

土木

四期

1944. 4-5.

土木

源

第四期合刊

中華民國三十三年二月出版

原圖之理論與應用.....	羅 柯
國戰時公路船隻之設施.....	李學海
路交叉處之設計.....	胡贊賢
壁工程設計新法(續).....	張志成
屋樑架風壓應力之分析.....	郭可唐
旋曲線之研究.....	劉盛洲
架斜度與變位之分析.....	徐振躬
開	編 後
會務報告	會員錄



中華民國卅三年

唐山土木工程學會編

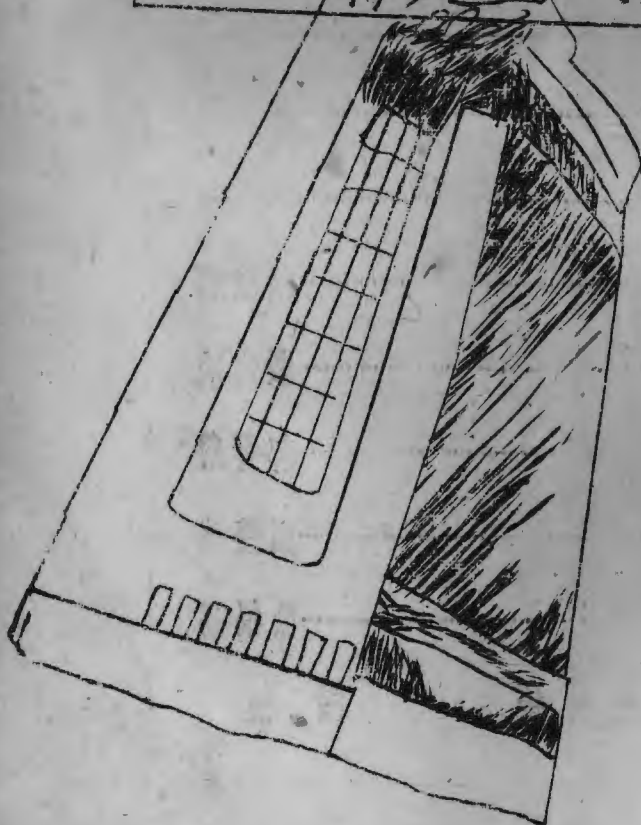
貴州平越

國立交通大學唐山工程學院

美新建築有限公司

營業頂目

軍事工程	橋涵隧道	房屋建築	路基土石方
------	------	------	-------



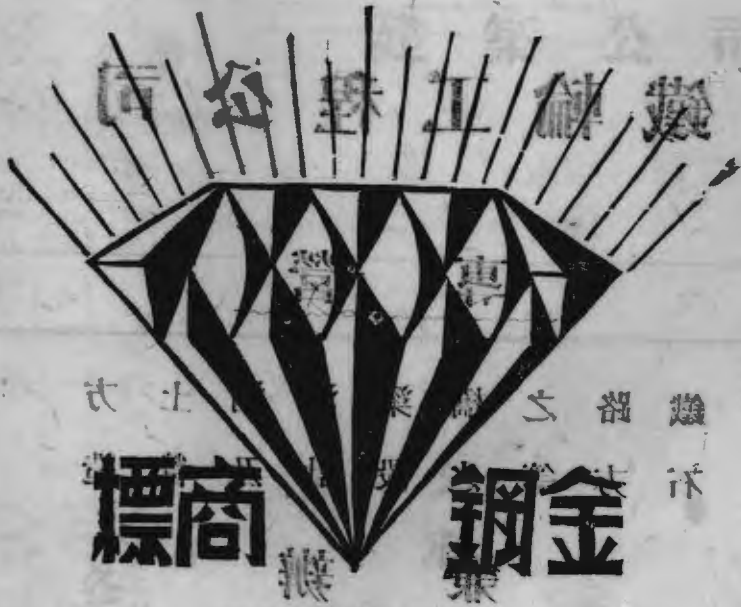
桂林民生路二百十三號
 電報掛號：一〇七三

貴州水泥股份有限公司出品

金鋼牌水泥

堅
固
任
重

品
質
優
良



凡建築水泥工程請用金鋼牌水泥
 木土更各
 用 途

水泥製品

水池溝渠

防空設備

高樓大廈

水閘堤壩

橋樑涵洞

機器地脚

廠 址：貴陽頭橋 電報掛號：三一三六

貴州水務工程局有限公司出品

金剛輪水務

品
質
對
真

望
國
升
重

鐵輪工程公司

專營

鐵路之橋梁涵洞土方
石方等各項設計及

兼辦

此類工程
各項土木工程
兼辦

鐵器批發

翻砂廠

水閘裝設

高壓大風

測空器

水車製

水務藥品

總掛牌號：三一三六 貴州總局：批辦

廠 造 營 業 報 告 公 司 湯

地址貴陽市環城東路九一一號

電 報 掛 號 三 二 八 二 號

本廠成立十載於茲承造大壑工程不下數百處其舉
 承 辦
 舉大者如長沙市府自流井房屋水塔環城路柏油路

面湖南鍊鋅廠全部廠舍湖南大學館學館發電廠機
 械工場及辰谿全部校舍循道會禮拜堂及辦公室資

委中央電工廠全部廠舍無綫電機廠全部廠舍湘潭下攝
 貴州大水壩四一四號

司中央電工器材廠全部職工宿舍四川宜賓中央電
 廠全部廠舍粵漢鐵路株韶段橋涵土石方沅陵中

學全部校舍等工程均能如期竣工深荷各業主之稱
 美 左 斜 具

許於年六月由川遷筑又承辦貴企公訂及其他工程
 貴 中 山 路 東 對 一 一 〇 號

頗多近更由湘添召技工擴展業務如蒙
 賜顧無任歡迎
 大 中 裝 築 限 公 司

瑞成馨記建築公司

總行 上海 廣東 汕頭 廈門 貴州 重慶

鐵路 公路 橋樑 房屋 建築

總辦 兼 工程師

大中建築服務社

樓房 設計 由 縣 委 任

貴陽 中山路 東段 一一〇號

港 屋

全廠 設計 合 等 工 務 以 前 成 既 美 工 術 擴 舍 業 主 之 辦

堤 房

新式傢具

築 樓

粵 廣 總 辦 林 瑞 全 浩 鄒 工 宿 舍 四 川 宜 賓 中 央 雷

之 房

器 林 瑞 全 浩 鄒 工 宿 舍 四 川 宜 賓 中 央 雷

頭 房

中 央 無 錫 雷 對 瑞 全 浩 鄒 舍 勝 縣 不 辦

碼 堆

貴 陽 富 水 路 四 一 四 號

海 廠

全 浩 對 舍 雷 對 會 甄 我 堂 又 雅 公 室 資

河 橋

華 生 建 築 公 司

本 瑞 知 立 十 建 效 茲 承 登 大 道 路 跌 屋 不 極 濟 與 其 華

承 辦 市 報 自 前 共 測 量 水 設 計 繪 圖 師 師 器

共線圖之理論與應用

羅 河

目 次

甲、共線圖之現狀

- 1. 何謂共線圖
- 2. 共線行列式
- 3. 簡單算式之共線圖
- 4. 共線圖之變形
- 5. 實例

乙、近數年之進展

- 6. 過去理論上之缺點
- 7. 共線關係式之普通形狀
- 8. 共線行列式之推求
- 9. 共線行列式之推求(續)
- 10. 同迹共線圖
- 11. 同迹共線圖之關係式
- 12. $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同迹共線行列式
- 13. $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同迹共線行列式
- 14. $F_{3 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同迹共線行列式(續)
- 15. $F_{3 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同迹共線行列式
- 16. 共同軌跡之形狀
- 17. 同迹共線圖之實例
- 18. 累共線圖，不定共線圖，聯立共線圖
- 19. 不定共線圖與聯立共線圖之用法
- 20. 實例
- 21. 結論

丙、附 註

甲、共線圖之現狀

1. 何謂共線圖

簡單共線圖是表示二元算式的圖形，其主要條件為三條軌跡，分別表明各變數之值。若直線與軌跡相交則三交點上所記變數之值即為滿足原算式之一組數值。此種特性在應用方面產生一個奇蹟；就是有很多算式經作成共線圖後可以極簡單手續解算之。如附圖一即為算式

$$(S) y = x^2$$

$$O = (v, u, j)$$

的共線圖，利用此圖，不管若以其中哪兩變數之值為已知數，其他一變之值可立刻求得。當這裏所謂求得是有精粗之差。凡設計得當，而圖形尺寸寬長約 1 尺者，其所決定之數值即可準確至三位實數。

共線圖在英文稱為 Alignment chart，也有稱為 Nomogram 的。其實 Nomogram 是比較廣義的名辭，牠包括共線圖以及其他很多別的圖形，所以有人把後者譯為列綫圖而以共線圖代表 Alignment chart。共線圖為列綫圖中之最主要者。本文所論以此為限。十八世紀末葉已有採用圖表以助計算者，但共線圖觀念之具體形成則始於 Simon Stevin 與 D.

Ocagne 等氏。此二氏均本世紀初對於共線圖之理論有所發表；而阿肯氏 (d'Ocagne) 之列線圖解法通論 (Traite de Nomographie) 尤為膾炙人口。隨後奧美氏雖有論述，但多以阿肯氏著作為藍本。其中比較完善者當推 1932 年出版英人 H.J. Allcock 與 J. Reginald Jones 合著之列線圖論 (The Nomogram)。近聞有且人取該書中各種公式歷時十餘載作成列線圖以應工程師之需要，亦可見共線圖之應用將日見推廣也。

2. 共線行列式

共線圖之軌迹可依幾何關係或座標距作之，近代趨勢漸以座標制為主。在座標制中任一軌迹均由兩個參變方程式決定其上各點之座標距；概括言之，軌迹 t 之參變方程式可以

$$x = f_1(t), \quad y = f_2(t)$$

代表之，其中 $f_1(t)$ 與 $f_2(t)$ 各為 t 之某種函數；同樣圖 A 中其他兩軌迹亦各有表示座標距之參變方程式

$$x = f_1(u), \quad y = f_2(u);$$

$$x = f_1(v), \quad y = f_2(v);$$

這裏所用記號 $f_1(u)$, $f_2(v)$ 僅僅表示函數而無其他附帶意義，故

$f_1(t)$, $f_1(u)$, $f_1(v)$ 毫無形狀相同的含義。

若 t, u, v 三點共線時，其座標距之關係可以算式

$$\frac{X_t - X_u}{Y_t - Y_u} = \frac{X_t - X_v}{Y_t - Y_v}$$

表示之；亦可以行列式

$$\begin{vmatrix} X_t & Y_t & 1 \\ Y_u & Y_u & 1 \\ X_v & Y_v & 1 \end{vmatrix} = 0$$

表示之；但 X_t, Y_t, \dots, Y_v 各有其等量 $f_1(t), f_2(t), \dots, f_2(v)$ ，故得

$$\begin{vmatrix} f_1(t) & f_2(t) & 1 \\ f_1(u) & f_2(u) & 1 \\ f_1(v) & f_2(v) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

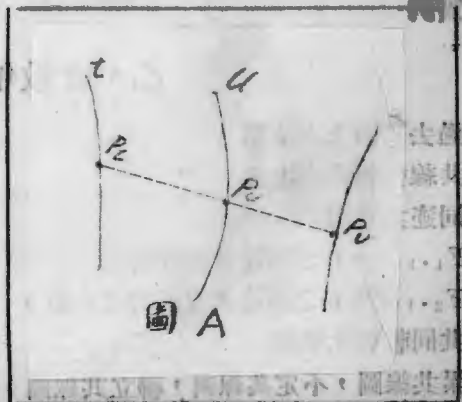
式名曰共線行列式。作算式

$$f(t, u, v) = 0$$

之共線圖時，必需先求得其共線行列式，共線行列式中可參入若干常數而不改其性質，如 (1) 式可寫為下列形狀，

$$\begin{vmatrix} L_1 f_1(t) & L_2 f_2(t) & 1 \\ L_1 f_1(u) & L_2 f_2(u) & 1 \\ L_1 f_1(v) & L_2 f_2(v) & 1 \end{vmatrix} = 0$$

共線圖之大小，由常數 L_1 與 L_2 決定；擇定此兩常數，乃可作成合於預定尺寸之共線圖。此 (1.1) 名曰作圖行列式。



經上分析可得作共線圖之過程如下：

式 → 共線行列式 → 作圖行列式 → 共線圖

3. 簡單算式之共線圖

前人論共線圖多由想像中可能之共線圖以推求其相當算式，其所得結果可歸納如下：

(3.1) $f(t) + f(u) + f(v) = 0 \rightarrow$

-1	f(t)	1	1	0
0	-f(u)	1	1	0
-1	f(v)	1	1	0

\rightarrow 共線圖

(3.2) $f(t) + f(u)f(v) \rightarrow$

-a ₁	a ₂ f(t)	1	1	0
0	$\frac{a_1 a_2 b_2}{a_2 + b_2} f(u)$	$\frac{1}{f(u)}$	1	0
$\frac{a_1 b_2}{a_2}$	b ₂ f(v)	1	1	0

\rightarrow 共線圖

(3.3) $f(t) = k + f(u)f(v) \rightarrow$

a ₁	-a ₂ f(t)	1	1	0
$\frac{a_1}{a_2 f(u) + k}$	0	$\frac{1}{f(u) + 1}$	1	0
0	b ₂ f(v)	1	1	0

\rightarrow 共線圖

(3.4) $f(t) = f_1(u)f(v) + f_2(u) \rightarrow$

a ₁	a ₂ f(t)	1	1	0
$\frac{a_1 b_2}{a_2 f_1(u) + b_2}$	$\frac{a_1 b_2 k}{a_2 f_1(u) + b_2}$	$\frac{1}{f_1(u) + 1}$	1	0
0	-b ₂ f(v)	1	1	0

\rightarrow 共線圖

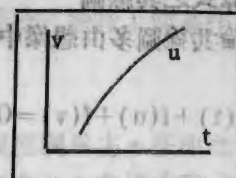
(3.5) $f(t) = f_1(u)f(v) + f_2(u) \rightarrow$

a ₁	a ₂ f(t)	1	1	0
$\frac{a_1 b_2}{a_2 f_1(u) + b_2}$	$\frac{a_1 b_2 f_2(u)}{a_2 f_1(u) + b_2}$	$\frac{1}{f_1(u) + 1}$	1	0
0	-b ₂ f(v)	1	1	0

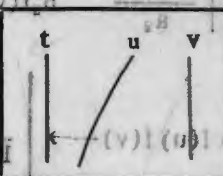
\rightarrow 共線圖

(3.5) $f(t) = \frac{f_1(u)f_2(v)}{f_1(v)-f_2(u)} \rightarrow \begin{vmatrix} f(t) & 0 & 1 \\ f_1(u) & f_2(u) & 0 \\ 0 & f(v) & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \dots$


$\begin{vmatrix} a_1 f(t) & 0 & 1 \\ a_1 f_1(u) & a_2 f_2(u) & 1 \\ 0 & a_2 f(v) & 1 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \dots$



(3.6) $f(t) = \frac{f_2(u)-f_2(v)}{f_1(u)-f_1(v)} \rightarrow \begin{vmatrix} 1 & f(t) & 1 \\ \frac{1}{f_1(u)} & \frac{f_2(u)}{f_1(u)} & 0 \\ \frac{1}{f_1(v)} & \frac{f_2(v)}{f_1(v)} & 0 \end{vmatrix} = 0 \rightarrow \dots$



(3.7) $f_1(t) \{f_2(u)-f_2(v)\} + f_1(u) \{f_2(v)-f_2(t)\} + f_1(v) \{f_2(t)-f_2(u)\} = 0 \rightarrow \dots$



上列各式中 a_1, a_2, b_2 之值, 均可自由擇定, 以便全圖得有預定之形狀與尺寸。

4. 共線圖之變形

共線圖之形狀可以幾何投影法改變之; 亦可以解析計算法改變之。就結果精確言, 解析法較優。解析法者改變作圖行列式之法也; (1) 式可以另一三級行列式

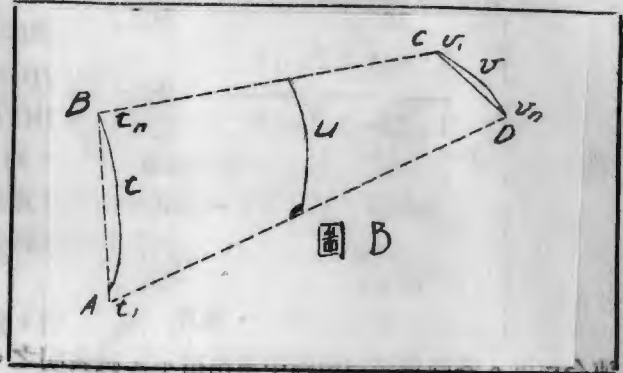
$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a \\ b_1 & b_2 & b \\ c_1 & c_2 & c \end{vmatrix} \neq 0$

乘之則依行列式原理, 其結果可寫為下列形狀

$\begin{vmatrix} a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + a & b_1 f_1(t) + b_2 f_2(t) + b & 1 \\ c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) + c & c_1 f_1(t) + c_2 f_2(t) + c & 1 \\ a_1 f_1(u) + a_2 f_2(u) + a & b_1 f_1(u) + b_2 f_2(u) + b & 1 \\ c_1 f_1(u) + c_2 f_2(u) + c & c_1 f_1(u) + c_2 f_2(u) + c & 1 \\ a_1 f_1(v) + a_2 f_2(v) + a & b_1 f_1(v) + b_2 f_2(v) + b & 1 \\ c_1 f_1(v) + c_2 f_2(v) + c & c_1 f_1(v) + c_2 f_2(v) + c & 1 \end{vmatrix} = 0 \dots (1.2)$

其中 a, b, c, a_1, \dots, c_2 , 等爲數值伏決之常數。(1.2) 之共線圖仍代表原算式, 但其形狀則隨常數 a, b, c, a_1, \dots, c_2 等而改變。

設(1)之共線圖形狀崎嶇, 如圖B所示, 並設其輪廓 ABCD 係由 $t=t_1, t=t_n, v=v_1, v=v_n$ 所決定, 欲求其形狀整齊, 可先令(1.2)之共線圖之輪廓 A'B'C'D' 爲單位正方形, 即令其四頂點有下列座標距:



A' (t=t₁), x=0, y=0;

B' (t=t_n), x=0, y=1;

C' (v=v₁), x=1, y=1;

D' (v=v_n), x=1, y=0.

亦即

$$\frac{a_1 f_1(t_1) + a_2 f_2(t_1) + a}{c_1 f_1(t_1) + c_2 f_2(t_1) + c} = 0$$

$$\frac{a_1 f_1(t_n) + a_2 f_2(t_n) + a}{c_1 f_1(t_n) + c_2 f_2(t_n) + c} = 0$$

$$\frac{a_1 f_1(v_1) + a_2 f_2(v_1) + a}{c_1 f_1(v_1) + c_2 f_2(v_1) + c} = 1$$

$$\frac{a_1 f_1(v_n) + a_2 f_2(v_n) + a}{c_1 f_1(v_n) + c_2 f_2(v_n) + c} = 1$$

$$\frac{b_1 f_1(t_1) + b_2 f_2(t_1) + b}{c_1 f_1(t_1) + c_2 f_2(t_1) + c} = 0$$

$$\frac{b_1 f_1(t_n) + b_2 f_2(t_n) + b}{c_1 f_1(t_n) + c_2 f_2(t_n) + c} = 0$$

$$\frac{b_1 f_1(v_1) + b_2 f_2(v_1) + b}{c_1 f_1(v_1) + c_2 f_2(v_1) + c} = 1$$

$$\frac{b_1 f_1(v_n) + b_2 f_2(v_n) + b}{c_1 f_1(v_n) + c_2 f_2(v_n) + c} = 0$$

上八式中計有九個數值待決之常數 $a, b, c, a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ 。令任一常數爲各量之數值, 即可推算其他八量之值。所以得各量之值代入(1.2)式並以各量之常數 $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ 乘其一二兩維行, 則其共線圖即可狀如預定尺寸之長方形。

5. 實例

目前各家所論關於共線圖者約如上述, 現有實例可以圖1, 圖2, 圖3 概稱之。圖中之各條曲線其行列式爲(公分爲單位長度)

$$\begin{vmatrix} 36.055 & 1 & 1 \\ 36.055 & 1 & 1 \\ 0 & 7.5 \text{ Lcg}_{10} x & 0 \end{vmatrix}$$

圖2 係依 E. T. Whittaker 之設計所作成, 其作圖行列式爲

$$\begin{vmatrix} 10 & 0 & 1 \\ 10 & 10X & 1 \\ 1+X^2 & 1+X^2 & 1 \\ 0 & -a & 1 \end{vmatrix}$$

圖9 係有下列三個作圖行列式

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

其係其角，入發其非升的圖其之 (S.1)。其常之尖引前難其形，... 中其

$$\frac{38k}{30+n} + \frac{3k^2(3-2k)}{30R_1}$$

38	30R ₁	1	0	0	0	0
$\frac{38(1-2\frac{d'}{t})^2}{1+(1-2\frac{d'}{t})^2}$	0	1	0	0	0	0
0	-30R ₂	1	0	0	0	0
-38	-300P ₀	1	0	0	0	0
$\frac{-38n}{10+n}$	0	1	0	0	0	0
0	30R ₁	1	0	0	0	0

連合作成。各圖用法均由圖中所附指示記號表明之。

之，近數年之進展

6. 過去理論上之缺點

其線圖以表示算式而利解算為目的，彼問題之主體為待解之算式。由共線行列式而至作圖行列式而至共線圖以及共線圖之如何運用等均不成為問題，求作某一算式之共線圖時，吾人之問題集中於如何歸化該式至共線行列式之形狀，欲求此問題之合理解決，必須詳究共線圖之理論以決定

(a) 共線圖所能表示之算式何種算式為限，
 (b) 共線圖所表示之算式之最普通形狀

(c) 如何歸化具有該普通形狀之算式至共線行列式。
 以上三問題未經前人加以注意，但一經指出，其重要性即不可忽視；若置此不論而言共線圖，豈不食本處末之稱焉。

7. 共線關係式之普通形狀

共線關係式如 (1) 式係由 t, u, v 之單獨函數 $f_1(t), f_2(t), f_1(u), f_2(u), f_1(v), f_2(v)$ 所組合而成。經加減乘三手續展開後，行列式乃化為普通三元算式 $f(t, u, v) = 0$ 故凡算式之可化為共線行列式者，其外表形狀必具有下列三特點：

- (a) 其構成分子為各變數之單獨函數，
- (b) 各單獨函數間僅有加減乘除四種關係，
- (c) 式中僅含有三個變數。

算式之是否合於上述三條件，可一望而知。其形式之繁簡，即視其中分子（各變數之單獨函數）數目之多寡，其最普通之形式為：

$$f(t) f(u) f(v) + C_v f(t) f(u) + C_u f(t) f(v) + C_t f(u) f(v) + K_t f(t) + K_u f(u) + K_v f(v) + C = 0 \dots \dots F_1, \dots$$

$$\text{或 } A + A_1 f(u) + A_2 f(v) + A_3 f(u) f(v) + \dots$$

$$f(t)\{B+B_1f(u)+B_2f(v)+B_3f(u)f(v)\} = 0 \dots\dots\dots F_{1 \cdot 1 \cdot 1}$$

$$A+A_1f(u)+A_2f(v)+A_3f(u)f(v)+$$

$$f_1(t)\{B+B_1f(u)+B_2f(v)+B_3f(u)f(v)\}+$$

$$f_2(t)\{C+C_1f(u)+C_2f(v)+C_3f(u)f(v)\} =$$

$$A+A_1f(u)+A_2f(v)+A_3f(u)f(v)+$$

$$f_1(t)\{B+B_1f(u)+B_2f(v)+B_3f(u)f(v)\}+$$

$$f_2(t)\{C+C_1f(u)+C_2f(v)+C_3f(u)f(v)\}+$$

$$f_3(t)\{D+D_1f(u)+D_2f(v)+D_3f(u)f(v)\} = \dots\dots\dots F_{2 \cdot 1 \cdot 1}$$

等，其中各A，各B，各C，各D，各K均代表常數。記號 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1}$ 表示三變數各有一種單獨函數之算式， $F_{2 \cdot 1 \cdot 1}$ 則表示某變數有二種單獨函數，其他兩變數均各有一種。其他 $F_{2 \cdot 2 \cdot 1}$ ， $F_{3 \cdot 1 \cdot 1}$ ， $F_{3 \cdot 2 \cdot 1}$ 等之形式可由配合原理類推之。

8. 共線行列式之推求

設 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 可化為共線行列式之形狀，即

$$F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0 \begin{vmatrix} f_1(t) & f_2(t) & 1 \\ f_1(u) & f_2(u) & 1 \\ f_1(v) & f_2(v) & 1 \end{vmatrix}$$

則行列式中某函數如 $f_1(t)$ 必係由 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 中之 $f(t)$ 及其他常數依加減乘除等關係組合而成。

故設

$$f_1(t) = \frac{x' + x_1 f(t)}{x + x_1 f(t)}, \quad f_2(t) = \frac{y' + y_1 f(t)}{y + y_1 f(t)}$$

$$f_1(u) = \frac{y' + y_1 f(u)}{y + y_1 f(u)}, \quad f_2(u) = \frac{z' + z_1 f(u)}{z + z_1 f(u)}$$

$$f_1(v) = \frac{z' + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}, \quad f_2(v) = \frac{z' + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}$$

其中各x，各y，及各z，均屬數值待決之常數。將上列各等量代入共線行列式，並消去分母得，

$$\begin{vmatrix} x' + x_1 f(t) & x' + x_1 f(t) & y + y_1 f(t) \\ y' + y_1 f(u) & y' + y_1 f(u) & y + y_1 f(t) \\ z' + z_1 f(v) & z' + z_1 f(v) & z + z_1 f(t) \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (1.4)$$

備利用行列式之性質，可取上式中任一縱行乘以合宜之數值，然後分別加入其他縱行，依此可逐漸消去其中常數，而至下列形狀：(註一)

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & f(t) \\ Y' + Y_1 f(u) & Y'' & 1 \\ Z' + Z_1 f(v) & Z'' + Z_1 f(v) & Z + Z_1 f(v) \end{vmatrix} = 0 \dots\dots\dots (1.5)$$

其中各Y各Z雖為(1.4)式中各X各Y及各Z之函數，但可視為單獨未知量。

展開(1.5)而令其結果與 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 完全相同，則由同項係數相等關係得，

$$\begin{cases} Z_1'' = 1, & Z'' = C_1 v + C_2 u + C_3, & Z_1 = C_4 x + C_5 u + C_6 x \\ Y' Z_1'' - Y'' Z_1' = C_7, & Y' Z'' - Y'' Z' = K_1, & Y' Z_1'' - Y'' Z_1' = C_8 \\ Z_1' - Y' Z = K_2, & Z'' - Y' Z = C_9, & Z_1' - Y' Z = C_{10} \end{cases}$$

解後四式得

$$Y' = \frac{C_t K_t + C_v K_v - C_u K_u - C \pm \Delta}{2(C_t C_v - k_u)} \dots (註二)$$

$$Y'' = \frac{K_t - C_v Y'}{K_u Y' - C}$$

$$Z' = C - K_u Y'$$

$$Z_1' = K_v - C_t Y'$$

$$\Delta = [(C_t K_t + C_u K_u + C_v K_v - C)^2 + 4(C C_t C_u C_v + K_t K_u K_v - C_t C_u K_v K_u - C_t C_v K_t K_v - C_u C_v K_u K_v)]^{1/2}$$

依上分析 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 恒可化為共線行列式。

9. 共線行列式之推求 (續)

應用上法於 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 時, 設 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 中 v 有二種單獨函數, 則相當於 (1.5) 之理想行列式為,

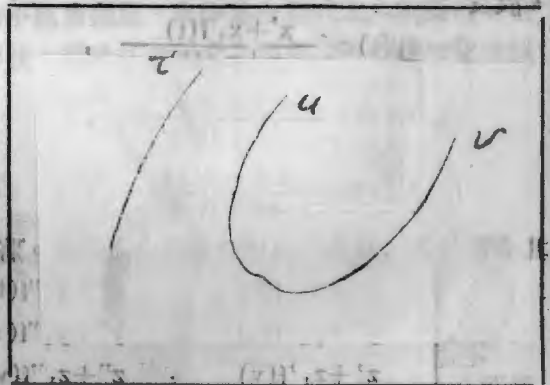
$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & f(v) \\ Y' + f(u) & Y'' & 1 \\ z' + z_1 f_1(v) + z_2 f_2(v) & Z'' + Z_1 f_1(v) + Z_2 f_2(v) & Z + Z_1 f_1(v) + Z_2 f_2(v) \end{vmatrix} = 0$$

此時 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 中計有十二項, 故由同項係數相等以求方程式, 共得十二個聯立式; 但十二個聯立式非 $Y', Y'', z, z_1, z_2, \dots, z_2'$ 等十一個未知量所能滿足; 故一般情形下之 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 不能直接化為共線行列式。

10. 同述共線圖

共線圖中之軌迹不必單獨存在, 可相互合併, 但各保持其表示數值之記號, 圖3, 圖4, 圖5, 所示者即此類共線圖也。設 u, v 兩迹道合併為一如圖6所示, 則其共線行列式

$$\begin{vmatrix} f_1(t) & f_2(t) & 1 \\ f_1(u) & f_2(u) & 1 \\ f_1(v) & f_2(v) & 1 \end{vmatrix} = 0$$



中 u 與 v 之單獨函數必兩兩相似, 即改寫 v 為 u 時, $f_1(v), f_2(v)$ 分別化為 $f_1(u), f_2(u)$ 。若三軌迹合而為一則 $f_1(t), f_1(u), f_1(v)$ 之形狀相同; 而其他三者亦相同。

11. 同述共線圖之關係式

共線行列式之合于上述條件可隨手寫出; 但其可以利用表示 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 及 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 者則有下列三種:

$$\begin{vmatrix} f_1(t) & f_2(t) & 1 \\ \frac{x' + x_1 f_1(u) + x_2 f_2(u)}{x + x_1 f_1(u) + x_2 f_2(u)} & \frac{y' + y_1 f_1(u) + y_2 f_2(u)}{y + y_1 f_1(u) + y_2 f_2(u)} & 1 \\ \frac{x' + x_1 f_1(v) + x_2 f_2(v)}{x + x_1 f_1(v) + x_2 f_2(v)} & \frac{y' + y_1 f_1(v) + y_2 f_2(v)}{y + y_1 f_1(v) + y_2 f_2(v)} & 1 \end{vmatrix} = 0 \dots (4)$$

$$0 = \frac{A_1 B_1 - A_2 B_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \frac{f_1(u)}{f_1(v)} + \dots$$

故 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 可化為下列形狀：

$$A + A_1(f(u) + f(v)) + A_2(f(u)f_1(v) + f(v)[B + B_1(f(u) + f(v)) + B_2(f(u)f_1(v))]) = 0$$

第二以

$$f(t) = \frac{L_1 f_1(t) + 1}{L_1 f_1(t) + 1}$$

代入 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ ，消去分母；而令其結果中 $f_1(t)$ 與 $f_1(v)$ 之係數相同， $f_1(t)f_1(u)$ 與 $f_1(t)f_1(v)$ 之係數相同，由此得

$$AL_1 + BL = A_1,$$

$$A_1 L_1 + B_1 L = A_2,$$

解此兩式得

$$L = \frac{A_2 A_1 - A_1 A_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2}, \quad L_1 = \frac{A_2 B_1 - A_1 B_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2}$$

至此，原有之 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 已逐漸化為下列形狀：

$$k_1 f_1(t) f_1(u) f_1(v) + k_2 (f_2(t) f_1(u) + f_1(t) f_2(u) + f_1(t) f_1(v) + f_1(u) f_2(v)) + k_3 (f_1(t) + f_1(u) + f_1(v)) = 0 \dots (5.2)$$

(5.2) 與 (5.1) 之形狀完全相同；其共線行列式為：

$\frac{k_2 + k_3 f_1(t)}{k + k_3 f_1(t)^3}$	$\frac{k_1 - k_3 (f_1(t))^2}{k + k_3 (f_1(t))^3}$	1	= 0 \dots (5.3)
$\frac{k_2 + k_3 f_1(u)}{k + k_3 (f_1(u))^3}$	$\frac{k_1 - k_3 (f_1(u))^2}{k + k_3 (f_1(u))^3}$		
$\frac{k_2 + k_3 f_1(v)}{k + k_3 (f_1(v))^3}$	$\frac{k_1 - k_3 (f_1(v))^2}{k + k_3 (f_1(v))^3}$		

由上列分析乃得結論如此：

任何 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 可以單獨三次曲線所形成之共線圖表示之。

$F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同述其總行列式：

$F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 與 (4.1) 同類，而 (4.1) 之特點為：其中 $f(u)$ 與 $f(v)$ 之係數相等， $f_1(t)$

$f(u)$ 與 $f_1(t) f(v)$ 之係數相等， $f_2(t) f(u)$ 與 $f_2(t) f(v)$ 之係數相等。故求 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同述其總行列式時，吾人之初步工作仍為改變其形狀；其法乃以

$$f(u) = f_1(u) + m, \quad f(v) = \frac{n f_1(v)}{n_1 f_1(v) + 1}$$

代入 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ ，消去分母；然後令其結果中有關係之數相等。因此得三式如下：

$$n(A_2 + A_3 m) + n_1(A_1 + B_1 m) = A_1$$

$$n(B_2 + B_3 m) + n_1(B + B_1 m) = B_1$$

$$n(C_2 + C_3 m) + n_1(C + C_1 m) = C_1$$

若以 n 與 n_1 為未知量，則上三式同時成立之條件為

$$\begin{cases} A_2 + A_3 m_1 & A - A_1 m_1 \\ B_2 + B_3 m_1 & B + B_1 m_1 \\ C_2 + C_3 m_1 & C + C_1 m_1 \end{cases} \quad \begin{matrix} A_1 \\ B_1 \\ C_1 \end{matrix}$$

由此得

$$m = \frac{\begin{vmatrix} A & A_1 & A_2 \\ B & B_1 & B_2 \\ C & C_1 & C_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & A_1 & A_3 \\ B & B_1 & B_3 \\ C & C_1 & C_3 \end{vmatrix}}$$

然後取原三式中任二式即可求得 n 與 n₁ 之值。故 F₂ · 1 · 1 = 0 可化至下列形狀

$$A + A_1 \{f(u) + f(v)\} + A_2 f(u) f(v) + f_1(t) [B + B_1 \{f(u) + f(v)\} + B_2 f(u) f(v)] + f_1(t) [C + C_1 \{f(u) + f(v)\} + C_2 f(u) f(v)] = 0 \dots \dots F_2'$$

次一問題為如何將 F₂ · 1 · 1 = 0 化至(4)式之形狀 q, (4)式可寫為

$$\begin{matrix} f_1(t) & -f_2(t) \\ \frac{x_2''}{x_2} + \frac{x_1'}{x_2} f(u) + \{f(u)\}^2 & \frac{x_2''}{x_2} + \frac{x_1'}{x_2} f(u) + \{f(u)\}^2 \\ \frac{x_2''}{x_2} + \frac{x_1'}{x_2} f(v) + \{f(v)\}^2 & \frac{x_2''}{x_2} + \frac{x_1'}{x_2} f(v) + \{f(v)\}^2 \end{matrix}$$

故其中有待決定者為 $\frac{x_2''}{x_2}, \frac{x_2''}{x_2}, \frac{x_1'}{x_2}, \frac{x_1'}{x_2}, \frac{x_1'}{x_2}, \frac{x_1'}{x_2}, \frac{x_1'}{x_2}$ 等八量之值。

令(4.1)與 F₂ · 1 · 1 = 0 完全相同，則得下列九式：

$$\begin{aligned} x_1' x_1'' - x_1' x_1'' &= A, & x_2' x_2'' - x_2' x_2'' &= A_1 \\ x_1' x_1'' - x_1' x_1'' &= B, & x_2' x_2'' - x_2' x_2'' &= B_1 \\ x_1' x_1'' - x_1' x_1'' &= C, & x_2' x_2'' - x_2' x_2'' &= C_1 \end{aligned}$$

解此九式得(註六)

$$\frac{x_2''}{x_2} = \frac{A_2}{B_2} \frac{BC_2 - B_2 C}{B_1 C_2 - B_2 C_1} \dots \frac{AB_2 - A_2 B}{A_1 B_2 - A_2 B_1} \dots \frac{AC_2 - A_2 C}{A_1 C_2 - A_2 C_1}$$

$$\frac{x_1'}{x_2} = \frac{BC_2 - B_2 C}{B_1 C_2 - B_2 C_1} \dots \frac{AC_2 - A_2 C}{A_1 C_2 - A_2 C_1}$$

$$\frac{x_1'}{x_2} = \frac{BC_2 - B_2 C}{B_1 C_2 - B_2 C_1} \dots \frac{AC_2 - A_2 C}{A_1 C_2 - A_2 C_1}$$

$$\begin{aligned} \frac{x_1'}{x_2'} &= \frac{AC_1 - A_1C}{A_1C_2 - A_2C_1} \quad , \quad A & \frac{x_1''}{x_2''} &= \frac{A_1C_2 - A_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1} \quad , \quad A \\ \frac{x_1''}{x_2''} &= \frac{AB_1 - A_1B}{A_1B_2 - A_2B_1} \quad , \quad B & \frac{x_1'''}{x_2'''} &= \frac{A_1C_2 - A_2C_1}{A_1B_2 - A_2B_1} \quad , \quad B \\ & & & & \frac{x_1'''}{x_2'''} &= \frac{AB_1 - A_1B}{A_1B_2 - A_2B_1} \quad , \quad C \end{aligned}$$

故 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 可逐漸化至(4)式之形狀。

14. $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 之同述共線行列式(續)

由(6.1)亦可求得 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1}$ 之同述共線行列式。其法乃以

$$f(t) = -(k + k_1 f_1'(t) + k_2 f_2'(t)),$$

$$f_1(t) = k' + k_1' f_1'(t) + k_2' f_2'(t),$$

$$f_2(t) = k'' + k_1'' f_1'(t) + k_2'' f_2'(t),$$

$$f_1(u) = 1 + l_1 f(u),$$

$$f_2(u) = 1 + l_2 f(u),$$

$$f_1(v) = m + m_1 f(v),$$

$$f_2(v) = m' + m_1' f(v),$$

代入(6.1); 展開; 而令其結果與(4)得之

$$A + A_1 f(u) + A_2 f(v) + A_3 f(u) f(v) + f_1'(t) [B + B_1 f(u) + B_2 f(v) + B_3 f(u) f(v)] + f_2'(t) [C + C_1 f(u) + C_2 f(v) + C_3 f(u) f(v)] = 0$$

完全相同, 因此得下列十二式:

$$l(k'm + km') + l_1(k_1'm_1 + km_1) = A$$

$$l_1(k'm + km') + l_2(k_1'm_1 + km_1) = A_1$$

$$l(k'm_1 + km_1) + l_1(k_1'm_1 + km_1) = A_2$$

$$l_1(k'm_1 + km_1) + l_2(k_1'm_1 + km_1) = A_3$$

$$l(k_1'm + k_1m') + l_1(k_1'm + k_1m') = B$$

$$l_1(k_1'm + k_1m') + l_2(k_1'm + k_1m') = B_1$$

$$l(k_1'm_1 + k_1m_1) + l_1(k_1'm_1 + k_1m_1) = B_2$$

$$l_1(k_1'm_1 + k_1m_1) + l_2(k_1'm_1 + k_1m_1) = B_3$$

$$l(k_2'm + k_2m') + l_1(k_2'm + k_2m') = C$$

$$l_1(k_2'm + k_2m') + l_2(k_2'm + k_2m') = C_1$$

$$l(k_2'm_1 + k_2m_1) + l_1(k_2'm_1 + k_2m_1) = C_2$$

$$l_1(k_2'm_1 + k_2m_1) + l_2(k_2'm_1 + k_2m_1) = C_3$$

分上十二式為六組解之得

$$k'm + km' = \frac{A_1 l_1 - A_1 k_1 - A_1 C_1}{l_1 l_2 - l_1 l_1 - A_1 C_1} = \frac{A_1 l_1 - A_1 k_1 - A_1 C_1}{l_1 l_2 - l_1 l_1 - A_1 C_1}$$

$$k_1'm_1 + km_1 = \frac{A_2 l_1 - A_2 k_1 - A_2 C_1}{l_1 l_2 - l_1 l_1 - A_2 C_1} = \frac{A_2 l_1 - A_2 k_1 - A_2 C_1}{l_1 l_2 - l_1 l_1 - A_2 C_1}$$

$$k_1'm + k_1m' = \frac{B_1 l_1 - B_1 k_1 - B_1 C_1}{l_1 l_2 - l_1 l_1 - B_1 C_1} = \frac{B_1 l_1 - B_1 k_1 - B_1 C_1}{l_1 l_2 - l_1 l_1 - B_1 C_1}$$

其共同成立之條件為

$$k_1 m_1 + k_1' m_1' = \frac{B_2 l_1 - B_2' l_1'}{l_1 - l_1'}, \quad k_2 m_2 + k_2' m_2' = \frac{B_3 l_2 - B_3' l_2'}{l_2 - l_2'}$$

$$k_2' m_2' + k_2 m_2 = \frac{c_1 l_1 - c_1' l_1'}{l_1 - l_1'}, \quad k_3' m_3' + k_3 m_3 = \frac{c_2 l_2 - c_2' l_2'}{l_2 - l_2'}$$

此十二式每四式自成一聯立系統。如前四式即可視為 k, k', k'' 之一次聯立式。因此其同時成立之條件為

$\rho =$	$1m$	$-\frac{m^2}{(u)l} \frac{(u)l^2 d A_1 l_1' - A_1 l_1'}{l_1 - l_1'}$	$\frac{1}{(u)l^2 d + 1}$
m'	10	$-\frac{m^2}{(v)l} \frac{(v)l^2 d A_2 l_1 - A_2 l_1}{l_1 + l_1'}$	$\frac{1}{(v)l^2 d + 1}$
0	m_1	$\frac{A_2 l_1' - A_2 l_1}{l_1 - l_1'}$	$= 0$
m_1'	0	$\frac{A_2 l_1 - A_2 l_1'}{l_1 + l_1'}$	

由此得

$$m(A_2 l_1' - A_2 l_1) - m_1 \left(\frac{(u)l^2 d A_1 l_1' - A_1 l_1'}{l_1 - l_1'} + \frac{(v)l^2 d A_2 l_1 - A_2 l_1}{l_1 + l_1'} \right) = 0$$

同樣得

$$m(B_2 l_1' - B_2 l_1) - m_1 (B_1 l_1' - B_1 l_1) + m_1' (B_2 l_1 - B_2 l_1) - m_1' (B_1 l_1 - B_1 l_1) = 0$$

$$m(C_2 l_1' - C_2 l_1) - m_1 (C_1 l_1' - C_1 l_1) + m_1' (C_2 l_1 - C_2 l_1) - m_1' (C_1 l_1 - C_1 l_1) = 0$$

此乃可以適宜之數值代入 l, l', l_1, l_1' 及某一 m 與 m_1' ；然後由此三式決定其他三 m 之值。至 $k, k', k'', k_1, k_1', k_1'', k_2, k_2', k_2''$ 等九量之值則可分組由其有關之聯立式決定之。

由上分析可知 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 可化為同述共線行列式之形狀如(6)式者。

15. $F_{3 \cdot 1 \cdot 1}$ 之同述共線行列式

依(14)節進行，吾人更得一聯立式

$$m(D_2 l_1' - D_2 l_1) - m_1 (D_1 l_1' - D_1 l_1) + m_1' (D_2 l_1 - D_2 l_1) - m_1' (D_1 l_1 - D_1 l_1) = 0$$

於 m, m_1, m_1', m_2 共有四個一次齊次聯立式。此四式同時成立之條件為

$A_1 l_1' - A_1 l_1$	$A_2 l_1' - A_2 l_1$	$A_3 l_1' - A_3 l_1$	$A_4 l_1' - A_4 l_1$	$A_5 l_1' - A_5 l_1$
$B_2 l_1' - B_2 l_1$	$B_3 l_1' - B_3 l_1$	$B_4 l_1' - B_4 l_1$	$B_5 l_1' - B_5 l_1$	$B_6 l_1' - B_6 l_1$
$C_2 l_1' - C_2 l_1$	$C_3 l_1' - C_3 l_1$	$C_4 l_1' - C_4 l_1$	$C_5 l_1' - C_5 l_1$	$C_6 l_1' - C_6 l_1$
$D_2 l_1' - D_2 l_1$	$D_1 l_1' - D_1 l_1$	$D_3 l_1' - D_3 l_1$	$D_4 l_1' - D_4 l_1$	$D_5 l_1' - D_5 l_1$

由此得(註七)

A	A ₁	A ₂	$\left(\begin{array}{c} A_3 b \\ C_3 \end{array} \right) - \frac{b}{C_3}$	$= \frac{b}{C_3}$
B	B ₁	B ₂	$\frac{B_3 - 1}{C_3}$	
C	C ₁	C ₂	$\frac{C_3 - 1}{C_3}$	
D	D ₁	D ₂	$\frac{D_3 - 1}{C_3}$	

此為 $F_{2,1,1,0} \equiv 0$ 可化為同述共線行列式之條件。故在一般情形下 $F_{2,1,1,0}$ 不可以共線圖表示之。

16. 共同軌迹之形狀

同述共線圖中之共同軌迹，恆為代數曲線；其次數與其參變方程式之方數同。故有為二次曲線即圓錐曲線，亦有為三次曲線。圓錐曲線計有圓，橢圓，雙曲線與拋物線四種。共同軌迹之為何種曲線可隨作者之意決定之。如 (4.6) 式恆可化至下列形狀。

$$\begin{vmatrix} f_1'(t) & f_2'(t) & 1 \\ \frac{k'}{1+k_2\{f(u)\}^2} & \frac{k''+k_3\{f(u)\}^3}{k+k_1f(t)+k_2\{f(t)\}^2} & 1 \\ \frac{k'}{1+k_2\{f(v)\}^2} & \frac{k''+k_3\{f(v)\}^3}{k+k_1f(u)+k_2\{f(u)\}^2} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

則 u 與 v 之共同軌迹可為橢圓亦可為圓。三次曲線之形狀亦隨其參變方程式而異，有如 n 字形如圖 5 所示者，亦有如 l 字形如圖 4 所示者。惟以一般情形論，(5) 式恆可化至下列形狀

$$\begin{vmatrix} k'+k_2\{f(t)\}^2 & k''+k_3\{f(t)\}^3 & 1 \\ \frac{k+k_1f(t)+k_2\{f(t)\}^2}{k'+k_2\{f(u)\}^2} & \frac{k''+k_3\{f(u)\}^3}{k+k_1f(u)+k_2\{f(u)\}^2} & 1 \\ \frac{k+k_1f(v)+k_2\{f(v)\}^2}{k'+k_2\{f(v)\}^2} & \frac{k''+k_3\{f(v)\}^3}{k+k_1f(v)+k_2\{f(v)\}^2} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

且 $k+k_1f(t)+k_2\{f(t)\}^2 = 0$ 不得有實根。則其軌迹之形狀將如字母 n 。

17. 同述共線圖之實例

同述共線圖未經前人注意與討論。其成例之可考者僅為 $b^2(HL) - bL(Hp) - \frac{1}{3}(1-L)(D+2p) \equiv 0$

之共線圖，散見於 d'Ocagne 及隨後作者之著作中而為三曲共線圖（共線之三軌迹均為曲線者）之稀有特例。至其同述性及其共線行列式之如何推求，則無有論之者。惟由其形狀，吾人可一望而知其與 $F_{2,1,1,0}$ 為同類，故其共線行列式其人可得依法求之。

他種同述共線圖之實例，經筆者作成者有圖 3，圖 4，圖 5，圖 6 等。圖 3 與圖 4 均為 $d=d_1d_2$ 之同述共線圖。此式可寫為

$$\frac{d}{25} = \frac{\frac{d_1}{25} - \left(-\frac{d_2}{25}\right)}{-\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}}$$

故與 (3.6) 之形狀相同。圖 3 之作圖行列式為

$\frac{20}{1 + \frac{d}{25}}$	0	1	$0 = 0 + 1 + 1 +$
$\frac{20}{1 + \frac{d_1}{25}}$	$(\frac{d_1}{25}) A_{11}$	$(\frac{d_1}{25}) \varepsilon - 1$	$(\frac{d_1}{25}) \varepsilon - 1$
$\frac{20}{1 + \frac{d_2}{25}}$	$(\frac{d_2}{25}) A_{12}$	$(\frac{d_2}{25}) \varepsilon + (\frac{d_1}{25}) \varepsilon - 1$	$(\frac{d_2}{25}) \varepsilon - 1$
$\frac{20}{1 + \frac{d_3}{25}}$	$(\frac{d_3}{25}) A_{13}$	$(\frac{d_3}{25}) \varepsilon - 1$	$(\frac{d_3}{25}) \varepsilon - 1$

該式又可寫為

$$-\frac{1}{d} d_1 d_2 + \dots$$

及 $(\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}) \frac{d_1 \sqrt{2}}{20} - (\frac{d_2 \sqrt{2}}{20}) = 1$

故與 (5.3) 之形狀相同，因得圖 4 之共線行列式

$\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}$	$\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}$	$\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}$	$\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}$
$-1 - \left\{ \frac{200^3 \sqrt{2}}{d} \right\}$	$\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}$	$-1 - \left\{ \frac{200^3 \sqrt{2}}{d} \right\}$	$\frac{200^3 \sqrt{2}}{d}$
$0 - \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1$	$0 - \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1$
$-1 + \left\{ \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1 \right\}$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1$	$-1 + \left\{ \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1 \right\}$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_1$
$0 - \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2$	$0 - \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2$
$-1 - \left\{ \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2 \right\}$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2$	$-1 - \left\{ \frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2 \right\}$	$\frac{3 \sqrt{2}}{20} d_2$

$d = d_1 d_2$ 乃簡單算式，作其圖表無取用同述共線圖之必要。但於此可見同述共線圖之應用不礙於複雜算式；且同一算式亦可以多種不同之圖形表示之。

圖 5 為 $m(r_1 + r_2 - 2r_1 r_2) + (d_1 + d_2 + 2) = 0$ 和差乘積的簡單之變換前一算式之

同述共線圖。此式經化為下形狀 $3 \left(\frac{2}{m+3} \right) \cdot r_1 r_2 + (-2) \left\{ \frac{1}{2} r_1 + r_2 \right\}$

$$3 \left(\frac{2}{m+3} \right) \cdot r_1 r_2 + (-2) \left\{ \frac{1}{2} r_1 + r_2 \right\}$$

+r₁+r₂=0

後，其共線行列式

$\frac{1-3\left(\frac{2}{m+3}\right)^2}{1-3\left(\frac{2}{m+3}\right)+3\left(\frac{2}{m+3}\right)^2}$	$\frac{1-3\left(\frac{2}{m+3}\right)^2}{1-3\left(\frac{2}{m+3}\right)+3\left(\frac{2}{m+3}\right)^2}$	= 0
$\frac{1-3r_1^2}{1-3r_1+3r_1^2}$	$\frac{1-3r_2^2}{1-3r_2+3r_2^2}$	
$\frac{1-3r_2^2}{1-3r_2+3r_2^2}$	$\frac{1-3r_1^2}{1-3r_1+3r_1^2}$	

乃可求得。經計算變形後，其同述共線圖如圖 5 所示者方始求得。

圖 6 為

$$3L_1 + \frac{L_1^2}{L_1-d_1} = \frac{L_2^2}{L_2-d_2} - 3L_2$$

之累同述共線圖，此式經分解為分子式

$$R = 3L_1 \frac{L_1^2}{L_1-d_1}, R = \frac{L_2^2}{L_2-d_2} - 3L_2,$$

乃可依法推求其作圖行列式，

$\frac{20 \times 30^2}{30^2 + \frac{2}{3}(3L_1)^2}$	$\frac{24 \times 30(3L_2)}{30^2 \times \frac{2}{3}(3L_2)^2}$	- 1
$\frac{20 \times 30^2}{30^2 + R^2}$	$\frac{24 \times 30R}{30^2 + R^2}$	
$\frac{20 \times 30^2}{30^2 + (3d_1)^2}$	$\frac{24 \times 30(3d_1)}{30^2 + (3d_1)^2}$	- 0
$\frac{20 \times 30^2}{30^2 + \frac{2}{3}(3L_2)^2}$	$\frac{24 \times 30(-3L_2)}{30^2 + \frac{2}{3}(3L_2)^2}$	
$\frac{20 \times 30^2}{30^2 + R^2}$	$\frac{24 \times 30R}{30^2 + R^2}$	+ 1
$\frac{20 \times 30^2}{30^2 + (3d_2)^2}$	$\frac{24 \times 30(3d_2)}{30^2 + (3d_2)^2}$	

故全圖由兩共軸橢圓所形成。

不 18 累共線圖，不定共線圖，聯立共線圖

複雜算式之不得以單純共線圖表示者，經分解為若干參變方程式後，有時可以若干聯各共線圖表示之。此類共線圖如圖 6，圖 8 圖 9 圖 10 所示者謂之累共線圖。

算式中某一種變數之單獨函數衆多時，雖經分解為參變方程式，該變數猶不免分處數式中，則其累共線圖雖可作成，若以之定該變數之值仍有困難，此類共線圖如圖 7 所示者，謂之不定共線圖。

聯立算式之共線圖，謂之聯立共線圖，圖 8，圖 9 即為聯立共線圖。

19. 不定共線圖與聯立共線圖之用法。

單純共線圖與普通累共線圖之用法，不須解說；而不定共線圖與聯立共線圖之功用，則有待闡明。論共線圖之應用時，當知其應用之背景，背景之要點為：

- a. 普通共線圖（寬長約一英尺者），精確性在 $\frac{1}{500}$ 與 $\frac{1}{100}$ 之間。
- b. 共線圖之主要功用，為解算應用公式。
- c. 應用問題中未知量之約數，可由別種慣用數量估計之。
- d. 在實在情形下，應用公式中未知量之變化具有連續性；即別種數量逐漸改變時，所求之未知量，亦逐漸改變。

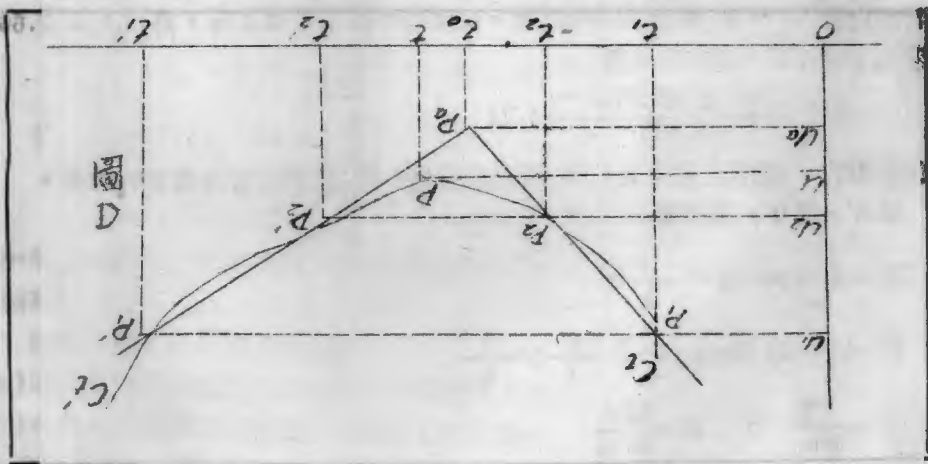
明乎上列要點，吾人乃可進而推求不定共線圖與聯立共線圖之用法。

設已知 v 與 w 之值，而欲由

$$f(t, u, v) = 0 \text{ ————— (a)}$$

$$f(t, u, w) = 0 \text{ ————— (b)}$$

兩式決定 t, u 之值。因 v 與 w 為已知數，由此兩



式可作成軌迹 C_1, C_2 如圖D所示。其交點P之座標距即為所求之與 u 之值。若P點未曾作出，可於其接近處作兩平行橫線以與二軌迹相交於 P_1, P_1', P_2, P_2' 四點；則 $P_1P_2, P_1'P_2'$ 之交點 P_a 必去P甚近，故 P_a 之座標距 t_a 即為 t, u 之值。設 P_1, P_1' 之橫座標為 t_1, t_1' 其縱座標為 u_1, u_1' ； P_2, P_2' 之橫座標為 t_2, t_2' 其縱座標為 u_2, u_2' 。則由相似三角形 $P_aP_1P_1', P_aP_2P_2'$ 得

$$\frac{t_a - t_1}{t_a - t_2} = \frac{t_a - t_1'}{t_a - t_2'}$$

由此得

$$t_a = t_2 + \frac{(t_2 - t_1)(t_2 - t_2')}{(t_1 - t_1') - (t_2 - t_2')} \text{ ————— (7)}$$

同樣得

$$u_a = u_2 + \frac{(u_2 - u_1)(t_2 - t_2')}{(t_1 - t_1') - (t_2 - t_2')} \text{ ————— (8)}$$

(a)(b)兩式之共線圖可利用以代圖D而依上述關係，推求與 u 之類值，其法則為：

- (1) 由問題之性質，估計 u 之數值得 u_1
- (2) 由 u_1 及已知 v 與 w 之值，以兩共線圖決定 t 之值，得 t_1 及 t_1'
- (3) 由 u_1, t_1, t_1' 三數之值及其他有關之性質，進而修改 u_1 ，而得 u_2
- (4) 依規則 2 求 t ，得 t_2 及 t_2' 或 t_2 及 t_2''
- (3') 由 u_2, t_2, t_2' 三數之值及其他有關之性質，估計 t 之數值，得 t_3
- (4') 由 t_3 及已知 v 之值，以一圖決定 u 得 u_3 ；次由 u_3 與已知 w 之值，以他圖決定得 t_4
- (6) 設所得 u 與 u_a 之值似有未當，可以之為近似值，更依規則(1)~(5)另求之。

20. 實例

圖 7 為

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

之不定共線圖。以此求

$$x^3 + 15x^2 + 25x - 450 = 0$$

之實根時，先設 $x_1 = 8$ 為第三項中之值，而依圖中指示記號進行，得 $x_1' = 3.66$ 。次由 $x_2 = 5$ 得 $x_2' = 4.125$ 。由(7)式得

$$x = 5 + \frac{(-3) \times 0.875}{3.465} = 4.24$$

詳至三位實數時， x 之真正數值為 4.23，所差者僅為 0.01；故誤差百分數為 0.24%。

圖 8，圖 9，圖 10 為

$$R = k + n p_0 \left(2 - \frac{1}{k} \right)$$

$$R' = k \left(3 - 2k \right) 3 n p_0 \left(1 - 2 \frac{d'}{t} \right) = \frac{1}{k}$$

$$R = \frac{2N}{bt^2fc} \quad , \quad R' = \frac{12M}{bt^2fc}$$

之聯立共線圖。核算鋼筋混凝土柱時，須由下兩式

$$\frac{2N}{bt^2fc} = k + n p_0 \left(2 - \frac{1}{k} \right)$$

$$\frac{12M}{bt^2fc} = k \left(3 - 2k \right) + 3 n p_0 \left(1 - 2 \frac{d'}{t} \right) = \frac{1}{k}$$

決定 k 與 fc 之值。但工程師每可由建築物之尺寸，外力之大小，與着力之位置以推斷 k 之約數。設欲求

$$b = 24 \text{ 吋}, t = 24 \text{ 吋}, \frac{d'}{t} = 0.125, n = 5, p_0 = 0.040, N = 45000 \text{ 磅},$$

$$M = 2,240,000 \text{ 吋磅}$$

時之 fc 。先設

$$k = 0.5$$

而由圖 8 求 R 得 0.5；由是以圖 10 求 fc 得 310。此數以記號 fc_1 記之，即

$$fc_1 = 310$$

另由圖 9 求 R' 得 $R' = 1.67$ ，轉由圖 10 求 fc 得 1160。此數以記號 fc_1' 記之，即

$$fc_1' = 1160$$

另設 $k = 0.35$ 而復依上法推求，得

$$fc_2 = 880, \quad fc_2' = 1090$$

依(7)式計算得

$$fc = 880 + \frac{(570)(-210)}{-640} = 1067 \text{ 磅/平方吋}$$

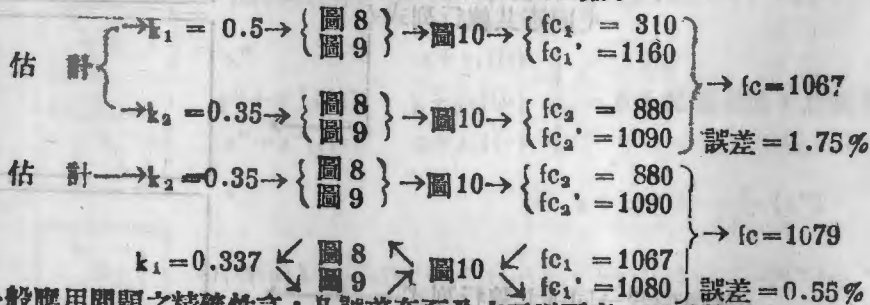
惟此數是否適當尚不可知；以此由圖 10 反求 R 得 $R = 0.145$ ，轉由圖 8 得 $k = 0.337$ ，轉由圖 9 得 $R' = 1.78$ ，由圖 10 得 $fc = 1080$ 。以

$$fc_1 = 1067, \quad fc_1' = 1080$$

與 fc_2, fc_2' 合併求 fc 得

$$fc = 1079 \text{ 磅/平方吋}$$

此與 fc 之正確數 1085 相差為 6。本題演算經過可圖表如下：



就一般應用問題之精確性言，凡誤差在百分之五以下者，所得數值，即可採用。

21. 結論：

綜合上列各節所得結論如下：

- (a) 過去各家所論關於共線圖不免片斷而無系統。
- (b) 本文增廣共線圖之種類：介紹同述共線圖。
- (c) 本文充實共線圖之理論，並擴充其領域至全部 $F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ 與 $F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$ ：



$F_{1 \cdot 1 \cdot 1} = 0$

特別形狀 →

共線行列式

同迹共線行列式

普通形狀 → 同迹共線行列式

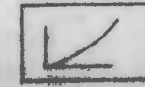
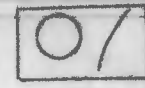
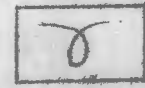
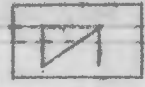
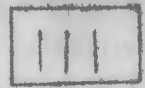
$F_{2 \cdot 1 \cdot 1} = 0$

特別形狀 → 共線行列式

$F_{3 \cdot 1 \cdot 1} = 0 +$

A	A ₁	A ₂	A ₃
B	B ₁	B ₂	B ₃
C	C ₁	C ₂	C ₃
D	D ₁	D ₂	D ₃

$= 0 \rightarrow$ 同迹共線行列式 \rightarrow



(d) 本文推廣共線圖之應用：複雜算式，聯立算式可利用共線圖解算之。

丙、附註

註1.：自

$x' + x_1 f(t)$	$x'' + x_1'' f(t)$	$x + x_1 f(t)$
$y' + y_1 f(u)$	$y'' + y_1'' f(u)$	$y + y_1 f(u)$
$z' + z_1 f(v)$	$z'' + z_1'' f(v)$	$z + z_1 f(v)$

逐步推算如下：

$x' + x_1 f(t) - \frac{x_1'}{x_1} \{x + x_1 f(t)\}$	$x'' + x_1'' f(t) - \frac{x_1''}{x_1} \{x + x_1 f(t)\}$	$x + x_1 f(t)$
$y' + y_1 f(u) - \frac{y_1'}{y_1} \{y + y_1 f(u)\}$	$y'' + y_1'' f(u) - \frac{y_1''}{y_1} \{y + y_1 f(u)\}$	$y + y_1 f(u)$
$z' + z_1 f(v) - \frac{z_1'}{z_1} \{z + z_1 f(v)\}$	$z'' + z_1'' f(v) - \frac{z_1''}{z_1} \{z + z_1 f(v)\}$	$z + z_1 f(v)$

x'	x''	$\frac{x + x_1 f(t)}{x + x_1 f(t)}$
$y' + y_1 f(u)$	$y'' + y_1'' f(u)$	$\frac{y + y_1 f(u)}{y + y_1 f(u)}$
$z' + z_1 f(v)$	$z'' + z_1'' f(v)$	$\frac{z + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}$

(記號未改，意義有別)

$x' - \frac{x_1'}{x_1} (x + x_1 f(t))$	$x'' - \frac{x_1''}{x_1} (x + x_1 f(t))$	$\frac{x + x_1 f(t)}{x + x_1 f(t)}$	$\frac{x_1'}{x_1} (x + x_1 f(t))$
$y' + y_1 f(u) - \frac{y_1'}{y_1} (y + y_1 f(u))$	$y'' + y_1'' f(u) - \frac{y_1''}{y_1} (y + y_1 f(u))$	$\frac{y + y_1 f(u)}{y + y_1 f(u)}$	$\frac{y_1'}{y_1} (y + y_1 f(u))$
$z' + z_1 f(v) - \frac{z_1'}{z_1} (z + z_1 f(v))$	$z'' + z_1'' f(v) - \frac{z_1''}{z_1} (z + z_1 f(v))$	$\frac{z + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}$	$\frac{z_1'}{z_1} (z + z_1 f(v))$

$y' + y_1 f(u)$	$y'' + y_1'' f(u)$	$\frac{y + y_1 f(u)}{y + y_1 f(u)}$	$\frac{y_1'}{y_1} (y + y_1 f(u))$
$z' + z_1 f(v)$	$z'' + z_1'' f(v)$	$\frac{z + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}$	$\frac{z_1'}{z_1} (z + z_1 f(v))$

(記號未改，意義有別)

$y' + y_1 f(u) - \frac{y_1'}{y_1} (y + y_1 f(u))$	$y'' + y_1'' f(u) - \frac{y_1''}{y_1} (y + y_1 f(u))$	$\frac{y + y_1 f(u)}{y + y_1 f(u)}$	$\frac{y_1'}{y_1} (y + y_1 f(u))$
$z' + z_1 f(v) - \frac{z_1'}{z_1} (z + z_1 f(v))$	$z'' + z_1'' f(v) - \frac{z_1''}{z_1} (z + z_1 f(v))$	$\frac{z + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}$	$\frac{z_1'}{z_1} (z + z_1 f(v))$

$y' + y_1 f(u)$	$y'' + y_1'' f(u)$	$\frac{y + y_1 f(u)}{y + y_1 f(u)}$	$\frac{y_1'}{y_1} (y + y_1 f(u))$
$z' + z_1 f(v)$	$z'' + z_1'' f(v)$	$\frac{z + z_1 f(v)}{z + z_1 f(v)}$	$\frac{z_1'}{z_1} (z + z_1 f(v))$

(記號未改，意義不同)

$\frac{x_1'}{x_1} (y' + y_1 f(u))$	$\frac{y_1'}{y_1} (z' + z_1 f(v))$	$\frac{1}{x_1} (z' + z_1 f(v))$
$\frac{y_1'}{y_1} (z' + z_1 f(v))$	$\frac{z_1'}{z_1} (z' + z_1 f(v))$	$\frac{1}{x_1} (z' + z_1 f(v))$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & f(t) \\ Y'+f(u) & Y'' & 1 \\ Z'+Z_1'f(v) & Z''+Z_1''f(v) & Z+Z_1f(v) \end{vmatrix} = 0$$

註 2：代入其他等量得

$$Y' - Y''Z_1' = C_u$$

$$Z_1' + C_t Y' = K_v$$

$$C_v Y' - Y''Z' = K_t$$

$$Z' + k_u Y' = c$$

由前二式消去 Z_1' 得

$$Y'' = \frac{C_u - Y'}{C_t Y' - K_v}$$

由後二式消去 Z' 得

$$Y'' = \frac{K_t - C_v Y'}{K_u Y' - C}$$

於是得 $(Y')^2(C_t C_v - Y_u) + Y'(C - C_u K_v - C_t K_t - C_v K_v) + (K_t K_v + C C_u) = 0$
解 Y' 之二次方程式得

$$Y' = \frac{C_t K_t + C_v K_v - C_u K_u - C \pm \Delta}{2(C_t C_v - K_u)}$$

註 3：(4.1)式之推演步驟如下：

$$\begin{vmatrix} f_1(t) & -f_2(t) & 1 \\ x'' + x_1''f(u) + x_2''\{f(u)\}^2 & x'' + x_1''f(v) + x_2''\{f(v)\}^2 & x + x_1f(u) + x_2\{f(u)\}^2 \\ x'' + x_1''f(v) + x_2''\{f(v)\}^2 & x'' + x_1''f(u) + x_2''\{f(u)\}^2 & x + x_1f(v) + x_2\{f(v)\}^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} f_1(t) & -f_2(t) & 1 \\ x_1'' + x_2''\{f(u) + f(v)\} & x_1'' + x_2''\{f(u)f(v)\} & x_1 + x_2\{f(u) + f(v)\} \\ x'' + x_1''f(v) + x_2''\{f(v)\}^2 & x'' + x_1''f(u) + x_2''\{f(u)\}^2 & x + x_1f(v) + x_2\{f(v)\}^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\{f(u) - f(v)\} = 0$$

$$\begin{vmatrix} f_1(t) & -f_2(t) & 1 \\ x_1'' + x_2''\{f(u) + f(v)\} & x_1'' + x_2''\{f(u) + f(v)\} & x_1 + x_2\{f(u) + f(v)\} \\ x'' - x_2''f(u)f(v) & x'' - x_2''f(u)f(v) & x - x_2f(u)f(v) \end{vmatrix} = 0$$

$$\{f(u) - f(v)\} = 0$$

展開得(4.1)式

註 4：(5.1)式之推演步驟如下：

$$\begin{vmatrix} x'' + x_1''f(t) + x_2''\{f(t)\}^2 + x_3''\{f(t)\}^3 & F_2(t) & F(t) \\ x'' + x_1''f(u) + x_2''\{f(u)\}^2 + x_3''\{f(u)\}^3 & F_2(u) & F(u) \\ x'' + x_1''f(v) + x_2''\{f(v)\}^2 + x_3''\{f(v)\}^3 & F_2(v) & F(v) \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x_1'' + x_2''\{f(t) + f(v)\} + x_3''[\{f(t)\}^2 + f(t)f(v) + \{f(v)\}^2] & F_2(t,v) & F(t,v) \\ x_1'' + x_2''\{f(u) + f(v)\} + x_3''[\{f(u)\}^2 + f(u)f(v) + \{f(v)\}^2] & F_2(u,v) & F(u,v) \\ x'' + x_1''f(v) + x_2''\{f(v)\}^2 + x_3''\{f(v)\}^3 & F_2(v) & F(v) \end{vmatrix} = 0$$

$$\{f(t) - f(v)\} - \{f(u) - f(v)\} = 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{f_1(t)}{f_1(u)} & \frac{f_2(t)}{f_1(u)} & 1 \\ \frac{f_1(v)}{f_1(u)} & \frac{f_2(v)}{f_1(u)} & 1 \\ \frac{f_1(u)f_2(v)}{f_1(u)f_1(v)} & \frac{f_2(u)f_2(v)}{f_1(u)f_1(v)} & 1 \end{vmatrix} = 0$$

展開得(6.1)式

註 6 :

由

消去 x'' 得

$$x'(x_1''x_2' - x_1'x_2'') = A_1x_1' - A_2x_2' = x'A_2$$

故

$$A_2x_2' - A_1x_1' + A_2x'' = 0 \dots\dots\dots(A')$$

同樣由該三式消去 x' 得

$$Ax_2'' - A_1x_1'' + A_2x'' = 0 \dots\dots\dots(A'')$$

依同法由其他各式得

$$Bx_2' - B_1x_1' + B_2x' = 0 \dots\dots\dots(B)$$

$$Bx_2'' - B_1x_1'' + B_2x'' = 0 \dots\dots\dots(B')$$

$$Cx_2' - C_1x_1' + C_2x' = 0 \dots\dots\dots(C)$$

$$Cx_2'' - C_1x_1'' + C_2x'' = 0 \dots\dots\dots(C')$$

由(B)(C)得 $\frac{x_2'}{x_2}, \frac{x_1'}{x_1}$; 由(A')(C')得 $\frac{x_2''}{x_2}, \frac{x_1''}{x_1}$ 由(A'')(B'')得 $\frac{x_2''}{x_2}, \frac{x_1''}{x_1}$

寫 $x_2'x_1'' - x_1'x_2'' = A_2, x_1x_2'' - x_2x_1'' = B_2, x_1x_2' - x_2x_1' = C_2$

為 $x_2'x_2''(\frac{x_1''}{x_2} - \frac{x_1'}{x_2}) = A_2, x_2x_2''(\frac{x_1'}{x_2} - \frac{x_1''}{x_2}) = B_2, x_2x_2'(\frac{x_1''}{x_2} - \frac{x_1'}{x_2}) = C_2$

則 $\frac{x_2''}{x_2}, \frac{x_2'}{x_2}$ 可立即求得。

註 7 : 由

$$\begin{vmatrix} A_2I_1 - A_3I' & A_1I' - A_1I' & A_2I - A_2I_1 & A_1I - A_1I_1 \\ B_2I_1 - B_3I' & B_1I' - B_1I' & B_2I - B_2I_1 & B_1I - B_1I_1 \\ C_2I_1 - C_3I' & C_1I' - C_1I' & C_2I - C_2I_1 & C_1I - C_1I_1 \\ D_2I_1 - D_3I' & D_1I' - D_1I' & D_2I - D_2I_1 & D_1I - D_1I_1 \end{vmatrix} = 0$$

逐步推演,

$$\begin{vmatrix} A_2 - A_3 \frac{l'}{l_1} & A - A_1 \frac{l'}{l_1} & A_3 \frac{1}{l_1} - A_2 & A_1 \frac{1}{l_1} - A \\ B_2 - B_3 \frac{l'}{l_1} & B - B_1 \frac{l'}{l_1} & B_3 \frac{1}{l_1} - B_2 & B_1 \frac{1}{l_1} - B \\ C_2 - C_3 \frac{l'}{l_1} & C - C_1 \frac{l'}{l_1} & C_3 \frac{1}{l_1} - C_2 & C_1 \frac{1}{l_1} - C \\ D_2 - D_3 \frac{l'}{l_1} & D - D_1 \frac{l'}{l_1} & D_3 \frac{1}{l_1} - D_2 & D_1 \frac{1}{l_1} - D \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} A_3 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & A_1 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & A_3 \frac{1}{l_1} - A_2 & A_1 \frac{1}{l_1} - A \\ B_3 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & B_1 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & B_3 \frac{1}{l_1} - B_2 & B_1 \frac{1}{l_1} - B \\ C_3 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & C_1 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & C_3 \frac{1}{l_1} - C_2 & C_1 \frac{1}{l_1} - C \\ D_3 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & D_1 \left(\frac{1}{l_1} - \frac{l'}{l_1} \right) & D_3 \frac{1}{l_1} - D_2 & D_1 \frac{1}{l_1} - D \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} A_3 & A_1 & A_3 \frac{1}{l_1} - A_2 & A_1 \frac{1}{l_1} - A \\ B_3 & B_1 & B_3 \frac{1}{l_1} - B_2 & B_1 \frac{1}{l_1} - B \\ C_3 & C_1 & C_3 \frac{1}{l_1} - C_2 & C_1 \frac{1}{l_1} - C \\ D_3 & D_1 & D_3 \frac{1}{l_1} - D_2 & D_1 \frac{1}{l_1} - D \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} A & A_1 & A_2 & A_3 \\ B & B_1 & B_2 & B_3 \\ C & C_1 & C_2 & C_3 \\ D & D_1 & D_2 & D_3 \end{vmatrix} = 0$$

若 $k_1 + k_2 f(t) + k_3 (f(t))^2 = 0$ 無有實根則其值恆為正數或恆為負數。故除

($k_1 \neq 0$ 外)

$$X = \frac{k_2 + k_3 (f(t))^2}{k + k_1 f(t) + k_2 (f(t))^2}, \quad Y = \frac{k_2 + k_3 (f(t))^2}{k + k_1 f(t) + k_2 (f(t))^2}$$

之值均不得中途升至無限大而後再降至普通數值，則其軌迹之形狀可以想見。

——完——

我國戰時公路船渡之設施

李 學 海

一、緒言

公路之船渡，在往昔本為未建橋前之一種臨時辦法。惟在抗戰期中，正橋之建築缺乏材料，而在頻繁之空襲下復易遭炸毀；轉不如船渡之建造迅速，運用靈便，且材料多係國產，對空襲目標亦較隱蔽；故各大橋樑迭遭轟炸後，咸賴渡船以維交通而防空襲；凡未建正橋而不易興建之大渡口，則加強原有設備，蓄備應用器材；已建正橋而工程浩大毀壞後不易修復者，則增建船渡設備，充實渡河效能。惟我國船渡工程，多沿舊法，未知改良，當茲舶來材料與機械購運萬分困難之際，欲就國產工料，設法改進，急待解決之問題實多。國內外公路船渡足供參考之資料既少，而記載又復闕如，故作者特就國有公路船渡之實施情形，加以檢討，聊供研究抗戰交通者之一助耳。

二、配備情形

公路船渡之設備，應根據歷來部頒及省訂各項標準及辦法並參照現實需要情形，以及經濟能力與時間限制所許可者而實施。

重要公路之幹線渡口，至少每小時須能單向渡車15輛，或每日單向渡車150輛，支線渡口，至少每小時須能單向渡車10輛，或每日單向渡車100輛，如待渡車輛特多時，更應設法增高渡車效率，以免積車。

(甲)板划——平均板划單向過渡，每次所需時間，約為20分鐘，每小時每只板划單向可渡三次，又平均每日過渡時間約為10小時，故每日每只雙車大板划，單向可渡車60輛，單車小板划，單向可渡車30輛，幹線渡口，至少須有雙車大板划6隻，或單車小板划12只，支線渡口，至少須有雙車大板划4隻，或單車小板划8隻；此外尚須另備半數，預防板划損壞，修理，沖失，炸毀等意外時應用；其最少數，每渡應為4隻。渡口板划普通須為能承載大貨車兩輛之雙車大板划惟在河道狹窄，航行困難之處，其容量得酌量減少，而用單車小板划。普通多用木筏，淺水河流亦可用竹筏。

(乙)汽划——所有河寬流急，過渡困難之渡口，均須備有汽划，以便大水時拖曳板划過渡，而節省人力與時間，並增進過渡安全程度，其所需數量，應足敷拖帶實需板划隻數，並略加預備數，以備不虞，其最少數每渡應為兩隻。

(丙)浮便橋——各大渡口均須建築正式活動浮橋一道，各次要渡口均須建築浮便橋一道，以備萬一正橋發生障礙時，立可改由浮便橋通車，交通不致受阻。其餘普通渡口，在施工可能範圍以內，均應各有浮橋一道，並應一律加建預備座船，以防浮便橋炸毀，或沖斷時立可修復。

(丁)碼頭——每只板划，單向每小時需靠岸3次，幹線渡口，3隻大板划，每小時共

需靠岸9次，支線渡口，2隻大板划，每小時共需靠岸6次；假定每座碼頭，每小時可靠船4¹/₂至6次之多，則幹線單向共需碼頭2座，雙向共需碼頭2對，支線單向共需碼頭1座，雙向共需碼頭1對。

渡口如因地形所限，不能多建碼頭時，至少須有碼頭一對，並須加寬至12公尺左右，以便同時可靠渡船二隻。

高水位機會較中低水位為少，故高水位碼頭，若須與中低水位碼頭分別另建時，所需數量，可較中低水位為少，惟至少須有一對。

(戊) 臺船——所有碼頭水淺，渡船不易靠岸之渡口，均須備有臺船，以便高低水位時，渡船均可靠臺，其數量應二倍於所需碼頭之對數，再加一以備換修之用。

(己) 平台，引橋，跳板，——水位變遷甚大而碼頭坡度甚平時，用活動平台（不用臺船）其數量為每岸一座，與所需碼頭座數相同；水位變遷不大，渡船難於靠岸時，內用聯岸引橋，外用聯臺船跳板（與臺船並用）岸其所需數量，為每岸一座，與所需碼頭座數相同，碼頭坡度較陡，渡船易於靠岸時，用普通跳板，其數量（副數）應二倍於所需碼頭之座數，一半為實需數，一半為預備數。

(庚) 停車場——各大渡口兩岸，須就隱蔽處所，各闢停車場一處至數處，以便候車及修車之用。並須開闢兩段以上之岔道，與公路之幅射路或環形路溝通，以便車輛可以臨時疏散。

(辛) 轉車坪——各大渡口，須在每岸靠江處建造迴車場一處至數處，以便迴車之用。

(壬) 碼頭標誌——渡口兩端，離岸20至30公尺處，須於碼頭旁，建立碼頭標誌，限制汽車之安全載重及速度，並於附近一帶，建指示路牌，以便汽車及行人過渡之用。

(癸) 交通管制，渡口管理，著備器材等；——各大渡口，對於交通管制，渡口管理，著備器等事項，均須有專人指揮負責，積極進行，並應酌備防空救護消防夜渡等設備。

(癸₁) 渡具及員工——每一渡口，須酌備民船，鋼索竹纜大小棕繩，纜索，鐵錨，錨鏈，大小槳，橈竿，汽油燈，馬燈，配件，燃料等物。

每一渡口須有一人至數人負責管理。

每一渡口須有渡快一班至數班，担任划船打水救護，並協助搶修班，搶修一切渡船道路工程，每班設一班長，每數班設一總班長，渡船如用汽划拖曳，每船至少須有渡快10人，不用汽划時，視水流之緩急班每船須有10至20人

每一渡口，須有搶修一班至兩班，担任搶修船渡道路工程。

技工須有監工，大車，大副，機匠，副匠，船匠等。

伙役須有水手，小工，渡警，工役等。

(癸₂) 水利設備——凡遇渡場上游水急處，應築透水坝以減小流速，或在渡場下適當地點，建擋水坝以蓄水濟渡。

(癸₃) 繫留渡（即飛橋渡），滑網渡（即乘流渡），綵網渡（即曳索渡或牽纜渡）——此項渡口，適用於河流險峻，不易划渡之處，利用張網纜索，以增加過曳效力，惟施行較為困難，偶一不慎，立生危險，非有相當之技術與訓練，不可冒然從事，當茲汽油燃料供不應求之際，汽划拖曳，耗費萬分，苟能試用此種索渡方法，對於抗戰期中之船渡交通，定能

裨益不少也。
 (癸) 吊車渡 (River Transporter Ferry) 用於兩岸險峻，大水時期，水位變遷甚大，划不能應用之渡口。

以，汽車一輛，裝於鋼製運車箱內。
 運車箱，用兩個滾輪，下裝輓軸及橡皮軟墊岸，吊於兩根互相平行之粗鋼絲繩天索上。
 兩根天索，中距 6 公尺，鉗着於設置岸上之鋼塔架或鐵砧上。
 另製機器搖車一架，絞動該搖車時，運車箱即往來於兩岸間。
 載重能力為 1 噸重之汽車一輛。

行駛速度，為 4 分鐘內可經行 350 公尺。
 工作人員，祇有司機二人，一人管機器搖車，一人管運車箱。
 此項設備，對於運貨及渡車，至為迅速，惜我國尙未能採用，竊以為各大公路渡口，宜設置一座，以備萬一。

(癸) 橋渡兼籌方法：

綜觀各種船渡設備，對於抗戰交通方面，固較橋樑為優。惟當船渡發生事變，失其效用時，橋樑仍為替代船渡之惟一交通工具，較船渡與橋樑二者，實有輔車相依唇亡齒寒之關係，在抗戰期中，非將各重要渡河點之橋梁與船渡設備，同時加強，多籌渡河對策，不足以維持後方交通應付一切也。

三、載重標準

- (甲) 雙車大板划須能安全承載 10 公噸之大貨車兩輛，或 5 公噸之大貨車一輛。
- (乙) 單車小板划，須能安全承載 10 公噸之木貨車一輛。
- (丙) 輕載浮橋，須能安全承載橋樑設計所規定之標準，5 公噸至 8 公噸聯合貨車。
- (丁) 重載浮橋，須能安全承載橋樑設計所規定之標準，10 公噸至 15 公噸聯合貨車。
- (戊) 壺船引橋平台跳板等，均應能安全承載橋樑設計所規定之標準，15 公噸聯合貨車。

此項標準，對於一切現行軍用車輛及器械，均可安全承載。(如廢車上裝唐克車，及牽行車，與大砲車之類)。

關於軍用車輛之詳細標準載重，以及排列情形，可參閱美國 Engineering News-Record 第一二四卷第三期 Roads for National Defence 專號。

四、工程準則

- (甲) 碼頭
 - (子) 渡船碼頭——渡船碼頭地位，應擇河流較緩或有迴流之處，俾渡船易於停靠，並應適合各級水位，俾水位漲落時，大小車輛均得通過，渡口附近如有正橋及浮便橋，應將渡船碼頭設在下游，以免萬一船隻沖走後，有橫撞橋樑等物之危險。
 - 普通高中低水位渡船碼頭，以在同一坡道上為最經濟，而最便利，然有時為地形所限，原有中低水位碼頭上端，未能高出高水位以上，致遇大水時，全部碼頭淹沒水中，渡船無法

靠岸，此時非擇其他適當地點另建高水位碼頭，不得不將中低水位碼頭與高水位碼頭分開；每一大渡口至少須有碼頭兩對，以備不虞；其中至少須有一對，可於高水位時應用。

碼頭如將兩對頂上轉頭互相轉開稍留距離，以防擺渡時，渡船易於互撞，發生危險，並碼頭適空擺渡時，不至集團被炸。(二) 碼頭之坡度，應視地形而設，如為地形所限，須用灣道時，其曲線半徑，不得少於50公尺，且灣道之坡度須盡量做大，轉彎中，跳板長度減少，(乙) 碼頭不易被水淹沒，(丙) 渡船易於靠岸，在最高水位之率，不得小於百分之十，而大於百分之十，蓋全其長度不得逾四公尺。

假定船頭至船底水平部份轉灣處之距離為四公尺，高差一公尺，則空船吃水四公尺，裝載兩噸車後吃水深度為六公尺，若跳板長度為四公尺，實在有四公尺五，其餘五公分搭在船頭上，着地一頭擱在水邊，船頭轉灣點適與道路接觸時，則碼頭引道坡度便為 $\frac{80}{100+400}$ 。

故在普通情況之下，碼頭引道坡度至少須在百分之十以上，方可避免船底與引道路面發生互撞之危險。此種坡度若引道路面堅硬不滑，汽車概可吃二檔上坡。

坡道之寬度，不得少於七公尺半，倘因限於地勢，可將上下坡道分別建築單車道，其寬度不得少於四公尺。

坡道應鋪築堅實路面，近水處應用混凝土或灰砌石塊路面，其兩旁側坡應用水泥或灰漿砌塊石護坡，以防浸水使路面及側坡易被水流沖毀，路塞易於鬆軟陷落。

坡道路基，如土質鬆軟，則酌打木樁。

坡道中有淺灘者，應建築梁式過水路面，以備水平時過車之用。兩岸渡頭最好儘量對，避免錯對，致使渡船得循兩條不相交錯之航線，尚開闢，減短過渡時間，藉以增加擺渡效力。

(甲) 碼頭旁向，應與河流斜交，不宜平行，又不宜垂直，俾渡船易於停靠。斜交方法，又應順水勢斜向下游，不宜逆水勢斜向上游。轉彎(甲) 免除坡道上平流積砂。(乙) 減少水流冲刷力量。(丙) 以避船時，因漲水關係，船頭與碼頭發生強烈之衝撞。(丁) 避免開船時，因逆水關係，船頭不易與碼頭離開。

碼頭近水處，如係穿山而成，則在水漲時，所有河邊未經清除之亂石變成礁石，航船偶一不慎，使易觸礁撞沉，極其危險，如係填土路基及高岸駁坎，亦應儘量避免，以助保固。

汽船碼頭，其地點須適合中高水位，而使水深足夠，汽船易於靠岸，兩岸礁石均須清除。浮橋碼頭，其地點須適合中高水位，而使水深足夠，汽船易於靠岸，兩岸礁石均須清除。浮橋碼頭，其地點須適合中高水位，而使水深足夠，汽船易於靠岸，兩岸礁石均須清除。

兩岸碼頭須各向江心儘量推出，既可使浮船在較深水邊靠岸，以免擱淺，又可減短浮橋長度。

兩岸碼頭，近水處據道路面，應用混凝土塊或灰砌石塊鋪築，以免被水沖毀而保持永久。

(卯) 人馬渡碼頭，應與車渡碼頭分開，另建專用碼頭一對，以免與車渡混雜，影響交

通，不易管制。

(乙) 浮 橋

浮橋之用途，介於渡船與輕橋之間，其性質及構造雖與兩者相似，而其功用則過之。普通活動浮橋祇適用於冬春兩季，(十、十一、十二、一、二、三、四月) 澗水時期，水位既低，河面較狹，水流比較穩定，山洪不致暴發，纜索無被樹木摧折之虞，浮船亦無遭大水沖失之患。若在夏秋兩季，(五、六、七、八、九月) 大水時期，水位漲落無定，河面寬狹不同，浮橋不能安全搭建。平時公路浮橋祇可安全載重五、六公噸左右，惟在抗戰時期，軍運需要孔亟，浮橋既須在高水位時通行，并須能負荷十公噸以上之活載，故須於普通設備外特別加強，以資應付一切。

浮橋橋址應擇河面最狹之處，以減短長度，上游附近必須有迴水灣，以便浮橋折開而成數節門橋後可以碇泊。

為欲使構造輕便意於拆建計，橋面寬度概為單車道，車輛經過橋上祇可單向行駛，并須減低速率每小時十公里左右，以减小衝擊力量，而防危險。

浮橋既須時拆時搭，而其長度及高度又時須隨水位漲落而變遷，故其結構須極簡便，具於1. 搭建及拆除，2. 加長及減短，3. 升高及降低。

1. 兩端用鋼索帶於岸上，兩旁用鐵鏈拋入江底，中間用活動浮船或活動橋面，使全橋僅牢固定於橋位上，極易折建。

2. 浮橋長度可用下列二法以加長及減短之：

- (a) 增減兩端浮船或浮墩隻數，及活動橋面塊數，中部照舊不動。
- (b) 將每孔橋面做成活動式以便增減每孔橋面長度，浮船及浮墩隻數照舊不動。

3. 兩岸依次建造齒形碼頭若干對，以適合高低水位時浮橋之各級長度及高度。(如第2圖)

搭建活動浮橋工作甚速，惟(1)徵集木料(2)運輸材料工人(3)訂打鐵件(4)建設浮船(5)等候低平水位及晴天等事頗費時日耳。

浮船極易壓壞，沖戰，走失，燒毀，炸沉，臨時搶修之法，為租用民船或借用車渡划木再添造浮船或車渡板划以補充之。

(子) 低水位輕載浮橋

(1) 橋墩用浮船時

1. 橋墩全為橫向浮船，兩端及中間均用雙船式，其餘用單船式。(如第3圖)車輛後輪由跳板上浮橋時，其跳躍力甚大，殊非浮橋靠岸兩端一只浮船所能勝載，為避免該船下沉過多，有礙安全計，故用二只以上之浮船聯繫，同時沉降，或用一只平底臺船。浮橋中間橋面斷開，裝置一塊活動橋面，以便拆卸。該處亦用兩隻浮船拼成，惟不相聯繫，以便水位高漲浮橋拆卸時，可向兩旁分開。

全橋分為兩節，搭建後用鋼絲繩穿過船面繫繩扣環，將各船聯繫，以期穩定而防沖失，繩之兩端各鑄着於岸上鑿砵點。河流若無潮汐，各個浮船僅須於上游用鐵鏈及鐵鏈拋入江底，若有潮汐，則上下游均須輪流拋錨。拆橋之步驟如下：

- (a) 將鋼繩從絞鏈柱上取下，牢結於無馬蹄扣之繫船鋼索上，如第3圖(a)；

(b) 在浮橋中斷處，將馬蹄扣解開，再相結為一，使每半節浮船仍得繫牢；如第 3 圖 (b) 及 (c) 所示。斷馬蹄空，此種斷馬蹄扣係將一鋼索對準馬蹄空處，上端將鋼索至扣而對

(c) 將橋上扣環之螺絲轉取下，並將牢固結鐵繩之鋼索從扣環中取出，拋入水內，則浮橋

分為兩半部。各向兩旁亦開，如第 3 圖 (a) 所示。此種斷馬蹄扣係將一鋼索對準馬蹄空處，上端將鋼索至扣而對

為減短木料長度計，橋面縱梁一律在各個浮船上搭接，遂使車輛後輪經行浮船上時，全

部後輪及一部前輪之重載，均加於該只浮船上；不能向兩旁浮船分佈，故浮橋之安全載重不

大。此項活動浮橋除日間用以運車外，夜間尚須通航。故在中間裝設縱向大浮船 5 只，船只

通行時，即將該浮船拆去，而成一寬度敷大船通過之大孔，船上并裝設搖車及拉桿等機件，

以利兩端活動跳板之起落。

此項橋墩全用單船式橫向浮船及民船混合而成，中間用三節活動橋孔。此項橋墩係由

浮橋急於搭建時，可參用民船，與浮船混合，以建橋墩。惟中間活

動橋孔橋面接頭，均須置於浮船上，以策安全。

(2) 橋墩用浮船時，後角木料編成，後角木料須削去以防開裂并使繫繩與內角木料——

浮橋兩端皆繫於一根橫水鋼索上，俾略可上下左右擺動，以適合水位之漲落。惟水位變

化甚大時，仍須將浮橋解開，浮橋拆除，以防水流冲擊。浮橋盡量做長，以備減低墩高。而

在兩岸覆果處易於靠岸。每根橋面縱梁連結浮墩三座，故車輛經過三墩間全部重載均分佈於三墩上，故雖墩高不

大，吃水不深，亦可安全承載。

其接縫均在該項大孔中間，俾車輛兩後輪經行橋墩兩旁浮船上時，其輪載之一部得以經由道板而傳至中間浮船上，不致全部直接加於一旁浮船而使該船偏沉，全墩傾側。（如第6圖）重載浮船隻數若與輕載相同，則其長度須較輕載浮船儘量加長，以增加其排水量，而使其深度與輕載浮橋略同，俾兩端浮船易於靠岸。跳板長度減小，車輪跳躍力影響減低，橋墩不致傾側。

（寅）臨時浮便橋

當老橋毀壞拆除後，新橋未及造好前，若渡口不能擺渡，交通急待維持時，往往利用原有渡船及跳板，將渡船縱向設置深水處，搭建臨時浮便橋，并在淺水處（1）拋石而成臨時隄路。（2）利用舊橋墩橋臺不另拋石，（3）將舊渡船橫置而成臨時橋墩。

此項施工方法，隨處不同，要在因地制宜，力求簡易而迅速耳。

（丙）汽 划

汽划拖曳渡過河方法，在中高水位，寬闊河面之處，汽划動力足以控制一切，最為適當及迅速。惟我國內地各渡口，大都江底不平，難於疏浚，暗礁魚灘，所在皆是，大水時，山洪下注，水流過急，汽划動力有限，駕駛困難，不能控制；小水時，江底多灘，水勢險阻，水深不足，不易行駛，更覺危險；故在最高及最低水位時，汽划均不可用。

汽划引擎——應為內燃機或蒸汽機，或用舊車引擎代替。所用燃料：為柴油、汽油、酒精、天然汽油四種；現因燃料缺乏，普通渡口，多儘量訓練渡夫，雖值大水時期，已可不用汽划拖渡；一部渡口，則僅於大水期半年內用汽划拖渡；其餘小水期半年內用人力划渡，惟江面遼闊不易划渡之大渡口，非經常用汽划不辦，祇可限制小水期少用，大水期多用而已。

（丁）板 划

（子）單式（如第7圖）

（1）設計原則——板划本重愈輕愈好，以免減低其浮載力量。故其各個構件之尺寸須儘量做小，非至必要時不用大料，並須儘量減少非至必要時不常用料。蓋本重愈輕，則所需浮力愈微，非但運使靈便，抑且合於經濟之原則。

（2）船頭——為易於靠岸而減短跳板長度計，船頭應儘量做尖，惟為保持堅實而延長壽命計，船頭過尖，則質量太小，易於撞壞及滲漏，故須兩方兼顧，折中辦理。船頭木須在可能範圍以內儘量加厚，增加體質，俾與礁石互撞時，得以吸收衝擊力，不致將船頭撞漏。船頭須做鷄胸分水，船頭外面，如能護以舊輪胎，或棕製靠把球，最為有效。船頭底板下加釘稀板保護，亦可延長壽命。

（3）十字縱架及橫架——橫架俗稱橫龍筋，縱架俗稱縱龍骨，均為板划之主要受力結構。橫架上面受重載，下面及兩旁受水壓力。縱架上面受重載，下面受橫架傳來之水壓聚載。縱橫框架均須有十字斜撐木，用螺絲旋緊，惟因縱架較橫架為尤重要，故將縱架之十字斜撐置於縱架外面，并逐節加用長對梢螺絲，以承受垂直拉桿之拉力，并將橫架十字斜撐置於頂樑及拐子梁內，以免與縱斜撐互撞。

從前習慣，多將縱架數目加多，頂底縱梁尺寸做小，不用大料，以便易於採購，結果多數板划下水後，渡車未久，即見變形，縱架上拱，縱梁彎曲，板划既無從修理，而舊料亦無從復用。最近經實地試驗，將縱架頂梁改用20公分丁方大料，底梁改用20公分×15公分，同

時將縱梁數量減少，結果新船堅固不撓，載重力甚大。

(4) 船面板，車道板，出口洞，——船頭面板靠頭一段向外斜，(或船頭上)固定三角跳，與跳板連結，同時可以預防車輛在板上開行過頭或船上剎車走動時，駛入河中之危險。車道板與船面板直交，將車輛後輪輪載，沿車道板方向，板佈於各個橋面板上，對於船面安全，至有裨益。惟車道板厚度不可大於5公分，在右岸如有船面太重，重心偏高，船身不穩之弊。船面加車道板後，面板遂不易拆開，船內不能到達，故非做出口洞，不能取出船內之水。出口洞位於兩行車道板間，倘或車輪出軌，必致陷入車，故又非加做木蓋不可，木蓋兩若與車道板面齊平，則須承受車載，洞口須特別加強，若高出車道板面，因可節省材料與人工，減輕本重，所不備入慮者，又為蓋頂凸出船面，既不雅觀，又生阻礙。

(5) 隔輪板——板划極易漏水，時須取出，尤以船頭一帶為最。船內存水過多，輕則減少承載力量，重則下沉。故須在若干橫梁上，鑿開做隔輪板，將全船分為若干節，不漏處亦小輪，俾船邊萬一滲漏或被撞破時，水可暫儲於該小輪內，不致蔓延，易於取出。船面之輪口洞，即位於此項小輪之中。

(6) 頂梁及拐子架——頂梁安於不宜水處，須中間較凹，兩頭較高，成為拋物綫形。俾(7)船頭不易為重車壓低，可以抬頭，(8)減少船頭阻水力面積，增加速度；(9)在船流處可免浪花打入船頭；(10)全車輛停於船中間時重心較為在下，減少晃動，(11)免除發生車輛開過頭駛入河中之危險。

板划縱頂梁，概由兩節或三節搭接而成，若將船頭略高，豎撐逐漸減低，則所接成之曲綫，即可成為拋物綫。

(7) 底梁——底梁用以保護船底，俾不致為礮石所撞壞。

(8) 雙車及單車板划之利弊——雙車大板划，用於河面寬闊渡車頻繁之渡口。其優點為其重量大，載身穩定，重車上船時，船頭傾側不大，吃水較淺，易於靠岸；其劣點為轉向不靈，剎渡費力。單車小板划，用於河面狹窄渡車不多之渡口。其優點為轉向靈敏，易於駕駛；劣點為體重較輕，重車上船時，船頭易於下傾，載重不大。

(9) 施工程序——雙車大板划實施時，先將長度審於船底板總長度，寬度等於船底水平部份寬度之一塊矩形底板拆好，釘上橫龍筋，正反面均用竹絨桐油石灰糊好，於是進行彎曲頭工作，將大量卵石壓住底板彎處，并在兩頭底板下加撐，徐徐頂高，使適合規定高度為止，於以裝彎龍筋，放縱龍骨，及在橫龍筋外面，釘邊板裝護木船頭木等，內部裝豎撐橫梁，大樑，鋪面板，軌道板等。

為減少彎龍筋尺寸計，船底水平部份寬度，宜稍加大至三公二，可使船身較為平穩，故可減少採購彎龍筋木料之困難。

(10) 板划上渡伙及渡具分配情形，照大水渡划時計算，每只板划約需渡伙21至24人，其分配情形如下。

- 掌槳每班5至6人兩班共需10至12人
- 掌機每班5至6人兩班共需3至4人
- 撐篙每班5至6人兩班共需3至2人
- 打水每班5至6人兩班共需3至2人

過。在平水時期，渡船可任水流力量，向下游斜越河流不必經由橋字航道迂迴渡，惟兩岸碼頭必須斜對，並且不可向上游斜越。第八圖中，每一地位渡船前進力 R 與水流 W 所組成之合力 R' ，實將渡船斜向推過河面。

(丁) 碼頭直對時，擺渡工作普通包括(1)車輛上下渡船(2)渡船離岸拉絛(3)划船及渡船靠岸拉絛三種手續，船此三種動作，所費時間各約相等，故為增進渡速起見可用三隻渡船同時行駛，循環推進，單向擺渡，在來往渡程中每隻渡船均佔一不相同之地位，故無互撞之危險。如圖十二所示(A)(B)(C)可以為安全過渡之三船(D)(E)(F)為不可安全過渡之另三船，(A)與(D)，(B)與(E)，(C)與(F)在任何時期中均為兩岸對開之船，其地位均與河中線相對稱，傍岸時雖可兩無妨礙，惟過河時難免互撞，故不安全。

(戊) 碼頭斜對時，渡船行駛，一方向走 N 道迂迴上駛，他方向順水斜越而過，三隻渡船仍然同時單向循環推進，第十六圖表示渡船在渡程中三種不同之地位，其航行速度較直對時為速。

在車輛頻繁之渡口，三隻渡船仍不敢用時，可酌加碼頭對數，使各對碼頭間有相當距離，每對可以行駛渡船三隻，不悞互撞，每相隣兩對碼頭之航行方法應相反，以便來往車輛均得同樣過渡。

渡口兩岸來往車輛，往往不能同時到達，一方向積渡，一方向回空，殊不經濟，故各大運輸機關及車行，均須在可能範圍內將來往車輛同時放達渡口，以免積渡與回空。

(丑) 汽划：汽划動力有限，拖曳板划過渡時，汽划恆置于板划一旁，仍須經由板划單獨航行之 N 道，除在碼頭斜對之渡口可以順水斜越而過外，其餘均須逆流上駛，斜折而至對岸，惟在離對岸碼頭約十公尺處汽划即行解開，改拖他船，以免速率太小時，有衝擊碼頭之虞，此時板划利用已得之運動量，而單獨駛近碼頭口。

利用汽划拖曳板划過渡時，其最經濟辦法，厥為用一隻汽划，輪流拖駁三隻板划，其航行方法如第十三圖。觀此圖可知每一汽划之進行航道雖與板划單獨航行之航道相同，惟在每一渡程中，祇有一隻汽划行駛，將此岸已裝好車輛之實船，自此岸碼頭拖往對岸碼頭卸裝，同時對岸已經裝好車輛之實船拖回此岸碼頭卸裝，故每岸碼頭均時時有渡船停靠以裝卸車輛，而河中均時時有渡船一隻行駛碼頭既無空閑之損失，而河中亦無船隻互撞之危險，蓋汽划在途中之時間甚短，而在碼頭邊裝卸車輛之時間甚長，若將每一隻板划專用一艘汽划拖曳，則汽划必致時時空待板划，虛耗人工與時間。

(己) 跳板

我國公路各渡口所用跳板，計有下列八種，惟因渡口水位大都變遷甚大，跳板時須搬移，費時費力，輕則不堅，重則難舉；遇于複雜則不易工作；過於簡單則不能合式；欲求一輕重兼度繁簡適宜之跳板，誠非易事。跳板之種類如下：

(子) 單板梁式：此式雖極簡單，惟時須搬動，費時費力，長跳板用兩層板疊成，短跳板用一層板。(見第十四圖(子))

(丑) 複板梁式：此式為一座桁構式活動三角跳，與兩孔式梁式跳式互相聯合而成，跳板兩端半固定于臺船板划及三角跳上，以便隨水位之高低而變易其坡度。見第十四圖(丑)

此項跳板雖尚簡單，惟因構造不善，受天變衝擊，易致損壞，且因水漲，限制水平過。茲
 (黃) 活動槓桿式：此式採用機械方法，雖較(子)式為省，其省乃在於其在水漲落時，過
 渡口，鉸鏈功用不大，跳板地位變遷不定，故仍須搬移支架，以解水漲時之困難。(黃) 合
 槓桿(功)單槓桿式：跳板置於中間支架上，兩端挑出長度相等，兩端兩邊各做活動槓桿
 槓桿，以便於渡船離岸時臨時支撐。

當渡船將靠岸時，于裏端加重，使外端拾起，俾渡船易於傍岸。迨渡船傍岸後，將裏
 端所加重量除去，使跳板外端擱置於船頭上，而用墊木A(或木A)或木A(或木A)或木A(或木A)
 下坡時)墊於裏端跳板下面。見第十四圖(卯)。(E)與(B)，(D)與(A)，或三長之式。

此式為(子)式之改良式。用其為雙孔半連續式，故體量較輕，易於搬動。其水漲時變
 遷不大時，跳板及支架每須搬移，極其靈便，惟在水位變遷甚大時，則仍須全部上下移動。

(表) 複槓桿式：由岸上引道搭至壘船之跳板，分為A、B、C三節。A、B、C三節均係圓形，其
 下移動，係將該節載運於跳板兩邊之兩軸四輪車上，此兩輛四輪車，可用絞車或人力推動。在
 平時跳板無須移動時，四輪車可以移置他處。B節跳板，則用槓桿懸於壘船上。跳板亦係
 用槓桿懸於壘船之上。B、C跳板，在壘船上昇或降時，均藉槓桿及槓桿鏈繩功，以自動昇
 降，以減少人力與時間。見第十四圖(辰)。

此式為(丑)式之變形，因利用機械設備，故較靈敏，省時省功，惟造價既昂，而又
 易損壞，轉不如(丑)式之為穩也。

(巳) 半固定絞鏈式：此式將跳板做成內外兩孔，中用絞鏈連接，置於跳板後正，外孔
 外端擱於渡船船頭上。船離岸後，將跳板昇孔，利用絞鏈連接之力，以挑出跳板後，外孔靠岸
 前，將跳板外端向上旋起，至有相當高度，俾渡船易於靠近。見第十四圖(巳)。

此式與(黃)相仿，惟較單簡，適用於水漲落較快，且水漲時，不搬移，亦為穩
 善。

(午) 旋轉活動式：此項跳板裝於渡船門橋或壘船之兩端，跳板裏端以絞鏈連接於
 渡船門橋或壘船上，外端用兩根公共鋼索，繫於拉桿，而置絞車，以挑跳板起落，即裝於渡船
 門橋或壘船上之絞車絞動，避免人力搬運之苦。見第十四圖(午)。

此種機械設備，至為簡便經濟。
 (未) 活動絞鏈式：此式為(卯)式之改良式，跳板為兩孔，兩孔
 內孔裏端擱於岸上，外端擱於外孔裏端支架上，外孔用絞鏈及鐵繩兩裝於渡船船頭上，裏端
 做一支架，以承載內孔外端，渡船離岸前，將跳板用鐵繩繫於渡船船頭，俾渡船離岸後，隨行放
 下。見第十四圖(未)。

此種跳板重量既輕，又極活動，故運用極靈便。
 (庚) 繫留渡

使用於流速一公尺以上之河川，若使船於流速一公尺以上，則其船隻及船隻之船隻，則其船隻
 渡船能直接往復之河橋，通常須在河中央設一小角若干隻，與夫繫留繩若干條，若依夫繫留繩若干條，

(子) 數座門橋或渡船使之遊動於兩岸間，並在每兩座門橋或渡船之間，以空固繩是另設
 門橋，以為遊動門橋之轉換場所。或

(丑) 一座門橋及繫留於河中央之小角若干隻，與夫繫留繩若干條，若依夫繫留繩若干條，

於河幅寬度之一部。

此項渡法，係用大鋼或鐵索，繫渡船或門橋於上流之繫留點，利用河川流勢，使往復於兩岸間以濟渡，繫留點位置選定之規繩如下：(壬)

- (1) 河之中央——河幅五十公尺以上，及河幅較小而流速不大時。
- (2) 河之他岸——流線偏於他岸時。
- (3) 河之本岸——上流向我方彎曲，及河幅在五十公尺以下，而流速較大時。
- (4) 河之兩岸——河底不適於植樁，在河之中央繫留小舟，使兩繫留繩各運用於河幅二分之一寬度。

繫留點通常設在河川中央，用一錨或連結錨或鋼樁作成之；然依河川之形狀，亦有時設於河岸；如流線偏於一側，則繫留點宜偏於其反對側是也。

凡有繫留渡河所需時間長短，或視河川流速以及繫留點於之位置而異；河底不適於植樁及堅固錨碇而設繫留點於兩岸時，須將一座門橋，替換用繫留繩二條，並在河之中央繫留小舟，(或用油桶或用其他浮游體)將不使用之一鋼繫於其上，兩繩逐次各使用於河幅之半寬。

門橋之船與水流所成之角應小，因流速之急速能減少，但通常中等流速僅為四十五度至六十度，開始之際須較增加，藉船之膠輪較減少，以免與靠船碼頭發生激烈衝突故也。

繫留渡恆用較強之繩，且不緊張之於兩岸，而拋錨於河中以繫牢之，錨之重量視河流之強弱及渡船之大小而定。有時須用三錨之多，繩之長度當為河川寬度之一倍至二倍，自渡船處起，每隔二十五至四十公尺設浮筒或小舟，以承託大繩，另有數繩繫於錨橋，以維持渡船之適當位置，舟中宜設置自行移轉之舵，并須將繩繫結於承託之物中，不得移動。渡船宜選用大平船，或聯合較小船而成，每兩小船之間，各設一舵，大船則用木板鋪於木桿為舵，并至少須備妥附有雙繩之錨一具，以便隨時使用，大繩可結於木樁上，而將旋端繫縛於渡船外桁。

渡船即飛船應先自行在中流拋錨，然後順流而下，此際將大繩繫於小舟於船下，駛至與渡河地點相齊之處，則藉水力斜渡而泊於此岸之棧橋，再據定岸附邊繩長度，俟渡船駛至彼岸後，始就地構築對岸棧橋，渡船操作之人數，每船及每一邊繩需六至八人，管理停泊與泊棧橋另須二人。

(辛) 滑網渡法

使用於河幅一百公尺以下，流速一公尺以上，除峻與急岸之急流河川，憑藉上游方向，作用於船側之水壓，推進渡船過河，船首斜對上流，將木鋼或鐵索在兩岸緊張於碼頭上流至五至六十公尺之處，於裝置滑車，再用適當長度之繫網，以連滑車與橋門，另加繩兩根，以作繫牽渡船而取適當斜度之用。渡河速度，視水流速度與渡船之轉角，以及與岸上設備如何而定。水流速率愈大其渡船愈速。

繩索置於與水流垂直處。繩索僅可以一個渡船工作之。渡船旋轉方向視其轉角而定。

船員可設二人至三人（掌舵與結索手）。

張網之垂度須約在緊張長度百分之三以內。

（壬）綵網渡

使用於流速較緩河幅不大之河川，惟在險峻困難，不宜採用。

河幅甚狹時，可用繩二條，各結着於船體之船部與艙部，以代張網之用，使配置兩岸之度伏，交互手緣此繩，將船拉渡。

河寬達一百公尺時，可張大繩於水上，而固定於兩岸之木樁或大樹上，兩岸各派人司率曳，船上之緣繩手，以手緣繩率曳而渡。

船類較用於划渡者為小，每一曳索上僅可工作一隻渡船，渡河速率較划渡迅速，船員多慕視渡船載重量與水流速度而定。

不綵網渡所用張網，依滑網渡同一要領引張之；但其水面上之高度以船手能行綵網之動作為度；若岸高或河幅寬大，兩岸張網之一部過高時，可於此部分近水面處，另行張補助之張網。

航運所需之人員，按照船體及河川之景况以定之。位置於船部之船手，手緣張網，其餘船手，視正船之方向，或援助船之進行，或擔任操舟具之使用。

並有時為防止渡船或橋門之流逸起見，須用繫繩以連絡張網及渡船船部，並在繫繩上作環，使滑動於張網之上。

（癸）停車場

停車場應備有下列條件：

（子）場地要乾燥堅固，不受氣候變化之影響；

（丑）車輛進出要能快捷便利；

（寅）車輛停放不至妨礙其他交通秩序；

（卯）有井水自來水或河流可資飲用；

（辰）有樹木建築物或其他地物，可資隱蔽或易施偽裝；

（巳）就近無易引火之物，及易發火之物；或雖有之，亦能消除隔離，可免起火之虞；

（午）附近有修理場，可資修理車輛。

五、 蓄備器材

自來船渡設備，易生不測，天災人禍，靡不為患，故今日船渡器材之事變損失，概可分為（甲）不可修復而須報廢者；如沖失，沉沒，燒毀，燒沉，炸毀等六種，（乙）可以修理而須增修者，如壓壞，撞壞，燒壞，炸壞等四種。以上各項事變，概由天災與人因致而生，祇可預防不可遏止。預防方法，厥為平時儘量蓄備渡口應用器材，工具，配件，燃料等，至少須備雙份，分置於適中地點，以便一旦禍變發生時，立即可以動用，由汽車運送工地，以渡搶修，俾免臨時購辦不及，而致阻礙交通。

渡口儲備應用器材，可大分別為

（子）用具——普通用具如燈，滅火機，雨具，救生器具等。

（丑）工具——工具可分為（1）用於民船板划蘆船浮橋者，（2）用於汽划者，（3）用於碼

頭引道及接線者三類。如鑽，鑿，錘，錘，斧，剪，尺，鉗，耙，撥棍，鋸等。

(寅) 渡具——如槳，橈，篙，釣，繩，纜等。

(卯) 材料——材料可大別之，分為(1)用於民船，板划，臺船浮橋者；(2)用於汽划配件者；(3)用於碼頭引道接線者；及(4)用於跳板，三角跳，跳板機者。

(辰) 油料——如汽油，酒精，天然氣，柴油，機油，黑油，黃油，火油等。

六、渡口管理

公路渡口，關係運輸能力至大，苟組織不密，則必通行遲滯，故因極應注意改善，以求到迅速安全之原則。

(甲) 船渡 各渡口均設有渡口管理所管理渡事。凡渡事數量較多之渡口，應設兩端管理站，距離各該渡口兩岸約二公里處，每端各加設管制站一處或二處，與渡口隨時通達消息。並調度過河車輛，以近渡口之站為第二管制站，較遠之站為第一管制站。渡口兩岸及第一第二管制站，候渡車輛，每岸各以若干輛為限。渡口無渡船若干輛後，通知第一管制站，通知第一管制站，然後各站車輛依次前進補充。每一渡口，每日沿河分為數處，並多備渡船車輛，過渡時須以迅速為原則。於距離渡口相當所建成二三道迂迴支路，分別駛至渡口待渡，並於迂迴支路之起點及渡口等處，設管理人員負責指揮。

如渡口未暢通或發生故障時，指揮人員得立即制止行車，並通知兩端管理站管制站，再通知兩端車站或起點站停止放車。已到渡渡口之車輛，倘不能即時通過時，應令其退至相當距離之外，以不妨礙修工作及不暴露目標為原則。車輛前不超行(空車)車輛渡河，須順次排列，不得超越爭先，惟軍車，警車，工程車，救護車等為例外可通渡河，但必須得主管人員之許可。停車位置距渡口不得少於50公尺。

待渡車輛均須靠左停放，順序排列，並須採取防空疏散辦法，不得唧尾連接，以每五車一組，車與車之距離不得少於五公尺，組與組之距離不得少於三十公尺。

待渡車輛之司機須坐守車中，並須嚴守秩序聽從指揮。在敵機空襲發出警報後(司機須立即疏散車輛，以免暴露目標。

汽車渡河時，除司機外其他人員均須下車，載貨逾三噸者，亦須將貨物備儲下過渡，其他非汽車載運之客貨，一律不得附搭過渡。

為集中渡夫力量起見，私渡概行禁止，其他機關或私人牲畜等，均應一律禁止渡河。

渡口為便於統制計，得於碼頭附近設管理車輛，並規定開放及封鎖時間。每日來往車輛之數量，牌號載等，均應詳細記錄，按期呈報。所有汽划，板划，臺船，碼頭引道，跳板，渡具，機器，配件，燃料等物，均須時時加以補充，保養完善，充分儲備。

渡夫技工等應照規定數額編站。每一渡口，至少經常備用渡夫四入。各大渡口均應設有管理員一人及管理員若干人，以總管渡河。其下應設有正務員，會計員，辦事員，補助員，僱員等各若干人，協助一切。每只汽划應召大車大副機師副師各一，水手若干人，以司汽

划之機務，車務，鉗工，駕駛等事。每只車渡板船，用人力擺渡時應用渡夫二十名，用汽划拖渡時，應召渡伙十名。人馬渡板划應有渡伙十名。每班渡伙計有廿名至十名，內有正副班長各一名，每五班為一隊，另設總班長一名。

。管理員負應履行職守，工役應聽從指揮，且須視其工作情形予以獎懲，並列表報告上司。

(乙)浮橋 浮橋兩端由管理所各派一人，以紅綠旗指揮橋上車輛之行駛。行車過橋時須將行車速度減低至每小時十公里以內，以策安全。車輛不得停留橋上。浮橋為單車道時，車輛過橋應按到達先後為序，同時橋上不得有二車駛行。

行人日間可由橋上通過，但不得逗留聚集，晚間則絕對禁止行人。車輛在晚間須經許可方准通過。馬車小車及其他無膠輪之板車獨輪車等，嚴禁在浮橋上通過。橋端附近則嚴禁小販設攤。

浮橋跨越之河道，若必須通航時，則將浮橋日搭夜拆，並規定每日通航時間。

遇空襲警報時，所有浮橋兩端汽車行人，應即疏散，但不得由浮橋通過。

管理所須在浮橋兩端各派員工二名，日夜看守，勿使排筏船隻等物駛近浮橋，致遭撞擊，並應注意水位漲落時兩端跳板地位是否適合，與浮橋有無攔淺，以及記錄每日來往車輛數目牌號載重等項，逐日呈報。

管理所須派定員工二名，按日檢驗浮橋各部螺絲鐵釘等有無鬆動，以及船壳是否漏水，並隨時修理之。

浮橋旁邊應安設水標一座，按日記錄水位，凡遇水位高過低水位若干公尺時，（實在高度由管班所就地酌定）浮橋不能應用，須改由渡船過渡，凡遇水位高過低水位若干公尺時，須將浮橋由中間解開，以防沖斷走失。

七、特種設備

(甲)防空設備

(子)積極防空

渡口兩岸設置高射砲陣地，並派防空部隊常川駐守，對空監視。

(丑)消極防空

(1)偽裝碼頭渡具器材車輛等。

渡河地點對於天空目標至為顯著，凡在空闊水面上之浮橋便橋引橋渡船臺船等，雖無從飾以適當偽裝，惟在岸邊之碼頭棧橋船隻等若僅用天然樹木作為偽裝，即可避免飛機窺見，是以設置普通偽裝，以加于河邊之渡河工具及蓋備器材等為最有效。

河岸之植物叢生以及有高密樹木者，易於設置偽裝，故為防空起見，選擇渡河地點時，應特別注意及之。

偽裝之主旨，在避免敵機之窺見或淆亂視線，故可利用樹木棚棚以資掩蔽，否則須藉花植草，莖置假山草屋，鋪撒煤屑，漆塗彩色，避免有規則之排列與陰影之產生，務使高空敵機不易識別。至其設置詳情形，則固需地制宜也。

(2)疏散浮橋渡船汽划器材車輛等。

浮橋每河下午四時搭建，夜晚六時起通車，日間拆為數節門橋，向上下游迴水灣珠散隱蔽，以防集團炸毀，并減少橋址對於高空之目標。

汽划板划均分頭向上下游穩蔽岸邊疏散。

停留渡口之車輛遇警報時，須即向預定疏散區或空曠地點疏散，如不及疏散，則避入車壕內。

(3) 防空建築

(a) 迂迴支路——每一渡口應分數處，在距離渡口相當地點，每岸建築支路或支線直通渡口，使車輛遇渡迅速，不致擁擠而界天空以顯著之目標，並使每一渡口於炸毀時，其他渡口仍得照常過渡。

迂迴支路過河處，與公路原過河處，最少應距三公里以上。迂迴支路路面須有與附近物體相同之偽裝。

(b) 迴車道——渡口兩岸接線兩端應擇適宜地點，開闢迴車岔道，或圓形（公路兩旁）半圓形（公路一旁轉車坪一二處或數處，其曲線半徑長度不得小於十五公尺，其路基寬度不得小於九公尺，接近迴車道之路基亦應加寬其寬度不得小於九公尺，加寬路基之長度不得小於五百公尺，以便空襲時待車輛得以迅速迴車疏散。

(c) 防空洞——渡口附近應選擇地形，每岸開一公共防空洞，以便員工走避，並多挖軍人防空洞（散兵坑）以備空襲時警衛員兵穩避之用。

(d) 避車壕——渡口附近應利用地形建築臨時疏散車壕，如在山地即就地形多鑿長方形山洞，每洞以能容一卡車為度，每壕間隔四公尺，壕之高度及深度，則視傾斜度而定，以能掩蔽車身為原則，壕闊四公尺，如受地形限制可酌量增減。車壕周圍須有竹木掩蔽，或飾偽裝。

(e) 車輛疏散區及掩蔽場——每一渡口附近數公里內，應儘量利用樹林或適當地形劃定車輛疏散區五處至十處，開闢掩蔽場，每處以能停放卡車十輛為度，並須自正線加齊支線以聯絡之。公路重要地區更須增闢岔道，以作空襲時疏散掩蔽之用。

(4) 緊急設備

凡未建正橋之大渡口及已建正橋而橋身損壞時不易修復者，均應增加防空緊急設備，蓋備搶修橋渡器材，置於適中地點，加強渡口設備，使每處在經濟狀況可能範圍以內，有多種渡河工具，如正橋吊橋，便橋，浮橋，汽划渡，擺渡，線網渡，滑網渡，繫留渡，吊車渡，互相隔開以防空襲。

註 (5) 警報站

渡口江岸兩旁應各設警報站，各渡口間，渡口兩岸間，及與鄰近車站間均須有電話聯絡，此外須設防空監視哨對空監視，設情報聯絡站與當地防空主管機關密切聯絡。

(6) 燈火管制

晚間在警報時，渡口不必要之燈火應即熄滅，其他亦須減弱光度或以黑布遮蔽。

(乙) 夜間設備

我國公路渡口大都缺乏照燈設備，夜渡効力既微，而又易生危險，在可能範圍內均應儘量避免，以策安全。惟當 (1) 軍運緊急 (2) 積車過多 (3) 日間空襲危險 (4) 日間渡

口發生事變時，則必須強制執行夜渡，惟遇有重霧及水流湍急或有危險時，概須停渡。

夜渡設備如下：

- (1) 凡近大都市之渡口有電燈設備之處，于兩岸碼頭上加裝電燈。
- (2) 凡在野外無電燈之處，改用汽油燈煤油燈燈籠火把等照明，照明器具須設於岸上及船上，無論河面寬窄，均須設置於兩岸靠河地點。

(3) 準備必要時夜渡值班員工及渡夫。

(丙) 卸載設備

渡口遇有天災事變，船渡經搶修後，雖可暫時維持通車，但不能立即恢復原狀，故在萬不得已之情況下，必須卸載過渡，以策安全。

卸載過渡之通則為

- (1) 汽車過渡時，貨物須卸載，乘客須下車，然後空車通過。
- (2) 車抵彼岸後，須立即將貨物裝上前駛，不得停留妨礙交通。
- (3) 卸裝駁運由渡口管理所派工協助。
- (4) 渡口兩端卸裝物資車輛每次以五輛為限，其餘須待前車通過後，挨次前進。
- (5) 駁運物資由押運員司機等沿途自行負責照料。

最近鋼索吊車 (Aerial Tramways) 裝運貨物過渡方法，風行全世界，運用靈敏，功效卓著，我國各大渡口果能每渡設置一座，則遇有橋渡發生事變時，即可用以直接駁運軍械器材等物，加強卸載過渡效率，又何患交通之受阻耶。

(丁) 消防設備

船渡消防設備，應注意事項如下：

- (1) 渡口兩岸適當地點蓄水儲沙。
- (2) 船隻內裝設藥沫滅火機，并配置水槍若干支。
- (3) 船隻內非必要時，不得儲放易於着火之物品，及有危險性之化學藥品。
- (4) 凡有爆炸性及易於引火之物品，非經嚴密封固防禦妥善者，不得通過浮橋。
- (5) 遴派消防人員，常駐碼頭及船隻上，晝夜輪流巡視，以預防火災。
- (6) 充實一切有關消防之設備，并予所屬以消防訓練。

(戊) 救護設備

渡船救護工作，包括撈救人類牲畜車輛器材物資等，其應有設備為：

- (1) 救生隊——隊員必須水上經驗良好，訓練純熟，而善於游泳，宜擇各渡夫中之技術精良者充之。
- (2) 救生船——凡能迅速行動之船隻，配以救生之船夫及救生器具者，均可稱作救生船之用。
- (3) 救生工具——如救生圈 (內裝瓶塞子軟木或膠皮圈而吹氣於其中) 輕質膠皮片，連同鈎子，救生桿，救生繩，救生箱，電筒等。
- (4) 泅人夫及衣具——在國內各公路上目前尚無此項設備。

道路交叉處之設計

胡樹楫

一、緒言

隨汽車交通之發達，近二十年來，道路工程學亦有長足之進步。當馬車時代，因車輛速度不高，載重不大，故所要求於道路者不奢。今日之完善道路，則設計與施工之精，幾可媲美鐵路。

城市道路，縱橫雜沓。在兩路交叉之處，路面佈置之良拙，尤關係重要。於此應注意者凡三點：

(1) 行車安全——道路之表面，普通自中央向兩邊傾斜，或為圓坳面（拋物綫曲面），或如人字形屋面狀（僅中央成圓坳面），故兩路相遇時，必交截產生曲折。苟或突兀過甚，則車輛通過時，輪與路撞，使乘車者不適，車與路交相損毀。

(2) 行人便利——在路口上，側石及人行道之布置須有適當高度及橫坡度，使行人過街便利，且雨天不為水阻，冬日不因冰雪滑跌。

(3) 洩水通暢——小窖井 (Catch basins) 之進水孔須恰在路面雨水匯流之處，始免積潦，或氾濫於路面，以致妨礙交通，浸毀路面。

欲使路口佈置滿足上項條件，決非簡單之事，……需要多數時間解決每一問題。於此亦不能訂立一定規律，以情形隨在各異故。為求本問題之簡化見，下文假定縱橫兩路不變其形狀及坡度，而在交叉處相遇，庶可以敘述方式，確定交截線之地位，而一切佈置隨而取決。

二、路面之高差及等高綫

甲、圓弧形橫截面

因弧長對半徑 γ 之比率甚小，亦可視為拋物綫。

如圖 (一)，令路面寬度為 b [m]，路邊之傾斜角為 ϕ ，則 $\gamma = \frac{b}{2\text{Sin}\phi}$ [m]。

因 ϕ 角甚小，可令 $\text{Sin}\phi = \text{tan}\phi = \frac{p}{100}$

其中 p = 路邊切綫之斜度以 % 計，故

$$\gamma = \frac{50b}{p} \text{ [m]} \dots\dots\dots (1)$$

視路面為拋物綫，得

$$t^2 = 2Cu$$

其中 t, u (均以 [m] 計) 為拋物綫上任一點 p 對路冠 M 之橫距及高差， $2C$ 為拋物綫之參數

(Parameter)。由上式得

$$2t \cdot dt = 2C \cdot du$$

即 $\frac{du}{dt} = \frac{t}{C}$

因 $t = \frac{b}{2}$ 時, $\frac{du}{dt} = \frac{b}{2C} = \frac{p}{100}$, 故 $C = \frac{50b}{p}$,

$$t^2 = 2Cu = 100 \frac{b}{p} u$$

即 $u = \frac{p}{100b} t^2 [m] = \frac{p}{b} t^2 [cm]$ (2)

令 $t = \frac{b}{2}$ 時, 得路冠M高出路邊AB之尺寸:

$$h = \frac{bp}{400} [m] = \frac{bp}{4} [cm]$$
 (3)

若橫截面AMB對定點O之縱距為v(在路面上升方向為正值, 反是為負值) [m], 路面之縱坡度為g%, 則M點高出O點之尺寸為 $\frac{vg}{100}$ [m], 故P點高出O點之尺寸為

$$Z = \frac{vg}{100} - \frac{p}{100b} t^2 [m] = vg - pt^2 [cm]$$
 (4)

若P點與O點等高, 即Z=0, 則

$$v = \frac{pt^2}{gb} [m]$$
 (4甲)

依據上式, 可以一路冠點O為位標原點, 路中線為V軸, 其垂直線為T軸, 設定若干值, 以計算相當之v, 而將通過O點之等高線QOR作出(圖一)。將此等高線在路面上升之方向, 按定距n[cm]平行推移, 即得高出QORn[cm]之等高線Q'Q'R'; 向路線下降之方向, 按一定距離ng[cm]平行推移, 即得低出等高線QORn[cm]之等高線Q''Q''R''。如是類推, 可得任何數, 按一定高差n[cm]遞進之路面等高線。

設b=6公尺, p=2.5%, g=1%, 之路面作成, 其高差為, 1公分, 則其平行推移之尺寸為 $\frac{n}{g} = \frac{1[cm]}{1[\%]} = 1 [m]$

如圖(二), 於平面圖內, 遇M點引直點L-L, 垂直於路中線, 則L-L代表通過M點之垂直平面, 其與各等高線之交點C及D, E及F,為路面等高點之射影。本此原理, 於立面圖內, 引通過C, D, E, F,之垂線及按高距遞差n[cm]之水平線, 則其交點即橫截面上等高點C及D, E及F,。至於路邊邊點A, B對M點之高差h亦可由等高線求之。以

$t = \frac{b}{2}$ 代入(4)式, 得 $d = AQ = BR = \frac{pb^2}{4g} [m]$

又依(3)式: $h = \frac{bp}{4} [cm]$

故 $h = \frac{1}{2} d [cm]$ (3甲)

因此, 由等高線可反求橫截面, 如圖(二)(甲)所示。

又如圖(二)，於立面圖中，引水平線 $N-N$ ，過路冠點 M ，則 $N-N$ 代表一水平面，其與路面之交截線，即過 M 點之等高線。若更於對 M 點高距為 n ， $2n$ ， $3n$... [cm] 及 $h=gd$ [cm] 作平行於路冠線(路面中線)之斜面，則必與上項等高線及路邊線相交于距 M 點為 $\frac{n}{g}$ ， $2\frac{n}{g}$ ， $3\frac{n}{g}$... 及 $d_m = \frac{h}{g}$ 之處。本此原理，可由圖解方式由橫截面定等高線，如圖(二)(Z)所示。

所示。

(乙) 人字形橫截面

弧形路面之橫坡度，在每一橫截面上處處不同；在近路冠處每嫌過小，不利於洩水，而在路邊則往往過大，至車輛有旁滑之虞，(尤其值路面泥濘或積有冰雪時)故現代道路多取人字形橫截面(註二)。

人字形橫截面向兩線依直線傾斜，僅于中央寬 1 公尺許之部分以短弧代棧角，故路面橫坡度可一律大至洩水便利上所要求之數，而不必超過行車安全上所限制之額。

若直線部分之斜度為 $p\%$ ，則中央 1 公尺寬弧形部分 CMD 任一點對路冠 M 之高差，依(2)式為

$$u = \frac{p}{100} t^2 [m] = pt^2 [cm] \quad (2甲)$$

路冠 M 高出切點 C, D 之尺寸，依(3)式為

$$h_1 = \frac{p}{400} [m] = \frac{p}{4} [cm] \quad (3乙)$$

在直線部分上，任一點 P 對路冠 M 之高差為

$$a = h_1 + \left(\frac{b}{2} - \frac{1}{2}\right) \frac{p}{100} = \left(\frac{b}{2} - t\right) \frac{p}{100}$$

$$+ \frac{p}{400} = \frac{p}{200} \left(t - \frac{1}{2}\right) + \frac{p}{400}$$

$$h = p \left(\frac{t}{100} - \frac{1}{400}\right) [m] = p \left(t - \frac{1}{4}\right) [cm] \quad (5)$$

以 $t = \frac{b}{2}$ 代入上式，得路冠 M 高出路邊 A, B 之尺寸

$$h = p \left(\frac{b}{200} - \frac{1}{400}\right) = p \left(\frac{2b-1}{400}\right) [m] = p \left(\frac{2b-1}{4}\right) [cm] \quad (6)$$

若橫截面 AMB 對路中線上定點 O 之距離為 v (在路面上升之方向以正值論，反是以負值論)，路面之縱坡度為 $g\%$ (圖三)，則 M 點高出 O 點之尺寸為 $\frac{Ng}{100}$ [m]，故 P 點高出 O 點之尺寸為

$$Z = \frac{vg}{100} + p \frac{(4t-1)}{400} [m] = vg + \frac{p \cdot (4t-1)}{4} [cm] \quad (1)$$

若 P 點與 O 點同高，即 $Z=0$ ，則

$$v = \frac{p}{g} \left(t - \frac{1}{4}\right) [m] \quad (8)$$

依據上式，可假定若干 t 值，以計算稱是之 v ，而將通過任一路冠點 O 之平面等高線

QO'R 作出。此等高線與弧面界線交於 S, W 兩點。QS 及 WR 為平面部份之實際等高線，而 SO' 及 OW 為假想兩平面向上延長至交截線時之等高線，故以虛線表示之。至弧面部分之等高線為曲線 SOW。

平面上之等高線必為直線，QO' 及 O'R 各可由兩點決定之。為簡捷起見，可取 Q'R 兩點及假想之共同起點 O'。以 $t=0$ 代入 (8) 式，得 $QO' = \frac{p}{4g} [m] \dots (8甲)$

又以 $t = \frac{b}{2}$ 代入 (8) 式，得 Q, R 兩點對 O 點之縱距 $V_Q = V_R = \frac{p}{4g} (2b-1) [m] \dots (8乙)$

QO' 及 O'R 對路中線之斜度為

$$\frac{b}{2} \div \left[\frac{p}{4g} + \frac{p}{4g} (2b-1) \right] = \frac{g}{p} \dots (9)$$

等高線之方位亦可由 O 點及上項斜度定之。

將等高線 QOR 向路線上及下降之方向，按距離 $\frac{n}{g} [m]$ 平行推移，即得高差 $\pm n [cm]$ 之等高線如是類推，可得按一定高差 $n [cm]$ 遞進之任何數等高線。

(甲) 節所述之圖解法，亦適用於人字形路面，自不待言。

三、 路面之交截線

(甲) 圖解法

縱橫路面相交截時，同一水平面之等高線（“同名等高線”）或其延長線必相遇於一點至四點，而此諸交點為兩路面或其擴大面之共同點，故在交截線或其延長線上。故就相交之兩路面，各以其中線之交點 O 為基點，（水平零點）按高差 1，或 2，或 5，或 10 公分作成若干等高線，則諸同名等高線之交點，可連結以成路面交截線，兩平面之交截線必為直線，故入字形路面，除中央弧形部分外，所有交截線為直線，可由兩交點決定之。

但依此法求路面交截線，頗易淆誤。如作圖比例尺不甚大，亦難期結果正確，故不如用計算法之為愈。

(乙) 計算法

(1) 位標系統及位標符號

設寬 $b_1, b_2 [m]$ 之甲乙兩路。分別具縱坡度 $g_1, g_2 [%]$ ，其中線在上升之方向成 $w=90^\circ-\phi$ 之角度，而相交於 O 點，則以通過 O 點之水平面為 XY 平面，以坡度較大（假定 $g_1 > g_2$ ）之甲路中線（對圖平面之射影）為 X 軸，坡度較小之乙路中線為 Y 軸，均以上升之方向為正，下降之方向為負，並以 O 為位標原點，而依尋常方式（反鐘針方向）區別為 I, II, III, IV 四“格”（quadrants）（圖四）。

次假想於 O 點立一垂線，（垂直于圖平面），向上為正 Z 軸，向下為負 Z 軸。

甲路面任一點 P 對 O 點之高差 Z 可依 (4) 式（弧路面）或 (7) 式（平路面）計算

惟因 P 點所在之橫截面垂直於 X 軸，若 $\phi > 0$ ，則不與 Y 軸平行，故 $\frac{g}{1} = y \cos \phi$ ，

或 $X + Y \sin \phi$ 。以第一式為標面，第二式為標面，則可得其關係，夫士則

同樣，乙路面任一點P對O點之高差Z可依(4)式或(7)式計算，推取

(2) 弧路面之交截線

以 $g_1, b_1, Y \cos \phi, X + Y \sin \phi$ 代(4)式中之 g, b, t, v ，得甲路弧面任一點P對O點之高差

$$Z = g_1(X + Y \sin \phi) - \frac{p_1}{b_1} Y^2 \cos^2 \phi \quad [cm] \quad (10)$$

又以 $g_2, b_2, X \cos \phi, Y + X \sin \phi$ 代(4)式中之 g, b, t, v ，得乙路弧面任一點對O點之高差：

$$Z = g_2(Y + X \sin \phi) - \frac{p_2}{b_2} X^2 \cos^2 \phi \quad [cm] \quad (11)$$

令(10), (11)兩式相等，得兩路弧面交截線之方程式：

$$\beta X^2 + \gamma Y - \alpha Y^2 - \delta Y = 0,$$

$$X = \frac{\gamma}{2\beta} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma}{2\beta}\right)^2 + \frac{\alpha}{\beta} Y^2 + \frac{\delta}{\beta} Y} \quad [m], \quad (12)$$

$$Y = -\frac{\delta}{2\alpha} \pm \sqrt{\left(\frac{\delta}{2\alpha}\right)^2 + \frac{\beta}{\alpha} X^2 + \frac{\gamma}{\alpha} X} \quad [m],$$

其中

$$\alpha = \frac{p_1}{b_2} \cos^2 \phi,$$

$$\delta = \frac{p_2}{b_2} \cos^2 \phi,$$

$$\gamma = g_1 - g_2 \sin \phi,$$

求八字形路面部分(寬1m)之交截線時，應令 $b_1 = b_2 = 1m$ 。

上式中根號前之“+”號及“-”號，須視X或Y所在格段分別用之，以X在I, IV兩格內及Y在I, II兩格內得正值，在他格內則得負值為度。

令 $Y=0$ ，得交截線與X軸(甲路中線)之交點對O點所有橫距 $X_1=0$ 及 $X_2 = \frac{\gamma}{\beta}$ 。

令 $X=0$ ，得交截線與Y軸(乙路中線)之交點對O點所有縱距 $Y=0$ 及 $Y = -\frac{\delta}{\alpha}$ 。

因(12)式中無XY一項， X^2 項之係數恆為正值， Y^2 項之係數($-\alpha$)恆為負值，故 $(-\beta) \times (-\alpha)$ 恆為正值，依解析幾何學定律，此方程式所表示之交截線為雙曲線

(圖)平面路之交截線。相交之甲乙兩路為八字形路面時，在平面部分上任一點P對O點之高差分別為

$$Z = g_1(x + y \sin \phi) - p_1 y \cos \phi + \frac{p_1}{4} \quad [cm] \quad (13)$$

$$Z = g_2(y + x \sin \phi) - p_2 x \cos \phi + \frac{p_2}{4} \quad [cm] \quad (14)$$

上兩式中 $y \cos \phi$ 及 $x \cos \phi$ 相當于(7)式中之 t ，恆應取絕對值，故 y 為負值時

(在Ⅱ, Ⅳ兩格內), 或 x 為負值時 (在Ⅰ, Ⅲ兩格內), $\text{Cos}\phi$ 亦應取負值。

令 (13) (14) 兩式相等, 並注意 $\text{Cos}\phi$ 應取之符號, 得分別適用於四格內之交截線方程式:

在Ⅰ格內

$$X = \frac{\delta + p_1 \text{Cos}\phi}{Y - p_2 \text{Cos}\phi} y + \frac{p_2 - p_1}{4(Y - p_2 \text{Cos}\phi)} [m] \quad (15甲)$$

在Ⅱ格內

$$X = \frac{\delta + p_1 \text{Cos}\phi}{Y - p_2 \text{Cos}\phi} y + \frac{p_2 - p_1}{4(Y - p_2 \text{Cos}\phi)} [m] \quad (15乙)$$

在Ⅲ格內

$$X = \frac{\delta + p_1 \text{Cos}\phi}{Y - p_2 \text{Cos}\phi} y + \frac{p_2 - p_1}{4(Y + p_2 \text{Cos}\phi)} [m] \quad (15丙)$$

在Ⅳ格內

$$X = \frac{\delta - p_1 \text{Cos}\phi}{Y + p_2 \text{Cos}\phi} y + \frac{p_2 - p_1}{4(Y + p_2 \text{Cos}\phi)} [m] \quad (15丁)$$

[δ, Y 之值與 (12) 式所列者無異。

以上四式代表一直線, 可由任兩點決定之。令 $y=0$, 得

$$X = \frac{p_2 - p_1}{4(Y \pm p_2 \text{Cos}\phi)} \begin{cases} + \text{號適用於Ⅰ, Ⅳ兩格,} \\ - \text{號適用於Ⅱ, Ⅲ兩格.} \end{cases}$$

故四交截線 (或其延長線) 交 X 軸於兩點。若 $p_2 = p_1$, 則 $y=0$ 時, $x=0$, 即四交截線同自 O 點放射。

(4) 弧路面與平路面之交截線。

相交叉之兩人字形路面, 所有弧面部分之交截線, 可依 (12) 式計算。如令 $y=0$ 所得之 x 值大於乙路弧面界綫對 O 點之橫距 $\frac{l}{2\text{Cos}\phi}$, 換言之, 若 $\frac{X}{\beta} > \frac{l}{2\text{Cos}\phi}$, 則甲路之弧面部分, 在Ⅱ, Ⅲ兩格內必與乙路之弧面部分相交截, 而與其平面部分相遇, 即交截線應依下式計算。

令 (10) 及 (14) 兩式相等, 並注意 $\text{Cos}\phi$ 應取之符號, 得

$$X = \frac{\alpha y^2 + \delta y}{Y - p_2 \text{Cos}\phi} + \frac{p_2}{4(Y - p_2 \text{Cos}\phi)} \quad (\text{適用於Ⅱ, Ⅲ兩格內}) \quad (16)$$

又若依 (12) 式計算, 令 $y = \frac{l}{2\text{Cos}\phi}$ 時, 所得之 x_2 值小於乙路弧面界綫對 O 點之距離 $\frac{l}{2\text{Cos}\phi}$, 則乙路之弧面部分與甲路之平面部分, 在Ⅰ, Ⅳ兩格內相交截, 而在

$X_2 \leq X \leq \frac{l}{2\text{Cos}\phi}$ 之界範圍內 y 應依下式計算:

$$y = \frac{\beta x^2 + \gamma x}{\delta \pm p_1 \text{Cos}\phi} + \frac{p_1}{4(Y \pm p_1 \text{Cos}\phi)} \quad (17)$$

其中 (+) 號分別適用於Ⅰ, Ⅳ兩格。

四、路面之交截角

兩路面在交截處或凹角。此角度愈接近 180°，則對於行車愈順利與安全，可依下述方法核驗之。

(甲) 平路面之交截

過路面等高線之交點 L (圖五)，引一直線，垂直於路面交截線，與相鄰之等高線相交於 A, B 兩點，則因平路面上之等高線為直線，ALB 在立面上為一三角形，其邊線 AB 成水平，其高 CL = 兩等高線之高差 n [cm]。令 ∠BAL = α, ∠ABL = β, AC = a [m], BC = b [m], 交截角 ∠ALB = ε, 則因

$$\tan \alpha = \frac{n}{100a}, \quad \tan \beta = \frac{n}{100b}$$

故
$$\tan \epsilon = \tan(180^\circ - \alpha - \beta) = -\tan(\alpha + \beta) = -\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$\tan \epsilon = -\frac{n(a+b)}{100ab - n^2}$$

或
$$\tan(180^\circ - \epsilon) = \frac{n(a+b)}{100ab - n^2} \quad (18)$$

以 100 乘 $\tan(180^\circ - \epsilon)$ 即得兩路面在交截處之坡度差別 [%]，其值應小於 1%，否則交截處應做成圓角 (豎曲線)。

(乙) 弧路面之交截角

弧路面之等高線為曲線，故依上節方法作橫截面 ALB (參閱圖五) 時，AL 及 BL 為上凸之曲線，但 CL 仍等於兩等高線之高差 n [cm]。A, L 間任一點 P 之高度入可依下述法求之。試在平面圖內過 P 引點 π 平行於甲路中線，則 π 之斜度與甲路同，故 P 點低出 A 點之尺寸為 g₁π [cm]，亦即 P 點在立面圖中低出 AB 線之尺寸入。依同理，B, L 間任一點 P' 低出 AB 線之尺寸入' = g₂π' [cm]，其中 π' 為平面圖中 P' 點與等高線間依乙路中線方向量計之距離 [m]。如是，可作成兩上凸之曲線 AL 及 BL。於 L 點分別作切線，交線於 A', B' 兩點，而令 ∠B' A' L = α, ∠A' B' L = β, A' C = a, B' C = b, 則交截角 ∠A' L B' = ε 之計算亦通用 (18) 式。

弧路面與平路面之交截角亦可仿此求之。

五、例題

設甲乙兩路在上升之方向之交角為 60°，其寬度分別為 11m 及 6m，其縱坡度分別為 2% 及 1%，其橫剖面均為人字形，橫坡度分別為 2% 及 2.5%，中央 1m 寬部分為弧面。試以交截線及等高線顯示兩路交叉處路面之形狀及決定路角之坡線及設置，小窰井之地位。

(甲) 路面交截線

(1) 位標系統

以兩路中線之交點 O 為位標原點，甲路中線之上升方向為 +X 軸，乙路中線上升之方向為 +Y 軸 (圖六)，則路面交截線可依 (10) - (15) 式計算。各式中之已知數為 g₁ = 2%, g₂ = 1%

$p_1=2\%$, $p_2=2.5\%$, $b_1=b_2=1m$, $\phi=90^\circ-\psi=90^\circ-60^\circ=30^\circ$, 故

$$\alpha = \frac{p_1}{b_1} \cos^2 \phi = 1.5$$

式截平路兩，全交線即由全路線與， 0.81 型對面到就其，再四為與路交之補率而

$$\delta = \frac{p_2}{b_2} \cos^2 \phi = 1.875$$

$$\gamma = g_1 - g_2 \sin \phi = 1.5$$

$$\delta = g_2 - g_1 \sin \phi = 0$$

(2) 兩路平面部分之交截線

交截之平面凡四，故交截線亦分為四支，分別于 I, II, III 格內，(圖六) 因交線為直線，故每線可由兩點決定之。

以已知諸值代入(13), (14)及(15) (甲)式，得各交截線之方程式

在 I 格內 $x = 0.4726y + 0.0341 [m]$

$$z = 2x + 0.732y + 0.5 = y + 1.665x + 0.63 [cm]$$

在 II 格內 $x = 2.045y - 0.1880 [m]$

$$z = 2x - 0.732y + 0.5 = y + 2.665x + 0.63 [cm]$$

在 III 格內 $x = 2.6045y - 0.1880 [m]$

$$z = 2x + 2.732y + 0.5 = y + 2.665x + 0.63 [cm]$$

在 IV 格內 $x = 0.4726y + 0.0341 [m]$

$$z = 2x + 2.732y + 0.5 = y - 1.665x + 0.63 [cm]$$

於每格內假定兩項值，列如 $x=0$ ，及 y 為 $\pm 5m$ 或其倍數或 y 為 $\pm 6.351 [m]$ (交截線與甲路邊之點交) 得下列各值

格別	I	II	III	IV
$x [m]$	+0.034	+4.760	-0.188	-16.353
$z [cm]$	+0.6	+2.7	+1.0	-36.8
依式 (13)	+0.6	+2.7	+1.0	-36.8
依式 (14)	+0.6	+2.7	+1.0	-36.6

據上表，可作成各交截線，一端至路邊，一端之弧面界線 ($x = \pm \frac{1}{2 \cos 30^\circ} = \pm 0.577m$) 故應以虛線表示之。

Z 之計算非重要，但可據以核驗算得之值，是否有誤。

(3) 兩路弧面部分內之交截線

以 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 之值代入(12)式，得

$$x = 1.2, y = 0.4, z = 0.16 + 0.8y^2$$

適用於I, II兩格, 即 $x \geq 0$

$$x = -0.4 - \sqrt{0.16 + 0.8y^2}$$

適用於II, III兩格, 即 $x < 0$

由是得下列各值; 在I, II兩格內:

$$-0, \pm 0.10, \pm 0.20, \pm 0.30, \pm 0.40, \pm 0.50, \pm 0.577[m] \text{ 時}$$

$$-0, \pm 0.01, \pm 0.04, \pm 0.08, \pm 0.14, \pm 0.20, \pm 0.25[m]$$

在II, III兩格內, $y=0$ 時 $x = -0.80m$, 即在弧路面之界線以外, 故甲路之弧面部分在II, III兩格內與乙路之平面部分交截, 應改依(16)式計算:

$$x = -2.2856y^2 + 0.938[m]$$

$$-0, \pm 0.10, \pm 0.20, \pm 0.30, \pm 0.40, \pm 0.50, \pm 0.577[m] \text{ 時},$$

$$-0.94, -0.96, -1.03, -1.14, -1.30, -1.50, -1.69, [m].$$

(-1.69+0.577)及(-1.69-0.577)兩點為曲直兩交截線相接之處(圖六)

又因 $y = \pm 0.577m$ 時 $x = \pm 0.25m < 0.577$ 尚未達乙路弧面界線, 故乙路之弧面部分與路之平面部分在I, II兩格內交截, 而 $\pm 0.25m$ 在 ± 0.577 之界線內, y 應依(17)式計算:

$$y = \pm(1.0825x^2 + 0.866z + 0.289)[m]$$

$$+0.25, \pm 0.80, \pm 0.40, \pm 0.30, \pm 0.577[m] \text{ 時}$$

$$\pm 0.577, \pm 0.64, \pm 0.81, \pm 0.99, \pm 1.15[m]$$

兩路弧面部分與他一路面之交截線如圖(七)乙)路面等高線

在路面交截線之外, 路面形狀以甲路為準, 在路面交截線之間, 路面形狀以乙路為準。交截線為分界線, 分別就兩路面作等高線, 以通過0點之水平面為0, 向兩路邊各接2, 5, 或cm 遞進或遞減, 則路面之形勢瞭如指掌(圖六)。

高差為2cm 時, 甲路上之等高線在路中線上量計之間距為 $\frac{1}{g_1} = 1m$, 其對中之斜度為 $g_1 : p_1 = 2 : 2 = 1 : 1$ 。乙路上之等高線在路中線上量計之間距為 $\frac{1}{g_2} = 2m$, 其對中之斜度為 $g_2 : p_2 = 1 : 2 = 0.5$ 。

在交截線 O_e 上, 兩邊等高線之交角最小, 故兩路面之交截角亦最小, 用較大比例尺作路交截線及任兩相鄰之等高線, 其高差為 $n=2cm$ (圖八), 而過L點引AB垂直路面交截線並量取 $AL=a=0.65m$, $BL=b=0.75m$, 則依(18)式

$$\tan(180^\circ - \Sigma) = \frac{(0.65+0.75) \times 2}{100 \times 0.65 \times 0.75 - 2^2} = \frac{3.00}{44.8} = 0.067$$

兩路面在交截處之坡度差別為 $100 \times 0.07 = 7\%$ 頗嫌過大, 應於其間, 介以短豎曲線,

以利行車。

(丁)路角之坡線

路面交截綫及等高綫作出後，即可繪製各路角之坡綫，例如坡綫 a—b (圖六)。側石綫宜與相平行或另行決定，以對車馬道邊之高差不論許可坡度 (8—10cm)，同時人行道橋坡勿過大為度。

(戊)設置小窰井之地位。

水流之方向恆垂直於等高綫，並匯集於路面交截綫 (凹槽)，如圖 (六) 中矢另所示並在凹槽 e—o—u 上，e 點高於 o 點，而 o 點又高於 u 點，故水流橫溢路面而過，苟不 e 點設小窰井，宜洩由路邊來集之雨水，橫過路面之水勢必過多，有妨交通。u 點兼收集所在路邊及 e—o—u 交匯之雨水，亦應設小窰井以宣導之，S 點集流之水亦多，宜納以小井。t 點雖有水匯流，但為量不多，不妨聽令沿路邊向下流去，至相當距離處再入小窰井。

本 結 論

本篇假定兩路面不變其形狀，而在路口交截，故交截綫可依數理決定，毋待斟酌選擇假定交截綫，而將兩路面或其中之一在路口附近逐漸變其形狀，自亦無不可，惟宜于路寬大時行之。交截綫既定 (在實地上可以碎石等標示畧劃之) 則兩路面可分別在其兩旁原形狀鋪築 (惟必要時將凹角“做圓”)，井然不紊。

欲求施工準確，路口在交截綫範圍內，最好用砌築之木塊或石塊路面，或搗築之混凝土路面，以可依模型板進行，且使凹角“做圓”故。德國若干城市於路口概用小方石塊鋪，似即因此。且路口交通為兩路交通之和，亦宜採用易保養，長壽命之路面以適應之。

本篇所述方法尤適用於縱橫坡度較小 (均在 2% 以下) 之道路，以其交截處坡差不致大也。例題中乙路之橫坡度為 2.5% 故交截處之坡差大至 6.7%，實非所宜。苟 p₁ 在 2% 以下，則圖 (七) 中交截綫對 x 軸之斜度減小，而乙路上等高綫對 y 軸之斜度加大，故均增其值，而坡差 100 tan (180° - Σ) 自隨而減小焉。

[註一] Agg: "Construction of Roads and Pavements," P.127.

[註二] 或謂弧形路面邊部上凸，不易為車輪磨壓成坑槽，故宜於道路之較易磨蝕如碎石路，較軟木塊) 及易於沈陷 (如無道基之彈石路) 者採用之。然就車馬在弧形路面每佔中央路線之事實觀之，上項主張是否恰當，頗屬疑問。

又有人主張，路寬在 10 公尺 (35呎) 以上時，僅中央寬 10 公尺之部分取拋物綫形，其餘部分為相切接之直綫 (Wiley, Principles of Highway Engineering p.98) 亦實即人等路面之圓相。

$$100.0 - \frac{0.8}{0.14} = \frac{2 \times (27.0 + 29.0)}{100 \times 0.89 \times 0.75 - 2} = (180^\circ - \Sigma)$$

前節所求之，關於其寬，大數約為 100 × 0.07 = 7 呎，其與前節所求之數相差不遠。

$$\text{土壓力常數 } K' = \frac{1 - \sin 33^\circ 42'}{1 + \sin 33^\circ 42'} = 0.286$$

$$\tan 33^\circ 42' = \frac{3}{4}$$

$$\text{Cot } 33^\circ 42' = \frac{4}{3} = 1.5$$

為運算省時計，對 Cot, tan, 常直書 1.5 或 $\frac{2}{3}$ 。

土之單位重 $\omega_1 = 1.8$ 公噸/m³；

石料單位重 $\omega_2 = 2.4$ 公噸/m³；

石料單位重 $\omega_2 = 1.5 \omega_1$ ；

ω_1, ω_2 等，祇用其符號與比數，而不用其本數，緣 Mt 中有 ω_1 ；Mr 中有 ω_1 與 ω_2 (或 $1.5\omega_1$)；在最後較量 Mr 與 Mt 時，此等數值均相消，殊勿用煩算也。

★ ★ ★ ★ ★

填土壓力計算，可應用各種理論，今若採用 Rankins' 式，則 Fig. 4 中之 CDM 填土，其土壓力 P_F 為：

$$P_F = \frac{1}{2} K' \omega_1 h^2 \dots \dots \dots (a)$$

其壓力強度式為：

$$P = K' \omega_1 h + o \dots \dots \dots (b)$$

此綫必經 C_p 及 OH 之原點 O，緣常數項為零故也；其坡率 $m = K' \omega_1$ ；其強度形為三角形，故其面積； $A = \frac{h}{2} (o + k' \omega_1 h + o) = \frac{1}{2} \omega_1 k' h^2$ ；強度形面積即係土壓力值 P，故 (a) 式中之結果，亦必為 $\frac{1}{2} k' \omega_1 h^2$ ；三角形之 $Y = \frac{1}{3} h$ ，即三角形重心 (Center of gravity) 與底邊之距離也。

壘土壓力之計算，在工程載藉上，通載兩種載重情形；(i) 為壘土而單有活動載重之壘土，(ii) 無限坡壘土。對 (i) 項載重之壓力計算，諸書所論，大致相合；惟對 (ii) 項載重之壓力計算，則猶議論紛歧，而其壓力強度形之為梯形抑三角形，尚未予確定，是本文特申論之。

於 Fig 3 中：在壁頂平面 CM 上所載之土，均名之曰壘土，如將壘土作為許多微土柱之總和看，即可察出每一微土柱所生之壓力影響，如圖中直立于 V, Z, X, 三點之微土柱，V 柱壁背最近，Z 柱稍遠，X 柱更遠。各柱重量 dw，均自 CM 面沿一定坡度向下分佈，如 V 柱其 dw 沿 VS 坡綫向下分佈，與壁背 CD 綫相交于 S 點，於是遠在此深度處，發生一壓力強度微增值 dp ，在壓力強度形表示之則為一極短之綫段， $dp = \text{微土柱生一 } dp$ ；積許多 dp 而得之壓力強度形，實係許多 dp 連續而成。壓力強度和 P，乃以許多 dp 之平均乘以其各 P 值所佔之距離，而壓力強度和之微增值 dp 其計算亦復如是，例如微土柱 V 所生之 dp 自深度 d_1 直下至底綫 cb，而在壓力強度形中所佔之面積 dA ，則為 $dp \cdot x \cdot y_1$ ；力強度形中之面積，即係計算式中之 P 值，故 $dP = dA = dp \cdot x \cdot y_1$ 。

微土柱 Z，離壁背較遠於 V，則其 dp 值較小於 V 柱。微土柱 X，在 O—O 限綫之右其壓力分佈坡綫，不交於壁背，故其壓力不與擁壁有關，故凡在 O—O 綫右之任何微土柱均不予計算。

圖中 DM 線代表 Plane of repose, CM 線代表 Plane of Surcharge Repose, 均為土壓力有效限綫。微土柱之壓力分佈綫, 其坡率或與 Plane of repose 之坡率相象, 不得過大或過小, 緣過大則 M 點右之載重, 亦須予以計算, 過小則在 M 點左若干距離之有效載重未予計算, 均與限綫定義不合。故壓力分佈綫之坡率, 終以用與 Plane of repose 之坡率為宜。此實為關於土壓分佈一種寶貴之發現。

$$\frac{dP}{dw} = \frac{K' \omega_1}{(r_2 + 1.5)} \cdot \frac{1}{1 + \sin \theta}$$

就上述, 吾人已可計算壘土壓力如下:

Fig 3 中之微土柱, 其高度為 l , 其寬度為 dw , 其單位重為 ω_1 , 於是

$$dw = \omega_1 \cdot l \cdot dx$$

此 dw 沿夾角為 θ 之坡面分佈 (今規定 $\theta = 33^\circ 42'$) 坡率應為 $1:5$ 以 V 柱為例其壓力分佈綫 VS 交壁背 CD 于 S 點, dw 所生之平均壓力強度 dp 為

$$dp = \frac{dw}{SU} \cdot \frac{l \cdot \sin \theta}{1 + \sin \theta} = K' \omega_1 \frac{l}{SU} \cdot dx$$

而壓力強度和 dp 則為

$$dP = dp \times Y_1' = K' \omega_1 \cdot \frac{l}{SU} \cdot Y_1' \cdot dx$$

上式中之 SU 計算式為

$$SU = r_2 Y_1' + \cot \theta \times Y_1' = (r_2 + 1.5) Y_1'$$

以此代入 dP 式, 即得

$$dP = dp \times Y_1' = K' \omega_1 \frac{l}{(r_2 + 1.5)} \cdot Y_1' \cdot dx$$

將上式積分之:

$$P = \frac{K' \omega_1}{(r_2 + 1.5)} \int l \cdot dx$$

公式 (5) 為計算任何壘土壓力之總式, 其重要與公式 (4) 等。公式 (2), (3), (4) 均不重要, 緣如知公式 (5), 與 (1), 則公式 (2), (3), (4) 可立即寫出, 更不用計算耳。

Fig 3 中之坡壘土 CE, 與平壘土 EG, 均可用公式 (5) 計算, 但不能一次計算, 緣 C-E-G 綫, 不能用連續函數表示故耳。茲分算如下:—

命: P_{s-s} 為坡壘土 CE 所生之壓力; 用公式 (5) 計算之:

$$P_{s-s} = K' \omega_1 \frac{1}{(r_2 + 1.5)} \int_0^{1.5 Ch} x \cdot \tan 33^\circ 42' \cdot dx$$

$$= \frac{2K' \omega_1}{3(r_2 + 1.5)} \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^{1.5 Ch}$$

$$= \frac{K' \omega_1}{(r_2 + 1.5)} (.75c^2) \dots (6-1)$$

此項土壓力 \$P_L-s\$ 為填土 \$FG\$ 所生之壓力；\$P_S-E-L\$ 為代表活動載重之填土 \$KJ\$；此項填土厚度大抵照國有鐵路規定，均作為 \$3m\$，在軍事時代之今日，即公路工程，用 \$3m\$ 填土，亦不為多，裝重砲車與坦克車，其載重亦可準機車載重之 \$E-20-30\$ 也。茲將 \$P_L-s\$ 與 \$P_S-E-L\$，用公式 (6) 一次計算如下：

$$P_L-s + P_S-E-L = \frac{K' \omega_1}{(r_2+1.5)} \int_0^h \frac{(1.5h+r_2h)}{(Ch+3)} \cdot dx$$

$$= \frac{K' \omega_1}{(r_2+1.5)} \left[(Ch+3) \cdot \frac{(1.5h+r_2h)}{1.5Ch} \right]_0^h$$

$$= \frac{K' \omega_1}{(r_2+1.5)} \left\{ (-1.5c^2 + cr_2 + 1.5c)h^2 + (3r_2 + 4.5 - 1.5c)h \right\} \dots \dots (6-2)$$

命 \$P_F\$ 為填土壓力，其值為，

$$P_F = K' \omega_1 \cdot (.50h^2) \dots \dots (6-3)$$

[此式已見前 (a) 式]

將計算式 (6-1), (6-2), (6-3) 所得之結果相加，即得 \$\Sigma P\$ 計算式。

$$\Sigma P = P_F + P_L-s + P_S-E-L$$

$$= K' \omega_1 h \left\{ \left[\frac{-0.75c^2 + cr_2 + 1.5c + \frac{1}{2}(r_2+1.5)}{(r_2+1.5)} \right] h \right.$$

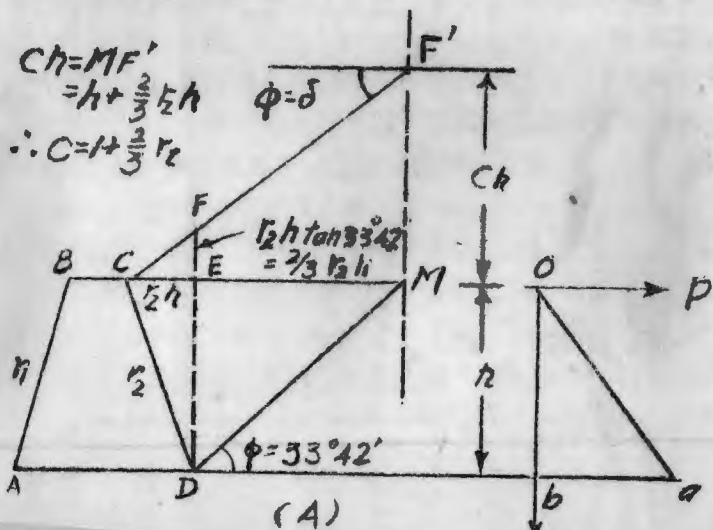
$$\left. + \left[\frac{3r_2 + 4.5 - 1.5c}{(r_2+1.5)} \right] \right\}$$

$$= \omega_1 h \left\{ \left(\frac{-0.75c^2 + cr_2 + 1.5c + 1.5r_2 + 0.75}{(r_2+1.5)} \right) K \cdot h \right.$$

$$\left. + \left(\frac{3r_2 + 4.5 - 1.5c}{r_2+1.5} \right) K \cdot \right\}$$

$$= \omega_2 h \left\{ \left(\frac{-0.218c^2 + 0.288cr_2 + 0.430c + 0.145r_2 + 0.215}{r_2+1.5} \right) h \right.$$

$$\left. + \left(\frac{0.855r_2 + 1.287 - 1.287c}{r_2+1.5} \right) \right\} \dots \dots (6)$$



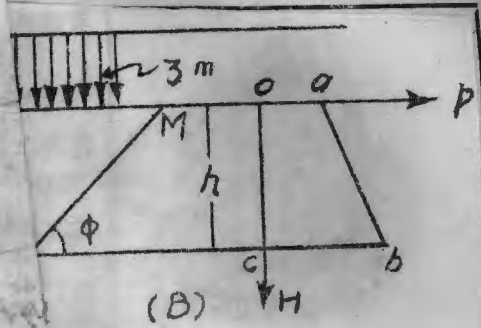
公式(6)為計算土壓力之通用式，計算如Fig. 5 (A)之情形用此，計算如下圖(A)；

(B)之簡單載重情形亦用此。

(A)圖示無限坡壘土時之情形；所有無限坡壘土之坡線CF無限引長，但吾人祇需考慮至此引長線之相交處為止，緣凡在MF'線右之任何微土

力均不及於擁壁也。MF' = DF = h + \frac{2}{3} r_2 h = c

坡壘土之高度ch = (1 + \frac{2}{3} r_2) h；而無限坡壘土之壓力值，如以 C = (1 + \frac{2}{3} r_2) 代入公式(6)，則所得之結果，即係無限



坡壘土之壓力值。今試以 C = 1 + \frac{2}{3} r_2，代入(6)式；

$$[\Sigma P]_{C=1+\frac{2}{3}r_2} = \gamma h \left\{ \frac{0.953r_2^2 + .430r_2 + .430}{(r_2 + 1.5)} h + 0 \right\} \dots\dots\dots (6-1')$$

由(6-1')式觀察，可知無限坡壘土之壓力強度線必經原點O而成一三角形如(A)圖所示，緣從式觀察，立可發覺 P = mh + n 式中之 n 必為 '0' 也。更從公式(6)觀察，式中含括弧內之 h 項；即 P = mh + n 式中之 mh 項；其 m 值為 m = \frac{1}{(r_2 + 1.5)} \{ .215d^2 + 286cr_2 + .430c + .215 \}；如將此式之 C 函數 (function of 'c') 微分之，則得，(-.430c + (.286r_2 + .430))，使此式 = 0，則 -.430c + (.286r_2 + .430) = 0，C = 1 + \frac{2}{3} r_2。由此可知，當無限坡壘土載重時，其壓力強度形之坡率 m 值為最大，緣 m 為 C 與 r_2 之函數，[即 m = f(c, r_2) 是也] c 或 r_2 值大，則 m 值亦大。但 m 值大，並非 M + 值亦可從以得最大數，此當於後文論之。(B)圖情形，亦以公式(6)計算，但以 C = 0 代入計算而已。其式為：

$$[\Sigma P]_{C=0} = \gamma h \left\{ \left(\frac{.143r_2 + .215}{r_2 + 1.5} \right) h + \left(\frac{.865r_2 + 1.267}{r_2 + 1.5} \right) h \right\} \dots\dots\dots (6-2)$$

(10) 上節公式(6)，效用雖廣，但終不如用 P = mh + n 為便，緣於計算 M + 時，如用公式(6)。則須乘以 Y 值，而 Y 之計算式，則異常煩重。試觀第(5)節，如知 P = mh + n 式則 M + 可直接寫出如下：

$$M + = \frac{h^2}{6} (mh + 3n)$$

然從公式(6)複算出 P = mh + n 式，亦極簡易；參閱第(5)節公式(2)，則亦可直接寫出 P 式如下：

$$P = \gamma h \left(\frac{-.430c^2 + .572cr_2 + .860c + .286r_2 + .430}{(r_2 + 1.5)} \right)$$

$$+ \gamma \left(\frac{.865r_2 + 1.267}{r_2 + 1.5} \right) \dots\dots\dots (7)$$

第四章 M_r 之演算及 M_r 與 M_t 之比較

(11) Fig. 5-(a) 為有坡壘土之擁壁斷面形；

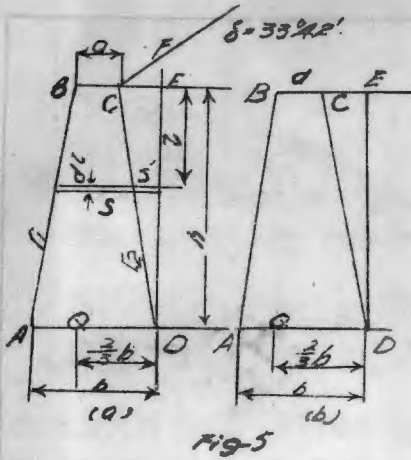


Fig-5

(b) 為無坡壘土之擁壁剖面形，(a) 圖與 (b) 圖之區別，祇在有無 CEF 一塊土；此土亦參加抗覆，故 (a) 圖之 M_r 值，較之 (b) 圖之 M_r 值略大。

所有擁壁各部份重量，對於 Q 點所生之抗覆動率微增量為 dM_r ；其式極易演出，但於演 dM_r 式前，先須將 CEF 之重量加入於 CDE 土塊中，俾便於積分也。

CEF 之重為：

$$W = \frac{b_2^2}{2} h \times \frac{2}{3} r_2 h w_1 = \frac{1}{3} r_2^2 h^2 w$$

以 CDE 之面積除上式得，

$$\frac{r_2^2 h^2 w}{\frac{1}{2} r_2 h^2} = \frac{2}{3} r_2 w_1$$

故 CDE 中之單位重量，應作 $(1 + \frac{2}{3} r_2) w_1$ 計算，石重 $w_2 = 1.5 w_1$ 。

命： M_{r-1} 為壁背附土 CDE 所生之抗覆動率，

$$R = r_1 + r_2$$

於是

$$dM_{r-1} = S' d l (1 + \frac{2}{3} r_2) w_1 (\frac{2}{3} b - \frac{s'}{2})$$

$$= \frac{w_1 d_2}{18} (r_2 h - r_2 l) (3 + 2r_2) [4(a + Rh) - 3(r_2 h - r_2 l)] d l$$

$$= \frac{w_1}{18} (2r_2 + 3) [-3r_2^2 l^2 + (6r_2^2 - 4r_2 R) h l + (4r_2 R - 3r_2^2) h^2 - 4ar_2 l + 4ar_2 h] d l$$

$$= \frac{w_1}{18} [(-6r_2^3 - 9r_2^2 +) e^2 (12r_2^3 + 16r_2^2 - 8r_2^2 R + 12r_2 R) h l + (-8r_2^3 - 9r_2^2 + 8r_2^2 R + 12r_2 R) h^2 + (-8ar_2^2 - 12ar_2) l + (8ar^2 + 12ar_2) h] d l$$

將上式積分之得

$$M_{r-1} = \frac{w_1}{18} [(-2r_2^3 - 3r_2^2) h^3 + (6r_2^3 + 9r_2^2 - 4r_2^2 R - 6r_2 R) h^2 + (-8r_2^3 - 9r_2^2 + 8r_2^2 R + 12r_2 R) h^2 + (-4ar_2^2 - 6ar_2) h^2 + (8ar_2^2 + 12ar_2) h^2]$$

$$= \frac{w_1 h^2}{18} \{ [(4r_2^2 + 6r_2)R + (-2r_2^3 - 3r_2^2)]h + (4r_2^3 + 6ar_2^2) \}$$

$$= w_1 h^2 \{ [0.222r_2^3 + 0.333r_2]R + (-0.111r_2^3 - 0.167r_2^2) \} h + (0.222ar_2^3 + 0.333ar_2^2)$$

命：dMr₂ 為 ABCD 所生之抗覆動率微增量，於是

$$dMr_{-2} = 1.5w_1 \cdot S \cdot d \left[\frac{2}{3} b - (s' + \frac{a^2}{2}) \right]$$

$$= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{6} w_1 (a + R \ell) \cdot d \ell \{ (4a + 4Rh) + 3 \left[(2r_2 h - 2r_2 \ell) + (a + R \ell) \right] \}$$

$$= \frac{w_1}{4} (a + R \ell) (4Rh - 3h \ell + 6r_2 \ell + a + R \ell) d \ell$$

$$= \frac{w_1}{4} [(-3R^2 + 6r_2 R) \ell^2 + (4R^2 - 6r_2 R) \ell h + (-2aR + 6ar_2) \ell + (4aR - 3ar_2) h + a^2] d \ell$$

將上式積分之，得 ABCD 所生之抗覆動率式

$$Mr_{-2} = \frac{w_1}{4} \left[(4R^2 - 6r_2 R) h^3 + (2R^2 - 3r_2 R) h^2 + (4aR - 3ar_2) h^2 + a^2 h \right]$$

$$= w_1 h^2 \left[(0.25R^2 - 0.25r_2 R) h + (0.75aR - 0.75ar_2 + \frac{a^2}{h}) \right]$$

將 Mr₋₁ + Mr₋₂ 所得 (a) 圖擁壁之抗覆動率式

$$= w_1 h^2 \left[(0.25R^2 + 0.222r_2^3 + 0.083r_2) R + (0.111r_2^3 - 0.167r_2^2) \right] h$$

$$+ (0.222ar_2^3 - 0.111ar_2^2 + 0.750R^2 + \frac{0.25a^2}{h}) \dots \dots \dots (8)$$

(b) 圖之抗覆動率 Mr₋₀ 之計算式

$$Mr_{-0} = w_1 h^2 \left[(0.25R^2 + 0.083r_2) R + (0.167r_2^2) \right] h + (0.75aR - 0.417ar_2 + \frac{0.25a^2}{h}) \dots \dots \dots (9)$$

(12) 由以上所演出之 Mr 式觀察，所有之 Mr 式，均可以一簡式表之如下：

$$Mr = w_1 h^2 (Sh + T),$$

式中，S 代表原式中括弧中 n 項之係數；此係數乃 r₁ 及 r₂ 之函數，但 R = r₁ ± r₂，故 S = f(R)；原式中之 T 項，乃 -f(a)，倘已知 r₂, r₁，則 T = f(a)。同一高度之無數擁壁，其 w₁h² 值皆相等，但其 Mr 均截然不同；其所以不同之故，皆因 (Sh + T) 之彼此不同。由此可知 (Sh + T) 乃 Mr 中之主要因數，今用 fr. m. 代表此因數，fr. m. 之意義即 "Principal factor of resisting moment" 也。

$$fr. m. = Sh + T \dots \dots \dots (10)$$

更以 Mt = h² / (mh + 3n) 式觀察，則與 Mr 式完全相類；而其間之 m，乃壓力強圖線之坡度，n 乃壓力強度形之頂寬，壓力強度形為梯形，擁壁斷面形亦為梯形，今如將 Mt 化作

$$Mt = w_1 h^2 (Mh + N)$$

而以 ft. m. 代表 (Mh + N)，則

$$ft. m. = Mh + N \dots \dots \dots (11)$$

$$(11) 式中之 M = \frac{m}{6w_1} ; \quad N = \frac{3n}{8w_1} = \frac{n}{2w_1}$$

在已知m.n值以後，自屬極易演算。
 在(10)與(11)式中S, T, M, N等值之後，則擁壁之r₁或r₂應為何，祇需以

$$M = S$$

式計算之，擁壁之頂寬a應為何，祇需以

$$N = T$$

式計算之。

綜上討論結果，可更定一公式如下：

擁壁內坡，外坡線之坡率計算式為

$$M = S$$

擁壁頂寬a之計算式為

$$N = T$$

第五章 擁壁設計之實用計算式及其用法

舉 例

(13) 有坡壘土擁壁之S為：[見公式(4)]

$$S = (0.25r_1^2 + 0.375r_1 + 0.083r_2)R + 0.114r_1 + 0.333r_2 + 0.25r_1^2$$

$$M = \frac{-0.0717C^2 + 0.0953Cr_2 + 0.143C + 0.0477r_2 + 0.0717}{r_2 + 1.5}$$

算出] 使：M=S 并以 (r₂+1.5) 乘之與 M，則得

$$[T-a] \rightarrow (-0.0717C^2 + 0.0953Cr_2 + 0.143C + 0.0477r_2 + 0.0717) \quad (d)$$

$$(e) \left[\frac{0.25r_1^2}{n} + (0.25r_1^2 + 0.375r_1 + 0.083r_2)R + 0.114r_1 + 0.333r_2 + 0.25r_1^2 \right] = \frac{-0.0717C^2 + 0.0953Cr_2 + 0.143C + 0.0477r_2 + 0.0717}{r_2 + 1.5}$$

[此為計算擁壁之r₁或r₂值之公式]

有坡壘土擁壁之T為：[見公式(8)]

$$T = \frac{0.428r_2 + 0.643 - 0.643C}{r_2 + 1.5}$$

[由n值照(12)節所論算出]

使：N=T 并以 (r₂+1.5) 乘N與T，則得

$$[I-b] \rightarrow (0.428r_2 + 0.643 - 0.643C) = (0.25r_1^2 + 0.375r_1 + 0.083r_2)R + 0.114r_1 + 0.333r_2 + 0.25r_1^2$$

[此為計算式擁壁頂寬之公式]

(14) 於計算有坡壘土擁壁時，擁壁各深度之，Mt，均以 ft.m. 測之，故 ft.m. 式，亦極重要，茲更抄列 ft.m. 之實用式。

$$[I-C] \rightarrow \text{ft.m.} = \frac{-0.0717C^2 + 0.0953Cr_2 + 0.143C + 0.0477r_2 + 0.0717}{r_2 + 1.5} + \frac{0.428r_2 + 0.643 - 0.643C}{r_2 + 1.5}$$

(15) 無坡壘土擁壁之S爲：[見公式(9)]

$$S = 0.25R^2 + 0.083 r_2 R - 0.167 r_2;$$

$$M[c=0] = \frac{0.0477 r_2 + 0.0717}{r_2 + 1.5}$$

命：M[c=0]=S, 并以 (r₂+1.5) 乘 M[c=0]

$$[II-a] \rightarrow 0.0477 r_2 + 0.0717$$

$$= (0.25 r_2 + 0.375) R^2 + (0.083 r_2^2 + 0.124 r_2) R + (-0.167 r_2^2 - 0.25 r_2)$$

無坡壘土擁壁之T爲：[見公式(9)]

$$T = 0.75 aR - 0.417 ar_2 + \frac{0.25a^2}{h}$$

$$N = \frac{0.428 r_2 + 0.643}{r_2 + 1.5}$$

命：N=T, 并以 (r₂+1.5) 乘 N與T, 得

$$[II-b] \rightarrow 0.428 r_2 + 0.643$$

$$0.428 r_2 + 0.643 = (0.25 r_2 + 0.375) R^2 + (0.083 r_2^2 + 0.124 r_2) R + (-0.167 r_2^2 - 0.25 r_2)$$

$$R(0.25 r_2 + 0.375) R + (0.083 r_2^2 + 0.124 r_2) R + (-0.167 r_2^2 - 0.25 r_2) - 0.428 r_2 - 0.643 = 0$$

(16) 舉例：設計一擁壁，h=30m, r₂=20, c=0, 求 r₁ 與 a 之值。

由圖可察得：擁壁自頂迄深 h₁ 處，感受無限坡壘土載重；在 h₁ 至 30m 之間，則爲“坡”“平”“壘”三種載重。茲先比較 h₁ 時之

$$h_1 + \frac{2}{3} r_2 h_1 = 24,$$

$$\therefore h_1 = \frac{24}{1.133} = 21.2m$$

用 [I-C] 式計算如下：

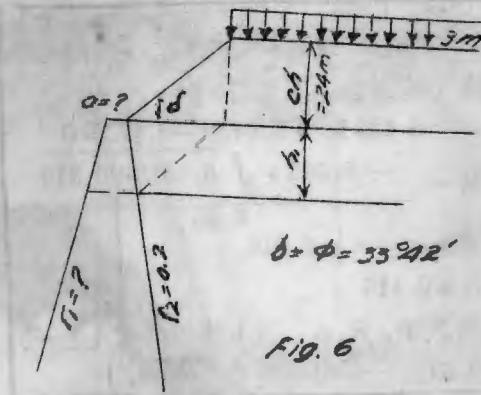
$$ft. m. = \frac{173h}{[c=1.133] 1.7} + a \dots$$

$$ft. m. [c=0] = \frac{0.165 h}{1.7} + \dots$$

$$ft. m. [c=0] = \frac{0.008 h}{1.7} + \dots$$

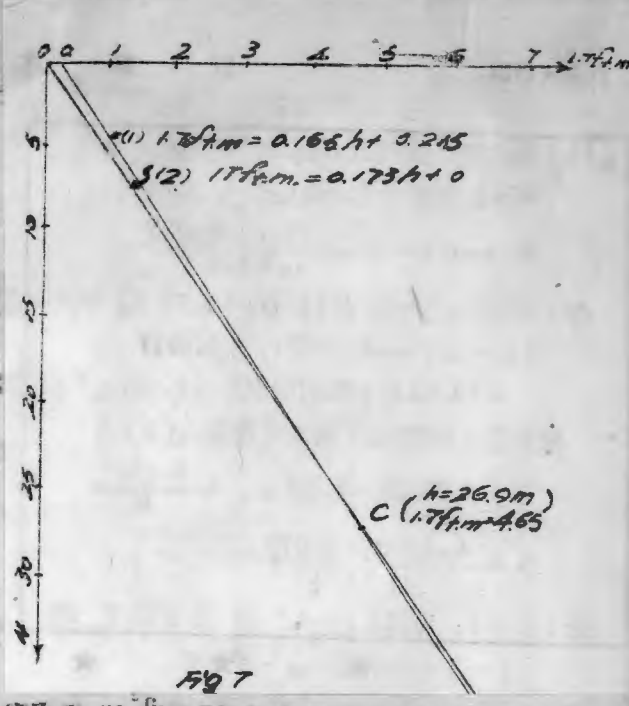
$$h = \frac{0.215}{0.008} = 26.9 m > h_1$$

由此測驗，知在 26.9 m 以上之 M_t 值，皆大於 M_t [c=1.133] 值，故可用 M_t [c=0] 值以設計此部分之擁壁。茲更繪圖明之；



圖示
以
圖

由圖可見在 26.9 m 以上, ft.m. [c=0.8] 常大于 ft.m. [c=1.133]; 在交點以下, 則後者大于前者; 但在 21.2 m 以上則後者須予考慮, 如圖中兩線交點在 21.2 m 以上, 則吾人必將 ft.m. [c=0.8] 之 M 值酌予加大, 務使兩線之交點在 21.2 m 以下, 否則於交點至 21.2 m 之間恐發生傾覆折崩之危險也。



將 $c=0.8$ 代入 $[I-a]$ 式中之 0.133 代入公式 $[I-a]$ 得,

$$0.165 = (0.25r_2^4 + 0.375)R^2 + (0.222r_2^3 + 0.416r_2^2 + 0.124r_2)R + (0.111r_2^2 - 0.333r_2 - 0.25)R^2$$

亦即 $(0.25r_2^4 + 0.375)R^2 + (0.222r_2^3 + 0.416r_2^2 + 0.124r_2)R + (0.111r_2^2 - 0.333r_2 - 0.25)R^2 = 0$

以 r_2 值 (=0.2) 代入上式, 得,

$$0.425R^2 + 0.043R - 0.178 = 0$$

$$R = \frac{-0.043 + \sqrt{0.0018 + 0.310}}{0.85} = 0.615$$

$$R = r_1 + r_2 = 0.615$$

$$r_1 = 0.415$$

更以已知之 N, R, r_2 , 及 h 等值代入 $[I-b]$, 得:

$$0.014a^2 - 0.035a - 0.215 = 0$$

$$a = \frac{0.035 + \sqrt{0.0012 + 0.012}}{0.07} = 2.14 \text{ m}$$

擁壁外坡, 最好選擇一拋物曲綫, 則較為經濟美觀。
 如先知 r_1 , 則可將 $(r_1 + r_2)$ 代入, 即以上題為例, 已知 $r_1 = 0.415$, 求 r_2 。以 $(r_2 + 0.415)$ 代入 $[I-d]$ 式, 並使 $C = 0.8$, 得:

$$0.123r_2^4 + 0.140 = -0.111r_2^4 + 0.333r_2^3 + 0.629r_2^2 + 0.407r_2 + 0.062$$

或 $-0.111r_2^4 + 0.333r_2^3 + 0.629r_2^2 + 0.284r_2 - 0.078 = 0$

用 Horner 氏法求上式之正根, 得 $r_2 = 0.2$ 。

兩式中之 r_1 已知代入 $[I-b]$, 即可求得頂寬之數值矣。

房屋構架風壓應力之分析

郭可詹

一、緒言

計算屋架風壓應力之方法，可分為“精確”(Exact)與“近似”(Approximate)二者。在精確法中，當以斜度變位法(Slope deflection method)及力矩分配法(Method of moment distribution)二者最著稱於世。前者以精密著，後者以簡便勝。但自另一方面立論，則前者手續繁複，後者失之不精，各有其缺點，均非盡善盡美者。作者此法，則具有理論之精確度，而僅需簡便之計算手續，可云兼善者。

此文所論，首述利用精密角變平衡法(The precise method of balancing angle changes)以計算屋架對於水平負載之應力之方法，次論Cross氏切力分配公式以代替Cross氏式。

二、符號及條規

- α = 構條之斜度(Slope)，順時針方向者為正。
- θ = 節點之角變，順時針方向者為正。
- ϕ = 銷釘端節點之角變，順時針方向者為正。
- L = 構條之長度。
- I = 轉動慣性。
- K = 強度因子(Stiffness factor) = $\frac{1}{L}$ 。
- E = 彈性係數。
- M_{AB} = 構條AB在節點A處之力矩，順時針方向者為正。
- μ_{AB} = 構條AB在節點A處之精密角變因子(Precise joint rotation factor)。
- μ_{AB} = 自A至B之精密移傳因子(Precise carry-over factor)。
- ρ = 轉向點高度對於樓高之比率。
- S_{mn} = 第m層樓上因第n層樓之單位斜度而生之切力。若產生正力矩時，此切力為正號。
- S_m = 第m層樓上之總切力。

三、精密角變平衡法

(1) 原理

(a) 角變平衡法(Method of balancing angle changes)

Ginter氏利用力矩分配法之相似性，發明此法；此法雖較力矩分配法多一步手續，但實為研求他法之階梯。茲先述此角變平衡法於後：

設有如圖 2 之構架受有荷載 P。先假定 A 點由銷釘支持 (如圖 3)，則產生一角變 ϕ_1 ；次加以限制 (Restraining)，則構條 AB 于 A 點之角變由 ϕ_1 而回復至 ϕ_0 ，同時構條 AC, AD, AE 在 A 點之角變亦變為 ϕ_0 ，即其真正之變形。

此是由斜度變位方程式及 $\sum Ma = 0$ 之關係，得 $3EK_1(\phi_1 - \phi_0) = 3E\phi_0 \sum_2 K_i$

$$K_1 \phi_1 = K_1 \phi_0 + \phi_0 \sum_2 K_i = \phi_0 \sum_2 K_i$$

$$\phi_0 = \frac{K_1}{\sum_1 K_i} \phi_1 \dots \dots \dots (1)$$

此式與 $M_i \frac{K_i}{\sum K}$ ，M 式完全相似，而其中之 $\frac{K_i}{\sum K}$ Grinter 氏即稱之曰節點之角變因子 (distribution factor) (或 qA)。

二 (設如圖四，于節點 A 處加一力矩 M_A) 則 $M_{AB} = 0 = 2EK(2\phi_B + \phi_A)$ 故知在遠處節點由銷釘支持時其移傳因子為 $-\frac{1}{2}$ 在遠處節點為固定時，則移傳因子為零。情以在此法中，首先假定各節點由銷釘支持，而求各銷釘端節點之角變 (H.E.A.) ϕ 之值；再由 (1) 式求出 ϕ 之值，傳遞諸 ϕ 及 $(\phi_0 - \phi)$ 之值；而後再行平衡，傳遞，往復循環，至適當之程度，而取代其數和，以求出各節點之 ϕ 值。既得 ϕ 值，以之代入斜度變位方程式，即可求得諸力矩之值。此法計算步驟，一若力矩分配法，所不同者，此法先假定各節點係由銷釘支持，而各節點之力矩亦尚須斜度變位方程式以求得耳。

(b) 精密角變平衡法

角變平衡法之計算，亦須逐步之校正，欲避免此種繁複之步驟，則必須採取與精密力矩分配法相似之精密角變平衡法。

前已求得在遠處節點由銷釘支持時，其角變之移傳因子為 $-\frac{1}{2}$ ，若固定時為 0，故知若受有限制時，則移傳因子亦必介乎二者之間。而角變因子若諸遠處節點受有不同之限制力時，亦非 $\frac{K_i}{\sum K}$ 。現先求此二者之值。

設一構架受荷載 P 後之變形如圖 5 所示。今先假定各節點由銷釘支持 (如圖 6) 而求 ϕ_1 及 ϕ_0 之值，但節點 5 實非由銷釘支持，其角變亦非而 ϕ_0 ，必需回復至 ϕ_0 。(圖 5) 此節點之角變 ϕ_0 。同時須傳移至節點 (2, 3, 4 而產生 ϕ_2, ϕ_3, ϕ_4 諸值之角變，此時構 51 在節點 5 處新產生之角變為 $(\phi_0 - \phi_5)$ ，亦需移傳至節點 1 而產生 $\phi_1(\phi_0 - \phi_5)$ 之角變，節點 1 之角變遂為 $\phi_1 + \phi_1(\phi_0 - \phi_5)$ 。

$$M_{51} = 2EK_1(2\phi_0 + \phi_1 + \phi_1(\phi_0 - \phi_5)) - C_1$$

$$= 2EK_1(2[\phi_0 + (\phi_0 \phi_5)] + \phi_1 + \phi_1(\phi_0 - \phi_5)) - C_1$$

$$= (2EK_1[2\phi_0 + \phi_1] - C_1) + 2EK_1(2(\phi_0 - \phi_5) + \phi_1(\phi_0 - \phi_5))$$

自圖 6 知

$$M'_{51} = 2EK_1[2\phi_0 + \phi_1] - C_1 = 0$$

$$\therefore M_{51} = 2EK_1[2(\phi_0 - \phi_5) + \phi_1(\phi_0 - \phi_5)]$$

$$M_{11} = 2EK_2(2\phi_0 + \phi_2 \phi_0) = 2EK_2(2 + \phi_2)\phi_0$$

同理 $M_{53} = 2EK_3(2 + \xi_3)\theta_5$.

$$\Sigma M_5 = 0$$

$$2E\theta_5 \Sigma_2 K(2 + \xi) + 2EK_1(\theta_5 - \theta_3)(2 + \xi_1) = 0$$

$$2E\theta_5 \Sigma_1 K(2 + \xi) - 2EK_1(2 + \xi_1)\theta_5 = 0$$

$$\theta_5 = \frac{K_1(2 + \xi_1)}{\Sigma_1 K(2 + \xi)} \theta_3$$

$$\theta_5 = \frac{r_1}{\Sigma r} \theta_3 \quad (2)$$

此處

$$r = K(2 + \xi) \quad (3)$$

(2)式中 $\frac{r_1}{\Sigma r}$ 即為精密角變因子之值，其中 r 之值則由(3)式知隨 ξ 而變化； ξ 之值為 $-\frac{1}{2}$ ，0，或介乎二者之間，視端點限制度而定，因此 r 之值為 $1.5K$ 為 $2K$ 或介乎二者之間，亦必隨之而變化。故欲求 r 之值須先求得 ξ 之值。

今假定於節點 5 加一力矩 M (如圖 7)，此力矩對於節點 5 產生角變 θ_5 ，此 θ_5 且傳至 4 而產生 $\xi_{54}\theta_5$ ，但此 ξ_{54} 之值須由節點限制度而定，亦即由 r_1, r_2, r_3 而定。

今如前，先假定節點 4 由銷釘支持 (如圖 8)，則力矩 M 對於節點 5 所產生之角變 θ 傳至 4 而為 $\theta_4 = -\frac{1}{2}\theta$ ，次再加限制力使其回復至原有情況，同時固定 5 不再產生新的角變 (如圖 9)。則

$$\xi_{54}\theta = \frac{r_{45}}{\Sigma r} \theta_4$$

因節點 5 已固定故 $r_{45} = 2K_{45}$ ，

$$\xi_{54}\theta = \frac{2K_{45}(-\frac{\theta}{2})}{2K_{45} + \Sigma_1 r} = -\frac{K_{45}\theta}{2K_{45} + \Sigma_1 r}$$

$$\xi_{54} = \frac{-K_{45}}{2K_{45} + \Sigma_1 r} \quad (4)$$

但普通情形，構條二端之限制度往往並不相同，故二端之移傳因子亦不相等，例如圖 10 之情形，由(4)式得

$$\xi_{23} = \frac{-K_{22}}{2K_{22} + \Sigma_{5,7} r}$$

$$\xi_{32} = \frac{-K_{32}}{2K_{32} + \Sigma_{1,4,6} r}$$

吾人無理由斷言 $\Sigma_{5,7} r = \Sigma_{1,4,6} r$ ，故

$$\xi_{23} \neq \xi_{32}$$

由(3)式亦知 $r_{25} = r_{32}$

(2)應用

$$\text{因 } r = f(K, \xi),$$

$$\xi = \phi(K, r),$$

$$\text{故 } r = F(K, \xi)$$

$$\xi = \phi(K'S)$$

ξ 與 R 僅為 K 之函數，與荷載情形無關。是以吾人可將此計算分為二步：(1)構架本身之分析，即 ξ 與 R 之計算；(2)應力之計算，即 ϕ 與 θ 之計算，亦即精密角變平衡法之應用。

今分析圖10之構架以作例證。

(A)構架本身之分析：

節點6, 7為固定，故 $\xi_{26} = \xi_{37} = 0$,

$$R_{26} = R_{27} = 2 \times 3 = 6$$

節點1, 4, 5由銷釘支持，故

$$\xi_{21} = \xi_{24} = \xi_{35} = -\frac{1}{2}$$

$$R_{21} = 1.5 \times 2 = 3, \quad R_{24} = R_{35} = 1.5 \times 1 = 1.5.$$

由(4)式 $\xi_{23} = \frac{-2}{4+1.5+6} = -0.174$, $R_{23} = 2(2 - 0.174) = 3.65$

$$\xi_{32} = \frac{-2}{4+1.5+6+3} = -0.138, \quad R_{32} = 2(2 - 0.138) = 5.724$$

同理可求得其他諸 ξ 及 R 之值。

(B)應力之計算：

先求銷釘端節點之角變(H, E. A.)

$$\phi = \frac{WL^2}{24EK} = \frac{0.3 \times 400}{24 \times E \times 2} = \frac{2.5}{E}$$

為計算便利計，以 $\frac{1}{E}$ 為單位，則 $\phi = 2.5$ 。

由(2)式 $\theta_2 = \frac{-3}{3+1.5+3.65+6} \times (-2.5) = -0.530$

$$\theta_2 - \phi = +1.970$$

遞傳至1，為 $\frac{-1}{2} \times 1.970 = -0.985$

故 $\theta_1 = -0.985 + 2.5 = 1.515$

θ_2 之值遞傳至3, 4, 6，則為

$$\theta_6 = 0 \times \theta_2 = 0, \quad \theta_4 = -\frac{1}{2} \theta_2 = +0.265,$$

$$\theta_3 = -0.174 \theta_2 = +0.092$$

再由 θ_3 得 $\theta_5 = -\frac{1}{2} \theta_3 = -0.046, \quad \theta_7 = 0 \times \theta_3 = 0$

既知諸節點 θ 之值，則以之代入斜度變位方程式，即可求得各節點之力矩矣。由斜度變位方程式直接求得之結果為：

$$\theta_2 = -0.529, \quad \theta_3 = +0.092.$$

但若遇如圖12之完閉構架時，計算 ξ 及 R 之值，至節點4及5即無法推進，必須先假定一近似值，然後再設法校正之。

今已知 $\xi_{47} = 0, \quad R_{47} = 6$

$$\xi_{58} = 0, \quad R_{58} = 6$$

$$\xi_{23} = \frac{-1}{2}, \quad R_{23} = 3$$

$$\xi_{10} = -1, \quad \eta_{10} = 6$$

至節點4時吾人可先假定 $\eta_{15} = 2K_{15} = 4$,

于是 $\xi_{14} = \frac{-2}{4+(6+4)} = -0.143, \quad \eta_{14} = 2(2-0.143) = 3.714$

$$\xi_{21} = \frac{-1}{2+3.714} = -0.175, \quad \eta_{21} = 1 \times (2-0.175) = 1.825$$

$$\xi_{32} = \frac{-2}{4+(1.825+3)} = -0.227, \quad \eta_{32} = 2 \times (2-0.227) = 3.546$$

$$\xi_{45} = \frac{-2}{4(6+6+3.546)} = -0.102, \quad \eta_{45} = 2(2-0.102) = 3.796$$

改正此 η_{45} 之值，再求 ξ, η 諸值，

$$\xi_{14} = \frac{-2}{4+(6+3.796)} = -0.147, \quad \eta_{14} = 2(2-0.147) = 3.706$$

此 η_{14} 之新值與舊值相較，相差甚微，其影響于 ξ_{21} 者僅為 0.14% 故可再容校正，且以後之錯誤更將遞次減小而毋容校正矣。

在次要建築物中，則近似式

$$\xi_{AB} = \frac{1}{2} \frac{K_{AB}}{K_{AB} + K_{BA}}$$

已足應用，亦毋須其他之校正。

四、屋架通論

設有一構架如圖十三，承受水平負載 P_x, P_y ，今試討論其節點A處 ξ, η 為上下二柱之轉向點， S_x, S_y 為上下二柱之切力，則

$$M_{Ax} = -S_x \cdot A_x \tag{A}$$

$$M_{Ay} = -S_y \cdot A_y$$

$$M_{AB} + M_{AC} = -(M_{Ax} + M_{Ay}) = S_x \cdot A_x + S_y \cdot A_y \tag{B}$$

欲解 (A) 式，必先求得轉向點之位置，與夫切力分布之情況。(B) 式所示于吾人者，則柱為與樑端點力矩之平衡狀況。

(1) 轉向點 (Point of inflection)

由圖15；自斜度變位方程式得

$$M_{AB} = 2EK(2\theta_A + \theta_B - 3\alpha)$$

$$M_{BA} = 2EK(2\theta_B + \theta_A - 3\alpha)$$

$$\frac{3L}{L} = \frac{M_{AB}}{M_{AB} + M_{BA}} = \frac{2EK(2\theta_A + \theta_B - 3\alpha)}{6EK(\theta_A + \theta_B - 2\alpha)}$$

$$\eta = \frac{2\theta_A + \theta_B - 3\alpha}{3(\theta_A + \theta_B - 2\alpha)} = \frac{3 - 2 \frac{\theta_A}{\alpha} - \frac{\theta_B}{\alpha}}{3(2 \frac{\theta_A}{\alpha} - \frac{\theta_B}{\alpha})}$$

$$\frac{3-2\gamma_A-\gamma_B}{3(2-\gamma_A-\gamma_B)} \quad (5)$$

式中 $\gamma = \frac{\alpha}{\Delta}$

(a) 設 A 爲固定, 則 $\alpha_A = 0$, $\gamma_A = \frac{\alpha_A}{\Delta} = 0$

$$\gamma_B = \frac{3-\gamma}{3(2-\gamma)} \quad (5a)$$

(b) 設 A, B 均爲固定, 則 $\gamma_A = \gamma_B = 0$,

$$\gamma = \frac{3}{3 \times 2} = \frac{1}{2} \quad (5b)$$

(c) 設 A 點由銷釘支持, 則 $(\alpha_A - \alpha) = -\frac{1}{2}(\alpha_B - \alpha)$,

$$\gamma_A - 1 = -\frac{1}{2}(\gamma_B - 1), \quad 2\gamma_A + \gamma_B = 3, \quad \gamma = 0$$

(d) 假定 B 點由銷釘支持, 則 $(\alpha_B - \alpha) = -\frac{1}{2}(\alpha_A - \alpha)$,

$$2\gamma_B + \gamma_A = 3, \quad 2-\gamma_A-\gamma_B = \gamma_B-1, \quad \gamma = \frac{3-2-\gamma_A-\gamma_B}{3(2-\gamma_A-\gamma_B)} = \frac{2(2-\gamma_A-\gamma_B) \pm (\gamma_A-1)}{3(2-\gamma_A-\gamma_B)}$$

(2) 功力之分佈

由圖 15 $SL + M_A + M_B = 0$,

$$SL = -(M_A + M_B)$$

$$= -2EK[(2\alpha_A + \alpha_B - 3\alpha) + (2\alpha_B + \alpha_A - 3\alpha)]$$

$$= -6EK(\alpha_A + \alpha_B - 2\alpha)$$

$$= 6EK(2 - \frac{\alpha_A}{\Delta} - \frac{\alpha_B}{\Delta})$$

$$= 6EK \frac{\Delta}{2} (2 - \gamma_A - \gamma_B)$$

此處 Δ 爲變位值。

$$S = 6EK \frac{\Delta}{2} (2 - \gamma_A - \gamma_B) \quad (6)$$

在同一層樓上, $6E\Delta$ 爲常數, 故

$$S \propto \frac{K}{L^2} (2 - \gamma_A - \gamma_B) \quad (7)$$

此爲功力分佈之普遍公式。在 C. S. 氏式中

$$S \propto \frac{K}{L^2}$$

此僅爲一種特例, 即假定樑之強度爲無限大, 而 $\alpha_A = \alpha_B = 0$

(a) 設下端固定時, $\alpha_A = 0$,

$$S \propto \frac{K}{L^2} (2 - \gamma_B) \quad (7a)$$

(b) 設下端由銷釘支持時，

$$2Y_A + Y_B = 3, \quad Y_A = \frac{3}{2} - \frac{Y_B}{2}$$

$$S \propto \frac{K}{L^2} \cdot \frac{1 - Y_B}{2} \quad (7b)$$

3) 柱樑端點力矩之平衡

$$\text{由圖14 } M_{AB} = 2EK_{AB}(2\theta_A + \theta_B) = 2EK_{AB}\theta_A \left(2 + \frac{\theta_B}{\theta_A}\right)$$

$\theta = Y\alpha$, 故

$$M_{AB} = 2E\theta_A K_{AB} \left[2 + \frac{Y_B(\alpha_{BB}'' + \alpha_{BB}')}{Y_A(\alpha_{AA}'' + \alpha_{AA}')} \right]$$

$2E\theta_A$ 在 M_{AB} 及 M_{BA} 中為等量，故

$$M_{AB} \propto K_{AB} \left[2 + \frac{Y_B(2\beta_{BB}'' + \alpha_{BB}'')}{Y_A(2\alpha_{AA}'' + \alpha_{AA}')} \right] \quad (8)$$

同層之柱高度均相等，則因其變位皆相等，

$$\alpha_{BB}'' = \alpha_{AA}'', \quad \alpha_{BB}' = \alpha_{AA}'$$

$$M_{AB} \propto K_{AB} \left[2 + \frac{Y_B}{Y_A} \right] \quad (9)$$

若圖16之情形，則因

$$h_B \alpha_B = h_A \alpha_A, \quad \frac{\alpha_B}{\alpha_A} = \frac{h_A}{h_B}$$

$$M_{AB} \propto K_{AB} \left[2 + \frac{Y_B \alpha_B}{Y_A \alpha_A} \right]$$

$$\propto K_{AB} \left[2 + \frac{Y_B}{Y_A} \frac{h_A}{h_B} \right]$$

五 逐層屋架逐分析

前節(5)至(9a)之公式，均可用以求解(A)式，茲再論其步驟與方法。

在求 α 之先，必先求得 Y 之值。而 θ 之值則由下述二項決定

(1) 之端

(a) 設下端由銷釘支持時， $\alpha = \theta$

$$Y\alpha = \frac{\theta\alpha}{\alpha} = \frac{\theta\alpha}{\theta} = \frac{2\alpha}{2\alpha} \quad (10)$$

(b) 設下端為固定時，則因

$$\theta = \frac{PL}{2EK\theta}, \quad \alpha = \frac{PB}{3EK}, \quad \alpha = \frac{2}{3}\theta$$

$$Y = \frac{\theta\alpha}{\alpha} = \frac{\theta\alpha}{\frac{2}{3}\theta} = \frac{3}{2} \frac{\theta\alpha}{\theta} = \frac{3}{2} \frac{\alpha}{\theta} \quad (10)$$

(2) 他端節點所遞傳者

在遞傳手續中，所須移傳者為 $\frac{\theta}{\alpha}$ ，而非 θ 之值，但前述之遞傳法，僅適用 θ ，故從

傳 $\frac{\alpha}{\alpha_A}$ 時，必須將諸柱之 α 值化為同一單位。例如在圖17中，欲自C至A，則因

$$\alpha_A = \frac{hc}{h_A} \alpha \times c$$

故 $\frac{\alpha_C}{\alpha_A} = \frac{h_A}{hc} \cdot \frac{\alpha_C}{\alpha}$

故其遞傳之值為

$$\xi_{CA} \frac{\alpha_C}{\alpha_A} = \xi_{CA} \cdot \frac{h_A}{hc} \cdot \frac{\alpha_C}{\alpha} = \xi_{CA} \frac{h_A}{hc} (\gamma \alpha) c$$

或 $\gamma \xi = \sum \xi_{21} \frac{h_1}{h_2} (\gamma \alpha)_2$ (11)

$$\gamma = \gamma \alpha + \xi$$
 (12)

由上述之推究，得單層屋架之分析步驟如下：

- (a) 求 ξ 及 γ 之值，
- (b) 求 $\gamma \alpha$ 之值，——(10)或(10a)
- (c) 遞傳，即求 $\gamma \xi$ 之值，——(11)
- (d) 求 γ 之值，——(12)
- (e) 求 α 之值，——(5), (5a) (5b) (5c)或(5d)
- (f) 分配柱內之功力，——(7) (7a)或(7b)
- (g) 求柱二端之力矩，——(A)
- (h) 求樑二端之力矩。——(9)或(9a)

圖18即為圖17中屋架之解答。圖19則為二層屋架之示例。

六、多層屋架之分析

多層屋架之分析中，所遇情形當稍異，因各層間 α 值之關係尚未求得故也。茲先將其關係如下。

首先假定有一組水平力，作用于一多層屋架之上（如圖20），其結果使第 n 層樓上之 $\alpha_n = 1$ 。而其他諸層之斜度為零。則由(6)式得

$$S_{AB} = 6EK \frac{\alpha_m}{\sum K_m} (2 - \gamma_A - \gamma_B)$$

$$= \frac{6EK}{\sum K_m} (2\alpha_m - \alpha_A - \alpha_B)$$

$$S_m = \sum S_{AB} = 6EK \sum \frac{K}{\sum K_m} (2\alpha_m - \alpha_m - \alpha_m - 1)$$

在上部諸層中，同一層中之 $\sum K_m$ 相等故

$$S_m = \frac{6E}{\sum K_m} \sum K (2\alpha_m - \alpha_m - 1)$$

在圖20中， $\alpha_m = 0$ ，故

$$S_{mn} = \frac{6E}{L_m} \sum K(-\alpha_n - \alpha_{n-1}) \dots = -\frac{6E}{L_m} \sum K(\alpha_n + \alpha_{n-1}) \dots \quad (13)$$

及 $S_{nm} = -\frac{6E}{L_n} \sum K(\alpha_n + \alpha_{n-1} - 2\alpha_{n-2}) \dots$ (13a)

因 $\alpha_n = 1$

再由加置原理(Principle of superposition), 若 α_n 不等于 1, 則

$$(S_{mn}) \alpha_n = S_{mn} \cdot \alpha_n \dots \quad (13b)$$

屋架在風力負載之下, 如圖 21, S_m 當為下列諸值之代數和。

- (a) 由 δ_1 所產生者, 即 $S_{m1} \alpha_1$,
- (b) 由 α_2 所產生者, 即 $S_{m2} \alpha_2$,
-
- (n) 由 α_n 所產生者, 即 $S_{mn} \alpha_n$,
-
- (m) 由 α_m 所產生者, 即 $S_{mm} \alpha_m$,
-

(q) 由 α_q 所產生者, 即 $\alpha_{mq} \cdot \alpha_q$

$$S_m = \sum_{n=1}^m S_{mn} \alpha_n \dots \quad (14)$$

由 (14) 式, 每層可列一方程式。方程式之數目等于屋架之層數, 亦即等于未知數 α 之數目。是以求解此聯立方程式, 即可求得 α 之數值。既得 α 之值, 則可進一步作此多層屋架之分析矣。

今更計算如圖 22 之屋架, 以明示其詳情。此屋架為對稱形, 故僅須計算其半部, 且為便利計, 更可代以圖 23 之屋架。惟 23, 及 56 之長度已有改變故 $K_1 = \frac{I}{L_1}$ 為 $2K$ 。

此屋架一如圖 11 者, 故 S 與 α 可同時計算。其 S_{mn} 之值, 可依下述求得

$$S_{21} = \frac{-6 \times 2}{15} [(0.615 - 1.195) + (0.393 - 0.065)]$$

$$= \frac{-4}{5} \times 0.748 = -0.598 \quad (E \text{ 為單位})$$

$$S_{11} = \frac{-6 \times 3}{20} [0.615 + 0.393 - 2 - 2]$$

$$= \frac{-9}{10} \times (-2.992) = +2.693$$

$$S_{32} = -\frac{6 \times 2}{15} [(0.823 + 0.279 - 2) + (0.517 + 0.218 - 2)]$$

$$= \frac{-4}{5} \times (-2.153) = +1.731$$

$$S_{12} = -\frac{6 \times 3}{20} [0.279 + 0.218] = -\frac{9}{10} (0.497) = -0.447$$

由(14)式 $-0.598\alpha_1 + 1.731\alpha_2 = 10$
 $2.693\alpha_1 + 0.447\alpha_2 = 35$

解之得 $\alpha_1 = 14.81$, $\alpha_2 = 10.90$

由加置原理得

$$\odot_1 = -0.195\alpha_1 + 0.823\alpha_2 = -2.89 + 8.96 = 6.07$$

$$\odot_2 = -0.065\alpha_1 + 0.517\alpha_2 = -0.963 + 5.64 = 4.68$$

$$\odot_4 = +0.615\alpha_1 + 0.279\alpha_2 = 9.11 + 3.06 = 12.17$$

$$\odot_5 = +3.93\alpha_1 + 0.218\alpha_2 = 58.82 + 2.38 = 61.20$$

既知 \odot 及 α 之值，諸端點之力矩即可由而求得。

不由(X)式解 α_1 與 α_2 ，亦可消去常數項而求 α_1 與 α_2 之關係，得

$$\alpha_1 = 1.36\alpha_2 \quad \text{或} \quad \alpha_2 = 0.735\alpha_1$$

既得 α_1 與 α_2 之關係，則可仿單層屋架之例，按步驟計算，惟需應用普通公式耳。其詳細步驟參閱圖26。

最後將各法所得之結果列入下表，以資比較。

方 法	M_{12}	M_{21}	M_{23}	M_{45}	M_{54}	M_{66}	M_{14}	M_{41}
第一法	32.6	30.6	28.1	130.4	114.5	99.0	-33.3	-9.16
第二法	33.6	31.7	28.9	130.0	115.2	99.6	-33.6	-9.2
斜度變位法	33.9	31.4	28.7	130.4	114.8	99.1	-33.9	-9.65
方 法	M_{12}	M_{21}	M_{23}	M_{45}	M_{54}	M_{66}	M_{14}	M_{41}
第一法	-120.6	-193.6	-60.5	-46.4	-166.4	-217.3		
第二法	-120.8	-193.7	-60.3	-46.6	-168.2	-217.1		
斜度變位法	-120.7	-193.8	-60.2	-46.2	-167.7	-217.2		

(完)

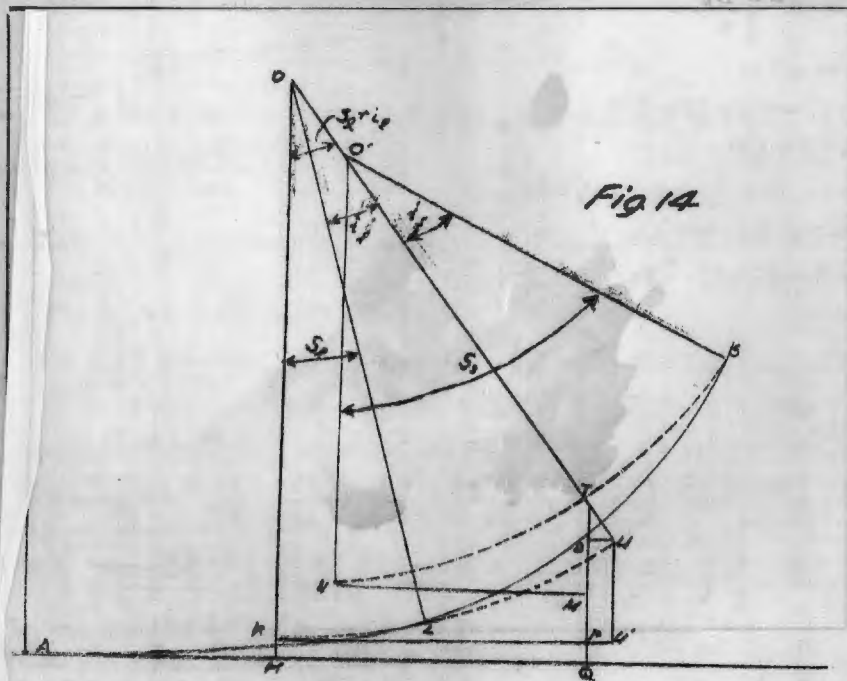
螺旋曲線之研究(續)

劉瀛洲

四、複曲線增設螺旋曲線

鐵路路線因受地形限制，有時需採用複曲線，複曲線乃由兩個不同半徑之圓曲線所組成，因此需配備不同數值之超高，並輔以漸緩之變化，此則複曲線亦須設置螺旋曲線也。

(1) "Pm" 數值



設 O'
將標
∴ MP
設 LA

$$S_2 = \frac{v+1m}{40} D_2, \quad S_1 = \frac{(L') D_1}{40}$$

$$S_2 - S_1 = \frac{(v+1m) D_2}{40} - \frac{L' D_1}{40}$$

又 $\frac{v+1m}{L'} = \frac{D_2}{D_1}$

$$\therefore \frac{1m}{L'} = \frac{D_2 - D_1}{D_1}$$

$$\begin{aligned} \therefore S_s - S_l &= \frac{l' D_s^2}{D_l} - \frac{l' D_l}{40} = \frac{l'}{40 D_l} (D_s^2 - D_l^2) \\ &= \frac{1}{40 D_l} (D_s^2 - D_l^2) \times \frac{D_l}{D_s - D_l} \cdot l m = \frac{l m}{40} (D_s + D_l) \end{aligned}$$

由圖 $S_s - S_l = j_s + j_l$

$$\therefore j_s + j_l = \frac{l m (D_s + D_l)}{40} \quad (40)$$

設 $ST = \frac{l m}{2}$, 則 $j_s = \frac{D_s^2 l m}{40}$

則 $j_l = \frac{(D_s + D_l) l m}{40} - \frac{D_s l m}{40} = \frac{D_l l m}{40}$

而 $j_l = \frac{LU \cdot D_l}{20}$

$\therefore LU = \frac{1}{2} l m$

由圖 $TD = TP - PD = IP - UU'$

$TP = TM + MP$

$TP = R_s \text{ Vers } (j_l + S_s) + P_s - P_l$

$UU' = P_l \text{ Vers } (j_l + S_l)$

$\therefore TD = P_s - P_l + (R_s - P_l) \text{ Vers } (j_l + S_l)$

設 $TU = P_m$

$P_m \text{ Cos } (j_l + S_l) = P_s - P_l - P_l - R_s \text{ Vers } (j_l + S_l) \quad (41)$

P_m 用此式頗煩，下述近似式已夠應用。

$P_m \text{ Cos } (j_l + S_l) = P_s - P_l + R_s \text{ Vers } (j_l + S_l) - R_l \text{ Vers } (j_l + S_l)$

$$\begin{aligned} &= \frac{(l m + l')^2}{24} \left(\frac{D_s}{20} \right) - \frac{l'^2}{24} \left(\frac{D_l}{20} \right) + \frac{20}{D_s} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{l m + l'}{40} D_l \right)^2 \\ &- \frac{20}{D_l} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{l m + l'}{40} D_l \right)^2 = \frac{(l m + l')^2}{24} \left(\frac{D_s}{20} \right) - \frac{l'}{24} \left(\frac{D_l}{20} \right) + \\ &+ \frac{10}{D_s} \left(\frac{l m + l'}{40} D_l \right)^2 - \frac{10}{D_l} \left(\frac{l m + l'}{40} D_l \right)^2 \end{aligned}$$

但 $l m + l' = \frac{l m D_s}{D_s - D_l}$ $l' = \frac{l m D_l}{D_s - D_l}$

$$\begin{aligned} P_m \text{ Cos } (j_l + S_l) &= \frac{l m^2}{480} \cdot \frac{1}{(D_s - D_l)^2} [D_s^3 - 3 D_l D_s^2 + 3 D_s D_l^2 - D_l^3] \\ &= \frac{l m^2}{480} \cdot \frac{1}{(D_s - D_l)^2} \cdot (D_s - D_l)^3 = \frac{l m^2}{480} \cdot (D_s - D_l) \end{aligned} \quad (41a)$$

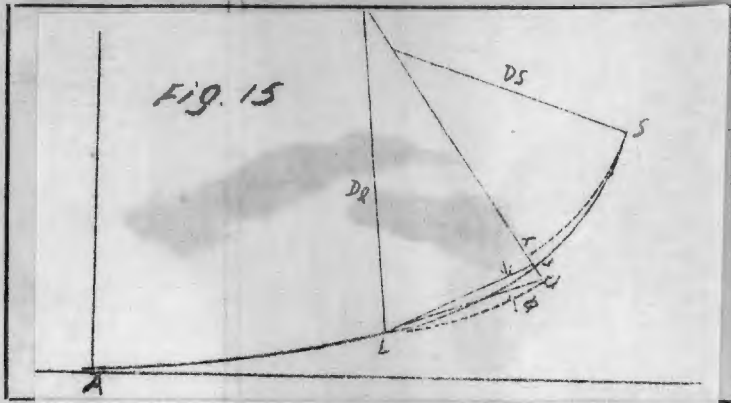
$P_m = \frac{l m^2}{480} \cdot (D_s - D_l) \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l m + l'}{40} D_l \right)^2 \right]$

$\therefore P_m = \frac{l m^2}{480} (D_s - D_l) \quad (41b)$

若 D_s, D_l 以度表之，

$$P_m = .3636 \times 10^4 (D_s - D_l) l m^2 \text{ ----- (41c)}$$

此近似式用下法推得，更為明瞭。



從圖 $UV = LU \times \phi = \frac{1}{2} l m \phi$ (近似) 但從螺旋曲線偏用定理，

$$\phi = \frac{1}{3} \times \frac{D_s (\frac{1}{2} l m)^2}{A_o (l' + l m)} = \frac{D_s l m^2}{480} \times \frac{1}{l' + l m}$$

$$\frac{l'}{l' + l m} = \frac{D_l}{D_s} \quad \frac{l m}{l' + l m} = \frac{D_s - D_l}{D_s}$$

$$\therefore UV = \phi \times \frac{1}{2} l m = \frac{l m^2}{960} (D_s - D_l)$$

同理 $VT = \frac{l m^2 (D_s - D_l)}{960}$

$$\therefore TU = 2UV = \frac{l m^2 (D_s - D_l)}{480}$$

設 $TU = P_l$

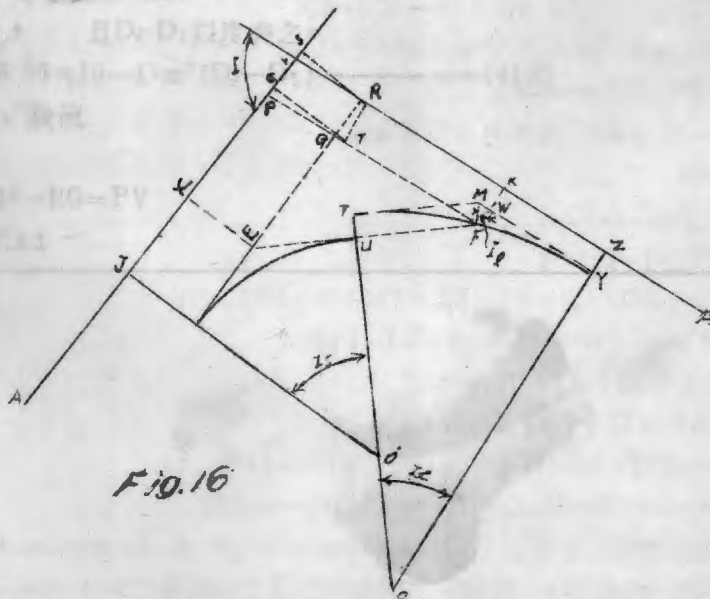
$P_m =$

(2) "Ts"

第一法

由圖16

但 $RG =$



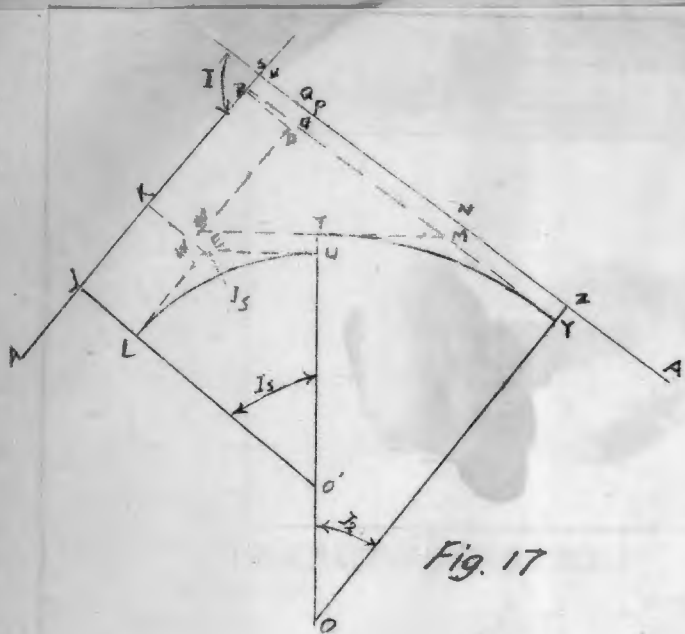


Fig. 17

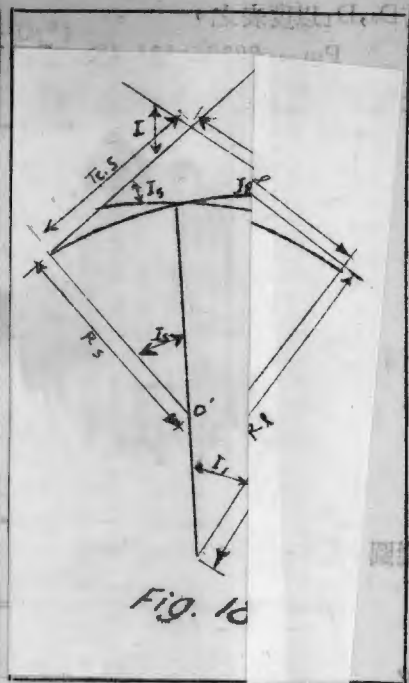


Fig. 16

又 $RT=FX=FW+W_x=MFC_s I_1+ZY$

$\therefore OS=RG=(TUCc_s I_1+ZY)CS$

又 $YS=RScot I=JLcot I$

$\therefore A'Y=A'J+JK+KQ+QS-VS$

$=A'J+EL+EG+(TUCos+ZY)CscI-JLcot I$

設 $ZY=P_1, TU=P_m, JL=P_s, AZ=Q_c, A'J=Q_s$

$\therefore A'V=Q_s+EL+EG+(P_1+P_mCos P_m)CscI-P_cCo+1$

由圖 17 $QS=RG=RV, RG=RTC_s I$

又 $RT=EK-WE=JL-MECc_s I=JL-TUCos I_s$

$\therefore RT=P_s-P_mCos I_s$

$\therefore QS=RG=(P_s-P_mCos I_s)CscI$

又 $SY=RScot I=ZYcot I=P_1cot I$

$AV=AZ+ZN+NQ+QS-SV=AZ+YM+MG+RG-SV$

$=Q_1+YM+MG+(P_s-P_mCos I_s)CscI-P_1cot I$

在圖 16, $EL+EG$ 顯然等於十八圖 $Tc.s.$,

在圖 17, $YM+MG$ 顯然等於十八圖 $Tc.1.$,

$\therefore Ts=Q_s+Tc.s+(P_1+P_mCos I_s)CscI-P_sCot I \text{--- (42)}$

$T_1=Q_1+Tc.1+(P_s-P_mCos I_s)CscI-P_1Co I \text{--- (43)}$

【附註】 $Tc.s.$ 代表複曲線小半徑圓之切線長 (Tangent length of the compound curve of the shorter radius circle) $Tc.1$ 代表複曲線大半徑圓之切線長 (Tangent length of the com-

round curve of the larger radius circle)

第二法

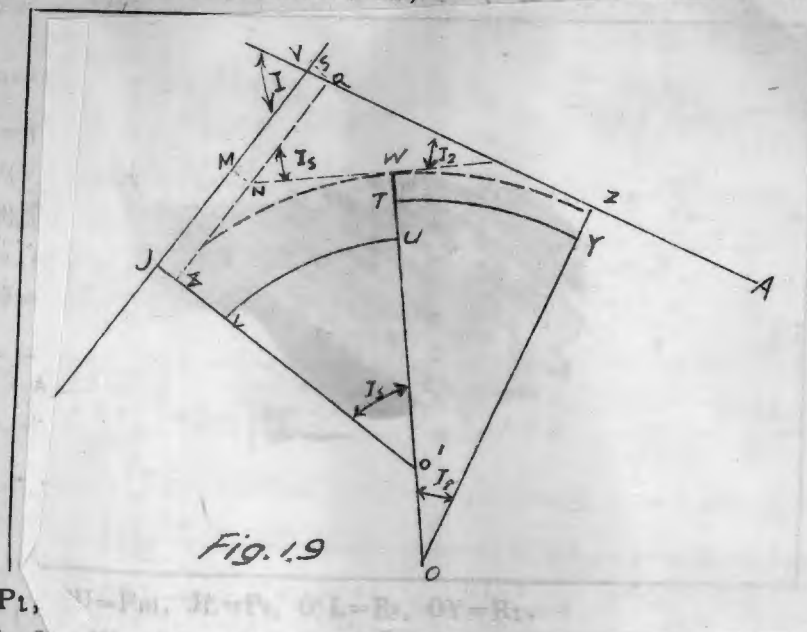


Fig. 19

設 $ZY = P_1$, $YU = P_m$, $JU = P_2$, $OL = R_1$, $OY = R_2$.

$\therefore SR = JX = JL - XL = JL - JU - WS = JL - WT - TU$
 $= JL - ZY - TU = P_2 - P_m - P_1$

$\therefore VS = SR \cot \alpha = (P_2 - P_m - P_1) \cot \alpha$

$VR = SR \csc \alpha = (P_2 - P_m - P_1) \csc \alpha$

又 $A'V = JA' + JS - SV = Q_2 - XR = (P_2 - P_m - P_1) \cot \alpha + T$

$AV = AZ + ZR + VR = Q_1 + ZR + (P_2 - P_m - P_1) \csc \alpha$

設 $XR = T(R_2 + P_1 + P_m)$, $PZ = T(R_1 + P_1)$,

即代表一複曲線之切線長度，該複曲線之半徑為 $(R_2 + P_m + P_1)$ 及 $(R_1 + P_1)$

$\therefore T_s = Q_2 + T(R_2 + P_1 + P_m) = (P_2 - P_1 - P_m) \cot \alpha \quad (44)$

$T_L = Q_1 + T(R_1 + P_1) + (P_2 - P_1 - P_m) \csc \alpha \quad (45)$

若 $(P_m + P_1) > P_2$ ，上二式仍可應用， $(P_2 - P_m - P_1)$ 為其代數值。

上二

(3) 偏

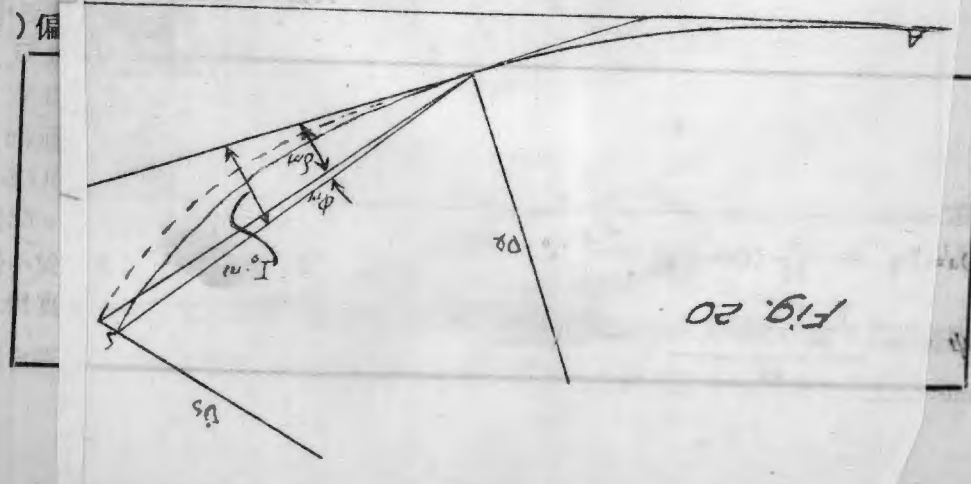


Fig. 20

設N為在LS中任意一點(樁號為n)，又設AL及LS之曲線長為 l' 及 l_m 。
 依螺旋曲線偏角定理

$$\phi_m = \frac{D_s l_m^2}{120(l' + l_m)}, \quad \phi_n = \frac{D_s (\frac{n}{10} l_m)^2}{120(l' + l_m)}$$

$$\text{又 } \frac{l'}{l' + l_m} = \frac{D_1}{D_s}, \quad \therefore \phi_n = \frac{n^2}{100} \cdot \frac{l_m(D_s - D_1)}{120}$$

$$\text{若 } n=1; \quad S_1 = \frac{1}{100} S_m, \quad S_n = n^2 S_1;$$

$$\therefore \phi_1 = \frac{1}{3} S_1, \quad \phi_m = \frac{1}{3} S_m,$$

$$\text{又 } \delta_n = \frac{l_m D_1^2}{40}, \quad \delta_n = \frac{n \frac{l_m}{10} - D l}{40} = \frac{n}{10} \delta_m,$$

$$\therefore \delta_1 = \frac{1}{10} \delta_m, \quad \delta_n = n \delta_1;$$

$$\therefore l_0 - n = \delta_n + \phi_n = n \delta_1 + n^2 \phi_1 \quad (46)$$

$$l_0 - m = \frac{(D_s - D_1) l_m}{120} + \frac{l_m D_1^2}{40} = \frac{D_s + 2D_1}{120} l_m \quad (47)$$

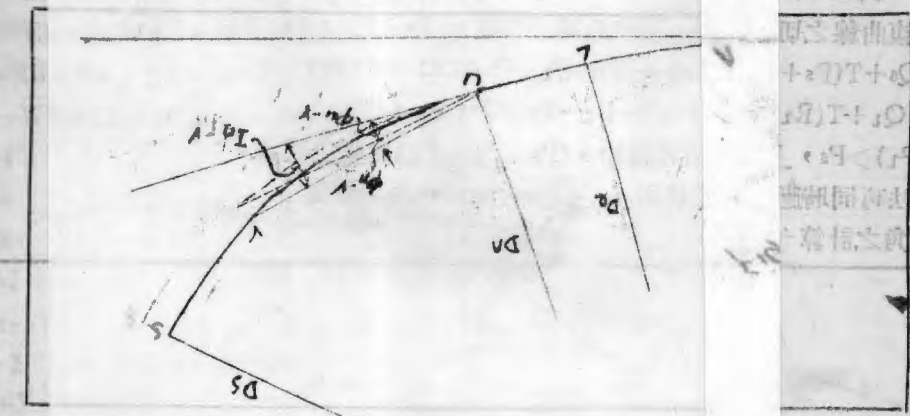
此式可作核對之用。

再討論普遍情形

設 $D_c = D l + du$

$$\frac{D_s - D_1}{l_m} = \frac{D_c - D_1}{l_1} = \frac{(D_1 + du) - D_1}{l_1} = \frac{du}{l_1}$$

若



$$\therefore D_1 = l_1 + \frac{u}{10} (D_s - D_1)$$

$$\text{又 } \psi_{1,v} = \frac{\frac{u}{10} l_m Du}{40}$$

其
(
小方
不得
程學

設 $\psi_m = \frac{3mDu}{40}$

$\psi_{uv} = \frac{V-U}{10} \psi_m$

若 $V-u=1$, 則 $\psi_1 = \frac{\psi_m}{10}$,

$\psi_{uv} = \frac{V-U}{10} \psi_1$

但 $\phi_{uv} = (V-U)^2 \phi_1$

$\therefore l_{uv} = (V-U)\psi_1 + (V-U)^2\phi_1$ (48)

再討論核對問題

$l_0 = u\psi_1 + u^2\phi_1$,

$l_{-10} = (10-U)\psi_1 + (10-U)^2\phi_1$

$\psi_1 = \frac{3m}{400} [D_2 + \frac{U}{40}(D_3 - D_1)]$,

$\phi_1 = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{(3mD_3 - D_1)}{40}$

$l_0 + l_{-10} = 10\psi_1 + 10(10-U)\phi_1$
 $= \frac{10 \cdot 3m}{4000 \times 3} [U(D_3 - D_1) + 10(D_2 + 2D_1)]$ (49)

$l_0 + l_{-10} = 10\phi_1(U + 10 \frac{D_2 + 2D_1}{D_3 - D_1})$ (49a)

(4) 實際計算步驟

- (a) 複曲線之 l_s, l_2, D_s, D_2 往往為已知值。
- (b) 由曲度之變化，及行車之速度，可決定各段界曲線之長度， L_s, L_L ，及 L_m 。
- (c) 由前述公式，可從而計算 $P_m, P_1, P_s, X_s, Y_s, X_L, Y_L, Q_s$ ，及 Q_L 各值。
- (d) 計算 T_s 及 T_L 之值，此二值計算之前需先算出複曲線未增設螺旋曲線時之長度。
- (e) 各樁點偏角之計算。

五、螺旋曲線之長度

關於螺旋曲線之長度，我國鐵道部曾訂有標準茲摘錄如下：

(a) 幹線：最銳曲線應為 4° (弦長20m) 次要路線為 5° (弦長20m)。

(b) 超高之公厘數 $E = 0.009864DV^2$

其中 E 為軌距線超高公厘數，

D 為曲線度數 (弦長20m)，

V 為列車速率 (以每小時公里計)

(c) 通常超高不得大於125mm，列車速率應調整之，使與最大超高相適合。

(d) 凡 $2''$ 及 2° 以上之曲線，均應採用界曲線；凡 4° 及 4° 以上之曲線，其界曲線之長度不得小於55m；凡曲線之度數小於 4° ，而列車速率，必須限制者，其界曲線之長度 (以公式計) 不得小於列車之速率 (以每小時公里計)，此項速率係按超高125mm計算之。

但實際螺旋曲線之長度，係當超高變更時，乘客是否感覺安適而決定；但據美國鐵路工程學會所統計，其不影響於乘客安適之最大超高變更率為每秒 $1 \frac{1}{6}$ 英寸 (約為29.6mm)

桁架中斜度與變位之分析

徐 躬 耦

一、緒論

斜度與變位之計算為構造學中不容忽視之一節。因建築物之架豎採用懸翅法(Cantilever method)時，諸節點在各時期之位置必須正確求得。且靠靜不定桁架中應力之分析，亦必須決定於其彈性變形(Elastic deformation)，是變位之計算，固可視為其應力分析之初步手續也。其他，若長跨度橋樑中之上彎(Camber)，若桁架架豎時構條中之預受應變(Initial Strain)所以免除高度次應力者)，亦均有賴於斜度及變位之計算者也。

至其計算之方法：或由構條之應變以推求節點之變位，或以構條之應變為節點變位之函數，或利用工作與能量之關係，或根據其幾何圖形，亦有先求出一組彈性載重(Elastic load)使其於各點產生之力矩相當於該點之變位者。

然應變之數值僅為一頗小之因素其對於構條原長之比，在容許載重下，往往小於二百分之一，斜度與變位之數值亦然，故計算時可略去其二次項及以上者。如是，則可應用微分原理， δl , δx , δy , $\delta \theta$, $\delta \alpha$ ，之值亦可分別視為 l , x , y , θ , α ，之微增值(Differential)也。本文所論二法均遵此。

二、符號及條規

l_{12} = 構條12之長度。

δl_{12} = 構條12受應力後之應變；加長時為正，縮短時為負。

θ = 構條與X軸間之角度；由X軸反時針方向量至此構條。

θ_{A1} 係由X軸反時針方向量至A1之角度。

θ_{1A} 係由X軸反時針方向量至1A之角度。

$\delta \theta$ = 構條之斜度；反時針方向者為正，順時針方向者為負。

$H_{12} = l_{12} \cos \theta_{12}$ = 12之水平投影；向右者為正，向左者為負。

$V_{12} = l_{12} \sin \theta_{12}$ = 12之鉛直投影；向上者為正，向下者為負。

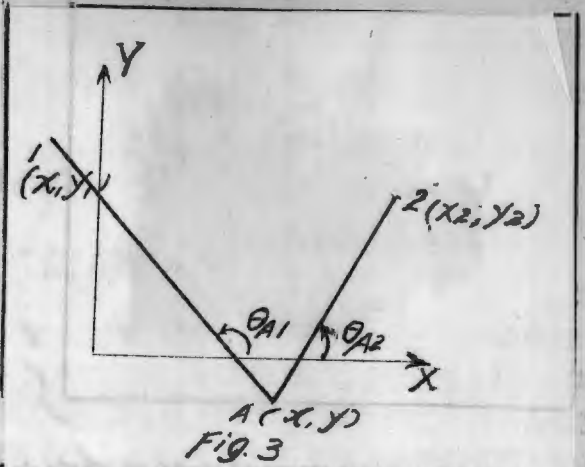
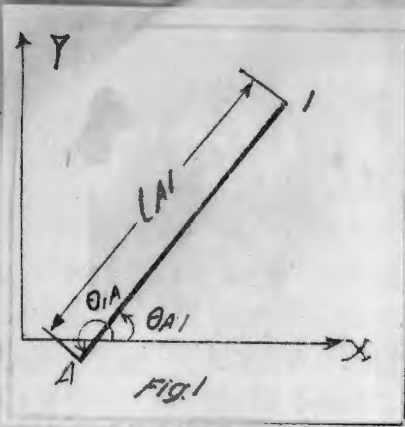
δX_A = 節點A沿X軸方向之變位；向右者為正，向左者為負。

δY_A = 節點A沿Y軸方向之變位；向上者為正，向下者為負。

α_2 = 構條鍊中在節點2處二連續構條間之角度。由構條12反時針方向量至構條23。

$\delta \alpha_2$ = 上述角度之角變值；增大時為正，減小時為負。

f_{12} = 構條中之應力強度，拉力為正，壓力為負。



三、二構條

節點A之變位為

- (1) 節點 1 之變位，
- (2) 構條 A1 之斜度，及
- (3) 構條 A1 之應變

之函數；同時亦為

- (1) 節點 2 之變位
- (2) 構條 A2 之斜度及
- (3) 構條 A2 之應變

之函數。而二者必需相等。

由圖三得

$$\left. \begin{aligned} X_A &= X_1 - l_{A1} \cos \theta_{A1} = X_2 - l_{A2} \cos \theta_{A2} \\ Y_A &= Y_1 - l_{A1} \sin \theta_{A1} = Y_2 - l_{A2} \sin \theta_{A2} \end{aligned} \right\} \text{---(1)}$$

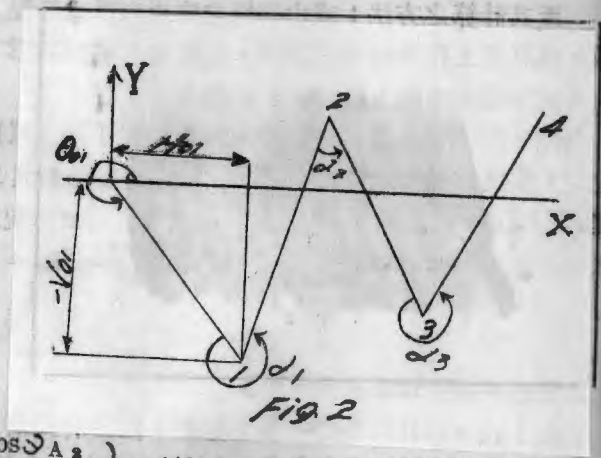
由微分法得

$$\left. \begin{aligned} \delta X_A &= \delta X_1 + l_{A1} \sin \theta_{A1} \cdot \delta \theta_{A1} - \delta l_{A1} \cos \theta_{A1} \\ &= \delta X_2 + l_{A2} \sin \theta_{A2} \cdot \delta \theta_{A2} - \delta l_{A2} \cos \theta_{A2} \\ \delta Y_A &= \delta Y_1 - l_{A1} \cos \theta_{A1} \cdot \delta \theta_{A1} - \delta l_{A1} \sin \theta_{A1} \\ &= \delta Y_2 - l_{A2} \cos \theta_{A2} \cdot \delta \theta_{A2} - \delta l_{A2} \sin \theta_{A2} \end{aligned} \right\} \text{---(2)}$$

由(2)解 $\delta \theta_{A1}$ 與 $\delta \theta_{A2}$ 之值得

$$\delta \theta_{A1} = \frac{\delta l_{A1} \cos(\theta_{A1} - \theta_{A2}) - \delta l_{A2} + (\delta X_2 + \delta X_1) \cos \theta_{A2} + (\delta Y_2 - \delta Y_1) \sin \theta_{A2}}{l_{A1} \sin(\theta_{A1} - \theta_{A2})} \text{---(3)}$$

若以 H 代 $l \cos \theta$ ，V 代 $l \sin \theta$ ， $\frac{f}{E} l$ 代 δl ，則



$$\left. \begin{aligned} \delta X_A &= \delta X_1 + V_{A1} \delta \theta_{A1} - \frac{f_{A1} H_{A1}}{E} \\ &= \delta X_2 + V_{A2} \delta \theta_{A2} - \frac{f_{A2} H_{A2}}{E} \\ \delta Y_A &= \delta Y_1 - H_{A1} \delta \theta_{A1} - \frac{f_{A1} V_{A1}}{E} \\ &= \delta Y_2 - H_{A2} \delta \theta_{A2} - \frac{f_{A2} H_{A2}}{E} \end{aligned} \right\} \text{---(2')}$$

$$\left. \begin{aligned} \delta \theta_{A1} &= \frac{\frac{f_{A1}}{E} (H_{A1} H_{A2} + V_{A1} V_{A2}) - \frac{f_{A2}}{E} V_{A2} + (\delta X_2 - \delta X_1) H_{A2} + (\delta Y_2 - \delta Y_1) V_{A2}}{(H_{A2} V_{A1} - H_{A1} V_{A2})} \\ \delta \theta_{A2} &= \frac{\frac{f_{A2}}{E} (H_{A1} H_{A2} + V_{A1} V_{A2}) - \frac{f_{A1}}{E} V_{A1} + (\delta X_1 - \delta X_2) H_{A1} + (\delta Y_1 - \delta Y_2) V_{A1}}{(H_{A1} V_{A2} - H_{A2} V_{A1})} \end{aligned} \right\} \text{---(3')}$$

節點 1 與 2 本非一定，節點 1 可名之為 2，反之節點 2 亦可名之為 1，故既得 $\delta \theta_{A1}$ 之公式，僅須對調其足符 (Subscripts) 即得 $\delta \theta_{A2}$ 之公式。

既得上述公式，即可作斜度與變位之計算。其步驟可臚述如下：

- (1) 作桁架之應力分析，
- (2) 從已知變位之節點開始 (普通為固定點)，先假定第一構條之斜度，利用 (2) 式計算他端節點之變位。
- (2') 先假定附近一節點之水平變位 δX ，(或鉛直變位 δY) 由 (2) 式逆求 $\delta \theta$ ，再求 δY (或 δX)。

(3) 由 (3) 式計算構條之斜度，與由 (2) 式計算節點之變位，依次推算。

(4) 至另一支點時，因在某一方向之變位為已知，因得一條件方程式以求得假定之未知數，再從而代入各值，遂得真正之變位與斜度。

若在靜不定桁架，則分析之步驟為：

- (1) 移去某一構條，而代以一對單位力。
- (2) 求該桁架 (移去一構條後) 在外力下所生之應力 S'' ，變位 $\delta X''$ ， $\delta Y''$ ，斜度 $\delta \theta''$ 。
- (3) 求其因單位力之作用而生之 S' ， $\delta X'$ ， $\delta Y'$ 及 $\delta \theta'$ 。
- (4) 由 $X = -\frac{\delta a'}{\delta a''}$ 得移去構條中之應力。

(5) 真正之應力 $S = S' + X S''$ ，

真正之變位 $\delta X = \delta X' + X \delta X''$ ， $\delta Y = \delta Y' + X \delta Y''$ ，

真正之斜度 $\delta \theta = \delta \theta' + X \delta \theta''$ ，

有時須求二構間之角變值 $\delta \alpha$ ，則

$$\delta \alpha = \delta \theta_{A1} - \delta \theta_{A2} \text{---(4)}$$

其中 $\delta \theta_{A1}$ 與 $\delta \theta_{A2}$ 之值業經求得，故即可計算其角變值。有時僅需單獨計算角變 $\delta \alpha$ 之值，則可以 X 軸與構條相重疊，節點 1 與原點重合，且使構條固定于 X 軸之方向。(如圖 4) 因此：

$$\delta X_1 = \delta Y_1 = 0$$

$$\delta Y_2 = 0, \quad \delta X_3 = \delta Y_3,$$

計算之工作，遂得大為減省。
例一：

求圖(五)所示桁架中斜度與變位之值。假定各構條之 $\frac{I}{A} = 1$ ，更取 $\frac{I}{E}$ 為應變

之單位，則構條之應變即等于其應力之值。
節點 A 為固定，故

$$\delta X_a = \delta Y_a = 0$$

假定 $\delta Y_d = k$

$$\delta \odot_{da} = \frac{k-0}{10}$$

$$\delta X_d = 0 + 0 - \frac{1}{2} \times (-1) = +\frac{1}{2}$$

$$\delta \odot_{ba} = \frac{(-0.707) \times 0.707 - 1 + 0}{14.14 \times (-0.707)}$$

$$\delta X_b = (-10) \times \frac{1.5+k}{10} = (-0.707)$$

$$\delta Y_b = (-10) \times \frac{1.5+k}{10} - (-0.707) \times (-0.707) = 1+k$$

$$\delta \odot_{bd} = \frac{1 \times 0.707 - (-0.707) + (-0.5) \times (-0.707) + (-k) \times (-0.707)}{14.14} = \frac{2.5+k}{10}$$

δX_b 與 δY_b 亦可由 $\delta \odot_{bd}$ 以求得，以資核對。

$$\delta \odot_{cd} = \frac{0.5 \times 0.707 - (-0.707) + (-2-k-0.5) \times (-0.707) + (1+k-k) \times 0.707}{10 \times 0.707}$$

$$= \frac{5+k}{10}$$

$$\delta Y_c = +k - (-10) \frac{5+k}{10} + \frac{1}{2} \times 0 = +k + 5 + k = 2k + 5$$

$$\delta X_c = +0.5 + 9 - (0.5) \times (-1) = +1$$

$$\delta \odot_{cd} = \frac{(-0.707) \times 0.707 - 0.5 + (0.5 + 2 + k) \times (-1) + (1+k-k) \times 0}{10 \times 1.414 \times (-0.707)}$$

同理， δX_c 與 δY_c 可由 $\delta \odot_{cd}$ 以計算。

今已知支點 C 之 $\delta Y_c = 0$ ，故

$$\delta Y_c = 2K + 5 = 0, \quad K = -2.5$$

代入 $\delta Y_a, \delta X_b, \delta Y_b$ 及 $\delta \odot_{da}, \delta \odot_{bd}, \delta \odot_{cd}, \delta \odot_{cb}$ 諸值，

得 $\delta X_a = 0, \delta Y_a = 0; \quad \delta X_b = +0.5 \rightarrow, \delta Y_b = -1.5 \downarrow;$
 $\delta X_c = +1 \rightarrow, \delta Y_c = 0; \quad \delta X_d = +0.5 \rightarrow, \delta Y_d = -2.5 \downarrow;$

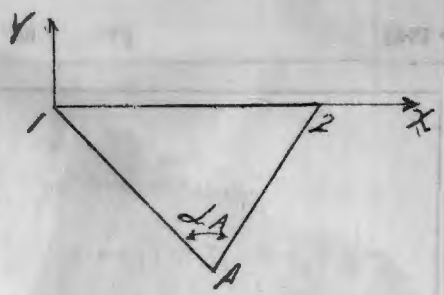


Fig. 4

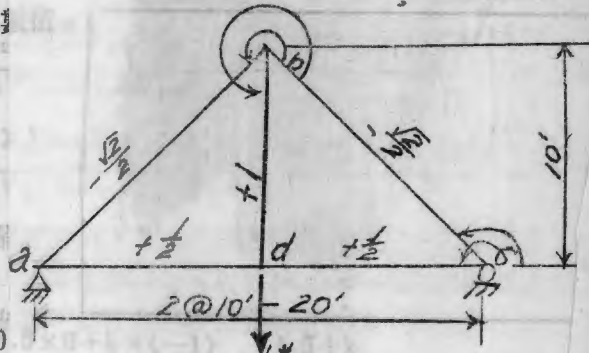


Fig. 5

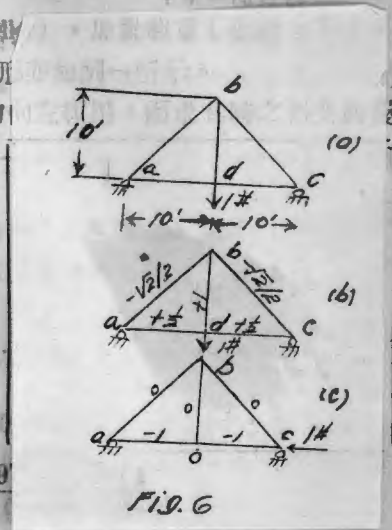
$$\delta \odot da = -0.25 \nearrow, \quad \delta \odot ba = -0.10 \nearrow,$$

$$\delta \odot bd = 0, \quad \delta \odot cd = +0.25 \searrow, \quad \delta \odot cb = +0.10 \searrow.$$

例二：

求圖(六a)所示桁架中斜度與變位之值。此桁架與圖(五)所示者相若，惟右端支點改為固定支持，因此成一靜力學所不能解決之問題。

按前述步驟計算；先將右端之銷釘移去而代以輾軸(Roll)求此時之斜度與變位。因其與例一之桁架全等，故其計算情形次於移去銷釘而代以輾軸之桁架上，在C點加一單位水平力位。



$$\delta X_a = \delta Y_a = 0$$

假定 $\delta Y_d = h$

$$\delta \odot da = +\frac{h}{10}$$

$$\delta X_d = 0 + 0 - (-1)(-1) = -1$$

$$\delta \odot bd = \frac{0 - 0 + (-1) \times 0 + h \times (-1)}{10 \times 1.414 \times (-0.707)} = -\frac{h}{10}$$

$$\delta \odot cd = \frac{0 - 0 + (+1)(-0.707) + (-h) \times (-0.707)}{10 \times 0.707}$$

$$\delta Y_b = 0 - (-10) \left(\frac{h}{10}\right) - 0 = h$$

$$\delta X_b = 0 + (-10) \frac{h}{10} - 0 = -h$$

$$\delta \odot cd = \frac{(-1) \times 0.707 - 0 + (-h + 1)(-0.707) + (h - h) \times 0.707}{10 \times 0.707} = \frac{h-2}{10}$$

$$\delta \odot cb = \frac{0 - (-1) + (-1+h) \times (+1) + 0}{10 \times 1.414 \times (-0.707)} = \frac{h-2}{10}$$

$$\delta Y_e = +K - (-10) \frac{h-2}{10} + 0 = 2h-2$$

$$\delta X_e = (-1) + 0 - (-1)(-1) = -2$$

$$\delta Y_e = 0 = 2h-2 \quad h=1$$

$$\delta X_a = 0, \quad \delta Y_a = 0; \quad \delta X_b = -1, \leftarrow \quad \delta Y_b = +1 \uparrow;$$

$$\delta X_e = -2 \leftarrow, \quad \delta Y_c = +1 \uparrow; \quad \delta X_d = -1 \leftarrow \quad \delta Y_d = +1 \uparrow;$$

$$\delta \odot ba = +0.10 \nearrow, \quad \delta \odot bl = 0, \quad \delta \odot el = -0.10 \swarrow,$$

$$\delta \odot tb = -0.10 \swarrow, \quad \delta \odot da = +0.10 \nearrow.$$

但事實上C點固定，即 $\delta X_e = \delta Y_c = 0$ ，故

$$\delta X_c = 1 - 2X = 0 \quad X = \frac{1}{2} \quad (\text{向左作用})$$

以之代入前述公式，即可求得真正之變位，斜度，應力及支點反作力。

變位: $\delta X_a = 0, \quad \delta Y_a = 0;$

$$\delta X_b = +\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times (-1) = 0, \quad \delta Y_b = -1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 1 = -1 \downarrow;$$

$$\delta X_e = +1 + \frac{1}{2} \times (-2) = 0, \quad \delta Y_e = 0;$$

$$\delta X_d = +\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times (-1) = 0, \quad \delta Y_d = -2\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 1 = -2.0$$

斜度: $\delta \theta_{d1} = -0.25 + \frac{1}{2} \times 0.10 = -0.20 \searrow$

$$\delta \theta_{b1} = -0.10 + \frac{1}{2} \times 0.10 = -0.05 \searrow$$

$$\delta \theta_{bd} = 0,$$

$$\delta \theta_{cd} = +0.25 - 0.10 \times \frac{1}{2} = +0.20 \nearrow$$

$$\delta \theta_{cb} = +0.10 - 0.10 \times \frac{1}{2} = +0.05 \nearrow$$

應力: $S_{ab} = -\sqrt{\frac{2}{2} + 0} = -\sqrt{\frac{2}{2}} = -0.707$

$$S_{ad} = +\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times (-1) = 0$$

$$S_{bd} = +1 + 0 = +1$$

$$S_{bc} = -\sqrt{\frac{2}{2} + 0} = -\sqrt{\frac{2}{2}} = -0.707$$

$$S_{ac} = +\frac{1}{2} + (-1) \times \frac{1}{2} = 0$$

支點反作用力: $X_a = 0 + 1 \times \frac{1}{2} = +\frac{1}{2} \rightarrow$

$$Y_a = +\frac{1}{2} + 0 = +\frac{1}{2} \uparrow$$

$$X_c = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \leftarrow$$

$$Y_c = +\frac{1}{2} + 0 = +\frac{1}{2} \uparrow$$

四、構條鍊中構條之應變及構條間之角變與其中節點變位之關係

由圖二知

$$\theta_{(n-1)n} = \theta_{01} + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n - R(180^\circ) \text{-----} (5)$$

其中R一為正整數。

$$X_n = I_{01} \cos \theta_{01} + I_{12} \cos \theta_{12} + I_{23} \cos \theta_{23} + \dots + I_{(n-1)n} \cos \theta_{(n-1)n} \text{-----} (6)$$

$$Y_n = I_{01} \sin \theta_{01} + I_{12} \sin \theta_{12} + I_{23} \sin \theta_{23} + \dots + I_{(n-1)n} \sin \theta_{(n-1)n} \text{-----} (7)$$

由微分原理得

$$\delta \theta_{(n-1)n} = \delta \theta_{01} + \delta \alpha_1 + \delta \alpha_2 + \dots + \delta \alpha_n \text{-----} (8)$$

$$\delta X_n = -[I_{01} \sin \theta_{01} \delta \theta_{01} + I_{12} \sin \theta_{12} \delta \theta_{12} + \dots + I_{(n-1)n} \sin \theta_{(n-1)n} \delta \theta_{(n-1)n}] \\ + [\delta I_{01} \cos \theta_{01} + \delta I_{12} \cos \theta_{12} + \dots + \delta I_{(n-1)n} \cos \theta_{(n-1)n}]$$

以(8)式中 $\delta \theta$ 之值代入得

$$\delta X_n = -[I_{01} \sin \theta_{01} \delta \theta_{01} + I_{12} \sin \theta_{12} (\delta \theta_{01} + \delta \alpha_1) + \dots \\ + I_{(n-1)n} \sin \theta_{(n-1)n} (\delta \theta_{01} + \delta \alpha_1 + \delta \alpha_2 + \dots + \delta \alpha_{(n-1)})] \\ + [\frac{f_{01}}{E} I_{01} \cos \theta_{01} + \frac{f_{02}}{E} I_{12} \cos \theta_{12} + \dots + \frac{f_{(n-1)n}}{E} I_{(n-1)n} \cos \theta_{(n-1)n}]$$

歸併各項得

$$\delta X_n = -[(I_{01} \sin \theta_{01} + I_{12} \sin \theta_{12} + \dots + I_{(n-1)n} \sin \theta_{(n-1)n}] \delta \theta_{(n-1)n}$$

因

$$\begin{aligned}
& + (I_{12} + \sin \varphi_{12} + I_{23} \sin \varphi_{23} + \dots + I(n-1)n \sin \varphi(n-1)n) \delta \alpha_1 \\
& + (I_{23} \sin \varphi_{23} + I_{34} \sin \varphi_{34} + \dots + I(n-1)n \sin \varphi(n-1)n) \delta \alpha_2 \\
& + \dots + I(n-1)n \sin \varphi(n-1)n \delta \alpha(n-1)n \\
& + \left[\frac{f_{01}}{E} I_{01} \cos \varphi_{01} + \frac{f_{12}}{E} I_{12} \cos \varphi_{12} + \dots + \frac{f(n-1)n}{E} I(n-1)n \cos \varphi(n-1)n \right]
\end{aligned}$$

再以H代ICos φ, V代ISin φ, 得

$$\begin{aligned}
\delta X_n = & - [(V_{01} + V_{12} + V_{23} + \dots + V(n-1)n) \delta \varphi_{01} \\
& + (V_{12} + V_{23} + \dots + V(n-1)n) \delta \alpha_1 \\
& + (V_{23} + V_{34} + \dots + V(n-1)n) \delta \alpha_2 \\
& + \dots + V(n-1)n \delta \alpha(n-1)n] \\
& + \left[\frac{f_{01} H_{01}}{E} + \frac{f_{12} H}{E} + \dots + \frac{f(n-1)n H(n-1)n}{E} \right]
\end{aligned}$$

但 $H_{01} + H_{12} + \dots + H(n-1)n = H_{0n}$,

$V_{01} + V_{12} + \dots + V(n-1)n = V_{0n}$,

$$\begin{aligned}
\text{故 } \delta X_n = & - [V_{0n} \delta \varphi_{01} + V_1 n \delta \alpha_1 + V_2 n \delta \alpha_2 + \dots + V(n-1)n \delta \alpha(n-1)n] \\
& + \sum \frac{fH}{E} \quad (9)
\end{aligned}$$

同理可得

$$\begin{aligned}
\delta Y_n = & [H_{0n} \delta \varphi_{01} + H_1 n \delta \alpha_1 + H_2 n \delta \alpha_2 + \dots + H(n-1)n \delta \alpha(n-1)n] \\
& + \sum \frac{fV}{E} \quad (10)
\end{aligned}$$

若構條鍊為直線時, 如例三, $V = 0$, 故

$$\delta X_n = \sum \frac{fV}{E} \quad (9')$$

$$\delta Y_n = H_{01} \delta \varphi_{01} + H_1 n \delta \alpha_1 + H_2 n \delta \alpha_2 + \dots + H(n-1)n \delta \alpha(n-1)n \dots (10')$$

構條鍊之一端可取一固定支點, 另端則可取輻軸支點, 因此 n 點在某一方向之變位為已知, 故求得諸 $\delta \alpha$ 值後, 即可計算 $\delta \varphi_{01}$, 既得 $\delta \varphi_{01}$, 則其他諸節點 1. 2. 3. ... (n-2), (n-1) 之變位亦不難求得矣。

$\delta \alpha$ 之值可由組成一三角形之三構條之應力求得。由圖 (八)

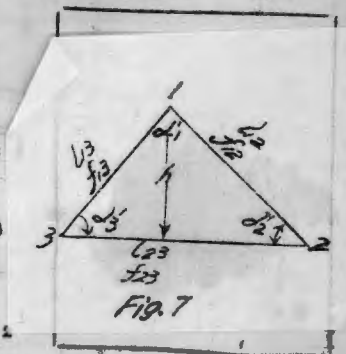
$$l_{23} = l_{13} \cos \alpha_3' + l_{12} \cos \alpha_2'$$

$$\begin{aligned}
\delta l_{23} = & \delta l_{12} \cos \alpha_3' - l_{13} \sin \alpha_2' \delta \alpha_3' \\
& + \delta l_{13} \cos \alpha_2' - l_{12} \sin \alpha_2' \delta \alpha_2' \\
= & \delta l_{13} \cos \alpha_3' + \delta l_{12} \cos \alpha_2' - H(\delta \alpha_2' + \delta \alpha_3') \\
= & \delta l_{13} \cos \alpha_3' + \delta l_{12} \cos \alpha_2' + H \delta \alpha_1'
\end{aligned}$$

因 $\alpha_1' + \alpha_2' + \alpha_3' = 180^\circ$, 故 $\delta \alpha_1' + \delta \alpha_2' + \delta \alpha_3' = 0$

$$h. \delta \alpha_1' = \delta l_{23} - \delta l_{13} \cos \alpha_3' - \delta l_{12} \cos \alpha_2'$$

$$E \delta \alpha_1' = \frac{f_{23} l_{23}}{h} - \frac{f_{13} l_{13}}{h} \cos \alpha_3' - \frac{f_{12} l_{12}}{h} \cos \alpha_2'$$



$$\left. \begin{aligned} &= (f_{23} - f_{13}) \cot \alpha_3' + (f_{23} - f_{12}) \cot \alpha_2^{1'} \\ E \delta \alpha_2' &= (f_{12} - f_{23}) \cot \alpha_3' + (f_{13} - f_{12}) \cot \alpha_1^{1'} \\ E \delta \alpha_3' &= (f_{13} - f_{23}) \cot \alpha_3' + (f_{13} - f_{13}) \cot \alpha_1^{1'} \end{aligned} \right\} (11)$$

惟需特別注意者， α' 之值係指三角形之內角而言，而本文之 α 值係山前一構條反時針方向之角度，二者意義不同，其值亦各異， α 可等於 α' 或 $(360^\circ - \alpha')$ ，故

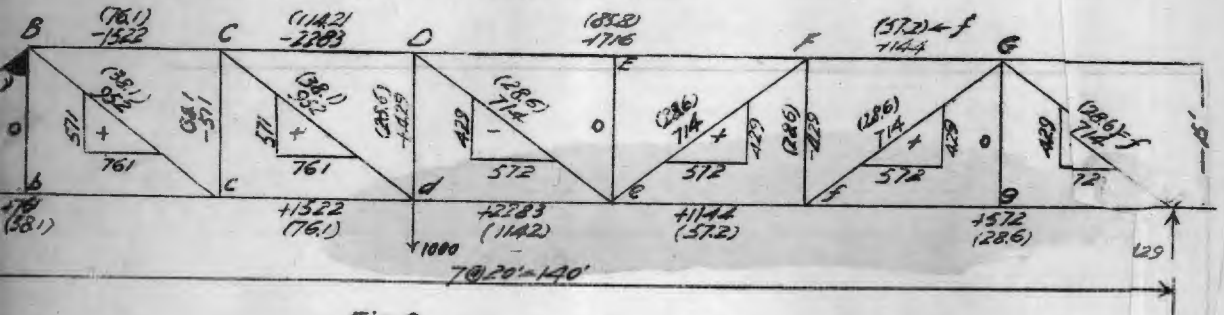


Fig. 8

求圖(八)所示桁架中諸節點之鉛直變位。設構條之面積(平方吋)等於構條之長度(呎)。

在求之節點之變位前，先選擇一構條鍊，a-b-c-d-e-f-g-h以計算，h點之鉛直變位。其中B, C, D, ..., G諸點之鉛直變位，則僅與b, c, ..., g諸點者相差 $B_b, C_c, D_d, \dots, G_g$ 之變形而已。故可由b, c, ..., g諸點之變位計算

角	$\cot \beta (=1.33)$ 之係數	$\cot \gamma (=0.75)$ 之係數	$\frac{(f_1 - f_2)}{\cot \beta}$	$\frac{(f_1 - f_3)}{\cot \gamma}$	$E \delta \alpha$	$E \delta \alpha'$
abB	$-38.1 - 38.1 = -76.2$	$-38.1 - 0 = -38.1$	101.6	-28.6	-101.6	+101.6
Bbc	$+38.1 - 38.1 = 0$	$+38.1 - 0 = +38.1$	0	+28.6		
bcB		$0 - 38.1 = -38.1$		-28.6		
BcC	$-76.1 - 38.1 = -114.2$		-152.3		-174.5	+174.5
Ccd	$+38.1 - 76.1 = -38.0$	$+38.1 + 38.1 = +76.2$	-50.7	+57.1		
cdC		$-38.1 - 38.1 = -76.2$		-57.1		
CdD	$-114.2 - 38.1 = -152.3$		-203.1		-493.5	+493.5
Dde	$-28.6 - 76.1 = -38.0$	$-28.6 - 28.6 = -57.2$	-190.4	-42.9		
deD		$+28.6 + 28.6 = +57.2$		+42.9		
DeE	$-85.8 + 28.6 = -57.2$		-76.3		-228.8	+228.8
EeF	$-85.8 - 28.6 = -114.4$		-152.5			
Fef		$-28.6 - 28.6 = -57.2$		-42.9		

efF	+28.6-57.2=-28.6	+28.6+28.6=+57.2	-38.1	+42.9		
Efg	-57.2-28.6=-85.8		-114.4		-131.0	+131.0
Gfg		0-28.6=-28.6		-21.4		
fgG	+28.6-28.6=0	+28.6-0=+28.6	0	+21.4	-76.3	+76.3
Ggh	-28.6-28.6=-57.2	-28.6-0=-28.6	-76.3	-21.4		

$$E \delta Y_b = 140 \times E \delta \phi_{ab} + 120 \times 101.6 + 100 \times 174.5 + 30 \times 493.5 + 60 \times 228.8 + 40 \times 131.0 + 20 \times 76.3 = 0$$

$$E \delta \phi_{ab} = -\frac{89616}{140} = -640.1 \downarrow$$

$$I \delta Y_c = 40 \times (-640.1) + 20 \times 101.6 = -23572 \downarrow$$

$$E \delta Y_d = 60 \times (-640.1) + 4 \times 101.6 + 20 \times 174.5 = -30852 \downarrow$$

$$E \delta Y_e = 80 \times (-640.1) + 6 \times 101.6 + 40 \times 174.5 + 20 \times 493.5 = -28262 \downarrow$$

$$E \delta Y_f = 100 \times (-640.1) + 80 \times 101.6 + 60 \times 174.5 + 40 \times 493.5 + 20 \times 228.8 = -21096 \downarrow$$

$$E \delta Y_g = 120 \times (-640.1) + 100 \times 101.6 + 80 \times 174.5 + 60 \times 493.5 + 40 \times 228.8 + 20 \times 131.0 = -11310 \downarrow$$

$$E \delta Y_B = E \delta Y_b = -12802 \downarrow$$

$$E \delta Y_C = -23572 - 571 = -24143 \downarrow$$

$$E \delta Y_D = -30852 + 429 = -30423 \downarrow$$

$$E \delta Y_E = E \delta Y_c = -28262 \downarrow$$

$$E \delta Y_F = -21096 - 429 = -21525 \downarrow$$

$$E \delta Y_G = E \delta Y_g = -11310 \downarrow$$

例四：

求圖(九)

于其長度(呎)。

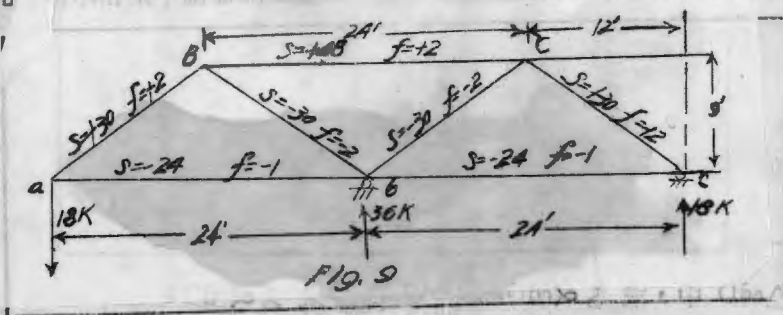


FIG. 9

由 b 出發循 bCc 可計算 δX_c , δY_c , δX_c , 及 δY_c 之值, 循 bB 則可計算 a, B 之變位。今先求角變值。

$$\langle aB \rangle E \delta \alpha' = (-1-2) \frac{1}{3} + (-1+2) \frac{1}{3} = -2.67, \quad E \delta \alpha = -2.67$$

$$\angle B\delta C \quad E\delta\alpha = (+2+2)\frac{1}{2} + (+2+2)\frac{1}{2} = +10.67,$$

$$\angle C_c \quad E\delta\alpha' = -2.67$$

$$, E\delta\alpha = +2.67$$

$$\text{因 } \delta Y_c = 24 \times \delta \odot_{bc} + \frac{(-2) \times 9}{E} + \frac{12}{E} \times (-2.67) + \frac{2 \times (-9)}{E} = 0$$

$$\text{故 } E\delta \odot_{bc} = +2.83 \nearrow$$

$$E\delta Y_c = 12 \times 2.83 + (-2) \times 9 = +16 \uparrow$$

$$E\delta X_c = -(9 \times 2.83) + (-2) \times 12 = -49.47 \leftarrow$$

$$E\delta X_c = -[0 + (-9) \times (-2.67)] + (-2) \times 12 + (2) \times (12) = -24 \leftarrow$$

δX_c 亦可由 bc 直接計算，亦得 $-24/E$ 。

$$E\delta \odot_{bB} = +2.83 + 10.67 = +13.50 \searrow$$

$$E\delta X_B = -(9 \times 13.50) + (-2) \times (+12) = -145.5 \leftarrow$$

$$E\delta Y_B = (-12) \times 13.50 + (-2) \times (+9) = -180.0 \downarrow$$

$$E\delta X_a = -[0 + (-9) \times (+2.67)] + (-2) \times 12 + 2 \times 12 = +24 \rightarrow$$

$$E\delta Y_a = (-24) \times 13.50 + (-2) \times 9 + (-12) \times 2.67 + 2 \times (-9) = -392 \downarrow$$

以上所論，桁架均係由三角形組成，故角變 $\delta\alpha$ 可由 (7) 式計算。設如圖 (十一 a) 及 (十) 之桁架，非由三角形組成，則 $\delta\alpha$ 之計算法亦當予以修改。

如圖 (十一 a) 者，BCDCB 中構條 BC 與 CD 可以一假想之構條 BD 代之，如是組成一三角形，惟需不改 BCD 角應有之角變值。

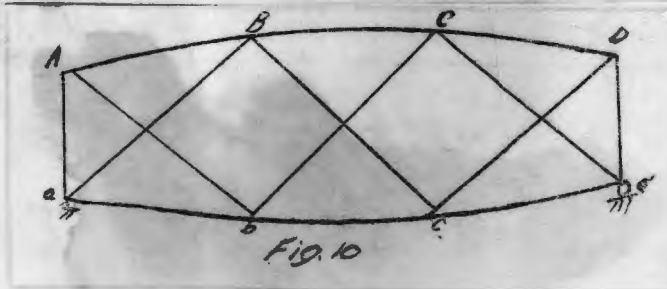
$$\delta X_D \text{ 由 BCD 計算得 } \delta X_D = \frac{f_{Bc} H_{Bc}}{E} + \frac{f_{cD} V_{cD}}{E}$$

$$\delta X_D \text{ 由 BD 計算得 } \delta X_D = \frac{f_{BD} H_{BD}}{E}$$

$$\text{故 } f_{Bc} H_{Bc} + f_{cD} H_{cD} = f_{BD} H_{BD} \quad (12)$$

由 (12) 式遂得假想構條 BD 中之應力 f_{BD} ，再由此值於三角形 B_cD 中計算 B_cD 角之角變值。同理亦可求其他諸角變值。

如圖 (十) 者，B_cDCB 中，BCD 不在一直線上，則 B_cD 角之角變，當遵下述按步計算：



(1) 先在 $\triangle aed$ 中，求 $\delta\alpha_{aed}$ ，在 $\triangle aed$ 中求 $\delta\alpha_{aed}$ 。

(2) 由上二值求 $\delta\alpha_{aed}$ ，

(3) 假想 C_c 間有一構條存在，則 $\delta\alpha_{edC}$ 可在 $AedC$ 中計算，今已知 $\delta\alpha_{aed}$ ，故 t_{C_c}

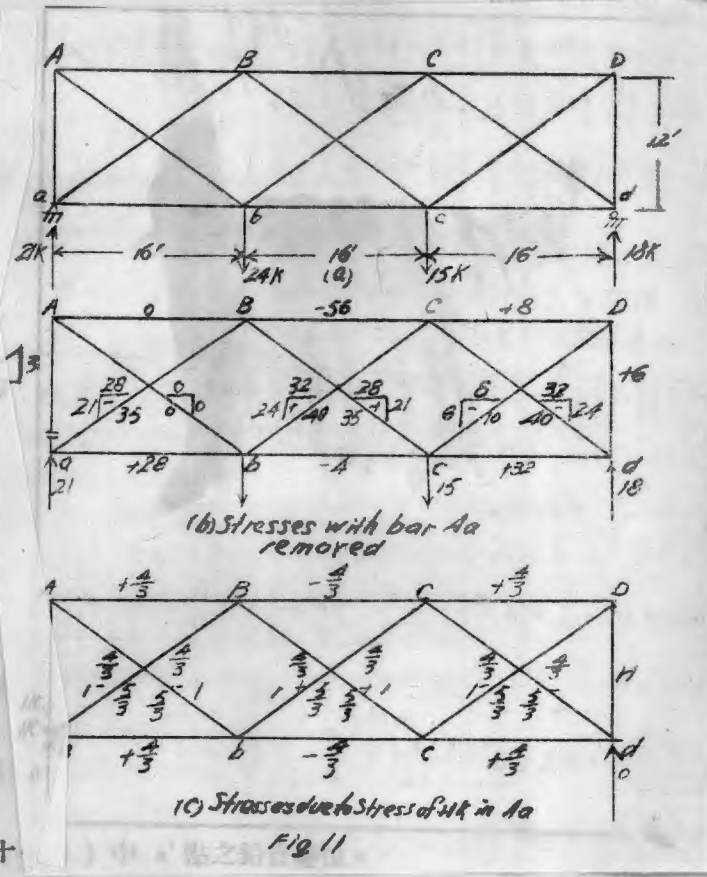
由而求得

(4) 既得 f_{cc} , 則可求 $\delta \alpha_{BCD}$ 及 $\delta \alpha_{cD}$, 再由此二值以計算 $\delta \alpha_{BCD}$ 。

此法亦可分析靜力學所不能解決之桁架, 除求變位之法不同時, 其他概可循例二進行。

例五:

求圖(十一 a) 所示桁架之應力與變位。其中構條之面積(平方呎) 假設等於其長度(呎)。



先求圖(十

按前述之法, 求諸假想構條中之應力, 得

$$f_{AC} = \frac{-56 - 0}{32} = -\frac{7}{4}, \quad f_{BD} = \frac{-56 + 8}{32} = -\frac{3}{2}$$

$$f_{ac} = \frac{28 - 4}{32} = +\frac{3}{4}, \quad f_{bd} = \frac{32 - 4}{32} = +\frac{7}{8}$$

$$\delta \alpha_{\angle ABC} = \left(\frac{24}{32} - \frac{35}{20} \right) \times \frac{4}{3} + \left(\frac{24}{32} + \frac{35}{20} \right) \times -\frac{4}{3} = +2.00$$

$$\delta \alpha_{\angle BcD} = \left(-\frac{48}{32} - \frac{35}{20} \right) \times \frac{4}{3} + \left(-\frac{48}{32} + \frac{10}{20} \right) \times \frac{4}{3} = -5.67$$

$$\delta \alpha_{\angle cDd} = \left(\frac{32}{16} + \frac{10}{20} \right) \times -\frac{4}{3} = +3.33$$

$$\delta \alpha_{\angle DdC} = \left(+\frac{8}{16} + \frac{40}{20} \right) \times -\frac{4}{3} = +3.33$$

若求三銷釘拱架中之變位，則因中間銷釘之變位 $\delta x, \delta y$ ，可分別由二端起算，而所得二值須相等，故可得二方程式以求解二起始構條之斜度。如圖(十二)者，

$$\begin{aligned} \delta X_c &= -(V_{ac} \delta \theta_{ab} + V_{bc} \delta \alpha_b) + \frac{f_{ab} H_{ab}}{E} + \frac{f_{bc} H_{bc}}{E} \\ &= -(V_{ec} \delta \theta_b + V_{ac} \delta \alpha_d) + \frac{f_{ea} H_{ea}}{E} + \frac{f_{bc} H_{bc}}{E} \\ \delta Y_c &= H_{ac} \delta \theta_{ab} + F_{bc} \delta \alpha_b + \frac{f_{ab} V_{ab}}{E} + \frac{f_{bc} V_{bc}}{E} \\ &= H_{ec} \delta \theta_{ed} + H_{ac} \delta \alpha_b + \frac{f_{ea} V_{ea}}{E} + \frac{f_{bc} V_{bc}}{E} \end{aligned}$$

解上二式，即得 $\delta \theta_{ab}$ 與 $\delta \theta_{ed}$ 之值。圖中所示者桁架與載重均為對稱，固可令 $\delta \theta_{ab} = -\delta \theta_{ed}$ ，而無煩解聯立方程式也。

五、 討論

第一法係根據“一節點之變位必須適合二相接構條之彈性變形”之原理而來，與圖解法中之 Williot-Mohr 圖相當。計算時，必須由各個節點逐步推進，所求之答案必須算過整個桁架後始能得到。若僅求一節點之變位或僅求一構條之斜度，此法固無足取，然設全部變位斜度均須計算者，則此法或較優也。

第二法乃根據“構條鍊端點(即活動支點)之變位必須適合此支點之條件”之原理而來。其演算之問題，則全在角變值之計算，其他均甚簡單，然普通房屋或橋樑之桁架多由三角形組成，則角變之計算亦頗簡單也。既得角變值後，每一節點之變位僅須一簡單算式即可求出，斜度亦可按(8)式計算。故無論求一部分之數值或全部答案，此數均有其特殊之價值。此法亦相當於樑中之力矩面積法(Method of moment area)，因(10')式可寫為

$$\delta Y_n = H_{0n} \delta \theta_{01} + \sum H \alpha,$$

而其中 $\sum H \alpha$ 為 n 點至第一構條 01 之延長線之鉛直截距，此值可名之為弦偏距以 t 表之，則

$$t = \sum H \alpha$$

與力矩分配法中切線偏距之值 $t = \int X d\theta$ 實完全一致也。最後須附述者，乃 J.B.T. Modern Framed Structures, Vol. II 第 380 節所論求斜度真值之法，實未會計入構條應變之影響，故當予以校正，一若此文所論者然。

編 後

本期編纂之初，因一部稿件寄達較遲，至四月初始告竣，其時第四屆會期已屆終結，負責人員亦經更選，遂將印刷事宜移交第五屆辦理。當時決定託黔桂鐵路印刷所印刷，稿件亦經帶付宜山；不意黔桂印刷所因改隸副業管理委員之故，前允優待辦法，不能履行，幾經磋商，迄無成果，而又以本會經費支絀，困難叢生，最後始洽定浙贛鐵路局印刷所承印其間屢經週折，乃至遲延迄今，事非由衷，幸讀者諸君及惠登廣告公司諒之。

「我國戰時公路船渡之設施」一文，乃李學海先生多年來主持西南公路橋渡工程就其經驗學理而構成之傑作。按船渡設施，工程書籍，素無討論，實地設施，又須因勢而異，非常時期，更須顧及防空問題；此文特詳為討論，其所貢獻於工程界者，誠匪淺鮮也。

「共線圖之理論與應用」一文，乃羅潤九教授之研究心得。討論共線圖中算式之是否能化為共線行列或與算式之如何化為共線行列式等問題，實發前人之所未見。而對於同述共線圖聯立共線圖等，亦有甚詳之闡明。

道路交叉站之設計，原為市路設計中極困難之問題；胡樹梅教授斯文乃以數學方法推算，一切困難，遂得迎刃而解。

郭可儻校友之「房屋構架風壓應力之分析」一文，首改進 Grinter 氏之角變原衡法為精確角變平衡法，繼推廣之以應用于樓架風壓應力之分析。「桁架中斜度及變位之分析」一文，論述由微分學而推求其計算新公式者。

張志成校友之「擁壁工程設計新法」，及劉廣洲校友之「螺旋曲線之研究」，一文，上期以限於篇幅，未能全登，特於本期續載完畢。

本刊此次刊出，先後承王道忠邢英初王朝偉諸先生多方匡助，本會感戴之餘，并此誌謝。

編者以囿於學力，限於時間，印刷發行，一再遲延，而其中錯誤之處，亦在所不免，尚祈工程先進校友諸公，予以教正導掖，則本刊幸甚。

躬耦補誌于筑

院 聞

本院土木系民卅一級於畢業後，即分赴各機關服務計任黔桂鐵路者十六人，寶天鐵路者十九人，粵漢鐵路者四人，綦江鐵路者六人，隴海鐵路者二人，交通部橋樑設計工程處者一人，資委會水力勘測總隊者三人，留校任助教者一人。

二、土木系民卅二級於今夏畢業，事先各機關紛紛函約前赴服務先後共計四百餘名額之多，而本屆畢業同學連同滬校借讀者共七十八人誠可謂供不應求，社會人士之歡迎吾唐院校友于此可見一斑，而我校同學亦能本我唐山峻實揚華之精神耐勞忍苦為國效勞，或則遠涉邊疆，深入蠻荒，或則逕赴前綫，職任搶修迄今已抵任者計有寶天鐵路七人，康青公路六人，滇緬公路五人，粵漢鐵路八人，綦江鐵路二人，甘肅林牧公司四人，××機場等處十六人，各省市建設廳，工務局及航委會十人，交部橋樑設計工程處四人，資委會水力勘測總隊五人，工信工程公司二人，留校任助教者三人，尚有準備出國留學者四人，志願赴印參軍工者二人，以交通關係，猶未登程。

三、今夏七月間羅校長因經濟部公務繁忙，不能兼顧故呈請辭職，教育部于鄭重考慮後，特聘全國景仰之羅忠忱教授繼任，羅老教授執教唐院已垂三十二年之久此次經茅盾任，侯蘇民，杜建勳，李中襄，趙祖康諸校友極力敦請始慨然出任艱巨，羅校長於八月一日視事並聘伍鏡湖教授為教務主任，黃鏡堂教授為總務主任，王化啓先生為訓導主任顧宜蓀博士為土木系主任、王鈞豪博士為礦冶系主任。

四、自羅教授校長後，國內外校友致電祝賀者，不計其數，學生自治會特定於十一月十二日舉行慶祝儀式，並公演國劇，話劇，各膳團亦同時大加肉菜以示祝賀，真可謂普天同慶矣。

五、土木系助教謝祚孔校友此次經教育部選派赴英國實習業已於 月由滬乘機首途。

六、本學期本校利用實習場之電機設備與平越士紳合組電燈公司可現在積極籌備中。

七、交大渝校代理校長吳寶豐先生，教務長李熙謀先生，金士宣校友及美國麥克美倫教授（此次代表美國電機工程學會參加十二屆工程師年會者）設宴招待，麥教授為吾院陳茂康老教授在美時之學生，故賓主盡極歡暢。

八、曾於民國五年在唐山任教之美國伊登教授，此次奉彼邦國務院之派協我國工業教育，伊登教授抵渝之日，唐山校友會曾于中美文化協會茶會歡迎，上月工程師學會十二屆年會在桂舉行，伊登教授以美國機械工程學會副會長之資格代表參加，聞特于歸途來訪平越舊友，並有意繼續在吾院任教云。

九、教育部因鑒于羅忠忱教授在吾院連續任教三十二年之久。學問，道德任我國教育界堪稱第一人乃於二萬元以示國家重視師表之深長意義。

會 務 報 告

自卅一年九月至卅二年三月

卅一年九月二十日 上午九時假第九教室舉行第四次全體會員大會，計出席名譽會員羅建侯教授李佑章教授黃鏡堂教授及普通會員七十三人；由熊固盈君任主席，過瑞南君紀錄；主席報告一學期會務推動情形後；繼請羅黃二教授訓話，最後改選幹事其結果如下：

- 會 長 丁紹祥 副 會 長 熊固盈
- 事務組長 楊裕球 文書組長 過瑞南
- 會計組長 徐稼蕪 編譯組長 徐躬耦
- 講演組長 顧家崔 實驗組長 鄭華謙
- 圖書組長 朱育萬
- 會刊基金保管委員 周 澤(主任委員)
- 牛清江 高 秀 王 清 楊子長

九月十二日 下午六時半假天佑齋，十一號舉第十四次幹事會，決議發行工程學術性之壁報一種，並決定壁報之宗旨在校內為：闡揚土木工程學術，提高同學研究興趣；報道校外工程消息。事務組長楊裕球提出辭職，決議由候補人陳秉倫繼任。

九月二十七日 上午九時邀請前中國土木工程師學會會長交通部專門委員夏光宇先生講演，講題為「中國土木工程之展望及土木工程師所應具備之條件」。是為本會第十次學術演講。

九月二十九日 本會會刊土木第三期合刊全部稿件編輯完畢，寄發付梓。

十月二日 本會與校中圖書館商定流通圖書雜誌辦法。

十月四日 下午六時舉行第十一次學術講演，邀請中國遠征航電政特派員交通部電政特派員聶傳儒先生講演，講題為「辦理單事交通應有之認識」。

十月十六日 下午二時起，在北門外舉行流速測量實習，其測屜水流量。

十月十九日 下午六時假天佑齋二十一號舉行第十五次幹事會，決議定名本會壁報為土木副刊。編譯組提出聘請武 廷、吳肇之、原瑞臨、葛路銓、胡 寬、張廷騰、陳銘棟、路啓蕃、朱文炳、王能遠、徐躬耦等十一人為編輯委員決議通過。

十一月二十一日 本會分函近班畢業校友，請為土木副刊執筆。

十一月三日 下午六時編輯委員會舉行會議，當推定徐躬耦君為總編輯，綜理編輯事宜。

十一月十二日 土木副刊創刊號出刊。

十一月二十五日 本會商請范立之教授，籌建平越雨量站。

十二月二十五日 是日為本院湘潭復院紀念日，土木副刊第三期於是日出刊。

十二月二十日 下午二時舉行第二次學術談話會，請最近自滇來平之陸能源校友講述四年來之包工經驗。

十二月二十七日 本會會刊土木第一三期合刊印刷竣事，運到平越。

十二月二十八日 下午六時假天佑齋十七號舉行第十六次幹事會，討論會刊分配及寄贈辦法。

。並決議積極於校內外捐募會刊基金。

十二月三十日 本會刊於是日寄贈各地校友，各工程機關及各學術團體等。

卅二年一月五日 函請各地校友繼續捐募基金。

二月十六日 會員袁脩壽君赴黔桂鐵路籌集會刊第四期印刷費並捐募基金。

二月二十二日 舉行第十七次幹事會。

茲將本月五日 本會臨時校務會議選舉第五屆全體會員大會，請出席胡校長羅建侯教授，顧晴洲教授，黃鏡堂教授，羅潤真教授，李一之教授及普通會員百餘人，由王紹祥君主席報告過去會務發展並佈現狀及今後之展望後，胡校長暨各任職人員均有訓詞，備茲易勉。後復討論修改會章（修改條文附後），並改選幹事；最後通過增聘伍澄波教授顧晴洲教授為本會名譽副會長並以大會名義向鄭英初校友致謝半年來協助之功。改選幹事之結果如次：

- ：(決議)會務委員會 魏志鏞 副會長 謝清和 副會長 吳子雲 吳同林
- 事務組長 陳采倫 文書組長 過瑞南
- 會計組長 朱和瑩 (編譯組長 鄭華謙 查帳員 謝樹王 章雲翼
- 講演組長 顧家鶴 實驗組長 蔣齊鏞 查帳員 謝樹王 章雲翼
- 會刊基金保管委員 楊子長 (主任委員) 吳子雲 吳同林 謝樹王 章雲翼
- 鄭兆毅 倪天慶 (吳子雲) 吳同林

原文

第四條 會員 (甲)普通會員 凡國立交通大學唐山工程學院土木系在校同學皆得為本會普通會員

(乙)特別會員 凡國立交通大學唐山工程學院土木系畢業生或離校入師範者，均可由本會聘請為本會特別會員

(丙)名譽會員 凡具有下列資格之一者得由本會聘請為名譽會員

(一)本院現任或前任教職員

(二)富有土木工程學識經驗及熱心贊助本會者

第八條 經費 (甲)會費普通會員每學期納會費國幣二元名譽會員特別會員不納會費

第四條 會員 (甲)普通會員 凡國立交通大學唐山工程學院土木系在校同學皆得為本會普通會員

(乙)基本會員 普通會員畢業後改為基本會員

(丙)特別會員 凡非土木工程界人士而熱心贊助本會者

(一)本院現任或前任教職員

(二)富有土木工程學識經驗而熱心贊助本會者

第八條 經費 (甲)會費 普通會員每學期納會費國幣五元名譽會員特別會員基本會員不納會費

鳴謝啟事

講啓者：本會成立以還，曠逾二載幸賴諸工程先進熱忱愛護，或親臨指導，或捐斥銀錢，或揮翰爾書，或惠錫鴻文，或援助會務，提攜照拂，情意優渥；隆惠厚愛，雲天同高。本會銘感之餘，敬聘為名譽會員或特別會員，俾揚盛舉，永誌高誼。

(名譽會員，特別會員名單列會目錄，茲謹將本學期內捐助會列基金諸先生台銜列后)：

- 林同模 (壹千元)
- 陳彥章 王樹忱 高仕吟 (以上三位各壹百元)
- 于大綽 楊燦芳 章志松 張復葵 索奎光 惲庸民 令狐鑑經 顧成樂 蘇金棧
- 閻世儒 李 械 呂保生 左文耀 (以上十三位各伍拾元) 以上左文耀校友經手捐募
- 共壹千玖百伍拾元
- 吳士恩 (貳百元)
- 劉寶善 段品莊 王志強 錢冬生 尹孝悝 劉錫纓 寶瑞芝 張思讓 (以上八位各壹百元)
- 查良鏞 汪庭藩 徐為鏞 徐琮本 (以上四位各伍拾元)
- 梁樹藩 陳世慶 鄒振東 劉 瑞 張恆仁 廖家祺 (以上六位各叁拾元)
- 陳遵平 高世輔 孟慶宏 王知勵 關 塘 潘偵麒 (以上六位各貳拾元)
- 以上張思讓校友經手捐募壹千伍百元。另壹百元以名單未寄回，不克列入。
- 侯家源 裴益祥 (以上二位各貳百元)
- 孫 成 張 賓 孫寶勤 李一平 高子雲 慶承道 (以上六位各壹百元)
- 邵鴻鈞 曹 楨 劉恢先 徐世雄 蔣聲華 (以上五位各伍十元)
- 朱紀良 龍起照 (以上二位各叁拾元)
- 黃潤龍 瞿福亨 閻宗沁 王道忠 梁永鑒 (以上五位各貳拾元)
- 陳崇鼎 (拾元)
- 以上慶承道校友經手捐募共壹仟肆百貳拾元
- 羅孝然 藍子玉 黃洪熙 徐瑞書 梁錦萱 (以上五位各貳百元)
- 劉執怡 (壹百元)
- 張毓武 彭遠九 李扶本 謝文滄 繆進漸 (以上五位各伍拾元)
- 馬秋官 劉永銘 (以上二位各叁拾元)
- 以上繆進漸校友經手捐募，共壹仟肆百壹拾元
- 陳本端 (壹百元)
- 唐清華 羅 離 蔡世琛 彭兆方 蔡報瑗 李宗令 御福坤 王 樞 汪菊潛

羅孝然 (以上十位各伍拾元) 羅孝然 (138) 羅孝然 (138) 羅孝然 (138)

陳培基 (貳拾元) 陳培基 (108) 陳培基 (108) 陳培基 (108)

以上汽術酒校友經手捐募共陸佰貳拾元

黃壽恆 (壹佰元) 黃壽恆 (171) 黃壽恆 (171) 黃壽恆 (171)

洪長儒 (肆拾元) 洪長儒 (108) 洪長儒 (108) 洪長儒 (108)

陳振劍 爾霖坊 楊寶琛 杜秉灝 (以上四位每位拾元) 陳振劍 (108) 爾霖坊 (108) 楊寶琛 (108) 杜秉灝 (108)

邵子南 金西萬 張祖翼 唐家璣 黃韻清 劉樹華 祝漢民 羅孝麟 郭浩然

王繼堯 朱子琛 劉瀾洲 孫慶元 胡峻運 熊大綱 翁紹禹 何希權 崔致淇

以上黃壽恆校友經手捐募柒佰拾元

邊崇維 劉鴻業 (以上三位每位伍拾元) 邊崇維 (108) 劉鴻業 (108) 劉鴻業 (108)

方福垣 宋至平 李新民 華 奉 (以上四位每位叁拾元)

以上李新民校友經手捐募共陸佰貳拾元

錢象格 孫啓昌 袁國蔭 徐世漢 (以上四位每位伍拾元)

李學海 (叁十元) 李學海 (108) 李學海 (108) 李學海 (108)

張承烈 何幼良 黃芝綵 (以上三位每位貳元)

吳德門 (十元) 吳德門 (108) 吳德門 (108) 吳德門 (108)

以上邢美初校友捐募叁佰元

胡博淵 羅傳儒 羅增映 (以上三位每位二百元)

以上劉桂鏡路土石方鐵工總處 (貳佰元)

譚克敏 羅增祿 楊渭汝 (以上三位每位一百元)

胡揚 馮德官 陳廣明 歐陽覺元 楊祿球 屠守錄 (以上六位每位五十元)

林秉南 高梁清 錢光植 (以上三位每位五十元)

以上丁紹聯同學經手捐募共一千四百六十元

會 員 錄

- (一) 名譽會員
- (1) 茅以昇 (2) 羅忠忱 (3) 伍鏡湖 (4) 李斐英 (5) 顧宜孫
 - (6) 黃壽恆 (7) 陳茂康 (8) 林炳賢 (9) 朱泰信 (10) 范治論
 - (11) 許元啓 (12) 羅 河 (13) 李 汝 (14) 楊耀乾 (15) 王 謙
 - (16) 劉炳魁 (17) 許協慶 (18) 謝祚孔 (145) 邱訓謙 (156) 夏元環

- (157) 何東昇
- (162) 裴益祥
- (167) 鈕譯全
- (172) 藍 田
- (177) 勞雲祥
- (182) 鄭惠莊
- (187) 王偉民
- (192) 齊 植
- (197) 凌鴻烈
- (202) 林仁榮
- (207) 毛煥武
- (212) 孫源裕
- (217) 王云鎬
- (222) 蘇金槎
- (227) 王秉彝
- (233) 王紹綱
- (238) 王志強
- (306) 胡博淵
- (342) 王朝偉
- (348) 俞炳良
- (355) 劉宗耀
- (360) 劉永懋
- (365) 杜建初
- (396) 何幼良
- (403) 徐世漢
- (474) 顧成樂
- (479) 竇端芝
- (484) 孫 成
- (489) 邵鴻鈞
- (494) 朱紀良
- (499) 梁永鎣
- (504) 徐瑞書
- (509) 李扶本
- (515) 唐靖華
- (520) 黃壽益
- (525) 張祖翼
- (530) 王繼先
- (158) 吳士恩
- (163) 侯家源
- (168) 王南原
- (173) 劉興和
- (178) 黃文棟
- (183) 姜承善
- (188) 吳鴻開
- (193) 蔡先蔭
- (198) 陳錫華
- (203) 劉瀛洲
- (208) 孟慶宏
- (213) 程世通
- (218) 趙鴻佐
- (223) 劉克智
- (228) 陳彥章
- (234) 梁樹藩
- (239) 范煦生
- (309) 謝根壽
- (343) 張志成
- (349) 吳明德
- (356) 劉克遠
- (361) 馮思賢
- (378) 夏光宇
- (397) 袁國蔭
- (470) 顧懋勛
- (475) 呂保生
- (480) 徐為鑑
- (485) 張 賓
- (490) 曹 楨
- (495) 龍起照
- (500) 陳崇晶
- (505) 梁錦萱
- (510) 馬秋官
- (516) 李宗令
- (521) 洪長儒
- (526) 劉樹華
- (531) 朱子琛
- (159) 李 儼
- (164) 羅 英
- (169) 曾昌譽
- (174) 李國偉
- (179) 沈文泗
- (184) 梁信滿
- (189) 蔡士豐
- (194) 郭勝譽
- (199) 林文蓉
- (204) 曾良鏞
- (209) 岳襄民
- (214) 王知庸
- (219) 鄧作鎬
- (224) 高全輝
- (229) 宋汝舟
- (235) 高世輔
- (240) 朱 揮
- (310) 戴根添
- (344) 徐 愈
- (350) 吳華展
- (357) 郝賜盛
- (362) 麥保曾
- (380) 陸能遠
- (398) 李學海
- (476) 劉深善
- (481) 徐崇本
- (486) 孫寶勤
- (491) 劉恢先
- (496) 黃潤韶
- (501) 慶承道
- (506) 劉執怡
- (512) 陳本端
- (517) 邵福冲
- (522) 王 振釗
- (527) 祝漢民
- (532) 孫慶元
- (160) 胡樹根
- (165) 杜鎮遠
- (170) 李扶賢
- (175) 葛福熙
- (180) 孫 燾
- (185) 王詢才
- (190) 張聲燕
- (195) 楊 濤
- (200) 李為峻
- (205) 陳道華
- (210) 廖家禱
- (215) 曾大簡
- (220) 周 耀
- (225) 周 耀
- (230) 陸 鑄
- (340) 陳 鑄
- (346) 郭可唐
- (351) 李宗元
- (358) 胡家峻
- (363) 陳峰基
- (394) 饒豫禧
- (399) 孫啓昌
- (472) 林同禧
- (477) 饒品莊
- (482) 饒 瑞
- (487) 李 琛
- (492) 徐世雄
- (497) 瞿福享
- (502) 羅孝然
- (507) 張鏡武
- (513) 蔡世琛
- (518) 王 樞
- (523) 爾霖坊
- (528) 羅孝祚
- (533) 胡俊運
- (161) 李鍾美
- (166) 王節英
- (171) 張永貞
- (176) 馮學羔
- (181) 吳必治
- (186) 馮汝炳
- (191) 陳星漢
- (196) 葉榮堯
- (201) 于堯濤
- (206) 黃巨梓
- (211) 鍾庭需
- (216) 楊士文
- (221) 黃全耀
- (226) 張思讓
- (231) 李懷忠
- (237) 陳宗賢
- (242) 馮全禧
- (341) 吳德門
- (347) 陸蔭開
- (352) 謝愛華
- (359) 謝昌宗
- (364) 唐君輝
- (395) 廣芝榮
- (401) 張承烈
- (473) 鄒鑑經
- (478) 饒冬生
- (483) 張恆仁
- (488) 高子雲
- (493) 蔣聲華
- (498) 閻宗泌
- (503) 黃洪熙
- (508) 彭遠九
- (514) 蔡保璇
- (519) 汪菊潛
- (524) 楊寶琛
- (529) 郭浩然
- (534) 熊大縉

- (535) 藍紹禹 (536) 何希樵 (537) 邊崇嶽 (538) 劉鴻業 (539) 方福恆
- (540) 宋玉平 (541) 李新民 (542) 華志 (543) 馮德官 (544) 錢光楨
- (546) 胡達新 (547) 王元康 (548) 唐廣堯

(二) 特別會員

- (377) 羅岳映 (379) 聶傳儒 4029 譚克敏 (546) 楊伯舉

(三) 基本會員

- (19) 李幼銘 (20) 張治平 (21) 秦篤言 (22) 金傳炳 (23) 張翼
- (24) 涂允經 (26) 李希平 (28) 楊燦芳 (29) 左文權 (30) 周孟義
- (31) 張福羣 (32) 劉作之 (33) 彭兆方 (34) 潘佑獻 (35) 胡春農
- (36) 廖美基 (37) 尹昌 (38) 汪滋生 (39) 章志松 (40) 孟鈿
- (41) 漆美陸 (42) 盧啓衡 (43) 繆進漸 (44) 謝文澄 (45) 汪翕曹
- (47) 陳廣明 (48) 林秉南 (50) 陳金濤 (51) 范雲 (52) 羅離
- (53) 李於榮 (54) 邢英初 (55) 楊渭波 (56) 伍崇財 (57) 劉更新
- (58) 杜秉淵 (59) 關世儒 (188) 郝振京 (143) 于大綽 (144) 劉澄武
- (155) 謝慶生 (307) 陳世欽 (389) 高渠清 (467) 王道忠 (511) 劉永銘

(四) 普通會員

- (26) 謝國政 (27) 楊壽全 (46) 吳運奇 (49) 袁修齊 (60) 勞乃文
- (61) 謝家德 (62) 鄭大坤 (63) 吳世禔 (64) 羅博梅 (65) 博家祺
- (66) 彭祖謙 (67) 成齊 (68) 除騰道 (69) 涂序濤 (70) 劉開誠
- (71) 戴恆誠 (72) 居士福 (73) 丁紹祥 (74) 耿世魁 (75) 陶洪遠
- (76) 王作聖 (77) 吳肇之 (78) 唐濟民 (79) 高理 (80) 武旺
- (81) 李長彬 (82) 宗少或 (83) 原端臨 (84) 許天錄 (85) 譚英俊
- (86) 盧孝慈 (87) 朱育萬 (88) 郭端恆 (89) 徐躬綸 (90) 成希瀨
- (91) 金明亮 (92) 陳蛇生 (93) 康固臨 (94) 張滋卿 (95) 林暄
- (97) 歐陽覺元 (98) 韓麟舉 (99) 屠守鏗 (100) 楊德純 (101) 孔憲焯
- (102) 王德豐 (104) 孫金生 (105) 黃國壽 (106) 汪錫 (107) 楊裕球
- (108) 聶增礪 (109) 田盛育 (110) 薛振東 (111) 張浦基 (112) 徐振文
- (113) 尹宗祥 (114) 楊紹明 (115) 鄧述台 (116) 黃肇模 (117) 朱品梵
- (118) 賀振華 (119) 潘堯 (120) 孫宗濤 (121) 熊賜華 (122) 李星會
- (123) 鄭華謙 (124) 顧家鶴 (125) 胡定 (126) 倪天農 (127) 謝承亮
- (128) 張德正 (129) 石懷璋 (130) 王建申 (131) 楊子長 (132) 陳銘棟
- (133) 陸啓蕃 (134) 周濁 (135) 王寶震 (136) 朱和瑩 (137) 谷文銓
- (138) 陸恂如 (140) 王仲富 (141) 張克謙 (142) 裴尙同 (146) 鄭祖駿
- (147) 方子雲 (148) 張濤鈞 (150) 何樞台 (151) 吳桂榮 (152) 李謨榮

- | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| (163) 劉雁海 | (154) 彭福久 | (249) 丁懋昭 | (244) 朱協均 | (245) 陳和平 |
| (246) 鄧偉才 | (247) 楊永賢 | (248) 張國光 | (249) 汪菊澄 | (250) 路湛沁 |
| (251) 羅孝師 | (252) 倪志鏞 | (253) 謝 萍 | (254) 張遵彥 | (255) 蕭開明 |
| (256) 鄭兆毅 | (257) 黎賢達 | (258) 陳堯卿 | (259) 夏蔚盈 | (260) 張以楨 |
| (261) 石福星 | (262) 牛清江 | (263) 蕭詞宗 | (264) 過瑞南 | (265) 吳啓盛 |
| (266) 張廷鏞 | (267) 王章清 | (268) 唐維綸 | (269) 郭遇昌 | (270) 彭以實 |
| (271) 王傳賢 | (272) 張濟衆 | (273) 姚宗義 | (274) 姚憲源 | (275) 岑芝芬 |
| (276) 潘子華 | (277) 葛啓銓 | (278) 廖旺輔 | (279) 文紀可 | (280) 李昭灝 |
| (281) 王能遠 | (282) 及鳳書 | (283) 趙廣昕 | (284) 朱鴻英 | (285) 曲士廉 |
| (286) 葛福照 | (287) 龔維華 | (288) 俞孔棟 | (289) 林邦鎮 | (290) 陳梓西 |
| (291) 戴世倩 | (292) 喻家驥 | (293) 經廣洸 | (294) 胡廉義 | (295) 傅文斗 |
| (296) 徐長榮 | (297) 林 申 | (298) 汪樹洲 | (299) 陳學甫 | (300) 鄭葆瑩 |
| (301) 王良卿 | (302) 李振鐔 | (303) 汪成智 | (304) 李運圍 | (305) 陳蘭蓀 |
| (306) 曹吳淳 | (312) 胡興燮 | (313) 王秀儀 | (314) 陳秉倫 | (315) 馬 謙 |
| (316) 金志杰 | (317) 顧克培 | (318) 葛正德 | (319) 周俊傑 | (320) 肖良士 |
| (323) 曹祖恩 | (324) 徐隊蓀 | (325) 成文淑 | (326) 沈慎修 | (327) 王朝輔 |
| (328) 翁大厚 | (329) 李道磐 | (330) 王炳秋 | (331) 曹紹志 | (332) 詹顯華 |
| (333) 陳宗載 | (334) 宋文炳 | (335) 汪泰冲 | (336) 曷元滔 | (337) 陳新武 |
| (338) 張景福 | (345) 蔣昌期 | (353) 曾景霖 | (354) 陳惠英 | (366) 李宗謙 |
| (367) 李至康 | (368) 朱維藩 | (369) 裴明龍 | (370) 裴明麗 | (371) 周毓和 |
| (372) 繆進美 | (373) 葉樹蟻 | (374) 郭宜銜 | (375) 何 諤 | (376) 梁宗哲 |
| (381) 毛祖坤 | (382) 李維義 | (383) 李維俊 | (384) 曹志道 | (385) 張叔和 |
| (386) 陳永福 | (387) 黃湘柱 | (388) 方懷孝 | (389) 張希文 | (390) 楊永宜 |
| (391) 蔡學文 | (392) 顧子莊 | (393) 陳亦瑞 | (400) 張贊勳 | (404) 梁應杭 |
| (405) 龔紹爲 | (406) 曹述舜 | (407) 張亮開 | (408) 劉鐵岩 | (409) 龍 昇 |
| (410) 郭詩銓 | (411) 趙和鈞 | (412) 宋愛秋 | (413) 劉邦祥 | (414) 陳 嘉 |
| (415) 賈漢卿 | (416) 鈕錫錦 | (417) 呂新陸 | (418) 王家勳 | (419) 朱亮銘 |
| (420) 易光華 | (421) 許京生 | (422) 朱忠節 | (423) 許達明 | (424) 鄒衍新 |
| (425) 丁 珂 | (426) 孫元圭 | (427) 李增哲 | (428) 彭瑞祥 | (429) 李宗和 |
| (430) 王霖威 | (431) 蘇瑞武 | (432) 伍潤生 | (433) 王克恭 | (434) 黃 棠 |
| (435) 葉運奎 | (436) 譚清夷 | (437) 童謙瑞 | (438) 楊培仁 | (439) 張昭齡 |
| (440) 袁乃勤 | (441) 郝榮錦 | (442) 王世章 | (443) 郭國慶 | (444) 楊積德 |
| (445) 莊培德 | (446) 王揖賢 | (447) 蘇射斗 | (448) 楊明輝 | (449) 沈保迪 |
| (450) 李顯祖 | (451) 羅 杰 | (452) 胡國碧 | (453) 蕭庭映 | (454) 老瑞森 |
| (455) 錢大鈞 | (456) 梁培信 | (458) 魏濟武 | (459) 徐立道 | (460) 楊開福 |
| (461) 周興國 | (462) 周學敦 | (463) 李沁泉 | (464) 黃寶貴 | (465) 劉 彪 |
| (466) 邱作人 | (468) 白士儒 | (469) 勞滋昌 | | |

貴州省圖書館