446

水 力 學

R. L. DAUGHERTY 著

張 蔚 譯

正中書局印行

王 序

方今盛倡建設時代,興利除患,惟治水最爲切要.水力學爲水利工程入門之關鍵,苦無譯成國文之善本.張子哲君將篤氏水力學譯爲國文,是書簡而要,約而精,原文爲國內外大學採作課本,歷有年數,今譯本旣出,則不惟國內各大學可改用譯本,卽高中及中等職業學校等,亦可採作課外參考書矣,其爲功用非淺鮮焉.

吳縣王季緒

三版序

藉新版的機會,把此書完全重寫一遍,能使牠合乎時代的要求,及由經驗指示,關於題材的排列又能加以改善.在許多地方,材料重新整理,編製的次序,按目下說似乎更爲合理.發生困難的幾點,另用一種方式來說明,希望比以前較爲良好,清楚,其他各種項目,解釋的更爲詳細.例如,管的進口損失,驟然收縮和膨脹的損失等等,都曾用了較多的篇幅來解釋,牠們本身,在實際上沒有什麽重要,不過把牠們弄清楚後對於水的現象更容易了解罷了.講管擦摩的這章,曾經大加修改,並曾提出一新而且好的法則,來決定管的擦摩,這法則,在任何情況之下,按任何流體說都是眞確的.

對於避免特殊情形一層,在可能範圍內,甚至比以前所費的斟酌還多,尤其注重避免特別公式的採用.此版的目的僅擬保留最普通的基本公式,其他的,或完全省去,或把牠們排在習題之內,讓讀者去推演.基本原理對於特殊情形的實用,用數值習題的解明來說明,而不用代數的習題來說明.這樣有兩層利益:一使讀者不能只照最後之代數式子代入卽可求得答數那麽容易,二又可指示讀者怎樣去用最簡單和

最有序統的方式來解明數值習題

在書內的習題,較以前大加減削,意思在使讀者對於作題不致太感苦惱.作課本用時,書後另附有習題.在一節或數節之後,有三數例題,說明方才所講的原理之實用.這些例題可以說數目很少,任何讀者都應當自已去解明.在每章之後,將有少數習題,不過範圍較寬,全章的材料均可包括在內.各個例題或習題都極力使牠們的實質均互不相同.所有書內的例題或習題的答數,均已全部印出.

作基本原理的初步講述時,把所有經驗公式都提出來是不大相宜的,其實牠們和其他常用公式是類似的,並沒有含着什麼新的原理.因爲此種理由,比方像夫特利(Fteley)和斯騰斯(Stearns)的水箕公式,以及其他公式等,在前版就沒有給出.爲貫徹這種主張,在此次的新版內,關於露天渠溝的巴新(Bazin)公式也曾略去,因爲,無論牠是怎樣眞確,奈在此國(指美國)不常用何;牠所包括的範圍,並不是其他公式所不能包括的;並且在原理上也沒有什麼差異.這樣的類似東西一齊列舉出來,不過使讀者更容易混淆而已.

就工程師說,利用各種工具的幫助,就像管流動圖(Pipe-flow diagram),解明問題可以十分容易.但在一本初學的教科書內,最好不要向這方向去指示,因爲初學者往往容易學會如何去看圖,而對於基本原理反不能融會貫通.因同一理由,凡一簡單代數式子夠用的地方,數值表常不給出,因爲表格

常把因數和因數的關係弄模糊.

在各章內都有新材料增加,並曾添一章,討論在露天渠溝內的不均勻流動.

道佛忒

一九二五.

二 版 序

在此版內,著者能把目下在這門課程內感覺必要的新材料增加進去.這些材料,主要的關於:幾種實際問題的圖解解明,管的經濟容量之決定,以及通過複管,枝管,帶旁枝的管,和轉動水道的流動問題.在許多地方,對於各種項目的討論又曾經擴大,及對於其他數部分,經驗告訴重寫一遍可以更有效力,於是便又重寫一次.

此次修正,著者蒙許多人的贊助,特別是科內爾大學的斯威則兒(Switzer)先生,特此致謝.

道佛武

一九一九.

初版序

編此書的目的,原爲以有限時間要獲得寬泛水力知識的學生作課本用的.所以所作的論述,只要讀者能看得懂,全是以簡潔明瞭爲主.注意點大部集中在基本重要的材料上;而實際無甚價值的東西,除去說明基本原理有必要者外,討論牠們的篇幅很少.爲節省讀者的時間計,曾隨處插入一些圖,曲線,和照片.這些不僅可以省略許多言語,而且在一瞥之下所得到的概念,常比其他任何方式所能獲得的更爲明瞭.

全書的論述,極力求其前後一致.關於水流動的一切問題之解明,全要應用柏努利定理,柏努利定理是這論題的合理論述之關鍵.在開始的時候,沒有告訴讀者:$V=\sqrt{2gh}$,於是在以後也要把牠忘卻.課堂上的經驗曾經證實,許多讀者,無論這公式與實地情形符合與否,總歡喜應用牠,可是在以後應用柏努利定理把牠推演出來,他們便容易看到,這是一種很特殊的情形,於是對於牠的限度,便體驗的比較周詳.

在可能的範圍內,曾竭力避免特殊情形.在這書內的論述和方程式,按大體說,全是普通的.特殊情形,只在說明某種普通原理有必要時纔給出,或者特殊情形能使一些命題比

較簡明,而普通論述反而太複雜的時候也給出.但讀者要注意,給出的方程式不是普偏可以實用的.

課堂上的經驗曾經示明,能獲得水力學的一種眞正物理概念的讀者很少.大部分的讀者,甚至最好的一些,幾乎也全認爲這是一種抽象的東西.這,一部分是因爲,拿他們有限的經驗和觀測,來和本書所討論的東西相較,他們實在看到的極少,於是在他們的腦海中,便不能形成像物理實事那樣完整的意造圖形.爲補救此點計,在可能範圍內,曾採用許多照片作實例:因爲更要使讀者腦海中印有一種眞正物理概念,對於節目的羅列和標示,很費了一番斟酌,並且爲使一部分和另一部分連貫成一氣,也不斷的在努力,許多習題,全是選自實際應用的問題,並曾加以適當的排列,所以習題本身是很有實益的.

在討論輪機和離心抽機的時候,首先要把一般的外形,構造,以及此等機器的裝置和牠們運轉的一些簡單特徵,使讀者得一明瞭概念,一起頭就引用許多方程式是沒有什麽用處的,因爲這些方程式對於大部分的讀者,不過只能作一種數學的練習而已.第二步應當敍出運轉的原理和實在特性的一般概念.說明這些東西所用的理論,因時間限制不能敍述的太多.在本書內,只給出很少的理論,並且是最簡單的,雖說相信給出的全是普通而且合理的.藉此種理論,卽能說明這些機器的特性.此外要考究一些很有用的實際商用因

數,利用牠們能將輪機或抽機分門別類,可拿一種和另一種比較,並且按照某種條件,能巧妙的選擇出最合用的機器.

水力機的簡單理論也曾給出,所包括的範圍,適足供此部分的應用,輪機和抽機的設計太偏於經驗方面,須要極多的判斷,和由豐富試驗數據所得的經驗,來用少數方程式表達出來.關於此部分的任何簡略探討,往往不確實而且容易引入歧途,因此已把牠略去.要想看此類題材之比較詳細的論述,請讀者去參考著者其他專書.

全書的主要目的在敍述基本原理.此部分完結之後,爲對水力學的專門部分有趣味的讀者設想,對於幾種特別題材有比較詳細的研究.敍述實驗和試驗數據佔了不少篇幅是不當的,雖說讀者對於這些東西也不能忽視,因爲在從事於重要工作時,對於這些項目有相當研究是需要的.但是,實驗係數和經驗因數曾經充分的給出,所以關於數值的變程和在已知情況下,選擇合用值的考究,都可以有一種正確的概念.

有一些在實用水力學內很重要的題目曾經略去或論述得很簡略,按表面說,因爲牠們不含基本原理,於是卽不屬本書的範圍,或者是屬於高深研究的性質,最後著者要爲本書辨護的,是本書原爲他所教的學生的需要而作的.

承各製造廠各公司或個人惠贈插圖,著者要鎮重致謝,他們的名字,已在插圖上附帶書出.此外西布利工學院和科

內爾大學的應用力學教授武德先生,以及西布利工學院和科內爾大學的講師夫朗西斯先生,對於原稿的指正和證明的校閱,也要表示謝意.

道佛式

一九一六

目　次

記 號 法

A = 以平方呎計的面積(在輪機和抽機,這是在與水的速度正交方向量出之水流的總面積).

a = 以平方呎計的面積,這是在輪機和抽機內,在與水的相對速度正交方向量出之一切水流的面積.

b = 氣壓計之水高的呎數.

C = 金齊公式內的係數.

c = 流量係數.

c_c = 收縮係數.

c_v = 速度係數.

D = 以吋計之輪機轉子或抽水機擊葉的直徑.

d = 以呎計之管的直徑.

d' = 以吋計之管的直徑.

e = 效率.

e_h = 水的效率.

e_m = 機械效率.

e_v = 體積效率.

F = 以磅計的力.

f = 管的摩擦因數,

G = 以磅計的任何重量.

g = 重力加速率,以呎每秒每秒計.

H = 以呎計的總有效水頭,

$=p+z+V^2/2g$.

H' = 以呎計之水頭的任何損失.

h = 以呎計的水頭.

I = 轉動慣量.

K = 任一常數.

k = 損失的任一係數.

l = 以呎計的任何長度.

m = 以呎計之水的平均深度(或水的半徑).

N = 在庫特公式內的粗糙因數.

= 每分之轉數.

N_s = 比速,$N\times\sqrt{\text{B.hp.}}/h^{\frac{5}{4}}$.

n = 任一抽象數目.

= V的指數.

P = 以每秒之呎磅計的功率,

= 在面積上之總壓力,以磅計.

p = 以水高之呎數計的壓力强度.

p' = 以每平方呎之磅數計的壓力强度.

p'' = 以每平方吋之磅數計的壓力强度.

Q = 以立方呎計的總水量.

q = 以每秒立方呎計的放出率.

r = 至任一點的半徑,以呎計.

s = 水壓梯度的斜度 $= H'/l$.

  = 以水爲標準的比重.

T = 以磅呎計之力的轉矩或矩.

t = 時間以秒計.

  = 以吋計的管厚度.

U = 以泊計的絕對粘滯性.

u = 一點的線速度,以每秒的呎數計.

V = 水的絕對速度(或對地球的速度),以每秒的呎數計.

v = 水對某運動點的速度,以每秒的呎數計.

W = 每秒之水的磅數 $= wq$.

w = 以每立方呎之磅數計的密度.

z = 以呎計的任一鉛直距離;在量度"水頭"時,牠是在任一任意標準平面上的鉛直高度.

α = 在 V 和 u 間的角,在牠們的正方向量度出的.

β = 在 v 和 u 間的角,在牠們的正方向量度出的.

ϕ = 輪機轉子或抽機翼葉的周界速率與 $\sqrt{2gh}$ 之比.

ϕ_e = 獲得最大效率時之 ϕ 的價值.

ω = 以每秒弧度計之角速度 $= 2\pi N/60 = u/r$.

μ = 以每呎秒之磅數計的絕對粘滯性.

在特別點之量的值,將由下標指明.用下(1)和(2)的時候,永遠假定水是從(1)流至(2)的.

縮寫字

g.p.m. = 每分之加侖數.

sec. ft. = 每秒之立平呎數.

r.p.m. = 每秒之轉數.

hp. = 馬力.

p.hp. = 輪軸馬力 = d.hp.

W.hp. = 水馬力.

第一章

緒言

1. 定義——流體力學(Hydromechanics)就是推論流體之力的科學.其內容可分三部:流體靜力學(Hydrostatics),研究靜止流體所蓄的力;流體動態學(Hydrokinetics),討論流體的流動狀態;及流體動力學(Hydrodynamics),探討由運動流體所生的力,或作用於運動流體上的力.

水力學(Hydraulics)卽實用流體力學,這就是說水力學乃研究關於工程問題上應用的流體力學(註一).就字義說,當然對於任何種類的流體都應加以研究,不過普通則只限於液體,而特別的注重在水.

假使將各種條件理想化,並忽視可發生的現象,那末,把流體力學當作一種純粹數學的題目來研究是可能的.但這樣研究的結果,雖說有趣味,不過往往缺乏實用上的價值.若用嚴格的數學方法來作眞實結果之測定,則時常不可能,因

註一　"水力學"這個字的起源是"水在管內流動"的意思,但應用起來就給牠增添了一個寬泛的意義.

爲水的實在現象,其正確性質不是不知道,就是非常繁複,不容易用數學函數來表示.所以必需把數學,經驗公式,以及實驗係數同時並用.一部分根據純粹的推理,一部分根據實驗的證據結果所形成的科學,即是水力學.

由是看到,水力學不是一種正確的科學.實在應用時,大部分要依賴工程師的判斷和經驗.在種種情形之下,缺乏滿意的實驗數據(Data)時,所得結果須加以推算或估計.且應用實驗因數或經驗公式時,爲判斷是否能應用於所遇的情形起見,最好對於求得此等因數或公式所根據的工作,加一番考究.

2. 固體與流體的區別——固體與流體的區別,平常是十分顯明的,但膠狀固體在適當情況下可以流動,甚至金屬在高壓力下也能流動.在另一方面,有幾種頗黏滯的液體卻不容易流動,如是牠們和膠狀固體便容易混淆.所以必須把流動質卽流體的定義擴大.牠們的區別是這樣的:無論一種流體是怎樣的黏滯,在流動時所需的應力 (Stress) 一定極小.但無論一種固體是怎樣的膠韌,在將流動以前,總須受一定量的應力.

當固體的形狀被外力變更時,在相鄰質點間之切線應力有使這物體回復其原形的傾向.在流體內,此等切線應力——應力與黏滯性 (Viscosity) 成比例——僅在變化發生時能有作用.運動停止,切線應力卽消滅,並且流體是沒有恢復其

原形的傾向的.

3. 氣體與液體的區別——流體可以是氣體,也可以是液體.氣體是完全可壓縮的,並且當撤去一切外壓力時,要無限制的膨脹.所以氣體只在完全被封閉時才能平衡.在另一方面,液體是比較不可壓縮的,並且假如除牠本身的汽壓外,一切壓力都去掉時,在相隣質點間之凝聚力(Cohesion)便把牠們黏着在一塊,如是則液體不能無限制的膨脹.所以液體可以有一自由表面,這就是說有一表面除牠本身的汽壓外,一切壓力都可去掉.

壓力或溫度發生變化,或二者同時發生變化時,氣體的體積要大受影響.所以當討論氣體時,普通須提到體積和溫度的變化.因氣體的力學大部分屬於熱的現象,於是即名為熱力學(Thermodynamics).

液體的體積因壓力或溫度的變化所發生的效應很小,而就一般的目的說,關於體積或溫度的變化可以忽視不計.

4. 水的壓縮性(Compressibility)——普通說水不可壓縮,與氣體比較似乎如是.但與許多固體——如鋼或木,在不超越彈性極限時——比較,則頗能壓縮.牠的容變彈性係數(Bulk or volume modulus of elasticity),即每單位面積之壓力的變化,與每單位體積之體積的變化之比,是

$$E_v=294{,}000\text{ 磅每平方吋.}$$

此值僅當壓力在每平方吋1,000磅以下,及溫度在接近冰點

時是正確的.在較高溫度時要稍行增大.如在77°F.時,約為每平方吋327,000磅,及在212° F.時,即為每平方吋360,000磅.又在較高壓力之下,係數(Modulus)實質要稍大.如在每平方吋65,000磅的壓力下,海特(Hite)找着E_v=650,000磅每平方吋.

即把壓力從大氣壓增至每平方吋1,000磅,將使水的體積減小985÷294,000,或約減小百分之一的三分之一.所以普通把水當作不可壓縮看待,這種假設是公正的.

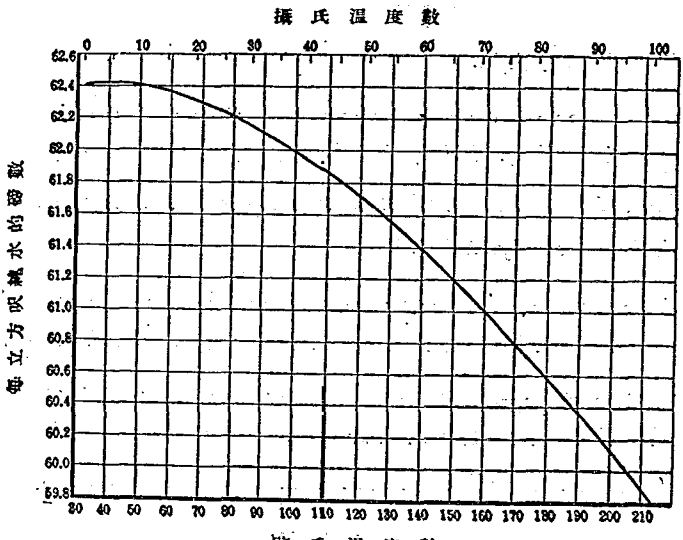


圖 1 純水的密度

5. 水的密度——水的密度(Density)因溫度與壓力之不同而稍行變更.在大氣壓下,於溫度從冰點至沸點的變程間,

純水密度的值由圖1示出.有雜質時,這數值稍行增大,如海水平常可以當作每立方呎重64.0磅.在本書內的計算,把水的密度當作以下之數目看待,便夠精確這密度是

$$w=62.4\text{磅每立平方呎.}$$

6. 計算之準確度——計算的結果不能比計算所根據之數據(Data)更準確,所以計算的有效數字多於數據的準確位數不僅無用,且要發生錯誤.有效數字的數目與小數點之位置無關,這是應當注意的.如 347,000, 34.7, 及 0.0000347, 全是有三位有效數字的價值,即有同樣準確的程度.假如計算三位數字即達準確限度,那末,第一數若算出更多的數字,就像 347,129 這樣一數是不準確的.並且假如準確限度是三位有效數字,倘若把末一數略成 0.00003 這樣一數也同樣是不準確的,因爲這等於說按三位有效數字論牠的值是 0.0000300.

有些量可以有較高的準確程度,但在水力學的計算中,大部分的實驗因數 (Factors), 在第三位有效數字即不確定,並且有些係數或數值,甚至在第二位有效數字即不確定.如是用計算尺計算,普通即夠準確了.

例如假定要找二量的乘積,這二量的數值爲34.7和125.拿此二數相乘,即得4,337.5,但應給的答數是4,340.如這二值是34.700和125.00,於是準確的乘積便是可承認的.但假如這二值是由實驗得到的,比如牠們可以分別從34.6變到34.8及從124到126.則在各種情形之下,最大和最小值之乘積是

4,260和4,380,如是證明我們的結果4,340,在第三位有效數字卽不確定,當給出的數據在第三位數字不準確時,這結果是應當想到的.

7. 記號法——應用一種有系統而且合適的記號法(Notation)是很必要的.並且熟習這種記號法,便能節省時間及減少困難.本書內所採用的記號列在第一章之前.

所採用的記號,在可能範圍內,曾竭力與多數其他著作者,在此類和與此類相關的題材中所用的相同.這樣,結果在少數情形下,便有同一字母用來代表不同的量,但在這種實例內,所代表的量是十分不相同,相信不致發生混淆.不幸爲避免在記號法內有衝突起見,有幾個字母不便應用,這幾個字母本身自然表現出適宜於代表數種不同的量,而這數種量彼此不能完全分離開,以至容許有重複的應用.

8. 單位——在本書內所用的標準單位制度,卽以呎,磅,和秒爲基礎.除去很少的例外,所有的公式都用這些單位.商業上的習慣,使幾種例外有存在的必要.例如,管的直徑,習慣上用吋表示而不用呎.對於普通規律之任何例外,將明白指出.

在任何計算中之答數的單位,能從各別項目所用的單位決定,這是應當注意的.如速度和面積的乘積是(呎/秒)×平方呎=立方呎/秒.常見的量$v^2/2g$是(呎/秒)^2/(呎/秒^2)=呎.水的深度同水的密度之乘積是:呎×每立方呎的磅數=每

平方呎的磅數,餘類推.

重力加速度 g 的值,時常必須應用.牠的單位是呎每秒每秒(Feet per second per second),常寫作呎/秒².g 的值隨緯度和高度變更.就任一地點說,牠的值按照彼爾斯(Pierce)所指示,可以從下面的公式計算出來.

$g=32.0894(1+0.0052375\sin^2 l)(1-0.0000000957\,e)$,在這公式內,$l$ 是緯度的度數;e 是高度的呎數.通常 g 可以當作 32.2 呎每秒每秒看待.

9. 習　　題

1. 假如某分量水受有每平方吋 65,000 磅的壓力,則其體積將比在一完全眞空內時小若干?

答. 百分之十.

2. 假如溫度是32°F,及始壓力是每平方吋10磅,則使某分量水的體積,減小百分之一的0.1,須壓力若干?

答. 每平方吋304磅

3. 假如溫度是77°F,則題2的結果便如何?

答. 每平方吋337磅.

4. 在海表面及在平常溫度下,一立方呎海水重64.0磅.海表面上所受的壓力爲每平方吋 14.7 磅.那末在壓力是每平方吋2,000磅的深度處,一立方呎將重若干?假定 $E_v=310{,}000$ 磅每平方吋(密度與體積成反比).

答. 64.4 磅.

5. 一汽車的輻射器容水二立方呎.注入之水爲50°F.在引擎轉動以後水的溫度是180°F.假定蒸發和其他作用並無損失,且忽視輻射器的膨脹,則由溢管流出之水將有若干?

答. 3.6 磅.

6. 假如水之立方呎數乘以水的密度每立方呎之磅數,再乘以呎,答數的單位將如何?

7. 假如轉矩(Torque)——轉矩是力的磅數和距離的呎數之乘積——乘以每秒弧度之角速度,答數的單位將如何?

8. 假如每秒的磅數乘以每秒的呎數再除以g,答數的單位如何?

9. 假如以磅計的力乘以以每秒之呎數計的速度,答數的單位將如何?

第 二 章

壓 力 強 度

10. 壓力强度的定義——壓力強度即每單位面積上的壓力.牠可以用各種單位來表示,如每平方吋上之磅數,每平方呎上之磅數,或者,像以後所將看到的,用水高的呎數或用汞高的吋數,等等.

如P代表在一有限面積A上之總壓力,同時dP代表在這面積的一無限小部分dA上之總壓力,則壓力的強度是

$$p'=dP/dA.$$

倘若在問題中之壓力是均勻分布於面積上的;於是壓力的強度將爲$p'=P/A$.倘壓力不是均勻分布的,那麽,後式便只能代表其平均價值..

"壓力"這個字,普通即用作"壓力強度",然在有誤解之可能時,應當應用後面這名詞."壓力"這字,又用來代表作用在一面積上的合力.爲明白區別此種用法與強度不同起見,最好應用"合壓力"或"總壓力"等名詞.

11. 在液體內之壓力的變化——把液體的一細柱體,如圖2,當作一平衡自由體看待.則作用在牠上邊的力,便是在

牠各面上之壓力及重力的拉力.如在M之壓力強度用p'_1代表,則在M端上的總壓力便是p'_1dA, dA是截面積.同樣在N端上的總壓力便是p'_2dA.這部分液體的重量顯然是$wdAl$.因爲水柱是平衡的,作用在牠上邊的所有力,在任一方向之分力代數和便是零.若將這些力分解成沿軸線MN的分力,則以的上所說之三力便是惟一有作用的,因爲作用於柱體邊上之力全是與軸正交的.所以

$$p'_1dA-p'_2dA+wdAl\cos\alpha=0$$

因$l\cos\alpha=z_2-z_1$, 由此

$$p'_2-p'_1=w(z_2-z_1). \tag{2}$$

此問題證明:在二不同點之壓力強度差,與該二點的深度差成正比.又假如把M當作在水表面看待,在水表面p'_1是零,及倘若z是這水表面高過其他任一點之高度,則

$$p'=wz. \tag{3}$$

從此方程式能看到,在水表面p'等於零時,壓力強度與在問題中所指的那點距水表面之深度成正比.

只在一種不可壓縮的,也就是在任何深度時的密度w是不變的流體內,方程式(2)和(3)的結果才是精確眞實的.

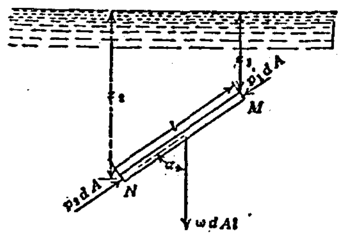


圖 2

就實用目的說,水是一種不可壓縮的流體,因此這些方程式

可以應用.但,氣體具有高度的壓縮性,所以除在壓力的差異很小時外,這些方程式不能用於氣體.

12. 等壓表面——從方程式(3)可以看到,在靜止的連通水內,如所有各點在同一深度,則牠們即受同一壓力強度.這指明一等壓表面就是一水平面.嚴格的說,牠是一個處處與重力方向垂直的表面,所以牠是一近似與地球同心的球面.但這種球面的一有限部分,實用上可認爲係一平面.

一,自由表面 (Free surface), 嚴格的說,即一無壓力作用的表面.但是,只受大氣壓力的液體表面,普通就說是一自由表面.

13. 壓力在各方向均相等——在固體內,因在相鄰質點間,有切線應力存在,所以在一定點之應力,於不同方向可以是不同的.但在靜止流體內,切線應力不能存在,而作用於兩相鄰表面間之力,只有與表面垂直的.所以在一定點之壓力強度,各方向均相等.

此層由圖3即能證明,圖3是一小三角形元體積,牠與紙面垂直的厚度是不變的,並等於 dz. 設 α 是任一角,p' 是在任一方向的壓力強度,以及 p'_x 是在鉛直平面上的壓力強度.作用於此流體體積上的力如下:

在鉛直平面上之壓力是 $p'_x\,dy\,dz$, 在斜平面上之壓力是 $p'dl\,dz$,此外更有在水平面上的壓力,和在與紙面平行的二面上之壓力,以及這體積的重量.不過牠們的值是無須找的.因

爲此體積是一部分靜止的流體所以除去與表面正交的這些力量外,無其他力量,並且,因平衡的條件是在任一方向之分力的總和等於零,所以就水平方向的分力寫出這樣一個方程式,我們只有

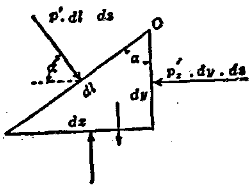


圖 3

$$p'dldz\cos\alpha - p'_x dydz = 0.$$

因 $dy = dl\cos\alpha$, 所以:

$$p' = p'_x.$$

此結果與 α 角無關,所以,作用於通過 O 點的任一平面上之壓力強度是相同的.

14. 用液體高度表示壓力——在圖 4, 設想一部分液體,在牠的表面上無壓力作用.於是按方程式 (3), 在任一深度 z 之壓力強度是 $p' = wz$. 就一種已知液體說, w 是不變的, 如是則在 p' 和 z 間有一種確定關係.這就是說,每單位面積上之壓力,與一相應的液體高度等量.在水力學的工作中,用水柱的高度表示壓力強度,比用每單位面積上之壓力常感覺便當.

縱使在圖 4 之液體表面上受有某種壓力,所敍述的關係仍屬眞實;因作用於此表面上之某種壓力,能用液體高度來表示,而這高度的值又能加於 z 上.如是則 p' 的合值,即等於以前的數值加在此表面上之壓力數.

用液體柱的高度表示之壓力強度,將拿字母 p 來代表.

如是：

$$p' = wp.$$

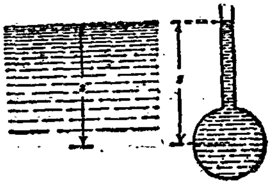


圖 4

此方程式用任何一致的單位制度都眞實.假使w是用每立方呎的磅數所表示之密度,則p必須用呎表示,於是p'便是每平方呎上的磅數.就通常溫度的純水說,這關係是 $p'=62.4p$. 用每平方吋之磅數表示壓力強度是很普通的,但 p 除用水之呎數外,用其他單位表示便很少見.因 $p'=144p''=62.4p$,於是：

$$p''=0.4333p \text{ 及 } p=2.308p''.$$

例　　題

10. 忽視表面上之大氣壓,在淡水中深3,000呎處,每平方吋的壓力有多少磅?在海水中深3,000呎處是若干?

答 1,300, 1,333.

11. 一水壓機的喞筒,在每平方吋5,000磅之壓力下送水.何等高度的純水可與這壓力相等?具每立方呎100磅之密度的液體與這壓力相當之高度如何?

答. 11,540 呎, 7,200 呎.

12. 汞的比重是13.57,這就是說,牠的密度爲純水的13.57倍.那麽汞高若干呎便與每平方吋100磅的壓力相等?水高若干呎與汞高10呎的壓力相等?

答. 17.05 呎, 135.7 呎.

15. 氣壓計——例如有圖5這樣的管一個,使牠的下端浸入一種液體內,並把牠裏邊的空氣抽出,則在管內的液體便要上升.倘把空氣完全抽出,則在管內之液體表面上的壓力便是零,而液體便上升至最高的高度.此種設置就叫做氣壓計(Barometer),可用來量度大氣的壓力.

由12節可以看到,在點O(在管內)的壓力強度,與在點a(在管外之液體表面)的相等.即$p_o=p_a$.並且,因在管內之液體表面上的壓力等於零,所以在O的壓力強度按方程式(3)是

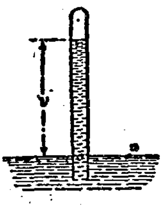


圖5 氣壓計

$$p'_o=wy.$$

及按方程式(4) $p'_o=wp_o$.如是用液體柱的高度所表示之空氣壓力是

$$p_a=y. \tag{5}$$

普通所用的液體是汞,一則因爲牠的密度頗大,一個適當的短管就夠用,再則因爲牠的汽壓在通常溫度下可以忽視.假如應用水,管的高度便不方便,且牠的汽壓在通常溫度時又不可忽視,所以管頂不是完全真空,而是充滿水汽的一部分空間.用這種液體所得到的高度,結果便小於在無汽壓的情形下所得到的.爲避免由毛細作用發生誤差起見,管的直徑至小應當有0.5吋.

大氣壓在不同地點是不同的,牠隨高度改變,並且卽在一定高度時,牠又隨溫度和其他因素等而變更.

約略的說,大氣壓可以當作每平方吋14.7磅,30吋汞高,及34呎水高看待(這些數值不是彼此恰好相等的).

例　題

13. 如水汽的壓力,在80°F,是每平方吋0.505磅,那麼若大氣壓是每平方吋14.7磅,則水製氣壓計的高度將若干?(用在此溫度時水的正確密度)

答 32.9呎.

14. 假定空氣的密度是每立方呎0.0807磅,倘空氣不可壓縮,環繞地球而能產生每平方吋14.7磅的壓力,則其高度將若干?

答 26,250呎.

16. 眞空——小於大氣壓的壓力普通叫作眞空(Vacuum),一完全眞空卽全無壓力的意思,量度眞空普通以大氣壓爲標準,可是平常——雖非必要——用汞高的吋數.如大氣壓是30吋汞高,於是一完全眞空便是30吋的眞空.及10吋汞高的眞空便是有20吋汞高的實在壓力.

例　題

15. 氣壓計的示數是30吋汞高,及在某一器內有22吋汞高的眞空.在這器內之實在壓力,每平方吋有若干磅?在這器壁上,外壓超過內壓之數量每平方吋有若干磅?

答 3.92, 10.78.

17. 絕對壓力與相對或計器壓力——由絕對零壓作起

點量度出的壓力,叫作絕對壓力 (Absolute pressure). 如以大氣壓作起點量度出的,卽叫作相對或計器壓力 (Relative or gage pressure), 因爲一計器所量度的只是相對的壓力. 在圖 6 示出一複計器,牠能量度高於或低於大氣壓的壓力. 當這計器與大氣連通時,指針卽指零. 若把這計器連到任一器上,在這器內有高於四圍空氣的壓力,則指針便從零向時針方向轉

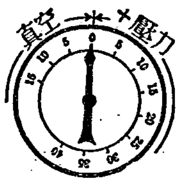


圖 6 複計器

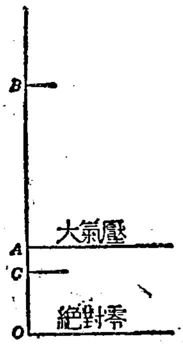


圖 7

動. 假如這壓力是一眞空,則指針便向反對方向移動. 如是這計器只能量度在計器管內的壓力,和環繞計器的空氣壓力之差.

在圖 7, 設 O 代表完全無一切壓力或絕對零壓力, 及縱矩 OA 代表大氣壓. 於是假定有一種壓力,比方在 B, 則計器便示出 AB 之値, AB 卽計器壓力. 絕對壓力是 OB. 又倘有一眞空 AC, 則計器壓力是 $-AC$, 負符號只指明這是在大氣壓以下

的一種數值,與正符號指明在大氣壓以上的一種壓力恰好相同.但絕對壓力是OC.

當用絕對壓力時,所有的數值都是正的.在計器壓力的情形下,僅在大氣壓以上的數值是正的,但加在大氣壓以下的壓力上之負符號,則只表示是一種真空.在水的相鄰質點間更可有一實壓力.一種眞正負壓力將爲水在一種張力狀態下的意義,因水只能有很小的應張力,所以要想有在絕對零壓以下之壓力,是不可能的.絕對零壓即在液體內之應力,將從壓縮變爲張力的一點.

在水力學之大部分問題內,絕對壓力不是特別重要的.重要的因素,平常是在一器內及器外的壓力之差,一般的說,這便是計器壓力.而在其他種種情形之下,大氣壓在所有各點之作用相同,彼此卽互相抵消.因此僅計器壓力是通常所應用的.

例題

16. 當一計器自身被大氣環繞時,指明有每平方吋20磅的壓力.如環繞這計器的空氣抽到20吋汞高的眞空,而在計器管內流體的實壓力保持不變,則計器的示數將若干?

答. 每平方吋29.7磅.

17. 如氣壓計示出30吋汞高及一眞空計器示出5吋汞高,則絕對壓力是若干?

答. 25吋.

18. 量壓力的儀器 計器(Gage)——常見的壓力計或眞空計器都已經提及過,而這兩種合幷在一塊卽如圖 6 所示. 在此種儀器內,有一曲管,依管內之壓力而變更其曲度. 於是利用連接鏈,使管可移動的這端轉動一指針. 平常假定由計器所示出的壓力是在計器中心存在的壓力. 如是計器中心的位置永遠應當顧慮到. 比方,就圖 8, 在 A 的壓力是計器的示數加距離 z. 如計器示出的是每平方吋之磅數,普通是這樣的,則

$$p_A = 2.308p'' + z.$$

液體壓力計管——液體壓力計管 (Piezometer) 卽量度中常壓力的一種簡單設計. 牠由一管作成,在這管內,液體能自由上升而不致溢出,以至平衡成立爲止. 爲防止由毛細作用發生誤差起見,管的直徑最小應當有 0.5 吋. 在管內的液體表面之高度便直接指出所要找的壓力. 有一點應當注意,如水——水的壓力是所要找的——是流動的話,則只有使管軸在連接點與流動水流正交才能得到眞正的壓力,加之,內部的開口應當光滑而且毫無突出部分. 假如管端突入水流中,如在圖 99 之第四管,則示出的壓力便太低.

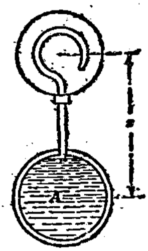


圖 8

U 形汞管——要想量度高壓力,水製壓力計是不適用的,必須加以修正. 於是可用在圖 10 所示之 U 形汞管. 如 s 是汞(或其他任何液體都可應用)的比重,則在點 C 的壓力是 sy. 這又是在點 B 的壓力,但在點 A 的壓力大

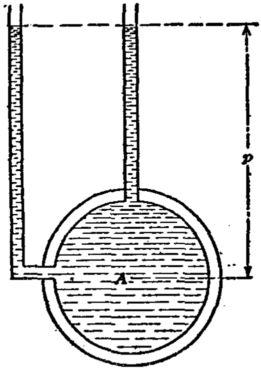


圖 9 液體壓力計

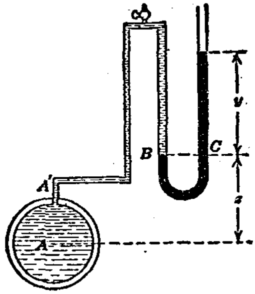


圖 10

於此壓力之數量是 z, 如果這管從 A' 至 B 是盛着水的話.倘若盛着空氣,於是忽視在管內之空氣的輕微重量,則在點 B 及點 A' 之水表面上的壓力將相等.在實際上完全無空氣實

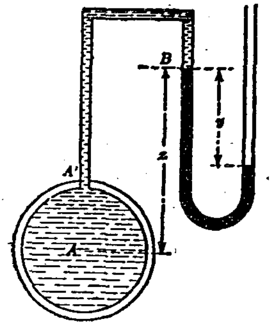


圖 11

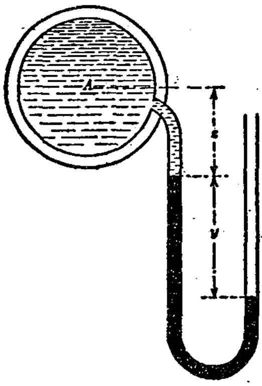


圖 12

難得到,而假如這管是一部分盛着空氣和一部分盛着水,要想修正是困難的,並且除非知道這管盛水的部分和盛空氣的部分恰成何種比例,便不能得正確結果.所以最好有一種設備,能把空氣完全驅出,而用水來補充牠的地位.如在圖10之連接管內是水,則在點A之壓力是

$$p_A=z+sy.$$

在量度一眞空的時候,圖11之y必須當作一負量看待,所以,如這管內是水,則

$$p_A=z-sy.$$

假使這連接管內從A'至B是空氣,於是在A'以上應加改正之高度將爲可忽視的,但不易獲得此種是空氣的情形,所以如果不是空氣便要發生誤差.如是在圖12之裝置,便比較好得多了,因不容許空氣存留在這管內,在示數中卽無誤差發生.在此種情形之下,z是負的,所以

$$p_A=-z-sy.$$

差計器——差計器(Differential gage)只用來量度壓力的差異.圖13(a)示出此器的一種.假定除去U形部分內是較重的液體,比方像汞,這整個連接管的其餘部分內都是水,那麼在點A'超過點B'之壓力量便爲sy.卽

$$p_A-p_B=sy.$$

但 $$p_{A'}=p_A-z_A$$

及 $$p_{B'}=p_B-z_B$$

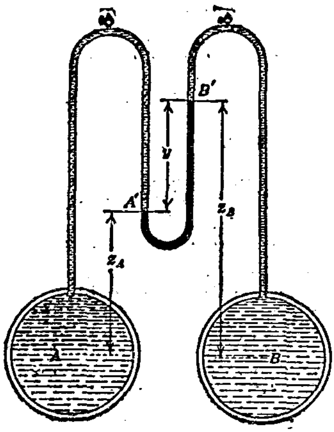


圖 13 (a)

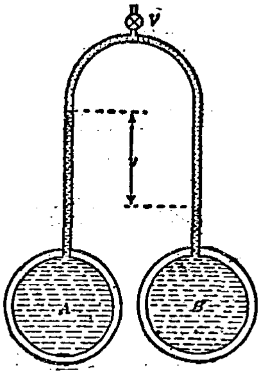


圖 13 (b)

把這些值代入,則

$$p_A - p_B = sy + z_A - z_B$$
$$= sy - y = (s-1)y.$$

在高差U管壓力計內,在左邊之汞柱上,實一有高 y 的水柱,這水柱不能與在右邊的一對比汞柱平衡,因此壓力差不單是sy.

如A和B不在同一高度,則由以上方程式所計算出來的壓力,必須把因水準差所生之誤差加以改正,這是很顯明的.

當高差U管壓力計盛着重液體如汞時,用來量度大壓力差是合宜的.要用來量度小壓力差,可以用輕於水的一種

液體,而在此種情形之下,U管壓力計即安排成圖13(b)所示之形狀.自然這液體必須不與水混合才行.用前邊之同一分析法可以證明

$$p_A-p_B=(1-s')y,$$

在這式的,s'是價值小於一的一種比重.當這液體的密度接近水的密度時,$(1-s')$的值即接近零,而小壓力差便使y產生一種很高的數值.如是這儀器就變爲很靈敏的了.

在這兩個極端情形間,用空氣代替另外一種液體常得到頗滿意的結果,而用唧筒經活門V將空氣壓入圖13(b)之U管壓力計內,至使兩水柱頂到達適當高度的壓力爲止.在此部分空氣內,壓力的任何變更,兩水柱升高或降低的量都相等,所以在牠們中間的差是不變的.在此種情形之下,s'的值可以認爲是零,因爲空氣的密度是比較可忽視的,而壓力差即由y直接表明.

例 題

20. 把二器連至一汞製(比重=13.57)高差U管壓力計上,連接管內全是水.當汞的示數是36吋時,壓力差以水的呎數計是若干?如用另外一種U管壓力計,在這計內之液體的比重是0.8,與36吋的差示數相應之壓力差,以水的呎數計將若干?如$s'=0.95$又將若干?

答. 37.7呎,0.6呎,0.15呎.

21. 在圖13點A之壓力是每平方吋20磅,同時在B是每

平方吋 18 磅. B 在 A 上之高度是 10 呎.差示數如以汞的吋數計將若干?

答. $y = -5.12$ 吋.

19. 水壓機——根據壓力強度在各方面等量傳送的原理所製成之最重要的機件卽水壓機 (The hydraulic press). 如圖 14, 在面積 A_1 的小活塞上加一力 P_1, 則在液體的整個體積內之壓力強度便增大 $p' = P_1/A_1$. 由是作用於大活塞面上之增大的總力量便爲 $p'A_2 = (P_1/A_1)A_2 = P_1(A_2/A_1)$. 如是看到,作用於小活塞上的一小力能抵抗在大活塞上一較大的擔負. 如 G_1 和 G_2 代表活塞的重量,同時 z 是牠們的面之高度差,在平衡時,則結果是

$$\frac{P_1+G_1}{A_1} = \frac{P_2+G_2}{A_2} \pm wz.$$

因在這器內的液體體積必須保持不變,由是則大活塞所移動的距離,一定比小活塞所移動的距離小得很多.

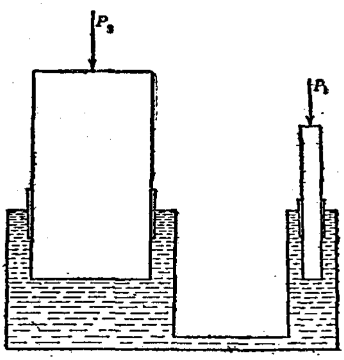


圖 14 水壓機

例 題

22. 如圖 15, 小活塞的直徑是 3/4 吋, 而大活塞的是 20 吋. 大活塞重 1,000 磅並受一 6,000 磅的外擔負. 用的液體是水. 在小活塞上所加的總力 P 達若干時方能得到平衡? 當小活塞

下降10呎時,大活塞將上升若干?

答. 4.12磅,0.169呎.

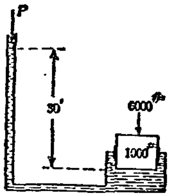


圖 15

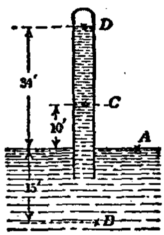


圖 16

20. 習　　題

23. 在圖16,假定液體是水,在A, B, C,和D之絕對壓力的值是若干?計器壓力的值是若干?在C之眞空的值是若干?(在每一種情形下分用水高之呎數,每平方吋之磅數,及汞高的吋數等作答.)

24. 在圖17,圓筒的直徑是2呎,活塞的重量及擔負是4,000磅.計器示數以每平方吋的磅數計將若干?如在圖17之汞製壓力計指出35吋,則較低汞柱的頂在活塞下若干遠?如壓力計保持在此同一位置,但在箱上的連接位置在一不同水準,則汞的示數將變更否?

答. 每平方吋21.9磅,1.92呎.

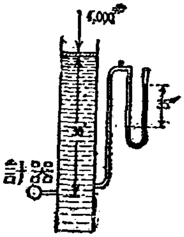


圖 17

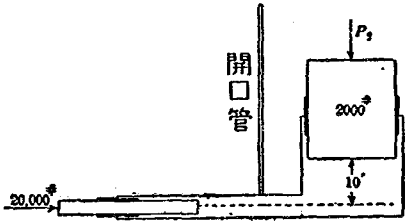


圖 18

25. 在圖18之小活塞有一3吋的直徑.忽視摩擦,當20,000磅的一力 P_1 加在小活塞上時,直徑24吋的大活塞上所能得之力 P_2 將若干?在液體壓力計內之水將升至何種高度?

答. 1,276,000磅, 6,520呎.

第 三 章

面積上的流體靜壓力

21. 平面上的總壓力——因所要討論的是靜止流體,所以不能有切線力量存在,一切壓力全是與問題內之表面垂直的.如在一面積上之壓力是均勻分布的,則總壓力或合壓力便是這面積和壓力強度之乘積,而壓力的作用點便是這面積的重心.普通壓力強度不是均勻的,因此必須有另外的分析.

考究上稜在自由表面內的一鉛直平面,如圖19.設此平面與紙面垂直,所以AB是牠的唯一形跡(Trace).壓力強度便由在A處之零值變至在B處之BC.如是便看到,總壓力P,是元面積和作用在牠們上邊的壓力強度之乘積的總和.顯然此平行力系統的合力,要作用在這面積的重心以下一點,因為面積的重心,是一均勻平行力系統之合力所作用的點.假如這平面下沉

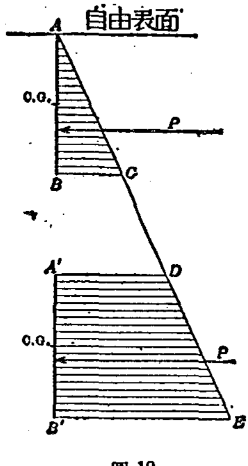


圖 19

至$A'B'$,則壓力強度由在A'處之$A'D$變至在B'處之$B'E$.因壓力強度從A'至B'之比例的變更小於以前,顯然壓力中心便接近重力中心.

在圖20,設MN是一平面的形跡,與水平成角θ.右邊的圖形是此面積在一鉛直平面上的投影,這鉛直平面與含

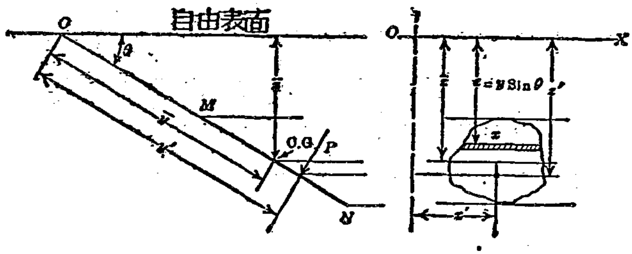


圖 20

MN的平面正交.設z是任一點的深度,及y是這點距OX之距離,OX是這平面——必要時把平面引長——與自由表面之相交軸線.這面積的重心之坐標,可以分別用$\bar{z}$和$\bar{y}$來代表.合力P的作用點之坐標是z'和y'.

考究一元面積dA,這面積的選定係使在牠上邊具均匀的壓力.這樣一元面積可以用橫經此平面的一水平條來代表.如x代表這平面在任一點的寬度,於是

$$dA=x\,dy,$$

因爲y是常數,故壓力強度不變.

如是

$$p' = wz,$$

$$dP = p'dA = wz\,x\,dy.$$

因

$$z = y\sin\theta,$$

於是

$$P = w\int zx\,dy = w\sin\theta\int xy\,dy. \tag{6}$$

如x能以y的一種代數函數表示,則上式可以求積分,而且在任何特定情形之下,總壓力的價值可以找出.但是,假定這面積的形狀不規則,如圖20所示,當x和y之聯立值可以由量度找着時,那末,在牠們中間的關係不能用一種單簡方法表示.或者,假定有一代數方程式可以實用,這結果式也一定不容易求積分.在任何實際情形之下,這積分的數值能用以下之圖解方法找到.

把x和y的聯立價值相乘,用乘積xy與y的值作圖,如圖21所示.在此曲線下之面積卽這積分的價值(註一).

倘這面積是一簡單幾何圖形,平常是如此的,那末,就容易計算牠的面積和牠的重心之位置,於是,所用的手續比方

註一. 可以看出,此圖的一元面積,長為xy及寬為dy.因此所有這樣的元面積之總和,一定是$\int(xy)dy$之值.

一般的說,如u和v是一面積的坐標,而作圖時u的標度是1吋$=a$單位,同時v的標度是1吋$=b$單位,於是這面積的標度是1平方吋$=ab$單位.

其實無須把這面積畫出再用一面積儀(Planimeter)來量度,因為這面積的值能用種種方法計算出來,如西姆普松(Simpson)的法則或丟郎德(Durand)的法則.

才所敍述的更爲簡單.因 xdy 是元面積 dA,方程式(6)可以寫作

$$P=w\sin\theta\int y\,dA.$$

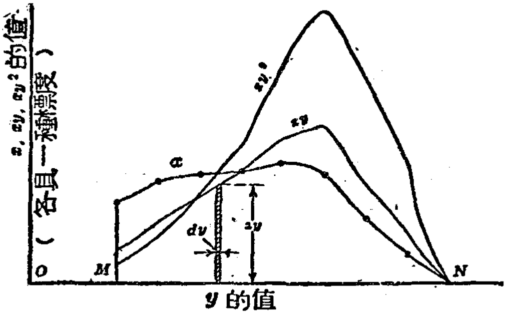


圖 21

但 $\int y\,dA$ 等於 $\bar{y}A$ 是已知的.

因此
$$P=w\sin\theta\,\bar{y}A.$$

但 $\bar{y}\sin\theta=\bar{z}$, $\bar{z}$ 是這面積的重心在自由表面下之深度.

所以
$$P=w\bar{z}A. \tag{7}$$

如是作用於任一平面上之總壓力,用這面積之重心的深度,及液體的密度乘這面積即可獲得.此量的數值與平面之傾斜角度無關.

例　　題

26. 一矩形平面,寬五呎,長六呎,五呎的這邊是水平的,而六呎的這邊是鉛直的.當頂邊是:(a)在水表面內;(b)在水表面下一呎;(c)在水表面下100呎時,試測定合壓力之數量.

答. (a) 5,620 磅, (b) 7,500 磅, (c) 193,000 磅.

27. 假定一面積與水平成30度角,而這面積的頂點在水表面下之鉛直距離是2呎. 設下邊的數值是沿這平面每隔六吋所量出之水平寬度,寬度是以呎計的,這些數值是 0, 2, 3, 3.4, 3.5, 3.6, 3.6, 3.6, 3.5, 3.4. 試測定作用在這面積上之總壓力的數量.

解明: y 之始值是四呎,拿來乘第一個寬度,而第一個寬度在此種情形下是零,雖則看面積的形狀也可以有一有限價值發生. 每一個寬度都照樣乘過,則得 xy 的以下各值: 0, 9, 15, 18.7, 21, 23.4, 25.2, 27, 28, 28.9. 這些值可以同 y 的值作圖而在這曲線下的面積便是 $\int xy\,dy$ 或 $\bar{y}A$ 的值.注意方才所獲得的面積是這平面面積之矩 (Moment) 的值,在問題內所提到的矩是對圖20之軸 O 而言.

為說明方法起見,用西姆普松的法則來解明一次,但不像丟郎德的法則,只可以用奇數的縱矩,因此要比較複雜一些:

$$(0+28)+4(9+18.7+23.4+27)+2(15+21+25.2)=462.8.$$

可以看到,這是把第一個和末一個除外,用四乘偶數之縱矩及用二乘奇數之縱矩所獲得的.於是這總和應當再用間隔的三分之一乘一下,間隔的三分之一即1/6呎.結果是77.1.在此值上必須再加遺去之梯形面積,梯形的寬是$\frac{1}{2}$呎,和軸的兩底是28和28.9.此面是14.2,而總面積是91.3平方呎,因為這

是這裏所用的單位.因此總壓力是

$$P=62.4\times0.500\times91.3=2{,}850 \text{ 磅}.$$

28. 求前題內之平面圖形的面積,及重心的位置.

答 14.1 平方呎, $\bar{y}=6.48$ 呎.

22. 壓力中心的深度 —— 作用於一面積上之合力的作用點,叫作壓力中心.一力的作用線(Line of action)之位置,普通用求矩的方法來決定.在此種情形之下,以圖20之OX作矩的軸線是方便的.在任一元面積dA上的總壓力是

$$dP=w\sin\theta\, xy\,dy$$

和牠的矩是

$$ydP=w\sin\theta\, xy^2\,dy.$$

合力的矩是其分力矩之總和,如y'是距壓力中心的距離,則

$$y'P=w\sin\theta\int xy^2\,dy.$$

和在前節內相同,此積分式可以在一種數值的情形下,由求面積——面積之縱矩的值是xy^2——的值來確定其價值.此外,分析的解明在以下給出:因$xdy=dA$,及y^2dA的積分是這面積A以O爲軸線之轉動慣量(Moment of inertia),所以

$$y'P=w\sin\theta I_o.$$

用前節之P的值除此值,結果卽得

$$y'=\frac{w\sin\theta\, I_o}{w\sin\theta\,\bar{y}A}=\frac{I_o}{\bar{y}A} \tag{8}$$

此卽壓力中心距軸線之距離,可用面積A對同一軸線的靜

矩 (Static moment) 除轉動慣量獲得,這軸線是這平面或將平面引伸,與水表面相交之線(註一).

此值又可用其他形式表示,不過要記着 $I_o = \bar{y}^2A + I_g$; I_g 是一面積對其自身之重力軸線的轉動慣量,可是 I_g 又等於 K_g^2A, K_g 是對於重力軸線的迴轉半徑 (radius of gyration), 因此

$$y' = \frac{\bar{y}^2A + K_g^2A}{\bar{y}A} = \bar{y} + \frac{K_g^2}{\bar{y}} \tag{9}$$

從這些方程式可以看到,壓力中心的位置與角 θ 無關,換言之,卽這平面可依 OX 軸線轉動而不影響壓力中心的位置.但是,θ 等於零時,此卽不眞實,因爲 P 的值也將爲零.

從方程式(9)又可看到,壓力中心永遠在重心之下.再就 θ 的一特定値說,沉入液體之深度增大時,距離 $\bar{y}$ 也增大.但當 K_g 的值保持不變時,方程式(9)之最後一項變爲較小,因此 y' 卽接近 $\bar{y}$ 的值.假如重心的深度 $\bar{z}$ 保持不變,而平面轉近水平

(註一) 在圖21,於 x 値的曲線下之面積,與問題中的平表面之實面積 A 相等,雖則其外形可以稍異,因爲這實在面積的一邊在此處變爲直線 MN. 如 OM 在此處和在圖20內代表同一距離,於是從過 O 的鉛直軸線,至 x 曲線下之面積的重心之距離,是面積 A 之 $\bar{y}$ 的值. 而從此軸線至 xy 曲線下的面積之重心的距離,是面積 A 之 y' 的值。因每一面積是低一級的面積之矩,由此則 y' 的值,可用 xy 曲線下之面積除 xy^2 曲線下之面積獲得,同時 $\bar{y}$ 的值可用 x 曲線下的面積除 xy 曲線下的面積得到,對於作圖時所用的標度,其價值要加以相當的注意.

方向,則同樣的道理將眞實.(這與依OX軸的轉動完全不同,因爲$\bar{y}$便不是保持不變的了.)

例　　題

29. 測定在26題內,三種情形下之壓力中心的深度.

答 4.00, 4.75, 103.03 呎.

30. 用西姆普松的法則,測定在27題的情形下之壓力中心.

答. $y'=6.68$ 呎.

23. 壓力中心之橫位置——在大部實際問題中,壓力中心之深度卽全部所須要的解明,因爲所考究的面積,普通能經過所有的水平線之中心畫一直線.在此種情形下可以看出,壓力中心卽在此線上.但倘不如是,將須計算x'的值,如在圖20,x'是從平行MN形跡的任一軸線起量度的.

復次,與前節相仿,矩是要應用的.如x是這問題內的軸至一元面積之重心的距離,則dP的矩是

$$xdP=wxy\sin\theta\, dA.$$

因此x'的值是

$$x'=\frac{\int xdP}{\int dP}=\frac{w\sin\theta\int xydA}{w\sin\theta\int ydA}=\frac{\int xydA}{\bar{y}A} \tag{10}$$

此方程式與方程式(7)不同,只因$\int xydA$代替$\int y^2dA$爲已知.後邊這量比較常遇到;普通給牠一個名字,用字母I來代替

軸,並且就不同的面積說,I的值普通能在表內找到.前邊的式子叫作"慣量積"(Product of inertia);用字母J作軸的符號.但因爲不常用,J的值除用積分手續外,平常是不能獲得的.就任一面積說,不知J的值,單獨去確定$\int xydA$的值,和在這問題中的面積之I的值不知道,而應當確定$\int y^2dA$的值恰恰一樣.

這裏能用化簡的公式,與在轉動慣量的情形下一樣,如J代表對於任二軸之交點的慣量積,同時a和b是一面積的重心之縱矩,對於這重心說慣量積是J_g,便得:

$$J=J_g+Aab.$$

應用方程式(10)時必須注意,量度y和在圖20樣,而x可從圖形平面內與OX垂直的任一軸線起量度.

例 題

31. 一直角三角形,高h,底長b,牠的頂點在水面內,而其平面係鉛直.先求y'的值,於是再測定x':(a)由觀察;(b)用計算.

答 $y'=\frac{3}{4}h$; $x'=\frac{3}{8}b$.

32. 求在四分之一的圓面積上之壓力中心.其平面係鉛直,並有一邊在水面內.

答. $\bar{y}=4r/3\pi$; $y'=3\pi r/16$; $x'=3r/8$.

24. 在平面上的合推力——迄今所曾考究的總壓力,只

是作用在平面一邊的.當然,當這面積完全沉沒在一種流體內時,如在前邊的一些圖內所示,則作用在一邊的總壓力,與作用在另一邊的相抵消,而壓力的純效應等於零.但當兩邊不是受着同樣壓力的時候,即有一合推力出現,這推力的值即目下所要考究的.

所曾考究過的液體表面,都是當作不受壓力的.如在圖22,壓力強度應當認爲從在A處的零值變至在B處的BC值.但普通實有大氣作用在水面上的壓力,這壓力約與34呎的水高相等,如是則眞正自由表面實在可以說在點O,

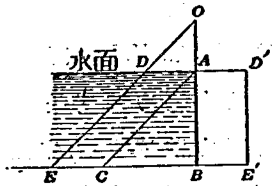


圖 22

而距離AO等於水銀氣壓計的高度.所以作用於AB平面左邊的絕對壓力強度,是從AD變至BE.但在實際應用上,作用於左邊和作用於右邊的壓力差是所要考究的,不過作用於右邊的壓力是由大氣發生的,而牠的強度從A至B是均勻的,並等於AD'.但$AD'=AD=CE$.因此大氣加在兩邊的壓力相同,考究牠是無用的.所以大氣壓都忽視不計,而水面在大部分的計算中即當作眞正自由表面看待.

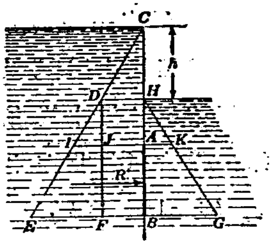


圖 23

假定有一面積,就像在圖23之AB,兩邊都有流體的壓力,不過強度不同罷了.作用在面積兩邊的總

壓力量當然能計算出來,這二壓力的差便是所要找的結果.但也須要找出作用在兩邊的壓力中心,於是再決定這二力的合力之作用線的位置.以下的分析將指出一更容易的解明.

在點A,作用於兩邊的壓力強度是AI和AK.如取IJ等於AK,則壓力強度的純差 (Net difference) 便是AJ.同樣在B之純壓力強度是BF.由此卽看到,HD, AJ,和BF的値相同,因爲CDE和HKG與鉛直線成同一角度.如是作用於面積AB上的合壓力強度是均勻的並等於HD.但HD是在深度h處的壓力強度.因此作用在完全沉沒於同一種液體內的任一面積的兩邊之合推力是

$$R = whA \tag{11}$$

在這式內,h是二液體水準之差.因純壓力強度是均勻的,合推力便作用在這平面的重心.

例 題

33. 假定一矩形面積寬 2 呎,高 3 呎,及其上邊在水面內.那末,就經過A(圖 22)及垂直於紙面的一軸說,將需要何種扭轉矩來抵抗這水壓?姑認這門除軸所供給者外不受任何支撐力,及大氣作用在水面和門右邊的壓力是一樣的.

答. 1,123 呎磅.

34. 假定在33題內,門右邊在30吋汞高的眞空下,而氣壓

計的示數也是30吋的汞高.將需要何種扭轉矩?

答. 20,200 呎磅.

35. 假定氣壓計的示數是30吋汞高,及在33題內,門右邊在20吋汞高的真空之下.將需要何種扭轉矩?

答. 13,800 呎磅.

36. 假定氣壓計爲30吋汞高;在33題內的門,右邊在大氣壓之下,同時水表面受有每平方吋50磅的計器壓力.將需要何種扭轉矩?

答. 65,900 呎磅.

37. 假定在圖23, AB 是一3呎直徑的圓門, $BC=10$ 呎, 及 $BH=4$ 呎. 求: (a)只在左邊的總壓力量及作用線; (b)只在右邊的總壓力量及作用線; (c)作用在門上的合推力.

答. (a) 3,947 磅, 在門頂下 1.566 呎; (b) 1,102 磅, 在門頂下 1.725 呎; (c) 2,645 磅,在門頂下1.500 呎.

25. 在曲面上的水平壓力——普通在一曲形或不規則的面積上,其形跡如圖 24 之 AB 作用於各元面積的壓力方向不同,並且不能求得一代數的或積分的總和.因此方程式(7)只能實用於平面積.但在某一方向之壓力成分可以找着.如是,倘若各個 dP 乘以 $\cos\theta$, θ 是各元力 (Elementary force) 與水平所成的角,這是一變動的角,則總水平力爲

$$P_x=\int dP\cos\theta. \tag{12}$$

普通求上式之積分很麻煩,且實際上常常是不可能的.因此

可應用以下的手續.

把所考究的不規則面積投射在一鉛直平面上,則牠的形跡卽爲$A'B'$.投射元素是AA', BB',餘類推.於是看到,這些投射元素——都是水平的——含有一體積,這鉛直平面$A'B'$及形跡爲AB的不規則面積,卽這體積的兩端,這部分液體在以下各力的作用下平衡.在左邊作用於鉛直平面上的有力P',重力G'作用於這體積上而且是鉛直的,作用在投射元素上的壓力全與牠們正交,因此也和P'正交.在右端有壓力作用於所考究的面積上,牠的水平成分用P_x代表,而鉛直成分用P_y代表,因平衡的條件是在任何方向的所有力之總和必須等於零;但在水平方向的力只有P'和P_x.

所以: $$P_x = P'.$$

這就是說,在任一已知水平方向,作用於任一面積上之壓力成分,永遠等於作用於這面積在一鉛直平面——與已知水平方向垂直——之投影上的壓力.作用線也必須一樣.

26. 在曲面上的鉛直壓力——作用在一不規則表面上之壓力的鉛直成分,可用求水平壓力的類似方法找着.如在圖24,倘若取一部分液體,這部分液體的底卽所考究的曲形面積,如AD和BC等鉛直元素卽是這體積的邊,作用在這體積上的力如下.設認CD爲一自由表面,則作用於上面的壓力是零.作用於下面的壓力含P_x和P_y兩成分.重力G是惟一的其他鉛直力,作用於邊上的壓力全是水平的.把鉛直力加

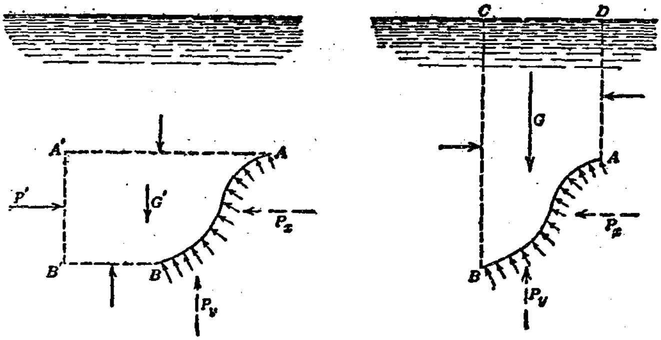


圖 24

起來並使牠們等於零,得

$$P_y = G. \tag{14}$$

因此作用於任一面積上之壓力的鉛直成分,永遠等於這部分液體的重量,這部分液體即以曲面為底鉛直延長至自由表面的液體.

27. 在任一方向之壓力成分——普通除去水平和鉛直兩方向外,其他方向之壓力成分是不能找出的,因為這部分液體的重量;如在圖24之$AA'B'B$的重量,一定要在方程式內出現.但假如沉入的深度大時,則在AB和$A'B'$上的壓力與重量G'相差也大,於是G'就可以忽視不計.因此僅在這樣情形之下,在任一方向之壓力成分,可以視為作用於一投射於與該方向垂直之平面上的壓力.

就一平面積說,在任何方向之壓力成分,當然可以用P

乘一角的適當函數獲得.或者用25節和26節之方法也可以方便的找出.再就一平面積說,因 $P\cos\theta=(w\bar{z}A)\cos\theta$,可以看到,壓力的成分與作用在一面積——面積的值是 $A\cos\theta$——上的壓力相同,但這面積的重心,必須與已知平面之重心的深度相同.

28. 在曲面上之合壓力——普通不能有一單獨合壓力作用在一曲面上,因爲各不平行且不在同一平面的力系,平常不能化得比二單力再簡單.如是 P_x 和 P_y 普通不在同一平面內,因此即不能合併.但在對稱表面的幾種特別情形之下,這二成分便在同一平面內,因此即能合併成一單力.

例 題

38. 圖25表明一圓形圓筒的四分之一如 AB,牠與紙平面垂直的長度是4呎.(a)試求壓力之水平成分.(b)試求壓力之鉛直成分.(c)試求合水壓力的量及方向.(d)合壓力的作用線在何處?

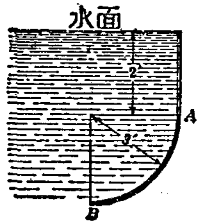


圖 25

答.(a) 3,262磅,(b) 2,622磅,(c) $z'=3.7$呎,(d) $x'=1.38$呎距 B.

29. 在壓力下的管——假如在一圓筒形管內的內壓力,大至有測定管壁厚度的必要時,則內壓力便大至水的重量可以忽去不計.因此,按27節,我們可以計算在任何方向之合壓力.假定在圖26,過管的一直徑作平面 XY 如圖所示.則在

任一方向,——如在垂直XY之方向——作用於一半管內之總壓力,顯然便是$p'\times 2r\times l$,l是管的任一長度.此結果能從27節直接推出,或者從以下的實事也可看到,即水在垂直於XY的方向,作用於管壁上的推力,必須與作用在平面XY上的推力相抵消.此種壓力有在橫過平面XY方向把這管壓

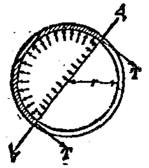


圖 26

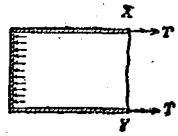


圖 27

裂的傾向,可是被管壁的張力抵抗,管的張力比如說是T.顯然$2T=2p'rl$.如管壁的厚度用t代表,及在管內激起之應力用S_h代表,於是$T=S_htl$.因此

$$S_h t = p'r. \tag{15}$$

從方程式(15),任一可有的單位張應力所需要之管壁厚度,可以計算出來.但是,最好記住p'應當是發生水衝(Water hammer)時所生之壓力的最大強度;因發生水衝時的強度比單獨靜水壓之強度大得多.時常又可以發現,方程式(15)所算出的管壁,對於平常應用及留作腐蝕的量實在太小所以在實際上即把p'增大以防發生水衝,於是由方程式(15)所算出的厚度也增大至預防這些和其他緣故所必需的一種價值.在這種情形下所表示的張力,叫做圍牽力(Hoop tension).

由圖27可以看到,一圓筒形管又可以被與軸平行的力拉裂.如是則在閉端之壓力與在任一斷面 XY 內之張力相抵.總壓力——假定壓力之強度是均勻的——是 $p'\times\pi r^2$. 而橫越一斷面 XY 之張力是 $T=S_l\times 2\pi rt$. 因此使這二數相等,則

$$2S_l t=p'r \tag{16}$$

此應力叫作縱張力(Longitudinal tension),並且可以看到,牠是圍牽力的一半.

就薄壁圓筒說,這些公式可實用,因為普通假定橫越這金屬之應力強度是均勻的.但在厚壁的圓筒牠們就不能實用了.在圍牽力的情形下,就厚壁圓筒說,平常假定在內面上之應力強度是最大,至壁的外面卽減為零.材料之彈性在假設時也得顧及到.約翰沙普(John Sharp)(註一)就厚壁鑄鐵(Cast-iron)圓筒之圍牽力,給出以下之經驗公式:

$$S\log_e\frac{r_2}{r_1}=p' \tag{17}$$

在這式內,r_2=外半徑,r_1=內半徑.就鍛鐵(Wrought-iron)和鋼圓筒,他給出以下之經驗式:

$$S\left[\left(\frac{r_2}{r_1}-1\right)+\log_e\frac{r_2}{r_1}\right]=2p'. \tag{18}$$

把方程式(15)之 S 解為壓應力,則方程式(15)對外壓力說也可實用,若管是眞正的圓筒.但實在說牠或許比正圓筒

註一 對於鑄鐵及鋼管的幾點討論.

形稍歪一些,於是就有驟然破裂之可能.所以能受高內壓之大薄管只能受小外壓.測定管強度之一切公式對外壓說純粹是經驗的.迄今尚未導出較滿意的式子,即充足的數據也很缺乏.

30. 水的浮力和漂浮——設想圖28內的物體 $EHDK$,沉在一種流體內,則可見牠至少受了重力及四圍流體所生的壓力的作用.此外還可以有其他的力量來作用.在這物體上部之壓力的鉛直成分 P_y,等於流體體積 $AEHDC$ 的重量.同樣在下面之壓力的鉛直成分,P'_y,將等於流體體積 $AEKDC$ 的重量.這是很顯明的,P'_y 大於 P_y,則由這流體所生之總鉛直力是向上的,並且牠的量等於:

$$P'_y - P_y = \text{體積 } AEKDC \text{ 之重量} - \text{體積 } AEHDC \text{ 之重量}.$$

但這二體積之差是物體 $EHDK$ 的體積.因此沉在一種如水等之流體內的任一物體,則水之浮力等於被排開之水的重量.

假如這物體在圖28所示之位置保持平衡,當無他力作

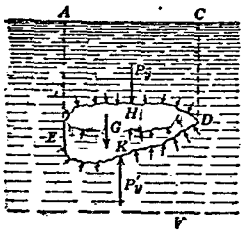


圖 28

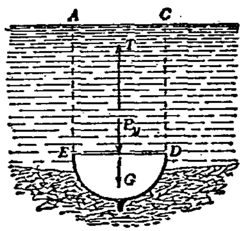


圖 29

用時,則 $G=P'_y-P_y$. 所以這物體必須與牠沉入的流體具同一密度.如牠的密度輕於流體,則必須加一向下的力,這力之價值是 $B-G$, B 卽流體之浮力.如這物體重於流體,牠便須要一力來支持,這力的價值是 $G-B$.但假如這物體靜止在一種流體(圖 29)之底上,以至流體不與牠的下邊接觸,便無浮力作用,於是 $P'_y=0$. 如船沉入水底之泥中,要想把船舉起所需之拉力 T, 不只是船的重而且連在船上之全體的水重也在內.如在圖 29,則 $T=G+P_y$.

假如無外力作用於比流體輕的物體,牠便浮於表面.牠所沉入的部分,是恰夠排開和牠等重的流體.

如這物體稍重於流體,牠便沉入.倘若牠比流體比較不易壓縮,而這流體的深度又很大時,牠便沉至流體之密度和牠的密度相等的深度處.假如牠比流體比較易於壓縮,牠的密度便比水的密度增加較快,便要沉至水底.

例　題

39. 一物體,其體積爲 2 立方呎,重量 200 磅.把牠沉入淡水中時,支撐牠的力量須若干? 在海水內須若干?

答. 75.2 磅, 72 磅.

40. 在圖 30 內,沿立方體 A 各邊的長度是 12 吋,及重 100 磅. 把牠接在一四角柱體 B 之下, B 是 6 吋長 6 吋寬 8 呎高,每立方呎重

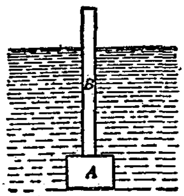


圖 30

30磅.則B露出於水面上之長度爲若干?

答. 1.76呎.

41. 一氣球重250磅,體積10,000立方呎.當牠盛着每立方呎重0.0056磅的氫,而在每立方呎重0.08磅之空氣內時,牠所能載之重量爲若干?

答 494磅.

42. 一種固體的比重是0.8.浮在水面則露出水面的體積爲若干?

43. 一物體重50磅,體積4立方呎.使牠沉入水面下所需之鉛直力爲若干?

31. 定傾中心(Metacenter)——就浮在水面上的物體說,如圖31,只有二鉛直力,即牠的重量G及水之浮力B,浮力之作用線經過被排開的水的重心.此點叫作浮力中心(Center of buoyancy).假如這物體是在平衡狀態下,則這二力一定在同一直線上.假定由外力使物體轉動或傾斜一角θ,則重心自然不變更牠在這斷面內之位置,但浮力中心普通能變更.如是則G和B組成一力偶(Couple).在圖31(b),這力偶是一糾正力偶(Righting couple),因爲牠有使物體回復到正直的位置的傾向.

B之作用線截軸於點M,此點叫作定傾中心.在角θ變更時,此力偶的量便要變更,而且點M也變更牠的位置.在θ接近零時,M所接近之位置是眞正定傾中心(True metacenter).

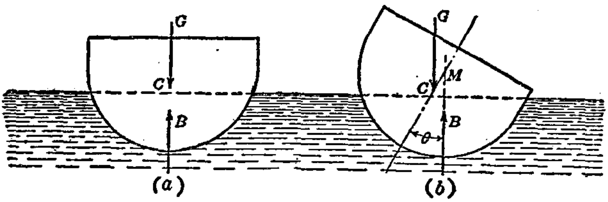


圖 31

假如這力偶是一糾正力偶時,則點M必須永遠在重心C以上,這也是可以看到的.在船的設計中,須保證無論傾轉角度若何,M將永遠在重心之上.如是不僅須要把真正定傾中心之位置測出,且須就所有θ——θ是要遇到的傾轉角度——之價值計算糾正力偶之矩.此問題之進一步的研究,應當歸入船的設計的問題內.

32. 習 題

44. 假定一圓筒,直徑一呎,高三呎,滿注以水.先計算水重再用方程式(7)來求底上之總壓力.於是假定圓筒之頂除一小管鉛直高出相當距離外均被蓋住.假定此管之直徑小到注入一品(Pint)水可以在圓筒頂上佔有20呎之高度.求底上之總壓力.

答. 147磅, 1,128磅.

45. 假定在圖20有一長六呎寬五呎之矩形面積, $AB=6$呎, 5呎之邊與紙面正交, 及 $\bar{y}=4$ 呎. 當θ的值是 90, 60, 30, 及

10度時,求總壓力和壓力中心之位置.

答. (a) $P=7{,}488$ 磅, $\bar{y}=4.75$ 呎; (b) $P=6{,}490$ 磅; (c) $P=3{,}744$ 磅; (d) $P=1{,}302$ 磅.

46. 假定在習題45內 $\bar{y}$ 是變動的,但 $\bar{z}=4$ 呎. θ 的値是90, 60, 30, 及0度時,試解明此題.

答. (a) $P=7{,}488$, $y'=4.75$ 呎; (b) $y'=5.265$ 呎; (c) $y'=8.375$ 呎; (d) $y'=$ 無限大, $z'=4$ 呎.

47. 一鉛直三角形面積的高是 h, 底是 b,如果: (a) 牠的頂在水面內,而牠的底是水平的; (b) 牠的底在水面內;則在其面積上之壓力中心的深度各爲若干?

答. (a) $y'=3/4h$; (b) $y'=1/2h$.

第四章

流體靜力學之應用

33. 重力堤(Gravity Dam).——流體靜力學的應用甚廣,其中最重要的一種卽堤工之設計.堤有數種,重力堤乃穩度視重量而定的一種.此堤的截面卽如圖32所示.如 AB 面是

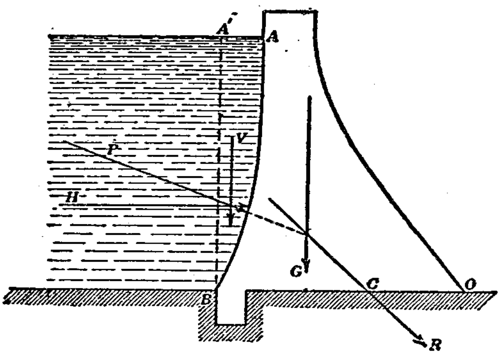


圖 32　　重力堤之截面

曲形的,便須計算水壓之兩種成分:H 等於作用在形跡(Trace)是 $A'B$ 的一平面上之壓力,和 V 是體積 ABA' 所代表的水重.在一切計算中,習慣上只考究堤(與圖平面垂直)的一呎長度.重力堤的穩度與堤之總長無關,是很明白的

總水壓 P 與堤截面的重量 G，對於堤底共同發生一合壓力，這壓力的值是 R. 這壓力分布於全堤底 BO 上，但可以認爲有一單獨作用點 C. 設若把 R 分解成在點 C 的兩個成分，顯然水平成分的值一定等於 H，同時鉛直成分的便等於 $G+V$. 以 O 作支點，找一切力的矩，便容易測出點 C 的位置.

倘這堤穩固的靜止在不透水的岩石上，並沿任何平面都無水漏，或者假設在 B 有一舌壁 (Cutoff wall)，伸入堤底適當深度以防滲透，及堤底是完全乾燥的，那末，以上所說的力，即作用於堤體上的所有力，當然要除去地土的支撐力；這支撐力是與 R 相等且反的. 但如水與堤的下面接觸，便有一鉛直向上的壓力作用於 BO. 此上壓力之大小，視當時的情形而定. 如是，倘水滲透堤的根基，但不能過 O 流出，則整個堤底將受一強度等於 BA' 的水壓. 但如水能過 O 流出，則在堤下便有水流動，而結果，壓力必須從在點 B 的 BA' 減低到在點 O 的一很小值，假定在 O 之壓力爲零常是合理的. 但無論如何容許水浸入堤底是要減少堤體之安全的.

可以看到：水之水平推力(Thrust) H，只由在堤和堤基間之摩擦來抵抗. 如果摩擦係數在這裏用 μ 來代表，於是，倘這堤對滑動安全，則 H 的值顯然必須小於 $\mu(G+V)$. 對於滑動的安全因數，即後邊的量與 H 之比. 在堤底下的任何水漏，能減小在堤和堤所佔的材料間之壓力，如是即能減小摩擦阻力. 堤多有幾部分伸入濠內，就像在 B 之舌壁，便能增加堤的摩

擦阻力.

如在各種情形之下,堤的動作像一鋼體,於是卽不能以O為軸把牠推翻.以O為力矩中心,H有把堤推翻的傾向,但被G和V抗拒.如有水壓作用於堤底,這壓力便也有把堤推翻的傾向.對於推翻的安全因數,是$G+V$的矩,與H的矩及作用於堤底上之水壓的矩之比.如果堤底有水壓,事前須留有餘地.但是,在任一大小的石堤將被推翻以前,近O的沿堤底的材料,便被牠們所受的高壓強度壓碎.如是,雖點C可以在點O之左,如圖32,這樣的堤體對於推翻是安全的,可是堤底對於壓碎將仍不安全.因此,對於堤的穩度所應考究之第二點,不是這堤將被推翻或推不翻的問題,是要考究沿堤底BO之應力的若何分布.

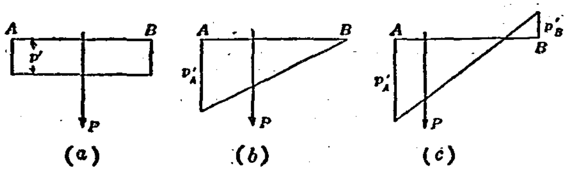


圖 33

就圖33而論,一均勻壓力強度p'分布於AB所代表的一面積上,卽發生一合壓力P,作用在A和B的中間.但是,倘這壓力由A至B,是從p'_A遞減至零,則合壓力P便過從A至B之距離的三分一的一點.如總壓力P在兩種情形之下有同一值,顯然在後一種情形下,在A的壓力強度,大於在前一種情

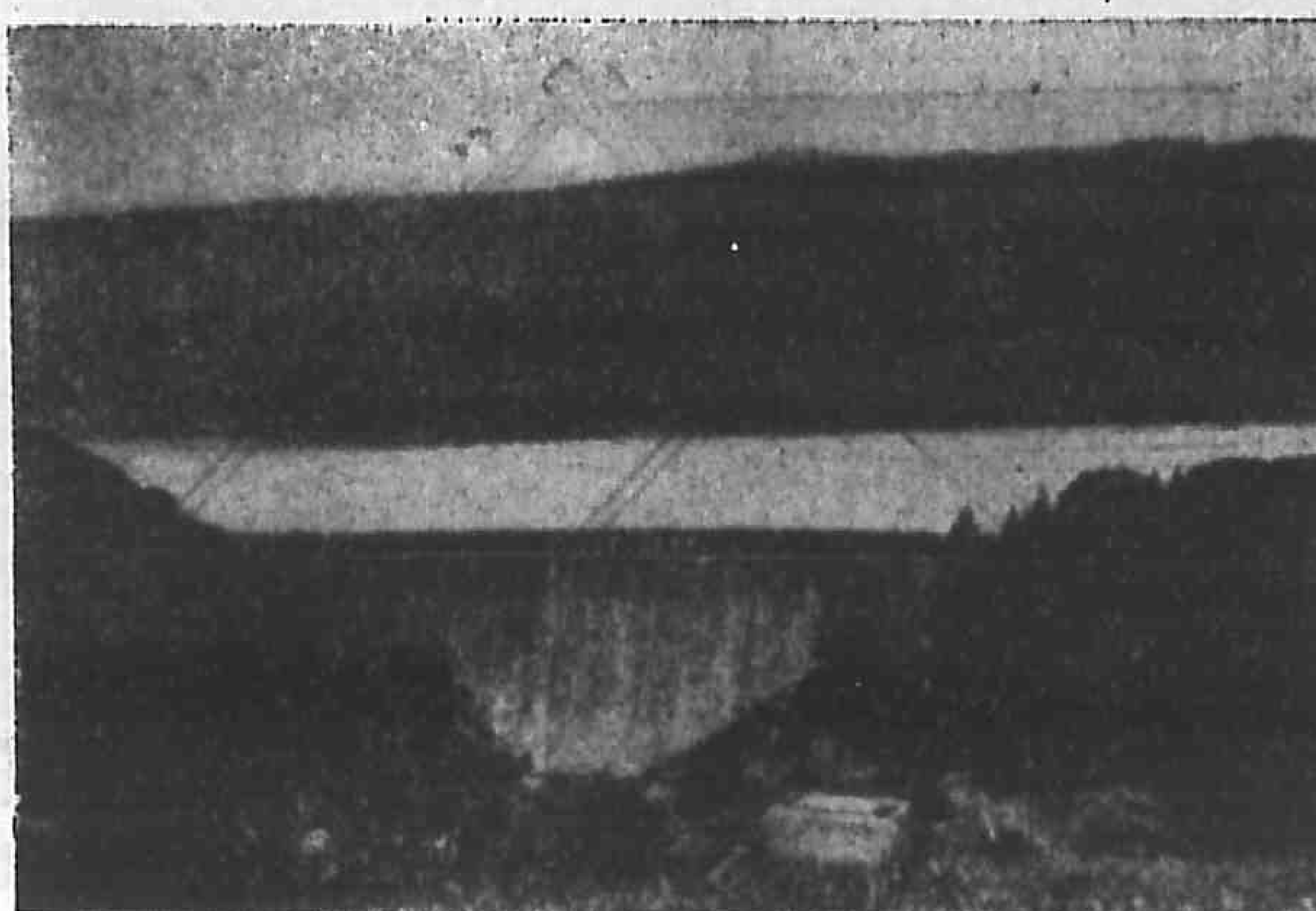


圖 34 在加利福尼亞(California),克利斯塔爾斯普林斯湖(Crystal Springs Lake)的水泥堤.高 145 呎.

形下的.又如 P 作用在小於從 A 至 B 之距離的三分一的一點,則在 A 的壓力強度將更大,而在 B 的壓力強度 p'_B,將與在 A 的符號相反.如是,顯然希望這合壓力是最近於經過中間的一點.如果能除去張應力時,則合壓力必須在三分的中間部分內.因石堤是假定不能受張應力的,所以設計這種堤時,總要使合壓力落在任一截面中間三分之一的部分內.

不但須要把整個堤作這樣一種分析,而且對於任一平面說,要考究這堤之所有部分的穩度.在一切如此的研究中,水的最大高度應當假定出來.但當儲水池空了時的壓力也應當測出,因在這時刻,堤的內面上要受過量的鉛直壓力.

34. 架堤(Framed Dam)——與重力堤相反的是圖 35 所示之架堤,牠的穩度與各個部分的強度攸關.牠由一不透水的

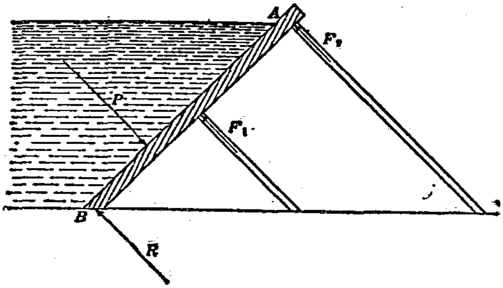


圖 35 架堤

甲板 AB,用支柱,連繫物,或扶柱,沿堤(與圖平面垂直)之某種間隔支撐作成.甲板永遠是傾斜的,這樣則作用在牠上邊的水重,可以使堤體向下,而增加對於滑動的安全因數.

35. 弓形堤(Arch Dam)——在任一邊的壁上能得到穩固支撐力的地方,要築一短而且高的堤,弓形堤是最合適的.這是純用弓形作用,把壓力傳送到任一端的堤基上,來抵禦水壓的一種設計.弓形堤所用的材料,比純重力堤所用的普通少得頗多,但弓形堤的作用,在相當限度內像重力堤.牠的分析不在本書範圍之內.

36. 土堤(Earth Dam)——在適宜的情況下,土堤是很經濟的一種.這樣堤的一個代表截面,可以在圖 36 看到.在上流和下流兩面的斜度,小於所用材料的靜止角(Angle of repose).爲使這類堤不漏水起見,常築一不透水的壁作核心.這核心可以用水泥,或其他材料所作成的一鉛直薄壁,或者如

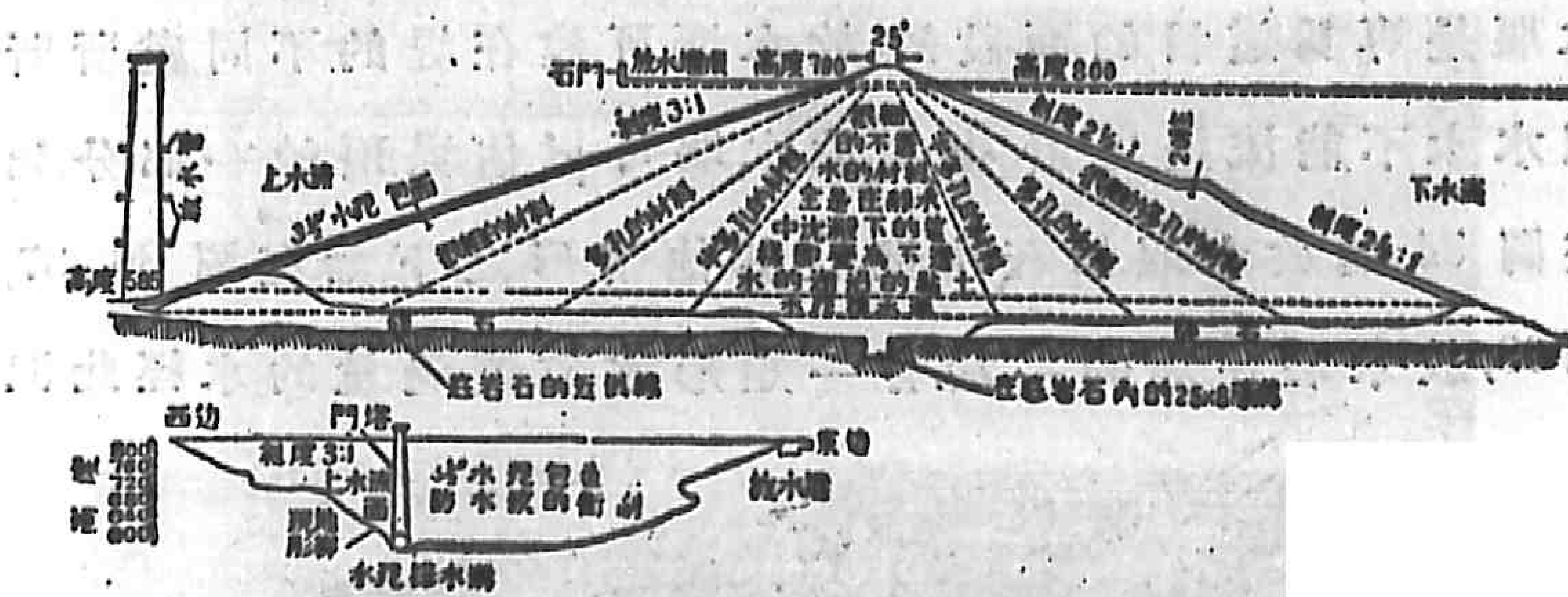


圖 36　卡拉未拉斯(Calaveras)土堤的截面

圖36,鋪一層沉澱在水底下的細土,也可以使牠不滿水.圖38表明在堤中心的水池,這堤就作有這樣的核心.這一類堤無甚數學分析可作.主要的問題是建築及應用材料的細心選擇.

37. 堤工附錄——在大部分的情形下,有時對過量的水必須加以處理,平常卽使牠經過一放水堰(Spillway)流走,放

圖 37　桑安付斯(San Andreas)土堤的上流面.高90呎.

水堰是專爲這目的而設的.放水堰可建在堤的不同處所,所以水永不能流過堤頂.復次,放水堰可以佔堤頂的一部分,如在圖 34 的放水堰即在中間.在其他情形之下,如在圖 36, 37, 和38,放水堰在堤的一端,有一矩形水道讓過量的水經此洩

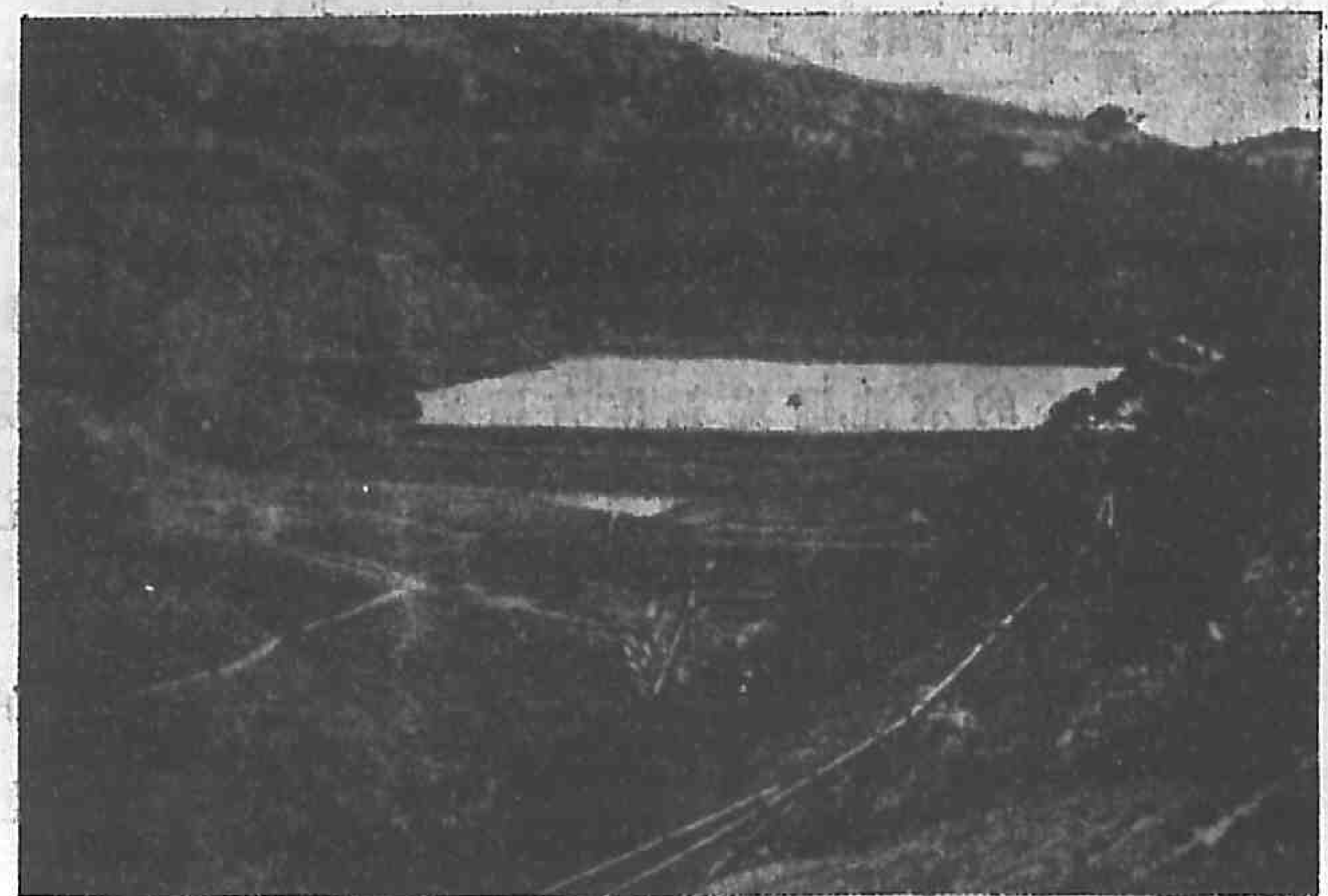


圖 38 未完成的卡拉未拉斯土堤.最高頂將到點線處.
這是世界上最高的土堤.

出.但在圖39可以看到,整個的堤頂是用作放水堰的.此堤又表明爲減小瀑布對於堤踵河床的衝刷而作成之曲面.因爲這一點必須承認,水從堤流下獲有動能,而動能又必須在一種方式下消滅.除非有適當的設備把牠吸收,牠便消費在衝刷堤的本體.

38. 堰板(Flashboards)——用堤儲水,是希望保持最高水面而不致氾濫上流的田地.所以,堤頂在平常情形下高度合宜.

圖 39 在紐約伊薩卡 (Ithaca, N. Y.) 的低堤

在洪水氾濫時便覺太高.為克服此種困難,應用活動的設備,如堰板,活動頂,以及其他各種各樣的名目(圖 40).這些全是為增加堤高而在必要時能撤去的裝置.在幾種情形之下,牠們可以自動開閉,即當水面達到某一定程度時被衝去,或使落至水平位置.其他的樣式,在這時候須用手撤去.待洪水過去而乾燥時季來臨再安置.有幾種是完全自動的,如圖 41所示的斯蒂克尼 (Stickney) 自動堤頂略圖.在這圖內,有二平面 AB 和 BC,牠們係釘在一塊,並能依 B 轉

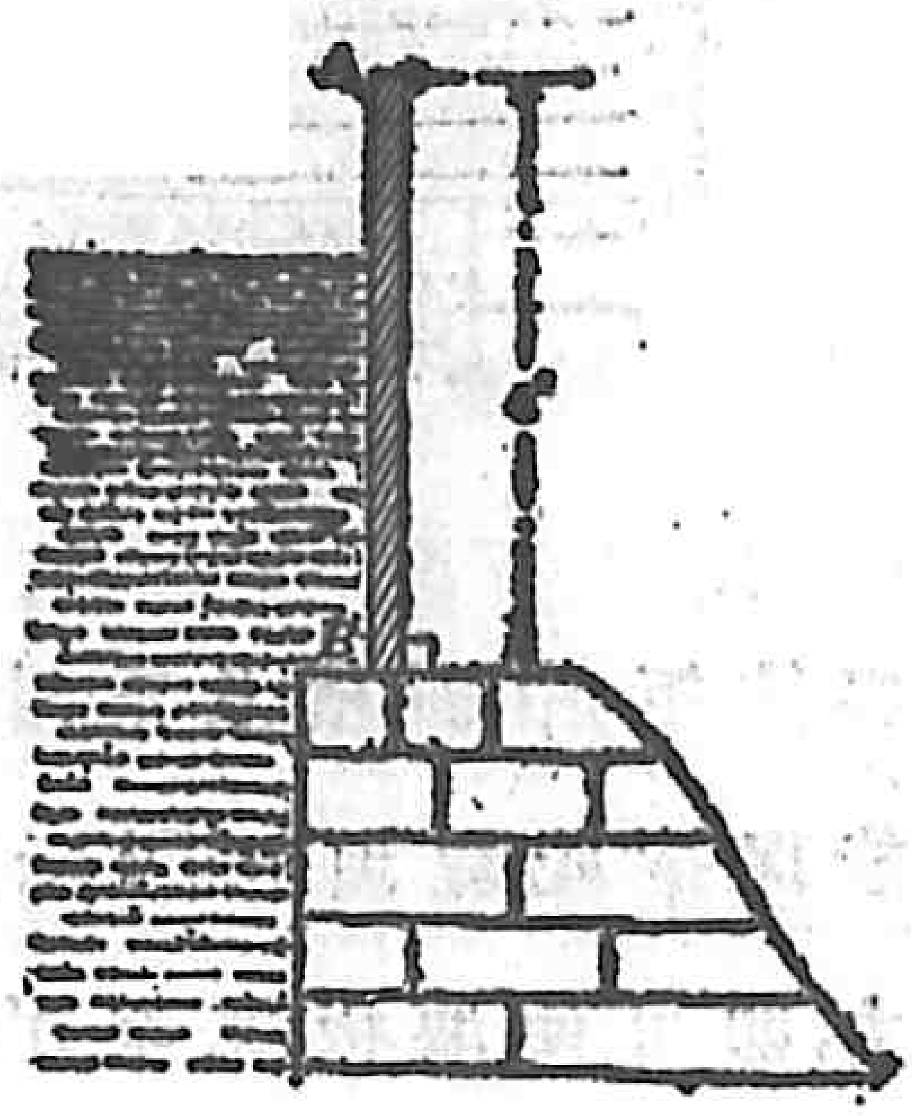


圖 40 堰板

動.在 AB 上的水壓,和堰板的重量以及在 C 之外加重量,有在一方向轉動堰板的傾向,但這種轉動傾向,被在 BC 上的水

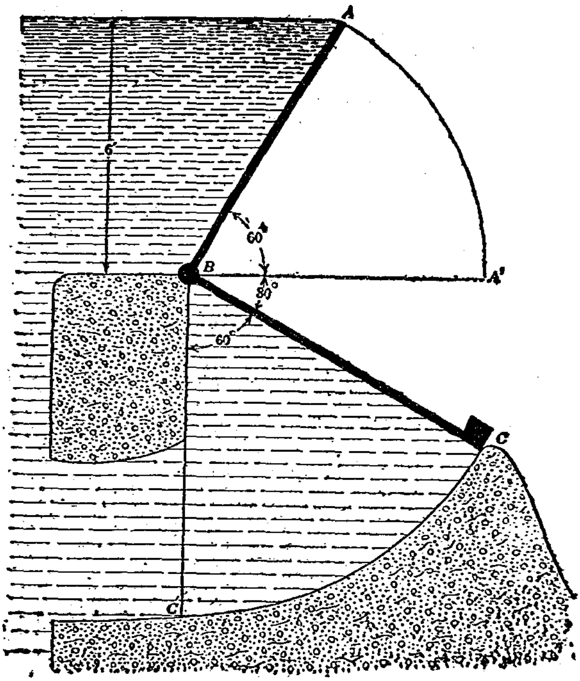


圖 41 自動堤頂

壓抗拒.由面積及重量的一種適當調度,在平面達到A以前,能保持此堤頂在所示之位置.達到A時,於是在AB上的壓力,即可使堰板掉至$A'BC'$位置.因此堤頂便減到B的高度,而洪水便經過堰板BA'傾出,並保持堰板在落下後之位置.但當過量的水流出和水準降到B,或近於B,在BA'上的壓力,不能再抗拒在BC'上的壓力,堤頂便升至原來的位置.

39. 習　　題

48. 求2呎圓門上之合壓力的量和作用點，如圖42所示.

答. 758磅, 4.52呎.

49. 圖43的門AB係依通過B的一軸轉動.如寬4呎，則作用於通過B的軸上以保持這門關閉所需的轉矩(Torque)若干?

答. 19,677呎磅.

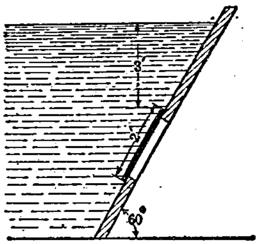


圖 42

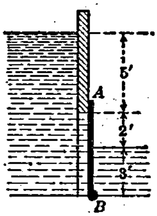


圖 43

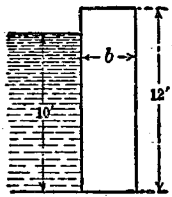


圖 44

50 保持石壁不滑動所需之b——圖44——的值是若干?每立方呎的石重150磅，及摩擦係數等於0.4.這對於推翻能保安全否?如牠對於滑動有一安全因數2，則合水壓力和牠的重量將截堤底於何處?

答. 4.34呎，距堤踵3.67呎.

51. 在圖45所示之架堤，支柱CD沿堤(垂直於圖平面)彼此相距5呎.在每一支柱上有若干的擔負?在A的反作用力

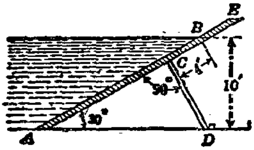


圖 45

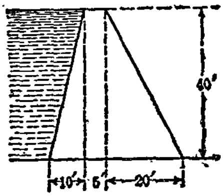


圖 46

有若干?如BE之長度是4呎,及經過E頂端流出的水深是3呎,在支柱上的擔負將若干?

答. 13,030磅, 5×3,630磅, 39,400磅.

52. 假定在圖46之堤,每立方呎重150磅,在堤底無水滲出,及在堤和堤基材料間的摩擦係數是0.6. 就長一呎計算:(a)水壓的水平成分,(b)水壓的鉛直成分,(c)堤重.(d)對滑動安全否?(e)對推翻安全否?(f)合水壓力及堤重截堤底於何處?

答. (f) 距堤踵15.55呎.

第 五 章

流 體 動 態 學

40. 實在情形和理想條件——就純粹力學的觀點,流體動態學這論題是不甚滿意的.這由於須要設出頗多的假設,而在這些假設中,又已知許多是不眞確的.如是,在本書的大部分內,在流動水流的任一截面,所有水的質點是認爲以平行路徑及等速度運動的.此卽如圖47所示,在點O的水質點,

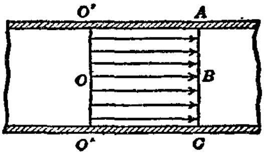


圖 47

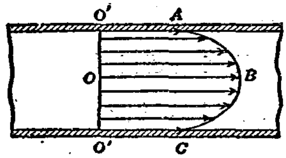


圖 48

沿管軸以速度OB運動.但橫過截面$O'OO'$的其他每一水質點,也是假定以同一速度運動的,於是成速度曲線ABC,在此種情形之下,牠是一條直線.但誰都知道得很清楚,在一管內的眞實速度曲線,與圖48內的ABC相似.在管的中心點O,水質點的速度是OB而在近管壁,則水質點的速度是$O'A$.實驗證明,普通OB約爲$O'A$的二倍,及所有質點的平均速度約爲

0.84 OB. 在我們的計算中,實在所用的即此平均速度,因此我們的結果所根據的速度,只是很少水質所具的,牠們的大部分,不是以較高就是以較低的速度運動.平常對於如圖48的

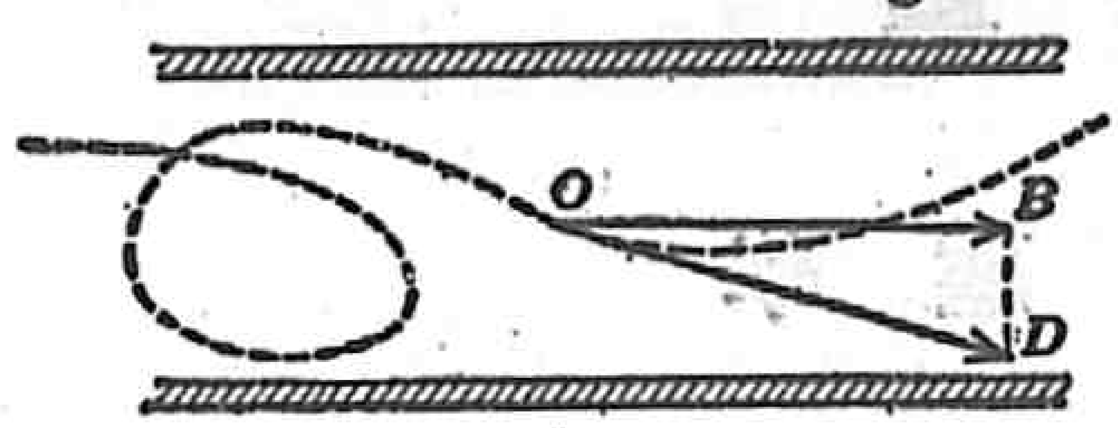


圖 49

實在速度曲線,沒有加以考究的企圖,因為在每一種情形之下,對於牠正確的性質均無把握,假如有的話,代表牠們的方程式,對於實際應用上也是太繁複.

但在圖48內,水的所有質點,曾經認為依與管軸平行的直線運動,這種情形真正發生的時候很少.其實,一已知質點的路徑,如在圖49所示,是很不規則的,且在論及的這一時刻,在 O 點的質點,或許以速度 OD 運動.但在大

圖 50 表示渠表面上之渦旋

部實際問題內,重要的量是OB, OB是眞正速度的並軸成分(Axial component). 如是,普通方程式所使用的量,不僅是一平均速度,而且只是眞正速度的一成分.水不依平行線路流動,且牠的眞正現象,拿風吹羽毛雲的運動來比擬,更覺非常恰當.水成渦旋形的流動,在露天水流表面上常常可以看到,如圖50所示的渠道.在此種特別情景之下,水以尋常速度(每小時約3哩)在相當平滑河床上流動,但表面上仍蓋着一層小的渦旋.

因實在情形與由不完備的理論所假定的理想條件相差頗遠,就能想到這理論不過是可以懸掛實驗結果的一個空骨架而已(註一).

註一 依方才所說的不完備的理論,以及此後對於計算各種經驗因數的正確值所感到的困難,有時便發生這樣的印像:在水力學中,計算結果的可靠性比在工程的其他部分內小得多.但是,實事不是這樣的,在許多計算值內,大概的變更,在幾種情形之下,只不過百分之幾,而在其他情形之下,變程的最大可有值爲最小的二倍,但縱然如此,仍較構造設計內之可能的變更小得多,例如,可以應用的"安全因數"係從六至十.如是,水力工程師設計一水管時,6.0呎直徑便夠需要的容量,儘可定爲5.5呎的直徑.安全因數,如果可以這樣叫的話,根據直徑在這裏只是1.1,或根據面積只是1.21,根據面積是比較合理的.

在一已知例內,含有數接口(Pipe fittings)的一管棧,計算出的摩擦損失是25.2呎,所考究過的共有九個不同的樣本.以後在實驗內所量度的損失是25.6呎.這兩數相差之近,比在每一種情形下所想像到的還小,於是說明計算出的結果,可以很近於眞實.

在任一截面的平均速度(認眞的說卽速度的平均並軸成分),是以截面的總面積除總放出率得到的.卽

$$V=\frac{q}{A}\cdot$$

例 題

53. 實驗指明圖48之速度曲線ABC,近似一半橢圓,及OB約爲$O'A$之二倍.假定實在情形是如此,求平均速度與最大速度之比.(總放出率是$\int VdA$,而此積分的值是立體$O'ABCO$之體積.用底的面積πr^2,除這立體,我們便得平均高度,或者在此種情形之下,卽得平均速度.一橢圓體的體積,是外切圓柱體體積的三分之二.)

答. 0.833.

54. 假定一水流分成五個面積,各面積的値是2.5,2.5,2.0,2.0,和1.0平方呎,同時在每一面積內的速度,可視爲每秒3,3,4,4,和5呎.則總放出率若干?平均速度若干?

答 每秒36立方呎;每秒3.60呎.

41. 臨界速度(Critical Velocity)——流體的單獨質點所走過的路徑,或者假定是牠所走過的路徑,叫作流線(Stream line).如速度很慢,流線實是平行直線,如在圖48內所畫,不過挨近管壁的速度$O'A$是零(註一).但當速度增加時,水流就驟然變爲奔流(Turbulent),如圖49及50所示,此種變更發生時的

註一 在此種情形之下,O'和A卽吻合,曲線ABC是一拋物線,及平均速度是最大速度的0.5.

速度,叫做臨界速度.低於臨界速度的流動,說是"流線"或"黏滯的"流動,而高於臨界速度的流動,即叫作"奔流"或"曲折"的流動.臨界速度的值是流體黏滯性(Viscosity)的函數,而黏滯性是溫度的函數,又是管的大小的函數;管愈大臨界速度愈慢.就平常大小的管,卽工程師所常用的,流體為水時,臨界速度非常慢,牠的值在實際上無關重要(註二).

假如在管內的摩擦損失,用速度的函數作圖,且兩量都用對數的標度,則得圖51之圖形.線OA的斜度是1,而BD的斜度則按照以後所將討論到的情況說,從1.72變至2.區域ABC是一種不穩定的流動,且流動的值在三角形面積內之任何處所,都可找到.此區域指明流動的速度,從流線變至奔流的流動.斜度指明臨界速度以下,水頭的損失與速度的一次方成正比,而在臨界以上,則與V^n成正比,在這裏n可以有1.72至2的變程,管表面粗糙,則臨界速度的值小,並且由於一些擾動因數(Disturbing factor)實在可以降低,但在流線的流動,摩擦損失與表面的性質無關,這一層是可以想到的,因為接觸

註二 在水在68°F的情形下,在$\frac{1}{8}$吋管(實在是0.27吋)內,低臨界速度是每秒0.452呎.在6吋管內則為每秒0.02呎,如是則在實際上毫無重要.但是,著者在卿種種液體經過6吋管線的情形下,臨界速度從用汽油時每秒0.019呎變至用一種黏滯性的燃料油時每秒30.7呎.在黏滯性很大的液體中,流動速度幾乎永遠在臨界速度之下.

表面之流體的速度是零(註一).

42. 穩定流動(Steady Flow)——穩定流動卽在一水流內,任一點的所有條件,對時間保持不變.但不是在任一點的條件須和其他一點的相同.

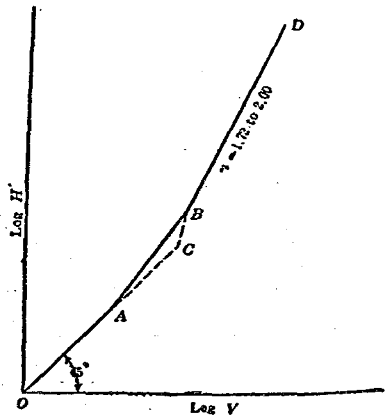


圖 51 速度與水頭損失的關係

不穩定流動,在變化爲時間的函數時的情形下遇到.如是,假定一管線滿盛着流動的水,而在牠的下端,有一活門(Valve)突然被關閉.水的速度被制止到零.在如此的時候,有壓力的脈動發生,這脈動若是很劇烈的話,卽認爲是水衝

註一 就黏滯的流動情形說,在長度 l 內的摩擦損失,可以用以下的方程式代表,卽

$$\Delta p''=0.000668\times U\times l\times V/(d'')^2$$

在這式內,$\Delta p''$ 是以每平方吋的磅數計的壓力降落,U 是水在68°F的黏滯性的值(參看附錄I).在 A 之低級臨界速度的值,如爲商用管可用下式表明:

$$V=0.122\times U/(d''\times s)$$

在這式內,s 是水68°F時的比重.較高臨界速度(在 B)大約是三倍大.增加速度時有沿線 AO 的傾向,而減低速度時則有沿線 BA 的傾向,但小因數可以發生從一線至另一線的陡然移動.

擊(Water hammer).當這樣的變化進行時,流動是不穩定的.復次,假定一活門被打開,使水注入原來空着的一個露天渠道內.當渠道進水的時候,在任一點的水面和速度連續升高,普通卽說,在所有點是變更的.在這樣的變化進行時,流動是不穩定的.但當平衡最終成立時,在任一點的水面,及橫過任一截面之流動速度,便不再時時變更,於是卽形成穩定的流動.

就字面的嚴格意義講,穩定流動在平常工程中很少遇

圖 52 羅斯安哲爾斯(Los Angeles)的水道

到,因爲只在低於臨界速度時才能發生.在臨界以上的所有速度,由於這個質點之不規則的運動,在任一點的流動,便連續發生波動.因爲此種緣故,安在內部有水流動的管上的氣壓計或壓力計器,即連續脈動.另外的證據在圖52可以看到,在水兩邊之黑帶,即因水波動所沾溼的水泥.

就一切實用目的講,在各點之此等輕微波動是不計較的.假如在整個截面內之平均情形,對時間不甚變動,則流動即認爲是穩定的.同時不穩定流動的問題,在實際倒常有研究的價値,特別當論及水力廠之快慢的調整,不過牠們是很難用數學方法來研究的.幸而牠們不像穩定流動之較簡單問題的普通.本書的大部分從事於後種的探討.

43. 放出率(Rate of Discharge)——橫過任一截面,每單位時間流過之水的體積,即叫作放出率.這名詞不要和速度弄混了,因爲這是水流的截面積與橫過這截面的流動速度之乘積.牠可以用種種單位來表示,如每分的立方呎數,每日的加侖數等等,依各界的習慣而定.在呎磅秒的單位制度下,如本書內所應用的,自然將用每秒的立方呎數.此種單位常叫作"秒呎",爲簡便起見,即寫作"sec. ft."(註一).

44. 連續性方程式(Equation of Continuity)——在圖54,假使流動是穩定的,那麼,顯然在任何二截面,如(1)與(2)之間,

註一 在印度之灌漑工作中,名詞"cusec"曾被採用作此種放出率的單位.

水的體積必須保持不變,因此,水在(1)流入的速率,必須等於水在(2)流出的速率,否則在這二截面間的含水量便有變更如是就穩定流動可以說: $q_1=q_2$.

假如流動不是穩定的,這結論就不一定眞確.因爲假定在(1)前邊有一門被關閉,把在(1)之水流截斷,則經過(2),水仍將流動一個時間,雖則所流過的水是儲存在這二截面間的.所以在不穩定流動的情形下,在任一距離內之體積是變更的,連續性方程式卽不能適用.

就穩定流動敍述連續性方程式是:

$$q=A_1V_1=A_2V_2=\cdots\cdots=AV=\text{常數}. \tag{21}$$

此方程式證實: 拿"放出率"來代表橫過任一截面之流動率是適當的,縱使這截面是在長管的中間,或在河的某一點.因在最末一點,管和水流按這字的普通意義說實是放水的.而在此點之放出率,如果流動是穩定的,卽等於在這水流之一切截面的體積流動率.

普通又可以看到:

$$W=wq=wAV=\text{常數}$$

這是根據重量而不是根據體積放出率.

例 題

55. 圖53,在A和C間的這一部分的管,是以O爲頂的一正直圓錐體之截體.如放出率爲每秒10立方呎,求在A, B,及C處之速度.普通假如x代表距O之距離,可以證明$Vx^2=$常數,

並求出用q及圓錐角a所表示之常數的值.

答. 每秒51, 12.75, 3.18呎.

56. 如圖50所示之運河,是14.5呎寬和4.2呎深.如水的速度爲每時3.5哩,求放出率.這同樣的水流經一水管,卽圖206所示,水管的直徑是52吋,於是經過四個管嘴洩出,水注的直徑是近似7吋.速度爲若干?

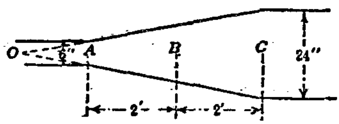


圖 53

答. 每秒313立方呎,每秒2.1.2及292呎.

45. **穩定流動之普通方程式**——在穩定流動情形之下,我們可以推出一很有用的方程式,卽普通所說的柏努利定理,以紀念丹尼爾柏努利(Daniel Bernoulli),這定理是他在1738年所提出的,我們將利用功與動能(Work and kinetic energy)的原理,並假定有以下各條件:

(a) 流動是穩定的.

(b) 流體是不可壓縮的.

(c) 橫過任一截面之速度是相等的.

在圖54內,設M和N是在穩定流動下之一線流水(A filament of a stream)的任意二截面.假定在一無限短時間內,質點分別經過M和N運動至M'和N'.在M和M'間的壓力,高度,速度,以及截面積,分別用p_1, z_1, V_1, 和A_1代表,同時在N和N'截面間的,便分別是p_2, z_2, V_2和A_2.因流動是穩定的,且流體

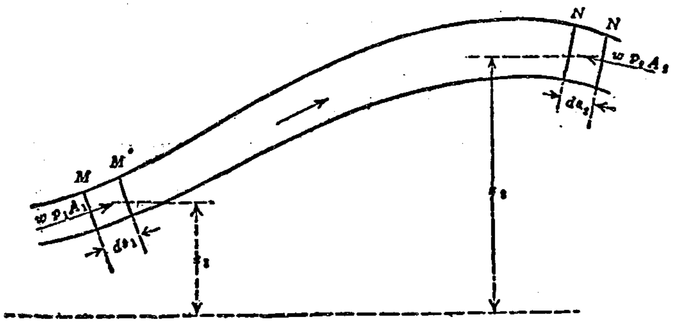


圖 54

是不可壓縮的,所以在任何時間內,經過 M 和 N 之水的體積必相等,卽 $A_1ds_1=A_2\cdot ds_2$.

按功與動能之原理,當在 M 和 N 間之體積,運動至 M' 和 N' 間的時候,對於這體積所作之純功,等於牠的動能的相應變更.對於所考究的體積所作之純功,是以下三部分之總和,卽:(1) 由垂直流線外表面之壓力所作的功;(2) 由重力所作的功;(3) 由摩擦力所作的功.

在第一項內,只須考究由在兩端的截面上之壓力所作的功卽可,因爲在邊上的壓力是不作功的.在 M 和 N 的壓力,分別是 wp_1A_1 和 wp_2A_2,而牠們的作用點在牠們的作用方向所生之位變,分別是 ds_1 和 $-ds_2$.因此由這二力所作的純功是 $wp_1A_1ds_1-wp_2A_2ds_2$.

因流線在 M' 和 N 間的這部分,重心的位置保持不變,在這時間內由重力所作的純功,等於將體積爲 A_1ds_1 的水從 z_1

的高度移至z_2的高度所作之功.如是則由重力所作的純功爲$wA_1 ds_1(z_1-z_2)$.

由摩擦所作的功暫時不記.

因爲如果這流動是穩定時,在M'和N間的這部分水的動能便保持不變,所以動能的全部變更,是在N和N'間與M和M'間的這兩部分動能之差;即

$$wA_2ds_2\frac{V_2^2}{2g}-wA_1ds_1\frac{V_1^2}{2g}.$$

把所有功與能的項目合併在一個方程式內,因$A_1ds_1=A_2ds_2$,則

$$wA_1ds_1(p_1-p_2+z_1-z_2)=wA_1ds_1\frac{V_2^2-V_1^2}{2g} \tag{22}$$

用wA_1ds_1除兩端再加以排列,即得

$$p_1+z_1+\frac{V_1^2}{2g}=p_2+z_2+\frac{V_2^2}{2g} \tag{23}$$

此即柏努利的定理,但因一切實在流體是黏滯的,要想得無流體摩擦的流動便不可能,所以永遠應當加上一項,來代表變成熱的能量,這種能量是損失的.

計算此種能量損失的方法,將在以後各部分討論.目下便以H'來代表牠於是能量之普通方程式,可以寫出如下:

$$p_1+z_1+\frac{V_1^2}{2g}-H'=p_2+z_2+\frac{V_2^2}{2g}. \tag{24}$$

在這式內,H'代表在所考究的二截面間所損失之能量.

由是可以看到,在水流的任一區域都含有三種量——壓力,高度,和速度,速度爲$V^2/2g$.此三項的和用一單獨記號來代表頗爲方便,普通卽爲:

$$H=p+z+\frac{V^2}{2g}. \tag{25}$$

應用此種較簡略的記號法,方程式(24)可以寫作

$$H_1-H'=H_2. \tag{26}$$

因H'永遠是正量,H_2必須永遠小於H_1.如是H的值在流動方向必須連續減小,除非能從一外能源得到能量,唧筒就是外能源的例子(註一).

46. **水頭與能量**——在前節內,在方程式(22)中之每一項,都代表能量或與能量相等的功.wA_1ds_1——此量被消去才得方程式(23)——代表重量.如是在方程式(23)內,各項都代表水的每單位重量之能量.

所以,一流動水流,經過任何區域時,每單位重量內均攜有能量,這能量可以用H來代表,像由方程式(25)所決定的.這可以叫作水的每單位重量之總能,或者簡稱總水頭(Total head).在英美的單位制度下,牠代表水的每磅之呎磅,並且當用水頭作能量之一種量度時,是用直線單位表示的.同樣,在方程式(25)內之各種能量,都可以用直線因次(Dimension)來代表.

註一 在此種情形之下,要想表示所得的能量,應於方程式(26)內,加入以後各章內所見的一種另外的因數.

p 代表用水的呎數所表示之壓力強度. 牠卽叫做壓頭 (Pressure head).

當分析在 V 和 g 內所包含之單位時,可以看到, $V^2/2g$ 也能變成一直線的量. 等於 $V^2/2g$ 之直線距離,是一物體在眞空內,從靜止落下將獲得此特定速度時所經過之距離. 在許多情形下,牠是一純粹人工假想的量,在這量內,沒有能看到的實在高度來作牠的値的任何指示. 如 m 表示質量及 G 表示重量,於是 $m=G/g$, 而動能 $mV^2/2$ 可以用 $GV^2/2g$ 來代表. 如是, $V^2/2g$ 代表每單位水重的動能而叫做速頭(Velocity head).

方才所敍述之能量的三種形式,彼此可以互變或變成機械功. 如是,在壓力,高度,或速度中之任一種(或者其中任兩種),可以在流動方向加增,但至少在其他水頭中,必須有一項減少以補償. 又由於摩擦的損失,這三項的總和,在流動方向必須連續減小.

因方程式 (24) 內的一切其他項目,用直線單位,顯然 H' 一定也可以用一直線因次來表示. 牠代表在一水流內,在二點間,每單位重量之能量的損失,於是叫作損頭(Lost head).

能量之此種損失,第一因有用的能量變爲渦旋和奔流之動能,這與用 $V^2/2g$ 所代表之移動的動能是兩件事. 奔流的動能,不能回變成以前所說三種形式之任一種,也不能變成機械功.因在相鄰質點間,及在質點與水流界面間的摩擦,牠最後變爲熱能. 此熱能不能供作任何有用的用途,且最後

卽由輻射方式損失.到現在所論及的結果,無論奔流的動能與此種熱能存在,或者都輻射出去,在實質上是毫無關係的.

就損頭的此種論點而言,可以寫作:

$$H_1 = H_2 + H'$$

並且可以說,在截面(2)之總水頭或總能量和在截面(1)的相等,但這被分作兩部分;H_2代表有用的能量,而H'代表不能用的能量.在(1)和(2)間,惟一能從這系統損失的能量,是由於熱能之輻射.

例　　題

57. 假定圖55是一部分靜止的水,所以無水頭之損失,那麼在$A,B,C,$及D之壓頭的值是若干?高頭(Elevation head)之

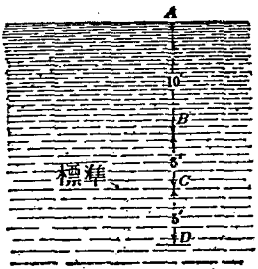


圖 55

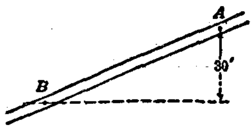


圖 56

值是若干?在此四點之有效水頭的值又是若干?

58. 在圖56,點A比點B高30呎,假定這管之直徑是相等的,如在A之壓力是每平方吋20磅,及在B之壓力是每平方

吋 40 磅,則水將向何方向流動?在這二點間之損頭若干?倘若反向流動,放出率及在 B 之壓力保持不變,則在 A 之壓力將若干?

答. $H'=16.2$ 呎, $P_A=78.4$ 呎.

59. 在圖57,假定從 A 至 C,每秒流過 8 立方呎的水,暫定從 A 至 B 之水頭損失等於 $0.001V_B^2$, 及一等量的損失在 B 和 C 間發生.如在 B 之壓頭是 2 呎,則在 A 和 C 之流體壓力計管內的水將升至何種高度?

答. 139.8 呎, 122.59 呎.

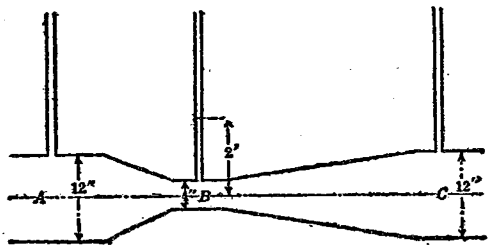


圖 57

47. 水頭及功率—— 因水頭可以說是代表每磅水的能量,並因功率是按時間計算所耗費的能量,於是水頭也一定代表每秒每磅水的功率.如是,倘每秒有 W 磅水可供利用,及總水頭是 H,則功率以每秒之呎磅計是

$$P=WH. \tag{27}$$

要想證明前式之應用,假定一湖的表面高出一動力廠

之位置500呎,而這湖每秒能供給200立方呎水.要求其可利用之功率(註一).此卽 $P=62.4\times200\times500=6,240,000$ 呎磅每秒.又一水注以每秒120呎之速度,每秒洩水50磅,可利用之馬力將若干?總水頭是 $120^2/2g=231$ 呎.馬力 $=50\times231/550=21$.

例 題

60. 一不受一切壓力之水注,直徑是7吋,並有一每秒250呎的速度.則其所含馬力若干?

答. 7,390馬力.

61. 一管線從一湖吸水而洩至一動力廠,這動力廠位於湖表面下500呎.水以六吋直徑的水注,每秒170呎之速度輸出,而不受一切壓力之妨礙(除去大氣壓不計).在管線內所損失之馬力是若干?

答. 18.9馬力.

48. 水壓梯度(Hydraulic Gradient)——如圖85,若於點 B 安一液體壓力計管,在管內的水將升至高度 BB',這高度等於在該點所存在之壓頭.倘水管的下端是封閉的,於是流動便不能發生,則此水柱的高度顯然將為 BM.從 M 至 B' 的降

註一 常見的式子"功率=力量×速度",此處不能應用,因為在此種情形之下,這些因數都無甚物理的意義,在一水注的情形下,此種關係也不能應用,因為由水注所生之力量的值,視其衝擊到一物體上所發生之情形而定.而力之作用點的速度,卽被水利用之物體的速度,在此實例內是不知道的.水注之可利用的功率,與功率之轉變為何種形式無關.

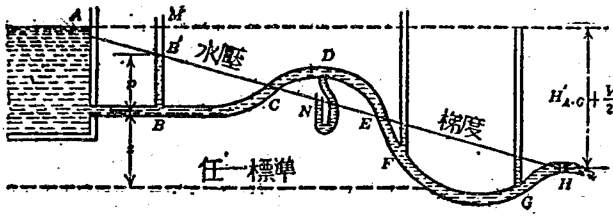


圖 58

落,在流動發生時出現,致此降落的因素有二:其中之一,是壓力的一部分,曾變為在點 B 的水的速頭,其他則為在 A 和 B 間的摩擦所損失之水頭.

假如沿這管線裝上一串水壓計管,在牠們裏邊的水便升至各種水準.過這樣一串想像水柱的頂作一線,即叫做水壓梯度線 (Hydraulic grade line) 或水壓梯度.可以看到,此線是沿管的壓力變化之一種指示.如是,在任一點,從管線至水壓梯度之鉛直距離,即在該點的壓力.因在 C 此種距離是零,由是知在 C 的壓力是大氣壓.而在 D,這線在管下,指明在問題內的此點,壓力在大氣壓以下,並等於 $-DN$.作水壓梯度的利益,是沿一管線,牠可以給出壓力變化的一種明白圖示.又在實際應用上,一計劃中的管線輪廓,應當按標度畫出.於是只計算幾點便能把水壓梯度作出,而由此所有在點的壓力即能容易的量度出來.

從水壓梯度至在 A 之水準鉛直距離,代表 $H'+V^2/2g$.因是水壓梯度之位置,與管線的位置無關.所以在作這梯度時,

毋須常將多數點的壓力計算出來.代替的方法,即在正常水平線下取鉛直距離,來代表 $H'+V^2/2g$ 的值,此種手續常覺便當.普通僅測定幾點就夠用,而且常常只測定兩點,即兩端的兩點.例如,圖58代表按標度所畫的一等直徑管線之輪廓,則水壓梯度容易畫出如下.在這管的進水口,在水表面的水準下,將有一種降落,這降落應當取一段等於 $V^2/2g$ 加進口損失(註一)之和的鉛直距離來代替.在 H,計器壓力等於零,因此梯度必須經過管端.在所示情形之下,水壓梯度實際是一直線,所以從這兩點可以立刻畫出.其他點的位置,如 B',倘若需要時可以計算出來.在長管線中,速度較慢,在進口的梯度之降落很小,因此,若欲進水口的水表面至管的下端作一直線當作梯度,則誤差是很細微的.

水壓梯度不必須是一直線.就一等直徑管,僅當管本身是直管時,梯度才是一直線.如管是等直徑的,則沿管長的水壓梯度之降落,是水頭損失的一種量度,而此種損失,僅當圖中之水平距離與管的實在長度成比例時,牠才與水平距離成比例.但就平常的曲度,水梯壓度便不是一直線,不過相差也很少.假如除去由平常的管摩擦所損失之水頭外,再有損失,當然梯度內便有陡然的降落發生,而由直徑的改變所生之速頭的任何變更,完全影響水壓梯度.

可以看到,倘速頭是不變的,則在任二點間之水壓梯度

註一 此種以及其他情形,在第七章有比較詳細的敍述.

的降落,是在該二點間水頭損失的一種量度.而梯度線之斜度是損失率的一種量度.如是,在圖59,損失率在大管內比在小管內少得很多.如速度變更,水壓梯度實能在流動方向上升,這在圖59與60可以看到.在其他情形下,水壓梯度的另外說明,可參看第七與第八章.

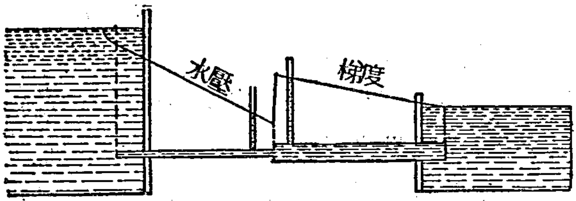


圖 59

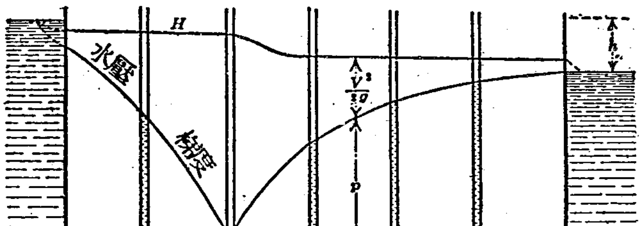


圖 60

牠有時不僅把壓頭的變更表示出來,而且把總水頭的變更也表示出來,這是有用的.假如暫定一任意標準平面,從牠至管內任一點的鉛直距離,代表該點之高頭.而從此點至

水壓梯度的鉛直距離,代表壓頭,因此從標準平面至水壓梯度的鉛直距離,代表壓頭加高頭之總和.如將速頭加上,即得一曲線,如圖60所示,這曲線的縱矩代表總水頭或能量.並且,與在水壓梯度的情形下一樣,此總水頭曲線的位置,與管的位置無關,可從一水平線下,取等於水頭損失值的鉛直距離作圖.特別所示出的一個,是從著者所作的實驗畫出的,證明水頭的主要損失,發生在剛過最小直徑截面之發散部分.在二水池間之水頭的總損失是 h, 進水口與洩水口的兩項損失,在這裏也表示出來.

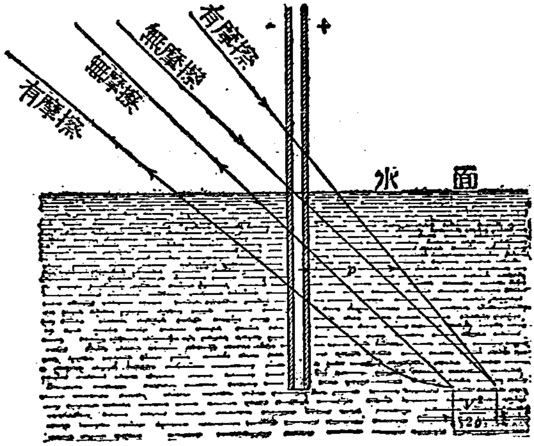


圖 61 有兩方向流動的鉛直管內之壓力梯度

如圖60所示,例如水壓梯度,又稱壓力梯度,可以下降或上升,但曲線 H 又稱總能量梯度,在流動方向必須連續下降,

除非從某外能源得到能量.

可見在一切情形之下,水壓梯度代表自由表面,如果能保持流動的同一條件.

圖61表示在一鉛直管內於不同流動條件下的壓力梯度.大於大氣壓的壓力從管的中心線向右取橫距離代表,而小於大氣壓的壓力向左.可以看到,在管內任一點,當流動向下時比向上壓力較大,在前種情形下,因有摩擦而壓力增加,同時在後種情形下則減小.

例 題

62. 設圖62代表一等直徑管線的外形,這管從一儲水池A吸水,橫越一谷C,而在E自由放於空氣內,AB, BC, CD, 和DE之長度各等於1,000呎.AB和DE都是水平的,並在同一水平面內.在本書內的說明圖,是按標度作的.假如水平和鉛直

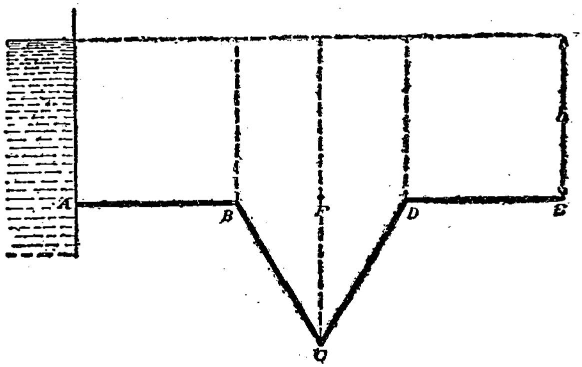


圖 62

的標度,都是1吋 =1,000 呎,所以 h=1,000 呎.姑認水壓梯度是從 A 正上邊之水表面起始作的,且水頭之損失與管的長度成正比,試按比例計算在 AB 和 DE 內水頭之損失.作水壓梯度並求在 B, C,和 D 之壓力的值.

答 壓力 =750, 1,367, 及 250 呎.

63. 在前題內,鉛直和水平都用同一標度,所以一切因次都是牠們的眞實比例.如是,BC 的長度是1吋,而角 FBC 是60度,這角度即管之眞實斜度.在大部分的情形下,水平距離比鉛直因次大得太多,以致必須用不同的標度.如假定圖62之水平標度,是1吋 =1,000 呎,但鉛直標度是1吋 =100 呎,於是 h=100 呎,那末按以前的標度作圖便無意義.用這些標度,距離 BF 代表 $0.5\times1000=500$ 呎,但距離 $CF=0.866\times100=8.66$ 呎.因是距離 BC——代表1,000 呎管——用兩種標度都不能量度,所以只水平或鉛直距離能從這樣的圖形量度出來.假如應用這些標度,和 h=100 呎,把前題所用之手續重演一下.則在此種情形之下,BC 之眞實斜度是若干?

答 9度50分.

49. 對於能量方程式之進一步的討論——在以平行直線,等速度及無摩擦流動的理想水流中,在無論任何二點間,柏努利的定理是可以應用的,因爲總水頭或能量在整個水流內不變.但在實際情形之下,有能量的損失,並且流動的情形是像在40節所敍述的,能量的普通方程式即當在同一流

線之二點間寫出,所以水的一質點,可以認爲從這二點中之一點流至另一點內(註一).在相鄰流線的二點間,和在不同水道之二各别水流間,這方程式是一樣不能應用的.

實際應用這普通方程式時,平常只考究整個水流,而不考究流線,因此所觀察的是整個截面之平均速度與平均水頭.但水流的數截面的平均水頭,即認爲與同一水流之其他數截面的平均水頭相等.

在考究一整個水流,而不考究一單獨流線時,每單位時間之動能即暫定爲$WV^2/2g$,在這裏V是平均速度,嚴格的說,這是不眞實的,因爲如果在這截面中,一點與一點的速度不同,這動能即爲所有各個質點的動能之總和.試考究一元面積dA,經過牠的流動便是$wV'dA$,在這裏V'是在所考究的這點之眞實速度.元水流之動能將等於$wV'^3dA/2g$.因此整個水流的總動能爲:

$$\frac{w}{2g}\int V'^3dA. \tag{28}$$

假如這速度是不變的,此式便變作$wV^3A/2g=WV^2/2g$,因爲在每一點之眞實速度,是這截面的平均速度.但實在講起來,在這截面內的速度是要變更一些的,因此方程式(28)即給出

註一 僅在低於臨界速度時,實在流線才能出現.在奔流流動時,一單獨質點所經過的流線很不規則,而且普通是不知道的.但是,在限度以內,爲幫助理論上的分析,可以假定好像有實在流線的路徑存在,因爲實際應用的結果常從這裏得到.

眞實動能.如在這整個截面內,V'之變化律是已知時,則此積分的值卽能算出,但在任一種實例中,如此得到之動能,是大於由用平均速度所計算出來的.如是,假定在一圓形管中心之速度是近管壁的二倍,而速度曲線是一半橢圓,那麽,眞實動能便是根據平均速度所計算的 1.06 倍.幸而在實際所遇的重要情形之下,這差異是不大的.在一良好管嘴所噴出的水流中,速度的變更小,這差異僅約爲百分之一.方程式(24)的正確應用,須先加入一些因數,才可以使根據平均速度所得之速頭有一正確價值.但假如在截面(1)和(2)的速度曲線相似,及速度的值也相同,則兩方所發生的誤差,可以近於互相抵消.所以在眞實動能與根據平均速度所計算之動能間,習慣是不須作此區別的.

橫過在一直水道內流動的水流截面之任一水平直徑,其壓頭是不變的,或者至少變更非常輕微,頗難測得任何與此規律不適合的區別(註一).在任一鉛直線內,壓力與高度成比例.如是在這截面內,一切點的高與壓頭之總和是不變的.但,水道中心之速度,高於挨近界壁的速度,這是已知的,所以這便引出在中心之總能量大於在近壁的之結論.這是實事,因柏努利的定理在實在情形之下,不應當應用於相鄰的流線,所以這裏不能正確明言能量應當相等.又假如認爲質點

註一 在流經一拐彎處,離心作用造成壓力的不相等,但我們在這裏不討論.

本身是保持在眞實平行流線的話,於是倘若所有質點以同一能量的含量從某源泉出發,因摩擦作用,則在鄰近界面的損失比在中心的較多.

但是,在奔流流動的任一距離內,不能有這樣的平行流線,而質點從水流的界面流至中心,又重復流回,也是已知的實情.如是質點向中心流動的當兒,似乎要獲得能量,但這完全是不能的.質點可以認爲在彼此間能來回傳遞能量,所以一質點可以獲得或失去能量,因爲蜿蜒的流動和渦旋的運動,使牠在橫經水流方向來回流動.但整個的說起來,這水流是繼續失去能量的.

在利用能量之普通方程式時,顯然只包含二截面的高度差異.因此標準平面可以選擇在任一任意高度.但當須要計算可利用之能量或功率時,標準平面必須選擇在一確定位置,這位置卽打算利用這能量或功率的地方.同理可以只考究在二截面之壓力差異,所考究的爲計器或絕對壓力並無關係,因爲大氣壓將在方程式的兩端出現而互相消去.大部分問題的解明,與氣壓計壓力無關(註一),但在高處當論及

註一　此種情形的一個例外,是當壓力在大氣壓下,而接近水的汽壓時之極限情況,在這種情形下,必須用絕對單位表示.平常,水的物理性質不像氣體或蒸汽,在相當限度內是壓力的函數,因此在水力學內,不必如在熱力學中一般考究其絕對壓力.但在此種最小壓力下,水有變爲蒸汽的傾向,所以卽把目標引至另一領域.以上敍述的另一例外是,當水從一水門流下至一高水頭動力廠.在管線兩端的氣壓計壓力於是便相差得可觀,但此種差異與實在壓力相較仍可忽視的.

能量或功率時,須要考究到量度壓力的標準,因這壓力至少不能小於大氣壓,所以就大部分的情形說,大氣壓是一合適的標準.因此又證實計器壓力的適於應用.

例題

64. 假定在一矩形水流內的任一深度處,從一邊至另一邊之水的速度相等,但從頂至底卽與深度成反比.倘在頂上的速度是在底下的二倍,求每單位時間,經過一截面的眞正動能,與根據平均速度所計算的動能之比.

答. 1.11.

50. 普通方程式之應用——解明流體動態學的問題,有兩個基本方程式可供應用,這兩個方程式是:連續性方程式(21)與穩定流動之普通方程式(24),後面這個方程式,卽普通所說的柏努利定理.在大部分的情形下,可用以下步驟:

1. 過任一適宜點選一標準平面.

2. 標出在某某截面之速度是已知的或假定的.假如在任一點的截面比其他各處的較大,則速度便非常小,速頭卽可忽視不計.

3. 標出在某某點之壓力是已知的或假定的.在一靜止自由表面的一部分水內,每一點之壓力都是已知的.在一水注內之壓力,與在環繞水注之介質內的相等.

4. 標出是否有一,壓力,高度,和速度三項都是已知的點.

5. 標出是否有一只具一未知量的點.

普通在分別滿足條件 (4) 和 (5) 的二點間,能寫出方程式 (24). 於是就這方程式可以解出一未知量. 倘若須要有兩個未知量,於是方程式 (24) 與方程式 (21) 必須當作聯立方程式解明. 由以下的實用,這步驟可以明白的顯示出來:

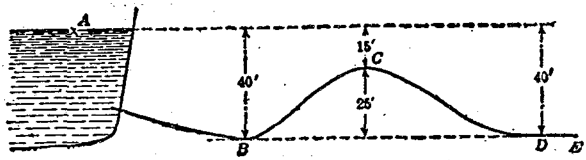


圖 63

在圖 63, 水從儲水池 A 經過六吋直徑的管 BCD 流動. 自由洩至空氣內之水流的直徑在 E 是 3 吋. 姑認在管內任一長度內,由摩擦所損失的水頭,可以拿 $H'=kV^2/2g$ 來代表,在這式內的 k 視管長和其他因數而定,其他因數以後將說明. 假定這管的粗糙性及在各點間之長度,從儲水池至 B, 從 B 至 C, 從 C 至 D, 及從 D 至 E, 使 k 的值分別為 2, 4, 4, 和 1, 或者在整個管內的總損失是 $11V^2/2g$. 設當流動發生時,求在 C 處的壓力.

在 C 處的壓力和速度都是未知,所以方程式 (24) 不能立即應用,因為一方程式只能決定一個未知數,於是按所提出的步驟來作. 一標準平面的位置對於這問題之解明是沒有關係的,但普通為方便計,總是使牠經過圖中的最低點,以免 z 有負值出現. 所以假定一標準平面經過 E, 在儲水池內

速度可以忽視,因爲牠的面積與管的面積相較很大.在水表面上的一點A之壓力是大氣壓.如是無論大氣之壓力如何,牠的效應能彼此互相抵消是容易證明的,所以都可忽視.因此在點A各種量全是已知,而在E之速頭是惟一的未知量.

應用方程式(24),或與牠相等的方程式(26),於A和E之兩點間.找着

$$H_A=0+40+0$$

$$H_E=0+0+\frac{V'^2}{2g}$$

$$H'_{A-E}=11\frac{V^2}{2g}.$$

現在V'是在E之水注的速度,而V是管內的速度,但由方程式(21),兩者可以互相代替.(在此種情形之下,很少有計算面積之必要.用面積之比又省事又正確,面積之比卽直徑平方之比.)現在$V'=AV/A'$,在這式內A'是水注的面積.但$A/A'=(6/3)^2=2^2=4$.因此$V'=4V$,卽$V'^2=16V^2$.用V代V'再代入方程式(26),卽得

$$40-\frac{11V^2}{2g}=\frac{16V^2}{2g}.$$

如是$V^2/2g=40/27=1.48$呎.在C之未知數現已決定.

其次,方程式(26)可以應用於C和A或E間,因爲H的值在後兩點之任一點是已知.在C之有效水頭的值,是$H=p+25+1.48$,而$H'_{A-C}=6V^2/2g=6\times1.48=8.88$呎.現在從方程式(26)

$$40-8.88=H_c=p+26.48.$$

因此

$$p=4.64 \text{ 呎.}$$

如果要知道放出率，這也很容易找出。因 $V^2/2g=1.48$ $V=\sqrt{2g\times1.48}=8.025\sqrt{1.48}=9.78$ 呎每秒。因此 $q=0.196\times9.78$ $=1.92$ 立方呎每秒.

把速頭 $V^2/2g$ 當作一單獨量看待，計算時不變動而最後求出牠的值，比在解明的起始，即把 $2g$ 之數值代入，常較便當。如果需要的話，速度可以從 $V^2/2g$ 找着如上所示，但是與求在 C 之壓力相仿，常需要 $V^2/2g$ 的值而不是 V 的值.

例 題

65. 計算圖63在 B 和 D 之壓力.

答. 35.6, 23.7 呎.

66. 假定圖63除在 C 之直徑以外，所有其他之數據都不變。倘在 C 有20吋汞高的眞空，則此直徑將如何?

答. 2.86 吋.

67. 假定圖63在 C 之直徑仍爲6吋，而除去 C 之高度以外，所有其他數據都不變，要想產生20吋汞高的眞空，C 能擱在 E 上若干高?

答. 52.24 呎.

51. 習 題

68. 在圖64所示之虹吸管 (Siphon), 從進水口至 B 之水

頭損失是 4 呎,及從 B 至管的放水口是 3 呎,假如這是一 6 吋等直徑管,求放出率及壓頭.

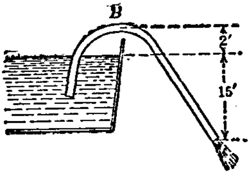


圖 64

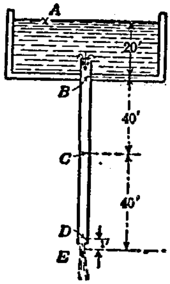


圖 65

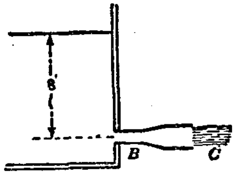


圖 66

答. $p = -14$ 呎.

69. 在圖 65 之管的直徑是 4 吋,而在 E 放至空氣內的水流是 3 吋.忽視所有能量之損失,則在 $B, C,$ 及 D 之壓力是若干?(姑認在點 A 之速度是可以忽視的)

答. $-12.6,\ 27.4,\ 67.4$ 呎.

70. 在圖 66, B 處之直徑是 1 吋,而在 C 之水流的直徑是 1.5 吋.姑認無摩擦損失,在 B 之速度和壓力的值是若干?

答. 每秒 51.1 呎, -32.56 呎.

71. 如圖 66 之水頭是 6 呎而不是 8 呎,則在 B 之速度和壓力將為若干?假如這管在 B 被截斷,則放出率與這樣所得的值之比是若干?

答. 每秒 44.2 呎, -24.42 呎, 2.25.

72. 如圖66內之水頭是6呎,及在B之壓力是最小的值,即 -34呎,則在B之速度將爲若干?就此水頭說,這是可能的最大速度否?在B用此速度及1吋直徑,則在C之直徑必須是若干?

答. 每秒50.7呎, 1.606吋.

第六章

流體動態學的應用

52. 水注 (Jet) 的定義——水注就是由一種不同種類的流體所環繞着的一道流動的.流體在實用水力學中所考究的水注,是完全被空氣環繞着的水注,在水注內的水所受的壓力,顯係恰等於四圍空氣作用於牠的界面上的壓力.

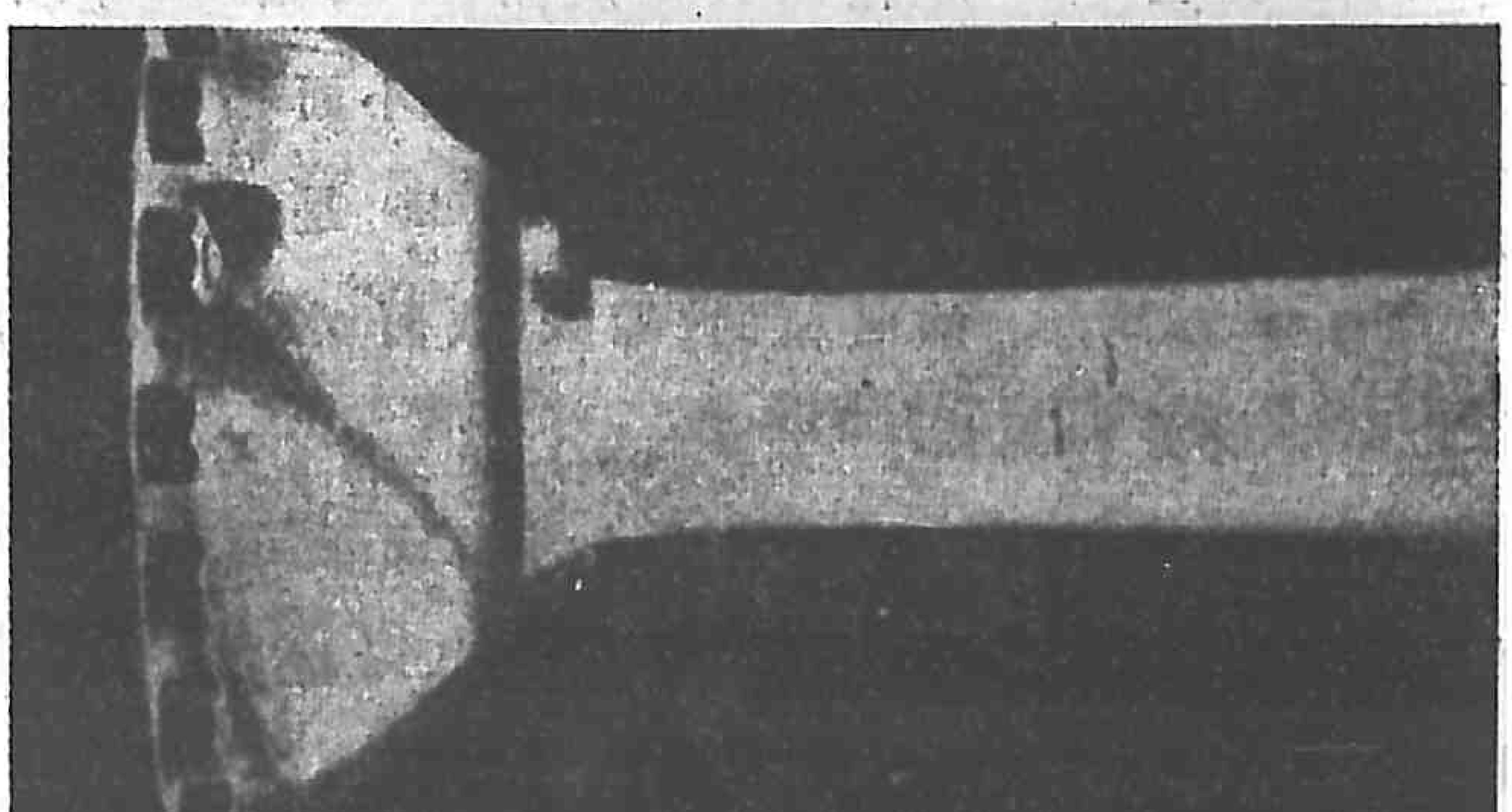


圖 67 從 $7\frac{1}{2}$ 吋管嘴噴出的水注.(水頭 =822 呎,速度=227.4 呎每秒.)

53. 水注係數——因爲有摩擦阻力,一個水注的實速度,便永遠小於無摩擦阻力時所將發生的速度.無摩擦時所將

獲得的速度,可以名爲理想的速度 (Ideal velocity) (註一). 實速度與理想速度之比叫做速度係數 (Coefficient of velocity).

噴出水注的開口,其面積是容易測定的,但在許多種情形之下,如無特別的設備,則水注的面積便不能如此容易的來量度.因此須要知道,水注面積與噴出水注的開口之面積間的關係.此因數,卽水注面積與開口面積之比,叫做收縮係數 (Coefficient of contraction). 應用"收縮"這個字的緣故,是因爲水注向來收縮而且小於開口,在圖 68 可以看到.倘水注收縮,則最小面積的截面,卽"縮脈" (Vena contracta), 是計算所考究的面積的"縮脈"截面.水注的速度,也是在此點所找着的速度.

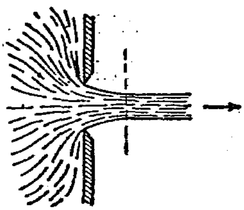


圖 68

收縮係數可以是1, 這卽指明水注的面積,等於噴出水注的開口的面積.當水流的邊,由開口流出以前是平行時,卽發生此種現象,如在圖 69, 從一管開端放出的情形便是.過最小截面以後,水注當然要重新散開,這種散開作用,起於摩擦阻力所生的速度之損失.此種情形,在圖 67, 70, 及78均

(註一) 此名詞,其他著者常叫做"理論的速度" (Theoretical velocity), 但著者覺得,這是"理論的"這個狀詞的一種錯用. 因任何正確及合理的理論,應當容許摩擦存在的實事,那末結果便受影響.否則卽不成爲爲理論,不過是一種不正確的假設而已.

可看到.

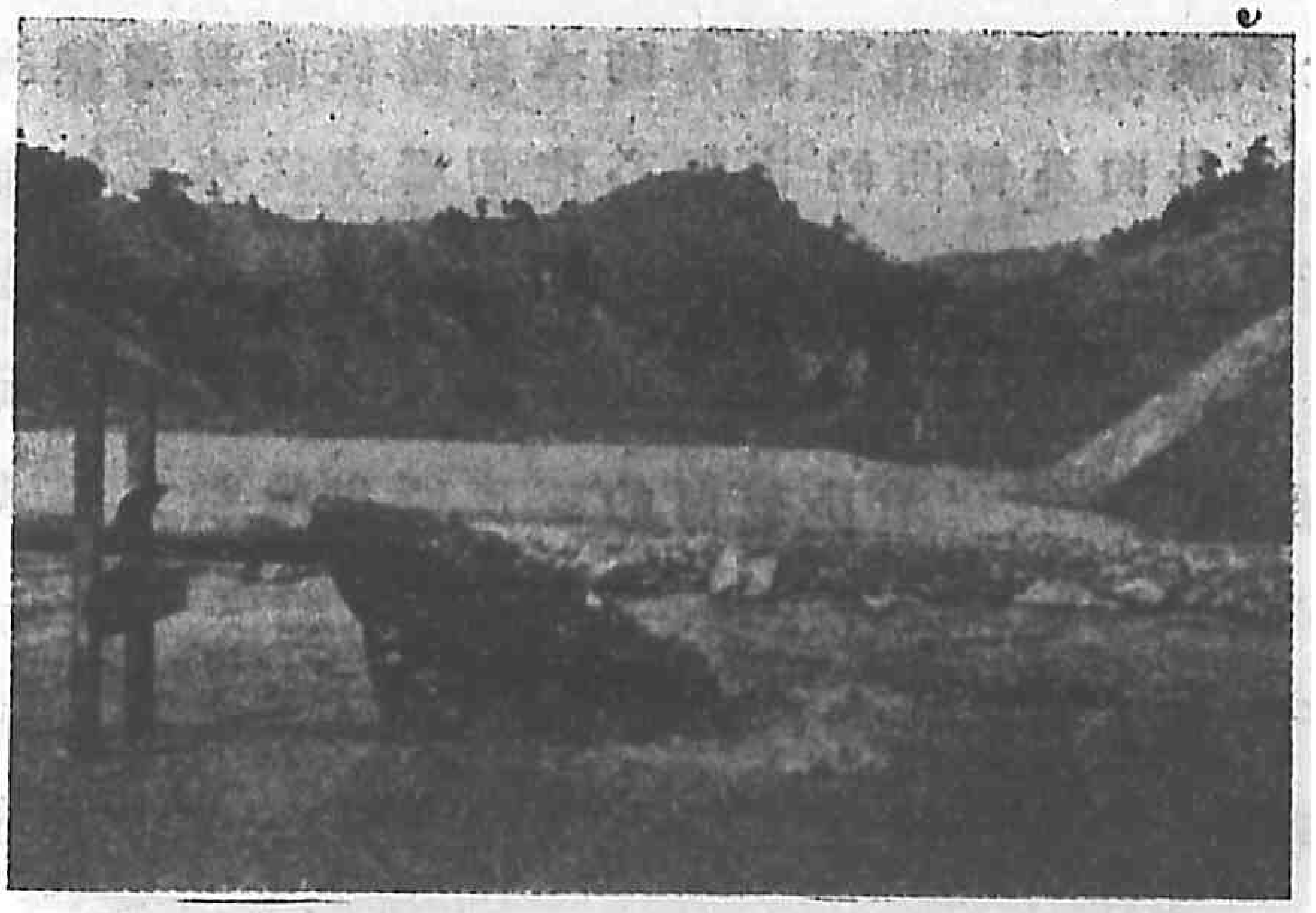


圖 69 建築卡拉未拉斯土堤的水,泥,及石塊的混合物,從一直管端放出.

速度係數與收縮係數之乘積叫做流量係數(Coefficient of discharge),這是實在放出率與理想放出率的比.理想放出率,即假定無摩擦,而且水注不收縮所將獲得的放出率.於是可以看到:

$$c = c_c \times c_v$$

54. 水注收縮——如圖68所示的水注,離開孔以後卽行收縮,因爲流線在走近孔以前是會聚的.因各個水質點要繼續保持牠原來的運動方向,所以流線在通過孔以後,仍繼續會聚.但是,牠們不能彼此交混,所以牠們最後變爲平行,而產生叫作"縮脈"的一個最小面積的截面.

在水注界面與空氣接觸的水,一定只受大氣的壓力;而

在最小截面這點,流線是平行的,所以整個截面所受的壓力全是大氣壓力.但在孔平面內的水質點,依曲形路線流動,這曲形路徑是向裏彎曲的.由離心作用,壓力從水流界面至中心是漸次加增的,因此在孔平面內,水注的平均壓力大於大氣的壓力(註一).如是,在孔平面的壓力高於在最小截面的壓力,而速度則低於在最小截面的速度,所以能量方程式和連續性方程式都能滿足.

在水注內的壓力,即這裏所考究的,與在水注內的力量甚不相同,在水注內的力量,是水注衝在任一物體上時所能發生的力量.

因水注的收縮,由於向前來的流線的會聚,那末,只要使水質點近似在一並軸方向,就可以完全把牠去掉,如圖69的放出管便是.不過這是一種極端的情形.在圖75 (d) 及圖77的 (b) 和 (c) 所示的構造,實能減小或甚至完全去掉所有的收縮.其實,收縮的量對於孔的小變更是很靈敏的,如將一個孔的鋒稜磨圓,或在水流出以前,孔上加一些油,均可改變收縮的數量.如是,收縮係數的值,比速度係數的值有一較大的變程.

註一 在奔流流動內,水質點不按照理想流線流動的事實,無礙於利用這種概念,作爲實際分析中的幫助.但是,在水注的情形下,比在平常遇到的大部其他情形之下,流動是頗近於流線的,可是在臨界速度以下的流動須除外,因此以上的假設很近於眞實.至於離心作用的說明,可參考第十一章.

又如一個孔開在太近池底或太近池邊的地方,便妨礙流線在該方向正當的會聚,因此卽增加收縮係數.

圖 70 從巨大水管噴出的水注.

55. 通過孔 (Orifice), 短管 (Tube), 和管嘴 (Nozzle) 的流動——一個孔就是在一容器壁上的任一開口.惟一的限制,卽器壁的厚度,僅爲開口的直徑,或開口的其他直線因次的一小部分.

短管就是一個長度不超出其直徑之二倍或三倍,並且可以和孔同樣處理的管.短管可以是直的,會聚的,或發散的.

管嘴,乃裝在管端的會聚短管.

在圖71的(1)和(2)兩點間,寫出能量的普通方程式,卽方程式(26),姑認在這兩點的壓力都是大氣壓力,而該器的面積大至在點(1)的速度可以忽視不計.又設水頭的損失,在這

二點間,假定與水注速度 V 的平方成比例,再添一因數 k, 使 $H'_{1-2}=kV^2/2g$. 結果是:

$$H_1=0+h+0,\qquad H_2=0+0+\frac{V^2}{2g}.$$

所以

$$H_1-\frac{kV^2}{2g}=\frac{V^2}{2g}.$$

由此

$$\frac{V^2}{2g}=\frac{H_1}{(1+k)}$$

或

$$V=\frac{1}{\sqrt{1+k}}\sqrt{2gH_1}. \tag{29}$$

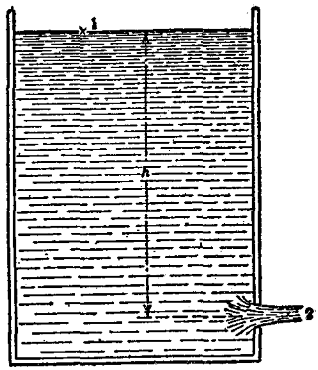


圖 71

如對於流動無摩擦阻力, k 的值將為零.如是,理想的速度是 $V=\sqrt{2gH_1}$. 這就是用速度係數乘牠即得眞正速度的理想速度.因此

$$c_v=\frac{1}{\sqrt{1+k}}. \tag{30}$$

在此方程式內,我們可得速度係數與損失係數的關係.把兩邊平方並重新排列此式又可以寫作

$$k=\frac{1}{c_v^2}-1. \tag{31}$$

因在此種情形之下, $H_1=h$,方程式(29)現在便可以寫作

以下更普通更便當的樣式(註一)

$$V=c_v\sqrt{2gh}. \tag{32}$$

如V和A分別代表水注的速度和面積,同時A_o代表孔的面積,則可得

$$q=AV=(c_cA_o)(c_v\sqrt{2gh})=cA_o\sqrt{2gh}. \tag{33}$$

56. **開在水中的孔** —— 圖 72 所示,是開在水中的一個孔,就點(1)和(2),可以寫出下式:

$$H_1=0+(h+y)+0,$$

$$H_2=y+0+\frac{V^2}{2g}.$$

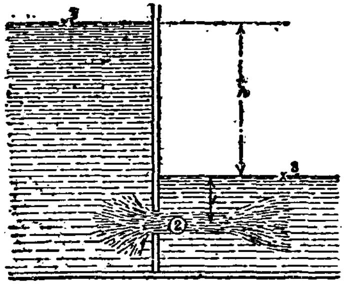


圖 72

寫此式的根據,是假定在(2)的壓力等於y,這假定不一定正確,但在這裏所能發生的任何差別,便由係數的值掩飾過去.因消去y則得

$$V=c_v\sqrt{2gh}. \tag{32}$$

開在水中的孔,其係數便與噴入空氣內的一個孔之係數不同.收縮係數實質將較大,而速度係數將較小,這是可能的.

註一 倘這水注噴入一種介質(Medium)內,則水注所受的壓力,便與在圖71的器內之液體表面上所受的壓力不同.那末,因壓力的差異,h的值應當修正,所以:

$$V=c_v\sqrt{2g(h+p_1-p_2)}.$$

57. 初速度 (Velocity of Approach)——在以前的討論中,全是假定水所從流出的器具,其截面積非常大,以至在點(1)的速度可以忽視不計.倘若不是這樣,便須考究在點(1)的速頭.在這樣一點的速度,即叫做初速度.

除去在管端有一孔或有一管嘴,如圖73所示者外,在所

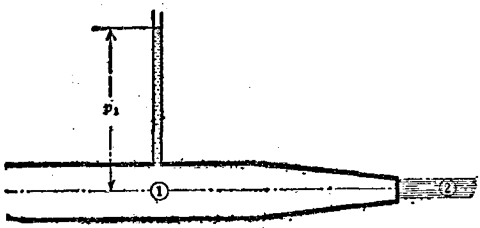


圖 73

有的情形之下,實際初速度向來是可以忽視的.就點(1)和(2)說,

$$H_1 = p_1 + 0 + \frac{V_1^2}{2g}, \qquad H_2 = 0 + 0 + \frac{V_2^2}{2g},$$

以及

$$H'_{1-2} = k\frac{V_2^2}{2g}.$$

應用普通方程式,即方程式(26),

$$H_1 - k\frac{V_2^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}.$$

由此

$$V_2 = \frac{1}{\sqrt{1+k}}\sqrt{2gH_1} = c_v\sqrt{2gH_1}. \tag{34}$$

此方程式與方程式(29)相等,但在這裏,H_1等於以上所給出的值,而不是在55節的h. 可以看到:在那節所用的h,曾用p_1代替過,但這二量實在可以互相交換,因為在那種情形之下,h可以說代表臨近孔的壓力.不過真實的差異卻在加$V_1^2/2g$與否.

在此方程式內,把H_1的值代入,結果是

$$V_2 = c_v\sqrt{2g\left(p_1 + \frac{V_1^2}{2g}\right)}. \tag{35}$$

倘在管內的速度是已知,但水注的面積是未知,此方程式能直接用來求水注的速度(註一).

如在管內的速度是未知,於是必須知道水注或孔的面積,和管的面積.按連續性方程式,$A_1V_1 = A_2V_2 = c_cA_oV_2$.把方程式(35)內的$V_1$代去,再重新排列,則:

$$V_2 = c_v\sqrt{\frac{2gp_1}{1 - c_v^2(A_2/A_1)^2}}. \tag{36}$$

注意,假如管嘴口的面積A_o是已知,往往必須知道或算出c_c的值,以便求得A_2, A_2是水注在"縮脈"的面積.

註一.如在管內的速度是已知,則放出率容易由牠計算出來,和從水注的速度計算一樣,除非關於在截面(1)的面積不能十分確定,或者關於在該點的速度的正確值,有不確定性存在.大概因$V_1^2/2g$與p_1差異較小,則計算V_1的值時有一相當量的誤差,而用此方程式計算V_2的值也不過發生一個小的差異.又,假如這些值確切知道,此外水注的面積也知道,於是水注的速度能用連續性方程式計算出來.在方程式(35)內,和在方程式(29)內一樣,水注的速度與牠的大小無關.

用A_2或其相等量c_cA_0乘V_2,可得放出率.現在用C_cA_0的值並化簡,得:

$$q=cA_0\sqrt{\frac{2gp_1}{1-c^2(A_0/A_1)^2}}. \tag{37}$$

如水注的面積A_2是已知,開口的面積A_0是未知,最簡單的手續,是拿方程式(36),把A_2的值代入而求放出率.

把方程式(36)根號內的c_v省去,而在根號外用一數值稍異的係數來補償,這方程式即可化簡.但此數值便與方程式(35)內所應用的不同.以同樣方法,方程式(37)也能化簡,但所用的c的值,便又與在其他情形下所用的c的值不相符合.

例題

73. 水在16呎水頭之下,從一鉛直孔(在一鉛直平面內的孔)流出.孔的直徑=2吋,度量時,找着$q=33$立方呎每分.則流量係數若干?如速度係數暫定爲0.96,則收縮係數的值是若干?水注的直徑是若干?

答. 0.786, 0.817, 1.8吋.

74. 在230呎水頭之下,一孔的放出量是每分鐘180立方呎.水注的直徑是2.16吋,圓孔的直徑是2.25吋.則速度,收縮,以及流量的係數各若干?

答. 0.97, 0.92, 0.89.

75. 在6吋管內,水的速度是每秒12呎.在這管端是一管

嘴,管嘴的速度係數是0.98.如在管嘴底,這管內的壓力是每平方吋10磅,則水注的速度是若干?水注的直徑是若干?放出率是若干?

答. 39.6, 3.3吋, 2.35.

76. 一2吋直徑的水注,由一管嘴噴出,這管嘴的速度係數是0.98.在這管內,管嘴底有每平方吋10磅的壓力,在該點的管直徑是6吋.水注的速度是若干?放出率是若干?

答. 88.1, 0.83.

58. 通過發散短管的流動——通過一發散短管的流動,與以前所考究的情形十分不相同,故須有一種各別的研究.就圖74說,設 A_0 和 V_0 分別是在這短管進口的面積和速度,在該點的截面最小,同時 A 和 V 分別代表在短管端之水注的面積和速度.此面積可以當作和管口的面積相等看待.

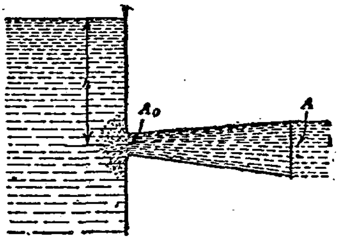


圖 74

第一先考究無摩擦損失的理想情形, $V=\sqrt{2gh}$ 和 $q=A\sqrt{2gh}$. 按連續性方程式, $A_0V_0=AV$. 所以 $V_0=(A/A_0)V$. 因在咽喉處(最小直徑之點)的速度,大於在管端的速度,按柏努利定理,壓力卽相應的小於大氣壓.

在實在情形之下, $V=c_v\sqrt{2gh}$ 或 $=c\sqrt{2gh}$, 因爲收縮係

數是1.所以實在是:

$$q=A_0V_0=AV=cA\sqrt{2gh}$$

在這裏可以看到,流量係數(在此種情形之下與速度係數相等)代表實値與理想値之比.而與定義吻合.到現在爲止,所考究過的,恰恰與以前的情形相同.

但是,假定不用水注的面積而用咽喉的面積,則

$$q=c_0A_0\sqrt{2gh}.$$

顯然 $c_0=c(A/A_0)$, 而在任何眞實情形之下, c 一定永遠小於1, c_0 的値倒可以大於1. 其實大於1.55的値是曾經得到過的, 但是 c 的實値則僅約爲0.46.

表示 q 的末一公式,顯然是絕對不合理的.因爲一截面的面積 A_0, 乘以在不同截面的理想速度 $\sqrt{2gh}$. 用柏努利定理可以證明, 在咽喉的速度大於 $\sqrt{2gh}$, 這是以前曾經敍述過的.

q 的末一公式——包含一大於1的係數 c_0 ——的功用,是使我們在通過一標準孔或短管的放出量,與通過同一面積 A_0 的發散短管的放出量間,能作一種直接的比較.如是,倘一標準孔的流量係數是0.60同時一發散短管的 c_0 是1.55, 由此則通過在器壁上的一個同樣大小的開口,後者的放出量便爲前者的1.55/0.60倍.

例 題

77. 在理想情形之下,證明在一發散短管咽喉的壓力,小

於大氣壓的數量爲 $[(A/A_0)^2-1]h$.

59. 孔的係數的值——速度係數的值,永遠小於1,雖則牠常常可以很密切的與1接近.在幾種精製的管嘴和鋒稜孔的情形下,速度係數可以高至0.98,而且0.99偶爾也可以得到.

一準確孔是有鋒稜的一個孔,如圖75(a).因爲這樣一孔和同樣大小的另一孔,實際上將發生同等的結果,所以叫作標準孔.其他任何樣式的孔,如圖75(c),將視壁板的厚度,材料的粗糙性等等而發生不同的結果;因此如欲得正確計算的話,各個的係數便必須測定.

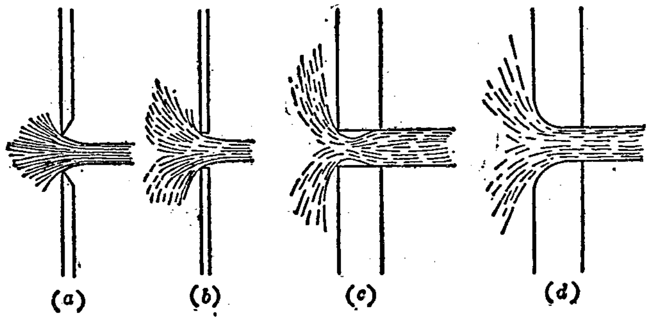


圖75　孔之種類

如壁板薄,內稜方而鋒利,如圖75(b)之孔,也可以當作一個標準孔看待.但若壁板太厚,如圖75(c)之情況,並且因水

要遇到較大的摩擦阻力,所以速度係數比在前種情形下小.把稜磨圓,如圖 75 (*d*),可減小渦流損失,因此即增加速度係數.

收縮係數對於孔的性質的變化,較速度係數靈敏得多.但應當注意,收縮只影響水注的大小而不影響牠的速度.收縮係數在(*a*)和(*b*)是最小,且在(*c*)和(*d*)可以是1. 因此,後種樣式的孔,比前種的可以放出較多的水.如是,孔的採用須視希望有一大放出量,還是有最大速度而定.如將一孔用作量度放出率的工具,除非這特別孔能夠校準外,當然只能應用標準孔.

收縮係數的最小值約在 0.62 上下,所以流量係數的最小值約爲0.60.此種值對於鋒稜孔是實用的,如圖75之(*a*)和(*b*).在(*c*)和(*d*),如果沒有收縮,則流量係數與速度係數符合,而在(*d*)可以高至0.98,在(*c*)要稍小一些.

標準圓形和方形孔的流量係數,其值分別在表 I 和表 II 內給出.這些孔須是鋒稜的並且在鉛直平面內.孔所佔的位置應當如下:在接觸水的這一邊,有光滑平壁,無阻礙和突起等物,而在各方向的邊,至少有三倍孔直徑的距離.如果不是這樣的話,充分收縮便不能得到,而實在係數便大於在表內所給出的.這表指明:大小不同係數即不同,就一個已知孔說,即與在孔處的水頭成比例,如是說明要想陳述出一普通價值或定律把所有的情形包括在內是不可能的.水頭加增

時係數減小,並且較高的價值得到時,減小率卽甚小,這是可看到的. 100呎以上的水頭應用100呎的價值,無疑的可以不致有大誤差發生.

表 I——根據哈密爾敦·斯密斯(Hamilton Smith)所得標準圓形鉛直孔的流量係數.

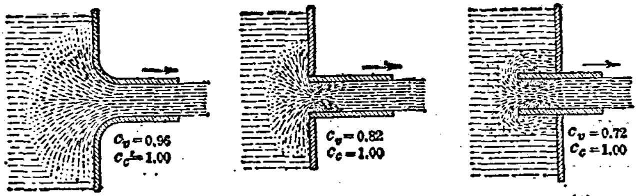
在孔中心的水高,單位用呎	孔的直徑,單位用呎								
	0.02	0.03	0.04	0.05	0.07	0.10	0.20	0.60	1.00
0.4	……	……	0.637	0.631	0.624	0.618			
0.6	0.655	0.640	0.630	0.624	0.618	0.613	0.601	0.593	
0.8	0.648	0.634	0.626	0.620	0.615	0.610	0.601	0.594	0.590
1.0	0.644	0.631	0.623	0.617	0.612	0.608	0.600	0.595	0.591
1.4	0.638	0.625	0.618	0.613	0.609	0.605	0.600	0.595	0.593
2.0	0.632	0.621	0.614	0.610	0.607	0.604	0.599	0.597	0.595
2.5	0.629	0.619	0.612	0.608	0.605	0.603	0.599	0.598	0.596
3.0	0.627	0.617	0.611	0.606	0.604	0.603	0.599	0.598	0.597
3.5	0.625	0.616	0.610	0.606	0.604	0.602	0.599	0.598	0.596
4.0	0.623	0.614	0.609	0.605	0.603	0.602	0.599	0.597	0.596
6.0	0.618	0.611	0.607	0.604	0.602	0.600	0.598	0.597	0.596
8.0	0.614	0 608	0.605	0.603	0.601	0.600	0.598	0.596	0.596
10.0	0.611	0.606	0.603	0.601	0.599	0.598	0.597	0.596	0.595
20.0	0.601	0.600	0.599	0.598	0.597	0.596	0.596	0.596	0.594
50.0	0.596	0.596	0.595	0.595	0.594	0.594	0.594	0.594	0.593
100.0	0.593	0.593	0.592	0.592	0.592	0.592	0.592	0.592	0.592

表II——根據哈密爾敦·斯密斯所得標準方形鉛直孔的流量係數.

在孔中心的水高,單位用呎	方形的邊,單位用呎						
	0.02	0.04	0.07	0.10	0.20	0.60	1.00
0.4	……	0.643	0.628	0.621			
0.6	0.660	0.636	0.623	0.617	0.605	0.598	
0.8	0.652	0.631	0.620	0.615	0.605	0.600	0.597
1.0	0.648	0.628	0.618	0.613	0.605	0.601	0.599
1.4	0.642	0.623	0.614	0.610	0.605	0.601	0.598
2.0	0.637	0.619	0.613	0.608	0.605	0.604	0.602
2.5	0.634	0.617	0.610	0.607	0.605	0.604	0.602
3.0	0.632	0.616	0.609	0.607	0.605	0.604	0.603
3.5	0.630	0.615	0.609	0.607	0.605	0.604	0.602
4.0	0.628	0.614	0.608	0.606	0.605	0.603	0.602
6.0	0.623	5.612	0.607	0.605	0.604	0.603	0.602
8.0	0.619	0.610	0.606	0.605	0.604	0.603	0.602
10.0	0.616	0.608	0.605	0.604	0.603	0.602	0.601
20.0	0.606	0.604	0.602	0.602	0.602	0.601	0.600
50.0	0.602	0.601	0.601	0.600	0.600	0.600	0.599
100.0	0.599	0.598	0.598	0.598	0.598	0.598	0.598

60. 短管的係數——當作一種量度的器具用,短管不十分像標準孔那樣正確,因為孔的係數知道的較為真切,而且所受的變動較小.就圖76說,在各種情形之下,假定水充滿短

管,則收縮係數均等於1. 於是流量係數和速度係數相等. 速度係數的代表值在圖中示出,雖則這些值有時要發生一些變動. 在(a)內的最高,因爲渦流損失減到最小. 在(c)所示兩端射出管(Re-entrant tube)的情形下,渦流損失值大,所以它的速度係數是最小(註一).



(a)　(b)　(c)

圖76　短管的係數

61. 管嘴的係數——一個管嘴可以是一正圓錐形管嘴,

註一　標準短管,如圖76(b)所示,長度約爲直徑的2.5至3倍. 當水流入管內時,由水流的收縮,速度增加,而壓力在距進口約0.4直徑處比大氣壓約減小0.8h. 當水頭加增時,此壓力漸近絕對零,而約在40呎水頭時,情形即驟然變更,水注脫離管壁,只在鋒稜處接觸,和從一標準鋒稜孔噴出的水注一樣. 把水頭減低,水注將仍繼續脫離管壁,直至減到很低的值時爲止. 當水注充滿短管的時候,因有渦漩,放出的水是很奔放的. 如在(c)兩端射出的管是短的,伸入器壁內約有一個直徑的距離,而在器壁外不伸出,則成功所謂柏人達(Borda)管口(Mouthpiece). 此管口的作用像一標準孔,不過收縮較大就是了. 流量係數是0.53,這是用任何短管或孔所獲得的最小值. 參看"機械工程師手册"內所標的"水力學"一節,此節是邵逵爾(Schoder)所撰的.

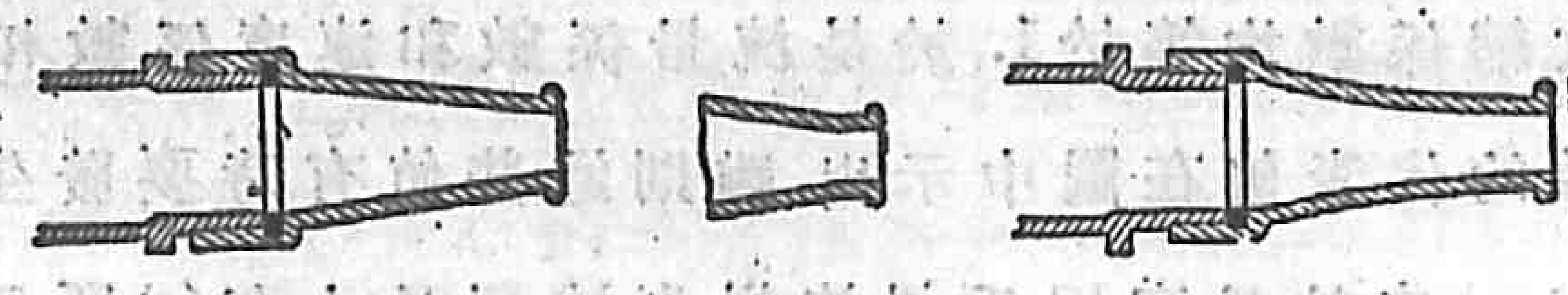


圖 77　標準管嘴

如圖 77 (a) 所示,或者是一向內平滑凸出的管嘴,如圖 77 (c) 所示從一管嘴噴出的水注要稍行收縮,或者,倘近口的一小部分是等直徑的,如圖 77 (b) 所示,則水可依平行線離開管口而不受收縮.

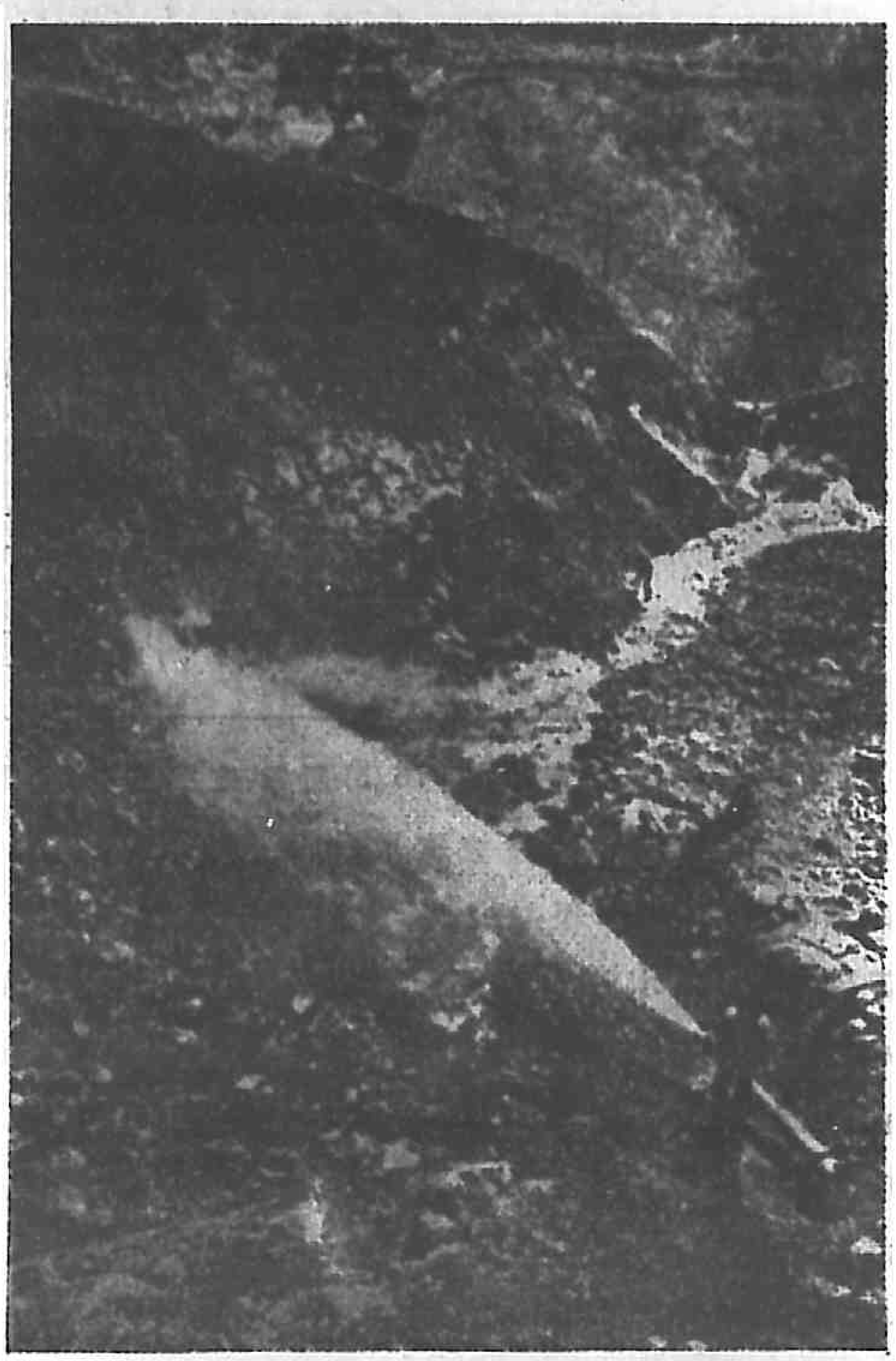


圖 78　從一大水管噴出的水注,用作衝刷填堤材料之土.

精製管嘴的速度係數是很高的,實際與一標準圓形孔的相等速度係數的平均值暫定為 0.98 是可以合理的.雖則

常常要超過此值(註一).

管嘴可以用作量水的器具,和標準孔一樣,在高水頭時尤其合適.牠們又可用以供給高速度的水注,來作救火,發生動力,或水力採礦,以及如圖78所示之類似的工作.

一個管嘴噴出的良好救火水注,其所能達到的高度,是在管嘴底之有效水頭的三分之二至四分之三.這種比例,大水注比小水注高,平滑管嘴比粗糙的高,以及低壓力比高壓力高.

62. 在管嘴內的水頭損失——雖則一個管嘴不產生速度的陡然變更,但是因爲牠的速度係數小於1,牠可以損失一部分水頭.就圖79可以寫出,$H'=H_1-H_2$. 因爲:

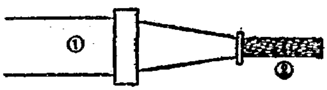


圖 79 在管嘴內的損失

$$V_2=c_v\sqrt{2gH_1},$$

即

$$H_1=\frac{1}{c_v^2}\cdot\frac{V_2^2}{2g},$$

和

$$H_2=\frac{V_2^2}{2g}.$$

註一 Freeman, John R, Trans. A.S.C.E., 卷 21, 頁 803,1889; Trans.A.S.C.E., 卷 24, 頁 492, 1891.

Eckart, W. R., Jr., Inst. Mech. Eng, Jan. 7, 1910.

Fleming, V. R., *Proc. Fifth Meeting of Ill.* Water Supply Assoc., 1913.

Daugherty, R. L., "水的輪機", 三版, 頁 114.

所以就這管嘴說，

$$H'=\left(\frac{1}{c_v^2}-1\right)\frac{V_2^2}{2g},\tag{38}$$

使k的值爲：

$$k=\frac{1}{c_v^2}-1,$$

與這55節之孔的情形下恰恰一樣. 注意，在方程式(38)中之管嘴的水頭損失，是根據水注的速度計算出來的.

63. 管嘴的效率——因爲一個管嘴常用作發生動力的目的，我們對於牠的效率要加以注意. 一個管嘴的效率，可以規定爲在水注內的功率，與輸入管嘴的功率之比. 但曾經看到：就一已知放出率說，功率與水頭成正比. 如是按圖73，則

$$e=\frac{H_2}{H_1}.$$

但由方程式(34)，

$$H_2=\frac{V_2^2}{2g}=c_v^2H_1.$$

由此可以看到：

$$e=c_v^2.\tag{39}$$

如在水注內，水的所有質點，含有等同的速度，也就是含有同樣的動能，則此式便正確的眞實. 其實V_2是水注的平均速度，並且在49節曾經敍述過，一個水流之眞正動能，大於用平均速度之平方所得到的動能. 因此，一個良好管嘴噴出的水注，其眞正效率，可以比方程式(39)所給出的值，約多百分之一.

例　　題

78. 在圖67,實在量出的水注之最小截面,其直徑是$6\frac{13}{16}$吋,管嘴口的面積是43.02平方吋.用給出的H_1和V_2之值,計算速度,收縮,以及流量的係數.管嘴的效率是若干?在這水注內的馬力是若干?

答. 百分之 0.989, 0.846, 0.837, 97.8, 馬力為 5,250.

79. 如圖63之管嘴內,由水的摩擦所損失的水頭的值是若干?k的值是若干?

答. 17呎, 0.022.

80. 當速度係數有1.00, 0.99, 0.95,和0.80等值時,求損失係數的值.當k有0, 0.5, 1.00等值時,求c_v.

答. 就各組的最後值,$k=0.562$, $c_v=0.707$.

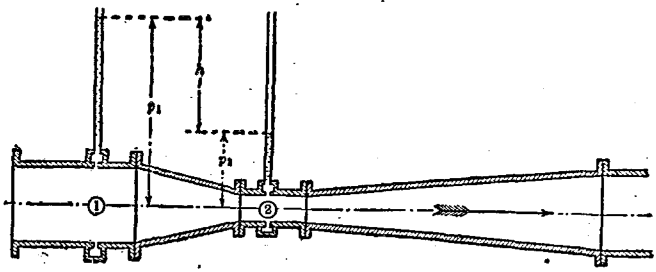


圖 80　細腰流量計

64. 細腰流量計(Venturi Meter)——假如使水流經圖80所示之特製管,經過"咽喉"時所增加的速度,便產生一相應的壓力降落.此種壓力的降落,可用作放出率的一種量度.這

種儀器卽叫做細腰流量計.

可以看到:細腰流量計,按原理講和管嘴頗類似.在兩種情形下,水的速度都有一種增加,而緊跟着發生一種壓力的相應降落.並且在這兩種情形下,可以找着:放出率是壓力降落的一種函數.惟一的區別是,在細腰流量計的咽喉處,壓力可以稍大或稍小於大氣壓.及在該點的水注不是一自由水注,過流量計,卽重新膨脹而充滿水管.因此,以p_1等於在兩種情形下的壓力降落,管嘴的方程式,似乎直接將實用於細腰流量計

其實求細腰流量計的係數所根據的公式,是以稍微不同的手續所推出的,使H_1等於H_2,假定H'是零,於是最末一步再增加一個係數.姑認這流量計是水平的,所以$z_1=z_2$,由是得(註一)

$$p_1+\frac{V_1^2}{2g}=p_2+\frac{V_2^2}{2g}$$

由此
$$\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_1^2}{2g}=p_1-p_2=h.$$

按連續性方程式,$V_1=(A_2/A_1)V_2$,因此:

$$V_2=\sqrt{\frac{2gh}{1-(A_2/A_1)^2}}$$

因在(1)和(2)中間的水頭,稍有輕微的損失,眞正速度便小於

註一 倘流量計不是水平的,如圖80所示,便找着$(p_1+z_1)-(p_2+z_2)=h$,這樣的結果,和這裏寫出的相同.

此值,所以再乘一速度係數.結果是:

$$V_2 = c_v\sqrt{\frac{2gh}{1-(A_2/A_1)^2}} \tag{40}$$

可以看出:此方程式與方程式(36)不同,在那方程式內$(A_2/A_1)^2$這項尚須乘以c_v^2,但利用c_v的兩個稍異的值,能使(36)和(40)兩方程式發生同一數值,習慣根據c_v的值,在細腰流量計用方程式(40),而在管嘴卽用方程式(36).

在細腰流量計,希望知道的是q而不是V_2,因此用A_2乘方程式(40),並以c代替c_v,結果便得

$$q = cA_2\sqrt{\frac{2gh}{1-(A_2/A_1)^2}} \tag{41}$$

就一已知流量計,A_1和A_2是已知量,若

$$K' = A_2\sqrt{2g}\sqrt{1-(A_2/A_1)^2},$$

則方程式(41)可以化爲

$$q = cK'\sqrt{h}. \tag{42}$$

係數c,在頗大的流量計,可以假定是0.995,而在小流量計則爲0.98,如咽喉面積因附着水銹而減小,卽使流量計示出之h的值太高,因此,須有一較低值的c,來補償面積的變更.否則,這些係數定可給出很精確的結果.這係數實際是不變的,雖則隨速度稍微增加一些.就任一已知流量計說,假定c不變,用K來代表cK'是便當的,這樣則:

$$q = K\sqrt{h}. \tag{43}$$

細腰流量計——克雷門斯·赫舍爾(Clemens Herschel)

在一八八六年所發明——是量度水的一種最有價值而且最精確的工具,特別是用在大數量的水(註一).用一種合適記錄設計,在任一裝有細腰流量計的管線內,對於流過的水量能作連續的記錄.對於牠在一管內的常久應用,惟一的妨礙是牠一定要發生些摩擦損失或流動阻力,倘此種損失以 $H'=kV_2^2/2g$ 表示,於是 k 的值的變程約從 0.1 至 0.2, k 的較高值自然隨着 A_2/A_1 的較小值一同出現.表示這種損失的另一方式,平常是使牠等於 $\frac{1}{10}$ 至 $\frac{1}{8}h$.

圖 81 在水管線中的細腰流量計

註一 Trans. A. S. C. E, 卷 17, 頁 228, 1887.

咽喉的直徑與管的直徑之普通比例約為1至3,使$A_2/A_1=1/9$. 但為減低阻力至最小量,及避免在咽喉產生小於大氣壓的壓力起見,使直徑的比為 1:2, 使 $A_2/A_1=1/4$ 是十分平常的.當然此種作法,就一已知放出率說,要減低h的量,因此使示數也比較不精確,特別在很低的放出率.在特殊情形之下,低至$1:1\frac{1}{3}$的一種比例曾被應用.

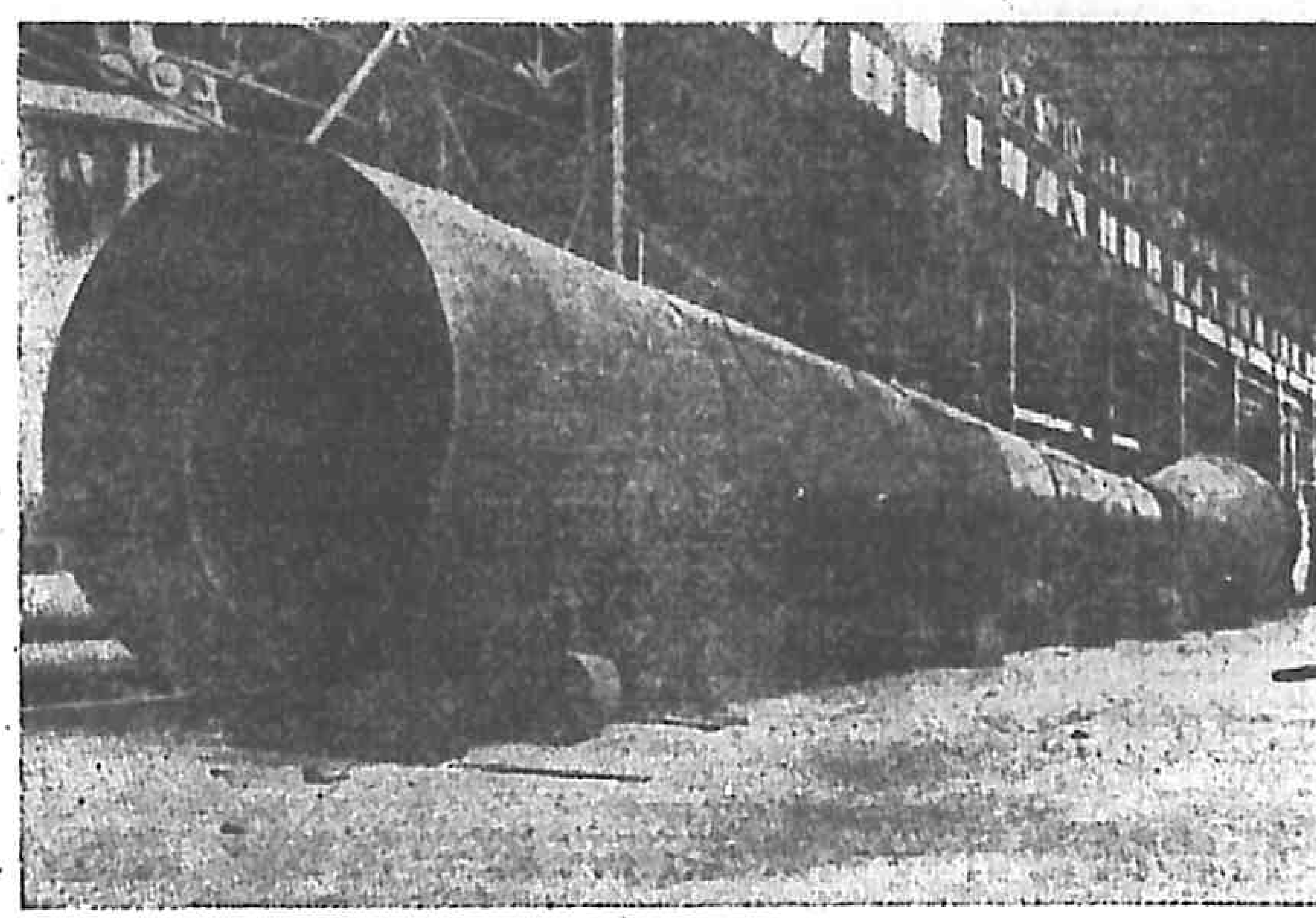


圖 82 鉚合鋼板的細腰流量計

一發散水流永遠不如一會聚水流穩定,這是因為發散水流易分散成漩渦及逆流,所以在流量計這部分,咽喉下邊的水流,其能的損失較多,此層在圖60明白示出.為減小此種損失起見,下水流部分的漸次尖細率,作得比上水流部分的較小一些即可.

例 題

81. 一個4吋咽喉的細腰流量計,用在12吋管線內,假定c的值$=0.985$,測定此流量計之K的值.

答. 0.693.

82. 如用汞(比重$=13.57$)高差U管壓力計,試測定在習題81內的細腰流量計之K的值,用y代替h(圖13),單位用汞高的吋數.

答. 0.709.

83. 假定在習題81的流量計,其咽喉爲6吋,管仍爲12吋.試計算K的值.

答. 1.600.

84. 假定在經細腰流量計的水量,是每秒5立方呎,在習題81及83之h的值當爲若干?

答. 52.0, 9.79呎.

65. 孔式流量計——在管線內添一薄板鋒稜孔,可以作成一個滿意的流量計,如圖83所示,在孔下邊便有一水注,這水注將被一部分速度很小的水環繞着,過最小收縮截面以後,因水流膨脹,速度減至管內的平常速度,將發生相當的渦流和奔流.以平常速度的流動,在下水流距孔3倍或4倍管直徑的距離處始能出現,情形和圖102所示的頗相類似,求壓力示數的位置,曾經找着在上水流0.8管直徑的距離,及在下水流0.4管直徑的距離最爲適當,在後一位置,速度是最大而

壓力是最小(註一).

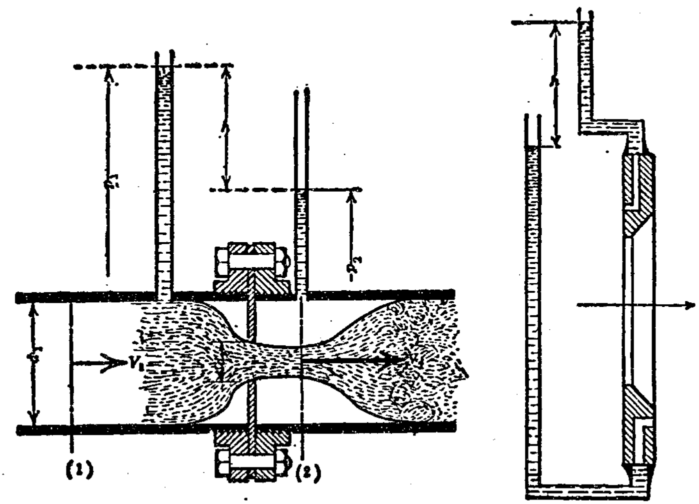


圖 83　孔式流量計

量度壓力差異的一對交替連接管,可以安在孔壁板內,如圖83右邊的略圖所示. 在 6 吋管內,用 4.5 吋孔所作的一些廣泛實驗,用兩種量度方法所獲得之差異示數,著者找着恰恰是一樣的,後邊的方法有使流量計自成完備器具的方便,這就是說,只須將壓力計管插入管接口間的壁板內卽可,而無須在管上另有其他的設備.

註一　Davis 和 Jordan, Univ. Illinois, Bull. 109, Engineering Experiment Station.

在應用和理論上可以看到:孔式流量計與細腰流量計是頗類似的;但是有一重要的差異,卽在量度壓力p_2之最小截面積的這點,在細腰流量計的公式內所含的面積A_2是未知量,牠必須用孔的已知面積A_0和一收縮係數的項目來表示,所以利用稍異的公式,卽用初速度所推出的孔(或管嘴)的公式,是比較方便的,因爲此方程式含孔的面積而不含水注的面積,用p_1的等量h代替字母p_1,則方程式(37)可以寫作含孔的面積A_0,或含管的面積A_1之方程式,如是則

$$q=cA_0\sqrt{\frac{2gh}{1-c^2(A_0/A_1)^2}}=A_1\sqrt{\frac{2gh}{(1/c^2)(A_1/A_0)^2-1}}, \tag{44}$$

在噴入空氣內的水注情形下,就任何已知孔或管嘴說,係數c實際是不變的.但在噴入管內之水中的情形下,如圖83所示,這係數的相當範圍內,似乎視管的直徑與孔的直徑之比,以及所用之管的絕對大小而定.平常,d_1/d_0的值從2變至8,c卽從0.595變至0.64,但在此種比的較小值,這係數增加得很快,就1.22說,牠可以達到0.771的一種價值.

爲避免此種困難起見,得維斯(Davis)和佐爾丹(Jordan)曾計劃出一個經驗公式,在d_1/d_0的值從2至6之變程內是眞實的.這公式是:

$$q=A\frac{4.85\sqrt{h}}{(d_1/d_0)^2-(d_0/d_1)^3}. \tag{45}$$

在此比的較小值時,便須用有恰當值的係數之有理方程式

(註一).

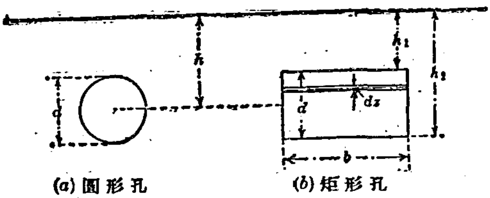
孔式流量計的不便利處,是水頭的損失大於細腰流量計的,其他情形完全一樣.得維斯和佐爾丹爲了此種損失也提出一個經驗公式,這公式是:

$$H'=0.0366\,F\left[\left(\frac{d_1}{d_o}\right)^2-\frac{d_o}{d_1}\right]^{2.02}\times V_1^2 \tag{46}$$

在這式內,F是與管的大小有關的一個因數.一個4吋管,牠是0.98, 6吋是1.02, 以及12吋是1.04.此式的正確限度,約在百分之二以內,但在$d_1/d_o=1.2$時,牠所給出的結果約小於百分之三.

66. **大型鉛直孔**——一個孔的鉛直因次大於牠在自由表面下的深度時,須處理如下:選擇一元面積dA,使所有的部分在自由表面下同一深度z.於是,按55節,通過此條形面積的放出率可以表示如下

$$dq=c\sqrt{2gz}\,dA.$$



(a) 圓形孔　(b) 矩形孔

圖 84

註一　在6吋管內的4.5吋孔情形下,在一能容5,600立方呎的水池內,著者作過體積量度的試驗,方程式$q=0.642h^{0.483}$給出的結果頗爲正確.

通過整個孔的放出率,求上式之積分可以得到.如是則:

$$q=c\sqrt{2g}\int z^{1/2}\,dA. \tag{47}$$

在一矩形孔(圖84)的情形下,取 $dA=b\,dz$, 在求積分以後卽得:

$$q=c\frac{2}{3}\sqrt{2g}\,b(h_2{}^{3/2}-h_1{}^{3/2}). \tag{48}$$

如 $h=$ 重心在自由表面下的深度,則

$$h_2=h+\frac{d}{2};\qquad h_1=h-\frac{d}{2}.$$

用二項式定理 (Binomial theorem) 展開 $(h+d/2)^{3/2}$ 和 $(h-d/2)^{3/2}$, 並代入方程式(48)內,則得下式

$$q=cbd\sqrt{2gh}\left[1-\frac{d^2}{96h^2}-\frac{d^4}{2048\,h^4}-\cdots\cdots\right]. \tag{49}$$

在括號內的式子,是迅速會聚的級數 (Series), 而牠的值永遠小於1. 當 $h=d$, 此因數的值是 0.989, 同時若 $h=2d$, 則牠的值變爲 0.997. 如是,就大於 $2d$ 的任[illegible]頭說,放出率可用較簡公式 $q=cA\sqrt{2gh}$ 得到.

同理通過一面積 A 的圓形孔之放出率,卽由下式給出:

$$q=cA\sqrt{2gh}\left[1-\frac{d^2}{128h^2}-\frac{5d^4}{16{,}384h^4}-\cdots\cdots\right] \tag{50}$$

可以找着:當 $h=2d$, 此級數的值是 0.998, 如是指明,在該值以上的水頭,用正確公式是不必要的. 在表I和表II內,黑字的係數用於正確公式,所有其他的係數是用在55節之公式內的.

67. 水箕(Weir)——水箕是一個特別形式的孔，牠的奇特處，是牠位於水表面，所以在牠上稜的水頭是零.如是，在55節所給出之孔的普通公式不能實用，必須應用66節的方法.一般認爲水箕是量度水的一種標準設計.

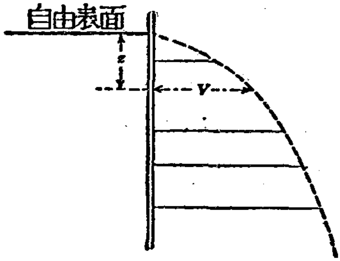


圖 85

如果,假定通過一個孔的水速度,與深度的平方根成比例,那末,如圖85的曲線,便能眞正代表這種流動.但是,在箕口表面的水質點不是靜止的,而是以可觀的速度流動的.又可以視察到:在此點的水準要降落至牠的平常値以下,如圖86所示.更當注意的,流經箕口的流線不是必須與箕口平面正

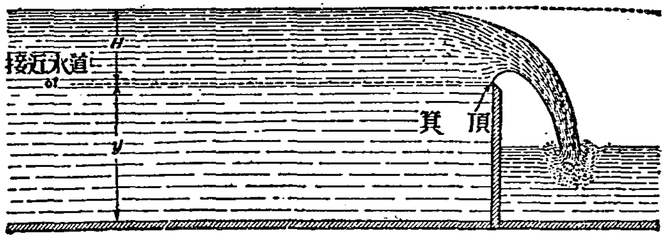


圖 86 水箕

交的；因此，用水箕平面內的面積乘牠們的速度，不見得正確.因爲此等及其他理由,要想從理論上推出眞正正確的水

簊公式是不可能的,但由實驗係數的適當選擇和應用,牠們可以供作產生正確結果的式子.

自然似乎應當量度流過簊頂的水的深度,但在實際量度時是難得精確結果的.在簊身後相當距離處,量度水表面在簊頂上的高度,較易舉行,因爲在這裏,水是比較平靜的.如是所有的水簊公式,全是以H的一種函數來表示放出率(圖86).此種量度必須在簊身後充分遠的一點舉行,以避免彎曲表面的效應.此距離至少應當是$6H$.量度H常用的儀器是鉤形計器(Hook gage),這種儀器的一種即圖87所示.這計器應安在堅固的支點上.應用的時候,把尖鉤浸入水表面下,再小心的提起,至在水面上可以稍微看到一點痕跡爲止.於是把鉤送下使此痕跡完全不見.由此示數減去"鉤形計器零"即得H的值,計器零是當牠的尖點恰與簊頂在同一水準時計器的示數,簊頂也叫作下稜.

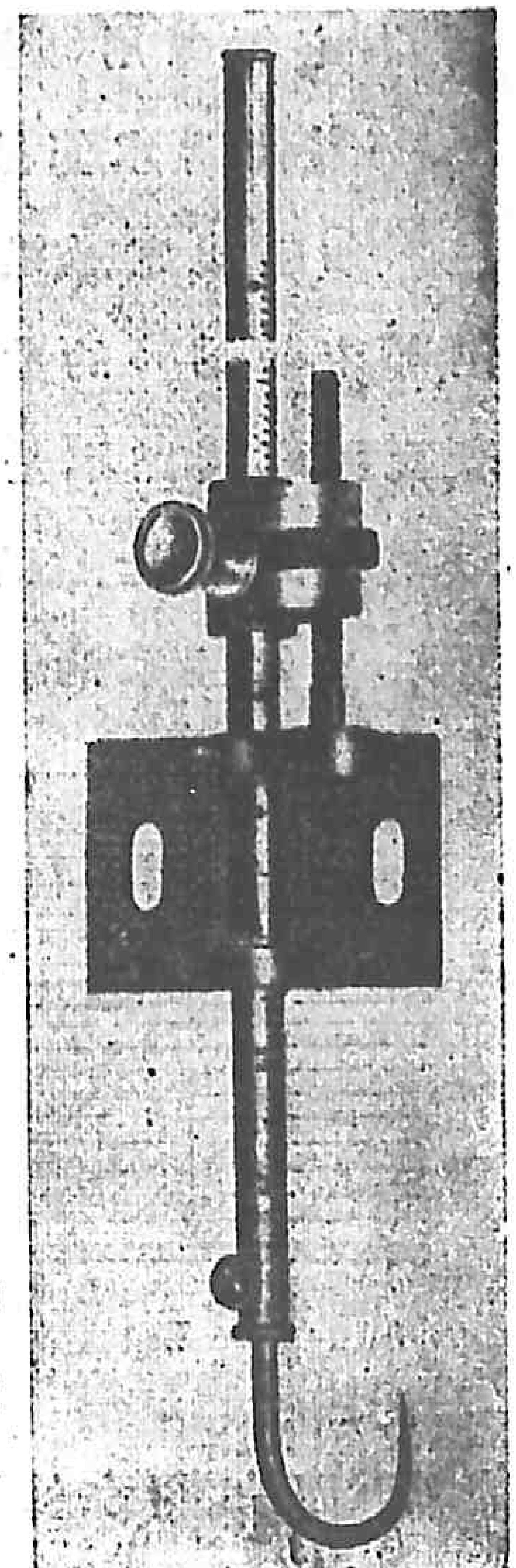


圖87 鉤形計器

三角形水簊(Triangular weir).——如圖88所示之三角形水簊,量度較小的放出率可以應用,因爲用一充分小頂角,可得H的一合理價值.但多於每秒2或3立

呎的放出率,H的值即須特別高,於是便當用他種水箕.

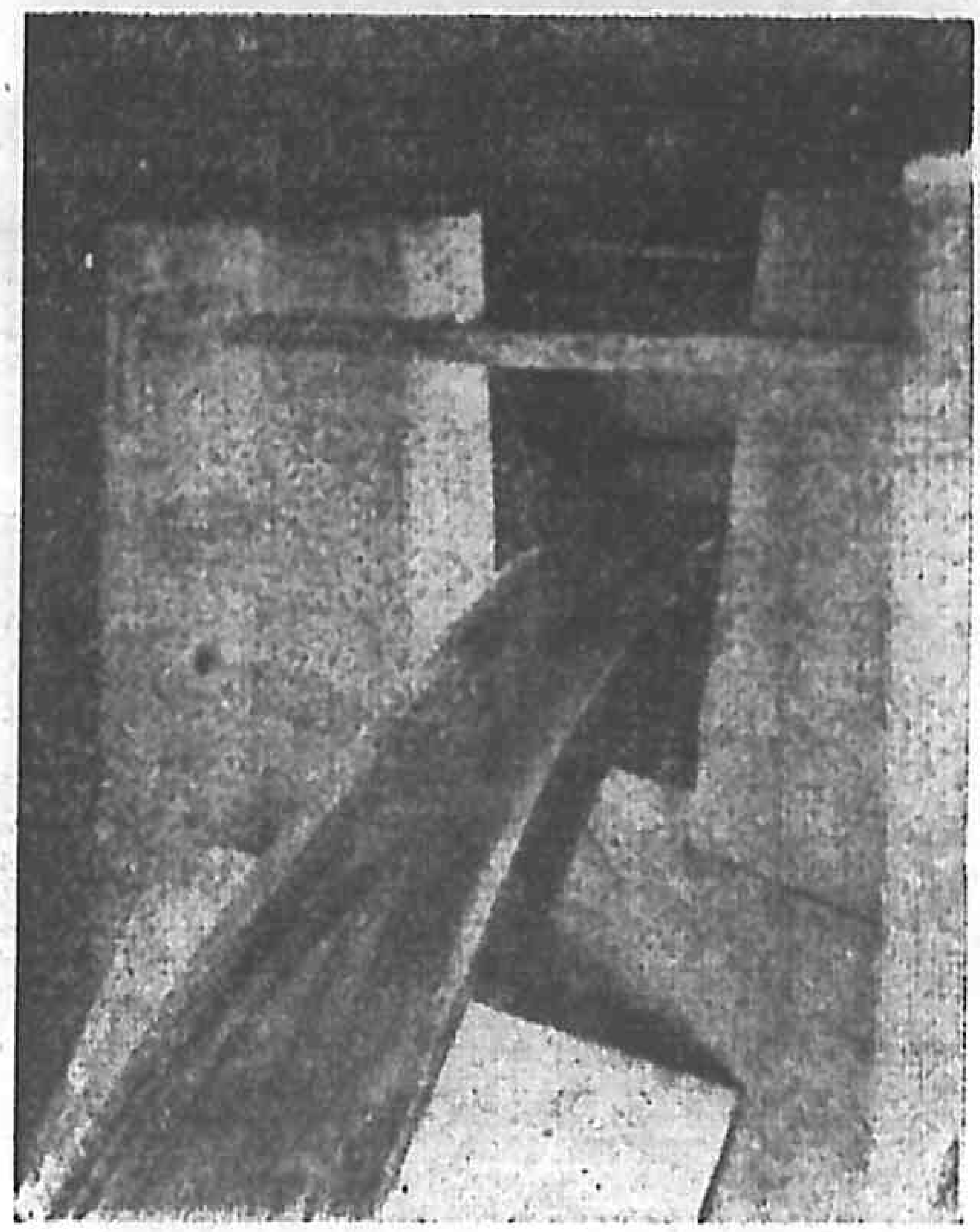


圖 88 經 60° 三角形水箕的放出情形

無收縮矩形水箕 (Suppressed rectangular weir)——矩形的水箕大概是最普通的.倘水箕的寬度與接近箕身的水道的寬度相同,如圖 89 和 90 所示,則流過箕頂的水流,便無任一旁面的收縮,卽去掉兩邊的收縮.用這種水箕時,習慣把水道的邊延長過箕頂,使落下的水流也被牠們包圍着.如果水道邊不如此延長,則水流便稍行膨脹,而在 H 的一已知值下的放出率,便稍大於在標準式下的放出率.

無論此種或任何種水箕,須使牠是"通風的" (Ventilated),卽水流的下邊與空氣接觸.否則空氣便漸漸被水帶走,水將

黏在簑面上而不離開.於是就H的一已知值,放出率將大增,平常的係數便不能實用.

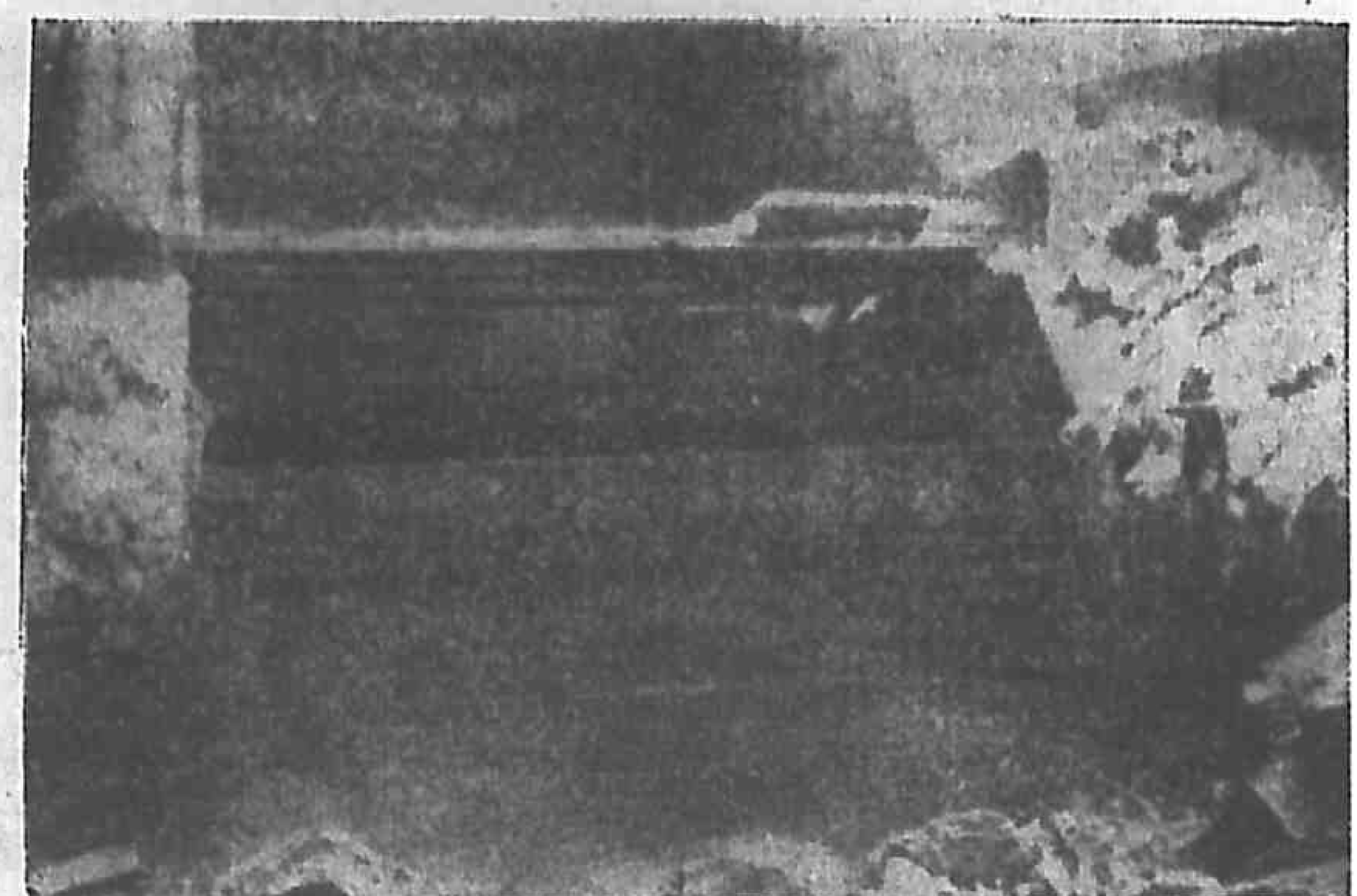


圖 89　無邊收縮的矩形水簑

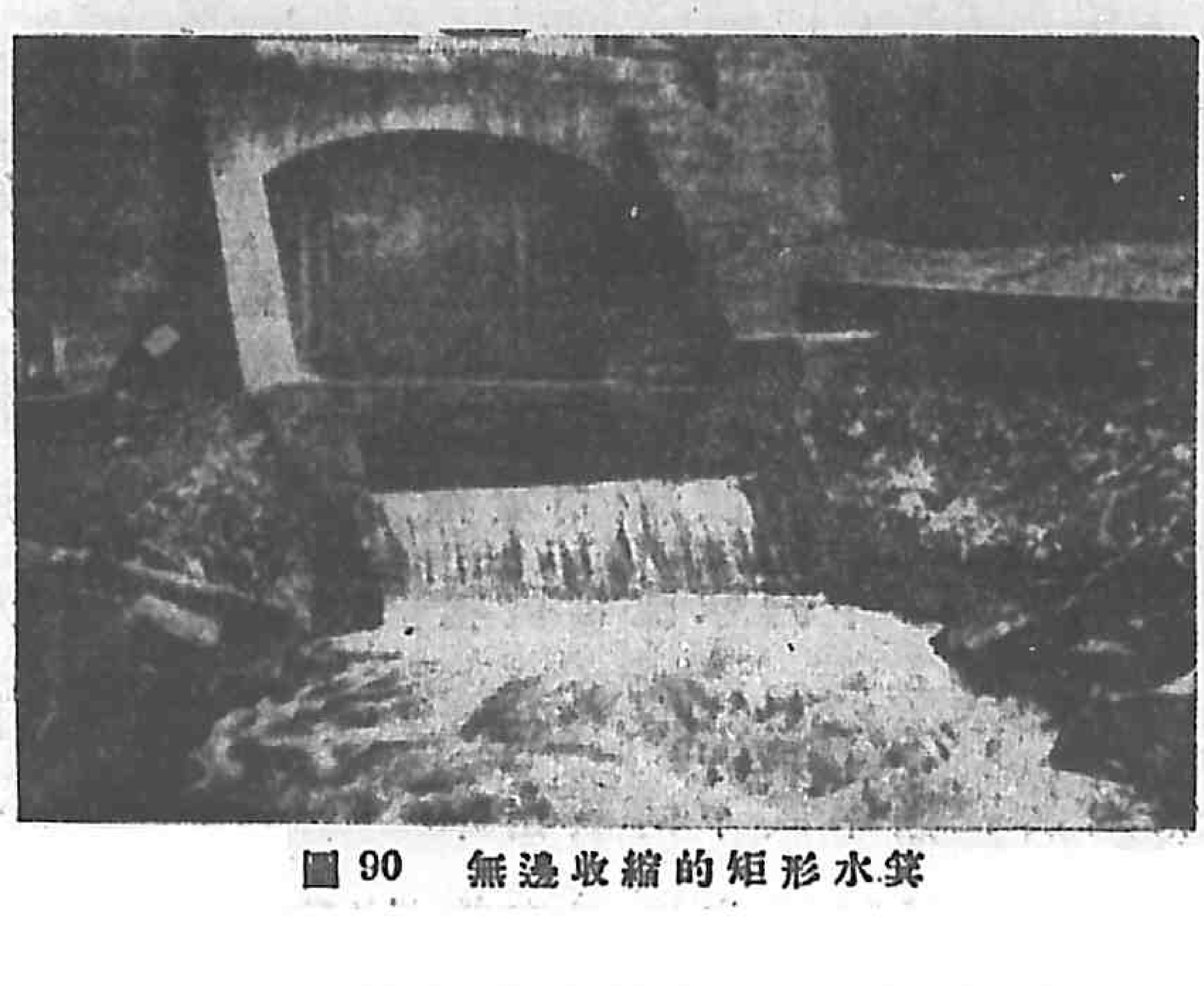


圖 90　無邊收縮的矩形水簑

爲使水與簑面分離起見,也就是能得到圓滿的頂收縮,

在簧板上必須有一鋒稜.把一金屬板的稜磨斜,使成一刃鋒,即可得此種鋒稜.但是,如果這板太厚,不能使水離開板面,則一完好鋒方肩,和一刃鋒能產生同樣的結果.就H的極低值說,刃稜將仍能產生頂收縮,一平稜的板便不能.

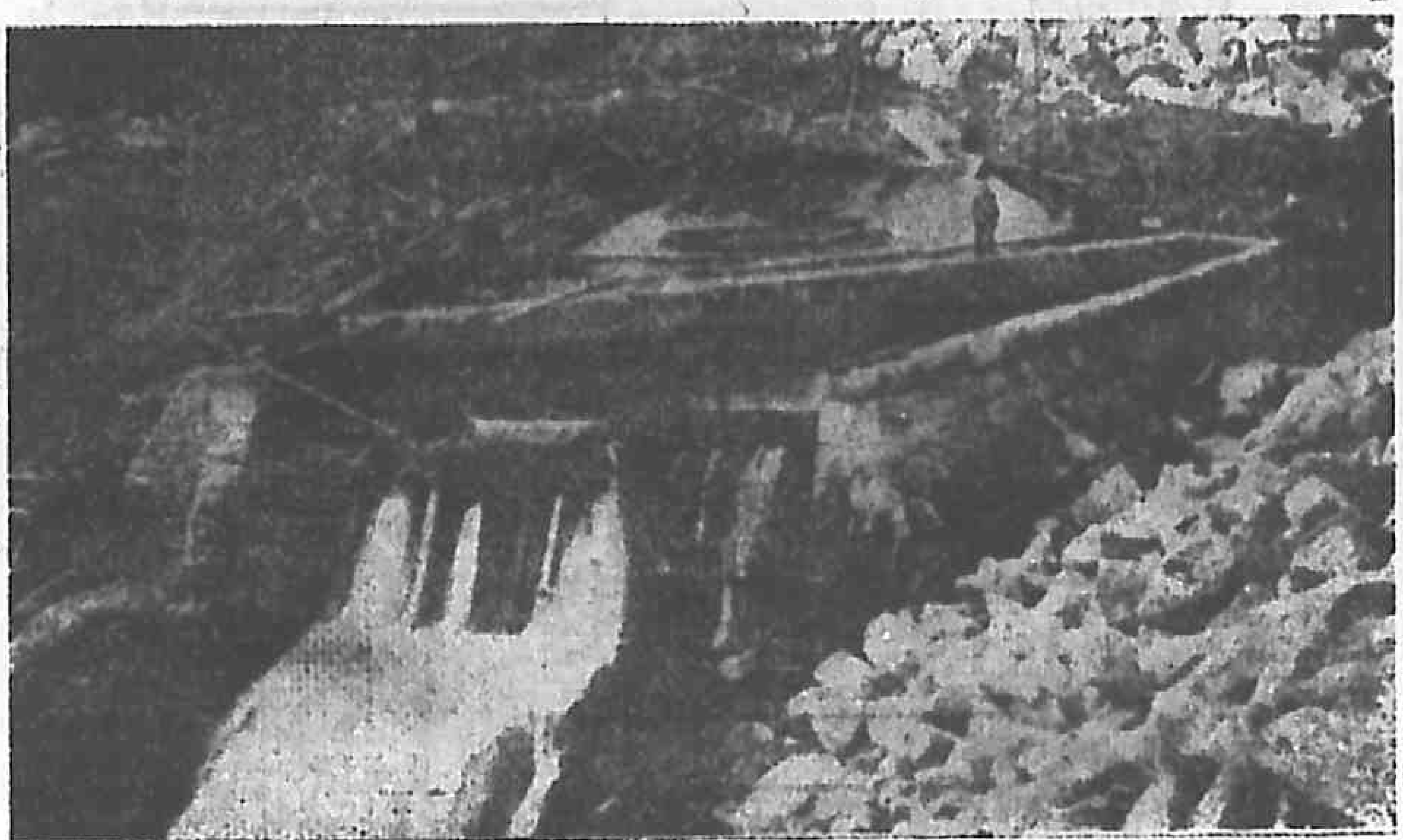


圖 91. 有邊收縮的矩形水簧

收縮矩形水簧(Contracted rectangular weir)——當水簧的寬度,小於接近簧身之水道的寬度時,如圖91所示,在兩邊發生的收縮,即使水流的眞正寬度,小於水簧本身的寬度.這樣的一種水簧,叫做收縮水簧.

梯形或席波蘭地(Cippoletti)水簧——梯形水簧即開口的邊不是鉛直而是發散的,所以在水表的寬度增加.如邊的斜度有1:4之比,即叫做席波蘭地水簧,這是意大利工程師席波蘭地所首創的,此種水簧的便利處將在以後陳述.

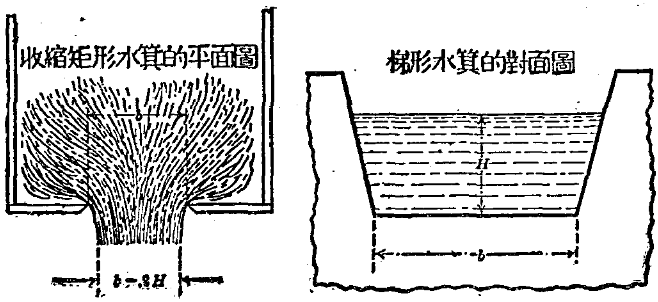


圖 92

68. **三角形水箕**——圖93是一個三角形水箕,牠的頂角是θ.經過一元條形面積dA的放出率便是

$$dq=c\sqrt{2gz}\,dA.$$

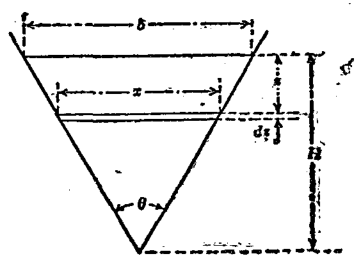


圖 93

可是, $dA=xdz$, 及按相似三角形, $x:b=(H-z):H$. 因此 $dA=(b/H)(H-z)\,dz$. 代入上式卽得整個開口的放出率如下式:

$$q=c\sqrt{2g}\frac{b}{H}\int_0^H(H-z)z^{\frac{1}{2}}\,dz.$$

在極限內求積分,則

$$q=c\sqrt{2g}\frac{b}{H}\left[\frac{2}{3}H^{\frac{5}{2}}-\frac{2}{5}H^{\frac{5}{2}}\right].$$

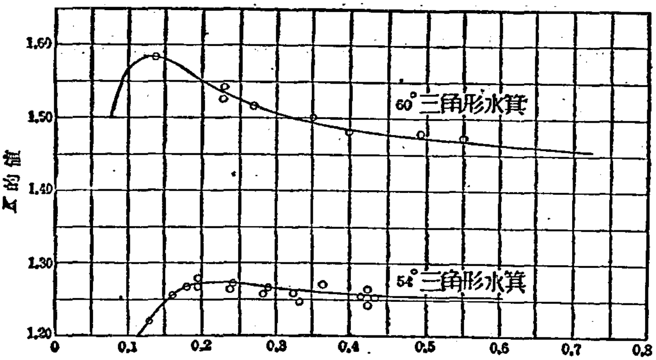
但 $b=2H\tan\frac{\theta}{2}$. 把此值代入,卽變爲

$$q=\frac{8}{15}c\sqrt{2g}\tan\frac{\theta}{2}H\frac{5}{2}. \tag{51}$$

此式,就任何已知水箕均可變爲

$$q=KH^{\frac{5}{2}}\text{ (註一)} \tag{52}$$

在圖 94 和 95, 可以找着數種三角形水箕之 K 的實驗值. 54 度, 60 度, 及 90 度的水箕, 在西布利學院 (Sibley College) 和科內爾大學 (Cornell University) 的實驗室內就有(註二). 在圖 95



H 單位用呎

圖 94 三角形水箕的係數

註一 $(H^{5/2}=H^2\sqrt{H})$

註二 Eng. News, 卷 73, 頁 636, 1915.

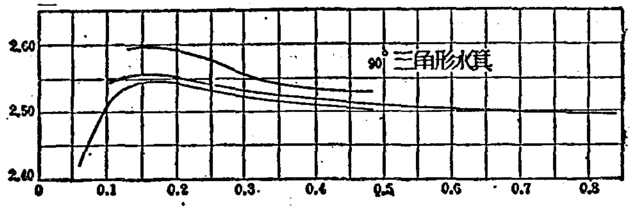


圖 95 90°三角形水箕的係數

的下邊兩曲線,是從哲姆斯巴爾(James Barr)(註三)所撰的一篇很有價值的論文內之數據所畫出的.造最下曲線所根據的水箕,有一良好鋒稜,同時其他水箕則有一方稜及約1/16吋的厚度.這二水箕所有的K的值,都比西布利學院的水箕的值小,但差異也不過百分之一,這差異可以說因開口的板面的光滑度不同而生.一比較粗糙的表面,要減小水流的收縮,如是即增加水箕的係數.

這些曲線表明:放出率不與H的二分之五的方數成比例,因為c不是一個常數.最先應用三角形水箕的是湯卜遜(Thompson),他所選K的值是2.54.可以看到,就尋常水箕說,此值是一公允的平均數,而要想求K的更精確的值,可以從H的特有值的曲線來找.就0.2呎以上的水頭說.由此處所示出的曲線所得的公允平均數,在60度的水箕是:

$$q = 1.42\,H^{2.44}, \tag{53}$$

註三 "Experiments upon the Flow of Water over Triangular Notches", Engineering, 3月8日和15日, 1910.

及 90 度的水箕是:

$$q=2.48\,H^{2.475}. \qquad (54)$$

例　　題

85. 當 $H=0.400$ 呎, 54 度的三角形水箕的放出率爲若干? 就 H 的同一值, 90 度的三角形水箕的放出率爲若干? (用曲線上的 K 的值) 如果用 60 度的三角形水箕, 則每秒 2.0 立方呎的放出率,其 H 的值爲若干? (應用方程式)

答. 0.1275, 0.2550, 1.15.

69. 矩形水箕——如圖 96 之矩形水箕, 經過一元條形面積 dA 的放出率, 可由下式給出:

$$dq=c\sqrt{2gz}\,b\,dz.$$

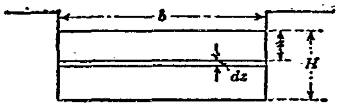


圖 96

在極限內求積分:

$$q=c\sqrt{2g}\,b\int_0^H z^{\frac{1}{2}}\,dz$$

$$q=\frac{2}{3}c\sqrt{2g}\,bH^{\frac{3}{2}}. \qquad (55)$$

這是基本公式.爲要表示 c 的值, 曾提出此公式的許多變更, 就所有 H 的值說, c 不一定是不變的 (要記着 $H^{\frac{3}{2}}=H\sqrt{H}$).

70. 夫朗西斯 (Francis) 水箕的公式——約在1850年,哲姆斯夫朗西斯 (James B. Francis) 對於水經過水箕的流動,曾作過頗精確的研究(註一). 從他的實驗結果,他替方程式(55)中的 c 選定一值0.622,所以在一無收縮水箕:

$$q=3.33\,bH^{\frac{3}{2}}. \tag{56}$$

就一收縮水箕說,他推出各個收縮的效應,要使水箕的有效寬度減小 $0.1H$ 的結論.如是在一收縮水箕

$$q=3.33(b-0.1nH)H^{\frac{3}{2}} \tag{57}$$

尋常收縮水箕,將有兩邊的收縮,使方程式(57)內 n 的值為2,但一水箕,可以一邊有收縮,及一邊無收縮.方程式(57),純粹由經驗得來,並只在極限內實用.如 H 大於三分之一 b,則兩邊的完美收縮不能出現,因此方程式(57)所根據的條件便不能成立(註二).

當接近箕身的水道,其截面積較小時,在牠裏邊可以有一足能影響這結果的流動速度.此種速度叫作初速度.夫朗西斯拿 $\left[(H+h_v)^{\frac{3}{2}}-h_v^{\frac{3}{2}}\right]$ 代替 $H^{\frac{3}{2}}$ 來矯正此種效應,在這裏 h_v 是在水道內的速頭.在實際工程中,末一項常省去.任一包含初速度的式子,都沒有真正良好的理論基礎.在無收縮水箕,

---

註一 "Lowell Hydraulic Experiments"

註二 要想看經過矩形缺口的流動,及對於水箕之他種有價值的記載,可參看"機械工程師手册"內,邵德爾所撰關於水力學的部分,在二版,268頁.

可用夫朗西斯的一種改正公式,這公式是:

$$q=3.33\,b(H+\alpha\,h_v)^{\frac{3}{2}} \tag{58}$$

在這式內,α是已知值,牠的變程從1至2.如在水道內,在量度H的截面,水的速度就整個截面說是均等,則α的值應當用1.但,假如表面的速度甚大於底面的速度,則α的值應當大於1.這是因為真正速頭,對於經過水箕的放出,比h_v的影響大,h_v是根據在該截面的平均速度算出的.α的值有時當作表面速度與平均速度之比看待.注意,這截面的面積,是如圖86所示的水道之總寬度與$(H+y)$的乘積.在應用方程式(58)時,先解明方程式(56)得q的一近似值.用鉤形計器所在的地方的截面積除此值,再由此速度的值,能得V的一近似值,因此能得h_v的一近似值.如此得到之$\alpha\,h_v$加於H上,即能算出q的一新而且稍大的值.由此更能算出h_v的一新值,以是類推.但是,約在兩度如此解明之後,進一步的解明,將使這結果變更的更微細了.

在圖97可以看到,就極限情形說,經過水箕的面積是$3H^2$,同時接近箕身的水道的最小截面是$21H^2$,不過正確的應當較大.但就此最小面積,忽視初速度所發生的誤差約為百分之一.因此,在大部分的實際情形下,用有收縮的水箕而考究到初速度是無用的.但是,如果需要的話,在方程式(58)內的b的值,可以按照方程式(57)的方法修正,而結果所得的方程式,即可用作有初速度的收縮水箕.

爲避免須由試驗解明方程式(58)起見,可用簡單代數手續,以水道的因次表示h_v的價值,而最後把這方程式變成巴新(Bazin)所推出的形式.

71. 巴新水箕公式 —— 巴新在法蘭西對於無邊收縮而有高初速度的水箕,作過許多連續的有價值的實驗.由這些實驗他計劃出一水箕公式,這公式表示初速度的效應,比夫朗西斯的公式簡便得多.他的最精確的公式是頗複雜的,但在實際工作中,用下邊的近似公式卽夠精確了:

$$q=\left[3.25+\frac{0.0789}{H}\right]\left[1+0.55\left(\frac{H}{H+y}\right)^2\right]bH^{\frac{3}{2}}. \tag{59}$$

y表示水箕頂在水道底以上的高度,如是卽以間接的方式,把初速度的效應加入這公式內.

例 題

86. 如圖89所示的水箕,寬度是7.573呎.忽視初速度,當$H=1.200$呎時,放出率是若干?

如y的值是2.85呎,應用夫朗西斯的公式解明放出率,一次按$\alpha=1.0$,再一次按$\alpha=2.0$.

答. 33.15, 34.0, 34.9,

87. 應用巴新的公式解明習題86.

答. 34.5.

88. 假定如圖91所示的水箕寬度也是7.573呎,當$H=1.200$呎時放出率是若干? H的最大容許值是若干?

答. 32.1.

72. 對於水箕的註釋——收縮水箕方程式(57),只可實用於標準的夫朗西斯水箕,這水箕的極限比例即圖97所示.除非在水箕兩邊及底留有充分的空間,圓滿的收縮便得不到,使此等因次大於已知值則可,但永遠不能小.箕頂在底以上的高度至少應當是$3H$.據夫朗西斯的計算,$2H$的高度將使放出率約增百分之一,如果不能有充分空間來獲得兩邊的圓滿收縮,則兩邊的收縮應當完全去掉,或者把一邊的去掉而將全部空間移至另一邊,對於處理不圓滿的收縮沒有已知係數或方法.又H的值不應當超過寬度b的三分之一.

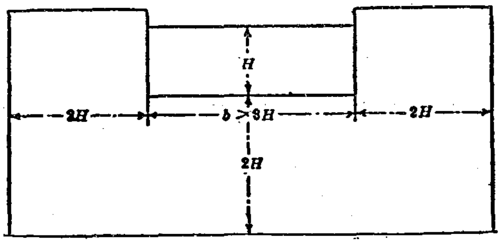


圖 97 標準收縮水箕的極限比例

對於無收縮水箕,沒有標準因次可供參照.在科內爾大學所作的實驗曾經指明:在方程式(56)內的夫朗西斯係數,至少在上至5呎下至0.3呎間的水頭實用,如$H=0.2$呎,這係數應當增大百分之三,如$H=0.1$呎,即應當增大百分之七.

如接近箕身的水道面積超過$6bH$,則能證明初速度可以忽視不計,因此看到,初速度在收縮矩形水箕是無須顧及的,但在一無收縮水箕,水道的深度便必須有$6H$,而實在情形

卻不常如是,因此大部分無收縮的水箕,須要計及初速度.夫朗西斯係數所根據的水箕實驗,每秒有小於一呎的初速度,當初速度高的時候,應當應用巴新的公式.

最精確的水箕,是無收縮的水箕,使接近箕身的水道甚深,則初速度可以忽視,初速度可以忽視的一種收縮水箕,與有中常初速度的一種無收縮水箕約可歸爲一類.一般認兩邊的收縮是誤差的來源,但似乎無眞正合理的方法來校正.最不合用的水箕,是有高初速度的水箕,因爲不單H的正確示數難以找出,且不易按科學的方式找出此種速度的效應.

一水箕的頂應當作成水平,所有的面應當鉛直,這幾乎是無須說的.就一已知H說,向上水流傾斜減小放出率,向下水流傾斜增大放出率.箕頂應當鋒利而且條件應當合宜.

用水箕作精確實驗時,最好先研究這公式所根據的原始實驗,並且要用與在所遇情況最近似的條件下所推出的公式.似乎也須要重複使用原始研究者所用的各種不同方法.例如,鈎形計器,應當以同樣方法及在距水箕同一距離處安置.除非遵循此等預防手續去作,誰也不敢擔保給出的係數,是否和他的特有情形相符(註一).

註一 要找對於水箕的報告可看:

Horton, R. E , "Weir Expericiments, Coeffients, and Formulas". U. S. Geol. Survey, Water Supply and Irrigation Paper, 150, 修正後爲 200.

Hughes and Safford, "Hydraulics".

Parker, "The Contral of Water".

73. 席波蘭地水箕——爲避免修正邊收縮的麻煩起見，席波蘭地水箕的邊規定爲(1:4)的一種斜度，這樣所增大的水流的有效寬度，足夠補償收縮夫朗西斯水箕的$0.2H$的收縮。如是由以下的公式，以在箕頂的寬度b作基礎，就可以計算了。這公式是：

$$q=3.367\,bH^{3/2} \tag{60}$$

74. 赫舍爾水箕——圖98所示，是根據近來由克雷門斯赫舍爾所提出的，一種全新原理所造成的水箕。在此種無頂收縮，無鋒稜，並且在下水流這邊也沒有什麼"通風"，來防止水黏着在水箕面上。頂本身是由一空圓形管作成的，在上水流面與這圓形管成切線的點，把管上鑽孔。所量度的水頭，是在水流的一截面——即平常鉤形計器所佔的地方——和此頂內部的差壓力。以每呎長度，每秒由0至9.55立方呎的流動，所作的許多連續試驗，確定此種水箕的公式爲：

$$q=5.50\,bh. \tag{61}$$

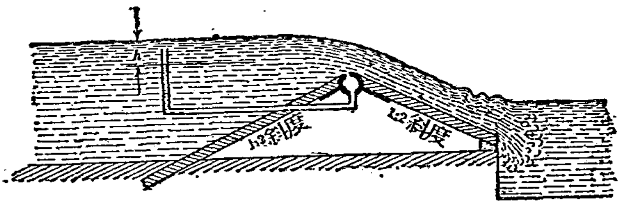


圖98　赫舍爾水箕

75. 彼托特(Pitot)管——量度水的其他器具即彼托特管。這是指示水在某一點的速度的一種儀器。由這速度可以求

出放出率.

彼托特管的原理,可以拿圖99來說明,而牠的理論,將在以後討論.在一露天水流內,只須一單獨管,但在受有壓力的一水流內,須有一第二管來單獨記錄壓力.所要找的量是在這二示數間之差異,這差異便叫作 h.由正確理論能證明,如 h 是由水流對管口的衝擊所行使之動壓力,這壓力的值以水的呎數計,則水的速度即由下式給出:

$$V=\sqrt{2gh}. \tag{62}$$

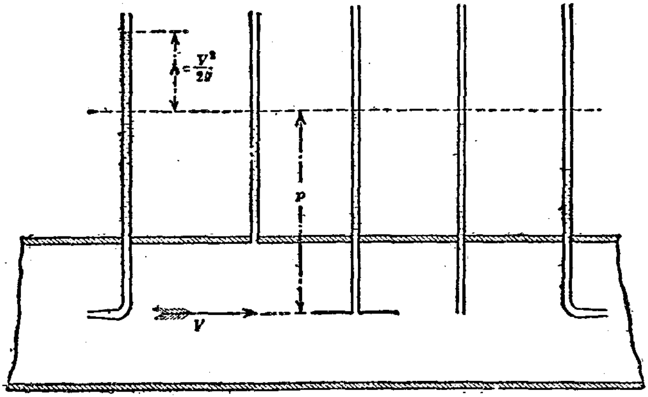


圖 99

當流動是平滑和流線流動時,此式由實驗證明是真確的.但,倘若是奔流時,則應當添入一約爲0.977的係數,所以可寫作下式:

$$V=0.977\sqrt{2gh}. \tag{63}$$

此係數稍小於一的緣故,不是因爲我們的理論不正確,也不是因爲儀器本身有什麼缺陷,但由於這種事實:儀器記錄的是在該點的眞正速度,縱然這點不是恰好與管口垂直的,可是我們所要找的,就實際目的說,是速度的並軸成分,因此這因數是計劃着能得速度的並軸成分的.(在圖49是OB而不是OD)(註一).

如將彼托特管用在一管內,壓力示數應當用一壓力計管來找,這管不要插入管壁內,且須與管壁成直角,如圖99之第二管,倘若因爲某種緣故須使管伸入水流內,正確示數也可以得到,如果壓力計管的孔作成平板,而這平板與流線平行,如圖99所示之第三管.或者這孔也可以開在一光滑短管的一邊,光滑短管的軸與流線平行,而牠接觸上水流的部分作成尖形,以減少渦漩的擾動,應用彼托特管的主要誤差的源藪,是在壓力的量度.

在水注情形之下,無壓力示數要從彼托特管的示數內減去,不過無論在那一種情形下,都不是露天水流,但在後邊的這種情形下,視察者要想得一示數或許是不便當的,因爲這示數在水面上僅有幾吋.所以在這裏可用一液體壓力計管,而用如圖13(b)所示的一種高差U形壓力計管把牠們連接起來,與圖13不同的地方,即用的是空氣,由活門V把空氣

註一 Moody, L. E.,"Measurement of the Velocity of Flowing Water", Proc. Eng. Soc. Western., 卷30, 頁319, 1914.

抽出一部分,二水柱可以吸至任何適當高度.

在應用彼托特管的時候,常把水流的一截面,分成等面積的數部分,再測定在各面積中心的速度,是常感覺便當的.這水流的平均速度,便是所觀察的速度之平均數.但假如面積不相等,則速度的平均數便沒有意義.於是便須畫一曲線,由這曲線可求其他點的速度,或用觀察所得的各個速度,乘假定可以代表的面積.整個水流的總放出率,是所有這樣部分的放出率之總和.如是

$$q=\Sigma A'V' \tag{64}$$

在這式內,A'是總面積的一部分,V'是經過該面積的速度.如果要找平均速度,則用總面積除放出率即得(註一).

例 題

89. 假定一彼托特管和一液體壓力計管,連在盛水銀的一高差U管壓力計之兩邊,倘彼托特管安在直徑10吋的水流內的位置,能量度出五個等量面積內的速度.假定在高差U管壓力計上,這五個個示的1.50, 2.15, 2.84, 3.62, 及4.05,單位是以汞高的吋數計,求這水流的放出率.

答. $q=7.43$ 秒呎.

76. 流速計(Current Meter)——就中常速度說,如在運河

註一 在一圓形截面的情形下,經過一環形面積dA的放出率是

$$dq=V'dA=Vd(\pi r^2).$$

因此q是π與在V, r^2曲線下的面積的乘積, V, r^2曲線,是用V和r^2的相應值所劃成的曲線.同理眞正動能,是$\pi w/2g$與在V'^3,r^2曲線下的面積的乘積.

及自然水流內的,流速計是很合用的.牠由一個輪作成,如圖100所示,或者在其他種類內由一個螺旋作成,輪或螺旋由水的動作來轉動,由校準水的速度與計器的轉動速率間的關係可以測定.

在許多流速計內,每轉一週,卽由在視察者耳上一電話收音機內的一聲微響來記錄,這微響是由這輪每轉一週使電接觸一次所發生的.在大部分流速計內,這種接觸不是如此頻繁的,平常的記錄數目是每轉十週接觸一次,其他流速計有種機械記錄的裝置,普通測定一預定數目的轉數所需之時間,比測定一預定時間內所轉的週數較爲容易,因爲可以避免以一週的部分,或週數的部分當作單位計算的困難.

流速計大略可以分成二種:卽具鉛直軸(如圖100),及具水平軸的.

在較淺的水內,流速計可以固結於一棒上,而在此種情形之下,如圖100所示的重體和尾把,是不需要的,但在比較深的水中,流速計卽須用一繩懸着,使流速計保持在一適當位置.

普通希望找的,是流經幾個截面面積內的水的速度,如流線不與這面積垂直,卽要找速度的垂直成分,而不是實在速度的值.可以看到:圖100所示之流速計,無論水從那一個水平方向來都可以,牠總是以等速度轉動的,與牠的軸垂直或平行的水流,也能使牠轉動,而且在任何情形之下,轉動永

速是在同一方向的,如是此計是記錄速度的值而不論速度的方向.

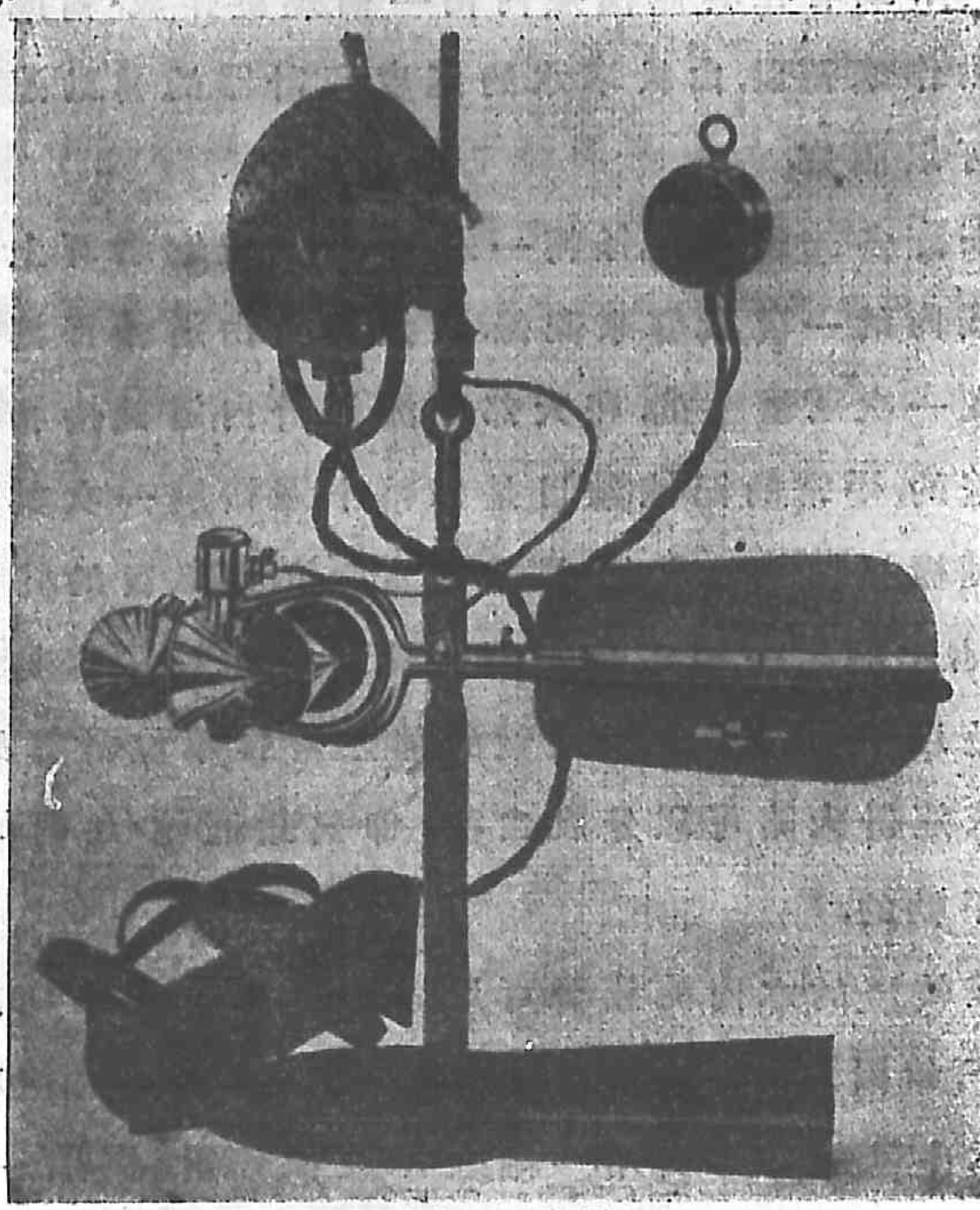


圖 100 流速計

在他種,普通軸是水平的,而且輪作成類似一個螺旋推進器 (Screw propeller) 的形式,這種流速計只記錄速度的並軸成分,倘這計安在水流的一部分,在這部分因逆流而水在反方向流動,於是這計便給出一負示數,因為牠將在反方向轉動.這樣一種流速計,在一切情形之下,無論是不規則或奔流

的流動,總是比較精確的.但是,在圖上所示的這種,有最精密的機械構造,並且是採用很廣的,在許多水流平靜,規律,且不需要極度精確的情形下,牠是十分滿意的.

應用這種流速計,將幾個不同點的速度測出,則整個水流的總放出率,即能照75節的同樣方法計算出來.

77. 對於量度水的註釋——放出率的精確量度,是實用水力學中一個最困難的問題.量度放出率的惟一確實方法,是權衡在一已知時間內放出的水量,或測定牠在適當校準的水池或容受器內的體積,前邊的方法,只能實用於較小的放出率,後邊的方法很少有實行的可能性,在後邊的方法中,泄漏,蒸發,以及其他因素的效應,有時是很麻煩的.

平常所應用的方法,是在本章所曾述過的,牠們全是間接的,在這些方法中,速度或放出率,均姑認係其他能量度的量的函數.

水從任一水池放出,能用孔,短管,或管嘴來量度,當一水流在一露天水道內流動時,可以使牠流經一水箕,或者牠通過任一整個截面內的速度,可以用一流速計,浮體,或其他方法求出.在一閉管內的水流,可用一彼托特管來測定經過一截面的速度,或者可以使水流經一細腰流量計.在一管線端安一管嘴,也可以獲得放出率.一管嘴的放出率可以算出,或用一彼托特管測出水注的速度後,也可以直接量出,量度方法的採用看情況而定.

在本章曾敍述過的量度方法以外,還有其他的方法,特別是化學的方法,這些方法中的一種,只在管線的進水口,注入小量的濃色液體,而在另一端注意顏色減淡程度所需的時間卽得,已知管的長度,就容易計算水的速度.其他有價值的方法,是依已知固定速率加濃鹽溶液,在下水流的部分取水樣而加以分析.知道所用溶液的濃度,牠的注入率,以及在主流內變稀薄的程度,水的放出率就可決定.此方法在數種情形下曾經應用,而獲得高度的精確結果.並且這可以算得量度大量水的出放率的一種容易實行,價錢便易,而且便當的方法(註一).

當水流過一放水堰時,這放水堰就可用作一特種水箕,如已知係數的適當價值,方程式(55)之水箕公式可供應用.因放水堰頂可以是種種形式和因次,牠不是一件標準器具,如鋒頂水箕一般.因此在各個情形之下,係數的值均須測定一次,測定的方法,或校準這放水堰,或應用其他類似形狀的放水堰所觀察到的結果.

78. 在變動水頭下的放出率——如水頭是變動的,則放出率也變動,且在一已知時間內之總放出量,或者一已知總放出量所需之時間,必須測定如下:

設 Q= 任一部分水以立方呎計的總體積,同時 q= 每秒

註一 Groat, B. F., "Chemihydrometry and Precise Turbine Testing", Trans. A. S. C. E., 卷 80, 頁 951, 1916.

的立方呎數,和平常一樣,於是:

$$q=dQ/dt \quad 或 \quad dQ=qdt,$$

假定至此部分水中有一注入管,以每秒q_1立方呎的速率注入,同時水以每秒q_2立方呎之速率流出;由是在任一時間dt內,總體積的變化是

$$dQ=q_1dt-q_2dt.$$

又設M=這部分水的表面面積,dz=這表面的水準之變更.於是

$$dQ=Mdz.$$

因dQ,使這二式相等,得

$$Mdz=q_1dt-q_2dt. \tag{65}$$

現在q_1或q_2,或兩個同時,可以是變數並爲z的函數,z是水表面的變動高度,或者兩個中的一個,可以有一不變值或等於零.比如,水在水頭z下經過一孔或面積A的管線洩出,可以寫出如下:

$$q_2=cA\sqrt{2gz},$$

同時假定牠流過一寬度b的水箕或放水堰,則

$$q_1=Kbz^{3/2}.$$

在前種情形之下,z可以與圖 111 的h相當,同時c的值,將用第80節和以後各節的原理來測定,倘放洩是經過一管線發生時.在流經一放水堰情形之下,z將爲水表面在堰頂以上的高度,或換句話說,將與圖86或方程式(55)內的H相當.

並且同樣q_1也可以是z的一種函數.

方程式(65)是十分普通的,並且如果能把M, q_1,和q_2以z的數學函數表示出來,於是能用積分法來解明這問題.在其他情形之下,可用圖解法則來定積分式的值,例如從方程式(65)可得

$$t=\int_{z_1}^{z_2}\frac{Mdz}{q_1-q_2}. \tag{66}$$

由積分法,此式便得水平面從z_1變至z_2所需的時間,倘若牠不能用計算方式求得積分,牠可以用圖解求得,卽計算q_1和q_2的值,而以$M/(q_1-q_2)$的值與z的相應值作圖.在此曲線和z軸間的面積,卽這積分的價值,當然不必實在作圖,這面積的值也可用各式各樣的近似規律計算出來.

例 題

90. 假定在運河內的一船閘有鉛直的邊,而水經過面積A的出口放洩,並且$q=cA\sqrt{2gz}$,證明水平面從z_1變至z_2所需的時間是:

$$t=\frac{2M}{cA\sqrt{2g}}\left(z_1^{1/2}-z_2^{1/2}\right).$$

91. 假定在一表面面積不變的儲水池內,水經一放水堰洩出,就這放水堰說,$q=Kbz^{3/2}$,並且無注入管向儲水池注水,證明在放水堰頂上,水的高度從z_1落至z_2所需的時間是$t=\frac{M}{2Kb}\left(\frac{1}{\sqrt{z_1}}-\frac{1}{\sqrt{z_2}}\right)$.在流動停止以前的時間是多少?

79. 習 題

92. 假定在一運河內的船閘,截面是等矩形的,並且長300呎,寬90呎,深40呎.假定水從此閘經三呎直徑的一洞洩出,流量係數是0.50.如水起始洩出時之水頭爲35呎,則水準降落25呎所需之時間是多少(轉言之,即從高度35呎降至10呎)?

答. 87分30秒.

93. 在習題92內,如使水準在15分內從35呎降至10呎,須一多大的洞?

答. 7.27呎.

94. 水以每秒150立方呎的等速率注入一儲水池內,而在頂長100呎的一放水堰流出.就此放水堰說,K的值是3.45.在放水堰頂以上的種種高度,其相應的水表面面積在附表內給出.(a)求在頂上,水準從3呎降至1呎所需的時間.(b)求在平衡成立後之最終高度.(c)平衡成立所需之時間是若干?

答. (a) 2,052秒, (b) 0.573呎, (c) 就理論說,時間是無限長.

z(呎)	M(平方呎)
3.00	860,000
2.50	830,000
2.00	720,000
1.50	590,000
1.25	535,000
1.00	480,000

第七章

管內的摩擦損失

80. 管摩擦所損失的水頭——在考究孔,管嘴,細腰流量計等器具時,摩擦阻力對於流動的效應,由增添速度係數來補償.這是可以實行的,因爲這些器具全能標準化,所以就一件測出的係數,可以實用到同類的其他一件.如水管類似時,速度係數也可以應用,但實在說,管線的一個和另外一個,在長度,大小,粗糙性的程度以及其他的條件,卻十分不相同,實際是不能應用速度係數的.所以須就一不同基礎來研究.

在一管內,由摩擦所損失的水頭,顯然與長度成正比.經驗示明:牠又與速度的某方次成正比,與大小成反比,而且視表面之粗糙性的增加而增加.在液體情形之下,損失與壓力無關,但係密度和黏滯性的函數,而密度和黏滯性又是溫度的函數.不過就目下說,由溫度的變化所生的差異便忽視不計(註一).

註一　在一管線內,能量的損失叫做摩擦損失,雖則這現象與在固體間的摩擦阻力很少有共同點.說牠是水流的有用能量,變成渦流,奔流,和熱的無用形式較爲妥當.管的粗糙性無疑的要引起奔流,因此卽增加內部的渦流損失.在本章內,主要討論點是在臨界以上的速度.

在這裏可以先規定兩個常用的名詞,卽水力的斜度(Hydraulicl slope),這就是s的值的意思,s的值由下式給出:

$$s=\frac{H'}{l} \tag{67}$$

如是,s指明損失率是沿管的距離的一種函數(註一).

水的平均深度 (Hydraulic mean depth) 或水的半徑 (Hydraulic radius),這就是m的值的意思,m的值由下式給出:

$$m=\frac{A}{\text{沾溼周界}} \tag{68}$$

在這式內,A代表水流的截面積,沾溼的周界,是水與渠溝接觸的周界的長度.(在露天水流內,不包含橫亙自由表面的距離)可以看到:就等截面積的渠溝說,沾溼周界便因截面的形狀而不同,如是,m不僅是大小而且是形狀的一種指數,假定等面積的渠溝的摩擦阻力,要是和與水接觸的表面或周界成比例是合理的,那末,普通卽與m成反比,因無論截面的形狀若何,m的值是可以測定的,所以牠供給我們一種比直徑d更爲普通的因次,d自然只限於圓形截面的渠溝

註一 如管的直徑相等,則速頭是常數,和總能量梯度與水壓梯度是平行的,不過這是一種特別情形.於是s便與水壓梯度的斜度成比例.如管既等直徑又係水平,則s是水壓梯度與水平線所成功的角的正切.倘管的斜度與水壓梯度的斜度相等,這種情形在高度的變化恰等於摩擦損失時,就可發生,這樣則在管內的壓力,沿管的長度是相等的,於是s是這角的正弦.在其他情形之下,牠不能直接代表在圖上可出現的任一角的任一自然函數.

註一),就一豐滿流動的圓形管,面積是πr^2,而沾溼周界是$2\pi r$,如是

$$m=\frac{\pi r^2}{2\pi r}=\frac{r}{2}=\frac{d}{4} \tag{69}$$

81. 管摩擦的指數公式 (Exponential Formula) ——實驗證明:由管摩擦所損失的水頭,以下式代表,

$$H'=f'\frac{l}{d^x}V^n \tag{70}$$

在此方程式內,用x和n的正確值,因數f'與d和V,無關只視管的粗糙性而定.實際應用此方程式的困難,即在必須估計f', x,和n的價值,換句話說,要處理的,有三個與表面性質有關的變數.

從實驗知道:就很平滑的管說,n由1.72變至1.95,而在粗糙的管,或甚至到2.0.x的值平常定爲1.25,雖則牠也應當是一個變數,而且當n漸近2.0時,牠漸近1.0.此種結論的理由將在以後論及.就一已知管說如f', x,和n,是已知數,則方程式(70)倒是很有用的(註二).

註一 如果作一面積等於渠溝的截面積的矩形,使牠的底等於沾溼周界的長度,於是此矩形的高將爲m. 但是,此種物理的證實是無意義的.

註二 邵達爾(Schoder)在"機械工程師手册"內,就鑄鐵和鍛鐵(不是鉚合的)管,在其好情形下,給出$H'=0.00038lV^{1.86}/d^{1.25}$,和在粗糙或鉚合管,$H'=0.0005lV^{1.95}/d^{1.25}$.

求解方程式(70)內的速度,得:

$$V=f'^{\frac{1}{n}}d^{\frac{x}{n}}\left(\frac{H'}{l}\right)^{\frac{1}{n}}=C'm^{\frac{x}{n}}s^{\frac{1}{n}}. \tag{71}$$

在這式內,C'是一個實驗的係數.前曾說明,用m代替d,能使這方程式對於一切形狀的截面都可實用(註一).

82. **摩擦損失之普通方程式**——平常用於管摩擦的公式是:

$$H'=f\cdot\frac{l}{d}\cdot\frac{V^2}{2g}. \tag{72}$$

因H'必須是用直線單位的量,如46節所述,及速頭$V^2/2g$是直線的量,顯然fl/d必須是一個抽象的數目,因爲l/d僅係兩因次的比,這二因次可以用任何單位,只要牠們是相同的,所以f也必須是一個抽象的數目,因在方程式(72)內之指數不正確,所發生的誤差便必須用f的一個適當值來補償,這也是很顯明的,如是在此方程式內,f不單是表面性質的函數,且係d和V的函數.量f叫做管摩擦係數,或者簡稱作摩擦因數,

註一 就中常情形把這些指數的值添入,即得黑曾·威廉(Hazen-Williams的公式,這公式是:

$$V=C'm^{0.63}s^{0.54}.$$

C'的值在表III內可以找出.C'的值是在$m=1$及$s=0.001$時,根據車亞(Chezy)係數C計算的.如是,$C'=C\times0.001^{-0.04}=C\times1.318$.此公式的應用,藉威廉和黑曾的"水力表格"或他們特製的計算尺,解明的困難可以大減.

求解方程式(72)內的速度,得 $V=\sqrt{2gdH'/fl}$,再用 s 代替 H'/l,用 $4m$ 代替 d,用 C 代替其餘的因數,如:

$$C^2=\frac{8g}{f}. \tag{73}$$

此式又可變爲:

$$V=C\sqrt{ms}. \tag{74}$$

可以看到:方程式(72)和(74)是相等的,因爲每一方程式都可以從另一方程式推出.後邊這種形式的方程式,即所說的車茲(Chezy)公式,而 C 即車茲係數.

在解明管線問題時,若管摩擦以外的因數另行單獨考究,則用方程式(72)較爲便當,這是以後將要感覺到的.但如其相宜的話,方程式(74)也可以應用,特別當管摩擦係是惟一所考究的項目.在露天渠溝內,普遍應用這個方程式,並且可以實用於任何形式的截面.在方程式(72)內,以 $4m$ 代替 d,便可應用到不是圓形的截面.

83. 摩擦因數的通用值——因爲代表管摩擦的方程式(72)是不合理的,所以摩擦係數 f 應當與直徑,速度,以及表面的性質成比例,這是以前曾經敍述過的.關於表面的性質和牠的影響,可以看到:就一已知表面情形說,在小直徑管內比在大直徑管內較爲重要.因爲同一大小的突起和凹下,在小管便是直徑的一較大百分數,換言之,完全同一材料所製成的不同大小的管,便有不同程度的粗糙性.單獨此項,將使摩

擦因數f,依管的尺寸的增加而減小.

最常應用的公式的一個,是達綏(Darcy)的公式,他忽視速度的效應,而使這係數只依直徑而變.按照達綏的意思,就新的潔淨鑄鐵管說,f的值可以由下式給出:

$$f=0.02+\frac{0.02}{d'}.\tag{75}$$

因f必須是一個抽象數目,這方程式的最後一項,其比值一定與任何單位無關,因直徑是以吋計,則分子內所含的也是此種因次(註一).

此方程式所給出的f的值太大,特別在大管,不過這是屬於安全這邊的.就他種管說,縱然在小管,其相應值可以參照表III內的值估計出來.

就舊的腐蝕鑄鐵管說,方程式(75)所給出的值,按照工程師對於表面情況的判斷,應當增加到二倍大.對於管的壽命,想定出一種規律是不可能的;因水的化學成分,流動的速度,以及其他因素,使一種材料隨時發生的銹蝕和結節,在數量上大不相同.

因達綏實驗時所用的最大管,只是20吋的直徑,所以他的方程式,不當用於2呎以上的直徑的管.但是,他的方程式的形式證明:當管的大小增加時,f的值即漸近一常數,因此

註一　爲統一計,除非另外特別說明,在本書內的一切解答,便是根據方程式(75)所得的f的值,及所敘述的直徑,而不是與名義上的大小相應的值.

就大管說,在2呎或3呎以上的直徑,而且在平常遇到的平均速度下,只依管的類別變更的值,可以應用如在表III內所示出的.

表 III

只限於大管	f	C	C'	N
新的光滑的鑄鐵管	0.015	130	170	0.011
新的或舊的木板管	0.018	120	160	0.012
新的鉚合鐵管	0.022	110	145	0.013
舊的結節鑄鐵管或鉚合鐵管	0.026	100	130	0.014
任何舊的和粗糙的管	0.040	80	105	0.019

此表的第二行,給出C的各種價值,因所用的數目是簡便的"整數".f和C的值,其彼此相互的關係在這裏不能正確滿足方程式(73).第三行,給出黑曾·威廉(Hazen-Williams)公式內的C'的值,這公式在81節的註中給出.第四行是N的值,這值是在第九章內,庫特(Kutter)公式中的粗糙性的標度.

例　題

95. 在長2,000呎,直徑10吋的管線內,當這管內水的速速度是每秒6呎時,則水頭的損失爲若干?s的值爲若干?

答　29.5呎.

96. 在長2,000呎,直徑1吋的管線內,當這管內的水的速度是每秒6呎時,則水頭的損失爲若干?s的值爲若干?

答.　537呎.

97. 應用表 III, 在 5 呎直徑的新鑄鐵管內,當水頭的損失是每長1,000呎內有1.6呎時,則流動的速度是若干?(用方程式(72)和(74)求解)當舊了時將爲若干?

答. 5.85, 5.82, 3.6 呎每秒.

84. 摩擦因數的普通公式——公式 $H'=f(l/d)V^2/2g$, 用起來比指數公式簡便.無論在何種情形之下,只要能測出 f 的恰當值,便能得等同的正確結果.曾經看到:此種形式的方程式 f 不僅是表面性質的一種函數,而且是直徑與速度的一種函數.又知道:在一管線內的摩擦損失,也是密度和黏滑性的一種函數.

但,曾經敘述過:摩擦因數是一個抽象的數目.那末,如果牠是直徑,速度,密度,和黏滑性的一種函數,於是這四種量的結合方式,必須是產生一個無因次的值(註一),要想把這四種因數的一切因次都消去,其惟一可能的結合是:

$$dVw/\mu \tag{76}$$

上述之外,摩擦因數 f 還是一個無因次的表示粗糙性的因數之函數,這因數是表面的不規則性的深度與直徑之比.到現在爲止,仍不能測定此比的值,而成立一個數值的標度.所以粗糙性這一項,只好憑工程師的經驗和判斷力來規定.

註一 參看附錄 I 之黏滑性的說明. 在英國單位制度下,黏滑性 μ 確是磅/(呎×秒). 但是,以上的關係,就任何單位制度說都是眞確的,只要牠們是一致的.

因在方程式(76)內的一切量,都有同樣的指數,所以表明因數 f 必須是牠們各個的同次方的函數,無論這函數是怎樣的.

現在可以注意在同一溫度的水,溫度相同則 w 和 μ 都是常數,於是主要的目標只在變數 d 和 V 上.如果使從方程式(70)和(72)所得的 H' 的值相等,則得下式:

$$f=2gf'/d^{x-1}V^{2-n}. \tag{77}$$

並且,因爲 f' 是假定只依粗糙性變的,所以直徑或速度,任一種要是增加,f 卽行減小,加之,因 f 必須視 d 或 V 的同一函數變更,已如上述,由此則

$$x-1=2-n. \tag{78}$$

當 $n=1.75$,曾找着 $x=1.25$,當 $n=1.9$,於是便得 $x=1.1$,餘可類推.如是則 x 應當隨 n 變更.

可是對於不同直徑的管的實際試驗,似乎沒有證實在 n 與 x 之間的此種正確符合性,雖則牠確有趨向此方向的傾向不能找到實在符合的一種理由是,同類表面的管,直徑增加牠就比較平滑,這是曾經說明過的,如是直徑的效應或許比速度的效應較爲重要,但這是因爲粗糙性的因數不是不變的.

我們目下的實驗報告,似乎是要指明:指數 x 和 n 不單依表面的粗糙性變,而且是 d 和 V 的函數.就流線流動說,x 的值是2而 n 的值是1,在臨界速度以上,奔流愈甚,x 愈近1而

n 愈近 2. 可是表面的粗糙性增加,或速度較高,或直徑較大奔流卽行增加,因爲速度越高,距臨界速度越遠,及直徑越大,距小尺寸的管越遠.小尺寸的管容易得流線的流動.所以粗糙性,速度,或直徑增加時,x 減小而 n 增加.如是方程式(77)可以應用的範圍,顯然只限於在一有限變程內的指數的已知價值.函數 f 的量,完全是從實驗所獲得的,而且似乎由以下形式的一種經驗方程式給出:

$$f=a+\frac{b}{(dVw/\mu)^y}. \tag{79}$$

爲方便計,(76)式可以寫作:

$$\frac{dVw}{\mu}=\frac{d''Vs\times 62.3}{12U\times 0.000672}=\frac{d''Vs}{U}\times 7{,}740 \tag{80}$$

在這式內,s 是對68°F,或20°C,的水的比重.在這種溫度時,密度是每立方呎62.3磅,而 U 是對68°F水的黏滯性,於是這黏滯性是0.000762磅每呎秒.

應用此等較便當的單位,就平滑銅管說,方程式(79)可以寫作:

$$f=0.0072+\frac{0.0265}{(d''Vs/U)^{0.355}} \tag{81}$$

同時就尋常商用平滑鋼管說,

$$f=0.014+\frac{0.0238}{(d''Vs/U)^{0.421}} \tag{82}$$

代表由這二方程式所得 f 值的曲線,及代表各種管表面的

其他曲線,同在圖101示出(註一).

為應用圖101起見,須先算出 $d''Vs/U$ 的值,於是由正當曲線讀出 f 的值,或在圖上指出與計算的管的粗糙性相應的位置.庫特的 N 值的一種標度可供參考,N 是粗糙性的種種指數,普通用於露天渠溝和大管,牠的值在右邊示出.圖的此部分最適於在大管內的流動.但是,可以假定:倘所有的實驗結果,能按粗糙性的數值標度——如由 N 所給出的,牠的值在表III和VI內可以找着,——適當的分成類別,則在此圖上,將能按 N 的不同值畫出一串類似的曲線而終止於右邊所示之位置.不過在處理小管時,最好記着相對粗糙性的值在類似表面上較大,

當 $d''Vs/U$ 的值低至0.2,這點卽在臨界速度的區域內.實曲線與虛曲線在左邊的交點,指明由奔流轉變為流線流

註一 Wilon, Mc Adams, 和 Seltzer, Jour. Ind. Eng. Chem., 卷 14, 號 2, 頁 105.

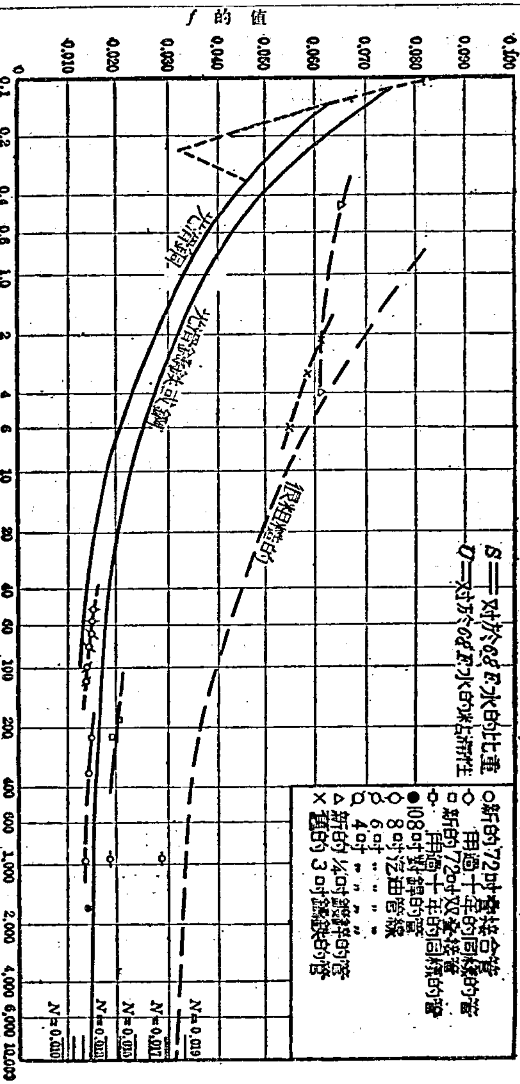
Buckingham, Trans, Amer. Soc. Mech. Fng., 卷 37, 頁 263, 1915.

Swindin, "The Modern Theory and Practice of Pumping", D. Van, Nostrand Co.

Stanton and Pannell, National Physical Laboratory, 1914.

Lander, Proc. Roy. Soc. A, 卷 92, 頁 737, 1916.

除註中所提及的各種刊物所得的幾種代表曲線外,著者對於此圖曾繪出數實驗點,以示明此圖對於特別情形之應用.如是可有小至1/4吋及大至108吋的直徑.就新管和用過十年以後的管說,也有兩組價值.



f 的 值
0.010 0.020 0.030 0.040 0.050 0.060 0.070 0.080 0.090 0.100
0.1 0.2 0.4 0.6 1.0 2 4 6 10 20 40 60 100 200 400 600 1,000 2,000 4,000 6,000 10,000
d''V(s/U)的值
S＝對於60°F.水的比重
U＝對於60°F.水的粘滞性
光滑的
光滑拉製金屬
很粗糙的
○新的72吋鉚接合管
◇用過十年的同樣的管
□新的72吋双鉚接管
-◇-用過十年的同樣的管
●108吋鋼鉚的管
◇8吋泛油管線
◇6吋 〃 〃 〃
◇4吋 〃 〃 〃
△新的¼吋鍍鋅的管
×舊的3吋鑄鐵的管
N＝0.019
N＝0.017
N＝0.015
N＝0.013
N＝0.010

圖 101 摩擦因數的值

動.在臨界速度以下,用方程式(72)內的f的值,於是可以從此處曲線上取出,但正確的說,應當用在64頁註中所給出的方程式.在此圖上示出一三角形面積,代表不確定的區域,與在圖51所示出的類似.

關於圖 101 的曲線,有趣的部分是.不但在實用水力學內,在凡所遇到的情況的一切變程中,牠們都眞實,而且就所有的流體,無論是氣體,蒸汽,水,或黏滑油類,牠的值同樣適用,只要知道密度和黏滑性,就可以應用此圖.就平常的目的說,水可以假定在68°F.,這樣則s和U都變爲1,而主要的目標卽在對待d''和V.但要作實驗數據的精密分析,必須注意到溫度變更對於水和其他流體的效應.黏滑性的幾種代表值載在附錄I內.

例 題

98. 68°F.的水,以每秒4呎的速度流過:(*a*) 1/4吋的平滑銅管;(*b*) 10吋的平滑銅管;(*c*) 100吋的疊鉚合鋼管,藉圖101試求每1,000呎的水頭損失.

答. (*a*) 394, (*b*) 5.52, (*c*) 0.417 呎.

99. 假定有比重0.9及相對黏滑性90的熱燃料油,用唧筒使牠流過習題98的10吋管線,速度是每秒4呎,求f的值及其摩擦損失與水的摩擦損失之比.二數均須以每平方吋的磅數計.

答. 0.043, 2.093.

85. 不重要的損失——當一流動水流的速度改變方向或大小時,都要引起額外的渦流或奔流,如是,在平常管摩擦外,又發生能量的損失,此種損失的量,是速度改變的陡然性的一種函數.這種水頭的損失,常叫做不重要的損失,因爲在一相當長度的管線內,管摩擦本身是一很大的值,以至由此等他種因素所損失的水頭,比較不重要.

如是,假定一管線的長度爲直徑的 10,000 倍,而摩擦因數爲 0.02,則 fl/d 的值是 200.假定由他種原因所失之水頭是 $1.2V^2/2g$,可以看到:這只是管摩擦的百分之 0.6,這是一可忽視的數量,特別當 f 的值在百分之 10 以內,是不能眞切知道的.

在另一方面,如長度是直徑的 500 倍,則 fl/d 的值是 10,省去 $1.2V^2/2g$ 與否,在計算的結果內要發生可注意的差異.但是,就在此種情形之下,不重要的損失的值,也等於摩擦因數內的一種可能的變更.

但,假如長度只爲直徑的 10 倍,管摩擦只是 $0.2V^2/2g$,那末所說的不重要的損失,現在卻變爲最重要的因素,由是可知,此等項目的重要性,是一相對的比例.

不重要損失的最普通的根源,在本章的末尾敍述.

86. 在進口損失的水頭——從圖 102 可以看到:當水從儲水池流入管內時,流線傾向會聚,這頗像從一鋒稜孔射出的水注一般,所以在點 B,速度是最大而壓力是最小.可以假

定在 B 處的中心水流被水環圍着,而這部分水是在一種奔流的狀態,但有很小的向前運動.在 B 和 C 中間,水的狀態,極混亂,因水流膨脹,速度減小,同時壓力升高.從 C 至 D 的流動是正常的.

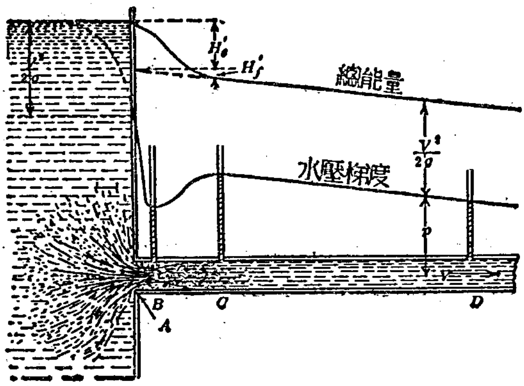


圖 102 在進口的情形

由此看到:能量在進口的損失,不限於在點 A 的截面,而分布於 AC 的長度內,這長度約有數倍直徑的距離.在此部分管內,額外的奔流和渦漩流動,使摩擦損失比在一相當長度內正常流動的損失較大,如總能量線的降落所示,此總損失中的一部分 H_f', 將爲由正常管摩擦所損失的.因此在這部分與總量或 H_e' 間的差異,是在進口所發生的額外損失的眞正價值.

在截面 C 的壓力小於由儲水池內的水頭所生的靜壓,

其所小的量顯然等於所得的速頭加 AC 段內的總摩擦損失.

如管伸入儲水池內,而不像所示之平滑,則流線將有一更大的會聚傾向,而進口的損失也將更大一些.在另一方面,一適當磨圓的鈴形進口,減少此種收縮而大減進口損失.這三種情形,類似在84頁圖76所示之三短管,而且這些管的損失係數,是由用那些短管作實驗所測出的速度係數,再用方程式(31)計算出來的,習慣認在此短長度內,管的摩擦損失與進口損失相較是可以忽視的.

在管端用一很短的圓錐形管口,也可以把進口損失實質減少,曾找着:這樣一種設計的最有效的比例,就是須使中心角(換言之,卽圓錐體的頂角)在30度與60度之間,和面積的比爲1:2,如此卽使進口損失爲$0.18V^2/2g$(註一),就方形進口的短管說,速度係數曾經找着由0.82至0.80,這使損失係數由0.47至0.57.就管口突出和放至空氣內的管說,速度係數由0.72變至0.75,而相應的損失因數分別由0.93至0.78.以短管在水內放出所作的實驗爲基礎,西利(Seely)爲突出管提出一損失係數,這損失係數是0.62.

如在進口損失的水頭可以表示如下:

$$H' = k_e\frac{V^2}{2g}, \tag{83}$$

註一 Seely, F. B., Univ. Illionis Bull. 96, Engineering Experiment Station.

則可得k_e的值:

鈴形進口	$k_e=0.04$	(0)
圓錐形進口	$=0.18$	
無突出管	$=0.47$ 至 0.56	(0.5)
突出管	$=0.62$ 至 0.93	(1.0)

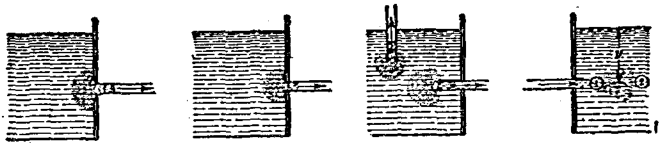


圖 103 進口和放出損失

就實用目的說,進口損失完全是次重要的,在括號內給出的值,也就是在圖100所指出的,就可以應用.

87. 在放出口損失的水頭——在管自由放至空氣中的情形下,如圖 114 (a) 所示,可以寫作 $H_1=H_2+H'$, 在這式內, $H_2=V^2/2g$, $H'=(k_e+fl/d)V^2/2g$, 在另一方面,點 (2) 可以認爲是在這樣一種場所,從管放出的水,其速度曾經減到零.在這種情形之下, $H_2=0$. 但現在,不僅在管內 B 處之損失必須考究,而且在管端及點(2)所在的場所間之損失也必須顧及.此種損失顯然是 $V^2/2g$, 因爲這是在該二點之水頭值間的差異.如是, $H'=(1+k_e+fl/d)V^2/2g$, 但當把這些值代替方程式 $H_1=H_2+H'$ 內之 H_2 和 H' 時,就兩種情形說,結果是相等的,因爲 $V^2/2g$ 只不過從 H_2 搬至 H' 罷了.這種不同分組法,只是論

點的差異,但必須一致而且同時在兩項內不能都用速頭.

在圖 104 (b),示出在管端的一個管嘴.在這裏,僅在噴出

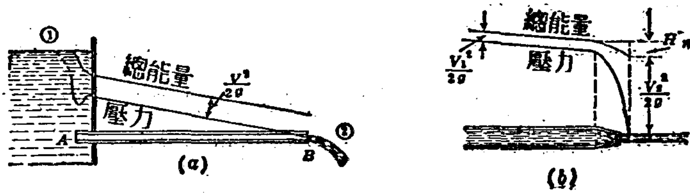


圖 104 在空氣內放出的情形

的水流內有速頭,和在以上的情形下一樣.惟一的差異是水注的速度,頗高於管內的速度.以 H'_n 所代表的能量梯度降落,是在管嘴本身內的摩擦損失,這也類似在管內的摩擦損失.至於放出損失便沒有什麼可注意的了.

在圖 105 示出在水內放出的一管,如點(2)是在管端,與在前圖內一樣,便可寫出 $H_2=a+V^2/2g$, 在這式內, a 是在該點的壓頭,而標準平面經過管的中心,所以 $z=0$. 實驗指明:

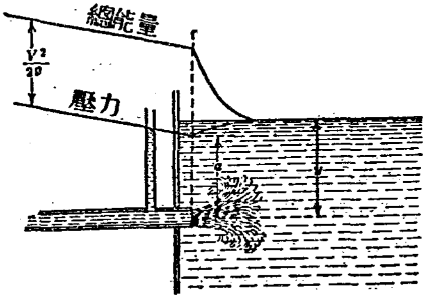


圖 105 在水內放出的情形

a 的值小於水的深度(註一).如果實在情形是如此的,那末,顯然不是全部速頭損失在放出處所,而牠的一部分是變爲壓頭.在另一方面,如果點(2)是在更便當的位置,如在水的表面,再用以前之同一標準平面,便可寫出 $H_2=0+y+0$.在這二不同點,H_2 的值間的差是 $a+V^2/2g-y$,這顯然是在管口與水靜止了的任一點間的能量損失.如是,則放出損失是:

$$H'_d=V^2/2g-(y-a).$$

在水內放出的管,是驟然增大的一種極限情形,不過須假定最終截面積是無限大,和速度是零罷了(註二).代表驟然增大的方程式,當用此種情形之下時,變爲

$$H_d'=1.098\ \frac{V^{19,19}}{2g}=0.017V^{1.92}. \tag{84}$$

此方程式又可寫作

$$H'_d=k_d\frac{V^2}{2g}. \tag{85}$$

在這式內,$k_d=1.098/V^{0.81}$.但是,倘假定 k_d 不能大於1.0,則此式不當用在小於每秒3.16呎的速度(註三).在此種速度以下,k_d 的值可以當作1.對於較高的速度,可以用下表內的值:

註一 Wisler, C. O., Eng News-Record, 22, 卷 87, 1921.

註二 代表驟然增大的經驗方程式,是根據阿散爾(Archer)在加利福尼亞大學所作之實驗獲得的,據偉斯萊(Wisler)說,由在密雪干大學所作的實驗曾經找出,在此種特別情形之下是很正確的.

註三 應注意此速度小於引證的兩組實驗內所報告的最小值.

表 IV

V	3.16	5	10	15	20	40	60
k_d	1.00	0.96	0.91	0.88	0.86	0.81	0.79

就事實而論,在大部分的實際問題內,此種損失的值是不甚重要的,除非管是十分短,可以十分安全的假定

$$k_d = 1.0$$

在管的放出端,安一發散管口,此種損失實質上能減到很小.

88. 因驟然收縮所生的損失——水流驟然收縮後所發生的現象,在圖 106 示出,這現象所表明的壓力的一種顯著降落,一方由於速度的增加,一方由於奔流所損失的能量(註一).可以看到:在截面 C 之上水流的角上,壓力上升.上升的原因,由於流線在此處是彎曲的,所以離心作用使在管壁的壓力大於在水流中心的壓力,因此由 B 至 C 之壓力的變化以點線表示.

從 C 至 E 的情形類似所敘述過的進口的情形,所損失的水頭,可以拿下式代表:

$$H'_c = k_c \frac{V_2^2}{2g}.$$

註一 圖 126 和 107,是依著者在各個情形下對於同一速度觀察所得的標度畫出的.

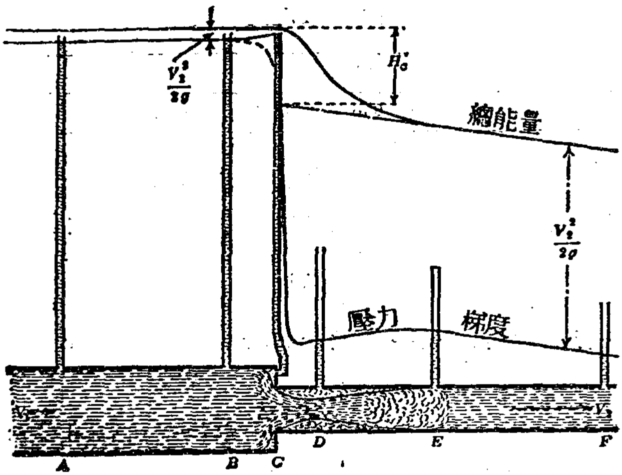


圖 106 因驟然收縮所生的水頭損失

在這式內，k_c有以下各值：

表 V

d_1/d_2	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
k_c	0.45	0.42	0.39	0.36	0.33	0.23	0.22	0.15	0.06

89. 因驟然增大所生的損失——驟然增大的一截面，其情況卽如圖 107 所示．因速度減小，壓力便升高，但此種升高，不如無能量損失時所將升高的．從 C 至 F 有一種極度奔騰的狀態，過此則流動便回復常態了，在此種情形之下，剛過截面 C 時壓力的降落，——這種降落可用一液體壓力計來量度，不過在圖上沒有指出罷了，——因在管壁的壓力小於在

管中心的壓力所致.

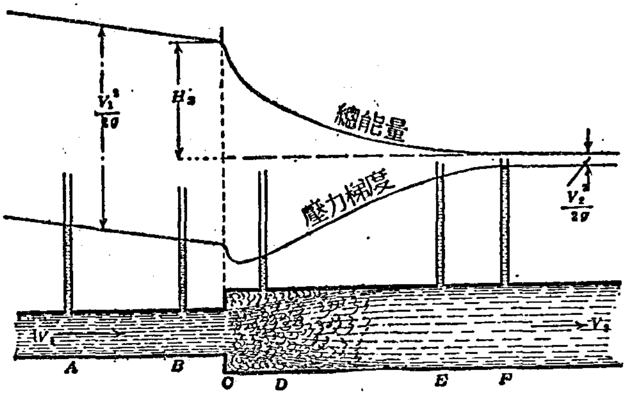


圖 107 因驟然增大所生的水頭損失

從作圖的標度可以觀察出,由驟然增大所生的水頭損失,大於由驟然收縮所生的水頭損失,這是熟知事實的一種說明,卽速度減小時能量的損失永遠大於速度增加時能量的損失.這是因爲在前邊的情形下,流動較不穩定而奔騰較甚的緣故.

曾找著:由驟然增大所生的水頭損失,可以用下式代表(註一).

$$H'_x = 1.098\frac{(V_1 - V_2)^{1.919}}{2g} = 0.017(V_1 - V_2)^{1.919}. \tag{87}$$

此式也可以寫作:

$$H'_x = k_d\frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}, \tag{88}$$

註一 Archer, W. H., Trans. A. S. C. E., 卷 76, 頁 999, 1913.

在這式內，k_d 與 86 節表 IV 內的值相同，可是 V 的值須與 (V_1-V_2) 的值相等.如果需要的話,上式又可以寫作：

$$H'_s=k_d\left(\frac{A_2}{A_1}-1\right)^2\frac{V_2^2}{2g}=k_d\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2\frac{V_1^2}{2g}. \tag{89}$$

在大部分的實際情形下,假定 $k_d=1.0$,可無顯明的誤差發生.

90. **漸次收縮的損失**——爲減少以前所考量的損失起見,應避免截面的陡然變更.檢閱圖 106 就可證明:損失的主

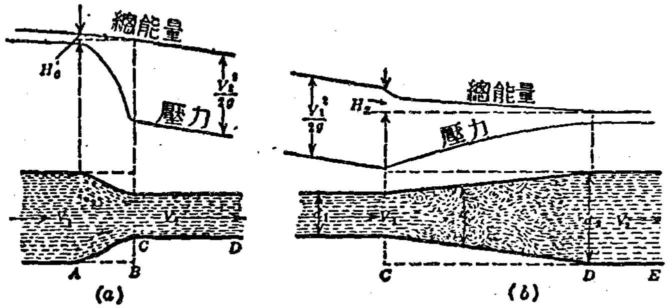


圖 108 面積的漸次改變

要原因,由於水流進小管時水流的收縮.可是不讓一種直徑驟然變至另一種直徑,而用圖 108 (a) 內的平滑曲線 AC 來代替,就可以防止此種損失.用此種構造,在長度 CD 內便無額外的損失.但是,因在 AC 部分內的平均速度較高,比在原來的直徑同一長度的管內的損失稍大,此種損失,與在 AC 同形式的一管嘴內的損失相等,而實際是可以忽視的.平常這損失便約爲 $0.04V_2^2/2g$.

爲容易製造起見,圖 108 (a) 之曲形部分 AC,可用一圓錐截體代替,而損失不致有顯明的增加.如圓錐體的角度太大,便漸近驟然收縮的情形,因流線從 C 至下水流要傾向會聚,在另一方面,如圓錐體的角度太小,距離 AB 便太大,因在此圓錐形部分內的平均速度,將高於在大直管內的,則在這漸小部分內的摩擦損失,將稍大於牠所代替的直管長度內的.從 20 至 40 度的一個總角,約爲漸小部分(Taper)之適當量.

91. 在漸大部分(diffuser)內的損失——由較小速至較大直徑的漸大部分,可以是曲形,或者也可以是圓錐的截體,如圖 108 (b),水頭損失便是發散角的一些函數,而且也是二面之比的函數,漸大部分的長度由這兩種變數來決定.因爲在輪機 (Turbine) 的排水管,離心唧筒的漸大通道,以及其他實際應用的情形下,此問題有巨大重要性,似乎須要對於牠所包含的因數,加以相當的考究.

首先就一已知角 α 說,在漸大部分內的損失,當 d_2/d_1 的比增加時牠必須增加,因 d_2/d_1 增加則 CD 的長度便較大.其次就 d_2/d_1 的一已知比說,CD 部分的長度,和在牠裏邊的損失便依角度 α 變更.

在經過一漸大部分的流動內,總損失可以認爲由兩種因素組成,一種是平常管摩擦的損失,這可以由下式代表:

$$H'=\int\frac{fV^2}{d2g}(dl).$$

(注意: dl是圓錐體的微分長度 (Differential length) 同時d是在任一截面的直徑.) 爲求上式之積分起見,必須把變數f,d,和V變爲l的函數,但是就現時的目的說,只知道摩擦損失與圓錐體的長度成比例就够了,因此,一已知面積的比,圓錐體的角度越大,牠的長度越小,而管的摩擦也越小,這情形卽由圖 109 標F的曲線指明.但是,在經過一漸大部分的流動內,由應水流 (Induced current) 要引起一種額外的奔流損失,這應水流能在平常存在的以外再產生渦漩流動(註一).此種額外奔流的損失,自然將依發散程度而增加,如圖 109 標T的曲線所指明.在發散圓錐體內的總損失,由這兩種損失

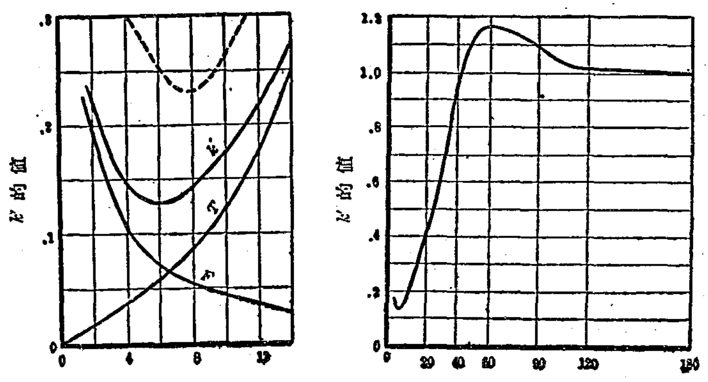


圖 109 在圓錐形漸大部分內的損失

註一 Nedden, F. zur, "Induced Currents of Fluids", Trans. A. S. C. E., 卷 80 頁 884,1916.

的總和來代表,卽標k'的曲線.就特意選擇的6度的情形下,可以看到這是最小,因爲這是一種很平滑的表面.如表面粗糙,摩擦F的值便加增.這不僅加增k'的值——這值現在由點線代表,——且將最小損失的角度移至8度.如是,最適當的發散角度,是視表面的粗糙性而加增.

由二次水流或應水流所產生的此種額外的奔流損失,與圓錐表面的粗糙性無關.但係流體黏滯性的一種函數.黏滯性越高,在這種液體內的渦漩越小,而損失也越少.用黏滯性高於水的一種流體,卽減低此種奔流損失的量,卽有移動最小損失角度至一較大值傾向的,這是容易看到的.但黏滯性較高,則普通的管摩擦也將較大,這同樣也須要一較大的角度.如是則最適當的發散角度,依黏滯性的增加而增加.

已知因驟然增大所生的損失,以$(V_1-V_2)^2/2g$來代表頗近眞實.由漸次增大所生的損失如下:

$$H'=k'\frac{(V_1-V_2)^2}{2g}=k'\left(\frac{A_2}{A_1}-1\right)^2\frac{V_2^2}{2g}=k'\left(1-\frac{A_1}{A_2}\right)^2\frac{V_1^2}{2g}. \qquad (90)$$

k的值是圓錐角α的一種函數,如圖109 (b) 所示,不過變程比在 (a) 內較寬罷了(註一),注意在稍大於40度的一角,損失

註二 Gibson, A. H., Engineering (London), Feb. 16, 1912. 這些値根據1:9, 1:4, 1:2.25的面積比所獲得,而且使曲線約高至30度.除此而外,這三比使三曲線彼此不同的程度在60度時約爲百分之18,在這時時奔流是一最重要的因素,當漸近180度時,牠們就又重復合併.這裏所示之曲線,是三種所組合成的.

和一驟然增大的相等,這是頗有趣的,驟然增大的角度是180度,且在這兩種角度間,損失全大於驟然增大的,而最大時約在60度.這是因爲激起的應水流在此變程中是最惡劣的.

例　　題

100. 管直徑的比是 1:2, 在較小管內的速度是每秒 20 呎,求由以下各種原因所生的水頭損失,這幾種原因是:(*a*)驟然收縮,(*b*) 驟然增加,(*c*) 在圓錐形漸大部分,這部分的總角是20度和 6 度,

答. (*a*) 2.05 呎, (*b*) 3.07 呎, (*c*) 1.40 呎, 0.453 呎,

92. 其他不重要的損失——在方才所詳細敍述的各種損失外,仍有其他內外損失的根源,但無多少篇幅來考究,因爲牠們所含的原理沒有什麽異樣的.比方,當水流過一拐灣時,正常速度的分布發生形變,於是激起的渦流和擾動,在下水流內要保持約80倍直徑的距離才消失.大概可以說,就90度的拐灣,曲度半徑與管直徑之比由2至10,則k的值可以定爲0.2,若比是1,則$k=0.8$,以及就平常的 L 狀管,可以假定爲0.75,k 的此等值再乘以 $V^2/2g$ ——V是在管內的平均速度,——卽得在拐灣的摩擦損失,並且在這管的下水流的部分內,也要超過等長度直管的損失.就一T形管說,k 的值可以定爲1.50.

在門形活門(Gate valves)敞開時,水頭的損失可以用k的值求出,在大小由$\frac{1}{2}$增至 12 吋時,k的值有0.80至0.06的變程.

而在球形活門敞開時所產生的損失，活門大小相同，損失要大十五至四十倍(註一)。

在幾種情形之下，把所有這些各種不重要的損失，用若干長度的直管來表示是便當的。如是，倘若 $kV^2/2g$ 等於 $f(l/d)V^2/2g$，則 $l/d=k/f$。因此管的這種長度，或更完善的說 l/d 的值，能找着將與任一已知 k 的值相當，於是把牠加在那實在長度上。

93. 習題

101. 一直徑12吋，長300呎的管，有一平進口而自由放至空氣中。如速度是每秒10呎，則水頭的損失是若干？

答. 12.42呎.

102. 就一已知放出率，證明在一管內的摩擦損失，與直徑的五次方成反比。假定 f 是不變的.

103. 證明 $d=\sqrt[5]{lfq^2/39.7H'}$.

註一 Corp and Ruble, Univ. Wis. Bull. 1, 卷 9.

第八章

通過管的流動

94. 放至空氣內的管線——為說明通過一等直徑管線自由放至空氣內的流動之解明方法起見,特舉出一個數值的例題.就圖110,設$h=260$呎,管直徑$=10$吋,而長度等於5,000呎.在此種情形之下,進口不突出並假定k_e的值是0.5.設(1)是在儲水池的水表面上一點,同時(2)為從管端噴出的水流內一點.於是$H_1=0+260+0$, $H_2=0+0+V^2/2g$,和$H'=(0.5+0.022\times 5000\times 12/10)V^2/2g=132.5V^2/2g$.把這些值代入方

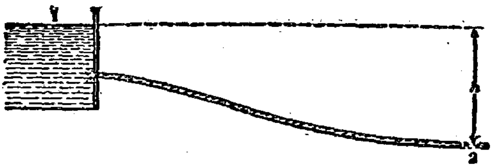


圖 110

程式$H_1=H_2+H'$內,則得$260=V^2/2g+132.5V^2/2g$.因此$V^2/2g=260/133.5=1.95$. $V=8.02\sqrt{1.95}=1.12$呎每秒.所以,$q=0.545\times 11.2=6.11$立方呎每秒.可以看到:進口損失完全被忽視,甚

至在(2)的速頭也忽視不計,在這樣長的管,發生的很小差異這便與以下的假定相等,即

$$h=f\left(\frac{l}{d}\right)\frac{V^2}{2g}, \tag{91}$$

在長管線,常用這公式,因爲在這種情形之下,單獨由管摩擦所生的損失即近似等於h.但此種近似方程式,只在等直徑的長管,和在(2)的水流速度不大於管內的速度時,才能應用.

倘這管由不同直徑的數部分組成,則解明的手續便是在各個長度內以其實用的因次寫出一個水頭損失的公式即

$$H'=f_1\left(\frac{l_1}{d_1}\right)\frac{V_1^2}{2g}+f_2\left(\frac{l_2}{d_2}\right)\frac{V_2^2}{2g}+\cdots\cdots\cdots$$

用連續性方程式,這些項目都可以拿一種速頭來表示.此問題的解明,與在次節內作出的例題頗類似.

由於敍述過的幾種普通律例,可以觀察出就任一管線說,無論這管線是如何複雜,水頭的損失總可以拿下式來表示,即

$$H'=y\frac{V^2}{2g} \tag{92}$$

在這式內,y是按照管的種種條件定出的一個因數.V是在任一部分內的速度.也就是,$y=\Sigma k+\Sigma f\,l/d$.由此:

$$V=(1/\sqrt{y})\sqrt{2gH'}.$$

如普通的能量公式,是就圖 110 的 (1) 和 (2) 兩點間寫出的,而 V 現在認爲是在 (2) 的速度,於是

$$h-V^2/2g=yV^2/2g,$$

由這式

$$V=\left(\frac{1}{\sqrt{1+y}}\right)\sqrt{2gh}, \tag{93}$$

可以看出,這與經過一個孔的流動速度之公式,形式相彷.添入面積 A,則

$$q=AV=\left(\frac{A}{\sqrt{y}}\right)\sqrt{2gH'}=K'\sqrt{H'} \tag{94}$$

$$=\left(\frac{A}{\sqrt{1+y}}\right)\sqrt{2gh}=K\sqrt{h}, \tag{95}$$

在這裏,K' 和 K 代表在方程式內所指明之數量的因數.

倘這管不在 (2) 放至空氣內,而在該部分的水還受有一些壓力,那麼,h 必須解作水壓梯度的降落.如是則以上的關係是十分普通的.

檢閱方程式 (91) 卽可指明:就已知水頭和管的已知長度,速度將隨管的直徑變更一些.因按方程式 (75),d 增加時 f 減小,和在方程式 (91),l/d 的比也因直徑較大而變小;所以管的大小增加時,$V^2/2g$ 的整個係數變小.因此按照 h 的同一值說管的直徑增加時 V 便增加,並且可以證實,V 與 $d^{0.5}$ 至 $^{0.6}$ 成比例的增加.

例題

104. 假定在圖 110 的管，在進水處突入儲水池內；及在 (2) 自由放至空氣中，水注的尺寸與管的直徑相等．如 $h=40$ 呎，$d'=12$ 吋，和 $l=50$ 呎，一切損失都顧及，試計算其放出率．

答．每秒 22.7 立方呎．

105. 在例題 104 內，如 $l=1,000$ 呎，其餘的一切數據保持不變，所有的損失都顧及，試計算其放出率，忽視不重要的損失，用近似方法計算放出率．

答．每秒 8.2 立方呎；每秒 9.56 立方呎．

95. 有管嘴的管線——假定在前節的例題內，姑認在管端有一管嘴，噴出的水注直徑是 2.5 吋，和管嘴的速度係數是 0.95．於是所處理的速度有兩種而非一種，設 $V_1=$ 在管內的速度，和 $V_2=$ 水注的速度．按照連續性方程式，$A_1V_1=A_2V_2$，如是 $V_2=(10/2.5)^2V_1=16V_1$，和 $V_2^2=256V_1^2$．管嘴的損失水頭由方程式 (31) 可以找着是 $(1/0.95^2-1)V_2^2/2g=0.11V_2^2/2g$．如 (2) 此刻代表在水注內的一點，同時 n 是在管內近管嘴的一點，於是

$$H_1=0+260+0,$$

$$H_n=p_n+0+\frac{V_1^2}{2g},$$

$$H_2=0+0+\frac{V_2^2}{2g}=256\frac{V_1^2}{2g},$$

$$H'_{1-2}=132.5\frac{V_1^2}{2g}+0.11\frac{V_2^2}{2g}=160.6\frac{V_1^2}{2g}.$$

現在在(1)和(2)間寫這方程式,則:

$$260=256\frac{V_1^2}{2g}+160.6\frac{V_1^2}{2g}=416.6\frac{V_1^2}{2g}.$$

如是

$$\frac{V_1^2}{2g}=\frac{260}{416.6}=0.625$$

及

$$V_1=8.02\sqrt{0.625}=6.33 \text{ 呎每秒}.$$

改接用 V_2 代替 V_1, 再去找 $V_2^2/2g=160$ 和 $V_2=101.6$, 將同等的容易.以用過的手續,目下能由連續性方程式把牠們求出.放出率是 $q=0.545\times6.33=0.034\times101.6=3.45$ 立方呎每秒.這證明添上管嘴反爾把放出率減小,但曾產生一甚高的水注速度.

從(1)和 n 間寫能量方程式,則得

$$p_n+\frac{V_1^2}{2g}=260-132.5\frac{V_1^2}{2g}.$$

因 $V_1^2/2g$ 的數值曾經獲得,此式可變為

$$p_n=260-133.5\times0.625=176.6 \text{ 呎}.$$

這是在管嘴底的壓頭.這解明現在可以認為完結了,但為核驗計,可注意

$$H_n=176.6+0.625=177.2$$

及

$$V_2=0.95\times 8.02\sqrt{177.2}=101.6\text{ 呎每秒}.$$

可見,如果 f 的值從圖 101 之曲線取出,則解明便不十分如此直接了當,因爲 f 是未知速度的函數.在這樣一種情形之下,進行的手續,即選定 f 的一個值,這值認爲爲其近眞速度 (Probable value) 的,再照以上的程序解明.於是拿所得的速度,再來求 f 的一個新值,照此作去,直至核驗的結果與假設的符合爲止.但是,就一切實用目的說,把不確定性當作是粗略項目的正確值看待,充分精確的程度,可以由一次或兩次的試驗獲得.

例　　題

106. 一管線長 400 呎,直徑 6 吋,在進口的水面下 200 呎,噴至空氣內成一 2 吋水注.進水管口是突出的,而管嘴的速度係數是 0.97.求管嘴內管嘴底的壓頭.放出率是若干?

答. 160.8 呎,每秒 2.16 立方呎.

96. **在水內放出**——倘管線在水內放出,如圖 111 所示,則點 (2) 定爲在水表面是最便當的,因爲在水表面各種條件都可假定是已知的.如是,假使 $h=100$ 呎,直徑 $=10$ 吋,及長度 $=400$ 呎,再把低儲水池的表面定爲標準平面,則 $H_1=100$ 及 $H_2=0$.姑認在進口,$k=1$,和在放出口 $=0.9$,則總損失 $H'=(1+0.022\times 400\times 12/10+0.9)V^2/2g=107.5V^2/2g$.因 $100-0=107.5\times V^2/2g$ 所以 $V^2/2g=100/107.5=0.93$,由此則 $V=8.02\sqrt{0.93}=7.72$

呎每秒.從表IV可以看到,在放出口,k 的值應定得稍大一些,但對於這裏所得答數的效應,將爲可忽視的.

可見,解明與管的任一端的位置無關,因爲這流動只是二水準差的一種函數.

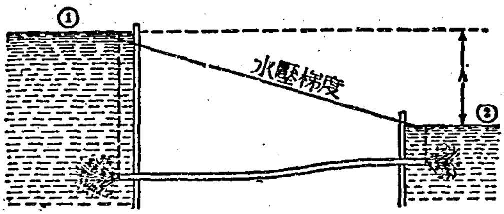


圖 111

假使在放出口的損失係數認爲是 1,則這解明便與放至空氣內的管的解明相等.

97. 特定放出率的管的大小——由直接解明,能找着一特定放出率所需要的管直徑,但所用的方程式含有五次方(註一),所以用一種"截與試"(Cut and try)的方法來解明直徑,比用高次方程式便感覺容易而且簡單,雖則後邊的這種方法並不困難.

"截與試"的手續,首先假定出一個似乎合理的直徑,再由普通方法計算此直徑所將發生的實在放出率.於是拿這結果與所希望的 q 的值來比較,如果牠是太大或太小,再假定管的一種新尺寸而重復以上的手續,直至放出率近似等

註一 加用方程式(75)表示 f,此方程式便是六次的.

於特定的爲止.當然只應當用管的商用尺寸,而不計算至吋以下的直徑.如其只用商用尺寸的管,他的放出率,與所希望的值或許不十分符合,所以應當採用和計算出來的值最相近的商用尺寸.倘這問題的條件是至少必須得一種實放出率,於是所採用的管的尺寸應當是比較大一些的,而不是較小的,在本書內的習題,管的尺寸全用吋的整數,標準管的大小在399頁給出.

判斷用得恰當,最多在兩次或三次試驗內應能得到正確的答數,爲達此目的,須將算出的放出率同特定值細心比較一番,於是再估計,管的面積要增加或減少若干,方能得恰當的結果.但是須牢記在不同大小的管內速度是不一樣的.管越大,流動的速度越高,因此按面積的比例說,便比小管放出較多的水.按此刻的目的,這是不值得計算的,但要注意其他一切的事態全相等,而放出率約與 $d^{2.6}$ 成比例的增加.所以在假定一新直徑時,最好不要使牠和前值的差數,等於假定速度保持同一值所應有的差數,因在這種情形之下,q 將與 d^2 成比例的增加.

例如,假定要找每秒放出50立方呎管的尺寸,這管長300呎總有效降落是60呎.進口係數當作0.5,而管是自由放至空氣內的,我們的方程式於是可寫作 $(1.5+f300/d)V^2/2g=60$.給直徑暫定一個合理的值,比方20吋.於是$(1.5+0.02\times300\times12/20)\times V^2/2g=60$.由此則 $V^2/2g=60/5.1=11.75$, $V=8.7$,和 $q=19$.(可以

看出此管實在輸出的水量與所希望的放出率差得太多.)現在看到,所需要的放出率約爲此數的2.5倍,因直徑較大速度便增加,所以將拿來作試驗的管面積,只約爲二倍,或30吋的直徑.用此值則$(1.5+0.02\times300\times12/30)V^2/2g=60$,由此$V=9.95$,與$q=48.8$,這與所需要的量甚相近.31吋直徑的管要多放出$(31/30)^2\times48.8$,所以牠便是應當用的正確尺寸.

如管的長度甚長,近似公式,卽方程式(91)能夠應用,於是手續可以更捷便一些(參看例題103).如是假定長度長到20,000呎,所需要的放出率只每秒5立方呎,所得結果將爲$(f\times 20,000/d)V^2/2g=60$,因$V=q/0.785d^2$,此式可化爲$d^5=210f$.姑認$f=0.02$,於是$d=4.2^{0.2}=1.33$呎或16吋,如果須要的話把所用的$f$的值修正一次,再作一個新解明.但是,在此例題內那是不敢保證的.

例 題

107. 如管長 =50 呎,及進口係數是 1,則在 120 呎水頭之下,放出6.5秒呎的管直徑必須是若干?

答. 6吋.

108. 如長度是5,000呎,所需要的尺寸是若干?

答. 12吋.

98. 管的經濟尺寸——在物理條件確定了管摩擦所損失的水頭價值時,就一已知放出率,管的大小可照97節來決定,但是,倘若管線是從一唧筒向外輸水,則摩擦水頭可以有

任何值,同時如係供給輪機的水,損失水頭也可以有任何量,其值或大至總有效水頭減管內的速頭,但是,實際應當限制小於總水頭的三分之一(參看圖117),

倘放出率認爲是不變,顯然管越大則流動速度越低,因此損失水頭的值也越小.因損失水頭在唧水時是功率的一種白費,或者係動力廠所能產生的功率的一種損失,所以這問題變爲決定分配到此項的正當值的問題.

管越大用費越多,如圖112所示.但是畫此曲線所用的值僅係總用費的百分之幾,卽週年的固定用費再包括投資的利息與折舊等等.此種曲線,普通不是一個連續性的函數,因各商用尺寸的用費,不依一個數學方程式變更.再者尺寸增加,有時要強制採用一種構造不同的管,於是在這曲線上,卽產生一個陡然的折斷.按照管的各個容量,可以決定水頭的損失,因此卽決定能量的損失.假如此種損失的馬力,乘以一馬力的週年價格,於是可以畫出另外一條曲線,指明由管摩擦所生的週年損失.這兩項的總和,是這兩管的總週年用費,此總用費最小時,容量卽最經濟.

此項問題的精確解明,實際上頗感困難,特別在水力廠的情況之下,這是必須要指明的.困難點,在通過管線的流動率將非恆一不變,因爲動力廠的擔負(Load)是要變更的.所以必須先知道擔負的因數,才能計算功率(Power)每年損失的總量.就是這樣,也很難確定此等功率損失的正確金錢價格.

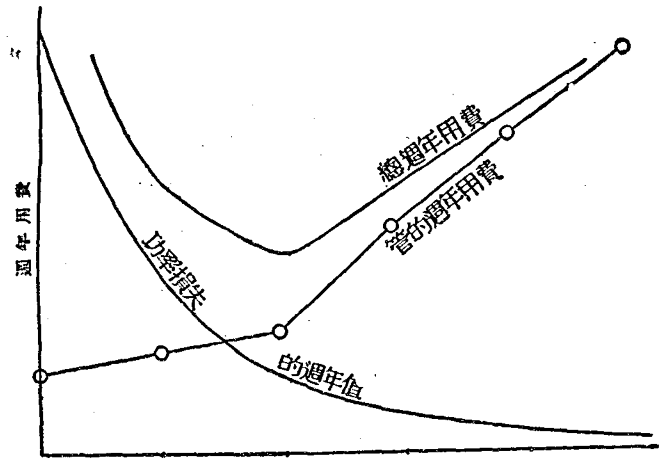


圖 112

因在一已知管線,功率損失與 q^3 成比例,並且容易看到,所用的不變流動,是實流動率之立方的平均數的立方根.

在某種情形之下,經濟的解明不一定是最好的解明,這也是須要注意到的.倘一單位功率的價格小,和固定費用高,則採用的管尺寸將稍小,而水頭的損失便較大.這就是說,水的速度要加增,水的速度一高,當變更流動以調節輪機時,因波浪和水衝便要發生毛病,這是在以後可看到的.又當水頭損失大時,從滿擔負至無擔負,水頭的變化便大,這在圖 117 可以看到.在輪機的運用中,這也是不希望發生的.因爲此等理由,或許用一較大尺寸的管方覺合算.

就管的一已知直徑說,在管線內的壓力越高用費便越大.如在圖112,水頭增加,代表管的週年用費的曲線即較高,所以最經濟的直徑是較小的直徑.因此,在高水頭動力廠,水管不應當是等同的,在水頭增加時,管的尺寸應減小,而在同時間,管壁的厚度應增加.就這樣一種情形說.在圖112的值不當是整個管長的,而只是一短段的,比方說1呎,並要重復解明以求在各種間隔間的值.不過在此種情形之下,解明這問題,有更便當的方法,但說明方法所需要的篇幅太多,不是此處所能容許的(註一).

例題

109. 在1,200呎靜水頭之下.一動力廠可利用的水量,是每秒300立方呎.水管是鉚合鋼($f=0.022$)作成的,長度是7,000呎.暫定投資的固定付息爲每年百分之十.在工作條件下,一馬力的週年價值是20金元,把流動當作是不變的.將表填上並決定其最經濟的尺寸.

答. 90吋.

直徑單位用吋	用費	V	H'	功率耗失的週年價值	週年的固定用費	週年的總用費
70	$192,000					
80	250,000					
90	317,000					
100	390,000					

註一 在1924年十一月中之Mechanical Engineering of the A. S. M. E.由H. L. Doolittle和著者所撰的論文內便能找到.

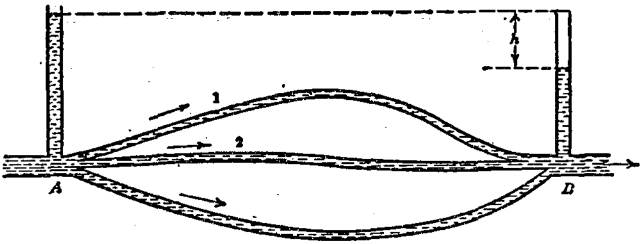


圖 113

99. 複管——在經過複管或數平行管的流動情形下，如圖 113 所示，則以下的基本關係是存在的。經過所有枝管的流動之總和，等於在幹管內的總流動，因在 A 和 B 處之壓力，是一切管所共有的，由是在各個管內的水頭損失是相等的或

1. $q_0 = q_1 + q_2 + q_3$

2. h = 在所有管內都一樣.

在任一管內的任一部分，水頭損失是 $H' = \left(f\frac{l}{d} + n\right)\frac{V^2}{2g}$，在這式內，$n$ 是一切不重要損失的一個因數，而在長管內可以忽視，如在 85 節內所示.解出 V，得

$$V = \sqrt{2gH' \Big/ \left(f\frac{l}{d} + n\right)}$$

$$q = AV = A\sqrt{\frac{2gd}{fl + nd}}\sqrt{H'} = K'\sqrt{H'}$$

與方程式 (94) 一樣.在長管內，H 和 h 間的差，也認爲是可忽視的，所以方程式 (94) 和 (95) 實際上是相等的.因就任一已知

管說，K是不變的，所以在各種情形下，牠的值都可以計算出來，寫出如下：

$$q_1=K_1\sqrt{h}$$
$$q_2=K_2\sqrt{h}$$
$$q_3=K_3\sqrt{h}$$
$$\overline{q_0=K_0\sqrt{h}}$$

在這裏，$K_0=K_1+K_2+K_3$.

如h的值給出，和管的一切因次都知道，於是在各個枝管內的放出率便容易找着.如總放出率q_0是已知，則h的值就可以算出，於是卽能求出在各個管內的流動.但是，倘一管或數管的因次是未知，便須由試驗來求解明.如果在A和B間.假定有水被抽去，於是便須把此問題與100節的歸併在一處.

例　　題

110. 在圖111，假定水從一大儲水管的A處流入，B位於一特定標準平面以上50呎.三管的因次如下：6吋管長1,200呎，8吋管長1,000呎，和10吋管長1,200呎，同時在B處之直徑是16吋.如在100呎壓力水頭之下，在B處每秒放水14立方呎，則儲水管內的水表面，須在標準平面上若干高？

答　242呎.

100. 枝管——在圖114，假定管AB內流動的水至B點分開，一部分經BC而至所示的容水器，同時其餘部分經管BD

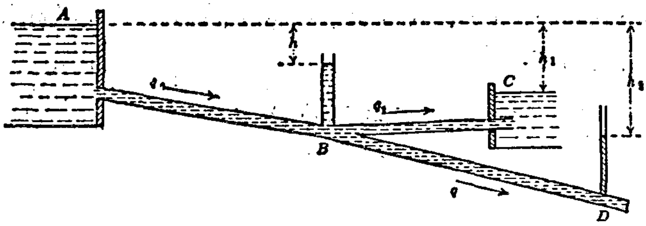


圖 114

繼續流動,至未示出之目的地.在 D 一點之壓力,用壓力計管的水柱指示(實在說兩枝管是類似的,因爲如果第二管在點 D 放至一容水池而容水池的水表面與在此管內的水柱頂同高,則牠們的條件實際便相等)這裏也有二基本關係.在幹管 AB 內的流動,等於在各枝內流動的總和.及在點 B 之壓力,是三管共有的價值.這就是:

1. $q_0 = q_1 + q_2$.
2. p_B (或 h) = 在所有管內各相等.

由方程式(95),得

$$q_0 = K_0\sqrt{h}$$

$$q_1 = K_1\sqrt{h_1 - h}$$

$$q_2 = K_2\sqrt{h_2 - h}.$$

這些方程式,由在 A 和 B, B 和 C, C 和 D 間寫出的普通能量公式可以證實.在合理長管的情形下,我們可以略去不重要的損失,及在 B 和 D 等點的速頭.此問題不如在前節內的那個容易解明,因爲在根號內的因數,就各個管說是不相同

的.又在前邊的情形下,可以有不同的流動率,因此 h 卽有不同的價值.但在此種情形之下,就平衡說,只有一個 p_B 或 h 的值,因此倘其他因次固定,則只能有一種流動率.

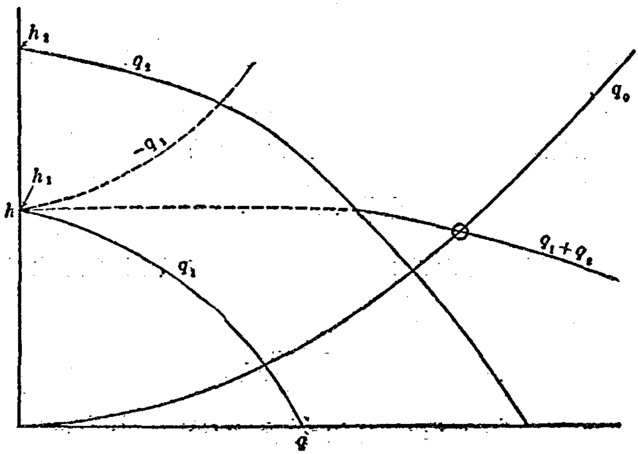


圖 115

此問題的解明,用圖 115 來說明.在獲得平衡時,h 的值由曲線 q_0 和 q_1+q_2 的相交點給出.比如假定條件是 h 大於 h_1,則在 BC 內的流動將與假設的相反,及曲線 q_1 將爲虛線所指示的,這是應當注意的.於是在此種情形之下,q_1 的值應當加在 q_0 上.

例 題

111. 假定在圖 114, AB 是 1,500 呎長的 12 吋管. BC 是 800 呎長的 6 吋管,及 BD 是 1,200 呎長的 8 吋管. h_1 的值是 20 呎, B 在

A處的水表面下35呎,D在A下60呎.當在B處的壓頭是25呎時,求在各管內的流動值及在D處的壓頭.

答. $q_0=3.49$, $q_1=0.817$, $q_2=2.67$, $p_D=12.6$ 呎.

101. 有旁枝的管——假定一幹管沿途有水從旁枝流出,於是 V 或 d 或二者都必須變更.在這種情形之下,任二點間的水頭損失可以測定如下.求水頭損失公式的微分,即得在無限短距離dl內之水頭損失的公式.如是

$$dH'=\frac{f(dl)}{d}\frac{V^2}{2g}.$$

在l的適當極限間求此式之積分,便得在該距離內之水頭損失的價值.如是

$$H'=\frac{1}{2g}\int f\frac{V^2}{d}(dl). \tag{96}$$

如能把f, V, 與 d 變為l的函數,則求以上方程式的積分便得H'的值.假使用計算求積分不可能,可以把fV^2/d的值當作l的函數作圖.則在此曲線與l軸間的面積,即這積分的價值.

特別情形——如這管的直徑相等,旁枝均匀分布,並可假定沿管長度的水係均勻流出,則上式便容易求積分.如流進這段長度內之水的速度定為V_1,及流出的為V_2,同時總長是l,則就以上條件即得:

$$\frac{(dl)}{dV}=\frac{l}{V_2-V_1}.$$

因為速度沿管長度係均匀減低的.把這(dl)的值代入方程式

(96),得:

$$H' = \frac{f}{2gd} \times \frac{l}{V_2 - V_2} \int_{V_1}^{V_2} V^2 dV$$

$$= \frac{1}{3} \frac{fl}{2gd} \frac{V_1^3 - V_2^3}{V_1 - V_2}.$$

如幹管的終端是一死頭,則V_2的值是零,此式即更行簡化,且指明水頭的損失是假如全部的水在(1)流入,掃數通過這管而在(2)放出所將發生的損失的三分之一.

例題

112. 在圖114,假定枝管BD在D處被閉塞,而沿其長度經旁枝均勻放出.用111題的同一數據,於是在D處的壓頭將爲若干?

答 37.7 呎.

102. 管輸送的功率——在圖116,把C視爲近管線端的一點.在C外邊的活門或他種設備關閉時無流動出現,則在

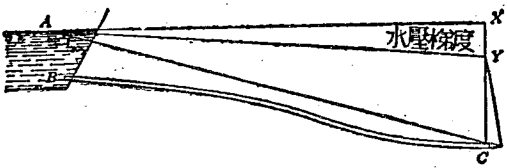


圖 116 不同放出率所形成的變動水壓梯度

C的壓力是最大,即等於CX.但當流動出現時,在C處的壓力便降落至CY,並且,放出率越大,水壓梯度便越陡,而在C處的壓力便越小.如將C外邊的管嘴或他種設備完全去掉,使

C爲管極端的一點,於是壓力便減至零.在圖117示出,當C下邊的任何設備的開口加大,使放出率增加時,則在C處的壓頭減小,速頭增加.可是在C處的總水頭,是壓頭和速頭的總和,當放出率增加時,這總水頭卽連續減小,直至達到一最小值爲止,這最小值卽管口大開時速頭的值.

曾經看到,功率是q和H的函數,且可以wqH_C表之.在所考究的情形下,q增加時H_C減小,當q是零則H_C最大,但功率是零.當q是最大,功率卽小,因爲H_C的值小.在這二極限間,二變數的乘積能到達最大,如圖117所示.當流動情況,是靜

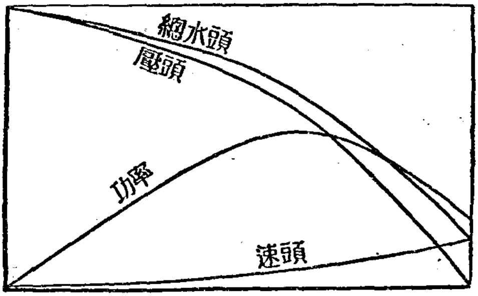


圖 117 水頭及一管所輸送的功率

水頭的三分之一損失於摩擦時,能證明功率是最大,倘H'與V_2成比例,或$H'=bq^2$.設z是靜水頭或總降落.則由方程式(27)可得:

$$P=wqH_C=wq(z-H')=wqz-wbq^3$$

$$\frac{dP}{dq}=z-3bq^2=z-3H'.$$

就P的最大值說,

$$z-3H'=0$$

或

$$H'=\frac{z}{3}.$$

一管線的效率即輸出功率與輸入功率之比.但功率與水頭成比例,因此效率是H_0/z,在這式內,$z=CX$,如圖 116.在輸出的功率是最大時,CX的三分之一曾損失於摩擦,因此效率只是百分之$66^2/_3$.如果水的經濟與否無關緊要,將希望在此種條件下輸送功率,因為管線的費用,以輸出的功率作準繩將較小.但在平常情況下,不希望白費水能的三分之一.因此所採用的管的尺寸,當使其輸出的有效水量損失的百分率極微.在尋常動力廠的實用上,引至輪機的管線,其效率約為百分之95.

例題

113. 一管線長2,000呎,直徑 5 吋.如從儲水池至管端的降落是120呎,則這管能輸送的最大功率是若干?

答. 3,200馬力.

114. 如 113 題之管的效率是百分之95,則該管所輸送的功率是若干?

答. 1,765馬力.

115. 如管的速率是百分之90,則輸送 113 題所放的水,須用何種尺寸的管?

答. 6.4呎

103. 連唧筒的管線——若一個唧筒,從一儲水池送水至另一儲水池,如圖 118,則不僅送水至高度 z 須要作功,且須克服在吸取及放出管內的摩擦損失.此摩擦水頭與多送高一段相等,所以把唧筒當作送水至高度 $z+H'$ 而無損失,效應是相同的,因此由唧筒輸入水內的功率是

$$W(z+H'). \tag{97}$$

轉動唧筒所需的功率大於此量,至於所大的量,則視唧筒的效率而定,雖則唧筒實送水至高度 z,普通卻說牠對水頭 h 作功,h 的值是:

$$h=z+H'. \tag{98}$$

倘若這唧筒通過一管嘴放出水流,如圖 119,則水不僅被送至高度 z,且曾接收與 $V_2^2/2g$ 成比例的動能,在這裏 V_2

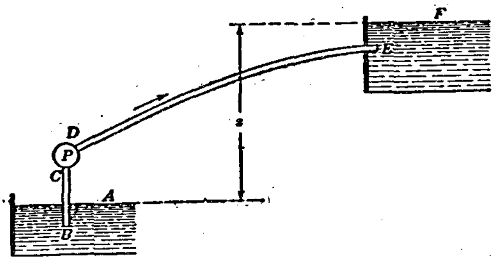


圖 118 連唧筒的管線

是水注的速度,如是,則由唧筒輸入水內的功率是:

$$W\left(z+\frac{V_2^2}{2g}+H'\right). \tag{99}$$

和唧筒工作所對抗的水頭現在是

$$h=z+\frac{V_2^2}{2g}+H'. \tag{100}$$

圖118和119兩種情形下的差異,其實是細微的.在方程式(97),E處的速頭,曾認為是損失了的,同時在方程式(99),水注內的速頭,未曾損失,如是則方程式(97)內的H',含放出的速頭,而在方程式(99)內的H'則否.

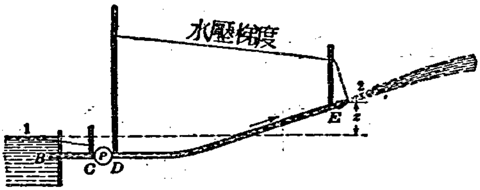


圖 119 連唧筒的管線

例 題

116. 一10吋管線長3哩,如每秒有4立方呎的水被唧出,和總實送高度是20呎,再假設唧筒的效率為百分之70,則所需的馬力為若干?

答. 240馬力.

117. 在圖118,假定$d''=10$吋,$BC=20$呎,$DE=3{,}000$呎,以及$z=135$呎.如$q=7$秒呎,及唧筒效率是百分之80,則所需的功率是若干?

答. 340馬力.

118. 在117題內,如C在表水面上之高度是13呎,和D是15

呎,計算在C和D處的壓力.

答. $p_C=-19.48$ 呎, $p_D=+328$ 呎.

104. 連輪機的管線——通常變水能爲機械功的機械,叫做輪機.在圖120,水從上部流至下部,因高度減小 z,故水失去位能,此種能量的失去,有兩種方式.一部分損失於管內的水摩擦,其餘的輸送至輪機.在輸送到輪機內的這部分能量

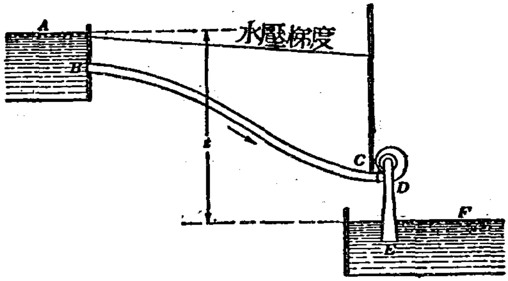


圖 120 連輪機的管線

中,又有一部分損失於機械內的水摩擦,而其餘的部分才變成機械功.

輸送到輪機的功率,因管線內的摩擦損失而減小,牠的值由下式給出:

$$W(z-H'). \tag{101}$$

這機械輸出的功率更小於此,其所小之量,依輪機之水和機械的損失而定.輪機運轉時所用的水頭是:

$$h=z-H'. \tag{102}$$

在輪機的情形下,只減去在給水管內所損失的水頭H',排水

管——即引水出輪機的水道——即認爲是這機械的一部分，因此 h 應含有在排水管和輪機箱內的損失.

在應用這些方程式時,應當注意:輪機的特殊位置是無關重要的,只要裝在下水準以上不太高,不致使排水管頂的壓力,接近絕對零值即可,但除此而外,輪機還能用一不透氣的排水管,把從這管頂至下水準的整個降落利用,在特別規定的限度以內,輪機的位置越高,在進水口的壓力便越小,但此種減小可由在排水邊的吸力增加來補償.

例　題

119. 在圖 120, 假定 $d''=12$ 吋, $BC=200$ 呎, 及 $z=120$ 呎, 在進水處的管口,與器壁一樣平滑. (a) 如 $q=8$ 秒呎,則輸送到輪機的水頭是若干?(b) 如輪機的效率是百分之75,則由輪機所輸出之功率是若干?

答. (a) $h=112.2$ 呎, (b) 76.5 馬力.

120. 一輪機在 120 呎的總降落下運轉 ($z=120$ 呎), 供給水的管長 300 呎,直徑 8 吋. 如放出率能使水頭的 30 呎損失於管的摩擦上,則輸送至輪機的功率爲若干?

答. 49.2 馬力.

105. 輪機或抽機的能量方程式——在 45 節所推出的普通能量方程式,對於所考究的兩截面間之管線,就說有輪機或抽機在內,也同樣可以實用. 但這方程式永遠應當用於水從點 (1) 流至點 (2),而不論這二點的相對位置如何,在前節

內，H'代表水損失於管摩擦的能量，同時h代表在輪機內所損失的能量.(在後者的這部分能量內,有一部分損失在輪機的水摩擦，和另一部分變成機械功,但只就水着眼則全是損失的.)因此就輪機說,可以寫出下式:

$$H_1-H_2=H'+h.$$

此方程式實與方程式(102)相等，在那方程式內，A和F相當於在上方程式內的(1)和(2)，因為$H_A-H_F=z$,

在唧筒的情形下,h代表唧筒輸入水內的能量;唧筒在圖 118 之C和D間,因此h係一負損失,所以就唧筒說,可以寫作

$$H_1-H_2=H'-h.$$

此方程式與方程式 (98) 或方程式 (100) 相等,在前方程式內$H_A-H_F=-z$，在後方程式內$H_1-H_2=-(z+V_2^2/2g)$.

試舉一種特別情形來當作一個實例，在這種情形下,一已知容量的輪機，裝在一已知因次的管線內,現在是要測定牠的放出率.因在這管線內，$H'=yV^2/2g$，與在方程式 (92) 內一樣，又可以寫作 $H'=Mq^2$，在這式內M是一常數，常數的值可由管的因次來決定.可以證明 (參看 169 節)：經過任一輪機的放出率,能以$q=k\sqrt{h}$表之，在這式內，h是輪機所利用的純水頭，並且就一特定輪機說，k是已知的，因此可以寫作$h=(q/k)^2=Bq^2$，在這式內，B係另一常數,其值是能能夠測定的. 現在從圖 120:

$$H_1-H_2=H_A-H_F=H'+h$$

$$z=Mq^2+Bq^2$$

$$q=\sqrt{z/(M+B)}.$$

在 q 決定以後,輪機的純水頭可以立卽求出,於是各種條件便都可以知道.這方法可以立卽擴張到他種合倂情況之下.

例題

121. 假定從一部分水至另一部分之總降落是 120 呎.水通過長200呎徑12吋的管流動,管的進口是平滑的.在管端有一輪機,其排水管的放出率當在 43.8 呎水頭下,並在另一位置試驗時是每秒 5 立方呎,則通過輪機的放出率是若干?在目前的條件下,輪機所用的純水頭是若干?

答 $q=8$ 立方呎每秒, $h=112.2$.

106. 在峰頂上的空氣之效應——圖 85 示出一管線於 D 處有一個"峯頂" (Summit), 這峯頂在水壓梯度之上,指明在此點的壓力小於大氣壓.在實際此種情形是要避免的,因爲不僅多餘的外壓力能使此部分管迸裂,而且在此點滯積的空氣,或許要妨礙甚至完全停止管內的流動.一切普通的水裏都溶有空氣,在低壓力處立卽放出,所以有時便積聚起來,雖則在開始時總要設法把牠完全逐去.所以,設計一管線時,無論管的那一部分在水壓梯度之上,總要設法變更外形,以便避免此種情形的出現,倘若不能避免,便須另設方法,隨時把空氣抽去,否則豐滿的流動是不能保持的.

如峯頂在水壓梯度之下,空氣仍能積聚,雖則不像以上那樣快,因爲水受有壓力時是傾向吸收空氣的.但在這樣的情況下,空氣很容易逸出,因爲只要給牠機會牠便要逃出.爲

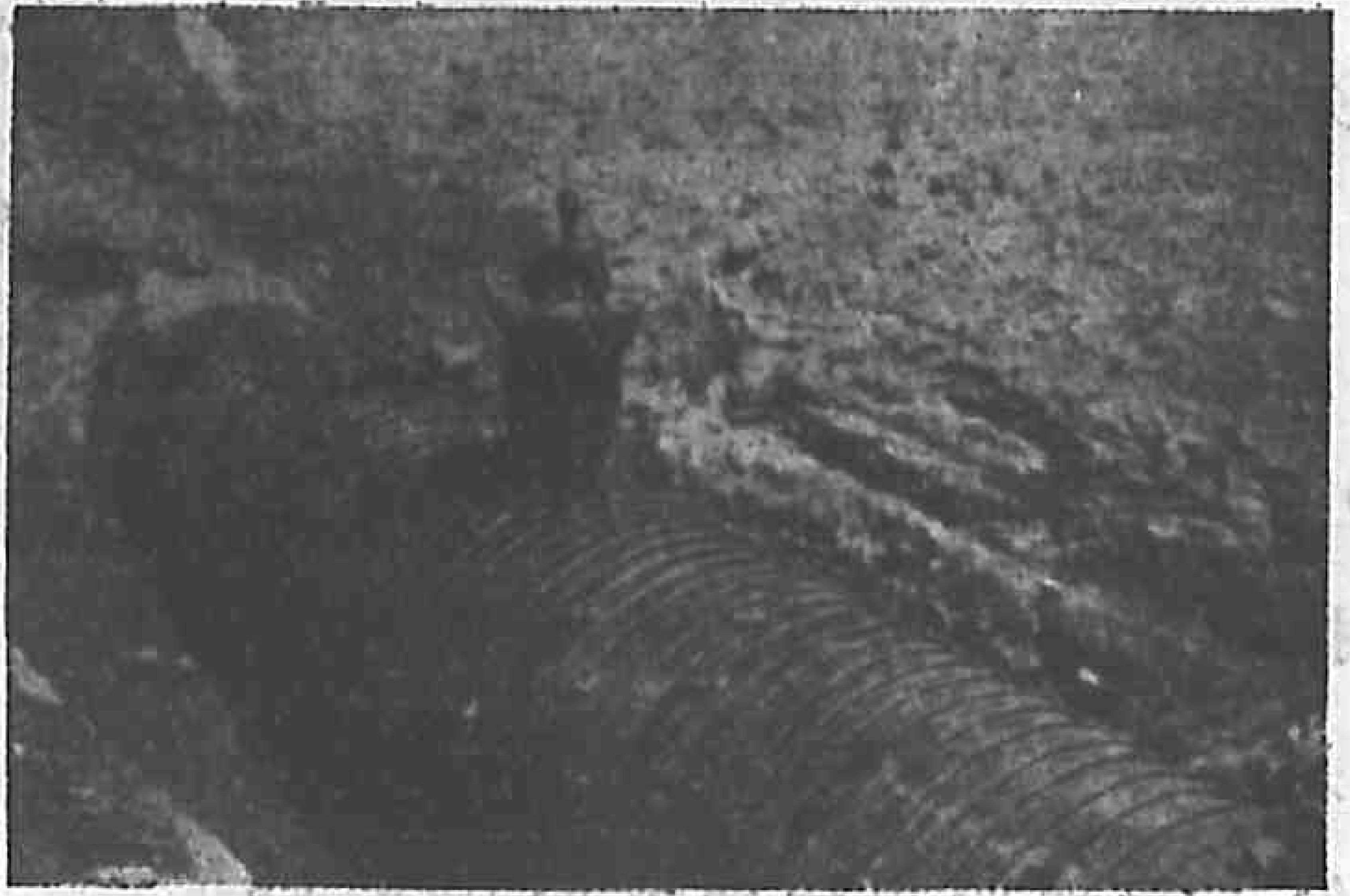


圖 121 水管線上的空氣活門

此種目的而設的活門,即如圖 121 所示,這樣的活門,普通都帶有一個浮體,當空氣積聚而水表面降低時,浮體下落使活門打開,空氣逃出,水準升高而浮體即重行將這活門關閉.在圖 121 之活門的構造,又能使空氣跑進管內,倘若偶爾在管內有真空出現,如此便可避免因有真空而使管迸裂,在許多種情形之下,就這兩種目的,均頗希望管線內有適當空氣活門的設備.

在圖 122 證明,通常當管在正壓力下,何以偶爾會有真空出現.曾看到無論在任何一點,通過管線的流動速度越大,則在該點的壓力便越小,因此,倘若有這樣的事態發生,比如

說管在 C 處忽然迸裂,使水的流動較大,則水壓梯度便比正

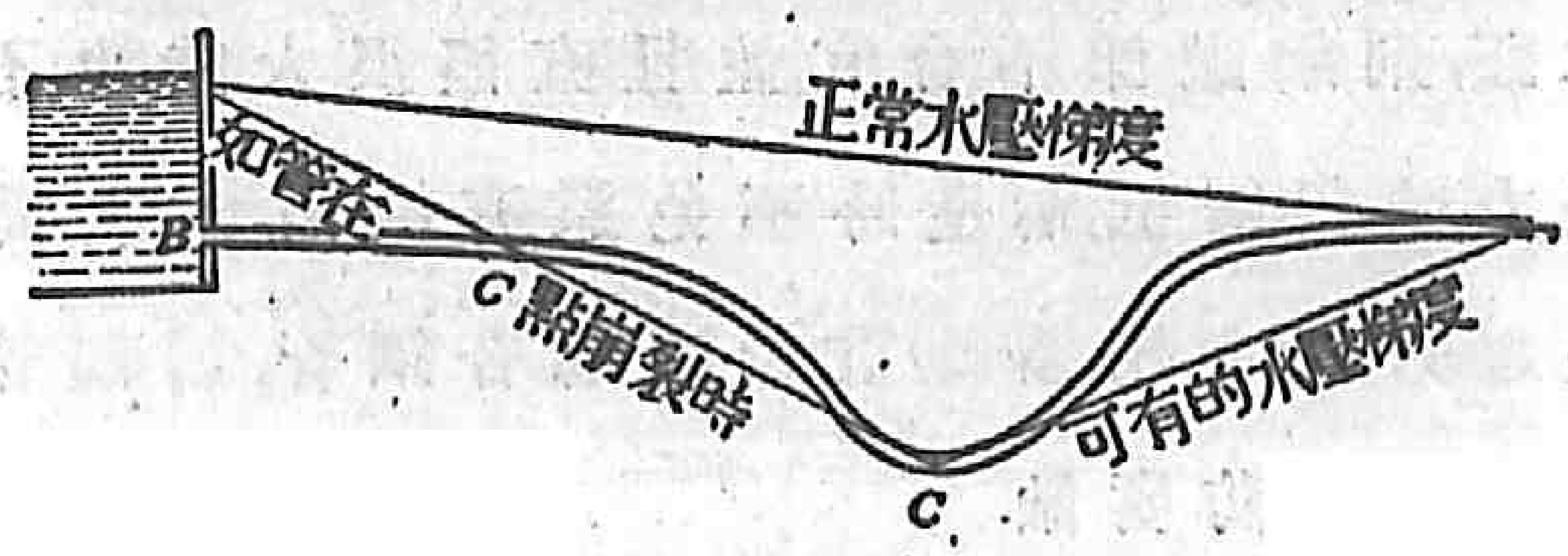


圖 122

常的甚爲斜陡.這就是說,水壓梯度將降低,而且可以充分的降低,以至有數部分在這管的以下,如圖 122 所示.

又,假使在進口的活門被關閉,流入管線內的水被截斷,那末已經在管內的水將傾向流出.因爲不能再有水來填補空位,所以除非讓空氣跑入,便要造成眞空.因此,在挨近進口活門之下,或者在另外部分,普通總有一種設備,以便乘此時機使空氣跑入.

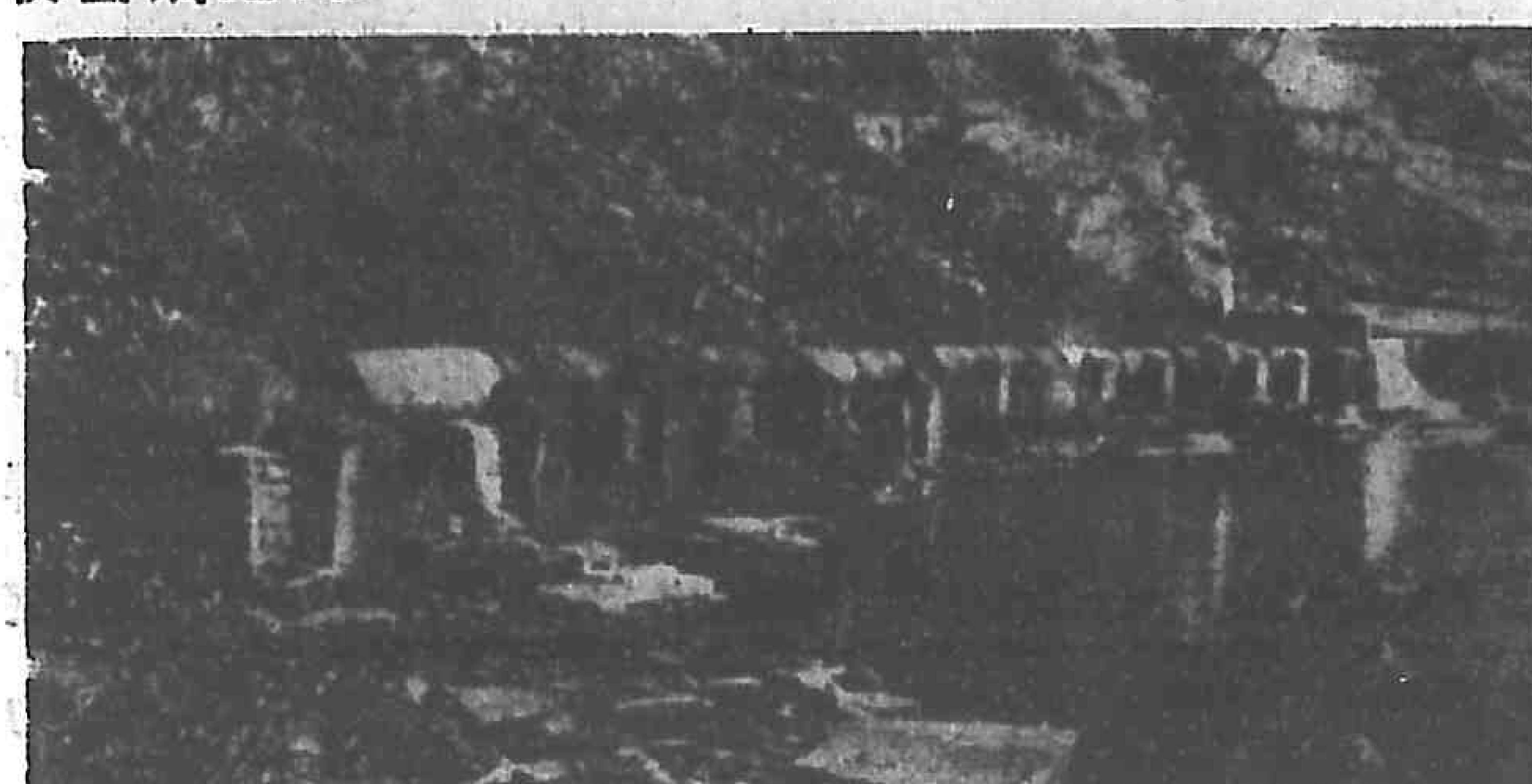


圖 123 鑄鐵管線

107. 管線的建造——在以往的200年間,就中常水頭的普通水工說,鑄鐵管曾經很滿意的使用過,牠們頗能耐久而且

不須要時加注意.倘有時要在較高壓力下使用,如在 400 呎以上的水頭,則鑄鐵卽不合宜,並且直徑很大時也不合宜,因爲牠的張力強度既低,鑄造時不免還有缺陷.爲暫時應用或裝費低廉起見,有時用極輕重量的鉚合鋼管,這類管平常都塗上一些材料以防腐蝕.

圖 124 在 1,300 呎水頭下的鉚合鋼管,引水至在加利福尼亞 (California) 之太平洋氣電公司 (Pacific Gas and Elec. Co.) 的鼓 (Drum) 動力廠

在高壓力下,鑄鐵既不合適,於是卽用鋼管,這類管可以鉚合作成,如圖 124,或者在特殊情形下,也可以把牠們銲在一起,鉚合鋼管對於流動,比新鑄鐵管的阻力大,因爲有突出之釘頭和疊起的鋼板,但舊接合鋼板,和舊鑄鐵管的阻力卽約略相等,因爲兩種管都變爲帶有同樣的結節,鋼管不如鑄鐵管能耐久,但在高水頭下,必須用鋼管.

在 200 或 300 呎水頭之下,木條管有許多便利處,就等同

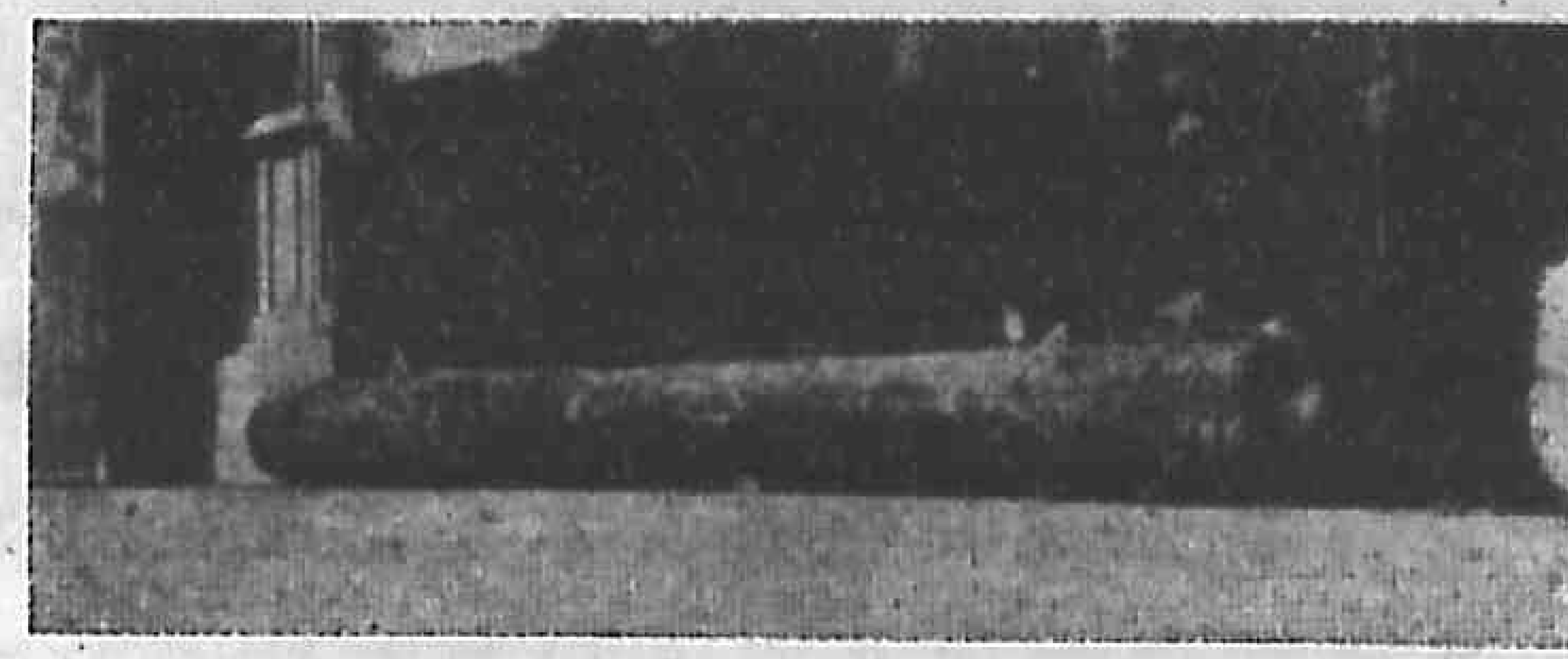


圖 125 在新奧利安(New Orleans)用柏木所作成的舊木製水管

功用說,牠比金屬管價值低廉.對於流動的阻力,小於鉚合鋼管,而約與新的光滑鑄鐵管相等,但牠還有便利處,就是牠的容量不因年齡增加而減小.早年用過的木管就是空木頭,如圖 125 所示.這些管中有些曾用過許多年.近代的木管,普通是用板條建造的,如圖126所示.安排板條時,設法使接頭"參差不齊".爲使接頭處不漏水起見,在各個板條頂頭的鋸縫

圖 126 木條管的建造

內加一薄鋼舌.此種鋼片,比板條稍微寬一些,這樣則當箍帶上緊時,鋼片便在每邊的板條上,吃入約 1/8 吋或更多的距離.在木板條管的壽命中,箍着的金屬帶須常換新的.倘若想使一木管有長壽命.永遠使牠盛着水是必要的,因爲如果使木頭連續保持溼潤,或連續保持乾燥,牠是不會腐朽得很快的.當牠在時而乾時而溼的情況下,要比較腐朽的快一些.木管的壽命,不像重鑄鐵管的那樣長,但牠可與鋼管並駕齊驅

圖 127 木板條管的曲線

在加利福尼亞之尼發得山中(Sierra Nevada Mts. of California)

但是,關於這些事項的統計很少,而且正在互相爭論中.木管不腐蝕,不起電解作用,而且也不被水內的酸類腐蝕.因此,常用牠輸送金屬管所不能輸送的液體.木板條管也可以轉一個大灣,而無須有特別的設計或設備,如圖 127 所示.

金屬管因溫度的變更,有時要膨脹,有時要收縮,爲此每每須加以防備.在鑄鐵管線下,在各個接口平常僅有活動的餘地.但鉚合鋼管無此種柔韌性,不過可以用能伸縮的設計.圖 128 所示,是一種能伸縮的接口,不過只能在低壓力下實用.可以看到,圓形板的彈性足能容許管在縱方向的移動.在

圖 128　在低水頭下,8.5 呎鉚合鋼管的伸縮接口

高壓力下,可用圖 120 和 130 所示的接口.

當水被管舉至高於原來水準的高度時,如圖 132,這管卽叫做虹吸管(Siphon).當然在使水開始流動以前,必須設法先把空氣抽去,並且假如流動連續時,積聚在峯頂的空氣,也須隨時移去有時這種設備是不能省略的.

按類推法說,圖 132 所示的管線,可以叫做"倒虹吸管",並且平常有時須要輸送水,越過一谷,或如圖 133 所示的低下處.但是,把如此裝置的管,只叫做"虹吸"是十分普通的.

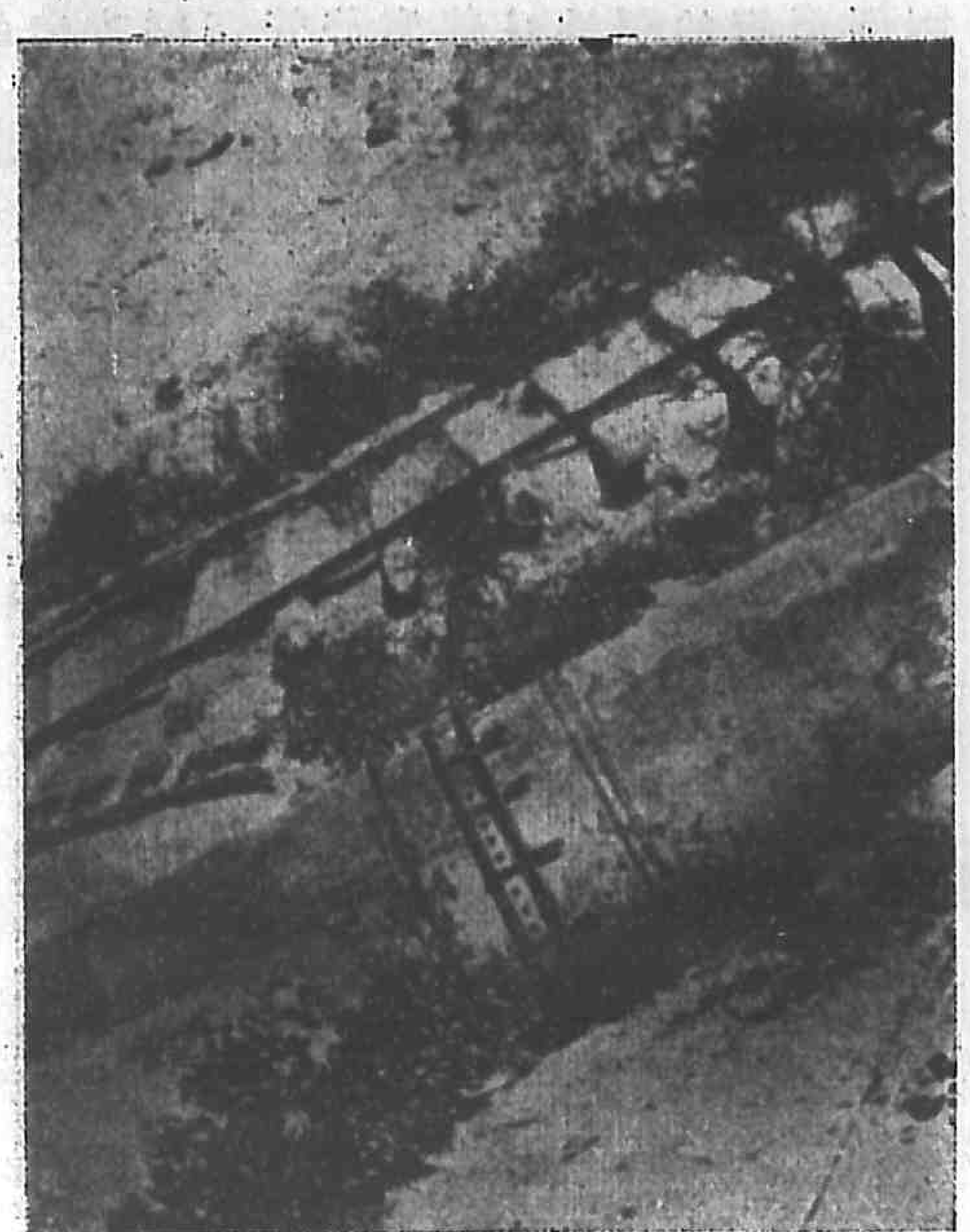


圖 129　在高壓鉚合鋼管內的伸縮接口

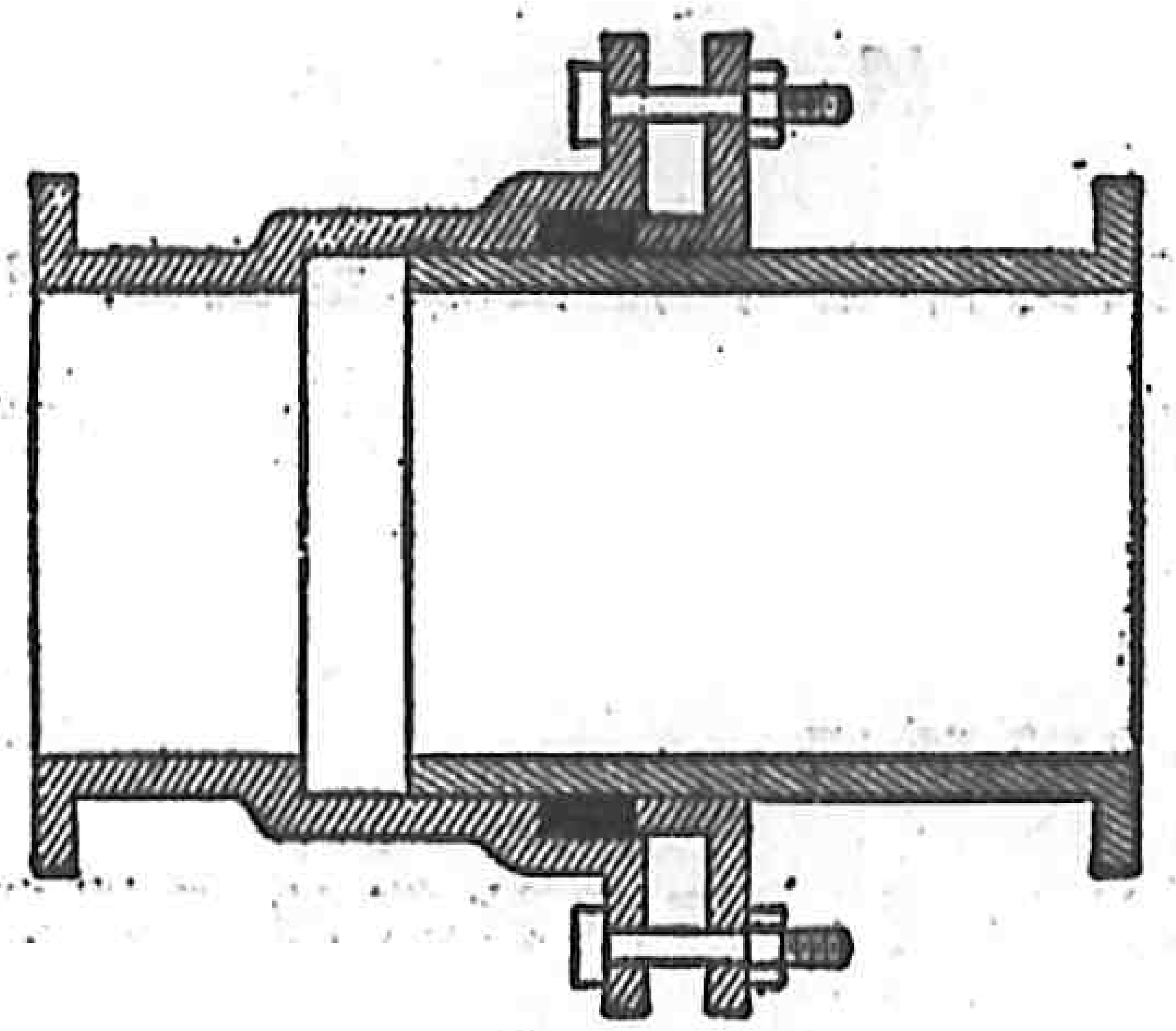


圖 130 伸縮接口

圖 131 虹吸管

圖 132 倒虹吸管

圖 133 接合鋼虹吸管.太平洋電氣公司之斯波爾丁湖的水管工程.

108, 習 題

122. 一管線長850呎,在40呎的降落下自由放至空氣中.(假定在進口是突出的)(a)如$d''=6$吋,求放出率.(b)如$d''=12$吋,求放出率.

答. (a) $q=1.55$秒呎, (b) $q=8.85$秒呎.

123. 假定一管線由一儲水池至另一儲水池,管的兩端都在水中.姑認進水管端是不突出的,如水準差110呎,管長500呎,直徑10吋,則放出率是若干?管舊了時,則容量是若干?

答. 11.95立方呎每秒, 8.68立方呎每秒.

124. 一喞筒經300呎的4吋救火皮管送水至一管嘴,管嘴噴出的水注是1吋.管嘴的速度係數是0.98,及皮管之f的值可以姑認爲0.025,管嘴比喞筒高20呎,水注的速度須爲每秒70呎.在喞筒內的壓力將需若干?

答. 每平方吋45.7磅.

125. 如圖133所示之鋼虹吸管,直徑是8.5呎,長度是1,900呎,每秒輸水300立方呎.在兩端的水準差必須若干?(安排成圖132之形式).

答. 2.8呎.

126. 如圖129和206所示之管線,平均直徑是62吋;長是6,272呎;在動力廠和進水口間之水準差是1,375呎.當這管每秒輸水300立方呎時,軸的效率是若干?輸送至動力廠的馬力是若干?

答. 百分之93.8; 44,000馬力.

第九章

在露天渠溝內的均匀流動

109. 露天渠溝(Open Channel)——露天渠溝,即水流不完全被固體界面所環繞的水溝,所以有一自由表面只受着大氣的壓力.在這樣渠溝內的流動與外來水頭無甚關係,而大部分須視渠溝和水表面的斜度而定.

露天渠溝的主要類別是:自然水流或河流,人工運河,和陰溝,隧道,或水流半滿的管線.

圖 134 太平洋氣電公司的運河,一岸用石砌成.

關於在露天渠溝內的流動問題,其精確解明比關於壓力水管困難得多.不僅可靠的實驗數據不容易獲得,而且各種條件比在管內都有一較寬泛的變程.實際所有的管全是圓形的,但露天渠溝的截面,可以有任何樣的形狀,由圓形以至自然水流的不規則形狀.大概截面的形狀對於流動的效應,不是水的平均深度的一因數m,所能包括得了的(參看18節).管之粗糙性的變程,平常從新的,平滑的鑄鐵或木板條的管,變至舊的,腐蝕的管.但是露天渠溝表面則由平滑木板(圖163)變到粗糙而且不規則的河床.因此在露天渠溝的情形下,比在管線內摩擦因數的選擇是大有出入的.

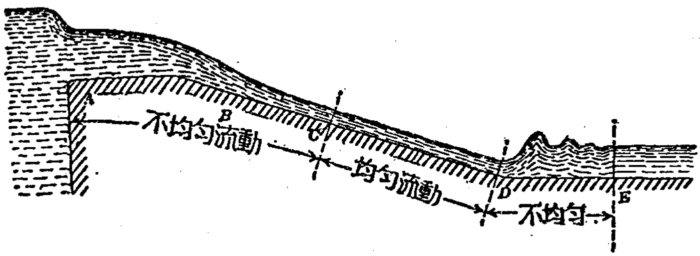


圖 135

110. 均勻流動(Uniform Flow)——在所考究的渠溝的長度以內,如果任一水的截面的形狀和大小,與其他每一截面的相等,則這種流動就說是均勻的流動.這種情形如圖52和134所示.可是不要把均勻流動與穩定流動弄混了,前邊的流動須要在任何時間,一處與一處的條件相同;而後邊的流

圖 136 在木槽內的不均勻流動

動,則只須在每一截面的條件,對時間不變就夠了,我們可以有均勻和不均勻,二者兼備的穩定流動,如圖 135 所示.均勻的流動,只在渠溝有一相當均勻距離時才能獲得,因爲如此,水才有機會自行調整,圖 136 的渠溝是均勻的,但所表示的部分,其流動仍是不均勻的,因爲水剛剛流入,未曾達到平衡的狀態.這種狀態,類似圖 135 所示在渠溝下部的狀態.在另一方面說,圖 137 所示之流動是不均勻的,因爲渠溝的斜面有變動.

111. 壓水梯度——這是十分明白的,在露天渠溝的情形下,水壓梯度與水表面是重合的.因爲,假如在渠溝旁邊安一液體壓力計管,則水表面便與在渠溝內的水準升到一樣高度.

112. 均勻流動的方程式——在露天渠溝穩定均勻流動

圖 137 在羅斯安哲爾斯 (Los Angeles) 水道的小瀑布.

的情形下,普通最常用的方程式即在長管內的流動情形下常用的方程式,這方程式是:

$$V=C\sqrt{ms}$$

這方程式的由來,已在82節內給出,在此公式內,C乃視與水接觸表面之粗糙性而定的係數,並且也常視作別個變數的函數.在均勻流動的露天渠溝內,s是水表面的斜度.

因知道速度不恰好與 m 和 s 的平方根成比例,故有時應用指數公式,如方程式(71).但倘若應用方程式(74),則 C 必須是 m 和 s 的函數,因為方程式(74)不含 m 和 s 的正確指數.

113. 關於 C 的庫特公式——關於 C 的公式,大概應用最廣的,首推瑞士兩工程師庫特和甘萊特(Ganguillet)所創出的.此公式所根據的數據非常豐富;採取數據的範圍,下至人造小運河,上至大如密士失必的自然河流.因為這種緣故,普通信為在一較大變程的條件下全可實用.但無論那一個公式,要想使牠包括的範圍寬泛,所得的結果一定僅係多數散漫數值的一個平均值,雖說就任何組合因數,至少能得到近似的值,可是在各別的情形下就不能希望獲得精確的值了.因此對於應用此種或其他任何類此的經驗公式時,其所獲得的值千萬不要看得太可靠了.

在112已節指明過,因為方程式(74),不是流動定律的一個眞正公式,所以 C 的值,一定是 m 和 s,以及表面粗糙性的一種函數.庫特的公式,把這三種因數都包括在內,這公式是:

$$C=\frac{41.65+0.00281/s+1.811/N}{1+(41.65+0.00281/s)N/\sqrt{m}}. \tag{103}$$

在此公式內,因數 N 是粗糙性的係數,他的值在表 VI 中給出.

為避免方程式(103)的繁雜計算,曾經印出種種表格,並

曾設計出數種圖解方法(註一). 在表VII內,將找到由方程式(103)所算出的C的值.兩數中間的值由插入法(Interpolation)可以求得,其正確程度也和所根據的條件一樣.

表VI.——在庫特和曼寧(Manning)公式內的N的值.

表面的性質	N
鉋平及平滑接合的木板	0.009
鉋平木板,但不眞正平滑	0.010
木條管	0.011
平滑水泥	0.011
平滑鐵管	0.011
粗木板,頂好磚瓦	0.013
稍粗鐵管	0.015
粗磚,碎石	0.015
頂好碎石	0.017
結節鐵管	0.017
粗磚和石	0.017
平滑土渠溝	0.0.7
精砌的粗石子	0.020
大土渠溝,頂好情形	0.022
小土渠溝,頂好情形	0.025
頂好情形下的渠溝	0.030
在有草等物的壞情況下的渠溝	0.035
有漂積物的渠溝	0.045

註一 圖解方法之最簡單的一種是加爾克尼遜(Karl R. Kennison)所印出的圖.

表VII——由庫特公式算出的C的值

斜度 s	N	水的平均深度, m, 單位用呎												
		0.2	0.4	0.6	0.8	1	1.5	2	3	4	6	8	10	15
0.00005	0.009	100	124	139	150	158	173	184	198	207	220	228	234	244
	0.010	87	109	122	133	140	154	164	178	187	199	206	212	220
	0.011	77	97	109	119	126	139	148	161	170	182	189	195	205
	0.012	68	88	98	107	114	126	135	148	156	168	175	181	189
	0.013	62	79	90	98	104	116	124	136	145	156	163	169	179
	0.015	51	66	76	83	89	99	107	118	126	137	144	149	158
	0.017	44	57	65	71	77	87	94	104	111	122	129	134	142
	0.020	35	46	53	59	64	72	79	88	95	105	111	116	125
	0.025	26	35	41	46	49	57	62	71	77	85	91	96	104
	0.030	21	28	33	37	40	47	51	59	64	72	78	82	90
	0.035	18	24	28	31	34	40	44	50	56	63	68	72	79
0.0001	0.009	112	136	149	158	166	178	187	198	206	215	221	226	233
	0.010	98	119	131	140	147	159	168	178	186	195	201	205	212
	0.011	86	106	118	126	132	144	151	162	169	178	184	188	195
	0.012	76	95	105	114	120	130	138	149	155	164	170	174	181
	0.013	69	86	96	103	109	120	127	137	143	152	158	162	169
	0.015	57	72	81	88	93	103	109	119	125	134	139	143	150
	0.017	48	62	70	76	81	89	96	104	111	119	124	128	135
	0.020	39	50	57	63	67	75	81	89	94	102	107	111	118
	0.025	29	33	44	48	52	59	64	71	76	84	88	92	98
	0.030	23	31	35	39	42	48	53	59	64	71	75	78	85
	0.035	19	25	30	33	35	41	45	51	55	61	66	69	75
0.0002	0.009	121	143	155	164	170	181	188	200	205	213	218	222	228
	0.010	105	125	138	145	151	162	170	179	185	193	198	201	207
	0.011	93	112	122	131	136	146	154	163	168	176	182	185	190
	0.012	83	100	111	118	123	133	140	149	155	162	167	170	176
	0.013	74	91	100	107	113	122	129	137	143	150	155	158	164
	0.015	61	76	85	91	96	105	111	119	125	132	137	140	145
	0.017	52	65	73	79	83	91	97	105	111	117	122	125	131
	0.020	42	53	60	65	69	77	82	89	94	100	105	108	113
	0.025	31	40	46	50	54	60	64	72	76	82	87	89	95
	0.030	25	32	37	41	44	49	54	59	63	69	73	76	82
	0.035	21	27	31	34	37	42	45	51	55	60	64	67	72
0.0004	0.009	126	147	157	166	172	183	190	199	204	211	215	219	224
	0.010	110	129	140	148	154	164	170	179	184	191	196	199	203
	0.011	97	115	126	133	138	148	154	162	168	175	179	183	187
	0.012	87	104	113	121	125	135	141	149	154	161	165	168	172
	0.013	78	94	103	110	115	124	130	138	142	149	153	157	162
	0.015	65	79	87	93	98	106	112	119	124	130	135	138	143
	0.017	54	68	75	81	85	93	98	105	110	116	120	123	128
	0.020	44	55	62	67	70	78	83	89	94	99	104	107	110
	0.025	32	42	47	51	55	61	65	71	76	81	85	88	92
	0.030	25	33	38	42	45	50	54	59	63	69	73	75	80
	0.035	21	27	31	35	37	42	45	51	55	60	64	66	70
0.0010	0.009	129	150	161	169	175	184	191	199	204	211	214	218	222
	0.010	113	131	142	150	155	165	171	179	184	190	194	197	202
	0.011	99	117	127	134	139	149	155	163	168	174	178	181	186
	0.012	89	103	115	122	127	136	142	149	154	160	164	167	171
	0.013	81	96	104	111	116	124	134	138	142	149	152	155	160
	0.015	66	80	88	94	99	108	112	119	124	130	134	136	141
	0.017	57	69	76	82	86	93	98	105	110	116	120	122	127
	0.020	45	56	63	68	71	78	83	89	93	99	103	105	110
	0.025	34	43	48	52	56	62	66	71	75	81	85	87	91
	0.030	27	34	39	42	45	50	54	59	63	68	72	74	78
	0.035	22	28	32	35	38	43	46	51	54	59	63	65	68
0.0100	0.009	130	151	162	170	175	185	191	199	204	210	213	217	222
	0.010	114	133	143	151	156	165	171	179	184	190	193	196	200
	0.011	100	119	129	135	141	149	155	162	167	173	176	180	184
	0.012	90	107	116	123	128	136	142	149	154	160	163	166	170
	0.013	81	98	106	112	117	125	130	138	142	148	151	154	169
	0.015	66	80	89	95	100	108	112	119	124	129	133	134	138
	0.017	57	70	77	82	87	94	99	105	109	115	118	121	126
	0.020	46	57	64	68	72	79	83	89	93	99	102	105	108
	0.025	34	44	49	53	56	62	66	71	76	81	84	86	90
	0.030	27	35	39	43	45	51	55	59	63	68	71	74	77
	0.035	22	29	33	35	38	43	46	51	55	59	62	65	68

雖則C是斜度的函數,可是牠隨s值的變更卻不大.在$s=0.0001$和$s=0.0010$之間,C值的差最大由百分之十至百分之十五.這方程式又指明當s的值增加時,牠對於C值的影響卻反而減小.就$s=0.0010$至$s=0.100$或更大的值,在C值內的變更可以忽視(參看圖138,這是當$N=0.017$,以m的各種值所畫出的).用N的其他值,可得類似的結果.

由所根據的實驗變程,可以看到庫特公式的實用範圍似乎是:m的值上至10呎,速度上至每秒10呎,以及大於$S=0.0001$的斜度.在此種限度以外,可靠的數據缺乏,而應用庫特公式時應當留意.

114. 關於C的曼寧公式——把圖138檢閱一番卽可知道:由庫特公式所算出的C的值受斜度的影響很小.那末若是完全把牠忽視不計,將發生極小的差誤.實則含斜度的項目,乃根據不正確的數據所獲得,有不少理由可供信任,所以在方程式內,這是發生誤差的根源.此層由以下的事實卽可證實:在圖138內,C的值,在幾種情形之下,依s成比例的增加,而在其他情形之下卻反而減小;同時在理論上的考究將明示C的值必須依s的值增加,其增加的情形與f的眞正值當V的值增加時所減小的情形一樣.如是,使方程式(71)和(74)所算出的V的值相等,則:

$$C=C'm^{\frac{x}{n}-\frac{1}{2}}s^{\frac{1}{n}-\frac{1}{2}}. \tag{104}$$

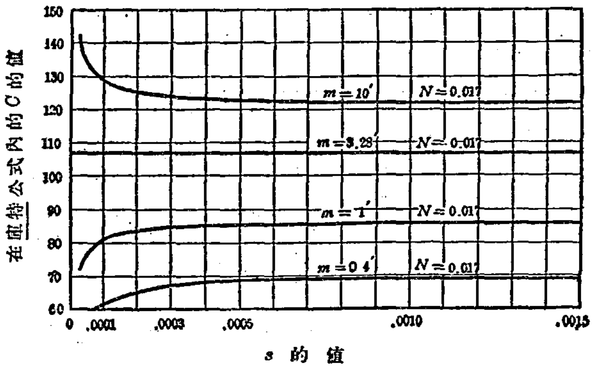


圖 138　C和s間的關係

x和n的值,用黑曾威廉公式內所用過的,並認定C'只依表面的性質變更,則此式變爲$C=C'm^{0.13}s^{0.04}$.

但就同一表面說,大的和小的露天渠溝的相對粗糙性,大概比在圓形管內的還有更寬泛的變程,如是,容量的效應比以上各指數所表示的便重要得多了.因此,曼寧完全把s的效應忽視,而使C僅爲m的函數.

曼寧公式實際上能與庫特公式得同樣結果,並且和現下的報告數據大概也同樣正確.曼寧的公式是:

$$C=\frac{1.49}{N}m^{1/6} \tag{105}$$

在這式內,N與在庫特公式內的一樣.N的值在表VI給出.

方程式(105)表示C依N和m變更的情形,比檢閱方程(103)所得的概念更爲明瞭.因用這二方程式所算出的C的

值彼此近似相等，由是在庫特公式中，C近似與N成反比而與$m^{0.17}$成正比.

就實際應用說，最好直接計算V，不必用曼寧的公式另外去決定C. 把方程式(105)所得的C的值代入方程式(74)，則

$$V=\frac{1.49}{N}\sqrt[3]{m^2}\sqrt{s}. \tag{106}$$

$m^{2/3}$的值可以在399頁上找着.

115. 露天渠溝的建造——檢閱方程式$V=C\sqrt{ms}$，即可證明：按照一已知斜度和粗糙性說，m增加時速度也增加.這種關係就以下的事實着眼也可以明瞭，即C的值，當m增加時也增加，或者如方程式(106)所示，V與$m^{\frac{2}{3}}$成比例的增加. 所以就一已知水截面的面積，m最大時放出率便是最大.或者就一特定放出率，設計使m為最大，截面積便是最小.

從方程式(68)可以看到面積固定時，黏溼周界的長度是最小，m的值便是最大.可是在一切幾何圖形中，就一特定面

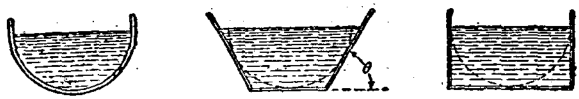


圖 139

積說，圓有最短的周界. 因此假定面積斜度以及表面的粗糙性是一樣時，半圓形露天渠溝將比任何其他形狀的放水較多. 半圓形的露天渠溝，常用鋼板和其他種類的金屬壓搾作

成,而這種形狀在實際上很少用其他方法製造的.

木製斜水槽常用矩形的形狀.在一切矩形中,以面積爲準繩,正方形有最短的周界,因此在露天渠溝,水的深度應當是寬度的一半.

掘土而成的運河,必須有一梯形截面,而在一切梯形中,半六邊形具有 m 的最大值.但因他種理由,角 θ 永遠不能恰巧作成60度.邊的斜度必須作成使角 θ 小於溝岸材料的"靜止角"(Angle of repose),否則溝岸便要塌下去.在圖140,爲減少

圖 140 未砌襯壁的陡岸運河.在內華達山脈(Sierra Nevada Mts.)中.

挖掘數量,鑿成深溝,使角θ頗大於60度,不過這種土質有一種堅固的特性,容許有這樣陡峭的溝岸.

無論角的値怎樣,當邊是圓的中心在水表面上之半圓的切線時,便得最適當的比例.

但別種形狀的截面或因建造方便,或因他種立脚點的要求,也常應用.如是,橢圓形或卵形截面在陰溝或類似的渠溝中是常用的,因爲這種形狀在放出率內可以有較大的漲落.這就是:當小量流動時,希望能保持高速度以免沉渣的滯積,而當渠溝充滿時,速度不致太高,以致沖壞渠溝的襯壁.

116. 水流的計量(Stream Gaging)——按照水的任一已知深度,來測定一水流的放出率,卽定名爲水流的計量.可以看到,如果流量是均勻的,截面積,水的平均深度,以及水表面的斜度都是已知時,一水流的放出率可由公式$V=C\sqrt{ms}$計算出來.但放出率的一種較爲正確的測定,是使水流過一水箕,或用其他方法先直接量度牠的速度,再用公式計算.

在一人工渠溝的無彎曲部分,速度的變化可以像圖141所示的形式.這些曲線是速度的等高線,或等速度的曲線.在曲線所包括的面積內,任何一點所代表的速度,高於在曲線上一點的速度.而在所包括的面積以外,

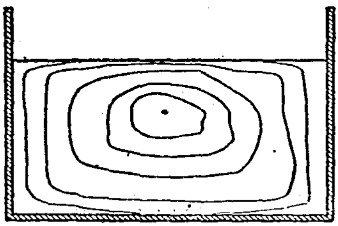


圖 141

則小於在曲線上的速度.可以看到,水的速度從這邊至那邊,從頂至底都是變動的.倘在這渠溝內有一個灣曲,或者倘若溝床是不規則的,如在自然水流的情形下,那末,這些速度的曲線常常是很不規則的,而且和在此處所示出的形式相差頗遠;所以,在這路水流的截面內,須測定在數個不同點的速度.

常供此種目的應用的儀器,即在76節曾經敍述過的流速計 (Current meter),在應用流速計或其他任何器具時,習慣上把水流分成幾部分,如圖 142,並測定河床的輪廓 (Contour),這樣則面積可以計算出來.於是,如果就某一部分(如 *ABCD*),平均速度測出,則經過此部分的放水量,便是此速度和面積 *ABCD* 的乘積.所有這樣的部分的放水量之總和,即整個水流的總放出率.

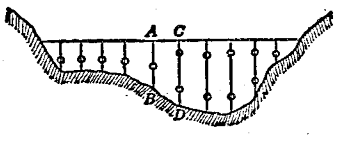


圖 142

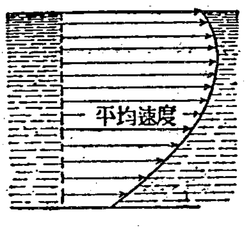


圖 143

求面積 *ABCD* 內的平均速度時,習慣上即用在線 *AB* 上量出的速度,及在線 *CD* 上量出的速度的平均數來當作此

平均速度.但,如圖 143 所示,速度由 A 至 B,或由 C 至 D 是變更的.因此,在各個鉛直線上的平均速度,應當先測定出來.由數次的觀察,能畫出類似圖 143 的曲線,再從此等曲線卽可決定平均速度.但詳究數種這樣的曲線曾經指明:普通在一鉛直線上的平均速度,約在 0.6 深度處.因此,設流速計置於這種深度,則所測出的速度卽可認爲是這平均速度.當然,這只是一種近似值.要想得比一次觀察較爲正確的值,常在 0.2 深度及 0.8 深度處各量度一次.這二值的平均數,便近似這平均速度.如是,若要計量一眞實水流,須在圖 142 內之小圓所指示的各點作觀察.此項問題的詳細討論,在本書的範圍之外.(註一)

有時應用浮體來測定速度,不過這種方法是比較不正確的.但是,當別種方法不能實行時,就像在洪水氾濫的當兒,浮體常是可以實用的.如果應用表面浮體,平均速度平常可以當作約爲表面速度的 0.9,但風對於表面的速度,有頗大的影響.

117. 量變曲線(Rating Curve)——假如須利用一自然水流作自來水或動力廠,那麽,必須先測定水的可靠供給量.因在一長時期內,水流普通要發生廣大的漲落,所以對於牠必須作許多許多次的觀察.

註一 參看 Hoyt 和 Grover 的"River Discharge".

在一水流內,水表面的水準叫做計器高度(Gage-height).這種高度可以從任意的一點起始向上量度,如是則計器高度,不一定與水流深度吻合.

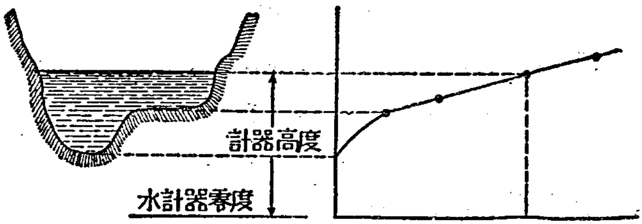


圖 144 量變曲線

就一特定水流說,顯然的放出率為計器高度的一種函數.如這水流的放出率,用數種計器高度測定,則可畫一曲線如圖 144. 此種曲線叫作量變曲線.由這曲線,就水的任一高度, q 的值卽能得到.

如是,在研究這水流時,只須記錄出計器高度卽可.再從量變曲線卽能決定流量.此種計器高度,單由一位觀察者每天視察並記錄一次卽可,或者用一浮體和一時計的機件,能得連續的記錄,這記錄將示出在流動內的一切變動.

118. 習 題

127. 一矩形木製流水槽的斜度是每1,000呎傾斜1呎. 如

係6呎寬和3呎深,試計算牠的放出率.假若寬是3呎及水深是6呎;則放出率是若干?在這兩種情形之下,那一種可用較少木料?

答. 114秒呎.

128. 一矩形碎石渠溝,寬6呎,水深3呎,其斜度為每1,000呎傾斜1呎.試計算放出率,並與習題127的結果比較.

答. 65秒呎.

129. 一半圓形碎石渠溝,具每1,000呎傾斜1呎的斜度,當豐滿流動時,如直徑是6.55呎,則放出率是若干?將此題和習題128的截面積及砌好所用的材料量,作一比較.

答. 65秒呎.

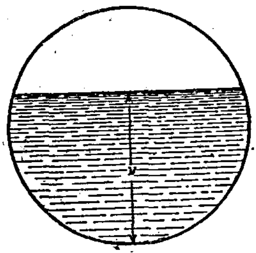


圖 145

130. 一水泥圓形水道($N=0.012$),直徑是10呎,斜度是每1,000呎傾斜1.6呎(參看圖145).下表卽按照在水道內水的各種深度,其沾溼周界及水的截面積的值;就表內的各種深度,求V和q的值.速度最高時y的值是若干?放出率最高時y的值是若干?

深度 y	沾溼周界	面積 A	m	$\sqrt{m}$	C	V	q
1.0	6.44	4.09	0.635	0.797	115	3.67	15.0
3.0	11.59	19.82					
5.0	15.71	39.27					
8.0	22.14	67.36					
9.0	24.98	74.45					
9.5	26.91	77.07					
10.0	31.54	78.54					

第 十 章

在露天渠溝內的不均勻流動

119. 在露天渠溝內的不均勻流動——均勻流動,普通只能在形狀和斜度均有規律的人造渠溝內產生,雖則在這種情況下,有時在相當距離內仍是不均勻的,如圖 135 所示.但在自然水流中,河床的斜度及截面的形狀和大小平常變更的頗厲害,眞正的均勻流動十分少見.因此在第九章所給出的方程式實用到自然河流,只能產生粗略近似眞實的結果.爲的能完全實用這些方程式起見,須把河流分成段落,使在各段內的情況近似一樣.關於在露天渠溝內的不均勻流動問題,缺乏滿意而且可靠的研究.

在受有壓力的水管內,均勻和不均勻的流動都曾經討論過,不過沒有把牠們明白分開能了.這或許是因爲在一封閉水管內,水的截面積,在各點都是固定的,所以速度在各點也固定.但在露天水道內,這些條件都是未知的,且水流隨截面的大小而變更,以致水壓梯度的斜度也是未知數.

無論在人造或自然水流內,不均勻的流動能以種種的方式產生,每一種都要發生一種不同的水的現象.當渠溝的

斜度增加時,如在圖 135 之 ABC 部分,則水卽行加速,直至這依速度平方而增加的摩擦損失率與勢能的減小率相等,於是在該處成立平衡,流動卽變爲均勻的.當斜度陡然減小時,便要發生一種常在的波動,就像在圖 135 內的 D 處.但是,如果斜度 DE 較爲陡峭,波動便不像在此圖內所示的那樣高,表面的曲線將更爲平坦,如圖 136 所示.

當水從陡渠溝流下,以高速度衝在一障礙物上,牠的深度便突然增加,這種現象卽所說的"水跳"(Hydraulic jump),與常在波動的外觀類似.此種現象的效應,只限於在發生的這一小部分,與常在波動也相彷.在另一方面,如果渠溝比較平坦,卽有一逆流曲線向上水流擴張至無限遠的距離.

水流入露天渠溝時,如在進口的速度很低.則水準便陡然降落,如圖 135 所示,這種降落的量,等於所得速頭加進口損失.假使渠床在此處所十分平坦,則水表面便向上彎曲如在 AB 部分一樣.但假如斜度十分陡峭,那末,剛離進口的表面曲線便向上彎曲,和 BC 部分一樣.就一特殊中常斜度說,表面曲線便是一條和渠床平行的直線,如是則在進口降落以後,流動立卽變爲均勻.除非渠溝頗陡,均勻流動的出現點難以探查出來,因爲實際水表面的曲度是很輕微的

各式各樣的不均勻流動,其理論上的探討在本書的範圍以外,但對於實用上最重要的兩種,在這裏將略加討論.

120. 不均勻流動的普通方程式 —— 設圖 146 代表一種

不均勻的流動情形,普通在表面的斜度便不是一條直線;並且渠床也常常不是一條直線.但是,如果長度 l 不太大時,可以把牠們當作直線看待,其斜度即等於在這段內的平均值.水表面即水壓梯度,同時能量梯度是過表面上數點的線,這數點距表面的距離,相當於各截面的速頭.因速度不等,所以水壓梯度的斜度 s',便與能量梯度的斜度 s 不重合.就所示的情形,s' 稍小於 s.在另一方面,如在下水流,水流的深度漸次減小,則速度便增加,而 s' 的值便稍大於 s.

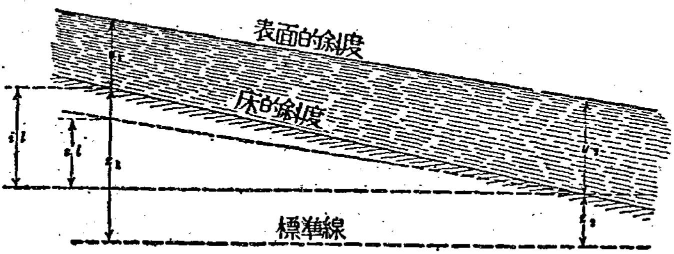


圖 146

因這是露天渠溝,所以在所有部分的壓力是相同的,如是,能量的普通方程式變爲:

$$z_1+y_1+\frac{V_1^2}{2g}=z_2+y_2+\frac{V_2^2}{2g}+H'.$$

從圖看到,$z_1-z_2=il$,並且按定義,$H'=sl$,此式可以寫作:

$$y_1+\frac{V_1^2}{2g}=y_2+\frac{V_2^2}{2g}+(s-i)l. \tag{107}$$

此方程式,就圖上所代表的情形說,或就深度 y 沿下水流漸次減小的情形說,是同樣眞實的.在前種情形之下.s 便小於 i,而在後種情形之下,s 便大於 i.

121. 降下曲線 (The Drop-down Curve)——當水在斜度極平坦的渠溝內流動而接近一自由落下口時,就平常的均勻流動說,表面曲線可以降落到水準以下,此即叫做降下曲線,並在圖 147.內由 MN 示出,MS 乃同一放出率之均勻流動的水壓梯度.降下曲線以 MS 爲漸近線 (Asymptote) 而漸次挨近,點 M 僅在上水流無限遠距離處是共公的.實際上因爲波動作用和其他不規則性,在這兩種曲線間的區別,於一有限距離內卽行消失.

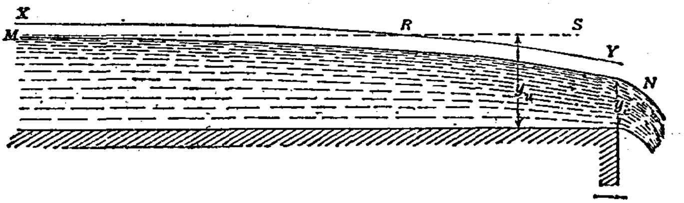


圖 147 降下曲線

由點 M 向下的水流,水的深度連續減小而速度連續增加,但按照能量方程式,總能量一定連續減小.在自由落下的截面,深度 y_c 是使 $y_c+V^2/2g$ 爲最小,這是可以證明的.如果 A 是在此點的截面積,此式可以寫作 $y_c+q^2/2gA^2$,而使此式爲最小時之 y_c 的值,普通最好由試驗來測定.有一點可以注意,

此y_c的值，按照一特定放出率說，與渠溝的斜度或粗糙性無關，於是就一較平的斜度說，倘水放到空氣內或放到水表面在一較低水準的水內，此值便是在這點的深度的值．假如所放入的水表面高於此最小值，於是在渠溝終端的水深度必須上昇，直至二表面吻合為止．

在水平床的渠溝內，要想有均勻流動是不可能的，而在此種情形之下，降下曲線最顯著．渠溝斜度的值增加（或渠溝的平滑性增加），均勻流動速度的值即較高，結果，y_u的值較低，直至渠溝的斜度和粗糙性成以下之關係：即均勻流動的深度，等於或小於算出的y_c，於是均勻流動即保持到出口．如是，只在斜度和粗糙性的關係合乎均勻流動的深度，係大於y_c的此種計算值時，降下曲線才能出現，且斜度愈平這種效應也愈大．

倘若圖 147 所示的渠溝很長，而深度不超過在那裏所指出之y_u的值，則牠的容量由均勻流動所需要的深度來決定，雖則牠的水壓梯度是MN．但假如長度只是RS，那末牠便能容納與水壓梯度XY相應的較大水量．如是，斜度很平坦的短渠溝，因為降下曲線的關係，比假若流動是均勻時將有較高的容量．

例　題

131. 污水洩口的一部分近似一圓形水道，直徑 5 呎，斜度每 1,100 呎傾斜 1 呎．這是用磚作成的，就這水道說，$N=0.013$．在

均勻流動時,牠的最大容量是若干?如果牠在一自由洩口放洩 120 秒呎,則從洩口上溯至若干遠,牠將變為一受有壓力的水道?否則除非牠的大小或斜度改變.

例題130的解明指出:當深度是直徑的0.95倍,或在此種情形之下是4.75呎時,放出率最大.於是A的值是 19.30 平方呎,及m是1.435呎.就均勻流動說,速度是每秒4.37呎,及放出率是84.3秒呎.

如放出率是120秒呎,由試驗可以找着在陰溝口的深度是3.15呎.從溝口向上,深度即行增加,直至深度變為4.75呎為止.這問題是要求至此截面的距離.此距離用方程式(107)可以一步一步的解出.計算的手續,先假定出一種水的深度,於是計算從以前測定的截面至該截面的距離l.這種解明,用這裏所給出的一個表格,可以減少許多麻煩.試把表內的空白填上,再完成這個解明.

答. 718.5 呎.

y	A	m	C	V	$V^2/2g$	$s=\frac{V^2}{C^2m}$	s 平均值	$\Delta\left(y+\frac{V^2}{2g}\right)$	$s-i$	l	Σl
3.15	13.1	1.42	121	9.20	1.31	0.00406		000		0	0
3.50	14.7	1.48	122	8.17	1.04	0.00302	0.00354	0.030	0.00263	30.4	30.4
3.75	15.8	1.51	122	7.59	0.895	0.00257	0.00280	0.105	0.00189	55.5	85.9
4.00	16.9	1.53	123	7.13	0.790	0.00221	0.00239	0.145	0.00148	98.0	183.9
4.25	17.8	1.52	122	6.75	0.709						
4.50	18.6	1.49	122	6.45	0.615						
4.75	19.3	1.44	121	6.22	0.600						

122. 逆流曲線(The Back-Water Curve)——當堤或他種阻

礙物,橫加於一流動水流內,則在這特殊截面的水準要昇高,假如渠溝的斜度不太大,這種效應便向上水流擴張到可觀的距離,產生所說的逆流曲線(註一).這新水表面,以原來的水表面爲漸近線而漸次挨近,僅在無限遠距離處和他重合.知道逆流效應,在可計量的範圍內將波及上水流若干遠,或者在一特定地點,水將上昇若干高,是有相當重要性的.

就人造渠溝說,除去水的深度有變更外,各種條件都是一致的,此項問題用方程式(107)可以解明,解明的手續,和在例題131內所示的相同.就一自然水流講,如圖148所示,河床的斜度和沿河長的不同截面都是變更的,那末,解明便不如此直接了當,因爲這水流的斷面形狀和因次是不能假定的,於是至該截面所在地點的距離不能計算.因在上水流的不同距離,有各種速度和各式各樣的截面,所以在方程式(107)內之 l 的值必須假定,於是在此截面的水流深度也必須由試驗來計算.

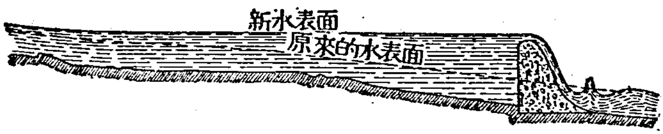


圖 148　逆流曲線

註一　雖則在本書內沒有示出,i 的值必須小於 g/C^2 是可以證明的,這樣在寬度大於深度的一種水流的情形下,才可以獲得逆流曲線.

由實事觀之,就一不規則的自然水流說,關於實在條件必須假設出許多近似數值,那末方程式(107)的精確程度頗難作到.於是和應用均勻流動的簡單方程式,$V=C\sqrt{ms}$,所得的結果也不過有同等的滿意程度.爲作到能用均勻流動的簡單方程式起見,須把水流分成各種長度,使在每一種長度內流動可以假定是很均勻的.於是就這各種長度,卽可用m和V的平均值,和s的值可由試驗來測定.

例 題

132. 當在某一自然水流內的流動是7,600秒呎時,要找從某一原始點起,在上水流的不同部分的水表面的高度.由下水流起也同樣能計算,但習慣上是從堤開始,因爲該處的條件普通假定是知道的,測量水流一次後,指明從原始點至上水流1,500呎的長度,條件是頗類似的,於是此外又另有2,200呎的一段,餘類推.假定在1,500呎的距離內,水表面上昇0.20呎,對於河床的一度研究後指明面積的平均值是3,200平方呎而平均周界是349呎.此等條件給出每秒2.45呎的平均速度,及8.87呎的平均m.於是算出的水高損失是:

$$sl=lV^2/C^2m=0.283\text{ 呎},$$

這是大於所指定的.因此假定一較大值再重新計算.把下表內的空白填上,再找在第一1,500呎內上昇的高度.

答. 0.265呎.

假定的昇高 sl	A 平均值	周界 平均值	m 平均值	V 平均值	計算的 $sl=lV^2/C^2m$
0.20	3,100	350	8.86	2.45	0.283
0.25	3,180	359	8.86	2.39	0.269
0.26	3,190	360	8.86		
0.265	3,200	361	8.86		
0.27	3,220	363	8.86		
0.28	3,230	364	8.86		

同理,在另外一種長度內的上昇可以算出,而至目的點的所有上昇的總和,便是該點在原始點以上的高度.

第十一章

流體動力學

123. 水流所生的動力——只要水流的速度,在方向或量上發生變更,卽須有力作用於其上.按作用和反作用定律說,卽有一相等且相反的力,由水作用於產生此變更的物體上.爲區別此力與由水靜壓所產生的力,便叫做動力.

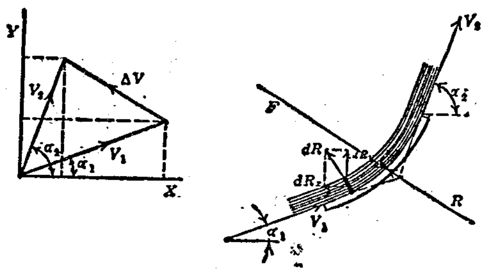


圖 149

第一法——設由任一物體作用在水上的合力用R來代表,而牠的分力用R_x和R_y來代表.設dR是作用在元質量上的力,這元質量的截面積是A,沿水流途徑的長度是ds,如圖149所示.此元體積的重量是$wAds$,和牠的質量是$wAds/g$普通一個水質點的速度可以與空間和時間的一種函數成比

例的變更.這就是說,在一已知點的速度,可以與時間成比例的變更,並且又可以沿途從一點至另一點變更.如是,一般的說,則加速度是:

$$a=\frac{\partial\overline{V}}{\partial t}+V\frac{\partial\overline{V}}{\partial s}$$

在這式內,V是一無向量,而$\overline{V}$是一有向量,就穩定流動說,這是此刻所要討論的範圍,則$\partial\overline{V}/\partial t=0$,如是

$$dR=\frac{wAds}{g}V\frac{\partial\overline{V}}{\partial s}=\frac{wAV}{g}\ \frac{\partial\overline{V}ds}{\partial s}.$$

但在此例內,$d\overline{V}=(s\overline{V}/\partial s)ds$, $wAV=W$,所以

$$dR=\frac{W}{g}d\overline{V}.$$

在任一瞬間,所有沿途的此等元力,其總和便是所生的總力.普通這些元力不是平行的,不過,爲使積分式是一代數的總和而不是一向量的總和起見,便取其沿軸的分力,如是:

$$R_x=\frac{W}{g}\int_1^2 dV_x=\frac{W}{g}V_x\Big]_1^2$$

可是在點(1),V_x的值是$V_1\cos\alpha_1$,及在點(2)是$V_2\cos\alpha_2$.把此等限度代入,又從圖144看到,$V_2\cos\alpha_2-V_1\cos\alpha_1=\Delta V_x$,所以結果是:

$$R_x=\frac{W}{g}(V_2\cos\alpha_2-V_1\cos\alpha_1)=\frac{W}{g}\Delta V_x.$$

第二法——由以前的推演指明:一流動水流所生的總動力是在任一瞬間沿途所生之一切元力的向量總和,以下

的推演,更明白示出:這總力僅視起始和終了處所的情況而定,與所經過的途徑無關.(當然,終端速度的數值,將受摩擦損失的影響,這摩擦損失,按照不同路徑說,或許是不同的.)前法所根據的原理,是合力等於質量乘加速度.第二法所根據的,是力量和動量的原理,這原理可以敍述如下:任一質點系統的動量,其對時間的變更率,等於作用在該系統上之一切外力的合力.如是,不用 $R=mdV/dt$, 可以寫作 $R=d(mV)/dt$.

如圖150,一線水流內的一部分於時間間隔 dt 開始的時候,在截面 M 和 N 之間,於這間隔終了的時候,則在截面 M' 和 N' 之間.在開始的時候,在 M 和 N 的質點,於這間隔內所運動的距離,用 ds_1 和 ds_2 來代替.設 A_1 是在 M 的截面積,V_1 是這些質點的速度,以及 α_1 是在 V_1 的方向和任一適宜軸線 x 間的角.設下標(2)的同樣字母,應用於 N 的截面.

在這間隔開始的時候,所考究的這一線水流內之一部分的動量是在 M 和 M' 以及 M' 和 N 中間這兩部分的動量之總和.在這間隔終了的時候,牠的動量是在 M' 和 N 以及 N 和 N' 中間這兩部分的動量之總和.在穩定流動的情形下,在 M' 和 N' 中間的這部分,其動量是不變的.因此,動量的變更是在 N 和 N' 間以及 M 和 M' 間這兩部分的動量之差.注意,$wA_1ds_1=wA_2ds_2$,因為這流動是穩定的,於是動量在 x 方向的成分,在 dt 內所發生的變更是:

$$\frac{wA_1ds_1}{g}(V_2\cos\alpha_2-V_1\cos\alpha_1).$$

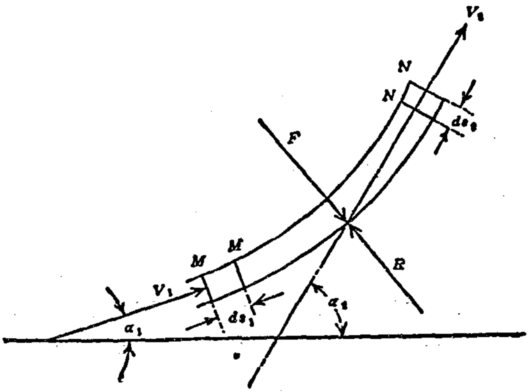


圖 150

假如流動率用W代表，則

$$wA_1ds_1=Wdt$$

動量的x成分依時間的變更率是：

$$\frac{W}{g}(V_2\cos\alpha_2-V_1\cos\alpha_1)$$

以R_x代表使動量變更之合力的x成分，則

$$R_x=\frac{W}{g}(V_2\cos\alpha_2-V_1\cos\alpha_1)=\frac{W}{g}\Delta V_x$$

這與用第一法所推出的公式相等.

如由水所生的力的值用F代表，這值與R相等且相反，於是

$$F_x=\frac{W}{g}(V_1\cos\alpha_1-V_2\cos\alpha_2)=-\frac{W}{g}\Delta V_x. \tag{108}$$

同様,F的y成分便是:

$$F_y=\frac{W}{g}(V_1\sin\alpha_1-V_2\sin\alpha_2)=-\frac{W}{g}\Delta V_y. \tag{109}$$

因爲

$$F=\sqrt{F_x^2+F_y^2}\,,\quad \Delta V=\sqrt{\Delta V_x^2+\Delta V_y^2}$$

所以合力的值是

$$F=\frac{W}{g}\Delta V \tag{110}$$

R的方向將與ΔV相同,而F的將與ΔV的相反.因F和ΔV在相反的方向,所以在方程式(108)和(109)內的末一項,其符號爲負.注意ΔV是V_1和V_2間的向量差.

實在說,按第一法的推演所示,這總力量是由沿整個路徑的無限小力量組成的,然爲方便計,常把牠當作由集中在(1)和(2)兩點的二單力所組成,這二單力乃由第二法所提出.例如,這與把一個梁上的分布擔負,看作等於一單獨或較多的集中擔負類似.從此種論點着想,總力F可以看作與在進口的一力和在出口的一力相等.在進口的這一力,其值是$(W/g)V_1$,方向與速度V_1的相同,而在出口的這一力,其值是$(W/g)V_2$;方向與速度V_2的相反.

124. 對於駐立物體的動力作用——要想求一水流,對於一駐立物體所生的動力,只須求在方程式(110)內的ΔV的值卽可,姑認放出率是知道的.就圖151而論,設角θ是30度,並假定這水流是一圓形水注,直徑是2吋,速度是每秒100

呎,同時,水離開(2)的速度是每秒80呎.定軸x線與V_1平行,於是$V_1\cos\alpha_1=100$,及$V_2\cos30^\circ=69.3$.又$V_1\sin\alpha_1=0$,及$V_2\sin\alpha_2=40$.因$q=0.218\times100=21.8$立方呎每秒,$W/g=w\times21.8/g=4.22$.所以,$F_x=4.22\times(100-69.3)=129.5$磅.及$F_y=4.22\times(0-40)=-169$磅.於是這二分力可以合併成$F=212.5$磅.

在幾種特殊情形之下,一水流可以這樣均等的分開:卽一半的F_y的值將與另一半的相等且相反.此種情形的實例卽水流垂直的衝到一平板上,或衝在一對稱物體的中心,如柏爾頓的輪瓣(Bucket).因此在這種情形之下,$F=F_x$是常遇到的,又在$\theta=180^\circ$的特別情形之下,F_y的值是零,無論水流分開與否都一樣.

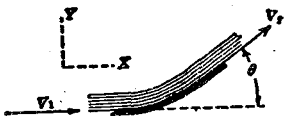


圖 151

在上例內可以注意到:摩擦使在出口的速度減小,否則就是使F_x的值增加.但假如角θ大於90°,V_2的值減小,也使F_x的值減小.因此,在柏爾頓水輪中,水旋轉的角大於90度時,須將輪瓣磨光方可.

例 題

133. 如果一水注被偏斜的角是θ,而在速度的量上無任何變更,試證明$F=(2WA/g)V^2\sin\theta/2$.

134. 在圖151內,假定$\theta=60^\circ$衝到物體上的水注,其直徑爲2吋,速度是每秒100呎.倘摩擦損失使離開這物體的水流的速度減至每秒80呎,試求:(a)在水注同一方向的分力,(b)與

水注的交正分力,(c)由水所生之合力的量和方向.

答. (a) 254 磅, (b) 293 磅, (c) 388 磅, 方向與水注成 49 度 8 分的角.

135. (a)假定在 134 題內的水注,垂直的衝到一平板上,則作用在這板上之力的值是若干?

(b)假定這水注的方向完全被逆轉,或 $\theta=180°$ 如 V_2 是每秒 100 呎,則在水注同一方向的分力是若干?與水注方向垂直的分力是若干?

(c)假定 V_2 的值減到每秒 80 呎,則所作用之力的值是若干?

答. (a) 423 磅, (b) 846 磅, (c) 761 磅.

125. 作用在管上的力——當流動水流被一管所限制,即得由靜壓所生的力及由速度改變所生的動力.在圖 152,把水當作從左向右流動.因速度由 V_1 增加到 V_2,則作用在水上的動力按照方程式 110,便是

$$R=\frac{W}{g}(V_2-V_1).$$

此產生水的加速度的力一定是一切作用力的合力.作用在示出的這部分水上的實力乃作用在兩端上的壓力,即由其餘的水所生的壓力 $p_1'A_1$ 和 $p_2'A_2$,以及由管壁所作用的力 N (註一).如果無摩擦,此力便與管壁垂直,但實在要偏斜一些,

註一 在圖 152 所示出的 N,只代表一單元的力.就一圓形截面的管,由管壁所作用的合力,一定是並軸的.

因爲牠一定有摩擦的成分在內.設與管軸平行的N的分力以N_x代表.可以看到：R必須與V_1和V_2在同一方向,如圖152因此,與管軸平行的一切力的總和必須等於R.所以：

$$R=p'_1A_1-p'_2A_2-N_x$$

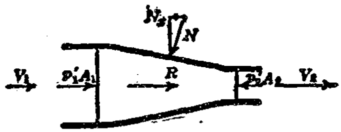


圖 152

把以前給出的R的值代入,則得：

$$N_x=p'_1A_1-p'_2A_2-\frac{W}{g}(V_2-V_1) \tag{111}$$

這一點必須記清楚,N_x是姑且認爲由管的圓錐部分作用在水上的力的並軸分力.由水作用到管上的力是與此力相等且相反的.這就是牠的量由方程式(111)給出,但牠的作用方向是向右的.

假若在一封閉路徑內的水,牠的速度在流動方向受一種變更,如在圖153所示之管的拐灣內,則作用便與在前種情形下的類似.在拐灣內,作用在水上的力,是壓力P'_1A_1和P'_2A_2,以及由管壁所生出的壓力.管壁所生的壓力以N代表.按方程式(110),作用在此部分水上的合力便是$R=W/g\Delta V$,但R是方才所說的三力的合力.如是應當寫作

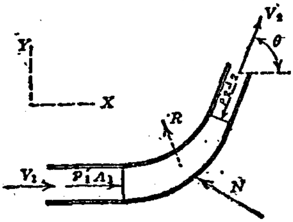


圖 153

$$R_x=\frac{W}{g}(V_2\cos\theta-V_1)$$

$$=P_1'A_1-P'_2A_2\cos\theta-N_x$$

$$R_y=\frac{W}{g}V_2\sin\theta=-p'_2A_2\sin\theta+N_y.$$

解此二方程式,則得:

$$N_x=p'_1A_1-p'_2A_2\cos\theta+\frac{W}{g}(V_1-V_2\cos\theta) \tag{112}$$

及

$$N_y=p'_2A_2\sin\theta+\frac{W}{g}V_2\sin\theta \tag{113}$$

但N既代表由管拐灣作用在水上的力,則由水作用在拐灣上的力,便與此相等且相反.

可以看到:這些力有移動所考究的這部分管的傾向.因此,在速度發生這樣變更的地方,應當用東西把管"頂住"(Anchored).

例　　題

136. 在6吋管端有一管嘴,管嘴放出一2吋直徑的水注.在這管內的壓力是每平方吋55磅,及管內的速度是每秒10呎.這水注是噴入空氣內的.(a)在管嘴內作用於水上的合力是若干?(b)作用在管嘴上的力的並軸分力是若干?

答 (a) 304磅, (b) 1250磅.

137. 水在每平方吋40磅的壓力下,以每秒8呎的速度流

經一直角拐灣,拐灣的直徑是12吋而且是相等的.(a)作用於水上的合力是若干?(b)作用在拐灣上的總力是若干?

答. (a) 137.8 磅, (b) 6530 磅.

126. 彼托特管論——彼托特管在75節曾經簡略的敍述過,並且在圖99示出.現在將考究水對牠行使的動力作用.在圖154,示出開口正對上水流的一彼托特管,水的速度以V代表.在這圖中的虛線,代表一想像的圓筒,圓筒的截面積與管口相等,並且伸長至點(1),卽在上水流這管的影響所及的最遠一點(註一).

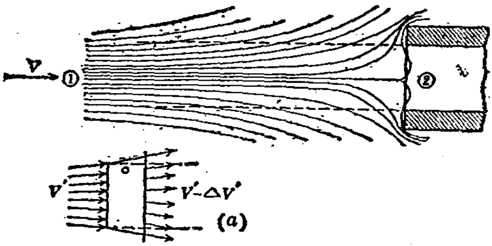


圖 154

在點(1),此圓筒內的水的速度爲V,而當牠漸近彼托特管時,牠的速度連續降低,至點(2)卽變爲零.但,假如水流入虛線所代表的圓筒,牠必須再流出,牠流出時是沿邊流動的.因

註一 這裏所敍述的,推證彼託特管公式的方法和一些有趣的實驗結果,將在下文內看到,卽 L. F. Moody 所著的"Measurement of the Velocity of Flowing Water",載在 Proc. Eng. Soc. Western Penn.,卷 30,頁 279, 1914

面積A不變,同時速度是一遞降量由是q(在這圓筒內)在漸近彼托特管時一定要變小.所以按照水的某定質量說,其流動情形,即如圖 154 (a)所示.如q的值保持不變,水的速度降低時,截面積必須加增.按圖 154 (a)而論,流入此部分水流內的水,把牠的速度視作V',而流出時,是$V'-\Delta V'$.假如水流的截面積,在流入這部分時是A,於是$W=wq=wAV'$.如果此體積的二面距離極小,速度便減少量dV',因此,作用在流動水的這一小部分質量上的動力便是

$$dR=-\frac{W}{g}dV'=-\frac{wA}{g}V'dV'.$$

V'的值從在點(1)的V變至在點(2)的0.因A是不變的,於是

$$R=-\frac{wA}{g}\int_V^0 V'dV'=\frac{wA}{g}\frac{V^2}{2}$$

由流動的水對於在彼托特管內的靜止水所生的動力與R相等且相反.如果這力用F來代表,則

$$F=wA\frac{V^2}{2g}. \tag{114}$$

這是分布在面積A上的總力的值.壓力的強度是$p'=wV^2/2g$或者用w除壓力強度,即得水柱高的呎數,所以

$$h=\frac{V^2}{2g}. \tag{115}$$

此式的眞實性由實驗上的證據曾經證實過許多次.倘

若水受有壓力,則彼托特管便示出壓頭及動力水頭之總和;動力水頭即由方程式(115)所給出的(註一).

127. 在絕對和相對速度間的關係——在研究水的動力時,大部分要同時用水的絕對和相對速度.一物體的絕對速度,是牠對於地球的速度.一物體的相對速度,是牠對於一第二物體的速度,而這第二物體對地球或許也是運動的.第一物體的絕對速度,是牠對於第二物體的速度,及第二物體的絕對速度之向量的總和.在這三種速度間的關係,即圖 156

註一 彼託特管的公式,常由 123 節的原理之一種不正確的應用推出.如果一水注的截面積是A,垂直的衝在一平板上,則動力便是

$$F=\frac{W}{g}\Delta V=\frac{wAV}{g}V=wA\frac{V^2}{g}$$

這是由方程式(114)所得值的二倍,用彼托特管孔的面積除此值,孔的面積也假定是A,則用水柱高的呎數計的壓力強度顯然是$h=V^2/g$.但此種推論法是不正確的;因為與水注等面積的平板,將不能使衝在牠上的水全部偏斜90度.實驗證明:一圓形水注所生的動壓力,至少要分布在二倍水注直徑大的一個圓形面積上,所以如果使整個水流偏斜90度,則平板的面積至少必須是水注的四倍.用$4A$除F,則平均壓力強度應當是$p'=wV^2/4g$.由實驗找着在平板中心的壓力強度.以水的呎數計是$V^2/2g$,且此壓力在漸近該面積外邊時,即行減小其強度,如圖155所示.

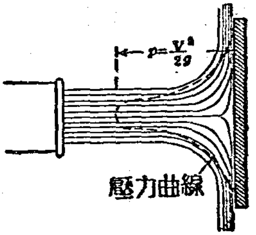


圖 155

參看 Groat, B. F., "Pitot Tube Formulas-Facts and Fallacies," Proc. Eng Soc. Western Penn, 卷 30 頁 324,1914.

所示(註一).

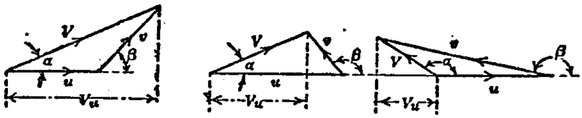


圖 156 在絕對和相對速度間的關係

128. 對於運動物體上的動力作用——水流作用在一運動物體上的動力,直接應用方程式(110)卽能測出,倘流動是穩定的話,在對於駐立和運動物體的作用間,主要的不同點,卽在後種情形之下,必須兼顧絕對和相對速度,並且測定ΔV是比較困難的.

另外的不同點,可以說是衝在物體上的水量.如一水流的截面積是A_1,和牠的速度是V_1,則放出率是A_1V_1,所以$W=wA_1V_1$.這是每單位時間衝在一駐立物體上之水的重量

但在一有移動運動的物體,則作用在該物體上之水的重量,便要小於以上情形.假定物體和水在同一方向運動,且有與水流相等或較高的速度;那末,顯然便無水衝在該物體

註一 此種關係,從圖157的說明,可以得一種比較明瞭的概念.假定一木筏,以等速度u向下水流運動.在木筏上A處有一人,以等速率沿對角線走向對角.但在他到達B的時候,在木筏上之B點,便曾向下水流運動至C點.如是,這個人所走的路綫,對木筏說是AB,但對地球說則為AC.因兩種速度全是均等的,牠們全與在此時間內所走過的距離成比例.

圖 157

上,不過這是一種極端情形.如果該物體以小於水流的速度運動,於是每單位時間衝在牠上邊的水量,便與這二速度的差成比例.如是,假若W'代表每秒衝在一物體上之水的磅數,該物體的運動速度是u,方向與水流相同,於是:

$$W' = wA'(V_1 - u). \tag{116}$$

在這裏,我們所考究的範圍,必須限於該物體與水在同一方向運動,因為,如果不在同一方向,則流動即變為一種不穩定的情形,這種情形是十分繁複的,並且超過本書所研究的範圍.

如是,就穩定流動的情形說,即物體以等速度,與水注在同一方向運動,則行使在一單獨運動物體上的力是:

$$F = \frac{W'}{g}\Delta V. \tag{117}$$

普通 W' 小於 W,這二值之差可以說明如下:假定從管嘴放出一水注,衝到以速度 u,並在同一方向運動的物體上.在一秒間,從管嘴放出的水的體積為A_1V_1,不過只有$A_1(V_1-u)$衝在該物體上.但是在此同一時間內,這物體將從管嘴向遠方運動一距離 u,如是在牠們中間之水的體積,便曾增加量A_1u.

在圖 158,示出有速度 V_1 的一水流,衝到以不變速度 u 運動的物體上.當水的一質點衝在輪葉上的時候,輪葉的位置如圖所示,而當該質點到達輪葉的出口時,輪葉便到達虛

線輪廓所指示的位置.如是,則水所走過的路線有二:一個是對於運動輪葉的路線,這路線是隨輪葉運動的觀察者所將看出的;另一路線是對地球的,名爲絕對路線,這路線是對地球靜立不動的觀察者所將見到的.

把圖 158 研究一番卽可證明:從輪葉出口流出的相對速度,其方向由輪葉的形狀決定,但在入口的相對速度,卽恰恰在水受輪葉影響之前,只由 V_1 和 u 間的關係決定.恰恰在水受輪葉影響之後,牠的相對速度必須與輪葉表面成正切.

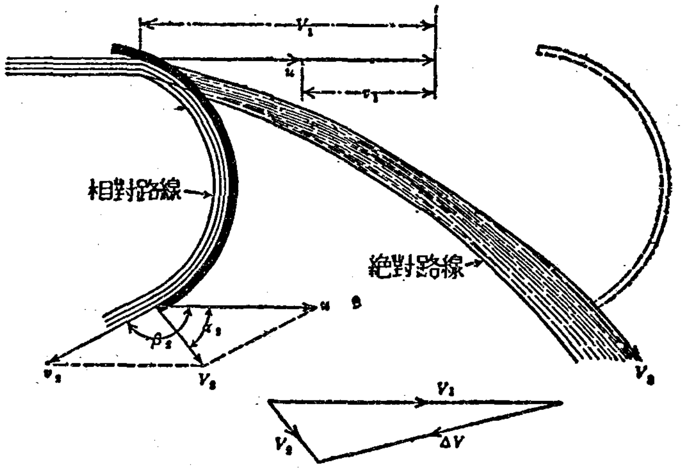


圖 158　水在運動輪葉上的作用

爲避免能量的額外損失,這二方向應當一致,如圖所示,否則速度和水的路線便有一種陡然的變更.

假定直徑是2吋,速度是每秒100呎的一水注,衝到在同

一方向,以每秒60呎的速度運動的物體上,作爲應用基本原理的一種說明.再假定 $\beta_2=150°$, 及在輪葉上之流動的摩擦損失是 $v_2=0.9\,v_1$. 要求所生的力.在輪葉的進口,$v_1=V_1-u=100-60=40$ 呎每秒.(必須記住,這是一種特別關係,因爲一切速度均在同一直線上.普通在三者間的關係,是如圖156所示的.)在出口,$v_2=0.9\,v_1=0.9\times40=36$.量 V_2 和 α_2 用三角法可以找着,因爲二邊及一夾角現在是知道的.如是,$\alpha_2=32°$ 及 $V_2=34$ 呎每秒.

但是,一般的說起來,用牠們的成分是比較容易的,並且實際上,在運動方向的分力,即平常惟一所要找的條件.如是則:

$$V_2\cos\alpha_2=u+v_2\cos\beta_2=60-36\times0.866=28.8$$

$$V_2\sin\alpha_2=v_2\sin\beta_2=36\times0.500=18.$$

就一單獨運動物體說,$W'=w\times0.0218\times(100-60)=54.4$ 磅每秒,及 $W'/g=1.69$. 如軸線 x 視作與 u 和 V_1 在同一方向,於是

$$F_x=\frac{W'}{g}(V_1-V_2\cos\alpha_2)=1.69(100-28.8)=120.3\text{ 磅}.$$

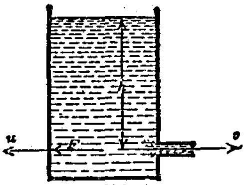
同樣,如果需要時,F_y 的值也能找出.

水注所生的力量,視被衝物體的形狀和速度而定,其實同一 ΔV 的值,被衝物體可以是駐立的或運動的,或者運動速度是不相同的,只要牠們的形狀即在此種情形下之 β_2 的值是合適的.

可以再考究水注作用在一個運動物體上的動力,作爲

以前所述原理的另一個說明,這運動物體卽噴出水注的物體.當水流從任一器具流出時,如圖159所示,需要一力使水加速而得其流出時之速度.這力量是由隣近的水質點,作用在流出孔外的水質點上的,依次後推,而最後是受器壁的作用.按作用及反作用定律,有一相等且相反的力作用在這器具上.詳細分析此反作用力雖則不可能,但牠的總值應用方程式(110)可以得出.

假定圖159之器具,以等速度u向左運動,而孔與器具的大小相較是非常小以至在器內之水的相對速度可以忽視,並且h的變更也可以忽視.於是$V_1=u$.如果從孔放出的水注其速度是v_2,則水注的絕對速度便是$V_2=u-v_2$.因此$\Delta V=V_1-V_2=u-(u-v_2)=v_2$.所以,



159 圖

$$F=\frac{W}{g}v_2=\frac{wA}{g}v_2^2. \qquad (118)$$

倘事前成立另一命題,此種關係更可直接決定.卽無論就任何情形說,$\Delta V_x=\Delta v_x+\Delta u_x$,在這式內,下標$x$只代表沿任一軸線的成分.在此種情形之下,因$u$是不變的,所以,$\Delta V=\Delta v$,並且與這器具的速度無關.

因$v_2=c_v\sqrt{2gh}$,於是方程式(118)可以寫作:

$$F=2c_v^2 cwAh$$

如果在兩種情形之下,都忽視損失的能量,那末,水注的反作用力(圖 159),即等於衝在一平板上的力,平板與水注正交,倘板的面積大至能完全使水偏斜 90 度(註一).

例 題

138. 具每秒 120 呎速度的一 3 吋直徑水注,牠以 $B_2=90$ 度的角度衝在一輪葉上,輪葉以速度 u 和水注在同一方向運動.假定在葉上的流動損失是 $v_2=0.9v_1$. 當 u 具每秒 0, 40, 60, 80, 100, 以及 120 呎的數值時,求以下各值:

$$(a)\ W',\ (b)\ V_2\cos\alpha_2,\ (c) F_x.$$

答. 當 $u=40$, (a) 245, (b) 40, (c) 610.

139. 如前題之水注所衝擊的輪葉,是 $\beta_2=180$ 度,其餘一切數據保持不變,求以下各值:

$$(a)\ W',\ (b)\ v_2,\ (c)\ V_2,\ (d)\ F.$$

答. 當 $u=40$, (a) 245, (b) 72, (c) -32, (d) 1.160.

129. 對於轉動輪的動力作用——在水輪情形之下,各個輪瓣或輪葉之水注的作用線上,在短距離內可以看作有近似移動運動的物體.如是,按前節說:作用在一單獨輪瓣上的水量是 W'. 但整個的說起來,這輪旣在空間保持同一位置,那末,他必須接收總放出率 W. 不過可以這樣解釋:在同一時

註一 在深度 h, 作用在一等於水注的面積 A 上的靜水壓是 wAh, 這只是所考究的動壓的一半,不過這是無關緊要的,因以前曾經指出過:在一板上的動壓,其所分布的面積固然比水注的面積大得多,但壓力強度無論在那一種情形下却都是一樣的.

間內,可以有數個輪瓣被作用,如圖 215.

如是,要想得作用在一輪上的力量,就整個的說,ΔV 的值或任何所要找的成分可以按前節的方法來計算,但必須乘以 W/g.因此在這種情形之下,方程式(110)可以直接應用,即:

$$F=\frac{W}{g}\Delta V.$$

其實,實際上不能有一連串輪葉在一轉動輪上與水注在同一方向依直線運動,雖則爲簡單起見,常這樣假定的.如是普通角 α_1 不是 0 度,在進口之三種速度,也不如圖 158 所示,而近似圖 156 所示的一種形式.這就是 W' 和 ΔV 的值按照各個輪葉說,將隨時間變更,而結果形成不穩定的流動.但就整個輪說,作用在一切輪葉的效應,在任一時刻平均起來可以說能發生一近似穩定的情況.如是,甚至在比較普通的情況下,即在整個輪上也就能實用我們的方程式了.

例 題

140. 解明例題 139, 把數據應用到一個輪上,而不限於單獨的輪葉.

答. 當 $u=40$, $F=1,740$ 磅.

130. 所生的轉矩 (Torque) —— 當水流流經輪機的轉子(Runner)時,流動的形式若是距轉動軸的距離保持不變,則動力能用所示出的方法計算出來.但當半徑變更時,即不容易

直接算出一合力,便須求一切元力所產生的總轉矩.但曾證明過:一切元力的總量可以看作與在進口和出口的二力相等.於是由求這二力的矩(Moment),可以求出這轉矩來.如是在進口這力可以假定爲$(W/g)V_1$,而在出口爲$(W/g)V_2$,則求矩得:

$$T=\frac{W}{g}(r_1V_1\cos\alpha_1-r_2V_2\cos\alpha_2)\,. \tag{120}$$

在應用此公式時,無論水向內輻射流動,如圖160或向外輻射流動,或距軸保持一定的距離均無關緊要的.在任何情形之下,r_1是在進口的半徑而r_2是在出口的半徑.

在圖160所示之甚爲普通的情形下,其解明與128節的例題極相仿.如輪的因次與速率以及W的值是已知,則解明的手續如下:用方程式$W=wA_1V_1$便可決定V_1的值,在這式內,A_1是在與V_1正交方向所量出的一切導管(Guide Passage)的總

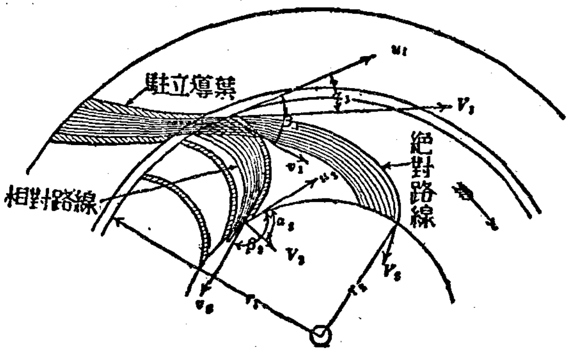


圖 160　水力輪機

截面積.角α_1也由這些導葉的位置決定.於是在進口之向量三角形,可以用三角法解出v_1和β_1,如果這些量是需要的話爲避免能量的損失,在此點之輪葉,如由速度三角形所決定.應當與相對速度成正切,也就是說,牠也應當有角度β_1.在出口之v_2的值,按輪機的種類,用兩種方法的一種就可測出,這兩種方法將在137節給出.於是,$V_2\cos\alpha_2$就容易計算出來了.

在離心喞筒(Centrifugal pump)的情形下,由擊葉(Impeller)對於水所生的轉矩,從方程式(120)可以計算出,不過算時把符號反一下方可.圖161所示,卽水經過喞筒擊葉所走的路線.倘流入時在輻射方向,如圖所示,於是$\alpha_1=0$度.有幾種喞筒,在擊葉"眼"內有導葉,導葉在水流入擊葉時加給水一角動量(Angular momentum),因此,所用之α_1的值是由製造時所固定的.但無此等導葉的喞筒,水流入擊葉時,按運轉的情形可以有各種的角度.但在這種情形下,水的任何轉動實從擊葉得來,卽使是由擊葉折回吸水管內,因爲水最後所得的一切

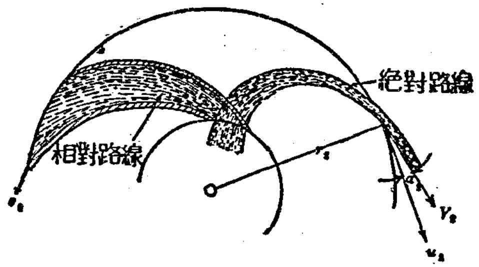


圖 161 離心喞筒

角動量,顯然是擊葉直接或間接所供給的.所以,就在進口無導葉的普通離心唧筒說:

$$T=\left(\frac{W}{g}\right)r_2V_2\cos\alpha_2. \tag{121}$$

然而,方程式(120)和(121)是眞實的,不過牠們實無多大用處,因爲所用的正當值常知道得不確切.流線的方向和速度的精確值是不容易測定的.因水不適合所假定的理想條件,所以用這些方程式計算的數值結果,常有相當的誤差發生.

131. 功率(Power)——功率可用數種不同的配合來表示,各有特別用處,並且普通所包含的幾種因數也可以有各種各樣的解釋.如是,馬力可以用下面的方式表示:

$$\text{馬力}=\frac{Fu}{550} \tag{122}$$

$$=\frac{T\omega}{550}=\frac{T\times 2\pi N}{33{,}000} \tag{123}$$

$$=\frac{WH}{550}=\frac{wqH}{550}=\frac{qH}{8.81}. \tag{124}$$

在方程式(122),F必須解作在u方向的分力.比方,T可以是輪擊量度的轉矩,而把牠應用在上式內便爲輪擊馬力(Brake horsepower).但,如T的值是用方程式(120)所算出的,則功率便大於輪機所輸出的功率,其所大之量,等於因機械摩擦所損失的.有時將給出水實在輸至軸上的功率,這就與蒸汽機(Steam engine)的明示馬力(Indicated horsepower)類似.此功率

小於輸入輪機內的水所供給的功率,其所小之量等於損失在輪機箱,轉子,以及排水管內之水摩擦的功率.

如T的値是用方程式(121)所算出的,則由方程式(123)所得的功率,便小於使喞筒轉動所需之功率,其所小之量等於機械所損失而大於輸入在水內的功率,其所大之量等於水的各種損失.這代表擊葉實在消耗於水的功率,而與往復喞筒(Reciprocating pump)所明示的功率類似.

同理,在方程式(124)內的量H,可以解作與所求之功率相應的水頭.

爲證實上式之實用起見,在128節之例題可以再考究一下,但輪葉須認爲是在輪上的一串.如是,則所考究的便是W而不是W'. $W=wA_1V_1=62.4\times0.0218\times100=136$ 磅每秒.因速度是每秒100呎,則在水注內的水頭是 $H_1=V_1^2/2g=155$ 呎.如是,在水注內的功率是$136\times155/550=38.4$ 馬力.在128節證明過:在u方向之 ΔV 的成分等於 $100-28.8=71.2$,這成分就一輪說卽切線成分.如是,在運動方向之總力的成分,是 $F_x=(136/g)71.2=300$ 磅.所以,由水輸送至輪上的功率,是 $F_xu/550=300\times60/550=32.8$ 馬力.在流經輪葉時,由水的摩擦所損失之水頭可以用 $(v_1^2-v_2^2)/2g=(1,600-1,296)/2g=4.72$ 呎代表,這一層以後將證明.如是,由摩擦所損失的功率,是 $136\times4.72/550=1.17$ 馬力.由輪放出的動能,以 $V_2^2/2g=34^2/2g=18$ 呎代表,而所損失之功率是 $136\times18/550=4.48$ 馬力.現在看到,$38.4=32.8+$

1.17+4.43,這可以核驗以上的計算.

例 題

141 求在例題138內所給出之各種速率所發生的功率,除把角β_2變爲180度外,應用在該題內有所的數據,並且要考究整個的輪,而不是一單獨輪葉.

答. 當$u=40$,馬力$=126.7$

142. 流入輪機轉子的絕對速度,是每秒60呎,而流出的是每秒15呎. $a_1=20$度,$a_2=80$度,$r_1=2.5$呎,$r_2=4.0$呎. (a)如$W=600$磅每秒,求作用在輪上的轉矩. (b)如$u_1=50$呎每秒,求輸入輪上的功率.

答 (a)2,430呎磅,(b)88.5馬力.

132. 實用水頭(Head Utilized) ——在輪機和喞筒的實用上,"水頭"這個字用來表示各種不同的物理量.輪機或喞筒運轉時,其所需或所生之水頭h,在103和104節已經說明過.但在輪機中變成機械功的實在水頭小於此水頭,其所小之量爲水的摩擦損失,裏邊包括放水時所損失的能量.每磅水的能量卽變成機械功的能量,可以叫作實用水頭,並可用h''代表,如是,每秒所作之總機械功是Wh''.但$Wh''=T\omega$,在這式內,T的値是用方程式(120)所算出的,h''代替在方程式(124)內的H.因角速度$\omega=u/r=u_1/r_1=u_2/r_2$,$(r_1V_1\cos a_1-r_2V_2\cos a_2)\omega=(u_1V_1\cos a_1-u_2V_2\cos a_2)$,由是可得,$Wh''=Tw=(W/g)(u_1V_1\cos a_1-u_2V_2\cos a_2)$,或者這實用水頭是:

$$h''=\frac{u_1V_1\cos\alpha_1-u_2V_2\cos\alpha_2}{g}. \tag{125}$$

在離心唧筒的情形下,實在輸入水內的機械能量必須大於純水頭 h, 其所大之量等於一切水的損失,並且可以拿上式把符號反一下來表示.如以前曾經說明,在許多情形之下,角 α_1 可以認爲是 0 度,所以在普通的離心唧筒,

$$h''=u_2V_2\cos\alpha_2/g.$$

例 題

143. 求例題142內之實用水頭.

答. 81呎.

133. 輪機效率的定義——"效率"這個字,如不加任何限制的形容詞,永遠解作總效率.這是發生或輪舉馬力對於輸入流進機內的水的功率之比.即:

$$e=\frac{\text{b.hp.}}{\text{w.hp}}. \tag{126}$$

機械效率是由機器輸出的功率與由水輸至其軸的功率之比.如 q 代表輪機的總放水量,而 q' 等於經餘隙洩漏的量,則實在作功的水量是 $q-q'$. 因此:

$$e_m=b.\text{ hp.}\Big/\frac{w(q-q')h''}{550}. \tag{127}$$

水的效率 (Hydraulic efficiency) 是實在輸至軸上的功率與有用水所供給的功率之比.即

$$e_h=\frac{w(q-q')h''}{w(q-q')h}=\frac{h''}{h}. \tag{128}$$

體積的效率(Volumetric efficiency)是實在被轉子所用的水與放出的總量之比.如是

$$e_v=\frac{(q-q')}{q}. \tag{129}$$

總效率是這三種各別因數之乘積.即

$$e=e_m\times e_h\times e_v. \tag{130}$$

134. 抽機效率的定義——各種各樣的抽機效率與輪機的類似.總效率是

$$e=\frac{\text{w.hp.}}{\text{b.hp.}}. \tag{131}$$

機械效率是

$$e_m=\frac{w(q+q')h''}{550}\Big/\text{b.ph}. \tag{132}$$

水的效率是

$$e_h=\frac{w(q+q')h}{w(q+q')h''}=\frac{h}{h''}. \tag{133}$$

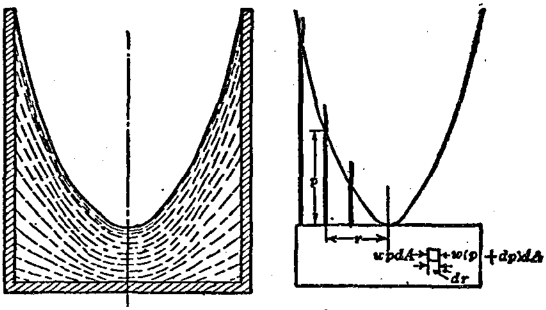
體積的效率是

$$e_v=\frac{q}{(q+q')}. \tag{134}$$

和方程式(130)一樣,總效率是這三項之乘積.

135. 離心作用或强制渦旋——如有一盛液體的器具,依牠的軸旋轉,則液體有以同一速度轉動的傾向.如這器具是開口的,則水的自由表面便形成圖 162 (*a*) 所示之曲線形.倘將水盛在一封閉器具內,且完全充滿,使牠的位置不能變更,

則沿一水平線上的壓力,便按前種情形下的同樣形式變更.其實,把液體壓力計管裝在這器具上,則水將照圖 162 (*b*) 所示之情形在管內上升.因水壓梯度所表示之自由表面與實在壓力的狀況相當,所以這兩種情形是等同的.這種轉動有時說是強制渦旋 (Forced vortex),因爲水是被外力強制旋轉的.



(*a*) 開口氣　　(*b*) 封口氣

圖 162　強制渦旋

在內這部分水內,其壓力的變更可以按以下的方式求出.如在圖 162,取一元體積,這體積沿半徑的長度是dr而垂直於半徑的面積是dA,於是得元質量 $\omega dAdr/g$ 依一圓形路線運動.此質量有一向旋轉軸的加速度u^2/r或ω^2r.結果,向軸的加速力或合力是$(wdAdr/g)\omega^2r$.在這元體積兩面上的壓力強度差爲$dp'=wp_rdr$.所以,合力的值是wdp_rdA.結果,

$$wdp_rdA=\left(\frac{wdAdr}{g}\right)\omega^2r$$

$$dp_r=\left(\frac{\omega^2}{g}\right)rdr$$

但此式所指的,只是在同一水平面沿半徑方向的壓力差異.沿平行鉛直旋轉軸的路線加以觀測,則半徑是不變的,所以當高度增加時,壓力相應的減小.如是

$$dp_z=-dz.$$

在任一方向,壓力強度的變更,由合併前兩方程式可以求出.如是普通當r和z都變更時,則

$$dp=-dz+\left(\frac{\omega^2}{g}\right)rdr\,. \tag{135}$$

要想求自由表面,或任一等壓表面的方程式,只須使dp等於零卽可.於是

$$\int dz=\left(\frac{\omega^2}{g}\right)\int rdr$$

$$z=\frac{r^2\omega^2}{2g}+\text{常數}.$$

要決定這常數,可以假定:當$r=0$時,$z=0$.如是,常數也等於零,所以

$$z=\frac{r^2\omega^2}{2g}. \tag{136}$$

由此可以看到:自由表面或任一等壓表面是一拋物線體(Paraboloid).

要找在同一水平面上壓力的變更,只須假定$dz=0$,並在極限間求積分,卽得下式:

$$p_2-p_1=\frac{(r_2{}^2-r_1{}^2)\omega^2}{2g}=\frac{(u_2{}^2-u_1{}^2)}{2g}. \tag{137}$$

要找在任二點間之壓力差,只須求方程式(135)之積分,卽得:

$$p_2-p_1=z_1-z_2+\frac{u_2{}^2}{2g}-\frac{u_1{}^2}{2g}. \tag{138}$$

例　題

144. 一開口圓筒依其鉛直的軸旋轉.如這筒僅盛着一部水分,則水表面在半徑1.5處,高過旋轉中心4.0呎時,需要何種速度?

答. 120 $r.p.m.$

145. 一封閉器具滿盛以水,以2,000 $r.p.m.$ 的速度依其軸旋轉,如在旋轉中心的壓力是2呎水頭,則在6吋半徑處是若干?

答. 172呎.

136. 自由渦旋——當施外力於水上,如在前種情形之下,我們便有一種強制渦旋.當無外力作用,但由水本身之角動量而起的旋轉,這動量是以前從另外的源泉所獲得,我們卽有一種自由渦旋.

自由圓形渦旋,是一部分水只有轉動而無可覺察的流動,所以流線是一個個的同心圓.因無轉矩作用在水上,忽視摩擦則在角動量內便無變更.因角動量與 $rV\cos\alpha$ 成比例,顯然 $V\cos\alpha$ 要與 $1/r$ 成比例的變更,因為角動量是不變的.因流

線是圓,所以 $V\cos\alpha$ 卽 V 本身的值. 因無能量輸入水內,如果摩擦可以忽視的話,結果便是:

$$H=p+z+\frac{V^2}{2g}=\text{常數}.$$

這種渦旋的自由表面,卽如圖 163 (a)所示.這表面的常見例

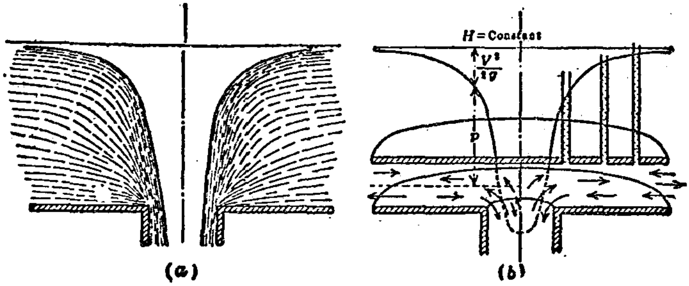


圖 163 自由渦旋

子,卽當水流入鉛直管時,產生轉動,並且在中心吸進空氣,雖則速度內要有一輻射成分,這是當然的結果. 因 $V\times r=$ 常數,所以,當 $r=0$, V 的值是無限大,及 $p+z=$ 負無限大. 因爲此種情形不可能,所以自由渦旋在 r 的值極小時,不能存在.(假若 p 是常數或等於零,如在這自由表面的情形下一樣,則 z 的值便是表面的高度.如 z 是常數,則 p 的值便是水壓梯度,這與自由表面係同一曲線.)

有在二圓形板間的一種純粹輻射流動,無論是向裏流或向外流,暫置不論,其流動情形如圖 163 (b), 並設 b 等於在這二板間的距離,於是 $q=2\pi rbV$. 就穩定流動說, q 是不變的,

此rbV是常數.並且,假如這二板是平行的,則rV是常數.如是則V與$1/r$成比例的變更,與在前邊的情形下相同.

自由螺旋(Spiral)渦旋,乃輻射流動與圓形流動的重合.在以上那兩種情形下的速度,於是變成在後種情形下的速度成分.因各個成分都與$1/r$成比例的變更,則在螺旋流動內的速度也與$1/r$成比例的變更.又因二成分都依同一速率變更,所以速度與圓切線所成的角α保持不變.如是,則自由流線是等角或對數螺旋.因在這裏,總水頭也是不變的,所以忽視摩擦,則自由表面或水壓梯度如在這種情形下所發生的,便和圖163所示的相同.

因H是常數,把二點看作在同一高度,則

$$H=p_1+\frac{V_1^2}{2g}=p_2+\frac{V_2^2}{2g}$$

$$p_2-p_1=\left[1-\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\right]\frac{V_1^2}{2g} \tag{139}$$

當然摩擦的效應永遠使p_2小於上式所給出的,因爲H不是不變的.(注意,這流動可以是向內或向外流的.)可以看到:當r增加時,V減小和p以H爲極限而漸次變近.

135和136節的主要應用是在離心唧筒.在圖129可以看出,從(1)至(2)的擊葉間有強制渦旋,和在輪箱的(2)和(3)間有自由渦旋.可以附帶聲明的是,以前的探討,在寬度b是變動的情形下也可實用.

例　題

146. 如圖 163 之"渦流室"(Whirlpool chamber) 中，其內外半徑分別爲 8 吋及 16 吋，當水以每秒 80 呎的速度在與切線成 15° 的方向流入內直徑時，則在外直徑之 V 及 α 的值是若干？如忽視摩擦所得的壓力是若干？

答. 74.6 呎.

137. 通過轉動水道的流動——現在把強制渦旋(135 節)的探討擴張到更爲普通的情形下，卽水流經過轉動的器具.曾經看到：在自由渦旋中，無論水只依同心圓轉動，或依螺旋路線流動，水壓梯度或最終方程式(139)是一樣的，但在強制渦旋中，當流動發生時，則方程式便有些不同.理由是：在自由渦旋中，除去摩擦的損失，無能量輸入水內或從水內輸出能量；但在水流經一轉動器具的情形下，能量不是輸入水內就是從水內輸出.

在 132 節曾經證明：由方程式(125)所得 h'' 的值代表實用水頭，這就是 h'' 是水所輸出而變爲機械功的水頭.但假如 h'' 是負值，則表示能量乃由器具輸入水內而不是從水內輸出的.實際上前一種的作用在輪機內發生，而後一種的作用則在離心喞筒內出現.

能量的普通方程式，在此種情形下可以實用，在任何其他情形下也同樣可以實用，倘若除由水摩擦所損失之水頭以外，再把損失(或獲得)於機械功的也計算在內.因此

$$H_1-H_2=h'+h'',$$

在此式內，h'代表損失於水摩擦的水頭.用$p+z+V^2/2g$代H,及由方程式(125)所得的值代h'',此式可以展開.按三角學的原理.$V^2=v^2+u^2+2uv\cos\beta$,及$V\cos\alpha=u+v\cos\beta$,絕對速度可以用相對速度代替,如是上式卽變爲

$$\left(p_1+z_1+\frac{v_1^2-u_1^2}{2g}\right)-\left(p_2+z_2+\frac{v_2^2-u_2^2}{2g}\right)=h'. \qquad (140)$$

如無流動,則v_1和v_2都變爲零,這方程式便變爲強制渦旋的方程式,卽方程式(138).如無轉動,則u_1和u_2都變爲零,相對速度v變爲與絕對速度V相同,而結果卽變爲普通能量方程式之常見形式.

由水摩擦所損失之水頭,與流動速度的平方成比例,而普通卽認爲是:

$$h'=k\frac{V_2^2}{2g}. \qquad (141)$$

可以看到:方程式(140)所包括的範圍比柏努利定理的較爲寬泛;按方程式(140)說,柏努利定理不過是一種特別情形而已.但是,牠的主要用處是在輪機或離心唧筒之理論下,決定在轉子入口和出口的情況間之某種關係.如是倘水流經過的輪與大氣相通或與任一定壓力相連通,則$p_1=p_2$.平常z_1也$=z_2$,於是這方程式卽變爲:

$$v_1^2-u_1^2=v_2^2-u_2^2+kv_2^2. \qquad (142)$$

而在特殊情形之下,如流動發生處,距轉動軸有一固定距離,則$u_1=u_2$,這更可使這方程式簡化.在此種特別情形之下可

以看到:由摩擦所損失之水頭,與$v_1^2-v_2^2$成比例.普通用方程式(142)求v_2,當v_1是已知的時候.

在一種輪機中,水完全充滿整個的通路時,各種速度用連續性方程式來決定,這方程式現在卽變作以下的形式:

$$q=AV=av \tag{143}$$

這方程式可以實用於特別的部分,所以

$$q=A_1V_1=a_1v_1=a_2v_2=A_2V_2\text{等等.}$$

注意在各部分的截面積必須在與所考究的速度垂直的方向量度.在此種輪機中,各部分的壓力便不一樣,於是方程式(140)能用來求壓力的降落(或獲得),卽p_1-p_2.

138. 水衝擊和不穩定流動內的波浪——在本書的其餘一切部分內,所探討的只限於穩定的流動,但在目下這節內,將對於不穩定流動的問題作一簡略的記述,這類問題在實際上是最重要的.對於不穩定的流動,要想把這裏所提及的都包括在內,作充分的數學探討,將佔篇幅太多,所以除記錄一些共認的結果外,便不多費筆墨了.

立閉(Instantaneous closure)——如圖 146 (a),在C處的活門立刻被關閉時,管內的水速度便突然被減至零.但恰當關閉了的時候,在管內的壓力便有一種可觀的上升,這種壓力可以甚大於在一已知管內所能存在的任何靜壓力.此種高壓只是瞬間的存在,於是壓力跟着發生一種週期的漲落,而最後趨於消滅如果這管在這時刻沒有被壓碎時,此卽所說因

的水衝擊.

在挨近活門的 C 處這一薄層水被制使靜止時,於是被流向牠的其餘水柱來壓縮.在同時間,環繞此薄層水的管壁,便被這過量的壓力擴大.其次的這薄層水便被第一層制使靜止,其餘類推.可以看到:在管內的這部分水,其動作不像一剛體,但表現出的現象受水和管的彈性的支配.如是,則流動的停止及壓力的增加均以波動的作用沿管進行.在一短時間後,BC 這部分水便曾被制使靜止,同時在 AB 內的水將仍以其初速度流動,並含有牠的原始壓力.但在 BC 內的這部

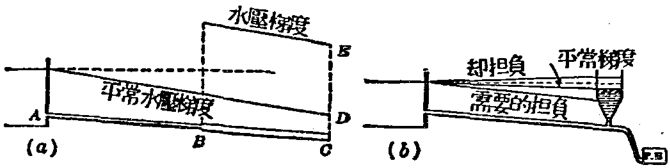


圖 164

分水由於牠所受的壓縮,便受一較高的壓力,管壁便被擴大.就管的所有部分說,這過量壓力 DE,都是一樣的,並且與管的長度無關.

最後,壓力波浪要到達儲水池而全部的水便靜止.但在點 A 不能保持高於儲水池水深所生的壓力,於是就立卽復降至平常的價值.並卽有一卻負 (Unloading) 波浪由 A 至 C 走過管內,在這波浪達到 C 時,則整個管又重新回復平常的壓力.但在同時間,由水的壓力及管的張力,流動的方向被逆反

和水被退回儲水池內.而此種逆反速度停止時,使在活門上的壓力降至平常値以下,如是,一稀疏的波浪由C至A沿管走回.此種循環一次一次的重演下去,不過由摩擦效應,振幅漸次減小以至於消滅.假如這活門恰在正當時間間隔交替着開閉,能將一壓力波浪加於另外一個的峯上,這樣則所能得的最大壓力是沒有限制的.在圖 165.按照在管內的活門

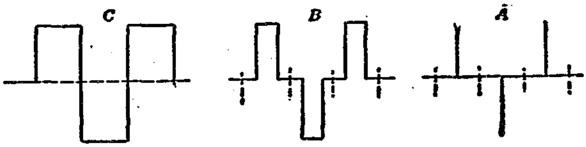


圖 165 在理想情形下立閉所生的壓力變化

C,中間點B,及進口A三點說,示出壓力的變化是時間的函數.按照B在管線內的位置,中間點的圖形便漸近A或C的形狀.圖 165 是純粹理想的,在這種情形之下,曾忽視摩擦及其他因數,但祇能表示這種現象的一種普通概念.

此種壓力波浪沿管走動的速度就是音波的速度,並將由以下公式給出註一):

$$S=4{,}700\sqrt{\frac{E}{E+300{,}000\frac{d}{t}}} \tag{144}$$

在這式內,S等於以每秒呎數計的壓力波浪的速度,E等於

註一 這公式的完整形式,含水的體積彈性係數,水的密度,及g的値.用這些量的平均値卽得上式.

製管材料的張力彈性係數,單位以每平方吋的磅數計,以及d/t是管的直徑與管壁的厚度之比,這就是說d和t都須用同一單位.就鋼,鑄鐵,及木說,E的值各約爲:每平方吋30,000,000磅,每平方吋15,000,000磅,及每平方吋1,500,000磅.在中常尺寸的管,此種壓力波浪的速度便約爲每秒3,300呎.無論如何牠要小於每秒4,700呎,這是音在水中的速度,或者是壓力波浪在剛體管內的水中所將傳播的速度.

壓力波浪經過管長所需的時間,或此水的整個質量被制使靜止所需的時間,便是:

$$T=L/S. \tag{145}$$

在這式內,L是管AC的長度.

所生之總力,應用力量等於質量乘加速度的原理,就可以決定.因這部分水非剛體,必須用質量中心的加速度.壓力波浪是以等速度走動的;因此質量中心的速度是以等速度減小的.所以,以速度改變所需之時間除速度的改變卽可決定加速度.所有水的速度,也就是質量中心的速度,在時間T內從V減到0.如是可以寫作:

$$F=\frac{wAL}{g}\,\frac{V}{T}=\frac{wAL}{g}\,\frac{VS}{L}=wA\frac{VS}{g}$$

以面積A除,再以w除,卽得壓力強度之水的呎數.如果此種由於水衝擊所生之過量的壓力用y來代表,於是:

$$y=VS/g. \tag{146}$$

由是便看到,此種壓力的增加與管線的長度無關.

為解釋的顯明起見,在以前的探討內曾假定:水的速度曾被減小到零.但假如活門的關閉只是一部分而不是整個的,則結果仍是同樣的真實,倘以ΔV或$V'-V''$的值代替V,在這裏,V'是初速度和V''是終速度(註一).

速閉(Rapid closure)——活門可以關閉得很迅速,要是想做到立刻的關閉,如在前邊的探討內所假定,在物理上是不可能的.所以將考究佔有可覺察的時間內的關閉.這樣的關閉可以認為是一連串立刻的移動,每個移動曾起動一壓力波浪與速度的小變更成比例.如是從方程式(146),應得$dy=(S/g)dV$,作為由速度變更dV所產生的壓力值.假定活門移動所用的時間為T,及在圖166有一曲線表示在此時間

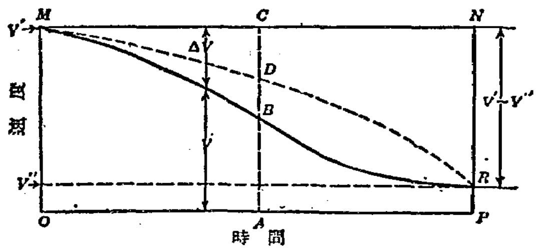


圖 166

註一　對於水衝擊,莫思科的赴考佛斯基(Joukovsky),曾經作過實驗上的探究,作實驗所用的管為2,4,6,及24吋的直徑,長度由1,050至7,007呎.他找着:實驗的結果與從公式所得的符合.要想看他的工作的重作,參看西民(Simin)的"水衝擊",Trans. Amer. Water. Assoc., 1904.

間隔中之速度的變化,在這時間內,管內的速度從起始值V'減至終了值V''.可以看到,在任一時間終了,比方像OA,速度是AB,則從初速度所減少的是BC.如是,在此瞬刻,活門上所產生的壓力曾達到$(S/g)BC$.因此,從OP向上量至曲線的縱矩,指明速度是時間的函數,而從MN向下所量度出的縱矩代表ΔV的值,如是由採用適當的標度,便能找出在活門上壓力隨時間而變化.可以注意在此時間內,壓力可按照MBR或MDR或任何其他曲線變更,但牠的最大值與NR或$(V'-V'')$成比例,好像活門的移動曾經立刻做到一樣.如關閉是整個的,則V''的值變爲零.所以在速閉和立閉間的實質差異,不在所得最大壓力的量,而在圖 166 (C)的鉛直線換爲曲線,如圖 165 的MBR,如是,則最大壓力存在所經過的時間是減少了.

因在活門的任何壓力,是以音的速度S沿管傳播的,所以在圖 166 之曲線,不僅指明在活門C的壓力變化,而且指明在這管之任何其他部分的壓力變化,如至該部分的距離是x,則惟一的差異是時間移後x/S.加之活門移動完畢,及在活門上的壓力達到相應NR的最大壓力的時刻,則激起的第一個壓力波浪便曾走過距離ST_v.如是,則縱矩從MN向下量度的曲線又指明在距離$MN=ST_v$內過量壓力沿管的分布.現在可以看到,因不是立刻的關閉,在圖 164 (a)的壓力波浪,其"鉛直波前"(Vertical front)被某種形式的曲線所代替:

慢閉 (Slow closure) ——前節的探討,曾假定關閉非常迅速,或管線非常長,以至沒有充分的長時間使一壓力波浪在活門運動完畢之前,沿管走一個來回.壓力波浪從活門傳至儲水池再傳回來所需要的時間,是從方程式(145)所得値的二倍,卽 $2T$ 或 $2L/S$.假如這活門的移動,在小於此時間內完畢,則所達到的最大壓力,宛如立刻關閉所將達到的一樣.但假如活門移動的時間大於 $2L/S$,於是所達到的最大壓力卽小於由方程式(146)所得的.如是,在圖 166,假定時間 $2L/S$ 等於 OA.於是可以看到:"卻負壓力"的波浪,便在移動完畢以前達到活門,因此壓力曲線 MBR 卽被終止在點 B.繼起壓力的變化是十分複雜的,但普通這壓力不大於相應的 CB 的値,並且永遠小於 NR 所代表的値.但假如速度曲線是 MDR,則在此種情形之下,最大壓力將爲 CD 的函數.因此,在 M 和 R 間能畫多少條曲線,則慢閉的最大壓力値便可求出多少個.如是,要想求一簡單而且普通的方程式,來代表慢門移動所產生的最大壓力是不可能的.以前曾經提出的各種公式——但在本書內不曾給出,——須限制在幾種特殊情形之下可以實用.因爲所根據的假定條件不同,牠們的結果也就不一樣了(註一).

註一 要想看此種整個問題的較爲完備的探討,可參看 Durand W. F. 的 "Hydraulics of Pipe Lines" 及 Gibson, N. R., Trans. A. S. C. E. 卷 83, 頁 707, 1919—1920.

快,慢等名詞,對於活門移動的應用,純粹是相對的.標準是看 T_e 小於或大於 $2L/S$ 而定.在很短的管, $2L/S$ 的值非常小,幾乎不能把活門關閉,快到產生最大強度的水衝擊,然而在很長的管線,必須小心不要如此作.在實際情形之下,活門移動的時間多半是大於 $2L/S$ 的.

就任一活門的關閉,這關閉不是立刻做到的,折回的"卻負壓力"波浪的效應,是使壓力的最大升高漸減,離進口愈近減小的值愈大.如是,額外壓力的水壓梯度,就實在情形說與圖 164 (*a*) 內的不同,所以近似與圖 164 (*b*) 內"棄卻擔負"所代表的相仿.

此外要附帶聲明:當關閉活門的時候,在管線內所產生的額外壓力妨礙放出率,也就是阻止在管內的速度與開口面積成比例的減小,所以在此時間內,決定管速度的變化律是不容易的.可以看到:在管內的正常水頭可以影響此放出率和牠的變化,不過是屬於間接方面的.

用慢閉活門可以防止水衝擊.或者用自動救急活門也可把牠的效應減小,救急活門即當壓力超過某種數值時,使水流出.再者,以適當大小的空氣室作緩衝,也能吸收這突加壓力的一大部分.但在水力廠中,儲水管或浪室,如圖 164 (*b*) 所示,有適當顯示的便利.

水力廠的擔負驟然減小時,如果要保持水輪的速率不變,則節速器便迅速的減少供給水輪的水量.浪室能容納此

過量的水流入,如是卽避免給水管內發生水衝擊.沿給水管流下的水質量,其慣性要使水準高過靜水準,並使水壓梯度上升.但此過量的壓力對於在管線內的水質量發生一種阻力,於是卽減低牠的速度.無論若何,在此浪室內的暫時水準將高於正常值,因此將使流動速度大減.這樣,卽使在管線內的速度漲落及在浪室內的水準發生"波浪",直至最後達到平衡狀態爲止.這種現象與水衝擊頗相似,因壓力和速度均有周期的遞變,但壓力的變更是不甚要緊的.

浪室不但在陡然減小流動時,能容納過量的水,而且在驟然需要水時,又能作供給水的來源,這種功用也是很有價值的.當動力廠的擔負增加時,須立刻多供給水輪的水量.如果管線長,使全部水的質量加速需要一些時間,而同時,爲供給加速的力,在動力廠的水頭曾經有相當的降落.但在此時刻,浪室能使一部分水量流出.這是無疑的,有充分的流動,水壓梯度要降落到新擔負的正常水準之下,但牠的效應不像沒有浪室時那樣的厲害.

圖 209 示出一大容積的浪室,牠在壓力隧道的一端,這隧道的長度約爲7.76哩,平均截面積是100平方呎,在隧道內的最大流動速度是每秒10呎(註一).

註一 Durand, W. F. "Control of Surges in Water Conduits", Jour., A. S. M. E., 六月, 1911. 再參看 Johnson, R. D., "The Differential Surge Tank," Trans. A. S. C. E., 卷 78, 頁 760, 1915.

例 題

147. 一鑄鐵管線,直徑24吋,壁厚0.75吋.如在管內之水的速度是每秒6呎,求活門立閉時所產生的壓力.

答. 296.5磅每平方吋.

148. 如在上題內之管線是500呎長,要想產生與立閉相同的壓力,則活門的關閉必須經多長時間?如爲5,000呎長時則時間將如何?

答. $T=0.27$秒, 2.7秒.

139. 習 題

149. 假如一水注衝於在同方向運動的物體上,而流過該物體時無摩擦損失,試證明$F=(wA_1/g)(1-\cos\beta_2)(V_1-u)^2$.如果牠在同樣條件下作用在一水輪上,證明$F=(wA_1/g)(1-\cos\beta_2)\times V_1(V_1-u)$.

150 把前題後面的公式,當作作用在一水輪上的力,證明當$u=0.5V_1$時,發生的功率是最大.

151. 一水輪用在450呎純水頭之下,速度是每分350轉,放出率是138秒呎,角$\alpha_1=15$度,$\beta_2=162$度,$r_1=2.0$呎,$r_2=2.5$呎,以及$h=0.2$.這輪的形式是$p_1=p_2$及$z_1=z_2$.求v_1, v_2, V_2, α_2,轉矩,實用水頭,水的效率,以及水所輸出的功率.

答. $v_1=101$, $v_2=105$, $V_2=33.4$, $\alpha_2=103°40'$ $T=93,300$, $h''=396$呎, $e_h=0.88$, hp$=6.220$.

152. 一輪機在50呎水頭之下,每分轉660轉,及每秒放水

30立方呎.這輪機的形式,是水完全充滿水道,和$z_1=z_2$.牠的因次是$\alpha_1=35$度, $\beta_2=155$度, $r_1=0.70$呎, $r_2=0.42$呎, $A_1=0.83$平方呎, $a_2=0.88$平方呎, $k=0.3$. 如$p_1=30$呎,求p_2的值.求實用的水頭.

答 $p_2=-2.9$呎, $h''=42.6$呎.

第十二章

衝動輪的描述

140. 水注的衝動和反作用——當水流衝到任一物體時，由撞擊所生出的動力，常叫做水注的衝動 (Impulse). 由水注對於噴出水注的器具所作用之動力，常叫做水注的反作用力 (Reaction). 但在這兩種情形之下，力量都是由水的速度發生變化所產生的.

141. 衝動和反作用輪機的區別——在這兩種基本輪機間的區別，就原始水輪說，按照前節所規定的水的作用來作分野是恰當的.但在近代的輪機所說的衝動作用在進水口，而反作用力作用於出水口，在任何一種內都可以有效應.於是較為確切的一種分類法是"無壓"及"有壓"輪機.

如是，在衝動水輪內，水不是被封閉着的而是與大氣接觸的，然而，在反作用輪機內，輪的流水道必須完全被水充滿.在前種，水流經輪瓣時壓力保持不變，而在後種，水通過轉子(Runner) 時壓力減小.輸至衝動輪機的能量全是動能，同時輸至反作用輪機的，卻一部分是動能，一部分是"壓力能".

但最好須記着這兩種形式的根本原理全是使水的速

度變更,才有動力作用在輪上.且在這兩種內,如果想得到高的效率,水離開輪時的絕對速度必須低,因為此速度代表有許多動能未曾利用.

142. 衝動輪——以前曾經製造過好幾種衝動輪機,但是惟一仍在美國使用的,是圖 167 所示出的一種.這就是衝動輪或柏爾屯輪,這種命名的意義,是在紀念 L. A. Pelton,他對於這種輪的初步改良有很大的貢獻.這又可以用切線輪的名字來稱呼,因為水注的中心線,與輪瓣的中心路徑是成切線的.

圖 167 所示的輪,是被在左邊的管嘴噴出來的水注所轉動的.這個輪,在運轉時的情形,可以在圖 217 看到.表示管嘴與輪瓣關係的另外一種輪,其圖形在圖 168 示出.水注衝到輪瓣的分脊 (Dividing ridge) 或裂縫 (Splitter),即分為二部

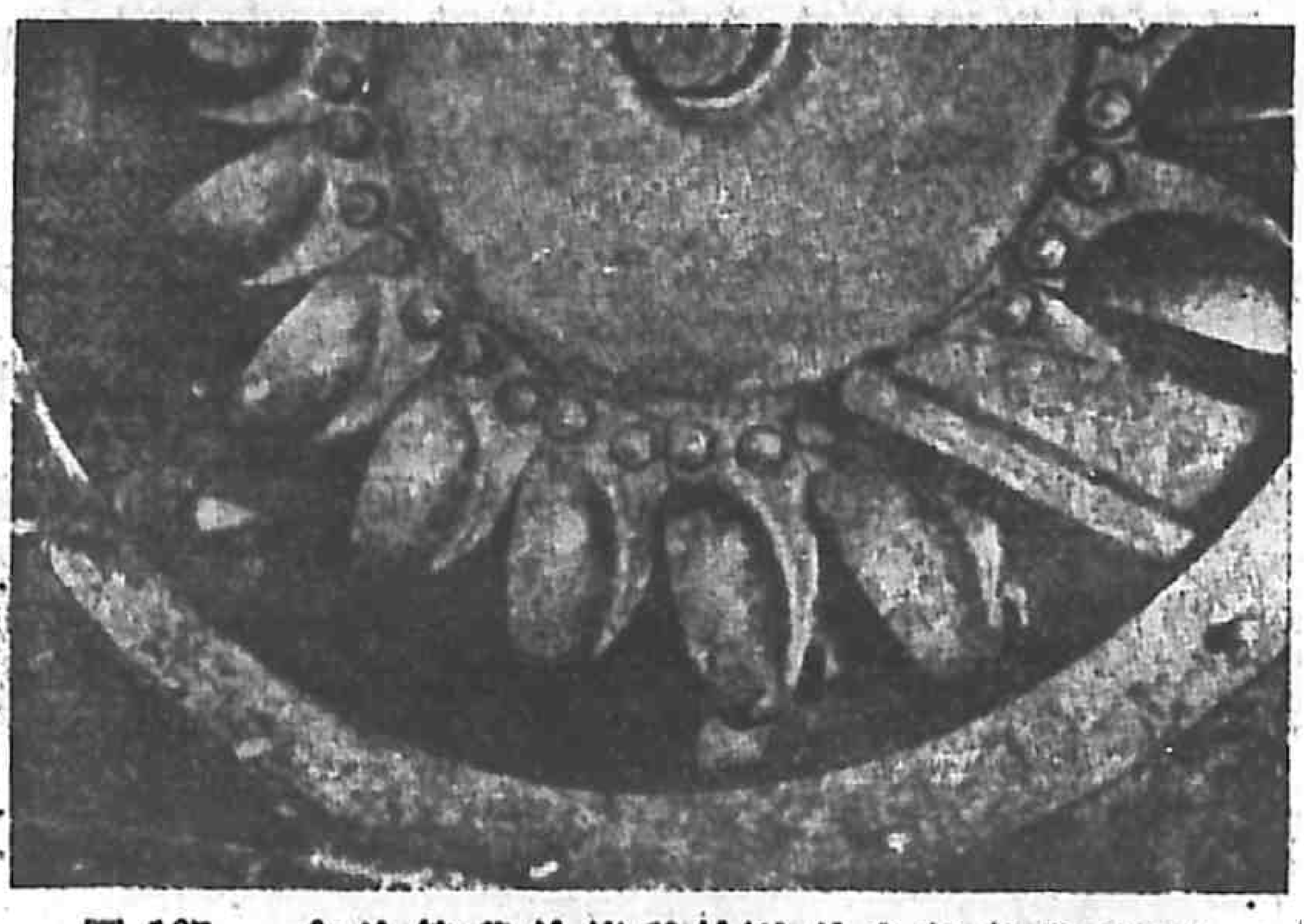


圖 167　含針管嘴的衝動輪(針碰出後,管嘴敞開).

於是流經輪瓣面,而最後從輪瓣的兩邊放出.

在圖 169,可以看到一"鏈式"構造輪的圖形.這就是每個螺旋釘都釘着兩個輪瓣,所以輪瓣連結在一塊的形狀宛如一鏈.此種形狀,構造既堅固,且能使輪瓣裝置得比圖 167 所示出的較為緊接.

在圖 167 右邊所示出的東西,是"剃水板"(Stripper),牠的功用在防止水被輪帶着轉動,如是卽增加風阻的損失.輪瓣穿過這板的開口時約有 0.5 吋的餘隙(Clearance).

圖 168. 衝動輪的上視圖(管嘴被針閘閉);
$D=84''$; $h=184'$; $N=124$; $Hp=280$.

143. 輪瓣(Buckets)——現下所用的衝動輪,其輪瓣的一般格式,在圖 170 和 171 可以看到.由理論的證明,輪瓣的面應當是有雙曲的一種表面;並且又可以看到,輪瓣背面的形狀,與面的形狀有同樣的重要性理由是:輪瓣的背面能干涉作用在前一個輪瓣上的水,因爲一輪瓣轉入水注下時,牠無非是把前一輪瓣上的水注截斷,而只留下一"小股"去完成在前一個上的工作.假如輪瓣的背面,不合恰當的形狀,那末,牠或許就不能爲水留充分的餘隙.柏爾屯的輪瓣的"豁口"(Notch)被截去,所以在水注衝到牠上邊以前,牠可以達到一

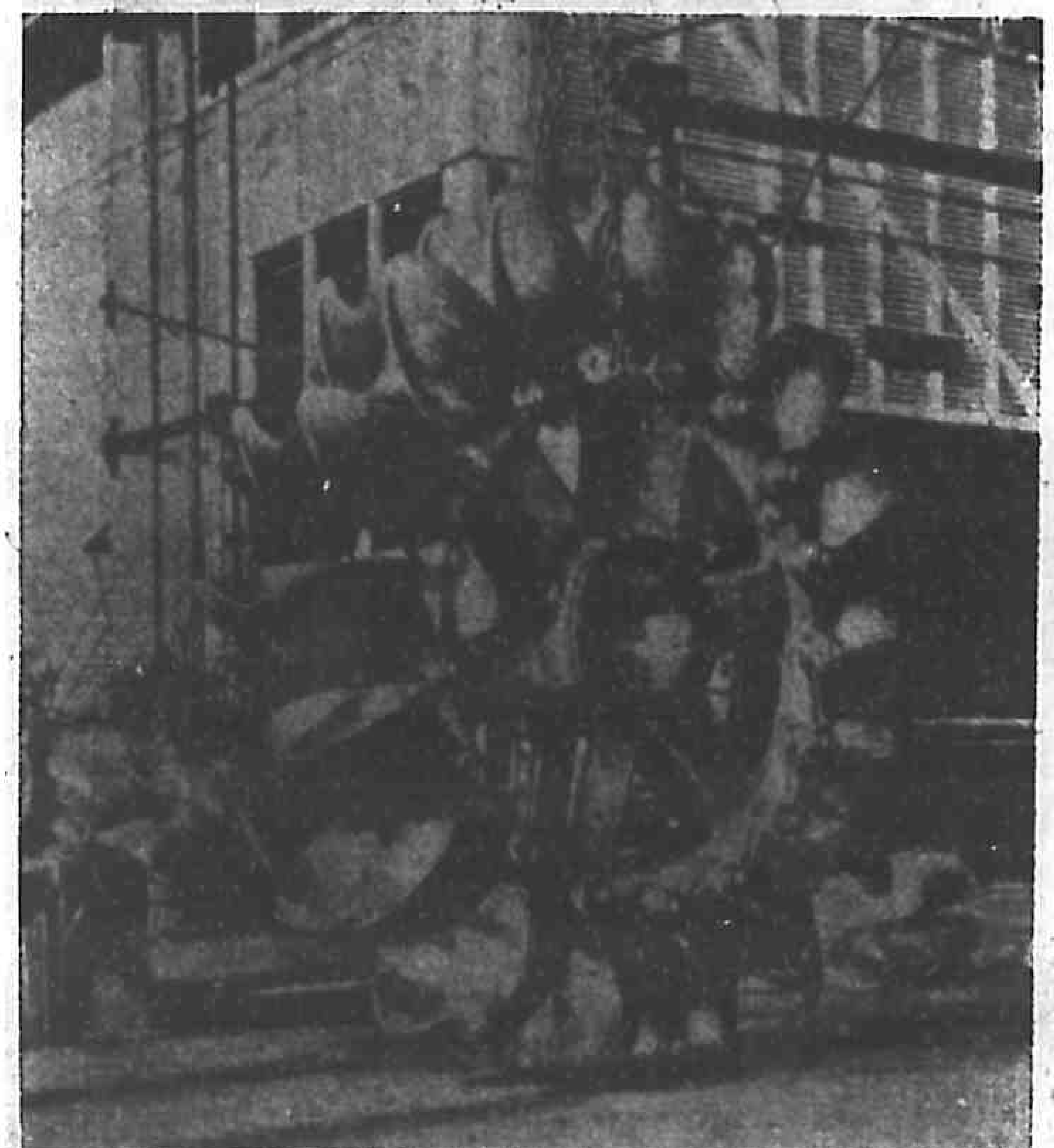


圖 169 柏爾屯水輪公司製造廠中的柏爾屯輪
$D=76''$; $h=540'$; $N=257$; $Hp=2{,}100$.

種使牠的路徑較近於和水注成切線的位置(註一).

爲在中常水頭下應用,這些輪瓣可以用鑄鐵鑄成,雖則較好的還是用青銅或鋼來作.在很高的水頭下,只有後一種能實用.爲減小水的摩擦損失起見,輪瓣的作功面應當磨光,而分岑或"裂縫"應當磨成刄鋒.

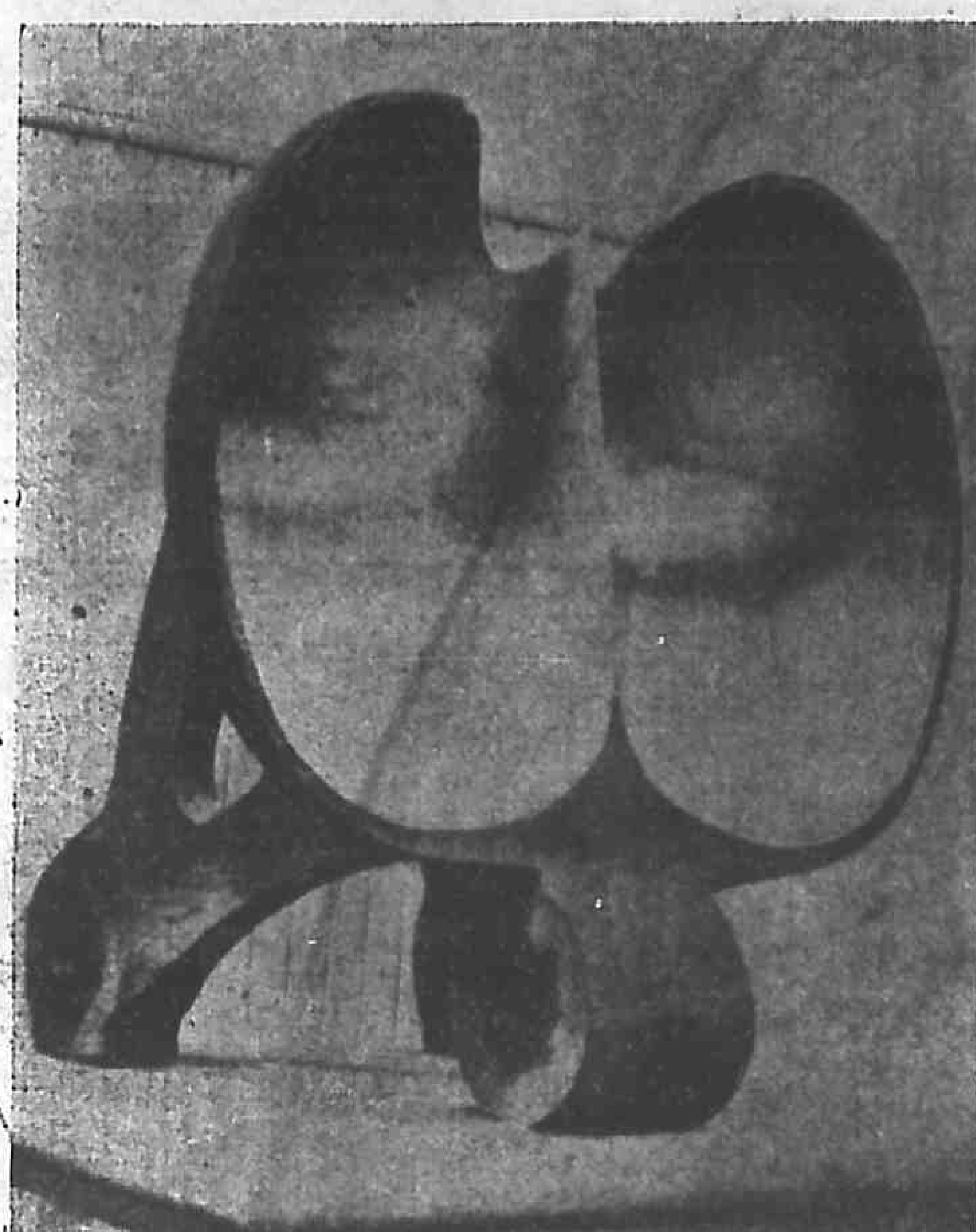


圖 170 柏爾屯橢圓形輪瓣

註一 就高比速的衝動輪說,這種構造尙有別種理由,因篇幅所限,此處不能詳細敍述.簡略的說,則在輪瓣離開水注的作用線以前,能使所有的水完成牠對於輪瓣的工作,別種形狀便在一部分水不能利用(參看圖215).

爲得高的效率,須使輪瓣近似能把水注的相對速度逆反,但作 180 度的完全逆反也是不容許的.衝到輪瓣上的水,又必須使牠流至一邊,才不致使次一輪瓣沾水.雖則 170 度

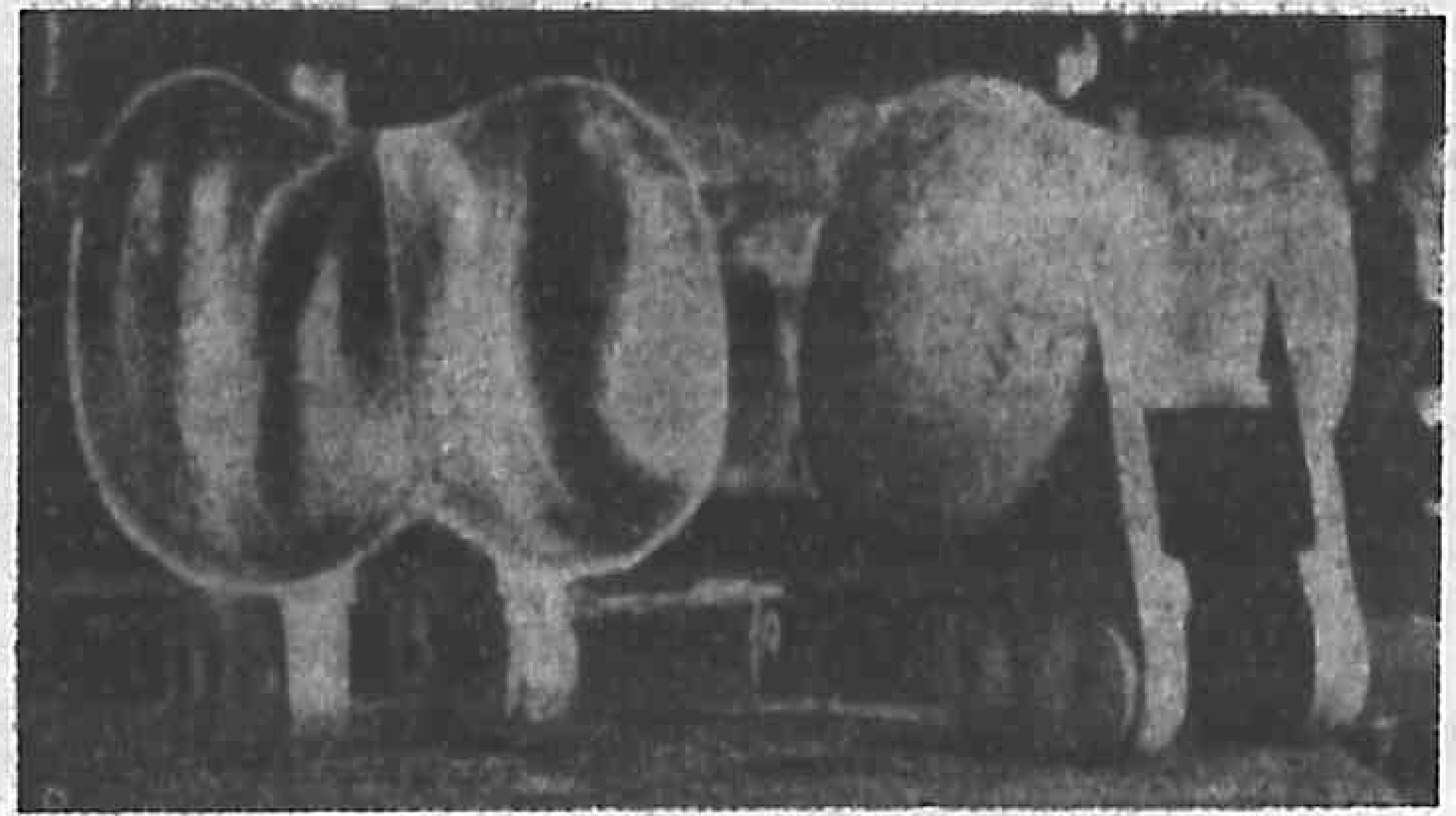


圖 171 亞利斯查爾參茲 (Allis-Chalmers) 輪瓣.

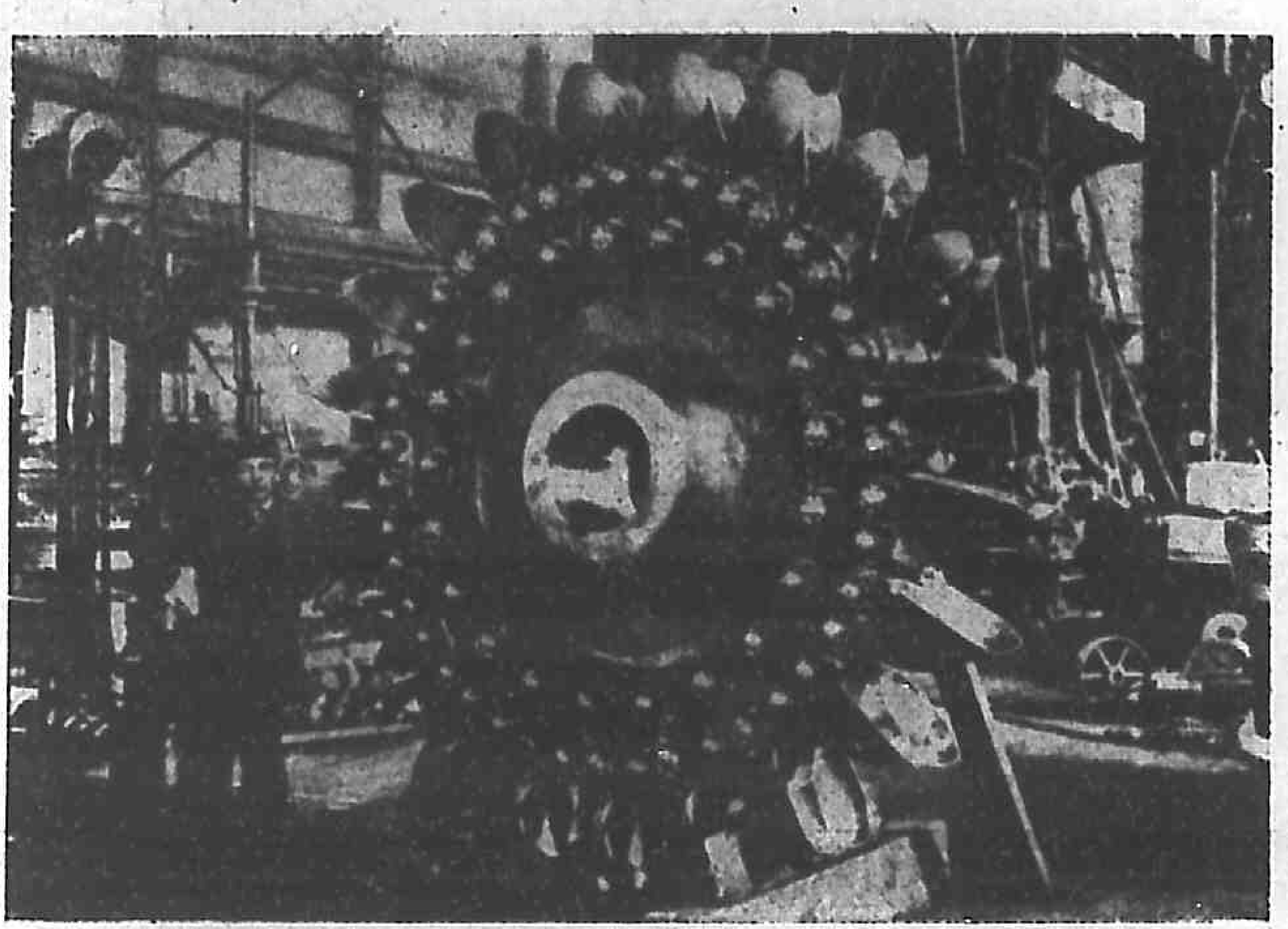


圖 172 太平洋電燈電力公司(Pacific Light & Power Co.)所用之亞利斯查爾參茲 (Allis-Chalmers) 衝動水輪.
$D=94''$; $h=1,860'$; $N=875$; $Hp=1,0000$.

也常用.但普通用的角度約為165度.因表面張力的緣故,水的實在方向永遠稍小於輪瓣的角度,在水頭較高時,這兩種角度間的差異卽行減小.就良好的效率說,輪瓣的寬度至少應當是水注直徑的三倍,而輪的直徑,至少應當是水注的九

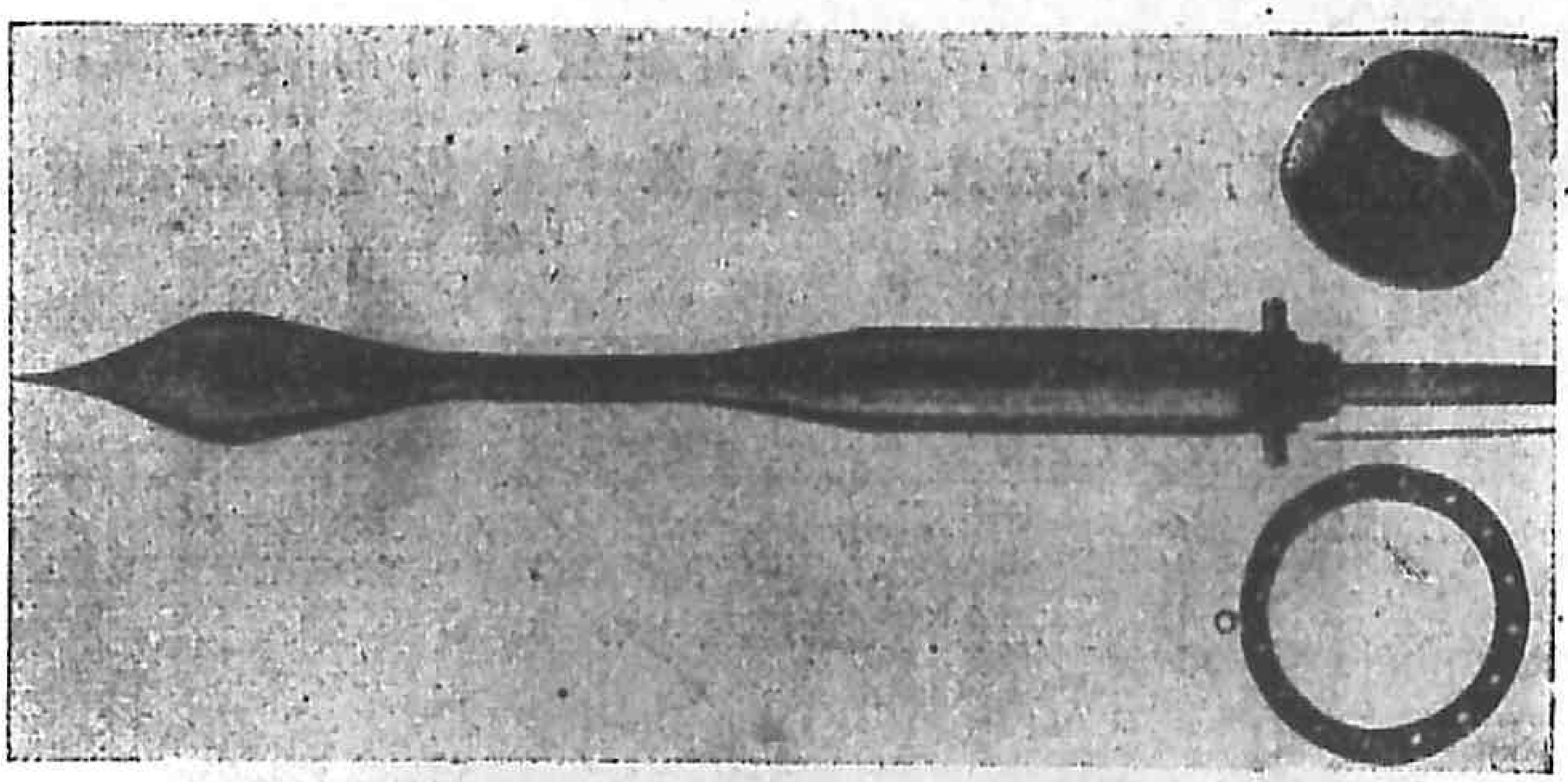


圖 173 柏爾屯針及管嘴

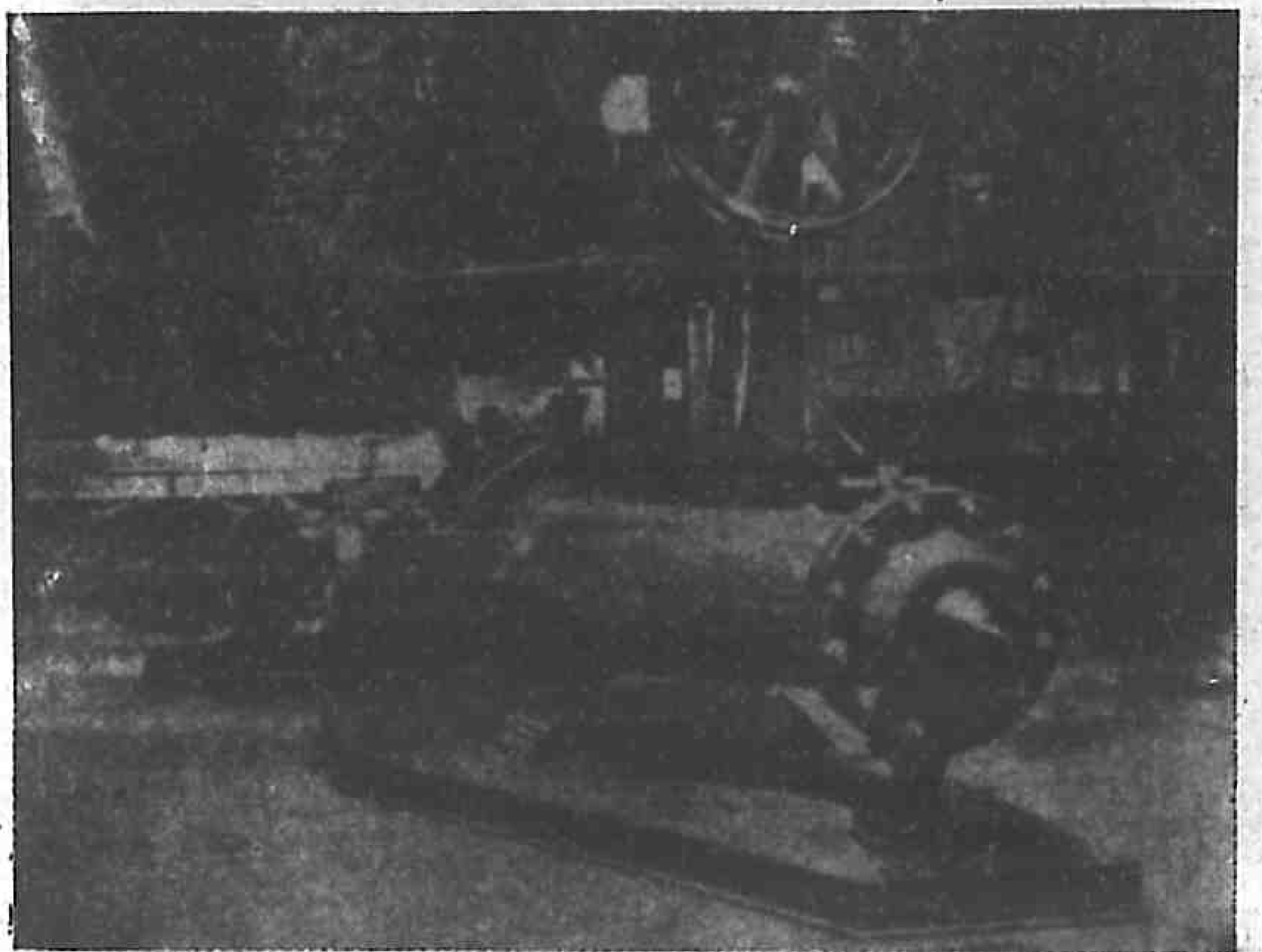


圖 174 10.000馬力的水注所用之可偏斜的會針管嘴

倍.(後一種比例普通是12.)因常用的水注直徑是10吋或10吋多,所以輪鏟的寬度,常看到的至少也得有30吋.

144. 管嘴與節速——在衝動輪上所用的水注,幾乎永遠是由含針的管嘴噴出,圖174及175所示出的,即此等含針的管嘴,針單獨如圖173示出.針在管嘴內前後移動,即可變更管嘴開口的大小,因此即變更放水量.但是除非在管嘴近

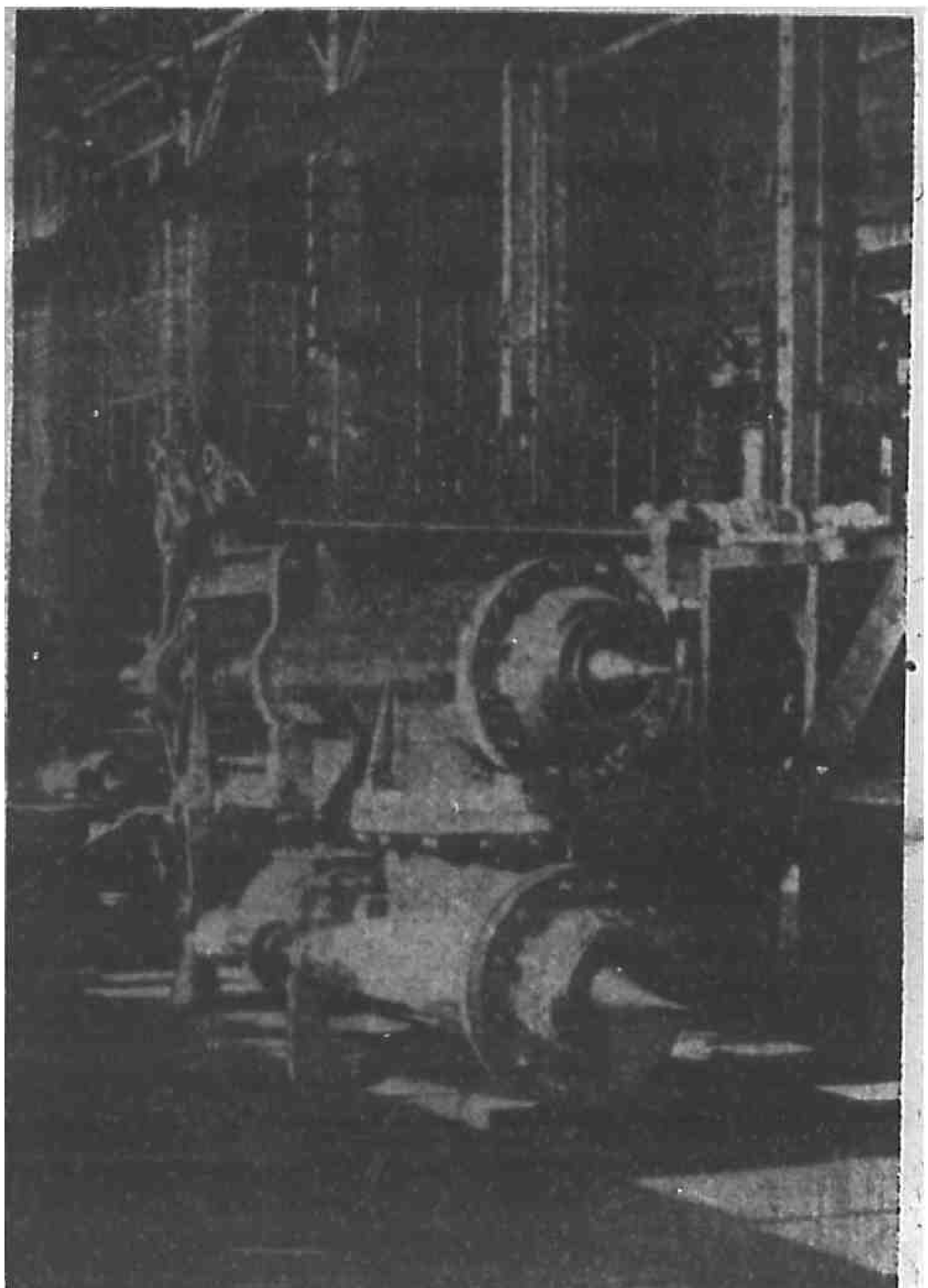


圖175 含針管嘴及附帶的保險設備

於完全關閉的時候,幸牠還不致損失多少水頭,當含針管嘴敞開時,牠的效率可以達到百分之 97 或 98, 速度係數約爲 0.99 或稍小。管嘴的效率在放水量減至最大放水量的一半以前,將不致低過百分之 90. 如是,這是一種頗有效率的調整工具.

在不同擔負下,爲保持輪的速率不變起見,必須使水量變更,這樣,則供給輪機的功率,便須與輪機所需要的功率成比例. 水量的變更,有時按輪所必須輸出的功率來變動針的位置卽能做到. 在某種情況之下,節速器可以照此目的來控制針的位置. 但假如擔負的變化迅速和管線頗長,倘若計劃做到速率的密切調整,則這種方法便要發生激烈的水衝擊.

爲達到速率的密切調整,而又不受水衝擊的損害,常用可以偏斜的管嘴. 整個的管嘴可以依近管嘴底的一個球和球座移動,並且可以在架耳 (Trunnions) 上擺動. 倘若在機器上的擔負有突然的降落,節速器能使管嘴端下降,這樣則水注只有一小部分衝在輪瓣上,其餘的便作廢了. 當擔負增加時,管嘴能升起,於是較大的水量將衝到輪上. 因這樣常耗費水量,所以此類管嘴也幾乎永遠安着針,針由司機生按輪所負的擔負來移動. 如是,將只在短時間內使水作廢,但針移動時將非常緩慢,決不致使管線受水衝擊的損傷. 可是這種管嘴能以任何快的速度偏斜,所以速度的密切調整可以獲得. 倘若擔負增加,當然要司機生來啓開管嘴,因爲節速器對於

牠是不能控制的但經驗告訴我們擔負的增加是漸次的,有充足的時間來讓我們啓開管嘴.節速器的主要功用是來預防擔負的突然減小.有時管嘴是這樣作成的,即節速器先使牠偏斜,於是再漸漸的關閉那針.

有附帶保險管嘴的含針管嘴,如圖 175 所示,這也是常用的.在此種內,從上管嘴噴出的水注能衝在輪上而從下管嘴噴出的即在輪下流走.如此安排,節速器關閉上管嘴時同時即啓開下管嘴.如是在管線內的流動,即無突然的變更,因過量的水,只是換一個地方流出.但爲防止耗費水量起見,在節速器和附備管嘴間用一制動壺 (Dashpot) 來連接,僅當節速器的運動迅速時,牠才使針移動而當附備管嘴被啓開以後,這制動壺又使牠漸漸退回.如是速度的密切調整已經做到,而對於用水的經濟也可獲得.

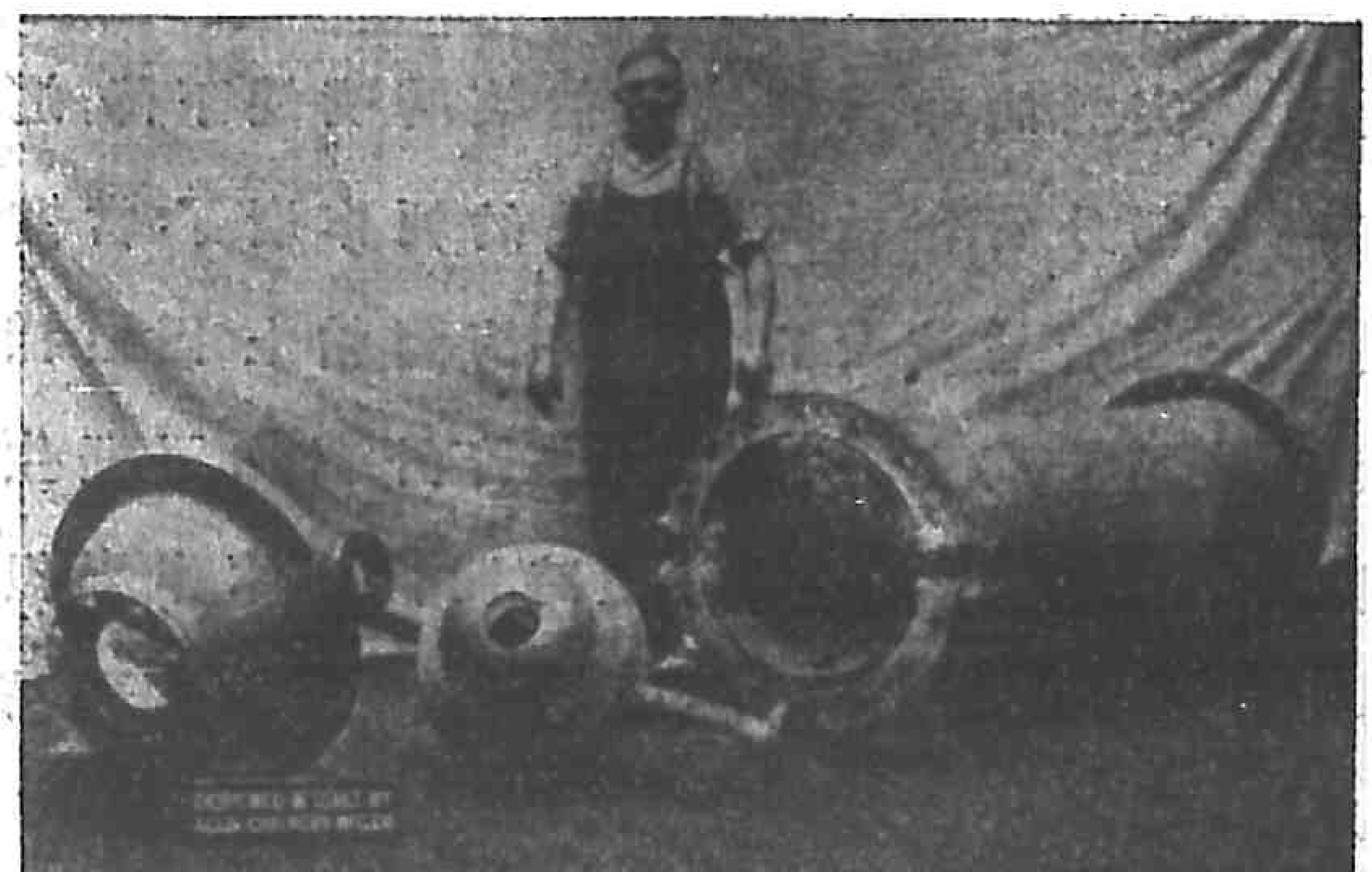


圖 176 帶偏斜導的含針管嘴

在圖 176 所示之管嘴,與可偏斜管嘴的原理類似,在可偏斜的管嘴,水注是被偏斜在水輪之下的.但牠是這樣的一種構造,僅管嘴的唇移動而不是整個的管嘴移動.這有幾種利益.

所有的這些設計,全是在減小擔負時,可以避免在管線內的流動發生迅速的變更.但只有在輪機附近的浪室,將能在驟然需要時供給以水.

圖 177 正常運轉(工作)時之耶薩卜拉 (Desabla) 力廠.在1,531呎水頭之下.

145. 實務條件——如果功率小時,衝動輪雖在低水頭下也可以使用,但以在高水頭下採用為宜.其實輪機類別的選擇,是功率和水頭的一種函數.

到現在為止,曾經獲得的最高水頭是在瑞士,那裏的水頭有5,412呎高,產生的功率是15,000馬力.在這力廠內,各個輪的功率是3,000馬力,輪的直徑是11.5呎,而牠的速率是每分鐘500轉.水注的直徑是1.5吋.

美國曾經用過的最高水頭是2,100呎,而從1,000至2,000

圖178 用可偏斜管嘴的迭薩卜拉(Desabla)力廠.

呎的水頭,亦是很平常的.在2,100呎靜水頭下的力廠,即圖212所示的.

在衝動輪上用的水注,各種大小全有直徑10吋或稍大一些的有時也用.平常一單獨輪只用一個水注,但有時兩個或更多的管嘴也可以應用,雖則效率上要稍受些犧牲.為增加一單位的功率起見,在同一軸上常用兩個分離的輪,如圖179所示.

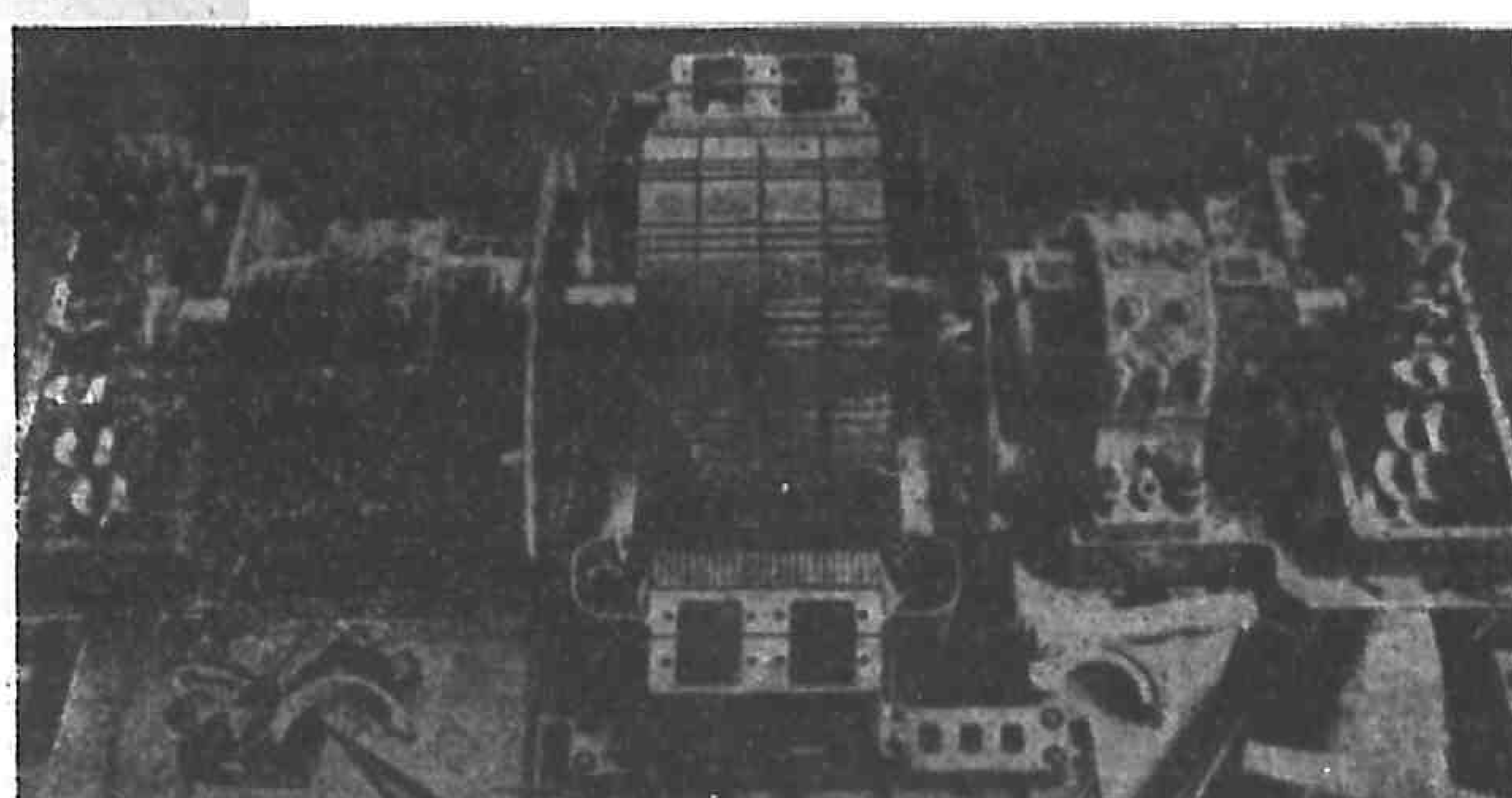


圖 179 太平洋電燈電力公司 (Pacific Light and Power Co.) 所用之雙懸亞利斯查爾麥斯 (Allis-Chalmers)輪.$D=94''$;$h=1860'$;$N=375$;$Hp=20,000$ (作單位).

由一單獨衝動輪,用一個水注所產生的最大功率是15,000馬力. 10,000馬力的輪在圖172示出,雖則在另外數種情形之下,一單獨輪的功率曾漸近於這樣的一種數值.

第十三章

反作用輪機的描述

146. 反作用輪機 —— 普通衝動輪機能用一串管嘴沿輪的周界噴水,但平常的柏爾屯輪雖則偶爾兩個或再多也可以,但通常只用一個.如是,無論在何時刻,輪上只有一小部分輪葉受水衝擊.但按定義,反作用輪機的水道必須完全充滿以水,爲滿足此種條件,須使水充滿輪的整個周界.因每一個輪葉都是連續使用的.所以就一已知直徑說,反作用輪機比柏爾屯輪可以發生較多的功率.

反作用輪機的一種普通排置法,即如圖 180 所示.使受有壓力的水,流入環繞轉子的螺旋箱.因水繞轉子的整個周界而流入轉子,所以此箱的截面積,要視所容水的體積的減少而成比例的減小.水從箱經過導葉間的通道流經轉子而至排水管,這種導葉的功用是使水以近似切線的方向流入轉子.表示輪葉的轉子截面,可以在圖內看到.但是,要注意這輪葉是一種曲捲的表面,不能整個的排在紙平面內,因此必須用圓形的投影,才可以把牠的形狀繪出.這就是沿兩稜的點,可以使牠們依軸轉動,直至牠們都落到紙面內爲止.在

大部分的情形下進水的稜可以在含轉動軸的一平面內，出水的稜也可以在含這軸的另一平面內，但這不是永遠眞實的.如是，示明輪葉的圖形不是眞正的截面，而名為一種"輪廓圖"比較適當.

在圖 180 所示之額外部分為：推力軸承(Thrust bearing)這軸承負着輪機和發電機的整個轉動重量；導葉控制機；

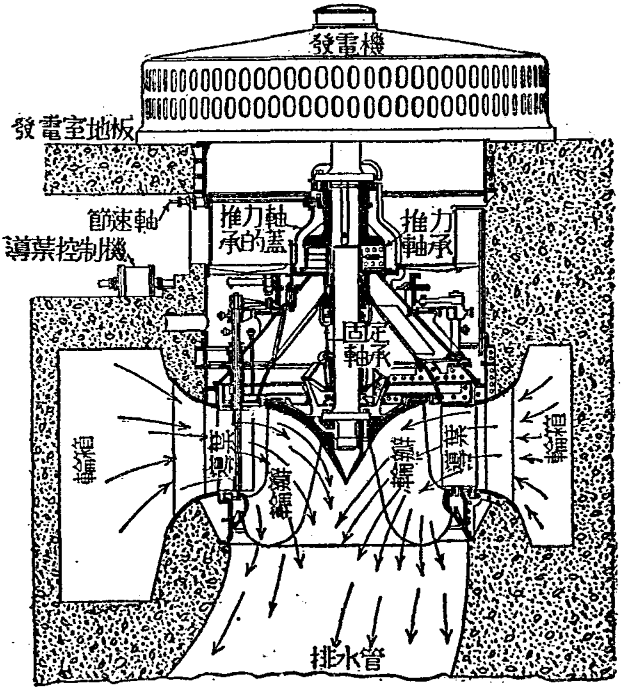


圖 180 反作用輪機

和駐立葉片.導葉控制機是一個圓筒,裏邊有一活塞,藉在壓力下的油動作用,並受節速器的調度.牠的功用在運轉一機件以轉動各個導葉,使牠們在其本身的軸上轉動,來調節供給輪的水量.在一大輪機的情形下,就像在此圖中所示,駐立葉片便作成支柱,來幫同支撐以上所說的擔負.但不是圓形的支柱,因為這樣將產生渦流,牠們是作成葉片狀的,葉片的曲度與自然流線一致.這些駐立葉片,在安導葉之外,而總起來說——環繞導葉——有時叫做"速率環"(Speed ring),雖則沒有顯明的理由.

軸不一定須是鉛直的,水平的也可以,如圖 181 後邊的

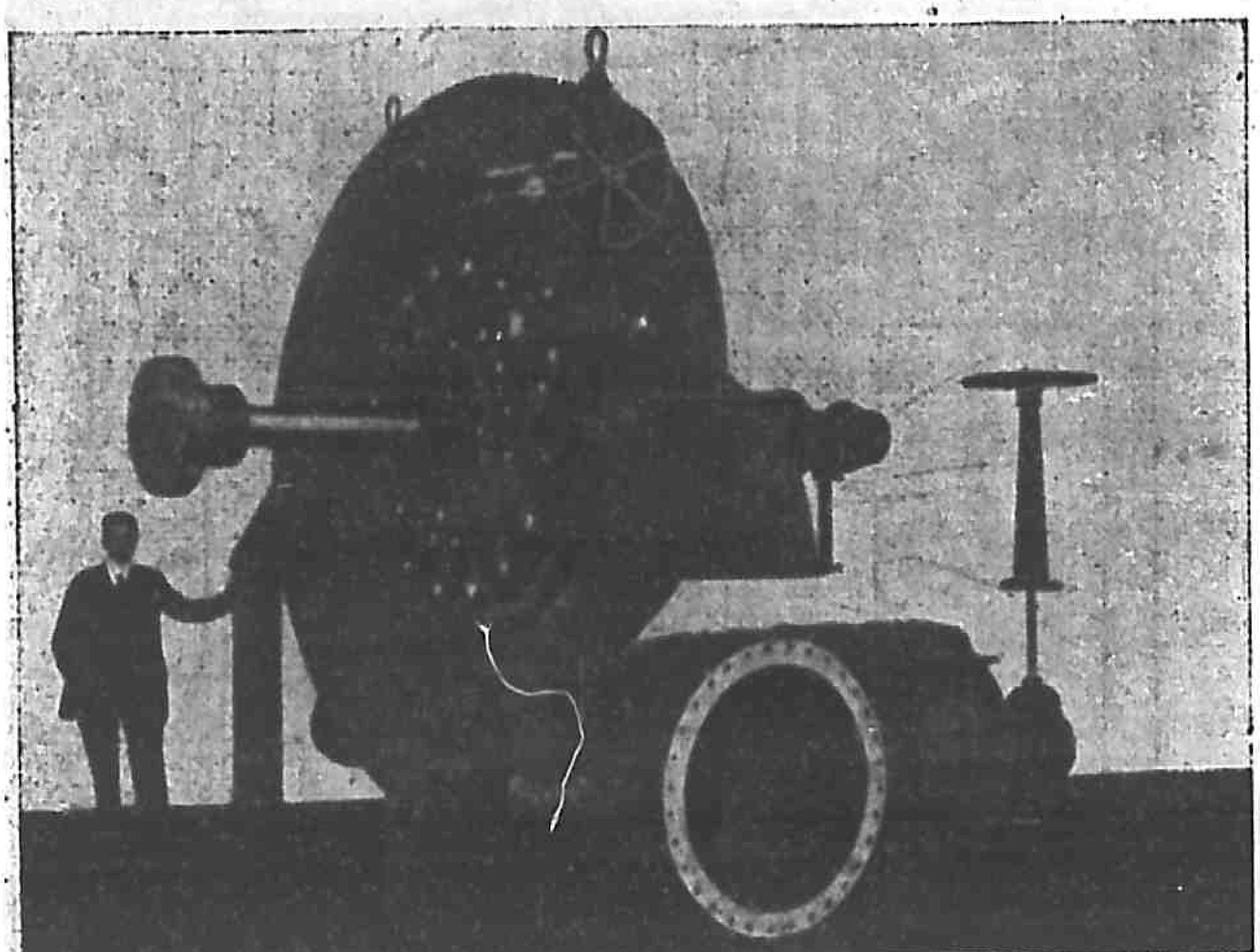


圖 181 螺旋形渦輪機,示出主要的門形活門,導葉的移動環和鏈,及排水管.

圖又示明用金屬箱代替水泥所作成的箱,但箱,導葉,和轉子的相對裝置,以及水經過牠們流動的情形,無論鉛直或水平全是一樣的其不同點純粹是屬於機械上的.

在水從箱經過轉子至排水管的過程中,洩漏是不能避免的,但使轉動轉子與箱中間有一小餘隙,可以把這樣的水漏減少到合理的限度以內.圖 182 的構造,乃添一螺旋形路徑使水通過,可以把此種水漏減至最小.

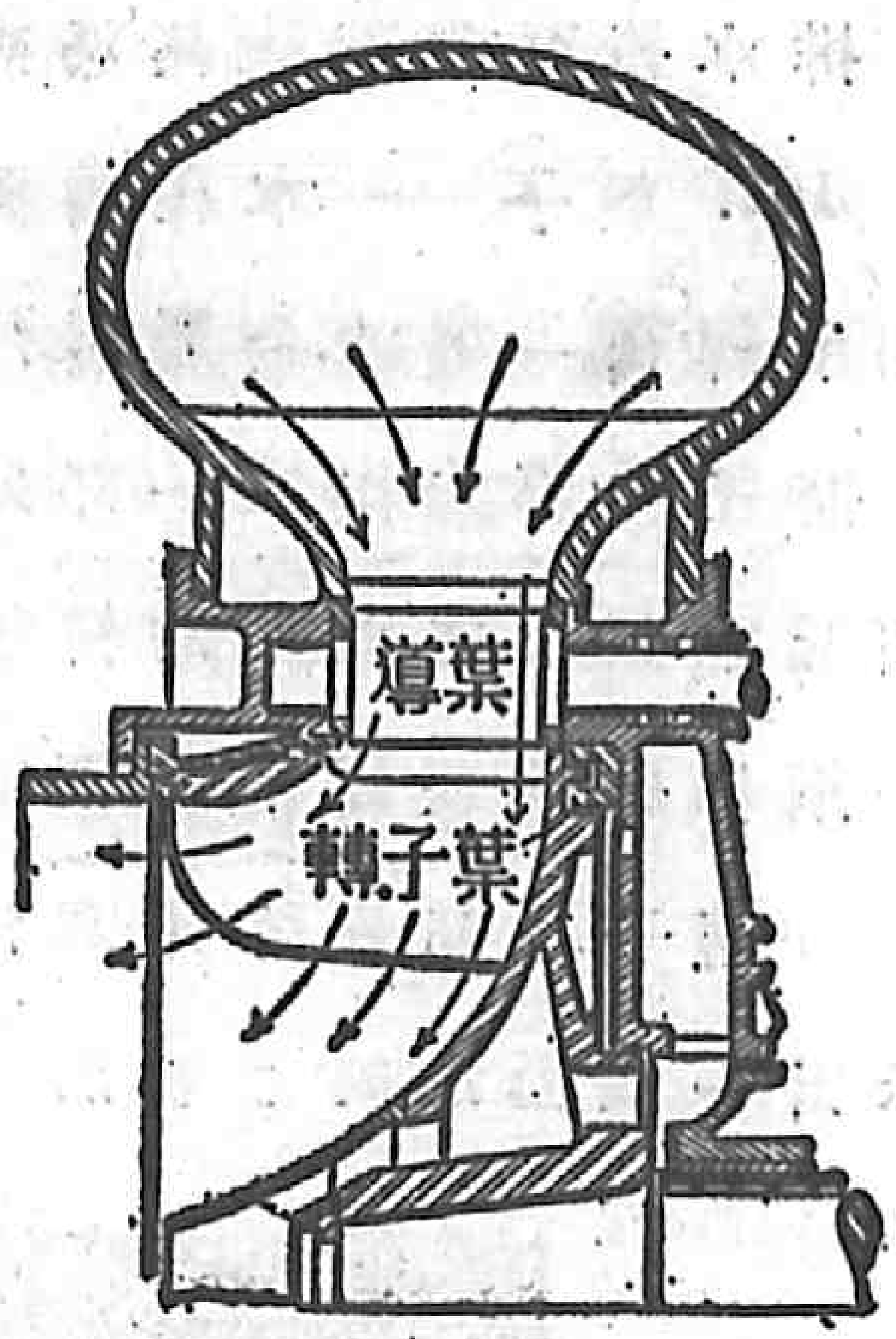


圖 132 螺旋形封箱

另外一種水平軸輪機的安排,在圖 183 可以看到.此種特別形式是屬於露天水溝的,而如此


圖 183 用於露天水溝帶圓筒門的輪機

安置,爲的使水完全環繞起來,與在圖198所示之鉛直軸輪機的形態相仿.水通過駐立導葉流入轉子,轉子正在中心.在圖183有二轉子裝在同一軸上,將水放至一公共排水箱內.由排水箱再向下流,經過排水管而至尾溝.

147. 轉子——水在輪機內作功的部分叫做轉子.轉子可以由銲在一塊的金屬零片作成,但平常牠們是鑄在一塊的.有時把牠們先作成一部分一部分的,再用螺旋釘釘在一塊,在低水頭下之大型的轉子.是應用鑄鐵的較好的轉子是用青銅作成的.在高水頭下有時用鋼的.

轉子各部分的比例和外形上都有相當的差異.圖184示出一種極端的形狀,而另外一種極端的形狀,在圖186,187.

圖184

及 188 示出. 注意在圖 184 和 187 的轉子,雖然大小差得很遠,可是發生的功率相同. 這是由於較小的轉子,用在甚高的水頭下,結果,就得同等的功率,只須放少量的水即可. 而在圖 186 示出一更大的轉子,但所發生的功率比其他任一個都小,因爲牠所使用的水頭更爲低下.

在圖 184 的轉子,其並軸寬度相當直徑的部分,較在圖 186 所示轉子的寬度相當直徑的部分,小得甚多.

有時轉子是雙放水式的,如圖 185 所示,這與兩個單放水轉子排成背對背相等. 這樣一種輪機必須有二分離的排水臂.

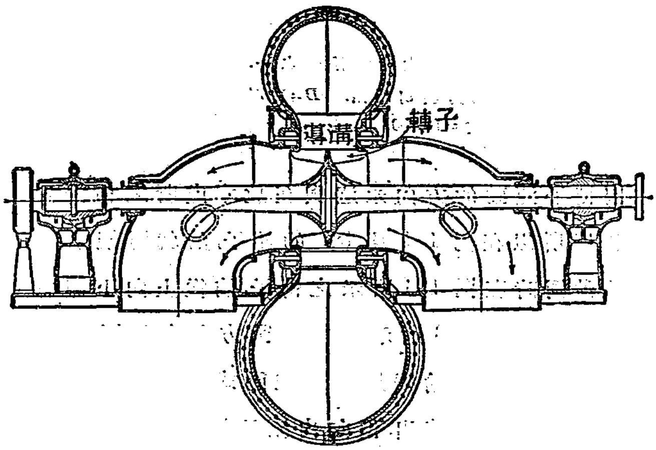


圖 185 雙放水輪機

輪機轉子的虛直徑 D,即圖 190 (a) 和 (b) 所示,而不一定

是最大的值.這就是在圖 186,的這種名稱下所標出的因次,但最大直徑是17呎7吋.

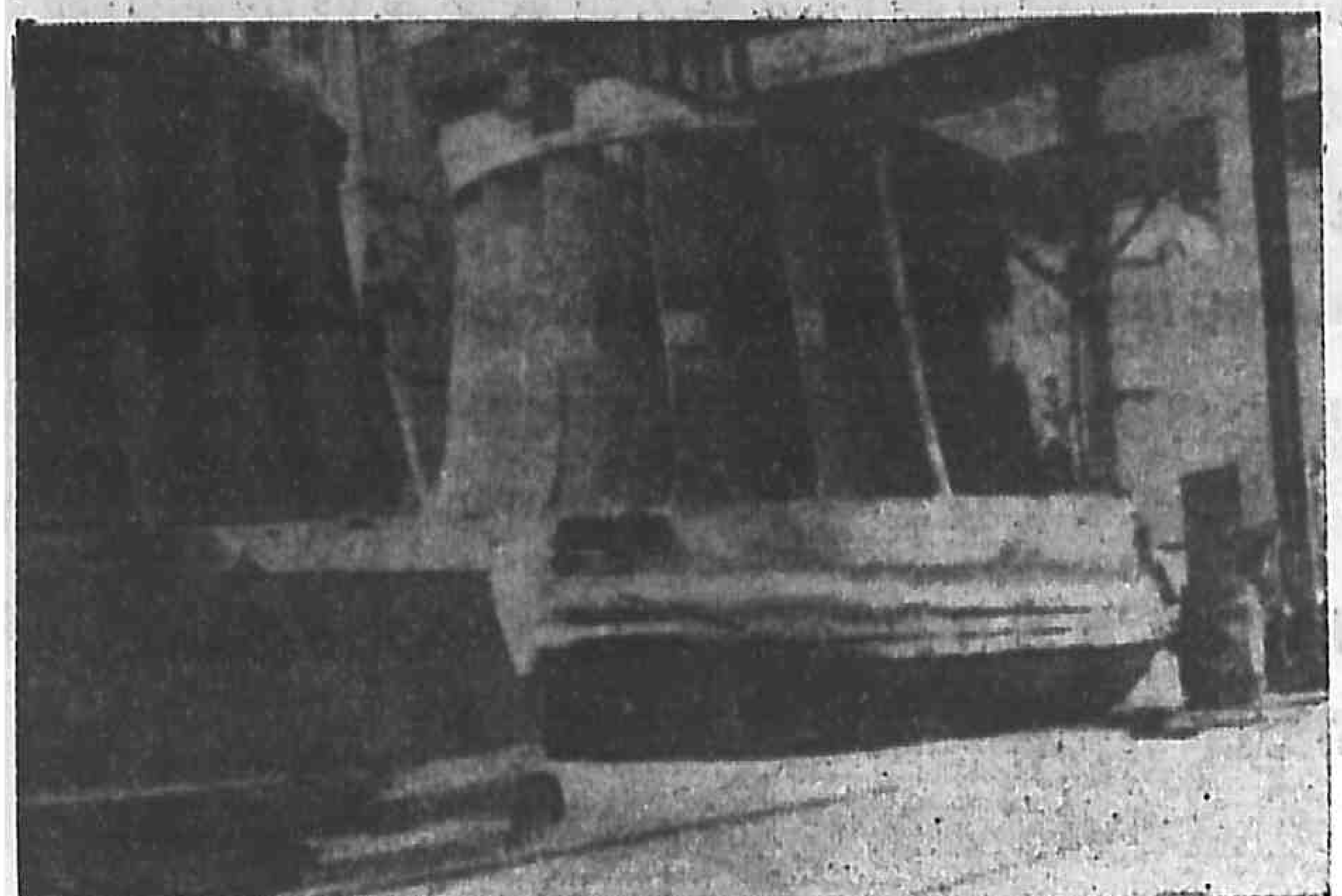


圖 186　世界最大輪機轉子之一.栖得渤製造廠及動力公司所用. $D=143''$; $h=30'$; $N=55.6$; $Hp=10,800$.

因轉子運動的方向永遠與在放水處所之相對速度的方向相反,所以在圖 184 及 187 的轉子,如就圖觀看時.將逆鐘針轉動,同時在圖 186 所示之轉子,倘從上向下觀看,則係順鐘針轉動,在圖 188 所示的其轉動方向亦相同.

第一個反作用輪機是向外流動式,卽水從轉子的內半徑流入而向外半徑流出.但向內流的這種,在現時是惟一比較重要的,其他的一切已被淘汰,因爲都有一些不便利處,最主要的是在機械的構造上.

向內流的輪機轉子,是由龐思勞特(Poncelot)在1826年所設計的,但第一個製造並得專利的卻是赫德(Howd),時期是在1838年.在1849年,夫朗西斯製造了一對純粹幅射內流輪機,雖然是模仿赫德的專利品,但他所製的在設計及製造方面都精緻得多.因爲他對於這些輪所作的十分精密的試驗是人所共知的,於是他的名字就和牠們發生密切關係,並且近代的內流輪機卽名爲夫朗西斯輪機,縱然這些輪機與他原來的設計有着可觀的差異,那原來的卽圖189所示,是一種純粹幅射流動的.

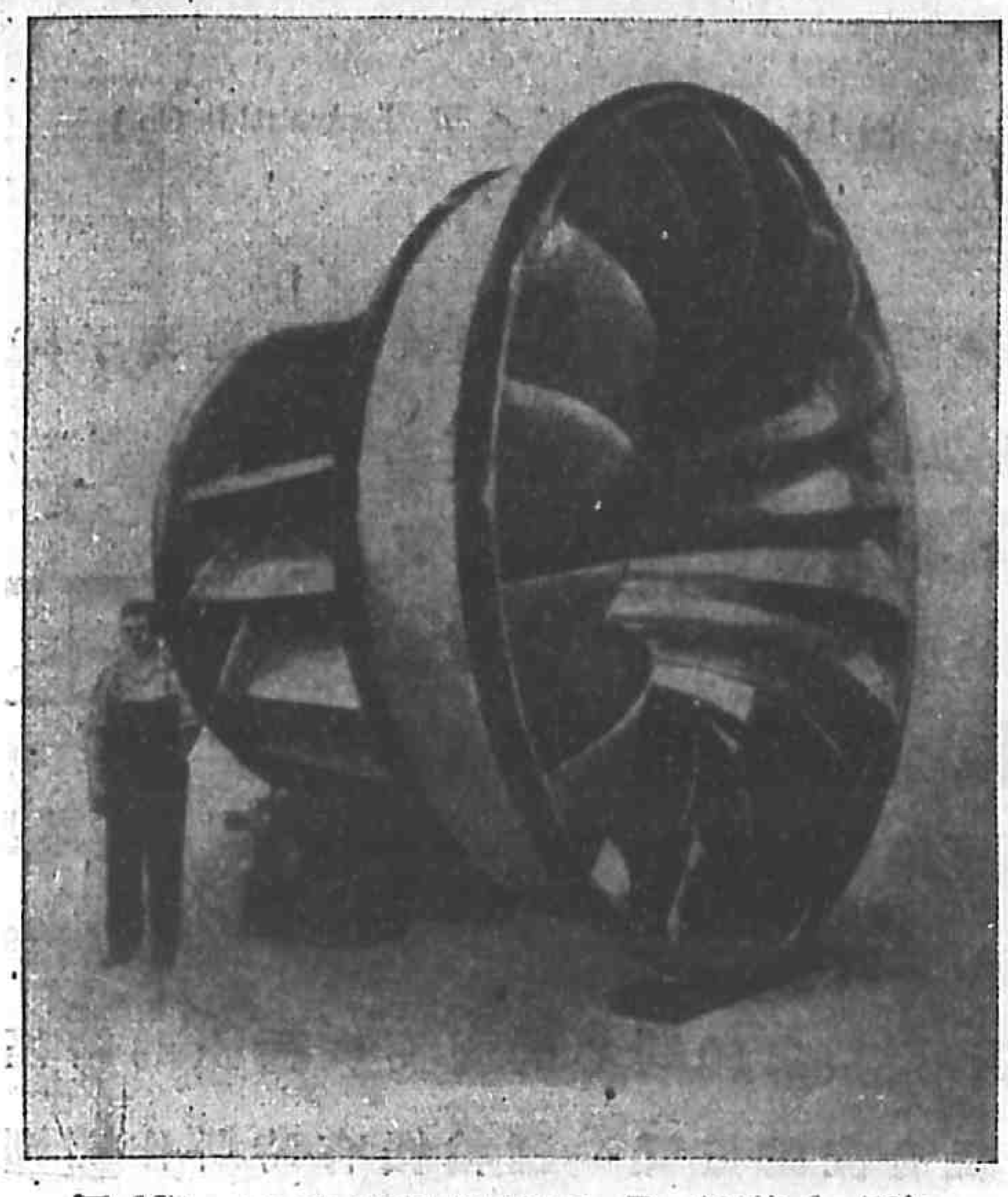


圖 187 高速度輪機轉子. $D=102''$; $h=76'$; $N=120$; $Hy=20,000$.

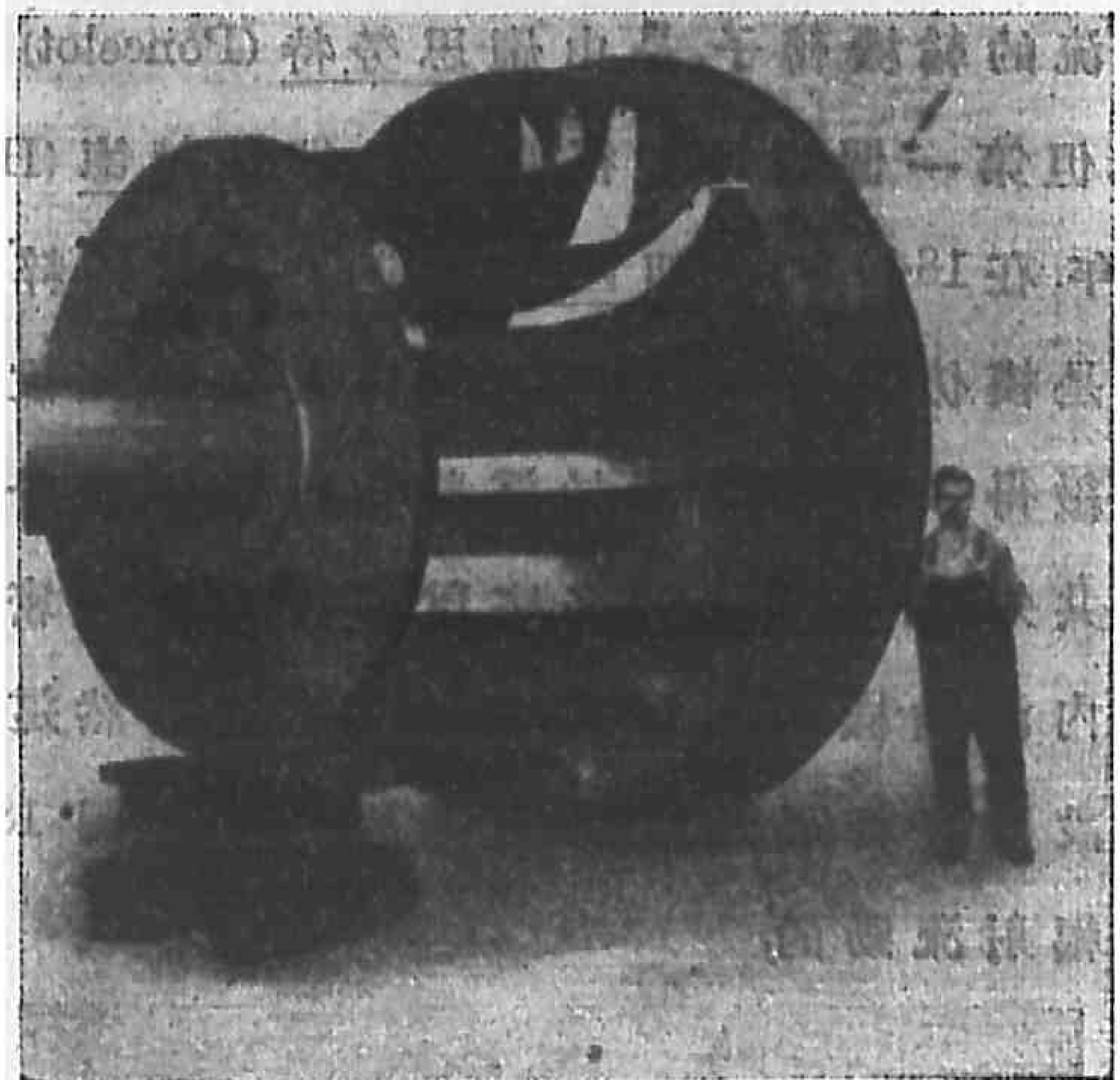


圖 188 老潤合得公司 (Laurentide Co.) 的輪機轉子.

輻射流動即水的一質點在流經轉動轉子時,永遠在與轉動軸垂直的一平面內,所以牠的位置只對牠距轉動軸的距離變更.近代輪機的改良,是希望使水流入轉子時係以"輻射"的流動,於是再轉變流動的狀態,使牠的速度中有與軸平行的成分.其實至少有些水質點,在牠們到達輪葉的放水稜以前,要循與軸同心的圓筒表面上的路徑流動,這就是所說的混合流動.這樣一種輪機,有時叫作美國式的輪機,雖則夫朗西斯這名詞普通是拿來概括一切的內流水輪的.

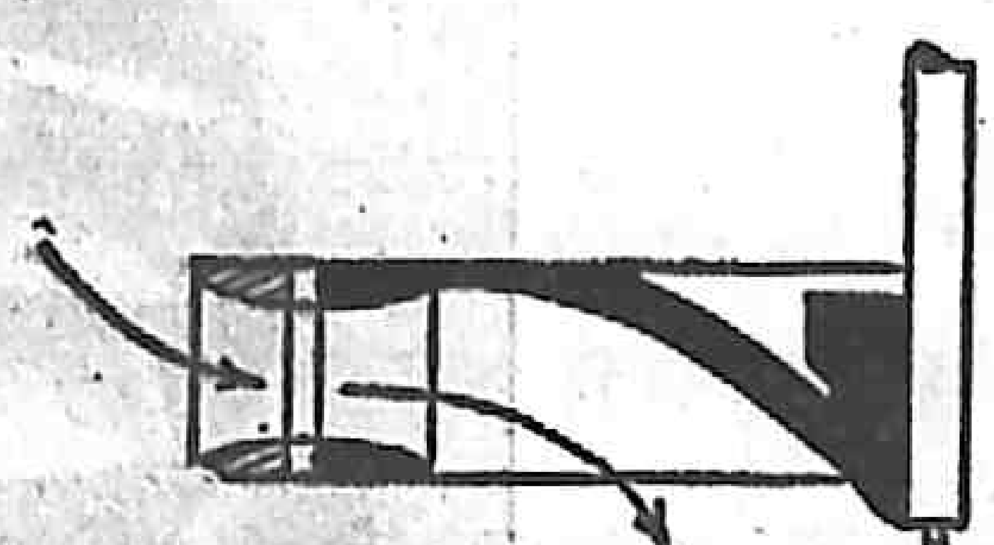


圖 189 夫朗西斯輪機

在圖 184 及 190 (a),可以看到在現時實際應用中,頂近似輻射流動的一個轉子,同時在圖 187 及 190 (b),可以看到混合流動的轉子.

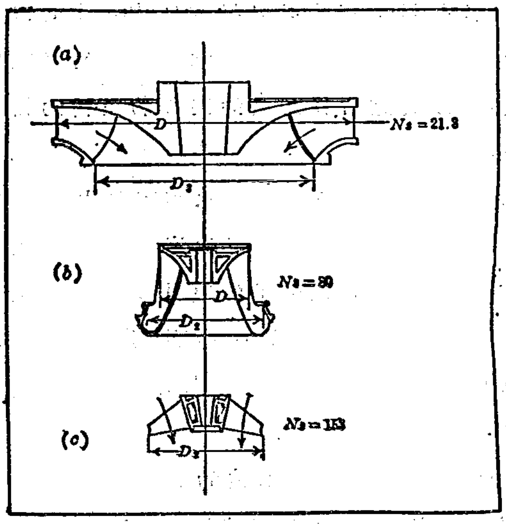


圖 190　在同一水頭下有等功率的夫朗西斯和推進器式轉子的相對大小.

圖 190 (b),是這種輪的變形,因爲需要較高的功率及速度.就一特定水頭說,較高的功率需要較大的直徑,但較高的轉動速率需要較小的直徑.爲適合這種矛盾的需要起見,所以必須修正圖 190 (a)所示之形式,使直徑減小以便獲得較高的轉動速率,而同時增加與軸平行的因次,以便保持其容量.另外的幾種變更,在此略圖上沒有和這些變更一同示出,

所以在同一水頭下,有同一功率的轉子,在外形上,和關於牠們的原轉動速率,實在可以相差頗遠.因在低水頭下,更希望有較高的功率和速率,所以目下曾產生出圖 190 (c) 所指示的一種新形式,這種形式叫做推進器(Propeller)式,因為在相當限度內,牠像一個船的推進器.水流經過的路徑實際是並軸的,即各個水質點所移動過的路徑,約距輪的轉動軸線一不變半徑.

在圖 190 內,各轉子在同一水頭下發生同一功率,但牠們的大小有如所示之不同.實轉動速率與 N_s 所代表的數值成比例.但是,與其說 N_s 是轉子的實速率,不如說是指明輪機樣式的一種因數來得恰切.雖叫做"比速"(Specific speed),可是牠所包含的有水頭,有功率,並且也有轉動速率,這在 171 節可以看到.

圖 184 所示的轉子,雖則牠的實速率有 360 r. p. m.,可是仍說牠是一種低速率轉子,同時圖 186 所示的,可以叫作一種高速率轉子,縱然牠的速率只有 56.6 *r. p. m.* 但這些名詞的應用是相對的.如是,倘若製造一個第一種輪機,使牠在同一水頭下與第二輪輸出同一功率,那末,牠的轉動速率將只有 17 r. p. m. 因此,我們前種叫把做"低速率",後種叫做"高速率"的名詞,可以看出是適當的.就物理的觀點說,在圖 186 的輪機所用水頭之下,如果能夠用一柏爾屯輪和牠輸出同一功率,則這輪的速率將只有 3 或 4 r. p. m.. 如是可以看到,柏爾屯

輪的速率,甚至比任何反作用輪機的還低.倘實際遇到的眞正轉動速率較高,便是因爲這樣的輪被用在較高水頭之下的綠故.

148. 水門與節速——通過輪機的水量,用水門來調整,水門有數種,如圖 183 所示的是圓筒狀門.在那類輪機內,環繞轉子的導葉是絕對固定的.在這些葉片端和轉子的中間,有一金屬圓筒可以沿主軸的平行方向滑動.倘若在某一方向移動,牠容許水流入轉子,並且可以移動得非常遠,以至在導

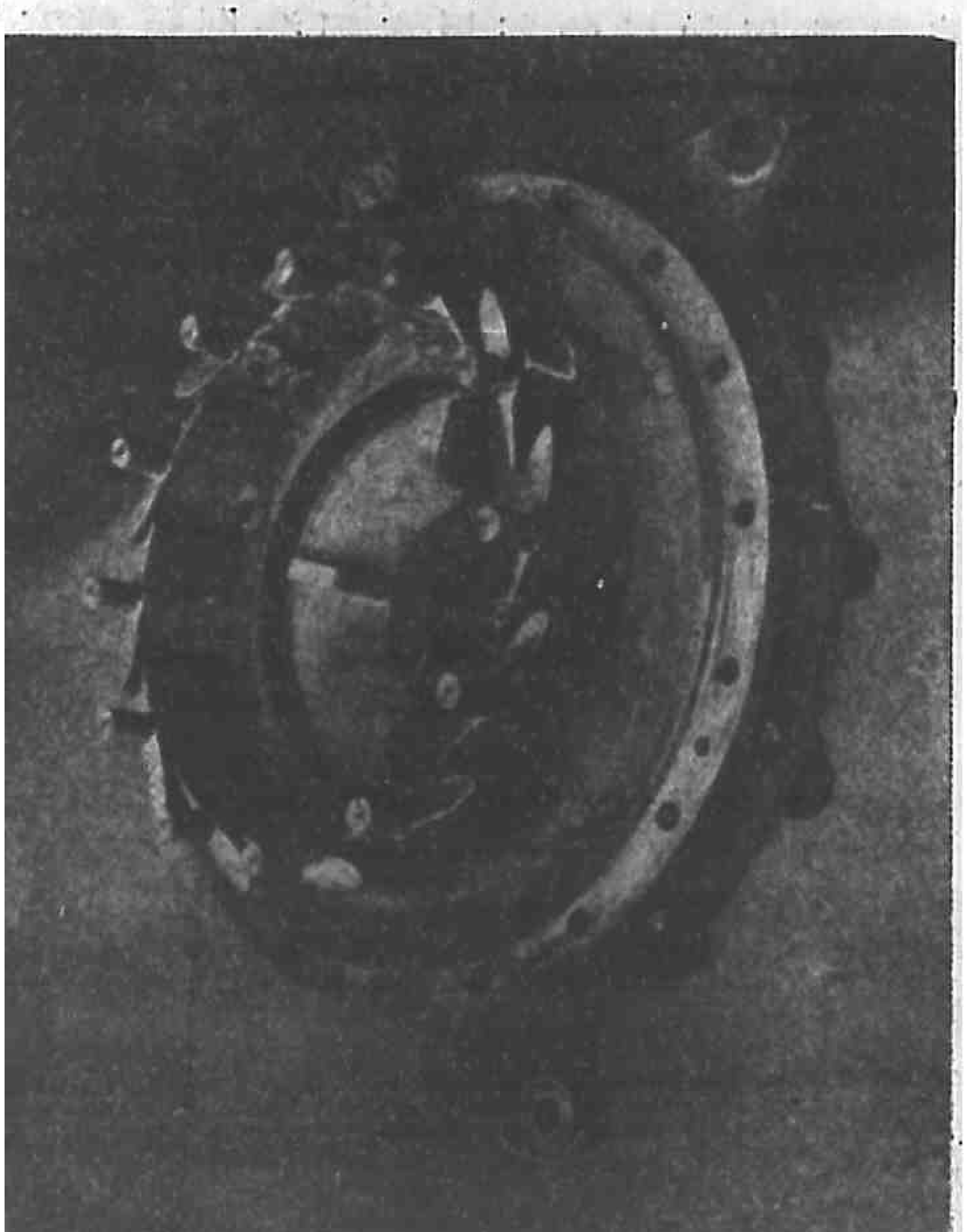


圖 191 側開水門或擺動水門

葉和轉子間絲毫不發生妨礙.倘在另一方向移動,牠便能完全把水截斷.此種調整方式使輪機在"半開水門"(Part gate)時效率較低,半開水門這名詞,即表明輪機在滿載擔負以下轉動.但這樣格式的水門使輪機製造時有較少的耗費.

只就效率說,較好的門是圖 191 所示出的這種.這種水門的導葉本身可以移動,並且在依牠們的軸轉動時,牠們可以變更水流通過的面積,這就是說,角α_1是變更的.這種水門即所說的擺動水門,側開水門,或螺旋導葉.牠們比圓筒水門構造上比較費錢,但如目的在用水經濟,則這種水門優良得多.

在圖 192, 又可以看到裝在輪機上的一些可移動的水門,其轉子係裝在中心的空間內.

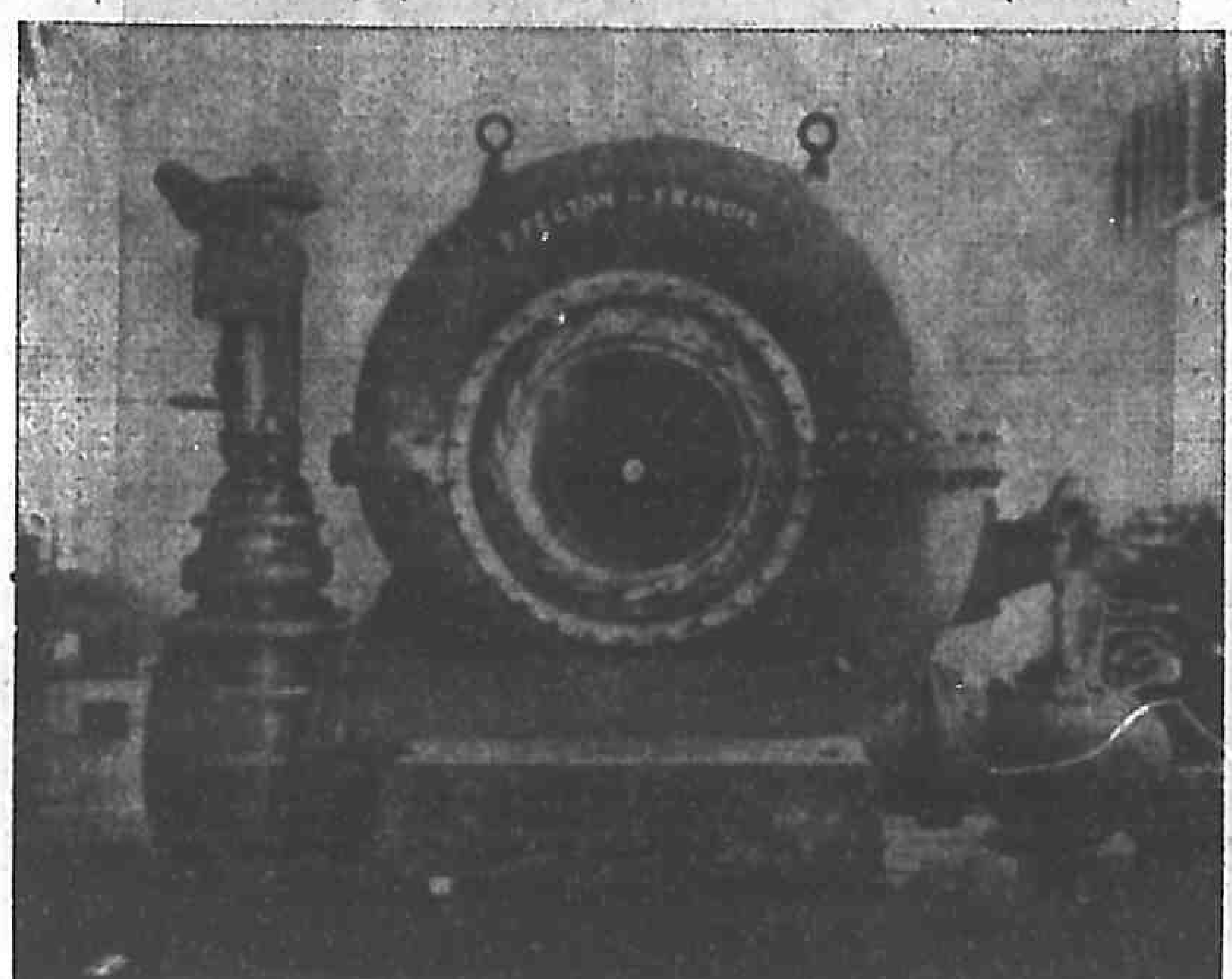


圖 192　示明擺動水門的螺旋轉輪機

擺動水門由移動一"移動環"(Shifting ring) 來運轉,各個門扇都用鏈和這環連接着.在圖 193, 可以看到由節速器連至此環的桿,所以當牠以輪機的軸爲轉動中心而稍行移動時,各個門扇便轉動一個相當角度.連接門扇至此環的鏈,在圖 194 能比較明瞭的看出來.

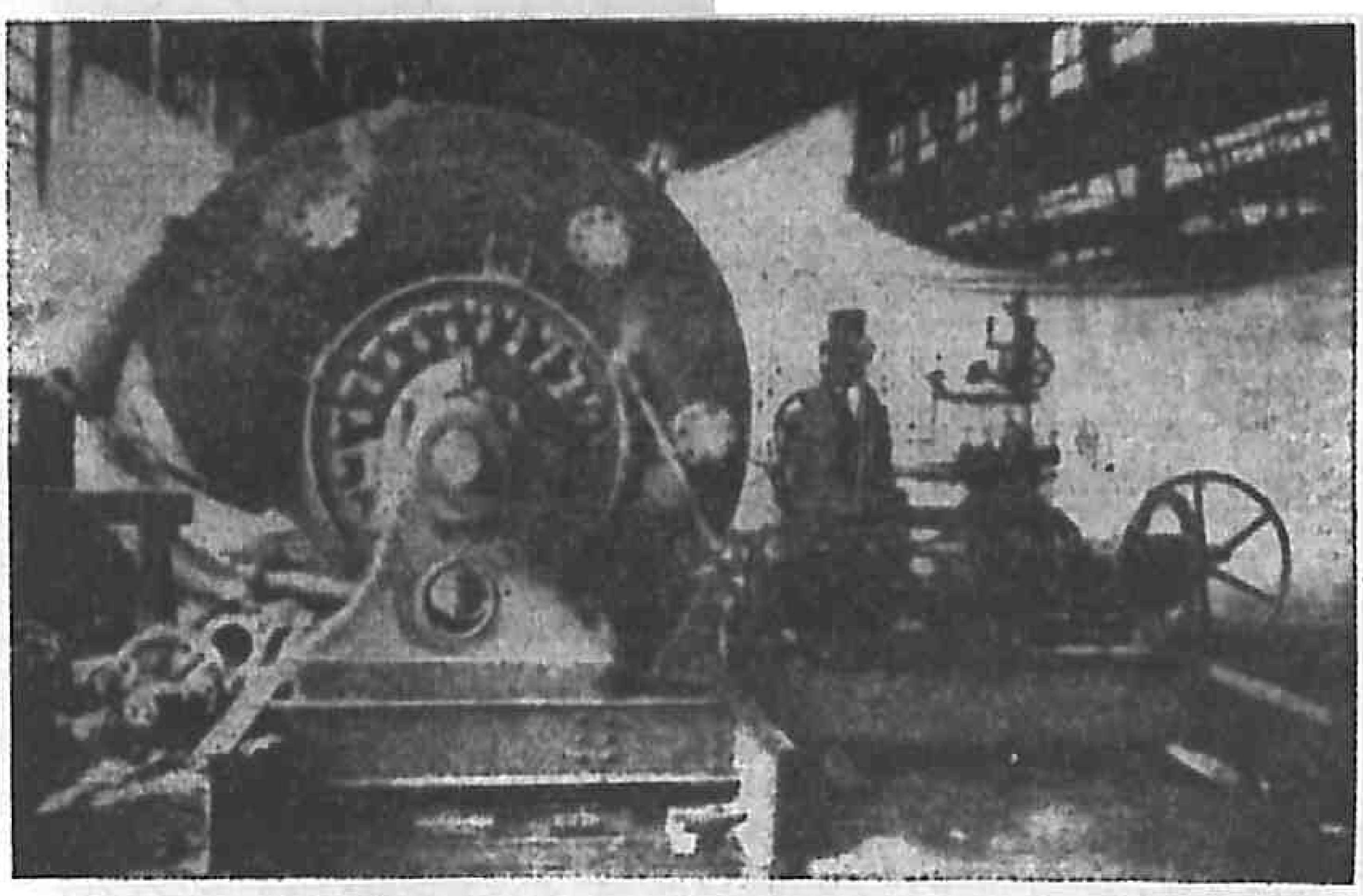


圖 193 運轉水門的移動環

反作用輪機的節速問題與衝動水輪類似.當節速器關閉水門時,即減小通過輪機的放水量.爲避免在管線內發生水衝擊起見,須備有副路使水流出.平常實用的方法是用一保險活門,就像圖 195 右邊所示的.當節速器關閉水門的時候,同時牠卽把保險活門打開,從管內流下的水於是經此管沿放水管洩至尾渠.這種保險活門的作用,在圖 196 可以看到.

節速器和保險活門的連接,平常不很堅牢,目的在使保

險活門慢慢的關閉,以便防止水的白費.

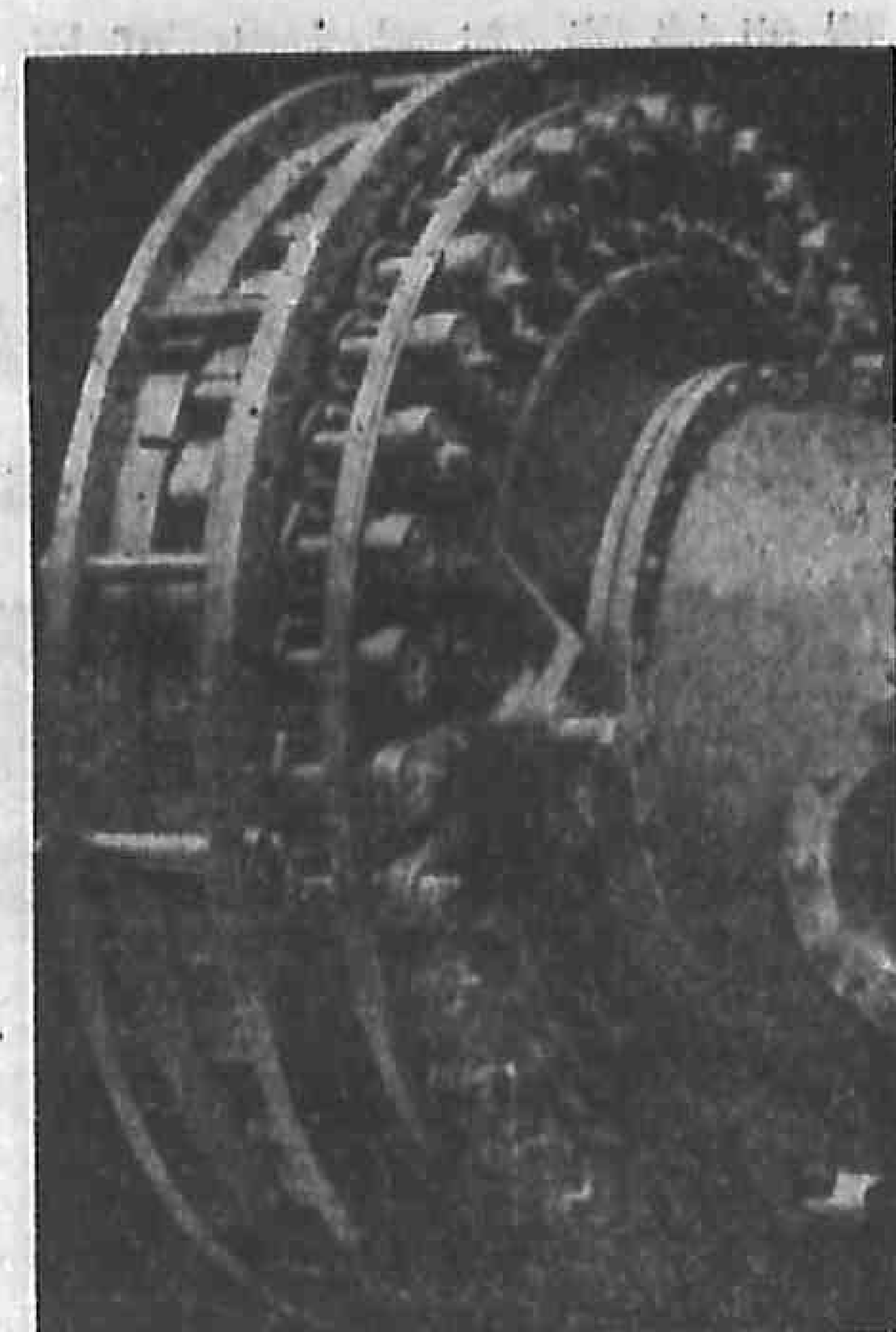


圖 194 擺動水門

149. 排水管——排水管可用鉚合鋼板作成,如圖 196,或者可以嵌在水泥裏邊,如圖 199,水經過排水管後即從輪機流入尾溝.排水管應當毫不透氣,這樣則在牠裏邊能有一部分眞空存在,於是對於轉子放水的那邊能產生一種"吸力",可以補償轉子在尾溝水準以上之高度.由應用排水管,能把輪機裝在水準上適當距離而不致失掉任何水頭.

但這不是排水管的惟一功用.水從轉子流出時的速度表明動能還沒有完全利用,這種損失要使輪機的效率降低,如將排水管作成發散式,則在牠口上的速度便比水從轉子流進時的小得頗多,因此最終所損失的動能可以大減.有幾

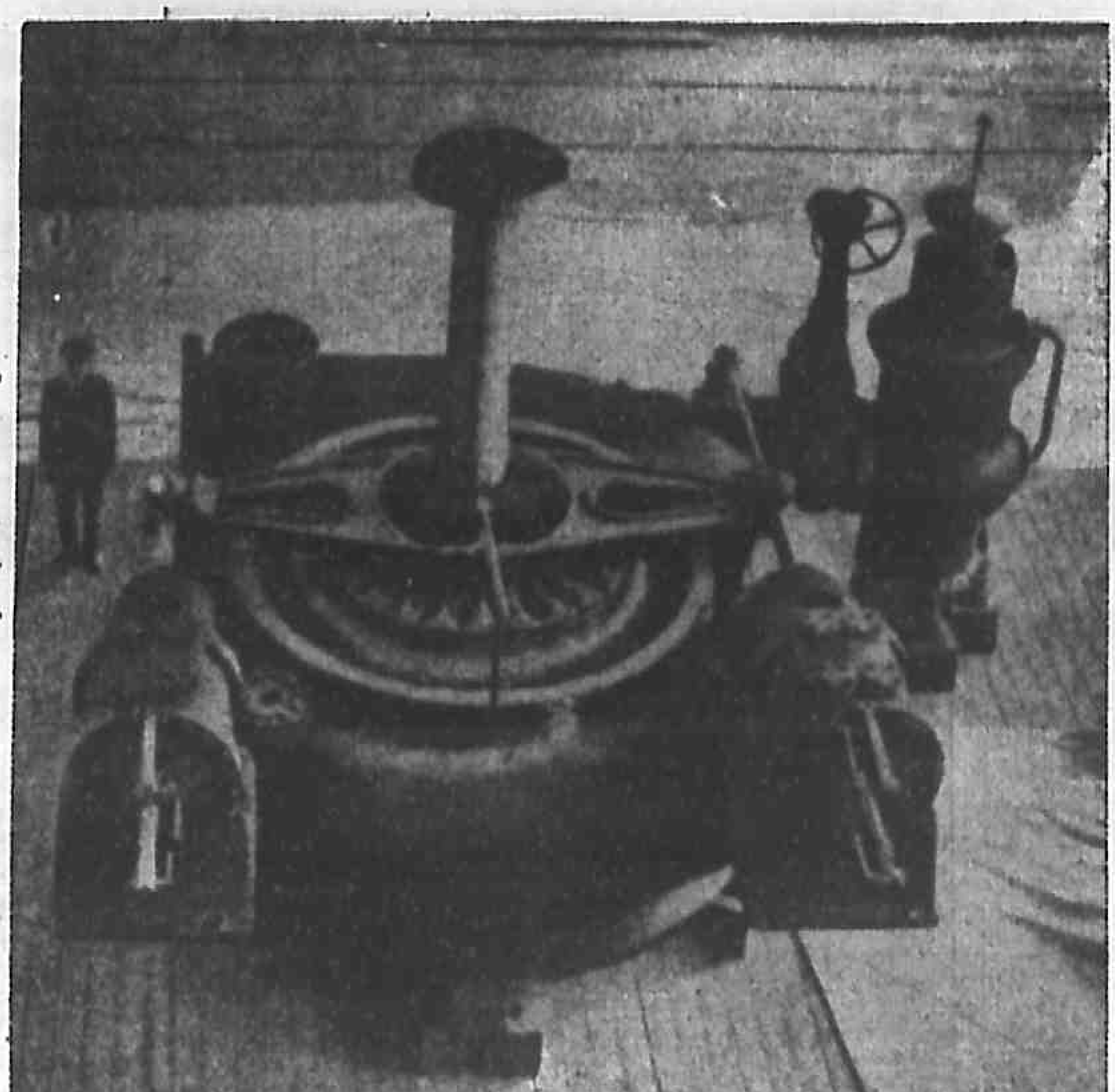


圖 195 塔管拉瀑布的輪機.示明水門機構.及保險活門.
$h=580'$; $N=514$; $Hp=19,000$.

種輪機的轉子,需要使水排出時的速度較高,而這樣的輪機如果不用合適的排水管,則效率不好.平常所用的發散率係這樣保持,即這圓形管由一圓錐體的截體所作成,而圓錐體的頂角是8度.著者所作的實驗,指明較大的角也可以使用.就一特定發散率說,管越長水的動能減小越多.所以在數種情形之下,縱然轉子可以安置在距水準很近,仍需要有一長排水管.

由排水管的功用,把牠看作輪機的一部分是正當的.把輪機和排水管當作一個單位,可以看到由管口失去的動能

圖 196 保除活門打開時的洩水情形

越小,輪機的效率越高,如是證實了前段的敍述.但是,說排水管使輪機多輸出功率,而不考究排水管對於在轉子出口的壓力的效應是不會明瞭的.排水管內的損失與排水管的放出損失越小,則從轉子放水處的壓力也越小,如是即增加轉子上的有效水頭.

在低速率輪機於滿載擔負時從轉子放出的水,卽使發生轉動也極小,但在其他水門的開口,水在排水管內除與管軸平行流動外還要轉動.而在近代的高速率水輪,無論在何種擔負之下,在排水管內永遠有一種渦流狀態.如是,形成類

似136節所描述的自由渦旋的狀態.爲保存並有效地變換速度的渦流成分,可以用圖136所示的這種排水管.在數種情形之下,如機械構造容許時,常須使此內圓錐筒伸長到轉子的附近.按照136節其理由是當半徑減小時,渦流的速度增加,因此壓力減小但不能降低到水的汽壓以下,而結果形成一種不穩定和奔流的狀態,這種狀態,添一固體核心可以避免.所以當水在管底散開時,與第136節所敍述的情形相同.

與謨提(Moody)的"發散管"(Spreading tube)有類似效應的一種排水管,即懷特(W. M. White)的"水錐體"(Hydraucone)排水管,在這管內,錐體假定是由"死"水作成的.

150. 箱與座——排水管和直接與輪機連着的一切部分,

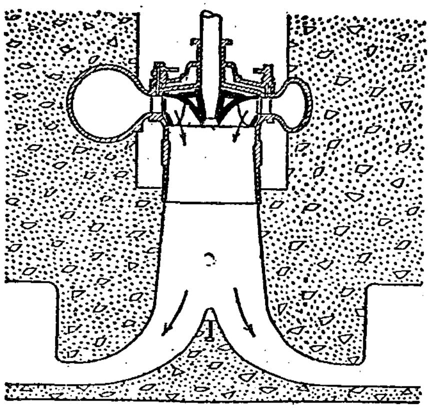


圖197 謨提的發散排水管

就叫做輪機的座.衝動水輪幾乎永遠安成水平軸,但反作用輪機可以有水平軸,也可以有鉛直軸.在低水頭下於最近實際上用的大輪機,大部分是鉛直軸,因為這樣可以滿足數種需要(註一).有時數個轉子可以裝在同一軸上,但近來的趨

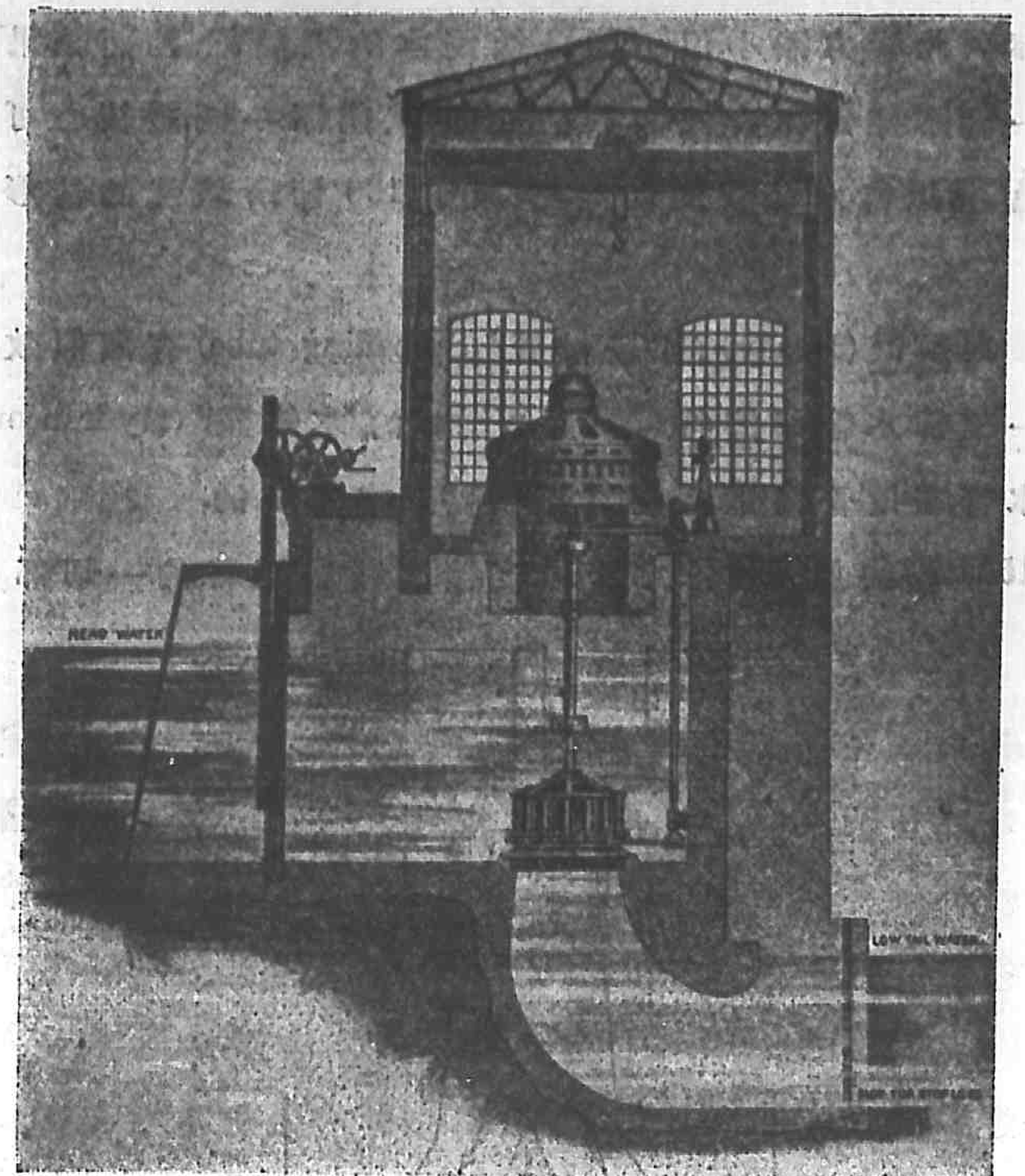


圖198 露天水溝內的反作用輪機

註一 Taylor, H. B.,"Present Practice in Design and Construction of Hydraulic Turbines" Can. Soc. Civil Eng., 一月,15, 1914.

向是避免這樣的構造,而用較大的轉子和較少的數目,如圖183兩個裝在同一軸上是一樣相宜.如在衝動輪機的情形下,兩個獨立的輪機可以連在單一發電機上.

在不滿20呎或30呎的低水頭下,如圖198所示之露天

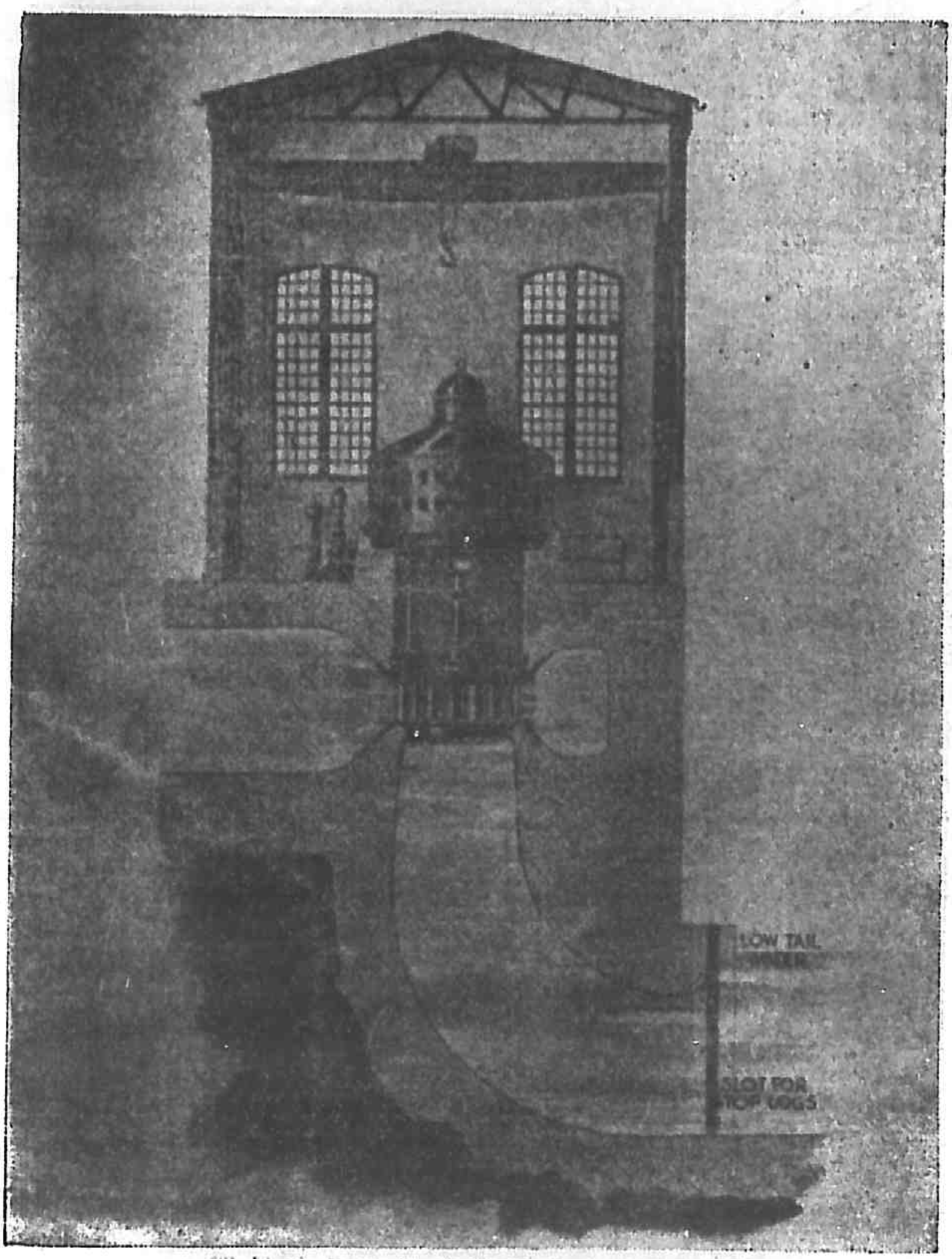


圖199 在水泥箱內的反作用輪機

水槽座就很夠了,但在較高的水頭下,這是不適用的.在低或中常水頭下,輪機可以裝在一水泥箱內,如圖 199,但是這輪機的作用和在前種情形下沒有什麼兩樣.在挨近輪機上邊的水沒有自由表面,但牠所受的壓力實際上和牠有自由表

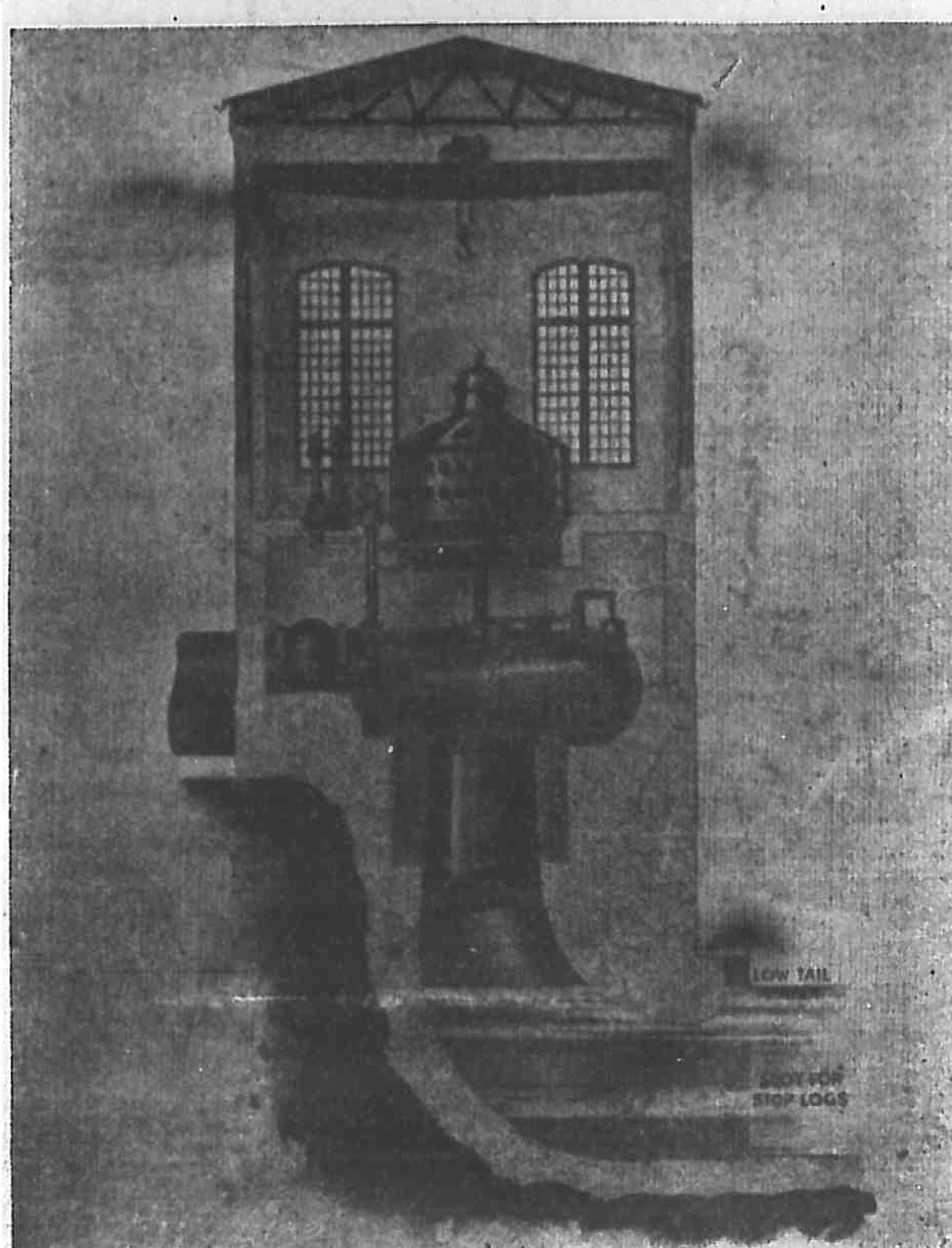


圖 200 在金屬箱內的反作用輪機

面所受的壓力一樣.惟一的差異是因水道的面積比以前較小,水接近輪機時的流動速度便稍高,如是,當水流入導葉的時候,便有一較小的加速率.在更高的水頭下,水泥箱不甚合

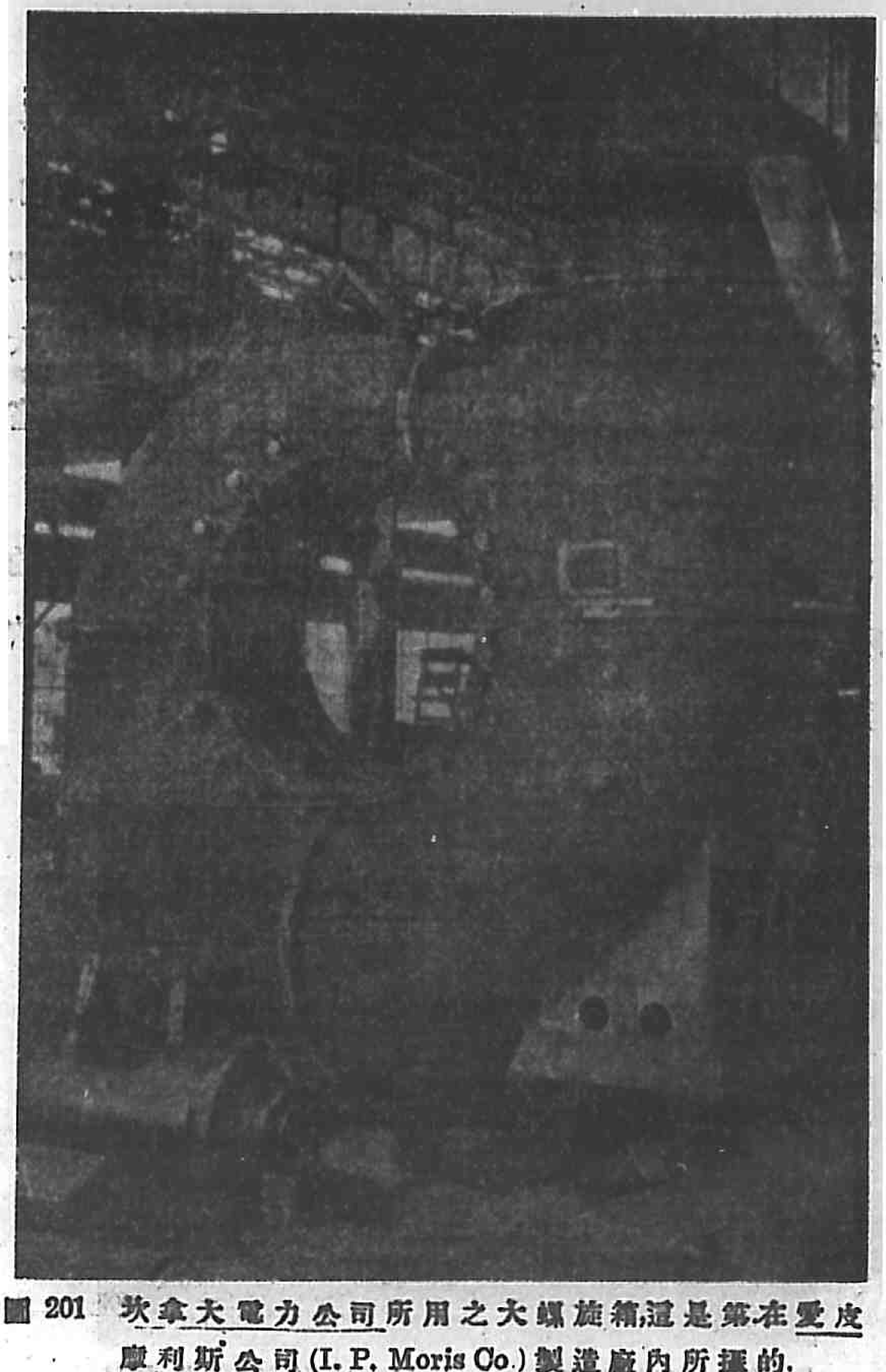


圖 201 坎拿大電力公司所用之大螺旋箱,這是第在愛皮摩利斯公司(I. P. Moris Co.)製造廠內所攝的.

用.於是,導葉卽被一金屬箱環繞起來,如圖 200 所示.在此種與其他兩種間的惟一差異,只就水力的觀點說,除水接近導葉的流動速度,因面積較小可以稍高外,當大部分是在外形上

爲使水在接近導葉時,可以有同樣速度環繞周界起見,螺旋箱是常用的,此種箱在圖 181, 192, 200, 及 201 示明.在圖 181 又可以看到,用來截斷水的主門式活門,比用側開門能夠截得完全,並且在右邊能看出排水臂的一部分.很大的箱如圖 201 所示,是由許多部分湊成的.雖則別種比較省錢的有時也應用,這種螺旋箱認爲是最適用的.

圖 202, 給出一大輪機的進水口的一角,這輪機的座與圖 199 所示的相同.在這樣一種座內,轉子和導葉可以用一套駐立葉環繞着,駐立葉也叫做"速度環" (Speed ring) 如圖

圖 202 在基歐卡克(Keokuk)地方的輪機進水口

203 所示.支撐上冠板和牠的擔負的柱也作成類似導葉的形狀,這樣可以減小渦旋損失,又可以使水流入眞正導葉時有恰當的方向,在圖 204 示出一高水頭下的輪機,牠的軸是鉛直的.

151. 負務條件——反作用輪機在低水頭下負務最適宜,特別就大功率的說.牠們用在數百呎水頭之下也可以很滿意.反作用輪機所曾用過的最高水頭是860呎.而在800呎上下的水頭下用的倒有好幾個.

所製造的最大功率輪機,在 213 呎水頭下可發生 70,000 馬力.這些全是在奈阿加拉瀑布的力廠所用的,其單獨轉子而軸是鉛直的.在目下正用着的輪機,數目很多,牠們的功率

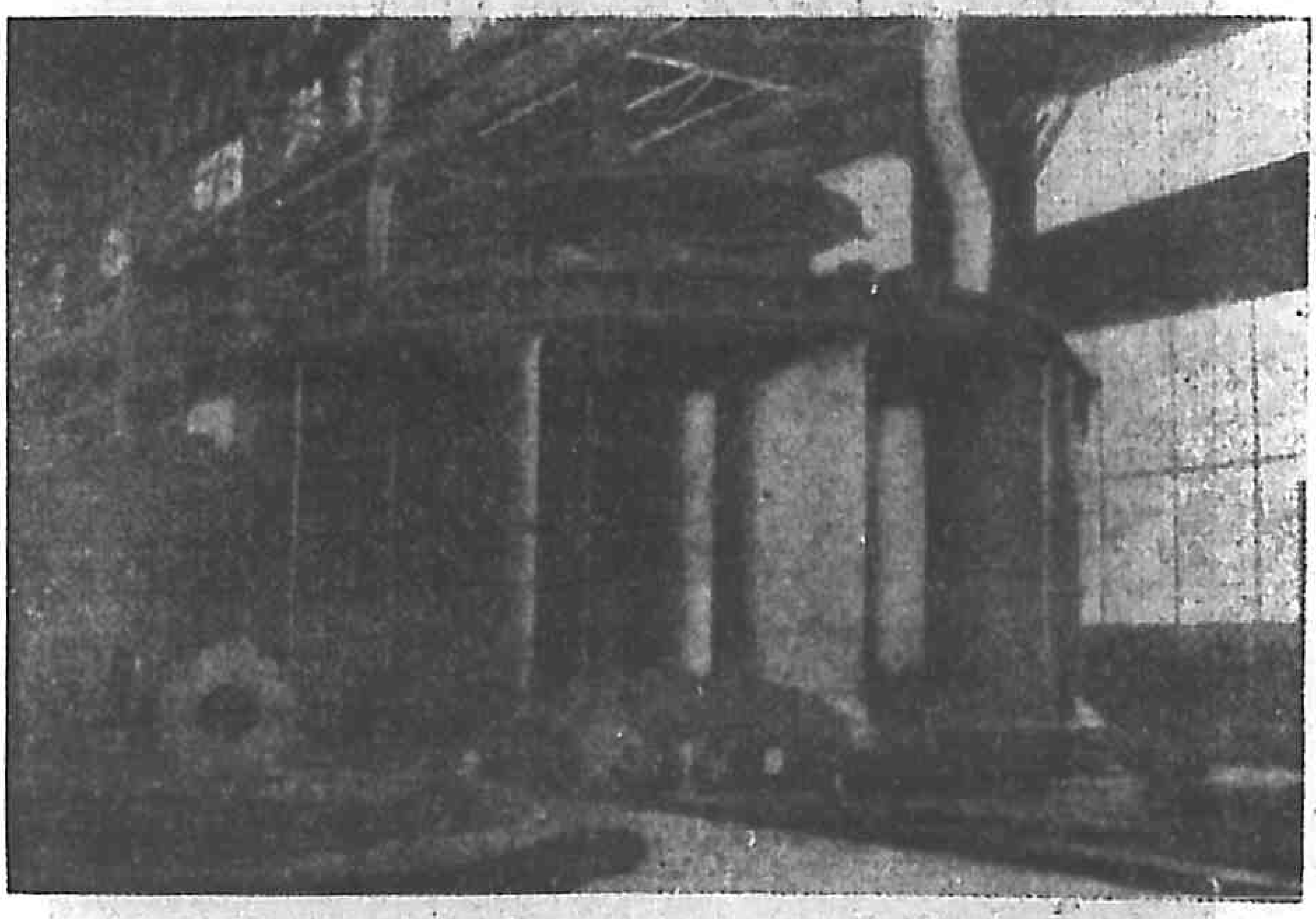


圖 203 坎拿大電力公司所用之速度表,在愛皮廉利斯公司製造廠內所攝.

從20,000至30,000馬力.

但輪機的功率不僅與牠的大小有關,而且與牠運轉時所用的水頭有關.如是,最大功率的輪機可以不比其他發生較小功率的輪機大,因爲牠們是在低水頭下運轉的.在數年前,最大的轉子是在西達拉彼茲(Cedars Rapids)所用的,其中之一卽圖186所示的.牠們稍大於在基俄卡克的.在現時世界上大最的轉子,同時有70,000馬力的最大功率,是在奈阿

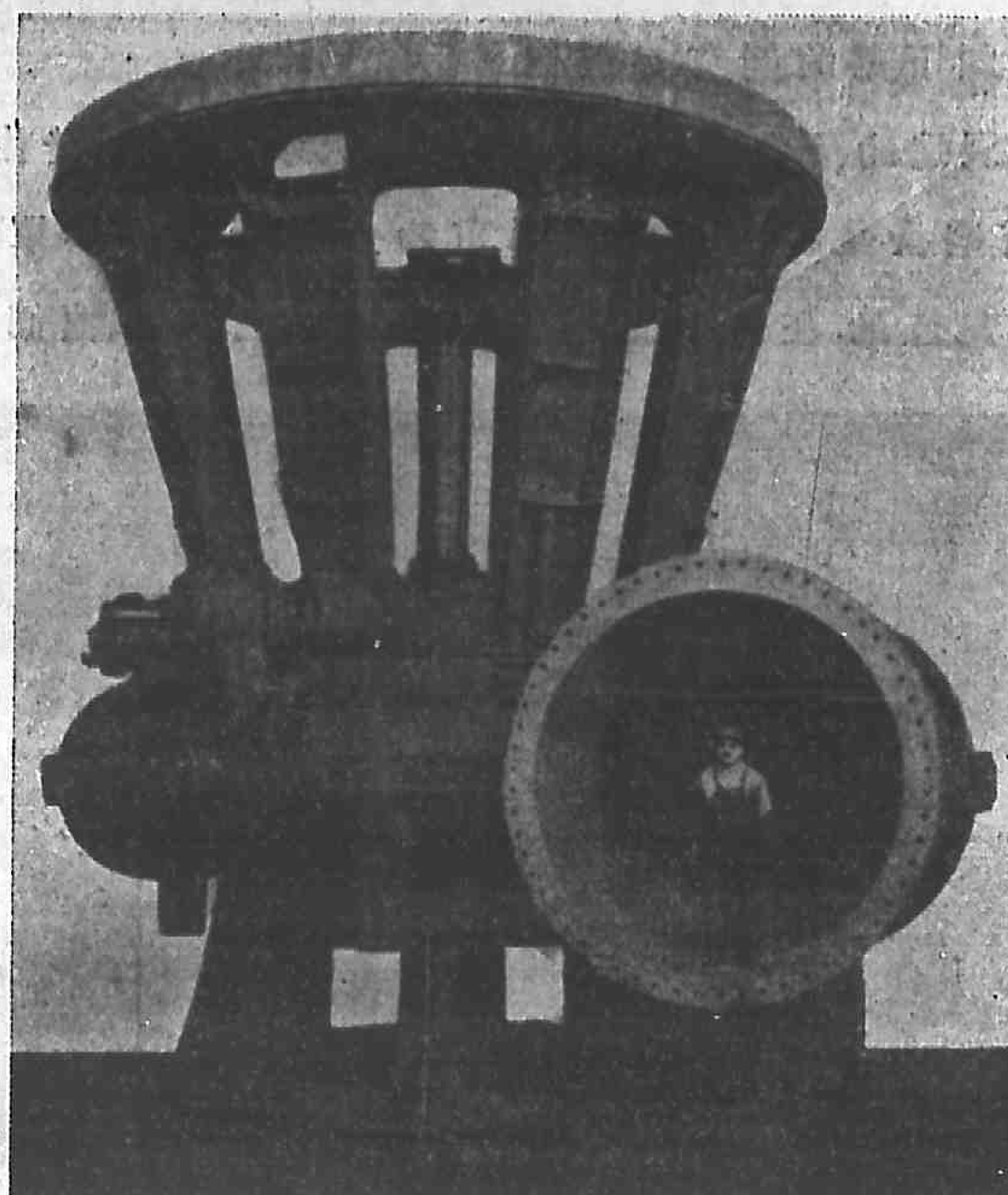


圖 204 大瀑布所用的鉛直軸螺旋箱輪機.
$h=150'$; $N=200$; $Hp=15,000$.

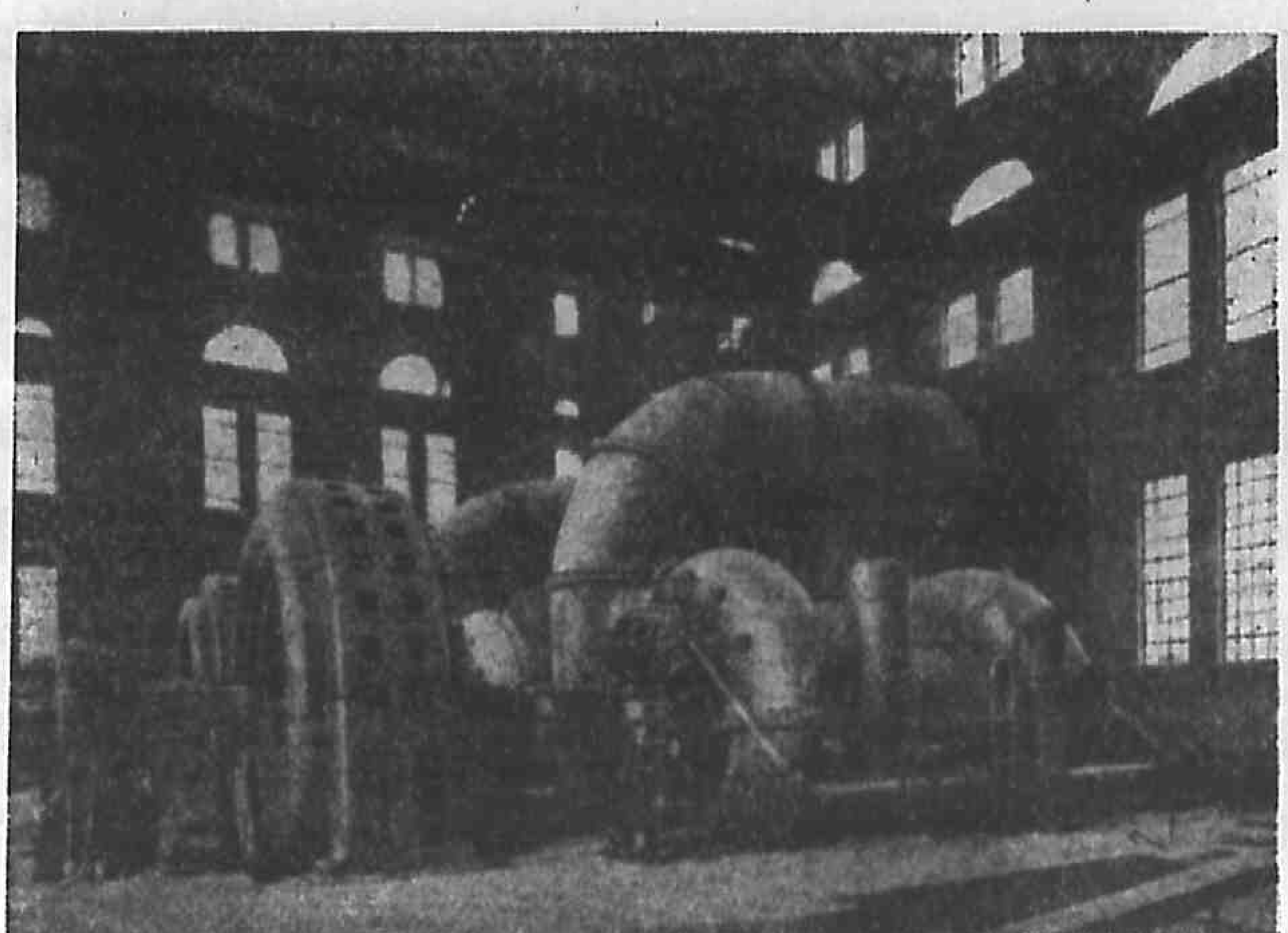


圖 205 華盛頓水力公司兩個22,500馬力的輪機,
速度200 r. p. m. 水頭168呎.

加拉瀑布的轉子.這些轉子的直徑是184.75吋,重5噸,在進口約有6呎的高度.

第十四章

水力廠

152. 水力廠的要項——一完備水力工程,除去機房和機房內的一切設備外,還要有一大部分建築及設備;這些建築

圖 206 引至太平洋氣電公司之鼓機房的水管,水頭是1,375呎.

和設備有時須要的非常多,所以後邊的費用常佔總投資的一小部分.就一完備的力廠說,按照所佔地位的物理條件,以下的設備有數種或全部是必要的.

通常必要有一個堤,牠可以只是一個一短段伸到河內的翼壁,截入水流的一小部分,或者也可以完全截斷水流.在後種情形之下,水準便升高到以前的高度之上,並且有一部分水被提儲存起來.如地形容許時,一個堤可以造成一人工湖或儲水池.在數種情形之下,力廠直接從此處取水,而在其他情形之下,牠便只用作一種"分源"(Feeder).

水可以經運河,水槽,壓力隧道,或管線引至機房,爲的比在近處能利用水的較高降落,使水流到5至10哩或更大的

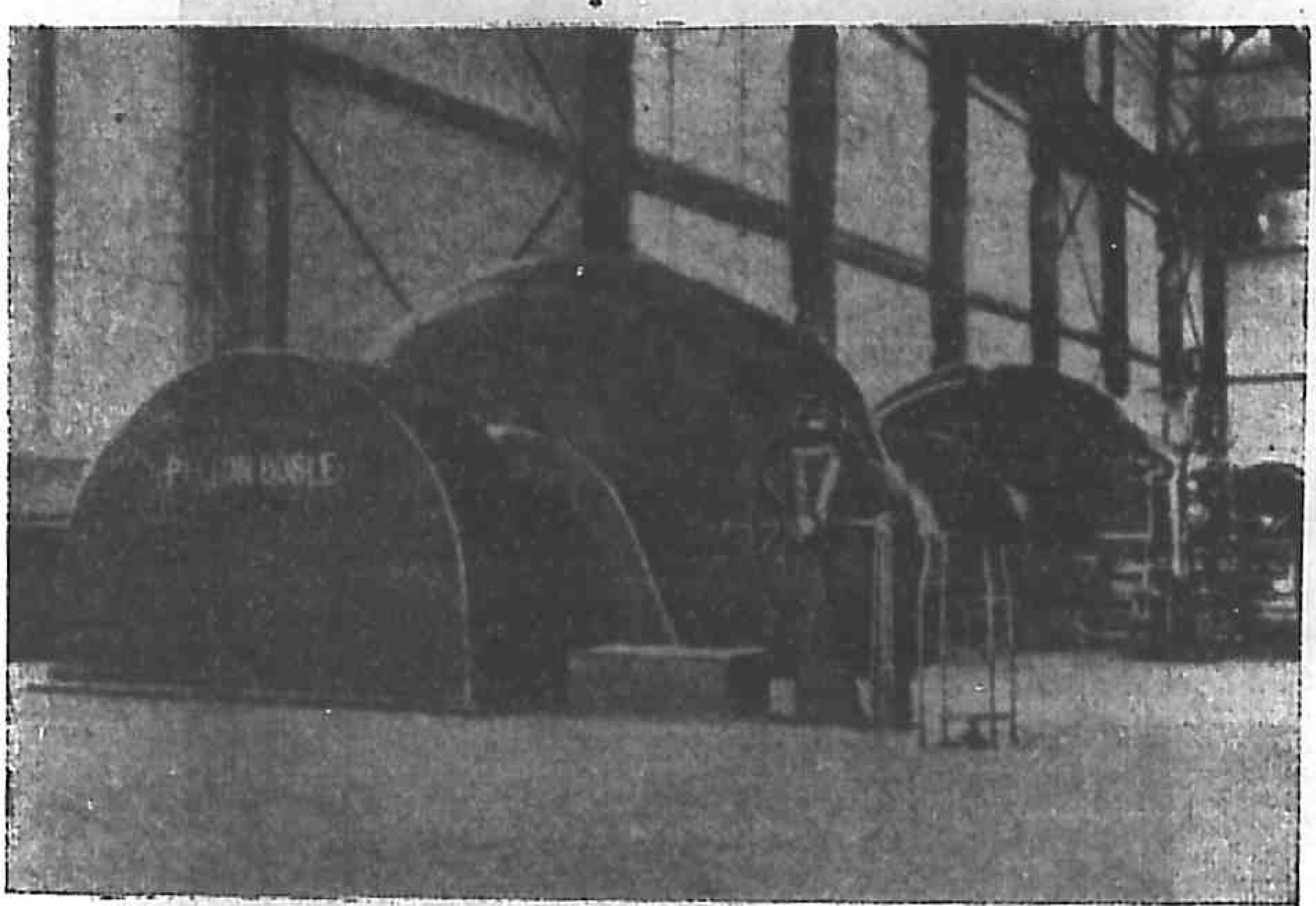


圖207　在太平洋氣電公司之鼓機房內的柏爾屯衝動水輪.在靜止時, $h=1,375'$, 在平常擔負時等於$1,300'$; $N=360$; $Hp=8,500$ (每輪).

距離是常事.在水的前一段路程內,最好保持牠的最高高度,因為這樣,可以用露天渠溝或低壓力管,比整個路程內全受高壓力較為經濟.此部分水道常叫做"流動線"(Flow-line),因

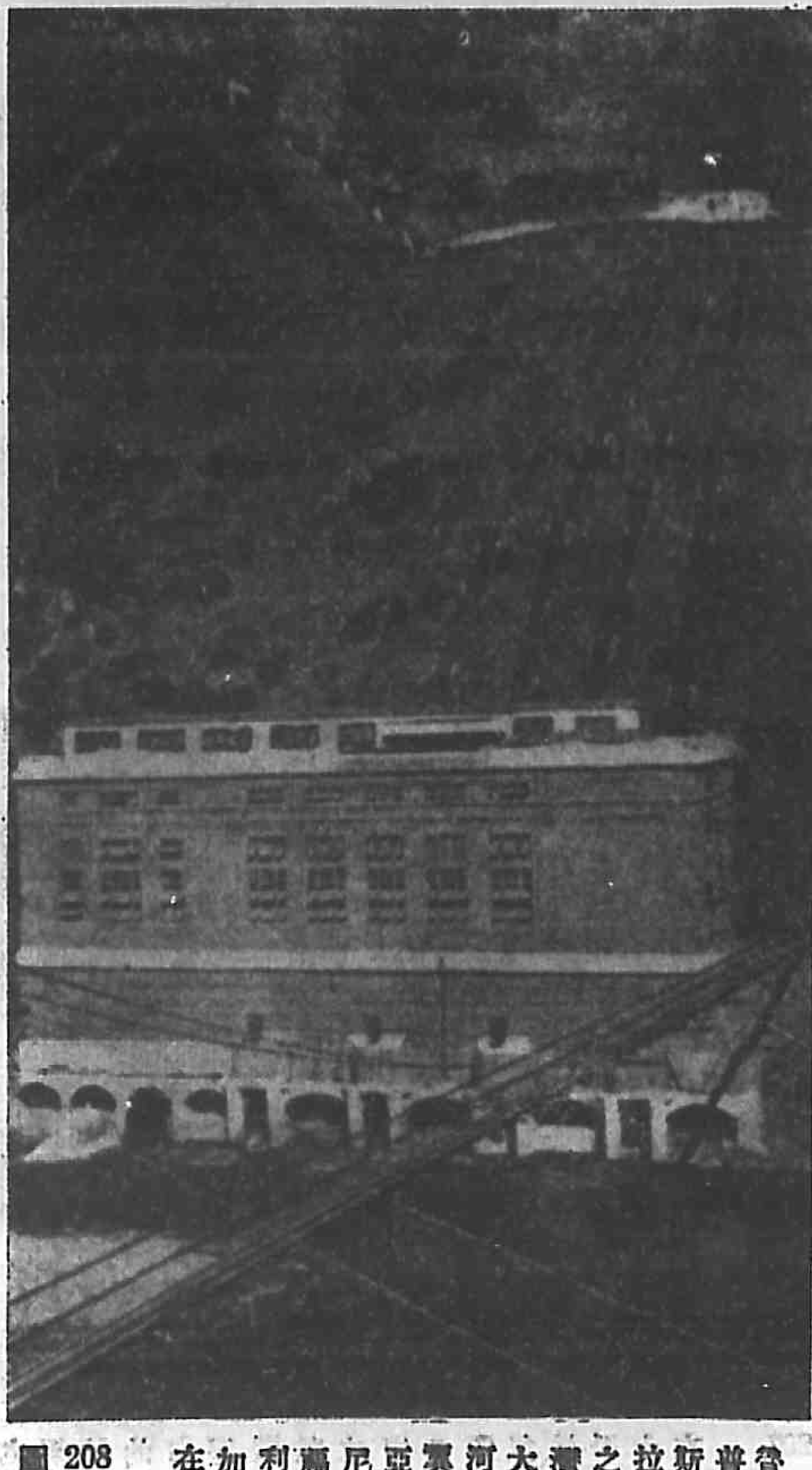


圖 208 在加利福尼亞羮河大灣之拉斯普管姆斯力廠,有六個18,000馬力的反作用輪機,各在465呎水頭之下運轉.

爲牠的主要功用在輸送水,而不是傳送壓力.

在這種流動線的末端,水便陡然流下山邊,如圖 206 所示.此部分管線卽水管(Penstock).

從進水口至力廠的距離,普通有數哩,爲調整速度起見,在流動的行程中有幾處斷節方爲合適.如果情狀允許的話在管頭上可以築一前港(Forebay).前港就是一有限容量的

圖 209 舊金山之第一號力廠,位於羅斯安哲爾斯引水溝,從此山巔之滙室內的最大水準至管嘴之靜水頭是941呎.

儲水池,牠的功用在保持流動相等.水可以按等速率輸入前港,而水管取水的速率,可以按輪機的要求而變更.如是經過輪機的水流之漲落,不致影響全路而及於水源.

在不能築前港或實在不必要的時候,最好築一浪室或能補救因流動改變而起之非常情形的設備.在圖 208 的左

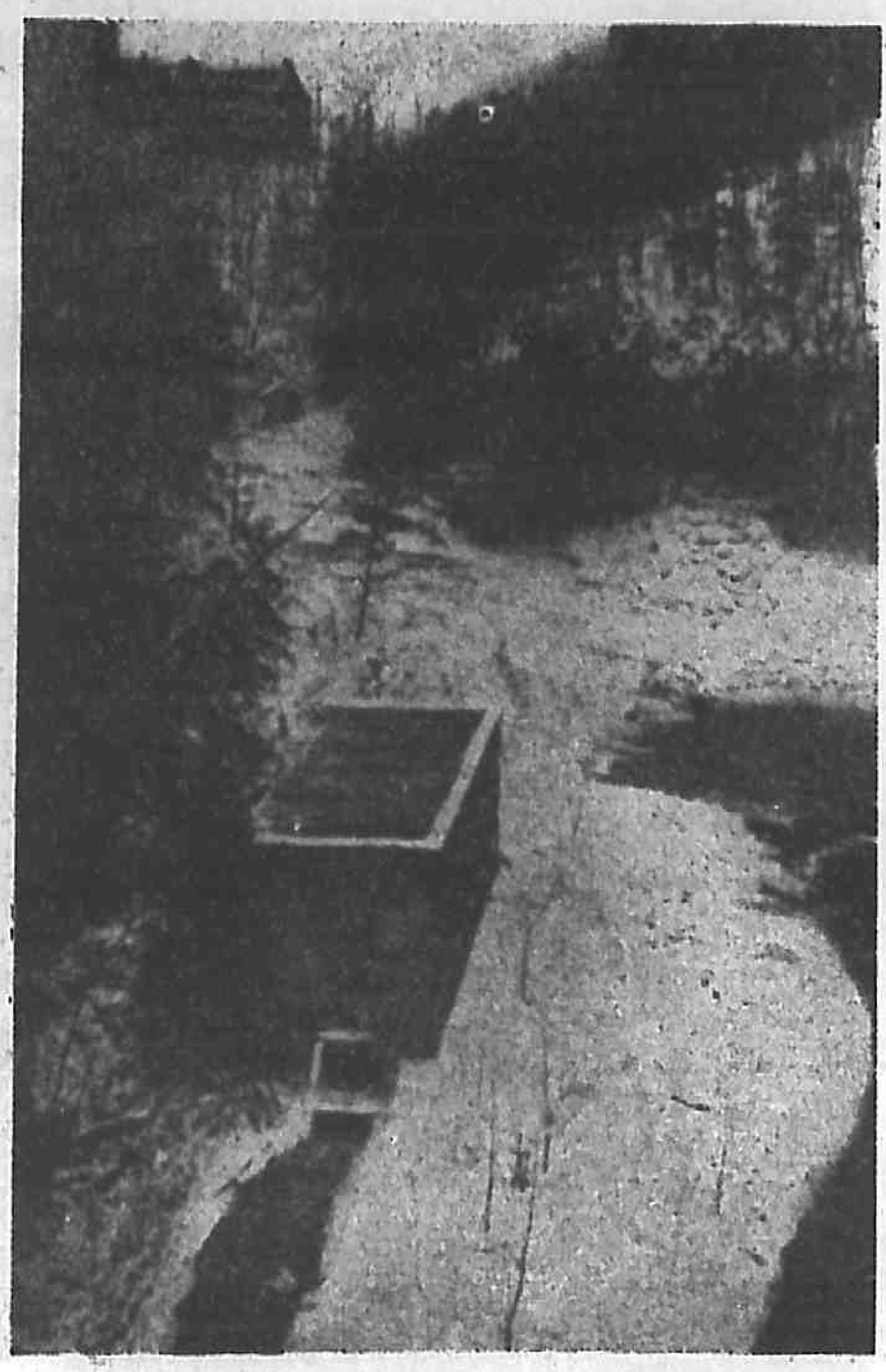


圖 210 科內爾大學之水電廠.水頭=140 呎,一個 550 馬力輪機,兩個 280 馬力的衝動輪和兩個 50 馬力的衝動輪.

角,可以看出有一小浪室及一溢口.五條水管從3哩長的壓力隧道內取水.倘若經過輪機的放水突然的減少,這過量的水能沿這大管線波動到山上,如果這波浪甚大時,將有一些水溢出,這樣即可防止壓力的過量增加.

圖209示出在壓力隧道末端有一大浪室的力廠,其隧道長7.76哩.在頂端之直徑是100呎,而在壓力隧道以上之最大水準是150呎.在地面上的投影只有35呎.此廠也備有一放水堰,所以如波浪激烈時可以溢出.

在圖210所示的力廠,經過長1711呎的水道取水,在機房內設有一大空氣室來吸收水震(Shocks).

從力廠放出的水,可以直接洩入天然河流中,或者須要

圖211 南加利福尼亞愛迪生公司之大湖工程.由湖至第一機房之降落是2,100呎,而由第一至第二機房是1,900呎.

築一人工渠道作尾溝,如圖 213. 在別種情形之下,如在奈阿加拉瀑布的幾個力廠尾溝,可以是一長隧道.

153. 高水頭力廠——拿確定呎數來區別高水頭,和中常,或低水頭力廠是不可能的.高水頭是數百呎或更多的一種水頭,同時低水頭力廠無疑的將在50呎以下.但從一種至另一種是漸次變更的,並無顯明的界限.

在圖 211 示出一高水頭水力工程,在這裏,4,000 呎的降落分成兩個串聯的機房.在此圖內,可以看見一個完整的力廠和以前所曾敍述的多種設備,只是不需要一前港.高出海面11,000 呎的山峯,形成一個分水嶺,由這分水嶺流下的水,存集在長約四哩,高度在6,000 呎的一個湖內.這湖由三個堤造成,三堤乃是築在山峽縫間的.水從湖經過水管流下至第一力廠,從此洩出的水,再加上一個小河流的水,於是在隧道內流一相當距離,再作第二次的降落,而至第二力廠.這力廠在圖的下部,近中心而稍偏左.在圖 212 是第一力廠的一個較近的圖景.在圖 212 的右上角,可以看到兩條儲水管,在這管內的水準與在湖內的高度相近,所以整個的2,100 呎的降落,在這裏完全表現出來.

就一特定量的功率說,高水頭力廠須要小量的水,平常所佔的位置,須要有一儲水池.結果,只就如此築成的儲水池所存的水,在一個長時間內也可以夠用.這種水力廠永遠須要有水管,及曾經指出的其他許多設備.

圖 212 靠近加利福尼亞之夫果斯諾大湖的第一號動力廠.
靜水頭=2,100呎; Ep=40,000.

154. 低水頭力廠 —— 圖 213 示出低水頭力廠的一個代表. 運轉輪機所需的水頭,實際是由所築的一道堤產生的沒有管線,而由堤所儲存的水,現在卽變爲前港. 在這樣的力廠內的輪機,可有如圖 198, 199, 200 所示的三種座的任一種.

河流漲落的結果,發生水準的變更,於是輪機運轉所用的水頭也變更.這是在高水頭力廠內不常發生的現象.再者,平常低水頭是在平坦地方,天然地形使牠實際不能儲存大量的水.加之在低水頭下,發生一特定功率,需要的水量頗大,所以不能靠儲存的水來長久運轉,因此這種力廠要依賴有規律的水流.

在高水頭和低水頭力廠間的差異,卽須要應用特性不同的輪機,以適應最滿意的條件(註一).

圖 213 亞伯拉秦動力公司之第二水電工程. 水頭=49 呎, 四個 6,000 馬力的輪機,各具 116 r. p. m. 的速度.

註一 Daugherty, R. L., "Hydraulic Turbines", 第十三章.

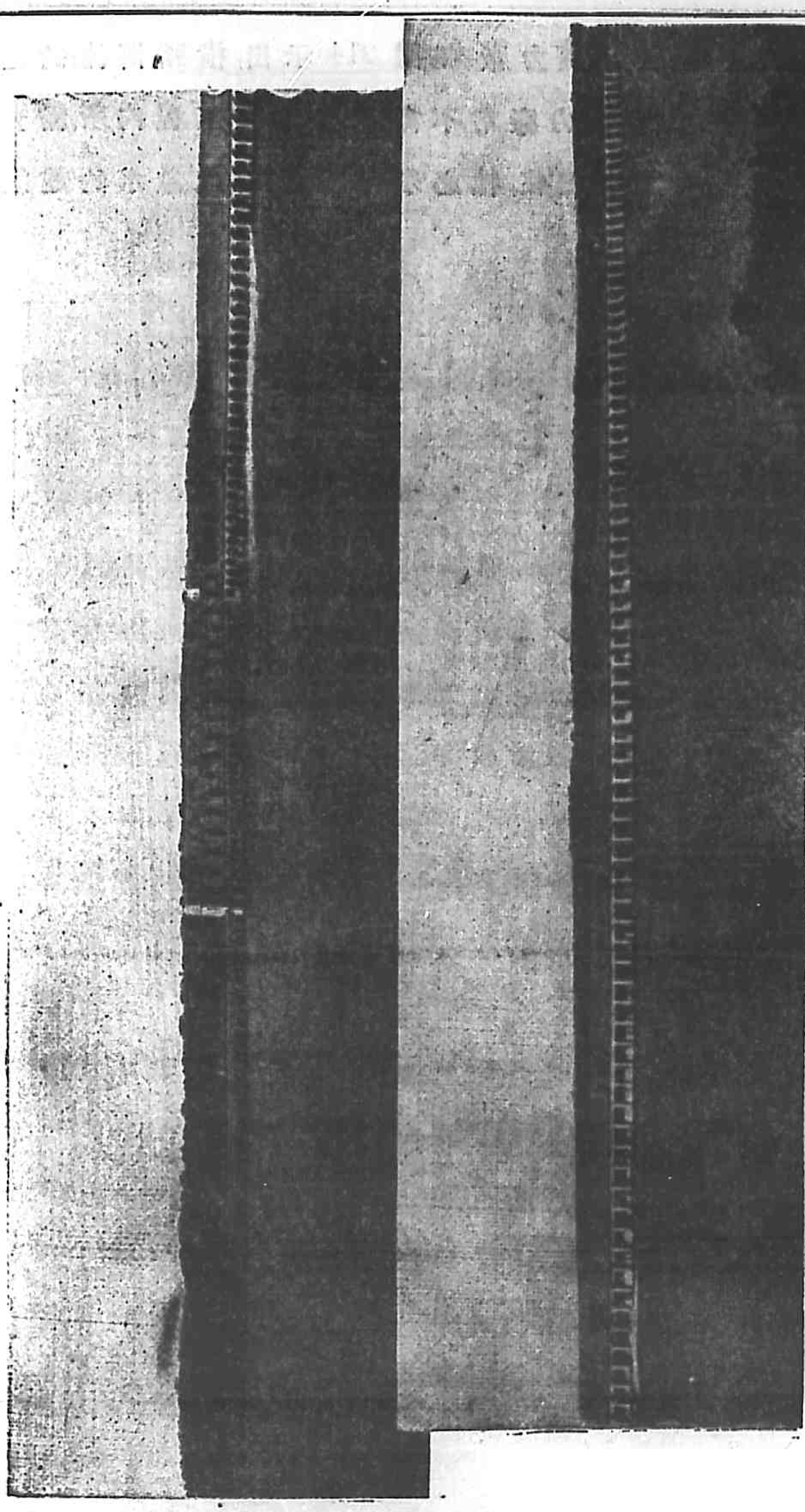


圖 214 在基阿科克的密士失必河動力公司.水頭=32呎,容量是15個10,000馬力的引擎,各具57.7 r. p. m. 的這度渥動力廠的最大容量是200,000馬力.

另外一種低水頭力廠,在圖 214 示出.橫斷河流的堤長近一哩.然而低水頭力廠常不需要高水頭工程內所需要的設備,可是有一點要記住,牠必須是能控制大量水的建築而且構造須要巨大.

第十五章

衝動輪論

155. 水的作用——衝動輪,說的比較確切一些,就是切線水輪,因爲水注的中心線與輪葉中心所走過的路徑是相切的.這路徑即叫做"衝動圓"(Impulse circle),計算時便根據輪在此圓半徑的線速度.就一衝動輪說,D的處值即此圓的直徑.

常常說,水注在衝擊時也與此圓相切,但這不是實事的眞正表徵,如圖 215 所示.水注衝到輪葉時,是在輪葉轉至轉動中心正下邊以前,因此角α_1不是零.觀察正在轉動時的各種柏爾屯輪,再按這種輪的設計,著者深信α_1的平均値可以由5度變至10度.α_1的値就一已知輪說,一定是一平均値,因爲輪葉自恰被水注衝擊起,至水注完全離開止,牠要移動一定角度.

這圖又指明當一輪葉初被水注衝擊時,乃截斷至前一輪葉上的水的一部分,而留一部分仍衝在前一葉上以完成牠的工作.如是,在同一時間,水可以作用在數個輪葉上.這即說明,在 128 節的W'與W間,爲什麼要有一個差異.W'是作用在單一輪葉上的水量,W是作用於所有輪葉上的總水量.

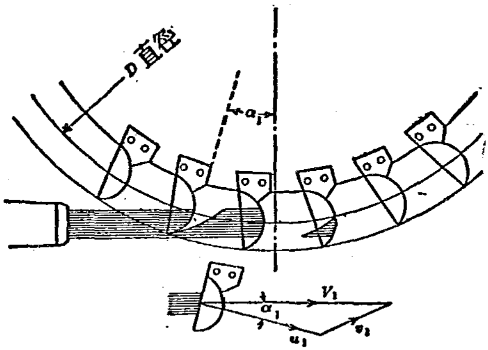


圖 215

在同一時間,究竟有多少輪葉被水作用,是無須考究的,因爲輪不離開管嘴,於是所有由管嘴放出的水都可以作用在輪上.

但在一切情況之下,所有的水都能被輪利用,也不一定是眞實的.比如,假定輪葉的運動和水注一般快;於是便沒有水能夠追及輪葉,而所有的水將恰恰隨着輪葉一齊走過.在稍小於此種速率時,一部分水能把牠的能量輸至輪葉,其餘的這部分在輪葉轉至水注的作用線上邊以前不能追及.所以在設計輪葉與輪時,總要使水注內所有的水,如果輪按正當速率轉動的話,都能全部作用於輪上,在頗高於正常速率時,一部分水一定要恰恰隨着輪葉流出,沒有機會作功.

適當速率或正常速率的意義,就是輪對於水注速度所應有的速率.高水注速度常需要高輪機速率,反言之,即高輪

機速率常需要高水注速度.其實,主要的觀點在各種速度間的關係,而不是牠們的實在價值,因此最好增添一些因數,使牠們表示此種關係而不依賴水頭.如是,倘若水注速度以 V_1 代表,而輪葉在衝動圓上的線速度以 u_1 代表,再用 c_v 和 ϕ,則得:

$$V_1 = c_v\sqrt{2gh} \tag{147}$$

$$u_1 = \phi\sqrt{2gh} \tag{148}$$

c_v 是管嘴的速度係數,無論針在任何位置,牠的值是不變的.如是,就 ϕ 的任一已知值在 V_1 和 u_1 間的關係,能立刻知道與 h 的值無關.

水的絕對路徑及在輪葉放水處的速度向量,在圖 216 可以看到.在同一水頭下的不同輪速也就是 ϕ 的不同值,應當具圖 217 所示之圖形.當輪的速率由零加增時,水注的偏斜角連續減小.又可以由圖上看到當輪靜止時,V_2 的值比較高;在 α_2 近似等於 90 度時,牠變爲最小;於是再重新加增.

方纔所描述的水的動作,可以拿一 42 吋輪在運轉時所照的像來說明,這些像的照法和平常的照法是不同的.爲照像方便計,把箱的邊取去,再把針拉到最後,於是水注的尺寸是最大,如在照片內所示.在圖 217,當 $\phi=0$,由加於軸上的一充分轉矩使輪不能轉動.水注是不能看到的,但可以看出離去輪葉的水.在圖 217,當 $\phi=0.45$,這輪卽以其最有效的速率轉動.離去輪葉的水落至尾溝中,而水內的能量大部分

都輸送至輪上.在圖 217,當$\phi=0.80$,所示之輪是在飛轉的速率,除去牠本身的摩擦和風阻,以及同牠直接連着的發電機之摩擦和風阻外,所有的擔負都去掉.

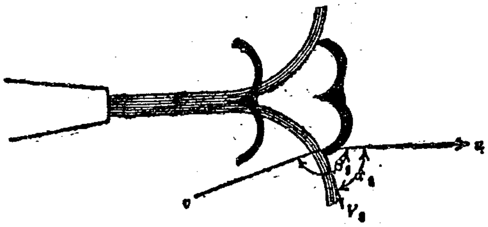


圖 216

156. 水注所生的力——切線水輪,柏爾屯輪,或衝動輪,雖有種種名稱,實即一近似"並軸"流動的衝動輪機.此種說法的意義,即 $r_1=r_2$. 後邊所說的關係不是嚴格眞實的,但就一切實際應用的目的說,卻是十分近似的.

所須要找的力實卽合力的切線成分.此成分,由計算在 123 節之 ΔV 的切線成分卽可得到,或者,因 r_1 和 r_2 相等,從 130 節的法則也可以得出這成分.所得結果全是一樣的.所求的成分是:

$$F=\frac{W}{g}(V_1\cos\alpha_1-V_2\cos\alpha_2). \tag{149}$$

V_2 和 α_2 的值,視水注的速度及輪機的快慢而定,所以是變動的未知量.最好用 V_1 和 u_1 以及輪機的因次來代替牠們,因爲

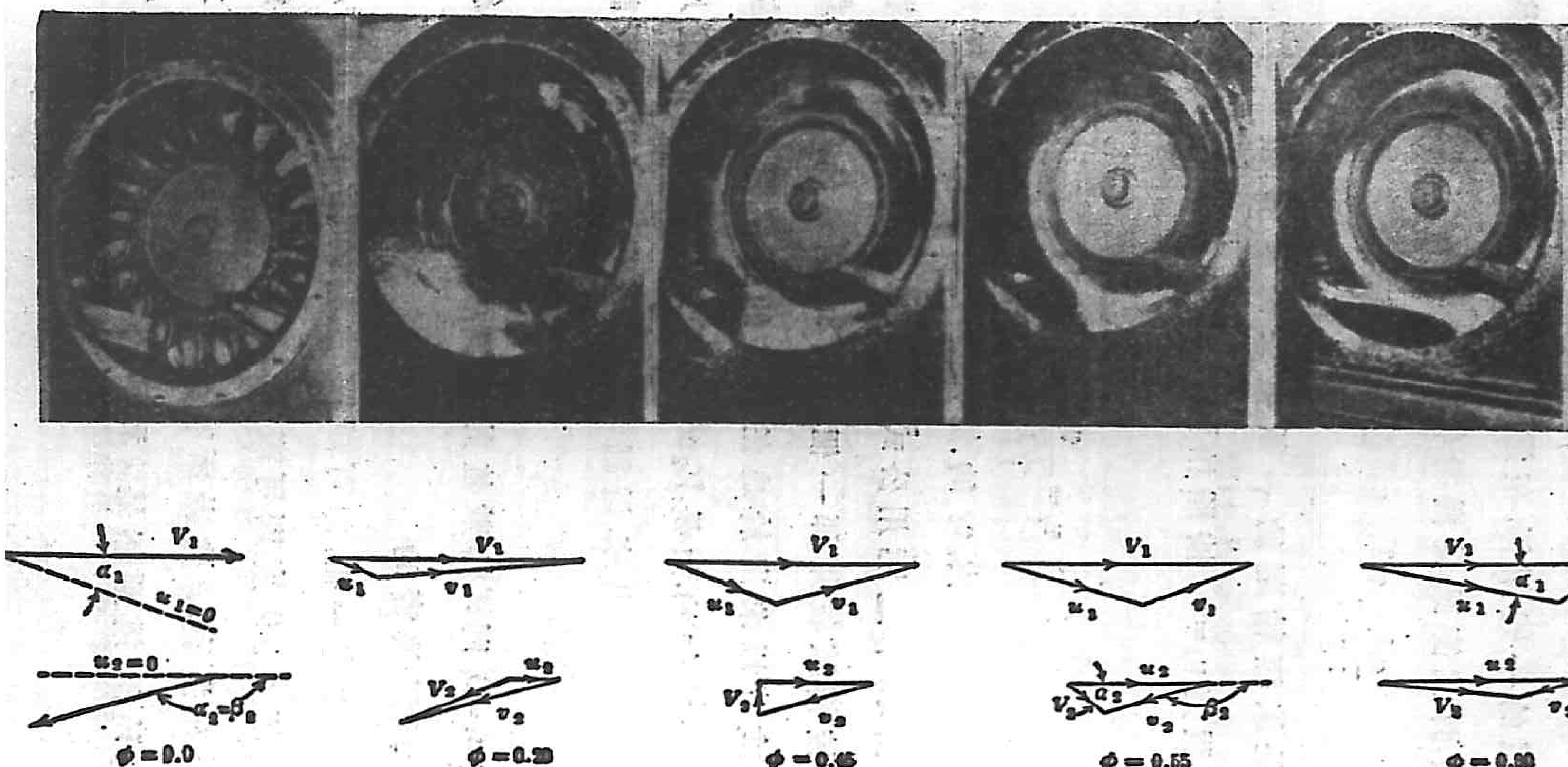


圖 217 在同一水頭下,以不同速率轉的42吋衝動輪.

輪機的因次可以假定是已知的.如是須找出在進水口和出水口的速度間的一些關係.在這兩點間的流動方程式,將在 137 節內找着,而就衝動輪機說,牠卽變爲:

$$\frac{v_1^2}{2g}-\frac{v_2^2}{2g}+\frac{u_2^2}{2g}-\frac{u_1^2}{2g}=k\frac{v_2^2}{2g}.$$

在這式內,k是流經輪葉的一種損失係數,故損失水頭是 $kv_2^2/2g$. 因爲假定$u_1=u_2$,按照柏爾屯輪,卽得以下之特別關係:

$$v_2=\frac{v_1}{\sqrt{1+k}}$$

在一數值的實例內,v_1 的值用 400 頁所給出的三角方法卽可計算出來,不過應用公式時須稍加選擇,看那一個比較方便或比較精確就用那一個.有了v_1,則v_2的值用方纔所給出的方程式可以求出,於是在出口的速度圖卽可決定,因爲v_2,u_2,及β_2是已知的.如是,$V_2\cos\alpha_2$可以求出,而F的值用方程式 (149) 也可計算出來.這種手續和 124 及 130 節所說的相同.

如假定$\alpha_1=0$,則F的數值計算卽可大大簡化,不過結果則只是十分近似與實的.

把圖 217 考究一番,卽可證明,當輪的速率增加時,ΔV的值減小.姑認 $\alpha_1=0$ 度,則可證明ΔV與 V_1-u_1 成比例,如是$F=B(V_1-u_1)$,在這裏,B代表所有的其他因數按照任一不變水注的速度V_1說,這顯然是F和u_1的一個直線方程式.實在

牠不是直線,因為 B 不是一個常數.這是因為不僅 α_1 不等於0度,而且牠還依輪的速率變更,按照一切速率說.因數 k 不是一個常數,並且最重要的是當輪的速率增加過正常速率以後,作用在輪上的水量即行減小,這在以前是曾經說明過的.

水作用到輪上的轉矩,用 F 乘衝動圓的半徑 r_1 可以獲得.這輪能輸出的轉矩比此稍小,因為有軸承的摩擦及風阻的損失.

圖 218 示出一輪在固定水頭下以不同速率運轉時的

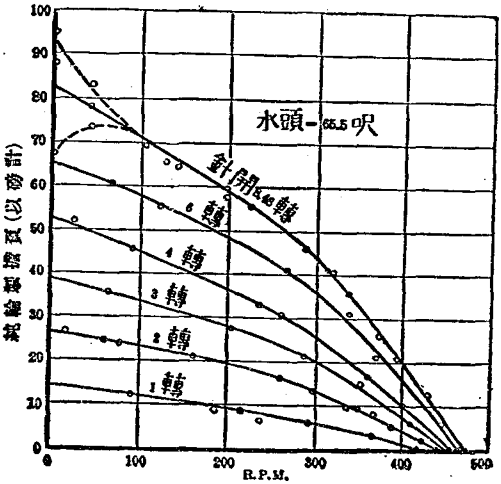


圖 218　轉矩與速率之關係(註一)

情形.速度為零時,力的變更乃由於輪葉的不同位置所生之角 α_1 及 r_2/r_1 的變更而起.這不過只就管嘴的一種位置而言,

註一　取自著者與 F. G. Switzer 所作24吋輪的試驗.

雖則在一切位置都存在.

157. 輪機的功率——因功率是 F 和 u_1, 或 T 和 ω 的乘積,所以輪靜止時,功率是零,雖則在該時轉矩最大當速率是最大時,功率也是零,因為轉矩在該時是零.在這兩種極端速率

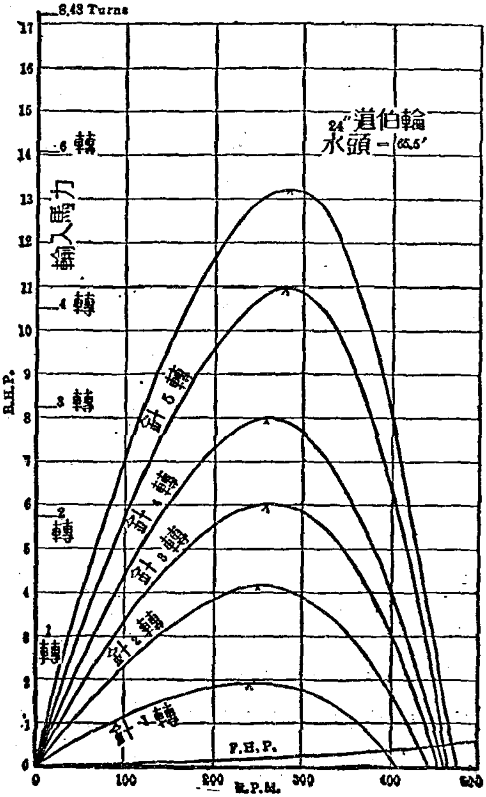


圖 219 功率與速率之關係

間的某一些速率,可得最大功率,如圖 219 所示.

因在一已知水頭及固定管嘴開口時輸入的功率,無論輪的速率怎樣,全是不變的,由是效率與所產生的功率成正比.但有一點當注意,水輸出的功率隨管嘴的開口而增加,所以發生最大功率時之針的位置,不一定是效率最大的.

158. 速率——在目下的討論中可以鄭重聲明,所用的"速率"這個字的意義,與其說是絕對的,不如說是相對的.對於在輪機速率 u_1 內的變化效應所作的任何視察,乃根據水注速度 V_1 是不變的,假設.如高周界速率只是比水注的速度較高而已.因主要的注意點在速率的比,而不在牠們的絕對值.所以最好用因數 ϕ, ϕ 的意義卽在方程式(148)所規定的.

用 $F=B(V_1-u_1)$ 應得以下之結論,當 $u_1=V_1$, F 將變爲零,或者當 $\phi=c_v$ 時,牠們的值將約爲 0.98. 又如拿 u_1 當作乘數,功率的值將爲 $P=Fu_1=B(V_1-u_1)u_1$, 由此當 $u=0.5V_1$ 時,功率將最大.但以前曾經陳述過,因數 B 不是一個常數.因爲大量的水,在 ϕ 的值高時,對於輪不是最有效的,更因爲軸承摩擦及風阻能阻止轉矩使減至零,所以切線水輪所得的實在最大速率,卻在 ϕ 近似等於 0.80 的時候.

同理,最大功率卽在一固定管嘴開口時的最大效率,也是當輪速稍小於 $0.5V_1$ 時獲得的.如是,在眞正實際應用時,最好的效率是:

$$\phi_e=0.43 \text{ 至 } 0.48.$$

在實際應用中,一個輪在固定水頭和不變速率下的運轉情形,常是很有趣的.在此種情形下的值,從圖 218 及 219 循任一鉛直線就可求得,普通所循的鉛直線應當是發生最大效率的速率線.衝動輪的結果曲線將與圖 223 所示之反作用輪機的十分類似.

169. 作用於衝動輪上的水頭——管嘴一般認爲是衝動輪的一部分,因此,在輪運轉時所用的水頭必須包含管嘴的在內.如圖 220,C 代表在管嘴底的一點,則:

$$h=H_e=P_e+\frac{V_e^2}{2g} \tag{150}$$

在測定輪的效率時即應用 h 的此值.

h 的此種價值是從水頭至管嘴的總降落減去在管線內損失的水頭.在此點所供給的能量,以四種方式消失.一小部分損失在經過管嘴的流動,一部分消費於輪葉內的水摩擦和渦流損失,以及從輪葉放出的水所帶走的動能,而其餘的部分則輸送到輪上來作有用的功,及克服機械摩擦與風阻損失.以 h'' 代表輸送到輪葉上的水頭,則:

$$h=\left(\frac{1}{c_v^2}-1\right)\frac{V_1^2}{2g}+k\frac{v_2^2}{2g}+\frac{V_2^2}{2g}+h''$$

實在利用的水頭 h'',可以按 137 節所示之法則測定.所用的手續與計算 F 的值類似.

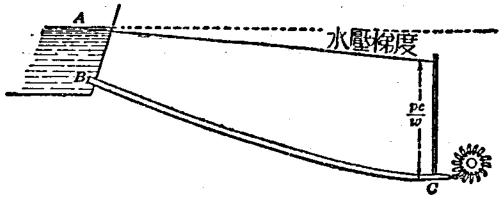


圖 220

160　習　題

153. 一管嘴具0.98的速度係數,在800呎水頭之下,放出6吋直徑的水注.此水注所作用的輪具以下的因次:直徑6呎, $\alpha_1=10$度, $\beta_2=165$度, 以及假定$k=0.70$. 當$\phi=0.45$時,求作用在輪葉上的力.

答. $F=17{,}600$磅.

154. 姑認$\alpha_1=0$度,解明上題,並求輸至輪葉上的功率.這輪的水的效率是若干? 如輪的機械效率是0.97,則總效率是若干?

答. $F=17{,}750$磅, 3,290馬力, 0.833, 0.807.

155. 假定在習題153內, $\alpha_1=0$度, 求在輪葉內損失於水摩擦的功率.求V_2的值,並測定由輪機放出的水內所帶走的功率.

答. 460馬力, 57.5馬力.

156. 在水注和輪間的一種良好比例,是輪直徑的呎數應

當等於水注直徑的吋數.應用此種比例,在1,400呎水頭之下輸出5,000馬力所需要之輪的大小將若何?假定效率是百分之82,這輪的速率將若干?

答. 4.48呎,563 r. p. m.

第十六章

反作用輪機論

161. 緒論——命名反作用輪機的理由是因爲在牠的運轉中的重要因數乃是轉子所放出的水流之反作用.但是,要曉得總動力的來源仍是在水之動量內的全部變更,與衝動輪機恰恰相同.

試考究圖 221 內的 ABC, 以作爲反作用輪機的一種說明,水經 AB 以速度 V_1 流入而在 C 以速度 V_2 放出.水注的反作用,應用 123 節的法則,能單獨測出.但總力量不是單獨由於此種反作用而生,水在 AB 流入時之衝動也發生一部分。

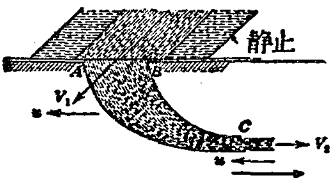


圖 221

雖說不容易把衝動和反作用的效應區別開,可是實際也無須這樣作.總動力的水平成分,由下式可直接求出:

$$F=\frac{W}{g}(V_1\cos\alpha_1+V_2).$$

現在假定此器以等移動速度 u 向左運動.姑認以某種方式,水仍能以速度 V_1 供給牠.如這器在一串駐立水道下

移動,而各個水道輪流使水放入其中,則此種情形可以實現,放出的絕對速度的值此刻即爲:

$$V_2=v_2-u.$$

把此值代入上式,則得:

$$F=\frac{W}{g}(V_1\cos\alpha_1+v_2-u).$$

此方程式指明當速率增加時,F減小,與在衝動輪機的情形下恰恰一樣.並且水在 AB 流入這器時,受有壓力而非一個自由水注.所以 V_1 必須小於 $\sqrt{2gh}$.因所有的水道都完全充滿以水,所以連續性方程式能够應用,並可指明 V_1 和 v_2,與牠們的各別水流面積成反比.但 v_2 的值依損失的水頭而定,而在一眞實輪機內這些水的損失依速率變更.因 V_1 與 v_2 成比例,由是 V_1 依輪的速率變更.

如是,在衝動和反作用輪機間的一些基本差異是在前種內,$V_1=c_v\sqrt{2gh}$,在這式內,c_v 是近似等於1的速度係數.此種速度也就是由管嘴所放出的水量,是完全與輪的設計及輪的運轉情況無關的.但在反作用輪機內:

$$V_1=c\sqrt{2gh}. \tag{151}$$

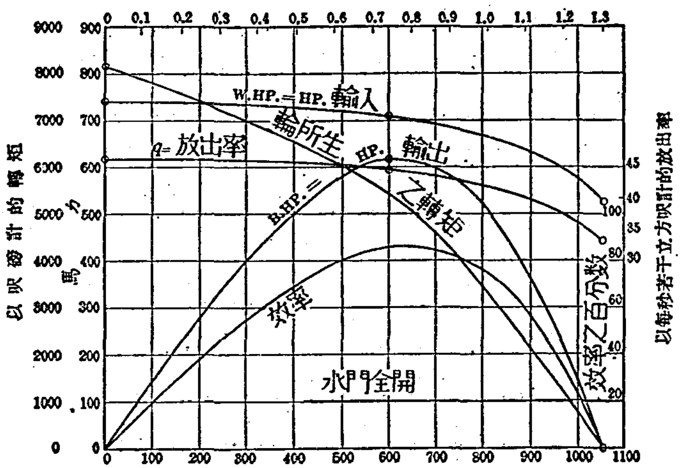
在這式內,c 不是一速度係數而是一因數,就平常的設計說,這因數的值約從0.6變至0.8. c 的值視輪的設計及在一已知水頭下輪的轉動速率而定.這就是說,c 也是 ϕ 的一個函數,而 ϕ 的意義即由方程式(148)所規定的.

在輻射流動式的輪機內,離心力也使 c 的值依輪的速率變更,水頭是保持不變的.在向內流的輪機,這離心力反抗水的流動,所以在不變水頭下,要是速率增加時,放出率便傾向減小,如圖 222 所示.但是其中也有他種影響,所以就向內流的輪機說,當速率從零向上增加時,q 的值確實要稍行增加一些,但是在超過某一定速率後,這放出率卽重復向下降落.

162. 所生的轉矩——前節僅說明關於反作用輪機的數基本點.因在實在機器中,水在流入與流出處所的半徑,實質是不相同的,那麼水所生之力就不容易計算,所以必須想法求得牠的轉矩.在探討理論之前,應當注意:如我們的方程式合理,則必須假定所有水的質點是依類似路徑以等速度運動.其實,必須用平均值.但此等平均值知道的也不甚正確.例如,角 α_1 和 β_2 不能擔保各與導葉及輪葉的角度一樣.實在說,牠們相差至5或10度之多是有證據證明的.至於水流的面積以及其他一切所用的因次,都有同樣情形存在.如是,這樣計算的數值結果,不能希望牠與事實確切符合.

雖然如此,理論也有理論的價值.牠可以供作說明此等機器之運轉原理,指示牠們的實在特性,以及解釋許多視察到的事實.在設計時,理論能指明何種比例合適,及因次的某種變更將發生何項效應.如是,以數種實在試驗數據作出發點,就已有的設計,根據理論而加以改善,是有相當把握的.

φ 的 值



每分鐘的轉數

圖 222 27吋愛皮摩利斯輪機的試驗. 水頭及水門開口固定不變. 速率是變動的.(註一)

爲計算水在轉子上所生的轉矩, 130 節的基本方程式可以援引,即

$$T=\frac{W}{g}(r_1 V_1 \cos a_1 - r_2 V_2 \cos a_2). \tag{152}$$

與 156 節所述的衝動輪機恰巧一樣, V_2和a_2的值是變更的,而且是不知道的,所以必須用已知量來代替牠們.普通假定

註一 圖 222 及 223, 是在科內爾大學的力廠內, 用一反作用輪機所作的試驗得到的.參看 Daugherty, R. L., "Investigation of The Performance of a Reaction Turbine". Trans. A. S. C. E., 卷 78, 頁 1270, 1915.

輪的一切因次及V_1和u_1的值都是已知的.

由向量圖可以看到:

$$V_2\cos\alpha_2=u_2+v_2\cos\beta_2.$$

但$u_2=(r_2/r_1)u_1$,並且因在反作用輪機內,水道是完全充滿以水的,所以連續性方程式給出$q=A_1V_1=a_2v_2$,或

$$v_2=\left(\frac{A_1}{a_2}\right)V_1. \tag{153}$$

(把此手續和在156節對於衝動輪所用的對照一下,並再參看137節.)於是

$$V_2\cos\alpha_2=\frac{r_2}{r_1}u_1+\frac{A_1}{a_2}\cos\beta_2 V_1$$

由此公式,在方程式(152)內所用的值可以計算出來.實在應用方程式(152)時,W的值便必須就u_1的一已知值先加以測定,測定時或由實驗,或按理論計算其放出率.

163. 功率——水所生的功率,用T乘角速度即可決定.由軸實在所生的轉矩,乘以機械效率,即得軸實在輸出的功率.

輪機之水的效率,得自下式:

$$e_h=\frac{T\omega}{Wh}=\frac{Wh''}{Wh}=\frac{h'}{h}.$$

由試驗頗難求得水的效率,因爲須要測定軸承的摩擦,及在餘隙內的水,對於轉子的拖曳所生的盤旋摩擦(Disk friction),但如不計此等損失,於是可以得近似的水的效率.

因爲理論總有缺陷,水的效率與平常所計算的T相較,

還可以假定有較小的誤差.就合理設計的並以恰當速率轉動的輪機說,水的效率的值,可以有 0.80 至 0.95 的變程.僅在巨大的,有適宜比例的輪機,水的效率才有較高的值.可是在這二極端——但不是必需的極限——間的恰當值,只有憑經驗才能選擇得出.就不適當的速度和不正確的設計,水的效率的值便無法指定.

圖 222 的曲線所表示之特性,乃是有固定的水門開口及有變動速率的一反作用輪機的.除去 q 不是一常數外,全與衝動輪類似.因此,發生最大功率時,最大效率不一定在同

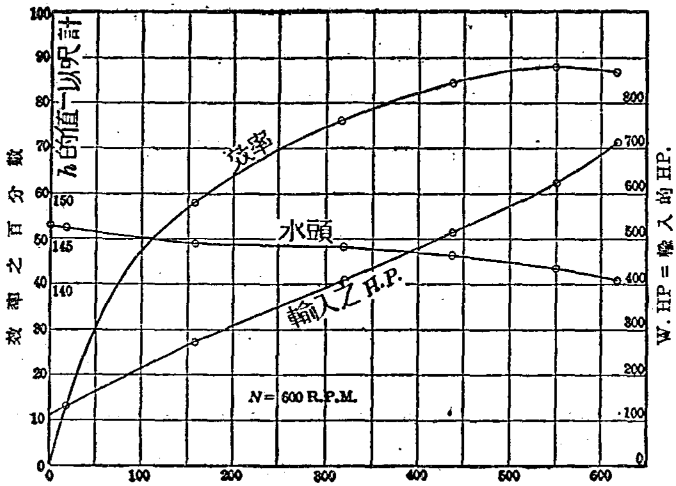


圖 223　27 吋愛皮摩利斯輪機的試驗. 水頭與 ϕ 近似不變. 水門開口是變更的.

一速率下一同出現.這輪機,在不變速率時的特性,在圖 223 表示出來.在550馬力,141.8呎水頭之下,最大效率是百分之八八.

164. 速率——雖然流經反作用輪機轉子的水是完全封閉的,而速度所受的變更與在衝動輪機內的類似,不過在一固定水門開口時,角α_1不變罷了.因此,V_2和α_2的值的變更方式與在圖 217 所示的恰恰相同.

效率最高時的速率,將在放水損失最小時的速率臍近,當V_2最小時放水損失也最少.在此種情形下,α_2便近似等於90度,或$u_2=v_2$.注意這兩種情形不是相等的,但相差頗小.習慣上須依情形假定為這種或那種.

在同一水頭之下,反作用輪機的V_1,小於衝動輪機的.但水在進口受有壓力,當水流過轉子時,此壓力卽變成速度,因此在放水口,v_2可以與衝動輪內的同樣大.如$u_2=v_2$,可以看到無論在那一種內,u_2便約略相同.但在向內流的反作用輪機內,u_1大於u_2,所以反作用輪機的周界速度大於衝動輪機的.

按最大效率說,不僅周界速度較高,且飛轉速度 (Runaway speed) 亦較高.在反作用輪機,ϕ的最大值約為1.30,雖則有些可以超過此值.就正常速度說,得最大效率時,

$$\phi_e=0.60\ 至\ 0.90$$

一已知輪的正確值,須視輪的設計而定

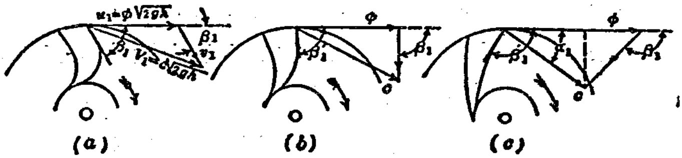


圖 224

自然要問何以轉子的周界速度常常能大於水流入時水的速度.如任一運動物體的速度,和水在同一方向,於是除非牠運動的比水慢,顯然水不能追及牠.但在另一方面說,如牠的運動方向與水的成直角,於是無論牠們各個的速度的量是怎樣,水總能衝着牠.如是,在圖 224,流入輪內的水量與其說是 V_1 的函數,倒不如說是垂直成分 $V_1 \sin \alpha_1$ (也等於 $v_1 \sin \beta_1$)的函數來得恰當.所以只要角 α_1 不是零度,水總可以流入輪內,至於牠的周界速率怎樣是沒有關係的.

因 u_1 和 V_1 與因數 ϕ 和 c 成比例,所以在許多種情形之下,前種可以拿後種來代替,而且代替後更是普通而且簡單,因爲 ϕ/c 的值與 u_1/V_1 的完全一樣.在圖 224 (a),水的速度大於輪的速度,但在(c)卻較小.這三個圖是按數值的標度畫的,這些值是三種不同的輪機轉子的代表值.

角度 β_1 由速度圖決定.於是轉子葉的形狀應當是這樣的,在進水口,牠的角 β'_1 須與 β_1 符合,以便避免因水流動的陡然變更,所將激起之不必要的奔流損失.轉子葉的角度 β'_1 製造時固定後,於是只適合 ϕ 和 c 的一種比例.如輪轉得太

慢，β'_1便大於β_1，如牠轉的太快，β'_1便小於β_1.

165. 最大效率之c_e和ϕ_e的值——輪機的轉動速率，向來應當是無論在何種水頭之下都能得到最大的效率.這自然將是所有損失的總量爲最小時的速率.然在放水處所能量的損失，不是損失的最大根源，似乎是隨速率變更最大的損失.因此習慣上便把在他種損失內的變化忽視，而只測定此種損失爲最小時的速率.當角α_2是90度時，V_2的值便很接近最小.這樣的一種放出叫做"輻射的"，因爲在原始向內流動的輪機內，水是正向轉動軸流的，於是便與半徑重合.在比較近代式的混合流動輪機內，常叫做"並軸的"，因爲牠是在與軸平行的方向流動.在普通常說是"垂直的"，因爲在此同一點，牠是與轉子的直線速度成直角的.但常應用頭兩個名詞，而不顧物理上的事實如何.

在$\alpha_2 \doteq 90$度時的速率，和在柏爾頓輪及"低速"反作用輪機(如圖 190 (*a*) 所示)內實際獲得最大效率時的速率很相近.但在"高速"式(如圖 190 (*b*) 所示的輪機)，若以最大效率時的速率轉動，則在排水管內幾乎永遠有一些渦旋發生.就此種輪機說，這是因爲其他因數變的較爲重要了.混流式的轉子不能以任何簡單數學分析來處理，並且把牠的理論以較爲完備的方式述出，亦將超出本書的範圍.因此以下的探討，大部實用於前種輪機的轉子，雖則就後種說，也可發生近似正確的結果.

轉子葉在進水口與u_1所成的角度以β'_1來代表.因爲平常設計的輪機,葉子角與β_1符合,β_1是在此同一速率由向量圖決定的.但在任何其他速率,β_1的值將與β'_1的不同,因此在水流入轉子的方向中,將有陡然的變更而發生所說的"突然損失"(Shock loss).

所以下式只在一種特殊情形下實用,卽$\alpha_2=90$度,與$\beta'_1=\beta_1$.按速度的向量圖,於是,

$$V_1\sin\alpha_1=v_1\sin\beta_1=v_1\sin\beta'_1$$

$$V_1\cos\alpha_1=u_1+v_1\cos\beta_1=u_1+v_1\cos\beta'_1$$

把此二方程式間的v_1消去,則

$$u_1=\frac{\sin(\beta'_1-\alpha_1)}{\sin\beta'_1}V_1, \tag{154}$$

當在轉子進水口無損失時,上式卽爲u_1和V_1間的關係.

水輸至轉子的功率可以用下式表示:

$$T\omega=Wh''=e_hWh$$

在這式內,T具由方程式(152)所給出的值.如是則

$$Wh''\frac{W}{g}(r_1V_1\cos\alpha_1-r_2V_2\cos\alpha_2)\frac{u}{r}$$

如放洩是"輻射的",$\alpha_2=90$度.因此$V_2\cos\alpha_2=0$.所以:

$$h''=e_hh=\frac{u_1V_1\cos\alpha_1}{g}. \tag{155}$$

以(154)和(155)爲聯立方程式而解明之,得

$$V_1=\sqrt{\frac{e_h 2gh}{2}\ \frac{\sin\beta'_1}{\sin(\beta'_1-\alpha_1)\cos\alpha_1}}$$

$$u_1=\sqrt{\frac{e_h 2gh}{2}\ \frac{\sin(\beta'_1-\alpha_1)}{\sin\beta'_1\cos\alpha_1}}.$$

由此則

$$c_e=\sqrt{\frac{e_h\sin\beta'_1}{2\sin(\beta'_1-\alpha_1)\cos\alpha_1}} \tag{156}$$

$$\phi_e=\sqrt{\frac{e_h\sin(\beta'_1-\alpha_1)}{2\sin\beta'_1\cos\alpha_1}} \tag{157}$$

有一點必須記住,卽方程式(156)及(157)只能在所說的特殊情形下實用.在其他任何速率時,須要用一種不同的手續,但在這裏是不給出的(註一).

適當速率卽總效率是最大的速率,這不一定和水的效率是最高時的速率十分相同.因此,ϕ_e的眞正值或許與由方程式(157)所得的值稍異.

此等方程式似乎與在轉子出口的情形無關.但必須記着當c_e和ϕ_e的值是已知時,只有在出口所用的因次,使$\alpha_2=90$度的假設下,才能應用此等方程式.

把方程式(156)和(157)乘起來,可以得一有趣的結果.此卽

$$c_e\phi_e=\frac{e_h}{2\cos\alpha_1}. \tag{158}$$

註一 在所有的情形下,c和ϕ間的普通關係可在著者的"水力輪機"內看到.

此式將指明所有其他條件相等時，ϕ_e 的值越高 c_e 的值越小，在衝動輪機，此種方程式也能實用，ϕ_e 雖小，但 $c=c_v$ 並且近於1. 在反作用輪機，ϕ_e 大於衝動輪機的，但 c_e 卻較小.

166. 排水管論——如排水管設計適當時，牠挨近轉子的面積應當使牠裏邊的速度等於放出的絕對速度 V_2，否則速度便有陡然的變更，跟着卽發生損失. 就圖225，就可以寫出下式：

$$H_2=p_2+z_2+\frac{V_2^2}{2g},$$

及

$$H_4=0.$$

在點(2)與(4)間的損失是在管內的摩擦損失 H'_f 及在點(3)的放出損失之總和. 在點(2)與(4)間，應用普通方程式得

$$p_2=-z_2-\frac{V_2^2}{2g}+H'_f+\frac{V_3^2}{2g}. \tag{159}$$

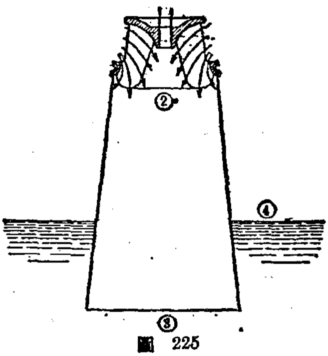


圖 225

管的直徑在管口愈大，則 V_3 的值便愈小，因此在轉子放水處的壓力也愈小. 但假如管的發散率太大，在牠裏邊的流動便不穩定，而摩擦損失 H'_f 也增大，如91節所述. 在排水管頂的壓力，不應當使牠小於5呎水高的絕對壓

力，和z_2的值也相應的決定.具大V_2值的"高速"輪機，即不能與具小V_2值的"低速"輪機，裝在水準以上的同樣高度.

在理想的情形下，由發散排水管所省下的能量或水頭，將為

$$\frac{V_2^2}{2g}-\frac{V_3^2}{2g}=\left[1-\left(\frac{A_2}{A_3}\right)^2\right]\frac{V_2^2}{2g}$$

在這式內，V_2是速度的並軸成分.因在管內有摩擦損失，實在所省的比此較小.如用圖 197 所示之排水管，渦流的成分也能利用，這在 136 節內曾經說明過.

167. 反作用輪機所用的水頭——在反作用輪機內，排水管是機器的一部分，因此(圖 226)作用在軸上邊的水頭，由下式給出：

$$h=H_e-H_t=d_e+z_e+\frac{V_e^2}{2g}. \tag{160}$$

此即計算所根據之h的值，也是用來測定輪機效率的h的值.

雖說製造輪機的人，平常也製造或設計排水管，但是常因要受安裝情形的限制，便不能應用恰當的比例.為避免裝置時不能預知的限制，在E處之速頭有時從方程式(160)所得的值內減去.如果能除去在排水管內的摩擦，於是便只剩下轉子的效率，這是與排水管無關的.但平常所要知道的是整個裝置的效率，即從護箱的進水口至尾溝中所具的效率.

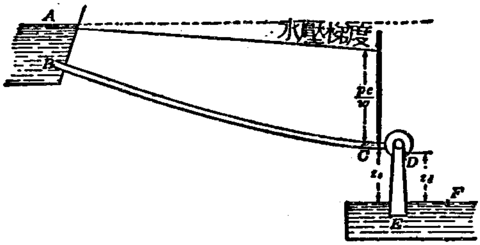


圖 226

168. 習 題

157. 某反作用輪機,由實在試驗找出當 $\phi=0.670$ 及 $c=0.655$ 時,水的效率是 0.83.各種角度是:$\alpha_1=13$ 度,及 $\beta'_1=115$ 度.試計算 ϕ_e 和 c_e 的值,並與實在值相比較 (這兩種值的細小差異,大部分由於沒有得到同一速率的無突變的流入與輻射的放出).

答. $\phi_e=0.678$, $c_e=0.628$.

158. 在科內爾大學的輪機試驗中,壓力由水銀 U 形壓力計示出,壓力計裝在近進水口之接口處,在這裏的直徑是 30 吋.在滿載擔負及當放出率是每秒 44.5 立方呎時,壓力計示出 9.541 呎汞高,短汞柱頂在進水口上 0.500 呎.如進水口在尾溝水準以上的高度是 9.230 呎,試求作用在輪機上的水頭.

答. 140.5 呎.

159. 在習題 158 之輪機內,排水管上端的直徑是 24.5 吋,

而下端的是42吋.當放出率是每秒44.5立方呎時,求因應用此排水管所獲得水頭.

答. 2.54呎.

160. 在習題159內之排水管,其頂在尾溝的水準上10.0呎忽視在牠裏邊的摩擦,但計算在底上的放出損失,求在牠頂上的壓力.如直徑是均等的,則此壓力是若干?

答. −12.54呎, −10呎.

161. 由試驗找出:當轉動速度是600 r. p. m., 並在143.1呎水頭之下,一反作用輪機每秒放水31.8立方呎.如$A_1=0.535$平方呎,及$D=27$吋,試求c和ϕ的值.

答. $c=0.619$, $\phi=0.737$.

第十七章

輪機定律與因數

169. 在不同水頭下的運轉——在前兩章的探討中,全是假定水頭不變,雖則其他量是可以變更的.但裝安輪機的力廠,其水頭或許時時變更,並且一種固定設計的輪機要被不同力廠來採用,而這些不同力廠的水頭也可以有寬泛的變程.如是,對於此部分須再加以考究.

讓我們先把公式$u_1=\phi\sqrt{2gh}$重述一遍.現在假定一輪機在變更的水頭下,須以不變的速率來轉動,則顯然ϕ也是變更的,於是與在前種情形下將恰恰相同.但在某種情況之下,變更速率而使ϕ保持不變是可能的.因此,當水頭變更時,須考究兩種不同的情形:一種是ϕ不變,另一種是ϕ也變.

如ϕ不變,輪的速率必須與$\sqrt{h}$成比例的變更.但ϕ有一固定值,跟着c也有一固定值.所以放出率也必須與$\sqrt{h}$成比例的變更.因爲$V_1=c\sqrt{2gh}$.可是水的功率與q和h之乘積成比例.因q與$\sqrt{h}$成比例的變更,由是則功率與$h^{\frac{3}{2}}$成比例的變更,同理可以示明,轉矩與h成比例的變更.

水的效率是c,ϕ,和輪機因次的一種函數.只要ϕ保持

不變,不管水頭是怎樣,水的效率即永為同一數值.這一定是眞實的,因為水的損失,全可以證明與$h^{\frac{3}{2}}$成比例的變更,與輸入的功率恰恰一樣.但軸承的摩擦,和風阻或轉子的盤旋摩擦不是同樣變更的.對於此項很難定一正確定律,但可以說牠們是在N和N^2間變更的.因N與$\sqrt{h}$成比例的變更,所以牠們必須在$h^{\frac{1}{2}}$和h間變更.因此,當水頭增大時,機械損失變為總損失的一個較小百分數(註一).但除去在很低的水頭,平常在效率上的差異,最多不能超過百分之二或三(參看圖227)

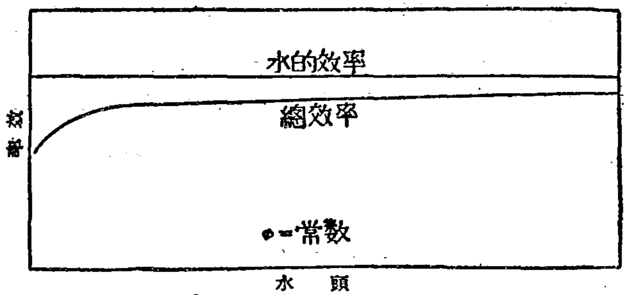


圖 227 水頭對於已知輪機效率的影響

現在如速率不變而水頭變更,或者倘若牠不與$\sqrt{h}$成比例的變更,那末,ϕ的值將變更.依圖 222 而論,即可看到這

註一 裝衝動輪時,應當使輪葉在放水處所兩邊有充分的空間,如是則從壁上跳回的水便不再回擊牠們.水跳回來的速度與V_2成比例,因此即與$\sqrt{h}$成比例.所以如就所有h的值說,此種空間不寬裕,則此種作用將減低效率.

也就是c變更的意思.因此,效率將變更.如是在這種情形之下,方才所說的簡單比例便沒有一種是眞實的了.除非有像在圖 222 內的曲線,或者除非能用複雜的方程式,就 ϕ 的任何值,都可得到所有此等量的值,則計算新結果便是不可能的.

170. 不同大小的轉子——假如有一串轉子,製造時的設計均相同,並且角度和比例也全一樣,即一個就是另一個的放大或縮小,那末,牠們的ϕ_e和c_e全應當有同樣價值.因在已知水頭之下,牠們的周界速率均將一樣,由是,牠們的轉動速率便與牠們的直徑成反比.面積 A_1 便與 D^2 成比例.因此,牠們的容量和功率將與D^2成比例的變更.如是,倘一個轉子的運轉情況知道,則其餘轉子的可以預先指出而不致發生大的差異,因爲容量增大時,在效率內的輕微的增加,是可以容許的.

因 $$u_1=\phi\sqrt{2gh}$$

又 $$u_1=\frac{2\pi r_1N}{60}=\frac{\pi DN}{12\times60},$$

於是 $$\phi=\frac{\pi DN}{12\times60\times\sqrt{2g}\times\sqrt{h}}.$$

由此 $$\phi=\frac{DN}{1{,}840\sqrt{h}}$$

或 $$N=\frac{1{,}840\phi\sqrt{h}}{D}\tag{161}$$

在這式內，ϕ可以有任何值．但，如用ϕ_e則結果是N_e，這是得最大效率時的速率．在這兩種常用的輪機內：

衝動輪　　$\phi_e = 0.43$ 至 0.48

反作用輪機　　$\phi_e = 0.60$ 至 0.90

究竟應當採用何種值，則按照設計而定．至於容量，則

$$q = K_1 D^2 \sqrt{h} \tag{162}$$

在這式內，K_1的值有以下的變程：

衝動輪　　$K_1 = 0.0002$ 至 0.0005

反作用輪機　　$K_1 = 0.0014$ 至 0.0360.

須明瞭此等常數是根據與ϕ_e相應的值所計算出來的，於是輪的速率必須是能獲得ϕ_e的速率．

在效率內留有適當容許量，知道放水量，則輪機所輸出的功率，卽能測出．

反作用輪機的周界速率高於衝動輪的，並且設計的變更可以使周界速率有較寬泛的變更．又K_1的值指明就一已知直徑，反作用輪機比衝動輪能放出較多的水，因此卽產生較多的功率．這就是說倘牠們輸出同樣的功率，反作用輪機的直徑便比一相當衝動輪的小得很多．如是就一已知水頭及功率，反作用輪機的轉動速率便甚高於衝動輪的．這是由於牠的較高周界速率和牠的頗小的容量而來的．

171. 比速——關於輪機，有一個有用的因數，卽現在所要推求的．這因數含水頭，速率，功率，以及效率．

因功率與D^2及$h^{\frac{3}{2}}$成比例,則$\text{b.hp}=K_2D^2h^{\frac{3}{2}}$.此式可以寫作

$$\sqrt{K_2}\,D=\frac{\sqrt{\text{b.hp.}}}{h^{\frac{3}{4}}}.$$

把方程式(161)所給出之D的值代入,則得:

$$\sqrt{K_2}\,\frac{1{,}840\,\phi_e\sqrt{h}}{N_e}=\frac{\sqrt{\text{b.hp.}}}{h^{\frac{3}{4}}}.$$

把此式重新排列一次,並使$\sqrt{K_2}\,1{,}840\,\phi_e=N_s$,於是

$$N_s=\frac{N_e\sqrt{\text{b.hp.}}}{h^{\frac{5}{4}*}}. \tag{163}$$

N固然可以用任何值,但除非應用一特別值,則此式即無意義.這特別值普通認爲是N_e,即在已知水頭下,獲得最大效率時之N的值.至於輪聖馬力的值,按理論應當是在這已知水頭下獲得最大效率時的值.但在數種情形之下,即用在同一速率時之最大功率的值.此因數之物理意義是這樣的:如就一種已知設計的輪機,其容量被放大或被縮小,使在一呎水頭下將發生一馬力的功率,於是N_s即牠在此等情況下的每分之轉數.

量N_s即普通所說的比速.此外尙有單位速率(Unit speed),類別特性(Type characteristic)以及特性速率等名目.牠的值指明輪機是屬於那一類的.如是曾看到就一已知水頭及功率說,衝動輪以比較低的r.p.m.轉動.所以牠將有N_s的較低值.

* $h^{\frac{5}{4}}=h\times h^{\frac{1}{4}}=h\sqrt{\sqrt{h}}$.

就衝動輪說,在已知水頭及特定速率下,其功率將依所用的管嘴之大小而增加.如是對N_s的值無須加低極限,但高極限便是用最大水注時所得的值.在N_s的值超過4.5以前,效率無顯著的減小,而在超過6以後,水注與輪的容量相較卽太大,致使效率大大的降落.但在4.5以上的任何值,都含有效率的一些犧牲.

按照反作用輪機說,如以下所指明,在兩方都有極限,雖則此等極限在將來的設計中可以擴張.比速的值是:

衝動輪	$N_s=0$ 至 4.5 (6 為最大)
反作用輪機	$N_s=10$ 至 100
推進器式的	$N_s=80$ 至 165.

就一已知輪機說,N_s的值自然是不變的,但不論大小怎樣,只要設計相同,則在一整串轉子中,牠實際上也是不變的.就一已知水頭說,轉子的直徑愈大,牠的功率也愈大,但N的值則較小.因此乘積是保持不變的.

就衝動輪定出的N_s值,是對單獨水注作用在單獨輪上說的.用兩個或較多的水注時,不改變速率自然要加增功率.如果需要時,這樣能得到在6和10間的值.超過165以上的值,在目前的實用中,這種情形是不可能的.這輪機的功率或速率一定要減小.

比速因數指明衝動輪是一種低速率低容量的輪機,而反作用輪機是一種高速率高容量的輪機.這些字的應用是

相對的而不是絕對的,如是,如圖 186 之輪機只以55.6 r. p. m. 轉動,但牠的比速是82.3,這卽指明牠是一高速率輪.因爲這速率與在那種水頭下,有同樣功率的另一輪機相較是高的.比方在同樣條件下,則一衝動輪的速率只有 4 r. p. m.. 而在世界上最高水頭下的衝動輪(145節),雖說牠們是以500 r.p.m. 轉動的,其比速僅是0.592.但在同樣條件下,一低速率反作用輪機,至少將以8,450 r. p. m.轉動,並且一高速率反作用輪機,就像在西達拉彼玆所採用的,係以69,300 r. p. m.轉動.當然這些值是背理的,不過在牠們各種的領域內指明出其適宜性罷了.

172. 比速的應用——N_s 的值與在本章內所有其他的因數一樣,是假定從試驗數據求得的,不是由理論計算出來的.牠們的用處在區別輪機,並指明牠是屬於那一類的.計劃中的力廠要選擇應採用的機器時是頗有用的.因爲在這種情形下,水頭是知道的,但輪機的大小及速率全係未知量.如果研究出採用某種輪機適宜,卽把 N_s 的值限定在一較狹的極限內,並且就容易計算這輪所能產生的速率和功率.或者如果速率和功率確定,則立卽可以找出將需要那樣的輪機.

173. 影響效率的因數——衝動輪的效率實際與輪的大小無甚關係.著者作此陳述之前,曾經考驗過直徑由12吋至84吋的各種大小的輪機,並與旁人所找到的一切試驗數據作過一番縝密的比較.這種關係應當如是似乎是合理的,因

爲衝動輪的損失,沒有不是將與輪的功率成比例的變更的.撇開設計和製造手術不談,效率將爲比速的一種函數.就一特定輸出的功率說,比速的值太低,輪的直徑便須較大,結果,摩擦和風阻的損失亦大.比速的值太高,便是水注與輪和輪葉相較太大,結果水的效率卽行降低.N_s的最適當的值約爲4.0,而所得的最好效率約爲百分之82.0.有時稍超過此值,而在此以下的值也常得到.

反作用輪機的效率是大小的一種函數.這種關係一部分因爲水的效率隨大小而加增,但大部分是由於容積效率的上升.在反作用輪機內,永遠有一定量的水從導葉和轉子間漏去,所以一部分水是經過餘隙流出而不通過輪內的.這餘隙環的面積對於輪機水道面積的比例數,當輪的大小增加時,自然要減小.因此水幾乎把牠的全部功率都輸至轉子了.在衝動輪內不會發生這樣一種情況.如此才生出這兩種輪的比較價值,像圖 228 所示.

在這兩種輪機間的其他區別是,反作用輪機在部分水門多受一些水的損失,這是衝動輪所缺少的.因此在數種情形下,縱使一反作用輪機的最大效率大於一衝動輪的,但在輕微擔負下,其效率或許不敵衝動輪的良好.

反作用輪機的效率也與比速有關,這一點和衝動輪相同,不過在任一極端方面比較小就是了.在30至60之N_s值的變程間,可得最好的效率.設計和製造均良好的輪機的效率

與大小,比速,以及其他的因數有關,至其相關的程度,則尙無確定價值能夠給出;但就一通常大小的輪機說,牠的變程應當從百分之80至90,偶爾也許更多一些.就小輪說,特別是有不適當比速的,所應得的值全是在百分之60至80間.

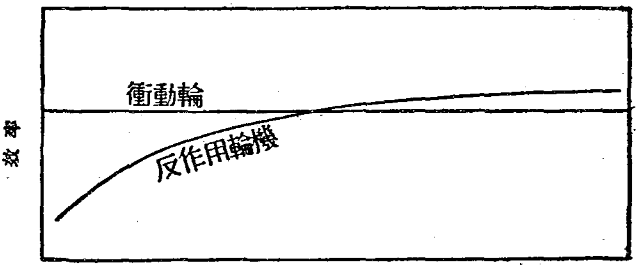


圖 228 輪機大小對於效率的影響

174. 習 題

162. 輪機的運轉情況如圖 223 所示,在141.8呎水頭之下以600 r. p. m. 輸出550馬力時.其最大效率是百分之88.0.所消費的水每秒38.8立方呎.則在283.6呎水頭之下,其恰當速率爲若干?放出率及馬力爲若干?

答. 848 r. p. m., 54.8秒呎. 1,557馬力.

163. 如圖222所示之輪機,在140.5呎水頭之下以600 r.p.m.

轉動時,發生617hp.,其放出率每秒44.5立方呎,及效率是百分之87.0.如速率保持600 r.p.m.不變,當水頭是70.2呎時,試求其放出率,輸出的功率,以及效率的值.(注意:此題只能利用此特別輪機的曲線來測定.所用的手續,便是先找新條件下的ϕ的值,於是,再從這曲線求q,馬力,和e的值.這些量須化爲新水頭下的恰當值.)

答. 29秒呎, 159馬力, 0.68.

164. 在625呎水頭,及514 r. p. m 的條件下,要發生6,000馬力,需要衝動輪機呢還是反作用輪機?(此題計算出比速卽能決定.)假如就所給的條件,只能發生900馬力,將需要何種輪機?擬用一輪機,其比速是30,在100呎水頭下,發生100馬力.這輪機的恰當r.p.m.是若干?

答. $N_s=12.75$ r. p. m., $N_s=4.94$ r. p. m., $N_e=948$ r. p. m.

165. (a)在144呎水頭之下,用一衝動輪發生625馬力.牠能有的而實質又不犧牲效率的最大轉動速率是若干?這輪的近似直徑是若干? (b)就這種條件,一反作用輪機的最大速率是若干?如$\phi=0.60$,轉子的直徑是若干? (c)一反作用輪機的最大速率是若干?假定$\phi=0.85$,轉子的直徑是若干?

答. (a) 90 r. p. m., 118吋, (b) 199 r. p. m., 66.4吋, (c) 1990 r. p. m. 9.43吋.

166. 在科內爾大學的輪機,其轉子的直徑是27吋.這輪機在141.8呎水頭下,以600 r. p. m. 轉動時,能發生550馬力.在同

一水頭下,一54吋的同樣轉子,其速率及功率是若干?這兩個轉子的比速相同嗎?

答. $N=300$ r. p. m., 2,200馬力.

第十八章

離心抽機

175 定義——命名爲離心抽機的理由是因爲在牠們的運轉中,離心力或由轉動所生的壓力變更是一個重要的因數.

簡言之,離心抽機卽由擊水葉在一箱內旋轉構成,如圖229所示.水從中心流入擊葉,向外輻射流動而沿周界洩至箱內.當水通過擊葉流出時,從葉片上獲得能量,結果壓力和速度二者均行增大.因在洩出時,水的能量大部分是動能,所以如果要使抽機有效力,那末,必須設法保存此種動能而把牠變爲壓力.

爲說明方便起見,當水流入擊葉時,說牠有一正壓力,如圖229.但是,抽機普通係裝在水源的水準以上,在這種情形之下,在此點的壓力便是負的.且轉動軸無須是鉛直的.

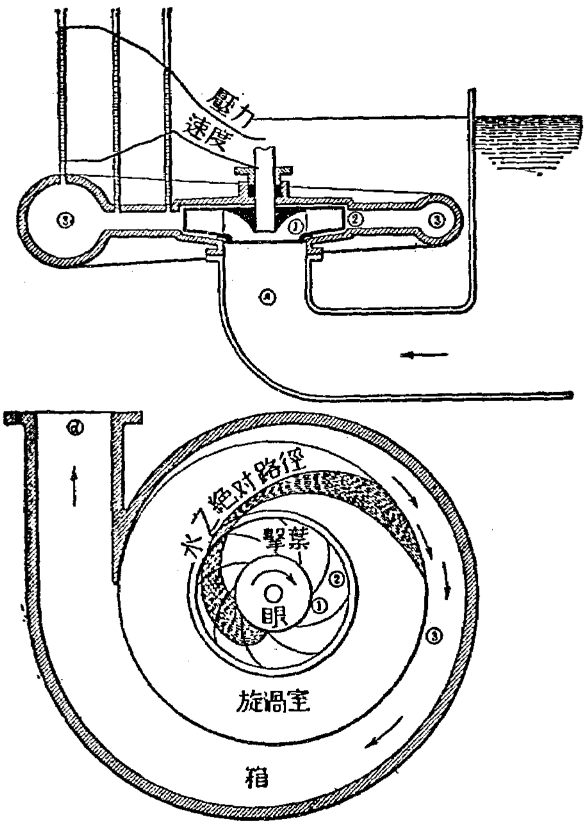
176. 分類——離心抽機大概分爲二類:

1. 輪機抽機(Turbine pump).
2. 螺形抽機(Volute pump).

此外尙有其他的種類,不過這兩種是最基本的罷了.又這兩

種按其他方式更可分門別類,以後就可看到.

輪機抽機乃是擊葉被發散器環繞着的一種抽機,發散器是由駐立葉片作成的,如圖 230 所示.這些葉片作成漸次



擴大的通路,牠們的功用在減小水離擊葉時的速度,如是卽可使速頭變爲壓頭的效率加大.環繞發散器之箱,與擊葉作成同心圓形,或者像反作用輪機的螺形箱都可以.

螺形抽機,(如圖 231 所示)是一種無發散葉的抽機,但輪箱是一種螺旋式的,螺旋的比例恰能產生沿周界的等速流動,並使從擊葉流至放水管的水的速度是漸次減低的.如是,則能量之轉變,是以稍微不同的一種方式完成.此種螺旋常叫作螺形,因此拿牠來名這種抽機.

有時抽機內添一渦旋室,如圖 229 所示.這樣卽產生一種自由螺旋渦旋 (Spiral vortex),渦旋的性質在 136 節曾經敍述過.

177. 離心抽機的描述——離心抽機在構造和理論方面,都與反作用輪機相似.但是這一個不能反轉成那一個,並且牠們的不同點和牠們的相同點是同等的顯著.

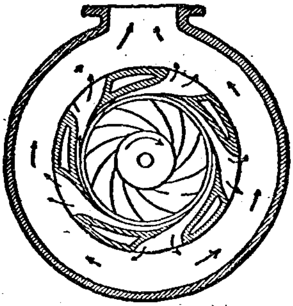


圖 230 輪機抽機

抽機的轉動部分叫作擊葉 (Impeller),牠的功用在運輸水.擊葉可以只由一面汲水,或者從兩面汲水,如圖 232 所示,在這種情形之下,卽一般所說的雙汲擊葉.圖 232,卽這種抽機的一個圖形.牠的截面在圖 232 示出.此種擊葉同牠的直徑相較是狹窄的,而相對的這種卽圖 234 所示.就同一轉動速率說,

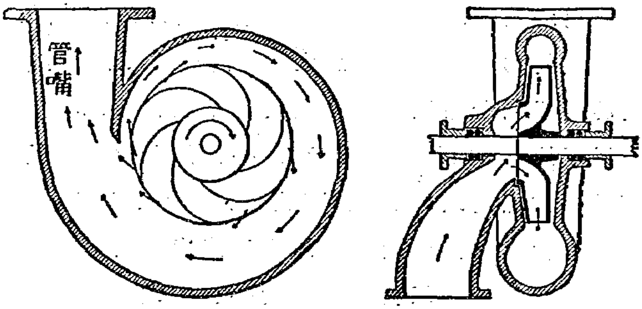


圖 231 蝶形抽筒

後邊這種比前邊那種輸水較多,但水頭則較低.

要想得高水頭,須把擊葉排成串形,在這種情況下,即形成多級抽機,如圖 235 所示.多級抽機可以是輪機式也可以是蝶形式的.前邊這種在圖 235 可以看到,後邊這種在圖 236 可以看到.增添導葉即成輪機抽機,結果構造上大加繁複,如圖 237 所示.在多級輪機抽機內,水普通是經過通道,從一擊葉至次一擊葉,這種通道與在圖 238 所示出的相似.此外尙有他種裝置,但在此處便不再敍述了.

178. 實務條件——離心抽機平常只用牠汲水數呎,可是如果需要時,也可以到數千呎.2,000 呎水頭的抽機曾經製造過好幾個.

離心抽機的容量從很小的量可以上至每秒300立方呎的大量(每分134,500加侖,或每24小時194,000,000加侖).愛皮摩利斯公司曾製造過好幾個這樣大的抽機,水頭是16呎速

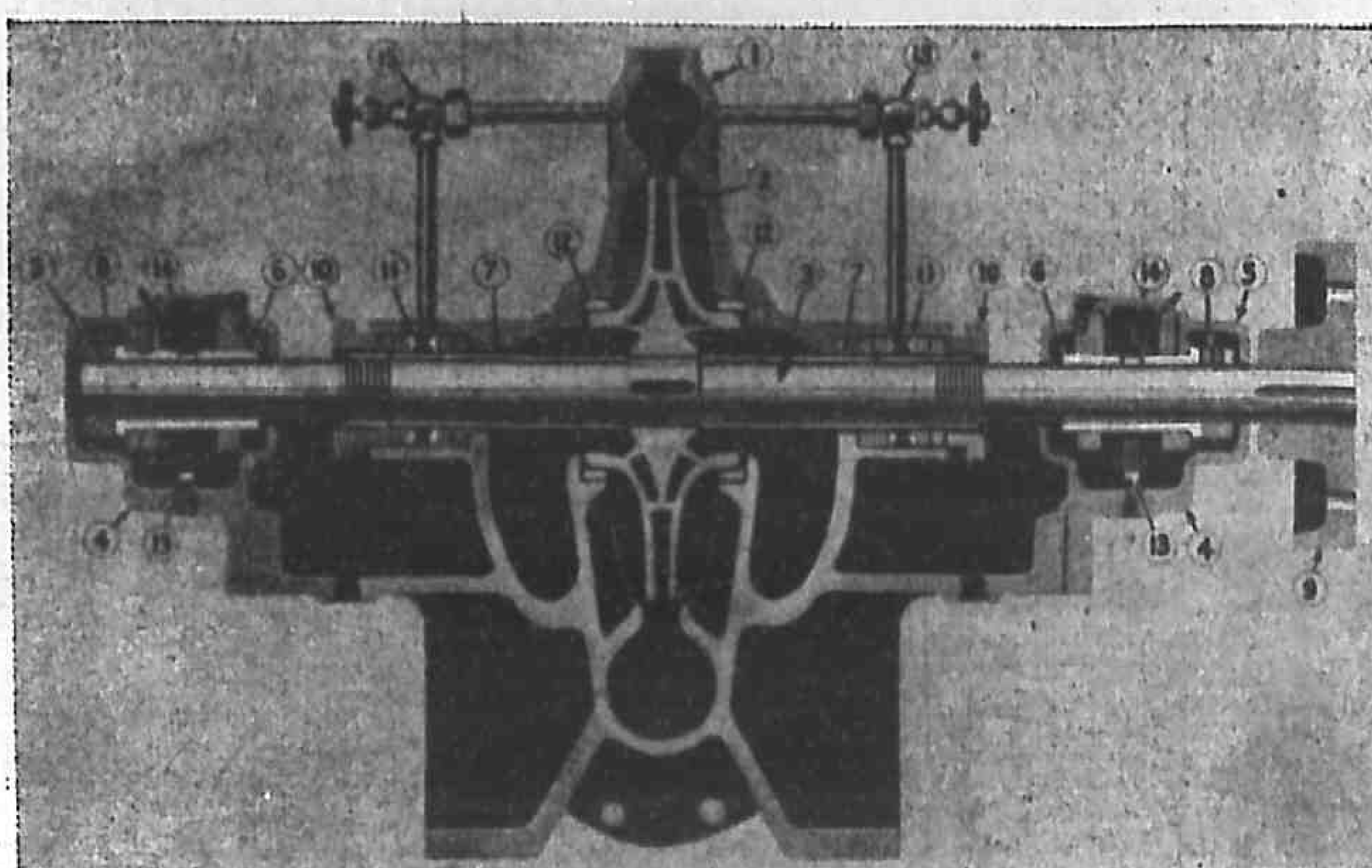


圖 232　雙汲蝸形抽機

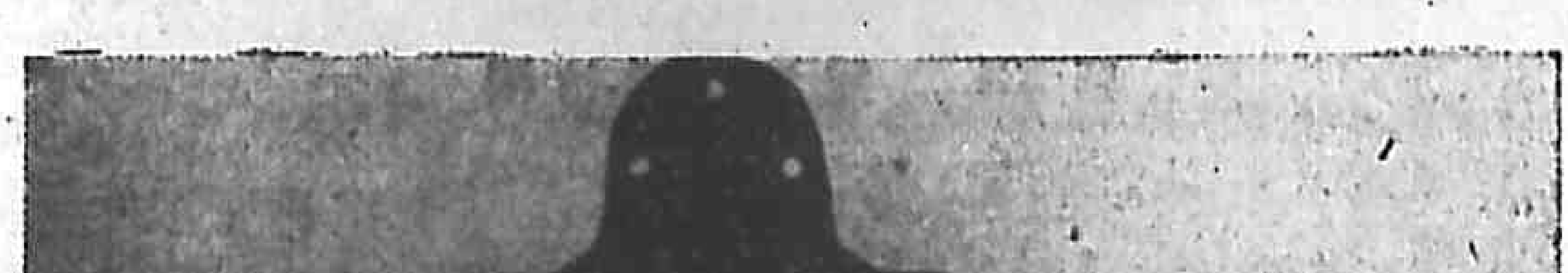


圖 233　雙汲蝸形抽機

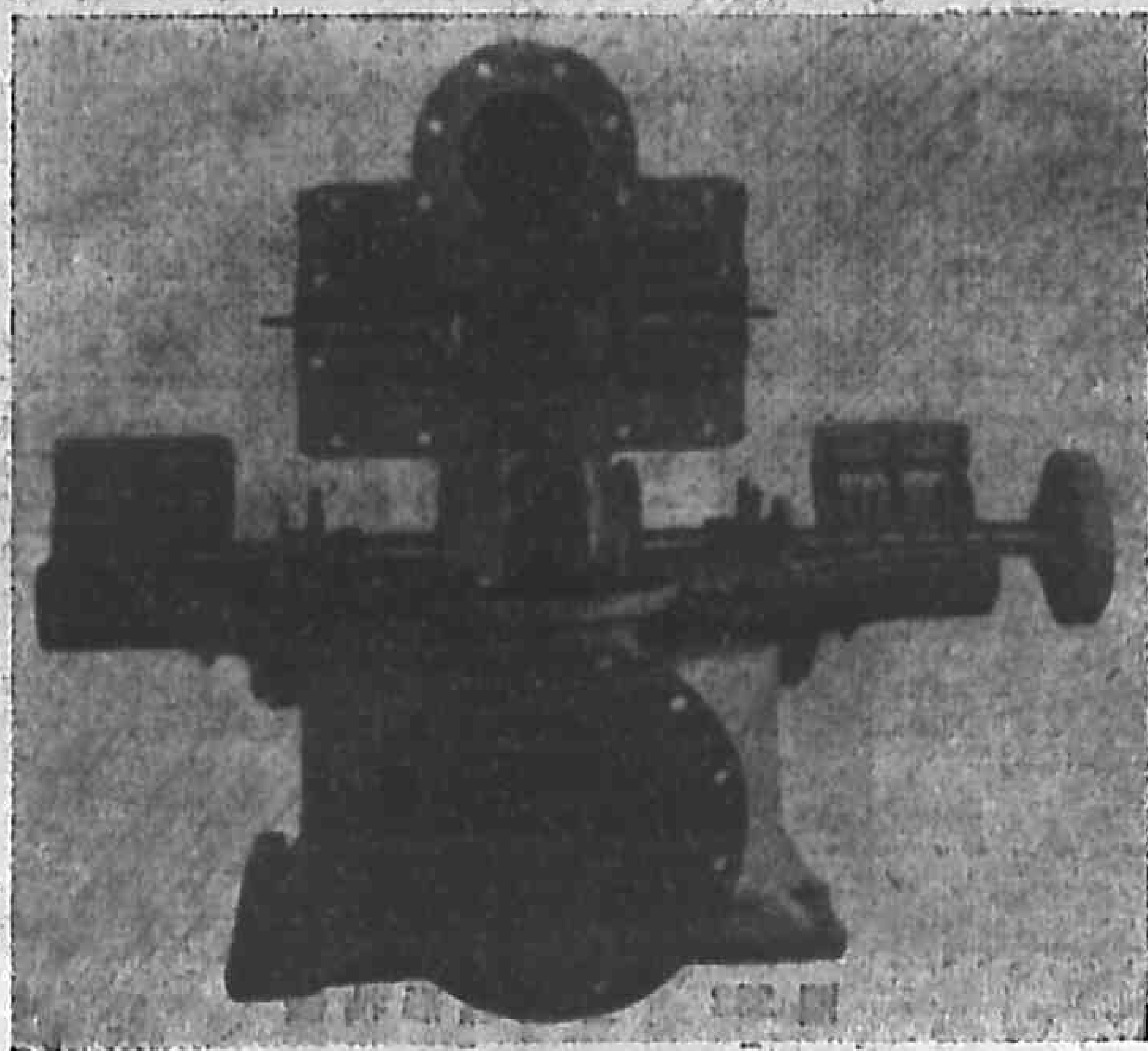


圖 234 雙汲蝸形抽機

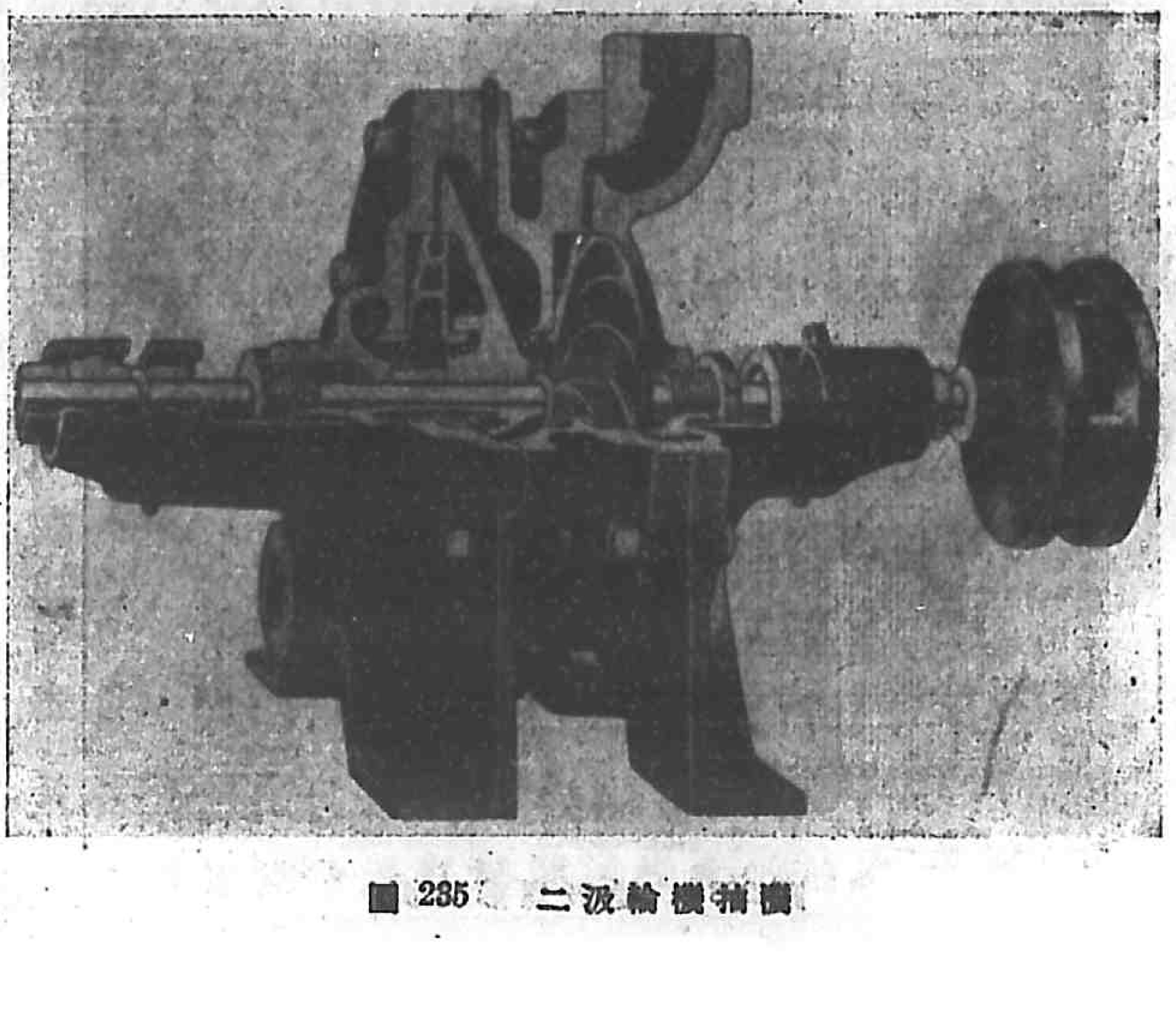


圖 235 二汲輪機抽機

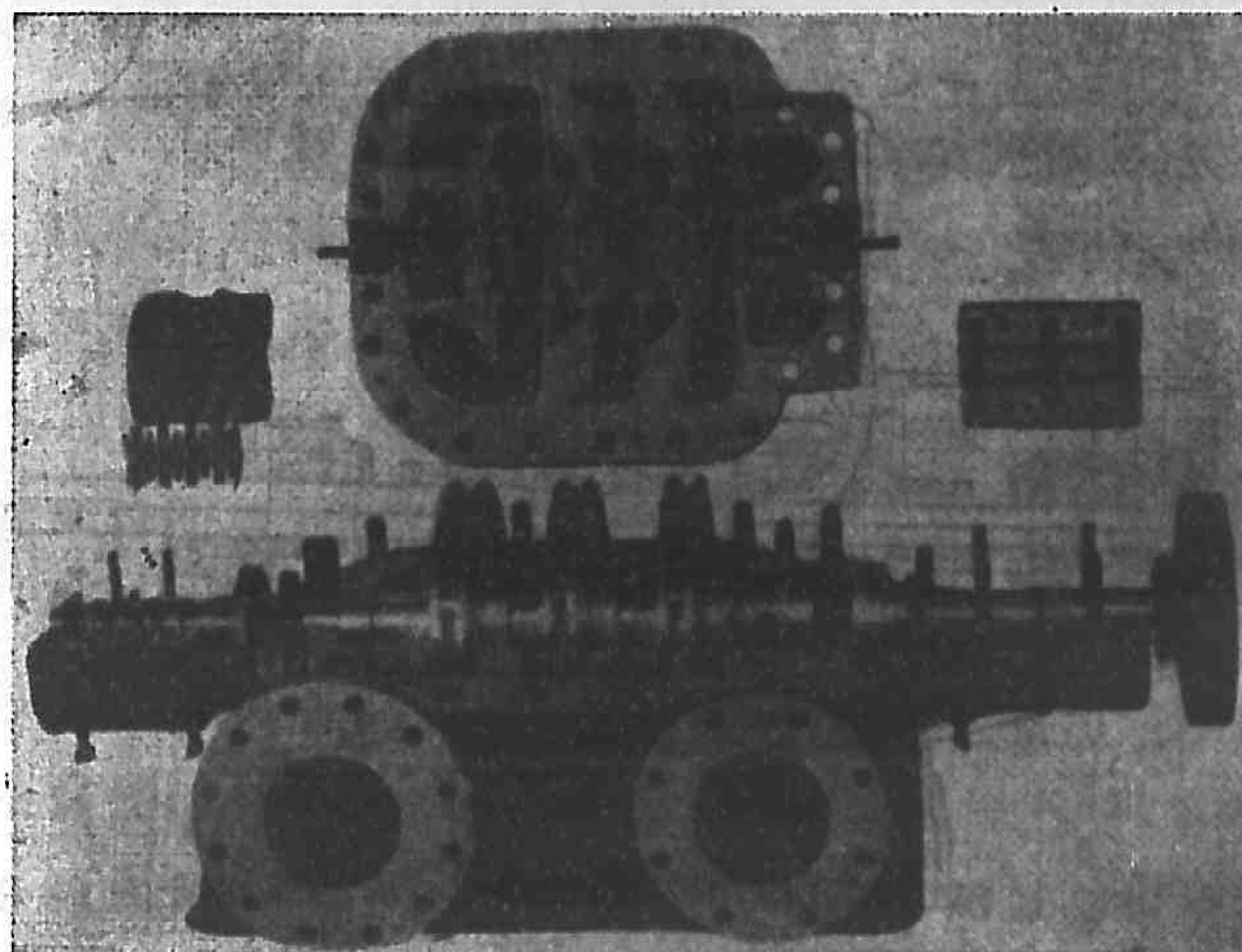


圖 236　無發散葉的三級離心抽機

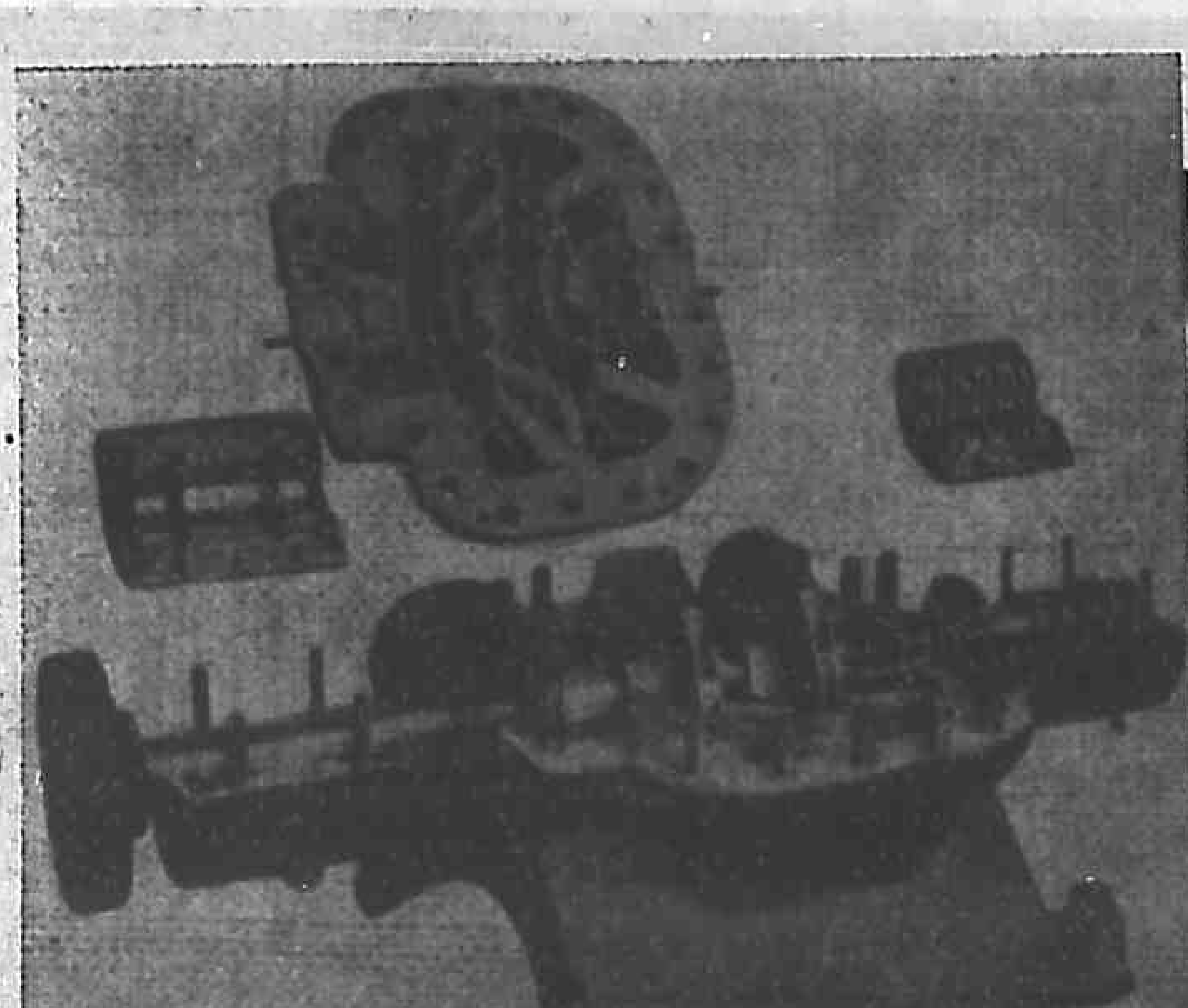


圖 237　有發散葉的二級離心抽機

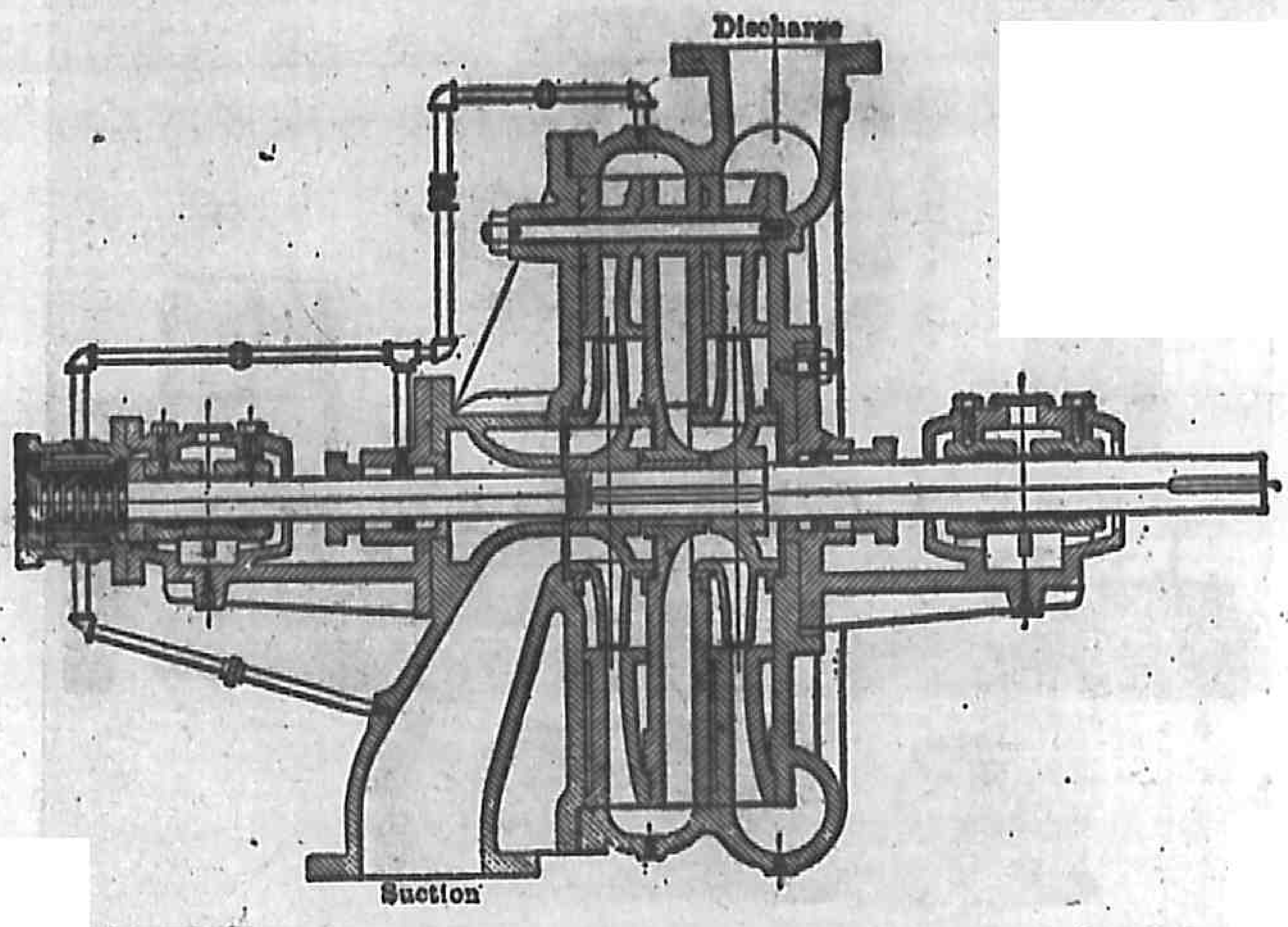


圖 238 華盛頓的二級輪機抽機

圖 239 在美姆非斯洩污水所用之 72 吋離心抽機 $h=15'$; $N=100$. 容量每日 194,000,000 加倫.

率爲每分77.5轉.

具最大功率的離心抽機,是意大利薩爾則爾兄弟(Sulzer Bros.)所裝置的.這是一單級抽機,每分鐘轉1 002轉,在498.6呎水頭下,每分鐘出水32,530加倫,效率是百分之81.0.水馬力是3,590,而轉動時所需的功率爲4,430馬力.不過一般抽機所需之功率是小於500馬力的.

轉動速率在實際應用上,按情形可由每分鐘30至3,000轉.曾經用過的最高速率是每分鐘20,000轉,所用的抽機是一單級螺形的,擊葉的直徑是2.84吋.這抽機在700呎水頭下,每分輸水250加倫效率是百分之60.0.用過的最高周界速率是在一單級抽機上獲得的,擊葉的直徑是3.15吋.在每分18,000轉的速率下,以863呎的水頭每分鐘輸水189加倫,而在較小放出率時,牠能發生995呎的水頭.

離心抽機曾經製造過有多至十二級的.習慣上限制每級的水頭不能超過100至200呎,但在上邊所說的幾種情形下曾經超過的很多.

水輪機是按照牠們的轉子直徑定容量的,但離心抽機的大小普通是拿放水管的直徑來代表.離心抽機的定額水頭(Rated head)和放出率是在已知速率而效率最大時的價值.放出率的此種價值常名爲正常放出率.(Normal discharge)這些值在不同速率時是不同的.

179. 發生水頭——當無流動時,離心抽機所發生的水頭

叫做"閉管水頭"(Shut-off head),或'臨輪水頭" (Head of impending delivery).牠的值應用135節的原理可以找着.

若在閉室內的水被一翼輪激起運動,如圖 240 所示,由中心至周界壓力係漸行增加的.假定水和擊葉轉動的速率相等,擊葉的周界速度是u_2,從方程式(137)可以看到,$p_2-p_1=u_2^2/2g$,在這式內,p_1代表在中心的壓力.如水與壓力室連通,壓力室上安有液體壓力計管,如圖 240 所示,則在管內的水將升到的高度等於:

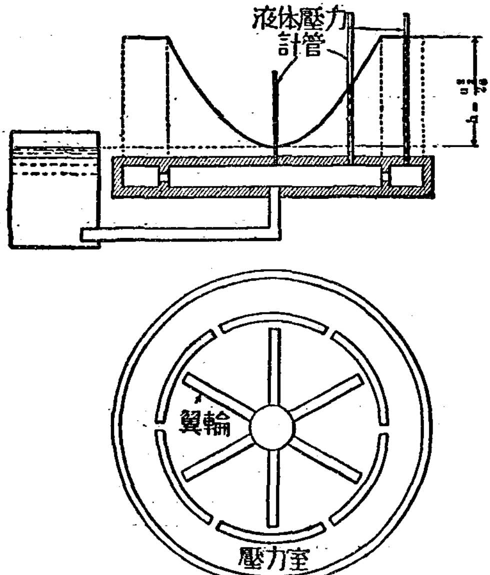


圖 240 離心抽機雛形

$$h=\frac{u_2^2}{2g}. \tag{164}$$

如管的高度小於此種高度時,水卽流出,結果便成一種離心抽機的雛形.

其實製造抽機時,有幾種因素使此關係稍行改變.這些因數中,有傾向增加水頭的,有傾向減小水頭的.就普通離心抽機說,純正效應使臨輸水頭爲:

$$h=0.85\ \text{至}\ 1.10\frac{u_2^2}{2g}. \tag{165}$$

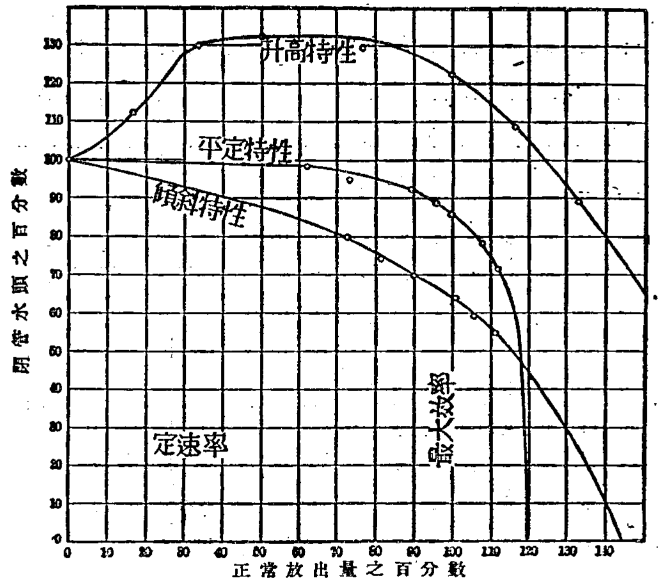


圖 241 不同抽機之水頭放出率的特性曲線

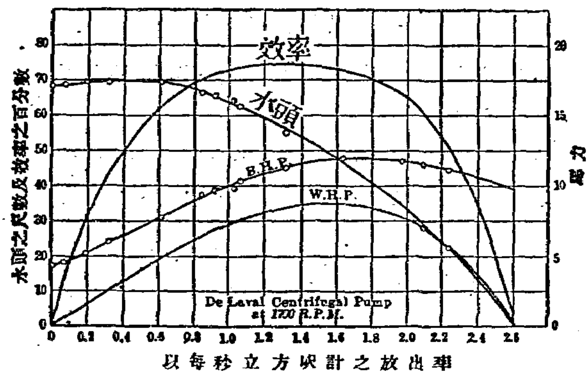


圖 242 在一定速率下之六吋抽機的特性曲線

但是流動一發生,以上的關係卽不真實,這在圖 241 及 242,可以看得出來.當水被輸出的時刻,水頭比閉管水頭大或小,按照抽機的設計而定.現在,要就一切的運轉情況,推演水頭,擊葉速率,和放出率間的一種普通關係.

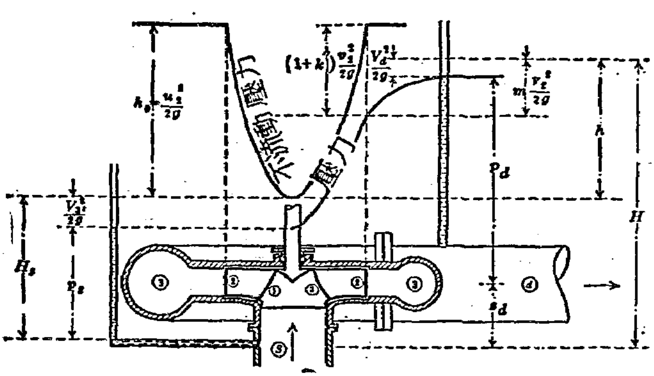


圖 243

當汲水管內的水挨近轚葉時,因水的中間質點的滯性,在牠達到轚葉以前,轚葉可以有一種轉動運動傳給牠.因是在圖 229,便須就點(2)與(s)寫方程式,後邊這點從轚葉退後相當遠,以便使水無轉動流動傳給轚葉.

圖 243,示出流動爲在零的情形下之水壓梯度,和方程式(164)一樣.

$$l_0=\frac{u_2^2}{2g}.$$

當流動發生時,在(2)的壓力便降落,該點恰在轚葉之內,降落的原因是由於在該點之速頭,及由在轚葉通道內或從(s)至(2)之水頭的損失而來.如 k'' 是損失係數,則在轚葉出口之壓力降落將爲 $(1+k'')v_2^2/2g$ (註一).但在(s)的壓力,也要減小,其所減的量等於 $V_s^2/2g$. 又當水從(2)流至(d),(圖 243),在速頭內也有從 $V_2^2/2g$ 至 $V_d^2/2g$ 的一種減小,雖然不能說沒有損失,可是這表示壓力方面有相應的增加.如是,$mV_2^2/2g$ 等於所變的壓力加 $V_d^2/2g$,損失是 $(1-m)V_2^2/2g$.

從方程式(168),抽機——包含轚葉和箱在內——所生之總水頭,是(參看圖 243)

註一　考究帶管嘴的一餖管作爲理論的一種說明.當管嘴啓開時,水可以流動,於是在管嘴底的壓力小於關閉後所得的值,其減小之量等於在該點的速頭,以及流至該點的摩擦損失.如管嘴各方運動,此種壓力降落將絲毫不受影響,因爲這種降落,是在餖管內之流動速度的函數,這速度是相對速度,與水對於地球的速度無關.

$$h=H_d-H_s=\left(p_d+z_d+\frac{V_d^2}{2g}\right)-\left(p_s+z_s+\frac{V_s^2}{2g}\right)$$

$$=h_0-\frac{(1+k'')v_2^2}{2g}+\frac{mV_2^2}{2g}$$

$$=\frac{u_2^2}{2g}-(1+k'')\frac{v_2^2}{2g}+m\frac{V_2^2}{2g} \qquad (166)$$

其實,當流動發生時,因在汲水管內的摩擦所損失之水頭,在(s)處的壓力將有更多的降落.但是,這又要減小在(2)和(d)的壓力,所減的數量二處相同.因此,在壓力間的差異,也就是我們這裏所考究的,將完全一樣.

須知m這量是一變數.當從擊葉放出的水使角α_2(參看圖 244)與輪機抽機的發散輪葉的角符合,或速度V_2是螺形抽機的原值,便得速頭的最大比例.就比此較大或稍小的放水量說,在此種轉變中將有額外的損失.在輪機抽機,m的最大值約為0.75,而在螺形抽機,則m的值稍小.

在離心抽機內,擊葉的面積是固定的,而且數值不變,因此以下式表示放出率較為方便:

$$q=a_2v_2. \qquad (167)$$

現在,就圖 244 和 245 所示的向量圖而論,放出率變更時,V_2及a_2的值也改變.當q漸近零時,v_2及α_2漸近零,同時V_2漸近u_2.因此,放出量無限小時,V_2的值可以當作等於u_2看待,而在環繞擊葉箱內之水的速度實際等於零.所以水的質點以高速度離開擊葉而走入靜止的水內,即失掉牠的全部動能,

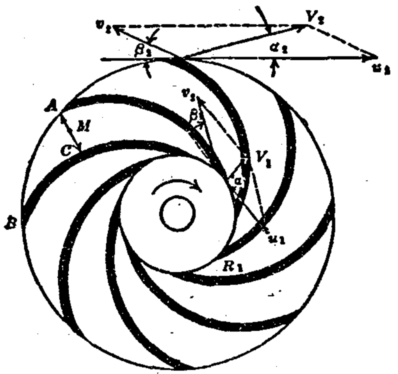


圖 244

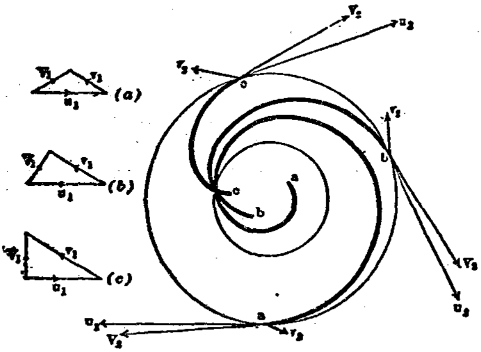


圖 245　三種不同放出率的流線

如是當放出率漸近零,因數m也漸近零.由是可以看到,當放出率是零時,在方程式(166)內之h的值,變爲由方程式(164)所得的值.

把方程式(166)檢閱一下,卽可說明圖 241 之上升或下

降的特性.如因放出的速頭轉變爲壓力而壓力增加的,大於由速度和在擊葉內的損失所減小的,卽發生上升的特性,假如牠們約略相等,則有平定特性,並且倘量 mV_2^2 小於 $(1+k'')v_2^2$ 卽有下降特性.

因爲轉變速頭爲壓頭不易有高的效率,所以宜使 V_2 爲最小.可以看到就 v_2 的已知値說,角 β_2 越小 V_2 的量便越小.所以幾乎所有的離心抽機,β_2 的値全是從20度至30度,雖然此角偶爾小至10度或大至80度也可以.可是大於90度的很少見,因爲這樣設計的效率是小的(註一).

180. 水頭的量度——一抽機運轉所抵抗的水頭,用方程式(98)或(100)可以計算出來.而這抽機所能發生的水頭,可以用方程式(166)計算,但當計劃量度抽機實在所發生的水頭時,在抽機的洩水及汲水兩端找一些示數卽可作到.如是在圖 246, 水從(s)流入抽機時所含之能量與從(d)流出時所含之能量的差異,純粹是由抽機所生的,因此

$$h=H_d-H_s$$

但

$$H_d=p_d+z_d+\frac{V_d^2}{2g},$$

$$H_s=p_s+z_s+\frac{V_s^2}{2g}.$$

註一　在輪機論內,角 β 曾經規定爲在 v 及 u 間的角.這就輪機的目的說是滿意的,但在普通的離心抽機,此角卽永遠大於90度.因此在這裏把牠規定爲在 v 和 $-u$ 間的角,就覺便當,這在圖244是可以看得出來的.

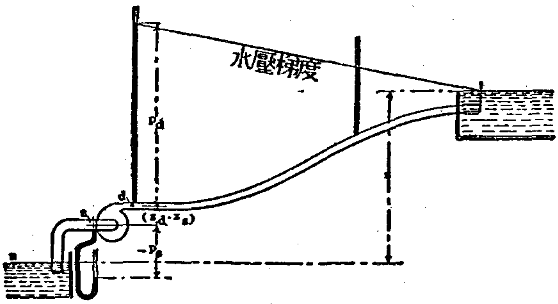


圖 246　抽機發生的水頭

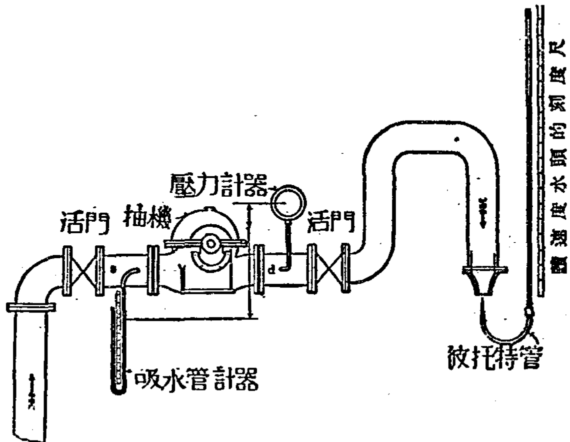


圖 247　水頭的量度

所以,即得

$$h=(p_d-p_s)+(z_d-z_s)+\left(V_d{}^2-\frac{V_s{}^2}{2g}\right) \tag{168}$$

普通在水流入抽機時所受的壓力小於大氣壓,在這種情形

下,p_s的值便是負.如與空氣接觸處的汲水及洩水管是同一直徑,速頭便抵消,這樣則 h 的值便是二水注表面的水準之差,如圖 246 所示.

檢驗抽機時,計器可以照圖 247 所示聯接,無需要把計器的示數變成在管中心線所找到的壓力.如計器示數直接用到方程式(168),而y的值代表(z_d-z_s),可以證實結果是一樣的(註一).

181. 擊葉所生的水頭——由擊葉輸至水內的能量,大於實在輸入水內的.所差的是抽機內水摩擦的損失.如抽機實在所生之水頭以h代表,則由擊葉輸至水中的水頭是

$$h''=h+h',$$

或

$$h''=\frac{h}{e_h}$$

在一無任何水損失的理想抽機內,這二量便相等,但在任一實在抽機內,牠們代表兩種完全不相同的事態.就在不同運

註一　這種問題常常發生,爲什麼決定水頭時需要扣除$V_s^2/2g$,因爲抽機曾將這種速度傳給水.第一答案,卽方程式(168)是能量原理直接應用的結果,但事態的說明是這樣的:V_s的一種函數p_s也曾包括在內.比方,假定汲水管大至在牠裏邊的速度可以忽視,於是p_s的量度值便大於汲水管較小時的值,並且不計損失.在這兩種情形下,p_s的值便差$V_s^2/2g$.如在s處的速頭被省去,壓力示數也應當略去.於是總水頭可以由將z_s+汲水管損失加於"放出水頭"上得到.但前面這二量的值必須算出,並且可以指明當量度出p_s後再利用速頭$V_s^2/2g$卽可由試驗決定.

轉情況下的已知抽機說, h'' 和 h 間既無一定量的差異,彼此又不成一定的比例.因此代表 h'' 和 h 的實值曲線不僅不重合,甚至也不是同樣的形狀.這在圖 248 內可以看到.在這圖內,"實在輸入的水頭——h''"的曲線,由著者從試驗數據曾作過相當正確程度的測定.可以看到就每秒從 0 至 0·6 立方

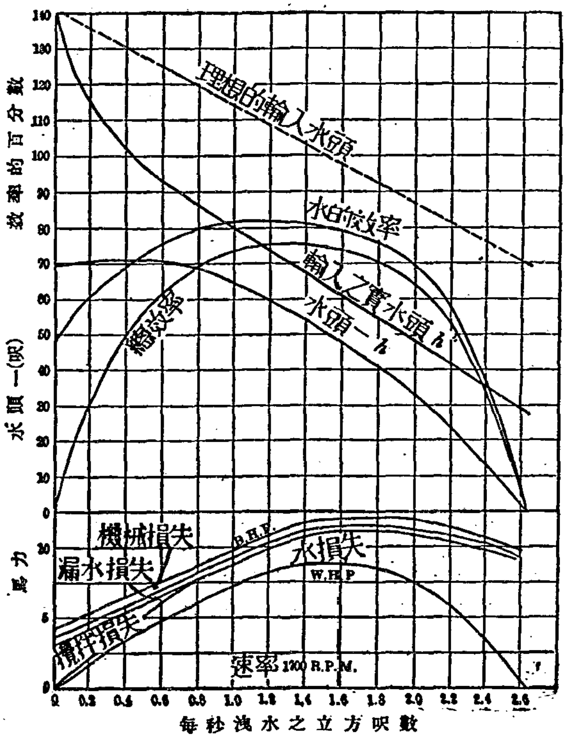


圖 248 定速下的離心抽機之分析

呎的放出率說,h的值增加,而h''的減小.在數種其他情形之下,在這裏所示出的差異比更爲顯著

應用130和132節的原理,可以推出代表h''的一個公式.因 $h''=u_2 V_2 \cos \alpha_2/g$, 及 $V_2 \cos \alpha_2 = u_2 - v_2 \cos \beta_2$,

$$h''=\frac{u_2(u_2-v_2 \cos \beta_2)}{g}, \tag{169}$$

略去水的損失,從方程式(166)也能得到此式.此式須要h''的值等於零及m的值等於1.0.次一步便須用u_2, v_2和β_2解明向量三角形以求V_2結果便與方程式(169)符合.

可以看到擊葉速率一定不變,β_2的值大於90度時,由方程式(169)所得h''的值便依q(及v_2)增加;$\beta_2=90$度便與q無關;及β_2小於90度便減小.由此有時便說β_2之適當選擇,即得上升或下降的特性,但這是由於把h''和h混淆所致.β_2的值對此有幾分影響,但牠單獨不能決定這種事態.著者試驗一抽機時,用$\beta_2=26$度的角度,曾找出一種顯明上升的特性.並且試驗其他抽機時,$\beta_2=90$度,曾示出傾斜下降的特性.眞實說明只在方程式(166)內可以看到.

水的效率是h/h''之比.理由和在162節所述相同,h''的眞正價值不容易計算,於是眞正水的效率,只能由試驗來決定.試驗只能直接給出總效率的值,可是須要留下他種損失的餘地,或用特別方法來決定牠們,以便得到確實水的效率.應用方程式(169),並用擊葉的實在因次,計算出的h''的值,可以

看到是在一直線上,如在圖 248 所註明之"理想輸入水頭".如是,則在實在h與用平常方式所計算出的h''間的比,在一切情形之下,均較小於水的效率.因牠常小於總效率,如是證明牠不是一正確的價值.但就一些設計的目的說,牠 . 有用的,於是即名爲"活用係數"(Manometric coefficient).此比的值,平常在0.55與0.65之間,

182. 離心抽機的因數——與在輪機的情形下恰恰一樣,要想就一已知離心抽機獲得最好的效率,在水頭,速率,和放出率間必須有一種確實關係.方程式又明示這三種量是彼此互相關聯着的.因此從方程式(166)可以看到,爲作成同樣形狀的速度圖形,u_2, v_2, 和V_2必須與$\sqrt{h}$成比例的變動.因此應當寫作(註一)

$$u_2=\phi\sqrt{2gh} \tag{170}$$

$$v_2=c\sqrt{2gh} \tag{171}$$

與輪機恰恰一樣,要想得最大效率,ϕ須要有一定值.從方程式(166)可以看到,c的固定值與ϕ的各種值都可結合.在尋常形式的抽機,這些因數具以下各種值:

閉管時	$\phi=0.95$ 至 1.09
正常放出時	$\phi_e=0.90$ 至 1.30

註一 就抽機說,ϕ與在內流反作用輪機內有同一意義,因爲在兩種情形之下,牠都給出周界速率.但c有一不同意義,因爲牠與v_2用在一個式子內,比與V_2用在同一式子內較爲方便.

正常放出時　　　$c_s = 0.10$ 至 0.30

ϕ_e 的值視抽機的設計而定.如是角 β_2 愈小和槳葉的數目愈少,則 ϕ_e 的值愈大.

恰恰和在170節一樣,可以示明:

$$N = \frac{1,840\phi\sqrt{h}}{D} \tag{172}$$

183. 比速——輪機的比速因數含發生的馬力,因這是特別注意的數量.但在離心抽機,首先所注意的是牠們的容量,如能推出一使 N_s 含放出率的類似式子,便更爲有用.因功率與放出率彼此實成比例,所以抽機的比速不過是只用不同的單位示出而已.

除去直接應用方程式(162)外,與在171節的步驟恰恰相同,在離心抽機

$$N_s = \frac{N\sqrt{\text{g.p.m.}}}{h^{3/4}}\text{*} \tag{173}$$

離心抽機的容量,普通用每分之加倫數表示,而不用每秒的立方呎數.如是則這式的以上形式大概便是最便利的了.(1立方呎 = 7.48 美國加倫)

無論是單汲或雙汲的一種槳葉,其比速的值大概是在以下的極限間:

$$N_s = 500 \text{ 至 } 8,000.$$

* 記着: $h^{3/4} = h \div h^{1/4} = h \div \sqrt{\sqrt{h}}$. $h^{3/4}$ 的一些値可在第400頁找到.

在特殊的構造下,也可以得更高的值.這一點必須記住,這些只實用於單級的.若在一多級抽機,須用級數除總水頭,先得h的恰當值,才能應用在本章內的方程式.

從實在抽機的試驗中所獲得之比速的值,可以實用於其他同式的抽機上.因為N_s是抽機樣式的一種指數與在輪機上恰恰一樣.牠的最大用處是使我們能決定可能或適當的速率和容量,以及每級水頭之組合值.並且如果要應用某式抽機,N_s的值是固定的,於是可以找着所需要的這些因數的組合值.

184. 不同速率的運轉——在本章內曾指明離心抽機在變動水頭下,以固定速率運轉的特性.現在要考究速率改變,抽機可受什麼影響.方程式(170)和(171)已示出此種關係.要想得類似的運轉情況,須使ϕ和c的值保持不變.如牠們保持不變,則抽機的速率和放出率便與水頭的平方根成比例.但若ϕ和c不是一定不變的,那末量的變更卽無簡單指數.於是只有用二次方程式,如在179節所示之形式.因此假如水頭因速率改變而發生變更,並假如以下的簡單比實用,必須明了放出率也得變更.

從方程式(170)可以看到:

$$h=\frac{1}{\phi^2}\,\frac{u_2{}^2}{2g},\tag{174}$$

這式表明,如ϕ保持不變,發生水頭與抽機速率的平方成比

例.把方程式(174)所得之h的值代入以後,從方程式(171)可得:

$$v_2=\frac{c}{\phi}u_2 \tag{175}$$

由是如ϕ保持不變,c便也保持不變,而放出率必定與速率成正比.因功率是h與q之乘積的函數,所以牠將與速率的立

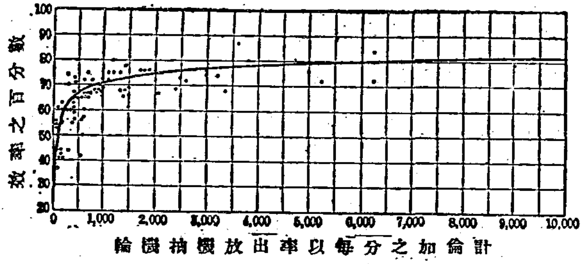


圖249 效率是容量的函數

方成比例,和在輪機的情形下恰恰相同,在合理的限度內,只要ϕ不變,離心抽機之水的效率是視速率而定的.但已知抽機的最大總效率,在較高速率時便稍行增加.

185. 影響效率的因數——在173節所考究的這裏也可實用.決定離心抽機效率之最重要的因數是牠的容量,這在圖

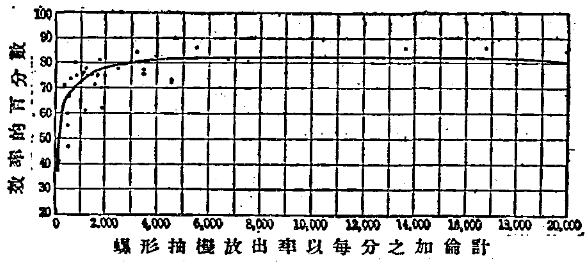
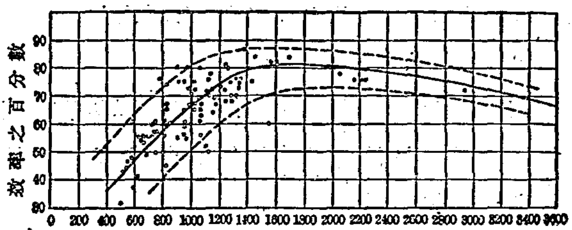


圖250 效率是容量的函數

249和250可以看到.一小容量抽機將有一低體積效率,因爲經過餘隙環漏回汲水管的水,其百分比將較大.又這種抽機的盤旋摩擦,是總損失功率的一較大百分數.

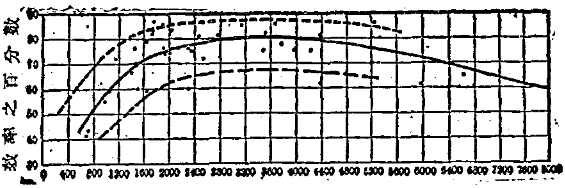
倘設計精細可以指明每級的水頭對抽機效率只有輕微的影響.

但就一已知容量說,抽機不同而效率亦異,不祇因製造手術和構造的變更,而且其他因數如速率和水頭也有關係.因這些都含在比速內,把效率用比速的函數表示似乎是合



輪機抽機,比速 $N_s=\frac{N\sqrt{\text{g.P.M.}}}{h^{3/4}}$

圖 251 效率是比速的函數



渦旋抽機,比速 $N_s=\frac{N\sqrt{\text{g.P.M.}}}{h^{3/4}}$

圖 252 效率是比速的函數

理的,圖251和252,示明多數輪機和螺形抽機之效率與比速間的關係,但這一點應記住,就任一已知比速說,容量愈大則效率愈高.因此便不能有一單獨曲線在任何情形下都可選擇出確定價值.

186. 習 題

167. 圖248是一單級抽機的曲線,在這抽機內,$D=9.12$ 吋,$a_2=0.0706$ 平方吋,$\beta_2=27$ 度.當 $q=1.315$ 立方呎每秒,速率是1,700 r. p. m., $h=55.7$ 呎.如假定 $m=0.50$,求 k' 之值.

答. 5.69.

168. 在圖241,如假定 ϕ 的值在閉管時是1.0,以上升特性論,就最大舉高而言,這抽機的 ϕ 的值是若干?在各種情形下,最大效率時 ϕ 的值是若干?

答. 0.870, 0.002, 1.078, 1.250,

169. 一抽機擊葉的直徑是10吋.速率是1,200 r.p.m.. 如 $\phi=1.20$,則 h 的值爲若干?

答. 29.5呎.

170. 計算圖329所示抽機之比速的值.一二級抽機在1,700 r.p.m.時,對抗225呎的水頭,每秒輸出水0.429立方呎,試計算其比速之值.

答. 4,820, 707.

171. 一抽機的運轉情形如圖242所示,如其轉動速率是

1,000 r.p.m., 其容量,水頭,以及功率將爲若干?需何種速率方能使這抽機的容量加倍?需何種速率使牠的舉高加倍?

答. 0.773 秒呎, 19.2 呎, 2.36 馬力, 3,400 r.p.m., 2,400 r.p.m.,

172. 如圖 242 之抽機的速率加倍,每秒 2.4 立方呎的一種放出率之水頭有多高?在較高速率時,按此種放出率,其效率如何?

答. 336 呎, 0.74.

173. (a) 擬用一單級抽機,在 900 呎水頭之下,每分鐘輸水 1,600 加侖.所能用之最小轉動速率爲若干? (b) 擬用一種抽機在 16 呎水頭之下的比速爲 2,000. 如速率是 1,800 r.p.m., 其容量爲若干?

答. (a) 2,050 r.p m., (b) 79 g.p.m.,

174. 如在習題 173 (a) 須用 600 r.p.m. 的一種速率,這抽機最少必須有若干級?

答. 6.

附　　錄

1. 黏滯性

任何流體的黏滯性都是牠的切變強度的一種量度.絕對黏滯性可以規定爲等於Fb/V,在這裏F是使一小板以速度V移動時,每單位面積上所需之力,這小板距一大板的小距離是b,運動的方向與大板平行,而這兩板間的空間充以此種流體.於是看到牠含有力,空間,以及時間的因次.牠可以用英國或法國單位制度來表示,力量F在前種單位制度,用平方呎之磅達計,在後種,用每平方釐米之達因計.如是,則絕對黏滯性的單位,是每平方呎之秒磅達＝每秒呎之磅數,或每平方釐米之秒達因＝每秒釐米之克數.

從黏滯性的定義,可以推出以流線流動之龐義思利(Poiseuilles)的摩擦損失定律,即$\Delta p'=32\,\mu lV/gd^2$.以後由這方程式給出用實驗量度絕對黏滯性的一種方法,也就是測定一種流體流動時壓力的降落,這流體無論是氣體或液體均可以,實驗時使流體經過一長毛細管,因爲經過毛細管才能無奔流的流動.於是黏滯性μ的值可以用上邊的公式來計算這是測定黏滯性的標準方法,但作到精確程度卻是頗麻煩

的一種實驗,而且須用一絕對均勻口徑的毛細管,所以就平常的目的說,常用儀器直接來量度另外一些量——這些量是黏滯性的一種函數.在美國,按照黏滯液體說,平常用的儀器,是塞包爾特 (Saybolt) 黏滯計 (Viscometer). 用這計來測定60 cc. 的液體流過一短小管所需之秒數.塞包爾特黏滯性只是所觀察的秒數.就水說約爲30秒,但在很黏滯的油,牠可以高過 10,000 秒以上.爲減少測定所需的時間起見,在很黏滯的液體,另外用一種大管的儀器,叫作塞包爾特糖醛黏滯計,再由計算把糖醛的秒數變爲一般的秒數.

因爲管短,不依賴黏滯性之進口和出口的損失,是不能忽視的,如是,則流動時間不與黏滯性成正比.在新式的塞包爾特黏滯計,這種關係由以下之經驗式來決定:

$$\frac{\mu}{w}=0.00000233\,t-\frac{0.00194}{t},$$

在這式內,μ是以每呎秒之磅數計的絕對黏滯性,w是以每立方呎之磅數計的密度,和t是塞包爾特的一般秒數.此方程式在黏滯性漸近,或小於水的液體不實用,因爲在這種情形之下,牠將示出一負值.塞包爾特儀器不曾精確的標準化,數值係數內或許有輕微的變更,這些係數還是最近測定的.一具不同數值的類似方程式,在因格勒 (Engler) 和累德武德 (Redwood) 黏滯計都實用.

以米制計的黏滯性單位,即每平方釐米之一達因秒,叫

做一泊(Poise). 由所含的因次可以看到一泊 = 0.0672 磅達秒每平方呎.現在有一種漸趨通用的很方便的單位是釐泊(Centipoise); 這自然是0.01泊了. 釐泊有這種方便處,就68°F.(20°C.)的水說牠等於1.0.如是,以釐泊計的絕對黏滯性;其數值等於以68°F.的水作標準的相對黏滯性.

在米制下,密度和對水的比重也是相同的.如是,倘在前式內用英國單位計的絕對黏滯性,以用釐泊(這等於相對黏滯性)計的絕對黏滯性代替,及用每立方呎的磅數計的密度,以用克(這等於比重)計的密度代替,於是:

$$\frac{U}{s}=0.216\,t-\frac{180}{t},$$

在這式內,U等於釐泊,和s等於比重.

絕對黏滯性與密度之比,叫做動黏滯性,且此比——牠可以直接由前二公式求出——常在其他計算內遇到.但是,可以看到,表示牠的方法,可以和黏滯性的單位制度一樣多.

為方便起見,能看出: 68°F.水的絕對黏滯性,可以定為每呎秒0.000672磅,0.01泊,或一釐泊.又68°F.水的密度可以當作每方立呎62.3磅,或$s=1$.

在表8可以看到一些黏滯性的代表值.氣體的黏滯性實際與壓力無關,但隨溫度增加.在液體內黏滯性永遠視溫度的加增而減小.

表 8

流體	温度,華氏度數	絕對壓力,氣壓	密度,每立方呎之磅數	絕對黏滯性 英國單位	絕對黏滯性 釐泊	$\frac{s}{U}$
氫	70	1	0.00522	0.0000062	0.0092	0.0091
空氣	70	1	0.075	0.0000125	0.0186	0.0647
空氣	70	10	0.750	0.0000125	0.0186	0.647
蒸汽	212	1	0.0373	0.0000081	0.0121	0.0495
蒸汽	357	10	0.328	0.0000097	0.0144	0.362
汽油	60	任何	46.1	0.000370	0.55	1.34
汽油	60	任何	49.0	0.000605	0.90	0.873
粗油 輕	65	任何	53.5	0.00672	10.0	0.086
粗油 重	65	任何	58.6	0.208	310.0	0.0030
剩油	155	任何	56.75	0.0279	41.6	0.0219
剩油	74	任何	58.5	0.495	739.0	0.0013
水	32	任何	62.42	0.001204	1.79	0.558
水	50	任何	62.41	0.000979	1.31	0.765
水	68	任何	62.33	0.000672	1.00	1.00
水	86	任何	62 17	0.000538	0.80	1.24
水	122	任何	61.70	0.000369	0.55	1.80
水	158	任何	61.02	0.000273	0.41	2.41
水	212	任何	59.76	0.000191	0.28	3.38

2. 表格

表 9——圓的面積

直徑		面積		直徑		面積	
吋	呎	平方吋	平方呎	吋	呎	平方吋	平方呎
$\frac{1}{4}$	0.0021	0.0491	0.00034	30	2.500	706.9	4.90
$\frac{1}{2}$	0.0042	0.1963	0.00136	32	2.667	804.3	5.58
$\frac{3}{4}$	0.0062	0.4417	0.00306	34	2.830	907.9	6.30
1	0.083	0.7854	0.00545	36	3.000	1,018.0	7.07
$1\frac{1}{4}$	0.104	1.227	0.00853	38	3.17	1,134.0	7.88
$1\frac{1}{2}$	0.125	1.767	0.0123	40	3.44	1,257.0	8.72
$1\frac{3}{4}$	0.146	2.405	0.0167	42	3.50	1,385.0	9.62
2	0.167	3.142	0.0218	44	3.67	1,521.0	10.75
$2\frac{1}{2}$	0.208	4.909	0.0341	46	3.83	1,662.0	11.53
3	0.250	7.069	0.0492	48	4.00	1,810.0	12.56
$3\frac{1}{2}$	0.292	9.621	0.0668	50	4.17	1,964.0	13.63
4	0.333	12.566	0.0872	52	4.33	2,124.0	14.75
$4\frac{1}{2}$	0.375	15.909	0.1105	54	4.50	2,290.0	15.90
5	0.417	19.635	0.1362	56	4.67	2,463.0	17.10
6	0.500	28.27	0.196	58	4.83	5,642.0	18.35
7	0.583	38.48	0.267	60	5.00	2,827.0	19.62
8	0.667	50.26	0.349	62	5.17	3,019.0	20.93
9	0.750	63.62	0.442	64	5.33	3,217.0	22.3
10	0.833	78.54	0.545	66	5.50	3,421.0	23.8
12	1.000	113.1	0.785	68	5.67	3,632.0	25.2
14	1.167	153.9	1.068	70	5.83	3,848.0	26.7
16	1.333	201.1	1.395	72	6.00	4,072.0	28.3
18	1.500	254.5	1.765	76	6.33	4,536.0	31.4
20	1.667	314.2	2.18	80	6.67	5,027.0	34.9
22	1.833	380.1	2.64	90	7.50	6,362.0	44.2
24	2.000	452.4	3.14	100	8.33	7,854.0	54.5
26	2.164	530.9	3.68	110	9.17	9,503.0	66.0
28	2.332	615.8	4.27	120	10.0	11,310.0	78.5

表10——標準鑄鐵管的大小

直　徑		內面積		直　徑		內面積	
名義上的吋	實內的吋	平方吋	平方呎	名義上的吋	實內的吋	平方吋	平方呎
$\frac{1}{8}$	0.27	0.0573	0.0004	$3\frac{1}{2}$	3.548	9.887	0.0687
$\frac{1}{4}$	0.364	0.1041	0.0007	4	4.026	12.73	0.0884
$\frac{3}{8}$	0.494	0.1917	0.0013	$4\frac{1}{2}$	4.508	15.96	0.1108
$\frac{1}{2}$	0.623	0.3048	0.0021	5	5.045	19.99	0.1388
$\frac{3}{4}$	0.824	0.5333	0.0037	6	6.065	28.89	0.2006
1	1.048	0.8626	0.0060	7	7.023	38.74	0.2690
$1\frac{1}{4}$	1.380	1.496	0.0104	8	7.982	50.04	0.3474
$1\frac{1}{2}$	1.611	2.038	0.0141	9	8.937	62.73	0.4356
2	2.067	3.356	0.0233	10	10.019	78.84	0.5474
$2\frac{1}{2}$	2.468	4.784	0.0332	11	11.000	95.03	0.6600
3	3.067	7.388	0.0513	12	12.000	113.1	0.7854

表11——$m^{\frac{2}{3}}$的值

m	$m^{\frac{2}{3}}$	m	$m^{\frac{2}{3}}$	m	$m^{\frac{2}{3}}$	m	$m^{\frac{2}{3}}$
0.2	0.342	2.2	1.69	4.0	2.52	8.0	4.00
0.4	0.543	2.4	1.79	4.2	2.60	8.5	4.17
0.6	0.712	2.6	1.89	4.5	2.73	9.0	4.33
0.8	0.863	2.8	1.98	5.0	2.92	10.0	4.63
1.0	1.000	3.0	2.08	5.5	3.12	11.0	4.93
1.2	1.13	3.2	2.17	6.0	3.29	12.0	5.22
1.4	1.25	3.4	2.26	6.5	3.48	13.0	5.52
1.6	1.37	3.6	2.35	7.0	3.66	14.0	5.80
1.8	1.48	3.8	2.44	7.5	3.83	15.0	6.10
2.0	1.58						

表12——$h^{\frac{3}{4}}$的值

h	$h^{\frac{3}{4}}$	h	$h^{\frac{3}{4}}$	h	$h^{\frac{3}{4}}$	h	$h^{\frac{3}{4}}$
10	5.62	25	11.18	70	24.20	140	40.6
11	6.03	30	12.82	80	26.77	150	42.8
12	6.45	35	14.38	90	29.33	170	47.1
13	6.85	40	15.90	100	31.6	200	53.2
14	7.24	45	17.38	110	33.9	230	59.0
16	8.00	50	18.80	120	36.2	260	64.8
18	8.73	60	21.25	130	38.5	300	72.0
20	9.45						

基本三角學

在一直角三角形內,如圖253:

$$\sin A = a/c \qquad \sec A = c/b$$

$$\cos A = b/c \qquad \csc A = c/a$$

$$\tan A = a/b \qquad \cot A = b/a$$

角A的任一函數,與角A加90度的奇倍數之餘函數,數的值相同.如:

$$\sin A = \cos(90度 \pm A) = \cos(270度 \pm A).$$

角A的任一函數,與角A加90度的偶倍數之函數,數值相同.如:

$$\sin A = \sin(180度 \pm A).$$

在任何情形之下,函數的符號,視角所在的象限而定.

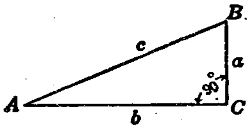


圖 253

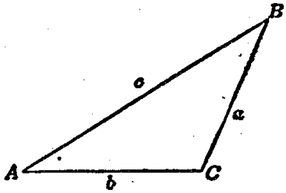


圖 254

要解明一斜三角形,如圖254所示,用

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}.$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A.$$

$$a^2=(b-c)^2+4bc\sin^2\frac{A}{2}$$

$$a^2=(b+c)^2-4bc\cos^2\frac{A}{2}$$

$$a^2=(b\sin A)^2+(c\cos A-b)^2.$$

這是解明將在輪機和離心抽機內所遇到的向量三角形所需之一切公式.

習　　題

175. 在圖 40, 堰板 AB 依在 B 的一固體而靜止, 但在 A 的兩端,各有一可折斷的木針.如堰板截面的長度是6呎,假定水準達到 A 時木釘即被折斷,則木釘的抗切強度必需若干方可?

176. 在圖41,當水準達到A時,使堰頂落下,則在C每長一呎所必須增加的重量是若干?忽視移動堰頂之其餘重量,並假定$BC=7.5$呎.

答. 1,830磅.

177. 圖255示出一圓形水箱.在底上的總壓力是若干?作用在環狀表面A–A上的總壓力是若干?求在邊壁B–B內之最大縱張應力的強度:(a)如箱由頂上懸着.(b)如在底上支着.

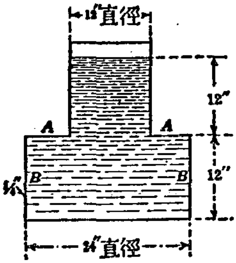


圖 255

答. 392磅, 147磅, (a) 20.8磅每平方吋, (b) 7.8磅每平方吋

178. 一鉛直平面面積,牠的上稜與水表面吻合,從水表面向下,每隔一呎量度一次,則得寬度如下: 4.90, 4.48, 4.00, 3.46 2.82, 和0呎. 以zx及z^2x之值作圖,並測定合壓力的量,及壓力中心的深度.

答. $P=2,930$磅, $y'=z'=3.43$呎.

179. 求這平面的面積,及其重心的深度.

答. $A=19.6$平方呎, $\bar{y}=\bar{z}=2.4$呎.

180. 用西姆普松(Simpson)的法則解明上邊的習題.

181. 如x和z的關係爲$x^2=24-4z$用微積分解明上題.

182. 一鉛直等邊三角形,牠的頂在水表面內,牠的底成水平.如各邊長爲9呎,求總壓力,及壓力中心的位置.

183. 一堤的截面是梯形的,接水面是鉛直的. 底寬 20 呎,頂寬 2 呎,以及堤高是 20 呎. 水的深度是 18 呎. 堤重每立方呎 150 磅.求合壓力截堤底的位置.

答. 距鉛直面 8.57 呎.

184. 一鉛直矩形面積,高 9 呎,寬 6 呎,並從其上角截去 3 平方呎. 上稜在水表面下 2 呎. 求總壓力量及壓力中心的坐標.

185. 在圖 256, AB 是一堰板,其轉軸在 C. 當水的高度超過點 A 2 呎時,須使堰板傾覆. 轉軸 C 將置於何處? 在堰板重心與壓力中心間的距離是若干? 每長一呎的總壓力是若干?

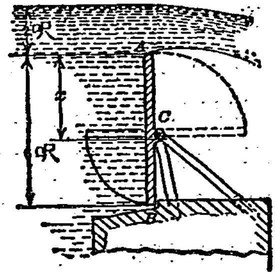


圖 256

答. $AC=2.4$ 呎. $P=1,872$ 磅.

186. 前題堰板的轉軸在 C, 而 $x=3.5$ 呎, 使堰板傾覆在 A 處所需之最小水平力是若干?使此力變爲零的水高 (不是 2 呎) 是若干?

187. 一 3 呎直徑的管線,在 1,000 呎壓力下輸送水,如容許張應力是每平方吋 20,000 磅,所用鋼板的厚度應爲若干? 就計算的厚度說,如一活門被關閉,在另一邊的壓力是大氣壓,則橫越一圓周截面的張應力將若干?

188. 假定一堤的上水面是拋物線形,牠的軸是鉛直的,原點在水流牀上,以及牠的方程式是

$$8a=b^2,$$

在這式內，a是距底的鉛直距離，及b是距軸的距離．如水的深度=50呎，求每呎長之壓力的水平和鉛直成分．

189. 一矩形鑄鐵沉櫃，要使牠沉入20呎深的水中，櫃長50呎，寬20呎，高23呎，以及重75噸．下水後將沉入若干深？倘想使牠沉至水底，必須外加重量若干？

答．2.4呎，550噸．

190. 一條板長10呎，截面相等，每立方呎重29磅，距一端2呎處釘以鉸鏈，另一端浸入水中，求浸濕部分的長度

191. 如流經一發散管的水，使其速度依距離而均勻減小，試證明xr^2=常數，在這裏，r是管的半徑，x是距速度將變爲零的一點之距離．

192. 一鉛直管的直徑是4吋，放至空氣內之水流的直徑是3吋．在噴口上20呎的一點，計器示出每平方吋10磅的壓力．如在這二點間的水頭損失是5呎，則放出率是若干？

答．每秒2.94立方呎．

193. 一管的直徑是3吋，當放入空氣內的水流直徑是2吋時，在這管內的壓力計器示出每平方吋60磅的壓力．忽視一切損失，則放出率爲若干？

答．每秒2.29立方呎．

194. 在水深30呎的池底，有一鉛直管自由放水至空氣內，洩水口距池底的距離是z．在管內距水表面32呎的一點，壓

力比大氣壓每平方吋小10磅.忽視摩擦損失,則管之長度爲若干?在管內距下端10呎處的壓力爲若干?

答. $z=25$ 呎.

195. 在3吋水頭之下,2吋直徑的標準圓形孔之放出率是若干?水注的速度和直徑之大概值是若干?

196. 裝在6吋水平管上的計器,其中心距管的中心線5呎,示出每平方吋100磅的壓力.管上的一管嘴在此點放出4吋直徑的水注.管嘴的速度係數是0.97.求這水注的功率.

答. 365馬力.

197. 就一發散口管,證明在無摩擦的極限情況下,牠的動作能由 $h(M^4-1)=b$ 代表,在這式內,h 是在開口處的水頭,b 是以水高之呎數計的氣壓計示數,以及 M 是大直徑與小直徑之比.

198. 24吋的細腰流量計,其喉管爲12吋,如水銀高差 U 管壓力計示出14.3吋汞高,而這流量計的係數是0.98,試測定其放出率.

199. 在6呎管線內,有一2呎喉管的細腰流量計.在這管內的速度是每秒7呎.假定 k 的值是0.12,求在流量計內因摩擦所損失的水頭,及損失的功率.

答 7.40呎, 166.5馬力.

200. 一收縮矩形水箕,有長14呎的箕頂.這箕頂高過渠底的高度是8呎.當鉤計器的純示數是1.440呎時,求其放出率.

201. 一儲水池的放水堰長40呎,其形狀使 $K=3.50$. 這儲水池有每秒300立方呎的固定進水量. 水表面的面積在附表內給出. (a) 平衡時水表面的高度是若干? (b) 從水準在堰頂下3呎時起,至水升到水表面高過堰頂1.50呎所需之時間是若干?

z (呎)	M (平方呎)
−3.0	500,000
−2.0	530,000
−1.0	560,000
0.0	600,000
+0.5	650,000
+1.0	700,000
+1.5	740,000

答. (a) 1.66 呎, (b) 3時29分.

202. 一管線的直徑爲20吋,長500呎,在30呎的純水頭下自由放至空氣內進水口是突出的.求在進口處水壓梯度的降落.

答. 7.22 呎.

203. 在一6吋鉛直管內的水流速度是每秒10呎管端在水表面下3呎.一切損失都計算在內,當流動向下時,求在水表面上10呎的一點之壓力.如流動向上,求在同一點之壓力.

204. 6吋直徑的水平管,在水表面下3呎深度處放水.求

在管內距管端13呎的一點之壓力.如水在反方向流動,而進水口是突出的,試求在此同一點之壓力.

205. 在圖58,假定從管的進口至D之水平距離是300呎,而至H是900呎.從儲水池水準至D之鉛直距離是20呎,而至H是100呎.假定在H的水不是自由放至空氣內的,但在H的壓力是52呎水高.忽視在進水口的輕微降落,畫出水壓梯度,作出管線的輪廓(隨意作BC和EFG等部分),並求在D的壓頭.

答. 4呎.

206. 一管由一儲水池通至另一儲水池,管的兩端均在水中.進水口無突出部分.管長500呎,直徑10吋,水準差是110呎.在距進水口300呎的一點之壓力是若干?該點的高度比上池的水表面低120呎.

答. 49.5呎.

207. 一管線長800呎,在進口水準下150呎的一點自由洩水,這管是突入儲水池內的.頭500呎是12吋直徑,其餘300呎是8吋直徑.求其放出率.

答. $q=9.25$秒呎.

208. 在習題207之大小管接口係在水表面下120呎.如C代表接口點,並假定在此點有一驟然收縮.試求恰在C上及恰在C下之壓力.

209. 在進口水準下200呎的一點,由管嘴放出一水注.這

水注是4吋直徑,而管嘴的速度係數是0.90.如這管線是12吋直徑,500呎長,進口處無突出,則在管嘴底的壓力是若干?

答. 177.8呎.

210. 在10,000呎遠的一點,擬每秒輸出3立方呎水,使水頭的損失爲150呎.需何種大小的管?當這管舊了時,其大概的容量是若干?

211. 有效水頭50呎管,線長二哩,在這種計劃中,求一公式示明放出率與管直徑的關係.在管的整個長度內,大小是相同的.使這管的f等於$(0.02+0.02/d'')$, d''是以吋計的.用12至36吋的直徑,畫一曲線示明此種關係

在上題內,36和12吋管的放出率之比是若干?面積的比是若干?牠們的速度之比是若干?

212. 一管線長2000呎,直徑5呎.下端在進水口的水準下140呎,而在此下端接至一輪機上.如這管線的效率是百分之95,求輸至輪機的功率.

213. 如管的每磅價格是一定不變的,及管的厚度只由壓力情形來決定,證明每年之週年耗費由Ahd^2+B/d^5給出,在這裏A和B是常數.

214. 在以上情況下,管的最經濟的大小由$d=(2.5\,B/Ah)^{\frac{1}{7}}$給出試證明之.

215. 如管的厚度大於壓力所需要的因爲構造和其他理由,並且是不變的,證明週年的總耗費是$Cd+B/d^5$,且最經濟

的大小由 $d=(5B/C)^{\frac{1}{6}}$ 給出.

216. 假定就焊合鋼管說,每磅的價格,利率,功率的價值和放出率(在此情形下 200 秒呎)等,是使 $A=0.000437$ 和 $B=1,325$,求在 200, 1,000, 及 2,000 呎水頭下之管的直徑.

答. 450, 3.59, 和 3.25 呎.

217. 如容許應力是每平方吋 10,000 磅,求以上各種所需金屬之厚度.

218. 解明習題 111,但假定在接口點之壓力是 5 呎而不是 20 呎,其他一切數據全不變.

答. $p_0=20.5$ 呎.

219. 在習題 111, 如在接口點之壓力不是固定的,但在 D 的壓力假定是零,求各枝的放出率,及在接口處的壓力.

答, $p_0=24.2$ 呎.

220 一長 10,000 呎的 12 吋管,在進口之水表面下 15 呎的一點自由洩入空氣內.加一抽機須使流動量加倍.如抽機的效率是百分之 70, 則所需之功率是若干?

答. 24.3 馬力.

221. 在圖 116, 假定 $d''=3$ 吋, $BC=20$ 呎, $DE=200$ 呎, 以及 $z=70$ 呎, C 在水表面上之高度是 15 呎. (a) 如在 C 之壓力是 25 呎, 則抽水率是若干? (b) 如抽機的效率是百分之 60, 則所需之功率是若干?

答. (a) $q=0.613$ 立方呎每秒, (b) 15 馬力.

222. 當一抽機每秒輸出水1.0立方呎,在D(圖116)之壓力計器示出每平方吋20磅;同時一眞空計器在C示10吋汞高.壓力計器比眞空計器高2呎.如汲水管的直徑是4吋,洩水管的直徑是3吋,求輸入水內之功率.

答. 7.23馬力.

223. 一抽機須要輸送8 c.f.s.的水,從一儲水池至在該池下75呎的一管嘴.這管線含1000呎的12吋管($z=0.025$).進口損失係數=1.0.水注的直徑是4吋.管嘴的速率係數是0.95.求轉動抽機所需之馬力,這抽機的效率是百分之60.

224. 在前題內的管,其總長在儲水池與抽機間是40呎,接至抽機之汲水及洩水管,分別在儲水池表面下3與1呎.求在抽機各邊的壓力.

225. 水須從一儲水池輸送至第二儲水池,而第二儲水池距第一個500呎遠,比第一個高50呎.用一抽機能輸入水內70呎的總水頭.管的直徑是30吋($f=0.021$),求其流動率.

226. 一輪機在64呎水頭之下洩水10秒呎.牠裝在長500呎的12吋管線之一端,進口是平坦的,從水頭至水尾之總降落是40呎.則放出率與作用在輪機上的純水頭以及輸至輪機的功率各爲若干?

答. 6.57秒呎.

227. 在堅固小石子地上所開的運河,其載水量是370秒呎.牠的邊的斜度是2:1(水平成分爲鉛直成分之二倍),而

水深是5呎或者淺於5呎(圖257).如斜度是每哩2.5呎,則底寬必需若干?(此題最好由試驗解明).

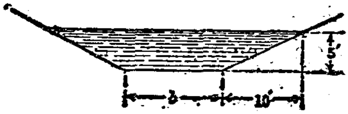


圖 257

228. 在圖257,如放出率是200秒呎,而速度不能超過每分150呎,則底寬和每哩之高度的降落必需若干?

答. 6呎, 1.69呎.

229. 一細製圓形磚水道,當半滿流動時,以每秒10呎之速度載水400秒呎.每哩的降落必需若干?

答. 12.15呎.

230. 一粗製原木矩形水槽,如每哩的降落定爲10呎,而每秒洩水40秒呎,則最經濟的寬度和深度是若干?

答. 2呎深及4呎寬.

231. 在一不是眞正完全平滑的鉋平木材所作的矩形木槽內,載有每秒84.7立方呎的流動.如速度是每秒4呎,則正當因次是若干?在3000呎內的降落是若干?

答. 深3.25呎,寬6.50呎及1.13呎.

232. 在例題131內,假定放出率是84.3秒呎,求在自由落下部分之水的深度,及深度等於4.50呎處距口之距離.

233. 在一矩形渠內,證明在自由落下處——即求得降下曲線處——之深度由 $y_e=(q^2/g)^{\frac{1}{3}}$ 給出,再證明在這些情況下,$V=\sqrt{gy}$.

234. 一矩形截面水流的斜度是 $i=0.0002$, C 的值是 78.3, $m=0.8\,y$, 以及水流每寬一呎之流量是每秒 88.55 立方呎.求均勻流動時之深度.如有一堤使水準升高,以致在上水流某一部分加增 5 呎,則僅加增一呎的一點距此部分之距離將若干遠?在下水流加增 10 呎之處將距若干遠?

答. 20 呎, 66,200 呎. 41,000 呎.

235. 一水注的面積是 3 平方吋,而速度是每秒 100 呎,衝擊至一駐立輪葉後,被偏轉 130 度的角度.經過輪葉的流動損失是 $v_2=0.8\,v_1$. 試求在水注方向所生之力的成分,及垂直方向的成分.求如無摩擦損失時所生之力.

236. 如偏轉角是 45 度,就習題 235 之兩種情形各解明一次.

237. 假定在 235 題內之輪葉是向噴出水注的管嘴運動的.運動速率是每秒 30 呎,求生出之力的成分.

答. $F_x=1{,}067$ 磅, $F_y=386$ 磅.

238. 如輪葉背管嘴運動的速度是每秒 30 呎,試解明上題.

239. 從一容器的孔,在水頭 h_1 下噴出一水注,衝至一大平板上,這平板蓋在一第二容器的管端,管的面積等於孔的面積,容器內的水面高過管的高度是 h_2, 如水的衝擊力恰足保持該板不動,忽視板的重量,證明 $h_2=h_1$.

240. 常見的一種草地灑水器,是一種眞正反作用輪機,有兩個或兩個以上的水平臂,因從孔噴出的水注之反作用,依

一軸旋轉.如有兩個臂,每個有一1/4吋直徑的孔,距軸14吋,裝的位置使噴出的水注與半徑成直角.如在管內之水壓是每平方吋60磅,再假定放出係數是1,求其所生之轉矩.

241. 一機車的煤水車,以每時20哩之速度走動,從軌間一水池汲水,如圖258所示,汲水管輸送水至高於原水面8呎並在運動方向.在汲管進口之水流的面積是50平方吋.水兩方都受大氣壓,如忽視一切損失,則水離汲水管時之絕對速度是若干?由水作用到煤水車上之力是若干?水將輸入煤水車時火車之最小速率是若干?

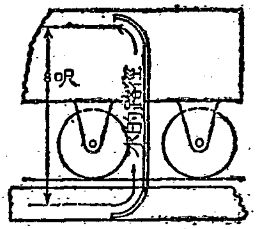


圖 258

(注意——應用相對速度的方程式時,可視$u_1=u_2$,因爲一定有移動存在.)

242. 一水注的截面積是3平方吋,如速度是每秒100呎,求其所含之馬力.其反作用力爲若干?

答. 36.8馬力.

343. 假定此水注衝到一曲葉輪上.假定$\alpha_1=0$度,$r_1=r_2$,以及輪葉使水的相對速度逆反,經180度而無摩擦損失.當輪葉的周界速度是每秒0,30,50,80,和100呎時,求其所生之力的值.

答. 各爲808,566,404,161.5,和0磅.

244. 就給出的五種速率求馬力和效率.

答. 各爲0; 30.8, 36.8, 23.5和0馬力.

245. 假定在243題內之輪所裝輪葉是使 $\beta_2=100$ 度, 及經過輪葉的流動損失是 $v_2=0.8v_1$. 求五種速度時所生的力, 功率, 和效率的值.

246. 一衝動輪機有以下的因次: $\alpha_1=20$ 度, $\beta_1=160$ 度, $r_1=1.5$ 呎, $r_2=1.8$ 呎, $k=0.5$. 供給的純水頭是300呎, 和放出率是每秒57立方呎. 如 $u_1=63.5$, 便找着 $v_2=u_2$, 試就此速率, 求實用水頭, 轉矩, 水的效率, 以及輸至輪葉的功率.

答. $h''=247$ 呎, 1600馬力.

247. 一柏爾屯輪有以下之因次: $\alpha_1=15$ 度, $\beta_2=170$ 度, $r_1=r_2$, $k=0.5$. 如水注直徑=5吋, 和水注速度=300呎每秒, 當 $u_1=0.45V_1$, 如果機械效率是0.96時, 試求輸出之功率.

答. 5,475輪掣馬力.

248. 一柏爾屯輪的直徑爲7呎, 在1,300水頭之下的速率是360 r. p. m. 管嘴的速度係數是0.98, 而水注的直徑是6吋, 輪瓣角 $\beta_2=160$ 度, 並假定 $\alpha_1=0$ 度和 $k=0,80$, 求水注內的功率, 輸至輪上的功率, 水摩擦損失的功率, 以及輪放水所損失的功率.

答. 7,880, 6,670, 1000, 216馬力.

249. 證明對一切衝動輪機都正確的方程式是:

$$F=\frac{W}{g}\left[V_1\cos\alpha_1-x^2u_1-\frac{x\cos\beta_2}{\sqrt{1+k}}\sqrt{V_1^2+x^2u_1^2-2V_1u_1\cos\alpha_1}\right]$$

在這式內，$x=r_2/r_1$。按柏爾屯輪或並軸流動輪機說，$x=1$；按向外或向內流動的古拉德衝動輪機，分別大於或小於1。

250. 按柏爾屯輪說，$r_1=r_2$，並假定 $\alpha_1=0$ 度，試證明所生之力量的公式是：

$$F=\left(\frac{W}{g}\right)\left(1-\frac{\cos\beta_2}{\sqrt{1+k}}\right)(V_1-u).$$

251. 就柏爾屯輪講，如限制和前題一樣，試證明水的效率由下式給出：

$$e_h=2\left(1-\frac{\cos\beta_2}{\sqrt{1+k}}\right)(c_v\phi-\phi^2),$$

如是則與水頭無關

252. 由圖 216 之輪，在 65.5 呎水頭之下，所獲得的最大速率是 475 r. p. m. 則 ϕ 的值爲若干？

曲線已在圖 217 示出之輪的最高效率是當針開六轉時發生的，速率是 275 r. p. m. 而水頭是 65.5 呎，ϕ_e 的值爲若干？

253. 就一反作用輪機說，證明水所生的轉矩如下式所示：

$$T=\left(\frac{W}{g}\right)r_1\left[\left(\cos\alpha_1-\left(\frac{r_2}{r_1}\right)\left(\frac{A_1}{a_2}\right)\cos\beta_2\right)V_1-\left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2u_1\right].$$

254. 一反作用輪機的因次是：$\alpha_1=35$度，$\beta'_1=136$度，$e_h=0.845$，計算 ϕ_e 和 c_e 的值

答. $\phi_e=0.85$, $c_e=0.60$.

255. 一反作用輪機在300呎水頭下有以下的因次：$\beta_2=162$度，$A_1=1.074$平方呎，$a_2=1.552$平方呎，$r_1=2.0$呎，$r_2=1.6$呎，並就最大效率說，$\phi_e=0.625$和$c=0.759$. 從轉子洩水所損失之功率爲若干？(注意就已知條件$\alpha_2=90$度)

答. 101.5馬力.

256. 一反作用輪機，$\alpha_1=18$度，$\beta_2=165$度，$r_1=2.0$呎，$r_2=2.5$呎，$A_1=6.80$平方呎，$a_2=7.13$平方呎，$k=0.2$，$h=70$呎，$q=356$秒呎，$N=184$ r. p. m.，求實用水頭和水的效率.

答. 百分之85.

257. 求上題內轉子所發生的轉矩和功率.

答. 2,410馬力.

258. 在255題內，在轉子進口之輪葉的角度和面積a_1爲若干？在轉子進口和出口之壓力差爲若干？

259. 在一動力廠內，擬用一反作用輪機，其比速是82.3，在50呎水頭之下要發生12,000馬力. 如此功率要由一，二，四和六個抽機發生，則每秒的轉數爲若干？

答. 100, 141, 200, 245 r. p. m.

260. 在480呎水頭之下，擬以360 r. p. m. 發生20,000馬力. (a)需要一衝動輪，或一低，中常，或高速率的反作用輪機？(b)此輪的近似直徑爲若干？(c)如此輪用在120呎水頭之下，牠的每秒轉數和功率爲若干？

答. (b)近似78吋.

261. 一柏爾屯輪要用在1,200呎水頭之下,可利用的水是每秒60立方呎近似直徑和每分的轉數爲若干?

答. 76吋.

262. 一柏爾屯輪裝在500呎水頭之下,水經1,200呎長18吋鉚合鋼管輸送,管嘴噴出一4吋水注,並有一速度係數0.97,水出力廠後流經一收縮矩形水箕,水箕有一很深的接近渠道.(a)放出率爲若干(用表V)?(b)在挨近管嘴的管內之壓力爲若干?(c)在此點之馬力爲若干?(d)水注的馬力爲若干?(e)流過水箕之水的高度爲若干?

答. (d) 758馬力.

263. (a)在前題內,這輪的周界速率應爲若干?(b)如a_2假定等於90度則作用在輪上之力的值爲若干?(c)如機械效率等於0.98,則輸出之功率爲若干?(d)每分的大概轉數爲若干?

答. 78.8呎每秒,4,900磅,688輪製馬力,383 r. p. m.

264. 有一可利用的水源,其水量爲300秒呎,在力廠上之高度是1,200呎.由一梯形截面運河輸送;運河是在地上挖的,邊的斜度是水平距離爲鉛直距離之二倍.在這河內的水深度是5呎,和速度是每秒2呎.在4哩之終點,水流入一矩形水槽;這槽是由光滑木材作成的斜度是每1000呎傾斜0.4呎,此槽載水二哩至一鉚合鋼管,管長7,000呎,下此即流入動力廠.

照實說,當水頭加增時,管的直徑便減小,而管的厚度便加增,但就目前說,係假定爲等直徑的,而牠的費用可以Kd^2

表示,在此種特別情形之下,一62吋管將重3,000,000磅,並需150,000金元,把K的價值固定,就其他相差不多的直徑說,K可以認爲是一定不變的.固定常年用費將定爲百分之10.

求土運河底之寬度.把他認爲是一情況良好的大土運河,求在與木槽接口處之水表面的高度.

求過木槽的因次,由試驗解明至近十分之一呎的精確程度.

求在鋼管進口處之水表面的高度.於是假定一馬力的價值每年20金元,決定管的最經濟之大小,應試驗的大小爲70, 80, 90, 100吋.計算應採用的管的效率和輸至力廠之功率.

答. 寬 =20呎, 1,196.58呎, 木槽 =5.5深11呎寬, 1,192.35呎長.

265. 二儲水池間有一24吋管在水中洩水,牠的進口是平坦的,且在水表面下10呎之深度.牠的水平部分長55呎,於是在水平距離40呎間下降30呎;於是又向水平方向伸長40呎,在此最後一段內有一12吋喉管的細腰流量計,如流量計的係數是0.98和高差U管壓力計示出14.3吋汞高,則放出率爲若干? 水表面在放出端上之高度爲若干? 在流量計喉管處之壓力爲若干?按標度畫出輪廓再畫水壓梯度.

(一) 西文索引

I

J

K

L

M

N

O

P

(二) 中文索引

三畫

四畫

五畫

六 畫

七 畫

八 畫

九 畫

十 畫

十一畫

十二畫

十四畫

十五畫

十六畫

十七畫

十八畫

十九畫

二十一畫

二十二畫

二十四畫

京正中書局
$1.80

土地問題用書

戰後歐洲土地改革

張森譯　精裝一元五角　平裝一元

本書首述改革之原因，次述各國土地法之實施及其結果，土壤改革在社會經濟上及政治上之觀點，土地改革與有關係之學說等。

十八九世紀歐洲土地制度史綱

郭漢鳴譯　精裝一元三角五分　平裝一元

市地評價之研究

蔣廉著　四角五分

浙江之二五減租問題

洪瑞堅編著　一册　實價一元

收復匪區之土地問題

汪浩編著　一册　實價七角五分

中國土地新方案

殷震夏著　實價一元

本書材料，均屬最近實況，凡土地之如何分劃，人口之如何分配，地制之如何改革，田賦之如何整理，水利之如何興築，道路之如何開闢，邊省之如何開發等重大問題，莫不條分縷析，詳加論述，並定有切實辦法，尤足供參考。

上海市地價研究

張輝著　四角五分

上海市地畝問題之繁複，一般人雖能言之，但作有系統之研究者尚少。作者旅滬作實地之調查，並搜集大量材料，撰就斯篇。全書分六章，附圖十一種，附表五十五種，均屬最近實況。

南京市之地價與地價稅

高信著　一册　實價六角

本書以事實爲理論之明證，以數字爲具體之申說，確屬研究南京土地問題者必讀。共四章：市地的意義及其特性，南京市地價問題，解决京市地價問題之對策，土地稅能轉嫁嗎？

南京旗地問題

萬國鼎著　八角五分

本篇根據志乘檔册及訪問履勘，編爲是書。首述駐防旗兵及其駐所給養，暨成內外旗培，及八卦洲，方春湖等，以明其由來及分佈；次述民國以來，對於旗地之處理；旗地之面積及徵收；產權之移轉及糾紛；而殿以旗民生計問題。

25·222

中華民國二十五年九月初版

水力學

全一册 實價國幣兩元
(外埠酌加運費匯費)

原著者 R. L. DAUGHERTY
編譯者 張蔚
發行人 吳秉常
南京河北路本局
印刷所 正中書局
南京河北路童家巷口
發行所 正中書局
上海福州路
南京太平路

(294)