





5-86-4
11-1
11-1

Publicazione bimensile.

Roma 3 gennaio 1909.

N. 1.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 gennaio 1909.

Volume XVIII.^o — Fascicolo 1^o

1^o SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei; qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

94

224
21

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

VOLUME XVIII.

1° SEMESTRE.



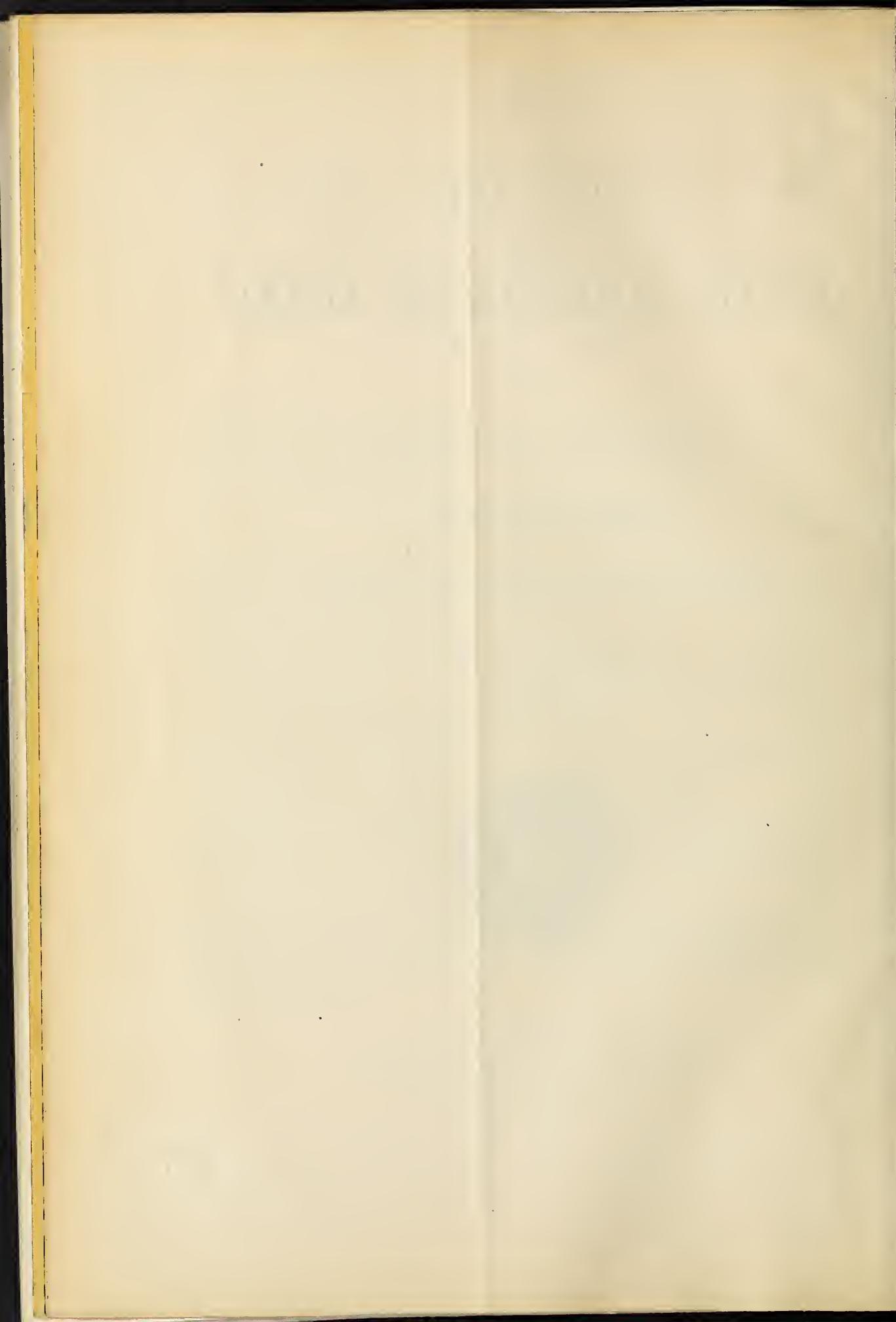
ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909

210751



RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 3 gennaio 1909.

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Mineralogia. — *Brugnatellite*; nuova specie minerale trovata in Val Malenco. Nota del Corrispondente ETTORE ARTINI.

Da una escursione fatta in Val Malenco, il mio allievo Francesco Mauro, laureando ingegnere, ha riportato tempo addietro vari campioni minerali da lui raccolti in quei giacimenti amiantiferi. Tra le specie rappresentate, una principalmente attrasse prima l'attenzione del raccoglitore, e poi la mia, per l'aspetto e le proprietà, che evidentemente non corrispondevano a quelle di nessun minerale noto di quella località. Decisi perciò di sottoporla ad uno studio particolare; e poi che da questo studio risultò che si tratta di una specie minerale, per quanto mi consta, non peranco descritta, ritengo sia prezzo dell'opera esporne qui brevemente la natura ed i caratteri.

Il minerale fu rinvenuto in una vecchia cava d'amianto, posta in Comune di Torre Santa Maria, frazione Ciappanico, sopra la strada che va da Torre a Chiesa; esso riempie piccoli litoclasti entro la peridotite più o meno serpentizzata che qui, come altrove, forma la roccia madre dell'amianto. Si presenta in lamelle o aggregati lamellari, di aspetto micaceo, con facile sfaldatura, e lucentezza madreperlacea non troppo viva; il colore n'è un bel roseo carnicino.

Al microscopio le lamelle presentano spesso linee d'accrescimento che si tagliano sotto angoli di 60°; le più limpide e distinte mostrano pure qualche debole rilievo, a contorni esagonali o triangolari.

A luce polarizzata si constata che il minerale è otticamente uniassico, con birifrazione abbastanza viva e carattere *negativo*, senza anomalie di nessuna specie; l'asse ottico è normale al piano di sfaldatura.

Per confronto con liquidi di indice di rifrazione noto, si può determinare il valore di

$$\omega = 1.533 \quad (\text{Na})$$

con qualche oscillazione, nei diversi campioni, fra 1.530 e 1.535. Negli aggregati si riesce a vedere qualche lamella in costa, non così esattamente da poter determinare il valore di ϵ , ma abbastanza per stabilire che per ciò che riguarda l'assorbimento è $\omega > \epsilon$, e precisamente

$$\begin{aligned} \omega &= \text{giallognolo-rossiccio} \\ \epsilon &= \text{incolore.} \end{aligned}$$

Il minerale, polverizzato e bagnato con acqua distillata, presenta una distinta reazione alcalina alla carta di tornasole. Esso si scioglie facilmente e completamente negli acidi minerali diluiti e freddi, con effervescenza discreta. La soluzione in HCl è fortemente colorata in giallo per ferro. L'analisi qualitativa permette di riconoscere la presenza di H₂O, CO₂, Mg, Fe, Mn. Il ferro è tutto allo stato di composto ferrico: una porzioncina della sostanza si scioglie in acido solforico diluito, leggermente tinto in rosa con permanganato potassico, senza produrre la menoma traccia di decolorazione. La reazione del manganese si ha molto forte e distinta quando alcune lamelle si trattino a caldo con acido nitrico diluito e perossido di piombo: la soluzione si colora intensamente in violetto.

Con l'aiuto del sig. Mauro, che pose a mia disposizione buon numero di esemplari, potei riunire circa un grammo e mezzo di sostanza pura, quantità che mi bastò largamente per fare l'analisi quantitativa con tutte le debite garanzie, conservandone anche una porzioncina per controllo. La polvere fu prima esaminata al microscopio, per accertarne il grado di purezza; potei così constatare l'assenza di ogni altro minerale di magnesio solubile in acido diluito (artinite, idromagnesite, brucite, ecc.); solo notai qualche lieve traccia, inevitabile, dei minerali formanti la roccia incassante (pirosseni e serpentino). La soluzione per l'analisi essendo stata fatta con HCl diluito e freddo, questi minerali sono però rimasti certamente inattaccati, e non possono aver influito sui risultati dell'analisi; il residuo insolubile da essi costituito arriva del resto appena a formare l'1 % della massa analizzata.

I metodi seguiti per l'analisi furono quelli indicati da Dittrich⁽¹⁾; il manganese fu separato prima con persolfato ammonico, in soluzione solforica, previa riduzione del ferro con H₂S, e poi purificato precipitando con acetato

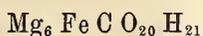
(¹) *Gesteinsanalyse*, 1905.

ammonico le tracce di Fe. CO₂ e H₂O furono dosati su due porzioni distinte: il primo per assorbimento in bolla a potassa; la seconda col metodo di Brush-Penfield, che ritengo in casi simili il più agevole, il più rapido e sopra tutto il più esatto.

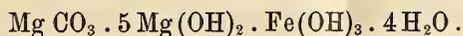
Ecco i risultati ottenuti:

Residuo insolubile in HCl diluito . . .	1.03
H ₂ O	33.77
CO ₂	7.78
Fe ₂ O ₃	13.20
MnO	1.80
MgO	42.79
Somma	<u>100.37</u>

Non volendo tener conto speciale del manganese, che si può forse considerare come un sostituyente di piccola parte del magnesio, da questi risultati si calcola la formula:



che si può scrivere:



Da questa formula si calcolano le percentuali che espongo qui sotto (I), confrontate direttamente con quelle (II) che si ottengono dai dati dell'analisi, escludendo dal computo il residuo insolubile e aggiungendo una quantità di MgO (1.02) corrispondente alla quantità trovata di MnO:

	I.	II.
H ₂ O	34.04	34.27
CO ₂	7.93	7.89
Fe ₂ O ₃	14.41	13.39
MgO	43.62	44.45

Si tratta dunque di un carbonato ultra-basico e idrato. Che parte di H₂O sia allo stato di acqua di cristallizzazione si può poi anche dedurre dal fatto che per riscaldamento prolungato a 110° si ha una notevole perdita di peso.

Questa composizione e le proprietà fisiche già descritte non corrispondono, per quanto io so, a quelle di nessuna specie finora conosciuta; e poi che si tratta di un minerale assolutamente omogeneo, perfettamente definito, con proprietà fisiche e chimiche costanti nei numerosi campioni studiati (parte dei quali è ora conservata nelle raccolte del Museo Civico, e parte nella collezione privata del raccoglitore), propongo di chiamare la nuova specie *Brugnatellite*, in omaggio all'amico e collega valentissimo prof. Luigi Brugnatelli, dell'Università di Pavia, il quale per primo illustrò scientifica-

mente, dal punto di vista mineralogico, i giacimenti amiantiferi della Valle Malenco (¹).

Nella sua giacitura entro i litoclasti della peridotite serpentinizzata, la *brugnatellite* è accompagnata da altri minerali; oltre all'*amianto*, sono da ricordare fra questi: l'*aragonite*, in nitidi cristalli prismatici; la *magnesite*, in cristallotti imperfetti; l'*artinite*, in globetti fibroso-raggiati, e più raramente in cristallini aciculari; e finalmente la *brucite*, minerale non ancora osservato nei giacimenti di Val Malenco.

Di questi, solo la brucite si trova qualche volta in rapporti paragenetici molto stretti con la brugnatellite, dalla quale tuttavia si distingue immediatamente: 1° perchè la brucite è incolore, mentre la brugnatellite è sempre rosea; 2° perchè la prima è otticamente positiva, mentre la seconda è negativa; 3° perchè l'indice di rifrazione ω dell'una è enormemente superiore a quello dell'altra. Si noti poi che la brucite si scioglie solo con molta difficoltà e senza effervescenza negli acidi diluiti e freddi, dando una soluzione incolore; mentre la brugnatellite si scioglie, come sappiamo, facilissimamente, con effervescenza, e la soluzione è gialla per la grande quantità del ferro. Non sarà tuttavia inutile ripetere qui come sia stata mia cura speciale verificare che nella porzione analizzata non ci fosse traccia di brucite. Questa, del resto, manca affatto nella massima parte dei campioni, ed è assai più rara della brugnatellite, la quale potrebbe darsi che ne derivasse: benchè non sia riuscito a trovare prove sicure di questa ipotesi, io non sarei lontano cioè dal ritenere la brugnatellite come un minerale secondario, epigenetico della brucite. In tal caso, poi che la brucite rinvenuta insieme colla brugnatellite è priva di ferro, bisognerebbe ammettere che le soluzioni, agenti di simile alterazione, non avessero fornito solamente acqua di cristallizzazione e anidride carbonica, ma anche ferro in quantità considerevole.

(¹) Vedi specialmente: L. Brugnatelli, *Prime contribuzioni allo studio dei giacimenti di amianto della Valle Malenco*. Rend. R. Ist. Lomb. d. Sc. e Lett., 1897. - *Sopra un nuovo minerale delle cave d'amianto della Valle Lanterna*. Ibid., 1902.

Zoologia. — *Descrizioni preliminari di varii Artropodi, specialmente d'America.* Nota del Corrispondente F. SILVESTRI.

I. — NUOVO GENERE E NUOVE SPECIE DI *Projapygidae* (Thysanura).

Nella visita che feci in ottobre al Museo Nazionale degli Stati Uniti in Washington, potei esaminare l'esemplare tipo del *Projapyx* Cook, e potei facilmente riconoscere che tale genere è affatto diverso da quello da me trovato nel Sud America e ad esso riferito perchè per la breve diagnosi che esisteva del genere *Projapyx* non mi era stato possibile apprezzare le differenze.

I generi di *Projapygidae* fino ad ora noti diventano pertanto tre e si possono fra di loro molto facilmente distinguere come risulta dalla seguente chiave dicotomica:

- a. Labbro inferiore fornito di un lungo palpo uniarticolato.
- c. Antenne provviste sul settimo articolo di un breve sensillo più o meno piriforme Gen. *Projapyx* Cook.
Tipo: *P. stylifer* Cook.
 - d. Antenne mancanti sul settimo articolo di sensillo piriforme e aventi numerosi sensilli uniseti (cioè costituiti di una lunga e sottile setola) dal 4° articolo al 17° e anche dal 20° al 22°
Gen. *Symphylurinus* nov.
Tipo: *S. Grassii* sp. n.
- b. Labbro inferiore fornito di un brevissimo palpo, quasi tuberculiforme; antenne fornite sul settimo articolo di un sensillo piriforme e aventi sensilli uniseti fino al 12° articolo. Gen. *Anajapyx* Silv.
Tipo: *A. vesiculosus* Silv.

Projapyx incomprehensus sp. n.

Syn. *Japyx* sp. Wahlgren, Results of the Swed. Zool. Exp. to Egypt and the White Nile 1901, n. 15, pp. 24-27, figg. 43-50.

Questa specie, molto a torto descritta dal Wahlgren come larva di *Japyx*, è, per quanto risulta dalla descrizione dello stesso Autore, ben distinta dal *Projapyx stylifer* Cook della Liberia per avere soprattutto i cerci più allungati e composti di 23 articoli.

Il Wahlgren attribuisce all'8° articolo delle antenne il sensillo piriforme, perchè egli considera come primo articolo il breve sollevamento anu-

lare sul quale è inserito il primo vero articolo o almeno quello così da me ritenuto.

Gli esemplari descritti dal Wahlgren provenivano dalla regione del Nilo Bianco a Sud di Kaka.

Symphylurinus Grassii sp. n.

Syn. *Projapyx stylifer* Silv. (nec Cook), Boll. Soc. ent. ital., XXXIII, pp. 204-212, 244-246.

Questa è la specie da me riferita al *Projapyx stylifer* e sotto tale nome descritta nella Nota sopra indicata.

Per i caratteri specialmente delle antenne il genere *Symphylurinus* e la sua specie tipica sono facilmente riconoscibili. Nel lavoro definitivo sui *Projapygidae* io farò uno studio minuto di tutti gli esemplari dell'America meridionale, che furono da me raccolti nell'Argentina, Paraguay e Matto Grosso, per stabilire se gli esemplari con cerci provvisti di alcune spine sul lato interno debbano essere considerati come una seconda specie oppure no.

Dedicato all'illustre maestro prof. G. B. Grassi, che primo studiò profondamente i Tisanuri.

Anajapyx mexicanus sp. n.

Antenne di 23 articoli con sensilli come nell'*A. vesiculosus* Silv. Cerci di 6 articoli.

Corpo fornito di brevi setole e di alcune lunghe disposte come nell'*A. vesiculosus*, poco più lunghe che in quest'ultima specie e fornite di due appendici laterali lunghette, mentre quelle dell'*A. vesiculosus* ne hanno almeno tre, che sono anche più corte.

Lunghezza del corpo mm. 1,90; lunghezza dei cerci mm. 0,30.

Habitat: raccolti due esemplari fra il terriccio in una piantagione di caffè presso Córdoba (Messico).

Questa specie, la prima del genere trovata nel Nord America, è molto affine all'*Anajapyx vesiculosus* Silv. d'Italia, dal quale si può distinguere con sicurezza soltanto per la forma delle setole lunghe laterali e posteriori dei segmenti.

II. — NUOVA SPECIE DI Acerentomidae (Protura).

Eosentomon Wheeleri sp. n.

♀ Il capo è prolungato anteriormente in un brevissimo rostro, è poco meno del doppio più lungo che largo ed è fornito al dorso di alcune brevissime setole.

Il torace e l'addome sono conformati come nell'*Acerentomon Doderoi* Silv.; però hanno setole diverse per numero e posizione come si mostrerà nelle figure della descrizione definitiva.

Gli stigmi del mesotorace e del metatorace sono molto ben distinti ed hanno una posizione affatto dorso-laterale, a differenza di quanto appare dalle figure 1 e 2 della tav. I del Berlese (Redia, V, pag. 18).

Gli stili dei segmenti 1-3 addominali sono abbastanza grandi, fra di loro uguali per forma e dimensione e costituiti come quelli del 1° segmento dell'*Acerentomon Doderoi*.

L'ottavo segmento non ha lamina pettinata nella sua parte dorso-laterale posteriore, ma presenta in tale regione lo sbocco di due ghiandole che si estendono anteriormente fin nel 7° segmento.

Il dodicesimo urotergite è fornito di sei setole abbastanza lunghe, delle quali due submediane sono quasi il doppio più lunghe delle due sublaterali e queste anche alquanto più corte delle due laterali. Inoltre è fornito di tre setole cortissime marginali delle quali una è mediana e due submediane.

Il dodicesimo urosternite è provvisto di sei setole lunghe un poco più delle dorsali e situate quattro nella parte sublaterale (due su ciascun lato, colla base molto avvicinata fra di loro) e due nella parte laterale; presso il margine posteriore tra le setole lunghe ha anche quattro setole brevi.

Appendice genitale breve.

Le zampe sono per forma e disposizione simili a quelle dell'*Acerentomon*, ma il pretarso del 1° paio è costituito da un'unghia più breve che in tale genere e un poco più curva ed il tarso termina con una setola dorsale leggermente clavata e un poco più corta dell'unghia e una setola assottigliata ventrale lunga quanto l'unghia.

Il pretarso delle altre zampe è formato di un'unghia semplice, assottigliata, abbastanza lunga e alquanto curva.

Lunghezza del corpo mm. 1,18; larghezza del metatorace 0,12; lunghezza del capo 0,11; lunghezza degli stili 0,036; lunghezza del primo paio di zampe 0,29.

Habitat: nel terriccio dei boschi dei dintorni di New York.

Questa specie è dedicata al valentissimo entomologo americano professore W. M. Wheeler.

Eosentomon Wheeleri, var. *mexicanum* nov.

A Jalapa nel Messico io raccolsi un esemplare maschio di *Eosentomon*, che concorda per tutti i caratteri colla specie descritta, differenziandosene solo un po' per le setole poco più lunghe.

L'appendice genitale è simile a quella del maschio dell'*Acerentomon Doderoi*.

Lunghezza del corpo mm. 1,17; larghezza del metatorace mm. 0,15; lunghezza del capo mm. 0,15; lunghezza delle zampe del primo paio 0,39.

OSSERVAZIONE. — L'unica specie finora conosciuta del genere *Eosentomon* Berl. è l'*E. transitorium* Berl. Essendo però tale specie tanto bre-

vamente ed imperfettamente descritta non mi è possibile notare qui le reali differenze esistenti tra essa e quella da me ritenuta nuova, mentre quelle apparenti, che si possono rilevare dalle figure del Berlese sopra citate, consistono almeno nel numero e disposizione delle setole del capo e del torace, nella grandezza dell'unghia del primo paio di zampe e nella forma e numero e disposizione delle setole del tarso dello stesso paio di zampe.

Quanto al genere *Eosentomon*, esso è ben distinto dal genere *Acerentomon* oltre che per la presenza degli stigmi al meso- e al meta-torace, anche per la forma degli stili del 2° e 3° segmento addominale e per la mancanza di lamina pettinata sull'ottavo segmento addominale.

Io ritengo che la presenza di stigmi sia da considerarsi carattere di importanza maggiore che generica e perciò propongo di dividere la famiglia Acerentomidi in due tribù: *Acerentomini* e *Eosontomini*. Quest'ultima comprende il solo genere *Eosontomon* Berl., mentre l'altra comprende due generi: *Acerentomon* Silv. e *Proturentomon* nov., così fra di loro distinti:

a. Capo anteriormente prolungato in un rostro; ottavo segmento fornito nella parte supero-laterale posteriore di una lamina pettinata.

Gen. *Acerentomon* Silv.

Tipo: *A. Doderoi* Silv.

b. Capo anteriormente subrotundato; ottavo segmento sfornito di lamina pettinata Gen. *Proturentomon* nov.

Tipo: *Acerentomon minimum* Berl.

Matematica. — *Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche.* Nota di E. LEVI, presentata dal Socio L. BIANCHI.

È noto il teorema di Gauss secondo cui il valore *una funzione armonica* $u(xy)$, in un certo campo finita è in ogni punto la media dei valori che essa prende sopra una circonferenza di centro quel punto (ed interna al campo di esistenza della funzione). Questa proprietà è caratteristica per le funzioni armoniche? È facile vedere che, se esistono le derivate dei primi due ordini di $u(xy)$ e sono finite e continue, così è certamente; ma a rendere possibile l'enunciare detta proprietà, è chiaramente superfluo che la $u(xy)$ abbia derivate, onde si pone la questione di vedere in quali più limitate ipotesi si può provare che la proprietà enunciata è caratteristica per le funzioni armoniche. Noi stabiliremo nelle righe seguenti che *una funzione $u(xy)$ limitata ed integrabile linearmente su ogni circonferenza e superficialmente* ⁽¹⁾

(1) L'ipotesi che $u(xy)$ sia integrabile linearmente su ogni circonferenza è evidentemente insita nella natura della questione. Meno intrinseca appare l'ipotesi che $u(xy)$ sia superficialmente integrabile, e mi riservo di sostituirla con altra meno restrittiva nel

che in ogni punto abbia come valore la media dei valori che essa ha su una circonferenza di centro quel punto, ha necessariamente le derivate dei vari ordini, e quindi anche è armonica.

1. Sia $u(xy)$ la funzione data nel campo C : e supponiamo che sia in C $|u(xy)| < U$. Indico con C_R il campo di C tale che ogni cerchio di centro un punto di C_R e raggio R sia interno a C . Sarà $\lim_{R \rightarrow 0} C_R = C$. La proprietà supposta per $u(xy)$ se (xy) è in C_ρ , è espressa dall'equazione

$$(1) \quad u(xy) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \rho \cos \vartheta, y + \rho \sin \vartheta) d\vartheta,$$

ossia

$$2\pi \rho u(xy) = \rho \int_0^{2\pi} u(x + \rho \cos \vartheta, y + \rho \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Supponiamo (xy) in C_R ed integriamo rispetto a ρ tra 0 ed R : si avrà

$$(2) \quad \begin{aligned} u(xy) &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} u(x + \rho \cos \vartheta, y + \rho \sin \vartheta) d\vartheta = \\ &= \frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(xy)} u(x'y') dx' dy' \end{aligned}$$

dove $\Gamma_R(xy)$ indica il cerchio di centro (xy) e raggio R . In altri termini $u(xy)$ è uguale alla media dei valori della $u(xy)$ in ogni cerchio di centro (xy) ⁽¹⁾.

È da notare che l'integrale dell'ultima formula (2) ha realmente senso come integrale di area, grazie all'ipotesi che la $u(xy)$ sia superficialmente integrabile.

Segue dalla (2) facilmente che la funzione è continua ed ammette le derivate dai vari ordini ⁽²⁾.

n. 2. Ma a diminuire fin d'ora l'importanza di tale ipotesi, osserverò che le integrazioni di cui si parla in tutto il ragionamento che segue possono intendersi nel senso del Lebesgue. Supponendosi la funzione limitata, l'integrale del Lebesgue preso sulle circonferenze esiste sempre che esista l'integrale Riemanniano (non viceversa), e non differisce da esso; e può allora esistere l'integrale superficiale nel senso del Lebesgue (in modo che le deduzioni del testo conservino il loro valore) senza che esista però il corrispondente integrale di Riemann. Così avviene per es.: negli esempi dati dal Pringsheim (Münch. Ber. 1899) di funzioni integrabili linearmente sulle parallele agli assi e non integrabili superficialmente nel senso di Riemann.

⁽¹⁾ È dunque questa una proprietà di cui godono le funzioni armoniche. Per via alquanto più complicata è essa stata ottenuta e notata dallo Zaremba, *Sur l'intégration de l'équation biharmonique*. Bull. de l'Acad. de Cracovie. Janvier, 1908, pag. 7.

⁽²⁾ I ragionamenti che seguono sono sostanzialmente identici a quelli usati, in condizioni più difficili e più complicate, da Beppo Levi nel § 5 della Memoria: *Sul principio di Dirichlet*. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, tomo XXII, 1906.

La funzione è continua all'interno di C . Infatti se (xy) ed $(x'y')$ sono due punti di C_R , la cui distanza è δ , si chiami L_1 la lunula interna a $\Gamma_R(xy)$ ed esterna a $\Gamma_R(x'y')$, L_2 la lunula interna a $\Gamma_R(x'y')$ ed esterna a $\Gamma_R(xy)$: sarà

$$(3) \quad u(x'y') - u(xy) = \frac{1}{\pi R^2} \left\{ \iint_{L_2} - \iint_{L_1} \right\} u(x_1 y_1) dx_1 dy_1 ;$$

quindi, poichè in C è $|u(xy)| < U$, sarà

$$|u(x'y') - u(xy)| < \frac{2U}{\pi R^2} \lambda$$

dove λ è la grandezza comune delle aree L_1 ed L_2 . Ma λ tende a zero con δ : quindi la funzione $u(xy)$ è continua in ogni campo C_R . E quindi ancora è continua in tutti i punti all'interno di C .

La funzione $u(xy)$ ammette le derivate prime finite all'interno di C . Proviamo ad es. che esiste la derivata rapporto ad x . Poniamo ** in (3) $(x'y') \equiv (x + \delta, y)$: la (3) si può allora scrivere:

$$u(x + \delta, y) - u(xy) = \frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} \cos \vartheta d\vartheta \int_0^\delta u(x + R \cos \vartheta + \xi, y + R \sin \vartheta) d\xi.$$

Indicando con $\bar{\xi}_\vartheta$ un conveniente valore tra $0 \dots \delta$ — dipendente da ϑ —, e ricordando che la funzione $u(xy)$ è continua, si deduce, pel teorema del valor medio,

$$\frac{u(x + \delta, y) - u(xy)}{\delta} = \frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} u(x + R \cos \vartheta + \bar{\xi}_\vartheta, y + R \sin \vartheta) \cos \vartheta d\vartheta.$$

Passando al limite per $\delta = 0$, si avrà che in C_R esiste $\frac{\partial u}{\partial x}$ ed è data da

$$(4) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} u(x + R \cos \vartheta, y + R \sin \vartheta) \cos \vartheta d\vartheta.$$

Facendo tendere a zero R si conchiude che all'interno di C esistono le derivate prime di $u(xy)$ e sono date da (4): onde, poichè $u(xy)$ è finita e continua, sono esse pure finite e continue. Esse sono quindi anche integrabili; e si vede allora immediatamente che queste derivate sono anche espresse in C_R dalla formula

$$(5) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(xy)} \frac{\partial u(x'y')}{\partial x'} dx' dy'$$

poichè evidentemente l'integrale ultimamente scritto è uguale a quello del secondo membro di (4).

Ragionando su (5) come su (2) si vede subito che esistono a loro volta le derivate seconde di u e sono finite e continue: in particolare si ha

$$(6) \quad \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= \frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{\partial u(x + R \cos \vartheta, y + R \operatorname{sen} \vartheta)}{\partial x} \cos \vartheta \, d\vartheta \\ \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \frac{1}{\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{\partial u(x + R \cos \vartheta, y + R \operatorname{sen} \vartheta)}{\partial y} \operatorname{sen} \vartheta \, d\vartheta . \end{aligned}$$

Si potrebbe allora, come dissi in principio, dedurre che la funzione è armonica ricorrendo alle formule di Green: ma è più facile verificarlo direttamente, osservando che da (6) ed (1) segue

$$\begin{aligned} \Delta_2 u &= \frac{2}{\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{\partial u(x + R \cos \vartheta, y + R \operatorname{sen} \vartheta)}{\partial R} \, d\vartheta = \\ &= \frac{2}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + R \cos \vartheta, y + R \operatorname{sen} \vartheta) \, d\vartheta \right] = \\ &= \frac{2}{R} \frac{\partial u(xy)}{\partial R} = 0 . \end{aligned}$$

2. Abbiamo già detto che l'ipotesi che $u(xy)$, oltrechè integrabile su ogni circonferenza, sia pure superficialmente integrabile, si può sostituire con altra meno restrittiva (1). Per enunciare questa condizione, si considerino due punti (xy) ed $(x'y')$ arbitrarii del campo C e si chiami d la loro distanza: si dicano ϱ e ϱ' le coordinate bipolari, rispetto ai punti (xy) ed $(x'y')$ come centri, di un punto arbitrario. Ad una coppia di valori ϱ, ϱ' corrispondono due punti, l'uno in uno, l'altro nell'altro dei semipiani limitati dalla congiungente (xy) con $(x'y')$; e la funzione u darà luogo in questi due semipiani a due funzioni $u_1(\varrho, \varrho')$, $u_2(\varrho, \varrho')$, le quali per l'ipotesi che noi manteniamo dell'integrabilità di u su ogni cerchio, saranno integrabili sui cerchi $\varrho = \operatorname{cost}$ e $\varrho' = \operatorname{cost}$. Noi supporremo di più che, preso un campo τ limitato da uno o due cerchi, esistano e siano uguali i due integrali

$$\int d\varrho \int [u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{\mathcal{A}} \, d\varrho' \quad \int d\varrho' \int [u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{\mathcal{A}} \, d\varrho$$

dove $\mathcal{A} = [d^2 - (\varrho' - \varrho)^2][d^2 - (\varrho' + \varrho)^2]$ e le integrazioni sono estese a valori di ϱ e ϱ' che danno punti interni a τ . È noto che questa ipotesi è meno restrittiva di quella dell'integrabilità superficiale in τ (2).

(1) Questa semplificazione nelle ipotesi mi fu indicata da mio fratello Beppo.

(2) Condizioni sufficienti affinché si abbia

$$\int d\xi \int f(\xi\eta) \, d\eta = \int d\eta \int f(\xi\eta) \, d\xi$$

furono date dall'Arzelà nella Memoria: *Sugli integrali doppi* (Memorie dell'Accademia

Procederemo in modo analogo a quello tenuto al n. 1. Nelle coordinate ϱ e ϱ' l'elemento lineare del piano è

$$(7) \quad ds^2 = 4 \frac{\varrho \varrho'}{A^2} [\varrho \varrho' (d\varrho^2 + d\varrho'^2) - (\varrho'^2 + \varrho^2 - \delta^2) d\varrho d\varrho']$$

e se si suppone (xy) in $C_{\varrho'}$, $(x'y')$ in C_{ϱ} , la (1) ci darà:

$$u(xy) = \frac{2}{\pi} \int_{|\varrho-\delta|}^{\varrho+\delta} \frac{[u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')]}{A} \varrho' d\varrho',$$

$$u(x'y') = \frac{2}{\pi} \int_{|\varrho'-\delta|}^{\varrho'+\delta} \frac{[u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')]}{A} \varrho d\varrho.$$

Di qui moltiplicando per ϱ la prima, per ϱ' la seconda e, supposti (xy) ed $(x'y')$ in C_R , integrando rapporto a ϱ e ϱ' rispettivamente si avrà

$$(8) \quad u(xy) = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^R d\varrho \int_{|\varrho-\delta|}^{\varrho+\delta} [u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho'$$

$$u(x'y') = \frac{4}{\pi R^2} \int_0^R d\varrho' \int_{|\varrho'-\delta|}^{\varrho'+\delta} [u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho.$$

Invertiamo nella prima di queste formule l'ordine delle integrazioni, il che per ipotesi è possibile: se si suppone $2\delta < R$, si avrà

$$u(xy) = \frac{4}{\pi R^2} \left[\int_0^{R-\delta} d\varrho' \int_{|\varrho'-\delta|}^{\varrho'+\delta} [u_1(\varrho \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho + \right. \\ \left. + \int_{R-\delta}^{R+\delta} d\varrho' \int_{\varrho'-\delta}^R [u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho, \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho \right],$$

Confrontando colla seconda delle (8), si deduce

$$(9) \quad u(xy) - u(x'y') = \frac{4}{\pi R^2} \left[\int_R^{R+\delta} d\varrho' \int_{\varrho'-\delta}^R [u_1(\varrho \varrho') + u_2(\varrho \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho - \right. \\ \left. - \int_{R-\delta}^R d\varrho' \int_R^{\varrho'+\delta} [u_1(\varrho, \varrho') + u_2(\varrho \varrho')] \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho \right].$$

Osserviamo ora che per (7) la lunghezza $\pi \varrho'$ del semicerchio di raggio ϱ' e centro xy è data se $\varrho' > \delta$ da

$$2 \int_{|\varrho'-\delta|}^{\varrho'+\delta} \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho;$$

delle Scienze di Bologna Serie V, vol. II, 1891, pag. 143) il quale notò che esse non bastavano a dedurre l'integrabilità superficiale. Sopra abbiamo già richiamato che un esempio di funzione non integrabile superficialmente e per cui tale uguaglianza è soddisfatta è stato dato dal Pringsheim (Münch. Ber. 1899). Nelle citate ricerche si tratta sempre di integrali di Riemann: per gli integrali di Lebesgue la questione non è stata ancora studiata.

e che quindi si ha:

$$\begin{aligned} \text{per } R \leq \varrho' < \varrho' + \delta & \quad 2 \int_{\varrho'-\delta}^R \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho \leq \pi \varrho'; \\ \text{per } R \geq \varrho' > \varrho' - \delta, & \quad 2 \int_R^{\varrho'+\delta} \frac{\varrho \varrho'}{A} d\varrho \leq \pi \varrho'. \end{aligned}$$

Seguirà allora da (9) ricordando che $|u| < U$ in tutto C

$$(10) \quad |u(xy) - u(x'y')| < 8\delta \frac{R + \delta}{R^2} U < 12\delta \frac{U}{R}.$$

E questa ci dimostra che $u(xy)$ è, nelle fatte ipotesi, continua e quindi superficialmente integrabile, onde ad essa si può applicare il ragionamento del n. 1.

Fisica. — *Ricerche ed esperimenti di telefonia elettrica senza filo.* Nota di QUIRINO MAJORANA, presentata dal Socio BLASERNA.

In una Nota preliminare, pubblicata nel Rendiconto della Seduta di questa Accademia del 17 luglio 1904, esponevo il risultato di alcune mie ricerche sulla Telefonia senza filo. Dopo aver detto dei differenti modi con cui, mercè il sussidio dei mezzi che il prof. Blaserna poneva allora a mia disposizione, ero riuscito ad ottenere l'irradiazione da parte di un'antenna di onde *quasi continue*, descrissi sommariamente alcune disposizioni capaci di produrre la *modulazione* dell'intensità di tali onde, in corrispondenza delle vibrazioni acustiche prodotte dalla parola articolata. Nel tempo trascorso da allora sino ad oggi ho perfezionato le disposizioni accennate, e mediante esse ho potuto eseguire esperienze di telefonia senza filo a grande distanza, dalle quali si può desumere il grado di praticità che le disposizioni definitive da me sperimentate hanno raggiunto. Di tali disposizioni e di quelle esperienze dirò brevemente in questa Nota.

Apparecchio trasmittente. — È costituito da un generatore di onde *quasi continue*, oppure da un generatore Poulsen. Il primo di tali generatori è quello descritto alla lettera *e* a pag. 89 della Nota citata, e di esso mi sono servito a più riprese, specie nelle prime ricerche. Dopo la scoperta fatta dal Poulsen delle notevoli qualità oscillatorie di un arco voltaico in atmosfera di idrogeno, mi sono servito con successo di questo mezzo per generare onde continue; ma in certi casi l'uso delle scintille staccate presenta, sotto alcuni riguardi, vantaggi di fronte all'arco Poulsen. Prescindendo adunque dalla natura dell'apparecchio generatore delle onde, dirò di tutte le rimanenti parti del mio sistema; in ogni caso, salvo piccole differenze costrut-

tive, a tale sistema può essere indifferentemente applicato uno dei suddetti generatori.

La fig. 1 rappresenta la disposizione schematica dell'apparecchio trasmittente: G è il generatore di onde, che pone in vibrazione elettromagnetica un circuito di determinato periodo; il circuito dell'antenna, che comprende un microfono M, entra in vibrazione per risonanza. Il microfono M è di costruzione del tutto speciale, e di esso dirò in appresso; intanto noto che la disposizione indicata è realizzata in guisa che sia permesso l'esatto accordo fra i periodi di vibrazione dei detti circuiti, e sia possibile mutare

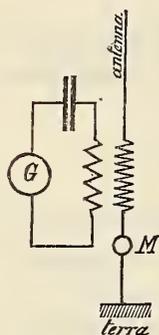


FIG. 1.

il grado di accoppiamento. Quest'ultima particolarità è di somma importanza al fine di ottenere ampie variazioni nell'intensità delle onde irradiate dall'antenna, sotto l'azione delle pulsazioni microfoniche, giacchè vi è un certo accoppiamento medio per il quale quelle variazioni sono massime. È ovvio poi riconoscere l'opportunità di collocare in M il microfono, piuttosto che in altro punto: infatti nel circuito del generatore G esso sarebbe traversato da correnti troppo intense, e tra l'antenna e l'autoinduzione esso verrebbe continuamente caricato a potenziali assai rilevanti, dipendendo in quel caso tali potenziali, non solo dall'effetto ohmico del microfono stesso, ma dalle pulsazioni dell'autoinduzione inserita tra microfono e terra.

Microfono idraulico. — Il microfono impiegato è fondato su principio diverso dai soliti: è un microfono idraulico, a cui accennai già nella Nota preliminare. Se una vena liquida fluisce verticalmente da una stretta apertura praticata in un tubo adduttore T (fig. 2) essa scorre in forma cilindrica per buon tratto e poi, in G comincia a contrarsi e successivamente a rompersi in gocce. È conosciuto da tempo che perturbazioni meccaniche, esercitate sul tubo T, favoriscono le contrazioni del getto o la formazione delle gocce; tali perturbazioni meccaniche, specialmente se brusche e frequenti, fanno momentaneamente raccorciare la parte cilindrica del getto, ed il punto G si accosta di più alla bocca di efflusso. Le contrazioni o la rottura in gocce del getto, possono essere generate con un ritmo acustico qualsiasi, facendo agire sul tubo T perturbazioni vibratorie di carattere acustico. Una esperienza realizzata senz'altro come è stato detto, fa riconoscere però che il getto è sensibile di preferenza ad un determinato periodo, che è quello corrispondente al modo periodico con cui esso si romperebbe in gocce distinte in G, se non fosse perturbato. Ma perfezionando la vecchia disposizione, ho potuto ottenere che il getto liquido subisca contrazioni le quali, all'incirca, possono ritenersi proporzionali alla intensità degli urti impressi a T, sotto periodi compresi fra limiti molto ampi (quelli esistenti nella voce umana). Tale risultato si ottiene facendo in guisa che le perturbazioni meccaniche

imprese al getto, si traducano in vere e proprie variazioni di pressione nell'interno del tubo adduttore e propriamente in vicinanza della bocca di efflusso. Il tubo adduttore è costruito in materiale assai rigido (fig. 3), salvo che su di un piccolo tratto A, dove la sua parete è assai sottile ed elastica. Il tratto A è connesso con una membrana vibrante M, che sotto l'azione della parola o di altri suoni, fa così oscillare il valore della pressione istantanea del liquido sulla bocca di efflusso. Esaminando con un mezzo strobo-



FIG. 2.

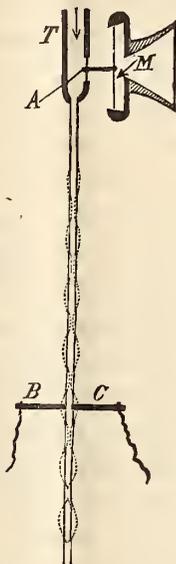


FIG. 3.

scopico il getto, si osserva che esso, sotto un determinato periodo acustico, è allora contratto secondo la linea punteggiata; queste contrazioni si ingrandiscono con l'aumentare della distanza dalla bocca di efflusso; talchè due conduttori B e C, su cui il getto stesso si fa battere, sono congiunti da masse di liquido variabili in ogni distante, dipendentemente dalle vibrazioni trasmesse per mezzo della membrana. Si comprende dunque che se il liquido del getto è conduttore (acqua acidula o salata, mercurio ecc.) la resistenza elettrica interposta fra B e C, è variabile. L'apparecchio può essere dunque usato come microfono; è così che ho potuto eseguire esperienze di telefonia ordinaria in condizioni in cui non sarebbe stato possibile servirsi di microfoni comuni (¹). Un microfono di tale genere può sopportare forti intensità

(¹) Nel 1905, fu provato un microfono così costruito fra Roma e Londra; distanza circa 2.000 km. L'intensità nel circuito primario del microfono era di circa 10 amp., sotto una differenza di potenziale di 50 Volt; al secondario, ossia in partenza sulla linea, l'intensità era per certi suoni, di 100 miliampère valore 10 volte maggiore del consueto.

di corrente, giacchè le particelle di liquido attraversate dalla corrente, rinnovandosi continuamente, non si riscaldano sensibilmente; inoltre la differenza di potenziale fra gli elettrodi, può anch'essa essere molto elevata potendosi regolare la conducibilità del getto liquido e la distanza fra gli elettrodi metallici B, C a piacimento. Tali caratteristiche del nuovo microfono rendono questo particolarmente adatto per la sua utilizzazione nella telefonia senza filo; esso infatti può essere intercalato nel circuito dell'antenna (fig. 1) senza che vi sia pericolo di combustione o di riscaldamento di qualche sua parte. Le esperienze di telefonia senza filo che io ho eseguito con maggiore successo, son quelle in cui ho fatto uso di un microfono idraulico costruito come si è detto.

Apparecchio ricevente. — Nelle prime esperienze da me eseguite adoperavo, nella stazione ricevente, come rivelatore delle onde elettromagnetiche trascinati i periodi acustici della parola, un detector elettromagnetico Marconi. Successivamente dovetti riconoscere che questo congegno, pur presentando sufficiente sensibilità nei casi di gruppi staccati di onde (telegrafia senza filo), non è molto adatto per una rivelazione di onde persistenti o quasi persistenti. Probabilmente tale differenza di sensibilità si deve agli intervalli di riposo esistenti fra una scintilla e la successiva nel caso della telegrafia senza filo, intervalli che mancano, o quasi, nelle trasmissioni radiotelefoniche. Meglio si presta, allo scopo della rivelazione, un contatto incerto di carbone, traversato da debole corrente continua locale, oppure una cellula elettrolitica; ma questi due metodi, sebbene permettano in certi casi un'ottima rivelazione, sono di sensibilità assai variabile.

Rivelatori più sensibili e più sicuri, sono invece quelli termici (bolometri), oppure quelli fondati sull'uso di contatti termoelettrici; migliore di tutti i rivelatori conosciuti è poi il così detto *Audion* del De Forest. Praticamente ho adoperato un contatto termoelettrico oppure l'*Audion*.

La coppia termoelettrica che mi ha dato migliori risultati, è costituita da pirite di ferro e platino metallico. La disposizione da me impiegata è la seguente: l'antenna ricevente è unita a terra, attraverso un'autoinduzione regolabile I (fig. 4). Questa, con accoppiamento pure regolabile, pone in vibrazione, per risonanza, un circuito locale, sul cui condensatore variabile C, è derivato un secondo condensatore K di piccolissimo valore (qualche milionesimo di microfarad) posto in serie colla pinza termoelettrica P, costruita con le suddette sostanze. Sulla pinza, è infine derivato un terzo circuito, comprendente un telefono T e un galvanometro G. Quando le onde arrivano sull'antenna, il circuito C entra in vibrazione e una parte della energia di esso traversa la pinza P, riscaldandola e facendola divenire sede di forza elettromotrice: per cui una corrente traversa G e T. Il galvanometro G, che deve essere sensibile anche ad intensità di corrente dell'ordine dei microampère, permette facilmente l'accordo e il regolaggio dell'apparecchio rice-

vente. La disposizione indicata, come tutte quelle a pinza termoelettrica, produce, al variare dell'intensità delle onde in arrivo, suoni o rumori nel telefono, la cui energia è evidentemente una parte di quella veramente raccolta dall'antenna ricevente. È interessante notare come anche a più di 50 chilometri da una stazione radiotelefonica animata da due o tre kilowatt, il galvanometro dell'apparecchio ricevente descritto possa accusare una deviazione anche di quattro microampere. Tale fatto, è stato accertato alla stazione ricevente di Porto d'Anzio, essendo la trasmittente situata in Roma (Monte Mario).

Dirò ora brevemente del funzionamento dell'*Audion* di De Forest impiegato nella sua ultima forma, giacchè la teoria di questo apparecchio non

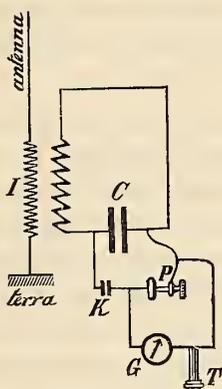


FIG. 4.

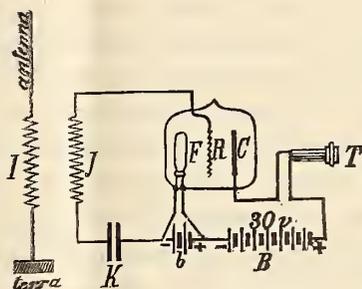


FIG. 5.

sembra sia stata stabilita. La fig. 5 indica la disposizione adottata dal De Forest. *A* è l'antenna ricevente, *I* un'autoinduzione; un globo vuoto di aria, comprende un filamento metallico *F* incandescente per la corrente generata da *b*, una griglia o rete metallica *R* (vista in fig. di profilo), e una lamina metallica *C*. Una autoinduzione *J* è posta in circuito con un condensatore di piccolo valore *K* (centomillesimi di microfarad), col filamento *F* e con la rete *R*; una batteria di circa 30 Volt *B*, è posta in circuito col filamento *F*, con un telefono *T*, e colla lamina *C*; il filamento è caricato dalla batteria *B* negativamente. Ordinariamente una corrente continua, generata da *B*, circola nel telefono *T*, perchè il filamento incandescente *F* irradia tutto intorno, dentro il globo, ioni negativi, di cui qualcuno va a battere, attraverso la rete *R*, sulla lamina *C*. Quando le onde arrivano sull'antenna, questa, essendo ben regolato il valore di *I*, entra in vibrazione; per induzione è traversata da correnti variabili anche *J*, ma soltanto cariche negative possono passare da *F* su *R*; evidentemente quindi il circuito *JKFR* non entra in vera risonanza, perchè le sue oscillazioni, a causa della unilaterale conduzione del tratto *FR*, si smorzano immediata-

mente. Non vi ha quindi modo di accordare il detto circuito sull'altro AIT, ed il valore della capacità K può essere arbitrario: vi è solo convenienza a costruire J di valore relativamente elevato, giacchè allora le differenze di potenziale tra F ed R sono maggiori. Il funzionamento del circuito RJKF è certamente simile a quello della valvola di Fleming; ma la caratteristica della disposizione De Forest, e dalla quale dipende la meravigliosa sensibilità dell'apparecchio, risiede nel terzo conduttore C . Infatti essendo gl' ioni messi in movimento dal filamento F in numero limitato, se essi sono impegnati a neutralizzare la differenza di potenziale fra i due conduttori più vicini F ed R , non possono arrivare, od arrivano in numero minore su C ; per cui la corrente che traversa ordinariamente il telefono T , diminuisce. Della giustezza di queste mie considerazioni ho potuto convincermi misurando l'intensità di talè corrente; essa rimane del tutto annullata per onde assai intense, arrivanti sull'antenna.

Risultati ottenuti. — Una prima stazione di esperimento è stata costruita nell'Istituto Superiore dei Telegrafi in Roma; l'antenna è alta 24 metri ed è quadrifilare. Da circa due anni ho eseguito esperimenti preliminari alla distanza di 5 chilometri tra questa stazione e quella di Monte Mario, appartenente al Ministero della Marina la cui antenna pure quadrifilare, è alta circa 50 metri. Un amperometro sull'antenna della prima stazione indica, in condizioni normali di trasmissioni un'intensità di circa ampere 1, 2. A Monte Mario si può ricevere con la pinza termoelettrica una intensità di corrente di circa 15 microampere. Le parole pronunciate all'Istituto Superiore possono essere ricevute anche col detector Marconi; ed esse si sentono assai fortemente servendosi invece della pinza termoelettrica o dell'Audion.

In vista di questi risultati è stata costruita dal Ministero della Marina una seconda stazione di esperimento a Porto D'Anzio alla distanza di circa 56 chilometri da Monte Mario con un'antenna quadrifilare di m. 45. Il giorno 14 agosto 1908 fu sperimentata questa stazione, e fu constatato che, con circa ampere 3,5 all'antenna di Monte Mario, potevansi udire in Anzio nettamente le parole pronunciate a Roma.

Il Ministero della Marina ha allora disposto la esecuzione di esperimenti su più larga scala; il cacciatorpediniere *Lanciere* fu messo a mia disposizione, e il giorno 13 novembre quella nave approdava all'isola di Ponza, alla distanza di circa 120 km. da Monte Mario. In quell'isola esiste una stazione radiotelegrafica della Marina con un'antenna quadrifilare di circa 60 metri; impiantati colà gli apparecchi riceventi, si poterono udire con intensità superiore che a Porto d'Anzio i suoni prodotti e le parole pronunciate a Roma; le vibrazioni della lamina telefonica erano udibili sino a tre o quattro metri di distanza. Il migliore risultato ottenuto a Ponza dipende probabilmente, oltre che dalla maggiore altezza della locale antenna, dalla migliore ubicazione di quella stazione.

L'indomani 14 novembre, il *Lanciere* approdava a Maddalena in Sardegna. In vicinanza di quel Porto, sull'isola di Caprera, in località Becco di Vela, esiste un'altra stazione della Marina simile a quella di Ponza. La distanza di essa da Roma è in linea retta di circa 270 km. Alle ore 12 di quel giorno furono ripetute le esperienze di ricevimento da Roma ottenendo anche allora buoni risultati. La voce proveniente da Monte Mario era nettamente percepibile e la sua intensità non era inferiore a quella di un'ordinaria comunicazione telefonica urbana. È quindi da ritenersi che a quella distanza, si possa effettivamente impiantare un servizio radiotelegrafico veramente utile per la pratica.

Volendo infine stabilire la portata massima del sistema radiotelefonico descritto, il giorno 1° dicembre il *Lanciere* approdava a Trapani, in Sicilia, per eseguire altri esperimenti nella stazione radiotelegrafica posta sul Monte S. Giuliano. Tale stazione è simile a quella di Ponza e di Becco di Vela, e dista da Roma per circa 420 km., in linea retta. Si stentò alquanto a trovare l'accordo in queste condizioni, anche perchè molte stazioni radiotelegrafiche vicine (tra cui quelle francesi sulla costa africana) disturbavano gli esperimenti; ma infine potè essere udita e compresa nettamente, quantunque debolmente, la parola partente da Roma. L'intensità di ricevimento era però questa volta appena sufficiente perchè un orecchio esercitato potesse comprendere. Si era dunque al limite della portata delle segnalazioni radiotelefoniche inviate da Roma; e di ciò mi potei convincere maggiormente l'indomani 2 dicembre, nel qual giorno recatomi all'altra stazione siciliana di Forte Spuria, presso Messina, mi resi certo che le segnalazioni da Roma non potevano essere comprese. La stazione di Forte Spuria è poco più distante da Roma che non la stazione di Monte S. Giuliano; ma si trova in condizioni più sfavorevoli, essendo circondata dai monti della Sicilia e della Calabria.

Con le descritte esperienze non rimane fissato assolutamente la portata massima delle segnalazioni radiotelefoniche che si possono ottenere col mio sistema; giacchè coll'uso del microfono idraulico il limite delle attuali esperienze può essere di molto accresciuto, nulla vietando di aumentare notevolmente l'energia in partenza e le dimensioni delle antenne.

Un fatto importante mi piace segnalare prima di finire. In tutte le esperienze eseguite potè essere accertato che la parola articolata arriva anche alla distanza di più che 400 km. con il suo timbro perfettamente inalterato; ciò dimostra che tutti i periodi acustici in essa compresi sono trasmessi, per mezzo delle onde elettromagnetiche, con attenuazione costante. E che cioè, nelle trasmissioni radiotelefoniche, a differenza di quanto avviene nella telefonia con fili o con cavi, non ha luogo il noto fenomeno della distorsione acustica della parola. La spiegazione di tale fatto è ovvia; giacchè in telefonia ordinaria il fenomeno della propagazione è intimamente legato al periodo acustico, mentre in radiotelefonia, il periodo che ha maggior importanza è quello elettromagnetico delle onde ad alta frequenza.

Tranne le due forme $\{021\}$ e $\{0\bar{2}1\}$ che in alcuni cristalli si trovano insieme colle altre e in altri mancano, le rimanenti si trovano sempre presenti in un'unica combinazione.

L'abito dei cristalli è tabulare secondo (010) o prismatico secondo (010) e (001). Non tutte le facce hanno lucentezza tale da consentire buone misure. Alcune presentano poi, specialmente in causa delle frequenti geminazioni, tali deformazioni e imperfezioni da farle ritenere assolutamente inadatte alle misure goniometriche. A tale scopo sono da considerarsi buone le facce degli emiprismi $\{hk0\}$, di $\{20\bar{1}\}$ e di $\{11\bar{1}\}$; quelle di $\{010\}$ sono appena appena discrete; pessime addirittura quelle di $\{001\}$.

Ecco i risultati delle misure che ho giudicato sufficientemente buone, posti in confronto con i valori teorici calcolati dalle costanti di Von Rath ⁽¹⁾ per l'andesina del Monte Arcuentu (Sardegna) corrette dal Dana ⁽²⁾, cioè:

$$a:b:c = 0,63556:1:0,55206$$

$$\alpha = 93^{\circ}22'45'' \quad \beta = 116^{\circ}28'30'' \quad \gamma = 89^{\circ}58'50''$$

ANGOLI	n	MISURATI	CALCOLATI
110:010	6	59,8'	59,4'
1 $\bar{1}$ 0:010	10	61,37	61,35
130:010	4	29,57	29,54
1 $\bar{3}$ 0:010	9	30,45	30,45
110:1 $\bar{1}$ 0	2	59,16	59,20
1 $\bar{1}$ 1:0 $\bar{1}$ 0	2	65,26	65,20
20 $\bar{1}$:11 $\bar{1}$	2	38,22	38,27
20 $\bar{1}$:1 $\bar{1}$ 0	2	43,24	43,20
021:010	3	43,29	43,26
0 $\bar{2}$ 1:0 $\bar{1}$ 0	2	47,10	47,15

I cristalli osservati sono tutti geminati: al solito predomina la legge dell'albite con geminati polisintetici; è comune anche la legge di Carlsbad spesso combinata con la prima. Tutto ciò è troppo comune in tutti i cristalli di feldspato calcico-sodico perchè meriti una maggior illustrazione.

Frequenti anche sono i geminati secondo la legge del periclino, anche essi spesso polisintetici; ma, oltre a quelli a giustapposizione, si riscontrano quelli a penetrazione, già descritti e raffigurati da Von Rath nell'andesina dell'Arcuentu ⁽³⁾ e nell'anortite del Vesuvio ⁽⁴⁾. Nei geminati secondo la

⁽¹⁾ G. Von Rath, *Ueber den Andesin vom Berge Arcuentu, Insel Sardinien*. Festschrift des Vereins für Naturkunde zu Cassel, 1886.

⁽²⁾ Dana, *Mineralogy*, sixth edition, 1892, 333.

⁽³⁾ Von Rath, loc. cit.

⁽⁴⁾ Von Rath, Poggendorff Annalen, 1869, 450 e 1872, 22.

legge del periclino la traccia della sezione rombica sulla faccia (010) è all'incirca parallela allo spigolo [(010):(001)], come è proprio di miscele appartenenti alla serie dell'andesina.

Nella unita figura è rappresentato un gruppo interessante nel quale si trovano associate le due leggi di geminazione dell'albite e del periclino.

Si immagini di avere un geminato semplice a penetrazione secondo la legge del periclino e che le due metà destra e sinistra di esso si associno secondo la legge dell'albite: si avrà così un gruppo di 4 individui uniti secondo le due leggi suddette. In esso l'angolo rientrante sulla base formato dalle facce (001) e (00 $\bar{1}$) risulta di 7°,0' (teor. 7°,32'). Il poco accordo fra osservazione e calcolo è dovuto all'imperfezione delle facce di base.

In lamine parallele a (010) la direzione di estinzione rispetto allo spigolo [(010):(001)] risulta in media di — 3°,30', il che fa assegnare il feldspato di Monte Palmas ad una miscela intermedia fra Ab₂ An₁ e Ab₃ An₂.

L'abbondanza del materiale e la facilità di averlo puro, permise di eseguire un'analisi chimica quantitativa con i seguenti risultati:

Si O ₂	59,14
Al ₂ O ₃	25,74
Fe ₂ O ₃	0,32
Ca O	7,87
Na ₂ O	6,87
K ₂ O	0,61
	100,55
Peso specifico	2,679

Anche i risultati dell'analisi chimica concordano con i caratteri cristallografici ed ottici e corrispondono ad una andesina acida cioè a una miscela fra Ab₂ An₁ e Ab₃ An₂.

Le analogie fra l'andesina di Monte Palmas e quella dell'Arcuentu sono grandissime dal lato cristallografico, minori invece dal lato chimico. È però da notarsi che il maggior contenuto in silice dell'andesina dell'Arcuentu quale risulta dalle analisi di Fouqué e Duparc ⁽¹⁾ è forse dovuto, come è opinione di detti autori, alla sua alterazione.

⁽¹⁾ M. Fouqué, *Contribution a l'étude des feldspaths des roches volcaniques*. Bull. Soc. Franc. Mineralogie, XVII, 1894, 359.

Zoologia — *Ulteriori ricerche sulla Phylloxera quercus Boyer* (¹). Nota preliminare di BIANCA BONFIGLI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Nella mia prima Nota sul ciclo della *Ph. quercus* Boyer (²) riferivo le osservazioni da me fatte fino a tutto Agosto.

Al cader dell'estate mi era venuto il dubbio che le madri alate sessupare sviluppatasi sui lecci potessero, almeno in parte, nella stagione meno calda, passare sulle querce ed ivi deporre le loro uova. Perciò ho ritentato, in questi ultimi mesi, l'isolamento delle alate, in capsule di Petri, ed ho favorito, sulla terrazza, la supposta possibile emigrazione, coi soliti retini di garza. Il risultato però è stato sempre negativo. Alcune rare madri, eccezionalmente, volarono sulle querce, ma poi morirono senza ovificare. Nelle capsule ho avuto un solo caso di un'alata, che, dopo aver deposto otto uova, di maschi, sopra una foglia di leccio, passò ad una foglia di quercia ed ivi ne depose ancora due, di maschi; tutte le altre volte, e non furono poche, la deposizione delle uova avvenne esclusivamente sui lecci.

Col raffreddarsi della temperatura, ho osservato all'aperto un notevolissimo ritardo nello sviluppo e all'ultimo la morte di molte attere adulte e della maggior parte delle alate prima che avessero deposto le uova. Sperimentalmente, molte alate tenute in capsule di Petri, con un giusto grado di umidità e ad una temperatura relativamente bassa, non deposero nessun uovo; alcune di queste, poste in un termostato, presso a poco allo stesso grado di umidità, dopo un giorno dettero uova; tutte le altre restate fuori del termostato morirono senza ovificare. Può nascere il dubbio che la morte, all'aperto, sia dovuta al rigore della temperatura, ed anche alle piogge autunnali troppo continuate, cioè ad un eccesso di umidità, giacchè quest'eccesso riesce sempre, nelle capsule, fatale alle fillossere. D'altra parte la morte certamente

(¹) Dal Laboratorio di Anatomia Comparata della R. Università di Roma.

(²) Riguardo alla denominazione di questa specie si veda la Nota pubblicata recentemente nei Rendiconti della R. Accad. dei Lincei dal prof. Grassi e dalla dott. Foà. Il Börner in una lettera al prof. Grassi precisa meglio che le differenze da lui date tra la *Ph. quercus* e la *Ph. florentina* si riferiscono ad individui raccolti su *Quercus cocci-fera* e su *Q. ilex*, ed ammette che queste due sorta di fillossere diventino, sulla *Q. robur*, molto simili tra di loro. Per ora io non credo opportuno mutare il nome alla specie da me studiata.

Noto qui, che sulla *Q. pubescens* il prof. Grassi, nel mese di luglio, trovò, nell'Italia settentrionale, una forma di fillossera che poi dette a me ad esaminare. In questi ultimi giorni io l'ho studiata ed ho veduto che deve essere la *Ph glabra* Heyden.

non è dovuta solo a ragioni meteoriche, perchè v'è di mezzo anche un fungo che penetra dentro il corpo delle fillossere e le uccide. Non si deve credere ad ogni modo che freddo, umidità e funghi riescano ad estinguere le generazioni delle fillossere. Sulla nostra terrazza del laboratorio, i lecci ancora oggi presentano madri attere virginopare, larve in accrescimento e neonate che hanno assunto un colore rossastro e che possono parere ibernanti. Si stabilirà più tardi se tali siano veramente, come pure se colle generazioni di cui parliamo possa, d'anno in anno, mantenersi sui lecci l'infezione, senza l'intervento dell'uovo di inverno.

Mi sono domandata più volte, in quest'anno, se una stessa madre possa, eccezionalmente, dar figli sessuati e figli non sessuati.

In primavera, nella prole della generazione migratrice di alate, non ho trovato mai, per quanto abbia cercato, figli senza rostro. Più tardi sui lecci si vedevano insieme piccoli rostrati e sessuati; ma la loro presenza poteva essere spiegata coll'ovificazione contemporanea delle madri attere virginopare e delle alate sessupare. Restavano tuttavia dei dubbii, che vennero eliminati coll'isolamento, in capsule di Petri, nel mese di luglio, delle sessanta alate, di cui ho parlato nella Nota precedente. Recentemente, in seguito all'asserzione del Börner che realmente possa esistere una madre sessu virginopara, ho ripetuto l'esperienza dell'isolamento, non solo con alate di *Ph. quercus*, ma anche con numerosissime attere sessupare, sia di *Foiella* ⁽¹⁾ *Danesii*, sia di presunta *Ph. punctata*, riuscendo però sempre a risultati negativi. Con ciò non voglio negare definitivamente l'esistenza delle madri sessu virginopare e mi riservo di continuare le ricerche.

Ho anche studiato, ultimamente, i caratteri differenziali tra le due serie di generazioni, sul leccio e sulla quercia; prima di riferirne, accenno in generale al numero dei tergiti addominali e alla distribuzione dei tubercoli, poichè la descrizione che ne dà il Del Guercio è inesatta.

I tergiti addominali, nelle madri attere o premadri non sessuate, nelle ninfe e nelle alate, sono otto; qualche volta però vi è traccia di divisione dell'ultimo tergite in due. Nelle stesse forme, ma neonate, la divisione di questo tergite appare molto più netta; nelle forme sessuate poi è completa. Nei maschi spesso si ha un accenno, talora assai notevole, di divisione dello sternite apparentemente corrispondente; anche le femmine presentano spesso traccia di questa divisione.

L'ultimo tergite addominale, nelle madri attere e nelle alate ⁽²⁾, termina nettamente trilobo; i tre lobi non appaiono bene nelle neonate, ma si

(1) Il prof. Grassi e la dott. Foà avevano suggerito per questo nuovo genere il nome di *Börneria*, ma, essendovi già un altro genere intitolato ugualmente, il Börner propone che il primo nome diventi *Foiella*.

(2) Credo utile notare qui che il prof. Grassi ha rilevato che le gonapofisi, nella fillossera della vite, sono molto simili a quelle dei chermesini, e che alla gonapofisi mediana

distinguono assai chiaramente dopo la prima muta. Una traccia di essi si vede talora anche nelle generazioni sessuate, ma però solo nelle femmine.

Nelle madri attere virginopare, nelle preninfe e nelle ninfe, si hanno generalmente dodici tubercoli nel capo, disposti in quattro gruppi, di tre ciascuno, e due peli conici tra le antenne. Qualche volta però i due peli sono, invece che conici, cilindrici, forniti di un piccolo ingrossamento all'apice; in alcuni casi poi, assai rari, nelle madri attere virginopare, tra le antenne si trovano due tubercoli, non molto grandi, che portano all'estremità distale il pelo cilindrico ingrossato all'apice. Dodici tubercoli ha il pronoto, in due serie trasversali uguali; otto il mesonoto ed otto il metanoto, cioè una serie di sei ciascuno, più due tubercoli marginali accessori; sei il primo tergite addominale, quattro ciascuno i cinque tergiti successivi, mancando in essi la serie pleurale. Tutti i tubercoli, tranne i due non costanti, di cui ho parlato sopra, portano alla loro estremità un piccolo pelo slargato dal basso verso l'alto, talora leggermente dentellato. I tubercoli terminano generalmente al sesto tergite addominale; il settimo ha per lo più quattro peli lunghi, sottili, puntuti; però non è raro trovare, nelle forme già grandi, dei casi in cui i due peli spinali del settimo tergite sono un po' smussati all'apice.

L'ottavo tergite addominale, fuso insieme col nono, come ho già detto, ha nove peli puntuti, distribuiti in tre serie così disposte (andando dall'avanti verso l'indietro): uno impari, mediano (che talora può mancare, tal'altra è accompagnato da uno o da due altri peli piccolissimi); poi sei in serie trasversale e da ultimo due altri, spinali. Quando vi è traccia di divisione tra l'ottavo ed il nono tergite, essa si trova tra la seconda e la terza serie di peli.

Nelle forme neonate, al posto dei tubercoli e cioè fino al sesto tergite, si trovano dei peli, per lo più corti, allargati molto all'apice e talora dentellati; il settimo tergite presenta quattro peli sottili e generalmente conici; non è raro però il caso di trovare questi peli di forma cilindrica. L'ultimo tergite ha solo quattro peli sottili, in due serie trasversali uguali, per lo più conici, qualche volta anch'essi cilindrici.

Già dopo la prima muta si ha un accenno sicuro dei tubercoli, ma imperfetto. Colle mute successive i tubercoli vanno acquistando i caratteri che descriverò più sotto.

I sessuati ⁽¹⁾ invece di tubercoli presentano dei peli conici; più robusti nel maschio, più delicati nella femmina, essi vanno fino al sesto ter-

corrisponde lo sbocco di una ghiandola che il Balbiani diceva ricettacolo del seme. Disposizioni molto simili, ma non del tutto identiche, ho riscontrato io nella *Ph. quercus* Boyer.

⁽¹⁾ Noto qui che il prof. Grassi nelle forme sessuate della vite ha riscontrato residui molto notevoli del tubo digerente.

gite. Anche il settimo tergite ha peli (quattro) conici, ma spesse volte un po' più lunghi di quelli immediatamente precedenti. L'ottavo tergite ha nel maschio solo i due peli spinali, nella femmina gli spinali e i marginali. Il nono ha sempre e solamente i due peli spinali.

Ed ora veniamo alle differenze tra le due serie di generazioni, sui lecci e sulle querce.

Sui lecci, la madre fondatrice adulta ha tubercoli bene sviluppati, che si iniziano con larga base e vanno restringendosi fin circa ai due terzi della lunghezza; da questo punto incominciano ad allargarsi e terminano un po' tondeggianti; tutto il tubercolo è rivestito di piccole pieghe che sporgono verso l'alto, più volte divise al margine. All'apice il tubercolo è per un piccolo tratto libero dalle pieghe e porta un pelo corto, allargato dal basso verso l'alto, coll'orlo spesse volte leggermente dentellato.

Tutte le parti della superficie cuticolare libere dai tubercoli sono rivestite di belle pieghe regolari, squamiformi.

Il terzo articolo dell'antenna è relativamente lungo e sottile e porta nella regione terminale cinque peli (non tre, come dice il Del Guercio) (1).

Le madri attere virginopare che si hanno in seguito sui lecci sono un po' più piccole della fondatrice, ma per i caratteri or ora riportati la ricordano assai bene.

Le forme attere virginopare, che si sviluppano sulle querce sono fin dalla prima generazione più piccole di quelle dei lecci e lo diventano poi sempre più, via via che le generazioni si susseguono.

I tubercoli, più corti di quelli già descritti, presentano il massimo restringimento alla metà o ad un terzo della lunghezza; la base non è più esageratamente larga, l'apice invece è più ingrossato, addirittura capitato, ed ha una superficie più ampia libera dalle pieghe.

Il pelo terminale non è diverso da quello descritto per le madri virginopare che si trovano sui lecci.

Sulle querce, nelle neonate, si trovano i soliti peli, uniformemente corti (2) slargati verso l'alto, ma sormontati questa volta da un corpo molto rifrangente. Dapprima pochissimo visibile, esso va poi allungandosi e diventa cilindroide, diritto o incurvato, spesse volte molto più lungo del pelo. È importante tener presente che i corpi cilindroidi si trovano quasi sempre anche sui due peli spinali del settimo tergite, qualche volta tanto sugli spinali

(1) Da quei sensilli delle antenne che Grassi e Foà riferirono al tipo celocconico, si può vedere nella *Ph. quercus* e nella presunta *Ph. glabra* sporgere un pelo slargato all'apice simile assai per la forma ai peli terminali dei tubercoli di *Ph. quercus*. Credo utile notare qui che anche nella *Ph. quercus* si trovano sparse per tutto il corpo quelle piccole appendici tondeggianti, probabilmente di senso, che si trovano nella fillossera della vite e in altre fillossere studiate nel nostro laboratorio.

(2) Nelle neonate della fondatrice (leccio) i peli del capo sono assai più lunghi in confronto degli altri.

quanto sui marginali. Quando la prima muta è vicina, è facile far distaccare i corpi cilindroidi trattando l'animale con soluzione di potassa caustica. Colla prima muta questi corpi cadono e dopo non ricompaiono più.

Le pieghe cuticolari squamiformi delle madri attere virginopare delle querce, puntute e in generale molto più piccole di quelle delle stesse madri dei lecci, talora sono ridotte a rugosità appena sporgenti.

Nelle madri attere virginopare delle querce il terzo articolo dell'antenna è più corto che non nelle stesse madri dei lecci, ed ha, nella regione terminale, i soliti cinque peli.

Le ninfe, sia nate su leccio, sia nate su quercia, sono abbastanza simili tra di loro, per le antenne, di cui il terzo articolo è grosso e cilindrico, e per le pieghe cuticolari squamiformi, non molto sporgenti e puntute; differiscono tuttavia per la grossezza, perchè quelle nate su querce sono molto più piccole delle altre, e per i tubercoli, che in ciascuna delle due serie ricordano quelli delle corrispondenti madri attere virginopare.

Le alate nate su leccio, sia emigranti, sia non emigranti, presentano generalmente alla testa sei tubercoli bene sviluppati, cilindrici, lievemente ristretti all'apice, con piccole rugosità per tutta la lunghezza; quattro sono anteriori e generalmente più lunghi degli altri due. Non sono rari i casi in cui vi sono ancora altri due, o quattro, o sei tubercoli, sempre però molto piccoli, e irregolari di forma.

Il pronoto ha per lo più due serie, ciascuna di quattro tubercoli conici (spinali e pleurali), talora di sei (spinali, pleurali e marginali). Quando esistono anche i marginali, questi sono sempre molto piccoli. Non è raro il caso in cui tutti i tubercoli del pronoto siano pochissimo sviluppati. Nel mesonoto e nel metanoto i tubercoli mancano, e così, per lo più, anche nell'addome; talora però l'addome ne ha alcuni piccolissimi, conici, schiacciati. Tutti i tubercoli terminano con un pelo relativamente lungo, cilindrico, fornito di un piccolo ingrossamento all'apice; identici peli sostituiscono poi in tutto il corpo gli altri tubercoli che si trovano nelle forme attere.

Non mancano dei casi in cui, sia nelle alate emigranti, sia nelle stazionarie (s'intende, del leccio), anche i primi sei tubercoli del capo sono poco sviluppati o addirittura mancano; anch'essi allora sono sostituiti dal pelo cilindrico sopra ricordato. Raramente i peli sono a forma di cono leggermente spuntato.

Le alate nate su quercia, sia di ritorno, sia stazionarie, sono più piccole di quelle nate su leccio, e con antenne un po' più corte; per lo più sfornite, talvolta fornite di piccoli tubercoli sulla testa e sul pronoto; i peli che rappresentano o che accompagnano questi tubercoli e tutti gli altri del dorso, fino al sesto tergite addominale, sono a forma di cono sottile, un po' spuntato. In alcuni rari casi il cono termina con un piccolo ingrossamento. Eccezionalmente il pelo è cilindrico.

Le forme dei sessuati nati su quercia da alate non emigranti, non mi sembrano diverse da quelle dei sessuati nati su leccio, sia da alate stazionarie, sia da alate di ritorno ⁽¹⁾ ⁽²⁾.

Agronomia. — *Quantità di seme da impiegarsi nella coltivazione del frumento* ⁽³⁾. Nota del dott. VITTORIO NAZARI, presentata dal Socio R. PIROTTA.

La quantità di seme da impiegarsi nella coltivazione del frumento, costituisce argomento di somma importanza per l'agricoltura di ogni paese; non ostante ciò, pochi cultori di cose agrarie se ne sono occupati, e le esperienze finora compiute non hanno condotto a conclusioni sicure. (1° Scribeaux, *Agr. prat.*, 1899, n. 13; 2° Aducco, *Italia Agricola*, 1899, n. 19; 3° Grandeau, *Agr. prat.*, 1900, 33; 4° Vannuccini, *Il Coltivatore*, 1900, 83; 5° Chiei, *Agr. prat.*, 1902, 489; 6° Giglioli, *Annali Scuola di Portici*, 1901; 7° Alpe, *Agricoltura moderna*, 1902, nn. 2 e 42; 8° Caruso, *Agricoltura italiana*, 1902; 9° Menudier, *Journ. d'Agric. pratique*, 1889, 1; 10° Roumetin, *Journ. d'Agr. pratique*, 1899, 11; 11° Bizozzero, *L'avvenire agricolo*, 1900).

È perciò necessario istituire esperienze con molte varietà di frumento su vari tipi di terreno, con diversi modi di semina, in varie condizioni di clima, ecc., onde poter stabilire le quantità di seme, che, di ogni varietà, devesi usare, a seconda delle condizioni di clima e di terreno, per economizzare, per quanto convenga, la semente, e per migliorare la qualità e la quantità del prodotto.

Se a queste opportunità di indole generale, si aggiunga la utilità che potrebbe derivare dalla risoluzione di tali problemi per l'agricoltura del

⁽¹⁾ Nel lavoro in esteso mi riservo di porre a confronto tutti i dati riferiti, ed altri ancora, con quelli del Del Guercio.

⁽²⁾ Nei sessuati di *Ph. punctata* forse già il Dreyfus aveva notato fino a quattro mute; il Grandori riscontrò nella fillossera della vite una muta; il Börner accennò a tre mute nella femmina della fillossera della vite e a quattro nei sessuati della *Phylloxera salicis*; la Foà, prendendo in esame i sessuati della *Foaiella Danesii* e della *Hystrichiella spinulosa*, ha riscontrato costantemente quattro mute; riesaminando allora i preparati del Grandori, ha veduto nella fillossera della vite le tracce sicure di quattro mute, tanto nei maschi quanto nelle femmine, e ha notato che le prime tre spoglie restano unite alla membrana dell'uovo e alla membrana colla cresta (dell'embrione), e sono in parte contenute l'una dentro l'altra; si distinguono però assai bene per la presenza degli stigmi toracici. Queste tre spoglie possono, senza un esame molto minuto, confondersi facilmente colle membrane dell'uovo; così si spiega come siano sfuggite al Grandori. Solo l'ultima è facile a rilevarsi. Essa presenta tracce più o meno spiccate di peli. Questi fatti, comunicatimi dalla dott. Foà, vennero da me riscontrati anche nella *Ph. quercus* Boyer.

⁽³⁾ Queste prove vennero eseguite nel Campo sperimentale di Sant'Alessio (Roma).

Lazio, si comprenderanno agevolmente gli intendimenti che abbiamo avuto nello iniziare le prove colturali delle quali intendiamo parlare.

L'appezzamento dell'estensione di un ettaro facente parte del Campo sperimentale della R. Stazione agraria di Roma, nel quale furono condotte le nostre esperienze, rappresenta uno dei comuni tipi di terreno che si riscontrano nell'Agro Romano, e cioè il terreno di valle. Esso è di trasporto, formato dagli stessi materiali che costituiscono le cosiddette pozzolanelle, e deriva da alcune specie di tufi, medianamente disgregabili, ricchi di cristalli di leucite più o meno caolinizzati.

Il terreno è sufficientemente ricco di materiali utili alle piante, specialmente di sali di potassio: abbastanza sciolto e profondo, presenta condizioni molto favorevoli allo sviluppo delle radici.

ESPERIENZE DEL 1906-1907.

Le varietà con le quali abbiamo creduto opportuno sperimentare, sono il Rieti, il Fucense semiduro e il Noè, varietà le quali indubbiamente sono le più importanti per l'agricoltura locale. Inoltre abbiamo sperimentato una varietà di frumento marzuolo, introdotto da poco in Italia e denominato "americano".

Nessuna concimazione venne somministrata al terreno.

La semina, sia a righe, sia a spaglio, è stata fatta nei giorni 28 e 29 del mese di dicembre. Quella a spaglio fu eseguita a mano da un abile operaio; per quella a righe ci siamo serviti di uno strumento molto in uso nell'Agro Campano, comunemente detto "assolcatore", portante tre vomeretti distanti l'uno dall'altro 25 centimetri.

Durante la vegetazione sono state eseguite parecchie accurate scerbature.

È da notarsi che diverse aiuole sono state danneggiate dagli uccelli, durante il periodo della germinazione dei semi; e, siccome dei prodotti di alcune di esse non avremmo potuto tener conto, nel marzo vi abbiamo seminato il frumento primaverile, con lo scopo, anche, di estendere le esperienze ad un'altra varietà di grano.

L'accestimento delle piantine fu generalmente maggiore là dove sono state fatte le semine più rade; più regolare e più precoce nelle parcelle che avevano ricevuto dagli 800 ai 1000 gr. di seme. La semina rada, specialmente nelle aiuole in cui fu eseguita a spaglio, ha dato piante più robuste, ma più corte ad internodi meno allungati.

Crediamo opportuno, prima di riportare i risultati delle esperienze sovra accennate, di indicare la quantità di pioggia caduta durante il corso delle prove medesime.

PIOGGIA CADUTA DURANTE LE ESPERIENZE.

Dicembre 1906 . . .	mm. 147,3	Aprile 1907 . . .	mm. 152,4
Gennaio 1907 . . .	" 114,7	Maggio " . . .	" 8,9
Febbraio " . . .	" 98,4	Giugno " . . .	" 30,8
Marzo " . . .	" 14,7	Luglio " . . .	" 8,9

Ecco ora le tabelle, che contengono le cifre indicanti l'esito delle nostre esperienze:

Numero aiuole	VARIETA' e modo di semina	Quantità di seme gr.	PRODOTTO OTTENUTO					
			per aiuola di 100 mq., kg.			per ettaro, kg.		
			Totale	Semi	Paglia e pule	Totale	Semi	Paglia e pule
1	Rieti (a righe)	400	30,0	11,0	19,0	3000	1100	1900
2	" "	500	27,5	10,0	17,5	2750	1000	1750
3	" "	600	20,0	7,0	13,0	2000	700	1300
4	" "	700	35,0	13,0	22,0	3500	1300	2200
5	" "	800	32,0	15,6	16,4	3200	1560	1640
6	" "	900	39,0	14,3	24,7	3900	1430	2470
7	" "	1000	37,0	17,6	19,4	3700	1760	1940
8	" "	1100	—	—	—	—	—	—
9	" "	1200	—	—	—	—	—	—
10	Rieti (a spaglio)	400	20,0	6,0	14,0	2000	600	1400
11	" "	500	14,5	5,0	9,5	1450	500	950
12	" "	600	—	—	—	—	—	—
13	" "	700	31,0	12,5	18,5	3100	1250	1850
14	" "	800	33,1	11,2	21,9	3310	1120	2190
15	" "	900	39,0	15,0	24,0	3900	1500	2400
16	" "	1000	39,0	17,0	22,0	3900	1700	2200
17	" "	1100	—	—	—	—	—	—
18	" "	1200	—	—	—	—	—	—
19	Fucense (a righe)	400	34,0	11,0	24,0	3400	1100	2400
20	" "	500	35,0	12,0	23,0	3500	1200	2300
21	" "	600	37,0	13,0	24,0	3700	1300	2400
22	" "	700	32,0	13,0	19,0	3200	1300	1900
23	" "	800	—	—	—	—	—	—
24	" "	900	26,6	10,0	16,6	2660	1000	1660
25	" "	1000	47,0	16,0	31,0	4700	1600	310
26	" "	1100	37,0	12,5	24,5	3700	1250	2450
27	" "	1200	43,0	15,0	28,0	4300	1500	2800
28	Fucense (a spaglio)	400	23,0	11,0	12,0	2300	1100	1200
29	" "	500	14,5	6,7	7,8	4500	670	780
30	" "	600	26,4	10,6	15,8	2640	1060	1580
31	" "	700	—	—	—	—	—	—
32	" "	800	—	—	—	—	—	—
33	" "	900	30,0	11,0	19,0	3000	1100	1900
34	" "	1000	37,0	17,5	19,5	3700	1750	1950
35	" "	1100	35,0	17,0	18,0	3500	1700	1800
36	" "	1200	39,0	15,0	24,0	3900	1500	2400
37	Noè (a righe)	400	—	—	—	—	—	—
38	" "	500	—	—	—	—	—	—
39	" "	600	—	—	—	—	—	—
40	" "	700	34,7	12,5	22,2	3470	1250	2220
41	" "	800	—	—	—	—	—	—
42	" "	900	41,0	19,0	22,0	4100	1900	1900
43	" "	1000	—	—	—	—	—	—
44	" "	1100	40,0	13,0	27,0	4000	1300	1300
45	" "	1200	42,0	13,0	29,0	4200	1300	1300
46	Noè (a spaglio)	4000	20,0	8,0	12,0	2000	800	800
47	" "	500	19,5	11,0	8,5	1950	1100	1100
48	" "	600	—	—	—	—	—	—
49	" "	700	—	—	—	—	—	—
50	" "	800	24,0	11,0	13,0	2400	1100	1100
51	" "	900	—	—	—	—	—	—
52	" "	1000	—	—	—	—	—	—
53	" "	1100	—	—	—	—	—	—
54	" "	1200	41,4	15,3	26,1	4140	1530	2610
8	Marzuolo (a righe)	600	39,0	12,0	27,0	3900	1200	2700
9	" "	800	34,0	9,6	24,4	3400	960	2440
12	" "	1000	40,5	14,0	26,5	4050	1400	2650
31	" "	1200	44,0	17,0	27,0	4400	1700	2700
37	" "	1400	43,0	15,0	28,0	4300	1500	2800
43	" "	1600	33,0	12,0	21,0	3300	1200	2100
48	" "	1800	35,0	13,0	22,0	3500	1300	2200
51	" "	2000	33,0	14,0	19,0	3300	1400	1900
52	" "	2200	40,0	14,0	26,0	4000	1400	2600

ESPERIENZE DEL 1907-1908.

In questo secondo anno le prove sono state eseguite in un appezzamento diverso da quello impiegato nell'anno precedente, con le medesime quattro varietà di grano e su aiuole di 50 mq.

Anche per queste prove diamo la tabella dei dati pluviometrici:

PIOGGIA CADUTA DURANTE LE ESPERIENZE.

Settembre 1907 . . . mm.	30,2	Febbraio 1908 . . . mm.	34,2
Ottobre " . . . "	346,0	Marzo " . . . "	99,7
Novembre " . . . "	131,2	Aprile " . . . "	106,5
Dicembre " . . . "	123,3	Maggio " . . . "	0,0
Gennaio 1908 . . . "	52,1	Giugno " . . . "	gocce

Nelle tabelle seguenti sono riportate le cifre che indicano i prodotti conseguiti:

Numero aiuole	VARIETA' e modo di semina	Quantità di seme gr.	PRODOTTO OTTENUTO					
			nell'aiuola di 50 mq., kg.			per ettaro, q.li		
			Totale	Granella	Paglie e pule per differ.	Totale	Granella	Paglia e pule per differ.
1	Rieti (a righe)	200	29,5	10,1	19,4	59,0	20,2	38,8
2	" "	250	33,0	12,3	20,7	66,0	24,6	41,4
3	" "	300	38,0	9,8	28,2	76,0	19,6	56,4
4	" "	350	35,5	12,5	23,0	71,0	25,0	46,0
5	" "	400	40,0	12,0	28,0	80,0	24,0	57,6
6	" "	450	36,5	12,3	24,2	73,0	24,6	48,4
7	" "	500	35,0	13,0	22,0	70,0	26,0	44,0
8	" "	550	40,0	14,2	25,8	80,0	28,4	51,6
9	" "	600	42,0	14,1	27,9	84,0	28,2	55,8
10	Rieti (a spaglio)	200	37,5	12,0	25,5	75,0	24,0	51,0
11	" "	250	32,0	12,3	19,7	64,0	24,6	39,4
12	" "	300	34,0	12,2	21,8	68,0	24,4	43,6
13	" "	350	44,5	15,0	29,5	89,0	30,0	59,0
14	" "	400	39,0	14,7	24,3	78,0	29,4	48,6
15	" "	450	36,0	13,2	22,8	72,0	26,4	45,6
16	" "	500	38,0	15,0	23,0	76,0	30,0	46,0
17	" "	550	42,5	14,4	28,1	85,0	28,8	56,2
18	" "	600	39,5	14,4	25,1	73,0	28,8	50,2
19	Marzuola (a righe)	400	22,0	5,1	16,9	44,0	10,2	33,8
20	" "	500	19,5	6,0	13,5	39,0	12,0	23,0
21	" "	600	20,0	4,8	15,2	40,0	9,6	30,4
22	" "	700	21,5	6,2	15,3	43,0	12,4	30,6
23	" "	800	21,5	8,2	13,3	43,0	16,6	26,6
24	" "	900	18,0	8,5	9,5	36,0	17,0	19,0
25	" "	1000	25,0	6,3	18,7	50,0	12,6	37,4
26	Marzuolo (a spaglio)	400	17,5	5,2	11,3	35,0	10,4	22,6
27	" "	500	21,0	7,0	14,0	42,0	14,0	28,0
28	" "	600	22,0	7,3	14,7	44,0	14,6	29,6
29	" "	700	21,5	6,7	14,8	43,0	13,4	29,6
30	" "	800	23,0	6,7	16,3	46,0	15,4	32,6
31	" "	900	21,5	10,0	11,5	43,0	20,0	23,0
32	" "	1000	18,5	5,9	12,6	37,0	11,8	25,2
33	Noè (a righe)	200	38,0	12,0	26,0	76,0	24,0	52,0
34	" "	250	30,5	11,3	19,2	61,0	22,6	38,4

Numero aiuole	VARIETA' e modo di semina	Quantità di seme gr.	PRODOTTO OTTENUTO					
			nell'aiuola di 50 mq., kg.			per ettaro, q.li		
			Totale	Granella	Paglia e pule per differ.	Totale	Granella	Paglia e pule per differ.
35	Noè (a righe)	300	30,5	11,4	19,1	61,0	22,8	38,2
36	" "	350	35,0	12,1	22,9	70,0	24,2	45,8
37	" "	400	33,0	10,3	22,7	66,0	20,6	45,4
38	" "	450	33,5	12,7	20,8	67,0	25,4	41,6
39	" "	500	35,0	12,8	22,2	70,0	23,6	44,4
40	" "	550	33,5	11,1	22,4	67,0	22,2	44,8
41	" "	600	30,0	10,9	19,1	60,0	21,8	38,2
42	Noè (a spaglio)	200	39,0	11,0	28,0	78,0	22,0	56,0
43	" "	250	36,6	12,0	24,0	72,0	24,0	48,0
44	" "	300	35,5	13,9	21,6	71,0	27,8	43,2
45	" "	350	37,5	11,9	25,6	75,0	23,8	51,2
46	" "	400	41,0	15,0	56,0	82,0	30,0	52,0
47	" "	450	40,5	15,1	25,4	81,0	30,2	50,8
48	" "	500	38,0	12,3	25,7	76,0	24,6	51,4
49	" "	550	41,0	12,9	28,1	82,0	25,8	56,2
50	" "	600	30,5	12,1	18,4	61,0	24,2	36,8
51	Fucense (a righe)	200	35,0	9,8	25,2	70,0	19,6	50,4
52	" "	250	34,0	10,0	24,0	68,0	20,0	48,0
53	" "	300	40,0	10,8	29,2	80,0	21,6	58,4
54	" "	350	35,5	7,0	26,5	67,0	14,0	53,0
55	" "	400	34,5	10,1	24,4	69,0	21,0	48,8
56	" "	450	35,5	10,0	25,0	71,0	20,0	51,0
57	" "	500	33,0	9,0	24,5	66,0	18,0	48,0
58	" "	550	20,0	8,1	20,9	59,6	16,2	41,8
59	" "	600	59,0	11,5	27,5	78,0	23,0	55,0
60	Fucense (a spaglio)	200	17,0	6,1	10,9	34,0	12,2	21,8
61	" "	250	36,0	11,5	24,5	72,0	23,0	49,0
62	" "	300	28,5	7,3	21,2	57,0	14,6	42,4
63	" "	350	35,0	9,0	26,0	70,0	18,0	52,0
64	" "	400	25,0	8,0	17,0	50,0	16,0	34,0
65	" "	450	25,5	7,5	18,0	51,0	15,0	36,0
66	" "	500	28,0	8,0	20,0	56,0	16,0	40,0
67	" "	550	29,0	9,2	19,8	58,0	18,4	39,6
68	" "	600	30,0	9,3	20,7	60,0	18,6	41,4

Trattandosi di esperienze in piena terra, è necessario attendere i risultati di ripetute prove, prima di poter formulare deduzioni sufficientemente sicure, soprattutto perchè, in esperienze di questo genere, ha sempre una notevole influenza l'andamento della stagione.

Noi quindi, mentre ci limitiamo a trarre dalle prove eseguite soltanto alcune deduzioni, non intendiamo naturalmente dare ad esse che un valore strettamente collegato alle condizioni nelle quali le esperienze medesime sono state fatte.

Quanto possa influire l'andamento della stagione sui risultati dei detti saggi, nei quali si paragonano i prodotti di piante aduggiate diversamente da caso a caso, lo dimostrano le nostre stesse esperienze, nelle quali i massimi prodotti ottenuti, in ciascun anno, dalla stessa varietà di frumento, non sono forniti dalla stessa quantità di seme.

Il lungo periodo di siccità primaverile, che si ebbe nel secondo anno, avrà avuto indubbiamente una influenza più grande nei casi in cui maggior numero di piante crescevano nell'aiuola. Le scarse riserve di acqua contenute nello strato arabile del terreno (che, come si è detto, era abbastanza sciolto) avran potuto sopperire ai bisogni di un numero relativamente limitato di piante, assai meglio che ad una folta vegetazione, quale era quella cresciuta nelle aiuole a semina fitta.

Le diverse varietà con le quali abbiamo sperimentato, diedero differenze sensibili: i massimi prodotti non corrisposero sempre alla medesima quantità di seme.

Le oscillazioni, del resto, non sono molto grandi; e infatti i prodotti più alti si sono sempre ottenuti quando la quantità di seme impiegata oscillava fra i 900 e i 1200 gr., cioè fra i 114 litri circa per ettaro e i 152.

I quali risultati vengono a confermare quanto ha rilevato il professore Caruso, sebbene egli avesse sperimentato con altra varietà di frumento; che, cioè, la quantità del prodotto riesce maggiore nel caso di semine piuttosto fitte.

La quantità di 100 litri proposta negli ultimi anni da molti agronomi, non è quella che può dare, almeno nelle condizioni nelle quali noi abbiamo sperimentato, il massimo rendimento economico.

Anche i risultati ottenuti col grano marzuolo, infine, comprovano quanto sopra abbiamo detto, con la variante, beninteso, della più grande quantità di semente, che di esso si deve impiegare.

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

L. LOMBARDI. *Sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro.* Pres. dal Socio V. VOLTERRA.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Socio DE STEFANI, legge la seguente Commemorazione del Socio straniero A. GAUDRY.

Il 27 novembre decorso avevamo la disavventura di perdere ALBERTO GAUDRY, nostro Socio straniero dal 1897 in poi. Come non ci sarebbe possibile esporre in brevi parole tutta l'opera ed i meriti di Lui, così non sarebbe dicevole passare sotto silenzio la dipartita di così insigne scienziato. Nella sua vita di quasi 76 anni, lunga per la comune degli uomini, breve e giovanile per la sua eletta intelligenza e per la sua operosità, egli ha la-

sciato di sè impronte non debili negli studî prediletti ed in ogni cosa che con questi avesse rapporto.

Fu continuatore e perfezionatore delle nobili tradizioni della scuola francese del Cuvier, del Lamarck, del D'Orbigny, del quale fu assistente quando venne istituita, nel 1873, la prima cattedra di Paleontologia al Museo di Storia Naturale di Parigi, a cui succedette nel 1872. In 36 anni d'insegnamento fu maestro della lunga schiera di valenti paleontologi, di molta parte dei geologi che onorano la scuola francese e di quanti altri stranieri, che, attratti dalla fama delle sue lezioni, a lui accorrevano.

La squisita cortesia del gentiluomo, la larga ospitalità, attraevano a lui quanti si recavano a Parigi per istudio, fossero questi amici già illustri per nome o per stato sociale o giovani ignorati che movessero i primi passi nella scienza. Non inutilmente lo accostava chi per poco avesse avuto tendenza a coltivare le scienze che egli prediligeva; non lo si accostava, fosse pure per brevi tempi, senza risentire il fascino della sua parola ornata e benevola, de' suoi consigli, dei suoi ammaestramenti. Singolare ricordo egli merita da parte di noi italiani, parecchi dei quali onorò di amicizia sincera e durevole, da pari a pari, mentre di altri nostri più giovani dei più valenti fu maestro indimenticabile.

Egli si occupò specialmente di fossili vertebrati, ed in particolar modo di mammiferi terziari. Conoscitore profondo dell'anatomia, le forme estinte nel suo pensiero e nei suoi scritti si estrinsecavano quasi fossero tornate viventi. Le faune di Cipro, quelle degli Stegocefali del Permiano di Autun, quelle dei Mammiferi di Pikermi nell'Attica, che egli studiò per 20 anni, del Monte Leberon, e in generale del terziario francese, ebbero in lui un descrittore esatto ed efficace. Nè trascurò di occuparsi di invertebrati.

I lavori per i quali Egli è specialmente noto, anche ai non paleontologi di professione, sono gli *Enchainements du monde animal* in tre volumi distribuiti secondo le età Primaria, Secondaria e Terziaria, e gli *Essais de paléontologie philosophique* che riassumono la sua vita di scienziato e di filosofo, continuatore del Lamarck quasi precursore o per lo meno fido alleato del Darwin, poichè egli ha portato alla dottrina dell'evoluzione l'appoggio della Paleontologia.

In questi libri egli concentrò la sua grande cognizione della materia trattata; in questi egli ha mirato, ed è in molta parte riuscito, a dare appariscenza a tanti organismi estinti, a farci assistere, direi quasi in compendio, alle trasformazioni loro avvenute durante i cicli geologici, a dimostrare che nella natura è qualche cosa di più sorprendente che la varietà apparente delle forme ed è l'unità che le ravvicina e che si svolge a traverso le migliaia dei secoli come un individuo si svolge in breve lasso di tempo.

Secondo il Gaudry nelle prime età della terra gli organismi si multi-

plicavano, perchè di essi parecchi erano forniti di corazze tutelatrici e perchè gli animali da preda erano scarsi. Gli organi e le loro funzioni sono andati perfezionandosi di grado in grado, come le dimensioni del corpo; la forza di prensione; le facoltà di vedere, d'intendere, di toccare; la sensibilità, l'intelligenza.

Allettano alla lettura e facilitano il comprendimento quello stile non volgare ma piano e nello stesso tempo eletto e quella forma facile ed elegante, che sono un segreto dei più sapienti scrittori francesi ed inglesi, segreto ignorato dai nostri italiani e dalla massima parte dei tedeschi.

Moltissime cose nuove, molti anelli della interrotta catena si sono scoperti di poi: molte delle affermazioni scientifiche proposte in quei libri comprensivi del Gaudry possono e debbono essere oggi rettificate. Il metodo stesso di quelle speculazioni sulle discendenze è troppo teorico perchè troppo numerose e troppo grandi sono ancora e forse rimarranno le deficienze delle cognizioni nostre; perciò le conclusioni stesse non possono a meno di essere sovente difettose e prettamente teoriche. Forse altri tenterà dimostrare che le tendenze nuove portano ad ordini d'idee alquanto diverse da quelle che informavano il Gaudry. Pur ci è forza convenire che il semplice studio di un dente, di un osso incompleto od anche di una serie di ossa d'animale, sono come la raccolta di creta o la compra di un masso di statuario da parte dello scultore: ma gli studi a similitudine di quelli del Gaudry sono l'anima trasfusa dall'artista nella creta o nel marmo.

Nè fra quel che egli oprò all'infuori della dottrina insegnata a voce e cogli scritti, oltre alla fondazione e all'ordinamento dello splendido Museo paleontologico del « Jardin des Plantes », voglio dimenticare uno de' suoi ultimi efficaci interventi nel Consiglio superiore dell'Istruzione Pubblica di Francia, nel 1902. Egli propugnò ed ottenne che l'insegnamento della Geologia e della Paleontologia nei Licei fosse reso obbligatorio per la classe di Filosofia. Diceva egli che la grande scienza del passato deve conquistare ed elevare lo spirito degli scolari: ma per bella che sia non possono amarla se non la conoscono.

Non mi ottenebra certamente uno spirito di eccessiva laude del nostro compianto consocio se ricordo le sue parole e quasi il suo testamento a rampogna nostra, e se aggiungo che voi tutti le sottoscrivereste quando l'insegnamento delle scienze naturali nelle nostre scuole primarie e secondarie fosse impartito non con quei metodi empirici che oggi si usano ma con quel modo geniale ed efficace che il Gaudry, grande maestro, propugnava ed applicava.

Il Socio CAPELLINI aggiunge alcune parole in ricordo del defunto accademico GAUDRY.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH dà comunicazione delle pubblicazioni pervenute in dono all'Accademia, segnalando quelle dei Soci: C. DE STĒFANI, A. LACROIX ed E. PFLÜGER, nonchè ricordando l'*Album* delle fotografie della spedizione antartica inglese (1901-1904); le *Precipitazioni atmosferiche in Italia dal 1880 al 1905* del dott. F. EREDIA, delle quali discorre mettendo in vista il grande beneficio pratico; il III° volume delle *Recherches Astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht*; *Die Theorie der Drehung der Erde* di L. DE BALL; e infine il *Contributo alla conoscenza delle relazioni fra P. A. Michiel con Ulisse Aldrovandi* del professore G. B. DE TONI.

CORRISPONDENZA

Il PRESIDENTE, a proposito della terribile nostra sciagura, ricorda che l'universale simpatia tende a lenire il nostro dolore, ed accenna al seguente bellissimo telegramma del Presidente dell'Istituto di Francia, col quale quella grande Istituzione scientifica si associa al comune cordoglio:

« L'Institut de France s'associe douloureusement au deuil national qui frappe l'Italie « à l'occasion d'une catastrophe qui consterne le monde entier; il envoie à l'Académie des « Lincei l'expression émue de ses confraternelles condoléances.

Le Président de l'Institut de France

E. BABELON.

Il PRESIDENTE accenna pure ad un telegramma della Società Geografica di Lisbona, e ad una lettera del Socio straniero Lacroix, esprimenti gli stessi sentimenti. L'Accademia incarica il Presidente di inviare telegraficamente i sensi di grato animo in occasione così luttuosa.

Il Socio DE STĒFANI parlando del recente disastro, dice che il ricercarne le cause è cosa più agevole ai profani che agli studiosi della difficile materia.

Due pregiudizî si affermano, che i fatti dimostrano inesatti. L'uno che il terreno scosso sia de' più recenti, mentre è proprio, all'incontrario, il più antico della penisola e di Sicilia e fra i più antichi d'Italia. L'altro pregiudizio è quello che la regione sia in via di sprofondamento, mentre invece essa è proprio la regione d'Italia nella quale il sollevamento è più recente, più certo e più evidente. Lo sprofondamento di cavità sotterranee e l'assettamento tettonico sono cause possibili; ma niuna prova, anzi nemmeno un indizio si ha che nel presente caso sieno vere. Piuttosto che cercare cause

difficili, è logico attribuire il disastro alla causa stessa della vulcanicità. Sono nelle Lipari molte diecine di vulcani spenti recentissimi, e almeno due attivi. La quiete di questi vulcani e dell'Etna, che poche settimane or sono tentò una eruzione abortita, non è prova d'indipendenza del terremoto dalla vulcanicità; anzi, se uno dei vulcani delle Lipari fosse stato attivo, probabilmente non si sarebbe avuto il terremoto. Questo ha caratteri differenti da quello del 1904; la regione colpita risponde ad una ristrettissima e non lunga ellissi, rispondente circa allo Stretto, diretta da SO. a NE. Probabilmente l'attento studio fisico delle vibrazioni sismiche porterà a meglio determinare le cause, poichè certamente la natura delle medesime è diversa secondo che derivano dallo sprofondamento di una volta, causa da escludersi per ragioni profonde, o in spaccature più o meno lunghe dipendenti in un ipotetico, così detto, assestamento. Le vibrazioni che producono i terremoti Calabro-Siculi hanno piuttosto il carattere di vibrazioni di straordinaria rapidità ed energia susseguenti ad una di quelle che gli scrittori di pirotecnica chiamavano detonazioni od esplosioni di primo grado e sono effetto di reazioni subitanee quale sarebbe l'accensione del fulminato di mercurio nei nostri laboratorii. Tali reazioni, secondo ogni verosimiglianza hanno modo di verificarsi entro ai focolari vulcanici e in generale nell'interno della terra, facilitate dell'aumento di temperatura che rapidamente innalza il valore assoluto della rapidità di reazione. Basterebbe a produrre simili fenomeni l'improvvisa trasformazione di grandi masse l'acqua in vapore. Quando la resistenza della roccia sia superiore al punto massimo della tensione si deve avere un terremoto invece di una eruzione vulcanica, e l'energia del terremoto sarà proporzionale alla quantità di calorie entrata in azione ed alla forza viva sviluppata.

L'urto meccanico, origine delle vibrazioni sismiche, ha avuto sede a poca profondità, in quelle rocce antichissime che formano appunto i Monti Peloritani e l'Aspromonte e che formano anche il sottosuolo immediato delle Lipari. Il terremoto presente come quelli passati della regione ha prevalentemente prodotto la frana dei terreni superficiali alluvionali, recenti e pliocenici sorretti dalle predette rocce cristalline che costituiscono pure il fondo dello Stretto. Può darsi che questo franamento abbia prodotto lievissime variazioni nella batimetria della costa marittima adiacente, però indipendentemente da qualsiasi sprofondamento o sollevamento della roccia cristallina in posto. Invero da quanto si sa la parte alta di Messina costruita sul terreno cristallino è la sola che ha risentito meno danni, e lo stesso è avvenuto della parte alta di Reggio, costruita sopra terreno più saldo fuori dell'alluvione recente. L'idea di non ricostruire le due città non è pratica nè possibile come non sarebbe pratico ricostruire un ponte in luogo necessario, se la piena lo portasse via. Del resto secondo i calcoli della probabilità quel suolo già provato più volte nei secoli scorsi resterà più di altri vicini immune per qualche tempo. Bensì la ricostruzione deve essere fatta con criteri scientifici.

Numerosissime opere si hanno sul modo di costruire ne' luoghi soggetti a terremoto: questa scienza era già nota ai Greci ed agli architetti nostri medioevali.

Sapientissime leggi in proposito emanarono anche i Borboni. Non occorre uscire d'Italia per avere esempî in proposito. Aquila distrutta dal terremoto, fu saggiamente ricostruita, nè dopo la ricostruzione ha risentito più gravi danni dai terremoti che la turbano; così è di Riposto, di Piedimonte etneo e di altre cittadine, tralasciando Casamicciola per la quale non si ha ancora l'esperienza opportuna.

L'esempio del Giappone con le sue case di legno non fa al caso nostro; piuttosto fa l'esempio del Messico.

Due sono i cardini di osservare nelle costruzioni; farle basse senza cornicioni e senza materiali pesanti in alto; fare in modo che i periodi di oscillazione delle varie parti sieno sincroni, e collegare le parti fra loro. Probabilmente le costruzioni a cemento armato rispondono bene alle esigenze. Lo Stato dovrà espropriare un'area per lo meno pari a quella che fu delle due città e concedere aiuti solo a chi osserverà le regole imposte, vietando la costruzione a chi non le osservasse. Ma le prescrizioni dovranno essere osservate nel modo più rigoroso perchè ad onta di qualsiasi deprecazione agli astrologhi ed ai geologi la regione rimarrà soggetta a terremoti nell'avvenire come nel passato.

Dipenderà solo e interamente dalla saggezza degli uomini impedire che si rinnovellino i disastri.

Nel precedente ordine di idee parlano il Socio CANNIZZARO a proposito delle ricostruzioni di Riposto, e il Socio MILLOSEVICH, accennando a Decreti Reali di vecchia data dei Borboni.

L'Accademia invita il Presidente a voler richiamare l'attenzione del Governo sulla necessità assoluta di far studiare la questione delle ricostruzioni nelle regioni colpite dal terremoto, traendo beneficio dalle esperienze del passato, là dove metodi razionali di costruzione dimostrarono essere stati veramente attenuati i danni provenienti dal terremoto.

Il PRESIDENTE poscia informa l'Accademia che nel prossimo luglio a Ginevra si festeggerà il 350° anno della fondazione di quella Università in coincidenza col IV centenario della nascita di Calvino, fondatore dell'Accademia suddetta; e soggiunge che la nostra Accademia sarà debitamente rappresentata.

E. M.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 gennaio 1909.

Volume XVIII.º — Fascicolo 2º

1º SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci e da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesta, è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 17 gennaio 1909.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica matematica. — Sulle azioni meccaniche dovute ad un flusso filiforme di elettricità. Nota del Corrispondente LEVI-CIVITA.

Consideriamo un flusso stazionario di elettricità nell'etere (o nell'aria, o più generalmente in un mezzo omogeneo impolarizzabile), e supponiamo che l'ambiente T , in cui si svolge questo flusso, abbia forma di tubo sottile (chiuso, od anche aperto; collegato per es. con una estremità ad un generatore e coll'altra ad un collettore).

Il campo elettromagnetico dovuto ad un tale flusso si valuta notoriamente nello stesso modo, secondo tutte le teorie, pre- o post-maxwelliane. E si è condotti ad esprimere una qualunque componente, sia della forza elettrica che della forza magnetica, mediante derivate di potenziali newtoniani estesi al tubo T .

Se il tubo è abbastanza sottile, e si tratta di punti interni, queste derivate sono sostituibili con valori asintotici ⁽¹⁾, tanto più approssimati, quanto più sono piccole le dimensioni trasversali rispetto alla lunghezza. Se ne traggono delle espressioni asintotiche per le forze elettromagnetiche in un generico punto Q , interno a T . Il vantaggio essenziale di queste espressioni è che tutto vi dipende esclusivamente da elementi locali (intendo, relativi all'intorno di Q), cioè: dall'andamento longitudinale del tubo (assi-

⁽¹⁾ Cfr. le due Note *Sull'attrazione newtoniana di un tubo sottile*, in questi Rendiconti, serie 5^a, vol. XVII (2° semestre 1908), pp. 413-426 e 535-551.

milato ad una linea geometrica) nell'immediata vicinanza di Q, dalla sezione (normale alla detta linea) condotta per Q, e dai caratteri del flusso attraverso alla sezione.

Note le forze elettromagnetiche e il comportamento del moto (densità elettrica e velocità) in Q, la legge di Lorentz definisce la forza meccanica, che si esercita sopra il circostante elemento. Si può ovviamente dedurne la risultante di tutte le forze, agenti sui varî elementi di una fetta infinitesima di tubo, compresa fra due sezioni vicinissime. Sfruttando sempre (e soltanto) la circostanza che è piccola la sezione del tubo di flusso, si arriva alla espressione asintotica (17) di questa risultante, che è il fine della presente ricerca.

Essa dà luogo ad una nuova teoria dei raggi catodici e delle radiazioni affini, teoria che mi sembra più soddisfacente di quelle elettroniche comunemente accettate, perchè rispetta automaticamente il principio (lorentziano) di relatività, ed è sopra tutto esente da ipotesi cinematiche complementari, non bene giustificate e forse non giustificabili (rigidità di Abraham; contrazione lorentziana; contrazione senza variazione di volume; ecc.).

Avrò l'onore di intrattenerne prossimamente l'Accademia.

1. *Richiamo di espressioni asintotiche.* — Sia T un tubo sottile tutto costituito da linee di una data congruenza. Dicasi L una linea generica della congruenza, C quella tra le L, che si assume come *direttrice* del tubo.

Sia ρ la densità di una distribuzione newtoniana; U il corrispondente potenziale; P un punto qualunque della direttrice C; s l'arco, contato a partire da un'origine arbitraria; t la tangente a C in P, nel senso delle s crescenti; n la normale principale (nel senso della concavità); b la binormale (in tal senso, che il triedro t, n, b risulti *sinistrorso*); c_r la curvatura, sempre nel punto P; τ la sezione del tubo, normale a C, condotta per P; O e Q due punti di τ ; dx_0 e $d\tau$ due elementi di sezione ad essi circostanti; $\mathcal{A} = \overline{OQ}$.

Riferiamo i punti di τ a due assi x, y , ordinatamente coincidenti con n e con b .

Dette x, y ed x_0, y_0 le coordinate di Q e di O, si avrà

$$\mathcal{A} = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}.$$

Scelti a piacimento un punto S della sezione, indipendente da O e da Q, e una lunghezza costante l , che sia comparabile con quella del tubo ⁽¹⁾

(1) Il valore più conveniente di l è otto volte il raggio per una direttrice circolare, o assimilabile ad un arco di cerchio nel tratto che si considera. Cfr. loc. cit., pag. 550.

(e quindi grande rispetto alle dimensioni trasversali, cioè in particolare rispetto ad ogni \mathcal{A}), si ponga

$$(1) \quad \psi = \int_{\tau} \log \frac{l}{\mathcal{A}} d\tau_0,$$

$$(2) \quad U_1 = 2 \varrho_s \psi,$$

dove ϱ_s designa il valore della densità ϱ nel punto S.

La U_1 , così definita, è manifestamente funzione delle coordinate x, y del punto Q, che compariscono in ψ pel tramite di \mathcal{A} . Essa dipende inoltre, come è ben manifesto, dalla sezione τ , che si considera, e dalla scelta del punto S su questa sezione. Se si conviene che, al variare di P su C, e con esso della sezione normale τ , i corrispondenti punti Q ed S scorrano sopra due curve L, la espressione di U_1 rimane univocamente individuata assieme a P, e può quindi anche considerarsi come una ben determinata funzione dell'arco s .

Ciò posto, sieno U_t, U_n, U_b le derivate del potenziale U secondo la tangente t in P, secondo la normale principale (n , o, ciò che è lo stesso, x), e secondo la binormale (b , o, ciò che è lo stesso, y).

Le formule (27) e (28') della seconda delle citate Note (scambiandovi materialmente u, v, w in x, y, s) forniscono per U_t, U_n, U_b le espressioni asintotiche seguenti:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} U_t = \frac{aU_1}{ds} = 2 \frac{d(\varrho_s \psi)}{ds}, \\ U_n = \frac{dU_1}{dx} + \frac{1}{2} c_P U_1 = \varrho_s \left(2 \frac{d\psi}{dx} + c_P \psi \right), \\ U_b = \frac{dU_1}{dy} = 2 \varrho_s \frac{d\psi}{dy}. \end{array} \right.$$

L'appellativo *asintotico* va così inteso:

I valori esatti di U_t, U_n, U_b differiscono dai secondi membri delle (3) per termini che sono dell'ordine della sezione del tubo, mentre i secondi membri stessi sono in generale di un ordine superiore. Più precisamente si può asserire che i termini omissi non superano $M\delta^2$, designando δ la massima corda di τ ed M una quantità positiva, che è costante per un dato tubo (cioè per una data congruenza di linee e per una data ϱ) e resta invariata anche se si suppone che il tubo vada indefinitamente assottigliandosi attorno alla direttrice C (loc. cit., pag. 240). All'incontro (per ogni tubo abbastanza sottile) U_1 supera in valore assoluto $m |\varrho_s| \delta^2 \log \frac{l^2}{\delta^2}$, dove m è un coefficiente positivo, che si comporta come M.

2. *Rotor di un potenziale vettore.* — Suppongasi che il tubo T sia sede di un campo vettoriale \mathbf{i} , diretto in ogni punto secondo la tangente alla linea L passante per quel punto (nel senso in cui si contano gli archi s della direttrice).

Indicando con α, β, γ i coseni direttori di tale tangente rispetto al triedro principale t, n, b di C in P, si ha, dalla definizione di \mathbf{i} ,

$$(4) \quad i_t = i\alpha, \quad i_n = i\beta, \quad i_b = i\gamma.$$

Dacchè, in P, $\alpha = 1, \beta = 0, \gamma = 0$, in un generico punto S della sezione τ , i valori di α, β, γ saranno ancora $1, 0, 0$, a meno di termini di prim'ordine in δ .

D'altra parte (sempre in S e collo stesso ordine di approssimazione)

$$\frac{d\alpha}{ds}, \quad \frac{d\beta}{ds}, \quad \frac{d\gamma}{ds}$$

coincidono colle derivate di α, β, γ rapporto all'arco della corrispondente L⁽¹⁾, e sono quindi espresse da $c\alpha_1, c\beta_1, c\gamma_1$, essendo c la curvatura e $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ i coseni direttori della normale principale alla L nel punto S. Siccome poi in P, $c = c_P, \alpha_1 = 0, \beta_1 = 1, \gamma_1 = 0$, così in definitiva è lecito ritenere, a meno di termini di prim'ordine in δ :

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_s = 1, \quad \beta_s = 0, \quad \gamma_s = 0; \\ \left(\frac{d\alpha}{ds}\right)_s = 0, \quad \left(\frac{d\beta}{ds}\right)_s = c_P, \quad \left(\frac{d\gamma}{ds}\right)_s = 0. \end{array} \right.$$

Ciò premesso, consideriamo il potenziale vettore \mathbf{j} , cui dà luogo la distribuzione vettoriale \mathbf{i} .

Ad ognuna delle componenti j_t, j_n, j_b si può senz'altro applicare quanto è stato detto al n. 1 per un generico potenziale U: basterà soltanto sostituire la densità ρ con i_t, i_n, i_b ordinatamente. Le espressioni asintotiche delle nove derivate

$$\frac{dj_t}{ds} = j_{t|t}, \quad \frac{dj_t}{dx} = j_{t|n}, \quad \frac{dj_t}{dy} = j_{t|b},$$

$$\frac{dj_n}{ds} = j_{n|t}, \text{ ecc.}$$

saranno perciò fornite dalle (3), ponendovi materialmente, una prima volta

$$U = j_t \text{ e } \rho_s = (i_t)_s = i_s \alpha_s, \text{ poi } U = j_n \text{ e } \rho_s = (i_n)_s = i_s \beta_s,$$

infine

$$U = j_b \text{ e } \rho_s = (i_b)_s = i_s \gamma_s.$$

(¹) Cfr. per tutto ciò i dettagliati sviluppi della precedente ricerca (pp. 544-545).

Ove si osservi che ψ e le sue derivate (pur non arrivando in generale al second'ordine, come si è ricordato alla fine del n. 1) sono di *prim'ordine* almeno rispetto a δ , potremo, *a meno di termini di second'ordine*, introdurre, per $\alpha_s, \beta_s, \gamma_s$ e loro derivate, i valori (5) e ottenere così:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} j_{it} = 2 \frac{d(i_s \alpha_s \psi)}{ds} = 2 \frac{d(i_s \psi)}{ds}, \quad j_{in} = i_s \left(2 \frac{d\psi}{dx} + c_p \psi \right), \\ j_{ib} = 2 i_s \frac{d\psi}{dy}; \\ j_{nt} = 2 \frac{d(i_s \beta_s \psi)}{ds} = 2 i_s c_p \psi, \quad j_{nn} = 0, \quad j_{nb} = 0; \\ j_{bt} = 0, \quad j_{bn} = 0, \quad j_{bb} = 0. \end{array} \right.$$

In base a queste formule, ove si ponga

$$(7) \quad \mathbf{H} = - \text{rot } \mathbf{j},$$

si hanno, per le componenti di \mathbf{H} , le espressioni asintotiche

$$(8) \quad \left\{ \begin{array}{l} H_t = - (j_{nb} - j_{bn}) = 0, \\ H_n = - (j_{bt} - j_{tb}) = 2 i_s \frac{d\psi}{dy}, \\ H_b = - (j_{in} - j_{ni}) = i_s c_p \psi - 2 i_s \frac{d\psi}{dx}. \end{array} \right.$$

3. *Flusso stazionario di elettricità nel tubo e corrispondente campo elettromagnetico.* — Sia T sede di un flusso di elettricità, avente le L per linee di corrente. Supposto il flusso stazionario, sarà tutto indipendente dal tempo e funzione soltanto del posto.

Ove ρ e \mathbf{v} rappresentino rispettivamente la densità e la velocità dell'elettricità in un punto generico, e A l'inversa della velocità della luce, il vettore

$$(9) \quad \mathbf{i} = A \rho \mathbf{v}$$

misurerà la corrente (in unità elettromagnetiche).

Riferendosi per tutto il resto al sistema elettrostatico (costante di Coulomb eguale ad 1), la funzione U, di cui al n. 1, potrà riguardarsi come il potenziale scalare, il vettore \mathbf{j} , di cui al n. 2, come il potenziale vettore del nostro campo.

La forza elettrica \mathbf{E} , in un punto generico Q del campo, è il gradiente di U cambiato di segno: essa coincide quindi coll'attrazione newtoniana, dovuta a una massa di densità $-\rho$.

A norma della legge di Biot e Savart (ove sia *sinistrorso* il triedro di riferimento, come lo è, per definizione, il nostro t, n, b), la forza magne-

tica \mathbf{H} è definita dalla (7); alle sue componenti competono pertanto le espressioni asintotiche (8).

La forza meccanica in Q (riferita all'unità di volume) consta, secondo Lorentz (nel caso presente, anche secondo le altre teorie), dei due contributi

$$e$$

$$\mathbf{H} \wedge \mathbf{i} \quad (1),$$

in cui la e e i tre vettori $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{i}$ si riferiscono al punto Q .

Consideriamo la fetta di tubo compresa fra la sezione generica τ e una sezione vicinissima distante ds .

L'elemento di volume circostante a Q è espresso da $d\tau \cdot ds$. Ove si ponga

$$(10) \quad \Phi_1 = \int_{\tau} e \mathbf{E} d\tau,$$

$$(11) \quad \Phi_2 = \int_{\tau} (\mathbf{H} \wedge \mathbf{i}) d\tau,$$

$(\Phi_1 + \Phi_2) ds$ rappresenta evidentemente la risultante delle forze meccaniche, che si esercitano sulla accennata fetta. Perciò

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

è la forza complessiva, riferita all'unità di lunghezza del tubo.

4. *Espressione asintotica di Φ_1 .* — Come abbiamo rilevato or ora, la forza elettrica \mathbf{E} (in un punto generico Q) coincide coll'attrazione newtoniana (del tubo T , in Q), dovuta ad una distribuzione di densità $-e$.

— \mathbf{E} è così l'attrazione, corrispondente alla densità e , e $-\Phi_1 \cdot ds$ rappresenta di conseguenza la risultante delle attrazioni, subite dalla fetta elementare considerata.

Dato questo significato, diviene superfluo il calcolo diretto di Φ_1 . Basta riportarsi alla seconda delle Note, già più volte ricordate [formule (33)].

Pongasi in conformità

$$(12) \quad v = \int_{\tau} e d\tau,$$

con che v rappresenta la densità elettrica *lineare* (rapporto fra la carica della fetta e il suo spessore ds) in una posizione generica del tubo, individuata dalla sezione τ , o, se si vuole, dal punto P della direttrice.

(¹) Conformemente alle proposte dei signori Marcolongo e Burali-Forti (cfr. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo, t. XXIV, 1907), uso il segno \wedge per indicare un prodotto vettoriale.

Pongasi ancora

$$(13) \quad k = \frac{1}{r^2} \int_{\tau} \psi d\tau = \frac{1}{r^2} \int_{\tau} d\tau \int_{\tau_0} d\tau_0 \log \frac{l}{A},$$

con che k è un puro numero, dipendente esclusivamente dalla configurazione geometrica della sezione τ (le^{-k} rappresenta la media geometrica delle mutue distanze; cfr. Maxwell, Collected papers, vol. II, pag. 280).

Tanto ν , quanto k , hanno, come si vede, valori ben determinati, una volta fissata la sezione, ossia il punto P; possono quindi considerarsi funzioni dell'arco s della direttrice C.

Per mezzo di queste quantità, le tre componenti di Φ_1 si esprimono, a meno di termini dell'ordine di δ^4 , sotto la forma seguente:

$$(14) \quad \Phi_{1|t} = -\frac{d}{ds}(\nu^2 k), \quad \Phi_{1|n} = -\nu^2 kc, \quad \Phi_{1|b} = 0,$$

dove, per brevità, ho scritto c in luogo di c_p .

5. *Espressione asintotica di Φ_2 e della forza risultante $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$.* — Nel secondo membro della (11), il vettore \mathbf{i} si riferisce, al pari di \mathbf{H} , al punto (variabile) Q, rispetto al quale si integra. Si può però, a meno di termini dell'ordine di δ^4 , sostituire \mathbf{i} col vettore \mathbf{i}_s , relativo al punto fisso S.

Infatti la differenza $\mathbf{i} - \mathbf{i}_s$ è di prim'ordine rispetto a δ ; d'altra parte \mathbf{H} (che ha per componenti delle differenze di derivate di potenziali newtoniani) si comporta come l'attrazione, ed è quindi anch'essa di prim'ordine almeno.

Ne viene che il prodotto vettoriale

$$\mathbf{H} \wedge (\mathbf{i} - \mathbf{i}_s)$$

è almeno di second'ordine, e il relativo integrale

$$\int_{\tau} \{ \mathbf{H} \wedge (\mathbf{i} - \mathbf{i}_s) \} d\tau$$

di quarto.

Si ha dunque, a meno di termini dell'ordine di δ^4 ,

$$(11') \quad \Phi_2 = \int_{\tau} (\mathbf{H} \wedge \mathbf{i}_s) d\tau.$$

Colla stessa approssimazione, si possono adottare, per i coseni direttori $\alpha_s, \beta_s, \gamma_s$ di \mathbf{i}_s , i valori (5), e quindi, per le componenti, i valori

$$i_s, 0, 0.$$

Badando alle (8) ed esplicitando in conformità il prodotto vettoriale $\mathbf{H} \wedge \mathbf{i}_s$, la (11') dà:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{2|t} = 0, \\ \Phi_{2|n} = i_s^2 c_p \int_{\tau} \psi d\tau - 2i_s^2 \int_{\tau} \frac{d\psi}{dx} d\tau, \\ \Phi_{2|b} = -2i_s^2 \int_{\tau} \frac{d\psi}{dy} d\tau. \end{array} \right.$$

Dacchè, in base alla (1),

$$\frac{d\psi}{dx} = - \int_{\tau} \frac{x - x_0}{A^2} d\tau_0, \quad \frac{d\psi}{dy} = - \int_{\tau} \frac{y - y_0}{A^2} d\tau_0.$$

è chiaro che i due integrali quadrupli

$$\int_{\tau} \frac{d\psi}{dx} d\tau, \quad \int_{\tau} \frac{d\psi}{dy} d\tau$$

si annullano. Immaginiamo infatti di scambiarsi i due punti di integrazione O e Q. Da un lato, questo scambio materiale di notazione non altera i valori degli integrali; d'altra parte, il suo effetto formale è di mutare $x - x_0, y - y_0$ in $x_0 - x, y_0 - y$, cioè il segno, tutto il resto rimanendo invariato. Il valore numerico dei due integrali non può dunque essere che lo zero, c. d. d.

Rimane con ciò, ove al terzo integrale $\int_{\tau} \psi d\tau$ si sostituisca il suo valore (13),

$$\Phi_{2|t} = 0, \quad \Phi_{2|n} = i_s^2 \tau^2 k c_p, \quad \Phi_{2|b} = 0.$$

S designa un punto, che può essere scelto arbitrariamente entro la sezione τ . Gioverà trar partito da questa arbitrarietà per attribuire a $\Phi_{2|n}$ una forma più espressiva.

Introduciamo all'uopo la *corrente totale* I che passa attraverso τ .

Questa I, data la stazionarietà, deve essere una costante caratteristica del flusso che si considera, indipendente quindi anche dalla posizione della sezione nel tubo. Comunque, essa ha ovviamente per espressione

$$I = \int_{\tau} i \alpha d\tau.$$

Dacchè α differisce dall'unità per termini di prim'ordine in δ , si avrà, a meno di termini di quest'ordine,

$$I = \int_{\tau} i d\tau,$$

e quindi, per il teorema della media, eguale a $i_s \tau$, indicando S un conveniente punto di τ .

Si può dunque scrivere, colla solita approssimazione, cioè a meno di termini di quart'ordine in δ ,

$$(15) \quad \Phi_{2|t} = 0, \quad \Phi_{2|n} = I^2 kc, \quad \Phi_{2|b} = 0,$$

dove [come già nelle (14)] ho soppresso l'indice P della curvatura c , perchè, al pari di k e di ν , anche I è un elemento globale, e non c'è da mettere in evidenza alcun altro punto della sezione, oltre a P.

Nelle (14) figura la densità lineare ν . Può essere conveniente farvi apparire, in luogo di ν , un elemento puramente cinematico. Ecco in qual modo.

Ricorriamo alla (9) e osserviamo che, essendo

$$I = \int_{\tau} i \alpha d\tau = A \int_{\tau} \varrho \nu \alpha d\tau,$$

si può, a meno di termini in δ , sostituire a ϱ il suo valore medio $\frac{\nu}{\tau}$, il che dà

$$I = \nu \cdot A \frac{1}{\tau} \int_{\tau} \nu \alpha d\tau.$$

Ora $\frac{1}{\tau} \int_{\tau} \nu \alpha d\tau$ è il valore medio della velocità del flusso attraverso la sezione τ .

Si ha dunque, a meno di termini in δ ,

$$(16) \quad I = \nu \beta,$$

designandosi ora ⁽¹⁾ con β il rapporto $A \frac{1}{\tau} \int_{\tau} \nu \alpha d\tau$ fra la velocità media del flusso, attraverso τ , e la velocità della luce.

Ne viene che, colla solita approssimazione, cioè a meno di termini dell'ordine di δ^4 , si può, nelle (14), sostituire alla densità ν il rapporto $\frac{I}{\beta}$.

Con ciò la forza meccanica risultante

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$$

rimane asintoticamente definita sotto la forma seguente:

$$(17) \quad \Phi_t = -I^2 \frac{d}{ds} \left(\frac{k}{\beta^2} \right), \quad \Phi_n = -I^2 \frac{k}{\beta^2} c (1 - \beta^2), \quad \Phi_b = 0.$$

⁽¹⁾ Al n. 2 era stato indicato con β un coseno direttore. Questo coseno non figura nelle formule finali. Si può pertanto, senza pericolo di ambiguità, riprendere la lettera β , attribuendole un diverso significato.

Rammento, per comodo di consultazione, che t, n, b, c, s, τ hanno il significato dichiarato al n. 1 (essendosi soltanto soppresso l'indice P di c); k è definito dalla (13); I misura la corrente totale (in unità elettromagnetiche); infine β rappresenta il rapporto fra la velocità media del flusso attraverso τ e la velocità della luce.

Riservo ad una prossima Nota l'applicazione di queste formule al caso, in cui il tubo T è sede di un campo elettromagnetico puro.

Fisica matematica. — Teoria asintotica delle radiazioni elettriche. Nota del Corrispondente LEVI-CIVITA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — Alcune nuove espressioni assolute delle curvature in un punto di una superficie. Nota di C. BURALI-FORTI, presentata dal Corrispondente LEVI-CIVITA.

Il punto variabile P descriva una superficie Σ , e sia N il vettore unitario, funzione di P, normale a Σ in P e di verso stabilito rispetto a Σ . Per abbreviare la scrittura, si ponga

$$\sigma = \frac{dN}{dP}$$

cioè si indichi con σ l'omografia vettoriale che trasforma uno spostamento qualsiasi dP di P nel corrispondente spostamento dN di N.

Se \mathbf{x} è vettore unitario, pure funzione di P, e normale ad N, per la curvatura normale \mathcal{C}_x , geodetica \mathcal{G}_x e per la torsione geodetica \mathcal{T}_x in P nella direzione \mathbf{x} , si ha

$$(I) \quad \mathcal{C}_x = N \wedge \mathbf{x} \times \text{rot } \mathbf{x} = \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} = \frac{(\sigma \mathbf{x})^2 + \text{inv}_2 \sigma}{\text{inv}_1 \sigma}$$

$$(II) \quad \mathcal{G}_x = -N \times \text{rot } \mathbf{x} = \text{div} (N \wedge \mathbf{x})$$

$$(III) \quad \mathcal{T}_x = N \wedge \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} = \mathbf{x} \times \sigma (N \wedge \mathbf{x}) \quad (1).$$

(1) Per le notazioni, cfr. C. Burali-Forti e R. Marcolongo, *Per l'unificazione delle notazioni vettoriali*, Rendiconti Palermo, t. XXIII-XXIV, Note I-V.

Per le omografie vettoriali e per le derivate rispetto a un punto, cfr. C. Burali-Forti, *Sopra alcune operazioni proiettive....* (1906), *Sulle omografie vettoriali* (1907), *Funzioni vettoriali* (1907), Atti Acc. Torino, *L'importance des transformations....* (1908), *L'enseignement mathématique*. Alla notazione ∇_P della prima Nota sostituiamo $\frac{d}{dP}$; le notazioni D_u, K_u della terza Nota equivalgono a $\frac{du}{dP}, K \frac{du}{dP}$.

Se φ è numero reale funzione di P, e $\mathcal{O}_\varphi, \mathcal{Q}_\varphi, \mathcal{T}_\varphi$ sono i valori di $\mathcal{O}_x, \mathcal{Q}_x, \mathcal{T}_x$ per x parallelo alla tangente in P alla linea $\varphi = \text{cost}$, allora

$$(I') \quad \mathcal{O}_\varphi = \text{inv}_1 \sigma - \frac{\text{grad } \varphi \times \sigma \text{ grad } \varphi}{(\text{grad } \varphi)^2}$$

$$(II') \quad \mathcal{Q}_\varphi = - \text{div} \frac{\text{grad } \varphi}{\text{mod grad } \varphi}$$

$$(III') \quad \mathcal{T}_\varphi = - \frac{N \wedge \text{grad } \varphi \times \sigma \text{ grad } \varphi}{(\text{grad } \varphi)^2}.$$

Inoltre, $\text{inv}_1 \sigma, \text{inv}_2 \sigma$ sono, rispettivamente, la *curvatura MEDIA* e *TOTALE* (o di Gauss) di Σ nel punto P.

Queste forme di $\mathcal{O}, \mathcal{Q}, \mathcal{T}$ e delle curvatures media e totale, sono *assolute*, cioè sono indipendenti tanto da coordinate cartesiane, quanto da coordinate curvilinee in Σ . Si dimostrano, in modo pure assoluto e semplicissimo, applicando, insieme ad altre ben note regole di calcolo vettoriale, le regole seguenti meno usuali:

$$(\alpha) \quad \mathbf{u} \times \sigma \mathbf{v} = \mathbf{v} \times K \sigma \mathbf{u} \quad , \quad K K \sigma = \sigma$$

$$(\beta) \quad \sigma(\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}) = (\text{inv}_1 \sigma) \mathbf{u} \wedge \mathbf{v} - \mathbf{u} \wedge K \sigma \mathbf{v} + \mathbf{v} \wedge K \sigma \mathbf{u}$$

$$(\gamma) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d(\mathbf{u} \times \mathbf{v})}{dP} \mathbf{w} = \left(K \frac{d\mathbf{u}}{dP} \mathbf{v} \right) \times \mathbf{w} + \left(K \frac{d\mathbf{v}}{dP} \mathbf{u} \right) \times \mathbf{w} \\ \text{grad}(\mathbf{u} \times \mathbf{v}) = K \frac{d\mathbf{u}}{dP} \mathbf{v} + K \frac{d\mathbf{v}}{dP} \mathbf{u} \quad , \quad \text{grad } u^2 = 2K \frac{d\mathbf{u}}{dP} \mathbf{u} \end{array} \right.$$

$$(\delta) \quad \frac{d\mathbf{u}}{dP} \mathbf{u} = (\text{rot } \mathbf{u}) \wedge \mathbf{u} + \frac{1}{2} \text{grad } u^2$$

e nelle quali $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ sono vettori e σ è omografia vettoriale.

1. Per dimostrare quanto abbiamo affermato riguardo alle curvatures, occorre esaminare le seguenti proprietà di σ .

L'omografia σ trasforma un vettore qualsiasi in un vettore parallelo al piano tangente a Σ nel punto P, cioè

$$(1) \quad N \times \sigma \mathbf{x} = 0, \text{ qualunque sia il vettore } \mathbf{x}.$$

Dall'ultima (γ) , per essere $\text{grad } N^2 = \text{grad } 1 = 0$ si trae $K \sigma N = 0$; quindi $\mathbf{x} \times K \sigma N = 0$ e da (α) la (1).

Il vettore σN è nullo. Il vettore dell'omografia σ è nullo e quindi è nulla anche la rotazione di N, e $K \sigma$ coincide con σ , cioè

$$(2) \quad \sigma N = 0 \quad , \quad V \sigma = 0 \quad , \quad \text{rot } N = 0 \quad , \quad K \sigma = \sigma.$$

Il punto P + \mathbf{u} , con \mathbf{u} vettore tale che $\mathbf{u} \times \sigma \mathbf{u} = \text{cost}$, descrive una quadrica θ , che non è propria, perchè $K \sigma N = 0$ cioè $K \sigma$ e σ sono dege-

neri. Il cono assintoto di θ si ha per $\mathbf{u} \times \sigma \mathbf{u} = 0$; ora a tale condizione soddisfano i vettori paralleli ad \mathbf{N} (per la (1)): e quindi il cono, o è formato dalla sola normale a Σ in P , o da due piani uscenti da questa retta (Σ non sia un piano). In ogni caso \mathbf{N} è *direzione principale* di θ ed è quindi vettore *unito* per la *dilatazione* di σ (per $D\sigma$), cioè esiste un numero reale h tale che $D\sigma\mathbf{N} = h\mathbf{N}$. In conseguenza

$$\sigma\mathbf{N} = D\sigma\mathbf{N} + (\nabla\sigma) \wedge \mathbf{N} = h\mathbf{N} + (\nabla\sigma) \wedge \mathbf{N};$$

ma da (δ) si ha, essendo $\text{grad } \mathbf{N}^2 = 0$,

$$\sigma\mathbf{N} = (\text{rot } \mathbf{N}) \wedge \mathbf{N} = 2(\nabla\sigma) \wedge \mathbf{N},$$

che combinata con la precedente dà

$$\sigma\mathbf{N} = h\mathbf{N} + \frac{1}{2}\sigma\mathbf{N} \text{ da cui } \sigma\mathbf{N} = 2h\mathbf{N},$$

e, per le (1), $0 = \mathbf{N} \times \sigma\mathbf{N} = 2h$, $h = 0$ cioè $\sigma\mathbf{N} = 0$.

Fissato, ad es., \mathbf{u} normale ad \mathbf{N} , il numero $\mathbf{u} \times \sigma \mathbf{u}$ è determinato e, se non è nullo, θ è un cilindro con le generatrici parallele ad \mathbf{N} , perchè per $\mathbf{v} = \mathbf{u} + h\mathbf{N}$ si ha $\mathbf{v} \times \sigma \mathbf{v} = \mathbf{u} \times \sigma \mathbf{u}$. La sezione retta, per P (indicatrice di Dupin) di questo cilindro è una conica che ammette sempre due, o infiniti, *assi* le cui direzioni (delle *linee di curvatura* in P) sono unite rispetto a σ . Allora, se \mathbf{x}, \mathbf{y} sono vettori unitari e ortogonali nelle direzioni degli assi, sarà $\mathbf{x} \wedge \sigma \mathbf{x} = 0$, $\mathbf{y} \wedge \sigma \mathbf{y} = 0$ e quindi

$$2\nabla\sigma = \mathbf{x} \wedge \sigma \mathbf{x} + \mathbf{y} \wedge \sigma \mathbf{y} \pm \mathbf{N} \wedge \sigma \mathbf{N} = 0,$$

cioè $\nabla\sigma = 0$ e $\text{rot } \mathbf{N} = 0$.

Dall'essere $\nabla\sigma = 0$ risulta subito che $\mathbf{K}\sigma = \sigma$ perchè $\sigma = D\sigma + (\nabla\sigma) \wedge$ e $\mathbf{K}\sigma = D\sigma - (\nabla\sigma) \wedge$.

Se φ è numero reale, funzione di P , il suo gradiente è normale ad \mathbf{N} , cioè

$$(3) \quad \mathbf{N} \times \text{grad } \varphi = 0,$$

e quindi: $\text{grad } \varphi$ è la direzione di quella normale in P alla linea $\varphi = \text{cost}$ che giace nel piano tangente a Σ e $\mathbf{N} \wedge \text{grad } \varphi$ è la direzione della tangente in P alla stessa linea.

Sia ψ un altro numero funzione di P . Per ogni punto di Σ , in un certo intorno di P , passi una sola linea φ e una sola linea ψ che in ciascun punto del campo abbiano tangenti determinate e non parallele. Il punto P è, in tale intorno, funzione di φ e ψ ; P'_φ e P'_ψ siano le sue derivate parziali rispetto a φ e ψ , e il verso di \mathbf{N} sia tale che

$$\mathbf{N} = \frac{P'_\varphi \wedge P'_\psi}{\text{mod}(P'_\varphi \wedge P'_\psi)} = \frac{P'_\varphi \wedge P'_\psi}{m}.$$

Se ora moltiplichiamo internamente (\times) i due membri della identità

$$dP = P'_{\varphi} d\varphi + P'_{\psi} d\psi$$

per $N \wedge P'_{\psi}$, si ha

$$d\varphi = -\frac{1}{m} N \wedge P'_{\psi} \times dP; \text{ da cui, } \text{grad } \varphi = -\frac{1}{m} N \wedge P'_{\psi}$$

che dimostra quanto abbiamo affermato.

2. Dimostriamo ora le formule (I)-(III').

Siano γ, γ' due linee di Σ , uscenti da P, ed aventi, nel punto P, la tangente, normale principale e binormale, parallele, rispettivamente, ai vettori

$$\mathbf{x}, \mathbf{N}, \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} ; \mathbf{x}, \mathbf{N} \wedge \mathbf{x}, \mathbf{N},$$

essendo \mathbf{x} vettore unitario normale ad \mathbf{N} .

I numeri $\mathcal{O}_{\mathbf{x}}, \mathcal{Q}_{\mathbf{x}}$ si definiscono di solito, almeno in sostanza, come flessioni in P, rispettivamente, di γ, γ' e $\mathcal{T}_{\mathbf{x}}$ come torsione in P di γ , o, il che equivale a meno del segno, di γ' . Allora se osserviamo che, essendo \mathbf{u}, \mathbf{v} vettori,

$$\frac{d\mathbf{u}}{dP} \mathbf{v}$$

è la « derivata di \mathbf{u} presa nella direzione \mathbf{v} » (1) e ricordiamo le formule vettoriali di Frenet, si ha, stabilendo i segni di $\mathcal{O}, \mathcal{Q}, \mathcal{T}$,

$$(4) \quad \mathcal{O}_{\mathbf{x}} = \left(\frac{d\mathbf{N}}{dP} \mathbf{x} \right) \times \mathbf{x} = - \left(\frac{d\mathbf{x}}{dP} \mathbf{x} \right) \times \mathbf{N}$$

$$(5) \quad \mathcal{Q}_{\mathbf{x}} = \left(\frac{d(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x})}{dP} \mathbf{x} \right) \times \mathbf{x} = - \left(\frac{d\mathbf{x}}{dP} \mathbf{x} \right) \times \mathbf{N} \wedge \mathbf{x}$$

$$(6) \quad \mathcal{T}_{\mathbf{x}} = \left(\frac{d\mathbf{N}}{dP} \mathbf{x} \right) \times \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} = - \left(\frac{d(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x})}{dP} \mathbf{x} \right) \times \mathbf{N}.$$

Gli ultimi membri sono stati ottenuti dai primi (definizioni) applicando alle identità

$$\mathbf{N} \times \mathbf{x} = 0, \quad (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) \times \mathbf{x} = 0, \quad \mathbf{N} \times (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) = 0$$

le regole di calcolo vettoriale (γ) e (α).

Da (δ), per essere $\mathbf{x}^2 = 1$, si trae $\frac{d\mathbf{x}}{dP} \mathbf{x} = (\text{rot } \mathbf{x}) \wedge \mathbf{x}$, e dalle (4)

(1) Qualunque sia l'ente m , funzione di P, $\frac{dm}{dP} \mathbf{v}$ dà, sotto forma assoluta, il quoziente differenziale di m nella direzione \mathbf{v} così opportunamente considerato dal Cesàro (Geometria intrinseca). Per una definizione quasi assoluta del quoziente differenziale cfr. C. Burali-Forti, *Lezioni di geometria metrico-proiettiva*, Torino, Bocca, 1904.

risultano subito le due prime forme della (1). Per ottenere la terza forma si osservi che in virtù delle (1), (2), (β) si ha

$$(a) \text{ inv}_2 \sigma = \sigma \mathbf{x} \wedge \sigma(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) \times \mathbf{N} = \sigma \mathbf{x} \times \{(\text{inv}_1 \sigma) \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} - \mathbf{N} \wedge \sigma \mathbf{x}\} \times \mathbf{N} = \\ = (\text{inv}_1 \sigma) \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} - (\sigma \mathbf{x})^2 = (\text{inv}_1 \sigma) \mathcal{C}_x - (\sigma \mathbf{x})^2.$$

Nello stesso modo dalla seconda forma (5) si trae (eseguendo il prodotto interno dei due prodotti vettoriali) la prima forma della (II) e da questa la seconda mediante la nota formula

$$\text{div}(\mathbf{u} \wedge \mathbf{v}) = \mathbf{v} \times \text{rot } \mathbf{u} - \mathbf{u} \times \text{rot } \mathbf{v}$$

e tenendo conto della (2).

Le (III) si ottengono subito da (6) con la (α).

Per avere le (I'), (II'), (III') basta porre nelle corrispondenti, in virtù della (3),

$$\mathbf{x} = \mathbf{N} \wedge \frac{\text{grad } \varphi}{\text{mod grad } \varphi}.$$

Dalle seconde forme (II) e (III) si ottengono subito le (II'), (III'). La (I') si ottiene osservando che dalla seconda forma (I) si ha

$$(b) \mathcal{C}_{\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}} = \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \times \sigma(\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) = \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \times \{(\text{inv}_1 \sigma) \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} - \mathbf{N} \wedge \sigma \mathbf{x}\} \\ = \text{inv}_1 \sigma - \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} = \text{inv}_1 \sigma - \mathcal{C}_x.$$

Che $\text{inv}_1 \sigma$ e $\text{inv}_2 \sigma$ siano le curvatures media e totale di Σ in P apparisce dalle formule

$$(7) \quad \mathcal{C}_x + \mathcal{C}_{\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}} = \text{inv}_1 \sigma$$

$$(8) \quad \mathcal{C}_x \mathcal{C}_{\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}} - (\mathcal{C}_x)^2 = \text{inv}_2 \sigma \quad (1);$$

la (7) è dimostrata dalla (b); la (8) risulta da (a) osservando che

$$\mathcal{C}_x \mathcal{C}_{\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}} - (\mathcal{C}_x)^2 = \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} (\text{inv}_1 \sigma - \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x}) - (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x})^2 = \\ = (\text{inv}_1 \sigma) \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} - \{(\mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x})^2 + (\mathbf{x} \wedge \sigma \mathbf{x})^2\} = (\text{inv}_1 \sigma) \mathbf{x} \times \sigma \mathbf{x} - (\sigma \mathbf{x})^2.$$

3. Infine, omettendo molti altri risultati che si possono ottenere con egual facilità, e sempre in modo assoluto, vediamo come possa esprimersi in funzione di un vettore arbitrario \mathbf{x} , purchè unitario e normale ad \mathbf{N} , l'ordinario $\Delta_2 \varphi$, cioè la $\text{div grad } \varphi$. Si ha

$$(9) \quad \text{div grad } \varphi = \left\{ \frac{d \text{ grad } \varphi}{dP} \mathbf{x} \right\} \times \mathbf{x} + \left\{ \frac{d \text{ grad } \varphi}{dP} (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) \right\} \times \mathbf{N} \wedge \mathbf{x} \quad (2).$$

(1) Dalla seconda forma (III) si ha subito $\mathcal{C}_{\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}} = -\mathcal{C}_x$.

(2) Cfr. Cesàro, *Geometria intrinseca* e C. Burali-Forti, *Formule di Frenet* (n. 5), *Atti Acc. Torino* (1902). La seconda forma invariante

$$\left\{ \frac{d \text{ grad } \varphi}{dP} (\mathbf{N} \wedge \mathbf{x}) \right\} \times \mathbf{x} - \left\{ \frac{d \text{ grad } \varphi}{dP} \mathbf{x} \right\} \times \mathbf{N} \wedge \mathbf{x}$$

risulta subito nulla applicando (β) al primo termine.

Posto $\lambda = \frac{d \text{grad } \varphi}{dP}$, e osservando che $K\lambda = \lambda$ perchè $\text{rot grad } \varphi = 0$, si ha da (β),

$$\begin{aligned} \lambda(N \wedge x) \times N \wedge x &= \{(\text{inv}_1 \lambda) N \wedge x - N \wedge \lambda x + x \wedge \lambda N\} \times N \wedge x = \\ &= \text{inv}_1 \lambda - (\lambda x) \times x - N \wedge \lambda N; \end{aligned}$$

ma $\text{inv}_1 \lambda$ vale la $\text{div grad } \varphi$; inoltre se y è vettore normale ad N e si applica la prima (γ) alla identità $y \times N = 0$, ponendo $w = N$, si trova subito $N \times K \frac{dy}{dP} N = 0$; la (9) è dunque dimostrata.

Fisica. — Pressione e conducibilità elettrica dell'atmosfera.

Nota di LAVORO AMADUZZI, presentata dal Socio A. RIGHI.

È noto come varî argomenti inducano a pensare che per gran parte la conducibilità elettrica dell'atmosfera sia dovuta a ionizzazione determinata da materiale radioattivo che nell'atmosfera medesima si diffonde dal suolo. Le prime misure di Elster e Geitel sull'aria delle cantine e delle grotte sono state appoggiate da altre numerose che sarebbe superfluo qui enumerare. Va tenuto presente, è vero, qualche caso di eccezione pel quale la conducibilità elettrica dell'aria di sotterranei invece che maggiore di quella dell'aria libera è minore; ma si tratta di eccezioni che, come si suol dire, confermano la regola.

Sono ben note anche le considerazioni dell' Ebert in rapporto all' influenza che sulle variazioni di pressione atmosferica dovrebbe avere il riversarsi nell'aria del materiale proveniente dal suolo. Sotto l' influenza di basse pressioni barometriche l'aria contenuta nei condotti capillari del terreno, riversandosi nell'atmosfera, ne aumenterebbe il tenore in emanazione, mentre per alte pressioni quest'aria sarebbe invece di nuovo spinta entro il terreno stesso a raccogliere nuovo materiale radioattivo: in corrispondenza dei massimi di pressione atmosferica si dovrebbe avere basso valore per la ionizzazione dell'atmosfera, ed in corrispondenza dei minimi invece alto valore per la ionizzazione. P. Zölss ⁽¹⁾ a Kremsmünster ha difatti veduto che la conducibilità elettrica dell'aria al fondo di un pozzo di 60 metri di profondità segue esattamente le oscillazioni della pressione atmosferica; ma non si mostra molto soddisfatto, in quanto alcune volte si hanno dei risultati in contraddizione colle vedute di Ebert.

È evidente, che se una relazione esiste, come pare probabile, fra pressione e dispersione atmosferica, per quanto mascherata dall'azione di molti

(¹) Phys. Zeits., 6, pag. 129, 1905.

altri elementi, essa deve apparire per eccellenza manifesta in quelle regioni di copiose emanazioni gassose per le quali è accentuata da un lato l'azione del suolo sull'atmosfera e dall'altro l'influenza della pressione atmosferica.

Alcune osservazioni preliminari, convalidate poi da misure che formeranno oggetto di altra Nota, mi avevano dimostrato che i gas naturali che sfuggono dal terreno in certe plaghe dell'Appennino porrettano sono dotati di radioattività, e la conoscenza discretamente buona da me posseduta di quei luoghi mi assicurava che scaturigini dalle quali vengono mandati prodotti gassosi direttamente nell'aria, esistono in grande numero.

Mi parve perciò opportuno approfittare del periodo di vacanze estive per fare qualche misura di dispersione elettrica correlativa a misure di pressione atmosferica proprio in quei luoghi ⁽¹⁾ dove maggiormente l'aria potesse ricevere nel proprio seno i materiali radioattivi provenienti coi gas naturali dal suolo.

Le misure di dispersione venivano fatte mediante un elettroscopio Elster e Geitel ⁽²⁾, che caricavo mediante una pila secca Zamboni, e pel quale debbo esser grato alla cortesia del ch. prof. M. Raina, direttore del R. Osservatorio di Bologna. Le misure di pressione si eseguivano con un barometro metallico assai sensibile, come ebbero campo di mostrarmi saggi di confronto eseguiti in questo Istituto fisico. Alle misure simultanee di pressione e di dispersione venivano associate misure di umidità relativa e di temperatura per rendere meglio confrontabili i due primi elementi e per avere dal valore della umidità o della temperatura (che influiscono come è noto sulla conducibilità atmosferica) ragioni delle possibili divergenze da una eventuale legge di dipendenza fra pressione e dispersione.

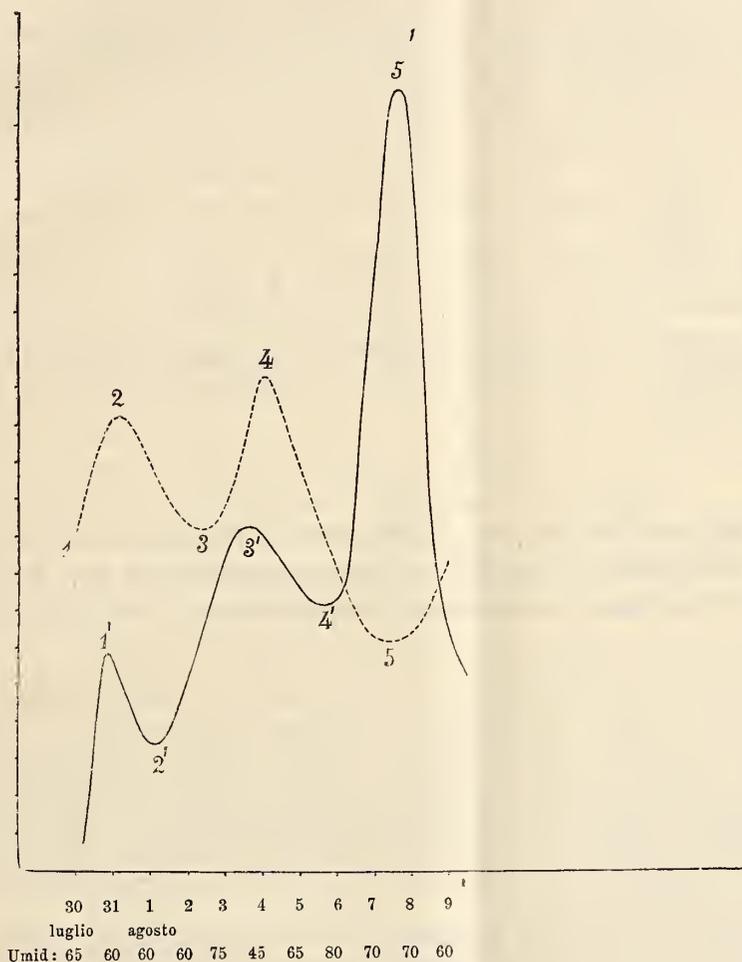
Non sto qui a riportare tabelle: traccio solamente un tratto della curva di dispersione (a linea continua) ed un tratto corrispondente della curva della pressione. Essi si riferiscono ad un periodo che va dal 30 luglio al 9 agosto, e sono sufficientemente eloquenti. Le misure fatte dal 9 agosto ai primi di ottobre, salvo periodi di perturbazioni, confermano quanto i tratti di curva riportati dicono e quanto segue:

a) La dispersione elettrica dell'atmosfera sente l'influenza delle variazioni di pressione atmosferica, ma con un qualche ritardo, per modo che i massimi ed i minimi di conducibilità si hanno parecchie ore dopo i minimi ed i massimi di pressione, senza però che si manifesti un vero e proprio parallelismo fra l'andamento di questi due elementi. Meglio si potrebbe dire che a qualche ora di distanza i massimi ed i minimi di pressione richiamano rispettivamente i minimi ed i massimi di conducibilità. Nella figura la corrispondenza è indicata con numeri semplici ed accentati.

⁽¹⁾ A Gaggio Montano, località detta Saldine.

⁽²⁾ Phys. Zeits., t. I, 1899, pag. 11.

b) Tanto è manifesta l'influenza della pressione, che spesse volte la precedenza di forti abbassamenti barometrici a condizioni di accentuata umidità relativa permetteva che, nonostante queste condizioni di umidità, si potesse apprezzare una buona conducibilità elettrica dell'aria.



c) Spesse volte l'azione di un forte vento spirato per più ore ha distrutto l'effetto di un precedente minimo barometrico, in quanto a determinare un massimo di conducibilità.

3. Nelle poche parole d'introduzione a questa Nota ho accennato a casi di eccezione per ciò che concerne il comportarsi dell'aria di sotterranei sotto il punto di vista della conducibilità elettrica. Si sa difatti che ordinariamente l'aria delle cantine e delle grotte ha una conducibilità molto maggiore di quella esterna; ma in certi casi succede l'opposto, e ciò, si pensa,

per una certa impermeabilità delle pareti. Un comportamento di questo genere fu anche di recente additato dal Trabacchi (¹). Quantunque ovvia e plausibilissima la spiegazione data dei casi d'eccezione ora ricordati, volli a titolo di curiosità fare qualche misura comparativa fra la conducibilità esterna e quella di cavità, scegliendo due casi, l'uno di cavità a parete permeabile e l'altro di cavità a parete impermeabile. Per il primo caso osservai maggiore conducibilità nell'interno del sotterraneo che all'esterno; ma il rapporto dei due valori risultò di un ordine di grandezza minore assai di quello che altri, sebbene con risultati vari, hanno trovato in casi consimili. E mi pare che la ragione stia in ciò: che, sebbene il sotterraneo fosse scavato nel terreno stesso dove, all'esterno, facevo le abituali misure delle quali ho più sopra brevemente riferito, era però privo della risorsa di sensibili emanazioni gassose dirette.

Per il secondo caso ebbi la opportunità di potermi valere di un pozzo discretamente profondo, praticato, per la discesa dei pesi di un antico orologio comunale, in un masso di serpentino. Il rapporto del valore della conducibilità per l'aria interna e quello per l'aria esterna risultò in media come 1 a 15.

Ottica fisiologica. — Alcuni nuovi fatti sulla visione degli occhi astigmatici e normali, e loro interpretazione (²). Nota del dott. M. LA ROSA, presentata dal corrispondente D. MACALUSO.

Osservando una montagna o un altro oggetto di grandi dimensioni sufficientemente lontano, ed inclinando lateralmente la testa in modo da portare le due visuali all'incirca in un piano verticale, si nota un cambiamento sensibile delle dimensioni e della distanza apparenti dell'oggetto osservato. Ciò ho verificato sempre ed in modo evidente, sperimentando su me stesso e ricorrendo all'osservazione di un centinaio di persone in maggior parte dotate di vista eccellente.

L'effetto riesce meglio apprezzabile, se da un'aperta pianura si guarda una montagna non molto distante, perchè vi si possano distinguere numerosi particolari. La grandezza dei mutamenti osservati varia da persona a persona, ma il loro senso, salvo rarissime eccezioni, rimane costante, e precisamente guardando con la testa inclinata nel modo precedentemente detto, l'oggetto osservato appare più basso, dilatato secondo l'orizzontale normale alla visuale e più lontano. Però il mutamento apparente della distanza è sempre più notevole di quello delle dimensioni.

(¹) R. Accademia dei Lincei, 1° sem., 1908, pag. 160.

(²) Istituto Físico della R. Università di Palermo.

Ripetendo la prova con oggetti vicini, si osservano solo i mutamenti apparenti delle dimensioni, come ho accertato per mezzo di uno schermo bianco di forma quadrata su cui era segnata una croce a braccia uguali, e posto ben simmetrico rispetto all'osservatore. Le braccia verticali, venivano giudicate più lunghe delle orizzontali, quando l'osservatore teneva la testa in posizione naturale, salve poche eccezioni (cinque o sei sopra un centinaio); il contrario avveniva quando l'osservatore teneva la testa inclinata nel modo già detto. Tali mutamenti divenivano sempre meno apprezzabili quando la distanza fra l'osservatore e lo schermo veniva sempre più diminuita.

I fatti restavano gli stessi, osservando con ciascun occhio separatamente.

Si presenta immediata l'idea di attribuire questi mutamenti all'astigmatismo da cui sempre, o quasi, l'occhio umano è affetto; sebbene, per lo più, in grado debole abbastanza per non produrre disturbi notevoli nella visione.

In accordo con quest'ipotesi ho potuto riconoscere che i mutamenti apprezzati da occhi normali sono certamente meno spiccati di quelli apprezzati da occhi fortemente astigmatici, e che per questi l'entità dei mutamenti (almeno di quello relativo alla distanza) diminuisce quando se ne corregga, con le opportune lenti cilindriche, approssimativamente il difetto.

Mi propongo, pertanto, di esaminare fino a qual punto e con quali limitazioni, i fatti riferiti possono trovare una spiegazione sufficiente in questa ipotesi. Tale esame presenta un certo interesse principalmente pel complesso problema della visione negli occhi astigmatici, ed è appunto perciò che mi sono deciso a riferire i fatti osservati e le considerazioni che mi hanno suggerito.

Come è noto, l'astigmatismo dell'occhio umano dipende, in generale, dalla forma della cornea, che si accosta a quella di un ellissoide a tre assi (astigm. regolare), con l'asse maggiore coincidente col diametro antero-posteriore, e con i meridiani di massima e di minima curvatura rispettivamente verticale e orizzontale. A causa di questo astigmatismo un fascio di raggi omocentrico che colpisce l'occhio non resta più tale dopo la rifrazione, ma assume la nota forma del conoide di Sturm, che ha come sezione normale un'ellisse, la quale può ridursi ad un cerchio, ovvero ad un segmento di retta. Quest'ultimo caso avviene per due particolari posizioni del piano secante, fra le quali è compresa quella che dà luogo al cerchio.

I due segmenti giacciono rispettivamente nei piani principali dell'ellissoide. Essi rappresentano le sezioni di massima convergenza del fascio e portano il nome di rette focali; il più vicino alla superficie è più corto e giace nel meridiano di minima curvatura.

Fra il cerchio e ciascuna retta focale, le sezioni ellittiche hanno sempre il grand'asse nella direzione di questa; perciò sezioni ellittiche che si

trovano da bande opposte del cerchio hanno i grand'assi normali fra loro.

Ogni punto luminoso può dunque avere come coniugato sulla retina, o un'ellisse, con l'asse maggiore giacente nell'uno o nell'altro dei meridiani principali, o un cerchio, ovvero l'una o l'altra delle rette focali; fra queste sezioni l'occhio in virtù dell'accomodazione potrebbe scegliere la più conveniente. Ora alcuni ritengono (Fick, Helmholtz, Javal) che l'occhio preferisca accomodare sempre per una delle due rette focali, e veramente per la verticale; altri che esso caso per caso scelga fra l'una e l'altra di esse, e vi è infine chi crede (p. es. Hess) che l'occhio debba preferire l'accomodazione per il cerchio.

I mutamenti delle dimensioni apparenti, osservati nelle condizioni precedentemente riferite, si possono facilmente spiegare (almeno, dal punto di vista qualitativo) col primo modo di vedere, o quanto meno ammettendo che l'occhio accomodi per una sezione prossima ad una retta focale (sempre la stessa). Infatti l'immagine retinica di un oggetto qualsiasi, sarà in quest'ipotesi deformata in modo da presentare un allungamento diverso nelle diverse direzioni; massimo secondo uno dei due piani principali, nullo secondo l'altro. La deformazione della figura si potrà nettamente apprezzare, se la si fa girare di 90° nel suo piano; ovvero se si gira l'occhio di un angolo uguale.

Quanto al mutamento della distanza apparente dobbiamo rilevare che non è possibile far dipendere questo effetto completamente della variazione delle dimensioni, e veramente dell'altezza; giacchè fra loro non sussiste la relazione di proporzionalità, che in tal caso sarebbe necessaria, essendo — come fu detto — il mutamento della distanza più notevole di quello delle dimensioni se l'oggetto è lontano, ed inapprezzabile se l'oggetto è vicino.

Si potrebbe piuttosto pensare che l'apparente mutamento della distanza sia dovuto all'insolita orientazione dell'osservatore o del suo occhio; cioè ad un effetto in qualche modo analogo a quello che ci fa apparire all'orizzonte la luna ed il sole come più grandi che al meridiano, e la volta celeste più lontana all'orizzonte che allo zenit.

Però, pur non escludendo del tutto una tale influenza, è certo che l'astigmatismo interviene per una parte notevole nell'effetto in parola, giacchè questo viene indubbiamente diminuito dalla correzione approssimativa di quel difetto, quando non è piccolo.

Volendo renderci conto di quest'altro effetto prodotto dall'astigmatismo, facciamo notare che se si osservano attentamente i particolari della figura, si riconosce che la nettezza delle immagini ottenute nelle due diverse posizioni della testa è diversa; e precisamente quando questa è in posizione naturale l'immagine è sempre più netta ed i particolari più decisi che nell'altro caso.

Questa differenza di nettezza può bene darci ragione dei mutamenti apparenti della distanza; giacchè la nettezza delle immagini degli oggetti lontani è, come si sa, un elemento importante nel giudizio della distanza (fenomeno della *prospettiva aerea*). Siamo così ridotti a cercare le cause, legate all'astigmatismo, che producono tale differenza di nettezza.

Chi accomoda per una determinata retta focale, sempre la stessa (o per una sezione ad essa molto prossima) dev'essere abituato a dare importanza, nei giudizi che si connettono con la sensazione visiva, ai particolari rettilinei orientati secondo questa retta, perchè son quelli più nettamente apprezzati, cioè ai particolari che *obbiettivamente* hanno una determinata orientazione; scambiando quindi le posizioni dei meridiani principali dell'occhio, l'immagine deve apparire meno netta e l'oggetto più lontano, perchè questi particolari passano dalla massima nettezza all'intorbidamento massimo.

E si può osservare che le deformazioni dei particolari sono più grandi di quelle dei contorni dell'intera figura; giacchè a tutti i segmenti di retta che hanno in questa una stessa orientazione, corrispondono immagini astigmatiche con la medesima deformazione assoluta, qualunque sia la loro lunghezza. Si conclude che il cambiamento di nettezza dell'immagine, prodotto dallo scambio delle posizioni dei meridiani principali dell'occhio, dev'essere più esagerato del cambiamento delle dimensioni apparenti; e quindi più esagerato di questo dev'essere quello della distanza dell'oggetto.

Che veramente, nelle condizioni da noi dette, debba avvenire un mutamento di nettezza dell'immagine, ho potuto mettere in evidenza, in modo obbiettivo, per mezzo di prove fotografiche astigmatiche.

Sono in fine riprodotte due di tali fotografie, ottenute antepoendo all'obbiettivo di una camera fotografica (distanza focale 12 cm.) una lente piano-cilindrica di 50 cm. di distanza focale: nella prima di esse l'asse della lente era orientato in modo da avere nette le verticali, nell'altra le orizzontali.

Un occhio che accomodi sempre in modo da vedere più nette, per es. le verticali, vedrà la prima più netta della seconda; e girando di 90° il piano delle figure osserverà per entrambe un mutamento di nettezza. Però l'intorbidamento della prima è più spiccato del miglioramento dell'altra; ciò si comprende bene: quella, infatti, contiene quei particolari rettilinei che l'occhio, nella visione ordinaria, suole meglio apprezzare e che apprezza male dopo la rotazione (per il cambiamento della loro orientazione); questa contiene bene a fuoco quei particolari che l'occhio suole male apprezzare, a cui perciò attribuisce scarso interesse.

Il guadagno che si ha mettendo bene a fuoco questi ultimi particolari, che nella visione ordinaria quasi sfuggono all'occhio, non compensa dunque la perdita prodotta dall'aver portato fuori fuoco i particolari a cui l'occhio è abituato; e perciò se nella figura sono egualmente netti i particolari nelle due direzioni, si avrà una diminuzione di chiarezza nell'immagine, quando

si giri di 90° la figura nel suo piano, ovvero si scambiano fra loro le posizioni dei meridiani principali dell'occhio.

Le considerazioni fin qui svolte, si appoggiano implicitamente su due ipotesi riguardo all'accomodazione degli occhi astigmatici; si suppone, cioè, non solo che l'occhio accomodi sempre per una stessa retta focale (o una sezione ad essa prossima), ma che l'occhio non *possa* accomodare altrimenti, anche quando venga mutata la sua orientazione; senza di che, in questo caso, accomodando per l'altra retta focale potrebbe ripristinare all'incirca le medesime condizioni di visione a cui è abituato nella sua posizione naturale.

Ciò avviene veramente, ed ognuno può convincersene osservando una serie di tratti rettilinei, sottili, alternativamente bianchi e neri, o ancora meglio, dei punti neri segnati in linea retta a piccolissima distanza fra loro sopra un foglio bianco: essi riescono più distinti, e per ciò apprezzabili separatamente a maggior distanza dall'occhio, quando giacciono sopra uno dei due piani principali di questo; e se si gira di 90° la figura *non è possibile ripristinare le medesime condizioni di nettezza di prima*, anche quando il grado di astigmatismo è molto debole (quello comune dell'occhio normale), cioè anche quando la variazione dell'accomodazione a ciò necessaria è molto piccola. Il piano della migliore visione varia da persona a persona e nella stessa persona può variare (circostanza importante) anche colla distanza dell'oggetto osservato (¹).

La deduzione è dunque conforme alla realtà dei fatti; ma rimane oscura la ragione che costringe l'occhio a non mutare il suo stato d'accomodazione, anche quando un tale mutamento sarebbe doppiamente vantaggioso, giacchè (come in alcuni casi avviene) il miglioramento della visione può corrispondere ad una diminuzione dello sforzo di accomodazione.

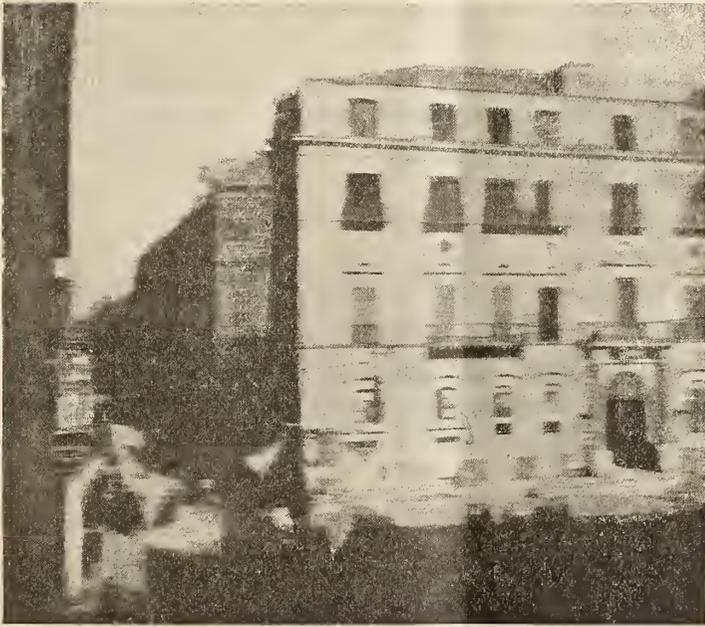
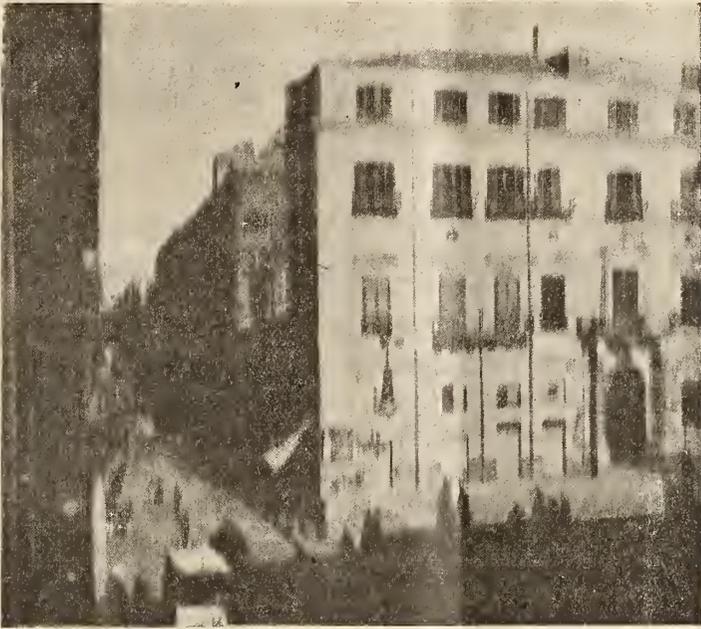
La spiegazione dei fatti riferiti, ricavata immediatamente dall'esistenza dell'astigmatismo, può lasciare dei dubbj per i seguenti fatti:

In certi casi i mutamenti di dimensione osservati sembrano troppo grandi perchè possano ascriversi solamente a piccole deformazioni astigmatiche dell'immagine.

Essi non sembrano abbastanza influenzati dalla correzione approssimativa dell'astigmatismo quando questo difetto è notevole.

E vi è di più. Dalla stessa spiegazione deriva come conseguenza necessaria, che l'allungamento massimo nell'immagine astigmatica di una figura, deve avvenire nella direzione della linea focale per cui l'occhio accomoda, e viceversa; e poichè, come abbiamo visto in principio, il massimo allungamento avviene per lo più per le linee verticali, l'occhio dovrebbe accomodare per la retta focale verticale, conformemente all'opinione di Helmholtz, Fick, Javal.

(¹) Questo fatto richiama alla mente l'ipotesi di Sturm; quella di un intervento dell'astigmatismo come mezzo di accomodazione.

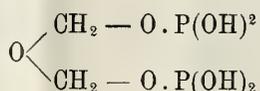


Risulta però da apposite osservazioni da me fatte, che questa conseguenza si trova in taluni casi in difetto. Tali eccezioni non solo non rientrano nella spiegazione avanti data, ma non sembrano facilmente spiegabili senza l'intervento di particolari ipotesi sullo schermo, su cui si formano le immagini, e però mi riservo di discuterle più ampiamente in una Nota successiva.

Chimica. — *Nuovo metodo di estrazione di un composto fosforato delle piante (Fitina) (1).* Nota del dott. ANGELO CONTARDI, presentata dal Socio KÖRNER.

Il Pfeffer nell'anno 1872 intravvide nei globoidi inclusi nei granuli di aleurone un composto fosforato, che fu poscia isolato dal Palladin (2) dai semi di *Brassica nigra* e studiato in seguito dallo Schulze e dal Winterstein (3).

Il Winterstein (4) l'anno dopo dimostrò che tale composto, per azione dell'acido cloridrico ad elevata temperatura, si scinde in inosite ed acido fosforico e, dall'analisi, dedusse essere il composto null'altro che l'etere esa-fosforico dell'inosite. Il Posternak (5) qualche anno dopo, ripetendo le analisi dell'acido libero, trovava che esso era più ricco in acqua di quello che dovrebbe essere l'etere in questione; di più, determinandone la grandezza molecolare per mezzo dell'abbassamento del punto di congelamento delle soluzioni acquose, arrivava a pesi molecolari oscillanti tra il 171 ed il 185, e deduceva che la differenza tra la grandezza molecolare trovata e quella che in realtà dovrebbe essere secondo le sue ricerche, cioè di 238, era dovuta alla dissociazione dell'acido: dissociazione che si avvicinava assai a quella dell'acido fosforico, già determinata dal Raoult, epperò egli attribuiva all'acido in questione la formula bruta $C_2H_8P_2O_9$, ed ammetteva poi come formula di struttura, la seguente:



Una ragione di grande importanza che indusse il Posternak ad assegnare all'acido la formula sopracitata, era la grande resistenza che offriva la fitina agli alcali di qualunque concentrazione a 100°, ciò che in generale non succede per gli esteri finora conosciuti.

(1) Dal Laboratorio di Chimica organica della R. Scuola Sup. D'Agricoltura di Milano, Gennaio 1903.

(2) Zeitsch. f. Biolog., 1894, pag. 199.

(3) Zeitsch. f. Phys. Chem., 1896-97, pag. 90.

(4) Ber. d. Chem. Gesell., 1897, pag. 2299.

(5) Compt. Rend., 137, pagg. 202, 337, 439.

Dal modo di considerare il composto organico fosforato, secondo il Posternack derivava adunque che la trasformazione di esso in inosite, operata dagli acidi ad elevata temperatura, era da ritenersi un processo non di saponificazione solamente ma anche di sintesi.

Dopo del Posternack, altri si occuparono dell'argomento. Tutti però accettarono la ipotesi del Posternack stesso; solo nel 1907 Suzuki e Yoshimura ⁽¹⁾ dimostrarono che nella pula del riso l'85 % del fosforo totale è dovuto alla fitina, ed insieme col Takaishi riuscirono a separare dalla pula stessa un enzima capace di scindere la fitina in acido fosforico ed inosite; fitase fu chiamato questo enzima.

Io ebbi dal prof. G. Körner l'incarico di studiare ancora il composto fosforato per vedere se fosse stato possibile chiarirne la costituzione.

Scelsi da principio vari materiali di partenza, i semi di Heliantus, i semi di alcune varietà di palme, i semi della quercia, ecc., allo scopo di vedere se alle volte queste piante contenessero composti fosforati aventi come nucleo preformato qualche zucchero analogo alla inosite, nel qual caso sarebbe dimostrato che per azione degli acidi a caldo dal composto fosforato si separa il nucleo preesistente.

Ma i tentativi rimasero, senza frutto, perchè da tutti questi semi si arrivò allo stesso composto, l'inosite, otticamente inattiva; come pure inettive si mostrarono sempre le soluzioni degli acidi fosforati organici.

Occorrendomi grande quantità di materiale, scelsi come prodotto di partenza la pula del riso che, come già dissi, da Suzuki era stata già impiegata; e trovai un metodo assai semplice per estrarre il principio fosforato. La pula del riso, finamente macinata, veniva trattata direttamente con due volte il suo peso di acido cloridrico diluito (0,2; 0,3 per cento), ed il liquido separato dalla poltiglia per torchiature, veniva riscaldato sotto la temperatura di ebollizione e neutralizzato con ossido di magnesio di recente calcinato. Un abbondante precipitato si deposita così al fondo; si decanta il liquido sovrastante, si lava parecchie volte con acqua calda per decantazione, si raccoglie il precipitato su filtro, si ridiscioglie in acido cloridrico a bagno maria e si filtra. Sul filtro rimangono buona parte delle sostanze che, solubili nell'acqua o nell'acido cloridrico freddo, precipitano per riscaldamento. Il liquido si scolora con nero animale, e si torna a neutralizzare con ossido di magnesio puro. Lentamente al fondo della capsula si deposita il composto fosforato cristallino bianco. Sottoposto all'analisi dopo seccato all'aria diede:

Umidità	16,90 %
Ceneri	71,7 %
Fosforo	14,4 %

⁽¹⁾ *The bulletin of the College of Agriculture, Tokyo, Imperial University*, Vol. VII, n. 4, pag. 495 e seg.

Ridisciolto in acido cloridrico, ripetuta la precipitazione avendo cura di mantenere il liquido ancora un po' acido, si ebbe:

Umidità	12,5 %			
Ceneri	66,1 %			
Fosforo	21,8 %	Calcolato per sale doppio di calcio e magnesio	=	22,14 %
Calcio	13,8 %	" " "	=	14,29 %
Magnesio	8,97 %	" " "	=	8,57 %

Da due quintali di pula di riso si ebbero circa 10 chilogrammi di prodotto, rispondenti ai primi dati analitici.

Siccome poi il prodotto venne trasformato per la massima parte in inosite, non mi curai di purificarlo ulteriormente, sapendo che le impurezze in esso contenute (carbonato di magnesio) non mi potevano nuocere.

In un autoclave robusto di bronzo veniva introdotto un tubo di circa 500 cc. di capacità, e nel tubo venivano mescolati 300 cc. di acido solforico al 10 % e 100 grammi del prodotto più sopra descritto; indi chiuse, l'apparecchio veniva scaldato a 150°-180° per sedici ore. Reso debolmente alcalino il liquido con barite e filtrato dal precipitato ottenuto, lavato fin ad esaurimento ed eliminata la barite con anidride carbonica, il liquido rimanente, per evaporazione, dava circa 18 grammi di inosite che, ricristallizzata e decolorata con nero animale, fondeva, dopo essiccamento, a 221°.

Per accertarmi se gli alcali non avessero nessuna azione sul composto fosforato organico, scaldai nell'autoclave 100 grammi del prodotto con 100 grammi di barite e 300 centimetri cubici di acqua a 180°-200° per 24 ore (1). Filtrai il liquido caldo e precipitai la barite in eccesso con anidride carbonica; la soluzione acquosa ottenuta, evaporata a secco, diede quattro grammi di inosite pressochè pura, fondente dopo due cristallizzazioni a 221°.

L'acqua da sola a temperatura superiore ai duecento gradi, agisce pure sopra il composto fosforato; ma la quantità di inosite che si separa è estremamente piccola.

Questo composto fosforato contenuto nelle piante si comporta dunque come un estere ordinario; solamente, gli alcali lo saponificano assai più difficilmente. Questo non ci deve far meraviglia se si pensa che nei mezzi alcalini esso è assai poco solubile, e quindi il tempo occorrente a saponificarlo deve essere assai grande.

Fino ad ora però non si può con certezza asserire che la formola del Posternak non sia la vera.

(1) Il lavoro era già stato fatto da parecchio tempo e mi accingevo a pubblicarlo, quando nel numero del dieci dicembre della *Zeitschrift für Physiologische Chemie* apparve una Memoria del Winterstein, dove appunto si dimostra che il composto fosforato contenuto nelle piante dalla barite e dalla soda è saponificato, e l'autore giunge a risultati perfettamente concordanti coi miei.

Sono in corso ancora esperimenti, dai quali mi riprometto la determinazione della grandezza molecolare impiegando i metodi ordinari, sperimentando sopra derivati che non siano dissociati in soluzione; e mi propongo di riferire in proposito.

Mineralogia. — *Sulla costituzione delle zeoliti.* Nota di FER-
RUCCIO ZAMBONINI, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Nelle Memorie di questa Accademia ⁽¹⁾ ed in quelle della R. Accademia delle Scienze fisiche e matematiche di Napoli ⁽²⁾ ho esposto i risultati delle esperienze da me istituite sulle zeoliti. A queste mie ricerche il dott. Panichi ⁽³⁾ ha recentemente dedicato più di dodici pagine, movendo diversi appunti critici soprattutto alle conclusioni che io ho creduto di poter trarre dalle nostre attuali conoscenze sulle proprietà dell'acqua di questi minerali. Veramente, poichè il dott. Panichi ha dichiarato, in varî punti della sua Memoria, di avere intenzione di eseguire delle nuove esperienze in proposito ed anzi di averne già cominciate alcune, mi sarebbe sembrato più logico il rimandare l'esame critico dei miei lavori ad esperienze terminate, in modo da dare alle sue osservazioni un carattere meno soggettivo. Tuttavia, tralasciando quanto ha puro carattere di giudizio personale, reputo opportuno replicare subito, e con la maggior possibile brevità, allo scritto del Panichi, tanto più che spesso, come vedremo, il mio pensiero è stato da lui riprodotto in modo incompleto o addirittura inesatto.

Ed infatti, a pag. 21, il dott. Panichi asserisce che, secondo me, un punto di divergenza tra le zeoliti e le soluzioni solide « consiste in ciò: che, durante il riscaldamento, sogliono verificarsi delle fessurazioni, cioè variazioni brusche e non continue, nella compagine di una zeolite ». Questo ragionamento è di esclusiva proprietà del dott. Panichi, poichè non si trova in nessun punto dei miei lavori.

Le variazioni brusche e non continue delle quali io ho parlato e sulle quali ho insistito, sono quelle delle proprietà assorbenti delle zeoliti, mentre delle fessurazioni e di altro ho parlato (*Ricerche*, pag. 371) per fare una semplice constatazione di fatto contro un'affermazione in contrario di J. Traube.

Nella stessa pag. 21 il Panichi scrive: « Un'altra analogia fra alcuni idrati e la heulandite è stata riscontrata in ciò: che una prolungata per-

⁽¹⁾ *Ricerche su alcune zeoliti.* Memorie R. Accad. Lincei, 1905 (5^a), V, 344; *Ulteriori ricerche sulle zeoliti.* Ibid., 1906 (5^a), VI, 102.

⁽²⁾ *Contributo allo studio dei silicati idrati.* Atti della R. Accad. delle Scienze fisiche e mat. di Napoli, 1908 (2^a), XIV, n. 1.

⁽³⁾ *Contributo allo studio fisico e chimico dei minerali che per riscaldamento sviluppano acqua.* Parte prima. Pubblicazioni del R. Ist. di studi sup. Firenze, 1908.

manenza ad una certa temperatura produce, tanto nella Heulandite, quanto in alcuni idrati, un considerevole rallentamento nel riassorbimento dell'acqua ». Il concetto espresso in questo periodo è mio solo in parte, perchè il dottor Panichi si è dimenticato di completarlo con quanto ho scritto a pag. 370 delle *Ricerche*: « Bisogna però notare che questo fenomeno avviene nel gesso riscaldato al disopra della temperatura di disidratazione, mentre nella heulandite si osserva quando ancora la disidratazione è soltanto parziale ». Nè mi pare che queste parole abbiano un'importanza secondaria!

A pag. 26, il dott. Panichi si occupa ampiamente di quanto io ho detto circa la teoria di Tschermak-Doelter sulla costituzione delle zeoliti, e dopo varie considerazioni conclude: « Ma neppure l'ipotesi della struttura micellare giova a spiegare l'esistenza di questa silice, esistenza di cui si può ben dubitare, ma di cui qui non interessa discutere. Si viene infatti così a passare dal concetto di un puro idrogelo a quello di una *combinazione di assorbimento* (Absorptionsverbindung); ma ciò non spiega nè come questa silice possa, caso per caso, soddisfare alle esigenze della formula chimica, nè se essa possa sussistere *perpetuamente* nelle micelle allo stato di *gel*, per produrre, come suppone Zambonini, i fenomeni di riassorbimento ».

Perchè il lettore possa giudicare dell'esattezza con la quale il Panichi riferisce e critica il mio pensiero, io mi limiterò semplicemente a riportare qui la conclusione della parte del mio lavoro (*Ulteriori ricerche*, pag. 121) dedicata alla teoria di Tschermak-Doelter: « Cosicchè viene resa verosimile la supposizione del Doelter, che io però ritengo accettabile solo con uso assai prudente e limitato, che, cioè, la proprietà delle zeoliti di lasciar libero passaggio all'acqua, sia dovuta alla silice legata al nucleo feldspatico. È, però, secondo me, indubbio che se questa silice « libera » veramente esiste, non deve avere la composizione di un acido silicico definito, ma una composizione, invece, del tutto variabile. Non è nemmeno da tacere che in molte zeoliti le analisi non danno silice « libera », e che, in altre, soltanto forzando i risultati delle analisi si può avere la composizione di un plagioclasio più silice ». Si direbbe che il dott. Panichi ha letto molto superficialmente il mio lavoro per attribuirmi una serie di idee tanto contrarie a quelle da me espresse!

Messe così a posto le cose, passiamo al punto essenziale della controversia. Come è noto, io, in base al complesso delle nostre conoscenze sulle zeoliti ed in base a non pochi e non trascurabili fatti da me osservati, sono giunto alla conclusione che le proprietà dell'acqua di questi minerali trovano una singolare somiglianza in quelle dell'acqua degli idrogeli, studiati così profondamente dal van Bemmelen. Per spiegare sia questa somiglianza che i fenomeni in se stessi, io ho emesso l'ipotesi che le zeoliti abbiano una struttura alveolare analoga a quella che il van Bemmelen ha ammesso nei suoi idrogeli, ed ho mostrato (*Contributo*, pag. 190 e seg.) che in base ad

una tale ipotesi è possibile darci ragione di tutto quel complesso di fatti che rendono così importanti le zeoliti. Per eliminare ogni possibilità di equivoco io ho insistito fino alla noia nel parlare di analogie, di somiglianze e limitate rigorosamente nel modo su indicato. Sicchè, il dott. Panichi si affatica inutilmente ad insistere su certe differenze ben note fra zeoliti ed idrogeli (anzi egli parla addirittura in molti punti di geli senz'altro, perdendo così il contatto con le mie considerazioni limitate ad un gruppo di questi composti), differenze che potrebbero servire contro di me soltanto se io, cosa che non sussiste affatto, avessi affermato che le zeoliti sono idrogeli, mentre ho scritto e ripeto che questi minerali contengono acqua assorbita in condizioni analoghe (badiamo bene, analoghe, non identiche) a quelle degli idrogeli studiati dal van Bemmelen.

Ma il dott. Panichi dubita anche dell'analogia di comportamento fra le zeoliti e gli idrogeli per quel che si riferisce all'acqua che contengono ⁽¹⁾, perchè alcune ⁽²⁾ delle proprietà comuni alle zeoliti ed agli idrogeli prese isolatamente non sono esclusive di queste sostanze (cosa questa, del resto, già da me notata e discussa), e perchè io non ho parlato di un preteso comportamento opposto fra zeoliti ed idrogeli che, secondo Tammann, si osserverebbe rispetto alla reversibilità del processo di disidratazione su H_2SO_4 di varia concentrazione. La prima obbiezione non ha, evidentemente, alcun valore: col ragionamento che fa Panichi si potrebbe benissimo concludere che un leone (per citare un animale meno velenoso e meno rapace dei serpenti e delle aquile da lui chiamati in campo) non è un leone, perchè ciascuno dei suoi caratteri distintivi, preso a sè, non è speciale a questo animale. Nè più forte è l'altra obbiezione. Infatti, dal lavoro di Tammann, che, inoltre, non riporta dati numerici ed adopera anche il verbo « scheinen », risulta che la differenza di comportamento fra zeoliti ed idrogeli è solo *quantitativa*, mentre è chiaro che in una questione di pure analogie e somiglianze non può tenersi di mira che il comportamento *qualitativo*. E sotto questo punto di vista l'analogia tra zeoliti ed idrogeli è conservata, perchè in ambedue i casi la reversibilità è limitata.

Le mie *Ricerche* terminano con le seguenti parole: « ... non mi sembra soverchio ardimento insistere sulle notevoli somiglianze riscontrate tra le proprietà delle zeoliti e degli idrogeli, per quel che si riferisce all'acqua che contengono ». Dopo ciò, ognuno sarà in grado di giudicare con quale opportunità il Panichi, a proposito dei miei lavori, passi « ad esaminare ciò che sappiamo con sicurezza intorno al comportamento, non dell'acqua, ma dell'edificio che la emette o la assorbe », per giungere alla scoperta che è

(¹) Il Panichi dice semplicemente « comportamento fra zeoliti e geli », ed ha, così, senza dubbio, il vantaggio di risparmiare alcune parole, ma non riproduce certo esattamente il mio pensiero.

(²) Egli, infatti, non cita tutte quelle ampiamente esposte nei miei tre lavori.

instabile il sostegno di un gelo e stabile quello di una zeolite. Ma, almeno, tutto quanto egli dice a pag. 25 ed al principio della pag. 26 fosse sempre esatto! Scrive Panichi: « Così pure i geli, per effetto del calore, riducono enormemente il proprio volume, mentre per le zeoliti si ha riduzione di volume sì, come Friedel ha dimostrato, ma una riduzione trascurabile in confronto a quella che subiscono i geli ». Anche se questa differenza, al solito di carattere puramente quantitativo, tra zeoliti ed idrogeli esistesse, io non so capire perchè dovrebbe portarci ad abbandonare l'ipotesi della struttura alveolare delle zeoliti, mentre basterebbe ammettere che in queste ultime gli alveoli sieno molto più piccoli che negli idrogeli, per spiegare la maggiore contrazione di questi per effetto del calore, e come il sostegno delle zeoliti non sia deformabile come quello dei geli. In linea di fatto è da osservarsi, poi, che se confrontiamo, come vuole Panichi, i *sostegni* delle zeoliti e dei geli e ci riferiamo, perciò, ai sostegni stessi disidratati, noi vediamo che secondo il van Bemmelen ⁽¹⁾ il rapporto tra il peso specifico di un idrogelo arroventato e quello del gelo stesso disidratato è 2,28 : 1, mentre dai dati di Friedel risulta che nell'analcime questo rapporto è 1,14 : 1, e che lo stesso van Bemmelen (loc. cit., pag. 271) parlando del gelo n. 106 dice che in seguito al riscaldamento per ore 2 1/2 al rosso scuro e per ore 1 1/2 al rosso, la contrazione era « noch gering » e che appariva « sehr deutlich » dopo tre ore di arroventamento nel forno Hempel. Dopo ciò, non mi pare che, almeno in tesi generale, si possa dire che la contrazione delle zeoliti sia *trascurabile* di fronte a quella *enorme* dei geli!

Ma Panichi prosegue (pag. 26): « Così pure il rapporto fra la massa del sostegno e la massa dell'acqua che esso può contenere è sempre piccolissimo in un gelo; è invece grande, anzi sempre maggiore dell'unità, in una zeolite. Inoltre il valore di questo rapporto è grandemente variabile in un gelo ed è invece costante (salvo le piccole oscillazioni dovute all'ambiente) nelle zeoliti ». La prima affermazione è smentita dai fatti, poichè il van Bemmelen ha avuto occasione di studiare parecchi idrogeli silicei nei quali il tenore in acqua è perfino minore di quello presentato da molte zeoliti ⁽²⁾. Quanto all'altra affermazione del Panichi, che in un gelo il valore del rapporto $\frac{\text{massa del sostegno}}{\text{massa dell'acqua}}$ è grandemente variabile, io non posso non osservare che ciò accade quando un dato gelo viene formato in diverse condizioni. Ma non è a questo modo, evidentemente, che si possono paragonare le zeoliti, ciascuna delle quali ha un determinato campo di stabilità, con gli idrogeli. Anche in questi bisogna vedere che cosa accade quando la loro formazione avviene sempre in condizioni identiche o poco mutevoli. Ed allora noi ve-

⁽¹⁾ Zeitsch. f. anorg. Chemie, 1902, XXX, 270.

⁽²⁾ Io stesso, nelle *Ulteriori ricerche*, ho esaminato uno di tali idrogeli.

diamo che le esperienze di Tschermak ed allievi ci mostrano che, nelle stesse o in poco diverse condizioni si ottengono idrogeli silicei nei quali la quantità d'acqua è certamente più costante di quel che si osserva nella maggior parte delle zeoliti, per alcune delle quali analisi accurate danno delle oscillazioni che possono salire fino al 6 % e che, certo non possono imputarsi alle piccole variazioni dello stato igrometrico nei nostri laboratori, poichè Goldschmidt e Hermann⁽¹⁾ hanno constatato differenze perfino del 3 % nei cristalli di una stessa zeolite (di diversa provenienza) analizzati nello stesso ambiente.

Del resto, anche Panichi⁽²⁾ nel 1906 parlava della *variabilità* del tenore d'acqua nelle zeoliti, che serviva, allora, a spiegare delle contraddizioni tra i fatti e certe sue vedute teoriche: oggi, naturalmente, per comodità di polemica, la variabilità diventa « piccole oscillazioni dovute all'ambiente » (!).

Poichè era presumibile che si sarebbe obbietato, contro l'analogia da me sostenuta nella struttura e nelle proprietà dell'acqua, che le zeoliti sono cristallizzate e gli idrogeli amorfi, io insistei sul fatto, di evidente importanza, che degli studiosi di non disprezzabile valore ritengono che tra colloidali e cristalloidi esistano gradi di passaggio, e perfino che i colloidali stessi sieno cristallini (Veimarn). E l'esistenza di questo indirizzo di studi il Panichi non può certo illudersi di negarla cercando delle inesattezze in un lavoro di *uno* degli scienziati da me citati, o riproducendo ironicamente le parole nelle quali io ho sintetizzato l'impressione in me prodotta dalla lettura di una Memoria di P. v. Veimarn, che, sia detto incidentalmente, il Panichi non ha probabilmente nemmeno letta nell'originale. Nè io so capire, passando al lato serio della questione, perchè la struttura alveolare dovrebbe essere in contrasto assoluto col fatto che le zeoliti sono cristallizzate. Ammettendo, infatti, la teoria di Sohneke sulla struttura delle sostanze cristalline, perchè non potrebbe nelle zeoliti ciascuno dei punti di Sohneke essere costituito da una micella?

Ed ho finito⁽³⁾. Da quanto ho detto, spero emerga chiaramente che se io resto fermo nelle mie idee, non è già perchè io ad esse sia eccessivamente attaccato, ma perchè la critica non sempre esatta del dott. Panichi non è certo tale da intaccarle minimamente. Trovi il collega Panichi una spiegazione migliore della mia delle proprietà tanto interessanti dell'acqua delle zeoliti o la dimostri insostenibile, ed io sarò il primo a congratularmi con lui e a propugnarne le idee.

(1) Neues Jahrb. f. Min. Geol. u. s. w. 1906, I, 20.

(2) Memorie R. Accad. Lincei, 1906 (5^a), V, 51.

(3) L'esame ultramicroscopico fatto da Panichi su *una* lamina di heulandite e che non avrebbe permesso di scorgere in questa i fenomeni che si osservano nei colloidali, non ha, almeno per il momento, molto valore, perchè, come ho già detto, nelle zeoliti la struttura alveolare, se esiste, deve essere molto più minuta che negli idrogeli.

Geologia. — *Fenomeni di erosione accelerata nel pliocene di val Tronto.* Nota del prof. R. ALMAGIÀ, presentata dal Socio G. DALLA VEDOVA.

La regione presa in esame in questa Nota è compresa propriamente fra il Tronto inferiore e il Tesino e può delimitarsi con una linea, che, par-

Vetta principale 1103 m. Rupe di S. Polesia.



Valle del Chiaro morto con Calanchi.

FIG. 1. — Il Monte dell'Ascensione. Fotografia dell'A. presa dalla mulattiera Ascoli-Porchiano sotto il Colle Guagliano a 445 m. di altezza; obiettivo a Nord. (Le diverse punte del Monte corrispondono alle testate degli strati di sabbia più resistenti, i quali si immergono in direzione N-E; 29 luglio 1908).

tendo dalla vetta del M. dell'Ascensione (1103 m.), segue il fosso di Polesia, che nasce dal fianco meridionale del monte, poscia il Chiaro e il Tronto fino al confluente col torrente Lama, indi risale quest'ultimo e il suo affluente Lama Tosa fino alla sorgente; di qua raggiunge direttamente il Tesino al confluente col Fosso Caico, segue il Tesino e da ultimo il Torbidello, che nasce dal fianco NE del M. dell'Ascensione (¹).

Dalla sommità di questo monte, il cui dorso si protende a nord col M. del Cerro (763 m.) e a sud coi colli di Polesia e Montadamo, la regione

(¹) Cfr. i quadranti 133 I (S. Benedetto) e 133 IV (Ascoli) della carta topografica d'Italia.

declina lentamente ad est verso il mare, ma presenta contemporaneamente una pendenza anche più accentuata verso sud, cioè verso il Tronto, il cui alveo è a circa 103 m. sul livello marino al confluente col Chiaro e a poco più di 45 m. al confluente col fosso Lama. Al Tronto vanno la maggior parte delle acque, mediante parecchi torrenti (Chiaro, Bretta, Chifente, Lama...) che corrono in valli profonde, ma larghe, e coi loro numerosissimi affluenti e subaffluenti hanno inciso complicatamente e bizzarramente tutta la plaga, la quale appare oggi oltremodo accidentata. I terreni che la costituiscono — se si prescindano da un distretto ad arenarie mioceniche in val Chiaro e sulla

Una « ripa »
(Sabbie su argille)

S. Maria della Rocca



FIG. 2. — S. Maria della Rocca a Offida, e le ripe sulla sinistra del Fosso Lama. (Fotografia dell'A. presa dalla testata destra del ponte sul fosso Lama; 28 luglio 1908).

sinistra del Tronto a NE di Ascoli — appartengono al pliocene, solo qua e là ricoperto da scarsi e limitati lembi di quaternario antico. Il pliocene è rappresentato oggi principalmente dalle notissime argille turchinice; esse un tempo dovevano in buona parte esser ricoperte da una formazione costituita da sabbie gialle alternate o cementate con conglomerati e anche con arenarie; ma ora questa formazione non si conserva che nelle zone più elevate, dove è potuta sfuggire ai processi erosivi, che nel fondo e sui fianchi delle vallate l'hanno ovunque asportata, mettendo a nudo le argille; abbastanza frequente è peraltro anche l'intercalazione di banchi più o meno potenti di argilla con strati, di solito sottili, di sabbie o conglomerati.

Tutte queste rocce sono straordinariamente accessibili ai processi del disfacimento meteorico e dell'erosione, i quali perciò vi si esplicano in una

forma accelerata e talora catastrofica, conferendo alla regione un aspetto morfologicamente caratteristico. Nell'intento di accennare brevemente a tali fenomeni di erosione accelerata, distingueremo quelli che si verificano nella formazione prevalentemente sabbiosa, là dove essa riposa sulle argille; quelli, un po' diversi, che avvengono là dove le due formazioni si intercalano; e quelli infine che hanno luogo nelle argille stesse.

1. Le aree dove la formazione a sabbie si mantiene ancora sopra quella delle argille sono quasi sempre limitate esternamente da pareti a picco, alte talora più decine di metri, che contrastano singolarmente coi declivi più dolci della sottostante formazione argillosa. Le forme in tal modo generate sono dette localmente *ripe* e ne sono esempî tipici la rupe di S. Maria della Rocca presso Offida, e, alquanto più a monte, quelle sulla sinistra del fosso Lama, la ripa sulla sinistra della strada Offida-Castignano a SE del Colle Acuto e quella, veramente imponente, che limita a sud l'altura di Castignano.

Tali ripe sabbiose retrocedono continuamente, perchè le argille, che ne formano l'imbasamento, vengono assai facilmente dilavate e asportate in superficie dalle acque meteoriche, sì che le sabbie sovrastanti, prive di sostegno al piede, crollano a pezzi o a fette: così la sorte della rupe su cui sorge la su ricordata chiesa di S. Maria ad Offida sembra assolutamente segnata, nonostante i poco felici tentativi di consolidamento con mura di sostegno. Questi crolli sul fronte delle ripe, possono anche in certi casi e per circostanze speciali assumere proporzioni ingenti, come dicesi sia più volte avvenuto nella ripa di Castignano, dove franamenti improvvisi avrebbero già nel 1204, poi nel 1335, nel 1574 e altre volte ancora, distrutto parte del paese; ma di solito il processo si esplica lentamente, con crolli limitati e parziali, ma continui, agevolati spesso da una tendenza alla decomposizione in prismi dei banchi sabbiosi, per la formazione di fessure verticali, come si osserva sulla sinistra del fosso Lama a monte di Offida: uno stadio più avanzato di tale decomposizione può anche isolare dei prismi di sabbie che presto si convertono in piramidi (quali si veggono in piccolo presso Porchiano) e poi in tempo relativamente breve vanno distrutte per la poca resistenza del materiale di cui constano.

I piccoli corsi d'acqua, che di solito lambiscono l'imbasamento delle ripe, asportano rapidamente i prodotti del loro sbocconciamento e quelli del dilavamento nelle argille, sì che l'arretramento delle ripe stesse continua senza posa finchè tutta la placca sabbiosa sia consumata: in tal modo venne evidentemente ad essere scoperciata e messa interamente a nudo, in molte parti di questa regione, anche nelle zone elevate, e in taluni dossi e cocuzoli, la soggiacente formazione argillosa.

II. Dove le due formazioni, la sabbioso-conglomeratica e l'argillosa, appaiono intercalate, si generano sovente fenomeni assai analoghi a quelli ca-

ratteristici delle *balze* di Volterra, tanto spesso descritti e ormai ben noti (1). Non molto dissimili da quelle dell'antica città toscana sono ad es. le condizioni del paese di Offida. Sorge esso su un dorso alto circa 300 m. tra il fosso di Fonte Pola a SE e un anonimo fossatello a NW, ambedue affluenti del fosso Lama, che a sua volta scorre lungo il lato SW, dove il dorso termina con lo sprone di S. Maria della Rocca. Uno strato superiore, quasi orizzontale (inclinazione 7°-8°) di sabbie un po' argillose, cosparse di ciottoli piccoli e smussati, localmente passante a conglomerato, riposa su banchi di argille a lor volta sabbiose e alternate con sottili straterelli di sabbie. Le acque piovane e quelle di scolo del paese, dopo essersi infiltrate attraverso lo strato superiore permeabile, corrono lungo la superficie di contatto con le argille e affiorano poi all'esterno in stillicidi, favorendo il parziale dilavamento delle argille impure, che si modellano in quelle bizzarre forme di erosione, in quelle forre scoscese ed orride, che, maggiormente estese ed imponenti, han reso tristamente celebre Volterra. Anche ad Offida la *balza* retrocede continuamente, specialmente sul versante SE, dove sono case proprio sull'orlo del precipizio, destinate a crollare forse entro breve tempo, mentre sul versante NW, assai meno ripido, e ancora in parte ricoperto di vegetazione, la minaccia è più lontana.

Fenomeni consimili si osservan anche sul versante meridionale e orientale del M. dell'Ascensione; quivi sembra anzi che si verificino talora anche franamenti grandiosi, come accadde nel maggio del 1882, in cui scoscese un grande ammasso di materiale sabbioso e argilloso, che andò a colmare una profonda vallecola incisa nel fianco del monte.

III. Ma nella maggior parte della regione qui considerata affiorano oggi in superficie, come già si disse, le notissime argille turchinicee, più o meno pure, in banchi di grande potenza, e in seno ad esse i numerosi corsi d'acqua già ricordati hanno inciso vallate assai profonde e che vanno sempre più approfondendosi per la rapidità con cui si esplica, in una roccia così poco resistente, il processo dell'erosione verticale. Non meno rapida è peraltro l'erosione laterale. Sui fianchi argillosi, piuttosto ripidi, delle vallate maggiori, i piccoli smottamenti sono continui nelle stagioni piovose: negli incavi da essi formati prendono a scorrere le acque meteoriche, che presto li allargano e li approfondiscono; e così, in progresso di tempo, col ripetersi successivo e complicato degli stessi fenomeni, si formano quei caratteristici fasci di burroncelli, separati da sottili ed acute creste, solcati da microscopici corsi d'acqua, i quali, indicati qui con l'appellativo di *coste* o *canali*, somigliano tanto ai notissimi calanchi del Bolognese, che possiamo anche chia-

(1) Cfr. specialmente Braun G., *Zur Morphologie des Volterrano*, in Zeitschr. der Gesellsch. für Erdk. zu Berlin, 1905, dicembre; e Martelli A., *Le balze di Volterra*, in Riv. Geogr. Ital., 1908, febbraio.

marli con quest'ultimo nome, ormai abbastanza entrato nell'uso dei geografi (1).

Origine del calanco può esser tanto il solco, dapprima lieve, formato dalle acque selvagge sulla pendice argillosa, che sarà man mano ampliato da piccoli smottamenti laterali, quanto viceversa la nicchia o incavo generato da uno smottamento, e che servirà di ricettacolo alle acque scolanti in superficie incaricate di approfondirlo: il processo, comunque iniziato, si continua poi naturalmente, accelerandosi e complicandosi sempre più, almeno fino ad un certo limite.

Ripaberarda



Fosso
d'Ischia

FIG. 3. — Paesaggio a calanchi: Sul davanti i calanchi alla sinistra del Fosso d'Ischia (Bretta), poi la cresta che separa il Fosso d'Ischia dal Fosso della Ripa e i calanchi sulla sinistra di questo; in fondo Ripaberarda. (Fotografia dell'A.; dalla mulattiera Porchiano-Ischia, poco sotto il paese di Porchiano; 29 luglio 1908).

Esempi tipici di sistemi di calanchi si veggono lungo tutti i torrentelli che formano il Bretta (fosso di Porchiano, fosso d'Ischia, fosso della Ripa), inoltre lungo il torrente Chifente e alcuno dei suoi affluenti, come il rio Balcone; il paesaggio da essi generato è oltremodo bizzarro, quasi ruiniiforme. Accennerò che in tutti i corsi d'acqua testè ricordati si osserva che il processo di formazione dei calanchi si esplica in maniera più completa e con molto maggior intensità lungo la riva sinistra che non lungo la destra; il

(1) S'intende che il nome *calanco* è adoperato qui nel senso che esso ha nel Bolognese; poichè la stessa parola, nella forma femminile (*calanca*), si adopera anche comunemente nell'Italia meridionale, p. es. in Basilicata, ma con significato un po'diverso.

fatto singolare risulta evidente anche da un semplice esame della carta topografica, ma la ragione non è a me sufficientemente chiara.

I fianchi delle vallate, teatro al fenomeno dei calanchi, sono gli uni dagli altri separati da dorsali a inclinazione molto più mite, che fungono da spartiacque; anch'essi sono oggi assai spesso costituiti da sola argilla, perchè anche là dove essa era un tempo ricoperta e parzialmente protetta dalla formazione sabbioso-conglomeratica, questa è, come già fu spiegato, ormai di frequente scomparsa. In questi dossi argillosi, in causa soprattutto della lieve pendenza, i processi erosivi si esplicano non di rado nella forma di lenti scorrimenti superficiali sui due lati della linea spartiacque, scorrimenti che solo nella stagione piovosa sono abbastanza intensi da esser avvertiti per gli effetti esteriori immediati, ma di cui sono indubbia testimonianza l'assenza di stabile cultura, l'imperfetto e instabile scolo delle acque e soprattutto la posizione inclinata dei rari alberi. Tra Ripaberarda e Appignano, sul versante NE della dorsale, elevata in media 400 m., che divide la valle del Chifente da quella del Bretta, il fenomeno è chiaramente osservabile in parecchi punti, specialmente nei dintorni di S. Angelo e alla Casa d'Oro, dove ne fa fede appunto la singolare inclinazione degli alberi in una direzione comune. Tale processo ha naturalmente per effetto l'abbassamento progressivo delle dorsali-spartiacque, nelle quali si osservano ben spesso — in corrispondenza ai punti dov'esso ha luogo con maggior intensità — caratteristiche depressioni in forma di selle: nella regione or ora indicata per es., lo spartiacque Chifente-Bretta si deprime sotto i 365 m. in una piccola sella presso la casa Alessandrini; del pari lungo la strada rotabile Offida-Castel di Lama, al bivio per Appignano, lo spartiacque tra il Chifente e il fosso Lama si deprime a 193 m. in un'altra selletta; una terza se ne può indicare sullo spartiacque tra il fosso Fiorano (Chiaro) e il Bretta a NNW del Colle del Gallo presso la casa Matricardi (395 m.); e così via.

Ma i burroni o *canali*, più o meno profondi e complicati, dalla cui unione risulta il calanco, guadagnano continuamente per erosione regressiva a spese delle dorsali spartiacque, talchè non è raro il caso che queste, attaccate da ambo i versanti, si assottiglino man mano, foggiandosi in creste più o meno anguste e sottili: così la dorsale che separa il fosso d'Ischia dal fosso della Ripa si è ormai trasformata, per l'estendersi a ritroso dei calanchi, in una cresticciola assai acuta; e di uno stadio ancor più avanzato si osserva l'esempio presso Porchiano, dove l'erosione regressiva del fosso di Porchiano da un lato, dei burroncelli a sinistra del Chiaro Morto dall'altro, ha intaccato in tal modo lo spartiacque, ch'esso non è più rappresentato oggi se non da una cresta larga in qualche punto meno di tre metri, su cui passa la mulattiera da Porchiano ad Ascoli, malamente sorretta da steccati, e destinata tra breve a scomparire.

Fenomeni di erosione accelerata nelle regioni argillose, analoghi a quelli

da noi ora brevemente accennati, furono recentemente studiati in parte dal Göttinger nella Foresta Viennese ⁽¹⁾ e segnalati anche da G. Braun in talune località dell'Appennino Bolognese (Valle del Reno) ⁽²⁾; ambedue questi autori cercarono di porli in relazione con la evoluzione morfologica della regione considerata. Nella zona sulla sinistra del Tronto inferiore, oggetto della presente Nota, tali fenomeni hanno determinato in sostanza, in una con la bizzarra complicità del rilievo, i dettagli della circolazione delle acque superficiali. Se prendiamo le mosse dal momento in cui, emersa ormai questa zolla di terreno dalle acque dell'Adriatico pliocenico, si formò la valle del Tronto, l'evoluzione morfologica si può brevemente riassumere come segue.

Dapprima si foggì un certo numero di corsi d'acqua, diretti all'incirca da nord a sud (Chiaro, Bretta, Riccione, Chifente, Lama), i quali cominciarono ad incidere la regione, mettendo a nudo le argille, che, come si disse in principio, dovevano essere originariamente, almeno in molte parti, ricoperte dalla formazione sabbioso-conglomeratica alquanto più resistente. Sui fianchi di queste nuove vallate si iniziarono in seno alle argille gli smottamenti, piccoli ma continui, e gli incavi da questi lasciati, del pari che i solchi facilmente prodotti dalle acque selvagge, avviarono la formazione dei calanchi e di vallette secondarie, inestantisi ad angolo retto nelle primarie e allungantisi a ritroso a poco a poco per erosione regressiva. Al contatto fra la formazione sabbioso-conglomeratica e l'argillosa si formarono *ripe* e *balze*, la cui retrocessione, lenta, ma incessante, restringeva sempre più l'estensione della prima formazione, ormai relegata nelle parti più elevate, presso le zone displuviali. Scomparsa essa anche di qua, come in molti luoghi è avvenuto o sta per avvenire, le dorsali spartiacque rimangono costituite di sola argilla e tendono, nei processi già descritti, a trasformarsi in creste. Le valli secondarie si allungano a ritroso sempre di più e si complicano pel generarsi successivo di vallecole terziarie ecc., mentre le valli primarie si van vieppiù approfondendo ⁽³⁾, ma contemporaneamente si allargano in modo anormale per l'eccezionale rapidità della denudazione sui loro fianchi, in modo da assumere, non il regolare profilo a V caratteristico delle valli giovani, ma un profilo molto più dolce e sdraiato, che le fa sembrare più vecchie di quello che non siano in realtà. Tale è lo stadio presente della regione qui considerata.

I processi di erosione accelerata da noi brevemente descritti, sono tut-

⁽¹⁾ Göttinger G., *Beiträge zur Entstehung der Bergrückenformen*, in Penck's Geogr. Abhandl., Lipsia, 1907, vol. XIII.

⁽²⁾ Braun G., *Beiträge zur Morphologie des nördl. Appennin*, in Zeitschr. der Gesellsch. für Erdk. zu Berlin, 1907, fasc. X e XI.

⁽³⁾ Il livello di base dell'erosione, rappresentato per i torrenti su ricordati dal Tronto e per questo dal mare, continua forse ad abbassarsi lentissimamente, perchè la spiaggia adriatica è probabilmente tuttora soggetta a bradisima negativo.

tora in una fase di progresso, ma questo ha naturalmente un limite, che si fa, coll'andar del tempo, tanto più vicino, quanto più progredisce l'allivellamento generale della regione, cui i processi medesimi in sostanza tendono.

Come conclusione di questa breve Nota ci sembra opportuno accennare all'influenza che esercitano nei riguardi dell'uomo la costituzione geologica del suolo ed i processi erosivi che ne sono l'immediata conseguenza.

Anzitutto è da ricordare la scarsità di sorgenti, caratteristica comune più o meno a tutti i territorî ad argille (1), ove le acque piovane, trovando subito in superficie un terreno impermeabile, scendono selvagge per le pendici favorendo appunto l'erosione, gli smottamenti ecc. Anche dove l'argilla si presenta superiormente screpolata e fessurata — come quasi ovunque si osserva nella stagione estiva — l'acqua può penetrar solo fino a profondità relativamente piccole e si consuma nell'impregnare e spappolare il materiale argilloso, di cui aiuta anche il lento scorrimento al basso; solo dove l'argilla è ricoperta ancora da uno strato di sabbia o conglomerato è possibile l'infiltrazione e la regolare circolazione dell'acqua sotterranea, che di solito affiora poi al contatto col sottostrato impermeabile (2).

Di tale penuria di sorgive soffrono in genere tutti gli abitanti di questa contrada, i quali sono costretti a rintracciar l'acqua a grandi profondità mediante pozzi, spesso anche senza trovarla che in scarsa quantità e poco salubre (3).

L'intensità dei processi erosivi ha per effetto in primo luogo di limitare lo spazio per le culture, escluse interamente dai fianchi delle valli, incise da calanchi e da forre, e ristrette ai dorsi un po' pianeggianti tra torrente e torrente, dorsi che peraltro, come sappiamo, si vanno restringendo sempre più. Danno peggiore è l'instabilità degli abitati, assai spesso minacciati da frane e scoscendimenti: già ricordammo le rovine che più volte ebbe a soffrire Castignano e avvertimmo il pericolo che corre Offida; anche Appignano è minacciato pel retroceder della *ripa* che ne costeggia le

(1) Nella nostra regione le più importanti sono le sorgenti dei dintorni di Capradosso, di cui una (Sorg. Cuccagna) fornisce l'acqua a Castignano e Offida e un'altra a Montedinove e altri paesi; poi la Fonte del Campo a NE di Ascoli, la Fonte Pagana presso Appignano ecc.; inoltre alcune sorgenti salate, come l'*Acqua salata*, sulla destra del fosso di Bretta, e un'altra presso l'alveo del rio Balcone, prossima alla casa Corradetti.

(2) Parecchie delle sorgenti ricordate nella nota precedente appartengono appunto a questa categoria: una tipica sorgente di contatto è anche quella, non indicata sulla carta, che sgorga al piede della rupe di Porchiano, costituita da conglomerato poco compatto riposante sulle solite argille.

(3) Tale penuria ha indotto gli abitanti a scavare altresì nel suolo argilloso, in luogo pianeggiante presso le case di campagna, piccoli bacini di forma rotonda o rettangolare, dove le acque piovane si raccolgono e per l'impermeabilità del terreno si mantengono a lungo; tali bacini, detti *pantani*, servono per abbeverare gli animali, per lavare i panni ecc.

case a SO; Porchiano, Ischia, Ripaberarda sono pure in condizione assai precaria.

Infine, anche le strade risentono l'influenza del terreno malfido; non potendo correre sull'asse o sui fianchi delle vallate, ove tutto si muove, sono costrette a mantenersi sulle linee di displuvio, seguendone ogni tortuosità, e presentano perciò tutti gli inconvenienti delle *strade di spartiacque*, caratteristiche delle regioni franose (¹).

Il territorio sulla sinistra del Tronto inferiore è dunque in complesso tra i meno adatti all'insediamento umano, per le rapide trasformazioni superficiali; rapide, anche rispetto alla nostra esperienza breve, poichè si avvertirebbero in modo assai notevole sol che potessimo confrontare le nostre carte topografiche attuali con una, altrettanto precisa, di tre o quattro secoli fa; in mancanza di questa, i ricordi storici, per quanto scarsi e incompleti, bastano tuttavia a confermare le deduzioni che scaturiscono dall'esame geologico.

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

NEGRI A. *Sui corpi specifici dell'idrofobia*. Presentata dal Socio B. GRASSI.

CONCORSI A PREMI

Il Segretario MILLOSEVICH dà comunicazione dei seguenti elenchi dei lavori presentati ai concorsi a premi, scaduti col 31 dicembre 1908.

Elenco dei lavori presentati al concorso al Premio Reale
per l'*Astronomia*.

(Scadenza 31 dicembre 1908. — Premio L. 10.000).

1. BEMPORAD AZEGLIO. 1) « L'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre sulla luce degli astri » (st.). — 2) « Sulla teoria della estinzione della luce degli astri nell'atmosfera terrestre » (ms.). — 3) « Saggio di una nuova formola empirica per rappresentare il modo di variare della radiazione solare » (st.). — 4) « L'assorbimento selettivo della radiazione solare nell'atmosfera terrestre e la sua variazione coll'altezza » (st.). — 5) « Saggio di nuovi metodi per lo studio della refrazione astronomica » (ms.). Il Con-

(¹) Cfr. il mio lavoro: *Studi geografici sulle frane in Italia*, vol. I, in Memorie della Soc. Geogr. Ital., vol. XIII, Roma 1907, pp. 302-305.

corrente indica le Note da 1) a 5) come le Principali. Aggiunge una serie di lavori che indica come « Lavori minori ».

2. BOCCARDI GIOVANNI. 1) « Il metodo di Tietjen per la correzione dell'orbita di un pianeta » (st.). — 2) « Applicazione del metodo di Tietjen ai pianetini (366) e (416) » (st.). — 3) « Catalogo di stelle di riferimento fra $+46^{\circ}$ e $+55^{\circ}$ » (st.). — 4) « Di alcune importanti semplificazioni al metodo di riduzione delle lastre del Catalogo fotografico di stelle » (st.). — 5) « Metodo di riduzione delle lastre del Catalogo stellare fotografico, per le zone di Catania » (st.). — 6) « Sulla precisione delle posizioni delle stelle ottenute mediante la fotografia ». Nota I (st.). — 7) « Sulla precisione delle posizioni stellari ottenute col metodo fotografico » (st.). — 8) « Sulla precisione delle posizioni degli astri ottenute col metodo fotografico » (st.). — 9) « Sulle orbite dei pianeti (347) e (416) » (st.). — 10) « L'Annuario Astronomico dell'Osservatorio di Torino, fatti e considerazioni » (st.). — 11) « Orbita definitiva del pianeta (347) Pariana » (st.). — 12) « Metodo per la determinazione delle costanti dell'istrumento meridiano » (st.). — 13) « Ascensioni rette di alcune stelle fondamentali ecc. » (st.). — 14) « Osservazioni di ascensioni rette eseguite nel R. Osservatorio di Torino, negli anni 1904-06, I e II parte (osservazioni) » (st.). — 15) « In aequationem quam decimalem vocant, animadversiones » (st.). — 16) « Applicazione di un nuovo metodo per la ricerca dei moti propri » (st.).

3. CIRILLO NICOLA. 1) « Colossale scoperta (L'ultimo colpo alle vecchie teorie astronomiche) » (ms.).

4. RICCÒ ANNIBALE. 1) « Astrofisica del sole » (Memorie I-XVI) (st.). — 2) « Studi astrofisici di altri corpi celesti » (XVII-XX) (st.). — 3) « Fotografia celeste » (XXI-XXVI) (st.). — 4) « Determinazioni di gravità » (XXVII-XXXI) (st.).

Elenco dei lavori presentati

per concorrere al premio *Carpi* per la *Fisiologia sperimentale*.

(Scadenza 31 dicembre 1908. — Premio L. 900).

1. BAGLIONI SILVESTRO. « L'eccitabilità diretta dai centri nervosi agli stimoli artificiali » (ms.).

2. LOMBROSO UGO. « Gli elementi che compiono la funzione interna del pancreas » (ms.).

3. LUZZATTO GIUSEPPE. « Influenza dei suoni sull'organismo umano » (ms.).

Lavori inviati per esser presi in considerazione
pel premio *Santoro*.

1. CANOVETTI COSIMO. « Memorie varie sulla resistenza dell'aria, sull'aerostazione, sull'aviazione » (st.).

2. MAJORANA QUIRINO. « Ricerche ed esperienze di telefonia elettrica senza filo » (Memorie I st., II-III ms.).

3. STERZI GIUSEPPE. « Il sistema nervoso centrale dei Vertebrati, Vol. I. Ciclostomi » (st.).

CORRISPONDENZA

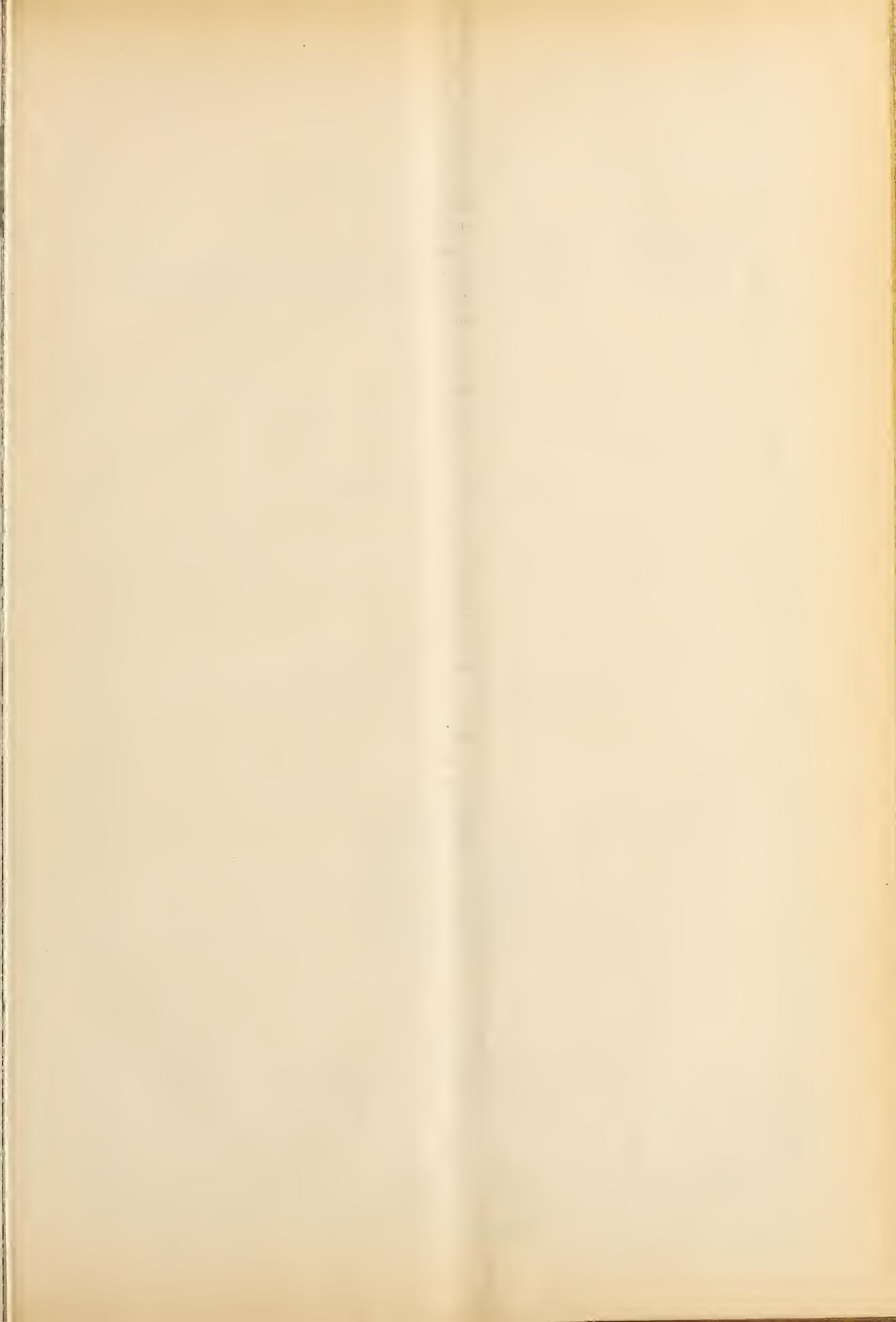
Il Presidente BLASERNA comunica il sunto d'una Relazione inviata al Presidente del Consiglio riguardante gli studi preliminari da farsi in ordine teorico e pratico, prima di venire alle ricostruzioni dei paesi colpiti dal terremoto, e ciò in ossequio alla deliberazione presa dall'Accademia nella Seduta di Classe del 3 gennaio corrente.

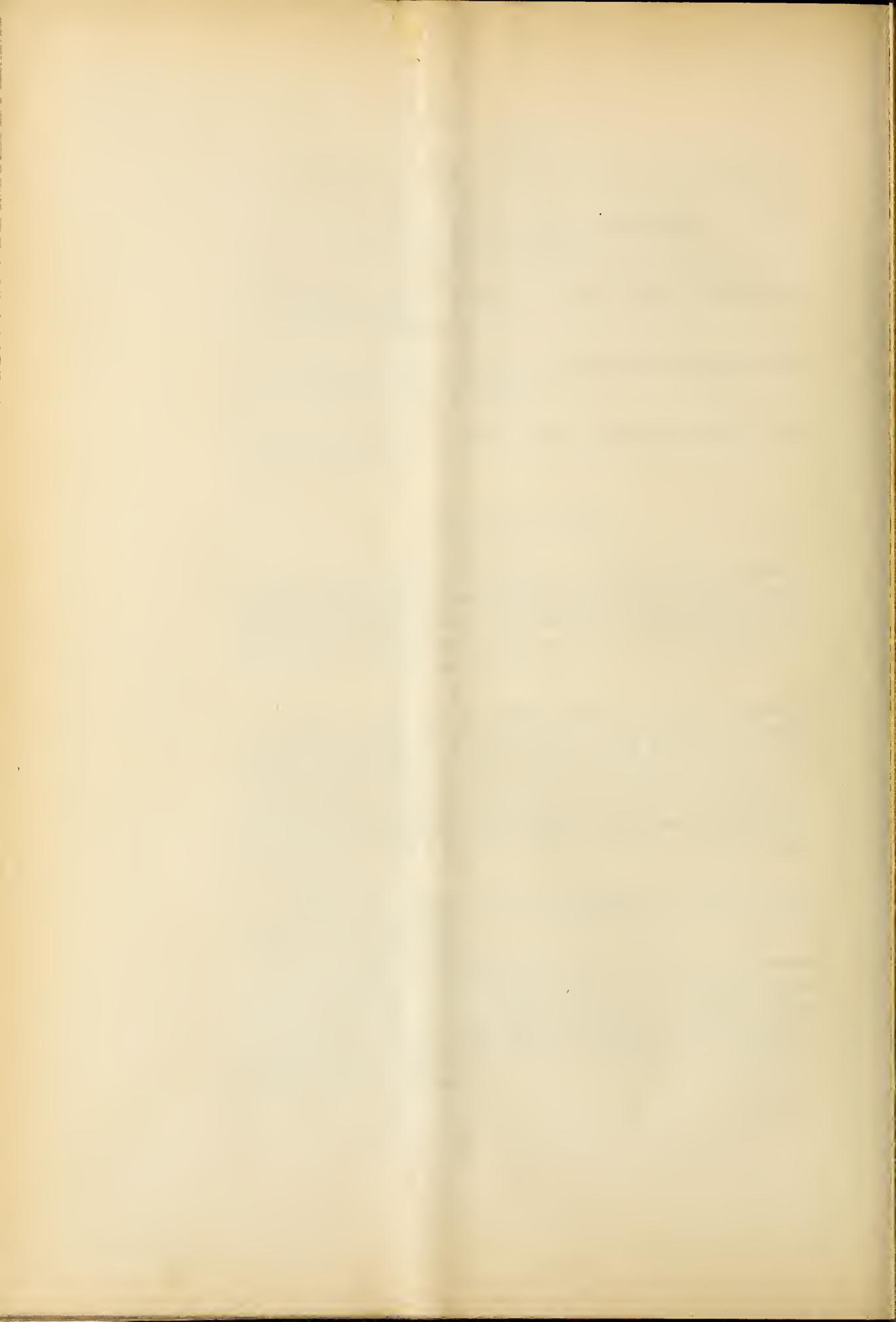
Il Socio BATTISTA GRASSI, facendo plauso alle sapienti proposte del PRESIDENTE, aggiunge che sarà importante tener conto anche dei cambiamenti che eventualmente potrebbero essersi verificati nella fauna marina, se veramente il fondo e le correnti si sono modificate. Spiega questo suo concetto, ricordando come in determinati punti dello Stretto di Messina vengano portati alla superficie da correnti marine determinati animali abitanti degli abissi. È oggi importante stabilire se e dove questo fenomeno si sia modificato.

Il Socio Grassi ricorda inoltre che in Calabria e in Sicilia i Termiti sono molto dannosi al legname e che di ciò occorre tener molto conto nelle progettate costruzioni in legno.

Infine accenna ad un Atlante del Socio CARLO DE STEFANI, comprendente carte geologiche della Calabria meridionale, la cui pubblicazione doveva venir fatta dalla nostra Accademia già da molti anni e che fu sospesa per mancanza di mezzi. Questo Atlante è diventato di triste attualità e merita di essere presa in considerazione la domanda dell'Autore, che lo vorrebbe pubblicare al più presto.

E. M.





ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 febbraio 1909.

Volume XVIII.° — Fascicolo 3.°

1.° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1908



Con questo fascicolo viene distribuito l'Indice del volume precedente (Rendiconti, Cl. sc. fis. ecc., vol. XVII, 2 sem. 1908).

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonché il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci e da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

~~~~~  
*Seduta del 7 febbraio 1909.*

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE  
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Matematica.** — *Sulle equazioni integro-differenziali.* Nota del Socio VITO VOLTERRA.

**Matematica.** — *Sopra un caso limite delle trasformazioni delle superficie applicabili sulle quadriche.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

**Fisica matematica.** — *Teoria asintotica delle radiazioni elettriche.* Nota del Corrispondente LEVI-CIVITA.

L'immagine di un flusso di elettricità nei fili di un circuito voltaico (per es. telegrafico) è da tempo universalmente accettata. Più recente è la veduta che un analogo flusso possa sussistere anche in assenza del conduttore. Tale veduta è sorta dallo studio di quelle manifestazioni, conosciute sotto il nome di raggi catodici, che furono scoperte da Hittorf (1868) e illustrate da Crookes colle sue brillanti esperienze.

Si credette dapprima (con Schuster e J. J. Thomson) di poter assimilare il fenomeno ad un microscopico bombardamento, ravvisando in un generico raggio la traiettoria di particelle *materiali* elettrizzate, incessantemente emesse dal catodo di un tubo di scarica. Ma questa spiegazione non parve esauriente, perchè inconciliabile colla concezione atomistica, così semplice e suggestiva, dei fenomeni elettrolitici.

Si fece allora strada l'ipotesi che si trattasse di un flusso di elettricità pura, scevra cioè da ossature materiali: e questo non soltanto per i raggi catodici, ma anche per altre forme di radiazioni successivamente scoperte, e in particolare per i così detti raggi  $\beta$  del radio.

Il sig. Abraham, assoggettò al calcolo (per il primo, in modo completo) tale spiegazione, ammettendo:

*a*) le equazioni di Maxwell-Hertz e l'equazione elettromeccanica di Lorentz;

*b*) il carattere granulare del flusso: vale a dire che il flusso sia costituito da tante cariche isolate, piccole, ma non prive di estensione (elettroni), susseguentisi incessantemente sulla traiettoria sensibile del raggio;

*c*) la *rigidità* di ciascuna carica: cioè l'ipotesi che i vari elementi (di elettricità), di cui consta un elettrone, si comportino nel moto come se fossero invariabilmente collegati.

Certe conseguenze quantitative della teoria di Abraham, sottoposte da Kaufmann a controllo sperimentale (1902), risultarono in buon accordo coi fatti osservati.

Furono successivamente proposte altre teorie, in cui, mantenendosi sempre i principî *a*) e *b*), vengono sostituite alla *c*) le ipotesi cinematiche seguenti:

*c'*) Ogni elettrone subisce una determinata contrazione nel senso del moto, conservando invariate le sue dimensioni trasversali (Lorentz);

oppure

*c''*) La contrazione lorentziana è accompagnata da dilatazione trasversale in modo che il volume rimanga inalterato (Bucherer e Langevin);

o, più generalmente,

*c'''*) Fra la contrazione longitudinale e la dilatazione trasversale passa un legame prestabilito (Poincaré).

La ipotesi *c'*) di Lorentz è l'unica che sia compatibile col principio di relatività (inteso in un senso alquanto più generale dell'ordinario, che è stato ben precisato da Lorentz-Einstein-Minkowski).

Per decidere fra queste varie teorie, furono intraprese (specialmente da Kaufmann) delicate esperienze. L'esito non è ben netto. Ma si può domandarsi se veramente si tratti di teorie abbastanza mature per un controllo differenziale. In prima approssimazione sono tutte egualmente accettabili, e infatti si trovano in sufficiente accordo coll'esperienza. Come rappresentazione definitiva, lasciano tutte a desiderare, perchè l'introduzione del legame cinematico sembra affatto gratuita e anche (quanto al suo contenuto intuitivo) affetta da intima contraddizione: infatti da un lato si vuol escludere ogni intervento di materia e di forze, che non siano di origine elettromagnetica; mentre dall'altro lato (introducendo un legame cinematico) si viene implicitamente ad ammettere l'esistenza di forze vincolari, non contemplate dall'equazione elettromeccanica di Lorentz.

In questa condizione di cose mi pare opportuno richiamare l'attenzione degli studiosi sopra una nuova teoria dei fenomeni in questione, la quale *prescinde da ogni postulato di tipo c)* e sfrutta unicamente, accanto alle equazioni fondamentali *a)* e all'intuizione del continuo [surrogato, pressochè indifferente <sup>(1)</sup> dell'ipotesi atomica *b)*], la circostanza, sperimentalmente ovvia, che ogni raggio sensibile ha dimensioni trasversali piccolissime rispetto alla sua lunghezza.

Ciò permette di assimilare il raggio ad un sottile tubo di flusso  $T$ , e di valutare per via asintotica (limitandosi cioè a quei termini, che divengono preponderanti quando la sezione converge a zero) la forza meccanica  $\Phi ds$ , che si esercita sopra una fetta elementare di tubo di spessore  $ds$  (compresa fra due sezioni normali vicinissime).

Come  $\Phi$  sia legata all'andamento geometrico e cinematico del flusso ho mostrato in una precedente comunicazione. Qui applico il principio fondamentale dell'ordinaria meccanica (forza = massa  $\times$  accelerazione), e pongo di conseguenza eguale a zero la forza *totale*, che si esercita sulla fetta, dacchè, per ipotesi, è nulla la sua massa materiale.

Questa forza totale consta: della accennata  $\Phi ds$ , dovuta all'*autocampo*, cioè al flusso delle cariche, che costituisce il raggio; e, in generale, di una forza *esterna*  $F ds$ , dovuta a quell'eventuale campo elettromagnetico (indipendente dalla radiazione che si studia), in cui si supponga immerso il raggio. Ottengo così la equazione vettoriale

$$(I) \quad \Phi + F = 0,$$

che caratterizza asintoticamente ogni campo elettromagnetico puro, assimilabile ad un flusso di elettricità filiforme e stazionario.

La (I) equivale a tre equazioni differenziali ordinarie nella variabile indipendente  $s$  (arco del raggio elettrico). Essa ammette la seguente interpretazione:

La forma del raggio è quella che competerebbe ad un filo materiale, flessibile ed estendibile, il quale scorresse su se stesso colla velocità del flusso, massa, tensione e forza attiva in un generico elemento di filo essendo

<sup>(1)</sup> Ecco come si può rendersene ragione:

L'esperienza, per quanto affinata, rivela soltanto i valori medi, relativi a un conveniente intervallo di spazio (e di tempo). È certo esagerato il supporre che si possano cogliere questi valori medi di micron in micron ( $10^{-4}$  cm).

D'altra parte le teorie elettroniche conducono ad attribuire agli elettroni dimensioni dell'ordine di  $10^{-13}$  cm.

Si tratterebbe quindi in ogni caso di una struttura granulare estremamente minuta rispetto al campo di osservazione.

In queste condizioni, dall'ipotesi atomica alla fizione matematica del continuo, non è a presumere divario sensibile quanto a conseguenze concrete.

legate in modo semplice (cfr. n. 5) ai parametri elettrici e cinematici del corrispondente elemento di raggio.

Quanto alla verifica sperimentale (nell'ambito dei risultati finora bene accertati) la (I) vi si adatta con agilità anche maggiore delle teorie elettroniche (cfr. n. 6). Si aggiunga che il principio (lorentziano) di relatività è senz'altro rispettato, perchè  $\Phi$  ed  $\mathbf{F}$  sono entrambe forze di pura origine elettromagnetica.

Riassumendo, la teoria asintotica, analiticamente espressa dalla equazione (I), può (fino a prova contraria) gareggiare in attendibilità sperimentale con una qualunque delle teorie elettroniche, e si raccomanda in loro confronto per la sua semplicità concettuale, in quanto evita ogni introduzione di legami cinematici.

Questa teoria, in cui nulla più sussiste di arbitrario, va dunque considerata con favore in un decisivo appello all'esperienza.

1. *Premesse e notazioni.* — Sia T un tubo di sezione abbastanza piccola (rispetto alla lunghezza) da essere assimilabile, quanto all'andamento generale, ad una semplice linea geometrica C (*direttrice*), che corra tutta nel suo interno.

Rappresentino:

P un punto generico di C;  $s$  la lunghezza dell'arco, contato a partire da un'origine arbitraria;  $c$  la curvatura di C nel punto P;  $t$  la direzione della tangente (nel senso delle  $s$  crescenti);  $n$  la direzione della normale principale (nel senso della concavità di C);  $b$  la direzione della binormale (in tale senso che il triedro  $t, n, b$  risulti *sinistrorso*);  $\tau$  la sezione del tubo praticata con un piano normale a C in P; O e Q due punti qualunque di  $\tau$ ;  $d\tau_0$  e  $d\tau$  due elementi di sezione ad essi circostanti;  $\mathcal{A}$  la distanza  $\overline{OQ}$ ;  $l$  una lunghezza *costante*, vincolata alla sola condizione di essere comparabile con quella del tubo (1).

Posto

$$(1) \quad k = \frac{1}{\tau^2} \int_{\tau} d\tau \int_{\tau_0} d\tau_0 \log \frac{l}{\mathcal{A}},$$

sarà  $k$  un parametro di configurazione, cioè un puro numero, dipendente esclusivamente dalla forma della sezione  $\tau$ . Una volta fissato il tubo, ad ogni posizione di P, lungo C, corrisponde un numero  $k$ : esso si presenta così come una determinata funzione di  $s$ .

(1) Se la direttrice è un arco di cerchio, la migliore approssimazione numerica delle espressioni asintotiche si ha prendendo, per  $l$ , otto volte il raggio. Cfr. la Nota (seconda) *Sull'attrazione newtoniana di un tubo sottile*, in questi Rendiconti, serie 5<sup>a</sup>, vol. XVII, 1908, pag. 550. In generale, è presumibile che convenga adottare come valore di  $l$  otto volte il raggio medio di curvatura.

Supponiamo che il tubo  $T$  sia sede di elettricità in movimento stazionario; più precisamente sia quel che si suol dire un tubo di flusso.

Diciamo  $I$  la corrente totale attraverso  $\tau$  (quantità di elettricità nell'unità di tempo), nel senso delle  $s$  crescenti. Data la stazionarietà del fenomeno, questa  $I$  deve risultare indipendente dalla sezione, ed è quindi una costante, caratteristica del tubo di flusso (positiva o negativa secondochè passa, prevalentemente, nel senso fissato, elettricità positiva od elettricità negativa).

Riterremo  $I$  misurato in unità elettromagnetiche, pur riferendoci, per gli altri elementi del campo elettromagnetico che avremo occasione di considerare, al sistema elettrostatico.

Sia ancora  $B$  un vettore coll'origine in  $P$ , diretto secondo la tangente a  $C$  (nel senso del flusso, cioè nel senso delle  $s$  crescenti) e avente per lunghezza il rapporto  $\beta$  fra la velocità (media)  $v$  del flusso attraverso  $\tau$  e la velocità  $\frac{1}{A}$  della luce. Questo vettore  $B$  sarà, in generale funzione di  $s$ .

Se si osserva che la misura  $I_0$  del flusso in unità elettrostatiche è legata ad  $I$  dalla formula

$$I = A I_0 ,$$

e che d'altra parte è, per definizione,

$$\beta = A v ,$$

si vede che il rapporto

$$(2) \quad \frac{I}{\beta} = \frac{I_0}{v} = v$$

rappresenta (in unità elettrostatiche) la densità (lineare) dell'elettricità.

Basta all'uopo fare il solito ragionamento elementare, trattando il flusso come uniforme attraverso l'intera sezione  $\tau$ . Si può allora dire, considerando una sezione vicinissima, distante  $ds$ , che, per arrivarvi, a partire dalla  $\tau$ , le cariche impiegano il tempuscolo  $\frac{ds}{v}$ . D'altra parte  $I_0 \frac{ds}{v}$  misura (in unità elettrostatiche) la quantità di elettricità, che passa attraverso  $\tau$ , durante quel tempuscolo; alla fine del tempuscolo essa viene a trovarsi compresa in una fetta elementare  $dT$  del tubo di flusso, di spessore  $ds$ , e ne costituisce la carica totale (dato che si considera esclusivamente un fenomeno di flusso e si prescinde quindi da distribuzioni statiche).

Essendo, per la (2),  $I_0 \frac{ds}{v} = v ds$ ,  $v$  si presenta precisamente come il rapporto fra la carica della fetta  $dT$  e il relativo spessore  $ds$ .

2. *Forza meccanica dell'autocampo.* — Il flusso considerato genera un campo elettromagnetico (anch'esso stazionario). Questo campo esercita delle

azioni meccaniche sulle cariche, che si muovono nel tubo. Fissiamo in particolare le cariche che, in un istante generico, sono situate nella fetta elementare  $dT$ , e indichiamo con  $\Phi ds$  la risultante delle forze da queste subite.

Al calcolo di  $\Phi$  è dedicata una Nota recente (1); ne è ivi assegnata una espressione asintotica, cioè una espressione, che è tanto più approssimata quanto più è sottile il tubo.

Le componenti di  $\Phi$  secondo  $t, n, b$  risultano asintoticamente definite nel modo seguente:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Phi_t = -I^2 \frac{d}{ds} \left( \frac{k}{\beta^2} \right), \\ \Phi_n = -I^2 \frac{k}{\beta^2} c (1 - \beta^2), \\ \Phi_b = 0. \end{array} \right.$$

Introducendo i due vettori unitari  $t_1$  ed  $n_1$ , diretti rispettivamente secondo  $t$  e secondo  $n$ , e ricordando la identità

$$(4) \quad \frac{dt_1}{ds} = cn_1,$$

si vede subito che le (3) possono compendiarsi in

$$(5) \quad \Phi = -I^2 \frac{d \left( \frac{k}{\beta^2} \right)}{ds} \cdot t_1 - I^2 \frac{k}{\beta^2} (1 - \beta^2) \frac{dt_1}{ds}.$$

3. *Forza meccanica di origine esterna.* — Supponiamo, per maggior generalità, che, al campo elettromagnetico creato dal tubo di flusso, si sovrapponga un campo elettromagnetico esterno. Supponiamo anzi, in modo più preciso, che il tubo  $T$  si trovi immerso in un campo  $D$ , di origine esterna, non influenzabile, o almeno non sensibilmente influenzato, dal flusso che si studia.

Designeremo ordinatamente con  $e$  e  $h$  la forza elettrica e la forza magnetica di questo campo esterno  $D$ .

Data la sottigliezza del tubo  $T$ , nei casi che più interessano per le applicazioni, il campo  $D$  potrà comodamente trattarsi come uniforme entro una generica sezione  $\tau$  (colle determinazioni di  $e$  e di  $h$ , che spettano al punto  $P$  della direttrice).

Suppongasi inoltre [come sostanzialmente è stato fatto nella precedente deduzione delle espressioni asintotiche, nonchè al n. 1 della presente Nota nei riguardi della relazione (2)] che anche i caratteri cinematici del flusso sieno sensibilmente uniformi entro una sezione  $\tau$ : o, sotto altra forma, che

(1) *Sulle azioni meccaniche dovute ad un flusso filiforme di elettricità*, in questo volume dei Rendiconti, pag. 41.

i termini dell'ordine delle dimensioni della sezione riescano trascurabili rispetto ad elementi, che (come il campo esterno e i caratteri globali del flusso) non dipendono dalle dimensioni trasversali.

Si può allora identificare la densità in un punto generico  $Q$  di una sezione  $\tau$  al suo valore medio  $\frac{v ds}{\tau ds} = \frac{v}{\tau}$ , la velocità al vettore  $\mathbf{v} = \frac{1}{A} \mathbf{B}$ , diretto secondo la tangente alla direttrice e avente per lunghezza la velocità media  $v$ .

Ne viene, a norma della legge di Lorentz, che la forza provocata dal campo esterno nell'intorno di  $Q$  (per unità di volume) può ritenersi definita — il triedro di riferimento essendo *sinistrorso* — dal vettore

$$\frac{v}{\tau} \{ \mathbf{e} + \mathbf{h} \wedge \mathbf{B} \} \quad (1).$$

Se si designa con  $\mathbf{F} ds$  la risultante delle forze meccaniche, di origine elettromagnetica esterna, agenti sulla solita fetta  $d\mathbf{T}$ , sarà evidentemente  $\frac{\mathbf{F} ds}{\tau ds}$  la forza riportata all'unità di volume, e si avrà quindi, ricordando anche la (2),

$$\mathbf{F} = v \{ \mathbf{e} + \mathbf{h} \wedge \mathbf{B} \} = \frac{1}{\beta} \{ \mathbf{e} + \mathbf{h} \wedge \mathbf{B} \}.$$

Come si vede, nella espressione di  $\mathbf{F}$ , intervengono, non soltanto le forze elettromagnetiche esterne e ed  $\mathbf{h}$ , ma anche la velocità del flusso e l'andamento della direttrice del tubo (pel tramite del vettore  $\mathbf{B}$ ).

Proiettando nelle direzioni  $t, n, b$ , ove si osservi che le componenti di  $\mathbf{B}$  sono  $\beta, 0, 0$ , si ha dalla relazione vettoriale (6):

$$(7) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_t = v e_t = \frac{1}{\beta} e_t, \\ F_n = v (e_n + h_b \cdot \beta) = \frac{1}{\beta} e_n + I h_b, \\ F_b = v (e_b - h_n \cdot \beta) = \frac{1}{\beta} e_b - I h_n. \end{array} \right.$$

4. *Caso di un campo puro. Equazioni differenziali ordinarie, che lo caratterizzano asintoticamente.* — Il campo elettromagnetico nei punti del tubo  $\mathbf{T}$  è a dirsi *puro*, le quante volte:

1° il tubo stesso non sia sede di masse materiali;

2° si escluda qualsiasi legame cinematico (di cui del resto non si scorge alcuna ragionevole giustificazione) fra le cariche elettriche, che scorrono entro  $\mathbf{T}$ .

(1) Il simbolo  $\wedge$  (proposto dai signori Marcolongo e Burali-Forti) sta a designare il prodotto vettoriale.

In base a tali ipotesi, sono concepibili, entro un campo puro, soltanto forze meccaniche di origine elettromagnetica. E, siccome non vi sono masse materiali, la risultante di queste forze dovrà annullarsi in ogni punto, se si ammette che seguiti a sussistere il principio fondamentale della meccanica dei mezzi ponderabili (forza = massa  $\times$  accelerazione). Sarà nulla per conseguenza anche la risultante di *tutte* le forze agenti sopra una generica fetta  $dT$ , risultante che, per quanto precede, è espressa da  $(\Phi + F) ds$ .

Sussiste dunque, per ogni sezione del nostro tubo, o, ciò che è lo stesso, per ogni valore di  $s$ , la equazione vettoriale

$$(I) \quad \Phi + F = 0 ,$$

che, in virtù della (5), può essere scritta sotto la forma equivalente:

$$(8) \quad -I^2 \frac{d\left(\frac{k}{\beta^2}\right)}{ds} \cdot t_1 - I^2 \frac{k}{\beta^2} (1 - \beta^2) \frac{dt_1}{ds} + F = 0 .$$

Essa caratterizza asintoticamente il fenomeno, legando il campo esterno (riassunto nel vettore  $F$ ) all'andamento geometrico e cinematico del tubo di flusso  $T$ .

Esplicitando la (I), a norma delle (3), si hanno le tre equazioni differenziali (intrinseche)

$$(9) \quad \left\{ \begin{array}{l} -I^2 \frac{d\left(\frac{k}{\beta^2}\right)}{ds} + F_t = 0 , \\ -I^2 \frac{k}{\beta^2} c (1 - \beta^2) + F_n = 0 , \\ F_b = 0 . \end{array} \right.$$

Proiettando invece la (8) sopra tre assi ortogonali generici  $x, y, z$ , e badando che  $t_1$  ha per componenti  $\frac{dx}{ds}, \frac{dy}{ds}, \frac{dz}{ds}$ , si trae

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} -I^2 \frac{d\left(\frac{k}{\beta^2}\right)}{ds} \frac{dx}{ds} - I^2 \frac{k}{\beta^2} (1 - \beta^2) \frac{d^2x}{ds^2} + F_x = 0 , \\ -I^2 \frac{d\left(\frac{k}{\beta^2}\right)}{ds} \frac{dy}{ds} - I^2 \frac{k}{\beta^2} (1 - \beta^2) \frac{d^2y}{ds^2} + F_y = 0 , \\ -I^2 \frac{d\left(\frac{k}{\beta^2}\right)}{ds} \frac{dz}{ds} - I^2 \frac{k}{\beta^2} (1 - \beta^2) \frac{d^2z}{ds^2} + F_z = 0 . \end{array} \right.$$

In queste equazioni si presenta naturalmente come variabile indipendente l'arco  $s$  della direttrice  $C$  del tubo; intervengono poi (come elementi cogniti od incogniti, a norma delle circostanze) la configurazione geometrica di detta curva, cioè le funzioni  $x(s)$ ,  $y(s)$ ,  $z(s)$ ; la costante  $I$  (flusso totale in unità elettromagnetiche); le due funzioni numeriche (cioè di dimensioni nulle)  $k(s)$ ,  $\beta(s)$ ; nonchè il campo esterno pel tramite delle  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ .

5. *Modello meccanico.* — Le dimensioni di  $I$  (corrente nel sistema elettromagnetico) sono  $m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}$ .

$I^2$  è dunque omogeneo ad una forza meccanica.

Ricordiamo che  $k$  e  $\beta$  sono numeri puri, e poniamo

$$(11) \quad I^2 \frac{k}{\beta^2} = T' e^{-\frac{1}{2}\beta^2}, \quad \mathbf{F} = -\mathbf{F}' e^{-\frac{1}{2}\beta^2},$$

con che  $T'$  ha le dimensioni di una forza e  $\mathbf{F}'$ , al pari di  $\mathbf{F}$ , quelle di una forza per unità di lunghezza.

Sostituendo nella (8) e moltiplicando per  $-e^{\frac{1}{2}\beta^2}$ , si ottiene

$$(8') \quad \left\{ \frac{dT'}{ds} - T'\beta \frac{d\beta}{ds} \right\} t_1 + T'(1 - \beta^2) \frac{dt_1}{ds} + \mathbf{F}' = 0.$$

D'altra parte, notando che, per definizione,  $\beta = Av$  e  $\mathbf{v}t_1 = \mathbf{v}$ , si vede che è identicamente

$$T'\beta \frac{d\beta}{ds} t_1 + T'\beta^2 \frac{dt_1}{ds} = A^2 T' v \frac{d\mathbf{v}}{ds}.$$

Con ciò, ove si ponga

$$(12) \quad v' = A^2 T' = A^2 I^2 \frac{k}{\beta^2} e^{\frac{1}{2}\beta^2},$$

si può presentare la (8'), ossia in sostanza la (8), sotto la forma

$$(8'') \quad v' \frac{d\mathbf{v}}{ds} \cdot v = \frac{d(T't_1)}{ds} + \mathbf{F}'.$$

Questa equazione vettoriale è ovviamente interpretabile nella dinamica ordinaria come equazione del moto stazionario di un filo flessibile ed eventualmente estendibile, il quale scorra su se stesso per azione delle forze  $\mathbf{F}'$ .

La configurazione geometrica di un tale filo ipotetico coincide con quella del tubo (o, più precisamente, della direttrice  $C$ ); la velocità di scorrimento  $v$  coincide colla velocità (media) del flusso; la tensione è rappresentata da  $T'$ ; e la densità del filo, in un punto generico, da  $v' = A^2 T'$ : essa è dunque proporzionale alla tensione. Comunque, la massa di un elemento  $ds$  di filo vale  $v'ds$ . Pensando alla corrispondente fetta  $dT$  del tubo di flusso ed imi-

tando (in modo evidente, per quanto meno espressivo) ciò che si fa nelle teorie elettroniche, si può dire che

$$v' ds = A^2 I^2 \frac{k}{\beta^2} e^{\frac{1}{2} \beta^2} ds$$

costituisce la *massa elettromagnetica* della fetta.

Importa rilevare che, mentre nel fenomeno elettrico le due funzioni  $k$  e  $\beta$  di  $s$  sono a priori indipendenti, nel modello meccanico la equazione di continuità implicherebbe

$$v' v = \text{costante},$$

ossia, in base alla (12),

$$(13) \quad \frac{k}{\beta} e^{\frac{1}{2} \beta^2} = \text{costante}.$$

L'analogia è ancora troppo formale per giustificare l'ipotesi che questa condizione sia verificata anche nel fenomeno elettrico.

6. *Applicazione ai raggi catodici ed affini.* — I raggi catodici e i raggi  $\beta$  del radio, secondo le vedute più generalmente accolte, sono dovuti a flusso di elettricità senza intervento di materia. L'aspetto del flusso in tali raggi è filiforme. Valgono pertanto le considerazioni fin qui svolte.

Le conseguenze sono effettivamente in accordo coi risultati sperimentali. Illustrerò, a titolo di esempio, due fatti qualitativi ben noti:

1°. In assenza di campo esterno, i raggi sono rettilinei.

2°. Se si fa agire un campo magnetico uniforme, normalmente alla primitiva direzione dei raggi, questi si incurvano secondo traiettorie circolari normali al campo magnetico; di più, considerando un raggio come spiccato dal catodo (o dalla sostanza radioattiva), il senso di percorrenza appare *destrorso* (cioè opposto a quelle delle sfere dell'orologio) rispetto alla direzione del campo magnetico.

La verifica del primo enunciato è immediata. Dalla seconda delle (9) si ha infatti, per  $F = 0$ ,

$$c(1 - \beta^2) = 0,$$

donde  $c = 0$ , trattandosi di radiazioni, in cui (come preliminari esperienze hanno da tempo provato) la velocità è sempre inferiore a quella della luce, cioè  $\beta < 1$ .

Poniamoci ora nelle condizioni del secondo enunciato.

A regime ristabilito, il pezzo di raggio, immerso nel campo magnetico, sarà assimilabile ad un arco di cerchio.

$c$  è allora costante e  $b$  una direzione fissa, normale al piano del cerchio.

Va poi ritenuto  $e = 0$ , e  $h$  diretta normalmente al detto piano

$$(h_t = h_n = 0).$$

Scegliendo come direzione  $t$  quella del raggio (siccome nelle nostre formule il triedro  $t, n, b$  è sinistrorso), dovremo assumere  $h_b$  negativo, cioè eguale a  $-h$ , essendo  $h$  l'intensità costante del campo magnetico. Con ciò le (7) danno

$$F_t = 0, F_n = -Ih, F_b = 0,$$

e le (9) si riducono di conseguenza a

$$(14) \quad \frac{k}{\beta^2} = \text{cost.}, I^2 \frac{k}{\beta^2} c(1 - \beta^2) + Ih = 0.$$

Esse dicono, eliminando  $k$ , che la velocità del flusso è costante (lungo l'arco di cerchio); la seconda mostra poi (avendosi, come sopra,  $\beta < 1$ ) che la costante  $I$  deve essere essenzialmente negativa. Ciò rispecchia la circostanza, sperimentalmente dimostrata dal sig. Perrin, che l'elettrizzazione dei raggi è negativa. Analogamente si rende conto della deviazione elettrica; ecc.

Io confido che la teoria asintotica possa trovare il suo « experimentum crucis ».

Chimica. — *Azione dell'ipoclorito di calcio sulla metanitroanilina* (1). Nota del Socio KÖRNER e del dott. A. CONTARDI.

In due Note precedenti furono descritti i composti che si ottengono per l'azione del bromo e dell'ipobromito sodico sopra la metanitroanilina (2), e quelli che si hanno per l'azione di una miscela di ioduro e di iodato potassico sopra la stessa sostanza (3).

Dai risultati avuti in questi due casi era logico supporre che l'ipoclorito di calcio si comportasse in modo analogo all'ipobromito sodico; i fatti però dimostrarono che l'azione clorurante di questa sostanza si manifesta in maniera assai differente. Le ragioni di tale differenza di comportamento vanno in massima parte attribuite al fatto che, se si opera a bassa temperatura, l'acido ipocloroso agisce come tale e si somma al gruppo amidico, dando luogo alla formazione di composti instabilissimi, che bruciano a contatto dell'aria decomponendosi profondamente. Se si opera a temperatura superiore alla normale, 50-55°, non si può moderare l'introduzione dell'alogeno ed arrivare a composti monosostituiti, come si sono ottenuti coll'ipobromito, ma si hanno subito composti bi- e triclorosostituiti; si formano inoltre, come ve-

(1) Lavoro eseguito nel laboratorio di Chimica Organica della R. Scuola Sup. di Agricoltura.

(2) Körner e Contardi. Rend. R. Accademia dei Lincei (Vol. XVII, ser. V, 1° sem. fasc. 8°, pag. 465).

(3) Körner e Belasio, loc. cit. (vol. XVII, ser. 5ª, I sem. fasc. 11, pag. 679).

dremo in seguito, composti biclorurati nuovi che non hanno ancora il corrispondente termine nelle serie delle dibromo- e diiodonitroaniline.

Come primo esperimento abbiamo anche questa volta clorurata la metanitroanilina in soluzione acetica per mezzo del cloro gassoso, introducendone solo la quantità calcolata per avere un derivato monoclorurato; si ottenne invece la triclorometanitroanilina, accanto alla corrispondente quantità di metanitroanilina inalterata. Si hanno quindi gli stessi risultati già prima dal Langer conseguiti per l'azione del cloro sopra la metanitroanilina in soluzione cloridrica (1).

La clorurazione con ipoclorito di calcio conduce, come si disse, a risultati assai soddisfacenti; ma deve essere condotta, perchè si possa raggiungere lo scopo, in condizioni speciali.

Si sciolsero gr. 70 di metanitroanilina in gr. 900 di acido acetico glaciale; la soluzione, calda a 40° venne trattata con gr. 300 di acido cloridrico concentrato, e collo stesso apparecchio che ci servì per la bromurazione coll'ipobromito di sodio, si aggiunse l'ipoclorito di calcio titolato.

Poichè, come abbiamo già detto (2), non si riesce ad avere che tracce di composti monoalogenati, e, qualunque sia la quantità di ipoclorito aggiunto, si arriva sempre a composti bi- e trialogenati accanto alla corrispondente quantità di metanitroanilina inalterata, così noi abbiamo trovato sperimentalmente che il massimo rendimento in derivati alogenonitrosostituiti si ha quando si introduce la quantità di ipoclorito corrispondente ad una molecola e mezza di cloro attivo, per ogni molecola di anilina. Convieni inoltre che l'ipoclorito abbia una concentrazione dal 6,5 al 7,5 per cento di cloro attivo, e che la temperatura, durante l'operazione sia superiore ai 40° senza sorpassare i 60°. La soluzione acetica man mano che si introduce l'ipoclorito diventa rosso-bruna, poi la tinta si fa più chiara ed in ultimo si separa un leggero precipitato. Terminata l'aggiunta dell'ipoclorito, si lascia la massa in riposo per 12 ore, indi si diluisce con dieci volte il suo volume di acqua ghiacciata.

Dopo qualche tempo si raccoglie il precipitato rosso-bruno su filtro, si lava e si essica in una capsula su bagno maria. Da un chilogrammo di metanitroanilina si ebbero gr. 990 di prodotto secco. Le acque madri acetiche neutralizzate parzialmente con carbonato sodico danno un precipitato giallo bruno che viene anch'esso lavato ed essicato a parte. Da un chilogrammo di metanitroanilina si ebbero gr. 150 di tale prodotto.

I due precipitati ottenuti in questo modo si lavorano separatamente, perchè in essi i componenti sono diversi, e già abbastanza nettamente divisi, e il mescolarli renderebbe ancor più difficile la separazione ulteriore, già per sè stessa laboriosa.

(1) Langer, Liebig's Annalen der Chemie, 215, pag. 109.

(2) Körner e Contardi, loc. cit., pag. 466.

Il primo precipitato secco si acetila riscaldandolo con un eccesso di anidride acetica (per ogni 140 gr. di prodotto gr. 105 di anidride). La massa peciosa nera risultante si versa in alcool bollente si riscalda a ricadere per per parecchie ore, si decolora con nero animale, si filtra e si concentra a cristallizzazione.

Per raffreddamento si separa una sostanza cristallizzata in aghi bruni sottilissimi e brevi. Si raccolgono questi su filtro, si aspirano e si lavano con etere; la massa perde allora quasi completamente la sostanza colorante, e si ha un precipitato quasi bianco. Le acque madri concentrate depositano nuovi cristalli dello stesso prodotto che si raccolgono si lavano e si uniscono ai primi. La concentrazione delle acque madri si ripete finchè esse abbandonano cristalli. Da un chilogrammo di metanitroanilina si ebbero gr. 300 di sostanza cristallizzata.

Purificata per ripetute cristallizzazioni dai solventi più comuni (alcool in cui è solubile 1 : 4 a caldo, etere acetico, in cui è solubile 1 : 5 a caldo, acido acetico, benzolo, tetracloruro di carbonio), la sostanza, pur avendo il punto di fusione costante a 187°, mantiene sempre l'aspetto di una miscela anzichè di un composto unico.

La determinazione quantitativa del cloro ha dato :

Sostanza impiegata gr. 0,3894  
Cloruro di argento " 0,4802  
Cloro % 30,16  
Cloro calcolato per  $C_6H_2Cl_2(NO_2)(NHCOCH_3)$  % 29,04  
Cloro calcolato per  $C_6HCl_3(NO_2)(NHCOCH_3)$  % 37,7.

La determinazione quantitativa dell'azoto ha dato :

Sostanza impiegata gr. 0,2045  
Azoto cc. 22  $h = 756$   $t = 8^\circ$   
Azoto trovato % 11  
Azoto calcolato per  $C_6H_2Cl_2(NO_2)(NHCOCH_3)$  % 11,24  
Azoto calcolato per  $C_6HCl_3(NO_2)(NHCOCH_3)$  % 9,84.

Le determinazioni dimostrano dunque che il prodotto non è uno dei composti sospettati. Non essendo possibile un'ulteriore purificazione di tale prodotto per cristallizzazione esso venne disacetilato scaldandolo con acido solforico concentrato a 140°. Il prodotto risultante, cristallizzato dall'alcool 1 : 3, abbandona per raffreddamento lunghi aghi sottili giallo-verdognoli, che ripetutamente cristallizzati fondono costantemente a 110°,8. Quando sono puri si sciolgono a caldo in 5 parti di alcool al 95 % e per raffreddamento si separano in sottili aghi giallo-oro splendenti come la seta. Alla temperatura di 40° incomincia a sublimare.

La determinazione quantitativa dell'azoto ha dato:

Sostanza impiegata gr. 0,282

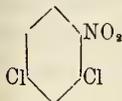
Azoto cc. 31,6  $t = 19^\circ$   $h = 751$

Trovato azoto % 14,2

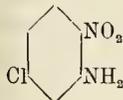
Calcolato per  $C_6H_2Cl_2(NO_2)(NH_2)$  % 14,00.

Essa cristallizza dall'etere di petrolio in aghi sottili giallo-verdognoli, da 100 gr. di soluzione satura a caldo cristallizzano gr. 0,42 di anilina.

Sciolta in alcool assoluto, e trattata con etere nitroso sotto la pressione di circa un'atmosfera si ottiene la nitrobiclorobenzina

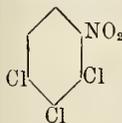


fondente a  $33^\circ$  che, scaldata con ammoniaca alcoolica a  $180^\circ$ , dà la nitroclo-roanilina nota (1)



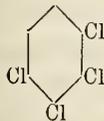
fondente a  $125^\circ$

Se nell'anilina p. f.  $110^\circ.8$  si sostituisce il gruppo amidico con un atomo di cloro, facendo sgocciolare il cloruro del diazocomposto sopra cloruro ramoso bollente, si ottiene la tricloronitrobenzina già nota (2) fondente a  $56^\circ$ , cristallizzata in lunghi arghi bianchi, sottili, splendenti come il raso, e per la quale è dimostrata la formola di struttura:



Ridotta quest'ultima sostanza con stagno ed acido cloridrico ed il prodotto purificato per distillazione in corrente di vapore, si trasforma nella già nota (3) tricloroanilina, fusibile a  $67^\circ.5$ , che dall'alcool cristallizza in aghi bianchi terminati.

Sostituendo in essa il gruppo amidico con un atomo di cloro, passando per il diazocomposto, si ottiene la già nota tetraclorobenzina (4):



fusibile a  $46^\circ$ .

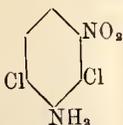
(1) Körner, *Gazzetta Chimica*, IV.

(2) Beilstein e Kurbatow, *Liebig's Annalen*, 192, pag. 235.

(3) Beilstein e Kurbatow, loc. cit, 192, pag. 235.

(4) Beilstein e Kurbatow, loc. cit., 192, pag. 238.

Resta perciò dimostrata per la bichloronitroanilina, fusibile a  $110^{\circ}.8$ , la formola di struttura:



L'anidride acetica, impiegata in eccesso, e fatta agire per lungo tempo alla temperatura di ebullizione, trasforma l'anilina descritta nel corrispondente derivato acetilico. Esso cristallizza dall'alcool, in cui è discretamente solubile, per raffreddamento da soluzioni concentrate, in aggregati a forma di lancia, da soluzioni diluite in prismi o tavole splendenti, fusibili a  $128^{\circ}.6$ . Le soluzioni in etere per lenta evaporazione, danno splendide tavole o prismi splendenti come diamante, leggermente giallognoli.

L'acido cloridrico, o il solforico diluiti all'ebollizione, lo disacetilano facilmente.

Determinata la quantità di acido acetico unito all'anilina, si ebbe:

Sostanza impiegata, gr. 5,998.

Potassa normale, cc. 24 = gr. 0,960 di acido acetico.

Acido acetico calcolato, gr. 0,963.

La determinazione quantitativa dell'azoto, ha dato:

Sostanza impiegata, gr. 0,304.

Azoto, cc. 34  $t^{\circ} = 17^{\circ}.5$   $h = 754$ .

Azoto  $\%$  11,4.

Calcolato per  $C_6H_2Cl_2(NO_2)(NHCOCH_3)$   $\%$  11,24.

Le acque madri alcooliche da cui si è separata l'anilina,  $110^{\circ}.8$ , concentrate danno ancora piccole quantità di questo prodotto, ma poi cristallizzano miscele che coll'alcool o con altri solventi non si possono più separare. Evaporato il solvente e seccato il residuo a  $100^{\circ}$ , si acetila di nuovo. Il prodotto versato in alcool e cristallizzato abbandona per raffreddamento splendidi cristalli prismatici, grossi, ben definiti, lucenti che si fondono prima a  $191^{\circ}$ , e dopo ripetute ricristallizzazioni fondono costantemente a  $194^{\circ}$ - $195^{\circ}$ .

La determinazione dell'azoto ha dato:

Sostanza impiegata, gr. 0,354.

Azoto, cc. 13,2  $t^{\circ} = 7^{\circ}$   $h = 758$ .

Trovato, azoto  $\%$  10,00

Calcolato per  $C_6HCl_3(NO_2)(NHCOCH_3)$   $\%$  9,84.

Dalle acque madri si riebbe poscia il prodotto fondente a  $187^{\circ}$  che mantiene il suo punto di fusione costante anche dopo parecchie ricristalliz-

zazioni; determinato in esso quantitativamente il cloro, diede:

|                            |            |
|----------------------------|------------|
| Sostanza impiegata . . . . | gr. 0,5044 |
| Cloruro di argento . . . . | " 0,6219   |
| Cloro % . . . . .          | 30,4       |

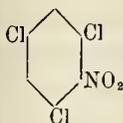
Da quanto è stato esposto fin qui, risulta che la sostanza fondente a 187° è una miscela di bicloroacetanilide p. f. 128°.6, di cui abbiamo già dimostrato la costituzione, e di tricloroacetanilide nella proporzione di tre molecole di bicloro per una molecola di tricloroacetanilide.

Infatti, le percentuali di cloro calcolato per

|                                                    |         |
|----------------------------------------------------|---------|
| una molecola bicloro + una molecola tricloro . . . | 33,33 % |
| due " " + " " " . . .                              | 32,9 "  |
| una " " + due " " . . .                            | 34,5 "  |
| mezza " " + una " " . . .                          | 32,39 " |
| tre " " + " " " . . .                              | 30,06 " |

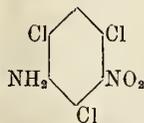
Per determinare la costituzione della tricloronitroacetanilide p. f. 195°, venne saponificata scaldandola con acido solforico concentrato a 140°. Essa si trasforma così in una sostanza gialla che cristallizza dall'alcool in aghi o prismi giallo-arancio fusibili a 102°,5. In etere di petrolio a caldo è più solubile della bicloronitroanilina sopra descritta: da 100 gr. di soluzione satura a caldo, si separano per raffreddamento gr. 0.81 di anilina. Cristallizza da questo solvente in sottilissimi aghi giallo-verdognoli lunghi da 6 a 7 centimetri.

Sciolta in alcool assoluto e trattata, sotto pressione di un'atmosfera, con nitrito di etile, previa aggiunta di qualche goccia di acido solforico concentrato, si trasforma nella già nota tricloronitrobenzina (1)



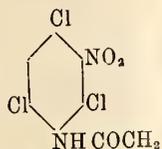
fondente 68°-69°.

Resta perciò dimostrato che la tricloronitroanilina fondente a 102°,5 ha la formola:



(1) Beilstein e Kurbatow, Liebig's Annalen 192, pag. 233.

ed alla corrispondente acetanilide fondente a 195° si deve assegnare la formola:



Se si riscalda l'acetanilide fondente a 195° con anidride acetica in eccesso, essa si trasforma nella corrispondente biacetanilide, fusibile a 128°,5, che cristallizza dall'alcool ed etere per lenta evaporazione in magnifici prismi splendenti, quasi incolori.

La determinazione della quantità di acido acetico proveniente dalla disecitazione di questa sostanza ha dato:

Sostanza impiegata, gr. 2,9104.

Potassa normale necessaria a saturare l'acido svoltosi cc. 23,6.

Acido acetico trovato %, 48,7.

Acido acetico colcolato per  $\text{CHCl}_3 \text{NO} [\text{N}(\text{COCH}_3)_2]$  %, 48,68.

Le acque madri nere e peciose, da cui si era separato il prodotto fondente a 187°, e che più non abbandonavano cristalli, vennero trattate con molto acido cloridrico diluito 1:1, e il liquido venne filtrato caldo attraverso lana di vetro; per raffreddamento della soluzione cloridrica si separano laminette bianche lucenti, solubili nell'etere acetico e cristallizzabili da questo solvente in lamine sottili lucenti. Da un chilogrammo di metanitroanilina si ebbero gr. 400 di cloridrato. La massa cristallina, che si dimostrò non essere altro che una miscela di cloridrati di dicloronitroaniline, venne aspirata e scomposta con carbonato sodico: indi le aniline separate vennero seccate e acetilate bollendole con anidride acetica. Per cristallizzazione dall'alcool si ottenne un prodotto leggermente giallognolo in magnifici prismi rombici, che a perfetta purificazione si fonde a 128°,9.

La determinazione dell'azoto ha dato:

Sostanza impiegata, gr. 0,2117.

Azoto, cc. 22,8  $t = 21^\circ$   $h = 756$ .

Azoto trovato %, 11,3.

Azoto calcolato per  $\text{C}_6\text{H}_2\text{Cl}_2(\text{NO}_2)(\text{NHCOCH}_3)$  %, 11,24.

Saponificato, scaldandolo a 130° con acido solforico concentrato si trasforma in una sostanza giallo-arancio, discretamente solubile nell'alcool e cristallizza da questo solvente per lenta evaporazione in bellissimi prismi giallo-arancio.

La determinazione quantitativa dell'azoto ha dato:

Sostanza impiegata, gr. 0,1882.

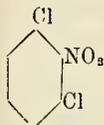
Azoto, cc. 21,5  $t = 16^\circ$   $h = 750$

Azoto trovato %, 14,12.

Azoto calcolato per  $C_6H_2Cl_2(NO_2)(NHCOCH_3)$  %, 14,04.

Esso fonde a  $97^\circ,5$ . 100 grammi di soluzione satura bollente di etere di petrolio, lasciano cristallizzare per raffreddamento gr. 0,66 di anilina, e si presenta allora in aghi piatti, brevi, splendenti, di un colore giallo marcato.

Se in essa si sostituisce il gruppo amidico con un atomo di idrogeno, si ottiene la bichloronitrobenzina:

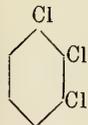


fusibile a  $72^\circ,5$  e cristallizzabile dall'alcool in aghi o prismi incolori, e dall'etere acetico per lenta evaporazione in grossi prismi.

Ridotta con stagno ed acido cloridrico dà la bichloroanilina già nota e fusibile a  $39^\circ$ , di cui l'acetilderivato fonde a  $175^\circ$ .

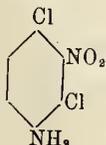
Quest'ultima sostanza venne trattata con acido solforico concentrato contenente il 40 % di  $SO_3$  a  $180^\circ$ . Si ottiene una miscela di acidi mono- e trisolfonici, di cui tratteremo più diffusamente in altra Nota,

Nell'anilina fondente a  $39^\circ$  venne inoltre sostituito il gruppo amidico con un atomo di cloro facendo sgocciolare il cloruro del diazocomposto sopra il cloruro rameoso bollente, e si ottenne la trichlorobenzina:

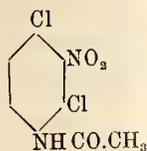


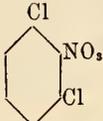
fondente a  $50^\circ,8$  e cristallizzata in lamine sottili bianche splendenti assai simili a quelle della tribromobenzina corrispondente. Da una miscela di etere ed alcool, per lenta evaporazione si hanno splendide tavole perfettamente incolore.

Resta dimostrato da quanto è stato sopra detto, che la bichloronitroanilina punto di fusione  $97^\circ,5$  possiede la formola:



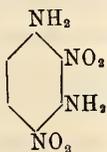
e la corrispondente acetanilide fusibile 128°,9 la formola :



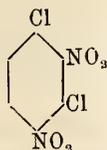
La nitrobiclorobenzina  dal punto di fusione 72°5 venne ancora

sottoposta a nitratura sciogliendola (gr. 20) in acido nitrico d. 1,54 (gr. 60) e scaldando a bagnomaria finchè non si sviluppano più vapori rossi. Si ottiene così la binitrobiclorobenzina, che dall'alcool cristallizza in grossi aghi o prismi fusibili a 70°-71°. Vennero così nitrati 150 grammi di prodotto e lavorate le acque madri fino all'ultima goccia, non si ebbe traccia di altri isomeri.

Con ammoniaca alcoolica a temperatura ordinaria si trasforma nella binitrofenilendiamina, fusibile a 260° ed alla quale spetta la formola (1):



Al binitrobiclorobenzolo p. f. 70°-71°, spetterà senz'altro la formola:



Se esso nuovamente si tratta colla miscela nitrico-solforica (gr. 30 di binitrobiclorobenzolo con 120 di acido nitrico d. 1,54 e gr. 120 di acido solforico d. 1,8) a bagnomaria per parecchie ore, si trasforma in una trinitrobiclorobenzina, fondente a 127° cristallizzata in bellissimi aghi o prismi quasi incolori che con ammoniaca alcoolica reagiscono violentemente anche a temperatura ordinaria e si trasformano nella trinitrofenilendiamina non fondente nemmeno a 250° (2).

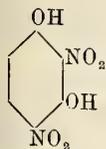
Dall'alcool, in cui è pochissimo solubile, essa cristallizza in piccole tavole o in piccoli cristallini a riflessi bluastri, che con potassa diluita si trasformano nel sale potassico dell'acido stifenico.

(1) Körner e Contardi, loc. cit., pag. 472.

(2) Nolting e Collin. Berichte der Chem. Ges., 17, pag. 260.

Resta perciò dimostrato che la trinitrobiclorobenzina fondente a 127° è il bicloruro dell'acido stiftico, e la trinitrofenilendiamina ne è la diamide.

Nelle acque madri della nitratura della binitrobiclorobenzina fondente a 70°-71° accanto al prodotto inalterato, si è riscontrato anche una piccola quantità di binitroresorcina.



Su questi prodotti di nitratura ritorneremo più diffusamente in altra Nota.

Le ultime acque madri da cui si era separato l'acetanilide 128°,9, evaporate, danno ancora un po' di questo ultimo prodotto, ed in seguito si ottiene piccola quantità di anilina p. f. 110°,8 descritta più sopra che, come allora si disse, è più difficilmente acetilabile, e che si può facilmente separare lavando con etere acetico in cui questa anilina è solubilissima, mentre l'acetilderivato dall'altra anilina lo è meno. Da ultimo però si ottiene una massa che non cristallizza più, ed allora conviene ripetere l'estrazione con acido cloridrico diluito e rifare il trattamento sopra descritto.

La soluzione cloridrica evaporata a bagnomaria diede nuovamente altri cloridrati che furono sottoposti allo stesso trattamento dei primi e si trovò che quelli che provengono dalle prime concentrazioni contengono di preferenza l'anilina fusibile a 97°,5; poi man mano si fanno sempre più ricche di anilina fondente a 110°,8.

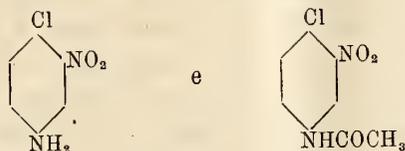
La sostanza peciosa rimasta indisciolta nell'acido cloridrico diluito, venne distillata col vapore acqueo e si ottenne una miscela di aniline.

Esse vennero trattate con acido cloridrico diluito (1:1): e per raffreddamento della soluzione si ebbero aghetti gialli in piccolissima quantità, la massima parte della sostanza rimanendo indisciolta dall'acido. La parte cristallizzata, dopo scomposta con carbonato di soda, lavata, essicata ed acetilata, dimostrò essere costituita dall'anilina fusibile a 110°,8. La miscela rimasta indisciolta nell'acido cloridrico, a sua volta essicata ed acetilata, diede insieme col prodotto fusibile a 187°, di cui abbiamo già prima dato la composizione, una discreta quantità di triclorometanitroacetanilide.

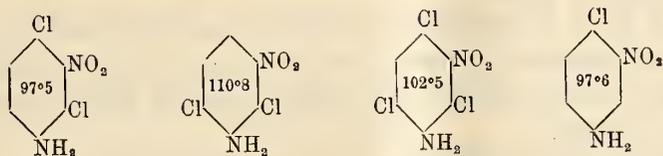
Rimangono ancora da descrivere i prodotti provenienti dalla parziale neutralizzazione delle acque madri acetiche.

Da un chilogrammo di metanitroanilina si ebbero gr. 150 di sostanza greggia; essa venne acetilata, ma le impurità contenute erano in tal copia da non permettere la cristallizzazione. La massa venne quindi estratta con acido cloridrico; e il cloridrato che si separa per evaporazione dell'acido ha aspetto assai differente dagli altri avuti fin qui. Esso è bianco e si presenta

in piccoli aghi anzichè in lamine; scomposto con carbonato sodico ed acetato, venne estratto con benzolo in cui è pochissimo solubile, indi cristallizzato da alcool, si presenta in prismi tozzi non ben definiti, di colore leggermente giallognolo e si fonde a 150°. Quest'acetanilide, saponificata, dà un'anilina fusibile a 97°,6 ed è in tutto identica a quella che si ottiene nitrando la paracloroanilina in soluzione solforica: è nei testi descritta come fondente a 102°,5 mentre in realtà quando è priva dell'isomero che l'accompagna sempre in detta preparazione, essa fonde a 97°,6, l'acetilderivato si fonde a 150° ed hanno rispettivamente le formole:

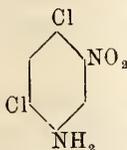


Perciò, trattando la metanitroanilina in soluzione acetica con ipoclorito di calcio, si formano i seguenti composti:



e precisamente si ebbe da un chilogrammo di metanitroanilina: gr. 300 di anilina fusibile a 97°,5, gr. 290 di quella fondente a 110°,8, oltre i 150 gr. di tricoloronitroanilina e poca paracloronitroanilina.

Non ci fu possibile di riscontrare nemmeno una traccia dell'altro isomero biclorurato fusibile a 108°:



da noi già descritto e preparato per altra via <sup>(1)</sup>.

(<sup>1</sup>) Körner e Contardi, Annuario della Società chimica di Milano, vol. XIV, fasc. III e IV, 1908.

*Chimica. — Sintesi in chimica organica per mezzo della luce solare.* Nota del Socio E. PATERNÒ.

La luce è uno dei più energici agenti chimici, molte reazioni provoca, altre accelera. Parecchi composti organici per l'azione della luce sono trasformati in isomeri, altri sono polimerizzati, altri subiscono mutamenti di colore che spariscono nell'oscurità (fototropia). Le sostanze organiche reagiscono fra loro sotto l'azione della luce, dando luogo a trasformazioni varie ed anche a fatti di vera sintesi. Fra le prime talune ossidazioni e le riduzioni sono state studiate con cura, e Klinger da un lato e Ciamician e Silber dall'altro hanno mostrato che gli alcoli cedendo parte del loro idrogeno trasformano i chinoni in idrochinoni, i chetoni in pinaconi. Fra i casi, non molto numerosi, di sintesi, dovute all'azione della luce, è interessante la formazione dell'indaco dal benzilidenortonitroacetofenone osservata sin dal 1895 da Engler e Dorant.

Da più tempo ho intrapreso una serie di ricerche su questo argomento; in questa Nota accennerò soltanto e per sommi capi ai risultati ottenuti, in collaborazione al dott. Chieffi, nello studio dell'azione degli idrocarburi sui chetoni e le aldeidi.

I. Il benzofenone sciolto in amilene (trimetiletilene) ed esposto all'azione dei raggi solari lascia deporre dopo alcuni giorni dei magnifici e grossi cristalli di un prodotto d'addizione, che purificato per una semplice cristallizzazione dall'alcool, si fonde a 109°. Questo composto per ossidazione rigenera il benzofenone. Esso può però trasformarsi in un idrocarburo a 18 at. di carbonio, onde è provato che è un prodotto in cui la catena amilica si è unita al carbonio del carbonile, mentre l'ossigeno si è messo a cavallo.

L'acetofenone dà un composto analogo che è un liquido bollente a 235-237°.

L'aldeide benzoica si addiziona anch'essa all'amilene dando un composto della composizione dell'amilbenzochetone, ma diverso. Questo composto bolle a 229-231° ed ha senza dubbio una costituzione simile a quella del composto ottenuto dal benzofenone.

II. Gli idrocarburi alifatici (ottano, decano) reagiscono alla luce col benzofenone trasformandolo in benzopinacone, e riducendosi in idrocarburi non saturi, i quali si combinano alla loro volta ad un'altra parte del benzofenone, per dare dei composti della natura di quelli ottenuti con l'amilene. Questi composti sono, secondo i casi, dei corpi solidi o dei liquidi densi, o delle sostanze dotate dei caratteri fisici delle vere resine. Di parecchi di questi composti abbiamo fatto l'analisi e la determinazione del peso mole-

colare e tutti corrispondono al prodotto di addizione di una molecola di benzofenone e di una dell'idrocarburo non saturo.

I prodotti di addizione così ottenuti, e quelli con l'amilene, se scaldati in tubi chiusi ad alta temperatura, si scindono in benzofenone e nell'idrocarburo non saturo corrispondente.

III. La benzina non reagisce alla luce col benzofenone. Gli omologhi della benzina danno delle reazioni complesse. Con tutti si forma benzopinacone.

Col toluene si ottiene una resina, ed un composto cristallizzato che sembra un alcool terziario.

Col *p*-xilene si ottiene un dixilile ed inoltre una resina di composizione determinata.

Con l'etilbenzina il prodotto principale è una sostanza molto ben cristallizzata fus. a 88-89°, che ha la composizione di un prodotto di addizione e che sembra un alcool terziario. Si forma pure una resina che è probabilmente il prodotto di addizione del benzofenone con la vinilbenzina, ed un idrocarburo fus. a 124-126° che si ottiene anche dalla dissociazione del prodotto fus. a 88-89°.

Con la propilbenzina si hanno prodotti analoghi a quelli forniti dalla etilbenzina.

Col cimene si forma una resina che ha la composizione ed il p. m. corrispondente alla formola  $C_{13}H_{10}O.C_{10}H_{12}$ .

IV. Un comportamento analogo agli idrocarburi hanno talune sostanze ossigenate, quali gli ossidi dei radicali alcoolici, gli eteri, ecc. ecc. E così abbiamo preparato e studiato le sostanze che si formano dall'etere acetico, dall'ossido e dal formiato di amile, dall'acetato di benzile, dall'anisol, dagli eteri della resorcina, dall'etere tartarico ecc. ecc. ottenendo dei composti sintetici assai importanti.

I risultati di queste esperienze aprono larga via alla sintesi dei composti organici per mezzo della luce solare. L'addizione degli idrocarburi a doppio legame ai composti carbonilici, la facilità con la quale gl'idrocarburi grassi cedono l'idrogeno, la trasformazione degli idrocarburi aromatici e di altre sostanze che sono state accennate, sono dei fatti non privi d'interesse. La produzione di sostanze tanto simili alle resine, di costituzione molecolare semplice e nettamente determinata, getta nuova e feconda luce sulla natura e formazione di questo importante gruppo di sostanze di origine vegetale, e già qualche risultato abbiamo ottenuto in questa via, e principalmente abbiamo constatato che le resine non hanno molecole complesse, come si supponeva.

**Astronomia.** — *Alcune notizie sul termine  $z$  di Kimura nella variazione delle latitudini.* Nota di E. BIANCHI, presentata dal Socio MILLOSEVICH.

Le osservazioni di latitudine, destinate a studiare il movimento del polo, possono ormai dividersi in due serie.

Appartengono alla prima quelle che ebbero sopra tutto di mira l'identificazione sicura del fenomeno e può dirsi incomincino colle misure fatte dal Nobile a Capodimonte.

Appartengono invece alla seconda serie quelle fatte specialmente nelle stazioni astronomiche internazionali di latitudine.

Le osservazioni della prima serie furono tutte discusse assumendo, come espressione analitica della variazione di latitudine, la formula:

$$(1) \quad \varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda$$

dove  $\varphi_0$  è la latitudine media,  $\varphi$  il valore osservato ad una certa epoca,  $\lambda$  la longitudine del luogo d'osservazione dal meridiano di Greenwich, ed  $x, y$  le coordinate rettilinee del polo, alla stessa epoca, riferite ad un sistema di assi avente l'origine nella posizione media del polo, l'asse delle  $x$  rivolto secondo il meridiano di Greenwich, e quello delle  $y$  secondo il meridiano a  $90^\circ$  di longitudine W da Greenwich.

Anche le osservazioni fatte nelle stazioni astronomiche internazionali dal 1899,8 al 1901,0 furono dal prof. Albrecht <sup>(1)</sup> utilizzate, per la deduzione provvisoria del moto del polo durante quell'intervallo di tempo, usando l'espressione analitica (1).

Senonchè il dott. Kimura, direttore della stazione internazionale giapponese di Mizusawa, annunciava in A. N. 3783 l'« Existence of a new annual term in the variation of latitude independent of the components of the poles motion »; poichè egli, ridiscutendo le osservazioni trattate dall'Albrecht in A. N. 3734, faceva vedere come, col porre a fondamento della rappresentazione del moto del polo, anzichè la (1), la

$$(2) \quad \varphi - \varphi_0 = x \cos \lambda + y \sin \lambda + z,$$

i residui nella rappresentazione delle osservazioni risultassero sensibilmente diminuiti.

Che le osservazioni internazionali meglio venissero rappresentate usando l'espressione (2) anzichè la (1), fu messo chiaramente in evidenza allorchè

(<sup>1</sup>) Vedi A. N. 3734.

fu fatta la discussione definitiva di esse presso l'Ufficio Centrale della Commissione geodetica internazionale a Potsdam (1).

Apparve allora manifesta l'esistenza del termine  $z$  di Kimura, riproducendosi periodicamente nel corso di un anno e negli anni successivi con una serie di segni e di valori tali da non lasciare alcun dubbio ch'esso stava a rappresentare un fatto *reale* risultante dalle osservazioni.

Mentre però i termini  $x, y$  nel moto del polo trovano la loro spiegazione essenzialmente nelle perturbazioni d'ordine meteorologico, idrologico e geologico che avvengono alla superficie ed all'interno della Terra, il termine  $z$  rimaneva invece come espressione di un fatto dovuto a cause ignote.

Diverse ipotesi furono avanzate per darne la spiegazione; qui solo accenneremo che, sull'impianto delle stazioni australi di latitudine, molte speranze erano e sono basate per giungere alla soluzione del problema. Per decidere cioè se il termine  $z$  debba ascrivarsi, come alcuni vogliono, ad anomalie della rifrazione (2), oppure alla parallasse delle stelle (3), oppure infine a spostamenti periodici del centro di gravità della terra lungo l'asse di rotazione (4).

Due pubblicazioni recenti meritano al riguardo una speciale considerazione. Il dott. K. Hirayama, dell'Osservatorio di Tokyo, in A. N. 4281 discute le osservazioni delle stazioni internazionali di latitudine specialmente da questo punto di vista: vedere come si comportino i valori del termine  $z$  dipendentemente dalla grandezza media delle due stelle costituenti la coppia, dalla loro distanza zenitale media e dalla differenza delle loro ascensioni rette; e pone termine al suo studio colle seguenti conclusioni:

a) La variazione della latitudine dedotta da ciascuna coppia singola devia più o meno in modo sistematico.

b) Il coefficiente di temperatura del valore del micrometro determinato dalla latitudine stessa, differisce da quello determinato con osservazioni di elongazioni di circumpolari. Il primo s'accorda con quello calcolato dal coefficiente di dilatazione della vite micrometrica (acciaio) relativamente al tubo del cannocchiale.

c) *L'amplitudine della variazione di  $z$  cresce colla distanza zenitale media (fra i limiti 0°-20°), colla media lucentezza e colla differenza delle ascensioni rette della coppia, coll'osservazione della quale è stato determinato.*

d) Le relazioni di  $z$  colle grandezze accennate in c), sono probabilmente comuni a tutte le sei stazioni. Per lo meno esse non sono peculiari di una sola data stazione.

(1) Vedi: *Resultate des internationalen Breitendienstes*, Bd. I e II.

(2) A. N. 3937-3990,91.

(3) Astr. Journal, 530.

(4) A. N. 3877.

e) *Se le osservazioni di latitudine si riducessero a quelle di una coppia ideale di stelle con grandezza maggiore della 7<sup>a</sup>, con distanza zenitale media nulla, e con differenza d'ascensione retta pure zero, allora il termine  $z$  probabilmente sparirebbe.*

Queste conclusioni, degne comunque di tutta l'attenzione dello studioso, pare indichino nettamente la via da seguire per farne un controllo coll'osservazione.

Si osservino infatti nel corso di un anno delle stelle strettamente zenitali e di coordinate ben note specie nei riguardi del loro moto proprio in declinazione, e lo si faccia su *ciascuna* stella così come si procede nel metodo di Talcott. Vale a dire, puntato il cannocchiale esattamente allo zenit, prima dell'ingresso della stella nel campo si leggano le bolle; si facciano, prima del passaggio della stella in meridiano, alcune puntate su di essa col filo micrometrico; si inverta; si ripunti la stella e si rileggano le bolle.

In base al valore della declinazione apparente della stella, delle costanti del micrometro e delle livelle, e tenuto conto del termine correttivo dipendente dalla curvatura del parallelo e, se del caso, di quello ancora, minimo in verità, dovuto alla rifrazione, è chiaro come debba concludersi il valore della latitudine strumentale.

Tali osservazioni, per la loro stessa natura, eliminano subito due delle cause determinanti, secondo il Hiraajama, il termine  $z$ ; ci si mette cioè nel caso dell'osservazione di una coppia *ideale* avente nulla la differenza delle ascensioni rette delle stelle e pur nulla la distanza zenitale.

Di modo che rimarrebbe ancora soltanto la terza causa accennata dall'autore, quella relativa allo splendore delle stelle.

Potendo però le osservazioni esser fatte su stelle di diverso splendore opportunamente concatenate in modo da rendere possibile l'attenta sorveglianza del moto del polo nel corso di un anno intiero, gli è evidente che i risultati ottenuti da stelle diversamente lucenti potranno, se mai, dare una idea sicura della parte d'ammontare dovuta, nel termine  $z$ , alla lucentezza delle stelle.

Orbene, una serie preziosa di tali osservazioni, fatte però sulla stessa stella ( $\delta$ . *Cassiopejæ*), le abbiamo già calcolate e discusse nei Bollettini dell'Osservatorio di Pulkova, dove ai numeri 7 Band I, e 13 Band II, il dott. I. Bonsdorff rende conto appunto di tali sue misure fatte col grande telescopio zenitale di quella Specola.

Nel N.° 13 Band II di detti Bollettini noi leggiamo le conclusioni alle quali fu portato il Bonsdorff. Egli così si esprime:

« Le osservazioni di  $\delta$ . *Cassiopejæ* lasciano rilevare un evidente periodo annuo nella latitudine; e, siccome tanto la fase quanto l'amplitudine  
« ben s'accordano colle corrispondenti grandezze delle determinazioni internazionali, così l'esistenza del termine  $z$  risulta confermata anche dalle

« osservazioni della singola stella  $\beta$ . Cass. È quindi improbabile che il termine  $z$  sia causato da fonti d'errori inerenti al metodo a catena <sup>(1)</sup> ma piuttosto si potrebbe difficilmente errare accettando l'ipotesi che le variazioni annuali delle latitudini siano reali ».

Come si vede adunque, anche la coppia ideale, costituita da una sola stella ed avente quindi nulla la differenza delle ascensioni rette e nulla la distanza zenitale, ha condotto a dei valori di  $z$  in perfetto accordo con quelli forniti dal servizio boreale delle latitudini <sup>(2)</sup>.

Tali risultati, a parer nostro, infirmano radicalmente le conclusioni del Hirajama.

Ma una nuova comunicazione sull'argomento merita ancora, per la sua grande importanza, d'essere accennata.

È quella fatta dal prof. Albrecht in A. N. 4287 allo scopo di dare i primi risultati provvisori del servizio internazionale australe delle latitudini (stazioni di Oncativo e Bayswater). Di questa comunicazione ci limiteremo ad accennare la parte che maggiormente interessa l'argomento nostro.

Dalle osservazioni australi risultano per il termine  $z$  « valori che hanno lo stesso segno ed all'incirca lo stesso ammontare di quelli forniti dal servizio di latitudine boreale ». Tanto che il prof. Albrecht così, in proposito, si esprime (pag. 234):

« Di conseguenza si è autorizzati a concludere che, entro limiti di pochi centesimi di secondo, i valori di  $z$  ottenuti nel parallelo Nord e Sud coincidono; e si potrà quindi attendersi che il moto del polo, al parallelo Sud, venga abbastanza precisamente determinato a mezzo delle grandezze  $x \cos \lambda + y \sin \lambda + z$  determinate al parallelo Nord ».

Ed ancora a pag. 237-238:

« . . . . . per il periodo considerato, il moto del polo al parallelo Sud, nella media delle due stazioni <sup>(3)</sup>, viene rappresentato entro limiti di circa 0".02 dalle grandezze ricavate dal parallelo Nord ».

Questo risultato, della massima importanza, permette ormai di rivolgere la nostra attenzione sopra una fra le varie ipotesi avanzate per rendere ragione del termine  $z$ ; su quella precisamente secondo la quale l'esistenza di

<sup>(1)</sup> Il metodo cioè di dedurre le latitudini per le diverse epoche dell'anno dalle osservazioni di gruppi successivi di coppie opportunamente fra loro concatenati.

<sup>(2)</sup> Osservazioni del tipo di quelle fatte a Pulkova, specie per la loro simultaneità con le internazionali, debbono ritenersi sempre desiderate; esse infatti, qualora si usi un buon strumento, danno il modo di concludere valori eccellenti della latitudine con un processo d'osservazione e di calcolo ancora più semplice di quello delle coppie, e quasi altrettanto sicuro. Non solo; ma possono simultaneamente condurre ad ottimi valori della costante d'aberrazione e della parallasse delle stelle osservate.

<sup>(3)</sup> Cioè considerata la media delle latitudini delle due stazioni che sono a circa 180° di longitudine l'una dall'altra.

detto termine starebbe a rappresentare spostamenti periodici del centro di gravità della terra lungo il suo asse di rotazione.

Come è facile vedere, spostamenti di tal genere hanno per conseguenza di provocare, nei valori *assoluti* delle latitudini, delle variazioni che sono di segno *contrario a seconda che esse latitudini siano boreali od australi*.

Ma, d'altra parte, variazioni *di segno contrario* in latitudini di segno *pure contrario* si rappresentano precisamente coll'ammettere per esse un termine di correzione *z dello stesso segno* per ambedue le latitudini; appunto quello che è risultato dalle osservazioni internazionali simultanee boreali ed australi.

Da una parte, adunque, le osservazioni di Pulkova sulla zenitale  $\delta$  *Casiopejæ* stanno a dimostrare che le conclusioni del dott. Hirajama riguardo al termine *z* non ricevono il dovuto controllo da misure fatte proprio nelle condizioni che dovrebbero eliminare l'esistenza del termine stesso; dall'altra, il servizio internazionale australe delle latitudini conferma i risultati del servizio boreale.

L'osservazione, adunque, porta un contributo di validissimo appoggio all'ipotesi che detto termine *z* a null'altro corrisponda se non a spostamenti periodici (con periodo annuo) del centro di gravità della terra lungo il suo asse di rotazione.

Anche questo interessantissimo problema, mercè l'opera di esperti osservatori ed il contributo di buoni strumenti e buoni metodi, s'avvia verso una spiegazione definitiva. E per giungere a tale spiegazione occorrerà molto probabilmente ricordare che detto termine obbedisce, nel suo andamento annuo, al ciclo delle stagioni; raggiungendo il massimo valore positivo nell'inverno e il massimo negativo nell'estate (stagioni boreali).

**Matematica.** — *Doppi sistemi di linee della sfera immagini di asintotiche.* Nota di GUSTAVO SANNIA, presentata dal Socio L. BIANCHI.

**Matematica.** — *Sopra alcuni involuipi di  $\infty^2$  sfere.* Nota di GUSTAVO SANNIA, presentata dal Socio L. BIANCHI.

**Matematica.** — *Sulle serie di Dirichlet.* Nota di LEONIDA TONELLI, presentata dal Socio S. PINCHERLE.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla misura della variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico* <sup>(1)</sup>. Nota riassuntiva del prof. ERNESTO DRAGO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

I. È difficile determinare se la tenacità del ferro varii nel campo magnetico, e le poche esperienze istituite in proposito hanno dato risultati incerti <sup>(2)</sup>.

Nel 1879 A. S. Kimball <sup>(3)</sup> fece una serie di ricerche relative agli effetti della magnetizzazione sulla tenacità del ferro, rompendo dei fili di 0,1623" e di 1/4 di pollice di diametro, magnetizzati a saturazione mediante un solenoide attraversato da una corrente costante, i cui effetti termici, secondo l'autore, erano deboli e probabilmente senza influenza. Egli credette in tal modo di poter concludere che un filo di ferro magnetizzato a saturazione subisce un aumento di tenacità di circa 0,9%.

Pare che le esperienze descritte non siano state eseguite nelle condizioni migliori per la ricerca quantitativa del fenomeno, poichè i fili molto grossi adoperati da Kimball venivano rotti con una macchina Fairbank, mediante la quale, nel breve tempo di 5 minuti, agiva la forza che determinava la rottura e che poteva avere il valore di 1203 libbre. L'A. inoltre non riporta nella sua Memoria nè i valori del campo nè quelli della temperatura con cui fece le esperienze, di guisa che non è dato conoscere il modo come egli si sia assicurato che i fili erano magnetizzati a saturazione, e che gli effetti termici erano probabilmente senza influenza.

Nel medesimo anno Piazzoli <sup>(4)</sup> istituì delle ricerche sullo stesso argomento, quasi con lo stesso metodo con cui furono eseguite quelle del Pisati <sup>(5)</sup> relative all'influenza della temperatura sulla tenacità del ferro, con la differenza che invece di sperimentare in un ambiente in cui il filo veniva riscaldato, sperimentava in un ambiente in cui il filo era magnetizzato. Le ricerche furono fatte con fili sottili di ferro ricotti sui carboni ardenti, nell'anidride carbonica, nell'idrogeno, ed opportunatamente sospesi nell'interno d'un solenoide in cui poteva circolare una corrente prodotta al massimo da 13 elementi Bunsen. L'A. non fece delle esperienze con fili di ferro crudi, perchè in tal caso questi si rompevano sempre nei punti di contatto coi corpi ai quali erano attaccati, difficoltà incontrate anche da Pisati in analoghe

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto Fisco della R. Università di Catania diretto dal prof. G. P. Grimaldi.

<sup>(2)</sup> Wiedemann, *Electricität*, Vol. III, 1895, pag. 817.

<sup>(3)</sup> Sillim. Journ., Vol. XVIII, 1879, pag. 99.

<sup>(4)</sup> Atti Acc. Gioenia di Catania, Vol. XIV, 1879.

<sup>(5)</sup> Memorie della Società Italiana delle Scienze, Vol. II, 1869-76, pag. 321.

ricerche. Dalle sue esperienze Piazzoli concluse che la tenacità del ferro dolce cresce nel campo magnetico; però nulla potè dire quanto alla parte quantitativa del fenomeno, non avendola potuta studiare per mancanza di mezzi. Con tutta riserva egli ammise poi un incremento del coefficiente d'allungamento per i fili di ferro sottoposti a trazione fino a rottura nel campo magnetico.

Secondo Hoffmann <sup>(1)</sup> si ha pure un piccolo aumento di tenacità di circa 1 o 2% facendo attraversare un filo di ferro dalla corrente elettrica.

II. Allo scopo di studiare il fenomeno quantitativamente io ho fatto numerose ricerche con fili di ferro possibilmente *nuovi*, perchè presentassero tra loro lievi differenze di carico alla rottura. Si eseguirono dapprima molte esperienze con fili sottili di ferro forniti da Hartmann e Braun, ed altri ne furono preparati da me in varie guise tirandoli alla filiera, quindi sottoponendoli ad una debole tensione longitudinale e ricuocendoli in un'atmosfera inerte mediante corrente elettrica costante o facendoli ricuocere in un focolaio da caldaie a vapore. Tali operazioni, come è noto, hanno per scopo di far sparire le irregolarità di struttura che risultano ordinariamente dal passaggio alla filiera e dalle azioni ulteriormente subite dal filo. Ma per quante prove avessi fatto, ottenni sempre dei fili, tra cui la differenza nel carico di rottura poteva arrivare al 2%.

Del comportamento di essi non rimasi soddisfatto a causa dei risultati incerti ottenuti nelle prime ricerche; e poichè mi mancavano i mezzi opportuni per ritentare altre prove, preferii rivolgermi alla Ditta Redaelli di Lecco e ad Algranati di Napoli <sup>(2)</sup>, perchè volessero prepararmi dei campioni di fili di ferro *nuovi*.

Poterono così sottoporsi ad esperimento tre varietà di filo che d'ora innanzi indicherò con X, A ed R. I fili X furono trovati discretamente omogenei fra varie matasse acquistate presso i rivenditori di ferro della città; quelli A furono forniti da Algranati e quelli R dalla Ditta Redaelli.

III. La disposizione sperimentale da me usata era la seguente. Un solenoide lungo 30 cm. era sostenuto verticalmente da un tavolo a tre piedi collocato nell'incavo d'un muro assai spesso di una delle stanze del laboratorio. Aveva il diametro esterno di cm. 11, quello interno di cm. 5, ed era costituito da 544 spire di filo di rame grosso 2,5 mm., disposte in 8 avvolgimenti, sicchè il prodotto  $4\pi n$  era uguale a 227,8. Internamente conteneva un refrigerante, nel cui asse trovava posto il filo di ferro da sperimentare, opportunamente sospeso per mezzo di un grosso filo ausi-

<sup>(1)</sup> Beibl., Vol. IV, 1880, pag. 559.

<sup>(2)</sup> I signori Redaelli ed Algranati non solo mi fornirono gratuitamente molti campioni, ma mi resero nota la composizione chimica ed i dati di lavorazione del ferro adoperato per i medesimi. Di ciò rendo loro vive grazie.

liario d'ottone ad una robusta spranga metallica fissata al muro. L'acqua che scendeva da un grande serbatoio di zinco, dopo avere attraversato il refrigerante, era condotta, per mezzo di un tubo di gomma, in un tubo di vetro, munito di rubinetto e fissato convenientemente alla faccia inferiore del tavolo. Tale tubo di vetro era piegato in modo che l'acqua, sgorgandone dall'orifizio <sup>(1)</sup>, urtasse lateralmente nell'interno di un recipiente di zinco <sup>(2)</sup>, sospeso al filo di ferro mediante un secondo filo ausiliario d'ottone, il quale poteva muoversi liberamente attraverso un largo foro del tavolo. In detto recipiente il liquido s'accumulava, caricando così il filo di ferro sino a rottura. Un'asta ancora d'ottone, fissata normalmente a quest'ultimo filo ausiliario andava a riposare su di una ciambella di paglia collocata sul tavolo, quando avveniva la rottura. Allora si pesava il recipiente con l'acqua mediante una sensibile bilancia Sartorius della portata di 50 Kg., quella stessa adoperata da Bartoli nelle ricerche sul calore specifico dell'acqua; ed al peso trovato s'aggiungeva quello costante dovuto a tutto il sistema di sospensione esistente tra il filo ed il recipiente di carico, tenendo conto soltanto del grammo. Così diversamente che nelle esperienze di Pisati e Piazzoli, il carico di rottura veniva determinato direttamente. Dopo la pesata, il liquido effluito era versato di nuovo nel serbatoio in cui, a causa della grande sezione, il livello variava pochissimo durante un'esperienza. In tal modo l'acqua sgorgava dal detto serbatoio sempre sotto pressione sensibilmente costante, cadendo da un'altezza di m. 1.10. Il tempo necessario per la rottura veniva misurato volta per volta con un contasecondi, ed era opportunamente prolungato perchè il carico subisse le variazioni più piccole.

Bisognava prestare la massima attenzione per interrompere l'efflusso nello stesso istante in cui si rompeva il filo; e fu per spender minor tempo in queste lunghe ricerche e per avere risultati più concordanti, che in molte serie di esperienze venne adottata la seguente disposizione. Al recipiente di carico si saldarono due fili di rame verticali, di cui uno pescava in un bicchierino con mercurio, mentre l'altro, più corto del primo, distava alcuni centimetri dalla superficie libera del mercurio contenuto in un secondo bicchierino. Quando avveniva la rottura e cadeva quindi il recipiente, veniva chiuso un circuito elettrico; allora una corrente metteva in azione un'elettrocalamita, la cui ancora serrava il tubo di gomma adduttore dell'acqua contro il nucleo, e così automaticamente cessava l'efflusso.

Nel corso delle ricerche, per ottenere valori elevati del campo magnetico senza eccessivo innalzamento di temperatura, si adattò sul tavolo, invece del solenoide, l'elettromagnete di Faraday, disposto verticalmente e munito dei poli

<sup>(1)</sup> Furono adoperati parecchi tubi di vetro con orifici di diametro variabile secondo il bisogno delle esperienze.

<sup>(2)</sup> Per piccoli carichi di rottura serviva un recipiente pesante 500 gr.; per carichi elevati un altro più grande pesante 817 gr.

forati. La distanza tra questi era variabile secondo le diverse esperienze, ed il filo di ferro era sospeso, come precedentemente nel solenoide, in modo da trovarsi nella parte centrale del campo magnetico. L'intensità di questo venne misurata con il metodo balistico, eventualmente con la spirale di Lenard, e fu trovata fra certi limiti costante almeno dove generalmente si rompeva il filo di ferro.

Quanto al modo di congiungere i fili ai due pezzi ausiliari d'ottone che servivano per sostenerli nella parte centrale del campo magnetico, furono sperimentati vari tipi di attacchi meccanici<sup>(1)</sup> a due uncini d'ottone, che quindi potevano appendersi alle estremità unciniate dei detti pezzi ausiliari, e fu anche provato d'attaccare il filo a due speciali uncini mediante piccola quantità di saldatura a stagno. Tale metodo evidentemente richiedeva una certa cura per evitare di riscaldare il filo in guisa da alterarne la tenacità; ma dopo molte prove vi si riusciva con facilità. Così si trovò che qualunque maniera d'attacco dei fili tornava forse indifferente dal lato delle variazioni di tenacità dovute esclusivamente alla eterogeneità dei medesimi; solamente l'attacco con poca saldatura a stagno permetteva di misurare con qualche esattezza la lunghezza del filo prima della rottura ed i due pezzi che se ne ottenevano dopo questa. Tale vantaggio dipendeva dal fatto che si potevano precisare meglio che nel caso degli attacchi meccanici i punti d'unione del filo agli uncini. Per la misura delle lunghezze serviva un doppio decimetro diviso in millimetri.

A render piccole le differenze nel carico di rottura dei fili nelle stesse condizioni sperimentali, questi si facevano corti, poichè, come è ben noto, le differenze nel carico aumentano con il crescere della lunghezza e quindi con l'aumento delle eventuali ineguaglianze di diametro e di omogeneità dei fili.

IV. Poichè le variazioni di temperatura hanno notevole influenza sulla tenacità del ferro, fu necessario esaminare fino a qual limite esse avrebbero fatto sentire il loro effetto sui risultati da me ottenuti. Pisati, come ho detto, si occupò di ricerche relative all'influenza della temperatura sulla tenacità del ferro e di altri metalli e dai diagrammi rappresentativi del fenomeno da lui studiato si può vedere che la tenacità del ferro varia irregolarmente col crescere della temperatura. Ma per piccole variazioni e negli intervalli della stessa in cui ho eseguito le esperienze, ho ritenuto che la variazione di tenacità dovesse mantenersi proporzionale alla variazione di temperatura almeno in via approssimativa.

A tale scopo fu fatta una serie di ricerche con i fili X, A ed R, delle quali farò cenno per brevità di tutte le misure eseguite con i fili R.

<sup>(1)</sup> Atti Acc. Gioenia di Catania, l. c. — H. Abraham, *Recueil d'expériences de physique*, Paris, Gauthier-Villars, 1904.

Questi mi furono spediti dalla Ditta in pezzi lunghi 20 cm. come io li avevo richiesti; ed esperienze preliminari mi resero convinto che tagliandone un pezzo per metà, le due parti ottenute manifestavano lievi differenze di carico alla rottura in identiche condizioni, come si può vedere dalle seguenti misure:

| Carico di rottura in gr. |                      |
|--------------------------|----------------------|
| per                      |                      |
| 1 <sup>a</sup> parte     | 2 <sup>a</sup> parte |
| 2541                     | 2543                 |
| 2454                     | 2453                 |
| 2520                     | 2520                 |
| 2478                     | 2480                 |
| 2467                     | 2468                 |
| 2519                     | 2511                 |
| 2446                     | 2454                 |
| 2571                     | 2579                 |
| 2558                     | 2550                 |
| 2475                     | 2465                 |
| -----                    | -----                |
| Medie 2502.9             | 2502.3               |

Quindi ciascun filo, dopo essere stato esaminato anche con l'aiuto del microscopio, era tagliato in parti eguali, le quali venivano sottoposte a rottura a differenti temperature, e precisamente una parte nelle ore mattutine, l'altra nel pomeriggio dello stesso giorno. Per avere escursioni di temperatura più grandi di quelle che si potevano ottenere per le variazioni giornaliere si lasciava aperta la finestra della stanza da lavoro durante la notte. Ma per evitare sbalzi termici nel periodo in cui si facevano le esperienze, tutte le aperture della stanza venivano chiuse, e così nel posto dove si trovava la disposizione sperimentale, durante un'esperienza, la temperatura si manteneva costante. Essa era data da un termometro diviso in decimi di grado, il cui bulbo si collocava vicinissimo, per quanto era possibile, alla parte centrale del filo dove avveniva quasi sempre la rottura. Con esperienze preliminari si trovò che, dopo avere eseguito l'attacco del filo agli uncini in qualunque maniera, e collocato a posto il sistema, bastavano cinque minuti perchè il filo si fosse completamente raffreddato.

Si giunse a tale conclusione col chiudere volta per volta il filo in circuito con un galvanometro prima della rottura. Con una pila termoelettrica lineare si ebbe cura di accertarsi se la temperatura media del filo fosse diversa da quella segnata dal termometro, ma non si notarono differenze sensibili. Con tali precauzioni fu possibile formare la seguente

TABELLA PER LA CORREZIONE DELLA TEMPERATURA (FILI R).

| Numero d'ordine | P    | P'   | P-P' | T    | T'   | T'-T | $\frac{P-P'}{T'-T}$ |
|-----------------|------|------|------|------|------|------|---------------------|
| 1               | 2439 | 2422 | 17   | 22,7 | 27,3 | 4,7  | 3,7                 |
| 2               | 2531 | 2506 | 25   | 23,6 | 27,7 | 4,1  | 6,0                 |
| 3               | 2461 | 2444 | 17   | 23,7 | 27,8 | 4,1  | 4,1                 |
| 4               | 2443 | 2432 | 11   | 23,9 | 27,7 | 3,8  | 2,9                 |
| 5               | 2508 | 2499 | 9    | 25,1 | 27,7 | 2,6  | 3,5                 |
| 6               | 2493 | 2484 | 9    | 24,9 | 27,8 | 2,9  | 3,1                 |
| 7               | 2445 | 2434 | 11   | 24,6 | 27,3 | 2,7  | 4,0                 |
| 8               | 2427 | 2418 | 9    | 24,7 | 27,4 | 2,7  | 3,2                 |
| 9               | 2449 | 2438 | 11   | 24,7 | 27,4 | 2,7  | 4,1                 |
| 10              | 2437 | 2425 | 12   | 22,9 | 27,0 | 4,1  | 2,9                 |
| 11              | 2466 | 2454 | 12   | 23,2 | 27,0 | 3,8  | 3,2                 |
| 12              | 2442 | 2421 | 21   | 23,4 | 26,9 | 3,5  | 6,0                 |
| 13              | 2448 | 2433 | 15   | 23,7 | 26,9 | 3,2  | 4,7                 |
| 14              | 2448 | 2436 | 12   | 24,1 | 26,9 | 2,8  | 4,3                 |
| 15              | 2427 | 2417 | 10   | 24,5 | 28,6 | 4,1  | 2,4                 |
| 16              | 2532 | 2511 | 21   | 24,5 | 28,6 | 4,1  | 5,1                 |
| 17              | 2477 | 2459 | 18   | 24,7 | 28,6 | 3,9  | 4,6                 |
| 18              | 2490 | 2480 | 10   | 25,7 | 28,4 | 2,7  | 3,6                 |
| 19              | 2426 | 2414 | 12   | 25,2 | 28,7 | 3,5  | 3,4                 |
| 20              | 2454 | 2435 | 19   | 25,6 | 28,7 | 3,1  | 6,1                 |
| 21              | 2409 | 2390 | 19   | 25,2 | 29,1 | 3,9  | 4,9                 |
| 22              | 2414 | 2395 | 19   | 25,5 | 29,1 | 3,6  | 5,4                 |
| 23              | 2441 | 2424 | 17   | 25,6 | 29,2 | 3,6  | 4,7                 |
| 24              | 2424 | 2408 | 16   | 26,0 | 29,1 | 3,1  | 5,1                 |
| 25              | 2427 | 2416 | 11   | 26,2 | 29,0 | 2,8  | 3,9                 |
| 26              | 2487 | 2446 | 41   | 19,0 | 28,0 | 9,0  | 4,6                 |
| 27              | 2435 | 2399 | 36   | 19,0 | 28,0 | 9,0  | 4,0                 |
| 28              | 2478 | 2445 | 33   | 19,2 | 28,2 | 9,0  | 3,7                 |
| Media           |      |      |      |      |      |      | 4,2                 |

dove la prima colonna dà il numero d'ordine dell'esperienza, la seconda il carico di rottura P di una delle due parti del filo alla temperatura T data dalla quinta colonna, la terza il carico di rottura P' dell'altra parte alla temperatura T' data dalla sesta, la quarta colonna dà la differenza di carico P-P' corrispondente alla differenza di temperatura T-T' riportata dalla settima, e finalmente nell'ultima colonna si ha il valore calcolato  $\frac{P-P'}{T'-T}$  per la differenza di carico corrispondente alla differenza di un grado nelle due temperature.

Il medio di gr. 4 dei diversi valori di  $\frac{P-P'}{T'-T}$  fu adottato per correggere i risultati delle misure eseguite con i fili R.

Quanto alla correzione di temperatura riguardante i fili X ed A furono istituite delle analoghe esperienze e si ottenne per  $\frac{P-P'}{T'-T}$  il valore medio di gr. 6 per i fili X e di gr. 5 per i fili A.

Ottica fisiologica. — *Alcuni nuovi fatti sulla visione degli occhi astigmatici e normali e loro interpretazione.* Nota di M. LA ROSA, presentata dal Corrispondente D. MACALUSO.

In una Nota precedente, dopo avere osservato che il nostro occhio vede comunemente tutti gli oggetti allungati nel meridiano di massima curvatura della cornea, e che apprezza con maggior nettezza i particolari rettilinei della figura che giacciono in uno dei due meridiani principali, ho mostrato come questi fatti possano spiegarsi mediante l'astigmatismo da cui sempre l'occhio è affetto, ammettendo che esso accomodi sempre per una stessa retta focale; ed ho rilevato come questa spiegazione conduca a concludere che la direzione dell'allungamento massimo dell'immagine deve coincidere con quella della sua massima nettezza.

Questa conseguenza, come già in quella Nota accennai, non è sempre verificata; per tutti mi basta citare due esempi: Il prof. Corbino accomoda il suo occhio destro, affetto da un astigmatismo di 3 D., per la retta focale orizzontale, nella visione sia a piccola che a grande distanza, eppure vede le verticali più lunghe delle orizzontali; lo stesso avevo con meraviglia constatato per i miei occhi, entrambi astigmatici di 3 e di 5 D. rispettivamente.

Queste anomalie, non rare, sono importanti perchè non immediatamente conciliabili con le idee correnti sulla formazione delle immagini, e ci possono perciò condurre a deduzioni su particolari di struttura o di funzionamento dell'occhio che finora ci sono sfuggiti.

Evidentemente esse non possono ascriversi ad irregolarità del sistema diottrico oculare; con qualunque forma e posizione relativa dei diversi sistemi rifrangenti, si ottiene infatti un fascio rifratto astigmatico, che in prima approssimazione coincide sempre col conoide di Sturm, e quindi sempre gli allungamenti massimi delle immagini dovrebbero avvenire nella direzione della migliore visione.

Le anomalie osservate perciò debbono riferirsi a proprietà dell'organo ricevitore, cioè della retina.

Le nostre conoscenze su questa membrana sono ben poche e quasi rudimentali. Essa è di struttura complicatissima, risulta da elementi anatomici di diverse specie, dei quali non si conosce la funzione. Generalmente vi si sogliono distinguere dieci strati; ad un solo dei quali, e veramente al penultimo incontrato dai raggi luminosi, strato dei coni e dei bastoncini, si attribuisce una funzione precisa.

Per spiegare le particolarità della visione avanti riferite si può fare questa prima ipotesi sulla struttura della retina: si può pensare, che la

sezione normale dei coni e dei bastoncini, nell'occhio astigmatico, abituato ad accomodare sempre per una stessa retta focale, si sia gradatamente allungata nel senso di questa, e schiacciata nel senso normale. Questa deformazione potrebbe migliorare molto le condizioni della visione dell'occhio astigmatico, anzi se la sezione degli elementi percettori potesse completamente copiare la forma dell'intersezione del fascio rifratto colla retina, le condizioni di visione di un occhio astigmatico si ridurrebbero uguali, o quasi, a quelle dell'occhio normale.

Però se si può ammettere un certo adattamento, non si può concedere che esso sia completo; vi saranno certamente dei limiti per questa ipotetica deformazione, imposti specialmente dalla piccolezza delle dimensioni degli elementi percettori della retina, per cui l'adattamento sarà incompleto, specialmente se il grado di astigmatismo è notevole.

Ora, poichè si può ritenere, che gli elementi percettori sono sempre quasi a contatto, come conseguenza della deformazione, sarà il numero di quelli che si trovano sopra un dato segmento, tracciato orizzontalmente sulla retina, minore di quello degli elementi che stanno sopra un segmento verticale della stessa lunghezza. Si può in tal modo spiegare come venga apprezzata più grande la dimensione di un oggetto la quale sia normale alla direzione della migliore visione.

Ragioniamo sopra un esempio concreto che ci permette di esprimere in modo più chiaro, per quanto grossolano, il nostro pensiero: supponiamo che un occhio astigmatico (meridiano di curvatura massima verticale) guardi una croce a braccia uguali, e giacenti rispettivamente nei piani principali dell'occhio. Questo accomodi per la retta focale orizzontale, la quale abbia p. es. la lunghezza di  $6\mu$ ; mentre le lunghezze dei diametri della sezione degli elementi sensibili secondo i meridiani principali siano 3 e  $2\mu$  rispettivamente. Supponiamo ancora che la lunghezza dei due segmenti immagini delle braccia della croce (prescindendo dall'astigmatismo) sia uguale a  $600\mu$ .

Per l'astigmatismo l'immagine del segmento orizzontale diventerà uguale a  $606\mu$ , mentre l'altra immagine resterà uguale a  $600\mu$ . Il numero di elementi sensibili eccitati sarà per la prima  $606:3$ , e per l'altra  $600:2$ . Dunque il segmento verticale della croce potrà apparire notevolmente più lungo dell'altro (se la lunghezza apparente è proporzionale al numero degli elementi eccitati), sebbene in realtà la sua immagine sia più corta di quella dell'altro. Si spiega ancora bene la differenza fra la nettezza delle due immagini, giacchè mentre la seconda (orizzontale) eccita elementi che stanno sopra una sola fila, l'altra può eccitare elementi di due o di tre file contigue.

Questa stessa ipotesi si presta a chiarire ancora le incertezze messe in rilievo nella Nota precedente. Dicemmo allora che i mutamenti apparenti delle dimensioni e della distanza di un oggetto, apprezzati scambiando le posizioni dei meridiani principali dell'occhio sono spesso assai esagerati,

perchè si possano esclusivamente attribuire alle deformazioni; l'esempio precedente mostra facilmente come l'effetto osservato possa diventare molto più esagerato delle deformazioni astigmatiche.

Essa ci spiega perchè la correzione dell'astigmatismo, se forte, non altera sensibilmente i mutamenti apparenti delle dimensioni, giacchè questi dipenderebbero dalla deformazione degli elementi sensibili, non da quella delle immagini.

Essa ci spiega anche un altro fatto precedentemente riferito: ogni occhio vede più netti i particolari paralleli ad una data retta focale, e non riesce a vedere egualmente netti i particolari rettilinei ad essa normali, anche quando per ciò basterebbe una piccola variazione dell'accomodazione; si comprende infatti, nella nostra ipotesi, che la forma assunta dagli elementi sensibili costringe l'occhio ad accomodare sempre per la stessa retta focale; giacchè l'accomodazione per l'altra, lungi dal migliorare, guasterebbe molto l'immagine della figura osservata.

Una seconda interpretazione delle anomalie in parola si può dare partendo da un'altra ipotesi; cioè, ammettendo che la sensazione visiva abbia sede in uno strato di spessore notevole, e non soltanto alla superficie dei coni e dei bastoncini, o in un piccolissimo tratto della loro lunghezza (<sup>1</sup>).

Quest'ultima opinione da tutti ammessa, almeno implicitamente, non sembra per altro abbastanza fondata; la sola prova sperimentale che possa addursi è la determinazione, fatta dal Müller, della distanza tra lo strato sensibile della retina ed i vasi retinici. Egli proiettava l'ombra dei vasi sulla retina per mezzo di un fascio di luce fortemente concentrato sulla sclerotica, e misurava gli spostamenti di quest'ombra (riportati dall'occhio all'esterno sopra una scala graduata), prodotti da noti spostamenti laterali impressi alla sorgente.

Ma evidentemente questa esperienza, se può servire a mostrare che lo strato in cui avveniva l'apprezzamento dell'ombra è distante dallo strato dei vasi da 0,19 a 0,32 mm., distanza trovata all'incirca uguale a quella fra questo strato e quello strato dei coni, non basta come osserva lo Charpentier (<sup>2</sup>), per provare che nella visione ordinaria, in quest'ultimo strato ed in esso solo avviene la percezione. L'accordo fra i risultati delle due misure va accettato, infatti, con cautela; sia per la difficoltà di far l'una di esse, l'indiretta, e sia perchè l'altra misura, la diretta, si può fare solo sopra un preparato anatomico, che può benissimo aver subito variazioni di dimensioni.

(<sup>1</sup>) Nello studio del funzionamento dell'occhio non si è fin qui tenuto conto dell'influenza che può esercitare nella visione lo spessore dello strato sensibile; sebbene in qualche trattato di fisiologia si assegni a questo strato lo spessore non trascurabile di 0,006 mm. Cfr. p. es. Nagel, *Handbuch des Physiol. des Menschen*, vol. III, parte I, pag. 49.

(<sup>2</sup>) Cfr. D'Arsonval, *Traité de Phys. Biologique*, pag. 942.

E si può inoltre pensare che l'apprezzamento di questa immagine diffusa e incerta, prodotta con la piccola quantità di luce rossastra che filtrava attraverso il globo oculare illuminato dall'esterno, avesse sede solo in alcuni degli elementi anatomici impegnati nella visione ordinaria.

Non è nemmeno decisivo l'argomento dell'Helmholtz e dello stesso Müller in favore della localizzazione della percezione nello strato dei coni e dei bastoncini, argomento basato sulla considerazione che l'apprezzamento distinto dei singoli punti richiede organi percettori suddivisi, cioè una struttura a mosaico con elementi isolati, giacchè una tale struttura non è esclusiva dello strato suddetto.

In sostanza le conoscenze anatomo-fisiologiche sulla retina sono troppo scarse per potere con buon fondamento escludere che altri elementi, oltre ai coni ed ai bastoncini, possano prendere parte alla visione. Il campo rimane adunque aperto ad altre ipotesi, ed il Fick nel 1879 (circa un ventennio dopo dei lavori del Müller e dell'Helmholtz) credeva ancora che alle cellule pigmentarie fosse piuttosto da attribuire il primo posto nella visione, e più recentemente König ha ritenuto queste cellule come gli elementi della percezione, almeno di alcuni colori.

Ad ogni modo, anche ammettendo che la parte sensibile sia limitata nello strato dei coni e dei bastoncini, si può sempre attribuire ad essa uno spessore non piccolo, giacchè i coni nella fovea dell'uomo raggiungono la notevole lunghezza di 0,1 mm. (1).

Tenendo conto di questo spessore si possono spiegare le anomalie in discussione, almeno per gli occhi non fortemente astigmatici.

Infatti in quest'ipotesi, l'occhio viene impressionato da un tronco del conoide di Sturm, e può avvenire che particolari rettilinei della figura aventi orientazione diversa, sieno percepiti in piani paralleli diversi dello strato sensibile.

Per fissare meglio le idee, torniamo a riferirci ad un occhio affetto da astigmatismo (col meridiano di curvatura massima verticale) il quale guardi la solita croce. Si può allora pensare che l'immagine delle braccia orizzontali venga nettamente disegnata sulla faccia più interna dello strato sensibile (faccia d'entrata dei raggi) mercè sezioni ellittiche prossime alla retta focale orizzontale, che è la più corta e la più vicina al cristallino; a misura che il fascio penetra all'interno dello strato sensibile, l'eccitazione avviene secondo ellissi meno schiacciate, le quali per la maggior parte della loro estensione investono sempre gli stessi elementi colpiti all'entrata del fascio, ed in parte eccitano elementi vicini. In totale l'eccitazione degli elementi a tutta prima investiti, sarà molto più grande di quella che può

(1) D'Arsonval, op. cit., pag. 1132 (nota).

essere comunicata in seguito agli elementi vicini, si vedrà quindi una linea ben marcata con delle debolissime sfumature, forse inapprezzabili (<sup>1</sup>).

Il contrario avverrebbe per le braccia verticali della croce. Di esse si può formare una immagine netta sulla faccia più esterna dello strato, cioè quella di uscita del fascio, se la distanza fra le due rette focali è presso a poco uguale allo spessore dello strato sensibile (ciò può avvenire se l'astigmatismo è molto debole); essa risulterà però più lunga dell'immagine delle braccia orizzontali, giacchè la seconda retta focale è più lunga della prima. Se la distanza interfocale è maggiore dello spessore dello strato sensibile, su entrambe le faccie di questo le immagini si disegneranno per ellissi meno schiacciate che nel caso precedente, entrambe saranno perciò meno nette, ma può sempre avvenire che quella delle braccia orizzontali sia meno diffusa e più corta dell'altra; giacchè nel fascio di Sturm, sezioni ellittiche, poste simmetricamente rispetto alla circolare, hanno dimensioni diverse, minori la più vicina alla superficie rifrangente.

Con un esame analogo si riconosce che rette diversamente inclinate rispetto ai meridiani principali hanno immagini meno diffuse in piani diversi dello strato sensibile; così le rette inclinate di 45° sui piani principali hanno le migliori immagini in corrispondenza della sezione circolare del fascio di Sturm; ecc.

Ma se l'astigmatismo è forte la distanza interfocale diventa troppo grande rispetto allo spessore della retina, e le differenze di dimensioni delle sezioni ellittiche che cadono nello strato sensibile appaiono insufficienti per spiegare i notevoli allungamenti degli oggetti osservati.

Per questi casi la spiegazione più probabile sembra quindi la prima. Non si deve però concludere che la seconda sia da rigettare del tutto; tanto più che una sua immediata conseguenza è confermata completamente dall'osservazione diretta.

Ammesso che la sensazione luminosa avvenga in uno strato di spessore apprezzabile, si può ritenere che la parte più profonda di questo, cioè la prima ad essere incontrata dai raggi luminosi, dev'essere preferita nella visione. Infatti nello strato sensibile devono certamente avvenire delle trasformazioni dell'energia raggiante luminosa che determinano quelle modificazioni sconosciute dalle quali dipende la sensazione; tale strato deve essere perciò dotato di assorbimento per le radiazioni a cui è sensibile, e l'energia trasportata da esse diventa perciò sempre più piccola quanto più profondamente esse penetrano. Lo stimolo più energico, a parità delle condizioni rimanenti, deve perciò aver luogo sulla faccia dello strato per cui penetra la luce.

(<sup>1</sup>) In queste considerazioni ammettiamo sempre, come è naturale, che ogni elemento non trasmette distinte ai centri nervosi le eccitazioni ricevute nei diversi piani, ma una unica impressione.

Fissando dunque un punto l'occhio cerca di portare la sua immagine (o una certa retta focale del fascio rifratto) sulla faccia d'entrata dello strato sensibile, ma se questo ha uno spessore apprezzabile, l'occhio potrà ancora vedere bene altri punti della stessa visuale vicini al primo, e situati tra esso e l'occhio, perchè le loro immagini si formano nette in piani più profondi dello strato sensibile; al contrario, i punti più lontani di quello fissato non potranno dare in questo strato immagini nette, ma solo cerchi di diffusione più o meno grandi.

In altri termini, se lo strato sensibile della retina ha un certo spessore, si può prevedere l'esistenza di una dissimmetria nella profondità di fuoco dell'occhio, essa deve essere più grande per i punti che stanno al di qua del punto fissato, più piccola per gli altri.

L'esperienza conferma questa deduzione: Se si fissa infatti una lettera di uno stampato, guardato in direzione molto inclinata (è bene far la prova con un solo occhio), si riconosce che la lettera sottostante a quella è abbastanza visibile mentre la soprastante si distingue molto male. Anzi per la buona riuscita dell'osservazione è necessario un certo esercizio (caratteristica già segnalata dall'Helmholtz in questa specie di fenomeni soggettivi) giacchè l'ultima lettera è così mal distinta, che l'occhio cerca istintivamente di accomodare per essa quando vi si rivolge l'attenzione.

La stessa osservazione può farsi con tre lettere uguali tolte da uno stampato, ed attaccate agli estremi di tre aghi, conficcati in un sughero in modo che il piano di ciascuna sia normale alla visuale, e che si trovino a distanze dall'occhio che differiscano di 6 a 8 mm. Così pure guardando un grande stampato ad alcuni metri di distanza attraverso ad una sottile rete metallica, posta ad un metro circa dall'occhio, si possono vedere discretamente i fili quando si accomoda per lo stampato, mentre questo si vedrà assai confuso se si fissano quelli.

È bene avvertire che una piccola dissimmetria nella profondità di fuoco si può anche prevedere se l'immagine si formasse in un piano, come in una camera fotografica; risulta dal calcolo che i cerchi di diffusione prodotti da punti simmetrici rispetto al punto bene a fuoco, e poco distanti da esso, hanno raggi leggermente diversi, ed è più piccolo il raggio del cerchio prodotto dal punto più lontano; dunque in questo caso la dissimmetria dovrebbe essere inversa di quella sopra constatata.

Possiamo quindi ritenere anche la seconda ipotesi, la quale può utilmente servire, oltre che a spiegare i fatti avanti riferiti, a chiarire meglio alcune proprietà importantissime dell'occhio <sup>(1)</sup>: specialmente la sua grande profondità di fuoco e la visione acromatica, sebbene esso stesso sia uno strumento cromatico.

<sup>(1)</sup> Potrebbe anche servire a spiegare il senso delle profondità nella visione monoculare.

Del resto le due ipotesi possono bene coesistere; esse sono entrambe ammissibili, perchè ciascuna non è contraddetta dai fatti finora noti; ognuna porta a conseguenze verificate dalle osservazioni dirette, ed insieme spiegano i fatti nuovi che hanno formato oggetto delle nostre osservazioni.

Fisica. — *Sulle radiazioni penetranti.* Nota di D. PACINI, presentata dal Socio P. BLASERNA.

La questione della origine delle radiazioni penetranti capaci di ionizzare un gas racchiuso in un recipiente metallico, e provenienti da cause esterne, è attualmente assai discussa; e dato lo stato della questione medesima, è interessante la estensione di ricerche in proposito in luoghi diversi, intese a studiare la intensità di queste radiazioni, e la sua variazione col tempo, e ad indagare se esista un eventuale legame tra questo fenomeno e gli altri noti della fisica dell'atmosfera.

Una lastra di zinco <sup>(1)</sup> privata dello strato superficiale, accuratamente pulita e resa tersa, servì a costruire il recipiente cilindrico destinato alle esperienze che io feci all'aria aperta della campagna. Questo recipiente aveva mm. 1,3 di spessore, cm. 59.5 di altezza, e cm. 12 di raggio. L'elettrodo interno era costituito da un cilindro di rame che, per mezzo di un isolante, comunicava all'esterno con un piccolo elettroscopio di alluminio. Un dispositivo semplice permetteva di stabilire fra il cilindro di rame e quello di zinco una differenza di potenziale variabile fra i 300 ed i 450 Volta, assumendo la fogliolina dell'elettroscopio una deviazione conveniente; talchè in questo intervallo poteva ottenersi la corrente di saturazione. L'elettrometro era munito di un microscopio che permetteva di apprezzare la caduta del potenziale fino a un terzo di Volta nell'intervallo delle misure. La capacità del sistema, determinata col condensatore di Harms, era di circa 19 centimetri. Il cilindro di zinco aveva due rubinetti per il cambiamento dell'aria nell'interno. Qualche giorno prima di incominciare le misure <sup>(2)</sup> l'aria fu introdotta nel recipiente attraverso un filtro di cotone. L'elettrometro era protetto con una scatola di ferro annerita, recante nella parte anteriore una finestra chiusa con vetro. L'apparecchio, protetto superiormente da una tela impermeabile, fu montato sulla collina isolata ove sorge l'Osservatorio meteorologico di Sestola, a circa m. 1090 sull'Appennino modenese. Le misure

<sup>(1)</sup> Informandomi ai risultati delle ultime ricerche, ed in particolare a quelli ottenuti dal Mc. Lennan (Phil. Mag. dicembre 1907) sulla conduttività dell'aria racchiusa in recipienti metallici, adoperai lo zinco che è più facile ottenere meno impuro per sostanze radioattive.

<sup>(2)</sup> Wood e Campbell in Phil. Mag. 1907, 265, trovano che per un gas racchiuso in un recipiente di zinco, l'incremento della ionizzazione col tempo è quasi trascurabile.

furono fatte nei mesi di agosto e settembre del 1908. Trattandosi di lavorare all'aperto, facendo osservazioni di ora in ora, le serie di osservazioni risultano complete per le 24 ore, nei giorni privi di perturbazioni atmosferiche. Contemporaneamente anche di ora in ora, estendendole però soltanto alle ore del giorno, si facevano misure Ebert per la ionizzazione nell'aria libera (<sup>1</sup>). Le osservazioni meteorologiche furono fatte sempre insieme a ciascuna lettura dell'apparecchio per le radiazioni penetranti.

Tenuto conto della dispersione propria dell'apparecchio la quale, dato il buon isolamento, era piccolissima nell'intervallo fra una misura e l'altra, e che risultò mantenersi costante, tutte le volte che venne determinata, tenendo l'elettrometro protetto nella cassetta metallica; e assumendo il valore  $3,4 \times 10^{-10}$  u. e. a. come carica d'uno ione, si deduce facilmente dalla caduta di potenziale in un tempo determinato, il valore che suole indicarsi con  $q$ , vale a dire il numero di ioni prodotti in un minuto secondo in ogni  $\text{cm}^3$  d'aria, nell'interno del recipiente.

Nella tabella che segue sono riportati nella prima linea i numeri ottenuti facendo la media di tutti i valori di  $q$  relativi alla stessa ora nei diversi giorni di osservazione; essi corrispondono a numerose serie di esperienze fatte per circa due mesi in tutti i giorni in cui il cielo si mantenne prevalentemente sereno e l'aria tranquilla. Nelle linee seguenti figurano analoghe medie, relative alle quantità di elettricità  $I_{+}$  e  $I_{-}$  espresse in u. e. a; al valore della unipolarità  $Q = \frac{I_{+}}{I_{-}}$  e ai dati riguardanti la variazione degli elementi meteorologici. La tavola annessa è la traduzione grafica dei risultati delle misure.

(<sup>1</sup>) Devo qui ringraziare il dott. Carlo Zanini per il cortese aiuto prestatomi nelle serie di misure Ebert e nelle osservazioni meteorologiche.

*Valore medio della ionizzazione nel recipiente chiuso per le singole ore del giorno.*

| Ore      | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   | 21   | 22   | 23   | 24   |
|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| <i>q</i> | 22.3 | 22.5 | 24.6 | 21.3 | 21.5 | 19.5 | 21.9 | 12.7 | 16.4 | 22.8 | 19.7 | 14.2 | 14.0 | 15.1 | 16.1 | 18.7 | 16.4 | 18.9 | 20.6 | 17.6 | 18.2 | 18.1 | 17.6 | 19.1 |

*Valore medio, per ciascuna ora, delle seguenti grandezze:*

|                     |       |      |      |      |      |      |                          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |      |      |      |
|---------------------|-------|------|------|------|------|------|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|
| Ore                 | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7                        | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    | 13    | 14    | 15    | 16    | 17    | 18    | 19    | 20    | 21    | 22   | 23   | 24   |
| $I+$                | —     | —    | —    | —    | —    | —    | <sup>(1)</sup><br>*0.473 | 0.548 | 0.689 | 0.601 | 0.612 | 0.582 | 0.728 | 0.675 | 0.573 | 0.552 | 0.497 | 0.488 | 0.510 | 0.645 | 0.451 | —    | —    | —    |
| $I-$                | —     | —    | —    | —    | —    | —    | *0.282                   | 0.169 | 0.136 | 0.178 | 0.200 | 0.223 | 0.343 | 0.235 | 0.226 | 0.280 | 0.229 | 0.167 | 0.220 | 0.311 | 0.232 | —    | —    | —    |
| $Q = \frac{I+}{I-}$ | —     | —    | —    | —    | —    | —    | 1.67                     | 2.06  | 5.47  | 3.67  | 3.71  | 2.66  | 2.30  | 3.33  | 2.81  | 2.27  | 2.27  | 3.28  | 2.63  | 2.29  | 2.35  | —    | —    | —    |
| Pressione           | 668.6 | 68.4 | 68.7 | 68.5 | 68.5 | 68.8 | 68.8                     | 69.1  | 69.3  | 68.3  | 69.2  | 69.1  | 69.1  | 68.9  | 68.8  | 68.1  | 69.2  | 69.1  | 69.2  | 69.3  | 69.1  | 69.1 | 69.1 | 69.0 |
| Umidità relativa    | 57.8  | 59.3 | 59.3 | 58.1 | 61.6 | 60.7 | 56.9                     | 55.4  | 58.6  | 56.6  | 57.3  | 52.9  | 54.1  | 55.1  | 52.7  | 55.4  | 55.2  | 53.6  | 56.2  | 59.7  | 54.3  | 58.8 | 59.4 | 58.4 |
| Temperatura         | 14° 3 | 13.4 | 14.2 | 14.7 | 12.1 | 14.5 | 15.0                     | 16.1  | 16.4  | 17.9  | 18.4  | 18.3  | 19.4  | 19.3  | 19.1  | 19.0  | 18.4  | 17.0  | 16.3  | 15.6  | 15.7  | 15.6 | 15.8 | 16.6 |

(1) Sono contrassegnati coll'asterisco quei valori di  $I+$ ,  $I-$  e  $Q$  osservati alle ore 7, che per il numero relativamente più piccolo di osservazioni possono lasciar dubbio sulla loro sicurezza. Nella tavola delle curve, i tratti corrispondenti a questi dati sono segnati con linea punteggiata.

$q = 15,3$  in una stanza delle fondamenta dell'edificio stesso che, essendo costruito di recente, suppone privo di impurità radioattive. Da questi fatti trae l'Autore argomento contro la ipotesi che pone nell'aria la origine delle radiazioni penetranti.

Io ho ottenuto a Sestola più volte nel corso delle misure valori per  $q$  inferiori a 10, fino a raggiungere il minimo di 6,3. Ammettendo col Mc. Lennan che i piccoli valori da lui ottenuti per  $q$  sull'acqua siano dell'ordine di grandezza degli effetti che possono esser prodotti dalle residue impurità radioattive dei metalli; bisogna concludere che è possibile constatare in alcuni momenti anche sul continente e sulla roccia un effetto quasi nullo delle radiazioni penetranti provenienti dall'esterno, e delle radiazioni secondarie determinate dalle prime sulle pareti del recipiente, sulla ionizzazione dell'aria in un vaso chiuso. Questo fatto, anche ammettendo che il terreno calcare su cui ho sperimentato contenga relativamente piccola quantità di sostanze attive, quando si pensi all'ampiezza della oscillazione dei valori ottenuti ed al loro andamento diurno, suggerisce qualche considerazione intorno alla questione se l'origine delle radiazioni penetranti sia o no nel terreno.

Nella ipotesi che l'origine delle radiazioni penetranti sia nel terreno, siccome bisogna ammettere che, almeno quando questo non è coperto per recenti precipitazioni, esse siano emesse dal suolo in quantità all'incirca costante, non si possono spiegare i risultati finora ottenuti, ed in particolare quelli di Sestola, ove si ebbero valori che oscillano dal piccolissimo  $q = 6,3$ , a  $q =$  circa 30; nè si può più invocare validamente a sostegno di questa ipotesi la deduzione del Mc. Lennan, secondo cui il valore di  $q$  sarebbe intimamente connesso al tenore di sostanze attive del suolo su cui si sperimenta, e le recenti esperienze dello Strong inducono anch'esse a pensare che la sorgente di queste radiazioni penetranti sia fuori del suolo.

Tuttavia anche considerando eliminata, almeno come preponderante, la influenza delle sostanze attive contenute nel terreno, è tuttora molto difficile assegnare la vera origine della radiazione penetrante capace di ionizzare un gas nell'interno di un vaso metallico, e specialmente la causa del suo doppio periodo diurno generalmente osservato. Detta radiazione segue l'andamento della caduta di potenziale (Wood e Campbell, l. c.): presenta un minimo in corrispondenza al massimo della ionizzazione nell'aria libera, misurata coll'apparecchio di Ebert, e oscillazioni analoghe a quelle dei valori della unipolarità  $Q = \frac{I+}{I-}$ . Questi fatti sono concordi in massima, qualora si ammetta che, almeno in aperta campagna, l'apparecchio di Ebert riveli la massima parte delle cariche presenti nell'aria, specialmente quando questa è priva di nebbia e non vi sono venti che trasportino grosse particelle materiali elettrizzate. L'andamento diurno della caduta di potenziale e della

unipolarità dipende dalle condizioni dell'aria alla superficie del suolo <sup>(1)</sup>, anzichè da quelle degli alti strati dell'atmosfera; quindi, prima di formulare altre ipotesi come quella del Richardson <sup>(2)</sup> (sostenuta dal Mc. Keon, l. c.) che basandosi sul fatto osservato da Wood e Campbell (che  $q$  oscilla come la caduta di potenziale) analogamente al concetto di Arrhenius <sup>(3)</sup>, pone nel sole la causa diretta di queste oscillazioni della radiazione penetrante capace di ionizzare un gas nell'interno di un recipiente chiuso alla superficie della terra; occorre renderci conto di quanto influisca sulla ionizzazione di un vaso chiuso la radiazione  $\gamma$  dovuta alle sostanze attive contenute nell'aria; e quindi vedere anzitutto se l'ammontare della quantità totale di radioattività indotta nell'aria, in vicinanza del terreno subisca anch'essa variazioni diurne analoghe a quelle del campo elettrico negli strati atmosferici prossimi alla superficie del suolo.

**Cristallografia.** — *Studio cristallografico della nitrodesmotroposantonina e del  $\beta$ -propil-naftilchetone* <sup>(4)</sup>. Nota di A. ROSATI, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Il prof. G. Bargellini dell'Istituto Chimico della R. Università di Roma ha recentemente studiati due composti organici di particolare interesse: la nitrodesmotroposantonina <sup>(5)</sup> e il  $\beta$ -propil-naftilchetone <sup>(6)</sup>, che riuscì a preparare in cristalli molto regolari e completi. Egli cortesemente mi affidò tutto il materiale disponibile per lo studio cristallografico, che ho creduto utile di eseguire a complemento dello studio chimico, trattandosi di sostanze, i cui cristalli non erano sinora conosciuti. I risultati, che ottenni, sono brevemente riassunti nella presente Nota.

*Nitrodesmotroposantonina* (fusibile a 189°-190°). — La nitrodesmotroposantonina, prodotta per decomposizione del nitro-chinitrolo, che risulta dall'azione dell'acido nitrico sulla desmotroposantonina, è facilmente solubile nell'alcool, da cui per lenta evaporazione si deposita in cristalli trasparenti, di colore giallo-vino, dal diametro di 1 mm. circa. Molti di essi non si prestano ad esatte misure goniometriche, causa gl'incavi e le striature delle

<sup>(1)</sup> A. Gockel, Meteor. Zeit. 25, 9, anno 1908; D. Smirnow, Phis. Zeit. 337, anno 1908.

<sup>(2)</sup> O. W. Richardson, Nature, 73, 607, anno 1906.

<sup>(3)</sup> Arrhenius, Kosmische Physik, ii, pag. 890.

<sup>(4)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Roma.

<sup>(5)</sup> G. Bargellini e V. Daconto, Azione dell'acido nitrico sulla desmotroposantonina. Gazz. chim. ital., anno XXXVIII, parte II. Roma, 1908.

<sup>(6)</sup> G. Bargellini e G. Melacini, Sopra alcuni omologhi della naftalina. Gazz. chim. ital., anno XXXVIII, parte II. Roma, 1908.

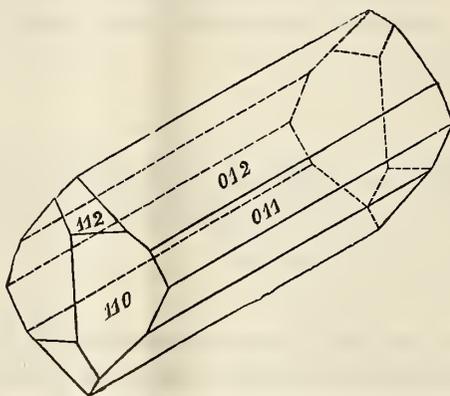
facce, e da ciò proviene la distanza, per lo più notevole, tra i limiti delle osservazioni. Appartengono al sistema trimetrico, classe bisfenoidica:

$$a : b : c = 0,4133 : 1 : 2,2646.$$

Le forme osservate sono le seguenti:

$$\{110\}, \{011\}, \{012\}, \{112\}.$$

È frequentissima la combinazione dei due prismi  $\{110\}$  e  $\{012\}$  con prevalente sviluppo dell'ultimo, mentre il tetraedro  $\{112\}$  ed il prisma  $\{011\}$  sono relativamente rari. In tutti i casi si osserva l'allungamento dei cristalli secondo l'asse  $x$ , come risulta dal disegno qui unito.



Non si ottiene alcuna sfaldatura distinta; una sfaldatura molto imperfetta è parallela alla faccia (001), e permette di riconoscere facilmente la figura d'interferenza biassica.

Il piano degli assi ottici è parallelo a (010); la bisettrice acuta, positiva, è normale a  $\{001\}$ .

Dispersione degli assi ottici  $\rho > \nu$ .

| Spigoli misurati            | ANGOLI OSSERVATI |                       |                         | Angoli calcolati |
|-----------------------------|------------------|-----------------------|-------------------------|------------------|
|                             | N°               | Limiti                | Medie                   |                  |
| (110).( $\bar{1}\bar{1}0$ ) | 6                | 44° . 50' — 44° . 59' | 44° . 54' $\frac{1}{2}$ | *                |
| (110).(012)                 | 12               | 73 . 1 — 73 . 53      | 73 . 22                 | *                |
| (012).(01 $\bar{2}$ )       | 6                | 82 . 33 — 83 . 39     | 83 . 2                  | 82° . 54'        |
| (012).(011)                 | 3                | 16 . 30 — 17 . 5      | 16 . 53                 | 17 . 37          |
| (112).(012)                 | 3                | 60 . 56 — 61 . 9      | 61 . 0                  | 61 . 41          |
| (112).(110)                 | 4                | 18 . 29 — 19 . 20     | 18 . 40 $\frac{1}{2}$   | 18 . 38          |
| (112).( $\bar{1}\bar{1}0$ ) | 2                | 47 . 55 — 48 . 1      | 47 . 58                 | 47 . 51          |
| (112).(0 $\bar{1}2$ )       | 3                | 93 . 21 — 93 . 57     | 93 . 48 $\frac{1}{2}$   | 93 . 22          |

L'emiedria riconoscibile per la presenza del tetraedro  $\{112\}$  è poi confermata dallo studio delle figure di corrosione, che osservate sulle facce del prisma  $\{012\}$  si dimostrano asimmetriche, e cioè in forma di triangoletti scaleni con un lato molto allungato parallelo a  $[100]$  di allungamento, e disposti in modo da escludere i piani di simmetria.

La nitrodesmotroposantonina raggiunge il punto di fusione costante a  $189^{\circ}$ - $190^{\circ}$ ; in soluzione devia il piano della luce polarizzata a destra.

I cristalli di una sostanza simile alla nitrodesmotroposantonina, l'acetildesmotroposantonina, secondo le osservazioni di F. Millosevich <sup>(1)</sup>, appartengono al sistema trimetrico, classe bisfenoidica, come quelli ora descritti, ma non sono con essi isomorfi.

Il Millosevich, nel lavoro citato, dopo le osservazioni cristallografiche riporta le prove di triboluminescenza, per le quali giunge alla stessa conclusione precedentemente riconosciuta da L. Brugnatelli <sup>(2)</sup>, cioè che il fenomeno della triboluminescenza sia in stretta dipendenza non solo dalla attività ottica, ma anche dalla facile sfaldatura dei cristalli. Ora mi piace qui di confermare ancora una volta le conclusioni del Brugnatelli e del Millosevich, giacchè per la nitrodesmotroposantonina, dove non si osserva alcuna sfaldatura distinta, le prove della triboluminescenza furono completamente negative.

Per completare il presente studio sarebbe interessante che i chimici riuscissero a preparare l'isomero antipodo ed il racemo della nitrodesmotroposantonina, ed io spero che il prof. Bargellini nella continuazione dei suoi lavori raggiunga l'intento desiderato.

*$\beta$ -propil-naftil-chetone* (fusibile a  $50^{\circ}$ - $51^{\circ}$ ). — Il  $\beta$ -propil-naftil-chetone fu ottenuto, seguendo le indicazioni di Rousset, per reazione del cloruro di butirile normale sulla naftalina sciolta nel solfuro di carbonio in presenza di cloruro di alluminio, separando poi i due chetoni isomeri  $\alpha$  e  $\beta$ , che si formano contemporaneamente per mezzo dell'acido picrico. Fonde a  $50^{\circ}$ - $51^{\circ}$ ; è anch'esso solubile nell'alcool, e, lasciando evaporare lentamente la soluzione alcoolica, produce alcuni cristalli appiattiti, lunghi qualche centimetro, incolori, trasparenti, che si prestano a buone misure goniometriche, dimostrando di appartenere al sistema triclino con le seguenti costanti:

$$a : b : c = 0,6774 : 1 : 0,6029$$

$$\alpha = 94^{\circ},31'$$

$$\beta = 140^{\circ},3' \frac{1}{2}$$

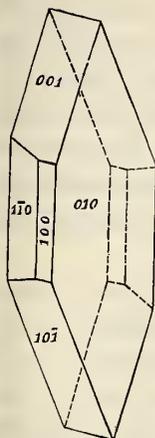
$$\gamma = 90^{\circ},27'$$

<sup>(1)</sup> *Sopra la forma cristallina di alcune sostanze otticamente attive e particolarmente di un racemo parziale ed attivo.* Roma, Rend. Acc. Lincei, 1° sem. 1904.

<sup>(2)</sup> *Beiträge zur Kenntniss der Krystallform optisch activer Substanzen. Ueber Santonin und einige seiner Derivate.* Groth, Zeitschrift f. Krystallogr., XXVII, 1897.

Si ha quasi sempre la combinazione delle forme, che sono indicate nel disegno:

$$\{100\}, \{010\}, \{001\}, \{1\bar{1}0\}, \{10\bar{1}\}.$$



| Spigoli misurati | ANGOLI OSSERVATI |                       |           | Angoli calcolati |
|------------------|------------------|-----------------------|-----------|------------------|
|                  | Nº.              | Limiti                | Medie     |                  |
| (001).(010)      | 5                | 82° . 10' — 82° . 44' | 82° . 25' | *                |
| (100).(010)      | 4                | 83 . 51 — 83 . 56     | 83 . 53   | *                |
| (100).(110)      | 3                | 24 . 21 — 24 . 41     | 24 . 28   | *                |
| (001).(110)      | 3                | 47 . 3 — 47 . 16      | 47 . 10   | *                |
| (001).(101)      | 4                | 60 . 39 — 60 . 53     | 60 . 45   | *                |
| (010).(101)      | 5                | 86 . 27 — 86 . 44     | 86 . 36   | 86° . 42'        |
| (110).(101)      | 1                | —                     | 78 . 40   | 78 . 23          |
| (110).(010)      | 5                | 71 . 40 — 71 . 53     | 71 . 47   | 71 . 39          |

Come risulta dal disegno, i cristalli sono tabulari per prevalente sviluppo del pinacoide  $\{010\}$ .

Sulla faccia (010), che a luce convergente produce una figura d'interferenza biassica alquanto confusa, a luce bianca parallela una direzione di estinzione fa circa 20° con l'asse  $z$  nell'angolo  $\beta$  ottuso.

**Geologia.** — *Gli scisti bituminosi di Besano in Lombardia.*  
Nota del dott. EMILIO REPOSSI, presentata dal Corrispondente E. ARTINI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Equilibrio tra il cloruro rameoso ed il cloruro rameico in soluzione cloridrica* (1). Nota di G. POMA, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

È noto che i sali aloidi di vari metalli hanno l'attitudine di unirsi tra di loro per costituire dei composti di secondo ordine, di natura salina, che Werner (2) propone di chiamare alogenosali, analogamente a quanto si usa per gli ossisali e per i solfosali. Anche per questi sali complessi vale, secondo Werner (2), il numero di coordinazione *sei*, inteso al solito come il massimo numero di atomi di alogeno, che possono trovar posto attorno all'atomo centrale dell'ione complesso.

Esistono sali aloidi capaci di reagire come se fossero alogenoanidridi acide, mentre altri sali aloidi, e specialmente gli alcalini, hanno spiccate proprietà elettropositive, giacchè, unendosi con le alogenoanidridi, sono capaci di dare origine a sali complessi, ai quali forniscono il catione metallico.

Werner (2) prima e poscia Pfeiffer (3) fecero un elenco completo di tutti gli alogenosali conosciuti.

Gli ioni del rame, nei due gradi di ossidazione in cui possono esistere, essendo debolmente elettroaffini, hanno in modo molto spiccato l'attitudine di associarsi a molecole neutre per dar luogo a ioni complessi di più elevata elettroaffinità. Questa tendenza è tanto notevole che persino nelle soluzioni concentrate di un unico sale rameico si formano ioni complessi dovuti all'associarsi dell'ione  $\text{Cu}^{++}$  con molecole del solvente ed anche con molecole non dissociate dello stesso sale presente nella soluzione (4).

Tra i sali rameici capaci di presentare in modo evidente l'attitudine ad originare molecole complesse, è anche il  $\text{CuCl}_2$ . Il fatto che le sue soluzioni presentino, a seconda delle concentrazioni e delle temperature, colorazioni diverse che variano tra l'azzurro ed il verde, sta a provare la formazione di ioni complessi, probabilmente idrati, di cui varia la costituzione con la temperatura e con la concentrazione (5). Queste variazioni di colore delle soluzioni, possono anche essere ottenute aggiungendo quantità abbastanza elevate di cloruri fortemente dissociati, mentre l'aggiunta dei cloruri di me-

(1) Questo lavoro venne cominciato per consiglio del prof. R. Abegg nell'Istituto Chimico dell'Università di Breslavia; venne compiuto nell'Istituto di Chimica generale dell'Università di Parma diretto dal prof. G. Plancher.

(2) *Ztschr. anorg. Chem.* 19, 158.

(3) *Ztschr. anorg. Chem.* 31, 191.

(4) Abegg und Auerbach. *Handb. anorg. Chem.* II B. 1 Abtheilung, S. 493.

(5) Kohlschütter, *Ber.* 37, 1153; Lewis, *Ztschr. phys. Chem.* 52, 224; 56, 223.

talli poco elettroaffini ha l'effetto di scomporre gli ioni complessi prima esistenti, ripristinando la colorazione azzurra.

Il  $\text{Cu Cl}_2$  forma con  $\text{HCl}$  tre cloroacidi diversi <sup>(1)</sup>:  $\text{Cu Cl}_3 \text{H}$  <sup>(2)</sup>;  $\text{Cu Cl}_4 \text{H}_2$  <sup>(3)</sup>;  $\text{Cu Cl}_5 \text{H}_3$ ; a seconda delle concentrazioni; io infatti ho potuto constatare, ricorrendo ad una cellula elettrolitica di grande capacità ( $C = 218, 4$ ) che, mentre una soluzione  $4/N$  di  $\text{HCl}$  aveva una conducibilità specifica di 0,821, una soluzione ugualmente  $4/N$  di  $\text{HCl}$ , ma che di più conteneva circa una mezza grammolecola per litro di  $\text{Cu Cl}_2$ , aveva una conducibilità specifica di 0,659. Questo fatto è sicuramente causato dalla diminuzione del numero totale degli ioni, dovuta alla formazione di acidi di elevata complessità, giacchè semplici variazioni del grado di dissociazione e della mobilità degli ioni complessi formati, non basterebbero a spiegare una così forte diminuzione della conducibilità specifica.

Il cloruro rameoso, insolubile nell'acqua, viene da questa facilmente idrolizzato; esso però si scioglie, senza scomporsi, nelle soluzioni acquose di  $\text{HCl}$  o di cloruri metallici notevolmente dissociati, dando origine rispettivamente a cloroacidi od a clorosali.

Le misure di solubilità del  $\text{Cu Cl}$  in  $\text{HCl}$  vennero eseguite da Le Chatelier <sup>(4)</sup> e da Engel <sup>(5)</sup>, come pure da Abel <sup>(6)</sup>; il risultato di tali misure fa ritenere probabile l'esistenza di due cloroacidi, il primo della forma  $\text{Cu Cl}_2 \text{H}$  e il secondo della formula  $\text{Cu Cl}_3 \text{H}_2$ , a seconda della concentrazione dell'acido cloridrico. Per spiegare questi risultati è opportuno tener presente che l'ione rameoso invece della forma  $\text{Cu}^{+2}$ , un tempo ritenuta probabile, ha la forma  $\text{Cu}^+$ , come hanno esaurientemente dimostrato i lavori di Abegg <sup>(7)</sup> di Luther <sup>(8)</sup> e specialmente di Bodländer e Storbeck <sup>(9)</sup>.

È noto il fatto che sbattendo il  $\text{Cu Cl}$  con una soluzione cloridrica di  $\text{Cu Cl}_2$  si osserva che una certa quantità di  $\text{Cu Cl}$  va in soluzione, mentre il liquido assume una tinta bruna caratteristica, di cui cresce l'intensità col crescere della concentrazione di  $\text{HCl}$  e di  $\text{Cu Cl}_2$ ; per diluizione con acqua tali soluzioni lasciano precipitare il  $\text{Cu Cl}$ .

Era logico ritenere che in tali condizioni dovessero formarsi uno o più clorosali complessi, dovuti all'associarsi delle molecole di  $\text{Cu Cl}$  con altre molecole di  $\text{Cu Cl}_2$ . Lo stabilire la natura e la costituzione di questi cloro-

<sup>(1)</sup> Engel, *Compt. rend.* 106, 273.

<sup>(2)</sup> Sabatier, *Compt. rend.* 106, 1724.

<sup>(3)</sup> Neumann, *Monatsh. Chem.* 15, 489.

<sup>(4)</sup> *Compt. rend.* 89, 814.

<sup>(5)</sup> *Ann. Chim. et Phys.* 17, 376.

<sup>(6)</sup> *Ztschr. anorg. Chem.* 26, 361.

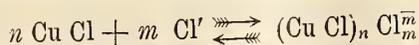
<sup>(7)</sup> *Ztschr. f. Elektrochem.* 9, 569.

<sup>(8)</sup> *Ztschr. phys. Chem.* 34, 488; 36, 385.

<sup>(9)</sup> *Ztschr. anorg. Chem.* 31, 1 e 458.

sali è questione notevolmente complessa sia perchè la presenza di forti quantità di HCl rende difficile e talora impossibile l'adozione di alcuni metodi di ricerca che sarebbero stati i più conclusivi, sia perchè sino ad ora i due cloruri rameoso e rameico hanno mostrato di possedere spiccatamente il carattere elettronegativo, funzionando sempre come alogenoidridi acide.

Mi sembrava però probabile che, come gli ioni rameosi <sup>(1)</sup> posseggono una più scarsa elettroaffinità che non quelli rameici, così anche il cloruro rameoso dovesse presentare un carattere elettronegativo più accentuato di quello rameico, sicchè in definitiva mi sembrava ragionevole che il Cu Cl dovesse funzionare, in confronto del Cu Cl<sub>2</sub>, come cloroanidride acida. In tal caso dovrebbe sussistere l'equilibrio qui sotto rappresentato:



Da questa equazione, consegua, poichè Cu Cl è la fase solida del sistema, che

$$\frac{[\text{Cl}']^m}{[(\text{Cu Cl})_n \text{ Cl}_m']} = k,$$

da cui dovrebbero potersi ricavare per successivi tentativi, come fecero in caso analogo Bodlaender e Storbeck <sup>(2)</sup>, i valori di *m* e di *n* qualora fossero note le concentrazioni [Cl'] e [Cu Cl]. Però nel caso attuale l'acido cloridrico presente nelle soluzioni, oltre a far retrocedere la dissociazione di Cu Cl<sub>2</sub>, forma con esso e con Cu Cl dei cloroacidi; è dunque difficile giungere per questa via a risultati pratici: però io spero, seguendola, di poter giungere alla determinazione della formola dei clorosali in questione che ho notato formarsi anche in assenza di HCl nelle soluzioni acquose concentrate ed alcooliche di Cu Cl<sub>2</sub>.

\* \* \*

Le prime determinazioni che ho creduto opportuno di fare, furono quelle della solubilità del Cu Cl in soluzioni contenenti quantità note di HCl e di Cu Cl<sub>2</sub>.

Condussi tali ricerche nel modo seguente: Preparai una soluzione di data normalità di HCl, quindi una serie di soluzioni contenenti quantità note e crescenti di Cu Cl<sub>2</sub>, ma di normalità uguale alla precedente rispetto all'acido cloridrico. L'acqua di tali soluzioni era stata deaerata con una corrente di azoto purissimo.

Determinai poscia la solubilità del Cu Cl, fornitomi dalla fabbrica Kahlbaum e perfettamente esente da sali rameici, nelle dette soluzioni, compresa quella contenente solo HCl, sbattendovelo per diversi giorni in

<sup>(1)</sup> Abegg und Auerbach, *Handb. anorg. Chem.* II B. 1<sup>ste</sup> Abtheil. seite 525.

<sup>(2)</sup> Loc. cit.

recipienti accuratamente chiusi, posti in un grande termostato ad acqua tipo Ostwald, della capacità di 150 litri, e mantenuto a 25°.

Dopo alcuni giorni ritiravo tali recipienti dal termostato, lasciavo deporre il Cu Cl, presente in eccesso al fondo, mantenendoli però sempre a 25°; pipettavo una certa quantità di liquido, lo filtravo rapidamente con filtri caldi e poscia, in un determinato volume (25 cm<sup>3</sup>) determinavo per via elettrolitica, in presenza di ammoniaca e di nitrato di ammonio (<sup>1</sup>), il rame totale.

Date le cure con cui prelevavo dai recipienti la soluzione da analizzare, essa era già perfettamente limpida prima della filtrazione; sicchè, è a parer mio, da escludere che del Cu Cl solido potesse, dopo essersi ossidato, passare in soluzione.

Siccome conoscevo la normalità delle soluzioni rispetto al Cu Cl<sub>2</sub>, e siccome determinavo il rame totale, dopo di averle sbattute con Cu Cl, così mi era facile calcolare le quantità di rame rameico e di rame rameoso presenti nelle soluzioni. È da notare che le quantità di Cu Cl disciolte dalle soluzioni rameiche-cloridriche da me preparate, possono dividersi in due parti, di cui l'una rappresenta la quantità di Cu Cl sciolto dall'acido cloridrico libero, l'altra, la quantità sciolta dal Cu Cl<sub>2</sub> esistente in soluzione. Siccome poi io determinavo anche la solubilità del Cu Cl in una soluzione contenente il solo HCl alla solita normalità, così, togliendo dalle quantità di Cu Cl scioltosi nelle soluzioni rameico-cloridriche, la quantità di Cu Cl scioltosi nella soluzione cloridrica, ottenevo gli incrementi della solubilità del Cu Cl nelle soluzioni rameico-cloridriche dovuti alla presenza di Cu Cl<sub>2</sub>.

Ho eseguito tre serie di queste misure di solubilità impiegando tre diverse normalità fondamentali di HCl. Ecco i risultati ottenuti nella prima di tali serie, impiegando una soluzione normale di HCl.

| <i>n</i> HCl                       |                  | <i>t</i> = 25°                             |                                            |
|------------------------------------|------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Cu <sup>I</sup> + Cu <sup>II</sup> | Cu <sup>II</sup> | $\Delta\text{Cu}^I = \text{Cu}^I - 0,0862$ | $\frac{\Delta\text{Cu}^I}{\text{Cu}^{II}}$ |
| 0,0862                             | 0                | 0                                          | —                                          |
| 0,2017                             | 0,1001           | 0,0154                                     | 0,156                                      |
| 0,3256                             | 0,2002           | 0,0392                                     | 0,196                                      |
| 0,4452                             | 0,3003           | 0,0587                                     | 0,196                                      |
| 0,5707                             | 0,4004           | 0,0841                                     | 0,210                                      |
| 0,6924                             | 0,5005           | 0,1057                                     | 0,212                                      |

Nella prima colonna della tabella figurano le quantità totali di rame presenti nelle soluzioni, nella seconda le normalità di rame rameico nelle

(<sup>1</sup>) A. Classen, *Analytische Chemie*. Erster, Band S. 79.

soluzioni primitive, nella terza il rame rameoso corrispondente agli incrementi della solubilità del Cu Cl nelle soluzioni rameiche-cloridriche dovuti alla presenza del Cu Cl<sub>2</sub>, nella quarta il rapporto tra quest'ultimo ed il rame rameico della seconda colonna.

Una seconda serie di queste misure di solubilità venne eseguita con acido cloridrico due volte normale:

| 2 n HCl                            |                  |                                             | t = 25°                       |
|------------------------------------|------------------|---------------------------------------------|-------------------------------|
| Cu <sup>I</sup> + Cu <sup>II</sup> | Cu <sup>II</sup> | ΔCu <sup>I</sup> = Cu <sup>I</sup> - 0,2365 | $\frac{\Delta Cu^I}{Cu^{II}}$ |
| 0,2365                             | 0                | 0                                           | —                             |
| 0,3528                             | 0,0940           | 0,0203                                      | 0,216                         |
| 0,4160                             | 0,1410           | 0,0385                                      | 0,273                         |
| 0,4766                             | 0,1880           | 0,0521                                      | 0,276                         |
| 0,5385                             | 0,2350           | 0,0670                                      | 0,285                         |
| 0,6038                             | 0,2820           | 0,0830                                      | 0,302                         |

Finalmente ho eseguito una terza serie di misure di solubilità, impiegando una soluzione fondamentale quattro volte normale di acido cloridrico.

| 4 n HCl                            |                  |                                             | t = 25°                       |
|------------------------------------|------------------|---------------------------------------------|-------------------------------|
| Cu <sup>I</sup> + Cu <sup>II</sup> | Cu <sup>II</sup> | ΔCu <sup>I</sup> = Cu <sup>I</sup> - 0,7704 | $\frac{\Delta Cu^I}{Cu^{II}}$ |
| 0,7704                             | 0                | 0                                           | —                             |
| 0,8357                             | 0,0473           | 0,0180                                      | 0,380                         |
| 0,9044                             | 0,0946           | 0,0394                                      | 0,414                         |
| 0,9701                             | 0,1420           | 0,0577                                      | 0,410                         |
| 1,0370                             | 0,1894           | 0,0772                                      | 0,405                         |
| 1,1040                             | 0,2367           | 0,0969                                      | 0,410                         |
| 1,3040                             | 0,3788           | 0,1552                                      | 0,410                         |
| 1,3700                             | 0,4261           | 0,1735                                      | 0,405                         |
| 1,4380                             | 0,4734           | 0,1942                                      | 0,412                         |

Come si vede da questa tabella l'attitudine del Cu Cl<sub>2</sub> a sciogliere il Cu Cl cresce col crescere delle concentrazioni di HCl. Nelle prime due tabelle il rapporto  $\frac{\Delta Cu^I}{Cu^{II}}$  dimostra una non molto grande tendenza ad aumentare, mentre aumentano le concentrazioni di Cu Cl<sub>2</sub>, fatto questo che poteva essere preveduto; ma invece nell'ultima tabella, dopo un primo brusco aumento tra il primo ed il secondo rapporto, si nota che il rapporto stesso si man-

tiene visibilmente costante, perchè data l'estrema ossidabilità delle soluzioni cloridriche di Cu Cl, le piccole variazioni che si notano sono da imputarsi probabilmente ad inevitabili errori sperimentali.

Esperienze preliminari della medesima natura, ma compiute in assenza di HCl, ed impiegando come solvente l'alcool metilico dimostrerebbero che anche in questo caso il rapporto  $\frac{A_{Cu^I}}{Cu^{II}}$  oscilla intorno al valore 0,40.

La conclusione che può trarsi da tutti questi fatti è che realmente tra il Cu Cl<sub>2</sub> in soluzione cloridrica ed il Cu Cl possono formarsi uno o più clorosali rameosi-rameici. In una prossima Nota descriverò i metodi dei quali mi sono servito per chiarire la costituzione di questi sali complessi, esponendo i risultati che mi fu possibile di ottenere.

Chimica. — *Sulla costituzione dei clorosali rameosi-rameici.*  
Nota di G. POMA, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sulla grandezza molecolare dello zolfo sciolto in bromoformio* (1). Nota di A. BORGIO e M. AMADORI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

La grandezza molecolare dello zolfo, sia allo stato di vapore, sia di soluzione, è stata oggetto di accurato studio da parte di molti sperimentatori. Il risultato più attendibile di queste ricerche è che in entrambi i due stati suaccennati lo zolfo presenta, a temperature non troppo elevate, molecola ottoatomica. Solo a temperature alte od in certi solventi queste molecole tendono a scindersi in molecole meno complesse.

Nel corso di alcune ricerche sui persolfuri d'idrogeno, uno di noi, assieme a G. Bruni, ebbe occasione di eseguire determinazioni crioscopiche sulle soluzioni di zolfo in bromoformio, trovando valori che assai poco si scostano dalla formola S<sub>8</sub>. Tali risultati furono poi recentemente discussi da E. Paternò (2), il quale osservò che tutti gli studi precedenti « se hanno permesso di concludere che l'ipotesi più attendibile è quella di ammettere la molecola S<sub>8</sub>, non hanno mai dato risultati precisi » e che « la molecola S<sub>8</sub> non può considerarsi come un dato crioscopico indiscutibile ».

In seguito a questa discussione, e perchè la grandezza molecolare dello zolfo in bromoformio ha una grande importanza per ricerche che stanno ese-

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

(2) Questi Rendiconti, 1908, 2° sem. 627.

guendosi in questo Istituto, noi, dietro invito del prof. Bruni, abbiamo eseguito una serie di misure crioscopiche, proponendoci di determinare colla massima esattezza quella grandezza, e di vedere entro quali limiti i valori trovati deviano fra loro e dal calcolato. Ci limitiamo ad esporre qui i risultati delle nostre esperienze, senza voler entrare in discussione su ciò che riguarda il peso molecolare dello zolfo sciolto in altri solventi.

Lo zolfo impiegato era zolfo cristallizzato purissimo di Kahlbaum e venne ricristallizzato dal benzolo, da cui si ottenne in minuti cristallini.

Il bromoformio impiegato era di varie provenienze (Kahlbaum, Merck, Erba); fu sempre purificato con grande accuratezza, lavandolo con acqua alcalina, seccandolo con solfato sodico calcinato, distillandolo nel vuoto e quindi congelandolo frazionatamente ripetute volte. Il prodotto così ottenuto gelava a  $+7^{\circ},8$ . Si operava solo su bromoformio purificato al massimo da due o tre giorni. Abbiamo constatato che il modo migliore per conservarlo puro consiste nel tenerlo all'oscuro ed allo stato solido, fondendolo solo al momento di impiegarlo.

Le determinazioni furono eseguite con un comune apparecchio di Beckmann, mettendo però molta cura nel regolare il raffreddamento, in modo che il bagno esterno si trovasse sempre poco al disotto del punto di congelamento della soluzione. Si preferì di fare un maggior numero di serie di misure, ed in ciascuna pochissime concentrazioni successive (mai più di tre); si fecero anzi parecchie determinazioni isolate (una sola concentrazione). Ciò per evitare l'accumularsi delle cause d'errore dovute alle successive aggiunte di nuove quantità di sostanza e alla troppo lunga durata dell'esperienza. Il numero totale delle determinazioni eseguite fu di 28.

Quanto alla costante crioscopica del solvente, non abbiamo creduto necessario di rideterminarla, visto che il numero 144 dedotto da Ampola e Manuelli <sup>(1)</sup> corrisponde assai bene alla media dei valori avuti, per abbassamenti corrispondenti ai nostri, con tutte le sostanze a comportamento normale e segnatamente cogli idrocarburi (benzolo, naftalina e difenile) che danno sempre i migliori risultati.

Nella tabella seguente facciamo seguire i risultati delle nostre 28 determinazioni.

(<sup>1</sup>) Gazz. chim. ital., 25, II, 91 (1895).

| N. d'ordine | Bromoformio<br>grammi | Zolfo<br>grammi | Concentra-<br>zione | Abbassa-<br>mento<br>termometrico | Peso<br>molecolare<br>(K = 144) | Depressione<br>molecolare<br>(S <sub>8</sub> = 256,56) | Abbassa-<br>mento<br>termometrico<br>calcolato<br>per S <sub>8</sub> | Differenza<br>fra<br>l'abbass.<br>trovato ed<br>il calcolato |
|-------------|-----------------------|-----------------|---------------------|-----------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 1           | 33.5460               | 0.1038          | 0.3094              | 0.175                             | 254.5                           | 145.1                                                  | 0.175                                                                | 0                                                            |
| 2           | "                     | 0.2430          | 0.724               | 0.405                             | 257.4                           | 143.5                                                  | 0.405                                                                | 0                                                            |
| 3           | "                     | 0.3516          | 1.048               | 0.585                             | 257.9                           | 143.2                                                  | 0.59                                                                 | - 0.005                                                      |
| 4           | 35.1167               | 0.1214          | 0.345               | 0.20                              | 248.4                           | 148.7                                                  | 0.195                                                                | + 0.005                                                      |
| 5           | "                     | 0.2977          | 0.847               | 0.485                             | 251.4                           | 146.9                                                  | 0.475                                                                | + 0.01                                                       |
| 6           | "                     | 0.4454          | 1.268               | 0.715                             | 255.3                           | 144.6                                                  | 0.715                                                                | 0                                                            |
| 7           | 31.0270               | 0.1768          | 0.569               | 0.325                             | 252.1                           | 146.5                                                  | 0.320                                                                | + 0.005                                                      |
| 8           | "                     | 0.3012          | 0.971               | 0.555                             | 251.9                           | 146.6                                                  | 0.545                                                                | + 0.01                                                       |
| 9           | "                     | 0.5541          | 1.785               | 1.01                              | 254.4                           | 145.1                                                  | 1.005                                                                | + 0.005                                                      |
| 10          | 30.3572               | 0.3530          | 1.16                | 0.66                              | 253.0                           | 145.9                                                  | 0.65                                                                 | + 0.01                                                       |
| 11          | "                     | 0.6218          | 2.048               | 1.145                             | 257.5                           | 143.4                                                  | 1.15                                                                 | - 0.005                                                      |
| 12          | "                     | 0.9014          | 2.969               | 1.66                              | 257.5                           | 143.4                                                  | 1.67                                                                 | - 0.01                                                       |
| 13          | 33.6994               | 0.4038          | 1.198               | 0.68                              | 253.6                           | 145.6                                                  | 0.675                                                                | + 0.005                                                      |
| 14          | "                     | 0.5968          | 1.77                | 1.00                              | 254.9                           | 144.9                                                  | 0.995                                                                | + 0.005                                                      |
| 15          | 32.8220               | 0.4180          | 1.273               | 0.71                              | 258.1                           | 143.0                                                  | 0.715                                                                | - 0.005                                                      |
| 16          | "                     | 0.8760          | 2.668               | 1.50                              | 256.1                           | 144.2                                                  | 1.50                                                                 | 0                                                            |
| 17          | 30.7386               | 0.5346          | 1.739               | 0.98                              | 255.5                           | 144.5                                                  | 0.98                                                                 | 0                                                            |
| 18          | "                     | 0.7538          | 2.45                | 1.335                             | 264.2                           | 139.7                                                  | 1.37                                                                 | - 0.035                                                      |
| 19          | 36.8060               | 0.2000          | 0.543               | 0.30                              | 260.6                           | 141.7                                                  | 0.305                                                                | - 0.005                                                      |
| 20          | 36.7246               | 0.2396          | 0.652               | 0.365                             | 257.2                           | 143.6                                                  | 0.365                                                                | 0                                                            |
| 21          | 30.9790               | 0.3118          | 1.006               | 0.57                              | 254.0                           | 145.3                                                  | 0.565                                                                | + 0.005                                                      |
| 22          | 31.4604               | 0.3962          | 1.26                | 0.705                             | 257.3                           | 143.5                                                  | 0.71                                                                 | - 0.005                                                      |
| 23          | 31.1794               | 0.4083          | 1.309               | 0.73                              | 258.2                           | 143.0                                                  | 0.735                                                                | - 0.005                                                      |
| 24          | 30.0740               | 0.4877          | 1.621               | 0.895                             | 260.8                           | 141.6                                                  | 0.91                                                                 | - 0.015                                                      |
| 25          | 30.5460               | 0.5200          | 1.702               | 0.93                              | 263.5                           | 140.1                                                  | 0.955                                                                | - 0.025                                                      |
| 26          | 37.3684               | 0.6648          | 1.779               | 0.99                              | 258.7                           | 142.7                                                  | 1.00                                                                 | - 0.01                                                       |
| 27          | 40.1310               | 0.7412          | 1.846               | 1.025                             | 259.3                           | 142.4                                                  | 1.04                                                                 | - 0.015                                                      |
| 28          | 30.9844               | 0.6058          | 1.955               | 1.09                              | 258.2                           | 143.0                                                  | 1.10                                                                 | - 0.01                                                       |

Media generale = 256.4 K = 144.1

Calcolato per S<sub>8</sub> = 256.56

Come si vede i risultati sono assai concordanti fra loro e coi valori teorici. Nelle ultime due colonne abbiamo dato gli abbassamenti teorici che si calcolerebbero per S<sub>8</sub> = 256,56 e le differenze dagli abbassamenti effettivamente osservati. I valori calcolati sono stati arrotondati fino al mezzo centesimo di grado, che rappresenta la maggior precisione effettivamente raggiungibile nelle letture.

Si vede che delle 28 determinazioni, 6 hanno dato numeri che differiscono di meno di questo valore dal teorico; 9 hanno dato abbassamenti leggermente superiori e 13 abbassamenti leggermente inferiori ai teorici; solo quattro esperienze diedero differenze superiori a  $\frac{1}{100}$  di grado.

Noi crediamo quindi di poter concludere che lo zolfo ha in soluzione nel bromoformio una grandezza molecolare corrispondente alla formola  $S_8$ , e che, data la grande concordanza dei valori tra loro, una scissione in molecole meno complesse può, nelle condizioni da noi sperimentate, ritenersi del tutto esclusa.

*Patologia. — Speciale reperto nella sostanza cerebrale di individui morti per perniciosa malarica* (1). Nota del dott. UGO CERLETTI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Nel procedere all'esame istopatologico della corteccia cerebrale di otto soggetti morti di perniciosa malarica, ho fermato la mia attenzione sopra peculiari processi proliferativi a carico dei vasi sanguigni.

Il reperto più tipico consiste nella formazione di *fasci* di vasi sanguigni. Molti vasi sanguigni, specie capillari, non presentansi, siccome normalmente, quali tubi semplici a lume unico; ma ad essi, in molti punti della corteccia, si è sostituito un fascio di più tubi aderenti uno all'altro e decorrenti parallelamente fra di loro o a mo' di treccia. Seguendo nel loro decorso i capillari e precapillari, a volte anche le arteriole e le venuzze che dalla pia madre penetrano nella corteccia cerebrale in direzione perpendicolare alla superficie, si osserva non di rado, poco lungi dal loro punto d'ingresso nella sostanza cerebrale, in luogo del vaso unico, un fascio di grossi capillari, il quale si approfondisce nella primitiva direzione, cedendo di quando in quando qualche collaterale. Gli angoli di divisione dei vasi sanguigni, a varie altezze nella corteccia, in luogo di presentarsi costituiti da due o al più da tre vasi divergenti, isolati, come nel normale, si presentano spesso costituiti da due o da tre fasci vasali che, come tali, divergono uno dall'altro.

Negli strati profondi della corteccia cerebrale, si osservano più numerosi i fasci di capillari, talora colpiti dal taglio in sezione longitudinale, talora in sezione obliqua o trasversale. In quest'ultimo caso, essi appaiono quali dischetti più o meno voluminosi, cribrati da parecchi fori che corrispondono ai lumi dei capillari, assumendo nell'insieme l'aspetto della bocca d'una mitragliera (v. fig. 1).

In rapporto con la relativa scarsità della vascolarizzazione capillare propria della sostanza bianca, i fasci vasali vi si riscontrano, nei casi da me studiati, molto meno numerosi che nella sostanza grigia. Presentano,

(1) Dal Laboratorio anatomo-patologico della Clinica Psichiatrica di Monaco di Baviera e di Roma.

generalmente, nelle sezioni normali all'asse delle circonvoluzioni, un decorso longitudinale, e sono più frequenti nelle zone immediatamente sottostanti

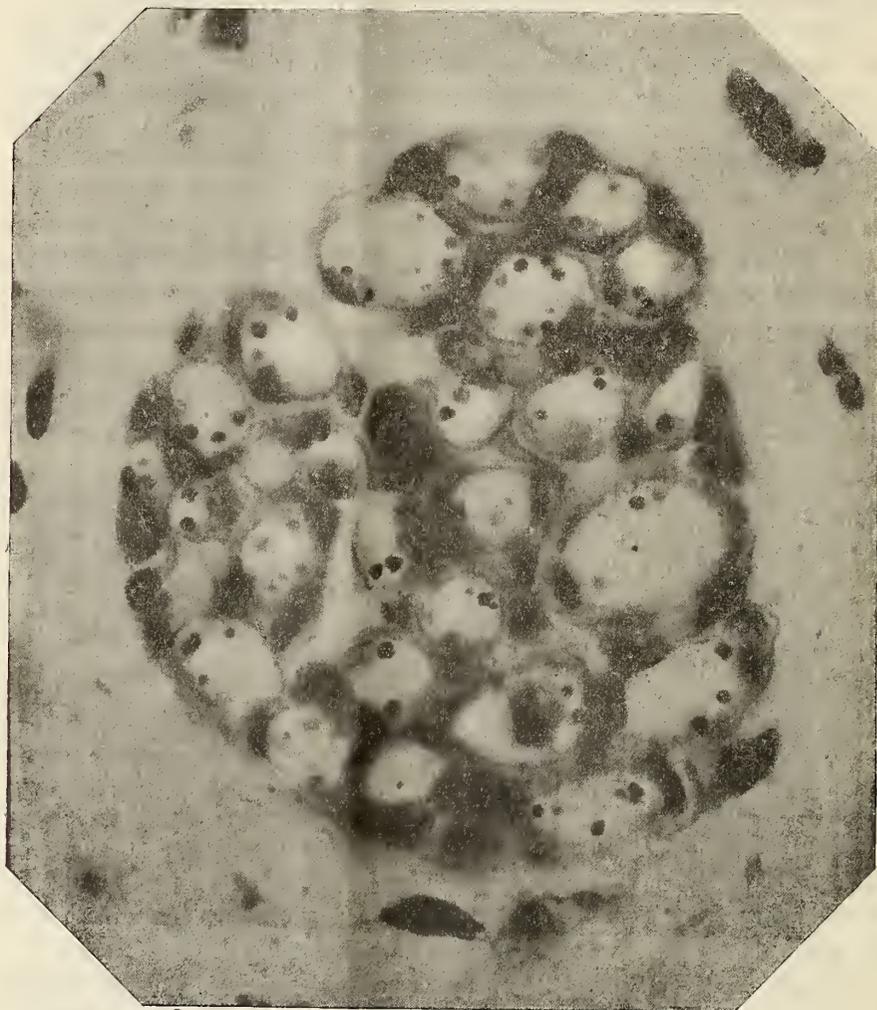


FIG. 1. — Microfotografia (obb. immersione omog. apocr. 2 mm. Zeiss) di un fascio vasale in sezione trasversale, nella corteccia cerebrale in un caso di perniciosa comatosa. Si contano 27 lumi vasali. Nei vari lumi i parassiti e alcuni macrofagi. (Fissazione alcool; colorazione bleu di toluidina).

allo strato delle cellule polimorfe, rari nel mezzo della corona radiata di ciascuna circonvoluzione.

Il numero dei vasi che concorrono a costituire un singolo fascio è molto variabile. In un caso di perniciosa comatosa, ho osservato fasci costituiti

da un numero enorme di lumi vasali. Riproduco qui la microfotografia di un fascio tagliato trasversalmente, nel quale si contano ben 27 lumi vasali



FIG. 2. — Microfotografia (obb.° 5 A. A. Zeiss) di un fascio vasale in sezione longitudinale, situato nello strato delle piccole cellule piramidali in un caso di perniciosia comatosa. Nei vari lumi vasali si scorgono i parassiti.

(v. fig. 1). Naturalmente, dato il piccolo spessore delle sezioni, in questi stessi fasci, tagliati in sezione longitudinale, viene compreso un numero molto minore di lumi vasali; nondimeno non è raro contarne 5, 6, 7 (v. fig. 2).

In altri quattro casi di perniciosia ho osservato parimenti fasci vasali, costituiti da un buon numero di vasi riuniti anche in numero di 10 e più.

Anche nei cinque casi restanti ho riscontrato il reperto dei fasci vasali, per quanto questi non si presentassero così frequenti nè costituiti da un numero rilevante di vasi.

In uno di questi vasi era anche degno di nota il fatto che alcuni dei vasi sanguigni che distaccansi dalla pia madre per penetrare nella corteccia cerebrale, invece di scendervi in direzione perpendicolare alla superficie, come nel normale, appena penetrati nello strato più superficiale della corteccia, vi si diramano a ciuffo fornendo numerose ramificazioni. Inoltre in questo stesso caso, come pure in un secondo, si osservano indubbî fatti di proliferazione vasale per gettoni di neoformazione, risultandone, nella rete capillare della sostanza grigia, maglie abnormemente fitte ed anguste. Anche nel primo strato corticale, ove normalmente la vascolarizzazione è piuttosto scarsa, si osservano fitti capillari decorrenti nelle più svariate direzioni.

Passando ad un esame più minuto, esaminando cioè i fasci vasali a forte ingrandimento, in preparati appropriati per la dimostrazione delle alterazioni degli elementi dell'endotelio (specialmente in preparati alla toluidina), si osservano in molte cellule dell'endotelio le note caratteristiche di processi progressivi in atto: vale a dire i nuclei appaiono molto più voluminosi che nel normale, molto più ricchi in granuli cromatinici; presentano di solito uno o due grossi nucleoli colorantisi metacromaticamente. Ho potuto anche sorprendere alcune tipiche mitosi a carico di cellule dell'endotelio. Il corpo protoplasmatico, inoltre, riesce particolarmente evidente perchè si colora molto più intensamente che nel normale e per una estensione molto ampia lungo il lume vasale, presentando una struttura granulo-reticolare (fissazione in alcool). Oltre che per la sua abnorme colorabilità, il corpo protoplasmatico riesce particolarmente evidente anche perchè rigonfiato; cosicchè nelle sezioni trasversali esso forma un anello di abnorme spessore, delimitante il lume vasale.

Il metodo del Weigert per l'elastica mette in rilievo per ciascun lume una sottilissima membrana distintamente colorata.

Ho già notato che questi fasci vasali sono costituiti per lo più da capillari o da precapillari. I singoli vasi verosimilmente sono cementati fra di loro dalle cellule avventiziali, che anche nel normale, per quanto in scarso numero, sembra accompagnino molti capillari. Queste però subirebbero processi ipertrofici ed iperplastici: infatti nei fasci vasali, gli interstizi fra un vaso e l'altro sono colmati da grossi elementi cellulari a nucleo ipertrofico, ricco di granuli cromatinici, provvisti di un corpo protoplasmatico bene evidente, il quale colma gl'interstizi poligonali che, nelle sezioni trasverse, appaiono tra vari lumi vasali contigui. Nei diversi elementi morfologici del tessuto nervoso che si trovano intorno ai fasci vasali, non è raro osservare torsioni e spostamenti, che fanno pensare ad una compressione esercitata dalla neoformazione vasale sugli strati circostanti del tessuto nervoso stesso.

Essendo divenute oltremodo rare in Roma le morti per perniciosa, in sei casi di quelli da me studiati, ho dovuto limitarmi ad esaminare soltanto uno o due piccoli pezzi di corteccia cerebrale di perniciosi, gentilmente concessimi dall'Istituto di anatomia patologica dell'Università di Roma; ora, è notevole il fatto che, non ostante l'esiguità del materiale, il reperto dei fasci vasali sia stato sempre positivo.

In questa breve Nota mi limito a segnalare i fatti osservati nelle mie ricerche preliminari, senza dare di essi alcuna definitiva interpretazione. La scarsità del materiale di cui ho potuto disporre, non mi consente di generalizzare i miei reperti, di affermare cioè che in ogni caso di perniciosa malarica si riscontrino i fasci vasali nella sostanza cerebrale. Tanto meno mi è consentito di mettere in rapporto causale la formazione di detti fasci con la perniciosa.

Dell'importante problema dei modi e delle condizioni di formazione dei fasci vasali nella sostanza dei centri nervosi, mi occuperò in un lavoro *ad hoc* che, spero, apparirà tra breve. In questa Nota mi limiterò ad alcune considerazioni che valgono a tracciare le vie da seguirsi per le ulteriori ricerche sullo speciale argomento che qui ci occupa.

È ancora da risolversi il problema se nel cervello normale si riscontrino veri e propri fasci vasali. Bene inteso, non mi riferisco qui a fasci comprendenti un numero di lumi vasali così ingente come in quelli da me più sopra illustrati. Il numero eccezionale dei vasi che li costituiscono e le note istopatologiche a carico dei singoli elementi vasali, non lasciano dubbio circa il loro significato schiettamente patologico.

Se mai, la questione può porsi per i fasci in cui si osservano al più due o tre vasi decorrenti insieme. Gli autori non precisano dati in proposito, nè riguardo al cervello dell'uomo, nè a quello degli animali; debbo perciò riferirmi soltanto ad osservazioni personali. Rispetto al cervello umano ci si scontra qui nella tanto vessata questione del cervello *normale* <sup>(1)</sup>. L'esame paziente di molti preparati tratti dal materiale così detto normale, di cui dispone il nostro laboratorio, mi ha fatto riscontrare qualche rara volta due e anche tre lumi vasali ravvicinati in modo da dare l'apparenza d'un piccolo fascio vasale.

Nel cervello di cani, gatti, agnelli, conigli, cavie, fatti simili sono oltremodo rari. Per questi casi, tuttavia, alcuni dati suggeriscono il sospetto che si tratti di aspetti analoghi, ma non identici a quelli più sopra descritti.

(<sup>1</sup>) I cervelli di due giustiziati e d'un giovane suicida che ho avuto opportunità di esaminare, sono inutilizzabili per questo come per molti altri problemi d'istopatologia, riscontrandovisi, già ad un primo esame, varie alterazioni di carattere grave. Altro materiale di cui dispongo, tratto da giovani soggetti morti per traumi, lascia sempre à dito al dubbio, non essendo corredato da un'anamnesi e da un'autopsia complete.

Infatti, nei così detti normali, queste rare aggregazioni di due o tre vasi, ad un attento esame, si rivelano come facenti parte del tratto di suddivisione di un vaso sanguigno, nel quale sia caduta la sezione prima che i rami che se ne dipartono abbiano potuto divergere tra loro di tanto da apparire affatto indipendenti uno dall'altro. Quasi sempre però tra ramo e ramo intercede uno spazio più o meno ampio; mentre nei tipici fasci da me descritti, i singoli vasi si addimostrano intimamente collegati tra loro. Nei così detti casi normali, infine, non si osservano alterazioni a carico dei singoli elementi vasali.

Fasci vasali analoghi a quelli illustrati in questa Nota furono già da me descritti sin dal 1904 nella corteccia cerebrale dei vecchi; dall'Alzheimer e dal Nissl, sotto il nome di *Gefaesspakete*, nella paralisi progressiva e specialmente nella sifilide cerebrale.

Circa il mio reperto in alcuni senili, la sua interpretazione è molto complessa; qui non mi è concesso spazio sufficiente per trattarne, nè sarebbe il caso, in quanto nessuno dei cervelli di perniciosi da me esaminati presentava le note istopatologiche della senilità. L'aver riscontrato i fasci vasali in tutti i miei casi di perniciososa, a priori rende poco verosimile la supposizione che si trattasse di individui affetti da sifilide cerebrale, morti per perniciososa, e in ogni modo l'esame istopatologico della pia madre, dei vasi sanguigni e degli altri elementi del tessuto cerebrale, permette di scartare tale ipotesi almeno in sette casi su otto. In un solo caso, la presenza di rari linfociti e di qualche plasmacocita nelle guaine avventiziali, può lasciar qualche dubbio, dubbio che, data la esiguità del materiale disponibile, non ho potuto risolvere definitivamente.

Per quanto riguarda eventuali rapporti tra la perniciososa e la formazione dei fasci vasali da me descritti, a priori parrebbe da escludersi un diretto rapporto causale tra la grave infezione che ha condotto a morte l'individuo e la complessa neoformazione vasale, inquantochè la perniciososa ha generalmente un decorso rapido, non di rado di pochi giorni, sì che sembra difficile ammettere che in uno spazio di tempo tanto breve possano svolgersi e completarsi processi neoproduttivi così imponenti. In determinate lesioni del tessuto nervoso, si verificano neoformazioni di capillari e gettoni in tre o quattro giorni: ma oggi non possediamo ancora dati per stabilire se in un tempo così breve possano formarsi fasci vasali.

Poichè molti degli individui che muoiono di perniciososa negli ospedali romani sono antichi malarici, converrà innanzi tutto determinare se eventualmente il reperto da me descritto sia in rapporto con quest'affezione. Per le difficoltà che s'incontrano nel raccogliere materiale adatto, non ho potuto ancora intraprendere questa ricerca: mi sembra, tuttavia, che ulteriori indagini riguardo al singolare reperto da me segnalato, possano per ora utilmente volgere sui centri nervosi dell'uomo e di animali affetti da varie malattie

dovute a plasmodii e, in genere, a protozoi viventi nel sangue. In varie malattie da tripanosomi, secondo lo Spielmeyer, non si riscontrerebbero fasci vasali nella sostanza cerebrale: dal canto mio, posso fin d'ora segnalare il fatto che in due cani che ho inoculato col parassita della *Dourine* e che son rimasti in vita tre mesi circa, ho riscontrato nella corteccia cerebrale eleganti fasci vasali costituiti da 6-8 sottilissimi capillari.

### PERSONALE ACCADEMICO

Il Corrispondente CARLO VIOLA legge la seguente Commemorazione del Socio straniero ENRICO CLIFTON SORBY.

ENRICO CLIFTON SORBY nacque a Woodburn presso Sheffield il 10 maggio 1826 e morì in Sheffield il 9 marzo 1908.

Enrico Sorby frequentò dapprima la scuola di Harragote indi la grammarschool di Sheffield, senza raggiungere alcun grado accademico. Egli compì la sua ulteriore istruzione privatamente sotto la guida del reverendo Gualtiero Mitchell, già studente di medicina, uomo di vasta coltura, matematico e naturalista, buono scrittore e autore di varie Memorie cristallografiche. Sorby non trascurò il disegno e la pittura, e disciplinandosi nella ginnastica e nella scherma, associò la coltura scientifica alla forza fisica, al coraggio e alla educazione dello spirito, come gli inglesi del suo tempo.

Con la direzione di Gualtiero Mitchell, Sorby si invogliò nelle ricerche scientifiche, e giovane ancora si presentò autore di lavori sperimentali. Dotato di copiosi mezzi di fortuna Sorby non ebbe nella sua vita nessun'altra preoccupazione che la vecchia madre, con la quale visse, studiò e viaggiò ancora; e non ebbe altro pensiero che lo studio e la beneficenza, sicchè gli fu possibile di conseguire l'ideale, espresso varie volte nei suoi scritti, cioè dedicarsi alle ricerche sperimentali, circondato di assoluta quiete morale, disponendo largamente di mezzi e di tempo e fuori di ogni lotta, che porta seco assai spesso qualsiasi professione e qualsiasi carica; ideale che Sorby ritenne indispensabile fosse circondato l'ambiente di ogni sperimentatore.

Sorby a 20 anni è autore di un lavoro di chimica agraria, letto alla Società Chimica di Sheffield, basato sopra 132 determinazioni di zolfo e fosforo contenute nei terreni agricoli; altri lavori di indole analoga succedettero a questo.

E mentre Sorby si occupava di chimica agraria, contemporaneamente e forse ancora alcuni anni prima, come si rileva dalla biografia scritta da lui, la sua mente, inquieta alle ricerche, si rivolgeva allo studio dei minerali e delle rocce, proseguendo le belle esperienze di Davide Brewster e William

Nicol. Fra i primi lavori di petrografia da lui pubblicati, è memorabile quello che egli presentò alla Società Geologica di Londra nel 1857, che lo fece conoscere in breve tempo fra i migliori naturalisti di allora. Questa celebre Memoria che uscì nel 1858, e non attirò subito l'attenzione del mondo scientifico come l'avrebbe potuto e dovuto, porta il titolo: *On the microscopical structure of crystals indicating the origine of minerals and rocks*; essa indicava i minuti particolari di un metodo per lo studio microscopico delle rocce, che ancora oggi è in vigore, salvo pochi perfezionamenti, insegnava il modo di applicare la luce polarizzata nelle analisi con le sezioni sottili, spiegava la struttura dei minerali e delle loro aggregazioni con copiosa messe di particolari, e finalmente con la natura delle inclusioni liquide e gassose tirava le conseguenze più probabili circa le origini delle rocce massicce e degli scisti cristallini.

Per comprendere il valore dell'opera di Sorby in questo primo periodo delle sue ricerche, conviene portarsi col pensiero nell'epoca, in cui la petrografia non aveva alcuna base sicura, e perciò ogni teoria ne era lecita e conseguiva l'applauso; quando le polemiche poco fortunate, aspre e vivaci fra due scuole, la Werneriana e la Huttoniana, avevano di poco ceduto le armi alle osservazioni e alle esperienze; Leopoldo von Buch e Alessandro von Humboldt, messe da parte le teorie del maestro, si accingevano a raccogliere nuovi fatti, lasciando nello stesso tempo il dominio nel mondo col potere di larghe e geniali vedute, capaci a riassumere un vasto campo di osservazioni; quando quel William Smith autodidacta stabiliva le basi della stratigrafia moderna, e Saussure, il grande geologo alpino, insegnava che le montagne non si studiano con l'intervento del microscopio. In quell'alba della geologia positiva, fra il contrasto di varie e rumorose opinioni, l'indirizzo di diverse scuole aprioristiche, fra il cumulo di grandi fatti naturali, incominciava a lavorare Enrico Sorby, e poco dipoi egli con coraggio inaudito in mezzo a geologi di gran fama, incognito e modesto presentava il suo piccolo ma celebre manoscritto alla Società Geologica di Londra, ricco di osservazioni e di sezioni sottili di rocce; e quella Società che 50 anni prima venne fondata col programma di raccogliere fatti geologici, lasciando da banda le teorie, rimandava il manoscritto di Sorby a miglior tempo, schernendolo più che incoraggiandolo.

Nè gli valse la parola generosa e autorevole di Phillips John, il geologo di Oxford, sempre pronta in difesa di Sorby; nè i microscopi polarizzatori, intesi, più che la parola o le discussioni, a provare e far credere i nuovi acquisti esposti da Sorby nel suo manoscritto.

I tempi non erano allora maturi per i nuovi lavori microscopici, che poi all'incontro succedettero rapidamente a quelli di Sorby, non così in Inghilterra, come in Germania, in Francia e in Italia.

Quando la fama di Enrico Sorby era consolidata, e la nuova scienza si

avviava con l'indirizzo datole dal maestro, si è tentato di scemare il prezzo del lavoro di Sorby, rievocando priorità ad altri, come a Davide Brewster, il fisico e cristallografo eminente, a William Nicol e ad Alessandro Bryson, e persino a un certo Oschatz, il quale infatti pubblicò nel 1852 una Nota compendiosa sul metodo di studiare le rocce col microscopio.

Ma è certo che Sorby incominciò le ricerche microscopiche delle rocce a 23 anni, che una sezione sottile di roccia preparata da lui nel 1850, si trova conservata nel Museo di Sheffield, che Sorby pubblicò nel 1851 una Nota sulla struttura microscopica dei calcari cristallini e in seguito una seconda Nota sulla struttura dei terreni sedimentari; e sta principalmente il fatto notevolissimo che solo dopo l'iniziativa e perseveranza di Sorby, lo studio microscopico e sistematico delle rocce divenne scienza a sè, e ciò per opera di Ferdinando Zirkel, suo allievo, ed Ermanno Vogelsang prima, indi di Enrico Fischer, Gustavo Tschermak, Rosenbusch, Strüver, come altresì per opera di petrografi e mineralogisti, che continuarono sull'impulso già grandioso di Sorby. E fu perciò bella, generosa e piena di riconoscenza la dedica al padre della petrografia moderna, fatta dai petrografi e geologi di tutto il mondo convenuti a Londra nel 1907 in occasione delle feste centenarie della fondazione di quella Società Geologica, dedica che Sorby ricevette commosso al letto di morte.

È noto che al tempo di Sorby ancora vi erano opposte tendenze circa l'origine delle rocce massicce, ignea per alcuni, acquee per altri. Sorby non si schierò nè per l'una, nè per l'altra di queste teorie; con lo studio delle inclusioni liquide nei minerali, egli dovette ammettere che durante l'intrusione o l'effusione di tali rocce ambedue le azioni devono simultaneamente aver luogo. La scienza moderna conferma in gran parte le idee di Sorby basate unicamente sull'osservazione.

Non si può convenire su quanto affermano alcuni che Sorby non avesse più coltivato il campo di ricerche così felicemente iniziato da lui. È bensì vero che Sorby prediligeva nuovi indirizzi di investigazione, ma egli non lasciò mai la petrografia, come fanno fede molte sue pubblicazioni, specialmente sulla struttura delle rocce sedimentarie, sulla teoria della scistosità nelle rocce cristalline, avvalorata con le esperienze. Sorby scrisse anche particolari Note sull'applicazione del microscopio polarizzatore, sul metodo di determinare gli indici di rifrazioni dei minerali contenuti nelle rocce; si occupò della doppia rifrazione, del metodo per determinare la posizione degli assi ottici; sperimentò su scorie e rocce artificiali, sulla struttura delle meteoriti, su quella del ferro in esse contenuto, e persino sulla struttura cristallina dell'acciajo, venendo così in aiuto all'industria siderurgica.

Sorby, durante la sua vita lunga e operosa, studiò molti altri problemi di scienza geologica con più o meno successo. Fra questi possiamo notare specialmente l'origine pseudomorfica del calcare magnesiaco e della siderite

di Cleveland, la struttura dei depositi cretacei, la causa della struttura cuneiforme, l'origine e la struttura delle quarziti. Anzi Sorby incominciò i suoi studî con la geologia dinamica, prima che con la petrografia, ma in seguito egli riprese i suoi studî prediletti, trattando in modo speciale della teoria sulla denudazione dei terreni, sulla precipitazione e sedimentazione dei depositi idrici, sulla formazione dei terrazzi in diverse condizioni dei torrenti, sulla plasticità e scorrevolezza del ghiaccio, sulle colmate dei fiumi mediante sbarramenti, venendo così in aiuto all'idraulica pratica.

E in tutti questi molteplici e svariati problemi egli riuscì istruttivo e originale e molte volte convincente nelle deduzioni; e quando il lettore vi trovi qualche conclusione dubbiosa e azzardata, nondimeno rimane sorpreso della semplicità dei metodi di ricerche e di dimostrazioni, a cui Sorby ricorreva sempre in tutte le questioni geologiche, che lo attraevano.

Ma il lavoro di Sorby non rimase affatto limitato alla sola petrografia e geologia. Si può anzi asserire che nessun campo del sapere rimase fuori del suo interesse e del suo spirito indagatore.

Fra il 1860 e il 1869 Sorby pubblicò varie Memorie di argomenti diversi. Così egli indicò il metodo per applicare convenientemente lo spettroscopio al microscopio; sperimentò sulla natura delle sostanze coloranti del sangue, sul pigmento dei capelli, sui colori delle foglie, dei fiori e delle uova degli uccelli; scrisse sulle sostanze che colorano i minerali e le gemme, diede metodi pratici per l'analisi al cannello, e per iscoprire le sostanze velenose, e con competenza anche in materia di meteorologia.

In mezzo alle continuate ricerche e indagini d'ogni specie, all'ordinamento minuzioso e accurato delle sue ricche raccolte e osservazioni in tutti i rami delle scienze naturali, non era per Sorby passatempo gradito il viaggiare per mare col suo proprio battello lungo le coste dell'Inghilterra in cerca di materiale geologico e zoologico in vista altresì della preparazione di una carta faunistica del litorale. Egli trovò ricreazione dello spirito non tanto nel viaggiare a scopo di studio o di diporto, quanto nell'occuparsi di archeologia, dei ruderi e degli edifizî di epoca Normanna, nel decifrare i geroglifi egiziani dei vecchi manoscritti conservati nel Museo Britannico; e in queste osservazioni e studî ricreativi Sorby riuscì geniale e contribuente valoroso.

Non è cosa facile scrivere della vita privata, dell'indole e del carattere di Enrico Sorby, ed è più che mai difficile per chi non ebbe la fortuna di conoscerlo personalmente; e se io avessi pensato a queste difficoltà per ricordare pienamente del grande scienziato, non avrei osato accingermi a tale impresa, se l'invito a far ciò del nostro illustre presidente non mi fosse di sprone.

E mi rallegra il fatto che Sorby lasciò molto scritto di sè e per fortuna ebbe un amico intimo, John Judd, il petrografo del Geological Survey,

dapprima suo allievo e indi suo compagno di studio. Questi fu il promotore alle onoranze di Enrico Sorby e ora ci comunica notizie preziose, da cui risplende l'animo nobile di questo severo lavoratore.

« Chi ebbe il piacere — scrive Judd — di conoscere Sorby nella sua abitazione di Sheffield o a bordo del suo battello, il quale fu la sua seconda dimora e luogo di studio, non può dimenticare il carattere semplice e amabile di quest'uomo, e la devozione verso di lui dei suoi servitori e marinai che lo circondavano.

« L'isolamento quasi eremitico dei suoi primi anni creò nel suo carattere molte eccentricità e varie abitudini strane ma amabili ad un tempo. Nondimeno il suo entusiasmo per la scienza, la sua tenacia al lavoro, e l'apprezzamento che egli aveva dei lavori altrui attutivano le angosce del suo carattere ».

Sorby, benchè dotato di cospicui mezzi di fortuna, non fu felice all'esordio della sua carriera, poichè, come si è veduto, i metodi di studio da lui iniziati non si confacevano con le idee del suo tempo; ma in seguito il valore di Sorby venne riconosciuto universalmente. La Società Geologica di Londra gli conferì il premio di Wollaston nel 1869, la medaglia di Boerhave nel 1872. Fu premiato con la medaglia reale nel 1874, ed ebbe il grado di dottore *honoris causa* dall'Università di Cambridge. Fu Socio di varie accademie scientifiche, e Socio onorario di varie Società straniere. La nostra Accademia lo elesse Socio straniero il 26 luglio 1883. Ma fra tutti gli onori uno egli ambiva ed era orgoglioso di portare, quello di essere presidente quasi perpetuo della Società Geologica e della Società Mineralogica di Londra.

L'attività di Sorby non fu solamente ristretta alle ricerche scientifiche. Oltrechè naturalista egli fu protettore delle scienze e oltremodo caritatevole, come ne attestano i numerosi istituti di educazione e di istruzione da lui fondati e beneficiati nella sua città nativa. E inoltre Sorby istituì il Collegio di Sheffield, che poi fu elevato al grado di Università degli Studi per opera sua. Morendo egli lasciò tutta la sua fortuna cospicua agli istituti scientifici di Sheffield, a cui donò anche le sue ricche raccolte.

La nostra Accademia non pubblicò nulla di Sorby, nondimeno essa ne risente la perdita, come la sparizione di un grande ideale, che pertanto fruttò un nuovo ramo della scienza geologica.

Il Socio CAPELLINI rileva anch'egli il valore dell'opera del Sorby; ed aggiunge alcune osservazioni sulla storia dei primi studi delle rocce per mezzo del microscopio, ricordando che spetta al bolognese Beccari (1611) il merito di aver iniziato tali studi.

## PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci: BERTINI, PASCAL, SILVESTRI, TARAMELLI, FISCHER, GREENHILL; e dei signori: AMODEO, MANCINI, MAZELLE, RICHARD, SORAUER. Fa inoltre speciale menzione del vol. IV degli *Scritti di Linneo*, e di alcune bellissime fotografie eseguite collo spettroeliografo dall'astronomo HALE, all'Osservatorio per gli studi solari di Pasadena in California.

Lo stesso SEGRETARIO richiama l'attenzione della Classe sopra un prezioso acquisto fatto dall'Accademia che strettamente si lega al fondatore dell'Accademia dei Lincei. Trattasi d'un esemplare dell'*Apiarium* del Principe FEDERICO CESI (1625), di cui due sole altre copie esistono in Roma; ma il presente esemplare, ricomposto dalla forma di Tavola a quella di Libro per consiglio di FABIO COLONNA, contiene diverse postille di mano dello stesso Principe Cesi.

Il Corrispondente CASTELNUOVO, nel presentare all'Accademia il I volume degli Atti del IV Congresso Internazionale dei Matematici, ricorda l'importanza che assunse questa riunione scientifica per il numero e la qualità degli intervenuti e per le discussioni elevate che vi si tennero. Gli Atti del Congresso hanno una tale estensione, che il Comitato fu costretto a dividerli in tre volumi; oggi esce il primo, mentre tra pochi mesi saranno pubblicati gli altri due, di cui la stampa è già a buon punto. Questo primo volume ha la maggiore importanza; esso contiene le Conferenze generali lette da eminenti scienziati, e destinate a lasciar traccia nella storia della scienza, perchè segnano i confini a cui varî rami di matematica son pervenuti nell'epoca attuale. Il II volume conterrà le Comunicazioni delle Sezioni I e II (Analisi e Geometria); il III volume sarà dedicato alle Sezioni III e IV (Applicazioni delle Matematiche alla Meccanica, Fisica, ecc.; Filosofia, Storia, Didattica).

## RELAZIONI DI COMMISSIONI

Vengano lette le Relazioni delle sottonotate Commissioni, colle quali si propone l'inserzione nei volumi delle Memorie dei seguenti lavori:

VOLTERRA rel., e BLASERNA. Memoria del prof. Lombardi: « Sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee in ferro ».

MAGGI rel., e PIZZETTI. Memoria del dott. Ena: « Intorno alla rotazione dei corpi muniti di movimenti ciclici stazionari ».

GOLGI rel., e GRASSI. Memoria del dott. Negri: « Sulla morfologia e sul ciclo del parassita della rabbia ».

Le conclusioni delle Commissioni esaminatrici, messe partitamente ai voti del PRESIDENTE, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

### CORRISPONDENZA

Il Presidente BLASERNA informa l'Accademia dei lavori compiuti dalla Commissione incaricata degli studi preliminari da compiersi prima di venire alle ricostruzioni nei paesi colpiti dal terremoto, ed annuncia che una sotto-Commissione si è già recata ad eseguire speciali osservazioni nei paesi stessi.

Il PRESIDENTE dà poscia comunicazione di una lettera colla quale l'Accademia delle scienze di Portogallo, esprime le sue condoglianze e le sua simpatia per il terribile disastro che ha colpito l'Italia.

Lo stesso PRESIDENTE annuncia inoltre che l'Università di Lipsia ha invitato l'Accademia a prender parte alle feste che saranno colà celebrate nel prossimo luglio, per commemorare il 500° anniversario della fondazione della Università predetta.

Il Segretario MILLOSEVICH dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Società zoologica di Amsterdam; la Società zoologica di Tokyo; l'Accademia delle scienze di Nuova York; le Società Reali di Londra e di Vittoria; gli Osservatori di Oxford, di Cambridge Mass., e di S. Fernando; l'Istituto geodetico di Potsdam.

---

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 3 gennaio 1909.

- AGAMENNONE G. — L'eau, cause indirecte des tremblements de terre. S. l. et a. 4°.
- BASSANI F. e GALDIERI A. — La sorgente minerale di Valle di Pompei. Relazione geologica. Napoli, 1908. 4°.
- BUFFA P. — Tisanotteri nuovi. Nota preliminare. (Dal « Redia », V, fasc 1°). Firenze, 1908. 8°.
- BALL L. (DE) — Die Theorie der Drehung der Erde. (Abgedruckt aus dem LXXXI Bande der Denkschr. d. Math.-Natur. Klasse d. K. Akad. d. Wissensch.). Wien, 1908. 4°.
- BERLESE A. — Osservazioni intorno agli Acerentomidi. Nota preventiva. (Dal « Redia », V, f. 1°). Firenze, 1908. 8°.
- EREDIA F. — Le precipitazioni atmosferiche in Italia dal 1880 al 1905. (Dagli « Annali dell'Uff. Centr. Meteor. e Geod. ital. », XXV, p. 1<sup>a</sup>, 1905). Roma, 1908. 4°.
- FRIES T. M. — Bref och skrivelser af och till Carl von Linne'. Första afdelningen. Del. II Skrifvelser och bref till k. Svenska Vetenskaps-Akademien och dess sekreterare. Stockholm, 1908. 8°.
- GOUPILLIÈRE H. (DE LA) — Application aux mouvements planétaire et cométaire de la recherche du centre de gravité et des axes principaux du temps du parcours. (Journal de l'École polytechnique). S. l. et a. 4°.
- GOUPILLIÈRE H. (DE LA) — Surfaces nau-tiloïdes. Coimbra, 1908. 8°.
- Ζαβιζιανου Σ. Κ. — Περὶ νιψιματος ητοι πως εγινετο, πως γινεται και πως προπει να γινεται η καθαρισις του στομον. Κερκυρα, 1909. 8°.
- LACROIX A. — Les minéraux des filons de pegmatite à tourmaline lithique de Madagascar. (Extr. du « Bull. de la Soc. franç. de Minéralogie », XXXI, 1908). Paris, 1908. 8°.
- LACROIX A. — Les derniers jours d'Herculanum et de Pompéi, interprétés à l'aide de quelques phénomènes récents du volcanisme. (« La Géographie: Bull. de la Soc. de Géographie ». Extrait, XVIII, n. 5, 1908).
- LACROIX A. — La mode de formation du Puy de Dôme et les roches qui le constituent. (Extr. des « Compt. rend. des séances de l'Acad. des Sciences », CXLVII, 1908). Paris, 1908. 4°.
- LACROIX A. — Les ponces du massif volcanique du Mont-Dore. (Extr. des « Compt. rend. des séances de l'Académie des Sciences », CXLVII, 1908). Paris, 1908. 4°.
- LEONARDI G. — Altre notizie intorno alla Diaspis pentagona Targ. ed al modo di combatterla. Portici, 1908. 8°.
- LEONARDI G. — Seconda contribuzione alla conoscenza delle cocciniglie italiane. (« Boll. del Laboratorio di zoologia gen. e agr. della R. Scuola Superiore d'Agric. in Portici », III, 1908). Portici, 1908. 8°.
- MANASSE E. — Rocce etritree e di Aden della collezione Issel. (Dagli « Atti della Soc. Tosc. di Sc. nat. », XXIV, Mem.). Pisa, 1908. 8°.
- MARTEL E. A. — La photographie souterraine au Magnésium. S. l. et a. 8°.
- MIDDENDORP H. W. — Le bacille de Koch est une bactérie innocente se développant dans les cavernes tuberculeuses du poumon, dès qu'elles ont communication avec une bronche, et pas l'agent pathogène de la tuberculose. Le

- virus tuberculeux est lié à la substance nécrosante de la cellule tuberculeuse en voie de dégénérescence et au protoplasme des cellules fraîches des tubercules gris. Groningue, 1908. 8°.
- National Antarctic Expedition. Album of Photographs and Sketches with a Portfolio of Panoramic Views. London, 1908. 4°.
- PFLUEGER E. — Die Aufklärungen, welche Errico de Renzi und Enrico Reale soeben (August 1908) über ihre den Duodenaldiabetes betreffenden Versuche gegeben haben. (Physiol. Laborat. in Bonn). Bonn, 1908. 8°.
- PFLUEGER E. — Ueber Parabiöse und Pankreasdiabetes. (Aus dem physiol. Laboratorium in Bonn). Bonn, 1908. 8°.
- Recherches astronomiques de l'Observatoire d'Utrecht: III. Utrecht, 1908. 4°.
- SEE T. J. J. — Further researches on the physics of the Earth, and especially on the folding of mountain ranges and the uplift of plateaus and continents produced by movements of lava beneath the crust arising from the secular leakage of the ocean bottoms. (From the Proceed. of the Amer. Philol. Society, XLVII, 189, 1908).
- STEFANI C. (DE) — Géotectonique des deux versants de l'Adriatique. ("Annales de la Soc. Géol. de Belgique, XXXIII, Mém.). Liège, 1908. 8°.
- TONI G. B. (DE) — Contributo alla conoscenza delle relazioni del patrizio veneziano Pietro Antonio Michiel con Ulisse Aldrovandi. Modena, 1908. 4°.
-

DISSERTAZIONI ACCADEMICHE  
DELLE UNIVERSITÀ DI BERNA, GREIFSWALD, JENA e ROSTOCK.

I. — BERNA.

- ALGINA V. — Ueber die Ursache des Herzschlages. Bern, 1908, 8°.
- AMMANN J. — Beitrag zur Kenntnis schweizerischer Tardigraden. Bern, 1908, 8°.
- AMMELOUNX A. — Ueber Entwicklung und Entwicklungstörungen der Nieren. Berlin, 1908, 8°.
- ANSELMIER P. — Ueber den Nachweis und die Form der Negri'schen Körperchen beim Affen, Fuchs und Hamster. Jena, 1908, 8°.
- ASCHKENASY S. — Ueber die Unfälle mit tödlichem Ausgang in der Schweiz während der Jahre 1900-1905 durch Erschlagenwerden, Schlag eines Tieres, Stoss und Anprall. Bern, 1908, 8°.
- BACH A. — Ueber die Beziehungen der Acne vulgaris zu Allgemeinerkrankungen. Reichenberg, 1907, 8°.
- BASCH G. — Ueber das Verhalten des Sajoindins im Organismus. Strassburg, 1908, 8°.
- BAUMEIER W. — Zur vergleichenden Anatomie und Morphologie des Musculus obliquus abdominis externus und der Fascia flava. Stuttgart, 1908, 4°.
- BECKER J. — Ueber Zungenpapillen. Ein Beitrag zur phylogenetischen Entwicklung der Geschmacksorgane. Jena, 1908, 8°.
- BEER S. — Ueber die ätiologische und klinische Bedeutung der Nierenstörung beider Eklampsia gravidarum. s. l. et a. 8°.
- BERNEBURG O. P. — Untersuchungen über die normale Rektal- und Vaginaltemperatur des Schafes und der Ziege. Jena, 1908, 8°.
- BERSTEIN J. — Synthese des 3', 4'-Dioxyflavons, Bern, 1907, 8°.
- BIGLER P. — Ueber die Synthese des 3' 4'-Dioxy- $\alpha$ -Naphthoflavonols. Bern, 1908, 8°.
- BOCK R. — Beiträge zur Biologie der Uredineen. Jena, 1908, 8°.
- BREGER M. — 2. Synthese des Apigenins. Versuche zur Darstellung des Resomorins. Bern, 1907, 8°.
- Bruns H. — Ueber das bakteriologische Verhalten des Fischfleisches nach der Zubereitung. München, 1908, 8°.
- COMTESSE A. — Synthese des 1-Methyl-3-Oxyflavons. Bern, 1908, 8°.
- COURANT E. — Ueber einige o-Oxy-Furalacetophenone. Bern, 1907, 8°.
- DECKERT P. G. — Phenyform. Ein neues Antiseptikum und seine Verwendbarkeit in der Veterinärmedizin. Berlin, 1908, 8°.
- DOBROCHOWSKI M. — Monographie der Kettenlinie. Bern, 1907, 8°.
- DÖLL A. — Die biologische Einwirkung des « Vioform » auf den Tuberkel-Bazillus im Tierkörper. Ein Beitrag zur chirurgischen Behandlung der Peritonealtuberkulose. Gent, 1907, 8°.
- DUBNIKOFF D. — Klinische Untersuchungen über Eisenwirkung und « larvierte Chlorose ». Ein Beitrag zur Lehre von der Chlorose. Bern, 1908, 8°.
- DÜRING A. — Studien über Agglomeration und Immunität bei Trypanosoma Lewisi. Berlin, 1908, 8°.
- EDNER J. A. — Ueber den englischen und französischen Rhabarber und eine Methode der Wertbestimmung des Rhabarber. Bern, 1907, 8°.
- ENGELSOHN J. — Synthese des 4'-Oxy- $\alpha$ -Naphthoflavonols und des 4'-Oxy- $\alpha$ -Naphthoflavons. Bern, 1907, 8°.
- FALKENBACH J. — Untersuchungen über Pyramidon in der Veterinärmedizin. Berlin, 1907, 8°.

- FEIDER R. — Die Dauererfolge der operativen Behandlung der Uterussarcome mit den verschiedenen Methoden. Bern, 1907. 8°.
- FRANZMANN A. F. — Beiträge zur vergleichenden Anatomie und Histologie des Kehlkopfes der Säugetiere mit besonderer Berücksichtigung der Haussäugetiere. Bonn, 1907. 8°.
- FRÉGONNEAU K. — Weisen die in verschiedenen Substraten gefundenen Proteusbakterien biologische Unterschiede auf und welche? Leipzig Reudnitz, 1908. 8°.
- FREY W. — Studien über Serum-Ueberempfindlichkeit, im besonderen das Theobald Smith'sche Phänomen. Jena, 1908. 8°.
- GENDENSTEIN P. — Dysthyre Schwerhörigkeit. Bern, 1908. 8°.
- GILLI J. — Beiträge zur Gastroenterostomie. Jena, 1907. 8°.
- GLAESNER C. — Tiersuchen-Bekämpfung im Felde. Berlin, 1908. 8°.
- GOBAT A. H. — Du traitement aérothermique dans les suppurations chroniques de l'oreille moyenne. Delémont, 1908. 8°.
- GOEDECKE A. — Ueber die Wirkung einiger Salze bei subkutaner und intravenöser Anwendung. Bern, 1907. 8°.
- HALPERIN K. — Ueber die Art der Jodausscheidung bei Basedow-Kranken im Vergleich zu Gesunden und Kropfpatienten. Bern, 1907. 8°.
- HARTMANN H. — Ueber Melioform, ein neues Desinfektionsmittel. Ragaz, 1907. 8°.
- HAUSHALTER F. — Ueber das Vorkommen von Schweineseuchebakterien und diesen ähnlichen Bakterien in den Tonsillen des Schweines. Strassburg, 1907. 8°.
- HELLMICH W. L. E. — Experimenteller Beitrag zur Genese des Epidermispigmentes. Leipzig, 1907. 8°.
- HODDES C. — Ueber die periodisch ascendirende Pyelitis. Bern, 1908. 8°.
- HODDES P. — Die Schwerhörigkeit der Kinder in der Primarschulen der Länggasse in Bern. Bern, 1908, 8°.
- JEANNERET T. — Recherches expérimentales sur un nouveau procédé de Gastrostomie. Berne, 1907, 8°.
- Jubin L. — La fourbure du pied du cheval. Lyon, 1908. 8°.
- KÄPPELI J. — Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Ovarien von wildlebenden und gezähmten Wiederkäuern und Schweinen. Bern, 1908. 8°.
- KELLER O. — Ueber die Lage der Wiederkäuer-Nieren. Zürich, 1908. 8°.
- KOESTLER W. — Beiträge zu Reihen-Entwicklungen nach Bessel'schen Zylinderfunktionen. Bern, 1907. 8°.
- KOROLIK Z. — Beiträge zur Kenntnis der Molybdate des Kupfers. St. Petersburg, 1908, 8°.
- KRIEG W. — Experimentelle Untersuchungen über Ranunculus-Arten bewohnende Uromyces. Jena, 1907. 8°.
- LAFFERT G. — Experimentelle Studien über die Fütterungstuberkulose der Meerschweinchen und die Beeinflussung derselben durch stomachal verabreichtes Tuberkulin. Jena, 1908. 8°.
- LANG W. — Ueber Praeventio-Impfung bei Tetanus. Drei neue Misserfolge. Langnau. 1908. 8°.
- LEUCHTENBERGER K. — Ueber ein falsches Euphorbium und das Harz von Pinus Jeffreyi Murr. Bern, 1907. 8°.
- LEYKIN A. — Ueber die Wirkung von Jod, Jodothyridin und Thyraden auf verschiedene Kropfformen, ihre Nebenwirkung und ihre Einwirkung auf den Blutdruck. Bern, 1907, 8°.
- LIGNERIS M. D. — Experimentelle Untersuchung über die Wirkung des Jods auf die Hundeschilddrüse sowie über die Kyperplasie dieser Drüse. Bern, 1907. 8°.
- LOTMAR-SEELIG O. — Ein Beitrag zur Kenntnis der Schicksale der fötalen Atelektase. Berlin, 1908. 8°.
- LOURENS L. F. D. E. — Untersuchungen über die Filtrierbarkeit der Schweinepestbacillen (Bac. suipestifer). Jena, 1907. 8°.
- LUDWINOWSKI S. — Synthese des 1-Oxy-3-methyl-flavons. Berlin, 1908. 8°.
- MAGASANIK L. — Werden im Bereich des

- ostium tubae pharyngeum Geschmacks-empfindungen ausgelöst? Bern, 1908. 8°.
- MAIMIN H. — Die laterale Korrespondenz der Lungenkehlkopftuberkulose. Bern, 1907. 8°.
- MAISEL S. — Beitrag zur Beurteilung der Lumbago traumatica. Berlin, 1908. 8°.
- MASUR A. — Beiträge zur Histologie und Entwicklungsgeschichte der Schmelz-pulpa. Wiesbaden, 1907. 8°.
- MAYER R. — Die Schaf-Tuberkulose. Eine monographische Darstellung mit Beschreibung selbstbeobachteter Fälle nebst einer Abbildung. Stuttgart, 1908. 8°.
- MINDER A. — Untersuchungen über die Wirkung des Digitalis beim Pferde. Bern, 1908. 8°.
- MORLAND E. C. — Ueber die klinische Bedeutung der Opsonine. Samaden, 1908. 8°.
- MÜLLER W. — Zur Kenntnis der Euphorbia-bewohnenden Melampsoren. Jena, 1907. 8°.
- NEFT F. — Ein Beitrag zu den syphilitischen Psychosen. Bern, 1908. 8°.
- NICOLAUS W. — Ueber Zungenaktinomykose des Rindes. Dessau, 1908. 8°.
- NITKOWSKI S. — Zur Synthese des Fisetins. Bern, 1907. 8°.
- NOACK O. C. — Experimentelle Untersuchungen betreffend die bazilläre Pseudotuberkulose der Schafe und deren Uebertragungsfähigkeit auf andere Tiergattungen. Bern, 1908. 8°.
- OETKEN T. — Beitrag zur Histologie des Flotzmauls und der Rüsselscheibe mit besonderer Berücksichtigung der darin enthaltenen Nerven und Nervenendigungen. Greussen, 1908. 8°.
- OVERBECK A. A. — Die Aetiologie und die Bekämpfung des Schweinerotlaufes. Groningen, 1907. 8°.
- PERRET C. A. — Ueber die Dauerresultate bei Coxitis tuberculosa an der Hand von 65 Fällen. Berlin, 1908. 8°.
- POOL J. F. A. — Vergleichend-pharmakochemische Untersuchung der Rinden von Rhamnus Frangula L. und Rhamnus Purshiana Dc. Bern, 1908. 8°.
- PRELLER W. — Zur Kenntnis der Morphologie und postembryonalen Schädelmetamorphose von *Hydrochoerus capybara* im Vergleich mit den Schädeln der übrigen Caviiden und Beschreibung mit Vergleichung zweier Schädel von *Dinomys branickii*. Berlin, 1907. 8°.
- PRÖSCHOLDT O. — Papilläres Akanthom auf der Innenfläche des Pferdeohres. Berlin, 1908. 8°.
- RASP C. — Die Einwirkung der Seifen für sich und in Verbindung mit Phenol auf die Bakterien, vom chemischen Standpunkt aus betrachtet. Leipzig, 1907. 8°.
- RIEBEN E. — Ueber den Zerfall von Pillen im Magendarmkanal. Berlin, 1907. 8°.
- ROSENZWEIG S. — Statistische Zusammenstellung der in den Jahren 1891-1905 in der Schweiz beobachteten Vergiftungsfälle. Bern, 1907. 8°.
- REESER H. E. — Das Tuberkulin. Jena, 1908. 8°.
- ROSENBERG-HEIN E. — Ueber die Pektinmetamorphose. Basel, 1908. 8°.
- ROTHHAAR E. — Untersuchungen über Tuberkel-Bazillen beim Rinde. Stuttgart, 1908. 8°.
- RUDSIT S. — Beitrag zur Frage der Gastrostomie bei Carcinoma oesophagi. Ueber 37 Fälle von Gastrostomie bei Carcinoma oesophagi unter Berücksichtigung des postoperativen Verlaufes. Bern, 1908. 8°.
- SAKOWSHY K. — Die Rindviehzucht Russlands am Anfange des XX. Jahrhunderts. Derpat, 1907. 8°.
- SAUER E. — Können ohne veterinär-polizeiliche Bedenken die Häute rauschbrandkranker Tiere zu Gerbereizwecken verwendet werden? Jena, 1907. 8°.
- SCHAUERER E. — Ueber die Konstitution des Catechins. Bern, 1907. 8°.
- SCHIROP H. — Beitrag zur Biologie des *Bacillus vitulisepticus* und zur Immunisierung gegen die durch denselben hervorgerufene septische Pneumonie der Kälber. Jena, 1908. 8°.
- SCHMID S. — Resultate der Ohrenuntersuch-

- ungen an 1312 Kindern der Primarschule Brunnmatt-Friedbühl, Bern. Bern, 1908. 8°.
- SCHOCH V. — Beitrag zur Kenntnis der typischen Luxationsfraktur des Interkarpalgelenkes. Leipzig, 1907. 8°.
- SCHWARZKOPF E. — Zur Physiologie der Vogelmuskeln. Wien, 1907. 8°.
- SELENSKY M. — Ueber Nephropexie. Technik und Resultate der Methode von Herrn Prof. Tavel. Bern, 1908. 8°.
- SENF T. — Myologie der Vorderextremitäten von *Hapale jacchus*, *Cebus macrocephalus* und *Ateles ater*. Bern, 1907. 8°.
- SENN A. — Die Leistungsfähigkeit der abdominalen Totalexstirpation bei *myomateri*. Bern, 1908. 8°.
- SIEGFRIED H. — Die Rinderschädelknochen von Pasquart und deren Stellung zu den subfossilen und rezenten Rinderrassen. Zürich, 1907. 4°.
- SIEGRIST H. — Ueber Manus valga oder sogenannte Madelung'sche Deformität des Handgelenkes. Leipzig, 1908. 8°.
- SLOOTEN J. C. v. d. — Bakteriologische Wurstuntersuchung. Haag, 1907. 8°.
- SMIRNOWA M. — Statistische Erhebung über die Verteilung gewisser Augenkrankheiten zu verschiedenen Jahreszeiten in Beziehung zu meteorologischen Verhältnissen. Bern, 1908. 4°.
- SPEYER J. — Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Rinde pharmakognostisch interessanter Pflanzen. Bern, 1907. 8°.
- STAMM L. — Beiträge zur Kenntnis der Flavongruppe. Bern, 1907. 8°.
- STECK L. — Der Stimmapparat des *Hemidactylus garnoti* Dum. et Bibr. Ein Beitrag zur Anatomie der Geckotiden. (Reise von dr. W. Volz). Naumburg, 1908. 8°.
- STOSS W. — Mineralogische Studien über Norwegische Titanite. Titanitlagerstätten im Gotthard- und Finsteraarhorn-Massiv (östlicher Teil). Aachen, 1908. 8°.
- TISZA E. — Ueber die Bestandteile der Soranjce (*Morinda citrifolia* L.). Budapest, 1908. 8°.
- TOBLER A. — Synthese des 3-Oxy-4'-Isopropylflavonols. Bern, 1908. 8°.
- TOMI W. — Synthese des 1, 3', 4'-Trioxy-3-Methylflavons. Bern, 1908. 8°.
- TROESCH A. — Beiträge zur Geologie der westlichen Kientaleralpen (Blümlisalpgruppe). Lausanne, 1908. 8°.
- VALENTIN F. — Der Einfluss letaler Verbrennungen auf das histologische Bild der Schilddrüse. Berlin, 1908. 8°.
- WÉBER D. — Beiträge zur Anatomie einiger pharmakognostisch wichtiger Samen und Früchte. Budapest, 1907. 8°.
- WINNICKI C. — Beiträge zur Entwicklungsgeschichte der Blüten einiger offizieller Pflanzen. Bern, 1907. 8°.
- WOLFF J. — Vergleichend-anatomische Untersuchungen über die Schwanzmuskulatur von *Hapale jacchus*, *Cebus macrocephalus* und *Ateles ater*. Hannover-Linden, 1908. 8°.
- WOLLMANN A. — Ueber Luxation des Nervus ulnaris. Bern, 1908. 8°.
- WURZELMANN M. — Synthese des 3'-Oxy- $\alpha$ -Naphthoflavonols. Bern, 1907. 8°.
- ZIEGER G. A. — Die Diagnose der Trächtigkeit des Rindes. Bern, 1908. 8°.
- ZIEGLER H. — Häufigkeit, Verbreitung und Begleiterscheinungen des Diabetes mellitus in der Schweiz. Statistische Erhebungen aus den Jahren 1901-1905. Bern, 1908. 8°.
- ZIESER W. — Beiträge zur Kenntnis des Kautschuks und der Guttapercha. Bern, 1907. 8°.

II. — GREIFSWALD

- BANSE J. — Ueber intrathoracische Fibrome, Neurome und Fibrosarkome. Greifswald, 1908. 8°.
- BARTEN K. — Ueber die Folgen aseptisch eingeeilter Kupferstückchen im Auge. Greifswald, 1908. 8°.
- BIRCH J. — Ueber Resectio ovarii. Greifswald, 1907. 8°.
- BOLDEMANN E. — Aneurysmen und Varicen als Ursache von Magenblutungen. Greifswald, 1908. 8°.
- BURKHARDT G. — Ueber die Leistungen

- verlagerter Pankreasstücke für die Ausnutzung der Nahrung im Darne. Leipzig, 1908. 8°.
- CANSTEIN D. E. (v.) — Beitrag zur Frage des Hebesteotomie. Greifswald, 1907. 8°.
- DANNEHL H. — Untersuchungen über die intramolekulare Wanderungsfähigkeit von Säureresten. Greifswald, 1908. 8°.
- EGER F. — Versuche mit direkt neben der Funkenstrecke angelegten Antennen. Potsdam, 1908. 8°.
- EGGERS F. — Versuche mit wenig gedämpften, kurzen, elektrischen Wellen. Wolgast, 1907. 8°.
- FRESEN J. — *Ascaris lumbricoides* ausserhalb des Darmes, speziell in perityphlitischen Abszessen. Greifswald, 1908. 8°.
- GAHRMANN F. — Ueber *Echinococcus* der langen Röhrenknochen. Ein Fall von *Echinococcus femoris*. Greifswald, 1908. 8°.
- HAEUPTNER W. — Ueber embryonale Adenosarkome der Niere. Greifswald, 1907. 8°.
- HANNEMANN K. — Die Wanderung von Säureresten in acylierten Phenylhydrazonen aromatischer o-Oxyaldehyde und o-Oxyketone. Greifswald, 1908. 8°.
- HENTZE R. — Ueber einen Fall von «Elephantiasis permagna» und den Nutzen der Behandlung mit Curschmann'scher Drainage des Zellgewebes. Greifswald, 1907. 8°.
- HEYDEN F. (v. d.) — Untersuchungen über Wanderungen von Radikalen in den Molekülen aromatischer Verbindungen. Greifswald, 1908. 8°.
- HIPPEL B. — Zur Pathogenese der Pankreaszysten. Greifswald, 1908. 8°.
- HIRT W. — Untersuchungen über die Wanderung von Säureresten bei der Reduktion acylierter Oxyazokörper. Greifswald, 1908. 8°.
- KAHL W. — Zur Kenntnis der Sarcome des untersten Pharynxabschnittes. Greifswald, 1908. 8°.
- KATO K. — Ueber den Glykogengehalt der Frösche und über die quantitative Zusammensetzung der Froschleber. Greifswald, 1908. 8°.
- KOLTONSKI A. — Ueber den Einfluss der elektrischen Ströme auf die Kohlen-säureassimilation der Wasserpflanzen. Dresden, 1907. 8°.
- KRUEGER F. — Beobachtungen über den Geburtsverlauf beim engen Becken. Greifswald, 1907. 8°.
- LEHMACHER J. — Das Vorkommen und die Ursache von Herzhypertrophie bei den grossen Aneurysmen des aufsteigenden Aorta. Greifswald, 1908. 8°.
- LOYE J. F. z. — Die Anatomie von *Spirorbis borealis* mit besonderer Berücksichtigung der Unregelmässigkeiten des Körperbaues und deren Ursachen. Naumburg, 1908. 8°.
- MAGNUS G. — Zur pathologischen Anatomie des kongenitalen Totalstars. Stuttgart, 1907. 8°.
- MARKMANN A. — Stapesankylose ohne Spongiosierung. Wiesbaden, 1908. 8°.
- MARTIN B. — Beitrag zur Tuberkulose der weiblichen Genitalien und des Bauchfells. Greifswald, 1907. 8°.
- MATSUNAMI E. — Zwei Fälle von primären Muskelangiom. Greifswald, 1908. 8°.
- MATTENKLODT E. — Dielektrische Untersuchungen an Glimmer. Greifswald, 1908. 8°.
- MOELLER P. — Die Bedeutung des Pneumothorax bei Herzverletzungen. Greifswald, 1908. 8°.
- NIGMANN M. — Anatomie und Biologie von *Acentropus niveus* Oliv. Naumburg, 1908. 8°.
- OGATA M. — Blutbefunde im Kindesalter. Greifswald, 1908. 8°.
- PANNENBORG J. — Ueber hereditäre, multiple, kartilaginäre Exostosen. Greifswald, 1908. 8°.
- SCHLIEBS A. — Neuere Behandlungsmethoden der Geschwülste des Nasenrachenraumes. Berlin, 1908. 8°.
- SCHÖTTKE W. — Experimentelle Beiträge zur Frage des Infektionsmodus bei der weiblichen Genitaltuberculose. Greifswald, 1907. 8°.

STAFFELD F. — Zur Diagnostik der Hodenkrebsc. Greifswald, 1908. 8°.

STEBING W. — Ueber die optischen Eigenschaften kolloidaler Goldlösungen. Leipzig, 1908. 8°.

TOTSUKA F. — Ueber den Nachweis des Bacterium coli in den Wässern und über den Wert dieses Nachweises für die hygienische Beurteilung. Greifswald, 1908. 8°.

WERNER G. — Ein Fall von traumatischem Aneurysma spurium arterio-venosum der oberen Extremität. Greifswald. 1908. 8°.

WREMBEL W. — Ueber ungewöhnliche Lokalisation subperiostaler Abscesse im Anschluss an akute Streptococcus-mucosus-Otitis. Greifswald, 1907. 8°.

ZIMMERMANN R. — Ein Fall von eitriger Meningitis (Epidemischer Genickstarre), geheilt durch multiple Lumbalpunktionen. Greifswald, 1907. 8°.

ZNINIEWICZ J. — Ueber Primärkrebse der Leber und ihre Matrix. Greifswald, 1907. 8°.

### III. — JENA.

ACKERMANN E. — Beiträge zur Kenntnis des Cinchonins und Hydrocinchonins. Jena. 1908. 8°.

BAUMGARTEN G. — Zur Kenntnis der Retinitis pigmentosa und ihrer Complicationen mit Glaukom und Maculaveränderungen. Rudolstadt, 1907. 8°.

BERENDES J. — Ein Fall von doppelter Perforation des Auges durch einen 19 mm langen Kupferdraht. Jena, 1907. 8°.

BERGMANN A. — Beiträge zur Kenntnis der ultraroten Emissionsspektren der Alkalien. Leipzig, 1907. 8°.

BIERBERG W. — Die Bedeutung der Protoplasmrotation für den Stofftransport in den Pflanzen. Jena, 1907. 8°.

BRAASCH F. — Zur Kenntnis der Umlagerung von Chinaalkaloiden in Chinatoxine. Jena, 1907. 8°.

BUSSE W. — Die Leukocytose, eine Schutzvorrichtung des Körpers gegen Infection. Berlin, 1908. 8°.

DUNZELT H. — Beiträge zur Pathologie und Therapie des Lichen ruber planus mit besonderer Berücksichtigung der Arsenbehandlung. Dresden, 1907. 8°.

FRITZE A. — Ueber Dispersion absorbierender Flüssigkeiten. Coburg, 1907. 8°.

GANG W. — Nereiden auf Seetieren. Weimar, 1907. 8°.

GORBAUCH K. — Ueber Iritis glaucomatosa. Jena, 1907. 8°.

GREINER E. — Ueber die Abhängigkeit der Viskosität in Silikatschmelzen von ihrer chemischen Zusammensetzung. Jena, 1907. 8°.

GRIMME C. — Beiträge zur Kenntnis des Kodeins und seiner Isomeren. Münster, 1908. 8°.

GROSSMANN F. — Hysterische und organische Paraplegien (Paraparesen) in differential-diagnostischer Hinsicht. Jena, 1906. 8°.

GÜNTHER E. — Untersuchungen über die Beziehungen zwischen eutropischen und isomorphen Substanzen. Coburg, 1908. 8°.

HANSEN G. — Ueber die Diffusionskoeffizienten der Aminbasen in Wasserstoff, und Luft. Coburg, 1907. 8°.

HEILAND F. — Hüllflächen einer Schar von Regelflächen zweiter Ordnung. Jena, 1908. 8°.

HENTSCHEL G. — Ueber Wachstumsstörungen am Unterschenkel nach akuter Osteomyelitis. Stettin, 1908. 8°.

HERCHER R. — Ueber das Verhalten von Diazobenzolimid gegen  $\alpha$ -Naphthochinon, Carven und Menthen. Weida, 1908. 8°.

HESSE G. — Die Epulis. Leipzig, 1907. 8°.

HICKS W. L. — Ueber einem Fall von „Desmotropie“ beim Thiobisacetessigester. Jena, 1907. 8°.

HOLLAND-LETZ R. — Statistisches aus der Augenklinik zu Jena. Jena, 1907. 8°.

JAHR M. — Ueber bicyklische Alkoholbasen mit Brückenbindung. Jena, 1908. 8°.

KESSEL O. G. — Zur Kasuistik der hyste-

- rischen Dämmerzustände. Jena, 1907. 8°.
- KLUNKER H. P. — Ueber Verbrennungen des Auges. Jena, 1907. 8°.
- LEHMANN F. — Ein unter dem Bilde der amyotrophischen Lateralsklerose verlaufener Fall von Syringomyelie. Jena, 1907. 8°.
- LEO F. — Statistische Untersuchungen über Friber im Wochenbett. Jena, 1907. 8°.
- LINKE P. — Die stroboskopischen Erscheinungen als Täuschungen des Identitätsbewusstseins und das Problem des Sehens von Bewegungen. Leipzig, 1907. 8°.
- LÜTZOW K. L.v. — Vergleichende anatomische und physiologische Untersuchungen bei Lauf- und Schrittpferden. Ein Beitrag zur Kritik der Pferdemesungen. Merseburg, 1908. 8°.
- MECKLENBURG W. — Ueber die Einwirkung von Diazobenzolimid auf Substanzen mit Aethylenbindungen. Weida, 1907. 8°.
- MIEHE H. — Ueber einen ungewöhnlichen Fall von Sarkom der Aderhaut. Hannover, 1908. 8°.
- MÖLLER P. — Ueber den roten Phosphor und die eutropische Reihe Phosphor, Arsen, Antimon, Wismut. Jena, 1907. 8°.
- MOLZ E. — Untersuchungen über die Chlorose der Reben. Jena, 1907. 8°.
- MÖNCH K. — Zur Poliomyelitis anterior der Erwachsenen. Jena, 1908. 8°.
- MÜNZ L. — Ueber ein carcinomatös entartetes Papillom der Tränenkarunkel. Weimar, 1907. 8°.
- ORPHAL K. — Untersuchungen über Korrelationserscheinungen bei mehreren Sorten von *Vicia faba* L. Merseburg, 1907. 8°.
- ORTLEPP M. — Ueber Fremdkörper im Kniegelenk. Jena, 1907. 8°.
- RADEMACHER B. — Das primäre Sarkom des Dünndarms. Kasuistik von 140 Fällen nebst Mitteilung eines weiteren in der Chirurgischen Universitätsklinik zu Jena beobachteten Falles. Berlin, 1908. 8°.
- RIETH A. — Irresein aus Zwangsvorstellungen. Heidelberg, 1908. 8°.
- ROHDICH O. — Ueber Kakao. Weida, 1908. 8°.
- ROLLE G. — Die Renopericardialverbindung bei den einheimischen Nacktschnecken und anderen Pulmonaten. Jena, 1907. 8°.
- RÖSSLER E. — Zur Kenntnis der Magnetoperation und Siderosis bulbi. Jena, 1907. 8°.
- ROTBERG S. — Ueber die Dauerresultate der Prolapsoperationen. Berlin, 1908. 8°.
- RÜHLEMANN F. — Ueber die Wärmeentwicklung bei der Absorption von Ammoniak in Wasser und Alkohol. Meiningen, 1908. 8°.
- SABATINI P. — Untersuchungen über die Tragezeit bei unseren wichtigsten Haustieren beeinflusst durch Frühreife, Erstgeburt, sowie Zahl und Geschlecht der Foeten. Jena, 1908. 8°.
- SCHÄFER A. — Untersuchungen über die Keimungsbedingungen der Samen von Rotklee. Eschwege, 1907. 8°.
- SCHINK R. — 75 Myomfälle aus der Universitäts-Frauenklinik zu Jena. Jena, 1907. 8°.
- SCHÖN F. — Beiträge zur Kenntnis der anomalen Dispersion von Metalldämpfen. Leipzig, 1907. 8°.
- SCHREINER W. — Ueber das Azin des Acetessigesters und Methylacetessigesters. Jena, 1907. 8°.
- SEIDEL E. — Ueber Lidbildung mittelst übertragener stielloser Hautlappen. Jena, 1907. 8°.
- SEYFFERT E. — Zur Kenntnis des 4-Methylpyrazols. Jena, 1907. 8°.
- STEPHAN G. — Ueber den Einfluss der orographischen Lage auf die interdiurne Temperaturveränderlichkeit im Thüringer Wald. Jena, 1908. 8°.
- THOMSEN F. — Ueber Dauer-Resultate nach Prolaps-Operationen. Gotha, 1907. 8°.
- TOEPOLT F. R. — Zur Kenntnis der von den Nebenhöhlen ausgehenden Orbitalentzündung. Jena, 1907. 8°.

WALTERHÖFER F. — Ein Melanosarkom der Aderhaut im phthisischen Auge. Jena, 1908. 8°.

ZINNER E. — Ueber Beziehungen zwischen dem wahren Ort eines Himmelskörpers und dem in Stereokomparator messbaren Ort seines stereoskopischen Bildes. Jena, 1908. 8°.

IV. — ROSTOCK.

ALTGELT H. — Ueber geometrisch isomere Derivate des Diphenyläthylens und Diphenylpropylens. Rostock, 1908. des 8°.

APPELDORN D. — Beitrag zur Kasuistik der Geistesstörungen im Greisenalter. Rostock, 1908. 8°.

BAUER A. — Beiträge zur Chemie der sogenannten trockenen Destillation der Steinkohle. Rostock, 1908. 4°.

BECKER A. — Die Verbreitung der Echinokokkenkrankheit in Mecklenburg. Eine Fortsetzung der Madelung'schen Sammelforschung. Tübingen, 1907. 8°.

BEER C. — Ueber Trioxydihydromethyluracil. Heidelberg, 1907. 8°.

BENNECKE A. — Studien über Gefässerkrankungen durch Gifte. Berlin, 1908. 8°.

BERNHARDT H. — Die Thränenschlauchatresie der Neugeborenen. Rostock, 1908. 8°.

BEYER P. — Beitrag zur Dioptrik doppeltbrechender Körper. Erfurt, 1908. 8°.

BRESSEL H. — Ueber das 1 Phenyl-, 3 Methyl-, 4 Amino-, 5 Chlorpyrazol. Rostock, 1907. 8°.

BRÜCKLER O. — Zwei Ziegenfütterungsversuche mit roher und gekochter Kuhmilch. Ein Beitrag zur Frage der Ueberlegenheit der rohen oder der gekochten Milch. Berlin, 1907. 8°.

BUDZIER F. — Theoretische Bearbeitung der adiabaten Zustandsänderung von Gasen bei reversiblen und irreversiblen Verlauf und daran anschliessend: Eine kritische Untersuchung der Frage, ob

und in welchem Masse die Resultate der vorliegenden Experimentaluntersuchungen über das Verhältnis  $\alpha = C_p : C_v$  eine Aenderung erfahren, wenn man die tatsächlich ausgeführten Versuche als irreversibel betrachtet. Rostock, 1908. 8°.

BURMEISTER E. — Ueber Hirnmilzbrand. Rostock, 1907. 8°.

DECKER C. — Zur Kenntnis phenylierter Cumarone. Ein Beitrag zum Studium der intramolekularen Radikalverschiebungen. Rostock, 1908. 8°.

DOEPMANN F. — Ueber die Einwirkung von höheren aromatischen Aminen und von Diaminen auf Antipyrinchlorid. Rostock, 1908. 8°.

GERBER H. — Ueber 1Phenyl-3Methyl-4Azo-p-Phenetidin-5 Pyrazolon. Rostock, 1907. 8°.

GESING R. — Ueber 1-Nitrophenylanilopyrine und deren Derivate. Rostock, 1907. 8°.

GRAFF W. — Ueber Nitro- und Amidoderivate des Antipyrins und Thiopyrins. Rostock, 1908. 8°.

GRIEBEN T. — Die Sehnervenveränderungen durch Turmschädel. Rostock, 1908. 8°.

HALBERKANN J. — Abwandlungen des 1-Nitrocumarons und des 1-Nitro-2-bromocumarons. Parchim, 1908. 8°.

HAUG P. — Ein Fall von Stieldrehung einer Parovarialcyste. Rostock, 1907. 8°.

HOMUTH O. — Beitrag zur Geschichte und Statistik der Sydenham'schen Chorea. Rostock, 1907. 8°.

KEIMER P. — Zur Behandlung der inkarzerierten Hernien speziell bei Gangrän und Gangränverdacht. Rostock, 1908. 8°.

KÜTTNER E. W. — Ueber das spezifische Volumen  $v_1$  von Flüssigkeiten unter dem Sättigungsdruck. Rostock, 1907. 8°.

LACHWITZ A. — Ueber die Pyrine des 1, 3 Dimethylpyrazolons. Rostock, 1908. 8°.

LANG H. — Ueber Cilien im Auge nebst Mitteilung je eines Falles von Spon-

- tanausstossung einer Cilie aus der vorderen Kammer und aus dem Glaskörper. Rostock, 1607. 8°.
- LANGBEHN W. — Zur Kasuistik des traumatischen Erkrankungen des Magens mit besonderer Berücksichtigung des Unfall-Versicherungs-Gesetzes. Ludurgslust, 1908. 8°.
- LINGELSHEIM A. — Vorarbeiten zu einer Monographie der Gattung Fraxinus. Leipzig, 1907. 8°.
- MEINERTZ J. — Tuberkulose und Blutströmung. Untersuchungen über experimentelle Nierentuberkulose unter geänderten Zirkulationsverhältnissen (venöser Hyperämie der einen Niere durch Unterbindung ihres Ureters). Berlin, 1908. 8°.
- MIELECK G. — Ueber 2-Aethyl-Propyl- und Benzylanilopyrin. Rostock, 1907. 8°.
- MÜHLBERG T. — Ueber Alkyl-lutidono-phenyl-pyrazolone und Derivate derselben. Rostock, 1908. 8°.
- MÜLLER P. — Zwei Fälle von Paroxysmaler Hämoglobinurie. Rostock, 1907. 8°.
- OSTEROTH E. — Ausgedehnte vicariierende Hyperplasie des linken Leberlappens infolge mehrerer Echinococcussäcke im rechten Lappen. Rostock, 1908. 8°.
- PEECK H. — Ein Beitrag zur Theorie der gebrocheneu Fokaldistanzen. Rostock, 1908. 8°.
- PETZOLD H. — Die Dioptrik der Atmosphäre in ihrer Beziehung zur Theorie der Mondfinsternisse. Rostock, 1908. 4°.
- PRAETORIUS A. — Ueber die Häufigkeit des Stillens und die Gründe des Nichtstillens bei der ärmeren Bevölkerung Rostoks. Rostock, 1908. 8°.
- RAETTIG H. — Statistische Mitteilungen über das Vorkommen der übertragbaren Geschlechtskrankheiten in Rostock für den Zeitraum 1897-1903. Rostock, 1908. 8°.
- RICHTER A. — Ueber die innere Verdampfungswärme. Rostock, 1908. 8°.
- RUMPF H. F. H. — Ueber Tolyarsenverbindungen und gemischte aromatische Arsine. Rostock, 1907. 8°.
- RYBOCK V. — Der juvenile Diabetes mit tödlichem Ausgang. Rostock, 1907. 8°.
- SCHARLAU G. — Ueber Erfahrungen mit Tuberkulin an der medizinischen Universitätsklinik in Rostock. Rostock, 1907. 8°.
- SCHÜTT W. — Ueber die innere Energie der Kohlensäure. Rostock, 1908. 8°.
- STIEGLER A. Ueber im Phenylrest substituierte Phenylmethyl-3-pyrazolone. Rostock, 1907. 8°.
- TEPLING M. — Ueber Hysterie im Kindesalter. Rostock, 1907. 8°.
- THELEN F. — Klinische Erfahrungen über das amerikanische Wurmsamenöl als Antiascaridicum bei Kindern. Rostock, 1907. 8°.
- TIETZ G. A. — Ein Beitrag zur Feststellung des günstigsten Zeitpunktes für die Einleitung der künstlichen Frühgeburt. Berlin, 1908. 8°.
- WALTER F. K. — Ueber Regeneration peripherer Nerven. Rostock, 1907. 8°.
- WALTER R. — Croup nach Masern. Rostock, 1907. 8°.
- WEBER E. — Ueber einige Derivate des 3-Anti- und des 3-Thiopyrins. Rostock, 1908. 8°.
- WEISSE E. — Anwendung der elliptischen Funktionen auf ein Problem aus der Theorie Gelenkmechanismen. Dresden, 1907. 8°.
- WELLMANN C. — Experimentelle Untersuchungen über die Fettsynthese in Stark veränderten, insbesondere in Kernlos gewordenen Zellen. Berlin, 1907. 8°.
- WENDEL A. — Zur Kenntnis der Leucinfraction des Eiweisses. Ueber die Spaltung einiger Racemischeraminosäuren Mittels Hefe. Berlin, 1908. 8°.
- WERNER F. — Ueber kongenitale Lipome und schwanzähnliche Bildungen beim Menschen. Ein Fall eines kongenitalen Lipo-Fibroms des Kreuzsteissbeugegend. Berlin, 1908. 8°.

WOLF O. — Fälle von Atrophie des Sehnerven mit spontanem Abfluss von Cerebrospinalflüssigkeit aus der Nase. Rostock, 1907. 8°.

WURL E. — Ueber die Einwirkung von Halogenanilinen, Nitranilinen und Ni-

trotoluidinen auf das Antipyrinchlorid. Rostock, 1907. 8°.

ZEHN P. — Die späteren Schicksale einiger Frakturen im Bereiche des Ellenbogengelenkes. Rostock, 1907. 8°.

E. M.

---

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

5-0614  
Pubblicazione bimensile.

Roma 21 febbraio 1909.

N. 4.

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Scelta del 21 febbraio 1909.*

Volume XVIII.<sup>o</sup> — Fascicolo 4<sup>o</sup>

1<sup>o</sup> SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1908



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO  
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

~~~~~  
Seduta del 21 febbraio 1909.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle equazioni integro-differenziali.* Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. Nello studio generale di varie classi di problemi d'isteresi, che si può affrontare partendo dai concetti di *funzioni dipendenti da altre funzioni* (1), si è condotti ad equazioni che hanno un tipo misto, cioè in parte quello delle equazioni differenziali a derivate parziali ed in parte quello delle equazioni integrali. Mi permetto perciò di chiamarle *equazioni integro-differenziali*. La natura dei problemi d'isteresi porta ad equazioni ricollegantesi con equazioni integrali con limiti variabili, ma l'analisi stessa potrebbe anche essere estesa ad altri casi.

In questa Nota non mi occuperò che di una equazione integro-differenziale che può assumersi come il tipo delle equazioni stesse nel caso ellittico e la cui trattazione insegna la via da seguire in altri casi più complessi, come appunto le ricerche sulla equazione di Laplace insegnarono ad integrare le equazioni di tipo ellittico più complicato. Mi riservo in lavori successivi di trattare casi di equazioni integro-differenziali di tipo iperbolico e parabolico, e quelli in cui una stessa variabile comparisce come variabile di derivazione e fra le variabili d'integrazione.

(1) Rend. Acc. dei Lincei, vol. 3°, 1887.

2. L'equazione che considererò sarà la seguente:

$$(I) \quad \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u(x, y, z, t)}{\partial z^2} + \\ + \int_0^t \left\{ \frac{\partial^2 u(x, y, z, \tau)}{\partial x^2} f(t, \tau) + \frac{\partial^2 u(x, y, z, \tau)}{\partial y^2} \varphi(t, \tau) + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 u(x, y, z, \tau)}{\partial z^2} \psi(t, \tau) \right\} d\tau = 0$$

che si potrà anche scrivere per semplicità:

$$(I) \quad \Delta^2 u(t) + \int_0^t \left\{ \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial x^2} f(t, \tau) + \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial y^2} \varphi(t, \tau) + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial z^2} \psi(t, \tau) \right\} d\tau = 0$$

in cui u denota una funzione monodroma finita e continua ed avente le derivate prime e seconde rispetto ad x, y, z monodrome finite e continue in un campo S a tre dimensioni i cui punti hanno le coordinate x, y, z e per tutti i valori di t compresi fra 0 e $T > 0$, mentre $f(t, \tau)$, $\varphi(t, \tau)$, $\psi(t, \tau)$ sono funzioni finite e continue delle variabili t, τ per valori compresi fra 0 e T .

3. Cominciamo dal dimostrare che, se al contorno σ di S , u è nota per tutti i valori di t compresi fra 0 e T , la u è nota, entro S , per tutti i valori di t , compresi fra gli stessi limiti.

Infatti se u è nulla lungo σ per i valori di t compresi fra 0 e T , dalla (I) segue

$$(II) \quad \int_S \Delta u(t) dS + \int_0^t d\tau \int_S \left\{ \frac{\partial u(t)}{\partial x} \frac{\partial u(\tau)}{\partial x} f(t, \tau) + \right. \\ \left. + \frac{\partial u(t)}{\partial y} \frac{\partial u(\tau)}{\partial y} \varphi(t, \tau) + \frac{\partial u(t)}{\partial z} \frac{\partial u(\tau)}{\partial z} \psi(t, \tau) \right\} dS = 0$$

ove

$$\Delta u(t) = \left(\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u(x, y, z, t)}{\partial z} \right)^2.$$

Sia M una quantità maggiore del limite superiore di

$$\int_S \Delta u(t) dS$$

per tutti i valori di t compresi fra 0 e T ; poichè

$$\int_s \left(\left| \frac{\partial u(t)}{\partial x} \right| - \left| \frac{\partial u(\tau)}{\partial x} \right| \right)^2 dS \geq 0$$

avremo evidentemente

$$\int_s \left| \frac{\partial u(t)}{\partial x} \frac{\partial u(\tau)}{\partial x} \right| dS < M$$

ed in modo analogo

$$\int_s \left| \frac{\partial u(t)}{\partial y} \frac{\partial u(\tau)}{\partial y} \right| dS < M, \quad \int_s \left| \frac{\partial u(t)}{\partial z} \frac{\partial u(\tau)}{\partial z} \right| dS < M.$$

Quindi se $|f(t, \tau)| < \frac{N}{3}$ e così pure $|\varphi(t, \tau)| < \frac{N}{3}$, $|\psi(t, \tau)| < \frac{N}{3}$, in virtù della (II) sarà

$$(1) \quad \int_s \Delta u(t) dS < MNt$$

e per conseguenza

$$(1') \quad \int_s \Delta u(\tau) dS < MN\tau.$$

Ma

$$\int_s \left(\sqrt{\tau} \left| \frac{\partial u(t)}{\partial \xi} \right| - \sqrt{t} \left| \frac{\partial u(\tau)}{\partial \xi} \right| \right)^2 dS \geq 0$$

in cui ξ rappresenta una qualunque delle tre variabili x, y, z . Perciò a cagione delle (1) e (1') segue

$$\int_s \left| \frac{\partial u(t)}{\partial \xi} \frac{\partial u(\tau)}{\partial \xi} \right| dS < MNt^{\frac{1}{2}} \tau^{\frac{1}{2}}$$

onde, tenendo presente la (II), risulta

$$\int_s \Delta u(t) dS < \frac{2}{3} MN^2 t^2.$$

Così procedendo ed osservando in generale che

$$\int_s \left(\frac{n}{\tau^2} \left| \frac{\partial u(t)}{\partial \xi} \right| - t^{\frac{n}{2}} \left| \frac{\partial u(\tau)}{\partial \xi} \right| \right)^2 dS \geq 0$$

si trova facilmente che

$$\int_S \mathcal{A}u(t) dS < \frac{M(2Nt)^{n-1}}{n!}$$

qualunque sia il numero intero n . Ne segue che $u(x, y, z, t)$ è sempre nulla. Da questa proprietà discende immediatamente il teorema enunciato al principio di questo §.

4. Chiameremo *equazione aggiunta* della (I) l'equazione

$$(I') \quad \mathcal{A}^2 v(t) + \int_t^\theta \left(\frac{\partial^2 v(\tau)}{\partial x^2} f(\tau, t) + \frac{\partial^2 v(\tau)}{\partial y^2} \varphi(\tau, t) + \frac{\partial^2 v(\tau)}{\partial z^2} \psi(\tau, t) \right) d\tau = 0$$

in cui θ è compresa fra t e T .

Poniamo

$$\begin{aligned} H_\sigma = & \int_0^\theta dt \int_\sigma \left(v(t) \frac{\partial u(t)}{\partial n} - u(t) \frac{\partial v(t)}{\partial n} \right) d\sigma + \\ & + \int_0^\theta dt \int_i^\theta d\tau \int_\sigma \left\{ \left(v(\tau) \frac{\partial u(\tau)}{\partial x} - u(\tau) \frac{\partial v(\tau)}{\partial x} \right) f(\tau, t) \cos nx + \right. \\ & \quad \left. + \left(v(\tau) \frac{\partial u(\tau)}{\partial y} - u(\tau) \frac{\partial v(\tau)}{\partial y} \right) \varphi(\tau, t) \cos ny + \right. \\ & \quad \left. + \left(v(\tau) \frac{\partial u(\tau)}{\partial z} - u(\tau) \frac{\partial v(\tau)}{\partial z} \right) \psi(\tau, t) \cos nz \right\} d\sigma \end{aligned}$$

ove n denota la normale al contorno σ diretta verso l'esterno dello spazio S .

La H_σ dipenderà dalle due funzioni u e v e sarà una funzione nel senso ordinario della variabile θ . Per mettere in evidenza questo scriveremo

$$H_\sigma([u, v], \theta).$$

Dalle equazioni (I) e (I') segue facilmente la relazione

$$(III) \quad H_\sigma([u, v], \theta) = 0$$

che corrisponde al lemma di Green e vale se, anche v e le sue derivate prime e seconde rispetto a x, y, z , sono monodrome finite e continue.

Chiamando $H'_\sigma([u, v], \theta)$ il primo termine di H'_σ cioè

$$\int_0^\theta dt \int_\sigma \left(v(t) \frac{\partial u(t)}{\partial n} - u(t) \frac{\partial v(t)}{\partial n} \right) d\sigma$$

e chiamando $H''_\sigma([u, v], \theta)$ la parte residua avremo evidentemente

$$H_\sigma([u, v], \theta) = H'_\sigma([u, v], \theta) + H''_\sigma([u, v], \theta).$$

5. È ora possibile costruire una soluzione della equazione aggiunta (I') la quale in un punto (che può supporre essere l'origine) diviene infinita dello stesso ordine della inversa della distanza da questo punto.

Poniamo

$$f(t, \tau) = F_{1,0,0}(t, \tau), \quad \varphi(t, \tau) = F_{0,1,0}(t, \tau), \quad \psi(t, \tau) = F_{0,0,1}(t, \tau)$$

$$F_{h,k,l}(t, \tau) = \int_{\tau}^t \sum_{i+j+g=\varrho} F_{h-i,k-j,l-g}(t, \xi) F_{i,j,g}(\xi, \tau) d\xi$$

in cui la somma $\sum_{i+j+g=\varrho}$ si intende estesa a tutti i valori interi di i, j, g la cui somma è costante ed uguale a ϱ , mentre si suppone che una F con indici negativi sia nulla. Si vede facilmente che, se $1 \leq \varrho < h + k + l$, $F_{h,k,l}$ è indipendente da ϱ .

Pongasi inoltre

$$\begin{aligned} \Phi\left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \middle| \tau, t\right) &= \\ &= \sum_1^\infty \frac{(-1)^n}{n! 2^{2n}} \sum_{h+k+l=n} F_{h,k,l}(\tau, t) \sum_0^h \alpha \sum_0^k \beta \sum_0^l \gamma (-1)^{\alpha+\beta+\gamma} \times \\ &\times \frac{(2(\alpha+\beta+\gamma))!}{(\alpha+\beta+\gamma)! (2\alpha)! (2\beta)! (2\gamma)! (h-\alpha)! (k-\beta)! (l-\gamma)!} \\ &\quad (2h)! (2k)! (2l)! \left(\frac{x}{r}\right)^{2\alpha} \left(\frac{y}{r}\right)^{2\beta} \left(\frac{z}{r}\right)^{2\gamma} \end{aligned}$$

supponendo $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

La serie precedente è uniformemente convergente, derivabile rispetto a x, y, z ; e la funzione

$$(2) \quad V(x, y, z | t, \theta) = \frac{1}{r} \left(1 + \int_t^\theta \Phi\left(\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r} \middle| \tau, t\right) d\tau \right)$$

sarà la funzione cercata, come può direttamente verificarsi.

6. Se l'origine è esterna al campo S si potrà applicare la (III) sostituendo V a v , altrimenti se l'origine è interna, bisogna escludere l'origine stessa con un contorno e chiamandolo ω , la (III) si scriverà

$$(III') \quad H_\sigma([u, V], \theta) + H_\omega([u, V], \theta) = 0.$$

Preso il contorno ω sferico con raggio evanescente avremo al limite

$$\begin{aligned} \lim H'_\omega([u, V], \theta) &= -4\pi \int_0^\theta u_0(t) \left[1 + \int_t^\theta S(\tau, t) d\tau \right] dt \\ \lim H''_\omega([u, V], \theta) &= -4\pi \int_0^\theta u_0(t) dt \int_t^\theta T(\tau, t) d\tau, \end{aligned}$$

avendo posto per semplicità

$$u_0(t) = u(0, 0, 0, t).$$

Ora

$$S(\tau, t) = -T(\tau, t) = \sum_{\substack{n=0 \\ 1+n}}^{\infty} \frac{n!}{(2n)!} (-1)^n \sum_{h+k+l=n} \frac{(2h)!(2k)!(2l)!}{h!k!l!} F_{h,k,l}(\tau, t)$$

quindi

$$(3) \quad \lim H_\omega([u, V], \theta) = -4\pi \int_0^\theta u_0(t) dt.$$

Si può ottenere questo risultato anche in altro modo ricorrendo alla seguente formula, di cui tralascio la dimostrazione

$$\begin{aligned} \int_\sigma \frac{\partial V(t)}{\partial n} d\sigma + \int_t^\theta d\tau \int_\sigma \left(\frac{\partial V(\tau)}{\partial x} f(\tau, t) \cos nx + \frac{\partial V(\tau)}{\partial y} \varphi(\tau, t) \cos ny + \right. \\ \left. + \frac{\partial V(\tau)}{\partial z} \psi(\tau, t) \cos nz \right) d\sigma = -4\pi. \end{aligned}$$

Dalle (III') e (3) si deduce

$$(A) \quad u_0(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \theta} H_\sigma([u, V], \theta).$$

7. Se w è una soluzione della (I'), regolare entro S , sarà, per la (III)

$$H_\sigma([u, w], \theta) = 0$$

quindi

$$(A') \quad u_0(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \theta} H_\sigma([u, V + w], \theta)$$

e se $V + w$ sarà nulla lungo σ , nel secondo membro della equazione (A') compariranno i soli valori di $u(t)$ lungo σ per i valori di t compresi fra 0 e θ , onde la (A') risolverà il problema di *determinare* $u_0(\theta)$ *quando si conosce* $u(t)$ *lungo* σ *per* t *compreso fra* 0 e θ .

Nel caso, per esempio, in cui σ fosse un piano, w si otterrebbe immediatamente col metodo delle immagini.

La formula (A) corrisponde invece al *teorema di Green*, giacchè esprime $u_0(\theta)$ per mezzo dei valori di $u(t)$ e delle sue derivate prime lungo σ per t compreso fra 0 e θ .

8. Se, anzichè avere la (I), si avesse l'equazione

$$(I_a) \Delta^2 u(t) + \int_0^t \left\{ \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial x^2} f(t, \tau) + \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial y^2} \varphi(t, \tau) + \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial z^2} \psi(t, \tau) \right\} d\tau = \chi(x, y, z, t)$$

poniamo

$$\int_0^\theta dt \int_s v(t) \chi(x, y, z, t) dS = K([\chi, v], \theta)$$

allora le (A) e (A') dovrebbero essere rispettivamente sostituite dalle

$$(B) \quad u_0(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \theta} \} H_\sigma([u, V], \theta) - K([\chi, V], \theta) \{$$

$$(B') \quad u_0(\theta) = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial \theta} \} H_\sigma([u, V + w], \theta) - K([\chi, V + w], \theta) \{.$$

Sarebbe facile ricavare da queste formule un teorema analogo a quello del Poisson.

9. Prima di chiudere questa Nota mi permetto di aggiungere alcune osservazioni.

Consideriamo il sistema di equazioni differenziali simultanee

$$\Delta^2 u_1 = 0$$

$$a_{21} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + b_{21} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + c_{21} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + \Delta^2 u_2 = 0$$

$$a_{31} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} + b_{31} \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + c_{31} \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + a_{32} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} + b_{32} \frac{\partial^2 u_2}{\partial y^2} + c_{32} \frac{\partial^2 u_2}{\partial z^2} + \Delta^2 u_3 = 0$$

.....

L'equazione (I) può considerarsi come il caso limite del sistema precedente quando il numero delle incognite e delle equazioni cresce indefinitamente (1).

Il sistema aggiunto del precedente sarà

$$\begin{aligned} \Delta^2 v_1 + a_{21} \frac{\partial^2 v_2}{\partial x^2} + b_{21} \frac{\partial^2 v_2}{\partial y^2} + c_{21} \frac{\partial^2 v_2}{\partial z^2} + \\ + a_{31} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} + b_{31} \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} + c_{31} \frac{\partial^2 v_3}{\partial z^2} + \dots = 0 \\ \Delta^2 v_2 + a_{32} \frac{\partial^2 v_3}{\partial x^2} + b_{32} \frac{\partial^2 v_3}{\partial y^2} + c_{32} \frac{\partial^2 v_3}{\partial z^2} + \dots = 0 \\ \dots \end{aligned}$$

e la soluzione fondamentale è facile a calcolarsi ed al limite conduce alla (2).

(1) Cfr. la prima mia Memoria: *Sulla inversione degli integrali definiti*, § 3, Atti della R. Accademia di Torino, 1896.

10. Poniamo

$$u(x, y, z, t) + \int_0^t u(x, y, z, \tau) f(t, \tau) d\tau = U(x, y, z, t)$$

$$u(x, y, z, t) + \int_0^t u(x, y, z, \tau) \varphi(t, \tau) d\tau = V(x, y, z, t)$$

$$u(x, y, z, t) + \int_0^t u(x, y, z, \tau) \psi(t, \tau) d\tau = W(x, y, z, t).$$

Invertendo, con i metodi che detti per la risoluzione delle equazioni integrali, le formole precedenti, si ha

$$\begin{aligned} (4) \quad u(x, y, z, t) &= U(x, y, z, t) + \int_0^t U(x, y, z, \tau) f'(t, \tau) d\tau \\ &= V(x, y, z, t) + \int_0^t V(x, y, z, \tau) \varphi'(t, \tau) d\tau \\ &= W(x, y, z, t) + \int_0^t W(x, y, z, \tau) \psi'(t, \tau) d\tau \end{aligned}$$

mentre la (I) si potrà scrivere

$$(5) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial z^2} = 0$$

quindi la (I) può ricondursi ad *un sistema simultaneo di due equazioni integrali (4) e della equazione differenziale (5) colle tre incognite U, V, W.*

È bene a questo proposito osservare che le equazioni stesse in generale non possono separarsi, e che *il problema della risoluzione delle equazioni integro-differenziali costituisce in generale un problema essenzialmente distinto dai problemi delle equazioni differenziali e da quelli ordinarii delle equazioni integrali.*

Matematica. — *Sopra un caso limite delle trasformazioni delle superficie applicabili sulle quadriche.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

1. Nella teoria delle trasformazioni B_k per le superficie applicabili sulle quadriche generali, da me recentemente costruita (¹), si presenta un caso limite notevole quando la quadrica fondamentale rigata Q , variando nel sistema confocale, diventa una delle quadriche singolari della schiera, degenerando come inviluppo in una delle coniche focali, le cui tangenti vengono allora a rappresentare i due sistemi (coincidenti) di generatrici. Si ottiene così, come caso limite, una teoria delle trasformazioni per una classe particolare di curve che possono dirsi *coniche distorte*, come quelle curve che si ottengono dalle coniche ordinarie assoggettandole ad una torsione arbitraria senza alterare, in ciascun punto, il valore della flessione. In particolare se la conica fondamentale è un circolo, le curve deformate sono le curve a flessione costante o i *circoli storti* (Cesàro).

Per maggiore chiarezza degli enunciati, dei teoremi e delle formole che andiamo ora ad esporre, premettiamo le osservazioni seguenti. Quando una sviluppabile si deforma conservando rettilinee le sue generatrici, il suo spigolo di regresso si deforma conservando in ogni punto invariata la flessione e cambiando la torsione. Viceversa se due curve Γ, Γ' si corrispondono punto per punto, per eguaglianza d'archi ed avendo in punti corrispondenti eguale flessione, le sviluppabili delle loro tangenti sono applicabili corrispondendosi le generatrici. Diremo perciò che le due curve Γ, Γ' sono *applicabili*, ovvero che l'una è una deformata dell'altra. Teniamo fissa una delle due curve, p. e. Γ' , e assoggettiamo l'altra ad un movimento continuo nello spazio per modo che ogni suo punto si porti successivamente a coincidere col corrispondente di Γ' , ed insieme il piano osculatore di Γ nel punto di contatto venga a coincidere col piano osculatore di Γ' ; diremo allora che Γ *rotola* sopra Γ' .

Ciò premesso, prendiamo una conica fondamentale C ed una qualunque conica distorta Γ , applicabile sopra C . Consideriamo inoltre una quadrica rigata Q , di cui C sia una conica focale, ed immaginiamo che la conica C rotoli sulla deformata Γ seco trascinando la quadrica Q . Abbiamo allora il seguente teorema fondamentale:

Le rette (dell'uno o dell'altro sistema) della quadrica Q , trascinata

(¹) Vedi la mia Nota del 5 marzo 1907 in questi Rendiconti, ove vengono enunciati i principali teoremi di questa teoria, ora sviluppata nella mia ultima pubblicazione: *Mémoire sur la théorie des transformations des surfaces applicables sur les quadriques générales* (Mémoires présentés par divers Savants à l'Académie des Sciences, t. XXXIV).

nel rotolamento della conica focale C sulla sua deformata Γ , generano una congruenza le cui sviluppabili di un sistema hanno per spigoli di regresso altrettante coniche distorte Γ' applicabili sulla conica C .

A complemento di questo enunciato aggiungiamo quanto segue. Si consideri la conica C' , confocale a C , sezione del piano di C colla quadrica Q . Mentre C rotola su Γ , la conica C' descrive una superficie modanata (moulure), che indicheremo con Σ , involupata lungo le coniche C' , dalle varie posizioni della quadrica Q . Su questa superficie Σ abbiamo un doppio sistema di curve Γ' che seguono, in ogni loro punto, la direzione di quella generatrice di Q che vi passa. Queste curve Γ' sono appunto le indicate trasformate della conica distorta iniziale Γ .

2. Le formole relative alle trasformazioni delle coniche distorte difficilmente potrebbero dedursi da quelle generali per le trasformazioni delle deformate delle quadriche e d'altronde la natura più elementare dell'attuale teoria, che appartiene alla teoria delle curve, domanda un'analisi diretta, che qui rapidamente indichiamo.

Considerando una deformata qualunque Γ della conica fondamentale C , riteniamo per questa curva Γ le consuete notazioni (Vedi le mie *Lezioni di geometria differenziale*, cap. I) e indichiamo con u un parametro che fissa la posizione di un punto mobile su Γ . Similmente sulla conica C' , confocale a C , prendiamo un secondo parametro v per individuare la posizione di un punto mobile su C' . Quando la conica C , rotolando sopra Γ , viene con essa a contatto in un punto $P = (x, y, z)$, corrispondente al valore u del parametro, le coordinate x', y', z' di un punto qualunque di C' , corrispondente al valore v del rispettivo parametro, saranno funzioni di u, v della forma:

$$(1) \quad x' = x + l\alpha + m\xi, \quad y' = y + l\beta + m\eta, \quad z' = z + l\gamma + m\zeta.$$

Qui l, m indicano due funzioni di u, v , che restano sempre le stesse comunque la curva Γ si deformi, e per calcolarne i valori basta dare a Γ la forma stessa della conica C . Queste formole (1) danno la superficie modanata Σ luogo della conica C' .

Per una posizione qualunque di C' consideriamo la quadrica Q che tocca Σ lungo C' e indichiamo con X, Y, Z i coseni di direzione della generatrice considerata di Q uscente dal punto (u, v) di Σ . Avremo:

$$(2) \quad X = L\alpha + M\xi + P\lambda, \quad Y = L\beta + M\eta + P\mu, \quad Z = L\gamma + M\zeta + P\nu,$$

dove le funzioni L, M, P di u, v sono, come le l, m nelle (1), indipendenti dalla forma di Γ .

Si ottengono le equazioni differenziali per le curve trasformate Γ' sopra Σ esprimendo che in ogni loro punto la tangente ha i coseni di direzione X, Y, Z .

3. Sia dapprima C una parabola, che immaginiamo nel piano xz e di cui scriviamo l'equazione

$$(3) \quad x^2 = 2pz \quad (p > 0).$$

L'equazione di un qualunque paraboloido iperbolico Q , avente C per parabola focale, sarà

$$(4) \quad \frac{x^2}{p-k} - \frac{y^2}{k} = 2z - k \\ 0 < k < p.$$

Assumiamo a parametro u quello definito dalle formole

$$(5) \quad x = \sqrt{p}u \quad y = 0 \quad z = \frac{u^2}{2}.$$

Sulla parabola confocale C'

$$\frac{x'^2}{p-k} = 2z' - k,$$

prendiamo similmente il parametro v secondo le formole

$$x' = \sqrt{p-k}v, \quad y' = 0, \quad z' = \frac{v^2 + k}{2}.$$

Il raggio ρ di 1^a curvatura di Γ (o di C) è dato da

$$(6) \quad \rho = \frac{(u^2 + p)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{p}},$$

e definiremo intrinsecamente la curva Γ dando altresì il suo raggio T di torsione in funzione di u :

$$T = \varphi(u).$$

Pei valori delle funzioni l, m ; L, M, P nelle formole (1), (2) si trovano i seguenti:

$$(7) \quad \left\{ \begin{aligned} l &= \frac{\sqrt{p}(v\sqrt{p-k} - u\sqrt{p}) + \frac{u}{2}(v^2 - u^2 + k)}{\sqrt{u^2 + p}} \\ m &= \frac{\frac{\sqrt{p}}{2}(u^2 + v^2 + k) - uv\sqrt{p-k}}{\sqrt{u^2 + p}} \end{aligned} \right.$$

$$(8) \quad L = \frac{uv + \sqrt{p(p-k)}}{\sqrt{u^2 + p}\sqrt{v^2 + p}}, \quad M = \frac{v\sqrt{p} - u\sqrt{p-k}}{\sqrt{u^2 + p}\sqrt{v^2 + p}}, \quad P = -\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{v^2 + p}}.$$

Per l'equazione differenziale delle curve trasformate Γ' si ha

$$(9) \quad \frac{dv}{du} = \frac{\sqrt{p}(u^2 + v^2 + k) + 2uv\sqrt{p-k}}{2T\sqrt{k}};$$

essa è, come si vede, un'equazione del tipo di Riccati per la funzione incognita v di u . I raggi di prima e seconda curvatura di Γ' si trovano dati dalle formole

$$(10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho' = \frac{(v^2 + p)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{p}} \\ T' = \frac{\left[\frac{\sqrt{p}}{2}(u^2 + v^2 + k) - uv\sqrt{p-k} \right]^2}{kT} \end{array} \right.$$

La prima di queste dimostra che la curva Γ' è una parabola distorta applicabile sopra Γ .

4. La conica fondamentale C sia la ellisse

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a \geq b)$$

e l'ellisse confocale C'

$$\frac{x'^2}{a^2 - k} + \frac{y'^2}{b^2 - k} = 1$$

$$0 < k < b^2,$$

e per quadrica Q prendiamo l'iperboloide ad una falda

$$\frac{x'^2}{a^2 - k} + \frac{y'^2}{b^2 - k} - \frac{z'^2}{k} = 1,$$

avente C' per ellisse di gola, C per ellisse focale.

Introduciamo qui i parametri u, v (angoli eccentrici) colle formole

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \cos u \quad y = b \sin u \\ x' = \sqrt{a^2 - k} \cos v, \quad y' = \sqrt{b^2 - k} \sin v; \end{array} \right.$$

troviamo allora

$$(11) \quad \left\{ \begin{array}{l} l = \frac{(a^2 - b^2) \sin u \cos u - a\sqrt{a^2 - k} \sin u \cos v + b\sqrt{b^2 - k} \cos u \sin v}{\sqrt{a^2 \sin^2 u + b^2 \cos^2 u}} \\ m = \frac{ab - a\sqrt{b^2 - k} \sin u \sin v - b\sqrt{a^2 - k} \cos u \cos v}{\sqrt{a^2 \sin^2 u + b^2 \cos^2 u}} \end{array} \right.$$

$$(12) \quad \left\{ \begin{aligned} L &= \frac{a\sqrt{a^2 - k} \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v + b\sqrt{b^2 - k} \operatorname{cos} u \operatorname{cos} v}{\sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 u + b^2 \operatorname{cos}^2 u} \sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 v + b^2 \operatorname{cos}^2 v}} \\ M &= \frac{b\sqrt{a^2 - k} \operatorname{cos} u \operatorname{sen} v - a\sqrt{b^2 - k} \operatorname{sen} u \operatorname{cos} v}{\sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 u + b^2 \operatorname{cos}^2 u} \sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 v + b^2 \operatorname{cos}^2 v}} \\ P &= -\frac{\sqrt{k}}{\sqrt{a^2 \operatorname{sen}^2 v + b^2 \operatorname{cos}^2 v}}. \end{aligned} \right.$$

Per l'equazione differenziale delle ellissi distorte trasformate Γ' si trova

$$(13) \quad \frac{dv}{du} = \frac{ab - a\sqrt{b^2 - k} \operatorname{sen} u \operatorname{sen} v - b\sqrt{a^2 - k} \operatorname{cos} u \operatorname{cos} v}{T\sqrt{k}},$$

e questa, assumendo come funzione incognita $\operatorname{tg} \frac{v}{2}$, ha ancora la forma di Riccati.

5. La conica fondamentale \bar{C} sia un'iperbola di cui scriviamo l'equazione

$$\frac{\bar{x}^2}{a^2} - \frac{\bar{y}^2}{b^2} = 1,$$

e consideriamo l'iperboloide rigato Q avente \bar{C} per iperbola focale

$$\frac{\bar{x}^2}{a^2 + k} - \frac{\bar{y}^2}{b^2 - k} + \frac{\bar{z}^2}{k} = 1$$

$$0 < k < b^2,$$

e per iperbola principale \bar{C}'

$$\frac{\bar{x}'^2}{a^2 + k} - \frac{\bar{y}'^2}{b^2 - k} = 1.$$

Introduciamo i parametri \bar{u}, \bar{v} sulle iperbole confocali \bar{C}, \bar{C}' colle formole

$$\left\{ \begin{aligned} \bar{x} &= a \cosh u & \bar{y} &= b \operatorname{senh} \bar{u} \\ \bar{x}' &= \sqrt{a^2 + k} \cosh v & \bar{y}' &= \sqrt{b^2 - k} \operatorname{senh} v. \end{aligned} \right.$$

Troviamo allora

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} \bar{l} &= \frac{a\sqrt{a^2 + k} \operatorname{senh} \bar{u} \cosh \bar{v} + b\sqrt{b^2 - k} \cosh \bar{u} \operatorname{senh} \bar{v} - (a^2 + b^2) \operatorname{senh} \bar{u} \cosh \bar{u}}{\sqrt{a^2 \operatorname{senh}^2 \bar{u} + b^2 \cosh^2 \bar{u}}} \\ \bar{m} &= \frac{b\sqrt{a^2 + k} \cosh \bar{u} \cosh \bar{v} - a\sqrt{b^2 - k} \operatorname{senh} \bar{u} \operatorname{senh} \bar{v} - a\bar{b}}{\sqrt{a^2 \operatorname{senh}^2 \bar{u} + b^2 \cosh^2 \bar{u}}} \end{aligned} \right.$$

$$(15) \quad \left\{ \begin{array}{l} \bar{L} = \frac{a\sqrt{\bar{a}^2 + \bar{k}} \sinh \bar{u} \sinh \bar{v} + \bar{b}\sqrt{\bar{b}^2 - \bar{k}} \cosh \bar{u} \cosh \bar{v}}{\sqrt{\bar{a}^2 \sinh^2 \bar{u} + \bar{b}^2 \cosh^2 \bar{u}} \cdot \sqrt{\bar{a}^2 \sinh^2 \bar{v} + \bar{b}^2 \cosh^2 \bar{v}}} \\ \bar{M} = \frac{\bar{b}\sqrt{\bar{a}^2 + \bar{k}} \cosh \bar{u} \sinh \bar{v} - \bar{a}\sqrt{\bar{b}^2 - \bar{k}} \sinh \bar{u} \cosh \bar{v}}{\sqrt{\bar{a}^2 \sinh^2 \bar{u} + \bar{b}^2 \cosh^2 \bar{u}} \cdot \sqrt{\bar{a}^2 \sinh^2 \bar{v} + \bar{b}^2 \cosh^2 \bar{v}}} \\ \bar{P} = -\frac{\sqrt{\bar{k}}}{\sqrt{\bar{a}^2 \sinh^2 \bar{v} + \bar{b}^2 \cosh^2 \bar{v}}} \end{array} \right.$$

L'equazione differenziale delle iperbole distorte trasformate \bar{T}' è data da

$$(16) \quad \frac{d\bar{v}}{d\bar{u}} = \frac{\bar{b}\sqrt{\bar{a}^2 + \bar{k}} \cosh \bar{u} \cosh \bar{v} - \bar{a}\sqrt{\bar{b}^2 - \bar{k}} \sinh \bar{u} \sinh \bar{v} - \bar{a}\bar{b}}{\bar{T}\sqrt{\bar{k}}}$$

e nell'incognita $\text{tgh} \frac{\bar{v}}{2}$ ha la forma di Riccati.

6. Paragonando le formole dei due numeri precedenti si ottengono relazioni notevoli fra le deformazioni di una ellisse e di un'iperbola, focale l'una dell'altra, che corrispondono perfettamente alle proprietà delle quadriche *coniugate in deformazione*.

Della ellisse

$$C) \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

si consideri l'iperbola focale di semiassi

$$\bar{a} = \sqrt{a^2 - b^2}, \quad \bar{b} = b,$$

e collocando l'iperbola nel piano stesso della ellisse, se ne scriva l'equazione sotto la forma

$$\bar{C}) \quad \frac{\bar{x}^2}{\bar{a}^2} - \frac{\bar{y}^2}{\bar{b}^2} = 1.$$

Colla omografia Ω data dalle formole

$$(2) \quad x = \frac{a\bar{a}}{x}, \quad y = \bar{a}\frac{\bar{y}}{x},$$

l'ellisse C' si cangia nell'iperbola \bar{C} e la schiera di quadriche omofocali

determinata da C nella analoga di \bar{C} . Prendiamo le rispettive coniche confocali

$$C') \quad \frac{x'^2}{a^2 - k} + \frac{y'^2}{b^2 - k} = 1$$

$$\bar{C}') \quad \frac{\bar{x}'^2}{\bar{a}^2 - \bar{k}} - \frac{\bar{y}'^2}{\bar{b}^2 - \bar{k}} = 1$$

ove

$$\bar{k} = \frac{k\bar{a}^2}{a^2 - k};$$

l'omografia Ω cangia appunto C' in \bar{C}' .

Per i parametri (u, \bar{u}) , (v, \bar{v}) l'omografia Ω si traduce nelle relazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \cosh \bar{u} = \frac{1}{\cos u} \quad , \quad \sinh \bar{u} = \operatorname{tg} u \\ \cosh \bar{v} = \frac{1}{\cos v} \quad , \quad \sinh \bar{v} = \operatorname{tg} v \end{array} \right.$$

onde segue

$$\frac{d\bar{v}}{d\bar{u}} = \frac{\cos u}{\cos v} \frac{dv}{du}.$$

Le due equazioni differenziali corrispondenti (13), (16) si portano a coincidere se si pone

$$\frac{1}{\bar{T}} = \frac{\cos^2 u}{T}.$$

Per tal modo ad ogni ellisse distorta Γ applicabile sulla ellisse C si fa corrispondere una determinata iperbola distorta $\bar{\Gamma}$ applicabile sull'iperbola focale \bar{C} , e le trasformazioni di $\bar{\Gamma}$ si ottengono da quelle di Γ semplicemente per mezzo della omografia Ω .

7. Fra le trasformazioni delle coniche distorte Γ è notevole la trasformazione *singolare* che si ottiene quando la conica confocale C' degenera nell'asse focale ricoperto due volte, e la quadrica Q diventa quindi la sviluppabile delle tangenti alla conica focale di C. Questa trasformazione singolare corrisponde al valore $k = p$ del parametro nel caso parabolico ed al valore $k = b^2$ nel caso ellittico ed iperbolico.

Enunciando le proprietà geometriche relative al caso della trasformazione singolare, abbiamo: *Se una conica C rotola sopra una conica distorta Γ applicabile, seco trascinando la conica focale \bar{C} , le tangenti di questa generano una congruenza le cui sviluppabili di un sistema hanno per spigoli di regresso le successive posizioni di \bar{C} , e gli spigoli di regresso Γ' delle sviluppabili dell'altro sistema sono altrettante coniche distorte applicabili, come Γ , sopra C.*

Analisi. — *Sulla media dei valori che una funzione dei punti dello spazio assume alla superficie di una sfera.* Nota del Corrispondente P. PIZZETTI.

1. Sia $V(x, y, z)$ una funzione finita, a un sol valore, in tutti i punti dello spazio limitato da una sfera di centro O e raggio R , la quale ammetta, entro questo stesso spazio, le derivate parziali finite ed integrabili fino alle $(2n)^{\text{ma}}$ incluse. Si indichi con \mathcal{A}_{2n} il risultato della operazione

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ripetuta n volte. Vogliamo dimostrare che: *la media dei valori che la V assume sulla sfera si può esprimere colla formola*

$$(A) \quad M = V_0 + \frac{R^2}{3!} (\mathcal{A}_2 V)_0 + \frac{R^4}{5!} (\mathcal{A}_4 V)_0 + \dots + \\ + \frac{R^{2n-2}}{(2n-1)!} (\mathcal{A}_{2n-2} V)_0 + \frac{R^{2n}}{(2n+1)!} (\mathcal{A}_{2n} V)_m,$$

dove l'indice 0 si riferisce al centro O della sfera, e con $(\mathcal{A}_{2n} V)_m$ si intende un valore compreso fra il massimo e il minimo di quelli che $\mathcal{A}_{2n} V$ assume nello spazio sferico considerato.

2. Per comodità di dimostrazione assumiamo la notazione seguente. Indichiamo con $I_1 \cdot \varphi(R)$ il risultato della operazione

$$(1) \quad \int_0^R \left(r - \frac{r^2}{R} \right) \varphi(r) \cdot dr$$

eseguita sulla funzione $\varphi(r)$ (supposta integrabile); con $I_2 \cdot \varphi(R)$ il risultato della stessa operazione eseguita sulla $I_1 \cdot \varphi(r)$; ossia

$$I_2 \cdot \varphi(R) = \int_0^R \left(r - \frac{r^2}{R} \right) I_1 \cdot \varphi(r) \cdot dr;$$

e generalmente con $I_n \cdot \varphi(R)$ il risultato della operazione (1) ripetuta n volte.

Se la φ si riduce ad una costante c , si verifica facilmente che:

$$(2) \quad I_1 \cdot c = \frac{R^2}{3!} c, \quad I_2 \cdot c = \frac{R^4}{5!} c, \quad \dots, \quad I_n \cdot c = \frac{R^{2n}}{(2n+1)!} c.$$

E poichè, nell'intervallo d'integrazione, $r - \frac{r^2}{R}$ non è mai negativo, si avrà pure

$$(3) \quad I_n \cdot \varphi(R) = \frac{R^{2n}}{(2n+1)!} \varphi_n$$

dove φ_n è un valore della $\varphi(r)$ nell'intervallo $(0, R)$.

Ciò posto, applichiamo alla V , nello spazio sferico considerato, la formula di Stokes

$$(4) \quad 4\pi V_0 = \int_S \left(V \frac{\partial}{\partial n} - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial n} \right) dS - \int_{\tau} \frac{\mathcal{A}_2 V}{r} d\tau,$$

indicando con dS un elemento superficiale della sfera, con $d\tau$ un elemento di volume in essa incluso, con n la normale interna. Intendendo che V_0 si riferisca al centro della sfera, la (4) diverrà

$$V_0 = \frac{1}{4\pi R^2} \int_S V dS - \frac{1}{4\pi R} \int_S \frac{\partial V}{\partial n} dS - \frac{1}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\mathcal{A}_2 V}{r} d\tau,$$

od anche, chiamando M come si è detto sopra, il valor medio della V alla superficie della sfera ed osservando che

$$\int_S \frac{\partial V}{\partial n} dS = - \int_{\tau} \mathcal{A}_2 V \cdot d\tau,$$

$$M = V_0 + \frac{1}{4\pi} \int_{\tau} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) \mathcal{A}_2 V \cdot d\tau.$$

Indicando con $d\Omega$ un elemento angolare di spazio ed osservando che $d\tau$ può esprimersi con $r^2 \cdot dr \cdot d\Omega$, questa formola diventa

$$M = V_0 + \frac{1}{4\pi} \int_0^R dr \left(r - \frac{r^2}{R} \right) \int_{4\pi} \mathcal{A}_2 V \cdot d\Omega.$$

Il rapporto $\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \mathcal{A}_2 V \cdot d\Omega$ esprime, in questa formola, il valor medio del \mathcal{A}_2 sulla sfera di raggio r . Indicandolo con $M_2(r)$ e tenuta la precedente notazione, potremo scrivere

$$(5) \quad M = V_0 + I_1 \cdot M_2(R).$$

Applichiamo questa formola alla funzione $\mathcal{A}_2 V$ e indichiamo con $M_4(r)$ la media dei valori del $\mathcal{A}_4 V$ alla superficie della sfera di raggio r . Avremo

$$M_2(R) = (\mathcal{A}_2 V)_0 + I_1 \cdot M_4(R),$$

e sostituendo in (5) tenuto conto delle (2):

$$(6) \quad M = V_0 + \frac{R^2}{3!} (\mathcal{A}_2 V)_0 + I_2 \cdot M_4(R).$$

E proseguendo

$$(7) \quad M = V_0 + \frac{R^2}{3!} (\mathcal{A}_2 V)_0 + \frac{R^4}{5!} (\mathcal{A}_4 V)_0 + \dots + \\ + \frac{R^{2n-2}}{(2n-1)!} (\mathcal{A}_{2n-2} V)_0 + I_n \cdot M_{2n}(R).$$

Infatti, in forza della (6), la (7) è vera per $n = 2$. Se poi osserviamo che, per la (5)

$$M_{2n}(R) = (\mathcal{A}_{2n} V)_0 + I_1 \cdot M_{2n+2}(R),$$

sarà, tenuto conto delle (2)

$$I_n \cdot M_{2n}(R) = \frac{R^{2n}}{(2n+1)!} (\mathcal{A}_{2n} V)_0 + I_{n+1} \cdot M_{2n+2}(R),$$

con che la (7), supposta verificata per un certo valore di n , resta pure soddisfatta cangiandovi n in $n+1$.

La (3) poi applicata all'ultimo termine della (7) conduce subito alla formola (1) che si voleva dimostrare, giacchè un valore scelto fra quelli che $M_{2n}(r)$ assume sulle sfere di centro O e di raggio r compreso fra 0 ed R , deve necessariamente esser compreso fra il massimo e il minimo di $\mathcal{A}_{2n} V$ entro lo spazio sferico considerato.

3. Nel caso in cui uno dei \mathcal{A}_{2n} si annulli in ogni punto, il numero dei termini nel 2° membro della (A) risulta limitato, e la formola stessa comprende, come caso particolare, il noto teorema di Gauss sul valor medio di una funzione armonica alla superficie di una sfera.

Se nessuno dei \mathcal{A}_{2n} si annulla identicamente, la (A) prolungata indefinitamente dà luogo ad una serie la quale sarà certamente convergente se le derivate di un ordine qualunque si mantengono inferiori a un limite finito L . Infatti in tal caso

$$|\mathcal{A}_{2n} V| < 3^n \cdot L.$$

Per dedurre dalla (A) come caso particolare lo sviluppo di Maclaurin, basta supporre V funzione della sola distanza r da 0 , e propriamente porre

$$V = \varphi(t), \quad t = r^2 = x^2 + y^2 + z^2.$$

Si ha allora, come non è difficile verificare:

$$(\mathcal{A}_{2n} V)_{t=0} = 2^n \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1) (2n+1) \varphi^{(n)}(0),$$

sicchè il termine generico della (A) diventa

$$\frac{R^{2n}}{(2n+1)!} (\Delta_2 V)_0 = \frac{2^n \cdot R^{2n}}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots (2n)} \varphi^{(n)}(0) = \frac{t^n}{n!} \varphi^{(n)}(0).$$

4. Dalla (A) si deduce

$$(8) \quad (\Delta_2 V)_0 = \lim_{R=0} \frac{6(M - V_0)}{R^2}.$$

Se si assume questa formola come definizione del $\Delta_2 V$, riesce assai facile dimostrare l'equazione di Poisson

$$\Delta_2 V = -4\pi k$$

per la funzione potenziale di una massa distribuita nello spazio con densità generica k .

Infatti, si consideri una sfera di raggio R e un punto P a distanza r dal centro. Il notissimo teorema sulla attrazione degli strati sferici omogenei può enunciarsi sotto forma puramente geometrica dicendo che: *la media delle inverse distanze di P dai punti della sfera è $\frac{1}{r}$ ovvero $\frac{1}{R}$, a seconda che P è esterno o interno alla sfera.* Quindi la funzione potenziale di una particella materiale m posta a distanza r dal centro avrà, pei punti della sfera, il valor medio superficiale $\frac{m}{r}$ se la particella è esterna, $\frac{m}{R}$ se è interna alla sfera. Segue da ciò che se una massa attraente è distribuita dentro e fuori la sfera e ne chiamiamo V la funzione potenziale per un punto qualunque, la differenza fra il valor medio M della V alla superficie della sfera, e il valore V_0 al centro, dipenderà unicamente dalla massa interna alla sfera e sarà

$$\begin{aligned} V_0 - M &= \int_{\tau} \frac{k \cdot d\tau}{r} - \frac{1}{R} \int_{\tau} k \cdot d\tau = \int_{\tau} k \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R} \right) d\tau = \\ &= \int_{4\pi} d\Omega \int_0^R \left(r - \frac{r^2}{R} \right) k \cdot dr. \end{aligned}$$

Se la densità della massa, nell'interno della sfera, è compresa fra k_1 e k_2 , l'ultimo membro è compreso fra

$$4\pi \frac{R^2}{6} k_1 \quad \text{e} \quad 4\pi \frac{R^2}{6} k_2;$$

quindi

$$4\pi k_1 < \frac{6(V_0 - M)}{R^2} < 4\pi k_2.$$

Se nel punto P considerato non vi ha variazione discontinua della densità, la (8) dà pertanto immediatamente la equazione di Poisson.

Matematica. — *Una dimostrazione assoluta del teorema di Gauss relativo all'invariabilità della curvatura totale nella flessione.* Nota di C. BURALI-FORTI, presentata dal Corrispondente T. LEVI-CIVITA.

Fisica. — *Sopra alcune proprietà elettriche del selenio.* Nota del dott. VITTORIO CHIARINI, presentata dal Socio A. RIGHI.

Le precedenti Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Calcolo provvisorio della profondità dell'ipocentro del terremoto Calabro-Siculo del 28 dicembre 1908.* Nota di EMILIO ODDONE, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Il prof. de Kővesligethy ha indicato un metodo nuovo pel calcolo della profondità dell'ipocentro (1) che in questa Nota io proverò ad applicare al terremoto disastroso Calabro-Siculo del 28 dicembre 1908.

Ammettendo al solito una diminuzione dell'intensità sismica in ragione del quadrato della distanza dall'ipocentro, il prof. de Kővesligethy scrive che le accelerazioni stanno in ragione inversa delle distanze dal fuoco, vale a dire:

$$\frac{F}{F_0} = \frac{h}{r}$$

F è la massima accelerazione del terremoto ad una data stazione, F_0 quella all'epicentro, h la profondità incognita dell'ipocentro, ed r la distanza minima tra quest'ipocentro ed un punto della superficie terrestre.

Per tener in conto la diminuzione dell'energia per via dell'assorbimento del mezzo, adotta la variante:

$$(1) \quad \frac{F}{F_0} = \frac{h}{r} e^{-\frac{\alpha}{R}(r-h)}$$

(1) R. de Kővesligethy, *Seismischer Stärkegrad und Intensität der Beben.* Beitr. zur Geophys. Bd. VIII, 1907. Anche *Seismonomia*, Cap. X, Modena, Società Tipografica 1906. — Z. de Vagha, *Sur la profondeur du foyer et le coefficient d'absorption du tremblement de terre observé a Joko le 10 Janvier 1906.* Bull. Soc. Sism. ital., vol XII. — Em. Janosy, *Bestimmung der Herdtiefe und des seismischen Absortionskoefficienten des Charlestoner Erdbebens.* Boll. Soc. ital., vol. XI.

R indica il raggio terrestre in chilom., α è una seconda incognita rappresentante il coefficiente d'assorbimento radiale della Terra, cosicchè $\frac{\alpha}{R}$ è il coefficiente d'assorbimento per chilometro di terra.

D'altra parte sono state enunciate delle relazioni tra le accelerazioni che il suolo scosso dal terremoto può assumere, ed i gradi delle solite scale d'intensità sismica e ad esempio, per la scala suggerita dal compianto sismologo prof. Cancani (¹), vale la formola:

$$(2) \quad G - G_0 = 3 \log \frac{F}{F_0}$$

G_0 e G essendo i gradi della scala sismica all'epicentro e ad una stazione qualsiasi.

Dalle due relazioni soprascritte si deduce la terza:

$$(3) \quad \left[\frac{3\alpha}{R} h \log e + 3 \log h \right] - \left[3 \frac{r}{R} \log e \right] \alpha = G - G_0 + 3 \log r$$

che è appositamente messa sotto la forma:

$$(4) \quad x - by = n$$

dove

$$b = 3 \frac{r}{R} \log e, \quad \text{ed} \quad n = G - G_0 + 3 \log r.$$

Oltre la G_0 , grado dell'isosisma epicentrale, avendosi varie successive isosisme del grado G_1, G_2, G_3, \dots per un dato terremoto otterremo altrettante equazioni del tipo (4), dalle quali col metodo dei minimi quadrati si

(¹) Riproduciamo la scala sismica del prof. Cancani mettendo a riscontro dei vari suoi gradi le corrispondenti accelerazioni:

Gradi (Cancani)	Accelerazioni	Gradi (Cancani)	Accelerazioni
I strumentale	$< 2,5^{\frac{mm}{s^2}}$	VII	$100-250^{\frac{mm}{s^2}}$
II	2,5-5,0	VIII	250-500
III	5-10	IX	500-1000
IV	10-25	X	1000-2500
V	25-50	XI	2500-5000
VI	50-100	XII (grande catastrofe)	5000-10000

La relazione tra i gradi della scala Cancani e le corrispondenti accelerazioni è dovuta ancora al prof. de Kővesligethy che la trovò conforme alla legge psicofisica del Fechner.

ricaveranno x ed y . Nelle due espressioni b ed n , entra però la r , la quale è funzione della profondità incognita, legata a questa quantità dalla

$$r^2 = h^2 + \Delta^2.$$

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \dots$ sono le distanze epicentrali delle stazioni d'osservazione. Per comodità di calcolo terremo quest'altra relazione:

$$(5) \quad r = \frac{h}{\sin \varepsilon}$$

nella quale ε è l'angolo di emergenza e

$$(6) \quad \text{tang } \varepsilon = \frac{h}{\Delta}.$$

In prima approssimazione, invece di r , introdurremo semplicemente la distanza epicentrale Δ . Poi a calcoli fatti, ottenuto un primo h , dalle relazioni (6) e (5) ricaveremo la r . Allora ripeteremo i calcoli con questo valore di r , e magari, se occorrerà lo ripeteremo una terza volta, giungendo così al valore della profondità dell'ipocentro con tutta l'approssimazione che il metodo consente.

Pel terremoto Calabro-Siculo del 28 dicembre, la sezione geodinamica del R. Ufficio Centrale, presieduta dal dott. Martinelli, mi ha favorito uno schizzo provvisorio delle più importanti linee isosisme, ed è sulle medesime che ho stabilito i calcoli, i quali conseguentemente hanno essi pure carattere di provvisorietà.

Quali medie distanze epicentrali delle linee isosisme, si ritengono i raggi dei cerchi aventi la stessa superficie limitata dalle varie linee isosisme. Mediante lavoro di integrografo, si determinarono queste varie superficie S e se ne ricavarono i corrispondenti raggi Δ dei cerchi di egual superficie, valendosi delle relazioni:

$$\Delta_1 = \sqrt{\frac{S_1}{\pi}} \quad , \quad \Delta_2 = \sqrt{\frac{S_2}{\pi}} \quad , \quad \dots \quad , \quad \dots$$

Si trovò così che alle linee isosisme segnate nella colonna di sinistra corrispondevano i raggi segnati nella colonna di destra.

Linee isosisme G.	Raggi in chilom. Δ .
XII	16,274
IX	27,306
VIII-IX	37,871
VII-VIII	61,886
VII	80,741
VI	85,875

Introdotti questi valori nella (3) ebbi sei equazioni del tipo (4) che raggruppai nelle due uniche:

$$3x - 0,020314 y = 6,17$$

$$3x - 0,056992 y = 1,40$$

dalle quali mi risultò $x = 2,94$ ed $y = \alpha = 130$.

Noto x , la sua espressione equivalente $\frac{3\alpha}{R} h \log e + 3 \log h$ mi fornì l'equazione trascendente:

$$h + 112,8 \log h = 110,52.$$

Essa risolsi colle approssimazioni successive, ponendo, invece di e^h , i primi termini della serie $1 + h + \frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{3!} + \dots$ e sostituendo l' h approssimato in $\log h$ e ricalcolando.

Ottenni così $h = 8$ km. ed $\frac{\alpha}{R} = 0,0204$ per chilom.

Con questo valore di h approssimato, col sussidio delle (6) e (5) ebbi i diversi valori di r :

$$r_1 = 18,16 ; r_2 = 28,45 ; r_3 = 38,69 ; r_4 = 62,39 ; r_5 = 81,10 ; r_6 = 86,25.$$

Rivalendomi delle (3), riottenni stavolta $\alpha = 138,8$ e

$$h + 105,6 \log h = 109,8,$$

quindi:

$$h = 9 \text{ chilom. ed } \frac{\alpha}{R} = 0,0218 \text{ per chilom.}$$

Reciprocamente mediante questi valori di h ed $\frac{\alpha}{R}$ risalendo all'intensità teorica della scossa, ne ebbi per le sei date distanze epicentrali i numeri calcolati nella seconda e quinta colonna della seguente tabellina:

G Osserv.	G Calcol.	Calcol.-Osserv.	G Osserv.	G Calcol.	Calcol.-Osserv.
XII	12	0,0	VII,5	8	+ 0,5
IX	10	+ 1,0	VII	7,1	+ 0,1
VIII,5	9,2	+ 0,7	VI	6,8	+ 0,8

Paragonati colle intensità osservate, gli errori residui non sono tanto piccoli, ed è un difetto del calcolo che dessi non abbiano alternativamente segno alternato; tuttavia a motivo della provvisorietà del calcolo riterremo l'accordo sufficiente.

Il terremoto ora considerato è, sotto vari aspetti, simile a quelli che funestarono le stesse località addì 5 febbraio 1783 e 16 novembre 1894. Le rispettive linee isosisme, se se ne eccettuano le più epicentrali, corrono in egual modo circa ⁽¹⁾ talchè se si applicasse il metodo del prof. de Kovesligethy a questi due altri terremoti, si cadrebbe su profondità dell'ipocentro poco diverse da quelle ora trovate.

Un altro terremoto Calabro-Siculo investigato rispetto la profondità del suo ipocentro, si è quello dell'8 settembre 1905. Il Rudzky ⁽²⁾ vi applicava un suo metodo col quale la profondità del fuoco deduceva dalla distanza in arco tra l'epicentro ed il luogo geometrico nel quale la velocità di propagazione apparente scende al suo valor minimo. In mancanza di valori esatti per la velocità di propagazione vera nell'interno della Terra, accettava l'ipotesi di una propagazione rettilinea. Le due ultime formole, quelle che danno la soluzione del problema, sono allora le seguenti:

$$(*) \quad \sin \varepsilon = \frac{2 \sin \frac{1}{2} \gamma}{\gamma} - \cos \frac{1}{2} \gamma$$

ed

$$(**) \quad h = \frac{2R \sin \frac{1}{2} \gamma \sin \varepsilon}{\cos \left(\frac{\gamma}{2} - \varepsilon \right)}$$

ε , l'angolo di emergenza, si ricava dalla (*) una volta noto γ distanza in arco dall'epicentro al luogo geometrico in cui la velocità apparente ha il valor minimo; h ed R hanno i valori di prima. Sostituendo nella (**) le or note espressioni di ε ricavò la profondità h . Valendosi della tabella II del lavoro del prof. Rizzo: *Sulla velocità di propagazione delle onde sismiche nel terremoto della Calabria del giorno 8 settembre 1905* (Memorie della R. Accad. delle scienze di Torino, serie II, t. LVII, pag. 309, 1906), ritenne che la distanza epicentrale del luogo del minimo fosse di 1500 km., donde $\gamma = 0,075 \pi$ in misura d'arco, e $\sin \varepsilon = 0,00462$. Con questi valori gli risultò una profondità dell'ipocentro di circa 7 chilometri.

Lo scopo nostro non è di stabilire confronti. Non possiamo però esimerci dall'accennare che il sismologo Mallet col suo metodo primordiale, tanto criticato, di dedurre l'angolo d'emergenza dalle fratture oblique, arrivò

⁽¹⁾ Mi riferisco alla tav. X, della Memoria: *Il terremoto del 16 novembre 1894 in Calabria e Sicilia*. Relazione sismologica del prof. A. Riccò. Roma, Tipogr. Nazionale, 1909.

⁽²⁾ M. P. Rudzky, *Ueber die Tiefe des Herdes des calabrischen Erdbebens von 8 Sett. 1905*. Bull. de l'Acad. des Sciences de Cracovie (Cl. des Sc. math. et nat.), n. 1, art. 4, janvier 1907.

alla conclusione che l'ipocentro del grande terremoto napoletano dell'anno 1857 fosse ad una profondità di 5 miglia inglesi e $\frac{3}{4}$, cioè 10 chilom., circa la cifra da noi trovata (1)!

Da queste cifre si scostano assai le profondità che si ottengono cogli altri noti procedimenti.

Il metodo di Seebach, sebbene esso pure si basi sulla velocità della propagazione rettilinea della scossa, generalmente fornisce profondità molto maggiori, nel caso nostro per esempio non meno di 100 chilom. Il professore Riccò, che ne provò il metodo nella sua monografia sul terremoto del 16 novembre 1894, trovò 159 chil. (loc. cit., pag. 191).

Lo stesso dicasi del metodo del prof. Schmidt. In esso si ammette la velocità variabile colla distanza, e come prima, si ricava la profondità supponendo nota quella circonferenza intorno all'epicentro sulla quale la velocità di propagazione ha un valore minimo. Con questo metodo la profondità ipocentrale del terremoto Calabro-Siculo dell'8 settembre 1905 fu calcolata dal prof. Rizzo tra i 290 ed i 550 chilometri (2). Il prof. Rizzo, al quale sembrò esagerata questa profondità, emise l'ipotesi che la profondità dell'ipocentro sia misurata dall'altezza della calotta sferica limitata dalla circonferenza di velocità minima. Così ridusse la profondità ipocentrale ai 50 chilometri circa.

Finalmente nel metodo del Cap. Dutton (3), in base sempre alla variazione dell'intensità sismica in ragione del quadrato delle distanze, si ricava quale funzione la profondità sia di quella tale distanza epicentrale, ove si fa massima la variazione relativa dell'intensità dello scuotimento. Il prof. Riccò applicando questo metodo (loc. cit., pag. 207) al terremoto del 16 novembre 1894, ottenne valori poco concordanti, variabili tra i 21 ed i 161 chilom. Lo stesso prof. Riccò, nella medesima pubblicazione a pag. 209, ammettendo egli pure la relazione della ragione inversa del quadrato delle distanze, nella supposizione inoltre che i gradi della scala sismica de Rossi-Forel siano veramente proporzionali all'intensità del terremoto, ricavò per la profondità dell'ipocentro, come era da attendersi e come s'attendeva, dei valori molto discordanti. Nella sola direzione che dal-

(1) Mallet, *Enciclopedia Britannica*, alla parola Earthquake, 9^a ed., vol. VII, pag. 611. « After the great Neapolitan earthquake of 1857, Mr. Mallet, aided by the Royal Society, spent some months in carefully examining the country which had been visited by the shock, and in 1862 he published an elaborate report in which his observations were fully discussed.

« By determining the wave-paths at twenty-six stations in every azimuth around the seismic vertical, he was enabled to deduce the important fact that the mean focal depth of the earthquake was about $5\frac{3}{4}$ geographical miles, [$5\frac{3}{4} \times 1851,8 = 10^{km},6$] ».

(2) G. B. Rizzo, *Sopra il calcolo della profondità degli ipocentri nei movimenti sismici*. Atti R. Acc. delle scienze di Torino, vol. XLI, 1905-1906, pag. 1061.

(3) United States Geological Survey. Ninth Annual Report, 1887-88.

l'epicentro va verso ESE, lungo la quale le diverse isosisme avevano andamento più uniforme, ottenne delle profondità meno disparate, aggirantesi intorno ad una cinquantina di chilometri. Quando finalmente provò ad esprimere l'intensità osservata, non più coi gradi della scala De Rossi-Forel, ma colle accelerazioni corrispondenti, sebbene adoperasse la relazione:

$$\frac{F}{F_0} = \left(\frac{h}{r}\right)^2, \text{ anzichè la } \frac{F}{F_0} = \frac{h}{r}$$

vide la profondità dell'ipocentro assumere dei valori notevolmente più bassi: dai 21 ai 15 chilom. circa. Tenendo la relazione seconda, la più probabile, perchè se l'intensità obbedisce alla legge di Newton, l'accelerazione invece varia inversamente alla prima potenza della distanza, si avrebbero avute profondità ancora ridotte.

E noi abbiamo visto che i recenti metodi dei professori de Kovesligethy e Rudzky riducono la profondità degli epicentri nei due citati terremoti Calabro-Siculi a 7 e 9 chilometri.

Il focolare sismico si anniderebbe immediatamente sotto, se non nella massa stessa degli scisti cristallini che formano l'ossatura di quelle regioni. Quale però tormentata ossatura! Il coefficiente d'assorbimento, eguale a 0,02 assume ivi un triste primato. Esso ha un valore cinque volte maggiore di quello proprio a tali profondità (0,004), per cui suggerisce l'idea che la crosta terrestre sia colà profondamente disgregata o fratturata.

Chimica. — *Sulla costituzione dei clorosali rameoso-rameici*⁽¹⁾.

Nota di G. POMA, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

In una Nota precedente ⁽²⁾ ho studiato la solubilità del Cu Cl nelle soluzioni cloridriche di Cu Cl₂, giungendo alla conclusione che realmente tra il cloruro rameoso ed il rameico devono formarsi uno o più sali complessi, la cui costituzione non può essere chiarita dalle sole misure di solubilità.

Allo scopo di determinare possibilmente la formula di tali composti molecolari, od almeno di stabilire la rispettiva funzione acida o basica dei due cloruri di rame, ricorsi a quelle misure elettriche che le particolarità del caso dimostravano più opportune.

Come esperienza preliminare ho voluto determinare le variazioni che si producono nelle conducibilità specifiche di soluzioni cloridriche pure o cloridriche e rameiche quando queste vengono sbattute con Cu Cl.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Parma diretto dal prof. G. Plancher.

⁽²⁾ Rend. Acc. Lincei, 1909.

Ecco i risultati ottenuti:

	Conducibilità specifica
sol. 3 n. HCl	x 0.7116
sol. 3 n. HCl + x Cu Cl	" 0.7212
sol. 3 n. HCl + 0.89 n. Cu Cl ₂	" 0.6163
sol. 3 n. HCl + 0.89 n. Cu Cl ₂ + x Cu Cl	" 0.6251

Come si vede, le variazioni trovate sono troppo piccole perchè da esse sia possibile trarre alcuna conseguenza: probabilmente sono dovute soltanto ad impurità contenute nel Cu Cl ed alle variazioni che i volumi dei liquidi dovranno probabilmente subire mentre il cloruro rameoso va in soluzione.

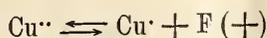
Tali esperienze sembrano dunque dimostrare che il numero totale degli ioni contenuti nelle soluzioni studiate non varia sensibilmente per il formarsi dei sali complessi rameoso-rameici; la questione però che mi interessava maggiormente di studiare era quella riguardante la loro costituzione.

A questo scopo ricorsi a due specie di esperienze che mi diedero risultati concordanti.

La prima di esse fu di natura elettrometrica.

È noto che immergendo una lamina di platino platinato in una soluzione cloridrica contenente Cu Cl e Cu Cl₂ si ottiene un così detto elettrodo rameico-rameoso che deve possedere un determinato potenziale di riduzione e rispettivamente di ossidazione, dal quale è possibile calcolare il rapporto tra la pressione osmotica, e quindi anche la concentrazione, degli ioni rameici e quella degli ioni rameosi.

Al processo di riduzione e rispettivamente di ossidazione indicato dalla equazione



corrisponde la singola differenza di potenziale espressa dalla formula:

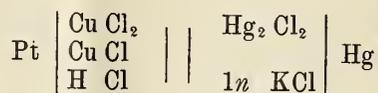
$$\varepsilon = RT \ln. K \frac{[\text{Cu}^{++}]}{[\text{Cu}^+]}$$

da cui può ricavarsi il termine $RT \ln. K$, detto come è noto il potenziale elettrolitico dell'elettrodo, quando si determini il potenziale ε , essendo fra loro eguali le pressioni osmotiche degli ioni rameosi e degli ioni rameici. In tale caso sarà evidentemente

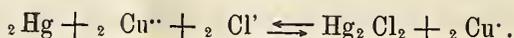
$$RT \ln. \frac{[\text{Cu}^{++}]}{[\text{Cu}^+]} = 0$$

per cui $\varepsilon = \varepsilon_0 = RT \ln. K$.

Per eseguire queste misure ho collegato l'elettrodo rameico-rameoso con un elettrodo normale a calomelano, ottenendo la pila:



Il processo chimico il quale accompagna lo stabilirsi, a circuito chiuso, di una F. E. M. nell'elemento mentovato è il seguente:



Evidentemente il caso in cui la F. E. M. sia uguale a zero è affatto particolare.

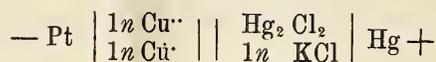
Ho eseguito queste misure di F. E. M. impiegando il comune metodo di compensazione di Poggendorff, confrontando l'elemento con una pila campione di Weston.

La temperatura alla quale eseguivo queste esperienze era di 25°.

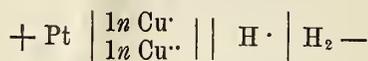
Il calcolo per ricavare il valore di $\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^{\cdot}]}$ è il seguente:

$$\varepsilon = 0.059 \log \frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^{\cdot}]} + a \quad \text{per } t = 25^\circ$$

in cui a rappresenta la F. E. M. della pila:



Bodländer e Storbeck ⁽¹⁾ trovarono che la F. E. M. della pila



è uguale a volta + 0.283 si può dunque concludere che $a = -0.079$. Da ciò consegue che:

$$\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^{\cdot}]} = 10^{\frac{\varepsilon + 0.079}{0.059}}$$

⁽¹⁾ Ztschr. anorg. Chem. 31 S. 1 und S. 458 [1902].

I valori trovati per questo rapporto nei liquidi, per i quali ho già dato l'analisi, sono i seguenti:

$n \text{ HCl}$		$t = 25^\circ$		
$\varepsilon = a + 0.059 \log \frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$ volta	$[\text{Cu}^.]$	$[\text{Cu}^{..}]$	$\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$	$\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$
0.1489	0.1016	0.1001	0.995	7145
0.1673	0.1254	0.2002	1.594	14930
0.1841	0.1449	0.3003	2.071	28120
0.1920	0.1703	0.4004	2.350	30840
0.2033	0.1919	0.5005	2.600	60960

È necessario qui di ricordare che nel recipiente in cui vennero rinchiusi le soluzioni rameoso-rameiche, venne con ogni cura scacciata l'aria, con una corrente di azoto purissimo. Le misure quindi vennero eseguite, per quanto si riferisce all'elettrodo rameico-rameoso, in una atmosfera di azoto.

I valori trovati per $\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$ nelle soluzioni rameoso-rameiche contenenti due grammimolecole di HCl per litro sono:

$2n \text{ HCl}$		$t = 25^\circ$		
$\varepsilon = a + 0.0590 \log \frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$ volta	$[\text{Cu}^.]$	$[\text{Cu}^{..}]$	$\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$	$\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$
0.1770	0.2886	0.1880	0.654	16560
0.1821	0.3035	0.2350	0.775	20180
0.1895	0.3218	0.2820	0.873	27000

Il liquido di collegamento degli elettrodi fu una soluzione di KCl, in questo caso si dovrebbe a rigore tener conto della differenza di potenziale che si stabilisce per diffusione al contatto tra il liquido dell'elettrodo rameoso-rameico, acido per HCl, e la soluzione di KCl; tale differenza di potenziale deve rendere più negativo il detto elettrodo, sicchè la F. E. M. della pila è più piccola di quanto non sarebbe se essa fosse unicamente funzione delle pressioni osmotiche degli ioni $\text{Cu}^{..}$ e $\text{Cu}^.$. L'errore che commetto trascurando questa differenza di potenziale ha per effetto di farmi ottenere per il rapporto $\frac{[\text{Cu}^{..}]}{[\text{Cu}^.]}$ valori minori di quelli che in realtà dovrei avere.

Da ciò apparirà evidente che le conclusioni che io trarrò con risultati così ottenuti sarebbero vere a maggior ragione qualora si fossero avuti i valori corrispondenti ai veri rapporti rameoso-rameici.

Per ultimo ho ripetuto le esperienze di questa natura per le soluzioni rameoso-rameiche quattro volte normali rispetto all'acido cloridrico:

4n HCl

$\varepsilon = a + 0,590 \log \frac{[Cu^{+}]}{[Cu^{2+}]}$ volta	$[Cu^{+}]$	$[Cu^{2+}]$	$\frac{[Cu^{+}]}{[Cu^{2+}]}$	$\frac{[Cu^{+}]}{[Cu^{2+}]}$
0.1622	0.7884	0.0473	0.060	9290
0.1927	0.8476	0.1894	0.223	30620
0.2015	0.8673	0.2367	0.275	43060
0.2462	0.9646	0.4734	0.495	246600

I numeri che esprimono il rapporto $\frac{[Cu^{+}]}{[Cu^{2+}]}$ crescono tutti rapidamente col crescere delle concentrazioni di $CuCl_2$, le loro grandezze dimostrano che le concentrazioni degli ioni rameici sono enormemente maggiori, fino 246600 volte, delle concentrazioni degli ioni rameosi, mentre i rapporti tra le quantità del rame rameico e quelle del rame rameoso totale, oscillano tra un minimo di 0.06 ed un massimo di 2.60. Ciò prova in modo evidente che il rame rameoso si trova incluso in un ione complesso e che molto probabilmente il rame rameico esiste nelle soluzioni come ione libero.

Per decidere se veramente il clorosale in questione aveva il catione ovvero l'anione complesso, le misure elettrometriche rendono molto verosimile quest'ultima possibilità, e per vedere se realmente il catione di esso è costituito dal semplice ione rameico, approfittando del fatto che gli ioni del clorosale devono essere diversamente colorati, ho determinato il senso in cui essi emigrano in seno alle loro soluzioni, durante il passaggio della corrente elettrica (1).

A questo scopo ho riempito per circa un terzo un tubo ad U, lungo 24 cm. con una soluzione 4n. HCl, 0.47n. $CuCl_2$ e 0.96n. $CuCl$, che era colorata intensamente in bruno e che aveva una consistenza quasi sciropposa; ho finito di riempire le due branche del tubo ad U con una soluzione 4n. di HCl, avendo cura che le due superficie di separazione tra la soluzione bruna inferiore e la incolore superiore fossero ben nitide; due bastoncini di carbone di storta che pescavano per circa un centimetro nella soluzione cloridrica superiore, servivano da elettrodi. Eseguì l'elettrolisi con una corrente di 12

(1) W. Nernst, Ztschr. Elektrochem. 3, 309, und Dittrich, Ztschr. phys. Chem. 29, 481.

volta e di 0.2 ampère, prolungandola per circa quattro ore. Il risultato fu il seguente: Nella branca del tubo ad U in cui superiormente si svolgeva idrogeno, polo negativo, la superficie di separazione tra la soluzione inferiore bruna e la superiore incolore era scomparsa, al suo posto cominciava uno strato colorato intensamente in verde che aveva circa cinque millimetri di altezza; nella medesima posizione, ma dall'altra branca del tubo, in quella in cui si svolgeva superiormente il cloro, polo positivo, la colorazione bruna della soluzione inferiore, si era diffusa nella zona prima incolore, occupata dalla soluzione cloridrica.

Questo risultato dimostra che il catione del clorosale è costituito dal semplice ione rameico e che invece l'anione colorato in bruno, contiene il rame rameoso. Se poi si pensa che le soluzioni contenenti gli ioni CuCl_2 ovvero CuCl_3 già noti, sono perfettamente incolore, è da ritenere molto probabile che nell'anione complesso del clorosale rameoso-rameico, intensamente colorato in bruno, oltre a Cu^+ sia anche contenuto il Cu^{II} .

Io mi riprometto di continuare, specialmente con ricerche di natura ottica, lo studio delle soluzioni cloridriche di questi clorosali rameoso-rameici ed intendo estenderle anche alle loro soluzioni acquose, metiliche ed etiliche; ciò probabilmente mi permetterà di stabilire se nei varî solventi impiegati ed alle diverse diluizioni e temperature alle quali è opportuno di operare, possa formarsi soltanto un unico sale complesso, ovvero se ne possano esistere diversi a seconda delle condizioni fisiche alle quali il sistema può essere sottoposto. Nel medesimo tempo tali nuove ricerche potranno condurre alla conoscenza della costituzione dei clorosali rameoso-rameici dei quali mi sono occupato sin qui.

Credo mio dovere di attestare pubblicamente la mia riconoscenza al prof. R. Abegg ed al prof. G. Plancher, per i consigli e per gli aiuti che cortesemente vollero concedermi.

Geologia. — *Gli scisti bituminosi di Besano in Lombardia.*
Nota del dott. EMILIO REPOSSI ⁽¹⁾, presentata dal Corrispondente E. ARTINI.

Negli ultimi due anni vennero ripresi i lavori, già tante volte iniziati ed interrotti, della formazione scisto-bituminosa di Besano in Lombardia.

I lavori attuali non vennero condotti nelle località degli antichi, ma sul prolungamento della formazione in territorio svizzero e precisamente nei dintorni di Meride (Canton Ticino). Come infatti è noto, la zona d'affiora-

⁽¹⁾ Il presente lavoro fu eseguito nel Laboratorio di Mineralogia del Civico Museo di Storia Naturale, in Milano. La Memoria definitiva sarà pubblicata negli Atti della Società Italiana di Scienze Naturali.

mento degli scisti di Besano forma un arco, che, da questa classica località, si spinge verso nord-est al monte S. Giorgio in territorio svizzero. per poi ripiegare a sud-est, verso la val di Mendrisio.

Se la formazione di Besano fu assai studiata e venne anche lavorata per la ricerca dei fossili nel territorio italiano, molto meno noti sono i suoi particolari nel resto dell'affioramento, che posso dire fin d'ora non essere nè meno interessante nè meno esteso; ed avendo io stesso eseguito il rilievo che preluse all'attuale periodo di lavori, come pure avendo accompagnato diligentemente questi lavori stessi nel loro svolgimento, potei raccogliere alcune osservazioni, che non mi paiono nel tutto trascurabili per la conoscenza, già del resto abbastanza completa, della formazione di Besano.

È noto che molta incertezza durò sul riferimento cronologico di questa formazione, prima dei lavori del Bassani (1) e del Sordelli (2) sulla fauna e sulla flora interessantissime in essa conservate. Attualmente si ritengono quasi senza dubbio gli scisti di Besano come press'a poco equivalenti al *S. Cassiano*, e cioè come appartenenti, secondo alcuni, alla parte più recente del trias medio, secondo altri, alla parte più antica del trias superiore.

Dal canto mio, lasciando impregiudicata la questione alla quale qui si accenna, faccio notare come la formazione di Besano, a Besano ed ancor più a Meride, sia enormemente potente e formi un tutto unico, che si sfuma superiormente con le marne puddingoidi varicolori del *raibliano* tipico, mentre si distingue con grande nettezza dalla *dolomia inferiore*, sulla quale si appoggia. In essa i fossili, che hanno servito per la sua determinazione, si trovano esclusivamente negli strati inferiori, anzi si può quasi dire negli strati infimi, che sono anche i soli veramente ricchissimi di bitume, mentre gli altri, sterili di fossili, sono di rado più che mediocrementemente bituminosi.

Questo fatto, che credo di poter affermare incontestabilmente, m'induce a credere che, anche se gli strati infimi della formazione di Besano sono veramente da attribuirsi al trias medio, difficilmente si possa includere in questo periodo tutta l'enorme pila di strati che soprastanno, potente talvolta poco men di un migliaio di metri, fino al *raibliano* tipico. L'idea del Taramelli, che cioè gli scisti di Besano siano rispondenti degli strati a pesci di Raibl, mi pare adunque, per questa e per altre ragioni, la più accettabile.

Durante il rilievo, e specie durante il lavoro industriale, che comprende attualmente quattro gallerie in direzione nella località di Tre Fontane presso Meride, mi fu dato raccogliere una ricchissima messe di fossili (molluschi, pesci, rettili), i quali dimostrano come la classica formazione fossilifera di Besano si continui con gli identici caratteri paleontologici straordinariamente

(1) F. Bassani, *Sui fossili e sull'età degli schisti bituminosi triasici di Besano in Lombardia* (Atti Soc. Ital. di Scienze Nat., vol. XXIX, Milano, 1886).

(2) F. Sordelli, *Sulle piante fossili recentemente scoperte a Besano, circondario di Varese* (Atti Soc. Ital. di Scienze Nat., vol. XXII, Milano, 1879).

favorevoli anche fuori delle già note e sfruttate località. Potei inoltre raccogliere e precisare alcuni caratteri particolari di giacitura, che mi parvero singolarmente interessanti in riguardo all'origine del bitume, che impregna gli scisti di Besano e che li rende ora tanto ricercati.

La formazione comincia distinguendosi in modo assai netto dalla dolomia inferiore. Gli ultimi banci di questa hanno già alcune intercalazioni di straterelli marnosi, ricchissimi di bitume. al di sopra di essi poi si nota un'alternanza di strati bituminosi (circa venti) simili a questi, ma più potenti (8-10 cm.), e di strati calcarei, pochissimo magnesiaci, molto regolari. Siffatta alternanza, che rappresenta la formazione utile, ha lo spessore di 5 o 6 metri, ed a poco a poco è sostituita da una serie di straterelli sottili, calcarei, assai più poveri di bitume, che fanno poi passaggio a strati calcarei più grossi e regolari, i quali, con frequenti intercalazioni di straterelli marnosi, si accompagnano sino alle marne varicolori tipiche.

I fossili si trovano in abbondanza solo negli strati della formazione utile; più scarsi sono nei 10-20 metri soprastanti, poi scompaiono affatto. Ma quello, ch'è a parer mio più notevole, è la distribuzione dei fossili negli strati utili: i pesci ed i rettili si trovano unicamente, ed in abbondanza veramente straordinaria, negli straterelli scisto-marnosi ricchissimi di bitume, mentre i molluschi (bivalvi ed ammoniti) si raccolgono solo negli strati calcarei ad essi intercalati, che ne sono non di rado letteralmente zeppi.

L'impressione che se ne riceve è, che in quell'antico mare triasico, inegualmente profondo e vario, le condizioni di vita ritmicamente e quasi d'improvviso si cambiassero, producendo a volta a volta la morte di sterminate quantità di pesci e di rettili, i quali abbandonavano sul fondo le loro spoglie pressochè intatte. Terminata la strage, che faceva riposare vicini i cadaveri dei pesci e dei loro predatori, gli ictiosauri, le condizioni si rifacevano normali e sul fondo di quel mare tornavano ad accumularsi i sedimenti consueti, ricchi di conchiglie.

Ed invero, se vi è caso in cui i fatti osservati si trovano d'accordo con le ipotesi, che attualmente si fanno per spiegare l'origine degli idrocarburi naturali, è certamente questo.

È noto che la maggioranza dei geologi, seguendo principalmente le idee dell'Engler (1) e de'suoi continuatori, suppone, che i petroli derivino dal disfaccimento di cumuli enormi di animali marini, uccisi da particolari condizioni d'ambiente e sepolti in seno al mare, dove, sottratti alla distruzione degli animali predatori da quelle stesse condizioni d'ambiente, subirono uno speciale processo di putrefazione. Condizioni simili si verificerebbero anche adesso ad es. sul fondo del mar Nero, dove i pesci, giunti ad una certa profondità, muoiono fulminati da quantità forti di idrogeno solforato, che vi si sviluppano per la putrefazione di altri animali.

(1) Vedi Bericht. d. deutsch. chem. Gesellschaft, Bd. 33, 7.

Ora, quanto dissi prima sugli scisti di Besano ben s'accorda, secondo me, con questo supposto.

Infatti i pesci e la sostanza bituminosa vi sono sempre concomitanti: dove sono pesci in abbondanza, è anche il bitume, e con una percentuale media superiore al 35 %; e dove questo scarseggia, mancano anche i pesci, e tutto accenna a condizioni più normali di deposito.

D'altra parte tutto porta a credere, che la sostanza bituminosa degli strati ricchi di Besano si sia formata in essi, e non abbia migrato da strato a strato per concentrarsi in quelli in cui ora si trova, provenendo chi sa da dove. Difatti, quando ciò non fosse, tornerebbe inspiegabile la concomitanza or ora accennata dei pesci e del bitume, e sarebbe del pari difficile comprendere, come gli infimi straterelli bituminosi, intercalati alla dolomia inferiore, che avrebbero dovuto impoverirsi per i primi, possano essere altrettanto ricchi quanto i superiori. Questo fatto ci dà anzi, almeno secondo il mio parere, ragione di una notevole differenza di composizione, che intercede tra la sostanza bituminosa cavata dagli scisti di Besano e gli idrocarburi naturali più comuni, differenza che a tutta prima sembrerebbe contrastare alquanto alla supposta loro somiglianza d'origine.

Se si sottopongono gli scisti di Besano a distillazione secca (ciò che si fa in posto, per scopo industriale), con una quantità di prodotti secondari (idrocarburi gassosi, acque ammoniacali, idrogeno solforato, ecc.), se ne ottiene un olio denso, nero, d'odore particolare sgradevole, contenente circa il 5 % di solfo, e da 6,4 a 6,7 % d'azoto (¹). Queste percentuali, per siffatti componenti, sono inconsuete nella generalità dei bitumi e dei petroli, e potrebbero far pensare a particolari condizioni nei processi d'alterazione della sostanza organica, che hanno dato origine ai bitumi di Besano. Ma, qualunque questo fatto non si possa escludere a priori, nonostante la difficoltà che s'avrebbe poi a chiarirlo, parmi sufficiente supporre che la diversità di composizione fra il bitume di Besano ed i comuni idrocarburi dipenda dall'essere quello rimasto in posto e dall'aver questi subito una naturale distillazione, che li fece migrare da strato a strato per concentrarli nelle zone d'anticlinale e nelle formazioni da cui ora si cavano, impoverendoli nel tempo istesso di alcuni tipici componenti originari.

Comunque sia, prima di terminare questi cenni preliminari, voglio far notare ancora, come gli scisti bituminosi di Besano abbiano una composizione relativamente tanto eccezionale, che di rado se ne incontrano di simili nella serie degli strati. Confrontandoli con quelli più noti industrialmente sfruttati, si trovano infatti solo gli scisti retici di Seefeld nel Tirolo che si avvicinano ad essi. Si può anzi dire che gli scisti di Besano e quelli di

(¹) I dati qui riferiti mi furono comunicati dai dottori Contardi e Malerba, che stanno studiando chimicamente i prodotti di distillazione degli scisti di Besano ed i loro derivati.

Seefeld siano per composizione affatto identici, e che gli uni e gli altri si distinguano nettamente da tutti quelli di cui si ha conoscenza.

Gli scisti di Seefeld, notissimi per la loro ricchezza in bitume ed in pesci fossili, dal 1883 sono utilizzati per la preparazione del prodotto farmaceutico, di composizione chimica ancora imprecisata, conosciuto col nome di « ittiolo ».

L'attuale periodo di lavori della formazione di Besano, che ha dato occasione al presente studio, fu condotto allo stesso scopo, e portò alla preparazione di composti analoghi, se non identici, a quello ricavato dagli scisti di Seefeld e già tanto noto nella pratica medica.

CORRISPONDENZA

Il Presidente BLASERNA annuncia di aver ricevuto dal Presidente dell'Istituto di Francia la seguente nobilissima lettera:

INSTITUT DE FRANCE

Paris le 6 février 1909.

Le Président de l'Institut à M. le Président de l'Académie des Lincei.

« Monsieur le Président,

L'Institut de France ne s'est pas contenté de vous exprimer toute la part qu'il prenait avec la France entière au deuil de l'Italie. Il a voulu aussi contribuer aux secours que réclamaient les survivants du terrible ravage et leur marquer sa vive sympathie. Une souscription a été ouverte parmi ses membres et j'ai l'honneur de vous en envoyer ci-joint le montant en un chèque payable à Rome, soit la somme de trois mille francs.

L'Institut de France devait naturellement avoir recours à l'entremise de l'illustre Académie que vous présidez, avec laquelle il entretient depuis si longtemps les rapports de la plus douce confraternité.

Veillez agréer, Monsieur le Président, les assurances de ma très haute et confraternelle estime.

Le Président de l'Institut
BOUCHARD

A questa comunicazione, che tanto onora le due grandi Accademie e che dimostra nuovamente la intimità dei loro rapporti scientifici, il PRESIDENTE rispose col seguente telegramma:

« Mr. BOUCHARD, Président de l'Institut de France — Paris.

Profondément touché de la nouvelle épreuve d'amitié et de bienveillance que l'Institut de France a bien voulu donner à l'Italie et à l'Académie des Lincei, je m'empresse à

vous envoyer l'expression la plus chaleureuse de notre reconnaissance, et je vous prie d'exprimer ces sentiments à tous les illustres Confrères. J'aurai l'honneur d'en informer notre Académie dans sa prochaine séance.

Le Président de l'Académie des Lincei
BLASERNA

E. M.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI
ANNO CCCVI.
1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 marzo 1909.

Volume XVIII.° — Fascicolo 5.°

1.° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci e da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in snuto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 7 marzo 1909.

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE
DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica matematica. — *Sulle equazioni della elettrodinamica.*
Nota del Socio VITO VOLTERRA.

ART. I. — *La isteresi.*

1. Hertz ha stabilito come equazioni fondamentali della elettrodinamica dei sistemi in quiete, le seguenti ⁽¹⁾:

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} A \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \\ A \frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \\ A \frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial X}{\partial y} \end{array} \right. \quad (I') \left\{ \begin{array}{l} A \frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} - 4\pi A u \\ A \frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} - 4\pi A v \\ A \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x} - 4\pi A w \end{array} \right.$$

in cui

$$(II) \left\{ \begin{array}{l} X = \varepsilon_{11} X + \varepsilon_{12} Y + \varepsilon_{13} Z \\ Y = \varepsilon_{21} X + \varepsilon_{22} Y + \varepsilon_{23} Z \\ Z = \varepsilon_{31} X + \varepsilon_{32} Y + \varepsilon_{33} Z \end{array} \right. \quad (II') \left\{ \begin{array}{l} L = \mu_{11} L + \mu_{12} M + \mu_{13} N \\ M = \mu_{21} L + \mu_{22} M + \mu_{23} N \\ N = \mu_{31} L + \mu_{32} M + \mu_{33} N \end{array} \right.$$

$$(III) \left\{ \begin{array}{l} u = \lambda_{11}(X - X') + \lambda_{12}(Y - Y') + \lambda_{13}(Z - Z') \\ v = \lambda_{21}(X - X') + \lambda_{22}(Y - Y') + \lambda_{23}(Z - Z') \\ w = \lambda_{31}(X - X') + \lambda_{32}(Y - Y') + \lambda_{33}(Z - Z') \end{array} \right.$$

⁽¹⁾ Wiedemann's Annalen, 40, pag. 577.

In queste equazioni è ben noto il significato delle varie lettere, e cioè X, Y, Z ; X, Y, Z ; u, v, w sono rispettivamente le componenti della polarizzazione, della forza e della corrente elettrica; mentre L, M, N ; L, M, N sono rispettivamente le componenti della polarizzazione e della forza magnetica; e x', y', z' quelle della forza elettromotrice.

2. Le equazioni (II), (II') e (III) discendono dalla ipotesi che lo stato attuale della polarizzazione elettrica e della corrente elettrica dipendano dallo stato attuale della forza elettrica; e, analogamente, lo stato attuale della polarizzazione magnetica dipenda dallo stato attuale della forza magnetica.

Ora, la teoria precedente non dà che una prima approssimazione dell'andamento dei fenomeni, giacchè essa esclude i fenomeni d'isteresi. Questi ultimi conducono a ritenere che lo stato attuale della polarizzazione magnetica non dipenda soltanto dalla forza magnetica attuale, ma da tutta la sua storia anteriore, ossia che la polarizzazione magnetica in un punto dipenda, oltre che dalla forza magnetica attuale in quel punto, anche da tutti i valori che precedentemente all'istante attuale ha avuto la forza magnetica nel punto stesso. In modo analogo può dirsi per la polarizzazione elettrica riguardo alla forza elettrica.

Volendo dunque avere una approssimazione successiva e tener conto della isteresi converrà introdurre nei secondi membri delle equazioni (II) e (II') dei termini di correzione e scrivere

$$(II_a) \left\{ \begin{array}{l} X(t) = \varepsilon_{11} X(t) + \varepsilon_{12} Y(t) + \varepsilon_{13} Z(t) + F_1 | [X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)] | \\ Y(t) = \varepsilon_{21} X(t) + \varepsilon_{22} Y(t) + \varepsilon_{23} Z(t) + F_2 | [X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)] | \\ Z(t) = \varepsilon_{31} X(t) + \varepsilon_{32} Y(t) + \varepsilon_{33} Z(t) + F_3 | [X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)] | \end{array} \right.$$

in cui F_1, F_2, F_3 denotano delle quantità che dipendono da tutti i valori di $X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)$ corrispondenti a valori dell'argomento τ da $-\infty$ a t , cioè corrispondenti a tutti i tempi anteriori all'istante t . In modo analogo si scriverà

$$(II'_a) \left\{ \begin{array}{l} L(t) = \mu_{11} L(t) + \mu_{12} M(t) + \mu_{13} N(t) + \Phi_1 | [L(\tau), M(\tau), N(\tau)] | \\ M(t) = \mu_{21} L(t) + \mu_{22} M(t) + \mu_{23} N(t) + \Phi_2 | [L(\tau), M(\tau), N(\tau)] | \\ N(t) = \mu_{31} L(t) + \mu_{32} M(t) + \mu_{33} N(t) + \Phi_3 | [L(\tau), M(\tau), N(\tau)] | \end{array} \right.$$

Noi ricorriamo in tal modo al concetto che abbiamo introdotto e sviluppato nel 1887 col nome di *funzioni dipendenti da altre funzioni* ⁽¹⁾ facendo uso della relativa notazione. Ammesse soddisfatte le condizioni volute potremo sviluppare ciascuna funzione F_i in una serie infinita di termini ciascuno dei quali ha la forma

$$\int_{-\infty}^t \dots \int_{-\infty}^t G_i(x'_1 \dots x'_h | x''_1 \dots x''_k | x'''_1 \dots x'''_e) X(x'_1) \dots \\ \dots X(x'_h) Y(x''_1) \dots Y(x''_k) Z(x'''_1) \dots Z(x'''_e) dx' \dots dx''_e$$

e la cosa analoga potrà dirsi per ciascuna Φ_i .

Ora se noi ammettiamo come postulato che gli effetti della sovrapposizione di forze elettriche o di forze magnetiche si sommino, cioè supponiamo

$$F_i | [X(x) + X'(x), \overset{t}{Y}(x) + Y'(x), Z(x) + Z'(x)] = \\ = F_i | [X(x), \overset{t}{Y}(x), Z(x)] + F_i | [X'(x), \overset{t}{Y}'(x), Z'(x)],$$

$$\Phi_i | [L(x) + L'(x), M(x) + \overset{t}{M}(x), N(x) + N'(x)] = \\ = \Phi_i | [L(x), \overset{t}{M}(x), N(x)] + \Phi_i | [L'(x), \overset{t}{M}'(x), N'(x)]$$

dovremo avere

$$F_i = \int_{-\infty}^t \{ X(x) \varphi_{i1}(t, x) + Y(x) \varphi_{i2}(t, x) + Z(x) \varphi_{i3}(t, x) \} dx \\ \Phi_i = \int_{-\infty}^t \{ L(x) \psi_{i1}(t, x) + M(x) \psi_{i2}(t, x) + N(x) \psi_{i3}(t, x) \} dx$$

onde le (II_a) (II'_a) diverranno

$$(II_b) \left\{ \begin{aligned} X(t) &= \varepsilon_{11} X(t) + \varepsilon_{12} Y(t) + \varepsilon_{13} Z(t) + \\ &+ \int_a^t (X(x) \varphi_{11}(t, x) + Y(x) \varphi_{12}(t, x) + Z(x) \varphi_{13}(t, x)) dx \\ Y(t) &= \varepsilon_{21} X(t) + \varepsilon_{22} Y(t) + \varepsilon_{23} Z(t) + \\ &+ \int_a^t (X(x) \varphi_{21}(t, x) + Y(x) \varphi_{22}(t, x) + Z(x) \varphi_{23}(t, x)) dx \\ Z(t) &= \varepsilon_{31} X(t) + \varepsilon_{32} Y(t) + \varepsilon_{33} Z(t) + \\ &+ \int_a^t (X(x) \varphi_{31}(t, x) + Y(x) \varphi_{32}(t, x) + Z(x) \varphi_{33}(t, x)) dx \end{aligned} \right.$$

⁽¹⁾ Rend. Acc. dei Lincei, vol. III, 1887.

$$(II'_b) \left\{ \begin{array}{l} L(t) = \mu_{11} L(t) + \mu_{12} M(t) + \mu_{13} N(t) + \\ \quad + \int_a^t (L(\tau) \psi_{11}(t, \tau) + M(\tau) \psi_{12}(t, \tau) + N(\tau) \psi_{13}(t, \tau)) d\tau \\ M(t) = \mu_{21} L(t) + \mu_{22} M(t) + \mu_{23} N(t) + \\ \quad + \int_a^t (L(\tau) \psi_{21}(t, \tau) + M(\tau) \psi_{22}(t, \tau) + N(\tau) \psi_{23}(t, \tau)) d\tau \\ N(t) = \mu_{31} L(t) + \mu_{32} M(t) + \mu_{33} N(t) + \\ \quad + \int_a^t (L(\tau) \psi_{31}(t, \tau) + M(\tau) \psi_{32}(t, \tau) + N(\tau) \psi_{33}(t, \tau)) d\tau \end{array} \right.$$

in cui deve supporre che il limite inferiore a degli integrali sia $-\infty$.

Se noi supponiamo che le forze elettriche e magnetiche anteriori ad un dato istante t_0 siano trascurabili, allora basterà prendere il limite inferiore a dei precedenti integrali eguali a t_0 .

Sostituendo alle equazioni (II) e (II') le precedenti equazioni (II_b) e (II'_b) si vede subito che le equazioni (I) e (I') indefinite dei campi elettromagnetici divengono delle equazioni *integro-differenziali* (1).

Dal punto di vista analitico il tipo delle equazioni non cambierebbe se anche alle (III) si sostituissero delle relazioni integrali di forma analoga alle relazioni (II_b) e (II'_b).

ART. II. — I coefficienti.

1. Nelle equazioni (II_b) e (II'_b) figurano scritte esplicitamente le sole variabili t, τ , ma dovremo tener presente che $X, Y, Z; L, M, N; \mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}; \mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}$ sono funzioni anche di x, y, z . In generale anche i coefficienti ϵ_{rs}, μ_{rs} saranno funzioni di x, y, z e così pure i coefficienti φ_{rs} e ψ_{rs} ; solo nel caso di un mezzo omogeneo potremo ritenere i detti coefficienti indipendenti da x, y, z .

Quando si passa da un mezzo ad un altro, lungo la superficie limite avranno luogo delle equazioni di condizione che possono senz'altro aversi col mezzo tenuto da Hertz nel § 8 della citata Memoria a cui rimandiamo.

2. Supposto il limite inferiore degli integrali finito nelle (II_b) e (II'_b) potremo invertire le equazioni stesse coi metodi che detti per la risoluzione delle equazioni integrali (2), essendo il determinante delle ϵ_{rs} e delle μ_{rs} diverso da zero, e potremo quindi esprimere le componenti della forza elettrica per mezzo delle componenti della polarizzazione elettrica e le componenti della forza magnetica per mezzo delle componenti della polarizzazione magnetica.

(1) Rend. Acc. Lincei, 7 e 21 febbraio 1909.

(2) Rend. Acc. dei Lincei, 1896, *Sulla inversione degli integrali definiti*, § 5.

3. È facile trovare il significato dei coefficienti φ_{rs} e ψ_{rs} . Così

$$\varphi_{11}(t, \tau) d\tau, \varphi_{21}(t, \tau) d\tau, \varphi_{31}(t, \tau) d\tau$$

raccontano le componenti della polarizzazione elettrica indotta al tempo t da una forza elettrica unitaria che ha agito nella direzione x nell'intervallo di tempo $(\tau, \tau + d\tau)$.

4. Nella ipotesi che le componenti della forza elettrica e della forza magnetica si mantengano sempre inferiori a limiti finiti, nel caso di $a = -\infty$ nelle (II_b) e (II'_b) converrà ammettere che i coefficienti φ_{rs} e ψ_{rs} siano infinitesimi per $\tau = -\infty$, e più precisamente supporremo

$$(1) \quad |\varphi_{rs}(t, \tau)| < \frac{B}{(t - \tau)^{1+\varepsilon}} \quad |\psi_{rs}(t, \tau)| < \frac{B'}{(t - \tau)^{1+\varepsilon'}}$$

con $\varepsilon > 0$, $\varepsilon' > 0$ e B e B' costanti finite positive.

ART. III. — Condizione del cappio chiuso.

1. Consideriamo un punto F dello spazio avente le coordinate X, Y, Z ed un altro punto P avente le coordinate X, Y, Z . Spostandosi F con continuità si sposterà P con continuità ed ambedue i punti descriveranno due linee.

Supponiamo ora che ogni qualvolta F descrive periodicamente una traiettoria chiusa, P descriva pure periodicamente e con lo stesso periodo una traiettoria chiusa; in altri termini se $X(\tau), Y(\tau), Z(\tau)$ sono funzioni periodiche qualunque di τ , $X(t), Y(t), Z(t)$ siano pure funzioni periodiche collo stesso periodo di t (1).

2. Chiameremo questa condizione la *condizione del cappio chiuso per la polarizzazione elettrica*, ed andremo a ricavarne le conseguenze.

Riprendiamo la prima delle (II_b) e supponiamo $Y = Z = 0$ e X periodica col periodo $T > 0$. Avremo

$$X(t + T) = \varepsilon_{11} X(t + T) + \int_{-\infty}^{t+T} X(\tau) \varphi_{11}(t + T, \tau) d\tau$$

e in virtù della condizione del cappio chiuso

$$X(t) = \varepsilon_{11} X(t) + \int_{-\infty}^{t+T} X(\tau) \varphi_{11}(t + T, \tau) d\tau$$

(1) Naturalmente dovremo ammettere che la periodicità abbia luogo dal tempo $-\infty$, ossia dovremo supporre nelle (II_b) il limite inferiore $-\infty$. Se il limite inferiore fosse finito dovrebbero supporre $X(t), Y(t), Z(t)$ nulle pei valori di τ inferiori ad un dato limite, il che sarebbe in contraddizione colla ipotesi della periodicità.

quindi

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^t X(\tau) \varphi_{11}(t, \tau) d\tau &= \int_{-\infty}^{t+T} X(\tau) \varphi_{11}(t+T, \tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^t X(\tau) \varphi_{11}(t+T, \tau+T) d\tau. \end{aligned}$$

Siccome $X(\tau)$ è una funzione periodica arbitraria col periodo T , così dall'equazione precedente segue

$$\varphi_{11}(t, \tau) + \sum_{1}^{\infty} \varphi_{11}(t, \tau - nT) = \varphi_{11}(t+T, \tau+T) + \sum_{0}^{\infty} \varphi_{11}(t+T, \tau - nT)$$

in cui τ è compreso fra t e $t-T$.

Le due serie, saranno convergenti in virtù delle (1) e avremo

$$\begin{aligned} \left| \sum_{1}^{\infty} \varphi_{11}(t, \tau - nT) \right| &< \frac{B}{T^{1+\varepsilon}} \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\varepsilon}} \\ \left| \sum_{0}^{\infty} \varphi_{11}(t-T, \tau - nT) \right| &< \frac{B}{T^{1+\varepsilon}} \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\varepsilon}} \end{aligned}$$

quindi

$$\varphi_{11}(t, \tau) = \varphi_{11}(t+T, \tau+T) + \frac{2B\eta}{T^{1+\varepsilon}} \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\varepsilon}}$$

ove η è un numero compreso fra $+1$ e -1 .

Se $\lambda < T - (t - \tau)$, avremo che $T - \lambda$ sarà positivo e $\tau + \lambda$ sarà compreso fra $t + \lambda$ e $t + \lambda - (T - \lambda)$, perciò nella equazione precedente si potrà cambiare t, τ, T rispettivamente in $t + \lambda, \tau + \lambda, T - \lambda$ e avremo

$$\varphi_{11}(t, \tau) - \varphi_{11}(t + \lambda, \tau + \lambda) = \left(\frac{2B\eta}{T^{1+\varepsilon}} - \frac{2B\eta'}{(T - \lambda)^{1+\varepsilon}} \right) \sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\varepsilon}}.$$

essendo η' un numero compreso fra $+1$ e -1 .

Siccome questa equazione vale comunque grande sia T , così dovrà essere

$$\varphi_{11}(t, \tau) = \varphi_{11}(t + \lambda, \tau + \lambda)$$

qualunque sia λ e perciò $\varphi_{11}(t, \tau)$ sarà una funzione della differenza $t - \tau$.

Nello stesso modo si dimostra che tutte le φ_{rs} sono funzioni di $t - \tau$. Analogamente se la condizione del coppia chiuso varrà per la polarizzazione magnetica i coefficienti ψ_{rs} saranno funzioni di $t - \tau$.

3. Se ora ci riferiamo al significato trovato precedentemente per i coefficienti φ_{rs}, ψ_{rs} , potremo dire: la condizione del coppia chiuso per la polarizzazione elettrica (o magnetica) significa che la polarizzazione elettrica (o magnetica) indotta dopo un dato tempo da una data forza elettrica

(o magnetica) che ha agito durante un intervallo di tempo dt è invariabile qualunque sia l'istante in cui la forza elettrica (o magnetica) ha agito.

Questa condizione può chiamarsi *la invariabilità dell'isteresi elettrica (o magnetica)* attraverso il tempo, e perciò essa può considerarsi come una conseguenza della condizione del cappio chiuso.

4. Supponiamo ora reciprocamente che la condizione della invariabilità della isteresi elettrica sia soddisfatta, cioè i coefficienti φ_{rs} siano funzioni di $t - \tau$.

Dalle (II_b) segue, se le (1) son soddisfatte,

$$\begin{aligned} X(t+T) &= \varepsilon_{11} X(t+T) + \varepsilon_{12} Y(t+T) + \varepsilon_{13} Z(t+T) + \\ &+ \int_{-\infty}^{t+\tau} (X(\tau) \varphi_{11}(t+T-\tau) + Y(\tau) \varphi_{12}(t+T-\tau) + Z(\tau) \varphi_{13}(t+T-\tau)) d\tau \\ &= \varepsilon_{11} X(t+T) + \varepsilon_{12} Y(t+T) + \varepsilon_{13} Z(t+T) + \\ &+ \int_{-\infty}^t (X(\tau+T) \varphi_{11}(t-\tau) + Y(\tau+T) \varphi_{12}(t-\tau) + Z(\tau+T) \varphi_{13}(t-\tau)) d\tau \end{aligned}$$

quindi se X, Y, Z saranno periodiche col periodo T , anche $X(t)$ sarà periodica collo stesso periodo, e similmente si prova la periodicità di $Y(t)$ e $Z(t)$; mentre analoga dimostrazione si potrà fare pel magnetismo.

Dunque *la condizione della invariabilità della isteresi elettrica (o magnetica) porta come conseguenza quella del cappio chiuso della polarizzazione elettrica (o magnetica).*

ART. IV. — *Il caso statico e l'equazione integro-differenziale di tipo ellittico.*

1. Consideriamo ora il caso più semplice, cioè che il mezzo non sia conduttore e che le quantità $L, M, N; X, Y, Z$ varino col tempo così lentamente da poter trascurare $\frac{\partial L}{\partial t}, \frac{\partial M}{\partial t}, \frac{\partial N}{\partial t}; \frac{\partial X}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial t}, \frac{\partial Z}{\partial t}$ (caso statico).

Avremo allora

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

ossia

$$\begin{aligned} X = \frac{\partial V}{\partial x}, \quad Y = \frac{\partial V}{\partial y}, \quad Z = \frac{\partial V}{\partial z} \\ L = \frac{\partial W}{\partial x}, \quad M = \frac{\partial W}{\partial y}, \quad N = \frac{\partial W}{\partial z}. \end{aligned}$$

2. Supponiamo che le ε_{rs} , φ_{rs} siano indipendenti da x, y, z . Prendiamo per assi coordinati gli assi principali della quadrica

$$(2) \quad \varepsilon_{11}x^2 + \varepsilon_{22}y^2 + \varepsilon_{33}z^2 + (\varepsilon_{23} + \varepsilon_{32})yz + (\varepsilon_{31} + \varepsilon_{13})zx + \\ + (\varepsilon_{12} + \varepsilon_{21})xy = 1.$$

Se questi coincidono cogli assi della quadrica

$$(3) \quad \varphi_{11}x^2 + \varphi_{22}y^2 + \varphi_{33}z^2 + (\varphi_{23} + \varphi_{32})yz + (\varphi_{31} + \varphi_{13})zx + \\ + (\varphi_{12} + \varphi_{21})xy = 1$$

qualunque siano i valori di t e τ , le (II_b) diverranno

$$\left\{ \begin{array}{l} X = \varepsilon_{11} \frac{\partial V(t)}{\partial x} + \int_a^t \frac{\partial V(\tau)}{\partial x} \varphi_{11}(t, \tau) d\tau \\ Y = \varepsilon_{22} \frac{\partial V(t)}{\partial y} + \int_a^t \frac{\partial V(\tau)}{\partial y} \varphi_{22}(t, \tau) d\tau \\ Z = \varepsilon_{33} \frac{\partial V(t)}{\partial z} + \int_a^t \frac{\partial V(\tau)}{\partial z} \varphi_{33}(t, \tau) d\tau \end{array} \right.$$

e perciò se

$$\frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

si avrà, supposto $a = t_0 = 0$

$$\varepsilon_{11} \frac{\partial^2 V(t)}{\partial x^2} + \varepsilon_{22} \frac{\partial^2 V(t)}{\partial y^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 V(t)}{\partial z^2} + \\ + \int_0^t \left(\frac{\partial^2 V(\tau)}{\partial x^2} \varphi_{11} + \frac{\partial^2 V(\tau)}{\partial y^2} \varphi_{22} + \frac{\partial^2 V(\tau)}{\partial z^2} \varphi_{33} \right) d\tau = 0,$$

la quale con un cambiamento lineare nelle variabili x, y, z si riduce all'equazione integro-differenziale

$$\Delta^2 V(t) + \int_0^t \left(\frac{\partial^2 V(\tau)}{\partial x^2} f(t, \tau) + \frac{\partial^2 V(\tau)}{\partial y^2} \varphi(t, \tau) + \frac{\partial^2 V(\tau)}{\partial z^2} \psi(t, \tau) \right) d\tau = 0$$

di cui abbiamo dato il tipo del processo d'integrazione in una Nota precedente (1). Non si incontrerebbero maggiori difficoltà se la quadrica (3) avesse assi variabili con τ e t .

3. Scopo principale della presente Nota è stato quello di mettere in luce l'origine della precedente equazione integro-differenziale. Nello stesso tempo l'analisi impiegata nella Nota citata prova che, anche lasciando del tutto arbitrarie le funzioni che individuano l'isteresi, si può procedere a

(1) Rend. Acc. dei Lincei, sedute 7 e 21 febbraio 1909.

trattazioni sistematiche, senza che le questioni abbiano un grado di indeterminazione o presentino difficoltà tali da essere inadeguate ai mezzi analitici di cui oggi possiamo disporre.

Come nelle varie questioni di fisica matematica e di meccanica analitica conviene lasciare, finchè è possibile, indeterminati i coefficienti, salvo poi a fissarli nelle questioni concrete, così in modo analogo appare qui conveniente di lasciare indeterminate le funzioni sopra ricordate, risolvendo le questioni colla maggior generalità possibile, salvo poi a fissare le funzioni stesse caso per caso o anche a cercar di determinarle, desumendole dal confronto delle formule risolutive con i risultati dell'osservazione. In tal modo si rivela il carattere proprio dei metodi che si riattaccano al concetto di funzioni dipendenti da altre funzioni a cui appartengono quelli impiegati nelle questioni delle equazioni integrali ⁽¹⁾ e delle equazioni integro-differenziali.

Meccanica. — *Corpi equivalenti rispetto alla attrazione newtoniana esterna.* Nota del Corrispondente P. PIZZETTI.

1. Supponiamo conosciuto un modo di distribuzione di materia attrattiva entro lo spazio τ limitato da una superficie chiusa S , e chiediamoci quali variazioni si possano apportare a quel modo di distribuzione senza che resti alterata la attrazione che la massa esercita sui punti esterni ad S .

Possiamo porre il problema sotto la forma seguente. Siano k e $k' = k + h$ due funzioni finite delle coordinate x, y, z dei punti di τ , e chiamiamo C e C' i due corpi materiali, entrambi non esterni ad S , le cui densità generiche sono k e k' ; si vuole che

$$(1) \quad \int_{\tau} \frac{k \cdot d\tau}{r} = \int_{\tau} \frac{(k + h) d\tau}{r},$$

ove r è la distanza dell'elemento $d\tau$ da un punto qualunque esterno ad S . I corpi C, C' si diranno *equivalenti* rispetto alla attrazione newtoniana esterna. Se si immagina un corpo (ideale) C'' la cui densità generica sia h , la funzione potenziale di esso sui punti esterni ad S sarà *nulla*, poichè dalla (1) si deduce

$$\int_{\tau} \frac{h \cdot d\tau}{r} = 0;$$

lo chiameremo *corpo di attrazione nulla*.

⁽¹⁾ Comptes rendus, 1906, 1^{er} Sémiestre, page 696.

L'enunciato problema di equivalenza si riduce pertanto alla ricerca di tutti i corpi di attrazione nulla, interni o, almeno, non esterni alla superficie S . Potremo dire che la densità di un corpo C' equivalente a un dato corpo C , è, in ogni punto, la somma algebrica della densità h di C , in quel punto, e di quella h di un corpo di attrazione nulla, sempre nello stesso punto. Ma, naturalmente, tra gli infiniti corpi di attrazione nulla che convergono ad un dato spazio τ , si avranno a considerare, per la realtà fisica della soluzione, soltanto quelli pei quali la detta somma algebrica risulta non minore di zero. Basterà per questo che, detto h_m il valor minimo della densità nel corpo C ed h_m il minimo (algebrico) di h , sia $-h_m < h_m$, o, più semplicemente, che il valore assoluto di h non superi un certo limite.

2. Assunto, entro lo spazio τ chiuso dalla superficie S , un punto O come origine di coordinate, e indicate con ϱ e con ϱ' le distanze rispettive di O dall'elemento $d\tau$ e da un punto P esterno ad S , e con r la distanza di P da $d\tau$, avremo col noto sviluppo

$$(2) \quad \int_{\tau} \frac{h \cdot d\tau}{r} = \sum_0^{\infty} \frac{1}{\varrho'^{n+1}} \int_{\tau} \varrho^n \cdot P_n \cdot h \cdot d\tau,$$

purchè si supponga il punto P abbastanza lontano perchè sia sempre $\varrho < \varrho'$. È qui indicato con P_n il polinomio di ordine n di Legendre, che ha per argomento il coseno dell'angolo fra i due raggi vettori ϱ, ϱ' . Affinchè la (2) si annulli per ogni punto esterno P , è necessario e sufficiente che sia, per ogni valore intero e positivo di n ,

$$(3) \quad \int_{\tau} \varrho^n \cdot P_n \cdot h \cdot d\tau = 0.$$

Posto in questa successivamente $n = 0, 1, 2$, si deducono in modo ovvio dalle (3) i risultati seguenti:

$$\begin{aligned} \int_{\tau} h \cdot d\tau = 0 \quad , \quad \int_{\tau} x \cdot h \cdot d\tau = 0 \\ \int_{\tau} x \cdot y \cdot h \cdot d\tau = 0 \quad , \quad \int_{\tau} (x^2 - y^2) h \cdot d\tau = 0 \end{aligned}$$

e le altre sei relazioni che, con rotazione delle lettere x, y, z , si deducono dalle tre ultime.

Sostituendo per h la differenza $h' - h$ fra le densità dei due corpi equivalenti C, C' , queste relazioni possono enunciarsi così:

- a) *Le masse dei due corpi sono eguali* (il che era del resto evidente per le proprietà della funzione potenziale all'infinito).
- b) *I due corpi hanno lo stesso centro di massa.*
- c) *Essi hanno gli stessi assi principali d'inerzia.*
- d) *I loro momenti principali d'inerzia sono equidifferenti.*

I due ultimi enunciati si riferiscono propriamente all'ellissoide *centrale* d'inerzia, ma, le masse essendo eguali, essi si estendono all'ellissoide d'inerzia relativo ad ogni altro punto.

Il teorema da me dimostrato in un precedente lavoro ⁽¹⁾, che: *se la funzione potenziale esterna di un corpo è simmetrica rispetto ad un asse, l'ellissoide centrale di inerzia è di rotazione*, può considerarsi come conseguenza particolare dell'enunciato *d*).

Si può, senza molto limitare il campo d'applicazione della ricerca, supporre la superficie *S* una sfera; giacchè non è necessario che i corpi considerati riempiano *tutto* lo spazio τ .

Chiamiamo *R* il raggio della sfera e ammettiamo che la densità *h* nei punti di una qualunque sfera concentrica di raggio ρ ($\leq R$) sia esprimibile colla serie

$$(4) \quad h = \sum_0^{\infty} A_s Y_s$$

dove Y_s è *funzione sferica di ordine s* dei due angoli (θ e ν , colatitudine e longitudine) che fissano la direzione del raggio vettore ρ . Al variare di ρ , varieranno i coefficienti A_s ; *ammettiamo che A_s sia funzione integrabile di ρ nell'intervallo (0, R)*. Allora dalle notissime proprietà delle funzioni sferiche si deduce che, affinchè la (3) sia soddisfatta, è necessario e sufficiente che A_s soddisfaccia all'unica condizione

$$(5) \quad \int_0^R \rho^{s+2} \cdot A_s \cdot d\rho = 0.$$

3. Si può trattare il problema (e giungere in particolare alla condizione (5)) in un altro modo. Detta $f(x, y, z)$ la funzione potenziale del corpo C'' di attrazione esterna nulla, per un punto qualunque del considerato spazio τ , questa dovrà essere finita e continua insieme colle sue derivate 1° e avere le derivate 2° finite e integrabili. E di più pei punti della superficie *S* dovrà aversi

$$(6) \quad f = 0 \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial n} = 0,$$

giacchè la funzione potenziale di C'' è nulla all'esterno e, d'altra parte, essa e le sue derivate 1° variano con continuità nel passaggio attraverso *S*.

Reciprocamente, ogni funzione f delle coordinate di τ , la quale, insieme colla sua derivata normale, si annulli sulla superficie *S*, e soddisfaccia, entro τ , alle sopradette condizioni di regolarità, potrà considerarsi come fun-

⁽¹⁾ *Relazioni fra i momenti d'inerzia di un corpo del quale la funzione potenziale è simmetrica intorno ad un asse.* Questi Rendiconti, 1° semestre 1905.

zione potenziale interna di un corpo di attrazione nulla, contenuto entro S, la cui densità generica sia espressa da

$$(7) \quad h = -\frac{\Delta_2 f}{4\pi}.$$

Infatti una notissima formola di Stokes, ove si indichi con r la distanza dell'elemento $d\tau$ da un punto interno, dà in forza delle (6):

$$f = -\frac{1}{4\pi} \int_{\tau} \frac{\Delta_2 f}{r} d\tau.$$

Così, se la superficie S è rappresentata da una equazione

$$F(x, y, z) = 0$$

ove $F(x, y, z)$ è funzione che, nell'interno di τ , soddisfa alle già dette condizioni di regolarità, si avrà un'infinità di soluzioni del problema coll'assumere

$$f = [F(x, y, z)]^2 \cdot \varphi(x, y, z)$$

dove φ è funzione qualunque, soggetta soltanto alle stesse condizioni di regolarità.

Supposto ancora che la S sia una sfera, la f potrà porsi sotto la forma

$$(8) \quad f = \sum_0^{\infty} B_s(\varrho) \cdot Y_s,$$

dove le $B_s(\varrho)$ sono funzioni finite e continue di ϱ insieme colle loro derivate 1°, e dovranno soddisfare alle condizioni

$$(9) \quad B_s = 0 \quad \frac{dB_s}{d\varrho} = 0 \quad \text{per } \varrho = R.$$

Tenuto conto dell'equazione alle derivate parziali cui le funzioni sferiche Y_s soddisfanno, si ha senza difficoltà

$$\Delta_2 f = \frac{1}{\varrho^2} \sum_0^{\infty} \left\{ \frac{d}{d\varrho} \left(\varrho^2 \frac{dB_s}{d\varrho} \right) - s(s+1) B_s \right\} Y_s.$$

Quindi la (7) dà

$$h = \sum_0^{\infty} A_s Y_s,$$

ove si ponga

$$(10) \quad A_s = \frac{-1}{4\pi \varrho^2} \left\{ \frac{d}{d\varrho} \left(\varrho^2 \frac{dB_s}{d\varrho} \right) - s(s+1) B_s \right\}.$$

Colla integrazione per parti, è facilissimo verificare che la A_s definita dalla (10), tenuto conto delle (9) soddisfa alla equazione integrale (5).

4. Un ultimo modo, molto generale, di ricerca di corpi di attrazione nulla è il seguente.

Si consideri un corpo sferico, formato di strati sferici concentrici di uniforme densità, e nel quale la densità $f(\varrho)$ a distanza ϱ dal centro soddisfaccia alla condizione

$$\int_0^c \varrho^2 \cdot f(\varrho) \cdot d\varrho = 0$$

ove con c si indica il raggio della sfera esterna. Un tal corpo esercita attrazione *nulla* all'esterno.

Si divida ora lo spazio τ da principio considerato in elementi infinitesimi $d\tau$ e si considerino gli infiniti solidi sferici aventi i loro centri nei baricentri degli elementi $d\tau$, il raggio c funzione delle coordinate del rispettivo centro e la densità generica $f(\varrho)$ uguale a

$$b \cdot \varphi(\varrho, c) \cdot d\tau$$

dove b è essa pure funzione delle coordinate del centro e $\varphi(\varrho, c)$ soddisfa alla

$$\int_0^c \varrho^2 \cdot \varphi(\varrho, c) \cdot d\tau = 0.$$

Un tal sistema di solidi sterici costituirà un corpo di attrazione nulla. Il modo di variare del raggio c sarà soggetto all'unica condizione che niuno dei considerati solidi sferici esca fuori dalla superficie S limitante lo spazio τ . Non è difficile dimostrare che, in particolare, si può scegliere la funzione b in guisa che, escluso uno strato di grossezza finita aderente alla superficie S , la densità h della rimanente parte dello spazio τ risulti uguale ad una *costante* arbitraria. Il che è quanto dire che si può accrescere o diminuire di una costante qualsiasi la densità nell'*interno* di un corpo, purchè si alteri opportunamente la densità degli strati prossimi alla superficie.

Ma di questi risultati, come pure dei precedenti, darò sviluppata relazione in un più esteso lavoro che intendo pubblicare altrove.

Chimica. — *Azioni chimiche della luce*. Nota XIII del Socio G. CIAMICIAN e di P. SILBER.

Nella presente Nota descriviamo alcuni prodotti di condensazione che abbiamo avuto occasione di preparare in questi ultimi anni; essendo stati occupati da altre ricerche, questi studi non furono proseguiti in modo sistematico.

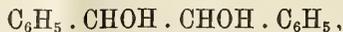
Benzaldeide.

Già nella nostra V Nota ⁽¹⁾ abbiamo descritto il contegno dell'aldeide benzoica alla luce e detto come per prolungata insolazione questo corpo si trasformi in una resina della stessa composizione. Più tardi Mascarelli ⁽²⁾ studiando il contegno della benzaldeide in presenza dell'iodilbenzolo osservò che assieme ad altri prodotti si forma un trimero cristallino $(C_6H_7O)_3$, dal punto di fusione 250°.

Noi abbiamo ripreso le nostre vecchie esperienze allo scopo di vedere se questo trimero si formasse anche senza l'intervento di composti iodurati ed inoltre per studiare più particolarmente la resina, che è il prodotto principale della reazione. Vennero lasciati esposti alla luce 100 gr. di benzaldeide dal 19, V, 1905 al 30, X, 1907, cioè assai più del tempo necessario perchè la resinificazione sia quasi completa. Nel tubo la massa rosso bruna e trasparente era pressochè solida ed in essa si trovavano incluse alcune gocce d'acqua. Il prodotto venne trattato con etere, che a poco a poco scioglie la resina; restano indietro piccole quantità di cristalli bianchi (0,8 gr.) che vennero raccolti sul filtro, lavati con etere e purificati dall'acido acetico glaciale. Fondevano a 245-246° e si dimostrarono identici al *trimero* suaccennato scoperto da Mascarelli.

La soluzione eterea, liberata del solvente, dà un residuo resinoso, che venne distillato col vapore acqueo; passano piccole quantità di un olio (circa 12 gr.) che raccolto e distillato a sua volta, bolliva fra 177 e 200° ed era formato prevalentemente da aldeide benzoica. Nel liquido acquoso che resta indietro, si separano col raffreddamento dei cristalli, mentre la resina si deposita in fondo al pallone formando un grosso bottone giallo.

I cristalli bianchi sono costituiti in parte da acido benzoico, in parte dall'idrobenzoino (p. f. 136°). A proposito della formazione di quest'ultimo,



vogliamo aggiungere che noi da principio la attribuimmo alla presenza di piccole tracce d'acqua, che avrebbe potuto esercitare sulla benzaldeide, per

⁽¹⁾ Questi Rendiconti V, vol. 12, I, pag. 235.

⁽²⁾ Ibid., vol. 15, II, pag. 376.

influenza della luce, un'azione contemporaneamente ossidante e riducente, dando origine agli idrobenzoini e ad acido benzoico. Ma esperienze eseguite colla aldeide benzoica in modo da evitare più perfettamente che ci fu possibile la presenza di umidità, ci dettero, dopo una insolazione dal 21, XII 1907 al 17, I, 1908, i medesimi risultati.

La resina venne bollita ripetutamente con acqua per liberarla dalle sostanze cristalline ora menzionate. Il prodotto aveva l'aspetto già descritto altre volte e pesava 82,5 gr. Per purificarlo venne sciolto in etere, la soluzione dibattuta con carbonato sodico e dopo essere stata lavata e poi seccata con cloruro di calcio, precipitata con etere petrolico. Si ottiene un'abbondante separazione amorfa, lievemente colorata in giallo, che servì direttamente per le ulteriori esperienze.

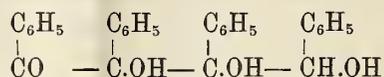
Nelle nostre precedenti ricerche abbiamo trovato che questa resina, che ha la stessa composizione dell'aldeide da cui proviene, dà in benzolo un peso molecolare corrispondente ad un polimero assai elevato di circa $9C_7H_6O$; appariva però necessario determinare il peso molecolare in un altro solvente per vedere se tale risultato non fosse determinato in parte dal potere associante del benzolo. A tale scopo una parte della resina venne ulteriormente purificata, precipitandola più volte dalla soluzione benzolica con etere petrolico (p. eb. 40-70°) ed in fine dall'etere anidro. Il prodotto, seccato a 100°, è una polvere bianca, che fonde fra i 160° e i 170°. Determinandone il peso molecolare in acido acetico glaciale si ottiene realmente un valore minore, corrispondente ad un *tetramero* $4C_7H_6O$. Ma per considerare tale formola quale espressione della grandezza molecolare della resina erano necessarie ulteriori prove. Queste dettero per risultato che il prodotto di condensazione dell'aldeide benzoica è in grado di combinarsi con la fenilidrazina e la semicarbazide. Essendo il semicarbazone di più facile purificazione, lo abbiamo preferito. A questo scopo abbiamo trattato una soluzione di 3 gr. di resina in 90 cc. d'acido acetico glaciale con 3 gr. di cloridrato di semicarbazide e 3 gr. di acetato sodico sciolti in 10 cc. d'acido acetico glaciale diluito colla metà del suo volume d'acqua. La soluzione, un po' torbida, venne scaldata per qualche minuto a b. m. e poi abbandonata a se stessa per 24 ore; versandola nell'acqua si ottenne un precipitato resinoso, che fu versato su filtro, lavato e seccato nel vuoto; si ebbero 3,9 gr.

A differenza della resina primitiva, questo prodotto non si scioglie più completamente nell'etere; ne restarono indietro 0,9 gr. Il residuo venne purificato precipitando la sua soluzione in etere acetico con etere di petrolio. Si ebbe così una polvere bianca, che fondeva a 232°. Seccata a 100°, essa ha la composizione corrispondente alla formola



che sarebbe quella di un *monosemicarbazone del tetramero* $4C_7H_6O$.

Questi fatti potrebbero far supporre che il prodotto di condensazione dell'aldeide benzoica fosse un chetone della seguente formola.



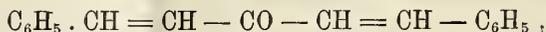
ma, come bene si comprende, massime trattandosi di sostanze amorfe, questa interpretazione ha bisogno di ulteriori prove sperimentali, che speriamo di potere dare in seguito.

Dibenzilidenacetone ed alcool.

Esponendo al sole il suddetto chetone nell'alcool, in cui trovavasi in gran parte sospeso, si osserva già dopo qualche giorno che i cristalli del primo si vanno trasformando in una resina gialla, che rimane aderente alle pareti del tubo, mentre la soluzione alcoolica acquista un colore rosso. L'insolazione di 45 gr. del chetone in 225 cc. d'alcool durò dal 4, VI al 22, X 1908. La resina ottenuta pesava 40 gr.; l'alcool distillato non conteneva tracce sensibili di aldeide acetica.

La resina venne purificata per precipitazione della soluzione eterea con etere di petrolio. Ripetendo più volte questa operazione, si ottenne una polvere quasi bianca, che fondeva fra 125 e 135°. Essa ha una composizione che si avvicina alla formola $\text{C}_{17}\text{H}_{15}\text{O}$ ed un doppio peso molecolare, determinato in soluzione benzolica.

Data la costituzione del dibenzilidenacetone,



si comprende che oltre alla condensazione pei doppî legami è possibile anche quella pinaconica.

*Contegno del safrolo e dell'isosafrolo
in presenza di iodio.*

È noto dagli studî di diversi autori, Angeli, Balbiano, Bruni ed altri, che il doppio legame di questi isomeri ha un contegno differente; che in genere il gruppo propenilico è più attaccabile di quello allilico e dà anche più facilmente origine a prodotti di polimerizzazione. Ne abbiamo avuto una prova pure nel comportamento di questi due corpi alla luce, perchè mentre il safrolo resta quasi del tutto inalterato, l'isosafrolo si trasforma in una resina da cui abbiamo potuto separare in piccola quantità il *diisosafrolo*,

ottenuto da Angeli e Mola ⁽¹⁾ per riscaldamento dell'isosafrolo con acido cloridrico alcoolico in tubo chiuso a 160°.

Le due sostanze, il safrolo e l'isosafrolo, vennero esposte alla luce dal 14, I, 1907 al 1, I, 1908 dopo avervi aggiunto un po' di iodio.

Distillando il primo con vapore acqueo, passò quasi tutto il prodotto inalterato tranne un po' di resina che restò nel pallone.

L'isosafrolo invece s'era trasformato in una massa resinosa bruna cosparsa di cristalli. Trattando con etere, questi ultimi rimasero indietro ed altri se ne separarono poi dalla soluzione della resina, dopo averla alquanto concentrata. Questi cristalli, purificati dall'alcool, fondevano a 145-146° e si mostrarono identici col diisosafrolo dal punto di fusione 145° (A. e M.). Da 38 gr. di isosafrolo se ne ebbero 3 gr. Il rimanente del prodotto, liberato dal solvente e distillato con vapore acqueo, dà piccole tracce di un olio volatile formato da isosafrolo inalterato; il residuo è una resina bruna, fragile. Dai suddetti 38 gr. se ne ebbero 34.

*Contegno del metileugenolo e dell'isometileugenolo
in presenza di iodio.*

Anche con queste coppie di sostanze si osserva il fatto suaccennato che il gruppo allilico è più resistente di quello propenilico nelle condensazioni provocate dalla luce, come lo è anche in altre circostanze.

Esponendo il metileugenolo con tracce di iodio alla luce, esso rimase presso che inalterato anche dopo una prolungata esposizione, dal 15, I, 1907 al 6, II, 1908. L'isometileugenolo invece trattato nello stesso modo si trasforma in una massa giallastra resinosa, quasi solida. Quest'ultima si scioglie quasi completamente nell'etere e dà per svaporamento del solvente una specie di vernice, che venne distillata in corrente di vapore acqueo. Passano con esso poche gocce di isometileugenolo inalterato, mentre la maggior parte del prodotto resta indietro; da 35 gr. di isometileugenolo se ne ebbero 32,9 di resina. Per purificarla venne bollita a ricadere con etere petrolico (p. eb. 40-70°) e mentre quasi tutta la resina si discioglie, resta indietro un piccolo residuo resinoso bruno. Per lento svaporamento della soluzione petrolica si separa dell'altra resina, ma assieme con questa una sostanza cristallina formata da mammelloncini bianchi. Questa sostanza purificata dall'etere petrolico e poi dall'alcool metilico, si presenta in aghi sottilissimi che fondono a 96°. Essi hanno la composizione del *diisometileugenolo*, ma non sembrano identici al prodotto già descritto da Tibor Széki ⁽²⁾ ed ora da L. Francesconi e Puxeddu ⁽³⁾, prodotto che fonde a 106°; questi autori

⁽¹⁾ Gazzetta chimica, vol. 24, pag. 128 (1894).

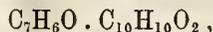
⁽²⁾ Berichte, vol. 39, pag. 2422.

⁽³⁾ Gazzetta chimica, vol. 39, I, pag. 202 e segg. (20 febbraio 1909).

fecero anche l'interessante osservazione che l'isoeugenolo si polimerizza alla luce in soluzione alcoolica cloridrica, dando il diisoeugenolo, a cui corrisponde il suddetto etere metilico di T. Széki.

Benzaldeide e safrolo ed isosafrolo.

Dalle interessanti ricerche di A. Benrath ⁽¹⁾, che costituiscono un seguito di quelle ben note di F. Klinger, si sa che l'aldeide benzoica per influenza della luce si addiziona a molte sostanze per formare svariati prodotti di condensazione. Contemporaneamente alle esperienze suaccennate, abbiamo voluto provare se il safrolo e l'isosafrolo avessero un contegno diverso rispetto all'aldeide benzoica. In questo caso i due isomeri reagiscono entrambi per formare prodotti di addizione della stessa formola empirica



ma con questo naturalmente non è detto che i due isomeri abbiano un contegno analogo, perchè la costituzione dei due prodotti può essere diversa anche pel modo in cui avvenne la reazione. Su questo proposito decideranno le ulteriori esperienze che stiamo preparando.

Vennero esposti al sole dal 7, I, 1907 al 1, I, 1908 contemporaneamente, 16 gr. di safrolo e 16 di isosafrolo mescolati ciascuno con 10 gr. di aldeide benzoica. I prodotti resinosi formati furono da prima liberati dalla sostanza primitiva rimasta inalterata per distillazione con vapore acqueo; dai 16 gr. di safrolo ed isosafrolo si ebbero rispettivamente 21 gr. e 18 gr. di residuo resinoso.

Quello proveniente dal safrolo venne purificato mediante ripetute estrazioni con alcool assoluto bollente: la parte che resta indietro fonde fra 150° e 180° ed ha la composizione indicata.

La resina formatasi dall'isosafrolo subì un analogo trattamento con alcool metilico. Per digestione a freddo con questo solvente, ripetuta parecchie volte di seguito, resta indietro una polvere bianca, amorfa, che fonde fra i 170° e 180° e che dette anch'essa all'analisi numeri corrispondenti alla formola suindicata.

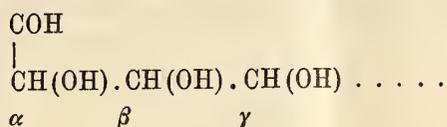
⁽¹⁾ Journal für praktische Chemie, vol. 78, pag. 383 (1906).

Chimica. — *Nuove ricerche sopra i composti aldeidici* ⁽¹⁾.
 Nota del Corrispondente A. ANGELI e del dott. V. CASTELLANA.

In una Nota pubblicata recentemente sopra questo stesso argomento ⁽²⁾ abbiamo dimostrato che non tutte le ossialdeidi alifatiche reagiscono con la biossiammoniaca per formare i corrispondenti acidi idrossammici:



e che il compiersi della reazione è intimamente collegato con la posizione del gruppo ossidrilico rispetto al residuo ossidrilico:



Quando l'ossidrilico si trova in posizione α oppure β , la reazione procede in modo normale; negli altri casi invece riesce negativa e quindi bisogna ammettere che la molecola di tali sostanze abbia assunto un nuovo assetto in modo da non contenere più intatto il residuo aldeidico. Per maggiore chiarezza, ricorderemo nuovamente che noi operiamo sempre in soluzione alcalina e che impieghiamo il cloruro ferrico per svelare l'acido idrossammico eventualmente formatosi (colorazione violetta).

Proseguendo i nostri studi, abbiamo estesa la nuova reazione alle ossialdeidi cicliche, ed abbiamo incominciato da quelle aromatiche, come le più facilmente accessibili. Ancora qualche tempo addietro abbiamo fatto delle ricerche in proposito ed abbiamo anche accennato che la reazione riuscì negativa con l'aldeide salicilica, con l'aldeide paraossibenzoica ed anche con la vaniglina, senza però voler indagare a quale causa fosse dovuto il non compiersi della reazione.

Nel caso dell'aldeide salicilica si poteva ammettere che l'ossidrilico in posizione orto ostacolasse l'azione della biossiammoniaca, come avviene p. e. per la ortonitrobenzaldeide; ma questa spiegazione si presenta subito come poco plausibile per il fatto che l'etere etilico dell'aldeide salicilica reagisce con grande facilità.

Un'altra causa si poteva attribuire all'ossidrilico fenico, giacchè anche i fenoli stessi reagiscono per conto loro con la biossiammoniaca, però in pic-

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto di studi superiori in Firenze.

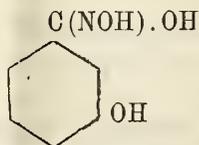
(2) Questi Rendiconti, XVII (1908), 2° sem., pag. 360.

cola parte, per dare prodotti talora colorati ovvero che si colorano per azione dell'ossigeno dell'aria.

Per portare un nuovo contributo allo studio di queste trasformazioni era quindi necessario eseguire uno studio sistematico, come si è fatto per le aldeidi della serie alifatica; e noi dobbiamo essere grati al prof. H. Pauly dell'Università di Würzburg, il quale ha facilitato il nostro compito inviandoci alcuni campioni di aldeidi, talune delle quali da lui stesso preparate per la prima volta.

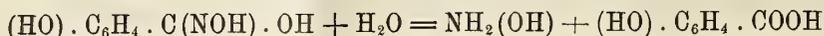
Diremo subito che ottenemmo reazione negativa con l'aldeide protocatechica ed anche con il suo carbonato; dobbiamo però avvertire che quest'ultima sostanza viene facilmente saponificata dagli alcali e che perciò, con tutta probabilità, questo caso rientra nel precedente.

Invece la reazione si compie in modo netto con la metaossibenzaldeide, e così siamo pervenuti all'acido metaossibenzidrossammico che ancora non si conosceva:



Operammo nel solito modo: alla soluzione acquosa ed alcalina della metaossibenzaldeide aggiungemmo acido benzosolfidrossammico in lieve eccesso; si nota un lieve riscaldamento e si osserva un debolissimo sviluppo di protossido di azoto; segno questo, come è noto, che la biossiammoniaca che si libera reagisce con l'aldeide presente. Siccome contemporaneamente si forma un po' di resina, giudicammo in questo caso opportuno di eliminare la maggior parte dell'acido benzosolfonico che ha preso origine, aggiungendo una soluzione satura e bollente di idrato di bario (1). Il liquido filtrato venne trattato con acido cloridrico diluito fino a che accenna a colorare in rosso la carta di metilorange, estratto un paio di volte con poco etere e successivamente con etere acetico. Per evaporazione di questo solvente si ottengono magnifici cristalli del nuovo acido: fonde verso 72° ed a caldo è molto solubile anche nell'acqua. Fornisce un sale di rame colorato in verdognolo, all'aria si colora in roseo e con cloruro ferrico dà una intensa colorazione violetta.

Bollito con acido solforico diluito viene facilmente idrolizzato e si ottiene idrossilammina che rimane sciolta nel liquido ed acido metaossibenzoico:



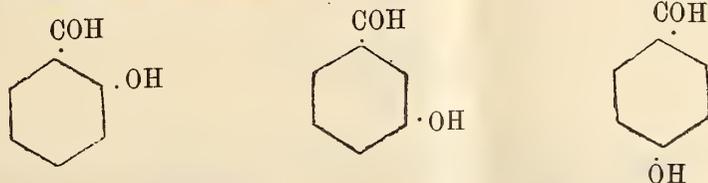
(1) Impiegando la quantità teorica di potassa caustica non si forma resina e l'acido formatosi si può anche precipitare per mezzo dell'acetato di rame.

che è identico ad un preparato che preparammo espressamente per il confronto.

Finora era noto solamente l'acido salicilidrossammico che venne preparato da Jeanrenaud (1) per azione del salicilato di metile sopra una soluzione acquosa di idrossilammina in presenza di potassa; e lo stesso autore ha trovato che, a parità di condizioni, non forniscono i corrispondenti acidi idrossammici gli eteri degli acidi metaossibenzoico e paraossibenzoico, giacchè vengono saponificati dall'alcali prima ancora di reagire con l'idrossilammina. Noi però, operando in soluzione alcoolica di idrossilammina, in presenza di etilato sodico, abbiamo potuto ottenere dal metaossibenzoato etilico un acido idrossammico che è identico a quello precedentemente descritto, preparato dall'aldeide metaossibenzoica. Il rendimento è quantitativo.

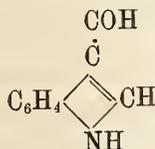
Sopra la sua natura non può quindi sorgere dubbio di sorta.

Sarebbe ancora prematuro, perchè ci mancano tutti i dati necessari, il voler stabilire a quale causa sia dovuta questa diversità di comportamento delle tre ossialdeidi benzoiche:



rispetto alla biossiammoniaca; a questo riguardo però dobbiamo subito rammentare che già nella precedente comunicazione abbiamo espressamente posto in rilievo che, come risulta dalle esperienze finora da noi eseguite, non presentano la nuova reazione nessuna delle aldeidi che si preparano col metodo di Reimer e Tiemann, vale a dire per azione del cloroformio in presenza di alcali. È noto infatti che la sola aldeide metaossibenzoica non si può ottenere per mezzo di questa reazione.

Anche le aldeidi del gruppo del pirrolo e dell'indolo, che si possono preparare in modo analogo facendo agire su i pirroli e gli indoli cloroformio e potassa non forniscono i corrispondenti acidi idrossammici (2); ma l'aldeide metilindolica

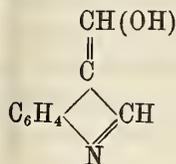


noi riuscimmo anche ad ottenerla sotto forma di sale sodico per azione

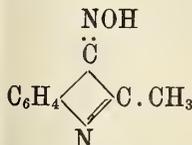
(1) Berliner Berichte XXII (1889), 1270.

(2) Angeli, questi Rendiconti, XVI (1907), 1° sem., pag. 382.

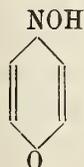
del formiato di amile in presenza di etilato sodico sopra l' α -metilindolo; questo fatto, come abbiamo già detto, rende molto probabile che la sostanza sia da considerarsi come un derivato ossimetilenico della forma:



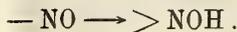
A questo riguardo, data l'analogia che esiste fra aldeidi da una parte e nitrosoderivati dall'altra, crediamo opportuno accennare che il comportamento di questi composti aldeidici trova quasi riscontro in quello di taluni nitrosoindoli e nitrosifenoli (e naftoli). Come noi abbiamo dimostrato i primi sono da considerarsi come ossime, quale p. e. il nitrosometilindolo:



e che lo stesso vale per la maggior parte dei nitrosifenoli, i quali si comportano come chinonossime, p. e.

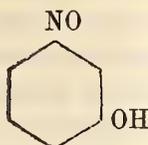


In questi casi, come si vede subito, è l'idrogeno imminico degli indoli, ovvero quello ossidrilico dei fenoli, che determina il nuovo assetto nella molecola e che toglie a questi composti i caratteri dei veri nitrosoderivati, perchè concorre a formare un gruppo ossinimico:



Non è quindi improbabile che anche nel caso delle ossialdeidi aromatiche si verifichi un fatto analogo, dovuto alla presenza dell'idrogeno ossidrilico; e questa supposizione verrebbe avvalorata dal fatto che gli eteri alchilici delle ossialdeidi aromatiche, vale a dire di quelle che non contengono più l'idrogeno ossidrilico, reagiscono tutti in modo normale con la biossiammoniaca per formare i corrispondenti acidi idrossammici. La reazione riesce positiva solamente quando l'ossidrilico si trova in posizione meta rispetto al gruppo

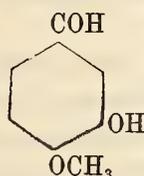
aldeidico: per analogia è quindi da aspettarsi che il metanitrosufenolo, che ancora non è stato preparato,



debba possedere i caratteri dei veri nitrosocomposti e non quelli delle chinonossime.

Le esperienze che abbiamo in corso ci permetteranno di verificare se le nostre previsioni sono esatte.

Accenneremo infine che a differenza della vaniglina, l'isovaniglina fornisce la reazione positiva; quest'ultima sostanza



come è noto, è un derivato dell'aldeide metaossibenzoica mentre la prima deriva dalla isomera para.

Chimica-fisica. — *Ricerche chimico-fisiche sulla lente cristallina* (1). Nota del Corrisp. FILIPPO BOTTAZZI e di NOÈ SCALINCI.

V. — IMBIBIZIONE DELLALENTE NEI LIQUIDI OCULARI.

Dalle ricerche di Hofmeister (2) e di altri (3), risulta che l'imbibizione in soluzioni saline decorre in modo diverso da quella in acqua o in vapor d'acqua. Molte ricerche possono esser fatte a questo proposito: si può, scelto un sale qualsiasi, o più generalmente un qualsiasi elettrolito, indagare l'imbibizione in soluzioni variamente concentrate di esso; ovvero, studiare il processo d'imbibizione in soluzioni equivalenti di vari sali (nei quali l'anione rimanga lo stesso e variino i cationi, o rimanga lo stesso il catione e variino gli anioni), acidi e basi, ecc. Per ora noi abbiamo studiato solamente l'imbibizione della lente in soluzioni variamente concentrate di cloruro sodico.

(1) Dal laboratorio di Fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

(2) Arch. f. exper. Path. u. Pharmak., XXVIII, pag. 210, 1891.

(3) Ved. W. Pauli. Ergebn. der Physiol., VI. Jahrg., pag. 105, 1907.

Prima di riferire i risultati delle nostre ricerche, dobbiamo però indugiare un momento a parlare dell'imbibizione della lente immersa, fuori dall'organismo, negli stessi liquidi oculari (umor acqueo, umor vitreo).

Leber ha osservato che « die Linse nimmt . . . sowohl in Glaskörperflüssigkeit als in *Humor aqueus* allmählich Wasser auf. Die Gewichtszunahme war auch, für die Ochsenlinse . . . nur gering, . . . ». La lente non s'intorbida. « Die frische Kaninchenlinse quillt dagegen (innerhalb der Kapsel) im Kammerwasser von Kaninchen ziemlich stark und wird getrübt » (1). Ciò dipende, secondo l'Autore, dal fatto che la pressione osmotica della lente è superiore a quella dell'umor acqueo e dell'umor vitreo, conforme ai risultati di Manca e Ovio e di Kunst.

Ma se la capsula è permeabile al NaCl e a tante altre sostanze, com'è possibile che in vita sussista uno squilibrio osmotico fra la lente e i liquidi oculari? Prima però di rispondere a questa domanda, è necessario fare le seguenti altre considerazioni.

È ormai dimostrato che la lente « erfährt . . . , bei direkter Berührung mit dem Kammerwasser, Quellung und Trübung, mit Abgabe von Eiweiss an das letztere und Ausgang in Zerfall und Auflösung ihrer Fasern » (Leber, loc. cit., S. 440); « genügt die Eröffnung der Kapsel, um die in Rede stehenden Folgen hervorzubringen; es ist lediglich die Einwirkung des Kammerwassers, welches, von der Linse durch die Kapsel getrennt, sich als völlig unschädlich für sie erweist, wodurch dieselbe bei direkter Berührung zur Quellung, zum Zerfall und zur Aufsaugung gebracht wird » (Leber, loc. cit., S. 442). In che consista l'azione alterante dell'umor acqueo, l'Autore non sa dire. Ma siccome la capsula, negli esperimenti di diffusione (S. 430) e di filtrazione (S. 429), si dimostrò al Leber permeabile non solo per i sali, ma anche per l'albumina, non può essere la capsula come tale che tiene al riparo la lente dalle conseguenze nocive del contatto coll'umor acqueo. Che cosa sarà, dunque? Ecco quel che dice Leber in proposito: « Da dasselbe Kammerwasser, welches, durch die Kapsel von der Linse getrennt, für sie unschädlich ist, sie bei direkter Berührung zerstört, da aber die Kapsel selbst für Wasser durchgängig ist, habe ich schon vor Jahren DIE VERMUTUNG ausgesprochen, dass, ähnlich wie das Endothel der Hornhaut die Erhaltung der Durchsichtigkeit dieser Membran sichert, indem es sie vor dem Eindringen des Kammerwassers schützt, so auch das Kapselepithel der Linse den gleichen Schutz gewähre » (loc. cit., S. 440). È dunque anche l'epitelio capsulare (anteriore) che solamente può rendere ragione dello squilibrio osmotico fra lente e umor acqueo (Leber).

Ma gravi obiezioni furono mosse alla « Vermutung » di Leber; fra le altre gravissima questa: che sulla faccia posteriore della capsula non esiste epitelio, e pure non avviene, *in vita*, assunzione d'acqua dall'umor vitreo,

(1) L. c., pag. 438 (ved. Nota I).

sebbene, *in vitro*, « die frische Linse quillt in Glaskörperflüssigkeit nicht merklich weniger als in Kammerwasser, auch ist der osmotische Koeffizient beider Flüssigkeiten ungefähr gleich » (Leber, loc. cit., S. 441).

E allora saranno le stesse fibre del cristallino, che impediscono la penetrazione dell'acqua, fibre che « in der ganzen Ausdehnung der hinteren Kapsel sich mit verbreiterten Enden mosaikartig an diese ansetzen, also eine Art von Epithelbelag darstellen »; esse « das Eindringen von Flüssigkeit in ähnlicher Weise abhalten, wie das Kapselepithel an der vorderen Fläche » (Leber, loc. cit., S. 441).

Ebbene, tutta questa concezione quasi mistica della funzione difensiva del preteso epitelio, è insussistente. L'epitelio anteriore è costituito di fibre lenticolari non allungate e più giovani, cioè dotate di caratteri citologici un po' più cospicui; le fibre non sono che cellule epiteliali più o meno allungate, situate in strati più o meno superficiali. Le proprietà chimico-fisiche degli elementi lenticolari non possono essere che identiche, e le eventuali differenze non possono dipendere se non dall'essere situate in strati più o meno profondi, e quindi dall'avere un grado più o meno alto d'imbibizione.

Le alterazioni della lente scapsulata sono dovute al fatto che il processo d'imbibizione del corpo cristallino, ormai non più tenuto in freno dalla capsula elastica, si svolge liberamente fino a che sia raggiunto il massimo d'imbibizione, del quale è conseguenza ineluttabile la disgregazione della lente, la sconnessione delle sue fibre, con tutti gli effetti facili a intendere: aumento di volume, intorbidamento, ecc.

In condizioni fisiologiche, il corpo della lente non si trova a un grado massimo d'imbibizione; da tale grado è tenuto lontano dalla capsula, che colla sua elasticità, ostacola il rigonfiamento della lente. L'elasticità della capsula può scemare, per varie ragioni, senza o prima che la capsula si rompa; e allora il processo d'imbibizione procede avanti, in qualunque liquido la lente sia immersa. Se poi la capsula è asportata, nulla più si oppone all'imbibizione della lente.

La misteriosa azione alterante dei liquidi oculari consiste semplicemente in ciò, che essi imbevono la lente, quando l'ostacolo che oppone la capsula è diminuito o soppresso.

Abbiamo fatto pochi esperimenti d'imbibizione in umor acqueo e vitreo, che riferiamo brevemente.

1. Un primo esperimento da noi fatto (7 marzo 1908) dette i seguenti risultati. Fu raccolto l'umor acqueo di 6 occhi e l'umor vitreo di 4 occhi di cani, e in questi due liquidi furono immerse due lenti di cane (alla temperatura costante di 30° C). Risultato:

	Umor acqueo	Umor vitreo
Peso iniziale della lente gr.	0,557	0,557
» dopo 3 ore . . . »	0,578	0,576
» » 22 » . . . »	0,453	—

2. Nel secondo esperimento (1 giugno 1908), fatto alla temperatura di circa 25° C, si ebbero i seguenti risultati:

	Umor acqueo	Umor vitreo
Peso iniziale della lente gr.	0,476	0,467
" dopo 1 ore . . . "	0,458	0,454
" " 2 " . . . "	0,456	0,454
" " 3 " . . . "	0,458	0,444
" " 22 " . . . "	0,468	0,472

Tanto nel primo quanto nel secondo esperimento, le lenti si mantennero perfettamente trasparenti. Nel primo esperimento, la lente immersa in umor vitreo fu scapsulata dopo la seconda pesata: ciò non ostante, dopo 22 ore, la lente, messa direttamente a contatto del liquido, rimase trasparentissima.

Nel secondo esperimento, i liquidi dopo 22 ore apparvero torbidi, certamente per attecchimento di batterii, ma le lenti erano sempre trasparenti.

3. In un terzo esperimento, fatto il 5 marzo 1908, nel quale ci limitammo a osservare le lenti, senza pesarle, notammo che tanto quella immersa in umor acqueo quanto l'altra immersa in umor vitreo, rimasero perfettamente trasparenti dopo 48 ore, sebbene i liquidi si fossero intorbidati.

La lente immersa in umor acqueo o in umor vitreo, dunque, in un caso prima aumento di peso e poi diminuì; nell'altro caso, prima diminuì di peso e poi aumentò. La diminuzione del peso può spiegarsi come effetto del prevalere della diffusione verso l'esterno delle sostanze proteiche della lente sulla penetrazione in questa di liquido; l'aumento del peso non può essere che effetto dell'aumentare del grado d'imbibizione della lente in conseguenza del diminuire dell'elasticità della capsula. In ogni caso, il corpo della lente rimane del tutto trasparente, non solo quando la capsula integra ne limita l'imbibizione, ma per 19 ore anche dopo l'asportazione della capsula; il che dimostra che assai più tempo è necessario perchè l'aumento del grado d'imbibizione del cristallino per sè solo, quando cioè i liquidi oculari in cui è immerso sono normali, produca opacamento della lente.

Zoologia. — *Descrizioni preliminari di vari Artropodi, specialmente d'America.* Nota del Corrispondente F. SILVESTRI.

III.

Nuovi *Chordeumoidea* (*Diplopoda*).

Fam. *Urochordeumidae* nov.

Il corpo è composto del capo, del collo, del segmento anale e di altri 29 segmenti. Può ripiegarsi alquanto in spira.

Il capo ha il vertice esposto, alquanto depresso, la faccia alquanto convessa. Gli occhi sono composti di vari ocelli. Le antenne sono molto lunghe col terzo articolo più lungo del quinto e questo un poco più lungo del quarto. Il labbro è tridentato. Le mandibole hanno circa undici lamine pettinate. L'ipostoma ha l'inframascellare diviso trasversalmente in due parti come i *Craspedosomidae*, e manca anteriormente di stili.

Il collo è molto convesso, a contorno quasi semiellittico ed è circa un terzo più largo che lungo e pochissimo più largo del capo. Ha il processo mediano anteriore di forma triangolare e moderatamente sviluppato.

I segmenti seguenti a cominciare dal quarto (dopo il collo) sono forniti di carene laterali grandi, orizzontali.

Il segmento preanale termina con una punta triangolare, che sorpassa di poco le valvole anali.

Ciascun segmento è fornito di sei setole dorsali come gli altri *Chordeumoidea*, però quelle sublaterali e quelle laterali sono disposte nella parte mediana della carena e non rispettivamente nella parte anteriore e posteriore di essa come è p. es. negli *Atractosoma*.

Le zampe sono lunghe, sottili.

Nel maschio quelle del 1° paio hanno alla parte basale interna del terzo articolo una lunghissima sporgenza triangolare, quelle del 3° paio hanno un lunghissimo processo subcilindrico arcuato sul primo articolo.

L'organo copulativo che trovasi al luogo del 1° paio di zampe del 6° segmento dopo il collo è composto di un paio di appendici uniarticolate fornite di un flagello.

Il secondo paio di zampe dello stesso segmento è formato di due articoli, dei quali il primo è terminato internamente da un processo falcato ed il secondo è all'apice convesso e peloso.

Le zampe del 1° paio del segmento 7° (dopo il collo) hanno nel primo articolo una vescicola estroflettibile.

Tutte le altre zampe lunghe, attenuate hanno il secondo articolo poco più corto del terzo e questo a sua volta poco più corto del sesto.

Ecologia. Questi Chordeumidi a differenza della maggior parte di quelli di altre famiglie sono di lenti movimenti e vivono nel legno di alberi morti.

Osservazione. Questa famiglia ha una posizione alquanto distinta ed isolata tra le altre dei *Chordeumoidea* per avere il segmento preanale prolungato in una punta che sorpassa le valvole anali. Anche la posizione delle setole dorsali è peculiare in questa famiglia, nonchè le appendici delle zampe del maschio.

Gen. *Urochordeuma* nov.

I caratteri del genere sono quelli indicati per la famiglia.

Urochordeuma Bumpusi sp. n.

Il corpo è di color castagno leggermente tendente al fulvo col ventre e gli articoli basali delle zampe di color terra d'ombra.

Le antenne ripiegate in dietro, quando il corpo è raccolto in spira sorpassano il primo segmento (dopo il collo) e superano in lunghezza la maggior larghezza del corpo comprese le carene.

Gli ocelli sono in numero di 14-15.

Il dorso dei segmenti porta piccolissimi granuli poco fitti e un paio per lato di granuli maggiori nella parte posteriore di ciascun segmento.

Le setole dorsali sono assottigliate e per lunghezza più corte del margine laterale delle carene. Queste sono piccolissime sui segmenti 1-3 (dopo il collo), cominciano a diventare abbastanza grandi sul quarto segmento, raggiungono la massima larghezza sul 7° e si mantengono quasi uguali fino verso il 26° segmento, dove il corpo si assottiglia un poco e le carene cominciano a diventare più brevi e a sporgere posteriormente coll'angolo laterale. Le carene della maggior parte dei segmenti hanno l'angolo anteriore e posteriore quasi retto, i margini anteriore e posteriore paralleli, il margine laterale poco profondamente sinuato verso la metà, dove sorge la setola laterale.

Anche il segmento antipenultimo è fornito di carene, che sono però più brevi di quelle del precedente.

La lamina subanale è quasi a forma di trapezio e in ciascun angolo posteriore porta una lunga setola. Le valvole anali hanno ciascuna sei setole presso il margine.

Le zampe sono lunghe, ma non raggiungono la larghezza massima del corpo comprese le carene.

Lunghezza del corpo mm. 19, larghezza del corpo colle carene 3, senza carene 1,7; lunghezza delle antenne mm. 3,5, delle zampe 2,7.

Habitat. Raccolsi di questa specie, che ho l'onore di dedicare al professore H. C. Bumpus, direttore del Museo americano di storia naturale di

New York, due esemplari maschi, e uno molto giovane, a Longmire Springs sul monte Rainier presso Tacoma (Stato di Washington).

Fam. *Rhiscosomididae* nov.

Il corpo è composto del capo, del collo, del segmento anale e di altri 27 segmenti. Può ripiegarsi in stretta spira.

Il capo ha il vertice alquanto esposto, ma molto meno che negli altri *Chordeumoidea*, giungendo il margine anteriore del collo fino alla parte posteriore degli occhi. La faccia è abbastanza convessa.

Gli occhi sono piccoli e composti di pochi ocelli. L'organo di Tömösvary ben sviluppato.

Le antenne sono piuttosto corte, col terzo articolo un poco più lungo del quarto e il quinto poco meno del doppio più lungo del quarto e più grosso degli altri.

Il labbro è tridentato. Le mandibole hanno sette lamine dentate. L'ipostoma ha l'inframascellare diviso trasversalmente in due parti come i *Craspedosomidae* ed ha anteriormente due stili con tre punte bene sviluppati.

Il collo è poco convesso molto più largo che lungo cioè il triplo almeno più largo che lungo ed è notevolmente più largo del capo. Manca del processo mediano anteriore tanto caratteristico degli altri *Chordeumoidea* e dei *Callipodoidea*.

I segmenti seguenti sono forniti di piccole carene laterali, le quali si trovano un poco più avvicinate al ventre che al dorso e sono dirette in fuori e un poco in basso.

Il segmento preanale termina posteriormente arrotondato.

Ciascun segmento è fornito di sei setole lunghe, delle quali le laterali sono situate quasi nel mezzo della faccia dorsale della carena alquanto lungi dal margine laterale.

Le zampe sono brevi.

Nel maschio le zampe sono conformate come nella femmina, soltanto il primo paio del segmento sesto (dopo il collo) si riduce a formare un organo copulativo, composto in ciascun lato di due articoli grossi ed un terzo articolo apicale molto breve e sottile, che in qualche caso sembra scomparire.

Ecologia. Questi Chordeumidi vivono nel legno di alberi morti, sono molto lenti di movimenti e nel loro complesso somiglianti a prima vista a Colobagnati anzichè a Chordeumidi.

Osservazione. Questa famiglia ha una posizione affatto isolata tra gli altri *Chordeumoidea* per la grandezza del collo e per la mancanza in esso del processo mediano anteriore.

Anche l'organo copulatore è uno dei più semplici, che si conosca fra i *Chordeumoidea* e il secondo paio di zampe del sesto segmento (dopo il collo) è conformato come le altre zampe ambulatorie.

Essa famiglia si avvicina per l'apparenza generale ai *Rhiscosoma* Latz., ma in questi il collo è fornito ancora del processo mediano anteriore. Se nel maschio dei *Rhiscosoma* i caratteri sessuali fossero uguali a quelli del genere *Rhiscosomides*, si potrebbe ascrivere il genere *Rhiscosoma* ad una sottofamiglia *Rhiscosominae* nov., da collocarsi nella stessa famiglia *Rhiscosomididae*. L'Attems (Zool. Jarhb. Syst., XII, pag. 301), riferì con dubbio il genere *Rhiscosoma* alla famiglia *Trachysomidae*; io posso affermare che quest'ultimo genere non può essere affatto ascritto a tale famiglia, che è molto bene caratterizzata per la forma del capo e del collo, come ho potuto convincermi esaminando esemplari del genere *Aerochordum* Attems.

Gen. *Rhiscosomides* nov.

I caratteri del genere sono contenuti in quelli della famiglia.

Rhiscosomides Meineri sp. n.

Corpo di color castagno, col collo, la maggior parte del capo e il ventre di un color stramineo come pure sono di questo colore sei piccole macchie circolari su ogni segmento in corrispondenza alla base delle setole dorsali.

Il capo è coperto di corti e fitti peli.

Gli occhi sono composti di cinque ocelli.

Le antenne sono corte, poco meno del doppio più corte della larghezza del corpo comprese le carene laterali. Il sesto articolo è il più lungo ed il più grosso.

Il collo e tutta la parte dorsale dei metazoniti sono coperti di corti e sottili peli, che nascono generalmente appaiati sopra piccolissimi tubercoli emisferici ed hanno anche sparsi, specialmente alla base delle carene e sul margine posteriore, cortissimi tubercoli acuti.

Le carene dei segmenti 1-24 sono quasi ugualmente sviluppate, sono, come dissi, brevi molto più avvicinate al ventre che al dorso, il quale è molto convesso, e sono dirette in fuori e un poco in basso. Hanno l'angolo anteriore arrotondato, il posteriore acuto leggermente sporgente in dietro. Le carene del segmento 25° sono più corte delle altre essendo tutto il corpo più sottile, e quelle del segmento seguente sono ancora più piccole.

Le zampe sono tutte brevi.

Lunghezza del corpo mm. 7, larghezza colle carene 1,10, senza carene 0,71; lunghezza delle antenne 0,65, delle zampe 0,52.

Il maschio, come ho detto ha soltanto il primo paio di zampe del sesto segmento (dopo il collo) trasformato in un organo copulatore molto semplice.

Esso è formato della lamina ventrale, di tre grossi articoli per lato dei quali il secondo è poco più largo che lungo coll'angolo interno apicale, spe-

cialmente, arrotondato e fornito di varie setole abbastanza lunghe; il terzo articolo è piccolissimo, affatto rudimentale.

Habitat. Raccolsi vari esemplari di questa specie presso Lebanon nell'Oregon.

Dedico questa specie al collega R. W. Miner del Museo americano di storia naturale di New York.

Matematica. — *Sulle serie di Dirichlet.* Nota di LEONIDA TONELLI, presentata dal Socio SALVATORE PINCHERLE.

È noto che, se una serie di Dirichlet

$$(1) \quad f(z) = \sum_1^{\infty} a_n e^{-\lambda_n z}$$

(dove a_n è un numero generalmente complesso, e $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ è una successione di numeri positivi crescenti e tali che $\lim_{n \rightarrow \infty} \lambda_n = \infty$) converge in un punto z_0 , essa converge per ogni valore di z tale che sia $R(z) > R(z_0)$ ⁽¹⁾. Questa proposizione vale anche, come ha mostrato W. Schnee ⁽²⁾, per quelle serie di Dirichlet più generali che hanno l'esponente λ_n reale o complesso, purchè sottoposto a certe *condizioni limiti*.

La condizione della convergenza nel punto z_0 non è, però, necessaria per concludere alla convergenza delle serie in tutto il semipiano $R(z) > R(z_0)$.

Come già si sa, basta porre la condizione che la $\sum_1^r a_n e^{-\lambda_n z_0}$ si mantenga, per ogni r , minore in valore assoluto di un numero finito, fisso. Ora, io mi propongo di far vedere che questa condizione può essere allargata ancora più; e cioè che non è necessario porre la finitezza della somma $\sum_1^r a_n e^{-\lambda_n z_0}$.

Più precisamente, mostro che se, preso un numero positivo η , si può poi sempre determinare un \bar{n} tale che, per ogni $r > \bar{n}$, sia

$$\left| \sum_1^r a_n e^{-\lambda_n z_0} \right| < e^{\eta \lambda_r},$$

la serie (1) è convergente in tutto il semipiano $R(z) > R(z_0)$.

Da questa proposizione deduco poi un corollario relativo alle ordinarie serie di potenze. Esso è il seguente: se, in un dato punto x_0 , il termine generale $a_n x_0^n$ di una serie di potenze $\sum a_n x^n$ tende in modulo all'infinito,

⁽¹⁾ $R(z)$ indica la parte reale di z .

⁽²⁾ *Ueber irreguläre Potenzreihen und Dirichletsche Reihen.* Inaugural-Dissertation, Berlino, 1908.

purchè di un certo ordine rispetto ad n (di ordine finito, p. es.), la serie è convergente nel cerchio $(0, |x_0|)$.

Questa proposizione è una generalizzazione di quella ben nota che stabilisce la convergenza di $\sum a_n x^n$ nel cerchio $(0, |x_0|)$ nell'ipotesi che, per ogni $n > \bar{n}$, sia $|a_n x_0^n| < M$, con M numero determinato e finito.

Nel § 2, dimostro che, *affinchè due serie di Dirichlet*

$$\sum a_n e^{-\lambda_n z} \quad , \quad \sum a'_n e^{-\lambda'_n z}$$

rappresentino la stessa funzione, è necessario e sufficiente che, per tutti gli n , sia

$$a_n = a'_n \quad , \quad \lambda_n = \lambda'_n$$

(naturalmente si suppone che i coefficienti a_n e a'_n siano tutti $\neq 0$).

§ 1.

1. Si consideri la serie (1) e, z_0 essendo un determinato punto del piano della variabile z , si faccia l'ipotesi che, preso un numero positivo η , si possa poi sempre determinare un \bar{n} tale che, per ogni $r > \bar{n}$, sia

$$(2) \quad \left| \sum_1^r a_n e^{-\lambda_n z_0} \right| < e^{\eta \lambda_r} .$$

Ponendo $z = z_0 + z'$, si ha

$$\sum_1^m a_n e^{-\lambda_n z} = \sum_1^m (a_n e^{-\lambda_n z_0}) e^{-\lambda_n z'} ,$$

ed applicando la trasformazione d'Abel,

$$(3) \quad \sum_1^m a_n e^{-\lambda_n z} = \sum_{r=1}^m S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'}) + S_m(z_0) e^{-\lambda_{m+1} z'} ,$$

dove si è posto, per semplicità di scrittura, $S_r(z_0) = \sum_1^r a_n e^{-\lambda_n z_0}$. Mostriamo, ora, che se è $R(z') > 0$, ciascuna delle due parti del secondo membro di (3) ammette un limite determinato e finito per $m = \infty$. Per ogni $m > \bar{n}$, possiamo scrivere

$$(4) \quad \begin{aligned} \sum_{r=1}^m S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'}) &= \sum_{r=1}^{\bar{n}} S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'}) + \\ &+ \sum_{r=\bar{n}+1}^m S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'}) . \end{aligned}$$

Abbiamo, poi,

$$e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'} = z' \int_{\lambda_r}^{\lambda_{r+1}} e^{-t z'} dt ,$$

e, ponendo $z' = z'_1 + iz'_2$,

$$|e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'}| \leq |z'| \int_{\lambda_r}^{\lambda_{r+1}} e^{-t z'_1} dt.$$

Tenendo conto della (2), abbiamo, per ogni $r > \bar{n}$,

$$|S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'})| \leq |z'| \int_{\lambda_r}^{\lambda_{r+1}} e^{-t(z'_1 - \eta)} dt.$$

Poichè η , essendo arbitrario, può prendersi minore di $\frac{z'_1}{2}$, otteniamo

$$|S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'})| \leq |z'| \int_{\lambda_r}^{\lambda_{r+1}} e^{-\frac{t z'_1}{2}} dt.$$

Siccome poi

$$\int_{\lambda_{\bar{n}+1}}^{\infty} e^{-\frac{t z'_1}{2}} dt$$

converge, è

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{r=\bar{n}+1}^m |S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'})| < |z'| \int_{\lambda_{\bar{n}+1}}^{\infty} e^{-\frac{t z'_1}{2}} dt.$$

Segue, dalla (4), che la serie

$$\sum_{r=1}^{\infty} S_r(z_0) (e^{-\lambda_r z'} - e^{-\lambda_{r+1} z'})$$

converge assolutamente, e quindi anche semplicemente; cioè che la prima parte del secondo membro di (3) ammette, per $m = \infty$, un limite determinato e finito. Lo stesso, poi, avviene per la seconda parte, poichè, per la (2), è

$$|S_m(z_0) e^{-\lambda_{m+1} z'}| < e^{\eta \lambda_m} \cdot e^{-\lambda_{m+1} z'_1} < e^{-\lambda_m (z'_1 - \eta)}$$

per ogni $m > \bar{n}$; ed essendosi preso $\eta < \frac{z'_1}{2}$, risulta

$$|S_m(z_0) e^{-\lambda_{m+1} z'}| < e^{-\lambda_m \frac{z'_1}{2}}.$$

Dunque il primo membro di (3) ammette, per $m = \infty$, un limite determinato e finito, vale dire, per ogni z tale che sia $R(z) > R(z_0)$, la serie $\sum_1^{\infty} a_n e^{-\lambda_n z}$ è convergente.

2. La proposizione ora stabilita vale anche nel caso più generale in cui: 1°, la successione $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ sia composta di numeri generalmente com-

plessi e tali che, posto $\lambda_n = \alpha_n + i\beta_n$, sia da un certo punto in poi $0 < \alpha_n < \alpha_{n+1}$; 2°, sia $\lim_{n \rightarrow \infty} \alpha_n = \infty$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\beta_n}{\alpha_n} = 0$; 3°, la successione $\lambda_1, \lambda_2, \dots$ sia tale che, preso un numero positivo η , si possa sempre, corrispondentemente, determinare un numero \bar{n} in modo che, per tutti gli $n > \bar{n}$, sia

$$\left| \frac{\beta_{n+1} - \beta_n}{\alpha_{n+1} - \alpha_n} \right| < e^{\eta \alpha_n}.$$

3. Come caso particolare della proposizione dimostrata si ha: *se esiste un numero reale s tale che sia, per ogni r maggiore di un certo \bar{n} ,*

$$\left| \sum_{\nu=1}^r a_\nu e^{-\lambda_\nu z_0} \right| < \lambda_r^s,$$

la serie $\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu e^{-\lambda_\nu z}$ converge in tutto il semipiano $R(z) < R(z_0)$. Preso, infatti, un numero reale η , è

$$\lambda_r^s = \frac{(\eta \lambda_r)^s}{\eta^s e^{\eta \lambda_r}} e^{\eta \lambda_r},$$

e, per essere

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\eta \lambda_r)^s}{\eta^s e^{\eta \lambda_r}} = 0,$$

si può determinare un \bar{n} a partir dal quale sia $\lambda_r^s < e^{\eta \lambda_r}$.

4. Si abbia, ora, un'ordinaria serie di potenze $\sum a_n x^n$, e si supponga che, per un certo $x_0 \neq 0$, sia, a partire da un indice \bar{n} ,

$$|a_n x_0^n| < n^s$$

(s numero positivo). Si ponga $z = -\log x$: si avrà

$$\sum a_n x^n = \sum a_n e^{-nz},$$

e, per $n > \bar{n}$, $|a_n e^{-nz_0}| < n^s$ ($z_0 = -\log x_0$). Da ciò segue

$$\begin{aligned} \left| \sum_{\nu=1}^r a_\nu e^{-\nu z_0} \right| &\leq \sum_{\nu=1}^r |a_\nu e^{-\nu z_0}| = \sum_{\nu=1}^{\bar{n}} |a_\nu e^{-\nu z_0}| + \sum_{\nu=\bar{n}}^r |a_\nu e^{-\nu z_0}| \\ &< A + \sum_{\nu=\bar{n}}^r n^s < A + r^{s+1}. \end{aligned}$$

Quindi, per ogni $r > \bar{n}$ e $> A$, è

$$\left| \sum_{\nu=1}^r a_\nu e^{-\nu z_0} \right| < 2r^{s+1} < r^{s+2},$$

e la serie $\sum a_n e^{-nz}$ converge per ogni $R(z) > R(z_0)$ (n. 3). Converte, dunque,

$\sum a_n x^n$ per ogni $|x| < |x_0|$. Analogamente, facendo uso della proposizione del n. 2, si dimostra la convergenza di $\sum a_n x^n$ nel cerchio $|x| < |x_0|$, nell'ipotesi che, da un certo \bar{n} in poi, sia $|a_n x_0^n| < e^{\sqrt{n}}$, ed in generale $|a_n x_0^n| < f(n)$, dove $f(n)$ soddisfa alle condizioni: $f(n) < f(n+1)$, e $n f(n) < e^{n\eta}$, per ogni η positivo ⁽¹⁾.

§ 2.

Consideriamo due successioni distinte di esponenti

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$$

$$\lambda'_1, \lambda'_2, \dots, \lambda'_n, \dots$$

e supponiamo che le due serie di Dirichlet

$$\sum a_n e^{-\lambda_n z} \quad , \quad \sum a'_n e^{-\lambda'_n z}$$

siano ambedue convergenti in un certo semipiano, rappresentando ivi la medesima funzione analitica. Possiamo anche supporre che sia $a_n \neq 0$, $a'_n \neq 0$. Come è noto, se h è un numero positivo appartenente al semipiano detto, è, in tutto il semipiano $R(z) > h$,

$$\sum a_n e^{-\lambda_n z} = \sum s_n (e^{-\lambda_n z} - e^{-\lambda_{n+1} z})$$

$$\sum a'_n e^{-\lambda'_n z} = \sum s'_n (e^{-\lambda'_n z} - e^{-\lambda'_{n+1} z}),$$

dove abbiamo posto $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$, $s'_n = a'_1 + a'_2 + \dots + a'_n$. Nel semipiano $R(z) > h$ è, perciò,

$$\sum a_n e^{-\lambda_n z} = z \sum s_n \int_{\lambda_n}^{\lambda_{n+1}} e^{-tz} dt \quad , \quad \sum a'_n e^{-\lambda'_n z} = z \sum s'_n \int_{\lambda'_n}^{\lambda'_{n+1}} e^{-tz} dt,$$

ed anche, indicando con $\varphi(t)$ una funzione uguale ad s_1 in (λ_1, λ_2) , λ_2 escluso; uguale ad s_2 in (λ_2, λ_3) , λ_3 escluso; ecc.

$$\sum a_n e^{-\lambda_n z} = z \int_{\lambda_1}^{\infty} \varphi(t) e^{-tz} dt \quad , \quad \sum a'_n e^{-\lambda'_n z} = z \int_{\lambda'_1}^{\infty} \varphi'(t) e^{-tz} dt.$$

Dovendo essere, nel semipiano $R(z) > h$, $\sum a_n e^{-\lambda_n z} = \sum a'_n e^{-\lambda'_n z}$, dovrà essere, nello stesso semipiano,

$$\int_{\lambda_1}^{\infty} \varphi(t) e^{-tz} dt = \int_{\lambda'_1}^{\infty} \varphi'(t) e^{-tz} dt.$$

⁽¹⁾ Questo si può anche vedere direttamente osservando che è $a_n x^n = a_n x_0^n \left(\frac{x}{x_0}\right)^n$.

Supponiamo, ora, che sia $\lambda_1 \neq \lambda'_1$ e, per es., $\lambda_1 < \lambda'_1$. Ponendo $\varphi'(t) = 0$ nel segmento (λ_1, λ'_1) , λ'_1 escluso, l'uguaglianza precedente potrà essere scritta

$$\int_{\lambda_1}^{\infty} \varphi(t) e^{-tz} dt = \int_{\lambda_1}^{\infty} \varphi'(t) e^{-tz} dt.$$

Da qui segue, per un noto teorema di Lerch ⁽¹⁾, che $\varphi(t) - \varphi'(t)$ è una funzione ad integrale nullo, vale a dire è una funzione nulla in tutti i punti, eccettuati quelli di un insieme di misura nulla. In particolare, è $\varphi(t) = \varphi'(t)$ in tutti i punti in cui $\varphi(t)$ e $\varphi'(t)$ sono continue.

Nel tratto (λ_1, ε) , dove è $\varepsilon < \begin{cases} \lambda_2 \\ \lambda'_1 \end{cases}$, $\varphi(t)$ e $\varphi'(t)$ sono continue; dunque in esso è $\varphi(t) = \varphi'(t) = 0$, cioè $s_1 = a_1 = 0$. Ma a_1 si è supposto $\neq 0$; deve essere perciò $\lambda_1 = \lambda'_1$. In $(\lambda_1, \varepsilon_1)$, dove è $\varepsilon_1 < \begin{cases} \lambda_2 \\ \lambda'_2 \end{cases}$, $\varphi(t)$ e $\varphi'(t)$ sono continue e rispettivamente uguali a_1, a'_1 ; deve dunque essere $a_1 = a'_1$. Analogamente, per l'esistenza di punti di continuità per $\varphi(t), \varphi'(t)$, in ogni tratto $(\lambda_r, \lambda_{r+1}), (\lambda'_r, \lambda'_{r+1})$, si conclude, avendo supposto $a_n \neq 0, a'_n \neq 0$,

$$\lambda_n = \lambda'_n, \quad a_n = a'_n.$$

Matematica. — *Una dimostrazione assoluta del teorema di Gauss relativo all'invariabilità della curvatura totale nella flessione.* Nota di C. BURALI-FORTI, presentata dal Corrispondente T. LEVI-CIVITA.

Riprendo le notazioni della mia Nota: *Alcune nuove espressioni assolute delle curvature in un punto di una superficie* ⁽²⁾ e mi propongo di dimostrare, sotto forma assoluta e semplicissima, il noto teorema di Gauss: *se due superficie sono applicabili esse hanno egual curvatura totale nei punti corrispondenti.*

Per tale dimostrazione occorre far uso di una nuova funzione R di una omografia vettoriale generica σ . Però delle numerose proprietà della omografia $R\sigma$, e che esporrò in altra occasione, basta far uso di quella che serve a definirla

$$(a) \quad R\sigma(\mathbf{x} \wedge \mathbf{y}) = (\sigma\mathbf{x}) \wedge (\sigma\mathbf{y})$$

(\mathbf{x}, \mathbf{y} sono vettori qualunque) e di quella che, dimostrandone l'esistenza, ne assegna anche la forma effettiva qualunque sia l'omogr. σ

$$(b) \quad R\sigma = \text{inv}_2\sigma - (\text{inv}_1\sigma)K\sigma + K\sigma^2,$$

⁽¹⁾ Acta Mathematica, t. XXVII, pag. 345.

⁽²⁾ Questi Rendiconti, vol. XVIII, serie 5^a, 1° sem., fasc. 2°.

ovvero, per σ invertibile,

$$(b') \quad R\sigma = (\text{inv}_3 \sigma) K\sigma^{-1}.$$

Consideriamo ora la solita superficie Σ descritta dal punto P ed, essendo O un punto fisso, sia

$$Q = O + N$$

il punto che descrive l'indicatrice sferica di Σ .

Se \mathbf{u} è vettore parallelo ad N , e ricordiamo che $\sigma N = K\sigma N = 0$, si ha da (b) $R\sigma \mathbf{u} = (\text{inv}_2 \sigma) \mathbf{u}$ (1); quindi se $dP, \delta P$ sono spostamenti infinitesimi (normali ad N) di P , si ha da (a)

$$dN \wedge \delta N = (\sigma dP) \wedge (\sigma \delta P) = R\sigma(dP \wedge \delta P) = (\text{inv}_2 \sigma) dP \wedge \delta P$$

e, in conseguenza,

$$(1) \quad \frac{dP \wedge \delta P \times N}{dQ \wedge \delta Q \times N} = \frac{dP \wedge \delta P \times N}{dN \wedge \delta N \times N} = \frac{1}{\text{inv}_2 \sigma},$$

la quale, per essere $dP \wedge \delta P \times N, dQ \wedge \delta Q \times N$ elementi corrispondenti di area nei punti P, Q di Σ e della indicatrice, prova che: *il limite del rapporto tra un elemento di area di Σ in P e la corrispondente area dell'indicatrice sferica è l'inverso della curvatura totale nel punto P .*

Il punto P_1 , funzione di P , descriva una superficie Σ_1 , per la quale N_1, σ_1 abbiano lo stesso significato di N e σ per Σ .

Se Σ è applicabile su Σ_1 (P in P_1) allora per uno spostamento d qualsiasi si ha

$$(dP)^2 = (dP_1)^2$$

ed esiste quindi una *isomeria-destra* λ funzione di P , cioè una omografia λ tale che

$$\lambda(K\lambda) = 1 \quad , \quad \text{inv}_3 \lambda = 1 \quad (2),$$

che trasforma dP in dP_1 ed N in N_1 ,

$$(2) \quad \lambda dP = dP_1 \quad \lambda N = N_1.$$

(1) Se \mathbf{x} è vettore normale ad N si ha

$$R\sigma \mathbf{x} = 0$$

perchè posto $\mathbf{x} = N \wedge \mathbf{y}$ si ha da (a) $R\sigma \mathbf{x} = \sigma N \wedge \sigma \mathbf{y} = 0$.

Applicando la (b) ad \mathbf{x} , e ricordando che $K\sigma = \sigma$, si ha

$$\sigma^2 \mathbf{x} = \{(\text{inv}_1 \sigma) \sigma - \text{inv}_2 \sigma\} \mathbf{x}$$

che dà il quadrato di σ nel piano tangente a Σ in P .

(2) *L'Enseignement Mathématique*, loc. cit. Giova notare che le *isomerie vettoriali* danno sotto forma puramente geometrica e assoluta le ordinarie trasformazioni analitiche di variabile complessa nella sfera e nel piano.

Dalla seconda di queste si trae

$$(3) \quad dN_1 = (d\lambda)N + \lambda dN.$$

Essendo λ una isomeria-destra si ha da (b') $R\lambda = \lambda$ e quindi se u, v, w sono vettori

$$(c) \quad \lambda u \wedge \lambda v \times \lambda w = \lambda(u \wedge v) \times \lambda w = u \wedge v \times w.$$

Da questa e da (3) si trae

$$(4) \quad \begin{aligned} dN_1 \wedge \delta N_1 \times N_1 &= dN \wedge \delta N \times N + \\ &+ \{ (d\lambda)N \wedge (\delta\lambda)N + (d\lambda)N \wedge \lambda(\delta N) - (\delta\lambda)N \wedge \lambda(dN) \} \times \lambda N. \end{aligned}$$

Senza toglier nulla alla generalità si può supporre che Σ e Σ_1 siano disposte in modo che nel punto P (e in esso solo, almeno nei dintorni di P, ed escluso che Σ e Σ_1 siano eguali) si abbia $\lambda = 1$. In un punto di Σ , prossimo a P, il valore di λ è $1 + \varepsilon$, con ε omografia infinitesima. Ma $1 + \varepsilon$ è isomeria e quindi

$$(1 + \varepsilon)K(1 + \varepsilon) = (1 + \varepsilon)(1 + K\varepsilon) = 1,$$

ovvero, il che equivale,

$$\varepsilon + K\varepsilon = 2D\varepsilon = -\varepsilon K\varepsilon.$$

Dunque la dilatazione di ε , $D\varepsilon$, è infinitesima di ordine superiore ad ε . In conseguenza, ε si può ridurre, a meno di infinitesimi di ordine superiore, alla sua parte assiale, cioè si può porre

$$d\lambda = u \wedge \quad \delta\lambda = v \wedge,$$

con u, v vettori infinitesimi.

Ora, applicando note e semplici proprietà del doppio prodotto vettoriale e ricordando che dN e δN sono normali ad N (perchè $N^2 = 1$), il secondo termine del secondo membro della (4) assume subito, nel punto P nel quale $\lambda = 1$, il valore

$$u \wedge v \times N + u \times \delta N - v \times dN$$

che è infinitesimo di ordine superiore a $dP \wedge \delta P \times N$, perchè u e v , assi delle isomerie $1 + \varepsilon$, formano angoli infinitesimi con N , cioè angoli prossimi ad un retto con dN e δN , mentre può esser finito l'angolo di dP con δP .

Allora, osservando che dalla (c) si ha

$$dP_1 \wedge \delta P_1 \times N_1 = \lambda dP \wedge \lambda \delta P \times \lambda N = dP \wedge \delta P \times N,$$

dividendo i due membri della (4) per $dP_1 \wedge \delta P_1 \times N_1$ e $dP \wedge \delta P \times N$, e trascurando l'infinitesimo superiore del secondo membro, si ottiene

$$\frac{dN_1 \wedge \delta N_1 \times N_1}{dP_1 \wedge \delta P_1 \times N_1} = \frac{dN \wedge \delta N \times N}{dP \wedge \delta P \times N},$$

cioè, per la (1),

$$\text{inv}_2 \sigma = \text{inv}_2 \sigma_1$$

che dimostra il teorema di Gauss, perchè le curvatures totali in P e P_1 sono appunto $\text{inv}_2 \sigma$ e $\text{inv}_2 \sigma_1$.

Fisica. — *Sulla presenza di torio nelle rocce.* Nota di G. A. BLANC, presentata dal Socio P. BLASERNA.

In una precedente mia Nota (1) ho esposto come, dai risultati da me ottenuti nello studio dei prodotti radioattivi contenuti nell'atmosfera, io fossi stato condotto ad intraprendere delle ricerche allo scopo di mettere in evidenza la presenza del torio nei materiali costituenti il suolo del giardino circondante l'Istituto Fisico di Roma, e poi a fare una determinazione, se non altro approssimativa, della quantità di torio contenuta nell'unità di massa del suolo medesimo.

Ricorderò qui soltanto che coteste determinazioni, basate sulla misura della quantità di emanazione che per semplice diffusione si sprigiona da una determinata area del terreno, mi condussero alla conclusione che ogni grammo di questo terreno doveva contenere almeno $\text{gr. } 1,45 \times 10^{-5}$ di torio.

Alla fine della suddetta Nota annunziavo essere in corso delle ricerche aventi per iscopo di determinare con un metodo assai più preciso le quantità di torio contenute in un certo numero di rocce di diversa natura e provenienza, e ciò a fine di stabilire se questo elemento dovesse essere considerato come un fattore importante o trascurabile della radioattività della crosta terrestre.

È da notarsi che, mentre si è sempre, fino ad ora, preso in considerazione il problema della presenza del radio nella crosta terrestre, e che sono state fatte ricerche accuratissime per determinare le quantità di radio contenute in un gran numero di rocce, nessuno, che io sappia, si è proposto il problema di stabilire quale parte abbia il torio nella radioattività del globo.

(1) Rendic. Acc. Lincei, XVII, pag. 101, 1908.

Ciò premesso passo a descrivere il procedimento da me seguito in questa ricerca, facendo notare che i presenti risultati sono destinati ad essere seguiti da altri, che spero di ottenere presto, trattando un maggior numero di esemplari di rocce.

Trattandosi in queste ricerche di mettere in evidenza la presenza di tracce minime di materia radioattiva, la difficoltà principale consiste nel mettersi assolutamente al riparo dagli errori che possono nascere per la presenza accidentale di tracce di sostanze radioattive sia nei prodotti chimici, sia nei recipienti e negli apparecchi che in tali ricerche vengono adoperati.

A fine di ovviare ad ogni possibile dubbio che potesse sorgere in proposito, credo opportuno di esporre tutte le precauzioni da me prese perchè simili inconvenienti non avessero in alcun modo a verificarsi.

Anzitutto il locale nel quale venne eseguito il trattamento chimico non presentava alcun pericolo di contaminazione per parte di sostanze radioattive, nè erano stati mai introdotti in esso sali di torio, nemmeno sotto forma di reticelle per l'incandescenza a gas ⁽¹⁾. Inoltre i recipienti e gli apparecchi adoperati erano nuovi, e con essi vennero eseguite prove preliminari per accertare che i reagenti adoperati, vale a dire il carbonato di potassio e di sodio, gli acidi cloridrico e solforico e l'ammoniaca fossero privi di tracce apprezzabili di attività di tipo di torio.

Finalmente, i campioni di rocce destinati alle indagini venivano tolti in seno a blocchi più grossi, in modo da presentare delle facce di rottura fresche su tutta la loro superficie.

Il procedimento chimico seguito è stato il seguente: Un determinato peso di ciascun campione di roccia, ridotta in polvere finissima, veniva fuso a lungo in capsula di platino con un miscuglio di carbonati di sodio e di potassio, e la massa risultante da tale fusione veniva sciolta in molta acqua distillata: dopo filtrazione, la parte insolubile in acqua veniva trattata con acido cloridrico, e alla soluzione corrispondente, dopo separazione della silice gelatinosa per filtrazione, veniva aggiunta una quantità di acido solforico sufficiente a provocare la precipitazione della totalità dei solfati insolubili (e quindi del radio), i quali alla loro volta venivano separati mediante filtrazione.

Ciò fatto, alla soluzione veniva aggiunta dell'ammoniaca fino a completa precipitazione degli idrossidi, i quali, raccolti su di un filtro, venivano essiccati e ridotti in polvere finissima.

⁽¹⁾ Questo lavoro venne eseguito nel Laboratorio Chimico Municipale di Chambéry, al cui direttore, prof. Hollande, tengo a esprimere qui nuovamente la mia viva gratitudine per l'ospitalità concessami.

Esaminati all'elettrometro, questi idrati presentavano una attività la quale andava gradualmente crescendo per qualche settimana.

Ora poteva nascere il sospetto che l'attività riscontrata potesse provenire dalla presenza di qualche elemento radioattivo non appartenente alla famiglia dei prodotti di trasformazione del torio. Era prudente dunque, benchè i procedimenti chimici seguiti nella ricerca fossero tali da escludere la presenza di quantità apprezzabili di radio, di assicurarsi in modo diretto dell'assenza di questo corpo.

Benchè tale verifica sia stata fatta in ultimo luogo, vale a dire dopo che erano state compiute le misure che descriverò in appresso, purtuttavia credo opportuno parlarne ora. I campioni d'idrossidi riscontrati attivi vennero sciolti in acido cloridrico diluito, e la soluzione unica così ottenuta venne lasciata a sè per quindici giorni circa entro una boccia di Wulf ermeticamente chiusa; indi venne fatta gorgogliare dell'aria attraverso alla soluzione, e quest'aria dopo essere rimasta per un certo tempo in un secondo recipiente, per permettere all'emanazione torica di disintegrarsi totalmente, ed essere stata filtrata attraverso dell'ovatta per eliminare ogni traccia di prodotti di trasformazione dell'emanazione stessa, venne introdotta in un elettroscopio a cassa metallica, appositamente costruito, e la cui perdita di carica con aria della stanza era stata determinata in precedenza. Eseguite tali determinazioni venne preparata una soluzione campione contenente gr. 5×10^{-9} di radio, che venne lasciata a sè per due giorni chiusa nella boccia di Wulf: fattavi gorgogliare dell'aria, ed introdotta quest'aria nella cassa dell'elettroscopio, vennero eseguite nuove determinazioni della perdita di carica.

Le medie dei tempi impiegati dalla fogliolina d'alluminio dell'elettroscopio per percorrere una medesima divisione della scala micrometrica, sono riportate nella seguente tabella:

Con aria della stanza	Con aria gorgogliata nella soluzione degli idrossidi	Con aria gorgogliata nella soluz. di gr. 5×10^{-9} di Ra.
22 ^m 34 ^s	22 ^m 37 ^s	3 ^m 1 ^s

Siccome la quantità complessiva degli idrossidi provenienti dai campioni di rocce era di circa 500 gr., la presenza in essi di gr. 10^{-11} di radio per grammo avrebbe prodotto un'azione all'incirca uguale a quella prodotta dai 5×10^{-9} gr. di radio della soluzione campione.

D'altra parte, come vedremo in seguito, l'attività presentata dagli idrossidi da me separati corrisponde appunto a quella che produrrebbe la presenza in essi di quantità di radio superiori a 10^{-11} gr. per grammo, per cui, data la sensibilità del metodo adoperato per questa verifica si può concludere che il radio non ha parte in misura sensibile nell'attività degli idrossidi suddetti.

Esclusa la possibilità della presenza di tracce di radio le quali abbiano potuto avere un'azione sensibile, rimane da stabilire se l'attività osservata sia effettivamente dovuta a torio. Ora, benchè io non possa affermare in modo assoluto l'assenza di tracce di altri corpi radioattivi, credo di poter dire che l'azione radioattiva osservata negli idrossidi da me separati è dovuta, se non esclusivamente, almeno in massima parte ai prodotti della famiglia del torio.

Ho potuto difatti ottenere con cotesti idrati dei fenomeni di radioattività indotta sensibili, adoperando all'uopo un elettroscopio destinato allo studio della ionizzazione spontanea, dell'aria nei recipienti chiusi e l'andamento del processo di disattivazione è stato simile a quello dell'attività indotta del torio, senza che, d'altra parte, mi sia stato possibile osservare una maggiore rapidità iniziale della disattivazione stessa, quale si sarebbe dovuta avere nel caso fossero stati presenti in misura sensibile prodotti di trasformazione dell'attinio.

Rimarrebbe, se mai, da chiedersi quale parte abbiano potuto avere nelle mie esperienze le quantità di uranio che, secondo la teoria di Rutherford, così esattamente confermata da Boltwood, devono nelle rocce esistere in corrispondenza alla quantità di radio presente. Ora il procedimento chimico seguito in questa ricerca doveva far escludere la presenza dell'uranio negli idrati, inquanto che il carbonato d'ossido d'uranio formatosi durante la fusione coi carbonati alcalini è assai facilmente solubile nelle soluzioni stesse, anche diluite, di questi carbonati, e doveva perciò essere passato nella soluzione alcalina.

Inoltre delle esperienze da me fatte in proposito, aggiungendo ai miei idrossidi delle quantità note d'uranio, mi hanno mostrato che le quantità di questo metallo che dovrebbero esistere in essi per produrre gli effetti da me osservati sono assai maggiori delle quantità che dal valore del rapporto $\frac{\text{uranio}}{\text{radio}}$ riscontrato da Rutherford e Boltwood si dovevano prevedere (1).

Vediamo ora quale era il procedimento seguito per determinare la porzione di torio contenuta nei vari campioni di rocce.

Una determinata quantità degli idrossidi, di cui sopra, veniva introdotta nella cassa di un elettroscopio a foglia d'alluminio, a chiusura ermetica, del tipo da me già descritto altra volta (2). Le misure, che erano ripetute

(1) L'effetto incomparabilmente minore prodotto dalla aggiunta di una determinata quantità di uranio agli idrati, a paragone dell'effetto osservato aggiungendo quantità dello stesso ordine d'idrato di torio, si spiega, del resto, malgrado che l'attività dell'uranio e del torio sia pressochè la medesima, pel fatto che dalla massa degli idrati contenenti il torio si sprigiona dell'emanazione, alla quale sono dovuti in gran parte gli effetti di ionizzazione osservati, mentre simile fenomeno non si verifica per l'uranio.

(2) Nuovo Cimento, luglio 1907.

varie volte, venivano incominciate dieci minuti dopo l'introduzione degli idrati nell'apparecchio, acciocchè l'emanazione avesse raggiunto l'equilibrio radioattivo.

Indi, agli idrati suddetti veniva intimamente mescolata una quantità nota di idrossido di torio, ottenuto dal nitrato chimicamente puro della casa de Haen, preparato da varî mesi, e perciò in equilibrio radioattivo col torio X. Con questa miscela venivano ripetute le misure descritte ora, servendosi del medesimo elettroscopio.

Per mostrare la serie di misure e di calcoli fatti per ogni campione di roccia basterà che io riporti per disteso i dati riguardanti una delle determinazioni.

Sienite della Cava di Bagni (Biella). La quantità di roccia trattata era di 250 grammi, i quali hanno fornito gr. 195 d'idrossidi. Di questi, 60 gr. vennero introdotti nell'elettroscopio: il tempo impiegato dalla fogliolina per cadere di una divisione risultò di 303^s; ai 60 gr. d'idrossidi vennero intimamente mescolati 0,01 gr. d'idrossido di torio: il tempo di caduta della fogliolina per divisione risultò ora di 126^s. La caduta a vuoto era di 1 divisione in 1440^s. Fatta la debita correzione per tale perdita di carica a vuoto, la quantità di idrossido di torio contenuta originariamente nei 60 gr. di idrossidi risultava 2,8 volte minore di quella esistentevi dopo l'aggiunta di 0,01 gr. della stessa sostanza, per cui risultava che la quantità di idrossido di torio originariamente contenuta nei 60 gr. di idrossidi era di gr. 0,00555, ossia di gr. 0,0000925 per grammo. Ma gr. 0,0000925 di idrossido di torio, assumendo per questo composto la formola $\text{Th}(\text{OH})_2$, contengono gr. 0,0000807 di torio.

D'altra parte ricordando che gr. 250 di roccia hanno fornito gr. 195 di idrossidi, si ricava che ogni grammo di roccia deve contenere gr. 0,0000630 di torio.

Nella seguente tabella sono riportati i risultati da me ottenuti applicando cotesto procedimento:

Natura della roccia	Provenienza	Quant. di Th in gr. per gr.
Sienite	La Balma (Biella)	$8,28 \times 10^{-5}$
Sienite	Bagni (Biella)	$6,30 \times 10^{-5}$
Granito	Baveno (Lago Magg.)	$3,14 \times 10^{-5}$
Granito	Vosgi (Francia)	$2,07 \times 10^{-5}$
Protogino	Beaufort (Savoia)	quantità non apprezzabile

È interessante notare come le quantità di torio riscontrate in quattro sui cinque campioni di rocce granitiche da me esaminati siano dell'ordine di

grandezza della cifra $1,45 \times 10^{-5}$ da me dedotta, con metodo assolutamente diverso, per la proporzione di torio contenuta nel suolo di Roma.

Farò finalmente notare che secondo i recenti lavori di Pegram ⁽¹⁾, l'energia liberata nell'unità di tempo, dal torio in equilibrio radioattivo coi suoi successivi prodotti di trasformazione, devesi considerare come 3000000 di volte circa più piccola della quantità di energia liberata da un'uguale massa di radio, anch'essa in equilibrio radioattivo coi suoi prodotti successivi. Ma in tal caso è chiaro che le quantità di energia liberate dal torio contenuto in ogni grammo delle singole rocce da me esaminate (se si eccettua il campione di protogino di Beaufort) dovrebbero essere dell'ordine delle quantità di energia liberate da 10^{-11} gr. di radio. Ora l'ordine di grandezza delle quantità di radio riscontrate da Strutt per grammo di roccia nel gran numero di esemplari da lui esaminati è di 10^{-12} gr. per grammo: i risultati da me ora ottenuti, e che è mia speranza poter presto ampliare coll'esame di altre rocce, confermano la supposizione, da me già altre volte formulata ⁽²⁾, che cioè il torio debba essere considerato come un agente d'importanza pari se non superiore a quella del radio, nella radioattività della crosta terrestre.

Fisica. — *Sopra alcune proprietà elettriche del selenio*⁽³⁾. Nota del dott. VITTORIO CHIARINI, presentata dal Socio A. RIGHI.

1. Quando i vapori di selenio si depositano sopra una superficie fredda, danno luogo a prodotti che assumono due aspetti diversi, secondochè vengano raccolti entro la capsula in cui bolle il selenio puro, o fuori di essa. Nel primo caso formano uno strato di color nero, a struttura finamente granulosa, inalterabile all'aria; mentre nel secondo danno cristallini che, uniti dapprima in corte barbe, si cambiano poi, per deliquescenza, in una poltiglia che asciugandosi produce una incrostazione rossastra di spessore uniforme. Questi due prodotti che, con tutta probabilità, corrispondono a gradi diversi di ossidazione del selenio che evapora in presenza dell'aria, hanno conduttività elettrolitica; e se vengono interposti fra due metalli, formano una coppia voltaica, come se al posto del selenio vi fosse acqua. Hanno adunque comportamento analogo a quello riscontrato dal prof. Righi su strati di selenio trasformato ⁽⁴⁾.

Praticamente, per avere una coppia a prodotti di selenio sublimato, si appoggerà un disco metallico sulla faccia di un altro disco rivestita di una di quelle due sostanze: la « nera » o la « rossa ».

⁽¹⁾ Le Radium, V, pag. 271, 1908.

⁽²⁾ Nuovo Cimento, XIV, ottobre 1907, Le Radium, dicembre 1907.

⁽³⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Bologna nel marzo del 1907.

⁽⁴⁾ Righi, *Sulla forza elettromotrice del selenio*. Padova, 1888.

Le differenze di potenziale che ho misurate, formando coppie con elettrodi scelti in una serie abbastanza estesa di metalli, variano da $\frac{1}{50}$ a $\frac{9}{10}$ di volta; ma i loro valori sono notevolmente influenzati dalla pressione che può essere esercitata coi contatti. In generale, può dirsi che il prodotto « rosso » dà sempre forze elettromotrici maggiori del « nero ».

Le coppie a selenio sublimato, sono sensibili alla luce; e la nuova forza elettromotrice che per essa si manifesta, qualunque sia la varietà del derivato di selenio, che funziona da elettrolita, è concordante con quella che si ha nell'oscurità, se l'illuminazione del selenio si fa presso all'elettrodo più ossidabile. Anche questo — per ciò che riguarda il senso — è conforme a quanto riscontrò il prof. Righi, con le citate esperienze sul selenio cristallino usuale; ma non per la misura: giacchè, se gli strati sensibili usati dal Righi davano le maggiori variazioni quando si illuminava il selenio attiguo al metallo più ossidabile, con la mia coppia ho sempre ottenuto effetti di gran lunga più forti nel caso inverso. Inoltre, le pile a selenio del Righi davano variazioni di potenziale che, nei casi più favorevoli, non superavano i $\frac{16}{100}$ di volta; mentre con i miei prodotti, usando la luce di una lampada a gas ad incandescenza, tenuta a 35^{cm} dalla coppia, e spogliata della maggior parte della sua azione calorifica, a mezzo di strati liquidi assorbenti, ne ho misurate molte che raggiungevano i $\frac{5}{10}$ della forza elettromotrice data dalla coppia nell'oscurità, forza che — come ho detto — poteva arrivare fino a $\frac{9}{10}$ di volta. Se poi la coppia aveva il selenio su disco di zinco e si ricorreva ad intense illuminazioni, si riusciva non solo ad annullare la forza elettromotrice propria della pila, ma anche ad invertirla.

Mi fu quindi agevole studiare l'influenza dell'intensità di illuminazione sulla forza elettromotrice delle coppie formate con quei prodotti selenici.

I risultati che ebbi si possono riassumere così:

a) Se si prendono per ascisse le intensità luminose, e, per ordinate le corrispondenti differenze di potenziale, si ottengono delle curve con la concavità in basso, nelle quali il raggio di curvatura va generalmente crescendo al crescere dell'ascissa.

b) Le coppie a selenio « rosso » sono, in generale, a parità di tutte le altre circostanze, le più sensibili alla luce.

c) Se, dopo aver misurato la forza elettromotrice con luce crescente da zero sino alla massima illuminazione, si diminuisce gradatamente la luce (o viceversa), la curva di ritorno non coincide con quella avuta in precedenza. Ciò dipende dal fatto che il selenio sente con ritardo gli effetti di una variazione nell'intensità di illuminazione ⁽¹⁾, e che i tempi necessari a stabilire l'equilibrio della forza elettromotrice turbata da una determinata

(¹) Qui debbo avvertire che per la costruzione delle curve indicate, le letture dell'istrumento di misura venivano sempre eseguite di 2 in 2 primi.

variazione di intensità luminosa e dalla variazione opposta, risultano molto diversi. Anzi, studiando i rapporti fra quei tempi, apparisce subito la seguente notevole e ben marcata differenza fra il comportamento delle due varietà di selenio sublimato.

d) Il selenio « rosso » sente più rapidamente il passaggio da un'intensità di luce minore ad una maggiore, che il passaggio inverso; accade il contrario per la varietà « nera ». Però, per entrambe le varietà, il rapporto fra gli intervalli di tempo anzidetti, tende all'unità, quando si compia una conveniente serie di passaggi fra quei due gradi di illuminazione. Ma, contemporaneamente, i limiti, in cui variano le differenze di potenziale, vanno restringendosi: con questo che, per la varietà « rossa », il limite superiore si innalza molto meno del limite inferiore; mentre, per il selenio « nero », quello che si innalza meno è l'inferiore. Ne viene di conseguenza che se si assoggetta una delle mie coppie a successivi passaggi dall'oscurità al massimo di luce e viceversa, stando ai gradi intermedi, e facendo le letture ad intervalli di tempo uguali ed abbastanza lunghi, perchè l'ago dell'elettrometro si riduca fermo, si avranno delle curve le quali andranno gradatamente innalzandosi e tenderanno ad una *curva limite*, sulla quale, dopo un certo numero di inversioni, coincideranno tanto le curve di andata, come quelle di ritorno.

La prima delle figure qui riportate, si riferisce ad una coppia formata con zinco coperto di selenio « rosso » e ottone messo a contatto col selenio; la seconda, alla stessa coppia ma con selenio « nero ». In entrambi i casi, per ascisse, si sono prese le intensità luminose, in unità arbitrarie, e per ordinate le deviazioni lette in mm., nella scala dell'elettrometro.

2. Se un disco metallico su cui si sia formato il deposito di selenio « nero », si tiene per 4 ore almeno in una stufa a 180° e poi lo si lascia raffreddare con grande lentezza, si ha la trasformazione di quel prodotto « nero » in uno strato di selenio con struttura cristallina, a grani finissimi, di un colore grigio piombo, che si mostra discreto conduttore dell'elettricità, come lo era il prodotto da cui fu derivato, ma che non funziona più da elettrolita, nè fuori della luce, nè esposto alla illuminazione anche la più viva ⁽¹⁾. Però, se si dispone una lamina metallica qualunque sopra al selenio trasformato di quel disco e, a poca distanza, si fa agire una macchina elettrostatica, l'elettrometro, collegato a quel sistema, si muove come se, per la durata delle scariche, il sistema stesso fosse sostituito da un elemento di Volta, avente lo zinco al posto del metallo a cui è aderente il

(1) Tutto ciò fa ritenere che il prodotto del ricuoimento del selenio « nero », non sia niente altro che selenio cristallino usuale, metallico. Per cui, il processo indicato viene a costituire un modo nuovo e molto semplice di trasformazione del selenio amorfo, modo che è già stato applicato alla costruzione di celle a selenio da Reinganun (Phy. Zest: 7,786, (1906).

selenio, il rame invece della lamina appoggiata al selenio, e acqua in cambio di questo selenio.

In tal modo si è formata una coppia a selenio, attiva soltanto sotto l'azione di onde elettromagnetiche. Esperimentando come si è indicato, la forza elettromotrice che in quella coppia si viene a generare è oltremodo

Coppia Zn-Se Ottone.

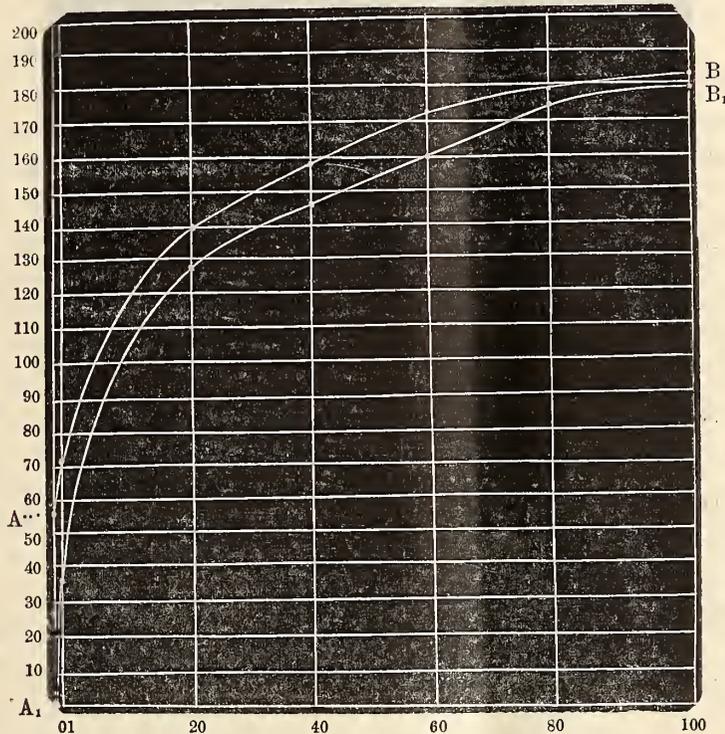


FIG. 1. — (Caso del prodotto rosso).
 A_1B_1 , prima curva — AB , curva limite
 $A_1A > B_1B$

(Per semplicità non si sono disegnate le curve intermedie).

debole. Infatti, nelle migliori condizioni, quella f. e. oscilla fra $\frac{1}{150}$ e $\frac{1}{200}$ di Volta. Inoltre ne è resa difficile l'osservazione dalla circostanza che, per la non perfetta conduttività dello strato di selenio, nella prima e piccola parte del filo che va all'elettrometro, non protetta — come la rimanente parte — da un conduttore messo a terra, si manifestano delle azioni di influenza che alterano le deviazioni che dovrebbero metterla in evidenza.

Ciononostante mi riuscì di accertare il fatto, del quale poi ebbi piena conferma quando, con l'aggiungere proporzionata antenna al conduttore isolato della macchina elettrica, come pure ad un polo della coppia a selenio,

mi trovai in possesso di un dispositivo che poteva moltiplicare, direi quasi a volontà, gli effetti delle scariche sulla coppia in questione. Come esempio dirò che, tenendo la macchina a 8^m dalla coppia e producendo scintille di 1^{cm} con la frequenza di 180 al minuto primo, ebbi deviazioni dell'ago del-

Coppia Zn-Se-Ottone.

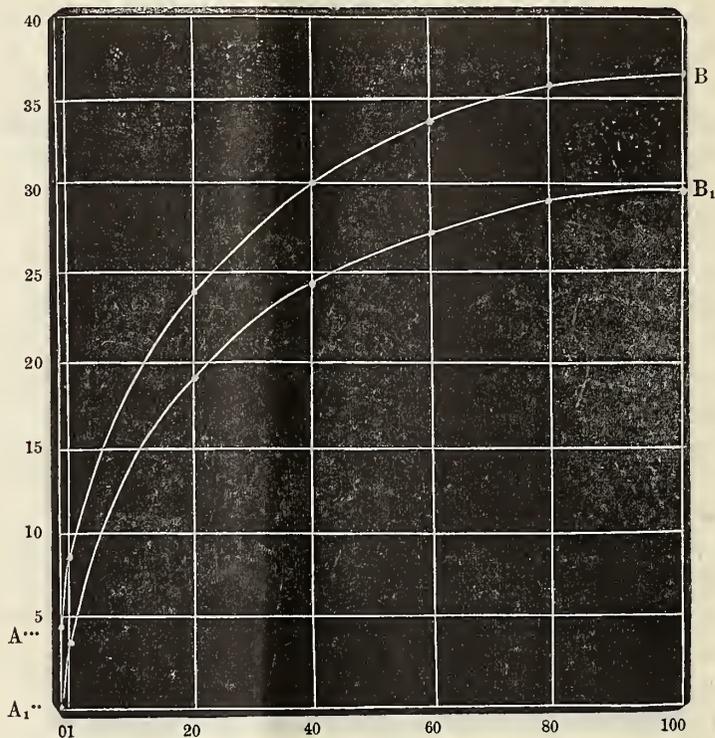


FIG. 2. — (Caso del Se sublimato di color nero).

A_1B_1 , prima curva — AB curva limite.

$$A_1A < B_1B$$

(Anche qui, per non complicare la figura, si sono omesse le curve intermedie).

l'elettrometro che corrispondevano a forze elettromotrici di poco meno di un volta.

Potei allora facilmente accertare che le scariche esercitano un'azione, che è tanto più sentita quanto minore è la pressione che dagli elettrodi viene esercitata sul selenio; che la luce non altera sensibilmente il fenomeno; mentre il calore, se non giunge ad agire contemporaneamente ed uniformemente sui due contatti col selenio, può sovrapporvi effetti termoelettrici; ed infine che se più elementi formati con le stesse coppie di metalli, si riuniscono in serie, la forza elettromotrice che si ottiene cresce con gli elementi stessi, benchè non proporzionalmente al loro numero.

Ebbi campo di osservare lo stesso fenomeno usando selenio che avevo disteso per fusione sopra una piastra di ghisa o alla superficie di alcuni dischi di zinco e che trasformai in selenio metallico tenendolo per cinque ore in una stufa a 200°, per riportarlo poi alla temperatura ambiente in altre due ore.

Aggiungo, infine, che analogo comportamento riscontrai nel selenio delle varietà « tenera » e « dura » del prof. Ruhmer di Berlino, che dallo stesso mi fu preparato su alcuni dischi di zinco e di ottone ⁽¹⁾.

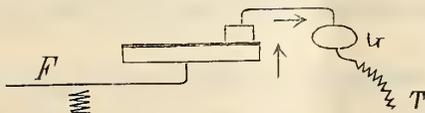
Questo fenomeno non è di facile spiegazione.

Credo però di potere escludere che esso sia dovuto ad effetti termoelettrici determinati dalle scintilline che potrebbero scoccare nel contatto del selenio con uno dei due metalli costituenti la coppia. Infatti, in questa ipotesi, l'entità del fenomeno dovrebbe unicamente dipendere dalla natura dei metalli che si mettono a contatto col selenio, cioè essere in perfetta relazione col potere termoelettrico di quei metalli rispetto al selenio; il che non si riscontra affatto. Inoltre, stando al senso con cui si presenta la forza elettromotrice temporanea in queste coppie a selenio, e ricordando che il selenio è il corpo più termoelettrico positivo, bisognerebbe ammettere che le scintilline venissero a scoccare, non fra il contatto imperfetto del selenio col metallo appoggiatovi, ma in quello intimo fra il selenio e l'altro metallo; il che sembra sommamente inverosimile.

Potrebbe invece dipendere da una specie di potere separatore che il sistema formato da un metallo al quale si sia fatto aderire del selenio trasformato nei modi indicati, verrebbe ad avere per le due specie di ioni. In tale ipotesi sarebbero altresì spiegati i seguenti fatti di conduttività unilaterale di quel sistema, che molto facilmente possono mettersi in evidenza. Ho assoggettato ad esperimento i vari dischi di cui sopra ho parlato, ed ho costantemente trovato:

a) che, usando corrente continua da 2 a 120 volta, risulta apprezzabilissima la differenza di conduttività che il sistema metallo-selenio presenta per i suoi due versi, specialmente quando si operi in ambiente asciutto. E precisamente che la corrente continua lanciata attraverso ad uno di quei dischi, passa meglio dal metallo al selenio che da questo a quello;

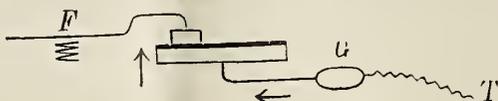
b) che gli indicati dischi a selenio, di fronte alla corrente alternata, funzionano da valvola, permettendo solamente, o in maniera prevalente, il pas-



saggio delle fasi che vanno dal metallo al selenio. Così, portando a contatto

⁽¹⁾ Di tutti i fatti accennati ebbi la riprova usando un oscillatore Righi.

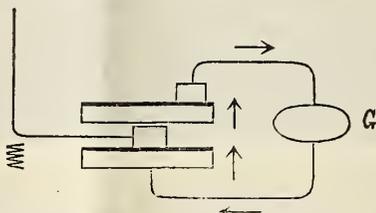
del metallo di uno di quei dischi un filo F, in comunicazione con la presa della corrente alternata stradale, e appoggiando sul selenio un dischetto collegato ad un estremo dell'avvolgimento di un galvanometro che abbia a terra l'altro estremo, si avverte una corrente continua che dalla coppia a selenio è diretta a terra; mentre se ne ha una, pure continua, ma proveniente dal suolo se F si appoggia sul selenio e l'estremo dell'avvolgimento



del galvanometro, che non è a terra, lo si porta a toccare il metallo del disco a selenio (*).

Per cui la sensibilità della coppia a selenio per le onde hertziane, potrebbe derivare dal potere separatore che il sistema metallo-selenio eserciterebbe sulle cariche di diverso nome portate in esso dalle correnti alternate di risonanza, generate dalle onde stesse nel circuito chiuso su quel sistema. Le cariche positive si dirigerebbero verso il metallo appoggiato al selenio; le negative, invece su quello che porta saldato lo stesso selenio: credano in tal modo quella differenza di potenziale che ci apparisce all'elettrometro.

Riferisco infine che se un dischetto metallico, sede di rapide alternazioni — perchè in comunicazione o con la presa di una corrente alternata



o con un'antenna colpita da onde elettromagnetiche — viene interposto fra due dischi a selenio aventi entrambi la faccia coperta con selenio voltata dalla stessa parte, un filo chiuso sulle faccie esterne di quei dischi, è percorso da una corrente continua, diretta in modo da attraversare i dischi stessi dal metallo al selenio, e che risulta dalla sovrapposizione delle semi-onde opposte della corrente alternata, raccolte separatamente dai due dischi.

(*) L'intensità di queste correnti è piccola. Nelle misure da me fatte, sempre adoperando corrente alternata a 115 volta, essa oscillava fra 10 microampère e qualche milliampère. Il suo valore dipende da diverse circostanze: spessore dello strato di selenio, pressione dei contatti sul selenio, temperatura del sistema, illuminazione del selenio presso il contatto mobile. Mi è sembrato quindi opportuno intraprendere, in proposito, speciali ricerche, di cui darò conto in altro mio scritto.

Riassumendo quanto qui ho esposto, posso adunque dire:

1. Per sublimazione il selenio dà due prodotti distinti: il « rosso » e il « nero » che interposti fra due metalli, presentano conduttività elettrolitica.

2. Le più elevate differenze di potenziale, a parità di tutte le altre circostanze, si riscontrano nelle coppie a selenio « rosso ».

3. Le coppie a prodotti di selenio sublimato sono sensibili alla luce.

4. Le coppie con selenio « rosso » hanno per la luce maggiore sensibilità delle analoghe a selenio « nero ».

5. Il prodotto « rosso » sente più rapidamente il passaggio da una intensità di luce minore ad una maggiore, che il passaggio inverso. Il contrario accade per la varietà « nera ».

6. Le coppie a prodotto « nero » sottoposto a ricuocimento, le coppie a selenio metallico delle varietà « tenera » e « dura » del prof. Ruhmer, come pure quelle formate con selenio cristallino usuale, diventano attive sotto l'azione di onde elettromagnetiche.

7. I dischi metallici portanti selenio cristallino, comunque ottenuto, presentano conduttività unilaterale nel senso dal metallo al selenio e, conseguentemente, di fronte alle correnti alternate hanno comportamento da valvola;

8. Non è improbabile che la sensibilità di dette coppie per le onde elettromagnetiche, come la conduttività unilaterale che, per la corrente elettrica, presenta un sistema formato da un metallo coperto da una sua parte con selenio di una delle varietà sopra indicate, dipenda da una specie di potere separatore per le due specie di ioni che sarebbe propria di quel sistema.

Fisica. — *Sulla variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico.* Nota del prof. ERNESTO DRAGO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

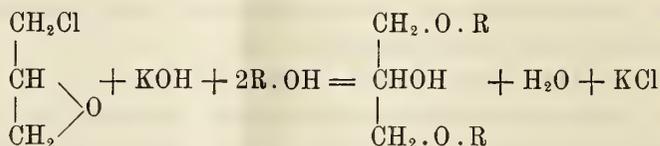
Chimica. — *Su alcune reazioni dei nitroderivati.* Nota di LIVIO CAMBI, presentata dal Corrispondente A. ANGELI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Azione della potassa sull'epicloridrina in presenza di fenoli monovalenti* ⁽¹⁾. Nota di V. ZUNINO, presentata dal Socio E. PATERNÒ.

In due Note precedenti ⁽²⁾ ho riferito sull'azione della potassa sull'epicloridrina in presenza di alcoli primari, secondari e terziari.

Ho esteso ora le ricerche nel campo dei fenoli, i quali per le loro proprietà chimiche stanno fra gli alcoli e gli acidi. I sali di potassio ottenuti sciogliendo a caldo i fenoli nella potassa caustica, si comportano coll'epicloridrina analogamente agli alcoolati secondo l'equazione:



in cui R è un radicale di fenolo monovalente. La reazione è vivissima, spontanea anche a freddo, ma il rendimento è scarso: questo fatto è forse in relazione con le leggi di Meutcheukine sull'eterificazione degli alcoli, i quali, è noto, si eterificano bene se primari, scarsamente se secondari, più scarsamente ancora se terziari.

Ora, in alcuni casi, come nelle ossidazioni, i fenoli hanno un comportamento di alcool terziario.

Furono studiati: fenolo, metacresolo, ortocresolo, timolo e carvacrolo.

Ecco i risultati:

ETERE DIFENOLICO.

PM = 244.

Si forma con molta vivacità e grande sviluppo di calore appena l'epicloridrina si aggiunge goccia a goccia alla soluzione di fenolo e potassa caustica. Distilla bene a 287°-288°; è liquido di odore grato che non ricorda in nulla il fenolo.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel R. Istituto tecnico di Savona, 1908.

⁽²⁾ Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, classe di scienze fisiche, matematiche e naturali, vol. VI, 2° sem., serie V, fasc. 11, pag. 348; e vol. IX, 1° sem., serie 5^a, fasc. 9°, pag. 309.

All'analisi gr. 0.2193 dell'etere danno gr. 0.5941 di anidride carbonica e gr. 0.1313 di acqua; cioè per cento:

	trovato	calcolato per $C_{15}H_{16}O_3$
C	73.98	73.77
H	6.67	6.55

ETERE DIORTOCRESOLICO.

PM = 272.

Si prepara la soluzione di potassa e ortocresolo a bagno-maria, chè altrimenti il fenolo si altera. La reazione avviene con grande violenza, anche se l'operazione è fatta aggiungendo lentissimamente l'epicloridrina: l'etere che si ha distilla a 296°, ha odore grato ed ha colore leggermente giallognolo.

All'analisi gr. 0.3112 di sostanza danno gr. 0.8553 di CO_2 e gr. 0.2049 di H_2O ; cioè per cento:

	trovato	calcolato per $C_{17}H_{20}O_3$
C	74.96	75.01
H	7.32	7.35

ETERE DIMETACRESOLICO.

PM = 272.

Si forma, a differenza del suo isomero precedente, con reazione tranquilla e con rendimento buono, di circa il trenta per cento; ha color giallo citrino tenue: bolle a 253°-254°.

All'analisi gr. 0.2917 di sostanza hanno dato gr. 0.8006 di CO_2 e gr. 0.1961 di H_2O , cioè per cento:

	trovato	calcolato per $C_{17}H_{20}O_3$
C	75.20	75.01
H	7.47	7.35

ETERE DITIMOLICO.

PM = 356.

Si forma per il riscaldamento prolungato per molte ore in apparecchio a ricadere; anzi, mentre per gli eteri precedenti la reazione fra l'epicloridrina e la soluzione fenol-potassica incomincia già a freddo ed è quindi aiutata dal calore che si sviluppa nella reazione eminentemente esotermica, in questo caso invece la reazione non comincia che verso i 70°-75°, poscia pro-

segue regolarmente e lentamente con formazione dell'etere corrispondente indicato dalla separazione di cloruro potassico.

È liquido, un po' denso, e bolle bene a 215°.

All'analisi gr. 0.3088 di sostanza hanno dato gr. 0.8005 di CO₂ e gr. 0.2515 di H₂O; cioè per cento:

	trovato	calcolato per C ₂₃ H ₃₂ O ₃
C	77.77	77.52
H	9.11	8.98

ETERE DICARVACROLICO.

PM = 356.

Si forma facilmente più del suo isomero descritto. È liquido, più denso dell'etere ditimolico; scaldato diventa scorrevole e bolle a 245°-246°.

All'analisi gr. 0.3019 di sostanza hanno dato gr. 0.8597 di CO₂ e gr. 0.2469 di H₂O; cioè per cento:

	trovato	calcolato per C ₂₃ H ₃₂ O ₃
C	77.67	77.52
H	9.09	8.98

Fisiologia. — *Influenza della depressione barometrica sulla quantità di sangue contenuta nei polmoni* (1). Nota dei sigg. PAUL SPEHL e ÉMILE DESGUIN, presentata dal Socio A. MOSSO.

Nelle nostre ricerche ci siamo proposti di dosare la quantità di sangue che si trova in un dato momento nella circolazione polmonare di un animale vivente e di confrontare i risultati ottenuti facendo questo dosaggio a differenti altezze. Il prof. Heger aveva richiamato la nostra attenzione sull'utilità delle ricerche fatte allo scopo di determinare sperimentalmente l'influenza dell'altitudine sulla circolazione polmonare. Il prof. Mosso ci autorizzò di fare queste esperienze nei suoi laboratori del Col d'Olen e noi lo ringraziamo unitamente al dott. Aggazzotti per l'aiuto e i consigli che ci hanno dato.

È vero che i polmoni tendono a congestionarsi quando si passa dalla pianura in una regione elevata? Certi fatti d'ordine clinico tendono a farlo credere; noi non li investigheremo, perchè le nostre esperienze hanno di

(1) Studio sperimentale fatto nei Laboratorii scientifici « A. Mosso » sul Monte Rosa. Agosto-Settembre 1907.

mira soltanto il problema fisiologico. In fisiologia si ammettono come fatti dimostrati le seguenti proposizioni:

Ogni aumento di pressione nell'aria alveolare tende ad anemizzare il polmone e ostacolare il passaggio del sangue proveniente dal cuore destro.

Nell'inspirazione naturale, per aspirazione toracica, aumenta la quantità di sangue nel polmone nel medesimo tempo che la quantità di aria: quanto più v' è di aria, tanto più sangue v' è nel polmone.

Nell'insufflazione polmonare o nella respirazione artificiale fatta per insufflazione, la quantità di sangue contenuta nel polmone diminuisce col crescere dell'insufflazione: in questo caso quanto più vi sarà di aria, tanto meno vi sarà di sangue nel polmone (1).

Queste proposizioni fanno prevedere che un aumento nella pressione atmosferica produrrà un certo ostacolo, almeno temporaneo, al passaggio del sangue a traverso i polmoni, mentre che l'influenza dell'altitudine si manifesterà con un afflusso più considerevole di sangue e una permeabilità più grande della rete polmonare.

Le esperienze incominciate sullo stesso argomento dal prof. Spehl nel 1882, furono fatte ad una altitudine troppo piccola (750 m.), per avere una differenza apprezzabile nella quantità di sangue circolante nel polmone dei conigli di cui egli si servì (2).

Il laboratorio di fisiologia dell'Istituto « A. Mosso », è ad una altezza di 3000 metri, al Colle d'Olen, e ci offriva un'occasione assai propizia per la soluzione del problema che ci interessa.

Il metodo che abbiamo usato è appunto quello che è stato descritto da E. Spehl nella sua tesi del 1883 (v. pag. 92 e seg.): apertura nel coniglio di una finestra parasternale, incisione del pericardio, passaggio rapido attorno dei vasi, alla base del cuore, di un filo solido (crine di Firenze) i cui due capi erano ricondotti ad una piccola asticella di metallo che serviva da punto d'appoggio per fare ad un determinato momento una forte legatura; dopo aver messo in posto il filo si richiude l'apertura e al bisogno si ristabilisce il vuoto nel pericardio con una leggera aspirazione di qualche millimetro di mercurio (3).

Prima di fare l'apertura della finestra parasternale, è opportuno legare la arteria mammaria interna e una intercostale. Spesso noi togliavamo la terza costa alla sua estremità sternale per un'estensione di uno o due cen-

(1) Heger, *Expériences sur la circulation du sang dans des organes isolés*, Bruxelles 1873; Heger et E. Spehl, *Recherches sur la fistule péricardique chez le lapin*, Arch. de Biologie, vol. II, 1881; E. Spehl, *De la repartition du sang circulant dans l'Économie*, chapitre. I, pag. 89 et suiv.

(2) *De la repartition du sang circulant dans l'Économie*, par E. Spehl. Thèse, Bruxelles 1883, chapitre II, pag. 124 e seg.

(3) E. Spehl, loc. cit. pag. 101.

timetri; questa resezione non è sempre necessaria; nei conigli più grossi lo spazio intercostale è abbastanza largo per permettere di fare la fistola pericardica e di passare il crine di Firenze attorno ai vasi della base del cuore. Questa ultima manovra è talora molto delicata: Heger e E. Spehl si servivano di un filo di seta e di un portafili curvo; noi abbiamo preferito di non usare il portafili e di fare col crine di Firenze, un'ansa abbastanza rigida per essere passata attorno alla punta del cuore, e di farla poi retrocedere sino che essa racchiuda i vasi della base.

Quando il crine era in posto e tutto era pronto perchè la legatura potesse essere stretta ad un dato momento, ci si assicurava che il ritmo respiratorio, momentaneamente turbato per le manovre precedenti, fosse ritornato normale; se occorreva si aspettava qualche minuto, chè nulla lo impediva, mentre era assai importante di fare la legatura ad un determinato momento di una espirazione normale. È noto infatti, che la quantità di sangue che si trova nei polmoni varia assai nei varî tempi della respirazione: aumenta nell'inspirazione, diminuisce nell'espirazione⁽¹⁾; le esperienze non sono quindi confrontabili fra loro se non quando le legature, che interrompono il circolo del sangue nel polmone, vengano fatte nel medesimo tempo, e bisogna rifiutare quelle esperienze che lasciano un dubbio a questo punto di vista.

Non appena la legatura è fatta e solidamente fissata, si procede al dosaggio della quantità di sangue che si trova nei polmoni. Per fare questo dosaggio ci siamo valse del metodo colorimetrico di Lesser modificato, osservando tutte le precauzioni indicate dai nostri predecessori⁽²⁾; una serie di esperienze, fatte al laboratorio di fisiologia dell'Università di Bruxelles, ci aveva dimostrato l'esattezza del metodo, quale noi l'abbiamo poi usato.

La tavola qui annessa, riassume i risultati di 20 esperienze, queste si possono suddividere come segue:

- 3 esperienze fatte a Bruxelles prima di partire (16-20 agosto 1907);
- 10 esperienze fatte al laboratorio del Colle d'Olen (31 agosto-8 settembre 1907);
- 7 esperienze di nuovo a Bruxelles dopo il ritorno (23 settembre-9 ottobre 1907).

⁽¹⁾ E. Spehl, loc. cit. pag. 111.

⁽²⁾ E. Spehl, loc. cit., pag. 56 e seg.

Osservazioni

Data dell'esperienza	Data dell'arrivo del coniglio	Peso (1)	Momento della legatura	Quantità di sangue raccolta	Quantità nel polmone totale	Quantità di sangue del coniglio	Rapporto delle due quantità	Pressione barometrica	Temperatura
16 agosto 1907	—	1150	espirazione	3cc1	75cc5	1:18.5	760	20°	
19 " "	—	1035	inspirazione	4.05	51.75	1:12.8	—	—	
20 " "	—	1000	espirazione	2.6	50	1:19.2	—	—	
23 settembr. "	—	1180	inspirazione	5	59	1:11.8	—	—	
27 " "	—	1250	"	7	62.5	1:8.9	—	—	
28 " "	—	1300	"	5.9	65	1:11	—	—	
1 ottobre "	—	1680	"	7	84	1:12	—	—	
5 " "	—	2250	"	8.5	112.5	1:13.2	—	—	
7 " "	—	1570	"	6	78.5	1:13.1	—	—	
9 " "	—	1860	"	8	93	1:11.6	—	—	

L'animale non respira normalmente, la legatura ha irritato le orecchie, legatura in ispirazione violenta.

Legatura un po' vicina alla pausa inspiratoria. Qualche goccia di sangue è andata perduta nella manipolazione.

ESPERIENZE FATTE A BRUXELLES.

ESPERIENZE FATTE AL COL D'OLEN (3000 m.)

31 agosto 1907	29 agosto 1907	1975	inspirazione	10.6	98.75	1:9.3	539	8°
1 settemb. "	—	1527	"	—	77.0	—	—	—
2 " "	—	2050	"	8.8	102.5	1:11.6	538	7
3 " "	—	1445	"	6	72.25	1:12.0	534	7
3 " "	—	1805	espirazione	7	90.25	1:12.9	533.5	7.5
6 " "	6 settemb. "	2600	inspirazione	13.6	130	1:9.6	543	10
7 " "	—	2290	"	15.5	114.5	1:7.4	544	14
7 " "	—	1262	"	7.4	63.1	1:8.5	545	12
7 " "	7 settemb. "	970	"	5	48.5	1:9.7	545	12
8 " "	—	915	espirazione	4.2	45.75	1:10.9	545	14
8 " "	29 agosto "	1630	inspirazione	9	81.5	1:9.1	545	14

In seguito ad una cattiva legatura l'animale non può servire alla valutazione della quantità di sangue del polmone e lo si adopera per determinare la quantità totale di sangue.

Leggera ferita di una vena polmonare. Legatura al principio dell'espirazione.

Il coniglio era gravido di 6 embrioni.

Legatura in forte ispirazione.

(1) Il peso indicato in questa colonna rappresenta il peso dell'animale meno il peso del contenuto del tubo digestivo.

Come si vede la quantità di sangue trovata nei polmoni dei conigli recentemente trasportati all'altitudine del Col d'Olen, è maggiore di quella che è stata riscontrata, rimanendo uguali tutte le circostanze, nei polmoni dei conigli ad un'altitudine vicina al livello del mare.

Se si addizionano le cifre delle esperienze dello stesso ordine e si fanno le medie, si hanno i seguenti valori:

	Bruxelles	Col d'Olen
Quantità media di sangue contenuto nei polmoni in inspirazione	1 : 11.8	1 : 9.4
Id. id. id. id. in espirazione	1 : 18.8	1 : 12.1
Media generale	1 : 15.3	1 : 10.7

Un fatto pare quindi stabilito: che nei conigli trasportati da una piccola altitudine a quella del Col d'Olen, si produce un *aumento* nella quantità di sangue della piccola circolazione.

Questo sopraccarico può essere solo temporaneo: è possibile e a noi pare anche probabile, che un nuovo equilibrio si debba stabilire; ma nulla ci autorizza a formulare qui una conclusione in proposito, la durata del nostro soggiorno al Col d'Olen essendo stata troppo breve per permetterci di fare osservazioni in proposito. Confrontando i fatti che noi abbiamo constatato con quelli che furono osservati dai nostri predecessori, noi possiamo invocare come causa dell'iperemia polmonare la diminuzione della pressione barometrica per sè stessa: non ci sembra necessario invocare altri fattori. Infatti sul tessuto polmonare, che è largamente esposto all'aria, si esercita una azione meccanica discreta, come sulla superficie della pelle: la diminuzione rapida della pressione nell'atmosfera polmonare produce, secondo noi, un effetto di ventosa, al quale il tessuto polmonare, così riccamente vascolarizzato, sarà più sensibile della pelle.

Ma quanto tempo durerà questo effetto?

Noi non possiamo rispondere a questa domanda, perchè siamo stati costretti di operare tutti i nostri animali poco tempo dopo il loro arrivo al Col d'Olen, e per risolvere il problema sarebbe stato necessario rinnovare tutte le esperienze sopra animali ben acclimatizzati all'altitudine di 3000 metri: disgraziatamente, le circostanze non ci hanno permesso di prolungare il nostro soggiorno nei laboratorî del Monte Rosa per un tempo sufficientemente lungo per intraprendere questa nuova serie di ricerche.

Ad ogni modo è probabile che le modificazioni riscontrate si manterranno sino a che l'azione esercitata dalla diminuzione di pressione barometrica non sarà stata mutata per dei fattori che tendono a modificare inversamente la circolazione del polmone: azione meccanica che noi non possiamo ancora definire e che fanno intravedere le esperienze fatte sulle alterazioni del ritmo respiratorio nell'aria rarefatta. Certamente intervengono anche modificazioni cardiache fino ad ora non ben studiate.

In conclusione, tre fatti principalmente sembrano delinearci dalle nostre esperienze:

1° *La quantità di sangue contenuta nel polmone del coniglio aumenta quando gli animali passano da una debole altitudine ad una di 3000 metri.*

2° *All'altitudine di 3000 metri, come al livello del mare, i polmoni contengono più sangue nell'inspirazione che nell'espiazione.*

3° *La differenza fra queste due ultime quantità sembra essere minore all'altitudine di 3000 metri, che ad un altitudine piccola vicina al livello del mare.*

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente BLASERNA dà il doloroso annuncio della morte del Socio nazionale prof. GIACINTO MORERA, mancato ai vivi il giorno 8 febbraio 1909; apparteneva il defunto all'Accademia, per la Meccanica, sino dal 18 luglio 1896; — e di quella del Socio straniero prof. GIULIO THOMSEN, morto il 13 febbraio 1909; faceva parte il defunto dell'Accademia, per la Chimica, dal 16 dicembre 1883.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Presidente BLASERNA dà comunicazione alla Classe della seguente lettera ricevuta da S. E. il Generale BRUSATI:

Roma, 27 febbraio 1909.

Onorevole sig. Senatore,

Per incarico di S. M. il Re mi pregio rimetterLe N.° 40 volumi contenenti la relazione degli studi fatti da apposita Commissione Giapponese, sui più notevoli terremoti avvenuti in Giappone ed in altre parti del mondo.

Da detta relazione, che è frutto di studi seri e profondi, e che è compilata con cura ammirabile, la Commissione da Lei presieduta, istituita per indicare le zone più adatte per la ricostruzione degli abitati nelle località colpite dal terremoto, potrà forse trarre utili elementi.

Le offro, Sig. Professore, gli atti della mia osservanza

Dev.ño
G. BRUSATI

Il PRESIDENTE si affrettò a ringraziare per l'importantissimo dono, colla lettera seguente indirizzata al Generale BRUSATI:

Roma, 27 febbraio 1909.

Eccellenza,

Prego di voler esprimere a S. M. il Re tutta la mia riconoscenza per il bellissimo e importantissimo dono che Egli volle fare alla Commissione Reale incaricata di studiare

le zone più adatte per la ricostruzione degli abitati nelle provincie colpite dal recente terremoto.

È un'opera veramente mirabile, che i sismologi italiani in gran parte conoscono e consultano; ma la collezione completa forse non esiste ancora in Italia. Siccome la Commissione da me presieduta ha la sua sede alla R. Accademia dei Lincei, io depositerò la grandiosa opera in quella biblioteca, affinchè sia a disposizione di tutti i Commissari e di tutti gli studiosi.

Sua Maestà, con questo invio, ha voluto dare una nuova prova del grande interesse che nutre per gli studi e per tutte le grandi questioni che si agitano nel mondo.

Voglia, illustre Generale, accogliere l'espressione dell'alta mia considerazione.

Suo devoto ed affrno
P. BLASERNA

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle dei Soci BASSANI, PFLUEGER, SCHIAPARELLI G., TARAMELLI, BERLESE; e dei signori DUCCESCHI e DUHEM. Fa inoltre menzione di un fascicolo pubblicato in occasione dei festeggiamenti al Socio straniero ZEUTHEN, pel suo 70° genetliaco.

CORRISPONDENZA

Il Segretario MILLOSEVICH dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La R. Accademia delle scienze di Upsala; la R. Accademia delle scienze di Lisbona; le Società zoologiche di Amsterdam e di Tokyo; la Società geologica di Manchester; la Società Reale e il Museo britannico di Londra; l'Osservatorio di marina di San Fernando; l'Osservatorio dell'Harvard College di Cambridge Mass.

E. M.

5-0670
Pubblicazione bimensile.

Roma 21 marzo 1909.

N. 6.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 marzo 1909.

Volume XVIII.° — Fascicolo 6.°

1.° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

~~~~~  
*Seduta del 21 marzo 1909.*

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Matematica.** — *Alcune osservazioni sopra proprietà atte ad individuare una funzione.* Nota del Socio VITO VOLTERRA.

1. *Insieme corrispondente ad un punto.* — Abbiassi un campo finito a due dimensioni <sup>(1)</sup> limitato da un contorno. Ad ogni punto A interno al campo faremo corrispondere un insieme di elementi interni al campo stesso. Lo diremo *l'insieme corrispondente al punto A* e lo denoteremo con  $E(A)$ .

Questo insieme potrà essere costituito da un numero finito di punti o di linee o di aree o anche da un insieme enumerabile di tutti questi elementi o di parte di essi.

2. *Massa dell'insieme corrispondente al punto A.* — Supponiamo distribuita in  $E(A)$  una massa e questa sia tale che ogni elemento di  $E(A)$  abbia una massa o una densità positiva in modo che, se il punto  $A'$  appartiene ad  $E(A)$ , la massa contenuta entro ogni cerchio avente per centro A sia un numero diverso da zero, finito e positivo. Denoteremo con  $M(A)$  la massa totale distribuita in  $E(A)$ . Potrà darsi che un medesimo punto B appartenga contemporaneamente, tanto all'insieme corrispondente ad un punto A, quanto all'insieme corrispondente ad un punto  $A'$ . La massa o la densità distribuita in B, considerato come appartenente ad  $E(A)$ , sarà in generale diversa

(<sup>1</sup>) È evidente che le osservazioni seguenti possono estendersi al caso di campi di un numero qualunque di dimensioni.

dalla massa o densità distribuita in B considerato come appartenente ad E(A').

3. *Potenziale di una funzione u sulla massa M(A)*. — Sia  $u(x, y)$  una funzione qualsiasi finita e assolutamente continua in tutto il campo  $\sigma$ ; ammetteremo che, operando su  $u(x, y)$  come sopra una funzione potenziale, si possa calcolarne il potenziale sulla massa M(A) mediante somme o integrali estesi agli elementi costituenti l'insieme E(A). Lo chiameremo il *potenziale della funzione u sulla massa M(A)* e lo indicheremo con  $P[u, M(A)]$ .

4. *Connessione*. — Preso un punto A consideriamo un punto A' appartenente ad E(A), quindi un punto A'' appartenente ad E(A'), poi un punto A''' appartenente ad E(A'') e così di seguito.

I punti A, A', A'', A''', ... diremo che formano un *seguito di punti connessi*.

Diremo poi che un punto A è *connesso col contorno di  $\sigma$* , se, scelto un numero  $\varepsilon$  comunque piccolo, potremo sempre trovare un seguito finito di punti A, A', A'', A''', ... connessi, uno dei quali dista da un punto del contorno meno di  $\varepsilon$ .

5. **TEOREMA I.** — *La funzione u assolutamente continua e finita nel campo  $\sigma$  è determinata quando: 1°) in ogni punto A interno al campo si conosce*

$$\frac{1}{M(A)} P[u, M(A)] - u(A);$$

2°) si conoscono i valori della funzione u al contorno del campo; 3°) tutti i punti interni al campo sono connessi col contorno.

Per dimostrare questo teorema basterà dimostrare che, se  $u$  è nulla al contorno, e per i punti interni si ha

$$(1) \quad \frac{1}{M(A)} P[u, M(A)] - u(A) = 0,$$

$u$  è nulla internamente al campo. Infatti se, sotto queste condizioni,  $u$  non fosse sempre nulla internamente al campo, dovrebbe avere nell'interno almeno un massimo o un minimo diversi da zero. Per fissare le idee supponiamo che nel punto interno A si abbia un massimo G. Allora  $u$  dovrà avere il valore G in tutti i punti di E(A), perchè se in un punto B di E(A),  $u$  avesse un valore G' inferiore a G, si potrebbe trovare un cerchio  $\omega$  avente per centro B nei punti del quale  $u$  sarebbe inferiore a  $\frac{G' + G}{2}$ . La porzione della massa M(A) contenuta entro  $\omega$  deve essere per dato diversa da zero, finita e positiva; chiamandola  $m$  avremmo per conseguenza

$$\frac{1}{M(A)} P[u, M(A)] < G - \frac{G - G'}{2} \frac{m}{M}$$

e quindi, essendo  $u(A) = G$ , la (1) non potrebbe sussistere.

Ora, se  $u$  assume il valore  $G$  in tutti i punti di  $E(A)$ , e se  $A'$  appartiene ad  $E(A)$ ,  $u$  dovrà avere il valore  $G$  in tutti i punti di  $E(A')$  e così, se  $A''$  appartiene a questo insieme,  $u$  dovrà avere il valore  $G$  in tutti i punti di  $E(A'')$  e così di seguito.

Ora se ogni punto  $A$  interno è connesso col contorno, scelto  $\varepsilon$  piccolo ad arbitrio potremo trovare un punto interno che dista da un punto del contorno meno di  $\varepsilon$  ed in cui  $u$  assume il valore  $G$ . Ne segue, per la continuità uniforme di  $u$ , che  $G$  deve essere minore di qualunque quantità assegnabile, e perciò l'esistenza del massimo interno al campo è impossibile.

**TEOREMA II.** — *La funzione  $u$  finita e assolutamente continua nel campo  $\sigma$  è determinata quando per ogni punto  $A$  interno al campo si conosce*

$$(2) \quad \frac{1}{\alpha M(A)} P[u, M(A)] - u(A),$$

essendo  $\alpha$  un coefficiente il cui limite inferiore è maggiore di 1.

Proviamo che se la (2) è nulla,  $u$  deve esser sempre nulla. Infatti se  $u$  in  $A$  avesse un valore  $G$  diverso da zero, dovrebbe esistere un punto  $A'$  appartenente ad  $E(A)$  in cui  $u$  avrebbe un valore assoluto eguale o superiore ad  $\alpha'|G|$ , rappresentando con  $\alpha'$  il limite inferiore di  $\alpha$ ; e di qui si ricava che dovrebbe esistere un punto  $A''$  appartenente ad  $E(A')$  in cui  $u$  assumerebbe un valore assoluto, eguale o superiore ad  $\alpha'^2|G|$  e così di seguito indefinitamente. Dunque esisterebbero valori di  $u$  tali che il loro valore assoluto sarebbe tanto grande quanto ci piace.

**TEOREMA III.** — *Due funzioni finite e continue assolutamente nel campo  $\sigma$ , tali che calcolando in ogni punto interno*

$$\frac{1}{\alpha M(A)} P[u, M(A)] - u(A)$$

*si trova per ambedue lo stesso valore, debbono essere eguali fra loro in qualche punto interno o del contorno del campo, se il limite superiore di  $\alpha$  è minore di 1.*

Mi risparmio di dare la dimostrazione ben facile di questa proposizione.

6. *Esempio.* — Supponiamo che  $E(A)$  sia una circonferenza  $C_A$  avente il centro in  $A$  e la densità con cui è distribuita la massa sia 1. Allora il teorema I, del § 5 diverrà: *La funzione  $u$  assolutamente continua nel campo  $\sigma$  è determinata quando: 1°) si conosce per ogni punto  $A$  interno al campo la differenza fra il valore medio di  $u$  sopra  $C_A$  e il valore al centro; 2°) si conoscono i valori di  $u$  al contorno del campo; 3°) tutti i punti interni al campo sono connessi col contorno.*

Supposto ora che il teorema di esistenza delle funzioni armoniche valga pel campo  $\sigma$ , avremo in particolare la proposizione: *se la differenza fra il*

valore medio di  $u$  sopra  $C_A$  e il valore al centro sarà nulla, la funzione sarà armonica.

7. Già da vario tempo ero in possesso delle precedenti osservazioni che non avevo però reso note; mi sono permesso di pubblicarle avendo letto la interessante Nota del prof. E. Levi inserita in questi Rendiconti: *Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche* (1). Se si suppone la condizione della continuità assoluta della funzione  $u$ , affinché possa dirsi che essa è armonica, non è necessario sapere che il suo valore in ogni punto è la media dei valori che assume sopra *tutte* le circonferenze interne al campo e aventi il centro in quel punto; basta sapere che la proprietà sussiste per *una sola* di dette circonferenze, purchè esista la connessione col contorno. Ma è da osservare che in tal modo la condizione posta della continuità non può togliersi, anche supponendo la integrabilità di  $u$  lungo le circonferenze  $C_A$  e la integrabilità superficiale. Ciò caratterizza la differenza che passa colla proposizione del Levi.

Si può riconoscere facilmente questo con un esempio. Supponendo che  $r$  rappresenti la distanza del centro da un punto generico, prendiamo una funzione  $u$  eguale a  $-\log r$  in tutti i punti della corona circolare compresa fra la circonferenza  $C$  di raggio 1 e quella  $C'$  concentrica di raggio  $\frac{1}{4}$ , esclusi però i punti di quest'ultima circonferenza. Si prenda quindi come valore di  $u$  in un punto qualsiasi  $A$  della circonferenza  $C'$  o interno ad essa il valore medio che assume  $u$  in una circonferenza  $C_A$  avente il centro in quel punto e giacente internamente alla corona circolare. D'altra parte ad ogni punto  $A$  interno alla corona si può far corrispondere una circonferenza  $C_A$  avente il centro in quel punto e giacente internamente alla corona stessa (ma non avente nell'interno il cerchio  $C'$ ) in modo che tutti i punti interni alla corona siano connessi coi punti della circonferenza  $C$  di raggio 1 che forma il contorno dell'intero campo circolare che si considera.

Avremo allora: 1°)  $u$  sarà compreso fra 0 e  $\log 4$ ; 2°) la differenza fra il valore medio di  $u$  in  $C_A$  e il valore di  $u$  in  $A$  sarà nulla; 3°) tutti i punti  $A$  interni a  $C$  saranno connessi col contorno, e nondimeno la funzione  $u$  non sarà armonica perchè si annullerà al contorno  $C$  e non sarà nulla nell'interno del campo. È evidente che  $u$  sarà discontinua, e che si potrà limitarne la discontinuità solo ai punti della circonferenza  $C'$ .

Farò per ultimo osservare che le considerazioni svolte nel § 5, hanno relazione da un lato col calcolo delle differenze finite, mentre d'altro lato sono intimamente collegate colle questioni delle equazioni integrali; in particolare il Teorema I è collegato coi casi in cui il determinante si annulla.

(1) Il dott. Umberto Crudeli mi comunica che, indipendentemente dalle mie antecedenti ricerche, egli era giunto a dimostrare lo stesso teorema del Levi ricorrendo alla considerazione di massimi o minimi interni, ma con condizioni più restrittive di quelle poste dal Levi.

**Matematica.** — *Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche.* Nota del Socio E. BERTINI.

**Parassitologia vegetale.** — *Sopra una Erisifacea parassita del pesco in rapporto col nuovo oidio delle quercie.* Nota del Socio G. CUBONI e di L. PETRI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

**Zoologia.** — *Descrizioni preliminari di vari Artropodi, specialmente d'America.* Nota del Corrispondente F. SILVESTRI.

#### IV.

Nuovi *Geophilomorpha (Chilopoda)*.

Fam. *Gonibregmatidae*.

Gen. *Macronicophilus* nov.

La lamina cefalica è tanto lunga quanto larga. Il labbro è libero ed è formato da un pezzo impari largo, col margine profondamente pettinato. Le mandibole terminano con una lamina pettinata. Il palpo labiale oltre l'articolo basale, saldato al suo opposto, è formato da quattro articoli liberi, dei quali l'ultimo è carnoso come gli altri e non unguiforme. I piedi mascellari hanno l'unghia molto lunga e tutti gli articoli inermi.

La lamina basale è molto larga, rettangolare. Gli sterniti sono forniti di pori. Le subcoxe dell'ultimo paio di zampe hanno numerosi pori. Tali zampe, oltre le subcoxe, hanno sei articoli liberi dei quali il sesto è unguiforme. Esistono anche i pori anali.

Specie tipica:

*Macronicophilus Ortonedae* sp. n.

I piedi mascellari flessi non raggiungono il margine frontale per uno spazio abbastanza grande. Gli sterniti dal primo all'ultimo hanno una grande area porosa o quasi triangolare o rotondeggiante. Lo sternite dell'ultimo segmento pedifero è piccolissimo e di forma triangolare, le zampe dello stesso segmento sono poco più lunghe delle precedenti e attenuate e le subcoxe hanno numerosi pori sopra, lateralmente e sotto.

I segmenti pediferi sono 57 nel ♂ e 59 nella ♀.

La lunghezza del corpo è di mm. 27, la larghezza di 1.

Habitat. Ho esaminato pochi esemplari raccolti a Naranjito presso Guayaquil (Ecuador) dal sig. V. Ortoneda, al quale ho dedicato con piacere la specie.

Fam. *Aphilodontidae* nov.

Labbro affatto rudimentale; mandibole terminate da una lamina pettinata. Mascelle del secondo paio formate dalle subcoxe saldate fra di loro e da tre articoli liberi, dei quali l'ultimo non è unguiforme. I piedi mascellari sono formati dalle subcoxe tra di loro saldate e da tre articoli liberi; le subcoxe non hanno linee chitinee.

Sterniti senza pori.

Le zampe dell'ultimo paio oltre che dalle subcoxe sono formate da cinque articoli liberi dei quali l'ultimo non è unguiforme.

*Osservazione.* Questa famiglia si distingue dalle altre dell'ordine *Geophilomorpha* per avere i piedi mascellari formati dalle subcoxe e da tre articoli liberi, mentre nelle altre sono di quattro.

Essa comprende il genere *Aphilodon* Silv. e *Mecophilus* nov., che si possono fra di loro così distinguere:

1. Lamina cefalica poco più lunga che larga. Subcoxe dei piedi mascellari meno del doppio più lunghe che larghe . . . . *Aphilodon* Silv.
2. Lamina cefalica notevolmente più lunga che larga. Subcoxe dei piedi mascellari più del doppio più lunghe che larghe. . . *Mecophilus* nov.

Specie del genere *Aphilodon* Silv.

Le specie a me note del genere *Aphilodon* si possono fra di loro distinguere nel modo seguente:

1. Numero delle paia di zampe superiore a 60. Sternito dell'ultimo segmento pedifero un poco più lungo che largo (alla base) . . . . .  
*A. Spegazzinii* Silv. Argentina.
2. Numero delle paia di zampe inferiori a 60.
3. Sternito dell'ultimo segmento pedifero più lungo che largo alla base. Unghia delle zampe ambulatorie molto assottigliata e piegata alquanto ad arco, quasi il doppio più breve dell'articolo precedente. Numero delle paia di zampe 45 . . . . .  
*A. modestus* sp. n. Tacurù Pucù (Paraguay).
4. Sternito dell'ultimo segmento pedifero più largo (alla base) che lungo.
5. Subcoxe dell'ultimo paio di zampe con una ventina di pori. Numero dei segmenti pediferi (nel maschio) 57, lunghezza del corpo mm. 20, larghezza 0,60 . . . . .  
*A. intermedius* sp. n. Pampa Piray (Argentina).

6. Subcoxe dell'ultimo paio di zampe con meno di quindici pori.

7. Pori delle subcoxe dell'ultimo paio di zampe 4-7. Sternito dell'ultimo segmento pedifero poco meno del doppio più largo (alla base) che lungo. Numero dei segmenti pediferi 55-59. Lunghezza mm. 18, larghezza 0,39. . .

*A. angustatus* sp. n. Argentina, Paraguay,  
Matto Grosso.

8. Pori delle subcoxe dell'ultimo paio di zampe 8-11. Sternito dell'ultimo segmento pedifero circa  $\frac{1}{4}$  più largo (alla base) che lungo. Numero dei segmenti pediferi 49-55. Lunghezza mm. 25, larghezza 1 . . . . .

*A. Weberi* sp. n. Constantia (Africa meridionale).

*Mecophilus neotropicus* sp. n.

La lamina cefalica è poco più di  $\frac{1}{4}$  più lunga che larga. I piedi mascellari flessi sorpassano il margine frontale per buon tratto, le subcoxe più lunghe che larghe, l'articolo ad esse seguente è più del doppio più lungo che largo (alla base) ed è armato verso l'apice di due robusti denti, il terzo articolo è pure armato di un forte dente ed il quarto (o unghia) è poco lungo, uncinato, assottigliato, acuto e fornito di un piccolo dente tuberculiforme alla base.

L'ultimo segmento pedifero ha lo sterno più largo (alla base) che lungo, le subcoxe con otto pori.

Il numero dei segmenti pediferi è di 35 nella femmina.

La lunghezza del corpo è di mm. 8, la larghezza 0,34.

Habitat. Raccolsi l'esemplare descritto nel terriccio presso la cascata dell'Iguazù (Paraná, Brasile).

Fam. *Geophilidae*.

Gen. *Dinogeophilus* nov.

La lamina cefalica è quasi tanto lunga che larga. Le mandibole sono terminate da una lamina pettinata. Le mascelle del secondo paio sono conformate come negli altri *Geophilidae*, ma l'unghia terminale è molto breve. L'unghia dei piedi mascellari un poco innanzi l'estremità presenta due forti denti acuti.

Gli sterniti della parte anteriore del corpo hanno pori ventrali e gli sterniti e i tergiti della parte posteriore del corpo hanno posteriormente un buon numero di tubercoli come piccoli porri.

L'ultimo segmento pedifero ha alle subcoxe un poro e dopo di esse 5 altri articoli che formano il piede, e l'ultimo articolo non è unguiforme.

*Osservazione.* Questo genere è affine all'*Apogeophilus* Silv., ma se ne distingue facilmente soprattutto per la forma dell'unghia dei piedi mascellari.

Specie tipica:

*Dinogeophilus pauropus* sp. n.

Il primo sternite non ha pori, mentre i seguenti fino al sesto compreso ne hanno alcuni disposti in un'area mediana allungata a contorno ellittico. I segmenti 26-30 hanno la parte posteriore dei tergiti e specialmente degli sterniti con quattro aree rotondeggianti fornite di piccoli rialzi in forma di porri.

L'ultimo segmento pedifero ha lo sternite molto largo, più del doppio più largo (alla base) che lungo, le subcoxe con un poro coperto dallo sternite e gli altri cinque articoli del piede poco più lunghi delle zampe precedenti.

Il numero dei segmenti pediferi nel maschio è di 31.

Lunghezza del corpo mm. 5,5, larghezza 0.26.

Habitat. L'esemplare descritto fu da me raccolto presso El Salto (Uruguay).

V.

Nuovo genere di *Henicopidae* (*Chilopoda*).

Gen. *Catanopsobius* nov.

Il corpo è fornito di due paia di stigmi situati ai lati dei segmenti pediferi 3° e 10°.

Le zampe del penultimo ed ultimo paio hanno il tarso uniarticolato come le altre zampe.

Gli altri caratteri di questo genere sono come in *Anopsobius* Silv.

*Osservazione.* Questo genere si distingue dall'*Anopsobius* per avere due paia di stigmi, mentre nell'*Anopsobius* adulto gli stigmi sono in numero di sei paia, che si aprono ai lati dei segmenti pediferi 3°, 5°, 8°, 10°, 12° e 14°. Io scrissi (in Zool. Jahrb. Suppl. VI, Dritter Band, Heft 3, pag. 749) che gli stigmi dell'*Anopsobius* erano due paia, perchè li avevo osservati allora soltanto in un esemplare di *Catanopsobius*, che ritenevo giovane di *Anopsobius*, mentre ora avendo osservato uova molto grandi in un altro esemplare femmina, che presenta gli stessi caratteri, ho dovuto riconoscere che si tratta di due generi distintissimi come appare dalla seguente chiave dicotomica:

1. Stigmi dell'adulto in numero di 8 paia, sui lati dei segmenti pediferi 3°, 5°, 8°, 10°, 12°, 14°. Zampe del paio 13° al 15° col tarso biarticolato . . . . . Gen. *Anopsobius* Silv.
2. Stigmi dell'adulto (femmina) in numero di due paia, sui lati dei segmenti pediferi 3° e 10°. Zampe del paio 13° al 15° col tarso uniarticolato come le precedenti . . . . . Gen. *Catanopsobius* nov.

*Catanopsobius chilensis* sp. n.

Antenne di 15 articoli. Piedi mascellari forniti di 4 + 4 (o 3 + 4) denti. Lamine dorsali tutte cogli angoli posteriori arrotondati. Pori dell'articolo basale delle zampe del paio 14° e 15° in numero di uno. Zampe del 14° e 15° paio un poco più ingrossate delle precedenti, senza speroni. L'articolo basale del 15° paio di zampe ha l'angolo inferiore-posteriore prolungato in forma di un processo conico breve.

Gli organi genitali femminili terminano con un'unghia intera ed hanno due paia di speroni per lato, dei quali l'interno è molto più piccolo dell'esterno. Lunghezza del corpo mm. 3, larghezza 0.3; lunghezza delle antenne 0,78, delle zampe dell'ultimo paio 0,82.

Habitat. Raccolti pochi esemplari di questa specie nel legno di alberi putrefatti presso Temuco (Chile).

**Matematica.** — *Sopra alcuni involuppi di  $\infty^2$  sfere.* Nota di GUSTAVO SANNIA, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Il prof. Bianchi, nella Memoria « *Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie a curvatura costante* » (1) pose e risolse alcuni importanti problemi, tra i quali il seguente: *cercare tutti i casi possibili nei quali una falda di un involuppo di  $\infty^2$  sfere ha i raggi di curvatura  $r_1, r_2$  legati da una relazione fissa*

$$f(r_1, r_2) = 0,$$

*comunque deformando la superficie luogo dei centri delle sfere.*

L'A., dopo aver trovato alcune soluzioni particolari notevoli del problema, provò non esservene altre con una elegante analisi.

Ora io ho osservato che questa sussiste integralmente (salvo le conclusioni) *anche se la relazione supposta tra  $r_1$  ed  $r_2$  varia da un punto all'altro della falda considerata*, ossia sussiste se la funzione  $f$  dipende, non solo da  $r_1$  ed  $r_2$ , ma anche da elementi indeformabili della superficie luogo dei centri.

Questa osservazione permette di risolvere la quistione più generale di *cercare tutti i casi possibili nei quali una falda di un involuppo di  $\infty^2$  sfere conserva i raggi principali di curvatura  $r_1, r_2$  legati da una relazione fissa in ciascun suo punto, comunque si deformi la superficie luogo dei centri.*

Mi limiterò ad accennare le modifiche e le giunte che basta apportare

(1) Annali di matematiche, serie 3ª, t. III, 1899.

alla ricerca del prof. Bianchi, ricerca che l'A. ha riportato nelle *Lezioni di Geometria Differenziale* (vol. II, § 253 e segg.).

Sia  $S_0$  la superficie luogo dei centri  $M_0$  delle  $\infty^2$  sfere di raggio  $T$ ,  $\Sigma$  e  $\Sigma_1$  le due falde dell'involuppo,  $M$  ed  $M_1$  i punti ove la sfera di centro  $M_0$  tocca  $\Sigma$  e  $\Sigma_1$ . Le rette  $M_0M$  ed  $M_0M_1$  sono le normali alle due falde in  $M$  ed  $M_1$ , e generano quindi due congruenze di normali  $C$  e  $C_1$ , riflesse l'una dell'altra rispetto ad  $S_0$ . Si prova facilmente (§ 253) che, se  $S_0$  si deforma trascinando seco le sfere, i punti  $M$  ed  $M_1$  serbano sulla sfera una posizione invariabile rispetto al piano tangente di  $S_0$  in  $M_0$ .

Su  $S_0$  prendiamo come linee coordinate  $u$  quelle che sono normali ai raggi delle congruenze  $C$  e  $C_1$  e come linee  $v$  le loro traiettorie ortogonali, e diciamo  $\sigma = \sigma(u, v)$  l'angolo di inclinazione del raggio  $M_0M$  di  $S$  su  $S_0$ , cioè sulla linea  $v$ , angolo che non varia flettendo  $M_0$ , per l'osservazione precedente.

Detto

$$ds_0^2 = E_0 du^2 + G_0 dv^2$$

l'elemento lineare di  $S_0$ , allora (§§ 254-255) l'angolo  $\sigma$  risulta legato ai coefficienti di  $ds_0^2$  dalla relazione

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial v} (\sqrt{E_0} \cos \sigma) = 0,$$

il raggio  $T$  risulta essere una funzione della sola  $u$  definita da

$$(2) \quad \frac{dT}{du} = -\sqrt{E_0} \cos \sigma$$

ed i raggi principali di curvatura  $r_1, r_2$  di  $\Sigma$  risultano definiti da

$$r_1 + r_2 = 2T + \frac{N}{M}, \quad r_1 r_2 = T^2 + T \frac{N}{M} - \frac{\sqrt{E_0 G_0} \operatorname{sen} \sigma}{M},$$

ove  $M$  ed  $N$  sono certe funzioni lineari dei coefficienti della seconda forma fondamentale di  $S_0$  e che per brevità non trascriviamo.

Le formole corrispondenti per  $\Sigma_1$  si hanno semplicemente cambiando  $\sigma$  in  $-\sigma$ .

I. Ciò premesso, supponiamo in primo luogo che sia  $\sigma = 0$ ; allora  $C$  e  $C_1$  coincidono in una congruenza di tangenti di  $S_0$ , e  $\Sigma, \Sigma_1$  coincidono con una evolvente di  $S_0$ . Ciò risulta pure dall'osservare che la (1) dà  $\frac{\partial \sqrt{E_0}}{\partial v} = 0$ , e

quindi si può porre  $E_0 = 1$ , e che la (2) dà  $T = -u + \text{cost.}$  Inoltre allora  $r_1 + r_2$ ,  $r_1 r_2$  risultano indipendenti dai coefficienti della seconda forma fondamentale di  $S_0$ , cioè indeformabili. Abbiamo dunque una prima soluzione del problema: la  $S_0$  è una superficie qualunque, e le due falde  $\Sigma$ ,  $\Sigma_1$  dell'inviluppo di sfere coincidono con una evolvente di  $S_0$ ; flettendo  $S_0$ , non mutano singolarmente i raggi principali di curvatura di  $\Sigma$ .

II. Or supponiamo  $\sigma = \frac{\pi}{2}$ .  $T$  è costante, e le due falde  $\Sigma$  e  $\Sigma_1$  sono superficie parallele ad  $S_0$  (che è arbitraria).

III. Se  $M = 0$  per tutte le flessioni di  $S_0$ , allora (§ 261)  $S_0$  è sviluppabile e quando si distende sul piano, i raggi della congruenza  $C$  ( $C_1$ ) debbono diventar paralleli;  $\Sigma$  ( $\Sigma_1$ ) è anch'essa una sviluppabile.

IV. La relazione supposta sia del tipo

$$r_1 + r_2 = f(u, v),$$

ove  $f$  è una funzione assegnata di  $u, v$ . Si trova che deve essere necessariamente  $f$  costante; onde, sostituendo a  $\Sigma$  una superficie parallela, si può rendere  $r_1 + r_2 = 0$  e si cade in una soluzione nota (§ 257): le due falde di un inviluppo di sfere che hanno il centro sul paraboloide di rotazione e passano per il fuoco sono ad area minima, e si conservano tali comunque deformando il paraboloide.

Non ottenendo un risultato nuovo, ci dispensiamo dal fare i calcoli, per non sorpassare i limiti imposti alla Nota. Del resto essi sono analoghi a quelli dei §§ 256, 257.

V. Ora, esclusi tutti i casi precedenti, passiamo alla ricerca generale, assegnando una funzione  $f$  di  $r_1, r_2, u, v$  e cercando gli inviluppi di sfere nei quali una falda  $\Sigma$  ha i raggi di curvatura  $r_1, r_2$  legati dalla relazione  $f(r_1, r_2, u, v) = 0$ , per tutte le deformazioni della superficie  $S_0$  luogo dei centri. relazione che può sempre ridursi all'altra:

$$(3) \quad r_1 r_2 = F(r_1 + r_2; u, v),$$

ora  $F$  è una funzione dei tre argomenti  $r_1 + r_2, u, v$ .

Nel § 261 il prof. Bianchi discute il caso in cui  $F$  non dipende da  $u$  e  $v$ ; come ho dichiarato in principio, i ragionamenti sussistono inalterati quando  $F$  dipende da  $u$  e  $v$ , e provano che <sup>(1)</sup>

$$\text{quindi} \quad \sqrt{E_0} = 1, \quad \sqrt{G_0} = \cot \sigma, \quad \sigma = \sigma(u),$$

$$ds_0^2 = du^2 + \cot^2 \sigma dv^2,$$

(1) Veramente l'A. esclude che la relazione supposta sia del tipo  $r_1 r_2 = \text{cost.}$ , avendo già esaminato a parte questo caso. Ma la discussione del § 261 vale anche in tal caso, e però noi non escludiamo che la (3) sia del tipo  $r_1 r_2 = F(u, v)$ .

e però  $S_0$  è applicabile sopra una superficie di rotazione;

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} r_1 r_2 = T^2 - T \frac{\operatorname{sen} \sigma}{\sigma'} + \frac{T (3\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma'')}{M\sigma'} \\ r_1 + r_2 = 2T - \frac{\operatorname{sen} \sigma}{\sigma'} + \frac{3\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma''}{M\sigma'} \end{array} \right.$$

la relazione supposta (3) dev'essere del tipo

$$(5) \quad r_1 r_2 = \alpha (r_1 + r_2) + \beta$$

con  $\alpha$  e  $\beta$  funzioni di  $u, v$ .

Ora è facile proseguire la ricerca.

Anzitutto dico che  $\alpha$  e  $\beta$  *debbono essere funzioni della sola  $u$* .

Infatti  $S_0$  è applicabile sopra una superficie di rotazione e, quando essa affetta questa forma, siccome il saggio  $T(u)$  non varia lungo un parallelo  $u = \text{costante}$ , è chiaro che anche la falda  $\Sigma$  dell'involuppo di sfere è una superficie di rotazione, sulla quale le linee  $u = \text{cost.}$  saranno i paralleli. Dunque anche su  $\Sigma$ , *nella attuale configurazione*, lungo una  $u = \text{cost.}$  saranno costanti  $r_1, r_2$ , e quindi  $r_1 r_2, r_1 + r_2$ : cioè  $r_1 r_2$  ed  $r_1 + r_2$  saranno funzioni della sola  $u$ ; inoltre la relazione (5) è necessariamente la stessa in tutti i punti del parallelo  $u = \text{cost.}$ : dunque  $\alpha$  e  $\beta$  debbono essere indipendenti da  $v$ .

Flettendo ora  $S_0$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  debbono rimanere fisse in ciascun punto, per ipotesi, dunque per ogni configurazione di  $S_0$  saranno  $\alpha$  e  $\beta$  funzioni fisse della sola  $u$ .

Ciò posto la (5) moltiplicata per  $M$  diventa, per le (4),  
 $[(T^2 - \beta)\sigma' - T(2\alpha + \operatorname{sen} \sigma) + \alpha \operatorname{sen} \sigma] M + (T - \alpha)(3\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma'') - \sigma' \cos \sigma = 0$   
 e, dovendo aver luogo flettendo comunque  $S_0$  e quindi variando  $M$ , si scinde nelle altre due

$$(6) \quad (T^2 - 2\alpha T - \beta)\sigma' - (T - \alpha)\operatorname{sen} \sigma = 0,$$

$$(7) \quad (T - \alpha)(3\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma'') - \sigma' \cos \sigma = 0.$$

Dunque, affinché il problema ammetta una effettiva soluzione è necessario e sufficiente che sieno soddisfatte le (2), (6) e (7). Or queste sono compatibili, perchè, essendo  $E_0 = 1$ , la (2) diventa

$$\frac{dT}{du} = -\cos \sigma$$

e dà  $T$  con una quadratura; le (6) e (7) danno poi  $\alpha$  e  $\beta$ .

Si osservi infine che queste formole non si alterano cambiandovi  $\sigma$  in  $-\sigma$ .

Abbiamo così questa nuova ed ultima soluzione:  $S_0$  è una superficie applicabile sopra una superficie di rotazione e, ridotto il suo elemento lineare alla forma

$$ds_0^2 = du^2 + \cot^2 \sigma(u) dv^2,$$

il raggio delle sfere è

$$T = c - \int \cos \sigma(u) du \quad (c = \text{cost});$$

la relazione che lega i raggi principali di curvatura  $r_1, r_2$  di ciascuna falda  $\Sigma, \Sigma_1$  dell'inviluppo di sfere è

$$r_1 r_2 = \alpha (r_1 + r_2) + \beta,$$

ove

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = T - \frac{\sigma' \cos \sigma}{3\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma''}, \\ \beta = \frac{(2\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma'' \operatorname{sen} \sigma) \cos \sigma}{3\sigma'^2 \cot \sigma - \sigma''} - \alpha^2. \end{array} \right.$$

Riguardando come corrispondenti i due punti di contatto  $M$  ed  $M_1$  di una medesima sfera con le due falde  $\Sigma$  e  $\Sigma_1$  dell'inviluppo, questi ultimi inviluppi di sfere hanno la proprietà caratteristica che sulle due falde  $\Sigma$  e  $\Sigma_1$  si corrispondono le linee di curvatura, comunque deformando la superficie  $S_0$  luogo dei centri (§ 262).

**Astronomia.** — *Determinazione dell'andamento dell'orologio col telescopio zenitale.* Nota di A. ALESSIO, presentata dal Socio G. LORENZONI.

1. La diretta considerazione dei luoghi geometrici che nascono dalle osservazioni d'altezza fa conoscere in modo semplice ed evidente che la misura della *differenza* fra due altezze di stelle osservate nel I° verticale una ad E. ed una ad W. permette di determinare la posizione dello zenit sul parallelo della sfera celeste (e quindi il tempo locale) indipendentemente da errori, o differenze, sistematici, allo stesso modo che la misura della differenza fra due altezze di stelle osservate nel meridiano una a N. ed una a S. permette di determinare la posizione dello zenit sul meridiano (e quindi la latitudine, metodo di Horrebow-Talcott) indipendentemente da errori sistematici. L'effetto degli errori d'osservazione e degli errori delle assunte coordinate stellari dovrebbe *a priori* essere il medesimo sulla determinazione del tempo col telescopio zenitale (e con osservazioni prossime al

I° verticale) e sulla determinazione della latitudine col metodo di Talcott. Di fronte a questa conclusione, la quale trova conferma in un più profondo studio critico delle formule relative ai due casi, studiai ed esperimentai il metodo del quale dò qui sommaria notizia.

Il telescopio zenitale è pronto per l'applicazione del metodo quando sia messo sopra tal sostegno e così livellato che, facendo girare il cannocchiale intorno all'asse verticale, la bolla rimanga sempre dentro il campo di lettura: il nord strumentale deve essere conosciuto con grossolana approssimazione.

Non occorre alcun calcolo preparatorio, non occorre conoscere le coordinate ( $\alpha$  e  $\delta$ ) delle stelle da osservare: le formule risolutive sono più semplici di quelle di Mayer per l'istrumento dei passaggi.

Le osservazioni sono fatte nel modo seguente [il telescopio zenitale adoperato, del R. Istituto Idrografico, con un'apertura dell'obbiettivo di mm. 76, con la distanza focale di mm. 920, con un oculare da 68 ingrandimenti, ha tre fili orizzontali mobili e tre fili verticali fissi: sul tamburo del micrometro, ben fissato all'albero della vite, sono praticate due *tacche* in corrispondenza delle divisioni 0(100) e 50: girando il tamburo, il nasino di una molla opportunamente stabilita entrando nelle due tacche permette di fermare successivamente i fili mobili in posizioni distanziate di mezzo giro di micrometro, senza distrarre l'occhio dall'osservazione: il cannocchiale è puntato per l'altezza strumentale  $65^\circ$ ]: I<sup>a</sup> serata: col campo oscuro si cerca una stella in prossimità del I° verticale E. (od W.); trovatala e rischiarato convenientemente il campo, con uno qualunque dei fili orizzontali e a partire da una posizione qualunque del micrometro si osserva, col tasto elettrico e cronografo, una serie di altezze (da 25 a 30) distanziate di mezzo giro di micrometro (alla latitudine di  $45^\circ$ , essendo il valore di mezzo giro di micrometro =  $30''$  circa, l'intervallo fra due successive osservazioni è di circa  $3''$ , sufficienti per girare il tamburo da una tacca all'altra e disporre il filo *davanti alla stella*): poi *si legge* la livella, si legge l'azimut strumentale (ad un solo microscopio), si prende nota dell'istante in cui è cominciata l'osservazione, del filo col quale si è osservata la stella e della posizione iniziale del filo stesso e della grandezza della stella (apprezzata dall'osservatore); senza mai muovere il cannocchiale in altezza, si va quindi a cercare un'altra stella in prossimità del I° verticale W. (o E.) e si ripetono le medesime operazioni: si continua ad osservare alternativamente a levante ed a ponente; II<sup>a</sup> serata (dopo  $n$  giorni, dove  $n$  può essere in particolare = 1): si riosservano le medesime stelle della I<sup>a</sup> serata, preparando la puntata in azimut prima di ogni osservazione, col medesimo filo orizzontale, a partire dalla medesima posizione del filo ed anche in corrispondenza degli stessi punti del filo orizzontale (riferendosi, per ottener questo, ai fili verticali).

Ogni coppia di stelle osservate una a E. e l'altra ad W. nelle due se-

rate dà un valore del desiderato  $nk$ , dove  $k$  rappresenta l'andamento diurno dell'orologio: i calcoli da eseguire per ogni coppia di stelle sono questi: per la I<sup>a</sup> serata, *stella ad E.*: si fa la media  $t_1$  degli istanti cronografici corrispondenti a 20 osservazioni successive centrali della serie; *stella ad W.*: si calcola come sopra il valore  $t_2$ : si corregge  $t_2$  per la livella calcolando  $t'_2 = t_2 \pm (L_2 - L_1) J$ , dove  $J = \sec \varphi \operatorname{cosec} Z_2$ ,  $Z_2$  essendo l'angolo azimutale, dedotto dall'azimut instrumentale, che corrisponde alla stella osservata ad W.; per la II<sup>a</sup> serata: si calcolano le medie  $O_1$  ed  $O'_2$  degli istanti cronografici di 20 osservazioni delle due stelle scelte in modo (con semplice ispezione al foglio cronografico) *da corrispondere alla medesima differenza fra le altezze* che ebbe luogo per  $t_1$  e  $t'_2$  nella I<sup>a</sup> serata, ed in modo ancora che abbia un valore assoluto non superiore a circa 3<sup>s</sup> la differenza  $(t_1 - O_1) - (t_2 - O_2)$ , la qual cosa è sempre possibile essendo di circa 3<sup>s</sup> l'intervallo fra due successive osservazioni delle serie. Si ottiene finalmente il desiderato valore  $nk$  dalla formula

$$nk = (t_1 - O_1) a_1 + (t'_2 - O'_2) a_2$$

dove i coefficienti  $a_1$  ed  $a_2$  (che devono avere, come il coefficiente  $J$ , approssimazione analoga a quella dei coefficienti della formula di Mayer) hanno le espressioni

$$a_1 = \frac{\operatorname{sen} Z_1}{\operatorname{sen} Z_1 + \operatorname{sen} Z_2}, \quad a_2 = \frac{\operatorname{sen} Z_2}{\operatorname{sen} Z_1 + \operatorname{sen} Z_2} \quad (\text{all' incirca } a_1 = a_2 = \frac{1}{2}).$$

I diversi  $nk$  ottenuti dalle diverse coppie di stelle hanno sensibilmente lo stesso peso e si può farne la media semplice.

Si corregge poi, se del caso, la media degli  $nk$  ottenuti per tener conto delle variazioni delle ascensioni rette e declinazioni delle stelle avvenute fra la I<sup>a</sup> e la II<sup>a</sup> serata.

Per esigenze di brevità debbo rimandare ad altra prossima pubblicazione la presentazione dei dati d'osservazione e di calcolo raccolti in più serate: i risultati delle osservazioni compiute nei giorni 17-18-19 gennaio 1909, furono i seguenti:

|               |             |                             |
|---------------|-------------|-----------------------------|
| 17-18 gennaio | . . . . .   | $k = + 0^s,589 \pm 0^s,027$ |
| 17-19         | " . . . . . | $2k = + 1,080 \pm 0,031$    |
| 18-19         | " . . . . . | $k = + 0,491 \pm 0,025$     |

Ognuno di questi  $nk$  fu dedotto da due determinazioni del genere descritto richiedenti ciascuna circa un'ora di tempo e comprendenti l'osservazione di 14 stelle (che si possono dire *orarie*). L'error medio dell' $nk$  dedotto da una sola coppia è risultato  $= \pm 0^s,07$ : questo è anche il valore dell'error medio complessivo degli istanti  $t$  od  $O$  osservati e corretti per la livella: e poichè di fronte ad esso è pressochè trascurabile l'errore d'osser-

vazione delle altezze (l'error medio d'osservazione di un doppio passaggio pel filo orizzontale è risultato per tutte e tre le serate  $= \pm 0^s,10$  e quindi per la media di 10 doppî passaggi  $= \pm 0^s,03$ ), ne consegue che ogni osservazione fu affetta da un error medio di livella (o di egual natura) di  $\pm 0^s,07$  che corrisponde a  $\pm 0,4$  parti di livella (il valore di una parte della livella adoperata era  $= 0^s,128$ ). È lecito pensare che il già molto soddisfacente grado di precisione raggiunto possa essere superato coll'impiego di una (o due) livella più sensibile, e con una maggior pratica da parte dell'osservatore (il quale, nel girare il tamburo del micrometro deve cercare di render minimi gli sforzi che tendono ad alterare la puntata in altezza del cannocchiale).

2. Sieno  $S_1$  ed  $S_2$  due stelle osservate agli istanti  $O_1$  ed  $O_2$  dell'orologio rispettivamente ad E. e ad W. a due determinate altezze  $h_1$  ed  $h_2$  qualunque (in particolare eguali) in due azimut prossimi al I° verticale ai quali corrispondono gli angoli azimutali  $Z_1$  e  $Z_2$  (contati da nord, da  $0^\circ$  a  $+180^\circ$ ): dall'osservazione si tragga soltanto la conoscenza della differenza (in particolare  $= 0$ ) fra le due altezze  $h_1$  ed  $h_2$  o, ciò che è lo stesso, della differenza fra due qualunque altezze  $h'$  ed  $h''$  le quali differiscano da  $h_1$  ed  $h_2$  di una medesima quantità  $C$ , piccola abbastanza per poter trascurare, in un prestabilito grado d'approssimazione, i termini di 2° ordine e di ordine superiore nella serie

$$ts = ts(h) + C \left( \frac{dts}{dh} \right)_h + \frac{C^2}{2} \left( \frac{d^2ts}{dh^2} \right)_h + \dots,$$

dove è  $ts$  il tempo siderale locale che corrisponde ad  $h + C$ .

Assunte due altezze  $h' = h_1 - C$  ed  $h'' = h_2 - C$  le quali soddisfino alla predetta condizione, si possono calcolare i tempi siderali  $ts_1$  e  $ts_2$  i quali corrispondono alla latitudine  $\varphi$  del luogo, e rispettivamente alle altezze  $h'$ ,  $h''$  e alle coordinate  $\alpha_1, \delta_1, \alpha_2, \delta_2$  delle due stelle considerate; ed allora, detta  $K$  la correzione dell'orologio, ridotta ad un istante determinato, si possono scrivere le relazioni fondamentali

$$(A) \quad \begin{cases} ts_1 + \frac{C}{\cos \varphi \sin Z_1} = O_1 + K \\ ts_2 - \frac{C}{\cos \varphi \sin Z_2} = O_2 + K \end{cases}$$

dalle quali, colla notazione già usata,

$$(B) \quad K = (ts_1 - O_1) a_1 + (ts_2 - O_2) a_2$$

Adoperando il telescopio zenitale col procedimento descritto, il valore  $K$  è affetto dagli errori che provengono: a) dagli errori della latitudine introdotta nel calcolo di  $ts_1$  e  $ts_2$ ; b) dagli errori delle coordinate delle

stelle  $S_1$  ed  $S_2$ ; c) dagli errori degli angoli azimutali; d) dagli errori d'osservazione e delle eventuali riduzioni delle osservazioni ad una presupposta differenza fra le altezze. Supponendo di poter sempre trascurare le quantità piccole d'ordine superiore al  $1^\circ$ , è facile stabilire le relazioni che vi sono fra i predetti errori ed i conseguenti errori del valore  $K$ ; le ometto per brevità ed ometto, per la stessa ragione, di far presenti le correzioni che devono, nel caso generale, essere introdotte per ridurre le osservazioni alla presupposta differenza fra le altezze. Mi limito ad accennare che per poter usare nel calcolo valori soltanto approssimati degli angoli azimutali è necessario e sufficiente che sia piccolo abbastanza il valore della costante  $C$ .

Quando si voglia conoscere soltanto il valore  $nk = K_n - K_0$ , ossia determinare soltanto la *differenza* fra due successive correzioni dell'orologio comprendenti un numero intero di giorni siderali, è opportuno osservare per  $K_0$  e per  $K_n$  le medesime stelle e all'incirca alle medesime altezze (per quanto consentono i mezzi strumentali). Trascurando le variazioni, per l'intervallo di  $n$  giorni, delle ascensioni rette e delle declinazioni delle stelle, delle quali si può tener conto facilmente ed esattamente con analoghe correzioni, nel calcolo di  $K_n$  e di  $K_0$  si può, per limitati valori di  $n$ , introdurre identici valori per  $ts_1$  e  $ts_2$  ed anche per  $Z_1$  e  $Z_2$ : si vede allora che il valore  $nk$  è indipendente da  $ts_1$  e  $ts_2$  ossia che qualunque errore di questi rimane senza effetto nella differenza  $K_n - K_0$ : per  $ts_1$  e  $ts_2$  è dunque lecito nel caso considerato assumere due valori qualunque arbitrari, non soddisfacenti ad alcuna condizione e sul valore  $nk$  hanno effetto soltanto gli errori considerati ai capoversi c) e d); rimane così evidente la legittimità ed opportunità di aver stabilito, nel metodo proposto:  $1^\circ$  di osservare ciascuna stella con uno qualunque dei tre fili orizzontali, a partire da una posizione qualunque, assumendo, senza alcun calcolo preventivo e senza conoscere le coordinate esatte delle stelle osservate, per  $ts_1$  e  $ts_2$  rispettivamente i valori  $t_1$  e  $t_2$  (corretto per la livella) della I<sup>a</sup> serata: così è  $K_0 = 0$  e  $(ts_2 - O_2) - (ts_1 - O_1) = 0$ ;  $2^\circ$  di scegliere la serie di altezze della II<sup>a</sup> serata in modo che sia  $(t_2 - O_2) - (t_1 - O_1)$ , in valore assoluto minore di circa  $3^\circ$  (tal limite, nel caso dell'istrumento da me adoperato, porta ad una esattezza esuberante, perchè l'errore degli angoli azimutali non può esser che di pochi *primi*).

Essendo sufficiente per l'esattezza dei risultati che si mantenga eguale nelle due serate la *differenza* fra le due altezze d'osservazione si può dire, in generale, che non occorre tener conto, con analoghe correzioni, di nessuna circostanza la quale colpisca in modo sistematico o le due altezze di ciascuna coppia osservate nella medesima serata o le due altezze della medesima stella osservate nelle due serate; se ne deduce che l'unica correzione che è necessario apportare, e nella quale sta probabilmente la maggior fonte degli errori d'osservazione propriamente detti, è quella dipendente dalla livella.

Richiamando alla mente i diversi errori d'osservazione e di calcolo che intervengono nelle determinazioni di tempo coll'istrumento dei passaggi e gli effetti ch'essi producono sul valore  $nk$ , si può verificare che il metodo proposto, più semplice di quello dei passaggi al meridiano per quanto riguarda la messa in stazione dell'istrumento e l'esecuzione delle osservazioni, più semplice per quanto riguarda i calcoli da eseguire, è anche teoricamente non meno esatto, di ciò si ebbe conferma sperimentale nelle osservazioni eseguite, di cui ho dato notizia.

**Meccanica celeste.** — *Sul valore di una particolare legge di forza centrale.* Nota di GIOVANNI ZAPPA, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

In una Nota pubblicata nel primo numero del 26° volume dell'Astronomical Journal, F. L. Griffin vuol dimostrare che esiste una infinità (semplice) di forze oltre la Newtoniana che possono generare una data ellisse, e costruisce questa infinità; ma è facile vedere che, invece di dare una nuova soluzione al problema di Bertrand, già ben risoluto da Darboux e Halphen (vedi Comptes Rendus, vol. LXXXIV), dà una soluzione particolare di un altro problema più generale.

Dall'equazione

$$(1) \quad f = h^2 u^2 \left( u + \frac{d^2 u}{d\vartheta^2} \right)$$

dove  $h$  è la costante delle aree e  $u$  è il reciproco del raggio vettore, il Griffin trova per l'ellisse facendo la sostituzione data da

$$u = \frac{1 + e \cos \vartheta}{p}$$

la

$$(2) \quad f = \frac{h^2 u^2}{p}$$

e poi con l'identità

$$(3) \quad u^2 = u^m u^{2-m}$$

sostituendovi

$$(4) \quad u^m = \frac{(1 + e \cos \vartheta)^m}{p^m}$$

esprime <sup>(1)</sup> la sua legge con

$$(5) \quad f = K_m u^{2-m} (1 + e \cos \vartheta)^m$$

<sup>(1)</sup> La sostituzione di  $u^{2-m}$ , anziché di  $u^m$  in funzione di  $\vartheta$  conduce, per l'arbitrarietà di  $m$ , alla stessa legge (5).

dove

$$(6) \quad K_m = \frac{h^2}{p^{m+1}}$$

da cui per ogni valore di  $m$  si ha una legge diversa e con ciascuna di esse si ha l'ellisse di partenza. Di più ogni legge della infinità (5) genera oltre all'ellisse suddetta un'infinità di ellissi con la stessa eccentricità e gli assi maggiori sulla medesima linea.

Basta appena notare l'identità della (5) con la legge Newtoniana sull'ellisse di partenza (veggasi ad esempio sulla naturale indeterminatezza della forma della forza Appel, *Traité de Mécanique rationelle*, t. I, pag. 375 in fondo e 376); mentre per le altre ellissi occorre spendere qualche parola.

Le infinite ellissi date da ciascuna legge del sistema (5) hanno la stessa eccentricità e gli assi maggiori sulla stessa linea, dunque sono simili e similmente poste a meno di una rotazione intorno all'asse maggiore, e, per essere altresì confocali nel centro di forza, avranno i raggi vettori corrispondenti ad uno stesso  $\vartheta$  proporzionali.

In luogo di  $u$  e  $\vartheta$  prendiamo come variabile  $u$  e  $v$  dove  $u$  è sempre il reciproco del raggio vettore e  $v$  è il reciproco del raggio vettore dell'ellisse di partenza corrispondente allo stesso  $\vartheta$  cioè

$$(7) \quad v = \frac{1 + e \cos \vartheta}{p}$$

allora possiamo porre per tutti i punti di ciascuna delle ellissi del sistema suddetto

$$(8) \quad \frac{u}{v} = K.$$

D'altra parte nelle nuove variabili la legge (5) è

$$f = K_m u^{2-m} v^m$$

e per la (8)

$$f = K_m v^2 \frac{v^{m-2}}{u^{m-2}} = \frac{K_m}{K^{m-2}} v^2 = \frac{K_m}{K^m} u^2$$

vale a dire anche sulle infinite ellissi la legge (5) coincide con la Newtoniana.

D'altra parte la (5) non può ridursi in tutto il campo alla forma, che vuole il corpo centrale nel fuoco, delle due generali date da Darboux e Halphen per la legge di forza centrale dipendente dalla sola posizione del mobile, cioè alla

$$\frac{\mu u^2}{(A \cos^2 \vartheta + B \sin 2\vartheta + F \sin^2 \vartheta)^{\frac{3}{2}}}.$$

Cosicchè la legge (5) è una dello smisurato numero delle leggi di forza centrale che danno l'ellissi come curve particolari; tali leggi possono venire studiate ad esempio conservando le variabili indipendenti  $u, v$  definite sopra; allora l'equazione (1) diventa

$$(9) \quad f = h^2 u^2 \left[ u - \frac{pv-1}{p} \frac{du}{dv} - \frac{d^2u}{dv^2} \frac{1}{p} \sqrt{e^2 - (pv-1)^2} \right]$$

dove  $p$  è il parametro dell'ellisse fondamentale ed  $e$  la sua eccentricità. Se vi poniamo  $u = v$ , la  $f$  diviene  $\frac{h^2}{p} v^2$  come era da prevedersi, quindi tutte le espressioni analitiche di  $f$  funzioni delle coordinate del corpo mobile, riducendosi a  $Kv^2$  per  $u = v$  e soddisfacenti alle ordinarie condizioni per l'esistenza dell'integrale generale della (9), daranno forze centrali che per speciali condizioni iniziali producono l'ellisse di partenza.

La (5) è una specialissima di queste leggi, quella data da

$$(10) \quad K_m \frac{v^m}{u^{m-2}}$$

La (5) ammette altresì il sistema delle infinite ellissi simili e similmente poste, vale a dire deve il suo integrale generale condurre all'integrale particolare  $u = lv$  dove  $l$  è una costante arbitraria e quindi rientra per questo nella categoria delle leggi che si riducono alla Newtoniana, non solo per  $u = v$ , ma anche per  $u = lv$  cioè delle  $f$  definite dalla (9) che soddisfano la condizione

$$f_{u=lv} = l_1 v^2.$$

Così però abbiamo accennato alle soluzioni particolari e non alle singolari, ma non importa insistervi; a noi basta aver mostrato il significato che va dato alla legge (5) e alle conclusioni del Griffin (1).

Il sistema delle ellissi della (5) è uno specialissimo sistema delle ellissi che possono venir date dalla legge Newtoniana, quelle definite dalle condizioni seguenti, supposte nulle le perturbazioni,

$$\frac{h_1^2 h_2}{(M_1 + M_2)^2} = \text{cost.} \quad \alpha = \text{cost.} \quad \frac{h_1^2}{M_1 + M_2} = s$$

(1) « It is commonly, though erroneously, stated that, if a planet describe an ellipse as a central orbit with the sun at a focus, the law must be that of Newton ecc. ». Il Griffin estende anche il modo di formazioni di nuove leggi a una orbita qualunque descritta come orbita centrale. Ora sulla curva data le leggi così ottenute si equivalgono, mentre fuori della curva descritta dal mobile nessuna cognizione abbiamo della forza che vi domina. Solo in conseguenza di determinate ipotesi, della definizione del campo, potremo ammettere una legge determinata in questo campo, fuori della curva realmente descritta dal mobile.

dove  $h_1$  è la costante delle aree,  $h_2$  quella della forza viva e  $\alpha$  quella data dall'integrazione di

$$d\vartheta = \frac{du}{\sqrt{A^2 - u^2}},$$

$M_1$  è la massa del corpo centrale,  $M_2$  quella del mobile e  $s$  può assumere qualunque valore reale positivo. Così si ha la rappresentazione geometrica del sistema della (5), ma non si riproduce la legge del tempo, giacchè se riduciamo la (5) all'espressione Newtoniana  $Ku^2$ , troviamo che il  $K$  per la forma dei coefficienti della (5) e precisamente per il parametro elevato a  $-(m+1)$ , varia da ellisse a ellisse: Riprendiamo la (5) e otteniamo, se passiamo dall'ellisse di parametro  $p$ , e costante delle aree  $h$ , e raggio vettore  $v$  a un'altra di raggio vettore  $u$  con  $u = lv$

$$f = \frac{h^2}{p^{m+1}} \frac{p^m v^m}{u^{m-2}} = \frac{h^2 u^2}{p l^m}.$$

Ora  $\frac{h^2}{p}$  è costante su tutte le ellissi e corrisponde al fattore di  $\frac{1}{p^2}$  nella forma Newtoniana della legge sulla prima di esse; mentre  $l^m$  varia da ellisse a ellisse.

Ne segue che il moto sul sistema delle ellissi della (5), che non contiene le masse, non soddisfa alla terza legge di Keplero, neppure supposte le masse dei mobili sempre uguali.

In realtà, sull'ellisse di raggio vettore  $v$  e semiasse maggiore  $a$  è

$$(12) \quad T = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}} \sqrt{p}}{h}$$

mentre su un'altra ellisse definita da  $u = lv$  è

$$(13) \quad T_l = \frac{2\pi A^{\frac{3}{2}} \sqrt{p}}{h} \sqrt{l^m}.$$

Per serbare inviolata la terza legge di Keplero basterebbe porre nella forma (8)  $K$  uguale a una costante moltiplicata per la somma delle masse cioè nella forma (5)

$$K_m = \frac{h^2}{p P^m} (M + M_l)$$

dove  $p$  è il parametro dell'ellisse di partenza e  $P$  di quella che si considera,

mentre per avere il movimento della (5) sull'ellisse con la legge Newtoniana, occorre introdurre anche un'ipotesi sulla massa, porre cioè

$$\frac{M}{M_1} = l^m$$

in cui  $m$  è l'  $m$  della (5),  $M$  e  $M_1$  sono rispettivamente la somma delle masse del corpo centrale con il mobile sull'ellisse fondamentale, o con il mobile sull'ellisse legata a quella della relazione

$$u = lv.$$

Di conseguenza le costanti delle aree e quelle delle forze vive vengono ad essere legate dalle relazioni

$$\frac{h_1}{h_{11}} = \sqrt{l^{m+1}} \qquad \frac{h_2}{h_{21}} = l^{m-1}.$$

Dalla (12) e dalla (13) si ha che la (5), quando  $m$  sia positivo, produce una diminuzione della durata di rivoluzione rispetto a quella data dalla legge di Keplero, quando sieno le masse dei mobili uguali, tanto più grande, quanto maggiore è la distanza del mobile dal centro di forza, mentre quando  $m$  sia negativo produce un aumento parimenti tanto più grande, quanto maggiore è la distanza del mobile dal centro di forza.

Di qualche interesse è una particolare delle (5), quella data da

$$m = 3$$

cioè la

$$(14) \qquad f = \frac{h^2 (1 + e \cos \vartheta)^3}{p^4 u}.$$

Per essa sulle ellissi si ha

$$T = T_1$$

cioè la durata di rivoluzione è indipendente dalla distanza media del mobile dal centro di forza: Di più

$$\frac{h}{h_1} = l^2$$

e si ha il teorema: Due corpi mossi dalla (14) uno sull'ellisse  $v$  e uno sulla  $u = lv$  (a parte sempre le azioni mutue) o sono perennemente in congiunzione (in anomalia vera) rispetto al centro di forza o non possono esser mai in tale posizione.

Di fatti se definiamo la posizione dei mobili sulle rispettive ellissi con l'area  $S_0, S_1$  che ha descritto il raggio vettore a partire, ad esempio, dal perielio, allora se per  $t = t_0$   $S = S_0$  per uno e  $S = S_{0l}$  per l'altro, per un  $t$  qualunque sarà

$$(15) \quad S = S_0 + h(t - t_0)$$

per l'uno e

$$(16) \quad S_l = S_{0l} + h_l(t - t_0)$$

per l'altro.

Ora se per un tempo  $t$  le anomalie vere dei due corpi  $\vartheta$  e  $\vartheta_l$  sono uguali deve per lo stesso istante in causa della similitudine delle ellissi essere

$$S = l^2 S_l$$

e poichè

$$h = h_l l^2$$

se non è

$$S_0 = l^2 S_{0l}$$

cioè se non è

$$\vartheta_0 = \vartheta_{0l}$$

non potrà per nessun  $t$  essere

$$S = l^2 S_l;$$

mentre se è

$$S_0 = l^2 S_{0l}$$

per qualunque  $t$  sarà

$$S = l^2 S_l$$

cioè

$$\vartheta = \vartheta_l.$$

Dalle (15) e (16) segue ancora che l'area  $\bar{S}$  del settore di una delle due ellissi racchiuso dai raggi vettori corrispondenti alle due anomalie vere dei due mobili è costante, cosicchè la variazione dell'angolo  $\vartheta$  racchiuso fra questi due vettori dato da

$$\vartheta = \frac{\bar{S}}{\bar{r}^2}$$

in cui  $\bar{r}$  è un valore intermedio del raggio vettore, è dell'ordine dell'eccentricità e quindi, per eccentricità ed inclinazione dei due piani piccole, se i due mobili sono stati una volta in opposizione rispetto al centro di forza restano perennemente prossimi a quella posizione; e quando nel punto centrale di forza vi fosse un corpo di una certa luce o occultante da uno dei due mobili una certa area, essi potrebbero restar così perennemente invisibili l'uno all'altro.

Storia della scienza. — *Études sur Léonard de Vinci; ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu.* Lettera del prof. P. DUHEM al PRESIDENTE.

*Monsieur le Président,*

Il y a trois ans, l'Accademia dei Lincei a bien voulu accueillir avec une extrême bienveillance, la première série de mes *Études sur Léonard de Vinci, ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu.* Cet accueil m'encourage à vous envoyer aujourd'hui la seconde série de ces mêmes *Études*, en vous demandant d'en faire hommage, en mon nom, à l'Académie.

Cette nouvelle série renferme quatre pièces, dont deux ont déjà été publiées par le *Bulletin Italien*, tandis que les deux autres sont inédites.

L'étude intitulée *Nicolas de Cues et Léonard de Vinci* a pour objet d'établir, au moyen de très nombreux rapprochements, que Léonard avait lu et médité la plupart des écrits du Cardinal Nicolas de Cues; bon nombre des notes philosophiques que l'on rencontre éparses dans les cahiers du grand peintre semblent avoir été suggérées par cette lecture; la vraisemblance d'une pareille supposition se transforme en quasi-certitude pour plusieurs remarques de Mécanique; en particulier, le curieux *jeu du globe*, qui avait fourni le prétexte et le titre d'un dialogue composé par Nicolas de Cues, conduit Léonard à la notion d'*impeto* composé, qu'il applique au changement de direction dans le vol des oiseaux et à divers autres problèmes de Dynamique.

L'étude qui a pour titre: *Léonard de Vinci et les origines de la Géologie*, montre que toutes les réflexions du Vinci touchant la formation des fossiles et la stratigraphie, ont un but unique: corroborer une théorie des petits mouvements du sol qu'Albert de Saxe avait enseignée, à l'Université de Paris, au milieu du XIV<sup>e</sup> siècle. Cette théorie n'avait jamais perdu la faveur ni de l'Université de Paris, ni des Universités allemandes, colonies de celle-ci; elle était, en revanche, presque universellement rejetée ou méconnue par les Universités du Nord de l'Italie. En cette circonstance, comme en beaucoup d'autres, Léonard prit parti pour l'opinion parisienne; il contribua de la sorte à assurer le triomphe des *doctrines de Paris* sur les doctrines averroïstes de Bologne et de Padoue; ce triomphe exerça, me semble-t-il, une heureuse et puissante influence sur la renaissance scientifique dont l'Italie fut le siège au XVI<sup>e</sup> siècle; l'étude de cette influence contribuerait à éclairer d'un nouveau jour les relations intellectuelles si intimes de nos deux patries. Les deux pièces intitulées: *Léonard de Vinci*

et les deux infinis, Léonard de Vinci et la pluralité des mondes nous montrent encore le grand peintre adoptant, en deux problèmes essentiels de la Philosophie naturelle, des solutions que favorisait la Scolastique parisienne de son temps. Ces deux problèmes, intimement liés l'un à l'autre, avaient, depuis longtemps, mis aux prises la Scolastique de Paris et la Philosophie d'Aristote et d'Averroès.

Cette Philosophie avait formulé les propositions suivantes: L'univers est formé d'une certaine matière première finie. Aucun acte destructeur ne peut anéantir aucune partie de cette matière; aucune acte créateur n'y peut rien ajouter. L'Univers est formé de toute la matière première possible, en sorte que parler de l'existence d'un autre univers serait énoncer une absurdité. Aucune grandeur ne peut être infinie, ni en acte, ni en puissance. Le volume de l'Univers est la limite supérieure de tout volume possible; le diamètre de l'Univers, la limite supérieure de la longueur de toute ligne droite possible.

En 1277, sur l'invitation du pape Jean XXI et sous la présidence d'Étienne Tempier, évêque de Paris, les théologiens de la Sorbonne se réunirent pour condamner, en la Philosophie d'Aristote et d'Averroès, toutes les affirmations qui leur semblaient contraires à l'orthodoxie catholique; parmi les articles réprochés se trouvait celui-ci: « Quod Deus non posset plures mundos facere ».

Cette décision engageait les philosophes scolastiques à reprendre, sur nouveaux frais, les deux problèmes de l'infiniment grand et de la pluralité des mondes; cet engagement ne fut pas sans effet, car ces deux problèmes furent, dès lors, l'objet de débats d'une extrême importance.

Nous nous sommes efforcé de retracer l'histoire de ces débats depuis l'année 1277 jusqu'au temps de Léonard de Vinci.

Au sujet de la grandeur infinie, deux partis se forment à Paris.

Le premier de ces partis a pour chef le franciscain Richard de Middleton, qui écrivait à la fin du XIII<sup>e</sup> siècle; il compte, dans ses rangs, Guillaum d'Occam, Jean Buridan et Albert de Saxe. Ce parti admet seulement l'*infini syncatégorique*; seule, une grandeur finie peut avoir une existence actuelle; mais une grandeur finie quelconque étant donnée, il peut toujours en exister une plus grande.

En face de cette école se dressent les partisans de l'*infini catégorique*; le premier de ceux-ci est un autre franciscain, Jean de Bassols, disciple immédiat de Duns Scot; après lui, nous trouvons, dans ce camp, Grégoire de Rimini et Robert Holkot. La rigueur logique avec laquelle Grégoire de Rimini cherche à définir les mots *plus grand*, *plus petit*, *tout*, *partie*, appliqués à des quantités qui sont catégoriquement infinies, a une parenté marquée avec la précision que, de nos jours, M. Georges Cantor a su introduire en la théorie des ensembles transfinitis.

Touchant la pluralité des mondes, on peut, parmi les Parisiens, discerner les tenants de trois opinions.

Henri de Gand, qui fut sans doute un des juges de 1277, Richard de Middleton vers 1280; puis, au XIV<sup>e</sup> siècle, Walter Burley et Guillaume d'Occam, croient à la possibilité d'univers multiples, mais en nombre fini; telle est aussi la pensée de Gaëtan de Tiène qui, au XV<sup>e</sup> siècle, représente à Padoue l'École parisienne.

Jean de Bassols et Robert Holkot vont plus loin et ne voient rien qui s'oppose à la possibilité d'une multitude infinie de mondes.

Enfin, Jean Buridan et Albert de Saxe reviennent à l'opinion péripatéticienne: Il ne peut exister qu'un monde unique.

Au début du XVI<sup>e</sup> siècle, l'École théologique qui semble avoir, à Paris, le plus d'influence, est celle de l'Écossais Johannes Majoris. Or, au sujet des deux problèmes dont nous parlons, Johannes Majoris tient pour les deux solutions les plus anti-péripatéticiennes: la possibilité de l'infini catégorique et d'une multitude infinie de mondes.

Léonard semble avoir été plus timide; il paraît avoir admis seulement la possibilité de l'infini syncatégorique et de mondes multiples, mais en nombre fini.

En recherchant les influences aux quelles ont été soumises les pensées du grand peintre, nous nous sommes trouvés conduits à retracer, en diverses circonstances, les premières démarches de la Science moderne. Nous serions heureux que nos efforts pour y parvenir ne parussent pas trop indignes du bienveillant intérêt de l'Accademia dei Lincei.

Croyez, Monsieur le Président, à mes sentiments très respectueux.

P. DUHEM.

Correspondant de l'Institut de France,  
Professeur à la Faculté des Sciences de Bordeaux.

Bordeaux, 7 mars 1909.

**Fisica.** — *L'azione termica e l'azione ionizzante del torio contenuto nelle rocce.* Nota di G. A. BLANC, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Ho avuto campo in due miei precedenti lavori, di mostrare come il torio, che fino ad ora non era stato preso in considerazione da coloro i quali si sono occupati della radioattività della crosta terrestre, debbasi invece, sotto questo aspetto, considerare come un agente d'importanza forse anche superiore a quella del radio.

Ricorderò che le determinazioni della quantità di torio esistente nel terreno del giardino di Panisperna, in Roma (1), hanno mostrato esservi contenuti almeno gr.  $1,45 \times 10^{-5}$  di torio per grammo, dovendosi tale cifra considerare come un minimo, mentre ricerche condotte con un metodo del tutto diverso, ed assai più preciso (2), mi hanno permesso di constatare la presenza, in quattro su cinque campioni di rocce granitiche da me esaminati, di quantità di torio varianti tra  $2,07 \times 10^{-5}$  e  $8,28 \times 10^{-5}$  gr. per grammo di roccia.

Ora è interessante di vedere quali possano essere, dal punto di vista della radioattività terrestre, le azioni che devono esercitare quantità di torio di tale ordine diffuse in seno alle rocce ed al suolo, paragonandole alle azioni dello stesso genere esercitate dal radio, che le esperienze di Strutt e di altri hanno mostrato esservi contenuto.

Le azioni che verranno qui prese in considerazione sono di due specie, e cioè azione termica, prodotta principalmente dalla trasformazione di energia cinetica che accompagna l'assorbimento dei corpuscoli  $\alpha$  in seno alle rocce ed al terreno, ed azione di ionizzazione dell'aria atmosferica per parte delle radiazioni direttamente emesse dai vari prodotti contenuti nel suolo stesso.

*Azione termica.* — Una determinazione assai accurata della quantità di calore prodotta da una determinata massa di ossido di torio è stata recentemente fatta da Pegram e Webb (3), i quali hanno dimostrato che un grammo di cotesto composto di torio, in cui si possa considerare raggiunto lo stato di equilibrio radioattivo con tutti i successivi prodotti di trasformazione, compreso il radiotorio, produce  $2,1 \times 10^{-5}$  piccole calorie all'ora. Ora 1 gr. di ossido di torio ( $\text{Th O}_2$ ) contiene gr. 0,879 di torio, per cui si deduce che 1 gr. di torio in equilibrio radioattivo produce  $2,38 \times 10^{-5}$  piccole calorie all'ora. Se si ammette, come sembra verosimile, che il procedimento chimico da me seguito nell'esame dei campioni di rocce sia stato

(1) Rendiconti Acc. dei Lincei. XVII, pag. 101, 1° sem. 1908.

(2) Rendiconti Acc. dei Lincei. XVIII, pag. 241, 1° sem. 1909.

(3) Le Radium, V, pag. 271, 1908.

tale da separare cogli idrati, insieme al torio, la totalità del radiotorio esistente in essi, sarà facile ricavare la quantità di calore prodotta nell'unità di tempo in ogni grammo di ciascuna roccia, dalla disintegrazione del torio e dei suoi successivi prodotti.

I risultati, ai quali è stato aggiunto quello che si è ottenuto pel terreno di Panisperna, esaminato con metodo diverso, sono riportati nella seguente tabella.

| Natura del materiale | Provenienza         | Quant. di Th in gr. per gr. | Quantità di calore generato all'ora in un gr. del materiale dal torio e dai suoi prodotti. |
|----------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| Sienite . . . .      | La Balma (Biella)   | $8,28 \times 10^{-5}$       | $19,70 \times 10^{-10}$ picc. cal.                                                         |
| Sienite . . . .      | Bagni (Biella)      | $6,30 \times 10^{-5}$       | $15,00 \times 10^{-10}$ " "                                                                |
| Granito . . . .      | Baveno (Lago Magg.) | $3,14 \times 10^{-5}$       | $7,47 \times 10^{-10}$ " "                                                                 |
| Granito . . . .      | Vosgi (Francia)     | $2,07 \times 10^{-5}$       | $4,93 \times 10^{-10}$ " "                                                                 |
| Terra vegetale .     | Panisperna (Roma)   | $1,45 \times 10^{-5}$       | $3,45 \times 10^{-10}$ " "                                                                 |

Dalle cifre dell'ultima colonna si vede che la media delle quantità di calore prodotte dai componenti la serie del torio nei materiali da me esaminati è di  $1,01 \times 10^{-9}$  picc. cal. all'ora per grammo.

Ora la quantità media di radio trovata da Strutt nel grande numero di rocce ignee da esso esaminate è di circa  $3,35 \times 10^{-12}$  gr. per gr. D'altra parte dalle esperienze di Rutherford risulta che 1 gr. di bromuro di radio in equilibrio radioattivo coi suoi successivi prodotti, fino al radio C, produce 65 picc. cal. all'ora; siccome 1 gr. di bromuro di radio (Ra Br<sub>2</sub>) contiene gr. 0,586 di radio, se ne deduce che 1 gr. di radio, in equilibrio radioattivo coi suoi prodotti successivi fino al radio C, produce 110 picc. cal. all'ora.

Ma nelle rocce il radio deve considerarsi in istato di equilibrio radioattivo con tutti i membri della sua famiglia, tanto antecedenti quanto susseguenti ad esso, dall'uranio al radio F (polonio); occorrerà dunque, se si vuol stabilire la quantità di calore prodotta in seno alle rocce da tutta la serie uranio-radio-radio F, vedere anzitutto quale debba essere la correzione da farsi alla cifra suindicata del Rutherford, la quale, come ho detto, si riferisce alla quantità di calore generata dal radio in equilibrio coi soli prodotti successivi fino al radio C.

Ora siccome la produzione di calore per parte dei corpi radioattivi è dovuta alla trasformazione di energia che accompagna l'assorbimento della radiazione  $\alpha$ , è evidente che volendo considerare la totalità del calore prodotto da tutti i membri della famiglia uranio-radio-radio F, bisognerà aggiungere alla cifra indicata da Rutherford le calorie generate dall'uranio, dalloionio e dal radio F, che sono precisamente i tre membri della suddetta famiglia emettenti raggi  $\alpha$  i quali non intervenivano nelle esperienze di Rutherford.

Ricordando che nello stato di equilibrio radioattivo le masse di ciascun prodotto presente sono inversamente proporzionali al numero di atomi di quel

prodotto che per unità di massa si disintegrano nell'unità di tempo, si vede che il numero complessivo di corpuscoli  $\alpha$  emessi nell'unità di tempo deve essere proporzionale al numero di prodotti presenti (la cui disintegrazione, beninteso, sia accompagnata dall'emissione di simili corpuscoli). In altre parole, per ogni corpuscolo  $\alpha$  emesso da un prodotto ve ne sarà uno emesso da ciascuno degli altri prodotti. Ora i prodotti emettenti corpuscoli  $\alpha$ , dal radio al radio C sono 4, per ognuno dei corpuscoli  $\alpha$  emessi dai quali bisognerà aggiungere altri 3 emessi rispettivamente dall'uranio, dallo ionio e dal radio F.

Senonchè la velocità con cui sono lanciati cotesti corpuscoli, pur essendo sempre la stessa per un medesimo prodotto, varia col variare di questo; benchè non sia stato ancora definito sperimentalmente il modo con cui varia la produzione di calore col variare della velocità del corpuscolo  $\alpha$ , potremo ammettere che, almeno entro i limiti abbastanza ristretti che a noi interessano per la soluzione del nostro problema, la quantità di calore prodotta nell'arresto del corpuscolo  $\alpha$  sia proporzionale all'energia cinetica da esso posseduta inizialmente allorchando venne lanciato fuori dall'atomo. In tal caso è facile vedere che, date le velocità iniziali dei corpuscoli  $\alpha$  emessi dal radio, dall'emanazione, dal radio A e dal radio C, da una parte, e dall'uranio, dallo ionio e dal radio F dall'altra, la cifra suindicata del Rutherford deve venir moltiplicata per 1,5 allo scopo di ottenere la quantità approssimativa di calore prodotta da 1 gr. di radio in equilibrio radioattivo con tutti i membri della sua famiglia dall'uranio al radio F. Tale quantità risulta quindi pari a 165 picc. cal. all'ora.

Ne viene di conseguenza che la quantità media di calore prodotta nelle rocce esaminate da Strutt dai membri della famiglia uranio-radio-radio F è di circa  $5,54 \times 10^{-10}$  picc. cal. all'ora e per grammo di roccia.

Da ciò si conclude che la quantità media di calore prodotta dalla famiglia del torio nei materiali esaminati da me è all'incirca doppia della quantità media di calore prodotta dalla famiglia uranio-radio-radio F nelle rocce ignee esaminate da Strutt.

*Azione ionizzante.* — Passiamo ora ad esaminare un'altra azione assai importante esercitata dai corpi radioattivi diffusi nella crosta terrestre, e cioè l'azione ionizzante che esercitano le loro radiazioni in seno all'aria atmosferica. E qui occorre fare anzitutto una distinzione tra gli effetti dovuti ai vari tipi di raggi.

Incominciando dai raggi  $\alpha$  è chiaro che, benchè il loro potere ionizzante sia incomparabilmente superiore a quello dei raggi  $\beta$  e  $\gamma$ , la loro azione come causa generatrice di ioni atmosferici, finchè si tratta di radiazioni provenienti da sostanze contenute nel suolo, si deve considerare come assai piccola. È sufficiente per convincersene ricordare che basta qualche millesimo di millimetro di un solido qualsiasi, o alcuni centimetri di aria,

per assorbire completamente questa categoria di raggi. Potranno dunque soltanto intervenire come generatori di ioni atmosferici i corpuscoli  $\alpha$  provenienti da un sottilissimo strato superficiale del suolo, qualunque sia la natura di questo, ed inoltre la loro azione ionizzante si esplicherà soltanto entro una zona d'aria di alcuni centimetri di spessore (e precisamente dello spessore di 8,6 cm., distanza questa che rappresenta il massimo percorso ionizzante che può fare il corpuscolo  $\alpha$  dotato di maggior velocità iniziale, e cioè quello del torio C, e questo quando l'atomo che si disintegra non sia separato dall'aria da uno strato di materiale assorbente).

Ma d'altra parte, per ciò che si è detto poc'anzi intorno alla quantità di calore generato in seno alle rocce, ricordando la proporzionalità trovata da Rutherford tra il potere calorifico e la radiazione  $\alpha$ , si desume che la intensità media della radiazione  $\alpha$ , prodotta dalla serie del torio nei materiali da me esaminati, dev'essere all'incirca doppia di quella della radiazione  $\alpha$  prodotta dalla serie uranio-radio-radio F nelle rocce ignee trattate da Strutt, per cui si può dire che il numero di ioni prodotti dai raggi  $\alpha$  della serie del torio nelle vicinanze immediate dei materiali esaminati da me deve essere anch'esso all'incirca doppio del numero di ioni prodotti dalla radiazione  $\alpha$  della serie del radio nelle vicinanze immediate dei materiali esaminati da Strutt.

Per ciò che riguarda i raggi  $\beta$ , occorrerebbe anzitutto conoscere il rapporto esistente tra le attività specifiche della serie uranio-radio-radio F e della serie del torio, misurate per questi raggi. Ad ogni modo si può ritenere che, benchè più penetranti dei raggi  $\alpha$ . dato il loro debole potere ionizzante, non debbano avere una parte notevole nella produzione degli ioni atmosferici.

Rimane peraltro da prendere in esame le radiazioni  $\gamma$ , visto che è da ritenersi che una notevole parte della radiazione penetrante dell'atmosfera provenga precisamente dai materiali radioattivi oclusi nel suolo; ed anzitutto cerchiamo di vedere quale sia il valore del rapporto esistente fra le attività specifiche misurate in raggi  $\gamma$ , corrispondenti rispettivamente alle serie uranio-radio-radio F e del torio, ambedue in istato di equilibrio radioattivo. Ora tale rapporto noi lo possiamo dedurre dai risultati di una ricerca di Eve <sup>(1)</sup>: accurate esperienze eseguite da questo fisico mostrano infatti che, a parità di massa, la radiazione  $\gamma$  emessa dal bromuro di radio, in equilibrio radioattivo coi suoi successivi prodotti fino al radio C, è  $4,5 \times 10^6$  volte più intensa della radiazione  $\gamma$  emessa dal torio in equilibrio radioattivo con tutti i suoi successivi prodotti di trasformazione, compreso il radiotorio.

Rimane peraltro da vedere se cotesta cifra debba venir corretta pel fatto che nelle esperienze di Eve non entravano in giuoco i prodotti della famiglia uranio-radio-radio F antecedenti al radio e susseguenti al radio C.

(<sup>1</sup>) Amer. Journ. of Sc., dicembre 1906; Le Radium, IV, pag. 124, 1907.

Ora se si esaminano tutti i prodotti di questa famiglia si vede che i due soli che generano raggi  $\gamma$  sono l'uranio X ed il radio C; senonchè la radiazione  $\gamma$  dell'uranio X ha un potere penetrante così debole, rispetto a quella del radio C, da poter essere trascurata.

Potremo dunque servirci del valore trovato da Eve pel rapporto tra le attività specifiche misurate in raggi  $\gamma$  delle due serie di prodotti.

Ricordando che la quantità media di torio esistente nei miei materiali è di  $4,25 \times 10^{-3}$  gr. per gr. e che la quantità media di radio esistente nelle rocce ignee esaminate da Strutt è di  $3,35 \times 10^{-12}$  gr. per gr. si ricava subito che l'intensità della radiazione  $\gamma$  emessa dal torio contenuto nei miei materiali è 5.7 volte maggiore dell'intensità della radiazione  $\gamma$  emessa dal radio contenuto nelle rocce ignee di Strutt.

Mi sembra interessante prima di terminare, di richiamare l'attenzione su di alcune osservazioni fatte da Eve, la cui interpretazione può venir chiarita mediante la considerazione dei risultati da me ottenuti.

In un primo lavoro Eve <sup>(1)</sup> ha cercato di dedurre la quantità di radio contenuta nel  $\text{cm}^3$  del suolo a Montreal dalla intensità della radiazione penetrante emessa dal suolo stesso, ed ha trovato per risultato gr.  $1,8 \times 10^{-11}$  per  $\text{cm}^3$ ; in un ulteriore lavoro fatto in collaborazione col Mac Intosh <sup>(2)</sup>, lo stesso autore descrive delle esperienze eseguite seguendo il procedimento chimico adoperato da Strutt, e dalle quali risulta che la proporzione media di radio contenuta nelle rocce provenienti dalla regione di Montreal è di gr.  $1,1 \times 10^{-12}$  per grammo, il che, assumendo per la densità media delle rocce stesse il valore 2,6, equivale ad una proporzione di gr.  $2,9 \times 10^{-12}$  per  $\text{cm}^3$ , valore questo circa 6 volte minore di quello trovato dallo stesso Eve col precedente metodo.

Ora è chiaro che mentre col secondo metodo, basato sulla misura della quantità di emanazione di radio prodotta in seno ad una soluzione della roccia, si ottiene una misura della quantità di radio in essa contenuta, col primo metodo invece, basato sulla determinazione dell'intensità della radiazione penetrante che viene emessa dal suolo o da un campione di roccia, si vengono ad osservare gli effetti prodotti dall'insieme di sostanze radioattive emettenti raggi  $\gamma$ , le quali, oltre al radio C, possono essere presenti, ed in particolare del torio C.

La discrepanza esistente tra i risultati ottenuti da Eve adoperando i due metodi sopra indicati va, secondo me, probabilmente attribuita alla presenza di torio nel suolo di Montreal.

Come ho già detto, i risultati da me ora comunicati vanno considerati come i primi di una serie di analisi radioattive di un certo numero di rocce

(1) Phil. Mag., settembre 1906.

(2) Phil. Mag., agosto 1907.

di diversa natura e provenienza; le minute precauzioni che sono indispensabili in ricerche di questo genere per evitare ogni possibile causa d'errore, e che sono state descritte nella mia precedente Nota, fanno sì che il lavoro proceda con una certa lentezza. Ho voluto tuttavia sin da ora comuni are alcune delle conseguenze che da questi miei primi risultati si possono dedurre.

**Fisica.** — *Sulla variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico* <sup>(1)</sup>. Nota riassuntiva del prof. ERNESTO DRAGO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

1. In questa seconda Nota sono esposti i risultati delle esperienze eseguite con i vari campioni di filo di ferro.

I fili X con cui dapprima s'intrapresero le ricerche quantitative, presentavano un diametro di 0<sup>mm</sup>,4 ed un colore bruno caratteristico, dal quale si poteva arguire che non erano stati ricotti in un'atmosfera inerte.

Con essi si fecero tre serie di misure nel modo seguente. Si sceglievano molti pezzi di filo della stessa lunghezza da una medesima matassa e si tagliavano in due parti eguali, di cui una era sottoposta a rottura senza eccitare il campo magnetico, l'altra dopo avere eccitato il medesimo. In ogni misura si prendeva nota della temperatura segnata da un termometro il cui bulbo era collocato a piccolissima distanza dalla parte di filo cementata.

I risultati di una prima serie di esperienze sono consegnati nella seguente

TABELLA I.

| Numero d'ordine    | P <sub>s</sub> | t    | P <sub>m</sub> | t'                        | P <sub>c</sub> | T <sub>s</sub> | T <sub>m</sub> | l <sub>sm</sub> | l' <sub>sm</sub> | l <sub>cm</sub> | l' <sub>cm</sub> |
|--------------------|----------------|------|----------------|---------------------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| ATTACCHI MECCANICI |                |      |                | CAMPO MAGNETICO 300 gauss |                |                |                |                 |                  |                 |                  |
| 1                  | 5756           | 11,0 | 5763           | 10,5                      | 5760           | 16 0           | 16 0           | 62              | 81               | 60              | 76               |
| 2                  | 5725           | 11,8 | 5728           | 12,0                      | 5729           | 16 0           | 16 0           | 58              | 76               | 59              | 77, 5            |
| 3                  | 5734           | 12,6 | 5744           | 12,0 <sup>(2)</sup>       | 5740           | 16 3           | 16 2           | 60              | 78               | 61              | 78               |
| 4                  | 5724           | 11,7 | 5728           | 12,0                      | 5730           | 15 48          | 15 49          | 57, 5           | 75               | 60              | 78               |
| 5                  | 5718           | 11,9 | 5722           | 11,9                      | 5722           | 16 20          | 16 10          | 60              | 79               | 60              | 79               |
| 6                  | 5705           | 13,7 | 5711           | 13,9                      | 5712           | 16 2           | 16 5           | 61              | 81               | 60              | 78               |
| 7                  | 5708           | 12,0 | 5717           | 11,5                      | 5714           | 15 3           | 15 0           | 60              | 77               | 60              | 81               |
| 8                  | 5701           | 12,5 | 5702           | 12,8                      | 5704           | 15 7           | 15 0           | 60              | 83               | 60              | 77               |
| Medie              | 5721,4         |      | 5726,9         |                           | 5726,4         | 15 48          | 15 46          | 59, 8           | 78, 8            | 60, 0           | 78, 1            |

$$\frac{\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 5726,4 - \\ 5721,4 \\ \hline \end{array}}{\Delta = 5,0}$$

$$\frac{1000 \Delta}{M} = 0,9.$$

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto fisico della R. Università di Catania.

<sup>(2)</sup> Si ebbe  $t' < t$  rompendo il filo prima nel campo magnetico.

Le lettere indicano ordinatamente:

$P_s$  carico di rottura dei fili non magnetizzati.

$t$  temperatura dei medesimi.

$P_m$  carico di rottura dei fili magnetizzati.

$t'$  temperatura dei medesimi.

$P_c$  valore di  $P_m$  corretto per la variazione di temperatura  $t' - t$

$T_s$  tempo necessario per la rottura dei fili non magnetizzati.

$T_m$  idem dei fili magnetizzati.

$l_{sm}$  lunghezza iniziale dei fili non magnetizzati.

$l'_{sm}$  somma delle lunghezze dei due pezzi ottenuti dopo la rottura dei precedenti.

$l_{cm}$  lunghezza iniziale dei fili magnetizzati.

$l'_{cm}$  somma delle lunghezze dei due pezzi ottenuti dopo la rottura dei precedenti.

$\Delta$  differenza tra i valori medi di  $P_c$  e  $P_s$ .

$M$  valore medio di  $P_s$ .

$\frac{1000 \Delta}{M}$  aumento medio del carico di rottura per mille.

Dalle altre due serie di esperienze si ebbero rispettivamente i valori:

|                                                                                      |                                |                                                                                      |                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| $\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 5540,9 \\ 5536,2 \\ \hline \Delta = 4,7 \end{array}$ | $\frac{1000 \Delta}{M} = 0,85$ | $\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 5693,1 \\ 5687,2 \\ \hline \Delta = 5,9 \end{array}$ | $\frac{1000 \Delta}{M} = 1,0$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|

I fili A avevano il diametro di 0<sup>mm</sup>,3 ed un colore bianco grigiastro. Le esperienze istituite in proposito fornirono i valori:

|                                                                                      |                               |                                                                                      |                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|
| $\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 3354,0 \\ 3350,5 \\ \hline \Delta = 3,5 \end{array}$ | $\frac{1000 \Delta}{M} = 1,0$ | $\begin{array}{r} \text{gr.} \\ 3410,8 \\ 3407,8 \\ \hline \Delta = 3,0 \end{array}$ | $\frac{1000 \Delta}{M} = 0,9$ |
|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------|

2. Nelle rimanenti tabelle sono stati trascritti i risultati delle esperienze eseguite con i fili R. Questi avevano lo stesso diametro medio e lo stesso colore dei fili A, e ciascuno era tagliato in tre parti eguali di cui una era sottoposta a rottura senza eccitare il campo magnetico, un'altra dopo avere eccitato il medesimo, e la rimanente nelle condizioni della prima. Ovvero dapprima si rompeva una parte del filo nel campo magnetico, poi un'altra senza eccitare il medesimo, e la terza nelle condizioni della prima. In tal modo poterono formarsi rispettivamente i gruppi di misure [A], [B], [C] o [A'], [B'], [C'].

Le parti di filo rotte nel campo magnetico non erano le stesse in ogni esperienza: talora cioè si sottoponeva a rottura la parte centrale, tal'altra una delle parti terminali del filo e ciò per evitare un errore sistematico nelle misure, dipendente da costante differenza di tenacità dei fili nella loro lunghezza.

Gli attacchi di tali parti agli uncini venivano fatti ordinariamente con saldatura a stagno e le esperienze erano eseguite in un campo magnetico di 40 gauss ottenuto mediante il solenoide, ed in campi di 500, 900 e 1400 gauss con l'elettromagnete di Faraday. Non credetti opportuno eseguire ricerche con campi più elevati perchè in tal caso la temperatura dell'ambiente in cui avveniva la rottura aumentava molto e rapidamente e qualsiasi correzione sarebbe stata forse illusoria. Difatti prove in proposito non mi condussero a risultati sicuri e concordanti.

Nelle tabelle seguenti le lettere hanno questo significato :

P carico di rottura.

$t$  temperatura dell'ambiente in cui avveniva la rottura.

P' carico di rottura corretto per le variazioni di temperatura.

T tempo necessario per la rottura.

$l_i$  lunghezza iniziale della parte di filo sottoposta ad esperimento.

$l_f$  somma delle lunghezze dei due pezzi ottenuti dopo la rottura della precedente.

$\Delta$  differenza tra i valori medi delle misure eseguite rispettivamente con il campo e senza campo magnetico.

M medio dei valori P e P' ottenuti senza campo magnetico.

$\frac{1000 \Delta}{M}$  aumento medio del carico di rottura per mille causato dalla magnetizzazione.

V valore medio di P per i gruppi di misure [A] o [A'].

V' valore analogo per i gruppi di misure [C] o [C'].

V' valore medio di P' per i gruppi di misure [C] o [C'].

TABELLA II<sup>(1)</sup>.

| Numero d'ordine                        | P          | $t^{(2)}$                      | T     | $l_i$ | $l_f$ | Numero d'ordine                        | P          | $t^{(2)}$                      | T     | $l_i$ | $l_f$ |
|----------------------------------------|------------|--------------------------------|-------|-------|-------|----------------------------------------|------------|--------------------------------|-------|-------|-------|
| [A] SENZA CAMPO                        |            |                                |       |       |       | [A'] CAMPO MAGNETICO 40 gauss          |            |                                |       |       |       |
|                                        | gr.        | °                              | m s   | mm    | mm    |                                        | gr.        | °                              | m s   | mm    | mm    |
| 64                                     | 2500       | 13,6                           | 9 0   | 60    | 79    | 124                                    | 2476       | 14,0                           | 8 47  | 61    | 80    |
| 66                                     | 2518       | 12,5                           | 9 54  | 60    | 76    | 126                                    | 2483       | 13,2                           | 10 15 | 60    | 79    |
| 68                                     | 2415       | 15,0                           | 10 54 | 61    | 80    | 128                                    | 2505       | 15,4                           | 9 7   | 60    | 78    |
| 70                                     | 2513       | 14,2                           | 10 35 | 60    | 78    | 130                                    | 2501       | 15,7                           | 9 7   | 61    | 79    |
| 72                                     | 2505,5     | 13,5                           | 9 27  | 59    | 75    | 132                                    | 2441       | 15,2                           | 8 55  | 62    | 81    |
| 74                                     | 2452       | 14,0                           | 9 30  | 60    | 78    | 134                                    | 2497       | 14,5                           | 10 0  | 60    | 77    |
| 76                                     | 2459       | 13,6                           | 10 22 | 60    | 78    | 136                                    | 2500,5     | 15,0                           | 9 47  | 61    | 80    |
| 78                                     | 2493       | 13,4                           | 8 55  | 61    | 80    | 138                                    | 2463       | 13,9                           | 9 50  | 61    | 79    |
| 80                                     | 2434       | 15,6                           | 9 48  | 61    | 81    | 140                                    | 2462       | 14,7                           | 9 65  | 60    | 77    |
| 82                                     | 2445       | 14,4                           | 9 49  | 62    | 79    | 142                                    | 2447       | 13,4                           | 9 33  | 60    | 77    |
| [C]                                    |            |                                |       |       |       | [C']                                   |            |                                |       |       |       |
| 104                                    | 2498       | 13,6                           | 9 1   | 60    | 80    | 164                                    | 2474       | 14,1                           | 8 47  | 60    | 80    |
| 106                                    | 2519       | 12,6                           | 10 0  | 59    | 76    | 166                                    | 2486       | 13,3                           | 9 57  | 61    | 80    |
| 108                                    | 2416,5     | 15,0                           | 10 52 | 61    | 80    | 168                                    | 2507       | 15,3                           | 9 5   | 60    | 78    |
| 110                                    | 2512,5     | 14,3                           | 10 36 | 61    | 79    | 170                                    | 2503       | 15,8                           | 9 7   | 61    | 79    |
| 112                                    | 2508       | 13,6                           | 9 35  | 60    | 79    | 172                                    | 2435       | 15,2                           | 8 58  | 62    | 79    |
| 114                                    | 2450       | 14,0                           | 9 38  | 60    | 78    | 174                                    | 2498,5     | 14,6                           | 9 55  | 60    | 78    |
| 116                                    | 2459       | 13,6                           | 10 33 | 61    | 79    | 176                                    | 2498       | 15,0                           | 9 47  | 61    | 79    |
| 118                                    | 2495       | 13,5                           | 8 53  | 60    | 78    | 178                                    | 2469       | 13,9                           | 9 46  | 61    | 79    |
| 120                                    | 2436       | 15,6                           | 9 45  | 62    | 80    | 180                                    | 2465       | 14,7                           | 9 55  | 61    | 78    |
| 122                                    | 2446       | 14,5                           | 9 46  | 61    | 79    | 182                                    | 2447       | 13,4                           | 9 26  | 60    | 78    |
| Medie                                  | M = 2473,7 |                                | 9 51  | 60,45 | 78,6  | Medie                                  | 2477,9     |                                | 9 30  | 60,65 | 78,75 |
| [B] CAMPO MAGNETICO 40 gauss           |            |                                |       |       |       | [B'] SENZA CAMPO                       |            |                                |       |       |       |
| 84                                     | 2503       | 13,6                           | 9 0   | 60    | 79    | 144                                    | 2474       | 14,1                           | 8 47  | 61    | 82    |
| 86                                     | 2520       | 12,6                           | 10 5  | 60    | 77    | 146                                    | 2482       | 13,2                           | 9 55  | 60    | 78    |
| 88                                     | 2418,5     | 15,0                           | 10 58 | 61    | 80    | 148                                    | 2505       | 15,4                           | 9 13  | 61    | 79    |
| 90                                     | 2515,5     | 14,2                           | 10 39 | 60    | 78    | 150                                    | 2500       | 15,8                           | 9 7   | 61    | 80    |
| 92                                     | 2507,5     | 13,6                           | 9 36  | 59    | 77    | 152                                    | 2438       | 15,2                           | 9 3   | 61    | 80    |
| 94                                     | 2451       | 14,0                           | 9 30  | 61    | 79    | 154                                    | 2495       | 14,6                           | 9 56  | 60    | 78    |
| 96                                     | 2461,5     | 13,7                           | 10 29 | 60    | 78    | 156                                    | 2497       | 15,0                           | 9 47  | 61    | 80    |
| 98                                     | 2495       | 13,4                           | 8 54  | 60    | 76    | 158                                    | 2464       | 13,9                           | 9 49  | 61    | 80    |
| 100                                    | 2438       | 15,6                           | 9 45  | 61    | 79    | 160                                    | 2462       | 14,7                           | 9 46  | 60    | 78    |
| 102                                    | 2448       | 14,5                           | 9 46  | 61    | 79    | 162                                    | 2446,5     | 13,4                           | 9 38  | 60    | 77    |
| Medie                                  | 2475,8     |                                | 9 52  | 60,3  | 78,2  | Medie                                  | M = 2476,3 |                                | 9 30  | 60,6  | 79,2  |
| $\frac{2475,8 - 2473,7}{\Delta = 2,1}$ |            | $\frac{1000 \Delta}{M} = 0,85$ |       |       |       | $\frac{2477,9 - 2476,3}{\Delta = 1,6}$ |            | $\frac{1000 \Delta}{M} = 0,65$ |       |       |       |

(1) Le cifre riportate sono sempre le medie tra quelle ottenute in due esperienze consecutive, e ciò per avere valori più concordanti.

(2) Non fu fatta correzione alcuna per le variazioni di temperatura, poichè nelle misure riferite nella presente tabella si avevano solo delle differenze di un decimo di grado la cui influenza era trascurabile.

TABELLA III.

| Numero d'ordine                                    | P      | t    | P'         | T  | $l_i$ | $l_f$ | Numero d'ordine                                    | P     | t      | P'   | T          | $l_i$ | $l_f$ |      |      |
|----------------------------------------------------|--------|------|------------|----|-------|-------|----------------------------------------------------|-------|--------|------|------------|-------|-------|------|------|
| [A] SENZA CAMPO                                    |        |      |            |    |       |       | [A'] CAMPO MAGNETICO 500 gauss                     |       |        |      |            |       |       |      |      |
|                                                    | gr.    | °    |            | m  | s     | $m_m$ | mm                                                 |       | gr.    | °    | m          | s     | mm    | mm   |      |
| 184                                                | 2439   | 24,5 |            | 10 | 8     | 63    | 80                                                 | 226   | 2395   | 26,6 | 10         | 12    | 62    | 81   |      |
| 186                                                | 2435   | 24,2 |            | 10 | 9     | 64    | 81                                                 | 228   | 2497   | 24,0 | 10         | 5     | 61    | 81   |      |
| 188                                                | 2516   | 24,8 |            | 10 | 21    | 61    | 79                                                 | 230   | 2413   | 25,4 | 10         | 7     | 62    | 81   |      |
| 190                                                | 2425   | 24,3 |            | 10 | 1     | 62    | 81                                                 | 232   | 2402   | 25,0 | 10         | 6     | 64    | 83   |      |
| 192                                                | 2429   | 24,3 |            | 10 | 13    | 62    | 80                                                 | 234   | 2471   | 23,8 | 10         | 30    | 63    | 82   |      |
| 194                                                | 2443   | 23,4 |            | 10 | 9     | 63    | 80                                                 | 236   | 2455,5 | 24,7 | 9          | 54    | 62    | 81   |      |
| 196                                                | 2444   | 23,8 |            | 10 | 13    | 62    | 80                                                 | 238   | 2470,5 | 24,9 | 9          | 50    | 62    | 81   |      |
| [C]                                                |        |      |            |    |       |       | [C']                                               |       |        |      |            |       |       |      |      |
| 212                                                | 2442   | 24,6 | gr. 2442   | 10 | 8     | 62    | 79                                                 | 254   | 2393   | 27,0 | gr. 2395   | 10    | 8     | 63   | 78   |
| 214                                                | 2437   | 24,5 | 2438       | 10 | 8     | 63    | 82                                                 | 256   | 2494   | 24,2 | 2495       | 9     | 56    | 61   | 80   |
| 216                                                | 2511   | 25,0 | 2512       | 10 | 20    | 62    | 79                                                 | 258   | 2415   | 25,4 | 2415       | 10    | 8     | 62   | 82   |
| 218                                                | 2426   | 24,4 | 2426       | 10 | 2     | 63    | 80                                                 | 260   | 2402   | 25,3 | 2403       | 10    | 4     | 64   | 76   |
| 220                                                | 2430   | 24,5 | 2431       | 10 | 12    | 62    | 79                                                 | 262   | 2466,5 | 24,1 | 2468       | 10    | 25    | 63   | 81   |
| 222                                                | 2443   | 23,6 | 2444       | 10 | 9     | 62    | 80                                                 | 264   | 2455,5 | 25,0 | 2457       | 9     | 55    | 63   | 81   |
| 224                                                | 2441,5 | 24,1 | 2443       | 10 | 11    | 63    | 81                                                 | 266   | 2470   | 25,1 | 2471       | 9     | 54    | 62   | 80   |
| Medie                                              |        |      | M = 2447,6 | 10 | 12    | 62,4  | 80,1                                               | Medie |        |      | 2443,4     | 10    | 5     | 62,4 | 80,6 |
| [B] CAMPO MAGNETICO 500 gauss                      |        |      |            |    |       |       | [B'] SENZA CAMPO                                   |       |        |      |            |       |       |      |      |
| 198                                                | 2443   | 24,6 | 2443       | 10 | 9     | 63    | 81                                                 | 240   | 2393   | 26,8 | 2394       | 10    | 10    | 62   | 80   |
| 200                                                | 2438   | 24,5 | 2439       | 10 | 7     | 63    | 82                                                 | 242   | 2493   | 24,2 | 2494       | 9     | 54    | 61   | 82   |
| 202                                                | 2516   | 25,0 | 2517       | 10 | 24    | 63    | 79                                                 | 244   | 2413   | 25,5 | 2413       | 10    | 10    | 63   | 74   |
| 204                                                | 2428   | 24,4 | 2428       | 10 | 4     | 62    | 82                                                 | 246   | 2399   | 25,2 | 2400       | 10    | 4     | 64   | 83   |
| 206                                                | 2430   | 24,5 | 2431       | 10 | 13    | 62    | 80                                                 | 248   | 2467   | 23,9 | 2467       | 10    | 28    | 63   | 81   |
| 208                                                | 2444   | 23,6 | 2445       | 10 | 8     | 62    | 79                                                 | 250   | 2454   | 24,8 | 2454       | 9     | 57    | 62   | 80   |
| 210                                                | 2444   | 24,1 | 2445       | 10 | 11    | 62    | 80                                                 | 252   | 2463,5 | 24,9 | 2463,5     | 9     | 51    | 62   | 82   |
| Medie                                              |        |      | 2449,7     | 10 | 13    | 62,4  | 80,4                                               | Medie |        |      | M = 2441,4 | 10    | 5     | 62,4 | 80,3 |
| V = gr. 2447,3 V' = gr. 2447,2 V_c' gr. 2448,0     |        |      |            |    |       |       | V = gr. 2443,4 V' = gr. 2442,3 V_c' = gr. 2443,4   |       |        |      |            |       |       |      |      |
| $\frac{\text{gr. } 2449,7 - 2447,6}{\Delta = 2,1}$ |        |      |            |    |       |       | $\frac{1000 \Delta}{M} = 0,9$                      |       |        |      |            |       |       |      |      |
|                                                    |        |      |            |    |       |       | $\frac{\text{gr. } 2443,4 - 2441,4}{\Delta = 2,0}$ |       |        |      |            |       |       |      |      |
|                                                    |        |      |            |    |       |       | $\frac{1000 \Delta}{M} = 0,8$                      |       |        |      |            |       |       |      |      |



3. Da queste ultime tabelle si vede come rimanga giustificato il procedimento seguito nella correzione della temperatura.

Infatti confrontando i valori  $V$  e  $V'$  con  $V'_c$  rispettivamente, si ha il seguente prospetto:

| TABELLA | CAMPO MAGNETICO in gauss | V      | V'     | V' <sub>c</sub> | V - V' | V - V' <sub>c</sub> |
|---------|--------------------------|--------|--------|-----------------|--------|---------------------|
| III     | 500                      | 2447,3 | 2447,2 | 2448,0          | + 0,1  | - 0,7               |
| "       | "                        | 2443,4 | 2442,3 | 2443,4          | + 1,1  | 0                   |
| IV      | 900                      | 2459,2 | 2456,7 | 2459,3          | + 2,5  | - 0,1               |
| "       | "                        | 2446,2 | 2444,9 | 2445,7          | + 1,3  | + 0,5               |
| V       | 1400                     | 2483,2 | 2479,3 | 2482,5          | + 3,9  | + 0,7               |
| "       | "                        | 2480,2 | 2476,3 | 2480,8          | + 3,9  | - 0,6               |

da cui appare che le differenze  $V - V'$  sono tutte positive, e vanno crescendo col crescere del campo e quindi della differenza di temperatura, mentre le analoghe  $V - V'_c$  hanno vario segno e sono inferiori ad 1 grammo, come s'era già trovato nelle misure di prova (1).

4. I risultati ottenuti nelle mie ricerche sono stati aggruppati nella seguente tabella:

| Fili | CAMPO MAGNETICO in gauss | L      | $\Delta$ | $\frac{1000 \Delta}{M}$ | Fili | CAMPO MAGNETICO in gauss | L      | $\Delta$ | $\frac{1000 \Delta}{M}$ |
|------|--------------------------|--------|----------|-------------------------|------|--------------------------|--------|----------|-------------------------|
| X    | 210                      | - 0, 2 | 5,9      | 1, 0                    | R    | 500                      | + 0, 3 | 2,0      | 0, 8                    |
| "    | 300                      | - 0, 9 | 5,0      | 0, 9                    | "    | 900                      | - 0,35 | 2,4      | 1, 0                    |
| "    | 900                      | + 0, 1 | 4,7      | 0,85                    | "    | "                        | 0      | 2,1      | 0, 9                    |
| A    | 1100                     | 0      | 3,5      | 1, 0                    | "    | 1400                     | + 0, 5 | 3,7      | 1, 5                    |
| "    | "                        | - 1, 1 | 3,0      | 0, 9                    | "    | "                        | - 0,15 | 1,6      | 0,65                    |
| R    | 40                       | - 0,25 | 2,1      | 0,85                    |      |                          |        |          |                         |
| "    | "                        | - 0, 5 | 1,6      | 0,65                    |      |                          |        |          |                         |
| "    | 500                      | + 0, 3 | 2,1      | 0, 9                    |      |                          |        |          |                         |
|      |                          |        |          |                         |      |                          |        |          | Media 0, 9              |

dove L esprime la variazione media dell'allungamento verificatosi nei fili magnetizzati sottoposti a trazione sino a rottura, e  $\Delta$ ,  $\frac{1000 \Delta}{M}$  hanno i soliti significati.

I valori di  $\frac{1000 \Delta}{M}$  sono sufficientemente concordanti per poter concludere che il carico di rottura di un filo sottile di ferro ricotto subisce nel campo magnetico un aumento medio di 0,9 per mille. Quanto poi alle variazioni del coefficiente d'allungamento, i valori di L sono tali da non permettere conclusione alcuna in proposito.

Tratterò tale argomento in un prossimo lavoro.

(1) Questi Rendiconti, pag. 115.

Fisica terrestre. — *Importante particolarità nei sismogrammi del R. Osservatorio Geodinamico di Rocca di Papa in occasione dei terremoti Calabri dell'8 settembre 1905 e 28 dicembre 1908.* Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Meteorologia. — *Gli Osservatori del Monte Rosa in rapporto al servizio meteorologico.* Nota del dott. CAMILLO ALESSANDRI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

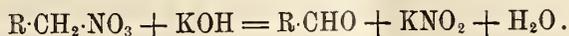
Chimica. — *Su alcune reazioni dei nitroderivati* <sup>(1)</sup>. Nota di LIVIO CAMBI, presentata dal Corrispondente A. ANGELI.

Da alcuni autori <sup>(2)</sup> furono studiate in questi ultimi anni varie ossidazioni compiute dai nitrati alcoolici, con le quali si volle confermata una formola di perossido, HO·O·NO, dell'acido nitrico: formola che già J. W. Brühl <sup>(3)</sup> aveva ammesso, deducendola dalle misure della dispersione e della rifrazione molecolare dei nitrati alcoolici.

I nitrati alcoolici ossidano, in presenza di alcali, il tiofenolo a bisolfuro di fenile, gli arseniti ad arseniati, i solfidrati alcalini a polisolfuri; con formazione di nitrito alcalino. Dai citati autori queste reazioni furono poste in relazione con la proprietà, nota da molto tempo, dei nitrati alcoolici R·CH<sub>2</sub>·NO<sub>3</sub> di saponificarsi con gli alcali oltrechè in modo normale, con formazione di alcool e di nitrato



in maniera anormale generando aldeide e nitriti



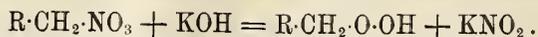
Il rapporto dei due sali, prodotti per saponificazione, dipende nei vari nitrati dal rapporto delle velocità delle due reazioni.

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica farmaceutica del R. Istituto di studi superiori di Firenze.

<sup>(2)</sup> Klason u. Carlson, Berichte, 39, pag. 2752; idem, 40, pag. 4183; T. Carlson, idem, 40, pag. 4191; A. Gutmann, idem, 41, pag. 2052.

<sup>(3)</sup> J. W. Brühl, Berichte, 31, 1350.

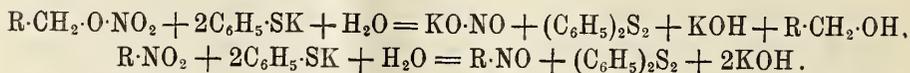
La formazione di aldeide, le ossidazioni compiute vennero attribuite ad un perossido,  $R \cdot CH_2 \cdot O \cdot OH$ , che si renderebbe libero nella saponificazione anomala del nitrato,



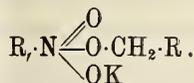
Il perossido si trasformerebbe successivamente in aldeide<sup>(1)</sup>, ossiderebbe il tiofenato a bisolfuro di fenile, gli arseniti ad arsenati<sup>(2)</sup>.

Prima di esaminare più intimamente questa ipotesi, voglio ricordare ed esporre alcuni processi di ossidazione compiuti dai nitroderivati aromatici che procedono in modo del tutto analogo a quelli studiati nei nitrati alcoolici, e precisamente la reazione più spesso usata per preparare gli azossiderivati: azione degli alcoolati sui nitroderivati aromatici. Poi, la riduzione pure ad azossicomposti operata sui nitroderivati dagli arseniti alcalini<sup>(3)</sup>: possono ridursi con questo metodo in soluzione acquosa numerosi nitroacidi aromatici. Infine citerò una reazione che io ho studiata fra m-nitrobenzoato e tiofenato di potassio; facendo reagire i due sali, nelle proporzioni volute, in soluzione acquosa  $\frac{2}{1}$  M alla temperatura di circa 120° per alcune ore in atmosfera inerte; si ha riduzione dell'acido m-nitrobenzoico ad a. m-azossibenzoico ed ossidazione del mercaptano a bisolfuro.

In queste reazioni dei nitroderivati è lecito supporre che in una prima fase essi si riducano a nitrosoderivati; che questi poi per azione degli alcali generino azossicomposti<sup>(4)</sup>. L'analogia, sotto questo punto di vista, delle reazioni dei nitroderivati con quelle dei nitrati alcoolici è evidente: il nitrito che si forma dai nitrati corrisponde al nitrosoderivato. Nel caso del tiofenolo avremo le reazioni



La riduzione compiuta dagli alcoolati sui nitroderivati è pure analoga alla riduzione a nitrito, con formazione di aldeide, nella saponificazione anomala dei nitrati alcoolici  $R \cdot CH_2 \cdot NO_3$ . Nell'azione degli alcoolati  $R \cdot CH_2 \cdot OM$  sui nitroderivati si formerà certo in una prima fase aldeide, che nell'ambiente fortemente alcalino si trasformerà ulteriormente. La formazione di aldeide può ricondursi in entrambi i casi alla stessa reazione; ricordando che gli alcoolati alcalini si addizionano ai nitroderivati per dare composti del tipo



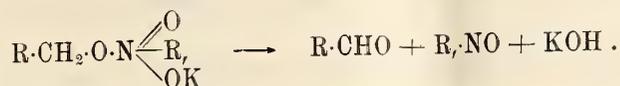
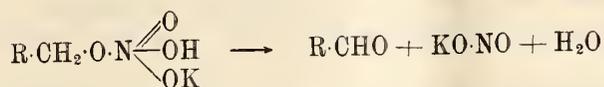
(1) Klason u. Carlson, loc. cit.

(2) Gutmann, loc. cit.

(3) Lösner, Berichte, 28 Refer., pag. 125.

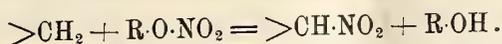
(4) E. Bamberger, Berichte, 33, pag. 1939.

Le due reazioni potranno rappresentarsi, ponendo con Nef (1) che si addiziona al nitrato alcoolico nel processo di saponificazione una molecola KOH,

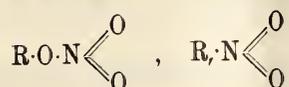


E l'influenza del radicale alcoolico procede nell'istessa maniera: aumentando l'ossidabilità dell'alcool aumenta la quantità di nitrito nella saponificazione (2); così l'alcoolato etilico è più attivo dell'alcoolato metilico nelle riduzioni dei nitroderivati (3).

L'analogia di comportamento fra il gruppo —NO<sub>2</sub> dei nitroderivati e quello dei nitrati alcoolici, risiede nell'identità della struttura dei due gruppi nitrici. I veri nitroderivati si possono ottenere anche per nitrizzazione con i nitrati alcoolici, in presenza di alcoolato:



Le ossidazioni, che ho sopra considerate, compiute dalle due classi di derivati, sono dovute alla tendenza che l'azoto pentavalente ha nei composti nitrici studiati di ridursi a trivalente, in ambiente alcalino; le formole



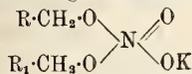
rendono ragione dell'analogia di comportamento di questi corpi. L'esistenza dei doppi legami fra azoto e ossigeno è provata anche dalle condensazioni dei nitroderivati con l'idrossilamina, con l'anilina. Anche il comportamento come esplosivi di molti composti appartenenti alle due classi di derivati si spiega in base all'analogia della loro struttura (4).

Come ho già accennato Klason e Carlson emisero l'ipotesi che ai nitrati spetti la formola R·O·O·NO. E che la saponificazione anormale con gli alcali dei nitrati alcoolici non sia che la reversione della sintesi di questi per azione dell'acido nitroso sui perossidi R·O·OH (5). Baeyer e Villiger

(1) Nef, Annalen, 309, pag. 182.

(2) Nef, loc. cit., pag. 183.

(3) Lobry de Bruyn, Berichte, 26, pag. 269. Agendo con gli alcoolati sui nitrati alcoolici sarà possibile la formazione di composti del tipo



Si presenta il problema: quale dei due radicali alcoolici prenderà parte alla riduzione. Ho intenzione di approfondire lo studio in proposito.

(4) Van t'Hoff, Vorlesungen, III, pag. 112.

(5) Baeyer u. Villiger, Berichte, 34, pag. 761.

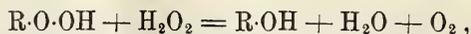
supposero come termine intermedio l'etere pernitroso  $R \cdot O \cdot O \cdot NO$ , che poi si trasforma in nitrato.

Le reazioni dei nitroderivati che ho citate contraddicono l'ipotesi che i nitrati abbiano la costituzione  $R \cdot O \cdot O \cdot NO$ ; però pure stabilito che essi abbiano la struttura  $R \cdot O \cdot N \begin{smallmatrix} \diagup O \\ \diagdown O \end{smallmatrix}$  si potrebbe supporre che per riduzione dell'azoto si formi nella saponificazione un perossido,



e che questo, come Klason e Carlson suppongono, si trasformi successivamente in aldeide, oppure compia le varie ossidazioni. Ma i caratteri dei perossidi  $R \cdot CH_2 \cdot O \cdot OH$ , descritti da Baeyer e Villiger rendono senz'altro inammissibile questa ipotesi. Nef ha osservato <sup>(1)</sup> che anche a freddo la potassa alcoolica saponifica il nitrato di etile con formazione di aldeide; quindi la trasformazione dovrebbe avvenire facilmente: invece il perossido  $C_2H_5 \cdot O \cdot OH$  mostra una notevole stabilità in soluzione alcalina, per il suo carattere debolmente acido. Infatti Baeyer e Villiger <sup>(2)</sup> concentrano a 30° soluzioni fortemente alcaline del perossido; evaporando nel vuoto soluzioni pure alcaline ottengono i sali corrispondenti  $C_2H_5 \cdot O \cdot O \cdot M$ ; senza notare la voluta trasformazione in aldeide.

Carlson, per dimostrare la formazione del perossido suppone la reazione



fra acqua ossigenata e perossido, che egli studia saponificando la nitroglicerina in presenza di acqua ossigenata: però anche questa reazione è contraddetta dai caratteri dei perossidi. Baeyer e Villiger hanno preparato i perossidi  $R \cdot O \cdot OH$  per azione di un eccesso di acqua ossigenata sui solfati alcoolici in presenza di grandi quantità di alcali. E, il rendimento in perossido è tanto maggiore quanto più è notevole l'eccesso di acqua ossigenata impiegata.

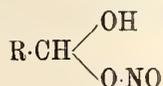
Non discuto a quale reazione sia dovuto l'ossigeno che Carlson ha misurato nella saponificazione della nitroglicerina; se alle proprietà riducenti dell' $H_2O_2$ , se a reazioni più complesse; per decidere forse occorrerebbe estendere quella reazione agli altri nitrati, specie ai più semplici.

Non si hanno dati sufficienti per stabilire quale sia il meccanismo intimo della formazione di aldeide, nella saponificazione dei nitrati; se si debba alla ossidazione dell'achilidene  $R \cdot CH <$  operata dall'acido nitrico

<sup>(1)</sup> Nef, loc. cit.

<sup>(2)</sup> Baeyer u. Villiger, loc. cit., pag. 739.

come suppone Nef (1), oppure se alla formazione labile del composto



ammesso da Vignon e Maquenne (2). Certo, la seconda ipotesi si presenta più naturale, essa ricondurrebbe la formazione di aldeide alla semplice migrazione di un atomo di ossigeno dall'azoto al carbonio; reazione di tipo molto frequente.

Klason, Carlson, Gutmann dall'ipotesi che ai nitrati spetti la struttura R·O·O·NO deducono una formola analoga per l'acido nitrico: HO·O·NO. Pur tralasciando di considerare le varie reazioni di quest'acido in base a quella formola, voglio ricordare una reazione che è in evidente contrasto con il comportamento dei perossidi: l'ossidazione quantitativa dell'a. nitroso ad a. nitrico con il permanganato.

All'acido nitrico spetta l'antica formola; in accordo con la posizione dell'azoto nel sistema periodico degli elementi, in relazione con i composti ossigenati degli elementi appartenenti allo stesso gruppo dell'azoto.

**Mineralogia.** — *Sulla identità della belonesite con la sellaita.*  
Nota di FERRUCCIO ZAMBONINI, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Sotto il nome di belonesia, cambiato in belonesite dal Dana (3), Arcangelo Scacchi (4) descriveva brevemente nel 1883 un minerale trovato in forma di esilissimi aghetti trasparenti, bianchi, in un frammento di antica roccia vulcanica involupato nella lava vesuviana del 1872. La descrizione completa e definitiva fu pubblicata soltanto nel 1886, a causa delle difficoltà incontrate nel determinare la composizione chimica del nuovo minerale, quindici cristalli del quale non pesavano più di un milligrammo.

Le caratteristiche della belonesite sono, secondo A. Scacchi, le seguenti: Sistema cristallino tetragonale:  $a:c = 1:0,6605$ . Forme osservate  $\{100\}$ ,  $\{110\}$ ,  $\{111\}$ . Durezza 5. Al cannello fonde con difficoltà: l'acido cloridrico non la scioglie. In base ad alcune reazioni qualitative la belonesite dovrebbe essere un molibdato di magnesio.

Ulteriori studi sulla belonesite sono stati eseguiti solo recentemente dal

(1) Nef, loc. cit.

(2) Vignon et Maquenne, Annales (6), 24, pag. 522.

(3) *System of Mineralogy*, 6th Ed. 992.

(4) *Sopra un frammento di antica roccia vulcanica involupata nella lava vesuviana del 1872*. Sunto nel Rend. della R. Acc. delle Scienze fis. e mat. di Napoli, 1883, 281. Memoria completa, negli Atti della stessa Accademia, V, n° 1.

Lacroix (<sup>1</sup>), il quale si è limitato a constatare l'esistenza della sfaldatura secondo il prisma tetragonale dominante, ed il carattere ottico positivo del minerale.

Sulla vera natura della belonesite io ho avuto da parecchio tempo gravi dubbî, le proprietà di questo minerale poco conciliandosi con la sua supposta probabile composizione chimica esprimibile mediante la formula  $MgMoO_4$ . È perciò con gran piacere che io ho profittato del cortese permesso del prof. Eugenio Scacchi di poter esaminare i campioni originali sui quali fu fondata la specie, per poter anche di questa dare nuove notizie in un lavoro generale al quale da tempo attendo sui minerali del Vesuvio. Rimandando a quel lavoro una descrizione più completa delle proprietà e della paragenesi della belonesite, mi limiterò a riferire nella presente notizia preliminare i risultati delle ricerche che mi hanno condotto ad identificare questo minerale vesuviano con la sellaite scoperta quarantun'anni or sono dal professore Strüver (<sup>2</sup>).

Le misure da me eseguite sui cristallini di belonesite mi hanno permesso di confermare completamente quelle pubblicate da A. Scacchi e dovute al prof. Eugenio Scacchi. Ho anch'io trovato, come Lacroix, che la belonesite è otticamente positiva: avendo rinvenuto dei cristallini nei quali i prismi  $\{100\}$  e  $\{110\}$  avevano grandezza poco diversa, ho potuto constatare che la sfaldatura avviene parallelamente ad ambedue.

La determinazione degli indici di rifrazione, eseguita mediante un prisma naturale formato da una faccia di  $\{100\}$  e da una di  $\{110\}$  facente con la prima un angolo vero di  $44^\circ 58'$ , dette il seguente risultato:

$$\begin{aligned}\omega_{Na} & 1.3775 \\ \varepsilon_{Na} & 1.3889 \\ \varepsilon - \omega & = 0.0114 .\end{aligned}$$

Questi indici di rifrazione così bassi, inferiori a quello della fluorite, mi dimostrarono senz'altro che la belonesite non poteva certamente essere un molibdato di magnesio  $MgMoO_4$ , ma che, invece, con tutta probabilità doveva appartenere ai fluoruri, per i quali in generale l'indice di rifrazione è molto basso, come aveva osservato già il Berzelius. E pensando che, come giustamente aveva notato il Dana, la belonesite ha una forma cristallina prossima a quella dei minerali del gruppo del rutilo, era naturale pensare a riferire il minerale vesuviano alla sellaite, la cui forma presenta la stessa caratteristica. Ed il confronto fra i due minerali ne dimostrò già a questo punto la identità.

(<sup>1</sup>) *Étude minéralogique des produits silicatés de l'éruption du Vésuve (Avril 1906)*. Nouvelles Archives du Muséum, 1907 (4<sup>ème</sup> Série) IX, 69, nota 4.

(<sup>2</sup>) *Sulla Sellaite, nuovo minerale di fluorio* Atti R. Acc. delle Scienze di Torino, adun. del 15 nov. 1868.

Ambedue, infatti, si presentano in cristalli con abito prismatico, incolori (1), trasparenti, con vivo splendore vitreo, e presentano le stesse sfaldature. Per i valori angolari si ha:

|                 | <i>Belonesite</i> | <i>Sellaite</i> |                |
|-----------------|-------------------|-----------------|----------------|
|                 | (Scacchi)         | (Strüver)       | (A. Sella) (2) |
| (110) : (111) = | 46°57'            | 46°53 1/2'      | 46°59 1/2'     |

La durezza nei due minerali è la stessa (5). Per la rifrazione e la birifrazione A. Sella e E. Mallard ottennero nella sellaite:

|                     | A. Sella | E. Mallard (3) |
|---------------------|----------|----------------|
| $\omega$            | 1.3780   | 1.379          |
| $\epsilon$          | 1.3897   | 1.389          |
| $\epsilon - \omega$ | 0.0117   | 0.010          |

dei valori, cioè, vicinissimi a quelli trovati per la belonesite.

Col metodo della sospensione, adoperando il tetrabromuro di metilene e la bilancia di Westphal, ho determinato il peso specifico della belonesite ed ho ottenuto 2.96 a + 12°. Per la sellaite di Gebroulaz, Strüver dà 2.972 A. Sella 3.15 e Cossa, per i cristalli artificiali, 2.857. Come si vede, anche pel peso specifico belonesite e sellaite sono identiche. Il valore trovato costituisce, del resto, una nuova conferma della impossibilità che i cristallini vesuviani appartengano ad un molibdato di magnesio anidro.

Come ha già osservato Scacchi, la belonesite non è attaccata dall'acido cloridrico ed al cannello fonde. Uguale è, secondo Strüver, il comportamento della sellaite.

Benchè, in base a quanto si è detto, non potesse sorgere dubbio sulla identità della belonesite e della sellaite, ho creduto opportuno eseguire qualche ricerca qualitativa sui cristallini vesuviani. Soltanto sacrificando buona parte di uno dei pochissimi campioni del Museo di Napoli è stato possibile riunire alcuni milligrammi di materiale puro, il quale mi ha permesso di constatare che la belonesite è attaccata dall'acido solforico con sviluppo di acido fluoridrico, nettamente riconosciuto per la forte azione corrosiva esercitata sul vetro. Dopo aver scaldato fino a scomparsa quasi completa dei vapori di anidride solforica, lasciai raffreddare perfettamente. Il residuo era bianco: anche alitandovi sopra a più riprese, come consiglia P. Truchot (4), non fu

(1) A torto Scacchi ha descritto i cristallini di belonesia come bianchi, mentre sono, in realtà, quasi sempre incolori.

(2) *Sulla sellaite e sui minerali che l'accompagnano*. Memorie R. Accad. Lincei, 1888, (4<sup>a</sup>), IV, 455.

(3) *Sur la Sellaite*. Bull. Soc. franç. de Minér. 1888, XI, 302.

(4) *Annales de Chemie analytique*, vol. X, 254.

possibile scorgere il minimo accenno a quella colorazione azzurra caratteristica che si sviluppa in presenza anche di sole tracce di molibdeno. Dalla soluzione acquosa del residuo potei ottenere dei cristallini nitidi di fosfato ammonico-magnesiaco che fu facile riconoscere al microscopio. Con i saggi riferiti si dimostrò, quindi, che la belonesite contiene fluoro e magnesio, mentre non si riuscì a confermare l'esistenza in essa del molibdeno.

L'errore nel quale incorse A. Scacchi si spiega facilmente con la lettura della sua Memoria, dalla quale risulta che le reazioni del molibdeno si ottennero dai prodotti della fusione della belosenite sia col borace che col carbonato sodico, ma che erano rimasti *per circa tre anni* abbandonati: in tali condizioni non è certamente improbabile ammettere o uno scambio di recipienti o un inquinamento.

Con la dimostrata identità della belonesite e della sellaita viene accertato un nuovo giacimento del raro fluoruro di magnesio che G. Strüver dedicava a Quintino Sella, e finora trovato con certezza, almeno che io sappia, soltanto a Gebroulaz, in Savoia. Diversa, per altro, è la origine della sellaita nelle due località. Mentre a Gebroulaz è, infatti, secondo A. Sella, un deposito di soluzioni, al Vesuvio, costituisce, invece, indubbiamente un minerale formatosi per sublimazione. Alle diverse condizioni di formazione deve con tutta probabilità ascrivere il fatto che, mentre nei cristalli vesuviani la forma terminale predominante (anzi forse, la sola esistente) è  $\{111\}$ , in quelli di Gebroulaz, molto più ricchi di facce, domina  $\{101\}$ . Particolarmente importante è il ritrovarsi della sellaita sia a Gebroulaz che al Vesuvio in stretta associazione con l'anidrite ad onta della completa diversità genetica delle due giaciture, e questo fatto merita senza dubbio tutta l'attenzione degli studiosi.

#### PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta la seconda serie degli *Études sur Léonard da Vinci, ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu*, inviata in dono dall'autore prof. DUHEM unitamente ad una lettera riassuntiva diretta al PRESIDENTE, la quale verrà inserita nei Rendiconti <sup>(1)</sup>.

(<sup>1</sup>) V. pag. 286.

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Seduta del 4 aprile 1909.*

Volume XVIII.° — Fascicolo 7.°

I.° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO  
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

1.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

1.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Seduta del 4 aprile 1909.*

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

**Matematica.** — *Sul significato geometrico del secondo parametro differenziale di una funzione sopra una superficie qualunque.*  
Nota del Corrispondente P. PIZZETTI.

Nel fascicolo 4° del presente volume di questi Rendiconti ho dato uno sviluppo in serie atto ad esprimere la media aritmetica dei valori che una funzione dei punti dello spazio ordinario assume alla superficie di una sfera. Un calcolo analogo conduce ad esprimere la media dei valori che una funzione dei punti del piano assume sopra una circonferenza.

Detto  $V_0$  il valore della funzione  $V$  in un punto  $O$  del piano,  $M$  la media aritmetica dei valori che la funzione stessa assume nei punti della periferia di cerchio di raggio  $R$  e centro  $O$ , si ha:

$$(1) \quad M = V_0 + \frac{R^2}{2^2} (\mathcal{A}_2 V)_0 + \frac{R^4}{2^2 \cdot 4^2} (\mathcal{A}_4 V)_0 + \dots \\ + \frac{R^{2n-2}}{2^2 \cdot 4^2 \dots (2n-2)^2} (\mathcal{A}_{2n-2} V)_0 + \frac{R^{2n}}{2^2 \cdot 4^2 \dots (2n)^2} (\mathcal{A}_{2n} V)_m.$$

Con  $(\mathcal{A}_{2r} V)_0$  è indicato il valore che  $\mathcal{A}_{2r} V$  assume nel punto  $O$ ; con  $(\mathcal{A}_{2n} V)_m$  un valore compreso fra il massimo e il minimo di quelli che  $\mathcal{A}_{2n} V$

assume nell'area circolare considerata. Stimo inutile riprodurre il calcolo (del tutto analogo a quello della mia precedente Nota) che conduce alla formola (1).

Se dividiamo la (1) per  $R^2$  e facciamo poi tendere  $R$  a zero, abbiamo

$$(2) \quad \lim_{R=0} \frac{4(M - V_0)}{R^2} = (\mathcal{A}_2 V)_0 .$$

Ora io mi propongo di dimostrare che questa formola può essere assunta come definizione del secondo parametro differenziale di una funzione dei punti di una *superficie qualunque* (salva qualche limitazione intorno al modo di variare della curvatura della superficie), ove naturalmente s'intenda che  $M$  sia la media dei valori che la  $V$  assume sopra una circonferenza geodetica di centro  $O$  e raggio  $R$ .

2. Non sarebbe difficile arrivare a questo risultato, partendo dallo sviluppo di Taylor applicato alla funzione  $V$  lungo un arco di geodetica uscente da  $O$ , e integrando poscia l'espressione così ottenuta lungo la circonferenza geodetica di raggio  $R$ . Ma per tenere questa via, occorre ammettere l'esistenza delle derivate 3° della  $V$  rispetto alle variabili che si assumono come coordinate sulla superficie. Io intendo invece stabilire la (2) limitandomi alla ipotesi che esistano e siano integrabili le derivate 2° della  $V$  in un intorno convenientemente piccolo del punto  $O$ .

3. Supporremo riferiti i punti della superficie ad un sistema di coordinate polari geodetiche  $u$  e  $\theta$ , con polo in  $O$ . Sia

$$ds^2 = du^2 + G d\theta^2$$

il quadrato dell'elemento lineare. Riguardo alla superficie faremo le ipotesi seguenti:

a) che in un intorno finito del punto  $O$  la curvatura assoluta sia finita;

b) che, detto  $K_0$  il valore della curvatura in  $O$ , e  $K$  quello in un punto  $M$  a distanza geodetica  $u$  da  $O$ , si abbia

$$(3) \quad |K - K_0| < hu$$

dove  $h$  è una costante finita;

c) che  $K_1$  sia il valore massimo, e  $K_2$  il minimo della curvatura assoluta nella regione di superficie che si considera; intendendo che in luogo di  $K_2$  si ponga *zero*, se la curvatura è sempre positiva o nulla, e si ponga, invece, *zero* in luogo di  $K_1$ , se essa è sempre negativa o nulla.

Supporrò, per ora,  $K_0$  positiva.

4. Mi varrò di alcune disuguaglianze stabilite nelle mie Memorie: *Intorno al grado di approssimazione che si raggiunge nel risolvere i*

triangoli geodetici sopra una superficie qualunque <sup>(1)</sup>; e Paragone fra gli angoli di due triangoli geodetici di eguali lati <sup>(2)</sup>.

Tenute le notazioni stabilite nel paragrafo precedente, si ha

$$a) u \cos(u\sqrt{K_1}) < \sqrt{G} < u \cos \text{ip}(u\sqrt{-K_2}).$$

b) Osservando che, per la superficie a curvatura costante,  $K_0$  il rapporto  $\frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u}$  è espresso da  $\sqrt{K_0} \cdot \text{cotg}(u\sqrt{K_0})$  mentre  $\sqrt{G}$  è espresso da  $\frac{1}{\sqrt{K_0}} \text{sen}(u\sqrt{K_0})$ , dalla formola (16) della citata Memoria di Torino risulta che

$$\begin{aligned} \sqrt{K_0} \cdot \text{cotg}(u\sqrt{K_0}) - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} &= \\ &= \frac{1}{\sqrt{G} \cdot \text{sen}(u\sqrt{K_0})} \int_0^u (K_x - K_0) \sqrt{G_x} \text{sen}(x\sqrt{K_0}) dx \end{aligned}$$

dove  $K_x$  e  $G_x$  sono  $K$  e  $G$  ove alla lettera  $u$  si immagini sostituita la  $x$ . Ora abbiamo

$$\begin{aligned} \sqrt{G_x} &< x \cdot \cos \text{ip}(x\sqrt{-K_2}) < x \cdot \cos \text{ip}(u\sqrt{-K_2}) \\ |K_x - K_0| &< hx \quad ; \quad \text{sen}(x\sqrt{K_0}) < x\sqrt{K_0} \\ \sqrt{G} \cdot \text{sen}(u\sqrt{K_0}) &> u^2 \cdot \cos^2(u\sqrt{K_1}) \cdot \sqrt{K_0}. \end{aligned}$$

Quindi

$$\left| \sqrt{K_0} \cdot \text{cotg}(u\sqrt{K_0}) - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} \right| < \frac{hu^2 \cos \text{ip}(u\sqrt{-K_2})}{4 \cos^2(u\sqrt{K_1})}.$$

c) Dalla formola (7) della citata Memoria di Torino deduciamo, colle presenti notazioni:

$$\sqrt{G} = \frac{1}{\sqrt{K_0}} \text{sen}(u\sqrt{K_0}) + \frac{1}{\sqrt{K_0}} \int_0^u \sqrt{G_x} (K_0 - K_x) \text{sen}(u-x)\sqrt{K_0} \cdot dx,$$

e quindi, in modo analogo al precedente,

$$\left| \sqrt{G} - \frac{1}{\sqrt{K_0}} \text{sen}(u\sqrt{K_0}) \right| < \frac{hu^4}{12} \cos \text{ip}(u\sqrt{-K_2}).$$

<sup>(1)</sup> Memorie R. Accad. di Torino, ser. II, vol. LVII, 1906. Si osservi che in quella Memoria mi sono limitato a considerare superficie a curvatura *positiva*; le formole ivi contenute sono quindi meno generali di quelle comprese nella successiva Nota, nella quale ho generalizzata la ipotesi sul segno della curvatura.

<sup>(2)</sup> Rendiconti Lincei, ser. 5<sup>a</sup>, vol. XVI, 1907, pp. 149-155.

d) Indichiamo con  $s_u$  la lunghezza di tutta la circonferenza geodetica di raggio  $u$ : avremo:

$$s_u = \int_0^{2\pi} \sqrt{G} \cdot d\theta$$

e quindi, dalla precedente diseguaglianza:

$$\left| s_u - \frac{2\pi}{\sqrt{K_0}} \operatorname{sen}(u\sqrt{K_0}) \right| < \frac{\pi hu^4}{6} \cos \operatorname{ip}(u\sqrt{-K_2}).$$

Supposto che la porzione di superficie che si vuol considerare sia tutta contenuta dentro il cerchio geodetico di raggio  $R'$  e centro  $O$ , potremo nelle precedenti diseguaglianze attribuire a  $\cos \operatorname{ip}(u\sqrt{-K_2})$  il valore massimo  $\cos \operatorname{ip}(R'\sqrt{-K_2})$  e a  $\cos(u\sqrt{K_1})$  il minimo valore  $\cos(R'\sqrt{K_1})$ . (Supponiamo ben inteso  $R'\sqrt{K_1} < \frac{\pi}{2}$ ). Le dette diseguaglianze, se poniamo

$$c = \cos(R'\sqrt{K_1}) \quad , \quad c' = \cos \operatorname{ip}(R'\sqrt{-K_2}),$$

diventano così:

$$(\alpha) \quad uc < \sqrt{G} < uc',$$

$$(\beta) \quad \left| \sqrt{K_0} \operatorname{cotg}(u\sqrt{K_0}) - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} \right| < \frac{hu^2}{4} \frac{c'}{c^2},$$

$$(\gamma) \quad \left| \sqrt{G} - \frac{1}{\sqrt{K_0}} \operatorname{sen}(u\sqrt{K_0}) \right| < \frac{hu^4}{12} c',$$

$$(\delta) \quad \left| s_u - \frac{2\pi}{\sqrt{K_0}} \operatorname{sen}(u\sqrt{K_0}) \right| < \frac{\pi hu^4}{6} c'.$$

Se la curvatura della superficie, nella regione che si considera, non è mai negativa, dovrà porsi  $c' = 1$ ; se essa invece non è mai positiva, si porrà  $c = 1$ .

5. Queste cose premesse, facciamo uso della formola di Green generalizzata <sup>(1)</sup>

$$(4) \quad 2\pi V_0 = \int_s \left( V \frac{\partial \psi}{\partial n} - \psi \frac{\partial V}{\partial n} \right) ds + \int_{\Omega} (V \cdot \mathcal{A}_2 \psi - \psi \cdot \mathcal{A}_2 V) d\Omega$$

dove  $V$  è una funzione finita in tutti i punti dell'area limitata  $\Omega$  di una superficie regolare, e ammette, entro questa regione, le derivate 1° e 2° finite e integrabili;  $\psi$  è una funzione generalmente finita, salvo nel punto  $O$ ,

(1) Beltrami, *Delle variabili complesse sopra una superficie qualunque*. Annali di matematica, ser. II, t. 1, 1867.

ove essa diventa infinita come  $\log \frac{1}{u}$ . Con  $s$  è indicato l'arco della linea contorno dell'area  $\Omega$ , con  $V_0$  il valore della  $V$  nel punto  $O$ .

Assumeremo per la  $\psi$  la forma

$$\psi = \log \cotg \left( \frac{u}{2} \sqrt{K_0} \right),$$

per area  $\Omega$  quella limitata da una circonferenza geodetica di centro  $O$  e raggio geodetico  $u=R$ . Avremo per la funzione  $\psi$  il secondo parametro differenziale espresso da

$$(5) \quad \begin{aligned} \Delta_2 \psi &= \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial}{\partial u} \left( \sqrt{G} \frac{\partial \psi}{\partial u} \right) = \\ &= \frac{\sqrt{K_0}}{\text{sen}(u \sqrt{K_0})} \left\{ \sqrt{K_0} \cotg(u \sqrt{K_0}) - \frac{1}{\sqrt{G}} \frac{\partial \sqrt{G}}{\partial u} \right\}. \end{aligned}$$

Indichiamo con  $s$  lo sviluppo della circonferenza geodetica di raggio  $R$ , con  $M$  la media dei valori che la funzione  $V$  assume nei punti di questa circonferenza; ossia poniamo

$$M = \frac{1}{s} \int_s V. ds.$$

Dividendo la (4) per  $2\pi$  e sottraendo  $M$  dalle due parti, scriveremo

$$(6) \quad V_0 - M = A - B + C$$

dove

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2\pi} \int_s V \frac{\partial \psi}{\partial n} ds - \frac{1}{s} \int_s V. ds, \\ B &= \frac{1}{2\pi} \int_s \psi \frac{\partial V}{\partial n} ds + \frac{1}{2\pi} \int_\Omega \psi. \Delta_2 V. d\Omega, \\ C &= \frac{1}{2\pi} \int_\Omega V. \Delta_2 \psi. d\Omega. \end{aligned}$$

Esaminiamo dapprima il termine  $A$ . Abbiamo

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = - \frac{\partial \psi}{\partial u} = \frac{\sqrt{K_0}}{\text{sen}(u \sqrt{K_0})}.$$

Quindi

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sqrt{K_0}}{2\pi \cdot \text{sen}(R \sqrt{K_0})} \int_s V. ds - \frac{1}{s} \int_s V. ds = \\ &= M \left\{ s - \frac{2\pi}{\sqrt{K_0}} \text{sen}(R \sqrt{K_0}) \right\} \frac{\sqrt{K_0}}{2\pi \text{sen}(R \sqrt{K_0})}. \end{aligned}$$

Tenuto conto della disequaglianza ( $\delta$ ), ove si porrà R invece di  $u$ , ed osservando che

$$(7) \quad \text{sen}(R\sqrt{K_0}) > R\sqrt{K_0} \cos(R\sqrt{K_0}) > R\sqrt{K_0} c,$$

abbiamo

$$(7) \quad |A| < \frac{hMR^3 c'}{12 c}.$$

Le costanti  $c, c'$  hanno il significato indicato alla fine del § 4.

Passiamo a considerare il termine C. Ricordando l'espressione (5) di  $A_2 \psi$  e la disequaglianza ( $\beta$ ) abbiamo

$$|A_2 \psi| < \frac{\sqrt{K_0}}{\text{sen}(u\sqrt{K_0})} \frac{hu^2 c'}{4c^2}$$

e per la ( $\alpha$ )

$$\sqrt{G} |A_2 \psi| < \frac{\sqrt{K_0}}{\text{sen}(u\sqrt{K_0})} \frac{hu^3 c'^2}{4c^2}$$

ed anche per la (7) ove si ponga  $u$  in luogo di R.

$$(9) \quad \sqrt{G} |A_2 \psi| < \frac{hu^2 c'^2}{4c^3}.$$

D'altra parte, ponendo per  $d\Omega$  la sua nota espressione, avremo

$$C = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R V \cdot A_2 \psi \cdot \sqrt{G} du.$$

Quindi, detto  $V_m$  il massimo valore assoluto di V,

$$(10) \quad |C| < \frac{V_m}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R |A_2 \psi| \sqrt{G} \cdot du < \frac{hR^3 c'^2}{12 \cdot c^3} V_m.$$

Veniamo finalmente al termine B. Poichè

$$\int_s \frac{\partial V}{\partial u} ds = - \int_{\Omega} A_2 V \cdot d\Omega,$$

avremo

$$\begin{aligned} B &= - \frac{1}{2\pi} \log \cotg \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) \int_{\Omega} A_2 V \cdot d\Omega - \\ &\quad + \frac{1}{2\pi} \int_{\Omega} \log \cotg \left( \frac{u}{2} \sqrt{K_0} \right) \cdot A_2 V \cdot d\Omega = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^R \left\{ \log \tang \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) - \log \tang \left( \frac{u}{2} \sqrt{K_0} \right) \right\} A_2 V \cdot \sqrt{G} \cdot du. \end{aligned}$$

Poniamo per  $\sqrt{G}$  l'espressione

$$\sqrt{G} = \frac{1}{\sqrt{K_0}} \operatorname{sen}(u\sqrt{K_0}) + \varepsilon$$

dove

$$|\varepsilon| < \frac{hu^4}{12} c',$$

ed osserviamo che, la quantità che moltiplica  $\mathcal{A}_2V$  sotto il segno integrale rimanendo positiva nell'intervallo di integrazione, è lecito portare fuori dal segno integrale la stessa  $\mathcal{A}_2V$  attribuendole un valore medio che indicheremo con  $(\mathcal{A}_2V)_m$ . Avremo così

$$(11) \quad B = \frac{(\mathcal{A}_2V)_m}{\sqrt{K_0}} \int_0^R \left\{ \log \operatorname{tang} \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) - \right. \\ \left. - \log \operatorname{tang} \left( \frac{u}{2} \sqrt{K_0} \right) \right\} \operatorname{sen}(u\sqrt{K_0}) \cdot du + \nu$$

dove

$$(12) \quad |\eta| < \frac{h \cdot c' (\mathcal{A}_2V)_{\max}}{12} \int_0^R \left\{ \log \operatorname{tang} \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) - \right. \\ \left. - \log \operatorname{tang} \left( \frac{u}{2} \sqrt{K_0} \right) \right\} u^4 \cdot du.$$

Ora, colla integrazione per parti, è facile verificare che l'integrale che figura nella formola (11) è eguale a

$$- \frac{2}{\sqrt{K_0}} \log \cos \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right)$$

e quello che figura nella (12) può scriversi

$$\frac{\sqrt{K_0}}{5} \int_0^R \frac{u^5 \cdot du}{\operatorname{sen}(u\sqrt{K_0})} < \frac{1}{5 \cos(R\sqrt{K_0})} \int_0^R u^4 \cdot du < \frac{R^5}{25 \cdot \cos(R\sqrt{K_0})}.$$

Sicchè finalmente

$$(13) \quad B = - \frac{2}{K_0} (\mathcal{A}_2V)_m \log \cos \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) + NR^5$$

dove  $N$  è una quantità che rimane finita per ogni valore  $R$  non superiore a un certo limite finito.

Dalle (6) (8) (10) (13) abbiamo dunque

$$(14) \quad V_0 - M = \frac{2}{K_0} (\mathcal{A}_2V)_m \log \cos \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) + PR^3$$

dove  $P$  rimane finita per ogni valore di  $R$  non superiore a un certo limite finito. Il calcolo precedente dimostra che questo limite superiore  $R'$  è determinato dalla condizione che sia  $R' \sqrt{K_1} < \frac{\pi}{2}$ , essendo  $K_1$  il massimo valore della curvatura assoluta.

Si ha d'altra parte

$$\lim_{R \rightarrow 0} \frac{1}{R^2} \log \cos \left( \frac{R}{2} \sqrt{K_0} \right) = -\frac{K_0}{8}.$$

Quindi dalla (14) risulta la formola che si voleva dimostrare:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{M - V_0}{R^2} = \frac{1}{4} (\mathcal{A}_2 V)_0$$

nell'ipotesi che il  $\mathcal{A}_2 V$  vari con continuità in prossimità del punto considerato  $O$ .

5. Nel calcolo precedente è supposto che la curvatura assoluta  $K_0$  della superficie in  $O$  sia positiva. Se fosse negativa, il calcolo si modifica in modo ovvio. Bisogna allora prendere come funzione  $\psi$ , nella formola di Green (4) la

$$\psi = \log \cotg \text{ip} \left( \frac{u}{2} \sqrt{-K_0} \right).$$

Alla formola (14) risulta allora sostituita la

$$V_0 - M = \frac{2}{K_0} (\mathcal{A}_2 V)_m \log \cos \text{ip} \left( \frac{R}{2} \sqrt{-K_0} \right) + PR^3.$$

E poichè

$$\lim_{R \rightarrow 0} \frac{\log \cos \text{ip} \left( \frac{R}{2} \sqrt{-K_0} \right)}{R^2} = \frac{-K_0}{8},$$

la precedente conclusione rimane inalterata.

Se fosse finalmente  $K_0 = 0$ , bisognerebbe assumere

$$\psi = \log \frac{1}{u}.$$

Chimica. — *Sulla separazione dei composti allilici e propenilici delle essenze.* Nota del Corrispondente L. BALBIANO.

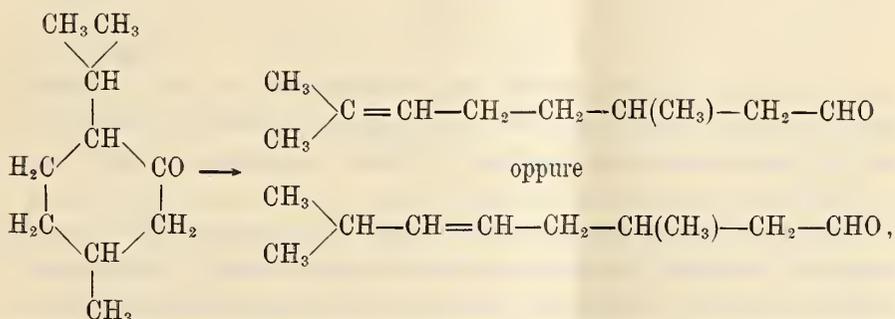
Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Azioni chimiche della luce.* Nota XIV del Socio G. CIAMICIAN e P. SILBER.

La presente Nota contiene alcune osservazioni che si riferiscono al contegno del mentone alla luce e formano però un sèguito a quelle descritte nella Nota decima (1).

*Idrolisi del mentone.*

Come è noto, il mentone in soluzione idroalcolica subisce, per azione della luce una doppia scissione, dando origine alla formazione di un acido decilico e di un'aldeide, che è isomera al citronellale. La costituzione di quest'ultima era però ancora incerta relativamente alla posizione del doppio legame. La scissione del mentone poteva condurre ad una delle seguenti aldeidi:



di cui la prima avrebbe quella formola che Wallach (2) attribuisce al suo mentocitronellale. E però noi nel nostro citato lavoro abbiamo espresso la supposizione che la nostra aldeide poteva essere identica a quella di Wallach, anche per la corrispondenza del punto di fusione dei semicarbazoni 88-89°.

(1) Questi Rendiconti, vol. 26, I, pag. 835.

(2) Liebigs, Annalen der Chemie, vol. 296, pag. 131.

Per risolvere la questione abbiamo pensato di trasformare l'aldeide nel corrispondente acido, che avrebbe potuto essere identico all'acido mentonenico di Wallach (\*), col metodo indicato dell'Angeli, cioè partendo dal relativo acido idrossammico da noi già descritto. È evidente poi che per ossidazione dell'acido con permanganato prima e poi con acido cromico, si deve ottenere, se non avvengono spostamenti nella posizione del doppio legame, a seconda della formola attribuita all'aldeide, rispettivamente l'acido  $\beta$ -metiladipico,



oppure l'acido  $\beta$ -metilglutarico



Dal suo acido mentonenico, Wallach ottenne il primo dei due citati acidi.

Siamo partiti da 4,5 gr. di acido idrossammico (p. f. 108-109°) e l'abbiamo idrolizzato per ebollizione a ricadere con acido solforico diluito al 20 %. Distillando in corrente di vapore, passa un olio, che venne raccolto mediante estrazione con etere e seccato sul cloruro di calcio. Nell'idrolisi non si forma che un piccolo residuo non volatile. L'acido così ottenuto, passò, alla pressione di 18 mm., a 142°. A quella ordinaria fra 248 e 253°; il suo punto d'ebollizione è a 252-253°. Esso ha la composizione prevista corrispondente alla formola



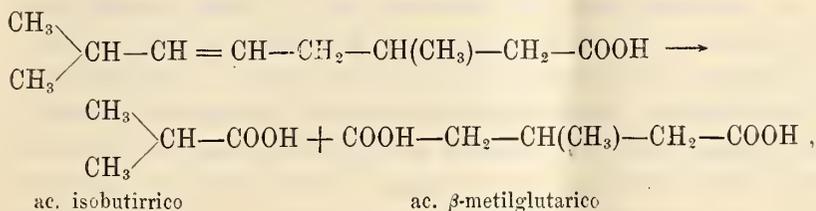
L'acido mentonenico di Wallach bolle a 257-261° e però già questo dato fece nascere in noi il dubbio che i due prodotti non fossero identici. Per accertarne l'identità avremmo potuto preparare l'amide del nostro acido, per compararla con quella descritta da Wallach, che fonde a 104-105°, ma per difetto di materia dovremmo rinunciarvi.

Abbiamo preferito invece ossidare l'acido da noi ottenuto, allo scopo di cercare di determinare la posizione del doppio legame, come s'è detto avanti. L'acido dal punto d'ebollizione 252-253° (1,9 gr.) venne neutralizzato con carbonato sodico e la soluzione raffreddata con ghiaccio, trattata con una soluzione ugualmente fredda di permanganato potassico all'1 % fino che questa non veniva ulteriormente alterata. Il liquido, che aveva l'odore di aldeidi grasse, venne filtrato dagli ossidi manganici e bollito a ricadere con la quantità voluta di bicromato potassico ed acido solforico. Quando la soluzione ebbe acquistato il colore verde dei sali di cromo, si distillò in corrente di

(\*) Ibid. pag. 120; vedi pure l'opera dello stesso autore: *Terpene und Campher*, Leipzig 1909, pag. 408.

vapore acqueo. Assieme a delle gocce oleose, che vennero tolte per filtrazione su filtro bagnato, passa un liquido acquoso di odore butirrico, che venne neutralizzato con soda e concentrato. Precipitando con nitrato d'argento, si ottennero due frazioni, la di cui composizione si avvicina assai a quella del *butirrato argentario*. Il liquido rimasto indietro nella distillazione, venne estratto con etere, il prodotto, sciropposo da principio, si solidifica; purificato dal benzolo dette cristalli senza colore (0,7 gr.), che fondevano a 86°, punto di fusione questo dell'acido  $\beta$ -metilglutarico (1), di cui il detto prodotto aveva la composizione e tutte le proprietà.

L'ossidazione dell'acido  $C_{10}H_{18}O_2$  dette dunque gli acidi probabilmente isobutirrico e  $\beta$ -metilglutarico e condurrebbe però alla formola:



per cui la costituzione della nostra aldeide rimarrebbe determinata. Non però in modo assolutamente sicuro, perchè, come l'illustre prof. Otto Wallach, a cui questi risultati furono comunicati, ci fece giustamente osservare, la soluzione alcalina di permanganato potassico può alle volte spostare un doppio legame verso il carbossile e di questi fatti, sebbene non molto frequenti, bisogna naturalmente tener conto (2). Il prof. Wallach ebbe la gentilezza di dirci di voler riprendere lo studio del suo acido e così la questione potrà essere risolta.

*Autossidazione del mentone.*

Avevamo più volte osservato che il mentone esposto all'aria acquista una decisa reazione acida, anche se prima era stato accuratamente purificato. Questo fatto fece nascere in noi il desiderio di vedere se si trattasse di un processo di autossidazione sul quale la luce potesse esercitare un'azione acceleratrice. Così è di fatto: il mentone, esposto alla luce in presenza di ossigeno, si trasforma in parte in quello stesso acido chetonico che Arth e segnatamente E. Beckmann e Mehrländer (3) ottennero per ossidazione del mentolo con bicromato ed acido solforico e che Baeyer e Manasse (4) ebbero in forma di ossima, trattando il mentone con nitrito d'amile ed acido cloridrico, per idrolisi del nitrosomentone da prima formatosi.

(1) Beilstein, vol. I, pag. 675.

(2) Vedi in proposito C. Harries, Berichte 34, pag. 2983 ed il lavoro recente di W. H. Perkin e O. Wallach, Berichte 42, pag. 145 (1909).

(3) L. Annalen der Chemie 289, pag. 371 (1896).

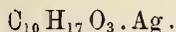
(4) Berichte 27, pag. 1912 (1894).

L'esperienza venne eseguita esponendo al sole il mentone in presenza d'acqua in grandi bottiglie di vetro bianco, della capacità di litri  $4\frac{1}{2}$ , ripiena d'ossigeno. In tutto vennero esposti 35 gr. di mentone con 35 gr. d'acqua, dall'11, luglio al 30 ottobre 1908. Dopo l'insolazione si notò che la pressione interna nella bottiglia era assai diminuita e che il liquido, che si trovava in fondo al recipiente, aveva acquistato una reazione fortemente acida. In una bottiglia analogamente preparata e conservata per lo stesso tempo all'oscuro, la pressione interna non s'era sensibilmente modificata e dai 15 gr. di mentone impiegati non si ebbe che circa un grammo di sale sodico.

Il contenuto delle bottiglie venne anzitutto diluito con acqua, neutralizzato con carbonato sodico ed estratto con etere. Gli acidi formati passarono naturalmente nel liquido alcalino, che fu separato da quello eterico.

La soluzione eterica seccata con solfato sodico anidro e liberata dal solvente, lascia indietro un olio formato in gran parte dal mentone inalterato; ma esso contiene anche altre sostanze, dovute forse ad un processo di condensazione, che non abbiamo potuto studiare in modo esauriente. Queste sostanze non sono probabilmente diverse da quei prodotti che si ottengono pure accanto all'idrolisi, operando in tubi chiusi. L'olio in parte passava fra  $205$  e  $240^\circ$  (p. eb. del mentone  $207-208^\circ$ ) ed in parte preponderante fra  $213$  e  $240^\circ$ . Nel pallone di distillazione restò indietro un olio spesso e bruno.

La soluzione acquosa alcalina, svaporata a secco, lasciò un residuo dall'aspetto del sapone del peso di gr. 36 (da 35 gr. di mentone). Ripreso con acqua e trattato con acido solforico diluito, questo residuo salino dette un olio in quantità rilevante, che venne estratto con etere e distillato in corrente di vapore acqueo. In questo modo però non passano che piccole quantità di materia acida (2 litri di distillato richiesero per la saturazione 1,9 gr. di carbonato sodico) in cui si potè riconoscere la presenza di acido formico. La quantità maggiore del prodotto, che è dunque poco volatile con vapore acqueo, resta indietro nel pallone in parte in forma di gocce oleose, in gran parte disciolta nell'acqua, da cui venne estratta con etere. Si ottenne così un olio (13,8 gr.), che alla pressione di 18 mm., passò fra  $178$  e  $201^\circ$ . Esso è colorato lievemente in giallo e resiste in soluzione alcalina al permanganato. Seguendo l'esempio di E. Beckmann e Mehrländer<sup>(1)</sup>, abbiamo purificato quest'acido trasformandolo nel suo sale argentario e cristallizzando quest'ultimo dall'acqua bollente. Il sale argentario si presenta in squamette madreperlacee ed ha la composizione voluta



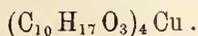
(<sup>1</sup>) L. Annalen der Chemie 289, pag. 369.

L'acido riottenuto dal sale purificato, passò a 12 mm. a 173-177° ed in massima parte a 174-175°. G. Arth trovò a 15 mm., 173-175° (1). Per accertarne l'identità, ne abbiamo preparata l'ossima, che cristallizza dall'acqua in isquamette dal punto di fusione 99-100° ed ha la formola

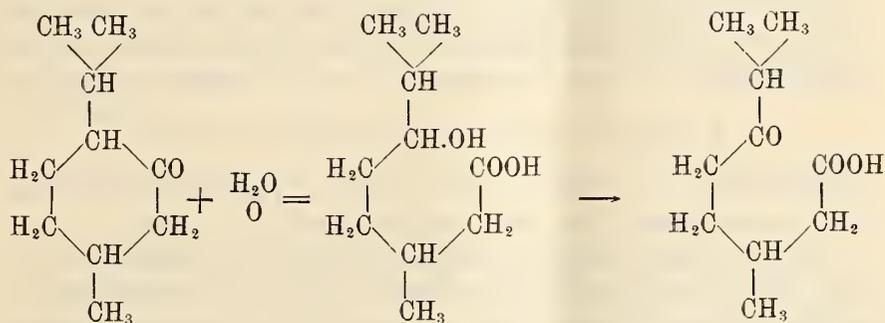


Per questa ossima gli autori dànno punti di fusione assai diversi fra loro. Beckmann e Mehrländer trovarono 96,5 (2), Baeyer e Manasse 98,5 (3) e finalmente Baeyer e Oehler 103° (4).

In fine abbiamo preparato, seguendo la indicazione di Beckmann e Mehrländer, anche il sale rameico dell'acido chetonico, che forma, cristallizzato dall'etere, aghetti azzurro-verdastri dalla composizione



L'autossidazione del mentone determina dunque l'apertura dell'anello in quello stesso punto dell'idrolisi e può essere rappresentata dalle seguenti formole:



Noi crediamo che quale prodotto intermedio si formi l'ossiacido, anche perchè il nostro acido greggio dopo la distillazione non era completamente solubile nel carbonato sodico ed il residuo aveva il caratteristico odore dei lattoni. Ora è noto per la esperienza di Baeyer (5) che l'ossiacido, ottenuto per riduzione dell'acido chetonico, si trasforma per distillazione nel relativo lattone.

Queste esperienze dimostrano come l'azione della luce sui composti organici possa condurre a risultati assai diversi, a seconda che essa avvenga in presenza od in assenza di ossigeno. Un fatto simile a quello ora descritto

(1) Annales de Chimie et de Physique 6, vol. VII, pag. 449 (1886).

(2) Loc. cit., pag. 372.

(3) Berichte 27, pag. 1912.

(4) Ibid. 29, pag. 27.

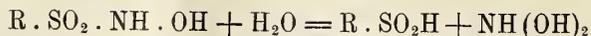
(5) Ibid. 32, pag. 3619 (1899).

pel mentone lo osservammo alcuni anni or sono <sup>(1)</sup> con lo stilbene, che esposto in tubi chiusi in soluzione benzolica si polimerizza dando luogo alla formazione del distilbene, mentre esposto al sole in presenza dell'aria si autossida per dare origine ad aldeide ed acido benzoico. Una analoga assai interessante osservazione è stata recentemente pubblicata relativamente ad un idrocarburo più complesso, il difenilottatetrene, da H. Stobbe <sup>(2)</sup>, il quale assai opportunamente pone in rilievo l'influenza dell'ossigeno nelle azioni chimiche provocate dalla luce.

Infine ringraziamo i dottori Mario Forni e Ugo Pestalozza che ci prestarono il loro valido aiuto in queste ricerche.

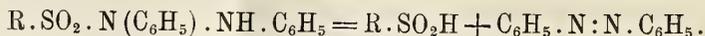
**Chimica.** — *Sopra un modo di formazione della benzoilfenilidrazina* <sup>(3)</sup>. Nota del Corrispondente **A. ANGELI** e del dott. **V. CASTELLANA**.

Ancora qualche anno addietro abbiamo dimostrato che nell'azione degli alcali sopra gli acidi solfoidrossammici, si forma l'acido solfinico e che contemporaneamente, con tutta probabilità, si libera la biossiammoniaca:

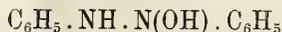


che facilmente si può fissare p. e. alle aldeidi, quando queste siano presenti; in caso diverso perde acqua per dare protossido di azoto.

Data la grande analogia di comportamento che si riscontra fra i derivati dell'idrossilammia da una parte e quelli dell'idrazina dall'altra, ancora l'anno scorso abbiamo posto in rilievo che senza dubbio è da intendersi nello stesso modo anche la trasformazione studiata parecchio tempo fa. da Hantzsch e Glogauer <sup>(4)</sup>:



Naturalmente anche in questo caso si può ammettere la formazione di un prodotto intermedio:



il quale perdendo acqua darebbe origine all'azobenzolo.

<sup>(1)</sup> Questi Rendiconti, serie V, vol. 12, II, pag. 529 (1903) e Gazzetta Chimica, vol. 34, II, pagg. 143 e 144 (1909).

<sup>(2)</sup> Berichte 42, pag. 565 (1906).

<sup>(3)</sup> Lavoro eseguito nel R. Istituto di Studi superiori in Firenze.

<sup>(4)</sup> Berliner Berichte XXX (1897), 2548.

Restava quindi da prendersi in esame il derivato della fenilidrazina, la benzolsolfonfenilidrazina:

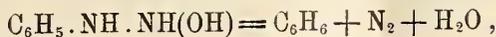


preparata per la prima volta da Emilio Fischer (1) ed in seguito, e per altra via, da altri autori.

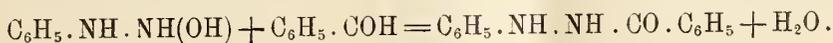
I dati forniti dalla letteratura ci hanno subito fatto presentire che anche questa sostanza doveva comportarsi in modo analogo; per azione degli alcali dapprima fornisce un sale il quale viene successivamente decomposto con sviluppo di azoto e formazione di benzolo ed acido benzosolfonico. Evidentemente anche in questo caso il termine intermedio:



è dotato di grande instabilità:



e perciò noi cercammo di fissarlo, come a suo tempo avevamo già fatto per la biossiammoniaca, operando la decomposizione in presenza di una aldeide. Impiegando l'aldeide benzoica era da aspettarsi la formazione di benzoilfenilidrazina;



L'esperienza ha confermato la nostra previsione.

La benzolsolfonfenilidrazina venne preparata secondo il metodo di Fischer, facendo reagire sopra una soluzione di fenilidrazina, in etere assoluto, il cloruro dell'acido benzosolfonico. Impiegammo prodotti puri provenienti da Kahlbaum, ed arrivammo ad un prodotto che ha i caratteri di quelli descritti nella letteratura; solamente, il punto di fusione 158° è alquanto più elevato di quello che viene riferito.

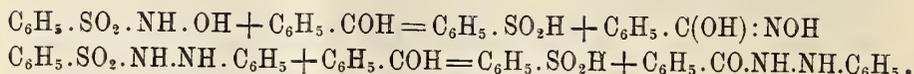
L'analisi però non lascia dubbio sopra la sua identità e purezza.

Il prodotto venne sciolto in alcool insieme a benzaldeide e quindi addizionato di poca potassa; riscaldando lievemente si osserva sviluppo gassoso, finito il quale, per aggiunta di acqua si separa un olio che dopo poco tempo si rapprende in una massa semisolida. Questa, lavata con etere di petrolio, che esporta la benzaldeide ancora inalterata, lascia indietro una massa bianchissima che ha i caratteri e la composizione della benzoilfenilidrazina.

Evidentemente l'azione dell'aldeide benzoica sopra l'acido benzosolfonidrossammico e sopra la benzolsolfonfenilidrazina procedono in modo analogo:

(1) Berliner Berichte VIII (1875), 1007.

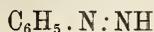
nel primo caso si forma l'acido idrossammico, nel secondo la fenilidrazide (1):



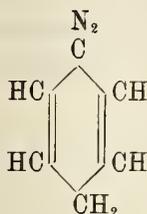
Che il termine intermedio:



possa perdere una molecola di acqua per dare la fenildiimmide:



è poco probabile, perchè una sostanza cui viene attribuita questa formola è stata preparata qualche anno addietro da Vanbel (2) riducendo, in mezzo alcalino, il diazoammminobenzolo. Però la struttura che Vaubel assegna a questo prodotto, non si può ritenere ancora come definitiva e quindi non si può escludere che esso possa avere una costituzione:



analoga a quella dei diazocomposti alifatici.

Ringraziamo il laureando sig. Roberto Ferrero il quale ha eseguito una parte delle esperienze che si riferiscono al presente lavoro.

**Chimica.** — *Sopra la reazione delle aldeidi.* Nota del Corrispondente A. ANGELI e del dott. V. CASTELLANA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Per azione dell'acido benzosolfidrossammico sopra la benzosolfonfenilidrazina, in mezzo alcalino, si formano piccole quantità di azobenzolo e di un olio che ha i caratteri della diazobenzolimide. In questa occasione ho potuto osservare che la diazobenzolimide reagisce facilmente anche sugli indoli e pirroli per dare prodotti che verranno studiati in questo Laboratorio.

A. ANGELI.

(2) Berliner Berichte XXVIII (1900), 1711.

Parassitologia vegetale. — *Sopra una Erisifacea parassita del pesco in rapporto col nuovo oidio delle quercie.* Nota del Socio G. CUBONI e di L. PETRI.

Il giorno 25 febbraio il Direttore della Cattedra Ambulante di Agricoltura di Fermo inviava alla R. Stazione di Patologia Vegetale alcuni rami di pesco affetti da un'alterazione evidentemente di natura crittogamica. Sui rami si notavano di tratto in tratto delle macchie biancastre che si estendevano per la lunghezza di 1 a 2 cm., che esaminate alla lente si riconobbero essere costituite da un micelio bianco feltroso con numerosi periteci. All'esame microscopico si riconobbe trattarsi di *Sphaerotheca*.

Si pensò subito trattarsi della *Sphaerotheca pannosa* Lév., parassita assai frequente allo stato conidiale sulle foglie del pesco e delle rose, più raramente allo stato ascoforo.

Dopo pochi giorni, e precisamente il giorno 17 marzo, il Direttore della Cattedra Amb. di Agricoltura di Albano Laziale inviava altri campioni di rami di pesco ugualmente infetti dallo stesso parassita riscontrato a Fermo.

Questa improvvisa comparsa, in due punti d'Italia, di una *Erisiphacea* allo stato ascoforo giammai prima riscontrata nè da noi nè da altri nell'Italia Centrale, ci fece nascere il sospetto che non si trattasse della vera *Sphaerotheca pannosa* Lév., ma di qualche nuova specie o varietà.

Il confronto con esemplari della *Sphaerotheca pannosa* (su rami di rosa) gentilmente favoriti dal prof. Pirotta, ha dato questi risultati:

| <i>Sphaerotheca pannosa</i> Lév.                                                                                 | <i>Sphaerotheca</i> n. sp. ?                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| Periteci: (ovali, globosi, appendici quasi mancanti spesso del tutto).<br>$\mu = 105 - 120$ (diametro maggiore). | Periteci: (sferici, appendici quasi mancanti, rudimentali).<br>$\mu = 75 - 90$ (diametro). |
| Aschi: (sessili, ovali).<br>$\mu = 90 - 111 \approx 66$ .                                                        | Aschi: (sessili, ovali).<br>$\mu = 48 - 54 \approx 72 - 84$ .                              |
| Ascospore: $\mu = 21 - 27 \approx 14 - 17$ .                                                                     | Ascospore: $\mu = 18 - 21 \approx 13,5 - 15$ .                                             |

La supposta nuova specie o varietà ci è parso presentare qualche affinità morfologica con la *Sphaerotheca lanestris* Harkn. (Syll. Fung. IX. p. 364), parassita della *Quercus Agrifoliae*.

Questo fatto ci ha fatto nascere il sospetto che la *Sphaerotheca* comparsa improvvisamente sul pesco potesse essere in rapporto col nuovo *Oidio* che nello scorso anno si è diffuso su tutte le quercie in Italia, in Francia, in Germania.

Di questo *Oidio*, che la maggior parte degli Autori opinano essere di

origine americana, nessuno finora è riuscito a trovare con sicurezza la forma ascofora.

Non sarebbe forse possibile che il nuovo *Oidio* sia una specie eteroecia che cioè formi i periteci sopra un'altra specie e che precisamente sia la *Sphaerotheca* da noi riscontrata sul pesco la forma periteciale del nuovo *Oidio* delle quercie? Annunciamo la cosa come un semplice sospetto e siamo i primi a riconoscere che ci mancano finora prove sufficienti per potere asserire nulla di preciso.

Solamente osserveremo che uno di noi recatosi ad Albano ad esaminare sopra luogo la malattia dei peschi, ha riscontrato che nelle località dove i peschi sono infetti dalla *Sphaerotheca* ivi si trovano anche molte quercie che nello scorso autunno furono invase dall'*Oidio*.

Ci siamo decisi a pubblicare la presente Nota per richiamare l'attenzione dei colleghi sul nostro sospetto ed invitarli a raccogliere osservazioni per risolvere il problema.

**Chimica fisica.** — *Ricerche chimico-fisiche sulla lente cristallina* (<sup>1</sup>). Nota del Corrispondente FILIPPO BOTTAZZI e di NOÈ SCALINCI.

VI. — IMBIBIZIONE DELLALENTE IN SOLUZIONI DI NaCl DI DIVERSA CONCENTRAZIONE.

Prima di esporre i risultati delle ricerche sistematiche, vogliamo riferire quelli dei primi tentativi da noi fatti per vedere come si comporta la lente immersa in soluzioni saline variamente concentrate. Essi sono raccolti nella seguente tabella, la quale dimostra che la lente cristallina aumenta di peso in tutte e tre le soluzioni sperimentate, la cui concentrazione va da un minimo di 0,1 n (0,58 %) a un massimo di 0,247 n (1,45 %); meno nelle più concentrate, e più nelle meno concentrate, meno velocemente nelle prime e più nelle seconde; ma dopo un tempo sufficientemente lungo, (18, 24, 48 ore ecc.) la lente si trova sempre aumentata di peso nelle soluzioni dette.

TAB. VIII. — *Imbibizione della lente in soluzioni di NaCl.*

|                          |         | Soluz. 0,247n |       | Soluz. 0,166n | Soluz. 0,1n |
|--------------------------|---------|---------------|-------|---------------|-------------|
|                          |         | 1             | 2     |               |             |
| Peso della lente normale | g       | 0,504         | 0,610 | 0,455         | 0,606       |
| Peso della lente dopo    | 3 ore " | 0,507         | —     | 0,480         | —           |
| "                        | 12 " "  | —             | 0,628 | —             | 0,712       |
| "                        | 18 " "  | 0,530         | 0,634 | —             | 0,726       |
| "                        | 24 " "  | 0,546         | 0,691 | 0,504         | 0,747       |
| "                        | 48 " "  | —             | —     | 0,528         | —           |

I risultati delle numerose ricerche sistematiche che abbiamo fatte sono raccolti nella Tab. IX. Nella Tab. X si trovano i valori delle variazioni percentuali del peso delle lenti dopo ciascuna delle prime quattro ore (e poi anche dopo la 19, 24 e 28 ora).

(<sup>1</sup>) Dal Laboratorio di Fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

**TABELLA IX.**  
*Imbibizione della lente in soluzione di NaCl di diversa concentrazione.*

| Esperimenti | Animale      | Concentrazione della soluzione | Peso della lente normale in g | Peso della lente immersa nella soluzione dopo |       |           |       |           |       |           |       |        |        | Aumento o diminuzione percentuale della l. dopo 4 ore | Aumento o diminuzione percentuale della l. alla fine esperiment. | Osservazioni |           |   |   |
|-------------|--------------|--------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------------------|-------|-----------|-------|-----------|-------|-----------|-------|--------|--------|-------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------|-----------|---|---|
|             |              |                                |                               | Pesatura                                      |       |           |       |           |       |           |       |        |        |                                                       |                                                                  |              |           |   |   |
|             |              |                                |                               | 1 1/2 ora                                     | 1 ora | 1 1/2 ore | 2 ore | 2 1/2 ore | 3 ore | 3 1/2 ore | 4 ore | 18 ore | 24 ore |                                                       |                                                                  |              | 28 ore    |   |   |
| 1°          | Coniglio id. | Acqua distillata               | 0,302                         | 0,426                                         | —     | 0,488     | —     | 0,503     | —     | 0,523     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 73,10 % | — | — |
| 2           | id.          | id.                            | 0,295                         | 0,429                                         | —     | 0,467     | —     | 0,524     | —     | 0,556     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 88,40 " | — | — |
| 3           | id.          | 0,05 % = 0,0008 n              | 0,397                         | 0,499                                         | —     | 0,534     | —     | 0,558     | —     | 0,571     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 45,91 " | — | — |
| 4           | Cane ..      | 0,10 % = 0,001 n               | 0,480                         | 0,545                                         | —     | 0,578     | —     | 0,601     | —     | 0,600     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 25 "    | — | — |
| 5           | Coniglio     | id.                            | 0,286                         | 0,354                                         | —     | 0,377     | —     | —         | —     | —         | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 31, 8 " | — | — |
| 6           | Cane ..      | 0,15 % = 0,026 n               | 0,287                         | 0,347                                         | —     | 0,369     | —     | 0,383     | —     | 0,376     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 37 "    | — | — |
| 7           | id.          | id.                            | 0,284                         | 0,348                                         | —     | 0,370     | —     | 0,376     | —     | 0,376     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 32, 3 " | — | — |
| 8           | id.          | 0,20 % = 0,034 n               | 0,476                         | 0,553                                         | —     | 0,584     | —     | 0,604     | —     | 0,610     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 28,15 " | — | — |
| 9           | id.          | id.                            | 0,467                         | 0,539                                         | —     | 0,604     | —     | 0,570     | —     | 0,576     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 23, 3 " | — | — |
| 10          | id.          | 0,25 % = 0,042 n               | 0,617                         | 0,739                                         | —     | 0,767     | —     | 0,787     | —     | 0,805     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 30, 4 " | — | — |
| 11          | id.          | id.                            | 0,478                         | 0,540                                         | —     | 0,570     | —     | 0,589     | —     | 0,603     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 26, 1 " | — | — |
| 12          | Coniglio     | 0,50 % = 0,085 n               | 0,409                         | 0,471                                         | —     | 0,502     | —     | 0,527     | —     | 0,544     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 33 "    | — | — |
| 13          | id.          | id.                            | 0,444                         | 0,549                                         | —     | 0,593     | —     | 0,612     | —     | 0,635     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 33, 5 " | — | — |
| 14          | id.          | 0,70 % = 0,120 n               | 0,385                         | 0,456                                         | —     | 0,459     | —     | 0,474     | —     | 0,479     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 32, 9 " | — | — |
| 15          | id.          | id.                            | 0,385                         | 0,405                                         | 0,418 | 0,426     | 0,438 | 0,446     | 0,450 | 0,454     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 18, 5 " | — | — |
| 16          | Cane ..      | 0,85 % = 0,145 n               | 0,579                         | 0,603                                         | 0,619 | 0,614     | —     | 0,611     | —     | 0,611     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 5, 7 "  | — | — |
| 17          | Coniglio     | id.                            | 0,286                         | —                                             | 0,323 | 0,317     | —     | 0,316     | —     | 0,314     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 9, 8 "  | — | — |
| 18          | Cane ..      | 0,90 % = 0,153 n               | 0,587                         | 0,604                                         | 0,611 | 0,620     | 0,621 | 0,625     | 0,632 | —         | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 6, 8 "  | — | — |
| 19          | id.          | id.                            | 0,308                         | 0,321                                         | 0,323 | 0,325     | 0,327 | 0,327     | 0,329 | 0,329     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 7,66 "  | — | — |
| 20          | id.          | 1 % = 0,170 n                  | 0,423                         | 0,431                                         | 0,431 | 0,432     | 0,433 | 0,436     | 0,441 | 0,439     | —     | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 3, 7 "  | — | — |
| 21          | id.          | id.                            | 0,466                         | 0,472                                         | 0,468 | 0,470     | 0,471 | 0,470     | 0,473 | 0,475     | 0,474 | —      | —      | —                                                     | —                                                                | —            | + 1, 7 "  | — | — |



TABELLA X.

*Variazioni percentuali del peso della lente, dopo ciascuna delle prime quattro ore.*

| Soluzioni di NaCl                                               | H <sub>2</sub> O | 0,0008 n | 0,001 n | 0,026 n | 0,034 n | 0,042 n | 0,085 n | 0,120 n | 0,145 n | 0,153 n |
|-----------------------------------------------------------------|------------------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Peso della lente normale g                                      | 0,295            | 0,397    | 0,480   | 0,336   | 0,476   | 0,478   | 0,409   | 0,385   | 0,579   | 0,308   |
| Aumento o diminuzione percentuale del peso della lente dopo ore | a                | b        | c       | d       | e       | f       | g       | h       | i       | k       |
| 1                                                               | + 42,17          | + 25,68  | + 13,54 | + 20,90 | + 16,17 | + 12,97 | + 15,15 | + 8,56  | + 12,78 | + 4,22  |
| 2                                                               | + 58, 3          | + 34, 5  | + 20,41 | + 28, 5 | + 22,68 | + 19,24 | + 22,51 | + 13, 7 | + 6,90  | + 4,87  |
| 3                                                               | + 77,62          | + 40, 5  | + 25,20 | + 37, 0 | + 26,29 | + 23,22 | + 28,84 | + 15, 8 | + 6,04  | + 5,51  |
| 4                                                               | + 88,47          | + 45, 9  | + 25,25 | —       | + 28,19 | + 26,10 | + 33, 0 | + 18,05 | + 5,70  | + 6,13  |
| 19                                                              | —                | —        | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       |
| 24                                                              | —                | —        | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       |
| 28                                                              | —                | —        | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       |

*Segue* TABELLA X.

| Soluzioni di NaCl                                               | 0,170 n | 0,196 n | 0,208 n | 0,213 n | 0,230 n | 0,254 n | 0,341 n | 0,513 n | 0,854 n | 1,196 n | 1,709 n | 2,393 n |
|-----------------------------------------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Peso della lente normale g                                      | 0,466   | 0,336   | 0,375   | 0,381   | 0,389   | 0,317   | 0,383   | 0,444   | 0,460   | 0,441   | 0,304   | 0,305   |
| Aumento o diminuzione percentuale del peso della lente dopo ore | l       | m       | n       | o       | p       | q       | r       | s       | t       | u       | v       | z       |
| 1                                                               | + 1,20  | + 1,19  | - 1, 6  | - 1,31  | - 1,07  | - 1,76  | - 1,82  | - 2,92  | - 3,90  | - 4,93  | - 1,35  | - 4,60  |
| 2                                                               | + 1,07  | + 0,30  | - 2, 4  | - 1,04  | - 1,42  | - 2,12  | - 3,65  | - 2,47  | - 3,26  | - 6,21  | - 0,67  | - 3,80  |
| 3                                                               | + 1,57  | + 0,59  | - 1,07  | - 1,31  | - 1,07  | - 2,32  | - 4,18  | - 2,70  | - 4,13  | - 7,56  | - 0,22  | - 2,30  |
| 4                                                               | + 1,83  | + 0,30  | - 0,27  | - 2,10  | - 1,18  | - 2,51  | - 6, 0  | - 2,47  | - 4,77  | - 7,56  | 0       | + 0,60  |
| 19                                                              | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | - 0,98  | —       | + 4,60  |
| 24                                                              | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | - 0,65  | —       | + 4,90  |
| 28                                                              | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | —       | 0       | —       | + 4,60  |

Considerando i dati numerici contenuti in queste due tabelle si rilevano i seguenti fatti.

Le concentrazioni delle soluzioni di NaCl da noi adoperate vanno da un minimo di 0,0008 n a un massimo di 2,393 n.

La prima cosa che colpisce, considerando le variazioni percentuali del peso della lente dopo 4 ore, e guardando la fig. 7 in cui esse sono graficamente espresse, è che, anche nella soluzione più diluita ( $0,0008n$  NaCl), l'imbibizione della lente è molto minore di quella che essa presenta quando è immersa in acqua distillata. Una minima quantità di cloruro sodico dunque è sufficiente a ostacolare il processo d'imbibizione; così che per la lente naturale l'imbibizione avverrebbe meglio in acqua che in soluzioni saline: contrariamente a quanto Hofmeister (<sup>1</sup>) osservò sulla gelatina e sull'agar. Alcune osservazioni da noi fatte ci farebbero sospettare che la presenza di OH<sup>-</sup> debba accelerare molto il processo d'imbibizione; ma non avendo finora terminate le ricerche sistematiche sull'azione delle soluzioni alcaline e di altri sali, per ora dobbiamo limitarci a dire che, nella lente, *l'imbibizione avviene più velocemente in H<sub>2</sub>O che in soluzioni di NaCl, e che per ciò questo sale, non che agevolare, ostacola il processo d'imbibizione.* Per quanto riguarda il diverso modo di comportarsi della lente in confronto colle lamine di gelatina (vedi appresso), esso è probabilmente dovuto al fatto che la lente è già un gel imbevuto, a un certo grado, con soluzione di NaCl, come può essere in gran parte considerato l'umor acqueo, e all'altro fatto che in questi esperimenti i processi osmotici si accompagnano sempre coi processi d'imbibizione.

Confrontando nel loro insieme tutti i valori percentuali della Tab. IX e guardando la fig. 7 si scorge che, andando dalle soluzioni più diluite alle più concentrate, l'imbibizione mano mano diminuisce, finchè nelle ultime, invece di aumento, si osserva diminuzione di peso, cioè disimbibizione della lente, nelle prime quattro ore d'immersione.

Le soluzioni potrebbero essere divise in tre gruppi:

1) Soluzioni estremamente diluite, di concentrazione variabile da  $0,0008n$  a  $0,120n$ , nelle quali in capo a 4 ore la lente presenta un aumento di peso dal 45,91 % al 18,08 %. In queste soluzioni, la lente non subisce alterazioni profonde. Essa si rigonfia e tende ad assumere forma globosa tanto più, quanto più diluita è la soluzione. Nelle soluzioni più diluite, dopo molte ore, talora si osserva che la lente perde un poco della sua lucentezza alla superficie, si opaca leggerissimamente, come quando su un cristallo pulito si condensa un tenue strato di vapor d'acqua. Ma questa alterazione o non invade tutta la superficie della lente, o è precoce e transitoria (apparisce subito dopo l'immersione e poi si dilegua), o è tardiva, e allora non può dirsi che dipenda dalla concentrazione della soluzione, perchè un simile tenue opacamento superficialissimo la lente presenta sempre dopo molte ore, in qualunque delle soluzioni sia immersa.

(<sup>1</sup>) Loc. cit. (ved. Nota V).

2) Soluzioni di media concentrazione, da 0,145 *n* a 0,258 *n*, nelle quali la lente si conserva benissimo e varia poco di peso, potendo aumentare dal 9,8 % (nella soluz. 0,145 *n*) al 0,59 % (nella soluz. 0,196 *n*), e diminuire dal 0,26 % (nella soluz. 0,208 *n*) al 2,5 % (nella soluz. 0,258 *n*).

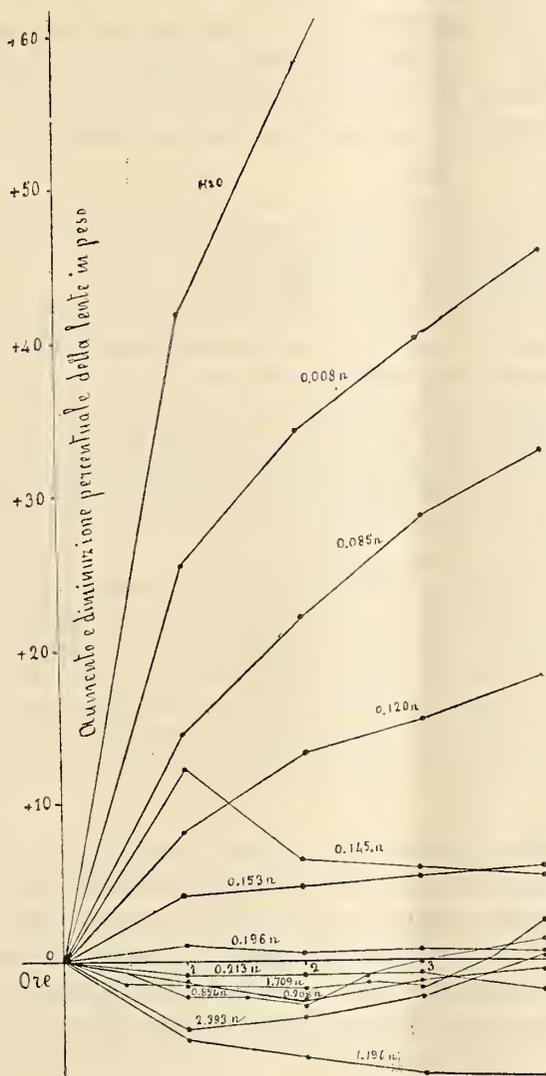


FIG. 7.

Tra queste soluzioni era certamente da cercare quella soluzione nella quale la lente, almeno per 4 ore, non aumentasse nè diminuisse di peso.

Dando uno sguardo alle tabelle, troviamo che nella soluzione 0,208 *n* una delle due lenti diminuì solo del 0,26 %; nella soluzione 0,213 *n* una

lente non variò affatto in 4 ore (dopo il minimo trascurabile aumento iniziale di 1 mg), mentre altre due lenti diminuirono l'una del 0,88 ‰ e l'altra del 1,30 ‰; e finalmente una lente immersa nella soluz. 0,230 n, in capo a 4 ore, presentava l'identico peso iniziale, dopo avere presentato una diminuzione di 1-2 mg.

Una di queste tre soluzioni, quindi, o forse una soluzione corrispondente alla media di queste tre  $\left(\frac{0,208 n + 0,213 n + 0,230 n}{3} = 0,2255 n\right)$  sarà la « soluzione di equilibrio » per eccellenza (essa corrisponde a una soluzione 13,16 ‰, ossia 1,3 ‰ circa).

Ricordiamo che Manca e Ovio (1) trovarono per la lente di rana essere « isosmotica » la soluzione 0,135-0,140 n di NaCl (circa 8,04 ‰), e per la lente di bue essere « isosmotica » la soluzione 12 ‰ (ossia 1,2 ‰) di NaCl.

Con altro metodo, uno di noi (2) già trovò che « la concentrazione osmotica del cristallino di cane è superiore a quella di una soluzione 1,15 ‰ di NaCl ( $\Delta = 0^{\circ},731$ ) e inferiore a quella di una soluzione 1,35 ‰ dello stesso sale ( $\Delta = 1^{\circ},00$ ) », e che come soluzione di concentrazione media poteva ritenersi quella di 1,25 ‰.

Tutte queste soluzioni sono più concentrate dei liquidi oculari (umor acqueo e umor vitreo) (3). Per ciò Leber concluse che la lente è ipertonica rispetto ad ambedue i liquidi

Abbiamo visto che, secondo Leber, la lente immersa nei liquidi oculari aumenta di peso perchè essa sarebbe ipertonica rispetto a loro. Ma le nostre ricerche hanno dimostrato che tale aumento di peso non sempre avviene; e che in una stessa soluzione (p. e. quella 0,208 n degli Esper. 26-27), una lente può diminuire di peso del 0,26 ‰ e un'altra aumentare del 3,85 ‰. I piccoli aumenti e le piccole diminuzioni di peso della lente, quindi, specialmente quelli che avvengono poco dopo l'immersione, non possono essere tenuti in gran conto. L'aumento di peso osservato da Leber (4) nella lente di bue, nelle prime 15 ore, fu appena del 0,085-0,1 ‰, vale a dire piccolissimo, trascurabile: come si può utilizzarlo a conferma dell'ammesso squilibrio di pressione osmotica fra lente e liquidi oculari? Esso divenne maggiore nelle ore successive; ma allora dipendeva, come vedremo, da altre cause.

Frequentemente si osserva che la lente, anche se viene immersa in soluzioni di concentrazione poco differente da quella media 0,225 n, da principio aumenta un poco di peso, e poi conserva per parecchie ore il peso raggiunto nella prima mezz'ora, con qualche lieve variazione, evidentemente dovuta, in parte, a inevitabili cause d'errore inerenti al metodo. Deve necessariamente ammettersi che tale aumento di peso sia effetto di mancanza

(1) G. Manca e G. Ovio, *Studi intorno alla cataratta artificiale*. Arch. di Oftalmol., ann. V, pp. 112 e 141, 1896-97.

(2) N. Scalinci, *Ricerche fisico-chimiche sulla lente cristallina*. Arch. di Oftalm., ann. XV, pag. 457, 1908.

(3) Ved. Fil. Bottazzi, *Ergebn. d. Physiol.*, VII, Jahrg., pp. 347-349, 1908. oculari; il che equivale a dire, che per tutta la vita sussisterebbe uno squilibrio osmotico fra lente e i liquidi oculari.

(4) *Loc. cit.*, pag. 438.

di equilibrio osmotico fra la lente e la soluzione? Noi crediamo che il fenomeno dipenda da altre cause.

Per quanto rapidamente si asporti la lente dall'occhio, e la si asciughi, alcuni minuti passano fra tali manipolazioni e l'immersione, durante i quali inevitabilmente il cristallino esposto all'aria perde una piccolissima quantità di acqua, perdita che è agevolata sia dall'esposizione all'aria non satura di vapor d'acqua (non abbiamo noi veduto che essa perde acqua anche in uno spazio saturo di vapor d'acqua?), sia dalla pressione che la capsula esercita sul contenuto lenticolare, sia anche dalla suzione che esercita la carta bibula con la quale la si asciuga.

L'aumento di peso che la lente presenta, dunque, nelle condizioni dette sopra, è semplicemente l'espressione del ritorno di essa al normale grado d'imbibizione; e le soluzioni nelle quali la piccola variazione di peso ha luogo non per ciò possono essere considerate come soluzioni ipotoniche, nel senso di Leber, Manca e Ovio, ecc.

Dato questo particolar modo di comportarsi della lente immersa nelle soluzioni di media concentrazione, abbiamo creduto necessario di fare speciali ricerche con una di queste soluzioni, per vedere come si comporta la lente immersa nella medesima per più giorni, e abbiamo scelto la soluzione 0,200 n. I risultati sono contenuti nella Tab. XI.

TAB. XI. — *Imbibizione della lente normale in soluzione 0,2 n NaCl.*

| Peso della lente normale | g.    | 0,400   |           |           | 0,451 | 0,451 |
|--------------------------|-------|---------|-----------|-----------|-------|-------|
| Peso della lente dopo    | 3 ore | " 0,402 | Peso dopo | 1/2 ore   | 0,459 | 0,460 |
| "                        | 19 "  | " 0,400 | "         | 1 "       | 0,456 | 0,458 |
| "                        | 24 "  | " 0,400 | "         | 1 1/2 "   | 0,455 | 0,457 |
| "                        | 47 "  | " 0,410 | "         | 2 "       | 0,456 | 0,454 |
| "                        | 65 "  | " 0,423 | "         | 2 1/2 "   | 0,456 | 0,457 |
| "                        | 72 "  | " 0,438 | "         | 4 "       | 0,457 | 0,452 |
| "                        | 96 "  | " 0,452 | "         | 4 1/2 "   | 0,456 | 0,451 |
| "                        | 100 " | " 0,458 | "         | 5 1/2 "   | 0,454 | 0,452 |
| "                        | 117 " | " 0,464 | "         | 6 1/2 "   | 0,455 | 0,453 |
| "                        | 124 " | " 0,463 | "         | 7 1/2 "   | 0,455 | 0,455 |
| "                        | 138 " | " 0,472 | "         | 8 1/2 "   | 0,468 | 0,456 |
| "                        | 152 " | " 0,481 | "         | 28 "      | 0,467 | 0,470 |
| "                        | 161 " | " 0,480 | "         | 29 "      | 0,468 | 0,469 |
| "                        | 180 " | " 0,491 | "         | 30 "      | 0,466 | 0,471 |
| "                        | 201 " | " 0,514 | "         | 31 "      | 0,470 | 0,472 |
| "                        | 228 " | " 0,520 | "         | 32 "      | 0,470 | 0,471 |
| "                        | 234 " | " 0,476 | "         | 33 "      | 0,470 | 0,476 |
| "                        | 248 " | " 0,477 | "         | 48 "      | 0,468 | 0,493 |
| "                        | 258 " | " 0,455 | "         | 50 "      | 0,468 | 0,491 |
| —                        | —     | —       | "         | 54 "      | 0,481 | 0,505 |
| —                        | —     | —       | "         | 56 1/2 "  | 0,493 | 0,508 |
| —                        | —     | —       | "         | 71 1/2 "  | 0,498 | 0,523 |
| —                        | —     | —       | "         | 81 1/2 "  | 0,500 | 0,540 |
| —                        | —     | —       | "         | 95 "      | 0,505 | 0,551 |
| —                        | —     | —       | "         | 102 1/2 " | 0,504 | 0,559 |
| —                        | —     | —       | "         | 120 "     | 0,502 | 0,581 |
| —                        | —     | —       | "         | 140 "     | 0,508 | 0,556 |
| —                        | —     | —       | "         | 150 "     | 0,534 | 0,543 |
| —                        | —     | —       | "         | 155 "     | 0,529 | —     |
| —                        | —     | —       | "         | 169 "     | 0,512 | —     |

Da questi dati numerici risulta evidentemente che nella soluzione  $0,2n$  la lente, dopo un tempo maggiore di quel che occorra nelle soluzioni più diluite (dopo 30-40 ore) incomincia e continua a rigonfiarsi per più giorni, per poi di nuovo scemare di peso, probabilmente per diffusione delle sue proteine solubili. È dunque solo nelle prime ore che la lente varia poco di peso, e si mostra pressochè in equilibrio con la soluzione.

Senza dubbio, se invece della soluzione  $0,2n$  ne avessimo scelta un'altra di concentrazione poco differente da quella media  $0,225n$  avremmo anche osservato variazioni di peso, nelle prime ore (variazioni che sono dovute non solamente alle cause dette sopra, ma anche al fatto che la semplice soluzione di cloruro sodico, anche se isotonica ai liquidi oculari, differisce da questi per la mancanza degli altri sali, principalmente del  $\text{NaHCO}_3$ ), e aumento progressivo di peso dopo molte ore d'immersione.

Pare, infatti, come vedremo appresso, che in ogni soluzione, di qualunque concentrazione essa sia, avviene imbibizione della lente, variando solamente il tempo in cui essa incomincia a divenire cospicua e la velocità con cui ha luogo.

3) Degno di essere in modo speciale considerato è il comportamento della lente nelle soluzioni più concentrate di cloruro sodico: come tali, possono essere tenute le soluzioni  $0,341-2,393n$ . La lente immersa in queste soluzioni perde nella prima ora da un minimo di  $1,35\%$  a un massimo di  $4,93\%$  del proprio peso (il minimo non corrisponde alla soluzione meno concentrata, nè il massimo alla più concentrata). Dalle tabelle risulta che, in generale, la lente immersa in queste soluzioni, in un primo periodo perde progressivamente di peso e raggiunge più o meno presto il massimo della perdita; in un secondo periodo, la perdita in peso va man mano scemando fino a raggiungere il valore zero, cioè la lente torna al suo peso iniziale; e finalmente in un terzo periodo, la lente aumenta progressivamente di peso.

Ora, è interessante il fatto che *questi tre periodi si svolgono tanto più velocemente, quanto più concentrata è la soluzione*. Alla 4<sup>a</sup> ora dall'immersione, la lente nella soluzione  $0,854n$  si trovava ancora in periodo di diminuzione di peso; anche in periodo di diminuzione, ma più avanzato, si trovava la lente immersa nella soluzione  $1,196n$ ; la lente immersa nella soluzione  $1,709n$ , invece, non solo aveva sorpassato il periodo di diminuzione e una parte del periodo di ritorno al peso iniziale, ma già era tornata al peso iniziale, e la lente immersa in soluzione  $2,393n$  aveva superato anche questo punto e trovavasi in periodo di aumento oltre il peso iniziale. La lente immersa in soluzione  $1,196n$  raggiunse il peso iniziale alla 28<sup>a</sup> ora, dopo l'immersione; quella immersa in soluzione  $1,709n$  lo raggiunse alla 4<sup>a</sup> ora; e quella immersa in soluzione  $2,393n$  lo raggiunse fra la 3<sup>a</sup> e la 4<sup>a</sup> ora (ved. fig. 7). Come si vede, non c'è proporzionalità rigorosa fra la concentrazione della soluzione e la velocità con cui si svolge

il processo: la velocità aumenta assai più rapidamente dell'aumentare della concentrazione.

Non meno degno di nota è il fatto che le diminuzioni di peso che la lente, nello stesso tempo, subisce nelle soluzioni concentrate (10-14 %; 1,709-2,393 n) sono assai piccole in confronto con gli aumenti di peso di essa nelle soluzioni diluite.

Nella fig. 7, le curve soprastanti all'asse delle ascisse si elevano a varia altezza, ma sempre di molto, mentre le curve sottostanti all'asse delle ascisse si abbassano di poco. In altre parole, *la lente è più disposta ad assumere acqua, aumentare di peso e rigonfiarsi, che a perdere acqua, diminuire di peso e coartarsi*, quando è immersa in soluzioni variamente concentrate, condizione questa che più di qual siasi altra s'avvicina a quella in cui naturalmente (nei liquidi organici) può avvenire imbibizione o disimbibizione della lente. E pare che in ciò la lente non differisca dagli altri tessuti dell'organismo animale.

I fenomeni visibili che seguono all'immersione della lente in queste soluzioni concentrate sono ormai noti: la lente si opaca, tanto più rapidamente quanto più concentrata è la soluzione; « rapidamente si vanno formando delle chiazze bianche che si estendono sempre più, finchè il cristallino è fortemente raggrinzato ed ha completamente l'aspetto di una goccia di paraffina » (1); alla superficie della lente, si può osservare la comparsa di una figura a  $\lambda$  « formata da linee bianche fortemente opache, attorno alle quali si formano come dei fasci di strie bianche ed opache... » (2). Per quanto riguarda l'azione delle soluzioni molto concentrate, « la lente senza capsula si comportò come la lente con capsula » (3).

Queste alterazioni corrispondono verosimilmente al periodo di diminuzione del peso della lente.

Rimanendo la lente immersa nelle stesse soluzioni per un tempo maggiore, « scompare lentamente l'opacità e il raggrinzamento della capsula, che va allontanandosi dalla sostanza del cristallino; tra la capsula e il cristallino si raccoglie del liquido che va lentamente aumentando, e facendo gonfiare la capsula; la sostanza del cristallino si mantiene a lungo fortemente raggrinzata » (Manca e Ovio) (4).

Come si può spiegare, dal punto di vista dei processi osmotici, il ritorno del peso della lente al valore iniziale? Se la capsula non è una membrana semipermeabile, o se cessa di esserlo nelle condizioni sperimentali di cui si parla, il sale si diffonde dall'esterno all'interno della capsula, finchè non siasi stabilito l'equilibrio osmotico fra la soluzione esterna e l'interna. Ma lo stabilirsi dell'equilibrio osmotico non spiega il ritorno del peso della lente al valore iniziale; quando l'equilibrio osmotico è stabilito, non c'è più forza osmotica che spinga liquido entro la lente. E se il ritorno del peso della lente al valore iniziale non può essere spiegato, col sussidio di forze osmotiche, più difficile è poi spiegare l'aumento ulteriore del peso della lente oltre il valore iniziale. Questo au-

(1) Manca e Ovio, loc. cit., pp. 164-165.

(2) Manca e Ovio, loc. cit., pp. 164-165.

(3) Manca e Ovio, loc. cit., pp. 164-165.

(4) Loc. cit., pag. 169.

mento di peso era noto al Leber, il quale dice (1): « In konzentrierteren NaCl-Lösungen folgt auf die anfängliche Abnahme nach einiger Zeit ebenfalls eine Zunahme des Gewichtes, die mehr beträgt als die erstere und ebenfalls mit Abhebung der Kapsel verbunden ist. Dieselbe ist aber viel geringer als die in hypotonischen Lösungen ». Ma egli lo spiega in una maniera affatto arbitraria: « Sie erklärt sich wohl dadurch, dass der Unterschied des NaCl-Gehaltes sich allmählich ausgleicht und dass jetzt der Eiweissgehalt der Linse einen Wassereintritt bewirkt, welcher anfangs durch den Wasserverlust in Folge der Salzdifferenz überkompensiert wurde ». L'esperimento di Deutschmann, che Leber cita a sostegno della sua spiegazione, ha bisogno di essere confermato.

Come può mai la proteina lenticolare allo stato d'idrogel esercitare una « forza osmotica » così grande? Intanto un accumulo di liquido fra la capsula e il corpo della lente avviene anche, come abbiamo visto, in seguito all'immersione in acqua.

Manca e Ovio (2) lo spiegano « ammettendo che la capsula del cristallino... sia un po' più permeabile... della sostanza del cristallino tanto per l'H<sub>2</sub>O che per le sostanze sciolte... »; come si vede, una spiegazione che si risolve in un circuito di parole.

Il problema, dicemmo, è doppio, in verità: perchè la lente nelle soluzioni concentrate aumenta di peso? perchè il liquido si accumula sotto la capsula?

Il ritorno del peso al valore iniziale e l'aumento di esso si spiegano facilmente, se si pensa che, nelle condizioni sperimentali dette, oltre alla forza osmotica agisce la forza d'imbibizione. Sebbene la capsula non sia una membrana semipermeabile, la forza osmotica, che agisce dall'esterno e tende a sottrarre acqua, prevale da prima sulla forza d'imbibizione, che agisce dall'interno e tende ad attrarre soluzione verso la lente.

La risultante di queste due forze antagoniste è da prima una perdita d'acqua con diminuzione di peso da parte della lente. Ma quando l'equilibrio osmotico si è stabilito per diffusione del sale dall'esterno all'interno della capsula, la forza osmotica cessa di agire; ora è la forza d'imbibizione che resta sola in campo; essa porta la soluzione nell'interno della lente, la quale per ciò man mano torna al suo peso iniziale, e poi lo sorpassa, finchè la lente non abbia raggiunto il massimo d'imbibizione nella rispettiva soluzione.

Il ritorno del peso della lente al valore iniziale avviene tanto più presto quanto più concentrata è la soluzione, perchè i processi osmotici tanto più velocemente si svolgono, tanto più presto viene raggiunto l'equilibrio osmotico, dopo di che il processo di imbibizione si svolge senza ostacolo. Propriamente non si tratta d'una successione del processo d'imbibizione al processo osmotico. Tutt'e due i processi s'iniziano nello stesso istante, e decorrono insieme in seguito. Ma in un primo periodo il processo osmotico ha la prevalenza sull'altro, mentre in un secondo periodo è questo che prevale su quello.

E che la lente s'imbeva anche in soluzioni fortemente concentrate non deve far meraviglia. Vuol dire che, da questo punto di vista, la lente immersa in soluzioni relativamente concentrate non differisce essenzialmente dalle lamine di gelatina, su cui sperimentò Hofmeister, le quali s'imbevono tanto più quanto più concentrata è la soluzione, fino alla concentrazione 16%. Se non che qui l'imbibizione diminuisce e decorre più lentamente coll'aumentare della concentrazione; il che dimostra, come dicemmo, che il NaCl, non che agevolare, ostacola e rallenta il processo d'imbibizione.

Rimane ora a spiegare, perchè liquido si accumula fra la capsula e la corticale, e tanto se la lente è immersa in acqua distillata quanto se è immersa in soluzioni molto concentrate (10-14%). Quest'accumulo di liquido incomincia ad apparire sempre relati-

(1) Loc. cit., pag. 437.

(2) Loc. cit., pag. 169, nota

vamente tardi. Noi crediamo che esso dipenda dalla presenza della capsula elastica, in quanto che essa, quando il turgore della lente raggiunge un certo grado, con la pressione che esercita sul contenuto lenticolare, sprema una parte del liquido, di cui il corpo della lente si è imbevuto. La spremitura incomincia a manifestarsi relativamente tardi, perchè essa avviene tanto più facilmente quanto maggiore è il grado d'imbibizione raggiunto dall'idrogel.

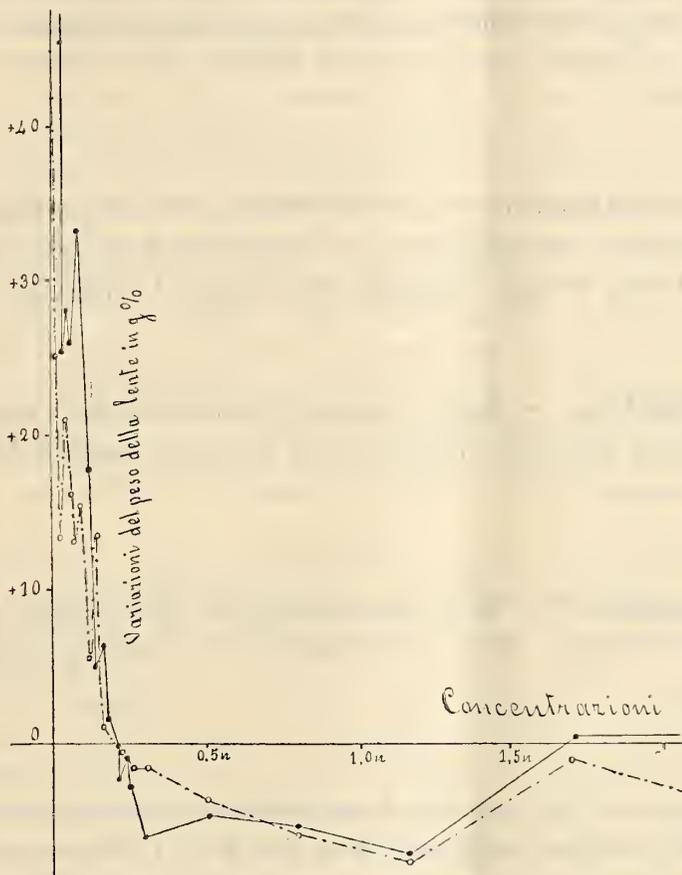


FIG. 8.

Prese due variazioni percentuali del peso della lente, quella alla fine della 1ª ora (linea tratteggiata) e quella alla fine della 4ª ora (linea continua) d'immersione in soluzioni variamente concentrate di NaCl, abbiamo costruito la grafica della fig. 8, la quale dimostra:

1. che l'aumento percentuale del peso della lente è maggiore dopo la 4ª ora che dopo la 1ª ora;
2. che le curve toccano l'asse delle ascisse in corrispondenza della concentrazione 0,2 n;

2. che in soluzioni concentrate le curve decorrono sotto l'asse delle ascisse, per tornare a toccarlo in corrispondenza della concentrazione  $1,7n$  (la curva continua);

4. che l'abbassamento delle due curve sotto l'asse delle ascisse è molto minore dell'innalzamento sopra il medesimo;

5. che nelle soluzioni di concentrazione superiore alla  $1,7n$  la curva continua torna lentissimamente ad elevarsi sopra l'asse delle ascisse, mentre la curva tratteggiata rimane sotto, pur tendendo ad avvicinarsi all'asse delle ascisse.

**Fisica matematica.** — *L'influenza di uno strato dielettrico in un campo elettromagnetico e l'equazione delle lame sonore.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Corrisp. LEVI-CIVITA.

**Matematica.** — *Sulle soluzioni fondamentali delle equazioni alle derivate parziali.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Socio C. SOMIGLIANA.

**Matematica.** — *Sulla caratteristica del determinante di una forma di Hermite.* Nota di O. NICOLETTI, presentata dal Socio U. DINI.

**Fisica.** — *Sui campioni di autoinduzione toroidali, e sul loro profilo di minima resistenza.* Nota del dott. P. BARRECA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Le precedenti Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Fisica terrestre. — *Importante particolarità nei sismogrammi del R. Osservatorio Geodinamico di Rocca di Papa in occasione dei terremoti Calabri dell'8 settembre 1905 e 28 dicembre 1908.*

Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

1. È noto come in ogni telesismogramma soglionsi distinguere varie fasi, e precisamente quella dei *primi tremiti preliminari*, attribuiti alle onde elastiche longitudinali dotate della maggiore velocità; quella dei *secondi tremiti preliminari*, attribuiti all'arrivo delle onde elastiche trasversali, o di distorsione, meno veloci; poi la così detta *fase principale*, consistente in onde lente e dotate di una velocità ancor meno considerevole, le quali si credono generalmente dovute ad onde di gravità, e perciò sono dette gravitazionali; infine la *fase finale*. A causa della diversa velocità di propagazione, inerente ad ogni specie di onde, la durata dei primi e secondi tremiti preliminari cresce coll'augmentare della distanza dall'epicentro: anzi, basandosi su questo fatto, sono state elaborate formole, più o meno soddisfacenti, per calcolare la distanza dell'epicentro relativo ad un dato telesisma.

È noto pure come si soglia attribuire ai primi tremiti preliminari un periodo oscillatorio relativamente breve, un periodo meno rapido ai secondi tremiti preliminari, ed un periodo, senza paragone più lento, alle onde della fase principale.

2. Ciò premesso, non fu piccola la mia meraviglia nell'osservare che i sismogrammi ottenuti da ambo i microsismografi di Rocca di Papa per la scossa dell'8 settembre 1905, ad una distanza di quasi 450 km. dall'epicentro, avevano cominciato bruscamente con onde lente, al contrario cioè della comune credenza. E non era possibile equivoco di sorta, tanto più che v'era concordanza assai soddisfacente tra i due strumenti, sebbene di diverso tipo. Infatti, l'uno di essi era un microsismografo « Vicentini » (kg. 100, periodo = 2<sup>s</sup>,4, ingrandimento = 40, velocità oraria della carta = 30<sup>cm</sup>, registrazione a nerofumo), mentre l'altro era un microsismometrografo « Agamennone » (kg. 500, periodo = 4<sup>s</sup>,2, ingrandimento = 60, velocità della carta = 70<sup>cm</sup>, registrazione ad inchiostro).

Or bene, nel 1° strumento la registrazione cominciò con onde lente caratterizzate da un periodo di c. 19<sup>s</sup> e sensibilmente crescenti in ampiezza fino ad un forte rinforzo, verificatosi un buon minuto dopo. Alle predette onde lente erano sovrapposte, più o meno sensibili, oscillazioni quasi strumentali.

Il sismogramma del 2° strumento cominciò parimenti, in modo repentino, con una serie di onde lente di c. 16<sup>s</sup> di periodo, anch'esse sensibilmente

crescenti in ampiezza fino al rinforzo ben pronunciato verificatosi dopo quasi un minuto; ed anche qui non faceva difetto la sovrapposizione d'altre onde presso a poco strumentali.

3. Si potrebbe tuttavia sospettare che l'inizio della registrazione in questi strumenti fosse avvenuto non già ai primi tremiti preliminari, bensì ad una fase più avanzata; ma neppure questo è ammissibile, come risulta dal buon accordo dell'ora di Rocca di Papa, relativa all'inizio dei sismogrammi, con quelle dei più sicuri Osservatori italiani, e quella di Gottinga riportate qui appresso:

| LOCALITÀ                | Distanza dall'epicentro<br>(secondo il Rizzo) | Ora del principio<br>(t. m. E. C.)                 |
|-------------------------|-----------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| Messina . . . . .       | Km. 84                                        | 2 <sup>h</sup> . 43 <sup>m</sup> . 17 <sup>s</sup> |
| Catania . . . . .       | " 174                                         | 2. 43. 30                                          |
| Ischia . . . . .        | " 273                                         | 2. 43. 47                                          |
| Rocca di Papa . . . . . | " 434                                         | 2. 44. 0                                           |
| Padova . . . . .        | " 811                                         | 2. 44. 55                                          |
| Gottinga . . . . .      | " 1492                                        | 2. 46. 22                                          |

Se poniamo in relazione i dati di Rocca di Papa, Padova e Gottinga con quelli di Messina, vicinissima all'epicentro, troviamo per le onde sismiche le seguenti velocità superficiali, od apparenti, supposte uniformi:

|              |                         |                     |
|--------------|-------------------------|---------------------|
| Combinazione | Rocca di Papa — Messina | Km. 8,14 al secondo |
| "            | Padova — "              | " " 7,42 "          |
| "            | Gottinga — "            | " " 7,61 "          |

Questi valori sono certamente abbastanza concordanti, se si pensi ad una non lieve incertezza sulla posizione dell'epicentro (1).

Nei confronti precedenti non ho scelto a caso l'Osservatorio di Gottinga, non soltanto perchè il medesimo è uno dei migliori Osservatori esteri, ma perchè il sismogramma che vi si ottenne dal sismografo astatico « Wiechert » (kg. 1200, periodo = 13<sup>s</sup> c., ingrandimento = 200 c., velocità della zona = 60<sup>cm</sup>, registrazione a nerofumo, smorzamento 5:1) comincia appunto

(1) Il Rizzo trovò valori sensibilmente più alti nel suo studio sulla velocità di propagazione del terremoto calabro del 1905 e cioè rispettivamente: km. 9,0 — km. 8,0 — km. 7,8; ma ciò dipese esclusivamente dal fatto che egli effettuò i calcoli unicamente nell'ipotesi che il tempo all'epicentro fosse 2. 43. 12, valore forse troppo alto.

A suo tempo esporrò i risultati definitivi su la velocità di propagazione della scossa dell'8 settembre 1905, basati sulle analisi da me stesso effettuate sopra i sismogrammi originali di tutto il mondo.

con onde lente minime, ma distinte (periodo di 25<sup>s</sup>), cui si veggono sovrapposte altre più rapide (1).

A dir vero, anche in molti altri sismogrammi d'Osservatorî italiani ed esteri, si trovano più o meno chiaramente delineate le onde lente in vicinanza più o meno grande del principio della registrazione; ma l'osservazione di Gottinga ha per noi un peso ben più grande, per la notevolissima distanza di questa località dall'epicentro.

4. Questo fatto inaspettato, dell'esistenza cioè di onde lente fin dall'inizio dei telesismogrammi, ha avuto una splendida conferma nell'altra ancor più disastrosa scossa del 28 dicembre 1908.

Infatti, i tracciati dei microsismometrografi di Rocca di Papa (2) furono bruscamente perturbati per l'arrivo di onde lente (gradatamente crescenti in ampiezza e con periodo di 18<sup>s</sup> c.), cui erano sovrapposte altre più rapide, ma di periodo pressochè strumentale.

Anche per questa scossa, con epicentro probabile nelle vicinanze di Messina, abbiamo grande accordo tra l'ora di Rocca di Papa e quelle conosciute fino ad ora per i più importanti Osservatorî italiani, come si può rilevare dal seguente specchio:

| LOCALITÀ                | Distanza dall'epicentro<br>supposto a Messina | Ora del principio<br>(t. m. E. C.)                     |
|-------------------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| Catania . . . . .       | Km. 85 c.                                     | 5 <sup>h</sup> . 20 <sup>m</sup> . 40 <sup>s</sup> (3) |
| Ischia . . . . .        | " 300 "                                       | 5. 21. 15                                              |
| Rocca di Papa . . . . . | " 455 "                                       | 5. 21. 31 (4)                                          |
| Padova . . . . .        | " 835 "                                       | 5. 22. 23                                              |

Se anche qui poniamo in relazione i dati orari di Rocca di Papa e Padova con quelli di Catania, vicinissima all'epicentro, troviamo le seguenti velocità apparenti:

Combinazione Rocca di Papa — Catania Km. 7,26 (5)  
 " Padova — " " 7,28

(1) Queste onde lente attirarono l'attenzione dell'Angenheister, il quale ne parlò espressamente nella sua Memoria: *Seismische Registrierungen in Göttingen im Jahre 1905*.

(2) In quest'occasione non funzionava più il microsismografo «Vicentini», smontato fin dal 1906 e sostituito da un microsismometrografo «Agamennone» (kg. 1500, periodo = 2<sup>s</sup>,4, ingrandimento = 150 c., velocità della zona = 60<sup>cm</sup>, registrazione a nerofumo).

(3) Si riferisce alle comp.<sup>ti</sup> orizz.<sup>i</sup> del microsismografo «Vicentini» ed è quasi identica a quella ricavata dal grande sismometrografo. L'ora ottenuta dalla comp. vert. del «Vicentini» fu 5. 20. 30.

(4) Veramente, si scorge già a 5. 21. 26 il principio d'una microscopica sinuosità sulla sola comp. NW del microsismometrografo di 500 kg., la sola che corrispondesse quasi all'esatta provenienza della scossa.

(5) Questo valore non può sensibilmente cambiare, anche se si volesse basare il calcolo sopra le altre due ore alquanto più basse (5. 20. 30, 5. 21. 26) sopra riportate rispettivamente per Catania e Rocca di Papa.

le quali quasi coincidono tra loro, sono in buon accordo con quelle sopra trovate per la scossa del 1905 e stanno a confermare il fatto che il principio della registrazione a Rocca di Papa corrisponde all'arrivo delle stesse onde che han cominciato a perturbare gli strumenti degli altri Osservatori.

5. Può essere interessante calcolare anche la velocità delle onde sismiche che determinarono il 1° rinforzo nei sismogrammi di Rocca di Papa. Il calcolo, semplicissimo (1), basato sulla velocità già calcolata, inerente alle onde che arrivarono per prime, e sull'intervallo di tempo (2) che trascorse tra gli arrivi delle due specie di onde, fa concludere ai seguenti valori:

Per la scossa del 1905 velocità di Km. 3,68 (3); ora all'epicentro 2<sup>h</sup>.43<sup>m</sup>.2<sup>s</sup> c.  
 " 1908 " 3,46; " 5 20 28 "

La concordanza tra queste due velocità è più che soddisfacente, tenuto conto dell'incerta posizione dell'epicentro, e più di tutto per la difficoltà di determinare l'ora del rinforzo, specialmente per la 1<sup>a</sup> scossa. Dal sismogramma di Gottinga, relativo all'8 settembre 1905, vien fuori un valore sensibilmente più alto (km. 4,14), e convien notare che l'ora (2. 49. 6), data per il rinforzo, è nel Bollettino di Gottinga attribuita con incertezza al principio dei così detti *secondi tremiti preliminari*. In cifra tonda possiamo dunque dire che le onde sismiche, che provocarono il 1° rinforzo a Rocca di Papa e Gottinga, avevano una velocità, ridotta già quasi alla metà di quella spettante alle prime onde.

6. Per formarci meglio un'idea delle onde lente che si manifestarono a Rocca di Papa fin dall'inizio dei sismogrammi in entrambe le scosse, con un periodo di c. 18<sup>s</sup> e con una velocità da 7 ad 8 km., è interessante calcolarne la lunghezza, la quale risulta di circa 135 km. Si tratta dunque di un'enorme distanza tra cresta e cresta, talchè tre soltanto di siffatte onde quasi già basterebbero per coprire la distanza che intercede tra Rocca di Papa e l'epicentro! Un valore ancor più notevole (km. 190 c.) vien fuori, se si voglia basare il calcolo sopra il periodo di c. 25<sup>s</sup>, relativo alle onde lente

(1) Dette  $V_1$  e  $V_2$  le velocità delle due specie d'onde,  $T_1$  e  $T_2$  le ore del loro arrivo,  $D$  la distanza della località dall'epicentro, si ha infatti:  $V_2 = \frac{D}{T_2 - T_1 + \frac{D}{V_1}}$  e l'ora al-

l'epicentro  $T_1 - \frac{D}{V_1} = T_2 - \frac{D}{V_2}$ .

(2) Per la scossa dell'8 settembre 1905 s'ebbe 47<sup>s</sup> c. nel microsismografo « Agamennone » e 72<sup>s</sup> c. nel microsismografo « Vicentini »: in media dunque 60<sup>s</sup> c. Per quella del 28 dicembre 1908 s'ebbe concordemente 66<sup>s</sup> per entrambi i microsismografi « Agamennone ».

(3) Il Rizzo trovò un valore ben più alto (km. 6,6) e da lui riferito alle onde lente, perchè, invece dell'ora comunicatagli (2. 44. 45 c.) per il rinforzo mostratosi nel microsismografo « Agamennone », utilizzò l'ora (2. 44. 17), in cui funzionarono i sismoscopi.

visibili nella fase preliminare del sismogramma di Gottinga per la scossa dell'8 settembre 1905. Starebbe forse ciò a dimostrare che siffatte onde si sono rese realmente più lunghe coll'allontanarsi dal centro di scuotimento? Con l'enorme lunghezza di queste onde lente, che per prime hanno perturbato gli strumenti sismici, fa vivo contrasto la piccolezza dell'inclinazione del suolo prodotta dal loro passaggio a Rocca di Papa.

Così, per la scossa del 1905 la 1<sup>a</sup> onda lenta, manifestatasi nel microsismometrografo « Agamennone » di 500 kg., produsse un'inclinazione massima nel suolo di c. 0'',8., a cui ne seguirono altre sempre più notevoli finchè l'ultima, che precedette il rinforzo, produsse un'inclinazione massima di c. 2'',3. Inclinazioni più pronunciate fornì il microsismografo « Vicentini », poichè per la 1<sup>a</sup> onda si ottenne già 1'',7 c., e per quella precedente il rinforzo, c. 5''.

Per la scossa del 1908, senza dubbio più intensa, s'ebbero inclinazioni meno insignificanti. Così, nel microsismometrografo di 1500 kg. la 1<sup>a</sup> onda produsse già un'inclinazione massima di 2'' c., e l'ultima, antecedente di poco il rinforzo, di 5'',5 c., mentre nell'altro strumento di 500 kg., l'inclinazione iniziale raggiunse 2'',3 c., e l'ultima, precedente il rinforzo, 6'',9 c.

7. Per formarci un'idea approssimata dell'entità della saetta di siffatte onde — cioè del sollevamento od abbassamento massimo, prodotto alternativamente nel suolo al loro passaggio — prendiamo in considerazione soltanto le inclinazioni avutesi nella scossa più intensa del 1908, come quelle che risultano più concordanti nei due strumenti. Siccome l'inclinazione massima, rivelata dai medesimi, variò da 2'' c., a 2'',3 c. per la 1<sup>a</sup> onda lenta, con la quale s'iniziarono i sismogrammi, si otterrà per la sua saetta un valore da 22 a 24<sup>cm</sup>, supposto il periodo di 18<sup>s</sup> e la velocità di km. 7  $\frac{1}{2}$  al secondo (1).

Le onde successive andarono poco a poco crescendo; e volendo arrestare il calcolo all'ultima onda che precedè il rinforzo, e per la quale s'ebbero inclinazioni da 5'',3 a 6'',9, si otterrà per la medesima una saetta oscillante da 29 a 36<sup>cm</sup> nell'ipotesi che il periodo sia rimasto ancora di 18<sup>s</sup>, ma che la velocità sia già quasi ridotta alla metà, come sopra s'è visto.

Spetta al prof. G. Vicentini il merito d'aver richiamato l'attenzione sopra queste onde lente fin dal 1894, come dirò in una Nota successiva, nella quale mi propongo di esporre alcune considerazioni sul meccanismo di propagazione delle onde sismiche.

(1) La formola adoperata per il calcolo della saetta è  $\frac{L}{2\pi} \operatorname{tg} i$ , dove L è la lunghezza totale dell'onda ed  $i$  l'inclinazione massima del suolo.

Fisica terrestre. — *Alcune considerazioni sul meccanismo di propagazione delle onde sismiche.* Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Meteorologia. — *Gli Osservatori del Monte Rosa in rapporto al servizio meteorologico.* Nota del dott. CAMILLO ALESSANDRI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

1. *Generalità* <sup>(1)</sup>. — Il sistema di osservatori del Monte Rosa comprende attualmente quattro stazioni: una stazione di base ad Alagna Valsesia (m. 1205); due stazioni intermedie, di cui l'una al colle di Valdobbia (m. 2548) e l'altra al colle d'Olen (m. 3000); una stazione di vetta, nella capanna « Regina Margherita », sulla sommità della Sygnalkuppe o Punta Gnifetti, a 4560 metri sul livello del mare.

La stazione di Alagna e quella del colle di Valdobbia sono permanenti, e cioè vi si compiono osservazioni meteorologiche tutto l'anno; le altre due, invece, non sono tenute in funzione che durante i mesi estivi, e più che osservatori nel senso ordinario della parola, vanno considerate come laboratori per ricerche e per studi speciali di meteorologia e di fisica terrestre non aventi carattere di continuità.

2. *Comunicazioni.* — La trasmissione delle notizie urgenti dalle stazioni superiori alla stazione di base, viene attualmente effettuata mediante colombi viaggiatori, di cui è stato fatto un piccolo allevamento ad Alagna. Per l'iniziativa di S. E. l'on. Michele Bertetti, già Sottosegretario di Stato per le Poste e i Telegrafi, si spera, quanto prima, di poter congiungere i diversi osservatori del Monte Rosa mediante una linea telefonica.

3. *Misura del tempo.* — Se la conoscenza esatta dell'ora è sempre condizione di grande importanza per la giusta interpretazione dei fenomeni naturali, lo è evidentemente ancor di più quando, come nel caso nostro, si tratti di mettere fra loro in relazione fenomeni simultaneamente osservati in diverse stazioni. A telefono ultimato, il problema potrà esser facilmente

<sup>(1)</sup> Cfr. C. Alessandri, *Campagna meteorologica del 1904 al R. Osservatorio Regina Margherita*, Mem. R. Ist. Lomb., vol. XX, XI, serie III, anno 1905; *Capanna Osservatorio Regina Margherita sul Monte Rosa*, Bollettino della Società Geografica Italiana, fasc. VII, 1906; *Les observatoires du Mont-Rose*, Bulletin de la Société Astronomique de France, Février, 1906, pag. 57.

e completamente risolto; ma pel momento bisogna ingegnarsi in altro modo ed ecco come si procede: — Mediante osservazioni di altezze corrispondenti di sole, fatte col teodolite, si rettifica, al principio della stagione, il cronometro della stazione di Alagna; — si seguono poi le piccole variazioni che in questo via via si producono, osservando gli istanti dei successivi passaggi di una stella ( $\alpha$  di Orione) al reticolo di un cannocchiale, fissato solidamente su di una robusta mensola a muro; — l'ora del cronometro di Alagna viene poi trasmessa alle altre stazioni mediante razzi lanciati durante la notte ad ore prestabilite.

4. *Stazione di Alagna Valsesia* (Latitudine nord,  $45^{\circ}51'15''$ . Longitudine est da Greenwich,  $0^{\text{h}}18^{\text{m}}44^{\text{s}}7$ . Altitudine sul mare, 1205 metri). — Le osservazioni meteorologiche vi vengono fatte tutto l'anno mediante registratori Richard giornalieri grande modello, quotidianamente controllati per confronto con strumenti a lettura diretta. L'impianto di questa stazione venne iniziato nel 1906 e si imponeva, non solo, per compiersi osservazioni simultanee a quelle delle stazioni superiori, ma per potervi attendere con un certo agio alla organizzazione delle spedizioni alla vetta, e per servire, in certo modo, come base d'operazione pel funzionamento dell'osservatorio « Regina Margherita ». Oltre a locali per deposito e per abitazione, vi si trova un laboratorio fisico-meccanico per le ricerche sperimentali e per le riparazioni agli strumenti; una camera oscura per gli sviluppi fotografici e la colombaia per piccioni viaggiatori.

5. *Stazione del Colle di Valdobbia* (Latitudine nord,  $45^{\circ}47'$ . Longitudine est da Greenwich,  $31^{\text{m}}27^{\text{s}}$ . Altitudine sul livello del mare, 2548 metri). — La stazione meteorologica del colle di Valdobbia è abbastanza antica, essendovi stata fondata dal Padre Denza fin dal 1872; ma in questi ultimi tempi era assai decaduta. Nel 1906 noi vi portammo dei registratori meteorologici di Richard (termometro, barometro e igrometro), affidandone la sorveglianza ai custodi dell'ospizio che ivi si trova, e così d'ora in poi le osservazioni, oltrechè più complete, riesciranno assai più attendibili. Il riordinamento di questa alta stazione era opportuno, anche perchè, con una spesa relativamente piccola, vi si potranno raccogliere buone osservazioni meteorologiche anche durante l'inverno, quando per ragione di economia, non è possibile tener in funzione la stazione del Colle d'Olen che pur trovasi ad altitudine poco maggiore.

6. *Stazione del Colle d'Olen* (Latitudine nord,  $45^{\circ}52'28''$ . Longitudine est da Greenwich,  $31^{\text{m}}29^{\text{s}}6$ . Altitudine sul mare, 3000 metri). — Questa stazione trovasi presso l'Istituto di Fisiologia « Angelo Mosso » sorto al Colle d'Olen in questi ultimi anni per l'iniziativa e la mirabile intraprendenza dell'illustre scienziato, di cui porta il nome. Durante l'estate, vi si fanno osservazioni meteorologiche complete, e durante l'inverno, le sole misure della pressione atmosferica, mediante un barometro registratore a lungo corso.

7. *Stazione della Capanna « Regina Margherita »* (Latitudine nord, 45°51',15". Longitudine est da Greenwich, 31<sup>m</sup>.44<sup>s</sup>.7. Altitudine sul livello del mare, 4560 metri). — A) Pressione atmosferica. Le misure della pressione atmosferica, richiedendo l'uso di strumenti tenuti completamente al riparo, possono esser fatte altrettanto bene alla capanna « Regina Margherita » che al piano; ed anche l'impianto a quell'altezza di un barometro registratore a lungo corso atto a funzionare da sè quando l'osservatorio rimane chiuso e abbandonato, potrà esser fatto senza eccessive difficoltà, non essendo sostanzialmente lassù le condizioni diverse, nell'interno dell'edificio, da quelle che si hanno al colle d'Olen, dove il registratore a lungo corso funziona egregiamente. Fino ad ora, però, le osservazioni non vennero fatte che durante i mesi estivi, dal 15 luglio al 15 settembre, e si usarono a tal uopo i seguenti strumenti:

- a) un termobarometro con serie di termometri ipsometrici divisi in 1/100 di grado;
- b) un barometro a mercurio di Fortin;
- c) un barometro metallico registratore Richard;
- d) uno statoscopio registratore Richard.

Col termobarometro venne anzitutto determinata la correzione costante del Fortin, non potendosi ritenere valida quella che ne era stata fatta in basso, prima che lo strumento venisse portato al Monte Rosa. Sulle indicazioni (corrette) del Fortin, venne poi tenuto giornalmente rettificato il registratore Richard. Il cilindro di questo fa un giro in una settimana; la giornata viene rappresentata da una lunghezza di 55 mm., e le altezze mercuriali risultano raddoppiate (e cioè un mm. di mercurio è rappresentato da due mm. sulla zona del registratore); possono quindi stimarsi con facilità, nel diagramma, i 1/10 di mm. di mercurio.

Lo statoscopio venne usato per lo studio delle rapide variazioni della pressione atmosferica che, a quell'altezza, si presentano in modo molto pronunciato durante i temporali, tanto che spesso, nel volgere di pochi secondi, la pressione subisce variazioni di parecchi mm. di mercurio. Niente di paragonabile si osserva in basso.

B) Stato igrometrico dell'aria. Negli anni 1904, 1905 e 1906, le misure dell'umidità dell'aria vennero fatte (quando il tempo lo consentiva) mediante uno psicometro ad aspirazione di Assmann. Nel 1907 e nel 1908 invece, mediante un igrometro a capello registratore Richard, a carica giornaliera, tenuto in un riparo fissato sulla terrazza dell'osservatorio e costituito da una specie di armadio a doppia parete a persiana, con una apertura verso nord protetta da una finissima rete metallica. Naturalmente, durante le grandi tempeste, il nevischio entra nel riparo; ma, non appena le condizioni del tempo lo consentono, il registratore viene ripulito, ricontrollato e rimesso a posto. Nei diagrammi, un'ora è rappresentata da 15 mm.,

e ad un grado di umidità relativa (zero rappresenta siccità completa e cento umidità massima) corrisponde uno spostamento verticale nella penna di 2 mm.; dimodochè il tempo può aversi con l'esattezza del minuto primo e il grado di umidità, con assai notevole precisione. La rettificazione dello strumento veniva fatta di tempo in tempo, per confronto con un igrometro ad appannamento di Chistoni, operando nell'interno dell'osservatorio perchè più sicura risultasse la misura.

C) Velocità del vento. La velocità del vento venne studiata mediante un anemometro registratore di Richard a diagrammi giornalieri. L'impianto razionale di questo strumento non poté essere eseguito se non nel 1906 (24 agosto), e da allora in poi, le osservazioni furono fatte sempre regolarmente. Lo strumento è del tipo a mulinello di Robinson a trasmissione meccanica, e la registrazione avviene nel modo seguente: un meccanismo di orologeria imprime una rotazione uniforme ad un cilindro verticale di 9 cm. di diametro, su cui è tesa una carta, facendogli compiere un giro intero in 24 ore: sulla zona, una penna con inchiostro speciale, traccia il diagramma del vento, sollevandosi di quantità proporzionali al numero dei giri compiuti dal mulinello, e quindi, alla velocità del vento. La penna, giunta alla sommità della zona (il che avviene ad ogni cento chilometri), automaticamente ricade, per poi ricominciare la salita. Il diagramma che se ne ottiene sarebbe tale da consentire di dedurne la velocità media oraria del vento in ettometri; ma tanta precisione, per le ragioni che diremo, sarebbe illusoria, e quindi noi ci limitammo, nello spoglio dei diagrammi, ad esprimer la velocità media del vento in chilometri all'ora. Dicemmo che una esattezza maggiore sarebbe illusoria. E in vero: il mulinello di Robinson, come è noto, non è sensibile se non alla componente orizzontale del vento. Ora, alla Capanna Margherita, il vento spira invece, generalmente, con direzione fortemente inclinata all'orizzonte. Di più l'anemometro a mulinello, per la sua inerzia, ci rappresenta il vento come un flusso continuo e sensibilmente costante. Invece, ben lungi dall'essere tale, il vento, all'altezza del Monte Rosa, si presenta come una serie di colpi di intensità variabilissima divisi da intervalli di calma assoluta, o almeno quasi assoluta. Questo carattere ondulatorio del vento alle grandi altezze, già si rivela in modo non dubbio ai nostri sensi, ma può poi essere studiato assai bene nei suoi particolari con lo statoscopio. Questo strumento consta, come è noto, di una specie di manometro differenziale, ed agisce in sostanza come un barometro di grandissima prontezza e di grandissima sensibilità. Il diagramma rimane scritto sopra una striscia di carta, in modo perfettamente analogo a quanto succede negli ordinari barometri registratori di Richard.

Mettendo in azione lo statoscopio alla Capanna Margherita durante i temporali (e spesso anche con cielo sereno) si osserva quanto segue. Prima ancora che l'orecchio avverta il vento, la penna dello strumento incomincia

ad abbassarsi accennando ad una diminuzione della pressione. Poi, subito dopo s'incomincia a sentire il vento, e, quanto più questo vien forte, tanto più la penna si abbassa. Al cadere del vento invece, la penna risale e continua a risalire ancora per qualche istante dopo che il vento è cessato. Il fenomeno dura, complessivamente, dai 15 ai 20 secondi, per poi ricominciare nello stesso modo continuando così, talora, per giorni e settimane intere. Sono delle vere e proprie gigantesche pulsazioni dell'atmosfera, o meglio delle specie di ondate che ricordano assai da vicino il moto ondoso del mare. L'abbassamento della penna è talora di parecchi centimetri (corrispondenti ad una variazione di parecchi millimetri di mercurio) nel volgere di pochi secondi. I diagrammi che si ottengono si presentano identici anche quando lo strumento sia tenuto all'aperto, e ciò fa escludere l'ipotesi che il fenomeno sia dovuto ad una rarefazione, che si produca in modo analogo a quanto si osserva nell'aspiratore idrodinamico o nel tubo di Pitot.

Secondo il Vallot, che fece sulla vetta del Monte Bianco osservazioni analoghe alle nostre sul Monte Rosa, le oscillazioni repentine del barometro sarebbero dovute al passaggio di vortici nell'alta atmosfera. Ritorneremo a suo tempo su questo interessante argomento. Basti qui l'averlo accennato, per dare un'idea del modo speciale con cui il vento si presenta lassù, e di quanto siano imperfette le indicazioni che di esso ci fornisce l'anemometro a mulinello.

D) Direzione del vento. Venne questa studiata mediante un anemoscopio registratore di Richard a zona giornaliera. Come l'anemometro così pure l'anemoscopio non potè essere installato regolarmente alla Capanna Margherita se non nell'agosto del 1906. Per ovviare all'inconveniente lamentato negli anni precedenti<sup>(1)</sup> e cioè che la banderuola, sotto l'impulso delle raffiche, anzichè orientarsi secondo il vento, si metteva a girare a guisa di anemometro, si ricorre ora all'artificio di tener frenata l'asta di trasmissione dello strumento con un morsetto di legno.

E) Temperatura dell'aria. Lo studio più importante (meteorologicamente parlando) e nello stesso tempo quello che presentò le maggiori difficoltà al Monte Rosa, è lo studio della temperatura dell'aria. Come già si ebbe occasione di esporre<sup>(2)</sup>, fin dai primi momenti si manifestò l'impossibilità di eseguire alla Capanna Margherita delle misure sistematiche della temperatura dell'aria per mezzo dell'ordinario termometro a lettura diretta. Si imponeva perciò o di ideare degli strumenti nuovi adatti a quel clima, i quali consentissero la determinazione della temperatura dell'aria esterna senza obbligare l'osservatore ad uscire all'aperto, o valersi di oppor-

(<sup>1</sup>) Cfr. C. Alessandri, *Campagna meteorologica nel 1904 al M. R.* Mem. Istit. Lomb., ecc. (v. sopra), pag. 176.

(<sup>2</sup>) Cfr. *Campagna meteorologica*, ecc. pag. 173.

tuni registratori. Già venne parlato <sup>(1)</sup> del tentativo fatto di dedurre le variazioni di temperatura dell'aria dalle variazioni di resistenza elettrica di un filo di platino teso sulla terrazza dell'Osservatorio, e delle ragioni per cui questo tentativo dovette essere abbandonato. Un secondo esperimento venne fatto durante l'estate del 1905 mediante uno speciale termometro bimetallico <sup>(2)</sup>. Ma questo, mentre aveva funzionato in modo assai soddisfacente in piano, indicava invece generalmente alla Capanna Margherita temperature inferiori al vero, probabilmente perchè, ricoprendosi la parte esterna dello strumento di un velo di ghiaccio nei momenti di massimo vento (e quindi di minor pressione, e conseguentemente di soprassaturazione dell'aria) ed evaporando poi questo, la temperatura dello strumento si abbassava al disotto di quella dell'aria, precisamente come avviene nel termometro bagnato dello psicometro. Il problema venne finalmente risolto in modo soddisfacente nel 1907, usandovisi un termometro registratore Richard giornaliero di grande modello, rinchiuso nel riparo meteorico di cui si è accennato parlando dell'umidità dell'aria. Nei giorni sereni, così disposte le cose, le registrazioni procedono in modo perfettamente soddisfacente e solo occorre che il personale dell'Osservatorio sia pronto ad intervenire, quando, nei giorni di tormenta, il nevischio entra nel riparo meteorico raggiungendo il registratore. Nei diagrammi, un'ora è rappresentata da 15<sup>mm</sup> e ad una variazione di un grado nella temperatura dell'aria, corrisponde uno spostamento verticale di 4<sup>mm</sup> nella penna di modo che possono con sicurezza stimarsi i 1/10 di grado e il tempo può aversi colla esattezza del minuto primo.

Rimaneva ancora completamente insoluta la questione della misura della temperatura dell'aria alla sommità del Monte Rosa nei mesi invernali quando quell'osservatorio è chiuso e disabitato. Convinti ormai dell'estrema difficoltà, se non dell'assoluta impossibilità, di risolvere codesto problema affrontandolo direttamente, ci sforzammo di raggiungere lo scopo procedendo per via indiretta, e ci lusinghiamo di esservi riusciti in base ai seguenti concetti:

Consideriamo la colonna d'aria verticale di sezione unitaria avente la base ad Alagna e che sia superiormente limitata dalla superficie di livello che passa per la Capanna Regina Margherita, e supponiamo inoltre:

- a) che tale aria sia in equilibrio;
- b) che la temperatura di essa decresca uniformemente coll'aumentare dell'altezza.

Queste due ultime condizioni non saranno in generale verificate in un dato istante; ma tali potranno suppersi quando, anzichè i valori istantanei, si considerino i valori *medi giornalieri*.

<sup>(1)</sup> Loc. cit., pp. 173-174.

<sup>(2)</sup> Loc. cit., pag. 174.

Posto ciò è evidente che il peso di tale colonna d'aria dovrà essere una funzione delle condizioni meteorologiche agli estremi di essa, e che, nota la forma di tale funzione, dalla conoscenza di alcuni di questi elementi, potranno dedursi i rimanenti.

Seguendo un tale ordine d'idee; partendo dalla nota equazione di Laplace relativa al calcolo delle altezze col barometro, e osservando che la tensione media del vapore acqueo alla Capanna Margherita è, generalmente, assai vicina all'unità, pervenimmo alla seguente formola, la quale permette di calcolare la temperatura dell'aria all'altezza del Monte Rosa, nota la temperatura, la pressione e l'umidità ad Alagna e la sola pressione barometrica alla vetta:

$$(I) \quad t = 2 \left\{ 49.7994 \times \frac{1}{\log B - \log b} - 273 - 51.36 \left( \frac{F}{B} + \frac{1}{b} \right) \right\} - T$$

dove

$t$  = temperatura dell'aria alla Capanna Margherita

$b$  = pressione barometrica " " "

$T$  = temperatura dell'aria ad Alagna

$B$  = pressione barometrica ad "

$F$  = tensione del vapore acqueo ad Alagna.

La formola (I) applicata alle misure da noi ottenute nell'estate del 1908 al Monte Rosa, si dimostrò perfettamente adatta allo scopo avendoci condotto a valori calcolati della temperatura media giornaliera dell'aria alla Capanna Margherita in ottimo accordo con quelli direttamente ivi ottenuti col registratore Richard (la differenza tra i valori calcolati essendo in generale inferiore a 1 grado).

Noi potremo quindi affermare di aver raggiunto lo scopo che ci eravamo proposti, assumendo la direzione del servizio meteorologico del Monte Rrsa (e cioè quello di far conoscere l'andamento diurno ed annuo dei principali elementi meteorologici alla vetta del Monte Rosa) quando avremo attuato il seguente programma che riteniamo perfettamente realizzabile e che già in buona parte è stato effettuato:

a) Stabilire ad Alagna (e cioè ai piedi del Monte Rosa) e al colle di Valdobbia (per controllo) due stazioni meteorologiche permanenti nelle quali si facciano osservazioni meteorologiche ben sicure e complete durante l'intero anno;

b) provvedere ad un funzionamento veramente completo della stazione alla Capanna Regina Margherita, con registratori giornalieri di tutti gli elementi meteorologici, quotidianamente sorvegliandoli e rettificandoli per confronto con strumenti a lettura diretta, nei soli mesi estivi, ma nello stesso tempo impiantarvi e tenervi in funzione tutto l'anno, un barometro

registratore a lungo corso, deducendo poi col calcolo per mezzo della formula (I) dai valori della pressione barometrica alla Capanna Regina Margherita e dei corrispondenti valori ad Alagna della pressione della temperatura della tensione del vapore acqueo, i valori della temperatura dominante nella libera atmosfera all'altezza della sommità del Monte Rosa.

**Fisica.** — *Disposizione semplificata per determinare l'indice di rifrazione al microscopio.* Nota dell'ing. ENRICO CLERICI, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

In una Nota pubblicata in questi Rendiconti <sup>(1)</sup> ho indicato un modo abbastanza semplice per determinare al microscopio l'indice di rifrazione con approssimazione sufficiente per le ricerche mineralogiche e petrografiche correnti.

La disposizione pratica è costituita da un portaoggetti con cella cilindrica, al cui fondo è fissato un piccolo prisma di vetro. Si fa collimare con un filo della crociera dell'oculare l'immagine di una riga tracciata sul portaoggetti sotto il prisma e si misura, servendosi del tamburo graduato del tavolino traslatore, lo spostamento che essa subisce per l'interposizione del prisma di liquido che si viene a formare quando si è riempita di liquido la cella e vi si pone sopra un vetrino coprioggetti.

Prendendo per ascisse gli spostamenti che si hanno con diversi liquidi, il cui indice sia noto, e per ordinate gli indici corrispondenti, si traccia, per una volta tanto, una curva colla quale si potrà conoscere l'indice di un liquido qualsiasi riportandovi lo spostamento che esso produce, letto sul tamburo graduato.

Avendo sperimentato, per altra ricerca, un gran numero di liquidi, mi è occorso di introdurre alcune modificazioni che ritengo non prive di interesse e che danno al metodo maggiore speditezza e possibilità di più largo impiego.

La fig. 1 indica, in sezione ed in pianta, parte di un portaoggetti secondo la disposizione descritta nella citata Nota. L'asse del prisma è parallelo, per quanto è possibile, alla riga verticale che, a cella vuota, appare spostata verso lo spigolo rifrangente. La riga orizzontale si fa collimare coll'altro filo della crociera per l'esatta misura dello spostamento. Se il liquido ha forte dispersione è utile fare la determinazione alla luce di una lampada ad alcool salato.

<sup>(1)</sup> Vol. XVI, serie 5<sup>a</sup>, 1° sem., fasc. 6°, pag. 336, seduta 3 marzo 1907: *Sulla determinazione dell'indice di rifrazione al microscopio.*

La prima modificazione è diretta ad eliminare la squadretta d'appoggio che era necessaria ad assicurare al portaoggetti la posizione iniziale dalla quale si comincia a contare lo spostamento dell'immagine della riga.

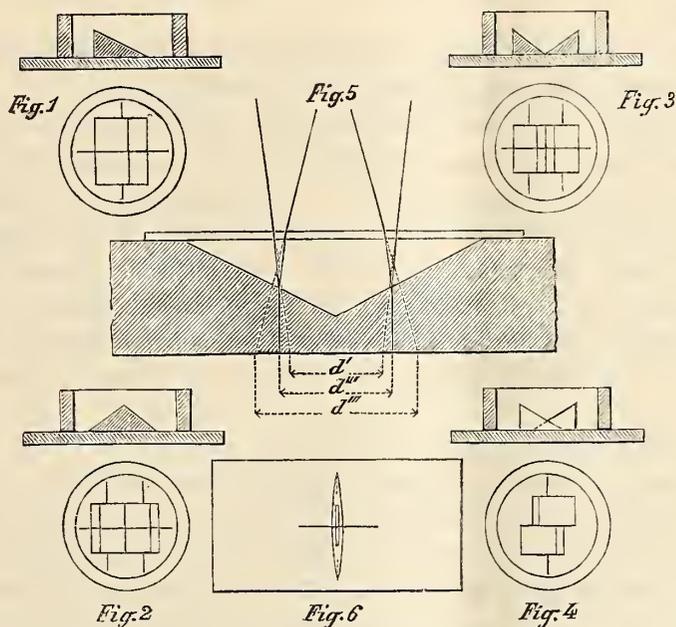
Tracciando sul portaoggetti un'altra riga parallela alla prima e fissando su questa un altro prisma in modo che la faccia verticale dell'uno stia a contatto con quella dell'altro, gli spostamenti che subirà l'immagine della riga sottostante ad uno dei prismi, avverranno in senso opposto a quelli della riga sottostante all'altro. Però in pratica ai due prismi si sostituisce un prisma a sezione isoscele, o prossimamente isoscele (fig. 2). Si misura, girando il tamburo, la distanza delle immagini delle due righe, facendole collimare una dopo l'altra col filo di crociera. Questa distanza varierà a seconda dell'indice dei diversi liquidi coi quali si riempie la cella. Dimodochè, con una serie di liquidi d'indice noto, si potrà costruire la curva, oppure una tabella numerica, in cui a ciascun valore della detta distanza corrisponde un valore dell'indice. In questo modo si fa a meno della squadretta d'appoggio, che, nella disposizione primitiva, serviva a stabilire la posizione iniziale del portaoggetti e, quel che più importa, si è aumentata la sensibilità del metodo.

Ai due prismi poc'anzi indicati si può dare altra disposizione, cioè metterli a contatto per lo spigolo rifrangente invece che per la faccia verticale (fig. 3). Anche in questo caso lo spostamento dell'immagine della riga avviene nell'uno in senso contrario a quello dell'altro e, se i due prismi sono bene aggiustati ed hanno lo stesso angolo di rifrangenza e lo stesso indice, gli spostamenti sono simmetrici rispetto allo spigolo pel quale si toccano. Però se le accennate condizioni non sono soddisfatte, tale simmetria non può verificarsi; il che peraltro non reca pregiudizio, poichè la sensibilità del metodo è aumentata come nel caso precedente.

I due prismi possono pure essere disposti uno a fianco dell'altro (fig. 4). In questo caso basta tracciare sul portaoggetti una sola riga. Essa apparirà interrotta alla giunzione dei due prismi, che si potrà far collimare con l'altro filo della crociera, e le due parti risulteranno tanto più slontanate una dall'altra quanto maggiore sarà la differenza fra l'indice del liquido che riempie la cella e l'indice del vetro con cui sono fatti i prismi. Tale spostamento si riduce a zero quando gli indici sono uguali.

Come i due prismi quando stanno a contatto per la faccia verticale possono essere, in pratica, sostituiti da un unico prisma, così nel caso dei prismi a contatto per lo spigolo rifrangente si può sostituire loro un pezzo equivalente che faccia corpo col portaoggetti stesso. A tale scopo basta praticare sul portaoggetti una scanalatura con sezione trasversale a V. Questa modificazione, rappresentata in sezione ed ingrandita nella fig. 5, non presenta difficoltà costruttive ed offre il grande vantaggio di non richiedere l'incollatura dei prismi e dell'anello per formare la cella, perchè la scanalatura così fatta costituisce nello stesso tempo e la cella e i prismi.

In grazia della aumentata sensibilità può anche bastare una scanalatura non molto larga, per es. 3 a 4 millimetri, nè molto profonda, 1 a 2 mm.; ed allora è sufficiente anche una sola goccia di liquido. Quando si pone il liquido nella incavatura e si applica il vetrino coprioggetti, si viene a formare un prisma, anzi un *microprisma* di liquido (la cui sezione ha la base in alto ed il vertice rivolto in basso), e non occorre altro che misurare la distanza appa-



rente delle due righe. Queste righe sono tracciate col diamante alla faccia inferiore del portaoggetti, oppure sono ottenute fotograficamente su pellicola al collodio incollata fra due portaoggetti, di cui il superiore provvisto della scanalatura o *microprisma*. Se si vogliono buone misure, occorrono righe bene eseguite e accurata messa a fuoco.

La fig. 6 rappresenta, a metà del vero, un portaoggetti a *microprisma* del formato  $68 \times 35$ , colle due righe trasversali e la solita riga longitudinale che si deve far collimare con l'altro filo della crociera.

Nella Nota già citata sono riprodotte alcune curve per mostrare il modo come esse variano a seconda dell'indice di rifrazione del prisma di vetro e del suo angolo rifrangente. Tutte le curve hanno un punto di inflessione che si verifica quando l'indice del liquido è uguale a quello del prisma di vetro. In corrispondenza di tale punto le curve presentano un tratto, più

o meno lungo, che praticamente può essere ritenuto rettilineo, specialmente se è basso l'indice del prisma e se l'indice dei liquidi è compreso fra 1,3 e 1,8.

Questa constatazione semplifica la costruzione della curva relativa a ciascun apparecchio: anzi permette di avere facilmente più curve quando si vuol tener conto della temperatura, perchè se ogni curva si riduce ad una retta, pel suo tracciamento bastano due punti e perciò basta servirsi inizialmente di due soli liquidi dei quali si conosca anche la variazione termica dell'indice.

In molti casi uno dei liquidi può essere l'acqua; l'altro sarà scelto in relazione degli indici che si presume di dover determinare.

Nella fig. 5 è indicato l'andamento dei raggi luminosi per due liquidi che avessero per indice rispettivamente 1,30 e 2,00, supposto che quello del vetro del portaoggetti sia 1,50 e che i fianchi dell'incavatura abbiano l'inclinazione di  $30^\circ$ . In essa si vede, come è realmente, che la distanza delle immagini delle righe aumenta col crescere dell'indice del liquido posto nell'incavatura. Costruito il diagramma, dal valore di questa distanza si deduce l'indice cercato. Per un liquido di indice 1,50 il raggio luminoso non subisce deviazione e la distanza apparente  $d''$  è uguale alla vera distanza delle righe.

Con un apparecchio del tipo fig. 3, a cella alta 6-7 mm. e prismi di circa  $40^\circ$ , la distanza apparente delle righe ( $t = 15^\circ$ ) risultò di 225 divisioni del tamburo per l'acqua ( $i = 1,333$ ) e di 278,5 per una soluzione di formiato-malonato di tallio ( $i = 1,682$ ): quindi, ad una differenza di indici di 0,349 corrispondono divisioni 53,5 ossia 0,00652 per divisione. L'ampiezza di una divisione nel mio microscopio (gr. mod. min. Koristka) è tale che anche ad occhio se ne può apprezzare la quarta parte che equivale a 0,00163 nel valore dell'indice.

Con un apparecchio simile a cella di circa 7 mm. e prismi di circa  $30^\circ$ , una divisione corrispondeva a 0,0104 ed il suo quarto a 0,0026.

Un portaoggetti a *microprisma* largo 4 mm., dette 113 divisioni per lo ioduro di metilene ( $i = 1,743$ ) e 83,6 per l'acqua; quindi 0,0139 per ogni divisione e 0,0034 per ogni quarto.

Data la semplicità <sup>(1)</sup> e la speditezza del metodo e per il fatto che va sempre più estendendosi l'uso del tavolino traslatore (che del resto per questo

<sup>(1)</sup> Per la determinazione approssimata dell'indice dei liquidi col metodo dell'immersione, mi sono pure servito d'un altro mezzo che può essere consigliato per la semplicità. Fra i vetri per scopi ottici che fornisce la casa Schott & Genossen di Jena, dando anche gli indici di rifrazione dei medesimi, ne ho scelti alcuni i cui indici non siano molto discosti uno dall'altro. Li ho ridotti in polvere fina e messi in altrettanti tubetti di vetro numerati, con una estremità chiusa e l'altra tirata alla lampada. Inclinando un tubetto si fa cadere una piccolissima quantità della polvere, che contiene, nel liquido e

scope può essere surrogato da un oculare micrometrico), ritengo che il portaoggetti a *microprisma* oltre che alle ricerche mineralogiche e petrografiche si presti a più larga applicazione.

**Chimica.** — *Sui persolfuri di idrogeno* <sup>(1)</sup>. Nota di G. BRUNI e A. BORGIO, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Poco più di un anno fa noi abbiamo presentato alla Accademia una Nota su questo stesso argomento <sup>(2)</sup>. Abbiamo in essa dimostrato che i persolfuri d'idrogeno ricchi in zolfo (da  $H_2S_5$  in su) che si ottengono decomponendo i polisolfuri alcalini e alcalino-terrosi, costituiscono per buona parte veri composti chimici e non soluzioni di zolfo in persolfuri più bassi; infatti essi, sciogliendosi p. es. in bromoformio, non subiscono che una parziale decomposizione con eliminazione di zolfo, mentre rimangono in soluzione molecole che possono arrivare certamente fino a  $H_2S_7$ , e ad ogni modo non discendono mai al disotto di  $H_2S_5$ . Questo risultato veniva dedotto dagli abbassamenti del punto di congelamento in bromoformio. Naturalmente, come si osservò fino d'allora, non si può così decidere se invece di avere molecole di un determinato tipo, p. es.  $H_2S_6$ , non si abbiano invece miscele di molecole, parte più ricche e parte più povere in zolfo, p. es. di  $H_2S_7$  e  $H_2S_5$ ; il fatto che lo zolfo dei persolfuri elevati rimane combinato in molecole complesse risulta però dimostrato in modo sicuro.

Nello stesso lavoro noi avevamo tentato di distillare nel vuoto i persolfuri preparati, per vedere di ottenere prodotti definiti contenenti meno zolfo. Noi non riuscimmo in tale intento, come prima di noi non vi era riuscito W. Ramsay <sup>(3)</sup>, nè dopo di noi W. Strecker <sup>(4)</sup>, avendosi sempre una tumultuosa decomposizione in zolfo e  $H_2S$ .

Le difficoltà contro cui noi e questi autori ci eravamo urtati, furono brillantemente superate da I. Bloch e F. Höhn <sup>(5)</sup>, mediante un ingegnoso artificio. Essi pensarono che la causa della decomposizione fosse l'alcalinità del vetro dei recipienti, ed operarono in vasi ed in ambiente resi acidi con

---

si osserva il comportamento della linea di Becke; indi si passa, a seconda dei casi, ad un numero più alto o più basso e così di seguito, dimodochè l'indice del liquido resterà compreso fra quello di due vetri consecutivi della serie.

<sup>(1)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Padova.

<sup>(2)</sup> Questi Rendiconti, 1907, 2° sem., 745. Pubblicato più in esteso nella Gazz. chim. ital., 1908, II.

<sup>(3)</sup> Journ. chem. Soc., (2), 12, 857 (1874).

<sup>(4)</sup> Berl. Berichte, 41, 1105 (1908).

<sup>(5)</sup> Berl. Berichte, 41, I, II, III Mitteil., 1961, 1971, 1975 (1908).

una corrente di acido cloridrico gassoso secco. Poterono così effettuare la distillazione, da cui ottennero il trisolfuro  $H_2S_3$  e successivamente il disolfuro  $H_2S_2$ . Pel trisolfuro questi risultati furono poi confermati da Schenck e Falke <sup>(1)</sup>, che però non aggiungono nulla di nuovo ai dati B. e H.

Gli interessanti composti isolati da B. e H. non potevano mancare di suscitare il nostro interesse, e noi ci proponemmo di studiarli coi metodi chimico-fisici. Ci ponemmo perciò, fin dallo scorso ottobre, in relazione col dott. I. Bloch, il quale accondiscese gentilmente che queste ricerche sui corpi da lui isolati si facessero nel nostro istituto, del che vivamente lo ringraziamo. Noi abbiamo anzitutto preparato il trisolfuro ed il disolfuro usando lo stesso metodo dei detti autori, e possiamo confermare in tutto le loro indicazioni.

Determinammo poi il peso molecolare di questi due composti in bromoformio, e verificammo che essi corrispondono alle formole  $H_2S_3$  e  $H_2S_2$ , come pel primo di essi avevano già trovato anche Schenck e Falke.

Col trisolfuro da soluzioni aventi le concentrazioni: 1.69, 1.88, 1.14, ottenemmo:  $M = 91.1, 94.6, 96.8$ , mentre si calcola:  $H_2S_3 = 98.2$ .

Pel disolfuro da una soluzione di concentrazione 1.22 ottenemmo:  $M = 67.1$ , mentre si calcola:  $H_2S_2 = 66.1$ .

Il nostro scopo principale era ora di vedere se, partendo da questi persolfuri bassi, si possa, per aggiunta di zolfo, risalire a quelli più elevati, o se la decomposizione graduale avvenga in un solo senso e non sia invertibile. Le osservazioni di B. e H. rendevano già più verosimile la seconda ipotesi. Infatti, nella Nota dedicata alla discussione teorica <sup>(2)</sup>, Bloch osserva giustamente come il disolfuro ed il trisolfuro non preesistano nei persolfuri più elevati, ma si formino da essi solo all'atto della distillazione; inoltre egli osserva che mentre i persolfuri greggi sono solubili in benzolo, una soluzione dello zolfo nel trisolfuro non lo è, ma lascia depositare zolfo, ciò che, almeno qualitativamente, prova che lo zolfo non si ricombina col trisolfuro. Noi applicammo alla risoluzione di questo problema lo stesso metodo crioscopico già usato nelle precedenti esperienze, seguendo però due diversi procedimenti.

1° METODO. — Ponemmo  $H_2S_3$  e  $H_2S_2$  in contatto con zolfo; quando se ne era sciolta una certa quantità, analizzavamo il liquido ottenuto e determinavamo gli abbassamenti crioscopici in bromoformio, confrontandoli con quelli che si dovevano aspettare se lo zolfo si fosse combinato o semplicemente sciolto nel tri- o nel disolfuro.

*Col trisolfuro.* Ad una certa quantità di  $H_2S_3$  si aggiunse zolfo (circa 1 atomo per 1 mol.  $H_2S_3$ ), e si lasciò in contatto alla temperatura ordi-

<sup>(1)</sup> Berl. Berichte, 41, 2600 (1908).

<sup>(2)</sup> IV. Mitteil., loc. cit., pag. 1980.

naria per 48 ore. Dopo questo tempo il zolfo non si era sciolto tutto: il liquido limpido decantato fu analizzato e dimostrò di possedere una composizione corrispondente alla formola empirica  $H_2S_{3,5}$ .

Gr. 0.3894 di questa sostanza, sciolti in gr. 35.59 di bromoformio, diedero un abbassamento  $A_1 = 1^{\circ}.47$ .

Gr. 0.9117, sciolti in gr. 35.97 di bromoformio, diedero  $A_2 = 3^{\circ}.35$ .

Pel caso che lo zolfo fosse solo sciolto in  $H_2S_3$ , si calcolano gli abbassamenti:  $A_1 = 1.455$  e  $A_2 = 3.395$ . Diff.,  $-0.015$  e  $+0.045$ .

Se esso fosse combinato, formando un miscuglio di  $H_2S_4$  e  $H_2S_3$ , si calcolerebbe invece:  $A_1 = 1.38$  e  $A_2 = 3.20$ . Diff.,  $-0.11$  e  $-0.15$ .

L'esperienza dimostra dunque che lo zolfo non si è ricombinato.

*Con disolfuro.* Ad una certa quantità di  $H_2S_2$  si aggiunse zolfo (2 atomi) e si lasciò a sè come sopra. Il liquido decantato aveva la composizione empirica  $H_2S_{3,08}$ .

Gr. 0.2740 sciolti in gr. 31.22 di bromoformio, diedero un abbassamento  $A = 1.51$ .

Se lo zolfo è puramente sciolto, si calcola  $A = 1.42$ ; se fosse ricombinato  $A = 1.26$ . L'abbassamento è anche maggiore di quello richiesto dalla prima supposizione: anche qui dunque non si ha traccia di ricombinazione.

2° METODO. — Si scioglievano  $H_2S_3$  e  $H_2S_2$  in bromoformio e si determinavano i punti di congelamento delle soluzioni; ad esse si aggiungeva poi zolfo e si misurava l'abbassamento ulteriore prodotto da questo. Se esso si fosse ricombinato questo ulteriore abbassamento avrebbe dovuto esser nullo o minore assai del calcolato per la molecola  $S_8$ .

*Con trisolfuro.* In gr. 38.21 di bromoformio si sciolsero gr. 0.7206 di  $H_2S_3$  avendosi un abbassamento di 2.86. Alla soluzione si aggiunsero gr. 0.2348 di zolfo (circa 1 atomo); si ebbe un ulteriore abbassamento  $A = 0.32$ . Per zolfo sciolto come  $S_8$  si calcola  $A = 0.345$ .

*Con disolfuro.* In gr. 31.45 di bromoformio si sciolsero gr. 0.3836 di  $H_2S_2$  avendosi un abbassamento di 2.615. Alla soluzione si aggiunsero gr. 0.2348 di zolfo (circa 1 atomo). Si ebbe un ulteriore abbassamento  $A = 0.325$ . Per zolfo sciolto come  $S_8$  si calcola  $A = 0.34$ .

Anche qui non si ha dunque, nè pel tri-, nè pel disolfuro indizio di ricombinazione, almeno in proporzione sensibile.

Da quanto fu esposto risulta adunque dimostrato che, non solo il trisolfuro per aggiunta di zolfo non rigenera i persolfuri superiori, ma nemmeno il disolfuro rigenera il trisolfuro. La demolizione successiva dei vari persolfuri d'idrogeno:



è dunque una reazione non invertibile. I persolfuri d'idrogeno sono, nelle

condizioni ordinarie di temperatura, composti metastabili, che si possono produrre per reazioni indirette, ma la cui decomposizione una volta iniziata, può procedere per gradi, ma non si può far retrocedere. Accade dunque lo stesso come per il perossido d'idrogeno a temperatura ordinaria. Solo che nello zolfo la tendenza a formare i derivati superiori è maggiore; infatti, per l'ossigeno si conosce solo  $H_2O_2$ ; i perossidi superiori, che dovrebbero corrispondere p. es. ai perossidi di potassio, di rubidio ecc., non solo non si poterono isolare, ma nemmeno si potè dimostrare rigorosamente la loro presenza in soluzione.

Siccome Sabatier <sup>(1)</sup> dimostrò che anche i persolfuri d'idrogeno sono composti endotermici è probabile che essi, come  $H_2O_2$ , potranno formarsi stabilmente a temperature molto elevate da  $H_2S$  più zolfo.

Nelle esperienze qui descritte, come in quelle appresso indicate, fummo validamente coadiuvati dal dott. M. Amadori, al quale facciamo qui i nostri ringraziamenti.

In una conferenza tenuta nello scorso ottobre in Firenze il prof. Paternò ha rivolto una severa critica al metodo seguito da me e da Borgo nel nostro primo lavoro; tali critiche ha ripetuto in modo anche più aspro in una Nota posteriore pubblicata in questi Rendiconti (1908, 2° sem., pag. 627). Debbo quindi rispondergli qui colla brevità a cui mi costringe la scarsità dello spazio concesso in questa pubblicazione.

Nella breve risposta che gli feci verbalmente a Firenze, io osservai che il metodo da noi seguito era lo stesso usato da lui con alcuni suoi scolari, per dimostrare l'esistenza in soluzione di polioduri e simili composti. Il prof. Paternò se la prende con questa mia « affermazione destinata forse a produrre qualche impressione ma tutt'altro che esatta ». Dove sia l'inesattezza non vedo. Il metodo consiste sostanzialmente in questo: Si sciolgono due sostanze od un loro miscuglio in un solvente; dall'abbassamento crioscopico *totale* si calcola il numero delle molecole esistenti nella soluzione e si deduce quindi se le due sostanze siano combinate o solo mescolate. Che questo abbassamento totale si produca sciogliendo le due sostanze una dopo l'altra, come fanno il prof. Paternò e i suoi scolari, o tutte e due assieme, come facevamo noi, non ha evidentemente influenza alcuna sull'essenza del metodo.

Una seconda obbiezione è che la grandezza molecolare  $S_8$  dello zolfo in soluzione non è sufficientemente dimostrata, perchè in vari solventi si hanno notevoli oscillazioni. Ciò che accade in altri solventi non interessa nel caso speciale; per il bromoformio ho già risposto col lavoro fatto eseguire da Borgo e Amadori <sup>(2)</sup>, i quali con 28 determinazioni concordantis-

<sup>(1)</sup> Compt. Rend., 91, 53 (1880).

<sup>(2)</sup> Questi Rendiconti, 1909, 1° sem., 138.

sime hanno dimostrato l'esattezza della formola  $S_8$ . Anche l'esattezza della costante crioscopica  $K = 144$  del bromoformio, determinata nel suo Istituto da Ampola e Manuelli<sup>(1)</sup>, è posta in dubbio dal prof. Paternò. Anche per questo, rinvio alla Nota di Borgo e Amadori; solo dirò che collo zolfo si ha dalle 28 determinazioni succitate una media di 144.1.

Infine il prof. P. per dimostrare la non sufficiente sensibilità del metodo, fa una serie di misure, sciogliendo in bromoformio miscele di zolfo e di solfuro di carbonio, e da una media di nove esperienze calcola un errore medio di  $-6.8\%$  per gli abbassamenti osservati in confronto dei calcolati. Senonchè nei calcoli del prof. Paternò sono purtroppo sfuggiti alcuni errori di calcolo numerico. Così pei pesi molecolari apparenti:

|          |          |                    |       |
|----------|----------|--------------------|-------|
| esper. 4 | M = 98.7 | mentre in realtà è | 78.1; |
| " 6      | " 90.2   | " " "              | 86.6. |

E per gli abbassamenti calcolati:

|          |                         |           |                  |
|----------|-------------------------|-----------|------------------|
| esper. 5 | $\Delta = 2^{\circ}.08$ | invece di | $1^{\circ}.66$ ; |
| " 6      | " 2.40                  | " " "     | 2.44.            |

Nè si creda che ciò abbia poca influenza. Il penultimo errore da cui risulterebbe una differenza *in meno* di  $14\%$ , è quello che grava più di tutti sulla differenza media di cui sopra. In realtà l'errore di tale esp. 5 è di  $4.2\%$  *in più*.

Ma vi è di più; nelle mie esperienze io non avevo mai abbassamenti superiori a 2 gradi e mezzo; il prof. Paternò calcola invece su esperienze con abbassamenti oltre 4 gradi e mezzo. Togliendo quelle in cui è  $\Delta$  superiore a  $3^{\circ}$ , e cioè limitandosi alle esp. 1, 4, 5, 6, 9, 10, 11, si hanno le differenze percentuali rispettivamente:  $-7.6$ ,  $+11.9$ ,  $+4.2$ ,  $+1.6$ ,  $-3.6$ ,  $-6.0$ ,  $-9.5\%$ . Differenza media:  $-1.3\%$ .

Ma io ho voluto anche eseguire una serie di esperienze colle stesse sostanze, sciogliendo però, a differenza del prof. Paternò,  $CS_2$  e zolfo pesati separatamente, il primo in palline, il secondo allo stato solido nel modo consueto; ciò che dà maggiore garanzia di esattezza. Descriverò altrove i particolari sperimentali; dico solo che io presi quasi sempre una proporzione di zolfo assai maggiore, rispetto al  $CS_2$ , di quella usata da Paternò, e ciò per accostarmi di più alle condizioni reali delle mie esperienze coi persolfuri. Ecco ora i risultati sommarii:

<sup>(1)</sup> Gazz. chim., 25, II, 91 (1895).

| Bromoformio<br>gr. | CS <sub>2</sub><br>gr. | Zolfo<br>gr. | Abbassam.<br>totale<br>osservato | Abbassam.<br>totale<br>calcolato | Differenza | Differenza<br>percentuale |
|--------------------|------------------------|--------------|----------------------------------|----------------------------------|------------|---------------------------|
| 30.60              | 0.3503                 | 0.0689       | 2.205                            | 2.29                             | — 0.085    | — 3.7 %                   |
| 30.48              | 1133                   | 3812         | 1.365                            | 1.405                            | — 0.04     | — 2.8 »                   |
| 30.82              | 1220                   | 4486         | 1.525                            | 1.57                             | 0.045      | — 2.9 »                   |
| 30.24              | 1392                   | 3724         | 1.52                             | 1.56                             | 0.04       | — 2.5 »                   |
| 31.46              | 1218                   | 3962         | 1.425                            | 1.425                            | 0.00       | 0.0 »                     |
| 31.18              | 0892                   | 4083         | 1.265                            | 1.275                            | — 0.01     | — 0.7 »                   |
| 30.98              | 0876                   | 3118         | 1.095                            | 1.10                             | 0.005      | — 0.4 »                   |
| 37.37              | 1712                   | 6648         | 1.815                            | 1.865                            | 0.05       | — 2.1 »                   |
| 40.13              | 2352                   | 7482         | 2.105                            | 2.15                             | 0.045      | — 2.1 »                   |
| 36.81              | 0842                   | 2000         | 0.72                             | 0.735                            | 0.015      | — 2.0 »                   |
| 36.72              | 1530                   | 2396         | 1.145                            | 1.155                            | 0.01       | — 0.9 »                   |

Si vede dunque dai risultati delle esperienze mie e di Paternò che gli abbassamenti totali osservati in misure del genere di quelle fatte da me e Borgo sui persolfuri possono esser affetti da errori in meno, la cui media non oltrepassa il 2 %. Introducendo una correzione del 2 % nei pesi molecolari apparenti trovati da me e Borgo per i persolfuri (che oscillano fra 184 e 276), si hanno differenze di 4 a 6 unità, mentre le differenze fra i calcolati per l'esistenza di molecole H<sub>2</sub>S<sub>5</sub> e H<sub>2</sub>S<sub>6</sub> variano da 14 a 20, e fra H<sub>2</sub>S<sub>5</sub> e H<sub>2</sub>S<sub>7</sub> da 30 a 40. Chi confronti ora la nostra tabella (l. c. pag. 753), vedrà subito come le nostre conclusioni sostanziali non subiscono da ciò nessuna variazione.

Ma il prof. Paternò ha anche voluto citare contro di noi i lavori di Bloch e Höhn. Egli dice infatti: « Ma che il metodo indiretto di Bruni e Borgo « non era tale da condurre a risultati sicuri è stato provato in modo inconfutabile dalle recenti e molto belle ricerche di Bloch e Höhn, i quali « hanno dimostrato che il polisolfuro d'idrogeno grezzo, non è già un miscuglio di H<sub>2</sub>S<sub>5</sub>, H<sub>2</sub>S<sub>6</sub>, H<sub>2</sub>S<sub>7</sub> e forse anche H<sub>2</sub>S<sub>9</sub>, ma contiene invece i « solfuri H<sub>2</sub>S<sub>2</sub> e H<sub>2</sub>S<sub>3</sub> che gli autori hanno isolato allo stato di purezza ».

Il prof. Paternò deve aver letto con poca attenzione le Note di B. e H. per fare una affermazione così contraria alla realtà dei fatti. Non solo B. e H. non hanno mai dimostrato cioè che il prof. Paternò attribuisce loro, ma Bloch ha anzi detto proprio tutto il contrario, come risulta già da quanto fu scritto nella prima parte di questa Nota.

Dice infatti Bloch (l. c., pp. 182-83): « *Das Hydrotrisulfid ist aber nicht der letzte Körper dieser Reihe H<sub>2</sub>S<sub>n</sub>* <sup>(1)</sup>. Abgesehen..., dürfte die Existenz höherer S-H-Verbindungen mit Sicherheit aus folgender Ueberlegungen hervorgehen: .... H<sub>2</sub>S<sub>2</sub> dürfte deshalb in dem rohen Wasserstoffper-

(<sup>1</sup>) Sottolineato dall'autore nell'originale.

« sulfid, wenn überhaupt, nur in sehr geringer Menge enthalten, sondern  
« erst bei der Destillation, etwa aus  $H_2S_3$  entstanden sein. Aber auch  $H_2S_3$   
« dürfte nur zum geringen Teil im rohen Wasserstoffpersulfid enthalten sein ».  
E qui Bloch fa il ragionamento già riportato in principio per dimostrare che  
i polisolfuri elevati son diversi dalla soluzione di zolfo nel trisolfuro. « ....  
« daraus ist der Schluss zu ziehen, dass der Schwefel zum grössten Teil nicht  
« physikalisch gelöst, sondern *chemisch gebunden* <sup>(1)</sup> ist. Danach ist es sehr  
« wahrscheinlich dass, wie  $H_2S_2$  aus  $H_2S_3$ , auch  $H_2S_3$  selbst aus höheren  
« Wasserstoffpolysulfiden entstanden ist, dass die Destillation, wie wir sie  
« durchführen, zum grössten Teil einen Abbau höherer Wasserstoffpolysulfide  
« vorstellt ». Lascio a chi legge il giudicare.

Il prof. Paternò cita poi una frase di Schenck e Falke (l. c.) in cui si dice  
che i loro risultati (che non sono che una incompleta conferma dei lavori  
di Bloch) sono in « *Gegensatz* » coi miei. Chi legga quella Nota senza pre-  
venzione, vedrà come quella parola non possa riferirsi che al risultato della  
distillazione, riuscita a Bloch e non riuscita a noi, come 30 anni prima  
non era riuscita a W. Ramsay. In realtà la contraddizione vi sarebbe solo  
se noi, in seguito all'esito negativo dei nostri tentativi, avessimo escluso  
l'esistenza dei persolfuri inferiori; naturalmente noi ci siamo ben guardati  
dal trarre una conseguenza così errata, nè si potrà trovare nella nostra Nota  
il minimo accenno a ciò.

Concludendo, io credo di aver dimostrato che le osservazioni del pro-  
fessore Paternò non hanno potuto infirmare minimamente le conclusioni a  
cui io e Borgo eravamo giunti.

*Mineralogia. — Studi intorno a minerali sardi: Mimetite  
del giacimento cuprifero Bena (d) e Padru (Ozieri)* <sup>(2)</sup>. Nota del  
dott. AURELIO SERRA, presentata dal Socio G. STRUEVER.

La presenza della *mimetite* nel giacimento cuprifero Bena (d) e Padru  
fu notata per primo dal prof. Lovisato, che per insufficienza di materiale,  
non potè suo malgrado darne uno studio completo e particolareggiato <sup>(3)</sup>.

Quantunque in questa concessione i lavori di ricerca non sieno stati  
tuttora ripresi, pure, non senza fatica, ho potuto raccogliere bei campioni di  
questa rara specie minerale, riguardante due varietà: una gialla, che trovai  
in prevalenza, l'altra incolore o bianchiccia, invero molto scarsa. Della prima

<sup>(1)</sup> Sottolineato dall'autore nell'originale.

<sup>(2)</sup> Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Sassari.

<sup>(3)</sup> Lovisato, *Vanadinite, Mimetite e Stolzite della miniera cuprifera Bena (d) e  
Padru presso Ozieri (Sassari)*.

intrapresi l'analisi chimica, non della seconda, perchè questa il già ricordato professore fece analizzare dal suo assistente dott. Rimatori. Espongo i risultati da me ottenuti:

|                                |   |        |
|--------------------------------|---|--------|
| Pb Cl <sub>2</sub>             | = | 9,02   |
| Pb O                           | = | 67,83  |
| As <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | = | 22,89  |
| P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>  | = | 0,29   |
|                                |   | 100,03 |

i quali rispondono alla formola  $3[\text{Pb}_3(\text{AsO}_4)_2] \cdot \text{PbCl}_2$ .

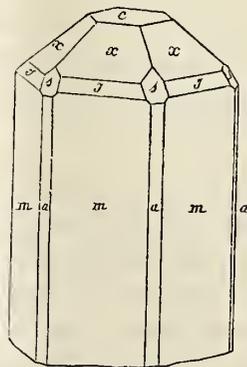
Confrontando questi valori con quelli riportati dal Lovisato (1)

|                                |   |         |
|--------------------------------|---|---------|
| Pb Cl <sub>2</sub>             | = | 9,55    |
| Pb O                           | = | 67,29   |
| As <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | } | = 23,16 |
| P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>  |   |         |
|                                |   | 100,00  |

si nota nella varietà gialla un minore contenuto di PbCl<sub>2</sub> cui fa riscontro una relativa ricchezza di arseniato di piombo.

I cristallini da me analizzati si rinvengono in una roccia granitica, più spesso in gruppi, raramente isolati e raggiungenti le dimensioni di 3 mm. In essi l'abito è prismatico; la forma che presentano è data dalla seguente combinazione:

$$\begin{array}{cccccc} c & m & a & y & x & s \\ \{0001\} & \{10\bar{1}0\} & \{11\bar{2}0\} & \{20\bar{2}1\} & \{10\bar{1}1\} & \{11\bar{2}1\} \end{array}$$



Le facce del prisma esagono di 1° ordine sono molto estese, relativamente a quelle del prisma di 2° ordine, che come si vede dalla figura sono assai esili. La piramide di 1° ordine  $\{10\bar{1}1\}$  è abbastanza sviluppata rispetto

(1) Loc. cit. pag. 49.



Patologia vegetale. — *La càscola dei fiori nel Frappato*.  
Nota di E. PANTANELLI, presentata dal Socio G. CUBONI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

MEMORIE  
DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

1. SEGUENZA. *Lo Squalodon Scillae Brandt (Agassiz sp.) di Sicilia*.  
Pres. dal Socio G. STRÜVER.
2. PONTE. *Il diabase di Paraspora ed i fenomeni di deformazione nei suoi feldspati*. Pres. dal Socio G. STRÜVER.
3. BRUNELLI. *Ricerche sulla spermatogenesi degli Ortotteri. Divisioni spermatogoniali e maturative di Grillus desertus, Pallas*. Pres. dal Socio B. GRASSI.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle del Corrispondente prof. ARCANGELI e del Socio straniero prof. HEIM; richiama poscia l'attenzione della Classe su di un riassunto delle *Esplorazioni svedesi allo Spitzberg dal 1758 al 1908*; sugli *Elementi della rete geodetica fondamentale a Nord del parallelo di Roma*, pubblicazione della R. Commissione Geodetica Italiana; e sugli *Annali dell'Osservatorio dell'Università di Strasburgo*, pubblicati dal Direttore dell'Osservatorio stesso, prof. E. BECKER.

CORRISPONDENZA

Il Segretario MILLOSEVICH dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società Reale di Vittoria; la R. Società zoologica di Amsterdam; l'Accademia di scienze naturali di Filadelfia; la Società di scienze naturali di Buffalo; la Società geologica di Manchester; il Museo di storia naturale di Amburgo; il Museo nazionale di Mexico; la Biblioteca Bodleiana di Oxford; l'Osservatorio Fisico Centrale « Nicolas » di Pietroburgo.

E. M.

---

Publicazione bimensile.

Roma 18 aprile 1909.

N. 8.

ATTI  
DELLA  
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

*Seduta del 18 aprile 1909.*

Volume XVIII.° — Fascicolo 8.°

I.° SEMESTRE.

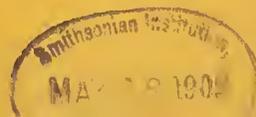


ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL. CAV. V. SALVICCI

1909



## ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

### PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

#### I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonché il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

#### II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

# RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

~~~~~  
Seduta del 18 aprile 1909.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche.* Nota del Socio E. BERTINI.

La notevole ed elegante Nota di Severi: *Su alcune proprietà dei moduli di forme algebriche* (Atti della R. Accad. delle Sc. di Torino, 1905) contiene una dimostrazione algebrica del teorema, trovato dal König per via trascendente, che è una estensione all'iperspazio del celebre teorema di Noether $Af + Bg$.

In questa ingegnosa dimostrazione si presentano due questioni la cui soluzione è oggetto della presente Nota. Precisamente si dimostra nel n. 2, che il teorema del n. 6 della Nota di Severi relativo ad un solo punto si può estendere ad un numero qualunque (finito) di punti e, nel n. 3, che il limite inferiore dato nel n. 8 di detta Nota, per la dimensione di un certo sistema lineare staccato da un modulo, è veramente questa dimensione. Le due proposizioni, che così si ottengono e che hanno interesse per sè, rendono poi la suddetta dimostrazione del teorema di König più semplice e diretta, ed anzi tale da potersi dire che è proprio una estensione del procedimento omai notissimo con cui si dimostra il teorema $Af + Bg$ ⁽¹⁾. In vero, per

⁽¹⁾ Cfr. Severi, *Appunti di Geometria algebrica* (R. Accad. di sc. lett. ed arti in Padova, 1908).

questo si adopera il teorema che esprime la dimensione dello spazio congiungente due dati, noto il loro spazio d'intersezione, e per quello, come ora si vedrà (n. 3), si adopera il teorema più generale che trovasi nei nn. 19-20, Cap. 1°, del mio libro: *Introduzione alla Geometria proiettiva degli iperspazi*. Soltanto occorre aggiungere la proposizione del n. 2 per stabilire una proprietà che nel caso di due forme si verifica senz'altro (Vedasi Osservazione 3ª del n. 6 della Nota di Severi).

Osserverò anche che l'uso fatto nel n. 18, Cap. 11° del mio libro e l'uso analogo che si fa qui del citato teorema dei nn. 19-20, Cap. 1°, prova l'utilità e facilità di applicazione del teorema stesso.

1. Anzitutto avvertiamo che, se F_1, \dots, F_h ⁽¹⁾ sono forme qualunque ad $r + 1$ variabili degli ordini n_1, \dots, n_h , ogni forma F dell'ordine n che appartiene al loro modulo $(F_1 \dots F_h)$ ossia che è esprimibile in questo modo:

$$F = A_1 F_1 + \dots + A_h F_h,$$

si può anche esprimere in questi altri infiniti modi:

$$F = (A_1 + \sum_j p_{1j} F_j) F_1 + \dots + (A_h + \sum_j p_{hj} F_j) F_h,$$

ove le h^2 forme p_{ij} (degli ordini $n - n_i - n_j$) sieno gli elementi di un determinante emisimmetrico ($p_{ii} = 0, p_{ij} = -p_{ji}$) e del resto arbitrarie.

La cosa è evidente e può completarsi coll'osservazione (che viene subito dal teorema del n. 5 della Nota di Severi, ma che però nella presente Nota non ha applicazione) che quelle sono tutte le espressioni possibili della F per combinazioni lineari delle $F_1 \dots F_h$, quando queste si seghino in una varietà ad $r - h$ dimensioni.

2. Dimostriamo ora il teorema: *Se $h (\leq r)$ ipersuperficie F_1, \dots, F_h di S_r , degli ordini n_1, \dots, n_h si segano in una varietà qualsiasi Φ (anche di diverse dimensioni e con parti multiple) e si ha un numero qualunque (finito) di punti P di Φ in ciascuno dei quali le F_1, \dots, F_h presentino il caso semplice ⁽²⁾ ed abbiano le molteplicità s_1, \dots, s_h (almeno), ogni F del modulo $(F_1 \dots F_h)$ la quale sia di ordine n abbastanza elevato ed abbia in ciascun punto P la molteplicità s (almeno), si può rappresentare così:*

$$F = A_1 F_1 + \dots + A_h F_h,$$

⁽¹⁾ Coi simboli F, F_1, \dots indichiamo indifferentemente forme algebriche o ipersuperficie di S_r (rappresentate da quelle forme eguagliate a zero).

⁽²⁾ Come è facile vedere, questa condizione trae con sè che i punti P sieno di varietà di Φ ad $r - h$ dimensioni.

ove A_1, \dots, A_h hanno in ciascun punto P le molteplicità $s - s_1, \dots, s - s_h$ (almeno) ⁽¹⁾.

Cominciamo dal considerare uno dei punti P e cerchiamo di soddisfare al teorema dapprima in questo solo punto. Allora vale la dimostrazione del n. 6 della Nota di Severi, che qui riproduciamo per modificarla in un punto che ha interesse per il seguito.

Il teorema è evidente se F passa per il punto P colla minima tra le molteplicità s_1, \dots, s_h e quindi si può dimostrare per induzione passando da $s - 1$ ad s . Se F appartiene al modulo $(F_1 \dots F_h)$ ed ha in P molteplicità s si potrà quindi scrivere

$$F = A_1 F_1 + \dots + A_h F_h,$$

ove le A_i , per il teorema ammesso per $s - 1$, hanno in P molteplicità $s - s_i - 1$ (almeno). Preso P come origine delle coordinate ($x_0 = 1, x_1 = \dots = x_r = 0$) si avrà, ordinando nelle potenze decrescenti di x_0 ,

$$F = \Phi x_0^{n-s} + \dots, F_i = \Phi_i x_0^{n_i-s_i} + \dots, A_i = a_i x_0^{n-n_i-s+s_i+1} + \dots,$$

ove Φ, Φ_i, a_i sono forme di x_1, \dots, x_r degli ordini rispettivi $s, s_i, s - s_i - 1$ (almeno). Ne risulta

$$\Phi x_0^{n-s} + \dots = \sum (a_i x_0^{n-n_i-s+s_i+1} + \dots) (\Phi_i x_0^{n_i-s_i} + \dots)$$

dalla quale identità segue

$$\sum a_i \Phi_i = 0,$$

e però, verificandosi in P il caso semplice,

$$a_i = \sum_j p_{ij} \Phi_j \quad (p_{ii} = 0, p_{ij} = -p_{ji})$$

in cui le p_{ij} non dipendono da x_0 e sono dell'ordine $s - s_i - s_j - 1$.

Per il n. 1 si può, invece della espressione superiore di F , prendere la seguente:

$$F = \sum_i (A_i - \sum_j p_{ij} q_{ij} F_j) F_i,$$

⁽¹⁾ S'intende bene che, per semplicità, si è accolta per ciascun punto P la stessa notazione s, s_1, \dots, s_h , ma che queste molteplicità sono eventualmente diverse dall'uno all'altro dei punti P .

indicando con q_{ij} forme arbitrarie di x_0, x_1, \dots, x_r e degli ordini

$$t_{ij} = t_{ji} = n - n_i - n_j + s_i + s_j - s + 1,$$

tali che $q_{ij} = q_{ji}$: giacchè basta appunto applicare il n. 1 sostituendo alle p_{ij} le q_{ij} . Intenderemo anzi espressamente che le ipersuperficie q_{ij} non passino per l'origine delle coordinate e che nelle forme q_{ij} il termine di grado più elevato in x_0 sia $x_0^{t_{ij}}$ (cioè abbia il coefficiente 1). Allora il coefficiente di $x_0^{n-n_i-s+s_i+1}$ nella forma

$$B_i = A_i - \sum_j p_{ij} q_{ij} F_j$$

riducesi ad $a_i - \sum_j p_{ij} \Phi_j$ ed è perciò identicamente nullo, cioè la ipersuperficie B_i passa per il punto P colla molteplicità $s - s_i$ (almeno).

Per trattare ora il caso di un numero qualunque di punti P, avendo dimostrato il teorema per un punto, procederemo pure per induzione e mostreremo che, se il teorema è vero per un certo numero y di punti P, lo è anche aggiungendo un altro $(y + 1)^{\text{esimo}}$ di essi. Supponiamo adunque che sia

$$F = A_1 F_1 + \dots + A_h F_h,$$

ove A_1, \dots, A_h soddisfino adesso al teorema per quegli y punti P. Di nuovo, se la molteplicità s che l' $(y + 1)^{\text{esimo}}$ punto P deve avere per F è eguale alla minima delle molteplicità s_1, \dots, s_h , è dimostrato ciò che si vuole: e quindi, come innanzi, basterà far vedere che il teorema è vero per s , se è vero per $s - 1$. Si rifaccia il calcolo precedente prendendo l'origine delle coordinate nell' $(y + 1)^{\text{esimo}}$ punto e ponendo per le q_{ij} le stesse condizioni di prima e di più queste altre che le ipersuperficie q_{ij} abbiano negli y punti P molteplicità così elevate che in essi le molteplicità delle ipersuperficie B_i sieno quelle delle ipersuperficie A_i . Ciò è certamente possibile scegliendo n opportunamente grande e prendendo, ad es., per le ipersuperficie q_{ij} l'insieme di coni arbitrari di ordini $s - s_i - s_j$ coi vertici nei detti y punti P ed aggiungendo eventualmente altre ipersuperficie arbitrarie così da raggiungere l'ordine t_{ij} . Allora si conclude, come dianzi, che anche nell' $(y + 1)^{\text{esimo}}$ punto P si ha per le ipersuperficie B_i la molteplicità richiesta dal teorema; il quale per conseguenza è così dimostrato.

3. Mediante il precedente teorema possiamo ora dimostrare quest'altro, nel quale però compare una limitazione per la Φ : *Se $h (\leq r)$ ipersuperficie F_1, \dots, F_h , di S_r degli ordini n_1, \dots, n_h si segano in una varietà ad $r - h$ dimensioni (anche con parti multiple) Φ_{r-h} e si ha un numero qualunque (finito) di punti P di Φ_{r-h} in ciascuno dei quali le F_1, \dots, F_h*

presentino il caso semplice ed abbiano le molteplicità s_1, \dots, s_h , il sistema lineare delle ipersuperficie F del modulo $(F_1 \dots F_h)$ che hanno in ciascun punto P la molteplicità s , ha la dimensione

$$D_h(n; n_1, \dots, n_h) = \sum_P D_h(s-1; s_1, \dots, s_h) - 1.$$

Si è posto, come fa il Severi,

$$\begin{aligned} D_h(n; n_1, \dots, n_h) = & \sum \binom{n - n_{i_1} + r}{r} - \sum \binom{n - n_{i_1} - n_{i_2} + r}{r} + \\ & + \dots + (-1)^{h-2} \sum \binom{n - n_{i_1} - n_{i_2} - \dots - n_{i_{h-1}} + r}{r} + \\ & + (-1)^{h-1} \binom{n - n_1 - n_2 - \dots - n_h + r}{r}, \end{aligned}$$

ove per $i_1, i_1 i_2, \dots, i_1 i_2 \dots i_{h-1}$ si devono sostituire tutte le combinazioni di $1^a, 2^a, \dots, (h-1)^a$ specie dei numeri $1, 2, \dots, h$, colla solita convenzione di porre zero per ogni simbolo combinatorio in cui il numero superiore è $< r$; ed inoltre si indica con \sum_P una somma estesa a tutti i punti P .

Basterà dimostrare, in virtù della proprietà del n. 2, che la suddetta dimensione (sempre per n opportunamente grande) è quella del sistema lineare

$$A_1 F_1 + \dots + A_h F_h = 0,$$

nel quale le ipersuperficie A_1, \dots, A_h degli ordini $n - n_1, \dots, n - n_h$ hanno in ciascun punto P le molteplicità $s - s_1, \dots, s - s_h$.

A tale scopo, come già si è accennato in principio, si deve fare un ragionamento affatto simile a quello del n. 18, Cap. 11° del mio libro. Si trova dapprima che i sistemi lineari $A_1 F_1 = 0, A_2 F_2 = 0$ si segano in un sistema $X F_1 F_2 = 0$, ove X è una ipersuperficie di ordine $n - n_1 - n_2$ che ha in ogni punto P molteplicità $s - s_1 - s_2$ (o nessuna, se questo numero è ≤ 0). Poi tre sistemi $A_1 F_1 = 0, A_2 F_2 = 0, A_3 F_3 = 0$ si segano nel sistema nel quale si segano (ad es.) il sistema $X F_1 F_2 = 0$, ora detto, e il sistema $A_3 F_3 = 0$ e però in un sistema $Y F_1 F_2 F_3 = 0$, ove Y è una ipersuperficie di ordine $n - n_1 - n_2 - n_3$ che ha in ciascun punto P una molteplicità $s - s_1 - s_2 - s_3$, ecc. Gli h sistemi lineari $A_1 F_1 = 0, \dots, A_h F_h = 0$, le loro intersezioni a due a due, \dots , ad $h-1$ ad $h-1$, e l'intersezione di tutti gli h sistemi hanno quindi le dimensioni (essendo

In vero, per il detto valore di s e supposto sempre n opportunamente grande, si ha

$$D_r(n; n_1 \dots n_r) = \binom{n+r}{r} - 1 - n_1 n_2 \dots n_r$$

$$D_r(s-1; s_1 \dots s_r) = \binom{s-1+r}{r} - 1 - s_1 s_2 \dots s_r$$

e inoltre, per la condizione del caso semplice,

$$\sum_P s_1 s_2 \dots s_r = n_1 n_2 \dots n_r.$$

Sicchè, applicando la proposizione del n. 3, si trova

$$\binom{n+r}{r} - 1 = \sum_P \binom{s-1+r}{r}$$

come dimensione del sistema lineare delle ipersuperficie appartenenti al modulo $(F_1 \dots F_r)$ ed aventi in ciascun punto P la considerata molteplicità s . Ma questa è anche la dimensione del sistema di *tutte* le ipersuperficie (di ordine abbastanza alto) che hanno in ogni punto P quella molteplicità s : quindi il teorema risulta dimostrato nell'ipotesi di n opportunamente elevato.

Si passa ora a qualunque valore dell'ordine n di F, considerando il prodotto di F per una forma generica Φ di ordine abbastanza alto, così che il teorema sia valevole per il prodotto ΦF , cioè si abbia

$$\Phi F = A_1 F_1 + \dots + A_r F_r,$$

da cui, per il teorema del n. 4 della Nota di Severi, si trae appunto

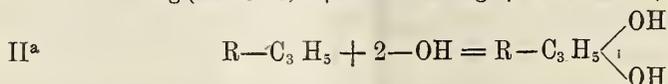
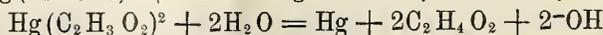
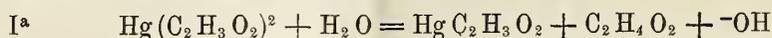
$$F = A'_1 F_1 + \dots + A'_r F_r.$$

Si può notare che, se n è abbastanza grande, si possono scegliere (secondo il n. 2) per le A'_1, A'_2, \dots, A'_r ipersuperficie aventi in ciascun punto P molteplicità $s_2 + s_3 + \dots + s_r - r + 1$, $s_1 + s_3 + \dots + s_r - r + 1, \dots$, $s_1 + s_2 + \dots + s_{r-1} - r + 1$ (almeno), mentre pare che ciò non possa farsi per n qualunque, se $r > 2$.

Chimica. — *Sulla separazione dei composti allilici e propenilici delle essenze* ⁽¹⁾. Nota del Corrispondente L. BALBIANO.

In una Nota presentata nel giugno dell'anno passato alla società chimica tedesca e pubblicata nei Rendiconti ⁽²⁾, F. W. Semmler fa notare, in occasione di uno studio sull'Elemicina ed Isoelemicina, che manca finora ai chimici che si occupano dell'analisi immediata delle essenze naturali, ramo della chimica organica che ha una grande importanza teorica ed industriale, manca ripeto, finora un carattere sicuro che permetta il riconoscimento e la separazione dei composti essenziali contenenti il radicale « C₃ H₅ » nelle due strutture isomere dell'*allile* e del *propenile*. La stessa mancanza implicitamente rileva H. Thoms ⁽³⁾ nel suo pregevole studio sull'essenza di prezzemolo francese. Egli enumera tutte le reazioni e le costanti fisico-chimiche che vennero proposte per distinguere l'isomeria dei due radicali « C₃ H₅ », ma trascura completamente la reazione *solamente sicura* per questa distinzione. Ai due egregi chimici tedeschi pare sia sfuggita la Nota comprensiva che ho pubblicato nel 1905 nei Rendiconti della società chimica tedesca ⁽⁴⁾, e la Memoria completa pubblicata nel 1905 ⁽⁵⁾ negli Atti dell'Accademia dei Lincei e riprodotta nella Gazzetta chimica italiana del 1906 ⁽⁶⁾. Di questa Memoria i giornali chimici francesi, inglesi e tedeschi dettero un largo sunto e la reazione distintiva da me scoperta, venne anche citata in trattati elementari di chimica organica tedeschi come quello di Richter-Anschutz ⁽⁷⁾.

La mia reazione è basata sull'azione che la soluzione acquosa, satura a freddo, di acetato mercurico esercita sulle due serie di derivati. Mentre i composti *allilici* danno coll'acetato mercurico il prodotto di addizione acetomercurico R-C₃H₅ $\begin{matrix} \text{Hg C}_2\text{H}_3\text{O}_2 \\ \text{OH} \end{matrix}$ i composti *propenilici* danno i *glicoli* corrispondenti riducendosi l'acetato mercurico a mercurioso ed anche a mercurio, secondo il ciclo di reazioni seguente:



⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel laboratorio di chimica organica del R. Politecnico di Torino.

⁽²⁾ Berl. ber. T. 41, (1908), 2183.

⁽³⁾ Berl. ber. T. 41, (1908), 2753.

⁽⁴⁾ Berl. ber. T. 36, 1905, 3575.

⁽⁵⁾ Atti Acc. Linc. 1905.

⁽⁶⁾ Gaz. chim. ital. (1906), 36, 237.

⁽⁷⁾ Richter-Anschutz, Leh. d. org. chem. II, (1905), 347.

Indicavo nella Memoria citata il modo pratico di fare la reazione che per la sua rapidità si presta in molti casi anche ad esperienza di lezione.

Ho studiato ora se le due reazioni potessero anche usufruirsi per la separazione delle due serie di composti e l'esperienza mi ha dimostrato che, se in una mescolanza di composti propenilici ed allilici si fa reagire una quantità limitata di soluzione di acetato mercurico si produce *esclusivamente* il composto aceto-mercurico del derivato allilico ed il derivato *propenilico* rimane inalterato perciò si potrà separare, perchè solubile nell'etere e volatile, distillandolo colla corrente di vapore, mentre il composto aceto-mercurico del derivato *allilico* è praticamente insolubile nell'etere e non volatile colla corrente di vapore. Da questo composto aceto-mercurico, l'idrogeno, svolto con zinco ed idrato alcalino, rimette in libertà il derivato *allilico* che per lo più si ricupera colla distillazione in corrente di vapore.

La pratica della separazione è molto semplice. Quantità equimolecolari di composti allilici e propenilici sciolte in 10-12 pesi di etere, si agitano con una soluzione di acetato mercurico 1 = 4 che contenga disciolto un peso molecolare del sale secco; si lascia in riposo in boccia tappata alla temperatura ambiente per 24 ore, indi si decanta e si filtra la parte eterea: la parte acquosa, che potrà essere limpida o tenere sospeso il composto aceto-mercurico del derivato allilico se è insolubile nell'acqua, si estrae una seconda volta collo stesso peso di etere; le due porzioni eterree riunite si lavano con carbonato sodico ed acqua indi si distilla l'etere ed il residuo si cristallizza dall'alcool o si distilla in corrente di vapore a seconda delle sue proprietà.

La parte acquosa, dopo avere scacciato l'etere a bagnomaria, si addiziona di una certa quantità d'idrato sodico commerciale, quantità dipendente da quella del composto organico adoperato (per 5 gr. da 10 a 12 di soda all'alcool commerciale) e si fa reagire con un eccesso di una miscela di zinco granulato e di polvere di zinco, lasciando il tutto a digerire a 70°-80° in un pallone con refrigerante ascendente, indi dopo 8 a 10 ore si distilla in corrente di vapore fino ad esaurimento. Il composto *allilico* passa nel distillato, dal quale si può estrarre con etere.

Nelle esperienze che seguono si ebbero i seguenti risultati:

Dalla miscela di gr. 5 Anetolo e gr. 5 Metilcavicolo si ottennero gr. 3,5 Anetolo e gr. 2,5 Metilcavicolo.

Dalla miscela di gr. 5 Safrolo e gr. 5 Isafrolo si ottennero gr. 2,82 Safrolo e gr. 3,5 Isafrolo.

Dalla miscela di gr. 5 Miristicina e gr. 5 Isomiristicina si ottennero gr. 5 Isomiristicina e gr. 3,6 Miristicina.

Dalla miscela di gr. 5 Apiolo e gr. 5 d'Isapiolo si ottennero gr. 3,85 Isapiolo e gr. 2,64 Apiolo.

Anetolo e Metilcavicolo.

L'Anetolo adoperato era un prodotto commerciale; il Metilcavicolo proveniva dalla distillazione frazionata dell'essenza di Dracuncolo e si adoperò la porzione che distillava fra 214-216°.

Gr. 5 di Anetolo e gr. 5 di Metilcavicolo, sciolti in 50-60 cm³. di etere vennero agitati per un'ora con una soluzione di acetato mercurico contenente gr. 10.8 di sale secco (1), disciolti in 44-45 cm.³ di acqua. Dopo 24 ore si separò lo strato etereo e la parte acquosa, nella quale si trovavano dei ciuffi bianchi di acetato mercurioso, provenienti forse da quel piccolissimo eccesso di sale mercurico adoperato, venne nuovamente agitata con 50 a 60 cm.³ di etere. La parte eterea venne lavata con carbonato sodico fino a reazione alcalina, indi con acqua, disseccata con cloruro di calcio e distillata. Il residuo pesava gr. 3,55; distillava a 232° e nel ghiaccio si rapprendeva in massa di cristalli lamellari, che fondevano a circa + 20°. Presenta quindi tutti i caratteri dell'Anetolo.

La parte liquida acquosa si riscaldò a bagno-maria per eliminare l'etere disciolto indi si addizionò di 10-12 gr. d'idrato sodico in cannelli e di gr. 10-15 di zinco granulato e di polvere di zinco e si lasciò digerire per 8-10 ore in pallone con refrigerante, riscaldando a 70°-80° ed agitando di frequente. Colla distillazione in corrente di vapore passò il Metilcavicolo che venne estratto con etere. Si ottennero gr. 2,5 di Metilcavicolo, che distillò a 214°-215° (term. Anschutz) e che presenta l'indice di rifrazione $N_D^{43} = 1,5258$ (Eykmann $N_D^{15} = 1,5244$).

In questa esperienza si riottiene il 71 % di Anetolo e 50 % circa di Metilcavicolo adoperati.

Safrolo ed Isafrolo.

Gr. 5 di Safrolo mescolati con gr. 5 d'Isafrolo, prodotti acquistati dalla fabbrica Schuchardt, sciolti in 50-60 cm³. di etere vennero agitati con una soluzione di gr. 9,2 di acetato mercurico secco in 37-38 cm.³ di acqua. Dopo 20 minuti di agitazione si separano tre strati. Sul fondo della boccia si raccoglie un liquido sciropposo leggermente giallo; uno strato intermedio acquoso e lo strato etereo superiore. Dopo un riposo di 2 giorni si era anche depositata una piccola quantità di cristallini del composto aceto-mercurico solido del Safrolo. Si decantò la parte eterea e lo strato acquoso collo sciroppo venne estratto una seconda volta collo stesso volume di etere.

(1) L'acetato mercurico del commercio contiene quantità variabili di acqua di cristallizzazione e di acqua interposta perciò bisogna seccarlo mantenendolo, fino a costanza di peso, in essiccatore ad acido solforico.

Un campione proveniente dalla fabbrica di Kahlbaum perdette 10.18 % di acqua: un'altro della fabbrica di Gehe 17.1 % di acqua.

La soluzione eterea lasciò alla distillazione un residuo oleoso che si distillò in corrente di vapore. L'Isafrolo riestratto con etere pesa gr. 3,5 e distilla a 248°-249° (term. Anschutz), presenta l'indice di rifrazione $N_D^{43} = 1,5728$ (Eykmann Isosafrolo sintetico $N_D^{43} = 1,5763$ dal Safrolo $N_D^{43} = 1,5743$).

La parte acquosa unita allo sciroppo ed al deposito cristallino si aggiunse di 10-12 gr. d'idrato sodico e di 16-18 gr. di zinco in polvere ed in trucioli e diluita con 15 a 20 gr. di acqua, che servì a lavare il recipiente, venne lasciata digerire per 8-9 ore a 70°-80° in pallone con refrigerante ascendente ed agitando frequentemente. Si distillò in seguito in corrente di vapore e si riottennero gr. 2,82 di Safrolo, il cui punto di ebollizione è 232° (term. Anschutz) e l'indice di rifrazione $N_D^{43} = 1,5415$ (Eykmann $N_D^{43} = 1,5420$). Dalla miscela si riottenne gr. 3,5 d'Isafrolo (70 %) e gr. 2,82 di Safrolo (56 %).

Miristicina ed Isomiristicina.

Gr. 5 di ognuno dei due composti, che debbo alla cortesia del prof. E. Rimini dell'Università di Sassari e che ringrazio sentitamente, sciolti in 50-60 cm.³ di etere vennero agitati con gr. 8,3 di acetato mercurico secco, sciolti in 34 cm.³ di acqua. Si lasciò reagire per 24 ore alla temperatura ambiente, ottenendo una leggera opalescenza nello strato acquoso. Si decantò l'etere e la parte acquosa si agitò nuovamente con egual volume d'etere. La parte eterea, lavata con carbonato sodico, acqua e disseccata con cloruro di calcio, lasciò alla distillazione un residuo pesante gr. 5, che immediatamente cristallizzò, e che ricristallizzato dall'alcool, si presenta in begli aghi, che hanno il punto di fusione 44°-45° della Isomiristicina.

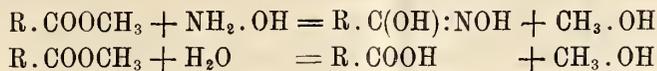
La parte acquosa trattata nello stesso modo con zinco ed idrato sodico, indi distillata in corrente di vapore lasciò separare gr. 3,6 di Miristicina, che distillò a 21 mm. a 157° e che raffreddata a 18° si conserva liquida.

Dalla miscela di 5 gr. di Miristicina e di gr. 4 d'Isomiristicina si recuperarono gr. 5 d'Isomiristicina (100 %) e gr. 3,6 di Miristicina (72 %).

Apiolo ed Isapiolo.

L'Apiolo adoperato proveniva dalla casa Schuchardt: fondeva a 30°-31° e l'Isapiolo, della stessa casa, fondeva a 55°-56°. Si adoperò gr. 5 d'ognuna delle due sostanze, che vennero sciolte in 10 gr. di benzolo privo di tiofene e la soluzione si agitò con gr. 7,2 di acetato mercurico secco sciolto in 25 gr. di acqua. Dopo un po' di tempo si separa la sostanza solida, grumosa, del composto aceto-mercurico dell'Apiolo. Si lasciò in riposo per 12 ore alla temperatura ambiente, indi diluì la massa con un 70-80 cm.³ di benzolo. Si estrasse una seconda volta la massa acquosa colla stessa quantità di benzolo ed il residuo della distillazione del solvente, si distillò in corrente di va-

attribuire al fatto che in questo caso, in soluzione acquosa ed in presenza di idrossilammina e di alcali, le reazioni possibili sono due:

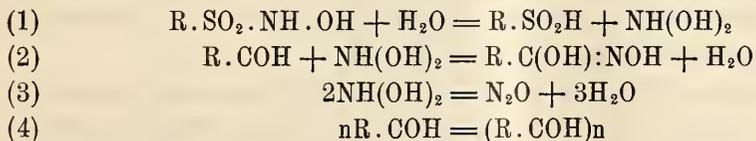


e che sarà preponderante quella che si compie con maggiore velocità; nel caso del salicilato di metile, la prima è quella che prevale, mentre invece per gli isomeri meta e para diventa trascurabile, ed il processo assume l'andamento rappresentato dalla seconda equazione.

Recentemente noi abbiamo potuto accertare che i rapporti mutano impiegando come solvente l'alcool invece dell'acqua ed anzi per questa via ci è stato possibile preparare, con ottimo rendimento l'acido m-ossibenzidrossammico, che si mostrò perfettamente identico a quello che ottenemmo per azione della biossiammoniaca sopra la m-ossibenzaldeide.

Questa diversità di comportamento ci suggerì l'idea di studiare quale influenza possano esercitare i solventi e le condizioni di esperienza, anche sopra il processo di addizione della biossiammoniaca alle aldeidi ed ai veri nitrosoderivati. Non si poteva infatti escludere che differenze analoghe a quelle osservate da Jeanrenaud si potessero riscontrare anche nei casi da noi finora presi in esame, e che quindi per questa via ci fosse possibile chiarire alcune anomalie che costituiscono delle eccezioni alla reazione da noi proposta.

Nel caso nostro, i rapporti si presentano alquanto più complicati, giacchè invece di due possono compiersi quattro differenti reazioni: infatti, partendo da un acido solfidrossammico $\text{R.SO}_2.\text{NH.OH}$ e da una aldeide R.COH , avremo:



dove con la (4) abbiamo voluto esprimere la formazione, in mezzo alcalino, di quei polimeri alle volte molto complicati chiamati resine di aldeidi, senza con questo volerci pronunciare intorno alla loro natura e tanto meno sulla loro costituzione. La reazione utile, quella che conduce all'acido idrossammico, è espressa dalla (2) e si comprende subito che il rendimento in acido dipenderà dalla velocità con cui essa si compie; quando questa ha un valore elevato le (3) e (4) diventano quasi trascurabili.

Come abbiamo più volte accennato, nel caso delle aldeidi alifatiche, aromatiche e dei loro eteri essa procede in modo pressochè istantaneo, è accompagnata da sviluppo di calore e si hanno ottimi rendimenti, sia ope-

rando in soluzione acquosa che alcoolica; più lenta procede con alcune aldeidi non sature. I sostituenti in orto, nelle aldeidi aromatiche, in generale ritardano il compiersi della reazione ed in alcuni casi l'ostacolano quasi completamente. Le nostre nuove ricerche ci hanno dimostrato che impiegando l'alcool come solvente, la reazione viene molto agevolata. Così ci fu possibile preparare con buon rendimento l'acido idrossammico dall'aldeide meta-ossibenzoica; però è necessario di aggiungere la quantità calcolata di potassa, ed a piccole porzioni per volta, altrimenti anche in questo caso la sostanza si resinifica. Operando nelle stesse condizioni riuscimmo pure ad ottenere, sebbene un cattivo rendimento, l'acido salicilidrossammico, partendo dall'aldeide salicilica; invece la reazione riesce negativa in soluzione acquosa ed a caldo, tanto impiegando l'acido benzolsolfidrossammico come anche il sale sodico dell'acido nitroidrossilamminico. In questi casi il forte sviluppo di protossido di azoto dimostra che la reazione che predomina è quella rappresentata dalla (3).

Invece anche operando in soluzione alcoolica, e per quanto mutassimo le condizioni dell'esperienza, non ci fu ancora possibile ottenere gli acidi idrossammici dalle aldeidi aromatiche contenenti un ossidrilico in posizione para; mentre i loro eteri alchilici reagiscono in modo normale. Ulteriori esperienze forse ci permetteranno di chiarire a quale fatto debba attribuirsi questo comportamento.

Operando sempre in soluzione alcoolica, riuscimmo ad avere un indizio di formazione di un acido idrossammico (debole colorazione violetta con cloruro ferrico) anche dalla paradimetilamminobenzaldeide; ma la sostanza si riottiene in gran parte inalterata; ci fu solamente possibile avere qualche centigrammo di un prodotto che fonde con decomposizione verso 235°. Però una determinazione di azoto ci ha dimostrato che si tratta di un composto di altra natura, forse un polimero dell'aldeide, che non ci fu possibile di studiare a causa della scarsità del rendimento.

Accenneremo infine che la reazione della biossiammoniacca procede, in generale, più rapida con i veri nitrosoderivati; infatti abbiamo potuto accertare che alcuni acidi solfo-idrossammici non reagiscono quasi affatto sopra le aldeidi, mentre invece trasformano con buon rendimento i nitrosoderivati nelle corrispondenti nitrosoidrossilammine.

Nell'esecuzione delle presenti ricerche fummo coadiuvati dal laureando sig. S. Oberto, al quale porgiamo i nostri ringraziamenti.

Chimica fisica. — *Ricerche chimico-fisiche sulla lente cristallina* (1). Note del Corrisp. FILIPPO BOTTAZZI e di NOÈ SCALINCI.

VII. — IMBIBIZIONE DELLALENTE IMMERSA PER MOLTE ORE IN DUE SOLUZIONI DI NaCl MOLTO CONCENTRATE.

Dai dati riferiti nella tab. IX, risulta che le lenti immerse in soluzioni di cloruro sodico relativamente molto concentrate, nelle prime ore di immersione perdono di peso, ma poi tornano ad aumentare, passano per il valore del peso normale e quindi lo oltrepassano, vale a dire alla fine presentano un peso superiore a quello che avevano prima della immersione (vedi, per esempio, i numeri delle colonne *u*, *v*, *z* della tab. X). Quei dati però si riferiscono, eccetto due casi, ad una immersione della durata di 4 ore. Importava sapere come si comportano le lenti per un'immersione di durata molto maggiore. A tal fine abbiamo scelto le due soluzioni 0,854 *n* e 1,709 *n*, relativamente molto concentrate, e abbiamo sperimentato sulle due lenti normali dello stesso cane.

I risultati si trovano nella tabella seguente (XII).

TABELLA XII.

Soluzioni di NaCl	0,854 <i>n</i>	1,709 <i>n</i>	<i>Osservazioni</i>
Peso della lente normale <i>g</i>	0,540	0,536	
Aumento o diminuzione percentuale del peso della lente dopo ore	<i>u'</i>	<i>v'</i>	
$\frac{1}{2}$	— 0,740	— 1,305	Opacamento a chiazze.
1	— 2,037	— 1,493	
$1\frac{1}{2}$	— 2,222	— 1,679	La lente si chiarifica, eccetto all'equatore.
2	— 3,148	— 1,869	
$2\frac{1}{2}$	— 1,481	— 1,493	
3	— 0,370	— 1,869	
$3\frac{1}{2}$	+ 0,555	— 0,186	
4	+ 1,111	+ 2,425	Sollevamento della capsula su una superficie.
$4\frac{1}{2}$	+ 1,111	+ 5,597	
5	+ 2,036	+ 5,597	
$5\frac{1}{2}$	+ 2,036	+ 7,649	
17	+ 1,666	+ 8,246	
$17\frac{1}{2}$	+ 2,963	+ 7,839	Capsula molto sollevata.
18	+ 4,444	+ 7,839	
$19\frac{1}{2}$	+ 5,925	+ 7,089	
20	+ 6,481	+ 7,089	
$20\frac{1}{2}$	+ 6,666	+ 6,716	
21	+ 5,925	+ 7,089	La capsula è sempre integra.
$21\frac{1}{2}$	+ 6,666	+ 7,089	
22	+ 7,037	+ 8,619	
$23\frac{1}{2}$	+ 6,666	+ 7,839	
24	+ 6,852	+ 6,716	
25	+ 6,296	+ 5,783	

(1) Dal Laboratorio di Fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

Con le lettere t_1 e v_1 s'è voluto significare che le soluzioni scelte sono le stesse degli esperimenti cui si riferiscono i dati numerici registrati nelle colonne t e v della tab. X.

Come si vede, in tutt'e due le soluzioni la lente dapprima perde di peso e si opaca alla superficie, a chiazze. È singolare che durante questo primo periodo la maggior perdita di peso (3,148 %) si riscontra in quella lente che è immersa nella soluzione meno concentrata; nè è facile dire come ciò sia avvenuto. Certo è che, dopo ore $2\frac{1}{2}$, la perdita di peso % è quasi la stessa per le due lenti. Raggiunto un massimo, la perdita di peso percentuale diminuisce, tocca il valore zero, e quindi si passa al secondo periodo, durante il quale la lente aumenta di peso. Questo aumento incomincia dopo $3\frac{1}{2}$ ore (naturalmente, un po' prima) per la lente t_1 , e dopo 4 ore per la lente v_1 (il che ci fa sospettare che la capsula di questa seconda lente non fosse affatto integra). L'aumento percentuale del peso decorre ora molto più rapidamente nella lente immersa nella soluzione più concentrata, in confronto con l'altra; e in questo periodo le lenti tornano a chiarificarsi.

Noi vediamo, dunque, che le lenti si opacano mentre perdono acqua, e tornano a chiarificarsi coll'inizio dell'imbibizione. Molto probabilmente, quindi, l'opacamento è un effetto di disimbibizione, e sparisce non appena il grado d'imbibizione torna al suo valore normale.

Notevole è il fatto che l'aumento del peso non va oltre un certo valore massimo, che corrisponde al 7,037 % (raggiunto alla 22^a ora) per la lente t_1 , e all'8,246 % (raggiunto alla 17^a ora) per la lente v_1 . Un aumento del peso oscillante dal 6 all'8 % circa si mantiene poi quasi stazionario per molte ore. Le stesse lenti, infatti, pesate di nuovo alla 48^a ora presentarono: la t_1 un aumento del 9,074 %, e la v_1 del 7,649 %.

In conclusione, non si osserva un aumento progressivo del peso; ma si raggiunge un massimo, che rimane oscillante per molte ore. Ciò dimostra che si stabilisce, o v'ha tendenza a stabilirsi un equilibrio, il quale non può essere se non un equilibrio fra la forza d'imbibizione del corpo della lente, che tende ad attrarre soluzione, e la tensione elastica della capsula che tanto più si oppone all'entrata della soluzione quanto maggiore è il volume di liquido già penetrato. È singolare che l'equilibrio si stabilisca a un valore non molto differente dell'aumento percentuale per le due soluzioni, sebbene si stabilisca più presto nella soluzione più concentrata.

Possiamo, dunque, rappresentarci nel seguente modo il decorso del fenomeno.

Data la grande concentrazione delle soluzioni, non appena le lenti vi sono immerse, e per un certo tempo — 3,4 o più ore —, il processo osmotico prevale sul processo d'imbibizione, l'acqua esce dalle lenti, che per ciò diminuiscono di peso. Ma come l'equilibrio osmotico si è stabilito per diffusione di sale dall'esterno all'interno, il processo d'imbibizione può manife-

starsi nettamente. E siccome la velocità dell'imbibizione è maggiore nella soluzione più concentrata, deve ammettersi che nel gel lenticolare il cloruro sodico agevola il processo d'imbibizione (come negli esperimenti di Hofmeister sulla gelatina e sull'agar), almeno fino a una certa concentrazione della soluzione.

Il liquido che penetra nella lente si accumula sotto la capsula. Di questo fenomeno ci siamo occupati sopra (ved. Nota III).

L'elasticità della capsula segna un limite all'aumento di peso della lente, cioè alla penetrazione in questa di soluzione, ossia all'imbibizione. Quando le due forze opposte — forza d'imbibizione del gel lenticolare ed elasticità della capsula — si equilibrano, soluzione non ne può più entrare e il peso della lente rimane presso che stazionario (almeno per parecchie ore.)

A che cosa siano dovute le oscillazioni del peso, durante questo periodo stazionario, non è facile dire. A noi sembra probabile che esse dipendano da variazioni della elasticità della capsula, da una parte, e da passaggio di facoproteina solubile nel liquido esterno, dall'altra.

VIII. — IMBIBIZIONE DELLALENTE IN VAPOR D'ACQUA A DIVERSA TENSIONE.

È noto che, data una stessa temperatura costante, la tensione di vapore di una soluzione è tanto minore quanto maggiore è la concentrazione di essa.

Abbiamo voluto indagare come si comporta la lente sospesa in vapor d'acqua avente una tensione variabile secondo la concentrazione della soluzione sottostante. A tale scopo, abbiamo adoperato le stesse soluzioni di NaCl degli esperimenti precedenti; ma invece d'immergervi le lenti, le abbiamo tenute sospese sopra di esse, in un piccolo spazio ermeticamente chiuso, alla temperatura costante di circa 38° C (vedi fig. 1 nella Nota III).

I risultati da noi ottenuti sono raccolti nella seguente Tabella XIII.

TABELLA XIII.

Imbibizione della lente in vapor d'acqua a diversa tensione.

Esperimenti	Animale	Concentrazione della soluzione	Peso della lente normale in g	Peso in g della lente sospesa dopo.				Diminuzione percentuale del peso della lente dopo 4 ore
				1 ora	2 ore	3 ore	4 ore	
1 ^o	Cane . .	Acqua distillata	0,590	0,589	0,584	0,580	0,575	— 2,54
2	id.	id.	0,451	0,450	0,447	0,444	0,440	— 2,43
3	id.	0,05 % = 0,0008 n	0,446	0,444	0,440	0,435	0,431	— 3,34
4	id.	id.	0,588	0,586	0,584	0,580	0,576	— 4, 4
5	id.	0,10 % = 0,001 n	0,404	0,402	0,398	0,394	0,391	— 3,46
6	id.	id.	0,459	0,458	0,456	0,454	0,452	— 1,52
7	id.	0,15 % = 0,026 n	0,406	0,404	0,398	0,394	0,388	— 4,43
8	id.	id.	0,457	0,456	0,454	0,451	0,448	— 2
9	id.	0,20 % = 0,034 n	0,472	0,469	0,460	0,455	0,448	— 5
10	id.	id.	0,468	0,465	0,456	0,448	0,443	— 5,34
11	id.	0,25 % = 0,042 n	0,617	0,613	0,607	0,603	0,598	— 3
12	Coniglio	id.	0,241	0,239	0,239	0,238	0,236	— 2
13	id.	0,50 % = 0,085 n	0,404	0,401	0,396	0,391	0,384	— 4, 9
14	id.	id.	0,448	0,447	0,442	0,437	0,430	— 4,01
15	id.	0,70 % = 0,120 n	0,269	0,265	0,260	0,258	0,253	— 5, 9
16	id.	id.	0,385	0,383	0,381	0,380	0,375	— 2, 6
17	Cane . .	0,85 % = 0,145 n	0,608	0,601	0,592	0,583	0,574	— 5,59
18	id.	id.	0,292	0,286	0,284	0,279	0,276	— 5, 8
19	id.	0,90 % = 0,153 n	0,580	0,577	0,573	0,566	0,565	— 2,57
20	id.	id.	0,310	0,308	0,305	—	—	—
21	id.	1 % = 0,170 n	0,423	0,420	0,418	0,415	0,413	— 2,36
22	id.	id.	0,468	0,465	0,461	0,455	0,448	— 4,27
23	id.	1,15 % = 0,196 n	0,272	0,259	0,256	0,254	0,250	— 8
24	id.	id.	0,346	0,341	0,338	0,332	0,329	— 4, 9
25	id.	1,22 % = 0,208 n	0,377	0,375	0,372	0,370	0,367	— 2
26	id.	1,25 % = 0,213 n	0,383	0,376	0,369	0,365	0,360	— 6,54
27	id.	id.	0,490	0,488	0,486	0,483	0,479	— 2,24
28	id.	id.	0,445	0,437	0,435	0,429	0,422	— 5,16
29	id.	1,35 % = 0,230 n	0,565	0,560	0,555	0,550	0,545	— 5,53
30	id.	id.	0,358	0,356	0,353	0,344	0,343	— 4,19
31	id.	1,50 % = 0,258 n	0,505	0,506	0,504	0,504	0,498	— 1,38
32	id.	2 % = 0,341 n	0,394	0,391	0,386	0,380	0,379	— 3, 8
33	id.	5 % = 0,854 n	0,459	0,453	0,448	0,443	0,435	—

Dalle nostre ricerche risulta che la disimbibizione della lente avviene, a qualsiasi tensione di vapore (da quella massima, che corrisponde all'acqua distillata, a quella corrispondente a una soluzione 0,854 n di NaCl, sempre a 38° C), in grado non molto diverso, e senza alcuna dipendenza dal valore della tensione di vapore, cioè dalla concentrazione della soluzione sottostante. Infatti la massima perdita di acqua (8 %) non corrisponde alla soluzione più concentrata (0,854 n), ma alla soluzione 0,196 n; e la minima perdita di acqua da noi osservata (1,38 %) non corrisponde all'acqua distillata, ma nientemeno alla soluzione 0,258 n. Si direbbe che, poichè la lente subisce

disimbibizione anche sull'acqua distillata, è indifferente che la soluzione, entro i limiti di concentrazione da noi sperimentati, sia più o meno concentrata, cioè che la sua tensione di vapore sia più o meno grande. Questo fatto però non è meno singolare di quello da noi già constatato, che cioè la lente cede acqua a uno spazio massimamente saturo di vapor d'acqua alla temperatura di 38° C.

IX. — IMBIBIZIONE DELLALENTE SCAPSULATA IN SOLUZIONI 0,2n E 1,709n DI NaCl E NEL VAPOR D'ACQUA SOPRA QUESTE SOLUZIONI.

Avendo già studiato il modo di comportarsi della lente scapsulata immersa in acqua distillata, abbiamo voluto fare ricerche analoghe sulla lente scapsulata immersa in soluzioni saline, e sospesa sopra le medesime. Ci siamo limitati a sperimentare con le soluzioni 0,2n e 1,709n di NaCl.

I risultati da noi ottenuti sono contenuti nella seguente Tabella XIV.

TAB. XIV. — *Imbibizione della lente scapsulata immersa e sospesa sopra le soluzioni 0,2n e 1,709n di NaCl.*

	0,2n NaCl		1,709n NaCl	
	Soluzione	Vapore	Soluzione	Vapore
Peso della lente normale g	0,385	0,371	0,557	0,520
Peso della lente dopo $\frac{1}{2}$ ore	0,399	0,369	0,521	0,518
" 1 "	0,406	0,368	0,515	0,517
" $1\frac{1}{2}$ "	0,408	0,367	0,496	0,515
" 2 "	0,410	0,365	0,488	0,511
" $2\frac{1}{2}$ "	0,411	0,363	0,482	0,5011
" 3 "	0,411	0,361	0,466	0,508
" $3\frac{1}{2}$ "	0,411	0,359	0,463	0,505
" 4 "	0,412	0,359	0,457	0,501
" 5 "	0,412	0,356	0,452	0,497
" 6 "	0,424	0,353	0,451	0,494
" 7 "	0,427	0,349	—	—
" 8 "	—	—	—	—
" 9 "	—	—	—	—
" 23 "	0,421	0,345	0,456	0,479
" 25 "	—	—	0,457	0,477
" 30 "	—	—	0,460	0,471
" 32 "	—	—	0,465	0,468
" 46 "	—	—	0,473	0,454
" 50 "	—	—	0,476	0,447
" 52 "	—	—	0,476	0,444
" 55 "	—	—	0,484	0,438
Aumento o diminuz. % del peso alla fine dell'esperimento . . .	+ 9,45 %	— 7 %	— 13,1 %	— 15,76 %
Diminuz. % del peso alla 6 ^a ora .	—	—	— 19,03 "	—
" " " 23 ^a " .	—	—	—	— 7,88

La lente scapsulata, sospesa nel vapor d'acqua sopra le soluzioni 0,2 n e 1,709 n di cloruro sodico perde progressivamente di peso. Il comportamento generale è dunque analogo a quello delle lenti aventi la capsula (vedi Nota precedente). Avendo però in queste ricerche prolungato la sospensione nel vapor d'acqua per molte ore, mentre nelle ricerche precedenti essa era stata di sole 4 ore, abbiamo potuto constatare che la diminuzione del peso è progressiva, continua, e anche abbastanza regolare. È una continua distillazione di acqua dalla lente sulla soluzione, non ostante che tutto l'apparecchio, immerso nell'acqua del grande termostato di Ostwald, avesse in tutti i suoi punti la stessa temperatura. Inoltre, la diminuzione percentuale di peso è quasi eguale dopo un tempo eguale, p. es. alla 23^a ora, è cioè di circa il 7%, sebbene il peso iniziale delle due lenti, prese da due cani di mole assai differente, fosse molto diverso.

Per quanto riguarda una eventuale influenza che potrebbe esercitare la capsula su questo singolare fenomeno di distillazione, riconosciamo che altre ricerche parallele andrebbero fatte sopra lenti di uno stesso animale, una con capsula e l'altra scapsulata. Tuttavia, fin da ora si può affermare che la capsula non può esercitare un'influenza speciale, poi che si vede che anche le lenti scapsulate perdono acqua, e quasi in egual misura sopra una soluzione poco concentrata (0,2 n) e sopra un'altra molto concentrata (1,709 n). Ma noi erremmo se considerassimo solamente la capsula come dotata di proprietà elastiche; anche la massa del gel ne è fornita; e forse solamente queste proprietà elastiche del gel possono spiegare il fenomeno della distillazione.

Le due lenti immerse in soluzione 0,2 n e 1,709 n di cloruro sodico presentarono: la prima un fenomeno continuo di imbibizione fino alla 7^a ora (con accenno a diminuzione di peso verso la 23^a ora, che però potrebbe essere effetto di perdita di sostanza lenticolare); e la seconda, prima diminuzione di peso fino alla 6^a ora (in cui aveva perduto il 19,03% in peso), e poi lentissimo aumento, o meglio tendenza a ritornare al peso iniziale, che però non raggiunse nemmeno alla 55^a ora. In conclusione, le due lenti si comportarono in questo, come negli esperimenti precedenti; con questo di particolare, che la soluzione 0,2 n si dimostrò chiaramente « ipotonica » (dalla Tab. XI, Nota VI, risulta che la soluzione di cloruro sodico, nella quale entro le prime quattro ore la lente non aumenta nè diminuisce di peso, sta fra la soluzione 0,196 n e la 0,208 n), e che nella soluzione 1,709 n il primo processo della diminuzione di peso e il secondo del ritorno al peso iniziale si svolgono con estrema lentezza.

Fisica matematica. — *L'influenza di uno strato dielettrico in un campo elettromagnetico e l'equazione di Eulero delle campane sonore.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Corrisp. T. LEVI-CIVITA.

La presente Nota costituisce un complemento a due Note pubblicate con titolo simile nei Rend. della R. Acc. dei Lincei (1908); essa però non risolve completamente il problema di cui si occupa, ma si accontenta di ridurre la risoluzione a quella di un'equazione classica alle derivate parziali (l'equazione delle campane sonore), la quale non sembra però avere attratto l'attenzione dei moderni analisti. Ciononostante la difficoltà e l'importanza della questione trattata rendono forse non prive di ogni interesse le seguenti considerazioni.

Una carica elettrica m si muove di un moto rettilineo uniforme con velocità costante v parallelamente al piano $z = 0$. Con x, y, z indicheremo coordinate cartesiane ortogonali, con $d > 0$ la distanza costante dalla carica al piano $z = 0$. Con ξ, η, ζ indicheremo coordinate cartesiane ortogonali mobili scelte in guisa che i piani $z = 0, \zeta = 0$ coincidano, e che nel nuovo sistema cartesiano la carica m abbia le coordinate $(0, 0, d)$. Sul piano $z = \zeta = 0$ esista uno strato dielettrico. Vogliamo trovare il campo elettromagnetico stazionario così generato ⁽¹⁾. Se noi indichiamo con F , e con U, V, W il contributo portato al potenziale elettrostatico, e alle componenti del potenziale vettoriale dallo strato dielettrico con X, Y, Z e con L, M, N le componenti della forza elettrica e magnetica nel campo; allora, posto

$$A^2 = \xi^2 + (1 - a^2)[\eta^2 + (\zeta - d)^2]$$

si trova ⁽²⁾ (indicando con $a < 1$ il rapporto tra v e la velocità della luce):

$$(1) \left\{ \begin{array}{l} X = -\frac{\partial F}{\partial \xi} + a \frac{\partial U}{\partial \xi} - m(1 - a^2) \frac{\partial \frac{1}{A}}{\partial \xi} \\ Y = -\frac{\partial F}{\partial \eta} + a \frac{\partial V}{\partial \xi} - m \frac{\partial \frac{1}{A}}{\partial \eta} \\ Z = -\frac{\partial F}{\partial \zeta} + a \frac{\partial W}{\partial \xi} - m \frac{\partial \frac{1}{A}}{\partial \zeta} \end{array} \right. \quad (2) \left\{ \begin{array}{l} L = \frac{\partial V}{\partial \xi} - \frac{\partial W}{\partial \eta} \\ M = \frac{\partial W}{\partial \xi} - \frac{\partial U}{\partial \zeta} - ma \frac{\partial \frac{1}{A}}{\partial \zeta} \\ N = \frac{\partial U}{\partial \eta} - \frac{\partial V}{\partial \xi} + ma \frac{\partial \frac{1}{A}}{\partial \eta} \end{array} \right.$$

⁽¹⁾ Per la storia di questa questione, e per indicazioni bibliografiche, cfr. le Note citate.

⁽²⁾ Cfr. Levi-Civita, Annales de la Faculté de Toulouse, Serie 2^a, Tomo 4.

le quali naturalmente (quando vi si ponga $F = U = V = W = 0$) si riducono alle equazioni, che definirebbero il campo nell'assenza di ogni strato dielettrico.

Le F, U, V, W devono essere finite e continue insieme alle loro derivate in tutto lo spazio, eccetto che sul piano $\zeta = 0$, dove vi può essere qualche discontinuità, devono annullarsi all'infinito almeno del primo ordine, devono avere all'infinito derivate prime nulle almeno del secondo ordine, devono essere integrali di

$$(3) \quad \square = (1 - a^2) \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2}{\partial \zeta^2}.$$

e devono infine soddisfare alla

$$(4) \quad a \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\partial W}{\partial \zeta}.$$

Di più, per quanto è stato enunciato nelle mie Note citate, le F, U, V, W devono essere tali che, se noi indichiamo con un indice $+$ o con un indice $-$ i valori limiti di una funzione sul piano $\zeta = 0$ secondo che vi si tende dal semispazio $\zeta > 0$, o dal semispazio $\zeta < 0$, valgano le

$$(5) \quad X_+ = X_- ; Y_+ = Y_- ; L_+ - L_- = ah \frac{\partial Y}{\partial \xi} ; M_+ - M_- = -ah \frac{\partial X}{\partial \xi}$$

dove la costante *positiva* h è uguale al prodotto dello spessore dello strato per la sua costante dielettrica.

Poniamo, come è lecito evidentemente:

$$F_1 = F - a \int_{\pm\infty}^{\zeta} \frac{\partial W}{\partial \xi} d\zeta ; U_1 = U - \int_{\pm\infty}^{\zeta} \frac{\partial W}{\partial \xi} d\zeta ;$$

$$V_1 = V - \int_{\pm\infty}^{\zeta} \frac{\partial W}{\partial \eta} d\zeta ; W_1 = 0,$$

dove si assume il segno $+$ o il segno $-$ secondochè si tratta di un punto del semispazio $\zeta > 0$, o del semispazio $\zeta < 0$. Evidentemente le F_1, U_1, V_1, W_1 soddisferanno alle (3), (4), avranno all'infinito lo stesso comportamento delle F, U, V, W , saranno ancora dappertutto continue insieme alle loro derivate, eccetto al più sul piano $\zeta = 0$; di più se nelle (1), (2) alle F, U, V, W sostituiamo le F_1, U_1, V_1, W_1 , le X, Y, Z, L, M, N non mutano di valore. Se noi indichiamo, per semplicità, le F_1, U_1, V_1, W_1 di nuovo con F, U, V, W ne concludiamo che *nelle* (1), (2), (3), (4) *si può supporre* $W = 0$. Di più, se noi chiamiamo potenziale di strato o potenziale di doppio strato una funzione delle ξ, η, ζ , che si riduce a un ordi-

nario potenziale di strato o di doppio strato sostituendovi ξ a $\frac{\xi}{\sqrt{1-a^2}}$ (con la quale sostituzione la (3) si riduce all'ordinaria equazione delle funzioni armoniche) possiamo dedurre da quanto sopra che F, U, V saranno ciascuna la somma di un potenziale di strato, e di un potenziale di doppio strato corrispondenti a una distribuzione di masse sul piano $\zeta = 0$. Se noi indichiamo con φ, u, v i tre potenziali corrispondenti di doppio strato, si deduce dalle (1), ricordando che X e Y sono per le (5) continue anche sul piano $\zeta = 0$, che

$$(\alpha) \quad -\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + a \frac{\partial u}{\partial \xi} = 0 \quad -\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} + a \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0 \quad \text{sul piano } \zeta = 0.$$

E dalla (4) (ove è da porsi, come dicemmo, $W = 0$) si trae

$$(\beta) \quad a \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial v}{\partial \eta}.$$

Poichè i primi membri della (α) sono integrali della (3) regolari per $\zeta \neq 0$, nulli all'infinito, le (α) varranno in tutto lo spazio.

Derivando (β) rispetto a ξ , e ricordando (α) si trae

$$(1-a^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \eta^2} = 0;$$

donde, per la $\square \varphi = 0$, si avrà

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = 0.$$

E, poichè φ è nullo all'infinito, si trae che $\varphi = 0$. Per la stessa ragione dalle (α) si trae $u = v = 0$. E ne scende che le F, U, V sono *potenziali di semplice strato* dovuti a una distribuzione di masse sul piano $\zeta = 0$; o in altre parole sono *dappertutto continue*, mentre le loro derivate possono essere discontinue per $\zeta = 0$. Esse hanno di più valori uguali in punti simmetrici rispetto al piano $\zeta = 0$. In virtù di queste condizioni, le due prime equazioni (5) sono soddisfatte; e le due ultime equazioni (5) danno per le (2)

$$2 \frac{\partial V}{\partial |\zeta|} = ah \frac{\partial Y}{\partial \xi} \quad ; \quad 2 \frac{\partial U}{\partial |\zeta|} = ah \frac{\partial X}{\partial \xi} \quad \text{per } \zeta = 0.$$

Indicando con ∇ la quantità che si deduce da Δ , scambiando d in

— d , osservando che $\Delta = \nabla$ per $\zeta = 0$, ricordando le (1), (2), le precedenti equazioni diventano

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 \frac{\partial U}{\partial |\zeta|} = -ah \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + a^2 h \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - mah(1 - a^2) \frac{\partial^2 \frac{1}{\nabla}}{\partial \xi^2} \\ 2 \frac{\partial V}{\partial |\zeta|} = -ah \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta} + a^2 h \frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} - mah \frac{\partial^2 \frac{1}{\nabla}}{\partial \xi \partial \eta} \end{array} \right.$$

Queste equazioni devono essere soddisfatte per $\zeta = 0$, e poichè i due membri di esse sono integrali di (3), regolari per $\zeta = 0$ e nulli all'infinito, esse saranno soddisfatte anche per $\zeta > 0$.

Posto nella (4) $W = 0$, essa diventa

$$(4)^{bis} \quad a \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta}.$$

Il nostro problema è ridotto allo studio delle (6), (4)^{bis} e delle (3) nel semispazio $\zeta > 0$. Derivando le (6) rispetto a ξ e η , sommando, si trova per la (4)^{bis} e per la $\square F = 0$:

$$2a \frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \zeta} = ah \frac{\partial^3 F}{\partial \xi^2 \partial \zeta} + mah \frac{\partial^3 \frac{1}{\nabla}}{\partial \xi \partial \zeta^2}.$$

Integrando rispetto a ξ da $-\infty$ a ξ , e rispetto a ζ da $-\infty$ a ζ , se ne deduce, poichè $F = 0$ all'infinito:

$$2F = h \frac{\partial F}{\partial \zeta} + mh \frac{\partial \frac{1}{\nabla}}{\partial \zeta},$$

donde si trae

$$(I) \quad F = -\frac{m}{\nabla} + \frac{2m}{h} e^{\frac{2}{h}\zeta} \int_{\zeta}^{\infty} \frac{1}{\nabla} e^{-\frac{2}{h}\zeta} d\zeta \quad (\text{per } \zeta > 0)$$

che si verifica tosto soddisfare alla $\square F = 0$. E si vede che questa formola presenta una notevolissima concordanza con quella trovata per tutt'altra via nelle mie Note citate per il caso elettrostatico $a = 0$. Proponiamoci di determinare la U , valendoci della prima delle (6) e della $\square U = 0$. Sostituendo in $\square U = 0$ a $\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}$ il valore che se ne deduce da (6), si trova

$$(II) \quad \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + (1 - a^2) \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{a^4 h^2}{4} \frac{\partial^4 U}{\partial \xi^4} = \\ = \left(\frac{a^3 h^2}{4} \frac{\partial^4 U}{\partial \xi^4} + \frac{ah}{2} \frac{\partial^3}{\partial \xi^2 \partial \zeta} \right) \left[F + m(1 - a^2) \frac{1}{\nabla} \right] = \text{funzione nota.}$$

Basterà anzi integrare la (II) sul piano $\zeta = 0$; perchè la $\square U = 0$ determinerà la U in tutto lo spazio. Viceversa la U soddisfa per $\zeta = 0$ alla (II), e per $\zeta \neq 0$ alla $\square U = 0$. Essa soddisferà alla (II) anche per $\zeta > 0$, perchè i due membri di (II) sono integrali di $\square = 0$ nulli all'infinito, e regolari per $\zeta > 0$. Sottraendo la (II) dalla $\square U = 0$, si trova che per $\zeta > 0$ è

$$(8) \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} + \frac{a^2 h}{2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} = 0 \quad \square \Theta = 0,$$

quando si ponga

$$\Theta = \frac{\partial U}{\partial \zeta} - \frac{a^2 h}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \frac{ah}{2} \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + m(1 - a^2) \frac{\partial^2 \frac{1}{\nabla}}{\partial \xi^2} \right].$$

Ma dalla (8), coi soliti e classici metodi di integrazioni per parti, si deduce $\Theta = 0$, ossia si deduce che U soddisfa alla (6).

In modo simile si trova che basterà determinare V in guisa che soddisfi a un'equazione (II)^{bis}, affatto analoga alla (II), sul piano $\zeta = 0$. La V resterà determinata in tutto lo spazio dalla $\square V = 0$, e si proverà ancora che essa soddisfa alla (6).

Non abbiamo finora tenuto conto di (4)^{bis}. Ma dalle (6) si trae per le (3) e per (7)

$$2 \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} - a \frac{\partial F}{\partial \xi} \right) = a^2 h \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} - a \frac{\partial F}{\partial \xi} \right)$$

donde, con metodo analogo al precedente, si trova che per $\zeta = 0$, la

$$\Phi = \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} - a \frac{\partial F}{\partial \xi}$$

soddisfa alla

$$(III) \quad \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + (1 - a^2) \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{a^4 h^2}{4} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} = 0,$$

equazione dello stesso tipo della (II). Se ora la (II) possiede un solo integrale regolare e nullo all'infinito, dalla (III) si deduce $\Phi = 0$; ossia le U, V determinate dalle (II), (II)^{bis} soddisferanno senz'altro alla (4)^{bis}. Se invece per la (II) non vale un teorema di unicità, bisognerà per U, V scegliere due tali integrali delle (II), (II)^{bis}, che la Φ non solo sia un integrale di (III), ma sia senz'altro identicamente nulla. In sostanza la nostra questione è ridotta allo studio dell'equazione

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} + (1 - a^2) \frac{\partial^2 f}{\partial \xi^2} + \frac{a^4 h^2}{4} \frac{\partial^4 f}{\partial \xi^4} = \text{funzione nota.}$$

Questa è l'equazione che Eulero trovò *per le campane sonore*, e che egli studiò in *Petrop. Comm.*, 1764, pag. 261 e seg.; cfr. anche la Mem. del Plana nel Journ. de l'École Polytechnique (1815). Per altre indicazioni bibliografiche cfr. Burkhardt, *Entwickelung nach oscillierenden Functionen* negli Jahresberichte der deutschen Mathematischen Vereinigung, Bd. 10, pp. 360 e 365 (1902).

Matematica. — *Doppi sistemi di linee della sfera immagini di asintotiche.* Nota di GUSTAVO SANNIA, presentata dal Socio L. BIANCHI.

Se di una superficie si fa la rappresentazione sferica di Gauss, al doppio sistema delle asintotiche della superficie corrisponde sulla sfera un doppio sistema di linee che *non è qualunque*. Ed è importante la conoscenza dei doppi sistemi di linee della sfera che sono immagini di asintotiche di qualche superficie.

Scopo di questa Nota è di segnalarne alcuni di facile costruzione e che dipendono da sei funzioni arbitrarie.

Prese ad arbitrio due curve nello spazio, si considerino i coni che dai punti di ciascuna di esse proiettano l'altra: questi coni, trasportati parallelamente a se stessi col vertice nel centro di una sfera, tracciano sulla sfera un doppio sistema di linee che sono le immagini delle asintotiche di una superficie.

Infatti i detti coni sono le sviluppabili della congruenza costituita dalle rette che si appoggiano alle due curve, e che ha le superficie focali ridotte a queste curve. La superficie media della congruenza è una superficie di traslazione sulla quale, come è facile vedere ⁽¹⁾, i detti coni tracciano un doppio sistema coniugato. Da ciò segue subito l'enunciato, perchè, come ha dimostrato il Guichard, se le sviluppabili di una congruenza tracciano sulla superficie media un doppio sistema coniugato, le loro immagini sferiche sono anche immagini delle asintotiche di una superficie ⁽²⁾.

Daremo anche una dimostrazione analitica, per cercare nel contempo come si caratterizzano i nostri sistemi sferici e di quali superficie sono immagini di asintotiche.

Se

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1(u), & y_1 &= y_1(u), & z_1 &= z_1(u), \\x_2 &= x_2(v), & y_2 &= y_2(v), & z_2 &= z_2(v)\end{aligned}$$

sono le equazioni delle due curve, le coordinate X, Y, Z del punto imma-

⁽¹⁾ Cfr. p. es. Bianchi, *Lezioni di Geometria differenziale*, 2ª ed., vol. I, pag. 142; oppure Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, t. I, pag. 98 e segg.

⁽²⁾ Bianchi, loc. cit., II, § 229.

gine del raggio che unisce i punti (u) , (v) delle due curve, sulla sfera che ha per centro l'origine delle coordinate e raggio 1, sono

$$X = \frac{x_1 - x_2}{r}, \quad Y = \frac{y_1 - y_2}{r}, \quad Z = \frac{z_1 - z_2}{r},$$

ove

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2}.$$

Derivando rispetto ad u , si ha

$$\frac{\partial X}{\partial u} = \frac{1}{r} \frac{dx_1}{du} - \frac{x_1 - x_2}{r^2} \frac{\partial r}{\partial u} = \frac{1}{r} \frac{dx_1}{du} - \frac{X}{r} \frac{\partial r}{\partial u};$$

indi

$$\frac{\partial^2 X}{\partial u \partial v} = -\frac{1}{r^2} \frac{dx_1}{du} \cdot \frac{\partial r}{\partial v} - \frac{1}{r} \frac{\partial r}{\partial u} \cdot \frac{\partial X}{\partial v} + \frac{X}{r^2} \frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial v} - \frac{X}{r^2} \frac{\partial^2 r}{\partial u \partial v}$$

ossia, per la precedente,

$$\frac{\partial^2 X}{\partial u \partial v} + \frac{\partial \log r}{\partial v} \cdot \frac{\partial X}{\partial u} + \frac{\partial \log r}{\partial u} \cdot \frac{\partial X}{\partial v} + \frac{X}{r} \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial u \partial v}.$$

Ciò vale anche per Y e Z ; dunque X, Y, Z sono tre soluzioni dell'equazione di Laplace

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v} - \frac{\partial \log r}{\partial v} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial u} + \frac{\partial \log r}{\partial u} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial v} + \frac{\varphi}{r} \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial u \partial v} = 0.$$

Ma è noto ⁽¹⁾ che X, Y, Z sono tre soluzioni dell'equazione

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial u \partial v} = \begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial u} + \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial v} - f \varphi,$$

ove i simboli di Christoffel

$$\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} = \frac{g \frac{\partial e}{\partial v} - f \frac{\partial g}{\partial u}}{2(eg - f^2)}, \quad \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} = \frac{e \frac{\partial g}{\partial u} - f \frac{\partial e}{\partial v}}{2(eg - f^2)}$$

sono calcolati rispetto all'elemento lineare sferico

$$dX^2 + dY^2 + dZ^2 = e du^2 + 2f du dv + g dv^2;$$

dunque necessariamente

$$\begin{Bmatrix} 12 \\ 1 \end{Bmatrix} = -\frac{\partial \log r}{\partial v}, \quad \begin{Bmatrix} 12 \\ 2 \end{Bmatrix} = -\frac{\partial \log r}{\partial u}, \quad f = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial^2 r}{\partial u \partial v},$$

⁽¹⁾ Bianchi, loc. cit, I, §§ 43 e 72.

da cui, eliminando r ,

$$\frac{\partial \{12\}}{\partial u \{1\}} = \frac{\partial \{12\}}{\partial v \{2\}} = \frac{\{12\}}{\{1\}} \cdot \frac{\{12\}}{\{2\}} - f.$$

Queste relazioni caratterizzano i nostri sistemi sferici u, v , e provano l'enunciato, perchè

$$\frac{\partial \{12\}}{\partial u \{1\}} = \frac{\partial \{12\}}{\partial v \{2\}}$$

è la condizione (del Dini) necessaria e sufficiente affinché le linee sferiche u, v sieno le immagini delle asintotiche di una superficie S (1).

È facile poi cercare le corrispondenti superficie S . Basta osservare che la (1), col porre

$$r\varphi = \theta,$$

diventa

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial u \partial v} = 0.$$

Prese ad arbitrio tre soluzioni linearmente indipendenti di questa equazione

$$\xi = f_1(u) + \varphi_1(v), \quad \eta = f_2(u) + \varphi_2(v), \quad \zeta = f_3(u) + \varphi_3(v),$$

le formole di Lelievre, cioè le

$$\frac{\partial x}{\partial u} = - \begin{vmatrix} \eta & \frac{\partial \eta}{\partial u} \\ \zeta & \frac{\partial \zeta}{\partial u} \end{vmatrix}, \quad \frac{\partial x}{\partial v} = \begin{vmatrix} \eta & \frac{\partial \eta}{\partial v} \\ \zeta & \frac{\partial \zeta}{\partial v} \end{vmatrix}$$

e le analoghe che si ottengono cambiandovi x, η, ζ in y, ζ, ξ o in z, ξ, η , definiscono una superficie

$$x = x(u, v), \quad y = y(u, v), \quad z = z(u, v)$$

sulla quale le u, v sono le asintotiche (2).

Or queste superficie son note (3) e si ottengono con la seguente costruzione di Darboux (4): se per ogni punto di una superficie di traslazione si conduce il raggio intersezione dei due piani osculatori delle curve generatrici che vi passano, si forma una congruenza sulle cui superficie focali si corrispondono le asintotiche (cioè una congruenza W); le superficie focali sono le più generali superficie cercate.

(1) Bianchi, loc. cit., I, § 73.

(2) Bianchi, loc. cit., I, § 77.

(3) Bianchi, loc. cit., II, § 245.

(4) Darboux, *Leçons sur la théorie générale des surfaces*, t. III, pag. 372 e segg.

Fisica terrestre. — *Alcune considerazioni sul meccanismo di propagazione delle onde sismiche.* Nota di G. AGAMENNONE, presentata dal Socio E. MILLOSEVICH.

1. Ho richiamato in una Nota precedente ⁽¹⁾ l'attenzione dei sismologi sul notevole fatto che il principio della perturbazione sugli strumenti di Rocca di Papa, provocata dalle scosse in Calabria dell'8 settembre 1905 e 28 dicembre 1908, è dovuto all'arrivo di onde lente e dotate di un'alta velocità (km. 7-8).

Già fin dal 1894 il prof. Vicentini ⁽²⁾ s'era accorto che anche nella 1^a fase preliminare di molti sismogrammi, d'origine più o meno vicina, registrati a Siena col suo delicatissimo microsismografo (kg. 50), le oscillazioni più o meno pendolari si trovavano sovrapposte ad altre assai più lente; ed anzi nell'analisi del sismogramma della scossa del 20 aprile 1894, scrisse che nei singoli gruppi d'oscillazioni la posizione d'equilibrio d'ogni pennina si spostava sensibilmente, e pareva che il suolo s'inclinasse in modo da far variare rispetto ad esso la posizione della verticale ora in un senso, ora in un altro, come se delle onde molto ampie si propagassero nella crosta terrestre, che contemporaneamente si trovava in uno stato d'oscillazione più rapida.

Questo fatto non passò inosservato neppure al Cinelli ⁽³⁾ ed al Lussana ⁽⁴⁾

⁽¹⁾ *Importante particolarità nei sismogrammi del R. Osservatorio di Rocca di Papa in occasione dei terremoti calabresi dell'8 settembre 1905 e 28 dicembre 1908.* Questi Rendiconti, pag. 339.

⁽²⁾ G. Vicentini, *Osservazioni sismiche* (Atti della R. Acc. dei Fisiocritici, ser. 4^a, vol. V, Siena, 1894).

⁽³⁾ M. Cinelli, *Sulle registrazioni del microsismografo Vicentini avute a Siena dal 15 Luglio al 31 Ottobre 1894.* Atti, della R. Acc. dei Fisiocr., ser. 4^a, vol. V, Siena, 1895.

⁽⁴⁾ S. Lussana, *Osservaz. sismiche dei mesi di Nov. e Dic. 1894 fatte col microsism. Vicentini.* Atti della R. Acc. dei Fisiocr., ser. 4^a, vol. V, Siena, 1895; *Osservaz. sismiche fatte col microsism. Vicentini nell'Osserv. Geod. di Siena*, Id., ser. 4^a, vol. VII, Siena, 1895; *Osservaz. sismiche fatte nei mesi Aprile-Luglio del 1895.* Id., ser. 4^a, vol. VIII, Siena 1897.

Quest'ultima Memoria incomincia così: « Un movimento sismico deve essere prodotto alla sua origine da un abbassamento o da un sollevamento della crosta terrestre; qualunque sia però la causa che produce il moto tellurico la superficie terrestre attorno all'epicentro deve porsi in uno stato di vibrazione che si smorza rapidamente in causa dello spessore della crosta e della scarsa sua omogeneità. Tali oscillazioni si propagheranno ora tenendo in fronte un avvallamento (Wellenthal) ed ora un sollevamento

nell'analisi d'altri numerosi sismogrammi ottenuti a Siena dallo stesso microsismografo confidato alle loro cure, e fu confermato ancor meglio dalle successive osservazioni eseguite dal Vicentini a Padova nel 1895, anche per terremoti con epicentro abbastanza vicino a Padova, per esempio, Rovigo (km. 40), Comacchio (km. 80), Belluno (km. 85), Firenze (km. 180) e Lubiana (km. 210) (1).

Anzi, il Vicentini volle fare uno studio speciale del sismogramma avutosi il 25 maggio 1895, dovuto ad una scossa abbastanza intensa in provincia di Rovigo, registrata a Padova da un più potente e perfezionato microsismografo (kg. 100). Per mettere meglio in evidenza che durante tutto il periodo di scuotimento, il suolo aveva subito una forte variazione di livello, e che le oscillazioni pendolari andavano facendosi attorno ad una nuova linea fondamentale, egli tracciò una curva degli spostamenti successivi del pendolo in funzione dei tempi e trovò che nei primi 10 secondi lo spostamento fu lento, nei 12 successivi rapidissimo, in altri 10 diminuì rapidamente, senza però che il pendolo riacquistasse ancora la sua posizione normale, a causa d'altre minime oscillazioni lente del suolo. L'inclinazione massima di quest'ultimo fu di circa 6" e si conservò per circa 4-5 secondi (2).

2. Naturalmente, trattandosi negli esempî citati di terremoti tutti abbastanza vicini, ed in molti dei quali la deflessione lenta del pendolo ha potuto cominciare anche parecchi secondi dopo l'inizio del sismogramma, i fatti osservati potrebbero ancora conciliarsi coll'ipotesi, oggi generalmente accettata, delle tre diverse specie d'onde, che si producono nel focolare d'una scossa sismica e che sarebbero dotate di varia velocità di propagazione. Ed infatti lo stesso Vicentini sembra perfettamente convenire in quest'ordine d'idee quando egli scrive nell'analisi del terremoto lontano del 6 marzo 1895 (3): « I dia-

« (Wellenberg). Nel primo caso un corpo disposto normalmente alla superficie del suolo
« dovrà per effetto della prima onda inclinarsi in senso inverso alla direzione del movi-
« mento, mentre nel secondo caso si inclinerà precisamente nello stesso senso. Ammesso
« questo fatto, che del resto risulta evidente dallo studio di molti dei diagrammi che
« descrivo qui, si capisce come siano del tutto inutili le discussioni che tendono a de-
« durre la direzione di un movimento sismico dalla direzione secondo cui caddero oggetti
« posti normalmente alla superficie terrestre..... ».

(1) G. Vicentini, *Fenomeni sismici osservati a Padova dal febbraio al settembre 1895 col microsismografo a due componenti* (Atti della Soc. Veneto-Trentina di sc. nat., ser. 2^a, vol. III, fasc. 1^o, Padova, 1895).

(2) Questa curva oltre ad essere riprodotta nella 2^a Nota già accennata del Vicentini, la si trova ancora nell'altro suo lavoro: *Intorno ad alcuni fatti risultanti da osservazioni microsismiche* (Boll. della Soc. Sism. It., 1896, II, pag. 75), ed a pag. 368 della *Science Séismologique* del conte de Montessus de Ballore; ma quivi la scossa di Rovigo è per equivoco riferita al 25 maggio 1896.

(3) G. Vicentini, *Fenomeni sismici osservati a Padova dal febbraio al settembre 1895*, ecc.

« grammi già da me illustrati l'anno scorso e tutti quelli che mi ha forniti
« recentemente il microsismografo di Padova, mostrano che nella località
« sede di terremoto, il terreno non solo vibra rapidamente, ma è assoggettato
« ad un innalzamento e ad un abbassamento improvviso che provocano contem-
« poraneamente delle onde più lente, che fanno variare tutto attorno, periodi-
« camente, il livello del suolo. I primi scuotimenti, che provocano delle onde
« longitudinali, dotate di maggiore velocità, si separano sempre più dalle altre
« onde, le trasversali, quanto più lontano dall'epicentro del terremoto è il
« luogo d'osservazione ».

Ed a proposito di terremoti disastrosi di epicentro lontano, lo stesso A. così si esprime: « Le oscillazioni pendolari del secondo e del terzo periodo
« in generale si formano attorno ad una posizione di equilibrio del pendolo
« continuamente variabile, come se durante il movimento sismico, si propa-
« gassero attraverso al suolo delle onde lunghe, lente, del periodo di almeno
« due decine di secondi » ⁽¹⁾. E più oltre, a proposito di terremoti disastrosi
di epicentro lontanissimo: « ... si può ammettere che all'atto della rottura
« dell'equilibrio instabile della crosta terrestre in un determinato punto,
« rottura che provoca un terremoto fortissimo, tutto attorno si propaghino con
« grande velocità delle vibrazioni (oscillazioni longitudinali di breve periodo)
« e che contemporaneamente per la variazione istantanea di livello che av-
« viene all'epicentro, si sviluppino per la elasticità della crosta, onde trasver-
« sali estesissime di minore velocità di propagazione. In queste onde lentissime
« che arrivano al microsismografo molto dopo il periodo di vibrazione, secondo
« me si può trovare la conferma delle variazioni di livello del suolo, che ho
« osservate nel caso di terremoti locali... ».

3. Ma questo modo d'interpretazione che, ripeto, è oggi quasi general-
mente approvato, non può spiegare il fatto da noi messo in evidenza, che cioè
sebbene l'Osservatorio di Rocca di Papa disti notevolmente (c. 450 km.)
dagli epicentri dei terremoti calabresi del 1905 e 1908, pure nei telesismogrammi,
che vi si ottennero, l'inizio della perturbazione è precisamente prodotto dal-
l'arrivo di onde lente!

Come ben si vede, questo fatto singolare, e sul quale non può cadere il
minimo dubbio, sarebbe in opposizione coll'ipotesi oggi prevalente per ciò che
riguarda il meccanismo di propagazione delle onde sismiche.

Sarebbe mai possibile che in certe commozioni telluriche potessero effet-
tivamente mancare, od almeno presentarsi assai affievolite le onde elastiche
longitudinali e trasversali e predominare, invece, quelle gravitazionali, mentre
in altre scosse potessero aver luogo tutte e tre le specie d'onde, a seconda
della causa che produsse il movimento sismico? Si potrebbe, ad es., sup-
porre che una scossa fosse generata da un subitaneo abbassamento d'una

⁽¹⁾ *Intorno ad alcuni fatti risultanti da osservazioni microsismiche.*

porzione più o meno estesa di suolo, senza dar origine a fratture di strati o confricazione dei bordi dei medesimi già in precedenza fratturati; ed in tal caso potrebbero forse predominare le sole onde di gravità. Ma se l'abbassamento fosse accompagnato da fratture nel terreno, o da intense confricazioni, quali sarebbero possibili se s'abbassasse più o meno obliquamente una porzione di massa rocciosa, già contornata da fratture (faglie), ecco che alle onde gravitazionali potrebbero aggiungersi ben marcate anche quelle elastiche longitudinali e trasversali prodotte appunto da fratture, sfregamenti, o distorsione delle rocce.

Se fosse possibile un lontano paragone con l'acustica, nel primo caso è dunque come se si avesse da fare soltanto con il suono fondamentale, nel secondo caso con lo stesso accompagnato dalle armoniche.

4. Ma contro questo modo di vedere starebbe la circostanza che le onde lente in questione si sono propagate con una velocità ben più alta di quella che oggi si ritiene dover loro spettare. Ed invero, la velocità da 7 ad 8 km. al secondo, che noi abbiamo trovata per le dette onde lente, in ambo le scosse della Calabria del 1905 e 1908, non è molto diversa da quella che è stata calcolata per le stesse onde longitudinali in telesismi con epicentro a distanze anche superiori ai 500 km. Può quindi nascere il sospetto che effettivamente alle onde lente possano competere anche altissime velocità, almeno a quelle debolissime onde lente che si osservano all'inizio del sismogramma, e che generalmente sfuggono in tanti altri terremoti di minore intensità di quelli calabresi da noi presi in considerazione. E questo potrebbe avvenire, sia che il sismogramma fosse dovuto predominantemente alle onde lente, sia che non mancasse la coesistenza di quelle elastiche longitudinali e trasversali. Restando in quest'ordine d'idee, bisognerebbe forzatamente ammettere che la velocità di queste onde lente andasse notevolmente diminuendo col crescere della loro ampiezza: ciò che del resto non costituirebbe alcuna novità; poichè, anche per le onde lente della così detta *fase principale*, sappiamo che la loro velocità è variabilissima, e precisamente maggiore per quelle che precedono il massimo e minore per quelle che lo seguono.

5. E siccome abbiam visto nell'altra mia Nota sopra citata, che l'ampiezza di siffatte onde lente in ambo i telesismogrammi della Calabria è andata sempre più crescendo a partire dall'inizio del sismogramma, potrebbe anche supporre che il rinforzo che si suole attribuire all'arrivo dei così detti secondi tremoti preliminari (S, *undae secundae*) non fosse altro che un brusco rinforzo verificatosi in dette onde lente, e per conseguenza non dovute all'arrivo d'altra specie d'onde.

Sono condotto a pensare così, esaminando la curva sopra accennata del prof. Vicentini, la quale mostra che l'inclinazione del suolo, dapprima insignificante, cresce poco dopo rapidissimamente, mostrando appunto uno spiccatissimo rinforzo.

6. Riassumendo, dirò che non sarebbe impossibile che in certi terremoti straordinariamente intensi e forse d'ipocentro poco profondo, come quelli qui da noi considerati, si propagassero dapprima attorno all'epicentro onde gravitazionali pochissimo ampie (e quindi difficilmente visibili negli strumenti), ma dotate di altissima velocità, alle quali tengono dietro altre consimili sempre meno veloci, ma più intense. Non si esclude la coesistenza di altre specie d'onde, sia che queste siano caratterizzate da una velocità propria e irraggianti direttamente dall'ipocentro, sia che vengano suscitate dalle stesse onde lente man mano che si allontanano dall'ipocentro. Insisto però nel fatto che nei due terremoti calabresi in questione, la velocità di quest'altra specie di onde, non può essere stata maggiore di quella delle onde lente, al contrario cioè di quanto finora si crede.

A proposito delle onde costituenti le due fasi preliminari (P e S), aggiungerò che allo stato attuale della sismometria, per quanto si creda progredita, siamo ancora ben lontani dal formarci una chiara idea delle medesime in mezzo alle numerose cause di perturbazione che possono indurre in errore l'osservatore poco cauto, come già le tante volte ho avuto occasione di dire, e come cercherò di mostrare meglio nello studio particolareggiato del terremoto calabro del 1905. Tutto ciò sta a mostrarci quanto grande sia ancora la nostra ignoranza per ciò che riguarda il meccanismo di propagazione delle onde sismiche, e quanto ancora sia da fare nel perfezionamento degli strumenti sismici, affinché questi possano tracciare sismogrammi di più sicura interpretazione.

7. Stando così le cose, io mi vado sempre più convincendo del modo poco razionale e prudente con il quale da pochi anni si vanno pubblicando le osservazioni in molti Osservatori esteri (ed ora si comincia anche in Italia) coll'uniformarsi forzatamente a determinati criteri nell'elencare i dati orari, relativi alle varie fasi d'una perturbazione sismica; criteri supposti sicuri e fondamentali e che invece disgraziatamente forse non lo sono (1). Non ho mancato di far notare quest'inconveniente nella riunione della *Commissione permanente dell'Associazione sismologica internazionale*, tenutasi in Roma nel settembre 1906 (2); ed ancor oggi torno sullo stesso argomento, ben

(1) Tanto per citare un esempio, dirò che nella stessa relazione di Gottinga relativa al terremoto calabro del 1905, si riporta un periodo di ben 25^s per le onde della 1^a fase preliminare e si dà con incertezza il principio della 2^a fase preliminare; eppure si ha da fare con un terremoto importantissimo e registrato da uno strumento dei più perfetti, qual'è il *sismografo astatico Wiechert*, e per di più munito di smorzatore!

È per l'appunto questa incertezza nel precisare la distinzione delle varie fasi d'un sismogramma, più che l'insufficienza delle formole, la vera causa degli equivoci (qualche volta madornali) che si prendono nel calcolare, sia pure approssimativamente, la distanza a cui hanno avuto luogo i terremoti dal luogo d'osservazione.

(2) G. Agamennone, *Sopra l'analisi di sismogrammi*. Annexe XIX, pag. 167 dei

contento se la modesta mia voce concorrerà a migliorare la compilazione delle relazioni sismiche le quali, come oggi sono presentate, senza l'ausilio di sismogrammi, o una particolareggiata e imparziale analisi dei medesimi, possono facilmente provocare numerosi equivoci e perplessità, e far perfino battere falsa strada nelle ricerche sismiche, specialmente da chi non ha pratica sufficiente degli strumenti.

Fisica. — Le tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra e la conseguente doppia rifrazione accidentale. Nota di O. M. CORBINO, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Fisica. — I fenomeni di doppia rifrazione accidentale, prodotti dalle tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra. Nota di G. C. TRABACCHI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Fisica. — Sulle trasformazioni del Selenio. Nota di A. POCHETTINO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Comptes Rendus des séances de la première Réunion de la Commission Permanente de l'Association Internationale de Sismologie réunie à Rome du 16 au 20 octobre 1906, rédigés par le Secrétaire Général R. de Kóvesligethy.

Petrografia — *Studio dei basalti delle piattaforme dei dintorni di Tiesi* (Sardegna settentrionale) ⁽¹⁾. Nota del dott. AURELIO SERRA, presentata dal Socio G. STRÜVER.

È noto come il La Marmora ⁽²⁾ designasse col nome di *Alvernia Sarda* il piano che da Pozzomaggiore si estende verso Ploaghe, di cui è centro a un dipresso la cittadina di Tiesi. Sebbene non sia provata l'esistenza, in questa regione, di un gran numero di coni e di grandi linee di frattura volute da Déprat ⁽³⁾, tuttavia sono abbondanti i materiali prodotti da eruzioni vulcaniche, e non mancano anche i residui di apparati vulcanici, di alcuni dei quali ebbi altre volte ad occuparmi ⁽⁴⁾.

Questa regione riesce particolarmente interessante dal lato industriale per i numerosi giacimenti minerali che vi si trovano. È bene però notare quanto al riguardo osserva lo Stella ⁽⁵⁾, che cioè allo stato attuale degli studi e delle ricerche, l'importanza non è facile ad esserne valutata.

Le piattaforme di Monte Santo, di Monte Pelao, di Keremule, di Giave, si vedono campeggiare sulle assise mioceniche di questa zona. Il La Marmora ⁽⁶⁾ per alcune di esse ebbe a rilevarne delle analogie. Solo però con la diagnosi microscopica e con l'analisi chimica queste si possono effettivamente dimostrare. È con tale intendimento ch'io intrapresi siffatto studio, collegando l'esame stratigrafico con le ricerche litologiche.

Monte Santo. — È un monte isolato che ha l'aspetto di un gran cono tronco. È posto a 4 km. dal villaggio di Siligo; ha l'altezza di 733 m. In esso si distingue una estesa piattaforma basaltica, la quale riposa sul calcare miocenico ed è superiormente ricoperta da lembi di scorie recenti. La roccia che la costituisce è afanitica, di colore grigio scuro.

La massa fondamentale, all'esame microscopico, si rivela costituita da esili liste *feldspatiche*; in essa talvolta spiccano cristalli molto più grossi ed allungati che, presentando un massimo di estinzione simmetrica fra i 37-38°, sono da riferirsi a *labradorite* (Ab₃An₄). L'*olivina* si mostra in cristalli di notevoli dimensioni, talora in sezioni ottagonali, ma più spesso esagonali:

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Mineralogia della R. Università di Sassari.

⁽²⁾ *Voyage en Sardaigne par Albert La Marmora*: Description Géologique.

⁽³⁾ Déprat, Comptes Rendus, 27 mai 1907.

⁽⁴⁾ Serra, *Su alcuni basalti della Sardegna settentrionale*, Rend. Reale Accademia Lincei, 1° sem. 1908; Id., *Ricerche su rocce eruttive basiche della Sardegna sett.*, Rend. Reale Acc. Lincei, 2° sem. 1908.

⁽⁵⁾ Stella, *Relazione sulle ricerche minerarie nei giacimenti cupriferi del circondario di Alghero*, Roma.

⁽⁶⁾ Loc. cit.

colorata leggermente in verdognolo e, di frequente, con inclusioni di *magnetite*. I colori d'interferenza sono molto vivaci, e lungo le fenditure si converte talvolta in un aggregato fibroso radiale (*delessite*). L'*augite* si presenta in cristalli non molto grandi. Fra i componenti secondarî, ma costanti, si notano l'*apatite*, l'*ilmenite* e la *magnetite*.

Le ricerche chimiche eseguite diedero i seguenti risultati:

SiO ₂	53,15
Al ₂ O ₃	24,47
Fe ₂ O ₃	1,40
FeO	3,60
MnO	0,32
TiO ₂	0,60
P ₂ O ₅	0,56
CaO	6,83
MgO	1,22
K ₂ O	2,59
Na ₂ O	4,97
H ₂ O a 110°	0,20
H ₂ O perd. per arrovv.	0,57
	100,48

Nel prospetto che segue riporto nella colonna I la composizione della roccia, tenendo conto della quantità di SiO₂ corrispondente a TiO₂ e deducendo P₂O₅ ed H₂O; nella III, le quantità molecolari dei componenti; nella V gli atomi metallici; nella II, IV, VI, rispettivamente, i risultati percentuali:

	I	II	III	IV	V	VI
SiO ₂ . . .	53,60	54,14	90,23	61,36	Si 90,23	49,53
Al ₂ O ₃ . .	24,47	24,72	24,24	16,48	Al 48,48	26,61
Fe ₂ O ₃ . .	1,40	1,41	0,88	—	—	—
FeO . . .	3,60	3,64	5,06	3,98	Fe 5,85	3,21
MnO . . .	0,32	0,32	0,45	0,31	Mn 0,45	0,25
CaO . . .	6,83	6,90	12,32	8,37	Ca 12,32	6,76
MgO . . .	1,22	1,23	3,07	2,09	Mg 3,07	1,69
K ₂ O . . .	2,59	2,62	2,79	1,90	K 5,58	3,06
Na ₂ O . . .	4,97	5,02	8,10	5,51	Na 16,20	8,89
	99,00	100,00	Z = 147	100,00	M. A. Z = 189	100,00

Seguendo Loewinson-Lessing, si deduce la seguente notazione:

$$\alpha = 1,71 \quad ; \quad \beta = 63$$

$$1,3 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 3,80 \text{ SiO}_2$$

$$\text{R}_2\text{O} : \text{RO} = 1 : 1,99.$$

Seguendo Osann, la seguente formola:

$$s_{61,4} \quad a_{6,7} \quad c_{8,2} \quad f_{5,1} \quad n_{7,4}$$

Monte Pelao. — Sorge al Nord di Tiesi, su un solco di calcare miocenico. Costituisce una piattaforma basaltica che giunge all'altezza di 706 m. Al disopra di questa si eleva di 25 m. un monticello di scorie con due crateri: uno principale aperto a Sud Sud-Est, l'altro secondario aperto a Nord Nord-Ovest. La piattaforma si mostra ricoperta di scorie che sono in relazione con questo cono. L'esame microscopico permette di riconoscere il *feldspato* listiforme costituente la massa fondamentale, e specialmente grandi cristalli di *labradorite* $\text{Ab}_2 \text{An}_3$, assai sviluppati e presumibilmente di prima generazione: questi invero non sono molti, ma per contro molto distinti. Altri componenti sono l'*olivina*, in cristalli grandi più o meno rotti o corrosi e spesso trasformati in una sostanza serpentinoso. L'*augite* è scarsa, in grandi cristalli; per lo più si ha in microliti. Accessoriamente si nota *iperstene*, *magnetite*, *apatite* e frequenti granuli di ferro ossidato, provenienti dall'alterazione dell'olivina e della magnetite.

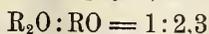
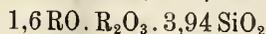
L'analisi chimica diede i seguenti risultati:

SiO_2	53,36
Al_2O_3	23,17
Fe_2O_3	1,92
FeO	3,34
MnO	0,48
TiO_2	0,59
P_2O_5	0,60
CaO	7,34
MgO	0,89
K_2O	3,08
Na_2O	4,62
H_2O a 110°	0,55
H_2O perd. per arrovv.	0,83
	100,77

	I	II	III	IV	V	VI
SiO ₂ . . .	53,80	54,54	90,90	60,75	Si 90,90	49,53
Al ₂ O ₃ . . .	27,13	23,49	23,03	15,39	Al 46,06	25,09
Fe ₂ O ₃ . . .	1,92	1,95	1,22	—	—	—
FeO	3,34	5,39	7,49	5,74	Fe 8,59	4,68
MnO	0,48	0,42	0,69	0,46	Mn 0,69	0,38
CaO	7,34	7,44	13,29	8,88	Ca 13,29	7,24
MgO	0,89	0,90	2,25	1,51	Mg 2,25	1,23
K ₂ O	3,08	3,12	3,32	2,22	K 6,64	3,62
Na ₂ O	4,62	4,62	7,55	5,05	Na 15,10	8,23
	98,64	100,00	_{Z = 150} 100,00	100,00	_{M. A. Z. = 184} 100,00	100,00

A. Z = 447

$$\alpha = 1,73 \quad ; \quad \beta = 65$$

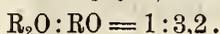
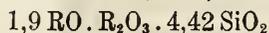


$$s_{60,8} \quad a_{6,1} \quad c_{6,8} \quad f_{7,1} \quad n_{6,9}$$

La composizione di questa roccia si scosta da quella di Keremule che trovasi immediatamente a Sud e della quale già mi occupai in altro studio (1). Riporto i risultati dell'analisi chimica della roccia di Keremule per un opportuno raffronto:

SiO ₂	51,80
Al ₂ O ₃	20,09
Fe ₂ O ₃	1,83
FeO	3,42
MnO	0,52
TiO ₂	0,61
P ₂ O ₅	0,92
CaO	8,32
MgO	3,31
Na ₂ O	4,24
K ₂ O	2,15
H ₂ O a 110°	0,71
H ₂ O perd. per arrov.	1,83
	<hr/> 99,75

$$\alpha = 1,78 \quad ; \quad \beta = 56$$



(1) Serra, *Ricerche su rocce eruttive basiche della Sardegna sett.*, Rend. Reale Acc. Lincei, 2° sem. 1908.

Monte di Giave. — La piattaforma costituisce la parte superiore di questo monte, e in certi punti si vede ricoperta da scorie recenti. La parte inferiore è costituita da calcare miocenico che riposa sulla trachite. Raggiunge l'altezza di 595 m. La roccia si presenta alquanto porosa: la pasta è costituita da piccoli microliti di *feldspato*: si hanno cristalli di *plagioclasio* manifestamente più grandi, allungati secondo lo spigolo 001:010 e che, presentando un'estinzione simmetrica attorno ai 27°, sono da riferirsi ad Ab, An. I cristalli più grandi sono dati dall'*olivina*, che evidentemente si dimostra di prima generazione; spesso questi sono rotti e compenetrati dal magma. L'*augite* si rivela sempre in microliti. La *magnetite* si trova irregolarmente disseminata nella massa in piccoli grani.

Espongo i risultati dell'analisi chimica:

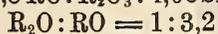
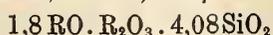
SiO ₂	52,14
Al ₂ O ₃	21,89
Fe ₂ O ₃	1,74
FeO	3,50
MnO	0,40
TiO ₂	0,51
P ₂ O ₅	0,77
CaO	9,16
MgO	2,81
K ₂ O	2,34
Na ₂ O	4,15
H ₂ O a 110°	0,32
H ₂ O perd. per arrov.	0,93
	100,66

Da cui si ricava:

	I	II	III	IV	V	VI
SiO ₂ . . .	52,52	53,31	88,55	59,16	Si 88,85	49,01
Al ₂ O ₃ . .	21,89	22,22	21,78	14,50	Al 43,56	24,03
Fe ₂ O ₃ . .	1,74	1,77	1,11	—	—	—
FeO . . .	3,50	3,55	4,93	3,95	Fe 5,93	3,27
MnO . . .	0,40	0,41	0,58	0,39	Mn 0,58	0,32
CaO . . .	9,16	9,30	16,61	11,06	Ca 16,61	9,16
MgO . . .	2,81	2,85	7,12	4,74	Mg 7,12	3,93
K ₂ O . . .	2,34	2,38	2,53	1,63	K 5,06	2,79
Na ₂ O . .	4,15	4,21	6,79	4,52	Na 13,58	7,49
	99,51	100,00	z = 150	100,00	M. A. Z. = 181	100,00

A. Z. = 464

$$\alpha = 1,69 \quad ; \quad \beta = 69$$



$s_{59,2}$ $a_{4,7}$ $c_{6,3}$ $f_{9,0}$ $n_{7,3}$

Loewinson-Lessing (1), per la famiglia dei basalti dà la seguente formula, ricavata dalla media di 19 analisi:

$$\alpha = 1,63 \quad ; \quad \beta = 79$$

$$2,64 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 4,63 \text{ SiO}_2$$

$$\text{R}_2\text{O} : \text{RO} = 1 : 7,85.$$

Le rocce in istudio sono più acide della media ora espressa, e da questa differiscono sopra tutto per la maggiore quantità di alcali che è di gran lunga superiore, onde il rapporto $\text{R}_2\text{O} : \text{RO}$ molto diverso da quello dei basalti e molto vicino a quello delle andesiti. Evidentemente quindi si tratta di rocce fra le andesiti ed i basalti, forse più vicine alle prime che ai secondi. Si nota pure che la media delle formole delle rocce di piattaforma è un po' diversa da quelle delle rocce di scorie (Monte Massa, S. Matteo, Cuccuruddu, ecc.) (2): queste sono più basiche, e quindi più vicine ai basalti. I risultati dell'analisi autorizzano dunque a poter distinguere le rocce basiche post-mioceniche della Sardegna settentrionale in due tipi: 1) rocce di piattaforma; 2) rocce di scorie più recenti, mostrando essi una differenza non grande, ma abbastanza evidente e costante:

Rocce di piattaforma.

	Formola magnetica	α	β	$\text{R}_2\text{O} : \text{RO}$
Piatt. Monte Santo	$1,3 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 3,80 \text{ SiO}_2$	1,71	63	1 : 1, 9
" " Pelao	$1,6 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 3,94 \text{ SiO}_2$	1,73	65	1 : 2, 3
" Keremule . .	$1,9 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 4,42 \text{ SiO}_2$	1,78	56	1 : 3, 2
" Giave	$1,8 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 4,08 \text{ SiO}_2$	1,69	69	1 : 3, 2
Media . . .	$1,65 \text{ RO} \cdot \text{R}_2\text{O}_3 \cdot 4, 1 \text{ SiO}_2$	1,73	63	1 : 2, 7

	s	a	c	f	n
Piatt. Monte Santo	67,4	6,7	8,2	5,1	7,4
" " Pelao	60,8	6,1	6,8	7,1	6,9
" Keremule . .	59,8	4,7	5,5	9,8	7,5
" Giave	59,2	4,7	6,3	9,0	7,3
Media . . .	61,6	5,6	6,7	7,8	7,3

(1) Loewinson-Lessing. *Studien über die Eruptivgesteine*, Congrès Géologique International, Pétersbourg 1899, pagg. 193-461.

(2) Serra, loc. cit.

Rocce di scorie.

	Formola magnetica	α	β	R ₂ O : RO
Monte Massa	2,18 RO . R ₂ O ₃ . 4,27 SiO ₂	1,59	75	1 : 3,6
” S. Matteo . .	2,03 RO . R ₂ O ₃ . 4,66 SiO ₂	1,79	65	1 : 5,8
” Pubulema . .	1,60 RO . R ₂ O ₃ . 3,87 SiO ₂	1,68	67	1 : 2,9
” Cuccuruddu .	1,61 RO . R ₂ O ₃ . 3,58 SiO ₂	1,55	73	1 : 2,9
Media . . .	1, 9 RO . R ₂ O ₃ . 4,09 SiO ₂	1,65	70	1 : 3,8

	s	a	c	f	n
Monte Massa	57,3	4,4	4,8	10,8	7,8
” S. Matteo . .	60,6	2,9	6,9	10,2	6,4
” Pubulema . .	59,8	5,0	7,5	7,5	6,8
” Cuccuruddu .	57,8	5,0	7,5	7,5	7,9
Media . . .	58,9	4,3	6,7	9,0	7,2

Le piattaforme studiate non mostrano d'aver rapporto alcuno con gli apparati eruttivi, per cui si può con tutta certezza ritenere che esse dovettero originarsi da fenditure; ipotesi già avanzata da De Vecchi (in La Marmora) e sostenuta da Bertolio e da Stella.

Giova ricordare che contributo alla conoscenza litologica di rocce a queste molto simili diede Dannenberg (1), specialmente in riguardo alla Sardegna occidentale, centrale e meridionale: mancano però, di gran parte delle medesime le analisi chimiche.

Dallo studio comparativo delle piattaforme da me esaminate si può desumere che geneticamente esse appartengano allo stesso periodo eruttivo, che solo alle influenze delle circostanze nelle quali avvenne il consolidamento, si debbono attribuire le eventuali loro varietà; che in origine alcune di esse dovessero costituire un ampio mantello il quale, per movimenti orogenetici e per prolungata erosione, venne rotto, dislocato e portato ad altezze differenti.

(1) Dannenberg, *Die Deckenbasalte Sardiniens*, Centralblatt für Mineralogie, 1902, pag. 331.

Patologia vegetale. — *La càscola dei fiori nel Frappato.*
Nota di E. PANTANELLI, presentata dal Socio G. CUBONI.

Il 20 maggio 1908, il senatore R. Caruso m'invitò a visitare in Contrada Targena, in quel di Comiso (Siracusa), una sua vigna, nella quale si era verificato un caso di càscola dei fiori di vite, sopra diversi ceppi di Frappato, innestato su piede americano, con apparenze un po' diverse da quelle che si descrivono per la colatura dei fiori. Notizie di tale càscola dei fiori del Frappato ebbi pure in quei giorni per il feudo Tremolazza dei Baroni Pàncari presso Vittoria e per il fondo detto Granaro o Denaro di un certo Salvatore Trombino fra Vittoria e Comiso. Pare dunque che in quella regione questo fenomeno abbia preso una certa estensione nella primavera 1908.

Si chiama *colatura* in generale il fenomeno di arresto nello sviluppo dell'ovario dopo la fecondazione, il quale può essere accompagnato da caduta dei frutti in accrescimento, o, come si suol dire, da *cascarella*. Colatura e cascarella possono colpire anche fiori di vite non fecondati, ma strutturati in modo, per l'adesione del cappuccio corollino, o per l'aborto dell'ovario o per la cloranzia del pistillo o degli stami, da rendere impossibile la fecondazione (1).

Il caso da me osservato è diverso.

I fiori non presentano cloranzia, nè aborto degli stami o dell'ovario. La maggior parte di essi non sono ancora schiusi; alcuni hanno il cappuccio corollino appena rialzato, in altri, pochissimi, situati verso la metà del grappolo, il cappuccio è caduto, ma gli stami non sono ancora afflosciati. Siccome quando io visitai la vigna, il fenomeno era già stato osservato dai contadini da qualche giorno, così si può asserire, che la càscola ha colpito questi fiori prima che si schiudessero e prima della fecondazione.

Non è però esatto dire che la càscola li ha colpiti: essi non sono staccati nel momento in cui io li visito, cadono però al minimo urto, lasciando a nudo i peduncoli di 3° ordine, di cui ognuno ne porta un piccolo grappolo. Il fiore cade allora col suo peduncoletto. Tale inconveniente si mostra solo nei grappoli più bassi, primi a svilupparsi, e diminuisce nei grappoli superiori; non tutti i ceppi di Frappato ne sono affetti, ma solo alcuni, che si distinguono a prima vista per il fogliame più abbondante e d'un verde più cupo.

(1) Cfr. Foëx, *Cours complet de viticulture*, (1888), pag. 407-411; Portes e Ruysen, *Traité de la vigne*, vol. III, (1889), pag. 305-312; Viala, *Les maladies de la vigne*, 3ª ed., (1893), pag. 446.

Nel fiore e nel suo sottile peduncolo non si notano differenze di forma nè di struttura fra i grappoli malati e quelli sani; però in questi ultimi i fiori o sono già fecondati o hanno il cappuccio rialzato.

Nel punto d'inserzione del peduncolo florale sul peduncolo di 3° ordine non si trovano tracce di micelii fungini in nessun tessuto, nè batterii nè orme di altri parassiti.

Nel materiale fissato sul campo non ho potuto riscontrare traccia di suberificazione, nè di formazione di strati parenchimatîci divisori nell'inserzione del peduncoletto. I tessuti terminano bruscamente, quando il fiore è caduto, e anzi questo, cadendo, porta con sè due o tre strati del parenchima corticale e midollare dell'inserzione, così che i fasci di primane vascolari e i cordoni leptomici di questa rimangono un po' sporgenti su la superficie messa a nudo. Le pareti delle trachee sono spezzate e così quelle degli altri tessuti, come nei grappoli sani, da cui con forza si strappino i fiori, però in questo è più facile che il peduncoletto si rompa subito sotto il fiore, che non alla sua base.

Com'è noto, in questo stadio non si trovano fibre liberiane nel peduncoletto florale, nè in quello di 3° ordine, su cui s'inseriscono i fiori.

Se si aspetta a fissare il materiale raccolto, la superficie di frattura, tanto del peduncoletto come della inserzione, subisce un processo di cicatrizzazione. Le cellule rimaste scoperte imbruniscono e si afflosciano, il parenchima si coarta leggermente, lasciando sporgere i cordoni prosenchimatîci, un po' imbruniti. In seguito si può produrre, ma non sempre, un callo costituito da alcuni strati di cellule appiattite e suberificate esternamente. Ciò però tanto nei grappoli malati, come nei sani, a cui si siano strappati i fiori.

Non è dunque neanche in una differenza di struttura dell'inserzione del peduncolo florale che si deve cercare la causa dell'estrema caducità di questi fiori.

Però il rachide del grappolo e le sue ramificazioni sono più spesse di quelle sane, più carnose e di una estrema fragilità.

I peduncoli di 3° ordine sono più grossi e portano meno fiori di quelli sani. Il parenchima midollare è in essi più sviluppato.

I peduncoli di 2° ordine sono ellittici nei grappoli malati; cilindrici, un po' appiattiti da un lato nei grappoli sani. Infatti nei primi il parenchima midollare conta da 16 a 18 cellule in un senso, e 8-10 nell'altro, mentre nei secondi ne conta 16-18 in ogni senso, ma più piccole. Sotto l'epidermide, i peduncoli malati hanno 2 strati di ipoderma con grossi cloroplasti, un collenchima appena iniziato, e 4-6 strati di parenchima corticale. Il cambium interfasciale non è ancora iniziato, e le primane vasali, anellate o spiralmate, sono isolate fra parenchima e prosenchima legnoso a cellule vive, con pareti sottili e molto contenuto. Non si trova amido in nessuna cellula. Nei pe-

duncoli sani di eguale età tanto lo spessimento del collenchima come la differenziazione dei singoli elementi nei fasci sono più avanzati.

Il rachide o peduncolo di 1° ordine presenta, verso la metà del grappolo, uno stato secondario più avanzato nel grappolo sano che nel malato. L'ipoderma conta da 2 a 4 strati, il collenchima ha pareti più spesse e conta 6-7 strati su tutta la periferia. Sono formate le fibre liberiane, il cambium secondario interfasciale ha già cominciato a lavorare. Nello xilema le fibre ed il parenchima sono già lignificati; nel floema, i tubi cribrosi sono già ampi e comincia la differenziazione delle placche cribrose. Amido ancora non si vede nei rachidi malati, se non qualche granello minuscolo nella guaina amilifera dei fasci e nel parenchima dello xilema, mentre nei rachidi sani è già presente in discreta quantità nei diversi tessuti che ne sogliono contenere.

Alla base del rachide si notano le maggiori differenze. Lo spessore arriva qui a 5-6 mm. nei grappoli malati, mentre non supera i 4-5 mm. nei grappoli sani. La differenza è stabilita dall'ipoderma, che conta 4 strati nel malato e 2 nel sano, e dal midollo, che nel diametro maggiore ha 24-26 cellule nel malato, 22-23 nel sano, nel diametro minore 22-23 nel malato, 14-18 nel sano. Il collenchima conta 7-8 strati in ambedue, ma ha cellule più appiattite nel rachide sano. Il parenchima corticale è povero di druse e di cellule a rafigli nel malato. Fibre liberiane mancano in ambedue. Negli strati interni del parenchima corticale si hanno nel rachide malato globuli del precipitato albumino-tannico caratteristico per la vite, più abbondanti che nel sano.

Il cambium interfasciale ha iniziato il suo lavoro in ambedue i casi; però si notano differenze nello sviluppo dei fasci. I tubi cribrosi sono più differenziati nel rachide sano; e così le placche.

Nello xilema, le fibre sono ancora a pareti sottili, non lignificate, nel rachide malato, mentre sono già spessite e quasi tutte lignificate nel sano. Il parenchima nello xilema ha ancora pareti sottili, di pura cellulosa nel malato, mentre ha pareti leggermente spessite e lignificate, con pori, nel sano.

In nessun tessuto si trovano contenuti anormali o tracce di parassiti; però colpisce l'assoluta mancanza di amido alla base del rachide malato, mentre alla base del rachide sano ne troviamo in buona quantità nel parenchima del midollo, dello xilema, del cortice, nella guaina amilifera, perfino nel collenchima e talvolta anche nell'ipoderma. Sono granellini piccoli, in primo sviluppo.

Tutte queste differenze mostrano che il rachide malato è molto più arretrato del sano quanto alla differenziazione dei tessuti.

Le foglie si presentano nelle viti malate più verdi e più grandi che nelle sane, ma hanno struttura normale e non albergano parassiti.

Queste viti sono innestate su diverse *Rupestris*, fra cui predominano la *R. du Lot* e la *R. metallica*. Le radici, a struttura secondaria, sono ben ramificate, ed appaiono esternamente ed internamente normali, senza traccia di lesioni dovute a fillossera o a *Rhizoglyphus*, nè di *Dematophora*. Le radici a struttura primaria hanno un aspetto sano esternamente ed internamente, contengono forse più amido sotto all'endoderme là dove passano a struttura secondaria; sono lunghe, grosse e carnose tanto nei ceppi malati come nei sani e non presentano neppure nodosità fillosseriche.

Tale il reperto anatomico. L'analisi chimica conferma l'osservazione microscopica per quel che riguarda la ripartizione dei carbidrati.

	In 100 parti di peso secco	
	Grappoli malati	Grappoli sani
Carbidrato totale (non cellulosa)	5.682	14.428
Emicellulosa	1.104	2.316
Amido	2.372	7.928
Zucchero totale	2.206	4.184
Saccarosio o simili	0.790	1.426
Zucchero riduttore	1.416	2.758

È evidente la maggiore ricchezza dei grappoli sani in tutte le sorta di carbidrati, compresa l'emicellulosa, che costituisce gli spessimenti nelle pareti delle fibre e del parenchima nello xilema e fors'anche del collenchima. Nelle foglie non ho dosato l'emicellulosa, perchè ve n'è assai poca; di solito non arriva all'1%. Parlando di foglie malate, intendo quelle delle viti affette da càscola; in realtà esse sembrano più belle che non nelle viti sane.

	In 100 parti di sostanza secca	
	Foglie malate	Foglie sane
Carbidrato totale (senza la cellulosa)	10.13	17.85
Amido	8.24	11.852
Zucchero totale	1.89	5.998
Saccarosio	0.263	1.838
Zucchero riduttore	1.627	4.160

Dunque anche le foglie sono molto più povere in ogni sorta di carbidrati nelle viti affette da càscola. Non è certo l'eccesso di nutrizione carbonata che produce questa càscola.

Altra è la cosa per l'azoto.

	In 100 parti di sostanza secca	
	Grappoli malati	Grappoli sani
Azoto organico totale.	4.412	3.222
” proteico	1.882	1.159
” non proteico	2.530	2.063

I grappoli malati sono più ricchi di azoto, ma contengono relativamente meno albumina, indizio di abbondante fornitura di materiali azotati, ma di cattiva sintesi, forse per la minore fornitura carbonata. Se si trattano con alcool i grappoli malati e poi si lasciano asciugare, essi si ricoprono di una efflorescenza, costituita in massima parte da nitrato di calcio e di potassio, ciò che non avviene, o appena in traccia, nei sani.

Vediamo le foglie.

	In 100 parti di sostanza secca	
	Foglie malate	Foglie sane
Azoto organico totale.	3.615	2.654
" proteico	2.573	2.466
" non proteico	1.042	0.188

Il disturbo nel ricambio azotato comincia dunque nella foglia, la quale col suo colore più cupo tradisce già la ricchezza in azoto, ma la formazione dell'albumina è anche in essa relativamente più scarsa; essa contiene molto materiale azotato non utilizzato, e lo spedisce in tale forma al grappolo, rallentando così in questo la differenziazione dei tessuti e mantenendolo in uno stato anormale di tenerezza, da cui dipende la càscola.

Il terreno della vigna di Targena è in realtà molto sterile e povero di azoto. In 7.734 g. di terra fina ricavata dal sottosuolo a 40 cm. di profondità, ho trovato 3.93 mg. di azoto organico, cioè 0.05082 %. Il liquido di estrazione acquosa del suolo non presenta traccia di nitrati.

È una terra di colore rosso-bruno, in quel punto in cui si è verificata la càscola del Frappato, molto sabbiosa, non calcarea, molto sottile, friabile, senza ciottoli. Il prof. Parenti di Modica eseguì nel 1890 un'analisi di terra di Targena, che il senatore R. Caruso mi ha gentilmente comunicata.

Acqua igroscopica	4.00 %
Perdita a fuoco	3.50 "
Sabbia silicea	55.30 "
Argilla	20.50 "
Calcarea	11.72 "
Ossido ferrico ed allumina	3.82 "

Siccome non si sa dove questo campione fu preso, credo utile riportare le mie analisi, eseguite su campioni prelevati in tutta vicinanza delle viti affette da càscola:

	Soprasuolo	Sottosuolo a 50 cm.
Acqua igroscopica	2.418 %	3.896 %
Perdita a fuoco	5.741 "	7.492 "
Sabbia	68.95 "	55.64 "
Argilla	23.24 "	32.01 "
Calcarea (CaCO ₃)	0.5355 "	0.8622 "
Ossido di ferro solubile	0	0
" magnesio solubile	0	0

Si tratta dunque di una sabbia mescolata ad argilla, senza calcare, più tosto sterile. Per avere un'idea più adeguata della sua sterilità, fu determinata la potassa solubile a bagno-maria in HCl $1/_{100}$ norm., e in acido cloridrico concentrato bollente, come pure l'anidride fosforica solubile in HNO₃ $1/_{100}$ norm. a bagno-maria, e in acido nitrico-solfurico bollente secondo il metodo di Mäcker; tutto ciò nel

	Soprasuolo	Sottosuolo
Potassa solubile	0.003148 ‰	0.005198 ‰
" insolubile	0.9519 "	1.108 "
Anidride fosforica solubile	0	0
" " insolubile	0	traccia

Questa terra contiene abbastanza potassa, ma è poverissima di acido fosforico. Com'è noto, una buona nutrizione fosforata è condizione essenziale per lo sviluppo normale degli organi di fruttificazione. Nei grappoli malati troviamo un po' meno acido fosforico; nelle foglie la differenza è appena sensibile:

	Grappoli sani	Malati	Foglie	
			sane	malate
Cenere nella sostanza secca	6.764 ‰	8.480 ‰	8.377 ‰	9.926 ‰
Anidr. fosforica nella cenere	8.615 "	7.950 "	2,749 "	2.705 "

Interessante è anche la quantità maggiore di sostanze minerali che si trova nelle parti malate.

Riassumendo, non credo di andar lontano dal vero, ritenendo che la causa di questa càscola dei fiori del Frappato sia stato l'eccesso di alimentazione azotata in un terreno oltremodo povero di azoto e di acido fosforico. La ragione sta nel fatto, che quelle viti sono state concimate con stallatico, cacciato in una buca attorno ad ogni ceppo, e non uniformemente distribuito. In quei terreni sabbiosi e aridi il primo elemento che la pianta può trarre dallo stallatico è l'azoto, che viene rapidamente nitrificato. Il senatore R. Caruso mi faceva notare, che quelle viti per 3-4 anni hanno dato una forte produzione.

La càscola dei fiori del Frappato era dunque prodotta da un eccesso della nutrizione azotata su la nutrizione fosfatica. Altri autori (1) hanno osservato che in tali casi si può avere la colatura dei fiori dopo la fecondazione. Come rimedio non ci sarebbe che una sfogliatura, asportando le foglie più vicine ai grappoli. L'uso razionale di concimazioni chimiche impedirebbe questi inconvenienti. Ad ogni modo, non si tratta in questo caso di un fenomeno ereditario, dovuto ad alterazioni morfogene nelle gemme, come in varî casi di colatura, e non v'è ragione di allarmarsene.

(1) Rainford, in Quart. Journ. Agric. Science, vol. X (1902), pag. 41; Rougier L., *Progrès agr. et vit.*, vol. XXII (1905), pag. 337. Cfr. anche Sorauer, Handbuch, III ed. (1907), pag. 352.

Chimica fisiologica. — *Ricerche del fosforo colla lastra fotografica.* Nota del prof. LUIGI SABBATANI, presentata dal Socio L. LUCIANI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio VOLTERRA fa omaggio del volume degli *Atti* del Congresso tenuto a Firenze nello scorso anno dalla Società italiana pel progresso delle scienze, e ne discorre.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA

presentate nella seduta del 7 febbraio 1909.

- AGAMENNONE G. — Un caso curioso di Arcobaleno. (Estratto dalle Memorie della Soc. degli Spettroscopisti Italiani V. XXXVII). s. c. 1908, foglio.
- ARNOULD V. — Le Mode Planétaire. Chapitre I, II, III. Bruxelles, 1908, 1909. 8°.
- BERLESE A. — Le nuove accuse contro Antonio Berlese a proposito della mosca delle Olive. Firenze, 1908. 8°.
- BERTINI E. — Sulle Serie segnate sopra una curva iperspaziale dalle sue ipersuperficie aggiunte e da tutte le ipersuperficie dell'iperspazio. Nota. (Estr. dagli Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, vol. XLIV). Torino, 1908. 8°.
- BORREDON G. — L'Equilibrio ed il moto perpetuo della terra girante intorno al Sole. Napoli (Ischia), 1908. 8°.
- BUFFA P. — Contribuzione alla conoscenza dei tisanotteri italiani. (Estratto dal « Redia » vol. V, Firenze, 1908. 8°.
- CARAZZI D. — Il caso Sauvageau. Padova, 1909. 8°.
- CREPAS E. — Note scientifiche, estratte da giornali e da riviste. Assisi, 1908. 8°.
- DEL GUERCIO G. — Le vicende della fillossera del Leccio nei terreni aridi ed in quelli irrigui. Tavola VII. (Estr. dal « Redia » vol. V). Firenze, 1909. 8°.
- DE TONI G. B. — Spigolature aldrovandiane, VIII. Nuovi documenti intorno a Giacomo Raynaud farmacista di Marsiglia ed alle sue relazioni con Ulisse Aldrovandi. Venezia, 1909. 8°.
- FISCHER E. — Untersuchungen über kohlenhydrate und fermente (1884-1908). Berlin, 1909. 8°.
- GREENHILL G. — Notes on Dynamics. London, 1908. 4°.
- GUERRINI G. — Ueber einen Fall von Struma sarcomatosa der Schilddrüse (kleinzelliges Rundzellensarkom) mit sekundärer Hypertrophie der Nebennieren und Hydrops Ascites beim Hunde. (« Monatshefte für praktische Tierheilkunde », XIX Band). Stuttgart, s. a. 8°.
- GUERRINI G. — Ueber einen Fall von Darm-Sarkom beim Pferde. (« Oesterr. Monatsschrift für Tierheilkunde » 33. Jahrg. Nr. 10). Stuttgart, s. a. 8°.
- GUERRINI G. — Ueber einen Fall von Hämatoma splenis mit zahlreichen über das ganze Peritoneum versprengten Nebenmilzen. (« Monatsheften für praktische Tierheilkunde », XX. Band). Stuttgart, s. a. 8°.
- GUERRINI G. — Sur la fonction des muscles dégénérés. VI^e Communication. Lésions morphologiques et leur rapport avec les alterations fonctionnelles. (Estr. dagli Archives italiennes de Biologie, t. XLIX). Genova, 1908. 8°.
- GUERRINI G. — Di un particolare apparato di secrezione osservato nel « Distomum hepaticum ». (Estr. dal Monitore Zoologico Italiano, a. XIX). Firenze, 1908. 8°.
- MASSINI G. — In memoria del prof. Brigidi. Necrologia e bibliografia. Napoli, 1909. 8°.
- MAZELLE E. — Klimatographie des Österreichischen Küstenlandes a. Triest. (Klimatographie von Österreich. II). Wien, 1908. 8°.
- PAULOW ANATOLI. — Mononom. Tiflis, 1908.
- PASCAL E. — Sur la nouvelle théorie des formes différentielles d'ordre et de degré quelconques. Varsavia, 1908. 8°.
- PORTIS A. — Delle necessarie relazioni ed armonia fra le scienze geologiche. Roma, 1908. 8°.
- Regolamento e disposizioni amministrative per l'assegnazione del premio Umberto I. (Istit. ortopedico Rizzoli in Bologna. (S. Michele in Bosco). Bologna, 1904. 8°.
- Resumen de las observaciones meteoroló-

- gicas efectuadas en la Peninsula y algunas des sus islas adyacentes durante el año 1907. (Instituto Central Meteorológico II). Madrid, 1908. 8°.
- Review (the) Psychological Yale Psychological Studies. New Series, Vol I. N°. II. Lancaster, 1907. 8°.
- Ricerche eseguite nel laboratorio di chimica agraria della R. scuola superiore d'agricoltura di Milano. Vol. III. Milano, 1908. 8°.
- SILVESTRI F. — Liste des Japygidae de la collection du Muséum d'histoire naturelle avec description de deux espèces nouvelles et d'une espèce peu connue. (Annales des Sciences Naturelles, neuvième Série, extrait). Paris, s. a. 8°.
- SILVESTRI F. — Myriopoda from Porto Rico and Culebra. (Estr. dal Bulletin of the American Museum of Natural History, vol. XXIV). New York, 1908. 8°.
- SILVESTRI F. — Thysanura, tav. XII-XVIII. Jena, 1908 4°.
- SILVESTRI F. — Thysanura tav. I-X (Die Fauna Südwaet, Australiens. Band II). Jena, 1908. 8°.
- SORAURER P. — Handbuch der Pflanzenkrankheiten. Vol. I, II. Berlin, 1908. 8°.
- TARAMELLI T. — L'età del genere umano. (Estr. « Rendiconti R. Istituto Lombardo di Sc. lett. Seric II. vol. XLI »). 1908. 8°.
- TROTTER A. — Due precursori nell'applicazione degli insetti carnivori a difesa delle piante coltivate. Notizie storiche. (Estratto dal « Redia » vol. V. Firenze. 1909. 8°.

Seduta del 7 marzo 1909.

- AGAMENNONE G. — Le variazioni di latitudine ed i terremoti. (Estr. dalla « Riv. di Astron. e Scienze affini », 1908-09). Torino, 1908. 8°.
- ATESSIO A. — Determinazione della gravità relativa fra Padova e Potsdam: e valori delle durate d'oscillazione dei pendoli dell'apparato tripendolo del R. Istituto idrografico a Padova, prima e dopo della Campagna di circumnavigaz. della R. nave « Calabria ». Genova, 1908. 4°.
- ANNALI della R. Stazione chimico-agraria sperimentale di Roma. Serie II, v. I, 1906-07. Roma, 1907. 8°.
- ANNALI della R. Stazione chimico-agraria sperimentale di Roma. Serie II, v. II, 1907-08. Roma, 1908. 8°.
- BASSANI F. — Commemorazione di Alberto Gaudry. Napoli, 1908. 8°.
- BERLESE A. — La mouche de l'olive; guide pratique pour la combattre. (Encyclopédie oléicole). Paris, 1909. 8°.
- BUFFA P. — I Tisanotteri esotici esistenti nel Museo Civico di Stor. Nat. di Genova. Tav. III. (Estr. dal « Redia », v. V). Firenze, 1909. 8°.
- CHURCH I. E., JR. — Electric disturbances and perils on Mountain tops. (Reprint. from Science, N. S., vol. XXVIII). Reno, Nevada, 1908. 8°.
- DUHEM P. — Essai sur la notion de Théorie physique de Platon a Galilée. (Extrait des Annales de Philosophie Chrétienne). Paris, 1908. 8°.
- ELLS B. W. — The Geology and mineral resources of New Brunswick. Ottawa, 1907. 8°.
- FAVARO G. A. — Confronto fra le osservazioni dell'eclisse solare del 30 agosto 1905 fatte a Padova e i calcoli eseguiti con la « Connaissance des temps » ed il « Nautical Almanac » di Londra. (Contributi dell'Osservat. Astronom. della R. Univ. di Padova). Venezia, 1908. 8°.
- FLETCHER H. — Summary Report on explorations in Nova Scotia, 1907. Ottawa, 1908. 8°.
- GALDIERI A. — Sul Trias dei dintorni di Giffoni. Contributo alla conoscenza del terreno triassico nel Salernitano. Napoli, 1908. 8°.
- GILBERT G. K. — The California Earth-

- quake of 1906. (From the American Journal of Science, vol. 27°, 1909). s. l.
- GILBERT G. K. — Earthquake Forecasts. (Science, January 22, 1909).
- LORENZONI G. — Commemorazione del M. E. prof. Giuseppe Ciscato. (Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, lettere ed arti, t. 68°). Venezia, 1908. 8°.
- LORENZONI G. — Il passaggio di Mercurio sul disco del Sole, osservato alla specola di Padova il 14 Novembre 1907. (Atti del R. Istit. Veneto di Scienze, lettere ed arti, T. 47. Venezia, 1908. 8°.
- ONCATIVO, estación astronómica de... Antecedentes históricos y científicos informaciones administrativas. (Observatorio Astronomico de la Universidad Nacional de La Plata). La Plata, 1908. 4°.
- PALLADINO P. — Casuali (?) coincidenze numeriche coi pesi atomici? Casuali (?) corrispondenze presso a poco, colla serie del Mendeleeff? (Estr. dal « Giornale di Farmacia, di Chimica e di Scienze affini ». T. LVIII, 1909). Torino, 1909. 8°.
- PALLADINO P. — Contributo allo studio della capillarità. (Estr. dal « Giornale di Farmacia, di Chimica e di Scienze affini » T. LVIII, 1909). Torino, 1909. 8°.
- PFLÜGER E. — Die Leber soll aus Traubenzucker angeblich kein Glykogen erzeugen können, wenn der Traubenzucker nicht bei der Resorption im Dünndarm eine vorbereitende Polymerisation erfahren hat. Bonn, 1909. 8°.
- PFLÜGER E. — Professor Dr. L. Mohr's neue Versuche über die Entstehung von Glykogen aus Eiweiss. Bonn, 1909. 8°.
- PUBLICATIONS of the Massachusetts General Hospital, Boston, vol. II. — Selected Papers by the Staff. Boston, 1908. 8°.
- RIVARI E. — Girolamo Cardano accusa e fa bandire da Bologna, per furto, il figlio Aldo. (Estr. dal vol. I degli « Studi e Memorie per la storia dell'Università di Bologna »). Bologna, 1908. 8°.
- SCHIAPARELLI G. — Orbite cometarie, Correnti cosmiche, Meteoriti. (Estr. dalla Riv. di Fis. Matem. e Scienze Natur. Pavia, a. IX). Pavia, 1909. 8°.
- TARAMELLI T. — Dei terremoti di Calabria e Sicilia: conferenza. Pavia, 1908. 8°.
- TOMMASI A. — Osservazioni alle notizie geologiche contenute nell'opera dell'ing. Domizio Panini, « Garda e Minicio ed i problemi idraulici ad essi atinenti ». (Atti e Memorie della R. Accad. Virgiliana di Mantova. - N. Ser. v. I, 1908). Mantova, 1909. 8°.
- TOMMASI A. — Una nuova forma di Phyllocrinus nel Neocomiano di Spiazzi sul monte Baldo. (Estr. dal « Bollett. della Soc. Geol. Italiana, vol. 27°). Roma, 1908. 8°.
- TRABAJOS del Laboratorio de Fisiologia dirigido por Virgilio Duceeschi. Serie 1ª (1907-08). (Universidad Nacional de Cordoba; Publicaciones de la facultad de Ciencias Medicas. T. I). Cordoba, 1908. 8°.
- ZEUTHEN H. G. — (Festschrift til...) Fra Venner og elever i Anledning af Hans 70 Aars Fodselsdag 15 Februar 1909. Kobenhavn, 1909. 8°.

Seduta del 4 aprile 1909.

- AMODEO F. — Il trattato delle coniche di Francesco Maurolico. (Bibliotheca Mathematica III. Folge IX. Band). Leipzig, 1908. 8°.
- APONTE G. e SAVASTANO L. — La Coltivazione del nocce nel Sorrentino: monografia. (Estr. Bollett. arboricoltura ital., an. IV). Napoli, 1908. 8°.
- ARCANGELI G. — Sul Ranunculus Cassubicus L., e sul R. Polyanthemus L. Nota. (Estr. Bullett. della Soc. botanica italiana). Firenze, 1900, 8°.

- ARCANGELI G. — Di nuovo sul *Cereus peruvianus* T a b e r n. (Atti della Soc. Toscana di Scienze naturali. Processi verbali, vol. XVIII) s. l. 1908. 8°.
- ARCANGELI G. — Ancora alcune osservazioni sull'*Euryale ferox* Sal. (Estratto dai Processi verbali della Soc. Toscana di Scienze naturali) s. l. 1906. 8°.
- ARCANGELI G. — Alcune osservazioni sul *Cereus Peruvianus* TAB (Estr. Atti Congresso dei Naturalisti italiani. Milano, 1906). Milano, 1907. 8°.
- ARCANGELI G. — Ancora sul «*Pinus Pineae*» L. var. «*Fragilis*» Nota. (Estr. Atti Congresso dei Naturalisti italiani. Milano, 1906). Milano, 1907. 8°.
- ARCANGELI G. — Studi sulla *Victoria Regia* Lindl. (Estratto d. Atti della Società Toscana di Scienze naturali, vol. XXIV. Memorie). Pisa, 1907. 8°.
- ARCANGELI G. — Sopra un caso di rossore della vite verificatosi a Careggiano. (Estratto dall'*Agricoltura ital.*, 1907).
- ARCANGELI G. — Di nuovo sul germogliamento dell'*Euryale ferox* Sal. (Atti d. Società Toscana di Scienze naturali. Pr. verb., vol. XVI) s. l. 1907. 8°.
- ARCANGELI G. — Sulla cultura di un esemplare di *Victoria Cruziana* d'Orb. (Atti d. Soc. Tosc. di Scienze natur. Pr. verb., vol. XVIII) s. l. 1909. 8°.
- ARCANGELI G. — Altre notizie sul *Pinus Pineae* L. var. *fragilis*. (Proc. verb. d. Soc. Toscana di Scienze naturali) s. l. 1907. 8°.
- ARCANGELI G. — Sulla comparsa della *Opuntia intermedia* S. Dyck nella Flora toscana. (Estr. dai Proc. verb. della Soc. Toscana di Scienze natur.) s. l. 1904. 8°.
- BELLINI-TOSI. — Sistemi di telegrafia senza fili dirigibile. (Assoc. Elettrotecnica ital; estratto). Milano, 1909. 8°.
- BERLESE A. — Nuovi Acerentomidi (tav. I). (Estr. dal «*Redia*», Vol. V). Firenze, 1908. 8°.
- BERLESE A. — Elenco di generi e specie nuove di Acari. (Estr. dal «*Redia*», Vol. V). Firenze, 1908. 8°.
- CARVALLO J. — Rapport présenté au VII^e Congrès de Physiologie au nom de l'Association internationale de l'Institut Marey [612 (018)] [(612) (072)]. Boulogne-sur-Seine, 1908. 8°.
- CLERMONT-GANNEAU M. — Inscription bilingue Minéo-Grecque découverte a Délos. (Extr. des Comptes rendus des séances de l'Acad. des Insc. et Bell. Lett., 1908). Paris, 1908. 8°.
- DEL GUERCIO G. — Sull'apparizione di una particolare forma larvale nella *Phylloxera Acanthohermes* (Koll.). (Estr. dal «*Redia*». Vol. V). Firenze 1908. 8°.
- DEL GUERCIO G. — Ancora sulle forme autunnali della *Phylloxera* Koll. (Estr. dal «*Redia*» Vol. V). Firenze, 1909. 8°.
- DE STEFANI C. — Die Phlegräischen Felder bei Napel. Gotha, 1907. 8°.
- ELEMENTI della rete geodetica fondamentale a nord del parallelo di Roma. (R. Commiss. geodetica italiana). Firenze, 1908. 8°.
- EXPLORATIONS (Swedish) in Spitzbergen, 1758-1908. Stockholm, 1909. 8°.
- FACCIN F. — Il catalogo astrofotografico della zona di Catania. (Estr. dalla Riv. di fisica, matem, ecc. Pavia, a. IX). Pavia, 1908. 8°.
- FACCIN F. — La cometa Moreheuse (1908 c). (Estr. Riv. di fisica, matem, ecc. Pavia, an. IX). Pavia, 1908. 8°.
- HEIM A. — Die Geologie der Umgebung von Zürich. Losanna, s. a. 8°.
- HEIM A. — Les tremblements de Terre et leur étude scientifique. Zürich, 1880. 8°.
- HEIM A. — Die Entstehung und die Textur der Thonschiefer. (Sonderabdruck aus den Offiziellen Mitteilungen der Schweiz. Materialprüfungs-Anstalt; 1. Heft, 3. Auflage 1898). Zürich, 1899. 8°.
- HEIM A. — Geologische Nachlese. Nr. 4. Der diluviale Bergsturz von Glärnisch-Guppen. Nr. 5. A. Rothpletz in den Glarneralpen. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 40). Zürich, 1895. 8°.
- HEIM A. — Das Säntisgebirge (Separat-Abdruck aus den «*Verhandlungen der*

- Schweiz. Naturforschenden Gesellschaft ». Luzern, 1905. 8°.
- HEIM A. — Geologische Nachlese. Der Eisgang der Sihl in Zürich am 3. Februar 1893. (Sèparatabdruck aus der Vierteljahrsschrift der naturforsch. Gesellschaft in Zürich. J. 39). Zürich, 1894. 8°.
- HEIM A. — Einiges aus der Tunnelgeologie. (Mitteilungen der Geologischen Gesellschaft). Wien, III, 1908. 8°.
- HEIM A. — Stauungsmetamorphose an Walliser Anthracit und einige Folgerungen daraus. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 41). Zürich, 1896. 8°.
- HEIM A. — Geologische Nachlese, Nr. 9: Querprofil durch den Central-Kaukasus, längs der crusinischen Heerstrasse, verglichen mit den Alpen. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 43). Zürich, 1898. 8°.
- HEIM A. — Beweist der Einbruch im Lötschbergtunnel glacielle Uebertiefung des Gasterentales? (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 53). Zürich, 1908. 8°.
- HEIM A. — Ein Profil am Südrand der Alpen, der Pliocænfiord der Breggiaschlucht. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 51). Zürich, 1906. 8°.
- HEIM A. — Nochmals über Tunnelbau und Gebirgsdruck und über die Gesteinsumformung bei der Gebirgsbildung. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 53). Zürich, 1908. 8°.
- HEIM A. — Geologische Begutachtung der Greinabahn, Projekt des Herrn Oberingenieur Dr. R. Moser. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 51).
- HEIM A. — Nebensonnen und Ringe vom 10. Februar 1907 gesehen in der Nordostschweiz. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. 52). Zürich, 1907. 8°.
- HEIM A. — Ueber den Deckenbau der Alpen. (Gesellschaft Deutscher naturforscher und Aerzte. Verhandlungen 1908). Leipzig, 1908. 8°.
- HEIM A. — Geologische Nachlese, Nr. 8: Die Bodenbewegungen von Campo im Maggiathale, Kanton Tessin. (Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. J. XLIII). Zürich, 1898. 8°.
- IRTSCHKE H. — Die mittlere Temperatur der im Meeresniveau, dargestellt als Funktion der geographischen Länge, Breite und Jahreszeit. — Meteorologische Publication I. Riga, 1909. 8°.
- FORTI A.-TROTTER A. — Materiali per una Monografia Limnologica dei Laghi craterici del M. Vulture. (Estr. d. Suppl. al Vol. VII degli Annali di Botanica). Roma, 1908. 8°.
- LACROIX A. — Les laves des dernières eruptions de Vulcano (Iles Éoliennes). Note. (Extr. des Comptes rendus des séances de l'Académ. des Sciences, T. 147). Paris, 1908, 4°.
- MANCINI E. — Il Progresso delle Industrie frigorifiche. (A proposito del recente Congresso intern. del Freddo). (Dalla « Nuova Antologia » 1908). Roma, 1908, 8°.
- MELI R. — Cenno delle escursioni geologiche . . . 1907-908. Roma, 1908. 8°.
- PAOLI G. — Intorno a Galle causate dalla puntura del *Dacus Oleae* (Dorzi) Meigen. sull'oliva. (Estr. dal « Redia » Vol. V). Firenze, 1908. 8°.
- PIOLTI G. — Sul talco nero di Val della Torre (Piemonte). (Estr. Annali R. Accad. Agric. di Torino, V, 52). Torino, 1909. 8°.
- PLENKNER W. — Einige Untersuchungen im Staugebiete eines Wasserlaufes bei Brückeneinbauten. Wien, 1909. 4°.
- Relazione della Sottocommissione tecnico-artistica alla Commissione Reale pel Monumento. (Concorso per le decor. del sotto basam. della Statua Equestre di Vittorio Emanuele II). Roma, 1909. 8°.
- RICHARDS J. W. — Calcoli metallurgici, Par. I. Introduzione. Principii chimici

- e termici — Problemi della Combustione. Roma, 1909. 8°.
- SAVASTANO L. — I precursori della patologia vegetale. Prolusione. (Estratto dal Bollett. dell'Arboricoltura ital., an. V). Napoli, 1909. 8°.
- SAVASTANO L. — Note di patologia arborea. (Estr. dal Bollett. dell'Arboricoltura ital., anni I e IV). Napoli, 1908. 8°.
- SAVASTANO L. — Come si studiano le varietà in arboricoltura. Nota. (Estratto Bollett. Arboricolt. ital., an. IV). Napoli, 1908. 8°.
- SILVESTRI F. — Tisanuri raccolti da L. Fea alle isole del Capo Verde, alla Guinea Portoghese e alle isole S. Thomè, Principe e Fernando Poe. (Estr. d. Annali del Museo Civico di Storia Naturale di Genova. Ser. 3ª, Vol. IV). Genova, 1908. 8°.
- TICHY A. — Trigonometrische Längenbestimmung Geodätischer Grundlinien. Wien, 1909. 8°.
- TOSI. — Télégraphie et Téléphonie sans fil dirigeables Bellini-Tosi. (Extrait du Bulletin, 2ª Sér., T. VIII). Paris, 1908. 8°.
- VINDEVOGEL J. — Un peu d'histoire sur la tuberculose (Extr. du Journal « Le Médecin »), N. 20, 1908.
- VOGHERA G. — Zusammenstellung der irreduziblen komplexen Zahlensysteme in sechs einheiten. Wien, 1908. 4°.
- ZEPBOY G. — Mapkelloy Sidetoy peri Sfygmon to Proton nyn ek ton Antigrafon ekdidomenon. Atenais, 1907. 8°.

E. M.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 maggio 1909.

Volume XVIII.° — Fascicolo 9°

1° SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO

PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in snutto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 2 maggio 1909.

P. BLASERNA. Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Chimica vegetale. — Sintesi della salicina per mezzo delle piante. Nota del Socio G. CIAMICIAN e di C. RAVENNA.

In una Memoria pubblicata lo scorso anno negli Atti della Accademia di Bologna e riprodotta nella Gazzetta chimica italiana ⁽¹⁾, abbiamo descritto una serie di esperienze relative al contegno di alcune sostanze organiche nelle piante allo scopo di chiarire qualche punto riguardante la formazione ed il significato biologico dei glucosidi.

Noi abbiamo osservato, sperimentando sui fagioli e sul mais, che introducendo nelle piante sia per mezzo delle radici, che per inoculazione alcune sostanze organiche ossidrilate quali la saligenina, l'alcool benzilico e la vanillina, queste vengono preponderantemente distrutte per ossidazione, ma la parte che permane, non si ritrova tutta allo stato libero. Eliminando dall'estratto acquoso delle piante esaminate tutto il prodotto libero con etere, se ne può ottenere dell'altro dopo avervi fatto agire l'emulsina. Inoltre sperimentando con alcuni glucosidi, come l'amigdalina, la salicina e l'arbutina, abbiamo trovato che anche questi subiscono nelle piante un processo di ossidazione per cui vengono prevalentemente eliminati, ma la parte che

(1) Memorie della R. Accademia delle Scienze dell'Istituto di Bologna, serie 6^a, tomo 5, pag. 29 (1907-8) e Gazzetta chimica italiana, anno 38, parte 1^a, pag. 682 (1908).

persiste viene a sua volta parzialmente idrolizzata tanto che si ritrova nelle piante libero il composto contenuto nel glucoside.

Sembrava dunque risultare da queste esperienze, che le piante fossero in grado di trasformare in glucosidi le sostanze aromatiche sperimentate, ma che tale processo fosse di natura invertibile, conducendo ad una specie di equilibrio chimico.

Per accertare ulteriormente questi fatti e queste supposizioni, abbiamo fatto nella scorsa estate delle altre esperienze che li hanno completamente confermati.

Anzitutto abbiamo inoculato in un certo numero di piante di mais, ben cresciute e possibilmente uguali, contemporaneamente in alcune la salicina ed in altre la saligenina. A vegetazione compiuta abbiamo riscontrato che il rapporto fra la saligenina libera e quella combinata nelle stesse piante era in entrambi i casi il medesimo e che però è lo stesso, pel risultato finale, introdurre nel mais la salicina o la saligenina. Le quantità della saligenina combinata e di quella libera stanno nel rapporto di circa 1 : 2.

Questi risultati portarono ad ammettere che il mais, come le altre piante da noi sperimentate (fagioli e giacinti), trasformassero parte della saligenina introdotta in salicina e che questo processo fosse realmente dato da una reazione invertibile conducente ad un equilibrio chimico.

Ma il lato più importante del problema non era ancora sufficientemente accertato, cioè che il supposto glucoside che l'emulsina scinde fosse realmente la salicina. Occorrevano esperienze fatte su larga scala che permettessero di isolare il glucoside.

Queste prove furono del pari iniziate nella scorsa estate e la ulteriore trattazione del prodotto venne fatta durante l'inverno. Noi inoculammo 140 piante di mais di cui ne sopravvissero 107, che rappresentavano 98 kg. di materiale nel quale erano stati inoculati circa 200 gr. di saligenina.

Noi non avremmo potuto condurre a buon fine tale lavoro senza il gentile ed efficacissimo aiuto del dott. Emilio Soncini e la grande liberalità e cortesia della casa G. Campari di Milano. All'uno e all'altra noi esprimiamo la nostra più sentita riconoscenza.

Il dott. Soncini curò con grande amore e pazienza la preparazione dell'estratto acquoso delle piante inviategli e l'assai lungo e laborioso trattamento con etere del medesimo. Noi abbiamo avuto a nostra disposizione l'estratto etero secco e quello acquoso completamente esaurito con etere e convenientemente concentrato.

Il primo venne ripreso con acqua, neutralizzato con carbonato sodico e su di una parte aliquota di esso dosammo la quantità di saligenina, che era contenuta nelle piante allo stato libero. Se ne ebbero in tutto 30 gr. Dopo aver eliminato la saligenina, ottenemmo dal liquido acquoso, acidificato con acido solforico ed estraendo con etere, l'acido salicilico che venne purificato

dal benzolo (p. f. 155°). La formazione di questo acido conforta la supposizione che la saligenina introdotta nel mais (come in genere tutte le sostanze fin qui sperimentate nelle piante) si elimini in seguito ad un processo di ossidazione determinato da fermenti.

Il problema più difficile da risolversi era, come si disse, quello di isolare il supposto glucoside che doveva essere contenuto nell'estratto acquoso. Anzi tutto venne fatto per mezzo dell'emulsina e successivo trattamento con etere un dosaggio della saligenina combinata che era presente nell'estratto. Le prove fatte su di una piccola parte aliquota del tutto dettero per risultato che l'estratto conteneva 14 gr. di saligenina combinata. Se si confronta questa cifra con quella suindicata per la saligenina libera, si vede che il rapporto è qui pure di circa 1 : 2.

Per isolare il supposto glucoside, tutto l'estratto acquoso venne defecato con acetato basico di piombo, che non precipita la sostanza ricercata, e poi concentrato nel vuoto. Si ebbe uno sciroppo colorato in bruno che però non accennava a cristallizzare. Falliti i tentativi di ottenere da questo il glucoside per estrazione con alcool, tentammo di eliminare lo zucchero, presente nell'estratto, per fermentazione col lievito di birra (¹). Il tentativo riuscì nel senso che lo zucchero fermenta senza che il glucoside ne sia sensibilmente intaccato. Anche la salicina, come ce lo dimostrò un'apposita esperienza, resiste in gran parte all'azione del lievito. Concentrando nuovamente nel vuoto il liquido liberato dal glucosio, si ebbe sempre uno sciroppo dal quale, nè per estrazione con alcool, nè con etere acetico si riuscì ad ottenere il composto cercato. L'alcool estrasse bensì notevoli quantità di materia cristallina, ma essa era formata prevalentemente da acetato potassico. A questo punto abbiamo pensato di ricorrere ad un processo di dialisi quale è praticato nella elaborazione dei melassi. Sebbene una parte del glucoside diffonda assieme coi sali e ad altre materie gommosi e coloranti, pure con questo processo il liquido che resta nel dializzatore viene modificato nella sua composizione in modo così favorevole, che ritentando ora, nel prodotto portato a secco nel vuoto, l'estrazione con etere acetico, abbiamo avuto finalmente l'esito desiderato. A ritentare l'estrazione con questo solvente fummo incoraggiati anche dall'autorevole consiglio dell'illustre prof. Emilio Fischer a cui esprimiamo i nostri ringraziamenti.

Dagli estratti coll'etere acetico si depose per raffreddamento una materia cristallizzata in mammelloncini, che fondevano subito a 185° e davano la colorazione rossa della salicina coll'acido solforico. Purificata dall'alcool, si ebbe la sostanza in aghetti bianchi dal punto di fusione 198°-199°, che dette all'analisi i numeri voluti dalla *salicina*. Per quest'ultima gli autori

(¹) Tale artificio fu tentato con successo in un caso analogo da Emmerling. Berichte 34, 3. 3810 (1904).

danno i punti di fusione 198° (Schmidt) e 201° (Schiff). Il nostro prodotto, mescolato alla salicina del commercio, non ne abbassava il punto di fusione. Per accertarne ulteriormente l'identità, ne abbiamo eseguita l'idrolisi coll'emulsina ed abbiamo ottenuto la quantità voluta di saligenina ed il glucosio allo stato di fenilglucosazone.

Rimane così dimostrato che inoculando nel mais la saligenina (alcool salicilico), questa si trasforma in parte in un glucoside che è identico alla salicina.

Queste esperienze invitavano naturalmente ad altri studi che in parte stiamo compiendo e che in parte verranno iniziati nella prossima estate. Abbiamo già indizî che la salicina si forma non soltanto nelle piante vive, ma anche per azione dei fermenti esistenti nella poltiglia ottenuta tritutando le piante di mais. Inoltre ci siamo proposti di provocare la sintesi di altri glucosidi in piante che, come il mais, non li contengono naturalmente, come pure di vedere quale sia il contegno di essi e dei loro prodotti di scissione in quelle piante in cui naturalmente si ritrovano.

Ci è grato esprimere in fine i nostri sentiti ringraziamenti ai dott. Gino Cacciari e Mario Tonegutti per l'efficacissimo aiuto che ci hanno prestato in queste esperienze.

Zoologia. — *Ricerche sul gen. Achanthohermes*. Nota del Socio B. GRASSI.

Botanica. — *Sulla probabile origine dell'Iris fiorentina L.* Nota dal Socio R. PIROTTA.

Chimica-fisica. — *Sulla tecnica delle ricerche di trasporto elettrico (e di dialisi) dei colloidi organici*. Nota del Corrispondente F. BOTTAZZI.

Le tre Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sulle soluzioni fondamentali delle equazioni alle derivate parziali.* Nota di GUIDO FUBINI, presentata dal Socio C. SOMIGLIANA.

1. Lo studio delle soluzioni fondamentali di alcune classi di equazioni alle derivate parziali fu già oggetto di molti studi da parte dei sigg. Somigliana (1), Fredholm (2), Hilbert (3), Picard (4), Hadamard (5), E. Levi (6). In tali ricerche si usarono i metodi più svariati; in questa Nota io voglio dimostrare che per talune classi di equazioni totalmente ellittiche (a caratteristiche non reali) di ordine qualsiasi il classico metodo delle approssimazioni successive può bastare allo scopo. I risultati che otterremo, mentre sono meno completi di quelli già noti per le equazioni lineari, sono d'altra parte più generali, in quanto che sono applicabili anche a talune classi di equazioni non lineari. I risultati seguenti bastano però per le più importanti applicazioni di dette soluzioni fondamentali alle equazioni lineari: p. es. alla dimostrazione del teorema di esistenza per mezzo del principio di minimo (7), e del teorema che gli integrali di un'equazione totalmente ellittica a coefficienti analitici sono analitici: per il che basta (8) saper estendere in campi arbitrariamente piccoli la formola di Green.

Io non tratterò per brevità il caso generale; e mi limiterò all'esame di un caso particolare, indicando nel punto fondamentale come si completi il metodo per le equazioni generali.

2. Sia data l'equazione ellittica

$$(1) \quad \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\beta \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \gamma \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} + cu + d,$$

dove $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c, d$ sono funzioni analitiche (9) delle x, y in un certo

(1) *Sui sistemi simmetrici*, ecc. Annali di Matematica, serie 2^a, tomo 22, 1894.

(2) *Sur les équations de l'équilibre* etc. Acta Mathematica, tomo 23, 1900.

(3) Cfr. la *Dissert.* (Göttingen, 1901) di Hedrick, *Ueber den analytischen u. s. w.*

(4) Il metodo di Picard fu esteso da Holmgren, p. es. nei *Mathematische Ann.*, tomo 58, *Ueber die Existenz*. u. s. w.

(5) *Recherches sur les solutions fondamentales*, etc. Ann. de l'École Norm. Supérieure, sér. 3, t. 21 e 22.

(6) *Sulle equazioni lineari*, ecc. Rend. del Circ. Matem. di Palermo, tomo 24, 1907.

(7) G. Fubini, *Il principio di minimo e i problemi*, ecc. Rend. del Circ. Matem. di Palermo, tomo 23, 1907.

(8) Levi, loc. cit.

(9) Basterebbe che $\alpha, \beta, \gamma, a, b, c, d$ soddisfacessero a quelle condizioni di conti-

campo Γ . Noi non supporremo (come si potrebbe nel caso attuale) $\alpha - 1 = \beta - 1 = \gamma = 0$; e ciò, perchè tale ipotesi toglierebbe al nostro metodo ogni possibilità di applicazione a equazioni lineari di ordine superiore, o dipendenti da più che due variabili indipendenti. Sia O un punto (che per semplicità supporremo essere l'origine) interno al campo Γ . Si dice che $u(x, y)$ è una soluzione fondamentale della (1) relativa al punto O , se la u esiste in un intorno C di O , soddisfa ivi alla (1), è in ogni punto distinto da O finita e continua insieme colle sue derivate prime e seconde, ha nel punto O derivate prime infinite del primo ordine, ed è nel punto O infinita di ordine inferiore al primo: si assume $\frac{1}{r(x, y)} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ e $r(x, y)$ come infinito e come infinitesimo principale.

Indichiamo con $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ i valori di α, β, γ in O , e poniamo

$$\begin{aligned} \alpha_0 - \alpha &= p, \quad \beta_0 - \beta = q, \quad \gamma_0 - \gamma = r, \\ (2) \quad \alpha_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2\beta_0 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \gamma_0 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= \mathcal{A}(u) \\ (2), \quad p \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2q \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + r \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + a \frac{\partial u}{\partial x} + b \frac{\partial u}{\partial y} + cu + d &= \\ &= F[u(x, y); x, y]. \end{aligned}$$

La (1) si potrà scrivere

$$(3) \quad \mathcal{A}u = F[u(x, y); x, y].$$

E, si ricordi, $\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ sono costanti, p, q, r sono nulle in O . Se fosse identicamente $F = 0$, la nostra soluzione fondamentale sarebbe la

$$u_0 = \log \sqrt{\gamma_0 x^2 + \alpha_0 y^2 - 2\beta_0 xy};$$

noi, per maggior comodità di calcolo, supporremo $\alpha_0 = \gamma_0 = 1; \beta_0 = 0$: ciò che nulla toglie alla generalità del metodo seguente. E integreremo la (2) con approssimazioni successive, assumendo $u_0 = \log r(x, y)$ come prima approssimazione di u . Porremo $\varrho = \varrho(x, y; \xi, \eta)$ uguale alla distanza dei punti (x, y) e (ξ, η) ⁽¹⁾. Le equazioni, che dovremo successivamente

nuità e derivabilità (ben note dalla teoria del potenziale) che rendono legittimi i calcoli seguenti. L'analicità è invece necessaria, se si vogliono considerare anche i valori complessi delle x, y (cfr. Levi, loc. cit.).

⁽¹⁾ Nel caso di equazioni lineari di ordine superiore si può scrivere ancora l'equazione sotto una forma analoga alla (3). Il primo membro $\mathcal{A}(u)$ sarà un polinomio lineare omogeneo nelle derivate di ordine massimo, e a coefficienti costanti. Nel secondo membro i coefficienti di queste derivate saranno nulli in O . La dimostrazione continua poi affatto identica, con questa sola avvertenza che l'ufficio qui tenuto dalle r, ϱ è nel caso generale tenuto dalle soluzioni fondamentali del Somigliana (cfr. loc. cit.).

integrare per applicare il metodo delle approssimazioni successive, sono le seguenti:

$$(4) \quad \Delta(u_i) = F[u_{i-1}(x, y); x, y] \text{ per } i = 1, 2, 3, \dots,$$

donde si deduce

$$(5) \quad u_i(x, y) = h \int_C F[u_{i-1}(\xi, \eta); \xi, \eta] \log \varrho \, d\xi \, d\eta + v_i(x, y),$$

dove h è una costante numerica, (ξ, η) e (x, y) sono punti variabili in un campo C tutto interno a Γ e contenente O al suo interno, v_i è una funzione esistente in C e soddisfacente alla $\Delta v_i = 0$. Le funzioni u_i , così definite, esistono in C e vi soddisfano alle (4). Noi dovremo scegliere le v_i , in guisa che le u_i abbiano in O la singolarità richiesta per una soluzione fondamentale. Ora, come risulterà evidente da quanto segue, l'integrale del secondo membro della (5) è finito in O , mentre le sue derivate vi diventano infinite di ordine inferiore al primo.

Il modo più semplice di scegliere le v_i è quindi quello di porre $v_i = \log r(x, y)$. Con questa scelta la u_i è completamente determinata; e ci resterà solo da studiare il $\lim_{i \rightarrow \infty} u_i$, ossia la serie

$$(6) \quad u = u_0 + w_1 + w_2 + \dots,$$

dove si è posto

$$(7) \quad w_i = u_i - u_{i-1}.$$

3. Dalle (5), (7) e dalla $v_i = \log r$ si deduce:

$$(8) \quad \begin{cases} w_i = h \int_C F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta] \log \varrho \, d\xi \, d\eta \\ w_i = h \int_C F[w_{i-1}(\xi, \eta); \xi, \eta] \log \varrho \, d\xi \, d\eta \text{ per } i > 1. \end{cases}$$

Ne segue facilmente:

1°) Le w_i sono finite e continue in tutto C .

2°) Le derivate prime delle w_i per $i > 1$ sono finite e continue in tutto C ; le derivate prime della w_1 hanno in O al massimo una singolarità logaritmica.

3°) Le derivate seconde delle w_i per $i > 2$ sono finite e continue in tutto C ; le derivate seconde di w_1 e w_2 hanno rispettivamente in O al massimo un infinito del primo ordine, e un infinito logaritmico.

Dimostreremo queste proprietà p. es. per la w_1 ; le w_2, w_3, \dots si studiano in modo analogo. Spezziamo il campo C in tre campi C', C'', C''' , di cui i primi due siano p. es. cerchî uguali aventi il centro rispettivamente

in O , e in (x, y) , e il raggio dei quali è infinitesimo del primo ordine [rispetto a $r(x, y)$]. Dalla prima delle (8) si avrà:

$$(8)_1 \quad w_1 = h \int_{C'+C''+C'''} F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta] \log \varrho \, d\xi \, d\eta$$

$$(8)_2 \quad \frac{\partial w_1}{\partial x} = h \int_{C'+C''+C'''} F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta] \frac{\partial \log \varrho}{\partial x} \, d\xi \, d\eta$$

$$(8)_3 \quad \begin{aligned} \frac{\partial^2 w_1}{\partial x^2} &= h F[\log r(x, y); x, y] \frac{\partial}{\partial x} \int_{C''} \frac{\partial \log \varrho}{\partial x} \, d\xi \, d\eta \\ &+ h \int_{C''} \{ F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta] - F[\log r(x, y); x, y] \} \frac{\partial^2 \log \varrho}{\partial x^2} \, d\xi \, d\eta \\ &+ h \int_{C'+C'''} F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta] \frac{\partial^2 \log \varrho}{\partial x^2} \, d\xi \, d\eta. \end{aligned}$$

Poichè in C' è $r(\xi, \eta) < \varrho(x, y; \xi, \eta)$, e in C'' $r(\xi, \eta)$ è infinitesimo dello stesso ordine di $r(x, y)$, si trova che l'integrando del secondo membro di (8)₁ è in C' , C'' , C''' minore di valore assoluto rispettivamente di ('):

$$M \left| \frac{1}{r(\xi)} \log r(\xi) \right| ; M \left| \frac{1}{r(x, y)} \log \varrho \right| ; M \left| \frac{1}{r(\xi)} \log r(\xi) \right| + M \left| \frac{1}{\varrho} \log \varrho \right| ,$$

dove M è una costante positiva abbastanza grande. Scomponendo il secondo membro di (8)₁ in tre integrali estesi rispettivamente a C' , C'' , C''' , tenendo conto delle precedenti disuguaglianze, integrando con coordinate polari aventi per centro il punto O , o il punto (x, y) , si riconosce facilmente che w_1 è finito in O . In modo simile si riconosce dalla (8) che $\frac{\partial w_1}{\partial x}$ ha in O al massimo un infinito logaritmico. Quanto alla (8)₃, l'integrale che figura nel primo termine del secondo membro è troppo noto, perchè ce ne dobbiamo occupare; l'integrale del terzo termine si studia in modo analogo al precedente. Ci basterà dunque occuparci dell'integrale, che costituisce il secondo termine del secondo membro di (8)₃. L'integrando è il prodotto di due fattori. Il primo di essi è la differenza

$$F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta] - F[\log r(x, y); x, y],$$

che per il teorema della media si può considerare come il prodotto di ϱ per una quantità, che diventa nel punto O infinita al massimo del secondo ordine; questo fattore è dunque in valore assoluto minore di $\varrho \frac{M}{r^2(x, y)}$,

(') Si ricordi che $F[\log r(\xi, \eta); \xi, \eta]$ ha in O al massimo un infinito del primo ordine.

se M è una costante positiva abbastanza grande. Osservando poi che $\frac{\partial^2 \log r}{\partial x^2}$ ha per $(x, y) = (\xi, \eta)$ un infinito del secondo ordine, se si assume $\frac{1}{\varrho}$ come infinito principale, si trova che il secondo termine del secondo membro di (8), è in valore assoluto minore di $\frac{N}{r^2(x, y)} \int_{C''} \frac{1}{\varrho} d\xi d\eta$, se N è una costante abbastanza grande. Integrando con coordinate polari aventi l'origine in O , e ricordando che la massima corda di C'' è, per ipotesi, infinitesima del primo ordine rispetto a $r(x, y)$, si trova che il termine considerato ha pure per $(x, y) = O$ al massimo un infinito del primo ordine. c. d. d.

Resta così dimostrato che la $u(x, y)$ definita da (6) soddisfa *formalmente* alle condizioni volute di essere un integrale di (1), e di avere nel punto O la singolarità richiesta per una soluzione fondamentale.

4. Resta quindi solo da dimostrare la convergenza uniforme della (6), e delle serie che se ne deducono derivando una o due volte termine a termine. A tal fine ricordiamo che, se noi prendiamo dai primi tre termini di (6), tutti gli altri sono finiti e continui in tutto (C) , insieme colle loro derivate prime e seconde. Se μ_i è il massimo valore assoluto di $F[w_i(x, y); x, y]$ in C , si deduce con metodo oramai classico ⁽¹⁾, che:

$$\begin{aligned} |w_{i+1}| < K\mu_i; \quad \left| \frac{\partial w_{i+1}}{\partial x} \right| < K\mu_i; \quad \left| \frac{\partial w_{i+1}}{\partial y} \right| < K\mu_i \\ \left| \frac{\partial^2 w_{i+1}}{\partial x^2} \right| < l\mu_i; \quad \left| \frac{\partial^2 w_{i+1}}{\partial x \partial y} \right| < l\mu_i; \quad \left| \frac{\partial^2 w_{i+1}}{\partial y^2} \right| < l\mu_i, \end{aligned}$$

dove l è una costante numerica, K è una costante che si può rendere piccola a piacere, impicciolendo sufficientemente il campo C . Osservando che p, q, r sono infinitesime in O , se ne deduce

$$|F(w_{i+1})| < H\mu_i, \quad \text{e quindi} \quad |\mu_{i+1}| < \mu_i H,$$

dove H è una costante, che si può rendere piccola a piacere, impicciolendo abbastanza il campo C . Queste disuguaglianze dimostrano la convergenza assoluta e uniforme della serie (6), e delle serie che se ne deducono derivando una o due volte termine a termine.

Tanto basta a dimostrare l'esistenza della soluzione fondamentale $u(x, y)$ cercata.

⁽¹⁾ Cfr. p. es. Picard, *Sur les méthodes des approximations* etc. Journal di Liouville, 1890.

Matematica. — *Sulla caratteristica del determinante di una forma di Hermite.* Nota di O. NICOLETTI, presentata dal Socio U. DINI.

1. Siano

$$(1) \quad A(x, \bar{x}) = \sum a_{ik} x_i \bar{x}_k, \quad B(x, \bar{x}) = \sum b_{ik} x_i \bar{x}_k, \\ (\bar{a}_{ik} = a_{ki}, \bar{b}_{ik} = b_{ki}, \quad i, k = 1, 2, \dots, n)$$

due forme di Hermite in $2n$ variabili complesse coniugate x_1, x_2, \dots, x_n ; $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ e poniamo

$$(2) \quad |A\omega_1 + B\omega_2| = |a_{ik}\omega_1 + b_{ik}\omega_2| = (AB)_n \omega_1^n + \\ (AB)_{n-1} \omega_1^{n-1} \omega_2 + \dots + (AB)_0 \omega_2^n, \quad (i, k = 1, 2, \dots, n);$$

indichiamo cioè con $(AB)_r$ ($r = n, n-1, \dots, 0$) gli invarianti simultanei del fascio di forme $A\omega_1 + B\omega_2$. Supporremo che il determinante (2) non sia identicamente nullo.

Supponiamo anche che la forma $B(x, \bar{x})$ non sia indefinita. È noto allora il teorema:

I divisori elementari del determinante (2), diversi da una potenza di ω_1 , sono reali e lineari ⁽¹⁾.

In altre parole, l'equazione in ω (non identica):

$$(2)' \quad (AB)_0 \omega^n + (AB)_1 \omega^{n-1} + \dots + (AB)_n = 0$$

ha tutte le sue radici reali, ed una radice ω_0 di essa equazione, multipla di ordine k , rende il determinante (2), nel quale si ponga $\omega_1 = 1, \omega_2 = \omega_0$, di caratteristica $n - k$.

Ricordiamo ancora (come immediato corollario della regola di Cartesio) che in una equazione algebrica con tutte radici reali non possono mancare due o più termini consecutivi, compresi fra termini diversi da zero ⁽²⁾.

Se, oltre la forma B , anche la $A(x, \bar{x})$ si suppone non indefinita, le radici dell'equazione (2)', che non sono nulle, hanno tutte lo stesso segno; quindi, ancora per la regola di Cartesio, nell'equazione stessa non può mancare alcun termine, compreso tra due diversi da zero.

2. Dalle considerazioni precedenti si traggono conclusioni notevoli.

⁽¹⁾ Cfr. Muth, *Theorie und Anwendung der Elementartheiler* (Teubner, Lipsia, 1899, pp. 179, 180) ed anche: Nicoletti, *Su una classe di equazioni a radici reali* (Annali di Matematica, ser. 3^a, tomo IX, pp. 106-110, Milano, 1903).

⁽²⁾ Cfr. Netto, *Vorlesungen über Algebra* (Teubner, Lipsia, 1896, vol. 1^o, pag. 221).

Supponiamo che la forma $B(x, \bar{x})$ non sia indefinita; si ha il teorema:

Condizione necessaria e sufficiente perchè il determinante $A = |a_{ik}|$, ($i, k = 1, 2, \dots, n$) abbia la caratteristica r (con $0 \leq r \leq n$) è che si abbia:

$$(3)_r \quad (AB)_{r+2} = (AB)_{r+1} = 0, (AB)_r \neq 0 \quad (1).$$

Il teorema è evidente per $r = n, r = n - 1$; per $r < n - 1$, ricordando che la equazione (2)' ha tutte le radici reali, dalle (3)_r si trae (poichè $(AB)_r \neq 0$):

$$(AB)_{r+3} = (AB)_{r+4} = \dots = (AB)_n = 0$$

e quindi l'equazione (2)' ha la radice zero multipla dell'ordine $n - r$ (e non maggiore, poichè $(AB)_r \neq 0$); perciò il determinante (2), nel quale si sia fatto $\omega_1 = 1, \omega_2 = 0$, cioè il determinante della forma A , ha la caratteristica r , il che dimostra il teorema.

In guisa del tutto analoga si ha:

Se anche la forma $A(x, \bar{x})$ non è indefinita, condizione necessaria e sufficiente perchè il determinante A abbia la caratteristica r (con $0 \leq r \leq n$) è che si abbia:

$$(3)'_r \quad (AB)_{r+1} = 0, (AB)_r \neq 0.$$

In questo caso dunque la condizione $(AB)_{r+2} = 0$ è contenuta nelle altre due (2).

3. Poniamo in particolare

$$B(x, \bar{x}) = \sum_1^m x_i \bar{x}_i, \quad (m \leq n)$$

e distinguiamo due casi:

a) Sia $m = n$. È $(AB)_0 = 1$ ed $(AB)_r$ è la somma dei minori principali di ordine r del determinante A . Abbiamo dunque:

Condizione necessaria e sufficiente perchè il determinante A di una forma di Hermite abbia la caratteristica r è che sian nulle le somme dei minori principali di ordine

(1) Poniamo, come è naturale, $(AB)_{n+1} = (AB)_{n+2} = 0$.

(2) Questo in particolare accade quando si abbia

$$A(x, \bar{x}) = \sum_1^p \Omega_\alpha(x) \cdot \bar{\Omega}_\alpha(\bar{x}),$$

essendo le $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_p$ p forme lineari nelle x_1, x_2, \dots, x_n . In questo caso il determinante A si ottiene moltiplicando (per righe) la matrice delle forme $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_p$ per quella delle forme coniugate: se in particolare le forme stesse sono reali, il determinante A è il quadrato per righe della matrice delle forme $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_p$.

$r+1$ ed $r+2$ del determinante stesso e non quella dei minori principali di ordine r .

Se la forma A di Hermite non è indefinita, è necessario e sufficiente sia nulla la somma dei minori principali di ordine $r+1$ e non quella dei minori di ordine r .

Ne segue evidentemente:

Se un determinante A di Hermite ha la caratteristica r , vi è in esso qualche minore principale di ordine r diverso da zero.

b) Sia $m < n$. Perchè il determinante (2) non sia identicamente nullo, la matrice delle ultime $n-m$ righe (o colonne) del determinante A deve avere la caratteristica $n-m$; $(AB)_r$ è poi (per $r \geq n-m$) uguale alla somma dei minori principali di ordine r del determinante A , i quali contengono il minore di ordine $n-m$ delle ultime $n-m$ righe e colonne.

Supponiamo in particolare che questo minore sia diverso da zero; è allora anche soddisfatta la condizione che la matrice delle ultime $n-m$ righe (colonne) di A abbia la caratteristica $n-m$ ed è insieme $(AB)_{n-m} \neq 0$. Abbiamo così il teorema:

Sia A_t un minore principale diverso da zero, di ordine t , del determinante A di Hermite. Condizione necessaria e sufficiente perchè il determinante A abbia la caratteristica $r \geq t$, è che sian nulle le somme dei minori principali di ordine $r+1$ ed $r+2$ del determinante A che contengono A_t (se la forma $A(x, \bar{x})$ non è indefinita, la somma dei minori principali di ordine $r+1$ che contengono A_t) e non quella dei minori principali di ordine r , che contengono A_t .

E come sopra, ne segue:

Se un determinante A di Hermite ha la caratteristica r ed A_t è un suo minore principale di ordine t , diverso da zero, vi è in A qualche minore principale di ordine r , diverso da zero, che contiene A_t .

4. *a)* Se gli elementi a_{ih} si suppongono reali, il determinante A è simmetrico, ed il primo teorema del n. 2 è noto in parte per $r = n-2$.

b) Gli elementi a_{ih} siano immaginarî puri, e quindi sia $a_{ih} = -a_{hi}$; dividendone tutti gli elementi per i , il determinante A si riduce ad un determinante emisimmetrico reale. In questo caso tutte le $(AB)_r$ con $r \equiv 1 \pmod{2}$ sono identicamente nulle; deve dunque nella (3) _{r} aversi $r \equiv 0 \pmod{2}$, ed essendo allora identicamente $(AB)_{r+1} = 0$, le (3) _{r} si riducono alle due condizioni:

$$(AB)_{r+2} = 0, \quad (AB)_r \neq 0, \quad (r \equiv 0 \pmod{2}).$$

Ne seguono, in particolare, i teoremi:

Qualunque determinante emisimmetrico, ad elementi reali, ha caratteristica pari.

Perchè un determinante A emisimmetrico, reale, abbia la caratteristica $2s$, è necessario e sufficiente che sia nulla la somma dei suoi minori principali di ordine $2s+2$, ma non quella dei minori principali di ordine $2s$.

Se un determinante emisimmetrico, reale, ha la caratteristica $2s$, vi è in esso qualche minore principale di ordine $2s$ diverso da zero.

Sia A_{2k} un minore principale, di ordine $2k$, diverso da zero, del determinante emisimmetrico reale A; perchè questo abbia la caratteristica $2s$ (con $s \geq k$) è necessario e sufficiente che sia nulla la somma dei suoi minori principali di ordine $2s+2$ che contengono il minore A_{2k} , non lo sia la somma analoga dei minori principali di ordine $2s$.

5. Facciamo ancora una osservazione. Il teorema generale, dimostrato al n. 2, dà come condizioni necessarie e sufficienti perchè il determinante A di Hermite abbia la caratteristica r , le due eguaglianze $(AB)_{r+1} = (AB)_{r+2} = 0$ e la disuguaglianza $(AB)_r \neq 0$.

È facile vedere che *queste condizioni sono indipendenti*. Osserviamo perciò innanzi tutto che l'essere $(AB)_r \neq 0$, porta che il determinante della forma $B(x, \bar{x})$, non indefinita per ipotesi, ha una caratteristica non minore di $n-r$ e quindi non può aversi identicamente (cioè qualunque siano le $a_{ki} = \bar{a}_{ki}$) $(AB)_s = 0$ con $s > r$. Osserviamo inoltre che qualunque equazione $G(\omega) = 0$ di grado $m \leq n$, a radici tutte reali, può sempre riguardarsi come ottenuta eguagliando a zero il determinante del fascio di due forme di Hermite in $2n$ variabili, la seconda delle quali non sia indefinita. Se è infatti

$$G(\omega) = (\omega - \omega_1)(\omega - \omega_2) \dots (\omega - \omega_m)$$

basta porre per questo:

$$A(x, \bar{x}) = \sum_1^m \omega_i x_i \bar{x}_i + \sum_{m+1}^n x_k \bar{x}_k \quad ; \quad B(x, \bar{x}) = \sum_1^m x_i \bar{x}_i.$$

Orà è possibile, in infiniti modi, costruire una equazione, con radici tutte reali, nella quale manchi un termine di posto assegnato (purchè i due che lo comprendono abbiano coefficienti diversi da zero e di segno contrario); in particolare potremo fare in modo che si abbia $(AB)_{r+1} = 0$, con $(AB)_r \neq 0$ ed insieme $(AB)_{r+2} \neq 0$, ed anche $(AB)_{r+1} \neq 0$ ed $(AB)_{r+2} = 0$ (ed insieme $(AB)_{r+3} \neq 0$). Ne risulta senz'altro la nostra asserzione. Questo non esclude però, come è ben naturale, che per classi *particolari* di determinanti di Hermite (come ad es., quando anche la forma A non è indefinita) queste condizioni non possano ridursi ad un numero minore.

Meccanica applicata. — *Sopra un brevetto Crocco, relativo all'attacco delle ali di un aeroplano.* Nota del dott. L. ORLANDO, presentata dal Corrisp. V. REINA.

In un articolo firmato E. R., comparso nel recente n. 7 della pregevole rivista l'*Aerophile*, che si pubblica a Parigi, è annunciata un'idea sull'attacco delle ali di un aeroplano (1). L'idea è forse buona, ma è certamente meno nuova del detto articolo che ne fa cenno, perchè essa è già sviluppata in un brevetto Crocco, acquistato il 3 marzo 1903 (R. G., vol. 45. n. 66864; R. A., vol. 169, n. 28). Coincidenze sulle medesime idee non sono rare nella scienza, nè tanto meno in un'industria giovane e fervida come l'industria aeronautica.

Per dire con chiarezza di che si tratta, riferirò prima testualmente il brevetto Crocco.

« Descrizione del trovato avente per titolo: *Attacco elastico per organi di sostegno degli aeroplani*, del sig. G. A. Crocco dimorante in Roma:

« Nei tipi di aeroplani finora proposti, gli organi di sostegno, mediante i quali l'apparecchio si mantiene librato nell'aria, e consistenti in ali semplici o multiple, variamente conformate, si trovano sempre connessi rigidamente, per più punti, al corpo dell'apparecchio, e partecipano in uguale misura con esso alle oscillazioni cui va soggetto per cause perturbatrici durante la corsa. Queste oscillazioni danno luogo a variazioni nell'intensità della spinta ascensionale, che possono raggiungere valori molto forti, fino a compromettere anche l'equilibrio dell'apparecchio.

« La presente invenzione si propone di ovviare a tali inconvenienti, cioè di ridurre per quanto è possibile le variazioni del valore della spinta ascensionale, e di conservarne costante il senso, anche nel caso di oscillazioni molto ampie, sostituendo all'attacco rigido delle ali (semplici o multiple) un attacco elastico, opportunamente regolato, che permetta a queste di variare automaticamente, senza il sussidio di altri congegni accessori, la loro inclinazione rispetto all'asse dell'apparecchio; nel modo che verrà spiegato in seguito.

« Come si comprende facilmente, un tale sistema di attacco può essere praticamente attuato in svariati modi.

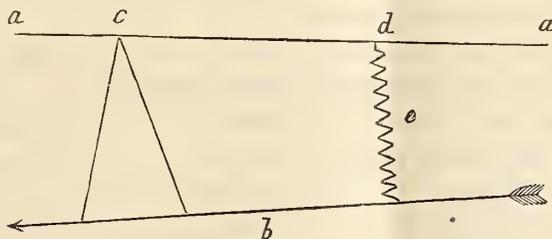
« Nel disegno qui annesso è rappresentata schematicamente, a titolo di esempio, una forma di esecuzione, secondo la quale le ali *a* sono unite al

(1) E. R., *L'équilibre des aéroplanes par la variation automatique de l'angle d'attaque*. L'*Aérophile*, XVII^e année, N. 7, 1^o aprile 1909.

corpo *b* dell'apparecchio per due punti, uno dei quali *c* è fisso, ossia rigidamente collegato con *b*, e l'altro *d* è trattenuto ad una distanza variabile da *b*, per mezzo di una molla *e*, come si vede sul disegno, o per mezzo di qualsiasi altro sistema di attacco elastico, che ne permette lo spostamento entro certi limiti stabiliti.

« La posizione dei punti *c* e *d* sulle ali sarà scelta nel modo più conveniente secondo le circostanze.

« Da questa disposizione consegue che, se per una ragione qualsiasi l'apparecchio viene durante il moto ad inclinarsi verso l'innanzi, traendo di conseguenza la diminuzione della pressione, normale alla superficie *a*, per la quale era stato calcolato il distendimento della molla *e*, questa si raccorcia, tirando verso *b* la superficie *a*, cosicchè l'ala riacquista rispetto alla direzione del suo movimento un'inclinazione maggiore, facendo crescere di conseguenza la spinta verticale.



« Se l'apparecchio viene invece ad inclinarsi verso l'indietro, aumentando per questo fatto la pressione sulle ali *a*, la molla *e* si distende, il punto *d* si allontana da *b*, e con ciò si riduce il valore della spinta verticale.

« Così anche si vede che diminuendo la velocità relativa dell'apparecchio nel mezzo ambiente, la molla *e* tende a far crescere l'angolo fra *a* e *b*, aumentando la forza ascensionale; e viceversa tende a far diminuire tale angolo, diminuendo la forza ascensionale, quando la velocità relativa nel mezzo ambiente cresce.

« In breve, quest'attacco elastico funziona da regolatore per mantenere presso a poco costante la forza ascensionale, e più regolare l'andamento dell'apparecchio, malgrado il variar del vento e le inevitabili oscillazioni dell'apparecchio.

« Si comprende che gli adattamenti dell'apparecchio alle condizioni ambientali avvengono in modo continuo o per gradi piccolissimi.

« Si comprende ancora come, entro i limiti stabiliti, sia impedito il mancare improvviso della forza ascensionale cui andrebbero soggetti gli apparecchi finora ideati, anche quando l'ampiezza del beccheggio superi l'angolo di incidenza delle ali, e come infine tale angolo d'incidenza si possa,

ove occorra, tenere minore di quello creduto finora necessario alla sicurezza dell'apparecchio.

« A titolo di esempio, è stato indicato un modo d'attacco nel quale uno dei punti di sospensione è collegato rigidamente all'apparecchio, ma l'attacco potrebbe essere elastico per entrambi i punti di sospensione; opportunamente regolata essendo la tensione delle molle.

« Rivendicazione:

« Un sistema di attacco elastico per organi di sostegno degli aeroplani, contraddistinto da ciò che i detti organi di sostegno sono uniti elasticamente al corpo dell'apparecchio, in modo da poter assumere e mantenere, automaticamente e senza il sussidio di altri congegni accessorî, un'inclinazione presso a poco costante rispetto alla direzione del movimento, dalla quale condizione dipende la quasi costanza della forza ascensionale e l'equilibrio dell'apparecchio ».

Alle parole del geniale inventore non sarà forse inopportuno far seguire alcune brevi considerazioni teoriche.

Consideriamo, per generalità, il caso di due molle, una attaccata in c e l'altra in d . Indichiamo colle rispettive notazioni T_1, l_1 la tensione e la lunghezza della molla posteriore, attaccata in d , e con T_2, l_2 la tensione e la lunghezza della molla anteriore, attaccata in c . Noi possiamo sempre scrivere le due relazioni

$$T_1 = -\mu_1 l_1 \qquad T_2 = -\mu_2 l_2.$$

Se in queste due relazioni le grandezze μ_1 e μ_2 si ritengono costanti, allora noi avremo con ciò espressa una legge che per le molle, entro opportuni limiti, è praticamente accettabile: « *ut tensio sic vis* » ⁽¹⁾.

Intanto noi possiamo osservare che vale la formula

$$dl_2 - dl_1 = (h_1 + h_2) d\alpha,$$

dove α è l'angolo di a con b , ed h_1, h_2 denotano le rispettive distanze fra il punto d'applicazione della pressione P , che agisce contro l'ala a nella sezione considerata, e gli attacchi c e d delle molle. Questa formula esprime che l'allungamento relativo elementare di l_2 rispetto ad l_1 è l'elemento d'arco, di raggio $h_1 + h_2$, corrispondente all'ampiezza angolare elementare $d\alpha$.

Si deduce subito

$$d\alpha = \frac{1}{h_1 + h_2} \left(\frac{dT_2}{\mu_2} - \frac{dT_1}{\mu_1} \right).$$

⁽¹⁾ « *tensio* » qui significa, come è chiaro, *distensione*, cioè *allungamento*; la parola « *vis* » denota la *forza di tensione* che provoca tale allungamento. Questa legge è valida per distensioni anche abbastanza ampie di molle e di fili elastici.

Ora le tre forze P , pressione totale, T_1 e T_2 , tensioni delle molle, sono quasi parallele: l'angolo α è destinato a non superare pochi gradi, l'angolo d'attrito dell'aria è molto piccolo; dunque le tre forze si possono, senza pratici errori, ritenere parallele.

Ammessi ciò, scriveremo le due formole

$$dT_1 + dT_2 = -dP$$

$$h_1 dT_1 - h_2 dT_2 = 0,$$

e ne dedurremo

$$dT_1 = -\frac{h_2}{h_1 + h_2} dP \quad dT_2 = -\frac{h_1}{h_1 + h_2} dP,$$

e poi

$$d\alpha = \left(\frac{h_1}{\mu_2} - \frac{h_2}{\mu_1} \right) \frac{dP}{(h_1 + h_2)}.$$

Posto

$$n = \left(\frac{h_2}{\mu_1} - \frac{h_1}{\mu_2} \right) \frac{1}{(h_1 + h_2)^2}$$

noi possiamo, trascurando le piccole variazioni di h_1 e di h_2 , che non fanno poi neanche variare $h_1 + h_2$, ritenere che questa grandezza n sia una costante. E allora, se integriamo $d\alpha$ da α_0 ad α , otteniamo l'importante relazione

$$(1) \quad \alpha = \alpha_0 - n(P - P_0).$$

Supponendo n positivo, cioè supponendo che la molla posteriore sia più cedevole di quella anteriore, noi otteniamo che α e P decrescono o crescono in sensi opposti.

È importante per la teoria dell'aeroplano esprimere $P - P_0$ in funzione dei seguenti parametri: v , velocità dell'aeroplano in corsa; φ , angolo che l'asse di spinta fa colla traiettoria nell'istante considerato.

Intanto, per piccoli angoli α e φ , tali che si possa trascurare una grandezza dell'ordine di $(\alpha + \varphi)^2$, vale la formula canonica

$$(2) \quad P = Kv^2(\alpha + \varphi),$$

dove P è dunque la pressione totale, e K è un coefficiente di superficie e di forma, ritenuto costante.

Fra questa formula e la (1) eliminiamo α . Risulta

$$P = Kv^2\alpha_0 - nKv^2(P - P_0) + Kv^2\varphi,$$

cioè $P(1 + nKv^2) = Kv^2\alpha_0 + nKv^2P_0 + Kv^2\varphi$. Differenziando, scriveremo $(1 + nKv^2)dP + 2nKvPd v = 2Kv\alpha_0 dv + 2nKvP_0dv + 2Kv\varphi dv + Kv^2d\varphi$. Poniamo

$$G = 1 + nKv_0^2,$$

e mettiamoci nelle condizioni di regime ($v = v_0, \varphi = 0$), osservando che φdv è, per la piccolezza di φ , trascurabile di fronte alle altre quantità. Risulta

$$(3) \quad dP = \frac{2Kv_0\alpha_0}{G} dv + \frac{Kv_0^2}{G} d\varphi,$$

la quale si può anche scrivere

$$(4) \quad dP = \frac{2P_0}{Gv_0} dv + \frac{P_0}{G\alpha_0} d\varphi,$$

tenendo conto che dalla (2), nelle condizioni di regime, si deduce $P_0 = Kv_0^2\alpha_0$.

Integrando, e ponendo $v - v_0 = u$, otteniamo

$$(5) \quad P - P_0 = \frac{2P_0}{Gv_0} u + \frac{P_0}{G\alpha_0} \varphi.$$

Quest'espressione di P in funzione di v e di φ contiene l'elemento costruttivo G . Se l'attacco delle ali fosse rigido, allora sarebbe sempre $\alpha = \alpha_0$ ed $n = 0$; la presenza di $n > 0$ rende $G > 1$, e l'attacco elastico funziona da moderatore di forza ascensionale. Per $G = 1$, siamo nel caso dell'attacco rigido; per G notevolmente maggiore, la (5) mostra che le variazioni di v e di φ sono molto meno risentite sulla forza ascensionale P . Per $G = 10$, valore praticamente realizzabile, esse sono risentite nella proporzione di 0,1.

In una Memoria, compilata in un laboratorio al quale egregi uomini imprimono il carattere delle loro chiare idee, sono indicate tutte le principali azioni che il valore di G esercita sui movimenti dell'aeroplano; alcuni di questi effetti sono utili, altri dannosi; e sarebbe difficile giudicare questo dispositivo nel suo complesso, senza riferirsi ai particolari fini ai quali potrà adoperarsi.

Matematica. — *Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche.* Nota di LEONIDA TONELLI, presentata dal Socio S. PINCHERLE.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Le tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra, e la conseguente doppia rifrazione accidentale.* Nota di O. M. CORBINO, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

1. La verifica sperimentale delle teorie dell'elasticità ha condotto finora a due difficoltà: mentre, invero, tolti pochi casi semplicissimi, le forze esterne vengono d'ordinario esercitate in modo discontinuo lungo i punti della superficie, non è poi in generale accessibile alla esperienza la prevista distribuzione delle tensioni o delle deformazioni all'interno del corpo.

La prima difficoltà è eliminata con quelle particolari deformazioni considerate dal prof. Volterra nella sua Memoria: *Sull'equilibrio dei corpi elastici a connessioni multiple*, poichè è allora possibile creare nel corpo un sistema di deformazioni o di tensioni non semplici senza l'intervento di forze esterne.

Le previste variazioni di forma furono in realtà constatate con anelli cilindrici di caoutchouc che, dopo asportazione di una parte di sostanza, venivano rincollati sulle facce del taglio. È naturale quindi l'idea di esaminare più a fondo le conseguenze della teoria, servendosi d'un corpo elastico trasparente, come la gelatina, e studiando per mezzo della birifrangenza accidentale acquistata la distribuzione delle tensioni create dalle distorsioni.

Perchè la previsione teorica degli effetti osservabili possa farsi completamente, sarà vantaggioso supporre che un anello di piccola altezza, dopo un *taglio radiale o parallelo*, e la rincollatura delle due facce del taglio, sia esaminato in luce polarizzata parallela, *propagantesi nel senso dell'asse del cilindro*. Le figure che si ottengono allora, osservando attraverso ad un nicol, o proiettando su uno schermo e attraverso un analizzatore l'immagine dell'anello, permettono un controllo molto rigoroso della teoria nella parte più interessante di questa, relativa alle tensioni esistenti nel piano xy normale all'asse del cilindro.

Nella Memoria del prof. Volterra son date già le espressioni analitiche di queste tensioni. Sarà appunto oggetto di questa Nota l'esame delle formole fondamentali, e la loro interpretazione relativamente agli effetti di birifrangenza che accompagnano le distorsioni, per poter procedere al confronto coi risultati delle esperienze eseguite su mio consiglio dal sig. Trabacchi, il quale, superando notevoli difficoltà tecniche, è riuscito a confermare anche nei più imprevedibili particolari le conseguenze della teoria.

2. Le formole del prof. Volterra, relative al taglio radiale e al taglio parallelo, danno per ogni punto x, y dell'anello le tensioni t_{11}, t_{22} parallele a due assi fissi, e la tensione di scorrimento t_{12} . Da queste si passa imme-

diatamente alle dilatazioni γ_{11}, γ_{12} nel senso degli assi e allo scorrimento γ_{12} , in virtù delle relazioni:

$$(1) \quad t_{11} = L\Theta + 2K\gamma_{11} \quad , \quad t_{22} = L\Theta + 2K\gamma_{22} \quad , \quad t_{12} = K\gamma_{12}$$

ove Θ è la dilatazione cubica; ed L e K sono le due costanti elastiche del corpo.

D'altra parte se indichiamo con γ'_{11} e γ'_{12} le dilatazioni *principali* in ciascun punto del corpo (nel senso degli assi principali della deformazione, variabili da punto a punto), la birifrangenza \mathcal{A} in quel punto è proporzionale alla differenza $\gamma'_{11} - \gamma'_{12}$, come risulta da tutte le esperienze sulla doppia rifrazione accidentale. Ora chiamando α l'angolo formato dagli assi principali di cui sopra con gli assi fissi, la direzione degli assi principali è data punto per punto, da

$$(2) \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\gamma_{12}}{\gamma_{11} - \gamma_{12}}$$

ovvero per le (1), da

$$(3) \quad \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{t_{12}}{\frac{1}{2}(t_{11} - t_{12})}$$

Per la birifrangenza \mathcal{A} avremo analogamente, indicando con A una quantità costante per una data lamina,

$$\mathcal{A} = A(\gamma'_{11} - \gamma'_{12})$$

Ma

$$(\gamma'_{11} - \gamma'_{22})^2 = (\gamma_{11} - \gamma_{22})^2 + \gamma_{12}^2$$

e quindi misurando \mathcal{A} con una conveniente unità

$$(4) \quad \mathcal{A}^2 = \frac{1}{4}(t_{11} - t_{22})^2 + t_{12}^2$$

Si ottiene con ciò questo risultato, di cui è evidente la connessione con la teoria delle coniche: in un triangolo rettangolo (fig. 1), avente per ca-

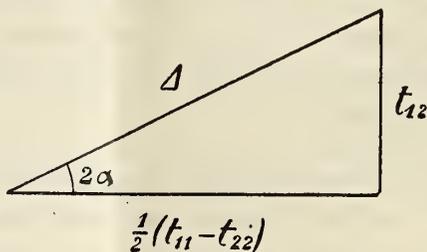


FIG. 1.

teti t_{12} , e $\frac{1}{2}(t_{11} - t_{22})$ l'angolo opposto al primo è eguale a 2α , e determina così punto per punto la direzione della birifrangenza, mentre l'ipotenusa misura l'intensità della birifrangenza medesima.

Supponiamo adesso di disporre la lamina tra due polarizzatori incrociati, e sia φ l'angolo formato dalla sezione principale del polarizzatore con

la direzione x lungo la quale fu eseguito il taglio. L'intensità I della luce emergente da ciascun punto della lamina sarà data da

$$I^2 = \text{sen}^{22}(\alpha - \varphi) \text{sen}^2(hA)$$

ove h è una costante che dipende, per una data lamina, dalla lunghezza d'onda della luce impiegata.

Si osserverà quindi un sistema di linee, assolutamente nere, passanti per tutti i punti ove

$$(5) \quad \text{sen } 2(\alpha - \varphi) A = 0$$

e quindi le equazioni delle linee nere saranno

$$(6) \quad A = 0$$

per qualunque valore di φ , e

$$(7) \quad \text{sen } 2(\alpha - \varphi) = 0$$

per qualunque valore di A .

L'ultima relazione per $\varphi = 0$ diviene, per la proprietà messa in chiaro dalla fig. 1,

$$(8) \quad t_{12} = 0$$

e per $\varphi = 45^\circ$,

$$(9) \quad t_{11} - t_{22} = 0$$

Adunque le linee nere osservate con polarizzatori incrociati, di cui l'uno diretto secondo la linea del taglio corrispondono all'equazione (8), e le altre osservate quando il taglio è a 45° dai polarizzatori corrispondono all'equazione (9).

3. *Caso del taglio radiale.* — Dalle formule del Volterra si ricava per questo caso:

$$t_{12} = a \frac{xy}{r^2} \left[1 - \frac{R_1^2 R_2^2 (\log R_1^2 - \log R_2^2) \frac{1}{r}}{R_1^2 - R_2^2} \right]$$

$$t_{11} - t_{22} = a \frac{y^2 - x^2}{r^2} \left[1 - \frac{R_1^2 R_2^2 (\log R_1^2 - \log R_2^2) \frac{1}{r}}{R_1^2 - R_2^2} \right]$$

ove a è una costante, r la distanza del punto x, y dal centro; R_1 ed R_2 il raggio esterno e l'interno dell'anello cilindrico.

La (3) ci dà, ponendo $\frac{y}{x} = \text{tg } \vartheta$,

$$(10) \quad \text{tg } 2\alpha = \text{tg } 2\vartheta$$

cioè in ogni punto il raggio vettore e la sua normale sono gli assi principali della dilatazione; e la direzione dell'asse di birifrangenza coincide con una di quelle rette.

Osservando tra polarizzatori incrociati si avrà una linea nera, per qualunque orientazione della lamina, nei punti ove

$$A = 0$$

cioè ov'è insieme

$$t_{11} - t_{22} = 0, t_{12} = 0$$

e perciò l'equazione di quella linea sarà

$$r^2 = \frac{R_1^2 R_2^2 (\log R_1^2 - \log R_2^2)}{R_1^2 - R_2^2}$$

che rappresenta una circonferenza di raggio

$$r = R_1 R_2 \sqrt{\frac{\log R_1^2 - \log R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}}$$

Inoltre si avranno delle altre linee nere corrispondenti all'equazione (7), che per la (10) diviene:

$$\vartheta = \varphi + m \frac{\pi}{2}.$$

ove m è un numero intero qualsiasi.

Si avrà quindi un cerchio ed una croce, con le braccia parallele alle sezioni principali dei polarizzatori; orientando comunque la lamina nel suo piano il cerchio persisterà, e la croce conserverà le sue braccia permanentemente orientate secondo le sezioni principali dei polarizzatori incrociati.

Si noti infine che la circonferenza lungo la quale la lamina resta priva di birifrangenza ($A = 0$) non coincide con la *fibra neutra* del Volterra, com'era del resto prevedibile, poichè quest'ultima è definita da condizioni diverse.

4. *Caso del taglio parallelo.* — Dalle formole del Volterra relative a questo caso, trasformandole in coordinate polari, e denotando con a, b, c, d, e , i coefficienti indipendenti dalle coordinate del punto che successivamente s'incontrano nella formola che dà t_{12} , si ottiene con dei calcoli facili:

$$t_{12} = \frac{a}{r} \sin \vartheta \left\{ b - 1 + 2c(4 \cos^2 \vartheta - 1) \left(1 - \frac{2d}{r^2} \right) + er^2 \right\}$$

$$t_{11} - t_{22} = \frac{a}{r} \cos \vartheta \left\{ b - 1 - 2c(4 \sin^2 \vartheta - 1) \left(1 - \frac{2d}{r^2} \right) + er^2 \right\}$$

nelle quali a contiene l'ampiezza del taglio; a, b, c , le costanti elastiche del corpo; d i raggi R_1 e R_2 dell'anello, e le costanti elastiche e i raggi.

Nel caso della gelatina si può porre il coefficiente di Poisson eguale a $\frac{1}{2}$; e allora quei coefficienti divengono

$$b = 0, c = \frac{1}{2}, d = \frac{R_1^2 R_2^2}{R_1^2 + R_2^2}, e = \frac{2}{R_1^2 + R_2^2}.$$

Esaminando la lamina tra polarizzatori incrociati, essendo la direzione del taglio parallela o normale al piano di polarizzazione, si osserveranno delle linee corrispondenti all'equazione

$$t_{12} = 0$$

la quale dà due linee: una corrispondente a

$$\text{sen } \vartheta = 0$$

che rappresenta la direzione del taglio; l'altra all'equazione in r e ϑ :

$$r^4 + 2q_1^2 \cos 2\vartheta r^2 - (1 + 2 \cos 2\vartheta) q^4 = 0$$

ove si è posto

$$q_1^2 = \frac{R_1^2 + R_2^2}{2}, q^2 = R_1 R_2.$$

Denotiamo con ε il rapporto tra il raggio esterno $R_1 = R$ e l'interno R_2 ; e risolviamo la precedente equazione rispetto a r^2 . Si otterrà:

$$(11) \quad r^2 = \frac{1 + \varepsilon^2}{2\varepsilon^2} R^2 \left[\sqrt{\cos^2 2\vartheta + (1 + 2 \cos 2\vartheta) \frac{4\varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2)^2} - \cos 2\vartheta} \right].$$

Si riconosce subito che la curva che rappresenta r in funzione di ϑ è simmetrica rispetto agli assi. Essa è stata costruita per punti, nella fig. 2, ammettendo che sia $\varepsilon = 2, 5$, condizione prossima a quella realizzata nelle esperienze. Per $\vartheta = 90^\circ$ si ha, *qualunque sia* ε ,

$$r = R$$

e la curva risulta in quel punto tangente al cerchio esterno.

Una seconda soluzione, corrispondente al valore negativo del radicale, dà valori di r in generale minori del raggio interno dell'involucro, e che perciò non hanno alcun significato per noi; ma per $\vartheta = 90^\circ$ vi corrisponde un valore $r = R_1$, cosicchè anche i punti M, N soddisfano alla condizione $t_{12} = 0$.

Orientando il taglio della lamina a 45° dai polarizzatori, le linee nere corrispondono all'equazione

$$t_{11} - t_{22} = 0$$

che definisce una retta

$$\cos \vartheta = 0$$

normale alla linea del taglio, e una curva che ha per equazione

$$r^4 - 2q_1^2(1 - \cos 2\vartheta) r^2 + (1 - 2 \cos 2\vartheta) q^4 = 0.$$

Questa risolta rispetto a r^2 dà:

$$(12) \quad r^2 = \frac{1 + \varepsilon^2}{2\varepsilon^2} R^2 \left[\sqrt{(1 - \cos 2\vartheta)^2 + (-1 + 2 \cos 2\vartheta) \frac{4\varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2)^2} + 1 - \cos 2\vartheta} \right]$$

È notevole che questa relazione si ottiene dalla precedente (11) sostituendo $\cos 2\vartheta - 1$ al posto di $\cos 2\vartheta$. Lo stesso può dirsi per $\frac{t_{12}}{\text{sen } \vartheta}$ e $\frac{t_{11} - t_{22}}{\cos \vartheta}$.

Questo permette di stabilire una corrispondenza grafica semplicissima tra gli angoli per i quali le due curve possiedono il medesimo raggio vettore. Al valore $\vartheta = AB$ (fig. 3) corrisponda un certo valore ρ del raggio vettore nella curva (11). Preso $BC = AB$, e condotta CD normalmente a OA , l'arco OC' , nel cerchio di centro O' , è il doppio dell'arco ϑ' cui cor-

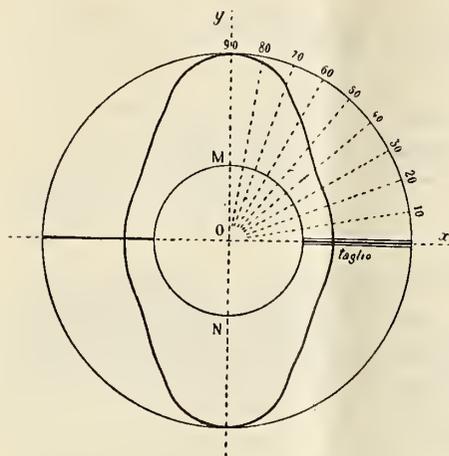


FIG. 2.

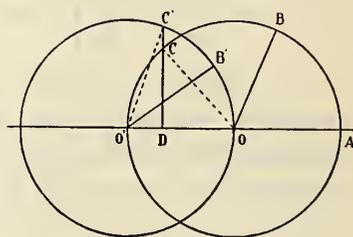


FIG. 3.

risponde nella curva (12) il medesimo valore ρ del raggio vettore. Naturalmente la legge di corrispondenza permette il passaggio inverso.

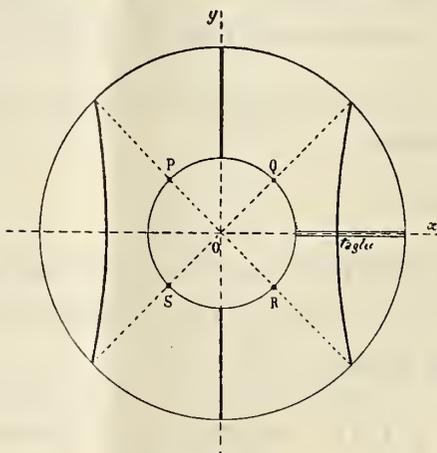


FIG. 4.

Se ne deduce che la curva (12) s'inizia, per $\vartheta = 0$, con un valore del raggio vettore eguale a quello della curva (11) per $\vartheta = 45$, e che aumentando ϑ , il raggio stesso aumenta fino a divenire R (raggio del cerchio esterno) per $\vartheta = 45^\circ$. Al di là di 45° la curva non si svolge più; e poichè essa dev'essere simmetrica rispetto ai due assi, sarà compresa a destra e a sinistra tra due rette formanti con l'asse x gli angoli $+45$ e -45 (fig. 4).

Per $\vartheta = 45$ si hanno ancora qui le soluzioni singolari $r = R_1$ corrispondenti ai punti PQRS della figura, analoghi ai punti M, N della fig. 2.

Le due curve (10) e (11) e gli assi x e y dividono la lamina in sei regioni; passando dall'una alla contigua s'inverte il segno di t_{12} o $t_{11} - t_{22}$. Se ne può arguire la distribuzione generale della direzione e dell'intensità della birifrangenza.

I due sistemi di linee, insieme considerati, danno nella loro parte comune i punti ove è contemporaneamente

$$t_{11} - t_{22} = 0 \quad , \quad t_{12} = 0$$

cioè:

$$A = 0.$$

Or le due curve (11), (12) non hanno alcun punto comune, com'è facile riconoscere, poichè è sempre $\varepsilon > 1$. Adunque la lamina non possiede alcuna linea neutra, o sprovvista di birifrangenza, ma solo sei punti neutri; e precisamente i punti d'incontro della curva (11) con l'asse x del taglio.

È questo un risultato veramente notevole.

Le quattro regioni in cui, secondo la figura del Volterra, si divide l'anello, e dentro le quali la sostanza è alternativamente compressa e dilatata, si comportano ben diversamente nei riguardi della birifrangenza; nè c'è da sorprendersi di questa apparente contraddizione, poichè il Volterra si occupa della complessiva dilatazione cubica nelle quattro regioni, mentre la birifrangenza dipende dalla differenza delle dilatazioni principali nel piano xy .

Un calcolo analogo bisognerebbe eseguire, introducendo oltre alle t , finora considerate, anche la t_{33} nel senso z , per interpretare correttamente le esperienze del Rolla, in cui si osservava attraverso tubi affondati nel cilindro di gelatina e paralleli al piano xy la doppia rifrazione rispetto alla luce che si propaga a 45° dal taglio e normalmente all'asse z .

La direzione della birifrangenza in ciascun punto è data per la (3), da

$$tg\ 2\alpha = \frac{1}{2} tg\vartheta \frac{r^2 + 2\varrho_1^2(\cos^2\vartheta - 1)r^2 - (4\cos^2\vartheta - 1)\varrho^4}{r^4 - 4\varrho_1^2\sin^2\vartheta r^2 + (4\sin^2\vartheta - 1)\varrho^4}.$$

Questa equazione, per ciascun valore di $tg\ 2\alpha$, definisce in r, ϑ una curva, che potrebbe chiamarsi una isogonica, e che riunisce tutti i punti ove la direzione di birifrangenza è ugualmente inclinata rispetto alla linea del taglio. Così le (10) e (11) rappresentano la isogoniche per $\alpha = 0$, e per $\alpha = 45^\circ$. Sperimentalmente, se i polarizzatori fanno l'angolo φ col taglio, le linee nere ottenute saranno le isogoniche relative all'angolo $\alpha = \varphi$.

Per $\vartheta = 90^\circ$ la precedente relazione dà il risultato già riferito, che cioè lungo la retta normale alla linea del taglio la lamina è birifrangente, con l'asse diretto a 45° dalla linea medesima.

La (4), per $A = \text{costante}$, definisce un sistema di linee lungo le quali la birifrangenza ha lo stesso valore. Ma la discussione di questa complicata equazione non è agevole.

Tutto quanto precede presuppone che siano realizzate le condizioni in cui son valide le formole del Volterra, da cui abbiamo preso le mosse; che perciò il taglio sia molto piccolo, e che le basi siano tenute piane e alla distanza di prima. È chiaro però che osservando la luce nel senso dell'asse z , come abbiamo ammesso, le forze che devono essere applicate sulle basi per tenerle piane, e alla distanza normale, non avranno grande influenza sugli effetti osservati, specialmente se l'anello si riduce, nel senso z , a una fetta di piccola altezza.

E in verità l'esperienza ha confermato tutti i particolari sopra previsti, senza che occorresse tenere l'anello tra due laminette di vetro, che ne rendessero assolutamente piane le basi e alla distanza primitiva.

Fisica. — I fenomeni di doppia rifrazione accidentale prodotti dalle tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra (1). Nota di G. C. TRABACCHI, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Per osservare i fenomeni di doppia rifrazione accidentale prodotti in un anello trasparente dalle distorsioni del Volterra, seguendo la via tracciata dalle notevoli deduzioni del Corbino, serve bene la gelatina, ma è necessario avere delle cure speciali nella preparazione dell'anello e nel modo di sperimentare. Due sono i requisiti a cui deve rispondere il mezzo adoperato: avere le proprietà elastiche ammesse dalla teoria ed una sufficiente trasparenza.

Ripetute esperienze mi hanno condotto ad operare nel modo seguente:

Prendo della gelatina in foglietti della migliore qualità e la immergo in acqua fredda contenente tracce di acido fenico: qui la gelatina si gonfia; dopo circa 10 minuti getto via tutto il liquido rimasto e metto la gelatina che si è rammollita in un recipiente di vetro tenuto a circa 60°, in un bagno d'acqua. Qui la gelatina si scioglie, e quando ciò è avvenuto, la filtro attraverso parecchi strati di garza in un imbuto riscaldato a vapore. Si ha così una gelatina che si rapprende rapidamente e soddisfa sufficientemente alle proprietà richieste: la sua trasparenza permette di leggere comodamente uno stampato bene illuminato anche attraverso uno spessore di cm. 5. Si noti che la presenza di un antisettico, come l'acido fenico, è necessaria, perchè i

(1) Lavoro eseguito nel R. Istituto Fisico di Roma.

processi di putrefazione, che si iniziano rapidamente nella gelatina, e che ne mutano completamente le proprietà, sono tra le cause principali degli insuccessi che si possono incontrare in queste esperienze.

Ottenuta la gelatina, preparo delle lastre di vetro ben pulite e degli anelli di gomma di quelli che si trovano in commercio ad uso di guarnizioni per le condotte d'acqua e di gaz, avendo cura di scegliere quelli che hanno il foro interno perfettamente circolare e cilindrico. Posta su di una

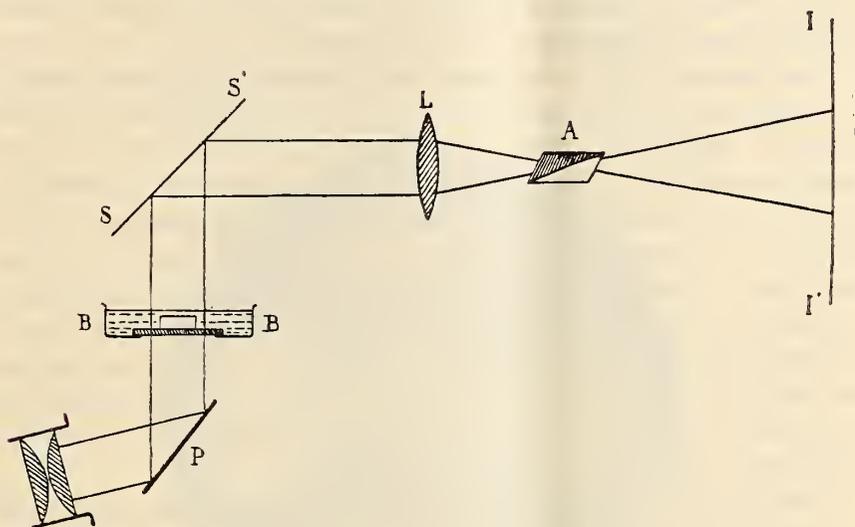


FIG. 1.

lastrina una di queste guarnizioni, il cui diametro interno è di cm. 5 e lo spessore di cm. 0,9, verso la gelatina liquida, curando di evitare la formazione di bolle d'aria fino a che abbia formato un lieve menisco al di sopra della gomma: qui, con una lastra di vetro che appoggio lentamente, cominciando da un lato, scaccio l'eccesso di gelatina: la seconda lastra viene anch'essa a contatto della gomma e quando la gelatina si è rappresa, essa ha sensibilmente la forma di un cilindro limitato da faccie piane. Una leggera trazione fa abbandonare alla gelatina le lastre di vetro.

Tolta la prima lastrina, con un buon foratappi guidato da una sagoma di ottone, pratico un foro centrale che risulta coassiale col cilindro esterno ed il cui diametro determina la ϵ delle formule del Corbino; quindi, separata la gelatina dalla gomma, passando tra le due la lama di un bisturi con la parte non tagliente rivolta in avanti, si ha un blocco di gelatina che ha la forma voluta. Non sembrano eccessivi gli scrupoli in tali operazioni: da quanto dirò appresso si vedrà come essi siano indispensabili.

La disposizione da me usata per osservare dal punto di vista ottico le preparazioni (fig. 1) è stata la seguente: un fascio parallelo di luce elettrica

polarizzata mediante uno specchio nero P viene da questo inviata verticalmente, attraversa una bacinella B con il fondo di vetro piano e privo di birifrangenza; è rimandata orizzontalmente da uno specchio bianco SS' ed una lente L proietta il fondo della bacinella su di uno schermo o sul vetro spulito di una macchina fotografica a cui ho tolto l'obbiettivo. Un nicol A posto nel piano focale della lente serve da analizzatore. Questa disposizione permette di osservare ciò che accade in tutta la preparazione, perchè essa viene proiettata ed esaminata nella sua totalità, così che si possono comodamente osservare e fotografare i fenomeni studiati.

La bacinella, B è piena d'acqua ed è indispensabile, perchè comunque si appoggi su di una lastra di vetro un pezzo di gelatina, esso non è mai libero di prendere la forma che compete alle tensioni interne, essendo queste superate dalle forze esterne dovute all'aderenza, fra la gelatina ed il vetro, e nel nostro caso la più lieve perturbazione accidentale è da evitarsi; ciò si realizza bene immergendo la gelatina nell'acqua: in tal caso prevalgono le tensioni studiate dalla teoria e che danno luogo ai fenomeni preveduti dal Corbino. Osservando a nicol incrociati uno dei descritti anelli di gelatina immerso nella bacinella, esso apparisce sensibilmente isotropo, ma l'attitudine alla birifrangenza accidentale è così forte che basta toccarlo leggermente per vedere ricomparire la luce con configurazioni complicatissime. Bisogna perciò sperimentare con molta cura.

Sull'uso dell'immersione della preparazione in un liquido giova osservare che essendo da scartarsi l'uso di insolubilizzatori chimici della gelatina che ne alterano troppo profondamente le proprietà, il preparato si sciupa in breve tempo; così che è necessario osservare presto ciò che si vuol vedere, tanto più che la gelatina, anche se non immersa nell'acqua, non conserva a lungo le tensioni precedentemente create, e le deformazioni cui è assoggettata tendono a divenire permanenti.

Descriviamo ora le varie esperienze:

1° caso. *Tagli radiali.* — Posto il blocco, ancora sostenuto da una delle lastre di vetro che limitano le sue basi e a cui aderisce, su di un cartone che porta tracciato un cerchio uguale al cerchio esterno della preparazione e di più due raggi facenti fra loro un angolo di circa 30°, faccio con un bisturi affilato due tagli secondo questi raggi, che si vedono benissimo attraverso la gelatina a causa della sua trasparenza: è questa la più delicata di tutte le operazioni. Con una spatola di acciaio leggermente riscaldata fondo la superficie dei due tagli; quindi le avvicino, cercando in quest'atto di evitare pressioni radiali che produrrebbero quando la gelatina è rappresa, cosa che accade in pochi istanti, delle tensioni non volute causando delle perturbazioni troppo gravi, specie in vicinanza del taglio.

Appena la saldatura è effettuata, immergo la preparazione nell'acqua della bacinella, avendo cura di farla cadere nella parte centrale, in modo da

essere illuminata nella sua totalità: la fotografia che qui riporto (fig. 2), mostra ciò che si osserva a nicol incrociati. Come si vede, si ha una perfetta conferma della teoria non solo qualitativa, ma anche quantitativa; infatti, se nella formula che dà ⁽¹⁾ il raggio r del cerchio nero in funzione dei raggi esterno ed interno dell'anello

$$r = R_1 R_2 \sqrt{\frac{\text{Log } R_1^2 - \text{Log } R_2^2}{R_1^2 - R_2^2}}$$

sostituiamo ad R_1 ed R_2 rispettivamente 29 e 9 che sono in mm. i valori numerici dei due raggi che facilmente si possono misurare nella figura, si

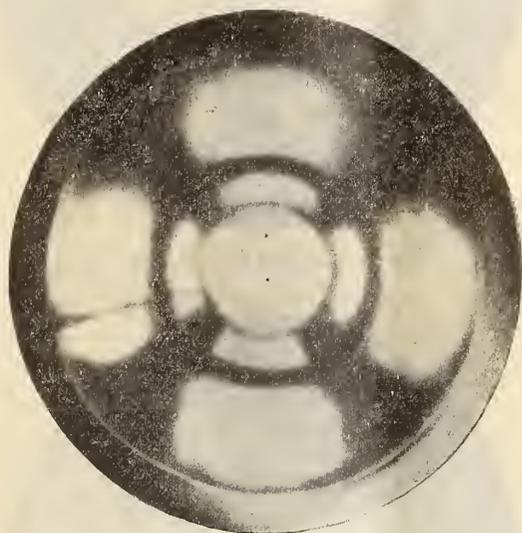


FIG. 2.

trova per la r il valore 14,5 che coincide sensibilmente col valore del raggio che il cerchio nero ha nella figura stessa.

Di più, girando la preparazione nel proprio piano, non si osserva nessun cambiamento; infatti, nel caso riportato, il taglio sta in una posizione qualunque.

Tagliando nuovamente l'anello dovunque, esso ritorna isotropo, e la luce scompare in tutto il campo.

2° caso. *Tagli paralleli.* — Fatti i tagli e la saldatura con le avvertenze già dette per il precedente caso, si osserva nel solito modo, e si ha:

a) *il taglio è parallelo ad una delle sezioni principali*, la curva prevista dalla teoria ci apparisce quasi perfetta, come si vede dalla fotografia

(¹) v. Corbino, R. Acc. Lincei, 1909, 1° sem., pag. 440.

(fig. 3), prescindendo dalle anomalie che malgrado le grandi cure si osservano in vicinanza del taglio. Calcolando il valore del raggio vettore r per i

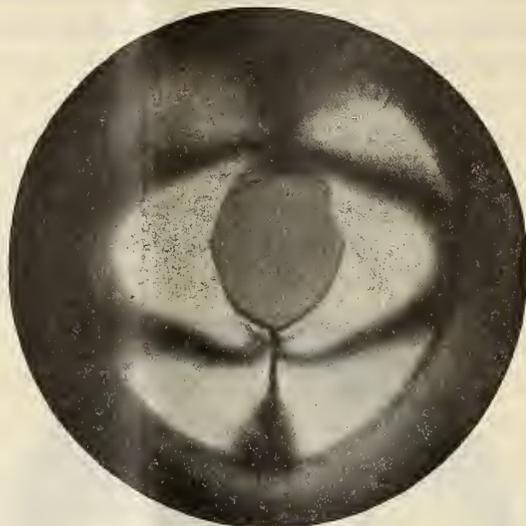


FIG. 3.

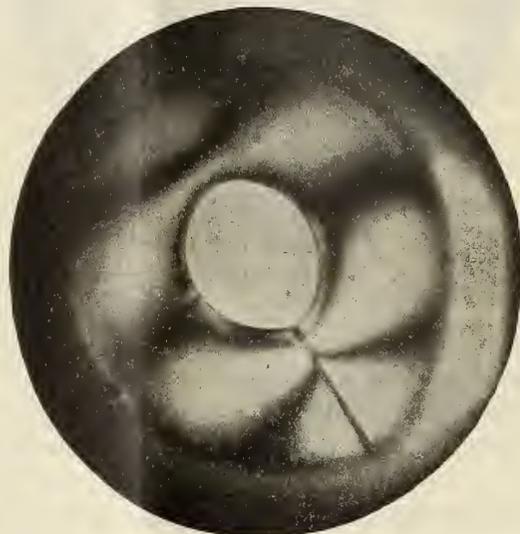


FIG. 4.

vari valori di ϑ in base alla formula

$$r^2 = \frac{1 + \varepsilon^2}{2\varepsilon^2} R^2 \left[\sqrt{\cos^2 2\vartheta + (1 + 2 \cos 2\vartheta) \frac{4\varepsilon^2}{(1 + \varepsilon^2)^2}} - \cos 2\vartheta \right] \quad (1)$$

(1) V. Corbino, id. id., pag. 441.

si ha anche una buona verifica quantitativa: in ogni modo, apparisce a prima vista che il raggio della curva nera per $\vartheta = 90^\circ$ coincide col raggio del cerchio esterno come vuole la teoria, e ciò è confermato per qualunque valore di ε , come risulta da numerose esperienze.

b) Il taglio è inclinato a 45° sulle sezioni principali.

Riporto la fotografia della figura che in tal caso si ottiene (fig. 4).

Essa, confrontata con quelle precedenti, dimostra l'assenza di linee sprovviste di birifrangenza, poichè i due sistemi di linee hanno solo un numero discreto di punti comuni.

È necessario osservare che ciò che prevede la teoria, specialmente nel caso dei tagli paralleli, si verificherebbe rigorosamente solo se il taglio fosse infinitamente sottile, però perchè la birifrangenza sia visibile è necessario un taglio tale che la simmetria di forma rispetto all'asse Y viene a mancare, così che quelle curve che la teoria prevede simmetriche rispetto ai due assi, risultano invece un po' deformate rispetto all'asse y , pure mantenendosi sensibilmente simmetriche rispetto all'asse x .

Fisica. — *Sulle trasformazioni del Selenio.* Nota di A. POCHETTINO, presentata dal Socio P. BLASERNA.

1. Come è noto il Se amorfo è una sostanza vetrosa, a frattura concoide, di colore nero (rosso-rubino per trasparenza se in lamine molto sottili). Riscaldandolo si osserva che verso i 60° diventa molle, poi ad una temperatura più elevata che, come vedremo in seguito, dipende dalla velocità di riscaldamento, si solidifica nuovamente in una massa cristallina grigio-scura, e finalmente verso 220° fonde ⁽¹⁾. Il processo di trasformazione dalla forma vetrosa alla forma cristallina grigio-scura è accompagnato da una rilevante emissione di calore che venne per la prima volta osservata da Hittorf ⁽²⁾, poi da Regnault ⁽³⁾, da Petersen ⁽⁴⁾ ecc. e infine da Marc ⁽⁵⁾; il diagramma termico di questo processo è simile a quello di un'esplosione, l'emissione di calore è rapidissima e così ne segue un forte aumento nella velocità del processo. Il Marc dimostra però ancora che verso i 205° avviene una seconda trasformazione accompagnata da una nuova emissione di calore; ne segue che la prima forma cristallina grigio-scura Se_A che si ottiene dal Se amorfo a temperatura più bassa è meno stabile di questa seconda forma Se_B .

⁽¹⁾ Saunders, Journ. of phys. chem., 4, pag. 423, 1900.

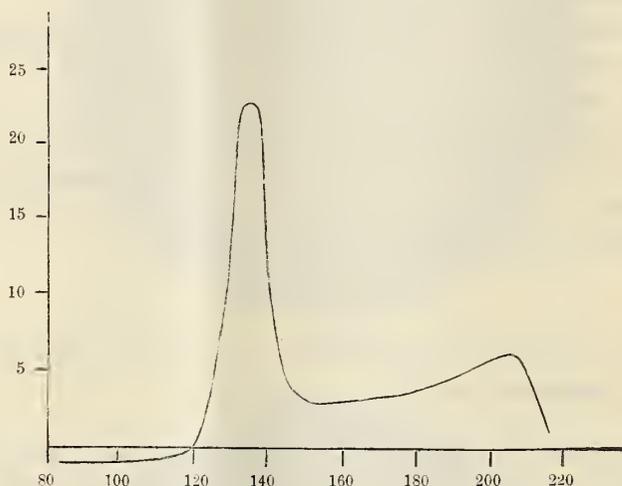
⁽²⁾ Lehmann, Molekular Physik, I, pag. 709, 1888.

⁽³⁾ Ann. de Chim. et Phys., (3), 46, pag. 281, 1856.

⁽⁴⁾ Zeitschr. phys. Chem., 8, pag. 612.

⁽⁵⁾ Marc, Die physikalisch-chemischen Eigenschaften des metallischen Selens. Hamburg, L. Voss., 1907.

che si ottiene da essa per una trasformazione monotropa poco prima della fusione. Al contrario del primo, il processo corrispondente a questa seconda trasformazione è molto lento, tanto che, affinché questa sia completa, occorrono parecchie ore. Studiando l'attendibilità o meno dell'ipotesi del Marc che cioè la forma Se_n non sia unica, ma debba piuttosto riguardarsi come una soluzione solida di due forme in equilibrio variabile colla temperatura, ho avuto occasione di operare parecchie volte queste trasformazioni del Se e di osservare alcune particolarità sulle quali riferisco nella presente Nota.



2. Il diagramma termico di una trasformazione completa del Se ottenuta per riscaldamento con velocità uniforme può essere rappresentata come nella qui annessa figura riferentesi ad una esperienza su 3 grammi di Se, condotta con una velocità media di riscaldamento di 7° al minuto primo fra 20° e 220° : sulle ascisse sono riportate le temperature del bagno riscaldatore, sulle ordinate le differenze di temperatura fra la massa di Se e il bagno stesso. In esso si notano diversi stadî caratteristici: fino all'inizio della prima trasformazione, la temperatura del Se è più bassa di quella del bagno per la cattiva conducibilità termica del Se amorfo; compiuta la prima trasformazione la temperatura del Se rimane superiore a quella del bagno finchè non si nota il riscaldamento dovuto alla seconda trasformazione, poi tende a ritornare eguale a quella del bagno fino alla fusione. La temperatura alla quale si ha la massima differenza di temperatura fra Se e bagno nella prima trasformazione dipende dalla velocità di riscaldamento.

Il metodo seguito per studiare questo fenomeno è il solito: in un massello di rame sono praticati tre fori cilindrici, in uno è contenuto il bulbo di un buon termometro da 0° a 360° diviso in gradi, negli altri due sono collocate due provette di vetro identiche; in una di queste è contenuto il

campione di Se da studiare (sempre del peso di 3 grammi), nel quale è immersa, protetta da un sottilissimo tubo di vetro, una delle due saldature di una coppia termoelettrica rame-argentana; nell'altra provetta è contenuta la seconda saldatura della coppia protetta allo stesso modo. Il massello di rame è immerso in un bagno di sabbia di cui si può a volontà variare il volume a seconda della velocità di riscaldamento che si desidera raggiungere. Il risultato di 52 serie di osservazioni è contenuto nel seguente tabelino, ove in prima riga è riportata la velocità media di riscaldamento fra 20° e 220° in gradi al minuto primo, e nella seconda la temperatura del bagno corrispondentemente alla quale venne notato il massimo della differenza di temperatura fra Se e il bagno stesso:

0,5-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-10	10-12	12-14	14-18	18-22
101	115	122	127	132	136	140	143	148	155	160	167	175

La prima trasformazione del Se non avviene dunque a temperatura fissa, ma variabile colla velocità di riscaldamento e precisamente tanto più alta quanto maggiore è questa velocità. Ciò spiega la diversità delle temperature assegnate a questa trasformazione dagli autori sopra ricordati.

3. Nessuna regolarità potei accertare nella velocità colla quale si svolge l'emissione di calore; talvolta lo svolgimento avviene più bruscamente, talvolta meno; circa la differenza massima di temperatura fra Se e bagno ho potuto notare che in generale essa è maggiore corrispondentemente ad una velocità di riscaldamento maggiore, ma senza alcuna traccia della regolarità che si nota invece nell'andamento della temperatura a cui detto massimo si verifica colla velocità di riscaldamento. La temperatura corrispondente alla massima differenza di temperatura che si stabilisce fra Se e bagno nella seconda trasformazione è invece assolutamente indipendente dalla velocità di riscaldamento: dalla media di tutte le osservazioni fatte risulterebbe di circa 204-206° senza che le piccole variazioni osservate possano ascriversi ad altro che alle incertezze dell'osservazione trattandosi di una elevazione di temperatura molto minore della precedente e per giunta verificantesi quando il Se va raffreddandosi. Il Mare dice che è possibile far avvenire il riscaldamento così rapidamente che la forma labile Se_A fonda prima di avere avuto il tempo di passare nella forma più stabile Se_B e sembra ammettere che ciò possa avvenire per una velocità di circa 5° al 1^m. Io ho potuto invece accertare il verificarsi di questa seconda trasformazione anche per velocità di 18° al 1^m, nel diagramma termico non si nota allora un vero e proprio massimo, ma un netto ritardo nella discesa della curva, ritardo che si verifica sempre in corrispondenza della temperatura 204-206°.

4. Se si riscalda il Se fino a 210° circa avendo cura di non sorpassare la temperatura di fusione e poi lo si lascia raffreddare, non si nota nulla di anormale per tutta la durata del raffreddamento qualunque sia la velocità con cui esso si compie; riscaldando di nuovo si rileva dapprima la scomparsa del primo massimo di temperatura del Se e poi la persistenza del secondo accennante questa al fatto che la seconda trasformazione non è stata completa; questa persistenza dura anche dopo parecchi cicli di riscaldamenti e raffreddamenti successivi confermando così il fatto già osservato dal Marc cioè la lentezza colla quale avviene questa seconda trasformazione. Se al contrario nel primo riscaldamento si sorpassa la temperatura di fusione allora, comunque veloce sia il raffreddamento, purchè il Se non rimanga per più di mezz'ora al di sopra di 205° , riscaldando nuovamente si ritorna ad osservare il compiersi di ambedue i processi di trasformazione; se invece fra i 230° e i 200° il raffreddamento non è avvenuto con conveniente rapidità, nel riscaldamento successivo si nota la scomparsa della prima trasformazione.

Osservando il raffreddamento di una massa di Se portata ad una temperatura superiore a quella della fusione non si nota per tutto l'intervallo di temperatura fra i 123° e i 125° alcuno di quei fenomeni che avvengono in corrispondenza di un cambiamento di stato. Ad una temperatura oscillante fra i 123° e i 125° , comunque avvenga il raffreddamento, si ha un rallentamento marcato nell'andamento decrescente della temperatura del Se. Questa emissione di calore durante il raffreddamento venne già osservata da Regnault a $121^{\circ},3$; 19 serie di misure, effettuate su Se purissimo cristallizzato, diedero invece a me, come ho detto, delle temperature oscillanti fra 123° e 125° . È da notare che a 123° il Se non è ancora solido e presenta ancora una certa pastosità, se quindi si può fissare pel Se una temperatura di fusione non si può fissare una temperatura di solidificazione.

Il fatto su ricordato e la lentezza con cui avviene la seconda trasformazione nel riscaldamento del Se amorfo starebbero in appoggio all'ipotesi del Marc, secondo il quale nelle cellule fotosensibili a Se preparate al solito modo non si avrebbe a che fare con una forma unica di Se, ma con una soluzione solida di almeno due forme in equilibrio variabile colla temperatura.

5. Ho voluto anche vedere cosa avviene se si porta il Se fino ad una temperatura un po' inferiore a quella corrispondente alla prima trasformazione, ve lo si mantiene per un certo tempo e quindi si prosegue nel riscaldamento. Il risultato concorde di tutte le serie ottenute fu che al di sotto di 90° comunque duri il riscaldamento il primo massimo nella differenza di temperatura fra Se e bagno si verifica sempre; se si porta il Se ad una temperatura più elevata di 90° e poi ve lo si mantiene per un tempo conveniente questo primo massimo *non si verifica più*: per esempio se si man-

tiene per 30' a 98°, oppure per 20' a 100°; quando questo primo massimo si presenta il suo valore non dipende dalla temperatura e dalla durata del riscaldamento preventivo, ma solo dalla rapidità con cui il Se fu portato dalla temperatura ambiente a quella del riscaldamento e poi da questa a 200°. Il secondo massimo invece si verifica sempre e costantemente a temperature intorno ai 205°. La prima trasformazione dunque in certi casi o non avviene o avviene in un modo diverso dal solito, mentre la seconda conserva sempre le sue modalità e la sua temperatura caratteristica.

6. Le esperienze di cui ho fin qui parlato vennero effettuate con tre campioni diversi di Se e precisamente: Se puro in stanghette di Schuchardt, Se purissimo in granuli di Merek, e finalmente Se purissimo cristallizzato pure di Schuchardt; i risultati riguardanti le temperature di trasformazione sono entro gli errori di osservazione molto concordanti, ho potuto solo rilevare che le quantità di calore svolte in ambedue le trasformazioni sono un po' maggiori pel Se purissimo cristallizzato e un po' minori pel Se puro in stanghette. Ad ogni modo, ho cercato se la presenza di sostanze estranee sposta le temperature alle quali sogliono manifestarsi i due massimi di differenza di temperatura fra Se e bagno. I risultati furono i seguenti:

50 parti di Se + 1 parte di C			10 parti di Se + 1 parte Zn		
Velocità di riscaldamento in gradi al 1 ^m	Temperatura a cui compaiono		Velocità di riscaldamento in gradi al 1 ^m	Temperatura a cui compaiono	
	I Mass.	II Mass.		I Mass.	II Mass.
1,3	122	205	3,3	122	203
5,8	135	203	3,4	123	206
7,3	143	205	4,3	129	205
8,1	150	205	5,8	136	204
10 parti di Se + 1 parte di C			6,5	141	206
6,5	137	206	8	146	204
11,8	157	205	8,9	146	207

Se si confrontano questi numeri con quanto è riportato più su si rileva come la presenza di una sostanza estranea non sposti sensibilmente le temperature alle quali avvengono le due trasformazioni. Se si indaga però la durata della seconda trasformazione si trova che questa è molto più lunga quando sia presente una sostanza estranea, fatto questo già riscontrato dal Marc.

7. Se si fonde un granulo di Se su una lastra di vetro e poi si spalma il Se fuso su di essa con un bastoncino pure di vetro portato a poco più di 220°, si può riuscire ad ottenere uno strato di selenio trasparente con una bella colorazione rosso-rubino, più o meno densa a seconda dello spessore, che non deve superare in ogni modo il decimo di millimetro onde avere

una discreta trasparenza. Fra diversi preparati di Se ottenuti in tal guisa ne scelsi di quelli che esaminati per trasparenza presentano una buona uniformità di spessore per studiare al microscopio il comportamento al crescere della temperatura. Alla temperatura ordinaria molti di questi strati di Se, esaminati con un ingrandimento di circa 70 volte si mostrarono cosparsi di piccole masse nere del diametro di circa $\frac{1}{100}$ di mm., a contorni non ben definiti, di spessore leggermente maggiore che non il resto dello strato e sulla cui natura non ho potuto sincerarmi. Per l'esame venne quindi scelta una porzione dello strato non presentante traccia di queste eterogeneità. Riscaldando con una fiamma l'orlo di una lastra di rame molto più lunga del tavolino del microscopio, sovrapposta allo strato di Se, portante un piccolo forellino in corrispondenza all'obbiettivo, si poteva a piacere elevare la temperatura del Se e questa veniva determinata con un termometro col bulbo posto in immediata vicinanza del foro di osservazione.

Fino ad una temperatura di circa 60° la lastra di Se conserva la sua trasparenza omogenea e il suo colore rosso-rubino; verso questa temperatura comincia a comparire come un reticolato di piccole fibre di colore nero, sparse abbastanza uniformemente, ma senza alcuna regolarità geometrica; queste fibre hanno un diametro di circa un micron. Man mano questo reticolato va infittendosi dapprima pel crescere del numero delle fibre, poi, verso circa i 100° , anche per l'aumento del loro diametro; più tardi cominciano a comparire sulla superficie dello strato delle rugosità arrotondate (di cui ci si accorge per la luce riflessa lateralmente) che vanno man mano estendendosi. L'opacità completa non si raggiunge che a quella temperatura alla quale, tenuto conto della velocità di riscaldamento, deve avvenire la prima trasformazione del Se di cui si è parlato. È notevole il fatto che questa opacità si produce gradatamente e non così rapidamente come avviene l'emissione di calore e ciò sebbene ambedue i fenomeni corrispondano indubbiamente alla trasformazione del Se amorfo in Se_A .

8. La resistenza elettrica di uno strato di Se amorfo trasparente è praticamente infinita, ma quando la temperatura si eleva la resistenza assume valori determinabili: ho sperimentato su dei campioni di Se trasparente, muniti di elettrodi di stagno accuratamente compressa in modo da garantire il contatto anche a temperature elevate; le cellule così formate venivano chiuse in un recipiente metallico immerso in un bagno di sabbia e munito di un termometro il cui bulbo veniva a trovarsi a $\frac{1}{2}$ millimetro di distanza dalla superficie del Se; esse erano inserite in un circuito comprendente da uno a tre accumulatori, un interruttore e un galvanometro del tipo Thomson, costruito da Carpentier, della resistenza di 16300 Ohm, la cui sensibilità nelle condizioni in cui venne usato risultò essere di 5×10^{-10} . Dalle deviazioni del galvanometro si poteva quindi dedurre l'ordine di grandezza della resistenza elettrica dello strato di Se.

Ecco a titolo di esempio i valori di questa resistenza R al variare della temperatura t per una lastrina di Se amorfo su vetro delle dimensioni: 5 mm di lunghezza (nel senso cioè della corrente), 2 cm. di larghezza e $\frac{1}{20}$ di mm. di spessore, lastrina che potè essere portata fino a 200° senza che si screpolasse (R è espressa in megaohm):

t	R	t	R	t	R	t	R	t	R	t	R	t	R	t	R
80	∞	108	400	119	72	142	32	152	28	165	28	180	24	190	13
90	∞	111	200	123	40	146	27	156	27	170	28	181	21	197	8
100	∞	117	95	133	39	150	27	159	27	176	26	183	19	201	5

La velocità del riscaldamento fu di circa $4^\circ,5$ al minuto primo.

Si vede così che il presentarsi di una conducibilità apprezzabile comincia gradatamente un po' prima della temperatura alla quale si ha la massima differenza di temperatura fra Se e bagno; in corrispondenza all'infittire delle fibrille nere che determinano l'opacità del preparato la resistenza va gradatamente diminuendo; poi per un certo tempo si mantiene costante sensibilmente, forse perchè il coefficiente termico del Se conduttore che va formandosi è in tali condizioni positivo; poi ricomincia a diminuire, ma più lentamente di prima. Al di sopra di 200° è impossibile ottenere che la lastrina di Se non presenti soluzioni di continuità.

Quest'andamento sembrerebbe appoggiare l'ipotesi del Lehmann il quale ammette pel Se due forme cristalline grigie di diversa conduttività elettrica, delle quali la prima a formarsi sarebbe quella relativamente più conduttrice e corrisponderebbe alla prima delle trasformazioni ricordate, l'altra meno buona conduttrice si formerebbe poco sopra i 200° .

Fisica. — *Sui campioni di autoinduzione toroidali, e sul loro profilo di minima resistenza.* Nota del dott. P. BARRECA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

I.

Scopo della presente Nota è di proporre l'uso di cassette di autoinduzione cioè di collezioni campionate di autoinduttori dei quali mediante caviglie se ne possano mettere in circuito quanti si vogliano. Se si disponessero in serie campioni del tipo fino adesso adoperato (bobine cilindriche senza ferro a gola quadrata). l'uso pratico della cassetta sarebbe pressocchè impossibile a causa della complicazione dovuta alle numerose induzioni mutue; con sole 6 spine estratte, si avrebbero ad esempio 21 termini da sommare per conoscere il valore della a. i. direttamente inserita. Inoltre le bobine con caviglia non estratta si comporterebbe come secondari corto-circuitati di tra-

sformatore cioè reagirebbero dannosamente sulle bobine utilizzate; a questo ultimo inconveniente si potrebbe però ovviare facilmente.

Elimineremo le mutue induzioni usando autoinduttori toroidali. Conserveremo invariata la resistenza ohmica al variare dell'a. i. mediante oppor-

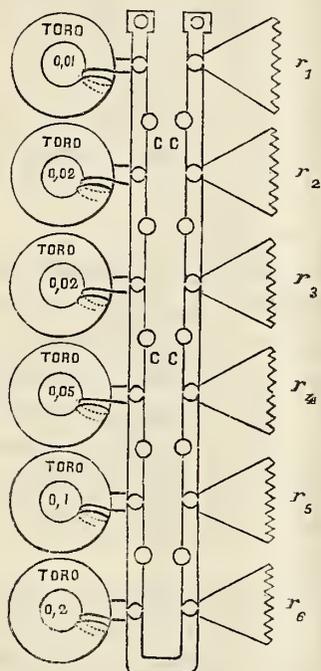


FIG. 1.

tuno dispositivo e ad esempio quello della fig. 1; le caviglie collocate in uno solo dei due fori che stanno di fronte (destro o sinistro) sostituiranno ad ogni toro una resistenza bifilare r uguale (per costruzione) alla resistenza del primo.

Le coppie di serrafili intermedi CC permetteranno di utilizzare eventualmente solo una parte della cassetta, diminuendo la res. ohmica costante complessiva. L'istrumento servirà per frequenze ordinarie industriali e telefoniche e per coefficienti di media grandezza (da millihenry a qualche henry). Gli avvolgimenti saranno in costantana o manganina ed i nuclei dei tori in serpentino o meglio in mogano perchè siano interamente esenti da probabili tracce di ferro e riescano più leggeri. Questi avranno superficie non levigata affinchè il filo metallico (rivestito) mantenga la propria posizione aiutato da immersione in lacca o paraffina. Sarà diffi-

cile ottenere mediante aggiustaggi che il coefficiente di ogni singolo toro sia espresso da un numero a unica cifra significativa; ci contenteremo di incidere sul coperchio il suo valore esatto (non molto diverso da quello perchè potranno predeterminarsi le dimensioni del toro ed il numero conveniente di spire prima della taratura definitiva).

Infine il toro potrebbe essere profilato secondo una curva speciale di minima resistenza di cui qui appresso; ma per lo più la diminuzione di resistenza ohmica che così si ottiene non è (come risulterà da un es.) notevole in confronto al profilo circolare ed a quello formato da un rettangolo sormontato da due semicerchi (colle basi normali all'asse del toro), questo ultimo quando non si vuole eccedere nelle dimensioni esterne.

II.

Ricerca del profilo ottimo della sezione.

Supposto di fissare a criterio il diametro interno e l'esterno di un toro da costruire e supposto di volere impiegare in ogni spira una certa lunghezza

di filo metallico di una certa qualità, non è naturalmente indifferente adottare per la spira una piuttosto che un'altra forma geometrica.

Vi sarà tra tutte una forma ottima che darà la massima autoinduzione oppure (se così vuolsi) che per data autoinduzione avrà la minima resistenza ohmica e perciò (senza accrescere lo spessore del filo) renderà i metodi di misura più sensibili. Cerchiamo tale curva.

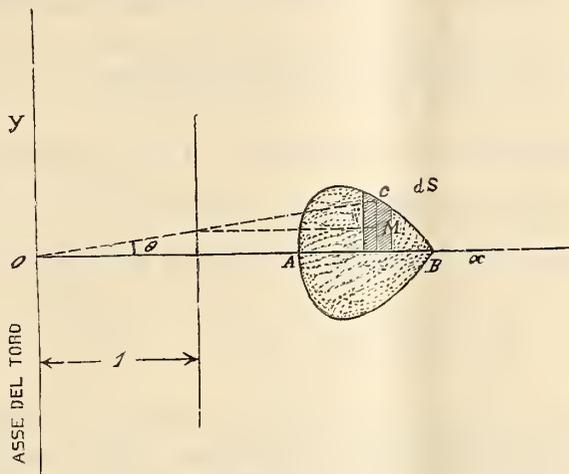


FIG. 2.

Il reciproco della riluttanza del nucleo deve essere massimo; esso vale coi simboli della fig. 2:

$$\int \frac{dS}{2\pi x} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{y}{x} dx = \frac{1}{2\pi} \int \text{tang } \theta \cdot dx$$

calcolando l'integrale lungo tutto il contorno. Il coefficiente di a. i. sarebbe poi $2n^2 \int \text{tang } \theta \cdot dx$ se n sono le spire dell'avvolgimento (1).

Portando il punto A a coincidere con O, si scorge che (per qualunque profilo avente ivi, lungo un certo tratto, ordinate non nulle) il toro diverrebbe infinitamente vantaggioso ed il problema proposto cesserebbe di aver senso. D'altra parte tale caso non presenta interesse perchè se A è troppo vicino ad O la periferia interna del toro diventa troppo più corta dell'esterna e non potranno alloggarvisi che poche spire nonostante lo sviluppo delle sue dimensioni esterne.

(1) Questo offre una valutazione grafica dell'a. i. dei tori a sezione data qualsiasi. Si proiettino tutti i punti C del contorno dal centro O del toro e poi le intersezioni del fascio proiettante con la verticale di ascissa 1 si proiettino orizzontalmente in M sulle rispettive ordinate. Si planimetri l'area racchiusa dai punti M e la si moltiplichi per $2n^2$: il coeff. risulterà in cm. se l'area fu misurata in cm^2 e se la distanza unitaria era 1 cm.

Supponiamo dunque dato (scelto a criterio) anche OA e così il problema diviene:

Dati i punti O, A, B, ed una lunghezza l di filo colla quale si vuole fare il contorno, trovare la forma della curva che rende massimo
 $\int_A^B \text{tang } \theta \, dx$.

Si tratta di trovare la funzione y di x che rende nulla la variazione:

$$\delta \int_A^B \frac{y}{x} \, dx + \lambda \delta \int_A^B \sqrt{1 + y'^2} \, dx$$

dove il secondo integrale è la semilunghezza l e dove λ rappresenta una costante da valutare in seguito. Questo ove si ponga: $f = \frac{y}{x} + \lambda \sqrt{1 + y'^2}$ si ottiene secondo il Calcolo delle variazioni col soddisfare alla equazione indefinita:

$$\frac{\partial f}{\partial y} - \frac{d}{dx} \frac{\partial f}{\partial y'} + \frac{d^2}{dx^2} \frac{\partial f}{\partial y''} - \dots = 0$$

ed alla equazione ai limiti, la quale però nel nostro caso svanisce perchè i primi suoi due termini (quelli in δx e δy) sono nulli nei punti A e B che il problema suppone fissi e perchè gli altri termini (quelli in $\delta y', \delta y'', \dots$) hanno coefficienti nulli non contenendo la f derivate superiori a y' . Nel nostro caso l'equazione indefinita diviene:

$$\frac{1}{x} = \frac{d}{dx} \frac{\lambda y'}{\sqrt{1 + y'^2}}$$

cioè:

$$(1) \quad \log x - \log K = \frac{\lambda y'}{\sqrt{1 + y'^2}}$$

dove $-\log K$ è una costante arbitraria positiva o negativa. Di qui:

$$y = \int \frac{\log \frac{x}{K}}{\sqrt{\lambda^2 - \log^2 \frac{x}{K}}} \, dx + C$$

e rimarranno da fissare le tre costanti K, λ, C ; cerchiamone il significato e facciamo qualche altra considerazione. Per brevità, chiamiamo verticali le parallele all'asse del toro.

L'espressione dopo il segno integrale si annulla solamente per $x = K$ e perciò K è l'unica ascissa per cui la tangente al profilo sia orizzontale; è positiva come ogni x . La medesima espressione diviene infinita per le ascisse $Ke^{+\lambda}, Ke^{-\lambda}$ e solo per esse; ivi la tangente è verticale e detta a la

più piccola di esse e b l'altra sarà $b = \frac{K^2}{a}$ e risulta $\lambda = \pm \log \frac{a}{K} = \pm \log \sqrt{\frac{a}{b}}$,
 $K = \sqrt{ab}$.

Inoltre, per il radicale possiamo prendere nell'integrazione o costantemente il segno più oppure il meno e perciò per ogni x vi sono due y uguali ed opposte; esse sono coincidenti là dove il radicale è nullo cioè per le due tangenti verticali considerate. La curva dunque tocca queste ultime e si ripiega con simmetria rispetto all'asse delle x . Per ogni x esterno alla coppia di valori a e b l'integrale diviene immaginario, sicchè la curva non ha punti (reali) al di fuori della striscia di piano tra le dette due tangenti.

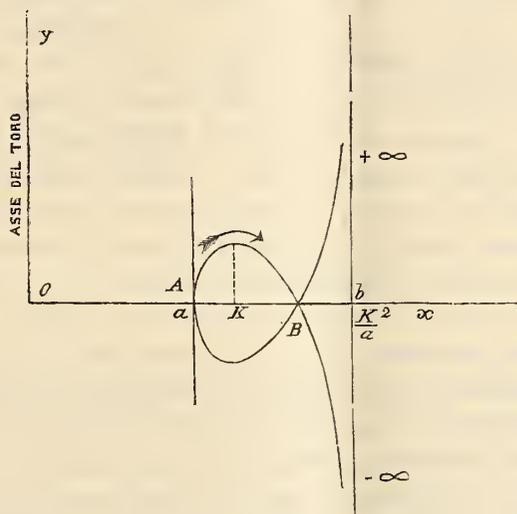


FIG. 3.

Ne segue che a è il diametro interno del toro (se non si adotta un artificio di cui più sotto). La fig. 3 rappresenta una curva soddisfacente a quanto sopra e copiata da altre che ho costruito effettivamente come è detto in appresso.

Inoltre la proprietà delle due ascisse a e b di avere per prodotto K^2 è un caso di una più generale, perchè ad ogni coppia di ascisse che ha per prodotto K^2 corrispondono tangenti simmetricamente inclinate rispetto agli assi coordinati.

Abbandoniamo la curva completa simmetrica rispetto all'asse delle x che per noi è superflua e prendiamo per il radicale il solo segno positivo. Nella metà curva che così riteniamo, quando facciamo crescere x a partire dal valore a per eseguire l'integrazione e calcolare la y veniamo a percorrere la curva nel senso della freccia, e perciò rispetto all'asse delle x la tangente avrà un seno direttore $\sin \alpha$ che tra a e K sarà positivo, e da K

in poi negativo. Ora, siccome la equazione (1) equivale a:

$$\log \frac{x}{K} = \lambda \operatorname{sen} \alpha$$

così adesso λ è sempre negativo e occorre scrivere semplicemente:

$$\lambda = \log \frac{a}{K} = \log \sqrt{\frac{a}{b}}.$$

Infine la qualità di ottimo profilo è goduta dalla curva in ogni sua parte, vale a dire che se per alcuni dati del problema abbiamo ottenuto una curva e di questa stacciamo una porzione con estremi arbitrari MN e lunghezza arbitraria l_1 , questa rappresenta la soluzione del problema analogo quando i dati diventino M, N ed l_1 . Congiungendo M ad N con una linea fissa arbitraria, avremo la migliore sezione di toro quando useremo, per chiudere il contorno, la curva MN ottenuta. Infatti, se fosse possibile di migliorare il segmento MN resterebbe migliorata tutta la curva primitiva.

Pel nostro scopo potremo dunque tracciare una volta tanto tutte le infinite curve che si ottengono variando i parametri indipendenti a e b (la C è semplicemente additiva alle ordinate) e con ciò esauriremo le possibili curve. Anzi converrà costruire solamente le curve $a = 1$ e per tutti i valori di b ; giacchè le altre si otterranno da esse per semplice similitudine geometrica. Poscia taglieremo una qualche curva scelta tra esse con una orizzontale che la incontri in due punti e la ripeteremo simmetricamente intorno a questa, ottenendo un contorno ottimo completo di toro.

Se questa orizzontale passerà al disotto del punto A nel quale tutte le dette curve si arrestano, il contorno rimarrà aperto da quel lato, ma lo completeremo con un segmento di retta verticale la quale ci darà la massima a. i. possibile senza scendere al disotto del diametro interno prefisso del toro.

III.

Costruzione pratica del profilo ottimo.

Prendiamo adesso come dati del problema a, b, C . Da essi troviamo facilmente K e λ e poichè l'espressione di y è adesso divenuta:

$$(2) \quad y = \int_a^x \frac{\log \frac{x}{K}}{\sqrt{\log^2 \frac{a}{K} - \log^2 \frac{x}{K}}} dx + C$$

ponendo $\frac{\log \frac{x}{K}}{\lambda} = z$ e poscia $\sqrt{1 - z^2} = u$, otteniamo:

$$y = -\lambda K \int_0^u e^{\sqrt{1-u^2}} du + C.$$

Sviluppando l'esponenziale secondo le potenze di $\lambda\sqrt{1-u^2}$, si ottiene:

$$(3) \quad -\frac{y-C}{\lambda K} = \int_0^u du + \lambda \int_0^u \sqrt{1-u^2} du + \frac{\lambda^2}{2!} \int_0^u (\sqrt{1-u^2})^2 du + \dots$$

di cui per semplicità non eseguiamo gli integrali che possono trovarsi facilmente, sicchè y resta sviluppato in serie.

È forse preferibile e più rapido costruire graficamente la curva con metodi approssimati analoghi alla integrazione grafica. Segnata la curva logaritmica coll'aiuto di tavole a 3 o 4 decimali (sufficienti) dei logaritmi naturali, si tiri l'orizzontale che equidista dai punti di tale curva che hanno come ascisse a e b , poi si segni sull'orlo di una squadretta da disegno, fra due tacche, tale equidistanza.

Se adesso per una qualunque ascissa x appoggiamo una delle tacche sul corrispondente punto della logaritmica e l'altra sulla orizzontale anzidetta avremo la direzione dell'elemento di curva.

Infatti, l'equazione (2) dice:

$$y' = \text{tang arc sen} \frac{\log \frac{x}{K}}{\log \frac{a}{K}}.$$

Ciò posto, basta dividere il piano in tante striscie di larghezza sufficientemente piccola Δx parallele all'asse delle ordinate, numerarle e tirare le loro ordinate medie. Queste colla costruzione sopra indicata ci daranno, con approssimazione sufficiente, la direzione dell'elemento di curva compreso nella striscia. Si tirerà allora entro la prima striscia la parallela al primo elemento e dall'estremo di questo la parallela entro la seconda striscia al secondo elemento, ecc. Si otterrà così la curva cercata; gioverà cominciare dal mezzo.

Ad alcuni mm. di distanza dalle due tangenti verticali il tracciato perde la sufficiente precisione e pertanto il punto A d'incontro colla verticale più interna, non può determinarsi con sufficiente esattezza. Lo otterremo calcolando la differenza $y_K - C$ tra la sua ordinata C e quella y_K del vertice della curva.

La (3) quando x varia da $a = 1$ a $K = \sqrt{b}$ acquista per limiti degli integrali 0 ed 1 sicchè (non considerando per un momento i fattori $\frac{\lambda^m}{m!}$) ha integrali definiti di tre specie: Il primo che vale 1. Quelli di posto pari cioè contenenti potenze veramente fratte di $(1-u^2)$ e pei quali vale la formola:

$$\int_0^1 (1-u^2)^{\frac{n}{2}} du = \frac{1.3.5.7 \dots (n-2)n}{2.4.6.8 \dots (n-1)(n+1)} \frac{\pi}{2}, \quad n \text{ dispari.}$$

Quelli di posto dispari con irrazionalità apparente, del tipo:

$$\int_0^1 (1-u^2)^n du, \quad n \text{ intero}$$

i quali danno tante frazioni che valgono in grandezza e segno i coefficienti dello sviluppo binomiale ma moltiplicati per $\frac{1}{m+1}$ se m è il grado che

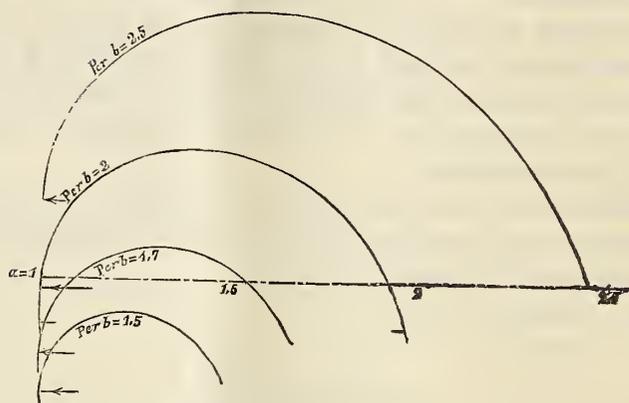


FIG. 4.

nel relativo termine avrebbe avuto la u . Avremo dunque:

$$-\frac{y_K - C}{K} = \lambda + \frac{\lambda^3}{2!} \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{\lambda^5}{4!} \left(1 + \frac{1}{5} - \frac{2}{3}\right) + \frac{\lambda^7}{6!} \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{7}\right) + \dots$$

$$+ \frac{\pi}{2} \lambda \left\{ \frac{\lambda}{1!} \frac{1}{2} + \frac{\lambda^3}{3!} \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} + \frac{\lambda^5}{5!} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{\lambda^7}{7!} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots \right\}$$

convergente abbastanza, dove $\lambda = -\frac{1}{2} \log b$ è sempre negativo ed il più delle volte minore di uno in valore assoluto; si può misurarlo sulla ∞ quadretta sulla quale era stato segnato o meglio calcolarlo. Pei calcoli ordinari:

$$-\frac{y_K - C}{K} = \lambda + 0,7854 \lambda^2 + 0,3333 \lambda^3 + 0,0982 \lambda^4 + 0,0222 \lambda^5 + \dots$$

La fig. 4 contiene alcune curve così costruite. Se si paragona in ciascuna un pezzo (preso opportunamente) col semicerchio di uguale lunghezza e medesimi estremi, si trova che i due coefficienti di a . i. differiscono di poco (3% circa nella curva più grande e meno nelle altre). Siccome conviene (dopo aver fissato il raggio interno ed esterno del toro) scegliere una lunghezza di semispira uguale o superiore a quella del relativo semicerchio, così in pratica, per amore di semplicità si potrà profilare secondo semicerchi e rettangoli sormontati da due semicerchi. Le piccole frecce indicano i punti in cui cominciano i tratti rettilinei.

Fisica. — *L'arco voltaico nella sua fase iniziale*. Nota di A. OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Fisica. — *L'adescamento dell'arco voltaico*. Nota di A. OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Fisica. — *Sul potere emissivo dei corpi neri*. Nota del dott. VIRGILIO POLARA, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Meteorologia. — *Andamento diurno della temperatura dell'aria alla Capanna Margherita e ad Alagna*. Nota dei dottori C. ALESSANDRI e F. EREDIA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Selenio e iodio*. Nota di GIOVANNI PELLINI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Nello scorso anno io ho pubblicato in questi Rendiconti ⁽¹⁾, assieme col sig. Pedrina, i risultati di una ricerca da noi eseguita sul comportamento delle miscele di iodio e di selenio. Poichè nella letteratura si trovavano indicati composti dei due suddetti elementi, la cui esistenza non sembrava però ben provata, io volli applicare alla soluzione di questo problema i metodi della analisi termica in oggi tanto usata, e consistenti nell'esame delle curve di congelamento e delle curve di raffreddamento delle singole miscele.

Come risultato si ottenne che i punti di solidificazione costituiscono due soli rami discendenti dai punti di fusione dei due elementi, che si incontrano in un punto eutectico. Parimenti, nelle curve di raffreddamento delle singole miscele non si potè osservare che l'inizio del congelamento e l'arresto alla temperatura eutectica. Questo comportamento, come è ben noto e come è indicato in tutti i trattati, sia generali, sia speciali, corrisponde al caso che i due corpi non formino, nè composti, nè cristalli misti. Conclusioni simili furono tratte, in simili casi dai numerosissimi autori, che qui sarebbe

(¹) Questi Rend., [5], 17, II, 78, (1908).

troppo lungo enumerare, che compirono tali ricerche, sia su metalli, o su sali fusi, o su sostanze organiche. E tale conclusione tirai naturalmente anch'io, nè alcun'altra sarebbe stata possibile.

Questa conclusione venne recentemente criticata dal prof. E. Paternò in questi stessi Rendiconti ⁽¹⁾, il che mi obbliga a rispondergli assai brevemente.

Il prof. Paternò dice: « Le mie osservazioni non avevano dunque altro « scopo se non quello di far vedere che dalla crioscopia non deve pretendersi « più di quanto essa possa dare: e che un indirizzo diverso non sia scevro « di pericolo, è confermato da due comunicazioni fatte alla nostra Accademia « nel luglio e nell'ottobre ultimi ».

« Nella prima, Pellini e Pedrina, determinando le curve di fusione e di « solidificazione delle miscele di selenio e sodio, hanno conchiuso che il selenio « e lo iodio non formano nessun composto fra loro, mentre che dal diagramma « da essi ottenuto risulta soltanto provato che il composto si decompone anche « prima di raggiungere la temperatura dell'entectico ».

Chi legge il mio lavoro potrà facilmente vedere che io non ho seguito indirizzo diverso da quello che decine di sperimentatori seguono oggigiorno, come può persuadersi chi solo scorra p. es. i fascicoli della Zeitschrift f. anorg. Chemie; nè so capire perchè il prof. Paternò abbia rivolto le sue critiche solo al mio lavoro, che fra altro esce dal campo della crioscopia propriamente detta, di cui egli stava occupandosi.

Egli potrebbe aver ragione soltanto se io dalle mie esperienze avessi preteso di escludere, in via generale ed assoluta, la esistenza di composti di selenio e iodio.

È ben noto che tale esclusione assoluta non è possibile ⁽²⁾, e di ciò io era perfettamente conscio, tantochè nella nota con Pedrina è detto esplicitamente: « Con ciò non si esclude che, in linea generale, possano esistere composti fra « iodio e selenio, quando ci si ponga in condizioni sperimentali diverse dalle « nostre ». Dato ciò, mi pare che la osservazione del prof. Paternò non abbia alcuna ragione di essere.

Poichè le parole del prof. Paternò hanno certamente oltrepassato il suo pensiero, quando egli dice che le nostre esperienze provano solo che *il* composto si decompone ecc. Infatti, dell'esistenza di un composto non vi ha il minimo indizio; solo è possibile, come sempre in simili casi, la riserva generale suindicata: ma quella l'avevo già fatta io. Si noti del resto che nel caso speciale i composti problematici di selenio e iodio sarebbero stati preparati per fusione dei componenti e cioè in condizioni analoghe a quelle nelle quali io operavo.

⁽¹⁾ Questi Rend., [5], 17, II, 627, (1908).

⁽²⁾ Vedi, p. es., G. Bruni, *Feste Lösungen und Isomorphismus*, Leipzig, 1908, nota 78, pag. 126.

Del resto io debbo credere che l'osservazione del prof. Paternò non sia che formale: perchè in altro punto della sua Nota mostra in effetto di credere alle mie conclusioni, quando criticando un lavoro di Olivari (1), che deduce dal comportamento del selenio nel solvente iodio, avere il selenio molecola biatomica, dice: « Se non fosse per le esperienze di Pellini e Pedrina, i risultati dell'Olivari troverebbero facile spiegazione ammettendo la « formazione del composto Se_2I_2 ».

Dunque si vede che in sostanza il prof. Paternò ammette che le mie esperienze provano qualche cosa, e precisamente quello che ho concluso io.

Chimica. — *Sul peso molecolare del selenio* (2). Nota di F. OLIVARI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

La mia Nota preliminare sul peso molecolare del selenio, presentata a questa Accademia (3), ha formato l'oggetto di alcune osservazioni da parte del prof. Paternò, in una sua recente Memoria (4).

Le frasi a cui alludo sono le seguenti:

« Le mie osservazioni non avevano altro scopo se non quello di far « vedere che dalla crioscopia non deve pretendersi più di quanto essa possa « dare; e che un indirizzo diverso non sia scevro di pericoli è confermato da « due Comunicazioni fatte alla nostra Accademia nel luglio e nell'ottobre « ultimi.

« Nella prima, Pellini e Pedrina, determinando le curve di fusione e « di solidificazione delle miscele di selenio e di iodio, hanno concluso che « *il selenio e l'iodio non formano nessun composto fra loro*, mentre che « dal diagramma da essi ottenuto risulta soltanto provato che il composto si « decompone anche prima di raggiungere la temperatura dell'eutectico.

« Nella seconda, l'Olivari da talune determinazioni crioscopiche del « selenio in soluzione nell'iodio, conclude: *Non vi ha dunque alcun dubbio « che il peso molecolare del selenio sciolto in iodio corrisponda alla mo- « lecola $\text{Se}_2 = 158,4$.*

« Ora, non soltanto il dubbio sussiste, ma può anche affermarsi che la « conclusione dell'Olivari sia molto affrettata. Risulta infatti dalle ricerche « di Beckmann che il selenio in soluzione nel fosforo e nell'ioduro di me- « tilene ha la molecola assai prossima ad Se_8 .

(1) Questi Rend., [5], 17, II, 389, (1908).

(2) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica Generale della R. Università di Parma, diretto dal prof. G. Plancher.

(3) Rend. Accad. Lincei, XVII, pag. 389.

(4) Rend. Accad. Lincei, XVII, pag. 632.

« Ora, quando è noto che lo zolfo nei vari solventi ha, tranne che in
« soluzioni diluitissime, la molecola egualmente complessa S_8 , e che perchè
« essa si dissocia in molecole S_2 è necessario portare il vapore ad altissima
« temperatura, non è presumibile che ciò faccia il selenio alla temperatura
« di 113° , tanto inferiore a quella del suo punto di fusione.

« Una simile ipotesi, per essere creduta, deve essere altrimenti provata.

« Se non fosse per le esperienze di Pellini e Pedrina, i risultati del-
« l'Olivari troverebbero facile spiegazione ammettendo la formazione del com-
« posto Se_2I_2 ».

Dal senso di queste parole non risulta che il prof. Paternò abbia voluto mettere in dubbio che, alle temperature segnate dalla curva di fusione e di solidificazione nel sistema iodio-selenio, non si formano composti.

Ora, tutte le mie misure sono state fatte in questo campo e precisamente in quel tratto di curva in cui, secondo le esperienze di Pellini e Pedrina ⁽¹⁾ e la mia personale conferma, non s'incontrano difficoltà di osservazione per i punti di congelamento. Era quindi legittimo assumere dette ricerche come punto di partenza delle mie.

E neppure risulta che il prof. Paternò abbia voluto dubitare delle mie osservazioni sperimentali, vale a dire dell'abbassamento crioscopico corrispondente ad Se_2 , perchè, fra l'altro, egli avrebbe potuto facilmente controllarle.

Mi resta solo da ritenere ch'egli abbia creduto non presumibile che il selenio potesse presentare il peso molecolare Se_2 in iodio, unicamente per argomenti *a priori*.

Se mi sono indotto a comunicare a questa Accademia sotto forma preliminare il risultato di queste mie esperienze, si è perchè esso mi riuscì inatteso in quanto che, come ho detto anch'io nella mia Nota, conoscevo i risultati delle esperienze di Beckmann relativi al selenio ⁽²⁾, nonchè le determinazioni del suo peso molecolare dalle densità gassose. Questo comportamento del selenio mi parve degno di nota, ma non mi sembrò da oppugnarsi *a priori* nemmeno per le ragioni addotte dal prof. Paternò.

Innanzitutto, non si comprende come, escluse le cause di anomalia, la deduzione del peso molecolare da un abbassamento crioscopico sicuro che è stata sempre una prova di grande valore, non sia più conclusiva. Non bisogna ricavare dall'analogia esistente fra il selenio e lo zolfo un preconcetto insormontabile da opporre anche ai risultati sperimentali; l'analogia è una guida, non una legge.

Inoltre io mi sono sempre riferito nelle mie conclusioni al peso molecolare del selenio in soluzione di iodio: infatti, la complessità molecolare non è una costante, ma è relativa alle condizioni ed alla natura del mezzo in

⁽¹⁾ Rend. Acc. Lincei, XVII, 2° sem., pag. 78.

⁽²⁾ Z. f. physik. Chem., 22, p. 614; 46, p. 853.

cui si sperimenta. E se, come ad una regolarità accidentale, io ho accennato al fatto che già in soluzione la complessità molecolare del selenio sarebbe tanto minore quanto a più alta temperatura si fanno le determinazioni, avevo però ben presente quanta e non sempre ben chiarita influenza abbia la natura del solvente sulla complessità molecolare in soluzione (1) e mi riservavo di rivedere in seguito in modo completo l'esattezza delle mie osservazioni.

Infine, non comprendo come il prof. Paternò ritenga non presumibile che una sostanza possa avere in soluzione una complessità molecolare anche più piccola di quella che ha il suo vapore alle più alte temperature. Basti citare l'esempio degli acidi grassi, la cui molecola è semplice nei mezzi non anomalizzati (2): ora, per sdoppiare completamente le loro molecole gassose, bisogna portare la temperatura del vapore molto al disopra del punto di ebollizione (3).

È altresì noto che il tallio, la cui densità di vapore conduce al peso molecolare $Tl_2 = 408,2$ (4) è indubbiamente monoatomico in soluzione nello zinco, nel cadmio e nello stagno (5) coi quali non si combina (6).

E il bismuto che nelle amalgame ha il peso molecolare $Bi_1 = 208,5$ (7), alle più alte temperature ha ancora una densità molto prossima a Bi_2 (8).

Un esempio anche più istruttivo è dato dal cloruro rameoso. Per le esperienze ebullioscopiche di Werner (9) in piridina, solfuro di metile e di etile, di Beckmann (10) in chinolina e per le determinazioni crioscopiche dello stesso autore in cloruro mercurico (11), il cloruro rameoso avrebbe in questi solventi una grandezza molecolare intermedia alle formule $CuCl$ e Cu_2Cl_2 ; inoltre l'ebullioscopia in $BiCl_3$ (PE 447°), secondo Rügheimer e Rudolfi (12) e le misure elettrochimiche di Bodlaender e Storbeck (13) in soluzione acquosa, conducono senz'altro alla formula $CuCl$. Ora, « die Bestimmung des speci-

(1) A questo riguardo si può consultare la mia prima Memoria sui poliioduri. Rend. Acc. Lincei, vol. XVII, serie 5^a, pag. 584.

(2) Cfr. Auwers, Z. f. physik. Chem., 42, pag. 213.

(3) Cahours, an. 1845, t. LVI, pag. 176.

(4) Biltz e V. Meyer, Ber., 22, pag. 725.

(5) Heycock e Neville, Proc. Chem. Soc., 1896-97, n. 176, pag. 60; CC. 1889, I, pag. 666; CC. 1891, I, pag. 129.

(6) Vegesak, Z. f. anorg. Chem., 52, pag. 30; Kurnakow e Puschin, CC. 1902, I, pag. 172.

(7) Ramsay, Z. f. physik. Chem., 3, pag. 359; Tammann, Z. f. physik. Chem., 3, pag. 441.

(8) Biltz e V. Meyer, loc. cit.

(9) Z. f. anorg. Chem., 15, pag. 1.

(10) Z. f. anorg. Chem., 51, pag. 236.

(11) Z. f. anorg. Chem., 55, pag. 175.

(12) Lieb. Ann., B. 339, pag. 311.

(13) Z. f. anorg. Chem., 31, pp. 1 e 458.

« fischen Gewichtes des Dampfes bei 1560° führt nach Untersuchungen von
« V. Meyer und C. Meyer ⁽¹⁾ zu einem der Formel Cu_2Cl_2 (theoretische
« Dichte 6,83) entsprechenden Werthe (gefunden 6,93) und die Erhöhung
« der Temperatur auf 1692° bewirkt nach H. Biltz und V. Meyer ⁽²⁾ nur
« eine geringe Abnahme (gefunden 6,60 und 6,44). Dagegen führen unsere
« Molekulargewichtsbestimmungen in siedender Wismuthchloridlösungen exat
« zur Formel CuCl , also bei einer Temperatur von 447° » ⁽³⁾.

Dunque, il fenomeno da me osservato non è unico: e non mi risulta che sia stato mai revocato in dubbio il risultato delle misure crioscopiche od ebullioscopiche quantunque ragioni di analogia e di comportamento diverso allo stato di vapore si prestassero a critiche della natura di quelle esposte dal prof. Paternò. Io non credo, quindi, di aver preteso dalla crioscopia più di quanto essa possa dare.

Chimica — *Su un sale doppio di nitrato ed ossalato di torio.* Nota di O. ANGELUCCI, presentata dal Corrispondente L. BALBIANO.

Chimica fisiologica. — *Soluzione di argento colloidale ottenuta per azione dell'acqua distillata pura sull'argento metallico.* Nota di MARGHERITA TRAUBE-MENGARINI ed ALBERTO SCALA, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Chimica fisiologica. — *Ricerca del fosforo colla lastra fotografica* ⁽⁴⁾. Nota del prof. LUIGI SABBATANI, presentata dal Socio L. LUCIANI.

L'anno scorso, desiderando fare uno studio dell'assorbimento, ripartizione e fissazione, della scomparsa ed eliminazione del fosforo nell'avvelenamento acuto, mi persuasi presto che i metodi analitici ordinariamente usati (Mitscherlich, Dusart e Blondlot, Scherer) non potevano servire affatto al mio scopo: perchè quantunque siano sensibilissimi, non lo sono ancora abbastanza, per le quantità piccolissime di fosforo che avrei dovuto cercare; perchè esigono la

⁽¹⁾ Ber., 12, pag. 1283.

⁽²⁾ Loc. cit.

⁽³⁾ Rügheimer e Rudolf, loc. cit., pag. 345.

⁽⁴⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di farmacologia della R. Università di Parma.

distruzione del tessuto, ed io avrei voluto scoprire il fosforo nel sangue fresco e negli organi tuttora vivi; perchè richiedono molto materiale, ed io avrei avuto bisogno che mi potesse bastare anche una sola goccia di sangue; perchè sono sempre di applicazione piuttosto lunga e delicata, ed io avrei desiderato di potere ripetere i saggi uno dietro l'altro molto rapidamente.

Fu così che pensai di usufruire l'azione riducente del fosforo, come nel saggio Scherer, ma sulla lastra fotografica alla gelatina bromuro d'argento, anzichè sulla listerella di carta al nitrato d'argento.

Otteni subito dei risultati eccellenti, proprio come desideravo, e mentre io mi accingeva allo studio della reazione del fosforo e di altri agenti riduttori sulla lastra fotografica, e cercava di stabilire il valore che questa reazione può avere nelle ricerche farmacologiche sul fosforo, feci eseguire da Gardella (1) una prima serie di esperienze sulla possibile applicazione di questo metodo alla ricerca tossicologica; il prof. Gardenghi l'ha adoperato per alcune ricerche igieniche industriali (2); Gardella comunicò al Congresso di Firenze della Soc. ital. per il progresso delle scienze (1908) alcune prime osservazioni farmacologiche fatte con questo metodo; io stesso ho comunicato alla Società Medica di Parma (3) delle esperienze sull'assorbimento e fissazione del fosforo, fatte colla lastra fotografica, ed ho poi affidato allo studente Tomasinelli lo studio farmacologico completo della circolazione del fosforo negli animali avvelenati.

Il fosforo giallo può agire sulla lastra in vari modi (4).

Per una riduzione diretta del sale argentario, analoga a quella che si ha nel saggio Scherer, con formazione di Ag_3P ed Ag ; la lastra resta direttamente macchiata, la macchia è bruno-rossastra, rugginosa, di aspetto metallico; si vede subito, senza bisogno di usare liquidi rivelatori, e persiste al trattamento coll'iposolfito. Queste impronte sono state osservate da Liesegang (5), si ottengono solo con quantità grandi di fosforo, poste molto vicino alla lastra; io le ho ottenute bene operando sott'acqua.

La fosforescenza agisce sulla lastra in modo del tutto simile alla luce ordinaria e l'impressione si sviluppa solo durante l'uso dei liquidi rivelatori. Queste impressioni si ottengono solo quando esiste fosforescenza, e si manifestano anche esponendo la lastra capovolta, in modo che la gelatina non

(1) Gardella E., *Riconoscimento del fosforo mediante la lastra fotografica*. Archivio di Psich., Med. leg. ed Antropol. crim., 29 (1908).

(2) Mi ha verbalmente comunicato il risultato delle sue ricerche, che pubblicherà presto.

(3) Sabbatani L., *Riconoscimento del fosforo con lastra fotografica, ed applicazioni*. Bollettino della Società Medica di Parma 1 [2] (1908), 174-176.

(4) Il fosforo rosso, anche in forte quantità, si è sempre mostrato inattivo sulla lastra fotografica.

(5) Liesegang R. E., *Phosphographie (Photographische Mitteilungen, 37)* [Zeitsch. f. phys. Chem. 45 (1903) 379].

possa venire toccata dai vapori di fosforo. Di questo genere di impressioni soltanto pare voglia giovarsi ora Valeri ⁽¹⁾, applicando la lastra fotografica all'apparecchio Mitscherlich.

Un terzo genere di impressione, che non mi consta sia stato studiato da altri, si ottiene quando sulla gelatina al bromuro d'argento arriva il fosforo in quantità così piccola che non può dare nessuna traccia di imbrunimento diretto, e nessuna impressione da fosforescenza. Queste impressioni si ottengono per modificazioni, che minime tracce di fosforo producono sul bromuro d'argento, simili a quelle prodotte dalla luce; si rendono visibili solo durante lo sviluppo e restano fissate dall'iposolfito; si ottengono solo quando la gelatina può venire a contatto diretto dei vapori di fosforo o di soluzione acquosa di esso. Queste impressioni sono le più importanti di tutte, sono le sole che veramente interessano nella ricerca delle quantità minime di fosforo e su di esse basa il metodo di ricerca del fosforo che adopero nelle esperienze farmacologiche sopra dette. L'applicazione di questo metodo incomincia proprio quando un'azione riducente diretta del saggio Scherer, o la fosforescenza col l'apparecchio Mitscherlich, o la colorazione verde della fiamma d'idrogeno col metodo Dusart e Blondlot riuscirebbero del tutto negative.

La sensibilità della reazione che si ottiene col fosforo sulla lastra fotografica è così enormemente grande, che per un momento dubitai seriamente fosse data non direttamente dal fosforo, ma da azioni radioattive sue, analogamente a quello che Graetz ⁽²⁾ aveva ammesso per spiegare la grande sensibilità della lastra fotografica all'acqua ossigenata, ma che poi fu dimostrato non ammissibile da Precht ed Ostuki ⁽³⁾ e da Padoa ⁽⁴⁾.

Dubitai che la grande sensibilità della reazione potesse dipendere da particolari emanazioni del fosforo, così strenuamente sostenute da Bloch ⁽⁵⁾ e negate da Schmidt ⁽⁶⁾. Dubitai in fine che, ossidandosi facilmente il fosforo

⁽¹⁾ Valeri, *Azione della fosforescenza sui preparati al bromuro di potassio in rapporto alla tossicologia del fosforo*. Accademia Medica di Padova; seduta del 26 febbraio 1909 [*Patologica* 1 (1909) 219].

⁽²⁾ Graetz L., *Die strahlungsartigen Erscheinungen des Wasserstoffsperoxyds*. Physikalische Zeitschr. 5 (1904), 730-731; *Strahlung des Wasserstoffsperoxyds*. Verh. d. D. Phys. Ges. 3 (1905), 78-86.

⁽³⁾ Precht I. u. Ostuki C., *Strahlung des Wasserstoffsperoxyds*. Ber Dtsch. phys. Ges. 3 (1905) 53-56; Verh. der Dtsch. phys. Ges. 3 (1905), 163-169.

⁽⁴⁾ Padoa M., *Osservazioni sulla pretesa radioattività dell'acqua ossigenata*. Atti R. Acc. Lincei, Sc. fis., mat. e nat., 14, II (1905), 43-44.

⁽⁵⁾ Bloch E., *Sur l'émanation du phosphore*. C. r. de l'Acad. des Sc., 135 (1902), 1324-1326; *Sur l'ionisation par le phosphore*. C. r. de l'Acad. des Sc., 137 (1903), 1040-1042.

⁽⁶⁾ Schmidt G. C., *Ueber die Emanation des Phosphors*. Ann. der Physik, 10 [4] (1903), 704-729; Ber. Dtsch. Physik. Ges., 4 (1907), 640-679; Physikal. Zeitschr. 5, 445-447.

durante il processo di ossidazione, si producessero delle piccole quantità di acqua ossigenata o di ozono, e che queste fossero realmente la causa della grandissima sensibilità della reazione.

Parmi però che dall'assieme delle esperienze fatte restino interamente esclusi tutti questi dubbî, e resti dimostrato che le reazioni sulla lastra sono prodotte direttamente dal fosforo.

Stando sempre nella camera fotografica ed operando a temperatura ambiente, adopero la lastra fotografica in due modi: o portandola direttamente a contatto della materia da esaminare, od esponendola ai vapori di fosforo che si svolgono da essa.

Nel primo modo si fa cadere sulla gelatina una goccia del liquido (soluzioni acquose, sangue) od un pezzetto del tessuto (fegato, cervello, muscolo) che si vuole esaminare, vi si lascia per 10 minuti, quindi si lava la lastra con un getto d'acqua un po' forte e si tratta coi reattivi ordinari di sviluppo e fissaggio usati in fotografia (1); se il liquido od il tessuto conteneva fosforo, nel punto toccato la lastra diventa bruna o nera, a seconda della quantità di fosforo presente. Si ottengono così delle reazioni molto bene visibili anche con una sola goccia della comune acqua di fosforo, diluita al centesimo; acqua di fosforo che, quando è satura, per consenso quasi unanime dei chimici ne contiene solo tracce non dosabili. Ma per avere un'idea della squisita sensibilità della reazione, si rifletta che la quantità di fosforo che si può supporre si trovi in una goccia d'acqua diluita al centesimo sarebbe, in base a determinazioni di solubilità del fosforo nell'acqua, di *pochi centesimi di millesimi di milligramma*.

La solubilità del fosforo in acqua è secondo Stich (2) gr. 0,0003 %, secondo Bokorny (3) gr. 0,0200 %, e secondo determinazioni nostre sarebbe compresa fra 0,0150 e 0,0079 % (4): per cui, supponendo sia di gr. 0,0100 %. avremmo che in una goccia d'acqua diluita al centesimo, sarebbero contenuti appena gr. 0,00000005 = gr. 5×10^{-8} di fosforo. Questa cifra non ci deve rappresentare un valore assoluto, ma più che tutto l'ordine di grandezza cui arriva la sensibilità squisita della reazione.

(1) Per lo sviluppo adoperavo una miscela a parti uguali di soluzioni A e B:

A) Carbonato di sodio . . . gr.	14	B) Idrochinone gr.	2
Bromuro di potassio . . . "	2	Metolo "	3
Acqua cm. ³	600	Solfito di sodio "	28
		Acqua cm. ³	600

Per la fissazione adoperavo la soluzione d'iposolfito di sodio al 20 per cento.

(2) Stich C., *Zur Löslichkeit des Phosphors*. Pharm. Zeitung 18, 343-344.

(3) Bokorny Th., *Ueber die Wasserlöslichkeit wässriger Phosphorlösungen*. Chem. Ztg. (1896), 1022.

(4) La solubilità cresce moltissimo colla temperatura da 0° a 38°.

Nel secondo modo si espone la lastra ai vapori di fosforo. Servono a questo scopo molto bene dei piccoli bicchieri cilindrici, ad orli molati e piani, entro cui si pongono cm.³ 10 di liquido, o gr. 10 di sostanza da esaminare, finamente tagliuzzata o spappolata, se si tratta di tessuti (fegato, muscolo, cervello, ecc.). Si copre il bicchiere colla lastra, tenendo la gelatina rivolta in basso, e dopo un'ora si tratta la lastra coi liquidi soliti di sviluppo e fissaggio.

Se vi è fosforo, i suoi vapori impressionano la lastra, si forma un disco bruno o nero, che riproduce la forma della sezione interna del bicchiere, e qui si avverta che la forma stessa precisa della immagine esclude in modo sicuro che si tratti di impressione ottenuta per opera della fosforescenza.

In questo modo si riesce ad avere reazione sensibile ancora con cm.³ 10 di acqua di fosforo diluita ad $\frac{1}{1200}$, cioè con una quantità di fosforo che, supponendo ancora la solubilità in acqua di gr. 0,0100 %, si valuta a gr. 0,0000008 = 8×10^{-7} . *otto decimi di millesimo di milligramma.*

Per esposizione ai vapori la reazione è quindi meno sensibile che per contatto diretto; ma più netta, più sicura, e, in molti casi, preferibile.

Come esempio riproduco nella fig. 1 alcune negative ottenute per contatto diretto con una goccia di acqua di fosforo diluita al $\frac{1}{10}$ ed al $\frac{1}{100}$ e per dieci minuti di contatto, ed altre ottenute per esposizione ai vapori con cm.³ 10 di acqua di fosforo sempre più diluita e per un'ora di esposizione.

A) *Contatto diretto.*

Numero della lastra	1	2
Acqua di fosforo diluita al . . .	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$

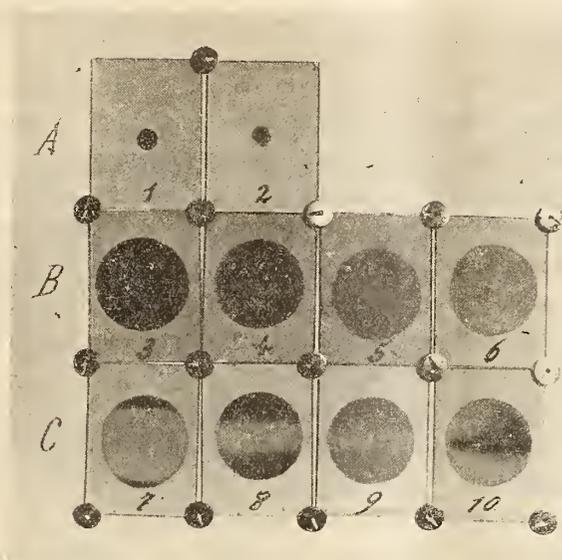
B) *Esposizione ai vapori.*

Numero della lastra	3	4	5	6
Acqua di fosforo diluita al . . .	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{300}$	$\frac{1}{600}$	$\frac{1}{1200}$

Si può ancora facilmente svelare la presenza di minime quantità di fosforo nell'aria espirata di un animale avvelenato o nell'aria di un ambiente, facendo arrivare un getto dell'aria stessa per 10-15 minuti sopra una parte limitata della lastra, che si tiene chiusa e bene protetta dalla luce entro una cassetta adatta.

L'impressione della lastra è data sicuramente dal vapore di fosforo che arriva a contatto della gelatina; è favorita grandemente dalla presenza contemporanea di vapore d'acqua, da una temperatura un po' alta della materia fosforata ed un po' bassa della lastra. In queste condizioni di temperatura si ottiene una deposizione più abbondante di vapore; quando invece la temperatura della lastra è più alta di quella della materia da esaminare, la impressione è dobolissima e può anche mancare del tutto.

A questo proposito, nella figura annessa riporto una serie di negative ottenute in esperienze nelle quali saggiavo colla lastra cm.³ 10 di acqua di fosforo diluita al decimo, per mezz'ora, e facevo in modo che, restando fissa la temperatura ambiente alla quale operavo, contemporaneamente in un tubetto di vetro posto trasversalmente sulla lastra circolasse dell'acqua, ora fredda ed ora calda, in modo che una zona centrale della lastra venisse riscaldata o raffreddata, rispetto al resto della lastra stessa.



C) *Influenza della temperatura (vedi figura).*

N. della lastra	Temperatura della zona centrale della lastra	Temperatura ambiente e di quasi tutta la lastra	Differenza di temperatura
7	31°,0	19°,5	+ 11°,5
8	19°,0	16°,0	+ 3°,0
9	17°,0	15°,0	+ 1°,5
10	15°,0	15°,5	- 0°,5

Si vede così che la lastra resta impressionata sempre e prevalentemente nella parte più fredda, dove la precipitazione di vapore d'acqua e di fosforo è maggiore. Ciò parmi escluda che queste impressioni della lastra dipendano da emanazioni del fosforo; e dimostra che la condizione migliore per ottenere una reazione molto sensibile è di scaldare leggermente il bicchiere che contiene la materia da esaminare e raffreddare contemporaneamente la lastra, sovrapponendovi un altro bicchiere pieno d'acqua fredda.

Fra le sostanze che reagiscono sulla lastra fotografica in modo simile al fosforo, dobbiamo ricordarne due, che presentano un particolare interesse nelle ricerche chimico-biologiche. L'una è l'acido solfidrico, e l'altra, l'acqua ossigenata.

Quanto all'acido solfidrico, partendo da soluzioni acquose esattamente titolate, ho potuto vedere che per contatto diretto con la lastra in 10 minuti si riesce ad avere una reazione ancora sensibile con una goccia di soluzione, contenente gr. $0,8 \times 10^{-8}$ di acido solfidrico: e per esposizione ai vapori in un'ora si ha una reazione sensibile ancora con cm.³ 10 di soluzione contenente gr. 17×10^{-7} .

Si avverta però che certamente la reazione è di gran lunga più sensibile di quello che appare da queste cifre, quando si rifletta alla grande ossidabilità del solfidrico, ed alla grandissima diluizione a cui si era giunti, per cui una parte non piccola di solfidrico era andata certamente perduta.

Se in un liquido in cui si vuole cercare il fosforo fosse contenuto anche del solfidrico, basterebbe aggiungere alcune gocce di soluzione di acetato di piombo, perchè questo fisserebbe il solfidrico, lascierebbe libero il fosforo, e la lastra esposta ai vapori ne accuserebbe la presenza così bene, come se si trattasse d'una soluzione pura di fosforo.

Quanto all'acqua ossigenata è noto già da parecchi anni che essa impressiona la lastra fotografica. Russel⁽¹⁾ vide che in questo modo si può riconoscere la presenza di perossido d'idrogeno anche in soluzione ad un milionesimo, ed ora da esperienze che ho fatte con acqua ossigenata al 30 % di Merck, trovo che per contatto diretto in 10 minuti si possono svelare ancora gr. 0,000000015 di H₂O₂ contenuti in una sola goccia d'acqua, e per esposizione ai vapori a temperatura ambiente in un'ora si svelano ancora gr. 0,003 di H₂O₂ contenuti in 10 cm.³ d'acqua.

È noto che molte sostanze organiche, molti metalli, ecc., possono impressionare la lastra fotografica, e si crede che ciò avvenga perchè, ossidandosi queste sostanze, producono sempre delle tracce di perossido d'idrogeno, che andrebbe ad impressionare la lastra. Ora si potrebbe dubitare che anche il fosforo agisca sulla lastra non direttamente, ma indirettamente per formazione di perossido.

Si avverta però che per esposizione ai vapori la sensibilità della lastra appare molto minore al perossido che non al fosforo, e si avverta inoltre che le impressioni ottenute con sostanze ossidabili si producono sempre lentissimamente, nel giro di molte ore, mentre col fosforo l'impressione avviene rapidamente.

(¹) Proc. Roy. Inst. 16 (1900), 140-146; Zeitsch. f. phys. Chem. 37, 118-119.

Limiti di sensibilità delle reazioni sulla lastra fotografica a temperatura ambiente (1).

	Soluzioni acquose	
	Per contatto diretto 1 goccia per 10 minuti	Per esposizione ai vapori cmc. 10 per 1 ora
Fosforo	$5,0 \times 10^{-8}$	8×10^{-7}
Acido solfidrico	$0,8 \times 10^{-8}$	17×10^{-7}
Perossido d'idrogeno	$1,5 \times 10^{-8}$	0,003

Per il riconoscimento del fosforo la lastra serve molto bene quando si tratta di cercarlo negli organi, nel sangue o nell'aria espirata. Per contatto diretto una goccia di sangue in dieci minuti dà un risultato sicuro, per esposizione ai vapori gr. 10 di sangue o di tessuto finamente tagliuzzato ed un'ora di esposizione sono sufficienti.

Il sangue ed i tessuti di animali sani, ed il sangue di uomo sano e malato di varî processi morbosi, non ha mai dato traccia di reazione, che possa mascherare quella del fosforo. Il sangue ed i tessuti di animali avvelenati col fosforo hanno dato sempre più o meno presto una reazione sicura.

La così detta « foto-reazione del sangue » descritta da Schläpfer (2), si produrrebbe debole e lentissima, dopo molte ore di esposizione; in un'ora dal sangue fresco non si ha mai nulla. Anzi è degno di nota che, operando per contatto diretto con sangue e tessuti, se questi non contengono fosforo, la lastra nel punto toccato resta leggermente insensibilizzata, talchè prolungando un po' il trattamento coi liquidi rivelatori, mentre tutta la lastra imbrunisce alquanto, resta invece più chiara nel punto toccato; proprio il rovescio di quello che avviene quando i tessuti stessi contengono fosforo.

Mineralogia. — *Baritina di Brosso e Traversella.* Nota del dott. LUIGI COLOMBA, presentata dal Socio G. SPEZIA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(1) Come già dicemmo sopra, a queste cifre non si deve e non si può dare una grande importanza, come valori assoluti; valgono solo a mostrare l'ordine di grandezza cui arriva la sensibilità di queste reazioni.

(2) Schläpfer V. *Photoaktive Eigenschaften des kaninchenblutes.* Pflüger' Arch. 108 (1905), 537-562.

Cristallografia. — *Studio cristallografico dell'acido ortotimotico e di due timotidi isomeri.* Nota di A. ROSATI, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Patologia vegetale. — *Un'esperienza sopra il valore del chemotropismo nell'azione parassitaria dei funghi.* Nota di L. PETRI, presentata dal Socio G. CUBONI.

Queste Note saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

RELAZIONI DI COMMISSIONI

Il Socio STRÜVER, relatore, a nome anche del Corrispondente VIOLA, legge una Relazione colla quale si propone la pubblicazione nei volumi accademici, della Memoria del dott. G. PONTE, avente per titolo: *Il diabase di Paraspora ed i fenomeni di deformazione nei suoi feldspati.*

Il Socio GRASSI, relatore, a nome anche del Socio TODARO, legge una Relazione sulla Memoria del dott. G. BRUNELLI, intitolata: *La spermatogenesi del Grillus desertus Pall. (Divisioni spermatogoniali e maturative)*, concludendo col proporre l'inserzione nei volumi accademici.

Entrambe le precedenti Relazioni, messe partitamente ai voti dal PRESIDENTE, sono approvate dalla Classe, salvo le consuete riserve.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Segretario MILLOSEVICH presenta le pubblicazioni giunte in dono, segnalando quelle inviate dal Corrisp. VIOLA, dal Socio straniero HAECKEL e dai professori DE ANGELIS D'OSSAT e SACCO. Menziona inoltre una pubblicazione apparsa in occasione del centenario della Società geologica di Londra; un'altra fatta dagli ammiratori e dagli allievi del prof. ZEUTHEN, Socio straniero dell'Accademia, in occasione del suo 70° genetliaco; e due opere contenenti, l'una un *Catalogo della fauna Brasiliana* edito a cura di I. H. e R. von IHERING, e relativa l'altra alle risorse minerarie dell'India, compilata dall'HOLLAND.

Il Socio CERRUTI fa omaggio, a nome dell'autore prof. CALDARERA, dell'opera: *Primi fondamenti della geometria nello spazio* e ne parla.

Il Socio MARCHIAFAVA offre la sua pubblicazione: *Sopra l'arteriosclerosi* e ne dà notizia.

CORRISPONDENZA

Il Segretario MILLOSEVICH dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti.

Ringraziano per le pubblicazioni ricevute:

La Società Reale di Vittoria; la Società geologica di Sydney; l'Accademia delle Scienze e il Museo di Storia naturale di Nuova York; il Museo Coloniale di Wellington; la Biblioteca Bodleiana di Oxford; gli Osservatori di Cambridge Mass., e di Praga.

OPERE PERVENUTE IN DONO ALL'ACCADEMIA
presentate nella seduta del 2 maggio 1909.

- AGAMENNONE G. — Brevi cenni sull'organizzazione del servizio sismico in Italia. s. l. ed a. 4°.
- ALVAREZ J. — Origenes de la Música Argentina. s. l. 1908. 8°.
- BERLESE A. — Gli Insetti: loro organizzazione, sviluppo, abitudini e rapporti coll'uomo. Vol. I. Milano, 1906-09. 4°.
- CALDARERA F. — Primi fondamenti della Geometria dello Spazio. Seguito alla prima parte col titolo: Primi fondamenti della Geometria del Piano. (Estr. dal vol. XLVI del Giornale di Matem. di Battaglini). Palermo, 1908.
- CHANTRE E. — Le docteur E. Kamy: sa vie et ses travaux (1842-1908). (Société d'Anthropologie de Lyon. Séance du 6 février 1809). Lyon, 1909. 8°.
- DALGADO D. G. — Notes on the climate of Mont'Estoril and the Riviera of Portugal, or the climate of Mont'Estoril determined by the Flora and by Oceanic and Atmospheric Currents. Lisboa, 1908. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — I terreni acquitrinosi della Campagna Romana. Altipiano. (Estr. dal Boll. della Soc. degli Agric. Ital., n. 11 del 15 giugno 1907). Roma, 1907. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Il Miocene nella Valle del Trigno (Estr. dal Bull. della Soc. geol. ital., v. XXVIII 1908). Roma, 1908. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Scisto bituminoso ad Ittiolo nell'Appennino Centrale. (Estr. dalla Rass. Miner. e dalla Industria chimica, v. XXIX, 1909). Torino, 1909. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Lavatore De Angelis d'Ossat. Lavatore per arricchire le rocce con cinabro granulare o con qualunque altro minerale pesante, come oro, ecc. (Estr. dalla Rass. Miner. e dall'Ind. chim., v. XXVIII). Torino, 1908. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Sulla geologia della provincia di Roma. Comunicazione. (Estr. dal Boll. della Soc. geol. ital., vol. XXVII). Roma, 1908. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Altri zoantari del terziario della Patagonia. (Anales del Museo Nac. de Buenos Aires, t. XVI, ser. 3ª). Buenos Aires, 1907. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Il sottosuolo della Campagna Romana e le alberature. (Estr. dal Boll. della Soc. degli agric. ital., n. 16, 31 agosto 1907). Roma, 1907. 8°.
- DE) ANGELIS D'OSSAT G. — Vincenzo Spirek (28 agosto 1852-3 ottobre 1907). (Estr. dal Boll. della Soc. geol. ital., v. XXVII). Roma, 1909. 8°.
- DE) BLASIO A. — Arnesini litici del Molisano. (Estr. dal fasc. di marzo 1909 della Rivista d'Italia). Roma, 1909. 8°.
- FESTSKRIFT til H. — G. Zeuthen fra Vener og Elever i Anledning af Hans 70 Aars Fodselsdag 15. Februar 1909. Kobenhavn, 1909. 8°.
- HAECKEL E. — Das Wettbild von Darwin und Lamarck. Festrede zur Hundertjährigen Geburtstag-Feier von Charles Darwin am 12. Februar 1909 gehalten im Volkshause zu Jena. Leipzig, 1909. 8°.
- HALE G. E. — Mount Wilson solar Observatory of the Carnegie Institution of Washington. Annual Report. 1908. (Reprint. from Year Book, n. 7). s. l. ed a. 8°.
- HOLLAND T. H. — Sketch of the mineral resources of India. Published by order of the Government of India. Calcutta, 1908. 4°.
- IHERING H. (VON) E IHERING R. (VON). — Catalogos da Fauna Brasileira editados

- pelo Museu Paulista S. Paulo-Brazil. Vol. I, As Aves do Brazil. São Paulo, 1907. 8°.
- JANET C. — Anatomie du Corselet et histolyse des muscles vibrateurs, après le vol nuptial, chez la reine de la Fourmi (*Lasius niger*). Texte et planches. Limoges, 1907. 8°.
- JANET C. — Histogénèse du Tissu adipeux remplaçant les muscles vibrateurs histolysés après le vol nuptial, chez les reines des Fourmis. (Estr. des Compt. rend. hebdom. de Séances de l'Acad. des Sciences. T. 144, 1907). Limoges, 1907. 4°.
- JANET C. — Histolyse des muscles de mise en place des ailes, après le vol nuptial, chez les reines des Fourmis. (Estr. des Compt. rend. des Séances de l'Acad. des Sciences. 9 dec. 1907). Rennes, 1908. 4°.
- JANET C. — Histolyse, sans phagocytose, des muscles vibrateurs du vol, chez les reines des Fourmis. (Estr. Compt. rend. hebdom. des Séances de l'Acad. des Sciences. T. 144). Limoges, 1907. 4°.
- LACROIX A. — Sur quelques minéraux radioactifs du Madagascar. (Estr. du Bull. de la Soc. Franç. de Minéralogie, XXXI). Paris, 1908. 8°.
- LONGO B. — Osservazioni e ricerche sul *Ficus Carica* L. (Annali di Botanica, vol. VII, fasc. 2°). Roma, 1909. 8°.
- LONGO B. — La poliembrionia nello *Xanthoxylum Bungei* Planch. senza fecondazione. (Estr. dal Bull. della Soc. Bot. Ital. Aduanza di Firenze, 14 novembre 1908). s. l. ed a. 8°.
- MACHADO V. — Les applications directes et indirectes de l'Électricité à la Médecine et à la Chirurgie. Lisbonne, 1908. 4°.
- MARCHIAFAVA E. — Sopra l'Arteriosclerosi. (Estr. dagli Atti della V riunione della Soc. Ital. di Patologia. Palermo, 1908). Palermo, 1909. 8°.
- MILLOSREVIC F. — Sopra gli epidoti poco ferriferi (clinozoisite-epidoto) di S. Barthélemy in Val d'Aosta. (Estr. dagli Atti della Soc. Ligustica di Scienze naturali e geogr., vol. XIX). Genova, 1908. 8°.
- ODDONE E. — Sui Geysers e sui Pseudo-Geysers. (Estr. dal Bollett. della Soc. Sism. Ital., vol. XIII). Modena, 1909. 8°.
- ODDONE E. — Appunti fisici per lo studio del terremoto di Sicilia e Calabria (addì 28 dic. 1908). (Estr. dagli Annali della Soc. degli Ingegneri e Architetti italiani, n. 7, apr. 1909). Roma, 1909. 4°.
- PLATANIA G. — Sull'eruzione dell'Etna nel 29 aprile 1908. Prima relazione. (Estr. dalle Mem. della Classe di Sc. della R. Accad. degli Zelanti, 3^a serie, vol. V). Acireale, 1908. 8°.
- PLATANIA G. — Il terremoto calabrese dell'8 settembre 1905 a Stromboli. (Estr. dalle Mem. della Classe di Sc. della R. Accad. degli Zelanti, 3^a serie, vol. V). Acireale, 1906. 8°.
- RIBAGA C. — La Prospaltella Berleseii How. parassita della Diaspis pentagona Targ. Sua introduzione in Italia per parte della R. Staz. Entomol. di Firenze, e notizie biologiche su questo imenottero. (R. Staz. di Entomologia agraria in Firenze). Firenze, 1909. 8°.
- RUSO A. — Sopra alcuni problemi di zoologia generale e sopra i mozzi più opportuni per risolverli. Discorso inaugurale del VII convegno dell'Unione zoologica italiana, tenutosi a Bormio, sett. 1908. Catania, 1909. 8°.
- SACCO F. — Giovanni Plana. Cenni biografici. Torino, 1908. 8°.
- SACCO F. — Cenni geologici sulle Alpi Marittime. (Estr. dalla Guida delle Alpi Marittime, Sezione di Torino del Club alpino ital.). Torino, 1908. 8°.
- SACCO F. — Edilizia sismologica. Norme generali e bibliografia. Raccolta. Perugia, 1908. 8°.
- SACCO F. — La Terra è viva! (Estr. dal Numero Unico « Pro Sicilia et Calabria »). Torino, 1909. 4°.
- SACCO F. — Le zone luminose della luna. (Estr. dalla Rivista d'Astronomia e scienze affini. Nov. 1908). Torino, 1908. 8°.

- SACCO F. — Il Molise. Schema geologico. (Estr. dal Boll. della Soc. geolog. ital., vol. XXVII). Roma, 1909. 8°.
- SACCO F. — Uu allarme di geologia applicata alle direttissime Bologna-Firenze e Genova-Milano. (Estr. dal Giorn. di Geol. Prat., anno VI). Perugia, 1908. 8°.
- SACCO F. — Glacialismo ed erosioni nella Majella. (Estr. dagli Atti della Soc. Ital. di Scienze Nat., vol. XLVII). Padova, 1909. 8°.
- SACCO F. — Il Gruppo della Majella Studio geologico. (R. Accad. delle Scienze di Torino, anni 1908-1909). Torino, 1909. 4°.
- SEMMOLA E. — Le curve iso-anomale della gravità terrestre e le aree sismiche. (Estr. dagli Atti del R. Ist. d'Incoragg. di Napoli. Ser. VI, vol. V). Napoli, 1909. 4°.
- VIOLA C. — Reflexion an der Grenze eines isotropen Mediums gegen einen Krystall und Bestimmung der Hauptbrechungsindices. (Sonderabd. aus "Zeitschrift für Krystallographie usw." XLVI. B., 2. H.). Leipzig, 1909. 8°.
- VIOLA C. — Relazione fra gli indici di faccie e zone nel simboleggiamento a tre e a quattro indici. (Estr. dalla Rivista di Mineralogia e Cristallogr. Ital., vol. XXXVI). Padova, 1909. 8°.
- WATTS W. W. — The centenary of the Geological Society of London, celebrated Sept. 26th to Oct. 3rd. London, 1909. 8°.

E. M.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 maggio 1909.

Volume XVIII.º — Fascicolo 10º

Iº SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti :

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonché il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 16 maggio 1909.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Botanica. — *Sulla probabile origine dell' Iris florentina L.* Nota preventiva del Socio R. PIROTTA e del dott. M. PUGLISI.

In una serie di ricerche, iniziate da uno di noi e continuate poi insieme, intorno alla variazione delle forme vegetali e all'origine di forme nuove, abbiamo avuto occasione di osservare nell'*Iris florentina L.* dei cambiamenti di colore del perianzio, che quasi tutti i sistematici e i floristi indicano di color bianco, alcuni soltanto rilevando che le foglie perigoniali possono essere lievissimamente azzurrognole.

Le osservazioni furono continuate per parecchi anni; riportiamo ora, per lo scopo della presente Nota, quelle registrate nella primavera del 1908 e in quella del corrente anno sugli esemplari di questa pianta, che si trovano nel Giardino dell'Istituto Botanico (a Panisperna) e nell'Orto Botanico (già Villa Corsini).

Primavera del 1908. — Su 8000 fiori di *Iris florentina L.*, dieci presentano su di un tepalo esterno, presso il margine laterale e verso l'apice del lembo, una macchia azzurra di intensità uniforme al centro, sfumata verso la periferia, della larghezza di 8 a 13 mm., di figura romboidale o trapezoidale, colla base verso il margine del lembo.

Tutti i bottoni florali, siano essi ancora avvolti dalla brattea o ne siano già liberi, presentano i tepali convoluti, fino al momento di schiudersi, di una tinta azzurrina violacea diffusa, *più intensa presso le nervature dei tepali medesimi*. I filli interni molto di rado presentano siffatta colorazione, la quale del resto scompare sempre, dileguandosi a poco a poco, anche dai filli esterni, a misura che il fiore si schiude e diventa adulto. Di regola invece persistono, specialmente se sono intense ed estese, le striature azzurre del lembo dei tepali esterni, nelle adiacenze delle nervature; e la loro presenza è spesso ancora riconoscibile fino alla sfioritura.

Primavera del 1909. — Sopra un totale di 7310 fiori esaminati, ne troviamo:

18 con macchia azzurra sul lembo di un tepalo esterno;

4 con macchia azzurra o piuttosto cerulea, sul lembo di un tepalo interno;

3 con striscia azzurra sulla dilatazione stigmaticca;

5 con striature azzurre vaghe, sul lembo di un solo tepalo esterno;

157 con striature azzurre sul lembo di tutti e tre i tepali esterni;

46 con macchioline azzurre (da 1 a 4) sull'unghia dei tepali esterni;

7 con striature azzurre sul lembo dei tepali esterni ed interni.

Il totale dei fiori con variazione di colore, è di 222; quindi rappresentano il 3,01% del totale dei fiori esaminati.

Su qualche fiore si trovano associate più di una delle variazioni di colore sopra ricordate, e cioè:

15 fiori con striature sul lembo dei tepali esterni, e macchioline sull'unghia di un tepalo interno;

1 fiore con striature sul lembo dei tepali esterni ed interni, e macchioline sull'unghia di un tepalo interno;

1 fiore con macchia azzurra sul lembo di un tepalo esterno, e striature sul lembo degli altri due tepali esterni;

1 fiore con leggera macchia cerulea lungo il margine del terzo inferiore di un tepalo esterno; macchia azzurra su quasi la intera metà del lembo di un tepalo interno, e macchioline sull'unghia degli altri due tepali interni;

1 fiore con estesa macchia azzurra sul lembo di un tepalo interno, e macchia simile sulla metà, simmetricamente opposta, del successivo tepalo esterno.

Per quanto riguarda la intensità della tinta delle macchie, strie ecc., possiamo dire, che nelle macchioline dell'unghia dei tepali interni, il colore è piuttosto violetto; le macchie e le striature del lembo dei tepali sono piuttosto azzurre o cerulee, benchè qualcheduna delle macchie tra le più estese sul lembo dei tepali esterni e sulla dilatazione stigmaticca, tenda all'azzurro intenso o al violaceo.

Si potrebbe essere indotti a trovare la spiegazione della presenza di queste variazioni di colore del perianzio dell'*Iris florentina* L. nell'ibridismo tra essa e una delle forme vicine, *Iris germanica* L. e *Iris pallida* Lmck. Si deve però abbandonare ben presto questa supposizione, in seguito allo studio accurato, non soltanto del modo di presentarsi del fenomeno, ma di una serie di altri fatti, che esporremo ampiamente nel lavoro nostro, e di alcuno dei quali ci limitiamo a fare ora cenno.

Anzitutto è da notare che gli individui che portavano fiori con macchie azzurre nel 1907, presentarono fiori perfettamente bianchi nel 1908 e nel 1909; che altrettanto avvenne, per i fiori macchiati nel 1908, ridivenuti bianchi nel 1909; che nel 1909 abbiamo riscontrato fiori con macchie, strie ecc., azzurre in individui che avevano prodotto fiori completamente bianchi nel 1908.

Questo modo di comportarsi *degli stessi individui*, non risponde al comportamento degli ibridi.

Occorre ancora ricordare, che negli individui che hanno servito e servono alle nostre osservazioni, e sono numerosissimi, domina quasi assoluta la sterilità, che è pure quasi assoluta negli individui delle altre due *Iris* del gruppo delle *I. florentina* L. (*I. pallida* Lmck. e *I. germanica* L.) che si trovano insieme o vicini alla *I. florentina* L.

Le ricerche e le osservazioni nostre ci hanno indotto a ritenere, che l'*I. florentina* L., con molta probabilità, sia da considerarsi una *variazione albina* di una delle *Iris* a fiore azzurro dello stesso gruppo, e più precisamente della *I. pallida* Lmck.

Questa variazione bianca comparsa da tempo antico — poichè l'*Iris florentina* L. era nota agli Egiziani ed ai Romani che quasi certamente dall'Egitto la introdussero in Italia — rappresenterebbe uno sdoppiamento, una separazione con isolamento di una razza del medesimo tipo, nel quale tipo si trovano mescolati il carattere del colore bianco con quello del colore azzurro. Il carattere del colore bianco, come in parecchi altri casi analoghi, è recessivo, nascosto rispetto al carattere dominante, palese del colore azzurro nel tipo colorato; può però diventare manifesto, dissociandosi, quindi separarsi e persistere. Ma il carattere dominante, l'azzurro, come appunto avviene in altri casi simili, riappare di quando in quando, senza ordine apparente: talora perdura, tal'altra scompare negli stessi individui.

In appoggio di questa nostra opinione pare a noi stiano molti fatti e non poche considerazioni morfologiche, fisiologiche, ecologiche, sistematiche, geografiche e storiche, che svolgeremo nel nostro lavoro. Ad alcune di esse vogliamo ora brevemente accennare.

Il colore delle macchie, delle strie ecc., è, nella maggioranza dei casi, quello del perianzio dell'*I. pallida* Lmck., che, nella forma ritenuta tipica, è violetto chiaro con vene più colorate, e offre anche forme spontanee con colorazione più intensa, tendenti al violaceo.

L'*I. pallida* Lmck. è molto variabile nei giardini, per coltura, e anche in natura, spontaneamente, presentando molte forme con perianzio a colore molto più pallido, ed altre coi filli di colore sempre più intenso. In certe località, che si ritengono da qualcuno essere la vera patria dell'*I. florentina* L., sono state osservate, colla forma bianca pura, forme azzurre e bianche.

Probabilmente alcune forme coltivate di *Iris*, indicate come varietà dell'*I. germanica* L., con foglie perigoniali di colore più pallido od anche bianchicce, appartengono piuttosto all'*I. pallida* Lmck.

Altre forme, orticole e di origine ignota, ritenute quali varietà dell'*Iris florentina* L., sono anch'esse molto probabilmente da ascriversi all'*I. pallida* Lmck.

Del resto, esistono quasi tutte le gradazioni di colore per passare dal bianco puro (*I. florentina albicans* Baker), all'azzurro e al viola pallido (*I. pallida* Lmck).

Sono state descritte alcune forme di *Iris* con filli perigoniali di color bianco puro, venati di azzurro chiaro o macchiati di azzurro verso il margine, o anche marginati di lilla o di porporino; e furono ritenute ibride, non già di *I. florentina* L. e di *I. pallida* Lmck., bensì di *I. germanica* L. e di *I. pallida* Lmck. Ma oltrechè si tratta di forme orticole, e la loro origine non è per nulla sicura, rileviamo che la presenza di perianzio con foglie perigoniali bianche nella loro maggior parte ricordi, anche per altre ragioni che per ora tralasciamo di indicare, le nostre variazioni.

La patria e la distribuzione geografica dell'*I. florentina* L. e dell'*I. pallida* Lmck., come anche quella dell'*I. germanica* L., sono ancora molto mal sicure, se non del tutto dubbie. Specialmente per l'*I. florentina* L., mentre si accenna vagamente ad un'origine orientale, mediterranea o asiatica, si aggiunge quasi sempre che l'area di sua distribuzione è incerta, che è forma ampiamente coltivata e che è spesso inselvaticita. Però con una certa approssimazione si può dire, che all'area incerta dell'*I. florentina* L., corrisponda sufficientemente l'area poco sicura dell'*I. pallida* Lmck., che fu per molto tempo, anche da botanici, confusa coll'*I. germanica* L.

L'*I. florentina* L. fu osservata anche nell'Arabia meridionale, nello Yemen, ma in condizioni simili, se non identiche, a quelle nelle quali essa si trova in altre località. Nessun serio argomento si ha finora per ritenere che in quella regione l'*I. florentina* L. sia veramente spontanea, e che di là sia passata e coltivata, da tempo, nell'Egitto, come lo è ancora, e dall'Egitto nell'Italia e nelle altre parti dell'Europa, dell'Asia, dell'Africa.

Chimica-fisica. — *Sulla tecnica delle ricerche di trasporto elettrico (e di dialisi) dei colloidi organici* (1). Nota del Corrispondente F. BOTTAZZI.

Credo che possa tornare utile, a chi voglia eseguire esperimenti di « trasporto elettrico » (« cataforesi ») di colloidi organici, conoscere la tecnica che ora io seguo, perchè reputo migliore, dopo avere fatto numerose ricerche nel corso di due anni, e dopo avere superato non poche difficoltà ed eliminato non pochi inconvenienti.

PRIMA DISPOSIZIONE.

Se si ha piccola quantità di liquido (liquidi di animali di piccola mole, secreti ecc.), si può usare l'apparecchio rappresentato dalla fig. 1, e che può

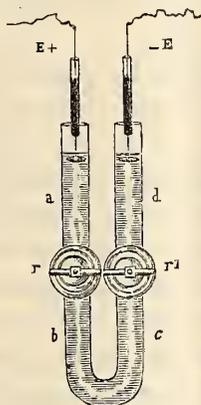


FIG. 1.

esser fatto costruire di dimensioni piccole quanto si vuole. È un tubo ad U, le cui branche, fra loro molto vicine, portano a metà della loro lunghezza una chiavetta (r, r_1), tale da non produrre un restringimento del lume del tubo, il quale deve avere identico lume in tutti i suoi punti. Ordinariamente è bene che il lume del tubo sia di 1 cm. di diametro, e che le branche a e d siano un poco più lunghe delle branche b e c . La soluzione colloidale da esaminare, perfettamente dializzata, è introdotta in b, c fino a riempire anche il lume delle chiavette. Girate queste, in modo da separare la parte inferiore dalla superiore del tubo, si lavano le branche a e d con acqua distillata, e quindi vi si versa acqua distillata, tanta da avere in esse una colonna di

(1) Dall'Istituto di Fisiologia sperimentale della R. Università di Napoli.

liquido di altezza eguale alla colonna del liquido che si trova nelle branche *b* e *c*. Ciò fatto, si fissa l'apparecchio su un sostegno, in modo che non subisca poi spostamenti di sorta; s'introducono nelle branche *a* e *d* i due elettrodi dischiformi di lamina di platino *E* ed *E*₁, in guisa che essi vengano a trovarsi sempre allo stesso livello; si mettono gli elettrodi in comunicazione con due serrafili, ai quali giungono i reofori portanti la corrente stradale (110 o 220 Volta); e finalmente si aprono le chiavette *r*, *r*₁.

Mediante una disposizione adeguata, si fa passare la corrente per un Milliamperometro, intercalato in serie nel circuito, per vedere, di tanto in tanto, la frazione di Milliampère che passa per il sistema. L'intensità della corrente non dev'essere superiore a 0,0001 Ampère, con una caduta di potenziale di circa 5 Volta per centimetro, quando si sperimenta sopra soluzioni di colloidii organici. Dopo che s'è fatta passare la corrente elettrica per 12, 24 o 48 ore, s'interrompe il circuito, si chiudono le chiavette *r* ed *r*₁, e si esaminano separatamente il *liquido positivo* (quello in cui era immerso l'anodo) e il *liquido negativo* (quello in cui era immerso il catodo). Si può anche raccogliere il liquido contenuto in *b*, *c* (dopo aver lavato con acqua le branche *a*, *d*), ed esaminarlo.

Questa disposizione differisce da quella descritta da P. Cernovodeanu e V. Henri ⁽¹⁾ solo in ciò: che io uso elettrodi non saldati nella parete del tubo ma liberi, e che il tubo non ha una graduazione in millimetri incisa sul vetro. Ora, per quanto riguarda la prima differenza, io credo che l'usare elettrodi liberi sia reso necessario dal fatto che talora le lamine di platino (più spesso l'elettrodo negativo) si ricoprono di una materia, su esse depositata, che non è facile allontanare senza portare le lamine all'incandescenza, e poi lavarle con alcali o con acidi, e infine con acqua. E per quanto riguarda la seconda differenza, è certamente meglio avere il tubo direttamente graduato, ma si può raggiungere lo stesso scopo, con minore spesa, incollandovi sopra una scala di carta con divisione in millimetri. Con questo apparecchio si possono fare determinazioni quantitative.

SECONDA DISPOSIZIONE.

Se invece si ha grande quantità di liquido, si può usare l'apparecchio rappresentato dalla fig. 2, che serve solamente per ricerche qualitative. Si prendono tre pesafiltri della capacità di circa 30 cm³; in I e in III si mettono 15 cm³ di acqua bidistillata, in II si mettono 15 cm³ della soluzione colloidale da esaminare. Quindi si riempiono di acqua bidistillata, tenendoli per il manico, i due tubi ad U di vetro 1 e 2, aventi un diametro interno di circa 1 cm; si applicano sulle aperture di ciascuno di essi due vetrini co-

(¹) Compt. Rend. Soc. de Biol., LXII, n. 13, 26 avril 1907, pag. 669; Vedi anche: Henri, Bioch. Zeitschr., XVI, 473 (1909).

prioggetti rotondi, di diametro un poco maggiore, e si rovesciano i tubi, immergendo le branche del tubo 1 nei liquidi I e II, e quelle del tubo 2 nei liquidi II e III. Ci si assicura che, avvenuta l'immersione, i vetrini coprioggetti si sono staccati dalle estremità dei tubi e sono caduti al fondo dei tre pesafiltri; se non si sono distaccati, con un bastoncino di vetro o di platino ben pulito, li si butta giù. Così i tre liquidi sono messi in comunicazione fra loro, in guisa che l'acqua di I si prolunga per il tubo *a 1 b*, e l'acqua di III si prolunga per il tubo *d 2 c*, fino a toccare la soluzione colloidale.

S'immergono gli elettrodi laminari E ed E₁, lunghi 5-6 cm., larghi circa 7 mm., nei vasi I e III, e si fa passare la corrente. Ai tubi 1 e 2 si dà una lunghezza tale da ottenere una caduta di potenziale fra I e III di circa 5 Volta per centimetro.

Terminato l'esperimento, s'interrompe il passaggio della corrente, e si tolgono via i tubi 1 e 2, con velocità tale da evitare caduta del liquido in essi

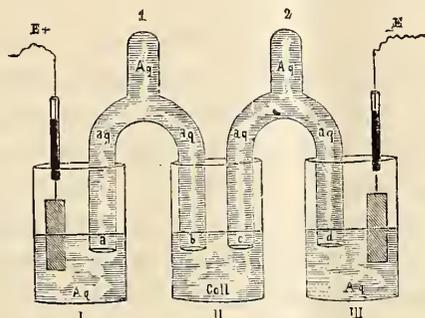


FIG. 2.

contenuto nei tre pesafiltri, operazione che riesce benissimo dopo qualche esercizio. Si esaminano finalmente i liquidi I, II e III separatamente.

Naturalmente si possono usare quattro pesafiltri e tre tubi ad U, o cinque pesafiltri e quattro tubi a U, *immergendo sempre gli elettrodi nei vasi estremi contenenti acqua distillata*, e mettendo nei vasi intermedi, o in tutti e due (o tre) soluzione colloidale o alternativamente acqua e soluzione colloidale ecc.

Questa disposizione differisce da quella descritta da W. Pauli ⁽¹⁾, essenzialmente in ciò, che egli usava tubi a U chiusi in alto con tubo di caoutchouc e una pinza a pressione, e li riempiva aspirando i liquidi contenuti nei vasi sottostanti e poi stringendo la pinza. Egli poteva far ciò perchè usava mettere in tutti e tre i vasi soluzione colloidale, e quindi, riempiendo i tubi per aspirazione, era sempre lo stesso liquido che montava in essi. Ma l'immergere gli elettrodi nella soluzione colloidale in esame,

(¹) Hofmeister's Beiträge, VII, 531 (1906).

come faceva Pauli, è assolutamente da evitarsi; e d'altro canto, se si vuole mettere acqua nei vasi I e III e soluzione colloidale nel vaso II, non si può più riempire i tubi ad U per aspirazione, perchè in questo modo è quasi impossibile evitare che una parte del colloide passi nei vasi I e III. Inoltre, il colloide può venire a contatto del caoutchouc, il che non è bene. Operando nel modo che ho detto, invece, se colloide si trova dopo l'esperimento nel liquido I o in III, è certo che esso vi è giunto per trasporto elettrico.

Recentemente, L. Michaelis⁽¹⁾ ha adoperato per ricerche di cataforesi un tubo ad U, che però si restringe molto a livello delle due chiavette, ed elettrodi impolarizzabili. Ma V. Henri⁽²⁾, gli ha fatto osservare che l'uso di elettrodi impolarizzabili è inutile, perchè se il liquido esaminato non è perfettamente dializzato, « es entstehen beim Stromdurchgange Säure und Alkali an den Grenzflächen zwischen Wasser und der untersuchten Lösung », e « die Benutzung unpolarisierbarer Elektroden, wie es Michaelis anwendet, kann diese Bildung nicht vermeiden ».

DIALISI.

La difficoltà principale, che s'incontra quando si vuole dializzare per più settimane o mesi un liquido colloidale organico (siero di sangue, soluzione di glicogeno, secreti ecc.), consiste nell'impedire la putrefazione del liquido. Assai incomodo è fare la dialisi in ambiente sempre sterile, con acqua distillata sterile, quando questa dev'essere cambiata una o due volte al giorno; ma questo sarebbe il mezzo ideale. Un mezzo relativamente semplice per evitare la putrefazione sarebbe quello di fare la dialisi nella stufa a 55° C; ma questo mezzo non si può usare per il siero di sangue, i secreti ecc., le cui proteine a quella temperatura, sebbene non coagulino, subiscono tuttavia alterazioni notevoli (formazione di alcaliproteine nel siero di sangue, e forse anche nei secreti, e quindi denaturazione dei fermenti ecc.), per cui per es. le sieroglobuline non precipitano, o solo in piccolissima quantità, durante la dialisi⁽³⁾.

Non resta quindi che adoperare sostanze le quali, aggiunte all'acqua, impediscano lo sviluppo dei germi nel colloide. Di questo mezzo io mi sono servito. Io fo la dialisi (in budelli di pergamena artificiale, o in dializzatori sacciformi di « viscoses » che fornisce la casa Leune di Parigi, o in dializzatori di collodion) entro grandi vasi cilindrici, chiusi con tappi smerigliati che portano sulla faccia inferiore un uncino, pure di vetro, al quale viene appeso il dializzatore, e aggiungo all'acqua distillata (mai al liquido contenuto nel dializzatore) tanto cloroformio che l'acqua, agitata di tanto in

(1) Biochem. Zeitschr., XVI, 81 (1909).

(2) Biochem. Zeitschr., XVI, 473 (1909).

(3) Ciò risulta da mie ricerche personali, ancora inedite.

tanto, ne rimanga sempre satura. Pauli, oltre al cloroformio, aggiungeva ⁽¹⁾ anche toluolo, così che l'acqua si trovava fra uno strato di cloroformio sotto, e uno di toluolo sopra. L'aggiunta del toluolo, però, è inutile se i vasi rimangono ben chiusi con tappi smerigliati, e l'acqua viene agitata più volte al giorno. In tali condizioni, l'acqua rimane sempre satura di cloroformio, e lo sviluppo dei germi è assolutamente impedito. Il solo toluolo, aggiunto al liquido che dializza e all'acqua esterna, è anche capace d'impedire in modo assoluto la putrefazione ⁽²⁾.

Zoologia agraria — *Notizie e descrizioni preliminari di insetti parassiti della *Diaspis pentagona**. Nota del Corrispondente F. SILVESTRI.

Fin dal 1904 quando io, dopo la nomina a professore di zoologia generale e agraria nella R. Scuola superiore d'agricoltura in Portici, fui anche incaricato della Direzione del Laboratorio di Entomologia agraria, annesso a quella Scuola, credetti mio dovere di procurare l'introduzione in Italia di insetti parassiti, di insetti dannosi e specialmente di quelli, che introdotti da noi senza i loro nemici naturali, causano gravi perdite all'economia nazionale. Pensai innanzi tutto all'introduzione di parassiti animali e vegetali della *Diaspis pentagona* chiedendoli nel Giappone prima e poi in Nord America, dove si sapeva ⁽³⁾ che fin dal 1902 era stato introdotto il *Chilocorus*, chiamato allora *C. similis* Rossi, ma che in questa Nota credo dover ritenere distinto dalle specie fino ad ora descritte.

Per circostanze diverse non potei aver nulla dal Giappone prima del corrente anno, mentre nel 1907 ricevevo, per gentilezza del prof. L. O. Howard rametti infetti da *Diaspis pentagona*, dai quali ottenni un buon numero del suo parassita, *Prospaltella Berlesei* How. che fu da me distribuita ad Acerra (Caserta), Grottamare (Ascoli Piceno) e Palombina (Ancona), dove si è egregiamente acclimatata ⁽⁴⁾.

L'anno scorso, grazie anche al generoso sussidio che questa R. Accademia mi concesse, potei visitare varie regioni degli Stati Uniti del Nord America e le isole Hawaii, dove raccolsi anche insetti parassiti di Coccidi-

⁽¹⁾ Loc. cit.

⁽²⁾ Hardy, Journ. of Physiol., XXXIII, 251, 1905-6.

⁽³⁾ C. L. Marlatt, *Preliminary Report on the importation and present status of the asiatic ladybird*. U. S. Department of Agriculture. Divis. of Entomology. Bull. n. 37, New Series, pagg. 78-84.

⁽⁴⁾ Cfr. Martelli, *Acclimatazione della *Prospalta* parassita endofago della *Diaspis pentagona* in quel di Acerra*, Rivista Agraria di Napoli XVIII, n. 49; e *L'acclimatazione della *Prospalta* anche nelle Marche*, Ibidem n. 50 (1908).

niglie e di Afidi, parassiti che in parte giunsero morti, in parte morirono durante l'inverno, ma in parte è da sperarsi che si siano acclimatati.

Per la *Diaspis pentagona* portai due predatori: il *Rhizobius lophantae* ed il *Chilocorus bivulnerus*, oltre a rametti infetti di *Diaspis* parassitizzata da *Prospaltella*. Il primo fu distribuito in varie località dell'Italia meridionale e a Lonato, presso Brescia; ed è sperabile che si acclimiti perchè fino alla metà di aprile si sono visti a Portici esemplari vivi.

Il *Chilocorus bivulnerus* morì durante l'inverno, però ne attendo invii dal Nord America.

Il mio viaggio mi servì però ad avere molte altre informazioni dal prof. Howard intorno all'esistenza di altri parassiti della *Diaspis* in varie altre regioni della terra (1).

Tornato in Italia ho rivolto preghiera a entomologi del Giappone, di Africa, d'Australia, delle Indie, dell'America Meridionale per avere parassiti della *Diaspis*, ma fino ad ora soltanto il dott. S. I. Kuwana è riuscito a mandarmi un materiale molto interessante ed il dott. C. P. Lounsbury a fornirmi importanti notizie ed esemplari di un parassita endofago.

In questa ed in altre Note future io riferirò intorno alle specie di parassiti della *Diaspis*, che mi sono giunte dalle varie regioni e darò notizie di quelle, che sto tentando di acclimatare.

I.

Chilocorus Kuwanae sp. n.

Syn. *Chilocorus renipustulatus* ex p. Crotch, A revision of the coleopterous family Coccinellidae, pag. 185 (1874) et auct.

" *Chilocorus similis* Marlatt (nec Rossi!), U. S. Department of Agriculture. Divis. of Ent. Bull. N. Ser., n. 37, pag. 78 e n. 62, pag. 65.

Il corpo ha la forma di una callotta avente il diametro longitudinale di poco maggiore del trasversale (4,48:4,10) e la massima altezza uguale quasi alla metà del diametro longitudinale.

Il colore della parte superiore del corpo è nerissimo splendente con una macchia rossa rotondeggiante, o poco più larga che lunga, la quale in direzione longitudinale si estende dalla parte anteriore del primo terzo della lunghezza totale dell'elitra per circa due terzi del secondo (cioè essa in lunghezza sorpassa di poco la metà dell'elitra) ed in larghezza cominciando alla distanza di circa due settimi della larghezza totale di un'elitra (a partire dal suo margine interno) arriva poco al di là dei quattro settimi.

(1) Silvestri F., *Sguardo allo stato attuale dell'entomologia agraria negli Stati Uniti del Nord America e ammaestramenti che possono derivarne per l'agricoltura italiana*, Boll. Soc. Agr. Italiana XIV, n. 8 (30 aprile 1909).

Il capo è nero con antenne fulvo-ferruginee. Le parti dorsali del torace e dell'addome coperte dalle elitre sono di un colore testaceo-ferrugineo. La parte ventrale del torace e quasi tutto il primo segmento dell'addome, eccetto i lati, sono neri, il resto della parte ventrale dell'addome è fulvo-ferrugineo.

Le zampe sono nere coi primi due articoli del tarso provvisti inferiormente di un denso pulvillo grigiastro.

Il capo è fornito di punti abbastanza fitti e profondi da cui sorge un corto pelo; tali punti sono un poco più grossi e profondi nella parte anteriore della faccia.

Le antenne hanno il primo articolo un quarto più lungo del secondo, gli articoli 3-6 in lunghezza quasi uguali fra di loro e ingrossantisi sempre più dal terzo, che è sottile, al sesto; il settimo è circa un quarto più lungo del sesto ed è il più grosso specialmente a causa della sporgenza terminale antero-inferiore; l'ottavo è circa un quinto più lungo del settimo e subconico, colle setole apicali poco più lunghe dell'articolo stesso.

Il palpo mascellare ha l'ultimo articolo il doppio più lungo che largo.

Il pronoto e le elitre hanno la superficie impressa di punti piccoli, distintissimi, poco profondi e fitti.

Le parti sternali sono quasi lisce, hanno pochi e corti peli sparsi.

Il processo anteriore del primo sternite addominale ha punti numerosi e grossetti aventi un corto pelo. Il resto dell'addome ha peli corti poco numerosi nei primi segmenti, più numerosi a poco a poco nella parte posteriore.

Le zampe hanno la faccia inferiore fornita di corti peli abbastanza numerosi e sul lato interno del primo e secondo articolo dei tarsi, un corto, denso e largo pulvillo.

Lunghezza del corpo (dimensioni più frequenti) mm. 4,48; larghezza 4,10; altezza 2,16; lunghezza delle antenne 0,54.

Habitat. Cina e Giappone.

Osservazione. Questa specie fino ad ora era stata da tutti gli autori riferita al *C. renipustulatus* Scriba, o al *C. similis* Rossi da quelli che considerarono quest'ultima specie come identica al *C. renipustulatus*.

Il *C. similis* Rossi è ormai ritenuta come specie esclusivamente italiana, ma deve essere ancora fatta conoscere nelle sue particolari differenze.

Il *C. renipustulatus* Scriba è certamente molto affine al *C. Kuwanae*, ma si distingue da questa a colpo d'occhio, innanzi tutto per la forma del corpo che a pari lunghezza è un poco meno largo che nel *C. Kuwanae* e un poco più alto. Inoltre la macchia delle elitre è sempre più grande e più trasversale che nel *C. Kuwanae*, le antenne sono un poco più corte che in

questa specie e l'ultimo articolo del palpo mascellare è proporzionatamente più largo che nel *C. Kuwanae*. La punteggiatura è più distinta in quest'ultima specie che nel *C. renipustulatus*.

In un individuo di uguale lunghezza dell'esemplare misurato del *C. Kuwanae* cioè di mm. 4,48, la larghezza è di mm. 3,8 e l'altezza di mm. 2,21.

Il Ganglbauer⁽¹⁾ descrive il *C. renipustulatus* come « halbkugelig, so breit als lang » ma negli esemplari che io ho esaminato ho trovato sempre le proporzioni sopra indicate.

Anche il Mulsant⁽²⁾ dà per dimensioni del *C. renipustulatus* cifre che si avvicinano a quelle da me osservate, ossia lunghezza mm. 45-57, larghezza 36-45.

Dedico questa specie all'entomologo giapponese dott. S. I. Kuwana, alla cui gentilezza dobbiamo gli esemplari avuti vivi e che potranno, speriamo, dare una abbondante discendenza di attivi nemici della *Diaspis pentagona*.

Il dott. Kuwana mi spedì un centinaio di esemplari di questo *Chilocorus*, ma soltanto tre femmine giunsero vive a Portici la mattina del 3 maggio. Il giorno dopo furono portate ad Acerra, dove due di esse sono tuttora vive. Nella cassetta si trovarono anche una diecina di ova deposte negli ultimi giorni del viaggio, e che hanno già dato la larva.

Il Marlatt afferma che questo *Chilocorus* può compiere da quattro a cinque generazioni, secondo i climi, se così succedesse in Italia e se imenotteri parassiti di altri *Chilocorus* non si adattassero a combatterlo molto, avremmo realmente ora un nemico, su cui si potrebbe contare per una lotta naturale, efficace contro la *Diaspis pentagona*. Per ora speriamo il meglio e attendiamo con cura prima ad allevarlo in un certo numero e poi a distribuirlo.

Ad Acerra in aprile portai anche vari esemplari di un parassita endofago della *Diaspis* del genere *Aphelinus*, ottenuto pure da materiale del Giappone nonchè una femmina fecondata di *Arrhenophagus*. Intorno ad essi riferirò nella seconda nota.

(1) Die Käfer von Mitteleuropa, III, pag. 982.

(2) Hist. nat. d. Coleopt. de France. Sulcicolles, pag. 168.

Matematica. — *Contributo alla teoria di certe equazioni funzionali.* Nota del dott. U. CRUDELI, presentata dal Socio VALENTINO CERRUTI.

Sia l'equazione

$$(1) \quad \varphi(y) - z \int_a^b \left\{ A(x, y) \frac{d\varphi(x)}{dx} + B(x, y) \varphi(x) \right\} dx = f(y) \quad (b > a),$$

studiata dai sigg. Fubini ⁽¹⁾ e Lauricella ⁽²⁾ nel caso $z=1$, dove z è un parametro ausiliario indipendente, φ la funzione incognita, e dove il cammino (ab) del campo reale è costante. Le funzioni note, nella (1), siano finite e la loro natura sia tale da rendere lecite le operazioni, che verranno eseguite nel corso delle nostre dimostrazioni.

Nella suddetta ipotesi, la (1) ammette, entro un certo campo del parametro z , una soluzione, la quale è funzione regolare del parametro in discorso.

Supponiamo che una tale soluzione esista. Avremo, denotandola con Φ ,

$$[\Phi(y)]_{z=0} = f(y),$$

e, derivando la (1) rispetto a z , e, poi, ponendovi $z=0$,

$$\left[\frac{d\Phi(y)}{dz} \right]_{z=0} = \int_a^b \left\{ A(x, y) \left[\frac{d\Phi(x)}{dx} \right]_{z=0} + B(x, y) [\Phi(x)]_{z=0} \right\} dx,$$

ovvero

$$(2) \quad \left[\frac{d\Phi(y)}{dz} \right]_{z=0} = \int_a^b \left\{ A(\xi, y) \frac{df(\xi)}{d\xi} + B(\xi, y) f(\xi) \right\} d\xi,$$

ξ essendo compresa fra a e b .

Avremo, poi, derivando due volte la (1) rispetto a z , e facendovi $z=0$,

$$\left[\frac{d^2\Phi(y)}{dz^2} \right]_{z=0} = 2 \int_a^b \left\{ A(x, y) \left[\frac{d}{dz} \left(\frac{d\Phi(x)}{dx} \right) \right]_{z=0} + B(x, y) \left[\frac{d\Phi(x)}{dz} \right]_{z=0} \right\} dx,$$

ovvero

$$\left[\frac{d^2\Phi(y)}{dz^2} \right]_{z=0} = 2 \int_a^b \left\{ A(x, y) \frac{d}{dx} \left[\frac{d\Phi(x)}{dz} \right]_{z=0} + B(x, y) \left[\frac{d\Phi(x)}{dz} \right]_{z=0} \right\} dx,$$

dove la $\left[\frac{d\Phi(x)}{dz} \right]_{z=0}$ si calcola mediante la (2), ponendovi $y=x$.

⁽¹⁾ Fubini, Bollettino dell'Accad. Gioenia (1905, fasc. LXXXIII).

⁽²⁾ Lauricella, Atti R. Accad. dei Lincei (21 giugno 1908, pag. 775).

Seguitando a derivare la (1), si potrebbero avere le derivate successive della Φ . Resulta facilmente che

$$\begin{aligned}
 (\S) \quad & \left[\frac{d^{n+1}\Phi(y)}{dz^{n+1}} \right]_{z=0} = \\
 & = (n+1) \int_a^b \left\{ A(x, y) \frac{d}{dx} \left[\frac{d^n\Phi(x)}{dz^n} \right]_{z=0} + B(x, y) \left[\frac{d^n\Phi(x)}{dz^n} \right]_{z=0} \right\} dx \\
 & \quad (n = 1, 2, 3, \dots).
 \end{aligned}$$

Potremo anche scrivere

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{d^2\Phi(y)}{dz^2} \right]_{z=0} &= 2 \int_a^b \int_a^b A(x, y) A'(\xi, x) \frac{df(\xi)}{d\xi} d\xi dx + \\
 &+ 2 \int_a^b \int_a^b A(x, y) B'(\xi, x) f(\xi) d\xi dx + \\
 &+ 2 \int_a^b \int_a^b B(x, y) A(\xi, x) \frac{df(\xi)}{d\xi} d\xi dx + \\
 &+ 2 \int_a^b \int_a^b B(x, y) B(\xi, x) f(\xi) d\xi dx.
 \end{aligned}$$

dove

$$\begin{aligned}
 A'(\xi, x) &= \frac{\partial A(\xi, x)}{\partial x} \\
 B'(\xi, x) &= \frac{\partial B(\xi, x)}{\partial x}.
 \end{aligned}$$

Ovvero potremo scrivere

$$\left[\frac{d^2\Phi(y)}{dz^2} \right]_{z=0} = 2 \int_a^b \left\{ A_1(x, y) \frac{df(x)}{dx} + B_1(x, y) f(x) \right\} dx.$$

dove

$$\begin{aligned}
 A_1(x, y) &= \int_a^b \left\{ A'(x, \xi) A(\xi, y) + A(x, \xi) B(\xi, y) \right\} d\xi, \\
 B_1(x, y) &= \int_a^b \left\{ B'(x, \xi) A(\xi, y) + B(x, \xi) B(\xi, y) \right\} d\xi.
 \end{aligned}$$

Talchè

$$\left[\frac{d^{n+1}\Phi(y)}{dz^{n+1}} \right]_{z=0} = (n+1)! \int_a^b \left\{ A_n(x, y) \frac{df(x)}{dx} + B_n(x, y) f(x) \right\} dx,$$

essendo

$$\begin{aligned}
 A_n(x, y) &= \int_a^b \left\{ A'_{n-1}(x, \xi) A(\xi, y) + A_{n-1}(x, \xi) B(\xi, y) \right\} d\xi, \\
 B_n(x, y) &= \int_a^b \left\{ B'_{n-1}(x, \xi) A(\xi, y) + B_{n-1}(x, \xi) B(\xi, y) \right\} d\xi,
 \end{aligned}$$

dove è manifesto il significato dei simboli.

Siano, nel dato intervallo (ab) , le funzioni $A(x, y)$, $B(x, y)$, $\frac{\partial A(x, y)}{\partial y}$, $\frac{\partial B(x, y)}{\partial y}$, $f(x)$, $\frac{df(x)}{dx}$ inferiori, in valore assoluto, ad un determinato numero finito M .

Avremo, allora, nel campo in discorso,

$$\begin{aligned} |A_1(x, y)| &< 2M^2(b - a) \\ |B_1(x, y)| &< 2M^2(b - a) \\ |A'_1(x, y)| &< 2M^2(b - a) \\ |B'_1(x, y)| &< 2M^2(b - a) \\ |A_2(x, y)| &< 2^2 M^3(b - a)^2 \\ |B_2(x, y)| &< 2^2 M^3(b - a)^2 \\ &\dots \\ |A_n(x, y)| &< 2^n M^{n+1}(b - a)^n \\ |B_n(x, y)| &< 2^n M^{n+1}(b - a)^n \\ &\dots \end{aligned}$$

Talchè

$$\begin{aligned} \left| \left[\frac{d\Phi(y)}{dz} \right]_{z=0} \right| &< 2(b - a) M^2 \\ \left| \left[\frac{d^2\Phi(y)}{dz^2} \right]_{z=0} \right| &< 2! 2^2(b - a)^2 M^3 \\ \left| \left[\frac{d^3\Phi(y)}{dz^3} \right]_{z=0} \right| &< 3! 2^3(b - a)^3 M^4 \\ &\dots \\ &\dots \\ \left| \left[\frac{d^n\Phi(y)}{dz^n} \right]_{z=0} \right| &< n! 2^n(b - a)^n M^{n+1} \\ &\dots \\ &\dots \end{aligned}$$

Ora, indichiamo con ρ il modulo di z e consideriamo la serie

$$\begin{aligned} &M + 2(b - a) M^2 \rho + 2^2(b - a)^2 M^3 \rho^2 + \\ &+ 2^3(b - a)^3 M^4 \rho^3 + \dots + 2^n(b - a)^n M^{n+1} \rho^n + \dots = \\ &= M \sum_0^\infty [2(b - a) M \rho]^h = M \sum_0^\infty \mu^h, \end{aligned}$$

avendo posto

$$2(b - a) M \rho = \mu.$$

La serie

$$\sum_0^{\infty} \mu^h$$

è la serie geometrica; dunque possiamo asserire che, per

$$\rho = |z| < \frac{1}{2(b-a)M},$$

la serie

$$(4) \quad [\Phi(y)]_{z=0} + \left[\frac{d\Phi(y)}{dz} \right]_{z=0} z + \frac{1}{1 \cdot 2} \left[\frac{d^2\Phi(y)}{dz^2} \right]_{z=0} z^2 + \dots$$

sarà convergente assolutamente ed uniformemente.

Nell'analisi precedente, abbiamo supposto che la Φ fosse una soluzione della data equazione. Si potrebbe, ora, verificare facilmente che la serie (4), dove

$$[\Phi(y)]_{z=0} = f(y)$$

$$\left[\frac{d\Phi(y)}{dz} \right]_{z=0} = \int_a^b \left\{ A(\xi, y) \frac{df(\xi)}{d\xi} + B(\xi, y) f(\xi) \right\} d\xi$$

e le successive derivate si calcolano mediante la (3), costituisce, entro il suddetto campo di convergenza, una soluzione della equazione (1).

Matematica. — *Sulle equazioni fra matrici* $AX=XB, X^m=A$.
Nota del dott. FRANCESCO CECCONI, presentata dal Socio U. DINI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sulla continuità di un integrale rispetto ad un parametro.* Nota della dottoressa P. QUINTILI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Nella Nota *Sulla continuità di un integrale rispetto ad un parametro*, pubblicata in questi Rendiconti (1), dimostro che l'integrale

$$F(y) = \int_c^{\infty} \varphi(x) K(x, y) dx$$

è una funzione continua di y .

Per dimostrare questo teorema, ponevo le due condizioni seguenti:

1°. La funzione $\varphi(x)$ sia una funzione limitata, monotona, e tenda a zero per x infinito: la funzione $K(x, y)$ sia una funzione delle due va-

(1) Volume XVII, serie 5ª, fasc. 10, 2° sem. 1908.

riabili x ed y per la quale, indipendentemente da x, y, p, q , si abbia sempre:

$$\left| \int_p^q K(x, y) dx \right| < M$$

dove M è un numero fisso.

2°. La funzione $K(x, y)$ per ogni valore finito di x sia semplicemente continua rispetto ad y .

Delle quali condizioni, la 1ª permette di dimostrare la convergenza uniforme della funzione $F(y)$ per ogni intervallo finito di valori y , e la 2ª serve a stabilire che l'integrale

$$\int_c^\gamma \varphi(x) K(x, y) dx$$

è funzione continua di y .

Da queste deduzioni consegue la continuità dell'integrale $F(y)$.

Una osservazione del prof. Arzelà della R. Università di Bologna, mi fa tornare sull'argomento per rimuovere una obbiezione a cui la deduzione della continuità dell'integrale

$$\int_c^\gamma \varphi(x) K(x, y) dx$$

da quella della funzione $K(x, y)$ può dar luogo.

Infatti, questa deduzione è fondata sulla disuguaglianza

$$|K(x, y + h) - K(x, y)| < \omega$$

che, per un valore di ω prefissato, si verifica per ogni punto (x, y) quando h è abbastanza piccolo. Ma è da notare che, quando si consideri un valore fisso di y , il limite superiore dei valori assoluti di h per cui la disuguaglianza precedente è valida, è funzione di x , e potrebbe darsi che questa funzione di x , senza esser mai effettivamente zero, avesse per limite inferiore lo zero, nel qual caso non esisterebbe uno stesso valore di $|h|$, diverso da zero, che valesse per ogni punto x dell'intervallo $c \dots \gamma$.

Ma a questo inconveniente si può facilmente riparare supponendo che esista un valore di h fisso, che valga per ogni punto x ; ma questa condizione equivale a supporre la convergenza uniforme della funzione $K(x, y + h)$ verso l'altra funzione $K(x, y)$; e questa è una condizione ben nota (1).

Giova però notare che, anche lasciando inalterate le condizioni da me poste nella Nota citata, la continuità dell'integrale

$$F(y) = \int_c^\infty \varphi(x) K(x, y) dx$$

(1) V. Arzelà, *Calcolo infinitesimale*, 2° vol., 1° fasc., pag. 37.

continua a sussistere. Ciò è dimostrato nella Nota del prof. Arzelà: *Sugli integrali di funzioni che, oltre alla variabile d'integrazione, contengono altre variabili* ⁽¹⁾ e, in modo più generale, nella 2^a parte della sua Memoria: *Sulle serie di funzioni* ⁽²⁾; lavori che, quando io pubblicai la mia Nota, non conoscevo e che, data la loro importanza, son lieta di avere avuto l'occasione di esaminare e di studiare attentamente.

Meccanica applicata. — *Effetto dell'attacco elastico sul rollio d'un aeroplano.* Nota del dott. L. ORLANDO, presentata dal Corrispondente V. REINA.

In una Nota sopra un brevetto Crocco, inserita nel precedente fascicolo di questi Rendiconti, noi abbiamo descritto un dispositivo tale da permettere alle ali di un aeroplano un'automatica variazione dell'angolo α che la loro sezione longitudinale fa coll'asse di spinta. Abbiamo veduto che ciò modera le variazioni della pressione totale P , agente contro le ali, quando, per mutamenti di velocità o di angolo d'incidenza, questa pressione P tenda ad alterarsi.

Fra le perturbazioni alle quali è soggetto un aeroplano non è soltanto temibile la variabilità della pressione totale, sostentatrice, ma anche, e notevolmente, il cosiddetto *rollio*. Il rollio può essere effetto di cause accidentali, ma anche di cause sistematiche. Basta, per esempio, che l'aeroplano giri a sinistra perchè l'ala situata a destra tenda ad innalzarsi. Ciò risulta subito chiaro quando si pensi che, se un aeroplano largo $2l$ si trova in una girata di raggio ϱ , allora l'estremità esterna, l'asse centrale e l'estremità interna debbono percorrere curve concentriche di rispettivi raggi $\varrho + l$, ϱ , $\varrho - l$. Le velocità d'incidenza, dalle quali dipendono le forze sostentatrici, sono dunque proporzionali a questi tre numeri.

Ma possiamo brevemente farci un'idea più precisa della coppia che tende a rovesciare verso sinistra un aeroplano di larghezza $2l$ che giri a sinistra con raggio ϱ .

Sia p la pressione sostentatrice per unità di larghezza. Assumendo l'origine delle coordinate sull'asse longitudinale, e seguendo coll'asse delle x , nel senso della larghezza, il piano alare, fissiamo positive le ascisse sulla destra e negative quelle sulla sinistra.

Se k rappresenta un coefficiente per unità di larghezza, noi potremo scrivere, per una formula canonica, già adoperata nella Nota precedente,

$$pdx = k\alpha v^2 dx,$$

⁽¹⁾ Rendiconti Accademia di Bologna, 1888.

⁽²⁾ Idem, 1900.

dove α è l'angolo d'incidenza, e v la velocità dell'elemento dx . Ora, se v_0 è la velocità dei punti dell'asse longitudinale, che supporremo animato di movimento uniforme nella girata, noi possiamo anche scrivere

$$pdx = k\alpha v_0^2 \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2 dx,$$

perchè $v_0 \frac{\rho + x}{\rho} = v_0 \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)$ è la velocità v dell'elemento dx . Il mo-

mento della coppia rovesciatrice è dunque

$$M = k\alpha v_0^2 \int_{-l}^l x \left(1 + \frac{x}{\rho}\right)^2 dx = \frac{4}{3} \frac{k\alpha v_0^2 l^3}{\rho}.$$

Osservando che la pressione totale P_0 , relativa alla velocità v_0 sopra una traiettoria rettilinea ed orizzontale, sarebbe $Kv_0^2\alpha$, cioè $2lkv_0^2\alpha$, possiamo anche scrivere

$$(1) \quad M = \frac{2}{3} \frac{P_0 l^2}{\rho}.$$

Per un aeroplano di 500 chili, largo 14 metri, che dalla linea retta entrasse in una girata di raggio di 80 metri, si svilupperebbe una coppia rovesciatrice equivalente a quella che sarebbe generata da due forze, ognuna dell'intensità di 14 chili, che agissero alle due estremità in sensi contrari. Effettivamente un aeroplano non entra in girata senza un angolo di rollio, che riduce alquanto il braccio di questa coppia, nè l'asse longitudinale è obbligato, come abbiamo qui supposto, a stare nel piano verticale tangente alla traiettoria; ma è chiaro pur sempre che esiste una forte azione ribaltatrice, tale da preoccupare seriamente gli aviatori ed i costruttori.

Si pensò di costruire ali poco larghe e molto profonde, cioè sviluppate in senso longitudinale; ma le belle esperienze di Langley mostrarono che la potenza sustentatrice delle ali poco larghe è molto scarsa a parità di area. Si venne allora ai biplani ed ai triplani, che sviluppano in altezza ciò che sarebbe imprudente sviluppare in larghezza ed inefficace sviluppare in profondità. Ultimamente poi si venne ai regolatori di rollio, destinati ad introdurre una coppia che facesse contrasto colla M .

Il dispositivo di Crocco, brevettato nel 1903, che abbiamo descritto nella precedente Nota, è un vero e proprio regolatore di rollio. Ciò non risulta molto chiaramente dal brevetto, ma fu accennato dal Crocco, allora tenente del genio, in una conferenza svolta nel 1904 agli ufficiali del genio del presidio di Roma. In tale conferenza il Crocco presentava un modellino di aeroplano *regolabile al rollio*. Le ali erano collegate elasticamente nel

modo descritto. Nella girata a sinistra, l'ala destra, sorretta più dell'altra, cedeva elasticamente, in modo da risentire soltanto una piccola aliquota di questo eccesso di pressione sustentatrice; l'ala sinistra poi, richiamata dalle sue molle, si presentava con maggiore angolo d'incidenza alla diminuita velocità.

Ciò non annullava *M*, ma soltanto lo riduceva. Sebbene, in pratica, si può osservare che è già abbastanza ridurre notevolmente *M*, anche senza annullarlo, e ciò per la presenza di altri organi stabilizzatori che si trovano generalmente negli aeroplani; tuttavia il Crocco aggiungeva un dispositivo, mediante il quale l'aviatore, agendo a leva sulle molle, poteva aggiungere alla correzione automatica un'ulteriore correzione volontaria.

Queste idee ebbero allora poca pubblicità, perchè le teorie relative all'aeroplano erano da pochissimi prese sul serio.

Intanto, in America, i fratelli Wright inventavano, nel 1904, un regolatore di rollio, non automatico, ma comandato dall'aviatore. È notevole in esso la semplicità costruttiva, veramente geniale. L'aviatore, mediante leva, tira alcuni fili, che ripiegano l'estremo lembo dell'ala interna alla girata, in modo che dia maggiore sustentamento; nello stesso tempo, i ritegni dell'ala esterna si allentano, e questa si fa sfuggente e meno atta a risentire l'eccesso di pressione. Tutto ciò è collegato col timone di girata, ma l'entità del collegamento è comandata dall'aviatore; chiamando, come si usa, *gauchissement* questo sistema regolatore, si può, cioè, dire, che ad una stessa girata l'aviatore può far corrispondere diversi *gauchissements*, con diversi effetti.

Nel 1905 il sig. marchese F. Filiasi, di Napoli, ideò un regolatore di rollio, che oggi vediamo utilmente applicato negli aeroplani Bleriot. Citiamo alcune frasi caratteristiche del brevetto Filiasi (R. G. n. 79782. R. A. n. 218127).

« Una od entrambe le ali sono provvedute di parti mobili indipendentemente da esse, e collegate fra di loro a sistema, il cui spostamento viene operato a mano dall'aeronauta, per impedire, o smorzare, i movimenti di oscillazione intorno all'asse longitudinale (movimenti di rollio) ».

Poi dice: « Quando l'aeroplano tende ad inclinarsi da un lato, il guidatore, manovrando la ruota, abbassa opportunamente uno degli sportelli, mentre solleva l'altro; e così, facendo variare la spinta verticale dai due lati, ottiene il raddrizzamento dell'apparecchio ».

Più tardi osserva che i movimenti di beccheggio potranno essere compensati automaticamente, ma quelli di rollio debbono essere regolati dall'aviatore. L'automatismo nello smorzamento del rollio era già, invece, contenuto nell'idea di Crocco.

Gli aeroplani Bleriot hanno *sportelli*, o, per meglio dire, *alette* mobili, che automaticamente si oppongono alla coppia rovesciatrice.

Nel 1908 i Wright, estendendo l'idea del *gauchissement* (già brevettato nel 1904), vollero brevettare « des surfaces horizontales placées à droite et à gauche du centre de la machine, pouvant être présentées à l'air sous des angles d'incidence variables ». È quasi superfluo notare che la pubblica conferenza tenuta da Crocco nel 1904, e il brevetto Filiasi del 1905 tolgono ogni valore commerciale al nuovo brevetto Wright.

Con ciò noi abbiamo soltanto accennato a quanto ci è capitato sotto gli occhi, ed è probabile che altri inventori abbiano inventato altri regolatori di rollio; ma questi cenni bastano forse a far vedere quanto sia industrialmente importante il concetto di regolare il rollio degli aeroplani.

Ed ora, dal punto di vista quantitativo, faremo un po' di teoria dell'azione regolatrice che hanno sul rollio gli attacchi elastici, descritti nella precedente Nota.

Supponiamo che, nel senso della larghezza, ogni dx sia un'aletta collegata elasticamente per conto proprio. In pratica, noi possiamo, con un dispositivo speciale, avvicinarci molto a quest'idea, che potrebbe parere troppo teorica.

Richiamiamo dunque la formula $\alpha = \alpha_0 - n(P - P_0)$, della precedente Nota, ed osserviamo che $P - P_0$ vale $2l(p - p_0)$, il che ci consente di scrivere

$$\alpha = \alpha_0 - 2ln(p - p_0).$$

Combinandola coll'altra $pdx = kav_0^2 \left(1 + \frac{x}{\varrho}\right)^2 dx$, dianzi stabilita, noi possiamo eliminare α ed ottenere

$$pdx = \frac{(nKv_0^2 + k\alpha_0v_0^2) \left(1 + \frac{x}{\varrho}\right)^2 dx}{1 + nKv_0^2 \left(1 + \frac{x}{\varrho}\right)^2},$$

perchè $2lk$ vale K , come è facile vedere.

Chiamando N il momento della coppia, analoga a M , che ora si sviluppa, otteniamo

$$(2) \quad N = (nKv_0^2 + k\alpha_0v_0^2) \int_{-l}^l \frac{x \left(1 + \frac{x}{\varrho}\right)^2 dx}{1 + nKv_0^2 \left(1 + \frac{x}{\varrho}\right)^2}.$$

Questa formula (2) lascia misurare la coppia N , ma ci offre poca luce sul valore del rapporto $\frac{N}{M}$. Possiamo osservare che, per $n = 0$, il valore N coincide naturalmente con M , e che, per n infinito, N tende naturalmente a zero.

Eseguendo l'integrazione accennata in (2), mediante facili trasformazioni, troviamo

$$(3) \quad N = - \frac{nKv_0^2 + k\alpha_0v_0^2}{nKv_0^2} \left[\frac{e^2}{2nKv_0^2} \log \frac{1 + nKv_0^2 \left(1 + \frac{l}{e}\right)^2}{1 + nKv_0^2 \left(1 - \frac{l}{e}\right)^2} - \frac{e^2}{v_0 \sqrt{nK}} \operatorname{arctang} \frac{\frac{2l}{e} v_0 \sqrt{nK}}{1 + nKv_0^2 \left(1 - \frac{l^2}{e^2}\right)} \right].$$

Poniamo, come nella precedente Nota, $1 + nKv_0^2 = G$, ed osserviamo che $k\alpha_0v_0^2$ vale $\frac{P_0}{2l}$. Dopo ciò, per un aeroplano di 500 chili, largo 14 metri, che abbia $G = 10$, una girata di 80 metri genera una coppia N equivalente a quella che sarebbe prodotta da due forze, di mezzo chilo ognuna, che agissero in sensi opposti alle estremità delle ali. Forze così piccole si compensano, in pratica, molto facilmente, con apparecchi speciali, che hanno nell'aeroplano anche altre funzioni.

La formula (3) contiene due termini di segni contrari. Se teniamo conto dei noti sviluppi di $\log \frac{1 + \xi}{1 - \xi}$ e di $\operatorname{arctang} \xi$, otteniamo approssimativamente

$$(4) \quad N = 2le \left(1 + \frac{P_0}{2l(G-1)}\right) \left(\frac{1}{1 + (G-1) \left(1 - \frac{l^2}{e^2}\right)} - \frac{1}{1 + (G-1) \left(1 + \frac{l^2}{e^2}\right)} \right).$$

Questa formula (4) mostra quale sia, all'incirca, l'azione regolatrice di G nel rollio dell'aeroplano. Il rapporto $\frac{N}{M}$ non si può esprimere in modo semplice, perchè esso dipende, oltre che da G , anche da e e dagli elementi costruttivi dell'aeroplano. È facile, peraltro, vedere che, *coeteris paribus*, il valore di N decresce notevolmente col crescere di G . Se ci contentiamo di un'approssimazione più larga, noi possiamo alla (4) sostituire

$$(5) \quad N = 2l^2 \frac{2l(G-1) + P_0}{eG^2},$$

e allora risulta semplicemente

$$\frac{N}{M} = \frac{6l(G-1) + 3P_0}{P_0 G^2}.$$

Fisica. — *Esperienze sulle proprietà elettriche delle fiamme* (¹).
Nota del dott. VITTORIO CHIARINI, presentata dal Socio AUGUSTO RIGHI.

I.

1. È noto da lungo tempo che i varî strati di una fiamma, come pure l'aria che direttamente avvolge la fiamma stessa, si presentano con cariche elettriche diverse, e che un filo metallico, posto coi suoi estremi in due delle dette parti, è percorso da una corrente che, fuori della fiamma, va sempre dallo strato meno caldo al più caldo.

2. Avendo avuto occasione di prendere in esame i fenomeni anzidetti, ho trovato che il miglior modo di costituire con un becco Bunsen ciò che può chiamarsi una « coppia a fiamma », consiste nel collocare nella sua parte più calda un filo di platino e far funzionare da elettrodo positivo il piede del becco stesso.

Infatti, mentre coi dispositivi ordinari le massime differenze di potenziale che si possono avere stanno al disotto di un volta, e le correnti relative non raggiungono il microampère, ricorrendo all'artificio da me indicato, sono riuscito ad accertare forze elettromotrici di 1 volta e mezzo con correnti di 2 microampère.

3. Simili « coppie a fiamma » possono aggrupparsi nei soliti modi, e le pile che ne risultano hanno i caratteri propri delle pile di coppie voltaiche in serie.

4. La « coppia a fiamma » costituita come sopra è detto, presenta conduttività unilaterale; giacchè una corrente, lanciata attraverso ad essa, passa meglio dalla fiamma al becco, anzichè in senso opposto, e la differenza delle conduttività nei due versi è molto maggiore di quella che dovrebbe aversi considerando il fenomeno come conseguenza dei due modi di portare la pila, che manda la corrente nella fiamma, nel circuito della coppia a fiamma. Come esempio dirò che, se in una coppia a fiamma, che dà la corrente di 2 microampère, si inserisce una Grenet a sei elementi, il galvanometro passa a segnare 13 microampère nel medesimo senso, se il collegamento è fatto coi poli eteronimi; e segna 2 microampère di senso contrario — e non 9 come dovrebbero aversi se non si trattasse di conduttività differenti nei due versi della fiamma — quando dei due elettromotori si uniscano i poli omonimi. Di fronte adunque alla corrente data da sei elementi Grenet, le conduttività di

(¹) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Bologna, diretto dal prof. Augusto Righi, nel marzo 1908.

quel sistema, dall'alto al basso e dal basso all'alto, stanno come 11 a 4, e in tale rapporto si mantengono anche quando, portando l'elettrodo mobile in altre parti della fiamma, si faccia variare la f. e. della « coppia a fiamma », fino ad annullarla o almeno a ridurre la corrente ad un'intensità inferiore a quella che l'istrumento può segnalare ($\frac{1}{10}$ di microampère); la quale ultima cosa si ha mettendo l'elettrodo di platino a 2^{mm} dall'orlo del becco.

5. Dopo ciò era facile prevedere come la coppia a fiamma, sotto l'azione di una corrente alternata, dovesse avere un comportamento da valvola. Ho unito agli elettrodi della mia coppia, due fili collegati alla presa della corrente alternata stradale a 115 volta, ed il galvanometro, segnandomi una corrente continua di circa 36 microampère, mi ha mostrato che quell'elemento lascia passare soltanto, o prevalentemente, la fase dell'alternata che è diretta nel senso della sua migliore conduttività.

6. Se poi in tutte queste esperienze avessi adoperato il dispositivo comune, cioè, se escludendo dal circuito il becco, avessi presi per elettrodi due fili collocati in parti a temperatura disuguali abbastanza da ottenere la corrente massima di 1 microampère, che in tal modo può aversi, le conduttività della fiamma, dallo strato più caldo al meno caldo e viceversa, sotto la corrente data dalle solite 6 Grenet, si sarebbero avute in relazione ai numeri 4 e 2 e non più a 11 e 4 come prima. E la corrente separata dall'alternata stradale non sarebbe risultata che di 6 microampère, anzichè di 36.

7. Dunque, come risulta dai numeri sopra riportati, nel caso delle correnti continue, e come chiaramente lo indica il comportamento davanti alla corrente alternata, anche con i vecchi dispositivi, la conduttività unilaterale si mostrerebbe, benchè in maniera meno appariscente, quale una proprietà veramente caratteristica della fiamma, conformemente a quanto fu messo in rilievo con le antiche esperienze dell'Ermann (¹), e non quale una semplice conseguenza del contrasto o dell'accordo in cui possono trovarsi le correnti della coppia a fiamma e quella dell'altra pila, messe, in senso concorde o no, nello stesso circuito, come sembra abbiano fin qui ritenuto molti sperimentatori (²).

Nella seconda parte di questo scritto, citerò altri fatti che possono venire a sostegno di questa tesi.

8. È difficile spiegare quale ufficio compia la massa costituente la lampada, quando viene inclusa nel circuito della coppia a fiamma; cioè intendere come per essa, non solo si vengano a mettere gli elettrodi della coppia stessa in condizioni da assumere maggiori differenze di potenziale, ma apparisca inoltre così notevole e deciso il fenomeno della conduttività unilaterale

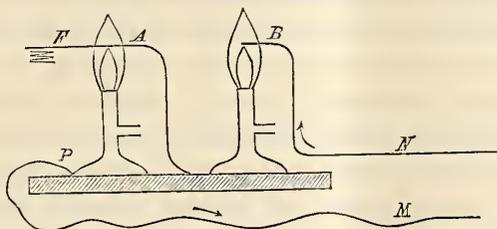
(¹) Ermann, Memorie dell'Acc. di Berlino, per gli anni 1818-1819; oppure, Ann. de Chim. et de Phy., 1824, t. 24, pag. 278.

(²) L. Amaduzzi, *La ionizzazione e la convezione elettrica nei gas*. Bologna, N. Zanichelli, 1907, pag. 215.

della fiamma, come non si ha con nessun'altra disposizione. Forse, quella massa, con l'abbassare alquanto la temperatura del polo negativo della coppia a fiamma, esercita un'azione analoga a quella che, nelle antiche esperienze dell'Ermann, esercita il corpo freddo che sempre viene interposto fra la fiamma e l'elettroscopio, e che sembra indispensabile perchè, da quella a questo, passino le cariche provenienti appunto dalla fiamma (1).

9. Ecco infine come con due fiamme mi sia stato possibile combinare un sistema che, collegato ad un conduttore sede di rapide alternazioni, ha un comportamento analogo a quello da me riscontrato su coppie a selenio messe in identiche condizioni (2).

Un Filo F, in comunicazione con la presa della corrente alternata stradale, attraversa lo strato più caldo di una prima fiamma A, e va a collegarsi al piede dell'altra lampada B, che con la A poggia in un sostegno isolante. Il filo P M, che dal piede di A va a terra, per quanto si sa, sarà



percorso da una corrente continua uscente dalla fiamma, mentre per il filo NB, esso pure a terra con un estremo, e con l'altro nella parte più calda della fiamma B, passa una corrente continua diretta alla fiamma stessa. Orbene, escludendo, dal circuito P-M-terra-N-B, la terra; cioè chiudendo l'uno sull'altro i due fili PM e BN, tutto il sistema — finchè permane la comunicazione di F col conduttore della corrente alternata — è percorso da una corrente continua che si presenta come la somma delle due sopra indicate, cioè come la risultante della loro sovrapposizione.

II.

Siccome in un mio precedente studio su certi prodotti selenici (3), ero riuscito a costituire una coppia a selenio sensibile alle onde hertziane, che poi trovai dotata di conduttività unilaterale, dopo aver messo in chiaro che la coppia a fiamma preparata nel modo da me indicato, gode di tale proprietà, anzi in maniera più cospicua, tanto riguardo alle correnti continue

(1) Ermann, loc. cit.

(2) V. Chiarini, *Sopra alcune proprietà elettriche del selenio*. Rend. della R. Acc. dei Lincei, seduta del 7 marzo 1909..

(3) V. Chiarini, loc. cit.

come alle alternate, fui naturalmente condotto a ricercare se questa, come quella, si mostrasse atta a rivelare le onde elettromagnetiche.

La prova corrispose all'aspettativa.

Sotto l'azione di quelle onde, la coppia a fiamma aumenta notevolmente la intensità della corrente sua propria, specialmente se si ha cura di aggiungere proporzionata antenna, tanto all'oscillatore, come ad un filo che entri nella parte centrale della fiamma.

Il fenomeno potrebbe spiegarsi come quello analogo da me messo in rilievo con le coppie a selenio. Anzi, giacchè per il caso delle fiamme ho potuto trovare qualche altro fatto che — come dirò qui appresso — sembrerebbe stare in appoggio della mia ipotesi, l'ipotesi stessa, per il complesso delle analogie ora citate, verrebbe ad acquistare un miglior grado di probabilità anche in riguardo alle coppie a selenio. Sarebbe quindi da ritenere che le piccole cariche portate nella fiamma dalle correnti alternate, che, nel circuito chiuso sulla fiamma stessa, sono generate dalle onde elettromagnetiche che investono il sistema, in causa del potere separatore che la fiamma mostra di possedere, si dirigerebbero — se positive — verso il becco; all'apice della fiamma, invece, se negative. In altri termini, tali cariche, giunte alla fiamma, si orienterebbero, come nella medesima si orientano i ioni prodotti nella combustione che crea la fiamma stessa, e che alimentano poi la corrente della coppia che con essa può formarsi. Per cui, finchè agiscono le oscillazioni hertziane, si avrebbe un rafforzamento di quella corrente.

Ed ecco i fatti che, secondo il mio modo di vedere, verrebbero ad avvalorare l'enunciata ipotesi:

a) Lanciando nella fiamma, a mezzo di una punta tenuta nella fiamma stessa, le cariche fornite da una macchina elettrostatica, si ha sempre aumento nella intensità della corrente propria della coppia formata con la medesima fiamma, qualunque sia il segno di quelle cariche;

b) Un aumento nell'intensità di detta corrente si ha pure quando si mettano nella fiamma contemporaneamente due punte in comunicazione coi due conduttori della macchina elettrostatica.

Seguendo con attenzione il moto del galvanometro che è inserito nel circuito della coppia a fiamma, quando alla fiamma arrivino cariche positive e negative, separatamente od insieme, è facile scindere l'effetto dovuto alla influenza esercitata sugli elettrodi della coppia a fiamma, dai fili che portano le cariche alla fiamma, da quello delle cariche stesse sulla corrente propria della coppia; giacchè tali effetti risultano concordanti od opposti, secondochè la carica che arriva alla fiamma è positiva o negativa. Si può vedere inoltre che, a parità di condizioni, l'aumento portato all'intensità della corrente della coppia a fiamma, è più sensibile quando alla coppia arrivino cariche positive. (Forse per la maggior tendenza — notata da molti sperimentatori — che i ioni negativi hanno di uscire dalla fiamma). Infine si

riesce a stabilire che, quando alla fiamma giungono insieme le elettricità delle due specie, la deviazione del galvanometro è maggiore di ciascuna delle deviazioni che si avrebbero portandovi separatamente, nelle stesse condizioni, le due cariche opposte;

c) Viene pure aumentata la intensità della corrente, quando, nella fiamma chiusa a coppia, si pongano conduttori collegati ad un generatore di corrente alternata, od anche soltanto l'estremo di un filo derivato sulla presa di una corrente alternata ad alto potenziale. Così ho avuto la corrente propria della coppia a fiamma portata, dal suo valore di 2 microampère, a 4, quando si metteva nella fiamma un filo percorso dalla corrente alternata a 115 volta, od anche soltanto l'estremo di un filo metallico attaccato alla presa della corrente stessa;

d) Portando dei sali a dissociarsi nella fiamma, la nuova e copiosa produzione di ioni rafforza notevolmente la corrente propria della coppia a fiamma, e ne rende più che raddoppiata la sua sensibilità per le onde hertziane.

Dirò infine che interessantissimo si mostra lo studio del comportamento della coppia a fiamma, quando i sali si pongano sul conduttore con cui nella fiamma si lanciano le cariche.

Ma di questo, come dei precedenti fenomeni che, per quanto mi risulta, sono assolutamente nuovi, dirò più diffusamente in altra mia Nota.

In conclusione:

1. Il miglior modo di costituire, con una lampada a gas, la coppia a fiamma, è quello di prendere il becco come uno degli elettrodi. L'altro elettrodo può essere un filo di platino, tenuto nella parte più calda della fiamma;

2. Una fiamma a gas apparirebbe come dotata di un potere separatore per le due specie di ioni, sia che in essa si sviluppino per il fenomeno della combustione, per dissociazione di sali in essa introdotti, o che vi giungano dall'esterno;

3. Conseguenze di questo potere separatore sarebbero: la possibilità di avere una corrente da una fiamma; la conduttività unilaterale della fiamma, che apparirebbe non più come una conseguenza della corrente che questa può generare, ma come una proprietà caratteristica della fiamma stessa; e la sensibilità per le onde hertziane di una fiamma a circuito chiuso;

4. Sembra logico ritenere che i fenomeni da me riscontrati nei sistemi formati con certi prodotti di selenio, distesi su dischi metallici, per la perfetta analogia che hanno con quelli qui descritti per le fiamme, possano dipendere essi pure da un analogo potere separatore per i ioni, che sarebbe posseduto da quei dischi a selenio;

5. Per molte delle indicate proprietà, una fiamma a gas, e, forse, anche un sistema selenio-metallo, potrebbero paragonarsi a « tubi a vuoto ».

Fisica. — *L'adescamento dell'arco voltaico* ⁽¹⁾. Nota di A. OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1. Il metodo più usato per adescare l'arco voltaico è quello che chiamerò *per corto circuito*. Esso consiste nell'avvicinare i due elettrodi fino a portarli a contatto e nell'allontanarli successivamente fino a una certa distanza. Il corto circuito atto ad adescare l'arco può essere stabilito anche senza avvicinare direttamente gli elettrodi; basta per ciò una comunicazione momentanea fra gli elettrodi separati fatta con un conduttore o anche per mezzo di una scintilla.

Anzi la scintilla comparisce sempre nell'adescamento per corto circuito, giacchè essa si stabilisce sempre agli elettrodi al momento della loro separazione. Talchè è naturale attribuire a quella scintilla l'origine dell'arco e studiare in essa il meccanismo dell'adescamento.

Secondo taluni la scintilla che si ha nell'atto in cui l'arco si stabilisce ha per scopo di ionizzare lo spazio compreso fra gli elettrodi. Con ciò si ammette che per l'adescamento dell'arco sia necessaria una ionizzazione preventiva del mezzo.

Questo cerca di dimostrare il Filippini ⁽²⁾ col provocare l'adescamento dell'arco inserendo gli elettrodi tra le sfere di uno spinterometro e facendo scoccare in quest'ultimo la scintilla. L'esperienza sarebbe certamente probatoria se la scintilla scoccasse fra gli elettrodi dell'arco senza toccarli. Ma il Filippini metteva gli elettrodi dell'arco alla distanza di 1,5 mm. e in queste condizioni non vedo come si possa escludere che la scintilla si imposti sugli elettrodi; nel qual caso non si può essere sicuri che la sua azione nell'adescamento sia limitata a ionizzare l'aria.

2. Per decidere sopra questo punto ho studiato le circostanze nelle quali una scintilla provoca l'adescamento dell'arco.

E siccome a voler mantenere vicini i carboni non si può evitare che la scintilla scocchi sopra di essi, ho cercato di eliminare qualunque incertezza facendo scoccare la scintilla fra uno dei carboni e una sferetta posta di fronte a questo.

Le cose furono disposte nel seguente modo: i due carboni A B fra i quali doveva scoccar l'arco erano del diametro di circa 5 millimetri ed erano di-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico dell'Univ. di Pisa, diretto dal Prof. A. Battelli.

⁽²⁾ Atti dell'Ass. Elettrot. Italiana, 9, 272, 1905.

sposti perpendicolarmente l'uno all'altro (fig. 1). Essi erano collegati attraverso a un reostato R alla conduttura stradale a corrente continua a 110 volti. Un invertitore I permetteva di cambiar loro il segno. Uno dei carboni A era collegato con un polo di un rocchetto di induzione, del quale l'altro polo comunicava con una piccola sfera S a una tale distanza dall'altro carbone B che non fosse possibile lo scoccare delle scintille fra B ed S.

In queste condizioni durante il funzionamento del rocchetto un vivo scintillamento avveniva fra S e A che provocava qualche scintilla anche fra A e B. Ma in generale le scintille fra i due carboni non davano luogo all'accensione dell'arco, sebbene esse talvolta apparissero tutt'altro che esili.

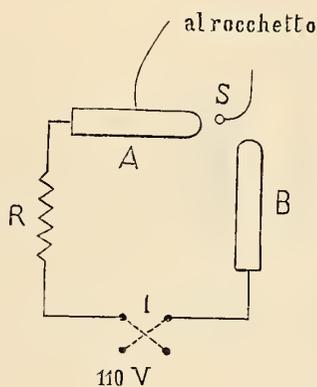


FIG. 1.

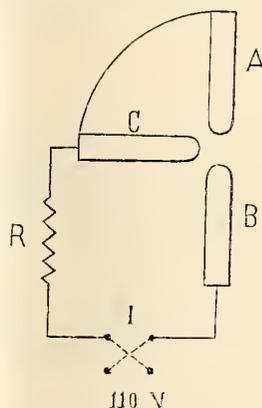


FIG. 2.

L'arco spesso si adescava dopo un lungo scintillamento; ma non fui in grado di escludere che l'accensione fosse dovuta a qualche scintilla più nutrita fra i due carboni. Così nulla ho potuto accertare in merito all'azione che la scintilla ha nel provocare l'accensione dell'arco.

Questo però risulta indubitato dall'esperienza precedente: che *la scintilla fra i due carboni spesso non è sufficiente ad adescare l'arco*, e ciò basta per affermare che per l'adescamento ci vuole qualche cosa di più di un semplice corto circuito.

3. Per eliminare qualunque incertezza sull'azione che può avere nell'adescamento dell'arco voltaico la ionizzazione del mezzo, ho eseguito l'esperienza seguente: tre carboni del diametro di 5 mm. circa furono disposti come è indicato nella fig. 2. Due di essi, A e B, furono messi verticalmente l'uno sul prolungamento dell'altro; il terzo carbone C fu posto orizzontalmente in corrispondenza dell'intervallo compreso fra i primi due. Uno dei carboni verticali, A, può spostarsi lungo il proprio asse: gli altri due sono fissi. I carboni A e C sono riuniti allo stesso polo della corrente

stradale; l'altro B è riunito con l'altro polo. Nel circuito sono inseriti un reostato R e un invertitore I che serve per scambiare la polarità dei carboni.

Ora portiamo a contatto i due carboni A e B, facendo scorrere lungo il proprio asse il carbone A, e poi separiamoli allontanando quest'ultimo; allora se il carbone B è negativo, invariabilmente l'arco, interrompendosi tra A e B, va ad attaccarsi fra B e C. Invece quando il carbone B è positivo l'operazione precedente non conduce mai a stabilire l'arco fra B e C.

Evidentemente se l'accensione dell'arco fosse unicamente dovuta alla ionizzazione del mezzo, l'arco dovrebbe stabilirsi fra B e C qualunque fosse la polarità del sistema. Dunque l'esperienza dimostra che *la ionizzazione*

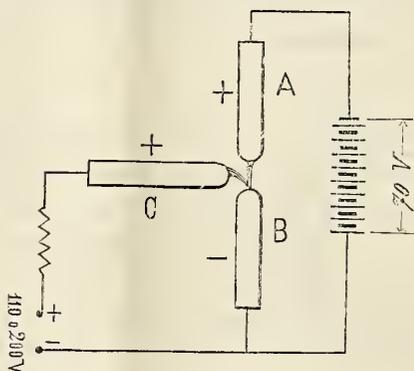


FIG. 3.

dell'aria compresa fra gli elettrodi non determina l'adescamento dell'arco voltaico. Di più essa stabilisce che tale adescamento si ha soltanto allorchè si giunge a riscaldare convenientemente l'elettrodo negativo.

4. Però l'esperienza precedente non stabilisce che l'arroventamento del catodo sia da sè sufficiente ad accendere un arco, nè esclude che la ionizzazione dell'aria compresa fra gli elettrodi entri in qualche modo nel determinare l'adescamento. In sostanza in tale esperienza si ha la sostituzione di un nuovo arco a quello preesistente, e, così come è condotta, non toglie il dubbio che il nuovo arco si stabilisca a spese dell'antico e che la possibilità della sostituzione del secondo arco al primo non stia, oltrechè nella temperatura del catodo, anche nella presenza di quest'arco.

Ma la questione in questo riguardo può essere risolta adoperando la disposizione stessa della fig. 2, ma con due circuiti elettrici indipendenti. In tal modo se l'adescamento del secondo arco dipende soltanto dalle condizioni del catodo e non è fatto a spese del primo, i due archi debbono poter coesistere senza che nessuna azione abbia luogo fra di essi.

L'apparecchio precedente fu montato secondo lo schema della figura 3. Il carbone B è stato messo in comunicazione col polo negativo della corrente

stradale e con quello negativo di una batteria di accumulatori. Il polo positivo della corrente stradale fu messo in comunicazione con C e quello omonimo della batteria con A. In queste condizioni se si adesca l'arco sugli accumulatori ossia fra A e B e poi si stabilisce il campo fra B e C, si vede che fra questi due carboni formasi un arco senza che quello preesistente subisca variazione alcuna. Se poi si inverte totalmente la polarità del sistema col rendere positivo B e negativi A e C (fig. 4), non si ha mai l'adesamento del secondo arco.

Dunque la ionizzazione del gas non ha nessuna azione nell'adesamento dell'arco; l'unica circostanza che determina l'accensione di questo è l'arro-

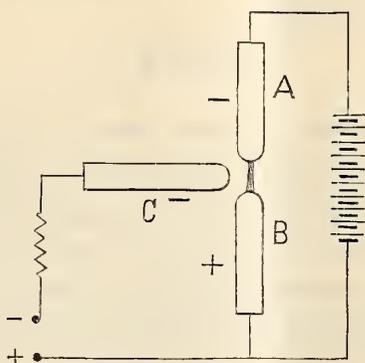


FIG. 4.

ventamento del catodo; la condizione che ci venne indicata nell'esperienza precedente come necessaria è anche sufficiente.

Per ciò nell'adesamento ordinario per corto circuito la funzione della scintilla d'apertura è di produrre un conveniente riscaldamento dell'elettrodo negativo, condizione necessaria e sufficiente affinché l'arco possa iniziarsi.

4. Resta ora da vedere secondo quale processo fra due elettrodi posti a diverso potenziale dei quali il catodo è rovente, l'arco si stabilisce.

Notoriamente un catodo ad alta temperatura emette corpuscoli; questi sotto l'influenza del campo elettrico stabiliscono una corrente fra i due elettrodi. Ma nella loro migrazione dal catodo all'anodo i corpuscoli opereranno delle dissociazioni, sicchè, in ultima analisi, ai centri elettrizzati uscenti dal catodo si aggiungeranno dei nuovi corpuscoli e degl'ioni positivi. Questi ultimi sollecitati verso il catodo cederanno a questo la loro forza viva e contribuiranno con ciò a mantenerlo caldo; e quando gl'ioni positivi saranno in numero conveniente e possederanno al momento della loro caduta sull'elettrodo una sufficiente forza viva, il catodo potrà essere mantenuto caldo anche

senza l'intervento di una sorgente ausiliaria di calore. Allora sarà definitivamente stabilito l'arco voltaico.

Dunque l'esistenza di quest'ultimo esige la presenza di ioni positivi i quali potranno provenire dalle dissociazioni operate per urto nel gas e dall'anodo. Naturalmente quelli che provengono dal gas avranno origine in quelle regioni dove il campo è più forte. Ora se noi consideriamo un catodo rovente di fronte a un anodo freddo lo spazio compreso fra i due elettrodi si riempirà di corpuscoli, e finchè non incominceranno le dissociazioni, in ogni punto dello spazio suddetto si avrà una carica negativa. Per semplicità supponiamo che il campo fra gli elettrodi sia uniforme e sia X la sua intensità. Se prendiamo per asse delle x la direzione del campo, il teorema di Poisson permette di scrivere

$$\frac{dX}{dx} = 4\pi\rho,$$

dove ρ è la densità elettrica nel punto generico del campo. Nel caso che si considera ρ è negativa in tutto il campo, quindi $\frac{dX}{dx} < 0$, ossia la X decresce col crescere della x cioè di mano in mano che si procede dall'anodo al catodo. La forza elettrica sarà massima in vicinanza dell'anodo, perciò là incominceranno quelle dissociazioni che devono fornire gl'ioni positivi. Ma le dissociazioni sono, in generale, accompagnate da fenomeni luminosi; dunque questi ultimi, se è vero quanto abbiamo esposto più sopra, nell'atto in cui l'arco si stabilisce devono iniziarsi all'anodo.

Il Villard ⁽¹⁾ ha verificato questo fatto valendosi di un arco alternato e se ne è valso per ritenere che la scarica nell'arco voltaico procede dall'anodo verso il catodo. Ora, da quanto ho esposto più sopra, risulta che la propagazione della luminosità non può essere l'indice della propagazione della scarica; e che nel caso dell'arco questa ha inizio dal catodo in seguito all'emissione di corpuscoli, mentre la propagazione dei fenomeni luminosi avviene nel senso opposto.

Così concepito l'adescamento dell'arco voltaico ottenuto con un preventivo arroventamento del catodo appare sostanzialmente dovuto a un corto circuito. Infatti gl'ioni negativi che uscendo dal catodo caldo vanno ad occupare nella fase preparatoria dell'arco lo spazio fra gli elettrodi costituiscono un prolungamento dell'elettrodo negativo che ha per effetto di portare momentaneamente quest'ultimo a contatto dell'anodo. Così in ultima analisi anche in questo caso si realizza, nell'atto in cui si inizia il fiocco luminoso, un processo equivalente a una scintilla.

A sostegno di questo modo di vedere varranno considerazioni ed esperienze che saranno esposte in una prossima Nota, nella quale mi propongo di studiare la fase preparatoria dell'arco e l'arco stesso nel suo periodo iniziale.

(¹) Villard, Journal de Physique, 7, 350, 1908.

Fisica. — *Sul potere emissivo dei corpi neri* (1). Nota del dott. VIRGILIO POLARA, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1. Fra le varie forme attribuite alla funzione che esprime il potere emissivo dei corpi neri sembra che si approssimi più sensibilmente ai risultati sperimentali quella data dal Wien :

$$(1) \quad E_{\lambda} = \frac{c}{\lambda^5} e^{-\frac{c_1}{\lambda^2}}.$$

Essa, come tutte le altre formule che si possono assegnare, deve soddisfare alle leggi fondamentali di Stefan-Boltzmann e del Wien (2), le quali, dedotte per via termodinamica, sono state confermate perfettamente dall'esperienza e sono quindi delle vere leggi fisiche.

Il Wien, per dedurre la formula (1) prende le mosse dalle ipotesi stabilite dal Michelson, modificandole in parte. Da queste ipotesi scaturisce immediatamente la relazione

$$(2) \quad E_{\lambda} = \varphi(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\lambda}}.$$

Per dedurre da questa relazione la formula (1) il Wien (3) applica direttamente le leggi di Wien e di Stefan-Boltzmann. Così egli determina le funzioni $f(\lambda)$ e $\varphi(\lambda)$ mediante sviluppi in serie e con l'applicazione della funzione $\Gamma(n)$.

A me sembra però che, in seguito alle deduzioni del Planck, si possa ricavare dalla (2) la formula (1) con semplici processi di derivazione, e quindi per una via più immediata. Inoltre a me sembra che partire da queste deduzioni del Planck possa essere di non lieve utilità nella ricerca della funzione universale.

(1) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal prof. A. Battelli.

(2) Queste due leggi, dette rispettivamente la legge delle quarte potenze e la legge di distribuzione, si esprimono in simboli $E = \int_0^{\infty} \varphi_{\lambda} d\lambda = a\vartheta^4$ e $\lambda_m \vartheta = \text{cost}$, essendo E l'energia integrale e λ_m la lunghezza d'onda corrispondente al massimo d'energia.

(3) Wied. Ann., 1896, vol. 58, pag. 666.

Il Planck ⁽¹⁾ ha dimostrato che le leggi di Kirkoff, di Stefan-Boltzmann e del Wien *impongono* alla espressione che dà il potere emissivo dei corpi neri la seguente forma generale:

$$(3) \quad E_{\lambda} = \frac{c}{\lambda^5} \psi(\lambda\vartheta)$$

essendo c una costante e ψ una funzione del prodotto $\lambda\vartheta$. Questa formula è quindi come il compendio delle tre leggi a cui deve necessariamente soddisfare la funzione che dà il potere emissivo dei corpi neri.

Confrontando (2) con (3), e posto $\lambda^5 f(\lambda) = F(\lambda)$, $c\psi(\lambda\vartheta) = J(\lambda\vartheta)$, si deduce

$$(4) \quad F(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} = J(\lambda\vartheta).$$

Ora, questa relazione funzionale determina le funzioni $F(\lambda)$ e $f(\lambda)$. Infatti, derivando la (4) rispetto a ϑ , si ha

$$F(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} \frac{f(\lambda)}{\vartheta^2} = J'(\lambda\vartheta) \lambda$$

e moltiplicando per ϑ

$$(5) \quad F(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} \frac{f(\lambda)}{\vartheta} = \psi(\lambda\vartheta).$$

Derivando invece la (4) rispetto a λ si ha

$$F'(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} - F(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} \frac{f'(\lambda)}{\vartheta} = J'(\lambda\vartheta) \vartheta,$$

e moltiplicando per λ

$$(6) \quad \lambda F'(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} - F(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} \frac{\lambda f'(\lambda)}{\vartheta} = \psi(\lambda\vartheta).$$

Dal confronto di (5) e (6) si deduce:

$$F(\lambda) \frac{f(\lambda)}{\vartheta} = \lambda F'(\lambda) - F(\lambda) \lambda \frac{f'(\lambda)}{\vartheta},$$

o anche

$$(7) \quad F(\lambda) \{f(\lambda) + \lambda f'(\lambda)\} = \lambda \vartheta F'(\lambda).$$

⁽¹⁾ Planck, *Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung*, pag. 85.

Derivando la (7) rispetto a \mathcal{G} si ha:

$$\lambda F'(\lambda) = 0, \text{ ossia } F'(\lambda) = 0 \text{ e quindi } F(\lambda) = c.$$

Dalla (7) allora, essendo $F(\lambda) \neq 0$ si ha

$$f(\lambda) + \lambda f'(\lambda) = 0$$

e integrando

$$f(\lambda) = \frac{c_1}{\lambda}.$$

Sostituendo in (2) si ha

$$E_\lambda = \frac{c}{\lambda^5} e^{-\frac{c_1}{\lambda\sigma}}.$$

2. *Modificazioni alla formula del Wien.* — Ho già osservato che il Wien, per stabilire la sua formula, ha preso le mosse dalle ipotesi originarie del Michelson, modificandole in parte per evitare il risultato erroneo a cui questi era giunto.

In particolare il Wien trascura un'ipotesi che è fondamentale nella deduzione del Michelson ⁽¹⁾, ipotesi secondo la quale « l'intensità della radiazione emanata da una molecola è proporzionale ad una sconosciuta funzione della temperatura assoluta, la quale costituisce un fattore che deve rappresentare il rafforzamento o l'indebolimento medio della radiazione, determinato in ogni onda primitiva dall'insieme delle vibrazioni risultanti e dall'assorbimento del corpo raggiante stesso ».

Eppure la considerazione di un tale fattore, funzione della temperatura assoluta, sembra indispensabile anche se si pon mente al nuovo concetto dell'irraggiamento e dell'assorbimento posto dal Planck ⁽²⁾ per via elettrodinamica.

Ma, a prescindere da ciò, il Wien trascura un altro fattore, $\mathcal{G}^{-3/2}$ nell'applicazione della formula del Maxwell sulla distribuzione della velocità in un gran numero di molecole ⁽³⁾.

⁽¹⁾ Phil. Mg. 125, pag. 425, 1888.

⁽²⁾ Planck, op. cit., pag. 100.

⁽³⁾ Il Wien invero pone il numero delle molecole la cui velocità è fra v e $v + dv$ eguale a $v^2 e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv$, mentre tale numero è $\frac{v^2}{\alpha^3} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} dv$. E poichè

$$\alpha^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} (\bar{v}^2)^{3/2} = K\mathcal{G}^{3/2},$$

il fattore trascurato è proprio $\mathcal{G}^{-3/2}$.

Io mi son proposto di vedere se, completando le ipotesi del Wien con l'ipotesi fatta dal Michelson — che cioè la radiazione emanata da una molecola sia proporzionale ad una sconosciuta funzione della temperatura assoluta — e applicando la vera formula del Maxwell come è data dai trattati di termodinamica, si potesse dedurre una nuova formula, non suscettibile delle obbiezioni cui è soggetta la formula del Wien.

Rifacendo intanto il ragionamento fatto dal Wien per dedurre la relazione $E_\lambda = \varrho(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}}$, col tener conto però di ciò che il Wien ha trascurato, si deduce

$$(1) \quad E_\lambda = \psi(\lambda) \varphi(\vartheta) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}},$$

ritenendo che il fattore $\vartheta^{-3/2}$ sia incluso in $\varphi(\vartheta)$.

Ora, ricordando che, secondo le considerazioni del Planck, il potere emissivo dei corpi neri dev'essere della forma generale

$$E_\lambda = \frac{c}{\lambda^5} J(\lambda\vartheta)$$

posto $\lambda^5 \psi(\lambda) = F(\lambda)$, dovrà essere

$$(2) \quad F(\lambda) \varphi(\vartheta) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} = J(\lambda\vartheta).$$

Farò anche qui vedere che questa relazione funzionale determina le funzioni $F(\lambda)$, $\varphi(\vartheta)$ e $f(\lambda)$.

Derivando infatti la (2) rispetto a λ si ha:

$$(3) \quad \varphi(\vartheta) \left\{ F'(\lambda) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} - F(\lambda) \frac{f'(\lambda)}{\vartheta} e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} \right\} = \vartheta J'(\lambda\vartheta)$$

e derivandola invece rispetto a ϑ

$$(4) \quad F(\lambda) \left\{ \varphi'(\vartheta) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} + \varphi(\vartheta) e^{-\frac{f(\lambda)}{\vartheta}} \frac{f(\lambda)}{\vartheta^2} \right\} = \lambda J'(\lambda\vartheta).$$

Moltiplicando la (3) per λ e la (4) per ϑ e confrontando le relazioni così ottenute si ha:

$$\lambda \varphi(\vartheta) F'(\lambda) - \lambda F(\lambda) \frac{f'(\lambda)}{\vartheta} \varphi(\vartheta) = \vartheta F(\lambda) \varphi'(\vartheta) + F(\lambda) \varphi(\vartheta) \frac{f(\lambda)}{\vartheta}.$$

Moltiplicando per ϑ e dividendo per $\varphi(\vartheta) F(\lambda)$

$$(5) \quad \vartheta \left\{ \lambda \frac{F'(\lambda)}{F(\lambda)} - \vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right\} = \lambda f'(\lambda) + f(\lambda).$$

Derivando la (5) rispetto a ϑ

$$\lambda \frac{F'(\lambda)}{F(\lambda)} - \vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} - \frac{d}{d\vartheta} \left\{ \vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right\} = 0.$$

Ossia, posto

$$\vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} = y(\vartheta),$$

$$(6) \quad \frac{\lambda F'(\lambda)}{F(\lambda)} = y(\vartheta) + y'(\vartheta) = U(\vartheta).$$

Ed essendo il primo membro funzione di sola λ e il secondo di sola ϑ sarà

$$(7) \quad \frac{\lambda F'(\lambda)}{F(\lambda)} = \mu \quad (\text{con } \mu \text{ costante})$$

e

$$(8) \quad U(\vartheta) = y + y' = \mu.$$

Si dedurrà quindi $\frac{F'(\lambda)}{F(\lambda)} = \frac{\mu}{\lambda}$ e integrando

$$(9) \quad F(\lambda) = c_1 \lambda^\mu \quad \text{con } c_1 \text{ costante.}$$

D'altra parte, integrando l'equazione differenziale (8) si ha

$$y(\vartheta) = e^{-\int d\vartheta} \int e^{\int d\vartheta} \mu d\vartheta = \mu e^{-\vartheta} e^{\vartheta} = \mu$$

e quindi

$$(10) \quad \vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} = \mu$$

e quindi

$$(11) \quad \varphi(\vartheta) = c_2 \vartheta^\mu.$$

Sostituendo in (5) i valori (7) e (10) si ha:

$$\lambda f'(\lambda) + f(\lambda) = 0$$

e integrando

$$(12) \quad f(\lambda) = \frac{c_3}{\lambda} \quad \text{con } c_3 \text{ costante.}$$

Sostituendo infine nella (1) i valori (9) (11) e (12) si ha:

$$(13) \quad E_{\lambda} = \frac{c}{\lambda^5} (\lambda \mathcal{G})^{\nu} e^{-\frac{c_3}{\lambda \sigma}},$$

essendo c una nuova costante.

Sono così pervenuto ad una formula analoga a quella data per altra via da Lord Rayleigh (1). Secondo la via da me seguita però essa scaturisce, in modo affatto rigoroso dalla fusione e dal reciproco completamento delle ipotesi del Wien e del Michelson. Così modificate, le ipotesi del Wien non sono più suscettibili delle due più gravi obiezioni che possono infirmare la formula del Wien.

Fisica. — *Sulla scomposizione magnetica delle linee spettrali.* Nota di MARIO TENANI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Ozosali complessi del titanio.* Nota di ARRIGO MAZZUCCHELLI ed ENRICO PANTANELLI, presentata dal Socio PATERNÒ.

In un lavoro precedente (2) è stato dimostrato da uno di noi che si può preparare sali complessi del titanio, dove questo elemento sia contenuto allo stato di perossido TiO_3 , facendo agire l'acqua ossigenata sopra sali complessi del titanio tetravalente; come tali furono scelti i titanossalati, $TiO(C_2O_4 Me)_2$, già studiati dal Péchard e successivamente da Rosenheim e Schütte.

Nella presente Nota si esporranno i tentativi e i risultati ottenuti sperimentando sopra altri composti di quell'elemento.

Premettiamo anzitutto che in queste ricerche, come in quelle precedenti di Mazzucchelli, abbiamo sempre tentato di preparare gli ozosali per azione di H_2O_2 sopra le soluzioni dei sali di titanio già formati; fare agire sul TiO_3 le soluzioni degli acidi che si supponevano capaci di formare con esso sali complessi non ci è sembrata tecnica consigliabile (sebbene potesse avere un qualche valore per dedurre, dalle solubilità comparative del TiO_2 e del TiO_3 , la loro diversa tendenza a formare anioni complessi) sia a causa della ine-

(1) Phil. Mg. 149, pag. 539, 1900.

(2) Questi Rendiconti, vol. 16, 2° sem., 1907, 265-273, 349-352.

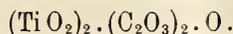
vitabile lentezza di una reazione eterogenea (che mal si concilierebbe colla poca stabilità degli ozocomposti), sia soprattutto per la difficoltà di ottenere TiO_3 puro ed esente da sali estranei o da TiO_2 , come risulta dai lavori di Piccini, Weller, Classen, Levy.

Le prime ricerche furon dirette alla identificazione del composto fra TiO_3 e $H_2C_2O_4$, la cui esistenza era stata qualitativamente dimostrata nel lavoro precedente (1). In esso il Mazzucchelli, operando su la dissoluzione di TiH_4O_4 in un eccesso di acido ossalico ottenne per aggiunta di H_2O_2 una sostanza di un rosso intenso, incristallizzabile, solubilissima in acqua e in alcool a 95°. Noi abbiamo voluto operare su la soluzione che si ottiene sciogliendo a caldo TiO_4H_4 precipitato di fresco in un difetto di acido ossalico, soluzione che contiene i due componenti nel rapporto di molecola a molecola, secondo Rosenheim e Schütte (2). Il liquido opalescente così ottenuto fu aggiunto di un eccesso di H_2O_2 , che determinò una colorazione giallocitrina, e, poichè da un saggio eseguito in piccolo era risultato che la sostanza così formatasi era solubilissima e incristallizzabile, si precipitò tutto con alcool ed etere, ottenendosi così un olio giallorossastro, che in cinque giorni di riposo sotto alcool assoluto diventò solido.

È una sostanza igroscopica, che in acqua pura si idrolizza parzialmente, e dopo conservata su H_2SO_4 fornì all'analisi i seguenti risultati (3):

	trovato	calcolato
O attivo	4,90	4,99
TiO_2	49,46	50,05
C_2O_3	45,29	44,96

I valori calcolati si riferiscono alla formula



Dopo cinque mesi di soggiorno in essiccatore si ottennero i risultati: $O = 3,78$; $TiO_2 = 52,46$; $C_2O_3 = 43,15$ i quali accennano a decomposizione con ossidazione del C_2O_3 a spese dell'ossigeno attivo.

Come si vede, a differenza dei sali ottenuti dal Mazzucchelli, il titanio non è perossidato tutto, ma solo per metà. Senza escludere che in condizioni opportune possa realizzarsi una perossidazione maggiore, noi riteniamo intanto

che al composto così ottenuto sia da attribuirsi la formula $O_2Ti \begin{matrix} \diagup C_2O_4 \\ \diagdown C_2O_4 \end{matrix} TiO$

dove ai due atomi di titanio spetterebbe funzione diversa, poichè quello della forma TiO_2 funzionerebbe da catione mentre il TiO_3 farebbe parte di un

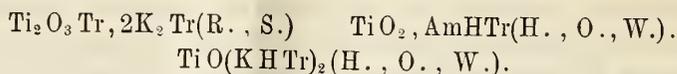
(1) L. c., pag. 268.

(2) Z. anorg. chem., 26, (1901), 254.

(3) Pei metodi analitici vedasi la Nota precedente

anione complesso ozotitanossilico; e ciò concorda col fatto, sopra accennato, della idrolizzabilità, che è propria dei sali dove il titanio tetravalente funziona da catione.

Una serie di sali, dai quali la preparazione di ozoderivati si presentava promettente, sono i titanotartrati, la cui complessità risulta già dalle osservazioni antiche di Weber (¹) (il tartrato di titanio, insolubile in acqua si scioglie in acido tartarico) e Rose (²) (la presenza di acido tartarico impedisce la precipitazione di TiH_4O_4 cogli alcali) ed è stata dimostrata dagli studi ulteriori di Rosenheim e Schütte e da quelli, meno attendibili, di Henderson, Orr e Whitehead. Da essi risulterebbe la esistenza dei seguenti tipi di composti (ove Tr indica l'anione tartarico $C_4H_4O_6$):



I nostri tentativi, assai numerosi e laboriosi, furono perciò diretti alla preparazione di persali corrispondenti a questi varî tipi, e si riferiscono soprattutto ai sali potassici.

Digerendo su b. m. idrato titanico precipitato di fresco con bitartrato potassico nei rapporti $TiO_2:KHTr$ si ebbe una soluzione opalescente, che gelatinizzava a freddo per ridisciogliersi in acqua calda, precipitabile con alcool, sebbene il precipitato per le sue proprietà colloidali fosse malissimo filtrabile. Con acqua ossigenata dava una soluzione giallocitrina, ben diversa, come colore, dai liquidi rossi che si hanno dai comuni sali titanici, e dove quindi verosimilmente esisteva un anione complesso ozotitanotartrico; ma esso è così poco stabile che già dopo 24 ore a temperatura ordinaria (e assai prima per riscaldamento) il liquido comincia a deporre idrato titanico, onde il preparato non fu ulteriormente esaminato, poichè le proprietà colloidali delle sostanze non lasciavano sperare di poterne ottenere individui chimici ben definiti.

Si tentò poi utilizzare la proprietà che hanno i titanotartrati, secondo Rosenheim e Schütte, di precipitare delle loro soluzioni per aggiunta di sali alcalini, per trarne un metodo pratico di ottenere allo stato di individui chimici ben definiti questi composti. A questo scopo si aggiunse di bitartrato potassico il liquido fortemente acido che si ha sciogliendo idrato titanico in 4 parti di H_2SO_4 concentrato verso 100° e si neutralizzò poi gradualmente al metilorange con potassa. In queste condizioni si ha infatti un precipitato bianco, sottile, che, se si è ecceduto il rapporto $TiO_2:2KHTr$, è misto di bitartrato, ma se si è conservato detto rapporto sembra una sostanza omogenea poichè, decantato dalle acque madri e ripreso con acqua calda, si scioglie in liquido limpido, senza deporre bitartrato neppure a freddo. Detta sostanza peraltro

(¹) Pogg. Ann., 120, (1863) 288.

(²) Analytische Chemie.

non può interamente separarsi per lavaggio dalle sue acque madri, poichè col-
l'eliminarsi di queste va in soluzione con apparenze di sospensione colloide,
onde si dovette abbandonare anche questo tentativo, dopo avere constatato
qualitativamente che la sostanza bianca si scioglieva facilmente anche a
freddo in presenza di H_2O_2 dando un siroppo giallocitrino, ove doveva esser
contenuto un ozotitanotartrato.

Si tornò allora al metodo di preparazione consigliato da Rosenheim e
Schütte, bollendo con bitartrato potassico idrato titanico (l'*acidum titanicum*
di Merck si presta bene a questo scopo); solo che invece di saturare il bi-
tartrato con un eccesso di idrato titanico, come fanno detti autori, se ne usò
una quantità corrispondente al rapporto $TiO_2:2KHTr$. Si ebbe così disso-
luzione praticamente completa alla ebollizione con formazione di una solu-
zione opalescente che non depose nulla per raffreddamento, e concentrata a
piccolo volume si rapprese in una gelatina biancastra, senza accenno di cri-
stallizzazione.

Questa sostanza è solubile in acqua lentamente ma completamente (e
meglio a caldo), e non perde tale proprietà dopo essere stata su H_2SO_4 o es-
siccata in stufa di acqua bollente; in queste condizioni assume la forma di
croste dure bianche, non gelatinose nè trasparenti. Gli alcali caustici non
ne alterano a freddo la soluzione, ma solo a caldo danno un precipitato
bianco, che si riscoglie in gran parte per raffreddamento; caratteristico ne
è il comportamento colla ammoniaca, che a freddo lo trasforma in una ge-
latina limpidissima, reversibilmente fusibile a caldo.

Tutto questo comportamento, e in particolare il non essersi mai osser-
vata la separazione di alcunchè di cristallino dalle soluzioni comunque con-
centrate della sostanza, per quanto parli a favore della esistenza di *un solo*
individuo chimico, dove i varî componenti sarebbero uniti nelle proporzioni
da noi adoperate, e già osservate da Henderson, Orr e Whitehead, $TiO_2:$
 $2KHTr$, non è peraltro sufficiente per escludere che si tratti di un miscuglio
del sale ottenuto da Rosenheim e Schütte con un eccesso di acido tartarico,
nelle proporzioni $Ti_2O_3Tr, 2K_2Tr + H_2Tr$, che corrispondono alla stessa com-
posizione greggia. Questa, anzi, ci sembra la eventualità più probabile, spe-
cialmente pel fatto che Rosenheim e Schütte, cui si devono gli studi più
accurati in proposito, non sono mai riusciti a ripreparare il composto accen-
nato dagli sperimentatori inglesi. Comunque, o trattisi di un miscuglio, o di
una combinazione, è questa la sostanza da cui ci è convenuto prender le
mosse nella preparazione dei persali, poichè è quella che si manifesta più
stabile per aggiunta di acqua ossigenata, sebbene anch'essa, dopo un certo
tempo, cominci a deporre idrato titanico.

La sostanza, ancora gelatinosa e non stata in essiccatore, macinata in
mortaio con una quantità di Perhydrol Merrk in eccesso sul rapporto $TiO_2:$
 H_2O_2 , si scioglie facilmente in un denso siroppo giallo oro, ove deve essere

contenuto l'ozosale cercato, ma che è instabilissimo, poichè già durante la filtrazione, con cui si voleva separarlo dalle ultime parti della sostanza originale rimastevi, indisciolte, in sospensione, il suo colore principì a virare al rossastro, e dopo poco tanto la parte già filtrata quanto quella ancora su filtro si ruppero in una gelatina colorata, che stando lì (e ci riferiamo soprattutto alla parte rimasta su filtro) assumeva un odore di caramello. Tutti questi fatti accennano chiaramente a una decomposizione con ossidazione parziale del residuo tarttrico per parte del perossido. Peraltro, siccome la parte filtrata, pur gelatinizzandosi, si era mantenuta affatto trasparente, e già per mite calore si fondeva in liquido limpido, e, almeno nei primi tempi, senza odore, si volle tuttavia continuarne lo studio ed eseguirne l'analisi completa, per avere almeno una idea della sua composizione. La soluzione perciò fu trattata, agitando fortemente, con alcool, che la precipitò in fiocchi, questi furono raccolti alla pompa, lavati con alcool, ed essiccati su H_2SO_4 . Dopo questi trattamenti la sostanza si presenta come una polvere leggera, che ricorda all'aspetto il semolino, poco igroscopica (appena precipitata dall'alcool lo è invece molto), lentamente solubile in acqua fredda o calda, con decomposizione parziale e deposito di idrato titanico; la soluzione, giallochiara, vira al rosso arancione per aggiunta di un acido minerale, ciò che dimostra la poca *complessità* dell'anione ozotitanotartrico, cui è dovuto il primo colore.

Per analizzare questa sostanza se ne determinò l'ossigeno attivo jodometricamente, il titanio e il potassio coi metodi soliti (dopo distrutta, per evaporazione con acido solforico, la sostanza organica) il carbonio e l'idrogeno per combustione, dove occorre aver cura di mescolare intimamente la sostanza con ossido di rame, perchè altrimenti può restare del carbonio non bruciato. Si ottennero i risultati seguenti:

	calcolato	trovato
Ossigeno attivo	2,09	1,85-1,90
Ti O ₂	10,48	11,87-10,87-11,29
C ₄ H ₄ O ₅	51,72	50,05
K ₂ O	12,28	14,26
H ₂ O	23,51	23,07

I valori calcolati si riferiscono alla formula



e tenuto conto della incipiente, sebben piccola, decomposizione, e delle difficoltà analitiche la concordanza è più che soddisfacente.

Resta così dimostrata la esistenza di derivati complessi dell'acido tarttrico e del perossido di titanio, sebbene il loro isolamento sia ostacolato dalla poca stabilità, dalla tendenza ad ossidazioni intramolecolari, dallo stato colloide ed amorfo, e dalla facile idrolisi con precipitazione di acido titanico. Per queste ragioni pure non si reputò conveniente tentare la preparazione dei sali di altre basi oltre la potassa.

Chimica. — *Sulle variazioni della struttura delle leghe monetarie di argento durante la lavorazione.* Nota di E. PANNAIN, presentata dal Socio PATERNO.

In una precedente Nota ⁽¹⁾ fu esposto il risultato dello studio della variazione della struttura dei bronzi monetarii, per effetto delle laminazioni a freddo, alternate con ricotture, e della compressione dovuta alla coniazione.

Questo studio è stato ora esteso alle altre leghe monetarie, ed in questa Nota riporto i risultati ottenuti per la lega di argento e rame.

Il processo di lavorazione della lega monetaria di argento è analogo a quello del bronzo, salvo qualche lieve modificazione.

La massa fusa si cola ugualmente in lingottiere metalliche, per ottenere verghe di circa 40 cm. di lunghezza, dello spessore di 7-8 mm. e di larghezza variabile da 3,5 a 5,5 cm., a seconda del diametro della moneta che si vuol fabbricare. Prima di sottoporre queste verghe alla laminazione, si ricuociono al rosso incipiente, per circa mezz'ora, entro un forno a suola girevole e si lasciano poi raffreddare lentamente all'aria, a differenza di quelle di bronzo, che vengono temperate in acqua corrente. Le verghe rincotte si sottopongono ad una prima serie di laminazioni, facendole passare sette od otto volte attraverso i cilindri del laminatoio, fino a ridurle allo spessore di circa due millimetri; quindi si ricuociono di nuovo al rosso incipiente, si lasciano raffreddare lentamente e si sottopongono ad una seconda serie di laminazioni, facendole passare altre 4-5 volte attraverso i cilindri del laminatoio, fino a ridurle allo spessore di circa mm. 1,1.

A questa seconda serie di laminazioni, se ne fa seguire una terza, senza farla precedere dalla ricottura, attraverso i cilindri di un laminatoio tenuti sempre alla medesima distanza fra loro, allo scopo di portare la verga, con molta uniformità, allo spessore necessario affinchè i tondelli, che poi se ne staccano, risultino di peso compreso tra limiti tali che le monete non presentino poi una differenza di peso, in più od in meno, superiore al 5‰ del peso legale.

I tondelli, che si staccano dalle verghe dopo quest'ultima laminazione, vengono « orlettati » mediante compressione nel senso del loro diametro, facendoli passare in mezzo a due cuscinetti, che portano in rilievo il motto « FERT », il nodo ed una rosetta a cinque punte, e che si muovono in direzioni opposte, restando sempre nel medesimo piano orizzontale. Con questa com-

(¹) Questi Rendiconti, vol. XVII, serie V, pag. 668.

pressione, nel mentre si forma l'orlo rilevato, si imprime in incavo il motto, il nodo e la stella.

Questi tondelli vengono ricotti e poscia « bianchiti » per azione di acido solforico diluito (circa 2° B'e) e caldo, per sciogliere tutto lo strato di ossido di rame formatosi per le successive ricotture all'aria, ed il metallo assume un bel colore bianco di argento, perchè la superficie resta coperta appunto di uno strato di argento puro.

I tondelli bianchiti vengono lavati con acqua, seccati in stufa, riscaldata a 200-300° e pesati ad uno ad uno: quelli che risultano del peso voluto, vengono conati.

I campioni esaminati furono staccati da una medesima verga nelle successive fasi della lavorazione. Il titolo della fusione alla quale apparteneva questa verga, fu preso col metodo della goccia e determinato volumetricamente secondo Gay-Lussac. Le analisi, eseguite sui diversi pezzi, diedero una media presso a poco uguale, con una differenza tra i vari pezzi di + o — 2 millesimi, dipendente dal noto fenomeno della liquazione, tanto caratteristico per le leghe di argento e rame. La determinazione del rame fu eseguita elettroliticamente dopo aver separato l'argento allo stato di cloruro.

I risultati furono i seguenti:

Argento . . .	832,9
Rame	165,3

Per l'esame metallografico furono preparati sette campioni corrispondenti alle diverse fasi della lavorazione, dapprima limandoli, poi levigandoli con le carte di smeriglio, con lo smeriglio 200 minuti ed infine con l'ossido di cromo. La superficie levigata fu attaccata fortemente a freddo con acido nitrico concentrato; a quest'attacco si fece seguire una leggera levigazione all'ossido di cromo. I costituenti della lega si pongono così nettamente in evidenza: appaiono grossi cristalli bianchi di soluzione solida di rame in argento avviluppati dall'eutettica scura, disposti in modo diverso, a seconda del trattamento meccanico o termico a cui la lega fu sottoposta.

I campioni esaminati al microscopio diedero i seguenti risultati:

CAMPIONE N. 1 (*Lega fusa e colata in lingottiera metallica*). — I grossi cristalli bianchi appaiono involuppati nell'eutettica scura, che forma un reticolato non molto regolare.

CAMPIONE N. 2 (*Verga ricotta al rosso incipiente*). — L'eutettica è regolarmente disposta fra i cristalli bianchi, formando un reticolato a rettangoli quasi eguali fra loro, mentre i cristalli bianchi presentano striature parallele.

CAMPIONE N. 3 (*Verga sottoposta alla prima serie di laminazioni*). — I cristalli bianchi appaiono chiaramente allungati nel senso della laminazione, intramezzati dall'eutettica, che apparisce a strisce parallele.

CAMPIONE N. 4 (*Verga ricotta dopo la prima serie di laminazioni*). — La debole ricottura non trasforma sostanzialmente la struttura; resta quindi in certo modo la disposizione a striscie parallele dei cristalli bianchi e dell'eutettica, mentre vedesi chiaramente la disposizione a reticolato dell'eutettica in mezzo ai cristalli bianchi, in modo analogo al campione n. 2.

CAMPIONE N. 5 (*Verga sottoposta a tutte le successive laminazioni*). — Per questa azione meccanica i cristalli bianchi risultano allungati fin quasi a ridursi a linee chiare, alternate con filamenti scuri dell'eutettica.

CAMPIONE N. 6. (*Tondello ricotto e bianchito prima della coniazione*). — Predomina sempre la struttura a striscie parallele bianche e nere, poco modificate alla lieve azione della ricottura.

CAMPIONE N. 7. (*Tondello coniato*). — La compressione non riesce a far sparire la struttura a striscie parallele, ma fa quasi sparire i cristalli bianchi, per modo che la sezione risulta tutta punteggiata.

Lo studio della variazione della struttura delle leghe monetarie per effetto delle azioni meccaniche e della ricottura, mostra dunque che a ciascuna di queste diverse azioni corrisponde una particolare struttura, la quale permette di riconoscere la natura dell'azione alla quale la lega fu sottoposta.

Caratteristico è sempre l'effetto della laminazione, che determina l'allungamento dei cristalli a guisa di fibre parallele; la ricottura tende a dare alla struttura un aspetto regolare; la compressione dovuta alla coniazione spezza i cristalli, dando origine ad una struttura che ben si differenzia da quella della lega fusa non sottoposta ad alcun trattamento meccanico.

Si è quindi in grado, con l'esame della struttura, di poter decidere se un oggetto, fatto con determinata lega, sia stato ottenuto per fusione, oppure se la massa fusa fu lavorata meccanicamente. Un'applicazione molto interessante si ha nel riconoscimento della falsificazione delle monete: le differenti strutture della lega fusa e coniatata permettono di decidere in modo sicuro se la falsificazione avvenne per fusione o per coniazione, problema la cui soluzione finora restava affidata unicamente alla convinzione personale, acquistata per pratica, e che talora non si poteva risolvere per l'assenza di quegli elementi, che dovevano formare il convincimento di chi era chiamato a decidere.

Chimica. — *Sulle variazioni delle proprietà fisiche delle leghe metalliche sottoposte alle azioni meccaniche e termiche*. Nota di E. PANNAIN, presentata dal Socio E. PATERNÒ.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica — *Su un sale doppio di nitrato ed ossalato di torio* ⁽¹⁾. Nota di O. ANGELUCCI, presentata dal Corrispondente L. BALBIANO.

In un precedente lavoro « Elettrolisi del nitrato di torio » ⁽²⁾, avevo osservato che, dopo interrotta la corrente, dall'elettrolito si svolgeva una notevole quantità di gas che dimostrai essere, per la massima parte, azoto.

Le esperienze d'allora non mi permisero di stabilire se questo fenomeno fosse una conseguenza dell'elettrolisi o se derivasse da qualche reazione chimica o radioattiva; però la quantità relativamente grande di gas rispetto al debole potere radioattivo del torio mi faceva molto dubitare che questa seconda ipotesi fosse attendibile.

Dopo gli studi di Ramsay « Sulla degradazione degli elementi » e specialmente sulla disintegrazione dello ione rame, in ione litio per azione della emanazione del radio, e dello ione torio in carbonio per ulteriore scissione del torio C, mi sembrò di grande interesse studiare diligentemente le proprietà delle soluzioni di nitrato di torio soprattutto per decidere se il biossido di carbonio che Ramsay ha ben quattro volte riscontrato nei gas che si svolgono da queste soluzioni fosse dovuto alla disintegrazione del torio C o dipendesse dalla ossidazione o dalla scissione degli acidi organici adoperati nella separazione del torio dalle altre terre e non completamente eliminati nella purificazione del nitrato.

Ho incominciato le esperienze con una soluzione di nitrato di torio, contenente 50 gr. di nitrato della Fabbrica de Haen in 100 gr. di acqua, che misi in un dilatometro, della capacità di circa 100 cm³, immerso in un grande bagno di acqua in una stanza poco illuminata per essere sicuro che la luce non aveva nessuna azione sul fenomeno. Durante quattro mesi mantenni la temperatura del bagno a circa 15 gradi, ed ebbi cura di fare le letture sempre a 15°.

Non riscontrai nessun aumento sensibile di volume; nè sviluppo di bollicine gassose che sarebbero state trattenute nel capillare, perciò in quelle condizioni di concentrazione e di temperatura la decomposizione del nitrato di torio non avviene in modo sensibile. Posi allora in un altro dilatometro, col bulbo capovolto, nello stesso bagno di acqua, una soluzione molto concentrata di nitrato di torio (densità = 2,25 — 2,30), e dopo circa due set-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica Organica del R. Istituto Politecnico di Torino.

⁽²⁾ Atti Acc. Lincei, vol. XVI, 2° sem., pag. 196.

timane l'aumento considerevole di volume mi dimostrò chiaramente che la decomposizione avveniva.

Questi fatti potevano far supporre che le soluzioni di nitrato di torio, si comportassero in modo analogo a quelle dei sali di radio. Ed invero perchè queste decompongano l'acqua, occorre una certa concentrazione dello ione radio, cioè è necessaria una grande quantità di elettroni nell'unità di tempo, quindi, nel caso del torio, dato il suo debole potere radioattivo, sono necessarie soluzioni concentratissime. Le mie esperienze però non mi potevano autorizzare a concludere che questa analogia fosse realmente vera. Avendo a mia disposizione una notevole quantità di nitrato di torio, volli tentare di isolare il composto che si formava nella decomposizione, sperando, dalla analisi di questo, una spiegazione del fenomeno che mi sembrava troppo grande per essere attribuito alla radioattività.

In una boccia di circa 3 litri di capacità posi una soluzione di 5 Kg. di nitrato di torio della densità di 2,25—2,30 fatta da parecchi mesi e concentrata a caldo per essere sicuro che non vi fossero gas in soluzione. La empii completamente e la chiusi con un tappo attraversato da un tubo di vetro che permetteva di raccogliere i gas che si fossero sviluppati. Dopo poco tempo si manifestò lo sviluppo gassoso, prima lento, poi man mano più intenso. Trascorsi circa sei mesi si incominciarono a formare, nella soluzione, dei cristallini aghiformi, circondati da una notevole quantità di bollicine gassose. Aspettai che la cristallizzazione non aumentasse più, e, dopo un anno, raccolsi il gas e separai i cristallini dalla soluzione filtrandoli a pressione ridotta, e spremendoli tra carta per liberarli dalla soluzione il più completamente possibile. La quantità di sale solido così ottenuta fu di circa 700 grammi. Esso è solubilissimo nell'acqua; dalla soluzione riscaldata, precipita una sostanza bianca microcristallina che non contiene acido nitrico. Per caratterizzarlo ho fatte le seguenti determinazioni:

1. Determinazione della quantità di composto insolubile che precipita per riscaldamento della soluzione acquosa del composto primitivo. — Grammi 68,90 di sostanza, disciolti in circa 300 cm³ di acqua e riscaldati a b. m. hanno dato un precipitato che lavato e seccato a 100 ha pesato gr. 7,57 da cui % = 10,98. Grammi 4,8344 hanno dato un precipitato di gr. 0,568, da cui % = 10,75.

Questa sostanza contiene carbonio; e dalle combustioni in canna aperta ho avuti i seguenti risultati:

a) Sostanza gr. 1,034 hanno dato: CO₂ gr. 0,4064; H₂O gr. 0,0944.

Residuo sulla navicella (ThO₂) gr. 0,6178.

b) Sostanza gr. 0,9640 hanno dato: gr. CO₂ 0,3780; H₂O gr. 0,097.

Residuo sulla navicella (ThO₂) gr. 0,5756

da cui %	a	b	Calcolato per Th(C ₂ O ₄) ₂ + 2H ₂ O
C	10,71	10,69	10,81
H	1,01	1,12	0,90
ThO ₂	59,74	59,70	59,45

Da queste analisi risulta che il composto insolubile è ossalato di torio. Per esserne maggiormente certo l'ho disciolto in acido solforico ed ho precipitato la soluzione con ossalato ammonico. La combustione di questo ossalato mi ha dati i seguenti risultati:

Sostanza gr. 0,8234 hanno dato: CO₂ gr. 0,3308; H₂O gr. 0,0752.

Residuo sulla navicella gr. 0,4908:

da cui % C = 10,95; H = 1,01; ThO₂ = 59,58.

Inoltre trattato con acido solforico ed alcool metilico mi ha dato l'ossalato di metile cristallino, che ho saponificato con potassa e dalla soluzione di ossalato alcalino ho precipitato l'ossalato di calcio insolubile in acido acetico, solubile in acido cloridrico.

II. *Determinazione dell'acido nitrico.* — Ho fatta la determinazione dell'acido nitrico col metodo di Schultze e Tiemann e col metodo Dumas, sostituendo all'ossido di rame il rame ridotto, operando nel modo seguente: in una canna da combustione aperta alle due estremità ponevo del rame granulato, ridotto con idrogeno, per una lunghezza di circa 50 cm. Ad una estremità applicavo un azotometro di Schiff, e, dalla parte opposta introducevo la sostanza, mescolata con ossido di rame, in una navicella di platino. Scacciata completamente l'aria con una corrente di anidride carbonica pura e secca, riscaldavo la canna fin quasi al rosso, progredendo col riscaldamento pian piano fino alla parte ove era la navicella. Gli ossidi di azoto venivano trasportati a contatto del rame dalla corrente di gas carbonico e nell'azotometro raccoglievo l'azoto, dal volume del quale, calcolavo l'NO₃ del nitrato di torio.

Con questo metodo mi è stata possibile anche la determinazione diretta dell'acqua che altrimenti avrei dovuta calcolare per differenza. Per questo scopo adattavo alla parte della canna a cui era unito l'azotometro, un tubo a cloruro di calcio, ed operavo come per la determinazione di azoto.

Alla fine della operazione, dopo raffreddamento, scacciavo l'anidride carbonica con una corrente di acido. L'aumento di peso del tubo a cloruro di calcio corrispondeva all'acqua contenuta nel nitrato.

Metodo di Schultze e Tiemann:

a) sostanza gr. 0,5570 hanno dato NO cm³ 69,81 t. 0; p. 760;

b) sostanza gr. 0,5632 hanno dato NO cm³ 71,17 t. 0; p. 760, da cui NO₃ % a) = 34,75; b) = 35,04.

Metodo Dumas:

- a) sostanza gr. 0,5808 hanno dato N cm³ 40, t. 15; p. 740;
b) sostanza gr. 0,6432 hanno dato N cm³ 44,3, t. 15; p. 740, da cui
NO₃ % a) = 35,15; b) = 35,15.

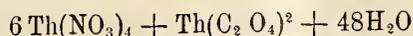
III. *Determinazione dell'acqua:*

- a) sostanza gr. 0,6236 hanno dato H₂O gr. 0,13;
b) sostanza gr. 0,6234 hanno dato H₂O gr. 0,1280, da cui H₂O %
a) 20,34; b) 20,53,

IV. *Determinazione del ThO₂:*

- a) sostanza gr. 0,8832 calcinati hanno dato un residuo di gr. 0,4058;
b) sostanza gr. 1,3056 calcinati hanno dato un residuo di gr. 0,5998,
da cui ThO₂ % a) = 45,80; b) = 45,70.

A questi dati analitici corrisponde la formula:



che viene espressa dai seguenti rapporti numerici:

$$\text{Th}(\text{NO}_3)_4 = 69,36 \% ; \text{Th}(\text{C}_2\text{O}_4)_2 = 9,82 \% ; \text{H}_2\text{O} = 20,80 \%$$

che concordano con quelli risultanti dalle analisi suesposte. Difatti calcolando il Th(NO₃)₄ dall'NO₃ trovato si ha: Th(NO₃)₄ = 68,48 %; calcolandolo dal ThO₂ totale meno la parte dovuta all'ossalato (6,41) si ha: Th(NO₃)₄ = 71,50 %; ossalato meno 2H₂O (10,75 — 0,87) = 9,88 %; acqua 20,53 %.

Ora è chiaro che, data la presenza dell'ossalato di torio, sotto forma di sale complesso molto solubile, il biossido di carbonio trovato nei gas sviluppati da soluzioni concentrate di nitrato di torio, è logico farlo derivare dalla scissione dell'ossalato e non dalla degradazione del radiotorio.

Inoltre lo sviluppo di gas da soluzioni di nitrato di torio non è un fenomeno dovuto alla radioattività; e ciò risulta evidente dalle seguenti esperienze.

Le acque madri da cui separai il sale complesso sopra descritto, le lasciai in riposo per circa un mese in una boccia aperta. Durante questo tempo ottenni una seconda formazione di cristalli diversi dai primi di cui mi occuperò in seguito.

Dalle acque madri di questi ebbi ancora dei cristalli simili ai precedenti che separai dal liquido che chiusi in una boccia con un tappo attraversato da un tubo funzionante da manometro. Sono trascorsi circa sei mesi ed ancora non si nota alcuna produzione di gas; è perciò fuori di dubbio che lo sviluppo gassoso è collegato alla presenza del sale doppio descritto

(tanto vero che in esso c'è un eccesso di torio, rispetto all' NO_3 , il che dimostra che subisce una lenta decomposizione) e che il fenomeno non è dovuto alla radioattività perchè, in questo caso, si dovrebbe avere una continua produzione di gas.

Mineralogia. — *Baritina di Brosso e Traversella* ⁽¹⁾. Nota del dott. LUIGI COLOMBA, presentata dal Socio G. SPEZIA.

La presente Nota, che appartiene al gruppo di quelle che hanno per scopo di studiare i caratteri dei minerali dei giacimenti di Brosso e Traversella onde avere il materiale necessario per uno studio d'insieme sui giacimenti stessi ⁽²⁾, fa seguito a quella in cui mi occupai dei caratteri cristallodame compiute sui caratteri strutturali e chimici del detto minerale, potendosi da esse ricavare qualche conclusione non priva di interesse per ciò che riguarda il suo modo di formazione nei due giacimenti e le relazioni che possono esistere nel modo di presentarsi fra i cristalli delle due località.

Queste mie ricerche riguardano specialmente la baritina di Brosso, poichè per quanto si riferisce a quella di Traversella, in causa della scarsità di materiale che mi fu dato di raccogliere, dovetti limitarmi ad alcuni saggi compiuti su quantità molto esigue di sostanza.

Come ho fatto notare nel precedente studio, la baritina di Brosso e Traversella, presenta sempre nei cristalli un tipo schiettamente tabulare e, sebbene quelli più complessi presentino spesso differenze di abito abbastanza grandi, non solo quando appartengono all'uno od all'altro giacimento, ma pur anche, come appunto si nota a Traversella, quando provengono da esemplari differenti, è però possibile in ogni caso di stabilire la esistenza di combinazioni fondamentali molto semplici rappresentanti i tipi primitivi della cristallizzazione in ambedue i giacimenti e che nei casi di minima complessità risultano dall'unione della 110 colla 001, alle quali, specialmente a Brosso, grafici del minerale in questione ⁽³⁾. In essa dò i risultati delle osservazioni

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto Mineralogico della R. Università di Torino.

⁽²⁾ Nella Nota appartenente a questo gruppo di pubblicazioni e riferentesi alla scheelite di Traversella (Atti della R. Acc. dei Lincei, 1906, 1° sem., pag. 281), sono giunte, per quanto riguarda la presenza di alcune forme cristalline di detto minerale, a conclusioni discordi da quelle precedenti di Bauer (Wurt. natur. w. Jahr., 1871, estratto, pag. 46) e da quelle posteriori di Zambonini (Atti della R. Acc. dei Lincei, 1906, 1° sem., pag. 558). Riserbandomi di ritornare sull'argomento della scheelite quando avrò terminato una nuova serie di osservazioni che sto ora compiendo sul detto minerale, mi limito per ora a dichiarare che, malgrado le dette divergenze, mantengo in modo assoluto e completo quanto affermai nella precedente Nota.

⁽³⁾ *Baritina di Traversella e di Brosso*. Atti della R. Acc. dei Lincei, 1906, 2° sem., pag. 419.

si aggiungono talvolta la 011, la 102 e la 111 sotto la forma di faccette lineari.

Questi cristalli a tipo così semplice si trovano in molti casi associati a quelli più complessi nei quali l'abito è molto variabile, dipendendo esso dal modo in cui continuò nei tempi posteriori l'accrescimento nella baritina, ed occupano sempre le parti delle geodi ad immediato contatto con le pareti delle geodi stesse; inoltre sono frequentemente inclusi nei cristalli più complessi, senza che si debba ammettere che essi rappresentino puramente un determinato periodo in un unico fenomeno cristallogenico, non essendo raro il caso in cui si presentano come cristalli definiti in tutte le loro facce e che talvolta oltre alle facce della 001 e 110, mostrano anche quelle della 011.

L'esistenza di questi cristalli interni è facilmente determinabile per il fatto che presentano sempre una tinta biancastra od uniforme oppure derivante dall'alternarsi di zone concentriche bianche o traslucide; fatti questi che pure si notano nei cristalli rombici che appaiono impiantati nelle geodi. E come già ho detto, queste zone bianche e traslucide dipendono dalla presenza di numerosissime inclusioni facilmente riconoscibili al microscopio. Queste inclusioni presentano caratteri interessanti, sia per quanto riguarda la loro disposizione, sia per la natura delle sostanze che contengono, ed ho creduto bene di occuparmene particolarmente, essendo questo studio stato fino ad ora assai trascurato per quanto riguarda la baritina, sebbene nei pochi casi noti si abbiano avuti risultati importanti come ad esempio sarebbero quelli ottenuti da Luedeking e Weeler (¹) che nella baritina di Pettis Co. trovarono piccole quantità di solfato ammonico.

Se si considerano le plaghe a tinta bianca uniforme oppure i cristalli che presentano lo stesso aspetto, si nota che tanto le une quanto gli altri appaiono del tutto gremiti di inclusioni irregolari disposte in qualsiasi modo e che per la massima parte contengono sostanze allo stato liquido, sebbene siano eccezionalmente rare quelle che presentano libelle. E quando queste sono visibili, appaiono o completamente immobili oppure dotate di movimenti estremamente lenti.

Invece coll'avvicinarsi ai limiti fra le plaghe bianche e quelle traslucide o del tutto trasparenti, queste inclusioni modificano la loro forma assumendo un tipo pressochè uniforme e mostrandosi quasi costantemente allungate parallelamente al macroasse, essendo anzi i limiti, sempre molto netti che separano le zone bianche dalle traslucide e dalle trasparenti (limiti che sono paralleli alle facce della 110) determinati appunto dalle terminazioni delle inclusioni stesse.

Così pure nelle plaghe traslucide le quali debbono appunto questa loro minore opacità, al fatto di essere molto meno ricche di inclusioni, queste mantengono il tipo affusolato e la disposizione uniforme.

(¹) *Notes on a Missouri Barite*. Am. Journ. of science, 42 (1891). pag. 495.

Nei cristalli di Traversella si notano gli stessi fatti, che però appaiono talvolta meno evidenti, perchè in essi le plaghe bianche mostrano un aspetto molto meno omogeneo, essendo in molti casi rappresentate da un traliccio di lamelle biancastre che formano una serie di maglie parallele alle sfaldature; questo speciale modo di presentarsi dipende dal fatto che per qualche particolare causa le plaghe stesse si sono fratturate secondo le sfaldature per cui la massima parte delle inclusioni si vuotò. Però quando questo speciale stato di disaggregazione manca, il tipo delle inclusioni è analogo a quello dei cristalli di Brosso.

Le stesse analogie si hanno per quanto riguarda la natura delle sostanze che occupano le inclusioni; io ho, a questo proposito, compiuto alcune ricerche onde poter rendere, per quanto possibile, esatta la determinazione dei prodotti volatili e delle impurità contenute nella baritina, potendo questa determinazione essere causa di errore nelle analisi del detto minerale.

Invero se si determinano semplicemente queste impurità sottoponendo la baritina all'arroventamento, ne risulta che solo si avranno risultati esatti quando tutte le impurità contenute nella baritina sotto forma di inclusioni possano volatilizzare alla temperatura che si raggiunge.

Inoltre una seconda causa di errore sta nel fatto che il solfato di bario presenta, a cominciare dal calor rosso, una tendenza a dissociarsi, per cui può avvenire che in causa di questo inizio di dissociazione si abbiano variazioni nella quantità degli elementi volatili.

Per evitare questi inconvenienti, io ho proceduto nel modo seguente: dopo aver scelto una determinata quantità di baritina bianca, e quindi ricca di inclusioni la collocai, dopo averla rotta in frammenti del volume di un quarto o di un mezzo centimetro cubico, in un tubo ricurvo chiuso ad una estremità ed affilato all'altra, e disposto in modo che quest'ultima estremità pescasse nell'acqua; poscia scaldai la baritina evitando che la temperatura venisse ad essere troppo elevata.

Durante il riscaldamento osservai che i frammenti di baritina si spezzavano violentemente riducendosi a poco a poco in fina polvere; quando vidi che era cessato lo sviluppo di prodotti gassosi, feci penetrare nel tubo ricurvo dell'altra acqua e lavai ripetutamente. In tal modo ottenni due distinte soluzioni, di cui la prima conteneva i prodotti volatili, e la seconda, quelle sostanze fisse che potevano essere contenute sotto forma di soluzione nelle inclusioni. La poca elevatezza della temperatura a cui ero giunto escludeva poi assolutamente che avesse potuto verificarsi la dissociazione del solfato di bario.

Operando in tal modo su discrete quantità di baritina di Brosso, osservai come la prima soluzione, la quale doveva contenere esclusivamente i prodotti volatili, dava una leggera reazione acida lasciando riconoscere tracce sensibili di acido cloridrico e solforico. Invece la seconda presentava reazione

completamente neutra reagendo però nello stesso modo, sebbene in grado più sensibile, col nitrato di argento e col cloruro di bario.

Allo spettroscopio poi questa soluzione lasciava puramente riconoscere la presenza del sodio; per cui si può supporre che le dette inclusioni contengano essenzialmente soluzioni di cloruro e di solfato sodico, addizionate a piccole quantità di acido cloridrico e solforico liberi.

Lo stesso fatto notai nella baritina di Traversella.

Le quantità di impurezze variano naturalmente in modo notevole in vari esemplari in conseguenza della differente frequenza delle inclusioni; così nella baritina incolore e trasparente esse sono del tutto trascurabili, mentre in quella bianca raggiungono una percentuale abbastanza alta, come risulta da un saggio quantitativo che mi diede i risultati seguenti:

Sostanze volatili	0,41 %
Sostanze solubili in acqua	0,76 "
	<hr/>
	1,17 "

Dalla natura di queste sostanze si deduce che nella baritina in questione è necessario di ammettere diverse sorta di inclusioni, poichè altrimenti non si potrebbe ammettere la contemporanea esistenza di acido solforico libero e di cloruri in una stessa inclusione, senza che esse reagissero insieme.

Fatta astrazione da queste impurità, la baritina di Brosso e Traversella risulta chimicamente pura; alcuni saggi compiuti allo scopo di determinare se conteneva stronzio, col metodo del Rose, consistente nell'azione del carbonato ammonico sul solfato finamente polverizzato, non svelarono tracce sensibili di stronzio (1).

L'esistenza di cloruro e solfato sodico e di tracce di acido cloridrico e solforico libero nella baritina di Brosso e Traversella, può servire per dare qualche indicazione sul modo nel quale si può supporre si sia formata tanto nell'uno quanto nell'altro giacimento.

Invero, se si considera il metodo impiegato da de Schulten (2), consi-

(1) Con questo metodo il carbonato ammonico deve agire puramente sul solfato di stronzio senza che si abbia nessuna modificazione nel solfato di bario; non tutti gli autori sono però concordi nell'ammettere la sua assoluta esattezza. Così Baumhauer e Trechmann analizzando la baritina di Binnental (*Zeit. für Kryst. und Miner.*, XLIV, (1904), pag. 614) trovarono che anche la baritina non contenente stronzio è intaccata leggermente dal carbonato ammonico, avendosi che piccole tracce di bario si trovano nel filtrato dopo aver decomposti i carbonati con acido cloridrico; però siccome la baritina impiegata era stata inizialmente arroventata per determinare i prodotti volatili, può darsi che il bario trovato nel filtrato dipendesse dal fatto che il solfato aveva nell'arroventamento subito un inizio di dissociazione.

(2) *Reproduction artificielle par voie humide de la baritine*, Bull. de la Soc. Franç. de Miner. 1903, pag. 103.

stente nell'azione dell'acido solforico diluito sul cloruro di bario in soluzione cloridrica, si potrebbe mediante un tale processo, spiegare la formazione della baritina esaminata, solo supponendo che l'acido solforico ed il cloruro di bario fossero rispettivamente accompagnati da solfato oppure da cloruro sodico.

L'analogia delle inclusioni nei cristalli di Brosso e Traversella, indica pure che le condizioni di formazione dovettero essere le stesse. A tutta prima si potrebbe supporre che ciò si possa anche dedurre dal fatto che in ambedue i giacimenti i cristalli di prima formazione presentano combinazioni ed abito molto simili. Ma questo in realtà non ha grande importanza per le questioni inerenti alle relazioni fra le due baritine, essendo un fatto molto comune nella baritina, quando in essa si hanno fasi differenti di accrescimento, che i cristalli di prima formazione siano torbidi e presentino un tipo prismatico-tabulare.

Per quanto riguarda le relazioni che in ambedue i giacimenti la baritina presenta con gli altri minerali si può concludere che essa, tanto in un sito quanto nell'altro, deve considerarsi come un minerale di ultima formazione ed affatto secondario per quanto riguarda la sua importanza e la sua frequenza.

In ambedue i giacimenti si nota che la baritina è essenzialmente associata con la siderite e meno frequentemente con la dolomite la quale però è in questi casi sempre molto ricca di ferro; e mentre i cristalli di prima formazione appaiono contemporanei della detta siderite, che è sempre in cristalli lenticolari brunastri, essendo frequente il caso in cui l'uno dei minerali apparisce impiantato sull'altro e viceversa, invece i cristalli di seconda formazione debbono sempre considerarsi come posteriori alla siderite.

A Traversella, oltre alla siderite, si hanno pure associati alla baritina cristalli di pirite e di blenda; qui pure si nota la contemporaneità fra i detti minerali e la baritina di prima formazione.

Cristallografia. — Studio cristallografico dell'acido ortotimotico e di due timotidi isomeri. Nota di A. ROSATI, presentata dal Socio G. STRÜVER.

Nella presente Nota riferisco le osservazioni fatte su alcuni nuovi cristalli di sostanze organiche, preparate dal prof. R. Spallino, dell'Università di Roma, e di cui prossimamente sarà pubblicato lo studio chimico.

Acido ortotimotico. $C_{11}H_{12}O_3$ (fusibile a 129°).

Sistema monoclinico:

$$a : b : c = 1,0724 : 1 : 0,9039$$

$$\beta = 93^\circ 24'.$$

Forme osservate:

$$\{001\}, \{110\}, \{10\bar{1}\}, \{11\bar{1}\}$$

La forma $\{11\bar{1}\}$ è rarissima.

I cristalli ottenuti dalla ligroina sono trasparenti, di color giallo pallido, di dimensioni alquanto variabili, ma che in media raggiungono 5 mm. di altezza ed 1 mm. di diametro, tutti costantemente allungati secondo l'asse z.

Si distinguono tre diversi tipi di combinazione; il più frequente è quello disegnato nella fig. 1:

$$\{110\}, \{001\}$$

Un secondo tipo presenta le forme:

$$\{110\}, \{001\}, 10\bar{1};$$

è poco diffuso. Rarissima è la combinazione rappresentata dalla fig. 2:

$$\{001\}, \{110\}, \{10\bar{1}\}, \{11\bar{1}\}$$

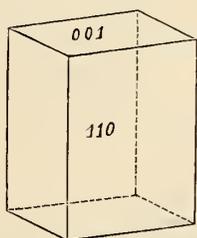


FIG. 1.

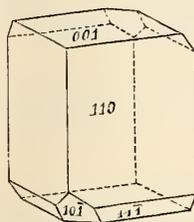


FIG. 2.

Spigoli misurati	Angoli osservati			Angoli calcolati
	N.	Limiti	Medie	
(110) . (110)	7	93° 45' - 94°	93° 54'	*
(001) . (110)	8	87° 35' - 87° 50'	87° 41'	*
(001) . (101)	5	41° 20' - 41° 50'	41° 32'	*
(001) . (111)	2	52° 25' - 52° 33'	52° 29'	52° 24'
(111) . (110)	2	39° 50' - 40° 8'	39° 59'	39° 55'
(111) . (111)	1	—	71° 10'	70° 50'

Timotide. $C_{22}H_{24}O_4$ (fusibile a 174°).

I cristalli ottenuti dal benzolo sono incolori, e per lo più splendenti; hanno forma di prisma esagonale terminato da facce di romboedro ed una dimensione media, che raggiunge circa 4 mm. di altezza e 2 mm. di diametro. Al goniometro non sempre si hanno buoni riflessi per le piccole cavità irregolari disseminate alla superficie delle facce.

Sistema romboedrico:

$$\alpha = 94^{\circ} 11' \quad (a : c = 1 : 1.1092).$$

È sempre presente la combinazione delle forme:

$$\{100\} = \{10\bar{1}1\} , \quad \{2\bar{1}\bar{1}\} = \{10\bar{1}0\}$$

come risulta dal seguente disegno:

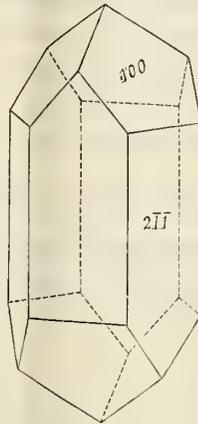


FIG. 3.

Spigoli misurati	N.	Angoli osservati		Angoli calcolati
		Limiti	Medie	
$(10\bar{1}1) . (\bar{1}101)$	8	$85^{\circ} 16' - 85^{\circ} 50'$	$85^{\circ} 29'$	*
$(10\bar{1}1) . (10\bar{1}0)$	4	$38^{\circ} 3' - 38^{\circ} 55'$	$38^{\circ} 25'$	$38^{\circ} 24'$
$(10\bar{1}1) . (01\bar{1}0)$	4	$66^{\circ} 44' - 67^{\circ} 11'$	$66^{\circ} 47'$	$66^{\circ} 56'$

Sfaldatura imperfetta secondo $\{0001\}$, per cui le lamine di sfaldatura fanno riconoscere la figura d'interferenza uniassica.

Birifrazione positiva.

Timotide. $C_{22}H_{24}O_4$ (fusibile a 209°).

Ottenuto per deposizione rapida dalla ligroina si presenta in forma di lunghe fibre biancastre, traslucide o trasparenti, riunite tra loro parallelamente a costituire piccoli fascetti. Esse estinguono costantemente secondo la direzione di allungamento, non avendo mai trovato alcun esempio di estinzione obliqua.

Se si scioglie in alcool e si lascia evaporare lentamente la soluzione, dopo lungo tempo si ottengono sottili lamine, incolore, trasparenti, di forma esagonale. Gli esagoni sono alquanto allungati secondo un lato, che è direzione di estinzione e di facile sfaldatura.

Si ha quindi, anche in questo caso, estinzione retta, e cioè parallela ad un lato dell'esagono e alla sua normale. L'angolo piano determinato dall'incontro di un lato dell'esagono con il lato secondo cui avviene l'estinzione è di circa 110°; quello dovuto a due lati, secondo cui non si ha estinzione, è di circa 140°. Le lamine osservate a luce convergente fanno riconoscere una figura d'interferenza biassica; il piano degli assi ottici è normale al lato dell'esagono, che è direzione di estinzione. Il materiale non si presta ad altre determinazioni; ma quelle sopra riferite sono sufficienti per ritenere che molto probabilmente si tratta di cristalli trimetrici o monoclini, della combinazione $\{110\}$, $\{010\}$, $\{001\}$, tabulari per prevalente sviluppo di $\{001\}$, con sfaldatura parallela a $\{010\}$, e piano degli assi ottici normale a $\{010\}$. Ad ogni modo, è certo che il *timotide fusibile a 209°*, essendo biassico, cristallizza in un sistema diverso da quello del *timotide fusibile a 174°*, che è uniassico.

Geologia. — *Gli strati a Posidonomya alpina nel M. Tezio presso Perugia.* Nota di PAOLO PRINCIPI, presentata dal Socio C. DE STEFANI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Zoologia. — *Studi sull'Acanthohermes quercus* Kollar. Nota del Socio B. GRASSI (1).

Intorno a questo interessante genere di Fillosserini le nostre conoscenze sono incomplete. Riservandomi di riportare minutamente i dati bibliografici nel lavoro in esteso, mi limito qui a riferire sommariamente i risultati delle mie ricerche.

In principio di aprile comparisce sulle foglioline, appena sbocciate, delle querce (intendo il gruppo delle querce propriamente dette, distinto da quello dei lecci) una giovane larva, che debbo ritenere neonata dall'uovo d'inverno. Essa presenta i peli terminali (nella regione dorsale della testa, del torace e dei primi sette segmenti addominali) corti e più o meno dilatati alla parte distale. Questi peli per numero ed ordine trovano riscontro nella formula solita dei Fillosserini; mancano però quello pleurale posteriore del pronoto, non che quello pleurale del mesonoto, del metanoto e del primo tergite addominale (Ve ne sono quattro al settimo tergite). Occorrono tuttavia frequenti casi di anomalie, p. es. ad un lato solo del terzo tergite può riscon-

(1) Comunicata nella seduta del 2 maggio.

trarsi il pleurale, che manca in generale, come ho già detto. Il pelo è inserito in mezzo ad una macchia ove può notarsi qualche minima punta sporgente. Due lunghi peli a punta ottusa caratterizzano l'ottavo tergite, dove possono però trovarsi anche uno o due peli corti. Due peli molto corti indicano il nono tergite ben distinto dall'ottavo.

L'antenna presenta invece del solito sensillo placode una punta sporgente, quale non si riscontra in nessun altro Fillosserino. Anche i peli delle zampe presentano qualche piccola differenza. Il rostro è corto.

Dalla muta di questa giovane larva esce la forma scoperta da Kollar e da lui denominata *Acanthohermes quercus*: essa è caratterizzata dalla presenza di tubercoli subcilindrici; dal margine della parte distale di essi si dipartono lunghe punte, finissimamente spinulose, che ricordano i tentacoli di un polipo, benchè non siano contrattili, ovvero anche i raggi di una stella. Questi tubercoli portano poi il pelo terminale poco differente da quello della giovane larva. Essi sono tutti quanti marginali, eccetto due, che possiamo dire spinali, al settimo tergite, e formano tutti insieme una sorta di corona, che delimita il dorso, lasciando fuori soltanto il tratto al di là del settimo tergite. Precisamente se ne notano d'ambo i lati quattro alla testa, due da ciascun lato dei tre tergiti toracici, uno a ciascun lato dei primi sette tergiti addominali. I tubercoli, come risulta da quanto ho premesso, sono quattro al settimo tergite addominale. Del resto le anomalie di numero in più, o in meno non sono rare qui ed altrove.

Nell'ovale del dorso contornato, come ho detto, dai tubercoli, si notano i peli terminali. Il loro numero col succedersi delle mute va crescendo in modo notevole. Verificasi perciò un fenomeno simile a quello che si riscontra nel genere *Phylloxerina*. Questi peli terminali sono corti e difficili a contare; aggiungasi che sono molto frequenti le anomalie in più o in meno. Nella forma larvale che ha raggiunto la massima grandezza, cioè dopo la terza muta, io ho riscontrato alcune volte le seguenti cifre massime:

	Tubercoli marginali col relativo pelo terminale	Peli terminali
parte dorsale del capo	8	8
pronoto	4	6-8
mesonoto	4	8
metanoto	4	8-10
1° tergite addominale.	2	6
2° " "	2	6
3° " "	2	6
4° " "	2	6
5° " "	2	6
6° " "	2	2 (con traccia di tubercolo)
7° " "	2	2 (con tubercolo)

La larva, di cui parlo, è appiattita e sta immobile dentro un piccolo infossamento alla pagina inferiore della foglia circondato da un cercine sporgente.

Alla fine di aprile, o nella prima settimana di maggio questa larva, come avevano già veduto il Kollar e il Lichtenstein, subisce un'ultima muta e assume l'abito definitivo; si presenta allora come una grossa fillossera senza ali caratterizzata invece che dai tubercoli colle punte, da un egual numero di semplici tubercoli cilindrici, pinttosto sottili, col solito pelo terminale. Questa forma relativamente gigantesca è molto mobile; lascia la galla e va a depositare le uova nelle sinuosità e screpolature della corteccia dei rami e del tronco della quercia.

Altri caratteri importanti, tanto nella larva coi tubercoli polipiformi, come nella forma definitiva, sono costituiti dal secondo articolo delle antenne relativamente lungo e dal rostro molto corto. Il tarso consta di due articoli e finisce con un pretarso armato di due unghie. I tronchi tracheali trasversali dell'addome sono in numero di sette paia e vi corrispondono altrettanti stigmi, per quanto ho potuto vedere; gli stigmi sono protetti dalle solite sporgenze che vengono a formare una sorta di vestibolo. Lo stesso numero di stigmi addominali si riscontra anche nella giovane larva. Nelle forme definitive le gonapofisi sono molto sviluppate e fornite di peli relativamente lunghi, ed i due peli del nono tergite trovansi all'estremità posteriore del corpo molto lontani da quelli dell'ottavo.

La forma definitiva qui descritta è ovipara; senza assumere nutrimento deposita in circa 48 ore un gran numero di uova di individui sessuati e poi muore. Un singolo individuo fa uova di maschi e di femmine senza alcun ordine. In pochi giorni (5-8 giorni) da queste uova si sviluppano in seguito alle solite mute i sessuati senza ali, forniti di un numero di peli terminali, che si avvicina a quello delle giovani larve. L'organo placoide delle antenne è sporgente, come nella giovane larva di sopra descritta, ed anche negli stadi successivi ad essa.

La fecondazione avviene prontamente. I maschi muoiono e le femmine si approfondano nella corteccia. L'apparato sessuale sì del maschio che della femmina presenta notevoli differenze con quello dei sessuati delle altre fillossere.

Concludendo, l'*Acanthohermes quercus* è un singolare Fillosserino con un ciclo di sviluppo molto semplice.

Queste mie ricerche, che sono state fatte a Roma, estendono e modificano in parte notevole le osservazioni biologiche del Lichtenstein, il quale ammetteva per la forma in discorso delle generazioni gemmanti (precedenti quella pupipara), che io invece non ho potuto riscontrare.

È inutile aggiungere che le conclusioni del Del Guercio si scostano *toto coelo* dalle mie: la forma da lui ritenuta, se ben lo intendo, fondatrice in abito definitivo è invece l'ultima larva di questa. Le forme (moltiplica-

trici) da lui ascritte alle generazioni successive dell'*Acanthohermes quercus* Kollar (1) appartengono invece ad una *Phylloxera* de Fonscol., che se non è la *glabra* von Heyden, è specie ad essa molto affine, come mi risulta dal materiale di confronto. Infine le forme da lui ritenute autunnali della *Acanthohermes* sono per contrario *Moritzziella corticalis*.

Finisco ringraziando la candidata in scienze naturali, Bianca Bonfigli, che mi ha coadiuvato validamente per parecchie delle osservazioni qui sopra riferite.

Zoologia. — *Intorno all'uovo durevole (uovo d'inverno) dell'Acanthohermes quercus* Kollar. Nota della dott.^a ANNA FOÀ, presentata dal Socio G. B. GRASSI.

In una Nota precedente a questa mia, il prof. Grassi ha accennato ai principali caratteri morfologici ed esposto il ciclo evolutivo dell'*Acanthohermes quercus* Kollar, fino alla comparsa dei sessuali. Dovendo egli recarsi in Sicilia per gli studi intorno alla fillossera della vite, ha affidato a me il materiale perchè proseguissi le osservazioni.

Nell'esaminare i sessuali ho veduto, sulla corteccia della quercia, ove essi erano numerosissimi, una quantità di piccole fillossere morte, già disseccate e scure. Le ho raccolte ed ho potuto constatare che erano tutte femmine non rostrate (sessuali) di *Acanthohermes quercus*, evidentemente dell'anno antecedente. Mi ha colpito però il fatto, che esse invece di aver l'addome rattrappito come lo presentano di solito le femmine dopo la deposizione dell'uovo durevole, lo avevano invece tutte disteso, e apparivano tutte o con una larga rottura nella parte anteriore del corpo, o addirittura colla testa troncata. La costanza di questo fenomeno mi ha fatto pensare che appunto da quell'apertura fosse venuta fuori la figlia dopo essersi sviluppata nell'interno della madre, perchè le uova non avrebbero potuto aprirsi una nuova via di uscita. Ed infatti, proseguendo ad osservare più minutamente queste madri morte, mi accorsi che avevano nell'interno il guscio di un uovo che si riconosceva per l'uovo durevole da quel corpo tondeggiate rossastro, che esso presenta in corrispondenza al peduncolo. Inoltre ho anche trovato alcune poche femmine che avevano ancora nell'interno l'uovo durevole contenente l'individuo quasi completamente sviluppato, nel quale si potevano distinguere nettamente le antenne, le zampe coi relativi peli, il rostro, i peli terminali dell'addome; ho visto infine una di queste neonate sporgente per metà dal corpo materno. Resta quindi dimostrato che la neonata dall'uovo durevole,

(1) Era perciò ben giustificata la nostra esitanza a classificare definitivamente col *Del Guercio* come *Acanthohermes* queste forme.

in queste forme, vien fuori da una rottura che si produce nella testa della madre.

Questa spaccatura non corrisponde alla solita fessura a margini netti, che si riscontra nelle spoglie delle altre fillosere e che va dalla parte dorsale a quella ventrale del capo, seguendo la linea mediana; qui invece si ha un'apertura irregolare dal lato dorsale, in direzione trasversale presso a poco secondo una linea tirata al disotto degli occhi. Questa spaccatura corrisponde ad una piega che si forma molto precocemente. Già adesso, nelle femmine ancor vive, nate e fecondate da pochi giorni, si vede formarsi secondo questa linea, come un'introflessione della testa (la cui cuticola è evidentemente più sottile) nel torace. Per effetto di questa introflessione, la testa in alcuni casi sporge solo per un piccolo tratto, in altri scompare alla vista quasi totalmente, ad eccezione delle antenne, sì che anteriormente l'animale appare troncato secondo una retta. Nella parte sottile della piega la rottura avviene forse per ragioni meccaniche, che per ora non ho ricercate, essendomi qui limitata ad accennare sommariamente al fenomeno, che merita di essere precisato ulteriormente.

È certo che la spaccatura si forma prima che la neonata sia completamente sviluppata; questa poi nel venir fuori può strappare in vario modo e trascinare seco i resti disseccati della parte anteriore del corpo materno, sì che a volte ne rimangono soli pochi frammenti, e a volte di tutta la testa non resta nulla.

Per quanto abbia cercato in questi giorni, non ho trovato nessun uovo durevole sulla corteccia, ove si sono sviluppati i maschi e le femmine. I maschi in gran parte sono già morti, molte femmine stanno immobili nelle screpolature e negli infossamenti della corteccia e presentano già anteriormente la piega sopradescritta, per cui ritengo che in nessun caso per l'*Acanthohermes quercus* Kollar, avvenga la deposizione dell'uovo durevole. Un tal fenomeno deve mettersi in rapporto anche colla particolare conformazione degli organi genitali, presentata da questi animali, ma di ciò si parlerà nel lavoro esteso.

Devo aggiungere che la neonata trovata a metà uscente dalla madre, e quelle più o meno prossime a schiudersi, che si vedono per trasparenza nel corpo delle femmine disseccate dell'anno scorso, si possono riconoscere in tutto eguali alle neonate di *Acanthohermes* trovate dal prof. Grassi al principio di aprile sulle foglie appena sbocciate delle quercie; quindi giustamente egli le giudicò derivate dall'uovo durevole (d'inverno) (1). Si può ritenere dimostrato che il ciclo dell'*Acanthohermes quercus* Kollar si compie con una sola generazione partenogenetica ed una sessuata.

(1) La generazione che si sviluppa sulle prime foglie non è necessariamente la prima generazione dell'anno; infatti ho potuto osservare che la *Ph. spinulosa* del cerro, può riprodursi una volta sui ramoscelli, prima della comparsa delle foglie.

Chimica fisica. — *Soluzione di argento colloidale ottenuta per azione dell'acqua distillata pura sull'argento metallico.* Nota di MARGHERITA TRAUBE-MENGARINI ed ALBERTO SCALA, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Nel corso di alcune nostre ricerche sul grado di ionizzazione dell'acqua distillata, ci colpì grandemente la tendenza di questa a sciogliere, a caldo, tutte le sostanze con le quali viene a contatto, compresi alcuni metalli. Difatti, facendo bollire dei trucioli di rame purissimo con acqua distillata, ottenuta nel modo usato per le determinazioni di conducibilità elettrica, si ottiene un liquido nel quale i Leuciscus, pesci di acqua dolce, muoiono dopo poche ore, non ostante che quest'acqua sia stata in precedenza sufficientemente aereata. Gli stessi pesci erano stati nell'acqua distillata, che si cambiava ogni 12 ore, da più di 10 giorni, senza dar segno di malessere alcuno; e quelli rimastivi hanno continuato a vivere per altri 10 giorni ancora, per poi morire di inanizione in seguito.

Dunque il rame doveva essersi sciolto nell'acqua: rimaneva dubbio se esso vi si trovasse in soluzione vera, oppure allo stato colloidale.

Per conoscere se l'acqua distillata abbia il potere, nelle condizioni dette sopra, di sciogliere i metalli allo stato colloidale, abbiamo fatto esperienze con argento metallico, anzichè con rame, il quale è troppo facilmente ossidabile.

In una capsula d'argento di 15,5 cm. di diametro, abbiamo messo dei trucioli di argento puro, acqua distillata recente da riempire quasi interamente la capsula, e riscaldato a fiamma diretta, prima debolmente per qualche ora, poi facendo bollire fino a ridurre l'acqua ad un piccolo volume. Abbiamo buttato le prime acque, per depurare le superfici, e raccolte le susseguenti.

I liquidi singoli così ottenuti, presentano i caratteri seguenti:

Se una porzione ancora bollente, si passa in un tubo da saggio di vetro comune e si lascia raffreddare, si osserva un intorbidamento biancastro, che, dopo molte ore, volge ad un rosso violaceo, manifesto per trasparenza e per riflessione, che non si depone se non dopo alcuni giorni. Se il liquido si lascia raffreddare nella stessa capsula d'argento, non si ha intorbimento di sorta, e questo neppure ha luogo se, il liquido ancora caldo, si passa in una capsula di porcellana e si fa raffreddare.

Dopo tre o quattro giorni soltanto, si osserva sulle pareti della capsula un velo di sostanza di un color grigio con tendenza al bleu, che si scioglie con difficoltà nell'acido nitrico e non dà le reazioni dell'argento ma del ferro.

Se il liquido limpido, raffreddato nella capsula d'argento o di porcellana, si passa in un tubo di vetro comune e vi si lascia chiuso, non si ha intorbidamento nemmeno dopo molti giorni; se però lo stesso liquido si fa bollire nel tubo e poi raffreddare, si ha intorbidamento.

Questi fatti dimostrano che nel liquido vi ha un colloide, il quale floccula per azione delle sostanze che passano a caldo in soluzione nell'acqua dal vetro. Difatti, se lo stesso liquido si tratta a freddo con una piccola quantità di cloruro di sodio, si ha intorbidamento biancastro; se si tratta con una piccola quantità di acido cloridrico, si ha pure intorbidamento biancastro: e questo intorbidamento, nell'un caso e nell'altro, non è dovuto a cloruro d'argento, poichè si ha lo stesso se all'acido cloridrico si sostituisce l'acido nitrico puro, e se al cloruro di sodio si sostituisce il solfato di sodio puro. Abbiamo osservato anche che la flocculazione del colloide ottenuta nei vari modi, detti dianzi, sparisce a caldo sebbene incompletamente e riappare a freddo.

30 o 40 cmc. dello stesso liquido limpido, trattati con acido nitrico concentrato, sono stati portati a secco in bagnomaria. Il residuo è stato ripreso con acqua distillata, ed una parte della soluzione è stata trattata con piccola quantità di acido cloridrico in un tubo da saggio. Abbiamo ottenuto un intorbidamento bianco forte, che, dopo poco, si è risolto in precipitato raccolto nel fondo del tubo, ove ha preso un colore grigio, proprio del cloruro d'argento. La parte residua della soluzione è stata evaporata in bagnomaria, per cacciare tutto l'acido nitrico; poi ridisciolta di nuovo e di nuovo evaporata. La soluzione neutra è stata acidificata con acido acetico e trattata con ferrocianuro di potassio. Abbiamo avuto una colorazione rossa debole, la quale dimostra, che insieme coll'argento era passata nell'acqua distillata anche una piccola quantità di rame che sicuramente faceva parte della capsula.

Se, finalmente, all'acqua, contenente in soluzione il colloide, si aggiunge qualche goccia di soluzione di acido solfidrico, si ha colorazione nerastra evidentissima, dovuta alla facile trasformazione dell'argento e del rame in solfuri.

La stessa soluzione di argento è stata osservata all'ultramicroscopio di Zeiss, e ci ha mostrato l'aspetto caratteristico delle soluzioni colloidali: cioè corpuscoli splendidi dotati di movimento browniano vivacissimo.

Oltre a ciò, la soluzione decomponete l'acqua ossigenata. Difatti in un matraccino di vetro di Jena abbiamo messo 10 cmc. di una soluzione diluitissima di acqua ossigenata (1 cmc. di soluzione neutra circa 3% in 500 cmc. di acqua distillata) e 5 cmc. della soluzione colloidale d'argento, ed in un altro matraccino identico abbiamo pure messo 10 cmc. della soluzione di acqua ossigenata e 5 cmc. di acqua distillata purissima.

Ambedue i matraccini sono stati messi in luogo poco illuminato, protetti dal pulviscolo mediante un pezzettino di carta da filtro posto sulla bocca,

e lasciati per 30 ore, non essendo possibile avere effetti misurabili e non dubbi in tempo minore con soluzioni d'argento sempre relativamente poco concentrate. Abbiamo titolato dopo questo tempo l'acqua ossigenata esistente ancora nei liquidi dei due matraccini, aggiungendo subito ad ambedue 0,5 cmc. di acido solforico diluito 1:3 e susseguentemente ad ognuno una soluzione N_{100} di permanganato di potassio fino a colorazione rosa persistente. Abbiamo avuto i risultati seguenti:

Prova in bianco	cmc. di soluz. di permang. N_{100} consumati:	3,1 = H_2O_2 gr.	0,0001054
" con argento	" " " " "	0,9 = H_2O_2 "	0,0000306
Acqua ossigenata decomposta	" " "	2,2 = H_2O_2 "	0,0000748

Se la soluzione di argento si riscalda prolungatamente in bagnomaria tra 35° e 40° per concentrarla maggiormente, aggiungendo anche altre acque contenenti poco argento, si ha lenta deposizione, nelle parti della capsula, di un velo grigio, con tendenza al bleu, e la soluzione si colora debolmente in giallo sporco. Oppure, se la soluzione di argento si porta a secco alla temperatura detta or ora, ed il residuo si ridiscioglie in poca acqua, si ottiene un liquido limpido, decisamente colorato in giallo sporco. Cotesta colorazione pare che provenga da una leggera solforazione dell'argento, perchè il liquido, trattato a freddo con pochissimo acido nitrico, non perde la sua colorazione, come avrebbe dovuto accadere nel caso che si fosse trattato di ossido.

Abbiamo tentato contemporaneamente di ottenere una soluzione simile col platino, facendo bollire l'acqua distillata, sempre di recente preparazione, in una capsula di platino, ove era stata messa, ripiegata più volte, anche una lamina di platino. L'acqua si faceva concentrare nel platino fino a ridurla 15 o 20 cmc.; poi si passava in una capsula di porcellana ove si faceva concentrare in bagnomaria. Abbiamo ottenuto così, da un complessivo volume di un litro e mezzo di acqua distillata divisa in 20 porzioni, pochi centimetri cubici di liquido, che era debolmente colorato in verdastro. In questo liquido abbiamo ricercato il platino e non ci è stato possibile riscontrarlo per il rame che era passato in soluzione. Allora abbiamo tolta la lamina, nella supposizione che il rame fosse in questa, ed abbiamo ripetuta l'esperienza colla sola capsula.

Abbiamo ottenuto un piccolo residuo, che è stato attaccato con acqua regia, per trasformare il platino in cloruro: la soluzione è stata evaporata a secchezza, il residuo ripreso con poca acqua ed una piccolissima porzione acidificata con acido acetico, è stata trattata con soluzione di ferrocianuro di potassio: non si è avuta affatto reazione del rame. La soluzione residua è stata trattata con piccola quantità di cloruro di potassio, portata a secco, ed il residuo, visibilmente colorato in giallo, è stato prolungatamente lavato con alcool 95° . La parte non disciolta cristallina, sciolta dopo nell'acqua, acidificata debolmente con acido cloridrico e trattata con acqua solfidrica,

ha dato una nettissima colorazione bruna, che apparentemente non può essere data che dal platino. Ma su questo torneremo tra breve con dati analitici più sicuri.

Dalle esperienze riferite emerge chiaramente che l'acqua distillata pura attacca a caldo facilissimamente il rame, facendolo passare in soluzione anche dalle leghe con altri metalli; attacca modicamente l'argento facendolo passare in soluzione allo stato colloidale, ed attacca pochissimo il platino. Notiamo per ora i fatti, senza spiegarli e senza farne delle applicazioni, poichè è nostra intenzione di tornare, tra breve, su questo importante argomento.

Patologia — *Nodi, treccie e convoluti vasali nel cervello senile.* Nota del dott. UGO CERLETTI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Patologia vegetale. — *Un'esperienza sopra il valore del chemotropismo nell'azione parassitaria dei funghi.* Nota di L. PETRI, presentata dal Socio G. CUBONI.

Una recentissima pubblicazione di E. W. Smith ⁽¹⁾ sopra la parte che il chemotropismo ha nel determinare l'azione infettiva nei funghi parassiti, mi decide a pubblicare alcuni risultati di una serie di ricerche, che, sino dal 1905, avevo iniziato allo scopo di definire la vera natura del meccanismo della resistenza naturale contro dati funghi in alcuni vegetali superiori. Non avendo potuto ancora terminare tali ricerche, perchè assorbito da altri lavori, credo opportuno descrivere in questa Nota un'esperienza che, a quanto mi consta, non fu ancora tentata da alcun altro studioso di patologia vegetale.

Nelle ben note esperienze di Miyoshi ⁽²⁾, come in quelle di altri osservatori (Büsgen, Reinhardt, Smith) sopra il chemotropismo dei funghi, l'ostacolo, interposto fra il micelio in esame e la sostanza stimolante, è costituito generalmente da lamine di celloidina, di mica o metalliche. Miyoshi ha anche adoperato delle foglie viventi, separate dalla pianta, di *Tradescantia discolor*, *T. procumbens* e *T. variegata*, iniettate con soluzioni nutritive.

⁽¹⁾ Smith, E. W., *Ueber den Parasitismus der Pilze.* Zeitschrift für Pflanzenkrankheiten, Bd. XIX, 1909, pag. 129.

⁽²⁾ Miyoshi M., *Ueber Chemotropismus der Pilze.* Bot. Zeitg., 1894, pag. 1.

I micelli posti sopra l'epidermide, stimolati positivamente, penetrano nell'interno del mesofillo attraverso le aperture stomatiche.

Nelle mie esperienze ho pure adoperato delle foglie viventi, ma queste rimanevano in unione organica con la pianta e non erano nè iniettate nè comunque bagnate con la soluzione stimolante, la quale era posta a una determinata distanza dalla superficie fogliare opposta a quella su cui poteva svilupparsi il fungo in esame. In tal modo la foglia vivente e normalmente vegetante costituiva l'ostacolo che il micelio doveva superare per raggiungere la sostanza nutritiva.

Questo mio tentativo muove dai seguenti quesiti che riguardano direttamente il meccanismo dell'immunità nelle piante superiori.

Se quelle piante, che sono dotate di un'immunità naturale contro dati funghi, si potessero porre in condizioni per le quali, pur non modificandosi la struttura istologica nè la composizione chimica del contenuto cellulare, si trovassero sottoposte all'attacco di questi funghi, energeticamente stimolati, presenterebbero ancora tali piante una sufficiente resistenza? O in altre parole l'immunità naturale contro dati organismi sussiste in questi vegetali perchè sono privi di un'azione chemotropica positiva o piuttosto perchè la loro struttura istologica o il contenuto cellulare hanno la facoltà di neutralizzare i mezzi meccanici o chimici che i funghi parassiti hanno a loro disposizione per determinare l'infezione?

Un tal quesito si ricollega all'altro se nelle piante superiori, come negli animali, l'immunità naturale si svolga quasi esclusivamente contro gli organismi parassiti piuttosto che contro i loro prodotti enzimatici o tossici.

Il fungo posto in esperimento è stata la *Sclerotinia Libertiana* Fuck., una forma assai virulenta da me isolata da piante di fagiuolo notevolmente infette dal « *mal dello sclerozio* ».

La ragione che mi ha indotto a prescegliere questo fungo piuttosto che un parassita ad azione più nettamente specifica è stata la seguente: Nella *Sclerotinia Libertiana* l'attività citolitica e tossica è ben distinta dall'azione meccanica di penetrazione delle ife, compendosi quindi *a distanza* il processo enzimatico, che nei parassiti obbligati specialmente, si compie sotto la presenza diretta della cellula secretrice. L'elaborazione della citasi e delle sostanze tossiche è così abbondante nel caso della *Sclerotinia*, che facilmente può farsi lo studio in vitro di queste secrezioni. Le stesse colture sopra carote forniscono al 15° o 18° giorno (Temp. media 16° C.) un abbondante pectinasi mediante un processo di autolisi della maggior parte delle ife miceliali. Questa morte del micelio coincide per lo più con la formazione di microconidi. L'acidità del liquido così ottenuto varia da 0.09 a 0.1 % per le colture ottenute con micelio isolato di fresco, per le colture eseguite con micelio isolato da molti mesi il grado d'acidità diminuisce sino a 0.02-0.01 % (acidità riferita all'acido solforico) e in tal caso la citasi è

quasi inattiva anche sulle pareti cellulari di foglie di fagioli o di fava che sono delle più facilmente attaccabili da questo enzima.

Estraendo con la pressa il succo da foglie di tali piante attaccate dalla *Sclerotinia* si ottiene un liquido molto attivo per il grado elevato di acidità. In apposite prove eseguite con l'apparecchio rappresentato dalla fig. 1, servendosi come ostacolo fra il micelio e la sostanza stimolante, di porzioni di foglie imbevute di soluzioni più o meno concentrate di carbonato sodico, neutralizzante l'acidità della secrezione fungina, mi è stato facile stabilire che *variando l'intensità dello stimolo chemotropico varia nello stesso senso anche la quantità di ossalato acido di potassio elaborato dalla Sclerotinia* ⁽¹⁾. Questo fatto coincide con quanto Miyoshi aveva già dimostrato che cioè i fenomeni chemotropici seguono la legge di Weber.

Fra i prodotti elaborati dalla *Sclerotinia* non mi è stato mai possibile di porre in evidenza una sostanza di natura enzimatica provvista di un'azione tossica specifica sopra il citoplasma della pianta attaccata. Ciò contrariamente alle affermazioni di alcuni e a conferma di quanto già aveva constatato De Bary.

Come piante che sono per natura immuni contro gli attacchi della *Scl. Libertiana* ho prescelto alcune graminacee spontanee. L'immunità delle piante di questa famiglia per le varie specie di *Sclerotinia* non è però generale.

Schellenberg ⁽²⁾ ha descritto alcuni di questi funghi che possono infettare l'Orzo e il Frumento. La stessa *Scl. Libertiana* attacca, per quanto raramente, il Granoturco.

Numerosi tentativi per determinare un'infezione di *Agropyrum repens* P. B., di *Poa pratensis* L., di varie specie di *Festuca*, precedettero la scelta della pianta da sottoporre all'esperienza. Questi tentativi d'infezione mi hanno dato sempre risultato negativo.

Per quanto la *Scl. Libertiana* possa svilupparsi a spese di queste graminacee uccise col calore, non si deve ritenere che il mancato attacco della pianta viva sia dovuto a sostanze elaborate dal citoplasma, di natura enzimatica. Le pareti cellulari di *Agropyrum*, di *Poa*, di *Festuca* non presentano un'immunità contro la citasi del fungo, la dissoluzione della lamella mediana avviene sempre quando si faccia agire sopra l'epidermide fogliare o del culmo un liquido ricco di citasi ad un elevato grado di acidità, quale si ottiene dalle colture della *Sclerotinia* su substrato vivente (piante di fagiolo o di fava).

⁽¹⁾ Quando lo stimolo chemotropico diventa subminimale anche l'elaborazione di citasi cessa quasi del tutto. Katz ha studiato fatti simili in altri funghi (*Die regulatorische Bildung von Diastase durch Pilze*. Pring. Jahrb. f. wiss. Bot., 1898, pag. 599).

⁽²⁾ Schellenberg H. G., *Ueber neue Sclerotinien*. Centrabl. für Bakt., II Abt. Bd. XII, 1904.

L'acidità elevata è necessaria per la rapida neutralizzazione che l'ossalato acido di potassio, segregato dalla *Sclerotinia*, subisce a contatto del succo cellulare delle foglie delle graminacee.

Unendo quantità eguali di succo estratto con la pressa da foglie di *Agropyrum* o di *Poa* e liquido autolitico con citasi attiva, quest'enzima perde la propria attività per la quasi totale precipitazione dell'ossalato acido di potassio; riportando il grado di acidità eguale a quello del liquido autolitico, l'enzima riacquista la sua attività, esso dunque non è distrutto dal succo delle graminacee ma soltanto arrestato nella sua azione.

Lo stimolo chemotropico che il succo di foglie di graminacee esercita sul micelio della *Sclerotinia* raggiunge un grado subminimale (misurato con l'apparecchio descritto più oltre), e ciò in gran parte deriva dalla mancanza o dal quantitativo minimo di alcune sostanze che favoriscono lo sviluppo del fungo. Il peso del micelio (secco) che si sviluppa sopra un litro di decotto di foglie di *Agropyrum* è molto minore di quello del micelio ottenuto nello stesso periodo di tempo sopra un decotto di fagioli.

L'estrema difficoltà di un attacco della *Sclerotinia Libertiana* contro le graminacee anzidette è facilmente comprensibile dopo quanto ho ora brevemente riferito. È evidente che se artificialmente si aumentasse il grado dell'azione stimolante dei tessuti fogliari di queste piante verso il micelio della *Sclerotinia Libertiana*, l'infezione sarebbe resa possibile.

L'apparecchio qui rappresentato permette di realizzare una simile esperienza.

Un supporto metallico a due branche (6, fig. 1), mediante le due viti di pressione (5 e 10), mantiene fissi, secondo lo stesso asse verticale, due tubi di vetro (3 e 9), i quali costituiscono la parte essenziale dell'apparecchio. Le loro due estremità combacianti sono perfettamente piane e forate al centro. Al tubo (3) è fissata, mediante il tappo (2) una bacchetta di vetro (1) assottigliata inferiormente e terminante con un filo di platino avvolto a spirale.

Il tubo (9) termina con un manicotto metallico (12) che gli permette di esser fissato al tubo (14) mediante

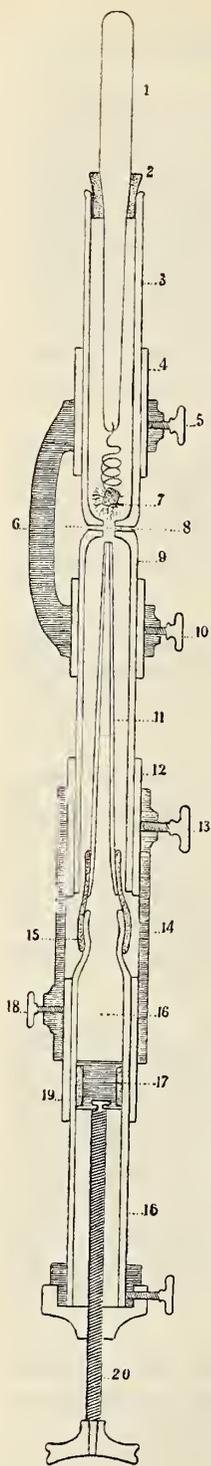


FIG. 1.
Spaccato longitudinale dell'apparecchio adoperato (4/5 della gr. nat.).

la vite di pressione (13). Nello stesso tubo (14) è pure fissato il tubo di vetro (16) mediante la vite di pressione (18). L'estremità superiore di questo tubo (16) è alquanto assottigliata e mediante il manicotto di caoutchouc (15) vi è innestata la cannula di vetro (11). Una lunga vite (20) permette di alzare e abbassare nel tubo (16) un pistone (17) a perfetta tenuta.

I numeri 4, 12 e 19 indicano i manicotti metallici che circondano i tubi di vetro in corrispondenza del tratto che serve al loro innesto sui tubi maggiori.

La sterilizzazione dell'apparecchio si fa nell'autoclave, dopo di aver riempito di una soluzione nutritiva il tubo (16) e la cannula (11) tenendo abbassato il pistone.

Fra le due superficie combacianti dei tubi 9 e 3 si pone un pezzetto di carta da filtro imbevuta d'olio, premendola col tubo (3) che viene poi fissato colla vite (5). La bacchetta (1) vien tolta prima della sterilizzazione e l'orifizio del tubo (3) viene chiuso con cotone. La bacchetta (1) viene sterilizzata a parte, col calore umido, in una comune provetta dopo aver posto un piccolo pezzo di carota (7) all'estremità del filo di platino. A sterilizzazione terminata su questo pezzetto di carota vien trapiantato un poco di micelio di *Sclerotinia* e rapidamente la bacchetta, tolta dalla provetta, è introdotta nel tubo (3) dell'apparecchio come indica la figura. Prima di questa operazione al pezzo di carta da filtro interposto fra i due tubi (3 e 9) vien sostituita la foglia vivente. A tal fine vicino all'apparecchio è posto un piccolo vaso da fiori contenente una pianta delle graminacee prescelte. Una foglia, in ottime condizioni di vegetazione vien posta fra i due tubi nella posizione indicata dalla linea punteggiata (8). La forma lineare e il sottile spessore permettono di fare rapidamente e bene l'operazione.

Ho trovato utile di lavare previamente la superficie fogliare passandovi sopra un po' di cotone imbevuto in una soluzione di sublimato al 0.5 ‰ e quindi un buon lavaggio con acqua sterilizzata.

I due tubi (3 e 9) non devono premere sul lembo della foglia, ma devono trovarsi a leggero contatto con questo, in modo da non impedire l'accrescimento in quel punto, nè la traspirazione nè l'assimilazione. L'unico inconveniente che in queste esperienze può determinare l'insuccesso è il possibile sviluppo di batterii o di funghi saprofiti nella soluzione nutritiva contenuta nella cannula (11). Operando con precauzione però si riesce assai facilmente ad ottenere un mezzo sterile che si conserva per un tempo sufficiente.

Per effetto della sterilizzazione il livello della soluzione nutritiva si abbassa sempre nella cannula (11), è per mezzo della vite (20) che si può ricondurre il liquido sino ad affiorare all'estremità libera, che può essere a sua volta mantenuta a differenti distanze dalla superficie inferiore della foglia mediante innalzamento o abbassamento del tubo (9) nel tubo (14).

Quale soluzione nutritiva stimolante ho adoperato il decotto concentrato di fagioli bianchi. Questo decotto è di un color giallo d'ambra, perfettamente limpido, della densità di 1,082 a 25° C., e con un grado di acidità (riferita all'acido solforico) pari a 0.23 %. Nelle esperienze eseguite la concentrazione di questo decotto è ridotta di $\frac{2}{10}$ e di $\frac{6}{10}$. Queste diverse concentrazioni sono rispettivamente indicate con α (decotto concentrato), con β ($\frac{3}{10}$ di α), con γ ($\frac{1}{10}$ di α).

La tabella seguente mostra l'andamento delle esperienze.

Inizio della esperienza	Distanza in $\frac{m}{m}$ della soluzione nutritiva dalla foglia	Liquido nutritivo	Concentrazione del liquido nutritivo	Resultato dell'esperienza
22 febbraio 1906	1,5	Decotto di fagioli	α	Il 27 febbraio (dopo 5 giorni) dei filamenti di micelio avevano già passato la foglia raggiungendo la superficie libera del decotto. La foglia tolta dall'apparecchio presentava una macchia bruna, rotonda, corrispondente al foro dei tubi (3 e 9), completamente ripieno di micelio. Abbondante precipitazione di ossalato calcico nelle cellule e negli intercellulari del mesofillo nel punto di passaggio delle ife (fig. 3).
1 marzo "	3	idem	α	Soltanto l'8 marzo (dopo 7 giorni) si vedevano dei filamenti miceliali raggiungere la soluzione nutritiva dopo avere attraversato la foglia.
8 " "	6	idem	α	Anche dopo 10 giorni nessun filamento di micelio ha attraversato la foglia.
19 " "	1,5	idem	β	Passaggio delle ife dopo 8 giorni
30 " "	1,5	idem	γ	Anche dopo 12 giorni non vi è accenno di una penetrazione delle ife nella foglia.
12 aprile "	1	Decotto di foglie di <i>Agropyrum</i>	—	Resultato come sopra.
25 " "	1	Acqua potabile sterilizzata	—	Resultato come sopra.

L'esame microscopico delle foglie sottoposte alle esperienze simili a quella del 22 febbraio mostra la formazione sull'epidermide superiore di numerose terminazioni coralloidi delle ife disposte sopra la linea di unione di due cellule contigue (fig. 2). In questo stadio non si nota ancora nessuna precipitazione di ossalato. La lamella mediana si rende ben visibile rigonfiandosi. Fissando al sublimato gli organi appressori della *Sclerotinia* e colorando con cloruro d'oro, i nuclei di queste cellule si presentano rossi a differenza dei nuclei delle ife vegetative non secernenti citasi. Questo diverso

comportarsi di fronte allo stesso reagente indica la parte attiva che il nucleo probabilmente prende nell'elaborazione dell'enzima (1).

Una sezione della foglia, in corrispondenza del punto di passaggio delle ife (fig. 3) mostra la distruzione della lamella mediana, una disorganizza-

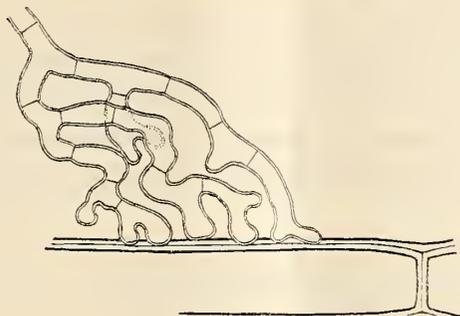


FIG. 2.

zione del citoplasma e dei granuli di clorofilla. Una grande quantità di

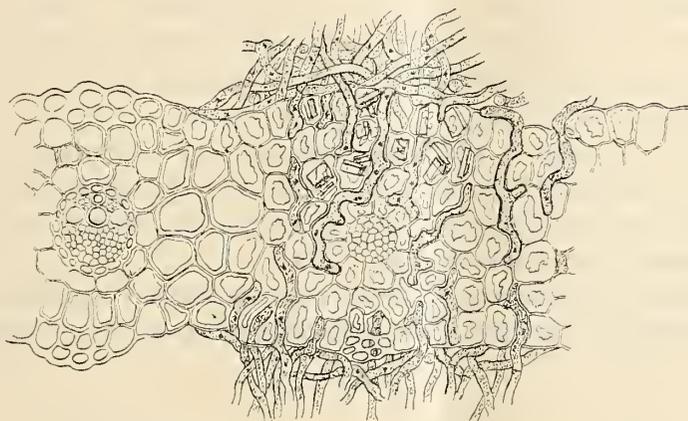


FIG. 3.

grossi cristalli di ossalato calcico sono depositati nell'interno e al di fuori delle cellule necrosate.

(1) Le molteplici terminazioni coralloidi del micelio disposte quasi regolarmente a palizzata possono essere paragonate, per il loro significato fisiologico, alle cellule di un epitelio secretore. Per questi tessuti più differenziati esistono numerose ricerche, per quanto non sempre concordanti, sul comportamento del nucleo durante la secrezione. Cfr. Torrey J. C., *Cytological changes accompanying the secretion of diastase*. Bull. Torr. Bot. Club, Vol. XXIX, 1902, pag. 421; Reed H. S., *A study of the Enzyme-secreting cells in the Seedlings of Zea Mais*. Ann. of Botany, Vol. 18, pag. 267, 1904.

Le conclusioni che possono trarsi dai risultati qui brevemente esposti sono le seguenti:

1°. Alcune graminacee presentano un'immunità naturale contro la *Sclerotinia Libertiana*, questa immunità non implica quella contro la citasi elaborata da questo fungo.

2°. L'immunità contro l'organismo parassita è basata sopra un minimo contenuto, negli organi aerei, di sostanze nutritive che esercitino uno stimolo chemotropico positivo sopra la *Sclerotinia*, sufficiente a provocare un'adeguata elaborazione di citasi e di ossalato acido di potassio necessario per vincere l'azione neutralizzante del contenuto cellulare della pianta superiore.

3°. Il semplice idrotropismo come una piccola diminuzione dell'optimum di concentrazione della sostanza stimolante non sono capaci di determinare una secrezione attiva.

Nel caso studiato, e probabilmente in molti altri d'immunità naturale contro i microrganismi parassiti, il meccanismo di questa resistenza si basa dunque sopra la concomitanza, nello stesso organo, di un minimo di azione stimolante positiva con un massimo di azione neutralizzante l'attività enzimatica del parassita; due fenomeni che si completano a vicenda nei loro effetti definitivi, giacchè a un minimo di stimolo chemotropico corrisponde una minore attività dell'enzima, un fatto che favorisce enormemente l'azione antienzimatica.

In quelle piante, le quali, possedendo un minimo di azione stimolante, mancano completamente di un potere antienzimatico, l'immunità naturale facilmente può venire a cessare per condizioni dell'ambiente e di cultura.

Eguualmente può dirsi del caso inverso.

I diversi gradi di queste proprietà che determinano l'immunità assoluta e la mancanza di ogni resistenza possono esser rappresentati graficamente nel modo seguente:

$$\frac{N}{S} > 1 \text{ (immunità)} \quad \frac{N}{S} \leq 1 \text{ (immunità relativa o ricettività).}$$

dove N rappresenta l'azione antienzimatica e S lo stimolo chemotropico positivo.

In questo stesso ordine d'idee deve venir considerato il significato biologico della formazione del sughero nelle infezioni dei funghi e batteri nei vegetali superiori. Non è evidentemente la resistenza meccanica o chimica di per se stessa, delle pareti suberificate, quella che può arrestare il cammino del parassita, ma piuttosto è il cambiamento di rapporto che interviene nei due fattori principali della resistenza, e che si verifica nei tessuti posti al di là del sughero. È sufficiente infatti che questo rapporto torni a

variare per cause interne od esterne, perchè nuovamente il parassita sorpassi la barriera che gli era stata opposta.

La struttura istologica in questi fenomeni dell'infezioni parassitarie ha solo un valore molto relativo (1).

Patologia vegetale — *Sul disseccamento delle foglie dell'olivo prodotto dalla Phyllosticta insulana* Mont. Nota di L. PETRI, presentata dal Socio G. CUBONI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

CORRISPONDENZA

Il Presidente BLASERNA annuncia che la signora CLOTILDE SELLA REY gli ha inviato una lettera nella quale dichiara di voler attuare una disposizione testamentaria, benchè incompleta, del suo figlio prof. Alfonso Sella.

Biella Maggio

Illustrissimo Signor Presidente della R. Accademia dei Lincei

Roma

Mio figlio Alfonso in un suo testamento incompleto aveva lasciato scritto:

« *Lascio un premio annuo di lire mille a quell'assistente in un laboratorio universitario di Fisica che avrà fatto il miglior lavoro, premio da conferirsi dalla Accademia dei Lincei sul giudizio di una Commissione di cui faccia anche parte il Presidente della Società Italiana di Fisica* ».

Ritenendo che tale fosse la sua intenzione definitiva e volendo perciò compierla, le unisco lire 1001 di rendita annua in certificati del consolidato Italiano.

Con ossequio

dev^{ma}

CLOTILDE SELLA REY.

Il PRESIDENTE aggiunge che ha già iniziato le pratiche per dare regolare assetto a questa generosa istituzione, salvo l'approvazione dell'Accademia in adunanza plenaria.

(1) Anche Marshall Ward in una sua importante Memoria intorno al parassitismo delle Uredinee sul *Bromus* così si esprime nelle sue conclusioni: « The capacity for infection, or for resistance to infection, is independent of the anatomical structure of the leaf, and must depend on some other internal factor or factors in the plant ». (Cfr. Marshall Ward H., *On the Question of Predisposition and Immunity in Plants* (Proc. Cambridge Philos. Soc., Vol. 11, 1902, pag. 323).

I Soci senatori FINALI e TOMMASINI con nobili parole mettono in rilievo la generosità di questa offerta, destinata ad onorare un giovane e valoroso scienziato e l'Accademia insieme; e propongono, tra le generali approvazioni dei Soci, l'invio di un telegramma alla vedova di QUINTINO SELLA, in cui a Lei si esprima tutta la gratitudine dell'antica Accademia dei Lincei risorta per opera del suo illustre Riordinatore.

Il Presidente dichiara che con lieto animo si farà interprete dei sentimenti dei suoi Colleghi.

Lo stesso Presidente presenta un piego suggellato, trasmesso dai signori U. e A. MONDELLO, perchè sia conservato negli archivi accademici.

E. M.

Pubblicazione bimensile.

Roma 5 giugno 1909.

N. 11.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 giugno 1909.

Volume XVIII.º — Fascicolo 11.º

I.º SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909



ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci e da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - *a*) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - *b*) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - *c*) Con un ringraziamento all'autore. - *d*) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 5 giugno 1909.

P. BLASERNA, Presidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Fisica. — *Sui valori limiti del campo fra i quali si producono i raggi magnetici.* Nota del Socio AUGUSTO RIGHI.

I getti luminosi, conformati sensibilmente a tubi di forza magnetica, che si formano a partire dal catodo di un tubo di scarica posto in un campo magnetico, si presentano di solito bruscamente per un certo valore del campo, se l'intensità di questo si fa crescere gradatamente a partire da zero. Tale improvviso cambiamento d'aspetto della luminosità della scarica è uno degli argomenti addotti contro l'opinione, finora generalmente accolta in mancanza di meglio, secondo la quale quei getti di luce altro non sarebbero che i raggi catodici conosciuti, deformati dal campo e ridotti ad avere una forma simile a quella di eliche attorcigliate attorno alle linee di forza.

Però, nel corso di una lunga serie di ricerche sperimentali tendenti a confermare una mia particolare teoria, che mi ha indotto a designare col nome di *raggi magnetici* quei fasci luminosi, ebbi a riconoscere che in certi casi la loro apparizione avveniva invece in modo graduale, e che spesse volte, seguitando a far crescere l'intensità del campo, i raggi magnetici sparivano. Quest'ultimo fatto ha evidentemente una speciale importanza perchè, mentre

fu previsto come conseguenza della mia ipotesi, non si saprebbe come spiegarlo da chi professa l'opinione accennata più sopra.

I valori del campo, che corrispondono all'apparire e allo sparire dei raggi magnetici, dipendono da un gran numero di circostanze, e principalmente dalla forma e dimensioni del tubo di scarica, dalla pressione dell'aria nel medesimo, dalla forma e grandezza del catodo, e dall'intensità della corrente di scarica; ma non sempre si riesce a determinarli, sia perchè il cambiamento può avvenire con lentezza, sia perchè può aver luogo con intensità di campo o piccolissime o grandissime.

Per mettere qualche ordine e chiarezza in questo comportamento apparentemente irregolare, mi è sembrato utile cercare di realizzare possibilmente tali condizioni sperimentali, che tanto l'apparire dei raggi magnetici quanto la loro scomparsa avvengano in modo ben netto, e per valori del campo nè troppo piccoli, nè troppo elevati. Era sperabile che modificando poscia qualche poco ad una ad una le condizioni sperimentali, si sarebbe riusciti a riconoscere in che senso si spiega la loro influenza.

Siccome poi avevo già constatato, non solo che nei tubi della forma da me adottata, al crescere dell'intensità del campo magnetico aumenta la differenza di potenziale fra gli elettrodi del tubo, ma che nel momento in cui appaiono i raggi magnetici si accentua fortemente la rapidità con cui cresce quella differenza, e che inoltre alla sparizione dei raggi corrisponde una diminuzione della differenza stessa; così, anzichè limitarmi ad osservare la luminosità nel tubo, ho istituito delle misure sistematiche dei potenziali di scarica corrispondenti a valori gradatamente crescenti del campo magnetico.

Questa intensità era sempre dedotta per via di interpolazione da un certo numero di determinazioni preventivamente fatte col metodo della polarizzazione rotatoria nel solfuro di carbonio. Simile valutazione, certamente non molto precisa, anche perchè con essa non si tien conto dei fenomeni d'isteresi nel nucleo, era però sufficiente per lo scopo in vista. Secondo la regola sempre seguita, i valori del campo si riferiscono ad un punto dell'asse del rocchetto distante un centimetro e mezzo dal rocchetto, e cioè presso a poco al luogo occupato ordinariamente dal catodo. La differenza di potenziale venne poi misurata mediante un voltmetro elettrostatico di Kelvin.

Il tubo di scarica adoperato è quello rappresentato in giuste proporzioni dalla fig. 1. Il lettore potrà eventualmente valutare le dimensioni delle varie sue parti, sapendo che il largo tubo AB aveva il diametro di 47 mm.

In M sta l'anodo, ed N è il catodo, in forma di dischetto munito di un gambo metallico e circondato da un cannello di vetro ND che lo sopravanza. La sola differenza fra il tubo della fig. 1 ed i tubi adoperati in varie mie antecedenti esperienze sta in ciò, che il catodo, invece di essere saldato alla estremità del tubo ABC, è fissato in L con ceralacca ad un tubo

CL riunito al tubo principale per mezzo di una giuntura a smeriglio. Tale disposizione rendeva facile lo scambio del catodo.

Rarefatta l'aria sino al grado voluto mediante una pompa rotativa a mercurio e attraverso il cannello E, e fatti comunicare gli elettrodi coi poli di una batteria di 2600 piccoli accumulatori, il cui circuito conteneva delle resistenze variabili e grandissime (colonne d'alcool) non che un galvanometro tarato, si leggeva la differenza di potenziale agli elettrodi, poi si ripeteva

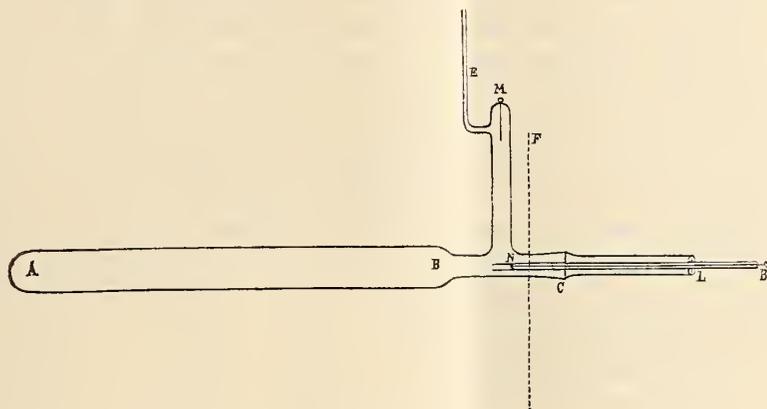


FIG. 1.

tale misura un gran numero di volte, dopo avere eccitato il campo magnetico e aumentata grado a grado l'intensità di questo. Come sempre, il campo era prodotto da un rocchetto, la cui faccia polare giungeva in F, poichè la porzione CLD del tubo di scarica penetrava nel foro del nucleo.

Compiuta una tale serie di misure, se ne fecero altre, dopo avere variato o la pressione dell'aria, o l'intensità della corrente di scarica ecc.

Non occorre trascrivere tutti i risultati numerici così raccolti, perchè essi conducono a conclusioni, le quali fra loro concordano benissimo; giova però riportare sette di tali serie scelte in modo, che dal loro confronto risultino utili conclusioni.

Catodo 7mm	7		7		7		7		7		4		
Pressione 0,40	0,40		0,40		0,40		0,24		0,67		0,40		
Corrente $74 \cdot 10^{-6}$	$136 \cdot 10^{-6}$		$191 \cdot 10^{-6}$		$389 \cdot 10^{-6}$		$136 \cdot 10^{-6}$		$136 \cdot 10^{-6}$		$74 \cdot 10^{-6}$		
A	B		C		D		E		F		G		
0	670	0	680	0	700	0	800	0	800	0	680	0	910
205	680	205	690	280	740	410	870	160	890	160	690	205	920
250	690	280	700	384	760	535	900	280	900	338	730↑	280	930
280	700	332	705	410	800	735	960	410	960↑	472	1090↑	358	990
306	710	358	720	460	810	774	980↑	485	1040	522	1230	384	1060
319	720	384	730↑	535	900↑	822	1150↑	629	1380	602	1370	397	1140
410	1160	435	1110	602	1180	888	1260	761	1630	643	1250↓	410	1190↑
535	1570	485	1340	643	1260	1010	1300	822	1570↓	709	1120	472	1450↑
670	1710	535	1450	670	1290	1215	1320	980	1613	774	1160	910	1899
709	1610↓	629	1530	722	1330	—	—	1050	1650	844	1200	1115	2000
787	1430	670	1425↓	787	1170↓	—	—	—	—	1010	1280	1215	2040
844	1380	709	1350	822	1150	—	—	—	—	1215	1380	1337	2100
910	1380	774	1300	888	1220	—	—	—	—	—	—	1450	2120
—	—	960	1430	1010	1300	—	—	—	—	—	—	1515	2100↓
—	—	1010	1440	1215	1340	—	—	—	—	—	—	1635	1950
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1705	1900
—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1793	1850

Per ciascuna delle sette serie di misure A, B, . . . G, i numeri della prima colonna danno l'intensità del campo magnetico in unità assolute, e quelli della seconda la differenza di potenziale agli elettrodi espressa in volta. In alto sono poi notati: il diametro del catodo in millimetri, la pressione dell'aria in mm. di mercurio, e l'intensità della corrente che attraversa il tubo espressa in ampère.

Per acquistare un'idea chiara del modo nel quale varia il potenziale di scarica al variare del campo, giova esaminare una delle serie, per esempio la prima.

Senza campo magnetico, il potenziale di scarica era di 670 volta; poi assunse valori gradatamente crescenti, sino alla lettura fatta col campo 319; ma passando al campo 410, l'aumento di potenziale fu assai grande. In pari tempo mutò improvvisamente l'aspetto della scarica, e cioè si deformò in un modo speciale la colonna positiva nel ramo laterale, mentre il breve fascio divergente di raggi catodici uscente dal catodo, si allungò d'un tratto, divenendo più brillante e assumendo la forma di tubo di forza. In una parola, comparvero i raggi magnetici. Aumentando ancora il campo, il potenziale di scarica seguì a crescere sino ad un massimo; dopo di che si ebbe una diminuzione abbastanza rapida, accompagnata da una nuova modificazione nel-

l'aspetto della scarica. Tale modificazione consiste in ciò, che il fascio di raggi magnetici s'accorcia e impallidisce rapidamente e poi sparisce affatto. Infine, dopo una discesa del potenziale sino ad un minimo, si verificò generalmente un lento aumento paragonabile a quello osservato nel periodo iniziale.

La curva segnata 74 (intensità della corrente in microampère) nella fig. 2, fu disegnata prendendo come ascisse i valori del campo magnetico

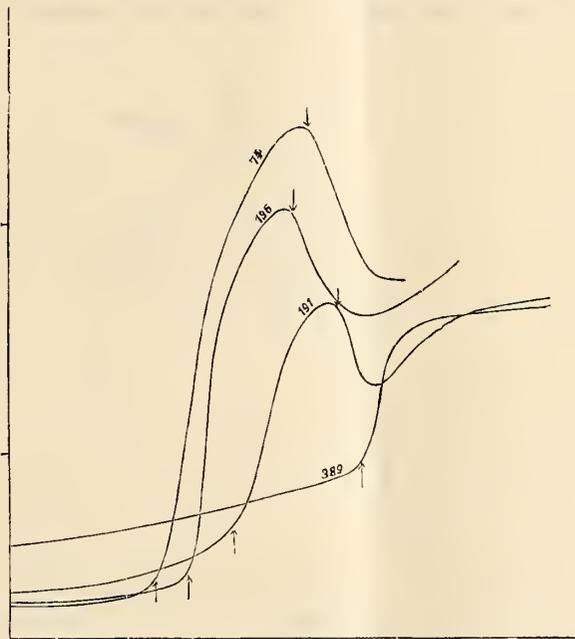


FIG. 2.

della serie A, e come ordinate quelli della differenza di potenziale. Tanto nella tabella che nella figura, si è indicato con una freccia rivolta all'insù l'apparizione dei raggi magnetici, e con una freccia rivolta all'ingiù la loro scomparsa.

È bene chiarire in che consista realmente questa scomparsa. Per un certo valore del campo i raggi magnetici si affievoliscono più o meno rapidamente e scompaiono, senza però che l'aspetto della scarica torni quello che si ha con campo nullo. Oltre che naturalmente si vede sempre la colonna positiva come schiacciata contro la parete del ramo laterale, si osserva una luminosità avente i caratteri di quella dei raggi magnetici, che riempie lo spazio esistente fra il gambo del catodo ed il cannello che lo circonda. Questa specie di raggi magnetici partenti dalla faccia posteriore del catodo,

che fu osservata da altri, persistè anche colle più grandi intensità di campo da me raggiunte.

Nella fig. 2 sono disegnate, oltre alla curva della serie A, anche le curve corrispondenti alle serie B, C, D. Da esse si ricava quale influenza abbia sui fenomeni l'intensità della corrente di scarica. Si vede infatti, che al crescere della intensità della corrente aumentano i due valori critici del campo, cioè quello pel quale appaiono i raggi magnetici e quello pel quale spariscono più o meno bruscamente davanti al catodo; ma l'aumento del primo di questi due valori critici è maggiore dell'aumento del secondo,

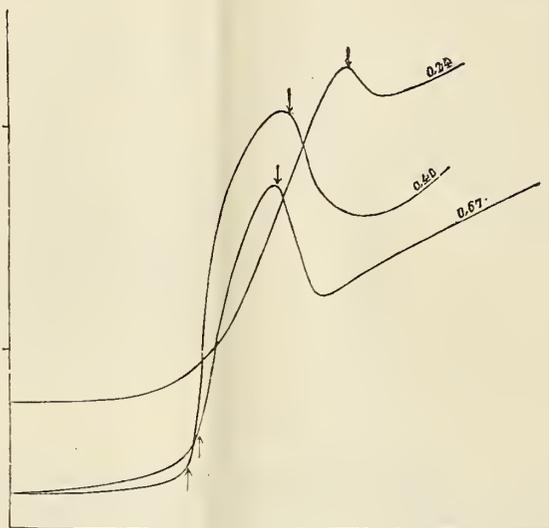


FIG. 3.

cosicchè l'intervallo che li separa diminuisce al crescere della intensità della corrente. Ne consegue che, se si fa uso d'una corrente troppo intensa, si arriva a non ottenere più abbastanza distinto il fenomeno dei raggi magnetici, per quanto si varii l'intensità del campo. Anzi, nel caso della corrente di 389.10^{-6} ho potuto osservare nettamente solo la comparsa dei raggi magnetici, ed è perciò che presso la curva corrispondente della fig. 2, come pure nella seconda colonna della serie D, non è tracciata la freccia diretta al basso. In realtà accadeva, che insieme ai raggi magnetici (e qualche volta anche prima, cioè con un minor valore del campo) si formava quella certa luce al didietro del catodo che, con correnti meno intense, compare solo al cessare dei raggi magnetici; e quando si seguitava ad aumentare l'intensità del campo, mentre questa luce persisteva, quella dei raggi magnetici gradatamente e prontamente si affievoliva, senza che si potesse indicare con precisione per quale valore del campo essa scompariva.

Le curve fig. 3, costruite coi dati delle serie B, E, F, indicano l'andamento dei fenomeni a diverse pressioni e per una stessa intensità di corrente. Come si vede, un aumento di pressione fa avvicinare fra loro i due valori critici, come accade coll'aumentare l'intensità della corrente. Però, per pressioni basse, la comparsa dei raggi magnetici si effettua a bassi valori del campo, e generalmente non più in modo brusco, tanto che non si è potuto asse-

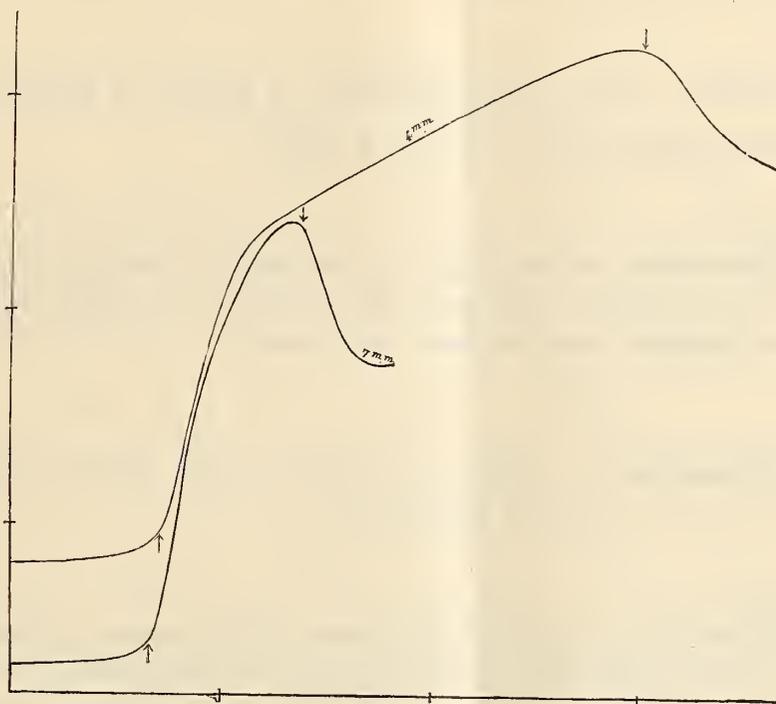


FIG. 4.

gnare la posizione della freccia rivolta all'insù nel caso della pressione 0,24. Ciò si verificò anche in esperienze anteriormente descritte ⁽¹⁾.

È facile ora comprendere come, procedendo a caso, possa accadere di non riescire a realizzare in modo soddisfacente il fenomeno dei raggi magnetici. In generale si ha maggior probabilità di ottenerli con pressione abbastanza bassa e con corrente debole; se non che allora la intensità luminosa di essi è scarsa, e la loro estensione obbliga all'impiego di tubi di grandissima lunghezza.

Infine la fig. 4, che mette a confronto le curve costruite colle serie A e G, rende palese quanto sia vantaggioso il ridurre il diametro del dischetto

⁽¹⁾ Mem. della R. Acc. di Bologna, 17 gennaio 1909, pag. 95.

di alluminio funzionante da catodo. Come si vede, se questo è di 4 anzichè di 7 millimetri di diametro, l'intervallo che separa i due valori critici del campo magnetico è considerevolmente maggiore.

Naturalmente, se le esperienze descritte venissero ripetute con un tubo di dimensioni differenti da quelle del tubo fig. 1, pur rimanendo invariato l'andamento generale dei fenomeni, si troverebbero certamente dei differenti valori critici del campo magnetico.

Fisica. — Sull' « anodo virtuale » di un tubo di scarica nel campo magnetico. Nota del Socio A. RIGHI.

Matematica. — Sui gruppi di sostituzioni lineari corrispondenti alle divisioni dello spazio non-euclideo in tetraedri ed ottaedri regolari. Nota del Socio L. BIANCHI.

Matematica. — Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche. Nota del Socio E. BERTINI.

Matematica. — Sull'integrazione dell'equazione $\Delta^2 U = 0$ per le aree piane. Nota del Corrispondente G. LAURICELLA.

Geodesia. — Quarta campagna gravimetrica in Sicilia nel 1906. Nota del Corrispondente A. VENTURI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nel prossimo fascicolo.

Zoologia agraria. — *Notizie e descrizioni preliminari di insetti parassiti della Diaspis pentagona*. Note II-III del Corrispondente F. SILVESTRI.

II.

Nuova specie di *Aphelininae* (*Hymenoptera Chalcidoidea*) del Giappone.
Archenomus orientalis sp. n.

Femmina. Il capo è fulvo-ferrugineo cogli occhi e gli ocelli nerastri, le antenne fulve. Il dorso del torace è nerastro, collo scutello, le scapole, le tegole, la parte laterale anteriore, tutta la parte laterale e la parte posteriore del mesoscuto di un giallo d'ocra o giallo pallido. Questo colore giallo nella parte mediana del mesonoto è ridotto ad una stretta fascia o scompare anche del tutto. L'addome è bruno-nerastro. Le ali sono ialine ma le anteriori hanno una larga fascia di color castagno pallido o fuligineo, che si estende su tutta l'ala per quanto è lungo il nervo marginale.

Le zampe sono fulve o di color terra d'ombra col femore delle zampe posteriori più o meno colorito di castagno, maggior parte della tibia e tarsi per lo più di color nocciola o isabellino pallido.

Occhi con pochissimi e cortissimi peli. Antenne colla radicola poco più del doppio più corta dello scapo. Questo leggermente attenuato verso l'apice. Il pedicello è poco più del doppio più corto dello scapo e circa il doppio più lungo che largo all'apice. I primi due articoli del funicolo sono fra di loro quasi uguali e presi insieme sono appena più lunghi del pedicello; di essi il primo è quasi un terzo più lungo del secondo od un quarto (o anche meno) più corto del terzo, che è un poco più ingrossato del secondo. La clava è attenuata ed è circa tre quinti più lunga del funicolo.

Il mesonoto e lo scutello hanno ciascuno quattro setole. Le ali anteriori sono poco meno di tre quarti più lunghe che larghe e le setole più lunghe della frangia sono circa un terzo più corte della larghezza maggiore delle stesse ali.

L'addome è circa un terzo più lungo che largo. L'ovopositore sorpassa di poco l'ultimo segmento addominale.

Lo sperone apicale della tibia del secondo paio è un poco più corto del primo e secondo articolo tarsale presi insieme.

Larghezza del corpo mm. 0,78; larghezza del torace mm. 0,26; lunghezza dell'ala anteriore mm. 0,60; larghezza della stessa mm. 0,18; lunghezza delle antenne mm. 0,52; lunghezza delle zampe medie mm. 0,56.

Habitat: Giappone (Tokyo); introdotto in Italia presso Acerra (Caserta) e a Grottamare (Ascoli Piceno).

Osservazione. Questo *Archenomus* si distingue molto facilmente dall'*A. bicolor* How., soprattutto per la forma degli articoli del funicolo delle antenne, per il torace un po' meno largo, per le ali anteriori più strette e aventi una frangia di setole un poco più lunghe.

Di questo *Archenomus* nacquero dal 21 al 25 maggio una trentina di esemplari, dei quali venti furono portati il 25 maggio ad Acerra nell'Osservatorio diaspidico (1) del laboratorio di entomologia di Portici.

Nei giorni 2-4 giugno si ebbe un'altra nascita di adulti (circa 15) di un terzo invio di rametti di gelso giunti dal Giappone a Portici il 3 maggio. Questi esemplari furono portati ad Acerra e a Grottamare.

Oltre l'*Aphelinus* e l'*Arrhenophagus*, dei quali feci cenno nella Nota precedente, e l'*Archenomus* sopra descritto, fino ad oggi ho ottenuto dai rametti del Giappone infetti di *Diaspis* e inviati in tre volte dal dottor S. I. Kuwana, altre quattro specie di Imettori endofagi ed una specie di *Cecidomydae*. Dell'*Aphelinus* si sono ottenuti già adulti della 2ª generazione.

III.

Una nuova specie di *Prospaltella* (*Aphelininae*) dell'Africa Meridionale.

Prospaltella diaspidicola sp. n.

Femmina. Capo, antenne, torace e zampe di color fulvo-ferrugineo più o meno pallido, occhi nerastri, addome castagno colla parte posteriore dei segmenti ferruginea o fulvo-ferruginea. Ali ialine, però quelle anteriori hanno una fascia trasversale leggerissimamente affumicata lunga quanto il nervo marginale e larga quanto l'ala.

Occhi con pochi e corti peli. Antenne colla radicola un poco più di due terzi più corta dello scapo che è un poco più del doppio più lungo del pedicello. Questo è un poco più lungo del primo articolo del funicolo che è più sottile e più corto del secondo articolo. Il terzo articolo è in lunghezza subuguale al secondo e di esso un poco più grosso. La clava è attenuata e circa un terzo più lunga del funicolo.

Il mesoscuto e lo scutello hanno ciascuno quattro setole.

(1) Questo Osservatorio, d'accordo col prof. Sotzia, direttore della cattedra ambulante d'agricoltura di Caserta, e col proprietario del fondo, ing. E. Nuzzo, è stato fondato a pochi passi dalla stazione di Acerra in un giardino, circondato in parte da muro e in parte da siepi, nel quale si trovano buon numero di giovani gelsi infetti da alcuni anni da *Diaspis pentagona*.

L'addome è alquanto più lungo che largo. L'ovopositore sorpassa di poco l'addome.

Le ali anteriori sono due terzi più lunghe che larghe e aventi le più lunghe setole della frangia meno di un terzo più corte della larghezza dell'ala.

Lo sperone della tibia del secondo paio di zampe è attenuato, acuto e poco più corto del primo articolo del tarso.

Lunghezza del corpo mm. 0,70; larghezza del torace mm. 0,22; lunghezza delle antenne mm. 0,45; lunghezza dell'ala anteriore mm. 0,65; larghezza della stessa mm. 0,18; lunghezza delle zampe del secondo paio mm. 0,44.

Habitat. Africa Meridionale: Wellington, Cape Town.

Osservazione. Questa specie è vicina alla *Prospaltella berlesesi* How., ma se ne distingue facilmente per la forma degli articoli del funicolo antennale, per le setole del mesonoto e per l'ala anteriore relativamente meno larga e fornita di frangia più lunga.

Il signor Ch. P. Lounsbury, entomologo della Colonia del Capo, mi spedì in aprile alcuni rametti di pesco infetti di *Diaspis*, che giunsero però a Portici tutte morte. Fra la carta in cui erano involti i rametti, trovai un esemplare di *Prospaltella* nata durante il viaggio e ormai pur essa morta, che era identica ad esemplari inviatimi in esame dallo stesso entomologo e qui descritti come rappresentanti di una nuova specie.

Il Lounsbury mi ha informato che dieci anni or sono la *Diaspis pentagona* era molto dannosa nell'Africa Meridionale, mentre ora, per opera, egli crede, della *Prospaltella diaspidicola* e di quattro o più specie di *Coccinellidae*, tra le quali le più attive il *Chilocorus distigma* (Klug) e l'*Exochomus nigro-maculatus* (Goeze) è diventata trascurabile dal punto di vista agrario.

Farò di tutto da parte mia per riuscire ad introdurre anche i nemici naturali della *Diaspis pentagona* dell'Africa Meridionale, ma incaricare un entomologo perchè si rechi in tale regione a compiere uno studio dei parassiti della *Diaspis* per poter poi inviare in Italia tutti quelli che si riconoscessero parassiti primarii, sarebbe ora più che necessario.

Matematica. — *Sulle equazioni fra matrici* $AX=XB, X^m=A$.
 Nota del dott. FRANCESCO CECIONI, presentata dal Socio U. DINI.

In una Memoria che sarà pubblicata negli Annali della R. Scuola Normale Superiore di Pisa, ho studiato alcune operazioni algebriche sulle matrici; nella presente Nota mi permetto di esporre i principali risultati che ivi ho ottenuti per le due equazioni fra matrici $AX=XB, X^m=A$ (1).

1. Una matrice quadrata A , appartenente ad un determinato campo di razionalità R , può ridursi, operando nel campo R , ad una certa *forma normale*, o *canonica*, A_0 , perfettamente definita dai divisori elementari della matrice $A - E\omega$ nel campo R medesimo (2). Con un metodo completamente analogo, considerando ancora dei sistemi di congruenze lineari i cui moduli sono i divisori elementari di $B_0 - E\omega$, si risolve (senza imporre la condizione che il determinante $|X|$ sia diverso da 0) l'equazione $AX=XB_0$, dove B_0 è una matrice normale in R . Si può quindi risolvere anche l'equazione $AX=XB$ (dove A e B sono due matrici quadrate, eventualmente di ordine diverso), riducendo prima B alla forma normale B_0 . Si ottengono così i teoremi:

a) *Condizione necessaria e sufficiente perchè l'equazione* $AX=XB$ *ammetta soluzioni non nulle è che i due determinanti* $|A - E\omega|, |B - E\omega|$ *ammettano dei divisori comuni* (3). *Si sa inoltre determinare razionalmente la soluzione generale dell'equazione stessa.*

b) *Siano* P_1, P_2, \dots, P_ν *i divisori primi (nel campo* R) *comuni ad* $|A - E\omega|, |B - E\omega|$, *e* $P_i^{\alpha_i, \rho}$ ($i=1, 2, \dots, \nu; \rho=1, 2, \dots, p_i$) *i corrispondenti divisori elementari di* $A - E\omega$, $P_i^{\beta_i, \sigma}$ ($i=1, 2, \dots, \nu; \sigma=1, 2, \dots, q_i$) *quelli di* $B - E\omega$. *Indicando con* g_i *il grado di* P_i *e*

(1) Per le definizioni e le notazioni relative al calcolo con le matrici, o con le forme bilineari, si veda, ad es., Muth, *Theorie und Anwendung der Elementartheiler*, Leipzig, Teubner, 1899, pp. 20 e seg.; e Kronecker, *Vorlesungen über Determinantentheorie*, Leipzig, Teubner, 1903.

(2) V. O. Nicoletti, *Sulla riduzione a forma canonica di una sostituzione lineare omogenea e di un fascio di forme bilineari*, Annali di Matematica pura ed applicata, serie III, t. XIV (1908), pp. 265-325, cap. I.

(3) Che la condizione detta sia necessaria è dimostrato (razionalmente) da Frobenius, *Ueber lineare Substitutionen und bilineare Formen*, Giornale di Crelle, vol. LXXXIV (1878), pp. 1-63, pag. 28; la sufficienza è dimostrata da Sylvester, *Sur l'équation en matrices* $px = xq$, Comptes rendus de l'Académie de Paris, 1884, 2° sem., pp. 67-70, 115-116, determinandone, però in modo irrazionale, alcune soluzioni particolari.

con $\gamma_{i\sigma}$ il più piccolo dei due numeri $\alpha_{i,\sigma}, \beta_{i,\sigma}$, la soluzione generale della $AX = XB$ dipende, in modo lineare ed omogeneo, da

$$N = \sum_1^v i \sum_1^{p_i} \sum_1^{q_i} g_i \gamma_{i\sigma}$$

parametri arbitrari.

c) Il numero N può anche scriversi $N = \sum \delta_{\sigma\sigma}$, dove $\delta_{\sigma\sigma}$ è il grado del m. c. d. del q^{esimo} divisore elementare completo di $A - E\omega$ e del σ^{esimo} di $B - E\omega$.

d) Perché esistano soluzioni X con $|X| \neq 0$, è necessario e sufficiente che le due matrici A, B siano simili, e si ha in questo caso

$$(1) \quad N = n_0 + 2(n_1 + n_2 + \dots + n_n) = \\ = \sum_1^v g_i (\alpha_{i1} + 3\alpha_{i2} + 5\alpha_{i3} + \dots + (2p_i - 1) \alpha_{ip_i}),$$

dove n_r è il grado del m. c. d. dei minori di ordine $n - r$ di $A - E\omega$ (o di $B - E\omega$).

2. Facendo in particolare $B = A$, si ottiene una risoluzione razionale del problema di *determinare tutte le matrici permutabili con una matrice assegnata* A . Fra queste matrici vi sono gli aggregati lineari di potenze di A ; ricordando il teorema (1) per il quale il numero delle potenze linearmente indipendenti di una matrice A è dato, con le notazioni precedenti, da $g_1 \alpha_{11} + g_2 \alpha_{21} + \dots + g_m \alpha_{m1}$ (dove m è il numero dei divisori distinti di $|A - E\omega|$, primi in R), e confrontando con la (1), si trova che:

Condizione necessaria e sufficiente perchè ogni matrice permutabile con A sia un aggregato lineare di potenze di A , è che ad ogni divisore primo di $|A - E\omega|$ corrisponda un solo divisore elementare della matrice $A - E\omega$, o, ciò che è lo stesso, che i minori di ordine $n - 1$ di $A - E\omega$ abbiano come m. c. d. l'unità.

3. L'equazione $AX = XB$ può risolversi anche riducendo dapprima A, B rispettivamente alle loro forme normali A_0, B_0 (in R), e riportandosi così all'equazione $A_0 Y = Y B_0$. Per la forma speciale che hanno le A_0, B_0 , la soluzione Y di questa equazione si determina facilmente, e se ne trae per induzione il teorema:

Mantenendo tutte le notazioni del n. 1, le caratteristiche che la soluzione generale della $AX = XB$ può assumere, quando le costanti arbi-

(1) Per la dimostrazione razionale di questo teorema v. Frobenius, *Ueber vertauschbare Matrizen*, Sitzungsberichte der K. Preuss. Akad. der Wiss. zu Berlin, 1893, XXVI, pp. 601-614, p. 606.

trarie variano comunque nel campo R , sono date dai numeri della forma $r = l_1 g_1 + l_2 g_2 + \dots + l_v g_v$ ($l_i = 0, 1, \dots, \gamma_{i11} + \gamma_{i22} + \dots$). In particolare la massima caratteristica delle soluzioni della $AX = XB$ è data da

$$\sum_1^v (\gamma_{i11} + \gamma_{i22} + \dots) g_i = \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} + \dots$$

4. I risultati precedenti si semplificano nel caso che i divisori P_i siano lineari: quindi, in particolare, nel campo di razionalità di tutti i numeri reali e complessi. Qui noteremo solo che in questo campo esistono soluzioni della $AX = XB$ aventi una qualunque caratteristica $r \leq \delta_{11} + \delta_{22} + \delta_{33} + \dots$

Dalle proprietà trovate per la $AX = XB$, si deducono poi facilmente alcuni teoremi sulle forme bilineari e sostituzioni lineari, in parte e con meno precisione già noti, che lo spazio non ci permette di enunciare.

5. Alla equazione $AX = XB$ può ridursi il sistema $AX = YA_1$, $BX = YB_1$, nel quale supponiamo $|B| \neq 0$, $|B_1| \neq 0$; si vede subito infatti che la soluzione generale di questo sistema si deduce mediante le formule $X = ZB_1$, $Y = BZ$ dalla soluzione generale dell'equazione $B^{-1}AZ = ZA_1B_1^{-1}$. Si ottiene di qui in particolare il *teorema di Weierstrass* sull'equivalenza di due fasci di forme bilineari (v. Nicoletti, Mem. cit.).

6. Consideriamo ora l'equazione

$$(2) \quad X^m = A,$$

dove A è una matrice quadrata di ordine n ⁽¹⁾. Sia X una soluzione della (2) appartenente ad un campo R , che contiene A , ed X_0 la forma normale della X (in R); sarà:

$$(3) \quad X = P^{-1}X_0P,$$

e $P^{-1}X_0^mP = A$, onde X_0^m ed A saranno simili. Il risultato è evidentemente invertibile; si ha così il teorema:

Condizione necessaria e sufficiente perchè, in un campo R che contiene la A , la (2) ammetta soluzioni, è che il determinante $|A - E\omega^m|$ abbia in R un divisore di grado n , i cui fattori primi uguali o distinti possano aggrupparsi in un certo modo $Q_1^{e_1}, Q_2^{e_2}, \dots, Q_k^{e_k}$, in guisa che la potenza m^{esima} della matrice X_0 di forma normale, che ha questi divisori elementari, sia simile ad A .

Dicendo che due matrici simili appartengono alla stessa *classe*, vediamo che le soluzioni della (2) si distribuiscono in un numero finito di classi;

⁽¹⁾ Questa equazione è stata studiata da Frobenius (v. Muth, op. cit., pp. 37-40, ove cita Frobenius) per il caso $|A| \neq 0$; egli ne determina un numero finito di soluzioni che si esprimono come aggregati lineari di potenze di A . Da ciò che dimostreremo al n. 7 risulta poi che esse sono le sole che godano di questa proprietà. Si vedano anche vari lavori di Sylvester nei Comptes rendus, 1882, 1° sem., e 1884, 2° sem.

le matrici normali, in R , delle varie classi si determinano come risulta dal teorema enunciato; la soluzione generale di ogni classe è data dalla (3), dove X_0 è la matrice normale della classe, e P è la soluzione generale dell'equazione $P^{-1}X_0^m P = A$, e conterrà quindi, di solito, delle costanti arbitrarie.

7. In particolare, nel campo di razionalità di tutti i numeri reali e complessi è facile determinare i divisori elementari di $X_0^m - E\omega$, noti quelli di $X_0 - E\omega$; e dal risultato precedente, o anche direttamente, si ottiene che:

a) *Condizione necessaria e sufficiente perchè la (2) sia, nel campo totale, risolubile, è che gli esponenti dei divisori elementari della matrice $A - E\omega$, relativi al divisore ω , si possano disporre, prescindendo eventualmente da alcuni uguali all'unità, in gruppi di m ciascuno, in guisa che in ogni gruppo si abbiano al massimo due soli esponenti distinti, i quali differiscano di una unità.*

b) *Siano H, H_1 i primi due numeri di Predella ⁽¹⁾ per la matrice $A - E\omega$ relativi al divisore ω ; le caratteristiche delle soluzioni (supposte esistenti) della $X^m = A$ sono allora date dai numeri:*

$$n - H + (m - 1) \left[\frac{H_1 + m - 1}{m} \right],$$

$$n - H + (m - 1) \left[\frac{H_1 + m - 1}{m} \right] + 1, \dots, n - \left[\frac{H + m - 1}{m} \right],$$

indicando in generale con $[\alpha]$ il massimo intero contenuto in α .

8. Se P_1 è una soluzione particolare della $P^{-1}X_0^m P = A$, la soluzione generale di essa è data da $P = VP_1$, essendo V la soluzione generale della

$$(4) \quad V^{-1} X_0^m V = X_0^m;$$

di più, a due soluzioni V_1, V_2 della (4) corrisponde, per la (3), una medesima matrice X , allora e solo allora che sia $V_2 = UV_1$, essendo U una soluzione dell'equazione

$$(5) \quad U^{-1} X_0 U = X_0.$$

Da queste osservazioni si ha il teorema:

Una classe di soluzioni della $X^m = A$, o contiene infinite soluzioni o ne contiene una sola; una tale soluzione si dirà singolare; queste soluzioni sono quelle per le quali le matrici permutabili con la corrispondente matrice normale X_0 , sono quelle stesse permutabili con X_0^m .

⁽¹⁾ Cfr. ad es. Bertini, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*, Pisa, Spoerri, 1907, pag. 99.

Il confronto fra il numero delle costanti arbitrarie della V e quelle della U mostra poi che: *Perchè esistano (nel campo totale di razionalità) soluzioni singolari della $X^m = A$, è necessario e sufficiente che sia $|A| \neq 0$; se μ è il numero delle radici distinte di $|A - E\omega| = 0$, le dette soluzioni sono m^μ , e sono quelle determinate dal Frobenius (V. n. 6).*

Queste soluzioni singolari si possono poi caratterizzare in altro modo mediante il teorema seguente: *Le soluzioni singolari della $X^m = A$ sono tutte e sole quelle che possono esprimersi come aggregati lineari di potenze di A . Basta perciò osservare che ambedue le condizioni che la soluzione sia singolare e che sia un aggregato di potenze di A , equivalgono alla condizione che X_0 sia esprimibile come aggregato lineare di potenze di X_0^m .*

Si ottiene in particolare (dimostrato però in modo irrazionale) il teorema: *Perchè l'equazione $X^m = A$ ammetta un numero finito di soluzioni, è necessario e sufficiente che ad ogni divisore primo di $|A - E\omega|$ corrisponda un solo divisore elementare di $A - E\omega$; tutte le soluzioni sono in tal caso aggregati di potenze di A .* Questo fatto si presenta dunque (V. n. 2) insieme agli altri due fatti che la A abbia il numero massimo di potenze linearmente indipendenti, e che ogni matrice permutabile con A sia un aggregato di potenze di A .

9. Da ciò che abbiamo detto al n. precedente segue che non tutte le costanti che entrano nella matrice P sono essenziali nell'espressione (3) della X ; vogliamo ora esprimere (razionalmente) la X per mezzo delle sole costanti essenziali. Sia perciò U_1, U_2, \dots, U_k un sistema completo di soluzioni linearmente indipendenti dell'equazione (5); un sistema analogo per la (4) si potrà allora rappresentare con $U_1, U_2, \dots, U_k, V_1, V_2, \dots, V_h$, onde la più generale matrice V sarà del tipo $\sum_1^k \lambda_r U_r + \sum_1^h \mu_s V_s$. Una discussione alquanto minuziosa conduce (con procedimenti razionali) al teorema:

La soluzione generale della $X^m = A$, di una classe determinata, può scriversi sotto la forma

$$X = \left\{ \left(\lambda E + \sum_1^h \lambda_s V_s \right) P_1 \right\}^{-1} X_0 \left\{ \left(\lambda E + \sum_1^h \lambda_s V_s \right) P_1 \right\},$$

nella quale gli h rapporti $\lambda : \lambda_1 : \dots : \lambda_h$ sono h parametri essenziali.

Per ottenere tutte le soluzioni si debbono però, eseguiti i calcoli, far tendere comunque le λ, λ_s ai valori limiti che annullano il determinante $|\lambda E + \sum \lambda_s V_s|$.

Il massimo valore della differenza h dà l'infinità delle soluzioni della $X^m = A$; si trova così che: *L'infinità delle soluzioni della $X^m = A$ è data da*

$$2(n_1 + \dots + n_{m-1} + n_{m+1} + \dots + n_{2m-1} + n_{2m+1} + \dots),$$

essendo n_r il grado del m. c. d. dei minori di ordini $n - r$ di $A - E\omega$.

10. I risultati precedenti si possono in particolare applicare alle *matrici cicliche* (cioè all'equazione $X^m = E$) e alle *radici dello zero* (cioè all'equazione $X^m = 0$); si ha così che il numero delle classi è per le prime

$$\binom{m+n-1}{n};$$

per le seconde

$$\sum_{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{m-2}} \left[\frac{n+2-3\alpha_1-4\alpha_2-\dots-m\alpha_{m-2}}{2} \right],$$

$$(n+2-3\alpha_1-\dots-m\alpha_{m-2} > 0);$$

l'infinità delle soluzioni è per le une e per le altre $n(n-q) - r(q+1)$, avendo posto $n = qm + r$ ($0 \leq r < m$), ecc.; per le radici dello zero, le caratteristiche delle soluzioni sono date poi dai numeri

$$0, 1, 2, \dots, n - \left[\frac{n+m-1}{m} \right].$$

Meccanica applicata. — *Di un importante coefficiente di stabilità negli aeroplani.* Nota del capitano del genio G. A. CROCCO, presentata dal Corrispondente V. REINA.

La stabilità degli aeroplani è stata oggetto di poderosi studi del Bryan, del Ferber, del Lanchester, e, più recentemente, del Soreau (¹); ma per le inevitabili imperfezioni tuttavia esistenti nell'aerodinamica, queste teorie non possono ancora dirsi complete. In una Memoria, che l'autore sta per ultimare in collaborazione col dott. Luciano Orlando, si cercherà di portare un nuovo contributo agli elementi di questa non facile scienza. La presente Nota ha soltanto per oggetto di precisare una questione, che è stata soltanto accennata dai citati autori.

Sia un aeroplano composto di due sistemi di superficie, anteriore l'uno con angolo di obliquità α_1 sull'asse che unisce i due centri di pressicne, e posteriore l'altro con angolo di obliquità α_2 sullo stesso asse che diremo *asse dell'aeroplano*. Decomponiamo le pressioni, generate sotto le dette superficie da una velocità di traslazione v , secondo l'asse dell'aeroplano e secondo un asse a questo perpendicolare. Siano r_1, r_2 le componenti assiali;

(¹) R. Soreau, *État actuel et avenir de l'aviation*. Mém. de la Soc. des Ing. civils de France, Juillet 1908.

p_1, p_2 le normali; ed r_3 la resistenza di tutti gli altri organi dell'aeroplano. Porremo $R = r_1 + r_2 + r_3$; $P = p_1 + p_2$.

Il momento delle $p_1 p_2$ rispetto al baricentro del sistema navigante, sarà:

$$(1) \quad C = p_2 a_2 - p_1 a_1$$

dove a_1, a_2 sono le distanze dal detto baricentro delle p_1, p_2 .

Suppongasi adesso l'aeroplano lanciato su una traiettoria orizzontale con velocità uniforme v_0 ; e per semplicità di calcoli riteniamo che l'asse dell'aeroplano sia in tal caso parallelo alla traiettoria, e che la spinta S delle eliche si trovi sulla linea d'azione, supposta assiale, della risultante delle r_1, r_2, r_3 ; onde la C rimanga la sola coppia di cui si debba tener conto.

Nel moto di regime così definito, nel quale è supposta nulla ogni perturbazione di rollio, dovranno verificarsi, detto mg il peso dell'aeroplano, le seguenti relazioni:

$$(2) \quad \begin{aligned} mg &= P_0 = p_{01} + p_{02} \\ S &= R_0 = r_{01} + r_{02} + r_{03} \\ 0 &= C_0 = p_{02} a_{02} - p_{01} a_{01}. \end{aligned}$$

Quando cause perturbatrici esterne e temporanee verranno ad alterare le condizioni del moto di regime, si provocheranno movimenti di beccheggio e di rollio, e sinuosità della traiettoria. Se, però, cessata la causa perturbatrice, l'aeroplano finirà spontaneamente, dopo un tempo praticamente limitato, col riprendere in altro punto dello spazio una traiettoria rettilinea ed uniforme, si è tacitamente convenuto fra gli aviatori di chiamarlo *stabile*.

Lo studio della stabilità si suol fare col classico metodo, diffusamente sviluppato nella meccanica del Routh⁽¹⁾: noi considereremo soltanto la stabilità longitudinale, supponendola indipendente da quella laterale⁽²⁾.

E pertanto, denominando con β e ϑ gli angoli con l'orizzonte della tangente alla traiettoria e dell'asse dell'aeroplano; con m la massa e con j il momento d'inerzia al beccheggio; con ρ il raggio di curvatura della traiettoria nel piano verticale dove questa si svolge, le equazioni intrinseche del movimento potranno scriversi, per piccoli angoli:

$$(3) \quad \begin{aligned} m \frac{v^2}{\rho} + i \frac{d\vartheta}{dt} + mg - P &= mv_0 \frac{d\beta}{dt} + i \frac{d\vartheta}{dt} + mg - P = 0 \\ m \frac{dv}{dt} + R - S + mg\beta &= 0 \end{aligned}$$

⁽¹⁾ E. I. Routh, *Advanced Rigid Dynamics*, Cap. VI.

⁽²⁾ Non è difficile dimostrare che, per perturbazioni sufficientemente piccole, i movimenti di rollio influiscono su quelli di beccheggio per cause di second'ordine rispetto a quelle provenienti dal beccheggio stesso, e viceversa. Quindi, nello studio della stabilità col metodo esposto nel Routh, è giustificabile la semplificazione di scindere l'esame dei due movimenti, come se fossero indipendenti.

alle quali si aggiungerà l'equazione euleriana ridotta:

$$(4) \quad j \frac{d^2 \mathcal{G}}{dt^2} + I \frac{d\mathcal{G}}{dt} + C - C_0 = 0$$

dove i , I , sono coefficienti di facile calcolazione (1).

Ciò posto, indichiamo per semplicità con u la variazione $v - v_0$ della velocità; e richiamiamo le formule canoniche

$$(5) \quad \begin{aligned} p_1 &= k_1 v^2 (\alpha_1 + \varphi) \\ p_2 &= k_2 v^2 (\alpha_2 + \varphi) \end{aligned}$$

dove $\varphi = \mathcal{G} - \beta$, e k_1, k_2 sono coefficienti sperimentali dipendenti dall'area, dalla curvatura, e dalla forma delle superficie impiegate.

Anche r_1, r_2 si esprimeranno analogamente in funzione di v e φ ; come anche la coppia C ; e si potrà sempre scrivere, per piccoli valori di φ e di $\frac{u}{v_0}$, cioè per piccole perturbazioni attorno ai valori $\varphi = 0, v = v_0$:

$$(6) \quad \begin{aligned} P - mg &= Hu + Q\varphi \\ R - S &= hu + q\varphi \\ C - C_0 &= Yu + J\varphi \end{aligned}$$

dove H, Q, h, q, Y, J sono costanti rispetto a u, β, \mathcal{G} .

Le relazioni (6) sostituite nelle (3) e (4), poichè $\frac{dv}{dt} = \frac{du}{dt}$, forniranno un sistema di equazioni lineari nelle variabili u, \mathcal{G}, β ; che avrà per caratteristica l'equazione di quarto grado:

$$(7) \quad \begin{vmatrix} H & ix - Q & mx + Q \\ -(mx + h) & q & mg - q \\ -Y & jx^2 + Ix + J & -J \end{vmatrix} = \mathcal{A} = 0.$$

La discussione della $\mathcal{A} = 0$, che noi non faremo, porterà a stabilire, secondo il metodo in uso, le condizioni di stabilità. Noi ci limiteremo ad osservare che la $\mathcal{A} = 0$ non potrà mancare di radici positive (caso di instabilità) se i coefficienti del termine in x^4 e del termine noto non sono dello

(1) L'espressione di I , cioè $I = k' \lambda v_0^2$, è stata da noi determinata in uno studio sulla stabilità dei dirigibili (V. Bollettino della Società Aeronautica, n. 6 e 7) e, come osserva il Soreau, è ancor meglio applicabile al caso degli aeroplani. L'espressione di i , da noi trascurata nel citato studio, e che sfugge all'indagine del Soreau, può determinarsi integrando le pressioni elementari del piano rotante (cfr. loc. cit., n. 7, nota), anzichè i loro momenti; e risulta $i = k' \lambda v_0$, dove $k' \lambda$ ha il significato ivi definito.

stesso segno. Onde, fattovi $x = 0$, risulterà la condizione *necessaria* alla stabilità:

$$(8) \quad HJ - YQ > 0.$$

In generale, e se cioè si prescinde da quanto avviene in aeroplani che si allontanino molto dalle ipotesi fatte, oppure in aeroplani dove le ali siano elastiche nel modo descritto in recenti Note (1), il coefficiente Y è nullo o trascurabile; e quindi, essendo H una quantità positiva, si deve avere, per la stabilità, $J > 0$. Calcoliamo J.

Siano $l_1 = n_1 \varphi$; $l_2 = n_2 \varphi$ gli spostamenti delle linee d'azione delle pressioni $p_1 p_2$, presi sull'asse e positive in senso opposto al moto per $\varphi > 0$. Si avrà: $a_1 = a_{01} - l_1$; $a_2 = a_{02} + l_2$; e, tenuto conto delle (5), l'espressione di $C - C_0$ potrà scriversi, tralasciando i termini che contengono φ^2 ,

$$(9) \quad C - C_0 = J\varphi = [(a_{02} k_2 - a_{01} k_1) + n_1 k_1 \alpha_1 + n_2 k_2 \alpha_2] v_0^2 \varphi.$$

Introducendo adesso nelle (5) le condizioni del moto di regime, cioè $v = v_0$, $\varphi = 0$; la relazione terza delle (2), cioè $C_0 = 0$, fornisce la notevole conseguenza:

$$(10) \quad a_{02} k_2 - a_{01} k_1 = (\alpha_1 - \alpha_2) \frac{a_{01} + a_{02}}{p_{01} + p_{02}} k_1 k_2 v_0^4.$$

Detta a la distanza $a_{01} + a_{02}$ che i francesi chiamano *envergure*, osserviamo che, per la prima delle (2), il coefficiente di $\alpha_1 - \alpha_2$ nella (10), cioè $A^2 = k_1 k_2 \frac{av_0^4}{mg}$, diviene visibilmente un elemento caratteristico dell'aeroplano; e, poichè per $\alpha_1 \alpha_2$ positivi si può porre $B^2 = n_1 k_1 \alpha_1 + n_2 k_2 \alpha_2$, la quantità J prende la forma suggestiva:

$$(11) \quad J = A^2(\alpha_1 - \alpha_2) + B^2$$

e ne emerge che la condizione $J > 0$ è sempre soddisfatta quando si abbia $\alpha_1 > \alpha_2$.

Il calcolo da noi fatto non precisa il relativo compito dei due sistemi di superficie di cui abbiamo immaginato composto l'aeroplano.

Negli aeroplani francesi, a parte il piccolo timone frontale, la superficie anteriore, più grande, ha il compito di sostenere quasi tutto il carico, e forma le cosiddette *ali*; mentre la posteriore, più piccola, che ha il compito della stabilità, forma la coda o *empennage*, ed ha l'angolo α_2 nullo o quasi.

Con ciò si viene infatti a soddisfare alla relazione $\alpha_1 > \alpha_2$, della quale gli aviatori francesi hanno intuito il vantaggio, enunciando la frase che *la coda non deve essere portante*.

(1) L. Orlando, *Sopra un brevetto ecc.*; e *Effetto dell'attacco elastico ecc.* Questi Rendiconti, vol. XVIII, serie 5^a, fasc. 9^o e 10^o.

Negli aeroplani americani, invece, per esempio il Wright, la superficie alare è situata posteriormente; quella anteriore ha semplice compito di governo.

Ma è agevole riconoscere che, ottemperando alla detta disequaglianza degli angoli d'attacco, si possano costruire aeroplani del tipo americano, cioè apparentemente sprovvisti di coda, quali l'aeroplano di Wright, che abbiano un coefficiente J di stabilità agevolmente eguale, ed anche superiore, a quello dei migliori aeroplani codati; e ciò forse con vantaggi costruttivi.

In tale caso, per la posizione avanzata del centro di gravità, la mancanza di coda è apparente, giacchè le ali stesse ne assumono la funzione stabilizzatrice.

Non sembra in vero che i fratelli Wright abbiano seguito la norma indicata; chè, anzi, tengono l'angolo α , nullo o quasi nel moto di regime, ed esplicitamente lo dichiarano nei loro brevetti; nè noi, per altro, vogliamo dedurre assolute conseguenze sul vantaggio di un aeroplano *stabile* nè sul miglior modo di ottenerlo.

Abbiamo voluto soltanto affermare che dal punto di vista del coefficiente J , che ha così importante ufficio nella stabilità, l'*empennage* posteriore degli aeroplani francesi non è necessario; e può valere quanto un timone anteriore che sia, nel moto di regime, unitariamente *più portante* delle ali.

Matematica. — *Sull'equazione di Riccati.* Nota del dott. LUCIANO ORLANDO, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Noi faremo qui conoscere in che modo si possa agevolmente giungere da un'equazione differenziale di Riccati a un'equazione integrale del tipo di Volterra. Sebbene gli studî sulle equazioni integrali siano molto più recenti di quelli relativi alle equazioni differenziali, tuttavia possiamo asserire che, in parecchi casi, questa riduzione presenta qualche vantaggio.

Sia

$$(1) \quad y'(x) = a(x)[y(x)]^2 + b(x)y(x) + c(x)$$

un'equazione differenziale di Riccati. Ponendo

$$y = \frac{u}{v},$$

noi veniamo a trasformare la (1) nella relazione

$$(2) \quad u'v - uv' = au^2 + buv + cv^2$$

Se $u(x)$ e $v(x)$ sono due funzioni di x , tali da verificare questa relazione, allora il rapporto $y(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ verificherà la (1).

Ora la (2) è certamente verificata quando valgano le due equazioni

$$(3) \quad u' = bu + cv$$

$$(4) \quad -v' = au.$$

Per ridurre all'equazione di Volterra, noi possiamo scegliere, dopo ciò, fra due vie.

In un primo procedimento, noi aggreghiamo alla (3) ed alla (4) la seguente altra equazione:

$$(5) \quad -v'' = a'u + au',$$

dedotta dalla (4) per derivazione. Eliminiamo u ed u' fra (3), (4) e (5). Risulta

$$(6) \quad v'' - \left(b + \frac{a'}{a}\right)v' + acv = 0.$$

Quest'equazione, lineare, omogenea, del second'ordine, si può, in casi non infrequenti, ridurre a un numero finito di quadrature, ovvero, in taluni altri casi, a classici sviluppi. In tutti i casi, peraltro, essa si può ridurre all'equazione integrale del tipo di Volterra, con diversi metodi, alcuni dei quali semplicissimi. La presenza di due costanti arbitrarie nell'integrale generale della (6), non escluderà che sia una sola la costante arbitraria essenziale che si presenta nell'integrale generale della (1).

Più breve suole riuscire un secondo metodo che ora indicheremo.

Integrando la (3), noi otteniamo

$$u(x) - u(x_0) = \int_{x_0}^x b(\xi) u(\xi) d\xi + \int_{x_0}^x c(\xi) v(\xi) d\xi.$$

E se applichiamo al secondo integrale, che figura in questa formula, la regola d'integrazione per parti, e poniamo

$$C(x) = \int_{x_0}^x c(\xi) d\xi,$$

allora noi possiamo scrivere

$$u(x) - u(x_0) = \int_{x_0}^x b(\xi) u(\xi) d\xi + C(x) v(x) - \int_{x_0}^x c(\xi) v'(\xi) d\xi.$$

Nel secondo di questi due integrali figura $-v'(\xi)$, che possiamo, per la (4), sostituire con $a(\xi)u(\xi)$. Ciò facendo, ricaviamo l'equazione

$$(7) \quad u(x) = u(x_0) + C(x) v(x) + \int_{x_0}^x [b(\xi) + a(\xi) C(\xi)] u(\xi) d\xi.$$

Quest'equazione contiene ancora $v(x)$; ma, integrando la (4), ce ne possiamo liberare, perchè otteniamo l'espressione

$$v(x) = v(x_0) + \int_{x_0}^x a(\xi) u(\xi) d\xi,$$

la quale, sostituita in (7), ci permette di scrivere l'equazione di Volterra

$$u(x) = u(x_0) + C(x) v(x_0) + \int_{x_0}^x \{ a(\xi) [C(x) + C(\xi)] + b(\xi) \} u(\xi) d\xi.$$

Le due costanti $u(x_0)$, $v(x_0)$, che qui figurano, si presenteranno nella soluzione $u(x)$, ma anche in $v(x)$; dunque nel rapporto $y(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ si presenterà una sola costante arbitraria essenziale.

Matematica. — *Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche.* Nota di LEONIDA TONELLI, presentata dal Socio S. PINCHERLE.

1. In una Nota (1), che porta lo stesso titolo della presente, il professore E. Levi ha dimostrato che « una funzione $u(xy)$ limitata ed integrabile linearmente su ogni circonferenza e superficialmente, che in ogni punto abbia come valore la media dei valori che essa ha su una circonferenza di centro quel punto, ha necessariamente le derivate dei vari ordini, ed è armonica ». Mantenendo, poi, ferme le altre condizioni, ha sostituito quella dell'integrabilità superficiale con altra meno restrittiva. Si può osservare che, nell'ipotesi dell'integrabilità superficiale della $u(xy)$, si possono togliere le condizioni di essere limitata ed integrabile linearmente su ogni circonferenza. Si può cioè dimostrare che *una funzione $u(x, y)$ integrabile superficialmente (nel senso di Lebesgue) ed avente in ogni punto come valore la media dei valori che essa ha su una circonferenza di centro quel punto — qualora su tale circonferenza essa risulti linearmente integrabile — è necessariamente una funzione armonica.*

Indicando con C il campo in cui è data la $u(x, y)$, e con C_R quello interno a C e tale che i suoi punti distino dal contorno di C per lo meno di R , consideriamo l'integrale

$$\frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(x, y)} u(x' y') dx' dy',$$

dove $\Gamma_R(x, y)$ indica il cerchio di centro (xy) e raggio R . Tale integrale

(1) Questi Rendiconti. Seduta 3 genn. 1909.

è evidentemente una funzione del punto (x, y) . Passando dalle coordinate cartesiane alle polari, si ha

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(x,y)} u(x', y') dx' dy' &= \\ &= \frac{1}{\pi R^2} \int \int_{\Gamma_R(xy)} u(x + \rho \cos \vartheta, y + \rho \sin \vartheta) \rho d\rho d\vartheta, \end{aligned}$$

e quindi ⁽¹⁾

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(xy)} u(x', y') dx' dy' &= \\ &= \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} u(x + \rho \cos \vartheta, y + \rho \sin \vartheta) d\vartheta. \end{aligned}$$

Ricorderemo che, per l'esistenza dell'integrale superficiale, l'integrale lineare rispetto a ϑ può mancare solo per un insieme di valori di ρ di misura nulla, e che questa mancanza non pregiudica nulla, perchè nell'integrazione può sempre farsi astrazione da un insieme di misura nulla. Per i valori di ρ , per i quali l'integrale lineare rispetto a ϑ esiste, è, per ipotesi,

$$u(xy) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \rho \cos \vartheta, y + \rho \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Si ha, perciò,

$$\frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(xy)} u(x', y') dx' dy' = \frac{2u(xy)}{R^2} \int_0^R \rho d\rho,$$

e quindi

$$u(xy) = \frac{1}{\pi R^2} \iint_{\Gamma_R(xy)} u(x', y') dx' dy'.$$

Siano, ora, (x, y) , (x_1, y_1) due punti di C_R . Indicando con δ la loro distanza, con L la lunula interna a $\Gamma_R(x, y)$ ed esterna a $\Gamma_R(x_1, y_1)$, e con L_1 la lunula interna a $\Gamma_R(x_1, y_1)$ ed esterna a $\Gamma_R(x, y)$, avremo

$$\begin{aligned} u(x, y) - u(x_1, y_1) &= \frac{1}{\pi R^2} \left\{ \iint_L u(x'y') dx' dy' - \iint_{L_1} u(x'y') dx' dy' \right\}, \\ |u(x, y) - u(x_1, y_1)| &\leq \frac{1}{\pi R^2} \left\{ \iint_L |u(x'y')| dx' dy' + \iint_{L_1} |u(x'y')| dx' dy' \right\} \quad (2). \end{aligned}$$

Al tendere di δ a zero, le aree L, L_1 tendono a zero, e perciò tendono a zero anche i due integrali del secondo membro della precedente uguaglianza.

(1) Fubini, *Sugli integrali multipli*. Rend. Acc. dei Lincei, 1907.

(2) Si sa che una funzione integrabile nel senso del Lebesgue è assolutamente integrabile.

Per vedere questo, si indichi con A un campo contenente i due cerchi $\Gamma_R(x, y)$, $\Gamma_R(x_1, y_1)$ e tutto interno a C . Poichè in A $u(x, y)$ è integrabile, preso un ε piccolo a piacere, si può trovare un numero positivo M tale che, indicando con G_M l'insieme dei punti di A in cui è $|u(x, y)| > M$, il contributo di G_M nell'integrale $\iint_A |u(x'y')| dx'dy'$, ossia $\iint_{G_M} |u(x'y')| dx'dy'$, sia minore di ε . Indicando con G'_M la parte di G_M interna ad L , si ha

$$\iint_{G'_M} |u(x', y')| dx'dy' \leq \iint_{G_M} |u(x', y')| dx'dy' < \varepsilon;$$

e quindi

$$\iint_L |u(x'y')| dx'dy' = \iint_{L \setminus G'_M} |u(x'y')| dx'dy' + \iint_{G'_M} |u(x'y')| dx'dy' < M \cdot L + \varepsilon$$

dove l'area della lunula L , si è indicata con la stessa lettera L . Da qui risulta che al tendere a zero di δ , ossia di L , l'integrale $\iint_L |u(x'y')| dx'dy'$ tende esso pure a zero. Analogamente dicasi per $\iint_{L_1} |u(x'y')| dx'dy'$. Dunque al tendere a zero di δ , $|u(xy) - u(x_1, y_1)|$ tende a zero: la continuità di $u(xy)$ è così dimostrata.

Ripetendo, allora, i ragionamenti del Levi, si dimostra l'esistenza delle derivate prime e seconde di $u(xy)$ nei punti interni a C , e si verifica che la u è armonica.

2. Se per la $u(x, y)$ si suppone la continuità, affinchè possa dirsi che essa è armonica, basta — come ha osservato il prof. Volterra ⁽¹⁾ — sapere che il suo valore in ogni punto è la media dei valori che assume sopra una sola circonferenza avente il centro in quel punto, purchè, però, si aggiunga ciò che il Volterra chiama la *connessione col contorno*. Si può osservare che non è necessario supporre che il valore della u sia in ogni punto la media dei valori assunti sopra una circonferenza avente il centro nel punto considerato: basta che la proprietà sia verificata solo per un insieme di punti J uniformemente denso (p. es., nei punti di coordinate razionali), purchè, in ciascun punto del campo considerato e non appartenente ad J , il limite inferiore dei raggi delle circonferenze relative ai punti J sia maggiore di zero.

Infatti, preso un punto (x, y) del campo considerato e non appartenente ad J , indichiamo con

$$(1) \quad (x'_1, y'_1) \cdot (x'_2, y'_2) \cdot \dots \cdot (x'_n, y'_n) \cdot \dots$$

una successione di punti di J tendente a (x, y) . Essendo $\varrho'_1, \varrho'_2, \dots, \varrho'_n, \dots$

⁽¹⁾ Volterra, *Alcune osservazioni sopra proprietà atte ad individuare una funzione*. Rend. Acc. Lincei, sed. 21 marzo 1909.

i raggi delle circonferenze relative ai punti detti, sia ϱ uno dei limiti dell'insieme $(\varrho'_1, \varrho'_2, \dots)$. Da quest'insieme estragghiamo una successione $\varrho_1, \varrho_2, \dots, \varrho_n, \dots$ tendente a ϱ , e siano

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n), \dots$$

i punti corrispondenti di (1). È, per ipotesi,

$$u(x_n, y_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x_n + \varrho_n \cos \vartheta, y_n + \varrho_n \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Ancora per ipotesi è $\varrho > 0$; possiamo, quindi, considerare l'integrale

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Abbiamo

$$\begin{aligned} \left| u(x_n, y_n) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta) d\vartheta \right| &\leq \\ &\leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |u(x_n + \varrho_n \cos \vartheta, y_n + \varrho_n \sin \vartheta) - \\ &\quad - u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta)| d\vartheta. \end{aligned}$$

Al tendere di n all'infinito, $x_n + \varrho_n \cos \vartheta, y_n + \varrho_n \sin \vartheta$, tendono rispettivamente e uniformemente (rispetto a ϑ) a $x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta$. Per la continuità di $u(xy)$, si ha, perciò, per un n sufficientemente grande

$$|u(x_n + \varrho_n \cos \vartheta, y_n + \varrho_n \sin \vartheta) - u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta)| < \varepsilon,$$

e quindi

$$\left| u(x_n, y_n) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta) d\vartheta \right| < \varepsilon.$$

In altre parole è

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u(x_n, y_n) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Ma, per la continuità, è

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u(x_n, y_n) = u(x, y);$$

se ne conclude che è

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + \varrho \cos \vartheta, y + \varrho \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Dunque la proprietà ammessa per i punti dell'insieme J è verificata per tutti i punti del campo considerato.

3. Dalla proposizione stabilita dal Levi, risulta subito quest'altra:
Si abbia una successione

$$u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_n(x, y), \dots$$

di funzioni armoniche in un campo C, e tutte inferiori, in modulo, ad un numero finito, fisso, M. Se la successione scritta converge in tutti i punti di C, la funzione limite è, in C, armonica.

Indichiamo con $u(x, y)$ la funzione limite detta. Preso un punto (x, y) interno a C, se R è minore della minima distanza di (x, y) dal contorno di C, è

$$u_n(xy) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u_n(x + R \cos \vartheta, y + R \sin \vartheta) d\vartheta,$$

e quindi

$$u(xy) = \lim_{n \rightarrow \infty} u_n(x, y) = \frac{1}{2\pi} \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} u_n(x + R \cos \vartheta, y + R \sin \vartheta) d\vartheta.$$

La $u(xy)$, essendo funzione limite di funzioni continue, è misurabile ed anche integrabile (nel senso del Lebesgue), perchè dall'essere $|u_n(xy)| < M$ risulta pure $|u(xy)| < M$; per un noto teorema sull'integrazione per serie ⁽¹⁾ si ha

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{2\pi} u_n(x + R \cos \vartheta, y + R \sin \vartheta) d\vartheta = \int_0^{2\pi} u(x + R \cos \vartheta, y + R \sin \vartheta) d\vartheta.$$

Si conclude, perciò, che è

$$u(xy) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(x + R \cos \vartheta, y + R \sin \vartheta) d\vartheta,$$

e, per il teorema del Levi, che $u(x, y)$ è armonica.

4. Come mi ha fatto notare il prof. Pincherle, il teorema del Levi ha, per le funzioni armoniche, lo stesso ufficio del teorema di Morera per le funzioni analitiche. Voglio alludere alla seguente proposizione: se $f(x)$ è una funzione di variabile complessa, univoca, finita e continua in un campo C (semplicemente connesso), e tale che il suo integrale esteso ad ogni linea chiusa rettificabile, sia nullo, essa $f(x)$ è funzione analitica regolare nel campo C. A proposito di questo teorema si può osservare che non è necessario che l'integrale sia nullo per tutte le linee chiuse rettificabili; basta che lo sia per tutti i rettangoli a lati paralleli agli assi reale ed immaginario.

Infatti, sia \bar{x} un punto interno a C. Se R è minore della minima distanza di \bar{x} dal contorno di C, posto $x = \bar{x} + u + iv$, definiamo, nel cerchio di centro \bar{x} e raggio R, la funzione F(x) con l'eguaglianza

$$F(x) = \int_{\bar{x}}^{\bar{x}+u} f(t) dt + \int_{\bar{x}+u}^x f(t) dt,$$

⁽¹⁾ Lebesgue, *Leçons sur l'intégration* ecc.

dove gli integrali sono estesi a tratti rettilinei. Essendo h un numero reale, consideriamo il punto $x + h$: in esso è

$$F(x + h) = \int_{\bar{x}}^{\bar{x}+u+h} f(t) dt + \int_{\bar{x}+u+h}^{x+h} f(t) dt.$$

Ma, per l'ipotesi posta, è

$$\int_{\bar{x}+u}^{\bar{x}+u+h} + \int_{\bar{x}+u+h}^{x+h} + \int_{x+h}^x + \int_x^{\bar{x}+u} = 0.$$

Si ha, perciò,

$$\begin{aligned} F(x + h) &= \int_{\bar{x}}^{\bar{x}+u} - \int_{\bar{x}+u+h}^{x+h} - \int_{x+h}^x - \int_x^{\bar{x}+u} + \int_{\bar{x}+u+h}^{x+h} \\ &= \int_{\bar{x}}^{\bar{x}+u} + \int_{\bar{x}+u}^x + \int_x^{x+h}, \end{aligned}$$

$$F(x + h) - F(x) = \int_x^{x+h} f(t) dt,$$

$$\lim_{h=0} \frac{F(x + h) - F(x)}{h} = \lim_{h=0} \frac{1}{h} \int_x^{x+h} f(t) dt,$$

e, per essere $f(x)$ continua,

$$\lim_{h=0} \frac{F(x + h) - F(x)}{h} = f(x).$$

Analogamente si ha

$$\lim_{h=0} \frac{F(x + ih) - F(x)}{ih} = f(x).$$

La $F(x)$ essendo, nel cerchio (\bar{x}, R) , finita e continua, ed ammettendo ivi le derivate parziali uguali $\frac{\partial F}{\partial u} = \frac{\partial F}{\partial v}$, è analitica e regolare; tale, perciò, è, in (\bar{x}, R) , anche $f(x)$. Poichè \bar{x} è un punto arbitrario di C , $f(x)$ è analitica, regolare, in tutti i punti interni a C .

Cinematica. — *Alcune traiettorie di elettroni* ⁽¹⁾. Nota di ANTONIO GARBASSO, presentata dal Socio A. NACCARI.

1. L'elettrone, che descrive di moto armonico la sua semplice traiettoria ellittica, emette uno spettro di una sola riga; genera invece una doppietta (*doublet*) se il movimento è perturbato, così che l'ellisse roti equabilmente nel piano ⁽²⁾.

Riferendoci ai diametri dell'orbita, avremo intanto

$$\begin{cases} X = a \cos 2\pi nt, \\ Y = b \sin 2\pi nt, \end{cases}$$

e assumendo poi due assi girati dell'angolo $-\varphi$,

$$\begin{cases} x = X \cos \varphi - Y \sin \varphi, \\ y = X \sin \varphi + Y \cos \varphi. \end{cases}$$

Quando si faccia

$$\varphi = 2\pi n't$$

verrà dunque senz'altro

$$\begin{cases} x = a \cos 2\pi nt \cos 2\pi n't - b \sin 2\pi nt \sin 2\pi n't, \\ y = a \cos 2\pi nt \sin 2\pi n't + b \sin 2\pi nt \cos 2\pi n't, \end{cases}$$

o, per semplici trasformazioni algebriche,

$$(1) \quad \begin{cases} x = A \cos 2\pi(n + n')t + B \cos 2\pi(n - n')t, \\ y = A \sin 2\pi(n + n')t - B \sin 2\pi(n - n')t; \end{cases}$$

con

$$(2) \quad \begin{cases} A = \frac{a + b}{2}, \\ B = \frac{a - b}{2}. \end{cases}$$

Le (1) dimostrano l'assunto, perchè affermano che il moto perturbato si può considerare come risultante dalla sovrapposizione di due moti circolari uniformi, contrarii di verso, con i raggi A e B, e le frequenze $n + n'$ e $n - n'$.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Genova.

⁽²⁾ J. Stoney (*Dublin Trans.* (2), IV, 1891, pag. 563).

Passando a coordinate polari, le (1) prendono la forma

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} \rho^2 &= A^2 + B^2 + 2AB \cos 4\pi n t, \\ \operatorname{tg} \theta &= \frac{A \sin 2\pi(n + n') t - B \sin 2\pi(n - n') t}{A \cos 2\pi(n + n') t + B \cos 2\pi(n - n') t}; \end{aligned} \right.$$

e dalla prima di queste segue anzitutto che la traiettoria del moto risultante è compresa fra due circonferenze di cerchio, coi raggi

$$A + B$$

e

$$A - B.$$

Il raggio vettore diventa massimo per $t = h/2n$, con h intero, vale a dire ad ogni mezza rivoluzione del punto che descrive l'ellisse.

La traiettoria risultante è formata di tante *foglie* identiche e simmetriche, delle quali è facile determinare il numero, quando sia razionale il rapporto n/n' . In una rivoluzione intera l'ellisse gira di

$$\frac{2\pi n'}{n};$$

tra una foglia e la seguente vi è dunque l'angolo

$$\frac{\pi(n + n')}{n},$$

e però il numero delle foglie è dato dal valore intero di h che verifica la

$$\frac{n + n'}{n} = \frac{2k}{h},$$

in corrispondenza della più piccola k intera. Se ne conclude che la curva avrà n foglie semplici quando n e n' sono numeri dispari; ne avrà $2n$ se uno è dispari e l'altro pari.

2. In pratica non sarebbe facile comporre insieme, con un artificio meccanico, due moti circolari rigorosamente uniformi; ma dalle (1) si deduce che la traiettoria del movimento obbiettivo rimane la medesima quando si ponga, in luogo della t , una funzione arbitraria del tempo.

E basterà dunque, per arrivare in fondo, comporre due moti rotatori, le cui velocità angolari conservino il rapporto costante

$$\frac{n + n'}{n - n'}.$$

Ho fatto costruire all'uopo il piccolo apparecchio della fig. 1, la disposizione del quale si ricava anche meglio dal diagramma seguente (fig. 2).

Un tubo d'acciaio, fissato con due viti, per il colletto *cc*, al sostegno *AB*,

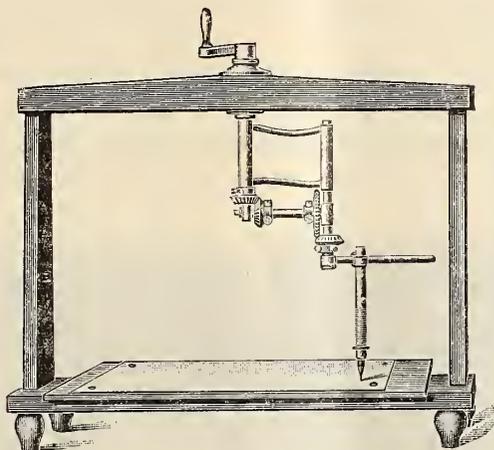


FIG. 1.

reca in basso un pignone (fisso) *ss*. Nel suo interno gira a sfregamento dolce }

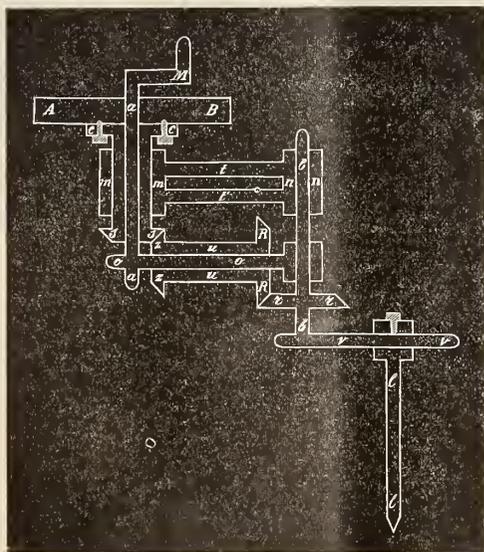


FIG. 2.

l'asse verticale *aa*, comandato dalla manovella *M*; mentre all'esterno vi è ancora un manicotto *mm* (libero), che per mezzo di due traverse *l* e *l'* reca un secondo manicotto *nn*. Dentro questo può girare l'altro asse verticale *bb*, al quale è unito rigidamente il pignone *rr*.

L'asse orizzontale oo si salda con un estremo ad aa , e all'altro estremo è sorretto da un manicotto infilato sopra bb . Al tubo uu , girante intorno ad oo , sono fissati i pignoni ss ed RR .

Finalmente, l'asse bb porta ancora un'asta orizzontale vv , che regge a sua volta la matita ll .

I pignoni ss e ss hanno in ogni caso lo stesso numero di denti, e quindi la stessa velocità angolare.

Ciò posto, se la ruota RR ha $2d$ denti, e la rr ne ha d , è facile persuadersi che le velocità angolari dei due moti circolari (inversi) risulteranno identiche in ogni istante.

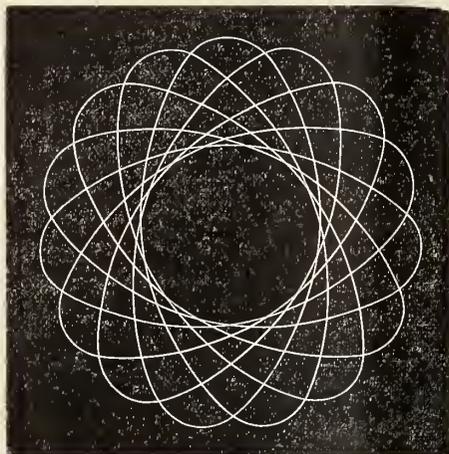


FIG. 3.

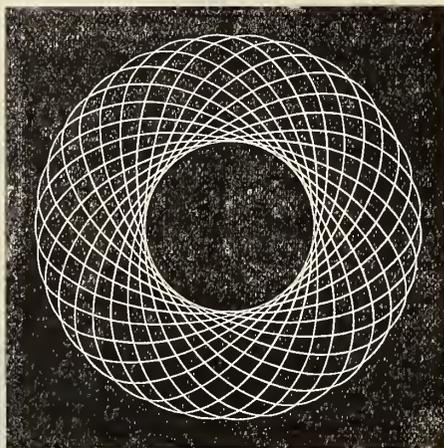


FIG. 4.

Che se il numero dei denti è nella ruota RR

$$2d - \delta,$$

avremo subito

$$\frac{d - \delta}{d} = \frac{n - n'}{n + n'}$$

Sia, per esempio,

$$\begin{aligned} d &= 24 \\ \delta &= 3, \end{aligned}$$

verrà

$$\frac{n - n'}{n + n'} = \frac{21}{24} = \frac{15 - 1}{15 + 1};$$

la traiettoria del moto risultante ha 15 foglie (fig. 3).

Se fosse invece

$$\begin{aligned} d &= 17 \\ \delta &= 4, \end{aligned}$$

verrebbe

$$\frac{n - n'}{n + n'} = \frac{13}{17} = \frac{15 - 2}{15 + 2},$$

e la traiettoria del moto risultante avrebbe 30 foglie (fig. 4).

3. Un caso particolare interessante della traiettoria (3) è quello in cui

$$A = B.$$

Risulta allora

$$(4) \quad \begin{cases} \varrho = 2A \cos 2\pi n t, \\ \theta = 2\pi n' t, \end{cases}$$

e dunque

$$(5) \quad \varrho = 2A \cos \frac{n}{n'} \theta.$$

La (5) è l'equazione caratteristica di una curva, che fu descritta da Guido Grandi nel 1728, e distinta da lui col nome di Rodonea (¹).

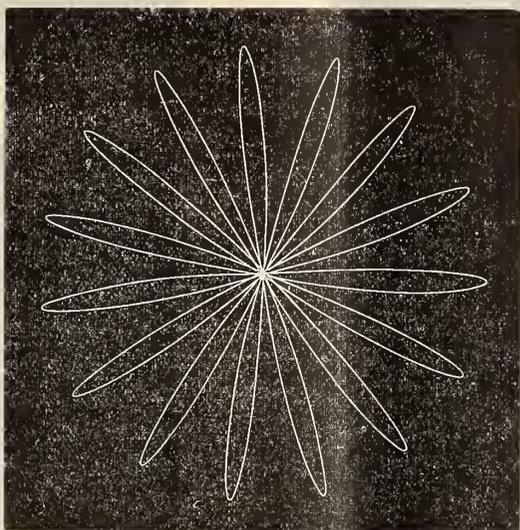


FIG. 5.

Si può chiamare convenientemente *Rodonea dispari* quella che ha un numero dispari di foglie, e *Rodonea pari* quella che risulta di un numero pari. La fig. 5 rappresenta una *Rodonea dispari* ($n = 15$, $n' = 1$) (²).

(¹) Guido Grandi, professore di matematica nell'Università di Pisa, e abate di San Michele in Borgo, pubblicò nel 1728, a Firenze, *apud Tartinium et Franchium*, un libretto dal titolo: *Flores geometrici ex Rhodonearum et Cloeliarum curvarum descriptione resultantes*. L'opera è dedicata alla illma ed eccma signora Donna Clelia Grillo Borromeo, e un riassunto della prima parte era stato accolto, cinque anni avanti, nelle Transactions della Società Reale di Londra per il 1723. Le *Clelie* sono curve sferiche, e non hanno dunque niente in comune con quelle che, più avanti, nel testo, vengono chiamate *Rodonee coniche*.

(²) Una figura simile a questa si trova già nel Trattato di Filosofia naturale di Thomson e Tait (§ 74 del primo volume).

4. Proponiamoci adesso di studiare la traiettoria di un punto soggetto ad un tempo al moto (4) e all'altro, normale al piano del primo, che è

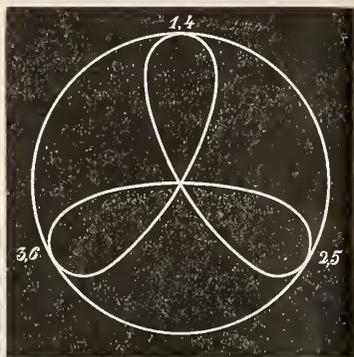


FIG. 6.

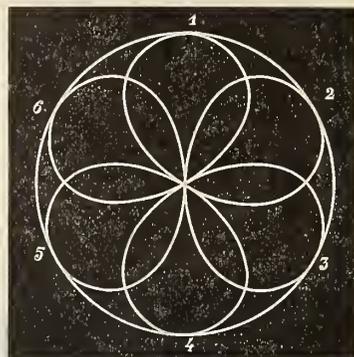


FIG. 8.

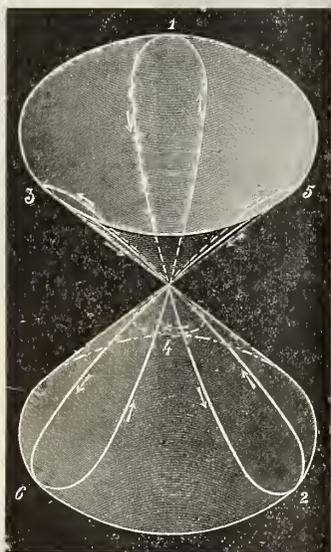


FIG. 7.

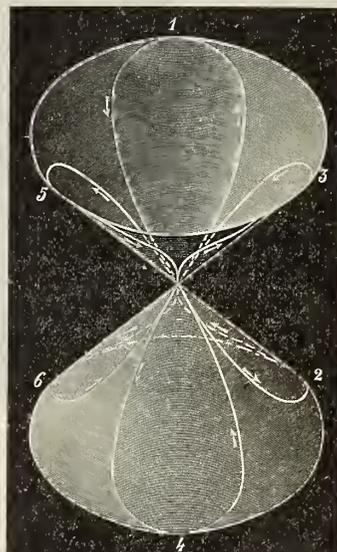


FIG. 9.

rappresentato dalla

$$(6) \quad z = C \cos 2\pi nt.$$

Avremo subito, come equazioni di codesta linea,

$$(7) \quad \begin{cases} \rho = 2A \cos \frac{n}{n'} \theta, \\ z = C \cos \frac{n}{n'} \theta. \end{cases}$$

La curva giace sopra un cono circolare

$$\frac{\rho}{z} = \frac{2A}{C},$$

il cui asse coincide con l'asse delle z ; è formata in ogni caso da $2n$ foglie, che si adagiano per metà su la falda positiva e per l'altra metà su la falda negativa.

Se la proiezione sul piano $z = 0$ è una Rodonea dispari, le foglie negative sdoppiano le positive; se è una Rodonea pari, le foglie positive e le negative si alternano.

La (7) potrebbe indicarsi col nome di *Rodonea conica*.

Dalla Rodonea dispari della fig. 6 ($n = 3$, $n' = 1$) si genera ad esempio la Rodonea conica della fig. 7: e dalla Rodonea pari della fig. 8 ($n = 3$, $n' = 2$) nasce la Rodonea conica della fig. 9.

5. *La traiettoria caratteristica del fenomeno di Zeeman è una Rodonea conica*, almeno per i valori del campo magnetico, che rendono razionale il rapporto n/n' .

Fisica. — *L'arco voltaico nella sua fase iniziale*⁽¹⁾. Nota di A. OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1. In una Nota precedente⁽²⁾, studiando le condizioni che si realizzano allorchè l'arco si adescia, sono stato portato a concludere che l'arco, stabilendosi fra due elettrodi, deve passare per una fase preparatoria che corrisponde al passaggio di corpuscoli dall'elettrodo negativo all'elettrodo positivo e che dura finchè gl'ioni positivi creati per urto presso l'anodo, o estratti dall'elettrodo positivo, propagandosi verso il catodo, non abbiano stabilito la colonna luminosa che collega i due elettrodi e che costituisce l'arco propriamente detto.

Scopo di questa Nota è di studiare la fase preparatoria dell'arco e l'arco stesso nel suo periodo iniziale. Per questo mi varrò dell'azione di un campo magnetico; quindi per l'esatta interpretazione delle esperienze che saranno esposte in seguito, stimo opportuno premettere alcune considerazioni sulla azione di un campo magnetico sopra gl'ioni mobili in seno a un gas.

L'arco una volta stabilito si presenta come una colonna dotata di contrattilità e di coesione, e ciò è ben naturale se, come generalmente si ammette, esso è costituito da un insieme di ioni di segno contrario che eser-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto Fisico della R. Università di Pisa, diretto dal Prof. A. Battelli.

⁽²⁾ Rendiconti R. Accad. dei Lincei, 1° sem. 1909.

citano fra di loro delle azioni attrattive. Quindi in tali condizioni le forze che il campo magnetico esercita sui singoli ioni danno luogo ad un sistema di pressioni applicate alla colonna luminosa che si comporta come una fune. Da ciò deriva lo spostamento notevole subito dall'arco anche in presenza di campi magnetici deboli.

Ma nella fase iniziale gl'ioni sono tutti di un segno e quindi mancano quei vincoli che si traducono in forze coesive nella colonna luminosa. In questa fase, un ione, spostandosi, non tira con sè gli altri ioni; quindi lo spostamento dell'arco nella sua fase preparatoria si potrà dedurre approssimativamente studiando quello di un ione isolato mobile in seno a un gas, alla pressione e alla temperatura ordinaria.

2. Una carica che si muovesse sotto l'azione di una forza costante sarebbe animata, quando fosse libera, da un moto uniformemente accelerato. Se invece si muove in un gas, essa subisce, dopo piccole corse, degli urti che distruggono la velocità previamente acquistata. Talchè la carica sotto l'azione di forze costanti, raggiunge, per effetto degli urti, una velocità media che resta costante in tutto il tragitto. È la media delle velocità assunte dalla carica fra un urto e il successivo.

Nel caso che un ione sia soggetto all'azione simultanea di una forza elettrica diretta secondo l'asse delle x e di una forza magnetica diretta secondo l'asse delle z , il movimento sarà nel piano xy , e la velocità dell'ione sarà definita da due componenti, le cui medie u_x , u_y si mantengono costanti. Il movimento avverrà in media secondo una retta che fa con l'asse delle x un angolo α tale che

$$\text{tang } \alpha = \frac{u_y}{u_x}.$$

Calcolando queste componenti u_x e u_y si trova

$$u_x = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{P}}{H} \text{sen } bT$$

$$u_y = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{P}}{H} (1 - \cos bT).$$

Quindi

$$\text{tang } \alpha = \frac{1 - \cos bT}{\text{sen } bT}.$$

3. Per calcolare il valore numerico dello spostamento ammettiamo che il campo magnetico abbia un valore di 1000 unità, sia cioè assai superiore a quello necessario per produrre forti deviazioni in un arco definitivamente stabilito.

I centri elettrizzati sono corpuscoli; quindi si ha $\frac{e}{M} = 10^7$.

La velocità di un corpuscolo si compone di quella dovuta all'agitazione termica più quella dovuta all'azione del campo elettrico. Ma la prima è enormemente superiore all'ultima, e non si farà errore sensibile introducendola sola in calcolo.

Così si può ritenere che la velocità media di un corpuscolo sia superiore a 10^7 cm/sec.

La strada libera di un corpuscolo è quattro volte più grande di quella di una molecola d'aria ossia è 32×10^{-6} .

Conseguentemente, il tempo necessario per percorrere la strada libera sarà

$$T < \frac{32 \times 10^{-6}}{10^7} = 3,2 \times 10^{-12}.$$

Con i valori assunti per e, M, H , il valore di b è 10^{10} ; perciò $bT < 3,2 \times 10^{-2}$, ossia è sufficientemente piccolo per poterne trascurare la terza potenza. Allora si potrà scrivere

$$|\tan \alpha| = bT < 3,2 \times 10^{-2} \text{ cm.}$$

Dunque, alla temperatura e alla pressione ordinaria, con un campo magnetico di 1000 unità, un corpuscolo, dopo il percorso di un centimetro, non resterebbe spostato di tre decimi di millimetro dalla strada che esso seguirebbe se il campo non esistesse.

Nel periodo preparatorio dell'arco, quando cioè soltanto il catodo è rovente, gl'ioni si muovono in un atmosfera che, se si esclude l'immediata vicinanza dell'elettrodo è a temperatura poco superiore a quella ordinaria. È probabile quindi che, nelle condizioni reali lo spostamento dei corpuscoli nella fase iniziale dell'arco non superi quello calcolato precedentemente. E ciò apparirà tanto più ammissibile quando si pensi che a una piccola distanza dal catodo, la temperatura è forse sufficientemente bassa da permettere degli aggruppamenti delle molecole intorno ai corpuscoli. Nel qual caso questi assumerebbero la massa e le dimensioni di una molecola almeno, e subirebbero conseguentemente una deviazione assai più piccola di quella calcolata più sopra.

Perciò credo di poter concludere che *nella sua fase preparatoria l'arco è insensibile ai campi magnetici che bastano per deviarlo fortemente quando è definitivamente stabilito.*

4. Vediamo se l'esperienza conferma queste previsioni: se cioè un arco adescato in presenza del campo magnetico, si presenta come se quest'ultimo non esistesse, e venga deviato solo dopo che la colonna luminosa si è stabilita.

Per accertare questo ho realizzato un arco rapidamente interrotto e l'ho osservato mediante una disposizione stroboscopica nelle sue fasi diverse, mentre un campo magnetico agiva continuamente con le linee di forza perpendicolari all'asse dell'arco.

Sulla periferia di una robusta ruota R (fig. 1), mobile intorno a un asse orizzontale è stato incastrato un cerchio di ottone C ritagliato in modo da presentare quattro sporgenze ugualmente distanti l'una dall'altra.

Una spazzola metallica S_2 strisciante sulla periferia della ruota poteva spostarsi in guisa da mantenersi a contatto col cerchio durante tutto il giro della ruota (posizione S_2), oppure da mantenersi in contatto soltanto con le quattro sporgenze del cerchio (posizione S'_2). Il cerchio C era poi collegato per mezzo di un filo metallico con un anello isolato A montato sull'asse della ruota. Su quest'anello strisciava una spazzola S_1 .

Inserendo quest'apparecchio nel circuito di un arco voltaico, e imprimendo una rapida rotazione alla ruota per mezzo di un motore elettrico,

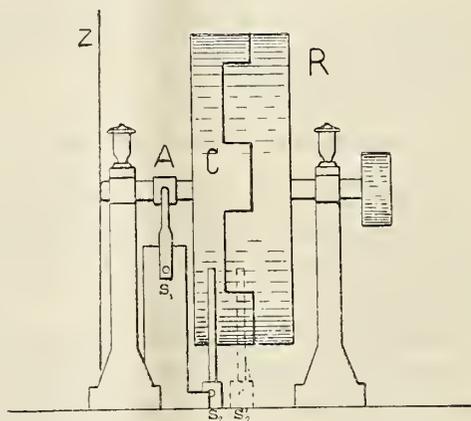


FIG. 1.

l'arco era continuo o interrotto a seconda che la spazzola mobile si trovava nella posizione S_2 o nella posizione S'_2 . Un disco di zinco Z fissato sulla testa dell'asse portava quattro aperture rettangolari, attraverso alle quali l'arco interrotto appariva in una sola fase. Le varie fasi dell'arco si potevano osservare variando la posizione relativa delle aperture del disco e delle sporgenze del cerchio C.

La disposizione schematica è rappresentata nella figura 2. L'immagine dell'arco A, data da un obiettivo O, veniva formata sul disco di zinco Z all'altezza delle aperture in esso praticate. Un secondo obiettivo O_1 dava l'immagine osservata attraverso alle aperture del disco rotante sopra una lastra fotografica L. Talvolta trovai più comodo osservare l'immagine direttamente con l'occhio e allora al posto dell'obiettivo O_1 e della lastra L, misi un cannocchiale. Dietro l'arco e con l'asse perpendicolare all'asse di questo disposi un rocchetto E di una elettrocalamita di Faraday, sotto l'azione della quale l'arco era spostato perpendicolarmente al piano della figura.

5. Per eseguire l'osservazione portavo la spazzola mobile a contatto del cerchio nella posizione S_2 . Poi, acceso l'arco che così risultava continuo, spostavo la spazzola nella posizione S'_2 in modo da aver l'arco interrotto.

Osservato col cannocchiale, l'arco interrotto sembrava assente nelle fasi di interruzione e appariva come una colonna bluastro nelle fasi in cui era stabilito.

Se poi per mezzo dell'elettromagnete E (fig. 2) si creava un campo magnetico perpendicolare all'arco, si trovava che in generale il fiocco bluastro

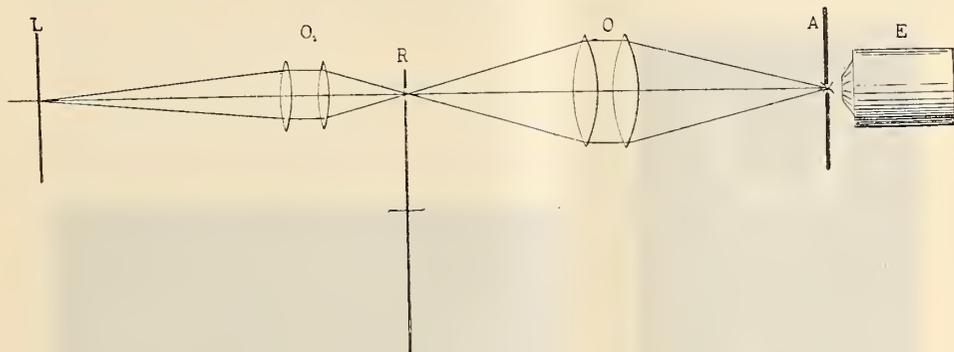


FIG. 2.

era fortemente deviato. Ma ponendo il disco in posizione tale da osservare l'arco nell'istante in cui esso si stabilisce, non si verifica nessuna deviazione.

Nella figura 3 sono riprodotte le fotografie corrispondenti alla fase in cui la colonna luminosa si inizia e a due fasi successive. Chiaramente si scorge

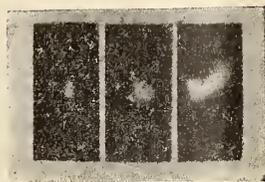


FIG. 3.

che nella prima la colonna che congiunge gli elettrodi è rettilinea; mentre nella seconda e più ancora nella terza è piegata nel senso in cui era sollecitata dal campo elettrico.

Così, anche sperimentalmente è provato che nell'arco il periodo preparatorio non è influenzato dal campo magnetico. L'azione di questo si fa sentire solamente nella colonna luminosa e incomincia quando quest'ultima è già stabilita.

6. Questo comportamento richiama alla memoria quello della scintilla ⁽¹⁾.

(1) La somiglianza fra l'arco e la scintilla nel loro periodo iniziale è stata messa in evidenza per la prima volta dal Puccianti che la riscontrò studiando lo spettro di un arco alternato (Nuovo cimento, 13, 269, 1907).

È noto che quest'ultima è iniziata da un processo esplosivo che costituisce la scintilla pilota.

Ora, i professori Battelli e Magri ⁽¹⁾ hanno accertato che la scintilla pilota non è influenzata dai campi magnetici più intensi, che pure hanno tanta azione nella fase successiva della scarica. La figura 4, riproduzione di una fotografia favoritami dalla gentilezza dei professori Battelli e Magri, mostra l'aspetto di una scintilla scoccata in un campo magnetico assai intenso. Questo ha lasciato intatta la scintilla pilota, che apparisce come un

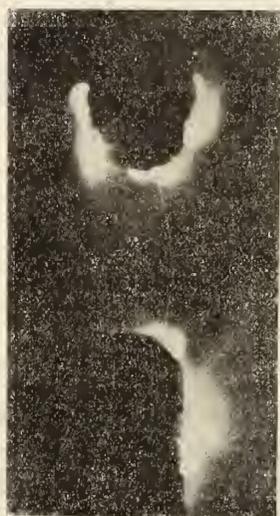


FIG. 4.



FIG. 5.

sottile filamento luminoso teso fra i due elettrodi, mentre ha violentemente soffiato tutto il resto della scarica. Un arco si inizia anch'esso con un processo che corrisponde alla scintilla pilota e che è insensibile al campo magnetico come quest'ultima.

Particolarmente interessante da questo punto di vista mi sembra la fotografia riprodotta nella figura 5. Essa mostra due archi in presenza di un campo magnetico fra l'estremità di un carbone cilindrico ed una lastra di carbone positiva posta perpendicolarmente a questo ed è stata ottenuta nel modo seguente: dopo aver adescato l'arco fra i due elettrodi è stato stabilito un campo magnetico che lo soffiasse verso la destra. Il cratere positivo sotto la sollecitazione del campo scivola lungo la lastra, il cratere negativo rimane fisso sulla estremità del carbone cilindrico. L'arco così devia fortemente dalla sua posizione iniziale e finisce con lo spegnersi. Talvolta però nell'atto in cui l'arco si spegne si stabilisce spontaneamente un nuovo arco;

⁽¹⁾ Battelli e Magri, Rend. R. Accad. Lincei. 16, 155, 1907.

e questo è precisamente accaduto nell'istante in cui è stata presa la fotografia della fig. 5. Ora il secondo arco si presenta come una scintilla improvvisamente scoccata fra i due elettrodi, e non risente affatto l'azione del campo presente; di più esso è accompagnato da un colpo secco che attesta il suo carattere esplosivo.

Del resto, che tra i due fenomeni, inizio dell'arco e inizio della scintilla, debba esserci una relazione intima appare subito se si ammettono le conclusioni della mia Nota precedente, secondo le quali l'inizio dell'arco è fatto dagli ioni positivi, cioè proprio da quella specie di ioni che inizia la scintilla (1).

A questo proposito mi piace osservare che ad una conclusione identica si può giungere interpretando alcune esperienze recenti del La Rosa (2). Questi trova che un arco bruscamente e rapidamente interrotto dà lo spettro di righe che è caratteristico della scintilla pilota. D'altra parte secondo lo Stark (3) uno spettro di righe è sempre dovuto a ioni positivi. Dunque tanto la scintilla pilota, quanto la riaccensione dell'arco, sono dovute ad un processo in cui entrano in giuoco ioni positivi.

Fisica. — *Costituzione dell'arco voltaico.* Nota di A. OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Sulla scomposizione magnetica delle linee spettrali* (4). Nota di MARIO TENANI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1) Il fenomeno diretto di Zeeman consiste, come è noto, in una speciale modificazione che un campo magnetico esercita sul periodo e sulla forma delle vibrazioni emesse da una sorgente luminosa. Se si fanno le osservazioni sulla luce emessa secondo le linee di forza del campo magnetico, nel caso più semplice previsto dalla teoria elementare di Lorentz, si ha uno sdoppiamento delle linee spettrali, e le due linee che così hanno origine, si presentano polarizzate circolarmente in senso inverso. Se si fanno le osservazioni perpendicolarmente al campo, ogni linea si trova, sempre nel caso

(1) Towsend, Phil. Mag. 6, 598, 1903.

(2) La Rosa, Memorie Reale Acc. Lincei, Serie 5^a, v. 7^o, fasc. 4^o.

(3) Stark, Journ. de Phys., 6, 46, 1907.

(4) Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica della R. Università di Pisa, diretto dal prof. Battelli.

più semplice, sostituita da tre righe (tripletto), delle quali la mediana, che conserva la lunghezza d'onda del raggio primitivo, è polarizzata rettilineamente in un piano parallelo alle linee di forza del campo: e le due componenti laterali risultano polarizzate perpendicolarmente al campo stesso.

La teoria dei fenomeni magneto-ottici, sviluppata dal Voigt nelle sue pubblicazioni degli *Annalen der Physik*, degli anni 1898-1902, movendo dalla teoria elettronica della dispersione, ha richiamato l'attenzione degli sperimentatori sull'esistenza di una dissimmetria di posizione delle componenti laterali del tripletto rispetto alla sua componente mediana. Le dissimmetrie così teoricamente previste, furono osservate su molte linee spettrali: e sebbene possa sorgere il dubbio che molte delle dissimmetrie notate possano essere ascritte a casi anomali di fenomeno di Zeeman, e cioè siano di natura del tutto diversa da quelle cui la teoria accennata si riferisce, pur tuttavia la conferma che altre deduzioni dalle medesime formule hanno trovato in tutti i campi della magneto-ottica, pongono fuor di dubbio l'esistenza della dissimmetria accennata.

Come in una mia recente pubblicazione ⁽¹⁾ ho avuto occasione di notare, le formole del Voigt lasciano prevedere un fenomeno intimamente connesso con tali dissimmetrie, e che consiste in ciò, che le linee laterali del tripletto normale e le componenti del doppietto longitudinale posseggono, a parità di campo magnetico, distanze (misurate nella scala delle frequenze) diverse.

La teoria elementare di Lorentz, che per prima seppe dare ragione del fenomeno di Zeeman e che condusse al risultato fondamentale che i fenomeni luminosi son dovuti alle vibrazioni di quegli stessi elettroni che si muovono liberamente di moto traslatorio nei raggi catodici, non aveva fatto prevedere tale particolarità: e del resto, pare a prima vista ben strano, che il medesimo elettrone, vibrando, possa emettere, nelle due direzioni parallela e perpendicolare al campo, vibrazioni di frequenza diversa. Parrebbe quindi che su tali circostanze le due teorie si trovassero in aperta contraddizione.

Al contrario, bisogna pensare ⁽²⁾ che, mentre la teoria di Lorentz tratta in fondo il caso particolare di un elettrone vibrante da solo in un campo magnetico e si propone di trovare le modificazioni da questo apportate alle sue vibrazioni in funzione semplicemente della sua carica e della sua massa, la teoria del Voigt, partendo da uno dei sistemi di esplicazione (*erklärungs-systeme*) dell'assorbimento selettivo, tien conto delle azioni reciproche che il gran numero di elettroni che riempiono ogni elemento di volume devono esercitare sopra le onde elettromagnetiche emesse da ciascuno di essi. E che poi tale reciproca influenza segna leggi e approdi a risultati diversi nelle sue direzioni normale e parallela alle linee di forza, non può, in fondo, molto meravigliare.

⁽¹⁾ Rend. Acc. Lincei, vol. XVII, 2° sem., serie 5ª, pag. 714 (1908).

⁽²⁾ v. Voigt, *Magneto- und Elektro-optik*, pag. 171.

Mostreremo poi subito quali importanti risultati si possono ottenere nell'ordine d'idee delle teorie elettroniche quando, accertata l'esistenza di questa differenza di sdoppiamento, se ne ammetta la natura conforme alle deduzioni della teoria del Voigt.

2) Trattandosi dell'accertamento di un fenomeno dovuto all'azione reciproca degli elettroni vibranti nel campo magnetico e essenzialmente dipendente dal loro numero, è naturale il pensare che la sua misura possa servire a valutare intanto questo numero.

Ed ecco come, combinando opportunamente le formule del Voigt, si può giungere a tale risultato.

La teoria magneto-ottica del Voigt conduce alla seguente espressione per l'indice complesso di refrazione delle onde polarizzate circolarmente in senso \pm rispetto alle linee di forza del campo, emesse longitudinalmente al campo, in un intorno sufficientemente ristretto di una riga di assorbimento di frequenza ν_0 :

$$(1) \quad n_{\pm}^2 = n_0^2 - \frac{e}{\nu_0(2(\mu \mp \mu_0) - i\nu')}$$

dove n_0 indica l'indice di refrazione che regnerebbe nell'intorno stesso se non vi fossero elettroni vibranti con frequenza ν_0 ; μ è la differenza tra la frequenza ν_0 e la frequenza per cui si cerca l'indice di refrazione n_{\pm} ; e e ν' sono costanti caratteristiche della riga ν_0 , e μ_0 è una quantità proporzionale al campo magnetico R , il cui coefficiente di proporzionalità, se e è la carica, m la massa degli elettroni di frequenza ν^0 . c la velocità della luce nel vuoto, ha per espressione $-\frac{e}{2mc}$, onde

$$(2) \quad \mu_0 = -\frac{eR}{2mc}.$$

La discussione della formula sopra ricordata mostra facilmente che, nei casi ordinari, in cui l'assorbimento non sia molto forte, il « coefficiente d'assorbimento » $n \kappa$ presenta due massimi per $\mu = \pm \mu_0$. I massimi di $n \kappa$ corrispondono, come è noto, alle posizioni delle righe d'assorbimento: la formula precedente ci dice dunque che dalla riga primitiva son derivate due altre righe con frequenze differenti fra loro di $2\mu_0$. Se con ν_1 e ν_2 indichiamo le frequenze delle due nuove righe, con λ_1 e λ_2 la loro lunghezza d'onda, sarà

$$(3) \quad \nu_1 - \nu_2 = 2\mu_0 = \frac{2\pi c}{\lambda_1} - \frac{2\pi c}{\lambda_2} = \frac{2\pi c \delta}{\lambda_0^2},$$

dove al prodotto $\lambda_1 \lambda_2$ si è sostituito, come la piccolezza dello sdoppiamento rende possibile, il quadrato della lunghezza d'onda primitiva λ_0 , e δ indica

la differenza $\lambda_1 - \lambda_2$ che si trae dalle misure spettroscopiche. Per le onde polarizzate trasversalmente ed emesse in senso normale al campo, l'indice complesso di rifrazione è legato a quelli delle onde emesse, longitudinalmente, dalla formula

$$(4) \quad \frac{1}{n^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{n_+^2} + \frac{1}{n_-^2} \right).$$

Nell'istessa ipotesi che ci ha condotto alla conclusione precedente per le onde polarizzate circolarmente in senso inverso, si può, seguendo semplicemente le sostituzioni in (4), ottenere l'indice di rifrazione n sotto la formula (1)

$$(4') \quad n = n_0 \left(1 - \frac{\frac{1}{2} N \left(1 + \frac{N}{Q} \right)}{2\mu - (N + i\nu') + Q} - \frac{\frac{1}{2} N \left(1 - \frac{N}{Q} \right)}{2\mu - (N + i\nu') - Q} \right)$$

ove si sia posto

$$(a) \quad N = \frac{\rho}{2\nu_0 n_0^2} \quad Q = \sqrt{4\mu_0^2 + N^2}.$$

La parte immaginaria di n rappresenta il coefficiente di assorbimento n_x e per essa troviamo l'espressione

$$(5) \quad n_x = \frac{1}{2} n_0 \nu' N \left(\frac{1 + N/Q}{(2\mu - N + Q)^2 + \nu'^2} + \frac{1 - N/Q}{(2\mu - N - Q)^2 + \nu'^2} \right).$$

Da questa espressione noi abbiamo subito due massimi valori per n_x , corrispondenti ai valori di μ :

$$(6) \quad 2\mu_1 = N - Q \quad 2\mu_2 = N + Q;$$

abbiamo anche qui dunque che l'unica riga primitiva è stata sostituita da due righe, che, se $Q \neq 0$, saranno dissimmetricamente disposte rispetto alla posizione primitiva. La differenza tra le frequenze di queste due righe sarà Q , ossia, per la posizione (a),

$$(7) \quad \sqrt{4\mu_0^2 + N^2}.$$

Se δ_1 sarà la differenza di lunghezza d'onda delle due righe in discorso (che sono le righe laterali del tripletto), questa differenza corrisponderà, secondo un calcolo analogo a quello eseguito in (3), a una differenza tra le frequenze di $\frac{2\pi c\delta_1}{\lambda_0^2}$; sicchè si avrà

$$(8) \quad \frac{2\pi c\delta_1}{\lambda_0^2} = \sqrt{4\mu_0^2 + N^2}.$$

(1) Vedi Voigt, Magneto- und Elektro-optik, pp. 170-171.

3) Supponiamo ora che si siano misurate, a parità di campo magnetico, la differenza δ di lunghezza d'onda delle componenti la doppietta longitudinale e la corrispondente differenza δ_1 delle linee laterali della tripletta emessa perpendicolarmente al campo. La (3) ci darà immediatamente $2\mu_0$; e tale valore, introdotto nella (8), ci darà immediatamente il valore di N .

Osserviamo che, secondo le osservazioni fin qui eseguite, l'indice di refrazione n_0 , che compare nelle nostre formule, e di cui abbiamo già accennato il significato, si differenzia poco da 1; in tal caso, la prima delle posizioni (α),

$$N = \frac{e}{2v_0 n_0^2},$$

ci abilita senz'altro a trovare il valore della costante ϱ .

Rammentiamo ora che la teoria elettronica della dispersione assegna alla costante ϱ , che compare nelle formule degli indici di refrazione, l'espressione (1)

$$(9) \quad \varrho = 4\pi \mathfrak{N} \frac{e^2}{m},$$

dove, come sopra, e ed m sono la carica e la massa degli elettroni che danno luogo alla riga di assorbimento, nel cui intorno si cerca l'indice di refrazione; \mathfrak{N} è il loro numero per ogni cm. cubico.

Noi vediamo di qui allora come, noto il rapporto $\frac{e}{m}$, si possa senza altro dalla (9) conoscere il prodotto $\mathfrak{N}e$, cioè la carica per unità di volume.

Se sulla carica e accetteremo il valore proposto da J. J. Thomson, avremo di qui il valore di \mathfrak{N} .

Inoltre, moltiplicando il prodotto $\mathfrak{N}e$ per $\frac{m}{e}$, avremo $\mathfrak{N}m$, cioè la massa vibrante nell'unità di volume.

Conoscendosi inoltre il valore $\frac{E}{M}$ — dove E è la carica d'un atomo del metallo in studio in un elettrolita, ed M il suo peso atomico — e supponendo che la carica d'un elettrone sia uguale a quella di ogni valenza di un atomo del metallo stesso in un elettrolita, avremo subito il prodotto $\mathfrak{N}M$, cioè la densità del vapore luminoso in studio.

Discuteremo in seguito, di fronte ai risultati sperimentali, se le considerazioni precedenti potranno essere applicate alle righe da noi studiate; per ora osserviamo brevemente i vantaggi che tale metodo può, nella maggior parte dei casi, presentare su quelli già proposti e usati per la deduzione delle stesse costanti della teoria.

(1) Voigt, *Magneto- und Elektro-optik*, pag. 107.

Sta in questa verifica la questione fondamentale che si presenta in questo genere di ricerche.

Ora, a differenza di ciò che avviene coi metodi precedentemente usati da Hallo⁽¹⁾, da Geiger⁽²⁾, che hanno avuto per base la misura della rotazione magnetica del piano di polarizzazione in vicinanza di una riga di assorbimento, e anche col metodo usato da P. Zeeman⁽³⁾, avente per base la misura della dissimmetria del tripletto, a causa della difficoltà di accertarsi dell'immobilità della sua riga mediana, il metodo proposto in questo studio permette l'agevole confronto dei valori trovati per mezzo di esso con quelli dedotti dalla misura della detta dissimmetria, e può così rendere certi dell'applicabilità o meno della teoria.

4) Molto gravi sono le difficoltà sperimentali che si incontrano in questo genere di ricerche: e in un prossimo lavoro esporrò i risultati ottenuti su righe che permisero più agevoli misure. Tali furono le linee della seconda serie secondaria⁽⁴⁾ degli elementi della seconda colonna del sistema naturale di Mendelejeff.

Come è noto, gli elementi di questo gruppo hanno spettri a righe, le cui frequenze si possono ottenere sostituendo i successivi numeri interi al posto della lettera n in formule del tipo

$$A + Bn^{-2} + Cn^{-4}.$$

Per ogni elemento si hanno due serie di linee corrispondenti a due sistemi di valori delle costanti A, B, C, ciascuna delle quali a sua volta dà luogo ad altre due serie, semplicemente coll'aggiunta di una costante al valore di A. Si hanno insomma due serie di triplette.

A queste relazioni fra i numeri che rappresentano le frequenze delle varie linee, corrispondono altre relazioni fra le linee stesse, che valgono a dare a questa classificazione delle linee, empiricamente scoperta, il carattere di una vera e propria classificazione naturale, ed assegnare alle costanti che in quelle formule compariscono, il significato di vere costanti fisiche dell'elemento.

Fra le altre relazioni, gli studi di Runge e Paschen⁽⁵⁾ hanno posto in evidenza che le linee di una stessa serie presentano scomposizioni magnetiche della stessa specie e uguali se misurate nella scala delle frequenze, e che lo stesso vale per le serie corrispondenti dei diversi spettri (regola di Preston)⁽⁶⁾.

⁽¹⁾ Hallo, *Dissertation Amsterdam*, 1902.

⁽²⁾ Geiger, *Ann. der Ph.* 23, pag. 757, 1907.

⁽³⁾ Zeeman, *Amsterdam Proc.* April 1906, Dec. 1907, Gen. 1908, Mar. 1908.

⁽⁴⁾ *Zweite nebenserie* di Kayser e Runge (*Kayser Spectroscopie*, B. 2, cap. IX, 1902).

⁽⁵⁾ C. Runge e F. Paschen, molti lavori in *Berl. Ber. und Abh.* 1902.

⁽⁶⁾ Th. Preston, *Nature*, 59, pag. 248, 1899.

Infatti, le linee della seconda serie di triplette presentati dagli elementi del secondo gruppo di Mendelejeff, mostrano tre tipi di scomposizione magnetica a seconda del valore della costante A che loro compete e che si ripetono in tutte le linee della serie.

Una di tali serie per ciascuno degli elementi presenta, osservata perpendicolarmente al campo, dei triplette magnetici puri molto ben visibili. Essi si prestano bene all'osservazione anche con mezzi non eccessivamente potenti.

Le conclusioni tratte per una delle righe di queste serie varranno non solo per tutte le altre righe della serie stessa, ma ancora ci potranno lasciar trarre qualche conclusione per le linee corrispondenti degli altri corpi del gruppo.

Fisica — *Sul comportamento magnetico-ottico della linea b_4 del magnesio.* Nota di MARIO TENANI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Fisica. — *Esperimenti intorno all'effetto della luce sulla conducibilità del vapore di ipoazotide.* Nota di MARIO TENANI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Le Note precedenti saranno pubblicate nei prossimi fascicoli.

Meteorologia. — *Andamento diurno della temperatura dell'aria alla Capanna Margherita e ad Alagna.* Nota dei dottori C. ALESSANDRI e F. EREDIA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

In una Nota da uno di noi pubblicata (¹), si è parlato del modo come è regolato il servizio meteorologico negli Osservatori del Monte Rosa. Tralasciamo pertanto dal riportare tutte quelle precauzioni prese per il buon funzionamento degli strumenti meteorologici.

Nella presente Nota ci proponiamo di studiare l'andamento diurno della temperatura dell'aria, desumendolo dalle osservazioni orarie raccolte negli anni 1907 e 1908, durante il periodo di permanenza alla Capanna Margherita, cioè dalla 3^a decade di luglio alla 1^a decade di settembre.

Come è stato allora detto, si sono impiantate a Valdobbia e ad Alagna delle stazioni meteorologiche, munite di ottimi registratori, che raccoglieranno per tutto l'anno i valori dei vari elementi meteorologici e che, un giorno interpretate, potranno indicare le condizioni normali di quelle regioni

(¹) Alessandri C., *Gli Osservatori del Monte Rosa in rapporto al servizio meteorologico.* Atti della R. Accademia dei Lincei, vol. XVIII, fase. 7^o, 1^o settembre 1909.

e, rilegate alle osservazioni estive della Capanna Margherita, getteranno sicuramente molta luce sullo svolgimento dei varî fenomeni meteorologici.

Riserbandoci di dare presto uno studio completo del numeroso materiale fin'ora raccolto (1), ci limitiamo per ora a dare risultati sonmarî sull'andamento diurno della temperatura, in questa Nota, che consideriamo come Nota preliminare.

Nella tabella che segue, trascriviamo la media temperatura diurna, dedotta dalle osservazioni orarie eseguite negli anni 1907 e 1908 alla Capanna Margherita e ad Alagna.

*Temperatura media
osservata in Luglio, Agosto e Settembre del 1907 e del 1908.*

Ore	3 ^a decade Luglio		1 ^a decade Agosto		2 ^a decade Agosto		3 ^a decade Agosto		1 ^a decade Settembre		3 ^a d. Luglio	1 ^a d. Agosto	2 ^a d. Agosto	3 ^a d. Agosto	1 ^a d. Sett.
	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	Capanna Margherita	Alagna	CM-A	CM-A	CM-A	CM-A	CM-A
1 ^h	-8°.10	12°.63	-7°.53	12°.82	-8°.92	11°.22	-8°.56	10°.82	-8°.75	9°.83	20°.73	20°.35	20°.14	19°.38	18°.58
2	-8. 24	12. 24	-7. 56	12. 55	-9. 00	10. 90	-8. 72	10. 51	-8. 70	9. 63	20. 48	20. 11	19. 90	19. 23	18. 33
3	-8. 26	11. 96	-7. 64	12. 16	-9. 07	10. 63	-8. 95	10. 48	-8. 70	9. 35	20. 22	19. 80	19. 70	19. 43	18. 05
4	-8. 25	11. 95	-7. 63	11. 92	-9. 31	10. 60	-9. 12	10. 23	-8. 80	9. 28	20. 20	19. 55	19. 91	19. 35	18. 08
5	-8. 43	11. 51	-7. 65	11. 75	-9. 34	10. 26	-9. 33	10. 14	-8. 99	9. 04	19. 94	19. 40	19. 60	19. 47	18. 03
6	-8. 10	11. 45	-7. 50	11. 91	-9. 08	10. 63	-9. 32	10. 16	-8. 98	8. 94	19. 55	19. 41	19. 71	19. 48	17. 92
7	-7. 39	12. 31	-6. 88	12. 31	-8. 52	11. 12	-8. 43	10. 62	-8. 66	9. 15	19. 70	19. 19	19. 64	19. 05	17. 81
8	-6. 68	13. 59	-6. 26	13. 07	-7. 98	12. 01	-7. 50	11. 42	-8. 25	9. 84	20. 27	19. 33	19. 99	18. 92	18. 09
9	-5. 93	16. 51	-5. 27	15. 96	-7. 55	15. 17	-6. 97	14. 19	-7. 79	12. 24	22. 44	21. 23	22. 72	21. 16	20. 03
10	-5. 13	18. 84	-5. 19	18. 39	-6. 95	17. 77	-6. 40	16. 72	-7. 10	15. 02	23. 97	23. 58	24. 72	23. 12	22. 12
11	-4. 10	19. 94	-4. 53	19. 60	-6. 18	19. 07	-5. 73	17. 76	-6. 35	17. 02	24. 04	24. 13	25. 25	23. 49	23. 37
12	-3. 40	20. 06	-4. 30	20. 06	-6. 00	19. 55	-5. 43	18. 10	-5. 95	17. 45	23. 46	24. 36	25. 55	23. 53	23. 40
13	-3. 15	20. 12	-4. 40	20. 49	-5. 58	19. 50	-5. 44	18. 19	-5. 81	17. 68	23. 27	24. 89	25. 08	23. 63	23. 49
14	-2. 79	20. 03	-4. 57	20. 47	-5. 47	19. 30	-5. 37	18. 17	-5. 94	17. 89	22. 82	25. 04	24. 77	23. 54	23. 83
15	-3. 21	19. 61	-4. 89	20. 41	-5. 44	18. 73	-5. 23	17. 73	-6. 13	17. 39	22. 82	25. 30	24. 17	22. 96	23. 52
16	-3. 62	19. 43	-5. 06	19. 67	-5. 38	18. 28	-5. 45	16. 91	-6. 13	16. 20	23. 05	24. 73	23. 66	22. 36	22. 33
17	-4. 03	18. 77	-5. 31	18. 67	-5. 89	17. 24	-5. 93	16. 20	-6. 54	15. 20	22. 80	23. 98	23. 13	22. 13	21. 74
18	-4. 43	17. 95	-5. 48	17. 71	-6. 09	16. 23	-6. 37	15. 11	-6. 95	14. 10	22. 38	23. 13	22. 32	21. 48	21. 05
19	-4. 96	16. 58	-5. 72	16. 44	-6. 69	15. 24	-6. 92	13. 98	-7. 60	12. 55	21. 54	22. 16	21. 93	20. 90	20. 15
20	-5. 94	15. 03	-6. 28	15. 13	-7. 57	13. 95	-7. 64	13. 42	-8. 26	11. 95	20. 97	21. 41	21. 52	21. 06	20. 21
21	-6. 82	14. 31	-6. 78	14. 52	-8. 24	13. 15	-7. 98	11. 99	-8. 72	11. 39	21. 13	21. 30	21. 39	19. 97	20. 01
22	-7. 39	13. 76	-7. 07	13. 68	-8. 73	12. 61	-8. 10	11. 73	-8. 75	10. 89	21. 15	20. 75	21. 39	19. 83	19. 64
23	-7. 62	13. 23	-7. 34	13. 46	-8. 93	12. 05	-8. 25	11. 18	-8. 85	10. 52	20. 85	20. 80	20. 98	19. 43	19. 37
24	-7. 63	12. 75	-7. 44	13. 09	-8. 97	11. 57	-8. 38	11. 03	-8. 93	10. 29	20. 43	20. 53	20. 54	19. 41	19. 22

(1) Il lavoro completo sarà pubblicato negli Annali del R. Ufficio Centrale di Meteorologia e Geodinamica.

Si è creduto opportuno dividere il periodo di osservazioni meteoriche eseguite, in decadi.

Percorrendo le dette cifre risulta, oltre all'identico andamento dei valori spettanti alle varie decadi, la minore escursione diurna alla Capanna Margherita in rispetto a quella dell'Alagna. E difatti, mentre nella prima località, per le varie decadi si hanno i valori di 5°.47; 3°.35; 3°.96; 4°.10; 3°.18; ad Alagna si hanno i valori di 8°.67; 7°.74; 9°.29; 8°.05; 8°.95.

L'epoca del massimo calore diurno alla Capanna Margherita è compresa tra 12^h e 16^h, mentre ad Alagna è compresa tra 12^h e 14^h; e mentre nella 3^a decade di luglio, nella 2^a e 3^a decade di agosto, la massima temperatura diurna si è verificata con un po' di ritardo rispetto all'ora durante la quale è stata notata ad Alagna, nella 1^a decade di agosto e nella 1^a decade di settembre, si è notato invece il fenomeno inverso, ossia che la massima temperatura diurna alla Capanna Margherita si è verificata o contemporaneamente o con l'anticipo di un'ora rispetto a quella osservata ad Alagna.

Il momento del minimo calore diurno alla Capanna Margherita suole verificarsi a 5^h; nella 3^a decade di agosto e nella 1^a decade di settembre, le temperature osservate a 5^h e a 6^h sono quasi uguali, cosicchè, col progredire oltre la 2^a decade di agosto, si ha uno spostamento dell'epoca delle minime temperature. Ad Alagna si osservano le stesse cose, cosicchè le ore delle temperature minime nelle due località coincidono.

Considerando le differenze tra le temperature osservate alla Capanna Margherita e quelle osservate ad Alagna, notiamo per tutte le cinque decadi uguale andamento; i valori più elevati capitano nelle ore meridiane, mentre i valori più bassi nelle prime ore del mattino.

Eseguito la media delle temperature lette nelle 24^h, si ottengono i seguenti valori medi della temperatura dell'aria:

Località	3 ^a decade di Luglio	1 ^a decade di Agosto	2 ^a decade di Agosto	3 ^a decade di Agosto	1 ^a decade di Settembre
Capanna Margherita	— 5°.99	— 6°.18	— 7°.54	— 7°.31	— 7°.74
Alagna	16. 61	15. 68	14. 45	13. 62	13. 62

Adunque, alla Capanna Margherita in luglio si è verificata una temperatura più elevata; in agosto si sono osservati valori più bassi che in settembre, dove raggiungono cifre minori. Cosicchè sembrerebbe che l'epoca del massimo calore annuale si dovesse verificare negli ultimi giorni del mese di luglio.

Da una decade alla successiva, la temperatura media ha variato di: — 0°.19; — 1°.36; + 0°.23; — 0°.43; quantità abbastanza piccole se si toglie quella tra la 1^a e la 2^a decade di agosto; e possiamo concludere

come nel periodo 3^a dec. luglio-1^a dec. settembre, la temperatura media oscilla intorno a 0°,4.

Il prof. Oddone ⁽¹⁾, calcolando la temperatura probabile alla Capanna Margherita, basandosi sul decremento termico assegnato dal Lugli alle Alpi, assegna ai mesi di luglio, agosto e settembre le cifre:

$$| - 9,1 | - 7,95 | - 8,3 | .$$

Paragonando dette cifre con quelle innanzi date, risulta come il valore di agosto si avvicina molto a quello dato dalle osservazioni dirette.

Sarà al certo interessante vedere se la temperatura media osservata alla Capanna Margherita, corrisponde a quella che si avrebbe a tale altezza nel libero spazio. Già l'Oddone, utilizzando i valori dati da Teisserenc de Bort nel 1904, valori ottenuti dalle osservazioni ricavate in 772 ascensioni, assegna all'estate il valore di — 6°,2.

Eseguendo la media dei valori osservati e contenuti nella precedente tabella, si ha il valore di — 6°,95; adunque la temperatura dell'aria alla Capanna Margherita è più bassa di quella che corrisponde all'aria libera.

Effettuando la media delle temperature osservate nelle varie ore del giorno, avanti date, si hanno i seguenti valori medi dell'andamento diurno della temperatura dell'aria:

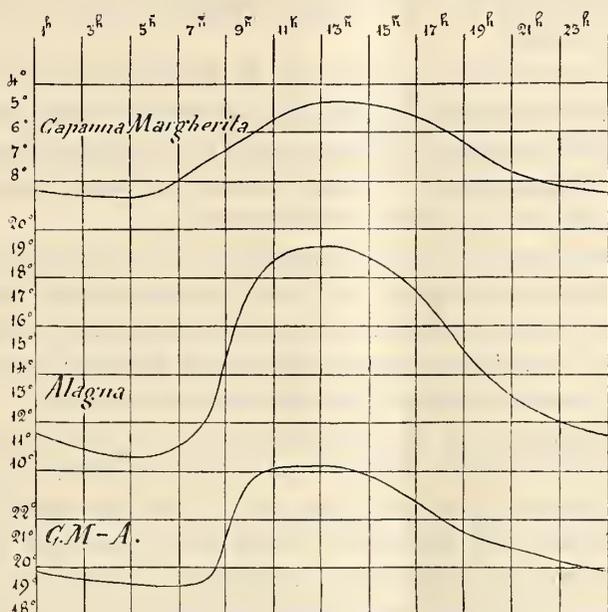
	1 ^h	2 ^h	3 ^h	4 ^h	5 ^h	6 ^h	7 ^h	8 ^h	9 ^h	10 ^h	11 ^h	12 ^h
Cap. Margherita	— 8.37	— 8.44	— 8.53	— 8.62	— 8.75	— 8.60	— 7.98	— 7.33	— 6.70	— 6.15	— 5.33	— 5.02
Alagna	11.46	11.17	10.92	10.80	10.54	10.62	11.11	11.99	14.80	17.35	18.68	19.05
CM-A	19.83	19.61	19.45	19.42	19.29	19.22	19.09	19.32	21.50	23.50	24.06	24.07
	13 ^h	14 ^h	15 ^h	16 ^h	17 ^h	18 ^h	19 ^h	20 ^h	21 ^h	22 ^h	23 ^h	24 ^h
Cap. Margherita	— 4.88	— 4.83	— 4.98	— 5.15	— 5.44	— 5.86	— 6.38	— 7.14	— 7.71	— 8.02	— 8.20	— 8.27
Alagna	19.20	19.17	18.78	18.10	17.22	16.22	14.96	13.90	13.07	12.54	12.09	11.75
CM-A	24.08	24.00	23.76	23.25	22.66	22.08	21.34	21.04	20.78	20.56	20.29	20.02

Le predette cifre riassumono le varie considerazioni che via via abbiamo emesso; e per renderne più evidente la variazione, diamo la qui sotto rappresentazione grafica.

Le epoche della minima temperatura coincidono in entrambe le due località, mentre l'ora durante la quale si verifica la massima temperatura alla Capanna Margherita, segue l'ora della massima temperatura ad Alagna.

⁽¹⁾ Oddone E., *Per lo studio della temperatura dell'aria alla sommità del Monte Rosa*. Rendiconti della R. Accademia dei Lincei, vol. XIII, 1° semestre, serie 5^a, fascicolo 8°.

Esaminando la curva delle differenze, risulta come essa raggiunge valori elevati nelle ore meridiane e valori minori nelle prime ore del mattino; andamento che rispecchia quanto da altri è stato notato. Nelle ore in cui la temperatura presso terra è minima entro uno strato di parecchie centi-



naia di metri, si ha una debole variazione termica; col crescere della temperatura, cresce il gradiente termico verticale, che raggiunge un massimo nelle ore più calde.

Geologia. — *Gli strati a Posidonomya alpina nel M. Tezio presso Perugia.* Nota di PAOLO PRINCIPI, presentata dal Socio C. DE STEFANI.

Nello studio geologico del M. Malbe e del M. Tezio ⁽¹⁾ accennai come ai calcari ammonitiferi del Lias superiore succedevano dei calcari grigi con selce verdastra e degli strati silicei scistosi rossi, verdicci e violetti. La formazione, nella quale non ero riuscito a trovare tracce di fossili, fu da me attribuita al Titonico senza però che tale riferimento, per la mancanza di elementi paleontologici, potesse dirsi sicura.

Continuando le mie ricerche sui terreni secondari del gruppo del Monte Subasio, rinvenni negli strati silicei scistosi numerosi aptici, alcuni dei quali

(¹) P. Principi, *Studio geologico del M. Malbe e del M. Tezio*. Boll. Soc. Geol. It., Anno 1908.

di notevoli dimensioni. Questi strati, perciò, poterono con ogni sicurezza essere identificati con gli *Aptychenschiefer* dello Zittel. Il Bonarelli (1) già indicò come questi *strati ad aptici*, per la loro posizione, non potevano essere riferiti al Titonico, ma con più probabilità al Giura medio, non escludendo che nella Calabria e nella Sicilia possano sostituire in alcune località i calcari titonici.

In un mio lavoro sulla geologia del M. Subasio, che verrà fra qualche tempo pubblicato, espongo le ragioni, che mi hanno persuaso a riferire gli *strati ad Aptici*, non più al Titonico, ma al Giura medio, specialmente all'Oxfordiano-Kimmeridgiano. Al Giura inferiore ho riferito una zona di calcari, che si adagiano sugli strati dell'Aleniano.

Per quante ricerche io avessi eseguite, non avevo potuto rintracciare gli strati a *Posidonomya alpina*, che fino ad ora sono stati con sicurezza rinvenuti solo nel Veneto occidentale, mentre nell'Appennino centrale, tranne un riferimento, assai incerto, fatto nei dintorni di Rocchetta, presso Arcevia, questa specie caratteristica non era stata ancora rintracciata.

In una escursione nel M. Tezio, percorrendo le falde meridionali di M. Tezino, presso il podere Romitorio, in quella zona indicata come titonica nella carta geologica da me pubblicata, nella parte più bassa degli *scisti ad Aptici*, rinvenni vari frammenti di scisti silicei contenenti numerosi individui di *Posidonomya alpina* Gras, abbastanza ben visibili e conservati.

Credo che il riferimento stratigrafico dell'orizzonte a *Posidonomya alpina* non presenti gravi difficoltà. Il Bettoni dimostrò come nella provincia di Brescia gli strati suddetti stieno a rappresentare il Calloviano, od almeno la parte superiore del Dogger. Nel versante occidentale della collina di Molvina il Bettoni (2) ha rilevato la seguente serie:

- a) marne toarciane;
- b) calcare cinereo non molto siliceo, forse sincrono agli strati tipici dell'Aleniano;
- c) strati a letti calcareo-silicei;
- d) assise a *Posidonomya alpina*, costituite totalmente da banchi silicei fortemente stipati, senza tracce di calcare o di marne;
- e) *aptychenschiefer*, costituiti da strati a selci rosse.

Alla Croce di Brione, secondo lo stesso Autore, gli strati a *Posidonomya alpina* si presenterebbero in condizioni alquanto differenti dai corrispondenti di Molvina. In questa località, non essendosi potuto accertare con documenti paleontologici la presenza del Lias superiore, rimane assai difficile

(1) G. Bonarelli, *Miscellanea di note geologiche e paleontologiche per l'anno 1902*. II. *Prospetto cronologico del Giura italiano*. Boll. Soc. Geol. It., 1903.

(2) Bettoni, *Gli strati a Posidonomya alpina nei dintorni di Brescia*. Boll. Soc. Geol. It., 1904, p. 402.

stabilire quale sia il limite inferiore dei Dogger; ed il Bettoni indica questa successione:

- a) pila potente di calcari dapprima marnosi e poi silicei;
- b) orizzonte a *Posidonomya* costituito da leggeri depositi di calcare grigio rossastro, quasi per intero occupati da letti e noduli di selce;
- c) strati ad *Aptici*.

In tutte due le località del Bresciano, dunque, appare evidente che gli strati a *Posidonomya alpina* si trovano immediatamente al disotto degli strati ad *Aptici*, che succedono ai primi con insensibile e graduale passaggio.

Abbiamo già accennato come nell'Appennino centrale, nei dintorni di Rocchetta, presso Arcevia, si scopersero un calcare bianco, con numerosi lamellibranchi, riferiti dapprima alla *Posidonomya alpina*; quantunque non sia da escludersi che si tratti invece dell'*Astarte psilonoti* del Lias medio, fossile già riscontrato dal Parona nell'Appennino centrale.

Nel M. Tezio, nella località indicata, abbiamo questa serie stratigrafica:

- a) calcari bianchi massicci, cristallini, con gasteropodi, del Lias inferiore;
- b) calcare mandorlato con ammoniti (*Hildoceras*, *Harpoceras*) del Lias medio;
- c) marne e calcari rossi ammonitiferi del Toarciano;
- d) calcari rossi con *Erycites fallax* dell'Aleniano;
- e) calcare grigio giallastro, selcioso, privo di fossili;
- f) strati selciosi a *Posidonomya alpina*;
- g) strati ad *Aptici*;
- h) calcare grigiastro, che fa graduale passaggio alla maiolica dell'Infracretaceo o Neocomiano.

Confrontando questa serie con quella che il Bettoni ha rilevato nei dintorni di Brescia, vediamo subito che la corrispondenza tra le due regioni è quasi perfetta; infatti gli strati calcarei, privi di fossili, che si adagiano sull'Aleniano, nel M. Tezio, corrispondono alla zona e) della collina di Molvina ed alla zona a) della Croce di Brione; succedono quindi le assise a *Posidonomya alpina*, che stanno alla base degli strati ad *Aptici* e ne costituiscono addirittura la parte inferiore. La zona h) del M. Tezio starebbe a rappresentare il Titonico.

Termineremo col ricordare che anche il Bonarelli aveva attribuito gli strati a *Posidonomya alpina* al Calloviano, ritenendo che nella Lombardia, nelle Alpi occidentali e nelle Alpi Apuane, essi siano sostituiti dalla parte inferiore degli strati ad *Aptici*.

Chimica. — *Sali inorganici del perossido di titanio.* Nota di ARRIGO MAZZUCHELLI ed ENRICO PANTANELLI, presentata dal Socio E. PATERNO.

In due Note precedenti, pubblicate in tempi diversi in questi Rendiconti, si è dimostrato che il perossido di titanio può dare cogli acidi organici anioni complessi, di cui si sono preparati vari sali. Mantenendoci in questo ordine di studi, abbiamo ora voluto vedere fino a che punto tale capacità si manteneva cogli acidi inorganici, ed abbiamo eseguito i tentativi su cui riferiamo brevemente.

Riferendoci anzitutto ai composti che deve formare il TiO_2 in soluzione solforica, la esistenza in questa di anioni complessi risulta già verosimile dal fatto che l'ammoniaca in tali soluzioni non produce precipitato, mentre ne dà uno, voluminoso, di TiH_4O_4 dopo che per ebollizione si è distrutta l'acqua ossigenata.

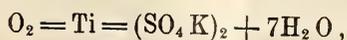
Per preparare alcuni sali di tale anione, che esperienze preliminari ci avevano mostrato essere, in ogni caso, sostanze solubilissime e praticamente incristalizzabili, si ricorse all'espedito di trattare con alcool la soluzione di solfato di titanio addizionata di acqua ossigenata e contenente un solfato alcalino in quantità un poco minori di quelle corrispondenti al rapporto $TiO_2 : Me_2SO_4$. In queste condizioni l'eccesso di solfato di perossido di titanio, che è solubile in alcool, non doveva precipitare, e doveva deporsi invece il sale alcalino complesso, a meno che non fosse stato così poco stabile da venire già decomposto dall'azione dissolvente dell'alcool.

I soddisfacenti risultati ottenuti per questa via dimostrano la attendibilità del metodo.

Per preparare l'ozosale potassico, a 10 cc. di una soluzione solforica di TiH_4O_4 contenente 1,836 gr. di TiO_2 , si aggiunsero gr. 3,34 di K_2SO_4 in fina polvere (corrispondenti dunque al rapporto di $TiO_2 : 0,8 K_2SO_4$). Il sale in queste condizioni rimase quasi tutto indisciolto, ma si sciolse immediatamente per aggiunta di 3 cm³ di perhydrol Merck, ottenendosi un liquido intensamente colorato in rosso-arancio; per aggiunta di alcool diede un precipitato di questo stesso colore, che fu lavato con alcool, poi con etere, e posto in essiccatore. È una polvere apparentemente amorfa, molto igroscopica appena precipitata, meno dopo il soggiorno in essiccatore (proprietà già osservata da Mazzucchelli per gli ozotitanossalati), solubile inalterata in acqua. All'analisi diede questi risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,36	3,55; 3,14
TiO_2	16,81	17,28; 16,47; 16,92
SO_3	33,61	33,92; 33,96
K_2O	19,74	19,83

I valori calcolati si riferiscono alla formula

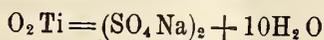


e dal buon accordo coll'esperienza risulta provata la esistenza di un ozosale di questa composizione.

Il sale sodico, preparato in modo analogo, e affatto simile per proprietà, pare essere ancora più igroscopico, poichè l'alcool lo precipita dalle sue soluzioni in forma di olio, che si solidifica solo sotto alcool assoluto. All'analisi ha dato i risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,21	3,30; 2,82
TiO ₂	16,06	16,01; 17,24; 16,54
SO ₃	32,12	34,74; 30,45
Na ₂ O	12,45	12,84

I valori calcolati sono dedotti dalla formula



che rappresenta bene la composizione del sale ottenuto.

Allo stesso modo dei precedenti fu preparato il sale ammonico. L'alcool lo precipita dalla soluzione acquosa sotto forma di olio, che solidifica sotto alcool-etero, ma ha un aspetto spugnoso per lento svolgersi di gas, forse l'ossigeno dell'H₂O₂ in eccesso. La sua igroscopicità è tale che si dovette rinunciare a raccogliarlo allo stato solido, e si analizzarono parti aliquote di una sua soluzione acquosa, con questi risultati:

Rapporto trovato:



Essi concordano bene colla formula



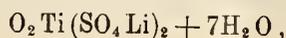
analogo alle precedenti.

Allo stesso modo si ottenne il sale di litio: l'alcool lo precipita come olio, che solidifica sotto alcool assoluto; è meno igroscopico dei precedenti.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,87	3,75
TiO ₂	19,35	18,40; 19,57
SO ₃	38,68	38,47
Li ₂ O	7,25	7,13

I valori calcolati si riferiscono alla formula



simile alle altre.

Con queste esperienze è posta in chiaro la esistenza di tutta una serie di ozotitanosolfati analoghi, ma non identici come tipo di combinazione, agli ozotitanoossalati di Mazzucchelli. In essi, secondo ogni verosimiglianza, il TiO_2 fa parte dell'anione, ma poichè, secondo Noyes, in altre condizioni (soluzione nitrica) il TiO_3 migra elettroliticamente verso il catodo, non si giudicò inutile determinare allo stesso modo il segno elettrico del TiO_3 nelle soluzioni solforiche. Si usò un apparecchio analogo a quello adoperato dal Nernst (¹), ma di dimensioni assai minori, e si osservò una piccola ma netta migrazione verso l'anodo, confermandosi così la costituzione da noi attribuita a quei composti.

Colla stessa tecnica si tentò preparare ozotitanocloruri, aggiungendo cioè alcool a un miscuglio un po' acido di cloruro titanico, acqua ossigenata, e cloruro alcalino in proporzioni opportune; ma in ogni caso non si ebbe che un precipitato di sale alcalino, contenente poco o punto titanio, dimostrandosi così che i composti cercati, anche se esistono, sono così poco stabili, che vengono demoliti già dall'azione dissolvente dell'alcool, che ne elimina il cloridrato di perossido di titanio. Un altro argomento di ciò si ha nella lenta solubilità dei cloruri alcalini nelle soluzioni cloridriche di TiO_3 , mentre sopra abbiamo fatto notare, a proposito del solfato di potassio (e lo stesso potrebbe ripetersi per gli altri solfati), che esso, pur sciogliendosi lentamente nelle soluzioni solforiche di TiO_2 , vi si scioglie rapidamente dopo aver aggiunta H_2O_2 , che determina la formazione di un ozosolfato complesso. Le nostre esperienze furono fatte coi cloruri di bario, litio, sodio, ammonio, potassio; e solo con quello di sodio potemmo isolare una sostanza che è, secondo ogni verosimiglianza, un composto definito del perossido di titanio.

Addizionando di alcool una soluzione cloridrica di TiO_3 contenente $NaCl$ in proporzioni un poco inferiori al rapporto $TiO_2 : 2NaCl$ (e per averlo subito in soluzione, si aggiunse una soluzione concentrata di $NaHO$ al liquido cloridrico, ottenendo così anche lo scopo di neutralizzare in parte l'acidità eccessiva) (²), invece del solito precipitato di cloruro alcalino si ebbe un olio giallo-rosso, che si lasciò sotto alcool per vedere se solidificava.

Invece, dopo due giorni si trovò che la quantità ne era diminuita e l'alcool era colorato in rosso, mentre si era formato un precipitato quasi bianco, cristallino, che era essenzialmente $NaCl$. Evidentemente il composto iniziale si andava scindendo sotto l'azione dell'alcool, onde fu separato l'olio che ancora rimaneva, lavato con etere e posto in essiccatore; quivi si solidificò, perdendo, al solito, gran parte della sua igroscopicità; non è solubile inalterato nell'acqua pura, ma solo in quella un po' acidulata, da cui per riscalda-

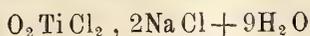
(¹) Z. phys. Ch., 4, 217.

(²) Come si sa, il $TiCl_4$ in soluzione acquosa non è stabile che in presenza di un forte eccesso di acido.

mento si depone in ogni caso TiO_4H_4 . All'analisi diede questi risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	3,72	3,11; 2,92
Ti	11,16	11,78; 10,96
Cl	33,02	31,25
Na	10,70	10,14

I valori calcolati si riferiscono alla formula:



analoga a quella degli ozotitanosolfati già veduti. Peraltro, la stabilità di questo composto è così piccola, che può ragionevolmente chiedersi se si tratti di un vero sale complesso o piuttosto di un semplice sale doppio. E questo dubbio vien confermato dalle esperienze qualitative di trasporto elettrolitico, che eseguimmo, e dove si osservava quasi nessun spostamento, o solo uno leggerissimo verso il catodo, mostrando così che il perossido di titanio non faceva più parte dell'anione complesso ma funzionava, almeno in parte, da catione. È questo uno dei tanti casi in cui, col variare dell'anione, varia nel sale la tendenza a fornire anioni complessi.

Quel che vale pel cloridrato di perossido di titanio, a maggior ragione vale pel nitrato, il cui anione è ancora più elettroaffine, e dove la funzione cationica del TiO_3 fu già riconosciuta dal Noyes. E infatti, non ci fu affatto possibile ottenere ozotitanonitrati di bario, ammonio, sodio, potassio.

In una recente Memoria, Faber afferma di aver ottenuto un fosfato di perossido di titanio, $O_2Ti : HPO_4, H_2O$, di cui avrebbe constatato qualitativamente la solubilità nei fosfati alcalini. Ciò farebbe sospettare la esistenza di ozotitanofosfati complessi, ma operando secondo le sue prescrizioni, e anche con tecnica diversa, non ottenemmo che precipitati affatto insolubili e contenenti solo poco ossigeno attivo, che essi perdevano rapidamente,

Maggiori probabilità di riuscita presentava la preparazione di ozotitanopirofosfati complessi, prestandosi a ciò la natura dell'anione pirofosforico. Effettivamente, fino dai primi saggi qualitativi fu facile osservare indizi della formazione di derivati perossidici complessi, quali una colorazione giallo-oro, caratteristica, che l' H_2O_2 impartisce ai sali di titanio in presenza di pirofosfati, la mancata precipitazione, o magari la ridissoluzione, per opera di H_2O_2 , di precipitati già formati, ecc.: esperienze di trasporto elettrolitico stabilirono pure con sicurezza che il perossido di titanio fa parte dell'anione. Ma altrettanto ci fu difficile giungere alla preparazione di composti definiti, a causa della poca stabilità del perossido di titanio, e della tendenza dei pirofosfati complessi a scindersi nei pirofosfati semplici.

Accenniamo solo brevemente ai numerosi tentativi fatti.

Per avere una idea delle condizioni di esistenza del pirofosfato di perossido di titanio, si trattò una soluzione solforica di TiO_3 con poco più della quantità equivalente di $Na_4P_2O_7$; si ebbe così un precipitato giallo, gelatinoso, che però conteneva una proporzione di ossigeno attivo assai inferiore a quello equivalente al titanio. In pirofosfato sodico si scioglieva solo parzialmente in giallo, e l'ossigeno attivo si ritrovava sia nella parte indisciolta che nella soluzione, ma sempre in quantità piccola. È chiaro, dunque, che doveva trattarsi di un misto di pirofosfati di TiO_2 e di TiO_3 , la cui separazione era ostacolata dallo stato fisico del precipitato.

Se si versa il solfato di TiO_2 in un eccesso di pirofosfato sodico, agitando sempre non si ha precipitato permanente, ma una soluzione opalina, che può essere concentrata sino a siroppo senza decomorsi, e in cui deve esistere un titanopirofosfato sodico. Il siroppo a freddo si rapprende in gelatina, che per aggiunta di perhydrol si riscioglie in siroppo giallo-oro, ma questo dopo poco tempo si decompone, dando un precipitato bianco-giallastro. Si vede così che il persale si deve essere realmente formato, ma si è subito alterato, e, trattandosi di sostanze incristalizzabili e ad elevato peso molecolare, può ragionevolmente suppersi che a ciò non sia stata estranea l'azione del solfato sodico formatosi per doppia decomposizione.

In un saggio successivo, quindi, dopo aggiunto il pirofosfato alcalino al solfato di TiO_2 , si cercò separare il titanopirofosfato sodico dal Na_2SO_4 per precipitazione frazionata con alcool, di cui basta in generale una piccola percentuale per separare i pirofosfati dalle loro soluzioni acquose; si ottenne infatti una polvere bianca, che, dopo lavata con alcool diluito, si mostrò esente di solfati, mentre conteneva TiO_2 , P_2O_5 , Na_2O . Senza analizzarla, si macinò in mortaio con acqua ossigenata, ottenendone la immediata dissoluzione in un liquido giallo-oro, che fu precipitato con alcool e lavato con alcool e poi con etere, allo scopo soprattutto di eliminarne l'eccesso di H_2O_2 . La sostanza igroscopica così avuta diede questi risultati analitici:

	Calcolato	Trovato
O attivo	4,52	4,26; 4,76
TiO_2	22,66	21,36
P_2O_5	40,12	46,56
H_2O	15,25	16,2

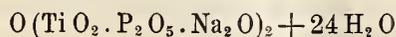
I valori calcolati si riferiscono alla formula $TiO_3 \cdot P_2O_5 \cdot Na_2O + 3H_2O$; e, nonostante il cattivo accordo per l'acido fosforico (la cui separazione dal TiO_2 notoriamente non è facile) ci sembra di essere autorizzati ad affermare che questa formula corrisponde al persale che si forma nelle condizioni della esperienza.

In un ultimo saggio infine, si volle preparare il titanopirofosfato sodico sciogliendo nella quantità calcolata di pirofosfato sodico il pirofosfato di titanio precipitato per doppia decomposizione dalla soluzione del fosfato titanico, e lavato per decantazione sino a scomparsa di solfato. La soluzione così avuta è limpida, stabile al calore, concentrabile a consistenza siropposa senza cristallizzare; per aggiunta di H_2O_2 il siroppo assume una colorazione gialla, divenendo più fluido, e trattato con alcool lascia deporre un olio che poi solidifica, e che lavato con alcool ed etere e posto in essiccatore costituisce una polvere leggera, giallo-citrina, interamente solubile in acqua. La soluzione resiste all'ebollizione senza neppure intorbidarsi, ma basta una goccia di acido minerale per farne virare il colore dal citrino all'arancio, segno di poca stabilità dell'anione complesso pirofosforico.

All'analisi diede questi risultati:

	Calcolato	Trovato
O attivo	1,6	1,39; 1,57
TiO ₂	16,0	16,28; 16,99; 16,23
P ₂ O ₅	28,4	28,28; 26,94; 30,30
Na ₂ O	12,4	12,22

I valori calcolati si riferiscono alla formula



del tutto analoga alla precedente, colla sola differenza che contiene solo la metà dell'ossigeno attivo equivalente al titanio. Non è interamente sicuro se ciò dipenda dalla diversa costituzione, o da una parziale decomposizione (che non appare del resto molto verosimile), ma ad ogni modo abbiamo qui un nuovo caso, in cui il TiO_3 entra a far parte di un anione complesso.

Si tentò pure preparare ozotitanoarseniati complessi, sia precipitando con arseniato bipotassico la soluzione solforica di TiO_3 , sia trattando con H_2O_2 e altro arseniato il precipitato ottenuto da arseniato potassico e solfato di titanio, ma non si ebbero in ogni caso che miscugli mal definiti, senza ridissoluzione nè altro accenno alla formazione di persali.

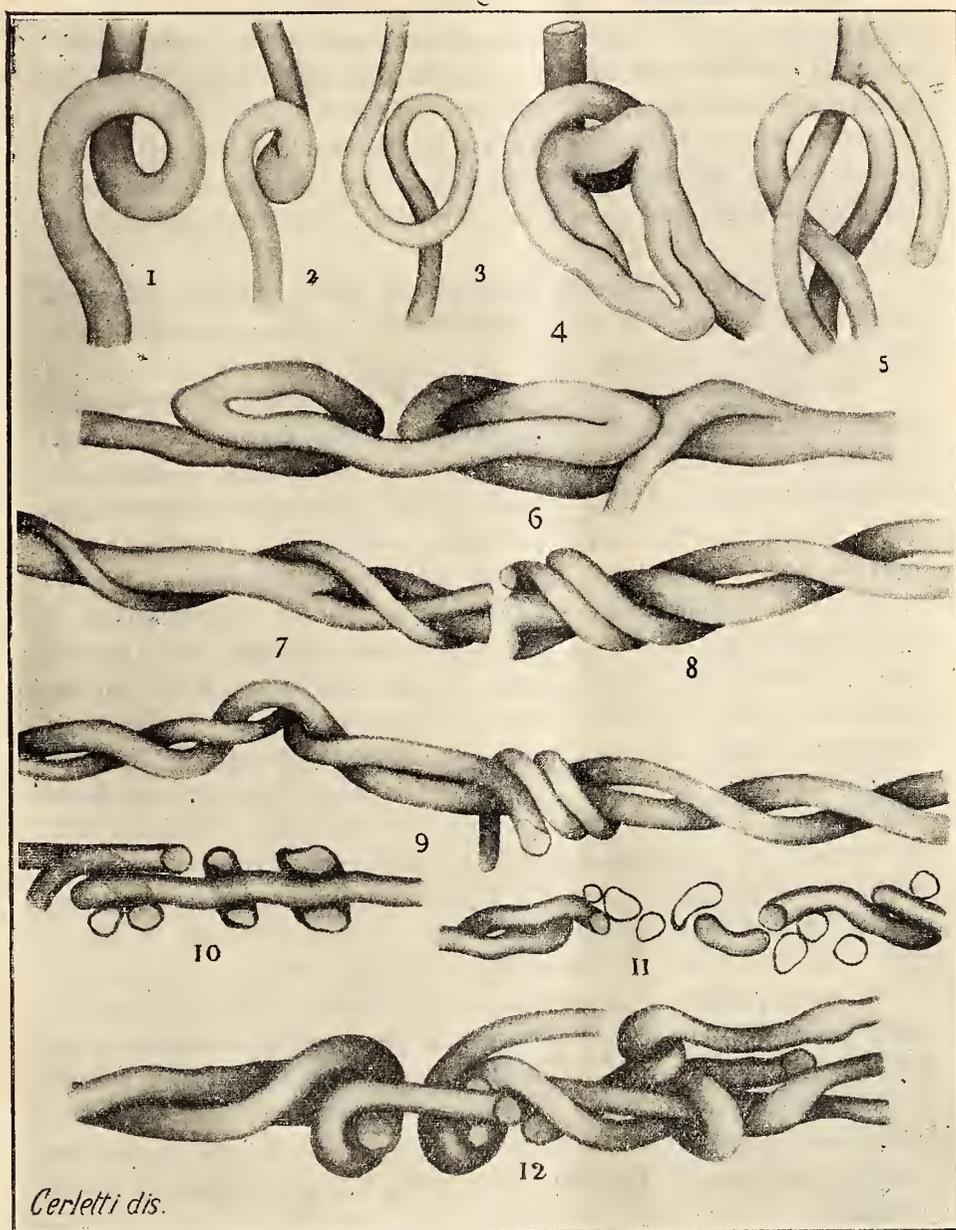
Patologia — *Nodi, treccie e grovigli vasali nel cervello senile* (1). Nota del dott. UGO CERLETTI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Intendo segnalare, in questa mia Nota, singolari alterazioni nel decorso dei piccoli vasi endocerebrali, non ancora descritte (2). Io ho riscontrato queste alterazioni specialmente nel cervello di individui morti in età molto avanzata. Si tratta di anelli, di nodi più o meno complessi formati da un vaso sanguigno, e di treccie e convoluti aggrovigliati, spesso complicatissimi, costituiti da due o più vasi (minime arterie, precapillari e venuzze).

Per mettere facilmente in rilievo queste formazioni è necessario eseguire sezioni di notevole spessore (30 μ circa). Per la colorazione mi sono servito principalmente del metodo al bleu d'anilina del *Mallory* e della miscela del *Mann* (bleu di metile-eosina, previa mordenzatura delle sezioni in acido fosfo-molibdico) applicate a sezioni tratte da materiale fissato in alcool a 96°, incluso in celloidina, perchè, con questi metodi, le pareti vasali in massa (specialmente la guaina avventiziale) coloransi in bleu carico. Ciò permette di seguire facilmente in tutto il loro decorso anche i minimi vasi. Come metodi sussidiari ho adottato quelli dell'*Unna* per le fibre collagene, il metodo del *Bielschowsky* e le sue modificazioni per i connettivi, il metodo del *Weigert* per le fibre elastiche. Meno adatte allo scopo sono le colorazioni tipo ematossilina-eosina, quella del *van Gieson* e le colorazioni dette *d'insieme* del tessuto cerebrale (bleu di *Nissl*, bleu di toluidina, verde di metile-pironina) in quanto forniscono una colorazione in massa piuttosto debole delle pareti dei piccoli vasi.

(1) Dal laboratorio anatomo-patologico della Clinica Psichiatrica di Roma e di Monaco di Baviera.

(2) Nella letteratura, per quanto a me consta, esiste soltanto una espressione del *Batty Tuke*, che potrebbe forse riferirsi a fatti analoghi. Ecco il passo relativo: "The abnormalities of direction in the vessels consist of undue straightness, tortuosity and kinking". (*On the morbid histology of the Brain and spinal cord as observed in the insane*. The British and Foreign Medico-Chirurgical Review, April, 1873). L'autore però non aggiunge altro, soffermandosi invece sugli aggrovigliamenti delle fibre connettivali delle pareti vasali. Debbo questa comunicazione alla squisita cortesia del dott. *W. Ford Robertson*, a cui ho ricorso, non essendomi stato possibile di procurarmi il testo originale. Giudicando da una figura riportata nel lavoro del *Weber* (*Beitraege zur Pathogenese und path. Anat. der Epilepsie*, Jena, Fischer, 1901), io credo che l'Autore abbia avuto sott'occhio formazioni analoghe a quelle qui illustrate; egli però non parla che di "tortuosità delle vene", nè, del resto egli poteva mettere in rilievo le singolari forme di avvolgimenti da me descritte, in quanto esaminava sezioni molto sottili, nelle quali è impossibile seguire il decorso dei tronchi vasali, come io dimostro più innanzi con la fig. 11. Questa, infatti, ha molta somiglianza con la figura riportata dal *Weber*.



I contorni delle figure sono esattamente riportati da disegni eseguiti dal microscopio con l'apparecchio *Abbe (Leitz)* o da microfotografie. Ho aggiunto l'ombreggiatura allo scopo di mettere chiaramente in rilievo il decorso di ciascun tronco vasale, quale si può seguire soltanto mediante ampi movimenti della vite micrometrica. — FIG. 1. Arteriola della sostanza grigia immediatamente sotto alla sostanza grigia, nella corteccia cerebrale di un vecchio di 92 anni. — FIG. 2. Precapillare nello strato delle cellule polimorfe della corteccia cerebrale di un vecchio di 87 anni. — FIG. 3. Precapillare nello strato dei granuli della corteccia cerebrale di un vecchio di 90 anni. — FIG. 4. Arteriola nello strato delle cellule polimorfe in un caso di presbiefrenia. — FIG. 5. Precapillari nello strato delle grandi piramidali in un vecchio di 92 anni. — FIG. 6. Venula nello strato delle polimorfe in un caso di presbiefrenia. — FIG. 7. Venula e precapillare nello strato delle grandi piramidali in un vecchio di 92 anni. — FIG. 8. Arteriole e precapillari nello strato dei granuli della corteccia cerebrale di un vecchio di 84 anni. — FIG. 9. Porzione terminale di un'arteriola e precapillari lungo gli strati delle grandi piramidali, dei granuli e delle polimorfe in un caso di demenza senile. — FIG. 10. Arteriola terminale nello strato delle polimorfe in un vecchio di 89 anni. — FIG. 11. Precapillare nella corona radiata di una circonvoluzione in un vecchio di 97 anni. Sezione dello spessore di $15\ \mu$. — FIG. 12. Arteriola con sue ramificazioni nello strato delle grandi piramidali (decorso parallelo alla superficie) in un vecchio di 97 anni.

I nodi, le trecce ed i grovigli vasali si riscontrano tanto nella corteccia cerebrale, quanto nella sostanza bianca: nella prima, generalmente ad una certa profondità, per lo più al di sotto dello strato delle piccole piramidali; nella sostanza bianca, con speciale frequenza nei vasi che decorrono nel limite estremo della corona radiata parallelamente ai radi. Il reperto, in certi casi, è frequentissimo, trovandosi in ogni sezione microscopica di una circonvoluzione parecchie di tali formazioni; in altri casi, invece, è piuttosto raro.

È difficile fornire un'esatta descrizione di queste bizzarre formazioni, meglio varrà a darne una precisa idea la serie di figure semischematiche che qui riproduco nella pag. 615.

Per quali processi morbosi e con quale meccanismo si costituiscono queste singolari formazioni? Nella patologia dei vasi sanguigni è nota, sotto il nome di *cirsoismus arterialis*, una malattia caratterizzata essenzialmente da irregolari dilatazioni delle arterie e da una spiccatissima tortuosità delle stesse. Questa malattia, che può presentarsi anche nell'età giovanile, è attribuita da molti autori ad una congenita debolezza della muscolare; da altri, ad alterazioni trofoneurotiche della stessa, per cui, a controbilanciare la pressione sanguigna endovasale, non rimane essenzialmente che l'elastica, onde lo sfiancamento e l'allungamento dei vasi (*Schroetter*). Un decorso tortuoso delle arterie si riscontra anche nell'arteriosclerosi: lo si osserva comunemente a carico delle temporali, e fu riscontrato con grande frequenza anche nelle arterie del bacino (*Ziegler*), della milza (*Eppinger*) ecc. Anche in questi casi si ammette che, in seguito alle molteplici alterazioni delle pareti vasali, per meccanismo analogo a quello sopra accennato, le arterie lentamente si allungano (*Aschoff*), e per conseguenza assumano un decorso tortuoso. Questo fatto, secondo lo *Schroetter*, vien favorito dal trovarsi il vaso in un tessuto lasso (*a. temporalis*, *a. lienalis*, etc.).

È molto probabile, come vedremo, che i singolari reperti da me descritti abbiano fondamentalmente cause analoghe a quelle assegnate alla ben nota tortuosità delle arterie ateromasiche, ma la sopra accennata spiegazione del meccanismo per cui si stabilisce la semplice tortuosità, non basta davvero a farci comprendere il modo di formazione dei nodi, delle trecce e dei convoluti qui illustrati. Io credo di aver risolto in modo soddisfacente questo problema.

In tutti i miei casi ho potuto rilevare varie *alterazioni a carico delle pareti vasali*:

[Fra l'altro: *a*) Cumuli di globuli grassosi in molte cellule endoteliali; abbondanti spesso enormi ammassi di sostanze grassose nelle cellule dell'avventizia e negli spazi linfatici avventiziali (per lo più in cellule granulo-adipose). Sono sostanze grassose di diversa costituzione: i globuli, infatti, di dimensioni variabilissime, a volte enormi, coloransi nelle varie tonalità dallo scarlatto al giallo cromo col metodo *Daddi-Herxheimer*; dal violetto

cupo al carminio metacromatico con la tionina (formolo-congelatore). In genere sono assai ricchi di lipocromo (verde smeraldo col bleu di metilene, rosso mattone con la pironina). *b*) Ispessimento talvolta rilevantissimo dello strato endoteliale. *c*) Alterazioni della membrana elastica; perdita del suo aspetto compatto, della regolare e fitta ondulazione nelle arterie (sez. trasv.); irregolare, parziale moltiplicazione dei suoi strati. *d*) Enorme proliferazione del connettivo fibroso avventiziale, anche nei capillari, spesso limitata ad un solo lato ed a breve tratto della parete vasale, per cui da questa fa sporgenza all'esterno un ammasso compatto di fibre connettivali (metodi del *Mallory*, dell'*Unna* per le fibre collagene, del *Bielschowsky*, del *van Gieson*). Le alterazioni in *c*) si accompagnano spesso a parziali ed irregolari dilatazioni del lume vasale; le alterazioni in *b*) e *d*) a restringimento rilevante dello stesso e ad aumento notevole del diametro totale del vaso colpito].

Lascio impregiudicata la questione se tutti i senili presentino alterazioni di tal sorta, come pure, data la ristrettezza dello spazio concesso, non posso qui neppur sfiorare la questione ancor oggi non ben definita, se tutte le su descritte alterazioni possano riferirsi all'arteriosclerosi; certo esse si possono riscontrare nei vasi cerebrali di soggetti affetti da arteriosclerosi cerebrale, morti in età non avanzata.

Qui mi basta rilevare che i su descritti processi morbosi a carico delle pareti vasali se in parte rivestono carattere degenerativo, rappresentano in buona parte fatti iperplastici che conducono ad un aumento del diametro trasverso del vaso e, secondo ammettono tutti gli autori, anche ad un aumento nel senso della lunghezza.

Ma, parallelamente a questi processi, ha luogo nel senile la ben nota *atrofia diffusa della sostanza cerebrale*, dovuta a lenti processi degenerativi dei tessuti ectodermici (degenerazione grassosa delle cellule nervose, degenerazione delle fibre nervose, necrosi miliari del Fischer, retrazione, sclerotica della nevroglia in primo tempo proliferata ecc.), atrofia, la quale conduce ad una notevole diminuzione del peso e ad una retrazione, ad un rilevante impiccolimento del cervello.

Abbiamo, dunque, due opposte condizioni: tendenza dei vasi ad aumentare in lunghezza — atrofia con retrazione dei tessuti in cui essi giacciono. Ciò posto, noi possiamo riprodurre grossolanamente il meccanismo che conduce alla formazione dei nodi, delle treccie e dei convoluti vasali con un semplice esperimento: prendasi un tubo di gomma elastica del diametro di 1-2 cm. e della lunghezza di 50-60 cm., e, afferratolo alle due estremità si avvicininò queste lentamente, sospingendole in senso opposto, lungo una linea retta. Si osserverà che il tubo a poco a poco si andrà incurvando, finchè, rivolgendosi su sè stesso, formerà un anello identico a quelli raffigurati nelle figg. 1, 2, 3; contemporaneamente, se al tubo venga lasciato un certo agio a ruotare nelle mani, si osserverà che esso è dotato di un energico movimento di torsione sul proprio asse longitudinale.

I vasi sanguigni del cervello senile, nei quali, come abbiamo visto, vi ha la tendenza all'allungamento, dovendo seguire le vicende della graduale re-

trazione del tessuto in seno a cui giacciono, subiscono analoghi meccanismi, per cui i vasi isolati, facendosi sempre più e più tortuosi, finiscono per ripiegarsi su sè stessi nella forma degli anelli rappresentati alle figg. 1, 2, 3, 4, 5, 6. Due o più vasi decorrenti paralleli (¹), in seguito al movimento di torsione sull'asse longitudinale, formano trecce più o meno complicate (figg. 7, 8, 9); inoltre questo movimento di torsione ha per effetto di attorcigliare intorno al vaso principale i rami collaterali. A seconda che questi se ne dipartono con un angolo retto o con un angolo più o meno acuto, si formano gli attorcigliamenti fitti come a metà della fig. 9, ovvero gli attorcigliamenti ad ampie spire, come nelle figg. 7, 8. Il vario e lento combinarsi di questi meccanismi nei punti in cui un vaso si suddivide in parecchi rami terminali, dà origine ai più bizzarri convoluti ed aggrovigliamenti, di cui offre un esempio la fig. 12. Sulla base di questi meccanismi si riesce a ricostruire il modo di formazione dei più complicati convoluti, purchè si abbiano in esame sezioni di notevole spessore. Già in sezioni di 15μ è difficile orientarsi (v. fig. 11).

Una condizione che, io credo, concorre a facilitare la formazione di certi avvolgimenti vasali è data dal fatto che spesso i vasi endocerebrali dei senili si trovano contenuti in spazi assai più ampi che non lo necessiti il calibro loro. Nei vecchi infatti, le guaine avventiziali dei vasi cerebrali si riempiono di grandi quantità di sostanze derivanti dal graduale disfacimento dei tessuti. Questi ammassi perivasali, talvolta enormi, a poco a poco tendono a venire eliminati, cosicchè nella senilità avanzata trovansi spesso i vasi circondati da un amplissimo spazio perivasale, che non può riferirsi esclusivamente ai fenomeni di retrazione dovuti alla fissazione del tessuto, in quanto è occupato da un connettivo molto lasso, fra le cui maglie si trova qualche gruppo di cellule granulo-adipose. Alla formazione di questi spazi concorre verosimilmente anche la retrazione atrofica dei tessuti ectodermici.

Con minor frequenza che nel cervello dei senili ho riscontrato nodi, trecce e convoluti nel cervello di individui affetti da *arteriosclerosi cerebrale*, non vecchi, e in cervelli di *dementi arteriosclerotici*; in questi casi inoltre non ho trovato forme tanto complicate di grovigli vasali come quelle sopra illustrate. Anche nei *dementi senili* in genere il reperto non è molto frequente; ma vi sono casi isolati in cui queste formazioni sono straordinariamente numerose. Le figure 4 e 6 sono tolte da uno di tali casi, di cui debbo il materiale alla cortesia del collega dott. *Sarteschi*.

In genere, in queste forme morbose, come nei senili, le formazioni qui illustrate sono più numerose nei cervelli, meglio dirò, nelle circonvoluzioni

(¹) Nei senili non sono rari i così detti fasci vasali (*Gefaesspakete*). V. in proposito il mio lavoro *Sulla corteccia cerebrale dei vecchi* (Annali dell'Ist. Psych. di Roma, 1904) in collaborazione con Brunacci e la mia Nota pubblicata recentemente in questi Rendiconti (vol. XVIII, serie 5^a, 1° sem., 7 feb. 1909).

più spiccatamente atrofiche. Ora è noto che nel senile l'atrofia cerebrale diffusa raggiunge proporzioni maggiori che nell'arteriosclerotico e nel demente arteriosclerotico, dato il tipo diffuso essenzialmente diverso (1) che in quello presentano i processi a carico dei tessuti ectodermici. L'atrofia del cervello, nel senile, in genere è maggiore anche che nel demente senile che non abbia raggiunto un'età molto avanzata, in rapporto, probabilmente, con l'enorme durata di tempo in cui nel primo hanno campo di svolgersi i processi atrofici (20-30 e più anni).

La condizione sopra stabilita, la quale a mio avviso presiede alla formazione dei nodi e dei convoluti vasali, che cioè alla graduale atrofia della massa cerebrale si combini una speciale forma di alterazione dei vasi sanguigni, dà ragione del fatto per cui non in ogni processo atrofico del tessuto cerebrale si riscontrano coteste formazioni vasali; nè credo debbasi trascurare la grande lentezza con cui, verosimilmente, esse vanno costituendosi (2).

Non insisterò sull'importanza che può assumere la dimostrazione dei nuovi reperti e l'interpretazione del loro meccanismo. In base ad esse, nella patologia generale dei centri nervosi, si dovrà tener conto di un nuovo fattore di svariate alterazioni del tessuto nervoso, si dovrà tener conto cioè della *possibilità che hanno i vasi sanguigni di compiere, per entro il tessuto cerebrale, spostamenti relativamente ampi nella direzione del loro asse longitudinale e, su questo asse, movimenti di torsione che possono raggiungere una e più volte il completo rivolgimento del vaso su se stesso.*

(1) La tendenza che oggi risulta dalle più recenti e complete ricerche cliniche e di istopatologia cerebrale è quella di separare l'arteriosclerosi dalla senilità semplice, parallelamente la demenza arteriosclerotica dalla demenza senile. Accanto ad un'ampia serie di differenze cliniche già ben determinate, un esame approfondito del cervello dell'arteriosclerotico, rispettivamente del demente arteriosclerotico, oltre alle lesioni a focolaio in senso volgare (rammollimenti, piccole emorragie), fa sempre rilevare alterazioni del tessuto a *chiazze*, rivestenti per lo più il tipo della gliosi perivascolare nel senso dell'*Alzheimer* (non nel senso di alcuni autori, i quali così denominano i comuni fenomeni di reazione nevroglica intorno ai vasi sanguigni), alterazione che si alterna, a limiti netti, con tratti più o meno estesi di tessuto cerebrale *relativamente integro*. Nel cervello del senile, invece, trovansi alterazioni *diffuse a tutta la corteccia*, specialmente gravi a carico delle cellule nervose (degenerazione grassa, alterazioni a gomito delle neurofibrille da me poste in rilievo anche nei vecchi), più o meno regolarmente sparse, le necrosi miliari del Fischer ecc. Quantunque, per varie ragioni, la demenza senile apparisca come una vera e propria malattia a sè, nondimeno, dal punto di vista istopatologico, essa si avvicina molto più alla senilità semplice che non alla demenza arteriosclerotica. Ciò posto, si possono e si debbono ammettere anche casi misti, inquantochè naturalmente vi sono senili e dementi senili affetti da grave arteriosclerosi.

(2) Il dott. Perusini, in questi giorni, ha potuto riscontrare eleganti nodi vasali anche in un caso di paralisi progressiva.

Per quanto non sia ancor definitivamente chiarito il modo di contatto dei prolungamenti nevroglici con le pareti vasali (la maggior parte degli istologi seguono, ed io credo con ragione, le vedute del Golgi, secondo il quale essi si inseriscono direttamente sulla guaina avventiziale), in ogni modo l'applicazione di questa legge meccanica basata sui fatti, ci permette di stabilire con certezza, se non l'unica, almeno una delle cause delle rigogliose proliferazioni nevrogliche intorno ai vasi dei senili, ponendole in rapporto con i lenti ma ampi spostamenti cui sono costretti i vasi in seno ai tessuti contigui. Inoltre, in rapporto con i processi di trazione cui necessariamente soggiacciono i rami collaterali, costretti ad attorcigliarsi sul vaso d'origine, bisognerà porre non piccola parte delle modificazioni a carico delle reti terminali dei capillari, e del tessuto nervoso da queste nutrito.

Patologia vegetale. — *Sul disseccamento delle foglie dell'olivo prodotto dalla Phyllosticta insulana* Mont. Nota di L. PETRI, presentata dal Socio G. CUBONI.

Nel mese di aprile di quest'anno sono pervenute alla R. Stazione di Patologia vegetale, dai dintorni di Siena, di Spoleto e di Lecce, delle foglie di olivo parzialmente disseccate, presentanti cioè delle macchie color cuoio più o meno sviluppate. L'aspetto di queste foglie è rappresentato dalla fig. 1 ed è in tutto simile a quello presentato dalle foglie d'olivo attaccate dalla *Stictis Panizzei* De Not. Specialmente per il materiale proveniente dal Leccese, dove quest'ultimo fungillo è particolarmente localizzato, sono stato un po' in dubbio se non si trattasse della *brusca*, malattia dovuta appunto allo sviluppo della *Stictis*; ma la mancanza assoluta dei picnidi e degli apotecii di questo fungo, mi ha fatto escludere tale possibilità. Sulle foglie inviate dalla Cattedra ambulante di Siena, e provenienti dalla Fattoria di Arceno, si notavano delle piccolissime pustole nere sottoepidermiche, tanto sulla pagina superiore che su quella inferiore, disposte in piccolo gruppo a contorno irregolarmente circolare. Anche nelle foglie provenienti da Spoleto e da Lecce (Martano e Carpignano) si vedevano qua e là di tali pustole, e altre simili se ne formarono in camera umida.

Le sezioni delle foglie, eseguite in corrispondenza delle macchie incipienti, mostrano delle ife a percorso intercellulare, diafane a membrana ispessita stratificata (fig. 2, a).

Gli organi sporigeni si formano subito sotto l'epidermide negli spazi intercellulari del palizzata o nelle camere stomatiche del parenchima spugnoso.

Si costituisce dapprima un ifenchima incolore, nel quale si differenzia ben presto una zona periferica di ife con parete bruno-olivastra. La massa

interna presenta ben presto una cavità tappezzata da brevi sterigmi non ramificati, che danno origine a numerosissime spore bacillari, ialine, unicellulari, a estremità molto ottuse, tronche; raramente sono leggermente incurvate o ristrette nel mezzo. Le loro dimensioni oscillano fra 3-5 rar. 6 \cong 1-1.5 μ . (Cfr. fig. 2, b, c).

I picnidi, quando le foglie che li portano sieno poste in camera umida, rompono l'epidermide e si aprono con un piccolo poro apicale per cui in gran quantità escono le spore. I picnidi della pagina inferiore si formano sempre posteriormente a quelli della pagina superiore. Il loro diametro oscilla fra i 50 e i 70 μ .

L'unica specie di *Phyllosticta* descritta sulle foglie dell'olivo e che presenti molte affinità con quella in esame è la *Ph. insulana* trovata da Ca-



FIG. 1.

stagne nei dintorni di Montaud-les Miramas in Francia, e della quale possediamo una breve diagnosi compilata da Montagne (¹).

I caratteri dei due fungilli che coincidono sono i seguenti: la lunghezza delle spore, la confluenza dei picnidi; differiscono invece: il luogo di formazione dei picnidi, l'estensione delle macchie.

Non credo però che queste differenze ci possano autorizzare a ritenere la specie che ci interessa molto diversa da quella descritta da Montagne, giacchè se quest'ultima è data come ipofilla non è affatto escluso che i suoi picnidi si formino anche sulla pagina superiore, come appunto avviene per la *Phyllosticta* in esame. Probabilmente lo scarso materiale posseduto da Montagne e il breve studio che ne fece, non gli permisero di determinare con sufficiente sicurezza questo carattere. Anche il colore e le dimensioni

(¹) La diagnosi, riportata nella *Sylloge Fungorum* del Saccardo (vol. III, pag. 21) è la seguente:

Phyllosticta insulana Mont. Pl. Cell., VIII Cent. n. 14. — Hypophylla, maculis folio decolorato pallidis, lineola brunnea tenuissima flexuosa cinctis; peritheciis minutissimis, atris, confluentibus; sporulis atomisticis, 6 μ longis. *Hab.* in foliis Oleae europeae, circa Montaud-les Miramas in Gallia (Castagne). Maculae 1,5-5 mm. diam.

delle macchie sono molto variabili e possono dipendere da numerose condizioni esterne differenti da luogo a luogo.

Non potendo presentemente fare un confronto col materiale raccolto da Castagne, ritengo, in via provvisoria, la *Phyllosticta* ora descritta come una forma appartenente alla *Ph. insulana* Mont. i cui dati diagnostici possono essere riassunti come segue:

Maculis varie evolutis, initio ochraceis dein albescentibus; fusco-cinctis; pycnidiis amphigenis, emerso-punctiformibus, globosis, nigris, gregariis, pertusis, 50-70 μ diam.; sporulis bacillaribus, hyalinis, μ 1-1,5 \approx 3-5 rar. 6, basidiis brevibus suffultis.

Hab. in foliis vivis *Oleae europaeae* pr. Siena, Spoleto, Lecce.

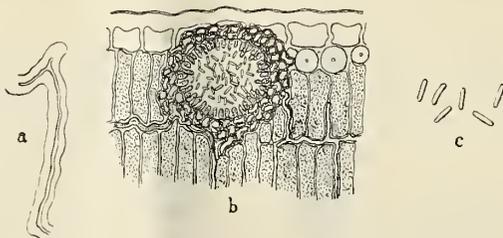


FIG. 2.

L'azione parassitaria che questo fungillo esercita sulle foglie dell'olivo è perfettamente identica a quella del *Coniothyrium Oleae* Pollacci, frequente negli oliveti dei dintorni di Spoleto, e a quella della *Stictis Panizzei* De Not., fungo localizzato nelle provincie di Lecce e di Sassari.

È dimostrato, dall'esame diretto e dalla formazione dello strato suberoso che limita la macchia, che il micelio di questi funghi attacca i tessuti fogliari quando essi sono ancora vivi; ma è pure evidente, dalla comparsa saltuaria, incostante di questi deboli parassiti, che soltanto i tessuti già danneggiati da altre cause patologiche possono offrire un grado di ricettività sufficiente. Nel caso ora in esame io credo che le basse temperature verificatesi nello scorso inverno in molte zone olivate abbiano determinato e favorito gli attacchi della *Phyllosticta insulana*.

Per quanto si tratti di un debole parassita, sembra che, date le condizioni opportune, esso possa recare dei danni sensibili agli olivi, diminuendo la superficie fogliare e provocando anche la caduta dell'intera foglia quando il suo sviluppo avvenga nella regione basale in vicinanza del picciolo.

Per ora sono a mia conoscenza solo le notizie certamente comunicatemi dalle Cattedre Ambulanti di Agricoltura di Siena e di Lecce. Nella fattoria di Arceno (Siena) la malattia ha preso tale diffusione da destare

seria apprensione, e così pure, a quanto mi si riferisce, in altre parti di quella provincia.

Nel Leccese gli attacchi della *Phyllosticta* si sono resi palesi specialmente nel comune di Martano e di Carpignano. E' da notare che in quest'ultimo paese è sconosciuta l'*abbruscatura* prodotta dalla *Stictis* (*brusca* pr. detta). Gli olivi colpiti si trovano in condizioni vegetative deplorabilissime: scarsa e scolorita la fronda, presentano la maggior parte delle foglie parzialmente disseccate.

Ulteriori ricerche che io mi prometto di poter compiere sul luogo, potranno meglio determinare quali siano le condizioni che causano il deperimento predisponente agli attacchi di questa *Phyllosticta*, il cui sviluppo potrà quasi certamente esser molto limitato con appropriati lavori culturali atti a rinvigorire le piante sofferenti.

Credo opportuno di aggiungere, per chi volesse ricercare questa *Phyllosticta* sulle foglie dell'olivo, che essa può facilmente esser confusa, da un occhio non molto esercitato, con le fruttificazioni picnidiche di altri funghi.

I picnidi della *Stictis Panizzei* sono infatti delle stesse dimensioni (μ 50-70): soltanto si presentano esclusivamente sulla pagina inferiore della foglia, e sono invisibili ad occhio nudo, perchè sempre immersi nel tessuto fogliare e non coloriti in nero; le spore, simili per la forma, sono alquanto più piccole (μ 0,5-0,8 \cong 3-4). Sopra le macchie di secco prodotte dalla *Stictis Panizzei* è frequente, non costante, un'altra fruttificazione picnidica riferibile a una *Phyllosticta*. Questi picnidi neri, puntiformi, sono sempre epifilli e si sviluppano in serie parallele fra loro e alla linea suberosa limitante la macchia di secco della porzione del lembo rimasta verde.

Anche questa specie, del tutto saprofitica, potrebbe venir confusa con la *Phyllosticta insulana*, tanto più che spesso può comparire prima della formazione degli apotecii della *Stictis*, e ad un esame superficiale potrebbe venir attribuito alla sua azione il disseccamento parziale della foglia.

Questa *Phyllosticta* differisce dalla *Ph. insulana* per la disposizione in serie parallele dei picnidi e per le dimensioni delle spore, assai maggiori (μ 6-9 \cong 2-3). Finalmente sarà facile distinguere la *Ph. insulana* dal *Coniothyrium Oleae* principalmente per i caratteri forniti dalle spore, che in quest'ultimo fungo presentano una forma ellissoidale, un color fuligineo e 4,5-6,8 μ di larghezza per 5-8 μ di lunghezza.

PERSONALE ACCADEMICO

Il Presidente BLASERNA dà la dolorosa notizia della morte del Socio straniero prof. E. G. ENGELMANN, avvenuta il 20 maggio 1901; apparteneva il defunto all'Accademia per la Fisiologia, sino dal 28 agosto 1901.

Nel'adunanza generale del 5 giugno 1909 l'Accademia procedette alla elezione dell'Amministratore e dell'Amministratore aggiunto. Lo spoglio dei voti diede il risultato seguente:

Per l'elezione dell'Amministratore: Votanti 41. — GATTI ebbe voti 34; VOLTERRA 4; DALLA VEDOVA 2. — Schede bianche 1. Eletto GIUSEPPE GATTI (riconferma).

Per l'elezione dell'Amministratore aggiunto: Votanti 41. — DALLA VEDOVA ebbe voti 36; GATTI 2; VOLTERRA 2. Schede bianche 1. Eletto GIUSEPPE DALLA VEDOVA (riconferma).

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio E. D'OVIDIO fa omaggio del volume dell'ing. prof. CAMILLO GUIDI, intitolato: *Lezioni sulla scienza delle costruzioni*. P. II. *Teoria dell'elasticità dei materiali*, e di varie altre pubblicazioni dello stesso autore.

CONCORSI A PREMI

Il Presidente BLASERNA dette comunicazione all'adunanza generale del 5 giugno 1909, della lettera ⁽¹⁾ colla quale la sig.^a CLOTILDE REY, vedova QUINTINO SELLA annuncia la fondazione del « Premio ALFONSO SELLA ».

L'Accademia fa plauso alla nobile Istituzione e incarica il Presidente di trasmettere i suoi sentimenti di riconoscenza e d'ammirazione alla signora SELLA.

Dopo breve discussione l'Assemblea stabilisce lo Statuto seguente per la Fondazione suddetta:

STATUTO

DELLA FONDAZIONE « PREMIO ALFONSO SELLA ».

1) È fondato un « Premio Alfonso Sella » ad incoraggiamento degli studi di Fisica, eseguiti dagli aiuti ed assistenti negli Istituti e laboratori Universitari italiani di Fisica.

(¹) V. questi Rendiconti pag. 553.

2) Il premio è annuale, perpetuo, di lire 1000 e viene conferito dalla R. Accademia dei Lincei a lavori che siano pubblicati nel triennio precedente il momento della scadenza del concorso e dall'Accademia reputati meritevoli di quello.

Il premio può essere conseguito dalla stessa persona più volte, ma non in due anni successivi.

3) Una Commissione di due membri dell'Accademia dei Lincei e del Presidente, *pro tempore*, della Società italiana di Fisica, propone il conferimento del premio alla approvazione dell'Accademia.

4) A sopperire alle spese necessarie alla esecuzione del presente Statuto, cioè al pagamento del premio annuale e al pagamento delle tasse, l'Accademia accoglie con plauso l'offerta di Consolidato italiano 3,50 per cento, per la rendita complessiva di lire 1050, fatta dalla famiglia Sella secondo la volontà del compianto Alfonso Sella.

5) I premi non conferiti e le altre somme rimaste disponibili costituiscono un fondo amministrato dall'Accademia in conto separato, destinato a formare un capitolo speciale per controbilanciare ulteriori conversioni della Rendita, nonchè a facilitare con incoraggiamenti nuove indagini nel campo cui si riferisce il premio.

6) La prima Relazione riguardante detto premio avrà luogo nella seduta Reale del 1911.

DISSERTAZIONI ACCADEMICHE

DELLE UNIVERSITÀ DI BASEL, BONN, LEIDEN, MARBURG e MÜNCHEN.

I. — BASEL.

- ALDER M. — Ein Fall von angeborener, funktioneller (?) Pylorushyperplasie, kombiniert mit angeborener Vergrößerung des Magens und Hyperplasie seiner Wandung. Berlin, 1908. 8°.
- AMSTAD E. — Zur Frage der diffusen Gonorrhoeischen Peritonitis. Langnau, 1908. 8°.
- BAULER E. R. — Untersuchungen über die Rolle der Syphilis und der Arteriosklerose bei der Entstehung der Aortenaneurysmen. Basel, 1908. 8°.
- BAUMEISTER L. — Beiträge zur Anatomie und Physiologie der Rhinophiden. Integument, Drüsen der Mundhöhle, Augen und Skeletsystem. Naumburg, 1908. 8°.
- BENKENSTADT N. — Ueber Spina bifida occulta. Basel, 1907. 8°.
- BERNIKER N. — Die zerstückelnden Operationen am lebenden und toten Kinde. Basel, 1908. 8°.
- BERNOULLI W. — I. Ueber die elektrolytische Reduktion von Sulfochloriden. II. Ueber Umlagerungen bei ungesättigten Säuren. Basel, 1908. 8°.
- BEYER O. — Untersuchungen über aromatische Dithiole. Zürich, 1908. 8°.
- BLEICHMANN M. Ueber Herzverletzungen. (Abbinden des Herzohres bei Verletzungen). Basel, 1908. 8°.
- BLUMENFELD E. — Zur Chirurgischen Behandlung der Cholelithiasis (30 Fälle der Basler Chirurgischen Klinik). Basel, 1908. 8°.
- CHWILIWIZKI J. — Die Behandlung der Mastitis im Frauenspitale Basel-Stadt. Basel, 1907. 8°.
- CISI J. — Das Gehirn von Hatteria punctata. Naumburg, 1909. 8°.
- EMMERICH F. — Ueber Kohlenwasserstoffe aus cyclischen Ketonen. Basel, 1908. 8°.
- FROELICH H. — Stickstoffbindung durch einige auf abgestorbenen Pflanzen häufige Hyphomyceten. Leipzig, 1908. 8°.
- GOLDBERGER DE BUDA P. — Studien über das N-Bromphtalimid. Basel, 1908. 8°.
- GUGGENBEIM M. — Ueber Ortho-Nitrophenylglycine und ihre Reduktionsprodukte. 1,5-Dirhodan-2,4-Dinitrobenzol und einige seiner derivate. Berlin, 1908. 8°.
- HAESSIG B. — Mitteilungen über die letzten 500 Extraktionen von Altersstar mit besonderer Berücksichtigung komplizierter Fälle. Berlin, 1908. 8°.
- HERRE T. — Ueber die 2,4-Dinitrochlorbenzol-6-sulfosäure. Berlin, 1908. 8°.
- HÖRLER E. — Die Ergebnisse der im Basler Frauenspital in dem Jahren 1901-1907 ausgeführten Myomoperationen. Aarau, 1907. 8°.
- HOSCH P. H. — Das primäre Magensarkom mit cystischen Lebermetastasen. Klinisch-pathologisch-anatomischer Beitrag. Leipzig, 1907. 8°.
- ISRAELSOHN J. — Ueber Herzhypertrophie bei Arteriosklerose und Schrumpfniere nebst Bemerkungen über die sog. enge Aorta. Basel, 1908. 8°.
- JACOBSON S. — Ueber Little'sche Krankheit an Hand einer Erkrankungsgruppe bei drei Geschwistern. (Aus dem Kinderspital zu Basel). Basel, 1907. 8°.
- JALON M. — Untersuchungen über einen synthetischen Sulfinazofarbstoff. Basel, 1908. 8°.
- KALMANOWITSCH S. — Ueber Schwangerschaftsnephritis. Basel, 1908. 8°.
- KAZNELSON M. — Ueber die Therapie der ektopischen Schwangerschaft am Frauenspital Basel-Stadt. Basel, 1908. 8°.

- KOSMANN T. — Zur Kasuistik der Beckenfrakturen bei Kindern. (Aus der Kinderklinik in Basel). Odessa, 1908. 8°.
- LICHTENHAHN F. — Ueber Mastitis chronica cystica. Leipzig, 1907. 8°.
- LIEBERMANN E. — Die Geburten bei engem Becken in den Jahren 1896-1906. (Eine klinisch-statistische Studie). Basel, 1908. 8°.
- MALEWITSCH M. Die verschiedenen Formen der Schuennaht. Prüfung der Zugfestigkeit derselben am Leichenmaterial. Basel, 1908. 8°.
- MALIS J. — Kutandiagnose der Tuberkulose bei chirurgischen Leiden (Klinische Studie aus der chirurgischen Klinik in Basel). Leipzig, 1908. 8°.
- MENG A. — Ueber manuelle Placentarlösung. Frick, 1907. 8°.
- MESCHBOWSKY H. — Ueber die Darmresektion u.-Nath. Basel, 1908. 8°.
- MINKIEWITSCH M. — Tetania parathyreopriva und Hyperparathyreosis. (Experimentelle Studie aus der chirurgischen Klinik in Basel). Basel, 1908. 8°.
- MURAWTSCHIK L. — Ueber Arteriosclerosis cerebro-spinalis. Basel, 1908. 8°.
- OES A. — Ueber die Autolyse der Mitosen. Leipzig, 1908. 8°.
- PFISTER C. R. — Die Trunksucht als Todesursache in Basel 1892-1906. Berlin, 1908. 8°.
- PLOTKIN G. — Ueber Darmperforation beim Typhus abdominalis und ihre chirurgische Behandlung. Basel, 1908. 8°.
- RAUTBERG B. — Urogenitaltuberkulose und Meningitis tuberculosa aus der pathologisch-anatomischen Anstalt Basel. Basel, 1908. 8°.
- REINERT E. — Ueber die pathologische Hinterscheitelbeineinstellung Aus dem Basler Frauenspital. Basel, 1908. 8°.
- ROSENSTEIN A. — Ueber einen Fall von acuter haemorrhagischer Myelitis im Cervicaltheile des Rückenmarks aus der medizinischen Abteilung des Bürgerhospital in Basel. Basel, 1908. 8°.
- ROSOWSKY A. — Ueber Coecal und Ovarialhernien im Kindesalter aus der Kinderklinik in Basel. Basel, 1908. 8°.
- SCHAUB S. — Beiträge zur Kenntnis der postembryonalen Entwicklung der Ardeiden. Naumburg, 1907. 8°.
- SCHEELE E. — Ueber einige Erdocle aus Borneo. Basel, 1908. 8°.
- SCHMIDT C. — Die Geologie des Simplongebirges und des Simplontunnels. Basel, 1908. 8°.
- SCHÖNBERG S. — Ueber Veränderungen im Sinusgebiet des Herzens bei chronischer Arrhythmie. Wiesbaden, 1908. 8°.
- SCHWIFF S. — Ueber die Folgen des vorzeitigen Blasensprunges. Basel, 1908. 8°.
- SIEBENBÜRGER H. — I. Einige Derivate des *m*-Aminothiophenols. II. Eine neue Bildungsweise des *o*-Phenylendiazosulfids. Basel, 1908. 8°.
- STEFFENS M. — Ueber die Absorption der photographisch wirksamen Röntgenstrahlen durch einige der wichtigsten Elemente. Strassburg, 1907. 4°.
- STERNIK H. — Ueber Luftembolie bei Placenta praevia (Aus dem Frauenspital Basel), Basel, 1908. 8°.
- THIESS K. G. — Ueber Phenylphtalamidon. Basel, 1908. 8°.
- THROM F. — Ueber die Absorption der Röntgenstrahlen durch Metallbleche verschiedener Dicke, gemessen durch die von den Röntgenstrahlen bewirkte Jonisation der Gase. Lörrach, 1907. 8°.
- TRÖNDLE A. — Ueber die Kopulation und Keimung von Spirogyra. Basel, 1907. 4°.
- VOGELSANGER T. — Spätblutungen im Wochenbett. Ein Fall von Aneurysma spurium der Arteria uterina. Leipzig, 1908. 8°.
- WEBER A. — Untersuchung über den Einfluss der Sulfogruppe im Orthotoluidin auf die Bildung von Indazolen. Basel, 1908. 8°.
- WALTER C. — Die Hydrocarinen der Schweiz. Genf, 1907. 8°.

II. — BONN.

- ABL R. C. — Ueber den Einfluss der Nicht-elektrolyten auf die elektromotorische Keaft in Ketten. Bonn, 1907. 8°.
- BRANDT F. — Ueber Sprachstörungen nach Unfällen. Bonn, 1908. 8°.
- BRÜGELMANN M. — Ueber Schwangerschaft, Geburt und Wochenbett jugendlicher Erstgebärenden. Bonn, 1908. 8°.
- BUCHÉ P. — Ueber Markfibrome der Niere. Bonn, 1908. 8°.
- DANIELEWICZ H. — Klinische Beiträge zur Pyocyanasebehandlung. Bonn, 1908. 8°.
- DAVID O. — Ueber den Farbstoff- und Eisengehalt des Blutes. Experimentelle und klinische Untersuchungen. Halle, 1908. 8°.
- DILLENBURGER W. — Ueber Osteogenesis imperfecta. Bonn, 1908. 8°.
- DÖRSING K. — Ueber die Geschwindigkeit des Schalles in Flüssigkeiten. Bonn, 1907. 8°.
- ENGELS F. — Ueber normale und anscheinend normale Prominenz der Wirbelsäule. Bonn, 1907. 8°.
- FABRICIUS W. — Ein Beitrag zur klinischen Beurteilung des krankhaften Wandertriebes. Bonn, 1908. 8°.
- FEIGEN H. — Die Bacterien-Menge des Dünndarms und ihre Beeinflussung durch Antiseptica. Bonn, 1908. 8°.
- FISCHER O. — Ueber diskontinuierliche Kathodolumineszenzspektra einiger aromatischer Verbindungen. Bonn, 1908. 8°.
- FÖRSTER P. — Ueber die Einwirkung von Hydrazinen auf Rhodanessigsäure und Rhodanessigester. Bonn, 1908. 8°.
- GALPERIN-TÉYTÉLMANN S. — « Die basophilen Granula der roten Blutkörperchen bei Bleiarbeitern » klinische und experimentelle Untersuchungen. Bonn, 1908. 8°.
- GOOS F. — Der spektroskopische Doppeltstern Capella. Bonn, 1908. 4°.
- GROSCHE P. — Phylogenetische Korallenstudien (Die Axophylliden). Berlin, 1908. 8°.
- HACKENBERG H. — Ueber die Substanzquotienten von Cannabis sativa und Cannabis gigantea. Dresden, 1908. 8°.
- HÄNCU V. H. — Ueber die Tautomerie cyclischer Monoketone. Berlin, 1908. 8°.
- HARTMANN K. — Das Thiosinamin und seine therapeutische Anwendung. Bonn, 1908. 8°.
- HARTOG F. E. — Beitrag zur Chemie der Mineralöle nebst einem Anhang, die Literatur über die Mineralöle enthaltend. Bonn, 1908. 8°.
- HEDDING F. — Beiträge zur Kenntnis des induzierten Irreseins. Bonn, 1908. 8°.
- HEITEN E. — Ueber Saccharin und Saccharinate und ihre Bildungsgeschwindigkeit aus Zuckerarten unter dem Einfluss von Alkalien. Bonn, 1907. 8°.
- HOELLER V. — Untersuchungen über den langwelligen Teil des Baryumspektrums. Leipzig, 1908. 8°.
- HOFFMANN K. F. — Ueber den Einfluss der Röntgenstrahlen auf den Kaninchenhoden. Mannheim, 1908. 8°.
- KHÜEN A. — Beiträge zur Kenntnis des Mineralstoffwechsels, insbesondere der Kalkes beim Wiederkäufer. Strassburg, 1908. 8°.
- KIEN P. — Ueber das Flammenspektrum des Kupferchlorids. Leipzig, 1908. 8°.
- KILIAN H. F. C. — Beiträge zur Kenntnis der Verbindungen des drei- und vierwertigen Ceriums. Bonn, 1908. 8°.
- KILTZ H. — Versuche über den Substanzquotienten beim Tabak und den Einfluss von Lithium auf dessen Wachstum. Bonn, 1908. 8°.
- KÖSTER E. — Ueber Spätgeburten und andere Beobachtungen an besonders schweren Früchten. Bonn, 1908. 8°.
- KRELL E. — Zur Frage der Heilung der Dementia paralytica. Bonn, 1908. 8°.
- KUMMER A. — Ueber eine Gattung von projektiven Transformationsgruppen in sechs Veränderlichen. Göttingen, 1908. 8°.

- MARIAM T. — Ueber Methionsäuresynthesen. Bonn, 1908. 8°.
- MARX H. — Ein Fall von Malum suboccipitale mit Brown-Séquard'schem Symptomenkomplex. Bonn, 1908. 8°.
- MASSMANN W. — Ein Beitrag zur Vaccine-Ophthalmie. Bonn, 1908. 8°.
- MEISENBACH C. F. O. — Untersuchungen über den roten Teil des mit Calciumchlorid erzeugten Bogenspektrums. Leipzig, 1908. 8°.
- NOURNEY W. — Zur Behandlung der Pleuritis. Bonn, 1907. 8°.
- OLBERTZ P. — Ueber die klinische Stellung des Eifersuchtwahnes. Bonn, 1908. 8°.
- ORLAND F. — Die neueren Ergebnisse über das Verhalten der Leukocyten mit Beiträgen zur Untersuchung des "neutrophilen Blutbildes" beim gesunden und beim kranken Säugling. Bonn, 1908. 8°.
- OSTERMANN C. — Beitrag zum Kapitel der Darmverletzungen durch stumpfe Gewalt. Cöln, 1908. 8°.
- PEITZSCH R. — Ueber Placenta praevia. Elberfeld, 1908. 8°.
- PINNEKAMP T. — Ueber die Affectionen der Niere bei der croupösen Pneumonie. Bonn, 1907. 8°.
- PREIN R. — Ueber den Einfluss mechanischer Hemmungen auf die histologische Entwicklung der Wurzeln. Halle, 1908. 8°.
- PUPKE F. — Die optischen Anomalien bei Apatit. Bonn, 1908. 8°.
- RAMSAUER W. — Zur Technik der Nerven-naht: Einscheidung der Distanznaht durch ein Venenstück. Bonn, 1907. 8°.
- RÖSCHNER E. — Beitrag zur Pflege und Ernährung frühgeborener Kinder. Bonn, 1908. 8°.
- ROSORIUS H. — Ueber Rückenmarksanästhesie in der Geburtshülfe. Bonn, 1907. 8°.
- SAWALISCHIN K. — Ueber angeborene Stenose des Aorten- und Mitralostiums infolge foetaler Endocarditis. Bonn, 1908. 8°.
- SCHAUFUS R. — Beitrag zur Kenntnis der freilebenden Copepoden und Cladoceen der Umgegend von Bonn. Bonn, 1908. 8°.
- SCHILTZ H. J. — Untersuchungen über die Wirkung des Ferrosulfats auf die Pflanze. Bonn, 1908. 8°.
- SCHIPPER G. F. — Beitrag zur Kasuistik der Struma ovarii. Bonn, 1907. 8°.
- SCHMIDT J. — Beziehungen zwischen Körperform und Leistung bei den Milchkühen. Wiesbaden, 1908. 8°.
- SCHMIDT W. J. — Beiträge zur Kenntnis des Weichkörpers und der Fortpflanzung der Castanelliden. Bonn, 1908. 8°.
- SCHMITZ W. — Zur Therapie der Ascariasis mit *Ol. Chenopodii anthelminthici*. Bonn, 1908. 8°.
- SCHNEIDERS W. — Acinöse Struktur in metastatischen Lebercarcinomen. Bonn, 1908. 8°.
- SCHÖNING K. — Ueber die nach der Verabreichung von *Filix mas* eingetretenen Vergiftungen und ihre Folgen für das Auge nebst einem neuen Falle. Bonn, 1908. 8°.
- SCHUBERT A. — Löslichkeitsbestimmungen an schwerlöslichen Salzen seltener Erdmetalle. Bonn, 1908. 8°.
- SCHWETZ W. — Die Spektren des Wismuths. Bonn, 1908. 8°.
- SONDAG W. — Beiträge zur Kenntnis des Natriumhydrosulfits und der Methionsäure. Bonn, 1907. 8°.
- TREBES W. — Ueber die Angina ulcerosa membranacea. Plaut-Vincent'sche Angina. Bonn, 1907. 8°.
- TRUMMEL P. — Beiträge zur Kenntnis der Konstitution der Citraconsäure und ihrer Homologen. Bonn, 1908. 8°.
- WEBER J. — Ueber Dissociation von Vorhof und Kammerhythmus. Bonn, 1908. 8°.
- WENZEL P. — Ueber Beckenbrüche. Bonn, 1908. 8°.
- WIEMERS — Osmotische Untersuchungen über Alkalihaloide. Bonn, 1908. 8°.
- WILDT E. — Ueber die Einwirkung von Alkalien auf Verbindungen der Dithio-

- diglykolsäure und der Diselendiglykolsäure. Eine neue Bildungsweise von Verbindungen der Thiooxalsäure und der Selenoxalsäure. Braunschweig, 1907. 8°.
- WINOKUROFF E. — Einige seltenere Geschwülste bei Tieren. Bonn, 1908. 8°.
- WINTGEN R. — Ueber den Einfluss der Komplexbildung auf Raumerfüllung und Lichtbrechung in wässrigen Lösungen von Salzen und Säuren. Bonn, 1908. 8°.
- III. — LEIDEN.
- BEUSEKOM J. (van). — Onderzoekingen en beschouwingen over endogene calculusknoppen aan de bladtoppen van *Gnetum Gnemon* L. Tiel, 1907. 8°.
- BRAAK C. — Isothermen van waterstof. Leiden, 1908. 8°.
- DONK A. D. — Bijdrage tot de kennis van eenige Alkalisulfostibiaten. Leiden, 1908. 8°.
- DUBOIS H. F. — Over de verandering der refractie gedurende den loop van het leven. Utrecht, 1907. 8°.
- FABIUS G. — Beschouwingen en Onderzoekingen over de Beteekenis van het Chloornatrium voor de Pathologie en de Therapie. Leiden, 1908. 8°.
- GEWIN J. W. A. — Over de verhouding van pepsine tot chymosine. Utrecht, 1907. 8°.
- GONGGRIP B. — Over Benadering van Hulpunten en Oneindigheidspunten. Met Toepassingen op het gebied der elliptische Functien. Haarlem, 1908. 8°.
- HAAN T. (DE). — Over de condensatieproducten van β -Diketonen met Ureum. Leiden, 1907. 8°.
- INGEN A. S. (VAN). — Prolapsus funiculi. Leiden, 1908. 8°.
- JONGKEES W. J. A. — Het Iminodiazijnzuur en eenige zijner derivaten. Leiden, 1908. 8°.
- KRUYT H. R. — De dynamische allotropie der zwavel. Amsterdam, 1908. 8°.
- MULDER W. — Quantitatieve betrekking tusschen prikkel en effect bij het statisch orgaan. Utrecht, 1908. 8°.
- NOYONS A. K. M. — Over den autotonus der spieren. Utrecht, 1908. 8°.
- ORNSTEIN L. S. — Toepassing der Statistische Mechanica van Gibbs op molekulair-theoretische vraagstukken. Leiden, 1908. 8°.
- SLUJS J. J. (VAN DER). — Over de Behandeling van het Breuklijden. Utrecht, 1908. 8°.
- STEINMETZ E. A. — Het Problem van Pfaff in verband met de Theorie der Partieele Differentiaalvergelijkingen. Leiden, 1908. 8°.
- TESCH J. J. — Systematisch Overzicht van alle tot nu toe bekende Heteropoden. Leiden, 1906. 4°.
- VRIES O. (DE). — Over complexe Iridiumverbindingen. Leiden, 1908. 8°.
- WATERMANN N. — Arteriosklerose door Adrenaline. Rotterdam, 1907. 8°.
- IV. — MARBURG.
- ACKERMANN D. — Ein Beitrag zur Chemie der Fäulnis. Strassburg, 1907. 8°.
- ALBRAND M. — Die Anlage der Zwischeniere bei den Urodelen. Marburg, 1907. 8°.
- ASTEROTH P. — Der Einfluss der thermischen und mechanischen Vorgeschichte auf die magnetischen Eigenschaften, insbesondere die Hysterese, Heuslerscher Legierungen. Marburg, 1907. 8°.
- BAESECKE P. — Beiträge zur Kenntnis der physiologischen Scheiden der Filicinen-Achsen und -Wedel sowie über den Ersatz des Korkes bei den Filicinen. Marburg, 1908. 8°.
- BENEKE R. — Die Entstehung der kongenitalen Atresie der grossen Gallengänge; nebst Bemerkungen über den Begriff der Abschnürung. Marburg, 1907. 4°.
- BIERHOFF F. — Ueber Häufigkeit und Ursachen der Anisokorie. Marburg, 1907. 8°.

- BIRT E. — Ueber Hypophysiserkrankung mit spezieller Berücksichtigung der okularen Symptome. Marburg, 1907. 8°.
- BOHLMANN F. A. — Zur direkten Bestimmung des Schlagvolumens des Herzens. Marburg, 1907. 8°.
- BRANDT T. — Beiträge zur Kenntnis der Organogenese bei caudaler Regeneration von Lumbriciden. Marburg, 1908. 8°.
- BUDE M. — Anatomische Untersuchungen über die Circularvene der Placenta, Sinus circularis, Meckel'scher Blutleiter. Marburg, 1907. 8°.
- DOHRN R. — Ueber die Augen einiger Tiefseemacruren. Aus dem Material der Deutschen Tiefsee-Expedition 1898-99. Marburg, 1908. 8°.
- DOSE F. — Ueber den Lungenvagus bei Katzen und Hunden. Bonn, 1908. 8°.
- FASSBENDER H. — Einfluss der stillen Entladung auf explosive Gasgemische. Marburg, 1907. 8°.
- FICKEWIRTH G. — Beiträge zur Kenntnis der Cumarine. Marburg, 1908. 8°.
- FUKUI S. — Die Zwillings-Diagnose während Schwangerschaft und Geburt. Marburg, 1908. 8°.
- GARBOWSKI L. — Ueber Abschwächung und Variabilität bei *Bacillus luteus* Smith et Baker und *Bacillus tumescens* Zopf. Marburg, 1907. 8°.
- GEBHARD K. — Ueber die Einwirkung des Lichtes auf Farben nebst einem Anhang über Kolorimetrie. Marburg, 1908. 8°.
- GLAHN W. — Ueber Versuche zur Darstellung chinoïder Schwefelverbindungen. Marburg, 1908. 8°.
- GOY S. — Ueber das Quecksilberoxycyanid und andere Quecksilbercyanverbindungen. Marburg, 1908. 8°.
- HARMS W. — Zur Biologie und Entwicklungsgeschichte der Najaden. Marburg, 1908. 8°.
- HEIDE A. (v. d.). — Riesengeschwülste. Marburg, 1908. 8°.
- HEINZERLING O. — Der Bau der Diatomeenzelle mit besonderer Berücksichtigung der ergastischen Gebilde und der Beziehung des Baues zur Systematik. Marburg, 1908. 4°.
- HELLMUTH H. — Ein Fall von *Foetus papyraceus*. Hamburg, 1908. 8°.
- HEMPELMANN E. — Ueber Monoketochloride und Diketochloride des α -Methylnaphtalins. Marburg, 1908. 8°.
- HENZE H. — Ein Beitrag zur Lehre von der Hyperemesis gravidarum. Marburg, 1908. 8°.
- HENZERLING C. — Ueber Kreatinin. Marburg, 1908. 8°.
- JAUSSEN T. — Inwiefern wird das Auftreten von Lungenblutungen durch Witterungsverhältnisse beeinflusst? Marburg, 1909. 8°.
- KAETELHÖN E. — Zur Siedlungskunde des oberen Lahngbiets. Marburg, 1907. 8°.
- KOHTS R. — Zur Frage der Wirkung der Röntgenstrahlen auf den Morbus Basedowii. Marburg, 1908. 8°.
- KRUSIUS F. F. — Beiträge zur Physiologie und Pathologie der Fusion. Zur Analyse und Messung der Fusionsbreite. Wicsbaden, 1908. 8°.
- KÜHL W. — Ein Fall von erfolgreich operiertem Solitär tuberkel des Gehirns nebst Bemerkungen über Kraniotomie. Marburg, 1907. 8°.
- LOHMEYER R. — Untersuchungen über die Gradation von Bromsilber-Gelatine-Trockenplatten und dem Einfluss von Lichtstrahlen verschiedener Wellenlänge. Marburg, 1907. 8°.
- MALCUS T. — Zwei Beiträge zur Bruchsack tuberkulose. Cassel, 1908. 8°.
- MAYER A. — Zur Kenntnis der Samenbildung bei *Ascaris megaloccephala*. Marburg, 1908. 8°.
- MEITZNER M. — Zur Kenntnis der Morphologie und Histologie des häutigen Labyrinthes von *Gallus domesticus*. Marburg, 1908. 8°.
- MUNK A. — Uebertragung bei Antefixatio uteri. Marburg, 1907. 8°.
- ORTMANN W. — Zur Embryonalentwicklung des Leberegels (*Fasciola hepatica* L.). Marburg, 1908. 8°.
- PASCHEN H. — Theoretische und experi-

- mentelle Untersuchung benachbarter Kernschatten sowie übereinandergreifender Halbschatten und Zerstreuungskreise. Marburg, 1907. 8°.
- PRINGAL E. — Ueber den wesentlichen Einfluss von Spuren nitroser Gase auf die Kondensation von Wasserdampf. Marburg, 1908. 8°.
- RICK O. — Ein Fall von Osteom der linken Stirnhöhle und die osteoplastische Aufmeisselung der Stirnhöhle nach Küster. Marburg, 1907. 8°.
- ROCKSTROH J. — Ueber Rückenmarksanalgesie. Marburg, 1907. 8°.
- RUTTLOFF C. — Transplantationsversuche an Lumbriciden: Vereinigung invers gelagerter Teilstücke unter Ueberwindung der Polarität. Marburg, 1908. 8°.
- SHELLACK C. — Ueber die Entwicklung und Fortpflanzung von *Echinomera hispida* (A. Schn.). Marburg, 1907. 8°.
- SCHENCK E. — Beitrag zur Frage der systematisierten Naevi. Marburg, 1907. 8°.
- SCHENCK M. — Ueber methylierte Guanidine und einige andere Guanidinderivate. Marburg, 1907. 8°.
- SCHLETT W. — Ueber die Aenderung der Dichte und spezifischen Wärme bei Platin und Nickel durch Bearbeitung und über Temperaturabhängigkeit der spezifischen Wärme derselben. Marburg, 1907. 8°.
- SCHMOLL C. — Die Bedeutung der Lungenprobe. Marburg, 1908. 8°.
- SCHNEIDER R. — Beitrag zur Chirurgie der Harnwege. Marburg, 1907. 8°.
- SEEGERS K. — Ueber den Aufbau neuer Indikatoren. Marburg, 1907. 8°.
- WEYGANDT C. — Beiträge zur Kenntnis der Spermatogenese bei *Plagiostoma Girardi*. Marburg, 1907. 8°.
- WIECHERT A. — Ueber einen Fall von Paratyphus B mit Herzmuskel-Verkalkung. Marburg, 1907. 8°.
- WINTER F. — Die Wochenbettpsychosen mit besonderer Berücksichtigung der Frage der Amentia auf Grund der seit dem Jahre 1899 an Aplerbecker Material gemachten Beobachtungen. Marburg, 1908. 8°.
- WUNDERLICH A. — Ueber die Rhamnoglucoside aus *Viola Tricolor*, *Polygonum Fagopyrum*, *Capparis-Spinosa*, *Aesculus-Hippocastanum* und *Globularia Alypum*. Marburg, 1908. 8°.
- ZYBELL F. — Das Verhalten der Pupillen bei der Syphilis, der multiplen Sklerose und der Syringomyelie. Marburg, 1908. 8°.

V. — MÜNCHEN.

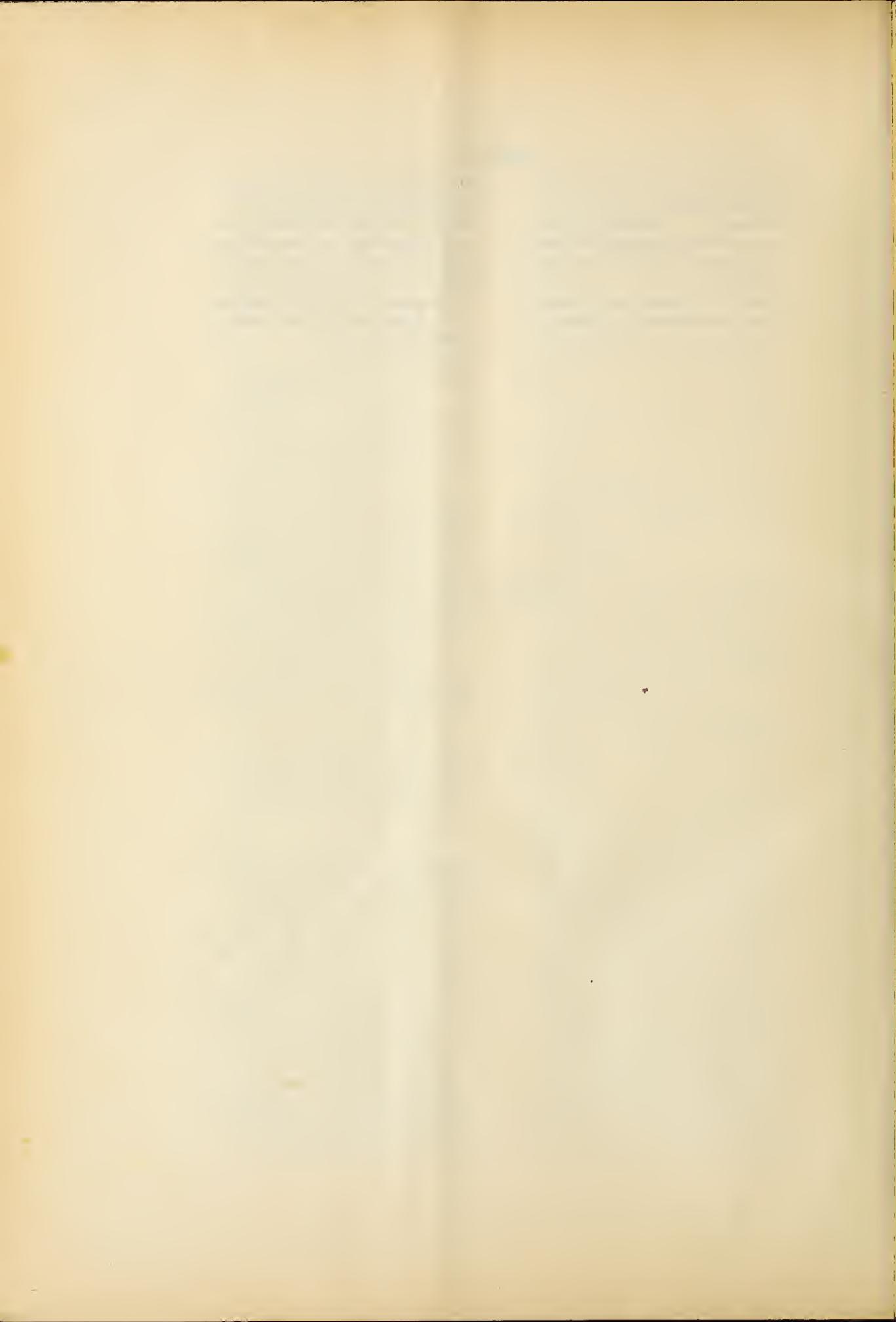
- ALT E. — Die Doppeloszillation des Barometers insbesondere im arktischen Gebiete. Braunschweig, 1909. 4°.
- ANTONAZ A. — Zur Kenntnis der Chinaalkaloide. München, 1906. 8°.
- ARNOLDI H. — Ueber Metallcyanide. München, 1907. 8°.
- ATTENSPERGER A. — Studien zur Morphologie der Vorderpfalz. Kronach, 1908. 8°.
- BASTIAN R. — Das elastische Verhalten der Gleisbettung und ihres Untergrundes. Wiesbaden, 1906. 4°.
- BAUMANN F. — Die quantitative Bestimmung des Arsens als Arsentrisulfid. München, 1907. 8°.
- BECK H. — Beiträge zur Kenntniss der Metalle der Cergruppe. Nürnberg, 1907. 8°.
- BELSCHNER G. — Bestimmung der Stärke in Cerealien durch Polarisation. München, 1907. 8°.
- BERNHARD R. — Ueber einige zum Dianilido- μ -cyanhydrobenzoin in Beziehung stehende Verbindungen. München, 1906. 8°.
- BEYSLAG H. — Ueber die Einwirkung von Schwefel auf Meta-Toluyldiamin. Berna-Leipzig, 1908. 8°.
- DACHS J. — Beiträge zur Kenntnis der Torulaceen. München, 1908. 8°.
- DAFINGER E. — Graphodynamische Untersuchung einer Heusinger-Joy-Steuerung. Ein Beitrag zur Erkenntnis der Bewegungsverhältnisse der Steuerungstriebwerke. Berlin, 1906. 4°.
- DAUNDERER A. A. — Ueber die in den unteren Schichten der Atmosphäre

- vorhandene freie elektrische Raumladung. München, 1908. 8°.
- DEINLEIN W. — Beiträge zur Dampfturbinentheorie. München, 1909. 8°.
- DOLDER E. — Ueber Zustandsverhältnisse strömender Flüssigkeiten und deren Wirkungsweise in Turbinenrädern. München, 1907. 8°.
- EBNER E. — Geographische Hinweise und Anklänge in Plutarchs Schrift: de facie in orbe lunae. München, 1906. 8°.
- EGERER H. — Beiträge zur Fachwerkstheorie. München, 1908. 8°.
- ERFLE H. — Optische Eigenschaften und Elektronentheorie. Leipzig, 1907. 8°.
- FAEHR P. — Ueber die Reduktion der Metalloxyde der Chromgruppe mittelst Wasserstoffs in der Hochspannungsflamme. München, 1908. 8°.
- FERNEKESS K. — Die Haferrispe nach Aufbau und Verteilung der Kornqualitäten. (Korngewichte und Spelzengehalte). München, 1908. 8°.
- FRANKAU A. — Untersuchungen über die Beziehungen der physikalischen Bodeneigenschaften zueinander und zur mechanischen Bodenanalyse. Straubing, 1909. 8°.
- FRÜH M. — Studien über die Bildung des Kötzers beim Selfaktor. Berlin, 1907. 8°.
- GASSENMEYER E. — Die Lehre von der Basaltbildung in ihren geologischen und geographischen Konsequenzen bis auf A. G. Werner (1789) und seine Schule. Nürnberg, 1908. 8°.
- GRÖBER H. — Physikalische Untersuchungen für die Kältetechnik. I. Die spezifische Wärme der Chlornatriumlösungen. II. Die Schmelzwärme der Kryohydrate. III. Die Wärmeleitfähigkeit von Isoliermaterialien bei tiefen Temperaturen. München, 1908. 4°.
- HAUENSTEIN L. — Beiträge zur Kenntnis des Karbazols. Freiberg, 1907. 8°.
- HERRLE H. — Ueber Elektrolysen mit Wechselstrom. München, 1909. 8°.
- HERZFELD E. — Beiträge zur Kenntnis des Pseudocumols. München, 1908. 8°.
- HEYDENREICH A. — Karl Ernst von Baer als Geograph. München, 1908. 8°.
- HIENDELMAYR A. — Beiträge zur Chemie der Chrom und Kobalt-Ammoniak. Freising, 1907. 8°.
- HUBER F. J. — Die Anfänge der alpinen Forschung in den Ostalpen und im Karstgebiete (bis 1800). Würzburg, 1906. 8°.
- JAKOB F. — Ueber die partielle elektrolitische Reduktion aromatischer Polynitrokörper bei Gegenwart von Vanadinsalzen. Erlangen, 1908. 8°.
- JAUFMANN J. — Untersuchungen über den radioaktiven und elektrischen Zustand der Atmosphäre nach Beobachtungen an der K. B. meteorologischen Hochstation Zugspitze. München, 1908. 8°.
- KALB O. — Ueber Nitrosierung von Acetyl-para-amidophenol und Diacetyldiamidophenol 1-2-4. Nürnberg, 1907. 8°.
- KAUFMANN L. — Ueber die Einwirkung von unterchloriger Säure auf Olefinphenole und Olefinphenoläther. München, 1908. 8°.
- KOHLHAUS W. — Beiträge zur Kenntnis der Farbstoffe der Kongoreihe. Borna-Leipzig, 1907. 8°.
- KOHN F. — Photo-elektromotorische Untersuchungen über Mischungen von Ammonoxolat mit Mercurichlorid und Ferrichlorid. München, 1908. 8°.
- KUHN E. — Ueber Ghedda-Wachs. (Ostindisches Wachs). München, 1909. 8°.
- LEHMANN R. — Untersuchungen über Zirkonoxyd und seine Verwendung. München, 1908. 8°.
- LEHRBURGER K. — Ueber die Sulfurierung des o-Nitro-m-Kresols. München, 1907. 8°.
- LEIBU J. — Ueber enzymatische Prozesse beim Weichen, Keimen und darauffolgenden Trocknen der Geste, des Weizens und des Roggens. München, 1907. 8°.
- LÖBERING M. — Zur Konstitution des Chinonaphtalons und Beiträge zur Frage der Konstitution des Pyrophtalons. München, 1907. 8°.

- MANDELBAUM R. — Ueber Calciumborat und über die Bestimmung der Borsäure. München, 1907. 8°.
- MARTIN A. — Ueber die Darstellung von metallischem Wolfram. München, 1908. 8°.
- MENDHEIM H. — Untersuchungen über Gips. München, 1906. 8°.
- MICHEL A. — Versuche über Darstellung von Magnesium-Baryum-Legierungen durch Schmelzelektrolyse. München, 1908. 8°.
- MITSCHERLICH H. — Ueber die Darstellung flüssiger und fester Chloride in der Wechselstrom-Hochspannungsflamme. München, 1908. 8°.
- MUELLER A. — Studien über die geographische Lage der Stadt Wasserburg am Inn. München, 1908. 8°.
- NAEBAUER M. — Die Bedeutung der Koordinatengeometrie für die Bauingenieur-Technik. Würzburg, 1907.
- NIGGL E. — Untersuchungen über die Wachstumsvorgänge bei den Getreiden unter dem Einfluss verschiedener Saattieftiefen. München, 1907. 8°.
- NUPSELT W. — Die Wärmeleitfähigkeit von Wärmeisolierstoffen. Berlin, 1908. 8°.
- PFEIFFER F. — Ueber die W. Flächen mit der Relation $2(R_1 - R_2) = \sin 2(R_1 + R_2)$ zwischen den Hauptkrümmungsradien R_1 und R_2 . München, 1907. 8°.
- PROHASKA L. — Untersuchungen über die Bedeutung der physiologischen Blutbeschaffenheit (Erythrocyten, Leucocyten und Hämoglobin) von Milchkühen. München, 1908. 8°.
- RIEDELBAUCH R. — Untersuchungen über metallisches Vanadin, Niob und Tantal. München, 1907. 8°.
- RIEDER H. — Untersuchung einer zweierdeutigen kinetographischen Verwandtschaft. München, 1907. 8°.
- RÖHLER R. — Zur Konstitution der Chinophtalone. Nürnberg, 1907. 8°.
- ROTHENBERG S. — Geschichtliche Darstellung der Entwicklung der Theorie der singulären Lösungen totaler Differentialgleichungen von der ersten Ordnung mit zwei variablen Größen. Leipzig, 1908. 8°.
- SACK B. — Georg Moller: sein Leben und Wirken. Bayreuth, 1908. 8°.
- SCHAEFFER A. — Ueber die Einwirkung konzentrierter Schwefelsäure auf Chinolin bei höherer Temperatur und Gegenwart von Quecksilbersulfat. München, 1908. 8°.
- SCHAERTEL G. — Ueber einige Kondensationsprodukte aus Salicyliden- und Hydrocyanalicylidenanilin. München, 1908. 8°.
- SHELLER E. — Ueber die Kondensation von Propylenbromid mit Natracetessigester. München, 1907. 8°.
- SCHUEFELE W. — Die Aufgabe des sechs Punkte in der Photogrammetrie. Leipzig, 1907. 8°.
- SCHIEDER H. — Die quantitative Bestimmung des Antimons als Antimontrisulfid. Weissenburg, 1908. 8°.
- SCHUSTER M. — Beiträge zur mikroskopischen Kenntnis der basischen Eruptivgesteine aus der bayerischen Rheinpfalz. München, 1907. 8°.
- SCHWAIGER A. — Ueber das Regulierproblem in der Elektrotechnik. Leipzig, 1908. 8°.
- SCHWARZ W. — Ueber die Sulfonierung von p-Nitro-m-Kresol. Nürnberg, 1908. 8°.
- SÖLLNER F. — Zur Kenntnis des Dimethylol α Piklins. München, 1909. 8°.
- STEIDLE H. C. — Technische Grundlagen und wirtschaftliche Bedeutung des halbautomatischen Betriebes in Stadt- und Land-Fernsprech-Netzen. (Ein Beitrag zur Neuregelung des Telephongebühren-Tarifes). München, 1909. 4°.
- STRELL M. — Ueber die Fällungsbedingungen für Kupfer und Blei durch Schwefelwasserstoff aus neutralen und salzsauren Lösungen und die Anwendung der gewonnenen Ergebnisse zu einer quantitativen Trennung der beiden Metalle. München, 1908. 8°.
- SURABEKOFF G. — Ueber die Einwirkung von Nitrobenzol auf Monoketone bei

- Gegenwart von Natriumalkylat. München, 1909. 8°.
- UEBELHÖR F. — Vergleichende Untersuchungen über die gewichtsanalytische Bestimmung des Kobalts. München, 1908. 8°.
- WAGNER L. — Kristallographisch-chemische Untersuchung der Halogenide aliphatischer Ammoniumbasen. Leipzig, 1907. 8°.
- WALDMANN K. — Beiträge zum Kommunikationproblem. Berlin, 1907. 8°.
- WEISS L. — Beiträge zur Kenntnis der in Gerste und Malz vorkommenden Phosphorverbindungen. Leipzig, 1907. 8°.
- WIRTH C. — Untersuchungen über die Bestimmung der diastatischen Kraft des Malzes und von Malzextrakten. München, 1908. 8°.

E. M.



50548
Pubblicazione bimensile.

Roma 20 giugno 1909.

N. 12.

ATTI
DELLA
REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCCVI.

1909

SERIE QUINTA

RENDICONTI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Scelta del 20 giugno 1909.

Volume XVIII.º — Fascicolo 12.º
e Indice del volume.

1.º SEMESTRE.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1909

Smithsonian Institution.

AUG 4 1909

ESTRATTO DAL REGOLAMENTO INTERNO
PER LE PUBBLICAZIONI ACCADEMICHE

I.

Col 1892 si è iniziata la *Serie quinta* delle pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei. Inoltre i *Rendiconti* della nuova serie formano una pubblicazione distinta per ciascuna delle due Classi. Per i *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali valgono le norme seguenti:

1. I *Rendiconti* della Classe di scienze fisiche matematiche e naturali si pubblicano regolarmente due volte al mese; essi contengono le Note ed i titoli delle Memorie presentate da Soci e estranei, nelle due sedute mensili dell'Accademia, nonchè il bollettino bibliografico.

Dodici fascicoli compongono un volume, due volumi formano un'annata.

2. Le Note presentate da Soci o Corrispondenti non possono oltrepassare le 12 pagine di stampa. Le Note di estranei presentate da Soci, che ne assumono la responsabilità, sono portate a 6 pagine.

3. L'Accademia dà per queste comunicazioni 75 estratti gratis ai Soci e Corrispondenti, e 50 agli estranei: qualora l'autore ne desideri un numero maggiore, il sovrappiù della spesa è posta a suo carico.

4. I *Rendiconti* non riproducono le discussioni verbali che si fanno nel seno dell'Accademia; tuttavia se i Soci, che vi hanno preso parte, desiderano ne sia fatta menzione, essi sono tenuti a consegnare al Segretario, seduta stante, una Nota per iscritto.

II.

1. Le Note che oltrepassino i limiti indicati al paragrafo precedente, e le Memorie propriamente dette, sono senz'altro inserite nei Volumi accademici se provengono da Soci o da Corrispondenti. Per le Memorie presentate da estranei, la Presidenza nomina una Commissione la quale esamina il lavoro e ne riferisce in una prossima tornata della Classe.

2. La relazione conclude con una delle seguenti risoluzioni. - a) Con una proposta di stampa della Memoria negli Atti dell'Accademia o in sunto o in esteso, senza pregiudizio dell'art. 26 dello Statuto. - b) Col desiderio di far conoscere taluni fatti o ragionamenti contenuti nella Memoria. - c) Con un ringraziamento all'autore. - d) Colla semplice proposta dell'invio della Memoria agli Archivi dell'Accademia.

3. Nei primi tre casi, previsti dall'art. precedente, la relazione è letta in seduta pubblica, nell'ultimo in seduta segreta.

4. A chi presenti una Memoria per esame è data ricevuta con lettera, nella quale si avverte che i manoscritti non vengono restituiti agli autori, fuorchè nel caso contemplato dall'art. 26 dello Statuto.

5. L'Accademia dà gratis 75 estratti agli autori di Memorie, se Soci o Corrispondenti, 50 se estranei. La spesa di un numero di copie in più che fosse richiesto, è messa a carico degli autori.

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 giugno 1909.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche.* Nota 2^a del Socio E. BERTINI.

Le condizioni di rappresentabilità di una forma ternaria per combinazione lineare di due altre, date dapprima da Noether in due lavori del 1869 e 1872, sono state poi studiate sotto vari aspetti in altri lavori (1). Così, quelle condizioni richiedendo che per ciascun punto comune alle due curve (rappresentate dalle due ultime forme eguagliate a zero) si possa determinare una certa curva avente il punto considerato multiplo secondo un numero abbastanza elevato, si trova che questo numero può prendersi eguale ad

$$\alpha - s_1 s_2 + s_1 + s_2 - 1,$$

il punto essendo $(s_1 s_2 \alpha)$, cioè indicando s_1, s_2 le molteplicità delle due curve ed α la loro molteplicità d'intersezione (numero delle intersezioni assorbite) nel punto stesso (2).

(1) Vedasi una completa bibliografia sull'argomento nell'importante libro di Brill e Noether, *Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Functionen ...* (G. Reimer, Berlin, 1893) pag. 350 e segg.

(2) Bertini, *Zum fundamentalsatz aus der Theorie der algebraischen Functionen.* (Math. Ann. t.º 34, 1889).

In particolare si ha il teorema che ogni curva che abbia in un tale punto $(s_1 s_2 \alpha)$, comune alle due curve, una molteplicità espressa dal suddetto numero, appartiene al loro modulo ⁽¹⁾.

La presente Nota che fa seguito all'altra pubblicata in questi medesimi Rendiconti (vol. 18, fasc. 8°, 1° semestre 1909), la quale richiameremo quando occorra coll'indicazione « Nota 1^a » ⁽²⁾, dà un teorema che è l'estensione all'iperspazio del precedente teorema del piano.

1. Sieno F_1, F_2, \dots, F_r ipersuperficie di S_r degli ordini n_1, n_2, \dots, n_r aventi soltanto punti comuni, e ciascuno tale punto $P_i (i = 1, 2, \dots)$ sia $(s_1^{(i)} s_2^{(i)} \dots s_r^{(i)} \alpha^{(i)})$, cioè sia multiplo secondo $s_1^{(i)}$ per F_1 , multiplo secondo $s_2^{(i)}$ per F_2, \dots , multiplo secondo $s_r^{(i)}$ per F_r e sia di molteplicità d'intersezione $\alpha^{(i)}$ per le r ipersuperficie, onde $\sum_i \alpha^{(i)} = n_1 n_2 \dots n_r$ ⁽³⁾.

Consideriamo r nuove ipersuperficie $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_r$ degli ordini stessi n_1, n_2, \dots, n_r delle F_1, F_2, \dots, F_r e che abbiano ordinatamente in uno dei punti P_i , ad es. P_1 , le stesse molteplicità $s_1^{(1)}, s_2^{(1)}, \dots, s_r^{(1)}$, che vi hanno queste ipersuperficie, ma che però presentino in P_1 il caso semplice ed inoltre non abbiano comuni, fuori del punto P_1 , che punti semplici distinti, il numero dei quali sarà quindi $n_1 n_2 \dots n_r - s_1 s_2 \dots s_r$. Ad es., si può prendere per Φ_1 una ipersuperficie costituita di un cono di ordine $s_1^{(1)}$ avente il vertice nel punto P_1 e del resto generico e di $n_1 - s_1^{(1)}$ iperpiani generici; e similmente per Φ_2, \dots, Φ_r . Allora le r ipersuperficie $F_1^*, F_2^*, \dots, F_r^*$ variabili genericamente negli r fasci

$$F_1^* = F_1 + \varepsilon_1 \Phi_1 = 0, F_2^* = F_2 + \varepsilon_2 \Phi_2 = 0, \dots, F_r^* = F_r + \varepsilon_r \Phi_r = 0,$$

hanno pure in P_1 le molteplicità s_1, s_2, \dots, s_r , presentano nel punto stesso il caso semplice e si segano ulteriormente in $n_1 n_2 \dots n_r - s_1 s_2 \dots s_r$ punti semplici distinti, che diremo punti Q . Ad esse possiamo quindi applicare il teorema di König (Nota 1^a, n. 4). Ciò faremo prendendo una ipersuperficie F costituita dell'iperpiano, contato $s_1^{(1)} + s_2^{(1)} + \dots + s_r^{(1)} - r + 1$ volte, proiettante P_1 da un $S_{r-2}^{(1)}$ generico (fisso) e di altri iperpiani proiettanti i punti Q dallo stesso $S_{r-2}^{(1)}$ e da altri $S_{r-2}^{(2)}, \dots, S_{r-2}^{(r)}$ pure generici (fissi), in base alla seguente considerazione.

Quando s'imagina che i parametri (indipendenti) $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_r$ degli r fasci tendano a zero, le $F_1^*, F_2^*, \dots, F_r^*$ tendono alle F_1, F_2, \dots, F_r ed i

⁽¹⁾ Cfr. Bertini, *Rappresentazione di una forma ternaria*... (Rend. del R. Ist. lomb., serie II, vol. 24, 1891), n. 18.

⁽²⁾ In questa Nota 1^a si correggono due errori di scrittura: uno nel n. 3, ove vanno cambiati i segni di s_{i_1}, s_{i_2}, \dots nelle espressioni degli h sistemi lineari, ..., ed uno nel n. 4, ove va soppresso il -1 nelle espressioni di $D_r(u; n_1 \dots n_r), D_r(s-1; s_1 \dots s_r)$.

⁽³⁾ Cfr., ad es., l'Appendice al mio libro: *Introduzione alla Geometria proiettiva degli iperspazi*, n. 5, cap. I.

punti Q ai punti P_i : in particolare vi saranno $\alpha^{(1)} = s_1^{(1)} s_2^{(1)} \dots s_r^{(1)}$ punti Q, che diremo formare il 1° gruppo, che tendono a P_1 , e vi saranno $\alpha^{(i)} (i=2, \dots)$ punti Q, che diremo formare l'*i*esimo gruppo, che tendono al punto P_i . Or bene, dall' $S_{r-2}^{(i)} (i=1, 2, \dots)$ proiettiamo i punti Q dell'*i*esimo gruppo e tutti questi iperpiani aggiungiamo a quello detto sopra. Avremo una ipersuperficie F^* dell'ordine

$$\alpha^{(1)} = s_1^{(1)} s_2^{(1)} \dots s_r^{(1)} + s_1^{(1)} + s_2^{(1)} + \dots + s_r^{(1)} - r + 1 + \alpha^{(2)} + \alpha^{(3)} + \dots + \alpha^{(r)},$$

alla quale potrà appunto applicarsi il teorema di König, cioè si avrà identicamente

$$F^* = A_1^* F_1^* + A_2^* F_2^* + \dots + A_r^* F_r^*,$$

le $A_1^*, A_2^*, \dots, A_r^*$ essendo forme opportune.

Facciamo ora convergere a zero, come si è detto sopra, i parametri $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_r$ degli r fasci: al limite la precedente identità si trasformerà in quest'altra

$$F = A_1 F_1 + A_2 F_2 + \dots + A_r F_r,$$

essendo A_1, A_2, \dots, A_r limiti delle $A_1^*, A_2^*, \dots, A_r^*$ ed F costituita manifestamente di

$$\alpha^{(1)} = s_1^{(1)} s_2^{(1)} \dots s_r^{(1)} + s_1^{(1)} + s_2^{(1)} + \dots + s_r^{(1)} - r + 1$$

iperpiani coincidenti in quello che proietta P_1 dall' $S_{r-2}^{(1)}$, di $\alpha^{(2)}$ iperpiani coincidenti in quello che proietta P_2 dall' $S_{r-2}^{(2)}, \dots$ e di $\alpha^{(r)}$ iperpiani coincidenti in quello che proietta P_r dall' $S_{r-2}^{(r)}$.

Variando gli $S_{r-2}^{(i)}$, si può adunque intanto concludere che ogni ipersuperficie costituita di un iperpiano passante per un punto P_i e contata

$$\alpha^{(i)} = s_1^{(i)} s_2^{(i)} \dots s_r^{(i)} + s_1^{(i)} + s_2^{(i)} + \dots + s_r^{(i)} - r + 1$$

volte e di iperpiani passanti per gli altri punti P_i , ciascuno contato $\alpha^{(i)}$ volte, appartiene al modulo $(F_1 F_2 \dots F_r)$.

2. Facciamo ora la seguente osservazione. Al modulo di tutte le ipersuperficie di ordine t di S_r (cioè al modulo di $\binom{t+r}{r}$ di esse linearmente indipendenti) appartengono tutte le ipersuperficie di ordine $k \geq t$. La cosa è ovvia, quando si noti che ogni termine dell'equazione di una tal ipersuperficie contiene un fattore (o più, se $k > t$) di ordine t . Per una proprietà notissima (1), si può anche dire che una ipersuperficie d'ordine $k \geq t$ appar-

(1) Cfr., ad es., il n. 3 (ultimo alinea) cap. 10° del mio libro citato.

tiene al modulo degli iperpiani t^{upli} di S_r (cioè al modulo di $\binom{t+r}{r}$ di essi linearmente indipendenti).

3. Una ipersuperficie d'ordine n che abbia in un punto P un punto t^{uplo} appartiene al modulo di tutti i coni d'ordine t che hanno il vertice in P (cioè al modulo di $\binom{t+r-1}{r-1}$ di essi linearmente indipendenti). Infatti, assunto P come vertice $x_0 = 1, x_1 = x_2 = \dots = x_r = 0$ della piramide fondamentale, l'equazione della ipersuperficie è

$$u_t x_0^{n-t} + u_{t+1} x_0^{n-t-1} + \dots + u_n = 0,$$

ove u_t, u_{t+1}, \dots, u_n sono coni, degli ordini indicati dagli indici, aventi il vertice nel punto P: ma, per l'osservazione del n. 2, questi coni appartengono al modulo di tutti i coni d'ordine t aventi il vertice nel punto stesso e quindi è provato l'asserto.

Il quale si può allargare ad un numero qualunque (finito) di punti. Si ha cioè che una ipersuperficie F, di ordine n abbastanza elevato, con punti t_i^{upli} in punti $P_i (i = 1, 2, \dots)$ appartiene al modulo delle ipersuperficie che si ottengono prendendo $\binom{t_1+r-1}{r-1}$ coni d'ordine t_1 , linearmente indipendenti, col vertice in P_1 , $\binom{t_2+r-1}{r-1}$ coni d'ordine t_2 , linearmente indipendenti, col vertice in P_2, \dots e poi associando ciascuno dei primi a ciascuno dei secondi: o anche (n. 2), prendendo $\binom{t_1+r-1}{r-1}$ iperpiani t_1^{upli} , linearmente indipendenti, passanti per P_1 , $\binom{t_2+r-1}{r-1}$ iperpiani t_2^{upli} , linearmente indipendenti, passanti per P_2, \dots e poi associando ciascuno dei primi a ciascuno dei secondi La proprietà, essendo vera, come si vide sopra, per un punto, si ammetterà per y dei punti P_i , cioè per P_1, P_2, \dots, P_y , e si dimostrerà che sussiste aggiungendo a questi un altro P_{y+1} dei punti stessi.

La F, per l'ipotesi ammessa, si potrà scrivere (ad es.) nella forma

$$F = \sum A_{i_1 i_2 \dots i_y} H_{i_1}^{t_1} K_{i_2}^{t_2} \dots L_{i_y}^{t_y}$$

essendo $H_{i_1}, K_{i_2}, \dots, L_{i_y}$ forme lineari e precisamente: $H_{i_1}^{t_1}, H_{i_2}^{t_2}, \dots, \binom{t_1+r-1}{r-1}$ iperpiani t_1^{upli} linearmente indipendenti passanti per P_1 ; $K_{i_2}^{t_2}, K_{i_2}^{t_2}, \dots, \binom{t_2+r-1}{r-1}$ iperpiani t_2^{upli} linearmente indipendenti passanti per P_2 ; Ora avvertasi che il procedimento (del Severi) esposto nella prima parte del n. 2 della

Nota 1^a ha significato anche se ivi si abbia $s_1 = s_2 = \dots s_h = 0$ (¹); il che, nel caso nostro, poichè le ipersuperficie $H_{i_1}^{t_1} K_{i_2}^{t_2} \dots I_{i_y}^{t_y}$ non passano per il punto P_{y+1} e questo punto è multiplo secondo t_{y+1} per F , conduce alla conseguenza che (appunto supponendo l'ordine n di F abbastanza elevato) si potranno scegliere le $A_{i_1 i_2 \dots i_y}$ così che abbiano nello stesso punto P_{y+1} questa medesima molteplicità t_{y+1} . Ma allora si avrà identicamente (n. 2)

$$A_{i_1 i_2 \dots i_y} = \sum B_{i_{y+1}} T_{i_{y+1}}^{t_{y+1}}$$

essendo $T_1^{t_{y+1}}, T_2^{t_{y+1}}, \dots \binom{t_{y+1} + r - 1}{r - 1}$ iperpiani t_{y+1}^{upli} linearmente indipendenti passanti per P_{y+1} . Sostituendo nella identità superiore le precedenti espressioni delle $A_{i_1 i_2 \dots i_y}$, si conclude quanto si è affermato.

4. In virtù della proposizione del numero precedente si ricava immediatamente da quella del n. 1, mantenute le denominazioni di questo numero, la proprietà, che ogni ipersuperficie, d'ordine n abbastanza alto, avente la molteplicità (²)

$$\sigma^{(i)} = \alpha^{(i)} - s_1^{(i)} s_2^{(i)} \dots s_r^{(i)} + s_1^{(i)} + s_2^{(i)} + \dots + s_r^{(i)} - r + 1$$

in un punto P_i e la molteplicità $\alpha^{(i)}$ in ogni altro punto P_i appartiene al modulo $(F_1 F_2 \dots F_r)$.

(¹) Basta osservare che nella $\sum a_i \Phi_i = 0$ le Φ_i saranno allora costanti non nulle, e notare che, con considerazioni analoghe a quelle del n. 5 della Nota di Severi: *Su alcune proprietà dei moduli di forme algebriche* (Atti della R. Acc. di Torino, vol. 41, 1905) anzi più semplici (non occorrendo l'impiego del teorema ivi applicato), si dimostra subito che tutte le soluzioni X_i della

$$X_1 c_1 + X_2 c_2 + \dots + X_h c_h = 0,$$

ove le c_1, c_2, \dots, c_h sono costanti non nulle ed h è qualsiasi, si possono scrivere nella forma

$$X_i = \sum_j p_{ij} c_j \quad (i = 1, 2, \dots, h),$$

le p_{ij} essendo h^2 forme dello stesso ordine soddisfacenti alle $p_{ii} = 0, p_{ij} = -p_{ji}$ e del resto arbitrarie.

(²) Si noti che (abbandonati gli indici superiori) si ha $\sigma \leq \alpha$, perchè

$$s_1 s_2 \dots s_r - s_1 - s_2 - \dots - s_r + r - 1 \geq 0.$$

Questa è vera infatti per $r = 2$, giacchè il primo membro è in questo caso $(s_1 - 1)(s_2 - 1)$: e allora, ammessa per $r - 1$, cioè ammesso che sia

$$s_1 s_2 \dots s_{r-1} - s_1 - s_2 - \dots - s_{r-1} + r - 2 \geq 0,$$

segue anche per r , moltiplicando quest'ultima per s_r e valendosi della $s_i s_r \geq s_i + s_r - 1$ ($i = 1, 2, \dots, r - 1$).

Si mostrerà ora che, sempre per un ordine n sufficientemente elevato, *tutte* le ipersuperficie di ordine n che hanno in *ciascun* punto P_i la molteplicità $\sigma^{(i)}$ costituiscono il sistema lineare congiungente i sistemi lineari di ipersuperficie che hanno in *un solo* punto P_i quella molteplicità σ_i e negli altri la molteplicità $\alpha^{(i)}$: e però quelle ipersuperficie appartengono al modulo $(F_1 F_2 \dots F_r)$.

In vero il sistema lineare di ipersuperficie (sempre d'ordine n sufficientemente alto) che hanno in P_1 la molteplicità $\sigma^{(1)}$ e negli altri punti P_i la molteplicità $\alpha^{(i)}$, cioè di dimensione

$$\binom{n+r}{r} - 1 - \binom{\sigma^{(1)} - 1 + r}{r} - \binom{\alpha^{(2)} - 1 + r}{r} - \binom{\alpha^{(3)} - 1 + r}{r} - \dots$$

e l'altro sistema lineare di ipersuperficie che hanno in P_2 la molteplicità $\sigma^{(2)}$ e negli altri punti P_i la molteplicità $\alpha^{(i)}$, cioè di dimensione

$$\binom{n+r}{r} - 1 - \binom{\alpha^{(1)} - 1 + r}{r} - \binom{\sigma^{(2)} - 1 + r}{r} - \binom{\alpha^{(3)} - 1 + r}{r} - \dots$$

hanno manifestamente per sistema lineare d'intersezione quello composto delle ipersuperficie che hanno in P_1 la molteplicità $\alpha^{(1)} (\geq \sigma^{(1)})$, in P_2 la molteplicità $\alpha^{(2)} (\geq \sigma^{(2)})$ e negli altri punti P_i pure la molteplicità $\alpha^{(i)}$, sistema lineare avente quindi la dimensione

$$\binom{n+r}{r} - 1 - \binom{\alpha^{(1)} - 1 + r}{r} - \binom{\alpha^{(2)} - 1 + r}{r} - \binom{\alpha^{(3)} - 1 + r}{r} - \dots$$

Il sistema congiungente i suddetti due sistemi, che (avendo per equazione la somma delle loro equazioni) è di ipersuperficie aventi in P_1 la molteplicità $\sigma^{(1)} (\leq \alpha^{(1)})$, in P_2 la molteplicità $\sigma^{(2)} (\leq \alpha^{(2)})$ e negli altri punti P_i la molteplicità $\alpha^{(i)}$, è quindi di dimensione

$$\binom{n+r}{r} - 1 - \binom{\sigma^{(1)} - 1 + r}{r} - \binom{\sigma^{(2)} - 1 + r}{r} - \binom{\alpha^{(3)} - 1 + r}{r} - \dots:$$

sicchè esso sistema congiungente è proprio costituito da *tutte* le ipersuperficie d'ordine n che hanno in P_1, P_2, P_i quelle molteplicità.

In modo affatto simile si vede che il sistema congiungente quest'ultimo sistema e l'altro che ha in P_3 la molteplicità $\sigma^{(3)}$ e negli altri punti P_i la molteplicità $\alpha^{(i)}$, cioè il sistema congiungente i tre sistemi che hanno rispettivamente in P_1, P_2, P_3 le molteplicità $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}, \sigma^{(3)}$ e negli altri (cioè esclusi ordinatamente P_1, P_2, P_3) la molteplicità $\alpha^{(i)}$, è costituito da *tutte*

le ipersuperficie che hanno in P_1, P_2, P_3 le molteplicità $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}, \sigma^{(3)}$ e negli altri (cioè esclusi questi tre) le molteplicità $\alpha^{(i)}$: e così di seguito.

La nostra affermazione è quindi dimostrata per n abbastanza alto: e si trova allora che è vera per qualunque valore di n ripetendo la stessa considerazione fatta nel n. 4 (penultimo alinea) della Nota 1^a.

Risulta quindi dimostrato il seguente teorema (comprendente la proposizione del n. 1 e l'altra enunciata al principio del presente numero):

Se r ipersuperficie F_1, F_2, \dots, F_r di S_r si segano in un numero finito di punti, ciascuno dei quali sia $(s_1 s_2 \dots s_r \alpha)$ cioè $s_1^{u_{p1}}$ per $F_1, s_2^{u_{p2}}$ per $F_2, \dots, s_r^{u_{pr}}$ per F_r e di molteplicità d'intersezione α per le r ipersuperficie, ogni ipersuperficie F che abbia in ciascuno tale punto la molteplicità

$$\alpha - s_1 s_2 \dots s_r + s_1 + s_2 + \dots + s_r - r + 1$$

appartiene al modulo $(F_1 F_2 \dots F_r)$.

5. Si può estendere il teorema precedente, come Torelli ha fatto per il teorema di König nel n. 4 della Nota: *Sopra certe estensioni del teorema di Noether $Af + Bg$* (Atti della R. Acc. delle Sc. di Torino, vol. 41, 1905), giovandosi del medesimo lemma dimostrato nel n. 3 della stessa Nota. Si osservi anzi che a questo lemma si può dare l'aspetto più generale: — *Se nell' S_r si hanno $h < r$ ipersuperficie F_1, F_2, \dots, F_h segantisi in una Φ_{r-h} (anche con parti multiple) ogni ipersuperficie F la quale seghi sopra un S_h variabile entro un fascio generico (cioè variabile in un S_{h+1} generico per un suo S_{h-1} generico) una ipersuperficie appartenente al modulo sezione del modulo $(F_1 F_2 \dots F_h)$, appartiene a quest'ultimo modulo —* Basta applicare successivamente il lemma nella forma data dal Torelli.

Ora diciamo che una parte irriducibile della Φ_{r-h} intersezione di h ipersuperficie F_1, F_2, \dots, F_h , multipla rispettivamente per queste secondo s_1, s_2, \dots, s_h , è di molteplicità d'intersezione α per le ipersuperficie stesse e indichiamola con $(s_1 s_2 \dots s_h \alpha)$, quando un suo punto generico è tale per le sezioni delle F_1, F_2, \dots, F_h fatte con un S_h generico per il punto stesso. Allora segue subito dal teorema del n. 4, in virtù del lemma suddetto, quest'altro teorema: — *Se $h (< r)$ ipersuperficie F_1, F_2, \dots, F_h di S_r si segano in una Φ_{r-h} qualsiasi e ciascuna parte irriducibile di Φ_{r-h} è $(s_1 s_2 \dots s_h \alpha)$, ogni ipersuperficie F , che passi per ciascuna tal parte*

$$\alpha - s_1 s_2 \dots s_h + s_1 + s_2 + \dots + s_h - h + 1$$

volte, appartiene al modulo $(F_1 F_2 \dots F_h)$.

Infatti, segnando con un S_h generico, si avranno in esso le sezioni di F_1, F_2, \dots, F_h aventi solo punti comuni $(s_1 s_2 \dots s_h \alpha)$. Per il teorema del n. 4, la sezione di F apparterrà al modulo di quelle sezioni e quindi, per il lemma, la F apparterrà al modulo $(F_1 F_2 \dots F_h)$.

6. I due teoremi dei nn. 4, 5 danno come immediata conseguenza quest'altro: — Se nell' S_r si hanno $h (\leq r)$ ipersuperficie F_1, F_2, \dots, F_h che si segano in una Φ_{r-h} , di cui ciascuna parte irriducibile (o ciascun punto se $r = h$) sia $(s_1 s_2 \dots s_h \alpha)$, e se una ipersuperficie F passa comunque per Φ_{r-h} , la F^σ appartiene al modulo $(F_1 F_2 \dots F_h)$, essendo σ non minore del più grande dei numeri

$$\alpha - s_1 s_2 \dots s_h + s_1 + s_2 + \dots + s_h - h + 1.$$

È questo un caso particolare di un teorema dovuto ad Hilbert ⁽¹⁾, salvo la determinazione del limite inferiore di σ , noto nel caso $r = 2$ ⁽²⁾, e anche nel caso di r qualunque, quando si presenti il caso semplice ($\alpha = s_1 s_2 \dots s_h$), per i teoremi di König e Torelli.

Colgo l'occasione della presente pubblicazione per formulare in modo semplice e preciso le $h - 2$ ipotesi sufficienti per l'applicazione della formola (6), cap. 1° del mio libro citato, formola di cui si è fatto uso nella Nota 1^a.

Le dette $h - 2$ ipotesi sono:

1^a Lo spazio $S_{a_{i_1}}$ è in posizione regolare rispetto ad $S_{a_1}, S_{a_2}, \dots, S_{a_{i_1-1}}$, ove $i_1 > 2$;

2^a Lo spazio $S_{a_{i_1 i_2}}$ è in posizione regolare rispetto ad $S_{a_{i_2}}, S_{a_{2 i_2}}, \dots, S_{a_{i_1-1 i_2}}$, ove $i_2 > i_1 > 2$;

3^a Lo spazio $S_{a_{i_1 i_2 i_3}}$ è in posizione regolare rispetto ad $S_{a_{i_2 i_3}}, S_{a_{2 i_2 i_3}}, \dots, S_{a_{i_1-1 i_2 i_3}}$, ove $i_3 > i_2 > i_1 > 2$.

.....
 $(h - 3)^a$ Lo spazio $S_{a_{i_1 i_2 \dots i_{h-3}}}$ è in posizione regolare rispetto ad $S_{a_{i_2 \dots i_{h-3}}}, S_{a_{2 i_2 \dots i_{h-3}}}, \dots, S_{a_{i_1-1 i_2 \dots i_{h-3}}}$, ove $i_{h-3} > i_{h-4} > \dots > i_2 > i_1 > 2$;

$(h - 2)^a$ Lo spazio $S_{a_{2 4 5 \dots h}}$ è in posizione regolare rispetto ad $S_{a_{1 4 5 \dots h}}, S_{a_{2 4 5 \dots h}}$.

S'intende bene che in queste ipotesi si debbono mettere per le considerate successioni degli indici $i_1 i_2 \dots$ tutte le combinazioni dei numeri $3 4 \dots h$ compatibili colle limitazioni indicate ed inoltre che, variando l'ordine degli spazi $S_{a_1}, S_{a_2}, \dots, S_{a_h}$, si hanno altri gruppi di $h - 2$ ipotesi,

(1) Ueber die vollen Invariantensystem (Math. Ann., t. 42, 1893), II, § 3.

(2) Mia Nota citata: Rappresentazione di una forma ternaria...., n. 18.

ciascuno dei quali è pure sufficiente per la validità della suddetta formula (6).

Noterò anche che le $h - 2$ ipotesi sopra enunciate si possono compendiare in questa unica:

Lo spazio $S_{a_{i_1 i_2 \dots i_l}}$ è in posizione regolare rispetto ad $S_{a_{i_1 i_2 \dots i_l}}, S_{a_{i_2 i_3 \dots i_l}}, \dots, S_{a_{i_{l-1} i_l}}$, dovendosi porre per $i_1 i_2 \dots i_l$ tutte le combinazioni di specie $l (= 1, 2, \dots, h - 2)$ dei numeri $3, 4, \dots, h$ compatibili colle limitazioni $i_l > i_{l-1} > \dots > i_2 > i_1 > 2$.

Matematica. — *Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche.* Nota 3^a del Socio E. BERTINI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Matematica. — *Sui gruppi di sostituzioni lineari corrispondenti alle divisioni dello spazio non-euclideo in tetraedri ed ottaedri regolari.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

1. Riprendo una questione che trattai in altra mia Nota, ove cercai tutti i modi di riempire lo spazio non-euclideo con poliedri regolari congruenti fra loro (¹).

Trovai, allora, soltanto due modi di effettuare una tale divisione, e cioè:

1^a) in ottaedri regolari con angoli piani retti e diedri retti;

2^a) in dodecaedri regolari con angoli piani nulli e diedri retti.

Ma in realtà esistono, come venne poi osservato dal Fricke, due e due soli altri modi di divisione, e cioè in tetraedri e dodecaedri regolari con angoli piani nulli e diedri $= \frac{\pi}{3}$ (²).

Scopo della presente comunicazione è di caratterizzare *aritmeticamente* i gruppi di sostituzioni lineari di 1^a e di 2^a specie che nascono, secondo il principio di Poincaré (Acta Math., vol. 3), combinando tutte le riflessioni sulle facce dei tetraedri o degli ottaedri regolari appartenenti a due delle

(¹) *Sulle divisioni regolari dello spazio non-euclideo in poliedri regolari.* Questi Rendiconti, luglio 1893.

(²) L'omissione di questi due tipi nella Nota citata è dovuta allo scambio, avvenuto ivi al n. 3, dell'angolo rettilineo misura del diedro col suo supplemento. Con questa rettificazione si riconosce immediatamente l'esistenza degli altri due tipi del testo.

quattro divisioni. Si vedrà che essi sono semplicemente sottogruppi *congruenziali* del gruppo delle sostituzioni unimodulari

$$\begin{pmatrix} \alpha, \beta \\ \gamma, \delta \end{pmatrix} \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1,$$

con coefficienti interi appartenenti al campo immaginario quadratico $(1, \varepsilon)$ o $(1, i)$ della radice cubica ε o della radice quarta i dell'unità.

2. Ponendo

$$\varepsilon = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2} \quad (\text{radice cubica dell'unità}),$$

consideriamo quel gruppo G di sostituzioni unimodulari

$$z' = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta} \quad (\alpha\delta - \beta\gamma = 1),$$

i cui coefficienti $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ sono interi nel campo $(1, \varepsilon)$, e per le quali inoltre sono soddisfatte le congruenze

$$\beta \equiv \gamma \equiv 0 \pmod{1 - \varepsilon},$$

rispetto al modulo primo $1 - \varepsilon$. Ampliamo il gruppo G colla riflessione $z' = z_0$ ⁽¹⁾, permutabile con G , ed avremo il gruppo ampliato, che indicheremo con G_0 , costante delle sostituzioni di 1^a e di 2^a specie

$$\left\{ \begin{array}{l} a) \quad z' = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta} \\ b) \quad z' = \frac{\alpha z_0 + \beta}{\gamma z_0 + \delta} \end{array} \right. \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1; \beta \equiv \gamma \equiv 0 \pmod{1 - \varepsilon}.$$

Dimostriamo che il poliedro fondamentale di G_0 è appunto il tetraedro regolare con angoli piani nulli e diedri $= \frac{\pi}{3}$.

Osserviamo prima di tutto il periodo delle sostituzioni ellittiche contenute in G . La $a)$ sarà ellittica quando $\alpha + \delta$ sia reale e minore, in valore assoluto, di 2; sarà per ciò

$$\alpha + \delta = 0 \quad \text{o} \quad \alpha + \delta = \pm 1.$$

Ma il primo caso è impossibile, perchè non può aversi insieme

$$\alpha + \delta = 0 \quad \alpha\delta \equiv 1 \pmod{3},$$

e resta per ciò possibile solo il caso $\alpha + \delta = \pm 1$ ove le corrispondenti

⁽¹⁾ Colla notazione di Hermite z_0 significa la coniugata di z .

sostituzioni ellittiche hanno il periodo 3. Considerando ora le sfere (piani) di riflessione di G_0 , segue di qui: *Se due sfere di riflessione di G_0 si attraversano, esse si tagliano sotto l'angolo $\frac{\pi}{3}$ o $\frac{2\pi}{3}$.*

Ed ora ricerchiamo effettivamente tutte le riflessioni contenute in G_0 . Esse sono date da quelle sostituzioni b) in cui α, δ sono coniugati immaginari e β, γ sono puramente immaginari, ed hanno quindi la forma

$$(1) \quad z' = \frac{(a_1 + a_2 \epsilon) \cdot z_0 + ib_1 \sqrt{3}}{ic_1 \sqrt{3} \cdot z_0 + (a_1 + a_2 \epsilon^2)},$$

dove a_1, a_2, b_1, c_1 sono interi razionali, soddisfacenti alla equazione

$$(2) \quad (a_2 - 2a_1)^2 + 3a_2^2 + 12b_1c_1 = 4.$$

I piani di riflessione si ottengono in particolare quando $c_1 = 0$; e poichè allora la (2) ha le sole soluzioni

$$\begin{aligned} a_2 - 2a_1 &= \pm 2 & , & & a_2 &= 0 \\ a_2 - 2a_1 &= \pm 1 & , & & a_2 &= \pm 1, \end{aligned}$$

si vede che: *si ottengono tutti i piani di riflessione di G_0 dalle equazioni*

$$\eta = \frac{b\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \xi\sqrt{3} \pm \eta = b\sqrt{3} \quad ,$$

percorrendo b tutti gli interi razionali.

Questi piani di riflessione dividono per ciò il semispazio $\zeta > 0$ in prismi triangolari retti congruenti, a base equilatera. Si consideri uno di tali prismi, per es. quello racchiuso dai tre piani

$$I) \quad \eta = 0, \quad II) \quad \eta = \xi\sqrt{3}, \quad III) \quad \xi\sqrt{3} + \eta = \sqrt{3},$$

nell'interno del quale non penetra più alcun piano di riflessione. La base di questo prisma è il triangolo equilatero nel piano complesso $z = \xi + i\eta$, coi tre vertici nei punti

$$0, 1, \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}.$$

Consideriamo ora le sfere di riflessione ($c_1 \neq 0$), coll'equazione

$$(3) \quad \left(\xi - \frac{a_2}{2c_1}\right)^2 + \left(\eta - \frac{a_2 - 2a_1}{2c_1\sqrt{3}}\right)^2 + \zeta^2 = \left(\frac{1}{c_1\sqrt{3}}\right)^2,$$

i numeri interi a_1, a_2, c_1 soddisfacendo alla congruenza

$$(4) \quad (a_2 - 2a_1)^2 + 3a_2^2 \equiv 4 \pmod{12 c_1}.$$

Fra queste sfere abbiamo la seguente:

$$IV) \quad \left(\xi - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\eta - \frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2 + \zeta^2 = \frac{1}{3},$$

corrispondente alla riflessione di G_0

$$\xi' = \frac{\varepsilon z_0}{i\sqrt{3}z_0 + \varepsilon^2};$$

essa ha per equatore (per sezione col piano ξ, η) il circolo circoscritto al triangolo equilatero considerato. I tre piani di riflessione I) II) III) e la sfera IV) racchiudono un poliedro Π , che è la porzione del prisma esterno alla sfera IV), ed è appunto un tetraedro regolare con diedri $= \frac{\pi}{3}$ e coi quattro vertici

$$V_1 \equiv (0, 0, 0) \quad , \quad V_2 \equiv (1, 0, 0) \quad , \quad V_3 \equiv \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, 0\right) \\ V_4 \equiv (0, 0, \infty),$$

che nella metrica non-euclidea sono tutti situati a distanza infinita.

3. Proveremo ora che il tetraedro regolare Π è il poliedro fondamentale di G_0 dimostrando successivamente queste due proprietà:

1^a) Nessuna sfera di riflessione di G_0 attraversa il tetraedro Π .

2^a) Nessuna sostituzione di G_0 , diversa dall'identità, trasforma Π in sè medesimo.

Per dimostrare la prima asserzione cominciamo dall'osservare che, il tetraedro Π avendo diedri $= \frac{\pi}{3}$, nessuna sfera (piano) di riflessione di G_0 può penetrare in Π attraverso uno spigolo, poichè taglierebbe allora le facce concorrenti in quello spigolo sotto un angolo $< \frac{\pi}{3}$. Dunque una sfera di riflessione di G_0 che attraversasse Π , dovrebbe contenere *nel suo interno* almeno uno dei tre vertici V_1, V_2, V_3 . Vediamo se ciò è possibile.

Secondo le (3), (4) l'equazione di una sfera di riflessione di G_0 si può scrivere

$$(5) \quad \left(\xi - \frac{a}{2c}\right)^2 + \left(\eta - \frac{b}{2c\sqrt{3}}\right)^2 + \zeta^2 = \frac{1}{3c^2},$$

dove a, b, c sono interi razionali soddisfacenti alla congruenza

$$(6) \quad 3a^2 + b^2 \equiv 4 \pmod{12c},$$

dalla quale risulta

$$(7) \quad b \equiv \pm 1 \pmod{3}.$$

Ora, perchè la sfera (5) contenga nel suo interno V_1 o V_2 , o V_3 , dovranno rispettivamente verificarsi le disequaglianze

$$(\alpha) \quad 3a^2 + b^2 < 4, \text{ per } V_1$$

$$(\beta) \quad 3(2c - a)^2 + b^2 < 4, \text{ per } V_2$$

$$(\gamma) \quad 3(c - a)^2 + (3c - b)^2 < 4, \text{ per } V_3.$$

Ma poichè, a causa della (7), b o $3c - b$ non possono essere nulli e sono quindi uguali a ± 1 , ne seguirebbe rispettivamente

$$a = 0, \text{ o } a = 2c, \text{ o } a = c,$$

ciò che è incompatibile colla congruenza (6). La prima proprietà è dunque stabilita.

Venendo alla seconda proprietà osserviamo che, il tetraedro II essendo regolare, esso ammette un gruppo tetraedrale ampliato di 24 movimenti in sè, e cioè 12 di 1^a e 12 di 2^a specie; ma, come ora si vedrà, nessuno di essi, esclusa l'identità, appartiene G_0 .

Per le sostituzioni $z' = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}$ corrispondenti ai 12 movimenti del gruppo tetraedrale di II , scrivendole sotto forma unimodulare, troviamo subito

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 0 & -\varepsilon \\ \varepsilon^2 & 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} -\varepsilon^2 & \varepsilon^2 \\ 1 & \varepsilon^2 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} \varepsilon & 1 \\ \varepsilon & -\varepsilon \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{cc} \varepsilon^2 & \varepsilon \\ 0 & \varepsilon \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 0 & -\varepsilon^2 \\ \varepsilon & 1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} -\varepsilon & 0 \\ \varepsilon^2 & -\varepsilon^2 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{array} \right) \\ \left(\begin{array}{cc} \varepsilon & -\varepsilon \\ 0 & \varepsilon^2 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} -1 & -\varepsilon^2 \\ \varepsilon & 0 \end{array} \right), \left(\begin{array}{cc} \varepsilon^2 & 0 \\ \varepsilon^2 & \varepsilon \end{array} \right), \end{array} \right.$$

dove abbiamo scritto nella prima riga le 4 costituenti il sottogruppo invariante quadrimo (Vierergruppe). Nessuna di queste, salvo la prima (l'identità), appartiene a G .

Combinando queste 12 sostituzioni colla riflessione sul piano $\xi = \frac{1}{2}$

$$z' = -z_0 + 1,$$

che riproduce II , abbiamo le 12 sostituzioni di 2^a specie che, avendo determinante $= -1$, non appartengono a G_0 .

Così è dimostrata anche la seconda asserzione. Di più osserviamo che le 24 sostituzioni riproducenti Π appartengono tutte al gruppo Γ_0 delle sostituzioni di 1^a e 2^a specie a determinante $\alpha\delta - \beta\gamma = \pm 1$ con coefficienti interi nel campo $(1, \varepsilon)$ e lo generano completamente poichè vi figurano le quattro riflessioni fondamentali di Γ_0

$$z' = z_0, \quad z' = \frac{1}{z_0}, \quad z' = -z_0 + 1, \quad z' = -\frac{\varepsilon z_0}{\varepsilon^2}.$$

Questo Γ_0 è adunque il più ampio gruppo in cui G_0 è contenuto come sottogruppo invariante (d'indice 24). Concludiamo adunque;

Il tetraedro regolare Π con angoli piani nulli e diedri $= \frac{\pi}{3}$ è il poliedro fondamentale del gruppo G_0 . Il più ampio gruppo in cui G_0 è contenuto come sottogruppo invariante è il gruppo completo Γ_0 , che consta di tutti i movimenti di 1^o e 2^o specie che trasformano in sè la divisione tetraedrica dello spazio non-euclideo.

4. Per passare alla divisione ottaedrica consideriamo quel sottogruppo G del gruppo di Picard di sostituzioni *unimodulari* a coefficienti interi di Gauss, che è definito dalle congruenze

$$\beta \equiv \gamma \equiv 0 \pmod{2};$$

abbiamo così in G le sostituzioni

$$A) \quad z' = \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}; \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1, \quad \beta \equiv \gamma \equiv 0 \pmod{2}.$$

Ampliamo il gruppo G in G_0 , aggregandovi le sostituzioni di 2^a specie

$$B) \quad z' = \frac{\alpha z_0 + \beta}{\gamma z_0 + \delta}, \quad \alpha\delta - \beta\gamma = 1 \\ \beta \equiv \gamma \equiv 0 \pmod{2},$$

e, ricercando il poliedro fondamentale di G_0 , troveremo che esso è appunto l'ottaedro regolare con diedri retti ed angoli piani nulli.

Cominciamo dall'osservare che nelle sostituzioni ellittiche A) di G può aversi soltanto

$$\alpha + \delta = 0,$$

poichè l'altro caso $\alpha + \delta = \pm 1$ è incompatibile colla congruenza

$$\alpha\delta \equiv 1 \pmod{4};$$

dunque le sostituzioni ellittiche di G hanno esclusivamente il periodo 2. Conseguentemente due sfere di riflessione di G_0 non possono attraversarsi che ortogonalmente.

Ciò premesso, cerchiamo le riflessioni di G_0 , che avranno la forma

$$z' = \frac{(\alpha_1 + i\alpha_2)z_0 + 2i\beta_1}{2i\gamma_1 z_0 + (\alpha_1 - i\alpha_2)},$$

la quaderna $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \gamma_1$ di numeri interi razionali soddisfacendo all'equazione

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + 4\beta_1\gamma_1 = 1.$$

I piani di riflessione si ottengono per $\gamma_1 = 0$ ed hanno le equazioni

$$\eta = \beta, \quad \xi = \beta,$$

percorrendo β gli interi ordinari. Questi piani dividono per ciò il semispazio $\zeta > 0$ in prismi retti a base quadrata, fra i quali sceglieremo p. es. quello limitato dai quattro piani

$$I) \quad \eta = 0, \quad II) \quad \xi = 0, \quad III) \quad \eta = 1, \quad IV) \quad \xi = 1,$$

nell'interno del quale non penetra alcun altro piano di riflessione. La base di questo prisma è nel piano $\xi\eta$ il quadrato coi vertici nei punti

$$0, 1, 1 + i, i.$$

Prendiamo ora le sfere di riflessione, date dall'equazione

$$\left(\xi - \frac{\alpha_2}{2\gamma_1}\right)^2 + \left(\eta + \frac{\alpha_1}{2\gamma_1}\right)^2 + \zeta^2 = \left(\frac{1}{2\gamma_1}\right)^2,$$

dove $\alpha_1, \alpha_2, \gamma_1$ percorrono le terne di numeri razionali interi che soddisfano alla congruenza

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 \equiv 1 \pmod{4\gamma_1}.$$

Il massimo raggio delle sfere di riflessione è $= \frac{1}{2}$; fra queste sfere di massimo raggio consideriamo le quattro

$$\begin{aligned} V) & \quad \left(\xi - \frac{1}{2}\right)^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \frac{1}{4} \\ VI) & \quad \xi^2 + \left(\eta - \frac{1}{2}\right)^2 + \zeta^2 = \frac{1}{4} \\ VII) & \quad \left(\xi - \frac{1}{2}\right)^2 + (\eta - 1)^2 + \zeta^2 = \frac{1}{4} \\ VIII) & \quad (\xi - 1)^2 + \left(\eta - \frac{1}{2}\right)^2 + \zeta^2 = \frac{1}{4}, \end{aligned}$$

le quali sono descritte rispettivamente sui lati del quadrato considerato come diametri. La regione del semispazio $\zeta > 0$ interna al prisma ed esterna alle quattro sfere ci dà appunto un ottaedro regolare **II** con angoli piani

nulli e diedri retti. I suoi 6 vertici sono nei punti

$$V_1 \equiv (0, 0, 0), \quad V_2 \equiv (1, 0, 0), \quad V_3 \equiv (1, 1, 0), \quad V_4 \equiv (0, 1, 0), \\ V_5 \equiv \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 0\right), \quad V_6 \equiv (0, 0, \infty),$$

tutti situati a distanza infinita nella metrica non-euclidea. Dimostriamo che:

L'ottaedro regolare II è il poliedro fondamentale del gruppo G_0 .

Intanto nessuna sfera di riflessione attraversa **II**, poichè ciò non può avvenire lungo uno spigolo, i diedri essendo già $= \frac{\pi}{2}$. Una sfera di riflessione che attraversasse **II** dovrebbe dunque contenere nel suo interno almeno uno dei 5 vertici

$$0, 1, 1 + i, i, \frac{1 + i}{2}$$

e quindi taglierebbe ortogonalmente tutte e quattro le facce ivi concorrenti; ciò che è impossibile.

Esaminiamo ora i movimenti di 1^a e 2^a specie che sovrappongono **II** a sè stesso e che formano il gruppo ottaedrale ampliato di 48 sostituzioni. Le 24 di 1^a specie sono le seguenti (1):

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} 1, 0 \\ 0, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i, 1 \\ 0, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} -1, 1 + i \\ 0, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} -i, i \\ 0, 1 \end{array} \right), \\ \left(\begin{array}{l} i, 0 \\ 1 + i, -i \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i, -i \\ 1 + i, -i \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i, 1 - i \\ 1 + i, -i \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i, 1 \\ 1 + i, -i \end{array} \right), \\ \left(\begin{array}{l} 0, 1 \\ -1, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} -1, 1 + i \\ -1, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} -(1 + i), i \\ -1, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} -i, 0 \\ -1, 1 \end{array} \right), \\ \left(\begin{array}{l} 0, i \\ i, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i, 0 \\ i, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i - 1, 1 \\ i, 1 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} -1, 1 + i \\ i, 1 \end{array} \right), \\ \left(\begin{array}{l} 1, -1 \\ 1, 0 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} 1 + i, -i \\ 1, 0 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} i, 1 \\ 1, 0 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} 0, i \\ 1, 0 \end{array} \right), \\ \left(\begin{array}{l} i, -i \\ 1, 0 \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} 0, -i \\ 1, -(1 - i) \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} 1, -i \\ 1, -(1 + i) \end{array} \right), \quad \left(\begin{array}{l} 1 + i, -i \\ 1, -(1 + i) \end{array} \right). \end{array} \right.$$

Nessuna di esse, esclusa l'identità, appartiene a G . Le altre 24 si ottengono combinando le 24 precedenti p. es. colla riflessione

$$z' = iz_0$$

e sono ancora tutte fuori di G_0 .

Così è dimostrata la proprietà annunciata e vediamo altresì che il più ampio gruppo Γ_0 che contiene G_0 come sottogruppo invariante (d'indice 48) è il gruppo completo delle sostituzioni di 1^a e 2^a specie a coefficienti interi nel campo di Gauss e col determinante $\alpha\delta - \beta\gamma$ eguale ad una delle unità $\pm 1, \pm i$.

(1) Nelle prime due linee scriviamo quelle di un sottogruppo diedrale G_8 .

Fisica. — *Sull' « anodo virtuale » di un tubo di scarica nel campo magnetico.* Nota del Socio A. RIGHI.

Una delle esperienze, che forniscono una prova indiretta in appoggio della mia ipotesi dei « raggi magnetici », è quella che conduce alla produzione di una colonna di luce rosea o rossa sul prolungamento dei raggi stessi, allorchè s'impiega un tubo di scarica cilindrico il cui asse coincida con quello del rocchetto generatore del campo, avente il catodo presso il polo di questo e l'anodo all'estremità di una diramazione laterale. Le deformazioni che subisce la detta colonna rossa per opera di una calamita accostata lateralmente sono precisamente quelle che si osserverebbero, se entro il tubo esistesse un anodo (che può chiamarsi « anodo virtuale »), dal quale partisse quella luce rossa in tutto analoga all'ordinaria colonna positiva di un tubo di Geissler. L'anodo virtuale sarebbe, secondo la teoria, costituito dagli ioni positivi risultanti dallo sciogliersi delle coppie ruotanti elettrone-ione positivo costituenti, secondo la mia ipotesi i raggi magnetici.

Le esperienze descritte nella presente Nota confermano in modo più diretto l'esistenza del supposto anodo virtuale.

Esse si eseguono introducendo nel tubo una sonda, cioè l'estremità di un breve e sottile filo metallico comunicante con uno dei serrafile di un galvanometro, di cui l'altro serrafile comunica col suolo. Se realmente ha luogo il periodico accumularsi di ioni positivi in una certa regione del tubo, non appena la sonda giunga in tale regione dovrà osservarsi una deviazione galvanometrica indicante una corrente diretta dalla sonda alla terra.

Lo strumento da me adoperato è un galvanometro a campo fisso che, colla scala posta a m. 1,43 da esso, dà la deviazione di un millimetro per una corrente di $6,65 \cdot 10^{-10}$ ampère. Esso fu accuratamente isolato, e nella comunicazione colla sonda fu inserita una resistenza di circa 3160 mégohm, costituita da tubi capillari contenenti alcool.

All'apparecchio di scarica fu data o la forma della fig. 1, o quella della fig. 2. In entrambi i casi il catodo (che fu tenuto sempre in comunicazione col suolo) esce di poco dal foro assiale del rocchetto destinato a produrre il campo magnetico, l'intensità del quale decresce rapidamente andando lungo il tubo da destra a sinistra.

Nel tubo fig. 1 sono poste otto sonde fisse distanti 4 cm. una dall'altra, che si cercò di fare sotto ogni rapporto identiche fra loro. Ciascuna di esse consta di un filo di platino di pochi millimetri di lunghezza saldato nel vetro ed esternamente circondato da un piccolo serbatoio con mercurio de-

stinato a stabilire la comunicazione col galvanometro. Ponendo le sonde una dopo l'altra in comunicazione con questo strumento quando non v'è campo magnetico, e la corrente fornita da una batteria di piccoli accumulatori (nel cui circuito è inclusa una fortissima resistenza) passa nel tubo, si hanno deviazioni, che decrescono passando dalla sonda 1 alla 2 e successivamente alle altre sonde sino alla 8. Ciò è ben naturale perchè la sonda comunicante

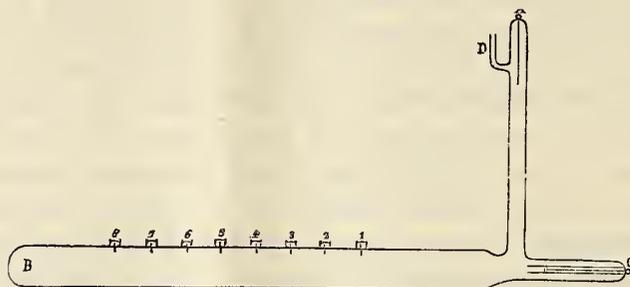


FIG. 1.

col galvanometro funziona da catodo, quantunque assai debolmente stante la enorme resistenza impiegata. Portate le deviazioni come ordinate sopra i punti 1, 2, 8, verificai, che mentre le estremità della maggior parte di esse venivano a trovarsi sempre sopra una curva poco differente da una retta discendente verso sinistra, le estremità delle altre uscivano alquanto da quella curva. Ciò si spiegava naturalmente come effetto di qualche diversità delle corrispondenti sonde, che si cercò di far sparire. Dopo lunghi tentativi ebbi un tubo, di cui una sola sonda sembrava differente dalle altre. Per non prolungare ulteriormente la non facile preparazione di simili tubi mi contentai

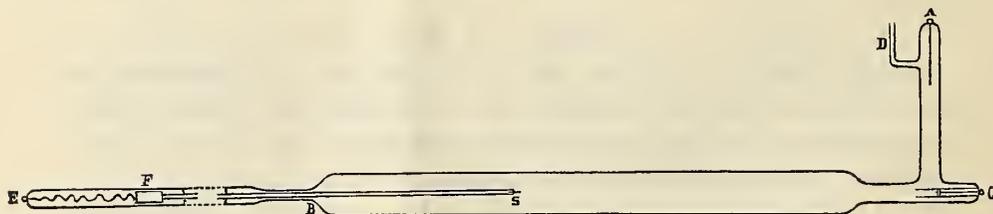


FIG. 2.

dell'ultimo ottenuto, ma adoperai solo le sette sonde, che sembravano possedere un identico comportamento.

Il tubo della fig. 2 ha una sola sonda, ma questa può muoversi a piacere lungo il suo asse. Essa consiste in un filo di platino che sporge di qualche millimetro da un lungo cannello di vetro S a cui è saldato, e questo cannello si può far scorrere lungo l'asse dell'apparecchio, spostando un roc-

chetto percorso da un'intensa corrente infilato sul lungo tubo EB, e che trascina il cilindro di ferro F.

Quando il tubo di scarica funziona e si ha deviazione al galvanometro, si nota intorno alla sonda (una delle otto della fig. 1 o l'unica della fig. 2) un debole chiarore azzurro-violetto, dovuto a ciò che la sonda fa da catodo; ma poichè l'aspetto della scarica non resta sensibilmente modificato isolando la sonda, è lecito ammettere che la perturbazione introdotta da questa non abbia molta importanza. Nel caso del tubo della fig. 2, quella debole luminosità si prolunga in certi casi intorno al cannello della sonda, particolarmente quando questa penetra assai nella regione occupata dall'anodo virtuale, ciò che forse toglierebbe fiducia alle esperienze, se queste fossero dirette a determinare la distribuzione del potenziale. Ma, come si vedrà fra poco l'impiego della sonda ebbe uno scopo più modesto.

Per dare idea dei risultati ottenuti riporterò alcune serie di misure, cominciando da alcune realizzate coll'apparecchio fig. 1, nel quale l'aria aveva la pressione di 0,20 mm., mentre la corrente di scarica era assai debole e precisamente di 62.10^{-6} ampère.

1		3		8	
Campo	Deviazione	Campo	Deviazione	Campo	Deviazione
0	115	0	103	0	80
280	126	280	111	410	84
410	154	410	122	535	88
602	306	629	269	748	140
656	297	670	299	800	260
800	259	735	288	820	276
1010	240	800	268	910	257
1215	234	910	245	1215	242
—	—	1215	237	—	—

La prima colonna contiene l'intensità del campo magnetico in unità assolute misurato, come sempre, a 15 mm. dalla faccia polare del rocchetto; la seconda colonna dà le deviazioni galvanometriche mentre la sonda 1 della fig. 1 comunicava col galvanometro. Come si vede al crescere del campo la deviazione cresce sino ad un massimo, che si manifesta piuttosto bruscamente, e poi gradatamente di nuovo diminuisce. Tutto accade dunque come se entro il tubo esistesse un anodo, e questo fosse spinto di più in più verso sinistra, quando si aumenta l'intensità del campo. Ora tale appunto doveva essere il risultato, se l'anodo virtuale ha l'origine supposta, giacchè infatti gl' ioni positivi devono giungere tanto più lontani dal catodo, quanto più intenso è il campo magnetico.

La terza e quarta colonna dànno gli analoghi risultati ottenuti impiegando la sonda 3; le ultime colonne quelli relativi alla sonda 8. Dal confronto dei numeri relativi alle tre sonde si scorge poi, che il massimo di deviazione si verifica per un valore del campo tanto più elevato, quanto più la sonda adoperata è lontana dal catodo; ciò che è in pieno accordo colle previsioni teoriche.

La tabella seguente dà alcuni dei risultati ottenuti col tubo della fig. 2, mentre la pressione dell'aria in esso era di 0,05 mm. e la corrente di scarica 57.10^{-6} ampère tenendo costante l'intensità del campo magnetico e scandagliando colla sonda mobile l'asse dell'apparecchio.

	410	535	670	1375
150	232	216	213	180
300	224	212	—	—
400	210	—	—	183
450	37	202	213	—
500	20	—	210	186
550	0	21	100	—
600	0	—	12	191
650	0	4	5	—
700	0	0	—	197

La prima colonna verticale indica la distanza dal catodo alla quale la sonda venne successivamente posta; la prima linea orizzontale indica i valori del campo magnetico per ciascuna delle quattro serie di misure, i cui risultati (deviazioni in mm.) sono trascritti sotto. Si vede facilmente, che col campo di 410 unità la sonda mobile, che partendo da lontano veniva avvicinata al catodo, non cominciò a funzionare che quando fu a mezzo metro da questo, e che accostandola di più la deviazione crebbe rapidamente. Il supposto accumulo di ioni positivi cominciava dunque a manifestarsi a mezzo metro dal catodo, e mostravasi di più in più denso nelle regioni a questo più vicine.

Osservando le colonne successive si scorge poi chiaramente, come il supposto anodo virtuale si formi di più in più lontano dal catodo, quando si aumentà l'intensità del campo magnetico, al punto anzi che, con campo di 1375 unità si raccoglie una corrente più intensa quando la sonda è a 70 centimetri dal catodo che quando è più vicina. In quest'ultima circostanza si osserva il chiarore menzionato più sopra intorno al cannello circondante il filo della sonda; non si può quindi a rigore essere sicuri dell'attendibilità delle prime cifre dell'ultima colonna; ma resta nondimeno ben dimostrato il considerevole allontanamento dell'anodo virtuale dal catodo.

Le esperienze fatte col tubo fig. 2 sono dunque, non meno delle prime, favorevoli alla ipotesi da me proposta e sostenuta.

Zoologia. — *Ulteriori ricerche sui Fillosserini* (Nota 15^a) (1).
Nota del Socio B. GRASSI.

Ho potuto tener dietro alle generazioni primaverili di quelle fillossere che altra volta avevo dubitativamente e con riserva riferite alle specie *Ph. acanthohermes* e *coccinea*; questo riferimento era stato fatto, seguendo specialmente la sinopsi e la revisione dei fillosserini italiani fatte dal Del Guercio.

Due anni fa io avevo cercato la *Ph. coccinea* del Del Guercio alla fine di maggio sulle pagine inferiori delle foglie, ma non l'avevo rinvenuta; l'anno scorso ripetendo le ricerche, trovai al principio della primavera una forma che mi parve ad essa ascrivibile, ma più tardi, per quante ricerche facessi, con mia meraviglia non fui più capace di rivederla.

Anche quest'anno, come l'anno scorso, ai primi di aprile essa riapparve sulle foglie appena spuntate e fece una generazione (generazione fondatrice) sulla loro pagina inferiore, producendo zooecidi caratterizzati da una piega quasi a forma di conchiglia bivalve più o meno chiusa, più o meno estesa di un lobo e anche di tutta una metà del lembo. Al riparo, sotto ogni piega, annidavasi di solito una fillossera sola, che deponeva un mucchietto di uova; nel punto dove succhiava, producevasi una macchia scolorita giallognola.

(1) Enumero per comodo del lettore le Note precedenti, apparse in questi Rendiconti, in parte mie ed in parte dei miei scolari Foà, Bonfigli, Grandori:

1. B. GRASSI e A. FOÀ. « Riassunto delle ricerche sulle fillossere e in particolare su quelle della vite ».
2. B. GRASSI e A. FOÀ. « Inaspettata scoperta di una fillossera sulle radici della quercia ».
3. A. FOÀ e R. GRANDORI. « Studi sulla fillossera della vite. Differenze tra la fillossera gallicola e la fillossera radicolare ».
4. B. GRASSI e A. FOÀ. « Ulteriori ricerche sulla fillossera gallicola della vite ».
5. B. GRASSI e R. GRANDORI. « Ulteriori ricerche sulle fillossere gallicole della vite ».
6. B. GRASSI e R. GRANDORI. « Ulteriori ricerche sulla fillossera gallicola della vite ».
7. B. BONFIGLI. « Ancora sul ciclo della *Phylloxera quercus* Boyer ».
8. A. FOÀ. « Intorno al ciclo evolutivo della fillossera del cerro ».
9. B. GRASSI e A. FOÀ. « Ulteriori ricerche sulla fillossera della vite ».
10. R. GRANDORI. « Ulteriori ricerche sulla fillossera della vite ».
11. B. GRASSI e A. FOÀ. « Sulla classificazione delle fillossere ».
12. B. BONFIGLI. « Ulteriori ricerche sulla *Phylloxera quercus* Boyer ».
13. B. GRASSI. « Studi sull'*Acanthohermes quercus* Kollar ».
14. A. FOÀ. « Intorno all'uovo durevole (uovo d'inverno) dell'*Acanthohermes quercus* Kollar ».

Le giovani larve, tutte rostrate, che si schiusero da queste uova, abbandonarono le foglie e si stabilirono sui ramoscelli anche di due anni di età, raccogliendosi in screpolature che casualmente vi si trovavano, oppure sotto ai periffilli (squamme e perule). Soltanto in casi molto rari le fillosere di questa generazione s'annidarono sotto la piega, in parte già necrosata, della generazione fondatrice. Nei varî posti qui indicati, per lo più riunite assieme a 2, 3 e fino a 8 e 10, diventarono mature (seconda generazione). La maggior parte fecero mucchietti di uova donde si svilupparono rostrati; un numero minore depose uova di sessuati; tutte restarono attere coi due occhi a tre lenti. Non mi fu dato incontrare nè ninfe nè alate. Il rostro delle neonate della seconda e della terza generazione (figlie e nipoti della fecondatrice) apparve più lungo che nella prima generazione. La quantità di uova fatte dalle singole madri virginopare della seconda generazione è stato molto minore che in quella precedente; anche la grandezza delle madri è apparsa minore. Le sessupare, non differenti da queste per le dimensioni, depositarono soltanto poche uova. Al presente è certamente in corso una terza generazione, derivata da madri virginopare, che non mi è possibile però tener distinta da quella precedente. Si trovano anche alcuni individui più grandi col rostro più corto, il cui significato mi riesce incerto.

La specie in discorso non è certamente la *coccinea* v. Heyden (che a mio avviso corrisponde invece alla *Ph. Foaë* del Börner, ma di ciò più avanti).

Nelle madri fondatrici i tubercoli presentano molte anomalie. Nelle generazioni successive, essi vanno incontro quasi costantemente a notevolissime riduzioni di volume fino a scomparire quasi del tutto, tranne il pelo terminale. Per quanto ho finora veduto quelli delle serie marginali e pleurali del torace non rimangono mai piccoli, come li descrive nella *Ph. coccinea* il Börner.

A me sembra, tutto sommato, che la specie in discorso, che presenta tubercoli conici, sia una forma forse stata veduta, ma finora non distinta e vorrei denominarla *Ph. confusa* (Grassi).

Accenno ora sommariamente alla forma, che col Del Guercio riferivo alla *Ph. acanthochermes*, mentre invece non ha nulla che fare con essa. Questa forma per me finora non è distinguibile con sicurezza dalla *Ph. glabra* V. Heyden, nè dalla *Ph. coccinea* del Balbiani e del Dreyfus, nè dalla *Ph. punctata* del Buckton, del Dreyfus ecc. La prima generazione comparve contemporaneamente alla *Ph. confusa*, raramente producendo una piegatura della foglia, indistinguibile dalle più piccole prodotte da quest'ultima; per lo più faceva arricciare soltanto una piccola porzione periferica del lembo e, dentro all'arricciatura, fissandosi alla pagina inferiore della foglia, diventava matura. Essa faceva sempre le uova in un piano, disposte in archi di cerchio o cerchi più o meno incompleti, in numero maggiore di due. L'antenna lunga,

il rostro corto, i tubercoli appena accennati tranne quelli periferici, i tubercoli sormontati dai cerei cappucci nelle giovani larve ecc. permettono sempre di distinguere con facilità questa specie dalla precedente.

La seconda generazione si svolse alla pagina inferiore delle foglie, senza produrre mai nè arricciatura nè piega di sorta. La sua presenza era tradita soltanto da macchioline scolorite (bianco-giallognole).

In questa seconda generazione la madre virginopara resta più piccola, non è più a cuticola granulosa; questa presenta invece come una rete con nodi. Resta però sempre caratteristica la brevità del rostro in contrasto con la lunghezza delle antenne. Anche in questa specie le seconde madri (figlie della fondatrice) fanno un numero molto minore di uova, disposte in due soli cerchi incompleti. Non tutti gli individui di questa generazione diventano madri virginopare; per una parte non molto grande diventano invece madri attere sessupare, o cogli occhi formati soltanto dalle tre faccette, o cogli occhi come nelle ninfe; altri infine diventano ninfe rosse e poi alate. Queste forme alate presentano frequentissime variazioni del sensillo placoide distale dell'antenna (lunghezza maggiore o minore, divisione in due o anche in tre sensilli, lontani l'uno dall'altro). *Esse, e ciò è veramente singolare, non arrivano mai a spiegare le ali in guisa da poter volare; restano sulla foglia su cui son nate e quivi fanno uova di sessuali.* I sessuali derivati da questa generazione scendono lungo i ramoscelli, ma ciò fanno anche in parte i neonati forniti di rostro.

La *Foaiella Danesi* non ha presentato ibernanti; ha perciò svernato soltanto l'uovo durevole. Un mese fa circa incontrammo sopra una radice un mucchietto di uova che dovevano essere state fatte da una madre fondatrice. Non ho potuto però procurarmi alcuna di queste; certamente è molto difficile di trovarle, però bisogna confessare che le ricerche fatte furono insufficienti. Oggigiorno abbiamo sulle radici delle querce abbastanza numerose madri virginopare; invece non ho ancora veduto nè ninfe nè sessupare. A un certo momento sospettai che la forma da me supposta *coccinea* (v. sopra) potesse far parte del ciclo della *Danesi*, senonchè i peli terminali e la lunghezza del terzo articolo delle antenne costituiscono dei caratteri distintivi. A togliere ogni dubbio poi basta confrontare il terzo articolo dell'antenna dei sessuali dell'una e dell'altra forma.

La *Ph. salicis* ha svernato pure soltanto come uovo fecondato. Sono già avvenute alcune generazioni tutte nella corteccia del salice. Mancano sempre le ninfe. Non trovo ancora sessupare.

La *M. corticalis* soltanto alla fine dell'inverno ha cessato di proliferare. Di essa sono sopravvissute giovani larve (ibernanti), non però in molta quantità.

La specie che noi avevamo dubitativamente riferito alla *Ph. punctata* Lichtenstein, basandoci sui riscontri coi dati insufficienti che si trovano nella

letteratura francese intorno a questa specie (soprattutto sul fatto che in mezzo a molte centinaia di sessupare attere, non avevamo incontrata alcuna alata), è stata da noi seguita quest'anno per due generazioni (prima e seconda). Ora è cominciata la terza; si trovano, cioè, giovani larve, nipoti delle fondatrici. Nelle prime due generazioni ho trovato soltanto madri virginopare. Questa specie ha veramente molta somiglianza con quella che il Börner ha denominata *Ph. Foaë*, però la lunghezza delle antenne non corrisponde. Attendo le ninfe e le alate, se verranno, per dare un giudizio definitivo. Fin d'ora noto che la descrizione data dall'Heyden della sua *Ph. coccinea* coincide meglio colla *Ph. Foaë*, che colla *Ph. coccinea* del Börner (1).

In complesso, questa specie viene biologicamente caratterizzata come segue:

1.° la fondatrice, la quale può trovarsi anche alla pagina superiore della foglia, arreceia l'orlo di questa;

2.° le figlie della fondatrice, che stanno sempre alla pagina inferiore della foglia, non producono arricciamento di sorta, ma semplici macchioline scolorite bianco-giallognole, qua e là nel lembo;

3.° la madre deposita uova isolate, sparse qua e là alla pagina inferiore del lembo.

Debbo aggiungere che non si trovano spiccate differenze morfologiche tra le madri virginopare della prima e della seconda generazione.

Sulle querce propriamente dette (gruppo *Robur*), si trovano perciò nell'Italia media le seguenti forme:

Acanthohermes quercus Kollar.

Phylloxera glabra von Heyden(?) (Sin. *Ph. acanthohermes* p. p. Del Guercio).

Phylloxera confusa Grassi.

Foaiella Danesi Grassi e Foà.

Phylloxera coccinea von Heyden? (*non* Börner) (nostra supposta *Ph. punctata*).

Phylloxera quercus, proveniente dalle alate virginopare del leccio o delle uova d'inverno deposte sulla quercia (Bonfigli).

La *Ph. coccinea* von Heyden, ha grande somiglianza colla *Ph. quercus* e noi tenteremo perciò di acclimatarla anche sui lecci.

Riguardo alle distinzioni in generi delle forme da me illustrate nella presente Nota, io resto molto incerto. I caratteri distintivi della *confusa*, della *glabra* (?) e della *coccinea* (?), mi sembrano più che sufficienti per

(1) Kopf, Halsschild und Hinterleib reihenweise mit kleinen weissen nagelförmigen Knöpfchen besetzt, deren Knöpfchen etwas höckerig sind (von Heyden).

ripartirle in tre generi. Così facendo, la famiglia dei Fillosserini verrebbe però ad essere divisa in generi, tutti o quasi tutti con una sola specie: ma io ritengo che approfondendo lo studio dei caratteri minori di queste forme nelle varie località, ognuna di esse verrà a subire un'ulteriore scissione in specie.

Fisica. — *Sulle scariche oscillatorie*. Memoria del Socio A. BATTELLI e L. MAGRI.

Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

Storia delle matematiche. — *Bonaventura Cavalieri e la costruzione lineare delle coniche*. Nota di F. AMODEO, presentata dal Corrispondente E. PASCAL.

Pareva finora che in quell'epoca gloriosa del 1640, in cui la Francia segnava uno dei periodi più memorabili della geometria sintetica, colle opere di Desargues (1) e di Pascal, l'Italia fosse rimasta inerte e noncurante di tanto slancio geometrico ed avesse rivolta la sua attenzione soltanto alle scienze sperimentali ed all'astronomia, all'idraulica, al calcolo integrale, alla meccanica applicata, al meccanismo del corpo degli animali ed alla restituzione delle più antiche opere classiche geometriche con Galilei, Castelli, Torricelli, Cavalieri, Borelli e Viviani.

Invece non è così, e qui ci proponiamo di far vedere che in quella stessa epoca in cui la Francia segnava l'inizio della moderna geometria sintetica, l'Italia ne segnava, per così dire, il completamento mediante l'ingegno portentoso del padre gesuato, milanese, Bonaventura Cavalieri, il quale aveva il gusto di cercare, non le grandi cose, ma le piccole e minute cose, che dovevano generare le grandi. Egli si era occupato di geometria delle coniche, fin da quando fu a Pisa iniziato dal Castelli agli studi delle matematiche, scrivendo lo *Specchio ustorio*; ma in questo egli si era contentato di dimostrare le costruzioni per moto continuo ideate dal Keplero per la parabola e l'iperbole conforme a quella già nota dell'ellisse dichiarandosi contento di averlo fatto per il primo; avea cercato di dimostrare la possibile effettuazione della *linea ustorio* ideata dal napoletano Giov. Batt. della Porta, avea annunziato delle trasformazioni non proiettive di ellissi in parabole, di parabole in iperbole e di iperbole in altre iperbole, ed era passato

(1) Cfr. Amodeo, *Nuova analisi del trattato delle coniche di Gérard Desargues e cenno su J. B. Chauveau*. Rend. Acc. Sc. Napoli, 1906.

oltre, cercando di evitare con cura di esser accusato di plagio. Non è però in questo primo saggio che il suo acume geometrico avea giganteggiato. Esso si manifesta quando Cavalieri meno lo avrebbe sospettato, quando egli tratta di applicare i suoi indivisibili alla quadratura della *spirale* di Archimede. Qui con una genialità abbagliante, per dimostrare che l'area racchiusa fra il primo giro della spirale e l'asse è $\frac{1}{3}$ del cerchio che lo contiene, tenendo fissi gli *argomenti* dei diversi punti della curva nella loro origine sull'asse, egli li rettifica perpendicolarmente all'asse e mostra che gli estremi di questi argomenti si trovano su una parabola e che quindi la spirale si è trasformata in una parabola. Deduce da ciò il teorema dell'area, e subito dopo egli perviene, con la sua sagacia, a ritrovare in questa trasformazione una costruzione della parabola, che comincia a spezzare il cerchio di ferro entro cui il metodo degli antichi aveva chiuso le sezioni coniche, poichè alle costruzioni fatte col compasso, le sole che per 20 secoli si erano sapute usare, sostituisce una costruzione fatta soltanto con linee rette ⁽¹⁾.

Questa costruzione è pubblicata nello Scolio 2 della Prop. 9 del Libro sesto della *Geometria indivisibilibus continuorum nova quodam ratione promota*, da lui stampata nel 1635; ma è dimostrato che fin dal 1623 (19 aprile) egli aveva mandato al Galileo il manoscritto che conteneva questa sua ricerca sulla spirale, che nel 1625 l'aveva comunicato a Cesare Marsili, che nel 1627 tutta l'opera era stata mandata a mons. Ciampoli a Roma per darla alla stampa e che nel 27/2 1629 fu rimandata al Marsili come titolo per poter succedere al Magini nella cattedra di Bologna ⁽²⁾. Cosicchè la priorità di questa costruzione su quelle che Mydorge pubblicava nel suo trattato delle sezioni coniche ⁽³⁾, anche nel caso che esse siano contenute nella prima edizione del 1631 di questo trattato, rimane fuori di ogni discussione.

All'epoca in cui Cavalieri pubblicava la sua *Geometria indivisibilibus*, egli non era riuscito a fare un passo egualmente ardimentoso per le due altre sezioni coniche, quantunque egli, convinto della grande importanza di ottenere un'analogia costruzione per le altre due curve, ci pensasse a lungo. Ed il suo cervello era tale che non poteva non riuscire, e quando finalmente raggiunse la desiderata costruzione egli confessò che questa scoperta gli dette un vivo piacere e la comunicò al Torricelli e a Gian Antonio Rocca, i quali, come egli stesso afferma, la modificarono subito in altra più elegante. Il

(1) Cfr. Amodeo, *I trattati delle sezioni coniche da Apollonio a Simson*. Atti Ist. tecn. di Napoli, 1905, pp. 19-69.

(2) Cfr. Favaro, *Bonaventura Cavalieri e la quadratura della spirale*. Rend. Ist. Lombardo, 1905.

(3) *Claudii Mydorgii patricii parisini conicorum*, stampato in due libri nel 1631, ed in quattro libri nel 1639. A me è riuscito di consultare soltanto la seconda edizione del 1639.

Cavalieri ha consegnato ai posteri questa costruzione nella sesta delle sue *Exercitationes geometricae sex* ⁽¹⁾ (1647) con queste precise parole:

« Dum meae Geometriae Ind. Librum Sextum contexerem inudi in modo describendae parabolae satis facilem, quam in eo Libro Scolio 2 Prop. 9 studiosis postmodum communicavi. Diù dolui non posse pariter hyperbolam, & ellipsim tam facili ratione describi. At deniq; animadverti idem in ijs quoq; perfici posse, quod mihi non parum attulit voluptatis. Hunc ergo modum hic palam faciendum ad publicam utilitatem duxi, quod praemissa sequenti Lemmatica Propositione nunc praestabo » (cfr. l. c., pag. 445).

Ed alla fine (a pag. 451) dice:

« Cum superior em praxim ex me quoque intellexissent Torricellius & Roccha eiusdem ipsi quoque diversam à superiori elegantemque rationem attulerint ».

Eppure una così interessante scoperta, tanto apertamente annunciata, ha potuto rimanere trascurata, e Bonaventura Cavalieri, la cui fama come inventore e creatore del calcolo integrale, non è stata mai messa in dubbio, ma soltanto annebbiata dalla penosa difficoltà che s'incontra a leggere ed intendere l'opera sua sugli indivisibili, non è mai stato reputato degno, come geometra delle coniche, di stare in rango con Desargues e Pascal, mentre si potrebbe financo considerarlo come il precursore di Steiner.

Come ciò possa essere avvenuto si può spiegare nel seguente modo:

Il grande storico della geometria Michel Chasles, che tutti meritamente onorano per l'incremento che seppe dare al progresso della geometria con le sue ricerche storiche, e le applicazioni che ne seppe fare, e pel quale con fine senso di giustizia la Francia creava una cattedra di geometria superiore, non ebbe opportunità d'intuire a fondo tutta l'importanza del contributo che Cavalieri dava alla geometria delle coniche; poichè egli parlando di Cavalieri ha poco misurate le parole nel confronto del vero merito di lui. Egli non dedica nella sua famosa *Aperçu historique* che un paragrafo di poche righe, 10 in tutto, al nostro grande italiano; riconosce che la geometria degli indivisibili venne ad arricchire la scienza e segnare l'epoca dei grandi progressi fatti nei tempi moderni, ma aggiunge, allontanandosi molto dal vero: « Questo metodo adatto alla determinazione delle aree, dei volumi, dei centri di gravità dei corpi e che ha supplito per 50 anni con vantaggio al calcolo integrale, non era come l'ha fatto vedere Cavalieri stesso, che un'applicazione felice o piuttosto una trasformazione del metodo di esauritione » ⁽²⁾. Qui, se Chasles ha ragione sulla affinità che egli trova

⁽¹⁾ La *sesta esercitazione* è una miscellanea di questioni diverse. La prima è dedicata alla costruzione che qui citiamo ed è intitolata: *De modo facili describendi Sectiones Conicas, et in omnibus uniformi*, ed occupa da pag. 445 a pag. 451.

⁽²⁾ Cfr. Chasles, *Aperçu historique*, pag. 57 della seconda ediz.

tra il metodo di Cavalieri e quello di Archimede, ragione che gli si può concedere maggiormente ora che la moderna scoperta della *Metodologia* di Archimede ha fatto conoscere il metodo di ricerca del grande siracusano ⁽¹⁾, non ha però ragione nel dire che il metodo di Cavalieri suppliva per 50 anni il calcolo integrale. Il metodo di Cavalieri invece creava e poneva le basi solidissime del calcolo integrale, ed indipendentemente dal calcolo differenziale, e ciò 50 anni prima che al calcolo differenziale si fosse pensato: ed esso è tale che si potrebbe far rivivere tal quale per adottarlo nell'insegnamento di quelle scuole ove non è possibile insegnare il calcolo differenziale, come sono per esempio le scuole professionali medie.

Un'altra sola volta lo Chasles parla espressamente di Cavalieri, a pag. 100 ⁽²⁾, in occasione del matematico Jean de Witt. Egli vanta il metodo di De Witt per aver ideata la descrizione delle coniche per intersezioni di rette che generalmente erano i lati di angoli mobili, ed aggiunge: « Fin allora non vi era stata che la parabola che si fosse descritta in tal modo. « L'iperbole e l'ellisse ricavavano la loro generazione dal cerchio direttamente, « o avevano bisogno nelle diverse costruzioni dell'impiego di questa curva. « Intanto dobbiamo dire che Cavalieri aveva già avuta l'idea di cercare per « l'ellisse e per l'iperbole una descrizione con la linea retta, analoga a quella « della parabola, e le sue ricerche avevano avuto un primo successo che « questo geometra confessa avergli cagionato un vivo piacere. Ecco il principio del suo metodo, che noi presentiamo con un enunciato più generale, « che lo farà meglio concepire: che si abbia un angolo e che si menino « delle trasversali parallele fra loro: che dai punti ove ciascuna trasversale « incontra i due lati dell'angolo, si menino due rette concorrenti rispettivamente a due punti fissi, queste due rette si taglieranno in un punto che « avrà per luogo geometrico una conica passante per i due punti fissi ».

E fin qui lo Chasles è stato di una fine percezione e chiaroveggenza, e non doveva che dedurne la conseguenza per assurgere alle conclusioni a cui avrebbe dovuto pervenire.

Invece egli continua così:

« Ce n'est pas ce théorème général que Cavalieri démontre, mais seulement l'un de ses cas particuliers; il suppose l'angle droit, les deux points « fixes placés sur les côtés, et la direction des transversales telles que ces « deux points soient les sommets de la courbe ». Qui Chasles ha equivocato sulla posizione dei punti, che non sono sui lati dell'angolo retto e non ha dato un'idea chiara dell'estensione del teorema di Cavalieri. E se l'equivoco può essere benevolmente considerato come un errore di trascrizione, non si

⁽¹⁾ Cfr. Zeuthen, *Quelques traits de la propagation de la Science de génération en génération*, Rivista di Scienza (« Scientia »), 1909, n. 9, pag. 1.

⁽²⁾ Cfr. l. c., 2^a ediz.

può con eguale benevolenza scusare l'accenno inadeguato del teorema; poichè dopo che egli ha detto: « Ainsi la pensée qui a dirigé de Witt, dans ses descriptions des coniques par la ligne droite, n'était pas absolument nouvelle »; aggiunge questa grave e non esatta considerazione: « mais Cavalieri s'étant borné à un seul théorème, l'un des plus restreints de cette théorie, qui est extrêmement féconde, l'ouvrage de De Witt présente réellement un caractère de nouveauté qui mérité d'être remarqué dans l'histoire de la Géométrie ».

Non ci voleva più di tanto per impedire che si riconoscesse il merito della costruzione della coniche ideata da Cavalieri: dopo un giudizio così autorevole più nessuno poteva pensare a rivedere la costruzione di Cavalieri, come infatti è avvenuto, ed invano se ne cercherebbe un accenno nemmeno nelle magistrali opere di Cantor e Zeuthen (¹).

Così la svista di un solo, quando questi è una persona autorevole, può tramandare per molto tempo un errore storico. E ciò non si potrà evitare fino a quando l'*Archivio delle Matematiche*, che io ebbi l'onore di proporre al Congresso internazionale dei Matematici a Roma, nell'aprile del 1908, non sarà un fatto compiuto. Ma in quanto riguarda il Cavalieri è tempo ora che egli sia, anche come promotore della moderna geometria proiettiva, messo nella sua vera luce, che non è meno risplendente di quella che, per una strana coincidenza di fatalità, anche con ritardo, fu riconosciuta a Desargues e a Pascal.

Vediamo dunque qual'era la costruzione di Cavalieri riguardante la parabola.

Se A è il vertice (vedi figura 2^a a pag. 666), AC l'asse, AG la tangente al vertice ed E un punto qualunque della curva, egli completa il parallelogramma ACEG, e segna sulle rette GE, CE due punteggiate simili, che abbiano per punti corrispondenti G, C ed E per punto unito, proietta la prima da A, la seconda del punto all'infinito della curva ed ha nei punti d'intersezione dei raggi corrispondenti dei due fasci proiettivi la curva voluta.

Questa costruzione fu elegantemente estesa da Torricelli (²) per applicarla alla descrizione della traiettoria di un proiettile, cioè al caso di una parabola di cui sian dati un punto e la tangente in esso, un altro punto e la direzione dei suoi diametri. Supposto A (vedi fig. 1^a, pag. 166) il punto di contatto della tangente AG, ed E un punto qualunque della curva, GE la direzione dei diametri, egli considera le punteggiate simili sulle rette GE, AE, che hanno per punti corrispondenti A, G e per punto unito E, proietta la

(¹) M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Leipzig; G. Zeuthen, *Geschichte der Mathematik in XVI und XVII Jahrhundert*, Leipzig, 1903.

(²) Il Torricelli comunicava questa costruzione al Magiotti in Roma in data 8/1 1640 (cfr. Ghinassi, *Lettere e vita di Torricelli*, Firenze, 1864) e la inseriva a pag. 221 dell'opera pubblicata il 1644, nel trattato *De Motu gravium...*

prima da A, e la seconda dal punto all'infinito della retta GE ed ottiene la curva per intersezione dei raggi corrispondenti dei due fasci proiettivi.

Questa costruzione della parabola per fasci proiettivi era la prima che si fosse ideata, ma i precedenti citati, avendo messo anche me su falsa strada, me l'aveva fatta attribuire a Mydorge⁽¹⁾. Questi ha il merito invece di avere trovate, dopo del Cavalieri, altre tre costruzioni della parabola per fasci proiettivi, tutte sullo stesso tipo⁽²⁾, cioè sempre mediante l'intersezione dei raggi corrispondenti di due fasci che proiettano due punteggiate simili.

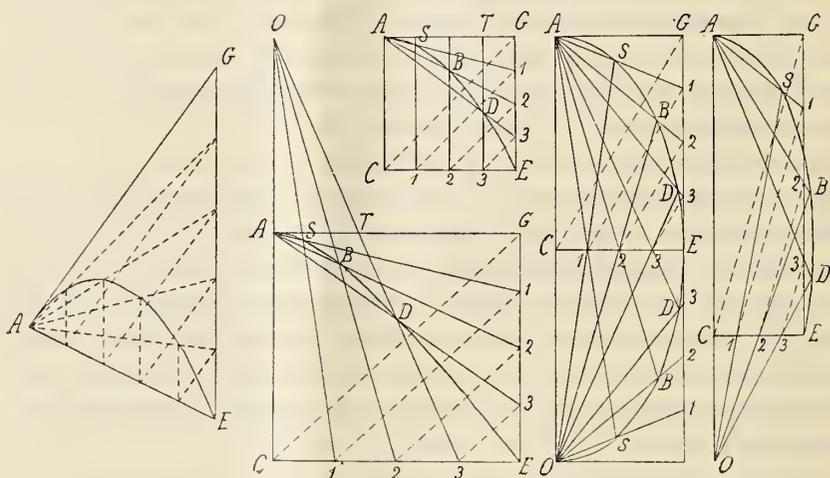


FIG. 1.

FIG. 2.

una da un punto proprio, l'altra dal punto all'infinito della parabola: delle quali la terza coincide completamente con quella di Torricelli, senza però fare accenno alla esistenza della tangente in A.

La costruzione lineare della parabola era dunque assodata e restava a trovare quella delle altre due coniche. Il merito di aver costruito linearmente l'ellisse e l'iperbole era stato attribuito da me⁽³⁾ come dal Dingel-dey⁽⁴⁾ a l'Hospital, perchè si trova la detta costruzione nell'opera di lui pubblicata dopo la sua morte, nel 1707, col titolo: *Traité analytique des Sections coniques*. In quest'opera l'Hospital prima (a pag. 100) inserisce una costruzione delle tre coniche sul tipo di quella di De Witt, ottenuta facendo rotare un angolo retto intorno a un vertice della conica, e trovando l'intersezione di un lato di esso con la retta che dall'altro vertice della conica proietta il punto d'intersezione dell'altro lato dell'angolo con una retta

⁽¹⁾ Cfr. Amodeo, *I trattati...* l. c., pag. 26 dell'estratto.

⁽²⁾ Cfr. Mydorge, l. c., libro II, pag. 28 e segg.

⁽³⁾ Cfr. Amodeo, *I trattati...* l. c., pag. 43 dell'estratto.

⁽⁴⁾ F. Dingel-dey, *Encyclopädie d. Mathem. Wiss.*, Bd. III, C. 1, pag. 13.

assegnata perpendicolarmente all'asse che passa per i due vertici indicati; e poi (a pag. 103) mostra che proiettando da un estremo di un asse la punteggiata esistente sulla tangente nell'altro estremo di esso, e da questo estremo la punteggiata ad essa eguale opportunamente posta su una parallela all'asse situata ad una determinata distanza si hanno nelle intersezioni dei raggi corrispondenti i punti della conica.

Ma adesso resta assodato che il merito di aver fatto questo passo arduo, che sopprimeva la difficoltà di ricorrere al compasso per costruire le coniche a centro, è esclusivamente del nostro grande Cavalieri, e ciò non più tardi del 1641 ⁽¹⁾, e con un metodo più generale di quello escogitato dallo stesso Hospital tanto tempo dopo, e valevole per tutte le coniche.

Per esporre la costruzione di Cavalieri riprodurremo qui la sua stessa figura (fig. 2^a della pag. 166) aggiungendovi soltanto le linee tratteggiate CG, 11, 22, 33, di cui egli si è servito per la dimostrazione della regola in altra figura. Egli dice:

Se si vuol costruire una conica a centro di cui siano dati gli estremi di un diametro AO ed un punto E, e la direzione del diametro coniugato ad AO, si tirino per E la retta EG parallela al diametro AO e la retta EC parallela al diametro coniugato ad esso, e si completi il parallelogramma ACEG; indi con rette parallele alla diagonale CG si determinino sulle rette CE, GE le due punteggiate simili 123 E, 123 E e si proietti la prima da O, la seconda da A; si avranno nei punti d'intersezione S, B, D dei raggi corrispondenti dei fasci (A) ed (O) i punti della curva.

La figura del Cavalieri potrebbe far ritenere che egli volesse limitare la sua costruzione alla conica data dall'asse e da un punto, ma tanto il ragionamento fatto, quanto la dimostrazione, non ammettono queste restrizioni, ed anzi l'ultimo disegno a destra mostra che Cavalieri si è preoccupato di far notare che la sua costruzione non era limitata solo al caso che il punto E fosse un vertice della conica, ma che poteva essere un qualunque suo punto. Nè le costruzioni di De Witt sono da ritenersi più vantaggiose di quelle di Cavalieri, perchè il De Witt ottiene le diverse coniche con costruzioni differenti dipendenti o dalla rotazione di un angolo costante intorno al vertice o dallo strisciamento di un angolo costante con un lato su una retta, o dalla traslazione rettilinea di un segmento costante, e le costruzioni, che sono diverse per la parabola e per l'iperbole e non sono nemmeno estese all'ellisse, risultano tali che la generazione proiettiva delle coniche non risulta evidente ed immediata come in Cavalieri. Dippiù il Cavalieri dimostra la sua costruzione in modo che si può enunciare il teorema:

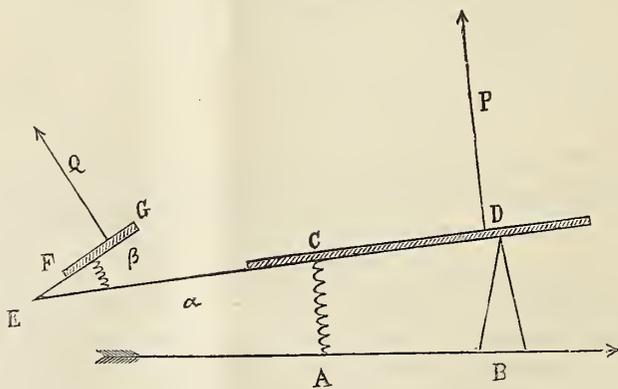
(¹) Questa costruzione dell'ellisse e dell'iperbole fu comunicata da Cavalieri a G. Antonio Rocca nei primi mesi del 1641 (cfr. Favaro, *Gian Antonio Rocca*. Ann. Istituto Veneto, 1906).

Proiettando i punti della conica da O e da A si ottengono due fasci che determinano sulle rette GE, CE due punteggiate simili; e si può ora aggiungere, quindi sono proiettivi; sicchè pare addirittura, nel leggere quella esercitazione di essere trasportati ai tempi di Steiner, cioè quasi due secoli dopo.

Anzi se si aggiunge che Desargnes aveva ricavata la sua teoria dei poli e polari rispetto alle coniche, dalla proiezione delle figure che riguardavano la teoria di centro e diametri, mostrando che le proprietà proiettive che si enunciano per gli estremi di un diametro reggono per qualunque coppia di punti di una conica, bisogna convenire che la teoria della generazione proiettiva delle coniche, che soltanto coll'opera di Steiner ⁽¹⁾ prese così generale sviluppo, era già virtualmente compresa nella costruzione di Cavalieri.

Meccanica applicata. — *Modo d'intensificare gli effetti dell'attacco elastico in un aeroplano.* Nota del dott. L. ORLANDO, presentata dal Corrispondente V. REINA.

In due recenti lavori ⁽²⁾ ho trattato di un'idea del capitano Crocco, la quale oggi ritorna, dopo lungo silenzio, in onore, ed è applicata con successo da costruttori stranieri, che (probabilmente per equivoco) la considerano come propria.



Non credo cosa inutile nè inopportuna far vedere come quell'idea possa acquistare estensione; e descriverò pertanto un apparecchio, che può presentarsi come un buon accessorio nella costruzione di alcuni tipi d'aeroplani.

L'asse AB è rigidamente collegato coll'asse dell'aeroplano; l'asse dell'aeroplano si suppone sulla direzione del movimento, il quale avviene con

⁽¹⁾ Steiner, *Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten...*, Berlin, 1832, pag. 139.

⁽²⁾ *Sopra un brevetto...*, ecc.; *Effetto dell'attacco elastico...*, ecc. Questi Rendiconti, vol. XVIII, serie 5^a, 1^o sem., fasc. 9 e 10.

velocità orizzontale di regime v_0 . Un piano portante CD, imperniato in D, è trattenuto da una molla AC. Il punto D è invariabilmente collegato coll'asse AB, e, rispetto al piano portante CD, la sua posizione è scelta con uno speciale criterio; si sa che il centro di pressione di un piano, il quale si muova obliquamente nell'aria, è spostato verso il movimento: noi metteremo D nella più avanzata fra le posizioni che possano essere occupate dal centro di pressione durante il movimento ⁽¹⁾. Se l'aeroplano si muove dunque secondo AB, e l'ala CD fa un piccolo angolo positivo α con tale direzione, allora l'azione della pressione P fa un piccolo contrasto coll'azione della molla. Un contrasto notevole è invece dato dalla pressione Q, la quale si esercita contro l'aletta ausiliare FG, perchè il braccio di leva, che chiameremo L, si suppone notevolmente lungo (poco più corto di ED). L'aletta ausiliare FG è imperniata in E, ed è anteriormente trattenuta da una piccola molla che elasticamente cede agli aumenti della pressione Q ⁽²⁾; con β indichiamo l'angolo di FG con CD.

Se ora con α_0 e β_0 intendiamo esprimere i valori di α e di β corrispondenti alla velocità orizzontale di regime v_0 ; se con Q_0 indichiamo la pressione che per effetto di questa velocità si sviluppa contro l'aletta FG, e con T_0 il corrispondente valore della tensione T, che la molla esercita tirando C verso il basso, allora noi potremo subito scrivere alcune formule utili.

Uguagliando i momenti di Q e di $-T$ rispetto a D ⁽³⁾, ed osservando che, senza pratici errori, tanto Q quanto T hanno direzioni normali alla direzione CD, noi otteniamo

$$(1) \quad (Q - Q_0)L + (T - T_0)\lambda = 0.$$

In questa formula è rappresentato con L il braccio di Q, quasi uguale a ED, ed è rappresentata con λ la lunghezza CD.

Supponendo ora gli incrementi $T - T_0$ proporzionali, secondo la costante $-\mu$, agli allungamenti $l - l_0$ della molla AC, possiamo scrivere

$$T - T_0 = -\mu(l - l_0).$$

⁽¹⁾ In marina, ed anche recentemente in aeronautica, si adoperano i cosiddetti *timoni compensati*. Il modo d'imperniarli si fonda su questo principio (v. per es. Pollard et Dudebout, *Théorie du navire*, 1894, t. IV, § 320).

⁽²⁾ Questo principio, contenuto teoricamente in quello del doppio attacco elastico, è adoperato in un recente brevetto Crocco-Ricaldoni.

⁽³⁾ Il centro della pressione principale P non è in D, sebbene sia molto vicino. Se φ denota l'angolo di AB colla traiettoria, e se $\alpha + \varphi$ è positivo, allora gl'incrementi di α sposteranno indietro il centro di pressione, e toglieranno un po' di valore al richiamo esercitato dalla molla: avverrà come se la molla fosse un po' più cedevole. Per $\alpha + \varphi$ negativo avverrà l'opposto: P conspirerà colla tensione della molla. I decrementi di α , che noi calcoliamo trascurando lo spostamento del centro di pressione, sono dunque leggermente inferiori al vero finchè $\alpha + \varphi$ è positivo, e leggermente superiori al vero quando $\alpha + \varphi$ è negativo.

Ciò vale, si capisce, entro opportuni limiti. Ma $l - l_0$ si può assimilare a un arco di circolo di raggio λ corrispondente all'angolo al centro $\alpha_0 - \alpha$; dunque scriveremo

$$(2) \quad T - T_0 = \mu\lambda(\alpha - \alpha_0).$$

In modo perfettamente analogo (v. la mia prima Nota già citata), noi possiamo stabilire

$$(3) \quad Q - Q_0 = c(\beta - \beta_0),$$

indicando con c una costante *positiva*.

Aggiungeremo ancora la formula canonica

$$(4) \quad Q = kv^2(\alpha + \beta + \varphi),$$

che inizialmente si riduce a $Q_0 = kv_0^2(\alpha_0 + \beta_0)$, perchè l'angolo di incidenza φ , che AB fa colla direzione del movimento, si suppone nullo nel moto di regime.

Questi concetti finora esposti ci lasciano subito vedere come il dispositivo ora descritto intensifichi l'effetto del dispositivo Crocco ⁽¹⁾. Dalle formule (1), (2), (4) si ricava

$$kL[v^2(\alpha + \beta + \varphi) - v_0^2(\alpha_0 + \beta_0)] + \mu\lambda^2(\alpha - \alpha_0) = 0$$

e poi

$$(5) \quad \alpha = \frac{kLv_0^2(\alpha_0 + \beta_0) + \mu\lambda^2\alpha_0 - kL(\beta + \varphi)v^2}{\mu\lambda^2 + kLv^2},$$

Se supponessimo β invariabilmente nullo, noi ricadremmo (a parte l'interruzione fra l'ala CD e l'aletta FG) nell'idea dell'ordinario attacco elastico. La (5), nella quale si faccia $\beta = 0$, mostra che per v infinito l'angolo α tende a $-\varphi$, ed è chiaro che tende decrescendo a tale valore. Se invece esiste un $\beta > 0$, allora, per $v = \infty$, l'angolo α tende a $-\varphi$ diminuito ancora del valore al quale tende β . Perciò la pressione sostentatrice principale $P = Kv^2(\alpha + \varphi)$ si può, per forti valori di v , ritenere non soltanto *ridotta*, come sarebbe per β costantemente nullo, ma anche *invertita di senso*. Osserviamo che se β si suppone positivo, ma costante, il che equivale ad abolire l'elasticità d'attacco dell'aletta FG, sostituendovi un attacco rigido, allora la formula (5) lascia dedurre un valore limite di α uguale a $-\varphi - \beta_0$.

⁽¹⁾ Un modo meno semplice per ottenere tale risultato è esposto in un recente brevetto Crocco.

L'attacco elastico concede invece a β di aumentare notevolmente ⁽¹⁾, anche se partiamo, per esempio da un valore iniziale $\beta_0 = 0$.

Dopo queste premesse, non sarà male esprimere effettivamente α in funzione di v , dell'angolo d'incidenza φ , e degli elementi costruttivi, eliminando β .

La (1), la (2) e la (3) conducono a scrivere

$$Lc(\beta - \beta_0) + \mu\lambda^2(\alpha - \alpha_0) = 0.$$

Da (3), (4) si ricava invece

$$c(\beta - \beta_0) = k[v^2(\alpha + \beta + \varphi) - v_0^2(\alpha_0 + \beta_0)].$$

L'eliminazione di β lascia ricavare α in funzione di v , di φ , e degli elementi costruttivi. Risulta

$$(6) \quad \alpha = \frac{\left(\mu\lambda^2 - \frac{k\mu\lambda^2}{c}v^2 + Lkv_0^2\right)\alpha_0 - Lk(v^2 - v_0^2)\beta_0 - Lkv^2\varphi}{\mu\lambda^2 - \frac{k\mu\lambda^2}{c}v^2 + Lkv^2}.$$

L'elemento costruttivo $L - \frac{\mu\lambda^2}{c}$ non deve mai essere negativo.

Osserviamo che, per $v = v_0$, $\varphi = 0$, risulta, come è naturale, $\alpha = \alpha_0$. Col crescere di v , α decresce. Per $v = \infty$, α tende al limite

$$\frac{\frac{\mu\lambda^2}{c}\alpha_0 + L(\beta_0 + \varphi)}{L - \frac{\mu\lambda^2}{c}}.$$

⁽¹⁾ Non bisogna dimenticarsi che le relazioni sulle quali fondiamo il nostro studio valgono per angoli piccoli, tali cioè che il coseno sia praticamente sostituibile con 1, il seno col valore dell'arco, ecc. Se la molla che trattiene FG dovesse in qualche applicazione pratica risultare tanto debole da consentire angoli β forti, allora bisognerebbe passare da questo a quell'ordine di idee, e tener conto di elementi che qui trascuriamo. La pratica ha qualche volta procedimenti che parrebbero paradossali se la teoria non li spiegasse. È più pratico, per esempio, parlare qui di v infinito che di $\beta = \frac{\pi}{4}$. Così, per esempio, se nell'ultima formula approssimata

$$\frac{N}{M} = \frac{6l(G-1) + 3P_0}{P_0G^2},$$

del secondo fra i miei due citati lavori, noi ponessimo $G = 1$, noi faremmo un errore molto grossolano, perchè tale formula, che è vicinissima al vero per i valori costruttivi di G che ivi più c'importano, è addirittura falsa nelle vicinanze di $G = 1$; essa è poi invece *rigorosamente vera* per la condizione irrealizzabile G infinito.

Se c si suppone infinito (collegamento rigido di FG), ritroviamo $-\varphi - \beta_0$, come abbiamo dianzi osservato. Se c si suppone nullo, risulta $\alpha = \alpha_0$, perchè gl'incrementi di v e di φ non troveranno resistenza nell'aletta FG, della quale trascuriamo il peso. Se c fosse non nullo ma vicino a zero, allora la formula non darebbe una buona idea del fenomeno, perchè piccole variazioni di Q darebbero angoli β , *efficaci*, molto discosti da zero. Siamo nel caso di una formula, buona per $c = 0$, poco buona per c vicino a zero, e buona peraltro per i valori pratici di c , i quali sono abbastanza discosti da zero.

Se si volesse semplificare la (6), bisognerebbe contentarsi di un'approssimazione ancora minore; ed aumenterebbe la necessità di fare attenzione nell'applicarla.

Meccanica. — *Sulle equazioni generali della dinamica.* Nota di P. BURGATTI, presentata dal Socio V. CERRUTI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica. — *Costituzione dell'arco voltaico* ⁽¹⁾. Nota di A. OCCHIALINI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

1. Il problema della costituzione dell'arco voltaico è ancora argomento di controversia e di discussione. Tutti sono d'accordo nel riconoscere una somiglianza fra il processo che si svolge nell'arco, e quello che ha per sede altre forme di passaggio di elettricità nei gas, scintilla e scarica nei gas rarefatti; secondo il Villard ⁽²⁾ anzi, l'arco non sarebbe che una scarica ridotta alla luce positiva. Però tutto questo, se stabilisce importanti relazioni fra i diversi ordini di fenomeni, non porta nessun contributo alla loro conoscenza. E così, mentre molti ritengono che i fenomeni della scarica nei gas in generale e particolarmente l'arco voltaico siano dovuti al movimento di ioni positivi e negativi in sensi opposti, c'è ancora chi, come il Villard, trova un irriducibile contrasto fra questa teoria e i fatti.

L'obiezione del Villard si fonda sul seguente ragionamento: nell'ipotesi degl'ioni mobili nella scarica attraverso i gas l'emissione della luce viene attribuita alla dissociazione delle molecole gassose per urto. Conseguentemente, esagerando la ionizzazione, si dovrebbero esagerare i fenomeni luminosi. Ma d'altra parte l'illustre fisico francese osserva che l'azione di un corpo radioattivo, che pur dovrebbe tradursi in un eccesso di ionizzazione, sopprime i fenomeni luminosi della scintilla; di più osserva che se in un tubo a gas rare-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica di Pisa, diretto dal prof. A. Battelli.

⁽²⁾ Villard, Journ. de Phys. 7, 350, 1908.

fatto si fa avvenire la scarica, e se nella colonna positiva si fanno arrivare i raggi catodici per mezzo di una piccola ampolla saldata lateralmente sulla parete del tubo, la luminosità della colonna sparisce proprio nella regione che, per essere attraversata dai raggi catodici, dovrebbe presentare esaltati quei fenomeni di luminosità che si attribuiscono agli urti.

Ora a me sembra che queste esperienze non siano tali da non permettere l'accordo con l'ipotesi che fa consistere il passaggio dell'elettricità nei gas in un movimento di ioni, e i fenomeni di luminosità in manifestazioni di urti.

Infatti, bisogna porre mente che gli agenti ionizzanti adoperati dal Villard per far sparire i fenomeni luminosi della scarica introducono nel gas nuovi centri elettrizzati sia portandoveli dall'esterno, sia creandoli nel gas stesso.

Questa soprapproduzione di ioni ha certamente per conseguenza di diminuire il valore del campo elettrico là dove essa ha luogo.

Infatti se chiamiamo con n_1 e con n_2 il numero dei centri elettrizzati positivi e negativi nell'unità di volume, con k_1 e k_2 le mobilità delle due specie di centri, con X il valore del campo elettrico nel punto che si considera, l'intensità della corrente è data da

$$i = X (n_1 k_1 + n_2 k_2).$$

Conseguentemente lungo la colonna conduttrice X sarà tanto più piccolo quanto più grande sarà il numero degli ioni presenti, e nei punti dove il numero degli ioni supera un certo limite, il campo avrà un valore troppo basso per provocare delle dissociazioni e per dar luogo ai fenomeni luminosi.

Così in ultima analisi gli agenti ionizzanti adoperati dal Villard per eliminare la luminosità della colonna positiva da un lato contribuiranno a rendere luminoso il gas per mezzo dei loro urti, dall'altro determineranno una diminuzione dei fenomeni luminosi preesistenti.

E non c'è nulla di strano che, almeno in condizioni particolari, l'ultimo effetto non abbia una grande prevalenza sul primo, cosicchè si verifichi il fenomeno osservato dal Villard nella scarica.

2. *Distribuzione delle cariche nell'arco.* — Allo stato attuale della conoscenza sul funzionamento dell'arco voltaico, non trovo ragioni sufficienti per scartare la teoria che attribuisce la conduzione nell'arco agli ioni mobili nel gas sotto l'azione del campo elettrico.

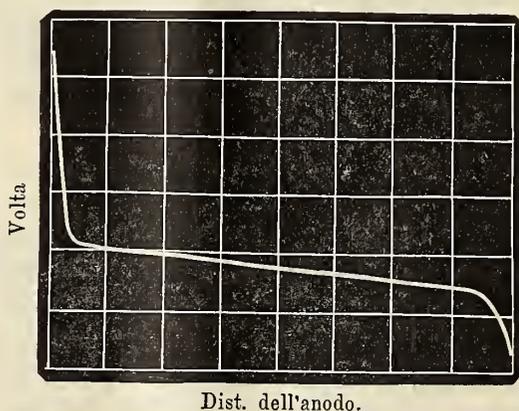
Ammesso questo, la distribuzione del campo elettrico lungo l'arco può dedursi dalla distribuzione del potenziale lungo di esso. Ora, secondo le determinazioni della signora Ayrton (¹), il potenziale lungo un arco voltaico è distribuito conformemente alla rappresentazione grafica della figura 1.

(¹) Ayrton, Lond. Elect. 41, 720.

Nella regione centrale si ha una variazione lenta e uniforme del potenziale V , mentre presso gli elettrodi si ha un brusco salto, più grande assai presso l'anodo che presso il catodo. Da ciò risulta facile desumere la distribuzione delle cariche nell'arco (¹). Se questo è rettilineo, prendendo per direzione positiva dell'asse x quella dell'arco volta dall'anodo al catodo, e chiamando ρ la densità elettrica si ha

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -4\pi\rho.$$

Ma nella regione centrale dell'arco $\frac{d^2V}{dx^2} = 0$ quindi la densità ρ è zero: ossia *nel tratto centrale l'arco è costituito da un ugual numero di joni positivi e negativi.*



Chiamiamo con X la forza elettrica nel punto generico del campo, ossia poniamo

$$X = -\frac{dV}{dx}.$$

Avremo

$$\frac{dX}{dx} = 4\pi\rho$$

e

$$X_1 - X_0 = 4\pi \int_0^1 \rho dx.$$

Vicino al catodo $X_1 < X_0$ e quindi ρ è negativo; vicino all'anodo succede il contrario. Quindi *nell'arco presso gli elettrodi si ha un eccesso di*

(¹) Child, Phys. Rev. 10, 155, 1900.

ioni di un segno su quelli del segno opposto: precisamente, presso l'anodo sovrabbondano i centri negativi e presso il catodo quelli positivi.

3. *Origine delle cariche nell'arco.* — Dunque nell'arco si riscontrano ioni dei due segni.

Sull'origine dei corpuscoli tutti sono concordi nel ritenere che essi siano per la massima parte emessi dal catodo. Gl'ioni positivi saranno in parte forniti dalle dissociazioni che operano lungo la strada. Ma avendosi, quando non si usino particolari disposizioni, oltre al catodo, anche l'anodo rovente non si può escludere che quest'ultimo emetta ioni e contribuisca in qualche misura alla conduzione. L'aver realizzato per parte di Stark e Cassuto ⁽¹⁾ un arco ad anodo freddo sembrerebbe affermare che l'arco può esistere anche senza l'emissione di ioni positivi dall'anodo. Ma da un lato non si può a priori asserire che l'emissione dall'anodo caldo, quando fosse presente, non acquisti un'importanza notevole se non una preponderanza assoluta. Dall'altro non bisogna dimenticare che alla pressione ordinaria l'emissione degl'ioni positivi dai solidi incomincia a una temperatura assai bassa ⁽²⁾ ed è molto dubbio che il mezzo escogitato dai due sperimentatori soprannominati per mantenere freddi gli elettrodi sia stato sufficiente per escludere una emissione di ioni positivi dall'anodo.

Per lo studio della costituzione dell'arco giova decidere in merito alla emissione di ioni da parte dell'anodo giacchè essa, quando fosse presente, avrebbe per effetto di stabilire fra l'arco e l'anodo delle forze che darebbero al fenomeno delle caratteristiche notevoli.

4. *Adesione dell'arco agli elettrodi.* — Infatti se la conduzione è operata per mezzo di centri elettrizzati essi seguono costantemente le linee di forza del campo; e se i centri hanno origine unicamente nella massa del gas compreso fra gli elettrodi che stabiliscono il campo, le traiettorie dei centri sono indipendenti dai movimenti degli elettrodi finchè le linee di forza rimangono invariate nello spazio. Una colonna conduttrice in queste condizioni collegherebbe i due elettrodi, ma non presenterebbe con essi nessuna adesione.

Invece se le regioni degli elettrodi in cui si imposta la colonna conduttrice fossero esse stesse dei focolai di emissione dei centri elettrizzati, allora gli estremi della colonna sarebbero fissi agli elettrodi e ne seguirebbero fino a un certo punto i movimenti, mostrando con essi una specie di adesione.

Esaminiamo ora ciò che accade nell'arco: perpendicolarmente a una lastra di carbone L mobile nel proprio piano disponiamo un carbone cilin-

⁽¹⁾ Stark e Cassuto, Nuovo Cimento, 7, 425, 1904.

⁽²⁾ Occhialini, Rend. Acc. Lincei, 16, 119, 1907.

drico A fisso. Fra A ed L stabiliamo un arco e poi facciamo correre la lastra mantenendo inalterata la sua distanza dal carbone cilindrico; allora osserviamo un fatto costante: il cratere posto sulla lastra mantiene inalterata la propria posizione e ne segue i movimenti (fig. 2), tanto se la lastra è anodo, quanto se è catodo. Nell'un caso e nell'altro si ha adesione al cratere; soltanto questa è assai più forte per il cratere negativo che per il cratere positivo.

Infatti, quando la lastra è negativa, questa nel suo spostamento porta con sé il cratere, finchè l'arco non si spegne per l'eccessiva lunghezza; invece se la lastra è positiva il suo spostamento è seguito dal cratere fino a un certo punto oltrepassato il quale il cratere scivola sull'elettrodo.

Per ciò che si è detto precedentemente si può asserire che *l'adesione dell'arco agli elettrodi indica che tanto l'anodo quanto il catodo emettono delle cariche.*

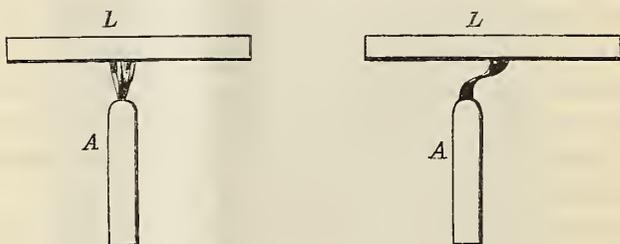


FIG. 2.

Per quanto riguarda il catodo, questo fatto non porta nulla di nuovo: invece l'emissione dall'anodo esiste, pur non essendo essenziale nel processo dell'arco voltaico. Ma questa emissione è una conseguenza dell'alta temperatura dell'anodo e, essenziale o no, essa rivela con particolarità che nello studio dell'arco è necessario mettere in conto.

Con ciò la funzione dell'anodo appare non limitata a stabilire il campo elettrico e a mantenere la corrente col raccogliere i corpuscoli emessi dal catodo; come il catodo, sebbene in misura assai minore, esso fornisce il materiale per la conduzione dell'arco voltaico.

5. *Coesione e contrattilità dell'arco voltaico.* — Oltre all'adesione che l'arco manifesta sugli elettrodi vi sono altre forze che si manifestano nell'interno dell'arco in conseguenza della sua costituzione. L'arco, risultando di un insieme di ioni positivi e negativi è soggetto a delle azioni elettrostatiche, per effetto delle quali non riuscirà frammentario o slegato, ma presenterà una notevole coesione.

Queste forze poi tendono a raccorciare l'arco, tanto che una diminuzione della sua lunghezza è sempre accompagnata da una diminuzione della dif-

ferenza di potenziale agli estremi. Perciò l'arco oltre alla coesione deve presentare una contrattilità in conseguenza della quale esso assume sempre la forma più breve compatibilmente con i vincoli a cui è soggetto. L'arco, dunque, si comporterà per certi riguardi come una fune flessibile ed elastica. Questa contrattilità è posseduta anche dalla luce positiva dei tubi a vuoto, e in questo caso è stata verificata dal Villard mediante una serie di esperienze elegantissime riproducenti i fenomeni delle corde vibranti.

6. *Conclusioni.* — Dalle osservazioni e dalle esperienze esposte in questa Nota mi sembra di poter concludere che:

1°. L'ipotesi che l'arco sia costituito di un insieme di centri elettrizzati mobili in senso opposto non urta con i fatti noti.

2°. Tanto il catodo quanto l'anodo emettono delle cariche elettriche.

3°. La contrattilità e la coesione dell'arco sono conseguenza della sua costituzione.

In una prossima Nota cercherò di approfondire lo studio della costituzione dell'arco esaminando il suo comportamento nel campo magnetico.

Fisica — *Sul comportamento magnetico-ottico della linea b_4 del Magnesio* ⁽¹⁾. Nota di MARIO TENANI, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Do in questa Nota una breve relazione delle ricerche da me istituite per l'accertamento sperimentale della differenza tra lo sdoppiamento della doppietta longitudinale e quello delle linee laterali del tripletto presentato dalla linea b_4 del magnesio — $\lambda = 5167,41$ — per applicare poi a tale caso quelle considerazioni che ho svolto in una mia recente pubblicazione ⁽²⁾.

Come spettroscopio mi servii di un reticolo di Rowland del raggio di m. 3,22. La superficie rigata ha una lunghezza di circa 8 cm. e 568 righe per mm. La montatura del reticolo è quella di Rowland, molto stabile in modo da assicurare una immobilità praticamente assoluta al sistema ottico. La fenditura del reticolo era una fenditura di precisione col tamburo della vite micrometrica graduato in centesimi di millimetro. Ad essa fu dato quasi sempre una larghezza vicina a mm. 0,03.

I vapori da esaminarsi erano portati all'emissione luminosa mediante la scintilla fra elettrodi del metallo in studio. A portata di mano dell'osservatore si trovava l'interruttore di un rocchetto Rumkorff di 35 cm. di scin-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Fisica dell'Univ. di Pisa, diretto dal prof. A. Battelli.

⁽²⁾ Rendic. Acc. Linc., vol. XVIII, pag. 595 (1909).

tilla, il quale serviva a caricare una batteria di condensatori di capacità di circa 0,08 microfarad, che scaricandosi attraverso una conveniente autoinduzione (calcolata circa 0,001 henry) producevano una serie di scintille luminosissime fra gli elettrodi. La scintilla avveniva nell'interspazio dei poli di un elettromagnete di Weiss da cui le punte dello spinterometro erano isolate da sottili fogli di mica.

Uno dei nuclei dell'elettromagnete era opportunamente forato per l'esame longitudinale; l'altro nucleo venne invece scelto massiccio. Il foro del nucleo forato era di circa 2 cm. di diametro: si restringeva però a circa 5 mm. alla estremità polare. La scintilla aveva una lunghezza di circa 2 mm. e si poteva ragionevolmente ritenerla immersa in un campo uniforme ⁽¹⁾. La luce emessa perpendicolarmente al campo veniva raccolta da una lente e mediante una serie di tre prismi a riflessione totale, condotta a produrre un'immagine reale della scintilla a qualche distanza dalla fenditura.

La luce emessa secondo le linee di forza attraverso il foro dell'elettromagnete era condotta anch'essa, dopo avere attraversato un obbiettivo a produrre un'immagine della scintilla immediatamente sotto a quella fornita dalla luce trasversale.

Con opportuna manovra delle lenti e dei prismi non era difficile condurre le due immagini in uno stesso piano verticale e immediatamente contigue. Di queste due immagini una lente a fuoco piuttosto lungo (60 cm. circa) produceva un'immagine virtuale, necessariamente un po' ingrandita, a una certa distanza dalla fenditura. Questa distanza era scelta in modo che il reticolo desse un'immagine stigmatica della sorgente luminosa e aveva quindi per effetto che, eliminato l'astigmatismo, gli spettri delle due luci non si confondessero, e fosse possibile il confronto degli sdoppiamenti nei punti corrispondenti delle due immagini.

La disposizione qui indicata, che ha il vantaggio sopra le altre finora usate di eliminare ogni lente dopo la fenditura, mi è stata suggerita da un articolo di F. L. Shirks ⁽²⁾ in cui è descritto un modo per potere usare col reticolo il prisma di paragone. Per evitare che in conseguenza dell'astigmatismo i due spettri (lo spettro da confrontare e lo spettro di paragone) si

⁽¹⁾ In realtà l'uniformità del campo dell'elettromagnete era alquanto turbata in conseguenza del foro: ciò mi fu rilevato dalla costruzione degli spettri magnetici da me eseguiti su consiglio del prof. A. Cotton, che, in una lettera che mi onora, ebbe a prendere in esame le modalità di queste esperienze. Ma della piccolezza dell'effetto di tale inomogeneità è facile convincersi, se si pensa che scintille così corte (ad onta del loro lento periodo) vengono ben poco soffiate dal campo; e che l'esame dei clichés mi ha dimostrato che, sebbene le varie parti della scintilla si venissero a trovare in regioni diverse del campo, pur tuttavia lo sdoppiamento era sensibilmente costante in tutti i punti della linea.

⁽²⁾ *On the astigmatism of Rowlands concave Gratings*. Astron. and Astroph., 13, pp. 763-761 (1894).

confondano, sovrapponendosi in parte, egli consiglia di porre il prisma di confronto non vicino alla fenditura, ma a una certa distanza da questa: il modo di dedurre immediatamente questa distanza si ricava con una semplicissima costruzione geometrica (1).

Analogamente, nel caso mio, la lente da ultimo nominata produceva alla distanza voluta dalla fenditura le due immagini virtuali della sorgente luminosa: sulla lastra fotografica le luci provenienti dalle due immagini formavano due spettri separati da un sottile tratto oscuro.

Per ben giudicare della giusta posizione della lente che produceva le immagini virtuali, dopo aver curato di portare le due immagini il più esattamente possibile nello stesso piano, tendevo un sottile filo orizzontale attraverso ciascuna di esse: aggiustavo poi la lente in modo che gli spettri delle luci da essa provenienti fossero attraversati da una linea più sottile che fosse possibile, immagine del filo.

Con opportuni diaframmi cercavo poi di dare ai due spettri così ottenuti la stessa chiarezza per quanto mi era possibile.

In previsione delle lunghe pose che si rendevano necessarie veniva preventivamente inserita nel circuito dell'elettromagnete una resistenza regolabile, che, durante la posa, seguendo le indicazioni di un amperometro, veniva gradualmente tolta in modo da compensare così l'aumentata resistenza dell'elettromagnete per lo sviluppo di calore. Così si riusciva a mantenere inalterata, nei limiti di sensibilità dell'amperometro la intensità del campo magnetico.

Nelle mie fotografie usai con profitto le lastre « Ortocromatiche Nuove » del Cappelli: le pose duravano dai 35 ai 40 primi.

Le misure vennero effettuate sulle fotografie mediante un ottimo comparatore Froment; il microscopio di tale comparatore è a debole ingrandimento (dalle 8 alle 10 volte): il puntamento vien fatto mediante un incrocio di fili a circa 50°. Il nonio del comparatore può dare il centesimo di millimetro, che, nelle fotografie ottenute, corrisponde a una differenza di lunghezza d'onda di circa $0,03 \cdot 10^{-8}$ cm.

Le ricerche sperimentali da me finora eseguite vertono, come ho detto, sulle linee della seconda serie secondaria degli elementi del secondo gruppo di Mendelejeff e naturalmente su quelle che nel campo magnetico presentano una scomposizione in tripletto.

Come è noto gli studi già eseguiti su queste linee (2) ne stabilirono il comportamento pienamente conforme alla teoria ordinaria: soltanto che si

(1) Vedi a questo proposito la Memoria citata.

(2) Preston, Runge e Paschen, Memorie varie; Reese, *Astroph.*, J. XII, 120 (1900); Kent, *Astroph.*, J. XIII, 289 (1901); Färber, *Ann. d. Ph.*, IX, 886 (1902); Cotton e Weiss, *Journal de Ph.*, (4), 6, 429 (1907).

trovò pel valore $\frac{e}{m}$, calcolato in base allo sdoppiamento magnetico, un valore quasi doppio di quello trovato dalle esperienze sui raggi catodici, e sulle linee che presentano il così detto tripletto normale di Lorentz e non avente alcun legame evidente con quel valore.

Le mie misure si riferiscono a 4 *cliché* ottenuti fotografando nel 2° ordine la linea b_4 del Mg, che, fra quelle nominate, si presentava in condizioni più opportune.

Su ogni fotografia, le misure vennero fatte nel seguente modo: si valutava la distanza delle componenti magnetiche facendo la media di quattro successive letture; poi si faceva scorrere la lastra nel senso della riga di qualche tratto e si ripeteva la lettura. Ciò mi parve più conveniente che non ripetere molte volte il puntamento sugli stessi punti della riga. Dopo tre serie di misure si prendeva la media dei tre risultati ottenuti che non differivano mai più di un centesimo di mm.

Le 4 fotografie vennero eseguite con valori del campo diversi. Le accurate misure già citate di Weiss e Cotton mi permettevano di valutare il campo con una buona approssimazione: i campi da me sperimentati furono 18,600, 17,500, 16,000 e 15,200 gauss rispettivamente nei varî clichés.

Da queste misure è risultato che la differenza tra gli sdoppiamenti delle righe in istudio emesse longitudinalmente e perpendicolarmente al campo è (nei limiti della precisione della esperienza) indipendente dal campo e uguale quindi nei 4 clichés ottenuti. Precisamente esso risultò di mm. $0,04 \pm 0,008$. La finezza delle linee da me ottenute sulle fotografie, permetteva di fare le letture speditamente e con grande decisione. La distanza così misurata venne tradotta in lunghezza d'onda, misurando volta per volta nella posizione stessa del reticolo, con cui venivano fatte le precedenti fotografie le distanze in mm. tra la riga b_4 e la vicina b_2 fotografate in assenza del campo, e ritenendo (come è possibile) proporzionali le distanze alla differenza di lunghezza d'onda. Con tal mezzo potei valutare la differenza tra i valori dello sdoppiamento costantemente in

$$\text{cm. } 0,12 (2) \cdot 10^{-8};$$

le lunghezze d'onda delle linee b_2 e b_4 vennero desunte dai dati di Kayser e Runge.

Risulta intanto da questo risultato un buon accordo colle deduzioni teoriche. Infatti è ben vero che la teoria non fa ritenere la detta differenza di lunghezza d'onda costante: essa fa ritenere costante la differenza fra i quadrati degli sdoppiamenti nella scala delle frequenze. Ora se δ e δ_1 sono i valori espressi nella scala delle lunghezze d'onda degli sdoppiamenti, la differenza suddetta è espressa da

$$\frac{4\pi^2 c^2}{\lambda_0^4} (\delta_1^2 - \delta^2) = \frac{4\pi^2 c^2}{\lambda_0^4} 2\delta (\delta_1 - \delta);$$

e siccome δ è stato trovato proporzionale al campo, a rigore essa risulta inversamente proporzionale al campo: ma nei limiti in cui abbiamo potuto far variare la intensità del campo in queste misure δ_1 , — δ viene a variare così poco che la corrispondente differenza in mm. che è oggetto delle misure rimane (come facilmente può verificarsi in base ai dati già esposti) costante nei limiti di approssimazione delle nostre osservazioni: e ciò si è sperimentalmente verificato.

Già esponendo il metodo da noi proposto ⁽¹⁾ per valutare le costanti della teoria, avvertimmo della difficoltà che si è incontrata nell'accertarsi della applicabilità o meno della teoria alle linee di studio e come questa verifica manchi in tutti i casi finora studiati con gli altri metodi. Ora come là abbiamo detto, il nostro metodo di studio permette un agevole confronto che può dare già indizi abbastanza sicuri per attaccare questa questione. Ed è perciò che prima di accingerci al calcolo della costante ρ e della densità del vapore in istudio noi dobbiamo accingerci allo studio della dissimmetria del tripletto, per vedere se essa sia quale il valore della differenza misurata lascia prevedere.

Se non troveremo la concordanza che la teoria ci lascia prevedere, mentre da una parte ci sarà impedito di procedere al calcolo di quei parametri di cui sopra abbiamo mostrato il metodo di deduzione, potremo, d'altra parte, dedurne senz'altro la non applicabilità dell'ordinaria teoria a queste righe e cercare se ciò possa essere messo in relazione con quella divergenza (che tante discussioni ha sollevate) tra il valore del rapporto $\frac{e}{m}$ dedotto pei raggi catodici (1,878, in unità elettromagnetiche a meno dell'1%). Kaufmann, Ann. d. Ph. 19, p. 540, a. 1906; Guye, Arch. de Genève, mars et avril 1906) e quello trovato per queste linee da Cotton e Weiss (3,534 con una approssimazione relativa superiore all'1%).

Ricordiamo infatti che per le formule (6) del mio citato lavoro, il valore di N , dedotto per mezzo del confronto ora eseguito deve coincidere col valore della dissimmetria del tripletto: sicchè accordo pieno con la teoria si avrà allora soltanto che la differenza tra i valori μ_1 e μ_2 delle distanze delle righe laterali del tripletto dalla frequenza primitiva sarà uguale a N . Come si è accennato a proposito delle esperienze dello Zeeman sui tripletti dissimmetrici, è ben difficile poter accertare se la riga mediana del tripletto conservi la lunghezza d'onda stessa della riga primitiva e quindi se i valori dedotti sperimentalmente misurando le distanze delle righe laterali dalla linea mediana possano fornire una misura esatta della dissimmetria come qui va intesa: però è da notarsi che se un tale spostamento della linea mediana

(1) V. il lavoro già citato.

interviene, ciò basta per escludere da sè l'applicabilità della teoria su cui ci siamo fondati e che ne afferma la immobilità (1).

Prendiamo ad esempio il cliché n. 1. Da esso si ricava

$$\begin{aligned} \delta &= 0,94 (5) 10^{-8} \text{ cm.} \\ \delta_1 &= 1,05 (3) 10^{-8} \text{ cm.} \end{aligned}$$

In base a quanto si è detto, la differenza di frequenza delle linee laterali del tripletto sarà $\frac{2 \pi c \delta_1}{\lambda_0^2}$ e questo dovrà per la (8) essere espresso

da $\sqrt{4 \mu_0^2 + N^2}$ cioè $\sqrt{\frac{4 \pi^2 c^2 \delta^2}{\lambda_0^2} + N^2}$; onde

$$N^2 = \frac{4 \pi^2 c^2}{\lambda_0^4} (\delta_1^2 - \delta^2).$$

Ma

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 516 \cdot 10^{-7} \text{ cm.} & \delta_1^2 &= 1,11 \cdot 10^{-16} \\ \lambda_0^4 &= 72 \cdot 10^{-19} & \delta^2 &= 0,89 \cdot 10^{-16} \\ 4 \pi^2 c^2 &= 3,6 \cdot 10^{22} & \delta_1^2 - \delta^2 &= 0,22 \cdot 10^{-16}; \end{aligned}$$

da questi dati si deduce

$$N^2 = 10,8 \cdot 10^{22} \qquad N = 3,3 \cdot 10^{11}.$$

Per quanto si è detto, questo dovrebbe essere il valore della dissimmetria del tripletto. Tradotto nella scala delle lunghezze d'onda N risulta

$$0,4 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

Misure dirette della dissimmetria del tripletto hanno invece fornito come suo valore al più

$$0,03 \cdot 10^{-8} \text{ cm.}$$

L'enorme differenza fra il valore calcolato e il valore trovato conduce dunque a ritenere che alle linee da noi prese in esame non si possa applicare la teoria ordinaria e quindi il nostro metodo di calcolo. Esse sono da ascrivere a casi anomali di fenomeno Zeeman.

Un risultato importante si può dedurre da questa conclusione; rammentiamo che si cercò di spiegare il valore anomalo del rapporto $\frac{e}{m}$ trovato per queste righe (e per molte altre) coll'ammettere che nell'interno dell'atomo il campo magnetico abbia un valore diverso da quello del campo

(1) Voigt, *Magneto- und Elektrooptik*, pag. 92.

magnetico esterno: e ciò si ricollega alla questione pure oggidì tanto discussa dell'esistenza di elettroni positivi.

Tanto per questi casi, come per quelli in cui il rapporto ha un valore diverso dal normale, si suole ammettere che i raggi che ne danno segno, siano dovuti sempre a elettroni negativi aventi il solito valore $\frac{e}{m}$, ma percorrenti orbite tali da creare nell'interno dell'atomo, un campo magnetico o maggiore, o minore, o persino di senso contrario al campo esterno. Ora, se ciò realmente avvenisse, nel nostro caso almeno non cesserebbe per questo l'applicazione della teoria ordinaria con quel valore del campo così modificato e non si dovrebbe trovare la divergenza che noi abbiamo osservata.

Occorre piuttosto dire qui che almeno nel caso da noi studiato, i valori trovati nel rapporto $\frac{e}{m}$, pur restando costanti caratteristiche di queste righe cessano di avere il significato che la teoria ordinaria loro assegnava.

Concludendo dunque lo studio da noi compiuto sulle linee della seconda serie secondaria degli elementi del secondo gruppo di Mendelejeff, ci ha rivelato:

I. come realmente esistente una differenza di sdoppiamento magnetico nelle due direzioni, normale e parallela al campo;

II. che tale differenza non segue almeno per le linee studiate le leggi che la teoria ci ha lasciato dedurre;

Spero che il nuovo metodo di studio qui usato, con l'applicazione di campi magnetici più intensi ed estesi come quelli che potrà fornirmi un grande elettromagnete, ora quasi ultimato per questo Istituto di Fisica, mi permetterà di volgere i miei studi su altre linee che i mezzi attualmente a mia disposizione non avrebbero permesso di studiare completamente.

Fisica — *Azione della luce ultravioletta sulla distanza esplosiva nell'aria.* Nota di L. TIERI, presentata dal Socio. P. BLASERNA.

Come è noto, Hertz, nel corso delle sue classiche ricerche sulle oscillazioni elettriche, dimostrò che la luce ultravioletta, fatta cadere sul catodo di un eccitatore, favorisce la produzione delle scintille (¹). In seguito Elster e Geitel (²) trovavano che la luce ultravioletta può agire in modo impedito sulle scariche operando con una macchina di Holtz con due eccitatori in derivazione, dei quali, quello con cui si studiava il fenomeno, era formato da una pallina e da un disco di zinco ben amalgamato. Anche in questo caso

(¹) Wied. Ann., t. XXXI, pag. 983, 1887.

(²) Wied. Ann., t. XXXIX, pag. 332, 1888.

Elster e Geitel trovavano che vuol essere illuminato il disco costituente il catodo. Nel 1896, in uno studio sull'azione dei raggi Röntgen e della luce ultravioletta sulla scarica esplosiva nell'aria ⁽¹⁾, Sella e Majorana, ponendo in derivazione sul secondario di un rocchetto un tubo Crookes opportunamente schermato e un eccitatore con sfere di ottone amalgamato di un determinato diametro, trovavano che regolando opportunamente l'intensità della corrente nel primario del rocchetto, in modo da avere scintille di lunghezze massime variabili, la luce ultravioletta di una lampada ad arco esercitava un effetto favorente sulla scintilla per distanze relativamente piccole delle sfere dell'eccitatore; mentre aumentando la distanza di queste, si arrivava ad un punto in cui la luce ultravioletta non aveva più nessun effetto; con un ulteriore aumento della distanza la scarica veniva impedita dalla luce ultravioletta. Osservarono inoltre che pel fenomeno di Hertz il polo illuminato vuole essere il negativo: per l'effetto impedito il polo positivo. Essi conclusero che il presentarsi dell'effetto favorente o impedito dipende dalla distanza degli elettrodi; e che la distanza neutra, quella cioè in cui la luce ultravioletta non ha nessuna azione, varia col diametro degli elettrodi dell'eccitatore.

Le importantissime ricerche di Righi ⁽²⁾, di Hallwachs ⁽³⁾ e di Stoletov ⁽⁴⁾ sulla dispersione di una carica negativa sotto l'influenza della luce ultravioletta, dispersione che trova la sua interpretazione nei lavori del Righi ⁽⁵⁾ e del Lenard ⁽⁶⁾, ci spiegano in modo esauriente il fenomeno di Hertz: nessuna spiegazione possibile si ha invece per l'effetto impedito.

Ripetendo l'esperienza di Elster e Geitel con elettrodi sferici, ebbi modo di confermare una osservazione dei due autori e che a mio parere è di importanza fondamentale per la spiegazione del fenomeno di impedimento della scarica dovuto alla luce ultravioletta. Elster e Geitel segnalano invero che qualora sia grande la distanza tra la sfera positiva e il piano di zinco amalgamato, il fiocco che così si determina viene reso più difficile dall'illuminazione del piano.

Ritenendo che appunto in ciò si abbia la spiegazione del fenomeno, come sarà visto più in là, ho voluto mettere bene in evidenza questa influenza ostacolatrice della luce ultravioletta sulla produzione del fiocco. Sostituendo nel dispositivo Elster e Geitel al disco amalgamato e alla sferetta due palline di zinco, ben pulite con carta smerigliata finissima, di 16 mm. di diametro, poste a conveniente distanza, si dimostra anche in tal caso l'ef-

⁽¹⁾ R. Acc. dei Lincei, t. V, 1° sem., 1896.

⁽²⁾ Rend. Acc. dei Lincei, IV serie, vol. IV, 1° sem. 1888.

⁽³⁾ Wied. Ann., t. XXXIII, pag. 301, 1888; t. XXXIV, pag. 731, 1888.

⁽⁴⁾ Comptes rendus, t. 106, pag. 1149, 1888; t. 107, pag. 91, 1888.

⁽⁵⁾ Nuovo Cim., III serie, 1888, 1889.

⁽⁶⁾ Ann. der Physik, t. 2, pag. 359, 1900.

fetto impedente dovuto alla illuminazione: un fiocco anodico accompagna le scintille quando la luce ultravioletta viene soppressa; il fiocco è ancora più visibile se il catodo è in comunicazione col suolo. Facendo cadere la luce ultravioletta di una lampada ad arco, concentrata con lenti di quarzo, sul catodo, scompaiono scintille e fiocco. Per mettere meglio in evidenza l'azione sul fiocco, ho preso come catodo una sfera di zinco del diametro di 3 cm.

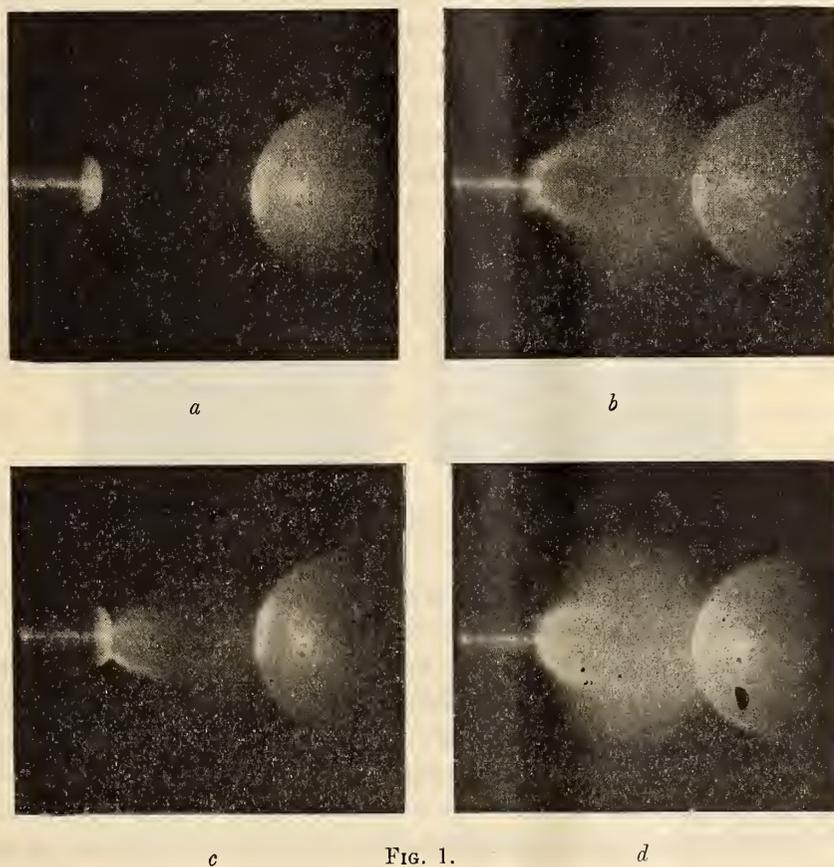


FIG. 1.

in comunicazione col suolo, e come anodo una calotta del diametro di 1 cm. Regolando convenientemente le distanze dei due eccitatori in derivazione, ottenevo un bel fiocco nell'anodo quando sopprimevo la luce ultravioletta per mezzo di una lastra di vetro dello spessore di 2 mm.; il fiocco scompariva completamente o si indeboliva quando la luce ultravioletta giungeva sul catodo.

Le fotografie della fig. 1, ottenute con obiettivo di quarzo, ritraggono il fenomeno per due distanze diverse tra le sfere dell'eccitatore. Le *a* e *b* furono ottenute per la distanza di cm. 2,5 tra le sfere; la posa per ognuna fu di 2^m30^s; le *c* e *d* per la distanza di cm. 2,3, con posa di 1^m30^s. Le *a* e

c si ottennero mentre il catodo era illuminato, le *b* e *d* si ottennero sopprimendo la luce ultravioletta. Avvicinando opportunamente le sfere, fino a che si produca nettamente l'effetto favorente di Hertz, non si riesce a rivelare il fiocco anodico.

Le esperienze precedenti furono fatte anche sostituendo alla macchina di Holtz il rocchetto. Il dispositivo più adatto per lo scopo fu il seguente: il secondario del rocchetto era rilegato ad un eccitatore in modo che il polo negativo per le correnti d'apertura fosse una sfera di zinco del diametro di 3 cm. e il polo positivo una punta di zinco alquanto arrotondata. Il polo negativo era inoltre in comunicazione col suolo. La punta era alla distanza di circa 13 mm. dalla sfera. Regolando con apposite resistenze l'intensità della corrente che alimentava il primario del rocchetto, non si presentava o si presentava il fiocco anodico secondo che la luce ultravioletta arrivava o



a

FIG. 2.

b

no sul catodo. Come ho già detto precedentemente la luce ultravioletta veniva concentrata sul catodo per mezzo di due lenti di quarzo in modo da avere sul catodo stesso l'immagine dei carboni della lampada ad arco a grandezza naturale. Le fotografie della fig. 2 rappresentano nettamente il fenomeno. La *a* fu ottenuta con luce ultravioletta; la *b* si ottenne sopprimendo la luce ultravioletta con lastra di vetro dello spessore di mm. 2. La posa fu per entrambe di 3^m.

Nella soppressione dell'effluvio causata dalla luce ultravioletta, soppressione nettamente dimostrata dalle esperienze su riferite, risiede a mio parere la causa del così detto effetto Elster e Geitel consistente nell'azione ostacolatrice dovuta all'illuminamento. Si tenga presente invero, come fu dimostrato specialmente da Swyngedauw (1), che l'effluvio ha un'azione diretta estremamente favorevole alla produzione della scintilla: quest'azione sembra anzi incomparabilmente più energica di quella dovuta ad una luce ultravioletta estranea rivelantesi nel fenomeno di Hertz; ed ha per origine tanto un'azione diretta della scarica ad effluvio, quanto, molto probabilmente, un'azione della luce ultravioletta propria dell'effluvio medesimo. È chiaro allora che se la

(1) *Éclairage Électrique*, vol. XI, 2° trim. 1897, p. 397.

luce estranea interviene estinguendo l'effluvio, come è dimostrato dalle esperienze precedenti, viene con ciò a mancare un'energica azione favorente per la scintilla, cosicchè può ben avvenire che in totale la luce renda più difficile la produzione di questa. L'effetto impedente della luce sarebbe quindi, per dir così, un fenomeno apparente, in quanto essa sopprime un'energica causa favorente qual'è l'effluvio.

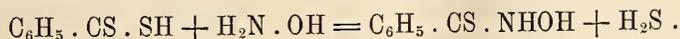
Non è improbabile che la medesima spiegazione valga per il fenomeno analogo trovato da Sella e Majorana con i raggi X ⁽¹⁾ e da Stefanini e Magri con i raggi del radio ⁽²⁾.

Tutte queste radiazioni agirebbero cioè ostacolando la formazione dell'effluvio per la ionizzazione creata fra gli elettrodi.

Chimica. — *Su gli acidi tioidrossamici* ⁽³⁾. Nota di LIVIO CAMBI, presentata dal Corrispondente A. ANGELI.

Finora non era noto nessun acido tioidrossamico, contenente il gruppo — CS.NHOH ovvero $\text{—C} \begin{array}{l} \text{NOH} \\ \text{SH} \end{array}$. Composti di un tale tipo dovevano avere in parte un comportamento analogo a quello degli acidi idrossamici $\text{R—C} \begin{array}{l} \text{NOH} \\ \text{OH} \end{array}$, ma dovevano pure differenziarsi da questi: la vicinanza dell'atomo di solfo al gruppo ossimico doveva imprimere a questi corpi una capacità a reagire particolare. D'altro lato, per l'importanza sempre maggiore che va acquistando la chimica dei composti solforati, la sintesi e lo studio di questi acidi presentava un interesse notevole.

L'idrossilamina agisce sui tiochetoni generando le ossime, con formazione di idrogeno solforato ⁽⁴⁾; reagisce sulla tiobenzamide formando l'amidoossima ⁽⁵⁾. Analogamente, facendo reagire l'idrossilamina, in rapporti equimolecolari, sull'acido ditiobenzoico, ho ottenuto l'acido tiobenzidrossamico; secondo la reazione:



Ho preparato il sale di potassio dell'acido ditiobenzoico facendo agire il fenilcloroformio sul solfuro potassico, in soluzione alcoolica, nelle quantità

⁽¹⁾ R. Acc. Lincei, t. V, 1° sem. 1896.

⁽²⁾ Nuovo Cim., serie V, t. VII, pag. 170; 1° sem. 1904.

⁽³⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di chimica-farmaceutica del R. Istituto di studi superiori in Firenze.

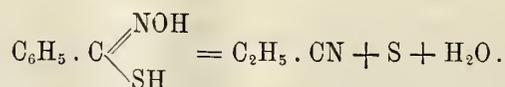
⁽⁴⁾ Gattermann, Berichte 28, pag. 2870.

⁽⁵⁾ Tiemann, Berichte, 19, pag. 1668.

calcolate ⁽¹⁾; alla soluzione acquosa del sale ho aggiunto quella ottenuta saturando il cloridrato di idrossilamina con la quantità corrispondente di carbonato potassico: la soluzione di colore rosso aranciato intenso del tiosale viene rapidamente decolorata a freddo, con svolgimento di idrogeno solforato.

Il sale dell'acido tiobenzidrossamico formatosi venne estratto con alcool dal residuo di sali ottenuto concentrando nel vuoto la soluzione acquosa, in cui aveva reagito l'idrossilamina. Acidificando invece con acido solforico diluito la soluzione stessa, si libera l'acido idrossamico oleoso, che venne estratto con etere.

La soluzione dell'acido tiobenzidrossamico dà con cloruro ferrico una colorazione azzurro-violacea, e in eccesso un precipitato nerastro. L'acido idrossamico ed i suoi sali alcalini si scompongono facilmente perdendo solfo. L'acido libero si scompone in gran parte in solfo e benzonitrile, secondo la reazione:



Per la facilità con cui l'acido ed i suoi sali si alterano, non sono ancora riuscito ad averli allo stato sufficiente di purezza.

Data l'instabilità dei sali ho cercato di caratterizzare l'acido ottenuto sotto forma di etere: ho fatto reagire il cloruro di benzile sul sale di potassio in soluzione alcoolica. L'eterificazione procede rapida, e per completarla, ho riscaldato per mezz'ora circa all'ebollizione. Distillato l'alcool, ho ripreso il residuo con acqua; si è separato così l'etere $\text{C}_6\text{H}_5 \cdot \text{C}(\text{NOH}) \cdot \text{S} \cdot \text{C}_7\text{H}_7$: sostanza bianca, cristallina, che venne purificata dal benzolo. Esso fonde a 120-122°.

L'analisi ha dato i seguenti risultati:

- I. gr. 0,1667 di sostanza diedero gr. 0,4222 di CO_2 e gr. 0,0795 di H_2O .
- II. gr. 0,3285 di sostanza diedero gr. 0,3166 di Ba So_4 .
- III. gr. 0,2187 di sostanza diedero ccm. 11,8 di N a mm. 745 e a 22°.

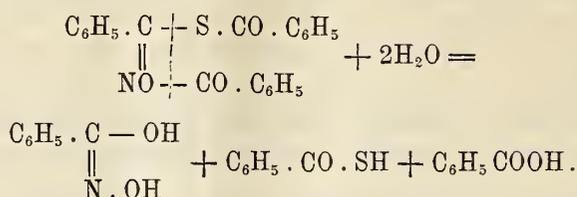
In cento parti:

	Trovato			Calcolato per $\text{C}_{14}\text{H}_{13}\text{NOS}$
	I	II	III	
C	69,07	—	—	69,09
H	5,33	—	—	5,38
S	—	13,24	—	13,19
N	—	—	6,11	5,77.

All'etere benzilico su descritto spetta con probabilità la struttura $\text{C}_6\text{H}_5 \cdot \text{C} \begin{array}{l} \diagup \text{NOH} \\ \diagdown \text{S} \cdot \text{C}_7\text{H}_7 \end{array}$, con il residuo benzilico unito al solfo.

⁽¹⁾ Fleischer, Annalen, 140, pag. 240.

ed in maggior parte in acido benzidrossamico tiobenzico e benzoico:



L'acido benzidrossamico formatosi in questa scissione viene posto anche facilmente in evidenza con la reazione del percloruro di ferro.

Il comportamento dell'acido tiobenzidrossamico e dei suoi derivati costituisce presentemente l'oggetto delle mie ricerche: allo scopo di estendere le conoscenze intorno ai composti di questo tipo, ho intenzione di studiare anche gli altri modi di formazione degli acidi tioidrossamici che la teoria fa prevedere.

Chimica. — Sui composti della fenilidrazina coi fenoli ⁽¹⁾.

Nota di R. CIUSA e A. BERNARDI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Il contegno della fenilidrazina coi fenoli è stato studiato in primo luogo da A. v. Baeyer ⁽²⁾. Questo autore trovò che la floroglucina e la resorcina si combinano colla fenilidrazina per dare rispettivamente i composti.



nei quali il numero di molecole di fenilidrazina è uguale al numero degli idrossili del fenolo.

Più tardi Seyewitz ⁽³⁾ riprese lo studio dei composti della fenilidrazina coi fenoli e trovò che mentre la resorcina, l'idrochinone e l'orcina sono capaci di unirsi alla fenilidrazina, e precisamente nel rapporto di una molecola di fenolo a due di base, il fenolo, i cresoli, i naftoli e la pirocatechina non si uniscono affatto alla fenilidrazina in qualunque maniera si operi.

Escludendo i composti coll'acido picrico, col trinitrotimolo e con altri corpi analoghi, nella letteratura si trova descritto un sol composto della fenilidrazina con fenoli monovalenti: quello col pentaclorofenolo ⁽⁴⁾. È noto inoltre il composto col trifenilcarbinolo ⁽⁵⁾.

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di Chimica generale della R. Università di Bologna.

⁽²⁾ Adolf v. Baeyer und Ernst Rochendorfer, B. 22, 2189.

⁽³⁾ Compt. rend., 113 (1891) 264

⁽⁴⁾ Jambon, Bl. [3], 23, 829.

⁽⁵⁾ Tschitschibabin, B. 35, 4008.

Specialmente a proposito di quest'ultimo composto, sorge il dubbio che anche il fenolo sia capace di combinarsi colla fenilidrazina. Pensando appunto che il composto in questione, che Seyewitz non aveva potuto isolare, fosse assai instabile, abbiamo voluto studiare l'andamento della curva di congelamento tra fenolo e fenilidrazina.

Senza bisogno di disegnarla, l'andamento della curva si vede assai bene dai numeri che riportiamo qui sotto.

	Mol. % di fenolo	Mol. % di fenilidrazina	Temp. di congel.
1	98,40	1,60	41,68
2	93,70	6,30	37,70
3	93,22	6,78	37,25
4	90,01	9,99	33,80
5	87,59	12,41	29,80
6	86,20	13,80	28,95
7	86,10	13,90	27,55
8	82,70	17,30	23,60
9	81,02	19,98	19,05
10	79,52	20,48	18,06
11	77,20	22,80	19,10
12	75,10	24,90	19,65
13	74,80	25,20	22,35
14	68,42	31,58	26,40
15	62,15	37,85	34,90
16	56,79	43,21	39,50
17	51,32	48,68	40,15
18	48,07	51,93	41,35
19	44,87	55,13	40,25
20	41,67	58,33	39,35
21	38,42	61,58	36,55

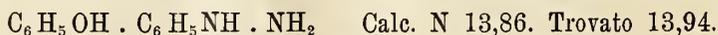
Questa curva, se disegnata, darebbe un minimo a 18°,06, punto eutectico del sistema fenolo e composto tra fenolo e fenilidrazina, ed un massimo tra la 17^a e 18^a concentrazione (50 mol. di fenolo e 50 mol. di fenilidrazina) ad una temperatura di circa 42°. Non abbiamo creduto necessario studiare anche l'altro ramo della curva, perchè non presentava alcun interesse per la questione che si voleva risolvere, ed anche per la grande sensibilità nostra alla fenilidrazina.

Dal modo di comportarsi del miscuglio nella provetta crioscopica, era facile accorgersi che il composto in questione era assai stabile, e che doveva essere facile prepararlo direttamente.

Mescolando infatti intimamente fenolo e fenilidrazina, ambedue fusi, si osserva un leggero riscaldamento, e dopo raffreddamento il miscuglio si rapprende in una massa di cristalli bianchi che si possono ricristallizzare dall'etere di petrolio (40°-60°).

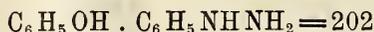
All'analisi si hanno dei numeri che corrispondono a quelli dell'analisi termica.

Gr. 0,1302 di sostanza, diedero emc. 15 di N misurato a 5° e 752 mm.



Questo composto forma degli aghetti bianchi, fondenti a 42°, solubili in tutti i solventi organici. Insolubili in acqua. In benzolo è fortemente dissociato nei componenti.

Benzolo	Sost. gr.	Conc.	<i>d</i>	<i>M</i>
Gr. 10,8586	—	—	—	—
—	0,1218	1,12	0,416	137
—	0,2046	3,00	0,920	166
—	0,2664	5,46	1,452	191



Nella stessa maniera siamo riusciti a preparare il composto della fenilidrazina col m-cresolo: il miscuglio dei due componenti precedentemente fusi, si rapprende per raffreddamento in una massa di cristalli bianchi che si ricristallizzano dall'etere di petrolio (40°-60°). All'analisi si ottengono dei numeri che corrispondono a quelli richiesti da una molecola di fenilidrazina ed una di m-cresolo.

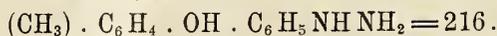
Gr. 0,1666 di sostanza, diedero gr. 0,4370 di CO₂ e gr. 0,1144 di H₂O.



Questo composto fonde a 36°-37°, e forma degli aghetti sottili, lunghi, assai solubili anche a freddo in tutti i solventi organici, escluso l'etere di petrolio (40-60°) dove sono poco solubili a freddo: insolubili in acqua.

Questo composto è anch'esso in benzolo fortemente dissociato.

Benzolo	Sost. gr.	Conc.	<i>d</i>	<i>M</i>
Gr. 8,4328	—	—	—	—
—	0,1136	1,34	0,523	130
—	0,1442	3,05	1,020	152



Maggiori difficoltà abbiamo trovato nella preparazione del composto della fenilidrazina col p-, ed o-cresolo.

Mescolando quantità equimolecolari di p- cresolo e fenilidrazina si ottiene un liquido denso che anche lasciato a sè non si rapprende: raffreddando fortemente con anidride carbonica solida ed acetone e lasciando il miscuglio nel bagno per un certo tempo, siamo riusciti ad avere una massa cristallina. Una volta ottenuto il germe è facile preparare anche grandi quantità del composto col p- cresolo, che si può cristallizzare come tutti gli altri dall'etere di petrolio.

Gr. 0,1360 di sostanza, diedero cmc. 15 di N misurati a 10°,5 e 748 mm.
 $(\text{CH}_3) \text{C}_6\text{H}_4\text{OH} \cdot \text{C}_6\text{H}_5\text{NHNH}_2$ Calc. N 12,96. Trovato 12,96.

Questo composto fonde a 26°: i caratteri di solubilità sono simili a quelli del precedente.

L'o- cresolo si combina anch'esso manifestamente colla fenilidrazina; ma il miscuglio dei due componenti si mantiene soprafuso comunque si operi (1).

I due naftoli si combinano pure colla fenilidrazina: mescolando i due componenti in quantità equimolecolari e scaldando finchè tutto sia fuso, si ottiene, dopo raffreddamento, una massa compatta cristallina del composto d'addizione.

L' α - naftolato è instabilissimo, si altera prontamente e fonde a 26°.

Il β - naftolato è assai più stabile, fonde a 62°-63°, e si cristallizza sciogliendolo in benzolo ed aggiungendo alla soluzione benzolica dell'etere di petrolio sino ad avere un leggero intorbidamento.

Col riposo si separa il composto sotto forma di squamette bianche.

Gr. 0,1278 di sost., diedero gr. 0,3562 di CO_2 e gr. 0,0746 di H_2O .

Gr. 0,1086 di sost., diedero cmc. 10,5 di N misurati a 10° e 742 mm.

$\text{C}_{10}\text{H}_7\text{OH} \cdot \text{C}_6\text{H}_5\text{NHNH}_2$ Calc. C: 76,19; H: 6,34; N: 11,11.

Trovato C: 76,01; H: 6,48; N: 11,30.

Questo β - naftolato è anch'esso in benzolo fortemente dissociato.

Benzolo	Sost. gr.	Conc.	d	M
Gr. 9,7468	—	—	—	—
—	0,1344	1,37	0,450	156
—	0,2036	3,46	0,850	185

$\text{C}_{10}\text{H}_7\text{OH} \cdot \text{C}_6\text{H}_5\text{NHNH}_2 = 252$.

Abbiamo anche preparato il composto fra pirocatechina e fenilidrazina.

(1) Neanche aggiungendo un cristallino del m-, p- cresolato al miscuglio raffreddato dell'o- cresolo e fenilidrazina, si riuscì a far cristallizzare la massa: neanche il p- cresolato fuso e raffreddato cristallizza per aggiunta di un cristallino del m- cresolato.

Se si scioglie a caldo la pirocatechina (1 mol.) nella fenilidrazina (2 mol.), si ha per raffreddamento una massa dura cristallina bianca che si può cristallizzare da poco benzolo.

Gr. 0,1202 di sost., diedero cmc. 17,8 di N misurati a 11° e 753 mm.; ossia per cento parti 17,49 % di N. Per il composto formato da 2 mol. di fenilidrazina e una di pirocatechina si calcola 17.23 % N.

Questo composto si presenta sotto forma di aghi bianchi setacei lunghi che riempiono tutto il liquido da cui si cristallizza. Fonde a 63°.

Hans v. Liebig ⁽¹⁾, in alcune osservazioni sul differente contegno dei tre fenoli bivalenti, dice che mentre una soluzione di resorcina e fenilidrazina in benzolo dà immediatamente il composto d'addizione, e l'idrochinone fa altrettanto ma più lentamente, la pirocatechina, in soluzioni non troppo concentrate, non dà alcun precipitato.

Sul composto di fenilidrazina e pirocatechina, non si trova nella letteratura alcun altro cenno.

Chimica — Esperienze sulla fototropia di alcuni fenilidrazoni ⁽²⁾. Nota di M. PADOA, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

Parecchie sostanze possiedono la proprietà di assumere sotto l'azione della luce colorazioni diverse e di ritornare, conservate al buio, al colore primitivo; il riscaldamento facilita questo fenomeno inverso. Così si comportano il fenilidrazone della benzaldeide ⁽³⁾, quelli dell'ansaldeide ⁽⁴⁾, del cuminolo ⁽⁵⁾, alcuni osazoni ⁽⁶⁾, la β -tetracloro- α -chetonaftalina e il cloridrato della chinochinolina ⁽⁷⁾, e finalmente una classe estesa di derivati dell'anidride succinica, chiamati *fulgidi* da Stobbe, che li ha preparati per primo.

Quest'ultimo sperimentatore, in una pubblicazione estesa e riassuntiva sulla fototropia ⁽⁸⁾, fa notare che la trasformazione dei corpi fototropi non ne altera affatto il carattere chimico; fa poi interessanti osservazioni rilevando che nello spettro vi è per ogni corpo fototropo una zona che produce la colorazione e un'altra che la fa retrocedere.

⁽¹⁾ Journal f. pract., 72, 1905, 108.

⁽²⁾ Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.

⁽³⁾ E. Fischer, L. Ann., 190, 135.

⁽⁴⁾ Stobbe, L. Ann., 359, 45.

⁽⁵⁾ Rudolph, L. Ann., 248, 101.

⁽⁶⁾ Biltz, Zeitschr. f. Phys. Chem., 30, 527.

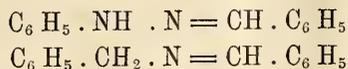
⁽⁷⁾ Marckwald, Zeitschr. f. Phys. Chem., 30, 140.

⁽⁸⁾ Stobbe, L. Ann., 359, 1.

I cristalli dei corpi fototropi esposti alla luce non cambiano forma e rimangono omogenei; chiamando con A e B rispettivamente le forme stabili al buio ed alla luce, un cristallo che ha subito l'illuminazione sarebbe costituito da una soluzione solida di B in A.

Nella Memoria citata pag. 11, Stobbe ammette anche come possibile la formazione di una specie di composto racemico fra le due forme A e B; i risultati delle mie esperienze sembrerebbero atti a far ritenere come più probabile (come anche Stobbe ritiene) la formazione di soluzioni solide.

In seguito a questi fatti mi sembrò non privo d'interesse l'osservare come si comportassero delle miscele cristalline costituite da un corpo fototropo e da uno non fototropo, ma capace di dare col primo delle soluzioni solide: fui mosso a ciò dall'idea che la fototropia potesse avere qualche punto di contatto col polimorfismo, e quindi fosse legata con tutti quei fatti che intervengono a variare la forma cristallina e la stabilità di essa. Non è molto estesa la scelta, volendo realizzare siffatte soluzioni solide; i casi più accessibili si presentano coi fenilidrazoni. Infatti il fenilidrazone di un'aldeide deve essere isomorfo col composto di addizione della stessa aldeide con la benzilammina. Così:



poichè i due composti non differiscono che per avere un gruppo CH_2 in luogo di NH , ed è noto che con simili rapporti si è quasi sempre verificata la formazione di soluzioni solide (1).

In tutti quei casi che ho potuto esaminare finora, le soluzioni solide hanno alla luce un comportamento diverso dalle sostanze fototrope pure.

Fenilidrazone della benzaldeide. Venne preparato dalla fenilidrazina e benzaldeide e cristallizzato più volte dall'alcool, e fondeva a 155° . La benzilidenbenzilammina, da benzaldeide e benzilammina, venne distillata nel vuoto e passava a 205° a 20 mm. Ho eseguito alcune esperienze crioscopiche per dimostrare la formazione di soluzioni solide fra queste due sostanze. Non essendo ancora nota la costante crioscopica del fenilidrazone della benzaldeide, l'ho determinata sciogliendovi difenile, trifenilmetano, naftalina. Impiegando come solvente il fenilidrazone senza alcuna precauzione non sono possibili misure, perchè questa sostanza si altera a caldo al contatto dell'aria: se però si opera in corrente di acido carbonico le misure possono farsi agevolmente. Ottenni i risultati seguenti:

Sostanza sciolta: difenile $C_{12} H_{10} = 154$:

Concentrazioni	Abbassamenti	K
1,240	$0^\circ,89$	110,5
2,246	$1^\circ,65$	113,1

(1) Bruni, Feste Lösungen u. Isomorphismus (1908), pag. 60.

Sostanza sciolta: trifenilmetano $C_{19}H_{16} = 244$:

Concentrazioni	Abbassamenti	K
2,385	1°,15	117,6

Sostanza sciolta: naftalina $C_{10}H_8 = 128$:

Concentrazioni	Abbassamenti	K
1,260	1°,07	108,7
2,541	2°,15	108,3.

Risulta come media generale $K = 112,9$, In base a questo valore vennero calcolati i pesi molecolari della benzilidenbenzilammina sciolta nel fenilidrazone:

Benzilidenbenzilammina: $C_6H_5 \cdot CH_2 - N = CH \cdot C_6H_5 = 195$

Concentrazioni	Abbassamenti	Peso molecolare ($K = 113$)
2,395	1°,24	218,2
4,672	2°,46	214,2

Si ha dunque una discreta anomalia, benchè la benzilidenbenzilammina sia un liquido.

Ciò posto vediamo quale sia il comportamento delle soluzioni solide, in confronto del fenilidrazone puro, alla luce. Tutte le osservazioni seguenti vennero fatte su sostanze chiuse in tubi di vetro in cui si introdusse dapprima acido carbonico e poi si praticò una rarefazione fino a 10 mm., e ciò per evitare, come si evitano in realtà, le trasformazioni di dette sostanze dovute all'azione combinata della luce e dell'aria.

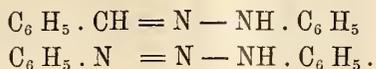
Il fenilidrazone puro, come è noto, si colora rapidamente al sole, e impiega lungo tempo per retrocedere al buio. Il riscaldamento favorisce la retrocessione, ma non si riesce a determinare un vero punto di trasformazione; d'altra parte è noto (Stobbe) che la temperatura alla quale lo scoloramento avviene, cresce con la illuminazione.

Una miscela di benzilidenbenzilammina e fenilidrazone contenente il 4,6 % della prima, preparata per fusione, arrossava al sole, ma al buio retrocedeva rapidamente, e in un'ora ritornava bianca.

Una miscela contenente soltanto l'1 % di benzilidenbenzilammina arrossa rapidamente al sole, ma al buio retrocede quasi completamente in 24 ore, e cioè sempre assai più presto che il fenilidrazone puro.

Ho anche voluto esaminare il comportamento delle soluzioni solide colorate alla luce, quando vengono riscaldate. Mentre il fenilidrazone puro riscaldato lentamente a luce diffusa, si può considerare completamente scolorato a 115°-120°, la soluzione solida all'1 % lo era pure completamente a 95°-100°, e quella al 3 % a 80°-85°.

Un'altra sostanza che poteva dare soluzioni solide col fenilidrazone della benzaldeide, era il diazoamidobenzolo; ciò si rileva dal paragone fra le due formole:



Senonchè ciò non si può dimostrare per via crioscopica per causa della facile decomponibilità del diazoamidobenzolo; e inoltre per la stessa ragione non si potevano preparare miscele per fusione. Perciò si ricorse all'artificio di far cristallizzare il fenilidrazone da un solvente che contenesse già disciolta una certa quantità di diazoamidobenzolo, tale però che la soluzione fosse lontana dalla saturazione. All'uopo si prestava bene il ligroino: si sciolsero in circa 30 cc. di ligroino gr. 1 di fenilidrazone e gr. 0,4 di diazoamidobenzolo ⁽¹⁾. Per raffreddamento si formarono dei cristalli, della forma di quelli del fenilidrazone ma colorati in bruno, ed omogenei, che costituiscono evidentemente una soluzione solida del fenilidrazone e del diazoamidobenzolo. Per sapere quale ne era la composizione, si determinò l'azoto azoico trattandoli con acido solforico, e ne risultò che il diazoamidobenzolo era contenuto nella miscela con una percentuale di 4,92.

Da una soluzione di gr. 2 di fenilidrazone, gr. 0,4 di diazoamidobenzolo, in 60 cc. di ligroino, si separarono dei cristalli di un giallo chiaro che secondo l'analisi contenevano 1,57% di diazoamidobenzolo.

Per dimostrare che un'altra sostanza qualunque sciolta in ligroino non poteva inquinare come fa il diazoamidobenzolo i cristalli del fenilidrazone, si preparò una soluzione di gr. 1,5 di fenilidrazone, gr. 1,0 di *p*-bicolorobenzolo, in 50 cc. di ligroino. Da questa soluzione, che secondo si verificò era assai più vicina alla saturazione rispetto al *p*-bicolorobenzolo, di quello che non fosse la soluzione più concentrata col diazoamidobenzolo, si separarono cristalli di fenilidrazone che ossidati col metodo di Carius rivelarono la presenza di sole minime tracce di cloro.

I cristalli della prima preparazione (4,92% di diazoamidobenzolo), diedero una polvere giallo-sporca che si manifestò assolutamente insensibile alla luce.

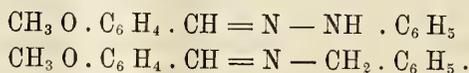
I cristalli della seconda preparazione (1,57%) diedero una polvere giallo-chiara e si colorarono assai debolmente alla luce, meno che le soluzioni solide con benzilidenbenzilammia. La retrocessione è completa dopo 24 ore. Se l'esposizione si ripete una seconda volta sulla stessa sostanza, l'azione è più debole e la retrocessione più rapida. Ciò si constata anche

⁽¹⁾ Poichè interessava, per altre ragioni, al dott. Ciusa di dimostrare la formazione di soluzioni solide fra quelle due sostanze, così eseguiamo insieme queste esperienze.

meglio confrontando due tubi di cui uno esposto per la prima volta e uno per la seconda. La sostanza *stancata* per l'azione prolungata della luce non riprende le proprietà primitive anche se lasciata parecchi giorni al buio; il punto di fusione è il medesimo prima e dopo l'insolazione (per la miscela all'1,57 %, è 155°).

Preparai ancora una soluzione solida diluitissima di gr. 1 di fenilidrazone, gr. 0,1 di diazoamidobenzolo, cc. 40 di ligroino. Fondeva a 155°-156°. Presentava gli stessi fenomeni dell'altra, ma meno spiccatamente, ed arrossava di più.

Fenilidrazone dell'ansaldeide. Venne preparato dall'ansaldeide e fenilidrazina, e cristallizzato ripetutamente dall'alcool. Fondeva a 120°-121°. Come sostanza da sciogliervi allo stato solido mi occorreva la anisilidenbenzilammina, come si rileva dal confronto delle due formole seguenti:



Quest'ultima non era stata fin qui preparata, per quanto mi consta. Mescolando quantità equimolecolari di ansaldeide e benzilammina queste reagiscono immediatamente; estraendo con etere e seccando su cloruro di calcio, il residuo cristallizza in una massa scura. Per purificarlo si scioglie in etere di petrolio e si tratta a freddo con carbone animale; l'accesso di solvente viene scacciato facendo bollire nel vuoto la soluzione (il riscaldamento altera la sostanza), In tal modo il composto si ottiene puro, in cristalli bianchi, e fonde a 33°. Vi determinai l'azoto, ottenendo risultato corrispondente al teorico:

	Calcolato	Trovato
Azoto %	6,24	6,25

Tentai di dimostrare la formazione di soluzioni solide col fenilidrazone, ma fu impossibile adoperare in esperienze crioscopiche il fenilidrazone dell'ansaldeide.

Comunque ho eseguito le esperienze seguenti, ammettendo tale formazione per le ragioni già dette ed in seguito al comportamento della benzilidenbenzilammina col fenilidrazone della benzaldeide.

Il fenilidrazone puro alla luce si colora in violetto. Se però si lascia molto tempo esposto, ritorna bianco nè riprende la proprietà di colorarsi alla luce neppure tenendolo parecchi giorni al buio. Ciò nonostante il punto di fusione è inalterato anche dopo tale prolungata insolazione. Questo risultato si ottiene se si ha cura di racchiudere la sostanza in tubi con atmosfera rarefatta di anidride carbonica, come già si disse in precedenza.

Il fenilidrazone così *sovraesposto*, può riacquistare le proprietà primitive, purchè venga fatto ricristallizzare dall'alcool. Questo comportamento del fenilidrazone per azione prolungata della luce non mi consta che sia stato ri-

levato in precedenza, e non potrebbe essere attribuito per ciò che si è detto ad una trasformazione chimica; si potrebbe piuttosto pensare alla formazione di piccole tracce di sostanze atte a catalizzare il processo di scoloramento che di solito avviene nell'oscurità.

Una miscela di fenilidrazone ed anisilidenbenzilammina contenente l'1 % di quest'ultima, si colora alla luce più rapidamente e più intensamente del fenilidrazone puro, e dà luogo ai medesimi fenomeni per insolazione prolungata.

Il comportamento del fenilidrazone puro e della miscela col riscaldamento è analogo a quello osservato nel caso del fenilidrazone della benzaldeide. Il fenilidrazone dell'anisalaldeide puro, previamente colorato alla luce, si scolora lentamente a 60°; la miscela coll'1 % di anisilidenbenzilammina, come si colora alla luce più rapidamente del fenilidrazone puro, così si scolora più rapidamente se riscaldata da 55° a 60°.

Ho voluto anche vedere se una piccola quantità del fenilidrazone aggiunta a molta benzilidenbenzilammina potesse impartirle le proprietà dei corpi fototropi; ma il risultato fu negativo.

Come esperienza di confronto, ho ancora verificato che sostanze le quali non danno col corpo fototropo soluzioni solide, se fuse con questo, non hanno azione sul comportamento alla luce.

Da quanto si è ora esposto, si rileva che l'aggiunta ad una sostanza fototropa di un corpo capace di sciogliersi allo stato solido, esercita una azione positiva o negativa, a seconda dei casi, sulla tendenza del corpo fototropo a colorarsi alla luce. I fatti osservati fanno rilevare qualche punto di contatto fra la fototropia ed il polimorfismo.

Per venire a conclusioni più generali è necessario estendere la ricerca ad altre sostanze; così pure sembra interessante vedere se quelle stesse zone dello spettro che hanno azione sulle sostanze fototrope, esercitino pure uguale azione sulle soluzioni solide, oppure se vengano spostate le regioni più attive dello spettro rispetto alle varie miscele considerate.

Stiamo pure occupandoci della ricerca di altri idrazoni fototropi, fra quelli noti e fra quelli non ancora preparati finora, avendo di mira lo studio delle eventuali relazioni fra la struttura chimica e la fototropia in questa classe di sostanze.

Debbo qui ringraziare il dott. Luigi Mervini che mi coadiuvò validamente in una parte di questa ricerca.

Fisica. — *Sulle variazioni delle proprietà fisiche delle leghe metalliche sottoposte alle azioni meccaniche e termiche.* - I. *Il peso specifico.* Nota di E. PANNAIN, presentata dal Socio E. PATERNÒ.

Le proprietà fisiche delle leghe sono strettamente collegate con la struttura, e poichè si è già visto che la struttura delle leghe varia con la laminazione, con la ricottura, con la percussione ecc., queste medesime azioni devono dar origine ad una variazione delle proprietà fisiche della lega.

Ho quindi intrapreso lo studio sistematico delle variazioni delle proprietà fisiche delle leghe sottoposte ad azioni meccaniche e termiche, ed ho ottenuti valori differenti a seconda del trattamento che la lega aveva subito. Il peso specifico, la durezza, la conducibilità termica ed elettrica di una lega di data composizione centesimale, variano al variare dell'azione meccanica o termica alla quale la lega fu sottoposta.

Riporto qui appresso i valori del peso specifico del bronzo (circa 4% Sn) e della lega di argento per monete (Ag 83.5%, Cu 16.5%), corrispondenti alle diverse fasi della lavorazione, segnando a fianco di ciascun valore la differenza dal precedente, differenza che rappresenta appunto la variazione dovuta al trattamento meccanico o alla ricottura.

I. Bronzo monetario.

Campione	Peso specifico	Variazioni
1. Lega fusa	8,76965	
2. " fusa ricotta	8,77102	+ 0,00137
3. " laminata dopo la ricottura	8,93920	+ 0,16818
4. " ricotta dopo la laminazione	8,94031	+ 0,00111
5. " laminata di nuovo	8,94198	+ 0,00167
6. " ricotta dopo l'ultima lamin. ^e	8,94617	+ 0,00419
7. " coniata	8,94623	+ 0,00006

II. Lega di argento per monete.

1. Lega fusa	9,99932	
2. " fusa ricotta	10,00206	+ 0,00274
3. " laminata dopo la ricottura	10,20244	+ 0,20038
4. " ricotta dopo la laminazione	10,20251	+ 0,00007
5. " laminata di nuovo	10,20759	+ 0,00508
6. " ricotta dopo l'ultima lamin. ^e	10,21648	+ 0,00889
7. " coniata	10,21636	— 0,00012

I campioni del peso di 100 gr. ciascuno furono prelevati da una medesima verga; ad eccezione dei pezzi conati, gli altri furono limati e levigati a specchio, quindi lavati con benzina e con alcool, poi seccati a 80-90° e lasciati in essiccatore su cloruro di calcio. Le determinazioni furono fatte con la bilancia idrostatica, eseguendo una serie di pesate tutte nelle medesime condizioni. Quando si eseguirono le determinazioni col bronzo la temperatura dell'aria era di 15-16°, quella dell'acqua di 16-17°, e la pressione atmosferica di 758 mm.; quando si eseguirono le determinazioni con la lega d'argento la temperatura dell'aria era di 17-18°, quella dell'acqua di 18-19°, e la pressione atmosferica di 761 mm.

Appunto perchè la temperatura e la pressione rimasero quasi costanti, durante le sperienze, non ho creduto di dare i risultati a 0° e 760 mm. giacchè a me non interessano i valori assoluti del peso specifico, ma le variazioni dovute alle azioni meccaniche, e alla ricottura.

Dai valori sopra riportati apparisce manifesto che la laminazione dà luogo ad un considerevole aumento del peso specifico. Assai più interessante è però l'azione della ricottura che determina un aumento del peso specifico tanto per la lega semplicemente fusa, quanto per quella già lavorata. La ricottura dunque, mentre restituisce la primitiva malleabilità alle leghe già lavorate, non fa perdere la compattezza acquistata con la laminazione.

Maggior importanza avranno i risultati di determinazioni eseguite sopra intere serie di leghe. Il trattamento meccanico e la ricottura, seguite o non da tempera, avendo influenza diversa sui differenti costituenti delle leghe daranno origine a modificazioni delle curve, che rappresentano la variazione delle proprietà fisiche con la composizione, modificazioni che potranno mettere meglio in rilievo la presenza dei diversi costituenti.

Chimica. — Contributo allo studio dell'isomorfismo fra il tellurio e lo zolfo ⁽¹⁾. Nota di GIOVANNI PELLINI, presentata dal Socio G. CIAMICIAN.

In una comunicazione da me fatta al VI Congresso internazionale di Chimica applicata tenutosi in Roma nel 1906 ⁽²⁾, ho dimostrato che il tellurio ed il selenio devono ritenersi indubbiamente isomorfi fra loro, portando un contributo decisivo alla controversa questione, che fu oggetto di una serie di ricerche da parte specialmente del Retgers e del Muthmann. Ho dimostrato, mediante la curva di solubilità a 21° dei cristalli misti di bromotel-

⁽¹⁾ Lavoro eseguito nell'Istituto di chimica generale della R. Università di Padova e comunicato nella Sez. X dell'VIII Congresso di chimica applicata, Londra 1909.

⁽²⁾ Vol. VI, Sez. X, pag. 125: vedi inoltre Gazz. Ch. italiana, 36, II, 455 (1906).

lururo di fenile e bromoseleniuro di fenile, che questi due composti sono fra loro isodimorfi; inoltre che il tellurato acido di rubidio ed il seleniato acido di rubidio si separano dalle soluzioni riunite contenenti percentuali di seleniato superiori all'equimolecolare in forma di cristalli misti del tipo del seleniato. In una comunicazione ulteriore (1) ho dimostrato poi che anche il tellurio ed il selenio metallico si depositano dai miscugli dei due elementi fusi omogeneamente, in una serie ininterrotta di cristalli misti appartenenti al sistema esagonale, il che è una prova esauriente dell'isomorfismo dei due elementi.

Ma se le relazioni di isomorfismo fra il selenio e il tellurio possono oggi ritenersi stabilite in modo sicuro, manca invece qualunque esempio di relazione di isomorfismo fra lo zolfo ed il tellurio. Si noti che la forte differenza nei pesi atomici, contribuisce a rendere meno evidenti le analogie fra questi elementi. E così le possibili relazioni di isomorfismo saranno da aspettarsi meno spiccate, in accordo con i caratteri generali delle serie omologhe del sistema periodico.

Il Retgers (2) afferma che il tellurio non si mescola isodimorfo collo zolfo; e si basa sopra i seguenti fatti:

1. L'isomorfismo (o isodimorfismo) fra il tellurato e l'osmiato potassici.
2. La riscontrata mancanza di isomorfismo fra il tellurato potassico ed il solfato potassico.
3. La mancanza di miscibilità (nel ioduro di metilene) fra lo zolfo ed il tellurio, mentre lo zolfo ed il selenio si mescolano facilmente.
4. La tendenza alla formazione di numerosi composti chimici fra lo zolfo ed il tellurio, tendenza che non si riscontra fra lo zolfo ed il selenio.

Si aggiunga che il tellurio metallico venne trovato esclusivamente in cristalli del sistema esagonale-romboedrico (3).

Allo scopo di portare un contributo alla questione dell'isomorfismo dei due elementi, io riferisco qui, nelle sue linee principali, l'esteso studio eseguito sul sistema « zolfo-tellurio » dal punto di vista degli equilibri chimici eterogenei. Che un indirizzo in questo senso conduca a buoni risultati, è già stato dimostrato dal Ringer (4) per il sistema « zolfo-selenio » e da me per il sistema « selenio-tellurio ».

Già Berzelius e Klaproth fondendo insieme solfo e tellurio non ottennero composti fra questi due elementi. Notarono che, allo stato fuso, i due elementi si mescolano in tutte le proporzioni e che i miscugli ottenuti per fusione con piccola percentuale di tellurio rendono lo zolfo rosso, mentre che i miscugli ricchi in tellurio tendono al nero.

(1) Gazz. Ch. italiana, 36, II, 469 (1906).

(2) Zeit. phys. Chemie, 12, 590 (1893).

(3) Groth. Chemische Kristallographie, I Teil, pagg. 25 e 35.

(4) Zeit. anorg. Chemie, 32, 183 (1902).

Per azione dell'idrogeno solforato sulle soluzioni di acido telluroso e acido tellurico si precipitano delle sostanze brune, che corrispondono rispettivamente alla composizione TeS_2 e TeS_3 , ma che si decompongono nei due elementi non solo per fusione, ma anche sotto l'azione del solfuro di carbonio a freddo.

Tali ricerche sono, nel loro complesso, confermate da tutti gli altri sperimentatori (1). Per cui si può concludere che se l'esistenza del composto TeS_2 può, sotto certe condizioni, essere ritenuta per verosimile, per lo meno esso è instabilissimo anche alla temperatura ordinaria. Più problematica risulta l'esistenza del composto TeS_3 . Per fusione non si ottengono composti; anzi Mac Ivor (2) aggiunge sembrargli che l'affinità chimica fra questi elementi cessi ad una temperatura molto al di sotto di quella alla quale ogni miscela di essi può fondere, e che, in conseguenza di ciò, con tale sistema, non si possono formare composti definiti, cioè solfuri.

Degno di nota infine è l'esistenza di una varietà di solfo rosso del Giappone chiamata *seki-rin-seki* ed analizzata da Divers e Shimidzu (3):

S	Te	Se	As	Mo	Sostanze terrose	Somma
99,76	0,17	0,06	0,01	traccie	traccie	100

Si trova insieme allo zolfo giallo in parecchi giacimenti vulcanici del Giappone in massi cristallini semitrasparenti. Anche le varietà gialle contengono tracce di tellurio e di selenio. Tale tellurio è quello che fu assoggettato da Masumi Chikaskigé (4) alle determinazioni di peso atomico.

Curve di congelamento delle miscele di tellurio e zolfo.

Lo studio termico delle miscele di zolfo e tellurio venne eseguito studiando l'andamento delle curve di raffreddamento. La fusione fu compiuta in provette di vetro difficilmente fusibile, tutte di circa uguale capacità e spessore delle pareti, immerse in un bagno di sabbia e protette da un forte irradiazione da un dispositivo opportuno. Un termo-elemento platino-platinorodio [spessore 0,2 mm. × lunghezza 150 cm.] protetto da un sottile tubetto di quarzo trasparente, servì alla misura delle temperature con l'impiego di un galvanometro di Siemens e Halske a due scale di temperatura.

Poichè il peso specifico del tellurio è notevolmente diverso da quello dello zolfo, venne impiegato sempre lo stesso volume di miscela di 3 cm.³, tenendo poi conto della quantità in peso della miscela per il calcolo delle temperature eutectiche. Di ogni miscela vennero determinate parecchie curve

(1) Vedi per la letteratura Gutbier e Flury, Z. anorg. Chemie, 32, 273 (1902).

(2) Chemical News, 87, 209 (1903).

(3) Chemical News, 48, 204 (1883); Inoltre Jahres Bericht 1883, 1828.

(4) Journal of the chemical Society, 69, 881 (1896).

di raffreddamento, proseguite molto al di sotto della temperatura eutectica. I valori medi delle determinazioni sono raccolti nella seguente tabella:

Percentuali atomiche tellurio	Principio della solidificazione	Temperature eutectiche	Tempi di cristallizzazione eutectica in secondi
100 (tellurio puro)	451°	—	—
98	441.5	(99.5)	—
95	435	—	—
90	431.5	103 (97.5)	90
80	420	105.5 (100.5)	163
70	409	(99.5)	187
60	397.5	108	219
50	387.5	109	257
40	368	110.5	298
30	347.5	110	343
25	349	107 (102)	383
20	321.5	106.5	414
10	298	108 (98)	536
5	212	107 (100)	701
2	163	107.5	797
1	—	110	868
0 (zolfo puro)	trimetrico 113.5	monoclinico 119	—

Osservazioni generali sulle curve di fusione:

1. Il principio della solidificazione è regolare in molti casi, in altri si ha una piccola soprafusione, in pochi questa soprafusione è assai marcata.
2. Per le miscele al 50, 25, 20, 10% atomi di tellurio si notano nei principî della solidificazione dei valori assai concordanti con l'andamento generale della solidificazione, ma anche dei valori spiccatamente anomali: essi sono presentati dalla stessa miscela alla prima fusione od in fusioni successive, quando le precedenti offrono valori normali, oppure in miscele a uguale concentrazione, ma di diversa preparazione. Si notano dei valori generalmente assai elevati fra i quali non è però possibile fare media; qualche rara volta valori notevolmente inferiori. Tuttavia tutte le curve di raffreddamento hanno forma normale fino alla temperatura eutectica, cioè tutte presentano un rallentamento ed un arresto eutectico. L'agitazione, la semina di germi ed il riscaldamento rapido o lento non sembrano aver gran peso sulle anomalie: soltanto se la massa non è notevolmente riscaldata sopra la temperatura di fusione completa, si hanno valori più regolari. Tali anomalie devono perciò verosimilmente trovare la loro spiegazione nelle anomalie proprie al polimorfismo dello zolfo e del tellurio e che disturbano anche la fusione delle miscele di selenio e zolfo, come ha già osservato il Ringer, il quale è ricorso per ciò a misure dilatometriche, che nel mio caso però non sono possibili, data la temperatura assai elevata alla quale si dovrebbe operare. Tut-

tavia, poichè in via generale non si può escludere la formazione anche di composti, così intendo sottoporre questa parte del diagramma di congelamento ad un più accurato esame.

3. Per le miscele al 98 e 95% di tellurio non è possibile osservare un arresto termometrico alla temperatura eutectica data la grande massa del tellurio in confronto a quella del zolfo. È però da notarsi che se la massa

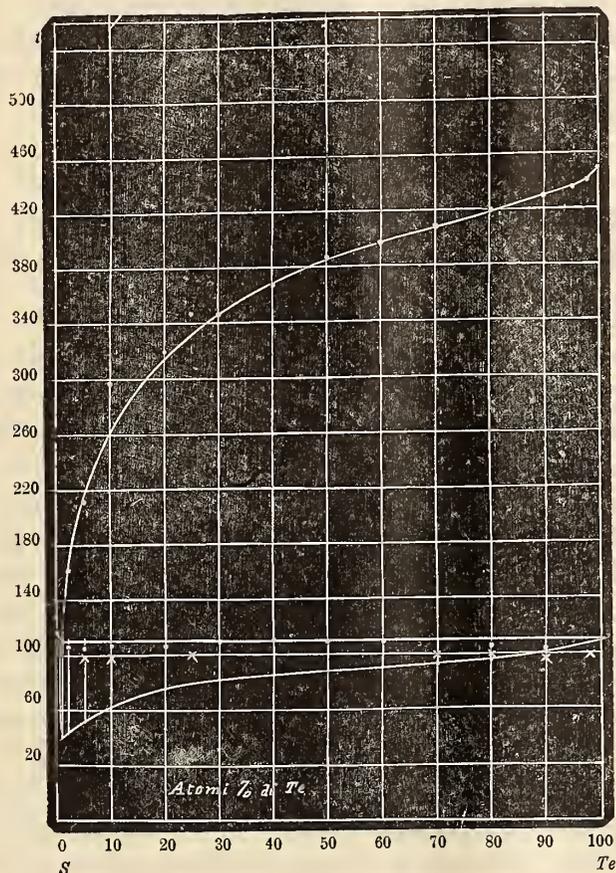


FIG. 1.

raffreddata viene di nuovo e opportunamente riscaldata a 120-130°, si osservano in mezzo al tellurio compatto delle piccole goccioline di zolfo fuso. Solo in un caso e per la miscela al 98% si ebbe a 99.5° una piccolissima sopraffusione ed un piccolissimo arresto. Tutte le altre miscele fino alla concentrazione 1% forniscono arresti eutectici la maggior parte con sopraffusione, da cui ha origine la forma della curva rappresentante i tempi eutectici (1).

4. Nella tabella e nel diagramma relativo (fig. 1) sono riportate due temperature eutectiche; ciò è stato fatto in vista della probabile solidificazione

(1) Ruer. Metallographie, pag. 290 (1907).

delle varie miscele nella forma monoclina dello zolfo, che dà luogo a punti eutectici più elevati (caso normale) o della solidificazione della miscela nella forma trimetrica dello zolfo, per cui sono da osservarsi eutectici più bassi. Il diagramma dei tempi eutectici si riferisce ai valori più elevati.

5. Le miscele a composizione inferiore all'uno per cento atomico di tellurio non danno luogo a indicazioni termometriche nette. Perciò vennero eseguite per questa parte del diagramma delle esperienze a parte.

6. Dall'andamento delle curve di solidificazione delle miscele di tellurio e zolfo si conclude che questi due elementi non formano nessun composto fra loro.

Zoologia. — *Nuove osservazioni sulla Phylloxera quercus Boyer de Fonsc.* (1). Nota preliminare (2) di BIANCA BONFIGLI, presentata dal Socio B. GRASSI.

Nel dicembre passato, controllando i caratteri morfologici riferiti dal Börner per tener separata la *Phylloxera quercus* di Boyer de Fonscolombe dalla *Ph. florentina* di Targioni Tozzetti, ero giunta alla conclusione che tali caratteri non sembravano giustificare la separazione (3). Rimaneva da prendere in esame il criterio biologico, già ammesso per la separazione delle due specie dal Targioni Tozzetti e dal Lichtenstein, cancellato in seguito dal Del Guercio e da ultimo riesumato dal Börner. Il Börner, oltre a determinare di nuovo che in natura la *Ph. quercus* vive sulla *Quercus coccifera* e sulle querce del gruppo *robur*, la *Ph. florentina* sulla *Q. ilex* e sulle querce del gruppo *robur*, riferiva anche di non esser riuscito a far passare su *Q. ilex* gli individui pei quali egli limita la denominazione di *Ph. quercus*.

L'asserzione del non attecchimento sul nuovo ospite, in apparenza di gran valore, poteva esser messa in dubbio ove si fosse tenuto presente che praticamente riesce di solito molto difficile trasportare fillossere vive da una pianta ad un'altra, sia pure della stessa specie, in modo tale che possano poi attecchire bene; si poteva, cioè, pensare che l'esperimento fosse riuscito negativo, non perchè impossibile di per sè stesso, ma perchè fatto in condizioni sfavorevoli. Così al principio della primavera ho voluto vedere come si comportasse da noi su *Q. ilex* e su *Q. coccifera* la fillossera dal Börner distinta come *florentina*, da me identificata alla *Ph. quercus*.

(1) Dal Laboratorio di Anatomia Comparata della R. Università di Roma.

(2) Sedicesima delle Note sui Fillosserini. Si veda la Nota del prof. Grassi pubblicata in questo stesso numero dei Rendiconti.

(3) Si veda la Nota (11^a della serie) pubblicata da Grassi e Foà: *Sulla classificazione delle fillossere*. Rend. Acc. Lincei, vol. XVII, serie 5^a, 2^o sem., fasc. 12^o.

Potei raccogliere nel marzo, sopra un esemplare di *Q. coccifera* (Kermes) all'Orto Botanico, alcune uova d'inverno che mi si mostrarono identiche a quelle raccolte su *Q. ilex*. In seguito, nell'aprile, sullo stesso esemplare e su due altri ancora, raccolsi molte neonate dall'uovo d'inverno, che confrontate con neonate raccolte su leccio, mi si dimostrarono ancora identiche ad esse (1). Le fillosere dell'uno e dell'altro ospite, si mantennero identiche anche in seguito; a termine di sviluppo si ebbero da ambedue le parti fondatrici grosse, giallo verdastre, con poche macchie aranciate sul dorso, evidentemente trasparenti dall'interno, con tubercoli uguali di forma e di lunghezza; da ambedue le parti le fondatrici deposero uova sparse lungo i germogli, lungo le nervature mediane e i piccioli delle foglie: da tali uova nacquero neonate identiche tra di loro, giallo pallide, che in parte diventarono alate, in parte rimasero attere. Le alate di kermes, identiche a quelle di leccio (2), emigrarono, le attere rimasero sulla pianta su cui erano nate, a dare una nuova generazione (3).

Vediamo ora l'esito degli esperimenti di trasporto degli individui da una pianta all'altra. Avendo notato in principio di stagione che le fillosere schiuse dall'uovo d'inverno si mantengono per alcuni giorni immobili sulle foglie vecchie, sui piccioli, sui rami, prima di passare sulle foglioline giovani, ho creduto opportuno usufruire di questa condizione per il trasporto delle fillosere di leccio sulle *cocciferae*.

Raccolte alcune foglie di leccio cariche di fillosere ancora immobili, le ho messe sopra una piantina di *Q. coccifera* tenuta in vaso, fornita di teneri germogli: dopo un po' di tempo le piccole neonate si stabilirono sul nuovo ospite, su cui crebbero poi benissimo, comportandosi, esse stesse e la loro prole, come se si fossero trovate sui lecci. Ho tentato anche il passaggio

(1) Noto qui che in generale le neonate dall'uovo d'inverno raccolte sia su *ilex*, sia su *coccifera*, assomigliano molto, per la forma del corpo, se non per il colore, alle corrispondenti neonate di altre specie, raccolte sulle varie querce. Gli unici criteri morfologici sicuri per distinguere le neonate dei lecci e dei kermes dalle altre sono la forma e il colore delle minuscole papille che sorreggono il pelo terminale: a cono schiacciato, ben arrotondate alla base, molto brune, coi contorni che spiccano sulla superficie del dorso.

(2) Le differenze tra le ali dei Chermesini e quelle dei Fillosserini diminuiscono notevolmente se si tiene conto delle trachee. Infatti io ho osservato che nelle ali anteriori di *Ph. quercus* le trachee prendono una disposizione che corrisponde assai bene a quella delle nervature di *Pineus pini* riportata dal Börner a pag. 110 della sua Monografia sui Chermidi e corrisponde anche alla figura delle nervature date dal Balbiani nella Tav. II del suo studio sulla fillossera delle querce (1884).

(3) Cosa strana, quest'anno a Roma le querce del gruppo *robur* non si sono quasi affatto infettate colle alate di *Ph. quercus*: si trovano le figlie di queste alate in numero scarsissimo sia all'Orto Botanico, sia alla Villa Borghese, sia nei giardini di Via Panisperna; anche sulla terrazza del nostro Laboratorio se ne hanno pochissime, malgrado la protezione delle gabbie di garza.

inverso, da *Q. coccifera* a *Q. ilex*, in capsule di Petri, e l'esperimento è riuscito perfettamente.

Riassumendo quanto ho detto e tenendo conto di altri particolari che riferirò nel lavoro in esteso, si ha che a Roma: 1° fondatrici morfologicamente identiche si possono raccogliere in primavera su *Q. coccifera*, su *Q. ilex*, su *Q. incana*, su *Q. fillireoides* e su *Q. suber*. (Per la *Q. robur* v. avanti). — 2° Le fillosere raccolte su *Q. coccifera* vivono benissimo se si trasportano su *Q. ilex* e viceversa; con tutta probabilità vivono anche quelle trasportate dalle altre querce nominate. — 3° Tutte le fillosere indicate si comportano, riguardo al ciclo di vita, allo stesso modo. Non è quindi possibile fare la scissione di due specie.

Passo ad esporre il risultato di una ricerca da me compiuta riguardo al modo di comportarsi delle generazioni nella stagione invernale.

In seguito a quanto avevo osservato nell'autunno passato sull'azione della temperatura e delle piogge insistenti (vedi la mia Nota precedente: 12^a della serie) sorgeva spontaneo il pensiero che ad un certo punto le generazioni si estinguessero, oppresse dal freddo e dall'acqua. Le prime a scomparire furono le alate. Un po' per volta incominciarono a diradare anche le forme in accrescimento e le attere adulte, e rimasero solo assai abbondanti le neonate. Quest'ultime assunsero un colore rosso aranciato, si immobilizzarono sotto le foglie più dure e sembrarono essere delle vere ibernanti. A mezzo gennaio sui vasi del nostro terrazzo erano scomparse le larve in accrescimento e, oltre le presunte ibernanti, rimaneva una madre attera con poche uova che essa aveva deposto ed una covata di numerosissime uova sotto una foglia un po' accartocciata e ben riparata. Queste ultime uova per molto tempo rimasero chiare, poi pian piano diventarono gialle; il 16 febbraio uno, esaminato al microscopio, presentò un embrione bene sviluppato, già fornito tanto di unghie, quanto di peli. Molte di tali uova arrivarono vive — sembra impossibile — al marzo, poi finirono col morir tutte (verso il 10 marzo). In questo momento rimanevano — o almeno si potevano osservare — ancora due ibernanti, che da un po' di tempo andavano assumendo una colorazione più chiara di quella che avevano in pieno inverno, pur non avendo subito ancora alcuna muta. Il 21 marzo una delle due inaugurò la primavera col suo risveglio; l'altra aspettò a muoversi tre giorni dopo. Per alcuni giorni rimasero sulla foglia su cui ciascuna aveva svernato; la stagione era assai incostante ed esse si muovevano un po', poi tornavano torpide; il 1° d'aprile una delle due passò sopra un germoglio. (L'8 aprile ho trovato numerose neonate dall'uovo d'inverno, sui lecci).

Ho esposto un po' minutamente la storia delle generazioni partenogenetiche sopravvissute, per poter trarre una conclusione, che sembri a tutti assai verosimile. Ove si pensi, da una parte, che quest'anno, malgrado la stagione sia stata assai rigida e nel mese di marzo si siano avute bufere

di vento e di grandine e rincrudimenti di temperatura, l'intervallo tra le ultime uova partenogenetiche e le prime neonate dall'uovo durevole, è stato, sulla nostra terrazza, solo di un mese circa; dall'altra parte che in annate miti l'uovo durevole si può schiudere anche a mezzo marzo, non mi pare inverosimile ammettere che spesso, a Roma ed in paesi più caldi, in luoghi un po' riparati, non vi debba essere intervallo tra le generazioni di un anno e quelle dell'anno successivo.

Era molto interessante seguire lo sviluppo e la prole delle vere ibernanti (neonate) in primavera, poichè esse non erano state vedute mai prima, che io sappia, da nessuno ⁽¹⁾.

Di una sola delle mie due io posso parlare con sicurezza. Essa crebbe rapidamente, produsse una piegatura pronunciatissima nella foglia che pungeva ⁽²⁾ e depose un numero non troppo considerevole di uova. Da queste uova sono derivate quasi tutte madri alate, assai piccole, ed alcune madri attere: le piccole alate dovevano essere sessupare: il 26 maggio avevo infatti alcune uova di sessuali, quasi sul punto di nascere, che io giudico provenienti da esse.

Durante l'inverno avevo cercato invano alla Villa Borghese e all'Orto Botanico ibernanti sui lecci, certamente meno riparati dalle intemperie dei nostri sulla terrazza; negli ultimi giorni di maggio e nei primi di giugno ho cercato moltissimo se vi fossero sugli stessi lecci dei sessuali, ma non sono riuscita affatto a trovarne. Il fatto di esservi precocemente i sessuali solo là dove erano d'inverno le ibernanti, è venuto indirettamente ad eliminare il dubbio sorto recentemente, che anche alcune delle prime alate sviluppatesi sui lecci potessero dare dei figli senza rostro; del resto per maggior sicurezza ho raccolte in capsule di Petri molte delle prime alate, e da esse ho ottenuto solamente figli con rostro.

Intorno alle generazioni derivate dall'uovo d'inverno, aggiungo qualche osservazione alle altre dell'anno passato.

L'infezione sui lecci già al principio di stagione era molto abbondante, giustificata facilmente dal numero considerevolissimo di uova durature che si erano andate accumulando l'anno passato. Nelle piante del nostro laboratorio — che del resto si trovano in condizioni molto fortunate — ogni foglia vecchia ospitava perfino quindici o venti neonate; anche all'aperto però se ne trovavano moltissime; rimane anche per questa ragione esclusa la schiusura delle uova fecondate nell'estate, che ancora propende ad ammettere il

⁽¹⁾ Donnadieu (1887) aveva parlato di numerosissime colonie invernali di *Ph. quercus* sui rami e sul tronco delle querce, ma Balbiani aveva ribattuto che si trattava di afidi.

⁽²⁾ Dice il Del Guercio che solo la fondatrice di leccio (derivata dall'uovo invernale) piega le foglie; io ho osservato che, se trovano foglie giovani, tutte le attere che vengono in seguito possono produrre la stessa piegatura.

Del Guercio, per spiegare una certa scarsezza di neonate dall'uovo d'inverno, che egli ritiene verificarsi in primavera.

Come ho già detto le neonate dall'uovo d'inverno prima di stabilirsi sui germogli nuovi rimangono un po' di tempo immobili sulle parti vecchie della pianta, in vicinanza del luogo in cui nacquero. Se la pianta presenta già delle gemme in via di svolgimento, il passaggio ai germogli avviene dopo due o tre giorni di immobilità; se invece dopo questo termine di tempo non vi sono ancora condizioni di nutrimento adatte, si può avere un ritardo nell'emigrazione ancora di varî giorni. All'Orto Botanico, per esempio, ho potuto osservare le neonate immobili sulle foglie vecchie per più di una settimana, senza che la pianta germogliasse ancora. Le neonate però non possono rimanere al di là di un certo limite di tempo sulle parti vecchie, perchè da queste sembra non riescano a ricavare il nutrimento opportuno. Non sono mai riuscita a vedere all'aperto forme derivate dall'uovo d'inverno che su parti non giovanissime della pianta avessero subito la prima muta e nemmeno in prigione ho potuto far mutare le neonate sulle foglie dell'anno andato.

Anche per la seconda generazione si ha una condizione di cose pressochè identica. L'accrescimento delle fillosere avviene sulle parti giovani della pianta, nel maggior numero dei casi alla pagina inferiore delle foglie dell'annata. Le generazioni che vengono in seguito, invece sembrano adattarsi meglio alle condizioni poco favorevoli di nutrimento e si possono riscontrare facilmente in tutti gli stadi di sviluppo fissate sotto le foglie dure, sui ramoscelli e perfino, se la pianta è assai giovane, sul tronco dei lecci, in corrispondenza delle piccole screpolature della corteccia: dopo le varie mute, divenute adulte, tanto le alate (sessupare) quanto le madri attere (virginopare) possono deporre le uova nelle screpolature della corteccia.

Mi rimane ora da esporre ciò che è successo delle uova invernali deposte sulle querce (del gruppo *robur*) da *Ph. quercus* sviluppatasi sopra di esse.

Al principio della primavera, quando sui lecci incominciava a trovarsi la prima generazione, sulla terrazza del Laboratorio anche sulle querce, quà e là si vedevano delle neonate. Poteva venire il dubbio che si trattasse di un casuale passaggio di neonate dai lecci, ma io potei assicurarmi che non era così, sia col porre a notevole distanza dai lecci alcune piantine di quercia, sia coll'isolarne una rigorosamente (coll'acqua), tutte senza fillosere. Dopo alcuni giorni sopra varie delle piante poste da parte comparvero uno o due neonate; cinque ne vidi apparire nello spazio di due o tre giorni sulla pianta isolata coll'acqua.

D'altro canto per sicurezza ho tentato di far vivere le neonate di leccio sulle querce, sia in terrazza, sia nelle capsule di Petri. Malgrado il tentativo fosse fatto ripetutamente ed in buonissime condizioni, non sono riuscita mai a far stabilire le giovani fondatrici di leccio sulle querce.

Le fillossere che erano nate sulle querce, in gran parte abbandonarono le piante e così sfuggirono alla mia osservazione; alcune però poterono essere seguite nel loro accrescimento. Ho motivi per ritenere che più di una sia riuscita ad ovificare sulle stesse querce.

Riguardo all'emigrazione delle fillossere di leccio sulle querce debbo notare che, profittando del fatto che le fondatrici adulte talvolta vanno a deporre le uova assai lontano dal luogo in cui sono cresciute, si può ottenere di farne passare alcune sulle querce ed ivi far deporre le uova. I piccoli che nascono possono adattarsi a queste piante, crescere, divenire alati e deporre a lor volta le uova. Io al presente ho un vaso di quercia con molti figli di tali alate, alcuni dei quali già sono adulti e ovificano.

Da questo caso estremo del passaggio delle fondatrici, si arriva per gradi all'altro dell'emigrazione della seconda generazione dopo l'acquisto delle ali. Infatti, se le piante sono a contatto, già le neonate di seconda generazione, benchè raramente, passano sulle querce; passano anche alcune larve che hanno già fatto mute e moltissime ninfe.

Per precisione storica riassumo alcuni punti svolti in questa e nelle mie precedenti Note.

1. Le fillossere italiane determinate come *Ph. quercus* e come *Ph. florentina* sono identiche: l'identità era già stata ammessa dal Del Guercio (1900) e negata dal Börner (1908).

2. Le alate che si sviluppano sui lecci vanno distinte in virginopare (Lichtenstein, Targioni, Del Guercio, Grassi e Foà) e sessupare (Fuschini). I primi tre autori ammettevano unicamente le virginopare, l'ultimo unicamente le sessupare. Grassi e Foà, che già avevano veduto le virginopare (1° 7mbre 1907), per spiegare i risultati discordi dei vari autori, supposero che — se non vi era errore di specie — si dovessero ritenere virginopare le alate sviluppatesi da principio sui lecci, sessupare le altre (8 8bre 1907).

Sotto la direzione del prof. Grassi, io ho dimostrato a Roma (6 settembre 1908) che quest'ultima supposizione era conforme ai fatti; ciò ha veduto contemporaneamente anche la Foà a Fauglia. Io ho inoltre determinato che soltanto le alate virginopare passano sulle querce; le alate sessupare, sviluppatesi sui lecci, non emigrano su di esse: ho tolto così di mezzo la schiusura estiva, necessariamente ammessa dal Fuschini, delle uova fecondate, sulla quercia, ed ho provato che l'infezione può mantenersi sui lecci indipendentemente dalle querce. Questi fatti in parte concordano con quelli osservati più tardi dal Del Guercio (*Estratti dal « Redia »* 1° febbraio 1909) e da Franceschini e Fuschini (*Bull. Minist. Agricolt.*, aprile 1909). Con tutta probabilità corrispondono ai figli delle alate sessupare quei *maschi senza rostro*, sui lecci, di cui parla il Macchiati nel 1881 e che egli interpreta come figli delle fondatrici, destinati a fecondare le alate migratrici.

Nella presente Nota tra l'altro io ho dimostrato che l'infezione può mantenersi sui lecci anno per anno anche per mezzo delle ibernanti.

D'altra parte io ho dimostrato che le alate — tutte sessupare — sviluppatasi sulle querce, possono quivi depositare le uova di sessuali, dando così origine all'uovo d'inverno sulla quercia. Ciò permette il mantenersi dell'infezione da un'anno all'altro anche sulle querce, indipendentemente dai lecci (Nota del 6 settembre 1908 e Nota presente) ⁽¹⁾.

MEMORIE DA SOTTOPORSI AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

P. VINASSA DE REGNY. — *Fossili ordoviciani del Nucleo centrale carnico*. Presentata dal Socio A. TARAMELLI.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Presidente BLASERNA presenta i volumi 1° e 2° dell'opera del Socio nazionale S. A. R. IL DUCA DEGLI ABBRUZZI: *Il Ruwenzori* (parte scientifica), dando notizia di quanto nei predetti volumi è contenuto, e aggiungendo che della importante pubblicazione sarà inviato un ringraziamento all'Augusto Donatore.

Il Segretario GRASSI richiama l'attenzione della Classe sulle pubblicazioni dei Soci G. SCHIAPARELLI, SILVESTRI, GYLDÉN, LACROIX, LIAPOUNOFF, PICKERING, e sul 3° volume delle *Opere matematiche di L. FUCHS*.

⁽¹⁾ Mentre la Nota è in via di stampa, verifico che anche una parte delle alate nepoti delle fondatrici (sviluppatasi sui lecci), passa sulle querce, ove dà uova di rostrati; le altre, che sono già sessupare, restano sul leccio su cui sono nate, o passano su altri lecci. Tra queste nepoti ne ho veduta una sessualmente matura, giallo verdastra, appena con traccia di ali, con antenne molto lunghe e occhi simili a quelli di ninfa.

INDICE DEL VOLUME XVIII, SERIE 5^a. — RENDICONTI

1909 — 1° SEMESTRE.

INDICE PER AUTORI

A

- AGAMENNONE. « Importante particolarità nei sismogrammi del R. Osservatorio Geodinamico di Rocca di Papa in occasione dei terremoti calabri dell'8 settembre 1905 e 28 dicembre 1908 ». 301; 339.
- « Alcune considerazioni sul meccanismo di propagazione delle onde sismiche ». 344; 393.
- ALESSANDRI « Gli Osservatori del Monte Rosa in rapporto al servizio meteorologico ». 301; 344.
- e EREDIA. « Andamento diurno della temperatura dell'aria alla Capanna Margherita e ad Alagna ». 463; 601.
- ALESSIO. « Determinazione dell'andamento dell'orologio col telescopio zenitale ». 275.
- ALMAGIÀ. « Fenomeni di erosione accelerata nel pliocene di Val Trento ». 72.
- AMADORI. V. *Borgo*.
- AMADUZZI. « Pressione e conducibilità elettrica dell'atmosfera ». 55.
- AMODEO. « Bonaventura Cavalieri e la costruzione lineare delle coniche ». 661.
- ANGELI e CASTELLANA. « Nuove ricerche sopra i composti aldeidici ». 221.
- « Sopra un modo di formazione della benzoilfenilidrazina ». 322.
- « Sopra la reazione delle aldeidi ». 324; 376.

- ANGELUCCI. « Su un sale doppio di nitrato ed ossalato di torio ». 468; 526.
- ARTINI. « Brugnatellite; nuova specie minerale trovata in Val Malenco ». 3.

B

- BALBIANO. « Sulla separazione dei composti allilici e propenilici delle essenze ». 317; 372.
- BARRECA. « Sui campioni di autoinduzione toroidali, e sul loro profilo di minima resistenza ». 338; 455.
- BATTELLI e MAGRI. « Sulle scariche oscillatorie ». 661.
- BERNARDI. V. *Ciusa*.
- BERTINI. « Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche ». 267; 365; 562; 637; 645.
- BIANCHI E. « Alcune notizie sul termine z di Kimura nella variazione delle latitudini ». 106.
- BIANCHI L. « Sopra un caso limite delle trasformazioni delle superficie applicabili sulle quadriche ». 83; 175.
- « Sui gruppi di sostituzioni lineari corrispondenti alle divisioni dello spazio non-euclideo in tetraedri e in ottaedri regolari ». 562; 645.
- BLANC. « Sulla presenza di torio nelle rocce ». 241.
- « L'azione termica e l'azione ionizzante del torio contenuto nelle rocce ». 289.

- BLASERNA (Presidente). Informa la Classe di un dono di pubblicazioni sismologiche fatte da S. M. il Re. 261.
- Presenta, discorrendone, i voll. I e II dell'opera «Il Ruwenzori» (parte scientifica), del Socio naz. *Duca degli Abbruzzi*. 712.
- Dà comunicazione di un invito della Università di Ginevra pel 350° anniversario della sua fondazione. 40; id. per le feste in occasione del 500° anniversario della fondazione dell'Università di Lipsia. 153.
- Comunica le condoglianze inviate all'Accademia pel terremoto calabro-siculo. 38; 153.
- Comunica il sunto di una relazione relativa agli studi preliminari per le ricostruzioni nei paesi colpiti dal terremoto. 82; 153.
- Dà comunicazione di una lettera inviata dal Presidente dell'Istituto di Francia, coll'ammontare di una sottoscrizione fatta dall'Istituto stesso a favore delle vittime del terremoto calabro-siculo. 201.
- Comunicazioni relative alla fondazione del « Premio Alfonso Sella ». 553; 626.
- Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Lombardi*. 152.
- BONFIGLI. « Ulteriori ricerche sulla *Phylloxera quercus Boyer* ». 25.
- « Nuove osservazioni sulla *Phylloxera quercus Boyer de Fonsc.* » 706.
- BORGIO e AMADORI. « Sulla grandezza molecolare dello zolfo sciolto in bromoformio ». 138.
- V. *Bruni*.
- BOTTAZZI. « Sulla tecnica delle ricerche di trasporto elettrico (e di dialisi) dei coloidi organici ». 422; 485.
- e SCALINCI. « Ricerche chimico-fisiche sulla lente cristallina ». 225; 326; 379.
- BRUNELLI. Invia per esame la sua Memoria: « Ricerche sulla spermatogenesi degli Ortotteri. Divisioni spermatogoniali e maturative di *Grillus desertus*, Pallas ». 364. — Sua approvazione. 476.
- BRUNI e BORGIO. « Sui persolfuri di idrogeno ». 355.
- BURALI-FORTI. « Alcune nuove espressioni assolute delle curvature in un punto di una superficie ». 50.
- « Una dimostrazione assoluta del teorema di Gauss relativo all'invariabilità della curvatura totale nella flessione ». 186; 238.
- BURGATTI. « Sulle equazioni generali della dinamica ». 672.

C

- CAMBI. « Su alcune reazioni dei nitroderivati ». 253; 301.
- « Su gli acidi tioidrossamici ». 687.
- CANNIZZARO. Parla delle norme da seguire nelle ricostruzioni dei luoghi colpiti dal terremoto calabro-siculo. 38.
- CAPELLINI. Aggiunge alcune parole alla Commemorazione del Socio stran. *Gaudry*. 37; e del Socio stran. *Sorby*. 151.
- CASTELLANA. V. *Angeli*.
- CASTELNUOVO. Fa omaggio del I vol. degli « Atti del IV Congresso internazionale dei matematici » e ne discorre. 152.
- CECIONI. « Sulle equazioni fra matrici $AX = XB, X^m = A$ ». 496; 566.
- CERLETTI. « Speciale reperto nella sostanza cerebrale di individui morti per perniciosa malarica ». 141.
- « Nodi, treccie e convoluti vasali nel cervello senile ». 545; 614.
- CERRUTI. Fa omaggio di un'opera del prof. *Caldarera* e ne parla ». 477.
- CHIARINI. « Sopra alcune proprietà elettriche del selenio ». 186; 246.
- « Esperienze sulle proprietà elettriche delle fiamme ». 503.
- CIAMICIAN e SILBER. « Azioni chimiche della luce ». 216; 317.
- e RAVENNA. « Sintesi della salicilina per mezzo delle piante ». 419.
- CIUSA e BERNARDI. « Sui composti della fenilidrazina coi fenoli ». 690.
- CLERICI. « Disposizione semplificata per determinare l'indice di rifrazione al microscopio ». 351.

COLOMBA. « Baritine di Brosso e Traversella ». 475; 530.

CONTARDI. « Nuovo metodo di estrazione di un composto fosforato delle piante (Fitina) ». 64.

— V. *Körner*.

CORBINO. « Le tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra, e la conseguente doppia rifrazione accidentale ». 398; 437.

CROCCO. « Di un importante coefficiente di stabilità negli aeroplani ». 571.

CRUDELI. « Contributo alla teoria di certe equazioni funzionali ». 493.

CUBONI e PETRI. « Sopra una Erisifacea parassita del pesce in rapporto col nuovo oidio delle quercie ». 267; 325.

D

DALLA VEDOVA. È confermato Amministratore aggiunto dell'Accademia. 624.

DESGUIN. V. *Spehl*.

DE STEFANI. Parla delle norme da seguire nelle ricostruzioni nei luoghi colpiti dal terremoto calabro-siculo. 38.

— « Commemorazione del Socio straniero *Gaudry* ». 35.

D'OVIDIO E. Presenta alcune pubblicazioni del prof. *C. Guidi*. 624.

DRAGO. « Sulla misura della variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico ». 111; 253.

— « Sulla variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico ». 294.

DUHEM. « Études sur Léonard de Vinci; ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu ». 286.

E

ENA. È approvata la stampa della sua Memoria intitolata: « Intorno alla rotazione dei corpi muniti di movimenti ciclici stazionari ». 152.

ENGELMANN. Annuncio della sua morte. 624.

EREDIA. V. *Alessandri*.

F

FINALI. Parla sulla istituzione del premio *Alfonso Sella*. 554.

FUBINI. « L'influenza di uno strato dielettrico in un campo elettromagnetico, e l'equazione di Eulero delle campane sonore ». 338; 385.

— « Sulle soluzioni fondamentali delle equazioni alle derivate parziali ». 338; 423.

G

GARBASSO. « Alcune traiettorie di elettroni ». 583.

GATTI. È confermato Amministratore dell'Accademia. 624.

GAUDRY. Sua Commemorazione. 35.

GOLGI. Riferisce sulla Memoria *Negri*. 153.

GRASSI (Segretario). Parla delle osservazioni da farsi nello stretto di Messina dopo il recente terremoto calabro-siculo. 82.

— Presenta le pubblicazioni dei Soci *G. Schiaparelli, Silvestri, Gylden, Lacroix, Liapounoff, Pickering, Fuchs*. 712.

— Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Negri*. 153.

— Riferisce sulla Memoria *Brunelli*. 476.

— « Studi sull'*Achantohermes quercus* Kollar ». 540.

— « Ulteriori ricerche sui Fillosserini ». 657.

K

KÖRNER e CONTARDI. « Azione dell'ipoclorito di calcio sulla metanitroanilina ». 93.

L

LA ROSA. « Alcuni nuovi fatti sulla visione degli occhi astigmatici e normali, e loro interpretazione ». 58; 117.

LAURICELLA. « Sull'integrazione dell'equazione $\Delta^2 z = 0$ per le aree piane ». 562.

LEVI. « Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche ». 10.

LEVI-CIVITA. « Sulle azioni meccaniche dovute ad un flusso filiforme di elettricità ». 41.

— « Teoria asintotica delle radiazioni elettriche ». 50; 83.

LOMBARDI. Invia per esame una sua Memoria intitolata: « Sulla propagazione del magnetismo nelle aste rettilinee di ferro ». 35. — Sua approvazione. 152.

M

- MAGGI. Riferisce sulla Memoria *Ena*. 152.
MAGRI. V. *Battelli*.
MAJORANA. « Ricerche ed esperimenti di telefonia elettrica senza filo ». 15.
MARCHIAFAVA. Offre una sua pubblicazione e ne discorre. 477.
MAZZUCHELLI e PANTANELLI. « Ozosali complessi del titanio ». 518.
— « Sali inorganici del perossido di titanio ». 608.
MILLOSEVICH E. (Segretario). Dà conto della corrispondenza relativa al cambio degli Atti. 154; 262; 364; 478.
— Parla delle norme da seguire nelle ricostruzioni nei luoghi colpiti dal disastro calabro-siculo. 38.
— Presenta le pubblicazioni dei Soci: *Arzangeli*. 364; *Bassani, Berlese*. 261; *Bertini*. 152; *De Stefani*. 38; *Fischer, Greenhill*. 152; *Haeckel, Heim*. 364; *Lacroix*. 38; *Pascal*. 152; *Pflueger*. 38; 261; *Schiaparelli G.* 261; *Silvestri*. 152; *Taramelli*. 152; 261; *Viola, Zeuthen*. 476; — dei signori: *Amodeo*. 152; *Becker*. 364; *De Angelis d'Ossat*. 476; *De Ball De Toni*. 38; *Ducceschi*. 261; *Duhem*. 261; 308; *Eredia*. 38; *Hale*. 152; *von Jhering*. 476; *Mancini, Mazelle, Richard*. 152; *Sacco*. 476; *Serauer*. 152; — della Commissione geodetica italiana. 364.
— Richiama l'attenzione della Classe sopra un esemplare dell' « *Apiarium* » di Federico Cesi, di recente acquistato dall'Accademia, e ne parla. 152.
— Comunica gli elenchi dei lavori presentati per concorrere al premio Reale per l'*Astronomia*, al premio Carpi per le *Fisiologia sperimentale* e alla Fondazione *Santorò*, del 1908. 81.
MILLOSEVICH F. « *Appunti di mineralogia*

sarda, Andesina di Monte Palmas (fra Sassari e Alghero) ». 22.

MONDELLO U. e A. Invia un piego suggellato perchè sia depresso negli Archivi accademici. 554.

MORERA. Annuncio della sua morte. 261.

N

- NAZARI. « Quantità di seme da impiegarsi nella coltivazione del frumento ». 30.
NEGRI. Invia per esame una sua Memoria intitolata: « Sui corpi specifici dell'idrofobia ». 80. — Sua approvazione. 153.
NICOLETTI. « Sulla caratteristica del determinante di una forma di Hermite ». 338; 428.

O

- OCCHIALINI. « L'adescamento dell'arco voltaico ». 463; 508.
— « L'arco voltaico nella sua fase iniziale ». 463; 589.
— « Costituzione dell'arco voltaico ». 595; 672.
ODDONE. « Calcolo provvisorio della profondità dell'epicentro del terremoto calabro-siculo del 28 dicembre 1908 ». 186.
OLIVARI. « Sul peso molecolare del selenio ». 465.
ORLANDO. « Sopra un brevetto Crocco, relativo all'attacco delle ali di un aeroplano ». 432.
— « Effetto dell'attacco elastico sul rollio d'un aeroplano ». 498.
— « Sull'equazione di Riccati ». 575.
— « Modo d'intensificare gli effetti dell'attacco elastico in un aeroplano ». 668.

P

- PACINI. « Sulle radiazioni penetranti ». 123.
PADOA. « Esperienze sulla fototropia di alcuni fenilidrazoni ». 694.
PANNAIN. « Sulle variazioni della struttura

- delle leghe monetarie d'argento durante la lavorazione ». 523.
- PANNAIN. « Sulle variazioni delle proprietà fisiche delle leghe metalliche sottoposte alle azioni meccaniche e termiche ». 525; 700.
- PANTANELLI. « La cascata dei fiori nel Frappato ». 364; 406.
— V. *Mazzucchelli*.
- PATERNÒ. « Sintesi in chimica organica per mezzo della luce solare ». 104.
- PELLINI. « Selenio e iodio ». 463.
— « Contributo allo studio dell'isomorfismo fra il tellurio e lo zolfo ». 701.
- PETRI. « Una esperienza sopra il valore del chemotropismo nell'azione parassitaria dei funghi ». 476; 545.
— « Sul disseccamento delle foglie dell'olivo prodotto dalla *Phyllosticta insulana* Mont. ». 553; 620.
— V. *Cuboni*.
- PIROTTA e PUGLISI. « Sulla probabile origine dell'Iris fiorentina L. ». 422; 481.
- PIZZETTI. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Ena*. 152.
— « Sulla media dei valori che una funzione dei punti dello spazio assume alla superficie di una sfera ». 182.
— « Corpi equivalenti rispetto alla attrazione newtoniana esterna ». 211.
— « Sul significato geometrico del secondo parametro differenziale di una funzione sopra una superficie qualunque ». 309.
- POCHETTINO. « Sulle trasformazioni del selenio ». 398; 449.
- POLARA. « Sul potere emissivo dei corpi neri ». 463; 513.
- POMA. « Equilibrio tra il cloruro rameoso e il cloruro rameico in soluzione cloridrica ». 133.
— « Sulla costituzione dei clorosi rameosi-rameici ». 138; 192.
- PONTE. Invia per esame la sua Memoria intitolata: « Il diabase di Perospora ed i fenomeni di deformazione nei suoi feldspati ». 364. — Sua approvazione. 476.
- PRINCIPI. « Gli strati a *Posidonomya alpina* nel M. Tezio presso Perugia ». 537; 605.
- PUGLISI. V. *Pirotta*.
- Q**
- QUINTILI. « Sulla continuità di un integrale rispetto ad un parametro ». 496.
- R**
- RAVENNA. V. *Ciamician*.
- REPOSSI. « Gli scisti bituminosi di Besano in Lombardia ». 132; 197.
- RIGHI. « Sui valori limiti del campo fra i quali si producono i raggi magnetici ». 555.
— « Sull' 'anodo virtuale' di un tubo di scarica nel campo magnetico ». 562; 653.
- ROSATI. « Studio cristallografico della nitrodesmotroposantonina e del β -propilnaftilchetone ». 129.
— « Studio cristallografico dell'acido ortotimotico e di due timotidi isomeri ». 476; 534.
- S**
- SABBATANI. « Ricerche del fosforo colla lastra fotografica ». 412; 468.
- SANNIA. « Doppi sistemi di linee della sfera immagini di assintotiche ». 110; 390.
— « Sopra alcuni involucri di ∞^2 sfere ». 110; 271.
- SCALA. V. *Traube-Mengarini*.
- SCALINCI. V. *Bottazzi*.
- SEGUENZA. Invia per esame la sua Memoria intitolata: « *Lo Squalodon Scillae* Brandt (Agassiz sp.) di Sicilia ». 364.
- SERRA. « Studi intorno a minerali sardi: Mimetite del giacimento cuprifero Bena (de) Padru (Ozieri) ». 361.
— « Studio dei basalti delle piattaforme dei dintorni di Tiesi (Sardegna settentrionale) ». 399.
- SILBER. V. *Ciamician*.
- SILVESTRI. « Descrizioni preliminari di varii Artropodi, specialmente d'America ». 7; 229; 267.

SILVESTRI. « Notizie e descrizioni preliminari di insetti parassiti della *Diaspis pentagona* ». 489; 563.

SORBY. Sua Commemorazione. 147.

SPEHL e DESGUIN. « Influenza della depressione barometrica sulla quantità di sangue contenuta nei polmoni ». 256.

STRÜVER. Riferisce sulla Memoria *Ponte*. 476.

T

TENANI. « Sulla scomposizione magnetica delle linee spettrali ». 518; 595.

— « Sul comportamento magnetico-ottico della linea b_4 del magnesio ». 601; 677.

— « Esperimenti intorno all'effetto della luce sulla conducibilità del vapore d'ipozotite ». 601.

THOMSEN. Annuncio della sua morte. 261.

TIERI. « Azione della luce ultravioletta sulla distanza esplosiva nell'aria ». 683.

TODARO. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Brunelli*. 476.

TOMMASINI. Parla sulla istituzione del premio *Alfonso Sella*. 554.

TONELLI. « Sulla serie di Dirichlet ». 110; 233.

— « Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche ». 436; 577.

TRABACCHI. « I fenomeni di doppia rifrazione accidentale, prodotti dalle tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra ». 398; 444.

TRAUBE-MENGARINI e SCALA. « Soluzione

di argento colloidale ottenuta per azione dell'acqua distillata pura sull'argento metallico ». 468; 542.

V

VENTURI. « Quarta campagna gravimetrica in Sicilia nel 1906 ». 562.

VINASSA DE REGNY. Invia per esame la sua Memoria: « Fossili ordoviciani del Nucleo centrale carnico ». 712.

VIOLA. Fa parte della Commissione esaminatrice della Memoria *Ponte*. 476.

VOLTERRA. Fa omaggio del volume degli *Atti del Congresso tenuto a Firenze nel 1908*, dalla Società italiana pel progresso delle Scienze e ne discorre. 412.

— Riferisce sulla Memoria *Lombardi*. 152.

— « Sulle equazioni integro-differenziali ». 83; 167.

— « Sulle equazioni della elettrodinamica ». 203.

— Alcune osservazioni sopra proprietà atte ad individuare una funzione ». 263.

Z

ZAMBONINI. « Sulla costituzione delle zeoliti ». 67.

— « Sulla identità della belenosite con la sellaita ». 305.

ZAPPA. « Sul valore di una particolare legge di forza centrale ». 280.

ZUNINO. « Azione della potassa sull'epiclo-ridrina in presenza di fenoli monovalenti ». 254.

INDICE PER MATERIE

A

- AGRONOMIA. « Quantità di seme da impiegarsi nella coltivazione del frumento ». *V. Nazari*. 30.
- ANALISI. « Sulla media dei valori che una funzione dei punti dello spazio assume alla superficie di una sfera ». *P. Pizzetti*. 182.
- ASTRONOMIA. « Determinazione dell'andamento dell'orologio col telescopio zenitale ». *A. Alessio*. 275.
- « Alcune notizie sul termine α di Kimura nella variazione delle latitudini ». *E. Bianchi*. 106.

B

- Bollettino bibliografico. 154; 413; 478; 626.
- BOTANICA. « Sulla probabile origine dell'Iris fiorentina L. ». *R. Pirotta* e *M. Puglisi*. 422; 481.

C

- CHIMICA. « Nuove ricerche sopra i composti aldeidici ». *A. Angeli* e *V. Castellana*. 221.
- « Sopra un modo di formazione della benzoilfenilidrazina ». *Id. Id.* 322.
- « Sopra la reazione delle aldeidi ». *Id. Id.* 324; 376.
- « Su un sale doppio di nitrato ed ossalato di torio ». *O. Angelucci*. 468; 526.
- « Sulla separazione dei composti allilici e propenilici delle essenze ». *L. Balbiano*. 317; 372.
- « Sulla grandezza molecolare dello zolfo sciolto in bromoformio ». *A. Borgo* e *M. Amadori*. 138.

- CHIMICA. « Sui persolfuri di idrogeno ». *G. Bruni* e *A. Borgo*. 355.
- « Su alcune reazioni dei nitroderivati ». *L. Cambi*. 253; 301.
- « Sugli acidi tioidrossamici ». *Id.* 687.
- « Azioni chimiche della luce ». *G. Ciamician* e *P. Silber*. 216; 317.
- « Sintesi della salicilina per mezzo delle piante ». *Id.* e *C. Ravenna*. 419.
- « Sui composti della fenilidrazina coi fenoli ». *R. Ciusa* e *A. Bernardi*. 690.
- « Nuovo metodo di estrazione di un composto fosforato delle piante (Fitina) ». *A. Contardi*. 64.
- « Azione dell'ipoclorito di calcio sulla metanitroanilina ». *G. Körner* e *A. Contardi*. 93.
- « Ozosali complessi del titanio ». *A. Mazzucchelli* e *E. Pantanelli*. 518.
- « Sali inorganici del perossido di titanio ». *Id. Id.* 608.
- « Sul peso molecolare del selenio ». *F. Olivari*. 465.
- « Esperienze sulla fototropia di alcuni fenilidrazoni ». *M. Padoa*. 694.
- « Sulle variazioni della struttura delle leghe monetarie d'argento durante la lavorazione ». *E. Pannain*. 523.
- « Sulle variazioni delle proprietà fisiche delle leghe metalliche sottoposte alle azioni meccaniche e termiche ». *Id.* 525; 700.
- « Sintesi in chimica organica per mezzo della luce solare ». *E. Paternò*. 104.
- « Selenio e iodio ». *G. Pellini*. 463.
- « Contributo allo studio dell'isomorfismo fra il tellurio e lo zolfo ». *Id.* 701.
- « Azione della potassa sull'epicloridrina in presenza di fenoli monovalenti ». *V. Zunino*. 254.

CHIMICA-FISICA. « Sulla tecnica delle ricerche di trasporto elettrico (e di dialisi) dei colloidi organici ». *F. Bottazzi*. 422; 485.

— « Ricerche chimico-fisiche sulla lente cristallina ». *Id.* e *N. Scalinci*. 225; 326; 379.

— « Soluzione d'argento colloidale ottenuta per azione dell'acqua distillata pura sull'argento metallico ». *M. Traube-Mengarini* e *A. Scala*. 468; 542.

CHIMICA-FISIOLOGICA. « Ricerche del fosforo colla lastra fotografica ». *L. Sabatani*. 412; 468.

CINEMATICA. « Alcune traiettorie d'elettroni ». *A. Garbasso*. 583.

CONCORSI A PREMI. Elenchi dei lavori presentati per concorrere al premio Reale per l'Astronomia, al premio Carpi per la *Fisiologia sperimentale* e alla Fondazione *Santor*, del 1908. 81.

— Statuto della fondazione *Premio Alfonso Sella*. 626.

CRISTALLOGRAFIA. « Studio cristallografico della nitrodesmotroposantonina e del β -propil-naftilchetone ». *A. Rosati*. 129.

— « Studio cristallografico dell'acido ortotimotico e di due timotidi isomeri ». *Id.* 476; 534.

E

Elezioni dell'Amministratore e dell'Amministratore aggiunto. 624.

F

FISICA. « Pressione e conducibilità elettrica dell'atmosfera ». *L. Amaduzzi*. 55.

— « Sui campioni di autoinduzione toroidali, e sul loro profilo di minima resistenza ». *P. Barreca*. 338; 455.

— « Sulle scariche oscillatorie ». *A. Battelli* e *L. Magri*. 661.

— « Sulla presenza di torio nelle rocce ». *G. A. Blanc*. 241.

— « L'azione termica e l'azione ionizzante

del torio contenuto nelle rocce ». *Id.* 289.

FISICA. « Sopra alcune proprietà elettriche del selenio ». *V. Chiarini*. 186; 246.

— « Esperienze sulle proprietà elettriche delle fiamme ». *Id.* 503.

— « Disposizione semplificata per determinare l'indice di rifrazione al microscopio ». *E. Clerici*. 351.

— « Le tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra e la conseguente doppia rifrazione accidentale ». *O. M. Corbino*. 398; 437.

— « Sulla misura della variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico ». *E. Drago*. 111; 253.

— « Sulla variazione di tenacità del ferro nel campo magnetico ». *Id.* 294.

— « Ricerche ed esperimenti di telefonia elettrica senza filo ». *Q. Majorana*. 15.

— « L'adescamento dell'arco voltaico ». *A. Occhialini*. 463; 508.

— « L'arco voltaico nella sua fase iniziale ». *Id.* 463; 589.

— « Costituzione dell'arco voltaico ». *Id.* 595; 672.

— « Calcolo provvisorio della profondità dell'ipocentro del terremoto calabro-siculo del 28 dicembre 1908 ». *E. Oddone*. 186.

— « Sulle radiazioni penetranti ». *D. Pacini*. 123.

— « Sulle trasformazioni del selenio ». *A. Pochettino*. 398; 449.

— « Sul potere emissivo dei corpi neri ». *V. Polara*. 463; 513.

— « Equilibrio tra il cloruro rameoso e il cloruro rameico in soluzione cloridrica ». *E. Poma*. 133.

— « Sulla costituzione dei clorosali rameosi-rameici ». *Id.* 138; 192.

— « Sui valori limiti del campo fra i quali si producono i raggi magnetici ». *A. Righi*. 555.

— « Sull' 'anodo virtuale' di un tubo di scarica nel campo magnetico ». *Id.* 562; 653.

— « Sulla scomposizione magnetica delle linee spettrali ». *M. Tenani*. 518; 595.

FISICA. « Sul comportamento magnetico-ottico della linea b_4 del magnesio ». *Id.* 601; 677.

— « Esperimenti intorno all'effetto della luce sulla conducibilità del vapore di ipoazotite ». *Id.* 601.

— « Azione della luce ultravioletta sulla distanza esplosiva nell'aria ». *L. Tieri.* 683.

— « I fenomeni di doppia rifrazione accidentale, prodotti dalle tensioni create in un corpo elastico dalle distorsioni di Volterra ». *G. C. Trabacchi.* 398; 444.

FISICA MATEMATICA. « L'influenza di uno strato dielettrico in un campo elettromagnetico e l'equazione di Eulero delle campane sonore ». *G. Fubini.* 338; 385.

— « Sulle azioni meccaniche dovute ad un flusso filiforme di elettricità ». *T. Levi-Civita.* 41.

— « Teoria asintotica delle radiazioni elettriche ». *Id.* 50; 83.

— « Sulle equazioni della elettrodinamica ». *V. Volterra.* 203.

FISICA TERRESTRE. « Importante particolarità nei sismogrammi del R. Osservatorio geodinamico di Rocca di Papa in occasione dei terremoti calabresi del 18 settembre 1905 e 28 dicembre 1908 ». *G. Agamennone.* 301; 339.

— « Alcune considerazioni sul meccanismo di propagazione delle onde sismiche ». 344; 393.

FISIOLOGIA. « Influenza della depressione barometrica sulla quantità di sangue contenuta nei polmoni ». *P. Spehl ed É. Desquin.* 256.

G

GEODESIA. « Quarta campagna gravimetrica in Sicilia nel 1906 ». *A. Venturi.* 562.

GEOLOGIA. « Fenomeni di erosione accelerata nel pliocene di val Trento ». *R. Almagià.* 72.

— « Gli strati a *Posidonomya alpina* nel M. Tezio presso Perugia ». *P. Principi.* 537; 605.

M

MATEMATICA, « Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche ». *E. Bertini.* 267; 365; 562; 637; 645.

— « Sopra un caso limite delle trasformazioni delle superficie applicabili sulle quadriche ». *L. Bianchi.* 83; 175.

— « Sui gruppi di sostituzioni lineari corrispondenti alle divisioni dello spazio non-euclideo in tetraedri e in ottaedri regolari ». *Id.* 562; 645.

— « Alcune nuove espressioni assolute delle curvatures in un punto di una superficie ». *C. Burali-Forti.* 50.

— « Una dimostrazione assoluta del teorema di Gauss relativo all'invariabilità della curvatura totale nella flessione ». *Id.* 186; 233.

— « Sulle equazioni fra matrici $AX=XB$, $X^m=A$ ». *F. Cecioni.* 496; 566.

— « Contributo alla teoria di certe equazioni funzionali ». *U. Crudele.* 493.

— « Sulle soluzioni fondamentali delle equazioni alle derivate parziali ». *G. Fubini.* 338; 423.

— « Sulla integrazione della equazione $\Delta^2=0$ per le aree piane ». *G. Lauricella.* 562.

— « Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche ». *E. Levi.* 10.

— « Sulla caratteristica del determinante d'una forma di Hermite ». *O. Nicoletti.* 338; 428.

— « Sull'equazione di Riccati ». *L. Orlando.* 575.

— « Sul significato geometrico del secondo parametro differenziale di una funzione sopra una superficie qualunque », *P. Pizzetti.* 309.

— « Sulla continuità di un integrale rispetto ad un parametro ». *P. Quintili.* 496.

— « Doppi sistemi di linee della sfera immagini di assintotiche ». *G. Sannia.* 110; 390.

— « Sopra alcuni involucri di ∞^3 sfere ». *Id.* 110; 271.

— « Sulla serie di Dirichlet ». *L. Tonelli.* 110; 233.

MATEMATICA. « Sopra una proprietà caratteristica delle funzioni armoniche ». *Id.* 436; 577.

— « Sulle equazioni integro-differenziali ». *V. Volterra.* 83; 167.

— « Alcune osservazioni sopra proprietà atte ad individuare una funzione ». 263.

MECCANICA. « Sulle equazioni generali della dinamica ». *P. Burgatti.* 672.

— « Corpi equivalenti rispetto alla attrazione newtoniana esterna ». *P. Pizzetti.* 211.

MECCANICA APPLICATA. « Di un importante coefficiente di stabilità negli aeroplani ». *G. A. Crocco.* 571.

— « Sopra un brevetto Crocco, relativo all'attacco delle ali di un aeroplano ». *L. Orlando.* 432.

— « Effetto dell'attacco elastico sul rollio di un aeroplano ». *Id.* 498.

— « Modo d'intensificare gli effetti dell'attacco elastico in un aeroplano ». *Id.* 668.

MECCANICA CELESTE. « Sul valore di una particolare legge di forza centrale ». *G. Zappa.* 280.

METEOROLOGIA. « Gli Osservatori del Monte Rosa in rapporto al servizio meteorologico ». *C. Alessandri.* 301; 344.

— « Andamento diurno della temperatura dell'aria alla Capanna Margherita e ad Alagna ». *Id.* e *F. Eredia.* 463; 601.

MINERALOGIA. « Brugnatellite; nuova specie minerale trovata in Val Malenco ». *E. Artini.* 3.

— « Baritine di Brosso e Traversella ». *L. Colomba.* 475; 530.

— « Appunti di mineralogia sarda. Andesina di Monte Palmas (fra Sassari e Alghero) ». *F. Millosevich.* 22.

— « Studi intorno a minerali sardi: Mimetite del giacimento cuprifero Bena (de Padru (Ozieri) ». *A. Serra.* 361.

— « Studio dei basalti delle piattaforme dei dintorni di Tiesi (Sardegna settentrionale) ». *Id.* 399.

— « Sulla costituzione delle zeoliti ». *F. Zambonini.* 67.

MINERALOGIA. « Sulla identità della belenosite con la sellaita ». *Id.* 305.

N

NECROLOGIE. Annuncio della morte dei Soci *Morera; Thomsen.* 261; *Engelmann.* 624.

O

OTTICA FISIOLOGICA. « Alcuni nuovi fatti sulla visione degli occhi astigmatici e normali, e loro interpretazione ». *M. La Rosa.* 58; 117.

P

PARASSITOLOGIA VEGETALE. « Sopra una Erisifacea parassita del pesco in rapporto col nuovo oidio delle quercie ». *G. Cuboni* e *L. Petri.* 267; 325.

PATOLOGIA. « Speciale reperto nella sostanza cerebrale di individui morti per perniziosa malarica ». *U. Cerletti.* 141.

— « Nodi, treccie e convoluti vasali nel cervello senile ». *Id.* 545; 614.

PATOLOGIA VEGETALE. « La càscola dei fiori nel Frappato ». *E. Pantanelli.* 364; 406.

— « Una esperienza sopra il valore del chemotropismo nell'azione parassitaria dei funghi ». *L. Petri.* 476; 545.

— « Sul disseccamento delle foglie dell'olivo prodotto dalla *Phyllosticta insulana* Mont. ». *Id.* 553; 620.

Piegghi suggellati. Presentazione di un piego suggellato dei signori *Mondello.* 554.

S

STORIA DELLE MATEMATICHE. « Bonaventura Cavalieri e la costruzione lineare delle coniche ». *F. Amodeo.* 661.

STORIA DELLA SCIENZA. « Études sur Léonard de Vinci; ceux qu'il a lus et ceux qui l'ont lu ». *P. Duhem.* 286.

Z

ZOOLOGIA. « Ulteriori ricerche sulla Phylloxera quercus Boyer ». *B. Bonfigli*. 25.
 « Nuove osservazioni sulla Phylloxera quercus Boyer de Fonsc ». *Id.* 706.
 — « Studi sull'Achantohermes quercus Kollar ». *B. Grassi*. 540.

ZOOLOGIA. « Ulteriori ricerche sui Fillosserini ». *Id.* 657.
 — « Descrizioni preliminari di varii Artropodi, specialmente d'America ». *F. Silvestri*. 7; 229; 267.
 ZOOLOGIA AGRARIA. « Notizie e descrizioni preliminari di insetti parassiti della Diaspis pentagona ». *Id.* 489; 563.

ERRATA-CORRIGE.

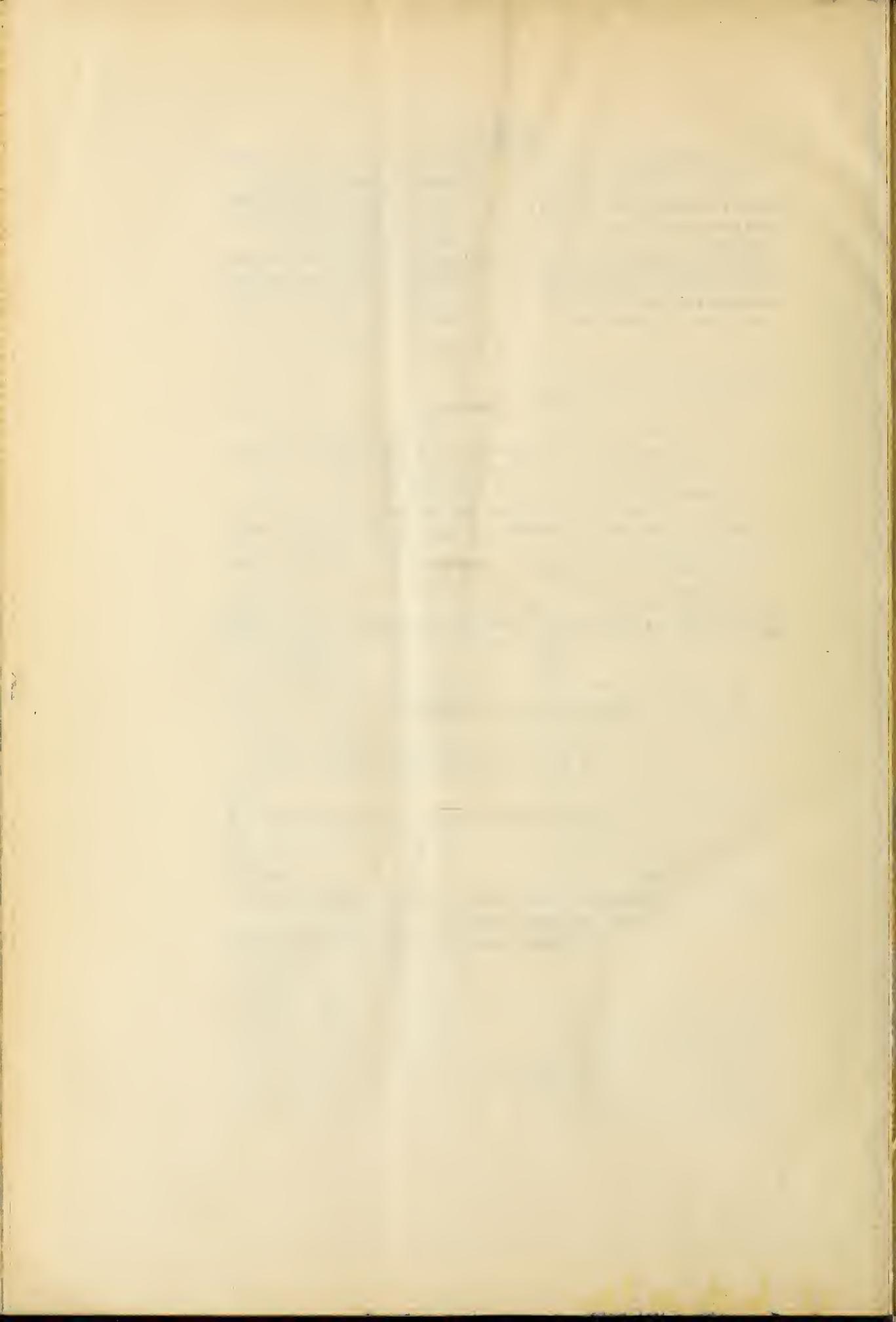
A pag. 167, linea ultima, invece: « di derivazione e fra le variabili d'integrazione » leggere: « di integrazione e fra le variabili di derivazione ».
 » 204, linea 5, invece di: x', y', z' si legga: X', Y', Z' .
 » 210, » 8, aggiungi in fine: supposto $\varepsilon_{rs} = \varepsilon_{sr}$, $\varphi_{rs} = \varphi_{sr}$.
 » 263, » 6 del testo a. f. invece di « avente per centro A » leggesi « avente per centro A' ».
 » 530, la linea ultima del testo, deve essere portata dopo la linea 10 del testo stesso.

pag. 517 riga 4^a invece di $\frac{d}{d\vartheta} \left\{ \vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right\}$ sostituire con $\vartheta \frac{d}{d\vartheta} \left\{ \vartheta \frac{\varphi(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right\}$
 » » 7 » $y'(\vartheta)$ » $\vartheta y'(\vartheta)$
 » » 10 » » » »
 » » 14 sostituire tutto con l'espressione

$$y(\vartheta) = e^{-\int \frac{d\vartheta}{\vartheta}} \left\{ \int e^{\int \frac{d\vartheta}{\vartheta}} \frac{\mu}{\vartheta} d\vartheta + K \right\} = \mu + \frac{K}{\vartheta}$$

» » 16 al secondo membro invece di μ sostituire con $\mu + \frac{K}{\vartheta}$
 » » 18 » » » $c_2 \vartheta^\mu$ » » $c_2 \vartheta^\mu e^{-\frac{K}{\vartheta}}$
 » » 19 invece di (5), (7), (10) sostituire con (2), (9), (11)
 » » 20 e 21 sopprimere interamente
 » » 22 al primo membro invece di $f(\lambda)$ sostituire con $K + f(\lambda)$.

E. M.



ERRATA-CORRIGE

- Pag. 517 riga 4^a invece di $\frac{d}{d\vartheta} \left\{ \vartheta \frac{\varphi'(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right\}$ sostituire con $\vartheta \frac{d}{d\vartheta} \left\{ \vartheta \frac{\varphi(\vartheta)}{\varphi(\vartheta)} \right\}$
 " " 7 " $y'(\vartheta)$ " $\vartheta y'(\vartheta)$
 " " 10 " " " "
 " " 14 sostituire tutto con l'espressione

$$y(\vartheta) = e^{-\int \frac{d\vartheta}{\vartheta}} \left\{ \int e^{\int \frac{d\vartheta}{\vartheta}} \frac{\mu}{\vartheta} d\vartheta + K \right\} = \mu + \frac{K}{\vartheta}$$

- " " 16 al secondo membro invece di μ sostituire con $\mu + \frac{K}{\vartheta}$
 " " 18 " " " $c_2 \vartheta^\mu$ " " $c_2 \vartheta^\mu e^{-\frac{K}{\vartheta}}$
 " " 19 invece di (5), (7), (10) sostituire con (2), (9), (11)
 " " 20 e 21 sopprimere interamente
 " " 22 al primo membro invece di $f(\lambda)$ sostituire con $K + f(\lambda)$.

INDICE

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 20 giugno 1909.

MEMORIE E NOTE DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

<i>Bertini</i> . Sopra la teoria dei moduli di forme algebriche	Pag. 637
<i>Bianchi</i> . Sui gruppi di sostituzioni lineari corrispondenti alle divisioni dello spazio non-euclideo in tetraedri ed ottaedri regolari	" 645
<i>Righi</i> . Sull' « anodo virtuale » di un tubo di scarica nel campo magnetico	" 653
<i>Grassi</i> . Ulteriori ricerche sui Fillosserini.	" 657
<i>Battelli e Magri</i> . Sulle scariche oscillatorie (**).	" 661
<i>Amodeo</i> . Bonaventura Cavalieri e la costruzione lineare delle coniche (pres. dal Corrisp. <i>Pascal</i>)	" "
<i>Orlando</i> . Modo d'intensificare gli effetti dell'attacco elastico in un aeroplano (pres. dal Corrisp. <i>Reina</i>)	" 668
<i>Burgatti</i> . Sulle equazioni generali della dinamica (pres. dal Socio <i>Cerruti</i> (*).	" 672
<i>Occhialini</i> . Costituzione dell'arco voltaico (pres. dal Corrisp. <i>Battelli</i>)	" "
<i>Tenani</i> . Sul comportamento magnetico-ottico della linea <i>b</i> ₄ del magnesio (pres. <i>Id.</i>)	" 677
<i>Tieri</i> . Azione della luce ultravioletta sulla distanza esplosiva nell'aria (pres. dal Socio <i>Blaserna</i>)	" 683
<i>Cambi</i> . Su gli acidi tioidrossamici (pres. dal Corrisp. <i>Angeli</i>).	" 687
<i>Ciusa e Bernardi</i> . Sui composti della fenilidrazina coi fenoli (pres. dal Socio <i>Ciamician</i>).	" 690
<i>Padoa</i> . Esperienze sulla fototropia di alcuni fenilidrazoni (pres. <i>Id.</i>)	" 694
<i>Pannain</i> . Sulle variazioni delle proprietà fisiche delle leghe metalliche sottoposte alle azioni meccaniche e termiche. — I. Il peso specifico (pres. dal Socio <i>Paterno</i>)	" 700
<i>Pellini</i> . Contributo allo studio dell'isomorfismo fra il tellurio e lo zolfo (pres. dal Socio <i>Ciamician</i>)	" 701
<i>Bonfigli</i> . Nuove osservazioni sulla <i>Phylloxera quercus</i> Boyer de Fonsc. (pres. dal Socio <i>Grassi</i>)	" 706

MEMORIE

DA SOTTOPORRE AL GIUDIZIO DI COMMISSIONI

<i>Vinassa de Regny</i> . Fossili ordoviciani del Nucleo centrale carnico (pres. dal Socio <i>Taramelli</i>)	" 712
---	-------

PRESENTAZIONE DI LIBRI

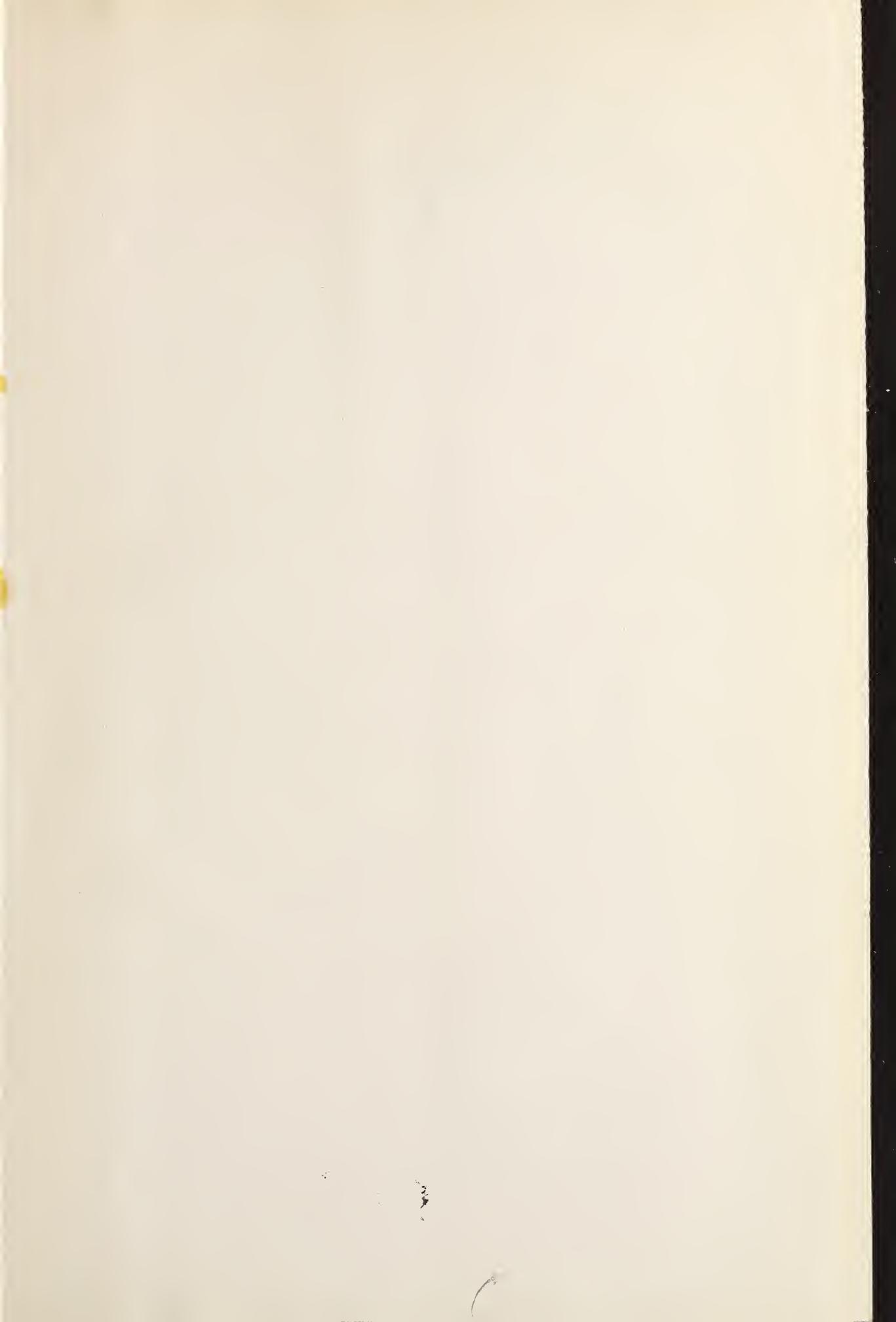
<i>Blaserna</i> (Presidente). Presenta, discorrendone, i volumi 1° e 2° dell'opera del Socio nazionale S. A. R. il <i>Duca degli Abruzzi</i> : « Il <i>Ruwenzori</i> (parte scientifica) ».	" "
<i>Grassi</i> (Segretario). Richiama l'attenzione della Classe sulle pubblicazioni dei Soci <i>Schiaparelli</i> , <i>Silvestri</i> , <i>Gylden</i> , <i>Lacroix</i> , <i>Liapounoff</i> , <i>Pickering</i> e <i>Fuchs</i>	" "
Indice del vol XVIII, 1° semestre 1909	" 713

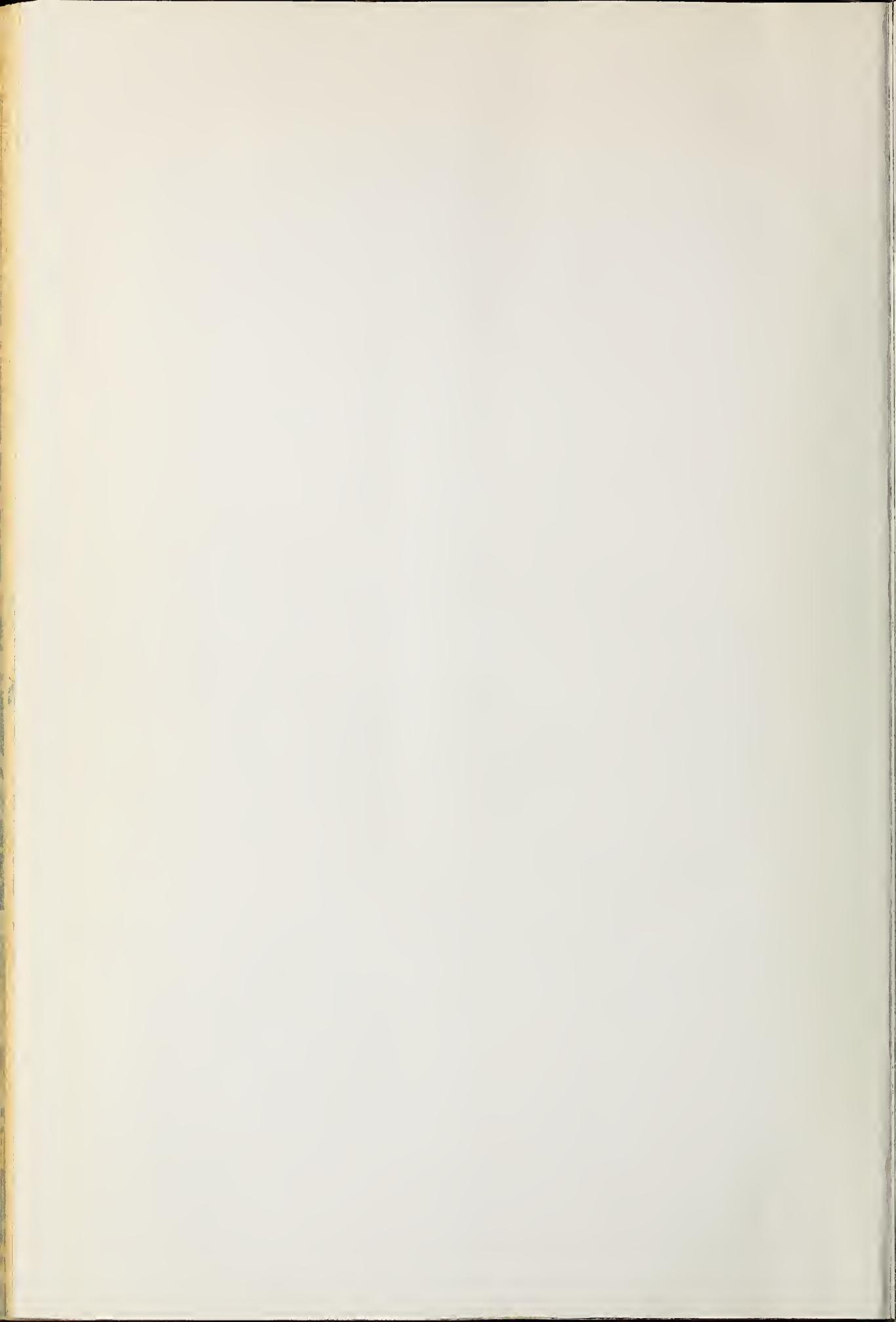
Segue in tersa pagina.

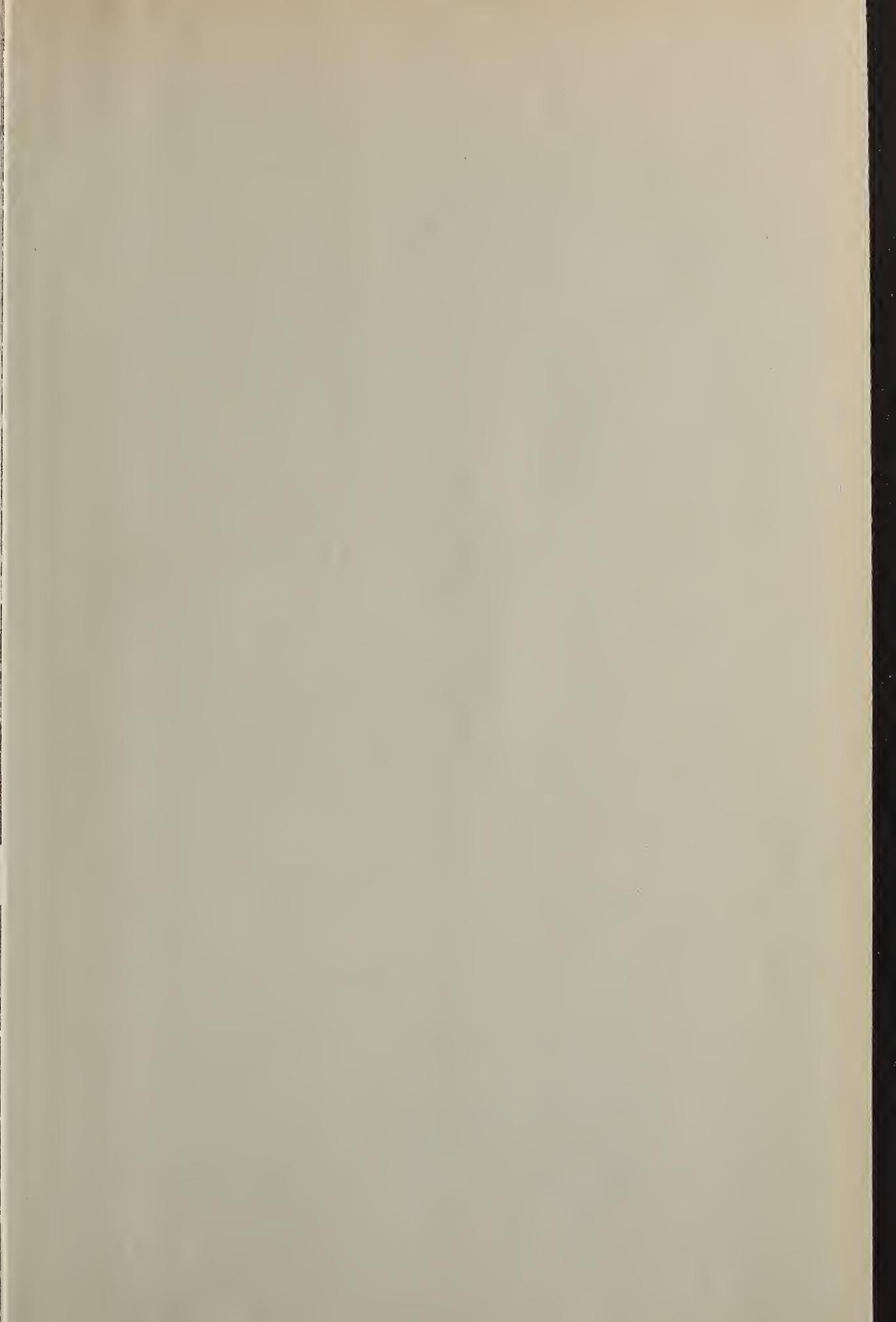
(*) Questa Nota verrà pubblicata nel prossimo fascicolo.

(**) Questo lavoro sarà pubblicato nei volumi delle Memorie.

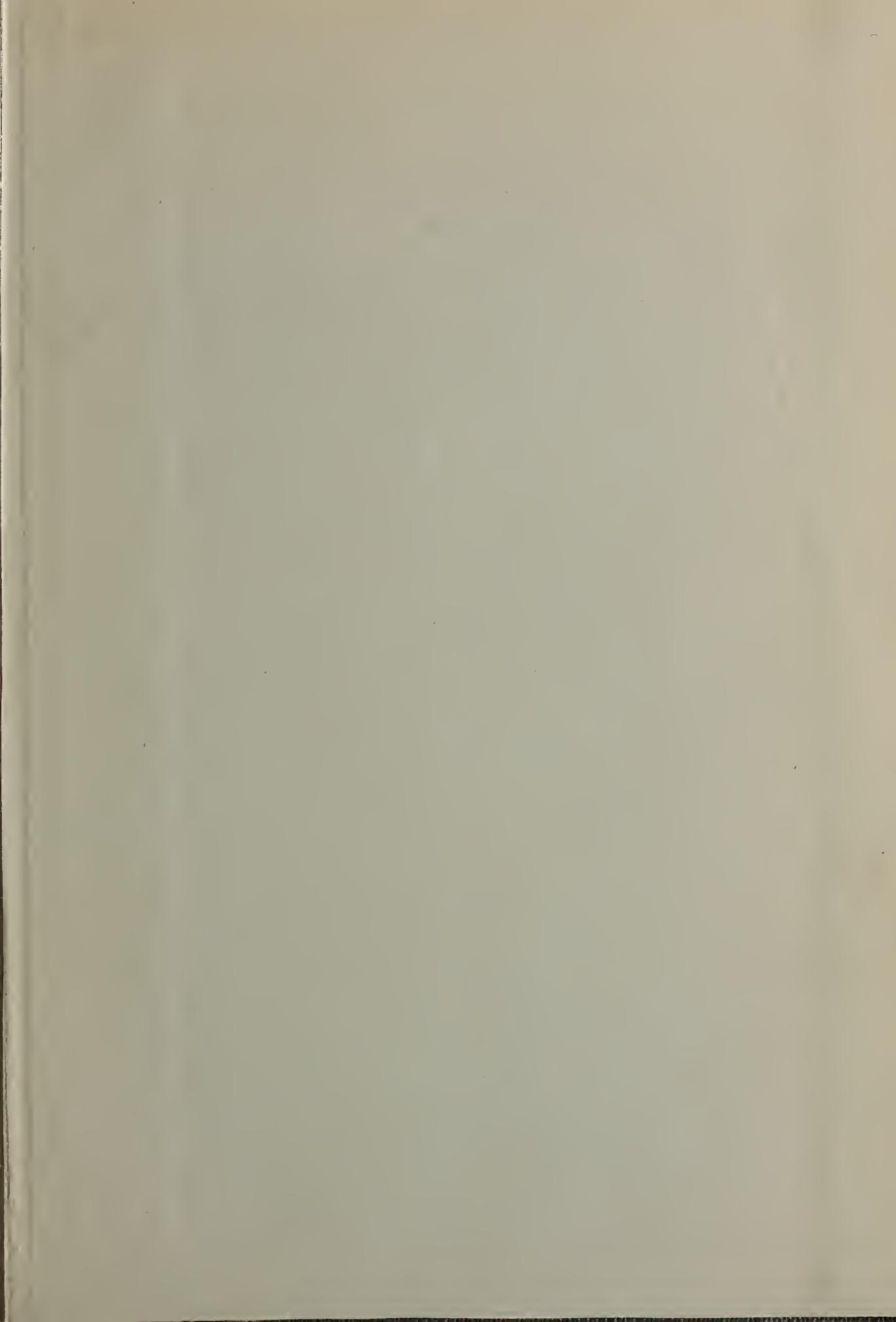
E. Mancini Segretario d'ufficio, responsabile.











SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01356 8860