

始



中等學校於數學教材動的取扱

奈良縣立御所高等女學校

田村重治

356
P39

持224
56

中等學校於數學教材動力的取扱

奈良縣立御所高等女學校

田村重治

特244

56



曩ニ本校ノ研究発表校トシテ指定セラレ、田村教諭ハ数学科
 教授ニ於テ説明ヲ動的ニ取扱フコトノ一層効果的ナルニ思フ致シ、
 爾来コレガ考察ヲ怠ラズ、或ハ平素ノ授業ニ於テ、或ハ各種ノ会合
 ニ於テ実地ニ試行セシ所、相互ニ究明セシ所ヲ整理シ以テ本冊子ヲ
 成セリ。

同教諭ハ京大出身ノ教育家ニシテ嘗テ東京高師ヲ出ツルヤ鳥取縣
 立倉吉中学ニ奉職シ京大ヲ出ツルヤ當校ニ兼任シテ繁劇ナル教務主
 任ノ傍ラ本研究ニ従事ス。其努力ニ對シ感謝ナキ能ハザルナリ。

由来人類ノ進歩ハ無限ニシテ研究ニ際涯アルナシ。此ノ意味ニ於
 テ本研究ノ如キモ未ダ其端緒ヲ達セシニ過ギズ、大成ハ之ヲ世日ニ
 期セサルヘカラス。

茲ニ研究会ヲ開クニ當リ各位ノ忌憚ナキ批評ヲ仰グヨ得バ當ニ本
 人ノ喜ビノミナラス當校ノ幸福コレニ過ルモノアラザルナリ、一言
 以テ序トナス。

昭和十年十一月下期

奈良縣立御所高等女學校長

會澤龍平



中等学校ニ於ケル数学教材ノ動的取扱

§ 1

結 言

二十世紀ノ初頭 *Perry, Klein, Borel, Poincaré, Moore* 等ノ先覺者ニ依リテ数学教育ノ革新カ叫バレテ以來既ニ三十有餘年。然ルニ實際ノ教授ニ於テハ尚従来ノ傾向ヲ多分ニ維持シテ十分ニ改革サレタル教授ヲ見ズ。私ハコノ方面ニ平素感ズルトコロアリテ、コノ改革ヲ尙一層促進スル何等カノ具体的方法ヲ考究シツツアリ。

ソノ考案ノ一端トシテ、ココニ尙弱ナカラモ、数学教材ノ動的取扱ヲ主張セントス。思フニ従来ノ数学教授ハマ、モスレバ靜的ニ止ドマリ、動的方面ノ取扱カ閉却サレ居リシ模アリ。

数学教授ハ一ツツノ事柄ヲ断片的ニ教フルコトモ大切ナレド、個々ノ事實ヲ通シテソレヲ統一シ、ソコニ一貫セル一般の普遍的真理ヲ發見セシムルコトハ尙一層大切ナルコトナリ。

§ 2

数学教材ノ動的取扱ノ効果

- ① 直観ニ訴ヘテ生徒ノ理解ヲ容易ナラシム。

数学ト自然科学トノ融合ヲ唱ヘタ *Poincaré* ハ発見ハ直観ニヨルトイッテ大イニ直観的取扱ヲ主張セリ。数学ヲ歴史的ニ見ルモノノ初メハ直観的、實驗的事實ヨリ出發シテ漸次進歩セリ。或ハ目覺マシキ發展ヲ遂ゲツツアル近代心理学ノ教フル所ニヨレバ合人ノ精神の産物ハ皆直観ト思考トカソノ基礎的ニ方面ヲナセリト。直観ノ重要ナルハ今更論スルマテモナシ。

直観ニヨリテ抽象的ノ数理、數量關係ヲ具体的ニ明確ニ認識セシメ以テ学校数学ノ教育方針タルベキ發生史的乃至心理的取扱ニ合致セシム。

- ② 直観力ノ養成ニ役立つ。

合人ノ日常卑近ナ數量生活ノ大部分カ直観力ニヨリテ適當ニ處理セララルナラバ

スイニ便利ナリ。又近來益々發明サレツ、アル精密ナル機械モ銳敏。正確ナル直
觀力ニヨリテ十分ナル作用ヲナス。

更ニ又正確ナル知識ハ直觀ニヨリテ收得サルルコト多キヲ思ヘ、直觀力ノ大小強
弱ハ知育上ノ根本條件トナル。力ナル意味ニ於テ直觀力ノ養成ハ大ニ肝要ナリ。
而シテ数学教材ノ動的取扱ハコノ直觀力ノ養成ニ役立つツヨ見ル。

③ 函数關係ヲ明カニス。

函数觀念ハ数学教育ノ本質ナリ。数学教育ノ一半ノ目的ハ实用ニアリ。ソノ实用
トハ種々ノ人間社会ノ事象々、自然現象ヲ精確ニ、科学的ニ、数量的ニ、思考推
理シ或ハ認識理解シ處理スルコトナリ。

然ルニ合人ノ日常生活ニハ相伴ツテ变化スル量ハ頗ル多シ。コレ即チ函数關係ニ
シテ函数關係ハ何レモ数学的公式ニヨリテ表ハサルルモノノミニ限ラズ。

依ツテ図形マ器具ヲ動かシテ色々变化セシメツツ考察セシムルコトモ函数概念ノ
養成ニ役立つナリ。

④ 真理発見ノ有力ナル方法トナル。

函数の数学ハ真理、法則ヲ證明セントスルヨリモ寧ろ発見セシム。從ツテ前項③
ト合セ考フレバ発見の数学ニハ図形ヲ動かスコトハ大切トナルナリ。

⑤ 大切ナル證明方法、作図方法ヲ発見スル有力ナル手段トナル。

重置法、平行移動法、迴轉移動法、對稱移動法、相似移動法、等價移動法等ノ如
ク図形ノ一部又ハ全部ヲ適當ニ動かシテ證明及作図ニ用フルナリ。

⑥ 一般ノ場合ト特別ノ場合トノ關係ヲ明カニス。

数学的真理ヲ発見スルーツノ有力ナル方法ハ特別ノ場合ヨリ一般ノ場合ニ拡張シ
シテシルコトナリ。コノ際図形ニ於テハ動かスコトニヨリ一般ノ場合ト特別ノ場
合トノ關係カ一層明瞭トナル。

⑦ 固定セル図形ヨリ生スル誤リヲ防止又ハ了解セシム。

図形ヲ固定セルトキハ往々假定ニ無キ條件ナドヲ勝手ニ用ヒテ證明ヲ試ミントス
コノトキ図形ヲ動かシテ考ヘシムレバ斷カルコトナシ。

⑧ 定義ヲ理解セシムル爲ニモ必要ナリ。

例ハ弓形ニ於テ茲ヲ色々位置ヲ变化セシメテ觀察セシムレバ種々ノ形ノ弓形カ

生ジテ弓形ノ觀念ヲ明確ナラシム。

⑨ 高等数学ヘノ準備トナル。

高等数学ノ重要ナル基礎觀念タル極限ノ思想、或ハ包絡線等ノ高等ナル数学ヘノ
芽生ヘラ養成ス。

⑩ 数学ニ對スル興味ヲ一層増サシメ從ツテ自然的ニ数学事實ヲ探究シテ真理ヲ尋フ
科学的精神ヲ振作セシム。

同シク数学材料ヲ取扱フニモ最も興味アル方法ヲ選ビテ教授セザルヘカラズ。而
シテ動的取扱ヒハコノ目的ニ合致セリ。

言フマテモナク、活動映畫ハ幻燈ヨリモ遙ニ喜バレ又活動映畫自身ハ非常ニ興味
ヲ以テ見ラレハソノ原因ノ一ツハ實ニソノ畫力動クニアリ。

或ハ生ケル動物、自由ニ活動セル動物ヲ見ルト、死セル、固定セル、剝製ノ動力
ザル動物ヲ見ルトハ向レカ感興ヲ呼ブヤ問ハスシテ明カナリ。

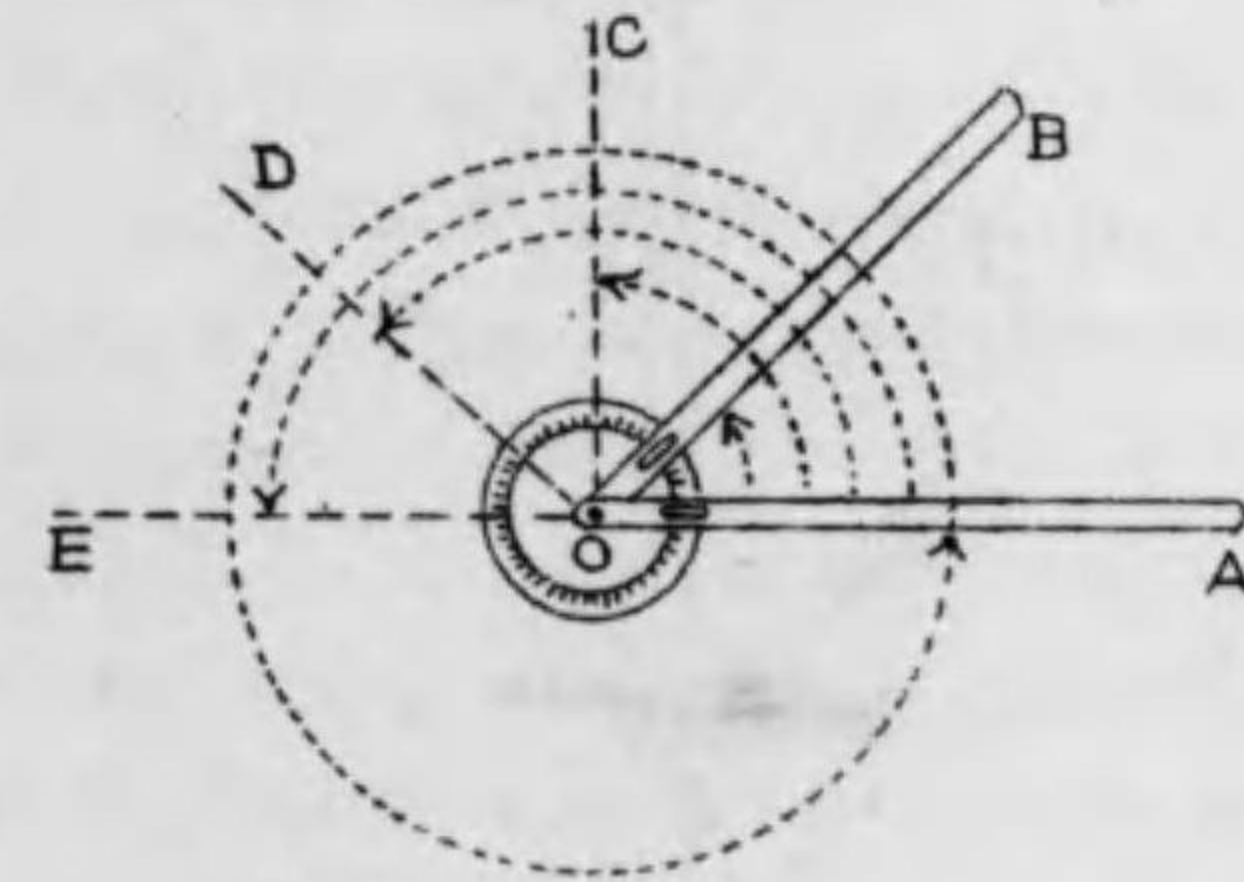
§ 3

動的取扱ノ對象トナルべき数学教材

(1) 角

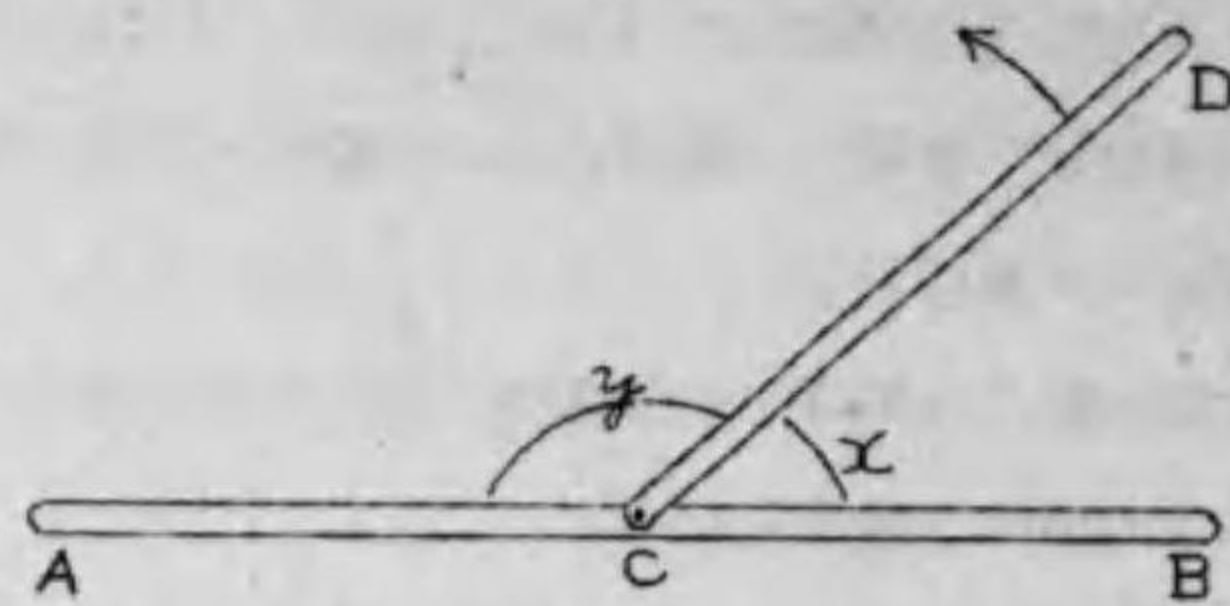
1 図ニ於テ角ノ一辺
ヲ頂点ノ周リニ迴
轉スルコトニヨリテ
連続的ニ鋭角、直角
ノ鋭角、平角等ノ關
係ヲ直觀セシム。

コノトキ角ノ頂点ノ
所ニ分度器ノ裝置ア
ルモノヲ用フレバ申
分ナシ。



I 図

又II図ニ於テCDヲCノ周リニ例ハ(矢ノ方向ニ廻轉スレバXハ次第ニ増シ、Yハ次第ニ減スレトモXトYノ和ハ常ニ180°ニシテ変ラザルコトヲ示ス。

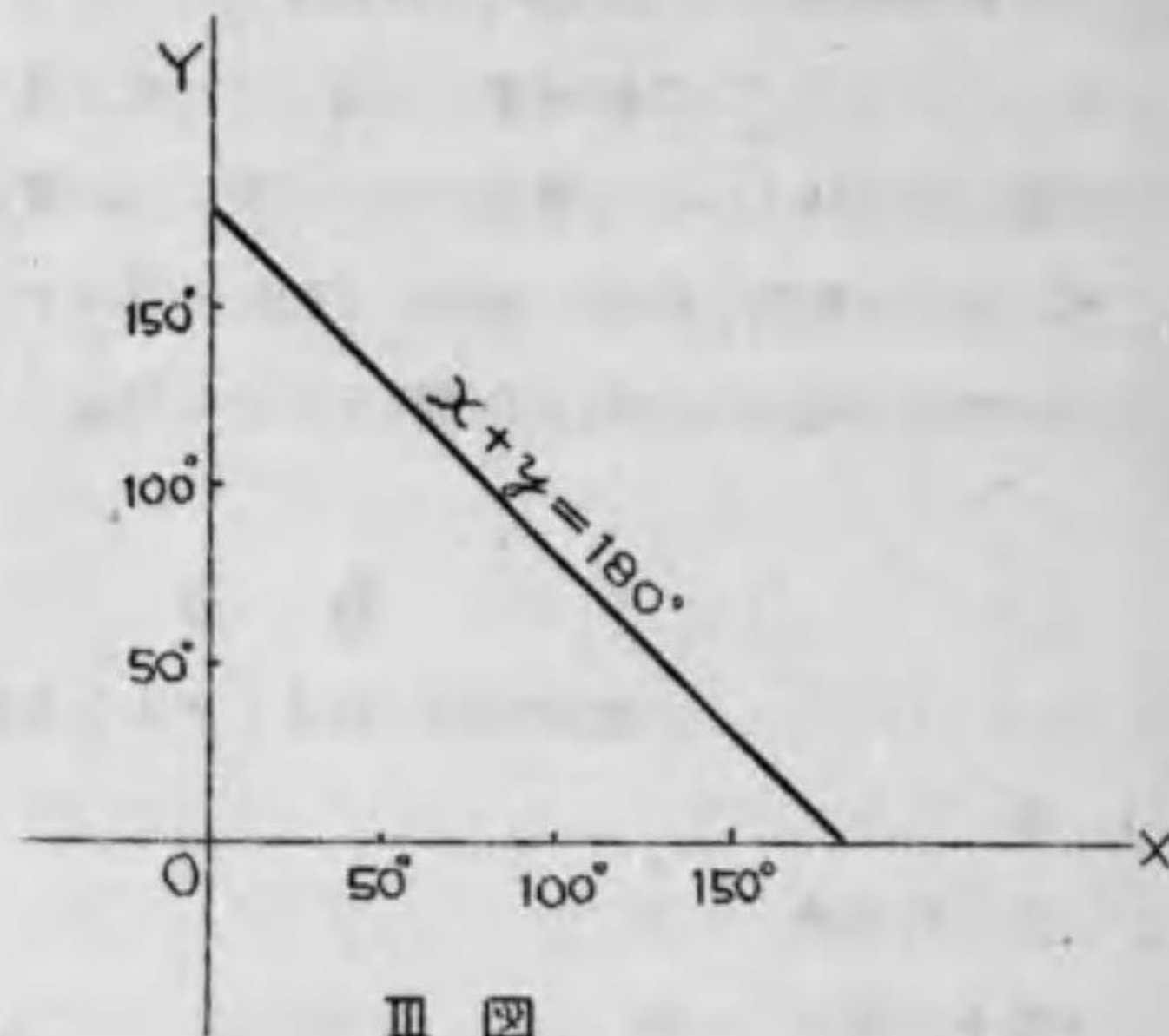


II 図

或ハIII図ノ如ク、

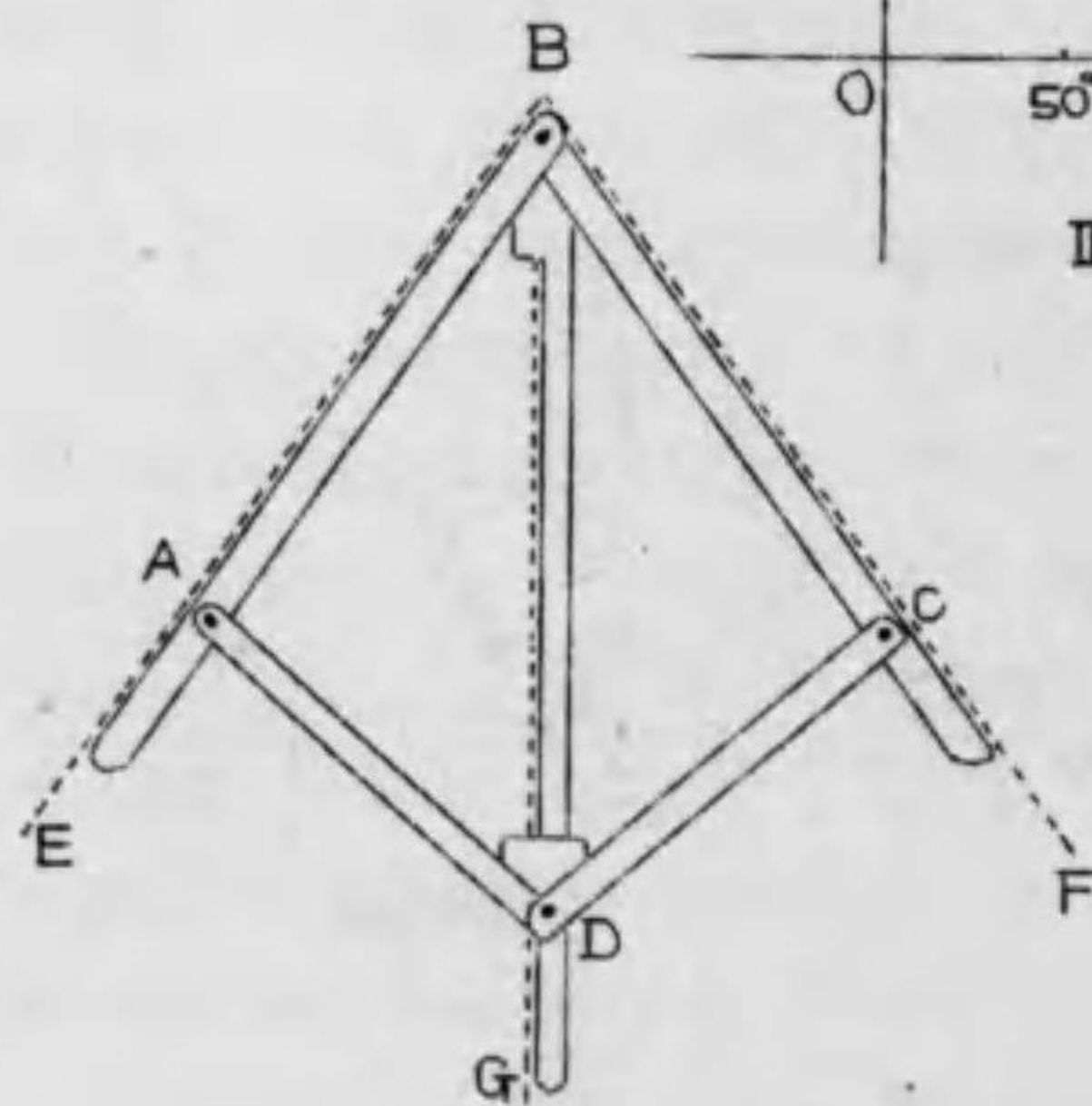
$$x + y = 180^\circ$$

ノ graph ヲ作ラシメテ二元一次方程式ノ graph ハ直線トナルコトヲ知ラシム。



III 図

(2) 角ノ二等分器



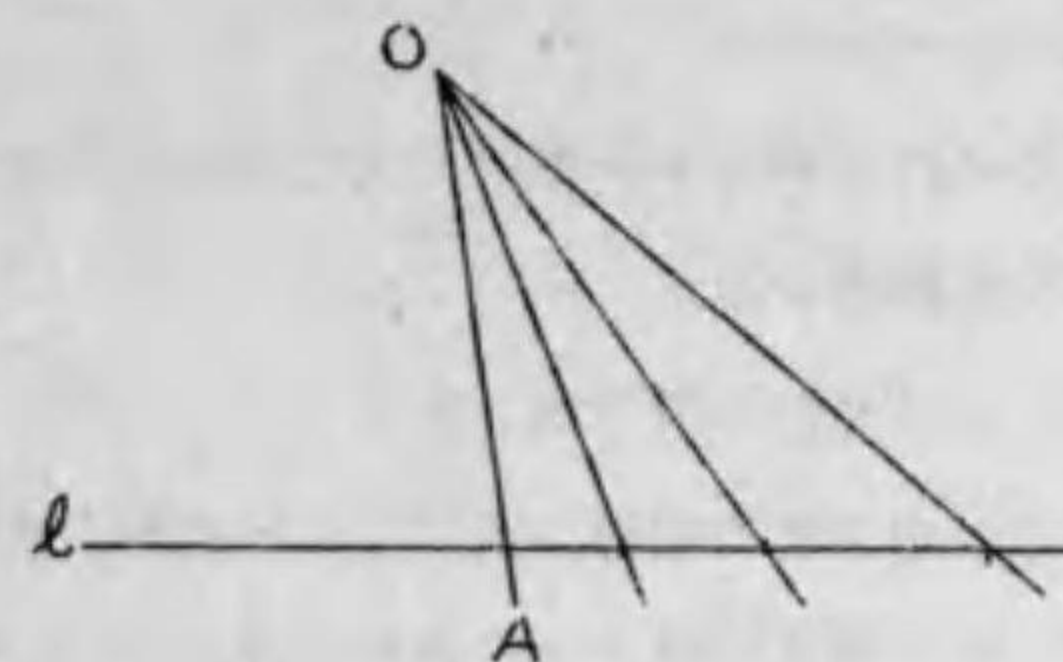
上図ニ於テABC.Dノ所ハ自由ニ廻轉シ得ル様ニシ、AD=DC、AB=BCト

ス、且DハBD上ヲ自由ニ動キ得ル様ニス。

コノ二等分器ノ構造及ビ任意ノ角EBFノ二等分線BGヲ引キ得ル理由ヲ生徒ニ述ベシム。

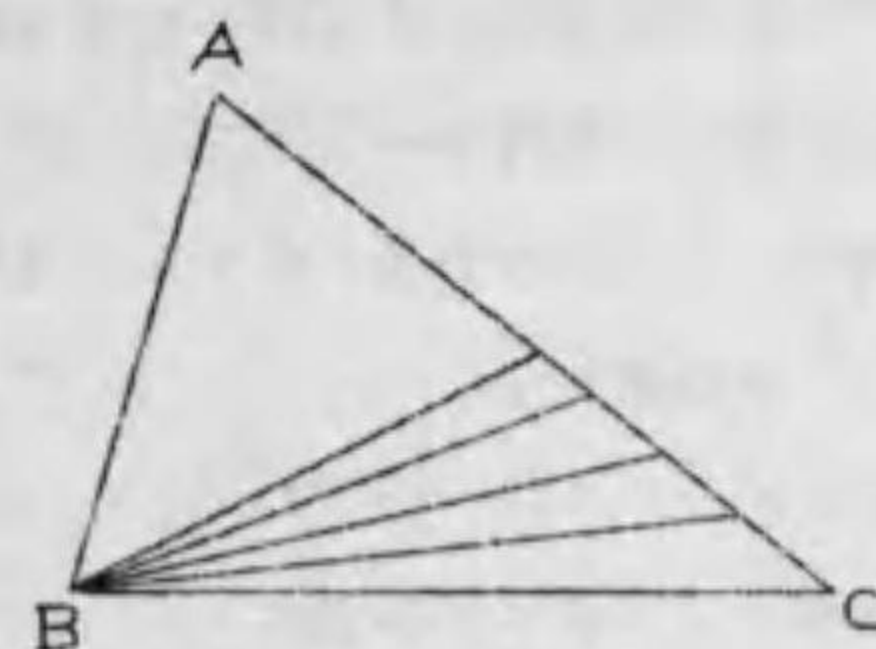
(3) 平行線

一直線l以下ノ一点Oヲ通りlト交ル任意ノ直線ヲOAトス。OAヲOノ周リニ連続的ニ廻轉スレトキ、lトノ交点ハ次第ニ遠ザカリテ、遂ニ、lニ平行ニナルコトヲ考察セシム。



(4) 三角形ノ内角ノ和

△ABCノ辺AB及∠Aヲ固定シ、BCヲBノ周リニ廻轉スレバ∠B、∠Cハ如何ニ關係シテ変化スルカヲ考ヘシム。例ハ(∠Bカ5°、10°、15°ト減少スレバ∠Cハ如何ニ変ルカ。



(5) 一ツノ三角形ノ辺及角ノ大小

定理、「三角形ノ二辺カ不等ナルトキ、大ナル辺ニ對スル角ハ小ナル辺ニ對スル角ヨリ大ナリ」

今辺ABト∠Aヲ固定シ、辺ACヲAD、AE、AF、

ノ如ク次第ニ変化セシムレトキ、∠ACB、

∠ADB、∠AEB、.....ハ次第ニ減少シ

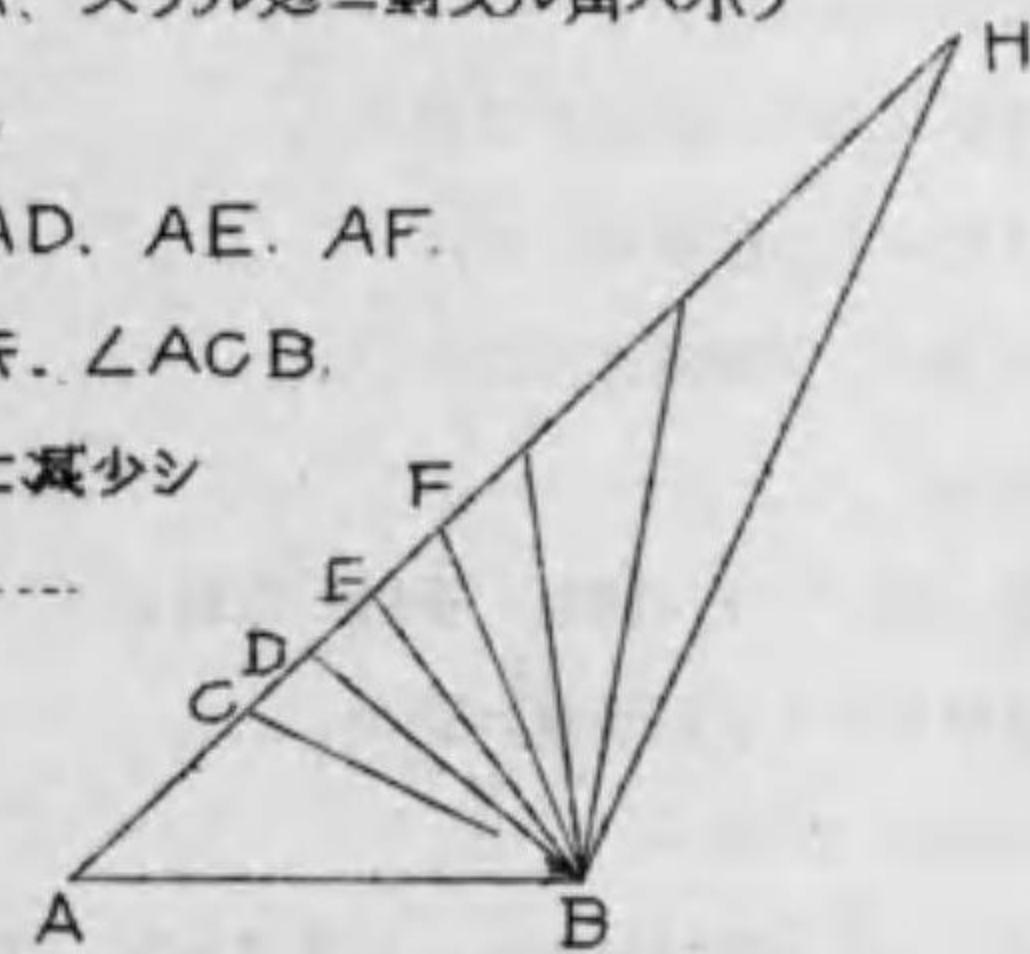
∠ABC、∠ABD、∠ABE.....

ハ次第ニ増大ス。

ソシテ

$$AC \cong AB \text{ ナラバ}$$

$$\angle ACB \cong \angle ABC \text{ トナルコトヲ直観セシム。}$$



定理「三角形ノ二角カ不等ナルトキ、大ナル角ニ對スル辺ハ小ナル角ニ對スル辺

ヨリ大ナリ」

ニ就イテモ上ト同様ニ

辺ABト∠Aヲ固定シ∠ABCヲ∠ABD, ∠ABE……ノ如ク次第ニ増大セシムルトキ、

∠ABC ≦ ∠Aナラバ AC ≦ BCトナル。

コトヲ直観セシム。

(6) ニツノ三角形ノ辺及角ノ大小

定理「二辺ガ夫々相等シイニツノ三角形ニ於テ、ソノ夾角ガ不等ナルトキハ、大ナル夾角ヲ有スル三角形ノ第三辺ハ小ナル夾角ヲ有スル三角形ノ第三辺ヨリ大ナリ」

定理「二辺ガ夫々相等シイニツノ三角形ノ第三辺ガ不等ナルトキハ、ソノ大ナル方ノ對角ハ小ナル方ノ對角ヨリ大ナリ」

以上ノニツノ定理ヲツニマトメルト次ノ定理トナル。即チ、

定理「二辺ノ大サガ各一定ナル三角形ニ於テ、ソノ夾角ト第三辺ノ大サハ相伴ヒテ増減ス」

右図ニ於テ、AB、BCハ

細キ棒ニシテBニテ自由ニ

動キ得ル様ニシ、ACハ、

ゴムテープトス。

∠B又ハACノ何レカヲ変

化サセルト∠B及ACノニ

ツハ相伴ヒテ増減スルコト

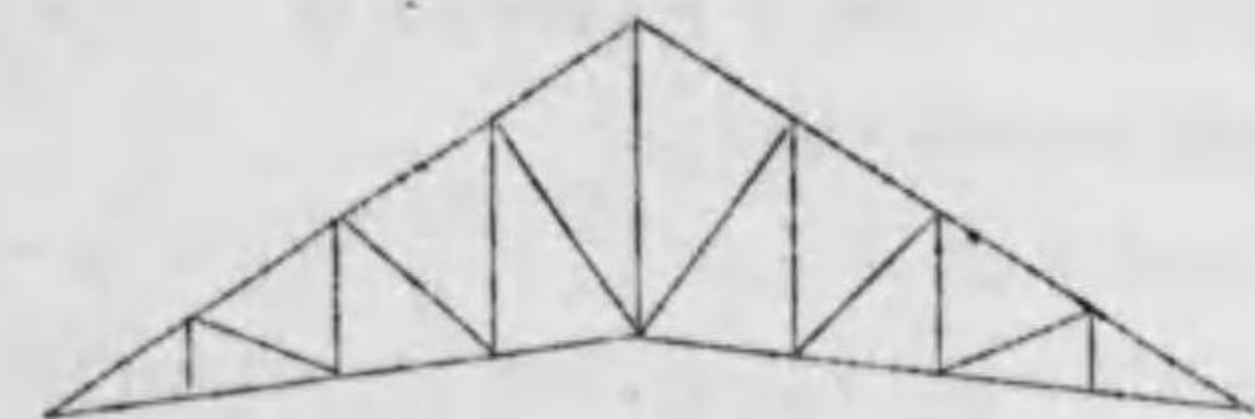
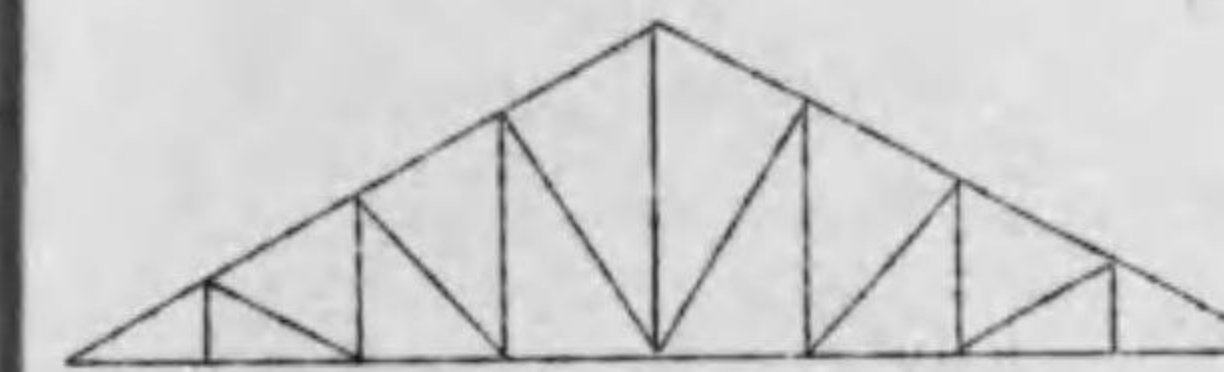
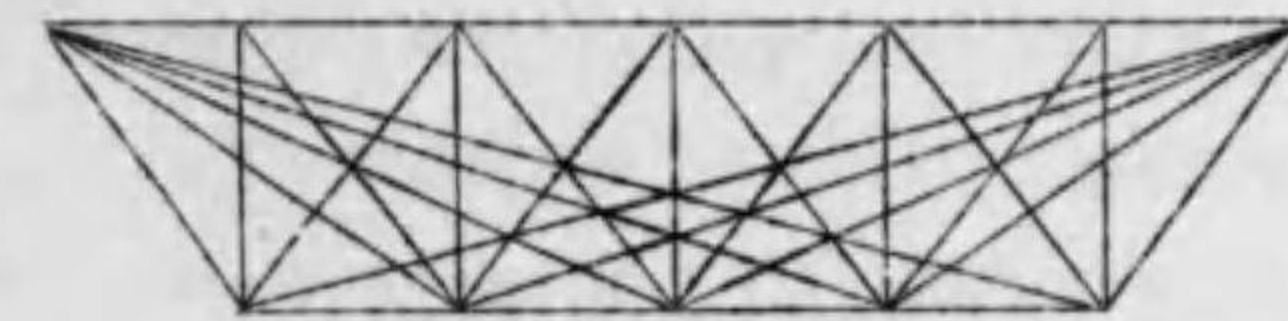
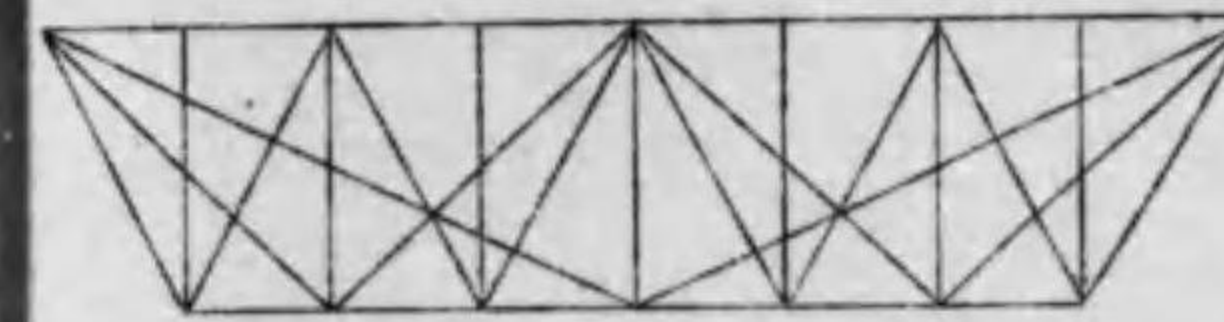
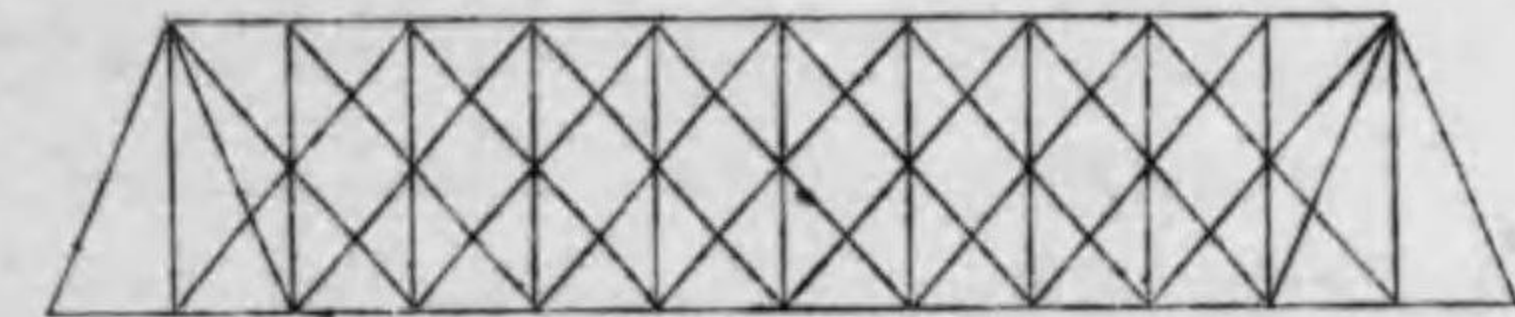
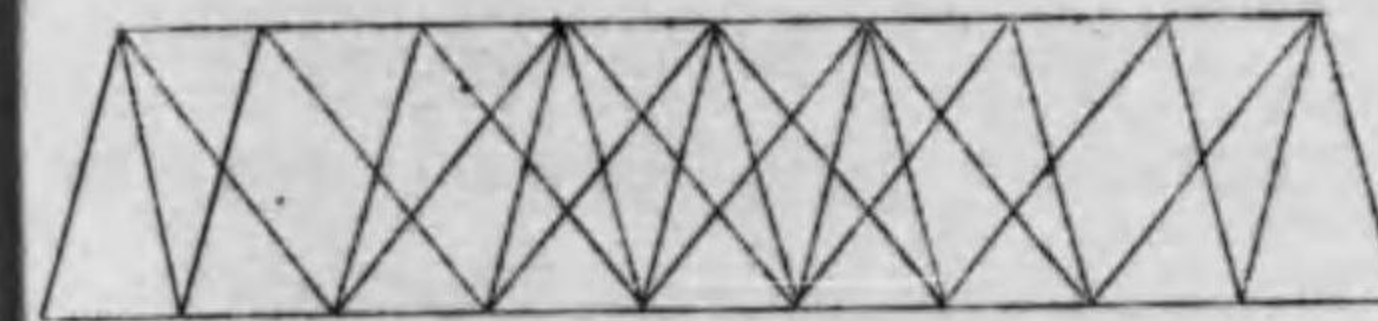
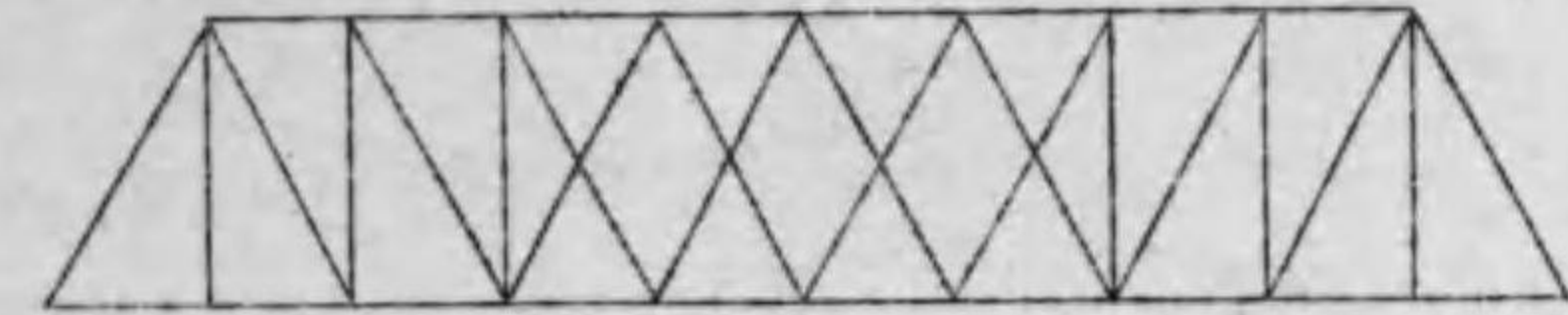
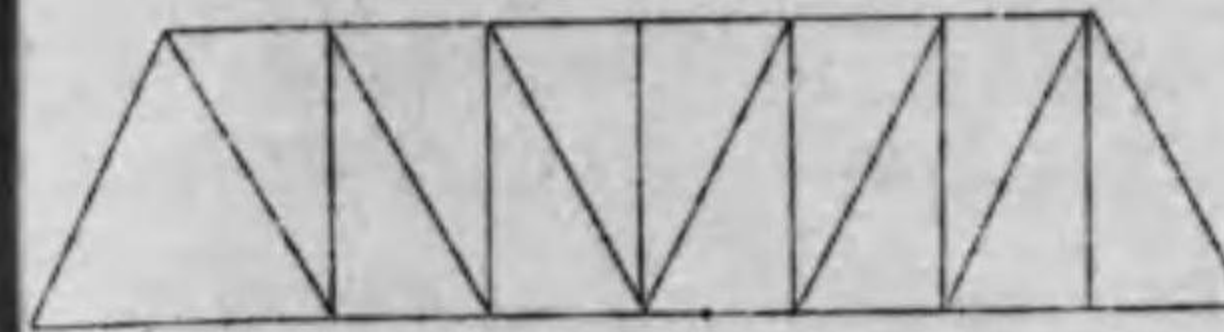
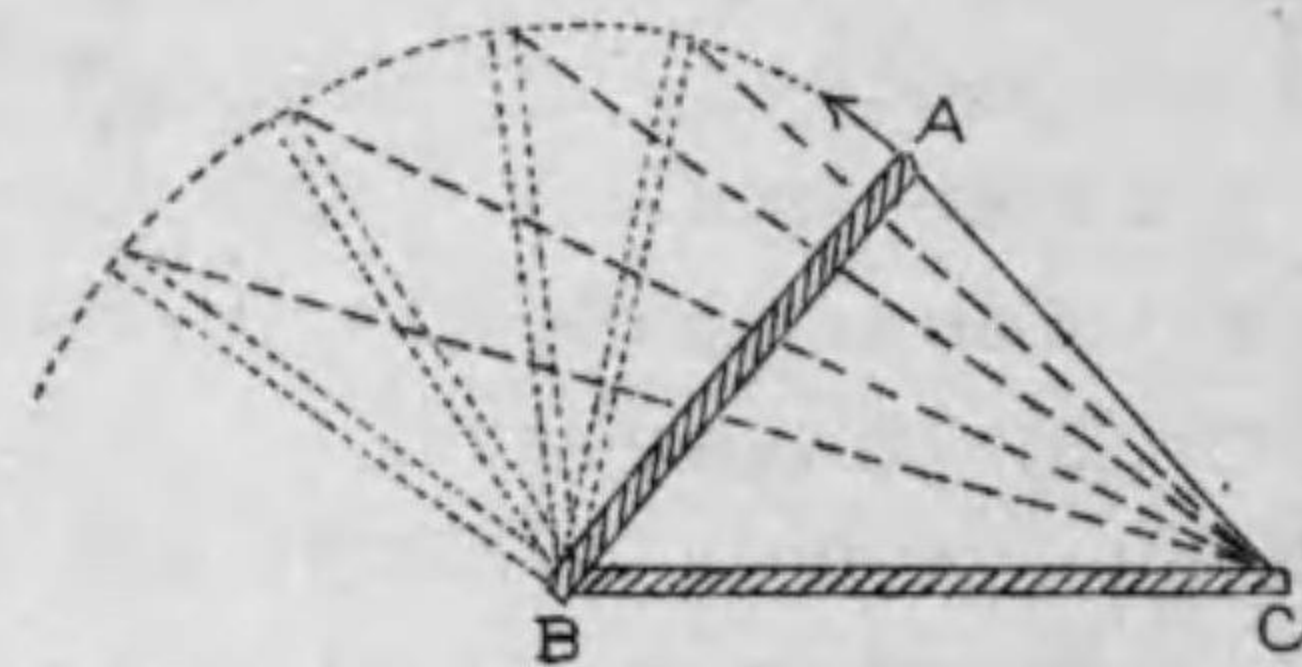
ヲ知ル。

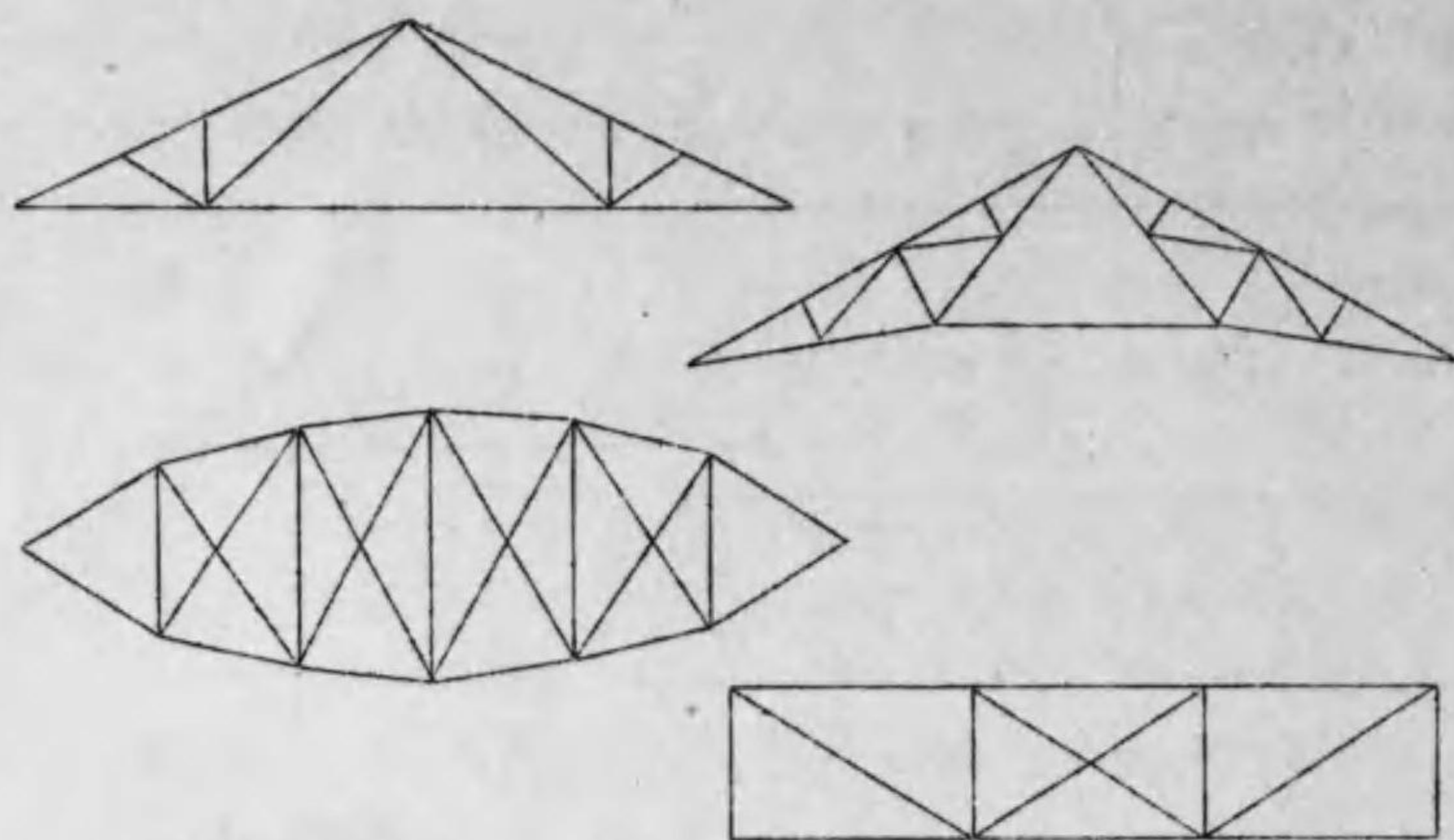
實際ノ例トシテハ時計ノ長針、短針トソノ先端ヲ結ビテ生ズル三角形又温室ナドノ開閉窓ナドニ於テ常ニ見ル。

(7) 三角形ノ応用

三角形ハ辺ノ長サヲ変ズルニ非ザレバ、決シテ変形セザル唯一ノ多角形ナリ。

三角形以外ノ多角形ハ辺ノ長サヲ変化セズシテ変形セシメ得。従ツテ建築物、橋、起重機等ノ桁橋ニ変形セザル三角形カ盛ニ用ヒラル。數例ヲ次ニ示サン。

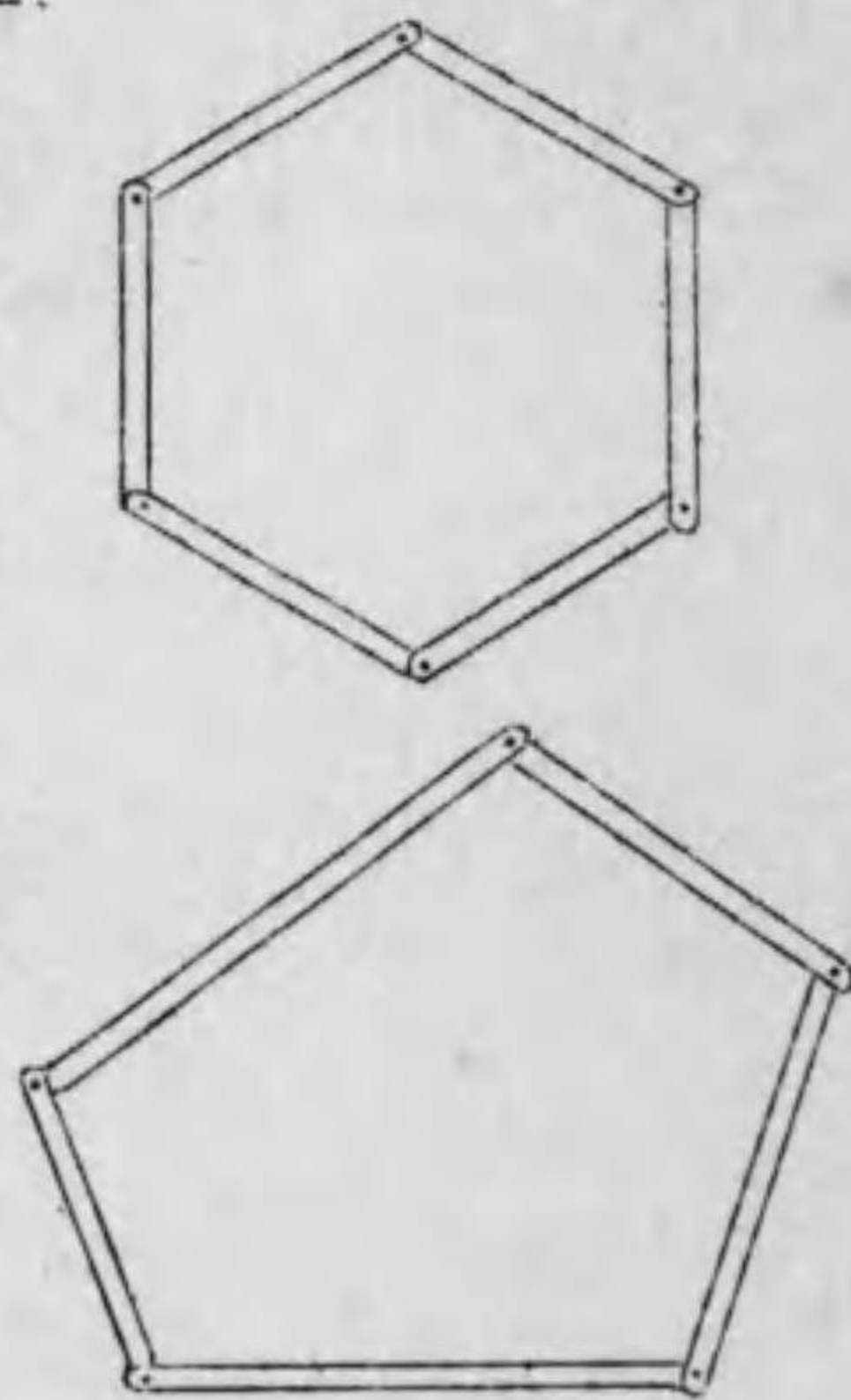




(8) 正多角形ノ定義

正多角形ハ花ニ、蜂ノ巣ニ、結晶ニ、建築ニ、
器具ニ、図案ニ合々ノ周圍ニヨク見ラルル
モノナレドモ、生徒ハ多角形ハ等辺ナラバ
等角、等角ナラバ等辺ナリト連断シ易キ傾
キアル故ニ、正五角形、正六角形等ヲ本ノ
枠ニテ作り頂角ノ所ハ自由ニ廻轉シ得ル様
ニ作りテ、正多角形ノ定義ヲ徹底セシムル
爲ニ用フ。

即チ、コレヲ少シ押シテ変形スレバ等辺ナ
レドモ等角ナラザル故正多角形ニアラザル
コトヲ示シ、又等角ナレドモ等辺ナラザ
ル多角形ヲモ示スナリ。



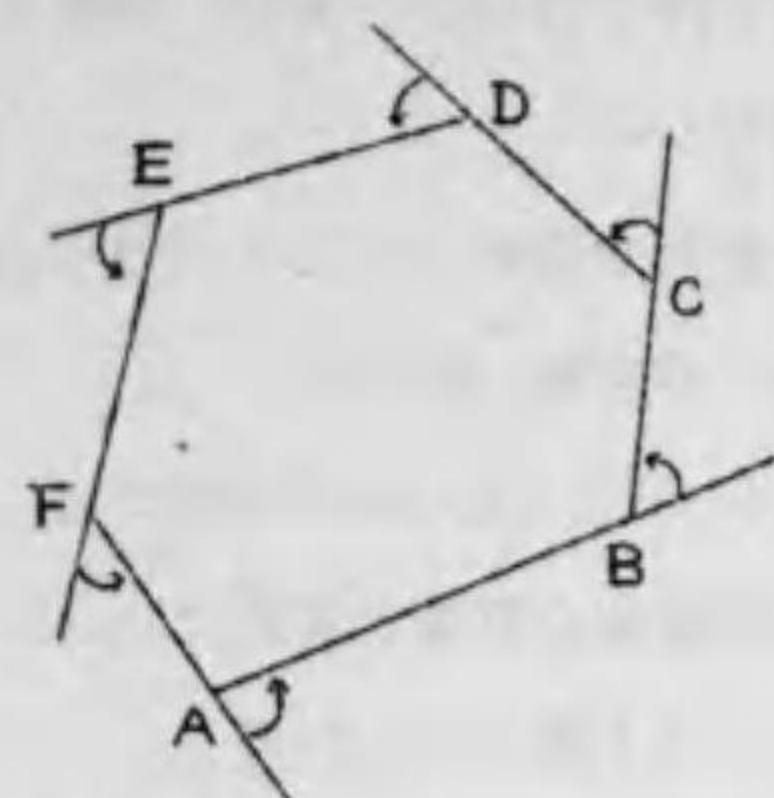
(9) 多角形ノ外角

定理 「凸多角形ノ各辺ヲ順次ニ延長シテ依リタル外角ノ和ハ四直角ニ等シ」

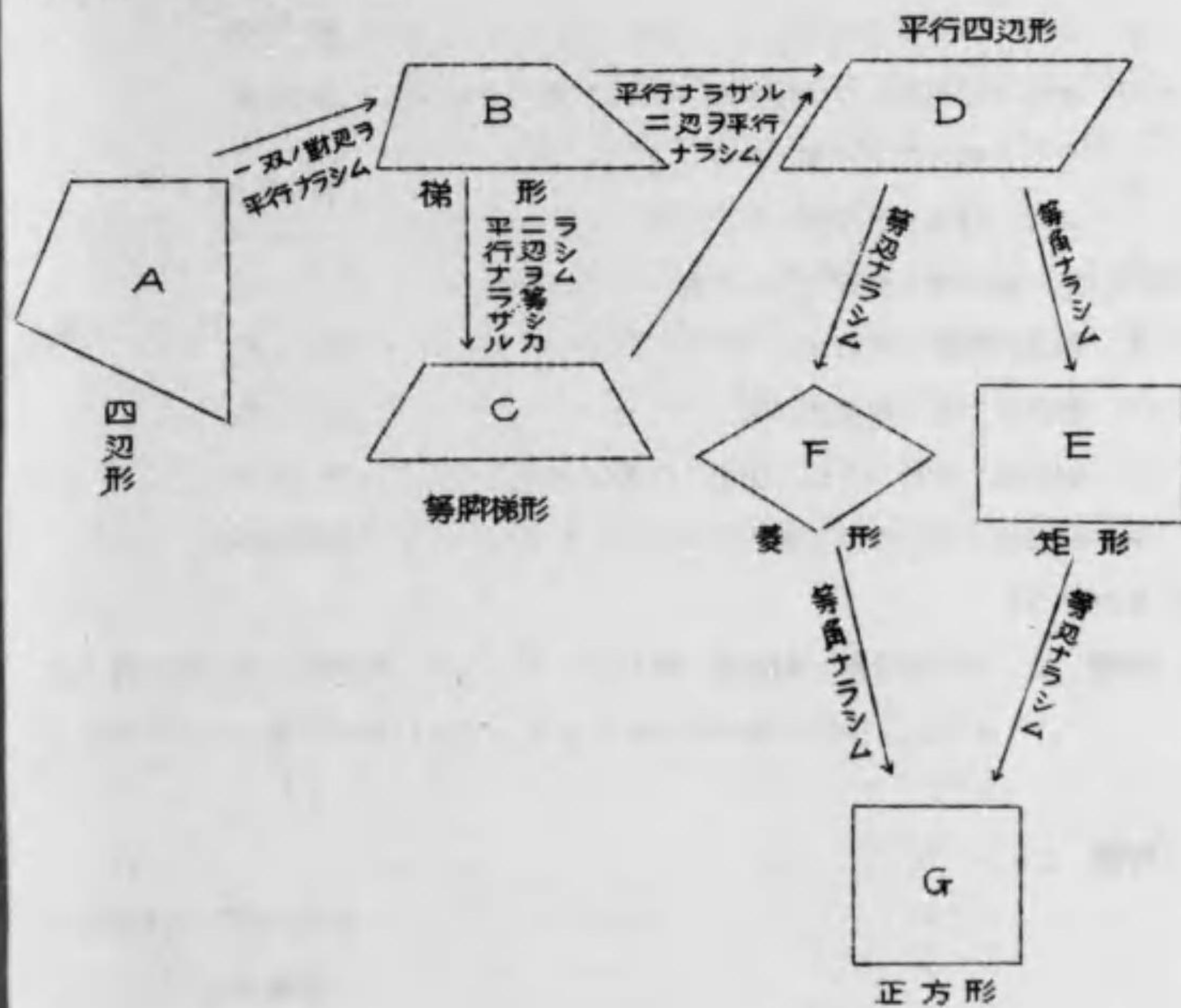
運動ノ觀念ヲ自由ニ用ヒテコノ定理ヲ證

明スルニハ、次ノ様ニスレバヨシ。

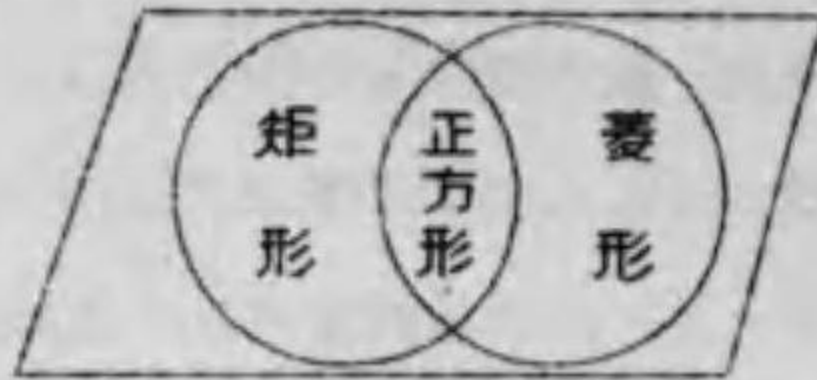
今一人ノ人ガ多角形ABCDEFノ周リ
ヲ歩行スルトスレバ各頂角ニ於テソノ角
ノ外角タク廻轉シテ、彼カモトノ出発點
ニ達シタトキハ丁度一廻轉シタコトニナ
ルカラ、外角ノ和ハ四直角ニ等シクナル。



(10) 種々ノ四辺形ノ關聯



棒ニテ四辺形ノ枠ヲ作り、ソレヲ変形シテ一雙ノ對辺ガ平行ニナレバ梯形トナルコトヲ示ス。又平行四辺形ノ枠ヲ作りテ、変形シテ矩形トナルコトヲ直観セシム。



平行四辺形

同様ニ、菱形ヲ変形スルコトニヨリテ正方形トナルコトヲ實際ニ見セル。

尚餘談ナレドモ、次ノ如キ分類ニヨリテ、生徒ヲシテ興味深ク智識ヲ徹底セシムルコトヲ得。

四辺形ノ辺ト角ニヨル分類。

- ① 總テノ辺ガ等シキモノ 菱形
- ② 總テノ角ガ等シキモノ 矩形
- ③ 總テノ辺ガ等シク、且ツ總テノ角ガ等シキモノ 正方形
- ④ $\left\{ \begin{array}{l} \text{二雙ノ對辺ガ夫々等シキモノ} \\ \text{二雙ノ對角ガ夫々等シキモノ} \end{array} \right\}$ 平行四辺形

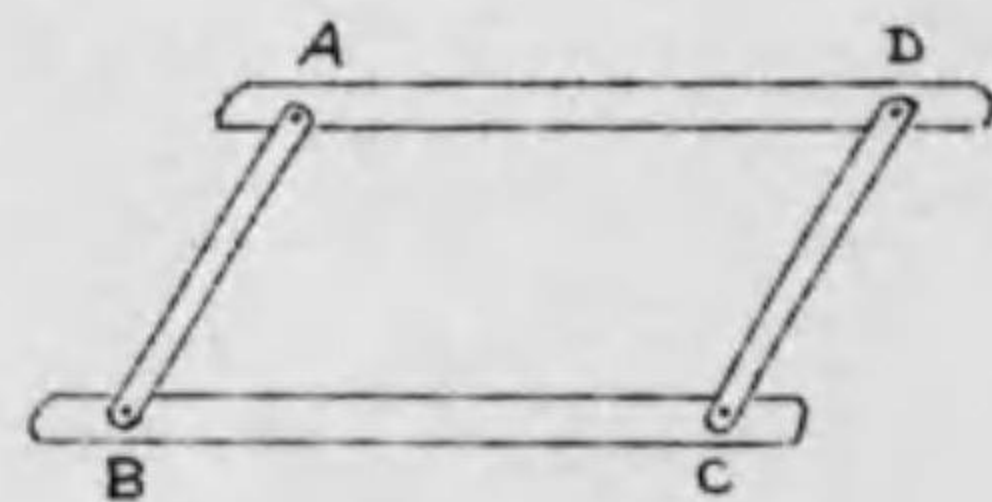
平行四辺形ノ對角線ノ性質ニヨル分類

- ① 對角線相等シキモノ 矩形
- ② 對角線ガ互ニ垂直ナルモノ 菱形
- ③ 對角線ガ相等シク且ツ垂直ナルモノ 正方形
- ④ 對角線ガ互ニ他ヲニ等分スルダケノモノ 平行四辺形

(11) 平行四辺形

問題. 1. 平行四辺形ノ對角線ノ長サヲ一定ニシテ、對角線ノナス角ヲ種々變化セシメテ以テ平行四辺形ノ各辺ノ長サハ如何ニ変ズルカラ考ヘシム。

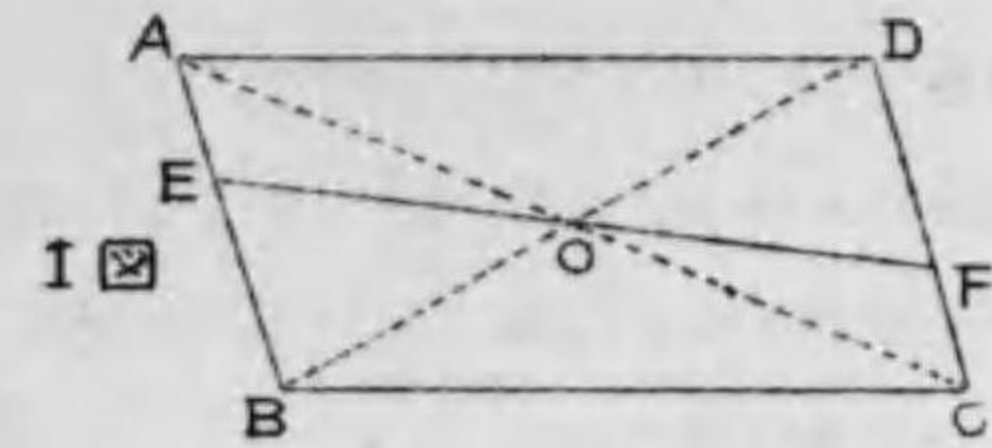
問題. 2.



平四ノ如キ平行線定規ノ整理ヲ述ベシム。

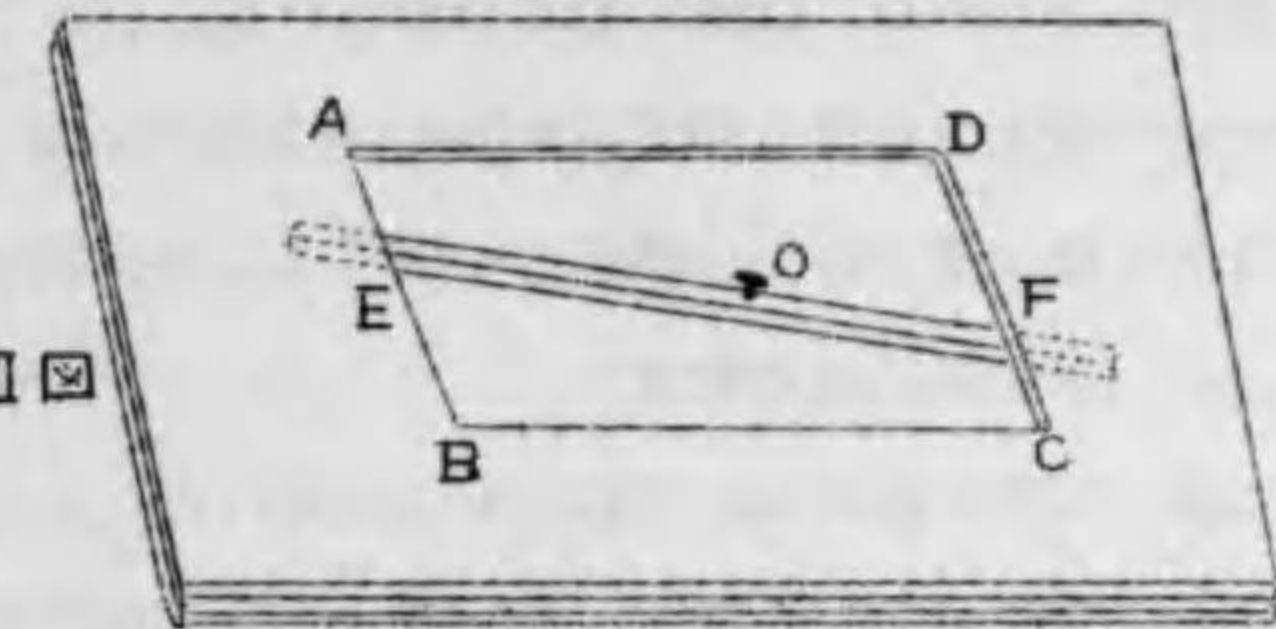
問題. 3.

□ABCDノ對角線ノ交点Oヲ通ル直線ト辺トノ交点ヲEFトスレバE O = O Fナリ。(I圖)



コレヲII圖ノ如ク作ル。

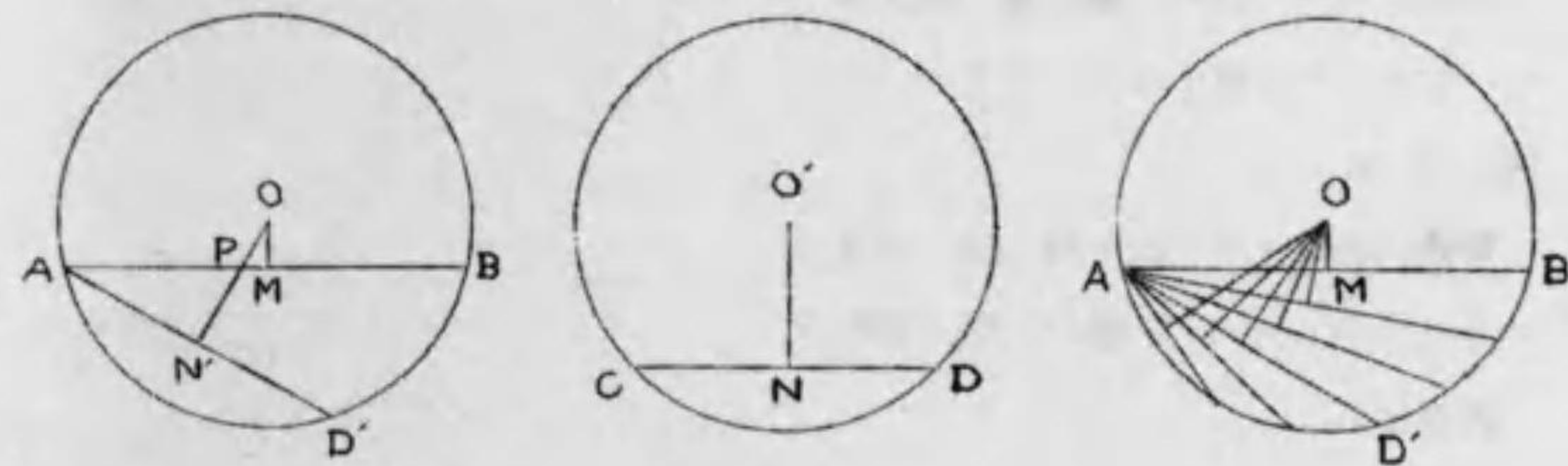
即チ、一枚ノ板ニハ平行四辺形ヲ切抜キ他ノ板ニハ棒EFヲ針Oニ



ヲ止メ、Oハ對角線ノ交点ノ位置ニクル様ニスル。EFヲOノ周リニ迴轉スレバE O = O Fハ棒ノ位置ニ關セス成立スルコトヲ示シ、從ツテ平行四辺形ハ交点Oニ關スル對稱ナルコトヲ見セル。

(12) 円ニ於ケル弦ト中心カラノ距離ノ關係

定理. 「同円又ハ等円ニ於テ、大ナル弦ハ小ナル弦ヨリモ中心ニ近シ、及ソノ逆」



O, O'ヲ等円トシ AB > CDトス。

今ニ円 O, O'ヲ重ネ, CヲAニ重ネルト

$$\widehat{AB} > \widehat{AD'}$$

∴ D'ハ \widehat{AB} 上ニクル, 從ツテ ON'ト ABハ交ル, ソノ交點ヲ Pトスレバ,

$$OP > OM$$

$$\therefore ON' > OM$$

AD'ヲAノ周リニ廻轉シテ弦ヲ変化セシムレバ, ソレニ応ジテ中心カラノ距離ガ如何ニ変化するカ、即チ函数關係ヲ知ラシメ得。

コノ定理ノ逆ノ部分ハ間接法、帰謬法ニテ證明シ得。

(13) 弧、中心角、弦ノ關係

問題 「円ノ弧トソレニ對スル中心角ハ互ニ正比例ス」

「扇形ノ中心角トソノ面積ハ互ニ正比例ス」

「円ノ弧トソレニ對スル弦ハ互ニ正比例セズ」

弧ヲ連続的ニ変化セシメテ、ソレニ對スル中心角及弦ノ函数的変化ヲ觀察セシム。

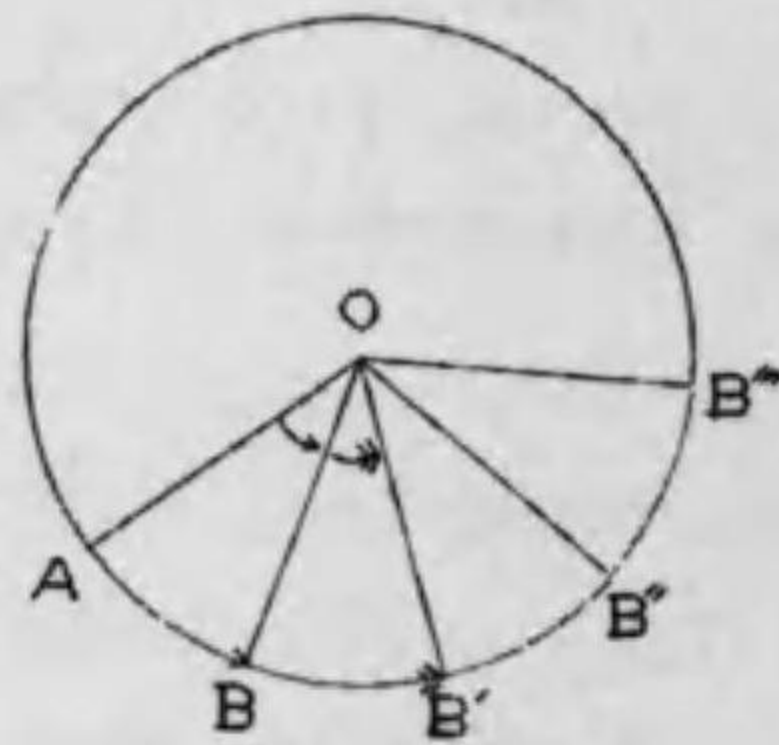
或ハ中心角ヲ変化セシメテソレニ對スル弧及弦ノ変化ヲ見ルモヨシ。

ソシテ中心角ヲ知レバソレニ對スル弧モ

ソレヲ中心角ニモツ扇形ノ面積モ、計算

出來ルコトヲ知ラシム。

コノ性質ヲ應用シタ实例ヲ挙クレバ分度器、時計、瓦斯メーター、電氣メーター、水道メーター、羅針盤、円グラフ、扇形グラフ等ナリ。

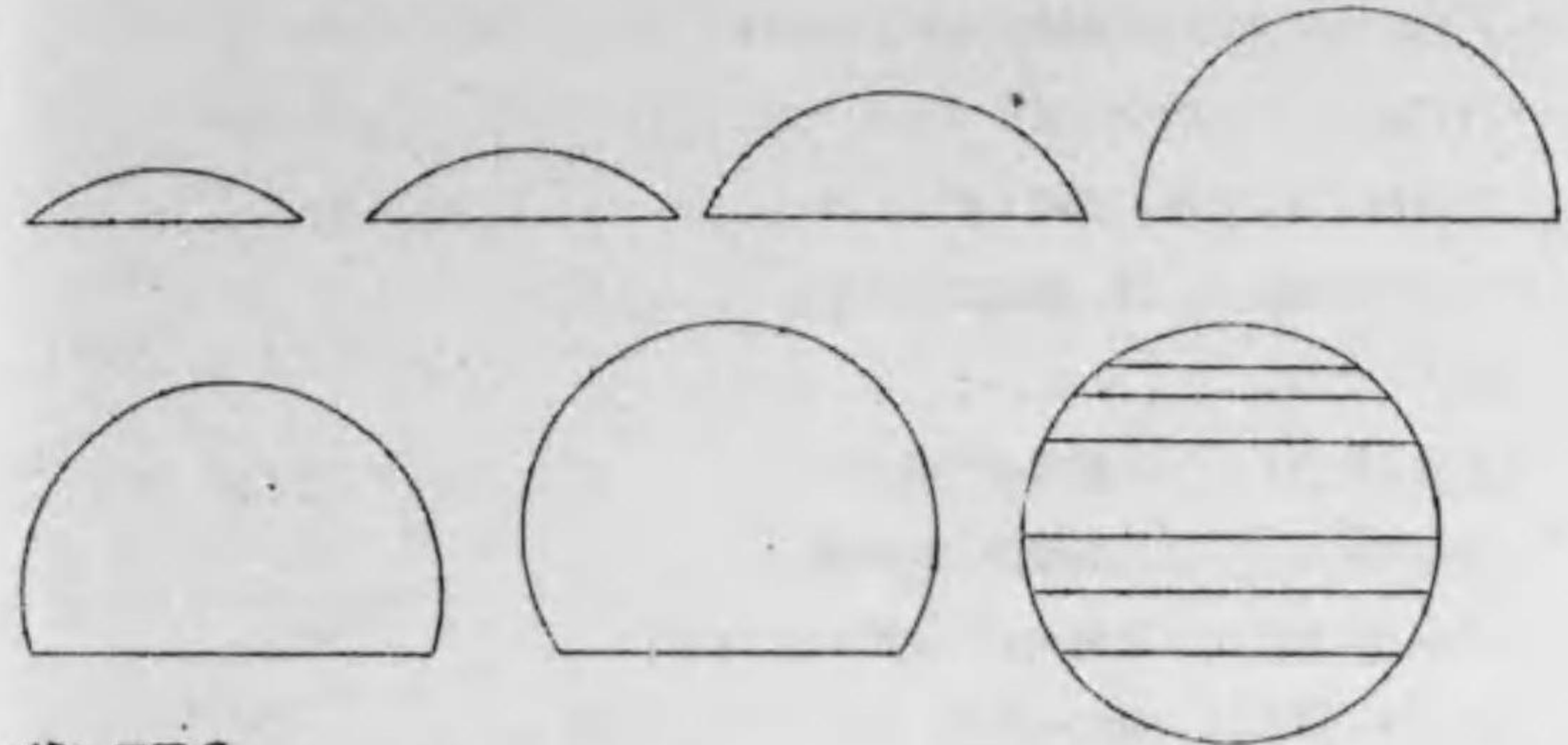


(14) 弓形

定義ヲ明確ナラシムル爲ニ弦ノ位置ヲ

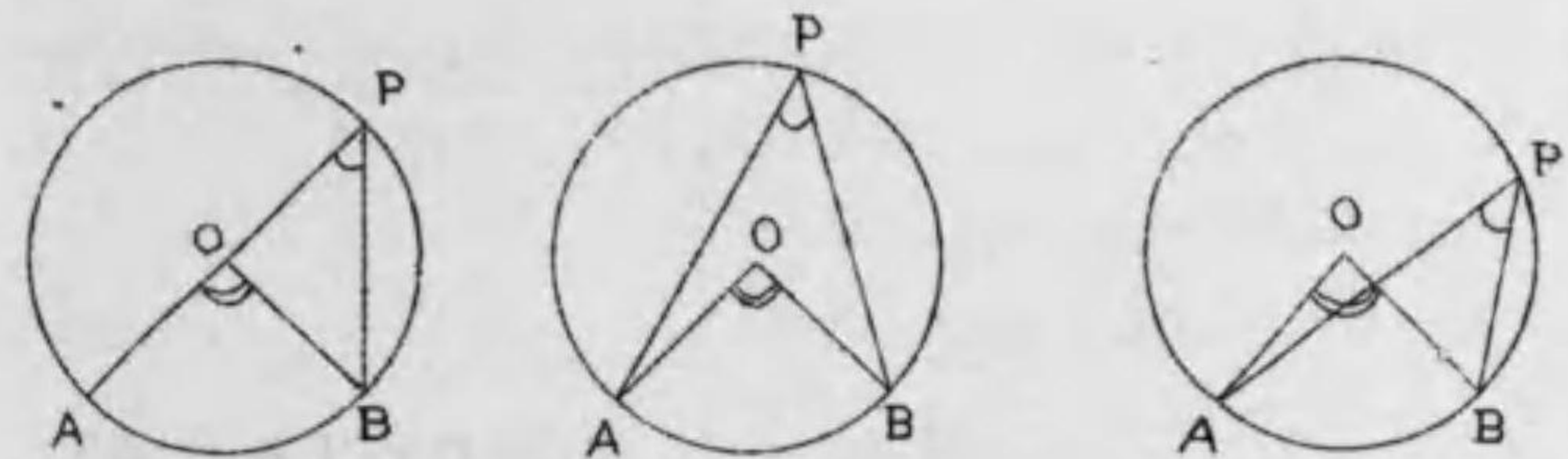
色々ニ変化セシメテ種々ノ形ノ弓形ヲ

觀察セシム。



(15) 円周角

定理 「円周角ハコレニ對スル弧ノ上ニ立ツ中心角ノ半分ニ等シ」



普通上ノ三ツノ場合ニ分ケテ證明スレドモ、円周角説明器ヲ使用スレバ円周角ノ頂點Pヲ連続的ニ移動スルコトニヨリテ總テノ位置ノ変化ヲ互ニ關聯シテ教極シ以テ理解セシメ易ク興味ヲ喚起セシムルコトヲ得。

從ツテ上ノ三ツノ場合ノ證明法ノ異ナル處ヲ知ラシメ、ソノ間ノ關係ヲ明カニ示シ得ルナリ。

(16) 切線

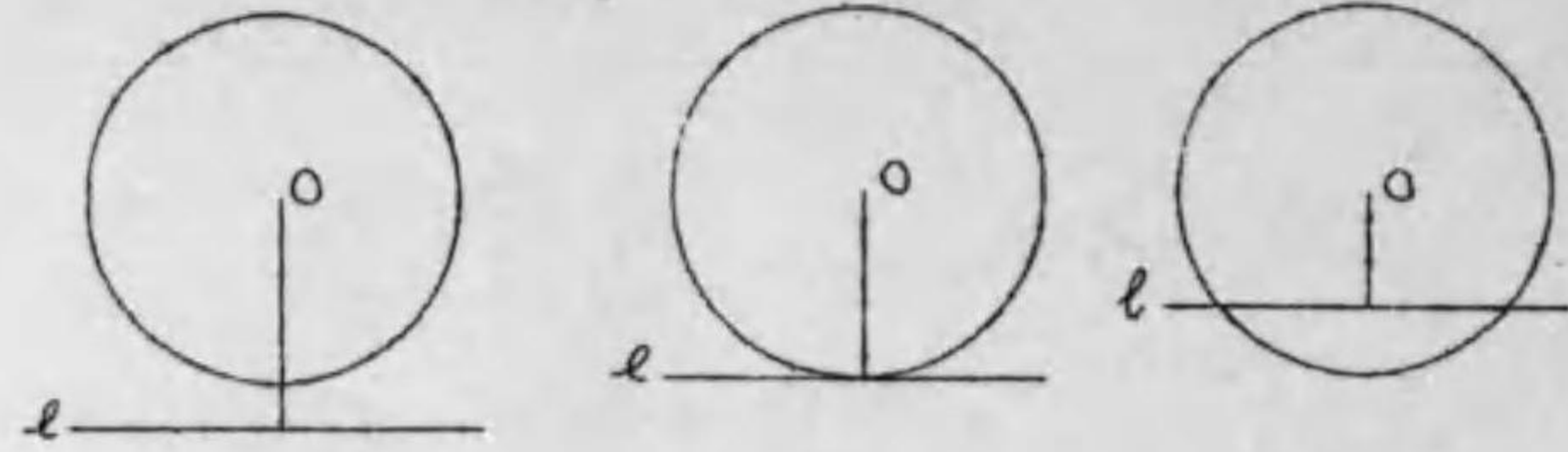
定義ヲ説明スルニ次ノ方法ヲ用フ。

何トナレバハI図ノ正カラ減ジテII図ノ零ヲ通過セル故ナリ。

(18) 円ト直線ノ位置ノ關係。

及円ノ中心ト直線トノ距離。

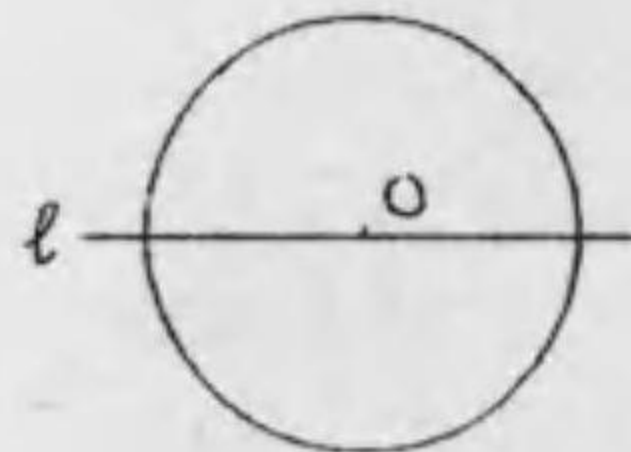
一枚ノ円板ト眞直ナ細キ棒ニテ漸次動カシツツ觀察セシム。



I 図

II 図

III 図



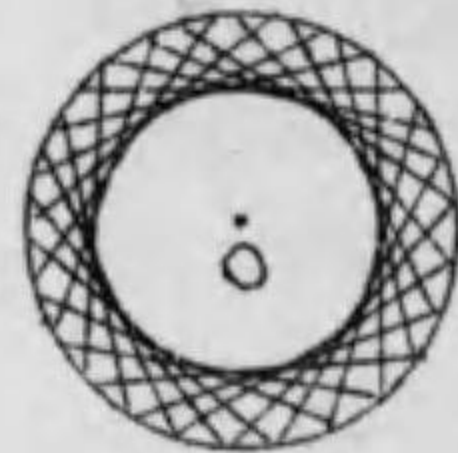
IV 図

- I 図 直線ガ円ト全ク出会ハナイトキ。
円ノ中心ト直線トノ距離ハ半径ヨリ大。
- II 図 直線ガ円ニ切スルトキ。
円ノ中心ト直線トノ距離ハ半径ニ等シ。
- III 図 直線ガ円ト交ハルトキ。
円ノ中心ト直線トノ距離ハ半径ヨリ小。
- IV 図 直線ガ円中ヲ通ルハ円ノ中心ト直線トノ距離ハ零。

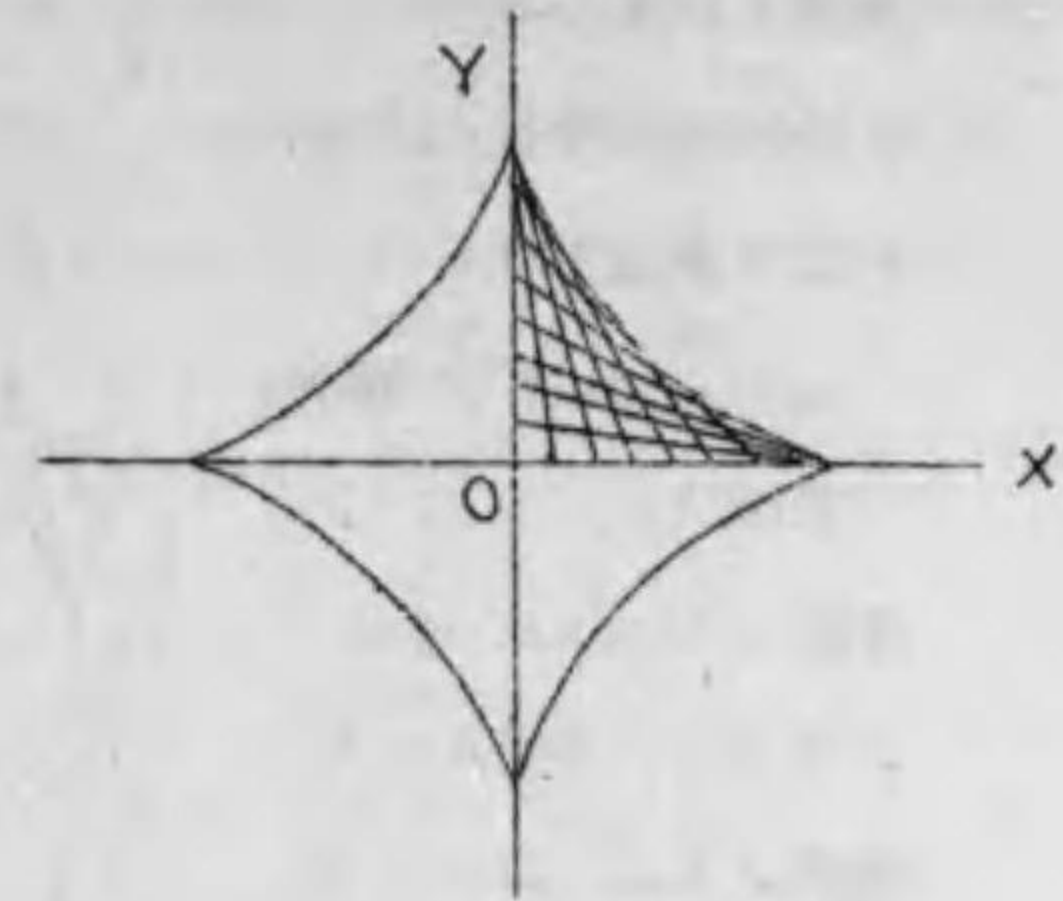
(19) Envelope (包絡線)

アル條件ニ從ツテ直線又ハ曲線ガ動クトキ、ソレラノ線ニ切スル新シキ線ヲ得ルトキ、ソノ新シキ線ヲソレラノ線ノ包絡線トイフ。

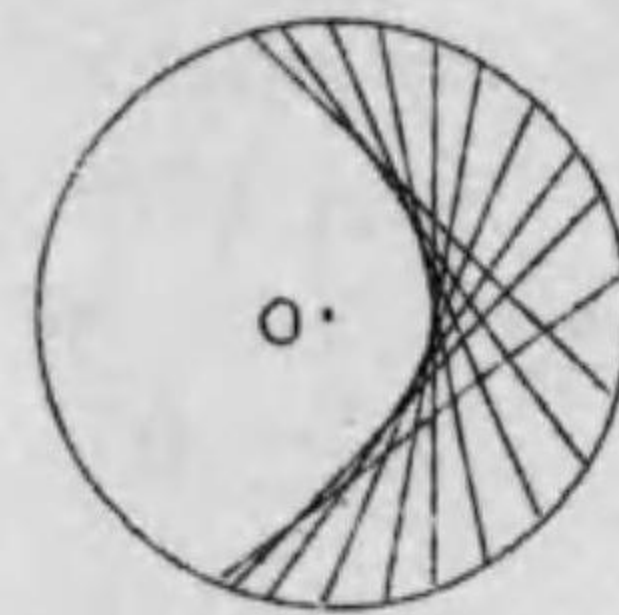
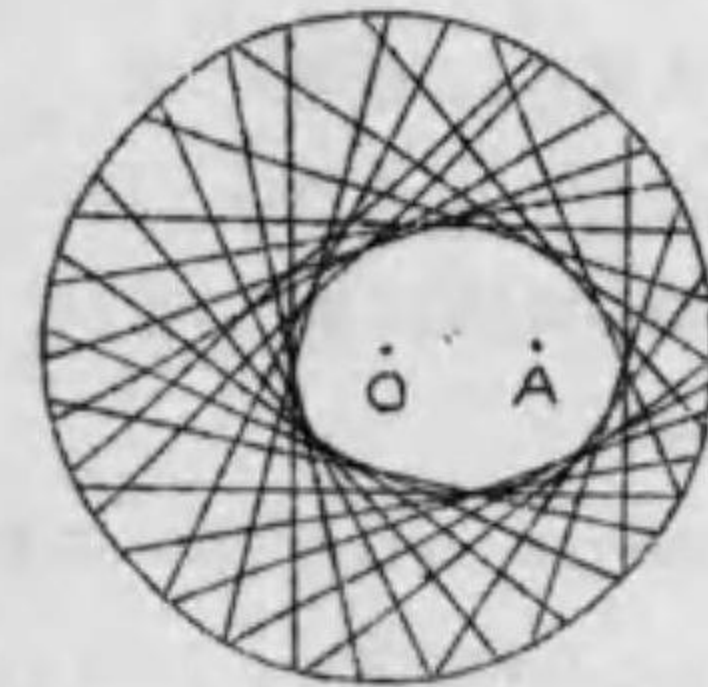
例1. 一ツノ円ノ相等シイ弦ノ他ノ一ツノ同心円ヲ包絡ス。



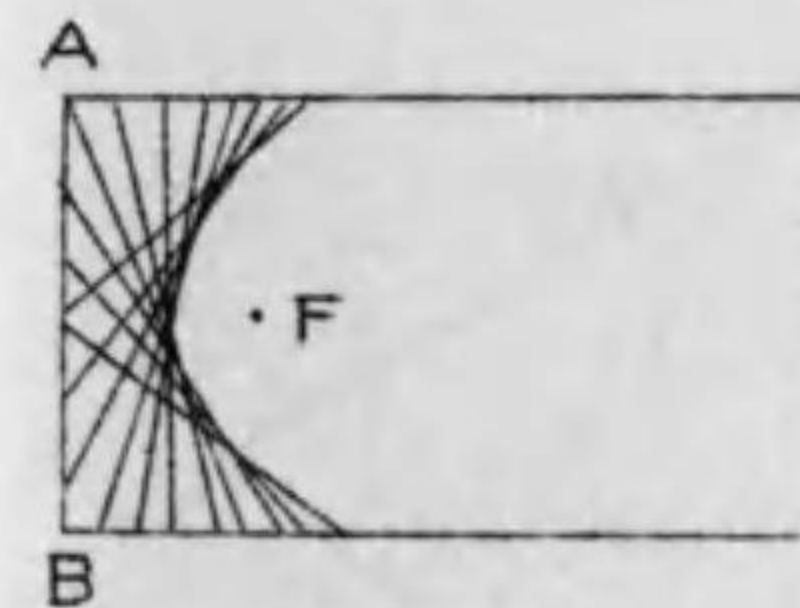
例2. 一定ノ長サヲ有スル線分ガ其両端ヲ各直交セルニ直線上ニ置キツツ動クトキハ Astroid. (星芒形) ヲ包絡ス。



例3. 円O内ノ一定点ヲAトス。円周ガAヲ通ル様ニ円ヲ折リ曲ゲテ生ズル弦ハOトAヲ焦点トスル橢圓ヲ包絡ス。



例4. 円O外ノ一定点ヲAトス。円周ガAヲ通ル様ニ円ヲ折リマゲテ生ズル弦ハOトAヲ焦点トスル双曲線ヲ包絡ス。



例5. 定直線ABヲ定點Fニ重ナル様ニ折リハ折目ハFヲ焦點トスル拋物線ヲ包絡ス。

例6. 円周上ノ一臬Aヨリ引キタル

弦ヲAPトシ、 $\angle APO =$

$\angle OPQ$ ナラシム、カカル

PQヲ尖山引ケバ、

Cardioid (心臓形)

ヲ包絡ス。

實際ニ Cardioid

ノ生スルノヲ見ルニハ

電燈ノ下ニ、コップ又

ハ茶碗ヲ置ケバソノ底

ニ生スル。

或ハ円周ヲ九等分シ、任意ノ二臬

ABヲ結ブ弦ヲ引ク、Aカラーツ目、Bカラ

ニツ目ノ分臬ヲ同方向ニ数ヘテ取リ、ソノ二

臬ヲ結ブ弦ヲヒク。

コレヲ繰リ返セバ、コレラノ弦ハ矢張り

Cardioid ヲ包絡ス。

二臬ABノ廻轉ノ速サヲ変ズレバコノ

Cardioid モ変化ス。

(20) 切線ト弦トノナス角。

定理 「切線トソノ切臬ヲ通ル弦トノナス角

ハ、ソノ角内ニアル弧ノ上ニ立ツ円

周角ニ等シイ。」

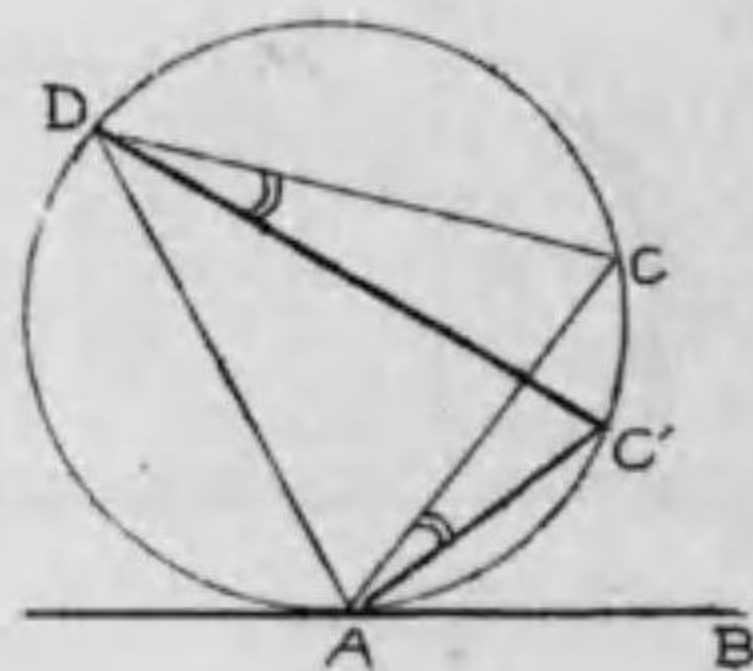
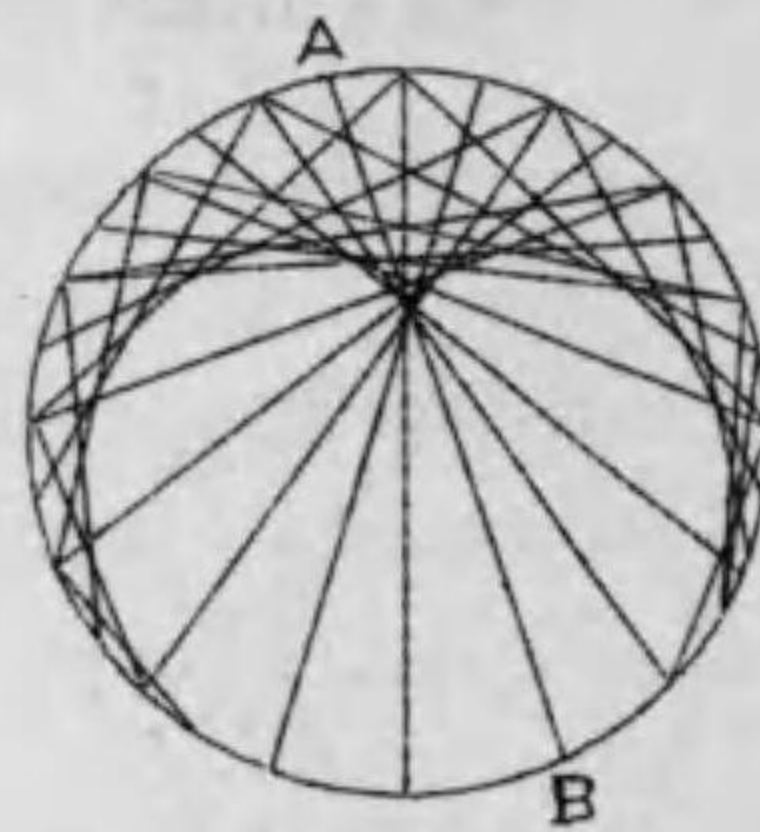
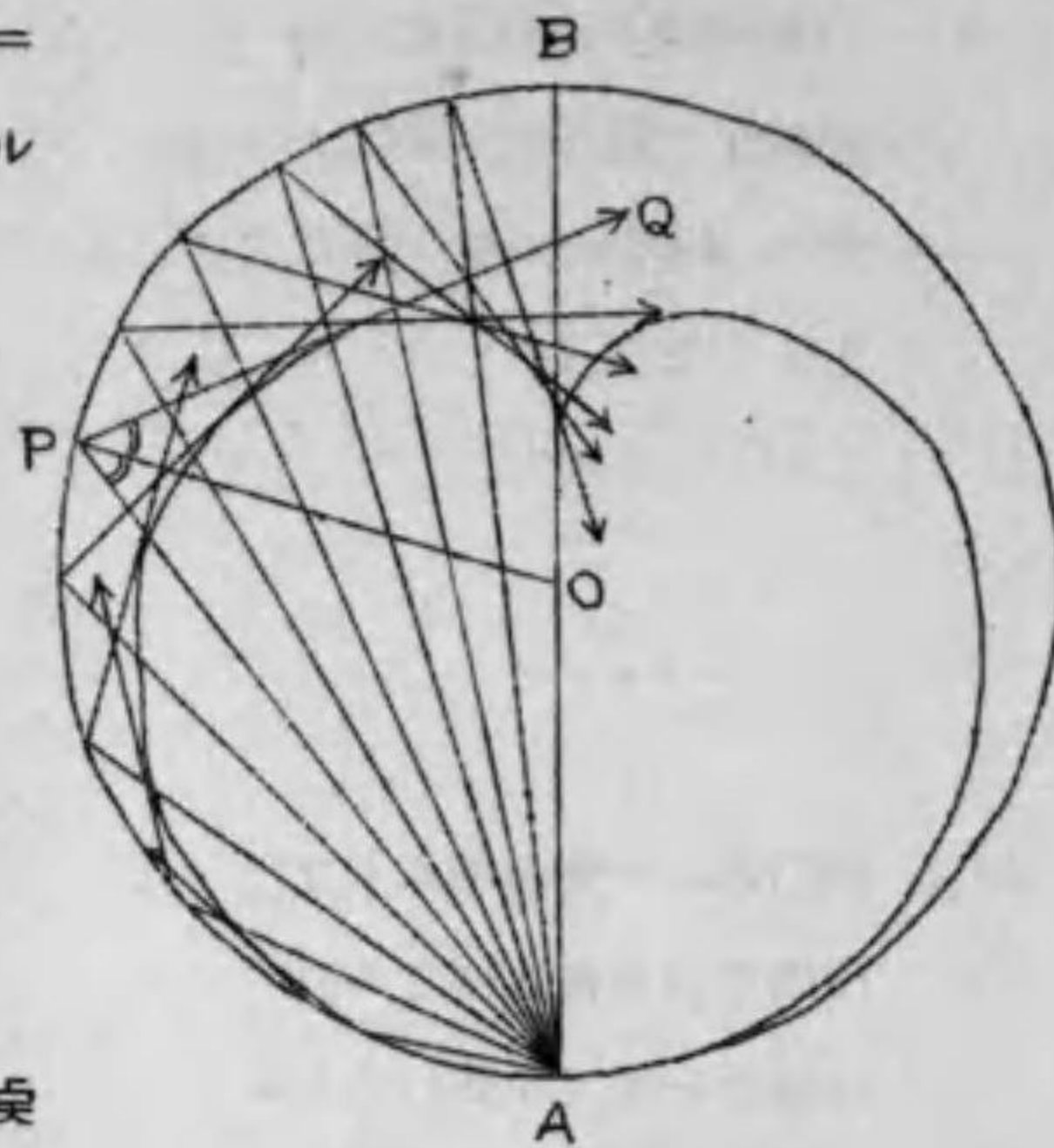
證明。

ABヲ切線、ACヲ弦トス、

$\angle CAC' = \angle CDC'$

今C'ヲCA上ニ動カシテ次第ニAニ近ツケ

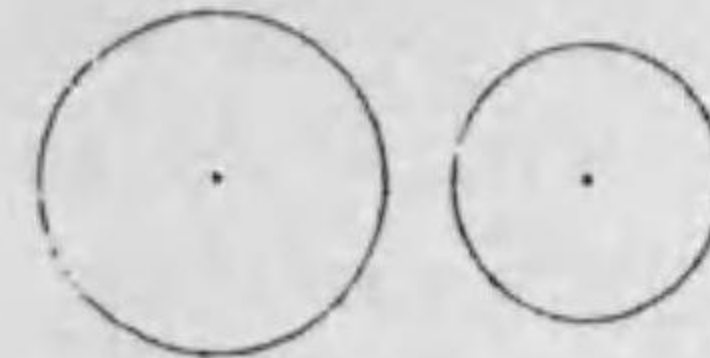
ルト極限ニ於テ、 $\angle CAB = \angle CDA$



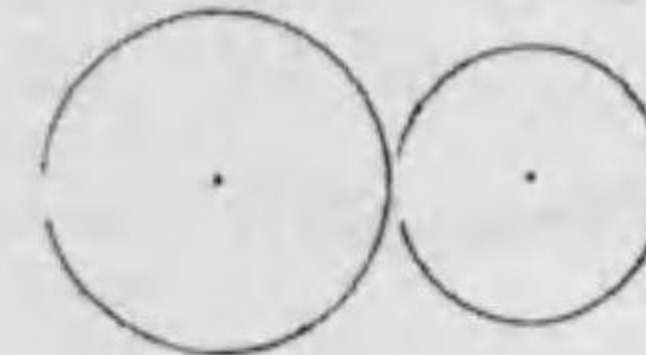
(21) 二円ノ位置關係

ボール紙ノ円板又ハ針金ニテ円ヲ作リタルモノヲ用ヒテ、相離レタル大小二円ノ
中心ヲ次第ニ接近セシメテ遂ニ一致スルマデニハ二円ノ位置ハ如何ニ変化スレカ
ヲ連続的ニ觀察セシム。

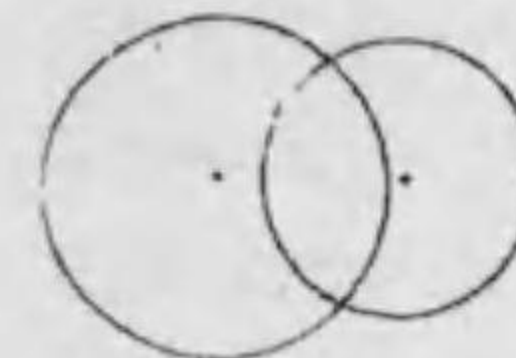
① 二円ガ互ニ全ク外ニアルトキ、



② 二円ガ外切スルトキ、



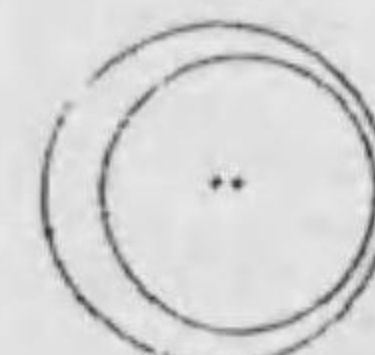
③ 二円ガ相交ルルトキ、



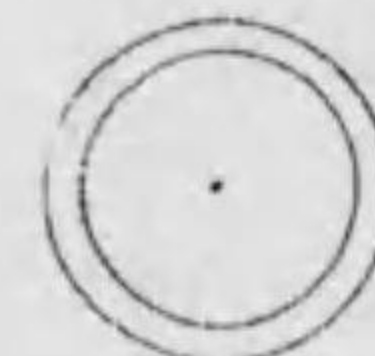
④ 二円ガ内切スルトキ、



⑤ 一円ガ全ク他ノ内ニアルトキ、



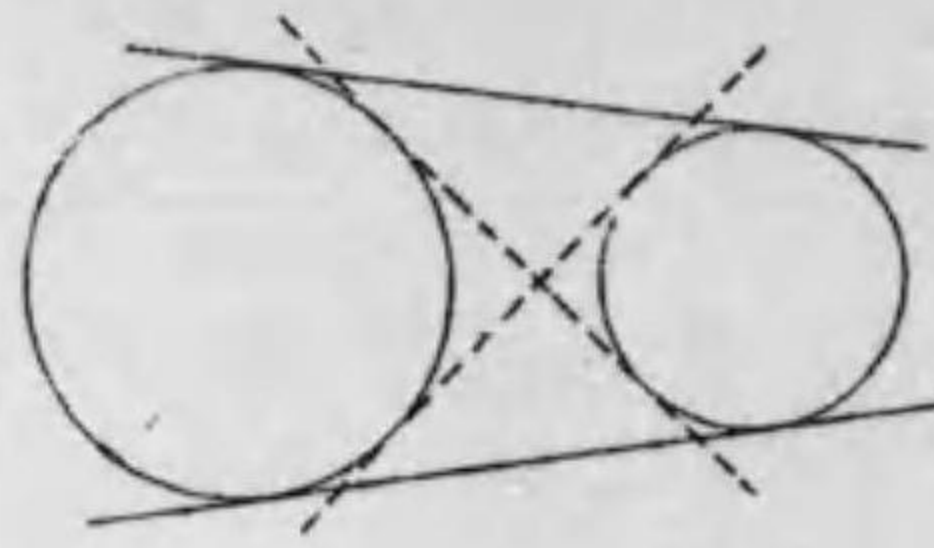
⑥ 同心円ニナルトキ、



又相等シキ二円ノ位置ノ關係ヲ連続的ニ動カシテ見セルトキハ上述ノ④⑤⑥ノ代
リニ全ク重ナル。

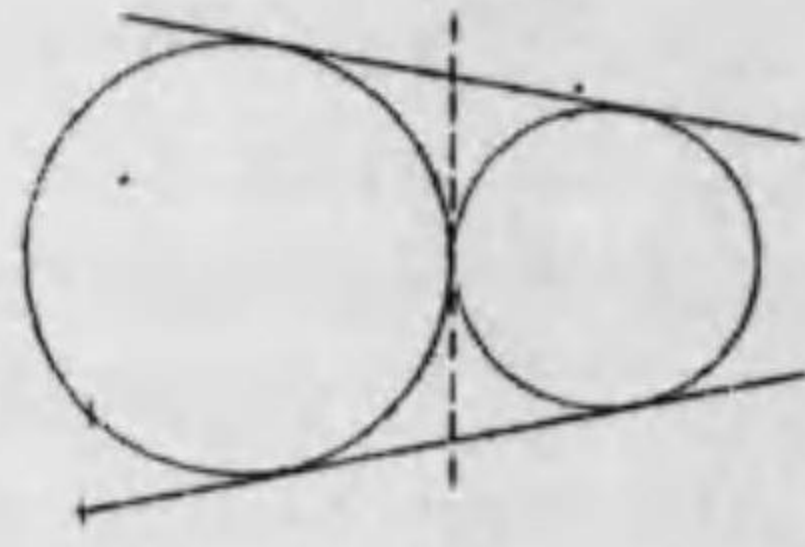
此等ハ日食、月食、分節食、皆既食、全環食、ナドノ自然現象ニ於テ實際ニ見ラ
ル、例ナリ。

(22) 二円ノ共通切線

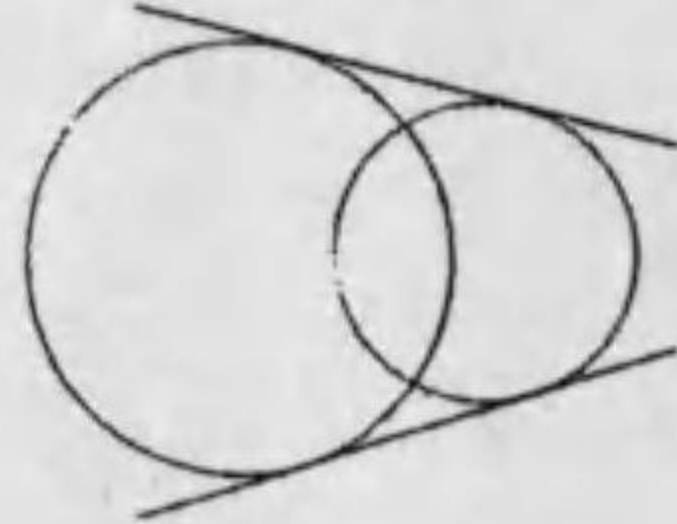


二円ノ位置ヲ連続的ニ動かセバ共通切
線モ次第ニ位置ヲ変化シ、ソノ数モ変
ズ、即チ次ノ如シ。

分離ノトキ 4. 内共通切線 2
外共通切線 2



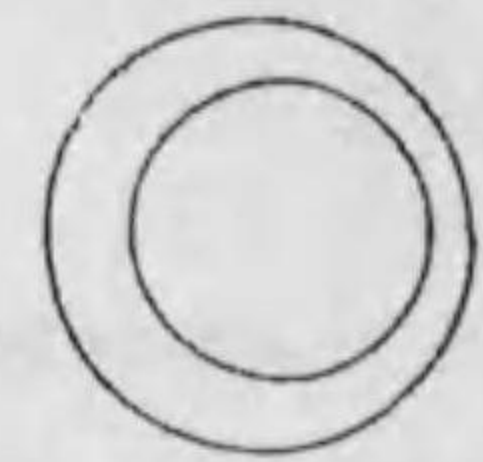
外切ノトキ 3. 内共通切線 1
外共通切線 2



相交ノトキ 2. 内共通切線 0
外共通切線 2



内切ノトキ 1. 内共通切線 0
外共通切線 1

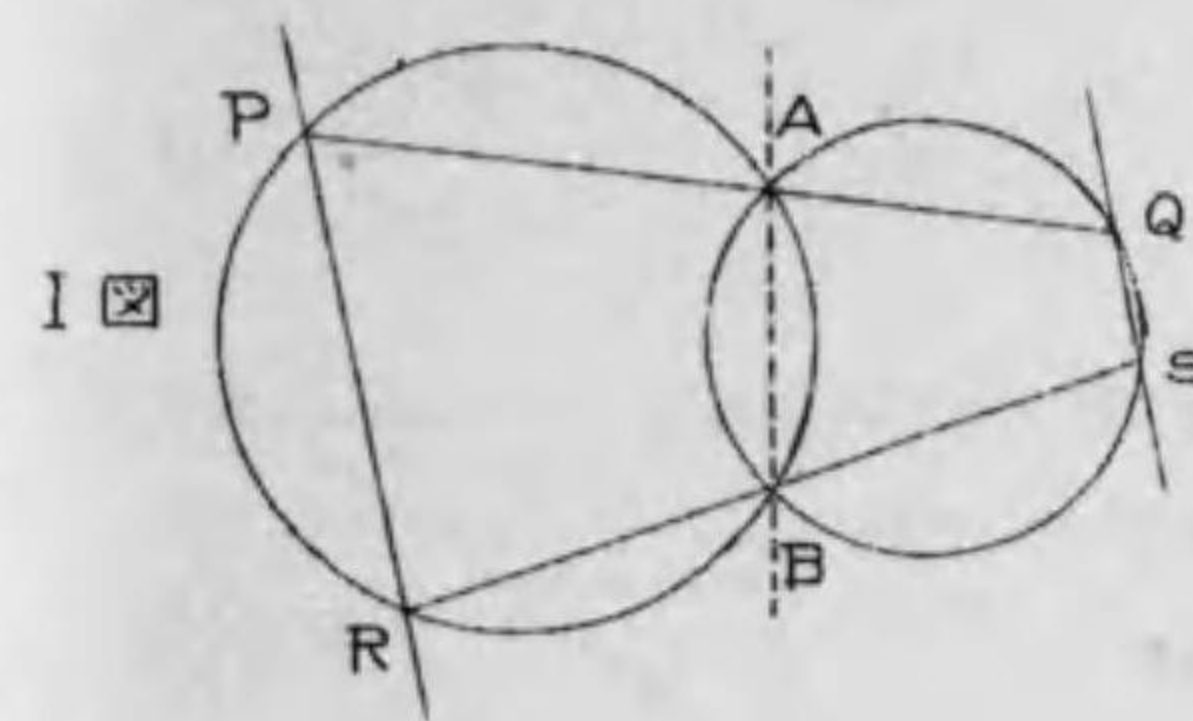


包含ノトキ 0

共通切線ノ实例トシテハ日食、月食ノトキノ光線ノ境、自転車ノ鏡、ベルト、ナ
ドニ見ラル。

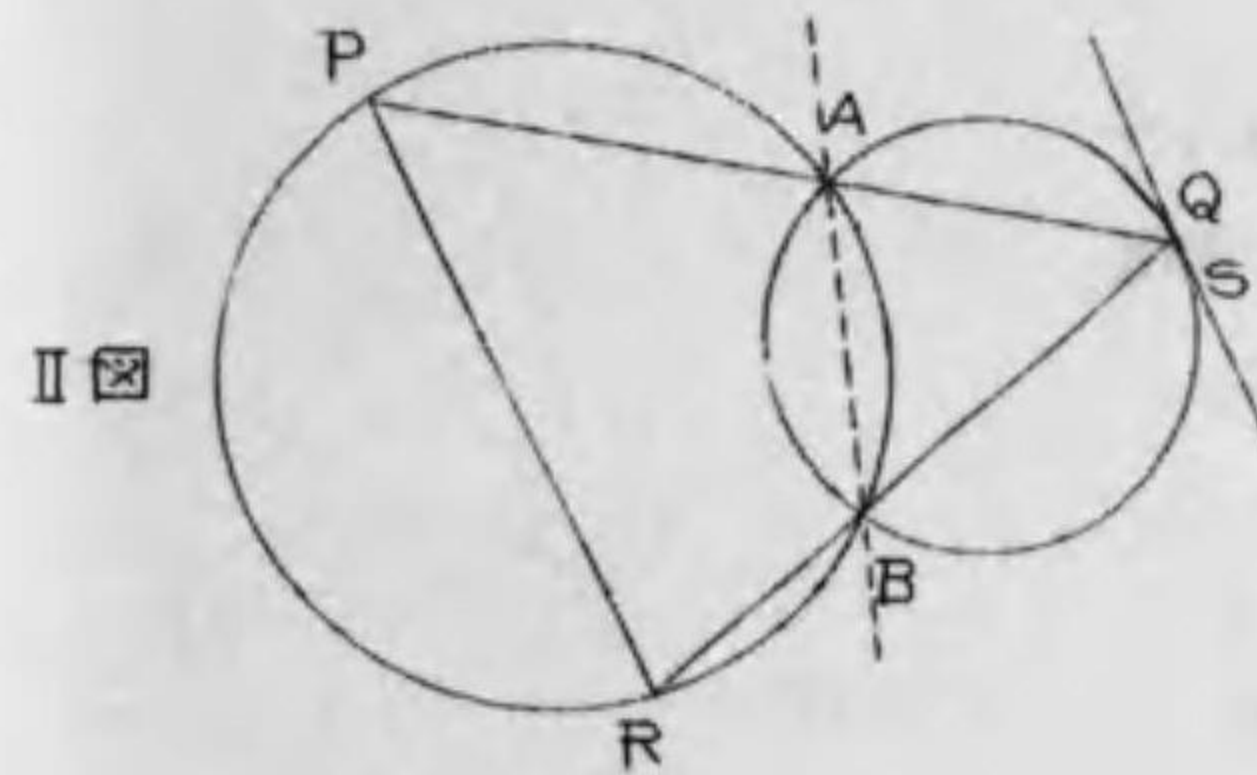
(23) 問題

二円ノ交点A、Bヲ通ルニツノ割線ヲPQ、RSトスレバ、 $PR \parallel QS$ ナリ。(10)



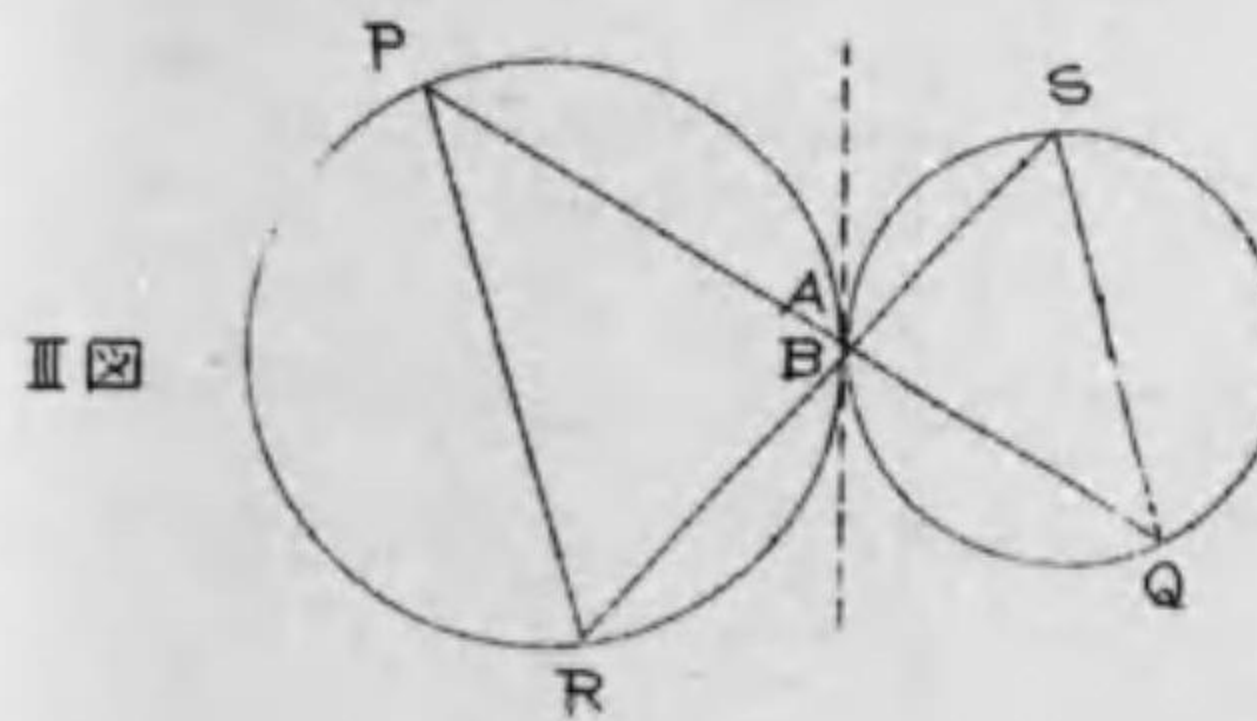
I 図

コノ問題ニ於テ割線ヤ円ナドヲ
次第ニ動かシテ考フレバ、次ノ
如キ問題ヲ発見スルコトヲ得テ
シカモ問題相互ノ関係ガヨク理
解サレル。



II 図

割線ヲ動かシテQSヲ次第ニ近
ツケルト $PR \parallel QS$ ナル性質ヲ
保チツツ迄ニQSガ一致スルト
キニハクII図ノQニ於ケル切線
ハPRニ平行トナル。

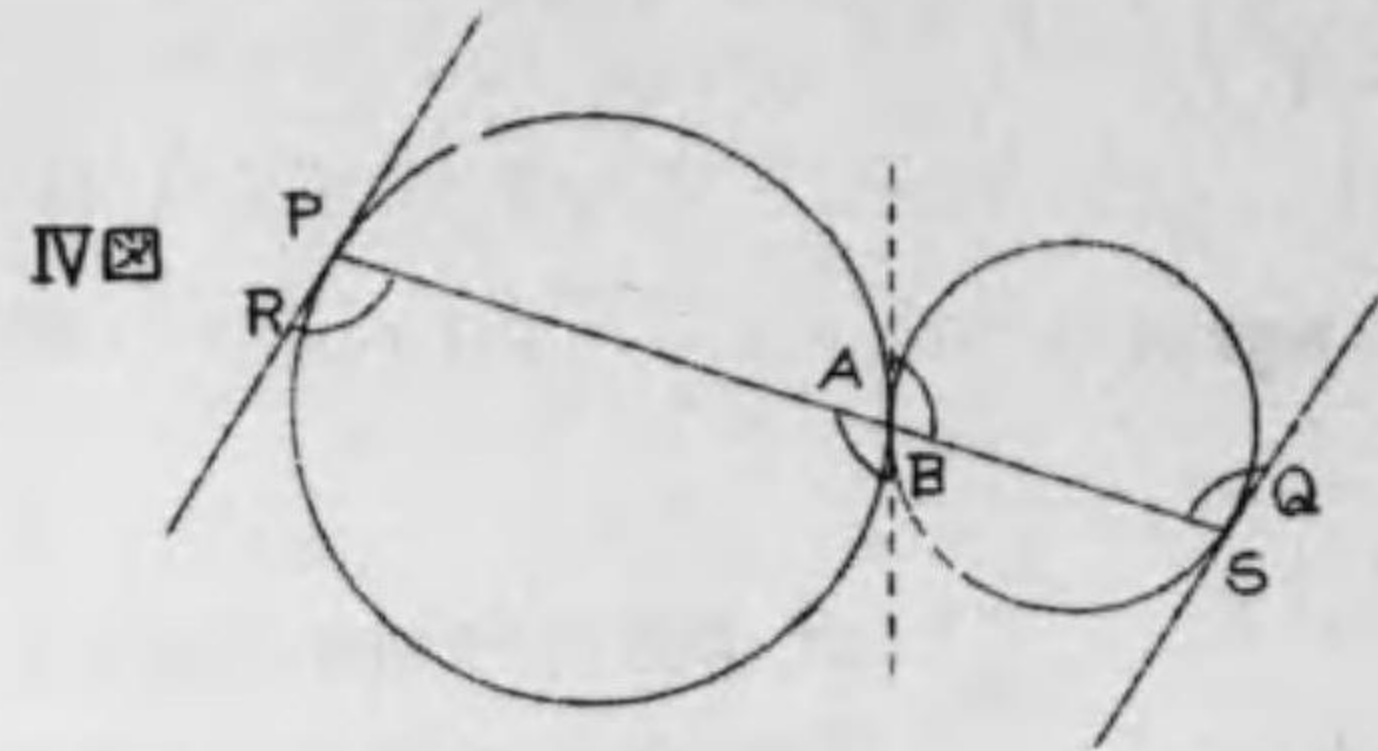


III 図

二円ノ中心ヲ同一直線上ニ動か
ストキハ共通弦ABハ常ニソ
レ自身ニ平行ニ変化シ、AB
ガ重ナルトキニハクIII図ノ
共通線切線トナル。

コノトキモ、ヤハリ $PR \parallel Q$
Sナル性質アリ。

III図ニ於テ更ニPR及QSガ
重ナルトキニハクIV図ノP、Q
ニ於ケル切線ハ平行トイフコ
トニナル。

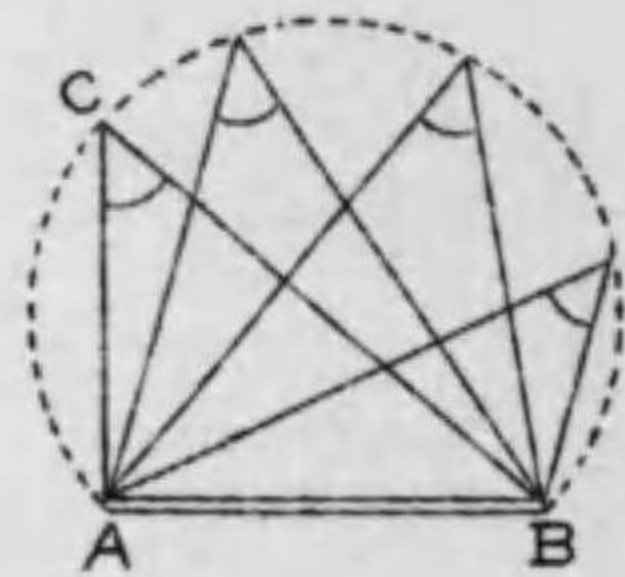
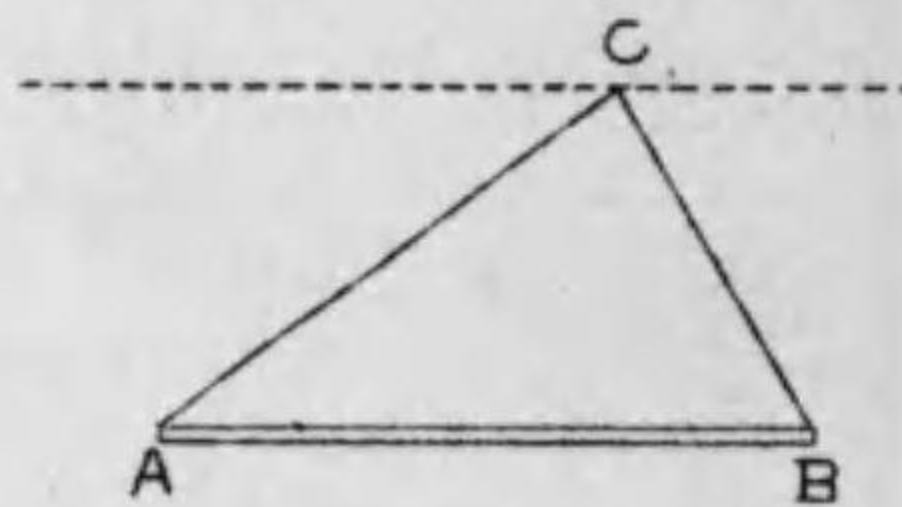


(24) 三角形ノ面積

ABヲ棒、AC、BCヲコム紐トス。
CヲABニ平行ニ動かセバ $\angle C$ 、AC、
BCハ変化スルケレドモ面積ノ変ラザ
ルコトヲ示ス。

尚

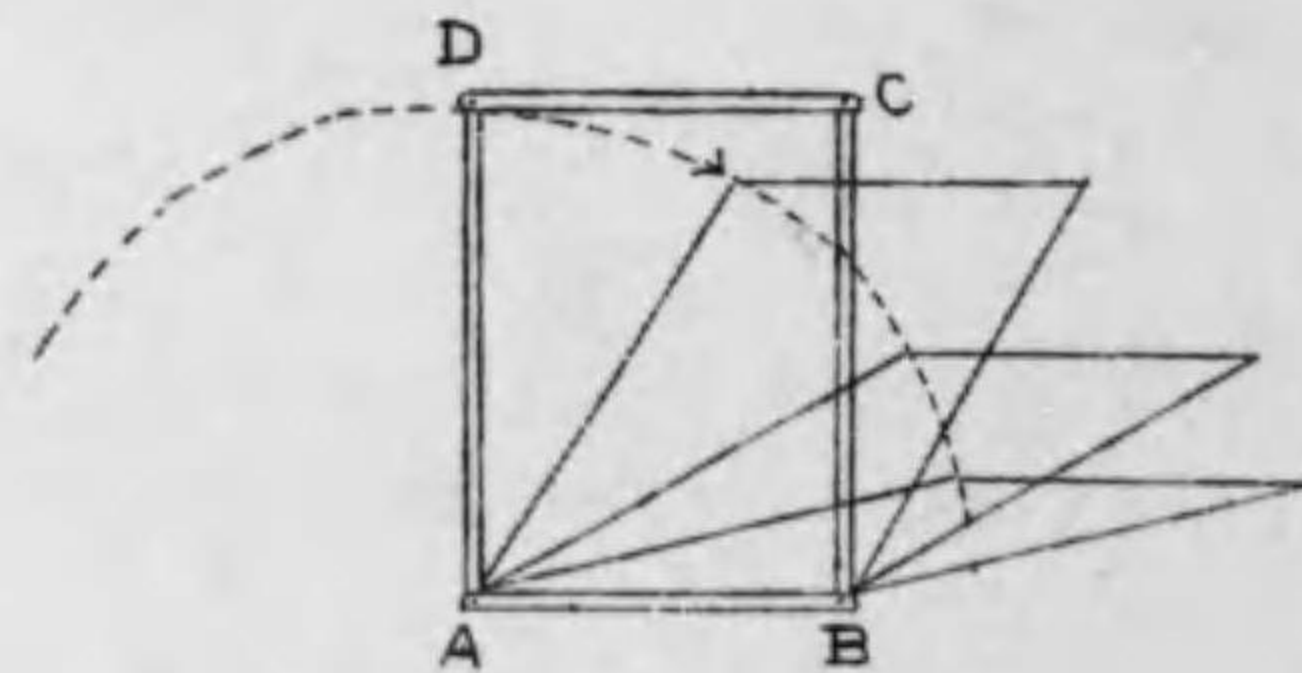
頂角不変ナルモ三角形ノ面積ノ変ルコ
トヲ示シ、底辺一定ナル三角形ノ面積
ハ高さニノミ關係スルコトヲ示ス。



(25) 問題

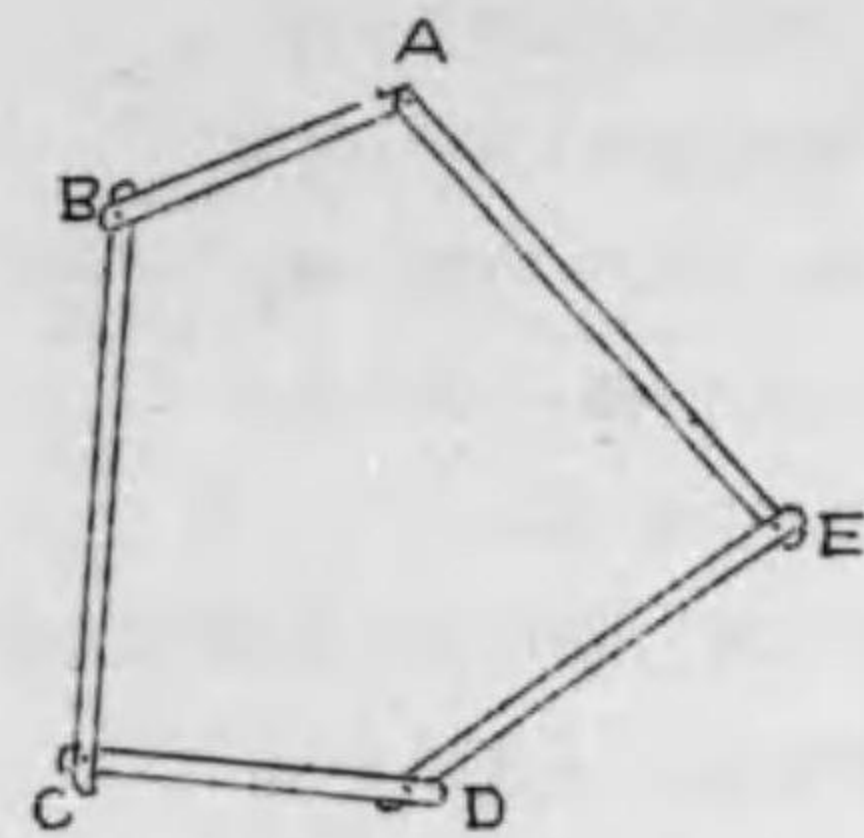
二隣辺ノ長サ一定ナル平行四辺形
ノ中面積ノ最大ナルモノハ
矩形ナリ。

木ニテ平行四辺形ノ枠
ABCDヲ作りABヲ
固定シテ他ノ辺ヲ左右
ニ動かシテ面積ヲ連続
的ニ変化スルコトヲ直
観セシム。



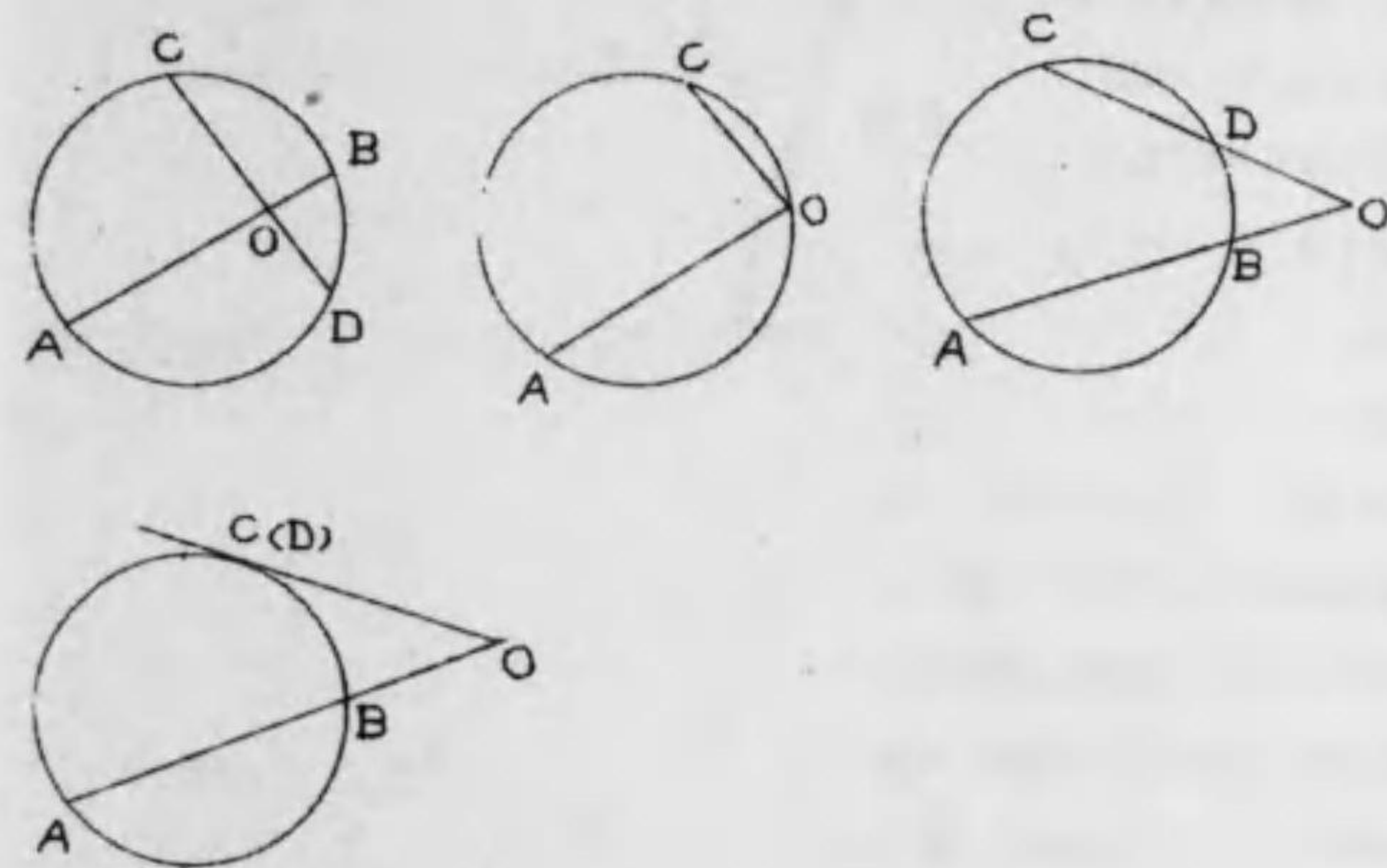
(26) 相似多角形

定義ヲ徹底セシムル爲ニ木ニテ
ABCDEノ如キ棒ヲツクリ、
コレヲ押シテ変形セシメタモノ
ト、モトノ形トハ對庇辺ノ比ガ
相等シケレドモ相似形ニ非ザル
コトヲ知ラシム。



(27) 定理

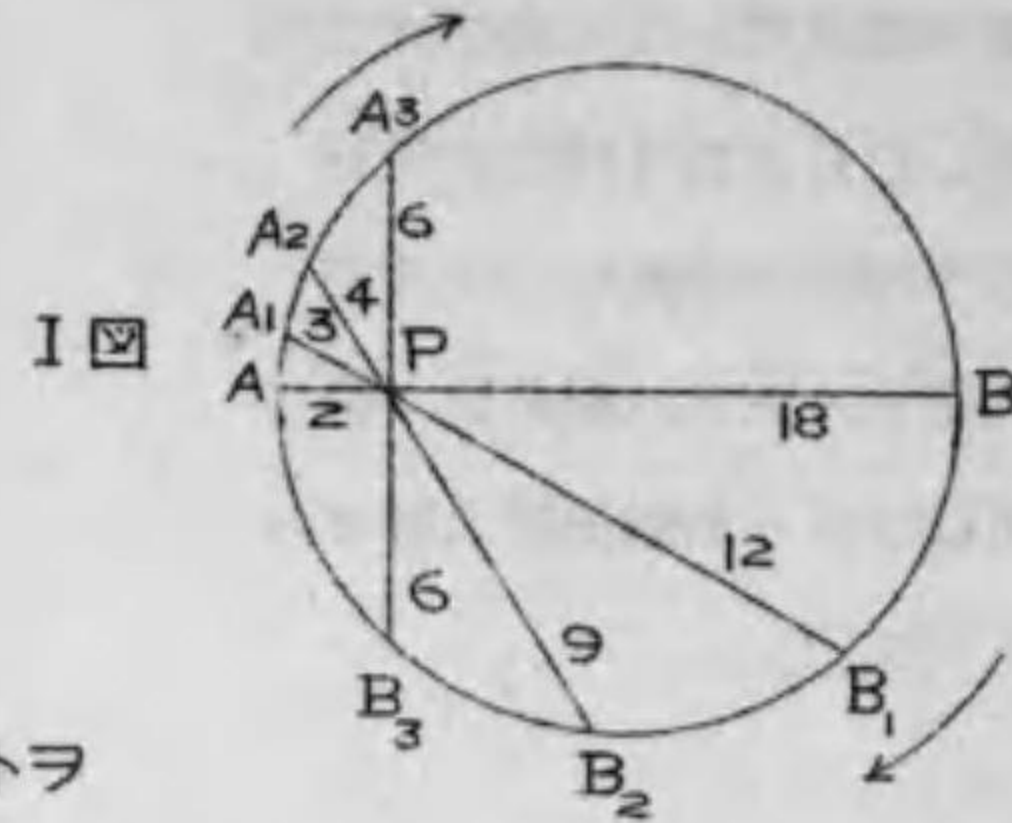
「一点ヲ過リーツノ直線ガ円ヲ切ル様ニ
引カルルトキ、ソノ点ニテ分タルレニツノ分ノ積ハ一定ナリ」



点O又ハ弦ヲ連続的ニ動かセバ上図ノ如ク左カラ右ノ各種ノ位置ノ場合ヲ得。
ソシテ各ノ場合ニ、コノ定理ガヤハリ成立スルコトヲ知ラシム。

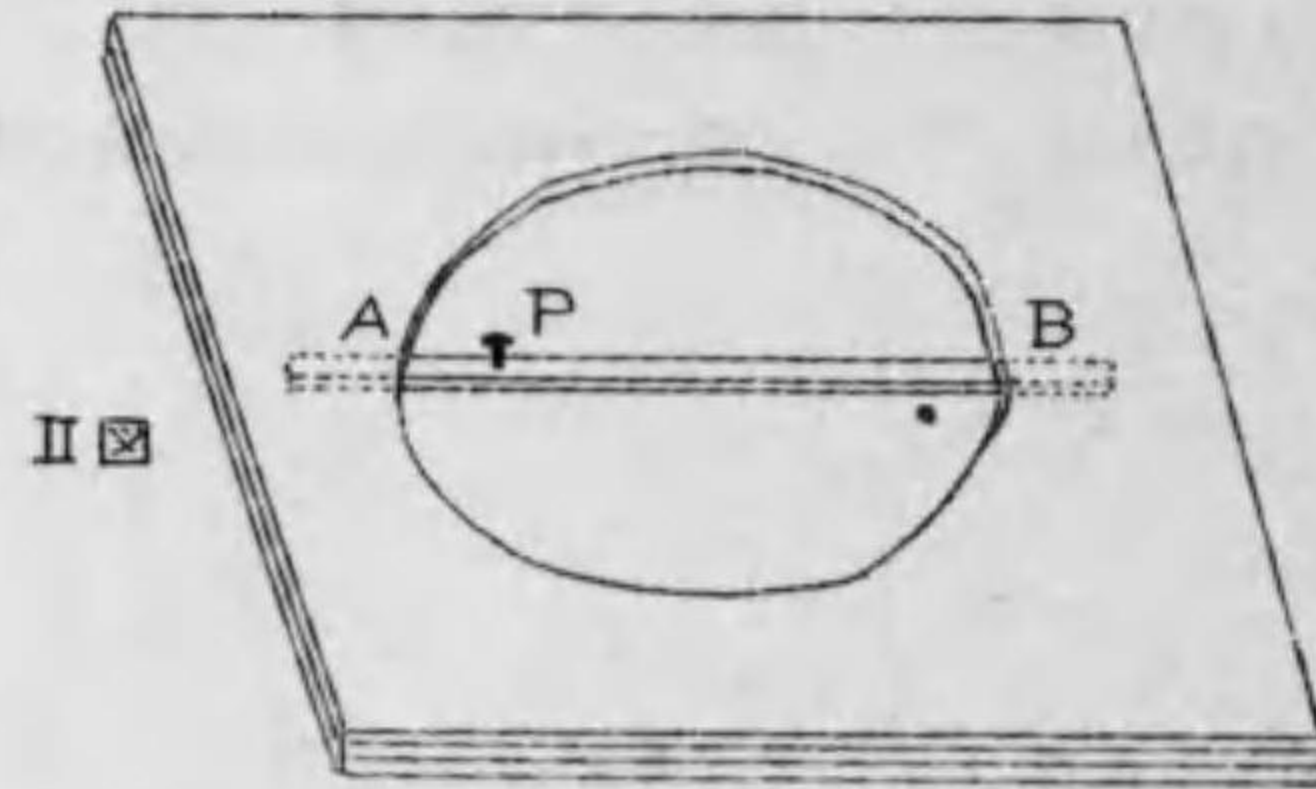
(28) 問題

円内ニ任意ノ一臬Pヲトリ、
Pヲ通ル弦ABヲPノ周リ
ニ廻轉スレバ、APハ次第
ニ増シ、BPハ次第ニ減ズ
レドモソノ積ハ一定不変ナ
ルコトヲ知ラシム。



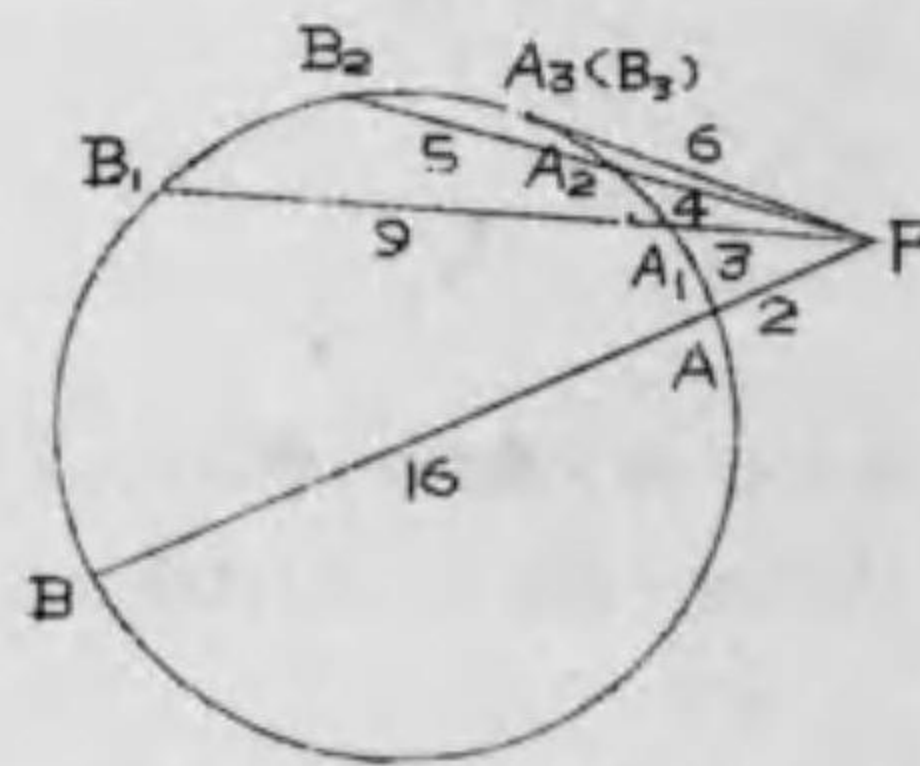
即チ此等ノ線分ハ互ニ反比例スルコトヲ
理解セシム。(I図)

實際ニハII図ノ如ク作ル
即チ一枚ノ板ニ円ヲ切抜
キ、他ノ板ニ棒ABヲ
釘Pニテ止メPノ周リ
ニ廻轉シ得ル様ニシテ
組合スナリ。



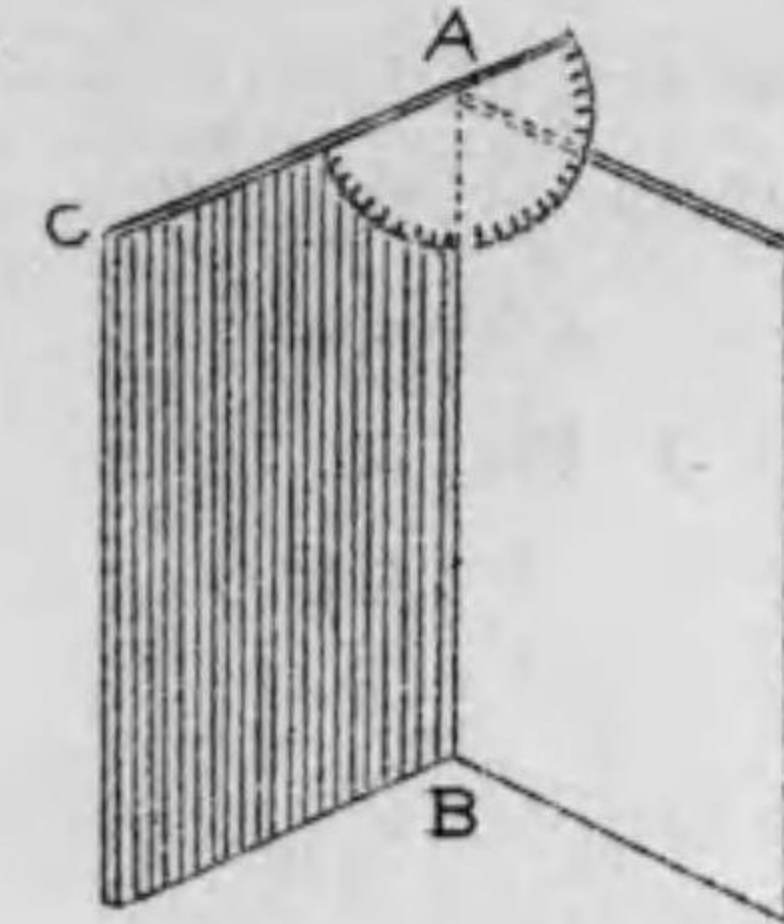
(29) 問題

前問ト同様ニ、円外ノ任意ノ一臬
Pヲ通ル割線PABヲPノ周リニ
廻轉スレバAPハ次第ニ増シBP
ハ次第ニ減ズレドモソノ積ハ一定
不変ク即チ PA_3 ナル線分ノ平方
ニ等シナルコトヲ知ラシム。
コノ考へ方ヨリ次ノ定理ヲ得。
「円外ノ一臬ヲ通ル任意ノ割線上ニアル
弦ガソノ臬ニテ外分セラルルニツノ分ノ
積ハ一定ニシテソノ臬ヨリ引ケル切線ノ
平方ニ等シ。」



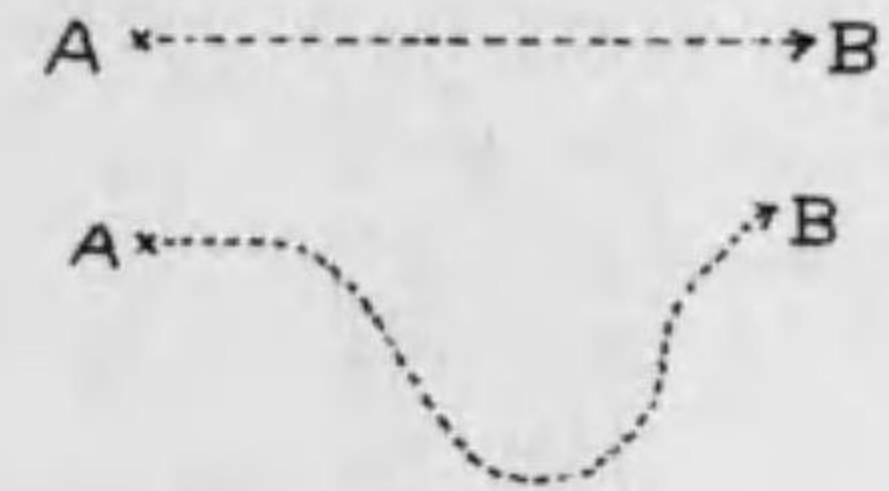
(30) 二面角

図ノ如クニ枚ノ板ニテ蝶番ヲ
使用シテ二面角ヲ作りABノ
周リニ自由ニ廻轉出来ル様ニ
シ線ACニ分度器ヲ打チツケ
テ二面角ノ大サヲ讀ミ得ル様
ニスル。



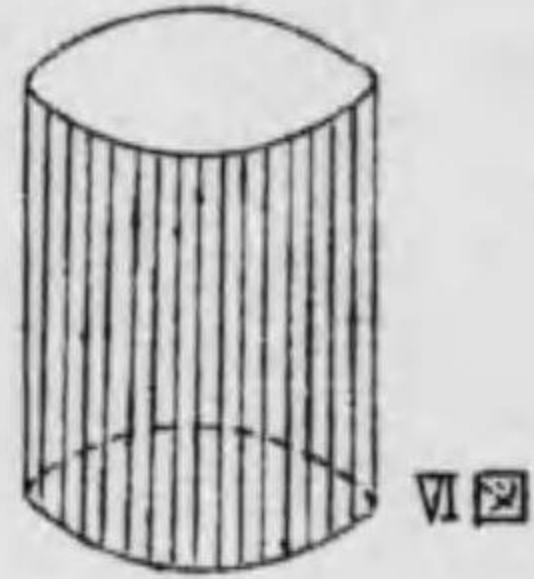
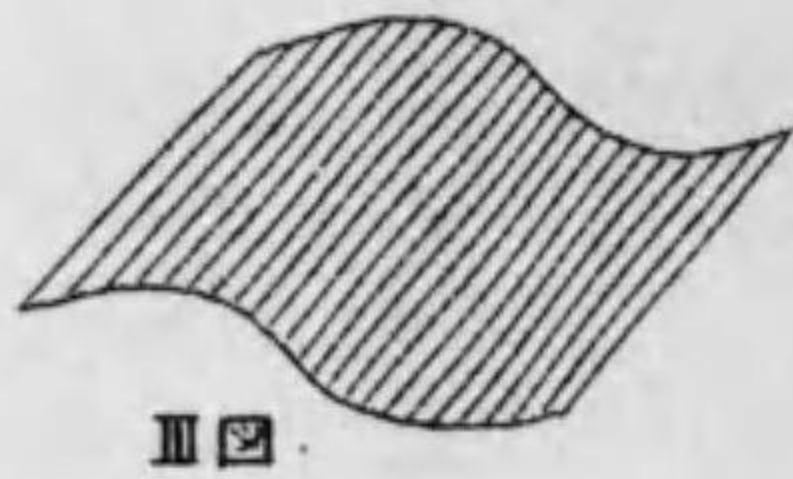
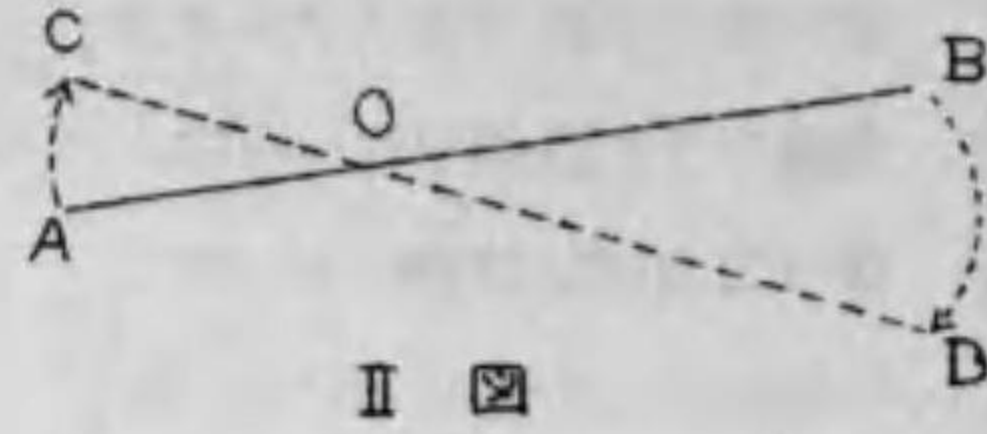
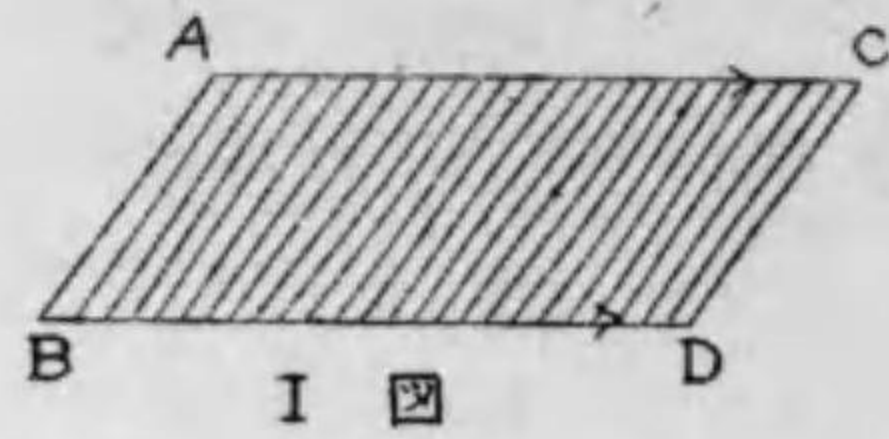
(31) 點ガ動ケバソノ跡ハ線ナリ。

線ヲ臬ノ運動ト考へ、又直線ヲ
同方向ノ運動ト考へルガ如キハ
軌跡入門トシテ夫ニ役立ツ。
實際界ニ直線的材料ヲ求ムレバ
線香ノ火ヲ急ニ廻ストキ、又雨
ノ降ルトキ、或ハ花火、流星、
煙霧ノ飛ブトモソノ跡ハ光ノ線
ニ見エルガ如シ。

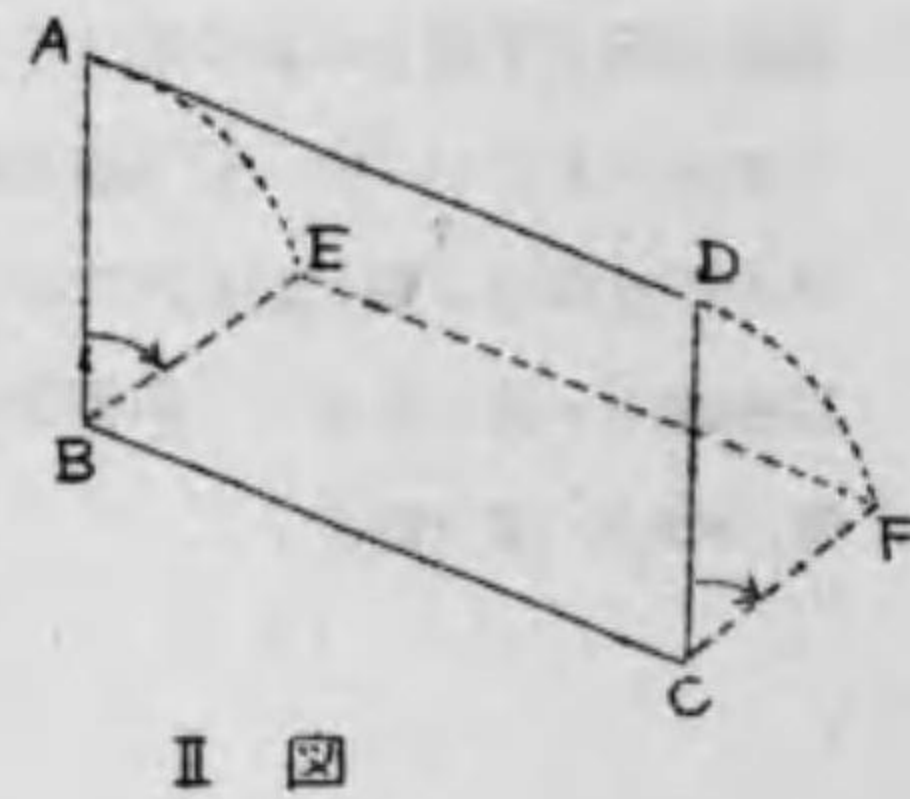
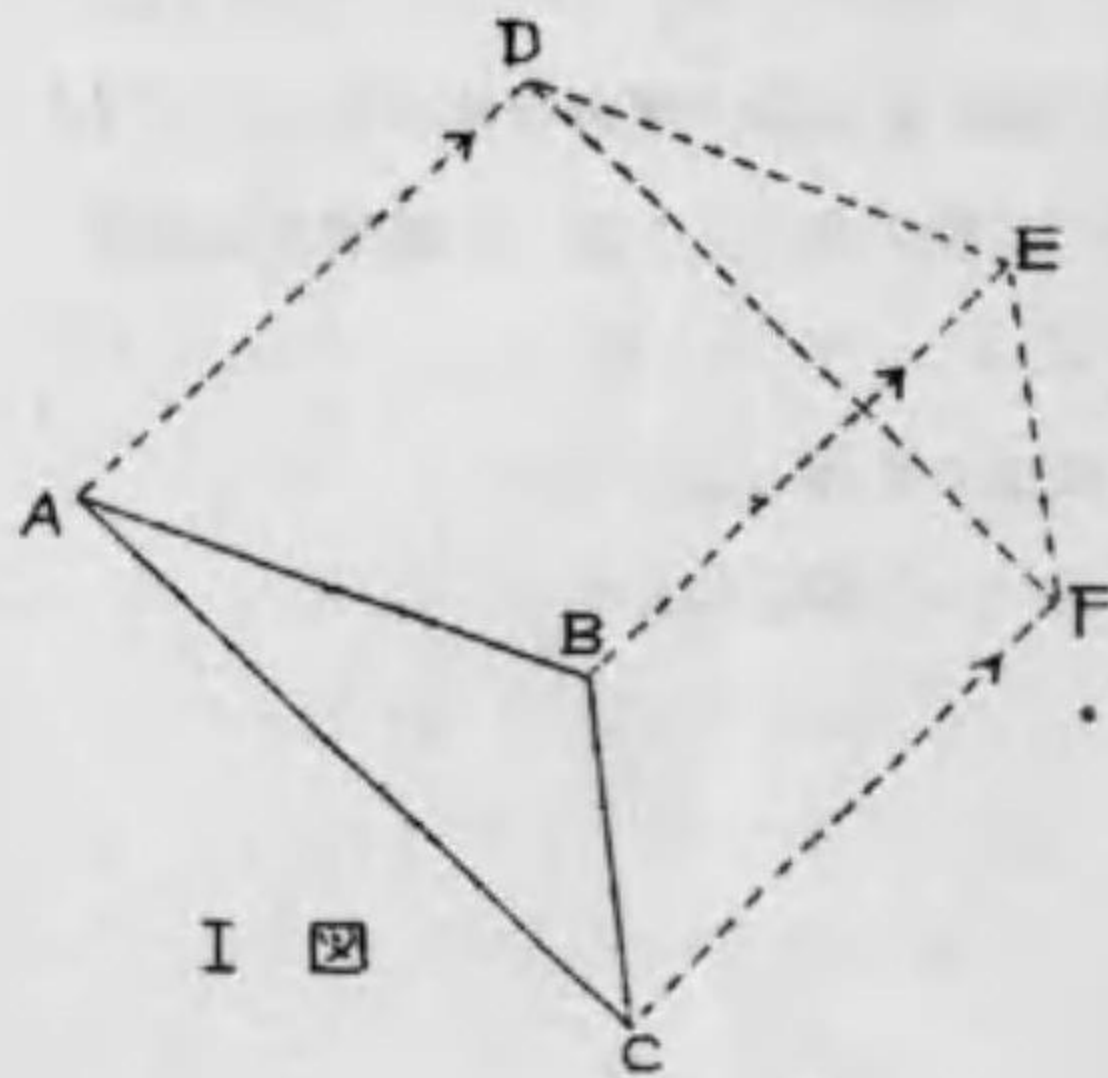


(32) 線ガ動ケバ面ヲ描ク、(但、ソレ自身ノ上ニ動ク場合ヲ除ク)

直線ガ同一平面上ニ動ク動キ方ニ平行ニ動ク場合(I図)ト廻轉スレ場合
(II図)トアリ、何レモ平面ヲ描ク。
ソノ外空間内ニ動ク動キ方ニヨリテ曲面(III図)
双曲線体ノ面(IV図) 円錐面(V図) 円壺面(VI図)
等ノ種々ノ面ヲ描ク。



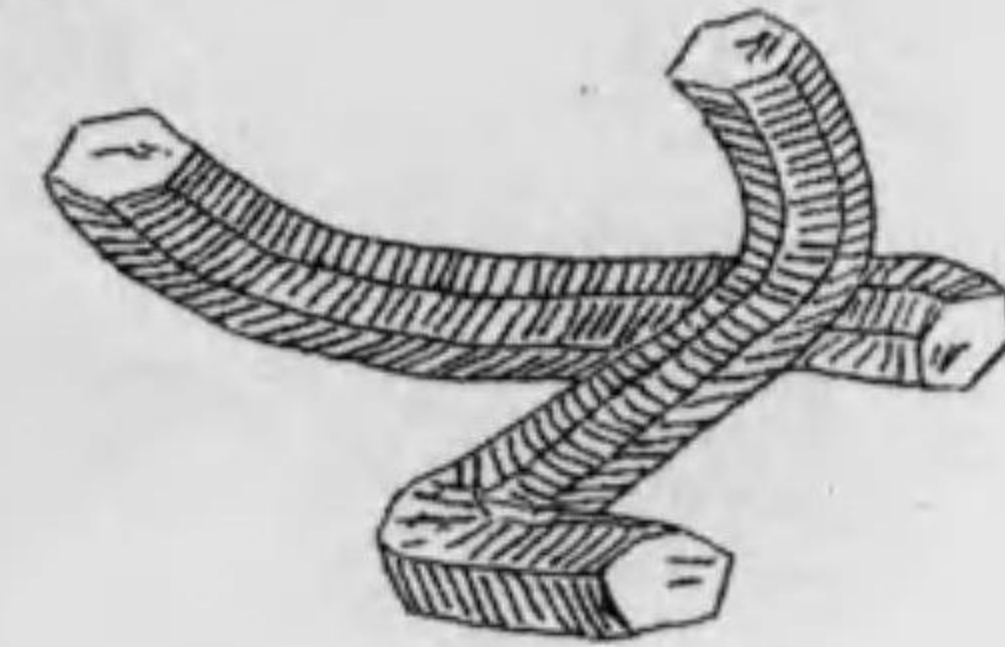
(33) 面が動く立体を作ル。 (但、ソレ自身ノ上ニ動く場合モ除ク。)



例ハI圖ノ如ク平行ニ動くカ又ハII圖ノ如ク廻轉スルカ、或ハソレヲ組合セタル場合ニ立体ヲ作ル。

實際ノ一例ヲ求ムレバ、煙石ヲ熱スレト水分ノタメニ伸ビテ丁度面ガ動キテ立体ヲ作ルコトヲ示ス。

煙石



熱スル前

熱シタル後

次ニ廻轉体モコノ例ナリ。

矩形ABCDガABノ周リニ廻轉スレバ円環 (I圖)

直角三角形ABCガABノ周リニ廻轉スレバ直錐 (II圖)

半円ABCガ直径ABノ周リニ廻轉スレバ球 (III圖)

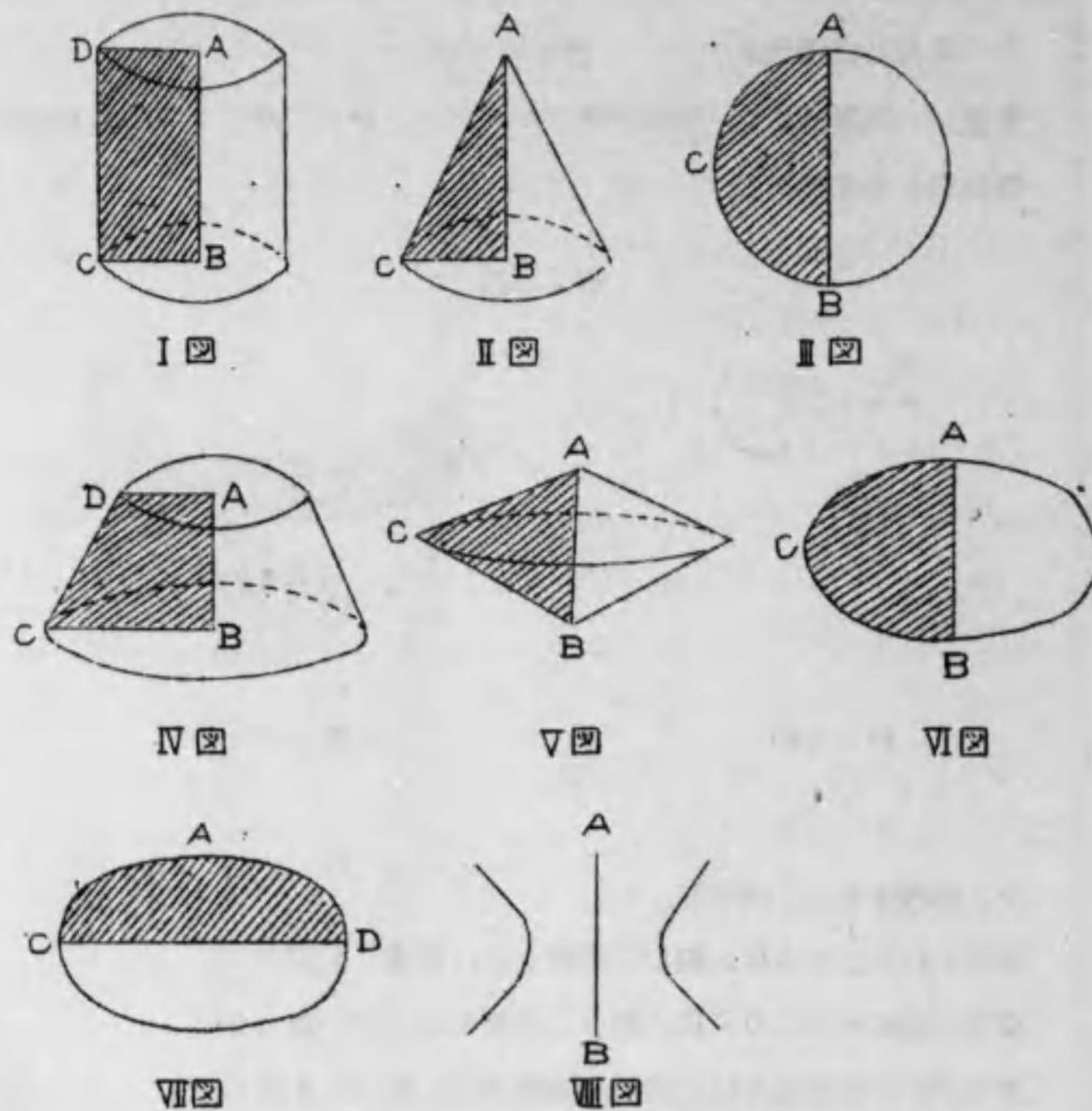
梯形ABCDガABノ周リニ廻轉スレバ直円錐台 (IV圖)

二等辺鋭角三角形ABCガABノ周リニ廻轉スレバ等錐王ノ如キ立体 (ニツノ直円錐ノ底面ヲ合シタルモノ)トナル (V圖)

半楕円ABCヲ短軸ABノ周リニ廻轉スレバ扁球 (VI圖)

半楕円ACDヲ長軸CDノ周リニ廻轉スレバ長球 (VII圖)

双曲線ヲ軸ABノ周リニ廻轉スレバ *hyperboloid of one sheet* (VIII圖)



次に迴轉體、對稱等ノ考ヘヲ應用シテ子供ノ教育玩具ヲ作ルコトヲ得。

例ヘバ電氣スタンドヲ作ルニ右圖ノ如キモノヲボール紙ニテ3枚程作リテ重ネ、A、Bノ所ヲ糸ニテ綴リテヒロゲレバヨシ。

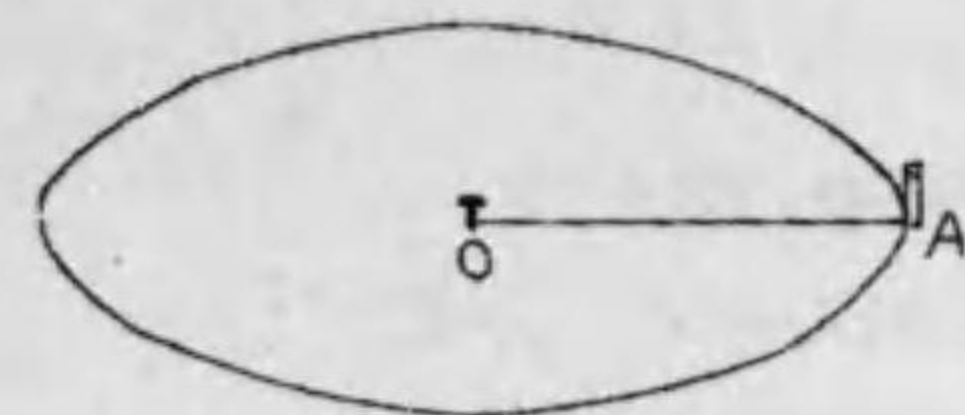
同様ニシテ林檎、太鼓、ポスト、インキ壺、花瓶、鉢、鈴、シルクハット、提燈、樹木、瓢箪、蟻壘、傘、煙鈴、鳥籠、等ヲ作レバ興味多シ。



34) 軌跡

「一定点ヨリ等距離ニアル点ノ軌跡ハ円周ナリ」

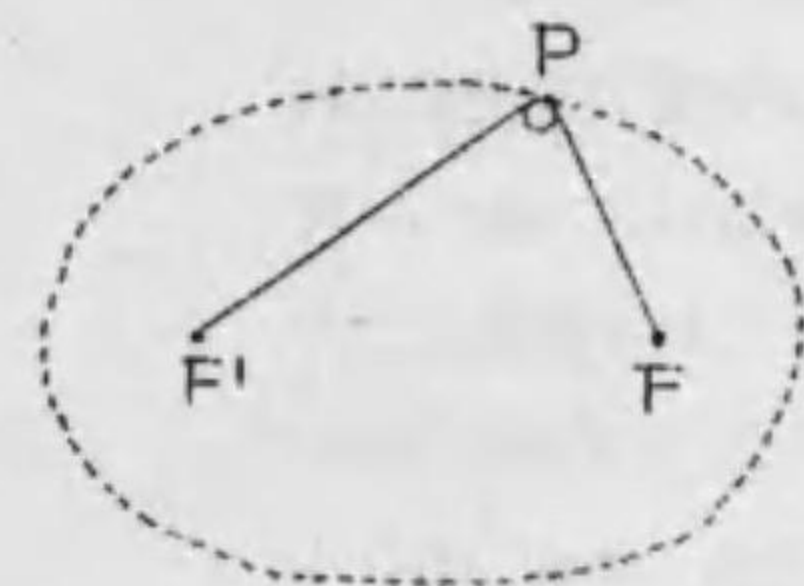
糸OAノ一端Oヲピンニテ固定シ他端Aニ鉛筆ヲ附ケテ糸ヲ張りナガラ線ヲ描ケバOヲ中心トシOAヲ半径トセル円周ヲ得。コンパスハコレヲ實際ニ應用シタルモノナリ。



35) 楕円

「楕円ハ二定點ヨリノ距離ノ和ガ一定ナル点ノ軌跡ナリ」

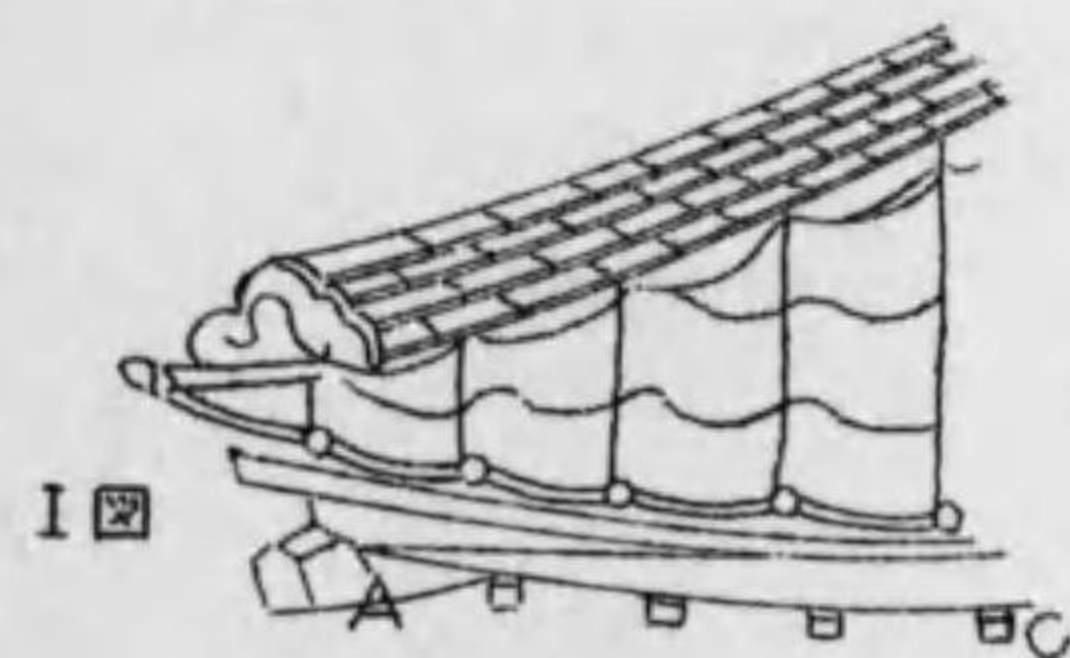
コノコトヲ利用シテ図ノ如ク糸ノ両端ヲピンニテF、F'ニ固定シPニ白墨ヲ置キテ糸ヲ張りナカラ動かセバ楕円ヲ描クコトヲ得。自然界ニ楕円ヲ描ク場合ハ惑星ノ軌道ニシテコレハ殆ソド円ニ近キ楕円ヲ描ク。



次に楕円ハソノ形状對稱ニシテ非常ニ優美ナル故昔ヨリ美術、工芸、彫刻、建築等各方面ニ利用セラル。例ヘバ London Bridge ノ如ク橋ノアーチ又ローマノ Colosseum ナドニ見ラル。

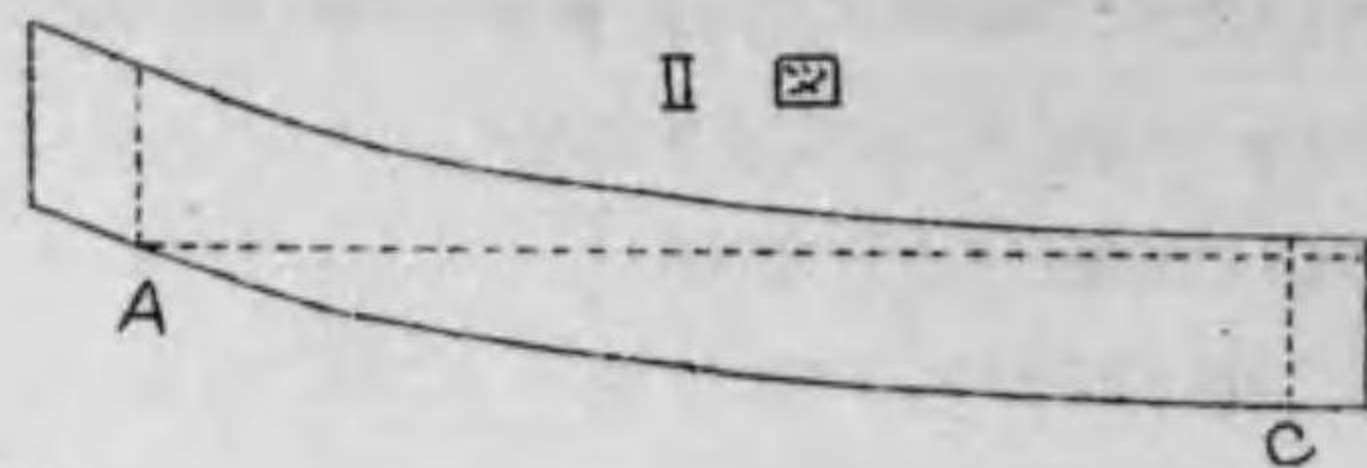
又建築上ニ用ヒラレター例ヲ挙グレバ、軒ノ反リ曲線(I 圖ノ AC)ハ円弧ニテハ美ナラズ、楕円ノ方通カニ優美トス。

I 圖ノ AC ヲ大キクスレバ II 圖ナリ。

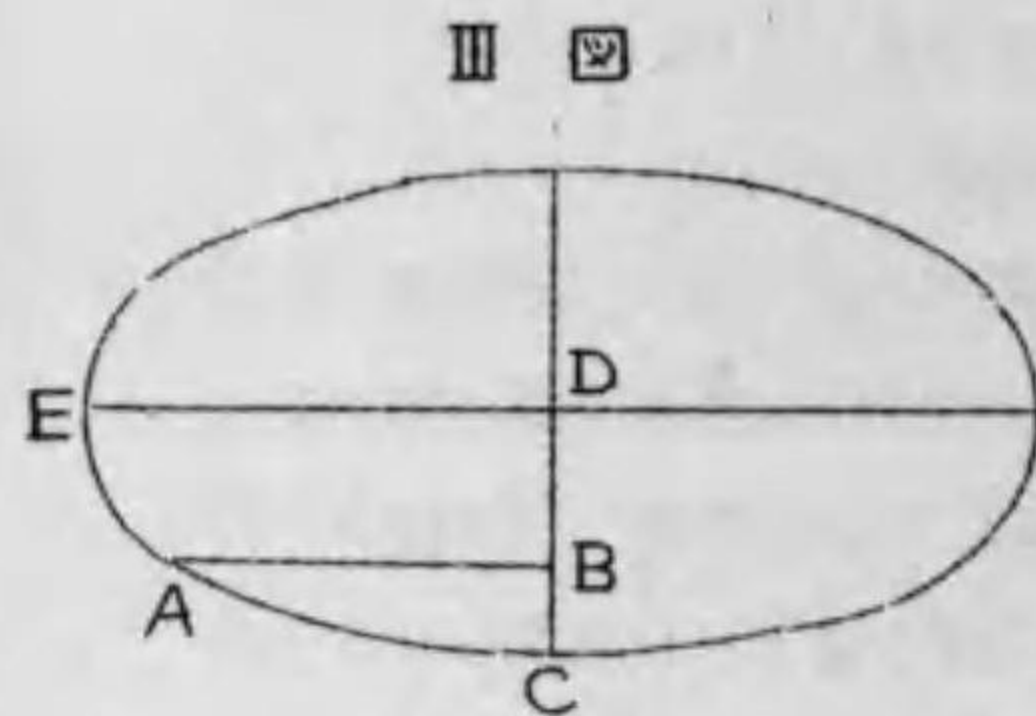


Ⅲ図ニ於テ楕円ノ短半軸ヲCD、長半軸ヲDEトス。

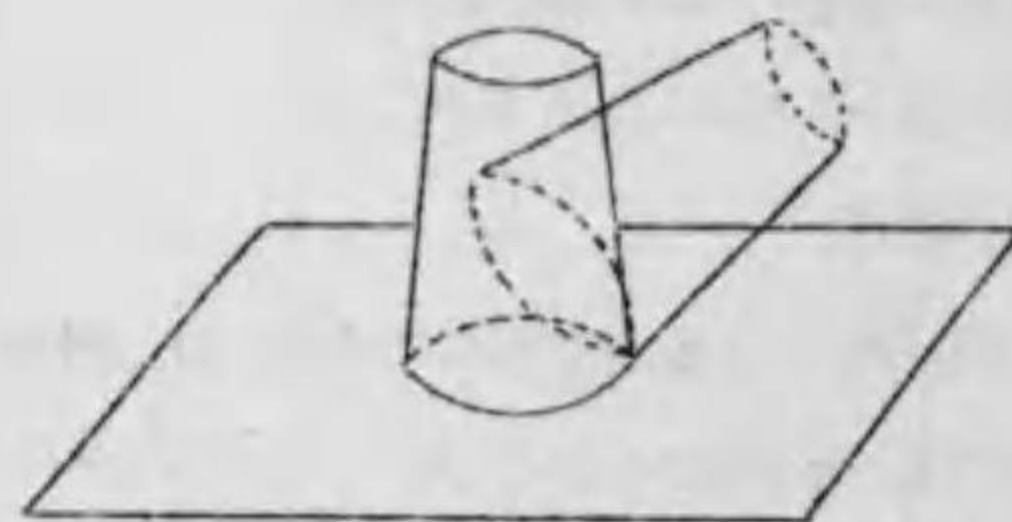
楕円ヲ軒ノ反リニ応用スルニハ、CAEノ全部ヲ用ヒズ、其一部分ノ弧ACヲ採ルモノニシテ反リ長サABハ長半軸DEノ6割乃至8割程度ノ楕円弧ヲ採ルナリ。楕円ヲ實際ニ連続的ニ動かシテ見ルニハ例ヘテ燈火ノ下ニ於テ紙面上ニガラスノコップヲ逆ニ置キテ(Ⅳ図)次第ニ傾ケルトⅤ図ノ如ク楕円ノ変化ヲ見ルコトヲ得。



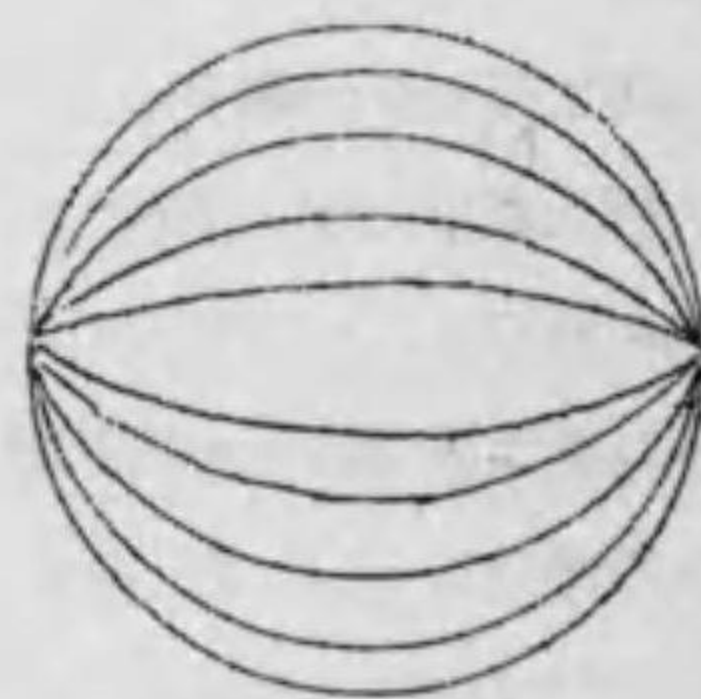
Ⅱ 図



Ⅲ 図



Ⅳ 図

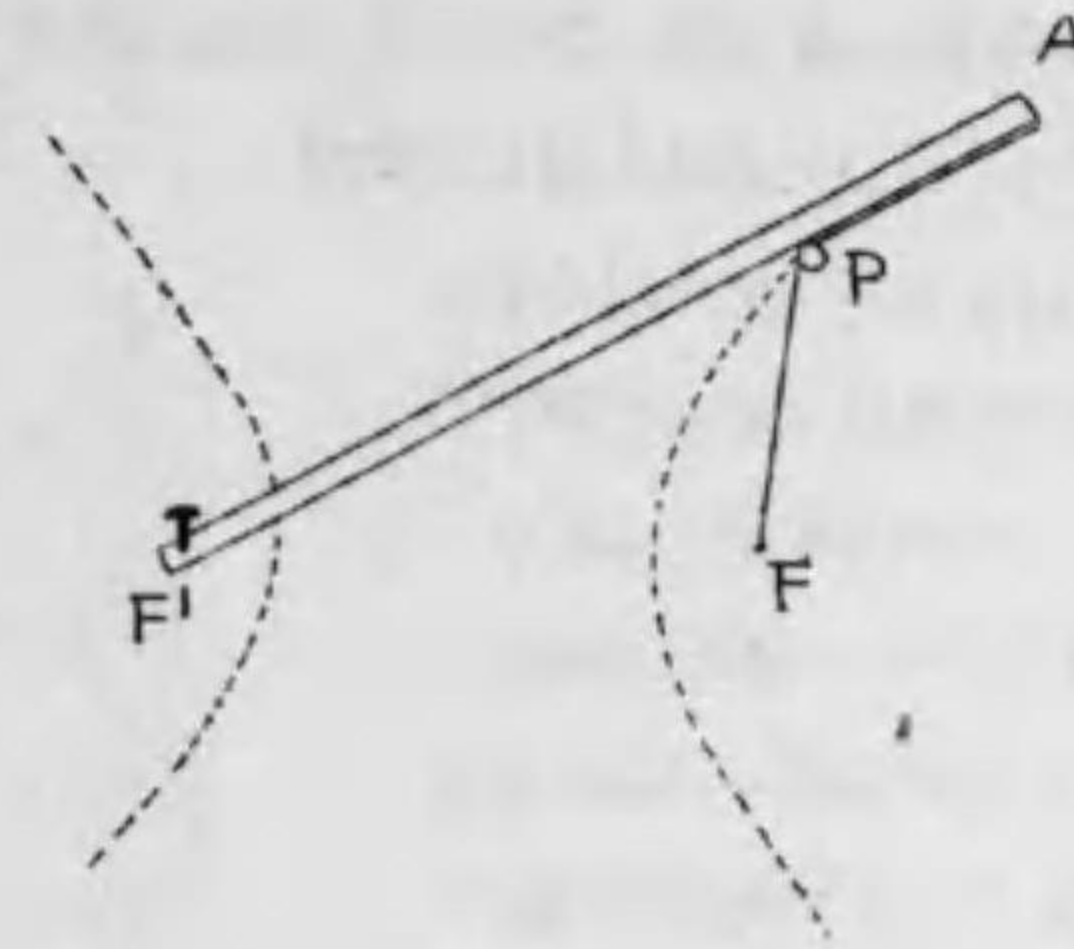


Ⅴ 図

(36) 双曲線

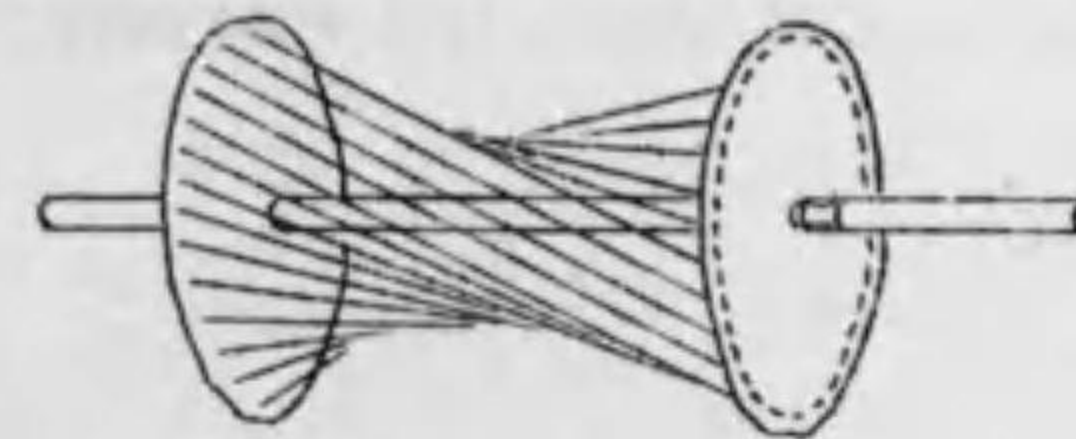
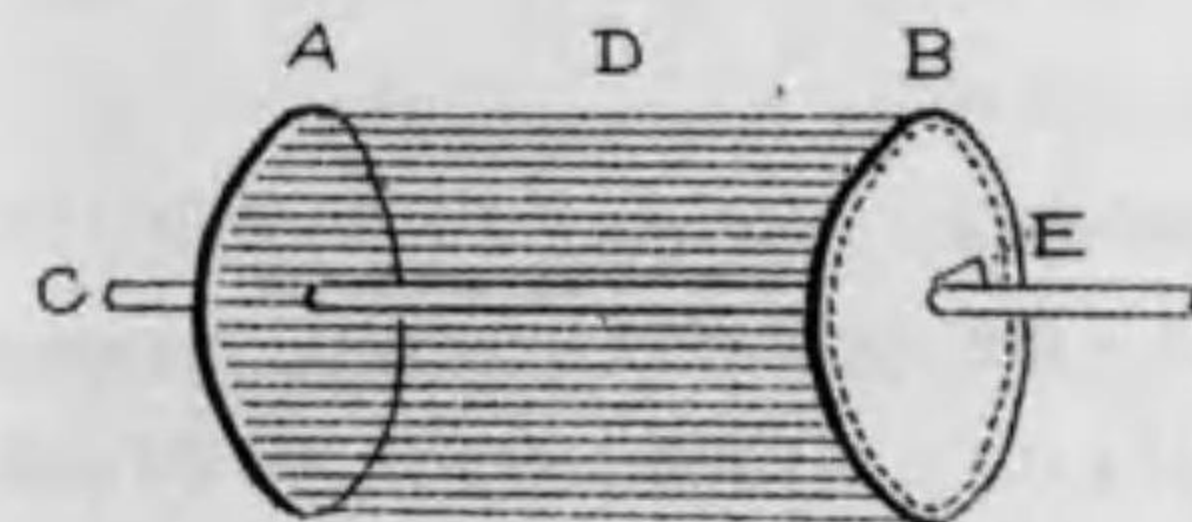
「双曲線ハ一定点ヨリノ距離ノ差ガ一定ナル点ノ軌跡ナリ」トイフコトヲ利用シテ、Ⅵノ如キ装置ニテ描クコトヲ得。

即チ棒ノ一端F'ヲ固定シF'ノ周リニ廻轉シ得ル様ニス。次ニ棒ノ全長ヨリ少シ短キ糸ヲトリテソノ一端ヲAニ他端ヲFニ固定ス。白墨ヲ糸ニカケテPニ置キ、APノ部分ハ常ニ棒ニ密着スル様ニ又PFノ部分ハ常ニ張ル様ニPヲ動かセバ(双曲線ノ一方ヲ描クコトヲ得。



双曲線ハ天体観測ノ双曲鏡ニ用ヒラル。

又彗星ノ軌道トシテ自然ニ現ハレル。人工的ニハ次ノ如クスルモノ一例ナリ。



木製ノ円板A、Bヲ木ノ軸Cニ通シ、ABニ同数ノ穴ヲアケテリリアンDヲ通シ、AハCニ固定シ、Bハ自由ニ廻轉移動スル様ニスル。

今BヲCノ周リニ廻轉スレバBハ次第ニAニ近ツキDハ種々ノ曲率ノ双曲線体ヲ形成シ從ツテソレヲ横カラ見レバ各種ノ双曲線ヲ得。シカモEナル栓ニヨリテB

ヲ任意ノ位置ニ固定スルコトモ出来ル。

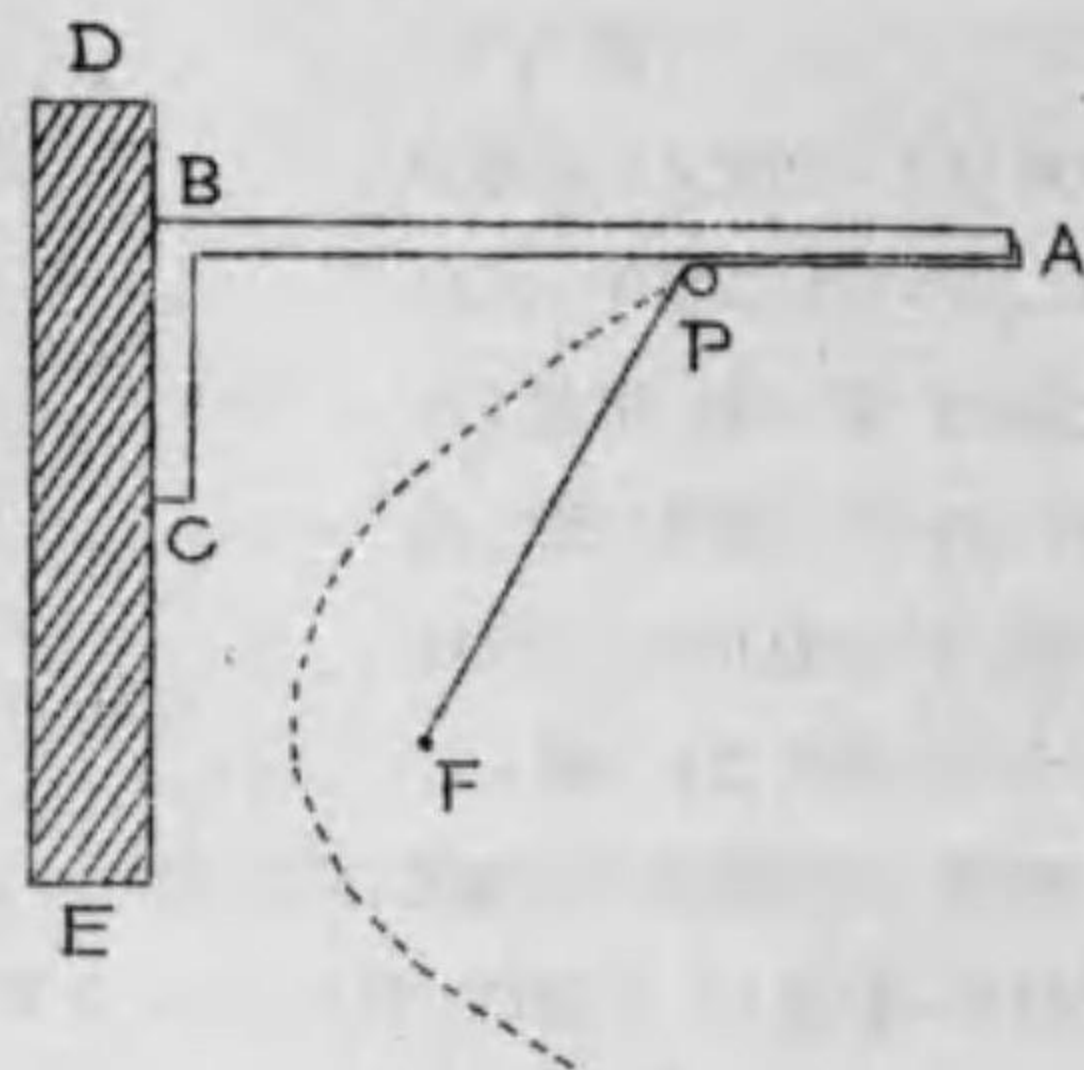
双曲線体ハ双曲線ノ廻轉ニヨリテ得ルコト及ビ円壘。双曲線体ノ表面ハ直線ニヨリテ generate サレルコトナドヲ知ラシム。

(37) 拋物線

「拋物線ハ定直線ト定點カラノ距離ガ相等シイ點ノ軌跡ナリ」

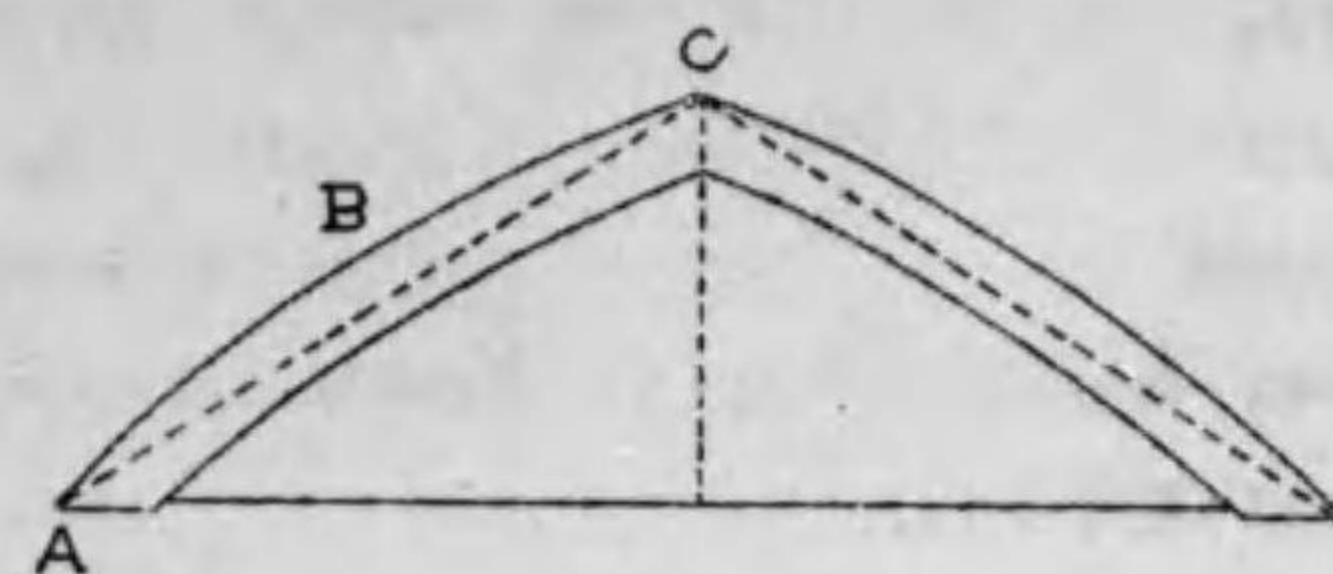
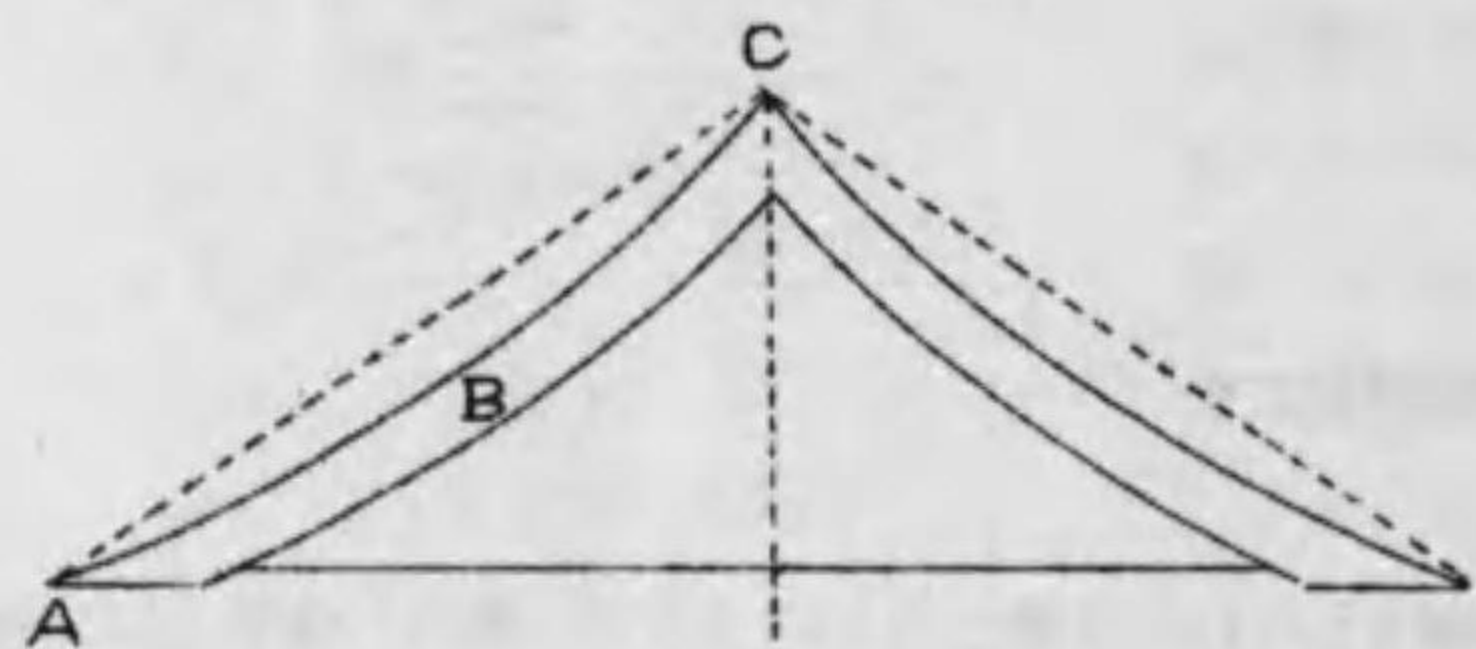
コレニヨリテ直角ニ曲レル定規

ABCヲ木ニテ作りABニ等シキ長さノ糸ノ一端ヲAニ。他端ヲ定點Fニピンニテ固定シ。白墨Pヲ糸ノA-Pノ部分ガ常にABニ密着シ。P-Fハ常に張ル様ニPヲ動かスト同時ニ定規ノB-Cヲ他ノ固定定規DEニ沿ヒテ滑ヘラストキノ拋物線ヲ得。

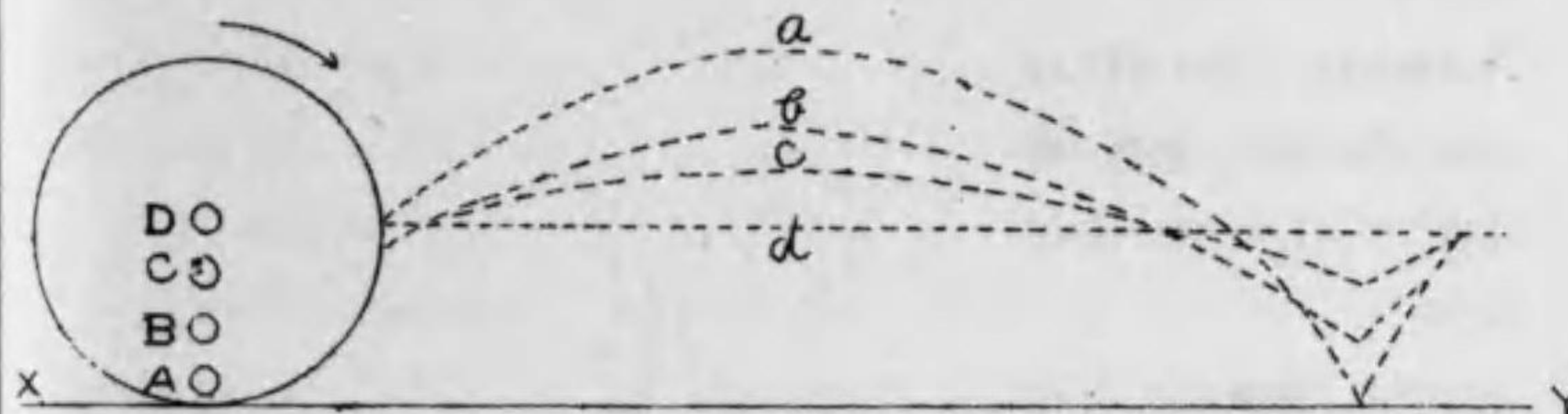


自然ニハ彗星ノ軌道ヤ物体ヲ抛ゲタトキニ

拋物線ガ現ハレル。又天文用ノ拋物線鏡ヤ。橋ノアーチナドニ多く利用セラレ。又建築界ニ直觀的材料ヲ求ムレバ、屋根ノ曲線ニ見ラレ。屋根ノ曲線ハ Catenary (懸垂線) ガ最も自然的ニシテ優美ナリトスレバ之ニ近キ曲線ハ拋物線ノ扁平ナル場合ナリ。次圖ノABCハ何レモ拋物曲線ナリ。



(38) 軌跡入門

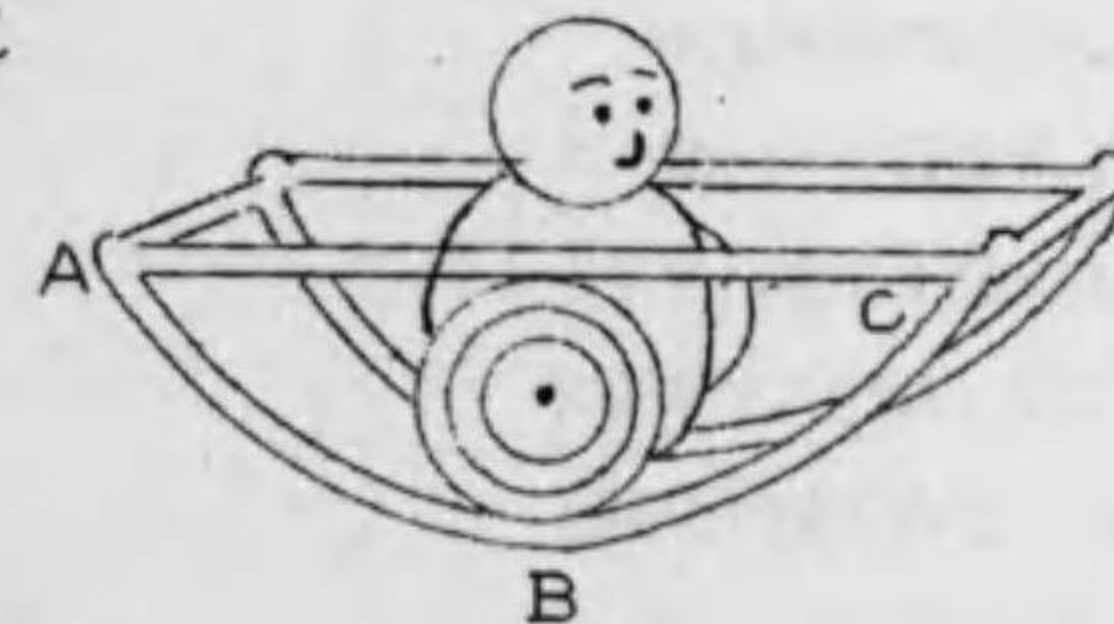


円板上ニA、B、C、D等ノ穴ヲアケ。コレニ短キ白墨ヲサシテ黑板ノ溝ノ上ヲ滑ルコトナク廻轉セシムレバ、中心Dハ溝XYニ平行ナ直線dヲ畫キ、Aハ Cycloid (サイクロイド) aヲ畫キ、B、C等モソレソレ Epicycloid (餘震線) b、cヲ畫ク。カクテ軌跡ニハ直線ヤ曲線ノアルコトヲ直觀セシム。子供ノセルロイド製ノ玩具ニ因ノ如キ

Cycloid ト名ツケラレタモノアリ。因中ノABCハCycloidノ形ヲナス。

又子供ノ遊具トシテ金ノ輪ヲ廻ハシノ走ルコトアリ。ソノトキ輪ノ周上ノ一處ハCycloidヲ畫ク。

各種ノ車輪ニ於テモ同様ノ現象アリ。

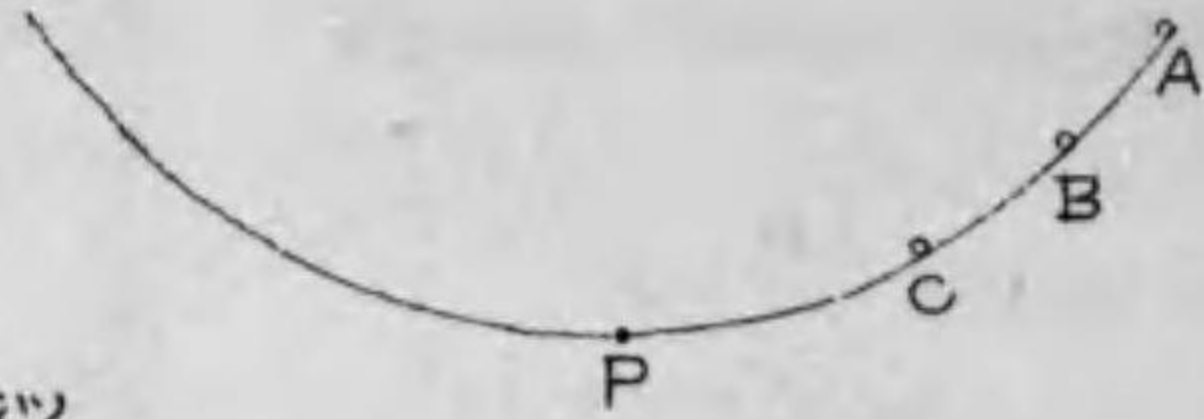


Cycloidニ於テハABC
等向レノ所ヨリParticle

ヲ落スモCycloidニ沿フ
テ最底部Pニ達スル時間相等

シキコトヲ證スレコトヲ得。依ツ

テCycloidヲ等時曲線トモイフナリ。



(39)

定線分ノ両端ガ直交セルニ直線上ヲ動クトキソノ定線分上ノ任意ノ点ノ軌跡ニツ
イテ。

木ノ棒AB、CDハ針ニテ

自由ニDノ周リニ廻轉シ得

ル様ニシAD=DB=DC

トス。

直交スルニ直線X'Y'、YY'

上ニABヲ動かシ、Cヲ固

定シ、CDハCノ周リニ廻

轉シ、得ル

様ニスレバ

Dノ軌跡ハ

Cヲ中心ト

シCDヲ半

徑トスル円周トナル

コトヲ直観セシメ得。

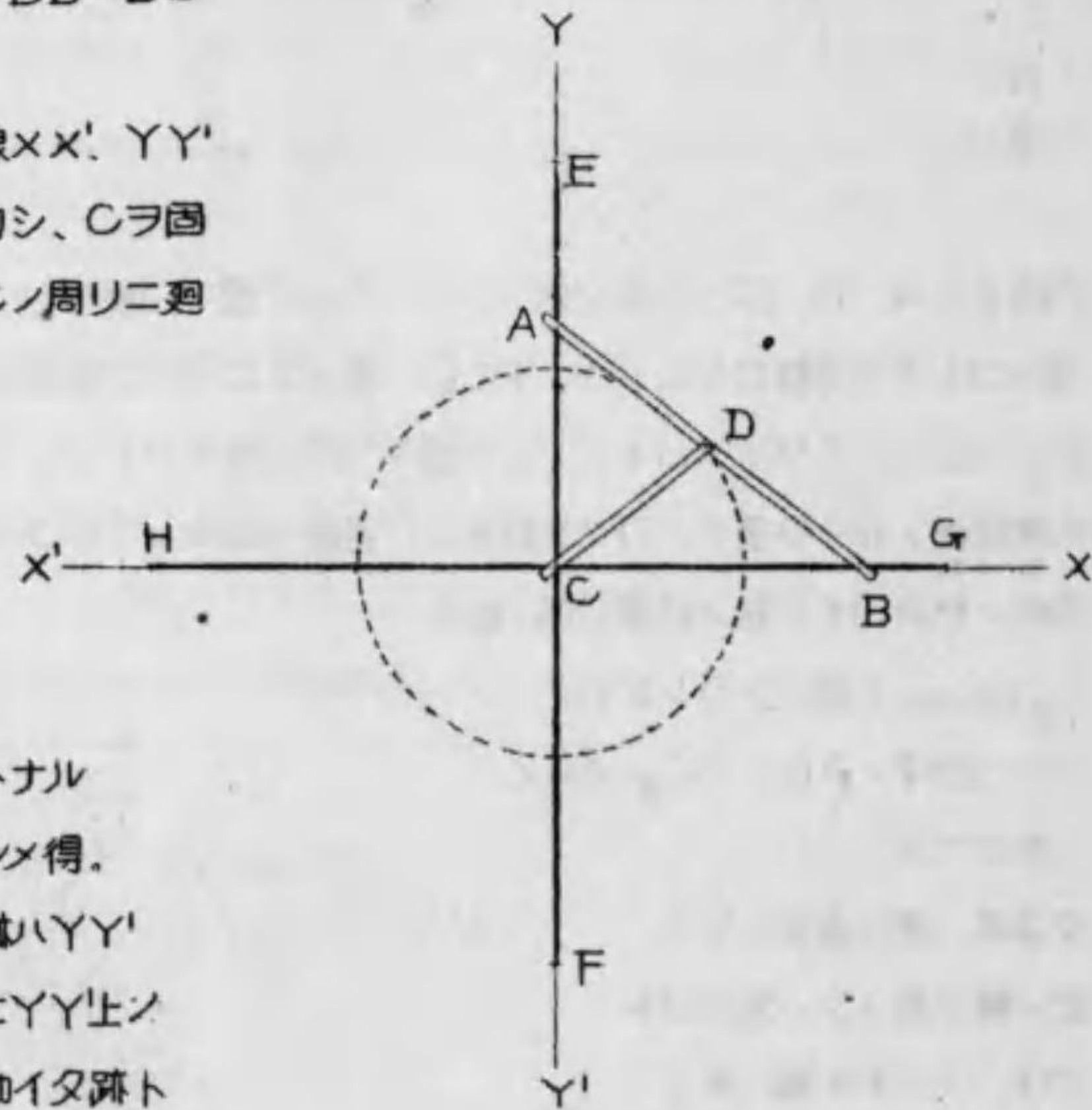
又Aノ動イタ跡ハYY'

上ニアルガ逆ニYY'上ノ

点ハミナAノ動イタ跡ト

ハイヘナイ。

即チ軌跡ノ證明ニ於テ是



ノ證明ノ必要ナルコトヲ

理解セシメ、CE=CF=AB

トスレバAノ軌跡ハEF

トナリ、同様ニBノ軌跡

ハGHトナルコトヲ知ラ

シム。

次ニABノ中点以外ノ

点ハ如何ナル軌跡ヲ

描クカトイフニ、今

AB上ノ任意ノ点ヲ

P(x,y)

AP:PB=m:n

BC=a, AC=b, AB=l

トスレバ

$$\begin{cases} x = \frac{am}{m+n} & \text{--- ①} \\ y = \frac{bn}{m+n} & \text{--- ②} \\ a^2 + b^2 = l^2 & \text{--- ③} \end{cases}$$

①②ヨリa,bヲ消去

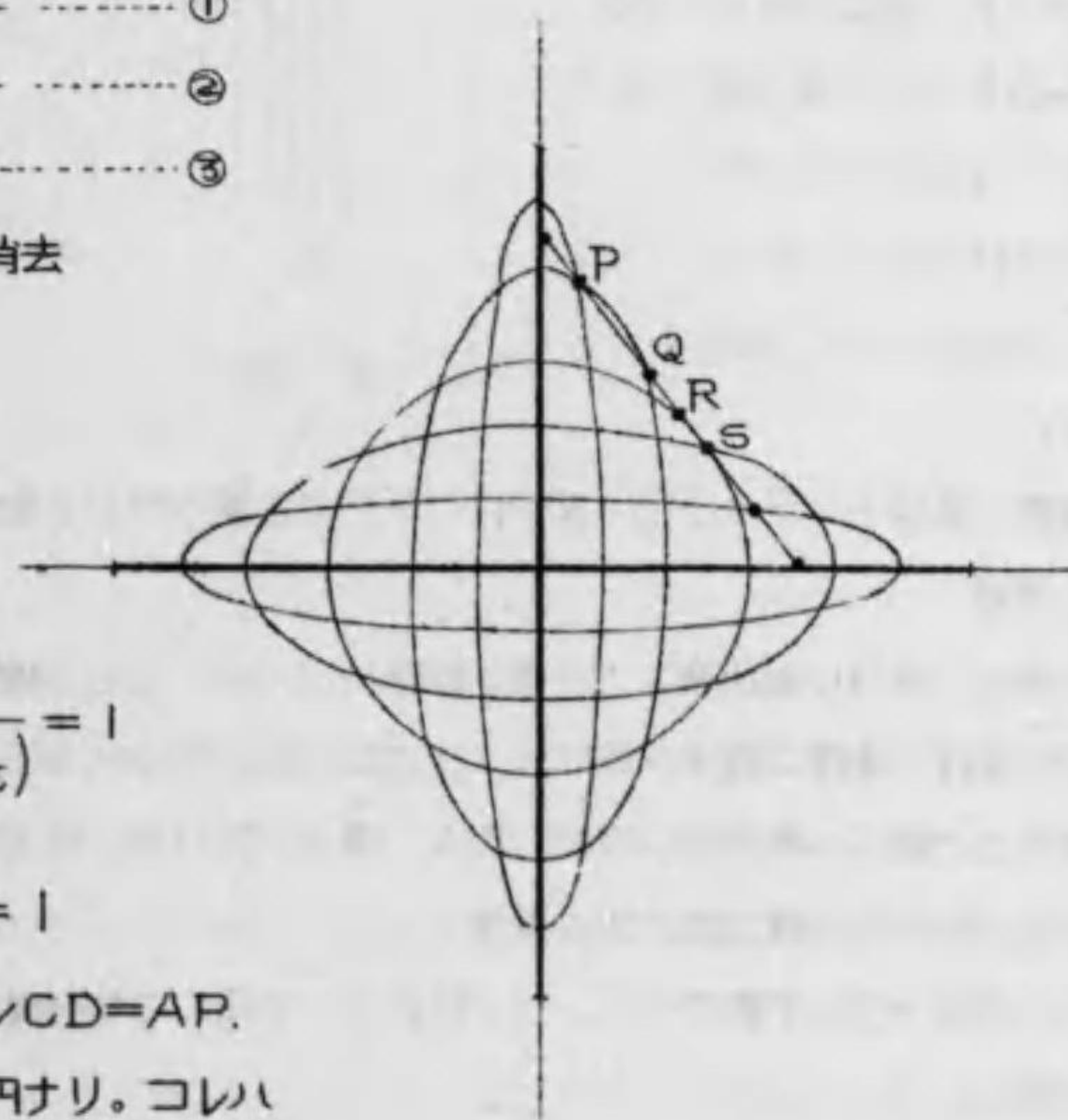
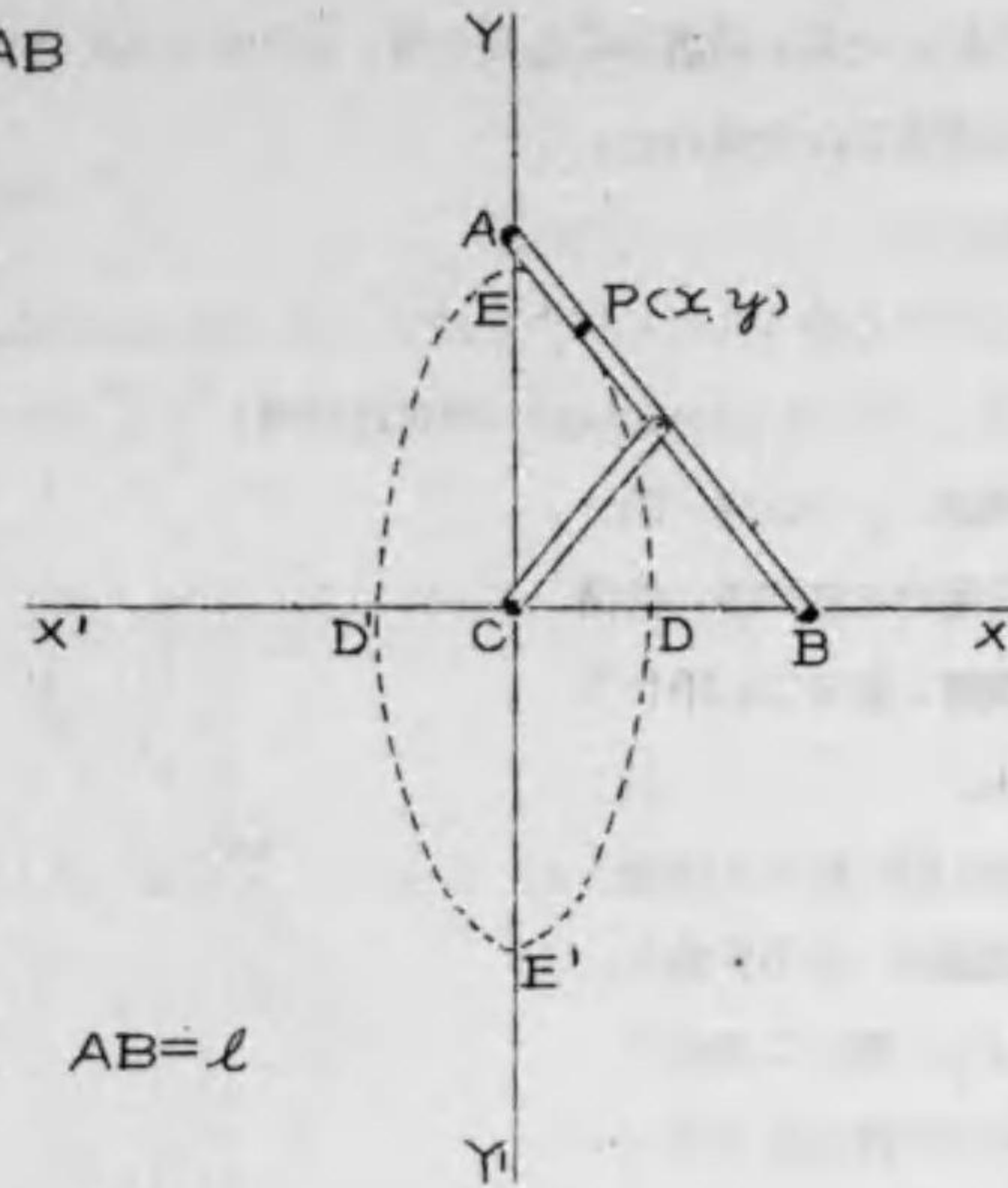
スレバ

$$\frac{x^2}{\left(\frac{lm}{m+n}\right)^2} + \frac{y^2}{\left(\frac{ln}{m+n}\right)^2} = 1$$

$$\therefore \frac{x^2}{AP^2} + \frac{y^2}{BP^2} = 1$$

コレハCヲ中心トシCD=AP,

CE=BPナル楕円ナリ。コレハ



證明ヲ省キ、結果ノミヤハリ直観セシメ得。

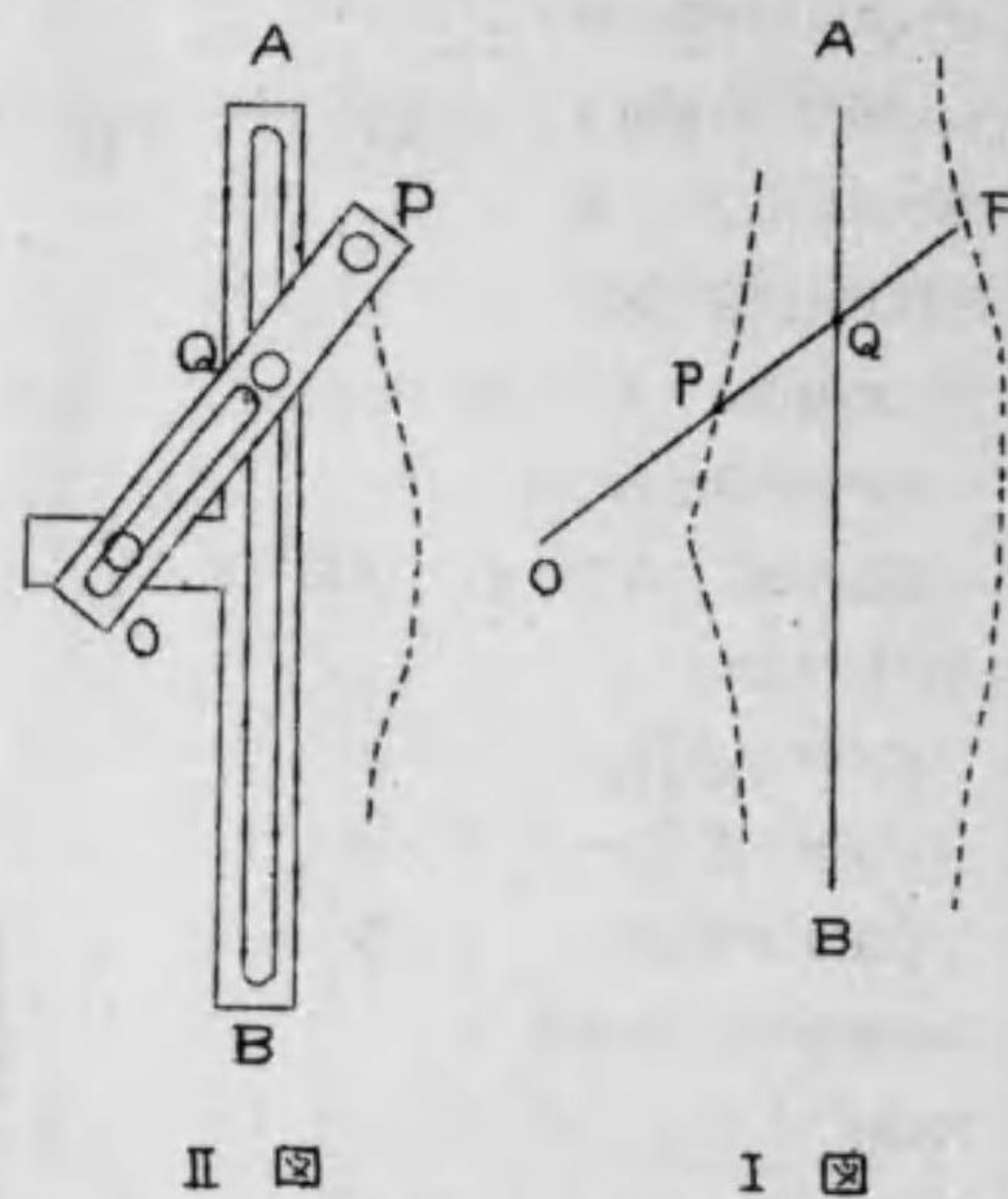
AB上ノ点ノ位置ヲP、Q、R、S等ノ如ク順次変化スレバソレニ応ジテ軌跡モ亦次第ニ変化スルヲ見レ。

(40)

Conchoid of Nicomedes (「ニコメデス」「コンコイド」)
Nicomedes (西紀前150年)・Conchoidハ古来有名ナル

曲線ニシテ任意ノ角ノ三等分ヲ立方体ノ倍積問題ノ解決ニ利用セラ

ル。
今I図ニ於テABヲ定直線、Oヲ定點トシOノ周リニ直線OPカ廻轉スルトキ、ソノ上ノ点Qハ常ニAB上ニアル様ニ且ツPQノ長サハ一定ナル様ニ動ケバPハConchoidヲ描ク。



實際ノ道見トシテハII図ノ如ク作リテPニ白墨ヲサシテ動力セバヨシ。

(41) 定理

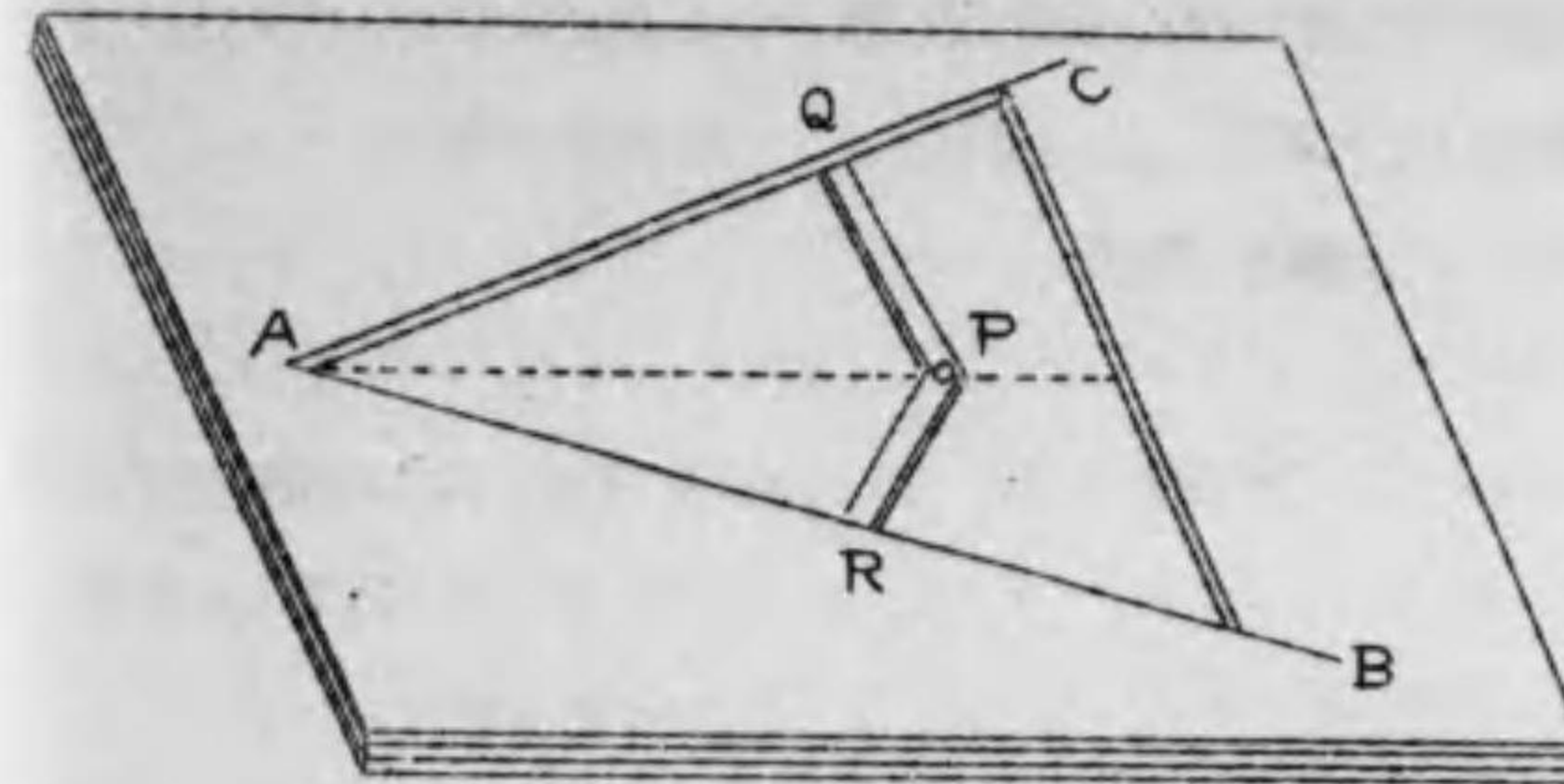
「角ノ二辺ヨリ等距離ニアル点ノ軌跡ハソノ角ノ二等分線ナリ」

コノ定理ヲ實際ニ描イテ見セルニハ次図ノ如ク作レバヨシ

即チ上ノ板ニ角ABCヲ切り抜キ、棒QPRハ常ニ角ノ二辺ニ垂直ニ且ツ

PQ=PRナル様ニ動ク如ク装置ス。

Pニ白墨ヲサシテ動力セバ、ソノ軌跡トシテ角ノ二等分線ヲ下ノ板ニ描クコトヲ得。



(42) 定理

「一線分ニ一定角ヲ張ル点ノ軌跡ハソノ線分ノ上ニ立ツテ、ソノ角ヲ含ムニツノ円弧ナリ」。

小黑板ヲ作り

ソノ上ニ針

ABヲ打チ

テ、ソノ間

ニ白墨ニ

テ線分A

Bヲ描キ

角線分トス。

図ノ如ク

校板ニテ角

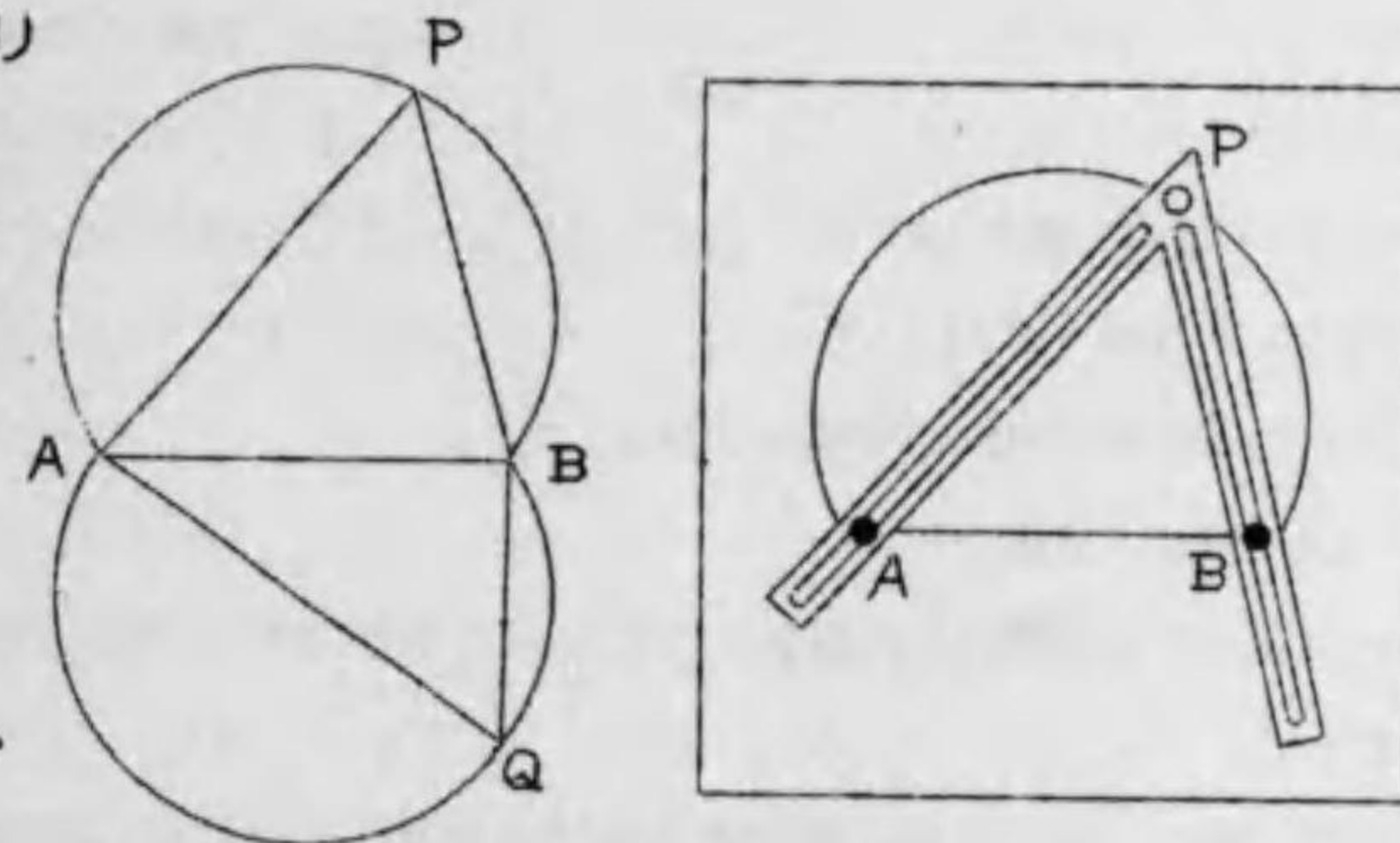
ヲツクリ、ソノ二辺ニ丁度釘カ通レ大イサニ溝ヲ作ル。

Pニ穴ヲアケテ白墨ヲサシ、コノ枠ヲ廻轉スレバPノ軌跡トシテ円弧ノ描カレル有様ヲ直観セシメ得。

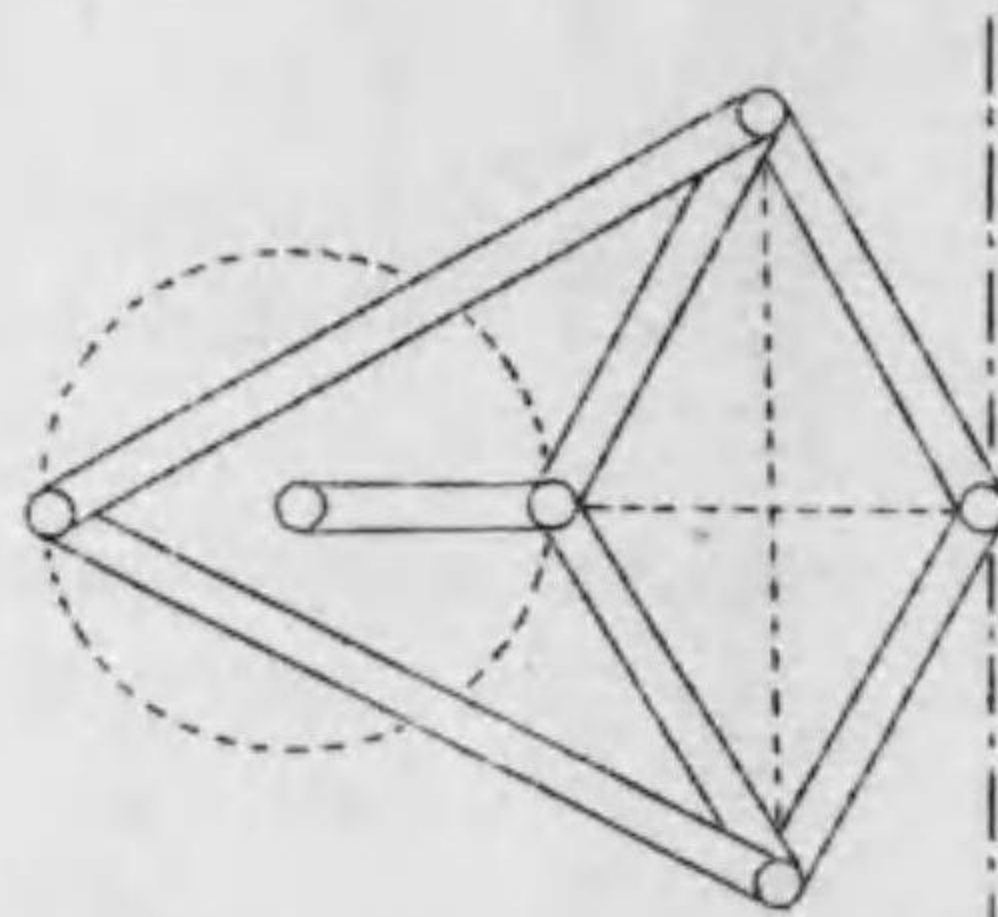
全ク同様ニシテ $\angle APB = \angle R$ ナル場合ノ器具ヲ作レバ軌跡トシテ半円周ヲ得。

(43) 直線製図器

円ヲ描クニハ軌跡ノ考ヘヲ応用シタルコンパスヲ用フ。同様ニシテ直線ヲ描クニ



軌跡ノ考ヘテ応用シタノガPeaucellier(ポーセリエー)ノ反轉器ナリ。定規ヲ用ヒテ直線ヲ描クノハ奥ハ既ニ定規ニ出テキル直線ヲ写スノデアリ。眞ニ直線ヲ創作的ニ描クニハコノPeaucellierノ反轉器ヲ用フ。
Peaucellierノ反轉器ノ原形。



AC=BC, AD=DB=BE=EA
OD=1/2 CD. O及Cハ固定。
Eニ白墨ヲサス。

DハOヲ中心トシODヲ半径トスル円弧上ヲ動クトキEハ直線ℓヲ描ク。

何トナレバ、

AB, DEノ交点ヲFトスレバ

CD · CE = (CF - DF)(CF + DF)

$$= CF^2 - DF^2 = AC^2 - AF^2 - (AD^2 - AF^2) = AC^2 - AD^2 = \text{一定}$$

∴ DEハ互ニ inverse point ナリ。

然ルニDハ反轉ノ中心Cヲ通ル円周上ニアリ。

∴ Eノ軌跡ハ直線ナリ。

コレニヨリテ直線運動ト円運動トハ互ニ一方カラ他方ニ変更シ得ルコトヲモ直観セシム。

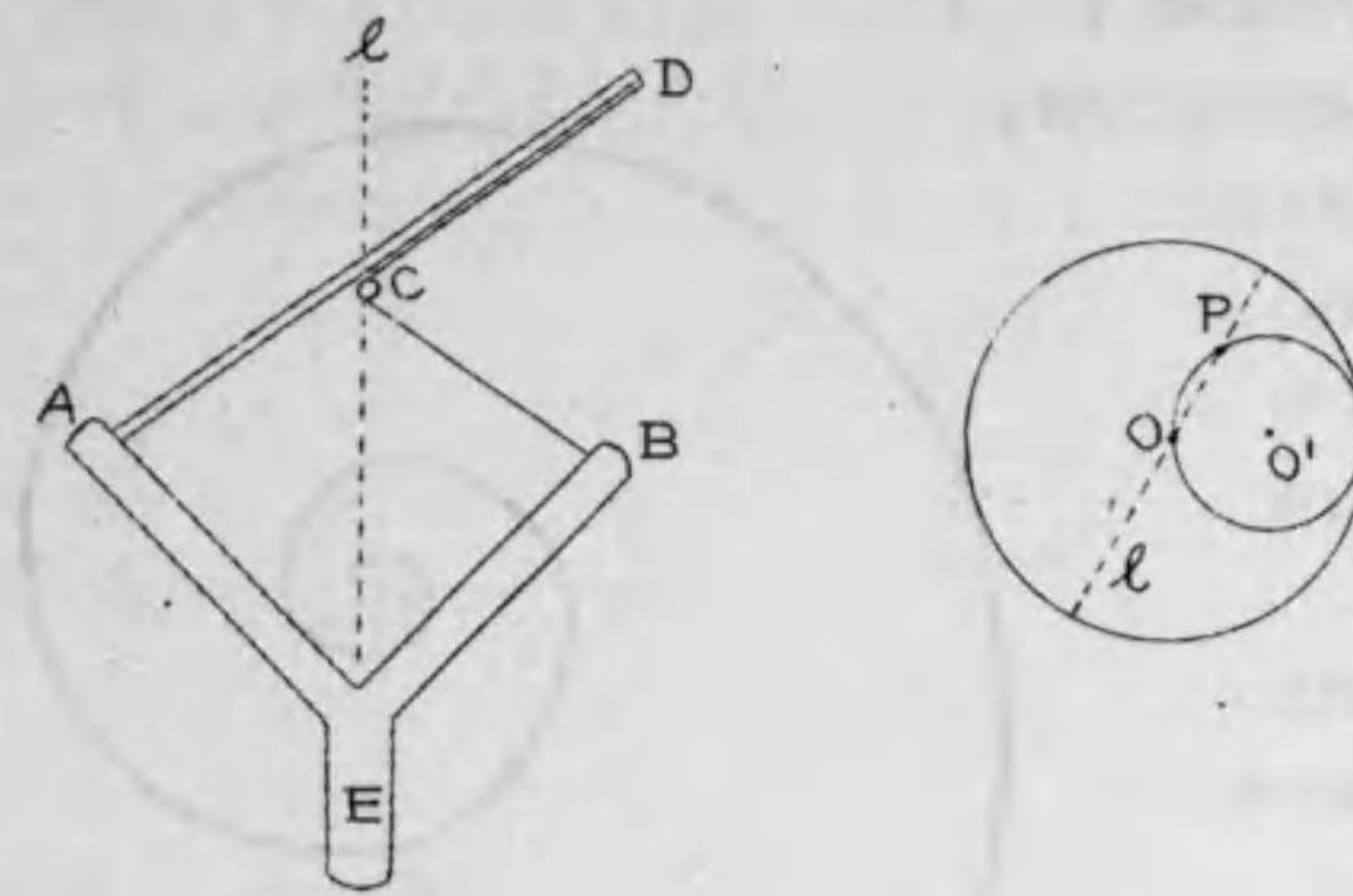
コノ外ニ軌跡ノ考ヘニヨリテ直線ヲ描ク場合ヲ一ニ等グレバ(次ノ如シ)。

次図ニ於テEヲ手ニテ握リテABヲ固定シ、ADハ針金ニシテAニ於テ自由ニ廻轉スルコトヲ得。

針金ADニ等シキ糸BCDノ両端ヲB, Dニ固定ス。

糸CDガ針金ニ密着スル様ニ白墨Cヲ動かセバ(A, Bヨリ等距離ニアル矣)ノ軌跡トシテ直線ℓヲ描クコトヲ得。

或ハ円Oノ内方ニ円O'ノ半径ヲ直径トセル円O'ガ滑ルコトナク旋轉スルトキ円O'周上一ノ一定点Pハ軌跡トシテ直線ℓヲ描ク。



(44) Tchelichev (チエビシェーウ)

コノ人ハロシアノ数学者ニシテ

短キ部分ナレド殆ソド直線ニ近

キ線ヲ描ク方法ヲ發明セリ。

即チ図ノ如ク四本ノ棒ヲ組合セ

テ

$$AB=CD$$

$$AB : BD : AC = 13 : 10 : 4$$

トス。

又DBハ固定シ、DC、

AB、ACハD、B、

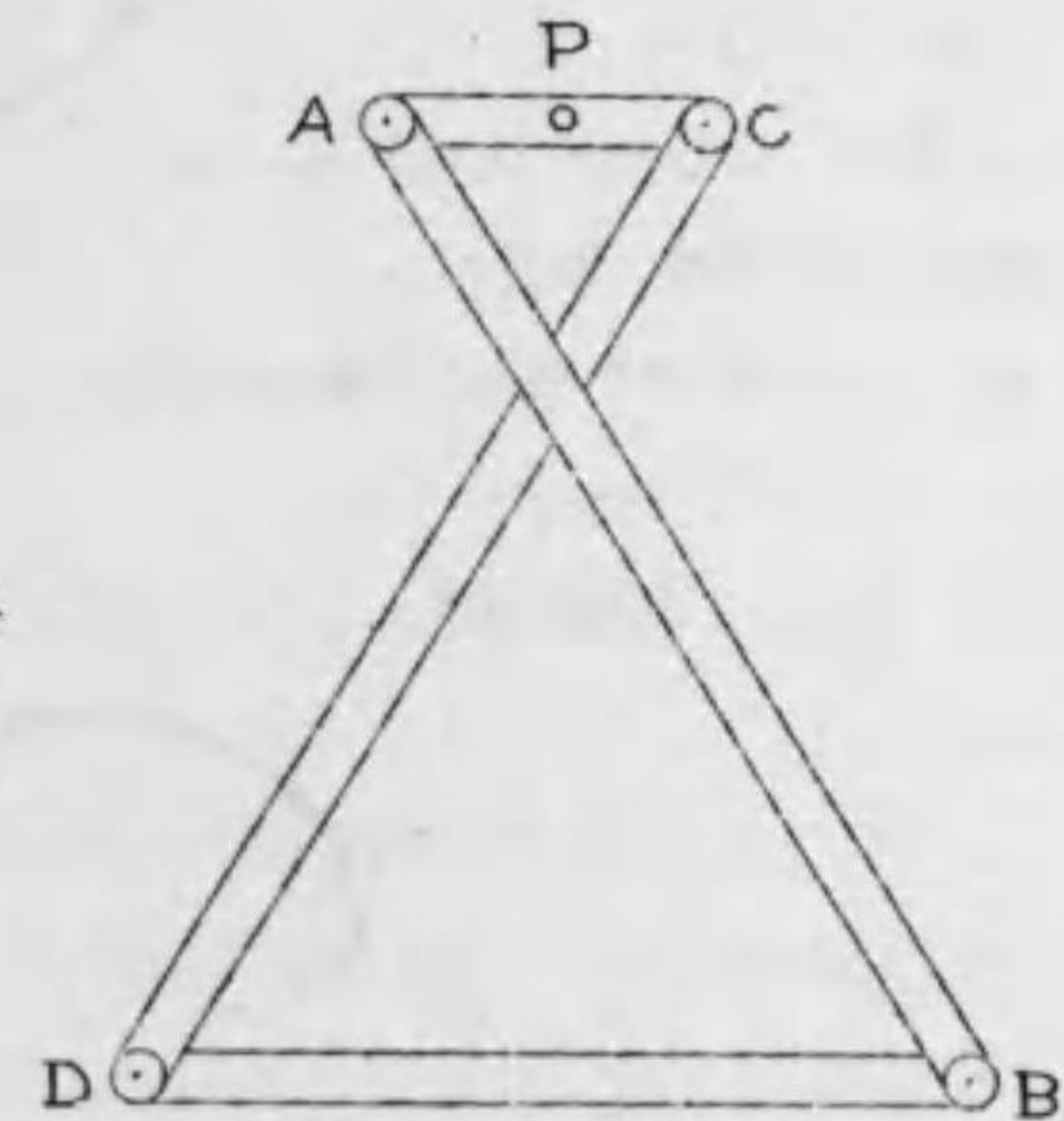
A、Cノ周リニ自由ニ

廻轉シ得ル様ニス。

ACノ中点ニ穴Pヲアケ白墨ヲサシテ動かセバ(近似直線ヲ描クヲ見ル)。

(45) Spiral (螺旋 匹線)

点ガ中心ヨリ遠ザカリツツ中心ノ周リニ廻轉運動ヲナストキニ生スル線ナリ。



I 図ハ比例ヲ應用セルモノナリ。

Oニ於テ直交セルニ直線上

ニA、Bヲトリ。

$AB \perp BC$ 。

$BC \perp CD$

等ヲツクリ弧

AB、BC、

CD等ヲ適當ニ

描ケバ螺旋ヲ得。

ココニ於テ。

$\triangle ABO$ 、 $\triangle BCO$

等ハ相似直角三角形

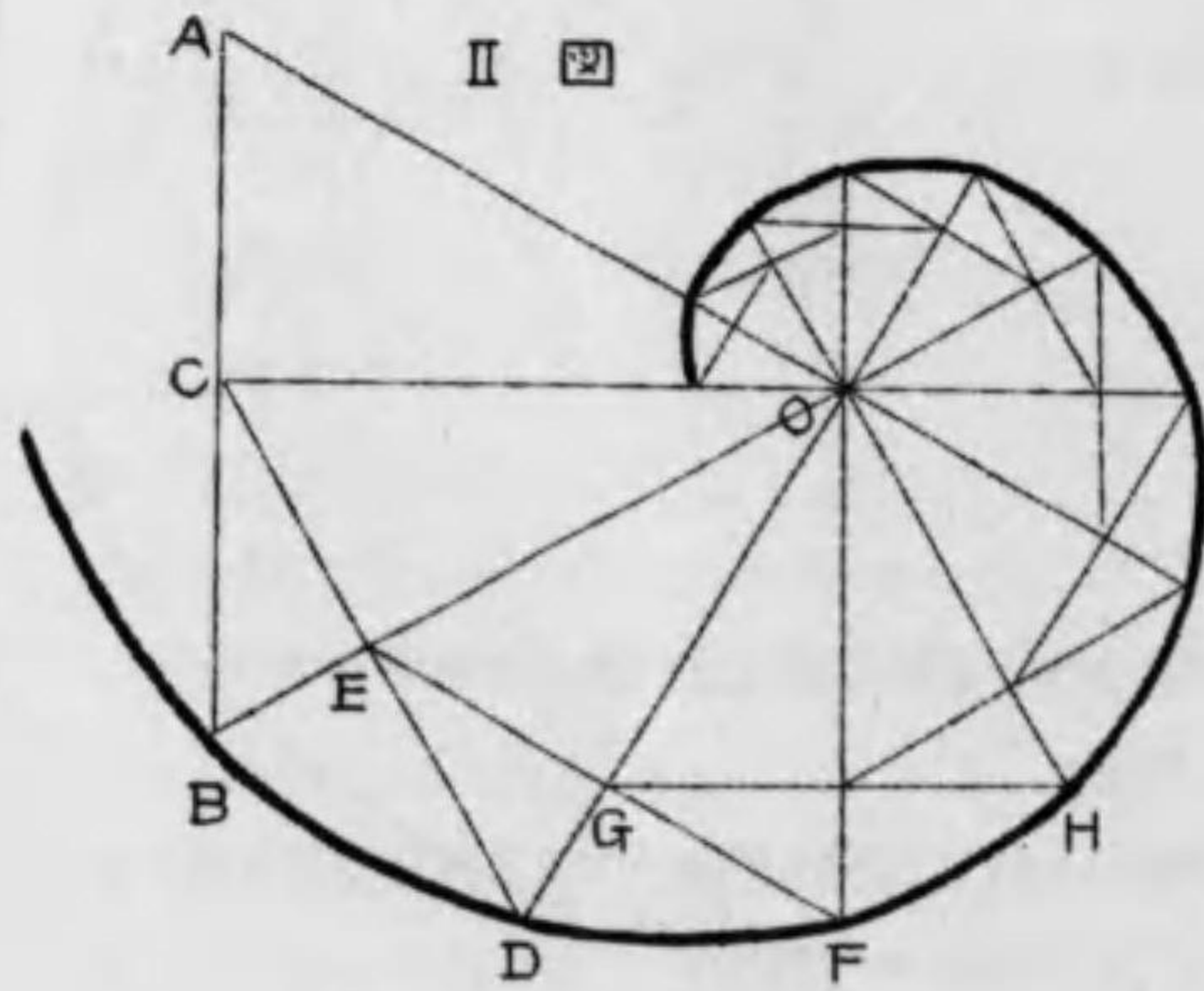
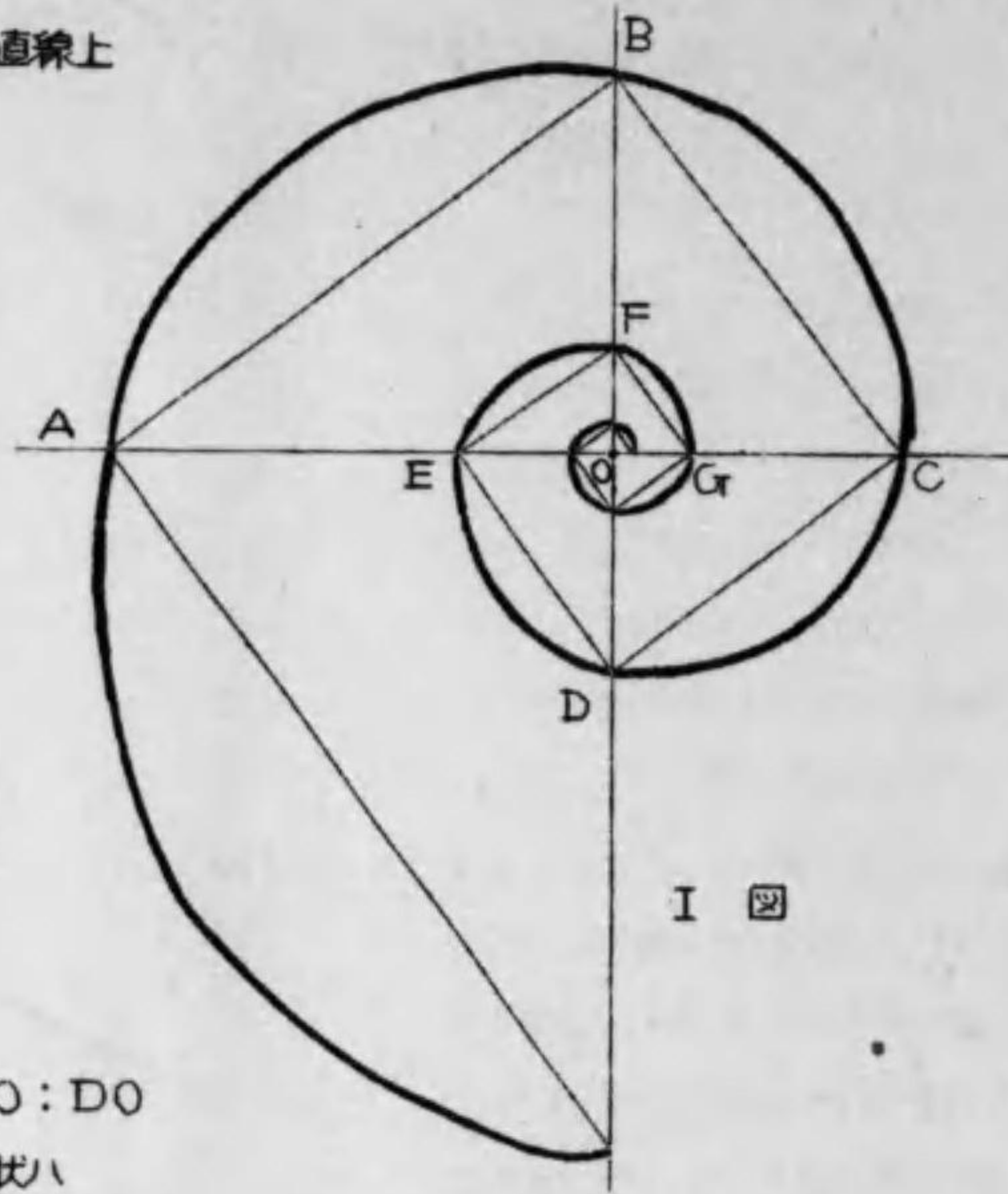
ニシテ

$AO : BO =$

$BO : CO = CO : DO$

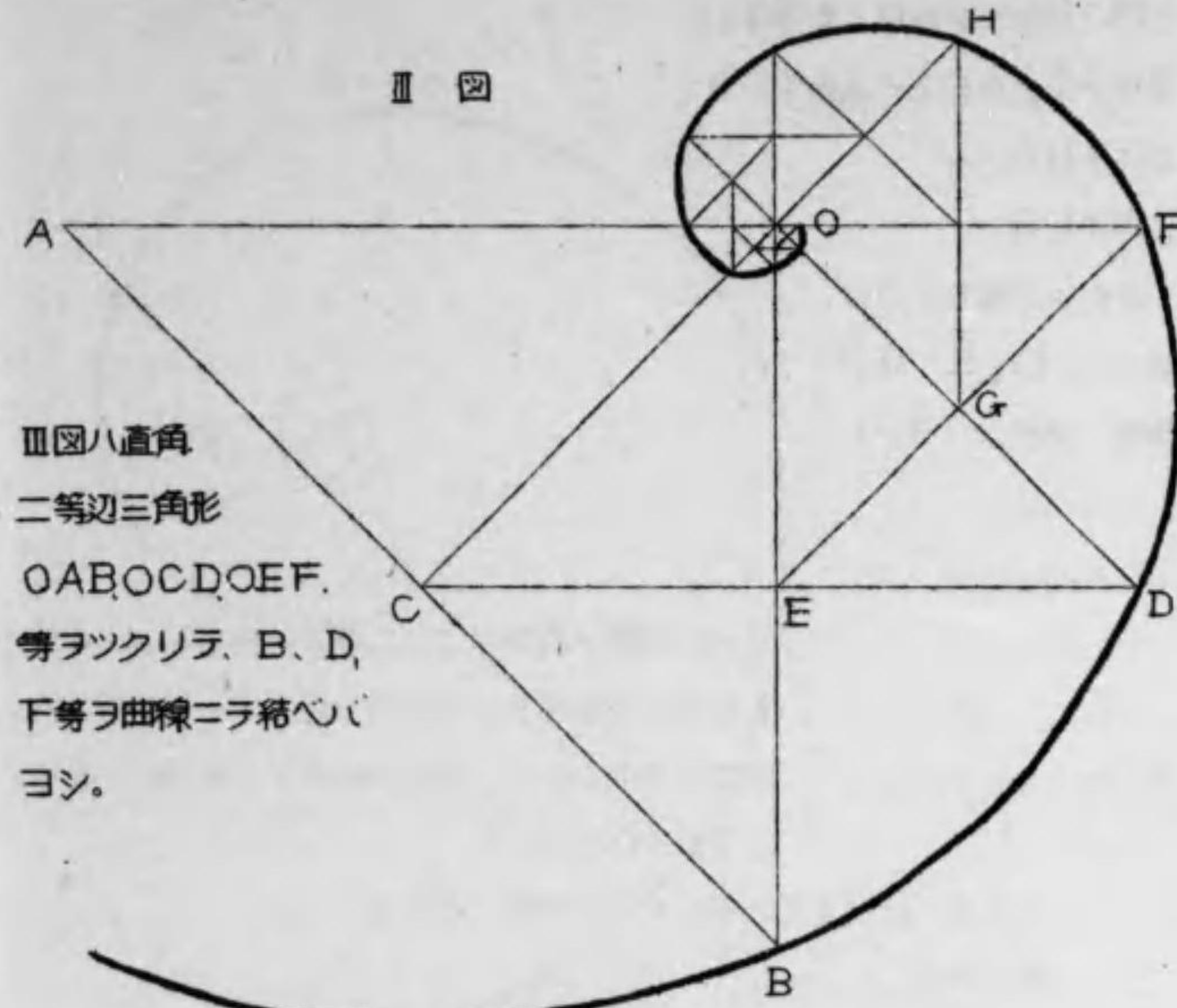
等ナル故ニ螺旋ノ形状ハ

$AO : BO$ ナル比ノ値ニテ定マレナリ。



II 図ハ正三角形OAB、
OCD、OEF等ヲ順
次Oノ周リニツクリ頂
点B、D、F等ヲ曲線
ニテ結ベバ螺旋ヲ得。

II 図



III 図ハ直角

二等辺三角形

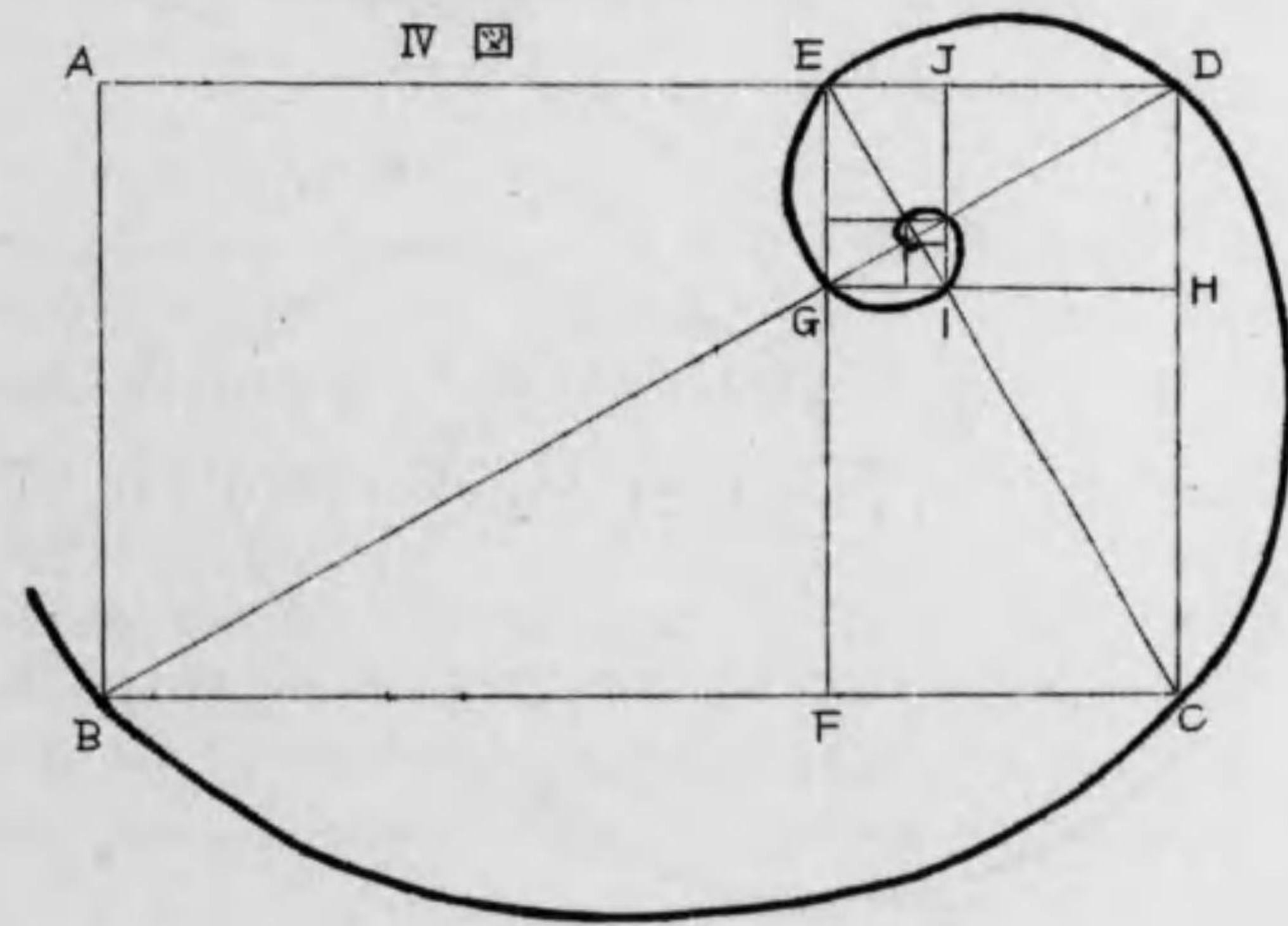
OAB、OCD、OEF、

等ヲツクリテ、B、D、

F等ヲ曲線ニテ結ベバ

ヨシ。

IV 図

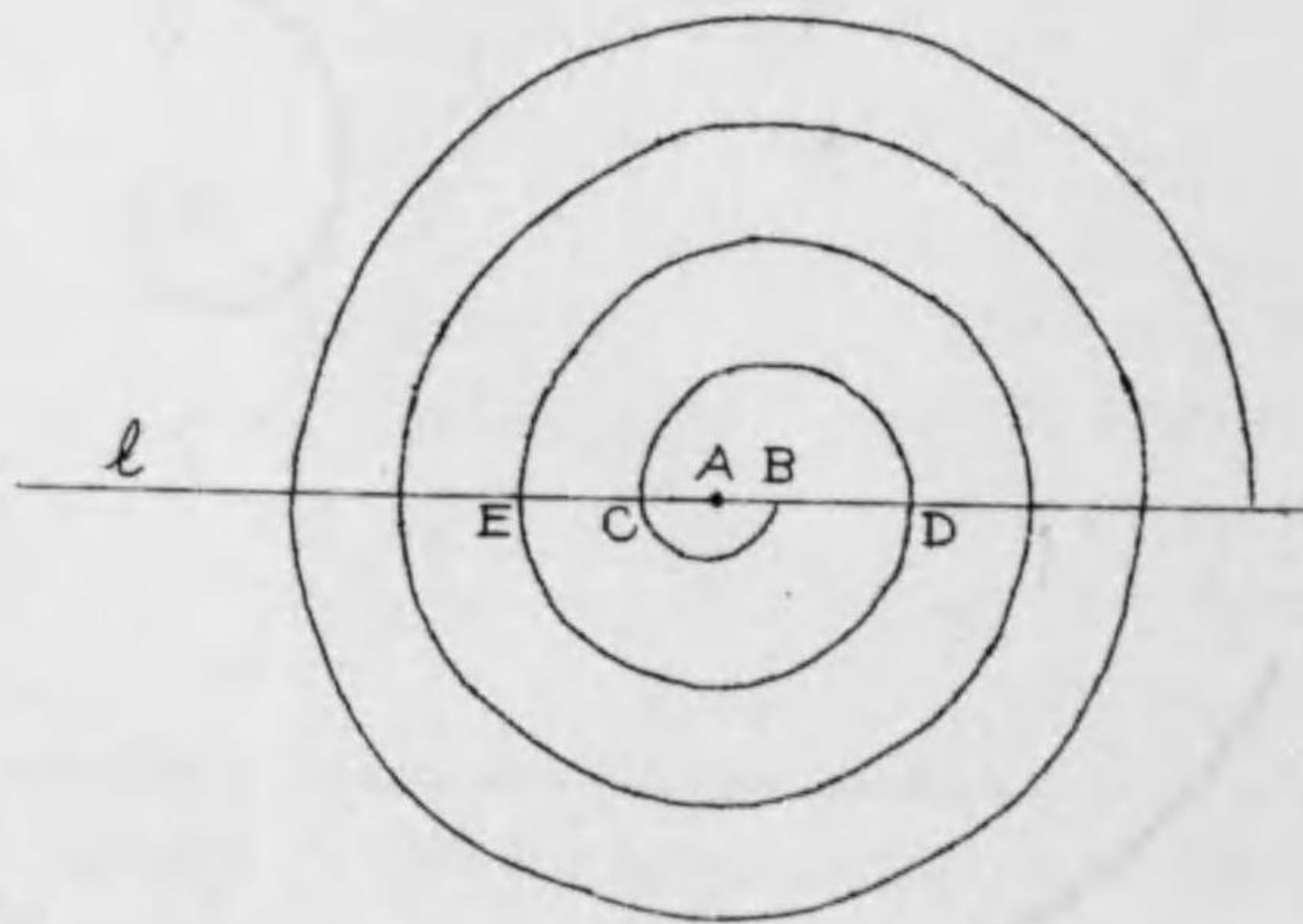


IV図ハ矩形ABCDノ對角線BDニCカラ
 垂線ヲ下シADトノ交點ヲEトス。
 EF∥DC,
 GH∥ED,
 IJ∥GE等ヲツクリ,
 B, C, D, E, 等ヲ
 曲線ニテ結ベバヨシ。

V図ハ任意ノ直線ℓ上ニニ點A, Bヲトリ, Aヲ中心
 トシABヲ半径トシテ半円ヲ描キℓトノ交點ヲCトス,
 次ニBヲ中心トシ, BCヲ半径トシテ半円ヲ描キℓト
 ノ交點ヲDトス。

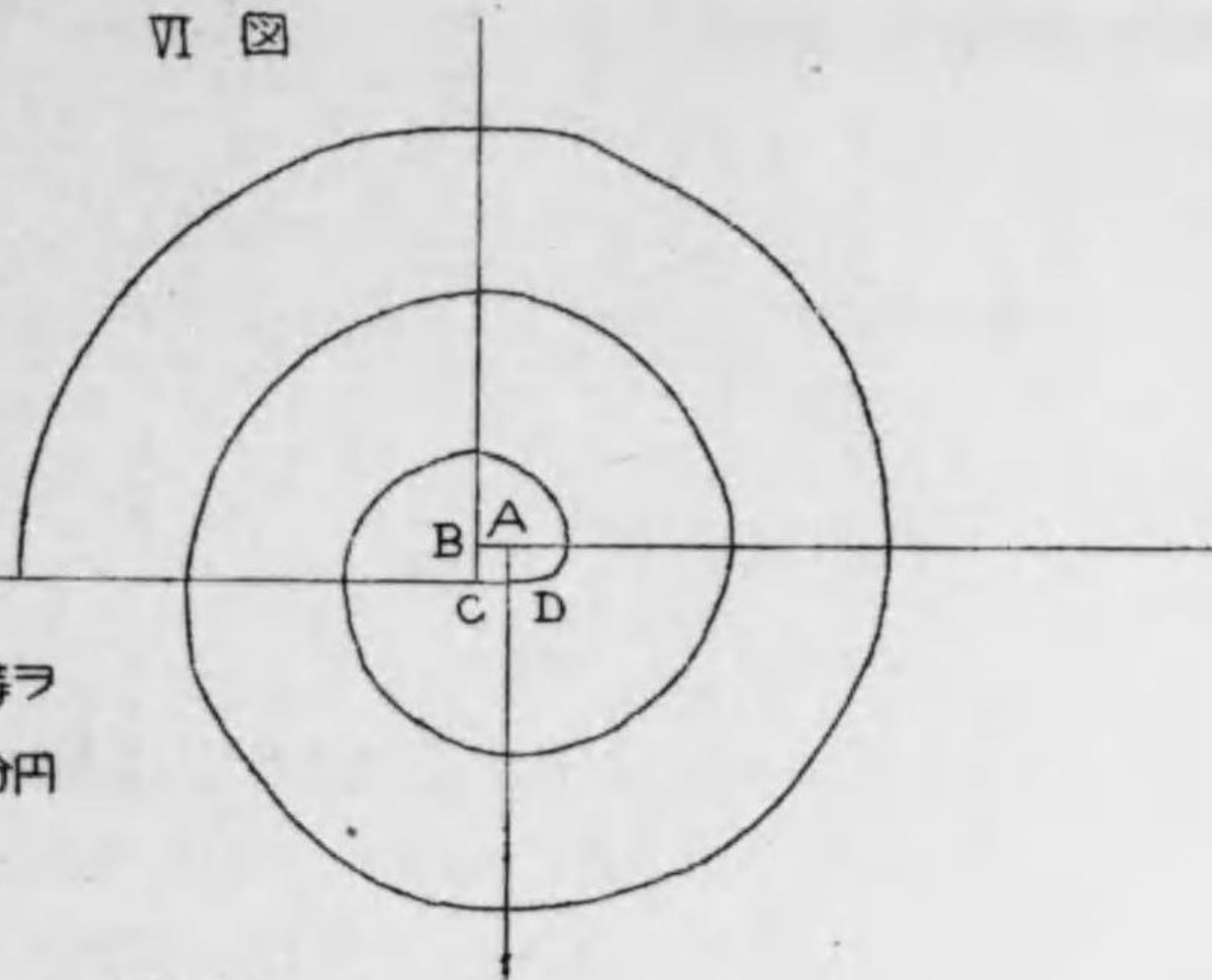
以下A, Bヲ交互ニ中心トシテ同様ノ方法ヲ
 繰リ反ス。

V 図



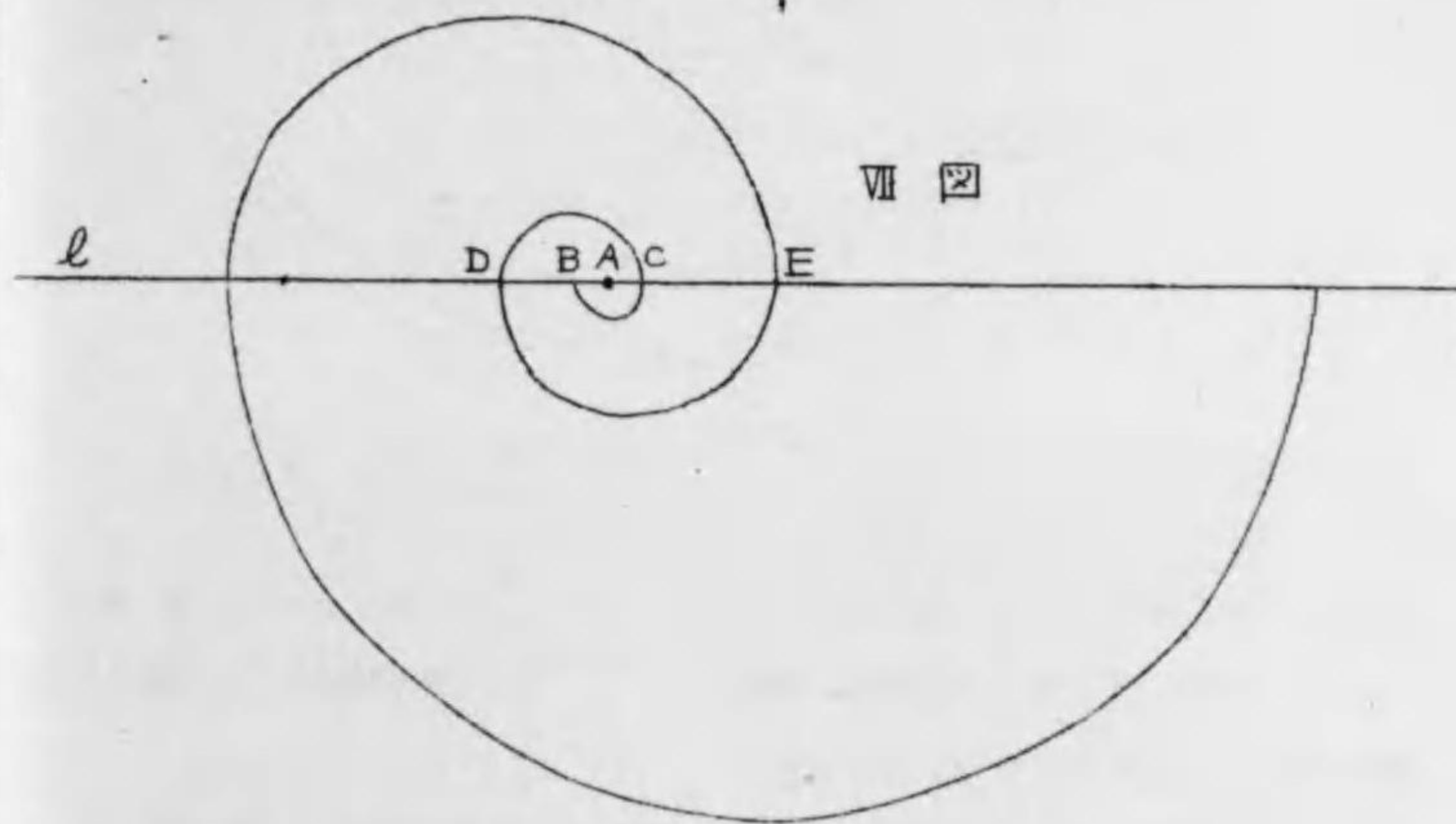
VI図ハ正方形
 ABCDノ四
 辺ヲ延長シテ
 Aヲ中心トシ
 ADヲ半径ト
 スル四分円ヲ
 描キ, 以下順

VI 図

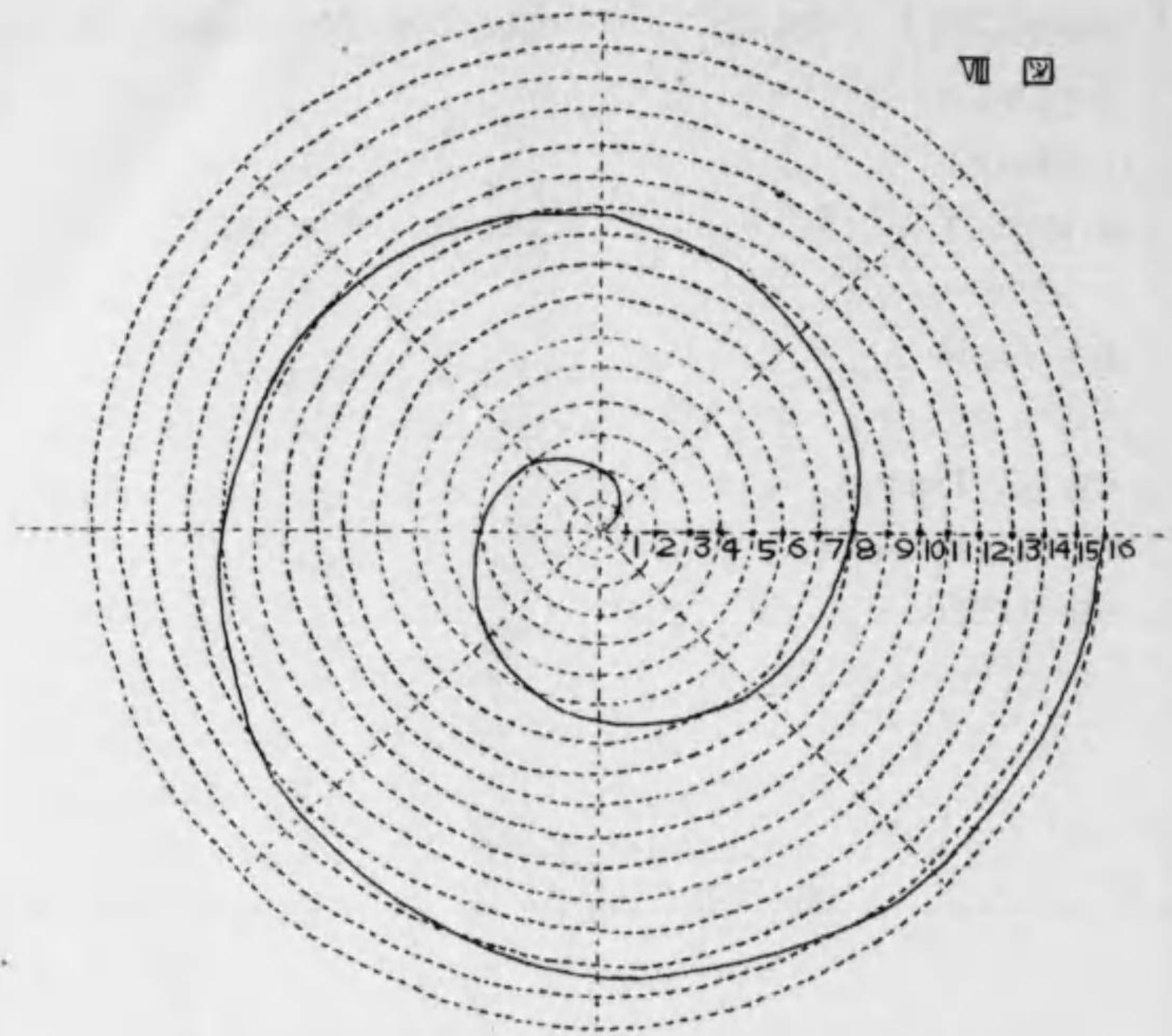


次B, C, D等ヲ
 中心トシテ四分円
 ヲ描ケバヨシ。

VII 図



VII図ハAヲ中心トシABヲ半径トスル半円ヲ描キℓトノ交點ヲCトス。
 次ニBヲ中心トシBCヲ半径トスル半円ヲ描キℓトノ交點ヲDトス,
 更ニCヲ中心, CDヲ半径トスル半円ヲ描キ, 以下同様ノ方法ヲ繰リ返ス。

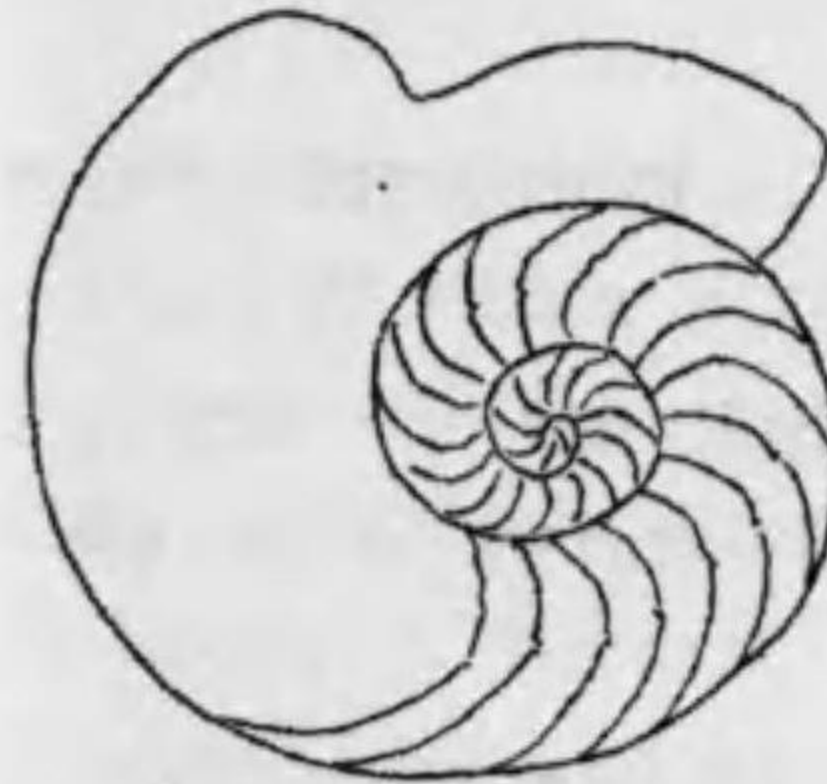


VII図ハ「アルキメデス」ノ螺旋 (Spiral of archimedes) ナリ。
 コレハ中心ヨリ等速度ニテ遠ガカル運動ト中心ノ周リニ等角速度ニテ廻轉スル運
 動トヲ組合セタルモノナリ。
 依ツテ同心円ト中心ヲ通ル例ハ本ノ放射線トノ交点ヲ順次図ノ如ク結ベバ
 「アルキメデス」ノ螺旋ヲ得。
 コノ螺旋ノ八番目ノ同心円毎ニ一周スルヲ見レ。
 放射線ノ数ヲ変スレバ一周スル同心円ノ数モ勿論変ス。
 「アルキメデス」ノ螺旋ノ式ハ $r = a\theta$ ナリ。
 實際ニハシリンドターニ糸ヲ巻キツク他端ニ鉛筆ヲツケテ描クコトヲ得。

實際界ニ螺旋ノ例ヲ求ムレバ

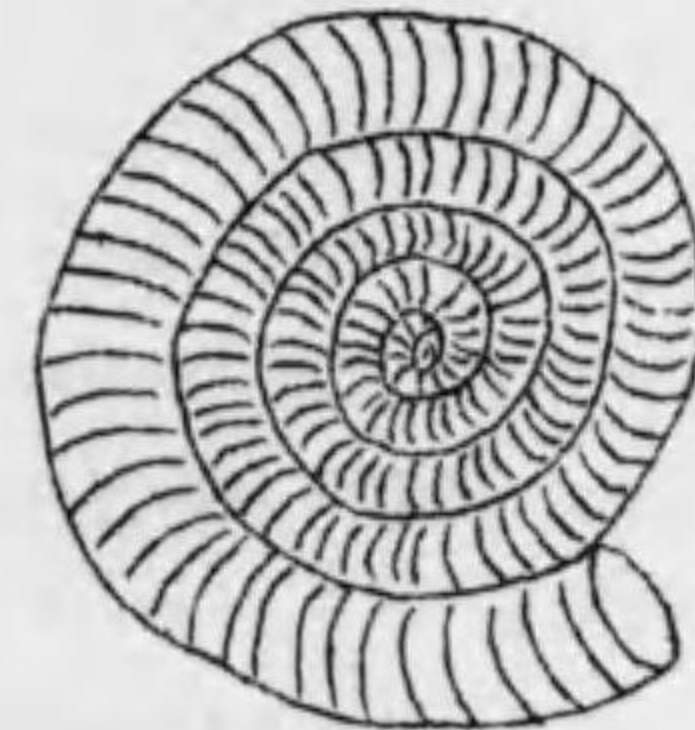
時計ノゼンマイ、オウムガヒ、アンモン貝等ノ貝類、指紋、渦巻線香、渦状星雲
等アリ。

オウムガヒノ断面



アンモン貝

(渦状ニ巻キタル貝化石)



大熊座ニ於ケル渦状星雲



§ 4

結 語

以上大体動的取扱ノ對象トナルベキ教材ニツキテ思ヒツキタルマ、ニ順序モ無ク羅列セリ。ソシテソノ大部分ハ幾何學ノ材料ニシテソレニ若干ノ代數的教材ヲ混シタルノミ。

算術的教材ニツキテハ何等記述スル所ナカリシモ、コレ動的取扱ノ對象トナルベキ材料無キニ非ザルナリ。都合ニヨリテコ、ニ省略スルノ止ムナキニ至レルノミ。

又所カニ實際界ニ於ケル數種ノ例ヲ挿入セリ。コレ教育ノ手段トシテノ教學ニアリテハ出來ルタケ吾人ノ周圍ヨリ即チ生活環境ヨリ材料或ハ實例ヲ求ムルコトノ必要ヲ痛感シタルニ外ナラス。

顧レバ、私ノ乏シキ経験ニヨルモ動的取扱ノ確力ニ生徒ノ喝采ヲ擲シタリ。依ツテ適當ニ取捨選択サレテ、數學教育進展ノタメニ、多少ニ拘ラス役立テバ、蓋シ私ノミノ喜ビニ非ザルハシ。

§ 5

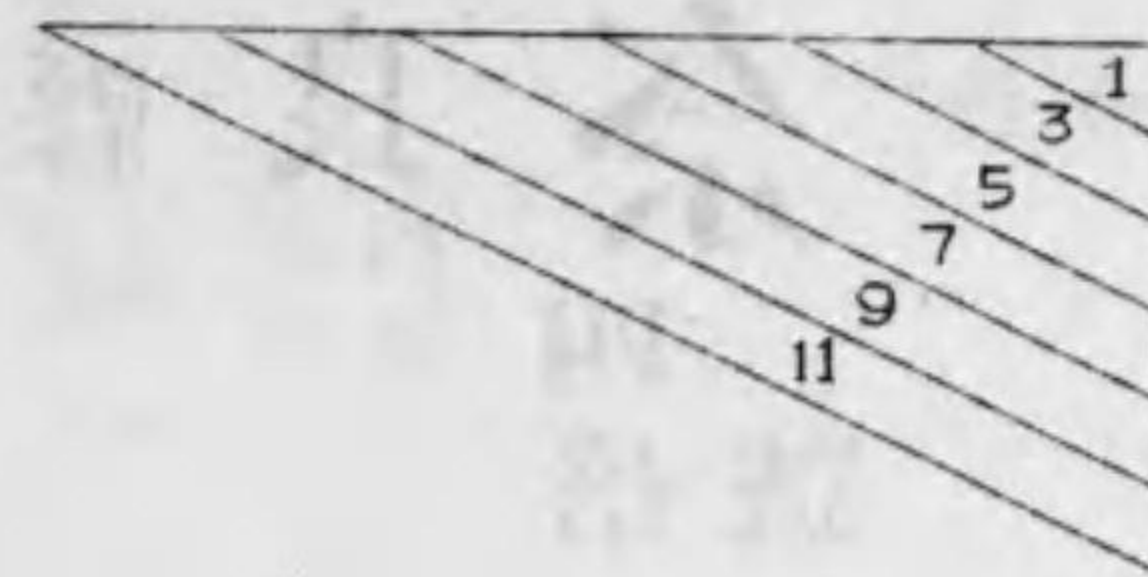
餘 論

數學ヲ一層興味アラシムル方法及自然界ノ數學的禱祕或ハ數學ガ實際社会ニ利用サレタ例、又ハ數學教授ニ於テ忘レラレタル事項等ニツキ感シタル矣ヲニ三次ニ補定セントス。

(1) 興味アル問題

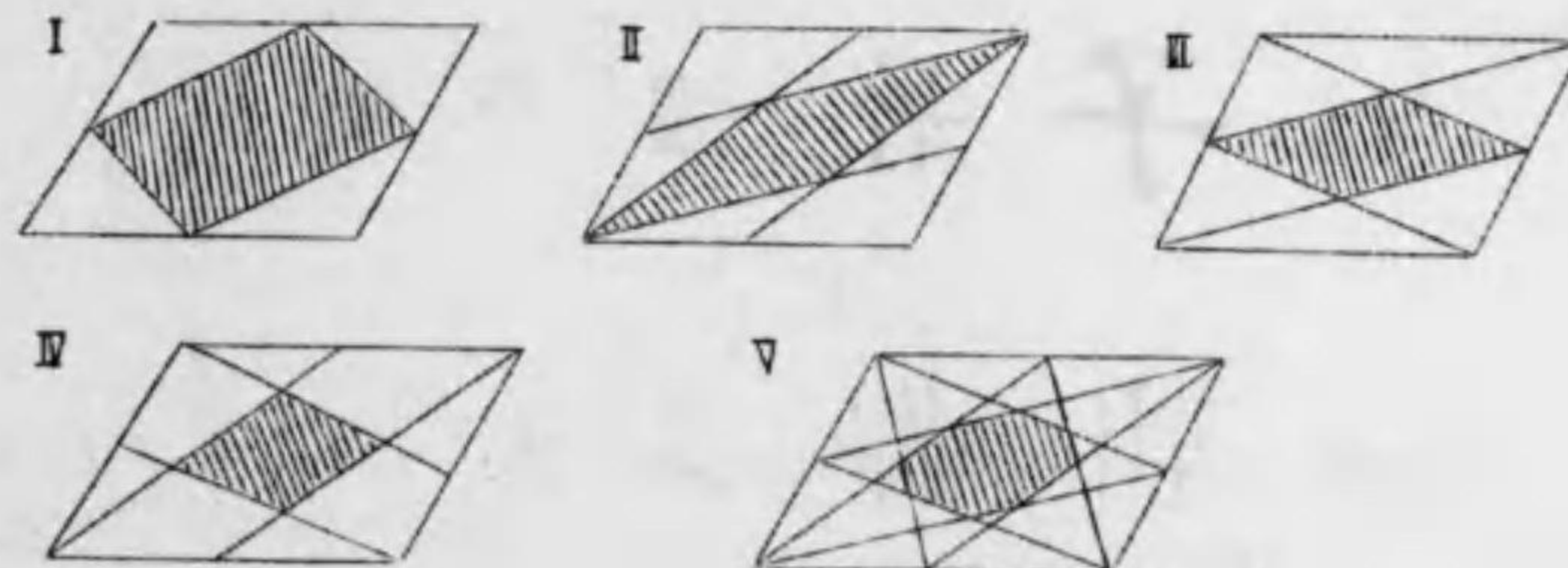
(1)

図ノ如ク互ニ等距離ニ
平行線ヲヒクハ比等ノ
面積ノ比ハ
1 : 3 : 5 : 7 : 9 :
等トナルコトヲ証明セヨ。



(2)

平行四邊形ノ各辺ノ中點ヲ圖ノ如ク結ベハ中ニ生シタ平行四邊形或ハ八角形ノ面積ハ順次原ノ平行四邊形ノ $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{16}$ トナル。



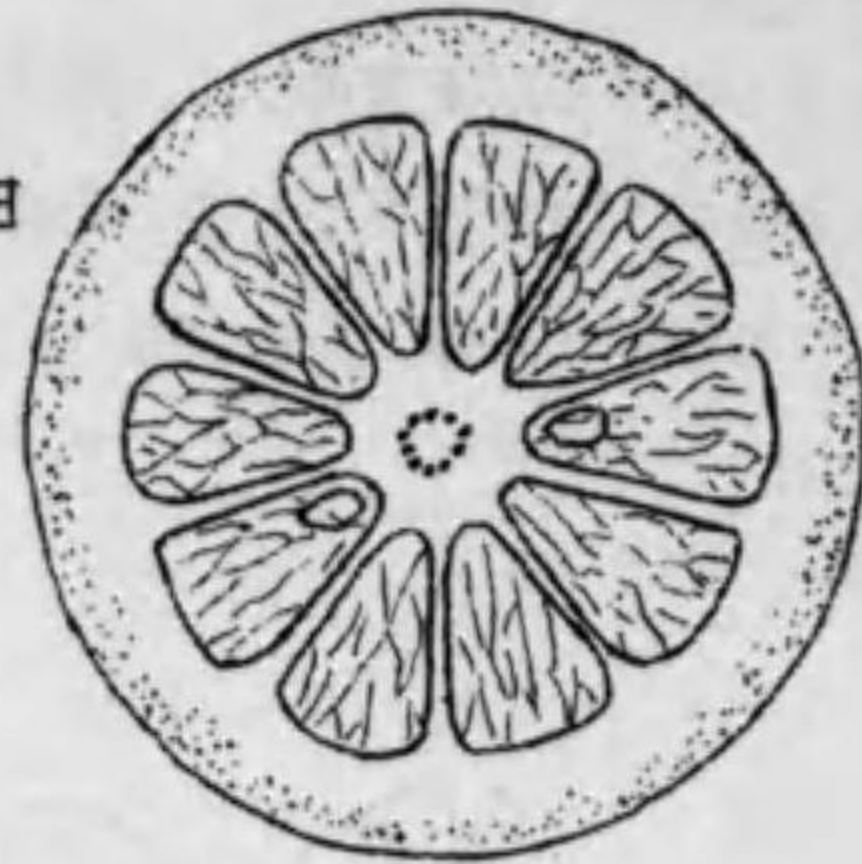
(2) 活字

吾等ノ生活環境ヨリ親シミ多キ活字ヲトリ

定理「ニツノ相似多角形ノ面積ノ比ハソノ對應辺ノ平方ノ比ニ等シイ。」ノ応用トシテ練習ニ用ヒ、兼テ活字型ノ種類及大サヲ知ラシム。

果実ノ断面

密柑



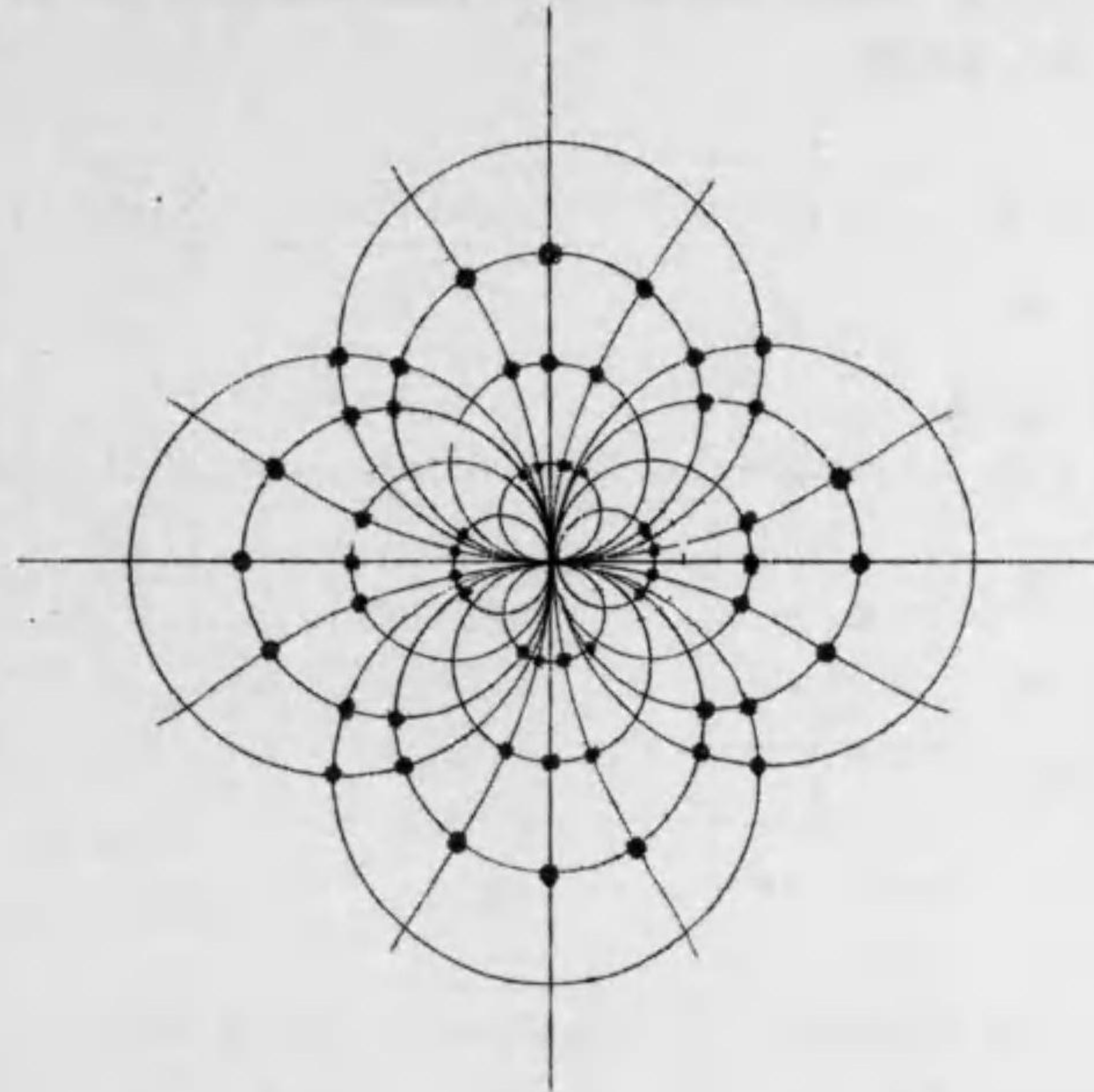
(b) 鉱物ノ幾何

先ツ美麗ニシテ不思議極マル種々ノ結晶アリ。数学ト関係多キモノヲ数種等クレバ次ノ如シ。

八面体ヲナセルモノ。	明礬、螢石、磁鉄鉍。
立方体(六面体)ヲナセルモノ。	岩塩、螢石、菱鉄鉍。
偏菱形二十四面体ヲナセルモノ。	柘榴石
正四面体ヲナセルモノ。	閃亜鉛鉍。
五角十二面体ヲナセルモノ。	菱鉄鉍。
六方柱ヲナセルモノ。	燐灰石。
正方錐ヲナセルモノ。	灰重石。
六方錐ヲナセルモノ。	銅王。

次ニコノ自然ニ存スル美妙ナル結晶ノ内部構造ニ就キテ古来幾多ノ研究行ハレシモ1898年ニレントゲン氏ガX線ヲ発見シテ以テコノX線ノ性質ヲ知ルタメニ鉍物ヲ用ヒテ実験セシ所。X線ノ性質ト俱ニ鉍物ノ内部構造明カニナレリ。1912年ニ M. von Laue (ラウエ氏) ハX線ヲ鉍物ニ当テルトキ内部ヲ通過スル際ニ各ノ原子ニ當ツテ反射スル線ハ互ニ打ち消シ合ヒ、互ニ或ル限ラレタル方向ニ於テ助け合ヒ、コノ線ノ方向ニ写真ノ乾板ヲ置ケバ(以テ斑点トナリテ現ハル)コトヲ発見セリ。コレヲ「ラウエ」ノ斑点トイフ。

次圖ハ岩塩ノ「ラウエ」ノ斑点ニシテ互ニ切スル円周ノ交点ノ所ニ生ズルヲミル。



次ニ結晶ニハ非ザレドモ銅王石モ興味深シ。

コレハ銅王ノ如キ複円錐体ヲナセル故ニコノ名アリ。通常円錐体ノ頂上ニ小ナル凹ミアリ。又円錐面上ニ放射状ノ條溝アリ。大サハ1-2種。稀ニ6種位ノモノモアリ。流紋岩ガ固結ノ際收縮ノタメニ空隙ヲ生ジ此ノ中ニ出来タ王龍ナリ。

(c) 動物ノ幾何

動物殊ニ貝類ノ殻ニ面白キモノアリ、オウムカヒノ断面ハ見事ナル *Spiral*

ヨナスコトハ既ニ述ベタリ。

ソノ外ニ、サラサバテイカマ(高瀬貝)、ギンタカハマ(ヒロセガヒ)、腰高貝、リウキウタケ等ハ綺麗ナル円錐形ヲナセリ。又ヤマバチ(スズメバチ)ノ巢ハ非常ニ大ナル故、六角形及六角柱ヲナセルノ形状ガ実ニ明瞭ニ見ラル。

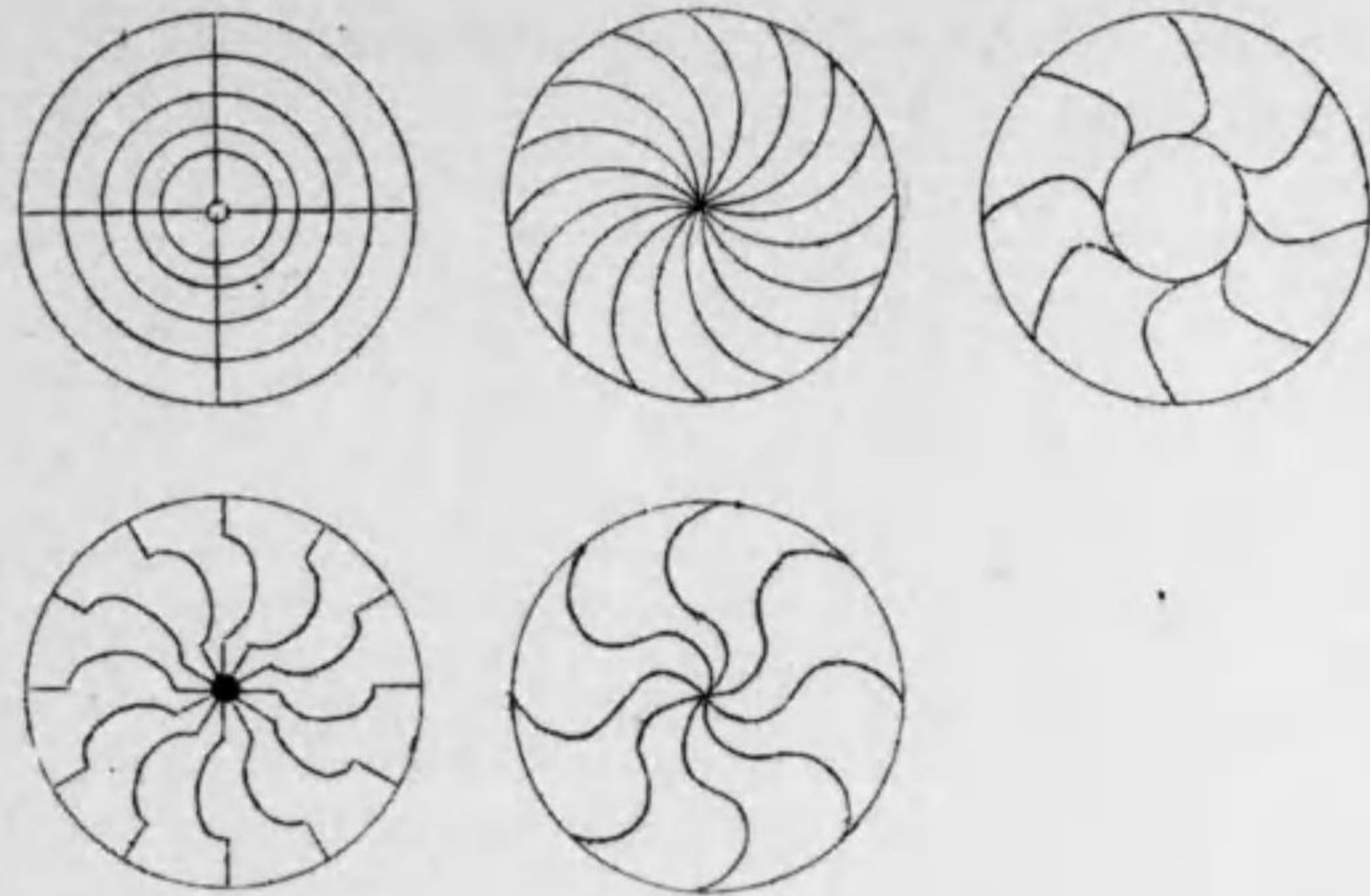
(4) 寶石ノ幾何図形。

名稱	Full Cut	Eight Cut	Square Cut
表面			
裏面			
面ノ数	58	18	22

Emerald	Marquise	Pear Shape
50	58	58

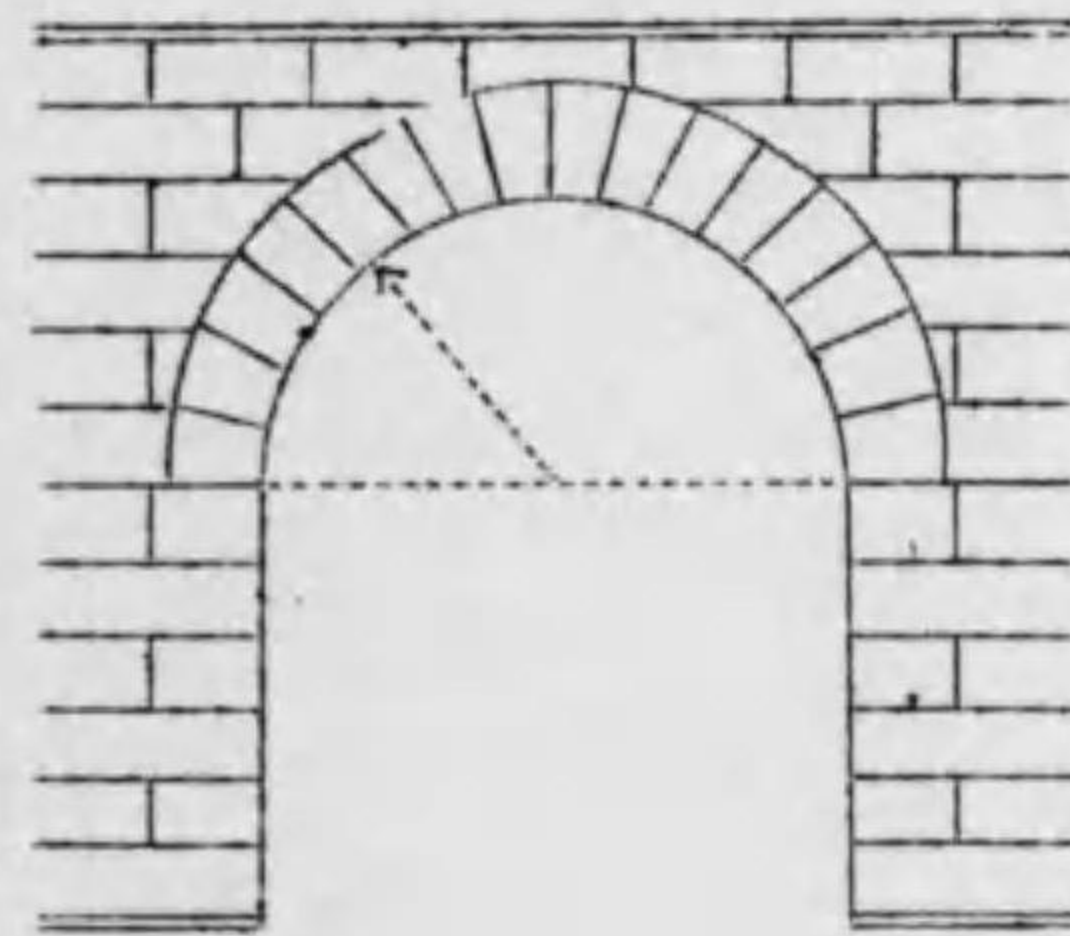
(5) 點對稱ノ实例。

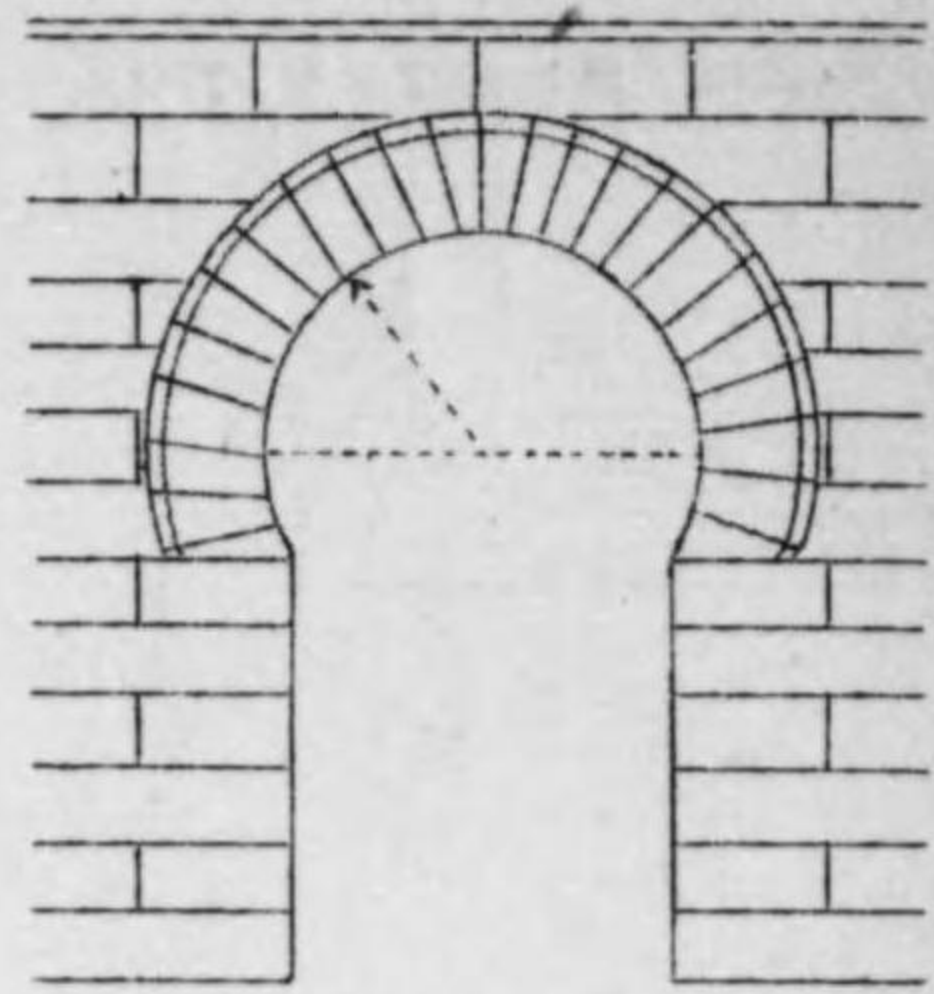
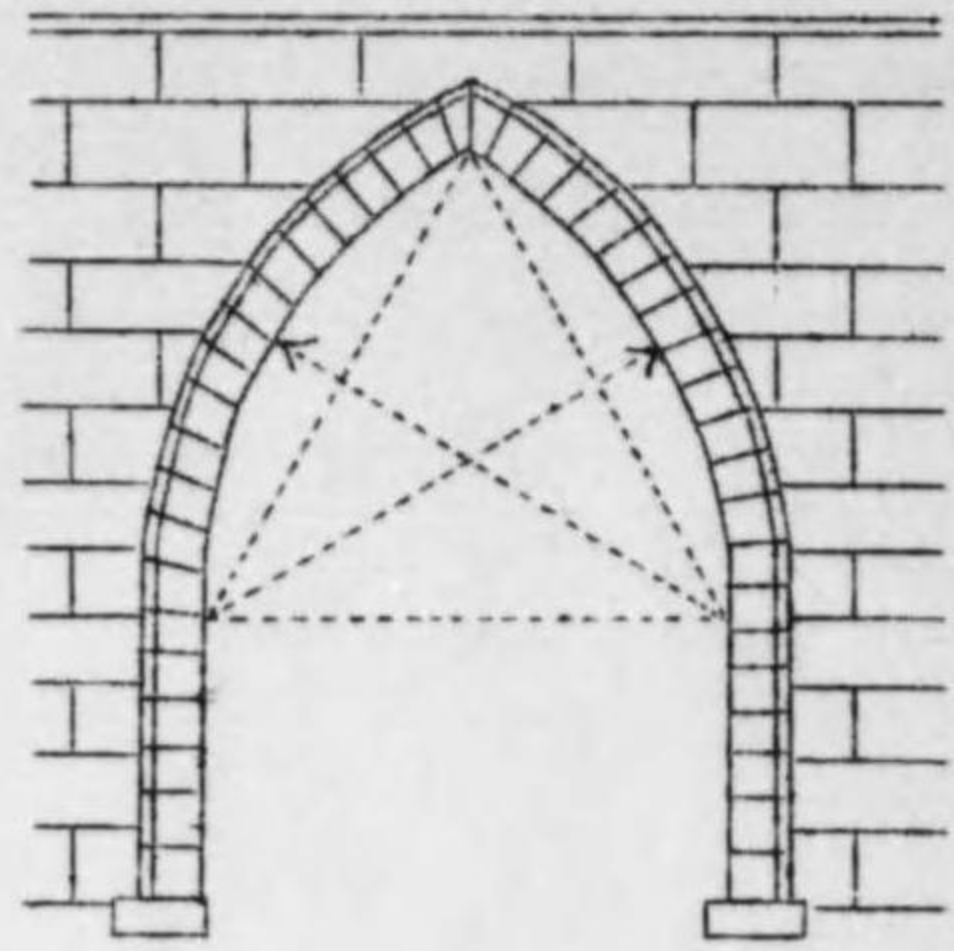
扇風機ノ覆ヒ二次ノモノアリ。



(6) 円弧ノ实例。

次回ノ如ク各種ノアーチニ見ラル。





發行所 奈良縣立御所高等女學校
田村重治
昭和十年十月五日
電話 〇四四九番
印刷者 中尾巳美

中等學校ニ於ケル數學教材
／動的取扱

昭和十年十月二十六日印刷 (無料配布)
昭和十年十月五日 發行

著作兼發行者

奈良縣南葛城郡御所町六五番地
田村重治

發行所 奈良縣立御所高等女學校

奈良縣添上郡標本町
青桐社工房

電話 〇四四九番
標本町一〇四四九番
印刷者 中尾巳美

特 224

56

終