中食鹽，究來自何處乎？此可着想大部分來自陸地。雨雪浸蝕陸地，成河水而流入海中者，其量極鉅，故含於河水內，與河水同流入海中之鹽類，就全球而合算，其量亦極大。例如據克拉克（Clark）之推定，一年間由陸地搬至海中之物質中，只鈉元素一項，已一億七千餘萬噸，是其一例。河水內碳酸鹽類之含量雖較多，然海水內則不獨有消費此物之動物，因水所能溶解之量極少，自昔已達於飽和之狀態。然食鹽則猶距飽和之狀態尙遠，海水

內食鹽之濃度，猶年有增加。故若假定自地球表面大洋成生以來，以至今日，海陸之分布及降雨之多寡等，無甚大差，則由現在海水中之食鹽含量，應可以推算大洋之年齡。自梭拉斯（Collins）以來，行此推算者，不乏其人。最近佐利（Zoll）於此推算，加以種種必要之修正，據其計算之結果，約為十五億年。

地球冷卻，同時漸次收縮而表面生皺，今若假定其成爲地層之皺襞而存在，則今日就地球上各處測量此皺之面積，地殼自成生以來，以至今日，表面積曾收縮若干，可以知之。次再假定地球爲正在簡單冷卻之球，適當假定其傳導率及膨脹係數等，則其大致之年代，可以計算之。路茲基曾實際行此方法，得數十億年之結果。然此理論所含之假定過多，後來彼自身亦不甚主張之。

鐳之發見，一方既推翻歷來關於地球內部溫度狀態之學說根據，同時他方又予推算地球年齡之新方法。放射性物質之原子，不斷的破壞變爲新物質，當此之時，又產生副產物氦。鐳一克與其誘導物在平衡狀態時，一年間產出之氦之容積，在標準氣壓溫度下，約一立方厘之一千萬分之一，即一千萬年產生一立方厘。現在地殼中之岩石內，鐳鈾微含有，岩石成生以來，由此等物質不斷

的發生之氦亦含於其中。

今若假定地殼成生以來，其中所生之氣體，毫未逸出，最初亦未含有氣體，則今日分析岩石而定其中所含放射性物質之量與氦之量之比，由此應可以知其岩石之年齡。據斯特拉特（J. R. Strutt）之測定，新岩石之年齡約三千萬年，最古之岩石約七十億年。

次波爾特伍德（Pollwood）最初注意於鈾經放射能的變化後，最後變而為鉛，應用之由岩石中鉛之含量以定地球之年齡，得二十億年乃至百三十億年之大數。惟後據和謨茲（Holmes）之研究，是蓋因鉛最初即為鉛，故得此謬誤之結果。其後佐利及拉薩福德（Rutherford）更由雲母中多色暈（Pleochroic halo）之研究以計算含有此物之花崗石之年齡。雲母中所含極微細放射性物質之粒，因其所發射之 α 粒子互相衝突，其周圍生變色之暈。此暈之直徑，雖只約一耗之百分之一，以顯微鏡視之，其大小及着色之度等，可以查驗之。故先由實驗以定雲母生一定之着色，需幾何之 α 粒子，一方又定量中放射性物質之量，則由暈着色之度，可以知其年齡。此微粒子中之放射性物質，其量之測定，雖甚困難，然因暈中心之礦物，主為風信子鑛（Zircon），故普通假定此礦物中

所含之放射性物質之量，測定其粒子之大，可約略算出其大致之值。此方法所決定之年代，一般較之他方法所決定者爲大，反有近於波爾特伍德所算定者之傾向。

鉀元素之放射能，雖頗微弱，然岩石中鉀之含量極大，由地球全體觀之，殊未可輕視。據和謨茲之計算，其全影響足與放射性物質之全影響相匹敵。

要而言之，關於地球年齡之各種理論，雖各有其特別之興味，然均默認過多之假定，決難經嚴密之科學的批判，且各方面推定之結果，又難相融合，故地球確實之年齡，至今尚依然屬於疑問。雖然，此處所揭之數字，以爲極大體之推定，未必完全無用。換言之，即地球表面自岩石及海洋成生以來，以至今日，着想爲已經過十億年乃至百億年，未能謂爲毫無根據。

第十章 關於地球內部狀態之一般的考察

關於地球內部之狀態，能多少基於科學的根據說述者，大致已盡於前述諸點矣。今如反而叩以如何以此諸點爲基礎以設想地球內部之狀態，方爲妥當，將更不能不茫然而自失。一九二一年英國科學協會開會於澳洲時，地質學部之議長多馬霍蘭 (Sir Thomas Holland) 曾謂「關於此等問題之學說之數，恰如表示關於此事吾人無智之度之係數」，蓋名言也。

柏拉頓、亞里斯多德之古昔，固不足言。冒險家加皮騰賽姆斯 (Cayenne) 等認地球內乃空洞，其內別有世界之奇說，固不足問。天文學者如哈利 (Halley)，曾設想地球之外殼與內殼，以相異之角速度迴轉。後厄凡斯 (Evans) 又以此種設想爲基礎，說明地球磁氣之變化。其後多數之物理學者雖信地球內部爲固體，一方自斯賓塞以至阿累尼阿斯 (Arrhenius) 公式耳 (Günther) 等物理學者，又以地球內部之高溫及物質臨界溫度之設想爲前提，認地球內部無論如何必有氣體。

此說雖亦有相當之根據，固不待言，然由力學的研究算定之地球平均剛性之值與地球內部主要部分爲氣體之說，無論如何，互相矛盾。雖此處所謂氣體，受有非常之高壓，其比重應與固體同等，然其溫度若假定在臨界溫度以上，則難着想爲有固體之剛性。攷此等矛盾與謎，蓋皆起因於高壓高溫下物性智識之缺乏耳。據坦曼 (Thomann) 之研究，某物質雖在超過普通所謂臨界溫度甚高之溫度，壓力苟增大達某值，則又成爲固體而結晶。故關於普通實驗室內所未能實驗之高溫高壓下之狀態，輕下斷定，殊欠穩當。又由一方觀之，地球內部之溫度，認爲必在凡百物質之氣化臨界溫度以上，根據亦爲薄弱。故大體認地球之內部，大部分爲固體，至低限度在今日，可謂最爲妥當。

然大體雖屬固體，在某深度有液體之層，是否可能，不能無疑。關於此說，除厄利及斐雪曾由地殼均衡之現象，提出地下液層說，已於第一編述及之外，此外於此說有利之點，亦未嘗無之。例如斐雪亦如厄凡斯及奧爾但 (Oldham) 等所想，以爲地下若有液層，則陸地之分配等，因顯著之地變之故，發生變動之際，地殼對內核滑動，常移動至使地球迴轉軸周圍之慣性性能率增至最大之位置。若此着想，於說明地球上山脈之生成等，亦覺便利。又對於現在地表皺襞之程度，爲由於地球全體

一樣收縮所發生之說，而表示異議之一派地質學者，此皺之生成，認爲乃上述地殼對內核移動之起於局部者，雖亦甚爲相宜，然此種局部的移動，固不必着想於地下液層，卽就抵抗力弱之固體地殼，似亦未嘗不能說明之。又火山噴出之熔岩之源泉，亦不必着想，在地下必爲液體。要而言之，如以上所屢述，由拉甫及士歪答力學的推論之結果以觀之，地下液層卽使果有，必極近於中心，否則必爲極薄之層。

地球內部狀態之研究，最適宜之方法，似仍爲地震波傳播之研究。由震源地發出之橫波縱波，宛如通過地球內部而來報告其徑路之祕密於吾人之偵察者。然此偵察者之報告，讀之甚爲不易，以數學的語句翻譯之甚爲困難。一方地球上能得足以置信之地震記錄之觀測所又極少，且僅限於少數文明國及其殖民地，亞洲非洲大陸之內部，欲得一記錄亦不可能。故欲推進此方面之研究，第一須改良器械，愈增其精確之度；第二須於地球上各處設觀測所，於多數之地點得正確之記錄。以前有萬國地震學會之設立，後又有國際測地學地球物理學同盟之組織，於材料之蒐集交換等，甚爲努力，其最大之目的，卽在於此。又論地球內部狀態之際，吾人所最痛切感覺者，如前所述，爲高

壓高溫下之物性智識之缺乏，故此方面之實驗的研究，實開放地球內部秘密之關鍵也。德國格丁根（Göttingen）坦曼之研究所，所行之各種研究，關於此點，甚為有益。又美國鉅富加涅義在華盛頓設立之地球物理學研究所所行之高溫高壓下之化學的物理研究，及哈佛大學近年之布立治曼（Bridgman）之諸種研究，亦於此目的，甚為有益。

要而言之，關於地球內部之狀態，欲得一可置信之結論，尚屬前途遼遠，尚須待之遙遙之將來，今日不過專事蒐集材料之時代耳。又各方面之事實漸集漸多，綜合之雖可生新學說，然至何時復出現新事實而一變吾人之思想，所難預料。然達爾文有言，「學說為凝集事實之核」，故各方面所試提出之雜多之學說，決未可以為無用而遽斥之。若干學說現而忽滅，立而忽倒，吾人之智識，因以逐漸進步，無庸或疑。由是言之，雜多之學說，亦完成事實之大建築之基礎也。

