

## Elliptische Kurven

### Arbeitsblatt 16

#### Aufgaben

AUFGABE 16.1. Es sei  $K \subseteq L$  eine separable endliche Körpererweiterung. Zeige  $\Omega_{L|K} = 0$ .

AUFGABE 16.2. Zeige, dass es auf der projektiven Geraden  $\mathbb{P}_K^1$  außer der Nullform keine globalen Differentialformen gibt.

AUFGABE 16.3.\*

Wie betrachten die Kurve

$$C = V_+(X^3 + Y^3 + Z^3) \subseteq \mathbb{P}_K^2$$

über einem Körper der Charakteristik  $\neq 3$ . Zeige, dass die Differentialformen

$$\frac{X^2}{Y^2} d\frac{Z}{X} \text{ auf } D_+(XY), \frac{Y^2}{Z^2} d\frac{X}{Y} \text{ auf } D_+(YZ) \text{ und } \frac{Z^2}{X^2} d\frac{Y}{Z} \text{ auf } D_+(XZ),$$

auf den Durchschnitten übereinstimmen und daher eine nichttriviale Differentialform auf der Kurve  $C$  definieren.

AUFGABE 16.4. Bestimme die globalen Differentialformen auf der Kurve

$$V_+(X^4 + Y^4 + Z^4) \subseteq \mathbb{P}_K^2$$

mit Lemma 16.1 über einem Körper der Charakteristik  $\neq 2$ .

AUFGABE 16.5. Bestimme die globalen Differentialformen auf der Kurve

$$V_+(X^3 - Y^2Z) \subseteq \mathbb{P}_K^2.$$

AUFGABE 16.6. Bestimme den Rückzug der Differentialform  $dx$  unter der Additionsabbildung

$$\mathbb{A}_K^2 \cong \mathbb{A}_K^1 \times \mathbb{A}_K^1 \longrightarrow \mathbb{A}_K^1, (x_1, x_2) \longmapsto x_1 + x_2.$$

AUFGABE 16.7. Bestimme den Rückzug der Differentialform  $dx$  unter der Multiplikationsabbildung

$$(\mathbb{A}_K^1 \setminus \{0\}) \times (\mathbb{A}_K^1 \setminus \{0\}) \longrightarrow \mathbb{A}_K^1 \setminus \{0\}, (x_1, x_2) \longmapsto x_1 \cdot x_2.$$



## Abbildungsverzeichnis

- Erläuterung: Die in diesem Text verwendeten Bilder stammen aus Commons (also von <http://commons.wikimedia.org>) und haben eine Lizenz, die die Verwendung hier erlaubt. Die Bilder werden mit ihren Dateinamen auf Commons angeführt zusammen mit ihrem Autor bzw. Hochlader und der Lizenz. 3
- Lizenzklärung: Diese Seite wurde von Holger Brenner alias Bocardodarapti auf der deutschsprachigen Wikiversity erstellt und unter die Lizenz CC-by-sa 3.0 gestellt. 3