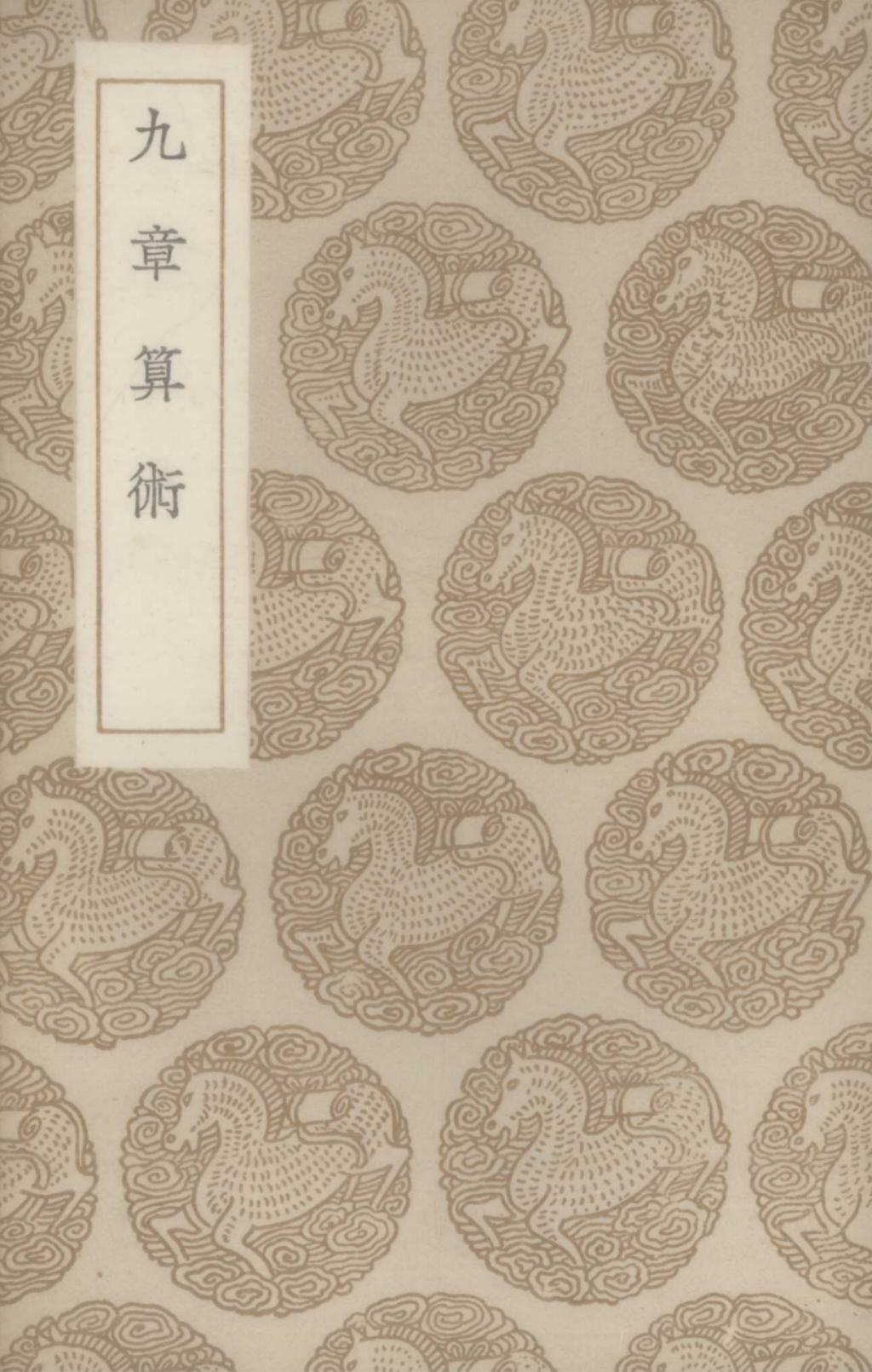


九 章 算 術







九 章 算 術

劉徽注
李淳風注

中華民國二十五年十二月初版

王五德主編

續初成集書譜

九 章 算 術

注 者

劉

注 釋 者

李

發 行 人

王

上

海

河

南

路

滬

雲

河

南

路

風

徽

五

印 刷 所

商 务

上 海

河 南

路

印 書 館

及 各 埠

上 海

河 南

路

印 書 館

及 各 埠

上 海

河 南

路

印 書 館

九章算術

提要

臣等謹案九章算術九卷蓋周禮保氏之遺法不知何人所傳永樂大典引古今事通曰王孝通言周公制禮有九章之名其理幽而微其形祕而約張蒼刪補殘缺校其條目頗與古術不同云云今考書有長安上林之名上林苑在武帝時蒼在漢初何緣預載知述是書者在西漢中葉後矣舊本有注題曰劉徽所作考晉書稱魏景元四年劉徽注九章然注中所云晉武庫銅斛則徽入晉之後又有增損矣又有注釋題曰李淳風所作考唐書稱淳風等奉詔注九章算術爲算經十書之首國子監置算學生三十人習九章及海島算經共限三歲蓋即是時作也北宋以來其術罕傳自沈括夢溪筆談以外士大夫少留意者書遂幾於散佚洎南宋慶元中鮑澣之始得其本於楊忠輔家因傳寫以入祕閣然流傳不廣至明又亡故二三百年來算術之家未有得睹其全者惟分載於永樂大典者依類裒輯尙九篇具在考鮑澣之後序稱唐以來所傳舊圖至宋已亡又稱盈不足方程之篇咸缺淳風注文今校其所言一一悉合知卽慶元之舊本蓋顯於唐晦於宋亡於明而幸逢聖代表章之盛復完於今其隱其見若有數默存於其間

九 章 算 術 提要

二

非偶然矣。謹排纂成編，併考訂訛異，各付案語於下方。其注中指狀表目，如朱實青實黃實之類，皆就圖中所列而言。圖既不存，則其注猝不易曉。今推尋注意，爲之補圖，以成完帙。算數莫古於九數，九數莫古於是書。雖新法屢更，愈推愈密，而窮源探本，要百變不離其宗。錄而傳之，固今古算學之弁冕矣。

劉徽九章算術注原序

昔在庖犧氏始畫八卦以通神明之德以類萬物之情作九九之數以合六爻之變暨於黃帝神而化之引而伸之於是建歷紀協律呂用稽道原然後兩儀四象精微之氣可得而效焉記稱隸首作數其詳未之聞也按周公制禮而有九數九數之流則九章是矣往者暴秦焚書經術散壞自時厥後漢北平侯張蒼大司農中丞耿壽昌皆以善算命世蒼等因舊文之遺殘各稱刪補故校其目則與古或異而所論者多近語也徽幼習九章長再詳覽觀陰陽之割裂總算術之根源探蹟之暇遂悟其意是以敢竭頑魯采其所見爲之作注事類相推各有攸歸故枝條雖分而同本榦者知發其一端而已又所析理以辭解體用圖庶亦約而能周通而不黷覽之者思過半矣且算在六藝古者以賓興賢能教習國子雖曰九數其能窮纖入微探測無方至於以法相傳亦猶規矩度量可得而共非特難爲也當今好之者寡故世雖多通才達學而未必能綜於此耳周官大司徒職夏至日中立八尺之表其景尺有五寸謂之地中說云南戴日下萬五千里夫云爾者以術推之案九章立四表望遠及因木望山之術皆端旁互見無有超邈若斯之類然則蒼等爲術猶未足以博盡羣數也徽尋九數有重差之名原其指趣乃所以施於此也凡望極高測絕深而兼知其遠者必用重差句股則必以重差爲率故曰重差也立兩表於洛陽之城令高八

尺南北各盡平地同日度其正中之時以景差爲法表高乘表間爲實如法而一所得加表高卽日去地也以南表之景乘表間爲實實如法而一卽爲從南表至南戴日下也以南戴日下及日去地爲句股爲之求弦卽日去人也以徑寸之筭南望日日滿筭空則定筭之長短以爲股率以筭徑爲句率日去人之數爲大股大股之句卽日徑也雖夫圓穹之象猶曰可度又況泰山之高與江海之廣哉徽以爲今之史籍且略舉天地之物考論厥數載之於志以闡世術之美輒造重差并爲注解以究古人之意綴於句股之下度高者重表測深者累矩孤離者三望離而又旁求者四望觸類而長之則雖幽遐詭伏靡所不入博物君子詳而覽焉晉劉徽序

九章算術目錄

卷一

方田

卷二

粟米

卷三

衰分

卷四

少廣

卷五

商功

九
章
算
術

目
錄

九章算術 目錄

卷六

均輸

卷七

盈虧

卷八

方程

卷九

勾股

附錄

九章算術音義

九章算術卷一

晉 刘徽注釋

方田以御田疇界域

今有田廣十五步從十六步問爲田幾何答曰一畝。

又有田廣十二步從十四步問爲田幾何答曰一百六十八步。

方田術曰廣從步數相乘得積步。

此積爲田畝。凡廣從相乘謂之畝。

淳風等按經云廣從相乘得積步。注云廣從相乘謂之畝。觀斯注意積畝義同。以理推之固當不爾。何則。畝是方面單布之名。積乃衆數聚居之稱。循名責實二者全殊。雖欲同之竊恐不可。今以凡言畝者據廣從之一方。其言積者舉衆步之都數。經云相乘得積步。即是都數之明文。注云謂之畝。全乖積步之本意。此注前云積爲田畝。於理得通。復云謂之畝繁而不當。今者注釋存善去非略爲科簡。遺諸後學。

以畝法二百四十步除之。卽畝數百畝爲一頃。

淳風等按此爲篇端故特舉頃畝二法餘數不復言者從此可知一畝之田廣十五步從而疏之令爲十五行則每行廣一步而從十六步又橫而截之令爲十六行則每行廣一步而從十五步此卽從疏橫截之步各自爲方凡有二百四十步一畝之地步數正同以此言之則廣從相乘得積步驗矣二百四十步者畝法也百畝者頃法也故以除之卽得

今有田廣一里從一里問爲田幾何答曰三頃七十五畝

又有田廣二里從三里問爲田幾何答曰二十二頃五十畝

里田術曰廣從里數相乘得積里以三百七十五乘之卽畝數

按此術廣從里數相乘得積里方里之中有三頃七十五畝故以乘之卽得畝數也

今有十八分之十二問約之得幾何答曰三分之二

又有九十一分之四十九問約之得幾何答曰十三分之七

約分

按約分者物之數量不可悉全必以分言之分之爲數繁則難用設有四分之一者繁而言之亦可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸爾法實相推動有參差故爲術者先治諸分

術曰可半者半之不可半者副置分母子之數以少減多更相減損求其等也以等數約之

等數約之卽除也。其所以相減者皆等數之重疊故以等數約之。

今有三分之一五分之二問合之得幾何答曰十五分之十一

又有三分之二七分之四九分之五問合之得幾何答曰得一六十三分之五十

又有二分之一三分之二四分之三五分之四問合之得幾何答曰得二六十分之四十三

合分

淳風等按合分知數非一端分無定準諸分子雜互羣母參差麤細旣殊理難從一故齊其衆分同其羣母令可相併故曰合分

術曰母互乘子并以爲實母相乘爲法

母互乘子約而言之者其分麤繁而言之者其分細雖則麤細有殊然其實一也衆雖錯雜非細不會乘而散之所以通之通之則可并也凡母互乘子謂之齊羣母相乘謂之同同者相與通同共一母也齊者子與母齊勢不可失本數也方以類聚物以羣分數同類者無遠數異類者無近遠而通體知雖異位而相從也近而殊形知雖同列而相違也然則齊同之術要矣錯綜度數動之斯諧其猶佩觿解結無往而不理焉乘以散之約以聚之齊同以通之此其算之綱紀乎其一術者可令母除爲率率乘子爲齊

實如法而一不滿法者以法命之

今欲求其實。故齊其子。又同其母。令如母而一。其餘以等數約之。即得知所謂同法爲母。實餘爲子。皆從此例。

其母同者直相從之。

今有九分之八減其五分之一。問餘幾何。答曰。四十五分之三十一。

又有四分之三減其三分之一。問餘幾何。答曰。十二分之五。

減分

淳風等按諸分子母數各不同。欲知餘幾減餘爲實。故曰減分。

術曰。母互乘子。以少減多。餘爲實。母相乘爲法。實如法而一。

母互乘子者。知以齊其子也。以少減多者。知齊故可相減也。母相乘爲法者。同其母也。母同子齊。故如母而一。即得。

今有八分之五。二十五分之十六。問孰多多幾何。答曰。二十五分之十六。多二百分之三。

又有九分之八。七分之六。問孰多多幾何。答曰。九分之八。多六十三分之二。

又有二十一分之八。五十分之十七。問孰多多幾何。答曰。二十一分之八。多一千五十分之四十三。

課分

淳風等按分各異名理不齊。一較其相近之數。故曰課分也。

術曰母互乘子以少減多餘爲實母相乘爲法實如法而一卽相多也。

淳風等按此術母互乘子以少分減多分與減分義同惟相多之數意與減分有異減分知其餘數有幾課分知其餘數相多也。

今有三分之一三分之二四分之三問減多益少各幾何而平答曰減四分之三者二三分之二者一并以益三分之一而各平於十二分之七。

又有二分之一三分之二四分之三問減多益少各幾何而平答曰減三分之二者一四分之三者四并以益二分之一而各平於三十六分之二十三

平分

淳風等按平分知諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分也。

術曰母互乘子

齊其子也。

副并爲平實

淳風等按母互乘子副并爲平實知定此平實主限衆子所當損益知限爲平。

案此注有舛誤據首問第二數母三第三數母四互乘第一數子一得十二第一數母三第三數母四互乘第二數子二得二十四第一第二數母各三互乘第三數子三得二十七并之共六

一數子一得十二第一數母三第三數母四互乘第二數子二得二十四第一第二數母各三互乘第三數子三得二十七并之共六十三爲平實母三三相乘又與四乘得三十六爲法列數凡三卽以三乘十二得三十六乘二十四得七十二乘二十七得八十一爲

列實亦以三乘法三十六得一百八平實六十三減列實三十六少二十七減七十二餘九減八十一餘十八約之九爲一則十八爲二而二十七爲三平實六十三爲七法一百八爲十二命爲十二分之七設以十二作三數三分之一則四也三分之二則八也四分之三則九也定平實七立限八減一九減二皆七所減之一二益於四亦七損多益少適如其限宜云定此平實立限如限爲平立訛作主如訛作知遂不可通

母相乘爲法

母相乘爲法知亦齊其子又同其母

以列數乘未并者各自爲列實亦以列數乘法

此當副并列數爲平實若然則重有分故反以列數乘同齊

淳風等按問云所平之分多少不定或三或二列位無常平三知置位三重平二知置位二重凡此之例一準平分不可豫定多少故直云列數而已

以平實減列實餘約之爲所減并所減以益於少以法命平實各得其平

今有七人分八錢三分錢之一問人得幾何答曰人得一錢二十分錢之四

又有三人三分人之一分六錢三分錢之一四分錢之三問人得幾何答曰人得二錢八分錢之一

經分

淳風等按經分者自合分已下皆與諸分相齊此乃直求一人之分以人數分所分故曰經分也術曰以人數爲法錢數爲實實如法而一有分者通之

母互乘子知齊其子母相乘者同其母以母通之者分母乘全內子散全則爲積分積分則與子相通故可令相從凡數相與者謂之率率知自相與通有分則可散分重疊則約也等除法實相與率也故散分者必令兩分母相乘爲法也

重有分者同而通之

又以法分母乘實實分母乘法此謂法實俱有分故令分母各乘全分內子又令分母互乘上下今有田廣七分步之四從五分步之三問爲田幾何答曰三十五分步之十二又有田廣九分步之七從十一分步之九問爲田幾何答曰十一分步之七又有田廣五分步之四從九分步之五問爲田幾何答曰九分步之四

乘分

淳風等按乘分者分母相乘爲法子相乘爲實故曰乘分術曰母相乘爲法子相乘爲實實如法而一

凡實不滿法者而有母子之名若有分以乘其實而長之則亦滿法乃爲全耳又以子有所乘故母當報除報除者實如法而一也今子相乘則母各當報除因令分母相乘而連除也此田有廣從難以廣諭設有問者曰馬二十四直金十二斤今賣馬二十四三十五人分之人得幾何答曰三十五分斤之十二其爲之也當如經分術以十二斤金爲實三十五人爲法設更言馬五匹直金三斤今賣馬四匹

七人分之.人得幾何.答曰.人得三十五分斤之十二.其爲之也.當齊其金人之數.皆合初問人於經分矣.然則分子相乘爲實者.猶齊其金也.母相乘爲法者.猶齊其人也.同其母爲二十馬無事於同.但欲求齊而已.又馬五匹直金三斤.完金之率分而言之.則爲一匹直金五分斤之三.七人賣四匹馬.一人賣七分馬之四.分子與人交互相生.所從言之異.而計數則三術同歸也.

今有田廣三步三分步之一.從五步五分步之二.問爲田幾何.答曰.十八步.

又有田廣七步四分步之三.從十五步九分步之五.問爲田幾何.答曰.一百二十步九分步之五.

又有田廣十八步七分步之五.從二十三步十一分步之六.問爲田幾何.答曰.一畝二百步十一分步之七.

大廣田

淳風等按.大廣田.知初術直有全步而無餘分.次術空有餘分而無全步.此術先見全步復有餘分.可以廣兼三術.故曰大廣.

術曰.分子各乘其全分子從之者.通全步內分子.如此則母子皆爲實矣.

分母各乘其全分子從之.相乘爲實.分母相乘爲法.猶乘分也.

猶乘分也.

實如法而一。

今爲術廣從俱有分當各自通其分母入者須還出之故令分母相乘爲法而連除之。

今有圭田廣十二步正從二十一步問爲田幾何答曰一百二十六步

又有圭田廣五步二分步之一從八步三分步之二問爲田幾何答曰二十三步六分步之五

術曰半廣以乘正從

半廣知以盈補虛爲直田也亦可半正從以乘廣按半廣乘從以取中平之數故廣從相乘爲積步畝法除之卽得也

今有斜田一頭廣三十步一頭廣四十二步正從六十四步問爲田幾何答曰九畝一百四十四步

又有斜田正廣六十五步一畔從一百步一畔從七十二步問爲田幾何答曰二十三畝七十步

術曰并兩斜而半之以乘正從若廣又可半正從若廣以乘并畝法而一

并而半之者以盈補虛也

今有箕田舌廣二十步踵闊五步正從三十步問爲田幾何答曰一畝一百三十五步

又有箕田舌廣一百一十七步踵廣五十步正從一百三十五步問爲田幾何答曰四十六畝二百三十

二步半

術曰并踵舌而半之以乘正從畝法而一

中分箕田，則爲兩斜田。故其術相似。又可并踵舌半正從以乘之。

今有圓田，周三十步，徑十步。

淳風等按，術意以周三徑一爲率，周三十步合徑十步。今依密率，合徑九步十一分步之六。問爲田幾何？答曰：七十五步。

此於徽術當爲田七十步一百五十七分步之一百三。

淳風等按，依密率爲田七十一步二十二分步之一十三。

今有圓田，周一百八十一步，徑六十步三分步之一。

淳風等按，周三徑一周一百八十一步，徑六十步三分步之一。依密率，徑五十七步二十二分步之一十三。

問爲田幾何？答曰：十一畝九十步十二分步之一。

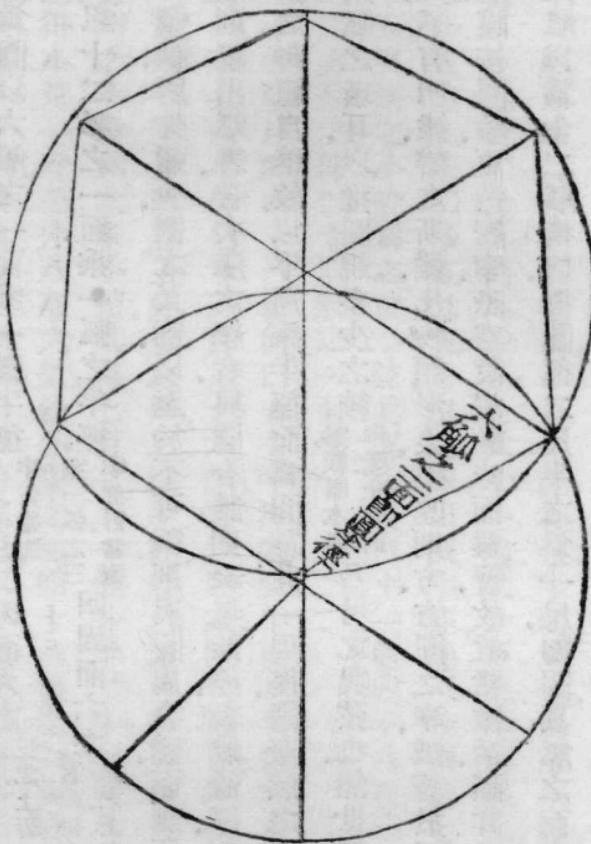
此於徽術當爲田十畝二百八步三百一十四分步之一百十三。

淳風等按，依密率當爲田十畝二百五步八十八分步之八十七。

術曰：半周半徑相乘得積步。

按半周爲從，半徑爲廣，故廣從相乘爲積步也。假令圓徑二尺，圓中容六觚之一面。案六觚原本訛作六弧。六角形其平面亦有

圓容六弧之圖



六八角形其平面亦有八古人謂之六觚八觚若截圓形爲六古人謂之弧背其弧即圓周不得云圓中容六弧之一面後或言弧或言觚義各不同原本觚皆訛作弧遂蒙混不可通今竝改正徑率一而外周率三也案劉徽以周三徑一乃六觚之率圓內容六觚其觚面適爲六弧之弦圓周大於六觚之周爲六弧背與六弧弦之差其說非圓莫顯今補圖附於後與圓徑之半其數均等合

案劉徽以圓田用周三徑一爲率乃圓內容六觚之周圓周大於六觚之周爲

六觚背與六觚弦之差疊

兩圓觀之六觚之一面適

得圓半徑舊缺圖今補

又按爲圓以六觚之一面乘一弧半徑。案一弧二
字衍當刪。二因而六之。案此句有訛舛當改云
之。次以十二觚之一面乘一弧之半徑。案一弧之三
字亦衍當刪。四因而六之。案此句亦有訛舛當云
割之彌細所失彌少。割之又割以至於不可割。則與圓周合體而無所失矣。觚面之外又有餘徑。以面
乘徑。則幕出觚表。若夫觚之細者。與圓合體。則表無餘徑。表無餘徑。則幕不外出矣。以一面乘半徑。觚
而裁之。每輒自倍。故以半周乘半徑而爲圓幕。此一周徑。謂至然之數。非周三徑一之率也。周三者。從
其六觚之環耳。以推圓規多少之較。案較原本訛作覺。今改正。乃弓之與弦也。然世傳此法。莫肯精覈。學者踵古習其
謬失。不有明據。辯之斯難。凡物類形象。不圓則方。方圓之率。誠著於近。則雖遠可知也。由此言之。其用
博矣。謹按圓驗更造密率。恐空設法數昧而難譬。故置諸檢括。謹詳其記注焉。

割六觚以爲十二觚。術曰。置圓徑二尺。半之爲一尺。卽圓裏觚之面也。案觚之面原本訛作弦之面。後觚
徑一尺爲弦。案原本訛作爲今改正。半面五寸爲句。爲之求股。以句幕二十五寸減弦幕。餘七十五寸。開方除之下。
至秒忽。又一退法。求其微數。微數無名。知以爲分子。以下爲分母。約作五分忽之二。故得股八寸六分。
六釐二秒五忽五分忽之二。案二秒原本訛作二絲。今改正。以減半徑。餘一寸三分二釐九毫七秒四忽五分忽之三。謂

之小句。案此下原本衍小句知半面五寸之句九字。觚之半面又謂之小股爲之求弦其幕二千六百七十九億四千九百一十九萬三千四百四十五忽餘分棄之。

案此句原本訛作全分并之。攷弦幕五忽之下尚有一六餘分無所謂全分也。當是傳寫舛誤遂不可通後數條皆云餘分棄之今據以改正。

開方除之卽十二觚之一面也。

割十二觚以爲二十四觚術曰亦令半徑爲弦半面爲句爲之求股置上小弦幕四而一得六百六十九億八千七百二十九萬八千三百六十一忽餘分棄之卽句幕也以減弦幕其餘開方除之得股九寸六分五釐九毫二秒五忽五分忽之四以減半徑餘三分四釐七秒四忽五分忽之一謂之小句觚之半面又謂之小股爲之求小弦其幕六百八十一億四千八百三十四萬九千四百六十六忽餘分棄之開方除之卽二十四觚之一面也。

割二十四觚以爲四十八觚術曰亦令半徑爲弦半面爲句爲之求股置上小弦幕四而一得一百七十億三千七百八萬七千三百六十六忽餘分棄之卽句幕也以減弦幕其餘開方除之得股九寸九分一釐四毫四秒四忽五分忽之四以減半徑餘八釐五毫五秒五忽五分忽之一謂之小句觚之半面又謂之小股爲之求小弦其幕七百七十一億一千二十七萬八千八百一十三忽餘分棄之開方除之得小弦一寸三分八毫六忽餘分棄之卽四十八觚的一面以半徑一尺乘之又以二十四乘之得幕三萬一千三百九十三億四千四百萬忽以百億除之得幕三百一十三寸六百二十五分寸之

五百八十四卽九十六觚之幕也。

割四十八觚以爲九十六觚術曰亦令半徑爲弦半面爲句爲之求股置次上弦幕四而一得四十二億七千七百五十六萬九千七百三忽餘分乘之卽句幕也以減弦幕其餘開方除之得股九寸九分七釐八毫五秒八忽十分忽之九以減半徑餘二釐一毫四秒一忽十分忽之一謂之小句觚之半面又謂之小股爲之求小弦其幕四十二億八千二百一十五萬四千一十二忽餘分乘之開方除之得小弦六分五釐四毫三秒八忽餘分乘之卽九十六觚之一面以半徑一尺乘之又以四十八乘之得幕三萬一千四百一十億二十四百萬忽以百億除之得幕三百一十四寸六百二十五分寸之六十四卽一百九十二觚之幕也以九十六觚之幕減之餘六百二十五分寸之一百五謂之差幕倍之爲分寸之二百一十案爲分寸者蒙上省文謂六百二十五分寸之二百一十也卽九十六觚之外弧田所謂以弦乘矢之凡幕也案弧田下原本衍九十六三字加此幕於九十六觚之幕得三百一十四寸六百二十五分寸之一百六十九則出圓之表矣故今刪百爲率方幕二百其中容圓幕一百五十七也圓率猶爲微少案弧田圖令方中容圓圓中容方內方還就一百九十二觚之全幕三百一十四寸以爲圓幕之定率而乘其餘分以半徑一尺除圓幕倍之得六尺二寸八分卽周數令徑自乘爲方幕四百寸與圓幕相折圓幕得一百五十七爲率方幕得二百爲率方幕二百其中容圓幕一百五十七也圓率猶爲微少案弧田圖令方中容圓圓中容方內方

合外方之半。然則圓幕一百五十七。其中容方幕一百也。案一百原本訛。又令徑二尺與周六尺二寸八作二百今改正。

分相約。周得一百五十七。徑得五十。則其相與之率也。周率猶爲微少也。晉武庫中漢時王莽作銅斛。其銘曰。律嘉量斛。內方尺而圓其外。底旁九釐五毫。幕一百六十二寸深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。以此術求之。得幕一百六十一寸有奇。其數相近矣。此術微少。而斛差幕六百二十五分寸之一百五。以十二觚之幕爲率。消息當取此分寸之三十六。案取此分寸亦蒙上書文謂六百二十五分寸之三十六也。以增於一百九十二

觚之幕。以爲圓幕三百一十四寸二十五分寸之四。置徑自乘之方幕四百寸。令與圓幕通相約。圓幕三千九百二十七方幕得五千。是爲率方幕五千中。容圓幕三千九百二十七。圓幕三千九百二十七中。容方幕二千五百也。以半徑一尺除圓幕三百一十四寸二十五分寸之四倍之。得六尺二寸八分二十五分寸之八。卽周數也。全徑二尺與周數通相約。徑得一千二百五十。周得三千九百二十七。卽其相與之率。若此者蓋盡其纖微矣。舉而用之上法仍約耳。當求一千五百三十六觚之一面。得三千七百二觚之幕。而裁其微分數亦宜然。重其驗耳。

淳風等案。舊術求圓皆以周三徑一爲率。若用之求圓周之數。則周少徑多。用之求其六觚之田。乃與此率合會耳。何則。假令六觚之田。觚間各一尺爲面。自然從角至角。其徑二尺可知。案二尺原本訛。此則作一尺今改正。

周六徑二與周三徑一已合恐此猶爲難曉今更引物爲喻設令刻物作圭形者六枚枚別三面皆長一尺攢此六物悉使銳頭向裏則成六觚之周角徑亦皆一尺更從觚角外畔圍繞爲規則六觚之徑盡達規矣當面徑短不至外規若以徑言之則爲規六尺徑三尺面徑皆一尺

尺面皆一尺六觚二字訛作徑周訛作規

案此三句有舛誤當云若以六觚言之則爲周六尺徑二

面徑股不至外畔定無二尺可知故周三徑一之率於圓周乃是徑

多周少徑一周三理非精密蓋術從簡要舉大綱略而言之劉徽特以爲疎遂改張其率但周徑相乘數難契合徽雖出斯一法終不能究其纖毫也祖沖之以其不精就中更推其數今者修撰據摭諸家考其是非冲之爲密故顯之於徽術之下冀學者知所裁焉

案冲之密率較徽率爲密其約率較徽率爲疎淳風等所稱密率皆約率以之譏徽似誤

又術曰周徑相乘四而一

此周與上觚同耳周徑相乘各當一半而今周徑兩全案原本兩訛

作田今改正

故兩母相乘爲四以報除之於徽術以五十乘周一百五十七而一卽徑也以一百五十七乘徑五十而一卽周也新術徑率猶當微少據周以求徑則失之長據徑以求周則失之短諸據見徑以求幂者皆失之於微少據周以求幂者皆失之於微多

淳風等按依密率以七乘周二十二而一卽徑以二十二乘徑七而一卽周依術求之卽得

又術曰徑自相乘三之四而一

按圓徑自乘爲外方三之四而一者是爲圓居外方四分之三也若令六觚之一面乘半徑其幕卽外方四分之一也因而三之卽亦居外方四分之三也是爲圓裏十二觚之幕耳取以爲圓失之於微少於徽新術當徑自乘又以一百五十七乘之二百而一

淳風等按密率令徑自乘以十一乘之十四而一卽圓幕也

又術曰周自乘十二而一

六觚之周其於圓徑三與一也故六觚之周自相乘爲幕若圓徑自乘者九方九方凡爲十二觚者十有二故曰十二而一卽十二觚之幕也今此令周自乘非但爲圓徑自乘者九方而已然則十二而一所得又非十二觚之類也若欲以爲圓幕失之於多矣以六觚之周十二而一可也於徽新術直令圓周自乘又以二十五乘之三百一十四而一得圓幕其率二十五者圓幕也三百一十四者周自乘之幕也置周數六尺二寸八分令自乘得幕三十九萬四千三百八十四分又置圓幕三萬一千四百分皆以一千二百五十六約之得此率

淳風等按方面自乘卽得其積圓周求其幕假率乃通案假原本訛但此術所求用三一爲率圓田正法作股今改正

半周及半徑以相乘今乃用全周自乘故須以十二爲母何者據全周而求半周則須以二爲法就全

周而求半徑復假六以除之是二六相乘除周自乘之數依密率以七乘之八十八而一。

今有畹田下周三十步徑十六步問爲田幾何答曰一百二十步。

今有畹田下周九十九步徑五十一步問爲田幾何答曰五畝六十二步四分步之一。

術曰以徑乘周四而一。

此術不驗故推方錐以見其形假令方錐下方六尺高四尺四尺爲股下方之半三尺爲句正面邪爲弦弦五尺也令句弦相乘案句弦原本訛作句股今改正四因之得六十尺卽方錐四面見者之幕若令其中容圓錐圓

錐見幕與方錐見幕其率猶方幕之與圓幕也案圓幕原本訛作圓錐今改正按方錐下六尺則方周二十四尺以五尺

乘而半之則方錐之見幕故求圓錐之數折徑以乘下周之半卽圓錐之幕也今畹田上徑圓穹而與圓錐同術則幕失之於少矣然其術難用故略舉大較施之大廣田也求圓錐之幕猶求圓田之幕也

今用兩全相乘故以四爲法除之案原本脫四字今補亦如圓田矣開立圓術說圓方諸率甚備可以驗此

今有弧田弦二十步矢十五步問爲田幾何答曰一畝九十七步半

又有弧田弦七十八步二分步之一矢十三步九分步之七問爲田幾何答曰二畝一百五十五步八十
一分步之五十六

術曰以弦乘矢矢又自乘并之二而一

方中之圓圓裏十二觚之幕合外方之幕四分之三也。方中合外方之半則朱實合外方四分之一也。

弧田半圓之幕也。故依半圓之體而爲之術。以弦乘矢而半之。案弦原本訛作弧今改正則爲黃幕。矢自乘而半之。則

爲二青幕。青黃相連。案注文此書舊有圖而缺。又上圓田注內亦引弧田圖詳攷其說非圖不顯今補圖於後爲弧體法當應規。今觚面不至外畔。案原本訛作令弧而不至

外畔今改正失之於少矣。圓舊術以周三徑一爲率。俱得十二觚之幕。案原本訛作十二弧之弧今改正亦失之於少也。與此相似。指驗半圓之幕耳。若不滿半圓者益復疏闊。宜句股鋸圓材之術。以弧弦爲鋸道長。以矢爲句深。而求其徑。案此謂弧矢形求圓徑其術以弧弦折半自乘矢除之加矢爲圓徑既知圓徑。則弧可割分也。割之者半弧田之弦以爲股。其矢爲句。爲之求弦。卽小弧之弦也。以半小弧之弦爲句。半圓徑爲弦爲之求股。以減半徑其餘卽小弦之矢也。割之又割。使至極細。但舉弦矢相乘之數。則必近密率矣。然於算數差繁。必欲有尋究也。若但度田取其大。舊術爲約耳。

弧田圖



案。注意取半圓爲弧矢。以方中之圓圓裏十二
觚驗之。移黃乙黃丙補觚面外之空角。則黃幕
適滿外大方四分之一。如朱實二青幕又半於
黃幕合青黃適得半外方四分之三。加圓裏觚
面外空處。乃爲半圓幕。術以十二觚之幕爲圓
幕。又以半圓論弧矢皆疎。原本缺圖。今補。

今有環田。中周九十二步。外周一百二十二步。徑五步。
此欲令與周三徑一之率相應。故言徑五步也。據中外周以徵術言之。當徑四步一百五十七分步之。
一百二十二也。

淳風等按依密率合徑四步二十二分步之十七。

問爲田幾何答曰二畝五十五步。

於徽術當爲田二畝三十一步一百五十七分步之二十三。

淳風等按依密率爲田二畝三十步二十二分步之十五。

術曰并中外周而半之以徑乘之爲積步。

此田截而中之周則爲長。案此處有脫誤當云截齊中外之周周則爲長并而半之知亦以盈補虛也此可令中外周各自爲圓田。

以中圓減外圓餘則環實也。

又有環田中周六十二步四分步之三外周一百一十三步二分之一徑十二步三分步之二。

此田環而不通匝故徑十二步三分步之二若據上周求徑者此徑失之於多過周三徑一之率蓋爲疎矣於徽術當徑八步六百二十八分步之五十一。

淳風等按依周三徑一考之合徑八步二十四分步之一十一依密率合徑八步一百七十六分步之一十三。

問爲田幾何答曰四畝一百五十六步四分步之一。

於徽術當爲田二畝二百三十二步五千二十四分步之七百八十七也依周三徑一爲田三畝二十

五步六十四分步之三十五。

淳風等按密率爲田二畝二百三十一步一千四百八分步之七百一十七也。

術曰置中外周步數分母子各居其下案原本脫母字今據注補母互乘子通全步內分子案此句上下皆有脫文當云分母相乘通全步內分子并而半之以

中周減外周餘半之

案此別記術之小異亦有脫文當云又可以中周減外周餘半之以益中周

徑亦通分內子以乘周爲實分母相乘爲法除之爲

積步餘積步之分

案此句下有脫文當云餘積步之分等數約之以畝法除之卽畝數也。

按此術并中外周步數於上以分母子置於下母互乘子者爲中外周俱有餘分故以互乘齊其子母相乘同其母子齊母同故通全步內分子半之案二字上有脫文當云并而半之知以盈補虛得中平之周周則爲從徑則爲廣故廣從相乘而得其積既合分母還須分母出之故令周徑分母相乘而連除之卽得積步不盡以等數除之而命分以畝法除積步得畝數也

九章算術卷二

粟米以御交質變易

凡此諸率相與大通其時相求各如本率可約者約之別術然也。

粟率五十

糲米三十

稗米二十七

糲米二十四

御米二十一

案詩大雅鄭箋云米之率糲十稗九糲八侍御七疏云九章粟米之法粟率五十糲米三十稗二十七糲二十四御二十一言粟五升爲糲米三升已下則米漸細故數益少今攷糲糲古多通用

小麵十三半

大麵五十四

糲飯七十五

稗飯五十四

糲飯四十八

御飯四十二

菽荅麻麥各四十五

稻六十

豉六十三

飧九十

熟菽一百三半

糵一百七十五

今有

案今有卽下文
稱所有率是也

此都術也。凡九數以爲篇名，可以廣施諸率。所謂告往而知來，舉一隅而三隅反者也。誠能分詭數之紛雜，通彼此之否塞，因物成率，審辨名分，平其偏頗，齊其參差，則終無不歸於此術也。

術曰：以所有數乘所求率爲實，以所有率爲法。

少者多之始，一者數之母，故爲率者必等之於一。據粟率五，糲率三，是粟五而爲一，糲三而爲一也。欲化粟爲米者，糲當先本是一。案下舉粟率五，今五爲一，則此不得云糲當先本是一，糲字應改作粟

一者謂以五約之，令五而爲一也。訖乃以

三乘之，令一而爲三。如是則率至於一。案至字誤，上云爲率者必等之於一，至乃等字之誤以五爲三矣。然先除後乘，或有餘分，故術

反之又究言之知粟五升爲糲米三升以分言之知粟一斗爲糲米五分斗之三以五爲母三爲子以粟求糲米者乘其母報除也。案此句有脫誤當云以子乘其母報除也然則所求之率常爲母也。

淳風等按宜云所求之率常爲子所有之率常爲母今乃云所求之率常爲母知脫錯也實如法而一

今有粟一斗欲爲糲米問得幾何答曰爲糲米六升

術曰以粟求糲米三之五而一

淳風等按都術以所求率乘所有數以所有率爲法此術以粟求米故粟爲所有數三是米率故三爲所求率五爲粟率故五爲所有率粟率五十米率三十退位求之故惟云三五也

今有粟二斗一升欲爲稗米問得幾何答曰爲稗米一斗一升五十分斗之十七

術曰以粟求稗米二十七之五十而一

淳風等按稗米之率二十有七故直以二十七之五十而一也

今有粟四斗五升欲爲糬米問得幾何答曰爲糬米二斗一升五分升之三

術曰以粟求糬米十二之二十五而一

淳風等按糬米之率二十有四以爲率太繁故因而半之半所求之率以乘所有之數所求之率既減

半所有之率亦減半是故十二乘之二十五而一也。

今有粟七斗九升欲爲御米問得幾何答曰爲御米三斗三升五十分升之九。

術曰以粟求御米二十一之五十而一

今有粟一斗欲爲小麵問得幾何答曰爲小麵二升一十分升之七。

術曰以粟求小麵二十七之百而一

淳風等按小麵之率十三有半半者二爲母以二通之得二十七爲所求率又以母二通其粟率得一百爲所有率凡本率有分者須卽乘除也他皆倣此。

今有粟九斗八升欲爲大麵問得幾何答曰爲大麵一十斗五升二十五分升之二十一。
術曰以粟求大麵二十七之二十五而一

淳風等按大麵之率五十有四因其可半故二十七之亦如粟求繫米半其二率

今有粟二斗三升欲爲糲飯問得幾何答曰爲糲飯三斗四升半

術曰以粟求糲飯三之二而一

淳風等按糲飯之率七十有五粟求糲飯合以此數乘之今以等數二十有五約其二率所求之率得三所有之率得二故以三乘二除

今有粟三斗六升欲爲粺飯問得幾何答曰爲粺飯三斗八升二十五分升之二十二

術曰以粟求稗飯二十七之二十五而一

淳風等按此術與大麯多同

今有粟八斗六升欲爲爨飯問得幾何答曰爲爨飯八斗二升二十五分升之一十四術曰以粟求爨飯二十四之二十五而一

淳風等按爨飯率四十八此亦半二率而乘除

今有粟九斗八升欲爲御飯問得幾何答曰爲御飯八斗二升二十五分升之八

術曰以粟求御飯二十一之二十五而一

淳風等按此術半率亦與爨飯多同

今有粟三斗少半升欲爲菽問得幾何答曰爲菽二斗七升一十分升之三

今有粟四斗一升太半升欲爲荅問得幾何答曰爲荅三斗七升半

今有粟五斗太半升欲爲麻問得幾何答曰爲麻四斗五升五分升之三

今有粟一十斗八升五分升之二欲爲麥問得幾何答曰爲麥九斗七升二十五分升之一十四

術曰以粟求菽荅麻麥皆九之十而一

淳風等按四術率竝四十五案並原本訛作并今改正皆是爲粟所求俱合以此率乘其本粟術欲從省先以等數五

約之所求之率得九。所有之率得十。故九乘十除。義由於此。

今有粟七斗五升七分升之四。欲爲稻。問得幾何。答曰。爲稻九斗三十五分斗之一十四。

術曰。以粟求稻。六之五而一。

淳風等按。稻率六十亦約二率而乘除。

今有粟七斗八升。欲爲豉。問得幾何。答曰。爲豉九斗八升二十五分升之七。

術曰。粟求豉。六十三之五十而一。

今有粟五斗五升。欲爲飧。問得幾何。答曰。爲飧九斗九升。

術曰。以粟求飧。九之五而一。

淳風等按。飧率九十退位。與求稻多同。

今有粟四斗。欲爲熟菽。問得幾何。答曰。爲熟菽八斗二升五分升之四。

術曰。以粟求熟菽。二百七之百而一。

淳風等按。熟菽之率一百三半。半者其母二。故以母二通之所求之率。既被二乘。所有之率隨而俱長。

故以二百七之百而一。

今有粟二斗。欲爲糵。問得幾何。答曰。爲糵七斗。

術曰。以粟求糵。七之二而一。

淳風等按。粟率一百七十有五。合以此數乘其本粟術。欲從省先以等數二十五約之。所求之率得七。所有之率得二。故七乘二除。

今有糲米十五斗五升五分升之二。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟二十五斗九升。術曰。以糲米求粟。五之三而一。

淳風等按。上術以粟求米。故粟爲所有數。三爲所求率。五爲所有率。今此以米求粟。故米爲所有數。五爲所求率。三爲所有率。準都術求之。各合其數。以下所有反求。多同。皆準此。

今有稗米二斗。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟三斗七升二十七分升之一。

術曰。以稗米求粟。五十之二十七而一。

今有糲米三斗少半升。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟二斗三升三十六分升之七。

術曰。以糲米求粟。二十五之十二而一。

今有御米十四斗。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟三十三斗三升少半升。

術曰。以御米求粟。五十之二十一而一。案原本作二十一而二。今改正。

今有稻一十二斗六升一十五分升之一十四。欲爲粟。問得幾何。答曰。爲粟一十斗五升九分升之七。

術曰。以稻求粟。五之六而一。

今有糲米一十九斗二升七分升之一欲爲稗米問得幾何答曰爲稗米一十七斗二升一十四分升之一十三。

術曰以糲米求稗米九之十而一。

淳風等按稗米率二十七合以此數乘糲米術欲從省先以等數三約之所求之率得九所有之率得十故九乘而十除。

今有糲米六斗四升五分升之三欲爲糲飯問得幾何答曰爲糲飯一十六斗一升半
術曰以糲米求糲飯五之二而一

淳風等按糲飯之率七十有五宜以本糲飯乘以率數案此句舛錯當云宜以本糲米乘此率術欲從省先以等數三十約

之所求之率得五所有之率得二故五乘二除義由於此

今有糲飯七斗六升七分升之四欲爲飧問得幾何答曰爲飧九斗一升三十五分升之三十一
術曰以糲飯求飧六之五而一

淳風等按飧率九十爲糲飯所求宜以飧乘此率案此句舛錯當云宜以糲飯乘此率術欲從省先以等數十五約之所求

之率得六所有之率得五以此故六乘五除也

今有菽一斗欲爲熟菽問得幾何答曰爲熟菽二斗三升

術曰以菽求熟菽二十三之十而一

淳風等按熟菽之率一百三半。

案率原本訛。因其有半各以母二通之。宜以熟菽數乘此率。
案此句誤。當云作粟今改正。宜以菽數乘此

率衍。術欲從省。先以等數九約之。所求之率得一十一半。所有之率得五也。

今有菽二斗。欲爲豉。問得幾何。答曰。爲豉二斗八升。

術曰。以菽求豉。七之五而一。

淳風等按豉率六十三爲菽所求。宜以豉乘此率。

案此句誤。當云宜以菽乘此率。術欲從省。先以等數九約之。所求之率

得七。而所有之率得五也。

今有麥八斗六升七分升之三。欲爲小麵。問得幾何。答曰。爲小麵二斗五升一十四分升之一十三。

術曰。以麥求小麵。三之十而一。

淳風等按小麵之率十三半。宜以母二通之。以乘本麥之數。術欲從省。先以等數九約之。所求之率得

二所有之率得十也。

今有麥一斗。欲爲大麵。問得幾何。答曰。爲大麵一斗二升。

術曰。以麥求大麵。六之五而一。

淳風等按大麪之率五十有四合以本麪數乘此率。案此句誤當云宜以麥數乘此率。術欲從省先以等數九約之所求之率得六所有之率得五也。

今有出錢一百六十買瓴甓十八枚。

領甓輒也。

問枚幾何答曰一枚八錢九分錢之八。

今有出錢一萬三千五百買竹二千三百五十箇問箇幾何答曰一箇五錢四十七分錢之三十五。經率術曰以所買率爲法所出錢數爲實實如法得一。

此術猶經分。

淳風等按今有之義以所求率乘所有數合以瓴甓一枚乘錢一百六十爲實。案此句原本脫乘字今補但以一乘不

長故不復乘是以徑將所買之率與所出之錢爲法實也又按此今有之義出錢爲所有數一枚爲所求率所買爲所有率而今有之卽得所求數。案原本訛作卽得所求率今改正一乘不長故不復乘是以徑將所買之率爲法以所出之錢爲實實如法得一枚錢不盡者等數而命分。

今有出錢五千七百八十五買漆一斛六斗七升太半升欲斗率之間斗幾何答曰一斗三百四十五錢

五百二分錢之一十五。

今有出錢七百二十。買縑一匹二丈一尺。欲丈率之間丈幾何。答曰。一丈一百一十八錢六十一分錢之二。

今有出錢二千三百七十。買布九匹二丈七尺。欲匹率之間匹幾何。答曰。一匹二百四十四錢一百二十九分錢之一百二十四。

今有出錢一萬三千六百七十。買絲一石二鈞一十七斤。欲石率之間石幾何。答曰。一石八千三百一十六錢一百九十七分錢之百七十八。

術曰。以所求率乘錢數爲實。以所買率爲法。實如法得一。

淳風等按今有之義。錢爲所求率。物爲所有數。故以乘錢。又以分母乘之。爲實。實如法而一。有分者通之所買通分內子。爲所有率。故以爲法。得錢。案此已上舛誤不可通。攷書內列數間淳風等多據首一問爲言。此當云今有之義。一斗爲所求率。出錢爲所有數。故以一斗乘錢數。有分者通之。又以分母乘之爲實。所買通分內子爲所有率。故以爲法。實如法而一得錢。

數不盡而命分者。因法爲母實。餘爲子實。見不滿。故以命之。

今有出錢五百七十六。買竹七十八箇。欲其大小率之間各幾何。答曰。其四十八箇。箇七錢。其三十箇。箇八錢。

今有出錢一千一百二十。買絲一石二鈞十八斤。欲其貴賤斤率之間各幾何。答曰。其二鈞八斤。斤五錢。

其一石一十斤斤六錢。

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤石率之間各幾何答曰其一鈞九兩一十六銖石八千五十一錢其一石一鈞二十七斤九兩一十七銖石八千五十二錢今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤鈞率之間各幾何答曰其七斤一十兩九銖鈞二千一十二錢其一石二鈞二十斤八兩二十銖鈞二千一十三錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤斤率之間各幾何答曰其一石二鈞七斤十兩四銖斤六十七錢其二十斤九兩一銖斤六十八錢

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤兩率之間各幾何答曰其一石一鈞一十七斤一十四兩一銖兩四錢其一鈞一十斤五兩四銖兩五錢

其率術曰各置所買石鈞斤兩以爲法以所率乘錢數爲實實如法而一不滿法者反以實減法法賤實貴其求石鈞斤兩以積銖各除法實各得其積數餘各爲銖

其率如欲令差分按出錢五百七十六買竹七十八箇以除錢得七實餘三十是爲三十箇復可增一錢然則實餘之數即是貴者之數故曰實貴也本以七十八箇爲法今以貴者減之則其餘悉是賤者之數故曰法賤也其求石鈞斤兩以積銖各除法實各得其積數餘各爲銖者謂石鈞斤兩積銖除實又以石鈞斤兩積銖除法餘各爲銖卽合所問

今有出錢一萬三千九百七十買絲一石二鈞二十八斤三兩五銖欲其貴賤銖率之間各幾何答曰其一鈞二十斤六兩十一銖五銖一錢其一石一鈞七斤一十二兩一十八銖六銖一錢

今有出錢六百二十買羽二千一百猴

猴羽本也數羽稱其本猶數草本稱其根株

欲其貴賤率之間各幾何答曰其一千一百四十猴三猴一錢其九百六十猴四猴一錢

今有出錢九百八十買矢榦五千八百二十枚欲其貴賤率之間各幾何答曰其三百枚五枚一錢其五千五百二十枚六枚一錢

反其率術曰以錢數爲法所率爲實實如法而一不滿法者反以實減法法少實多二物各以所得多少之數乘法實卽物數

按其率出錢六百二十買羽一千二百猴反之當二百四十錢一錢四猴其三百八十錢一錢三猴案以

上舛誤不可通參攷上注當云按其率錢多物少反之錢少物多出錢六百二十買羽二千一百猴當以除羽得三實餘二百四十是爲三猴復可增一猴然則實餘之數卽是多者之錢故曰實多本以六百二十錢爲法今以多者減之則其餘三百八十悉是少者之錢故曰法少也二百四十錢一錢四猴乘得九百六是錢有二價物有貴賤故以羽乘錢反二率也十其三百八十錢一錢三猴乘得一千一百四十

淳風等按其率者錢多物少反其率知錢少物多多少相反故曰反其率也其率者以物數爲法錢數

爲實反之知以錢數爲法物數爲實不滿法知實餘也當以餘物化爲錢矣法爲凡錢而今以化錢減之故以實減法法少知經分之所得故曰法少實多者餘分之所益故曰實多乘實宜以多乘法宜以少故曰各以其所得多少之數乘法實卽物數

九章算術卷三

衰分以御貴賤稟稅

術曰各置列衰

列衰相與率也重疊則可約

副并爲法以所分乘未并者各自爲實實如法而一

法集而衰別數本一也今以所分乘上別以下集除之一乘一除適足相消故所分猶存且各應率而別也於今有術列衰各爲所求率副并爲所有率所分爲所有數又以經分言之假令甲家三人乙家二人丙家一人并六人共分十二爲人得二也欲復作逐家者則當列置人數以一人所得乘之今此術先乘而後除也

不滿法者以法命之

今有大夫不更簪屨上造公士凡五人共獵得五鹿欲以爵次分之間各得幾何答曰大夫得一鹿三分鹿之二不更得一鹿三分鹿之一簪屨得一鹿上造得三分鹿之二公士得三分鹿之一

術曰列置爵數各自爲衰

爵數者謂大夫五不更四簪屨三上造二公士一也墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名

也。

副并爲法。以五鹿乘未并者。各自爲實。實如法得一。

案原本作得一鹿衍鹿字。攷古算凡以法除實得所求之數。多云實取其一爲所求數。故曰如法而一。或變言實如法得某數。篇內有云實如法得絲數及得錢數得粟數之類是也。一乃該舉得所求之數爲言此云得一亦該舉得所求數之辭。不知者妄加鹿字得一鹿便不足該舉與後妄加斗字錢字尺字斛字升字作得一斗得一錢得一尺得一斛得一升者皆不可通。今並爲之訂正刪去。

於今有術。

案原本脫於字。今據後注文之例補。

列衰各爲所求率。副并爲所有率。今有鹿數爲所有數而今有之。即得。

今有牛馬羊食人苗。苗主責之粟五斗。羊主曰。我羊食半馬。馬主曰。我馬食半牛。今欲衰償之間。各出幾何。答曰。牛主出二斗八升七分升之四。馬主出一斗四升七分升之二。羊主出七升七分升之一。

術曰。置牛四、馬二、羊一各自爲列衰。副并爲法。以五斗乘未并者。各自爲實。實如法得一。

案原本作得一斗。乃後人妄加斗字。今刪。

淳風等按此術問意。羊食半馬。馬食半牛。是謂四羊當一牛。二羊當一馬。今術置羊一馬二牛四者。通其率。以爲列衰。

今有甲持錢五百六十。乙持錢三百五十。丙持錢一百八十。凡三人俱出關。關稅百錢。欲以錢數多少衰出之間。各幾何。答曰。甲出五十一錢。一百九分錢之一。乙出三十二錢。一百九分錢之一。十二丙出

一十六錢一百九分錢之五十六

術曰各置錢數爲列衰副并爲法以百錢乘未并者各自爲實實如法得一案原本作得一錢亦

後人妄加錢字今刪

淳風等按此術甲乙內持錢數以爲列衰副并爲所有率未并者各爲所求率百錢爲所有數而今有之卽得

今有女子善織日自倍五日織五尺問日織幾何答曰初日織一寸三十一分寸之十九次日織三寸三十一分寸之七次日織六寸三十一分寸之十四次日織一尺二寸三十一分寸之二十八次日織二尺五寸三十一分寸之二十五

術曰置一二四八十六爲列衰副并爲法以五尺乘未并者各自爲實實如法得一案原本作得一尺亦

後人妄加尺字今刪

今有北鄉算八千七百五十八西鄉算七千二百三十六南鄉算八千三百五十六凡三鄉發徭三百七十八人欲以算數多少衰出之間各幾何答曰北鄉遣一百三十五人一萬二千一百七十五分人之一萬一千六百三十七西鄉遣一百一十二人一萬二千一百七十五分人之四千四南鄉遣一百二十九人一萬二千一百七十五分人之八千七百九

術曰各置算數爲列衰

淳風等按三鄉算數約可半者爲列衰

副并爲法。以所法篤人數乘末并者。各自爲實。實如法得一。

案原本作得一人。亦後人妄加人字。今刪。

按此術今有之義也。

案此注有脫誤。據注文之例。當云亦今有之義。以列衰各爲所求率。副并爲所有率。所發篤人數爲所有數而今有之。卽得。

今有稟粟大夫不更簪囊上造公士凡五人一十五斗。今有大夫一人後來亦當稟五斗。倉無粟欲以衰出之間各幾何。答曰。大夫出一斗四分斗之一。不更出一斗。簪囊出四分斗之三。上造出四分斗之二。公士出四分斗之一。

術曰。各置所稟粟斛斗數。爵次均之。以爲列衰。副并而加後來大夫亦五斗。得二十以爲法。以五斗乘末并者。各自爲實。實如法得一。

案原本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。

稟前五人十五斗者。大夫得五斗。不更得四斗。簪囊得三斗。上造得二斗。公士得一斗。欲令五人各依

所得粟多少減與後來大夫。卽與前來大夫同。據前來大夫已得五斗。故言亦也。各以所得斗數爲衰。并得十五。而加後來大夫亦五斗。凡二十爲法也。是爲六人共出五斗。後來大夫亦俱損折。於今有術。

案原本脫。副并爲所有率。未并者各爲所求率。五斗爲所有數而今有之。卽得。於字今補。

今有稟粟五斛。五人分之。欲令三人得三。二人得二。間各幾何。答曰。三人。人得一斛。一斗五升十三分升之五。二人。人得七斗六升十三分升之十二。

術曰置三人人三二人人二爲列衰副并爲法以五斛乘未并者各自爲實實如法得一案原本作得一斛亦一百三十七分錢之一百四不更出一十錢一百三十七分錢之一百三十簪憂出一十四錢一百三十七分錢之八十二上造出二十一錢一百三十七分錢之一百二十三公士出四十三錢一百三十七分錢之一百九

反衰術曰列置衰而令相乘動者爲不動者衰置爵數各自爲衰而反衰之副并爲法以百錢乘未并者各自爲實實如法得一案原本作得一錢亦後人妄加錢字今刪

以爵次言之大夫五不更四欲令高爵得多者當使大夫一人受五分不更一人受四分人數爲母分數爲子母同則子齊齊卽衰也故上衰分宜以五四爲列焉今此令高爵出少則當大夫五人共出一人分不更四人共出一人分故謂之反衰人數不同則分數不齊當令母互乘子母互乘子則動者爲不動者衰也亦可先同其母各以分母約其子爲反衰副并爲法以所分乘未并者各自爲實實如法而一

今有甲持粟三升乙持糲米三升丙持糲飯三升欲令合而分之間各幾何答曰甲二升一十分升之七乙四升一十分升之五丙一升一十分升之八

術曰以粟率五十穀米率三十穀飯率七十五爲衰而反衰之副并爲法以九升乘未并者各自爲實實如法得一案原本作得一升亦後人妄加升字今刪

按此術三人所持升數雖等論其本率精麤不同米率雖少令最得多飯率雖多反使得少故令反之使精得多而麤得少於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率九升爲所有數而今有之卽得今有絲一斤價直二百四十今有錢一千三百三十八問得絲幾何答曰五斤八兩一十二銖五分銖之四

術曰以一斤價數爲法以一斤乘今有錢數爲實實如法得絲數。

按此術亦今有之義以一斤價爲所有率一斤爲所求率今有錢爲所有數而今有之卽得

今有絲一斤價直三百四十五今有錢一千一百六十一錢三十二分錢之二十三

術曰以一斤銖數爲法以一斤價數乘七兩一十二銖爲實實如法得錢數。

按此術亦今有之義以絲一斤銖數爲所有率案原本脫銖字今補價錢爲所求率今有絲爲所有數而今有之

卽得

今有織一丈價直一百二十八今有織一匹九尺五寸問得幾何答曰六百三十三錢五分錢之三

術曰以一丈寸數爲法以價錢數乘今有繕寸數爲實實如法得錢數

淳風等按此術亦今有之義以繕一丈寸數爲所有率價錢爲所求率今有繕寸數爲所有數而今有之即得

今有布一匹價直一百二十五今有布二丈七尺問得錢幾何答曰八十四錢八分錢之三

術曰以一匹尺數爲法今有布尺數乘價錢爲實實如法得錢數

按此術亦今有之義以一匹尺數爲所有率價錢爲所求率今有布爲所有數而今有之即得

今有素一匹一丈價直六百二十五今有錢五百問得幾何答曰得素一匹

術曰以價直爲法以一匹一丈尺數乘今有錢數爲實實如法得素數

按此術亦今有之義以價錢爲所有率以丈尺數爲所求率今有錢爲所有數而今有之即得

今有與人絲一十四斤約得縑一十斤今與人絲四十五斤八兩問得縑幾何答曰三十二斤八兩

術曰以一十四斤兩數爲法以十斤乘今有絲兩數爲實實如法得縑數

按此術亦今有之義以一十四斤兩數爲所有率一十斤爲所求率今有絲爲所有數而今有之即得

今有絲一斤耗七兩今有絲二十三斤五兩問耗幾何答曰一百六十三兩四銖半

術曰以一斤展十六兩爲法以七兩乘今有絲兩數爲實實如法得耗數

按此術亦今有之義以一斤爲十六兩爲所有率七兩爲所求率今有絲爲所有數而今有之即得

今有生絲三十斤乾之耗三斤十二兩。今有乾絲一十二斤。問生絲幾何。答曰。一十三斤一十一兩十銖七分銖之一。

術曰。置生絲兩數除耗數餘以爲法。

餘四百二十兩卽乾絲率。

三十斤乘乾絲兩數爲實。實如法得生絲數。

凡所得率如細則俱細。麤則俱麤。兩數相推而已。故品物不同。如上縑絲之比。相與乘爲三十斤。凡四百八十兩。今生絲率四百八十兩。今乾絲率四百二十兩。則其數相通可俱爲銖。可俱爲兩。可俱爲斤。無所歸滯也。若然宜以所有乾絲斤數乘生絲兩數爲實。今以斤兩錯互而亦同歸者。使乾絲以兩數爲率。生絲以類爲率。譬之異類亦各有一定之勢。

淳風等按此術置生絲兩數除耗數餘卽乾絲之率。於今有術爲所有率。三十斤爲所求率。乾絲兩數爲所有數。凡所爲率者細則俱細。麤則俱麤。今有一斤乘兩知乾絲卽以兩數爲率。生絲卽以斤數爲率。譬之異物各有一定之率也。

一十二分升之五。

今有田一畝收粟六升太半升。今有田一頃二十六畝一百五十九步。問收粟幾何。答曰。八斛四斗四升。

按此術亦今有之義。以一畝步數爲所有率。六升太半升爲所求率。今有田積步爲所有數而今有之。卽得。

今有取保一歲。價錢二千五百。今先取一千二百。問當作日幾何。答曰。一百六十九日二十五分日之二十三。

術曰。以價錢爲法。以一歲三百五十四日乘先取錢數爲實。實如法得日數。

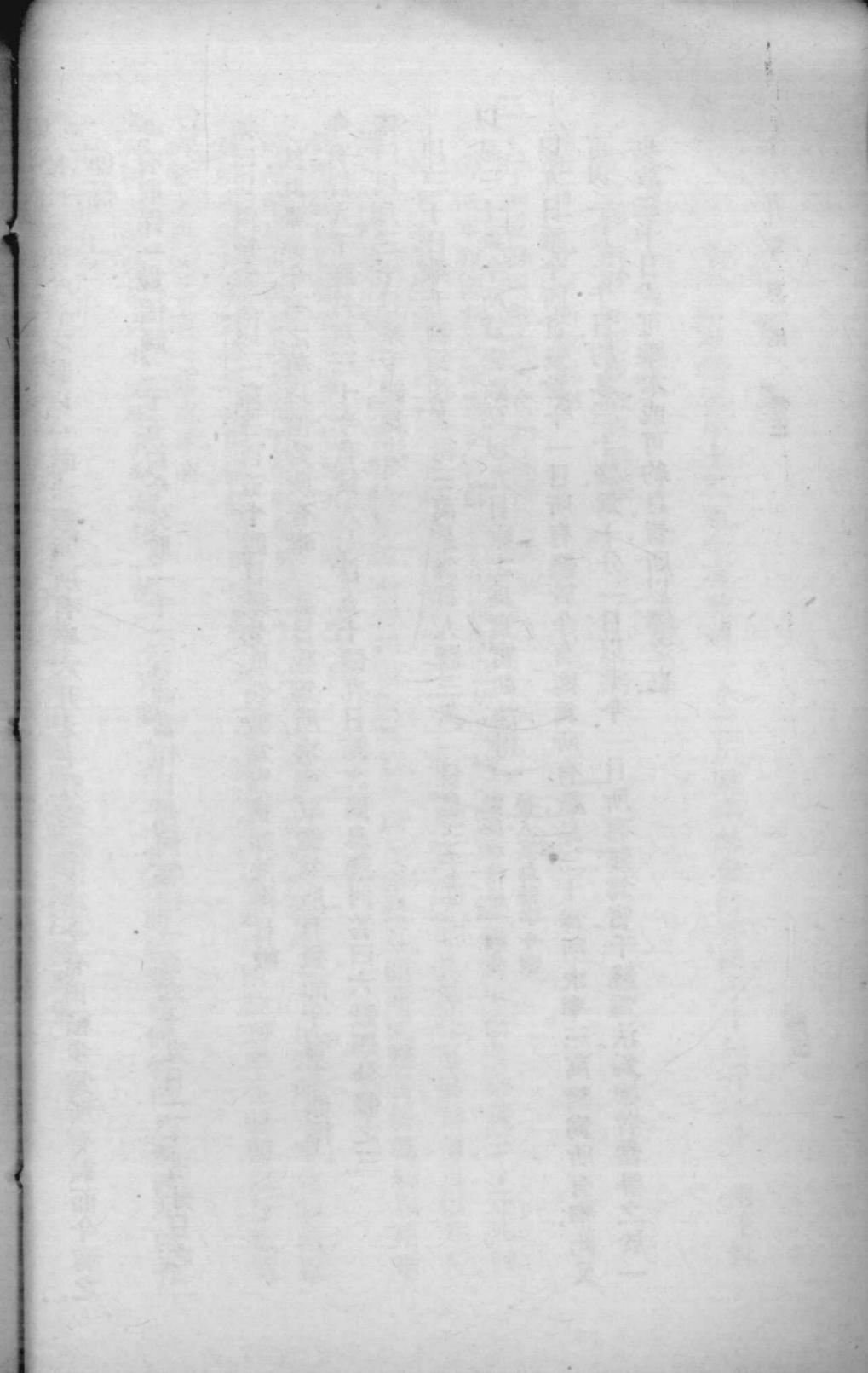
按此術亦今有之義。以價爲所有率。一歲日數爲所求率。取錢爲所有數而今有之。卽得。

今有貸人千錢。月息三十。今有貸人七百五十錢。九日歸之。問息幾何。答曰。六錢四分錢之三。術曰。以月三十日乘千錢爲法。

以三十日乘千錢爲法者。得三萬。是爲貸人錢三萬一日息三十也。

以息三十乘今所貸錢數。又以九日乘之。爲實。實如法得一。案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今刪。

以九日乘今所貸錢。爲今一日所有錢。於今有術爲所有數。息三十爲所求率。三萬錢爲所有率。此又可以一月三十日。約息三十錢。爲十分一日。以乘今一日所有錢。爲實。千錢爲法。爲率者。當等之於一也。故三十日。或可乘本。或可約息。皆所以等之也。



九章算術卷四

少廣以御積幂方圓

淳風等按一畝之田廣一步長二百四十步今欲截取其從少以益其廣故曰少廣術曰置全步及分母子以最下分母偏乘諸分子及全步

淳風等按以分母乘全步者通其分也以母乘子者齊其子也

各以其母除其子置之於左命通分者又以分母偏乘諸分子及已通者皆通而同之并之爲法

淳風等按諸子悉通故可并之爲法亦宜用合分術列數尤多若用乘則算數至繁故別置此術從省約

置所求步數以全步積分乘之爲實實如法而一得從步案此句實如法之上原本以劉徽總注列入其注又誤載爲此以田廣爲法以畝積步爲實案此十二字原本載作置所求步數以全步積分乘之爲實下注文今攷其文法有分者意乃劉注總解田廣求從之術定以田廣爲法以畝積步爲實非專釋二語也

意遂橫隔不可通今改正

當同其母齊其子以同乘法實而使齊子法今以分母乘全步及子子如母而一案此三十五字原本訛作正文今攷法有分者

言田廣既分母子，須令同母子齊也。以同乘法實。言母相乘爲同，既以之乘法，通其子母，又必以之乘實，則實齊。並以并全法子法也。今以分母乘全步及子子如母而一，卽正文所云以最下分母偏乘諸分子及全步各以其母除其子也。則法實俱長，意亦等也。故如法而一得從步數。案此二十三字原本截作上文法有分者已下之注。今攷並以并全法卽正文所云并之爲法也。則法實俱長，意亦等也。承上法旣以分母通全步積分乘之爲實二語前後文意相貫。自中間訛作正文截首尾而三遂不可通。此二句始專釋置所求步數，以之而長，畝積步爲實者，亦以通之而長實與法方相等。此二句始專釋置所求步數，以

今有田廣一步半，求田一畝，問從幾何？答曰一百六十步。

術曰：下有半，是二分之一。以一爲二半爲一，并之得三爲法。置田二百四十步，亦以一爲二乘之爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半三分步之一，求田一畝，問從幾何？答曰一百三十步一十一分步之一十。

之爲實。實如法得從步。

今有田廣一步半三分步之一，四分步之一，求田一畝，問從幾何？答曰一百一十五步五分步之一。

術曰：下有四分以一爲一十二半爲六三分之一爲四。四分之一爲三，并之得二十五以爲法。置田二百四十步，亦以一爲一十二乘之爲實。實如法而一得從步。

今有田廣一步半三分步之一，四分步之一，五分步之一，求田一畝，問從幾何？答曰一百五步一百三十

七分步之一十五

術曰下有五分以一爲六十半爲三十三分之一爲二十四分之一爲一十五五分之一爲一十二并之得一百三十七以爲法置田二百四十步亦以一爲六十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一求田一畝問從幾何答曰九十七步四十九分步之四十七

術曰下有六分以一爲一百二十半爲六十三分之一爲四十四分之一爲三十五分之一爲二十四六分之一爲二十并之得二百九十四以爲法置田二百四十步亦以一爲一百十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一求田一畝問從幾何答曰九十二步一百二十一分步之六十八

術曰下有七分以一爲四百二十半爲二百一十三分之一爲一百四十四分之一爲一百五五分之一爲八十四六分之一爲七十七分之一爲六十并之得一千八十九以爲法置田二百四十步亦以一爲四百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一求田一畝問從幾何答曰八十八步七百六十一分步之二百三十二

術曰下有八分以一爲八百四十半爲四百二十三分之一爲二百八十四分之一爲二百一十五分之一爲一百六十八六分之一爲一百四十七分之一爲一百二十八分之一爲一百五并之得二千二百八十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八百四十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一求田一畝問從幾何答曰八十四步七千一百二十九分步之五千九百六十四

術曰下有九分以一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十并之得七千一百二十九以爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一求田一畝問從幾何答曰八十一步七千三百八十一分步之六千九百三十九

術曰下有一十分以一爲二千五百二十半爲一千二百六十三分之一爲八百四十四分之一爲六百三十五分之一爲五百四六分之一爲四百二十七分之一爲三百六十八分之一爲三百一十五九分之一爲二百八十十分之一爲二百五十二并之得七千三百八十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二千五百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一求田一畝問從幾何答曰七十九步八萬三千七百一十一分步之三萬九千六百三十一

術曰下有一十一分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十
四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四六分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十一十分之一爲二千七百七十二十分之一爲二千五百二十并之得八萬三千七百一十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之爲實實如法得從步

今有田廣一步半三分步之一四分步之一五分步之一六分步之一七分步之一八分步之一九分步之一十分步之一十一分步之一十二分步之一求田一畝問從幾何答曰七十七步八萬六千二十一分步之二萬九千一百八十三

術曰下有一十二分以一爲八萬三千一百六十半爲四萬一千五百八十三分之一爲二萬七千七百二十四分之一爲二萬七百九十五分之一爲一萬六千六百三十二六分之一爲一萬三千八百六十七分之一爲一萬一千八百八十八分之一爲一萬三百九十五九分之一爲九千二百四十一十分之一爲八千三百一十六十一分之一爲七千五百六十十二分之一爲六千九百三十并之得二十五萬

八千六十三以爲法置田二百四十步亦以一爲八萬三千一百六十乘之爲實實如法得從步。

淳風等按凡爲術之意約省爲善宜云下有一十二分以一爲二萬七千七百二十半爲一萬三千八百六十三分之一爲九千二百四十四分之一爲六千九百三十五分之一爲五千五百四十四分之一爲四千六百二十七分之一爲三千九百六十八分之一爲三千四百六十五九分之一爲三千八十分之一爲二千七百七十二十一分之一爲二千五百二十十二分之一爲二千三百一十并之得八萬六千二十一以爲法置田二百四十步亦以一爲二萬七千七百二十乘之以爲實實如法得從步其術亦得知不繁也。

今有積五萬五千二百二十五步問爲方幾何答曰二百三十五步。

今有積二萬五千二百八十一步問爲方幾何答曰一百五十九步。

今有積七萬一千八百二十四步問爲方幾何答曰二百六十八步。

今有積五十六萬四千七百五十二步四分步之一問爲方幾何答曰七百五十一步半。

今有積三十九億七千二百一十五萬六百二十五步問爲方幾何答曰六萬三千二十五步。

開方

求方幂之一面也。

術曰置積爲實借一算步之超一位。

言百之面十也。言萬之面百也。

議所得以一乘所借一算爲法而以除。

先得黃甲之面。上下相命。是自乘而除也。

案注內有黃甲黃乙朱青幕之文。則知舊有圖而缺。今補闕方圖附於後。

除已倍法爲定法。

倍之者豫張兩面朱幕定袤以待復除故曰定法。

其復除折法而下。

欲除朱幕者本當副置所得成方倍之爲定法以折議乘而以除如是當復步之而止乃得相命故使

就上折下。

復置借算步之如初以復議一乘之。

欲除朱幕之角黃乙之幕其意如初之所得也。

所得副以加定法以除以所得副從定法。

再以黃乙之面加定法是則張兩青幕之袤。

復除折下如前若開之不盡者爲不可開當以面命之。

術或有以借算加定法而命分者雖粗相近不可用也。凡開積爲方方之自乘當還復有積分令不加

借算而命分，則當微少。其加借算而命分，則又微多。其數不可得而定。故惟以面命之。爲不失耳。譬猶以三除十，以其餘爲三分之一。而復其數，可以舉。不以面命之。加定法如前。求其微數。微數無名者，以爲分子。其一退以十爲母。其再退以百爲母。退之彌下。其分彌細。則朱幕雖有所乘之數，不足言之也。若實有分者，通分內子爲定實。乃開之。訖，開其母報除。

淳風等按：分母可開者，並通之。積先合二母，既開之後，一母尙存，故開分母，求一母爲法，以報除也。若母不可開者，又以母再乘定實，乃開之。訖，令如母而一。

淳風等按：分母不可開者，本一母也。又以母乘之，乃合二母。既開之後，亦一母存焉。故令如母而一，得全面也。

又按此術開方者，求方幕之一面也。借一算者，假借一算，空有列位之名，而無除積之實。方隅得面，是故借算列之於下也。步之超一位者，方十自乘，其積有百。方百自乘，其積有萬。故超位至百而言十，至萬而言百也。議所得以一乘所借一算爲法，而以除者，先得黃甲之面，以方爲積者，兩相乘，故開方除之。還令兩面上下相命，是自乘而除之也。除已倍法爲定法者，實積未盡，當復更除，故豫張兩面朱幕定表，以待復除。故曰定法也。其復除折法而下者，欲除朱幕，本當副置所得，成方倍之爲定法，以折議乘之而以除。如是當復步之而止，乃得相命。故使就上折之而下也。復置借算，步之如初，以復議一乘之所副，以加定法以除者，欲除朱幕之角黃乙之幕，以所得副從定法者，再以黃乙之幕加定法，是

則張兩青幕之袤。故如前開之卽合所問。

方黃甲
幕

廉朱

廉朱

廉朱

隅黃乙

隅

原書有圖而缺今補。

定袤。并黃甲及黃乙之面。倍之。爲青幕定袤。

今有積一千五百一十八步四分步之三。問爲圓周幾何。答曰。一百三十五步。

方開圖

於徽術當周一百三十八步一十分步之一。

淳風等按此依密率爲周一一百三十八步五十分步之九。

今有積三百步問爲圓周幾何答曰六十步。

於徽術當周六十一步五十分步之十九。

淳風等按依密率爲周六十一步一百分步之四十一。

術曰置積步數以十二乘之以開方除之卽得周。

此術以周三徑一爲率與舊圓田術相反覆也於徽術以三百一十四乘積如二十五而一所得開方除之卽周也開方除之卽徑是爲據見幕以求周猶失之於微少其以二百乘積一百五十七而一開方除之卽徑猶失之於微多。

淳風等按此注於徽術求周之法其中不用開方除之卽徑六字今本有者衍牘也依密率八十八乘之七而一按周三徑一之率假令周六徑一半周半徑相乘得幕三周六自乘得三十六俱以等數除得幕一周之數十二也其積本周自乘合以一乘之十二而一得積三也術爲一乘不長故以十二而一得此積今還原置此積三以十二乘之者復其本周自乘之數凡物自乘開方除之復其本數故開方除之卽周。

今有積一百八十六萬八百六十七尺。

此尺謂立方尺也。凡物有高深深而言積者曰立方。

問爲立方幾何。答曰一百二十三尺。

今有積一千九百五十三尺八分尺之一。問爲立方幾何。答曰一十二尺半。

今有積六萬三千四百一尺五百一十二分尺之四百四十七。問爲立方幾何。答曰三十九尺八分尺之

七

今有積一百九十三萬七千五百四十一尺二十七分尺之一十七。問爲立方幾何。答曰一百二十四尺太半尺。

開立方

立方適等求其一面也。

術曰置積爲實。借一算步之。超二位。

言千之面十。言百萬之面百。

議所得以再乘所借一算爲法而以除。

再乘者亦求爲方幕。以上議命而除之。則立方等也。

除已三之爲定法。

爲當復除。故豫張三面已定方幕爲定法也。

復除折而下。

復除者三面方幕已皆自乘之數須得折議定其厚薄耳開平幕者方百之面十開立幕者方千之面十據定法也有成方之幕故復除當以千爲百折下一等也以三乘所得數置中行

設三廉之定長

復借一算置下行

欲以爲隅方立方等未有定數且置一算定其位

步之中超一下超二位

上方法長自乘而折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等也復置議以一乘中

爲三廉借幕也

再乘下

令隅自乘爲方幕也

皆副以加定法以定法除

三面三廉一隅皆已有幕以上議命之而除去三表之厚也

除已倍下并中從定法

凡再以中三以下加定法者三廉各當以兩面之幂連於兩方之面一隅連於三廉之端

案原本脫兩方之面一隅連於

凡八字今據李淳風注釋所舉此文補入以待復除也言不盡言解此要當以基乃得明耳

復除折下如前開之不盡者亦爲不可開

術亦有以定法命分者不如故幂開方以微數爲分也

若積有分者通分內子爲定實定實乃開之訖開其母以報除

淳風等按分母可開者竝通之積先合三母既開之後一母尙存故開分母求一母爲法以報除也

若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一

淳風等按分母不可開者本一母也又以母再乘之今合三母既開之後一母猶存故令如母而一得全面也

又按開立方者立方適等求其一面之數也借一算步之超二位者立方求積方再自乘就積開之故超二位言千之面十言百萬之面百也議所得以再乘所借一算爲法而以除者求爲方幂以議命之而除則立方等也除已三之爲定法者爲積未盡當復更除故豫張三面已定方幂爲定法也復除折而下者三面方幂皆已有自乘之數須得折議定其厚薄據開平方百之面十其開立方則千之面十

而定法已有成方之幕故復除之當以千爲百折下一等也以三乘所得數置中行者設三廉之定長也復借一算置下行者欲以爲隅方立方等未有數且置一算定其位也步之中超一下超二者上方法長自乘而一折中廉法但有長故降一等下隅法無面長故又降一等也復置議以一乘中者爲三廉借幕也再乘下者當令隅自乘爲方幕也皆副以加定法以定法除者三面三廉一隅皆已有幕以上議命之而除去三袤之厚也除已倍下并中從定法者三廉各當以兩面之幕連於兩方之面一隅連於三廉之端以待復除也其開之不盡者折下如前開方卽合所問有分者通分納子開之訖開其母以報除可開者竝通之積先合三母旣開之後一母尙存故開分母者求一母爲法以報除若母不可開者又以母再乘定實乃開之訖令如母而一分母不可開者本一母又以母可乘今合三母旣開之後亦一母尙存故令如母而一得全面也

今有積四千五百尺

亦謂立方之尺也

問爲立圓徑幾何答曰二十尺

淳風等按依密率立圓徑二十八尺計積四千一百九十尺二十一分尺之一十

今有積一萬六千四百四十八億六千六百四十三萬七千五百尺問爲立圓徑幾何答曰一萬四千三百尺

淳風等按依密率爲徑一萬四千六百四十三尺四分尺之三。

術曰置積尺數以十六乘之九而一所得開立方除之卽圓徑

立圓卽丸也爲術者蓋依周三徑一之率令圓幕居方幕四分之三圓困居立方亦四分之三更令圓困爲方率十二爲丸率九丸居圓困又四分之三也置四分自乘得十六三分自乘得九故丸居立方十六分之九也故以十六乘積九而一得立方之積丸徑與立方等故開立方而除得徑也然此意非也何以驗之取立方某八枚皆令立方一寸積之爲立方二寸規之爲圓困徑二寸高二寸又復橫因之

案此句有舛誤後李淳風注釋亦以立方某爲喻有從規橫規之語此當云又復橫規之

則其形有似牟合方蓋矣八某皆然似陽馬圓然也按合蓋者

方率也丸居其中卽圓率也推此言之謂夫圓困爲方率豈不闕哉以周三徑一爲圓率則圓幕傷少令圓困爲方率則丸積傷多互通補是以九與十六之率偶與實相近而丸猶傷多耳觀立方之內合蓋之外雖衰殺有漸而多少不揜判合總結方圓相纏濃纖詭互不可等正欲陋形措意懼失正理

敢不闕疑以俟能言者

黃金方寸重十六兩金丸徑寸重九兩率生於此未曾驗也周官考工記虞氏爲量改煎金錫則不耗不耗然後權之權之然後準之準之然後量之言鍊金使極精而後分之則可以爲率也令九徑自乘三而一開方除之卽丸中之立方也假令丸中立方五尺五尺爲句句自乘幕二十五尺倍之得五十

尺以爲股幕。謂平面方五尺之弦也。以此弦幕爲股。亦以五尺爲句。并句股幕得七十五尺。是爲大弦幕。開方除之。則大弦可知也。大弦卽中立方之長邪。邪卽丸徑。故中立方自乘之幕。於丸徑自乘之幕三分之一也。令大弦還乘其幕。卽丸外立方之積也。大弦幕開之不盡。令困幕七十五。案七十五卽大弦幕是爲外立方一

面自乘之幕。非困幕也。再自乘之爲面。命得外立方積四十二萬一千八百七十五尺之面。又令中立方五
困幕當是其幕之誤。

尺自乘。又以方乘之。得積一百二十五尺。一百二十五尺。自乘爲面。句得積一萬五千六百二十五尺。案句字誤。據上云命得外立方積之面。皆以六百二十五約之外立方積六百七十五尺之面。中立方積之面。此乃命得中立方積之面也。句當作命。二十五尺之面也。

張衡算。又謂立方爲質。立圓爲渾。衡言質之與中外之渾。六百七十五尺之面。開方除之。不足一。謂外質積二十六也。內渾二十五之面。謂積五尺也。今徵令質言中渾。渾又言質。則二質相與之率。猶衡二渾相與之率也。衡蓋亦先二質之率。推以言渾之率也。衡又言質六十四之面。渾二十五之面。質復言渾謂居質八分之五也。又云方八之面。圓案此下有脫文。據前晉九居圓困四分之三。此當作方八之面。圓六之面。圓故斷之云。圓渾相推。知其復以圓困爲方率。渾爲圓率。脫六之面三字。圓相推。知其復以圓困爲方率。渾爲圓率也。失之遠矣。衡說之自然。欲協其陰陽奇偶之說。而不顧疎密矣。雖有文辭。斯亂道破義病也。置外質積二十六。以九乘之。十六而一。得積十四尺八分之五。卽質

中之渾也。以分母乘全內子得一百一十七。又置內質積五。以分母乘之得四十。是謂質居渾一百一十七分之四十。案此言渾圓內所容之立方是謂質當作是內質而渾率猶爲傷多也。假令方二尺。方四面并得八尺也。謂之方周尺之面。卽圓周四十尺之面也。又令徑二尺合乘。得徑四尺之面。案上言張衡術立方內容立圓者。立圓積居立方積八分之五。以此通之。立圓外渾周之率亦

居立方外六面之率八分之五。故設立方率六十四尺。則立圓率四十尺也。此言又令徑二尺自乘。得徑四尺之面。二語無從得其解。據下云是爲圓周率十二之面。而徑率之一面也。謂周自乘得十二者。徑自乘得一。置十二開方除之。得圓周三四六四三五弱。由此言之。衡所定平方與平圓周徑之率。方周四。其面一。內容圓之周三四六四三五弱。其徑亦一。劉徽所定方圓周徑之率。則方周四圓周三一四一六。其徑一。故下言衡增周太多過其實然。則當云又令徑一尺。方周四尺自乘得十六尺之面。不得言徑二尺自乘得徑四尺之面。或傳寫舛誤。校是書者又有竄改。遂致不可通。

是爲圓周率十二之面。而徑率一之面也。衡亦以周三徑一之率爲非是。故更著此法。然增周太多過其實矣。

淳風等按祖暅之謂劉徽張衡二人。皆以圓困爲方率。丸爲圓率。乃設新法。祖暅之開立圓術曰。以二乘積。案此句有脫誤。據淳風申明。祖暅之所定立圓術。以徑再自乘。十一乘之。二十一而一。得圓積。反是以求徑。當云以二十一乘積。十一而一。蓋立圓積約居同徑之立方積二十一分之十一也。若以二乘積。則立圓居立方之半。疏謬甚矣。後云今欲求其

本積故二十一乘之十一。開立方除之。卽立圓徑。其意何也。取立方某一枚。令立樞於左後之下隅。從規去而一正承此申明其說。

其右上之廉。又合而衡規之。去其前上之廉。

案此下有脫文。據上云立樞於左後之下隅。則其隅正與右前之上隅相對成內外。而外三廉皆連於右前之上隅。一爲右上之廉。一爲前上之廉。

一爲右前之廉。三廉皆當誤。據上言置三分之二。以三乘之。如四而一。乃丸居立方二分之一。非三分之一。況已上明祖氏圓術。其率乃丸居立方二十一分之十一。下云圓徑再自乘。十一乘之。如二十一而一是也。若二分之一。於祖氏術不協矣。又祖氏方幂率十四。圓幂率十一。亦不得用方幂四圓幂三之疎率。以解祖氏說。自祖暅之開立方圓術曰。至此似因傳寫既訛。後人妄加竄改。遂不可通。今攷立方與圓困。猶之平方與平圓也。其率亦立方積十四。圓園積十一。而丸居圓困三分之二與十四分之十一通之。分母乘分母得四十二分子乘分子。得二十二是爲丸居立方四十二分之二十。等數既密。心亦昭晰。張衡倣舊。貽陋於後。劉徽循二卽二十一分之十一也。祖氏求圓園立圓平圓三法。本條貫爲一。

九章算術卷五

商功以御功程積實

今有穿地積一萬尺。問爲堅壤各幾何。答曰。爲堅七千五百尺。爲壤一萬二千五百尺。術曰。穿地四爲壤五。

壤謂息土。

爲堅三。

堅謂築土。

爲墟四。

墟謂穿坑。此皆其常率。

以穿地求壤五之。求堅三之。皆四而一。

今有術也。

以壤求穿四之。求堅三之。皆五而一。以堅求穿四之。求壤五之。皆三而一。

淳風等按此術竝今有之義也。重張穿地積一萬尺。爲所有數。堅率三。壤率五。各爲所求率。穿率四。爲所有率。而今有之。卽得。

城垣隄溝壘渠皆同術。

今有穿地袤一丈六尺深一丈上廣六尺爲垣積五百七十六尺問穿地下廣幾何答曰三尺五分尺之三。

術曰置垣積尺四之爲實。

穿地四爲堅三垣堅也以堅求穿地當四之三而一也。

以深袤相乘

爲深袤之立實也。

又三之爲法

以深袤乘之立實除垣積卽阤廣又三之者與堅率并除之

所得倍之

爲阤有兩廣先并而半之卽爲廣狹之中平今先得其中平故又倍之知兩廣全也。

減上廣餘卽下廣

按此術穿地四爲堅三垣卽堅也今以堅求穿地當四乘之三而一深袤相乘者爲深袤立幕以深袤立幕除積卽阤廣又三之爲法與堅率并除所得倍之者爲阤有兩廣先并而半之爲中平之廣今此得中平之廣故倍之還爲兩廣并故減上廣餘卽下廣也。

今有城下廣四丈上廣二丈高五丈袤一百二十六丈五尺問積幾何答曰一百八十九萬七千五百尺。

今有垣下廣三尺上廣二尺高一丈二尺袤二十二丈五尺八寸問積幾何答曰六千七百七十四尺。

今有隄下廣二丈上廣八尺高四尺袤一十二丈七尺問積幾何答曰七千一百一十二尺。

冬程人功四百四十四尺問用徒幾何答曰一十六人一百一十一分人之二。

術曰并上下廣而半之。

損廣補狹

以高若深乘之又以袤乘之卽積尺。

按此術并上下廣而半之者以盈補虛得中平之廣以高若深乘之。

案此下原本衍堅率三壤率五各爲所求率
爐率四爲所有率而今有之凡二十二字係入上城垣隄溝壘渠皆同術之下今訂正合爲一條

上注重見於此今刪正得一頭之立幕又以袤乘之者得立幕之積故爲積尺。

以積尺爲實積功尺數爲法實如法而一卽用徒人數。

案此節之上原本有術曰二字上兩節并注原本誤入上城垣隄溝壘渠皆同術之下今訂正合爲一條

今有溝上廣一丈五尺下廣一丈深五尺袤七尺問積幾何答曰四千三百七十五尺。

春程人功七百六十六尺并出土功五分之一定功六百一十二尺五分之四問用徒幾何答曰七人三千六十四分人之四百二十七。

術曰置本人功去其五分之一餘爲法去其五分之一者謂以四乘五除也。

以溝積尺爲實實如法而一得用徒人數。

按此術置本人功去其五分之一者謂以四乘之五而一除去出土之功取其定功乃通分內子以爲法以分母乘溝積尺爲實者法裏有分實裏通之故實如法而一卽用徒人數此以一人之積尺除其衆尺得用徒人數不盡者等數約之而命分也。

今有壘上廣一丈六尺三寸下廣一丈深六尺三寸袤一十三丈二尺一寸問積幾何答曰一萬九百四十三尺八寸。

八寸者謂穿地方尺深八寸此積餘有方寸中二分四釐五毫棄之貴欲從易非常定也。

夏商人功八百七十一尺并出土功五分之一沙礫水石之工作太半定功二百三十二尺一十五分尺之四問用徒幾何答曰四十七人三千四百八十四分人之四百九。

術曰置本人功去其出土功五分之一又去沙礫水石之功太半餘爲法以壘積尺爲實實如法而一卽用徒人數。

按此術置本人功去其出土功五分之一者謂以四乘五除又去沙礫水石作太半者一乘三除存其少半取其定功乃通分內子以爲法以分母乘壘積尺爲實者爲法裏有分實裏通之故實如法而一卽用徒人數。

卽用徒人數不盡者等數約之而命分也。

今有穿渠上廣一丈八尺下廣三尺六寸深一丈八尺袤五萬一千八百二十四尺問積幾何答曰一十七萬四千五百八十五尺六寸。

秋程人功三百尺問用徒幾何答曰三萬三千五百八十二人功內少一十四尺四寸一千人先到問各當受袤幾何答曰一百五十四丈三尺二寸八十一分寸之八術曰以一人功尺數乘先到人數爲實

以一千人一日功爲實立實爲功

案此四字不可通當是衍文攷下注有立畝爲法四字畝訛作實後人更移而加之於此蓋因訛致衍耳

并渠上下廣而半之以深乘之爲法

以渠廣深之立實爲功

案此四字舛誤據廣深相乘得立畝故以除千人一日功得袤當作以渠廣深之立畝爲法

實如法得袤尺

今有方塹壩

塹者塹城也壩音丁老反又音疊謂以土擁木也

方一丈六尺高一丈五尺問積幾何答曰三千八百四十尺

術曰方自乘以高乘之卽積尺

今有圓塹壩周四丈八尺高一丈一尺問積幾何答曰一千一百一十二尺

於徽術當積二千一十七尺一百五十七分尺之百三十一。

淳風等按依密率積二千一十六尺。

術曰周自相乘以高乘之十二而一。

此章諸術亦以周三徑一爲率皆非也。於徽術當以周自乘以高乘之又以二十五乘之三百一十四而一此之圓幕亦如圓出之幕也。求幕亦如圓田而以高乘幕也。

淳風等按依密率以七乘之八十八而一。

今有方亭下方五丈上方四丈高五丈問積幾何答曰一十萬一千六百六十六尺太半尺。
術曰上下方相乘又各自乘并之以高乘之三而一。

此章有壘堵陽馬皆合而成立方蓋說算者乃立棊三品以效高深之積假令方亭上方一尺下方三尺高一尺其用棊也中央立方一四面壘堵四四角陽馬四上下方相乘爲三尺以高乘之約積三尺是爲得中央立方一四面壘堵各一上方自乘亦得中央立方一案此十一字舛誤不可通據上方自乘所得者平幕耳非立方也又下云上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一合前中央立方一四面壘堵各一及中央立方一四面壘堵各二四角陽馬各三凡二十七棊則此二句乃衍文應刪去
中央立方一四面壘堵各二四角陽馬各三也上方自乘以高乘之得積一尺又爲中央立方一凡三品棊皆一而爲三故三而一得積尺用棊之數立方三壘堵陽馬各十二凡二十七棊十三更差次之

案此句有脫誤據^上堵陽馬各十二分配立方三則一而成立方適得四漸堵四陽馬當云十二與三更差次之

一卽四陽馬也上下方相乘以高乘之卽中央立方及四面壘堵也并之以爲方亭積數也

今有圓亭下周三丈上周二丈高一丈問積幾何答曰五百二十七尺九分尺之七

於徽術當積五百四尺四百七十一分尺之一百一十六也

淳風等按依密率爲積五百三尺三十三分尺之二十六

術曰上下周相乘又各自乘并之以高乘之三十六而一

此術周三徑一之義合以三除上下周各爲上下徑以相乘又各自乘并以高乘之三而一爲方亭之

積假令三約上下周俱不盡還通之卽各爲上下徑令上下徑分母相乘案此句舛誤據上云還通之卽各爲

分子矣此乘卽各爲上下徑言之當云令上又各自乘并以高乘之爲三方亭之積分此合分母分相乘得九爲

下徑相乘其語便足分母二字乃衍文應刪

法除之案此句有脫誤據上下徑分母同爲三則上下徑相乘之數應以兩分母相乘得九報除而上下徑各自乘之數應各以分

母自乘得九報除是相乘爲法及自乘爲法者同用九也當云此合分母相乘得九分母各自乘亦得九爲法除之不得遺

去自乘一邊言之蓋

又三而一得方亭之積案此下有脫文據後委衷依垣條注云從方錐中求圓錐之積亦猶方幕中

後人傳寫脫落耳又三而一得圓亭之積前求方亭之積乃以三而一今求圓亭之積亦合

三乘之二母既同故相準折惟以方幕四乘分母九得三十六而連除之於徵術當上下周相乘又各自乘并以高乘之又二十五乘之九百四十二而一此方亭四角圓殺比於方亭二百分之一百五十七爲術之意先作方亭三而一則此據上下徑爲之者當又以一百五十七乘之六百而一也今據周爲之若於圓墻又以二十五乘之三百一十四而一則先得三圓亭矣故以三百一十四爲九百四十二而一併除之

淳風等按依密率以七乘之二百六十四而一

今有方錐下方二丈七尺高二丈九尺問積幾何答曰七千四十七尺

術曰下方自乘以高乘之三而一

按此術假令方錐下方二尺高一尺卽四陽馬如術爲之用十二陽馬成三方錐故三而一得方錐也

今有圓錐下周三丈五尺高五丈一尺問積幾何答曰一千七百二十五尺一十二分尺之五

於徵術當積一千六百五十八尺三百一十四分尺之十三

淳風等按依密率爲積一千六百五十六尺八十八分尺之四十七

術曰下周自乘以高乘之三十六而一

按此術圓錐下周以爲方錐下方方錐下方令自乘以高乘之合三而一得大方錐之積大方錐之積合十二圓矣今求一圓復合十二除之故令三乘十二得三十六而連除於徵術當下周自乘以高乘

之又以二十五乘之九百四十二而一圓錐比於方錐亦二百分之一百五十七令徑自乘者亦當一百五十七之乘六百而一其說如圓亭也。

淳風等按依密率以十七乘之二百六十四而一

今有壘堵下廣二丈袤一十八丈六尺高二丈五尺問積幾何答曰四萬六千五百尺

術曰廣袤相乘以高乘之二而一

斜解立方得兩壘堵雖復橢方亦爲壘堵故二而一此則合所規摹推其物體蓋爲壘上疊也其形如城而無上廣與所規摹形異而同實未聞所以名之爲壘堵之說也

今有陽馬廣五尺袤七尺高八尺問積幾何答曰九十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之三而一

按此術陽馬之形方錐一隅也今謂四柱屋隅爲陽馬假令廣袤各一尺高一尺相乘得立方積一尺斜解立方得兩壘堵斜解壘堵其一爲陽馬一爲鼈臑陽馬居二鼈臑居一不易之率也合兩鼈臑成一陽馬合三陽馬而成一立方故三而一驗之以摹其形露矣悉割陽馬凡爲六鼈臑觀其割分則體勢互通蓋易了也其基或脩短或廣狹立方不等者亦割分以爲六鼈臑其形不悉相似然見數同積實均也鼈臑殊形陽馬異體則不純合不純合則難爲之矣何則按斜解方基以爲壘堵者必當以半爲分斜解壘堵以爲陽馬者亦必當以半爲分一從一橫耳設以陽馬爲分內鼈臑爲分外摹雖或隨

脩短廣狹猶有此分常率知殊形異體亦同也者以此而已其使鼈臑廣袤高各二尺

案原本訛作廣袤各高二尺今改正

用壘堵鼈臑之基各二皆用赤基又使陽馬之廣袤高各二尺用立方之基一壘堵陽馬之基各二皆用黑基基之赤黑接爲壘堵廣袤高各二尺於是中效其廣又中分其高令赤黑壘堵各自適當一方高二尺方二尺每二分鼈臑則一陽馬也其餘兩基各積本體合成一方焉是爲別種而方者率居三通其體而方者率居一雖方隨基改而固有當然之勢也按餘數具而可知者有一二分之別則一二之爲率定矣其於理也豈虛矣若爲數而窮之置餘廣袤高之數各半之則四分之三又可知也半之彌少其餘彌細至細曰微微則無形由是言之安取餘哉數而求窮之者謂以情推不用籌算鼈臑之物不同器用陽馬之形或隨修短廣狹然不有鼈臑無以審陽馬之數不有陽馬無以知錐亭之數功實之主也

今有鼈臑下廣五尺無袤上袤四尺無廣高七尺問積幾何答曰二十三尺少半尺

術曰廣袤相乘以高乘之六而一

按此術臑者背節也或曰半陽馬其形有似鼈肘故以名云中破陽馬得兩鼈臑鼈臑之起數卽陽馬之半數數同而實據半故云六而一卽得

今有羨除下廣六尺上廣一丈深三尺末廣八尺無深袤七尺問積幾何答曰八十四尺

術曰并三廣以深乘之又以袤乘之六而一

按此術羨除實隧道也其所穿地上平下斜似兩鼈臑夾一壘堵卽羨除之形假令用此某上廣三尺深一尺下廣一尺末廣一尺無深袤一尺下廣卽壘堵上廣者兩鼈臑與一壘堵相連之廣也以深袤乘得積五尺鼈臑居二壘堵居三其於本某皆以爲六故六而一合四陽馬以爲方錐斜畫方錐之底亦合爲中方就中方削而上合全爲中方錐之半於是陽馬之某悉中解矣中錐離而爲四鼈臑焉故外錐之半亦爲四鼈臑雖背正異形與常所謂鼈臑參不相似實則同也所云夾壘堵者中錐之鼈臑也凡壘堵上袤短者連陽馬也下袤短者與鼈臑連也下兩袤相等知亦與鼈臑連也并三廣以高袤乘六而一皆其積也今此羨除之廣卽壘堵之袤也按此本是三廣不等卽與鼈臑連者別而言之中央壘堵廣六尺高三尺袤七尺末廣之兩旁各一小鼈臑皆與壘堵等令小鼈臑居裏大鼈臑居表則大鼈臑出檐皆方錐下廣三尺袤六尺高七尺分取其半則爲袤三尺以高廣乘之三而一卽半錐之積也斜解半錐得此兩大鼈臑求其積亦當六而一合於常率矣按陽馬之某兩斜某底方當其方也不問旁角而割之相半可知也推此上連無成不方故方錐與陽馬同實角而割之者相半之勢此大小鼈臑可知更相表裏但體有背正也

今有芻甍下廣三丈袤四丈上袤二丈無廣高一丈問積幾何答曰五千尺

術曰倍下袤上袤從之以廣乘之又以高乘之六而一

推明義理者舊說云凡積芻甍有上下廣曰童甍謂其屋蓋之苦也是故甍之下廣袤與童之上廣袤等正解方亭兩邊合之卽芻甍之形也假令下廣二尺袤三尺上袤一尺無廣高一尺其用某也中夾塗堵二兩端陽馬各二倍下袤上袤從之爲七尺以高廣乘之得幕十四尺陽馬之幕各居一塗堵之幕各居三以高乘之得積十四尺其於本某也皆一而爲六故六而一卽得亦可令上下袤差乘廣以高乘之三而一卽四陽馬也下廣乘上袤而半之高乘之卽二塗堵并之以爲甍積也

芻童曲池盤池冥谷皆同術

術曰倍上袤下袤從之亦倍下袤上袤從之各以其廣乘之并以高若深乘之皆六而一

按此術假令芻童上廣一尺袤二尺下廣三尺袤四尺高一尺其用某也中夾立方二四面塗堵六四角陽馬四倍下袤爲八上袤從之爲十以高廣乘之得積三十尺是爲得中夾立方各三兩邊塗堵各方亦各三兩端塗堵各二并兩旁三品某皆一而爲六故六而一卽得爲術又可令上下廣袤差相乘以高乘之三而一亦四陽馬上下廣袤互相乘并而半之以高乘之卽四面六塗堵與二立方并之爲芻童積又可令上下廣袤互相乘而半之上下廣袤又各自乘并以高乘之三而一卽得也

其曲池者并上中外周而半之以爲上袤亦并下中外周而半之以爲下袤此池環而不通匝形如盤蛇而曲之亦云周者謂如委穀依垣之周耳引而伸之周爲袤求袤之意環

田也。

今有芻童下廣二丈袤三丈上廣三丈袤四丈高三丈問積幾何答曰二萬六千五百尺。今有曲池上中周二丈外周四丈廣一丈下中周一丈四尺外周二丈四尺廣五尺深一丈問積幾何答曰一千八百八十三尺三寸少半寸。

今有盤池上廣六丈袤八丈下廣四丈袤六丈深二丈問積幾何答曰七萬六百六十六尺太半尺。負土往來七十步其二十步上下棚除棚除二當平道五踟蹰之間十加一載輸之間三十步定一返一百四十步土籠積一尺六寸秋程人功行五十九里半問人到積尺及用徒各幾何答曰人到二百四尺用徒三百四十六人一百五十三分人之六十二。

術曰以一籠積尺乘程行步數爲實往來上下棚除二當平道五。

棚閣除斜道有上下之難故使二當五也。

置定往來步數十加一及載輸之間三十步以爲法除之所得卽人一所到尺以所到約積尺卽用徒人數。

按此術棚閣除斜道有上下之難故使二當五置定往來步數十加一及載輸之間三十步是爲往來求一返凡用一百四十步於今有術爲所有行率籠積一尺六寸爲所求到土率程行五十九里半爲所有數而今有之卽所到尺數所到約積尺卽用徒人數者此一人之積除其衆積尺故得用徒人數。

爲術又可令往求一返所用之步約程行爲返數乘籠積爲一人所到以此術與今有術相反覆則乘除之或先後意各有所在而同歸耳

今有冥谷上廣二丈袤七丈下廣八尺袤四丈深六丈五尺問積幾何答曰五萬二千尺

載土往來二百步載輸之間一里程行五十八里六人共車車載三十四尺七寸問人到積尺及用徒各幾何答曰人到二百一尺五十分尺之十三用徒二百五十八人一萬六千三分人之三千七百四十六術曰以一車積尺乘程行步數爲實置今往來步數加載輸之間一里以車六人乘之爲法除之所得卽一人所到尺以所到約積尺卽用徒人數

按此術今有之義以載輸及往來并得五百步爲所有行率車載三十四尺七寸爲所求到土率程行五十八里通之爲步爲所有數而今有之所得卽一車所到欲得人到者當以六人除之卽得術有分故亦更令法而并除者亦用以半尺數以爲一人到土率案此二十五字訛舛不可通據下文云術恐有分故令乘法而并除又云亦可令六人約半積尺數爲一人到土率

案此卽下殘缺字句之誤入六人乘五百步爲行率也又亦可五百步爲行率令六人約半積尺數案此句舛誤當云約車載

於前者應刪去以免重複尺爲一人到土率以載土術入之入之者亦可求返數也要其會通而已案此二十一字訛舛不可通據下云六人除一車所到及六人約車載尺數二術也中間衍前二術恐有分故令乘法而并除總承上十五字及此二十一字蓋由傳寫失真後人復妄意竄改耳

數者以一人所積尺除其衆積故得用徒人數也。

今有委粟平地下周一十二丈高二丈問積及爲粟幾何答曰積八千尺

於徽術當積七千六百四十三尺一百五十七分尺之四十九

淳風等按依密率爲積七千六百三十六尺十一分尺之四

爲粟二千九百六十二斛二十七分解之二十六

於徽術當粟二千八百三十斛一千四百一十三分解之一千二百一十

淳風等按依密率爲粟二千八百二十八斛九十九分解之二十八

今有委米依垣內角下周一八尺高五尺問積及爲米幾何答曰積三十五尺九分尺之五

於徽術當積三十三尺四百七十一分尺之四百五十七

淳風等按依密率當積三十三尺三十三分尺之三十一

爲米二十一斛七百二十九分解之六百九十一

於徽術當米二十斛三萬八千一百五十一分解之三萬六千九百八十

淳風等按依密率爲米二十斛二千六百七十三分解之二千五百四十

今有委菽依垣下周一丈高七尺問積及爲菽各幾何答曰積三百五十尺

依徽術當積三百三十四尺四百七十一分尺之一百八十六

淳風等按依密率爲積三百三十四尺十一分尺之一。

爲菽一百四十四斛二百四十三分解之八。

依徽術當菽一百三十七斛一萬二千七百一十七分解之七千七百七十一。

淳風等按依密率爲菽一百三十七斛八百九十一分解之四百三十三。

術曰下周自乘以高乘之三十六而一。

此猶圓錐也於徽術亦當下周自乘以高乘之又以二十五乘之九百四十二而一也。

其依垣者。

居圓錐之半也。

十八而一。

於徽術當令此下周自乘以高乘之又以二十五乘之四百七十一而一依垣之周半於全周其自乘之幕居全周自乘之幕四分之一故半全周之法以爲法也。

其依垣內角者。

角隅也居圓錐四分之一也。

九而一。

於徽術當令此下周自乘而倍之以高乘之又以二十五乘之四百七十一而一依隅之周半於依垣。

其自乘之幕居依垣自乘之幕四分之一當半依垣之法以爲法法不可半故倍其實又此術亦用周三徑一之率假令以三除周得徑若不盡通分內子卽爲徑之積令自乘以高乘之爲三方錐之卽分母自相乘得九爲法又當三而一約方錐之積從方錐中求圓錐之積亦猶方幕求圓幕乃當三乘之四而一方錐得圓幕之積案此句衍方錐二字。又圓幕當作圓錐。前求方積乃以三而一今求圓錐之積復合三乘之二母既同故相準折惟以四乘分母九得三十六而連除圓錐之積其圓錐之積與平地聚粟同故三十六而一

淳風等按依密率以七乘之其平地者二百六十四而一依垣者一百三十二而一依隅者六十六而一也

程粟一斛積二尺七寸

二尺七寸者謂方一尺深二尺七寸凡積二千七百寸

其米一斛積一尺六寸五分寸之一

謂一千六百二十寸

其菽荅麻麥一斛皆二尺四寸十分寸之三

謂積二千四百三十寸此爲以精粗爲率而不等其槩也粟率五米率三故米一斛於粟一斛三分之

二菽荅麻麥亦如本率云故謂此三量器爲槩而皆不合於今斛當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐正深一尺於微術爲積一千四百四十一寸排成餘分又有十分寸之三王莽銅斛於今尺爲深九寸五分五釐徑一尺三寸六分八釐二毫以微術計之於今斛爲容九斗七升四合有奇周官考工記槩氏爲量深一尺內方一尺而圓外其實一輔於微術此圓周積一千五百七十六寸左氏傳曰齊舊四量豆區釜鍾四升曰豆各自其四以登於釜釜十則鍾鍾六斛四斗釜六斗四升方一尺深一尺其積一千寸若此方積容六斗四升則通外圓積成量容十斗四合一龠五分之三也以數相乘之則斛之制方一尺而圓其外底旁一釐七毫幂一百五十六寸四分寸之一深一尺積一千五百六十二寸半容十斗王莽銅斛與漢書律歷志所論斛同

今有倉廣三丈袤四丈五尺容粟一萬斛問高幾何答曰二丈

術曰置粟一萬斛積尺爲實廣袤相乘爲法實如法而一得高以廣袤之幂除積故得高按此術本以廣袤相乘以高乘之得此積今還元置此廣袤相乘爲法除之故得高也

今有圓囷

圓囷、廩也亦云圓囤也

高一丈三尺三寸少半寸容米二千斛問周幾何答曰五丈四尺

於微術當周五丈五尺二寸二十分寸之九。

淳風等按依密率爲周五丈五尺一百分尺之二十七。

術曰置米積尺。

此積猶圓堦壩之積。

以十二乘之令高而一所得開方除之卽周。

於微術當置米積尺以三百一十四乘之爲實二十五乘因高爲法所得開方除之卽周也此亦據見
幕以求周失之於微少也晉武庫中有漢時王莽所作銅斛其篆書字題斛旁云律嘉量斛方一尺而
圓其外底旁九釐五毫幕一百六十二寸深一尺積一千六百二十寸容十斗及斛底云律嘉量斗方
尺而圓其外底旁九釐五毫幕一百六十二寸案原本訛作幕一尺六寸二分於數不合當是後人因下文積一百六十二寸與此適同妄改此以別於下不知幕一百六十二寸者半方寸

十二寸與此適同妄改此以別於下不知幕一百六十二寸者半方寸

案原本訛作深也其深僅一寸故積仍爲一百六十二寸積乃立方寸與幕自別况斗與斛

之方圓底旁既同則幕亦同斛深十倍之今據上下文訂正

一尺今改正

深一寸

積一百六十二寸容

一斗合龠皆有文字升居斛旁合龠在斛耳上後有讚文與今律歷志同亦魏晉所常用今粗疏王莽
銅斛文字尺寸分數然不盡得升合勺之文按此術本周自相乘以高乘之十二而一得此積今還元
置此積以十二乘之令高而一卽復本周自乘之數凡物自乘開方除之復其本周自乘之數故開方
除之卽得也。

九章算術 卷五

八四

淳風等按依密率以八十八乘之爲實七乘困高爲法實如法而一開方除之卽周也。

九章算術卷六

均輸以御遠近勞費

今有均輸粟甲縣一萬戶行道八日乙縣九千五百戶行道十日丙縣一萬二千三百五十戶行道十三日丁縣一萬二千二百戶行道二十日各到輸所凡四縣賦當輸二十五萬斛用車一萬乘欲以道里遠近戶數多少衰出之間粟車各幾何答曰甲縣粟八萬三千一百斛車三千三百二十四乘乙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘丙縣粟六萬三千一百七十五斛車二千五百二十七乘丁縣粟四萬五百五十斛車一千六百二十二乘

術曰令縣戶數各如其本行道日數而一以爲衰

按此均輸猶均運也令戶率出車以行道日數爲均發粟爲輸據甲行道八日因使八戶共出一車乙行道十日因使十戶共出一車計其在道則皆戶一日出一車案原本作出車脫一字今補故可爲均平之率也

甲衰一百二十五乙丙衰各九十五丁衰六十一副并爲法以賦粟車數乘未并者各自爲實衰分科率

實如法得一案原本作得一車亦後人妄加車字今刪

各置所當出車以其行道日數乘之如戶數而一得率戶用車二日四十七分日之三十一故謂之均求此戶以率當各計車之錢分也。案此二句舛誤當云求此率以戶當各計車之衰分也

淳風等按縣戶有多少之差行道有遠近之異欲其均等故各令行道日數約戶爲衰案原本脫道字今補行道多者少其戶行道少者多其戶故各令約戶爲衰以八日約除甲縣得一百二十五乙丙各九十五丁六十一於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率以賦粟車數爲所有數而今有之各得車數一旬除乙十三除丙各得九十五二旬除丁得六十一也。案淳風等至此原本訛在前接故可爲均平之率也下於術意前後失次今訂正

有分者上下輩之

輩配也車牛人之數不可分裂推少就多均賦之宜今按甲分既少宜從於乙滿法除之有餘從丙丁分又少亦宜就丙除之適盡加乙丙各一上下輩益以少從多也

以二十五斛乘車數卽粟數

今有均輸卒甲縣一千二百人薄塞乙縣一千五百五十人行道一日丙縣一千二百八十人行道二日丁縣九百九十人行道三日戊縣一千七百五十人行道五日凡五縣賦輸卒一月一千二百人欲以遠近戶率多少衰出之間縣各幾何答曰甲縣二百二十九人乙縣二百八十六人丙縣二百二十八人丁

縣一百七十一人戊縣二百八十六人。

術曰令縣卒各如其居所及行道日數而一以爲衰。

按此亦以日數爲均發卒爲輸甲無行道日但以居所三十日爲率言欲爲均平之率者當使甲三十一人而出一人出一人者計役則皆一人一日是以可爲均平之率。

甲衰四乙衰五丙衰四丁衰三戊衰五副并爲法以人數乘未并者各自爲實實如法而一

各置所當出人數以其居所及行道日數乘之如縣人數而一案此二十四字原本又重見於後接故存之也下今刪彼存此得戶率人役

五日七分日之五案此十二字原本接注文重見者

之下今據微說前後體例訂正

淳風等按爲衰於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率以賦卒人數爲所有數此術似別考則意同以廣異聞故存之也案此條原本訛入上注接如縣人數而一之下脫淳風等按四字今據淳風等所釋

有分者上下輩之

輩配也今按丁分最少宜就戊除不從乙者丁近戊故也滿法除之有餘從乙丙分又少亦就乙除有餘從甲除之適盡從甲丙二分其數正等三者於乙遠近皆同不以甲從乙者方以下從上也

今有均賦粟甲縣二萬五百二十戶粟一斛二十錢自輸其縣乙縣一萬二千三百一十二戶粟一斛一

十錢至輸所二百里丙縣七千一百八十二戶粟一斛一十二錢至輸所一百五十里丁縣一萬三千三百三十八戶粟一斛一十七錢至輸所二百五十里戊縣五千一百三十戶粟一斛一十三錢至輸所一百五十里凡五縣賦輸粟一萬斛一車載二十五斛與僦一里一錢欲以縣戶輸粟令費勞等問題各粟幾何答曰甲縣三千五百七十一斛二千八百七十三分解之五百一十七乙縣二千三百八十斛二千八百七十三分解之二千二百六十丙縣一千三百八十八斛二千八百七十三分解之二千二百七十六丁縣一千七百一十九斛二千八百七十三分解之一千三百一十三戊縣九百三十九斛二千八百七十三分解之二千二百五十三

術曰以一里僦價乘至輸所里

此以出錢爲均也問者曰一車載二十五斛與僦一里一錢一錢卽一里僦價也以乘里數者欲知僦一車到輸所所用錢也甲自輸其縣則無取僦價也

以一車二十五斛除之

欲知僦一斛所用錢

加一斛粟價

案原本一訛作以注同今據淳風等所釋並改正

則致一斛之費

加一斛之價於一斛僦直卽凡餘粟取僦錢也甲一斛之費二十乙丙各十八丁二十七戊十九也

各以約其戶數爲衰。

言使甲二十戶共出一斛。乙丙十八戶共出一斛。計其所費。則皆戶一錢。故可爲均賦之率也。
甲衰一千二十六。乙衰六百八十四。丙衰三百九十九。丁衰四百九十四。戊衰二百七十。副并爲法所賦。粟乘未并者。各自爲實。實如法得一。

各置所當出粟。以其一斛之費乘之。如戶數而一。得率。戶出三錢。二千八百七十三分錢之一千三百八十一。

淳風等按。此以出錢爲均。問者曰。一車載二十五斛。與僦一里一錢。一錢卽一里僦價也。

案原本脫價字。今據注文補入。

以乘里數者。案原本脫數字。今據注文補入。欲知僦一車到輸所。所用錢。甲自輸其縣。則無取僦之價。以一車二十五斛

除之者。欲知僦一斛。所用錢。加一斛之價於一斛僦直。卽凡餘粟。取僦錢。甲一斛工費二十。乙丙各十八。丁二十七。戊一十九。各以約其戶爲衰。甲衰一千二十六。乙衰六百八十四。丙衰三百九十九。丁衰四百九十四。戊衰二百七十。言使甲二十戶共出一斛。乙丙十八戶共出一斛。計其所費。則皆戶一錢。故可爲均賦之率也。

案率字下原本衍計字。今刪。

於今有術。副并爲所有率。未并者各爲所求率。賦粟一萬斛爲所有

數。此今有衰分之義也。

案此條原本誤連上劉徽注。脫淳風等三字。攷其文義多與徽所注重複。應是淳風等更舉注文。以總解術意。書內此類甚多。今改正。

計經賦之率。既有戶算

之率亦有遠近貴賤之率此二率者各自相與通通則甲二十乙十二丙七丁十三戊五一斛之費謂之錢率錢率約戶率者則錢爲母戶爲子子不齊令母互乘爲齊則衰也若其不然以一斛之費約戶數取衰竝有分當通分內子約之於算甚繁此一章皆相與通功共率略相依似以上二率下一率亦可放此從其簡易而已又以分言之使甲一戶出二十分斛之一乙一戶出十八分斛之一各以戶數乘之亦可得一縣凡所當輸俱爲衰也乘之者乘其子母報除之以此觀之則以一斛之費約戶數者其意不異矣然則可置一斛之費而反衰之約戶以乘戶率爲衰也合分注曰母除爲率率乘子爲齊案計經賦之率至此原反衰注曰先同其母各以分母約其子爲反衰以施其率爲算既約且不妨處下也

本訛入前節注文故可案計經賦之率至此原

爲均賦之率也下文多舛誤不可通據辭內引合分注及反衰注乃淳風等推論術意無疑今改正

今有均賦粟甲縣四萬二千算粟一斛二十傭價一日一錢自輸其縣乙縣三萬四千二百七十二算粟一斛一十八傭價一日一十錢到輸所七十里兩縣一萬九千三百二十八算粟一斛一十六傭價一日五錢到輸所一百四十里丁縣一萬七千七百算粟一斛一十四傭價一日五錢到輸所一百七十五里戊縣二萬三千四十算粟一斛一十二傭價一日五錢到輸所二百一十里己縣一萬九千一百三十六算粟一斛一十傭價一日五錢到輸所二百八十里凡六縣賦粟六萬斛皆輸甲縣六人共車車載五十斛重車日行五十里空車日行七十里載輸之間各一日粟有貴賤傭各別價以算出錢令費勞等問

縣各粟幾何。答曰：甲縣一萬八千九百四十七斛一百三十三分解之四十九。乙縣一萬八百二十七斛一百三十三分解之九。丙縣七千二百一十八斛一百三十三分解之六。丁縣六千七百六十六斛一百三十三分解之一百二十二。戊縣九千二十二斛一百三十三分解之七十四。己縣七千二百一十八斛一百三十三分解之六。

術曰：以車程行空重相承爲法。并空重以乘道里，各自爲實。實如法得一。

案原本作得一日。亦後人妄加日字。今刪。

按此術重往空還，一輸再行道也。置空行一里，用七十分日之一。重行一里，用五十分日之一。齊而同之，空重行一里之路，往返用一百七十五分日之六。定言之者，一百七十五里之路，往返用六日也。故并空重者，齊其子也。空重相乘者，同其母也。於今有術，至輸所里爲所有數，六爲所求率。齊一百七十五爲所有率，而今有之，卽各得輸所用日也。

加載輸各一日。

欲得幾日也。

案原本訛作故。凡日也。今改正。

而以六人乘之。

欲知致一車用人也。

又以傭價乘之。

欲知致車人傭直幾錢。

以二十五解除之。

欲知致一斛之傭直也。

加一斛粟價卽致一斛之費。

加一斛之價於致一斛之傭直。案原本價訛作費。於訛作則今改正。卽凡輸一斛餘粟取傭所用錢。

各以約其算數爲衰。

今按甲衰四十二。乙衰二十四。丙衰十六。丁衰十五。戊衰二十。己衰十六。於今有術。副并爲所有率。末并者各自爲所求率。所賦粟爲所有數。此今有衰分之義也。

副并爲法。以所賦粟乘未并者。各自爲實。實如法得一。

案原本作得一斛。亦後人妄加斛字。今刪。

各直所當出粟。以其一斛之費乘之。如算數而一得率。算出九錢一百三十三分錢之三。又載輸之間各一日者。卽二日也。

今有粟七斗。三人分春之。一人爲糲米。一人爲稗米。一人爲糵米。令米數等。問取粟爲米。各幾何。答曰。糲米取粟二斗一百二十一分斗之一十。稗米取粟二斗一百二十一分斗之三十八。糵米取粟二斗一百二十一分斗之七十三。爲米各一斗六百五分斗之一百五十一。

術曰列直糲米三十.稗米二十七.糵米二十四.而反衰之.

此先約三率.糲爲十.稗爲九.糵爲八.欲令米等者.其取粟糲率十分之一.稗率九分之一.糵率八分之一.當齊其子.故曰反衰也.

淳風等按.米有精麤之異.粟有多少之差.據率.稗糵少而糲多.用粟則稗糵多而糲少.米若依本率之分.粟當倍率.故今反衰之.使精取多而麤得少.

副并爲法.以七斗乘未并者.各自爲取粟實.實如法得一.

於今有術.副并爲所有率.未并者各爲所求率.粟七斗爲所有數.而今有之.故各得取粟也.

若求米等者.以本率.各乘定所取粟爲實.以粟率五十爲法.實如法得一.

案原本作得一斗.亦後人妄加斗字.今刪.

若徑求爲米等數者.直糲米三用粟五.稗米二十七用粟五十.糵米十二用粟二十五.齊其粟同其米.并齊爲法.以七斗乘同爲實.所得即爲米斗數.

今有人當稟粟二斛.倉無粟.欲與米一菽二.以當所稟粟.問各幾何.答曰.米五斗一升七分升之三.菽一斛二升七分升之六.

術曰置米一菽二.求爲粟之數.并之.得三九分之八.

案九分原本訛作分九.今據注改正.

以爲法.亦置米一菽二.而以粟二斛

乘之各自爲實。實如法得一。

案原本作得一斛。亦後人妄加斛字。今刪。

淳風等按置粟率五乘米一米率三除之得一三分之三。即是米一之粟也。粟率十以乘菽二。菽率九除之得二九分之二。即是菽二之粟也。并全得三。齊子并之得二十四。同母得二十七。約之得九分之八。故云并之得三九分之八。米一菽二當粟三九分之八。此其粟率也。於今有術。米一菽二皆爲所求率。當粟三九分之八爲所有率。粟二斛爲所有數。凡言率者。當相與通之。則爲米九菽十八。當粟三十五也。亦有置米一菽二求其爲粟之率。以爲列衰副并爲法。以粟乘列衰爲實。所得卽米一菽二所求粟也。以米菽本率而今有之。卽合所問。

今有取傭負鹽二斛。行一百里。與錢四十。今負鹽一斛。七斗三升少半升。行八十里。問與錢幾何。答曰。二十七錢。一十五分錢之一十一。

術曰。置鹽二斛升數。以一百里乘之爲法。

按此術以負鹽二斛升數。乘所行一百里。得二萬里。是爲負鹽一升行二萬里。得錢四千。今有術爲所有率。升數乘所行里爲法。於今有術爲所有數也。

以四十錢乘今負鹽升數。又以八十里乘之爲實。實如法得一。

案原本作得一錢。亦後人妄加錢字。今刪。

以今負鹽升數乘所行里。今負鹽一升。凡所行里也。於今有術。以所有四十錢爲所求率也。衰分章。皆

人千錢與此同。案此條原本訛作正文。

今據前後體例改爲注。

今有負籠重一石一十七斤行七十六步五十返今負籠重一石行百步問返幾何答曰五十七返二千六百三分返之一千六百二十九。

術曰以故所行步數乘故籠重斤數爲法。

此法謂負一斤一返所行之積步也。

今籠重斤數乘今步又以返數乘之爲實實如法得

一案原本作得一返亦
後人妄加返字今刪。

按此法負一斤一返所行之積步此實者一斤一日所行之積步故以一返之課除終日之程即是返數也。

淳風等按此術所行步多者得返少所行步少者得返多然則所行者今返率也故令所得返乘今返之率爲實而以故返之率爲法今有術也按此負籠又有輕重於是爲術者因令重者得返少輕者得返多故又因其率以乘法實者重今有之義也然此意非也按此籠雖輕而行有限籠過重則人力遺力有遺而術無窮人行有限而籠輕重不等使其有限之力隨彼無窮之變故知此術率乖理也若故所行有空行返數設以問者當因其所負以爲返率則今返之數可得而知也假令空行一日六十里負重一斛行四十里減重一斗進二里半負重三斗以下與空行同今負籠重六斗往返行一百步問

返幾何答曰一百五十返術曰置重行率加十里以里法通之爲實以一返之步爲法實如法而一卽得也

今有程傳委輸空車日行七十里重車日行五十里今載太倉粟輸上林五日三返問太倉去上林幾何答曰四十八里一十八分里之一十一

術曰并空重里數以三返乘之爲法令空重相乘又以五日乘之爲實實如法得一

案原本作得一里亦後人妄加里字今刪

此亦如上術率一百七十五里之路往返用六日也於今有術則五日爲所有數一百七十五里爲所求率六日爲所有率以此所得則三返之路今求一返當以三約之因令乗法而并除也爲術亦可各置空重行一里用日之率以爲列衰副并爲法以五日乘列衰爲實實如法所得卽各空重行日數也各以一日所行以乘爲凡日所行三返約之爲上林去太倉之數按此術重往空還一輸再還道置空行一里七十分日之一重行一里用五十分日之一齊而同之空重行一里之路往返用一百七十五分日之六定言之者一百七十五里之路往返用六日故并空重者并齊也空重相乘者同其母也於今有術五日爲所有數一百七十五爲所求率六爲所有率以此所得則三返之路今求一返者當以三約之故令乘法而并除亦當約之也

案自按術重往空還以下應是李淳風等所釋訛爲劉注

今有絡絲一斤爲練絲一十二兩練絲一斤爲青絲一斤一十二銖今有青絲一斤問本絡絲幾何答曰

一斤四兩一十六銖三十三分銖之一十六

術曰以練絲十二兩乘青絲一斤一十二銖爲法以青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數又以絡絲一斤乘

之爲實

案原本脫
之字今補

實如法得

案原本作得一斤亦
後人妄加斤字今刪

按練絲一斤爲青絲一斤十二銖此練率三百八十四青率三百九十六也又絡絲一斤爲練絲十二兩此絡率十六練率十二也置今有青絲一斤以練率三百八十四乘之爲實實如青絲率三百九十六而一所得青絲一斤用練絲之數也又以絡率十六乘之所得爲實以練率十二爲法所得卽練絲用絡絲之數也是謂重今有也雖各有率不問中間故令後實乘前實後法乘前法而并除也故以練絲兩數爲實青絲銖數爲法一曰又置絡絲一斤兩數與練絲十二兩約之絡得四練得三此其相與之率又置練絲一斤銖數

案原本脫
數字今補

與青絲一斤一十二銖約之練得三十二青得三十三亦其相與

之率齊其青絲絡絲同其二練絡得一百二十八青得九十九練得九十六卽三率悉通矣今有練絲一斤爲所有數絡絲一百二十八爲所求率青絲九十九爲所有率爲率之意猶此但不先約諸率耳凡率錯互不通者皆積齊同用之放此雖四五轉不異也言同其二練者以明三率之相與通耳於術無以異也又一術今有青絲一斤銖數乘練絲一斤兩數爲實以青絲一斤一十二銖爲法所得卽用練絲兩數以絡絲一斤乘所得爲實以練絲十二兩爲法所得卽用絡絲斤數也

今有惡粟二十斗。春之得糲米九斗。今欲求糲米一十斗。問惡粟幾何。答曰。二十四斗六升八十一分升之七十四。

術曰。置糲米九斗。以九乘之。爲法。亦置糲米十斗。以十乘之。又以惡粟二十斗乘之。爲實。實如法得一。案。原

本作得一斗。亦後人妄加斗字。今刪。

按此術置今有求糲米十斗。以糲米率十乘之。如糲率九而一。卽糲亦化爲惡粟矣。此亦重今有之義。爲術之意。猶絡絲也。雖各有率。不問中間。故令後實乘前實。後法乘前法。而并除之也。

今有善行者行一百步。不善行者行六十步。今不善行者先行一百步。善行者追之。問幾何步及之。答曰。二百五十步。

術曰。置善行者一百步。減不善行者六十步。餘四十步。以爲法。以善行者之一百步。乘不善行者先行一百步。爲實。實如法得一。案。原本作得一步。亦後人妄加步字。今刪。

按此術以六十步減一百步。餘四十步。卽不善行者先行率也。善行者行一百步。追及率約之。追及率得五。先行率得二。於今有術。案。原本脫有字。今補。不善行者先行一百步。爲所有數。五爲所求率。二爲所有率。而今有之。得追及步也。

今有不善行者先行一十里。善行者追之一百里。先至不善行者二十里。問善行者幾何里及之。答曰。十三里少半里。

術曰。置不善行者先行一十里。以善行者先至二十里增之。以爲法。以不善行者先行一十里。乘善行者一百里爲實。實如法得一。案原本作得一里。亦後人妄加里字。今刪。

按此術不善行者既先行一十里。後不及二十里。并之得三十里也。謂之先行率。善行者一百里爲追及率。約之。先行率得三。三爲所有率。而今有之。卽得也。其意如上術也。

今有兔先走一百步。犬追之二百五十步。不及三十步而止。復行幾何步及之。答曰。一百七步七分步之一。

術曰。置兔先走一百步。以犬走不及三十步減之。餘爲法。以不及三十步乘犬追步數爲實。實如法得一。

案原本作得一步。亦後人妄加步字。今刪。

按此術以不及三十步減先走一百步。餘七十步爲兔先走率。犬行二百五十步爲追及率。約之。先走率得七。追及率得二十五。於今有術。不及三十步爲所有數。二十五爲所求率。七爲所有率。而今有之。卽得也。

今有人持金十二斤出關。關稅之。十分而取一。今關取金二斤。償錢五千。問金一斤值錢幾何。答曰。六千

二百五十.

術曰以一十乘二斤以十二斤減之餘爲法以一十乘五千爲實實如法得一

案原本作得一錢亦後人妄加錢字今刪

按此術置十二斤以一乘之十而一得一斤五分斤之一卽所當稅者也減二斤餘卽關取盈金以盈除所償錢卽金值也案值原本訛作實今改正今術旣以十二斤爲所稅則是以十爲母故以十乘二斤及所償錢通

其率於今有術五千錢爲所有數十爲所求率八爲所有率而今有之卽得也

今有客馬日行三百里客去忘持衣日已三分之一主人乃覺持衣追及與之而還至家視日四分之三問主人馬不休日行幾何答曰七百八十里

術曰置四分日之三除三分日之一

按此術置四分日之三除三分日之一者除卽減也

案卽原本訛作其今改正減之餘有十二分之五卽是主人追客

還用日率也

半其餘以爲法

去其還存其往率之者子不可半故倍母二十四分之五是爲主人與客均行用日之率也副置法增三分日之一

法二十四分之五者。主人往追用日之分也。三分之一者。客去主人未覺之前。獨行用日之分也。并連此數。得二十四分日之十三。則主人追及前。用日之分也是爲客行。主人追及。用日率也。然則主人用日率者。客馬行率也。客用日率者。主人馬行率也。母同則子齊。是爲客馬行率五。主人馬行率十三。於今有術。三百里爲所有數。十三爲所求率。五爲所有率而今有之。卽得也。

以三百里乘之爲實。實如法得主人馬一日行。

欲知主人追客所行里者。以三百里乘主人均行日分子十三。以母二十四而一得一百六十二里半。以此乘主人均行日分子五而一亦得主人馬一日行七百八十里也。

今有金鑑長五尺。斬本一尺重四斤。斬末一尺重二斤。問次一尺各重幾何。答曰。末一尺重二斤。次一尺重二斤八兩。次一尺重三斤。次一尺重三斤八兩。次一尺重四斤。

術曰。令末重減本重。餘卽差率也。又置本重。以四間乘之。爲下第一衰。副置以差率減之。每尺各自爲衰。按此術五尺有四間者。有四差也。今本末相減。餘卽四差之凡數也。以四約之。卽得每尺之差。以差數減本重。餘卽次尺之重也。爲術所置。如是而已。今此率以四爲母。故令母乘本爲衰。通其率也。亦可置末重以四間乘之。爲上第一衰。以差重率加之。爲次下衰也。

副置下第一衰以爲法以本重四斤徧乘列衰各自爲實實如法得一

案原本作得一錢注內同
亦後人妄加錢字今刪

以下第一衰爲法以本重乘其分母之數而又反此率乘本重爲實一乘一除勢無損益故惟本存焉衆衰相推爲率則其餘可知也亦可副置末衰爲法而以末重二斤乘列衰爲實此雖迂迴然是其舊故就新而言之也

今有五人分五錢令上二人所得與下三人等問各得幾何答曰甲得一錢六分錢之二乙得一錢六分錢之一丙得一錢丁得六分錢之五戊得六分錢之四

術曰置錢錐行衰

按此術錐行者謂如立錐初一次二次三次四次五各均爲一列者也

并上二人爲九并下三人爲六六少於九三

數不得等但以五四三二爲率也

以三均加焉副并爲法以所分錢乘未并者各自爲實實如法得一

案原本作得一錢注內同
亦後人妄加錢字今刪

此問者令上二人與下三人等上下部差一人其差三均加上部則得二三均加下部則得三三下部猶差一人差得一以通於本率即上下部等也於今有術副并爲所有率未并者各爲所求率五錢爲所有數而今有之卽得等耳假令七人分七錢欲令上二人與下五人等則上下部差三人并上部爲

十三下部爲十五下多上少下不足減上當以上下部列差而後均減乃合所問耳此可倣下術令上二人分二錢半爲上率令下二人分二錢半爲下率上下二率以少減多餘爲實置二人三人各半之減五人餘爲法實如法得一卽衰相去也下衰率六分之五者丁所得錢數也

今有竹九節下三節容四升上四節容三升問中間二節欲均容各多少答曰下初一升六十六分升之二十九次一升六十六分升之二十二次一升六十六分升之一十五次一升六十六分升之八次一升六十六分升之一次六十六分升之六十次六十六分升之五十三次六十六分升之四十六次六十六分升之三十九

術曰以下三節分四升爲下率以上四節分三升爲上率

此二率者各其平率也

上下率以少減多餘爲實

按此上下節各分所容爲率者各其平率上下以少減多者餘爲中間五節半之凡差故以爲實也

置四節三節各半之以減九節餘爲法實如法得一案原本作得一升亦後人妄加升字今刪卽衰相去也

按此術上下節所容已定之節中間相去節數也實者中間五節半之凡差也故實如法而一則每節之差也

下率一升少半升者下第二節容也。

一升少半升者下三節通分四升之平率平率卽爲中分節之容也。

今有鳧起南海七日至北海雁起北海九日至南海今鳧雁俱起問何日相逢答曰三日十六分日之十五

術曰并日數爲法日數相乘爲實實如法得一

案原本作得一日亦後人妄加日字今刪

按此術置鳧七日一至雁九日一至齊其至同其日定六十三日鳧九至雁七至今鳧雁俱起而問相逢者是爲共至并齊以除同卽得相逢日故并日數爲法者并齊之意日數相乘爲實者猶以同爲實也一曰鳧飛日行七分至之一雁飛日行九分至之一齊而同之鳧飛定日行六十三分至之九雁飛定日行六十三分至之七是爲南北海相去六十三分鳧日行九分雁日行七分也并鳧雁一日所行以除南北相去而得相逢日也

十二分日之一
術曰并五日七日以爲法

今有甲發長安五日至齊乙發齊七日至長安今乙發已先二日甲乃發長安問幾何日相逢答曰二日

按此術并五日七日爲法者猶并齊爲法置甲五日一至乙七日一至齊而同之定三十五日甲七至

乙五至并之爲十二至者用三十五日也謂甲乙與發之率耳然則日化爲至當除日故以爲法也以乙先發二日減七日

減七日者言甲乙俱發今以發爲始發之端於本道里則餘分也

餘以乘甲日數爲實

七者長安去齊之率也五者後發相去之率也今問後發故舍七用五以乘甲五日爲二十五日言甲七至乙五至更相去用此二十五日也

實如法得一案原本作得一日亦後人妄加日字今刪

一日甲行五分至之一乙行七分至之一齊而同之甲定日行三十五分至之七乙定日行三十五分至之五是爲齊去長安三十五分甲日行七分乙日行五分也今乙先行發二日已行十分餘相去二十五分故減乙二日餘令相乘爲二十五分

今有一人一日爲牡瓦三十八枚一人一日爲牝瓦七十六枚今令一人一日作瓦牝牡相半問成瓦幾何答曰二十五枚少半枚

術曰并牝牡爲法牝牡相乘實實如法得一案原本作得一枚亦後人妄加枚字今刪

此意亦與鳧雁同術牝牡瓦相并猶如鳧雁日飛相并也按此術并牝牡爲法者并齊之意牝牡相乘

爲實者猶以同爲實也故實如法卽得也。

今有一人一日矯矢五十一人一日羽矢三十一人一日筭矢十五今令一人一日自矯羽筭問成矢幾何答曰八矢少半矢。

術曰矯矢五十用徒一人羽矢五十用徒一人太半人筭矢五十用徒三人少半人并之得六人以爲法以五十矢爲實實如法得一。案原本作得一矢亦後人妄加矢字今刪

按此術言成矢五十用徒六人一日工也此同工共作猶鳬雁共至之類亦以同爲實并齊爲法可令矢互乘一人爲齊矢相乘爲同今先令同於五十矢矢同則徒齊其歸一也以此術爲鳬雁者當雁飛九日而一至鳩飛九日而一至七分至之二并之得二至七分至之二以爲法以九日爲實實如法而一得一人日矯矢之數也。

今有假田初假之歲三畝一錢明年四畝一錢後年五畝一錢凡三歲得一百問田幾何答曰一頃二十七畝四十七分畝之三十。

術曰置畝數及錢數令畝數互乘錢數并以爲法畝數相乘又以百錢乘之爲實實如法得一。案原本作得一畝亦後人

按此術令畝互乘錢者齊其錢畝數相乘者同其畝同於六十則初假之歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二也凡三歲得錢一百爲所有數同畝爲所求率四十七錢爲所有率今有之卽得也齊其錢同其畝亦如鳧雁術也於今有術百錢爲所有數同畝爲所求率并齊爲所有率

淳風等按假田六十畝初歲得錢二十明年得錢十五後年得錢十二并之得錢四十七是爲得田六十畝三歲所治於今有術百錢爲所有數六十畝爲所求率四十七爲所有率而今有之卽合問也

今有程耕一人一日發七畝一人一日耕三畝一人一日耰種五畝今令一人一日自發耕耰種之問治

田幾何答曰一畝一百一十四步七十一分步之六十六

術曰置發耕耰畝數令互乘人數并以爲法畝數相乘爲實實如法得一

案原本作得一畝亦
後人妄加畝字今刪

此猶鳧雁術也

淳風等按此術亦發耕耰種畝數互乘人者齊其人畝數相乘者同其畝故并齊爲法以同爲實計田一百五畝發用十五人耕用三十五人種用二十一人并之得七十一工治得一百五畝故以爲實而一人一日所治故以人數爲法除之卽得也

今有池五渠注之其一渠開之少半日一滿次一日一滿次二日半一滿次三日一滿次五日一滿今皆決之間幾何日滿池答曰七十四分日之十五

術曰各置渠一日滿池之數并以爲法。

按此術其一渠少半日滿者是一日三滿也。次一日一滿次二日半滿者是一日五分滿之二也。次三日滿者是一日三分滿之一也。次五日滿者是一日五分滿之一也。并之得四滿十五分滿之十四也。以一日爲實實如法得一。案原本作得一日下同皆後人妄加日字今刪

此猶矯矢之術也。先令同於一日。日同則滿齊。自鳧雁至此。其爲同齊有二術焉。可隨率宜也。

其一術列置日數及滿數。案列原本訛作各今據注文改正

其一渠少半日滿者是一日三滿也。次一日一滿次二日半滿者是五日二滿次三日一滿次五日一滿。此謂之列置日數及滿數也。

今日互相乘滿并以爲法。日數相乘爲實。實如法得一。

亦如鳧雁術也。

淳風等按此其一渠少半日滿池者是一日三滿池也。次一日一滿次二日半滿者是五日再滿次三日一滿次五日一滿。此謂列置日數於右行及滿數於左行。以日互乘滿者齊其滿日數相乘者同其日滿齊而日同故并齊以除同即得也。案此條原本誤連上劉徽注脫淳風等三字攷其文義多與前節注文重複應是淳風等復舉以總解術意今訂正

今有人持米出三關外關三而取一中關五而取一內關七而取一餘米五斗問本持米幾何答曰十斗九升八分升之三

術曰置米五斗以所稅者三之五之七之爲實以餘不稅者二四六互相乘爲法

案互相原本訛作相互今改正實如法得

一案原本作得一斗亦後人妄加斗字今刪

此亦重今有術也案原本脫所稅者謂今所當稅之定三五七皆爲所求率二四六皆爲所有率置今

術字今補

有餘米五斗以七乘之六而一卽內關未稅之本米也又有五乘之四而一卽外關未稅之本米也今從末求本不問中間故令中率轉相乘而同之亦如絡絲術

又一術外關三而取一則其餘本米三分之二也求外關所稅之餘則當置三分乘之二而一欲知中關以四乘之五而一欲知內關以六乘之七而一凡餘分者乘其母而以三五七相乘得一百五爲分母二四六相乘得四十八爲分子約而言之則是餘米於本所持三十五分之十六也於今有術餘米五斗爲所有數分母三十五爲所求率分子十六爲所有率也

今有人持金出五關前關二而稅一次關三而稅一次關四而稅一次關五而稅一次關六而稅一次五關所稅適重一斤問本持金幾何答曰一斤三兩四銖五分銖之四

術曰置一斤通所稅者以乘之爲實亦通其不稅者以減所通餘爲法實如法得一案原本作得一斤亦後人妄加斤字今刪

此意猶上術也置一斤通所稅者謂令二三四五六相乘爲分母七百二十也通其所不稅者謂令所稅之餘一二三四五相乘爲分子一百二十也約而言之是爲餘金於本所持六分之一也以子減母凡五關所稅六分之五也於今有術所稅一斤爲所有數分母六爲所求率分子五爲所有率此亦重今有之義又雖各有率不問中間故令中率轉相乘而連除之卽得也置一以爲持金之本率以稅率乘之除之則其率亦成積分也

九章算術卷七

盈不足以御隱雜互見

今有共買物人出八盈三人出七不足四問人數物價各幾何答曰七人物價五十三

今有共買鷄人出九盈一十一人出六不足十六問人數鷄價各幾何答曰九人鷄價七十

今有共買璉人出半盈四人出少半不足三問人數璉價各幾何答曰四十二人璉價十七

今有共買牛七家共出一百九十不足三百三十九家共出二百七十盈三十問家數牛價各幾何答曰一百二十六家牛價三千七百五十

按此術并盈不足者爲衆家之差故以爲實置所出率各以家數除之各得一家所出率以少減多者得一家之差以除卽家數以出率乘之減盈故得牛價也

術曰盈不足相與同共買物者案此十字原本訛在有分者通之句下共訛作其遂不可通今改正

案此下原本有實如法而一五字考此術法實皆以設差約之實爲物價法爲人數與他術實如法而一者不同此五字後人所加今刪

案此下原本有實如法而一五字考此術法實皆以設差約之實爲物價法爲人數與他術實如法而一者不同此五字後人所加今刪

按盈者謂之朓不足者謂之朢所出率謂之假令盈朢雜乘兩設者欲爲同齊之意據共買物人出八盈三人出七不足四齊其假令同其盈朢盈朢俱十二通計齊則不盈不朢之正數故可并之爲實并

盈不足爲法。齊之三十二者是四假令有盈十二。齊之二十一者是三假令亦虧十二。并七假令合爲一實。故并三四爲法。案此條原本訛在以御隱雜互見之下今改正移此。

有分者通之。

若兩設有分者齊其子同其母此問兩設俱見零分故齊其子同其母。案此條首句之上原本有注云二字接注文因其更端不相通貫竄入注云二字以別之今刪正。

副置所出率。案原本脫以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數。

案此術前列四問本會通爲一微注辭不達意後人失其解遂妄加改竄據第二問人出九盈

十一人出六不足十六以十六互乘九得一百四十四以十一互乘六得六十六并之二百一十爲實所謂相與同共買物者置所出率盈不足各居其下今雜乘所出率并以爲實也盈十一及不足十六并之二十七爲法所謂并盈不足爲法也於出九減出六餘三以三約實二百一十得實七十以三約法二十七得九人所謂副置所出率以少減多餘以約法實實爲物價法爲人數也其第一問所出率三分相乘得六是同其母也以盈四互乘二得八以不足三互乘三得九并之十七爲實是盈不足雜乘所出率并以爲實也盈四及不足三并而爲七以分母相乘所得六通而齊之得四十二爲法是并盈不足爲法也二三相減餘一以約法實亦無庸約故徑得物價人數第四問七家共出一百九十不足三百三十九家共出二百七十盈三十以九家互乘一百九十得一千七百一十以七家互乘二百

七十得一千八百九十猶之齊其子也七家九家相乘得六十三猶之同其母也以盈二十互乘一千七百一十得五萬一千三百以不足三百三十互乘一千八百九十得六十二萬三千七百井之六十七萬五千爲實是盈不足維乘所出率并以爲實也盈三十及不足三百三十井而爲三百六十以六十三通而齊之得二萬二千六百八十爲法是并盈不足爲法也於一千八百九十減一千七百一十餘一百八十以一百八十約實六十七萬五千得價三千七百五十以一百八十約法二萬二千六百八十得一百二十六家是副置所出率以少減多餘以約法實也三四兩問皆所謂有分者通之也由此觀之後人改竄之謬顯然後兩盈兩不足相與同共買物者後人亦改竄其文謬戾倣此

今下維乘上訖以同約之不可約故以乘同之所出率以少減多者餘謂之設差以爲少設則并盈虧是爲定實故以少設約定實則法爲人數適足之實故爲物價案此條首句之上原本有又云二字按上條故齊其子同其母之下亦後人連合注文因其更端竄入此二字以別之今改正約法則爲人數約實則爲物價盈虧當與少設相通不可偏約亦當分母乘設差爲約法實案此條有舛誤當云故以少設約法則爲人數約實則爲物價盈虧當與少設其一術曰并盈不足爲實以所出率以少減多餘爲法實如法得一以所出率乘之減盈增不足卽物價此術意謂盈不足爲衆人之差以所出率以少減多餘爲一人之差以一人之差約衆人之差故得人數也案此條原本訛在第一問之下今改正

今有共買金人出四百盈三千四百人出三百盈一百問人數金價各幾何答曰三十三人金價九千八百

今有共買羊人出五不足四十五人出七不足三問人數羊價各幾何答曰二十一人羊價一百五十

術曰。兩盈兩不足。相與同共買物者。

案此十二字原本亦訛在後有分者通之句下。共訛作其今改正。

置所出率。盈不足各居其下。令維乘所

出率。以少減多。餘爲實。兩盈兩不足以少減多。餘爲法。

案此下原本有實如法而一五字亦後人妄加今刪。

有分者通之副置所出率。

案原

本脫副字今補。以少減多。餘以約法實。實爲物價。法爲人數。

按此術兩盈兩不足者。兩設皆不足於正數。其所以變化。猶兩盈。

案此有脫誤。當云兩盈者。兩設皆逾於正數。兩不足者。兩設皆不足於正數。其所以變化。則兩

不足亦猶兩盈。而或有勢同而情違者。當其爲實。俱令不足。其相乘減。則遺其所不足焉。故其餘所以爲實者。

無胸數以損焉。蓋出而有餘。兩盈兩設。皆逾於正數。

案以上訛舛不可通。

假令與共買物。人出八盈。三人出九盈。

十齊其假令。同其兩盈。兩盈俱三十。

案原本脫盈字今補。

舉齊則兼去其餘。所以爲實者。無盈數。兩盈以少減多。

餘爲法。齊之八十者。是十假令。而凡盈三十者。是齊十。以十三之。

案此七字舛誤不可通。當云是三以十齊之。

齊之二十七者。是三假令。而凡盈三十者。是三以十之。

案此五字亦舛誤。當云是十以三齊之。

今假令兩盈共十三。以三減十。餘七爲一實。故以設

令以三減十。餘七爲法。所出率以少減多。餘謂之設差。因設差爲少設。則兩盈之差。是爲定實。故以設

法人數約實卽得全數。

案此十二字亦舛誤當云故以少設約法則爲人數約實則得物價

其一術曰置所出率以少減多餘爲法兩盈兩不足以少減多餘爲實實如法而一得人數以所出率乘之減盈增不足卽物價。

置所出率以少減多得一人之差兩盈兩不足相減餘爲衆人之差人數以所出率乘之減盈增不足卽物價。

今有共買犬人出五不足九十人出五十適足問人數犬價各幾何答曰二人犬價一百。

術曰以盈及不足之數爲實置所出率以少減多餘爲法實如法得一其求物價者以適足乘人數得物價。

此術意謂以所出率以少減多者餘是一人不足之差不足數爲衆人之差以一人差約之故得人之

數也適足數爲實者

案此句訛舛當云盈不足數爲實者

數單見卽衆人差故以爲實所出率以少減多餘卽一人差

案原本脫

餘字今補故以爲法以除衆人差得人數以適足乘人數卽得物價也。

今有米在十斗桶中不知其數滿中添粟而春之得米七斗問故米幾何答曰二斗五升。

術曰以盈不足術求之假令故米二斗不足二升令之三斗有餘二升案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得故米斗數

按桶受一斛若使故米二斗須添粟八斗以滿之八斗得糲米四斗八升課於七斗是爲不足二升若使故米三斗須添粟七斗以滿之七斗得糲米四斗二升課於七斗是爲有餘二升以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意案此下原本云爲齊同者假令據共買物人出八盈三人出七不足四齊其假令同其盈虧俱十二通計齊卽不盈不虧之正數故可以并之爲實并盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二齊之三十一者是三假令而凡虧十二并七假令合爲一實故亦并三四爲法凡一百字已見前此處係重出衍文與上下絕不相涉今刪去實如法卽得故米斗數乃不盈不虧之正數也

今有垣高九尺瓜生其上蔓日長七寸瓠生其下蔓日長一尺問幾何日相逢瓜瓠各長幾何答曰五日十七分日之五瓜長三尺七寸一十七分寸之一瓠長五尺二寸一十七分寸之一十六

術曰假令五日不足五寸令之六日有餘一尺二寸

案此下有脫文當云以盈不足維乘假令之數并爲實并盈不足爲法實如法而一得日數

按假令五日不足五寸者瓜生五日下垂蔓三尺五寸瓠生五日上延蔓五尺課於九尺之垣是爲不足五寸令之六日有餘一尺二寸者若使瓜生六日下垂蔓四尺二寸瓠生六日上延蔓六尺課於九尺之垣是爲有餘一尺二寸以盈不足維乘假令之數者欲爲齊同之意

案此下原本云假令據共買物者人出八盈三人出七不足四齊其假令

同其盈虧俱十二通計齊卽不盈不虧之正數故可并以爲實并盈不足爲法齊之三十二者是四假令有盈十二齊之二十一者是三假令而凡虧十二并七假令合爲一實故亦并三四爲法凡九十六字卽上條重出衍文復雜入於此與上下亦絕不相涉今刪去

實如法而一卽設差不盈不虧之正數卽得日數以瓜瓠一日之長乘之故各得其長之數也

今有蒲生一日長三尺莞生一日長一尺蒲日自半莞生日自倍問幾何日而長等答曰二日十三分日之六各長四尺八寸一十三分寸之六

術曰假令二日不足一尺五寸令之三日有餘一尺七寸半分以後一日所長乘日分子如日分母而一各增二長爲二物共長齊等之數

按假令二日不足一尺五寸者蒲生二日長四尺五寸莞生二日長三尺是爲未相及一尺五寸故曰不足令之三日有餘一尺七寸半者蒲增前七寸半莞增前四尺是爲過一尺七寸半故曰有餘以盈不足乘除之又以後一日所長各乘日分子如日分母而一者各得日分子之長也故各增二長卽得其數

今有醇酒一斗直錢五十行酒一斗直錢一十今將錢三十得酒二斗問醇行酒各得幾何答曰醇酒二升半行酒一斗七升半

術曰假令醇酒五升行酒一斗五升有餘一十令之醇酒二升行酒一斗八升不足二實井盈不足爲法實如法而一得二酒之數

據醇酒五升直錢二十五行酒一斗五升直錢一十五課於三十是爲有餘十據醇酒二升直錢一十行酒一斗八升直錢一十八課於三十是爲不足二以盈不足術求之此問已有重說及其齊同之意也

今有大器五小器一容三斛大器一小器五容二斛問大小器各容幾何答曰大器容二十四分解之十三小器容二十四分解之七

術曰假令大器五斗小器亦五斗盈一十斗令之大器五斗五升小器二斗五升不足二斗

按大器容五斗大器五容二斛五斗以減二斛餘五斗卽小器一所容故曰小器亦五斗小器五容二斛五斗大器一合爲三斛課於兩斛乃多十斗令之大器五斗五升大器五合容二斛七斗五升以減三斛餘二斗五升卽小器一所容故曰小器二斗五升大器一容五斗五升小器五合容一斛二斗五升合爲一斛八斗課於二斛少二斗故曰不足二斗以盈不足維乘除之

案此句有脫文當云以盈不足維乘之各井爲實井盈不足爲法除之

今有漆三得油四油四和漆五今有漆三斗欲令分以易油還自和餘漆問出漆得油和漆各幾何答曰

出漆一斗一升四分升之一得油一斗五升和漆一斗八升四分升之三

術曰假令出漆九升不足六升令之出漆一斗二升有餘二升

按此術三斗之漆出九升得油一斗二升可和漆一斗五升餘有二斗一升則六升無油可和故曰不足六升令之出漆一斗二升則易得油一斗六升可和漆二斗於三斗之中已出一斗二升餘有一斗八升見在油合和得漆二斗則是有餘二升以盈不足維乘之爲實并盈不足爲法實如法而一得出

漆升數案此下有脫文當云求油及和漆者

四五各爲所求率四五各爲所有率而今有之卽得也

今有玉方一寸重七兩石方一寸重六兩今有石立方三寸中有玉并重十一斤問玉石重各幾何答曰

玉一十四寸重六斤二兩石一十三寸重四斤一十四兩

術曰假令皆玉多十三兩令之皆石不足一十四兩不足爲玉多爲石各以一寸之重乘之得玉石之積

重

立方三寸是一面之方計積二十七寸玉方一寸重七兩石方一寸重六兩是爲玉石重差一兩假令皆玉合有一百八十九兩課於一十一斤有餘一十三兩案此下原本衍故謂二字今刪玉重而石輕故有此多卽二十七寸之中有十三寸寸損一兩則以爲石重故言多爲石言多之數出於石以爲玉假令皆石合有一

百六十二兩課於十一斤少十四兩故曰不足此不足卽以重爲輕故令減少數於石重卽二十七寸

之中有十四寸寸增一兩也。

案此句有脫文當云寸增一兩則以爲玉重也

今有善田一畝價三百惡田七畝價五百今并買一頃價錢一萬問善惡田各幾何答曰善田一十二畝半惡田八十七畝半

術曰假令善田二十畝惡田八十畝多一千七百一十四錢七分錢之二令之善田一十畝惡田九十畝不足五百七十一錢七分錢之三

按善田二十畝直錢六千惡田八十畝直錢五千七百一十四七分錢之二課於一萬是多一千七百一十四七分錢之二令之善田十畝直錢三千惡田九十畝直錢六千四百二十八七分錢之四課於一萬是爲不足五百七十一七分錢之三以盈不足術求之也

今有黃金九枚白銀一十一枚稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何答曰金重二斤三兩一十八銖銀重一斤一十三兩六銖

術曰假令黃金三斤白銀二斤一十一分斤之五不足四十九於右行令之黃金二斤白銀一斤一十一分斤之七多一十五於左行以分母各乘其行內之數以盈不足維乘所出率并以爲實并盈不足爲法實如法得黃金重分母乘法以除得銀重約之得分也

按此術假令黃金九白銀一十一俱重二十七斤金九約之得三斤銀一十一約之得二斤一十一分

斤之五各爲金銀一枚重數就金重二十七斤之中減一金之重以益銀銀重二十七斤之中減一銀之重以益金則金重二十六斤一十一分斤之五銀重二十七斤一十一分斤之六以少減多則金輕一十七兩一十一分兩之五課於一十三兩多四兩一十一分兩之五通分內子言之是爲不足四十九又令之黃金九一枚重二斤九枚重一十八斤白銀一十一亦合重一十八斤也乃以一十一除之得一枚一斤一十一分斤之七爲銀一枚之重數今就金重一十八斤之中減一枚金以益銀復減一枚銀以益金則金重一十七斤一十一分斤之七銀重一十八斤一十一分斤之四以少減多卽金輕一十一分斤之八課於一十三兩少一兩一十一分兩之四通分內子言之是爲多一十五以盈不足爲之如法得金重案此二句有脫誤當云以盈不足術求之實如法得金重以除者爲銀兩分母故同之

案此二句亦脫誤當云分母乘法以除者謂銀兩分母同須通法

而後乃除得銀重餘皆約之者術省故也

今有良馬與駑馬發長安至齊齊去長安三千里良馬初日行一百九十三里日增一十三里駑馬初日行九十七里日減半里良馬先至齊復還迎駑馬問幾何日相逢及各行幾何答曰一十五日一百九十分日之一百三十五而相逢良馬行四千五百三十四里一百九十一分里之四十六駑馬行一千四百六十五里一百九十一分里之一百四十五

術曰假令十五日不足三百三十七里半令之十六日多一百四十里以盈不足維乘假令之數并而爲

實并盈不足爲法。實如法而一得日數不盡者以等數除之而命分。
行里數以十五日初未之行并而半之十五乘之又以後一日之定
行乘日分子日分母爲法得一各加於前破半里爲半法以八殘分。

求良馬行者十四乘益疾里數而半之加良馬初日之行里數。

案此下有脫文當云以乘十五日得十五日之凡行又以十五日乘益疾里數加良馬初日之行

以乘日分子如日分母而一所得前良馬凡行里數卽得其不盡而命分。

案此二句有舛誤當云所得及其不得

求駕馬行者以十四乘半里又半之以減駕馬初日之行里數以乘十五日之凡行。

案又半之至此有訛脫當云以減駕

馬初日之行里數餘以并初日之行又半之乘十五日得駕馬十五日之凡行

又以十五日乘半里以減駕馬初日之行餘以乘日分子如日分母而一所得加前里卽駕馬定行里數其奇半里者爲半法以半法增殘分卽得其不盡者而命分按令十

五日不足三百三十七里半者據良馬十五日凡行四千二百六十里除先去齊三千里定還迎駕馬一千二百六十里駕馬十五日凡行一千四百二里半并良馬二馬所行得二千六百六十二里半課於三千里少三百三十七里半故曰不足令之十六日多一百四十里者據良馬十六日凡行四千六百四十八里先除去齊三千里定還迎駕馬一千六百四十八里駕馬十六日凡行一千四百九十二里并良駕二馬所行得三千一百四十里課於三千里餘有一百四十里故謂之多也以盈不足之。

案

案以盈不足維乘至此原本訛八注內今據前術體例改正又此下仍有脫文當云求二馬各

五字脫誤不可通。當云以盈不足雜乘。
假令之數并而爲實。并不足爲法。

實如法而一得日數者。卽設差不盈不虧之正數。以二馬初日所行里。

乘十五日爲一十五日平行數。求初末益疾減遲之數者。并一與十四。以十四乘而半之。爲中平之積。
案此下原本有減益疾之數。係衍文。今刪。又令益疾減遲里數乘之。各爲減益之中平里。故各減益平行數。得一十五日定行

里。若求後一日。以十六日之定行里數乘日分子。如日分母而一。各得日分子之定行里數。故各并十五日定行里。卽得其駑馬奇半里者。法爲全里之分。故破半里爲半法。以增殘分。卽合所問也。

今有人持錢之蜀。賈利十三。初返歸一萬四千次。返歸一萬三千次。返歸一萬二千次。返歸一萬一千。後返歸一萬。凡五返歸錢。本利俱盡。問本持錢及利各幾何。答曰。本三萬四百六十八錢。三十七萬一千二百九十三分錢之八萬四千八百七十六利。二萬九千五百三十一錢。三十七萬一千二百九十三分錢之二十八萬六千四百一十七。

術曰。假令本錢三萬。不足一千七百三十八錢半。令之四萬。多三萬五千三百九十錢八分。

按假令本錢三萬。并利爲三萬九千。除初返歸留餘加利爲三萬二千五百。除二返歸留餘又加利爲二萬五千三百五十。除第三返歸留餘又加利爲一萬七千三百五十五。除第四返歸留餘又加利爲八千二百六十一錢半。除第五返歸留合一萬錢。不足一千七百三十八錢半。若使本錢四萬。并利爲五萬二千。除初返歸留餘加利爲四萬九千四百。除第二返歸留餘又加利爲四萬七千三百二十。除

第三返歸留餘又加利爲四萬五千九百一十六除第四返歸留餘又加利爲四萬五千三百九十錢八分除第五返歸留合一萬餘三萬五千三百九十錢八分故曰多
又術置後返歸一萬以十乘之十三而一卽後所持之本加一萬一千又以十乘之十三而一卽第四返之本加一萬二千又以十乘之十三而一卽第三返之本加一萬三千又十乘之十三而一卽第二返之本加一萬四千又以十乘之十三而一卽初持之本并五返之錢以減之卽利也

今有垣厚五尺兩鼠對穿大鼠日一尺小鼠亦日一尺大鼠日自倍小鼠日自半問幾何日相逢各穿幾何答曰二日一十七分日之二大鼠穿三尺四寸十七分寸之一十二小鼠穿一尺五寸十七分寸之五術曰假令二日不足五寸令之三日有餘三尺七寸半

大鼠日倍二日合穿三尺小鼠日自半合穿一尺五寸并大鼠所穿合四尺五寸課於垣厚五尺是爲不足五寸令之三日大鼠穿得七尺小鼠穿得一尺七寸半并之以減垣厚五尺有餘三尺七寸半以盈不足術求之卽得以後一日所穿案原本訛作求今改正乘日分子如日分母而一卽各得日分子之中所穿故各增二日定穿卽合所問也

九章算術卷八

方程以御錯糅正負

今有上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗上禾二秉中禾三秉下禾一秉實三十四斗上禾一秉中禾二秉下禾三秉實二十六斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉九斗四分斗之一中禾一秉四斗四分斗之下禾一秉二斗四分斗之三

案三原本訛作一今改正

程課程也羣物總雜各列有數總言其實令每行為率二物者再程三物者三程皆如物數程之并列爲行故謂之方程行之左右無所同存且爲有所據而言耳此都術也以空言難曉故特繫之禾以決之又列中行如右行也

術曰置上禾三秉中禾二秉下禾一秉實三十九斗於右方中左禾列如右方以左行上禾偏乘中行而以直除案古字直值通用直除猶言對減也以右行上禾偏乘中行復以中行上禾偏乘右行然後可相對減古人文省故但舉一以該之

爲術之意令少行減多行反覆相減則頭位必先盡上無一位則此行亦闕一物矣然而舉率以相減不害餘數之課也若消去頭位則下去一物之實如是疊令左右行相減審其正負則可得而知先令右行上禾乘中行爲齊同之意爲齊同者謂中行直減右行也

案此句外誤當云謂中行上禾亦乘右行也

從簡易雖不言齊同

以齊同之意觀之。其義然矣。

又乘其次亦以直除。案此謂右行上禾偏乘左行復以左行上禾偏乘右行亦相對減古人文多省略

復去左行首。

然以中行中禾不盡者。案古人單用然字不曰然後者然猶乃也非脫後字偏乘左行。案此以中行左行所減之餘如前偏乘文亦從省而以直除。

亦令兩行相乘去行之中禾也。

左方下禾不盡者。案下原本訛上爲法下爲實實卽下禾之實作上今改正

上中禾皆去故餘數是下禾實非但一秉欲約衆秉之實當以禾秉數爲法列此下禾之秉實。

案下禾上原本

衍以字乘兩行以直除則下禾之位自決矣各以其餘一位之秉除其下實卽斗數矣。案斗原本訛作訛今改正用算

繁而不省所以別爲法約也然猶不如自用其舊廣異法也。案用算繁而不省以下亦訛舛衍文

求中禾以法乘中行下實而除下禾之實。

此謂中下兩禾實。案原本脫下字今補下禾一秉實數先見將中秉求中禾其列實以減下實而左方下禾雖去

一乘以法爲母於率不通。案此三句自脫誤。當云而左方下禾不惟一秉下禾。故先以法乘其實而同之。

案實原本
實既以法爲母。則中行下實不以法爲母於率不通。訛作通今

改正俱令法爲母而除下禾實以下禾先見之實令乘下禾秉數卽得下禾一位之列實減於下實。

案原
本脫

減字今補則其數是中禾之實也。

餘如中禾秉數而一卽中禾之實。

餘中禾一位之實也。故以一位秉數約之乃得一秉之實也。

求上禾亦以法乘右行下實而除下禾中禾之實。

此右行三禾共實合三位之實。案合原本訛作令改正故以二位乘數約之。

案二原本訛乃得上禾一秉之實。案原本
作一今改正

二字今補此右行三禾共實合中下禾之實其數竝見右行之禾秉以減之。亦如前各求列實以減下實也。

餘如上禾秉數而一卽上禾之實實皆如法各得一。案此下原本衍斗字。

係後人妄加今刪正案此六字亦訛舛衍文。

三實同用不滿法者以法命之母實皆當除之。

案此六字亦訛舛衍文。

今有上禾七秉損實一斗之下禾二秉而實一十斗下禾八秉益實一斗與上禾二秉而實一十斗問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實一斗五十二分斗之一十八下禾一秉實五十二分斗之四十

一

術曰如方程損之曰益益之曰損

問者之辭雖案此字下有脫文當云雖以損益爲說今按實云上禾七秉下禾二秉實一十一斗上禾二秉下禾八秉實九

斗也損之曰益言損一斗餘當一十斗今欲全其實當加所損也益之曰損言益實以一斗乃滿一十斗今欲知本實當減所加卽得也

損實一斗者其實過一十斗也益實一斗者其實不滿一十斗也

重諭損益數者各以損益之數損益之也

今有上禾二秉中禾三秉下禾四秉實皆不滿斗上取中中取下下取上各一秉而實滿斗問上中下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉實二十五分斗之九中禾一秉實二十五分斗之七下禾一秉實二十五分斗之四

術曰如方程各置所取

置上禾二秉爲右行之上中禾三秉爲中行之中下禾四秉爲左行之下所取一秉及實一斗各從其

位諸行相借取之物皆依此例。

以正負術入之正負術曰。

今兩算得失相反要令正負以名之。正算赤負算黑。否則以邪正爲異方程自有赤黑相取左右數相推求之術而其并減之勢不得交通故使赤黑相消奪之於算或減或益同行異位殊爲二品各有并減之差見於下焉著此二條特繫之禾以成此二條之意故赤黑相雜足以定上下之程減益雖殊足以通左右之數差實雖分足以應同異之率然則其正無入以負之。案此句有脫誤當云然則其正無入負之負無入正之其率不妄也。

同名相除。

此爲以赤除赤以黑除黑行求相減者爲法頭位也然則頭位同名者當用此條頭位異名者當用下條。

異名相益。

以行減行當各以其類矣其異名者非其類者猶無對也非所得減也故黑用黑對則除黑無對則除赤赤黑并於本數此爲相益之皆所以爲消奪消奪之與減益成一實也。案此注多訛舛據方程術無論物有幾品遞減

至一物乃止。又以赤黑別正負。首位赤減赤。黑減黑者。同名相除也。次位以下遇赤。則用黑對。則相益。此條是也。首位赤減黑。黑減赤者。異名相除也。次位以下遇皆赤。皆黑。則相益。後條是也。由此言之。注之謬顯然。蓋傳寫失真。後人復妄加改竄。遂不可通。

本取要必除行首。至於他位。不嫌多少。故或令相減。或令相并。理無同異。一也。

案上原本衍而字今刪正。

正無入負之。

案入原本訛作人。下文及注並同。據注云。無人爲無對也。無對之說亦未分曉。釋方程者專爲遇空位起例。而左右兩行相對減。或正宜變爲負。或負宜變爲正。往往不得其義例。今考同名相除。異名相益者。如下實左右俱正。所減之餘屬左行。則去右行。屬右行。則去左行。其物品以正減正。負在所去之行爲正無入。以負減負。餘在所去之行爲負無入。以正從正爲正無入。以負從負爲負無入。以正減負餘或左或右。爲正無入。以正減負餘或左或右。爲負無入。由是言之。在所去之行。則其數無入。而或左或右。以與無分於左右合爲一行。因亦謂之無入人字。乃傳寫之誤明矣。今悉改正。

負無入正之。
右以與無分於左右合爲一行。因亦謂之無入人字。乃傳寫之誤明矣。今悉改正。

無入爲無對也。無所得減。則使消奪者居位也。其當以列實或減下實。案此句訛舛。據後注內方程新術。以列衰乘下實。又以列衰乘羣物之數。并爲法。其當相并。而行中正負雜者。同名相從。異名相消。似即此所舉。

而行中正負雜者。亦用此條。此條者。同名減實。異名益實。正無入負之。負無入正之也。

其異名相除。同名相益。正無入正之。負無入負之。

此條異名相除爲例。故亦與上條互取。凡正負所以記其同異。使二品互相取而已矣。言負者。未必負。

於少言正者未必正於多故每一行之中雖復赤黑異算無傷然則可得使頭位常相與異名此條之實兼通矣遂以二條反覆一率觀其每與上下互相取位則隨算而言耳猶一術也又本設諸行欲因成數以相去耳案成字誤當作減故其多少無限令上下相命而已若以正負相減如數有舊增法者每行可

均之不但數物左右之也

今有上禾五秉損實一斗一升當下禾七秉上禾七秉損實二斗五升當下禾五秉問上下禾實一秉各幾何答曰上禾一秉五升下禾一秉二升

術曰如方程置上禾五秉正下禾七秉負損實一斗一升正

言上禾五秉之實多減其一斗一升餘是與下禾七秉相當數也故互其算令相折除以一斗一升爲差爲差者上禾之餘實也

次置上禾七秉正下禾五秉負損實二斗五升正以正負術入之

按正負之術本設列行物程之數不限多少必令與實上下相次而以每行各自爲率

案此下原本衍各自二字乃上文不少二字乃上文不

限多少句重出今刪正然而或減或益同行異位殊爲二品案此下原本衍各自二字乃上文各自爲率句重出今刪正并減之差見於下也

今有上禾六秉損實一斗八升當下禾一十秉下禾一十五秉損實五升當上禾五秉問上下禾實一秉

各幾何。答曰。上禾一秉實八升。下禾一秉實三升。

術曰。如方程。置上禾六秉正。下禾一十秉負。損實一斗八升正。次置上禾五秉負。十五秉正。損實五升正。以正負術入之。

言上禾六秉之實多。減損其一斗八升。餘是與下禾十秉相當之數。故亦互其算。而以一斗八升爲差實。差實者。下禾之餘實。

今有上禾三秉益實六斗。當下禾一十秉。下禾五秉益實一斗。當上禾二秉。問上下禾實一秉各幾何。答曰。上禾秉實八斗。下禾一秉實三斗。

術曰。如方程。置上禾三秉正。下禾一十秉負。益實六斗負。次置上禾二秉負。下禾五秉正。益實一斗負。以正負術入之。

言上禾三秉之實少。益其六斗。然後與下禾十秉相當也。故亦互其算。而以六斗爲差實。差實者。下禾之餘實。

今有牛五羊二。直金十兩。牛二羊五。直金八兩。問牛羊各直金幾何。答曰。牛一直金一兩。二十一分兩之一十三。羊一直金二十一分兩之二十。術曰。如方程。

案。原文脫置字。今據前後文補入。

下禾一

假令爲同齊頭位爲牛當相乘右行定。案此句舛誤應作更置牛十羊四直金二十兩左行牛十羊二十

左右行相乘定。

五直金四十兩牛數等同金多二十兩者羊差二十一使之然也以少行減多行則牛數盡爲羊與直

金之數見可得而知也以小推大雖四五行不異也。

今有賣牛二羊五以買一十三豕有餘錢一千賣牛三豕三以買九羊錢適足賣六羊八豕以買五牛錢不足六百問牛羊豕價各幾何答曰牛價一千二百羊價五百豕價三百術曰如方程置牛二羊五正豕一十三負餘錢數正次牛三正羊九負豕三正次五牛負六羊正八豕正不足錢負以正負求術入之。

此中行買賣相折錢適足故但互買賣算而已故下無錢直也設欲以此行如方程法先令二牛偏乘中行而以右行直除之是故終於下實虛缺矣故注曰正無實負負無實正方爲類也方將以別實加適足之數與實物作實案此注訛脫不分曉據術意應列三行先令右行牛二偏乘中行復令中行牛三偏乘右行而以直除得羊三十三正豕四十五負餘錢三千正以同名相除異名相益正無入貢之貢無入正之也次令右行牛二偏乘左行復令左行牛五偏乘右行而以直除得羊三十七正豕四十九負餘錢三千八百正此異名相除同名相益正無入貢之貢無入正之也中行下實虛缺本無庸論蓋注文傳寫失真後人又妄加改竄遂不可通

盈不足章黃金白銀與此相當假令黃金九白銀一一稱之重適等交易其一金輕十三兩問金銀一枚各重幾何。

與此同。

今有五雀六燕集稱之。衡雀俱重。燕俱輕。一雀一燕交而處。衡適平。并雀燕重一斤。問雀燕一枚各重幾何。答曰。雀重一兩一十九分兩之一十三。燕重一兩一十九分兩之五。

術曰。如方程。交易質之。各重八兩。

此四雀一燕。與一雀五燕。衡適平。并重一斤。故各八兩。列兩行。程數左行頭位其數有一者。令右行偏除。亦可令於左行。案此十六字訛舛不可通。當云其數是一可省乘。令右行偏乘左行。而取其法實於左。左行數多。以右行取其數。左頭位減盡。

中下行算當燕。與實右行不動。左上空。案此十五字。係訛舛衍文。中法下實。卽每枚當重。宜可知也。按此四雀一燕。與

一雀五燕。其餘等是三雀四燕。重相當。案四原本訛作一今改正。雀率重四。燕率重三也。諸再程之率。皆可異術求之。卽其數也。

案此卽末條所言新術以下。實俱重八兩。偏乘上雀燕。以左雀八減右雀三十二。餘二十四。以右燕八減左燕四十餘三十二。是爲二物正負相借。因而約之。雀得三。燕得四。乃三雀當四燕也。對易其數。卽雀率重四。而燕率重三。注於此突入異術。幾不解其所謂。姑附論之。

今有甲乙二人持錢不知其數。甲得乙半而錢五十。乙得甲大半而亦錢五十。問甲乙持錢各幾何。答曰。甲持三十七錢半。乙持二十五錢。

術曰如方程損益之。

此問者言一甲半乙而五十太半甲一乙亦五十也各以分母乘其全內子行定二甲一乙而錢一百二甲三乙而錢一百五十於是乃如方程諸物有分者放此。

今有二馬一牛價過一萬如半馬之價一馬二牛價不滿一萬如半牛之價問牛馬價各幾何答曰馬價五千四百五十四錢十一分錢之六牛價一千八百一十八錢十一分錢之二

術曰如方程損益之。

此一馬半與一牛價直一萬也二牛半與一馬亦直一萬也一馬半與一牛通分內子右行爲三馬二牛直錢二萬二牛半與一馬直錢一萬通分內子左行爲二馬五牛直錢二萬也。

今有武馬一匹中馬二匹下馬三匹皆載四十石至阪皆不能上武馬借中馬一匹中馬借下馬一匹下馬借武馬一匹乃皆上問武中下馬一匹各力引幾何答曰武馬一匹力引二十二石七分石之六中馬一匹力引一十七石七分石之一下馬一匹力引五石七分石之五

術曰如方程各置所借以正負術入之

今有五家共井甲二綆不足如乙一綆乙三綆不足如丙一綆案此句如字及下三如字原本並訛作以惟上如字不誤今據上文改正丙四綆不足

如丁一綆丁五綆不足如戊一綆戊六綆不足如甲一綆案此下原本衍一如字今刪各得所不足一綆皆遠問井深綆

長各幾何。答曰。井深七丈二尺一寸。甲綆長二丈六尺五寸。乙綆長一丈九尺一寸。丙綆長一丈四尺八寸。丁綆長一丈二尺九寸。戊綆長七尺六寸。案此問不言丈尺。無由知井深綆長於丈尺幾何。使井深半之爲三丈六尺有半寸。則甲綆一丈三尺二寸半。乙綆九尺五寸半。丙綆七尺四寸。丁綆六尺四寸。戊綆一丈五尺二寸。皆合所問。由是言之。問既不定以丈尺。依術推求。先得七百二十一。無以定百爲丈。十爲尺也。問井深綆長之率各幾何。答以井深之率七百二十一。甲綆長率二百六十五。乙綆長率一百九十一。丙綆長率一百四十八。丁綆長率一百二十九。戊綆長率七十六。於義乃通。

術曰。如方程以正負術入之。

此率初如方程爲之名。各一逮井。其後法得七百二十一實七十六。案此上訛舛不可通。據術先得七百二十一。爲所列五行之通率。卽井深率也。以此率列五萬四千七百九十六。以法除實。得用逮之數七十六。是爲七百二十一綆。而七十六逮井。用逮之數以法除實者。案此九字乃訛舛衍文。而戊一綆逮之數。定逮七百二十一分之七十六。是故七百二十一爲井深。七十六爲戊綆之長。舉率以言之。

今有白禾二步。青禾三步。黃禾四步。黑禾五步。實各不滿斗。白取青黃。青取黃黑。黃取黑白。黑取白青。各一步而實滿斗。問白青黃黑禾實一步各幾何。答曰。白禾一步實一百一十一分斗之三十三。青禾一步實一百一十一分斗之二十八。黃禾一步實一百一十一分斗之十七。黑禾一步實一百一十一分斗。

之十

術曰如方程各置所取以正負術入之。

今有甲禾二秉乙禾三秉丙禾四秉重皆過於石甲二重如乙一乙三重如丙一丙四重如甲一問甲乙丙禾一秉各重幾何答曰甲禾一秉重二十三分石之一十七乙禾一秉重二十三分石之一十一丙禾一秉重二十三分石之一十

術曰如方程置重過於石之物爲負。

此問者言甲禾二秉之重過於一石也其過者何云。

案何云當作幾何

如乙一秉重矣互其算令相折除。

案原本訛作互

言其算令相折除而一衍字及而一二字今刪正以石爲之差實差實者如甲禾餘實故置算相與同也。

以正負術入之。

此入頭位異名相除者正無入正之負無入負之也。

今有令一人吏五人從者一十人食雞一十令一十人吏一人從者五人食雞八令五人吏一十人從者一人食雞六問令吏從者食雞各幾何答曰令一人食一百二十二分雞之四十五吏一人食一百二十二分雞之四十一從者一人食一百二十二分雞之九十七術曰如方程以正負術入之。

今有五羊四犬三雞二兔直錢一千四百九十六.四羊二犬六雞三兔直錢一千一百七十五.三羊一犬七雞五兔直錢九百五十八.二羊三犬五雞一兔直錢八百六十一.問羊犬雞兔價各幾何.答曰.羊價一百七十七.犬價一百二十一.雞價二十三.兔價二十九.

術曰.如方程以正負術入之.

今有麻九斗麥七斗菽三斗荅二斗黍五斗直錢一百四十.麻七斗麥六斗菽四斗荅五斗黍三斗直錢一百二十八.麻三斗麥五斗菽七斗荅六斗黍四斗直錢一百一十六.麻二斗麥五斗菽三斗荅九斗黍四斗直錢一百一十二.麻一斗麥三斗菽一斗荅八斗黍五斗直錢九十五.問一斗直幾何.答曰.麻一斗七錢.麥一斗四錢.菽一斗三錢.荅一斗五錢.黍一斗六錢.

術曰.如方程以正負術入之.

此麻麥與均輸少廣章之重衰積分皆爲大事.其拙於精理.徒按本術者.或用算而布斂.方好煩而喜誤.曾不知其非.反欲以多爲貴.故其算也.莫不同於設通.而專於一端.至於此類.苟務其成.然或失之不可謂要約.更有異術者.庖丁解牛.游刃理間.故能歷久其刃如新.夫數猶刃也.易簡用之.則動中庖丁之理.故能和神愛刃.速而寡尤.凡九章爲大事.按法皆不盡一百算也.雖布算不多.然足以算多世.人多以方程爲難.或盡布算之象.在綴正負而已.未暇以論.其設動無方.斯膠柱調瑟之類.聊復恢演.

爲作新術著之於此將亦啓導疑意網羅道精豈傳之空言記其施用之例著策之數每舉一隅焉案上字句多訛誤又皆屬虛辭非有實義可考無從訂正姑仍之

方程新術曰以正負術入之令左右相減先去下實又轉去物位則其求一行二物正負相借者案此

其求三字舛誤當云求其一行二物正負相借者據所立新術推算至一

行二物若非遇一正一負彼此相借者則不得其率須另推算往往輒窮易其相當之率又令二物與他行互相去取轉其二物相借之數卽皆相當之率也各據二物相當之率對易其數卽各當之率也更置成行及以下實案成行不可通後稱減行指所減之餘也疑成乃減之訛各以其物本率今有之求其所同并以爲法其當相并而行中正負雜者

同名相從異名相消餘以爲法以下實爲實案下實原本訛作下置今據上下文謂價直爲下實改正

實如法卽合所問也一物各以本率今有之卽皆合所問也率不通者齊之

其一術曰置羣物通率爲列衰更置成行羣物之數案成行亦減行之訛各以其率乘之案率原本訛作數今改正并以爲法其

當相并而行中正負雜者同名相從異名相消餘爲法以成行下實案成行亦減行之訛乘列衰各自爲實實如

法而一卽得以舊術爲之凡應置五行今欲要約先置第三行以減第四行及減第三行次置第二行

以第二行減第三行去其頭位次置右行去其頭位次以第四行減左行頭位次以左行去第四行及第二行頭位次以第五行減第二行頭位餘可半次以第二行去第四行頭位餘約之爲法實如法而一得二卽有黍價以法減第二行得荅價左行得麥價第三行麻價右行得菽價如此凡用七十七算案以上所言舊術訛舛不可通據方程術凡五物及總價求其各物之價者應列五行行五位及價直以上一位互乘因偏乘次位以下及價直兩兩相對減去其頭位所減之餘重列之減至一物一價乃止物爲法價爲實如法而一得一物之價轉減而上以知各價先化五爲四次化四爲三次化三爲二次化二爲一凡用十算兼乘減除言之則一百四十五算凡上一位互乘其數必同可省乘若遇上一位數同則省偏乘或上一位遇一則省其與對行偏乘考問意左行上一位是一先以左行減右行次減第二行次減第三行次減第四行所減之餘重列爲四行其左行上十位又是一以左行減右行次減第二行次減第三行所減之餘重列爲三行其上一位數皆同卽以本數減之餘列爲兩行依術得荅價轉而上求得菽價及麥價麻價凡用九十九算以新術爲此先以第四行減第三行次以第三行去右行及第二行第四行下位又以減右行下位不足減乃止次以左行減第三行下位次以第三行去左行下位訖廢去第三行次以第四行去左行下位右行當左行下位次以右行去第二行及第四行下位次以第二行減第四行及左行頭位次以第四行減右行菽位不足減乃止次以左行減第二行頭位餘可再半次以第四行去右行及第二行頭位次以第二行去右行頭位餘約之上得五下得三是菽五當荅三次以左行去第三行菽位又以減第四行及右行菽位不足減乃止次以右行減第二行頭位不足減乃止次以第三行去左行頭位次以左行去右行頭位餘上得六下得五是爲荅六當黍五次以右行去左行荅位餘約之上爲二下爲三次以左

行去第二行下位。以第二行去第四行下位。又以減左行下位。次以右行去第二行下位。餘上得三下得四。是爲麥三當菽四。次以第二行減第四行下位。次以第四行去第二行下位。餘上得四下得七。是爲麻四當麥七。是爲相當之率舉矣。

案以上所言新術亦訛舛不可通據其術求之先以左行減第三行去其次位次并右行左行亦并第三行第四行以減之去其次並次倍左行以第二行減之去其次

位所減之餘重列之爲三行次以第四行減第二行去次位及下位次以重列之中行減右行去其下位次以重列之左行減右行去其下位次以此右行減中行去其頭位次以此右行減左行去其頭位所減之餘兩行兩物減去下實餘約之上得五下得三是菽五當荅三前云令左右相減先去下實又轉去物位求其一行二物正負相借者易其相當之率謂菽五當荅三卽菽價率三荅價率五也或先減下實乃減物位或先減物位乃減下實各從省便本無一定之先後其先求菽與荅相當之率次求荅與黍相當之率次求麥與菽相當之率亦無一定之先後然非遇正負相借者則二物相當之率不可得往往窮而復推輾轉滋繁遠不若舊術之究歸易簡也

據麻四當麥七卽麻價率案此四字有脫誤當云卽案此四字有脫誤當云卽爲麻價率七而麥價率四又麥三當菽四卽爲麥價率四而菽價率三案此下原本有而荅價率五凡五字今刪正

爲荅價率五而黍價率六案此下原本有荅價率五又荅六當黍五卽荅價率五也凡十六字乃重出衍文今刪正

而率通矣更置第三行以第四行減之餘爲荅價率五而黍價率六案第三行黍四以第四行黍四減之適盡惟下實一百一十六以第四行一百一十二減之餘四當云下實四正此作黍四斗正乃後人所妄改

求

有麻一斗菽四斗正荅三斗負黍四斗正案第三行黍四以第四行黍四減之適盡惟下實一百一十六以第四行一百一十二減之餘四當云下實四正此作黍四斗正乃後人所妄改

其同爲麻之數以菽率三黍率四當云以菽率三荅率五各乘菽荅斗數如麻率七而一得一斗七分斗之

案黍率四三字亦後人所妄改又有脫文當云以菽率三荅率五各乘菽荅斗數

一負。案此句亦脫誤。當云菽得一斗七分斗之五正。荅得二斗七分斗之一負。則菽荅化爲麻以并之。令同名相從。異名相消。餘得定麻七分斗之四。以爲法。置四爲實。案此句有脫文。當云置下實四爲實。以分母乘之。案以原本訛。作而今改正。實得二十八。而分子化爲法矣。案實字法字之上原本並衍苔字。以法除得七。卽麻一斗之價。案麻字原本訛。作麥今改正。置麥率四。菽率三。荅率五。黍率六。皆以麻乘之。案此句皆以其斗數乘之。各自爲實。以麻率七爲法。所得卽各爲實。案此句誤。當云所作實今改正。亦可使置本行實與物同通之。各以本率今有之。求其本率。所得并以爲法。如此。卽無正負之異矣。擇異同而已。又可以一術爲之。置五行通率爲麻七。麥四。菽三。荅五。黍六。以爲列衰。減行麻一斗。菽四斗。正異同斗。負各以其率乘之。訖。令同名相從。異名相消。餘爲法。案法原本訛。作減今改正。或置餘乘列衰爲實。所得各爲實。案此二句舛誤。當云又置下實乘列衰所得各。此可以實約法。實字原本訛作置。今改正。此所謂法。乃各物之率總數。實乃各物之價總數。於率或適相等。或幾倍也。當云各以列衰。如所約知其價。如此。則凡用一百二十四算也。

九章算術卷九

句股以御高深廣遠

今有句三尺股四尺問爲弦幾何答曰五尺
今有弦五尺句三尺問爲股幾何答曰四尺
今有股四尺弦五尺問爲句幾何答曰三尺

句股

短面曰句長面曰股相與結角曰弦句短其股股短其弦將以施於諸率故先具此術以見其源也
術曰句股各自乘并而開方除之卽弦

句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補各從其類因就其餘不移動也合成弦方之幂案注內以朱青分句股之

方幂則知舊有圖而缺今補圖於後開方除之卽弦也

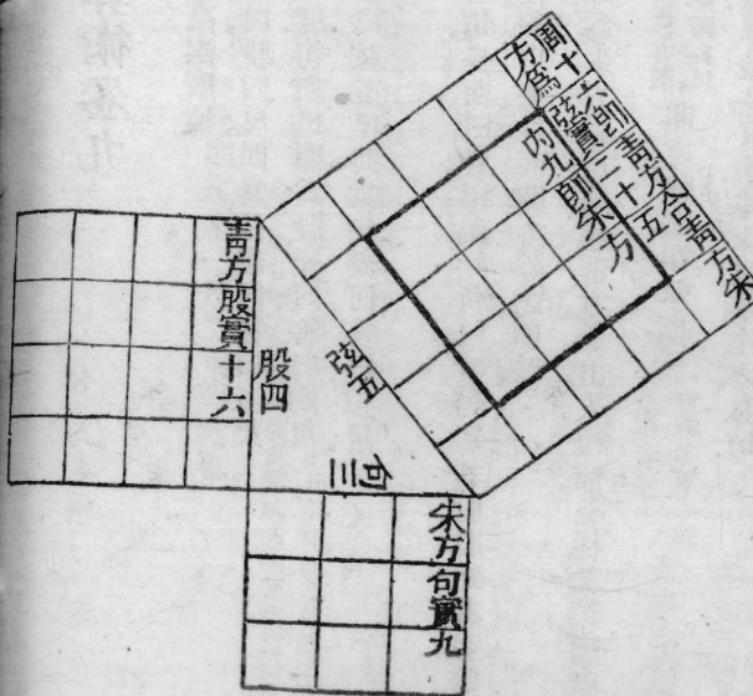
又股自乘以減弦自乘其餘開方除之卽句

淳風等按此術以句股幂合成弦幂句方於內則句短於股令股自乘以減弦自乘餘者卽句幂也故開方除之卽句也

又句自乘以減弦自乘其餘開方除之卽股。

句股幕合以成弦幕令去其一則餘在者皆可得而知之。

句股弦互求圖



案注云句自乘爲朱方股自乘爲青方令出入相補合成弦方之幕又李淳風等所釋有云句方於內則句短於股據此可推見劉徽舊圖之意原本缺逸今補。

句實之矩圖

		句實	
		股實	
		廣	
		股弦差爲	
		股弦	
	股爲	井	
	股弦	豪	

案注云句股幕合以成弦幕。令去其一。則餘在者皆可得而知之。後用股弦差、股弦并、與句股弦互求法。本趙君卿說。句實之矩。以股弦差爲廣。股弦互求。本趙君卿說。股實之矩。以句弦差爲廣。并爲袤。而股實方其裏。原本缺圖。今補。

股實之矩圖

		股實	
		句實	
		廣	
		句弦差爲	
		句弦	
	句爲	井	
	股爲	豪	

案句實股實合成弦實之方。弦實內減句實。得股實之方。減股實。得句實之方。後用句弦差、句弦并、與句股弦互求。注本趙君卿說。股實之矩。以句弦差爲廣。股弦互求。本趙君卿說。股實之矩。以句弦差爲廣。并爲袤。而句實方其裏。原本缺圖。今補。

今有圓材徑二尺五寸。欲爲方版。令厚七寸。問廣幾何。答曰。二尺四寸。
術曰。令徑二尺五寸自乘。以七寸自乘減之。其餘開方除之。卽廣。

此以圓徑二尺五寸爲弦。版厚七寸爲句。所求廣爲股也。

今有木長二丈。圍之三尺。葛生其下。纏木七周。上與木齊。問葛長幾何。答曰。二丈九尺。
術曰。以七周乘三尺爲股。木長爲句。爲之求弦。弦者葛之長。

據圍廣求從爲木長者。

案此句有舛誤。當云據圍廣木長求葛之長。

其形葛卷裏表。以筆管青線宛轉。有似葛之纏木。解而觀之。

則每周之間。自有相間成句股弦。則其間葛青七弦周乘三圍。并合衆句以爲一句木長而股短。術云。

木長謂之股。言之倒。

案此數句訛舛不可通。當云則其間木長爲股。圍之爲句。葛長爲弦。弦七周乘三圍。

是并合衆句以爲一句。則句長而股短。故術以木長謂之句。圍之謂之股。言之互倒。

句五與股求弦

亦無圍二十五青弦之自乘。幕出上第一圍。

案此亦訛舛。當云句與股求弦。亦如前圖。句三自乘爲朱幕股。

四自乘爲青幕。合朱青得二十五爲弦五自乘。幕出上第一圖。句股幕

合爲弦幕。明矣。然二幕之數。謂倒在於弦幕之中而已。可更相裏者。

則成方幕。其居表者。則成矩幕。二表裏形訛而數均。又按此圖句幕之矩。青卷白表。是其幕以句弦差爲廣。股弦并爲袤。而句幕方其裏。是故差之與并。用除之矩長。

股幕之矩。青卷白表。是其幕以股弦差爲廣。股弦并爲袤。而句幕方其裏。是故差之與并。用除之矩長。

互相乘也。

案此上亦多訛舛。又非本術所該。特因論句幕股幕合爲弦幕。旁推交通言之。據趙君卿注。周髀算經云。凡并句股之實。卽成弦實。或矩於外。或方於內。形訛而量均。體殊而數齊。句實之矩。以句弦差爲廣。股弦并爲袤。而股實方其裏。股

實之矩以句弦差爲廣句股并爲袤而句實方其裏君卿漢人此注蓋用其說而傳寫失真加以後人竄改遂不可通其圖已見上

今有池方一丈葭生其中央出水一尺引葭赴岸適與岸齊問水深葭長各幾何答曰水深一丈二尺葭長一丈三尺

術曰半池方自乘

此以池方半之得五尺爲句水深爲股葭長爲弦以句弦見股故令自乘先見矩幕也求股弦故令句自乘先見矩幕也

以出水一尺自乘減之

出水者股弦差減此差幕於矩幕則除之

案此三字舛誤當云餘爲倍股弦差乘股長之矩幕

餘倍出水除之卽得水深

差爲矩幕之廣

案此句有脫誤當云倍差爲矩幕之廣

水深是股令此幕得出水一尺爲長故爲矩而得葭長也

案此二句有脫誤當云欲

先見葭長者出水一尺自乘以加於半池方自乘尺數倍出水除之卽得令此幕得出水一尺爲袤故爲矩而得葭長也

加出水數得葭長

淳風等按此葭本出水一尺既見水深故加出水尺數而得葭長也。

今有立木繫索其末委地三尺引索卻行去本八尺而索盡問索長幾何答曰一丈二尺六分尺之一術曰以去本自乘。

此以去本八尺爲句所求索者弦也引而索盡開門去闊者句及股弦差同一術案此句有脫誤當云與闊

門去闊者句及股弦差求

一術去本自乘者先張矩幕

令如委數而一

委地者股弦差也以除矩幕卽是股弦并也。

所得加委地數而半之卽索長。

子不可半者倍其母加差者并則成長故又半之其減差者并而半之也。

案此注脫誤不可通據句自乘之矩幕如股弦差而一得股弦并加差爲

兩弦減差爲兩股當云加差於并則成兩索長故又半之其減差於并而半之得木長也。

今有垣高一丈倚木於垣上與垣齊引木卻行一尺其木至地問木長幾何答曰五丈五寸。

術曰以垣高一十尺自乘如卻行尺數而一所得以加卻行尺數而半之卽木長數此以垣高一丈爲句所求倚木者爲弦引卻行一尺爲股弦差爲術之意與繫索問同也。

今有圓材埋在壁中不知大小以鑽鑽之深一寸鑽道長一尺問徑幾何答曰材徑二尺六寸術曰半鑽道自乘

此術以鑽道一尺爲句材徑爲弦鑽深一寸爲股弦差之一半鑽長是半也案此五字舛誤當云

故鑽長亦半之也

淳風等按下鑽深得一寸爲半股弦差注云爲股差者鑽道也案此言下鑽深得一寸爲半股弦差卽注所謂弦差者鑽道也十字舛誤不可通據割圓術鑽深一寸卽可爲股弦差半鑽道五寸爲句材半徑爲弦若以此言之尤合術意

如深寸而一以深寸增之卽材徑

亦以半增之如上術去本當半之今此皆同半差不復半也

今有開門去闌一尺不合二寸問門廣幾何答曰一尺一寸

術曰以去闌一尺自乘所得以不合二寸半之而一所得增不合之半卽得門廣

此去闌一尺爲句半門廣爲弦不合二寸以半之得一寸爲股弦差求弦故當半之今次以兩弦爲廣數案次字誤當云今卽以兩弦爲廣數故不復半之也

今有戶高多於廣六尺八寸兩隅相去適一丈問戶高廣各幾何答曰廣二尺八寸高九尺六寸術曰令一丈自乘爲實半相多令自乘倍之減實半其餘以開方除之所得減相多之半卽戶廣加相多

之半卽戶高。

令戶廣爲句。高爲股。兩隅相去一丈爲弦。高多於廣六尺八寸爲句股差。按圖爲位。弦幕適滿萬寸倍之減句股差幕開方除之。其所得卽高廣并數。以差減并而半之。卽戶廣加相多之數。卽戶高也。今此術先求其半。一丈自乘爲朱幕四。黃幕一半差自乘。又倍之爲朱幕。

案此處脫誤。當云爲黃幕四分之二減實。

半其餘有朱幕

二、黃幕四半一丈。案此亦訛。當云黃幕四分之一。其於大方棄四分之一。故開方除之。得高廣并數。半并數。

案此亦訛。當云棄四分之三減實。

得四分之一。故開方除之。得高廣并數之半。

減差半得廣。加得戶高。又按此圓幕。

案圓字誤。當作圖。據注文知舊有圖而缺。今補圖於後。

句股相并而加其差幕

亦減弦幕爲積。蓋先見其弦。然後知其句與股。

案此亦訛舛。據句股并自乘。加差幕爲兩弦幕半之。開方得弦。

今適

等自乘。亦各爲方。先見其弦。然後知其句與股適等者。

案此亦訛舛。據句股并自乘。加差幕爲兩弦幕半之。開方得弦。

今適

其弦。然後知其句與股者倍弦幕。

案此亦訛舛。據句股并自乘。加差幕爲兩弦幕半之。開方得弦。

卽爲句股適等者并而自乘之幕。令半相多而自乘倍之。亦爲弦幕。而差數復先此各自乘之。而與相乘數各

爲門實。

案此亦訛舛。不可通。據半相多自乘倍之。又半句股并自乘亦倍之。合爲弦幕。其無差數者。

句股各自乘并之爲實。與句股相乘倍之爲實。皆開方得弦。弦幕半之爲實。開方卽得句股。

及股長句短同源而分流焉。假令句股各五。弦幕五十。開方除之。得七尺有餘一不盡。假令弦十。其幕有百半之爲句股弦三

幕各得五十。案此句舛誤當云爲句股二幕各得五十當亦不可開故曰圓三徑一方五斜七雖不正得盡理亦可言相近耳。

其句股合而自相乘之幕者令弦自乘爲四幕以減之開方除之其餘爲句股差加於合而半爲股減差於合而半之爲句案此亦訛舛當云其句股合而自乘之幕令弦自乘倍之爲兩弦幕以減之其餘開方除之爲句股差加差於合而半之爲股減差於合而半之爲句

此圖也其倍弦爲廣袤令矩句卽爲幕得廣卽句股差。

案此亦訛舛據趙君卿注周髀算經云其倍弦爲廣袤合而令句股見者自乘爲其實四實以減之開其餘所得爲差以

差減合半其餘爲廣減廣於弦卽所求也此注似用其說而傳寫舛誤後人又妄加改竄遂不可通就君卿說攷之倍弦自乘得弦實四內有句實股實各四減四句實餘卽四股實開之得倍股減四股實餘卽四句實開之得倍句所謂開其餘所得爲差也減倍股於倍弦半其餘爲股弦差減倍句於倍弦半其餘爲句股差所謂以差減令半其餘爲廣也減股弦差於弦卽股減句弦差於弦卽句所謂減廣於弦卽所求也凡股弦差爲廣股弦并爲袤其幕卽句幕句弦差爲廣句弦并爲袤其幕卽句幕合廣袤皆成倍弦故曰倍弦爲廣袤合而倍句倍股卽廣袤差此云廣卽句股差其謬甚矣

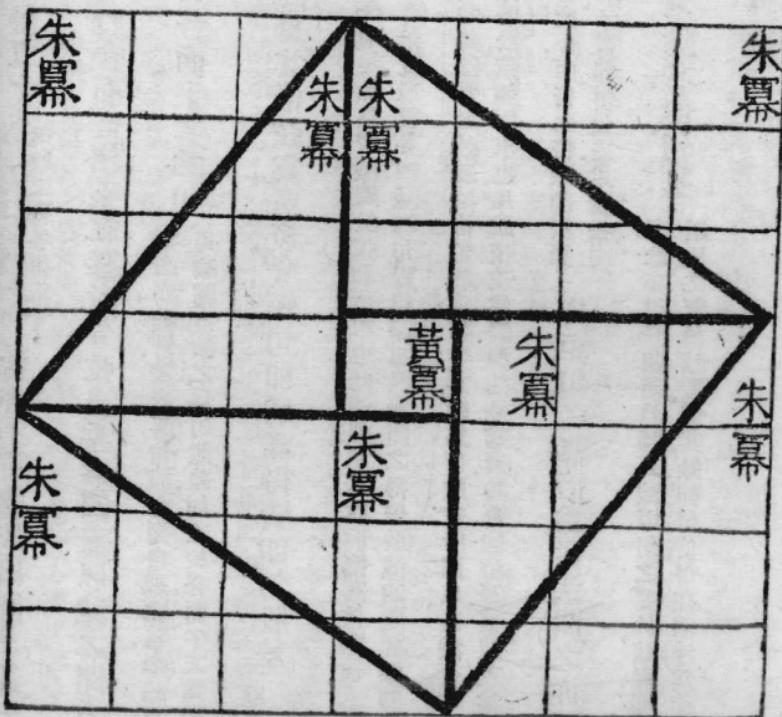
其矩句之幕倍爲從法開之亦句股差其餘以句股幕減半其餘差爲從法

開方除之卽句也案此亦訛舛據趙君卿云減矩句之實於弦實開其餘卽股倍股在兩邊爲從法開矩句之角卽股弦差減

矩股之實於弦實開其餘卽句倍句在兩邊爲從法開矩股之角卽句弦差此法亦用其說而殘缺失次遂不可

通不可

圖求之互弦與股并句差股



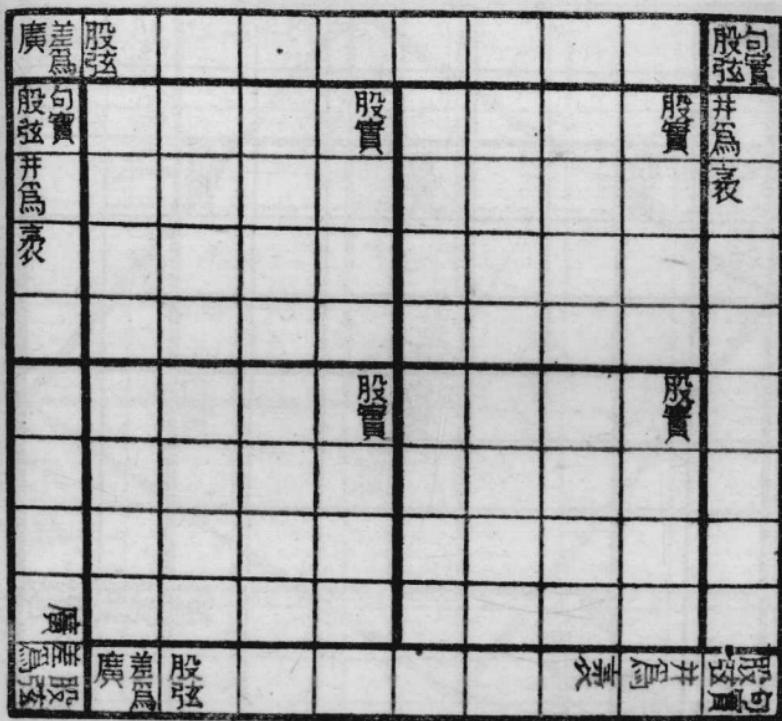
案。注意滿大方。卽句股并自乘之幕。有
朱幕八。黃幕一。朱幕者。句股積也。黃幕
之面。卽句股差。大方內小方。卽弦實。
朱幕四。黃幕一倍弦實。滿外大方而多
一黃幕。於弦實內減黃幕四分之一。原本缺圖。
其餘適得外大方四分之一。今補。

股 實 袋 表 合 圖

股實	句弦並爲袋	句弦並爲表	句弦並爲袋	句弦並爲表	股實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
句實					句實
股實					股實
句弦並爲袋					句弦並爲袋
句弦並爲表					句弦並爲表
廣					廣
句弦並爲袋					句弦並爲袋
句弦並爲表					句弦並爲表

案注本趙君卿說倍弦爲廣袤合而令句股見者自乘爲其實四實以減之開其餘所得爲差凡弦實內容句實股實各一倍弦自乘之幂則容句開之得倍句卽股實之廣袤差也原本缺圖今補。

句 實 廣 袤 合 圖



案此卽前趙君卿說前圖據股實以句弦差爲廣句弦并爲袤而廣袤合卽倍弦此據句實以股弦差爲廣股弦并爲袤而廣袤合亦卽倍弦其幕容句實股實各四減四句實餘爲四股實開之得倍股卽句實之廣袤差也原本圖缺今補。

今有竹高一丈末折抵地去本三尺問折者高幾何答曰四尺二十分尺之一十一術曰以去本自乘。

此去三尺爲句折之餘高爲股以先令自乘之幕。案此句有舛誤當云未折抵地爲弦以句令如高而一。

凡爲高一丈爲股弦并之。案此句有舛誤當云竹高一丈爲股弦并以除此幕得差。

所以減竹高而半餘卽折者之高也。

此術與繫索之類更相反覆也亦可如上術令自乘爲股弦并幕。案此句脫一高字當云去本自乘爲矩幕減之餘爲實倍高爲法則得折之高數也。

今有二人同所立甲行率七乙行率三乙東行甲南行十步而斜東北與乙會問甲乙行各幾何答曰乙東行一十步半甲斜行一十四步半及之。

術曰令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲斜行率斜行率減於七自乘餘爲南行率以三乘七爲乙東行率。案此問甲行率七者設句弦并七也乙行率三者設股三也術令七自乘三亦自乘并而半之以爲甲斜行率者句弦并自乘加股自乘半之卽弦乘句弦并所得數以爲弦率斜行率減於七自乘餘爲南行率者句弦并自乘減弦乘句弦并餘卽句乘句弦

并所得數以爲句率。弦率句率皆句弦并乘出之率。故所設股三亦以乘句弦并七乃爲股率。句率二十。股率二十一。弦率二十九。則句之十步股必十步半。弦必十四步半矣。

此以南行爲句。東行爲股。斜行爲弦。并句率七。

案并句二字誤。當云句弦并七。欲引者當以爲幕。案此亦訛誤。當云欲知如并

而一所得爲句弦差。加并之半爲率。以率減餘爲句率。

案此亦訛誤。當云加差於并而半之爲弦。以弦減差餘爲句。

如是或有分。當通而

約之。及定術以可使爲分母。

案此亦脫誤。當云乃定術以句弦并爲分母。差爲分子。

故令句弦并自乘爲朱黃相連之方。股自乘爲青

幕之矩。以句弦并爲袤。差爲廣。今有相引之直。加損同上。

案上當作之。

其圖大體。

案圖原本訛。作圓今改正。

以兩弦爲袤。句

股爲廣。

案此句誤。當云句弦并爲廣。

引橫、斷其半爲弦率。七自乘者句弦并之率。故弦減之餘爲句率。同立處是中停

也。列用率。

案此三字原本訛在上。當其半爲弦率之下。今訂正。

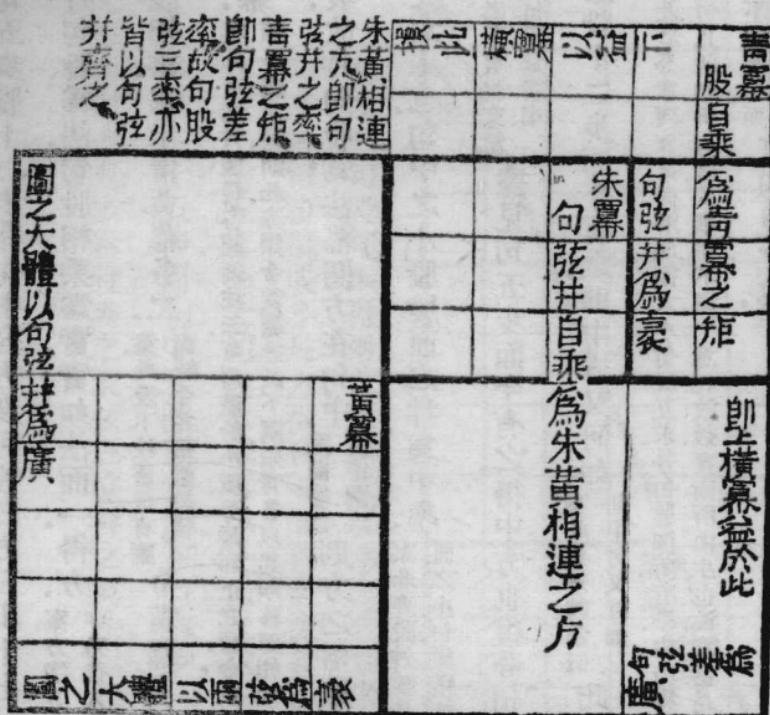
皆句弦并爲率。故亦以句率同其袤也。

案此亦脫誤。當云皆句弦并爲袤。弦與句各爲之廣。故亦以股率同其袤也。

置南行十步。以甲斜行率乘之。副置十步。以乙東行率乘之。各自爲實。實如南行率而一。各得行數。

南行十步者。所有見句求見弦股。故以弦股率如句率而一。

股與弦句求之圖



案。注意句弦并自乘之方。加股自乘之短。損上橫幕益於下。以句弦并爲衰。差爲廣。其相加成長方。以兩弦爲衰。句弦并爲廣。故半之爲弦率。減股自乘爲句率。卽加差於并半之爲弦。減差於弦爲句之通術也。據句三股四弦五圖之自明。舊有圖而缺。今補。

今有句五步股十二步。問句中容方幾何。答曰。方三步十七分步之九。

術曰。并句股爲法。句股相乘爲實。實如法而一得方。案。方字下原本衍一步二字。乃後人妄加。今刪正。

句股相乘爲朱青黃幕各二。案。此及下注舊皆有圖而缺。今各補圖於後。令黃幕袤於隅中。朱青各以其類。令從其兩徑。共成脩

之幕。案。此有訛舛。據後容圓術注云。可用畫於小紙。分裁邪正之會。令顛倒相補。各以類合成脩幕。則此亦謂令黃幕連於下隅。朱青各以其類移而相補。共成脩幕也。方中黃案。此三字下有脫文。當云中方黃爲廣。并句股

爲袤。故并句股爲法。幕圓方在句中。案。圓字誤。當作圖。則方之兩廉各自成小股袤。案。此句誤。當云各自成小句股。而其相與之勢。

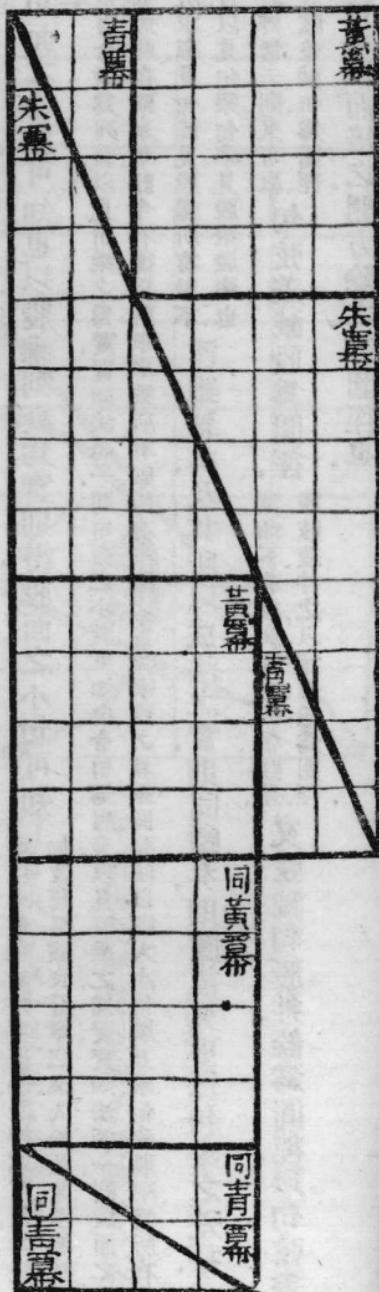
不失本率也。句中之小股股面之并爲中率。案。此亦訛舛。當是言句面之小股股面之小句。從橫相連合而成中方。令股爲中方率。并句股爲

四字之下有脫文。當云并句股爲廣率。案。此二句有脫誤。當云復令句爲中方率。以并句股爲袤率。見句見股。卽所有數。於事雖不同。而意相倣效。實術所由生也。注意當是如此。此則雖不效。而法實有法由生矣。案。此亦舛誤。據上以粟米章今

據股十二步而今有之。則中方又何如。案。此句舛誤。當云則中方又可知。此則不容圓率而似今有衰分言之。案。此二句舛誤。

有術及衰分章列衰之術。解此術大小句股互求。并句股卽所有率。中方率卽所求率。見句見股。卽所有數。於事雖不同。而意相倣效。實術所由生也。注意當是如此。當云下容圓率而似今有衰分言之。案。此二句舛誤。可以今有衰分言之。可以見之也。

句股容方圖



案。注意句股相乘得兩黃幕、兩朱幕、兩青幕。令朱幕從朱幕、兩句股積連成長方。青幕從青幕亦連兩句股積成小長方。橫在下而黃幕從黃幕。則句股并爲袤。容方之面爲廣。其朱幕青幕各成小句股。皆如大句股本率可以小大互求。原本缺圖今補。

今有句八步股一十五步。問句中容圓徑幾何。答曰六步。

術曰。八步爲句。十五步爲股。爲之求弦。三位并之爲法。以句乘股倍之爲實。實如法得徑。

案徑字下原本衍
一步二字乃後人

妾加今
刪正

句股相乘爲圓本體。朱青黃黑各二之，則田爲各四。

案此注訛舛。當云句股相乘爲圓之本體。朱青黃黑各二則倍之爲各四。可用畫於小紙分裁。

邪正之會令顛倒相補各以類合。成脩羣圓徑爲廣。并句股弦爲袤故并句股弦以爲法。又以圓大體

言之。案圖字誤。

當作圖。股中青必令立規於橫廣句股又邪三徑均而復連規。案此亦舛誤。據容圓之徑卽減弦於句股并

并之適爲弦如是截句股弦各爲二三半徑均而復連

於規之中央。注意蓋以此爲言而殘缺失次遂不可通。從橫量度句股必合而成小方矣。又畫中弦以規除會則句

股之面中央小句股弦。

案此亦訛舛。當是言又畫中弦以觀其會則句股之中成小句股弦者四。

句之小股面面小句。案此二句股當作句面皆小方之面皆圓徑之半其數故可衰。以句股弦爲列衰副并爲法以小句乘未并者各自爲實。實如法而一得

句面之小股可知也。以股乘列衰爲實則得股面之小句可知。

案此以小句乘未并者至此訛舛不可通。或後人妄加改竄。又據衰分章之文入於此。遂漫無辨別。當

是言令股爲列衰以見句乘之爲實。實如法而一則句面之小股可知也。令句爲列衰以見股乘之爲實。實如法而一則股面之小句

可知。此在粟米章卽今有術以所求率乘所有數所有率除之古算家謂之異乘同除。注以解大小句股互求句率股率爲所有率及

所求率見句或見股爲所有數不可以見句乘句率見股乘股率也。言雖異矣。及其所以成法之實則同歸矣。則圓徑又可以句乘之差并。

案此此下有脫文。當補云句弦差加改竄。又據衰分章之文入於此。遂漫無辨別。當

可以見句乘句率見股乘股率也。言雖異矣。及其所以成法之實則同歸矣。則圓徑又可以句乘之差并。

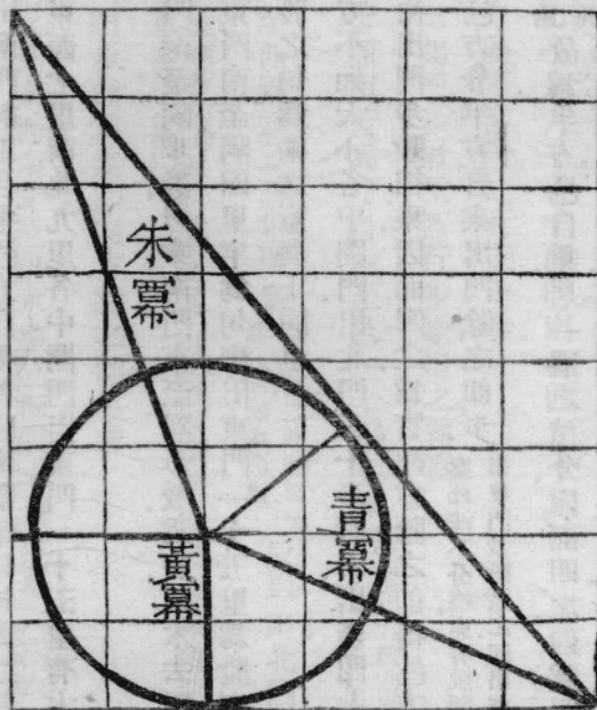
案此此下有脫文。當補云句弦差並之以減弦餘爲圓徑。又弦減句股并餘爲圓徑。以句弦差乘

股弦差減句爲圓徑。

案此下有脫文。當補云句弦差並之以減弦餘爲圓徑。

股弦差而倍之開方除之亦圓徑也。

句股容圓圖



案句股相乘半之爲句股積有朱青黃
幕各一則句股相乘倍之有朱青黃幕
各四截朱青幕各成小句股者二令倒
順相補各成小長方合四朱四青四黃
而成大長方以容圓之徑而廣并句股
弦爲袤原本缺圖今補

今有邑方二百步各中開門出東門一十五步有木問出南門幾何步而見木答曰六百六十六步大半
步。

術曰出東門步數爲法

以句率爲法也。

半邑方自乘爲實。實如法得一。

案原本此句之下衍步字乃後人妄如今刪正。

此以出門十五步爲句率。東門南至隅一百步爲股率。南門東至隅一百步爲見句步。欲以見句求股。以爲出南門數。正合半邑方自乘者。股率當乘見句。此二者數同也。

今有邑東西七里。南北九里。各中開門。出東門一十五里有木。問出南門幾何步而見木。答曰三百一十五步。

術曰。東門南至隅步數。以乘南門東至隅步數爲實。以木去門步數爲法。實如法而一。

此以東門南至隅四里半爲句率。出東門一十五里爲股率。南門東至隅三里半爲見股。所問出南門。卽見股之句。爲術之意與上同也。

今有邑方不知大小。各中開門。出北門三十步有木。出西門七百五十步見木。問邑方幾何。答曰一里。術曰。今兩出門步數相乘。因而四之。爲實。開方除之。卽得邑方。

按半邑方令半方自乘。出門除之。卽步。案此注不分曉。慮有脫誤。據前出東門術。半邑方自乘。令之出相乘。案令之二字誤。出東門步數除之。卽出南門步數似引之以互相證明。當云今兩出門相乘。故爲半方邑自乘。居一隅之積分。因而四之。卽爲四隅之積分。故爲實。開方除。卽邑方也。

今有邑方不知大小。各中開門。出北門二十步有木。出南門一十四步折而西行。一千七百七十五步見木。問邑方幾何。答曰二百五十步。

術曰。以出北門步數乘西行步數倍之爲實。

此以折而西行爲股。自木至邑一十四步爲句。案邑下脫南字當云自以出北門二十步爲弦率。

案弦字誤當
木至邑南十四步爲句

云爲句率。

北門至西隅爲單望半廣數。案單望二字誤當云爲弦率卽半廣數故以出北門乘至南行股以半率乘句之幕。

案此二句訛舛當云故以出北

門句率乘西行股得然北幕居半以西行故又倍之合東盡之也。

案此亦訛舛當云然此幕居半以西故又倍之合半以東也

并出南門步數爲從法。開方除之。卽邑方。

此術之幕。東西南北邑自木盡邑南四十步之幕。

案此二句訛舛當云東西如邑方南北自木盡邑南十四步

合南北步爲廣。邑方爲袤。

故連兩廣爲法從并。案此八字訛舛當云故連并兩廣爲從法以爲隅外之幕也

今有邑方一十里。各中開門。甲乙俱從邑中央而出。乙東出。甲南出。出門不知步數。邪向東門磨邑。適與乙會。率甲行五、乙行三。問甲乙行各幾何。答曰。甲出南門八百步邪東北行四千八百八十七步半及乙。

乙東行四千三百一十二步半。

術曰令五自乘三亦自乘并而半之爲邪行率邪行率減於五自乘者餘爲南行率以三乘五爲乙東行率。

求三率之意與上甲乙同。

置邑方半之以南行率乘之如東行率而一卽得出南門步數。

今半方南門東隅五里半邑者謂爲小股也求以爲出南門步數。

案此注有脫誤當云邑半方自南門至東隅五里以爲小股求出南門步數爲小股之句以東

行爲股率南行爲句率故置邑方半之以南行句率乘之如股率而一。

以增邑方半卽南行。

半邑者謂從邑心中停也。

置南行步求弦者以邪行率乘之求東者以東行率乘之各自爲實實如南行率得一。

案原本訛作實如法南行率得一步據前甲乙

術云實如南行率而一各得行數則

此文法字步字乃後人妄增今刪正。

此術與上甲乙同。

今有木去人不知遠近立四表相去各一丈令左兩表與所望參相直從後右表望之入前右表三寸問木去人幾何答曰三十三丈三尺三寸少半寸

術曰令一丈自乘爲實以三寸爲法實如法而一

此以入前右表三寸爲句率右兩表相去一丈爲股率左右兩表相去一丈爲見句所問木去人者見句之股於右行案此三字乃衍文當刪股率當乘見句此二率俱一丈故曰自乘之以三寸爲法實如法得一

今有山居木西不知其高山去木五十三里木高九丈五尺案原本訛作九尺五寸今改正人立木東三里望木末通與山

峯斜平人自高七尺問山高幾何答曰一百六十四丈九尺六寸大半寸

術曰置木高減人目高七尺

此以木高減人目高七尺餘有八丈八尺爲句率人去木三里爲股率山去木五十三里爲見股以木高爲見股求句加人目之高案此二句訛舛當云以句率乘見股如股率而一得句加木之高故爲山高也

餘以乘五十三里爲實以人去木三里爲法實如法而一所得加木高卽山高

此術句股之義案上節注文似應接此句之下衍注端一此字

今有井徑五尺。不知其深。立五尺木於井上。從木末望水岸。入徑四寸。問井深幾何。答曰。五丈七尺五寸。
術曰。置井徑五尺。以入徑四寸減之。餘以乘立木五尺爲實。以入徑四寸爲法。實如法得一。案此句之下原本衍寸字。乃後人妄加。
今刪正。

此以入徑四寸爲句率。立木五尺爲股率。井徑四尺六寸爲見句。問井深者。見句之股也。
今有戶不知高廣。竿不知長短。橫之不出四尺。從之不出二尺。邪之適出。問戶高廣袤各幾何。答曰。廣六
尺。高八尺。袤一丈。
術曰。從橫不出相乘。倚而開方除之。所得加從不出。卽戶廣。

此以戶廣爲句。戶高爲股。戶袤爲弦。凡句之在股。

案此句有訛舛。當云凡井句股之羣。卽爲弦羣。

或矩於表。或方於裏。連之者舉

表矩而端之。又從矩方裏令爲青矩之表。未滿黃方。滿此方。則兩端之邪。

案邪字誤。當作廉。

重於隅中。各以股

弦差爲廣。勾弦并爲袤。

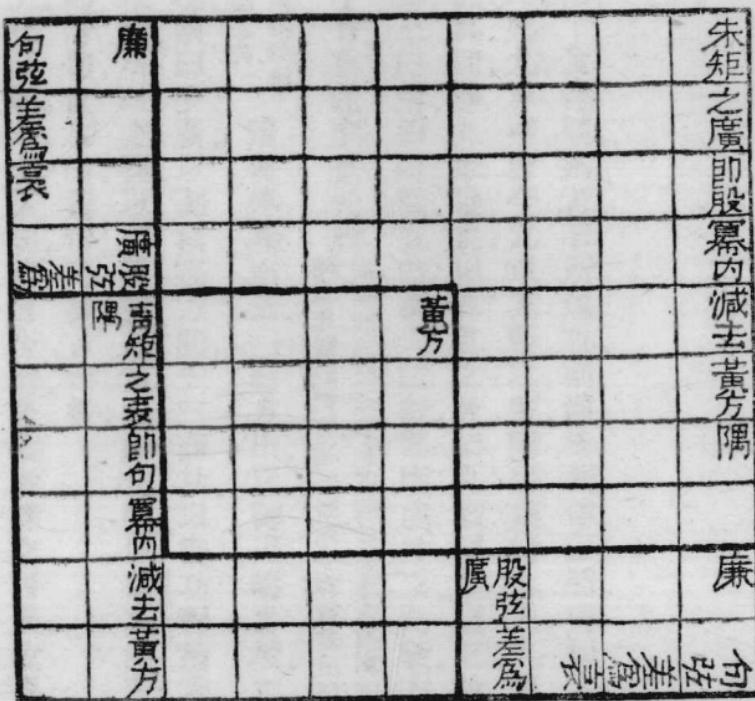
案井字誤。當作差。又據注文。舊有圖而缺。今補圖於後。

故兩端差相乘。又倍之。則成青黃之羣。開方除之。得黃

方之面。其外之青。知亦以股弦差爲廣。故以股弦差加。則爲句也。

加橫不出卽戶高兩不出加之得戶袤。

句弦差股求之圖



案。注意以句弦差乘股弦差倍之。

爲兩廉。其袤與黃方相等。故開方

除之。得黃方之面。加股弦差卽句。

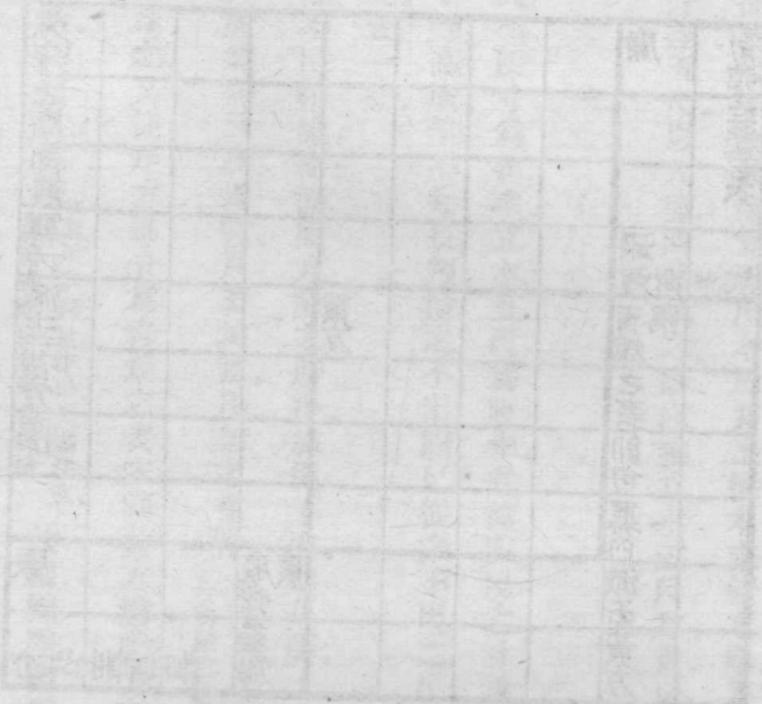
加句弦差卽股。加兩差卽弦。原本

缺圖。今補。

卷之三

論語卷之三

論語卷之三



九章算術音義

唐 李 稷 撰

序

九九之術 食律切術者有所述也。前漢梅福傳臣聞齊桓之時有以九九見者桓公不逆欲以致大也。師古曰九九算術若今九章五曹之輩隋書經籍志九九算術二卷楊淑撰。

九數 色具切卽九章是也以算言之故曰九數以篇言之故曰九章周官保氏教國子以六藝一曰禮二曰樂三曰射四曰馭五曰書六曰數鄭康成注云九數方田粟米差分少廣商功均輸方程贏不足旁要今有重差夕桀句股案周禮疏曰云今有重差句股也者此漢法增之馬氏注以爲今有重差夕桀夕桀亦是算術之名與鄭異據疏所言鄭注惟云今有重差句股也夕桀二字乃馬注賈公彥後始竄入鄭注內此所引

與今本周禮注同
蓋訛舛已久矣

隋書律歷志云一曰方田以御田疇界域二曰粟米以御交質變易三曰衰分以御貴賤稟稅四曰少廣以御積幕方圓五曰商功以御功程積實六曰均輸以御遠進勞費七曰盈虧以御隱雜互見八曰方程以御錯糅正負九曰句股以御高深廣遠

隸首 郎計切世本曰黃帝時隸首作數。

探蹟 上吐南切下土革切蹟者含蓄含蓄者探之可及故易曰探蹟。

索隱 上索白切下於謹切隱者隱匿隱匿者索之可得故易曰索隱。

重差 上直容切下楚佳切重復也差不齊也重差句股名也。

率 所律切數相與也又音律約數也。

可度 徒各切揆也。

考論 廬敦切。

孤離 呂支切。

九章第一

方田 徒年切田者圍周之以爲疆橫從之以爲理平夷著見興作利養之地也方田者田之正也諸田不等以方爲正故曰方田。

以御 牛倨切理也。

田疇 直留切耕治之田也。

界域 雨逼切疆也。

廣 如字闊也。

從 卽容切長也。

幾 上居豈切下如字幾何數之疑也。

相乘 食陵切。登也。登之使其數多。隋書曰。乘以散之。

案此引隋書乘以散之後又引隋書除以聚之考之隋書亦然於乘除之義適相反乘乃合其數當云乘以聚之除乃分數當

云除以散之此該諸分爲言散謂通之以衍而多聚謂約之使專而少耳

淳風 竝如字李淳風岐州雍人幼爽秀通羣書明步天歷算貞觀初與傅仁均爭歷法議者多附淳風

故以將仕郎直太史局制渾天儀。詆摭前世得失著法象書七篇上之擢承務郎遷太常博士改太史丞與諸儒修書遷爲令於占候吉凶若節契然當世術家意有鬼神相之非學習可致終不能測也。以勞封昌樂縣男奉詔與算博士梁述助教王真儒等是正五曹孫子等書刊定注解立於學官九章卽

其一也。

畝法 莫厚切司馬法六尺爲步步百爲畝秦孝公之制二百四十步爲一畝。

除之 直魚切去也去之使其少隋書曰除以聚之

案聚非除之義蓋指約分諸術而言

一頃 去穎切百畝也。

約分 於略切約者欲其不煩分之爲數煩則難用設有言四分之二者煩而言之則可爲八分之四約而言之則二分之一也雖則異辭至於爲數亦同歸耳。

副置 上敷救切別也下陟吏切設也別設算位有所分也。

合分 古沓切。合分者欲其不離數非一端分無定準分子雜互羣母參差麤細既殊理難從一故齊其衆分同其羣母分可相并故曰合分。

參差 上楚金切下楚宜切不齊也三相參爲參兩相差爲差。

艦 晉攜所以解結詩曰童子佩艦

減分 古斬切減損也減分者欲知其餘諸分子母數各不同以少減多欲知餘幾以餘爲實故曰減分。

課分 苦臥切校也欲知其相多分各異名理不齊一校其相多之數故曰課分。

平分 符兵切均也平分者欲減多增少而至於均諸分參差欲令齊等減彼之多增此之少故曰平分副并 略政切兼也別兼算位有所合也。

經分 如字釋名曰經者徑也經分者欲徑求一人而至於徑自合分已下皆於諸分相齊此乃徑求一人之分以人數分所分故曰經分下經率同。

乘分 如字乘分者欲知其所積分母相乘爲法子相乘爲積故曰乘分自合分已下獨乘言田而皆列

於方田者欲其學數者不可後也故說算者以謂爲術者先治諸分能治諸分則數學之能事盡矣大廣田 幷如字初術有全步而無餘分次術有餘分而無全步此術先見全步復有餘分可以廣兼三術故曰大廣田。

圭田 古攜切圭田者其形上銳有如圭然白虎通曰圭者上銳象物皆生見於上也。

箕田 居之切。箕田者，有舌有踵，其形哆侈，有如箕然。詩曰：哆兮侈兮，成是南箕。

圓田 王權切。圓田之率有三。一曰古率，周三徑一。是也。二曰徽術，周一百五十七，徑五十。是也。三曰密率，周二十二，徑七。是也。爲算之術有四。一曰半周半徑相乘得積步。二曰周徑相承，四而一。三曰徑自乘，三之四而一。四曰周自相乘，十二而一。

徽術 許歸切。徽術以五十乘周，一百五十七而一。卽徑以一百五十七乘徑，五十而一。卽周。此率本於劉徽，故曰徽術。

密率 美畢切。密率以七乘周，二十二而一。卽徑以二十二乘徑，七而一。卽周。此率本於宋南徐州從事史祖沖之。沖之以圓徑一億爲一丈，圓周盈數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒七忽。肭數三丈一尺四寸一分五釐九毫二秒六忽。正數在盈肭二限之間。密率圓徑一百一十三，圓周三百五十五。約率圓徑七，周二十二。此乃率之最密也。

秒忽 上亡沼切。下呼骨切。忽者，數之始也。一釐所吐謂之忽。孫子算術云：釐所生吐絲爲忽，十忽爲秒。

十秒爲毫，十毫爲釐，十釐爲分。

億 於力切。十萬曰億。萬者，物數也。以人之億數爲足以勝物數故也。或曰：萬萬曰億。黃帝爲法數，有十等。及其用也，乃有三焉。十等者，謂億兆京垓秭壤溝澗正載也。三等者，謂上中下之數也。下數者，十十變之。若言十萬曰億，十億曰兆，十兆曰京。中數者，萬萬變之。若言萬萬曰億，萬萬億曰兆，萬萬兆曰京。

上數者數窮則變。若言萬萬曰億。億億曰兆。兆兆曰京。詩云不稼不穡。胡取禾三百億兮。毛氏曰。萬萬曰億。鄭氏曰。十萬曰億。據如此言。則鄭用下數。毛用中數也。

嘉量 晉亮周禮考工記。虞氏爲量。黼深尺。內方尺而圓其外。其實一黼。其脣一寸。其實一豆。其耳三寸。其實一升。重一鈞。其聲中黃鍾槧而不稅。其銘曰。時文思索允臻其極。嘉量既成。以觀四國。永啓厥後。茲器維則。春秋左氏傳曰。齊舊四量。豆區黼鍾。四升曰豆。各自其四。以登於黼六斗四升也。黼十則鍾。六十四斗也。鄭康成以爲方尺積千寸。此九章粟米法少二升八十一分升之二十二。祖沖之以算術考之。積凡一千五百六十二寸半。方尺而圓其外。減旁一釐八毫。其徑一尺四寸一分四釐七秒二忽有奇。而深尺。卽古斛之制也。王莽作銅斛。名曰律嘉量。其意蓋本於此。銅斛之法。方尺而圓其外。旁有庵焉。其上爲斛。其下爲斗。左耳爲升。右耳爲合。龠其狀似爵。以糜爵祿。上三下二。參天兩地。圓而函方。左右二陰陽之象也。圓象規其重二鈞。備氣物之數。各萬有一千五百二十也。聲中黃鍾。始於黃鍾而反覆焉。其斛銘曰。律嘉量斛。方尺而圓外。庵旁九釐五毫。幂百六十二寸。深一尺。積一千六百二十寸。容十斗。祖沖之以圓率考之。此壺當徑一尺四寸三分六釐一毫九秒二忽。庵旁一分九毫有奇。劉歆庵旁少一釐四毫有奇。歆數術不精之所致也。魏陳留王景元四年。劉徽注九章商功曰。當今大司農斛圓徑一尺三寸五分五釐深一尺。積一千四百四十一寸十分寸之三。莽王銅斛。於今尺爲深九寸五分五釐。徑一尺三寸六分八釐七毫。以術計之。於今斛爲容九斗七升四合有奇。此魏斛大而尺

長王莽斛小而尺短也。

厖 吐雕切。不滿之貌也。

奇 居宜切。餘數也。

揔 摭 上居運切。下之石切。揔撚。取捨也。揔或作搢。

睆 睆當作宛。字之誤也。宛田者。中央隆高爾。雅曰。宛中宛邱。又曰。邱上有邱爲宛邱。皆中央隆高之義也。

弧田 戸吳切。弧田者。有弧有矢。如弧之形。

環田 戸關切。環田者。有肉有好。如環之形。爾雅曰。肉好若一。謂之環。或作鑛。

九章第二

粟米 上相玉切。下莫禮切。粟者。禾之未春米者。穀實之無殼。粟者。米之率也。諸米不等。以粟爲率。故曰

粟米

陟利切。又如字。

交質 羊益切。

爛米 盧達切。麤也。凡粟五斗。得爛米三斗。故粟率五十。而爛率三十。

稗米 傍卦切。精於爛也。凡粟五斗。得稗米二斗七升。故粟率五十。而稗率二十七。詩曰。彼疏斯稗。鄭康

成注云米之率纏十稗九鑿八御七。

鑿米 音作精於稗也。凡粟五斗得鑿米二斗四升。故粟率五十而鑿率二十四。春秋左氏傳曰粢食不

鑿俗作鑿。

御米 牛倨切。精於鑿也。供王膳之米也。蔡邕獨斷曰所進曰御。御者進也。凡衣服加於身飲食入於口。

皆曰御。

小麪 大麪 音敵。麥屑也。細曰小麪。麤曰大麪。

菽 音叔。大豆也。

荅 都合切。小豆也。

豉 是義切。鹽豉也。

飧 晉孫說文曰餔也。

羹 魚列切。麴羹也。說文曰米牙。

箇 上音靈。下扶歷切。軛也。

箇 古賀切。數也。數竹曰箇。

縑 古甜切。說文曰并絲縑也。

鈞 居匀切。三十斤也。

銖 晉殊八銖爲鎰二十四銖爲兩。

穢 晉侯說文曰羽本也數羽稱其本猶數草木稱其根株也。

榦 古按切榦莖也一本作榦。

九章第三

衰分 楚宜切衰差也以差而平分故曰衰分。

稟 筆錦切供穀曰稟或曰廩非是。

大夫 上如字下甫無切爵名也夫以智率人者也大夫則以智率人之大者也。

不更 古衡切爵名也次大夫取其不與戌更。

簪襫 上側吟切下奴了切爵名次不_一取其纓冠乘馬。

上造 晉皂爵名也次簪襫取其爲造士而居上。

公士 並如字爵名也次上造取其爲士而在公。

爵數 色具切爵數者謂大夫五不更四簪襫三上造二公士一也墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名也。

償之 市羊切還也。

北鄉算 蘇貫切算者計口出錢漢律人出一算一算百二十錢買人與奴婢倍算。

徭

音遙役也。

耗

呼到切減也。

乾

古寒切燥也。

保

音寶備也如所謂酒家保。

貸

吐代切以物假人也。

九章第四

少廣

上書沼切不多也下古莽切闊也少廣從多截從之多益廣之少故曰少廣。

積冪

上資昔切下莫狄切積者聚也衆數聚居之稱冪者覆也方面單布之名積冪之義不同如此。

半

博漫切物中分也凡言半者以二爲分母言太半少半者以三爲分母。

約省

所景切。

折法

旨熱切折者屈而有降意折法卽退位也。

內子

如字入也旣以分母通之必入其分子故曰內子所謂齊同以通之也又晉納。

中行

戶剛切列也下行同。

九徑

故官切丸卽立圓也。

牟合

上莫浮切下胡閣切。

奧氏 力質切。奧氏，鑄量之官也。一本作栗。

爲渾 胡昆切。

祖陋之 古鄧切。陋之字景，鏠冲之之子也。少傳家業，究極精微，亦有巧思入神之妙。般倕無以過之。當其詣微之時，雷霆不能入。嘗行遇僕射徐勉，以頭觸之，勉呼乃悟。父所改何承天歷時，尚未行梁天監初陋之更修之。於是始行焉。位至大府卿。

昭晰 音哲明也。

咍哂 上呼開切。下式忍切。笑也。

九章第五

商功 式羊切。商度也。以度其功庸，故曰商功。

穿地 昌緣切。掘地也。凡穿地四尺爲壤，五尺爲堅，三尺。

壤 如兩切。壤謂息土。書曰：厥土惟白壤。

堅 古賢切。堅謂築土。詩曰：築之登登。

墟 苦虛切。墟謂穿坑。

垣 音園墉也。

隄 都奚切。防也。俗作堤。

溝 古侯切釋名曰田間之水曰溝溝構也縱橫相交構。

壘 七^豎切長於溝也水之達城者。

渠 強如切長於壘也水之通運者。

袤 莫侯切袤長也。

礮 郎擊切釋名曰小石曰礮。

壠壩 上音寶小城也下音島以土擁木也。

方亭 特丁切釋名曰亭停也人所停集也方亭者其積之形如亭之方者圓亭亦然。方錐 職誰切方錐者其積之形如錐之方者圓錐亦然。

壘堵 當古切壘堵壘上疊也以立方一邪解得二壘堵其積居立方二分之一將一壘堵邪解得一陽馬一籠臑求壘堵之積以廣長相乘又以高乘之二而一。

陽馬 莫下切陽馬之形方錐一隅也今以四柱屋隅爲陽馬以立方一邪解得三陽馬其積居立方三分之一將一陽馬邪解得三陽馬其積居立方三分之一求籠臑之積以廣長相乘又以高乘之三而一。

鼈臑 那到切臂節也鼈臑之積半陽馬其形有似鼈肘故以名云以立方一邪解得六鼈臑其積居立方六分之一求鼈臑之積以廣長相乘又以高乘之六而一臑或作臍非是。

羨除 上以淺切下直魚切羨延也除道也羨除乃隧道也其所穿地上平下邪似兩鼈臑夾一壘堵即

羨除之形求其積并三廣以深乘之又以長乘之六而一

芻蔓 上測隅切刈草也俗作蕎下莫耕切屈棟也芻蔓之形似屋蓋上苦也求其積倍下長上長從之又以廣乘之又以高乘之六而一正解方亭兩邊合之卽其形也

芻童 徒紅切如倒置研石求其積倍上長并入下長以上廣乘之又倍下長并入上長以下廣乘之并二位以高乘之六而一曲池盤池冥谷皆同術

曲池 邱玉切

盤池 薄官切

冥谷 莫經切冥谷之形如正置研石

棚除 上薄耕切下遲據切

踟蹰 上直離切下直誅切行不進也

載輸 上作代切下式朱切

一籠 力董切

委粟 於詭切積也

程粟 直城切課也程粟一斛積二千七百寸米一斛積一千六百二十寸菽荅麻麥一斛積二千四百三十寸此據精麌爲率使價齊而不等其器之積寸也以米斛爲正則同於漢志孫子算術曰六粟爲

圭十圭爲抄十抄爲撮十撮爲勺十勺爲合應邵曰圭者自然之形陰陽之始四圭爲撮孟康曰六十四圭爲圭漢志曰量者龠合升斗斛也所以量多少也本起於黃鍾之龠用度數審其容以子穀秬中者千有二百實其龠以井水準其概十龠爲合十合爲升十升爲斗十斗爲斛而五量嘉矣

圓困去倫切倉圓曰困

九章第六

均輸式朱切均平也輸委也以均平其輸委故曰均輸

勞費芳未切耗也

乘繩證切數車曰乘一本作量

衰出楚危切次也不齊等也管子曰相地衰征

薄塞上補各切迫也不先代切邊也

輩之補妹切配也俗作輩

僦卽就切賃也

傭餘封切賃也

重車直隴切輕對也

春書容切世本曰雍父作春呂氏春秋曰赤冀作春

程傳 張戀切 傳郵

絡 盧各切。

惡 烏各切。不善也。

金箋 之累切。策也。

四間 古閑切。中間也。

錐行 戸剛切。錐行衰者下多上少如立錐之形。

鳧 防無切。野鴨也。

牝瓦 毗忍切。

牡瓦

莫厚切。

矯天 居天切。說文曰。揉箭箙也。俗作攜。

假田

古雅切。借也。

發 方伐切。伐也。詩曰。駿發爾私。

耕 古莖切。犁也。詩曰。亦服爾耕。

耰種 晉耰覆種也。孟子曰。播種而耰之。

九章第七

盈不足 以成切。盈者滿也。不足者虛也。滿虛相推以求其適。故曰盈不足。

胸 女六切。不足也。或作脯。非是。

璉 將鄰切。美石次玉曰璉。一本作準。

適足 施隻切。恰也。

桶 他孔切。

瓠 胡誤切。瓜屬也。蔓無販切。瓜蔓也。

淳酒 常倫切。厚酒也。

行酒 胡剛切。市酒也。

和漆 如字。又胡臥切。

易油 羊益切。交易也。

惡田 烏各切。不善也。

駕馬 晉奴字林曰。駘也。

之蜀賈 晉古商賈。一本作價。

返 府遠切。還也。

方程 直成切方者左右也程者課率也左右課率總統羣物故曰方程。

錯糅 女救切雜也。

正負 上之盛切下房久切本數爲正非本數爲負正與正同名負與負同名同名相除則異名者相益。

異名相除則同名者相益一正一負相反而相爲用術之至也。

秉 兵永切一禾爲秉。

昌孕切正斤兩也俗作秤。

課 苦臥切程也。

衡 戶庚切權衡也。

武馬 莫下切武馬戎馬也戎馬言武馬者猶曲禮謂戎車爲武車也取其健猛而善行也。

阪 府遠切不平也俗作坂

借 資者切從人假物也。

纏 古杏切汲水索。

令 力正切官名也。

從者 疾用切隨也。

庖 薄交切。

恢演 上苦回切大也下以淺切廣也。

九章第九

句股 上古侯切下公戶切句短面也股長面也短長相推以求其弦故曰句股。

圜之 雨非切周也

纏 持碾切纏繞物也俗作纏。

葛長 直良切。

葭 古牙切說文曰葦之未秀者。

闡 苦本切門限也

折 常列切斷也

抵 都禮切。

磨邑 莫禾切。

參 倉含切俗作參。

橫 戶盲切從橫也。

御製題九章算術 有序

是書雖爲晉劉徽注。而其名則始見於唐。蓋自李淳風注釋。義遂大顯。北宋時人罕習者。漸以湮晦。南宋慶元中鮑澗得其本。寫入祕閣。世亦莫得而見。明初編列永樂大典。然依韻分排閱者。鮮能究其端委。則雖存猶亡也。茲以校勘四庫全書。詞臣於斷簡零篇中。裒輯得九篇。悉符鮑澗之舊。顧鮑本無圖。今諸臣按注意補爲之。雖未能必其盡合。皆可因注推演而知。則亦未嘗或棄。視澗所傳。殆有過之無不及矣。算法自皇祖表章以來。可謂大備。是書至今始出。或亦顯晦有時。固有莫知其然而然者乎。夫九章昉於周官。六藝教於洙泗。余雖未習其事。要不得謂非學者所當肄業及之者也。系詩題識如左。

算術由來非所學。不知難強以爲知。大成廣集欽皇祖。皇祖講明算法。欽定數理精蘊儀象考成等書。實足爲萬世算學標準。六藝曾論愧仲尼。分韻笑他割裂者。補圖欣此粹完之。時爲顯晦晦今顯。是用摛毫作弁詞。

音頭詩一題自古曾是這樣說來人多不識得

這首詩題曲歌詞

不外就是這首歌詞

這首歌詞就是這首歌詞

這首歌詞就是這首歌詞

這首歌詞就是這首歌詞

這首歌詞就是這首歌詞

這首歌詞就是這首歌詞

九章算經後序

九章算經九卷。周公之遺書。而漢丞相張蒼之所刪補也。算數之書。凡數十家。獨以九章爲經之首。以其九數之法。無所不備。諸家立術。雖有變通。推其本意。皆自此出。而且知後人無以易周漢之舊也。自唐有國。用之以取士。本朝崇寧。亦立於學官。故前世算數之學。相望有人。自衣冠南渡以來。此學既廢。非獨好之者寡。而九章正經。亦幾泯沒無傳矣。近世民間之本題之曰黃帝九章。豈以其爲隸首之所作歟。名已不當。雖有細草類皆簡捷殘闕。懵於本原。無有劉徽李淳風之舊注者。古人之意。不復可見。每爲慨嘆。慶元庚申之夏。余在都城。與太史局同知算造楊忠輔德之論歷。因從其家得古本九章。乃汴都之故書。今祕館所定著。亦從此本寫以送官者也。謹按晉志。劉徽所注九章。實魏之景元四年。觀其序文。以謂析理。以辭解體。用圖又造重差於勾股之下。辭乃今之注文。其圖至唐猶在。今則亡矣。重差之法。今之海島算經是也。又李淳風之注。見於唐志。凡九卷。而今之盈不足方程之篇。咸闕淳風注文。意者此書歲久。傳錄不無錯漏。猶幸有此存者。今此乃是合劉李二注而爲一書云。其年六月一日乙酉。迪功郎新隆興府靖安縣主簿括蒼鮑澣之仲祺謹書。