

18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47

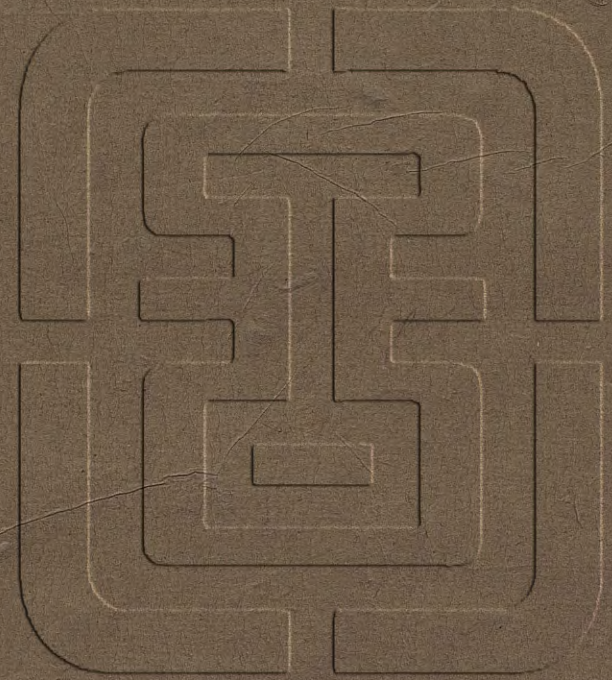
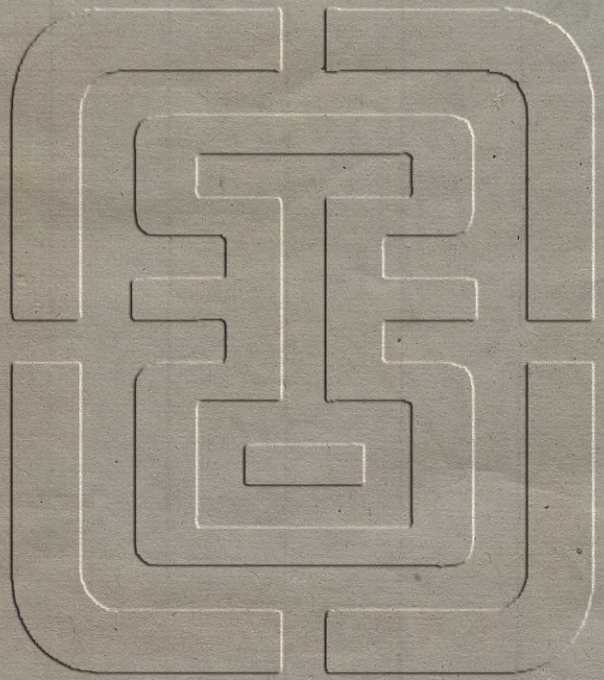
卷1.00
82.2

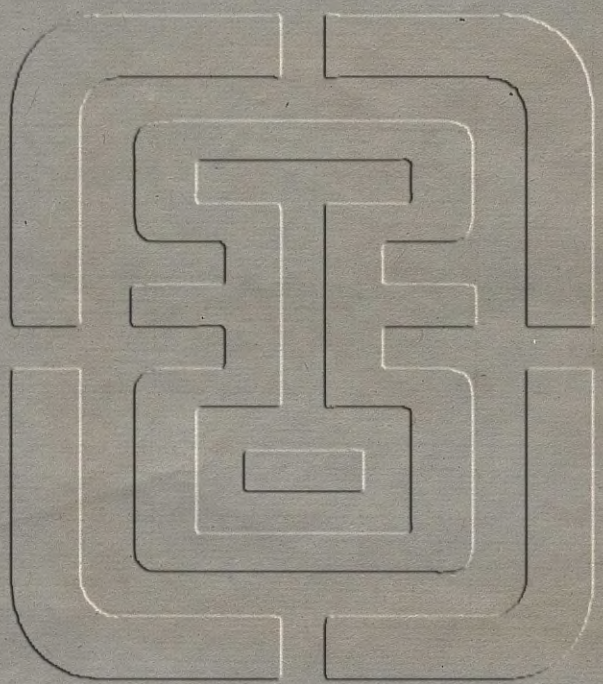
93100
807.4

17



印成

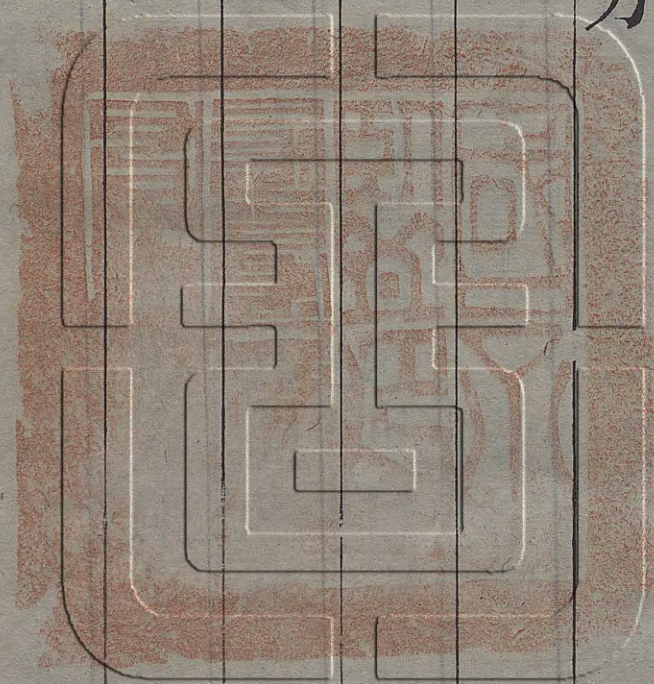




御製數理精蘊下編卷二十三

體部一

立方

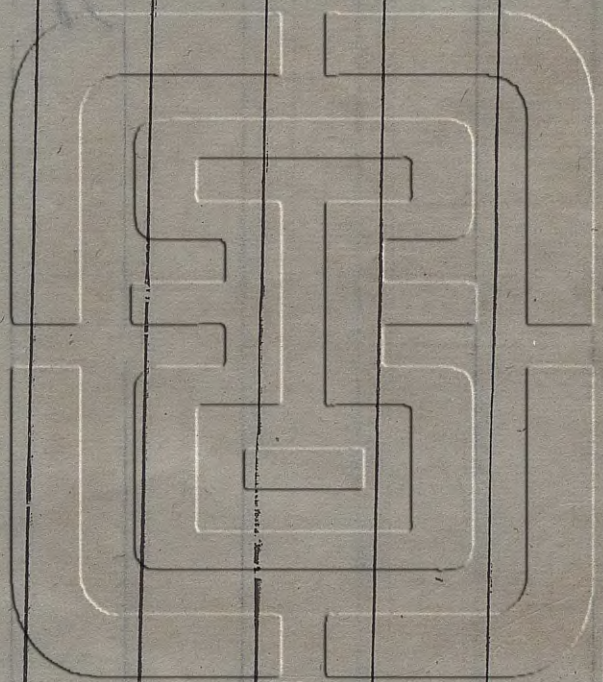


御製數理精蘊下編卷二十三目錄

體部

立方

立方者。等邊六面之體積也。以形而言。雖爲六面。十二邊之所合。以積而言。則爲自乘再乘之數。因其縱橫與高俱相等。故十二邊皆如一線。得其一邊而十二邊莫不相同。其積之也。自線而面。自面而體。次第相乘而後得其全積。其開之也。必次第析之而後得其一邊。是故古人立爲方廉長廉之制。每積三位而得邊之一位。所謂一千商十定無疑。三萬纔爲三十餘。九十九萬不離十。百萬方爲一百推是也。其法先



從一角而剖其體。以自一至九自乘再乘之數爲方根。與實相審。量其足減者而定之。是爲初商。初商減盡無餘。則方根止一位。若有餘實。卽初商方積外。別成一缺角三面磬折體。其附初商之三面者。謂之方廉。其附初商之二邊者。謂之長廉。其附初商之角者。謂之隅。廉有三。故以三爲廉法。隅惟一。而隅之三面卽符於三長廉之端。合三方廉三長廉一隅。始合次商之數。故商除之法。以初商自乘三。因爲三方廉面積。視初商餘實。足方廉面積幾倍。卽定爲次商。乃以

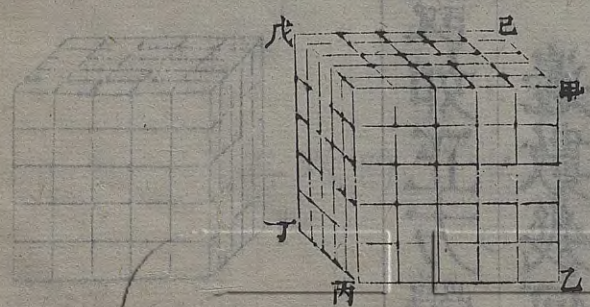
次商乘三長廉爲三長廉面積。又以次商自乘爲小隅面積。共合三方廉三長廉及一小隅面積。以次商數乘之。爲次商廉隅之共積。所謂初商方積外。別成一缺角三面磬折體者是也。如次商外尚有不盡之實。則初商次商方積外。仍爲三方廉三長廉一小隅。又成一三面磬折體。但較前方廉愈大。長廉愈長。而隅愈小耳。凡有幾層廉隅。俱照次商之例遞析之。實盡而止。如開至多位實仍不盡者。必非自乘再乘之正數。此開立方之定法也。體形不一。而容積皆以立

方爲準。故立方爲算諸體之本。諸體必通之立方而法乃可施也。

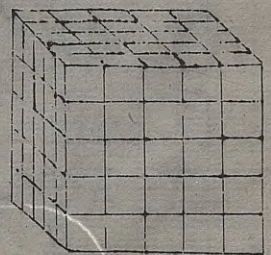
設如正方體積一百二十五尺。開立方。問每一邊數幾何。

五
三
二

法列正方體積一百二十五尺。自末位起算。每方積三位。定方邊一位。今積止有三位。則於五尺上作記定單位。以自一至九自乘再乘之。方根數與之相審。知與五尺自乘再乘之數恰合。乃以五



尺書於方積五尺之上。而以五尺自乘再乘之一百二十五尺。書於方積原數之下。相減恰盡。卽得開方之數爲五尺也。如圖甲乙丙丁戊己正方體形。每邊皆五尺。其中函一尺小方體一百二十五。自邊計之爲五尺。自面計之則爲五尺。自乘之二十五尺。自通體計之則爲五五尺。自乘再乘之一百二十五尺。以積開之。則與五尺自乘再乘之數相準。故



商除之恰盡也。蓋方積為三位，是以方邊止一位方積，即五尺自乘再乘之數，別無廉隅，故不用次商。如有餘實，則自成廉隅，而用次商矣。

設如正方體積一丈七百二十八尺，開立方，問每一邊數幾何。

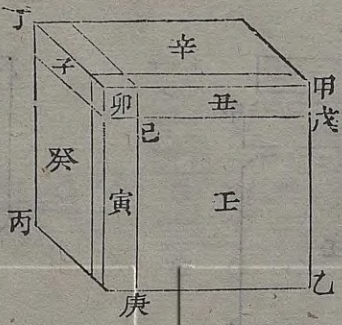
法列正方體積一丈七百二十八尺，自末位起算，每方積三位，定方邊一位，故隔二位作記，即於八尺上定尺位。一丈

二〇八 八八〇
二〇二 七三〇
三六四 〇七〇

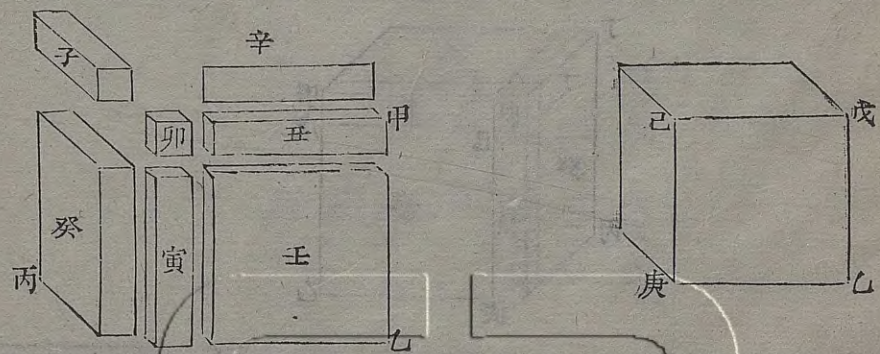
上定丈位，其一丈為初商積，與一丈自乘再乘之數相合，即定初商為一丈，書於方積一丈之上，而以一丈自乘再乘之一丈，書於初商積之下，相減恰盡。爰以方邊末位餘積七百二十八尺，續書於下。大凡以餘積續書於下者，每取方積之三位，以當方邊之一位也。為次商廉隅之共積，乃以初商之一丈作一十尺，自乘得一百尺，三因之得三百尺，為次商三方廉面積，以除方積七

二八 八八
二 三三
七 七七
三六四

百二十八尺。足二尺。即定次商為二尺。書於方積八尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺。三因之得六十尺。為次商三長廉面積。復以次商二尺自乘得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四尺。為廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之。得七百二十八尺。與餘積相減恰盡。是開得一丈



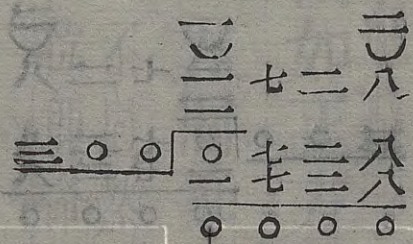
二尺。為正方體積每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方體形。每邊皆一丈二尺。其中函積一丈七十八尺。是為共積。其先從一角所分戊乙庚己方體每邊一丈。即初商數。其中函積亦一丈。即初商自乘再乘之數。所餘辛形壬形癸形三方體為三方廉。其每邊一丈。即初商數。其厚二尺。即次商數。而子形丑形寅形三長方體為三長廉。其每邊一丈



亦即初商數。其闊其厚皆二尺。亦即次商數。方廉有三。故三倍初商之自乘為廉法。以定次商。其卯形一小正方體為隅。其長與闊與厚皆同為二尺。亦即次商數。故以次商為隅法。合辛壬癸三方廉。子丑寅三長廉。卯一方隅。而成一磬折體形。附於初商自乘再乘之方體三面。而成一甲乙丙丁之總正方體積。此立方廉隅之法所由生也。三商以後皆

倣此遞析開之

又法。列積一丈七百二十八尺。自末位起算作記。定位同前。乃截一丈為初商積。與一丈自乘再乘之數相合。則定初商為一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下。相減恰盡。乃以方邊末位餘積七百二十八尺。續書於下。為次商廉隅之共積。而以初商之一丈作一十尺。自乘得一



$$\begin{array}{r}
 3880 \\
 2370 \\
 \hline
 7250 \\
 3000 \\
 \hline
 10250
 \end{array}$$

百尺。三因之得三百尺。為次商。三方廉面積。即以三方廉面積三百尺。除方積七百二十八尺。足二尺。則定次商為二尺。書於方積八尺之上。合初商共一丈二尺。自乘再乘得一丈七百二十八尺。與原積符合。相減恰盡。即定立方邊為一丈二尺也。此法止用三方廉面積除立方體積。得次商數。即併初商數自乘再乘得數與原積相減。雖為省去長廉

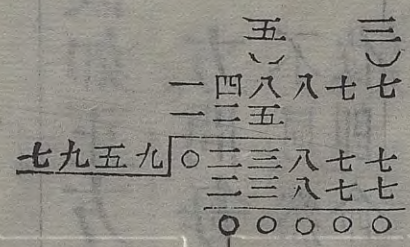
小隅一層。然方邊位數少者還為簡易。至於方邊位數過四位以上。則累次自乘再乘。反比遞析之理為煩矣。

設如正方體積一十四萬八千八百七十七尺。開立

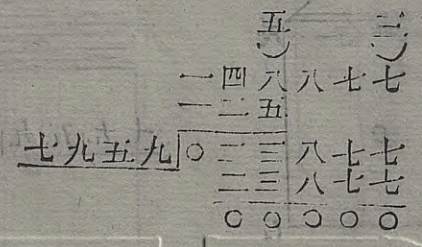
方。問每一邊數幾何。此題正方體積之六位。皆以尺命位。似與前題分丈尺者

不同。然其取方積三位續書於下。其末位即命為單位。立算則與丈尺同也。

法列正方體積一十四萬八千八百七十七尺。自末位起算。每方積三位定方邊一位。故隔二位作記。乃於七尺上定

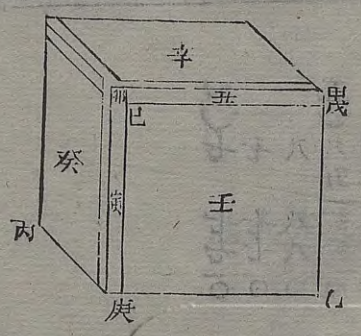


單位。八千尺上定十位。其一十四萬八千尺為初商積。以初商本位計之。則八千尺為初商積之單位。而一十四萬八千尺為一百四十八。止與五自乘再乘之數相準。即定初商為五。書於方積八千尺之上。而以五自乘再乘之一百二十五。書於初商積之下。相減餘二萬三千尺。爰以方邊第二位餘積八百七十七尺續書於下。共二萬三千八百七十七尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之七尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之五作五十尺。自乘得二千五百尺。三因之得七千五百尺。為次商三方廉面積。以除方積二萬三千八百七十七尺。足三尺。即定次商為三尺。書於方積七尺之上。而以初商之五十尺與次商之三尺相乘。得一百五十尺。三因之得四百五十尺。為次商三長廉面積。復以次商三尺自乘得九尺。為次商一小隅面積。

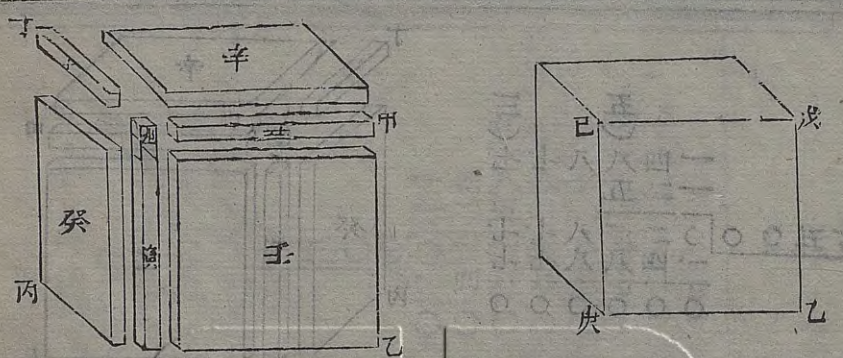


七尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之五作五十尺。自乘得二千五百尺。三因之得七千五百尺。為次商三方廉面積。以除方積二萬三千八百七十七尺。足三尺。即定次商為三尺。書於方積七尺之上。而以初商之五十尺與次商之三尺相乘。得一百五十尺。三因之得四百五十尺。為次商三長廉面積。復以次商三尺自乘得九尺。為次商一小隅面積。

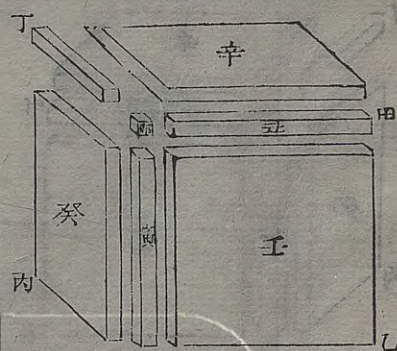
三	七	七	七	七	七
五	八	八	八	八	八
一	四	二	二	二	二
七	九	五	九	〇	〇



合三方廉三長廉一小隅面積共得七千九百五十九尺為廉隅共法書於餘積之左以次商之三尺乘之得二萬三千八百七十七尺與餘積相減恰盡是開得五十三尺為正方體積每一邊之數也如圖甲乙丙丁正方體形每邊五十三尺其中函積一十四萬八千八百七十七尺是為共積其從一角所分戊乙庚己方體每邊五十尺即初商邊數



其中函積一十二萬五千尺即初商自乘再乘之數所餘辛形壬形癸形三方體為三方廉其每邊五十尺即初商數其厚三尺即次商數而子形丑形寅形三長方體為三長廉其每邊五十尺亦即初商數其闊其厚皆三尺亦即次商數方廉有三故三倍初商之自乘為廉法以定次商其卯形一小正方體為隅其長與闊與厚皆同為三尺亦即次商



三	七	七	七	七	七	七	七	七	七
五	八	八	八	八	八	八	八	八	八
一	四	八	五	二	三	八	八	八	八
一	二	五	二	三	八	八	八	八	八
七	五	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

數故以次商為隅法。合辛壬癸三方廉。子丑寅三長廉。卯一方隅。而成一磬折體形。附於初商自乘再乘之方體三面。而成一甲乙丙丁之總正方體積也。又法。列積一十四萬八千八百七十七尺。自末位起算作記。定位同前。乃截一十四萬八千尺為初商積。與五十自乘再乘之數相準。則定初商五十尺。書於方積八千尺之上。而以五十自乘再乘

三	七	七	七	七	七	七	七	七	七
五	八	八	八	八	八	八	八	八	八
一	四	八	五	二	三	八	八	八	八
一	二	五	二	三	八	八	八	八	八
七	五	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

之一十二萬五千尺。書於原積一十四萬八千之下。相減餘二萬三千尺。乃合第二位積八百七十七尺。共二萬三千八百七十七尺。為次商廉隅之共積。而以初商五十尺自乘得二千五百尺。三因之得七千五百尺。為次商三方廉面積。即以三方廉面積除方積二萬三千八百七十七尺。足三尺。即定次商為三尺。書於方積七尺之上。合初商共得五

三	七	七	七	七	七	七	七	七	七
一	四	八	八	七	七	七	七	七	七
一	二	五	三	八	七	七	七	七	七
〇	二	四	八	八	七	七	七	七	七
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

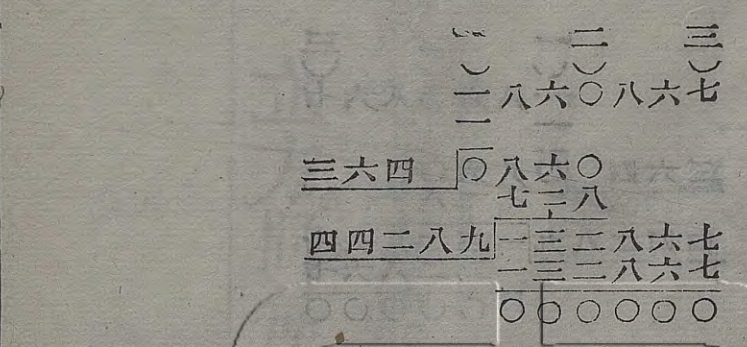
十三尺自乘再乘得一十四萬八千八百七十七尺。與原積符合。相減恰盡。即定立方邊為五十三尺也。此法亦止用三方廉面積除立方體積。得次商數。即併初商數自乘再乘以減原積也。

設如正方體積一丈八百六十七尺八寸。開立方。問每一邊數幾何。

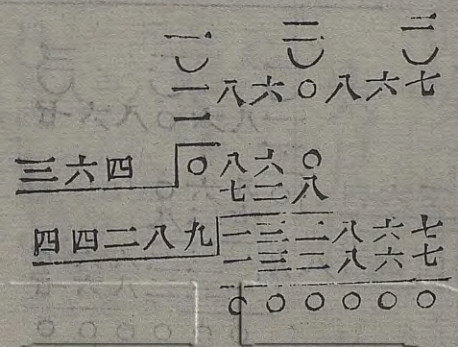
法列正方體積一丈八百六十七尺八寸六十七寸。自末位起算。每方積三位。定

三	七	七	七	七	七	七	七	七	七
一	八	六	〇	八	六	〇	八	六	〇
一	二	八	六	〇	八	六	〇	八	六
〇	八	七	二	八	六	〇	八	六	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

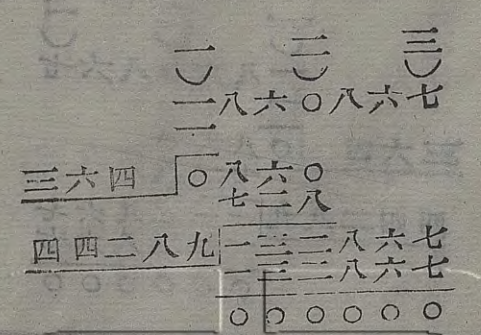
方邊一位。故隔二位作記。即於七寸上定寸位。空尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈為初商積。與一丈自乘再乘之數相合。即定初商為一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘再乘之一丈。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊第二位餘積八百六十尺續書於下。為次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。



為次商三方廉面積。以除八百六十尺。足二尺。即定次商為二尺。書於方積空尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘。得二十尺。三因之得六十尺。為次商三長廉面積。復以次商之二尺自乘得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四尺。為次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之。得七百二十八



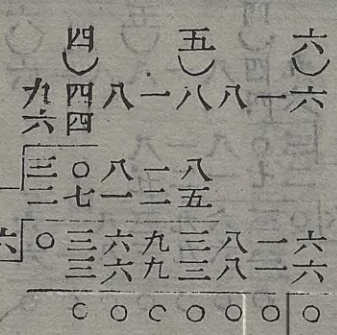
尺。與次商廉隅共積相減。餘一百三十二尺。即一十三萬二千寸。復以方邊第三位餘積八百六十七寸續書於下。共一十三萬二千八百六十七寸。為三商廉隅之共積。乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。三因之得四萬三千二百寸。為三商三方廉面積。以除一十三萬二千八百六十七寸。足三寸。即定三商為三寸。



書於方積七寸之上。而以初商次商之一百二十寸。與三商之三寸相乘。得三百六十寸。三因之。得一千零八寸。為三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。為三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四萬四千二百八十九寸。為三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三寸乘之。得一十三萬二千八百六十七寸。與三商廉隅

共積相減恰盡。是開得一丈二尺三寸。為正方體積每一邊之數也。

設如正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺。開立方。問每一邊數幾何。



法列正方體積九千四百八十一萬八千八百一十六尺。自末位起算。每方積三位。定方邊一位。故隔二位作記。乃於六尺上定單位。八千尺上定十位。四百萬尺上定百位。其九千四百萬尺為初

六	八	一	八	一	六
五	八	一	八	一	六
四	八	一	八	一	六
九	六	四	七	三	三
五	四	二	五	六	一
六	一	五	六	三	六

商積以初商本位計之。則四百萬尺爲初商積之單位。而九千四百萬尺爲九十四。止與四自乘再乘之數相準。卽定初商爲四。書於方積四百萬尺之上。而以四自乘再乘之六十四。書於初商積之下。相減餘三千萬尺。爰以方邊第二位餘積八十一萬八千尺。續書於下。共三千零八十一萬八千尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則八千尺爲

六	八	一	八	一	六
五	八	一	八	一	六
四	八	一	八	一	六
九	六	四	七	三	三
五	四	二	五	六	一
六	一	五	六	三	六

次商積之單位。而三千零八十一萬八千尺。爲三萬零八百一十八。而初商之四。卽爲四十。乃以初商之四十自乘。得一千六百。三因之得四千八百。爲次商三方廉面積。以除三萬零八百一十八。足五倍。卽定次商爲五。書於方積八千尺之上。而以初商之四十與次商之五相乘得二百。三因之得六百。爲次商三長廉面積。復以次商之五自乘。得二十

六	八	一	八	一	六
五	八	一	八	一	六
四	八	一	八	一	六
九	六	三	二	〇	〇
五	四	二	五	〇	〇
六	一	五	六	二	六

積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六十一萬五千六百三十六。為三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之六乘之。得三百六十九萬三千八百一十六。與三商廉隅共積相減恰盡。是開得四百五十六尺。為正方體積每一邊之數也。

設如正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸。開立方。問每一邊數幾何。

三	七	〇	三	七	〇
二	七	〇	二	七	〇
九	二	八	九	二	八
二	七	〇	二	七	〇
四	三	四	四	三	四
三	三	〇	三	三	〇
一	四	七	六	三	〇

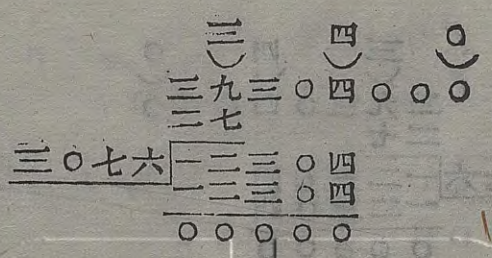
法列正方體積三百四十七丈四百二十八尺九百二十七寸。自末位起算。每隔二位作記。即於七寸上定寸位。八尺上定尺位。七丈上定丈位。其三百四十七丈為初商積。與七丈自乘再乘之數相準。即定初商為七丈。書於方積七丈之上。而以七丈自乘再乘之三百四十三丈。書於初商積之下。相減餘四丈。即四千尺。爰以方邊第二位餘積四百二

三	○	三	○	七
七	二	八	九	二
四	二	八	九	二
七	四	二	八	九
三	四	三	四	三
三	四	三	四	三
一	四	七	六	三
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

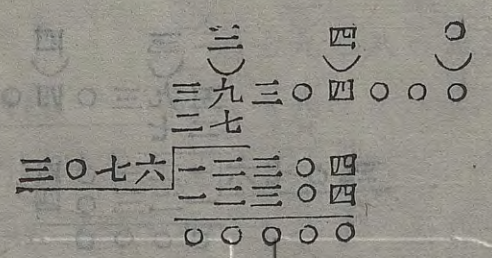
十八尺續書於下共四千四百二十八尺。為次商廉隅之共積。乃以初商之七丈作七十尺。自乘得四千九百尺。三因之得一萬四千七百尺。為次商三方廉面積。以除方積四千四百二十八尺。其數不足。是次商為空位也。乃書一空於方積八尺之上。以存次商之位。復以方邊末位餘積九百二十七寸續書於下。共四千四百二十八尺九百二十七寸。

三	○	三	○	七
七	二	八	九	二
四	二	八	九	二
七	四	二	八	九
三	四	三	四	三
三	四	三	四	三
一	四	七	六	三
○	○	○	○	○
○	○	○	○	○

即四百四十二萬八千九百二十七寸。為三商廉隅之共積。仍以次商三方廉面積一萬四千七百尺。作一百四十七萬寸為廉法。以除四百四十二萬八千九百二十七寸。足三寸。即定三商為三寸。書於方積七寸之上。又以初商之七丈為七百寸。與三商之三寸相乘。得二千一百寸。三因之得六千三百寸。為三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘。



之數相準。即定初商為三。書於方積九百萬尺之上。而以三自乘再乘之。二十七。書於初商積之下。相減餘一千二百萬尺。爰以方邊第二位餘積三十萬四千尺續書於下。共一千二百三十萬四千尺。為次商廉隅之共積。以次商本位計之。則四千尺為次商積之單位。而一千二百三十萬四千尺。為一萬二千三百零四。而初商之三。即為三十。乃以初



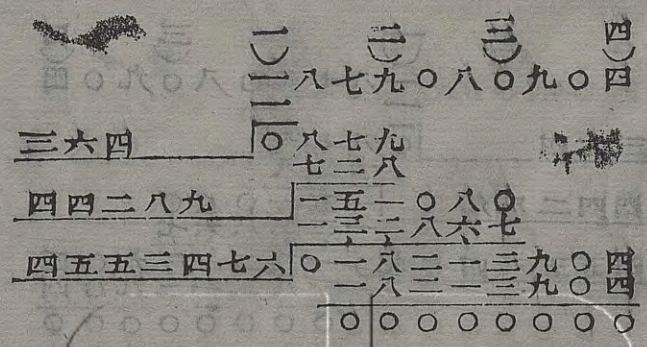
商之三。十自乘得九百。三因之得二千七百。為次商三方廉面積。以除餘積一萬二千三百零四。足四倍。即定次商為四。書於方積四千尺之上。又以初商之三十與次商之四相乘。得一百二十。三因之。得三百六十。為次商三長廉面積。復以次商之四自乘。得一十六。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三千零七十六。為次商廉隅

四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

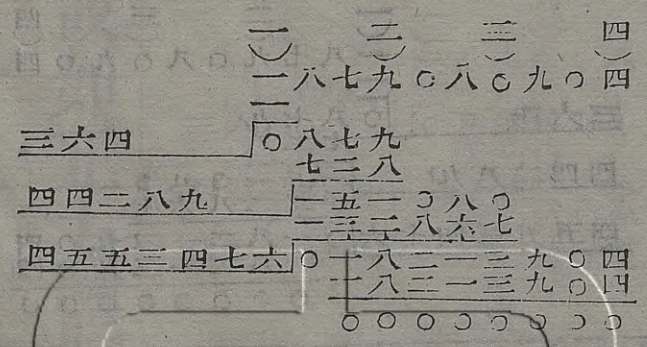
商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。自乘得一百尺。三因之得三百尺。為次商三方廉面積。以除八百七十九尺。足二尺。即定次商為二尺。書於方積九尺之上。而以初商之一十尺與次商之二尺相乘得二十尺。三因之得六十尺。為次商三長廉面積。復以次商之二尺自乘得四尺。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百

四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇
四	〇	四	〇	九	〇	八	〇	九	〇	八	〇	七	〇	六	〇	五	〇	四	〇	三	〇	二	〇	一	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇	〇

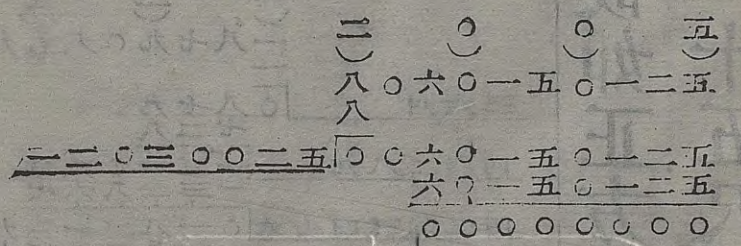
六十四尺。為次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二尺乘之。得七百二十八尺。與餘積相減。仍餘一百五十一尺。即一十五萬一千寸。又以方邊第三位餘積八十寸續書於下。共一十五萬一千零八十寸。為三商廉隅之共積。乃以初商次商之一丈二尺作一百二十寸。自乘得一萬四千四百寸。三因之得四萬三千二百寸。為三商三方廉面積。以



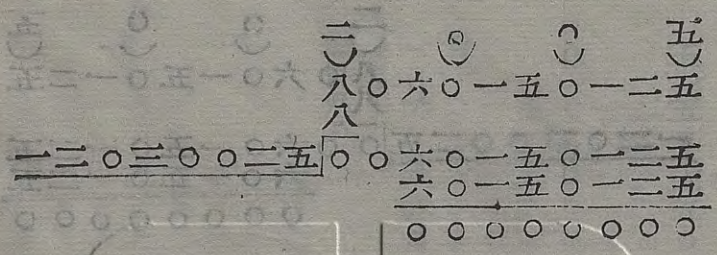
除一十五萬一千零八十寸。足三寸。卽定三商爲三寸。書於方積空寸之上。而以初商次商之一百二十寸與三商之三寸相乘。得三百六十寸。三因之得一千零八十寸。爲三商三長廉面積。復以三商之三寸自乘得九寸。爲三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四萬四千二百八十九寸。爲三商廉隅共法。書於餘積之左。以三商之三



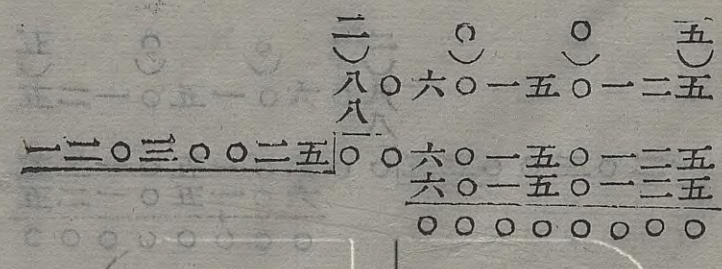
寸乘之。得一十三萬二千八百六十七寸。與餘積相減。仍餘一萬八千二百一十三寸。卽一千八百二十一萬三千分。又以方邊第四位餘積九百零四分續書於下。共一千八百二十一萬三千九百零四分。爲四商廉隅之共積。乃以初商次商三商之一百二十三寸。作一千二百三十分。自乘得一百五十一萬二千九百分。三因之得四百五十三萬八



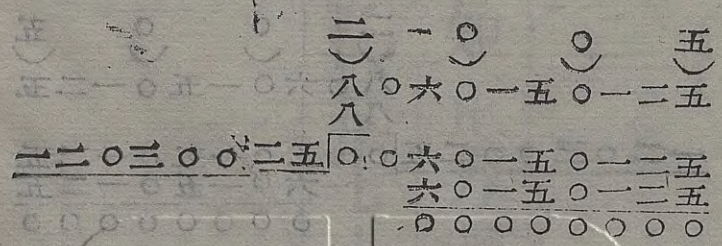
萬零一百二十五尺。自末位起算。每隔二位作記。於五尺上定單位。空千尺上定十位。空百萬尺上定百位。八十億尺上定千位。其八十億尺為初商積。以初商本位計之。則八十億尺為初商積之單位。而八十億尺為八。止與二自乘再乘之數相合。即定初商為二。書於方積八十億尺之上。而以二自乘再乘之八。書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊



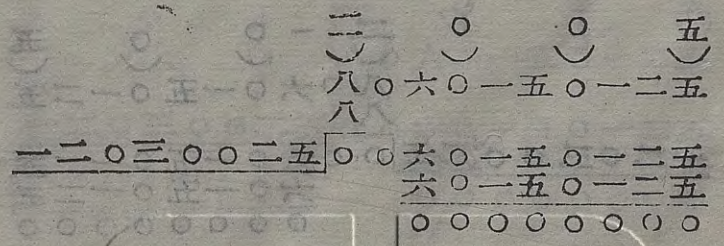
第二位餘積六千萬尺。續書於下。為次商廉隅之共積。以次商本位計之。則空百萬尺為次商之單位。而六千萬尺為六十。而初商之二即為二十。故以初商之二十自乘得四百。三因之得一千二百。為次商三方廉面積。以除六十。其數不足。是次商為空位。乃書一空於方積空百萬尺之上。以存次商之位。復以方邊第三位餘積一十五萬尺。續書於下。



共六千零一十五萬尺。為三商廉隅之共積。以三商本位計之。則空千尺。為三商之單位。而六千零一十五萬尺。為六萬零一百五十。而初商之二。即為二百。次商之空。即為空十。故以初商次商之二。空作二百。自乘得四萬三。因之得十二萬。為三商三方廉面積。以除六萬零一百五十。其數仍不足。是三商亦為空位。乃再書一空於方積空千尺之上。以



存三商之位。復以方邊末位餘積一百二十五尺。續書於下。共六千零一十五萬零一百二十五尺。為四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以初商次商三商之二千空百空十。自乘得四百萬尺。三因之得一千二百萬尺。為四商三方廉面積。以除六千零一十五萬零一百二十五尺。足五尺。即定四商為五尺。書於方積五尺之

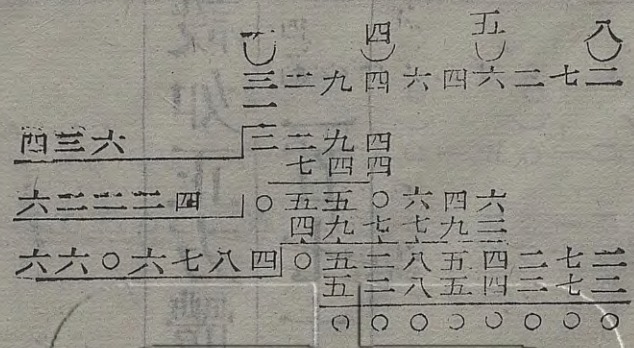


上而以初商之二千尺與四商之五尺相乘得一萬尺。三因之得三萬尺。為四商三長廉面積復以四商之五尺自乘得二十五尺為四商一小隅面積合三方廉三長廉一小隅面積共得一千二百零三萬零二十五尺為四商廉隅共法書於餘積之左以四商之五尺乘之得六千零一十五萬零一百二十五尺與餘積相減恰盡是開得二千零五尺。

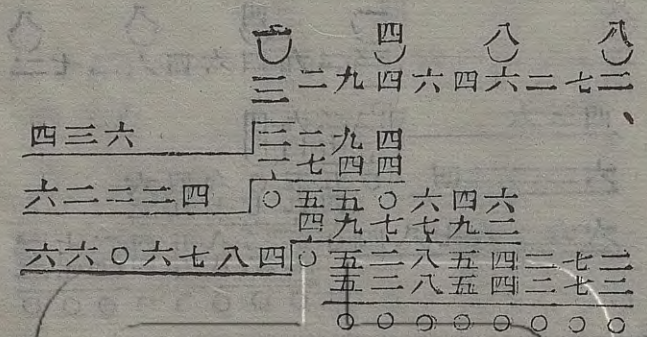
為正方體積每一邊之數也。此法商出之方邊有二空位。凡開立方遇此類者皆依此例推之。

設如正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺。開立方。問每一邊數幾何。

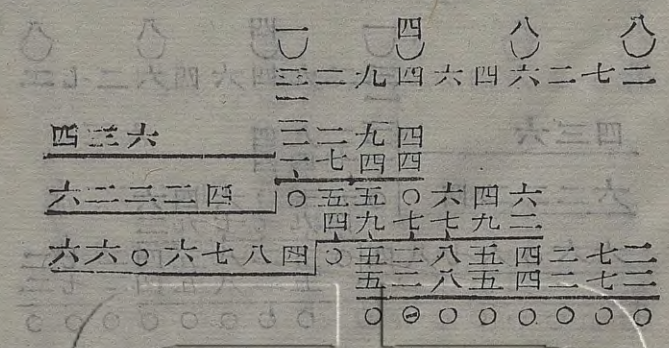
法列正方體積三十二億九千四百六十四萬六千二百七十二尺。自末位起算。每隔二位作記。於二尺上定單位。六千尺上定十位。四百萬尺上定百位。三



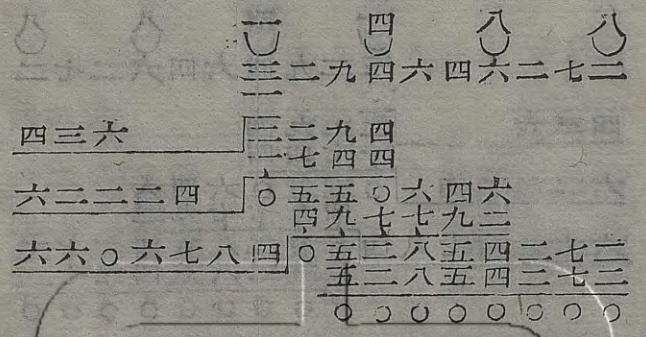
十億尺上定千位。其三十億尺為初商積。以初商本位計之。則三十億尺為初商積之單位。而三十億尺為三。止與一自乘再乘之數相準。即定初商為一。書於方積三十億尺之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減餘二十億尺。爰以方邊第二位餘積二億九千四百萬尺續書於下。共二十二億九千四百萬尺。為次商廉隅之共積。以次商



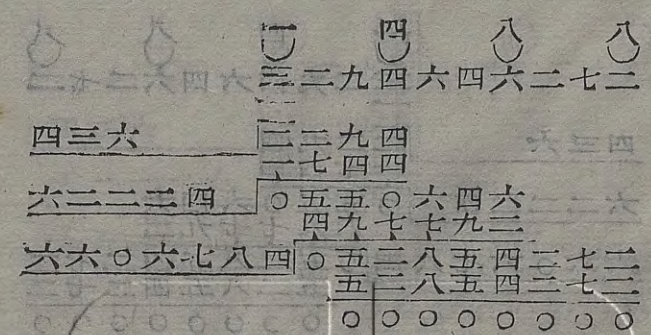
本位計之。則四百萬尺為次商積之單位。而二十二億九千四百萬尺為二千二百九十四。而初商之一即為一十。乃以初商之一十自乘得一百。三因之得三百。為次商三方廉面積。以除二千二百九十四。足七倍。因定次商為七。而以初商之一十與次商之七相乘。得七十。三因之。得二百一十。為次商三長廉面積。復以次商之七自乘。得四十九。為次



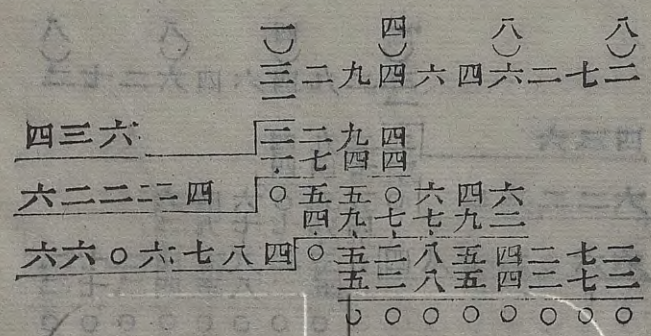
二千三百七十五。仍大於次商廉隅之共積。是次商又不可商五也。乃改商四。而以初商之一十與次商之四相乘得四十。三因之得一百二十。為次商三長廉面積。復以次商之四自乘得一十六。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得四百三十六。為次商廉隅共法。以次商之四乘之。得一千七百四十四。是小於次商廉隅之共積可



減也。乃以次商之四書於方積四百萬尺之上。而以次商乘廉隅共法之一千七百四十四。與次商廉隅之共積相減。餘五億五千萬尺。復以方邊第三位餘積六十四萬六千尺續書於下。共五億五千零六十四萬六千尺。為三商廉隅之共積。以三商本位計之。則六千尺為三商積之單位。而五億五千零六十四萬六千尺。為五十五萬零六百四十六



而初商次商之一十四。即為一百四十。乃以初商之一百四十自乘得一萬九千六百。三因之得五萬八千八百。為三商三方廉面積。以除五十五萬零六百四十六。足九倍。因定三商為九。而以初商次商之一百四十。與三商之九相乘。得一千二百六十。三因之得三千七百八十。為三商三長廉面積。復以三商之九自乘得八十一。為三商一小隅面積。



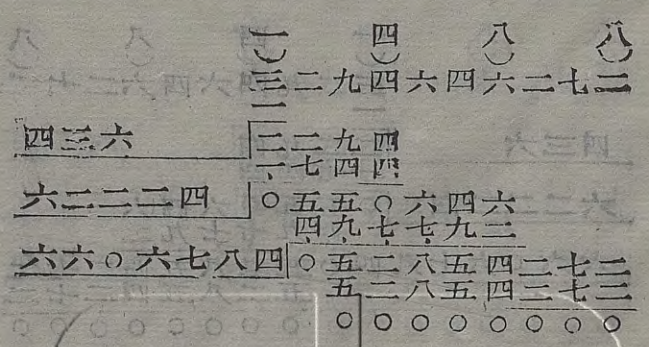
合三方廉三長廉一小隅面積。共得六萬二千六百六十一。為三商廉隅共法。以三商之九乘之。得五十六萬三千九百四十九。大於三商廉隅之共積。是三商不可商九也。乃改商八。而以初商次商之一百四十。與三商之八相乘。得一千一百二十。三因之得三千三百六十。為三商三長廉面積。復以三商之八自乘得六十四。為三商一小隅面積。合三

八	二	七	六	四	九	二	三	一
六	四	六	四	九	二	三	一	八
四	四	四	四	四	四	四	四	四
二	七	五	九	五	四	二	七	三
六	二	二	二	二	二	二	二	四
六	六	〇	六	七	八	四	〇	〇

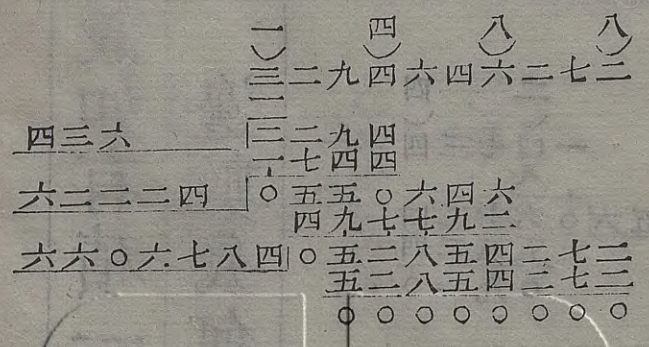
方廉三長廉一小隅面積共得六萬二千二百二十四。為三商廉隅共法。以三商之八乘之。得四十九萬七千七百九十二。是小於三商廉隅之共積可減也。乃以三商之八書於方積六千尺之上。而以三商乘廉隅共法之四十九萬七千七百九十二。與三商廉隅之共積相減。餘五千二百八十五萬四千尺。復以方邊未位餘積二百七十二尺續書於

八	二	七	六	四	九	二	三	一
六	四	六	四	九	二	三	一	八
四	四	四	四	四	四	四	四	四
二	七	五	九	五	四	二	七	三
六	二	二	二	二	二	二	二	四
六	六	〇	六	七	八	四	〇	〇

下。共五千二百八十五萬四千二百七十二尺。為四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍為本位。乃以初商次商三商之一千四百八十尺自乘。得二百一十九萬零四百。三因之得六百五十七萬一千二百。為四商三方廉面積。以除五千二百八十五萬四千二百七十二。足八倍。即定四商為八。書於方積二尺之上。而以初商次商三商之



一千四百八十。與四商之八相乘。得一萬一千八百四十。三因之得三萬五千五百二十。為四商三長廉面積。復以四商之八自乘得六十四。為四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得六百六十萬六千七百八十四。為四商廉隅共法。以四商之八乘之。得五千二百八十五萬四千二百七十二。與餘積相減恰盡。是開得一千四百八十八

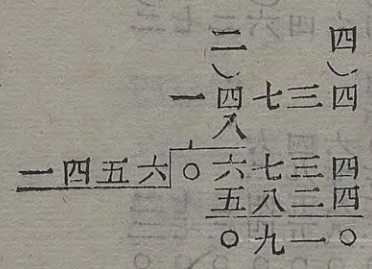


尺。為正方體積每一邊之數也。此法蓋因方邊之第三位第四位二數太大。故次商廉隅之共積。以次商之三方廉。除得次商之邊。繼而以次商之邊。與次商廉隅共法相乘。大於原積甚多。改商三次。所乘之數始與次商廉隅之共積相準。而後次商之數可定。凡開立方遇此類者。皆依此例推之。如或廉隅共法。與商出之數相乘。得數大於廉隅共積幾

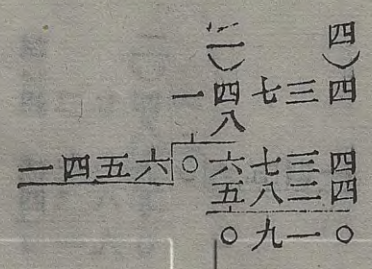
一倍者。則改商必審其與廉隅共積相近小數。始可為準也。

設如有積一萬四千七百三十四尺。開立方。問每一邊數幾何。

法列積一萬四千七百三十四尺。自末位起算。隔二位作記。於四尺上定單位。四千尺上定十位。其一萬四千尺為初商積。以初商本位計之。則四千尺為初商積之單位。而一萬四千為一十四止。



與二自乘再乘之數相準。即定初商為二。書於方積四千尺之上。而以二自乘再乘之。八書於初商積之下。相減餘六千尺。爰以方邊第二位餘積七百三十四尺。續書於下。共六千七百三十四尺。為次商廉隅之共積。以次商本位計之。則邊與積皆仍為本位。而初商之二則為二十尺。乃以初商之二十尺自乘得四百尺。三因之得一千二百尺。為次商

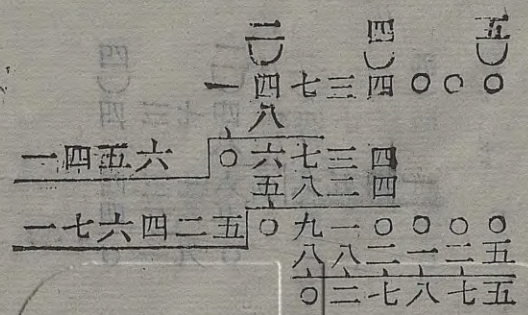


四	四
三	三
七	七
八	八
六	六
五	五
四	四
三	三
二	二
一	一

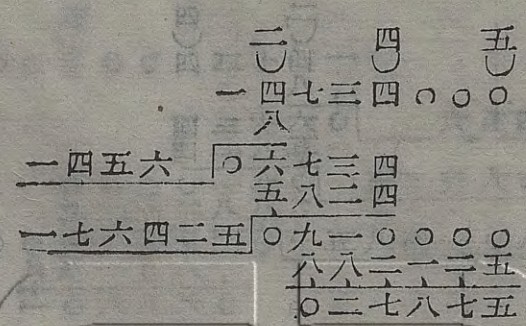
三方廉面積。以除方積六千七百三十
四尺。足五尺。乃以初商之二十尺與次
商之五尺相乘得一百尺。三因之得三
百尺。為次商三長廉面積。復以次商之
五尺自乘得二十五尺。為次商一小隅
面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共
一千五百二十五尺。為次商廉隅共法。
以次商之五尺乘之。得七千六百二十
五尺。大於次商廉隅之共積。是次商不

四	四
三	三
七	七
八	八
六	六
五	五
四	四
三	三
二	二
一	一

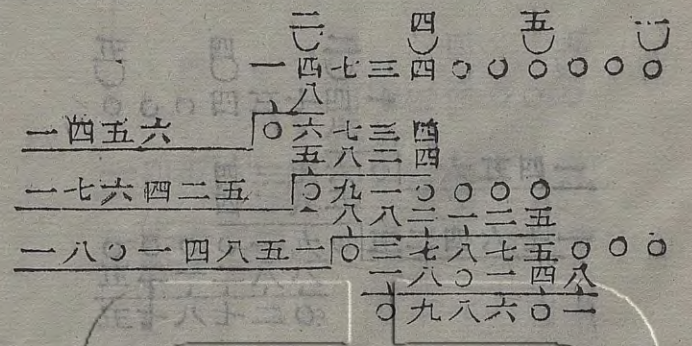
可商五尺也。乃改商四尺。書於方積四
尺之上。而以初商之二十尺與次商之
四尺相乘得八十尺。三因之得二百四
十尺。為次商三長廉面積。復以次商之
四尺自乘得一十六尺。為次商一小隅
面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共
得一千四百五十六尺。為次商廉隅共
法。書於餘積之左。以次商之四尺乘之。
得五千八百二十四尺。與餘積相減。仍



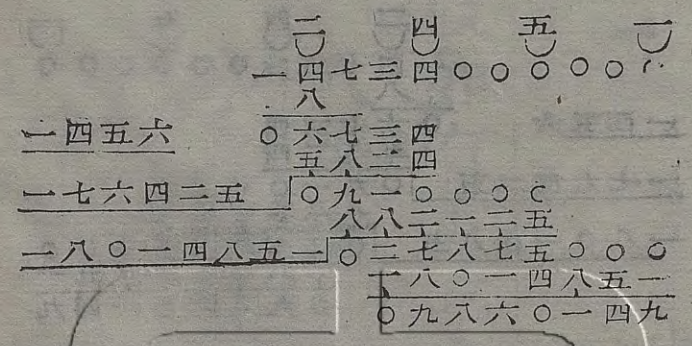
餘九百一十尺。是開得二十四尺。為方體每一邊之數。仍餘九百一十尺。不盡也。如欲以餘數再開。則得方邊之寸數。乃增三空於總積之後。復續書三空於九百一十尺之後。為幾百幾十幾寸之位。是則九百一十尺作九十一萬寸。為三商廉隅之共積。爰以初商次商之三十四尺作二百四十寸。自乘得五萬七千六百寸。三因之得一十七萬二千八



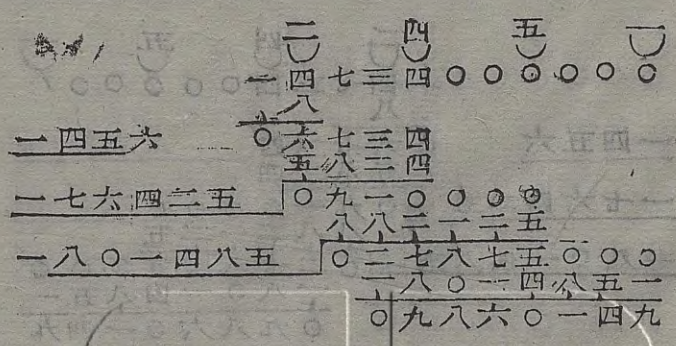
百寸。為三商三方廉面積。以除餘積九十一萬寸。足五寸。即定三商為五寸。書於餘積空寸之上。而以初商次商之二百四十寸。與三商之五寸相乘。得一千二百寸。三因之得三千六百寸。為三商三長廉面積。復以二商之五寸自乘。得二十五寸。為三商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一十七萬六千四百二十五寸。為三商廉隅共法。



書於餘積之左。以三商之五寸乘之。得八十八萬二千一百二十五寸。與餘積相減。仍餘二萬七千八百七十五寸。不盡如再。以餘數開之。則得方邊之分數。乃又續書三空於原積空寸之後。復續書三空於二萬七千八百七十五寸之後。為幾百幾十幾分之位。是則二萬七千八百七十五寸。作二千七百八十七萬五千分。為四商廉隅之共積。爰以初



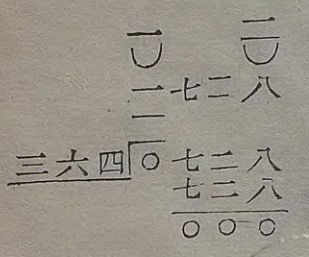
商次商三商之二十四尺五寸。作二千四百五十分。自乘得六百萬零二千五百分。三因之得一千八百零七千五百分。為四商三方廉面積。以除餘積二千七百八十七萬五千分。足一分。即定四商為一分。書於餘積空分之上。而以初商次商三商之二千四百五十分。與四商之一分相乘。仍得二千四百五十分。三因之得七千三百五十分。為四商



三長廉面積。復以四商之一分自乘。仍得一分。為四商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千八百零一萬四千八百五十一分。為四商廉隅共法。書於餘積之左。以四商之一分乘之。仍得一千八百零一萬四千八百五十一分。與餘積相減。仍餘九百八十六萬零一百四十九分。不盡。是開得二十四尺五寸一分。為方體每一邊之數也。

此法原積本非自乘再乘所得之數。雖遞析之終不能盡。凡開立方遇此類者。皆以此例推之。

設如有方亭幾座。用方甄鋪地。共用一千七百二十八塊。其所鋪之座數。與每座每行之甄數相等。問亭之座數幾何。



法列方甄一千七百二十八塊。為立方積。用開立方方法開之。於八塊上定單位。一千塊上定十位。其一千塊為初商積。

二八	八八
二	三三
七	七七
二二	〇
三六四	〇

以初商本位計之。則一千為初商積之單位。與一自乘再乘之數相合。即定初商為一。書於方積一千之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減恰盡。爰以第二位餘積七百二十八塊續書於下。為次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。為次商三方廉面積。以除七百二十八。足二倍。即定次商為二。書於方積八

二八	八八
二	三三
七	七七
二二	〇
三六四	〇

塊之上。而以初商之一十。與次商之二相乘得二十。三因之得六十。為次商三長廉面積。復以次商之二自乘得四。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得三百六十四。書於餘積之左。以次商之二乘之。得七百二十八。與餘積相減恰盡。是得所鋪亭數為一十二座也。此法因所鋪之亭數與每行甄數相等。是每行甄一十二塊。其亭亦

一十二座。雖非立方形而法則立方法也。故用立方開之。

設如有方倉一座。共盛糧八百七十八石八斗。問倉高幾何。

$$\begin{array}{r}
 377 \\
 999 \\
 111 \\
 \hline
 399
 \end{array}$$

法以每石定法二尺五百寸乘八百七十八石八斗得二千一百九十七尺為立方積。用開立方方法開之。其二千尺為初商積。以初商本位計之。則二千尺為初商積之單位。止與一自乘再乘之數

$$\begin{array}{r}
 377 \\
 999 \\
 111 \\
 \hline
 399
 \end{array}$$

相準。即定初商為一。書於方積二千之上。而以一自乘再乘之一。書於初商積之下。相減餘一千尺。爰以第二位餘積一百九十七尺續書於下。共一千一百九十七尺。為次商廉隅之共積。而以初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。為次商三方廉面積。以除一千一百九十七尺。足三倍即定次商為三。書於方積七尺之上。而以初商之一十與

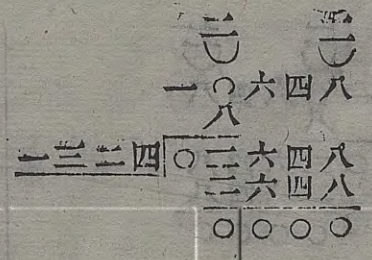
三	七	七	七
一	九	九	九
二	二	二	二
三	三	三	三
九	九	九	九
三	三	三	三

次商之三。相乘得三十。三因之得九十。為次商三。長廉面積。復以次商之三。自乘得九。為次商一小隅面積。合三方廉三。長廉一小隅面積。共得三百九十九。為次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之三。乘之得一千一百九十七尺。與餘積相減恰盡。是開得方倉之商為一十三尺也。此法因糧是石法。所問乃倉之尺數。故先將石變為尺。而開立方。即得倉之高也。

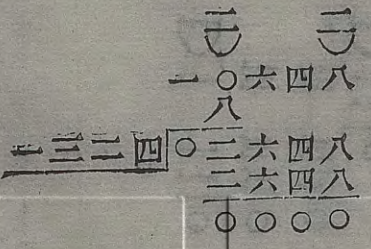
設如有方石一塊。重二萬六千六百二十兩。問每邊尺寸幾何。

二	八	八	八
六	四	四	四
一	六	六	六
二	二	二	二
三	三	三	三
一	三	三	三

法以石之定率。每寸重二兩五錢。除二萬六千六百二十兩。得一萬零六百四十八寸。為立方積。用開立方方法開之。其一萬寸為初商積。以初商本位計之。則空千位為初商積之單位。而一萬尺為一十。與二自乘再乘之數相準。即定初



商為二。書於空千寸之上。而以二自乘。再乘之八。書於初商積之下。相減餘二千寸。爰以第二位餘積六百四十八寸。續書於下。共二千六百四十八寸。為次商廉隅之共積。而以初商之二作二十。自乘得四百。三因之得一千二百。為次商三方廉面積。以除二千六百四十八寸。足二倍。即定次商為二。書於方積八寸之上。而以初商之二十。與次商之二

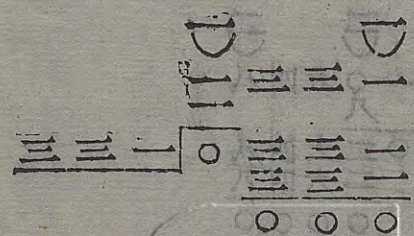


相乘得四十。三因之得一百二十。為次商三長廉面積。復以次商之二自乘得四。為次商一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積。共得一千三百二十四。為次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之二乘之。得二千六百四十八寸。與餘積相減恰盡。是開得二十二寸。為正方石每一邊之數也。此法因石是兩數。所問乃石之寸數。故先將石之兩數變

為寸而開立方。即得石之寸數也。

設如有水銀一萬六千三百四十四兩六錢八分。欲作一方匣盛之。問匣高幾何。

法先以水銀定率。每寸重一十二兩二錢八分。除一萬六千三百四十四兩六錢八分。得一千三百三十一寸為立方積。用開立方方法開之。其一千寸為初商積。以初商本位計之。則一千為初商積之單位。與一自乘再乘之數相合。即定



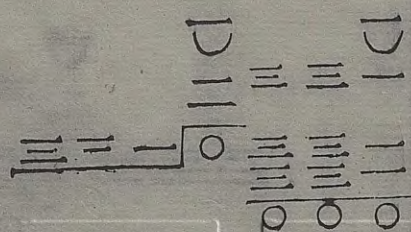
初商為一。書於一千寸之上。而以一自乘再乘之一。書於方積一千寸之下。相

減恰盡。爰以第二位餘積三百三十一寸續書於下。為次商廉隅之共積。而以

初商之一作一十。自乘得一百。三因之得三百。為次商三方廉面積。以除三百

三十一寸。足一倍。即定次商為一。書於方積一寸之上。而以初商之一十。與次

商之一相乘得一十。三因之得三十。為



二	三	三	一
〇	〇	〇	〇
二	三	三	一
〇	〇	〇	〇

次商三長廉面積。復以次商之一自乘，仍得一為一小隅面積。合三方廉三長廉一小隅面積，共得三百三十一為次商廉隅共法。書於餘積之左，以次商之一乘之，仍得三百三十一，與餘積相減，恰盡。是開得一十一寸為方匣之高也。設如有方池一區，其深與方相等，容水四千零九十六尺。問深幾何。

法列四千零九十六尺為立方積，用開

六	九	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇
六	九	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇
六	九	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇
六	九	〇	〇	〇	〇
〇	〇	〇	〇	〇	〇

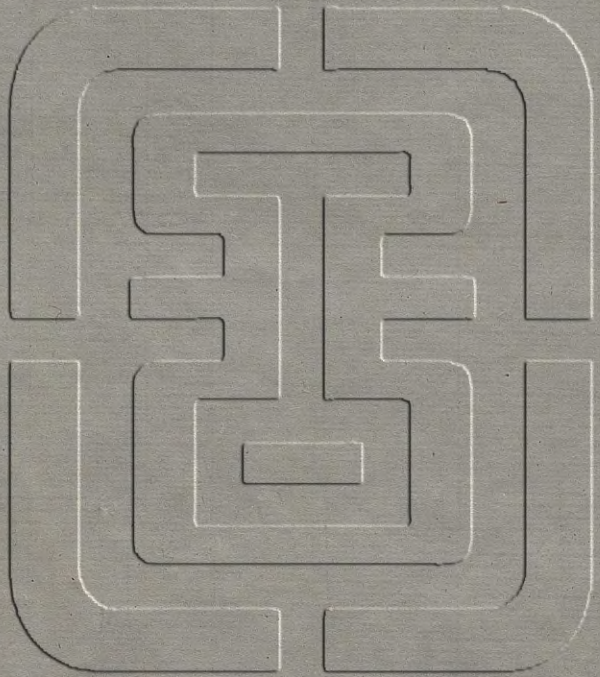
立方方法開之。其四千尺為初商，積以初商本位計之，則四千為初商積之單位。與一自乘再乘之數相準，即定初商為一。書於四千尺之上，而以一自乘再乘之一，書於方積四千尺之下，相減餘三千尺。爰以第二位餘積九十六尺續書於下，共三千零九十六尺為次商廉隅之共積，而以初商之一作一十自乘得一百。三因之得三百，為次商三方廉面

$$\begin{array}{r} \text{六} \text{六} \text{六} \text{六} \text{六} \text{六} \\ \circ \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \\ \circ \text{四} \text{二} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \\ \circ \text{一} \text{四} \text{二} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \\ \hline \text{五} \text{一} \text{六} \end{array}$$

積以除三千零九十六尺。可得十尺。若商十尺。則合於初商之數。再合方廉長。廉小隅面積。必大於次商廉隅之共積。可知。故商九尺八尺七尺。皆仍大於次商廉隅之共積。乃改商六尺。書於方積六尺之上。而以初商之一十。與次商之六相乘。得六十。三因之。得一百八十。為次商三長廉面積。復以次商之六自乘。得三十六。為次商一小隅面積。合三方

$$\begin{array}{r} \text{六} \text{六} \text{六} \text{六} \text{六} \text{六} \\ \circ \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \text{九} \\ \circ \text{四} \text{二} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \\ \circ \text{一} \text{四} \text{二} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \text{三} \\ \hline \text{五} \text{一} \text{六} \end{array}$$

廉三長廉一小隅面積。共得五百一十六。為次商廉隅共法。書於餘積之左。以次商之六乘之。得三千零九十六。與餘積相減。恰盡。是開得一十六尺。為池之深也。此法因池之深與方相等。其所容水數。即正方體積。故立方開之。得一邊之數。即池之深也。



卷之九 編
一
二
三
四
五
六
七
八
九
十
十一
十二
十三
十四
十五
十六
十七
十八
十九
二十
二十一
二十二
二十三
二十四
二十五
二十六
二十七
二十八
二十九
三十
三十一
三十二
三十三
三十四
三十五
三十六
三十七
三十八
三十九
四十
四十一
四十二
四十三
四十四
四十五
四十六
四十七
四十八
四十九
五十
五十一
五十二
五十三
五十四
五十五
五十六
五十七
五十八
五十九
六十
六十一
六十二
六十三
六十四
六十五
六十六
六十七
六十八
六十九
七十
七十一
七十二
七十三
七十四
七十五
七十六
七十七
七十八
七十九
八十
八十一
八十二
八十三
八十四
八十五
八十六
八十七
八十八
八十九
九十
九十一
九十二
九十三
九十四
九十五
九十六
九十七
九十八
九十九
一百



