



ASTRONOMIE,

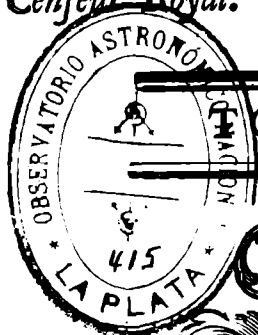
PAR M. DE LA LANDE.

TOME PREMIER.

ASTRONOMIE,

Par M. DE LA LANDE,

Conseiller du Roi, Lecteur Royal en Mathématiques ; Membre de l'Académie Royale des Sciences de Paris ; de la Société Royale de Londres ; de l'Académie Impériale de Pétersbourg ; de l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres de Prusse ; de la Société Royale de Gottingen ; de l'Institut de Bologne ; de l'Académie des Arts établie en Angleterre, &c. Censeur Royal.



TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez DESAINT & SAILLANT, Libraires, rue
S. Jean-de-Beauvais.

M. DCC. L X IV.
AVEC PRIVILEGE DU ROI.

v

A SON ALTESSE SÉRÉNISSIME
MADAME LA MARGRAVE REGNANTE
DE BADE-DURLACH,
ET HOCHBERG,
NÉE LANDGRAVE DE HESSE,
&c. &c.

MADAME,

Parmi les sciences que VOTRE ALTESSE SE'RE-NIS-SIME aime , cultive , protège dans ses Etats , l' Astronomie a obtenu de Vous une sorte de préférence ; ceux qui la professent ont reçu plus d'une fois des marques d'une protection qui prouve l'estime que Vous accordez à leurs travaux, & j'en ai eu moi-même des preuves personnelles.

S'il falloit des exemples , MADAME , pour illustrer le goût de cette science ; sans remonter jusqu'à ces anciens Monarques des plus puissans Empires de l'Orient qui se sont livrés à son étude , je dirois que parmi Vos augustes

Ayeux nous avons l'honneur de compter celui de tous les Princes qui a le plus contribué par son sçavoir personnel au progrès de l'Astronomie, & qu'il est cité plus d'une fois dans l'Ouvrage que j'ose présenter à VOTRE ALTESSE SE'RE'NISSIME.

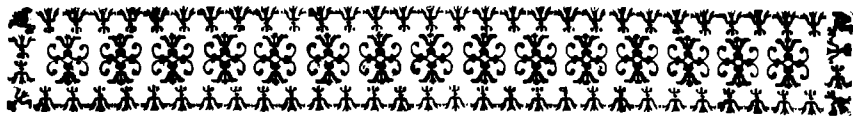
Il n'en falloit pas tant, MADAME, pour diriger vers Vous des hommages aussi libres & plus dignes que le mien de Vous être offerts. S'il ne m'appartient pas de célébrer tant d'autres qualités éminentes d'une Souveraine que ses vertus élèvent au-dessus même de son rang, qu'il me soit du moins permis de publier dans ma patrie que Vous faites l'admiration & le bonheur de la vôtre.

Je suis avec le plus profond respect,

MADAME,

DE VOTRE ALTESSE SÉRÉNISSIME,

Le très-humble & très-
obéissant serviteur,
DE LA LANDE.



P R É F A C E .

NOUS avons en François trois Ouvrages où l'on peut très-bien apprendre l'Astronomie, qui sont de M. Cassini , de M. le Monnier , de M. de la Caille. Cependant je n'ai pas cru que celui-ci fût inutile , parce que les progrès continuels de cette science me fournissoient beaucoup d'objets nouveaux à traiter , & que le Public pouvoit souhaiter d'ailleurs un Traité plus étendu que ceux dont je viens de parler. J'ai donc entrepris de rassembler en un seul corps tout ce que l'on sçait d'Astronomie , sans omettre aucune des branches de cette vaste science. Me trouvant ainsi obligé de former un nouvel ouvrage , je me suis fait un nouveau plan , & je vais en faire l'exposition. Avant d'entreprendre la lecture d'un Livre il importe d'en connoître l'ordre & le plan , d'entrer dans les vûes de l'auteur , & d'avoir une idée de l'importance des matieres qu'il a traitées , c'est à quoi je destine cette préface.

Il seroit à souhaiter que les livres d'Astronomie devinssent plus fréquens & plus connus , l'étude en deviendroit plus attrayante & moins sèche ; elle seroit bientôt un objet plus général d'émulation & de curiosité. L'Astronomie est peut-être la seule science de laquelle nous n'ayons point eu de

Traité complet depuis l'Almageste de Riccioli , qui même ne contenoit rien du tout sur la partie organique ; c'est-là le premier motif qui m'a fait entreprendre celui-ci.

Les astronomes n'ont pas besoin de livres élémentaires ; ils peuvent puiser dans les sources , & rassembler eux-mêmes ce qui se trouve dispersé dans les Mémoires & dans les ouvrages des autres astronomes ; mais quand on s'est dévoué au progrès des sciences on doit compte au public du fruit de ses travaux : on desire qu'il en jouisse , on aime à abréger les premiers pas à ceux qui entreront dans la carrière , pour empêcher qu'ils ne soient rebutés par les difficultés.

De la prolixité
de mes explica-
tions.

Ce n'est pas pour être expliqué, mais seulement pour être lû sans maître, que j'ai composé cet ouvrage. Souvent je me suis fait le même reproche que Kepler, qui disoit autrefois ; *Dum medeor obscuritati materiæ , infertis circumlocutionibus , jam mihi contrario vitio videor in re mathematicâ loquax* , (*nova Phis. Intr.*) ; mais il valoit mieux en dire trop que trop peu. J'ai passé légèrement sur les objets de peu d'importance ; j'ai traité plus au long les articles qui ont une influence plus générale sur le reste du livre , aussi bien que les choses nouvelles & peu connues. Il est comme impossible que mes explications ne paroissent trop longues ou trop courtes aux différens lecteurs , suivant le degré d'intérêt que chacun y mettra , ou les connoissances préliminaires qu'il aura acquises ; les plus habiles
en

en feront quittes pour lire plus rapidement ; celui qui a compris la vérité d'une proposition sur le simple énoncé , en passe la démonstration. Le premier Volume paroîtra plus long & plus prolix que le second ; le premier est destiné spécialement à faire bien sentir les Principes généraux de l'Astronomie ; le second suppose qu'on a déjà acquis dans cette Science de l'habitude & de la facilité. D'ailleurs j'ai été obligé de resserrer beaucoup le second Volume , pour ne pas rendre l'Ouvrage trop volumineux & trop cher.

Le second Volume est plus serré.

Les premiers phénomènes qui doivent frapper les yeux lorsqu'on examine le Ciel pour la première fois , m'ont paru devoir commencer un Traité d'Astronomie , quoiqu'on s'y prenne dans d'autres Livres d'une manière fort différente. J'ai considéré ensuite les conséquences qu'en tiraient les premiers Astronomes, toujours très-naturelles, souvent très-ingénieuses , quelquefois fausses ; car les premiers Observateurs ne furent que des Bergers. C'est ainsi que l'Histoire de l'ancienne Astronomie & des anciens Astronomes, est venue se placer naturellement à la suite de l'histoire des phénomènes les plus sensibles. Ainsi je n'ai pas commencé mon Livre en supposant l'Observateur au centre du soleil , comme a fait M. de la Caille , parce qu'il a fallu deux mille ans pour parvenir à démontrer que le soleil étoit le centre des mouvemens célestes. Je n'ai pas commencé par la définition des cercles de la Sphère, parce que le Lecteur n'auroit

De l'ordre qu'on a suivi.

point apperçu la nécessité de ces cercles & leur origine ; la génération des choses doit précéder leur définition. Enfin , je n'ai pas commencé par l'Histoire de l'Astronomie , il auroit fallu supposer l'Astronomie connue ; mais j'ai tâché dans le premier Livre de conduire l'Histoire avec la chose même , en cherchant l'ordre des Inventeurs.

Enchaînement
des découvertes.

Dans les Livres suivans j'ai toujours réuni l'Histoire de l'Astronomie aux principes de cette Science ; j'ai indiqué l'ordre des découvertes lorsque je n'ai pas pu le suivre ; c'est quelquefois trahir la foiblesse humaine , que de montrer combien ses gradations sont lentes & insensibles ; mais c'est épargner au Lecteur la mortification qu'il éprouveroit en voyant une distance énorme entre les Inventeurs & lui. L'esprit va toujours de proche en proche ; une invention paroît ordinairement merveilleuse, parce qu'on n'apperçoit pas la route par laquelle on y est parvenu ; mais elle paroît toujours aisée quand on en rapproche ce qui l'a précédé, & qu'on sçait la route qui a conduit à chaque découverte.

A la suite de ces premières Observations nous verrons paroître les découvertes de Copernic, de Tycho, de Kepler, de Cassini, de Newton, en un mot , des instrumens nouveaux , des systèmes hardis, des découvertes heureuses, des observations délicates ; ces deux siècles de lumière ouvriront le spectacle le plus étonnant dont l'esprit puisse jouir ; mais si nous prenons soin de placer chaque chose à la suite

de celle qui lui a donné naissance ; si nous transportons le Lecteur dans la position de celui qui aura fait quelque belle découverte , la chaîne reparoîtra , & l'esprit soulagé du fardeau que trop d'admiration impose à l'amour-propre, jouira presque du plaisir que l'Auteur même dût avoir ; c'est donc à montrer les progrès de l'esprit que la méthode de cet Ouvrage est destinée ; point de Science où ils soient plus admirables & plus satisfaisans.

Objet principal
de la methode.

Quelque envie que j'eusse de diminuer la sécheresse d'une étude si ennuyeuse , l'exemple de M. de Fontenelle ne m'a point séduit ; je n'ai osé y mêler ni dialogues, ni épisodes , ni digressions ; le goût épuré de notre siècle semble avoir un peu écarté cette maniere enjouée de présenter les Sciences. Ceux à qui ce genre de lecture pourroit
plaire, trouveront de quoi se satisfaire dans le *Spectacle de la Nature*, T. IV. On y verra des peintures agréables , des conversations amusantes , des réflexions qui intéressent. La fraîcheur des ombres, le silence de la nuit , la douce lumiere du crépuscule , les feux qui brillent dans le ciel, les diverses apparences de la lune, tout devient entre les mains de M. Pluche un sujet de peintures agréables. Il rapporte tout aux besoins de l'homme , aux attentions de l'Être suprême sur nos plaisirs & sur nos besoins , & à la gloire du Créateur. Son Livre est un *Traité des causes finales* autant qu'un *Livre de Physique* , & il y a beaucoup de jeunes gens à qui cette lecture fera le plus grand plaisir. Pour moi je

Des Ouvrages
amusans.

n'ai eu pour objet que de parler d'Astronomie, & il me suffira d'indiquer à la curiosité du Lecteur, outre le spectacle de la Nature, la Théologie Astronomique de Derham & les Dialogues de M. de Fontenelle sur la pluralité des Mondes.

J'omettrai sans regret tout ce qui est trop métaphysique & trop abstrait, ou trop algébrique, sans avoir une relation immédiate ou au progrès de l'Astronomie, ou aux besoins de la vie; je donnerai au contraire une étendue particulière aux objets qui s'y rapportent le plus, tels que la mesure du temps & la manière d'observer.

Mon plus grand soin a été de rendre mes explications faciles à entendre. Les difficultés que j'avois rencontrées moi-même en étudiant l'Astronomie m'ont instruit; je les ai étudiées, résolues, & j'ai expliqué avec le plus de détail & de clarté qu'il m'a été possible, les solutions que je m'étois faites; j'ai profité aussi des difficultés que m'ont fait plus d'une fois des personnes qui étudioient ces matieres, & de l'occasion que j'ai eue de les expliquer avec soin. Ce fut, par exemple, en expliquant au Collège Royal en 1761, la Théorie de l'Attraction, que je composai le Traité qui forme le XXII^e. Livre de cet Ouvrage, & qui fera plaisir assurément à ceux qui auront envie de pénétrer dans cette théorie.

Des citations;

Les citations feront une des richesses de ce Traité; il n'y a pas un seul Ouvrage de quelque importance, dont je n'aie fait usage, & que je n'aie

cité plusieurs fois ; & mon Livre fera du moins un répertoire assez vaste de citations ; en cette qualité il pourra servir aux Astronomes , en même temps qu'il fatisfera les Curieux qui ne voudroient point être forcés de s'en rapporter à moi.

Les renvois d'un article à un autre n'y font point épargnés , ils en rendront l'usage plus facile ; ils m'ont évité beaucoup de répétitions , & ils soulageront la mémoire du Lecteur.

Comme sur bien des articles les détails seroient immenses , j'ai choisi les choses dont l'application & l'usage pouvoient s'étendre ailleurs ; à l'égard de celles qui étoient plus isolées , je n'ai pas laissé de les indiquer & de renvoyer à la source ; tel est sur-tout le parti que j'ai pris en parlant de la Figure de la Terre , sur laquelle on auroit pu écrire plusieurs Volumes.

Pour lire cet Ouvrage avec fruit , il faut tâcher d'avoir un globe céleste ; il est sur-tout nécessaire pour bien entendre le premier Livre. Après avoir lû les trois premiers Livres , on prendra une idée de la Trigonométrie dans le XXIII^e ; ensuite l'on reviendra au quatrieme Livre ; les autres suivent à peu-près dans l'ordre qui m'a paru le plus commode pour celui qui veut lire l'Ouvrage entier.

La seconde attention qu'il faut avoir dans une semblable lecture , c'est de se rendre chaque proposition assez familiere , pour n'être point étonné qu'elle ait été trouvée, & qu'elle paroisse si naturelle

Avis pour la
lecture de cette
Astronomie.

Nécessité de réfléchir & de chercher.

qu'on eût pu soi-même la découvrir, au moyen de ce qui précède ; il ne faut quitter un article qu'après l'avoir compris, ou du moins y revenir bien vite, c'est le moyen de tout comprendre dans le moindre espace de temps. Mais le conseil le plus important que l'on doive donner à ceux qui étudient les Mathématiques, c'est d'exercer leur imagination beaucoup plus que leur mémoire, c'est de lire peu & de penser beaucoup, de chercher par eux-mêmes les démonstrations, ou du moins d'essayer leurs forces le plus souvent qu'ils pourront ; c'est ainsi qu'on acquiert l'esprit des Mathématiques, le goût de recherches, la facilité de découvrir & d'inventer ; il faut développer soi-même les choses qu'on a lues, en tirer des corollaires, en faire des applications, & ne chercher dans le Livre, s'il est possible, que la confirmation de ce qu'on aura trouvé. Les longs détails dans lesquels je suis entré quelquefois, sont pour les Curieux qui n'ont ni l'âge, ni le temps nécessaire pour suivre la méthode que je viens de conseiller.

J'ai marqué par des additions ou sommaires, en marge de chaque page, les articles qui sont les plus importants ou les plus curieux, & dans une première lecture on pourra passer les autres articles, afin que l'Ouvrage paroisse moins ennuyeux & moins long.

Connoissances qu'il suppose.

Je ne suppose d'autres connoissances que celle des élémens ordinaires de Géométrie & d'Algebre, tels que ceux de M. Clairaut, les meilleurs

que je connoisse , ou d'autres Traités élémentaires que l'on trouve en très-grand nombre chez les Libraires de France & de tout autre Pays ; ceux même qui n'ont point étudié l'Algebre , trouveront encore dans ce Livre beaucoup de choses qu'ils pourront très-bien entendre , & qui satisferont leur curiosité.

Je déclare sans peine qu'il doit y avoir beaucoup de fautes dans mon Ouvrage ; je ne connois aucun Livre d'Astronomie où il n'y en ait plusieurs ; *Optimus ille est qui minimis urgetur* , (Horat. Sat. I. 3.). Ainsi les plus habiles Astronomes seront obligés de m'excuser , *Æquum est peccatis veniam poscentem reddere rursus*. La mémoire nous trompe , le calcul nous égare à tout moment , la chaleur de la composition nous entraîne ; enfin , on ignore souvent des choses qu'il auroit fallu sçavoir. D'ailleurs je n'ai pas pris beaucoup de peine pour chercher mes fautes ; il y avoit trop de temps à perdre & trop d'ennui à éprouver ; j'écris pour mon amusement , & j'y renoncerois si j'étois obligé de mettre dans mes Ecrits cette rigoureuse exactitude si ennuyante pour un Auteur , & qui fait souvent , dit-on , tout le sublime des Sots. Cet Ouvrage sera utile tel qu'il est ; les Commençans en l'étudiant auront de temps en temps le plaisir d'y relever quelque inadvertance , & s'applaudiront de ces petites découvertes ; quelques-unes pourront servir de pâture à la malignité , mais une heureuse indifférence assure depuis long-temps mon repos contre ces sortes d'atteintes.

Fautes de ce
Livre.

De l'ortographe. Je dois parler aussi de quelques irrégularités d'ortographe que j'ai laissées dans cet Ouvrage, quelquefois même volontairement; il y a tant de diversité aujourd'hui parmi les Ecrivains que l'on ne sçait à quoi s'en tenir; pour moi j'aime beaucoup, aussi bien que Richelet, à simplifier l'ortographe, à retrancher les lettres doubles, les lettres Grecques, les lettres inutiles. Les raisons d'étymologie ne me paroissent point suffisantes pour allonger les mots & les syllabes, & mettre une contradiction perpétuelle entre la prononciation & l'écriture: au reste si j'ai pris des licences à cet égard, il n'y en a guères que je ne pûsse justifier par des autorités respectables. On rencontrera quelques mots que j'ai d'abord écrits de la maniere la plus usitée, & que j'ai simplifiés dans la suite du Livre; il y a des noms propres, tels que ceux de *Flamstead* & de *Huyghens*, que j'ai écrit quelquefois de la maniere la plus ordinaire en France, mais que j'ai réformés lorsque je me suis apperçu de l'erreur; sans être arrêté par la loi de l'uniformité.

Du style de cet
Ouvrage.

On trouvera le style de cet Ouvrage assez négligé; j'ai souvent apperçu qu'une exactitude grammaticale & rigoureuse allongeoit le discours sans l'éclaircir. Platon le pensoit autrefois lorsqu'il disoit: *Nominum & verborum facilitas & non nimis accurata examinatio ut plurimum non est sordida & illiberalis, sed ejus potius contrarium; est autem nonnunquam necessaria.* (Plato in Theæteto). D'ailleurs on ne cherche guères le style dans un Livre de Science, à moins

à moins qu'on ne perde de vûe les matieres qui y sont traitées, & qui en font tout le prix. Je déclare donc que je n'aspire point à la gloire de l'élocution, je pense comme faisoit un Poëte philosophe :

. . . . Si fortè lepos auftera canentes
Deficit , eloquio victi , re vincimus ipsâ.

EN DONNANT au Public un aussi long *Traité d'Astronomie*, en annonçant que cette Science a paru aux plus grands hommes digne d'une étude de toute la vie, on est obligé de répondre à cette question : *A quoi sert l'Astronomie ?* Je pourrois demander à mon tour : *A quoi servent tant de choses inutiles ou dangereuses, dont on s'occupe journellement sur la terre ?* Mais la digression me mèneroit trop loin, je me borne à mon sujet. L'étude en général est un des besoins de l'humanité ; lorsqu'une fois on éprouve cette curiosité active & pénétrante qui nous porte à pénétrer les merveilles de la Nature, on ne demande plus à quoi sert l'étude, car elle sert alors à notre bonheur.

L'étude est d'ailleurs un préservatif contre le désordre des passions ; & il me semble qu'il faut spécialement distinguer un genre d'étude qui élève l'esprit, qui l'applique fortement, & lui donne par conséquent des armes plus sûres contre les dangers dont je parle. Il ne suffit pas de connoître le bien, disoit Sénèque, de sçavoir ce qu'on doit à sa patrie, à sa famille, à ses amis, à soi-même, si l'on n'a pas la force de le faire ; il ne suffit pas d'é-

tablir les préceptes ; il faut écarter les obstacles ; *Ut ad præcepta quæ damus possit animus ire, solvendus est,* (Epist. 95.). Je ne connois rien qui réussisse mieux que l'application aux Sciences Mathématiques , & spécialement à l'Astronomie. Les merveilles qu'on y découvre captivent l'ame , & l'occupent d'une maniere noble , délicieuse & exempte de danger ; elles élevent l'imagination , elles perfectionnent l'esprit ; elles remplissent & satisfont le cœur.

Réponse
d'Anaxagore.

La Science
conduit à la
Vertu.

Les plus grands Philosophes de l'Antiquité parlerent de l'Astronomie avec une admiration singulière. Diogène de Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né ; il répondit que c'étoit pour contempler les astres. S'il y a dans sa réponse de l'exagération en faveur de l'Astronomie , on y voit au moins l'enthousiasme avec lequel un homme de génie contemploit le spectacle du Ciel. Pythagore disoit que les hommes ne devoient avoir que deux études ; celle de la Nature pour éclairer l'esprit, celle de la Vertu pour régler le cœur. On regarde avec raison l'étude de la Morale comme la plus nécessaire & la plus digne de l'homme : *A proper study of mankind is man,* dit Pope ; mais on se tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement Philosophe sans l'étude des Sciences naturelles. Pour être sage non par foiblesse , mais par principe , il faut sçavoir réfléchir & penser fortement ; il faut , à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent le juge-

ment , qui s'opposent au développement de la raison & de l'esprit. Voilà pourquoi Pythagore ne vouloit point de Disciple qui n'eût étudié les Mathématiques ; on lisoit sur sa porte : Οὐδείς ἀγεωμετρητὸς εἰσὶτω.

Platon faisoit aussi le plus grand cas de l'Astronomie ; voyez ce qu'il en dit dans son XXXV^e. Livre intitulé *Epinomis* vel *Philosophus* , que Marcile-Ficin appelle le Thrésor de Platon : *Nolite ignorare Astronomiam sapientissimum quiddam esse , &c.* Il va jusqu'à dire dans un autre endroit que les yeux ont été donnés à l'homme à cause de l'Astronomie : c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorsqu'il disoit :

Finxit in effigiem moderantum cuncta Deorum ,
Pronaque cum spectent animalia cætera terram ,
Os homini sublime dedit , cælumque tueri
Jussit , & erectos ad sidera tollere vultus.

Doit-on compter pour rien l'avantage d'être garanti des malheurs de l'ignorance ? Peut-on envisager sans un mouvement de compassion & de honte, la stupidité des Peuples qui croyoient autrefois qu'en faisant un grand bruit dans une éclipse de Lune , on apportoit du remede aux souffrances de cette Déesse ; ou que ces éclipses étoient produites par des enchantemens :

Effets que produit l'ignorance.

Cum frustra resonant æra auxiliaria Lunæ. *Met. IV. 333.*

Cantus & è curru Lunam deducere tentat ,
Et faceret , si non æra repulsa sonent. *Tib. I. el. 8. **

* Voy. Sen. *Hipol.* 787. Liv. *ib.* 26. = Tacit. *I. Ann.* = Plut. *in Pericle*, & Libi *de defectu Oraculorum.*

Indépendamment de ces terreurs qui dégradent le Peuple, on trouve dans l'Histoire plusieurs traits qui montrent le désavantage que l'ignorance donna souvent à des Généraux, à des Nations entières. Nicias, Général des Athéniens, étoit résolu de quitter la Sicile avec son armée; une éclipse de Lune dont il fut frappé, lui fit perdre le moment favorable, & fut cause de la mort du Général & de la ruine de son armée, perte si funeste aux Athéniens qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut effrayé d'une éclipse de Lune; il ordonna des sacrifices au Soleil, à la Lune & à la Terre, comme aux Divinités qui causoient ces éclipses.

Usages que des
Généraux firent
de l'Astronomie.

On voit au contraire d'autres Généraux à qui leurs connoissances en Astronomie ne furent pas inutiles. Périclès conduisoit la flotte des Athéniens, il arriva une éclipse de Soleil qui causa une épouvante générale; le Pilote même trembloit; Périclès le rassûre par une comparaison familiere: il prend le bout de son manteau, & lui en couvrant les yeux il lui dit: Crois-tu que ce que je fais-là soit un signe de malheur? Non sans doute, dit le Pilote: cependant c'est aussi une éclipse pour toi, & elle ne differe de celle que tu as vûe, qu'en ce que la Lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le Soleil à un plus grand nombre de personnes.

Agathocles, Roi de Syracuse, dans une guerre

d'Afrique, vit aussi dans un jour décisif la terreur se répandre dans son armée à la vûe d'une éclipse; il se présente à ses soldats, il leur en explique les causes, & il dissipe leurs craintes. On raconte des choses de cette espece à l'occasion de Sulpitius, & de Dion, Roi de Sicile. Nous verrons bientôt d'autres exemples du sçavoir & des connoissances astronomiques des plus grands Princes.

Nous lisons un fait assez honorable à l'Astronomie dans l'Epître que Roias adresse à Charles-Quint, en lui dédiant ses Commentaires sur le Planisphère. Christophle Colomb en commandant l'armée que Ferdinand, Roi d'Espagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers temps de la découverte de cette Isle, se trouva dans une disette de vivres si générale, qu'il ne lui restoit aucune espérance de sauver son armée, & qu'il alloit être à la discrétion des Sauvages: l'approche d'une éclipse de Lune fournit à cet habile homme un moyen de sortir d'embaras; il fit dire aux Chefs des Sauvages que si dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choses qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par priver la Lune de sa lumière. Les Sauvages méprisèrent d'abord ses menaces; mais aussi-tôt qu'ils virent que la Lune commençoit en effet à disparoître, ils furent frappés de terreur; ils apportèrent tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général, & vinrent eux-mêmes demander grace.

J'ai fait observer en parlant de l'Astrologie,

L'Astronomie
dissipe les erreurs
de l'Astrologie.

(pag. 335.), combien on devoit s'applaudir d'avoir perfectionné l'Astronomie, allez pour affranchir les hommes de cette misérable imbécillité dont ils furent si long-temps dupes. Je ne puis m'empêcher de rapporter à ce sujet l'aventure de l'année 1186, qui dut couvrir de honte les Astrologues de toute l'Europe: Chrétiens, Juifs, ou Arabes, ils s'étoient tous réunis pour annoncer sept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées solennellement dans toute l'Europe, une conjonction de toutes les Planètes qui devoit être accompagnée de si terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleversement universel. On s'attendoit à voir la fin du monde: cette année se passa néanmoins comme les autres; mais cent autres mensonges aussi bien avérés, n'auroient pas suffi pour détacher des hommes ignorans & crédules du préjugé de leur enfance; il a fallu qu'un esprit de Philosophie & de recherche se répandit parmi les hommes, leur développât l'étendue & les bornes de la Nature, & les accoutumât à ne plus s'effrayer sans examen & sans preuve.

Les Comètes furent sur-tout, comme on le sçait, un de ces grands objets de terreur que l'Astronomie a enfin dissipés, même parmi le Peuple. On est fâché de trouver encore des préjugés aussi étranges dans le plus beau Poëme du dernier siècle, où elles peuvent éterniser la honte de nos erreurs:

Qual con lo chiome sanguinose horrendo
Splender Cometa fuol per l'aria adusta,

Ch'i regni muta e i fieri morti adduce ;
E a purpurei tiranni infausta luce. *Jeruf. Lib.*

Les charmes de la Poësie font actuellement employés d'une maniere bien plus philosophique & plus utile ; témoin ce beau passage de M. Voltaire au fujet des Cometes , dans son Epître à Madame la Marquise du Châtelet :

COMETES que l'on craint à l'égal du tonnerre ,
Cessez d'épouvanter les peuples de la terre ;
Dans une ellipse immense achevez votre cours ;
Remontez , descendez près de l'astre des jours ;
Lancez vos feux , volez , & revenant fans cesse ,
Des mondes épuisés ranimez la vieilleffe.

C'est ainsi que l'étude approfondie & les progrès de la véritable Astronomie ont dissipé des préjugés absurdes, & rétabli notre raison dans tous ses droits. Mais ce n'est point à cela seul que se réduit l'utilité de cette Science , elle contribue au bien général de plus d'une maniere.

On sçait assez que la Cosmographie & la Géographie ne peuvent se passer de l'Astronomie. Les observations de la hauteur du Pole apprirent aux hommes que la Terre étoit ronde ; les éclipses de Lune servirent à connoître les longitudes des différens pays de la Terre , ou leurs distances mutuelles d'occident en orient ; la découverte des satellites de Jupiter a donné une plus grande perfection à nos Cartes Géographiques & Marines, que n'auroient pu faire dix mille ans de navigations & de voyages ; & quand leur théorie fera encore

Son utilité pour
la Géographie.

mieux connue, la méthode des longitudes sera plus exacte & plus facile.

L'étendue de la Méditerranée étoit presque inconnue vers l'an 1600 ; on la connoît aujourd'hui aussi exactement que celle de la France.

Pour la navigation.

C'est à l'Astronomie que l'on fut redevable des premières navigations des Phéniciens (198), & c'est encore à elle que nous devons la découverte du nouveau Monde. Christophle Colomb avoit une connoissance intime de la sphère, peut-être plus que personne de son temps, puisqu'elle lui donna cette certitude, & lui inspira cette confiance avec laquelle il dirigea sa route vers l'occident; certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Asie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reste actuellement quelque chose à désirer pour la perfection & la sûreté de la navigation, c'est de trouver aisément les longitudes en Mer; on les a, quand on veut, par le moyen de la Lune, comme je l'ai démontré (3212 & suiv.); & si les Navigateurs étoient un peu Astronomes, leur estime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils font quelquefois à 2 ou 3 cent lieues d'incertitude dans des voyages fort ordinaires.

Importance de la Marine.

L'utilité de la Marine pour le bien d'un Etat sert donc à prouver celle de l'Astronomie; or il me semble qu'il est difficile à un bon Citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la Marine, surtout en France. Le succès des Anglois dans la dernière guerre, leur triomphe insultant dont je fus révolté

révolté moi-même en Angleterre , n'ont que trop démontré que la Marine seule décide des Empires , de leur puissance , de leur commerce ; que la paix & la guerre se décident sur Mer , & qu'enfin, comme dit M. le Miere :

Le trident de Neptune est le sceptre du monde.

C'est à peu-près ce que Thémistocle disoit à Athènes , Pompée à Rome , Cromwell en Angleterre , Richelieu & Colbert en France ; il semble sur-tout que le Cardinal de Richelieu (*Testament Politique, ch. ix. sect. 5.*) , prévoyoit de l'Angleterre ce que nous venons d'en éprouver , ou ce qui nous reste peut-être à en attendre.

L'état actuel des Loix & l'administration ecclésiastique se trouvent essentiellement liés avec l'Astronomie, comme je l'ai fait voir en parlant du Calendrier ; S. Augustin en recommandoit l'étude par cette seule considération ; S. Hippolyte s'en étoit occupé autrefois , de même que plusieurs Pères de l'Eglise ; cependant notre Calendrier étoit dans un tel état d'imperfection que les Juifs & les Turcs même avoient lieu d'être étonnés de notre ignorance à cet égard. Nicolas V , Léon X , &c. avoient bien eu le dessein de rétablir l'ordre dans le Calendrier , mais on n'avoit pas alors des Astronomes dont la réputation méritât assez de confiance. Grégoire XIII. regna dans un temps où les Sciences commençoient à renaître , & il eut seul la gloire de cette réformation (1217).

Usages de l'Astronomie pour le Calendrier.

mieux connue, la méthode des longitudes sera plus exacte & plus facile.

L'étendue de la Méditerranée étoit presque inconnue vers l'an 1600 ; on la connoît aujourd'hui aussi exactement que celle de la France.

Pour la navigation.

C'est à l'Astronomie que l'on fut redevable des premières navigations des Phéniciens (198), & c'est encore à elle que nous devons la découverte du nouveau Monde. Christophle Colomb avoit une connoissance intime de la sphère, peut-être plus que personne de son temps, puisqu'elle lui donna cette certitude, & lui inspira cette confiance avec laquelle il dirigea sa route vers l'occident; certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Asie, ou d'en trouver un nouveau.

S'il reste actuellement quelque chose à désirer pour la perfection & la sûreté de la navigation, c'est de trouver aisément les longitudes en Mer ; on les a, quand on veut, par le moyen de la Lune, comme je l'ai démontré (3212 & suiv.) ; & si les Navigateurs étoient un peu Astronomes, leur estime ne les tromperoit jamais de 20 lieues, tandis qu'ils font quelquefois à 2 ou 3 cent lieues d'incertitude dans des voyages fort ordinaires.

Importance de la Marine,

L'utilité de la Marine pour le bien d'un Etat sert donc à prouver celle de l'Astronomie ; or il me semble qu'il est difficile à un bon Citoyen de méconnoître aujourd'hui l'utilité de la Marine, surtout en France. Le succès des Anglois dans la dernière guerre, leur triomphe insultant dont je fus révolté

révolté moi-même en Angleterre , n'ont que trop démontré que la Marine seule décide des Empires , de leur puissance , de leur commerce ; que la paix & la guerre se décident sur Mer , & qu'enfin, comme dit M. le Miere :

Le trident de Neptune est le sceptre du monde.

C'est à peu-près ce que Thémistocle disoit à Athènes , Pompée à Rome , Cromwell en Angleterre , Richelieu & Colbert en France ; il semble sur-tout que le Cardinal de Richelieu (*Testament Politique, ch. ix. sect. 5.*) , prévoyoit de l'Angleterre ce que nous venons d'en éprouver , ou ce qui nous reste peut-être à en attendre.

L'état actuel des Loix & l'administration ecclésiastique se trouvent essentiellement liés avec l'Astronomie, comme je l'ai fait voir en parlant du Calendrier ; S. Augustin en recommandoit l'étude par cette seule considération ; S. Hippolyte s'en étoit occupé autrefois , de même que plusieurs Pères de l'Eglise ; cependant notre Calendrier étoit dans un tel état d'imperfection que les Juifs & les Turcs même avoient lieu d'être étonnés de notre ignorance à cet égard. Nicolas V , Léon X , &c. avoient bien eu le dessein de rétablir l'ordre dans le Calendrier , mais on n'avoit pas alors des Astronomes dont la réputation méritât assez de confiance. Grégoire XIII. regna dans un temps où les Sciences commençoient à renaître , & il eut seul la gloire de cette réformation (1217).

Usages de l'Astronomie pour le Calendrier.

Usages pour
l'Agriculture.

L'Agriculture empruntoit autrefois de l'Astronomie ses regles & ses indications : Job , Hésiode , Varron , Eudoxe , Aratus , Ovide , Pline , Columelle , Manilius nous en fournissent mille preuves ; les Pléiades , Arcturus , Orion , Sirius donnoient à la Grece & à l'Egypte le signal des différens travaux. Le lever de Sirius annonçoit aux Grecs les moissons , aux Egyptiens les débordemens du Nil. On en citeroit bien d'autres exemples , le Calendrier y supplée actuellement.

Pour la Chronologie.

La Chronologie ancienne tire de la connoissance & du calcul des éclipses les points les plus fixes qu'on y puisse trouver , & dans les temps qui sont plus éloignés on ne trouve qu'obscurité ; la Chronologie Chinoise est toute appuyée sur les éclipses , comme le P. Gaubil l'a vérifié : nous n'aurions dans l'Histoire des Nations aucune incertitude sur les dates , s'il y avoit toujours eu des Astronomes : on peut voir sur-tout la liaison de l'Astronomie & de la Chronologie dans l'*Art de vérifier les dates* , (1209).

Pour la division
du Temps.

C'est encore de l'Astronomie que nous empruntons la division du temps dans les usages de la vie. & l'art de régler les horloges & les montres : on peut dire que l'ordre & la multitude de nos affaires , de nos devoirs , de nos amusemens , le goût de l'exactitude & de la précision , notre habitude enfin nous ont rendu cette mesure du temps presque indispensable , & l'ont mise au nombre des besoins de la vie.

Si au défaut des horloges & des montres on trace des méridiennes (110) & des cadrans solaires , c'est un nouvel avantage de l'Astronomie ; la Gnomonique n'est qu'une application de la Trigonométrie sphérique, une projection de la sphère sur un plan , ou une section du cône , suivant les formes qu'on donne à un cadran : on peut consulter là-dessus un excellent Ouvrage que M. Deparcieux a donné sur la Gnomonique.

Usages pour la
Gnomonique.

La Météorologie , c'est-à-dire , la connoissance des changemens de l'air , des vents, des pluies, des sécheresses , des mouvemens du thermometre & du barometre , a certainement un rapport bien essentiel & bien immédiat avec la santé du corps humain. Il est très-probable que l'Astronomie seroit d'une utilité sensible si l'on étoit parvenu , à force d'observations , à trouver les influences physiques du Soleil & de la Lune sur l'atmosphère , & les révolutions qui en résultent. Galien avertit les malades de ne pas se mettre entre les mains des Médecins qui ne connoissent point le cours des astres, parce que les médicamens donnés hors des temps convenables , sont inutiles ou nuisibles ; je ne doute pas qu'il ne voulût parler des principes de l'Astrologie judiciaire , & des influences qu'on imaginoit alors d'après une ignorante superstition ; mais en réduisant tout à sa juste valeur , il paroît que les attractions qui soulevent deux fois le jour les eaux de l'Océan , peuvent bien influer sur l'état de l'atmosphère. On peut consulter à ce sujet

Usage dans la
Médecine.

M. Hoffman & M. Mead qui en ont parlé assez au long ; & le mot *Crise* dans l'Encyclopédie. Je voudrois que les Médecins consultaient au moins l'expérience à cet égard , & qu'ils examinassent si les crises & les paroxysmes des maladies n'ont pas quelque correspondance avec les situations de la Lune , par rapport à l'équateur, aux sisigies, & aux apsidés ; plusieurs Médecins de ma connoissance m'en ont paru persuadés.

Ancienneté de
l'étude des astres.

Ces différens avantages qui se rassemblent en faveur de l'Astronomie , l'ont fait rechercher de tous les temps & chez tous les peuples du monde. Joseph dans ses Antiquités Judaïques , fait remonter jusqu'à Adam le goût de l'Astronomie , & les premières découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les Descendans de Seth y avoient fait des progrès considérables, & que voulant en conserver la mémoire , ils graverent sur des colonnes de pierre & de brique leurs observations astronomiques. Joseph attribue à Abraham les premières connoissances des Egyptiens. On voit plusieurs passages astronomiques (360) dans le Livre de Job , où Dieu même parle d'Astronomie : *Numquid conjungere valebis micantes stellas Pleyadas , aut gyrum Arcturi poteris dissipare ? Numquid producis luciferum in tempore suo , & vesperum super filios terræ consurgere facis ?* (38. 31.). On attribue aussi à Moïse des connoissances de même espece : du moins S. Etienne dit de lui dans les Actes des Apôtres qu'il étoit versé *in omni sapientiâ Ægyptiorum* ; ce qu'on ne doit en-

Témoignages
de l'écriture en
faveur de l'Af-
tronomie.

tendre que de la connoissance des astres qui avoit rendu les Egyptiens si célèbres.

Le Sage s'éleve avec raison contre ceux que l'admiration des astres a portés jusqu'à en faire des Dieux ; mais bien loin d'en condamner l'étude , il la conseille pour la gloire du Créateur : *Qui horum pulchritudine delectati Deos putaverunt , sciant quantum his Creator eorum speciosior est , à magnitudine enim speciei & creaturæ cognoscibiliter poterat Creator horum videri.* (Sap. c. 13.). David trouvoit aussi dans les astres de quoi s'élever à la contemplation de Dieu : *Cæli enarrant gloriam Dei. . . Videbo cælos tuos opera digitorum tuorum, Lunam & stellas quæ tu fundasti.* Et nous voyons Derham appeller *Théologie astronomique* un Ouvrage où il présente dans toute leur force , la singularité & la grandeur des découvertes qu'on a faites en Astronomie, comme autant de preuves de l'existence de Dieu. Voyez ce que pensoit Aristote à ce sujet, dans le 8^e Livre de sa Physique.

Les Poëtes qui ont illustré la Grece & l'Italie, & dont les ouvrages sont actuellement sûrs de l'immortalité , aimèrent tous & connurent l'Astronomie ; quelques-uns en ont même fait un usage si fréquent , qu'on ne sçauroit entendre leurs ouvrages sans le secours de cette Science. Les Commentateurs n'ont pas beaucoup avancé cette partie , & j'ai eu occasion de remarquer qu'il y auroit encore beaucoup à faire (1235). On peut compter parmi les Grecs Homère , Hésiode , Aratus ; parmi les Latins on sçait qu'Horace , Virgile &

Elle est célébrée par les Poëtes.

Ovide paroissent dans plusieurs endroits de leurs ouvrages, remplis d'admiration pour l'Astronomie. Horace nous annonce qu'il veut prendre son essor vers les astres :

. Juvat ire per alta
 Astra, juvat terris & inani fede relictis,
 Nube vehi, validique humeris insidere Atlantis.

Virgile sembloit vouloir renoncer à toute autre étude pour s'occuper des merveilles de l'Astronomie :

Me verò primùm dulces ante omnia Musæ ;
 Quarum sacra fero , ingenti percussus amore ,
 Adcipiant , cœlique vias & sidera monstrent ,
 Defectus Solis varios , Lunæque labores ,
 Unde tremor terris , qua vi maria alta tumescant
 Objicibus ruptis , rursusque in se ipsa residant ,
 Quid tantùm Oceano properent se tinguere soles
 Hyberni , vel quæ tardis mora noctibus obstet. . . .
 Felix qui potuit rerum cognoscere causas. *Georg. II. 475.*

Ovide fait un éloge si pompeux des premiers Inventeurs de l'Astronomie , que je ne puis me refuser d'en placer ici une partie :

Felices animos quibus hæc cognoscere primis ,
 Inque domos superas scandere cura fuit ,
 Credibile est illos pariter vitiisque locisque ,
 Altiùs humanis exeruisse caput.
 Non Venus aut vinum sublimia pectora fregit ,
 Officiumve fori , militiæve labor ,
 Nec levis ambitio , perfusaque gloria fuco ,
 Magnarumve fames sollicitavit opum.
 Admovere oculis distantia sidera nostris ,
 Ætheraque ingenio supposuere suo.
 Sic petitur cœlum. *Fast. I. 297.*

La connoissance des astres a été souvent la source de plusieurs beautés dans les ouvrages de Poësie. Homère , Hésiode , Virgile , Horace , Lucrece , Manilius , Lucain , Claudien s'en servent dans plusieurs endroits : on voit rarement chez eux cette ignorance étrange qui deshonne quelques Ouvrages modernes ; telle est celle du Poëte qui parlant des deux poles , suppose que l'un est le *Pole brûlant*, & l'autre le *Pole glacé*. (M. de Jarry, *Prix de 1714.*).

La Fontaine parle de l'Astronomie d'une maniere très-noble dans l'endroit où il dit :

Quand pourront les neuf Sœurs loin des cours & des villes,
M'occuper tout entier , & m'apprendre des cieux
Les divers mouvemens inconnus à nos yeux ,
Les noms & les vertus de ces clartés errantes.
Songe d'un Habitant du Mogol.

M. de Voltaire , non-seulement le premier Poëte de notre siècle, mais le plus instruit qu'il y ait peut-être jamais eu , a fait voir dans plusieurs endroits de ses Ouvrages , combien il avoit de goût pour la Physique céleste. Dans une Lettre qu'il écrivoit en 1738 , il sembloit imiter les regrets de Virgile & de la Fontaine , & tourner tout son goût vers les Sciences ; il composa sur la Physique de Newton un Livre qui lui a fait honneur , & il en a fait beaucoup aux Sciences & aux Sçavans qu'il a célébrés dans les plus beaux vers ; il faut voir ce qu'il dit de Newton dans une Epître à Madame la Marquise du Châtelet :

Passages de M.
de Voltaire.

Confidens du Très-Haut , Substances éternelles ;
 Qui parez de vos feux , qui couvrez de vos aîles
 Le trône où votre Maître est assis parmi vous :
 Parlez ! Du grand Newton n'étiez-vous point jaloux ?

On ne peut comparer à cela que les deux vers de
 Pope sur le même sujet , que je n'ose traduire de
 peur de les affoiblir :

Nature and Nature's laws lay hid in night ;
 God said : let Newton be , ad all was light.

Jamais homme ne fut si digne de ces éloges subli-
 mes , & si dignement célébré.

L'indifférence des hommes pour le plus beau
 spectacle de l'univers , a paru étrange aux plus
 grands Génies que nous ayons eu dans tous les gen-
 res ; le Tasse met dans la bouche de Renaud des ré-
 flexions qui méritent sur-tout d'être citées pour
 l'instruction de ceux à qui le même reproche peut
 s'adresser ; c'est dans le temps où marchant , avant
 le jour , vers la montagne des Oliviers , il contem-
 ploît la beauté du Firmament :

Con gli occhi alzati contemplando intorno ,
 Quinci notturne e quindi matutine ,
 Bellezze incorruptibili e divine
 Frà sè stesso pensava , ò quante belle
 Luci il tempio celeste in se raguna !
 Ha il suo gran Sole il di , l'aurata stelle
 Spiega la notte e l'argentata Luna ;
 Ma non è chi vagheggi ò questa ò quelle ;
 E miriam noi torbida luce e bruna ,
 Ch'un girar d'occhi un balenar di riso
 Scopre in breve confin di fragil viso !

Jeruf. Lib. Cant. XVIII, v. 94.

Les

Les honneurs rendus de tous les temps & chez tous les Peuples du monde , aux Astronomes célèbres , prouve le cas qu'on a toujours fait de cette Science. L'on a vû en 1695 frapper une médaille à l'honneur de M. Cassini , (elle est figurée dans la Description de la Méridienne de Bologne) ; mais l'Histoire Ancienne fournit des traits plus éclatans en faveur de l'Astronomie. Les anciens Rois de Perse & les Prêtres de l'Egypte, ne se choissoient jamais que parmi les plus habiles dans cette Science. Les Rois de Lacédémone avoient des Astronomes dans leur conseil ; Alexandre en avoit à sa suite dans ses expéditions militaires , & l'on assure qu'Aristote lui écrivoit de ne rien faire sans leur avis ; il est vrai que le goût des prédictions y entroit pour beaucoup , mais la véritable Astronomie en profita. On sçait combien Ptolémée Philadelphé , second Roi d'Egypte, favorisa cette Science ; on vit de son temps une multitude d'hommes célèbres , Hipparque , Callimachus , Apollonius , Aratus , Bion , Théocrite , Conon , qui n'étoient point des Astrologues. Jules-César se piquoit d'avoir des connoissances singulieres en Astronomie, comme on le voit par le discours que Lucain lui fait tenir à Achorée , Prêtre d'Egypte , dans le repas de Cléopatre (1212).

Honneurs rendus aux Astronomes célèbres.

Princes qui ont aimé l'Astronomie.

L'Empereur Tibere étoit fort appliqué à l'Astronomie , au rapport de Suétone. L'Empereur Claude prévit que le jour d'un anniversaire de sa naissance il devoit arriver une éclipse , il craignoit

qu'elle n'occasionnât à Rome des terreurs ou des tumultes , & il en fit faire un avertissement public, dans lequel il expliquoit les circonstances & les causes de ce phénomène.

L'Astronomie fut cultivée spécialement par les Empereurs Adrien & Sévere , par Charlemagne, par Léon V, Empereur de Constantinople , par Alphonse X , Roi de Castille (270) , par Frédéric II , Empereur d'Occident (268) ; celui-ci fit traduire l'Ouvrage de Ptolémée en Latin , & en établit à Naples l'enseignement public.

On verra dans le cours de ce Livre combien le Calife Almamon , le Prince Ulugh-beigh , & beaucoup d'autres Monarques de l'Asie aimerent l'Astronomie ; on cite encore parmi les Héros qui ont chéri cette Science , Mahomet II , Conquérant de l'Empire Grec , l'Empereur Charles-Quint , & Louis XIV ; dont le nom seul vaut plus qu'un grand nombre d'autres ; la protection qu'il accorda aux Sciences , paroît assez dans l'établissement de l'Académie ; les Astronomes de Paris furent appelés plus d'une fois à la Cour par la curiosité de ce Prince , & il les honora lui-même de sa présence (*Hist. Cél. p. 261.*).

Hévelius, quoique né & établi à Dantzic, y reçut une preuve singulière de l'estime que Louis XIV & le grand Colbert avoient pour lui ; ce fut après un affreux incendie qu'il éprouva le 26 Sept. 1679, par la malice d'un de ses domestiques : M. Colbert, par une lettre datée de S. Germain le 28 Décem-

bre 1679 , mande à Hévélius que le Roi , prenant part à la perte qu'il avoit faite , lui faisoit présent de 2000 écus. J'ai vû la copie de cette lettre , écrite à la main sur l'exemplaire de la Sélénographie d'Hévélius , qui est à la Bibliothèque du Roi ; Exemplaire qu'Hévélius avoit fait orner & enluminer pour le Roi avec beaucoup de soin.

Générosité de
Louis XIV.

C'est avec de pareilles marques de protection & d'estime que des Sciences , aussi ingrates pour ceux qui les cultivent , peuvent se soutenir & se perfectionner. L'établissement des Académies de Londres , de Paris , de Berlin , de Pétersbourg , &c. a signalé le goût de plusieurs grands Princes pour les Sciences , & elles ont sur-tout contribué au progrès de l'Astronomie.

Indépendamment de ces Compagnies célèbres il y a quatre Etablissmens qui ont principalement servi à l'Astronomie , soit en formant des Eleves , soit en donnant à des Astronomes déjà célèbres , la facilité de se livrer à leur goût ; ce sont le College Royal à Paris , le College de Gresham à Londres , & les Fondations d'Oxford & de Cambridge en Angleterre.

Colleges qui
ont servi au pro-
grès de l'Astro-
nomie.

LE COLLEGE ROYAL de France , dont la fondation fut commencée en 1530 par François I , a été , ce me semble , de toutes les Écoles du monde , la plus utile aux Sciences , mais sur-tout à l'Astronomie. Oronce Finé , Stadius , Morin , Gassendi , de la Hire qui y enseignèrent successivement , étoient des Astronomes célèbres , & en ont formé

College Royal.

L'ÉTABLISSEMENT d'un grand nombre d'Observatoires célèbres a signalé le goût de notre siècle pour l'Astronomie : on peut voir à ce sujet une Dissertation de M. Weidler imprimée en 1727, *De præfenti Specularum Astronomicarum statu*, & différens articles de son Histoire de l'Astronomie.

Observatoire
de Dantzick.

Le premier Observatoire du dernier siècle fut l'Observatoire d'Hévélius à Dantzick, il est décrit dans son grand Ouvrage intitulé, *Machina Cælestis*.

De Copenhague,

La Tour Astronomique de Copenhague fut achevée en 1656 ; ce fut à la sollicitation de *Longomontanus*, que le Roi Christian IV fit bâtir cette Tour ; sa hauteur est de 115 pieds du Rhin (chacun de 11^{pi.} 7^{li.} $\frac{1}{5}$), elle a 48 pieds de diametre, (*Horrebow*, *Basis Astronomiæ.*).

Observ. Royal
de Paris.

L'Observatoire Royal de Paris, le plus somptueux monument qu'on ait jamais consacré à l'Astronomie, fut commencé en 1667 (332) ; il a 26 toises de face, 19 toises du nord au sud, & 14 de hauteur, les caves ont aussi 14 toises de profondeur. On voit la figure de cet Observatoire sur la Planche XIV, & à la tête de l'Histoire Céleste publiée par M. le Monnier.

Observatoires
particuliers.

L'Observatoire Royal de Paris ne pouvant suffire pour tous les Astronomes de l'Académie, il s'est formé plusieurs Observatoires particuliers dans l'intérieur de la Ville ; celui de M. le Monnier aux Capucins de la rue S. Honoré ; celui de M. de l'Isle à l'Hôtel de Cluny, rue des Mathurins ; celui de M. de la Caille au Collège Mazarin ; celui

du Palais du Luxembourg, où j'observe actuellement; celui de M. Pingré à S^{te} G^{enevieve}; celui de M. de Fouchy, rue des Postes.

Il y avoit à Pekin depuis trois siècles un Observatoire bâti sur les murs de la ville, qu'il surpassoit de 12 pieds; mais le P. Verbieft en 1669, ayant été fait Président du Tribunal des Mathématiques, obtint de l'Empereur Cam-hy de faire construire de nouveaux Instrumens; on en peut voir le Catalogue dans les Mémoires du Pere le Comte, T. I. p. 99.; dans l'Ouvrage du P. Verbieft qui a pour titre : *Astronomia Europæa sub Imperatore Tartaro-Sinico Cam-hy, ex umbra in lucem revocata*, Dilingæ, 1687, in-4°. ou dans la grande Description de la Chine que le P. Duhalde a donnée en 1736, en 4 volumes in-fol. Cet Observatoire n'a point été inutile, & l'on y a fait un grand nombre de bonnes observations, dont une partie a été publiée par le P. Gouye en 1688 & 1692, une partie par le P. Souciet en 1732; M. de l'Isle en a beaucoup dans ses Manuscrits. Le P. Fontaney, le P. Ricci, le P. Gaubil, le P. Benoît, le P. Jacques, le P. Kegler, le P. Slavifek, & beaucoup d'autres Jésuites s'y sont distingués.

Observatoire
de Pekin.

L'Observatoire Royal d'Angleterre fut bâti vers l'an 1675 dans le Parc de Greenwich, deux lieues à l'orient de Londres, sur une colline fort élevée; on en voit la figure sur la Planche XIV. Il sera célèbre à jamais par les travaux immortels de Flamsteed, Halley & Bradley, qui ont occupé

De Greenwich
en Angleterre.

ſucceſſivement la place d'Aſtronomie Royal. Cet Obſervatoire n'eſt pas fort remarquable par la conſtruction , mais il eſt le mieux aſſorti qu'il y ait au monde. On y voit deux Muraux de 8 pieds de rayon , une grande Lunette des paſſages de 7 à 8 pieds , un Secteur de 12 pieds & un grand nombre d'autres Inſtrumens conſidérables. L'Aſtronomie Royal a ſous lui un Aſſiſtant qui travaille ſans interruption aux Obſervations Aſtronomiques ; il n'y a aucun endroit où l'on ait fait un ſi grand nombre de bonnes obſervations (1199).

Obſervatoire
de Nuremberg.

Le Sénat de la République de Nuremberg fit conſtruire en 1678 un Obſervatoire où Georges-Chriſt. Eimmart obſerva juſqu'en 1705. Phil. Wurzelban fit conſtruire à Nuremberg en 1692 , pour ſon uſage particulier, un autre Obſervatoire, dont on peut voir la deſcription dans ſon Ouvrage qui a pour titre , *Uranies Noricæ Baſis* , 1697.

De Leyde.

Les Adminiſtrateurs de l'Univerſité de Leyde établirent en 1690 un Obſervatoire au haut du College de l'Univerſité.

De Berlin.

Frédéric I, Roi de Pruſſe , ayant fondé en 1700 une Académie des Sciences à Berlin , ſous la préſidence de Leibnitz , y fit bâtir un Obſervatoire très-commode , qui fut achevé en 1711. C'eſt une grande Tour quarrée fort ſolide , où M. Griſchow & M. Kies ont fait beaucoup d'obſervations, & où j'ai travaillé moi-même pendant un an , (*Mém. Acad.* 1751 & 1752.). Le Roi de Pruſſe , actuellement regnant, y a joint un bâtiment très-beau ,
où depuis

où depuis 1752 l'Académie des Sciences de Prusse a transféré ses assemblées.

L'INSTITUT DE BOLOGNE , Académie célèbre établie en 1709 par le Comte de Marfigli , sous l'autorité de Clément XI , jouit d'un très-bel Observatoire que M. Manfredi & M. Zanotti ont illustré , (Limiers , *Hist. de l'Acad. de Bologne* , Amst. 1723. in-8°. *De Bononiensi Instit. Commentarii* , in-4°.). M. Manfredi , dans la Préface de ses Ephémérides en 1715 , parle encore de deux autres Observatoires d'Italie ; celui de Blanchini à Rome , & celui du Marquis Salvagi à Gênes.

Observatoire
de Bologne.

En 1739, les Nouvelles publiques annoncerent la construction d'un Observatoire à Rome au Couvent d'*Ara-Cæli* , qui est au haut du Capitole , par les soins de M. d'Évora , Ambassadeur de Portugal à Rome. Il faut y ajoûter ceux du P. Audifredi au Couvent de la Minerve; du P. Jacquier à la Trinité du Mont , & celui du P. Ximenez à Florence.

Autres Obser-
vatoires d'Italie.

En 1713, les Supérieurs de l'Université d'Altorf dans le territoire de Nuremberg , firent élever un Observatoire au-dessus du College de l'Université , & l'on y plaça divers instrumens , (*Doppelmayer, de Instr. Astr. p. 108. Weidler , p. 588.*)

Observatoire
d'Altorf.

En 1714, le Landgrave de Hesse Charles I, héritier des Etats & des talens du célèbre Landgrave (291) , fit construire un nouvel Observatoire hors de la ville , en un lieu élevé , & il y fit placer divers instrumens , dont Zumbach fit usage jusqu'à sa mort , arrivée en 1728.

De Cassel.

Observatoire
de Lisbonne.

En 1722, le Roi de Portugal Jean V, en fit élever un dans son palais à Lisbonne ; il fit construire à Paris en 1728, un quart-de-cercle mural de cinq pieds de diamètre, un sextant de 3 pieds de rayon. Le P. Carboni & le P. Copasse, Jésuites, y firent différentes observations. Les Jésuites firent aussi élever un Observatoire dans leur Collège de S. Antoine, (*Phil. Transf.* 1727. n°. 400.).

De Petersbourg.

L'Observatoire de Petersbourg, bâti en 1725, est un des plus magnifiques de l'Europe ; il a 20 sagesnes de hauteur (131 pi. 4 po. 10 li. 4 , mesure de Paris), avec trois étages propres à observer, & il tient le milieu du bâtiment superbe de l'Académie Impériale de Pétersbourg. M. de l'Isle y a fait pendant vingt ans une quantité prodigieuse d'excellentes observations qui sont encore manuscrites, mais dont j'ai parlé plusieurs fois dans cet Ouvrage.

D'Utrecht.

En 1726, les Magistrats de la République d'Utrecht consacrerent à l'usage de l'Astronomie une ancienne Tour de la ville ; on y plaça plusieurs instrumens, & le célèbre Muschenbroek, alors Professeur de Philosophie & de Mathématiques dans l'Université d'Utrecht, y fit diverses observations.

D'Upsal.

En 1739, le Roi de Suede fit construire à Upsal un nouvel Observatoire ; M. Wargentiu demouroit alors à Upsal, & j'ai cité plusieurs fois ses observations dans le cours de cet Ouvrage, sur-tout à l'occasion des satellites de Jupiter.

EN 1740, il s'éleva à Giengen ; (près de Marbourg), dans les Etats du Prince de Hesse Darmstadt , un Observatoire dont M. Gersten donna la description , (Weidler , p. 620.).

Observatoire
de Giengen.

Il y a deux Observatoires considérables à Vienne en Autriche , où le P. Hell & le P. Liesganig se distinguent actuellement ; il faut y ajouter l'Observatoire de Marseille que le P. Pezenas a rendu célèbre ; celui des Jésuites de Lyon , où le P. Beraud a observé long-temps ; celui de Tyrnaw en Hongrie , où observe le P. Weiss ; celui de Wilna en Pologne , occupé par le P. Rossignol ; celui de Rouen , d'où M. Bouin & M. Dulague nous envoient annuellement beaucoup d'observations ; celui de Strasbourg , où M. Brakenoffer en a fait quelques-unes ; celui de Schwezing dans le Palatinat , où observe le P. Mayer ; celui qu'avoit Mylord Maclesfield dans son château de Sherburn près d'Oxford , où M. Hornsby a beaucoup observé ; celui de M. d'Arquier à Toulouse , d'où l'Académie reçoit chaque année un nombre considérable d'observations ; enfin , celui de Milan que le P. de la Grange , Jésuite , vient d'établir au College de Brera , pour lequel on construit à Paris de très-grands & de très-bons instrumens.

De Vienne.

Autres
Observatoires.

Avec tant de secours l'Astronomie ne peut manquer de faire chaque jour de nouveaux progrès , mais il y a beaucoup de branches qui exigent de si longs travaux & un si long espace de temps , que la postérité aura éternellement de nouveaux objets

d'observations, & de nouvelles découvertes à faire dans l'Astronomie. Nous sentons plus que jamais la vérité de cette belle réflexion de Sénèque: *Multum egerunt qui ante nos fuerunt, sed non peregerunt; multum adhuc restat operis, multumque restabit; nec ulli nato post mille sæcula præcludetur occasio aliquid adhuc adjiciendi.* (Sen. Epist. 64.).



PRIX DES INSTRUMENS D'ASTRONOMIE
en 1764.

UNE LUNETTE de six pieds avec un tuyau de tôle ou de fer battu, fait de quatre pièces qui se montent à vis, chez M. Georges, Opticien de Messieurs de l'Acad. des Scien. quai de Conty, coûte 4 louis ou 96^l

Lunettes.

M. Passemant au Louvre, M. Paris à l'Estrapade, font aussi de très-bonnes lunettes de toutes les longueurs.

Pour une lunette de 15 pieds il faut un objectif de 15 pieds de foyer qui, à un écu le pied, coûte 45^l; un tuyau de fer-blanc 15^l, (un tuyau de bois ne coûte que 10^l); oculaire 6^l. Total. 66^l

Les lunettes achromatiques (1816), qui sont destinées à mettre dans la poche, toutes montées coûtent une guinée à Londres; celles de 3 pieds, 3 guinées; les objectifs de 9 pieds, 8 guinées; ceux de 12 pieds, 10 guinées; ceux de 18 pieds, 15 guinées. On en trouve chez M. Dollond dans le Strand, & chez M. Watkin à Charing-cross.

Un quart-de-cercle mural de 8 pieds Anglois de rayon, fait à Londres par M. Bird; tels que sont ceux de Greenwich, celui de Pétersbourg, & celui de M. le Monnier à Paris. 8000^l

Quarts de-cercle.

Quart-de-cercle de 18 pouces de rayon, avec deux divisions de Vernier; une lunette fixe, & une mobile; un micrometre extérieur, chez M. Bird à Londres. 1200^l

Quart-de-cercle mural d'un pied, 25 guinées, & les autres en proportion du rayon, pourvu qu'ils ne soient pas fort grands.

Un quart-de-cercle mural de 6 pieds de rayon, tel que celui de l'Observatoire de Paris, chez M. Canivet, Ingénieur du Roi & de MM. de l'Ac. R. des Sc. pour les Instrumens d'Astronomie. 3000^l

f iij

xliv PRIX DES INSTRUMENS

Sextant.

- Un sextant (*Fig. 207.*) de 6 pieds de rayon ,
à deux lunettes , 2500^l
- Un sextant de 4 pieds , 1800
- Un sextant de 3 pieds , 1400
- Un petit sextant d'un pied pour prendre les hau-
teurs correspondantes , 600
- Un quart-de-cercle de 2 pieds $\frac{1}{2}$ (*Fig. 149.*) ,
avec une alidade pour mesurer des angles sur le ter-
rein , & un double genou , (*Fig. 153.*) 1800

Autres
Instrumens.

- Lunette parallat. en bois avec son axe (*Fig. 176.*) 240
- Un micrometre, tel que celui que j'ai décrit (1873) 300
- Un micrometre simple de la grandeur de celui
qui est décrit (1880) , 160
- Micrometre simple plus petit pour une lunette
de 7 à 8 pieds , 150
- Lunette méridienne, ou instrument des passages
avec ses supports (1901) , 230
- Le niveau de 2 pieds avec son tube (1910) 72
- Octant de réflexion de 18 pouces de rayon ,
pour observer en Mer les hauteurs & les distances
de la lune aux étoiles (3223) 150

Télescopes.

LES TÉLÉSCOPES de M. Short à Londres, qui ont un pied de foyer, mesure d'Angleterre, ou 11 pouces $\frac{1}{4}$, mesure de France, coûtent 14 guinées, c'est-à-dire, 14 louis d'or, ou 336^l, & grossissent jusqu'à 110 fois; on verra les prix des autres grandeurs dans la Table ci-jointe avec les amplifi-

Pouces Anglois.	Guinées.	Amplification.
12	14	110
18	20	200
24	35	300
36	75	400
48	100	500
72	300	800
144	800	1200

cations. J'avertirai seulement que pour avoir ceux de 144 pouces de foyer (ou 11 pieds un quart, mesure de Paris), il faudroit les demander assez long-temps d'avance; car on n'entreprend pas des ouvrages de cette importance fans être assuré de leur destination.

Les télescopes François se comptent ordinairement, non pas sur le foyer de leur grand miroir, mais sur leur longueur totale, y compris le petit miroir & les oculaires. Nous

allons rapporter les prix de M. Passemant d'après le Catalogue qu'il en a donné au Public.

Les télescopes de 16 pouces qui équivalent à des lunettes de 10 à 12 pieds, font de 6 louis; il y en a de même longueur, dont le miroir a un plus grand diamètre, & qui ont deux équipages, ou deux ajustemens d'oculaires, le plus court pour le ciel & le plus long pour la terre; ils font de 8 louis.

Les télescopes de 32 pouces (1930), ou de 2 pieds de foyer, qui équivalent à des lunettes de 18 à 20 pieds, font ceux dont les Astronomes font le plus d'usage; ils font de 16 louis quand ils n'ont qu'un mouvement simple à frottement, & de 20 louis quand ils ont des mouvemens réglés par des vis, & des miroirs à grandes ouvertures. On peut avoir des télescopes de 32 pouces pour 10 louis, chez M. Paris, place de l'Estrapade; mais les mouvemens sont moins composés, & les ouvertures un peu moindres, ce qui n'empêche pas que ces télescopes ne soient très-bons.

Les télescopes de 5 pieds de M. Passemant qui font, suivant lui, l'effet des lunettes de 100 pieds, font de 100 louis.

On trouve dans les Transactions Philosophiques la description d'un télescope équatorial, qui est mobile par un mouvement parallatique au moyen de plusieurs cercles divisés; cet instrument seroit excellent pour observer Mercure pendant le jour, & pour faire beaucoup d'autres observations curieuses, mais il est difficile à bien exécuter, & d'un prix proportionné à cette difficulté. Dans le télescope équatorial il faut distinguer le télescope même de 18 pouces anglois de foyer qui coute 18 guinées ou louis d'or; le micrometre objectif (1946), 12 guinées; & la monture composée de 5 cercles pour lui donner le mouvement parallatique, 50 guinées, ou 80 suivant la grandeur.

On trouve en Angleterre des télescopes de 18 pouces de foyer, qui tournent sur un petit axe, avec le cercle horizontal & le vertical divisés, & l'hélioscope (1988); on les peut avoir pour 25 louis chez des Artistes de moindre réputation, mais dont les ouvrages sont peut-être moins sûrs.

xlviij PRIX DES INSTRUMENS D'ASTRON.

	Sur un télescope de M. Short de 2 pieds de foyer, on peut avoir un micrometre objectif, dont les verres ont 40 pieds de foyer, fait en verre ordinaire qui coûte	15 ^{guinées}
	Un micrometre achromatique de même foyer,	30
Toise divisée:	Un modele de la toise de l'Académie des Sciences (2105), en fer, divisé en pouces, & le premier pouce en lignes, limé, dressé, vérifié sur un des trois étalons de l'Académie des Sciences de Paris (2107), avec son étalon d'acier aussi limé & dressé, le tout dans une boîte bien doublée, en état d'être transportée dans les voyages, pour servir aux mesures astronomiques & géographiques, chez M. Canivet à Paris,	225 ¹
Pendules.	Une horloge à pendule, propre aux observations astronomiques, de la construction de M. le Paute, Horloger du Roi à Paris,	240
	Celles dont le pendule est composé de maniere à corriger la dilatation (1972)	360

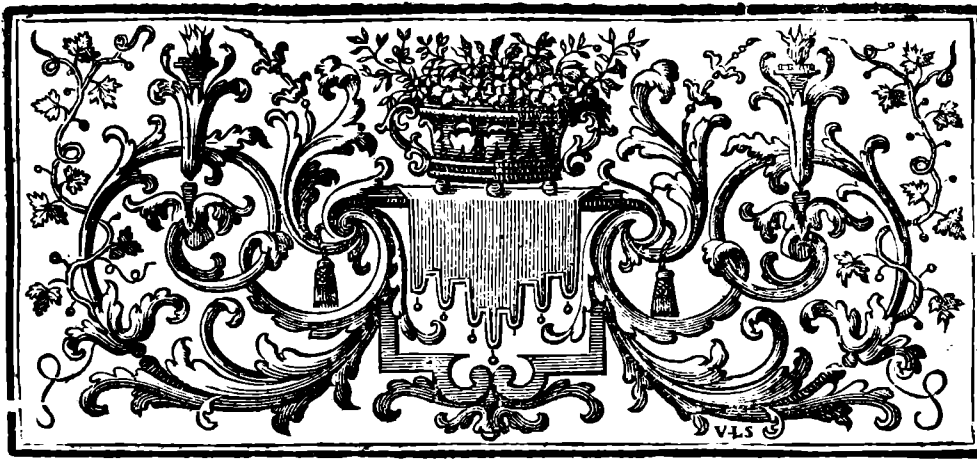
Explication des Caractères ou Figures d'Astronomie.

Les caractères qui expriment les planetes ont été expliqués à l'article 388; ceux des signes du Zodiaque, art. 390; ceux des nœuds, art. 800. J'ajouterais ici que dans la Trigonométrie, & dans les Formules où l'on trouve un point entre deux lettres, il indique la multiplication, tout ainsi que le caractère \times , dont on se sert dans d'autres Ouvrages; ainsi $\text{Sin. } A. \text{ Sin. } B$ signifie que le Sinus de A est multiplié par le Sinus de B . Dans les formules différentielles la lettre f indique la somme ou l'intégrale; dans toutes les formules algébriques, $+$ veut dire plus, $-$ veut dire moins, & $=$ signifie l'égalité.

AVERTISSEMENT AU RELIEUR.

Les Tables du Soleil & de la Lune doivent être reliées à la fin du premier Volume.

ASTRONOMIE



ASTRONOMIE.



LIVRE PREMIER.

*Principes de la Sphère **.

L'ASTRONOMIE est la Science du mouvement des Corps célestes, & de ce qui en dépend; tous les Astres en sont l'objet; l'observation & le calcul sont les moyens qu'elle emploie. Ainsi, pour considérer l'Astronomie dans ses premiers principes, nous allons examiner les phénomènes célestes, c'est-à-dire, les apparences qui se sont présentées d'elles-mêmes aux plus anciens Observateurs, & qui se présentent de même à nos yeux; nous chercherons la trace des Inventeurs, & nous procéderons comme eux.

I. Le premier de tous les phénomènes ** célestes, le plus simple de tous, le plus frappant, & le plus facile à observer, c'est le MOUVEMENT DIURNE que paroît avoir tout

Premier
phénomène

* Le terme de Sphère vient du mot grec Σφαῖρα, qui signifie *une boule*; celui d'Astronomie vient des mots ἄστρον, *Astre*, Νόμος, *loi*; c'est l'assemblage des loix ou des règles que suivent les astres.

** φαίνομαι, *appareo*.

le Ciel, & qui s'acheve dans l'espace d'environ 24 heures. Nous voyons chaque jour le Soleil se lever & se coucher ; & si nous faisons attention aux Astres qui ne paroissent que la nuit , nous les verrons de même la plupart se lever & se coucher tous les jours.

L'HORIZON *, ce vaste contour du ciel qui paroît autour de nous en forme de cercle , & qui termine la vûe de tous côtés , quand nous sommes en pleine mer ou dans un lieu élevé , divise le ciel en deux parties ; mais celle qui est au-dessus de l'horison est la seule visible ; elle paroît sous la forme d'un hémisphère ou d'une moitié de boule. Les astres ne sont visibles que quand ils parviennent dans cet *hémisphère supérieur* ; & nous disons alors qu'ils se levent.

Chaque étoile décrit un cercle.

2. En considérant d'une manière plus attentive & plus suivie ce mouvement général des astres pendant l'espace d'une nuit ou de plusieurs , on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'espace d'environ 24 heures : les étoiles qui sont plus au Nord , décrivent de plus petits cercles que les autres ; & l'on voit tous ces cercles diminuant de plus en plus , aller enfin se perdre & se confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appellerons le POLE ** du monde.

Pole.

3. Ainsi , pour se former une idée de l'Astronomie , il faut dans une belle nuit apprendre à connoître le pole du monde , c'est-à-dire , l'endroit du ciel étoilé vers lequel il se trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en est fort proche , & qu'on nomme l'ÉTOILE POLAIRE. Cette étoile étant fort près de ce pole fixe, autour duquel les autres étoiles tournent chaque jour, paroît sensiblement à la même place , à quelle heure & dans quelle saison de l'année qu'on la regarde ; mais elle est la seule dans ce cas-là ; toutes les autres étoiles décrivent des cercles autour de l'étoile polaire , qui est comme le centre du mouvement , ou le moyeu de la roue. Nous ferons voir dans

* Ορίζω , *finio* , je termine , ὄρος , *terme* , *extrémité* : l'Horison s'appelle aussi quelquefois en latin *finiens* , parce qu'il finit ou termine la vûe ; il est la fin ou la dernière extrémité de tous les objets que nous voyons.

** Πολίω , *verto* , je tourne.

le cours de cet Ouvrage , que ces mouvemens font de pures apparences , qui proviennent du mouvement de la terre ; mais nous devons nous en tenir d'abord , comme les anciens Astronomes , à reconnoître les phénomènes , sans remonter à leur cause.

4. L'ÉTOILE POLAIRE pourroit se reconnoître sans autre indication. Le Lecteur seul & isolé , qui n'auroit jamais observé le ciel , & qui auroit seulement la patience d'examiner , pendant une partie de la nuit , les différentes étoiles qui sont du côté du Nord , en remarquant leur hauteur & leur position par rapport à des clochers , à des murailles , ou autres objets remarquables , s'apercevrait bientôt qu'il y a une assez belle étoile qui conserve à très-peu près , pendant toute la nuit , une même situation , & il reconnoîtroit par-là celle que nous avons nommée *Etoile polaire*. Si cette marque ne suffisoit pas à un Observateur isolé & dépourvû de tout , pour reconnoître l'étoile polaire , il s'y prendroit de la manière suivante , en employant la *grande Ourse* , constellation qui se fait remarquer d'elle-même à tous les yeux & en tout temps , parce que dans nos climats septentrionaux elle ne se couche jamais.

5. On connoît par-tout cette constellation , composée de sept étoiles , représentées dans la figure première , & qu'on nomme à la campagne le *Charriot de David* , parce qu'elle a en effet quelque apparence de charriot ; quatre étoiles forment le train , & trois autres représentent , pour ainsi dire , le timon ; elle porte parmi les Astronomes le nom de la *grande Ourse* , on en verra la raison dans le Liv. III. (des Constellations). Si l'on tire une ligne par les deux étoiles qui sont les plus éloignées de la queue , marquées α & ϵ * dans la figure première , cette ligne prolongée du côté de l'étoile α , passera fort près de l'étoile polaire , qui est autant éloignée de l'étoile α , que celle-ci l'est de l'étoile η , qui forme l'extrémité de la queue. L'étoile polaire sera plus élevée en certains temps que la grande ourse ; en d'autres

Manière de
connoître l'Etoile
Polaire.

Fig. 1.

* Nous nous conformerons dès à présent à l'usage reçu parmi les Astronomes de désigner chaque étoile par une lettre Grecque.

4 temps elle fera plus basse : dans le premier cas, la ligne qui doit aller rencontrer l'étoile polaire, devra se prolonger au-dessus de la grande ourse ; c'est ce qui arrive lorsqu'au commencement de Novembre on regarde le Nord sur les 10^h du soir : si c'étoit au commencement de Mai à la même heure, on verroit la grande ourse au plus haut du ciel ; & ce seroit en-bas qu'il faudroit prolonger la ligne qui joint les deux étoiles précédentes du quarré de la grande ourse, pour rencontrer l'étoile polaire : d'autres fois enfin l'étoile polaire sera sur le côté ; & la ligne, dont il s'agit, s'étendra ou à droite ou à gauche de la grande ourse ; mais dans tous les cas, c'est toujours du côté de l'étoile α , ou du même côté que la convexité de la queue, que doit se trouver l'étoile polaire ; & le pole du monde en est tout proche.

Points
Cardinaux.

6. Un Observateur qui connoît dans le ciel la situation du pole du monde, distinguera naturellement les POINTS CARDINAUX ; le Nord & le Midi, l'Orient & l'Occident. Le nord ou septentrion, est le côté vers lequel on est tourné quand on regarde le pole ; le midi est le côté opposé ; c'est celui où nous paroît le soleil vers le milieu du jour ; l'orient ou l'Est, le couchant ou l'Ouest sont placés entre les deux autres points du nord & du sud, à égale distance ou à angles droits ; l'un du côté où les astres se levent, l'autre du côté où ils se couchent.

7. Le ZENIT * est aussi un des points les plus nécessaires à considérer dans le ciel ; & les Astronomes en parlent à tout moment : c'est le point qui répond directement au-dessus de notre tête, celui auquel va se diriger le fil à-plomb lorsqu'on y suspend un poids, & que l'on imagine ce fil prolongé vers le haut jusques dans la concavité du ciel.

Le zénit étant le point le plus élevé du ciel, il est toujours éloigné de 90 degrés de tous les points de l'horison : si donc un astre paroît élevé au-dessus de l'horison de 60 degrés, il sera éloigné du zénit de 30, car 60 & 30 font les 90 degrés qu'il y a depuis l'horison jusqu'au zénit ; ainsi nous pourrons dire à l'avenir, que la hauteur d'une étoile :

* C'est un terme tiré de l'Arabe.

est le complément de sa distance au zénit, parce que le complément d'un arc est ce qui lui manque pour aller à 90 degrés. Nous supposons comme une chose connue, qu'on entend par un degré la trois cent soixantième partie d'un cercle, & que par conséquent le quart d'un cercle entier est de 90 degrés.

8. Le NADIR est le point inférieur de la Sphère céleste, celui qui est directement opposé au zénit, celui vers lequel se dirige un fil à-plomb par la gravité naturelle. Le nadir & le zénit étant directement opposés l'un à l'autre, si l'on conçoit un cercle qui fasse tout le tour du ciel, en passant par le zénit & par le nadir, il y aura 180 degrés, ou un demi-cercle d'un côté, & autant de l'autre; nous appellerons *vertical* un cercle allant ainsi du zénit au nadir, de quel

Vertical.

côté qu'il soit, comme on appelle *ligne verticale* celle que marque le fil à-plomb, & dont la direction prolongée haut & bas, va marquer le zénit & le nadir.

9. Toutes les fois qu'on regarde le ciel de quelque endroit bien découvert, on conçoit naturellement que, puisque nous voyons une moitié de globe sur notre tête, il y en a la moitié que nous ne voyons pas. Cet hémisphère visible ou *supérieur*, est séparé de l'hémisphère *inférieur* par le contour de l'Horison: ainsi l'horison est un grand cer-

Horison.

cle de la Sphère qui, pour chaque lieu de la terre, sépare la partie visible du ciel de celle qui ne l'est pas. Tel est l'horison rationel ou mathématique. Nous ne parlerons pas de ce qu'on appelle quelquefois *horison sensible*, qui est un plan parallèle à l'horison rationel, & tangent à la surface de la terre: nous ne ferons aucun usage de celui-ci; & d'ailleurs il ne diffère point de l'horison rationel, dès qu'il s'agit des astres qui sont fort éloignés de nous.

10. L'horison est différent pour tous les différens points de la terre: chaque pays, chaque Observateur a donc le sien; & quand nous changeons de place, nous changeons d'horison.

L'Observateur placé en *A*, a pour horison *HO*; s'il s'a-

Fig. 24

vanceoit de 10 degrés au point *B*, son horison deviendroit

RI , & feroit avec le précédent un angle qui seroit auffi de 10 degrés.

I 1. Ayant bien remarqué du côté du nord le lieu du pole boréal du monde, élevé au-dessus de l'horifon, il est aisé de concevoir qu'il y en a un autre du côté du midi, qu'on appellera *Pole méridional* ou *Pole austral*, directement opposé au premier, & abaissé d'autant au-dessous de l'horifon. A Paris, le pole boréal est élevé de 49 degrés; le pole austral est abaissé d'autant: ces deux poles font les deux moyeux de la roue universelle: la ligne droite qui va de l'un à l'autre, s'appelle l'AXE du monde, parce que c'est en effet autour de cette ligne comme axe, que le monde entier paroît tourner chaque jour.

I 2. Lorsqu'on connoît les deux extrémités de l'axe ou de l'aissieu, il est aisé de concevoir la roue ou le cercle qui est dans le milieu; & ce sera l'EQUATEUR; il suffira d'imaginer un cercle placé dans le milieu de l'axe, & également éloigné des deux poles du monde.

Fig. 3. Soit un cercle $HPZEOPQH$, qui représente la circonférence du méridien; P le pole boréal, R le pole austral qui lui est opposé; PR l'axe du monde; la ligne EQ représentera le diametre de l'équateur, qui passe à égales distances des deux poles, dont le plan est perpendiculaire à l'axe, comme le plan d'une roue est perpendiculaire à son aissieu: ainsi l'on doit concevoir sur le diametre EQ un cercle qui soit perpendiculaire au plan de la figure, dont la moitié soit au-dessus de ce plan, & l'autre au-dessous. Ce cercle sera l'équateur. Ce fut-là véritablement le premier cercle imaginé par les anciens Astronomes, & auquel les Chaldéens & les Egyptiens rapportoient tous les astres du temps d'Hérodote. La situation de l'équateur, ainsi placé à égale distance des deux poles, fait qu'on peut dire en général & indifféremment, que la sphère tourne autour de l'équateur EQ , & qu'elle tourne autour de l'axe PR , ou autour des poles P & R de l'équateur. La figure 6. représente aussi l'équateur vû en perspective, & situé entre les poles P & R .

C'est le mouvement diurne autour de l'axe du monde

qui est exprimé dans les vers suivans de Manilius :

Aëra per gelidum tenuis deducitur axis ,
 Libratumque gerit diverso cardine mundum ;
 Sidereus medium circa quem volvitur orbis ,
 Æternosque rotat cursus immotus. . . .

Le pole boréal, ou le pole arctique, voisin de la grande & de la petite ourse, est désigné par ce vers de Lucaïn :

Axis innociduus geminâ clarissimus arctô.

Et Virgile désigne la différence des poles, dont l'un est élevé du côté du nord, l'autre abaissé au midi, en disant :

Hic vertex nobis semper sublimis, at illum
 Sub pedibus Styx atra videt manesque profundi.

13. De même qu'on a appelé *P* & *R* les poles de l'équateur, parce que l'équateur est à égale distance de l'un & de l'autre; on appelle en général POLES d'un cercle les deux points de la Sphère qui en sont les plus éloignés, ou ceux qui sont situés perpendiculairement au plan du cercle; ainsi le zénith est le pole de l'horison; il en est de même de tout autre cercle: son pole en est toujours éloigné de 90° en tout sens.

14. La ligne qui passe par les deux poles d'un cercle, s'appelle aussi en général l'AXE de ce cercle: par exemple, la ligne verticale est l'axe de l'horison, il faut bien se garder de confondre l'axe avec le diametre d'un cercle; ce sont deux choses tout-à-fait opposées: le diametre est tiré dans le plan du cercle, mais l'axe s'élève perpendiculairement hors de ce plan.

15. Le MÉRIDIEN* est un grand cercle, tel que *HPZ E O R Q H* qu'on imagine passer par le zénith, par le nadir, & par les poles: chaque point de ce cercle est également éloigné de l'horison à droite & à gauche, en sorte que tous les astres entre leur lever & leur coucher se trouveront dans le méridien, une fois au-dessus de l'horison, & une fois au-dessous; leur circulation diurne sera partagée en quatre parties égales, depuis leur lever jusqu'à leur passage au méridien, depuis le passage au méridien jusqu'au coucher, depuis le coucher jusqu'au passage inférieur, &

Du Méridien.

* Ce mot vient de *Media dies*, parce qu'il divise le jour.

depuis ce passage à la partie inférieure du méridien, jusqu'au lever du jour suivant.

I 6. Le méridien partage tout le Ciel en deux hémisphères, dont l'un est à l'orient, & l'autre à l'occident. On appelle l'un *hémisphère oriental*, & l'autre *hémisphère occidental*.

Ce cercle s'appelle *Méridien*, parce qu'il marque le milieu du jour au moment où le soleil y passe; tous les astres y passent également par leur mouvement diurne: aussi-tôt qu'ils se lèvent, nous les voyons approcher du méridien; ils y passent quand ils sont parvenus à la moitié de leur cours, ou à leur plus grande hauteur, & ils s'abaissent ensuite vers le couchant en s'éloignant du méridien.

Différence
des Méridiens.

I 7. Le méridien d'un pays situé plus à l'orient que Paris est différent du méridien de Paris; & l'Observateur qui marche vers l'orient ou vers l'occident change de méridien, de toute la quantité dont il avance vers l'orient ou l'occident; ainsi de Paris à Brest, il y a environ 7 degrés, dont Paris est plus oriental que Brest, & par conséquent le méridien de Paris diffère de 7 degrés de celui de Brest. Il n'y a qu'un moyen de changer de place sans changer de méridien; c'est d'aller directement vers le nord ou vers le sud.

I 8. Tous les méridiens des différens pays de la terre se réunissent & se coupent aux deux poles du monde, puisqu'ils sont tous menés d'un pole à l'autre: ils sont tous coupés en deux parties égales par l'équateur, puisque l'équateur est par-tout à égale distance des deux poles; ils sont tous perpendiculaires à l'équateur; car autrement l'équateur approcheroit plus des poles d'un côté que de l'autre, ce qui est contre la définition même de l'équateur. Mais quand l'Observateur placé dans un lieu fixe parle du méridien, il doit toujours entendre le méridien du lieu où il est; celui qui passe par son zénith, & que l'on conçoit comme fixe aussi bien que l'horison.

I 9. Après avoir établi dans la Sphère céleste, trois cercles principaux, l'horison, l'équateur, le méridien; l'Observateur doit rapporter à ces cercles tous les astres qu'il observe. C'est d'abord à l'horison qu'il est forcé, pour ainsi dire, de les comparer; car un astre n'est visible que quand
il s'éleve

Il s'éleve au-dessus de l'horison : le soleil ne nous donne le jour , la lune n'éclaire nos belles nuits , qu'après avoir surmonté ce cercle terminateur ; & plus un astre s'éleve au-dessus de l'horison , plus nous avons long-temps à le voir. Cette élévation d'un astre au-dessus de l'horison est donc un des phénomènes auxquels il étoit le plus naturel de s'attacher ; & l'une des premières Observations qu'on ait eu à faire , c'étoit de mesurer la HAUTEUR d'un astre sur l'horison ; voici comme on y procede.

20. Soit O , un Observateur , dont Z est le zénit , & HOR , l'horison ; puisqu'il est convenu , comme on le sçait, entre les Astronomes de tous les temps de diviser le cercle en 360 degrés , on comptera nécessairement 90 degrés depuis Z jusqu'en R ; car ZR est le quart du cercle ou de la circonférence entière ; ainsi une étoile qui paroîtroit en Z auroit 90 degrés de hauteur ; celle qui seroit en A à égale distance de l'horison R , & du zénit Z , en auroit 45, & ainsi des autres.

Observer
la hauteur.
Fig. 4.

L'Observateur O qui voudroit mesurer ces hauteurs n'auroit qu'à former un quart-de-cercle BD de bois ou de métal , le diviser en 90 parties , placer un des côtés BO verticalement , au moyen d'un fil à plomb , & dans cet état remarquer , en mettant l'œil au centre O , sur quel point C répond l'astre A ; & le nombre de degrés compris entre D & C sur son instrument , sera le même que celui des degrés AR de la Sphère céleste , qui marquent la hauteur de l'astre A au-dessus de l'horison. En effet, si l'arc DC est la huitième partie d'une circonférence entière ou la moitié de BD sur le petit instrument , l'arc céleste AR sera aussi la moitié de ZR ; ainsi l'un & l'autre seront de 45 degrés : il suffit de bien comprendre que les degrés ne sont autre chose que des parties aliquotes ou des portions de la circonférence entière , & qu'il y en a 90 dans le quart d'un très-petit cercle , comme dans le quart d'un très-grand , tout comme il y a deux moitiés & quatre quarts dans un objet quelconque , grand ou petit ; c'est sur cette considération qu'est fondée la MESURE DES ANGLES, dont nous ferons sans cesse

Ce que c'est
que Degrés.

usage, puisque toutes nos mesures dans le ciel, consisteront en degrés, ou en parties de cercles.

21. Les Astronomes disposent d'une manière plus commode le quart-de-cercle qu'ils emploient à mesurer les hauteurs : ils placent un des côtés BO , de manière qu'il soit dirigé vers l'étoile A , dont ils veulent mesurer la hauteur ; au centre O de cet instrument, est suspendu librement un fil à plomb OD , alors l'arc EG du quart-de-cercle que l'on emploie, compris entre le fil à plomb & le rayon OG , aura autant de degrés que l'arc AR , qui est la hauteur de l'astre A au-dessus de l'horison OR ; car la ligne verticale ZOD fait avec le rayon de l'étoile BOA un angle, dont la mesure est l'arc ZA d'un côté, & de l'autre l'arc BE qui lui est semblable, & a le même nombre de degrés ; c'est ce que nous appellerons *la Distance au zénit*. Or l'arc ZA est le complément de l'arc AR , comme BE est le complément de EG ; ainsi l'arc AR est semblable à l'arc GE : donc ce dernier arc exprime la hauteur de l'astre aussi bien que l'arc AR . Telle est la manière dont les Astronomes procedent dans cette observation fondamentale & qui revient sans cesse ; il ne s'agit, pour observer la hauteur d'un astre au-dessus de l'horison, que de diriger un des côtés BO du quart-de-cercle BEG vers l'astre supposé en A , & de voir combien le fil à plomb OD , suspendu librement au centre O de l'instrument, intercepte de degrés, en comptant de l'autre rayon OG de l'instrument, c'est-à-dire, l'arc GE . C'est là-dessus qu'est fondé l'usage du quart-de-cercle astronomique, dont nous ferons une description détaillée en parlant des instrumens d'Astronomie, dans le XIII^e. Livre.

Distance
au Zénit.

Mesure
des Angles.

22. La MESURE DES ANGLES, faite par le moyen d'un quart ou d'une portion quelconque de cercle, est la base de toute l'Astronomie : en effet, notre objet principal est de connoître les mouvemens & les révolutions des corps célestes ; cet objet est rempli, si je puis assigner en tout temps la situation *apparente* de tous les astres, les uns par rapport aux autres ; il suffit pour cela de sçavoir qu'à partir d'un

point donné dans le ciel, un astre est avancé d'un nombre de degrés, ou d'une portion quelconque de la circonférence, plus ou moins qu'un autre astre. Ce n'est ni en lieues, ni en toises, ou autres mesures absolues, que nous avons besoin de connoître ces mouvemens apparens, nous y parviendrons bien ensuite; mais il ne fut d'abord question parmi les anciens Astronomes, & nous ne traitons nous-mêmes dans ce I^r. Livre, que des mouvemens respectifs & apparens, qui s'expriment en degrés, minutes & secondes, ou en portions de cercles.

Nous observerons, par exemple, qu'un astre est éloigné d'un autre de la moitié du ciel, c'est-à-dire, de 180° , en sorte qu'il lui est diamétralement opposé; ce fera la plus grande de toutes nos distances apparentes; nous en verrons un troisieme qui sera à la moitié de cet intervalle, & paroîtra entre les deux autres, nous dirons qu'il est à 90° ou un quart de cercle de chacun d'eux; nous mesurerons également 30, 15, 5° de distance apparente entre d'autres astres, & toutes ces mesures se feront en présentant aux objets que l'on observe un arc de cercle, comme *CD*, dont le centre *O* soit à notre œil, & dont la partie *CD* fera semblable à la partie *AR* de la circonférence céleste, que nous voulons mesurer. Ainsi, quand nous dirons, par exemple, que la lune a un diamètre ou 30 minutes de diamètre, cela voudra dire qu'elle occupe la moitié de la trois cent soixantieme partie d'une circonférence, dont notre œil est le centre, & que si elle étoit répétée 720 fois autour de nous, elle feroit tout le tour du ciel.

23. Tandis que toute la Sphère tourne sur ses deux poles *P* & *R*, les points situés dans l'équateur *E Q*, décrivent un cercle qui est de la grandeur même de la Sphère, & dont le centre *C* est aussi le centre de la Sphère; mais les points qui sont plus près du pole, comme le point *A*, décrivent des cercles moindres; tel est le cercle *AB*, dont le centre est au point *D* de l'axe *PR*, & qui paroît ovale, parce que nous le supposons vû en perspective & de côté. Ce sont ces petits cercles qu'on appelle les *paralleles à l'équateur*, ou simplement les PARALLELES. Chaque point

Fig. 6. du ciel, placé hors de l'équateur, décrit un parallèle qui diminue de grandeur à mesure que le point est plus éloigné de l'équateur. Voyez Art. 1.

Tous ces parallèles AB sont coupés en deux parties égales par le cercle $HBP A$; car leur centre D & leur pôle P se trouvant dans le plan du méridien, ce plan les traverse par le centre, & par conséquent les coupe en deux parties égales (15); ainsi l'astre qui placé d'abord au point A dans le méridien, décrit par son mouvement diurne le parallèle AB , fera aussi long-temps à la droite qu'à la gauche du méridien qui partagera la durée de sa révolution diurne en deux parties égales.

24. Si le parallèle AB que décrit l'étoile, est tout entier au-dessus de l'horizon HO , on la verra passer deux fois le jour au méridien, d'abord en A , puis 12 heures après en B ; sa plus grande élévation au-dessus de l'horizon, sera dans son passage supérieur en A , & sa plus petite hauteur dans le passage inférieur en B . Mais si le parallèle de l'étoile se trouve n'avoir qu'une petite portion au-dessus de l'horizon, comme le parallèle MNL , dont la partie MN élevée sur l'horizon, est beaucoup moindre que la partie invisible NL , on ne verra l'étoile que pendant la plus petite partie des 24 heures.

Différence des
grands Cercles &
des petits.

25. Il y a cette différence entre les *grands cercles* de la Sphère & les *petits cercles*, que les premiers passant tous par le centre de la Sphère, la coupent en deux parties égales; au lieu que les petits cercles, tels que AB , coupent la Sphère en deux segments, dont l'un est le plus grand, comme ARB , & l'autre le plus petit, comme APB .

Une autre différence qu'on doit remarquer entre les grands cercles & les petits, c'est qu'un grand cercle coupe nécessairement tous les autres grands cercles en deux parties égales, au lieu qu'un petit cercle est souvent coupé par un grand cercle en deux parties inégales; la raison est évidente, si l'on considère que deux grands cercles ayant chacun leur centre au centre de la Sphère, l'un passe par le centre de l'autre; ils ont donc un diamètre commun, qui est la commune section de leurs deux plans: or il est de la

nature d'un diametre de couper le cercle en deux parties égales ; ainsi chaque cercle est coupé par l'autre , suivant son diametre même & en deux parties égales. Au contraire, le petit cercle étant éloigné du centre du globe , peut non-seulement être coupé en deux portions inégales , mais encore ne l'être point du tout par un grand cercle du même globe. Nous verrons , en parlant de la Sphère Armillaire , qu'on y distingue principalement six grands cercles & quatre petits ; & l'ordre des Observations nous a conduit à distinguer déjà trois grands cercles appellés l'*Horison* , l'*Equateur* & le *Méridien*. Nous avons parlé en général des petits cercles appellés *paralleles à l'équateur* , & parmi ces derniers nous distinguerons les Tropiques (52) ; mais ils sont relatifs au mouvement propre , & nous ne parlons encore que du mouvement commun.

*Trouver la hauteur du Pole par le moyen des Etoiles
Circonpolaires.*

26. LA DISPOSITION des trois grands cercles de la Sphère , l'Equateur , l'Horison & le Méridien , doit former désormais la base de toutes nos Observations & de toute notre ASTRONOMIE SPHÉRIQUE * ; c'est à eux que nous rapporterons les astres pour en déterminer la situation & les mouvemens. Ainsi la premiere chose que nous devons faire , est de connoître leur situation réciproque , de sçavoir comment l'équateur est placé par rapport à notre horison ; combien le pole est élevé du côté du nord ; combien l'équateur est élevé du côté du midi.

27. Puisque l'équateur n'est autre chose que le cercle sur lequel se fait le mouvement diurne , c'est ce mouvement qui doit déterminer l'équateur ; & puisque le mouvement se fait autour des poles , ce mouvement servira aussi à les reconnoître. Si l'étoile polaire , dont nous avons parlé (3) , étoit précisément & exactement située au pole du monde , en sorte qu'elle pût en être la marque sûre & permanente,

* On entend par *Astronomie Sphérique* , celle qui traite des mouvemens célestes par rapport aux cercles apparens de la Sphère , sans s'occuper des distances & des grandeurs réelles.

il suffiroit d'en mesurer la hauteur (20), & l'on auroit la hauteur du pole ; mais cette étoile en est à deux degrés ; on a peine à distinguer si elle a changé de place , quand on ne la regarde qu'à la vûe simple , & sans avoir devant les yeux quelque terme fixe auquel on puisse la comparer ; néanmoins avec des instrumens & une attention suivie , on reconnoît qu'elle décrit aussi bien que les autres étoiles un petit cercle autour du pole ; mais si l'étoile polaire ne marque pas immédiatement le point du ciel où est le pole , du moins le milieu du cercle qu'elle décrit chaque jour , en donnera la plus sûre indication.

Observation
de la hauteur du
Pole.

Fig. 6.

28. L'étoile A , décrivant autour du pole P un cercle AB , si cette étoile est à deux degrés du pole , l'arc AP fera de deux degrés , aussi bien que l'arc PB , & l'arc entier APB , qui marque la largeur du parallele , fera de 4° ; ainsi l'étoile étant au méridien en A , dans la partie supérieure de son parallele , aura une hauteur AH au-dessus de l'horison , plus grande de 4° que la hauteur BH de cette même étoile , 12 heures après au-dessous du pole ; la différence AB de ces deux hauteurs sera de 4° . Supposons actuellement qu'on ait observé la hauteur de l'étoile en A & sa hauteur en B , il faudra pour avoir la hauteur du pole P , partager en deux la différence des deux hauteurs ; la moitié de cette différence sera PB , on l'ajoutera avec la plus petite hauteur HB de l'étoile , & l'on aura HP qui est la hauteur du pole. Par exemple , si l'étoile polaire observée à Paris , a d'abord 47° , & ensuite 51° de hauteur , la différence étant 4° , on en prendra la moitié , c'est-à-dire , 2° , ce sera la distance de l'étoile au pole ; ces deux degrés ajoutés à 47° , qui est la plus petite hauteur de l'étoile , donneront la hauteur du pole , qui sera par conséquent de 49° .

29. La hauteur du pole & la hauteur de l'équateur font ensemble 90° , en sorte que la première étant connue , on a nécessairement la seconde. Soit P le pole , & E l'équateur , PH la hauteur du pole , EO celle de l'équateur , le demi-cercle HZO est la partie visible du ciel qui a 180° . Si l'on en retranche le quart de cercle PZE qui marque la distance du pole à l'équateur , c'est-à-dire , 90° , il en doit

rester nécessairement 90 autres ; donc les arcs HP & EO , qui restent après avoir ôté PZE , font ensemble 90° : donc la hauteur du pole HP est le COMPLÉMENT * de la hauteur de l'équateur EO .

30. De-là il suit que la hauteur de l'équateur est égale à la distance du pole au zénit, c'est-à-dire, PZ ; car ZH est de 90°, puisque du zénit à l'horison il y a nécessairement un quart de cercle ; ainsi HP est le complément de PZ : mais nous venons de voir dans l'article précédent, que HP est le complément de EO , donc PZ est égal à EO , c'est-à-dire, que la distance du pole au zénit est égale à la hauteur de l'équateur.

31. Il est évident par la même raison, que la distance ZE du zénit à l'équateur est égale à la hauteur du pole PH ; car ZH & PE sont chacun de 90° : si vous en retranchez la partie commune PZ , il restera deux arcs égaux PH & ZE .

32. L'OBSERVATION de la hauteur du pole & de la hauteur de l'équateur, ou, si l'on veut, de la hauteur méridienne du soleil en différens pays, fut la première chose qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre du soleil, le jour du solstice, que l'on détermina les différences de latitudes ; plus on avançoit vers le nord, plus ces ombres devenoient longues ; ce qui prouvoit que la hauteur du soleil au-dessus de l'horison étoit devenue plus petite, & que l'Observateur situé vers le nord, n'étoit pas sur le même plan que l'Observateur situé vers le midi, puisqu'alors ils auroient eu l'un & l'autre des ombres égales.

La Terre est ronde.

33. L'ombre de la terre dans les éclipses de lune paroît toujours ronde ; les vaisseaux vûs de loin en pleine mer, disparoissent par degrés, on les voit descendre & se perdre peu-à-peu, par la courbure de la surface des eaux. Telles sont les marques auxquelles les anciens Philosophes reconnoissent la courbure & la rondeur de la terre.

* On appelle Complément d'un arc, ce qui lui manque pour faire 90 degrés ; & Supplément, ce qui lui manque pour aller à 180 degrés.

Des Latitudes Géographiques ou Terrestres.

34. L'ÉQUATEUR & les poles que nous avons remarqués dans le ciel, se remarquent également sur la terre ; & tout de même que l'équateur céleste détermine les saisons, celui de la terre détermine la température & le degré de chaleur ou de froid, qu'on éprouve en différens pays.

On a dû remarquer d'abord les étoiles qui dans le ciel répondoient à l'équateur, c'est-à-dire, étoient précisément à égales distances des deux poles célestes : voyageant ensuite sur la terre, on a vû en allant vers le midi, que ces étoiles se rapprochoient de la verticale, & passaient au méridien plus près du zénit, à mesure qu'on se trouvoit dans des pays plus méridionaux.

35. On a compris qu'en avançant encore on parviendroit dans les endroits de la terre, où ces étoiles passent exactement par le zénit, & où les poles seroient dans l'horizon, alors on seroit évidemment sous l'équateur céleste, ou bien sur l'équateur terrestre ; car l'un correspond à l'autre, ils sont dans un seul & même plan, parce que l'équateur céleste détermine l'autre ; & qu'en voyant passer le soleil sur sa tête, quand il est à même distance des deux poles, c'est-à-dire, dans l'équateur, on pourroit dire : Je suis sous l'équateur céleste, ou bien : Je suis sur l'équateur de la terre.

Pays où passe
l'Equateur.

36. L'équateur terrestre ou la *ligne équinoxiale*, fait tout le tour de la terre, passe au milieu de l'Afrique, dans les Etats peu connus du Macoco & du Monoémugi, traverse la Mer des Indes, les Isles de Sumatra & de Borneo & la vaste étendue de la Mer Pacifique ; l'équateur passe ensuite au travers de l'Amérique Méridionale, depuis la Province de Quito au Pérou, jusqu'à l'embouchure de la riviere des Amazones. Les pays qui sont sur cette ligne, n'ont aucune *latitude*. A mesure qu'on quitte l'équateur pour avancer vers les poles, soit au septentrion, soit au midi, nous disons qu'on avance en latitude ; à un degré, ou à 25 lieues de l'équateur, nous disons qu'on a un degré de latitude. Ainsi la LATITUDE est la distance à l'équateur, mesurée ou vers le midi ou vers le nord : on appelle *Latitude Septentrionale*, la distance

Latitude
Géographique.

la distance à l'équateur , pour les pays qui sont du côté du nord , & *Latitude Méridionale* ou *Australe* , celle qui est comptée de l'autre côté de la ligne.

37. Les pays qui sont à moitié chemin de l'équateur au pôle , ont donc 45° de latitude ; telle est la ville de Bordeaux ; telles sont encore Sarlat , Aurillac , le Puy , Valence , Briançon , Turin , Casal & Plaifance , du moins à peu de chose près. On ne sçauroit avoir plus de 90° de latitude , puisqu'il n'y a que 90° entre l'équateur , d'où on les compte , & les pòles où finissent toutes les latitudes.

38. La hauteur du pòle , dont nous avons parlé (art. 2 & 28) est égale à la latitude du lieu ; car la latitude n'est autre chose que la distance d'un pays à l'équateur terrestre , ou la distance de son zénit à l'équateur céleste , c'est-à-dire , *Z E* , mais *Z E* est égal à *PH* (31) ; donc *la latitude est égale à la hauteur du pòle.* Fig. 3i

Des Longitudes Géographiques *.

39. Après avoir mesuré les distances du midi au nord sous le nom de *latitude* , il a été nécessaire de mesurer les distances dans l'autre sens , c'est-à-dire , d'occident en orient ; & on les a appellées *LONGITUDES* , parce que la longueur des pays connus étoit plus grande dans ce sens-là que du midi au nord , lorsque les premiers Géographes en ont parlé.

Pour mesurer les longitudes on conçoit plusieurs cercles perpendiculaires à l'équateur , & passant par les deux pòles de la terre , tels que *PQR* , *PSR* , qui sont les méridiens terrestres ; & tous les pays qui sont sur un même méridien , ont la même longitude. Fig. 7o

40. Le *PREMIER MÉRIDIEN* , celui d'où l'on part pour compter les longitudes , est une chose arbitraire & de pure convention , parce que le ciel ne donne aucun terme fixe pour les longitudes , au lieu que l'équateur en fournissoit un pour compter les latitudes. On a varié sur le choix d'un

* Géographie vient de $\Gamma\eta$, terre , & de $\Gamma\rho\acute{\epsilon}\phi\omega$, j'écris , parce que c'est la description de la Terre.

premier méridien, & encore actuellement la chose n'est pas bien fixe parmi les Géographes.

Ptolémée, le plus ancien & le plus célèbre des Géographes, établit avec raison le premier méridien à l'extrémité la plus reculée des pays qu'il connoissoit vers l'occident, c'est-à-dire, aux Isles Canaries : en France, on a suivi son exemple ; & suivant une Déclaration de Louis XIII. du 25 Avril 1634, notre premier méridien passe à l'extrémité de l'Isle de Fer, la plus occidentale des Isles Canaries. Le bourg de l'Isle de Fer, suivant les Observations du Pere Feuillée, est à $19^{\circ} 53' 45''$ à l'occident de Paris : mais M. de l'Isle, notre plus fameux Géographe, ayant supposé pour plus de facilité & en nombres ronds, que Paris étoit à 20° de longitude, la plupart ont suivi son exemple : ainsi l'on établit le premier méridien universel à 20° du méridien de Paris, du côté de l'Occident ; & l'on continue de compter vers l'orient jusqu'à 360° , en faisant tout le tour de la terre.

Premier
Méridien.

41. Les Astronomes François qui déterminent communément les longitudes par la comparaison des Observations faites à Paris, avec celles des différens lieux de la terre, ont une autre maniere de compter. Ils prennent, non pas en degrés mais en temps, la différence des méridiens ou la différence de longitude entre Paris & les autres pays ; quinze degrés de longitude font une heure, chaque degré fait 4 minutes de temps ; & au lieu de dire, par exemple, que Poitiers est à 18 degrés de longitude, parce que cette ville est de deux degrés plus occidentale que Paris, ils disent que la différence des méridiens est de 8 minutes occidentale.

Le Pape Alexandre VI. voulant terminer un différend qui s'étoit élevé entre les Espagnols & les Portugais, plaça le premier méridien par 36 degrés à l'occident de Lisbonne ; mais ensuite ils en réglèrent un autre, qu'on appella *Ligne de démarcation*, parce qu'elle décline & differe de celle d'Alexandre VI. Elle passoit à 370 lieues au couchant des Isles du Cap-Verd.

Les Hollandois font passer leur premier méridien par

le Pic de Ténérif, qui est une des plus hautes montagnes du monde.

Les Arabes placent leur premier méridien au détroit de Gibraltar ; & quelques Géographes Espagnols , à Toledé ; mais l'usage dont nous avons parlé (art. 40) a prévalu presque par tout.

42. Les différences des méridiens nous font juger de celles des heures que l'on compte en même temps en différens pays. Un Observateur qui s'avanceroit à 15° de Paris , du côté de l'orient , par exemple , à Vienne en Autriche , compteroit une heure de plus qu'à Paris , parce qu' allant au-devant du soleil qui tourne chaque jour de l'orient à l'occident , il le verroit une heure plutôt que nous. En continuant d'avancer ainsi vers l'orient de 15 en 15° , il gagneroit une heure à chaque fois ; & s'il faisoit le tour entier de la terre , il se trouveroit , en arrivant à Paris , avoir gagné 24 heures , & compteroit un jour de plus que nous ; il seroit au Lundi , tandis que nous serions encore au Dimanche.

43. Un autre Observateur qui s'avanceroit du côté du couchant , retarderoit de la même quantité , & revenant à Paris après le tour du monde , il ne compteroit que Samedi lorsque nous serions au Dimanche. On doit éprouver cette singularité dans la maniere de compter , toutes les fois qu'on voit arriver un vaisseau qui a fait le tour du monde , en continuant de compter les jours dans le même ordre.

44. Par la même raison , les Habitans des Isles de la Mer du Sud qui sont éloignées de 12 heures de notre méridien , doivent voir les Voyageurs qui viennent des Indes & ceux qui leur viennent de l'Amérique , compter différemment les jours de la semaine , les premiers ayant un jour de plus que les autres ; car supposant Dimanche à midi pour Paris , ceux qui sont venus des Indes , disent qu'il y a 12 heures que Dimanche est commencé ; & ceux qui sont venus de l'Amérique , disent qu'il s'en faut au contraire 12 heures.

45. C'est une des choses les plus nécessaires & en même temps les plus difficiles dans l'Astronomie , la Géographie &

Des Longitudes
en Mer.

la Navigation, que la maniere de trouver les longitudes : il s'agit de sçavoir, par exemple, combien le méridien de la Martinique est éloigné de celui de Paris, ou combien il faut faire de chemin vers l'occident pour arriver à la Martinique : la méthode que les Astronomes emploient, consiste à chercher dans le ciel un phénomène ou un signal qui puisse être aperçu au même instant de Paris & de la Martinique ; par exemple, le moment où commence une éclipse de lune : s'il est minuit à la Martinique quand l'éclipse commence, & que dans ce même moment on ait compté $4^h 13'$ du matin à Paris, nous sommes assurés qu'il y a $4^h 13'$ de temps, ou $63^\circ 15'$ en arc, du méridien de Paris au méridien de la Martinique. En effet, le soleil emploie 24 heures à faire le tour du globe, & une heure à faire 15 degrés : si les habitans de la Martinique avoient le midi plus tard que nous d'une heure, nous serions assurés par là même, qu'ils sont à 15° de nous vers l'occident ; mais ils l'ont plus tard que nous de $4^h 13'$, suivant l'Observation ; ils sont donc plus avancés de $63^\circ \frac{1}{4}$, qui répondent à $4^h 13'$, à raison de 15° pour chaque heure, & d'un degré pour 4 minutes de temps. Nous parlerons plus au long de la maniere de trouver les Longitudes en Mer, dans la suite de cet Ouvrage.

*DU MOUVEMENT ANNUEL,
ET DE L'ECLIPTIQUE.*

46. APRE'S avoir parlé du Mouvement diurne commun à tous les astres, comme du premier de tous les phénomènes célestes que les hommes ont dû observer, même sans une grande application, nous passerons au Mouvement *Périodique* ou ANNUEL, que le soleil paroît avoir, qu'on appelle aussi quelquefois *Mouvement propre*, & qui après le mouvement diurne (1) est un des phénomènes les plus frappans, puisque la différence des saisons, les chaleurs de l'été & les rigueurs de l'hyver en dépendent, aussi bien que la longueur des jours & des nuits qui varie si fort dans le cours d'une année.

47. Si l'on remarque le soir du côté de l'occident quelque étoile fixe après le coucher du soleil, & qu'on la

confidere attentivement plusieurs jours de suite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du soleil ; en sorte qu'elle disparaîtra à la fin , & fera effacée par les rayons & la lumiere du soleil , dont elle étoit assez loin quelques jours auparavant. Il sera aisé en même tems de reconnoître que c'est le soleil qui s'est rapproché de l'étoile, & que ce n'est pas l'étoile qui s'est rapprochée du soleil. En effet , voyant que toutes les étoiles se levent & se couchent tous les jours aux mêmes points de l'horifon, & sont toujours entre elles à la même distance , tandis que le soleil change continuellement les points de son lever & de son coucher & sa distance aux étoiles , on ne doutera pas que le soleil seul n'ait changé de place par rapport à l'étoile , & ne se soit rapproché d'elle : cette observation peut se faire en tout temps , mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile avec une planete : nous apprendrons bientôt la maniere de les distinguer. (118)

48. Le premier phénomène que présente le mouvement propre du soleil est donc celui-ci : *Le soleil se rapproche de jour en jour des étoiles qui sont plus orientales que lui ;* c'est-à-dire , qu'il s'avance chaque jour vers l'orient : ainsi le mouvement propre du soleil se fait d'occident en orient : tous les jours il est d'environ un degré , & au bout de 365 jours on reverra l'étoile vers le couchant , à la même heure & au même endroit où elle paroïsoit l'année précédente à pareil jour , c'est-à-dire , que le soleil sera revenu se placer au même point par rapport à l'étoile ; il aura donc fait une révolution : c'est ce que nous appellons le *Mouvement Annuel*.

49. Pour combiner le mouvement annuel avec le mouvement diurne du soleil , imaginons un grand globe , ou , si l'on veut , une grosse boule , traversée au centre ou diamétralement par un *axe* ou aïssieu , qui soit soutenu à ses extrémités dans les points *P* & *R* ; & qu'on fasse tourner ce globe , on aura une idée du mouvement diurne de la Sphère. Si l'on place une mouche en *A* , à égale distance des deux poles *P R* , elle sera obligée de tourner avec le globe , & elle décrira l'*équateur* : si l'on en place une autre

Fig. 7.

Fig. 7. en *B*, plus près d'un des poles que de l'autre, elle décrira un *parallele*, dont la circonférence est plus petite. Mais tandis que ce globe tourne dans un sens, la mouche que nous supposons en *A*, pourroit aussi marcher insensiblement dans le sens opposé; elle représenteroit alors le mouvement propre du soleil, qui s'avance peu-à-peu vers l'orient, pendant qu'il est emporté chaque jour avec tout le ciel & d'un mouvement commun vers l'occident. Ces deux mouvemens sont aussi exprimés dans ces 4 vers d'Ovide :

Adde quod assiduâ rapitur vertigine cœlum,
Sideraque alta trahit, celerique volumine torquet;
Nitor in adversum; nec me (qui cœtera) vincit
Impetus; & rapido contrarius evehor orbi. *Metam. II. 70.*

§ 0. Ce mouvement annuel, ce mouvement propre du soleil, qui se fait d'occident en orient, est donc contraire au mouvement diurne, au mouvement commun de tout le ciel, qui se fait vers l'occident, & que nous avons expliqué (art. 1.). Chaque jour, le soleil, aussi bien que les étoiles, fait une révolution autour de nous, du levant au couchant, ou d'orient en occident; mais pendant ce temps-là le soleil fait environ un degré en sens contraire, ou d'occident en orient, & répond successivement à différentes étoiles.

§ 1. La trace de ce mouvement annuel, observée avec soin, s'est trouvée être un cercle que l'on a appelé l'*ECLIP-
Ecliptique.*TIQUE *, & dont il a fallu d'abord déterminer la situation; c'est la première recherche que les anciens Astronomes aient faite, & nous allons les suivre dans cet examen.

L'écliptique, la route apparente & annuelle du soleil, est différente de l'équateur ou du cercle diurne, dont nous avons indiqué la position (12). Les premiers Caldéens qui observerent à Babylone, avoient l'équateur élevé de 57° : & si le soleil avoit fait son mouvement annuel en suivant l'équateur, il auroit paru tous les jours à midi élevé de 57° . Bien loin de-là ils appercevoient en été que le soleil s'élevoit de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au-dessus de l'équateur, & descendoit

* Du mot Grec *Εκλείπω*, *deficio*, parce que la lune est toujours dans l'écliptique, lorsqu'il y a éclipse de lune ou de soleil.

En nyver de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au-dessous; en raire que la hauteur vers ^{Solstices} le milieu du jour, ou sa hauteur méridienne (16) étoit de $80^{\circ} \frac{1}{2}$ en été, & de $33^{\circ} \frac{1}{2}$ seulement en hyver; d'où il suivoit évidemment que l'écliptique étoit un cercle différent de l'équateur de $23^{\circ} \frac{1}{2}$. Ce cercle devoit seulement traverser ou couper l'équateur en deux points diamétralement opposés; car on observoit deux fois l'année, au printems & en automne, que la hauteur du soleil à midi étoit précisément égale à la hauteur de l'équateur, c'est-à-dire, de 57° ; d'où il suivoit que dans ces deux jours-là le soleil étoit dans l'équateur même, dont 3 mois auparavant il avoit été éloigné de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ dans les jours des *solstices*.

§ 2. Ainsi l'écliptique, la trace du mouvement annuel du soleil, est un cercle de la Sphère qui coupe l'équateur en deux points, mais qui s'en éloigne ensuite de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au nord & au midi. Cela ayant été une fois reconnu, il s'agissoit de déterminer dans la voute céleste & parmi les étoiles fixes, la route ou la trace de l'écliptique, & de reconnoître les étoiles par lesquelles devoit passer le soleil à chaque jour de l'année, pour être en état de représenter ce cercle solaire sur le globe où nous avons tracé l'équateur (12).

§ 3. Pour cet effet on dut remarquer d'abord qu'il y avoit deux jours dans l'année, éloignés de six mois l'un de l'autre, où le soleil se trouvoit avoir 67° de hauteur méridienne, & par conséquent la même hauteur que l'équateur. On appella ces deux jours-là *Jours des Equinoxes*, parce que le soleil ^{Equinoxes} décrivant ces jours-là l'équateur, étoit 12 heures au-dessus de l'horison, & 12 heures au-dessous, c'est-à-dire, que le jour étoit égal à la nuit.

§ 4. Ayant remarqué, le jour de l'équinoxe du printems, quelle étoile ou quel point du ciel passoit au méridien, 12 heures après le soleil ou à minuit, à la même hauteur que lui, c'est-à-dire, à la hauteur de l'équateur, on étoit sûr d'avoir le point opposé au soleil, c'est-à-dire, l'équinoxe de l'automne, & l'endroit où devoit se trouver le soleil six mois après, en traversant l'équateur dans le point opposé.

C'est ainsi qu'on a dû reconnoître & marquer le point équinoctial d'automne, quand le soleil étoit dans celui du

printems, & celui du printems quand le soleil étoit parvenu à l'équinoxe d'automne, ou dans le point opposé; par-là on a appris à distinguer dans le ciel étoilé ces deux points essentiels dans l'Astronomie.

Ainsi tout est déterminé à l'égard de l'Ecliptique. Nous connoissons les deux points équinoctiaux où ce cercle traverse l'équateur; nous sçavons qu'il s'en éloigne ensuite de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ au-dessus & au-dessous, au nord & au midi, dans les solstices; il ne manque donc rien pour tracer dans le ciel la route annuelle ou le grand cercle de l'écliptique: nous parlerons de la division de l'écliptique en 12 signes (art. 122).

Fig. 7. § 5. Ayant formé un globe artificiel, tel que celui qui est représenté dans la figure 7, & marqué sur ce globe les étoiles dont on avoit observé les positions, après y avoir tracé l'équateur & les poles (12), on a été à même de tracer aussi l'écliptique, & de remarquer les étoiles parmi lesquelles ce cercle devoit passer; c'est ce que firent les plus anciens Astronomes, comme nous l'expliquerons encore dans le Livre II. en parlant de l'origine de l'Astronomie. (168)

Colures. On marquera aussi sur le globe deux cercles perpendiculaires à l'équateur, c'est-à-dire, passant par les poles du monde, l'un par les équinoxes, & l'autre par les solstices; on les appelle COLURES*: le premier se nomme *Colure des Equinoxes*, & le second, *Colure des Solstices* (140).

De l'obliquité de l'Ecliptique, & des Tropiques**.

Obliquité de l'Ecliptique. § 6. LA distance ou l'arc que nous avons remarqué de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ entre l'équateur & l'écliptique dans les points solsticiaux, s'appelle l'OBLIQUITÉ DE L'ECLIPTIQUE. Il a fallu pour connoître cette obliquité, observer combien le soleil en été s'élevoit au-dessus de l'équateur, & combien en hyver il s'abaissoit au-dessous (51); ou, si l'on veut, il a fallu remarquer combien le soleil étoit plus élevé à midi en été qu'il ne l'étoit à midi en hyver; & ayant trouvé 47° de

* Du mot Grec Κόλυρος, *mutulus*, *truncus*, parce que dans les Sphères ordinaires on fait des entailles sur ces cercles pour y encastrer les autres cercles.

** Du mot Grec Τρέπω, *verso*, parce que le soleil arrivé aux tropiques semble retourner sur ses pas.

différence

différence, la moitié de cette différence , ou $23^{\circ} \frac{1}{2}$, a donné la plus grande distance entre l'écliptique & l'équateur. Nous n'avons pas actuellement même d'autre méthode pour déterminer l'obliquité de l'écliptique.

§ 7. Cette obliquité de l'écliptique étoit , il y a 2000 ans, d'environ 24° ; elle n'est plus aujourd'hui que de $23^{\circ} 28' 20''$, & diminue de 45 secondes tous les 100 ans. Nous expliquerons les causes de cette diminution dans le Livre XXII. en parlant de l'Attraction , & les circonstances dont elle est accompagnée , à l'occasion de la Nutation , Livre XVII.

§ 8. Les Anciens , pour déterminer l'obliquité de l'écliptique , observoient les ombres solstiales du soleil. Soit *AB* un Gnomon* , un Style quelconque élevé verticalement , *SAE* le rayon du soleil au solstice d'hyver , *BE* l'ombre du soleil ; *OAC* le rayon du solstice d'été , & *BC* l'ombre solstiale la plus courte ; dans le triangle *ABC* , rectangle en *B* , & dont on connoît les côtés *AB*, *BC* , il est aisé de trouver par les règles de la Trigonométrie rectiligne , l'angle *ACB* ou *OCB* , qui exprime la hauteur du soleil au solstice d'été ; on en fera autant pour le triangle *ABE* , & l'on aura l'angle *E* égal à la hauteur du soleil au solstice d'hyver. C'est ainsi que Pythæas , plus de 200 ans avant J.C. trouva qu'à Marseille, dans le solstice d'été, la hauteur du Gnomon [†] étoit à la longueur de l'ombre , comme 600 est à 209; d'où l'on conclut l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ} 49'$. Nous parlerons des plus fameux Gnomons qui aient servi pour cet usage , à l'occasion des Instrumens d'Astronomie , dans le Livre XIII.

§ 9. Chacun des paralleles à l'équateur que le soleil paroît décrire de jour en jour par son mouvement diurne , est autant éloigné de l'équateur que le point de l'écliptique où se trouve le soleil ; quand le soleil est éloigné de 10° de l'équateur , ou qu'il a 10° de déclinaison , il décrit un parallele qui s'éloigne de l'équateur de 10° , & passe au zénit de tous les pays de la terre qui ont 10° de latitude. Quand il est parvenu à son plus grand éloignement *B* , qui est de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, il décrit son parallele *BC* le plus éloigné ou

Fig. 9.

[†] V. Strabon , L. II.

Gassendi, T. IV. p. 523.

Mémoire de M. de Louville sur l'obliquité de l'Ecliptique ; Mém. Acad. 1716.

Acta Erudit. Jul. 1719.

Weidler , p. 112.

Fig. 7.

* Γ. ὄμων , Règle droite , Style droit.

Tropiques. le plus petit qu'il puisse décrire, c'est celui-là qu'on appelle *Tropique*. Il y a un tropique de chaque côté de l'équateur; l'un se nomme le *Tropique du Cancer*, parce que le soleil décrit celui-ci le jour du solstice d'été, entrant dans le signe du Cancer; l'autre s'appelle le *Tropique du Capricorne*, parce qu'il est décrit au temps du solstice d'hiver où le soleil entre dans le Capricorne. Ainsi les tropiques comprennent tout l'espace dans lequel peut se trouver le soleil, & cet espace est de 47° . Les tropiques touchent l'écliptique, & se confondent avec ce cercle dans les points solsticiaux; de-là vient que le soleil, pendant quelques jours aux environs du solstice, ne paroît presque pas s'éloigner des tropiques, & reste à peu près à la même hauteur, comme s'il s'arrêtoit dans sa déclinaison, & de-là vient le nom de *Solstice*, comme si l'on disoit *Solis statio*.

Solstices.

DE LA SPHERE ARMILLAIRE, ET DU GLOBE ARTIFICIEL.

**Sphère
Armillaire.**

60. JUSQU'ICI nous n'avons entendu sous le nom de *Sphère céleste*, que la concavité apparente du ciel figurée en forme de globe; car une boule quelconque peut être appelée *Sphère*, & servir à représenter les cercles & les mouvemens dont nous avons parlé. Cependant l'usage s'est introduit d'appeller *Sphère*, ou plutôt SPHERE ARMILLAIRE, un instrument composé de plusieurs cercles évuidés & placés les uns sur les autres, comme les cercles de la sphère céleste: cette sphère armillaire est représentée dans la **Fig. 8.** figure 8. Son nom vient de celui d'*Armille* qui signifie un *Anneau* ou un *Collier*, parce qu'en effet les cercles de la Sphère en ont, pour ainsi dire, la forme. Nous parlerons de son invention (art. 68).

L'Horison est le cercle *AGB*, posé sur 4 soutiens qui sont attachés au pied de la Sphère.

Le Méridien est le cercle *AZB*, élevé verticalement sur l'horison, qui est retenu par en bas dans une entaille faite au pied de l'instrument, & par les côtés dans deux entailles faites sur l'horison au nord & au midi. Ces deux cercles sont fixes.

Les Cercles mobiles font un assemblage, ou une espece de charpente, qui tourne sur un axe PK . On en distingue quatre grands, l'Equateur (12), l'Ecliptique (51), & les deux Colures (140) qui servent à soutenir l'assemblage, en recevant les autres cercles dans des entailles, comme leur nom même semble l'indiquer (55). On y voit aussi 4 petits cercles, les deux Tropiques HM , DI (56) & les deux Cercles Polaires XR , SO .

Les Cercles polaires sont éloignés des poles du monde de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, autant que les tropiques le sont de l'équateur; ils sont inutiles dans l'Astronomie, mais ils servent aux Géographes à indiquer les pays de la terre qui sont situés dans les zones glaciales (97).

61. Le ZODIAQUE * est une bande céleste HI , qu'on ex- Le Zodiaque.
prime ordinairement dans la Sphère armillaire. Elle a 16 degrés de largeur, c'est-à-dire, 8 de chaque côté de l'écliptique; on n'en fait point mention dans l'Astronomie; elle sert seulement à indiquer l'espace dans lequel sont renfermées les planetes, qui s'éloignent de l'écliptique d'environ 8 degrés, comme nous aurons occasion de le dire en parlant des Orbites planétaires, dans le VI^e. Livre.

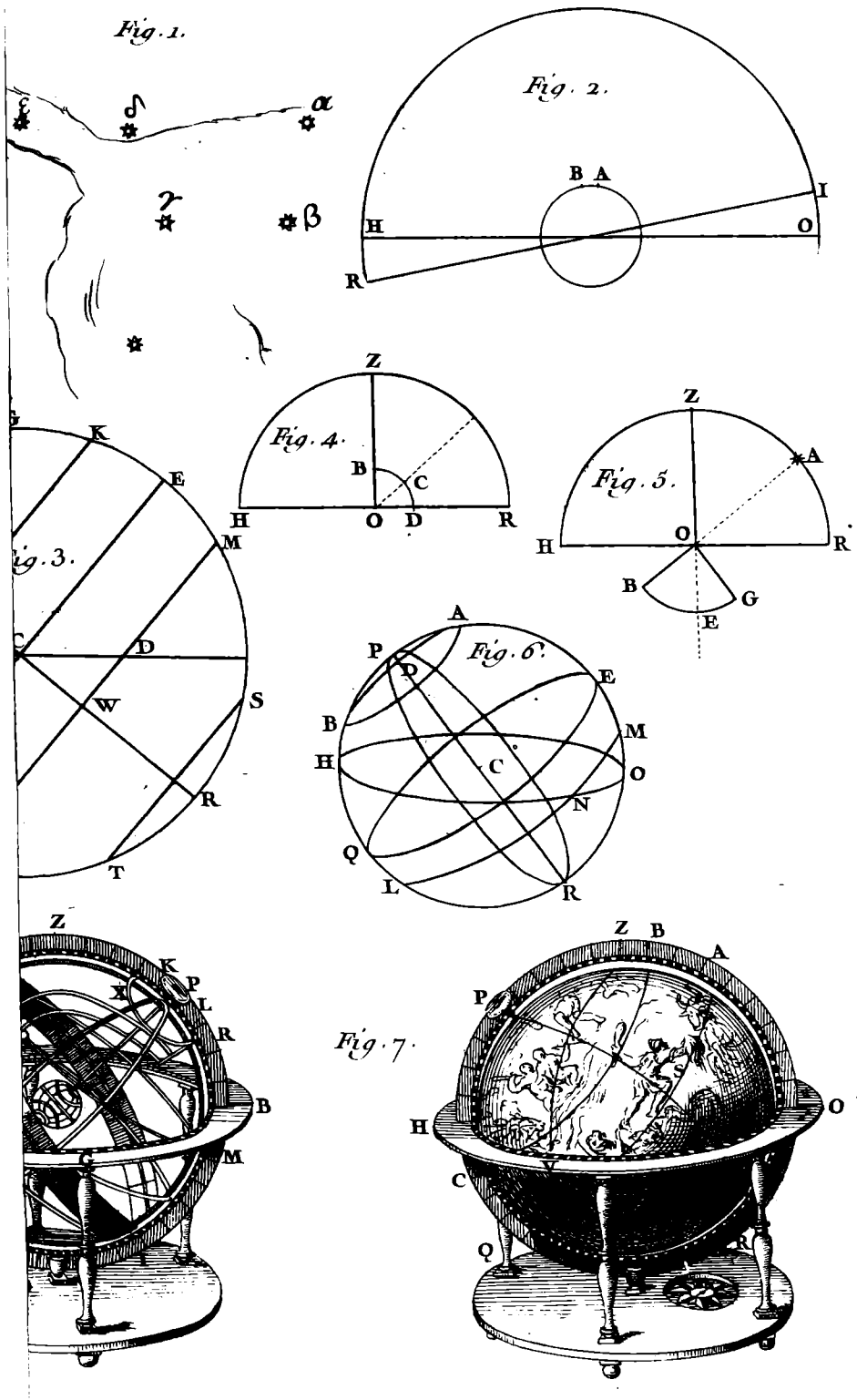
62. On place aussi sur la Sphère une Rosette KL , ou petit cercle, divisé en 24 heures, qui sert à résoudre différents problèmes d'une manière commode & sans aucun calcul. La rosette est fixée sur le méridien; elle a son centre au pôle de la Sphère; l'extrémité P de l'axe est par conséquent au centre de la rosette; elle porte une aiguille qui tourne à mesure qu'on fait tourner la Sphère, & dont nous allons indiquer quelques usages. Ce ne sont néanmoins que des exercices d'amusement, il faudroit, pour résoudre ces problèmes avec une espece de précision, avoir une Sphère très-grande & tournée avec soin, encore devoit-on préférer le calcul & les méthodes astronomiques pour ces sortes de recherches; mais en étudiant les principes de l'Astronomie, il n'est pas inutile de s'exercer sur la Sphère armillaire, pour en bien comprendre les mouvemens, &

* Ζώδιον, animal; parce que les signes ou portions du Zodiaque portent les noms de plusieurs animaux.

pouvoir les rapporter sans peine aux objets célestes. Ce que j'ai dit qu'on peut faire avec la Sphère armillaire, se fera également avec un Globe; il n'y a d'autre différence, si ce n'est que la Sphère est évuidée & percée à jour, tandis que le Globe est resserré, plein & solide, pour marquer sur sa surface les différens pays de la terre, suivant leurs longitudes & latitudes (34, 39).

Usage du
Globe Terrestre.

63. *Connoissant la latitude d'un pays de la terre, trouver à chaque jour de l'année l'heure du lever & du coucher du soleil.* Supposons que Paris est le lieu donné, dont la latitude est de 49° , & que l'on veuille sçavoir pour le 21 Juin l'heure du lever & du coucher du soleil: 1^o. il faut tourner le méridien, sans le sortir de ses entailles, de manière que le pôle soit élevé de 49° au-dessus de l'horifon, on le voit aisément par les divisions du méridien où se marquent toujours les degrés de la hauteur du pôle. 2^o. On cherche quel est le degré de l'écliptique répondant au jour donné; ces degrés sont marqués vis-à-vis des jours, tantôt sur le cercle qui sert d'horifon, tantôt sur le zodiaque même: dans le cas proposé on trouve le premier degré du Cancer. 3^o. On place dans le méridien le degré trouvé, & en même temps on met sur midi l'aiguille de la rosette, qui étant placée sur l'axe, à frottement dur, peut être mise & arrêtée où l'on veut. La raison de cette opération est, que l'on doit toujours compter midi à Paris, lorsque le degré de l'écliptique où se trouve le soleil, c'est-à-dire, le soleil lui-même, est dans le méridien. 4^o. On tournera la Sphère du côté de l'orient, jusqu'à ce que le premier degré du Cancer soit dans l'horifon; on verra alors que l'aiguille de la rosette est sur 4 heures, ce qui apprend que le soleil se leve alors à 4 heures: & si l'on tourne de même la Sphère vers le couchant, jusqu'à ce que le même degré de l'écliptique où est le soleil, arrive sur l'horifon, on verra que l'aiguille de la rosette qui a tourné avec son axe, est arrivée sur 8 heures, ce qui fera connoître que le soleil ce jour-là doit se coucher à 8 heures. La même opération fait voir que la durée du jour est de 16 heures; car l'aiguille de la rosette parcourt un espace de 16 heures, tandis que le



point de l'écliptique, sur lequel nous avons opéré, va de la partie orientale à la partie occidentale de l'horison.

64. La raison de cette pratique tient à ce que nous avons dit sur la division du jour en 24 heures; puisque le mouvement diurne se fait uniformément chaque jour autour de l'axe & des poles du monde, il est évident que l'aiguille de la rosette qui suit le même mouvement, parcourra à chaque révolution les 24 heures du cadran, & qu'elle marquera 8 heures, quand la Sphère aura fait le tiers de son tour; la Sphère étant placée dans la position qui convient au lieu & au jour donné, & ayant le même mouvement que le ciel, la rosette suit le mouvement du Globe; elle marque donc les heures du lever & du coucher du soleil.

65. *Connoissant l'heure qu'il est à Paris, trouver quelle heure il est dans les autres pays du monde, au moyen du globe.* Je suppose qu'il soit 9 heures à Paris; je commence à mettre Paris sous le méridien du globe terrestre, & en même temps l'aiguille de la rosette sur 9 heures du matin, c'est-à-dire, du côté de l'orient; pour ne pas s'y tromper, il faut avoir soin d'écrire sur la rosette orient & occident, comme il est écrit sur l'horison; je fais tourner le globe jusqu'à ce que l'autre ville dont il s'agit, par exemple, *Jérusalem*, soit sous le méridien; je regarde alors quelle heure marque l'aiguille de la rosette, & je trouve 11 heures & un quart; ce qui m'apprend qu'il est 11 heures & un quart à Jérusalem lorsqu'il est 9 heures à Paris.

Trouver l'heure qu'il est en différens pays.

Toutes les villes qui sont à l'orient de Paris, telles que celles d'Asie comptent de même plus qu'à Paris, tandis que celles qui sont situées à l'occident, telles que les villes d'Amérique comptent moins qu'à Paris; ainsi quand il est midi à Paris il n'est que 4^h 56' à Mexico, c'est-à-dire, 7^h 4' de moins qu'à Paris; mais à Pékin il est déjà 7^h 36' du soir.

66. *Trouver par le moyen du Globe ou de la Sphère armillaire quels sont les points de l'horison où le soleil se leve à chaque jour de l'année.* Ayant trouvé sur l'écliptique le lieu du soleil pour le jour donné, & la Sphère étant aussi élevée à la hauteur du pole du lieu dont il s'agit, on conduira le point de l'écliptique à l'horison, & l'on examinera combien le

Trouver le point où le soleil se leve.

point de l'horifon auquel il répond, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident : on trouveroit à Paris pour le 21 de Juin, que les points où le soleil se leve & se couche font à 38° des points cardinaux de l'est & de l'ouest, & cela du côté du nord; ceux où le soleil se leve & se couche le 21 Décembre font à 36° 29' des mêmes points cardinaux de l'est & de l'ouest, mais du côté du midi; ainsi depuis le couchant d'été jusqu'au couchant d'hyver il y a 74⁰ $\frac{1}{2}$ de distance : cette quantité est encore plus grande quand l'on avance vers le nord; mais elle diminue, au contraire, pour les pays méridionaux, enforte que sous l'équateur on ne trouve plus que 47° de différence entre les points où le soleil se leve dans les deux solstices.

Amplitude. 67. L'AMPLITUDE *ortive* n'est autre chose que l'arc de l'horifon compris entre le point où le soleil se leve & le vrai point d'orient; l'*amplitude occafe* est la distance du point d'occident à celui où se couche le soleil. Nous verrons à la fin de ce Livre d'autres usages du globe, relatifs aux étoiles fixes qu'on représente aussi sur des globes célestes (139).

68. L'invention de la Sphère armillaire, telle que je viens de la décrire est certainement aussi ancienne que celle de l'Astronomie même, dont nous parlerons dans le Livre II. On l'attribue à Atlas, à Hercule, à Anaximandre, à Musæus; mais il est plus naturel de croire qu'elle vient de l'Egypte.

La Sphère d'Archimede qui fut dans la suite si fameuse, ne se bornoit pas à représenter les cercles de la Sphère; c'étoit un *Planetaire*, ou une machine propre à représenter aussi les mouvemens même des planetes, dans un globe de verre, & que Claudien a célébré dans les vers suivans :

Jupiter in parvo cùm cerneret æthera vitro,
 Risit, & ad Superos talia dicta dedit:
 Huccine mortalis progressa potentia curæ?
 Jam meus in fragili luditur orbe labor.
 Jura poli, rerumque fidem legesque Deorum
 Ecce Syracusus transtulit arte senex;
 Inclusus variis famulatur spiritus astris,
 Et vivum certis motibus urget opus;

Percurrit proprium mentitus signifer annum,
 Et simulata novo Cinthia mense redit :
 Jamque suum volvens audax industria mundum
 Gaudet, & humanâ fidera mente regit.

De la Sphère Droite, Oblique & Parallele.

69. ON distingue trois positions différentes de la Sphère armillaire, pour représenter trois sortes de situations dans les différens pays de la terre, la Sphère *Droite*, la Sphère *Oblique*, la Sphère *Parallele*, suivant que l'équateur coupe à angles droits l'horison, ou qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui est parallèle : les apparences du mouvement diurne sont fort différentes dans ces trois positions, & nous allons en donner une idée. Il est seulement nécessaire d'avertir que deux causes contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devrait l'être par la position de la Sphère ; l'une est la *Réfraction* des rayons, l'autre est la lumière crépusculaire. Fig. 11. 12. & 13

70. Par la réfraction il arrive que les rayons du soleil se plient & se détournent en traversant l'atmosphère, de manière à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y feroient venus par la ligne droite ; cette réfraction, dont nous traiterons dans le Livre XII. est telle que quand le bord supérieur du soleil est véritablement à l'horison, en sorte qu'il ne fasse que paroître, le disque entier étant encore sous l'horison, la réfraction l'éleve assez pour qu'il soit tout entier au-dessus, c'est-à-dire, qu'alors son bord inférieur paroît toucher l'horison, & l'effet de la réfraction égale la grandeur même du diamètre solaire. Il faut environ trois minutes dans nos climats pour que le soleil s'éleve de la quantité d'un demi-degré, en sorte que la durée du jour artificiel est augmentée de six minutes par l'effet de la réfraction ; cet effet devient beaucoup plus considérable en avançant vers les zones glaciales ; & sous le pôle même on a, par le seul effet de la réfraction, 36 heures de jour plus qu'on n'auroit sans elle.

La réfraction
 augmente la durée
 du jour.

71. La seconde cause qui donne de la lumière dans les pays où la position de la Sphère ne semble indiquer que les ténèbres, c'est la lumière crépusculaire, dont nous

point de l'horifon auquel il répond, s'éloigne du point de l'orient ou de l'occident : on trouveroit à Paris pour le 21 de Juin, que les points où le soleil se leve & se couche font à 38° des points cardinaux de l'est & de l'ouest, & cela du côté du nord; ceux où le soleil se leve & se couche le 21 Décembre font à 36° 29' des mêmes points cardinaux de l'est & de l'ouest, mais du côté du midi; ainsi depuis le couchant d'été jusqu'au couchant d'hyver il y a 74° $\frac{1}{2}$ de distance : cette quantité est encore plus grande quand l'on avance vers le nord; mais elle diminue, au contraire, pour les pays méridionaux, enforte que sous l'équateur on ne trouve plus que 47° de différence entre les points où le soleil se leve dans les deux solstices.

Amplitude. 67. L'AMPLITUDE *ortive* n'est autre chose que l'arc de l'horifon compris entre le point où le soleil se leve & le vrai point d'orient; l'*amplitude occafe* est la distance du point d'occident à celui où se couche le soleil. Nous verrons à la fin de ce Livre d'autres usages du globe, relatifs aux étoiles fixes qu'on représente aussi sur des globes célestes (139).

68. L'invention de la Sphère armillaire, telle que je viens de la décrire est certainement aussi ancienne que celle de l'Astronomie même, dont nous parlerons dans le Livre II. On l'attribue à Atlas, à Hercule, à Anaximandre, à Musæus; mais il est plus naturel de croire qu'elle vient de l'Egypte.

La Sphère d'Archimede qui fut dans la suite si fameuse, ne se borroit pas à représenter les cercles de la Sphère; c'étoit un *Planetaire*, ou une machine propre à représenter aussi les mouvemens même des planetes, dans un globe de verre, & que Claudien a célébré dans les vers suivans :

Jupiter in parvo cùm cerneret æthera vitro,
 Risit, & ad Superos talia dicta dedit:
 Huccine mortalis progressa potentia curæ?
 Jam meus in fragili luditur orbe labor.
 Jura poli, rerumque fidem legesque Deorum
 Ecce Syracusius transfudit arte senex;
 Inclusus variis famulatur spiritus astris,
 Et vivum certis motibus urget opus;

Percurrit proprium mentitus signifer annum,
 Et simulata novo Cinthia mense redit :
 Jamque suum volvens audax industria mundum
 Gaudet, & humanâ sidera mente regit.

De la Sphère Droite, Oblique & Parallele.

69. ON distingue trois positions différentes de la Sphère armillaire, pour représenter trois sortes de situations dans les différens pays de la terre, la Sphère *Droite*, la Sphère *Oblique*, la Sphère *Parallele*, suivant que l'équateur coupe à angles droits l'horison, ou qu'il le coupe obliquement, ou qu'il lui est parallèle : les apparences du mouvement diurne sont fort différentes dans ces trois positions, & nous allons en donner une idée. Il est seulement nécessaire d'avertir que deux causes contribuent à rendre le jour plus long qu'il ne devrait l'être par la position de la Sphère ; l'une est la *Réfraction* des rayons, l'autre est la lumière crépusculaire. Fig. 11, 12, & 13

70. Par la réfraction il arrive que les rayons du soleil se plient & se détournent en traversant l'atmosphère, de manière à arriver vers nous plutôt qu'ils n'y feroient venus par la ligne droite ; cette réfraction, dont nous traiterons dans le Livre XII. est telle que quand le bord supérieur du soleil est véritablement à l'horison, en sorte qu'il ne fasse que paroître, le disque entier étant encore sous l'horison, la réfraction l'éleve assez pour qu'il soit tout entier au-dessus, c'est-à-dire, qu'alors son bord inférieur paroît toucher l'horison, & l'effet de la réfraction égale la grandeur même du diamètre solaire. Il faut environ trois minutes dans nos climats pour que le soleil s'éleve de la quantité d'un demi-degré, en sorte que la durée du jour artificiel est augmentée de six minutes par l'effet de la réfraction ; cet effet devient beaucoup plus considérable en avançant vers les zones glaciales ; & sous le pôle même on a, par le seul effet de la réfraction, 36 heures de jour plus qu'on n'auroit sans elle.

La réfraction
 augmente la durée
 du jour.

71. La seconde cause qui donne de la lumière dans les pays où la position de la Sphère ne semble indiquer que les ténèbres, c'est la lumière crépusculaire, dont nous

traiterons à la fin du Livre XII. Cette lumière douce & tranquille de l'aurore, qu'on voit s'augmenter peu-à-peu le matin avant le lever du soleil, & diminuer le soir dès que le soleil est couché, est produite par la dispersion des rayons dans la masse de l'air qui les réfléchit de toutes parts; le crépuscule dure toute la nuit au mois de Juin à Paris, & dans les pays qui ont plus de $48^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude; ceux qui habiteroient sous le pôle, auroient un crépuscule de trois semaines, en sorte que la durée des ténèbres pour eux est diminuée de six semaines, par l'effet des crépuscules qui ont lieu sans que le soleil y paroisse sur l'horison. Nous ferons abstraction de ces deux causes dans les articles suivans; & ce que nous avons à dire des circonstances du jour dans les trois positions de la Sphère, doit s'entendre de celui que donne le soleil quand il est véritablement sur l'horison.

Sphère Droite.

Fig. 12.

72. La SPHERE DROITE, c'est-à-dire, celle où l'équateur EV , est perpendiculaire à l'horison HO , a lieu pour ceux qui habitent sous l'équateur (35), comme à Quito dans l'Amérique méridionale: là les deux pôles sont toujours dans l'horison, tous les parallèles à l'équateur, comme PA , sont coupés par l'horison en deux parties égales; ainsi les jours sont égaux entre eux, & égaux aux nuits pendant toute l'année.

73. Le soleil passe deux fois l'année par le zénit, sçavoir, le 21 Mars & le 23 Septembre, jours auxquels le soleil décrit l'équateur, parce que l'équateur passe au zénit de ces pays-là. On peut en conclure qu'ils ont comme deux étés & deux printems, car il ne faut pas parler d'hyver dans des pays où le soleil lance des rayons presque toujours perpendiculaires: on doit cependant observer que la chaleur qui y est extrême sur les rivages & dans les fonds, se change en une agréable température, lorsqu'on s'éleve de 12 à 15 cents toises au-dessus du niveau de la mer; & que sur des montagnes de 2500 toises on éprouve, quoique dans la zone torride, un froid insupportable & une neige éternelle.

74. Dans la Sphère droite, on a le soleil du côté du
nord

nord & l'ombre du côté du midi, pendant la moitié de l'année, depuis le 21 Mars jusqu'au 23 de Septembre : on a le soleil du côté du midi & l'ombre du côté du nord, pendant les six autres mois de l'année ; & dans les deux jours d'équinoxes, l'ombre disparoît totalement à l'heure de midi.

75. Toutes les étoiles montent sur l'horifon dans l'espace de 24 heures, puisqu'en faisant leur révolution elles font 12 heures sur l'horifon, & 12 heures au-dessous ; au lieu que dans les autres positions de la Sphère il y a toujours une partie des étoiles qui ne se leve jamais.

76. Enfin, on y voit le soleil & tous les astres s'élever perpendiculairement au-dessus de l'horifon, comme Lucain le raconte, en parlant du voyage de Caton en Lybie :

Non obliqua meant, nec Tauro Scorpius exit
 Rectior, aut Aries donat sua tempora Libræ,
 Aut Astræa jubet lentos descendere Pisces,
 Par Geminis Chiron, & idem quod Carcinus ardens
 Humidus Ægoceros, nec plus Leo tollitur urnâ. *Pharf. lib. IX.*

C'est-à-dire : « Que tous les signes & toutes les portions de l'écliptique, où se trouve le soleil pendant l'année, montent perpendiculairement ; le Taureau comme le Scorpion, le Bélier aussi bien que la Balance, la Vierge comme les Poissons, le Sagittaire comme les Gémeaux, le Cancer comme l'humide Capricorne, & le Lion comme le Verseau ». Il faut cependant observer que l'application de Lucain est fautive ; car le voyage de Caton n'étoit que vers le temple de Jupiter Ammon, situé près du tropique du cancer, & non point sous l'équateur.

Clavius in Sphæram, p. 196.

77. La SPHERE OBLIQUE a lieu pour tous les pays de la terre qui ne sont situés ni sous l'équateur, ni sous les poles ; soit qu'on les prenne dans l'hémisphère boréal, c'est-à-dire, dans les latitudes boréales, ou dans l'hémisphère austral qui a le pole antarctique élevé sur l'horifon, au lieu du pole *Arctique** que nous avons dans nos climats.

Sphère Oblique.

Fig. 10. & 11.

Dans la Sphère oblique, on a l'équateur situé obliquement par rapport à l'horifon ; les paralleles à l'équateur sont

* Ce nom lui vient du voisinage de l'Ourse, Ἀρκτοεικ.

coupés inégalement par l'horifon; le jour n'est égal à la nuit que le 21 de Mars & le 23 de Septembre, jours des équinoxes, le soleil décrivant alors l'équateur qui est toujours coupé en deux parties égales par l'horifon.

78. Dans les pays septentrionaux, tels que l'Europe, on a les plus longs jours tant que le soleil est dans les six premiers signes, le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Écrevisse, le Lion & la Vierge (122), parce qu'alors sa déclinaison est septentrionale, & qu'il décrit les parallèles, comme AB , qui ont leur plus grande portion AD au-dessus de l'horifon. Dans les pays méridionaux, tels que l'Afrique & une partie de l'Amérique méridionale, les plus longs jours arrivent quand le soleil est dans les six derniers signes qui sont les signes méridionaux; parce qu'alors le soleil décrit les parallèles dont les plus grandes portions sont au-dessus de l'horifon. Car l'axe du monde PR passe par les centres K, C, N , de tous les parallèles: or la partie méridionale CR de l'axe est élevée au-dessus de l'horifon dans les pays méridionaux; donc les parallèles y ont leur centre au-dessus de l'horifon; donc les arcs diurnes de ces parallèles sont plus grands que les arcs nocturnes; donc les jours sont plus longs que les nuits, quand le soleil est dans les signes méridionaux.

79. Les arcs supérieurs, ou les arcs diurnes des parallèles sont d'autant plus grands, par rapport à leurs arcs nocturnes, qu'ils approchent davantage du pôle élevé; ainsi le parallèle dont le diamètre est IG , a sa partie diurne GY beaucoup plus grande par rapport à sa partie nocturne IY , que le parallèle KL , dont KN & NL sont les deux portions; parce que l'axe du monde RCP s'éloignant de plus en plus de l'horifon CH , le centre X du parallèle GI est plus élevé que le centre V du parallèle KL ; ainsi le premier se dégage plus de l'horifon, & sa portion YI , coupée par l'horifon, devient plus petite.

80. L'arc diurne du tropique du cancer est donc le plus grand de tous les arcs diurnes du soleil pour les pays septentrionaux, puisque le tropique du cancer est de tous les parallèles celui qui est le plus avancé vers le nord; c'est

pourquoi le jour le plus long de l'année est celui où le soleil décrit le tropique du cancer, c'est-à-dire, le jour du solstice d'été : par la même raison, la nuit la plus longue est celle du solstice d'hiver.

81. Dans la Sphère oblique on a, comme dans la Sphère droite, le jour égal à la nuit dans le temps des équinoxes, parce qu'alors le soleil décrit l'équateur, & que l'équateur est toujours coupé en deux parties égales par un horizon quelconque, suivant la propriété des grands cercles de la Sphère qui passent tous par le centre, & y sont coupés de tout sens en deux parties égales.

Jours des
Equinoxes.

82. Dans la Sphère oblique boréale, le soleil monte depuis le 21 Décembre, jour du solstice d'hiver, jusqu'au 21 Juin, jour du solstice d'été, parce qu'il se rapproche du nord tous les jours d'une petite quantité : les jours croissent & les nuits diminuent, parce que les arcs diurnes des parallèles deviennent plus considérables : on appelle *Signes ascendants* ceux que le soleil parcourt alors, c'est-à-dire, le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Bélier, le Taureau & les Gémeaux : ce nom de signes ascendants est fort usité dans l'Astronomie, parce qu'il y a beaucoup de circonstances où l'on est obligé de distinguer les signes ascendants des signes descendants.

Signes ascendants.

83. Les jours également éloignés du même solstice sont égaux ; ainsi le 20 de Mai & le 23 de Juillet le soleil se couche également à 7^h 43' à Paris, parce que la déclinaison du soleil (132) étant de 20° dans l'un comme dans l'autre ; c'est-à-dire, le soleil étant éloigné de 20° de l'équateur, il décrit le même parallèle, soit le 20 Mai en s'éloignant de l'équateur pour monter vers le tropique, soit le 23 de Juillet en se rapprochant de l'équateur après le solstice d'été.

84. Quand le soleil, au lieu d'avoir 20° de déclinaison boréale, comme dans le cas dont nous venons de parler, a 20° de déclinaison australe, ce qui arrive le 21 de Novembre & le 20 de Janvier, la longueur du jour est égale à ce qu'étoit la longueur de la nuit dans le premier cas, & la longueur de la nuit est de la même quantité que celle

du jour étoit quand le soleil décrivait le parallèle semblable au nord de l'équateur, parce qu'à 20° de part & d'autre de l'équateur, les parallèles sont égaux & également coupés par l'horifon, quoique dans un ordre renversé : car si le

Fig. 3. parallèle MDL est aussi éloigné de l'équateur ECQ vers le midi, que le parallèle KVN en est éloigné vers le nord, c'est-à-dire, si CW est égal à CV , alors la quantité DW sera égale à la quantité VN , parce que les triangles CDW & CVN seront égaux ; mais WM est égal à VL , puisque les parallèles sont à égale distance de l'équateur ; donc les parties restantes DM & NL seront égales ; c'est-à-dire, que l'arc diurne de l'un des parallèles sera égal à l'arc nocturne de l'autre, & que la nuit du 20 Mai sera égale au jour du 20 Janvier. Il en est de même de tous les autres jours du printemps & de l'été, qu'on peut comparer à des jours correspondans de l'automne & de l'hiver ; & l'on trouvera la même égalité, quand il y aura égale distance du soleil à l'équateur ; la seule différence qu'on y trouve, est celle qui provient des réfractions, & elle peut aller à quelques minutes, comme nous en avons averti (art. 70).

85. Deux pays situés à des latitudes égales, l'un au nord de l'équateur, l'autre au midi, ont des saisons toujours opposées, le printemps de l'un est l'automne pour l'autre ; l'été du premier fait l'hiver du second, parce que les arcs diurnes du côté du nord sont égaux aux arcs nocturnes du côté du midi, si l'on prend les mêmes jours : en effet, comparons la figure 10 avec la figure 11 ; dans l'une le pole septentrional P est élevé au-dessus de l'horifon ; dans l'autre c'est le pole meridional R : le parallèle GL , dans les deux figures, est au midi de l'équateur ; mais dans la figure 10 le midi est en-bas, & dans la figure 11 il est en-haut : dans la figure 10 l'arc diurne GM est plus petit que l'arc nocturne ML ; au lieu que dans la figure 11 l'arc diurne GM est le plus grand ; l'arc nocturne ML de la figure 10 est égal à l'arc diurne GM de la figure 11, c'est-à-dire, que les pays qui sont, par exemple, à 30° de latitude boréale, ont la durée du jour égale à la durée

Fig. 10. & 11.

de la nuit de ceux qui ont 30° de latitude méridionale, & que l'hiver a lieu pour l'un en même temps que l'été pour l'autre.

86. Les pays situés sous le même parallèle du même côté de l'équateur, ont la même durée du jour, la même saison, à quelle distance qu'ils soient les uns des autres; parce qu'ayant la même hauteur du pôle, l'axe du monde étant placé de la même façon sur l'horizon de chacun, tous les parallèles y sont coupés de la même manière; ainsi l'Espagne & le Japon, Naples & Pekin qui sont à la même latitude du côté du nord, sont à la même température, ont les mêmes saisons & la même durée du jour dans le même temps, quoiqu'à 2500 lieues l'un de l'autre.

87. La SPHERE PARALLELE est celle qui a lieu quand l'horizon est parallèle à l'équateur, c'est-à-dire, que l'équateur même sert d'horizon: il n'y a sur la terre que deux points où elle ait lieu, c'est-à-dire, les deux pôles; & comme ces deux points sont inhabités & inhabitables, nous dirons peu de chose sur cette partie.

Dans la Sphère parallèle, on a le pôle céleste *P* à son zénit; l'année y est composée d'un jour & d'une nuit, tous deux à-peu-près de six mois: tant que le soleil est, par exemple, dans les six signes septentrionaux, le pôle boréal est éclairé sans interruption; tous les parallèles qu'il décrit depuis l'équateur jusqu'au tropique du Cancer *TR*, sont au-dessus de l'horizon, & lui sont parallèles: ainsi chaque jour le soleil fait le tour du ciel, sans changer de hauteur, sans s'approcher, ni s'éloigner de l'horizon, du moins sensiblement. Dès que le soleil, après l'équinoxe d'automne, passe dans les signes méridionaux, il ne reparoît plus sur l'horizon; les parallèles qu'il décrit, sont en entier dans l'hémisphère inférieur & invisible, & l'on est plongé six mois dans l'obscurité: il en faut seulement excepter le crépuscule qui commence environ 50 jours avant que le soleil arrive à l'équateur & paroisse sur l'horizon, & qui ne cesse que 50 jours après la disparition totale du disque solaire.

88. Chaque jour l'ombre d'un corps paroît tourner, sans changer de longueur; sa marche est uniformément

circulaire : il suffiroit, pour y faire un cadran horifontal, de diviser un cercle en 24 parties égales ; mais le midi seroit une chose indéterminée sous la Sphère parallèle , il n'y auroit aucun point du ciel d'où l'on fût obligé de compter les heures par préférence ; & la méridienne (106) deviendrait une chose de convention.

89. Dans la Sphère parallèle, les étoiles ne se couchent jamais, elles sont toujours à la même hauteur au-dessus de l'horifon, la moitié du ciel est toujours visible, & les étoiles situées dans l'autre hémisphère ne paroissent jamais : ce n'est qu'après quelques siècles que l'on appercevrait un petit changement, par l'effet de la précession des équinoxes, dont nous parlerons dans la suite.

Des Saisons & des Climats.

Cause
de la Chaleur.

90. *PLUS la Sphère est oblique, plus la chaleur diminue, & plus les saisons deviennent inégales.* Les rayons du soleil qui produisent la chaleur & animent toute la nature, n'ont jamais plus de force que lorsqu'ils arrivent perpendiculairement à nous, parce qu'ils ont moins d'air à traverser, & qu'ils se répandent avec plus de force dans les interstices de la terre & de tous les corps qui nous environnent, pour y fomentier la chaleur. Plus on est avancé vers un des poles, & plus les rayons du soleil viennent obliquement : lorsqu'on est à 45° de latitude, & que le soleil est dans l'équateur, il ne s'élève jamais plus que de 45° , même à midi ; en général, la hauteur du soleil, le jour de l'équinoxe, est toujours le complément de la latitude, & fait avec elle 90° (29) : ainsi, plus vous augmentez la latitude d'un pays & l'obliquité de la Sphère, plus vous diminuez la hauteur du soleil dans l'équinoxe ; plus vous éloignez ses rayons de la perpendiculaire ou de la ligne de votre zénit, plus vous diminuez la chaleur. Il est vrai que le soleil en été s'élève plus haut que l'équateur, mais en hyver il s'abaisse de la même quantité ; ainsi l'inégalité n'en devient que plus grande pour les saisons, & la chaleur diminue toujours suivant que la hauteur de l'équateur devient plus petite.

91. C'est pour cela qu'au Sénégal sur la côte d'Afrique, le thermometre, divisé à la façon de M. de Réaumur, monte à plus de 38° au-dessus de la congelation* (l'eau bouillante n'allant qu'à 80°); mais à Paris, il ne monte communément qu'à 29° dans les plus grandes chaleurs: dans la Sibérie, comme à Yeniseik, il ne monte pas si haut en été, & il descend jusqu'à 70° au-dessous de la glace; tandis que le plus grand froid de 1709 à Paris, n'a pas été à 15° au-dessous du terme de la congélation. (*Mém. de l'Acad.* 1749.)

92. Parmi les causes de la chaleur ou du froid il faut compter principalement la qualité du sol & la hauteur du niveau où l'on habite. Sur les côtes d'Afrique on a plus chaud que par tout ailleurs, parce que les sables s'embranchent plus facilement que les forêts, les eaux & les montagnes, & parce qu'on y est presque au niveau de la mer: le Canada est plus froid que la France, quoiqu'à pareille latitude, parce que le pays est plus couvert de bois, moins cultivé, moins peuplé, moins desséché. Quito, quoique placée dans le milieu de la zone torride, y jouit d'un printemps perpétuel, parce qu'elle est élevée au-dessus du niveau de la mer de plus de 1400 toises: là on est délivré de la chaleur que produit une forte réflexion des rayons sur tous les objets environnans; chaleur qui est toujours plus vive que celle des rayons directs.

93. L'éloignement & la proximité du soleil influent bien moins sur la chaleur: le soleil est moins éloigné de la terre au mois de Décembre qu'au mois de Juin; la différence va à 370 fois le diametre de la terre, c'est-à-dire, à plus d'un million de lieues, & cependant cela n'empêche pas que nous n'ayons notre plus fort hyver dans le temps même où le soleil est plus près de nous, comme on le verra Liv. VI.

94. Les Climats sont les parties de la terre où la grandeur du jour est différente: on a distingué 23 climats d'heures & 6 climats de mois. Le premier climat d'heure

Des Climats.

* Il suffit, pour avoir une idée du Thermometre dont nous parlons, de savoir qu'il marque zéro lorsqu'il commence à geler; qu'à Paris il marque 29 degrés dans les plus grandes chaleurs, & 15 degrés au-dessous même de zéro dans les plus grands froids.

est l'espace compris entre le parallele ou le plus long jour d'été, à 12 heures & trois quarts, c'est-à-dire, trois quarts-d'heure de plus que sous l'équateur ; & le parallele, ou le plus long jour est de $13^{\text{h}} \frac{1}{4}$; c'est-à-dire, que le milieu du premier climat a 13^{h} de jour au solstice d'été, le milieu du second climat a $13^{\text{h}} \frac{1}{2}$ de jour, le milieu du troisieme climat a 14^{h} , comme cela arrive à Alexandrie d'Egypte ; le quatrieme climat a $14^{\text{h}} \frac{1}{2}$, & il passe à Rhodes & à Babylone ; le cinquieme a 15^{h} , & il passe à Rome ; le sixieme, $15^{\text{h}} 30'$, il passe à Venise & à Milan ; le septieme, 16^{h} , & il passe à Paris, &c.

Clavius in
Sphæram, p. 288.

95. Cette division des climats est la même que celle des Anciens ; mais ils ne comptoient que sept climats dont les milieux avoient 13^{h} , $13^{\text{h}} \frac{1}{2}$, 14^{h} , &c. de jour, jusqu'à 16 seulement, où étoit le milieu du septieme climat à $48^{\circ} 40'$ de latitude ; ils n'étoient pas fort loin leurs connoissances géographiques, & connoissoient peu de terres à de plus grandes latitudes.

Trouver dans
quel climat on
habite.

96. Lorsqu'on connoît la latitude d'une ville, on trouve l'heure du lever & du coucher du soleil, de la maniere qui a été indiquée (art. 63). Ayant déterminé par ce moyen la durée du plus long jour de l'année, ou du jour solsticial, on comptera les demi-heures depuis $12^{\text{h}} \frac{1}{4}$, celle-là comprise, & l'on aura le nombre qui exprime le climat : ainsi, ayant à Paris 16 heures & quelques minutes, c'est-à-dire, 7 demi-heures au-dessus de $12^{\text{h}} \frac{1}{4}$, nous sçaurons que Paris est dans le septieme climat : s'il y avoit 16 heures & un quart, ce seroit la fin du septieme & le commencement du huitieme climat ; s'il y avoit 16 heures $\frac{1}{4}$, il arrive vers 53° de latitude, ce seroit le commencement du neuvieme climat. On trouveroit de même les six climats de mois, c'est-à-dire, les pays où le plus long jour est d'un mois, de deux mois, de trois mois, &c. jusqu'au pole qui termine le sixieme & dernier climat de mois, parce que le jour y dure pendant six mois. Les Astronomes ne font point usage de ces dénominations de climats ; je n'en ai parlé que pour me conformer à l'usage des Anciens, & pour servir à l'intelligence de leurs Livres.

Des Zones

97. CE que nous avons dit des latitudes terrestres & des positions de la Sphère (34. 69), conduit à la division que les Géographes ont faite de la surface de la terre en cinq ZONES *, ou bandes circulaires, qui sont la Zone Torride, les deux Zones Tempérées, & les deux Zones Glaciales.

Des Zones
Terrestres.

Fig. 3.

La Zone torride *KMLLK* est celle qui s'étend à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de part & d'autre de l'équateur ; elle comprend tous les pays situés entre les deux tropiques, & dans lesquels on peut avoir le soleil au zénit.

Zone Torride.

Les Zones tempérées *ABLK* & *MLTS* s'étendent à 43° de chaque tropique ; l'une au nord du tropique du Cancer, l'autre au midi du tropique du Capricorne ; elles comprennent les pays qui n'ont jamais le soleil à leur zénit, & qui ne le perdent jamais de vue en hyver. Les pays situés à $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude boréale, n'ont l'équateur élevé que de $23^{\circ}\frac{1}{2}$; ainsi, quand le soleil au solstice d'hyver est à $23^{\circ}\frac{1}{2}$ au-dessous de l'équateur, il cesse de s'élever au-dessus de l'horison, & il ne fait que paroître dans l'horison, même au moment de midi.

Zones
Tempérées.

Au-delà de $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude, il arrive un temps où l'on ne voit point du tout le soleil, aux environs du solstice d'hyver ; c'est-là que commence la Zone glaciale, & elle s'étend jusqu'au pôle. La Zone glaciale du nord est habitée, car la Laponie & la Sibérie en font partie ; le reste n'est qu'une vaste mer qui s'étend jusqu'au pôle. (Voyez *M. de Buffon, Hist. Nat. T. I.*) La Zone glaciale du midi est absolument inconnue.

Zone Froide.

98. On appelle Cercle polaire (60), un petit cercle *AB* de la Sphère terrestre, parallèle à l'équateur, passant à $66^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude boréale, dont la circonférence comprend tout l'espace *APB* que nous venons d'appeller Zone glaciale ; il y a deux cercles polaires *AB*, *ST*, & deux Zones glaciales ; l'une vers le pôle arctique ou septentrional, l'autre vers le pôle antarctique ou pôle méridional de la terre, (60).

* *Zών, zingulum, ceinture.* On a eu tort de dire que Zone venoit de *Zών, vivo*, sur ce que les Zones sont les différentes portions de la terre, habitées par les hommes.

99. On trouve dans Virgile & dans Ovide la description exacte des cinq zones dont nous venons de parler :

Quinque tenent cœlum zonæ , quarum una corusco
Semper sole rubens & torrida semper ab igne ;
Quam circum extremæ dextrâ lævâque trahuntur
Cæreleâ glacie concretæ , atque imbribus atris ,
Has inter mediamque duæ mortalibus ægris
Munere concessæ Divûm , & via secta per ambas ;
Obliquus quâ se signorum verteret ordo. *Georg. I.*

Utque duæ dextrâ cœlum , totidemque sinistrâ
Parte secant zonæ , quinta est ardentior illis ;
Sic onus inclusum numero distinxit eodem
Cura Dei , totidemque plagæ tellure premuntur ,
Quarum quæ media est , non est habitabilis æstu :
Nix tegit alta duas : totidem inter utramque locavit
Temperiemque dedit mistâ cum frigore flammâ. *Metam. I.*

Lucain observe avec raison que dans la zone tempérée boréale on a toujours l'ombre à droite , ou au nord , en regardant le couchant ; au lieu qu'on a dans certains temps les ombres vers le midi , c'est-à-dire , à gauche en regardant le couchant , dès qu'on est dans la zone torride :

Ignotum vobis , Arabes , venistis in orbem ,
Umbras mirati nemorum non ire sinistras. *Pharf. III.*

Il nous apprend aussi qu'à *Syene* , ville d'Egypte située sous le tropique , l'ombre du soleil disparoissoit à midi le jour du solstice , & ne s'étendoit ni à droite ni à gauche , *umbras nusquam flectente Syene.*

100. Je dirai , à cette occasion , qu'il y a un passage de Lucain expliqué d'une manière défectueuse par les Commentateurs , même par Clavius (*in Sphæram* , p. 281) , & auquel on ne sçauroit véritablement donner un sens exact :

Æthiopumque solum , quod non premeretur ab ullâ
Signiferi regione poli , ni poplite lapsô ,
Ultima curvati procederet ungula Tauri :

Voici , ce me semble , sa pensée : Dans une partie de l'Éthiopie , située sous la zone tempérée , on n'a jamais le soleil au zénit , aucune partie de l'écliptique ne domine &

ne presse perpendiculairement ; mais le Taureau céleste qu'on représente presque couché, avance un de ses pieds au-delà de l'écliptique, jusqu'au zénit de cette portion de l'Ethiopie. Il n'y a aucun sens à donner à ce passage qui me paroisse plus naturel ; mais celui-là même n'est pas exact : car c'est la tête du Taureau, ou sa corne boréale, qui s'étend au-delà du tropique du Cancer du côté du nord, & non pas son pied, *ultima ungula*.

Des Antipodes.

I O I. DEUX PAYS de la terre, éloignés diamétralement l'un de l'autre, c'est-à-dire, placés aux deux extrémités d'une ligne droite qui passeroit par le centre de la terre, sont ANTIPODES l'un de l'autre : ainsi la ville de Lima au Pérou, est à-peu-près antipode de celle de Siam dans les Indes, comme cela est démontré par les latitudes & longitudes qu'on y a observées : de même Buenos-aires en Amérique, est antipode de Pekin, capitale de la Chine : Paris & tout le reste de l'Europe ont leurs antipodes dans la Mer du Sud, un peu à l'orient de la Nouvelle Zélande ; c'est une des Terres Australes que l'on connoît à peine, & où les Européens n'ont aucune habitation.

I O 2. Depuis plus de deux mille ans qu'on connoît la rondeur de la terre, les Sçavans n'ont point douté que les antipodes d'un pays habité ne fussent habités de même : ce n'a été que dans les temps d'une stupide ignorance, où toutes les lumieres des Mathématiques étoient éteintes sur la terre, qu'on a pû douter de leur existence ; cependant Riccioli soutient que Kepler a eu tort d'écrire qu'un Evêque, nommé Virgile, eût été déposé pour avoir parlé trop affirmativement des Antipodes. (*Baronius, année 744. Riccioli, Alm. 2. 490.*)

I O 3. Il y aura peut-être des personnes qui auront peine à se figurer comment les hommes peuvent habiter des pays antipodes, en sorte que leurs pieds se regardent ; il semble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en-bas, & être placés dans une situation renversée

Phénomène
de la pesanteur.

Fig. 14.

& contre l'état naturel. Mais pour rectifier ses idées là-dessus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous sommes debout sur la surface du globe, nos pieds tournés vers la terre, & la tête élevée vers le ciel; pourquoi nous retombons sans cesse à cette première situation, dès qu'un effort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps descendent vers la terre, soit qu'on l'appelle *pesanteur*, *gravité* ou *attraction*, & dont la cause nous est inconnue, se manifeste dans tous les points de notre globe: par-tout les corps graves tendent vers le centre de la terre, par un effort constant & inaltérable; par-tout on dit que ce qui tombe vers la terre descend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainsi le corps *A*, attiré vers le centre *C*, suivant la ligne *ABC*, ou le corps *E*, attiré dans un sens contraire, suivant la ligne *EDC*, tombent & descendent tous deux vers la terre, parce que leur situation naturelle est de s'approcher du centre *C*. Un habitant placé en *B*, verra tomber la pluie vers lui de *A* en *B*, & celui qui est à ses antipodes en *D*, verra venir la pluie sur la terre de *E* en *D*; ce sont, à la vérité, des directions différentes, mais elles sont également naturelles, parce que le centre *C* de la terre est le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

Difficulté sur
la Pesanteur.

104. J'ai oui des Commençans demander pourquoi; si le corps *A* descend de *A* en *B*, l'autre ne descend pas pareillement de *D* en *E* & en *F*; ils ne s'étoient pas encore accoutumés à observer que le corps *A* ne descend vers *B*, que parce qu'il est forcé de se rapprocher de la terre, au lieu que le corps *E* n'a plus rien du côté de *F* qui puisse le déterminer à se mouvoir, aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cause de mouvement; il n'a de rapport qu'avec la terre, c'est-là qu'est sa propension naturelle; & en allant de *E* vers *D*, il obéit à la même cause, il se meut de la même manière, il suit la même loi que le corps *A*, en descendant vers *B*: ainsi l'on peut dire que deux corps tombent & descendent l'un & l'autre: quoiqu'ils aillent en deux sens opposés, c'est *tomber* que de

s'approcher de la terre. Nous traiterons fort au long de cette loi générale de la pesanteur dans le Liv. XXII.

105. Il se trouve aussi des personnes qui demandent comment les étoiles sont suspendues, d'où vient que le soleil ne tombe pas sur nous, aussi bien que les corps terrestres que nous voyons, & qu'est-ce qui tient la terre à sa place : il importe de les accoutumer de bonne heure à cette idée très-physique & très-simple, que les corps ne changent point de place sans une cause motrice : les étoiles ne sont point suspendues & n'ont pas besoin de l'être, parce que rien ne les déplace ; il suffit qu'elles soient en un lieu pour y être toujours ; il ne faut du soutien qu'aux choses qui ont une disposition à tomber, & les étoiles n'ont aucune tendance vers la terre, elles en sont trop éloignées : le même raisonnement servoit aux Anciens à expliquer comment la terre conservoit son assiette & son immobilité au milieu des airs ; il est très-bien rendu dans ces vers de Manilius :

Les Astres ne
sont point sus-
pendus.

Nec verò tibi Natura admiranda videri
Pendentis terræ debet, cùm pendeat ipse
Mundus, & in nullo ponat vestigia fundo :
Quod patet ex ipso motu cursuque volantis,
Cùm suspensus eat Phœbus cursumque reflectat
Huc illuc, agiles & servet in æthere metas ;
Cùm luna & stellæ volitent per inania mundi,
Terra quoque aëreas leges imitata pependit.

Tracer une Ligne Méridienne.

106. LA définition du méridien & des parallèles (15.23) fait voir que le méridien coupe en deux parties égales & semblables tous les arcs diurnes des parallèles à l'équateur : le soleil en paroissant sur l'horison s'élève par degrés, il parvient à midi au plus haut du ciel, & redescend vers le couchant avec la même vitesse, par les mêmes degrés, & dans le même temps qu'il a employé à s'élever jusqu'au méridien : ainsi le méridien partage la durée de l'apparition du soleil en deux parties égales, & marque en même temps la plus grande hauteur du soleil.

Définition de
la Méridienne.

De-là il fuit qu'on a deux manieres de reconnoître la direction du méridien, & de ſçavoir le moment où le ſoleil y arrive, c'eſt-à-dire, l'heure de midi : la premiere conſiſte à examiner le moment où le ſoleil ceſſe de monter, & où les ombres des corps qu'il éclaire ſont les plus courtes ; alors l'ombre d'un piquet ou d'un ſtyle placé verticalement, ou celle d'un fil à-plomb, indiquera la direction du méridien, & formera ce qu'on appelle la LIGNE MÉRIDIENNE, ou la ſection des plans de l'horifon & du méridien.

Cette méthode ſeroit exacte, ſi l'on pouvoit reconnoître avec précision le moment de la plus grande hauteur ; mais aux environs de midi, & lors que la hauteur approche de ſon *maximum* ou de ſa plus grande quantité, le progrès eſt ſi lent, qu'il faudroit une extrême ſubtilité pour obtenir quelque exactitude dans cette obſervation : il faut donc recourir à un autre moyen pour tracer une méridienne.

107. La ſeconde méthode conſiſte à remarquer l'ombre du ſoleil levant, & l'ombre du ſoleil couchant ; ces deux ombres ſont auſſi éloignées du méridien l'une que l'autre ; ainſi le milieu de ces deux ombres doit donner celle du midi. Soit le cercle *SMCBA* qui représente la circonſérence de l'horifon, *S* le ſoleil levant, *C* le ſoleil couchant, *P* un ſtyle dreſſé perpendiculairement à l'horifon, *PB* l'ombre du ſtyle quand le ſoleil ſe leve, *PA* l'ombre au ſoleil couchant ; ſi l'on partage l'angle *SPC* ou l'arc *SC* en deux parties égales au point *M*, la ligne *MPD* fera la ligne méridienne, puis que le ſoleil ſe levant en *S* & ſe couchant en *C*, eſt néceſſairement à des diſtances égales du méridien qui paſſe en *M*. Cette méthode ne peut ſe pratiquer ſans un horifon extrêmement découvert, & je ne l'ai indiquée ici que pour exprimer mieux l'objet qu'on ſe propoſe, & l'idée ſur laquelle eſt fondée la méthode générale de tracer une méridienne.

108. La méthode qu'on eſt obligé d'employer, ſubſtitue aux deux points de l'horifon dont nous venons de parler, deux autres points qui ſoient auſſi élevés l'un que l'autre, l'un avant midi & l'autre après. Si au lieu de marquer l'ombre du ſoleil, lors qu'il étoit à l'horifon même en

S & en C , on la marque une demi-heure après son lever, & ensuite une demi-heure avant son coucher, on aura deux autres ombres PF , PG plus voisines du méridien & plus courtes, mais toujours à distances égales du méridien: il suffira de prendre le milieu H pour avoir la ligne méridienne PHD .

109. Ainsi, l'on peut en général décrire du centre P un arc FG , observer le moment où l'ombre du matin aura été en F , & celle du soir en G sur le même arc, (parce qu'alors on sera sûr que la hauteur du soleil a été la même dans les deux instans, & par conséquent ses distances au méridien parfaitement égales); ces deux ombres devant être à même distance du méridien, on partagera l'intervalle ou l'arc FG en deux parties égales, & l'on trouvera également le point H où doit passer la méridienne PHD .

Pour plus de précision, l'on peut décrire plusieurs cercles concentriques, dont chacun en particulier donnera un des points de la méridienne; & tous ces points pris ensemble, détermineront encore plus exactement la ligne entière que l'on cherche.

110. Enfin, on peut, au lieu du style que je suppose placé en P , se servir d'un instrument très-portatif & très-commode. C'est une plaque P d'environ trois pouces, percée d'un petit trou d'épingle, qui laisse passer un rayon solaire; elle est élevée sur un pied de 7 à 8 pouces AB , & le rayon tombe sur la plaque BD du pied, ou sur une table placée de niveau: du point C qui répond perpendiculairement au-dessous du trou de la plaque, on décrit plusieurs cercles concentriques; on marque sur chaque cercle le point lumineux du matin L , & celui du soir K : le milieu H de l'intervalle donne la méridienne.

Si la plaque P est recouverte d'un grand carton, le point lumineux n'en devient que plus sensible & plus vif, ce qui fait un des avantages de ce petit instrument: d'ailleurs, on y trouve l'avantage de pouvoir placer de niveau la table même par le moyen de l'instrument; en suspendant en P un fil à plomb où il y ait une pointe, elle devra répondre exactement au point C , si l'instrument est bien fait, &

Instrument
pour tracer les
Méridiennes.

Fig. 16.

que la table soit exactement de niveau : ainsi, l'instrument servira de vérification ; on peut aussi, lorsqu'on manque de niveau, verser de l'eau sur le plan, on appercevra aussi-tôt de quel côté il incline.

I I I. Nous verrons dans la suite de cet Ouvrage, Liv. IV, que le même principe, dont nous venons de parler, produit encore la méthode des *Hauteurs correspondantes*, employée par tous les Astronomes, pour avoir le moment du midi, avec la plus scrupuleuse exactitude.

I I 2. La ligne méridienne est le fondement d'un observatoire ; la plupart des observations supposent une excellente méridienne ; car c'est sur les hauteurs prises dans le méridien, & sur les passages au méridien que sont fondées toutes les théories astronomiques ; aussi, dit-on que les Astronomes sont tournés sans cesse vers le midi, comme les Géographes vers le nord, les Prêtres vers l'orient, & les Poètes vers le couchant.

Ad Boream terræ, sed cæli Mensor ad austrum,
Præco Dei exortum videt, occasumque Poëta.

Tracer une
Méridienne par
le moyen des
Étoiles,

I I 3. On peut tracer aussi une méridienne, par le moyen de l'étoile polaire, aussi-bien que par la méthode précédente, peut-être même avec plus d'exactitude. L'étoile polaire n'étant éloignée du pôle que d'environ 2 degrés, elle désigne toujours à peu-près le côté du nord, en quel temps qu'on l'observe ; mais si l'on choisit à peu-près le temps où elle est dans le méridien, quand on s'y tromperoit même de plusieurs minutes, on aura, par le moyen de cette étoile, la direction du méridien, avec une très-grande précision ; il suffira d'élever deux fils à plomb, le long desquels on puisse bornoyer, c'est-à-dire, viser ou s'aligner à l'étoile.

I I 4. Pour choisir le temps où l'étoile polaire est exactement dans le méridien, on peut calculer l'heure & la minute du passage, en ajoutant 45' au passage de l'équinoxe qui se trouvera rapporté dans le Livre III, pour le premier jour de chaque mois ; on trouvera, par exemple, que le 1^r de Mai l'étoile polaire passe au méridien à 10^h 12' du matin

matin & du soir ; on ne sçauroit la voir au méridien le matin , à cause du grand jour ; mais on pourra très-bien tracer une méridienne , en dirigeant les fils à plomb vers l'étoile à 10^h 12' du soir environ ; & ils marqueront sur le pavé de la chambre , la direction de la méridienne.

I I 5. Il y a une maniere commode de trouver , sans aucun calcul , le temps où l'étoile polaire passe au méridien. Il suffit d'observer le temps où elle est dans le vertical de l'étoile ^e de la grande ourse. C'est la premiere des trois étoiles de la queue , ou celle qui est la plus voisine du carré de la grande ourse ; cette étoile est opposée à l'étoile polaire , de façon qu'elles passent au méridien ensemble , l'une au-dessus du pole , l'autre au-dessous ; ainsi quand elles sont ensemble dans un même vertical , dans un même à-plomb , on est sûr qu'elles sont toutes les deux au méridien : si dans ce moment on aligne deux fils ou deux objets quelconques vers ces deux étoiles ; les deux objets ainsi alignés feront dans le méridien. Fig. 14

I I 6. On peut employer au lieu de deux fils à plomb ; trois ou quatre mèches foiblement allumées , dont deux seront placées d'avance dans un même vertical , au moyen d'un fil à-plomb : la troisieme ou la plus proche de l'œil sera mobile , & pourra s'aligner avec les autres : on peut se servir aussi d'une planche percée de deux trous , par lesquels on puisse voir les deux étoiles à la fois dans un même à-plomb , tandis qu'une autre planche plus près de l'œil , servira à s'aligner & à mettre l'œil dans le vertical des deux étoiles : un mur qui seroit bien d'à-plomb serviroit au même usage ; mais il s'en trouve rarement.

Cette opération peut se faire , sur-tout dans le crépuscule au mois de Mai & au mois de Juin avec deux fils à-plomb , de maniere à ne pas se tromper d'une minute sur le temps où ces deux étoiles passent dans le même vertical ; & une minute d'erreur , ne seroit pas quatre secondes de temps sur le moment du midi , qu'on observeroit ensuite par le moyen de cette méridienne.

I I 7. A parler exactement , ces deux étoiles passoient exactement au méridien ensemble au mois de Juillet 1751 ;

mais l'étoile ϵ de la grande ourse devance l'autre de $1' 13'' \frac{1}{2}$ tous les dix ans ; & au mois de Juin 1765 , elle passera $1' 40''$ plutôt que l'étoile polaire. Si donc on aspirait dans cette opération à une extrême exactitude , il faudroit d'abord s'assurer , par le moyen des deux fils à-plomb , du moment où les deux étoiles ont passé dans le même vertical ; attendre ensuite une minute & 40 secondes , & diriger alors les deux fils à-plomb à l'étoile polaire seule , sans égard à l'étoile ϵ qui aura déjà passé au-delà du méridien & du vertical.

DES PLANETES EN GENERAL.

118. LE premier de tous les mouvemens célestes , que les hommes apperçurent , fut le mouvement diurne (1) commun à tout le ciel ; les mouvemens propres du soleil & de la lune furent ensuite les plus faciles à remarquer ; enfin , des observations plus répétées , plus assidues , firent voir que parmi les astres qui brillent dans une belle nuit , il y en avoit six dont le mouvement propre se faisoit aussi remarquer , & on les appella PLANETES *. Ce sont *Mercur* ☿ , *Venus* ♀ , *Mars* ♂ , *Jupiter* ♃ & *Saturne* ♄ ; ces planetes sont quelquefois aussi brillantes que les étoiles , mais d'une lumière tranquille & sans aucune scintillation , tandis que les étoiles fixes répandent une lumière éclatante & vive , dont la scintillation , c'est-à-dire , le frémissement annonce que les étoiles sont des corps lumineux par eux-mêmes , des especes de soleils que l'éloignement seul nous fait paroître très-petits.

Noms
des Planetes.

119. Les planetes seront faciles à distinguer dans le ciel , lorsqu'on aura reconnu les 12 constellations du zodiaque , dont nous parlerons dans le Livre III ; car il n'y a dans ces 12 constellations , que quatre étoiles de la première grandeur , *Aldebaran* , *Regulus* , *l'Epi* & *Antares* , qui ressemblent aux planetes par leur éclat ; & lorsqu'on connoît la situation de ces quatre étoiles , on distingue bientôt une planete d'une étoile fixe , dès qu'on la voit la première aux environs de l'écliptique : voyez art. 148.

* Πλανήτης , *erraticus* , parce que ce sont des astres errans dans le ciel.

120. Les planetes parcourent le zodiaque , aussi-bien que le soleil par un mouvement propre à chacune , & décrivent des orbites fort approchantes de l'écliptique ; car Vénus qui s'en écarte le plus , n'a jamais au-delà de 8 degrés & deux tiers de latitude ou de distance à l'écliptique. Les révolutions périodiques des planetes , ou les temps qu'elles emploient à revenir au même point du ciel , sont faciles à déterminer : en observant leurs retours à une étoile , en voici les durées d'après les observations les plus récentes ; car les Anciens s'étoient trompés de beaucoup dans les durées de ces révolutions , par rapport aux étoiles fixes.

La Lune 27j. 7^h 43' 4" 45''' ; Mercure 88j. 4^h ; Vénus 224j. 18^h ; le Soleil 365j. 6^h 9' 10" ; Mars , 1 an 321j. 22^h ; Jupiter , 11 ans 313j. ; & Saturne 29 ans , 155j. Nous verrons dans le Livre IV , la maniere de les trouver exactement , par rapport aux équinoxes.

Temps
périodiques
des Planetes.

121. Suivant le *système de Ptolémée* , les 7 planetes tournoient autour de la Terre , dans l'ordre suivant : la Lune , Mercure , Vénus , le Soleil , Mars , Jupiter & Saturne ; mais il est reconnu depuis long-temps , que cet arrangement n'a point lieu dans le Ciel ; comme on le verra dans le Livre V : le Soleil est au centre du système planétaire , Mercure , Vénus , la Terre , Mars , Jupiter & Saturne tournent autour de lui ; c'est ce qu'on appelle communément système de *Copernic* , parce que ce grand Astronome a été le premier qui , dans le seizieme siecle , ait mis cette vérité dans tout son jour , comme nous le dirons dans le Livre suivant.

DE LA LONGITUDE DU SOLEIL.

122. POUR compter & mesurer les mouvemens du soleil & des autres corps célestes , il falloit nécessairement choisir dans le ciel un point d'où l'on pût partir , & auquel on pût rapporter tout. Le retour des saisons , qui étoit pour les hommes la chose la plus remarquable & la plus intéressante de toute l'Astronomie , fixa ce point de départ ; le soleil , par son cours annuel dans l'écliptique , revenoit

Longitudes
célestes.

Noms des
douze Signes.

chaque année traverser l'équateur, & redonner le printemps aux campagnes ; ce renouvellement de la nature, servit à marquer le commencement de l'année, & les Astronomes se servirent, pour commencer leurs mesures, du point où il arrivoit, c'est-à-dire, du point d'interfection de l'écliptique & de l'équateur. On appella donc LONGITUDE la distance du soleil au point équinoctial, comptée le long de l'écliptique. Quand le soleil a parcouru 30 degrés de l'écliptique, par son mouvement annuel en partant de l'équinoxe, on dit qu'il a 30 degrés ou un signe de longitude ; & ainsi de suite jusqu'à 12 signes : les 30 premiers degrés sont connus sous le nom de *Belier* γ^* , les 30 qui suivent forment le *Taureau* ϑ , après quoi viennent les *Gemeaux* II , l'*Ecrevisse* ♋ , le *Lyon* ♌ , la *Vierge* ♍ , la *Balance* ♎ , le *Scorpion* ♏ , le *Sagittaire* ♐ , le *Capricorne* ♑ , le *Verseau* ♒ , les *Poissons* ♓ , comme l'indiquent les deux vers suivans :

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Pisces.

123. Ces 12 signes, dont les noms appartiennent aux douze portions de l'écliptique, comptées depuis l'équinoxe, sont différens des *constellations* ou figures étoilées, qui portent les mêmes noms. On distingue le signe du Bélier, de la constellation du Bélier : l'un n'est autre chose que la première douzième, ou les 30 premiers degrés du cercle de l'écliptique ; l'autre est un assemblage d'étoiles qui, à la vérité, répondoit autrefois dans le ciel au même endroit que le signe du Bélier, auquel elle a donné son nom, mais qui est actuellement beaucoup plus avancée, comme nous le dirons en parlant de la précession des équinoxes, & du changement des étoiles en longitude.

124. Pour déterminer la longitude du soleil, les premiers Astronomes n'eurent pas besoin d'autre chose, que des deux solstices & des deux équinoxes : ces quatre observations partageoient l'année en quatre saisons ; on examinoit, par le moyen des ombres, la plus grande hauteur du

* L'origine des caractères qui représentent les Signes, sera expliquée dans le III^e. Livre, de même que pour les Planetes.

soleil, c'étoit le solstice d'été ; la plus petite hauteur, c'étoit le solstice d'hyver ; & la hauteur intermédiaire ou moyenne entre les deux hauteurs solsticiales, ou la hauteur de l'équateur qui indiquoit les jours des équinoxes, apprit aux premiers Observateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, c'est-à-dire, combien de fois le soleil se levoit & se couchoit avant de revenir à l'équateur.

Durée de l'Année Solaire.

I 25. LES quatre observations, dont nous venons de parler, suffisoient pour faire connoître aux anciens Observateurs, quelle étoit la longueur de l'année exprimée en jours, c'est-à-dire, combien de fois le soleil se levoit entre deux équinoxes du printemps, ou entre deux solstices ; ils pouvoient aussi reconnoître le mouvement annuel ou le mouvement propre du soleil (47), en remarquant les étoiles dont il se rapprochoit successivement dans le cours d'une année ; il ne fut pas difficile de voir, qu'il falloit 365 jours pour ramener le soleil vers les mêmes étoiles, c'est-à-dire, qu'il se couchoit & se levoit 365 fois avant que de se retrouver au même point du ciel. Il fallut bien des années, peut-être bien des siècles, pour remarquer qu'il y avoit environ 6 heures de plus, c'est-à-dire, que tous les quatre ans, à pareil jour, on voyoit le soleil un peu moins avancé vers l'étoile, à laquelle on avoit imaginé de le comparer, & cela d'un degré, ou de la valeur d'un jour : ce retard devint ensuite plus sensible ; & au bout de 60 ans on dû voir le soleil arriver à l'étoile 15 jours plus tard qu'il n'auroit dû faire, si chaque retour eût été exactement de 365 jours.

I 26. Le retour des saisons fut un moyen encore plus naturel & plus sensible de déterminer la durée des révolutions du soleil : les anciens Astronomes observoient le retour du soleil à l'équinoxe, c'est-à-dire, son passage dans l'équateur ; ils voyoient qu'en 60 ans, de 365 jours chacune, le soleil ne revenoit point précisément à l'équateur, & qu'il lui falloit environ 15 jours de plus : il s'ensuivoit

naturellement que la durée de sa période étoit ; non pas de 365 exactement, mais de 365 & 6^h.

Année Solaire.

I 27. On a observé depuis ce temps-là plus souvent & plus exactement les équinoxes ; ainsi l'on a déterminé la longueur de l'année avec plus de précision, & on l'a trouvée de 365^j 5^h 48' 45'', comme nous le dirons plus au long dans le VI^e. Livre. L'incertitude ne va pas à 3 ou 4 secondes de temps. Mais il faut bien remarquer que c'est ici la durée de l'année *tropique*, ou du retour des saisons ; car l'année *sydérale* qui ramene le soleil à une même étoile, est plus longue, étant de 365^j 6^h 9' 10''. On en donnera la raison en parlant de la précession des équinoxes, dans le IV^e. dans le VI^e. & dans le XVI^e. Livre.

DES ASCENSIONS DROITES

ET DES DÉCLINAISONS.

I 28. APRE'S AVOIR reconnu les planetes & les durées de leurs révolutions, les premiers Astronomes voulurent partager ces révolutions en différentes parties, & assigner à chaque planete une place pour chaque jour, en partant du point fixe que l'on avoit choisi, c'est-à-dire, de la section du Bélier, ou du point équinoctial (122) : mais le cercle que décrit le soleil par son mouvement annuel, ne servit d'abord qu'à mesurer la marche du soleil ; on trouva qu'il étoit plus facile de rapporter à l'équateur les mouvemens des autres planetes, & on employa véritablement l'équateur à cet usage, de la maniere suivante.

I 29. Supposons qu'on ait reconnu dans le ciel une étoile qui soit voisine de l'équinoxe ou du point où se coupent les deux cercles de l'écliptique & de l'équateur, & qu'on veuille par son moyen déterminer les positions des autres étoiles, la méthode la plus simple sera de suivre l'équateur tout autour du ciel, à mesure que les astres se succèdent par le mouvement diurne; on appelle ces intervalles *différences d'ascension droite*; la raison de cette dénomination est que dans la Sphère droite, c'est-à-dire, quand on est situé sous la ligne, on voit les astres s'élever tout droit &

Différences
d'Ascensions
droites.

non point obliquement (76) ; alors les étoiles qui sont plus avancées vers l'orient de 15° que la première étoile d'où l'on est parti, se lèvent une heure plus tard : on dit alors que leur différence d'ascension droite est de 15° ou d'une heure.

130. Dans une Sphère oblique comme la nôtre, ce n'est pas le lever des étoiles qu'il faut choisir, mais leur passage au méridien ; ce cercle étant toujours perpendiculaire à l'équateur, toutes les étoiles qui répondent perpendiculairement au même point de l'équateur passent au méridien ensemble ; & nous disons que leur ascension droite est la même, parce qu'elles se leveroient toutes en même temps si nous étions sous l'équateur.

Soit $E Q$ une portion de l'équateur, $Z M$ le méridien ; les étoiles A, B , qui passent par le méridien avec le point M de l'équateur ont leur ascension droite marquée par le point M ; & si ce point de l'équateur passe au méridien une heure plus tard que le point équinoctial, nous dirons que toutes ces étoiles ont un heure ou 15° d'ascension droite ; celles qui passeront deux heures plus tard que la première étoile du Bélier auront par rapport à elle 30° degrés de différence d'ascension droite : ainsi l'ASCENSION DROITE d'un astre est sa distance à l'équinoxe comptée sur l'équateur.

Fig. 17.

Ascension droite.

131. Si l'on connoît l'ascension droite d'une étoile ou sa distance à l'équinoxe comptée le long de l'équateur, on trouvera aisément celle de toutes les autres, en observant combien elles passent au méridien plus tard que la première ; les intervalles de temps convertis en degrés à raison de 15° par heure, donneront leurs différences d'ascension droite, qui étant ajoutées à celle de la première étoile que l'on connoît, donneront les ascensions droites de toutes les autres. Il est vrai que nous supposons ici qu'on reconnoisse dans le ciel le point équinoctial, ou qu'on connoisse bien d'avance l'ascension droite de la première étoile ; on verra plusieurs manières de la trouver très-exactement quand nous parlerons des fondemens de l'Astronomie, dans le Liv. IV.

132. Lorsqu'on voit plusieurs étoiles passer ensemble par le méridien, quoiqu'elles aient la même ascension droite, elles sont plus élevées les unes que les autres ; l'une paroît

Déclinaison.

Fig. 17. en A , l'autre en B , & leur distance à l'équateur EMQ , s'appelle DÉCLINAISON : ainsi BM est la déclinaison de l'étoile B ; AM est la déclinaison de l'étoile A . Si l'on observe l'étoile A passant dans le méridien à 51° de hauteur, & que l'on connoisse la hauteur de l'équateur de 41° (29), on en conclura naturellement que l'étoile est plus haute de 10° que l'équateur, ou qu'elle a 10° de déclinaison. Quand l'étoile est au-dessus de l'équateur, ou du côté du nord, on dit que sa déclinaison est BORÉALE ou septentrionale; mais si elle étoit au-dessous, plus basse que l'équateur, ou du côté du midi, on diroit que sa déclinaison est AUSTRALE ou méridionale.

Cercles Horaires. I 33. Par la même raison, l'on appelle CERCLES DE DÉCLINAISON, tous les cercles qui passant par les deux poles du monde sont perpendiculaires à l'équateur. Ces cercles sont des *méridiens* quand on les considère sur la surface de la terre; ce sont des CERCLES HORAIRES quand on n'examine que leur distance au méridien, parce qu'ils indiquent l'heure qu'il est: ces noms de cercles de déclinaison, de méridiens, ou de cercles horaires se prennent souvent l'un pour l'autre; mais le sens propre de ces trois dénominations est relatif à trois usages différens; la première se rapporte à l'équateur; la seconde aux longitudes géographiques & terrestres; la troisième à la distance des astres par rapport au méridien d'un Observateur.

Longitudes & Latitudes des Astres.

Longitudes des Astres. I 34. LE mouvement diurne de tous les astres, nous a fourni une méthode simple & naturelle de les rapporter à l'équateur, & de marquer leurs situations le long de ce cercle céleste: c'est ce que nous avons appelé ascensions droites, & déclinaisons; si l'on veut préférer l'écliptique (122) en rapportant chaque étoile au point de l'écliptique où elle répond perpendiculairement, comme cela se pratique depuis long-temps parmi les Astronomes, on appellera LONGITUDES ces distances ainsi mesurées le long de l'écliptique, en partant toujours du même point équinoctial.

Fig. 18. Soit γQ l'équateur, γC , l'écliptique inclinée à l'équateur de $23^\circ \frac{1}{2}$, S une étoile qui répond perpendiculairement au point

au point M de l'équateur ; si l'on tire également un arc de cercle SEB perpendiculaire sur l'écliptique , le point B marquera le point de l'écliptique où répond l'étoile S , & l'arc de l'écliptique γB fera la longitude de l'étoile ; ainsi la longitude d'un astre est l'arc ou la distance entre l'équinoxe & le point de l'écliptique auquel cet astre répond perpendiculairement.

Fig. 18.

I 35. Entre plusieurs astres qui répondent perpendiculairement au même point de l'écliptique , les uns en sont plus voisins que les autres ; ils ont différentes LATITUDES , c'est-à-dire , différentes distances à l'écliptique. Si l'étoile placée en S , est éloignée de l'écliptique γBC d'une quantité SB , mesurée perpendiculairement , on dit que sa latitude est SB ; si elle étoit placée en E , elle auroit la même longitude , mais sa latitude EB seroit moindre.

Latitudes
des Astres.

Les cercles tracés sur la surface du globe perpendiculairement à l'écliptique , tels que SB s'appellent CERCLES DE LATITUDES , parce qu'ils servent en effet à compter les latitudes : c'est ce que les Anglois appellent *secondaries of the ecliptick* , parce que ces cercles se rapportent à l'écliptique , & en sont comme des accessoires.

I 36. LES OBSERVATIONS que font les Astronomes sur la position des astres , procedent toujours par ascension droite & déclinaison : ils n'ont point d'autre maniere de déterminer les situations & les mouvemens des planetes , parce que l'équateur & le méridien sont les cercles les plus familiers , les plus constans , les plus aisés à reconnoître ; ce qui rend les mesures plus naturelles , plus faciles , & plus exactes , (128).

I 37. Cependant les Astronomes comptent ensuite les mouvemens des planetes par longitudes & latitudes , c'est-à-dire , qu'ils les rapportent ensuite à l'écliptique dans toutes leurs Tables Astronomiques ; la raison en est également naturelle , c'est dans l'écliptique que le soleil paroît se mouvoir , il est accompagné de toutes les planetes dont les orbites sont très-proches de l'écliptique : les calculs sont donc plus simples en rapportant les planetes à ce cercle dont elles sont toujours peu écartées ; leurs inégalités

paroissent moindres; on trouve plus d'uniformité, plus de facilité, plus de briéveté dans les Tables Astronomiques: c'étoit bien assez pour faire préférer les longitudes & les latitudes lorsqu'il s'agissoit de calculs, comme l'on préfère les ascensions droites & les déclinaisons lorsqu'il est question d'observer.

I 38. Ainsi dans la pratique ordinaire, on observe l'ascension droite & la déclinaison d'un astre; mais avant que de l'insérer dans les Tables générales des mouvemens célestes, on en conclut la longitude & la latitude par les règles que l'on verra dans la Trigonométrie Sphérique, Livre XXIII, & dont nous ferons l'application dans le IV^e. Liv.

DU GLOBE CÉLESTE ARTIFICIEL, ET DE SES USAGES.

I 39. UN globe destiné à représenter les constellations & les orbites planétaires, l'écliptique, l'équateur, les cercles de latitudes, les cercles de déclinaisons, le méridien & l'horison, s'appelle *globe céleste*. Celui que nous représentons ici est entouré, comme la Sphère, d'un horison *HO*, & d'un méridien *PZR*, il tourne sur un axe *PR*. On y marque les étoiles de la manière qu'on les apperçoit dans le ciel; on y trace l'équateur en examinant pendant toute la nuit les étoiles qui à leur passage au méridien ont la même hauteur que l'équateur (12).

On tire ensuite sur ce globe un autre cercle qui coupe l'équateur aux deux points équinoctiaux que l'on a remarqués parmi les étoiles (129), & qui s'en éloigne de $23^{\circ}\frac{1}{2}$ de part & d'autre; ce sera l'écliptique. Les deux points de l'écliptique les plus éloignés de l'équateur, s'appellent les *solstices* ou les *points solstitiaux*.

I 40. Si par les poles de l'équateur, on tire un grand cercle passant par les points solstitiaux, il s'appellera le *colure des solstices* (55): tous les astres placés sur le colure ont 90° ou 270° d'ascension droite. Si par les mêmes poles de l'équateur, on tire un autre cercle perpendiculaire au colure des solstices, & passant par les équinoxes, il s'appellera

colure des équinoxes, les astres placés sur le colure ont 0, ou 180° d'ascension droite.

I 41. Tous les cercles passant par les poles du monde, & coupant perpendiculairement l'équateur, s'appellent *cercles de déclinaison*, ils servent à mesurer soit les déclinaisons ou les distances à l'équateur, soit les ascensions droites; car tous les astres qui sont sur un même cercle de déclinaison ont la même ascension droite. Ainsi les colures, les méridiens, les cercles horaires sont tous aussi des cercles de déclinaison (133).

I 42. On peut remarquer aussi sur le globe l'ASCENSION OBLIQUE d'un astre; c'est la distance du point équinoctial au point de l'équateur qui se leve en même temps que l'astre. Soit *HEO* le méridien, *P* le pole du monde, *HO* l'horifon, *EC* l'équateur, *S* un astre qui se leve dans l'horifon, *B* le point de l'équateur qui marque l'ascension droite de l'astre *S*; *C* est le point de l'équateur qui marque l'ascension oblique de l'étoile, parce que c'est celui qui se leve en même temps que l'étoile; *BC* est la différence entre l'ascension droite & l'ascension oblique, que les anciens Astronomes appelloient DIFFÉRENCE ASCENSIONNELLE, mais dont actuellement on ne fait plus d'usage.

Ascensions
Obliques.

Fig. 19.

I 43. LE VERTICAL d'un astre est un grand cercle qui partant du zénit descend perpendiculairement à l'horifon, & passe par le centre de l'astre: on se sert des verticaux pour marquer les hauteurs; parce que la hauteur d'un astre au-dessus de l'horifon, n'est autre chose que l'arc du vertical compris entre l'astre & l'horifon: on s'en sert aussi pour marquer L'AZIMUTH, c'est-à-dire, l'arc de l'horifon compris entre le point du midi & le point de l'horifon auquel un astre répond perpendiculairement: ainsi *ZDE* est le vertical de l'astre dont *DE* est la hauteur, & *HE* l'azimuth.

Des Verticaux.

Fig. 19.

I 44. L'ALMICANTARAT est un petit cercle parallele à l'horifon, c'est-à-dire, dont tous les points sont à la même hauteur au-dessus de l'horifon; ainsi quand un astre a 20° de hauteur, tous les points qui sont à cette même hauteur en faisant le tour du ciel parallelement à l'horifon, forment l'almicantarat de l'astre dont il s'agit.

H ij

Fig. 7. On ajoute quelquefois aux globes célestes un quart-de-cercle de même rayon que le globe, & qui puisse s'appliquer immédiatement sur sa circonférence, depuis le zénit jusqu'à l'horison : on le voit représenté en *ZV* ; il sert à plusieurs usages, comme on le verra par les problèmes suivans.

Usages du
Globe Céleste.

I 45. *Trouver quelle est la hauteur d'un astre à un instant donné, par le moyen du globe céleste.* On remarquera sur le globe le lieu du soleil dans l'écliptique pour le jour donné, & le lieu de l'astre dont on cherche la hauteur ; on placera sous le méridien le lieu du soleil, & on mettra l'aiguille de la rosette sur le midi ; ensuite on tournera le globe jusqu'à ce que l'aiguille marque l'heure qu'il est sur la rosette ; alors approchant le vertical de l'endroit où est marqué l'astre, on verra à quel degré du vertical il répond, & l'on aura sa hauteur.

Comme la rosette des globes est ordinairement fort petite, & donneroit peu d'exactitude dans cette opération, on peut s'en passer par la méthode suivante. On convertira en degrés l'heure donnée, pour sçavoir de combien le soleil étoit éloigné du méridien ; par exemple, à 9 heures du matin il s'en faut 3 heures que le soleil ne soit dans le méridien ; ces trois heures font 45° de l'équateur. On examinera quel étoit le point de l'équateur qui se trouvoit avec le soleil dans le méridien ; on éloignera ce point-là de 45° du méridien, vers l'orient, parce que c'est le matin : le globe étant arrêté dans cette situation, on remarquera la place de l'étoile, on en approchera le cercle vertical, & l'on verra à quel degré de hauteur elle répond.

I 46. Les Astronomes eux-mêmes se servent quelquefois d'un globe céleste pour trouver la hauteur des astres à un instant donné, lorsqu'ils n'ont pas besoin d'une extrême précision ; par exemple, quand il ne s'agit que de chercher un astre en plein jour par le moyen de sa hauteur, ou de sçavoir qu'elle est le petit accourcissement que la réfraction a pû produire sur la distance observée entre deux astres : on s'en peut servir aussi avec avantage pour chercher la position des étoiles dans des temps reculés lorsqu'on trouve dans les Poètes anciens des passages qui sont difficiles à comprendre sans ce secours.

I 47. *Trouver l'heure de la culmination ou du passage d'une étoile par le méridien sur le globe.* 1°. On marquera sur le globe le lieu du soleil & celui de l'étoile : 2°. on placera le soleil dans le méridien, & l'on mettra sur midi l'aiguille de la rosette : 3°. on amenera le lieu de l'étoile sous le méridien, & l'aiguille de la rosette marquera l'heure qu'il est.

Passage
au Méridien.

On peut obtenir dans cette opération une exactitude plus grande que celle de la petite rosette, car l'on y distingue à peine une demi-heure ; tandis que sur un globe de 6 ou 8 pouces de diamètre, on peut trouver, à 4 minutes près, l'heure du passage au méridien. Pour cela, on remarquera le point de l'équateur où répond le soleil placé dans le méridien, & ensuite le point de l'équateur où répond l'étoile placée à son tour dans le méridien ; on comptera la différence ou l'intervalle de ces deux points de l'équateur, qui converti en temps, à raison de 4 minutes de temps pour chaque degré, ou d'une heure pour 15 degrés, donnera l'heure qu'il est, si c'est après-midi ; mais elle donnera ce qu'il s'en faut pour aller à midi, si c'est le matin, c'est-à-dire, si on voit que le soleil passe au méridien après l'étoile, en faisant tourner le globe d'orient en occident.

I 48. *LE LEVER & le coucher des étoiles se trouveroit sur le globe de la même manière, en conduisant d'abord le lieu du soleil sous le méridien, & ensuite le lieu de l'étoile dans l'horizon du côté de l'orient, ou du côté de l'occident, pour voir quel est le point de l'équateur qui passe alors au méridien.*

Lever
des Astres.

EXEMPLE. Le 13 Octobre 1764, on veut trouver, par le moyen du globe, à quelle heure Saturne doit passer au méridien, & à quelle heure il doit se coucher : on marquera sur le globe le lieu du soleil qui est à 20 degrés de l'équinoxe d'automne ; & conduisant le soleil sous le méridien ; on marquera le lieu de l'équateur qui y répond. On marquera encore sur le globe le lieu de Saturne, supposé connu par l'Observation ou par les Tables que l'on trouvera à la fin de cet Ouvrage ; ou enfin par le moyen du Livre de la *Connoissance des Mouvements célestes*, que l'Académie des

Sciences publie chaque année, on aura le lieu de Saturne à 50 degrés de l'équinoxe du printemps, & deux degrés & demi au sud de l'écliptique; on conduira ce point du ciel sous le méridien, & l'on marquera sur le globe le point de l'équateur qui y répond: la distance de ces deux points de l'équateur, dont l'un appartient au soleil & l'autre à la planète, se trouve de 150 degrés, qui valent 10 heures, à raison de 15 degrés par heure; & comme Saturne passe alors au méridien avant le soleil, ainsi qu'on le verra en faisant tourner le globe vers l'occident, il s'ensuit qu'il étoit deux heures du matin lorsque Saturne a passé au méridien, parce qu'il s'en falloit 10 heures que le soleil n'y fût arrivé.

Conduisant ensuite Saturne à l'horison du côté de l'orient, on marquera le point de l'équateur qui dans ce moment passe au méridien, & l'on verra qu'il est éloigné de celui où répond le soleil, d'environ 100 degrés, celui du soleil étant le plus occidental des deux; ce qui fera voir que l'heure du lever de Saturne est à 6^h 40' du soir.

Mesure du
Temps vrai.

Cette pratique est fondée sur ce que les arcs de l'équateur font la mesure la plus naturelle du temps: quand le soleil est éloigné du méridien de 15 degrés, il est une heure; & quand il est éloigné de 100 degrés, il est 6^h 40'; parce que le mouvement diurne se faisant uniformément sur l'équateur, il passe régulièrement au méridien à chaque heure, la 24^e. partie de la circonférence entière de l'équateur: aussi le TEMPS VRAI, ou l'heure vraie dans le sens précis & exact de l'Astronomie, n'est autre chose que l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle de déclinaison qui passe par le soleil, converti en temps à raison de 15 degrés par heure. On verra dans la suite que le plus souvent à la place de cet arc de l'équateur, on substitue l'angle au pôle qui en est la mesure, & qu'on appelle ANGLE HORAIRE; c'est-à-dire, qu'au lieu d'une heure on met 15 degrés, & au lieu de deux heures 30 degrés, &c.

Conversion des
degrés en temps.

149. Le mouvement diurne qui s'acheve en 24 heures, & par lequel 360 degrés de la Sphère traversent le méridien, étant subdivisé en 24 parties; chacune vaut une heure, & répond à 15 degrés; car 15° font la 24^e. partie de 360:

en continuant de subdiviser on pourra trouver de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle ; 1° vaudra $4'$ de temps, $1'$ de degré vaudra $4''$ de temps ; en général, il suffit de prendre le quadruple des minutes de degré pour en faire des secondes de temps du premier mobile.

De même, pour convertir le temps du premier mobile en degrés, on prendra d'abord 15 degrés pour chaque heure, on prendra le quart des minutes de temps, on en fera des degrés ; le quart des secondes, & l'on en fera des minutes ; le quart des tierces de temps, & l'on en fera des secondes de degrés.

Ces règles aisées à retenir & à pratiquer, se peuvent faire sans le secours des Tables ; cependant on trouvera les Tables propres à faire ces conversions du temps en parties de l'équateur, & des parties de l'équateur en temps, dans la *Connoissance des Temps* de 1760 & des années précédentes : l'opération se réduit à multiplier par 15 les temps qu'on veut réduire en parties du cercle, ou à diviser par 15 les parties de l'équateur qu'il s'agit de convertir en temps.

La conversion des degrés en heures solaires moyennes, dont nous parlerons dans le IV^e. Livre, exige d'autres considérations, & deviendroit plus embarrassante sans le secours des Tables : voici en quoi elle consiste. On a vû (50) que chaque jour le soleil, par son mouvement propre, s'avance vers l'occident : on verra dans le IV^e. Livre qu'il parcourt exactement $59' 8''$ en sens contraire du mouvement diurne ; donc dans l'espace des 24 heures solaires il y a véritablement $360^{\circ} 59' 8''$ de la sphère étoilée, qui ont traversé le méridien ; ainsi 24 heures solaires font bien 360° , lorsqu'il s'agit des angles horaires, des distances du soleil au méridien, & du temps vrai : mais lorsqu'il s'agit de tout autre astre que le soleil, par exemple, des étoiles fixes, les 24 heures solaires moyennes font $360^{\circ} 59' 8''$, chaque heure vaut $15^{\circ} 2' 28''$, comme on le trouveroit par cette proportion ; 24 heures sont à $360^{\circ} 0' 0''$, comme une heure est à $15^{\circ} 2' 28''$.

C'est-là ce qu'on appelle *convertir en degrés les heures*.

Conversion en
heures solaires
moyennes.

solaires moyennes ; au lieu que ci-devant il s'agissoit de convertir en degrés les heures du premier mobile : il fuit de la même proportion que pour 15 degrés du mouvement de la sphère & des étoiles fixes , on aura 59' 50'' de temps solaire moyen , au lieu d'une heure , & ainsi des autres ; c'est ce qu'on appelle *réduire les parties de l'équateur en heures solaires moyennes* : ainsi quand deux étoiles seront éloignées l'une de l'autre de 15 degrés en ascension droite, l'une passera plutôt que l'autre de 0^h 59' 50'' de temps , comptant sur une horloge du moyen mouvement : ceci s'entendra encore mieux après la lecture du IV^e. Livre.

Après avoir expliqué les Principes de la Sphère d'une manière suffisante pour les personnes qui n'ont besoin que des premiers élémens de cette Science , nous allons parler de l'Histoire des anciens Astronomes , pour servir à ceux qui lisent les Auteurs anciens , pour donner à ceux qui étudient l'Astronomie, une idée des progrès de cette Science , & pour rendre plus sensible ce que nous aurons à dire, dans la suite, des différentes découvertes de l'Astronomie,



LIVRE SECOND.

De l'Origine & de l'Histoire de l'Astronomie.

I 50. LE LIVRE précédent étoit absolument nécessaire pour l'intelligence de celui-ci : j'ai donc mieux aimé suivre l'ordre qui est le plus propre à instruire, que celui d'une méthode stricte où l'on placeroit l'histoire d'une Science avant l'explication de ses principes. Il faudra cependant encore supposer dans ce II^e. Livre quelques connoissances prises dans les Livres suivans ; mais il me semble que dans une première lecture de cette Partie historique l'on ne peut espérer d'en comprendre parfaitement jusqu'aux derniers détails ; il faut se contenter de prendre l'esprit de la chose, & de s'en former une idée.

En lisant les Auteurs qui ont parlé de l'origine de l'Astronomie, on trouve une discordance & une obscurité, dont on ne pourroit se tirer, si l'on ne distinguoit exactement les différentes parties de l'Astronomie & les degrés de connoissances dont on prétend parler ; c'est ce que personne, ce me semble, n'a fait avec une certaine exactitude. Je distinguerai donc la Mythologie qui remonte, comme le Déluge, à 2400 ans avant l'Ere Chr. les observations Caldéennes qui ne vont guères qu'à 800 ans avant J. C. & les recherches de détail qui ne commencerent que 400 ans avant l'Ere Chrétienne.

ORIGINE FABULEUSE

DE L'ASTRONOMIE.

I 51. L'ORIGINE mythologique de l'Astronomie se perd dans l'obscurité des temps ; mais on voit assez qu'elle ne comprenoit autre chose que la connoissance du mouvement diurne, celle de la révolution apparente du soleil,

avec la situation & les noms des étoiles & des constellations les plus remarquables.

Les Caldéens y ajoutèrent des observations plus exactes des mois lunaires & des éclipses de lune , avec une légère connoissance des planetes ; mais ce ne fut enfin que 400 ans avant J. C. qu'on songea en Egypte à observer les inégalités de la lune & des autres planetes , & à constater la durée de leurs révolutions & la situation de leurs orbites.

Pline le Naturaliste (*Liv. II. chap. 9.*) se plaint vivement de la négligence des Anciens à écrire l'histoire de l'Astronomie : C'est une ingratitude , dit-il , & une dépravation de l'esprit ; on aime à remplir ses annales de guerres & de carnage, pour faire connoître les crimes des humains, tandis qu'on leur laisse ignorer la structure de l'univers , & les bienfaits de ceux qui les ont éclairés.

I 52. Joseph raconte dans ses Antiquités Judaïques , que les descendans de Seth , pour conserver la mémoire des observations célestes qu'ils avoient faites avant le Déluge , graverent les principales sur deux colonnes, l'une de pierre, l'autre de brique ; celle de pierre résista aux eaux du Déluge , & de son temps même on en voyoit encore des vestiges dans la Syrie.

Uranus.

I 53. Diodore de Sicile (*Liv. III. ch. 5.*) dit qu'Uranus passoit pour être le premier qui avoit rassemblé & instruit les hommes , auparavant dispersés dans les forêts : il observoit les astres avec soin , prédisoit aux hommes ce qui devoit arriver dans le ciel ; il distingua les années par le mouvement du soleil , & les mois par le mouvement de la lune. Le vulgaire ne sçachant point qu'il y avoit dans le ciel un ordre immuable & constant , fut étonné des prédictions d'Uranus : on le regarda comme inspiré des Dieux. Les bienfaits qu'il avoit rendus aux hommes , la connoissance qu'il avoit eue des mouvemens célestes , lui firent décerner après sa mort les honneurs divins , & lui firent donner le nom de *Ciel* ou *Uranus*.

Atlas
2400 ans avant
J. C.

I 54. Parmi les fils d'Uranus , les principaux furent *Atlas* & *Saturne* qui partagerent l'empire. Atlas eut la partie située vers l'océan ; il donna son nom aux peuples

qui y habitoient, & à l'une des plus hautes montagnes qu'il y eût de ce côté-là. Il paroît qu'il fut le premier qui inventa la Sphère, & l'enseigna parmi les hommes ; de-là vint cette fable si connue d'Atlas soutenant tout le ciel. Il eut plusieurs enfans, mais un sur-tout recommandable par sa piété & sa justice, qui s'appelloit *Hesper*. Celui-ci étant monté au sommet du mont Atlas pour y observer les astres, fut enlevé, dit-on, par les vents, & ne parut plus sur la terre : le peuple touché de ce malheur, lui décerna les honneurs divins, & donna le nom d'*Hesper* au plus brillant de tous les astres ; c'est Vénus qui les surpasse véritablement en éclat, & qui fut la première planète qu'on observa. Presque tous les Auteurs attribuent à Atlas l'invention de la Sphère & les premières connoissances des mouvemens célestes. (*Voyez Hésiode dans sa Théogonie, vers 106. Homere dans l'Odyssée, L. I. v. 53. Cicéron, Tuscul. V. 3. Vitruve, Liv. VI. chap. 10. Virgile, Eneid. I. 744. Pline, Liv. II. ch. 8. Weidler, Hist. Astron.*)

155. Diodore de Sicile (*Liv. IV. chap. 2.*) ajoute Hercules; qu'Atlas vit part de ses lumières à *Hercules*, pour reconnoître le service que ce héros lui avoit rendu, en délivrant ses filles qui avoient été enlevées par des voleurs. *Hercules* transmet aux Grecs ces connoissances qu'il avoit reçues d'Atlas, & passa dans la suite pour l'inventeur de l'Astronomie, (*Vossius de Scient. Mathem. ch. 22.*). Mais comme il y a eu plusieurs *Hercules* qui ont vécu en différens temps, nous ne sçaurions décider auquel on a prétendu attribuer cette gloire. *Hercules* le Thébain, fils de Jupiter & d'Alcmene, étoit l'un des Argonautes, & vivoit par conséquent 1300 ans avant J. C. Au lieu qu'*Hercules*, contemporain d'Atlas vivoit 11 âges avant lui (*Voyez Suidas au mot Orpheus*), ce qui fait environ 1100 ans plutôt : car un âge, ou une génération s'estimoit autrefois de 100 ans, comme on le voit dans la Genèse, XV. 13. 16. Cicéron (*de Senectute, n°. 10.*) dit que Nestor, âgé de 300 ans, avoit vécu trois âges d'homme. (*Voyez Ovide, Metam. XII. 188.*)

Il paroît donc que l'Atlas des Grecs passoit pour avoir vécu 2400 ans avant J. C. C'est aussi à peu près le temps

de Noë, suivant les Commentateurs de l'Écriture; & c'est aussi la plus haute antiquité qu'il soit possible de donner aux élémens de la plus simple Astronomie, en admettant même cette tradition des Grecs sur l'ancienneté d'Atlas.

Héros célèbres
par l'Astronomie.

I 56. Aux Fables d'Uranus, d'Atlas & d'Hercules, on doit ajouter celles de tous les Hommes illustres qui s'étoient distingués dans l'Astronomie, & qui passèrent pour en être les inventeurs. *Endymion, Phaëton, Orphée, Tiresias, Atrée, Thieste, Bellerophon, Phrixus, Dædale, Musæus*, Disciple d'Orphée; *Linus*, fils de Mercure & d'Uranie; *Céphée, Cassiopée, Prométhée*. (Voy. *Lucianus de Astrologia, L. I.*) Tous, au jugement même des Anciens, dûrent leur célébrité à leurs connoissances dans l'Astronomie: les hommes étonnés admiroient, avec un saint respect, ceux qui leur avoient appris des choses aussi sublimes.

I 57. Ciceron nous dit expressément, (*Tuscul. quæst. V. 3.*) que la connoissance divine des mouvemens célestes, avoit rendu célèbres les noms des héros de la Fable, & avoit donné lieu de dire qu'Atlas soutenoit le Ciel, & que son frere Prométhée (fils de Japer, qu'on croit être Japhet fils de Noë) étoit attaché au Mont Caucase: la même cause avoit fait placer parmi les Astres, Céphée, Roi d'Ethiopie, sa femme Cassiopée, sa fille Andromede, & son gendre Persée.

Endymion.

I 58. Pline explique de même la Fable d'Endymion, amoureux de la Lune, (*Liv. II. Chap. 9.*), & le regarde comme un Philosophe qui avoit étudié, & pénétré le premier les circonstances du mouvement de cette planète. « La Lune, cet astre qui nous est si familier & si connu, puisqu'il nous éclaire pendant la nuit, attira principalement l'admiration des hommes. Les formes différentes de la Lune, mirent à la torture tous ceux qui la contemploient, & ils s'indignoient de connoître si peu le plus voisin de tous les astres. On voyoit la Lune toujours croissante ou décroissante, d'abord courbée en forme de cornes, puis partagée en deux également, ensuite plus arrondie, enfin brillant d'une lumière pleine, & disparaissant quelque-

» fois tout-à-coup : tantôt brillante pendant la nuit , tantôt accompagnant le soleil pendant le jour ; elle se cachoit » à la fin du mois ; quelquefois elle étoit éclipsée, sans disparaître totalement : alternativement fort élevée, ou fort » basse , & cela de différentes manières. » Telles étoient les singularités frappantes, qu'Endymion expliqua le premier : ce qui le fit passer pour avoir été épris des charmes de cette Divinité.

159. Enfin, l'on sçait assez que toute la mythologie des Grecs & l'histoire de ses héros, est mêlée avec les signes & les noms des constellations & des planetes : on peut en voir les détails dans *Aratus*, *Hyginus*, *Manilius*. Voyez aussi *Jos. Scaliger*, dans ses notes sur *Manilius*. *Riccioli* dans son *Almageste*, T. 1. p. 398. & *Phil. Cæsius*, dans l'Ouvrage qui a pour titre : *Cælum Astronomico-Poeticum* : nous en parlerons encore fort au long dans le Livre troisieme.

160. Jusqu'ici ce n'est qu'une tradition obscure & fabuleuse ; mais vers le temps du siège de Troie, & de l'expédition des Argonautes, 1300 ans avant J. C. l'Astronomie fit quelques progrès. Le Centaure CHIRON, Theffalien & fils de Saturne, apprit aux hommes à faire des astérismes ou figures du Ciel, *Χήματα Ολύμπου* ; il les enseigna à Achilles. (*Clément d'Alexandrie*, & *Auson. Edyllium IV. v. 120.*) Hippo, fille de Chiron, qui les avoit appris de son pere, les apprit à Æole ; enforte que ces connoissances commencerent à se répandre dans la Grèce. L'expédition fameuse des Argonautes est visiblement liée avec l'établissement des constellations dans la Grèce, comme l'observe M. Newton dans sa Chronologie.

Chiron.

161. On voyoit sur la Sphère de Musæus le *Bélier* d'or, qui étoit le pavillon du Navire dans lequel Phryxus se sauva dans la Colchide ; le *Taureau* aux pieds d'airain, dompté par Jason ; les *Gemeaux*, Castor & Pollux, deux des Argonautes ; le *Cygne* de Leda leur mere ; le *Navire* Argos ; l'*Hydre*, ce Dragon si vigilant ; la *Coupe* de Médée ; un *Corbeau* attaché à des cadavres, symbole de la mort ; *Chiron*, le maître de Jason, avec son *Autel* &

Argonautes,
1300 ans avant
J. C.

son sacrifice ; *Hercules* l'Argonaute avec son *dard*, & le *Vautour* tombant ; le *Dragon*, le *Cancer* & le *Lion* qu'il avoit aussi tués ; enfin, la *Lyre* d'Orphée, qui étoit aussi l'un des Argonautes. Tout cela prouve assez , que ces noms furent donnés par les Grecs aux constellations , peu après le temps du voyage des Argonautes (197). C'est aussi ce que pensoit Sénèque , quand il disoit (*L. VIII. ch. 25.*) il n'y a pas encore quinze cents ans , que la Grèce a compté & nommé les étoiles. Sénèque écrivoit vers l'an 65 ; ainsi il supposoit que ces noms étoient de quatorze cents ans plus anciens que J. C.

I 62. Toute l'Astronomie ancienne , jusqu'au temps de Chiron , se réduisoit probablement à examiner le lever de quelques étoiles en différens temps de l'année , & les phases de la lune , seulement à peu près ; puisque long-temps après, les Caldéens & les Egyptiens, ainsi que nous le ferons remarquer , ne connoissoient pas encore la durée , ni les inégalités de ces mouvemens. Voyons donc s'il est possible de démêler en quels lieux l'Astronomie fit des progrès plus considérables.

DE L'ASTRONOMIE CALDEENNE.

I 63. LES anciens habitans des vastes plaines de Senaar , où fut bâtie la ville de Babylone , sont les premiers Astronomes dont l'Histoire fasse mention : tout concouroit à porter leur attention vers le Ciel ; la garde des troupeaux faisoit leur principale occupation , de même que la culture de la terre ; mais la chaleur du jour leur faisoit choisir le temps de la nuit , pour leurs travaux , leurs exercices & leurs voyages : enforte , que le spectacle des astres les devoit occuper , pour ainsi dire , malgré eux. Ajoutons à cela , que dans ces plaines couvertes souvent d'un sable léger que le vent disperçoit facilement , les Astres devoient servir à reconnoître les chemins , (*Voyage des Indes Or. Carré , ch. 1.*) & à se conduire dans les voyages ; enfin, la curiosité , le goût de la superstition & de l'Astrologie * ,

* Depuis long-temps le mot d'*Astrologie* est destiné à exprimer l'étude vaine

ajouté dans la suite à des motifs plus raisonnables, acheverent de décider le goût des Caldéens du côté de l'Astronomie : ils y firent les premiers quelques progrès, & ils y acquirent la plus grande célébrité.

I 64. Les Babyloniens ont été regardés dans la plus haute antiquité, comme très-habiles dans l'Astronomie, & en même-temps dans l'Astrologie. Strabon (*Geograph. Liv. XV.*) dit que « la Caldée étoit un grand pays, où » habitoient des Philosophes occupés de l'Astronomie, & » qu'on appelloit *Caldéens* ; quelques-uns prétendoient » pouvoir annoncer aux hommes dès leur naissance ce qui » leur devoit arriver ; mais ils étoient défavoués par les » autres : la nation des Caldéens & la Babylonie qu'ils habitent, est voisine des Arabes & de la mer qu'on appelle » *Perfique.* »

Babyloniens.

L'Astrologie des Babyloniens, est citée de même dans plusieurs endroits de l'Ecriture des Prophetes.

Ciceron (*De Divin. Liv. I. n°. 19. & 42.*) raconte aussi que les Egyptiens & les Babyloniens, habitans de vastes plaines, où rien ne pouvoit borner la vûe & empêcher la contemplation du Ciel, avoient donné tout leur soin à la connoissance des Astres.

I 65. Jupiter Belus, passoit pour avoir été l'inventeur de l'Astronomie parmi eux, (*Plin Liv. XVII. ch. 26.*) en même-temps qu'il avoit été le fondateur de Babylone. (*Voyez M. Goguet de l'orig. des Loix, tom. 2. page 82. Edition in-12.*) Les Caldéens prétendoient avoir quatre cents soixante & dix mille ans d'observations ; d'autres réduisoient ce calcul à quarante-trois mille ans avant l'arrivée d'Alexandre ; Diodore de Sicile, (*Liv. I. ch. 2.*) & Laënce (*Instit. Div. L. II. ch. 13.*) pensent qu'ils prenoient les mois pour des années : dans ce cas, les quarante-trois mille ans se réduisent à trois mille quatre cents soixante & feize années solaires. Mais ce nombre doit être encore bien diminué ; car Plin (*Liv. VII. ch. 56.*) dit

Belus,
1320 ans avant
J. C.

& superstitieuse des prédictions & des horoscopes ; & celui d'Astronomie réservé à la science véritable des mouvemens célestes, quoique dans l'origine ces deux mots exprimassent également la connoissance des astres.

seulement qu'on avoit trouvé parmi eux, des observations de 700 ans, suivant Epigenes. ((*Voyez les Mém. de Trévoux, Janv. 1706. & Marsham, pag. 474.*)

La plus ancienne
Observation.

Ptolémée dans son *Almageste*, le plus ancien ouvrage d'Astronomie que nous ayons, emploie trois éclipses de lune, dont la première avoit été observée à Babylone, 721 avant J. C. Il paroît donc que c'est vers cette date, qu'il faut placer les plus anciennes observations qui eussent mérité d'être conservées : tout ce qui avoit précédé, n'étoit qu'un commencement grossier de connoissances astronomiques ; il se réduisoit à l'invention du zodiaque, & au retour des phases de la lune ; il est même fort douteux, que la période de 18 ans 11 jours, qui ramene à peu-près les éclipses dans le même ordre, ait été connue de ces premiers Caldéens, quoiqu'on l'ait appelée *Période Caldaique* : nous en parlerons dans le Livre VIII.

166. Zoroastre passoit parmi les Caldéens, pour avoir été l'un des plus anciens inventeurs de cette science ; mais Diogenes de Laerce, dans sa Préface, croit que le nom de Zoroastre, est un nom appellatif, plutôt qu'un nom propre, & qu'il signifie observateur des Astres. En effet, on a compté plusieurs Zoroastres, sur lesquels les Sçavans ne sont pas plus d'accord que sur les Hercules de la Grèce. Dans un *Traité* fait pour disculper les grands Hommes de l'accusation de magie, G. Naudée établit que Zoroastre n'avoit point donné dans cette superstition.

167. Le temple de Jupiter Belus que Sémiramis avoit fait bâtir à Babylone, renfermoit une tour immense, qui, suivant Hérodote *Liv. I.* avoit un stade de hauteur (environ 100 toises) & autant de largeur, formée de briques & d'asphalte, sur laquelle il y avoit encore sept grandes tours les unes sur les autres ; & Diodore de Sicile (*Liv. II. Chap. 4*) assure qu'elles servoient à observer les astres.

Il est donc vrai que plus de 800 ans avant l'Ere Chrétienne, les Babyloniens examinoient attentivement les mouvemens célestes : voyons maintenant à quoi ils étoient parvenus. J'ai dit que leur Astronomie se réduisoit presque à l'invention du zodiaque, & à la division du ciel en constellations ;

on a

on a vû dans le premier Livre (46), la maniere dont ils dûrent s'y prendre naturellement pour connoître la trace du soleil : voici maintenant ce qu'en disent les Historiens.

168. On trouve dans Sextus Empiricus, Auteur du second siècle (*Advers. Mathem. Liv. V.*) une idée de la maniere dont il prétend que les premiers Caldéens divisèrent le zodiaque. Comme ils n'avoient aucun moyen de reconnoître les limites des signes célestes par eux-mêmes, mais seulement par les étoiles & les planetes, les Caldéens imaginerent de diviser tout le contour du zodiaque en 12 parties; ils remarquerent donc une des étoiles les plus brillantes parmi celles qui sont dans le zodiaque, & remplirent d'eau un grand vase percé d'une petite ouverture: du moment où l'étoile se levoit ils laisserent couler l'eau dans un autre vase jusqu'au lendemain au lever de la même étoile: partageant ensuite cette eau en 12 portions égales, ils remarquerent le temps qu'il falloit à chacune pour s'écouler, & observerent les étoiles qui s'élevoient à chaque douzieme. C'est ainsi qu'ils composerent les 12 signes ou les douze portions du zodiaque. Macrobe Auteur du cinquieme siècle, en parle aussi, *Chap. 22.* mais il attribue cette méthode aux Egyptiens.

Méthode
pour diviser le
Zodiaque.

Ces premiers Observateurs supposoient deux choses qui n'étoient pas fort exactes; premièrement, que l'eau s'écouloit également & uniformément de leur vase; quoique dans le vrai, les premieres parties dûssent couler plus vite étant chargées du poids de toutes les autres; secondement, ils supposoient que chaque signe ou chaque douzieme partie du zodiaque employoit également deux heures à se lever, ou la douzieme partie d'une journée entiere, ce qui n'est point vrai. Mais malgré ces suppositions, ils purent reconnoître par cette méthode quelles étoient à peu-près les constellations où devoit se trouver le soleil dans les différens mois de l'année; & il y avoit plusieurs moyens de les diviser ensuite en parties égales.

169. On prétend que les Caldéens étoient parvenus à connoître à peu-près la grandeur de la terre: ils disoient (*Achill. Tat. ad Arati Phœn. c. 18.*) qu'un homme

Grandeur
de la Terre.

marchant d'un bon pas , suivroit le soleil autour de la terre, & arriveroit en même temps au point équinoctial , c'est-à-dire , qu'en 365 jours un homme feroit le tour de la terre s'il marchoit sans interruption ; nous trouvons en effet aujourd'hui que la terre a 9000 lieues de circonférence ; or en 365 jours on en feroit 8760 à raison d'une lieue par heure : ainsi les Caldéens auroient eu une idée assez distincte de l'étendue de notre globe ; mais cette connoissance ne doit pas être plus ancienne que 500 ans avant J. C.

Cometes. 170. Les Caldéens connoissoient le mouvement des Cometes & en prédisoient les retours, suivant Apollonius le Mindien , cité par Sénèque : ils les regardoient comme des planetes dont la révolution se faisoit dans des orbites très-excentriques , & qui n'étoient visibles que dans la partie inférieure de leurs orbites. Sénèque, Pline , Plutarque & Stobée parlent très-clairement de ce système des Caldéens , (Sen. *Quæst. nat. L. VII. Ch. 3.* Pline *Liv. II. Sec. 23.* Plut. *Tom. II. p. 893.* Stobée *Eclog. Phis. Liv. I. p. 63.*)

Je suis persuadé avec M. Halley que ces connoissances étoient fort incertaines & fort vagues. Sénèque nous en fournit la preuve dans l'endroit cité : il y parle d'un autre Astronome nommé *Epigenes* qui disoit que les Caldéens n'avoient rien de certain sur les cometes , & qu'ils les regardoient comme des météores allumés par l'effort de quelque tourbillon d'air violemment agité. Au reste, ces contradictions ne doivent pas nous surprendre : il y avoit plusieurs écoles chez les Caldéens : Pline en compte trois (*Liv. VI. ch. 26.*). On enseignoit différens systèmes dans toutes ces écoles , suivant Strabon (*Liv. XVI.*). D'ailleurs , il y a eu dans la science des Caldéens différentes époques : je parle ici des temps qui ont précédé l'Ere de Nabonassar , plus de 700 ans avant J. C. & je ne vois rien de certain , ni même de probable dans le savoir des Caldéens, si ce n'est une connoissance approchée des périodes du soleil & de la lune.

171. Pour démontrer que l'Astronomie des Caldéens se réduisoit à très-peu de chose , je ne voudrois d'autre preuve que le sentiment de Bérose , qui croyoit que la lune avoit deux côtés , l'un brillant & l'autre obscur : enforte

qu'il ignoroit encore la cause des phases de la lune. (Plutarque *de plac. Phil. Liv. II. chap. 29.* Vitruve *Liv. IX. ch. 4.*) Ce Bérofe, Astronome Caldéen, que plusieurs Auteurs mettent au temps d'Alexandre le Grand, sembleroit par-là devoir être plus ancien d'un siècle; car Vitruve, (*Liv. IX. ch. 9.*) dit que Bérofe inventa le premier le demi-cercle concave & incliné, qui étoit une espèce d'Horloge solaire, & qu'il vint enseigner l'Astronomie aux Grecs dans l'Isle de Co; or, les Grecs avoient déjà reçu des Babylo niens l'usage des Cadrans solaires, avant le temps d'Hérodote qui en a parlé dans ses Ecrits, c'est-à-dire, 450 avant J. C.

172. Diodore de Sicile, (*Liv. II. chap. 8.*) nous apprend aussi que les Caldéens n'étoient point d'accord sur les éclipses de soleil, qu'ils n'osoient pas dire leur sentiment sur la cause, ni prédire le temps de ces éclipses. Et quoiqu'ils connussent bien les six planetes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter & Saturne, il paroît qu'ils connoissoient mal la durée de leurs révolutions, puisque Ptolémée, long-temps après, ne se flattoit pas encore de les connoître bien.

173. Nous ajouterons à cela, que l'année n'avoit que 360 jours du temps de Moÿse, & chez les Nations de l'antiquité, même les plus éclairées; ce qui prouve une connoissance bien imparfaite alors des mouvemens du soleil. (*Voyez la Dissertation de M. Allen, inserée dans la Théorie de la Terre de Whiston, Liv. II. pag. 144. M. Goguet, tom. 2. Liv. III. art. 2. & tom. 4. Liv. III. chap. 2. art. 2.*)

174. Nous voyons que dans les premiers âges, & chez presque tous les Peuples, l'année n'étoit composée que d'un mois lunaire de 30 jours; on n'avoit point d'autre mesure du temps; celle de l'année solaire, étoit trop longue pour être apperçue aussi facilement & aussi-tôt que le retour des lunaïsons, ou des phases de la lune. (*Voyez sur cette année d'un mois Diod. Liv. I. pag. 30. Varro apud Lactant. inst. Liv. II. chap. 13. pag. 169. Pline Liv. VII. sect. 49. Plut. in Numa, pag. 72. Ex Eudoxo Proclus in*

Année
d'un mois.

Tim. Stob. Eclog. Phys. p. 21. Gemin. El. Suidas in voce Η'λιος, T. II. p. 54. M. Gouget L. III. T. 2. p. 89. Edit. in-12.)

175. On n'avoit alors ni Chronologie, ni Histoire; la mesure du temps étoit regardée comme peu nécessaire; on n'examinoit pas même l'erreur qu'il y avoit à faire le mois lunaire de 30 jours, au lieu de 29 & demi. Voilà sans doute pourquoi il arriva (lorsque le retour des saisons eut fait admettre l'année solaire) qu'on lui donna 360 jours, pour qu'elle renfermât 12 mois; & l'on en étoit encore-là au temps de Moÿse, qui vivoit 1450 ans avant J. C.

Année de
365 jours.

176. A l'année d'un mois succéda l'année de 354 jours, ensuite celle de 360, & enfin celle de 365. Dès le regne de Nabonassar, 747 ans avant J. C., l'année étoit chez les Caldéens de 365 jours, du moins il semble d'après Ptolémée, que les années de Nabonassar répondoient jour pour jour à l'année civile des Egyptiens. (*Cens. de die nat. c. 21.*)

Les Caldéens reconnurent même ensuite la nécessité d'ajouter à leurs années communes environ 6 heures; Strabon l'assure expressément (*Liv. XVII.*) sans en fixer l'époque; cela nous est aussi indiqué par la période de 18 ans & 11 jours, & par la belle période de 600 ans, qui paroît avoir été connue de Bérose, 300 ans avant J. C. Nous en parlerons dans le Livre IX: il nous suffit d'avoir montré que 800 ans avant J. C., les Caldéens même ne connoissoient, qu'à quelques heures près, la durée de l'année solaire, & que les autres parties de l'Astronomie y étoient très-imparfaites.

177. Malgré la médiocrité des connoissances astronomiques des Caldéens, on ne peut s'empêcher de les regarder comme les plus anciens Astronomes du monde, puisque Hipparque & Ptolémée qui vivoient en Egypte, ne trouverent point ailleurs d'anciennes observations. D'ailleurs, les premiers Ecrivains de la Grèce, ont avoué que leur Nation avoit beaucoup emprunté des Caldéens. (*Voyez Simplic. Liv. I. Aristot. de cælo Liv. II. Herod. Liv. II. n°. 109. Strab. Liv. XVII. Theo. ad Arati prognos. Syncelle, pag. 207. Marsham, pag. 274. M. Gouget tom. 5. pag. 233.*)

DE L'ASTRONOMIE EGYPTIENNE.

178. LES premières connoissances que les Grecs attribuoient à Atlas (154), & les Caldéens à Bélus (165), sont attribuées aux Egyptiens dans quelques autres passages de l'Histoire ancienne. Lucien, dans son Livre sur l'Astrologie, dit aussi qu'ils avoient été précédés par les Ethiopiens. Ceux-ci, invités par la situation favorable de leur pays, par une vie tranquille & par un ciel toujours serein, observerent les astres, & transmirent leurs connoissances aux Egyptiens. Diodore (*Liv. I. ch. 2. & Liv. III. ch. 1.*) pense aussi que les Egyptiens étoient une Colonie Ethiopienne, & qu'ils avoient reçu des Ethiopiens leurs sciences & leurs usages; il ajoute que les Egyptiens se vantoient d'avoir appris l'Astronomie aux Caldéens: mais ceci n'a aucune vraisemblance. Platon, Aristote & Pline, attribuent concurremment la première invention aux Egyptiens & aux Caldéens: mais tout ceci n'appartenant qu'aux temps fabuleux & obscurs, ne mérite pas que nous y insistions. Les Egyptiens, aussi-bien que les Caldéens, mêloient beaucoup de rêveries & de prédictions astrologiques dans leurs études astronomiques; ils en rapportoient l'origine à Mercure, qu'ils appelloient *Theutus*; suivant d'autres, à Vulcain fils de Ninus, ou à *Actis* l'une des filles du Soleil, née dans l'Isle de Rhodes, & qui étoit venue en Egypte. (*Voyez Platon, Diogene de Laerce, Diodore de Sicile, Hérodote, Lucien.*)

179. Il est difficile de distinguer, quelle part les Egyptiens avoient eue dans la connoissance du ciel: ils observoient certainement les astres vers le temps du Centaure Chiron; mais leur manière mystérieuse & énigmatique de s'expliquer, en enveloppant leurs connoissances sous des hieroglyphes & des emblèmes, fait qu'on n'a rien sçu de positif sur la date & l'origine de leur première Astronomie: on peut même douter, si elle alloit aussi loin que celle dont nous avons parlé à l'occasion des Caldéens. Hérodote (*Liv. II.*) prétend que presque tous les noms des Dieux, avoient été transportés de l'Égypte à la Grèce;

Noms des
Constellations.

il paroît donc que les noms des constellations venoient des Egyptiens, comme nous le dirons dans le Livre III, & que les Grecs en firent seulement l'application à leur Histoire.

I 80. Les Thébains ou les habitans de Diospolis, ville de la haute Egypte, qui se regardoient comme le Peuple le plus ancien de l'Egypte, & qui prétendoient avoir découvert l'Astronomie, comptoient les années de 365 jours, lors même qu'ils eurent remarqué la différence ou l'erreur d'un quart de jour qu'il y avoit dans leurs années, ce qui arriva du temps d'Hérodote, ils ne cessèrent point de les faire toujours égales : par ce moyen, il se trouva que le soleil arrivoit à l'équinoxe tous les quatre ans, un jour plus tard. En effet, au bout de 4 ans, le premier jour du mois Thot ou le commencement de leur année civile avoit avancé de quatre fois 365 jours ou 1460 jours ; mais le soleil avoit avancé de quatre fois 365 jours & un quart, ou de 1461 jours, lorsqu'il étoit dans l'équinoxe : ainsi le commencement de leur année civile, étoit donc en retard d'un jour tous les quatre ans.

Période
des Egyptiens.

I 81. Ce retardement d'un jour tous les quatre ans produisoit une année au bout de 1460 ans ; c'est-à-dire, qu'il falloit 1461 années civiles pour faire 1460 années solaires ; cette période a été appelée dans la suite *la grande année des Egyptiens, l'année de Dieu, le Cycle caniculaire, la Période Sothique* ou *Sothiaque* : cette période commençoit lorsque *Syrius*, ou la Canicule sortoit des rayons du soleil le premier jour de l'année civile. (Censorinus *de die natali*, cap. 18. Clem. Alex. Petavii *Uranologion*.) Nous en parlerons encore dans le IV^e. Livre à l'occasion du lever héliaque de *Syrius*.

La période de 600 ans qui suppose une plus grande exactitude dans les connoissances astronomiques, est citée dans Joseph, peut-être même étoit-elle connue du tems de Bérose ; mais cet Auteur n'a vécu qu'environ trois siècles avant J. C. ainsi l'on ne peut en conclure que dans les temps dont nous parlons, on ait connu en Egypte la vraie durée de l'année solaire : nous traiterons de cette période dans le VIII^e. Livre.

182. On est incertain si les Egyptiens ont connu plus de 600 ans avant J. C. l'erreur d'environ six heures qu'il y a dans les années communes de 365 jours. Il me semble qu'ils l'ignoroient alors, comme le croit M. Goguet. En effet, Thalès, revenu d'Egypte 600 ans avant J. C. apprit aux Grecs à faire leur année de 365 jours : l'année Egyptienne n'en avoit donc pas davantage. Hérodote qui écrivoit dans le Ve. siècle avant J. C. dont le témoignage est si respectable pour tout ce qui concerne les anciens Egyptiens, dit que « leur année étoit composée de 12 mois, cha- » cun de 30 jours, auxquels on ajoutoit cinq jours de plus » tous les ans ; par ce moyen, continue-t-il, les Egyptiens » se procurent le retour périodique des saisons dans les » mêmes mois de l'année ». On voit par ces dernières paroles, qu'Hérodote ne connut pas l'erreur des années Egyptiennes ; cependant il avoit été très-long-temps en Egypte, & avoit vécu intimement avec les Prêtres les plus habiles. Platon & Eudoxe, 80 ans après Hérodote, apprirent des Egyptiens, comme une chose mystérieuse & secrète, la circonstance des six heures ; ce qui semble prouver que la découverte étoit récente en Egypte (Strabon, L. XVII.). C'est alors qu'on commença à distinguer l'année astronomique de l'année civile qui continua à être de 365 jours. (*Mém. de l'Acad. des Inscr. Tom. XIV. p. 340. Gemin. p. 33. Censor. c. 18. Theo. Alex. Fragm. apud Petav. in Uranol.*). Alors on reconnut que l'année civile étoit une année vague & rétrograde, qui ne concouroit avec l'année astronomique que tous les 1460 ans.

Connue
500 ans avant
J. C.

183. Diogenes de Laërce, dans la Préface de son Histoire, attribue beaucoup de connoissances aux Egyptiens ; mais c'est à un temps bien postérieur, & environ à l'an 400 avant J. C. qu'il faut rapporter ce qu'il en dit. Suivant cet Auteur, on sçavoit en Egypte que les étoiles étoient des feux ; que le monde étoit rond comme une boule, que la lune s'éclipsoit en entrant dans l'ombre de la terre, & que le mouvement des planetes étoit fort inégal. (*Diod. Liv. I.*).

Connoissances
des Egyptiens
400 ans avant
J. C.

Il en est de même de ce que rapporte Macrobe (*Somm.*

Scip. L. I. c. 19.) « Les Egyptiens ont decouvert par
 » leurs observations que le cercle décrit par le soleil, est
 » environné par le cercle que Mercure décrit, qui est infé-
 » rieur, & que le cercle de Vénus renferme celui-ci, étant
 » plus élevé; de maniere que ces deux astres, lorsqu'ils sont
 » à la partie supérieure de leurs cercles, sont au-delà du so-
 » leil, & lorsqu'ils sont à la partie inférieure, sont plus près
 » de nous que le soleil ».

Vitruve, (*Liv. IX. ch. 4.*) raconte encore plus claire-
 ment cette découverte du mouvement de Vénus & de
 Mercure autour du soleil : « On le reconnoît, dit-il, par
 » le moyen de Vénus qui suit le soleil le soir, ou le précède
 » le matin, sans jamais le quitter, quelque brillante qu'elle
 » soit ». Mais il ne paroît pas que cette belle remarque ait
 été faite plus de 400 ans avant J. C. lorsqu'après une lon-
 gue suite d'observations, un grand nombre de Génies se fu-
 rent exercés à combiner & à étudier toutes les apparences
 du mouvement des planetes.

Eclipse prédite
 par Thalès.

I 84. On croit que les Egyptiens prédisoient des éclip-
 ses, & que d'après eux Thalès prédit celle qui sépara les
 armées des Lydiens & des Medes, 585 avant J. C. (Hé-
 rodote, *L. I. n. 74.*). Mais la prédiction de Thalès me pa-
 roît fort suspecte du merveilleux des anciennes histoires,
 (*Mém. Acad. 1756. p. 78.*). Le mot d'*eclipse* ne s'y trouve
 même pas, & Hérodote semble dire que Thalès n'avoit pré-
 dit que l'année où arriva ce phénomène.

Mouvement
 de la Terre.

I 85. C'est aux Egyptiens qu'on rapporte les premières
 idées du mouvement de la terre, ou du système de Coper-
 nic, dont Philolaüs & Aristarque parlerent ensuite dans la
 Grece, (*Mém. de l'Acad. des Insér. T. IX. p. 2. &c.*). Ils
 eurent la première idée de la pluralité des mondes. Orphée
 la répandit parmi les Grecs. Proclus nous a conservé des
 vers, dans lesquels on voit que l'Auteur des Orphiques
 mettoit des montagnes, des hommes & des villes bien bâ-
 ties dans la lune (*Voyez Plut. de plac. Phil. L. II. ch. 13.*
Euseb. Præp. Ev. L. XV. c. 30. Stob. L. I. Eclog. Phis.
Plato in Tim. L. IV. p. 283. Jamblic. de vita Pytag. c. 34.)
 Les Pythagoriciens enseignerent la même chose: or l'on sçait
 qu'Orphée

qu'Orphée & Pythagore étoient redevables à l'Egypte de toutes leurs connoissances suivant Diodore (*Liv. I.*).

186. La période de sept jours, c'est-à-dire, notre semaine, dont les jours sont consacrés aux sept planetes, fut un établissement des Egyptiens, suivant Hérodote (*L. II.*) & Dion Cassius (*L. XXXVII.*), qui fut ensuite adopté par les Grecs & les Romains. Nous en parlerons dans le huitieme Livre.

187. Le lever & le coucher des étoiles en divers temps de l'année, dut être un des premiers objets de l'attention des peuples observateurs; aussi les Egyptiens en avoient dressé des Tables, comme il paroît par un passage de Diodore de Sicile (*Liv. I. part. 2. ch. 1.*), où il s'agit du tombeau d'*Osymandias*, roi d'Héliopolis. On y voyoit un cercle d'or de 365 coudées; sur chacune on voyoit un jour de l'année, avec le lever & le coucher des étoiles: ce cercle fut enlevé sous le regne de Cambyse, roi de Perse, lors de la conquête de l'Egypte. C'est mal-à-propos que l'Editeur de l'*Histoire Céleste de Tycho-brahé*, ajoute que ce cercle servoit à mesurer chaque jour le mouvement du soleil; M. Weidler assure qu'on ne trouve cette circonstance dans aucun Auteur, quoiqu'Albertus Curtius ait cité Denys d'Halicarnasse à ce sujet.

Cercle
d'Osymandias,

188. C'est une chose remarquable & digne de l'exactitude astronomique des Egyptiens, que la situation des Pyramides d'Egypte. M. Chazelles, envoyé par l'Académie des Sciences en 1694. au Levant, pour y faire des observations astronomiques, rapporta que les Pyramides qui subsistent encore, étoient orientées de maniere que leurs quatre côtés regardoient précisément les quatre parties du monde. (*Hist. de l'Acad. 1710.*)

189. Strabon qui voyagea en Egypte vers le temps d'Auguste, ne trouva plus de vestiges de ces sciences parmi les Prêtres d'Egypte. Voici ce qu'il en raconte (*Liv. XVII.*): « Nous vîmes à Héliopolis de vastes édifices où habitoient » les Prêtres; on prétend qu'ils avoient été la demeure des » anciens Prêtres qui s'adonnoient à l'étude de l'Astronomie & de la Philosophie: aujourd'hui ce n'est plus la même

Décadence
de l'Astronomie
en Egypte.

» chose ; nous n'y vîmes personne qui s'occupât de ces
 » sciences , mais seulement des hommes qui avoient soin
 » des sacrifices , & qui en expliquoient aux étrangers les
 » différentes cérémonies. Un nommé *Chæremon* qui cul-
 » tivoit cette science, avoit accompagné en Egypte le Gé-
 » néral *Ælius Gallus* ; mais la stupidité & l'arrogance des
 » Egyptiens leur faisoient mépriser ce Sçavant. On monroit
 » aussi les édifices où *Eudoxe* & *Platon* avoient habité au-
 » trefois (211) : en effet , ces deux Philosophes y avoient
 » été ensemble, & , à ce que l'on prétend , avoient demeuré
 » 13 ans parmi les Prêtres d'Egypte. Ces Prêtres , fort ha-
 » biles dans la science du Ciel , la gardoient avec un très-
 » grand secret , & ne la communiquoient à personne ; ce-
 » pendant à force de temps & de constance , ces deux Phi-
 » losophes parvinrent à être instruits de plusieurs précep-
 » tes , quoique les Barbares en dissimulassent bien davan-
 » tage. Ils apprirent , par exemple , la quantité dont l'an-
 » née est plus grande que 365 jours ; car dans ce temps-là
 » on ne connoissoit pas l'année parmi les Grecs , & l'on
 » ignoroit bien d'autres choses , jusqu'à ce que les jeunes
 » Astronomes les apprirent de ceux qui avoient traduit en
 » Grec les monumens des Prêtres , comme ils les appren-
 » nent encore tant de ceux-là , que des Caldéens ». Ainsi
 les Egyptiens n'avoient brillé mille ans auparavant qu'à
 raison de l'ignorance des Grecs ; leur science & leur célé-
 brité avoient passé à ceux-ci au temps de Strabon.

I 90. J'ajouterai encore avec *M. Goguet* (*T. V. p. 235.*)
 une cause qui a dû rendre les Egyptiens plus célèbres que
 tous les autres ; la partialité & le préjugé des Grecs. Nous
 tenons des Grecs tout ce que nous pouvons sçavoir de l'é-
 tat des Sciences chez les anciens peuples ; la plûpart des
 grands établissemens de la Grece avoient été formés par
 des colonies venues d'Egypte ; les Grecs instruits d'abord à
 l'école des Egyptiens , les ont regardés comme inventeurs
 de toutes les Sciences , & leurs Écrivains en ont parlé sur
 ce ton ; de sorte qu'il devient très-difficile pour nous de dé-
 mêler le mérite des autres nations ; au reste nous en avons
 trouvé suffisamment pour assurer la prééminence des

Caldéens (177). Je crois cependant, comme M. Gouget, que les Caldéens étoient aussi ignorans en Astronomie 800 ans avant J. C. que les Péruviens, les Mexicains & les Chinois se sont trouvés l'être dans le XV^e. siècle ; mais cette science avoit fait dans l'espace de 600 ans des progrès rapides en Asie, & les Américains en paroissent bien éloignés.

191. Ce seroit peut-être ici le lieu de parler de l'Astronomie des Américains ; mais mon dessein n'est que de tracer la marche des découvertes que j'expliquerai dans ce Livre, & je supprime (pour abrégé) tout ce qui n'a pas une liaison d'origine avec l'Astronomie que nous possédons aujourd'hui ; je dirai seulement quelque chose de l'Astronomie des Chinois, lorsque je ferai parvenu vers le X^e. siècle, où elle commença à être un peu remarquable. On peut d'ailleurs voir de plus grands détails dans M. Weidler qui a composé sur l'Histoire seule de l'Astronomie un très-bon ouvrage, imprimé à Vittemberg *in-4°*. en 1741.

ASTRONOMIE DES PHÉNICIENS.

192. PLUSIEURS Auteurs parlent des Phéniciens comme ayant été très-sçavans dans l'Astronomie. Homere les cite, & Pline le Naturaliste (*Liv. V. ch. 12.*) dit que cette nation acquit une très-grande gloire par l'invention des lettres, de l'Astronomie, de la navigation & de la guerre. Il paroît par un passage de Virgile, que les premiers Navigateurs du monde avoient donné des noms à plusieurs constellations :

Navita tum stellis numeros & nomina fecit,
Pleiadas, Hyadas, clarumque Lycaonis Arcton. *Georg. I. 137.*

Mais les Phéniciens ont pû apprendre des Babyloniens & des Egyptiens ce que l'on connoissoit d'Astronomie parmi eux, & nous ne voyons rien dans les anciens Auteurs qui prouve de la part de cette nation des découvertes particulières sur les mouvemens des planetes : on ne peut guères attribuer aux Phéniciens autre chose que l'usage de l'observation des étoiles boréales pour le progrès de la navigation. (M. Cassini, *Origine de l'Astronomie.*)

De la
grande Ourse.

I 93. La constellation de la grande ourse, la plus remarquable de toutes (5), paroissant tantôt au plus haut du ciel, tantôt au plus bas, d'abord à droite & ensuite à gauche, recommençant tous les jours le même tour, fut nommée *la Roue* ou *le Charriot*. Ἀρχτον θ' ἢ καὶ ἀμαξαν ἐπίκλησιν καλέουσι, c'est-à-dire, *l'Ourse*, qu'on surnomme aussi *le Charriot*, dit Homere dans son XVIII^e. Livre de l'Iliade, vers 487. Les Romains donnoient le nom de *Teriones* aux bœufs qu'on employoit dans le labourage; ils appellerent *Septentriones*, les sept étoiles remarquables de ce charriot, d'où est venu le mot de *Septentrion*.

Étymologies
de ce nom.

I 94. Suivant les conjectures de M. Pluche, les pilotes Phéniciens qui se tournoient sans cesse vers la grande ourse, pour s'instruire & se diriger dans leur route, l'appellerent *Parrasis*, qui veut dire, *instruction*, *régle*, *indication*, comme l'indique le mot Hébreu *Pharrashah*, *indication*, *explication*. On l'appella aussi *Kalitsah*, c'est-à-dire, en Hébreu, *la délivrance*, *le salut*, d'où vint le nom Grec de *Callisto*. Enfin, elle fut appelée *Dobeb*, qui veut dire en Hébreu, *parlant*, parce qu'en effet cette constellation étoit parlante pour des navigateurs. (Buxtorf, *Lexicon Hebr.* p. 128. 134. & 626.) Ce mot de *Dobeb* produisit ensuite une équivoque, (*Spéc. de la Nat.* T. IV. p. 332.) parce qu'en Hébreu on appelle *Dobé*, un ours: les Phéniciens ne communiquèrent le nom de cette constellation que dans ce dernier sens, absolument étranger à la figure ou aux services de cette constellation; cependant le nom d'*Ourse* lui est resté: bien d'autres métamorphoses, embellies par les Poëtes, n'ont peut-être, aussi bien que celle-là, d'autre origine qu'un double sens. Je ne sçais si cette conjecture est vraie, mais les étymologies sont exactes, & elles expliquent d'une manière heureuse les différens noms que cette constellation a portés dans la Grece, & que nous rappellerons dans le III^e. Livre: cependant M. l'Abbé Barthélemy, si célèbre & si sçavant dans la connoissance des Langues, m'a dit qu'il étoit persuadé que l'opinion de M. Pluche sur le nom de la grande ourse n'est qu'une conjecture, aussi peu fondée que la plupart de celles qu'on voit dans l'*Histoire du Ciel* & dans les autres Ouvrages du même Auteur.

M. Gouget croit que l'on donna à cette constellation le nom d'*Ourse*, parce qu'elle paroïsoit du côté du nord, & qu'on sçavoit que les ours habitent principalement dans les pays septentrionaux.

195. On dut s'appercevoir bientôt que l'observation de la grande ourse n'avoit pas une assez grande précision, parce que cette constellation occupoit un très-grand espace dans le ciel, & faisoit un très-grand tour en 24 heures, en sorte qu'elle exposoit les pilotes à s'écarter beaucoup de leur véritable route, si sur la fin de la nuit ils l'avoient supposée dans la même situation qu'au commencement. On remarqua une autre constellation, moins brillante, à la vérité, que la grande ourse, mais presque d'une forme semblable, occupant un moindre champ, & variant moins dans sa situation; on lui donna, (sans doute par comparaison avec l'autre) le nom de *petite Ourse*; mais les trois étoiles qui forment la queue de celle-ci, étant relevées en ligne courbe, & imitant la queue d'un chien plutôt que celle d'une ourse, elle fut appelée *Κυνός ὄρα*, *Cynosure*, ou *Queue de chien*, (*Voyez Didyme sur le vers 465. du XVIIIe. Livre de l'Iliade.*)

Petite Ourse.

Depuis long-temps c'est la dernière étoile de la queue de la petite ourse qui est pour nous l'étoile polaire, c'est-à-dire, qui est la plus fixe de toutes les étoiles remarquables qui approchent du pôle. Ceux qui navigent dans la Méditerranée, ont les Alpes au nord, & voient l'étoile polaire au-delà, ou *Trà montè*, d'où est venu le nom de *Tramontane*, & le proverbe d'un homme qui perd la tramontane quand il ne sçait plus où il en est. Nous avons déjà parlé de l'étoile polaire dans le premier Livre (4), pour servir à orienter l'Observateur qui voudroit prendre les premières notions de la Sphère en examinant les étoiles.

Etoile Polaire.

196. La connoissance des étoiles circonpolaires fut ce qui rendit les navigations des Grecs plus hardies & plus heureuses. Avant que Thalès de Milet qui avoit appris des Phéniciens l'usage des étoiles boréales, l'eût communiqué à la Grece environ 600 ans avant J. C. les Grecs n'avoient qu'un commerce borné & une navigation timide; ils

Navigation des Grecs.

naviguoient terre-à-terre, fans s'écarter des côtes, & n'entreprenoient aucun voyage de long cours. On voit dans le III^e. Livre de l'Odyssée, combien il falloit aux Héros de la Grece de préparatifs, de délibérations pour traverser la Mer Egée. Virgile, toujours attentif au Costume, fait ranger toutes les côtes de Grece & de Sicile à la flotte Troyenne, fans la conduire en haute mer, pour se conformer aux pratiques de ces premiers temps : après l'avoir menée au bout de l'Italie, il lui fait faire le long circuit de la Sicile, plutôt que de la conduire aux bouches du Tybre par le détroit de Messine ; on redoutoit encore alors la rencontre de Caribde & de Scylla, qui du temps de Virgile n'épouvoient plus personne.

I 97. Mais rien ne fit plus de bruit avant le siège de Troie, que l'expédition des Argonautes, c'est-à-dire, le trajet de la Propontide qui est aujourd'hui la Mer de Marmara, entre le détroit des Dardanelles & celui de Constantinople, & du Pont Euxin qui est actuellement la Mer Noire. On regarda ce voyage comme un exploit merveilleux : les Dieux même passèrent pour avoir été frappés de la hardiesse de l'entreprise ; & l'on plaça dans le ciel (161) ce vaisseau mémorable, qui avoit été depuis Iolchos, ville située au fond du golfe de Thessalie, où l'on a bâti depuis la ville de Démétriade, jusqu'à l'embouchure du Phase ; voyage que font actuellement toutes les barques de Turquie. (Voyez M. Cassini, *Origine de l'Astronomie.*)

Navigation
des Phéniciens.

I 98. Tandis que les Grecs étoient si peu instruits dans la science des astres, & si timides dans leur navigation, les Phéniciens avoient formé sur les côtes de Syrie un Etat opulent : on retrouve des vestiges de leurs colonies & des noms-propres tirés de leur langue sur les trois côtes de la Sicile, (Voyez *le Chanaan* de Sam. Bochart), dans les principales îles de la Méditerranée, le long des côtes de Barbarie, en Espagne, & sur-tout dans la Bétique ou Andaloufie. Tout ce pays, & spécialement le Betis ou Guadalquivir, portoit alors le nom de *Tarsis* * : les Phéniciens en tiroient du blé,

* Pausanias *in Eliacis secundis*, c'est-à-dire, dans son second Voyage de l'Elide.

du vin, des laines, des bois de construction, de l'or, de l'argent, de l'étain (Strabon, *Liv. III.* Mela, *Liv. II. ch. 6.* Pline, *Liv. III.*). Lès côtes de Tarsis furent long-temps le *Non plus ultra* ; de-là vient que dans l'Écriture, les grands vaisseaux & les flottes destinés aux voyages de long cours, étoient appelés *les vaisseaux de Tarsis*, (*Pf. XLVII. 8.* *Isaïe, II. 16.*) ; mais enfin ils passèrent le détroit de Gibraltar, & allèrent jusqu'à Gadir, aujourd'hui Cadix. D'un autre côté, ils établirent leur commerce sur les côtes d'Afrique & d'Asie, par le golfe Arabique, qu'on nommoit dès-lors *Mer Iduméenne*, ou *Mer Rouge*, parce que les Iduméens, qui en étoient voisins, tiroient leur nom & leur origine d'*Esaü*, qui a porté le surnom d'*Edom* ou *Rouge* : il y avoit des ports dans la Mer Rouge où les Phéniciens avoient la liberté du commerce.

299. Ce furent les pilotes d'Hiram, roi de Tyr, qui environ 1000 ans avant J. C. & lorsque les Grecs étoient encore novices dans la navigation, l'enseignèrent aux Hébreux. Salomon, devenu, par les conquêtes de son père, maître de l'Idumée & du fond de la Mer Rouge, sentit, (comme ont toujours fait les plus grands Politiques) la nécessité d'une marine ; c'étoit le seul moyen de bannir la faiblesse de ses États & d'y amener l'opulence. Il établit les ports d'Elath & d'Esiongaber sur la Mer Rouge : les Hébreux & les Tyriens alloient de compagnie en Ophir, qui est aujourd'hui la côte de Sofala ; ils en rapportoient de l'or, de l'argent, de l'ivoire & des animaux singuliers : ils allèrent ensuite à Tarsis en Espagne, & ils employoient trois ans à faire ce voyage ; car on sçait qu'ils firent le tour de l'Afrique vers l'an 610 avant J. C. (Herod. *L. IV. n. 42.*) & doublerent le Cap de Bonne-Espérance, qui fut ensuite oublié pendant 2000 ans. (*Voy. le III^e. Liv. des Rois, ch. 9. & 10. le II^e. Livre des Paralip. ch 6. & 8. le Spect. de la Nat. Tom. IV. p. 343. M. Goguet, Tom. V. p. 265.* C'est ainsi que les premières connoissances de l'Astronomie furent les premières sources du commerce & de l'industrie des nations, de l'activité, de la perfection, de la science, de la Philosophie, & par conséquent du bonheur de l'humanité.

Navigation
des Juifs.

ASTRONOMIE DES GRECS.

200. QUELQUE médiocre que fût l'Astronomie des Egyptiens, 600 ans avant J. C. cependant les Grecs en sçavoient beaucoup moins qu'eux : personne dans la Grèce n'avoit songé à observer les mouvemens célestes, & leurs Auteurs en conviennent.

Constellations
citées dans Ho-
mere.

Homere ne parle que de quelques constellations, telles que les Pleïades, les Hyades, le Bouvier, l'Ourse ou le Charriot, & Orion. Ulyffe s'en servoit pour conduire son vaisseau, (*Odyss. V. 271.*). Hésiode qui vivoit 800 ans avant J. C. rapporte au lever & au coucher héliaque de quelques constellations les travaux annuels de la campagne ; ce qui fait voir qu'alors les laboureurs n'ayant point de calendrier, se servoient des astres pour régler les différens ouvrages de l'agriculture, & que les Poètes en parloient à leur imitation : Hésiode cite les Pleïades, Arcturus, Sirius, Orion, les Hyades : il dit, par exemple, que le coucher des Pleïades arrive le matin au temps de l'équinoxe d'automne ; mais, comme le remarque *Platon* dans son *Epaminondas*, « de semblables connoissances ne suffisoient pas pour for-
» mer des Astronomes ; il auroit fallu, dit ce grand Philo-
» sophe, connoître les huit orbes célestes, sçavoir com-
» ment celles des sept planetes étoient placées sous le huiti-
» tieme ciel, & dans quel ordre elles étoient parcourues...
» Toutes ces connoissances sont difficiles à acquérir, il faut
» s'y être préparé dès l'enfance par des études convenables
» & par un travail assidu. »

Thalès enseigne
l'Astronomie aux
Grecs.

201. Les Grecs n'avoient encore aucune Astronomie planétaire, environ 550 ans av. J. C. *Diogenes de Laërce* (*L.I.*) nous apprend que *Thalès* fut le premier des Grecs qui déterminâ la course du soleil d'un solstice à l'autre, & le compara avec l'orbite de la lune. *THALÈS* le Milésien, l'un des sept Sages de la Grèce, voyagea en Egypte étant déjà avancé en âge, & revint à Milet où il s'occupâ de l'étude des Mathématiques & des causes naturelles : il instruisoit les autres avec plaisir & avec soin. *Plutarque* parle assez au long de sa

de sa philosophie. Il connoissoit la cause des éclipses & la rondeur de la terre ; il distinguoit les zones de la terre par le moyen des tropiques & des cercles polaires ; il marquoit aussi le cercle oblique du zodiaque , le méridien qui coupe tous ces cercles en s'étendant du nord au sud , & le diamètre apparent du soleil. Hérodote (*Liv. I.*) assure qu'il avoit prédit aux Ioniens une éclipse totale de soleil qui arriva pendant la guerre des Lydiens & des Medes ; & Riccioli croit que cette éclipse fut celle de l'an 585 avant J. C. Cependant la maniere dont Hérodote raconte cette prédiction , est si vague qu'on a peine à croire qu'elle ait réellement été faite. S'il étoit vrai que Thalès eût prédit une éclipse de soleil, ce ne pourroit être que par le moyen de la période générale de 18 ans & 11 jours , dont il auroit eu connoissance par les Egyptiens ou les Caldéens , car on n'étoit pas encore au point de pouvoir prédire les éclipses par un calcul exact du mouvement de la lune , (*Voyez Gassendi dans la Vie de Tycho-brahé.*)

On attribue aussi à Thalès le nom d'*Arctos* que porte la petite Ourse , (*Hyginus , Poët. Astron. Liv. II. ch. 2.*) ; elle s'appella aussi *Phénice* , suivant le même Auteur , parce que Thalès étoit d'origine Phénicienne ; mais il est plus probable que ce nom étoit ancien , & venoit des navigateurs Phéniciens ; la grande Ourse étoit nommée *Arctos* dans Homere. (193)

202. L'année des Grecs avoit été originairement de 354 jours. Elle étoit encore de 360 du temps de Solon , (*Marsham, pag. 610*) & même long-temps après : 300 ans avant J. C. ces années étoient formées de douze mois lunaires de 30 jours chacun ; enforte que l'année qui en résulroit , n'étoit ni solaire , ni lunaire : tantôt on retranchoit un jour du mois , & tantôt deux , (*Cicero in Verrem, Act. II. n. 52*) ; il arrivoit d'ailleurs qu'après un certain temps les douze mois lunaires ne répondoient pas aux quatre saisons de l'année ; les Grecs en ajoutoient un treizieme à chaque troisieme année , (*Hérod. L. II. n. 4.*) : mais comme leurs années par-là devenoient trop longues au bout de 8 ans, ils omettoient, chaque 8^e année, un mois intercalaire : ils avoient

Forme bizarre
des années.

encore cette forme bizarre dans leurs années, 300 ans avant J. C. (Plin. *L. XXXIV. ch. 12.*), quoique déjà instruits par leurs voyages en Egypte. Nous parlerons de leurs semaines de dix jours dans le VIII^e. Livre. A tous égards, ils furent devancés & instruits par les Orientaux.

Ils ne connois-
soient pas les
Planetes.

203. A l'égard des planetes, Vénus est la seule dont il soit parlé dans Hésiode & dans Homere. Démocrite soupçonnoit qu'il y avoit plusieurs étoiles errantes, mais il n'avoit pas osé en déterminer le nombre, (Sen. *Quæst. Nat. Liv. VII. ch. 3.*); & les Grecs ne sçavoient point encore qu'il y eût cinq planetes : ce fut Eudoxe qui en apporta d'Egypte la premiere connoissance, 400 ans avant J. C. Les Grecs en voyant Vénus briller tantôt le soir & tantôt le matin, en avoient fait deux planetes différentes, *Esperos* & *Eosphoros*. Apollodore prétend que Pythagore fut le premier qui fit connoître aux Grecs que ces deux astres n'en faisoient qu'un, (Stob. *Ecl. Phys. L. I. p. 55.* Plin. *L. II. ch. 26.* Diog. Laërt. *L. VIII.*); mais Phavorinus faisoit honneur de cette découverte à Parmenide qui vivoit environ 50 ans plus tard que Pythagore, (Diog. Laërt. *Liv. IX. sect. 23.*)

Sphère
artificielle.

204. La célébrité de Thalès forma l'école d'Ionie, d'où sortirent plusieurs grands Philosophes, & sur-tout ANAXIMANDRE. Il naquit 610 ans avant J. C. Diogenes de Laërce (*Liv. II.*) nous apprend qu'il établit à Lacédémone un Gnomon, dont l'ombre servoit à marquer les équinoxes & les solstices. Pline (*L. VII. ch. 26.*) & Strabon ajoutent qu'il fit le premier des cartes géographiques & une sphère artificielle : il mesura, avec plus de soin qu'on ne l'avoit encore fait, l'obliquité du Zodiaque, & passa pour en être l'inventeur. Il soutint qu'il y avoit une infinité de mondes à des distances égales les uns des autres, (Euseb. *Præp. Evang. XIV. 5.*); ce qui prouve que l'étendue de son imagination n'étoit pas restreinte par les bornes étroites des connoissances de son temps, (*Mém. des Inscr. T. X. p. 23.*) Il enseigna le premier aux Grecs que le soleil étoit plus grand que le Péloponnèse, (Plut. *de plac. Phil. Liv. II. ch. 20.* Diog. Laërt. *L. II. sect. 1.*)

205. Après Anaximandre, nous voyons son disciple *Anaximenes*, & ensuite *Anaxagore* disciple d'Anaximenes, se distinguer par leurs connoissances & leur amour pour l'Astronomie. On en jugera par cette réponse d'Anaxagore, digne de l'enthousiasme que produisoit en lui le spectacle de l'univers; il avoit totalement renoncé aux affaires pour ne s'occuper que de l'étude; on lui demanda s'il étoit indifférent pour sa patrie: *Non*, répondit-il, *je m'en occupe sans cesse*, en montrant le ciel, *je crois n'être au monde que pour observer le soleil, la lune & tout le ciel.* (Euseb. *Præp. Ev. XIV. 5.*)

Réponse
d'Anaxagore.

206. PYTHAGORE fut un des Grecs les plus célèbres dans la connoissance & l'étude du ciel: il naquit environ 540 ans avant J. C. Parmi les choses rares & sublimes qu'il enseignoit à ses disciples, il leur disoit que le feu occupoit le centre du monde; on a cru qu'il vouloit dire que le soleil étoit placé au centre du système planétaire, & que la terre tournoit autour de lui comme les autres planètes; car c'est ainsi que l'explique Plutarque dans la vie de Numa: il enseignoit aussi que chaque étoile étoit un monde, & que ces mondes étoient dispersés dans un espace éthéré d'une étendue infinie. (*Voyez les Mém. de l'Ac. des Inscr. T. IX.*)

Pythagore.

Pluralité
des Mondes.

207. PHILOLAUS de Crotone, disciple de Pythagore & d'Archytas de Tarente; est un des Pythagoriciens les plus célèbres dans l'Astronomie, pour avoir établi plus précisément qu'aucun autre Pythagorien, le mouvement de la terre; il vivoit environ 450 ans avant J. C. Etant retiré à Héraclée, il y composa trois Livres de Physique, dont Platon fit tant de cas qu'il les acheta 10 mille deniers, (*Diog. Laërt. in Plat. & Aulugelle, III. 17.*). Plutarque nous apprend qu'il enseignoit le mouvement de la terre *selon le premier cercle*, c'est-à-dire, le mouvement diurne, & son mouvement dans un orbe circulaire & oblique autour du soleil: opinion qui étoit propre aux Pythagoriciens, comme le témoigne Aristote en la réfutant fort au long, (*de Cælo, II. 13.*)

Mouvement
de la Terre.

208. Philolaüs fut suivi par Nicetas de Syracuse qui soutint aussi le mouvement de la terre autour de son axe:

voici ce qu'en dit Cicéron dans ses Questions Académiques, (*IV. 39.*) : « Nicetas , au rapport de Théophraste , croit » que le soleil , la lune , les étoiles & tout le ciel ne tour- » nent point autour de la terre , mais que la terre seule » tournant sur son axe avec une grande vitesse , produit » le même effet que si la terre étoit immobile & le ciel en- » traîné autour d'elle. Quelques-uns pensent que Platon » dans son Timée est du même sentiment , quoiqu'il ne se » soit pas expliqué aussi clairement ».

209. Nous observerons à ce sujet , que Platon avoit d'abord été de l'opinion générale ; mais plus avancé en âge il connut mieux la Physique de l'univers, & adopta le sentiment des Pythagoriciens sur le mouvement de la terre : c'est en vain que le P. Riccioli veut lui ôter cette gloire , (*Almag. Part. II. pag. 291.*) contre le témoignage de Cicéron , & de Plutarque dans la vie de Numa.

210. L'idée de Philolaüs fut suivie dans la suite par Aristarque de Samos , (219) ; mais Philolaüs est regardé comme l'auteur de ce système par *Bouillaud* , qui ayant composé son grand Ouvrage d'Astronomie dans les mêmes principes , l'a intitulé , *Astronomia Philolaïca* , en 1645. Voyez ci-après le V^e. Livre sur les Systèmes du Monde.

Célébrité
d'Eudoxe.

211. On compte sur-tout parmi les Astronomes Pythagoriciens *Eudoxe* de Cnide , ami de Platon , & qui vivoit 370 ans avant J. C. Cicéron dit qu'on peut le regarder comme le Prince des Astronomes , & cela au jugement des hommes les plus sçavans , (*de Divinat. II. 42.*). Sextus Empiricus appelle Eudoxe & Hipparque les deux premiers Astronomes de la Grèce , (*advers. Mathem. L. V.*). On croit cependant, en voyant combien la sphère d'Eudoxe est différente de celle qui devoit avoir lieu de son temps , qu'Eudoxe n'observa presque point les astres , & n'écrivit que sur le témoignage d'autrui , ou d'après les Egyptiens chez lesquels il avoit été pour apprendre l'Astronomie (189), comme le racontent Cicéron , Strabon & Diogenes de Laërce. Sénèque dit qu'Eudoxe rapporta le premier de l'Égypte la connoissance des mouvemens planétaires , (*Quæst. Nat. VII. 3.*). Vitruve (*IX. 9.*) lui attribue l'invention de

Il voyage
en Egypte.

l'Araignée, espece de cadran solaire. Hipparque, un des plus grands Astronomes dont les observations nous soient parvenues, cite quelquefois Eudoxe avec éloge : Aratus, dont le Poëme sur les phénomènes célestes a eu tant de célébrité, n'avoit travaillé que d'après les ouvrages d'Eudoxe.

Nous ne devons pas oublier de remarquer à la gloire d'Eudoxe, qu'il étoit opposé à l'Astrologie judiciaire, & défendoit de croire aux Caldéens dans les prédictions qu'ils faisoient sur les événemens de la vie.

2 I 2. Nous avons dit qu'il paroïssoit qu'Eudoxe n'étoit point observateur ; cependant Pétrone, Strabon & Ptolémée disent formellement qu'il s'étoit appliqué aux observations astronomiques ; mais on verra dans le IV^e. Livre, lorsqu'il sera question de la Sphère d'Eudoxe, que c'étoit une sphère plus ancienne, comme celle du Centaure Chiron dont il avoit donné la description dans ses Ouvrages : pour peu qu'il eût été observateur, auroit-il pû ne pas apercevoir que la sphère des étoiles avoit changé de près de 15°, & que toutes les constellations étoient plus avancées de la moitié d'un signe, qu'il ne le disoit lui-même dans ses Ecrits. Il est donc bien constant qu'Eudoxe n'avoit presque point observé les astres, malgré toute la célébrité qu'il a eue dans l'Astronomie.

2 I 3. Il paroît constant par l'aveu de toute l'Antiquité, qu'avant les voyages de Platon & d'Eudoxe en Egypte, les Grecs n'avoient aucune Astronomie : ils ignoroient la véritable durée de l'année (202), ne connoissoient point les planetes (203), n'avoient aucune idée des éclipses (201), & ne concevoient que d'une manière fort confuse les révolutions & les mouvemens des corps célestes. Hérodote ne pouvoit s'empêcher de rire de ceux qui prétendoient que l'Océan coule autour de notre Continent, (*L. IV. n. 8. 36. 45.*), parce qu'on n'en donnoit aucune preuve. Je crois, dit-il ailleurs, qu'Homere avoit puisé dans quelque Ouvrage de l'Antiquité ce qu'il débite sur l'Océan ; mais c'étoit sans y rien comprendre & en répétant ce qu'il avoit lû, (*Herod. L. II. n°. 23.*). Par le peu de connoissance d'Hérodote sur

cette partie de la Physique , on peut juger de l'état où elle étoit dans la Grèce 400 ans avant J. C.

2 I 4. Si jusqu'alors l'Astronomie avoit fait des progrès si lents , on doit principalement l'attribuer à la difficulté des calculs : les opérations arithmétiques ne s'exécutoient que par le moyen de petites pierres qu'on arrangeoit sur une table , ou de nœuds que l'on faisoit à une corde ; pour écrire les résultats de ces calculs , on n'avoit pas d'autres signes numériques que les lettres de l'alphabet : il seroit incompréhensible qu'avec un pareil secours on eût pû aller plus loin ou plus vite qu'on ne l'avoit fait réellement dans les siècles dont nous venons de parler. (*Voyez M. Goguet, de l'Origine des Sciences , T. II. p. 43.*).

Révolution arrivée dans l'Astronomie 300 ans avant J. C.

2 I 5. LES SCIENCES n'éprouvent jamais de révolutions plus générales & plus promptes , que quand un Monarque puissant les aime & les protège : c'est ce qui arriva en Égypte 283 ans avant J. C. lorsque Ptolémée Philadelphe succéda à Ptolémée Soter. Tout ce qu'on sçavoit alors d'Astronomie étoit dû aux cérémonies religieuses des Prêtres , aux besoins de la campagne , à l'oïveté des bergers , & aux conjectures ingénieuses des Grecs : il falloit une suite de recherches, d'observations, de combinaisons & de calculs, pour asseoir des théories , & développer les particularités de chaque mouvement : on n'en avoit point encore ; & c'est ici l'époque où commence la véritable Astronomie.

2 I 6. Ptolémée Philadelphe , Prince instruit en tout genre de Sciences , & Protecteur déclaré de ceux qui les cultivoient , attira dans sa capitale des Sçavans , tant de la Grèce que d'ailleurs ; il les logea dans son palais , leur assigna une subsistance honorable , & leur procura les moyens de travailler avec succès dans les Sciences : le *Musæum* d'Alexandrie est célébré dans Strabon, (*L. XVII.*). L'émulation qui s'éleva pour lors en Égypte , duroit encore au temps de l'invasion des Sarrasins, l'an 650 de J. C. quoique les Sciences y eussent beaucoup déchû (189).

217. Les premiers Grecs qui cultivèrent l'Astronomie à Alexandrie, furent TIMOCHARIS & ARISTYLLUS. Ptolémée, dans son Almageste, assure qu'Hipparque avoit employé leurs observations des étoiles, quoiqu'imparfaites, & avoit reconnu par leur moyen le mouvement des étoiles en longitude. Ptolémée lui-même cite plusieurs de leurs observations : la plus ancienne est de l'année 454 de Nabonassar, 295 ans avant J. C. où le bord boréal de la lune avoit paru toucher l'étoile boréale au front du Scorpion : cette observation est une des principales que nous puissions employer pour connoître le mouvement qu'ont eu les étoiles fixes. Je m'en suis servi avec avantage dans un Mémoire où j'ai établi, tant par la théorie que par les observations, le mouvement des étoiles en latitude.

Observations
d'Aristyille & de
Timocharis.

218. ARATUS, Poète célèbre par son Poëme Grec intitulé, *φαινόμενα*, les *Phénomènes*, vivoit à-peu-près 270 ans avant J. C. à la Cour d'*Antigone Gonatas*, Roi de Macédoine, par ordre duquel il composa cet Ouvrage. Aratus décrit les figures des constellations, leurs situations dans la sphère, l'origine des noms qu'elles portoient en Grèce & en Egypte, les fables qui y avoient donné lieu, le lever & le coucher des étoiles; & cela d'après les Livres d'Eudoxe dont nous avons parlé.

Poëme d'Aratus.

Le Poëme d'Aratus fut commenté & traduit en Latin par plusieurs Auteurs, dont on trouve le catalogue dans le P. Petau, (*Uranologion*, p. 147.) & dans Vossius; mais nous ne devons pas omettre Cicéron & Germanicus César, qui en firent l'un & l'autre des traductions latines : on ne sçauroit faire de l'Ouvrage un plus brillant éloge qu'en citant de pareils Traducteurs.

219. ARISTARQUE de Samos, qui vivoit dans le même temps, est cité dans les Anciens comme ayant été l'un des premiers défenseurs du sentiment de Philolaüs sur le mouvement de la terre; il fut même accusé d'impiété par Cléanthe, comme s'il eût bouleversé l'univers & renversé l'autel de Vesta, (*Plutar. de fac. in orbe Lunæ*). Il est cité comme Auteur d'un grand nombre d'Ouvrages; & Ptolémée rapporte une observation du solstice faite par Aristarque.

220. ERATOSTHÈNES, né à Cyrène 276 ans avant J. C. fut appelé d'Athènes à Alexandrie par Ptolémée Evergete. Il fut mis à la tête de la Bibliothèque Royale d'Alexandrie dont il prit soin jusqu'à l'âge de 80 ans, qu'ayant perdu les yeux il conçut un si grand dégoût de la vie, qu'il se laissa mourir de faim, du moins au rapport de Suidas. Eratosthènes est célèbre dans l'Antiquité par un grand nombre de belles connoissances; mais l'Astronomie lui eut sur-tout les plus grandes obligations: il engagea Ptolémée Evergete à faire élever dans le portique d'Alexandrie des armilles ou cercles de métal, pour observer chaque jour les mouvemens célestes. Hipparque & Ptolémée s'en servirent dans la suite avec succès, (*Almag. L. I. ch. 2. Gassendi, Præf. ad vitam Tychois, Flamsteed, in Prolegomenis Hist. Cæl. p. 19.*).

Mesure
de la Terre.

221. C'est lui qui fit aussi les premières observations pour la mesure de la terre: il observa à Alexandrie la longueur de l'ombre d'un Gnomon à midi le jour du solstice d'été: or il avoit observé aussi qu'à Syenne cette ombre étoit tout-à-fait nulle le jour du solstice, en sorte que le soleil se trouvoit au zénit de Syenne, & s'éloignoit d'un degré de celui d'Alexandrie: il mesura donc la distance de ces deux villes en stades, & en conclut la longueur du degré. Il résulta de ses observations, au rapport de Plin, que la circonférence entière de la terre étoit de 252 mille stades; or le stade de Plin est de 95 toises: ainsi l'on trouve pour chaque degré plus de 66 mille toises, au lieu de 57070 que nous trouvons actuellement, (Voyez ci-après le Livre XV.). M. Fréret prétend que la mesure d'Eratosthènes étoit parfaitement d'accord avec les nôtres, (*Mém. de de l'Acad. des Inscr. T. XXIV.*). Mais la valeur du stade qu'il emploie me paroît fort douteuse.

222. HIPPARQUE parut enfin à Alexandrie vers l'an 160 avant J. C. Il fut le plus intelligent & le plus laborieux Astronome dont on nous ait conservé la mémoire. Il étoit né à Nicée en Bithynie, ce qui le fait appeler par certains Auteurs *Hipparchus Bithynus*. Il s'appliqua d'abord à l'Astronomie dans l'isle de Rhodes, ce qui l'a fait appeler
aussi

aussi *Hipparchus Rhodius* par quelques Auteurs modernes : Riccioli & Gassendi paroissent avoir distingué mal à propos deux Hipparques, l'un de Bithynie & l'autre de Rhodes : Strabon & Suidas ne parlent que d'Hipparque de Bithynie ; & Ptolémée en citant des observations faites à Rhodes, ne dit point qu'Hipparque fût né à Rhodes. Il est donc probable que le même Hipparque étoit né en Bithynie, & fit des observations dans l'isle de Rhodes : il paroît seulement qu'en Bithynie Hipparque ignoroit le mouvement des étoiles, en écrivant son Traité sur Eudoxe ; mais qu'ayant ensuite observé à Rhodes & à Alexandrie, il découvrit ce mouvement, & composa les autres Traités cités par Ptolémée. Hipparque fit un Recueil des éclipses de soleil & de lune, observées par les Caldéens, & les rapporta à la manière de compter les mois qui étoit usitée dans la Grèce : il paroît que Ptolémée puisa dans ce Recueil tout ce qui est rapporté dans son *Almageste* sur les anciennes éclipses. Voyez *Scaliger* dans ses *Prolégomenes* sur *Manilius*, où il parle de l'ancienne Astronomie des Grecs.

Hipparque rassemble les anciennes observations.

2 2 3. Hipparque observa le premier que les orbes des planetes étoient excentriques, (*Ptol. L. III. ch. 2. & 4.*) & leurs mouvemens inégaux : il écrivit à ce sujet un Traité particulier contre Eudoxe & Callippus. Non-seulement il reconnut l'inégalité de la lune, qui paroît aller plus vite dans son périégée & plus lentement dans son apogée, comme nous le dirons dans le VII^e. Livre, en parlant de la théorie de la lune ; mais il trouva encore le mouvement des nœuds de la lune, forma des hypothèses & des tables qui représentoient les mouvemens du soleil & de la lune, & il auroit fait la même chose pour les autres planetes, s'il avoit pu avoir un assez grand nombre d'observations.

Hipparque reconnoit les inégalités des planetes.

Ptolémée, (*L. IX. c. 2.*) s'explique en ces termes : « Le temps » depuis lequel nous avons des observations des planetes » rédigées par écrit, est si court en comparaison de la grandeur d'une telle entreprise, qu'on ne peut être assuré des » prédictions qu'on en feroit pour un long espace de temps ; » ainsi je pense qu'Hipparque, amateur du vrai, entreprit, » à la vérité, ce travail pour les mouvemens du soleil & de

» la lune , en démontrant , autant qu'il étoit possible ; que
 » ces mouvemens étoient réellement circulaires ; mais il ne
 » l'entreprit pas pour les cinq autres planetes ; du moins au-
 » tant qu'il paroît par les Ouvrages que nous avons pû voir
 » de lui ».

Il forme le
 premier un
 catalogue des
 étoiles.

224. Hipparque entreprit aussi un catalogue général des étoiles fixes , & il en vint à bout : ce grand ouvrage nous a été heureusement conservé dans l'Almageste de Ptolémée, (*L. VII. ch. 5.*). On y trouve les longitudes de 1022 étoiles , avec leur grandeur apparente : une étoile nouvelle qui parut de son temps , fit entreprendre à Hipparque la description de toutes les étoiles du ciel , pour que la postérité fût en état de reconnoître celles qui paroîtroient à l'avenir.

Pline s'explique avec admiration sur ce travail en élevant Hipparque au-dessus de tout éloge : « Il apperçut ,
 » dit-il, une nouvelle étoile qui s'étoit formée de son temps ;
 » & ayant observé son mouvement du jour où elle parut, il fut
 » porté à croire que ces phénomènes pouvoient arriver plus
 » souvent , & que les étoiles réputées fixes , pouvoient
 » avoir un mouvement : il osa , par une entreprise digne de
 » la Divinité , donner à la postérité le dénombrement du
 » ciel , & en déterminer toutes les parties , avec des instru-
 » mens de son invention , au moyen desquels il marqua les
 » lieux & les grandeurs des étoiles ; il donnoit les moyens
 » de discerner à l'avenir si les étoiles pouvoient se perdre &
 » reparoître ; si elles changeoient de situation , de grandeur
 » & de lumiere : c'est ainsi qu'il laissa le ciel en héritage à
 » ceux qui se trouveroient dignes d'en profiter ».

Il découvre
 le mouvement
 propre des
 étoiles.

225. Hipparque en comparant ses observations de l'Épi de la Vierge , avec celles que Timocharis avoit faites à Alexandrie un siècle auparavant , apperçut le premier que les étoiles changeoient de position , & paroissoient avancer lentement d'occident en orient , par rapport aux points équinoctiaux , ce que l'on appelle *Précession des équinoxes*. Nous en parlerons dans le IV^e. Livre.

Il corrige
 la longueur
 de l'année.

226. Ce fut encore Hipparque qui corrigea l'année Callipique , réputée alors de 365 jours $\frac{1}{4}$, & en retrancha la

300^e partie d'un jour, ce qui donnoit 365ⁱ 5^h 52' 12'', quantité à laquelle Ptolémée, trois siècles après, ne trouvoit encore rien à changer, & de laquelle on n'a ôté que 6 minutes, après les plus exactes observations des derniers siècles.

227. Hipparque composa aussi un Livre sur la mesure de la terre contre Eratosthènes, pour rectifier les mesures de celui-ci. Nous voyons que Strabon prend parti pour Eratosthènes, tandis que Pline applaudit au contraire à la censure d'Hipparque, & l'admire dans cette partie comme dans toutes les autres.

228. Synésius, ancien Auteur qui a écrit sur l'Astrolabe, atteste qu'Hipparque avoit dit aussi quelque chose sur les Planisphères, c'est-à-dire, la manière de tracer sur un plan la convexité du ciel, sans changer les proportions des cercles, malgré la différence des surfaces : Ptolémée traita dans la suite plus au long cette matière dans son *Planisphère*. On trouve dans Fabricius, (*L. III. §. 19.*) un Catalogue de tous les Ouvrages qui ont été attribués à Hipparque. Il nous en reste encore quelques-uns publiés d'abord en Grec par P. *Victorinus*, Mathématicien de Florence, en 1561, & par le P. *Petau* dans son *Uranologion*, qui est le troisième volume de son grand Ouvrage intitulé, *Doctrina Temporum*.

229. Nous devons compter au nombre des Astronomes Grecs le Philosophe POSSIDONIUS, qui jouissoit de la plus grande réputation environ 80 ans avant J. C. Il étoit d'Apamée en Syrie : il vint ensuite s'établir à Rhodes. Ce fut-là que Pompée eut avec lui, dans le temps qu'il étoit dévoré par les douleurs de la goutte, cette conversation fameuse qu'on trouve dans Plutarque, (*Vie de Pompée*) & dans les Fragmens de Cicéron. C'est lui dont Pline adopte les opinions sur la distance des planètes à la terre ; & l'on verra (*Liv. IX.*) qu'elles étoient d'une exactitude surprenante. On trouvera des détails curieux donnés par M. de Burigny, sur la vie & les ouvrages de Possidonius, dans le *XXIX^e*. Tome des Mémoires de l'Académie Royale des Inscrip. & Belles-Lettres, qui est actuellement sous presse.

230. ROME, occupée de l'art militaire, donna très-peu dans les Sciences. Nous n'y voyons presque d'autre Astronome célèbre que Ménélaüs, qui vivoit à Rome au commencement du regne de Trajan, vers l'an de J. C. 97. Il détermina les longitudes d'un grand nombre d'étoiles par le moyen des conjonctions de la lune : il en est parlé dans le septieme Livre de Ptolémée, chap. 3.

231. PTOLÉMÉE est le seul de tous les anciens Astronomes dont les ouvrages nous soient restés : c'est de lui que nous sommes obligés d'emprunter toutes les observations anciennes, sur lesquelles est fondée la recherche des moyens mouvemens ; & nous en parlerons cent fois dans le cours de notre Astronomie.

Il est appelé dans les Anciens *Claudius Ptolemæus Pelusiensis*, parce qu'il étoit né à Péluse en Egypte. Plusieurs Auteurs ont avancé, sans preuve, qu'il étoit de la famille des Rois d'Egypte. Nous ne rapporterons point le portrait détaillé qu'on a fait de sa personne, d'après une ancienne tradition conservée chez les Arabes, & retrouvée dans quelques-uns de leurs manuscrits : elle me paroît sans fondement. (*Voyez Gassendi dans la Vie de Peiresc*). Ptolémée parle d'une éclipse de lune qu'il avoit observée la neuvieme année d'Hadrien, c'est-à-dire, l'an 125 de J. C. & il nous apprend ailleurs qu'il avoit fait la plûpart de ses observations sur les étoiles fixes, la seconde année du regne d'Antonin le Pieux, c'est-à-dire, l'an 139 de J. C. (*L. IV. ch. 9. & L. VII. ch. 2.*). Ainsi nous voyons que les travaux de Ptolémée se rapportent principalement à l'intervalle de temps qu'il y eut entre les années 125 & 140.

232. Le grand Ouvrage de Ptolémée, auquel nous renverrons si souvent, a pour titre en Grec, *Μεγάλη Σύνταξις*, en Latin, *Magna Constructio*, & il est divisé en treize Livres : ce fut vers l'an 827, que cet Ouvrage fut traduit du Grec en Arabe par *Alhazen & Sergius*, sous les ordres de Maimon ou Almamon, qui régnoit à Baldach ; ils l'appellerent *Almageste*, du mot *Μέγιστον*, qui signifie *très-grand*. Cette Version passe pour être moins défectueuse que les autres par rapport aux nombres, (*Gesner, Bibliot. T. II. L. VIII, Scaliger, Emend. Temp. pag. 394.*)

233. L'Empereur Frédéric II. fit traduire l'Almageste d'après une édition Arabe, vers l'an 1230. (Bouillaud *in Proleg. Astr. Phil.*). On sçait aussi que vers l'an 1350, Girard de Cremona en fit une traduction à Toleda. Weidler dit l'avoir vû en manuscrit dans une Bibliothèque de Nuremberg. Il y en a une autre Traduction Latine dans la Bibliothèque d'Oxford, dont parle *Fabricius*, L. IV.

234. L'Almageste fut imprimé pour la première fois à Venise en 1515 : voici le titre que porte cette première édition : *Almagestum Claudii Ptolemæi Pheludiensis Alexandrini, Astronomorum Principis, opus ingens ac nobile, omnes Cælorum motus continens. Felicibus astris eat in lucem, ductu Petri Lichtenstein, Coloniensis Germani.* Cette Version fut faite sur l'Arabe : le nom du Traducteur ne se trouve en aucun endroit du Livre ; mais cette traduction diffère beaucoup de celle de Trapezuntius : l'édition est rare ; il y en a un exemplaire dans la bibliothèque de M. de Fouchi, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences.

Cinq éditions
de l'Almageste,

235. Le texte Grec de Ptolémée ne fut connu en Europe que dans le quinzième siècle : jusqu'alors on avoit employé les exemplaires Arabes pour traduire l'Almageste, comme l'observe Kepler dans les *Tables Rudolphines*, p. 114. Il n'y en a jamais eu qu'une édition Grecque : elle fut faite à Basle en 1538. Elle est accompagnée des Commentaires de *Theon* d'Alexandrie, Auteur du quatrième siècle. Cette édition étoit d'après un manuscrit de la Bibliothèque de Nuremberg, qui avoit appartenu à *Regiomontanus*, & que le Cardinal Bessarion estimoit plus qu'une province : l'éditeur fut Simon Grynæus. Il y a dans la Bibliothèque du Roi un manuscrit Grec de l'Almageste en lettres majuscules, dont Bouillaud se servit dans ses Recherches sur les anciennes Observations, (*Astron. Phil.* p. 111. & 114. *Catalogue des Manuscrits de la Bibliothèque du Roi.*).

La Traduction Latine de Trapezuntius fut réimprimée à Venise en 1527, & à Basle en 1541. Enfin, il y eut une cinquième édition de l'Almageste à Basle en 1551, augmentée des autres Ouvrages de Ptolémée, (excepté sa

Géographie). On y trouve une Préface & des Notes sur les trois premiers Livres, par *Erasmus Oswald Schreckenfuchsius*; c'étoit l'édition dont se servoit Tycho-brahé, comme Kepler en avertit dans les Tables Rudolphines, p. 114; & c'est aussi celle dont je citerai quelquefois les pages dans le cours de ce Traité.

236. Ptolémée composa aussi en Grec un grand ouvrage de Géographie, divisé en sept Livres, où il déterminâ les situations des lieux en longitude & en latitude, autant qu'il le pouvoit faire avec le peu d'observations qu'on avoit de son temps. Riccioli a prouvé, contre le sentiment de Baronius, que cette Géographie est véritablement de Ptolémée l'Astronome, (*Geographia reformata VII. 10.*) Elle parut en Latin à Strasbourg en 1525, traduite par *Bilibaldus Pirckheimerus*, avec les notes de Regiomontanus; à Basse en 1553, en Grec; à Cologne en 1597, en Latin, avec le Commentaire de *J.A. Maginus*: enfin, la Géographie de Ptolémée a été aussi imprimée en Grec & Latin, en 1605 & en 1618, par les soins de *Gerhard Mercator* & de *P. Pontanus*.

237. Nous avons encore un ouvrage de Ptolémée sur les apparences des étoiles fixes & les significations, qui parut à Urbin en 1592, traduit par *Frider. Bonaventura*. Le Traducteur y ajouta une apologie pour Théophraste, dans laquelle il disserta amplement sur le lever & le coucher d'Orion & des autres étoiles, en expliquant plusieurs passages des anciens Poètes, Médecins ou Philosophes, tels que Homère, Hippocrate, Hésiode, Aristote, Aratus, Hipparque, Galien, Théophraste, Alexandre & Virgile.

Nous parlerons dans le Livre VIII. des *Apparences*, qui sont le lever & le coucher, cosmique, achronique, héliaque des différentes étoiles. A l'égard des *Significations*, il nous suffit de dire que ce sont les pluies, les vents & autres variations de l'atmosphère, que les Anciens attribuoient aux apparitions de différentes étoiles, sinon comme causes, du moins comme signes concomitans, mais auxquels on n'a depuis long-temps aucune confiance.

238. On attribue aussi à Ptolémée un Livre appelé

Liber quadripartitus , sur les prédictions astrologiques ; mais la plûpart des Critiques le jugent indigne du sçavoir & de la réputation de l'Auteur.

Il y a encore quelques Ouvrages de Ptolémée intitulés : *Planispherium* ; *De Analemmate* ; *De Hypothesibus Planetarum* ; *Recensio Chronologica Regum* ; *Harmonicorum Libri tres* ; *De judicandi Facultate* ; dont les Astronomes ne font aucun usage , & qui par conséquent ne font point de notre ressort.

239. Les Astronomes sont persuadés que Ptolémée n'étoit qu'un mauvais observateur , qu'il a tiré d'Hipparque & des autres qui l'ont précédé, tout ce qu'il y a de bon dans son ouvrage : j'en ai rassemblé plusieurs preuves dans les Mémoires de l'Académie pour 1757 , p. 420. (*Voyez aussi Astron. Philol. p. 152. Instit. Astron. p. xxviii. Elem. d'Astron. p. 196. & 467.*). Mais cela n'empêche pas que son ouvrage ne soit extrêmement précieux , puisque c'est le seul monument qui nous soit resté de l'histoire de l'Astronomie & des anciennes observations. D'ailleurs on peut dire que cet ouvrage est le seul qui ait perpétué l'Astronomie depuis Ptolémée jusqu'au temps de Copernic , c'est-à-dire, pendant quatorze siècles d'ignorance.

Depuis Ptolémée nous ne voyons aucun Auteur qui ait contribué efficacement au progrès de l'Astronomie , mais seulement quelques Ecrivains dont on peut voir le catalogue raisonné dans l'Histoire de l'Astronomie de Weidler , pages 184 à 202.

Des Astronomes Arabes ; de leurs progrès dans l'Astronomie , & de leurs Livres.

240. DEPUIS l'an 800 jusqu'à l'année 1300 , l'Europe étant plongée dans les ténèbres de la plus profonde ignorance , il n'y eut de bons ouvrages & des Gens habiles que parmi les Arabes , & sur-tout à Bagdad qui est à-peu-près l'ancienne Babylone.

Les plus célèbres sont , Almamon , Albategnius , Alfragan , Alhazen , & Ulug-beig , Prince Tartare.

Les Arabes étoient connus sous le nom de *Sarrasins* ; comme on le voit dans la Géographie de Ptolémée, (*L. VI. 7*) Voyez aussi la Bibliothèque Orientale ou Dictionnaire Universel , contenant tout ce qui regarde les peuples d'Orient, par M. Barthel. *Herbelot*.

Les Arabes , pendant les six premiers siècles, étoient sous la domination des Romains ; mais s'étant soulevés au temps d'Héraclius , vers l'an 600 , ils s'emparèrent de la Syrie & de l'Egypte , & formerent un Empire qui s'étendit ensuite vers l'Asie , l'Afrique , & jusqu'en Espagne. Les Califes de Babylone furent les plus puissans Princes de l'Asie , & leur domination s'étendoit jusqu'aux Indes.

241. Le second Calife de la Famille des Haschemides, fut Almanfur ou Almanfor , Prince orné d'un grand nombre de connoissances , & qui commença à répandre dans son Empire le goût de l'étude. Son petit-fils , Almamon ou

Du Calife
Almamon.

en 814 : ayant été élevé avec soin & dans l'amour des Sciences , il s'appliqua à les cultiver , & à les faire fleurir dans ses Etats ; il exigea dans un Traité de paix qu'il fit avec l'Empereur de Constantinople , Michel III, qu'il lui seroit permis de faire chercher dans toute la Grèce des Livres de Philosophie , pour les traduire en Arabe. *Abulpharaius* , dans son Histoire des Dynasties, nous dit qu'Almamon rassembla des Interpretes habiles , tel que Mefvé son Médecin , pour faire ces traductions. Il encourageoit ses sujets à les étudier ; il fréquentoit les Sçavans , & assistoit à leurs exercices : il fit traduire en 827 l'Almageste de Ptolémée par *Isaac Ben-honain* & *Thabet Ben-korah* , suivant M. Herbelot , ou par *Alhazen* , fils de Joseph , & *Sergius* , fils d'Elbe , suivant d'anciens Manuscrits. (232).

242. Almamon s'occupoit lui-même des observations astronomiques , & déterminâ l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ} 35'$, (on lit $23^{\circ} 33'$ dans d'autres manuscrits). Voyez Alfragan dans ses Principes d'Astronomie , (*ch. vi. p. 26. édit. de 1590.*). Almamon chargea ensuite des gens habiles de faire faire des instrumens convenables , & de les employer aux observations astronomiques ; ce qui fut exécuté à Shemasie

Traduction
de l'Almageste.

à Shemachie dans la province de Bagdad, & sur le Mont Casius auprès de Damas, (*Abulpharaius*, p. 162.).

243. Ce fut encore sous ses auspices que l'on mesura, dans la plaine de Fingar, sur les bords de la Mer Rouge, la valeur du degré de la Terre; & l'on trouva 56 milles $\frac{2}{3}$ pour chaque degré, le mille étant de 4000 coudées, (*Alfragan*, ch. x. p. 36. *Abulfeda*, *Geogr.*); la coudée étoit d'un pied & demi; mais on ne sçait pas si ce sont des pieds Romains, ou des pieds d'Alexandrie, qu'il faut employer dans l'évaluation de leur mesure. Le P. Riccioli évalue ce degré à 81 milles Romains antiques, ce qui donne 62 mille toises pour le degré des Arabes; mais M. Picard évalue ce degré à 47 mille toises, dans sa *Mesure de la Terre*. Enfin, Almamon ranima tellement les Sciences dans l'Orient, que l'on vit non-seulement de son temps, mais après lui, un très-grand nombre de gens habiles dans un pays où l'étude étoit depuis long-temps oubliée. Il mourut à Tarise en Cilicie, dans une expédition militaire, en 833.

244. ALFRAGANUS, ou Alfergan, vivoit à-peu-près dans le même temps; il est appelé aussi *Ahmed* (ou *Muhammed*) *ben-Cothair*, ou *Ketir*, suivant Golius: il étoit né à Fergan dans la Sogdiane, suivant M. Herbelot, au mot *Fargani*. Il écrivit des *Elémens d'Astronomie*, qui sont partagés en 30 chapitres ou différences: ce Livre contient un abrégé de toute l'Astronomie; l'Auteur suit presque toujours Ptolémée; il emploie les mêmes hypothèses, les mêmes noms, & il le cite souvent.

Il y a trois Traductions Latines du Livre d'Alfergan.

La première fut faite dans le douzième siècle: elle porte le nom de *Joannes Hispalensis*, & fut publiée à Ferrare en 1493, & à Nuremberg, en 1537, avec une Préface de Philippe Melancthon.

La seconde Traduction fut faite par *Jacques Christman*, sur la Version Hébraïque de *Jacques Antoli*, & parut à Francfort en 1590. Celui-ci ajouta au premier Chapitre d'Alfragan un ample Commentaire, dans lequel il compare les calendriers des Romains, des Egyptiens, des Arabes,

des Perfes, des Syriens & des Hébreux, & montre la correspondance de leurs années.

Enfin, la troisième & la meilleure traduction fut faite par *Jacques Golius*, Professeur des Mathématiques & des Langues Orientales à Leyde : elle parut en 1669, après la mort de l'Auteur, accompagnée du texte Arabe, & de plusieurs notes sçavantes sur les neuf premiers Chapitres ; car Golius n'avoit pas eu le temps de les pousser au-delà.

245. ALBATEGNIUS vivoit en 880. Il est appelé *Muhammed ben geber Albatani*, ou *Muhamedes Araçtensis*. Il fit des observations à Araçte en Mésopotamie & à Antioche. Ayant apperçu que les Tables de Ptolémée étoient imparfaites, il en dressa de nouvelles, qui ont été employées long-temps comme les meilleures parmi les Arabes : elles étoient composées pour le méridien d'Araçte. Il composa un Ouvrage qui a pour titre, *de Scientia Stellarum*, & qui renferme presque toute l'Astronomie, d'après les observations de Ptolémée & les siennes.

Ce Livre, traduit par Platon de Tibur, parut à Nuremberg en 1537, avec des additions & des démonstrations de Regiomontanus, & fut réimprimé à Bologne en 1645.

Déterminations
des Arabes.

Albategnius détermina dans ce Livre le mouvement de l'apogée du soleil depuis le temps de Ptolémée, aussi bien que le mouvement des étoiles, qu'il trouva d'un degré en 70 ans : il donnoit pour la longitude de la première étoile du Bélier $18^{\circ} 2'$, & pour l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ} 35'$. Les Tables Rudolfines des mouvemens lunaires, dont nous parlerons ci-après, furent dressées sur les observations d'Albategnius, comme l'observe Nic. Muler, (*Tab. Fris. p. 248.*).

246. THEBITH *ben Chora* vivoit dans le neuvième siècle, suivant l'Historien Abulpharaius, & l'on peut s'en tenir à son témoignage, quoique plusieurs Sçavans ne l'aient placé qu'au treizième. On trouve plusieurs remarques nouvelles qui sont attribuées à cet Auteur. Il employa la révolution du soleil, non par rapport aux équinoxes, mais par rapport aux étoiles fixes, en faisant observer que

celle-ci étoit la seule qui fût réellement une véritable révolution complète, & il l'établiffoit de $365^{\text{h}} 9' 12''$.

Il distingua auffi le mouvement de l'apogée du foleil & des planetes, d'avec le mouvement des étoiles en longitude.

247. Enfin, Thebith imagina une hypothèse qui fut adoptée long-temps, pour expliquer le changement de l'obliquité de l'écliptique & l'inégalité de la précession des équinoxes, qu'il crut appercevoir par la comparaiſon des anciennes observations : cette hypothèse confiftoit à placer vers chaque équinoxe un petit cercle ou épicycle, dont le diametre étoit de $4^{\circ} 18' 43''$; le vrai point de l'équinoxe étoit dans la circonférence de ce petit cercle, & le parcouroit d'un mouvement uniforme : au moyen de ce mouvement de *trépidation* dans les points équinoctiaux, il ſe trouvoit que les étoiles paroiffoient aller quelquefois vers l'orient, & quelquefois vers l'occident, avec des vitesses inégales. Voyez Purbachii *Theoricæ Planet.* & les Notes de Rheinholdus ſur cet Ouvrage. Cette hypothèse fut enfuite réfutée par Rheinholdus & Regiomontanus ; mais on n'a pas laiffé d'en former une ſemblable pour les petites quantités de la nutation, dont nous parlerons en détail dans le XVII^e. Livre. Enfin, Thebith observa l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ} 33' 30''$.

Hypothèse
de Thebith.

248. Les Arabes dans le huitieme ſiècle s'emparèrent de l'Espagne ; ils y porterent leur Astrologie & leur Philosophie Péripatéticienne, & il y eut pluſieurs hommes célèbres qui firent long-temps la réputation de l'Espagne. Arzachel y parut vers l'an 1080 ; il fut regardé de ſon temps comme un homme incomparable dans l'Aſtronomie : on croit qu'il fut l'Auteur des Tables Aſtronomiques connues ſous le nom de *Tabulæ Toledanæ* : juſqu'à lors les Tables d'Albategnius avoient été reçues ſans qu'on y ſouppçonnât la moindre erreur. Arzachel reconnut ſans doute leur imperfection, & voulut y en ſubſtituer de nouvelles. (Voyez Bouillaud, pag. 15.). Blanchini, dans la Préface de ſes Tables, observe que le Roi Alphonſe corrigea les Tables de Toledo pour former les Tables Alphonſines, qui ont

Arabes
en Espagne.

été si long-temps respectées & employées par tous les Astronomes.

Hypothèse
d'Arzachel.

249. Arzachel observa aussi l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ} 34'$. Enfin, il imagina une hypothèse fort ingénieuse pour ce tems-là, par laquelle il expliquoit tout à la fois & la diminution de l'excentricité du soleil qui lui paroissoit avoir eu lieu depuis Ptolémée, & le mouvement de l'apogée du soleil: cette hypothèse consistoit à faire mouvoir le centre de l'excentrique ou du cercle décrit par le soleil, dans un autre petit cercle; au moyen de quoi le centre de l'orbite pouvoit s'approcher & s'éloigner périodiquement de la terre, (*Voyez Snellius, p. 106. de ses Additions sur les Observations de Hesse*). L'idée qu'eut Arzachel d'expliquer ainsi les inégalités qu'il croyoit appercevoir dans le soleil; fut adoptée par Copernic, & appliquée ensuite à la lune par Horoccius & Newton, d'une manière très-heureuse, ce qui doit rendre la mémoire d'Arzachel respectable dans l'Astronomie.

Réfractions
Astronomiques.

250. Alhazen vécut aussi en Espagne sur la fin du onzième siècle; il fut le premier qui fit voir l'importance de la théorie des réfractions en Astronomie, quoique les Anciens en eussent fait peu de cas. Nous avons de lui un Ouvrage d'Optique, & un Traité des Crépuscules & de l'élevation des Nuages; nous aurons occasion de le citer dans notre XII^e. Livre.

Observations
d'Ibn Iounis.

251. *Ibn Iounis*, (ou *Zig ebn Iounos*, suivant M. Herbelot) fut un Observateur soigneux dont il nous reste trois éclipses observées avec précision, les seules de toute l'Astronomie Arabe qui puissent servir à déterminer exactement l'inégalité séculaire de la lune depuis ce tems-là. J'en ai fait usage dans les Mémoires de l'Académie pour 1757.

Cet Auteur étoit Egyptien, (suivant Golius dans ses Notes sur Alfergan) & Astronome du Calife d'Egypte *Aziz ben Hakem*: il composa des Tables qu'il appella *Hakimiques*, parce qu'elles étoient dédiées à Hakem. Il est parlé de ces Tables, comme de beaucoup d'autres, dans M. Herbelot, (*Biblioth. Orient. p. 934. & suiv.*)

252. Lorsque les Califes eurent étendu leur domination:

& leurs connoissances jusques dans la Perse, les Sciences pénétrèrent bientôt dans la Tartarie & dans les Indes : il nous en reste un monument précieux dans les Ouvrages d'ULUG BEIGH, qui étoit neveu du grand Tamerlan, & qui vers l'an 1430. regnoit aux Indes : la capitale de son Empire étoit Samarkand, située à 39° 37' de latitude, & sa domination s'étendoit sur les deux rives du fleuve Oxus ou Giihus. Nous avons de lui un Catalogue célèbre des longitudes & des latitudes des étoiles.

Ce Prince rassembla dans sa capitale des Astronomes de différens pays, & sur-tout de la Perse : il fit construire des instrumens propres à déterminer les mouvemens célestes mieux qu'on ne l'avoit jamais fait ; lui-même environné de ses Mathématiciens, observoit assiduellement, & n'épargnoit rien pour se procurer en Astronomie de nouvelles connoissances. *Gravius*, dans la Préface des Tables géographiques d'Ulug Beigh, raconte qu'il avoit ouï dire à Constantinople, que parmi un grand nombre d'instrumens, ce Prince avoit un quart-de-cercle aussi haut que la voûte du Temple de Sainte Sophie à Constantinople, c'est-à-dire, 180 pieds Romains ; il y a lieu de croire que c'étoit un Gnomon, semblable à ceux de Florence, de Bologne & de Paris, dont nous parlerons lorsqu'il sera question des instrumens d'Astronomie dans notre XIII^e. Livre.

Instrument
d'Ulug Beigh.

Ulug Beigh composa aussi des Tables Astronomiques pour le méridien de Samarkand, tant sur ses observations, que sur celles de *Salaheddin*, qui en avoit formé l'entreprise : on dit que ces Tables étoient si exactes, qu'elles différoient peu de celles de Tycho-brahé, (*Herbelot*, pag. 935. & suiv.).

253. Le grand Ouvrage de ce Prince est son Catalogue d'étoiles, dressé à Samarkand l'an de l'Hégire 841, ou 1437 de J. C. & dont voici le titre : *Tabulæ longitudinis & latitudinis Stellarum fixarum ex observationibus Ulugbeighi, Tamerlanis M. nepotis, regionum ultra citraque Giihum Principis potentissimi. Ex tribus invicem collatis MSS. Persicis, jam primùm luce & Latio donavit, & Commentariis illustravit Thomas Hyde, A. M. à Colleg.*

Catalogue
d'Etoiles.

Reg. Oxon. In calce accesserunt Mohammedis Tizini Tabula Declinationum & rectorum Ascensionum. Additur Elenchus nominum Stellarum. 1665. On en a fait depuis quelques années en Angleterre une nouvelle édition.

Ce Catalogue n'est qu'une partie d'un plus grand Ouvrage d'Astronomie, dont le manuscrit se conserve à Oxford, & dont il seroit à souhaiter que nous pussions avoir la traduction entière.

254. La Table Géographique d'Ulug Beigh, où se trouvent les longitudes & latitudes des principaux lieux de la terre, comptées du méridien des Isles Fortunées ou Canaries, a été publiée en Persan & en Latin, avec celle de *Nasireddin*, par *Jean Gravius*, à Londres, 1652.

Nous avons encore de ce Prince un Ouvrage sur les époques les plus célèbres des Orientaux, publié avec des Commentaires par Gravius à Londres, 1650. Il fut tué en 1450. à l'âge de 58 ans. On trouve plusieurs détails sur sa vie dans la Préface de ses Tables, par M. *Hyde* & dans *Herbelot*, pag. 915.

DE L'ASTRONOMIE DES CHINOIS.

255. LES CHINOIS, que les Sçavans regardent aujourd'hui avec M. de Guignes comme une Colonie Egyptienne, avoient sans doute emporté avec eux des connoissances d'Astronomie; mais elles n'y acquièrent pas un grand degré de perfection. Le P. Gaubil a composé une histoire de l'Astronomie Chinoise, qui se trouve dans le III^e. Tome des Observations Mathématiques publiées par le P. *Souciet* en 1732. Je vais en rapporter les principaux traits.

Histoire
du P. Gaubil.

256. Vers l'an 206 avant J. C. l'Empereur *Lieou-pang* commença à protéger l'Astronomie, & établit un Tribunal de Mathématiques: *Se-matfen* observa vers l'an 104 les hauteurs du soleil par le moyen de l'ombre d'un gnomon de 8 pieds: il calculoit les longueurs des jours, la demeure des planetes sur l'horison, remarquoit leurs conjonctions & leurs éclipses; il faisoit l'année de 365¹ 6^h; il divisoit le cercle en 365 parties & un quart, & l'année en 24 *tsieki*, ou parties égales.

257. L'an 66 avant J. C. *Lieou-hin* écrivit un cours entier d'Astronomie : il supposoit l'obliquité de l'écliptique de 24 degrés ; il ignoroit le mouvement propre des étoiles, aussi bien que toutes les équations ou inégalités de la lune, du soleil & des planetes ; il rapportoit à l'équateur les situations de tous les astres (12).

258. L'an 99 de J. C. l'Empereur fit faire un grand instrument de cuivre , pour observer le mouvement des astres par rapport à l'écliptique. En 164 *Tchang-geng* dressa un catalogue de plus de 2500 étoiles , qui s'est perdu dans la suite.

259. En 206 *Lieou-hang* & *Tsay-yong* parlerent les premiers des inégalités de la lune , qu'ils faisoient de cinq degrés Chinois ; ils reconnurent que la longueur de l'année n'étoit pas tout-à-fait de 365j 6^h, ils songerent à trouver des règles pour les éclipses : car avant eux les Astronomes Chinois croyoient que les bonnes ou mauvaises actions des Princes influoient sur les phénomènes célestes.

260. En 284 on commença à reconnoître le mouvement des nœuds de la lune , & le mouvement propre des étoiles. En 460 on apperçut le mouvement diurne de l'étoile polaire , qu'on croyoit fixe & immobile au pole.

En 550 *Tchang-tse-sin* donna des règles pour calculer la parallaxe de la lune , & trouver le commencement & la fin d'une éclipse , ce qui avoit été inconnu à la Chine jusqu'alors : il dressa des Tables pour calculer les lieux des planetes.

Calcul
des Eclipses.

261. En 724 *Y-hang* estima que le mouvement propre des étoiles en longitude étoit d'un degré en 83 ans ; il fit faire des observations dans tout l'Empire ; il détermina les latitudes géographiques ; il fit construire un grand globe de cuivre pour représenter les mouvemens des planetes & les éclipses.

Mouvement
des Etoiles.

262. En 892 *Pien-kang* expliqua d'une manière plus claire la méthode que *Y-hang* avoit imaginée pour calculer les éclipses ; & il dressa un grand catalogue des longitudes & latitudes des villes ; mais ce catalogue n'existe plus.

263. En 996 il y eut un Astrologue qui examina la

Ancienneté
prétendue par
les Chinois. Chronologie Chinoise, & suivant son calcul la première année du règne de l'Empereur *Yao* se rapporteroit à l'année 2325 avant J. C.

264. En 1022 l'Empereur *Gin-tsong* fit des dépenses considérables pour des instrumens, & fit composer un grand cours d'Astronomie.

Propriété
de l'Aïman.

265. Sous l'Empereur *Hoei-tsong* qui regna l'an 1101, on composa un Livre où l'on parle comme d'une chose déjà connue, de la direction de l'aïman, & de la vertu qu'il a de communiquer cette propriété. Nous remarquerons à cette occasion que la propriété qu'a l'aïman d'attirer le fer, étoit connue des anciens Grecs, même de Thalès, 600 ans avant J. C. Mais il ne paroît pas qu'on ait connu en Europe, avant l'an 1100, la propriété qu'il a de se diriger vers le Nord. Un Poète du douzième siècle, Guyot de Provins, qui se trouva à la Cour de l'Empereur Frédéric, tenue à Mayence en 1181, nous apprend que les Pilotes François faisoient usage d'une aiguille aimantée, qu'ils appelloient *la Marinette*, (*Voyez Abbat. Usperg. & Fauchet, Antiquit. Gaul.*).

Observations de
Co-cheou-king.

266. Parmi les Astronomes Chinois dont le P. Gaubil a parlé, il n'en est aucun dont il nous soit parvenu des observations plus anciennes, & qui paroisse avoir travaillé avec plus d'intelligence & plus d'exactitude, que CO-CHEOU-KING: il fit construire à Pekin un Gnomon de 40 pieds de hauteur, dont il mesura l'ombre en divers temps de l'année, sur-tout en 1278 & 1279; les longueurs de l'ombre furent trouvées de 11,7775, le 10 Juin 1278; de 32,1955, le 16 Mars; de 26,0345, le 31 Mars; de 12,264, le 29 Juin; de 25,899, le 29 Août; de 76,74, le 29 Novembre; en supposant la hauteur de 40°: d'où M. de la Caille conclut l'obliquité de l'écliptique dans ce temps-là de 23° 32' 12", le lieu de l'apogée du soleil 3° 0' 10', & la durée de l'année 365^j 5^h 48' 49", (*Mém. Ac. 1757. p. 111. & 140.*). Il détermina la latitude de Pekin de 42°, & la distance de l'étoile polaire au pôle du monde 3°. Il employa le premier la Trigonométrie sphérique, ou la résolution des triangles dans l'Astronomie.

267. Le Prince *Tching* & l'Astronome *Hing-yun-lou* en 1573 s'appliquèrent beaucoup à perfectionner l'Astronomie : ils expliquèrent la méthode de calculer les éclipses, & examinèrent la plûpart de celles qui étoient rapportées dans l'Histoire de la Chine. Le P. Gaubil fait beaucoup de cas de leur ouvrage. C'est vers ce temps-là que les Missionnaires Jésuites portèrent à la Chine le goût des Sciences Européennes, & sur-tout les plus belles connoissances d'Astronomie : ainsi nous ne devons plus tenir compte aux Chinois de ce qui s'est trouvé, depuis ce temps-là, d'Astronomie parmi eux. Nous finirons en remarquant d'après l'histoire du P. Gaubil, combien les Chinois étoient encore éloignés en Astronomie de cette perfection si singulière & si ancienne, dont ils se vantoient à nos premiers Missionnaires ; prétendant que depuis plus de 4000 ans il y avoit à la Chine un Collège d'Astronomie ; mais ce n'est pas sans peine que le P. Gaubil a tiré la vérité des ténèbres, en pénétrant au travers de monumens anciens très-obscurs & très-défigurés.

Arrivée des
Missionnaires
Jésuites.

ÉTAT DE L'ASTRONOMIE EN EUROPE
depuis 1230 jusqu'en 1660.

268. DANS le temps où les Arabes se distinguoient en Orient par un grand nombre d'observations, de travaux & de Livres d'Astronomie, il ne paroissoit en Europe que de temps à autres, & comme par hasard, des hommes dignes d'avoir place dans l'histoire de l'Astronomie.

L'Empereur FRÉDÉRIC II. vers l'an 1230 se déclara le protecteur des Lettres. Il rétablit l'Université de Naples ; il fonda celle de Vienne en Autriche en 1237 ; il donna une nouvelle vigueur aux Ecoles de Bologne & de Salerne : il fit traduire de l'Arabe plusieurs Livres anciens de Médecine & de Philosophie, en particulier l'*Almageste de Ptolémée*, qui fit la première époque du renouvellement de l'Astronomie en 1230 (Voyez art. 233).

Frédéric II.

269. Jean de SACRO-BOSCO fut le premier Ecrivain qui acquit de la célébrité vers ce temps-là : il naquit à

Sacro-bosco.

Holifax ou Holiwood, en Angleterre, d'où il prit le nom de *Sacro-bosco*. Il étudia dans l'Université d'Oxford; mais bientôt attiré par la réputation de l'Université de Paris, il vint en France, où il enseigna publiquement la Philosophie & les Mathématiques: ce fut-là qu'il composa un Abrégé d'Astronomie sphérique & théorique, d'après les ouvrages de Ptolémée & d'Alfragan, qui est intitulé, *de Sphæra*, & qui a été depuis imprimé pour la première fois à Venise en 1499. Cet ouvrage étoit si célèbre, que pendant 300 ans on n'en connut point d'autre dans les écoles. Clavius écrivant son cours d'Astronomie en 1585, ne crut pouvoir mieux faire que de commenter *Sacro-bosco*: cet Auteur a laissé des Traités sur l'Astrolabe & sur le Comput Ecclésiastique. Il mourut à Paris en 1256; il est enterré dans le cloître des Mathurins, où l'on voit un astrolabe sur son tombeau avec quatre vers Latins. (*Voyez Anton-Wood, Hist. Acad. Oxon. L. I. p. 85. & Vossius, Ecrivain Hollandois, dans son Ouvrage de Scientiis Mathematicis, p. 179.*).

Alphonse.

270. ALPHONSE X. Roi de Castille, surnommé *le Sage*, fut le premier qui songea à corriger les Tables de Ptolémée: dès l'année 1240, & du vivant même de son pere, il avoit attiré à Toledé les Astronomes les plus habiles de son temps, Chrétiens, Maures ou Juifs, dont les travaux procurerent enfin les *Tables Alphonsines* l'an 1252, la première année de son regne; celui qui eut le plus de part à cet Ouvrage fut *Isaac Aben-sid*, surnommé *Hazan*.

Edition de 1483.

Alphonse mourut en 1284; ses Tables furent imprimées pour la première fois en 1483, à Venise, par Radolt qui excelloit dans l'Imprimerie vers ce temps-là: cette édition comprend 24 feuillets, elle est extrêmement rare; il y en a d'autres de 1492, 1521, 1545, &c. (*Weidler, p. 280.*).

Trapezuntius.

271. TRAPEZUNTIUS, (Georges) étoit né en 1396 dans l'Isle de Crète, & fut ainsi nommé parce que son pere étoit originaire de Trapézunce, ville de Cappadoce: il est presque le plus ancien de ceux qui excellèrent dans les traductions de Grec en Latin; il étoit d'un caractère vif & méchant. Son respect pour les écrits d'Aristote le fit écrire

contre Platon & les autres Philosophes d'une maniere odieuse ; & il fut réfuté dans un Ouvrage exprès du Cardinal Bessarion : il mourut en 1486. Il traduisit le premier l'*Almageste de Ptolémée* sur les exemplaires Grecs : sa traduction fut imprimée à Bâle en 1541 , & ensuite en 1551 , avec les corrections de Schrekenfuchsius. L'édition de 1515 , imprimée à Venise par Pierre Lichstenstein, est une de celles qui avoient été faites sur l'Arabe (234).

272. PURBACHIUS, (Georges) fut ainsi nommé à cause de la ville de *Peurbach* , sur les confins de l'Autriche & de la Baviere , où il naquit en 1423. Il enseignoit les Mathématiques à Vienne en Autriche : il construisit plusieurs instrumens d'Astronomie ; il rassembla plusieurs Tables du premier mobile ; il composa des Tables de Sinus de dix en dix minutes , sur un rayon de 60 parties ; il réforma les Tables des planetes , & calcula les équations plus exactement qu'on ne l'avoit fait dans les Tables Alphonfines : ses nouvelles Tables des éclipses furent très-célèbres , aussi bien que ses *Théoriques* qui parurent en 1460 , sur lesquelles il y a eu grand nombre de commentaires. Gassendi a composé la vie de Purbachius. *Tannstetter* , dans la Préface qu'il a mise à la Table des éclipses de cet Auteur , a donné un catalogue de tous ses Ouvrages ; & l'on trouve plusieurs observations de lui parmi celles de Regiomontanus & de Walterus , publiées par Schoner (277) , & dont nous allons parler.

Purbachius.

Sa vie écrite par Gassendi.

273. REGIOMONTANUS , ou Jean Muller , de Konisberg , naquit en 1436 : disciple de Purbachius , il continua ses travaux pour le progrès de l'Astronomie , & il y travailla plus efficacement qu'on ne l'avoit fait jusqu'alors , en faisant lui-même de bonnes observations. Il alla à Vienne dès sa jeunesse pour étudier sous Purbachius la théorie des planetes , & acquérir la connoissance de toute l'Astronomie de ce temps-là. Parmi les observations qu'ils firent ensemble, il nous restet trois éclipses de lune, de 1457 & 1460. Regiomontanus succéda à la place de Purbachius en 1460 ; mais cela ne l'empêcha point d'aller à Rome en 1461 avec le Cardinal Bessarion , pour y apprendre le Grec , & se

Regiomontanus.

Ses observations.

mettre mieux en état de lire Ptolémée. Il y fit aussi diverses observations : il remarqua, entre autres, une éclipse de lune du 27 Décembre 1461, qui arriva une heure plus tard qu'elle n'étoit annoncée par le calcul. Sa réputation le fit désirer en divers endroits où il fit des voyages, & en 1471 il se retira à Nuremberg, à cause des troubles occasionnés par la guerre de Bohême.

Ses Instrumens
d'Astronomie.

274. Il fut reçu à Nuremberg avec empressement par *Bernard Waltherus*, citoyen riche & amateur de l'Astronomie, qui fit construire plusieurs instrumens à ses frais ; & qui leva une Imprimerie pour le progrès de cette Science. Leurs principaux instrumens étoient : 1°. des règles astronomiques de cuivre, pour prendre les hauteurs des astres ; 2°. un rectangle ou rayon astronomique, pour mesurer les distances ; 3°. un astrolabe armillaire, formé par des cercles, semblable à ceux d'Hipparque & de Ptolémée : ils commencerent à observer ensemble en 1472. Il parut alors une célèbre comete, sur laquelle Regiomontanus composa un Traité particulier.

Ses Ephémérides.

275. Regiomontanus publia à Nuremberg les Théoriques de Purbachius ; le Poëme Astronomique de Manilius ; un nouveau Calendrier où il annonçoit les conjonctions, les oppositions & les éclipses : il composa le premier de bonnes Ephémérides pour 30 ans, depuis 1475 jusqu'en 1506, dans lesquelles étoient annoncées jour par jour les longitudes des planetes, leurs latitudes, leurs aspects & les éclipses : elles furent reçues avec un empressement extraordinaire de toutes les nations ; elles furent imprimées à Venise en 1474, par Radtolt, dont nous avons déjà parlé. Il est vrai qu'on trouve des Ephémérides pour 1442, à la Bibliothèque du Roi, & qu'on avoit déjà vû des prédictions astronomiques de cette espece ; mais elles n'approchoient pas des Ephémérides de Regiomontanus pour l'étendue & pour la précision.

276. Le Pape Sixte IV. voulant faire une réformation du Calendrier, & ne trouvant personne qui fût aussi capable de l'entreprendre, engagea Regiomontanus à venir à Rome en 1475 ; mais il y mourut l'année suivante à l'âge

de 40 ans, & il fut enterré dans le Panthéon. On prétendit que les enfans de Trapézuntius l'avoient fait empoisonner, parce qu'il publioit les fautes qui se trouvoient en grand nombre dans la traduction que leur pere avoit donnée de Ptolémée. Voyez Tannstetter, *Præfat. ad Tabulas Eclipsium Purbachii*, où l'on trouve un catalogue de tous ses Ouvrages, tant imprimés que manuscrits. *Gassendi* a composé fort au long la vie de ce célèbre Astronome; & *Doppelmayr*, de *Mathem. Norimb.*, y a encore ajouté des détails intéressans.

277. WALTHERUS, (Bernhard) né à Nuremberg en 1430, est regardé comme le disciple de Regiomontanus, quoique plus âgé, parce qu'il commença plus tard à être connu, & qu'il vécut plus long-temps. Ayant reçu chez lui en 1471 ce célèbre Astronome, il en profita pour s'instruire, soit dans la théorie, soit dans les observations: il acheta ensuite les instrumens, les livres & les manuscrits des héritiers de Regiomontanus, & continua d'observer avec les armilles & les règles parallacliques, jusqu'en 1504 qu'il mourut. Waltherus.

278. Après sa mort, ces observations furent achetées par le Sénat de Nuremberg, & publiées ensuite par *Jean Schoner*, à Nuremberg en 1544; ensuite par *Snellius* à la suite des observations du Landgrave de Hesse, en 1618; & enfin, en 1666, avec celles de Tycho-brahé, dont l'Éditeur rassembla toutes les observations qui avoient été faites jusqu'alors. On reproche à Waltherus d'avoir tenu extrêmement cachées les observations de Regiomontanus, qu'il auroit dû publier. Le Citoyen & le Philosophe regardent également cette sorte de jalousie, ou de mystère, comme une tache à la mémoire d'un grand homme. Reproche qu'on lui a fait.

279. COPERNIC, (Nicolas) naquit à Thorn en Prusse le 19 Janvier 1472. Il avoit eu de bonne heure le goût de l'Astronomie; mais il ne commença à observer que dans son voyage d'Italie vers l'an 1500. Son oncle qui étoit Evêque de Warm, lui donna un canonicat dans la Cathédrale de Fravemberg, à l'embouchure de la Vistule; & ce fut-là qu'il s'adonna sérieusement à l'Astronomie. Copernic.

Ses études dans
les Anciens.

Il trouva d'abord de la répugnance à admettre , comme les Anciens , dans les planetes , un mouvement uniforme autour d'un centre particulier & différent de celui de la terre , dans le cercle qu'ils appelloient l'*Equant*. Il voulut connoître & étudier les Livres de tous les anciens Astronomes , pour choisir entre leurs systêmes & leurs hypothèses , & en tirer quelque chose de clair & de vraisemblable.

280. On voit dans le chapitre X de son premier Livre , qu'il s'occupa principalement d'un systême qu'il attribue à *Martianus Capella* , Auteur Romain du cinquieme siècle : Gassendi , dans la vie de Copernic , y joint celui d'*Apollonius Pergæus* qui avoit vécu à Alexandrie 240 ans avant J. C. Martianus , à l'exemple des Egyptiens , avoit placé le soleil entre la lune & Mars , faisant tourner Mercure & Vénus autour du soleil , comme leur centre propre ; mais , au rapport de Gassendi , Apollonius avoit fait plus que les Egyptiens , il avoit avancé que non-seulement Mercure & Vénus , mais encore Mars , Jupiter & Saturne décrivoient leurs cercles autour du soleil , tandis que le soleil , aussi bien que la lune , tournoient autour de la terre comme centre du monde ; ce qui a été depuis appelé *le systême de Tycho-brahé*. Je ne vois pas cependant que Copernic en ait parlé dans son dixieme Chapitre , où il fait mention simplement de *Martianus Capella*.

Son Systême.
Copernic préféra d'abord ces hypothèses qui représentoient parfaitement la proximité constante de Mercure & de Vénus au soleil , la cause de leurs stations & rétrogradations apparentes. Il considéra ensuite qu'il étoit surprenant que le soleil étant le centre du mouvement des planetes , ne fût pas le centre du monde , & qu'il étoit incroyable que le soleil , accompagné de plusieurs corps célestes , pût tourner non-seulement chaque année dans l'écliptique , mais encore chaque jour autour de nous : il voyoit que les Pythagoriciens n'avoient pas fait difficulté de renverser cet ordre , & de faire tourner la terre autour du soleil : il imita leur exemple , en attribuant à la terre un mouvement diurne de rotation sur son axe , & un mouvement annuel autour du soleil : il examina sur cette supposition toutes les

observations ; & il vit qu'on les expliquoit si bien avec le mouvement de la terre , que tous les phénomènes ren-
troient dans l'ordre le plus simple.

281. Copernic commença dès l'an 1507 à méditer & à écrire là-dessus ; mais craignant d'annoncer des choses trop extraordinaires , sans en avoir des preuves démonstratives , il voulut examiner chaque planete en particulier , & en déterminer les mouvemens de maniere à construire des Tables plus exactes que les Tables de Ptolémée , ou les Tables Alphonsines. Il fit construire un quart-de-cercle , des règles à la maniere de Ptolémée , & un instrument pa-
rallaëlique , dont la plus longue règle étoit divisée en 1414 parties , pour former l'hypothénuse d'un triangle rectangle isocèle , dont les côtés ayant 4 pieds de long , étoient divisés en 1000 parties : ce fut avec le secours de ces instrumens , & par beaucoup d'observations , qu'il parvint à construire de nouvelles Tables des planetes , & à finir vers l'an 1530 son grand Ouvrage de *Revolutionibus Orbium cælestium* , qu'il ne publia cependant que long-temps après.

Ses observations.

282. Le Cardinal de Capouë , *Schoenberg* , l'exhortoit par lettres en 1536 , à donner au Public ses travaux sur le système du monde ; & en 1539 , *Rheticus* , Professeur de Mathématiques à Wittemberg , quitta sa place pour aller en Prusse se joindre à Copernic , & s'instruire de ses découvertes. Copernic se détermina enfin à confier son ouvrage à un Evêque nommé Gyfius ; il y joignit une dédicace au Pape Paul III. Gyfius remit ce manuscrit à Rheticus qui retournoit en Saxe , & qui le fit imprimer à Nuremberg en 1543 : l'édition fut achevée le 24 Mai ; mais peu de jours après avoir reçu le premier exemplaire de cet immortel ouvrage , Copernic mourut d'un flux de sang : il fut enterré dans l'Eglise Cathédrale de Warm. Le Livre de Copernic a été réimprimé à Basle en 1566 , & à Amsterdam en 1617.

Son Livre publié en 1543.

283. Les observations de Copernic ont été publiées à la tête de celles de Tycho , en 1666. La vie de Copernic a été composée par Gassendi , aussi bien que celles de Purbachius , de Regiomontanus & de Tycho : on les trouve dans le cinquieme tome de ses ouvrages imprimés à Lyon.

en 1685 ; & elles avoient paru séparément à la Haye en 1655.

284. Vers le temps de Copernic, il commença à paroître beaucoup de Mathématiciens, d'Astronomes, & surtout d'Ecrivains célèbres dans ce genre, parmi lesquels on doit distinguer André *Striborius*, Chanoine de Vienne en Autriche, qui écrivit un très-grand nombre d'ouvrages vers l'an 1500.

Werner.

285. Jean *Werner*, né à Nuremberg en 1468, observa la comete de 1500 : il composa un grand nombre d'ouvrages, & sur-tout un *Traité de Motu octavæ Spheræ*, imprimé à Nuremberg en 1522, in-4°. dans lequel il fit voir par des observations faites en 1514, que la précession des équinoxes en 100 ans, étoit de 1° 10', & non pas de 1° seulement, comme on l'avoit cru jusqu'alors : ce Livre étoit déjà si rare du temps de Tycho-brahé, qu'après l'avoir fait chercher par toute l'Allemagne, il fut obligé de le demander encore en Italie, où enfin on le trouva. *Werner* mourut en 1528. (*Doppelmayer, de Mathem. Norimb. p. 31.*).

Mouvement
des Etoiles.

Schoner.

286. Jean *Schoner*, né à Carlstadt en Franconie le 16 Janvier 1477, fit quelques observations astronomiques à Nuremberg, publia plusieurs ouvrages de *Regiomontanus*, & en écrivit lui-même un grand nombre : il mourut à Nuremberg en 1547.

Stoffler.

287. Jean *Stoffler*, Professeur de Mathématiques à Tubingue vers l'an 1516, composa des éphémérides pour 50 ans, à commencer de 1500 : il fit beaucoup d'autres ouvrages, & mourut en 1531. (*Adami, Vitæ Phil. Germ. p. 73. Vossius, Bayle, Weidler.*).

Fernel.

Mesure de
la Terre.

288. Jean *Fernel*, Médecin & Astronome François, fut le premier des Modernes qui entreprit la mesure du degré de la circonférence de la terre ; il y parvint en 1550, comme nous le dirons dans le XV^e. Livre. On a de lui beaucoup d'autres ouvrages très-estimés & très-curieux pour ce temps-là : il mourut en 1558.

Reinhold.

289. Erasme *Reinhold*, né à Thuringe en 1511, est un des plus célèbres Astronomes qu'il y ait eu de son temps.

Il publia

Il publia en 1551 des Tables astronomiques dédiées à Albert de Brandebourg, Duc de Prusse, & intitulées pour cette raison, *Tabulæ Prutenicæ* : elles étoient faites sur les observations de Copernic & de Ptolémée ; mais elles étoient plus exactes que celles de Copernic, parce que celui-ci à qui les longueurs du calcul déplaisoient fort, avoit mis peu de soin dans la construction de ses Tables astronomiques. Reinhold publia encore plusieurs ouvrages, & il en préparoit beaucoup d'autres, lorsqu'il mourut en 1553. Tycho-brahé alla voir son fils, Médecin à Salfed, & il en fit l'éloge, (*Progymn. p. 699.*). Kepler parle de Reinhold comme d'un génie né pour les Mathématiques, & recommandable sur-tout par la clarté de ses ouvrages, (*Tab. Rudolph. p. 4.*). Ses Tables furent employées dans la construction du Calendrier Grégorien, en 1582.

Tabulæ Prutenicæ.

290. Georges-Joachim *Rheticus*, contemporain & collègue de Reinhold dans l'Université de Wittemberg, naquit en 1514 à Feldkirchen dans les Grisons, (*in Rhetia*), d'où il tira le nom de *Rheticus* : il alla à Fraumberg pour voir Copernic, & s'instruire avec lui ; c'est-là qu'il entreprit le calcul immense des Sinus de dix en dix secondes : cet ouvrage célèbre fut achevé dans la suite par Pitiscus en 1599. Rheticus mourut en Pologne en 1576.

Rheticus.

Table des Sinus de dix en dix secondes.

291. GUILLAUME IV. Landgrave de Hesse, né en 1532, occupe un rang distingué parmi les Restaurateurs de l'Astronomie : depuis 1561 jusqu'en 1592, il s'appliqua lui-même aux observations astronomiques, & s'attacha *Rothman* & *Byrgius* ; le premier qui étoit Astronome, & le second qui excelloit à faire des instrumens d'Astronomie. Le Landgrave fit bâtir à Cassel un Observatoire, où il rassembla toutes les machines connues de son temps : ses observations sont les meilleures qui aient été faites avant Tycho ; la plupart ont été publiées à Leyde en 1618. On les retrouve encore avec le Catalogue des Etoiles tiré de ces observations, dans l'Histoire Céleste de Tycho, publiée en 1666. Mais comme on sçavoit qu'une partie des observations de ce Prince étoient encore manuscrites en 1760, M. l'Abbé de la Caille engagea M. le Duc de Broglie, Général

Guillaume IV. Landgrave de Hesse.

Ses observations.

Ses Manuscrits
déposés à l'Académie.

de l'Armée de France qui occupoit Cassel , à en faire tirer une copie , & elle a été déposée dans la Bibliothèque de l'Académie des Sciences, reliée en un volume *in-folio*. Ce Recueil comprend des hauteurs observées en 1585 & 1587, par le Landgrave , & par Rothman & Birge , ses deux Mathématiciens ; des observations d'étoiles faites en 1567 par le Prince lui-même, & un Traité d'Astronomie de Rothman.

Tycho.

292. TYCHO-BRAHÉ , le plus grand Observateur qu'il y ait eu, est le premier qui par l'exactitude & le nombre de ses observations , ait donné lieu au renouvellement de l'Astronomie : toutes les théories, les tables & les découvertes de Kepler sont fondées sur ses observations ; & leurs noms à la suite d'Hipparque & de Copernic , doivent aller à l'immortalité. Tycho naquit le 13 Décembre 1546 à Knudstrup , dans la province de Scanie , d'une famille illustre qui subsiste encore dans la Suède. En 1559 il alla étudier à Copenhague : il fut étonné en voyant arriver l'éclipse de soleil du 21 Août 1560, suivant la prédiction des Astronomes ; dès ce moment il conçut le desir de pouvoir à son tour faire de semblables prédictions. Il se mit à étudier la Sphère , & à consulter souvent les Ephémérides de *Stadius*. En 1562 on l'envoya à Leipzig pour étudier en Droit , avec un Gouverneur qui ne pouvoit souffrir de voir son Eleve s'occuper d'Astronomie : celui-ci étoit obligé d'acheter , aux dépens de ses plaisirs, les moyens de s'instruire en secret : un petit globe céleste de la grosseur du poing , lui servoit à connoître les constellations & à les observer , quand le Gouverneur étoit endormi : dans un mois il avoit appris à distinguer toutes celles qui paroissent alors sur l'horison de Leipzig ; les éphémérides lui servoit à reconnoître les planetes & à suivre leurs mouvemens : il voulut ensuite connoître les principes sur lesquels ces éphémérides étoient construites ; il se procura les Tables d'Alphonse & de Copernic ; il s'en rendit l'usage familier , & il ne tarda pas à reconnoître qu'elles s'écartoient souvent beaucoup de l'observation ; & que les éphémérides de *Stadius*, les seules qu'on eût alors , n'étoient pas toujours exactes ; il vit surtout au mois d'Août 1563 , que la conjonction de Jupiter

Il commence à
examiner le Ciel
en 1560.

& de Saturne avoit été mal annoncée, & que les Tables n'y étoient pas conformes : ce fut alors qu'il conçut le projet de faire de meilleures observations. Il fit connoissance avec *Scultetus* qui faisoit à Leipzig des instrumens de Mathématiques : il acheta de lui un rayon astronomique à la façon de *Gemmafrisius*, avec lequel il passoit en secret des nuits entières à observer ; les observations qu'il fit avec ce petit instrument, existent encore, & il en avoit composé un Recueil séparé.

Il reconnoit l'erreur des Tables astronomiques.

293. Après avoir été trois ans à Leipzig, Tycho retourna dans son pays à l'occasion de la mort de son oncle. Mais voyant que ses parens faisoient peu de cas de ses occupations, il s'éloigna d'eux, & revint en 1566 à Wittemberg, où il faisoit tranquillement diverses observations, lorsque la peste l'obligea de se retirer à Rostoch dans le Meklembourg. Il observa au mois d'Avril 1567 une éclipse de soleil, qu'il compte pour la première qu'il eût observée dans les règles.

Il observe en 1566.

294. En 1569 Tycho vint à Aufbourg, & se lia avec *Hainzelius*, Sénateur de cette ville, qui avoit du goût pour l'Astronomie : il chercha des ouvriers dans l'intention de faire un quart-de-cercle où l'on pût distinguer chaque minute de degré ; le Sénateur se chargea des frais, & fit placer dans sa maison de campagne à Gekinga, un quart-de-cercle de bois de 14 pieds de rayon ; Tycho fit faire aussi un sextant de bois de 4 pieds de rayon.

295. En 1571, retourné dans sa patrie, il trouva un de ses oncles nommé *Billeus*, plus éclairé & plus favorable aux Sciences, qui connoissant le mérite de son neveu, lui donna un endroit commode à *Herritz-wadt* près de Knudstrup, pour y travailler à ses observations : il y forma un laboratoire ; & après avoir observé quelque temps avec son rayon astronomique, il fit faire ensuite un sextant semblable à celui qu'il avoit laissé à Aufbourg.

296. Ce fut-là que le 11 Novembre 1572 il apperçut cette étoile singulière de la constellation de Cassiopée, dont il fit des observations assidues, qui furent d'abord imprimées à Copenhague, & qu'il a données ensuite plus

Nouvelle Etoile de 1572.

au long dans ses Progymnafmes. Nous en parlerons dans le III^e. Livre. Sa réputation fit fouhaiter à beaucoup de perfonnes qu'il voulût donner quelques leçons dans l'Univerfité de Copenhague , fur des chofes que perfonne ne connoiffoit comme lui : il s'y refufa long-temps ; mais enfin le Roi s'y étant intéreffé , il s'y rendit en 1574 , & y démontra les théories fur lesquelles étoient fondées les Tables aftronomiques.

Le Roi lui
donne l'ifle
d'Huenne.

297. Il alla voir en 1575 le Landgrave Guillaume à Caffel, où nous avons dit qu'il y avoit un Observatoire célèbre(291); il vint enfuite à Bâle , & de-là à Venife , d'où il revint à Copenhague , avec le deffein de retourner s'établir à Bâle. Dans ces entrefaites , le Roi *Frédéric I.* à qui le Landgrave avoit fait connoître le rare mérite de Tycho , lui écrivit de venir le joindre , & lui offrit la protection la plus marquée pour le mettre à portée de fuivre le cours de fes travaux : il lui donna l'ifle d'*Huenne*, en Latin *Venusia*, fituée vis-à-vis de Copenhague, fe chargea des frais du bâtiment, des machines & des ouvriers qui lui feroient néceffaires. On y bâtit un château appellé *Uranibourg*, en forme de quarré de 60 pieds en tout fens , dont on peut voir la description dans le Livre qui a pour titre , *Astronomiæ inftauratæ Mechanica* , imprimé en 1598. On y joignit les inftrumens les plus grands & les plus parfaits , au nombre de 28, dont le même Ouvrage contient les figures & les descriptions; il y en avoit qui étoient divisés non-feulement en minutes, mais même de dix en dix fecondes ; il y employa tout ce que la magnificence d'un fi généreux Prince lui accorda, & tout ce que fes propres revenus lui fournirent : fes observations commencerent en 1582.

Etendue de
fes travaux.

298. Tycho ne pouvant fuffire à l'imménfité des travaux qu'il fe propofoit de fuivre , attira auprès de lui des gens capables de le feconder : il forma des Eleves à fes frais ; & il y avoit fans cefse des Observateurs attentifs & des Calculateurs affidus , qui travailloient fous fes ordres.

Dans l'efpace de 15 ans qu'il observa dans cette ifle , Tycho établit les fondemens de toute l'Aftronomie ; il déterminâ les lieux de 777 étoiles fixes, chacune par plufieurs

observations : le soleil , les planetes , les cometes , les parallaxes , les réfractiions , tout fut observé & fixé d'une maniere aussi exacte que nouvelle.

299. Les hommes les plus habiles se faisoient un plaisir d'aller voir cet Astronome incomparable, & tout le monde y étoit reçu avec aménité. Le Roi d'Ecosse allant épouser la Princesse Anne, sœur du Roi de Dannemark, passa dans l'isle d'Huene avec toute sa Cour, & fut si enchanté des travaux & des succès de Tycho, qu'il composa son éloge en vers Latins, tel qu'on l'a imprimé dans les Progymnasmes.

300. Tant de gloire & de mérite devoit faire des envieux. La mort du Roi Frédéric II, leur procura les moyens de réussir dans leurs manœuvres. Ils commencerent à exagérer les besoins de l'Etat, & ils firent enfin révoquer les pensions dont il jouissoit : alors Tycho ne pouvant plus suffire aux dépenses de ses observations, & prévoyant qu'on lui ôteroit encore son isle d'Huene, fit transporter une partie de ses instrumens à Copenhague, & ne laissa à Uranibourg que les plus lourds & les plus difficiles à transporter. Mais la rage de ses persécuteurs n'étant pas assouvie, un Ministre nommé *Walchendorp*, (son nom doit être connu, pour être réservé à l'infamie, & dévoué à l'exécration des Sçavans de tous les âges), lui fit défense de continuer à Copenhague ses travaux d'Astronomie ou de Chymie : Tycho fut donc obligé de fréter un bâtiment de transport, où il mit sa famille, ses instrumens, ses livres, & abandonna pour toujours son ingrate patrie au milieu de l'été, dans l'année 1597.

Il abandonne son isle.

301. Il passa d'abord à Rostoch, & de-là près de Hambourg au château de Wandebourg, chez Henri de Rantzow, qui lui avoit offert un asyle : ce fut-là qu'il publia en 1598 la Description de ses instrumens, *Astronomiæ instauratæ Mechanica*, dédiée à l'Empereur Rodolphe II.

Ce Prince qui connoissoit le mérite de ce célèbre fugitif, l'attira près de lui à Prague en 1599, lui donna une pension considérable, & ensuite un château éloigné de cinq milles de Prague, sur le bord du Lisar. Tycho s'y retira avec sa famille ; il y attira Kepler aussi-bien que deux

L'Empereur lui donne une pension.

de ses Observateurs, *Melchior Jostelius*, & *Christian Longomontanus*, qui furent dans la suite Professeurs de Mathématiques, l'un à Wittemberg, l'autre à Copenhague.

302. Cependant la solitude & les incommodités de ce séjour lui ayant fait desirer de retourner à Prague, l'Empereur acheta pour lui une maison commode, & lui donna Kepler pour le seconder dans les observations & les calculs qu'il vouloit continuer : il reprenoit ces exercices avec une vigueur nouvelle, lorsqu'il fut enlevé par une maladie aiguë, le 24 Octobre 1601. (Voyez la Vie de Tycho par Gassendi, & une Lettre particuliere de Tycho, écrite le 18 Septembre 1599 à Velleius, publiée par *Casseburg*, à Iena en 1730, in-4°.)

Observatoire
détruit par les
ouragans.

Le château d'Uranibourg fut donné sans doute à quelque courtisan qui en fit peu de cas, car en 1652 M. Huet qui voulut visiter un lieu aussi célèbre, n'en trouva aucun vestige ; le nom même de Tycho étoit inconnu dans cette isle barbare, un seul vieillard qui s'en souvenoit encore, lui dit que les ouragans avoient renversé cet édifice. M. Picard, envoyé par l'Académie en 1671, pour reconnoître la situation exacte de cet Observatoire, fut obligé de faire fouiller la terre pour en rechercher les fondemens.

303. Parmi les Ecrits de Tycho on doit citer principalement les six Ouvrages suivans : *Epistolarum Liber I. Uraniburgi*, 1596, in-4°. *Astronomiæ instauratæ Mechanica*, Wandenburgi, 1598, in-fol. *Astronomiæ instauratæ Progymnasmatata**, *Pars prima*, 1602, in-4°. réimprimée en 1648, avec une addition de *Mundi ætherei recentioribus Phenomenis. Liber de Cometa*, 1603. *Epistolarum Astronomicarum Libri duo*, Francof. 1610. in-4°. *Historia Cælestis*, Augustæ Vindelicorum, 1666. in-fol. Ce dernier Ouvrage, le plus considérable de tous, fut publié par le P. *Albert Curtius*, Jésuite, sous l'anagramme de *Lucius Barretus* : il y manque les observations de 1593.

Histoire des
Manuscrits de
Tycho-brahé.

304. Lorsqu'on publia le Recueil des Observations de Tycho-brahé à Aufbourg en 1666, en 2 vol. in-fol. on ne

* *Πρὸ Ἑὐνασµατῶν*, *Præexercitatio*. C'est la première ébauche d'un Traité complet d'Astronomie.

trouva point celles de l'année 1593 ; l'Editeur ne put les recouvrer malgré tous ses soins : l'Empereur Ferdinand III envoya même dans la Luface pour faire des recherches dans la maison de Bartschius , gendre de Kepler ; mais elles furent infructueuses : voici quelle avoit été l'occasion de la perte de ce Manuscrit.

Mars s'étant trouvé en 1593 en opposition & dans son périhélie, c'est-à-dire, le plus près de la terre qu'il étoit possible , il se forma une discussion littéraire à ce sujet entre Tycho & les Observateurs de Cassel : il fut question de sçavoir si l'on pouvoit observer la parallaxe de Mars ; on s'envoya mutuellement les observations manuscrites , & l'on croit que ce fut-là l'occasion de la perte de cette partie du manuscrit de Tycho.

A la place des observations de Tycho , l'on substitua celles qui furent faites à Cassel & à Wirtemberg la même année , avec un Catalogue des étoiles , fait pour la même année sur les observations de Cassel.

305. Cependant les manuscrits originaux de Tycho avoient été envoyés en Dannemark par Louis Kepler, Médecin de Dantzic, & fils de notre célèbre Kepler. Erasme *Bartholin*, à qui le Roi de Dannemark avoit confié les manuscrits originaux de Tycho, s'étoit proposé de les faire imprimer ; il en fit une copie rédigée par ordre des années & des planètes ; mais M. Picard ayant vû en 1671 , dans son voyage en Dannemark , que l'on ne songeoit plus à en faire la dépense , il obtint les manuscrits , & les rapporta en France, comme le plus précieux fruit de son voyage : on avoit commencé à les réimprimer en entier lorsque le grand Colbert mourut. M. de l'Isle a les épreuves de 68 pages imprimées , mais qui n'ont jamais été publiées , ni même tirées à l'impression. C'est d'après ces manuscrits originaux que les observations de 1593 ont été transcrites par M. de la Hire sur un exemplaire de l'Histoire Céleste qui est dans la Bibliothèque de l'Académie des Sciences.

306. D'après cette copie de M. de la Hire j'ai fait imprimer les observations de Mars , dans les Mémoires de l'Académie pour 1757 ; celles de Jupiter & de Saturne

feront bientôt imprimées à leur tour à la suite d'un Mémoire de M. Jeaurat. M. de l'Isle a aussi une copie entière & collationnée de toutes les observations de Tycho, dans laquelle sont les observations faites avant 1682, qu'on n'a point publiées dans l'édition d'Aufbourg, les observations de 1593, dont je viens de parler, & celles des Comètes observées par Tycho, que M. Pingré insérera dans un Traité des Comètes qu'il se propose de donner au Public.

M. de la Hire, après avoir transcrit les observations de 1593, renvoya en Dannemark le protocole ou le manuscrit original de Tycho. Dans l'incendie affreux qui arriva, il y a environ 30 ans, à Copenhague, on parvint à sauver ce manuscrit précieux, & il subsiste encore, comme on le voit par le *Journal Etranger* du mois de Mai 1755.

Kepler:

307. KEPLER est aussi célèbre dans l'Astronomie par les conséquences qu'il tira des observations de Tycho, que celui-ci par les matériaux immenses qu'il lui avoit préparés. Ce grand homme naquit le 27 Décembre 1571 à Wila, dans le Duché de Wirtemberg : il fut reçu en 1586 parmi les Eleves du Couvent de Mulefontaine. Destiné d'abord à l'Etat ecclésiastique, il se distinguoit dans la prédication à l'âge de 22 ans ; cependant il avoit fait aussi des progrès assez marqués dans les Mathématiques sous *Mæstlinus*, pour mériter d'être demandé en 1593 à Gratz en Styrie, où l'on venoit de perdre *Georges Stadius*, Professeur de Mathématiques & de Morale.

Son premier
Ouvrage en
1595.

308. Dès ce moment il se tourna par goût vers l'Astronomie, & composa en 1595 le Livre intitulé, *Mysterium Cosmographicum*, qui fit admirer son génie par les connoisseurs de ce temps-là ; & fit desirer à Tycho-brahé de l'attirer près de lui. Kepler vint à Prague en 1600. Il passa à peine deux mois avec Tycho : celui-ci mourut, & Kepler reçut en dépôt toutes ses observations sur lesquelles il composa son fameux Ouvrage de *Stella Martis*.

309. L'Empereur Matthias l'attira ensuite à *Lintz*, où il vécut dans une étroite médiocrité. En 1613, il se rendit à la Diète de Ratisbonne, où l'on parloit de la réformation du Calendrier. En 1626, il alla à Ulm pour faire
imprimer

imprimer ses Tables Rudolphines. En 1629 il alla à Sagan chez le Duc de Fridland, & en 1630 il fut fait Professeur de Mathématiques à Rostoch. Enfin, étant allé à Ratisbonne pour y solliciter les arrérages de pensions qui lui étoient dûs, il y mourut le 15 Novembre 1631, à l'âge de 59 ans. (Voyez les Actes de Leipsic, Janv. 1719. Weidler, chap. xv. p. 413.)

Tables
Rudolphines.

310. Les principaux Ouvrages de Kepler sont : *Mysterium Cosmographicum*, 1596. *Paralipomena* ad Vitellionem*, 1604. *De Stella nova in pede Serpentarii*, 1606. *Astronomia nova de Stella Martis*, 1609. *Dioptrica*, 1611. *Epitome** Astronomiæ Copernicanae*, 1618 - 1622. *Harmonices Libri quinque*, 1619. *De Cometis*, 1619. *Tabulæ Rudolphinæ*, 1627. Il y a encore de lui plusieurs autres Ouvrages de moindre conséquence, dont nous ne parlerons pas. Hévélius raconte qu'il étoit parvenu à recouvrer tous les manuscrits & toutes les lettres de Kepler, avec les réponses. Ces manuscrits furent achetés ensuite par Hanschius qui en faisoit espérer une édition complète. (Voyez les Actes de Leipsic, 1709. p. 141. & Janvier 1719.) Mais il n'y a eu d'imprimé que les lettres, in-fol. en 1718.

Manuscrits
de Kepler.

311. NEPER, Baron Ecoissois, mérite d'être célébré dans un Livre d'Astronomie, pour l'invention des Logarithmes, qu'il publia à Edimbourg en 1614. Il avoit d'abord caché le principe de cette découverte, mais Kepler l'eut bientôt pénétré, & le fils de Neper, dans une édition qu'il donna de l'ouvrage de son pere, en expliqua le fondement & les principes.

Neper invente
les Logarithmes.

Benjamin *Ursinus*, Mathématicien de Brandebourg, calcula des Tables beaucoup plus amples des Logarithmes, qu'il publia en 1625. Mais Henri *Briggs*, Professeur de Géométrie à Oxford, les calcula par le conseil de Neper, sur un plan différent, plus commode pour les calculs, en faisant égal à zéro le logarithme du rayon. Le Livre de Briggs intitulé, *Trigonometria Britannica*, publié à Oxford

Tables d'Ursinus.

Tables de Briggs.

* *Ἀπὸ*, *Relinquo*. Paralipomènes sont comme un Supplément.

** *Τίμνα*, *Abbrevio*. Epitome est un Abrégé.

en 1624, *in-fol.* contient les logarithmes des nombres depuis 1 jusqu'à 20 mille, & depuis 90 mille jusqu'à 100 mille.

Ulacq.

312. ADRIEN ULACQ, Mathématicien de Goude en Hollande, non-seulement calcula les Logarithmes des nombres intermédiaires depuis 20 mille jusqu'à 90 mille, mais il calcula les Logarithmes des Sinus & des Tangentes pour les degrés, minutes & secondes, de dix en dix, de onze chiffres chacun. En conséquence il publia deux grands Ouvrages à Goude; *Arithmetica Logarithmica*, en 1628, qui contient les Logarithmes des nombres jusqu'à cent mille; *Trigonometria Artificialis*, en 1633, qui contient les Logarithmes des Sinus de dix en dix secondes. Ce second Ouvrage est extrêmement rare, parce que les Astronomes en ont continuellement besoin. Mais on a rassemblé les Logarithmes de Briggs & d'Ulaq en un seul volume, publié à Londres par *Gardiner* en 1742, qui est actuellement entre les mains de tout le monde. Celui-ci commence à devenir rare à son tour; ces sortes d'éditions sont très-couteuses & se font très-rarement. Nous parlerons dans le XXIV^e. Livre, de la nature des Logarithmes qui font une partie considérable du calcul astronomique.

Tables d'Ulaq.

Tables de Gardiner.

Hevelius.

313. HEVELIUS, (Jean) naquit à Dantzic le 18 Janv. 1611. Il acquit dans ses premières études assez de Mathématiques pour y prendre un goût décidé: il y joignit le dessein & la connoissance des Arts, qui lui fervirent aussi beaucoup dans la suite.

Depuis 1630 jusqu'en 1634, il voyagea en Angleterre, en France & en Allemagne: à son retour il s'occupa quelque temps des affaires de la République de Dantzic; mais en 1639 animé par les conseils de *Cruger* qui avoit été son premier maître, il se livra tout entier à l'Astronomie, & sur-tout aux observations, qu'il sentit bien être le fondement de cette Science. En 1641 il établit chez lui un observatoire; il fit faire un sextant & un quart-de-cercle, de 3 & de 4 pieds; il construisit lui-même de très-grandes lunettes; il fit une description exacte de la figure de la lune

dans toutes ses phases, pour se guider dans l'observation des éclipses de lune, & il publia cette *Sélénographie* * en 1647 Sélénographie.
in-folio.

314. Sa *Cométographie* fut imprimée en 1668. La première partie de son grand Ouvrage intitulé, *Machina Cælestis*, *Machina Cælestis.* en 1673, & la seconde en 1679. Cette seconde partie est extrêmement rare, parce que dans le temps même où l'on venoit de l'achever, Hevelius perdit dans un incendie sa maison, ses instrumens & ses livres. Ses autres Ouvrages sont, *Annus Climactericus*, 1685. *Firmamentum Sobiescianum*, 1690. *Prodromus* ** *Astronomiæ*, & *novæ Tabulæ Solares unâ cum Catalogo fixarum*, 1690; & plusieurs Opuscules de moindre volume. Il mourut le 28 Janvier 1687 à l'âge de 76 ans.

315. Le Recueil manuscrit de ses lettres & des réponses de la plûpart des Sçavans, avec qui il étoit en correspondance, formant 17 volumes *in-fol.* fut acheté par M. de l'Isle en 1725, lorsqu'il alloit en Russie, & se trouve actuellement à Paris au Dépôt de la Marine. Ce Recueil renferme certainement une multitude de choses intéressantes pour l'Histoire & le progrès de l'Astronomie, qui seroient très-dignes d'être rendues publiques. Manuscrits.

316. Je finis ici mon Abrégé de l'Histoire des anciens Astronomes. A la mort d'Hévelius, l'Europe étoit remplie de Sçavans : toutes les nations se disputoient la gloire de découvrir & de perfectionner ; l'Académie des Sciences de Paris, la Société Royale de Londres, eurent surtout la plus grande part à cette révolution : le nombre des gens illustres & des Astronomes célèbres qu'elles ont produit est immense : nous aurons occasion de parler souvent de leurs travaux & de leurs découvertes dans le cours de cet Ouvrage ; il nous suffira d'en donner ici un Catalogue où le Lecteur puisse voir le lieu & le temps où ils ont vécu ; mais il y en a cinq qui par leur célébrité & l'étendue de leurs travaux exigent des Articles un peu plus étendus.

* Σελήνη, Luna.

** Πρὸ Δρομὸς, Præcursor.



DES ASTRONOMES LES PLUS CÉLÈBRES

qui ont paru depuis un siècle.

Assemblées
Littéraires à
Paris.

317. L'ACADÉMIE DES SCIENCES de Paris établie en 1666, forme une des époques les plus mémorables dans l'Histoire de l'Astronomie comme dans celle des autres Sciences qu'elle embrassa : le goût des Assemblées Littéraires y avoit commencé long-temps auparavant, & avoit été le germe des Sciences & de la Philosophie. Le Chancelier Bacon parle de ces Assemblées d'une manière brillante, (*Impetus Philosophici*). Il y eut en 1638 d'autres Assemblées formées par le P. *Merfenne*, & continuées chez M. de Montmort & M. Thévenot : on y voyoit GASSENDI, DESCARTES, FERMAT, DESARGUES, ROBERVAL, BOUILLAUD, FRENICLE, AUZOUT, BLONDEL, PASCAL. On y traitoit de l'Analyse, des Observations, de la Physique ; & c'est de-là que semble être sortie l'Académie Royale des Sciences.

Découvertes
faites par l'A-
cadémie R. des
Sciences.

318. Toutes les parties de l'Astronomie ont été découvertes ou perfectionnées dans le sein de cette Compagnie, comme on le peut voir dans le Recueil des Mémoires faits avant 1699. dans l'Histoire de l'Académie par M. Duhamel, dans l'Histoire céleste de M. le Monnier qui est un Recueil des anciennes Observations de l'Académie, dans l'Histoire de l'Astronomie, par M. Weidler, page 526, & comme on le verra dans tout le cours de cet Ouvrage. Parmi les découvertes essentielles qui y ont été faites, nous devons compter ici l'application du Pendule aux Horloges, celle des Lunettes au quart-de-cercle faite en 1668, & celle des Micrometres aux lunettes. Les principaux points de l'Astronomie y furent tous discutés & établis, je veux dire la Théorie du soleil & de la lune, leurs diametres, leurs parallaxes, les réfractions, la figure de la terre, l'obliquité de l'écliptique, la propagation successive de la lumière, les inégalités des satellites de Jupiter, &c.

Société Royale.

319. LA SOCIÉTÉ ROYALE DE LONDRES avoit été formée comme l'Académie des Sciences par des Assemblées de Curieux & de Sçavans, à Oxfort & à Londres. Les plus

célèbres étoient Messieurs *Ward, Boyle, Wilkins, Petty, Wallis, Willis, Goddard, Matthieu Wren, Christophe Wren* ; on rapporte l'établissement fixe de cette Société à l'année 1660, suivant T. Sprat dans son Histoire de la Société Royale de Londres : mais le célèbre Ouvrage des Transactions Philosophiques composé des Mémoires de cette Société ne commence qu'à l'année 1665, en même temps que le Journal des Sçavans commençoit à Paris : ces deux Ouvrages se ressembloient beaucoup, & formerent dès lors un commerce réciproque entre les Sçavans de Paris & de Londres. HOOKE & *Rooke* étoient alors les Astronomes les plus habiles de l'Angleterre ; mais ils furent bien surpassés par Flamsteed & Halley, dont nous parlerons bientôt séparément, après avoir dit quelques mots des plus célèbres Astronomes de Paris.

Astronomes
Anglois.

320. *Christian HUYGENS* de Zulychem en Hollande, fils d'un Conseiller du Prince d'Orange, naquit en 1619 : le premier Ouvrage par lequel il acquit de la célébrité, fut le *Systema Saturnium* 1659, où il explique les apparences singulieres de l'anneau de Saturne, sur lesquelles Galilée & Hévelius s'étoient totalement abusés ; il annonce dans le même Ouvrage la découverte d'un Satellite de Saturne, qu'il appelle *Luna Saturnia*, (c'étoit le 4^e) : il l'avoit vû en 1655 avec une lunette de 23 pieds. Les quatre autres furent découverts en 1684 par M. Cassini (328).

Huygens.

Quatrieme
Satellite de
Saturne.

L'application du Pendule aux Horloges pour en régler le mouvement d'une maniere parfaitement isochrone, fut détaillée par M. Huygens en 1673 dans l'Ouvrage qui a pour titre : *Horologium oscillatorium* ; il l'avoit annoncée dès l'année 1658 ; ce fut une des époques heureuses pour le progrès de l'Astronomie : l'application de la cycloïde pour en rendre les oscilations isochrones, étoit l'idée la plus géométrique & la plus belle, mais elle a été recon- nue inutile dans la pratique.

Horloges à
pendule.

321. En 1684 il quitta la France pour cause de Religion : Il fit imprimer à la Haye la description d'une machine propre à mettre en usage les grandes lunettes sans le secours des tuyaux qui assemblent les verres. Il mourut

Habitans
des Planetes.

en Hollande le 8 Juillet 1695. Son frere fit imprimer en 1698 un Ouvrage qu'il avoit composé sur les Mondes planétaires, intitulé, *Kosmotheoros*, dans lequel il prouve, de la maniere la plus frappante, qu'il doit y avoir dans la lune & dans les autres planetes des habitans, comme il y en a sur la terre. M. de Fontenelle a écrit sur la même matiere son ingénieux Ouvrage *des Mondes*. On ne sçauroit disconvenir avec eux de la ressemblance extérieure de la terre avec toutes les autres planetes : elle est ronde comme les autres, elle tourne autour du soleil, elle tourne sur son axe, elle est opaque comme elles. Il est très-naturel de croire qu'elle leur ressemble également quant aux êtres vivans, intelligens & animés, dont la terre est peuplée.

Dioptrique.

3 2 2. On a imprimé les Œuvres posthumes de M. Huygens à Leyde en 1703, en 1724 & 1728, en trois volumes : on y trouve la description d'un *Planétaire*, machine qui représente, par des roues plates, les révolutions des planetes autour du soleil & de la lune autour de la terre, dans leurs durées & leurs dimensions naturelles, même avec leurs excentricités, leurs inégalités & leurs inclinaisons sur l'écliptique. On y trouve aussi la Dioptrique, & plusieurs Mémoires d'Analyse qui font autant honneur à ce grand homme dans la Géométrie, que les découvertes dont nous venons de parler, lui en font dans l'Astronomie.

Cassini.

3 2 3. Jean-Dominique CASSINI naquit à Perinaldo dans le Comté de Nice, le 8 Juin 1635. Il a été un de ces hommes rares, qui semblent formés par la Nature pour donner aux Sciences une nouvelle face. L'Astronomie accrue & perfectionnée dans toutes ses parties par les découvertes de M. Cassini, éprouva entre ses mains une des plus étonnantes révolutions. Il fit presque toute la gloire du regne de Louis XIV. dans cette partie : le nom de Cassini est presque synonyme en France avec celui de Créateur de l'Astronomie.

3 2 4. Il prit le goût de l'Astronomie dans la maison de campagne d'un Noble Génois, où un Prêtre lui fit voir par hasard quelques livres qui en traitoient : il s'y attachait si fortement, qu'en 1650 il mérita d'être choisi par le Sénat

de Bologne pour succéder au P. *Cavaleri*, qui venoit de mourir dans la place de Professeur de Mathématiques à Bologne. Le Marquis de *Malvasia* eut beaucoup de part à cet heureux choix : M. *Cassini* étoit son ami ; ils observerent ensemble la comete de 1652 ; & ces observations furent imprimées à Modene *in-4°.* en 1653. Il écrivit dans le même temps sur la maniere de résoudre le problême de Kepler, ou de trouver géométriquement l'apogée & l'excentricité d'une planete.

325. La fameuse Méridienne de S. Pétrone de Bologne avoit été ébauchée en 1575 par *Egnatio Dante* ; l'Eglise ayant été réparée en 1653, M. *Cassini*, avec la permission du Sénat, rétablit cette Méridienne, & en fit un grand & bel instrument d'Astronomie, (*Observationes æqu. verni*, 1656, *in-4°.*). Etant allé à Rome au sujet des contestations qu'avoient excitées entre Bologne & Ferrare les inondations du Pô, il s'acquitta avec succès de cette commission ; ce qui lui mérita la place d'Inspecteur des fortifications du château d'Urbain.

Méridienne de
S. Pétrone.

326. En 1661, il s'occupa du calcul des éclipses de soleil, & imagina une méthode de projection qui sert également à trouver les longitudes des pays où une éclipse a été observée, (*Nova Eclipsium Meth.* Bonon. 1663. *in-4°.*).

Projection
des Eclipses.

Les cometes de 1664 & de 1665, qu'il observa, sur lesquelles il composa des ouvrages, ne l'empêcherent pas d'avoir l'intendance des Fleuves dans l'Etat Ecclésiastique, & celle des Fortifications de Pérouse. Il observa la rotation de Mars & celle de Jupiter, par le moyen de leurs taches, (*Martis Observationes, &c.* Rom. 1666. *Tabulæ Revol. Macul. Jovis, Romæ*, 1665, *in-4°.*). Il est beaucoup parlé de ces découvertes dans le Journal des Sçavans de ce temps-là.

327. M. *Cassini* s'occupa beaucoup, entre autres choses, de la théorie des satellites de Jupiter ; & dans ses Œuvres Astronomiques, imprimées en Italie en 1666, il en donna des Tables qui furent reçues avec empressement parmi les Sçavans, auxquelles il ajouta en 1668 des Ephémérides de leurs mouvemens. M. *Picard*, l'un des Astronomes

Théorie des
Satellites.

de l'Académie des Sciences de Paris, qui observoit les éclipses des satellites, trouva que ces Tables s'accordoient singulièrement avec l'observation : ce fut un nouveau surcroît de réputation pour M. Cassini. Louis XIV, & le grand Colbert qui venoient d'établir l'Académie des Sciences, voulurent que M. Cassini fût un des Membres de cette Compagnie, & lui obtinrent la permission du Pape Clément XI. de venir passer six ans à Paris ; il y arriva au commencement de 1669. A l'expiration du congé, il se trouva assez content du séjour de la France pour ne vouloir plus l'abandonner ; il s'y maria, & obtint des lettres de naturalité, avec une fortune considérable.

Découvertes
de M. Cassini.

328. Ce fut à l'Observatoire Royal de Paris qu'il commença, au mois de Septembre 1671, une nouvelle carrière d'observations, avec des instrumens choisis : on trouve dans les Elémens d'Astronomie de M. son Fils, une suite d'équinoxes, de solstices, d'oppositions & de conjonctions des planètes, observées depuis ce temps-là sans interruption. En 1672, il détermina la parallaxe du soleil ; il observa ensuite la comète de 1680 ; il découvrit la lumière zodiacale en 1683, & quatre des satellites de Saturne en 1684 ; (M. Huygens dès 1655 avoit découvert le quatrième). En 1693, il donna de nouvelles Tables des satellites de Jupiter, réformées sur les dernières observations ; & il composa un *Traité de l'origine & du progrès de l'Astronomie*.

Méridienne
de Paris.

329. M. Cassini fit un voyage à Bologne en 1695, pour observer le soleil à la Méridienne de S. Pétrone, qu'il avoit construite 40 ans auparavant : il trouva que la direction de la Méridienne étoit constante ; & détermina l'obliquité de l'écliptique, (*La Meridiana del Tempio, &c. Bononiæ, 1695, in-4°.*). En 1700, il continua de tracer dans les provinces méridionales de la France la grande Méridienne qui avoit été commencée par M. Picard. Enfin, après grand nombre d'autres ouvrages, il mourut comblé de gloire le 14 Septembre 1712, laissant pour successeur *Jean-Jacques Cassini*, son fils, que l'Académie a perdu en 1756.

330. L'éloge de M. Cassini fut fait alors par M. de Fontenelle

Fontenelle, Secrétaire de l'Académie; l'on y trouvera de plus grands détails sur sa vie. La liste de tous ses ouvrages, au nombre de 33, est rapportée dans la *Liste Chronologique de Messieurs de l'Académie Royale des Sciences depuis l'établissement de cette Compagnie en 1666, jusqu'en 1733*, (*Mémoires de l'Acad. 1733.*). Mais on n'y a pas compris les Pièces détachées qu'il avoit données dans les Mémoires de l'Académie & dans le Journal des Sçavans.

331. Jean PICARD, né à la Flèche en Anjou, l'un des plus anciens & des plus célèbres Astronomes qu'ait eu l'Académie des Sciences dans le temps de son établissement, observoit déjà à Paris en 1652. Il entreprit en 1669 la mesure de la Terre, comme nous le dirons dans le XV^e. Livre. Il fut envoyé en 1671 à Uranibourg, où avoit observé si long-temps Tycho-brahé, pour en déterminer exactement la longitude & la latitude, afin de pouvoir rapporter sans aucune erreur au Méridien de Paris, les Observations & les Tables qui avoient été faites sous celui de l'isle d'Huene. Il trouva la latitude plus grande seulement de 40'', que celle que Tycho avoit trouvée, quoiqu'avec de simples pinules; mais la différence des Méridiens n'avoit pas été aussi bien déterminée. Il rapporta en France les observations de Tycho, & amena M. Roëmer, qui fut depuis un de nos meilleurs Astronomes.

Mesure de
la Terre.

Voyage en
Dannemark.

332. M. Picard passe pour avoir imaginé le premier l'application des lunettes aux quarts-de-cercle en 1667, & observé le premier des hauteurs d'étoiles en plein jour. Il détermina le 21 Juin 1667 la direction de la Méridienne au lieu désigné pour bâtir l'Observatoire Royal. On peut voir ses réflexions & ses projets pour l'Astronomie, dans l'*Histoire Céleste*, imprimée en 1741, pag. 171, 29, 40. Il s'établit en 1673 à l'Observatoire Royal. Le Roi y étant venu le premier Mai 1682, fut charmé de l'activité, du zèle & des progrès des Astronomes qui y observoient, (*Hist. Cél. p. 261.*). Il envoya ses ordres pour la continuation de la Méridienne de France; mais M. Picard qui devoit y travailler, mourut le 12 Octobre 1682.

Application des
lunettes aux
quarts-de-cercle.

333. On voit par son *Traité du Nivellement* qu'il eut

beaucoup de part aux travaux faits pour amener les eaux à Versailles ; il réforma le célèbre Riquet au sujet du Canal de Maintenon ; il découvrit la propriété phosphorique des Barometres en 1675, (*Hist. Acad.* 1700.). On trouve dans le IV^e. Tome des Mémoires , lûs dans l'Académie avant son renouvellement , plusieurs Ouvrages de M. Picard ; la Mesure de la Terre ; le Voyage d'Uranibourg ; plusieurs Observations pour la Carte de France ; des Mémoires sur la Dioptrique , la Gnomonique , & sur les Mesures des Longueurs , des Solides & des Fluides.

334. FLAMSTEED a été le plus célèbre Observateur d'Angleterre. L'Histoire Céleste qu'il nous a laissée en 3 vol. *in-fol.* contient un recueil prodigieux d'observations faites pendant 33 ans à Greenwich , avec un catalogue fameux de près de trois mille étoiles. Il naquit à Derby le 19 Août 1646. Dès l'an 1670 , on voit de lui des calculs astronomiques dans les Transactions Philosophiques. Dans les Œuvres d'Horoccus , publiées en 1672 , on trouve des Observations & des Tables du soleil qu'il avoit faites. En 1676 , il entra en possession de l'Observatoire Royal que Charles II , par les soins du Chevalier MOORE , venoit de faire construire à Greenwich , près de Londres , à l'exemple de Louis XIV , qui avoit fait commencer dès l'an 1667 l'Observatoire Royal de Paris. On trouve la Description de ses instrumens dans le troisieme Volume de son Histoire Céleste ; & M. Weidler qui séjourna à Greenwich en 1726 , en parle beaucoup dans une Dissertation qu'il fit imprimer en 1727 , sur l'état des différens Observatoires de l'Europe.

Observatoire
Royal de
Greenwich.

335. En 1712, il y avoit déjà un grand nombre d'observations de faites, & M. Flamsteed ne les avoit point encore publiées : le Gouvernement d'Angleterre chargea M. Halley de suppléer à ce que l'Auteur n'avoit pas fait ; & l'on imprima en 1712 , par les ordres de la Reine Anne , en un seul Volume *in-folio* , le Catalogue des Etoiles fixes, avec le passage des Astres au méridien , & leurs distances au zénit , observées jusqu'en 1705. Flamsteed vit avec peine une édition qui avoit été faite sans lui & malgré lui, (*Ad.*

Erud. 1721, p. 463. Rostii *Astronomus sincerus*, p. 334.). Il se prépara à en faire lui-même une nouvelle, mais il mourut le 31 Octobre 1719; & la nouvelle édition de l'Histtoire Céleste n'a paru qu'en 1725.

336. Le premier volume de ce grand Ouvrage contient les observations qu'il avoit faites premièrement à Derby, ensuite à Greenwich, sur les étoiles fixes, les planetes, les cometes, les taches du soleil & les satellites de Jupiter. Le second renferme les passages des étoiles fixes & des planetes par le Méridien, avec les lieux des planetes qui en résultent. Le troisieme volume contient des Prolégomenes * sur l'histoire de l'Astronomie, la description des instrumens de Tycho-brahé, les catalogues d'étoiles fixes de Ptolémée, d'Ulug-beigh, de Tycho, du Landgrave de Hesse, d'Hevelius, & celui des étoiles australes qu'on ne voit jamais sur notre horison, par Abraham Sharp; enfin, le CATALOGUE BRITANNIQUE de 3000 étoiles, dont plusieurs paroissent à peine à la vûe simple.

Histoire Céleste de Flamsteed.

337. L'Auteur avoit travaillé au Catalogue depuis 1689, & jusqu'ici il a été sans cesse entre les mains de tous les Astronomes: on y trouve pour chaque étoile la longitude, la latitude, l'ascension droite & la distance au pole, avec la variation en ascension droite & en déclinaison, qui répond à un degré de changement en longitude. On y trouve encore un autre catalogue particulier des étoiles zodiacales, (au nombre d'environ 600), c'est-à-dire, de celles que la lune & les planetes peuvent rencontrer, & dont il importe le plus d'avoir les positions exactes.

Catalogue de Flamsteed.

338. M. Roëmer avoit imaginé un *Jovilabe*, ou instrument pour représenter les configurations ou situations des satellites de Jupiter. Flamsteed en imagina un autre, (*Transf. Philos.* 1685, n°. 178.). Il entreprit de prouver la parallaxe des étoiles par ses observations; mais M. Cassini réfuta solidement les conséquences qu'il avoit voulu en tirer, (*Mém. Acad.* 1699.). C'est sur les observations de Flamsteed que sont fondées les Tables de M. Halley, dont nous allons parler.

* Πρὸ λίγῳ, *Prædico*, c'est une espece d'Introduction.

beaucoup de part aux travaux faits pour amener les eaux à Versailles ; il réforma le célèbre Riquet au sujet du Canal de Maintenon ; il découvrit la propriété phosphorique des Barometres en 1675, (*Hist. Acad.* 1700.). On trouve dans le IV^e. Tome des Mémoires , lûs dans l'Académie avant son renouvellement, plusieurs Ouvrages de M. Picard ; la Mesure de la Terre ; le Voyage d'Uranibourg ; plusieurs Observations pour la Carte de France ; des Mémoires sur la Dioptrique , la Gnomonique , & sur les Mesures des Longueurs, des Solides & des Fluides.

334. FLAMSTEED a été le plus célèbre Observateur d'Angleterre. L'Histoire Céleste qu'il nous a laissée en 3 vol. *in-fol.* contient un recueil prodigieux d'observations faites pendant 33 ans à Greenwich , avec un catalogue fameux de près de trois mille étoiles. Il naquit à Derby le 19 Août 1646. Dès l'an 1670 , on voit de lui des calculs astronomiques dans les Transactions Philosophiques. Dans les Œuvres d'Horoccus , publiées en 1672 , on trouve des Observations & des Tables du soleil qu'il avoit faites. En 1676 , il entra en possession de l'Observatoire Royal que Charles II , par les soins du Chevalier MOORE , venoit de faire construire à Greenwich, près de Londres , à l'exemple de Louis XIV , qui avoit fait commencer dès l'an 1667 l'Observatoire Royal de Paris. On trouve la Description de ses instrumens dans le troisieme Volume de son Histoire Céleste ; & M. Weidler qui séjourna à Greenwich en 1726 , en parle beaucoup dans une Dissertation qu'il fit imprimer en 1727 , sur l'état des différens Observatoires de l'Europe.

Observatoire
Royal de
Greenwich.

335. En 1712, il y avoit déjà un grand nombre d'observations de faites, & M. Flamsteed ne les avoit point encore publiées : le Gouvernement d'Angleterre chargea M. Halley , de suppléer à ce que l'Auteur n'avoit pas fait ; & l'on imprima en 1712 , par les ordres de la Reine Anne , en un seul Volume *in-folio* , le Catalogue des Etoiles fixes, avec le passage des Astres au méridien , & leurs distances au zénit , observées jusqu'en 1705. Flamsteed vit avec peine une édition qui avoit été faite sans lui & malgré lui, (*Ad.*

Erud. 1721, p. 463. Rostii *Astronomus sincerus*, p. 334.). Il se prépara à en faire lui-même une nouvelle, mais il mourut le 31 Octobre 1719; & la nouvelle édition de l'Histtoire Céleste n'a paru qu'en 1725.

336. Le premier volume de ce grand Ouvrage contient les observations qu'il avoit faites premièrement à Derby, ensuite à Greenwich, sur les étoiles fixes, les planetes, les cometes, les taches du soleil & les satellites de Jupiter. Le second renferme les passages des étoiles fixes & des planetes par le Méridien, avec les lieux des planetes qui en résultent. Le troisieme volume contient des Prolégomenes * sur l'histoire de l'Astronomie, la description des instrumens de Tycho-brahé, les catalogues d'étoiles fixes de Ptolémée, d'Ulug-beigh, de Tycho, du Landgrave de Hesse, d'Hevelius, & celui des étoiles australes qu'on ne voit jamais sur notre horison, par Abraham Sharp; enfin, le CATALOGUE BRITANNIQUE de 3000 étoiles, dont plusieurs paroissent à peine à la vûe simple.

Histoire Céleste
de Flamsteed.

337. L'Auteur avoit travaillé au Catalogue depuis 1689, & jusqu'ici il a été sans cesse entre les mains de tous les Astronomes: on y trouve pour chaque étoile la longitude, la latitude, l'ascension droite & la distance au pole, avec la variation en ascension droite & en déclinaison, qui répond à un degré de changement en longitude. On y trouve encore un autre catalogue particulier des étoiles zodiacales, (au nombre d'environ 600), c'est-à-dire, de celles que la lune & les planetes peuvent rencontrer, & dont il importe le plus d'avoir les positions exactes.

Catalogue de
Flamsteed.

338. M. Roëmer avoit imaginé un *Jovilabe*, ou instrument pour représenter les configurations ou situations des satellites de Jupiter. Flamsteed en imagina un autre, (*Transf. Philos.* 1685, n°. 178.). Il entreprit de prouver la parallaxe des étoiles par ses observations; mais M. Cassini réfuta solidement les conséquences qu'il avoit voulu en tirer, (*Mém. Acad.* 1699.). C'est sur les observations de Flamsteed que sont fondées les Tables de M. Halley, dont nous allons parler.

* Πρὸ λέγου, *Prædico*, c'est une espece d'Introduction.

Halley.

339. Edmond HALLEY, naquit le 8 Nov. 1656. Successeur de Flamsteed à l'Observatoire Royal de Greenwich ; il fut sans contredit le plus grand Astronome de l'Angleterre , & nous aurons cent fois occasion de le citer dans cet Ouvrage. Son éloge fait par M. de Fontenelle , (*Hist. de l'Acad.* 1742.) renferme les principaux traits de sa vie & de ses ouvrages. J'en ai mis un extrait à la tête de la seconde édition de ses Tables d'Astronomie, que je publiai en 1759 ; mais je ne puis éviter d'en parler encore dans cet Ouvrage.

Etoiles Australes.

340. M. Halley au mois de Novembre 1676 , & à l'âge de vingt ans , alla à l'Isle de Sainte-Hélène pour y dresser le Catalogue des étoiles australes, qu'il publia en 1679 , & dont nous parlerons dans le III^e Livre ; il y observa le passage de Mercure sur le soleil en 1677. M. Halley alla en 1679 à Dantzic pour conférer avec Hévelius, dont la réputation avoit excité sa curiosité ; il parcourut aussi l'Italie & la France , pour être témoin du progrès que l'on y faisoit dans l'Astronomie , & profiter des lumières de tous les Sçavans qui y étoient rassemblés.

Théorie de
l'Aiman.

341. En 1683 , il donna dans les Transactions Philosophiques , sa Théorie sur les variations de la Bouffole , dans laquelle il détermine des lignes courbes sur la surface de la terre où l'aiguille ne décline point , & auxquelles il assigne un mouvement périodique autour de deux Poles pris sur la surface de la terre : en 1686 , il se chargea de veiller à l'édition du Livre des *Principes* de Newton , que l'Auteur ne pouvoit se déterminer à publier. La même année, il donna l'Histoire des Vents alisés & des Mouffons.

342. Nous passons un très-grand nombre de Mémoires curieux sur diverses matieres , dont M. Halley a enrichi les Transactions Philosophiques , pour venir à ce qu'il a fait de plus important. En 1698 il reçut le commandement d'un Vaisseau pour parcourir l'Océan Atlantique , & les Etablissements Anglois , y constater la loi des variations magnétiques , & tenter de nouvelles découvertes ; il poussa jusqu'au 52^e degré de latitude australe , où il trouva les glaces ; il visita les côtes du Brésil , les Canaries , les Isles du Cap-Verd , les Barbades , &c. Par-tout il trouva les variations de la Bouffole conformes à sa Théorie.

343. En 1701, il fut chargé de parcourir la Manche pour observer les marées, & prendre le gisement des côtes: en 1702, il alla visiter les ports de Trieste & de Boccari, sur le golfe de Venise, & fit réparer le premier, accompagné de l'Ingénieur en chef de l'Empereur.

En 1703, il succéda à M. Wallis dans la Chaire de Professeur de Géométrie à Oxfort; en 1713 il fut fait Secrétaire de la Société Royale, & en 1720 Astronome Royal, à l'Observatoire de Greenwich.

344. Il publia en 1705 sa plus belle découverte en Astronomie, je veux dire, le retour des Comètes qu'il reconnut & annonça le premier: on a vû en 1759 l'accomplissement de sa première prédiction; & nous en parlerons dans le XIX^e Livre.

Retour des
Comètes.

Après la mort de Flamsteed arrivée en 1719, ses héritiers avoient enlevé les instrumens d'Astronomie qui lui avoient appartenu: M. Halley se procura en 1721 une lunette de six pieds faite par M. Hook, mobile sur un axe dans le Méridien, avec laquelle il commença à observer tous les jours la lune à son passage au Méridien, pour en déduire ses ascensions droites.

345. M. Halley avoit déjà conçu depuis long-temps l'idée d'employer les observations de la lune à la découverte des longitudes; pour cela il falloit rectifier les Tables de cette Planete, enforte qu'elles ne s'écartassent jamais de l'observation de plus de deux minutes; il pensa qu'il suffisoit pour remplir cet objet, de déterminer tous les jours pendant 18 ans le lieu de la lune par observation, & de sçavoir combien les Tables s'en écartoient, les erreurs devant revenir ensuite les mêmes & dans le même ordre.

Théorie de
la Lune.

346. On trouve ses réflexions sur cette théorie de la lune dans l'édition des Tables Carolines de 1710; mais ce ne fut qu'en 1722, qu'il se trouva à portée de commencer ce travail immense qu'il n'avoit point perdu de vûe: il l'entreprit à l'âge de 65 ans, & il l'acheva même au-delà de son attente, comme on le voit à la suite de ses Tables Astronomiques.

347. En 1731, c'est-à-dire, après les neuf premières

Période
d'Observations,

années de sa période, ayant déjà près de 1500 observations de la lune, il annonça au Public le succès de son travail, & fit voir combien cette méthode seroit utile pour prédire exactement le lieu de la lune & en déduire les longitudes : la période de 18 ans étoit achevée, lorsque nous perdîmes ce grand homme le 25 Janvier 1742.

Tables de
Halley.

348. Les Tables Astronomiques de M. Halley n'ont paru qu'en 1749, sept ans après la mort de l'Auteur. En 1754, M. l'Abbé Chappe nous procura une nouvelle édition de la partie de cet Ouvrage, qui contenoit les Tables du Soleil & de la Lune, avec une ample explication. Je publiai ensuite celles des Planetes & des Cometes, auxquelles j'ajoutai des Tables de M. Wargentín pour les satellites de Jupiter, de M. de la Caille pour les étoiles fixes, & plusieurs Tables nouvelles que j'avois calculées. (A Paris, chez Durand, 1759.)

349. Après avoir indiqué les plus grands Hommes que l'Astronomie ait eus dans le dernier siècle, avec leurs principales découvertes, il ne me reste qu'à donner un Catalogue de tous ceux dont je n'ai point parlé; il s'en trouvera de très-célebres auxquels j'aurois voulu donner des Articles à part, mais je craignois de rendre cet Ouvrage trop volumineux : je renverrai donc pour les détails de leurs Ouvrages & de leur vie à l'Histoire de l'Astronomie de Weidler, & aux éloges des Académiciens par M. de Fontenelle, M. de Mairan & M. de Fouchi.

*TABLE CHRONOLOGIQUE DES ASTRONOMES
les plus célèbres, morts depuis 200 ans, & dont il
n'a pas été parlé dans les Articles précédens.*

Jean *Fracastor*, Médecin, né à Vérone en 1483, mort en 1548.

Pierre *Appian*, en Allemand *Bienewitz*, né en Misnie en 1495, & mort à Ingolstadt en 1552.

Reinerus *Gemma*, surnommé *Frisius*, Médecin de Louvain, mort en 1555.

Cyprian. *Leoviti*, né en Bohême en 1524, mort dans le Palatinat en 1574.

Pierre *Cardan*, né en 1508, mort à Milan en 1575.

Pierre Nunnez ou *Nonius*, Portugais, né en 1492, mort en 1577.

Erasme *Oswald Schreckenfuchsius*, Autrichien, né en 1511, mort à Fribourg en Brisgaw, en 1579.

Jean *Stadius*, né dans le Brabant en 1527, mort à Paris en 1579.

Egnatius *Dantes*, de l'Ordre de S. Dominique, né à Pérouse en Italie, & mort en 1589.

Michel *Mæstlin*, né dans le Wirtemberg, composa ses Ouvrages à Tubingue, & mourut en 1590.

Gérard *Mercator*, né en Flandres en 1512, mourut en 1594.

Christophe *Rothman*, observa à Cassel depuis l'an 1577, il mourut dans la principauté d'Anhalt en 1596.

Gaspar *Peucer*, né à Bautzen en 1525, mort à Dessau en 1602.

Jean *Bayer*, Jurisconsulte & Astronome à Ausbourg, publia son Uranometrie en 1603.

Christophe *Clavius*, Jésuite, né à Bamberg en 1537, mort à Rome en 1612.

David *Fabricius*, né dans la Frise Orientale, découvrit en 1596 la changeante de la Baleine, & mourut en 1616.

Jean-Antoine *Magini*, Professeur de Mathématiques à Boulogne, naquit à Padoue en 1556, & mourut en 1617.

Simon *Marius*, en Allemand *Mayer*, naquit en Franconie en 1570, & mourut en 1624.

Willebrodus *Snellius*, publia sa mesure de la terre en 1617, & mourut à Leyde en 1626.

David *Origan*, né en Bohême en 1558, professa les Mathématiques à Francfort sur l'Oder, & mourut en 1629.

Nicolas *Muler* de Bruges, mort en 1630.

Jean-Baptiste MORIN de Ville-franche en Beaujolois, étoit Professeur Royal à Paris en 1631. *Voyez le Dictionnaire de Bayle.*

Philippe LANSBERGE, né à Gand en 1560, mort en 1632.

Jacques *Bartschius*, né en Lusace en 1600, mourut en 1633.

Juste *Byrgius* , né en Suisse en 1552 , travailloit aux Instrumens de Mathématiques à Cassel ; il mourut en 1633.

Laurent *Eichstadius* , composoit ses Ephémérides à Dantzick en 1634.

Guillaume *Schikard* , étoit né dans le Wirtemberg , il mourut en 1635.

Noël *Durret* , Professeur Royal de Mathématiques à Paris , écrivoit en 1635.

Claude Fabricius de *Peyresc* , Conseiller au Parlement de Provence , né en 1580 , mort en 1637.

Jérémie HORROCCIUS ou Horrockes , observoit en Angleterre en 1633 ; il mourut à 22 ans le 3 Janvier 1641.

Galileus GALILEI , né à Florence en 1564 , mort en 1642.

Christian Severini , surnommé LONGOMONTANUS , né en Dannemark en 1562 , vécut pendant 8 ans chez Tycho , & mourut à Copenhague en 1647.

Godefroi *Wendelinus* , Chanoine de Condé en Flandres , vivoit en 1648.

Eleazar *Feronce* , Jardinier de M. de Vallois à Vizille près de Grenoble , observoit assiduellement les astres vers l'an 1650. On trouve plusieurs de ses Observations dans des Manuscrits de la Bibliothèque du Roi , avec celles de Bouillaud ; il est cité à la page 912 de l'Histoire de Tycho , avec Gassendi & Bouillaud , comme l'un des trois Observateurs qui faisoient le plus d'honneur à la France.

René DESCARTES , né à Tours en 1596 , mort à Stockolm en 1650.

Christophe *Scheiner* , Jésuite , né dans la Suave en 1575 , mort à Neiff en 1650.

André *Argoli* , Napolitain , mort en 1650.

Pierre GASSENDI , né en 1592 près de Digne , mort à Paris en 1655.

Thomas *Street* , composa ses Tables Carolines à Londres en 1661.

Cornelius , Marquis de *Malvasia* , composa ses Ephémérides à Bologne en 1662.

Adrian AUZOUT , observoit à Paris en 1665.

Joseph

Joseph *Campani*, observoit à Rome, & travailloit d'excellens verres de Lunette en 1665.

Alphonse *Borelli*, écrivoit à Florence en 1666.

Stanislas *Lubienietzki*, Polonois, écrivoit sur les Comètes en 1667.

Vincent *Wing*, né en 1619, écrivoit à Londres en 1669.

Le P. *RICCIOLI*, Jésuite, né à Ferrare en 1598, mort en 1671.

Nicolas *Mercator*, écrivoit à Londres en 1676.

Sedileau, mort à Paris en 1693.

RICHER fut envoyé à Cayenne par l'Académie des Sciences en 1671, & mourut à Paris en 1696.

Ismaël *BOUILLAUD*, né à Loudun en 1605, mort à Paris en 1694. (*Voyez les Hommes Illustres de Perrault*).

David *Gregori*, publia ses Elémens d'Astronomie à Oxfort en 1702.

Robert *Hooke*, né en 1635, mort à Londres en 1703. (*Voyez les Actes de Leipsick, Avril 1707.*)

Guillaume *Whiston*, publia ses Leçons d'Astronomie à Cambridge en 1707.

Matthieu *Chazelles*, mort en 1710.

Olaüs *Roëmer*, Danois, vint en France, & y observa en 1671, il mourut en Dannemarck en 1710.

François *Noël*, Jésuite, observa dans les Indes, depuis 1684, jusques en 1708.

Desplaces, publia ses premières Ephémérides à Paris en 1715.

Jean *Keill* publia ses Leçons d'Astronomie à Oxfort en 1718.

Philippe *DE LA HIRE*, publia ses premières Tables en 1687: il mourut à Paris le 21 Avril 1718.

Gabriel-Philippe *de la Hire*, fils du précédent; mort en 1719.

Christfried *Kirch*, observoit à Berlin en 1719. Il avoit deux sœurs qui cultivoient également l'Astronomie & calculoient avec lui.

Isaac *NEWTON*, né le 25 Déc. 1642, mort à Londres le 10 Mars 1727. (*V. l'Hist. de l'Ac. des Sc. pour 1727.*)

François *Blanchini*, né à Vérone en 1662, mort à Rome en 1729.

Jacques-Philippe MARALDI, né le 21 Août 1665, mort à Paris en 1729 : il avoit attiré auprès de lui en 1728 *Jean-Dominique* MARALDI son neveu, aujourd'hui Astronome de l'Académie.

Eugene de *Louville*, observoit à Paris en 1714, mourut en 1732.

Lieutaud, mort à Paris en 1734.

Eustachio MANFREDI né le 20 Septembre 1674, mort le 15 Février 1739.

Louis de *l'Isle* de la Croyere, mort au Kamtschatka en 1741 : il étoit frere de *Guillaume de l'Isle*, premier Géographe du Roi, & de *Joseph-Nicolas DE L'ISLE*, aujourd'hui Astronome de l'Académie des Sciences.

Nicollic, mort à Rheims le 4 Mai 1751.

Jean-Jacob CASSINI, né à Paris le 18 Fév. 1677, mort le 15 Avril 1756. M. F. Cassini de THURY son fils est actuellement l'un des Astronomes de l'Acad. des Sciences.

Pierre BOUGUER, né au Cloisic le 10 Février 1698, mort à Paris le 15 Août 1758.

Pierre-Louis *Moreau de* MAUPERTUIS, né à S. Malo le 28 Sept. 1698, mort à Bâle le 27 Juillet 1759.

Louis *Godin*, né à Paris le 28 Février 1704, mort à Cadix le 18 Sept. 1760.

Tobie MAYER : les premieres observations que je connoisse de lui furent faites à Nuremberg en 1748. Il est mort à Gottingen en 1762.

Nicolas-Louis DE LA CAILLE, né le 15 Mars 1713, mort à Paris le 21 Mars 1762.

Jacques BRADLEY, observoit en Angleterre dès l'année 1718, il est mort à Greenwich en 1762.



LIVRE TROISIEME.

Des Etoiles Fixes , & des Constellations.

350. **N**ous distinguons parmi les Astres, des Etoiles fixes & des Planetes (118). Les étoiles fixes sont celles qui conservent toujours entre elles les mêmes distances ou les mêmes situations , & que l'on sçait être absolument fixes , si l'on en excepte de légères variations , dont nous parlerons dans la suite.

Les étoiles principales ont une scintillation & un éclat qui annoncent que ce sont des corps lumineux par eux-mêmes, c'est-à-dire, des soleils comme le nôtre ; cela paroîtra encore plus sensible, lorsqu'on aura vû dans le XVI^e. Livre qu'elles sont à une si prodigieuse distance de nous , qu'il est impossible qu'elles reçoivent du soleil la lumiere vive qu'elles ont. Au contraire , les planetes qui reçoivent du soleil tout leur éclat , ont une lumiere foible , tranquille & pâle , sur-tout Saturne , quoique beaucoup plus près de nous que les étoiles fixes.

351. Les Constellations sont les figures qu'on imagine dans le ciel , pour rassembler sous un nom commun un certain nombre d'étoiles : cette méthode en facilite l'étude , & en rend même l'usage plus commode.

Hipparque les appelloit *Astérismes* , Ἀστέρισμος , (*Cæsius* , pag. 5.) ; Pline , *Sidera* & *Signa* ; Valla & quelques autres les appellent *Astra* ; Aristote & Hyginus , Σώματα , c'est-à-dire , *Corps* ; Proclus , Ζώδια , c'est-à-dire , *Animaux* ; Ptolémée les appelle Χήματα , c'est-à-dire , *Figures* ; d'autres enfin les appellent Μεσφώσεις , ou *Configurations* , & quelquefois Μετέωρα : nous les appellerons toujours *Constellations* , puisque ce terme est depuis longtemps consacré par l'usage.

352. M. Goguet estime qu'on doit placer l'établissement

des constellations du Zodiaque au temps de la mort de Jacob, 1700 ans avant J. C. soit parmi les Egyptiens, soit parmi les Caldéens, qui très-certainement ont devancé les Egyptiens en Astronomie (177). Il y a un rapport visible entre la division du Zodiaque en douze signes de 30 degrés, & une année de douze mois à 30 jours chacun : il est probable que ces deux établissemens furent faits à peu-près au même temps ; or les anciens Caldéens faisoient l'année de 360 jours, comme nous l'avons observé (173, 175).

353. Plusieurs causes contribuerent dans l'Antiquité à faire diviser le ciel en différentes constellations : 1°. Quelques ressemblances vagues purent y faire imaginer un triangle, une couronne, un charriot, une croix, &c.

2°. On eut besoin, pour les reconnoître, de faire une division méthodique des différentes parties du ciel.

3°. On voulut consacrer la mémoire de personnages célèbres.

4°. On crut reconnoître des propriétés, des influences ; des rapports ; ce furent autant de causes qui occasionnerent la formation des constellations, & qui en déterminèrent les noms.

354. Cette division du ciel par constellations est si naturelle, que les Chinois l'avoient imaginée, quoique séparés de tous les autres peuples du monde : elle se trouvoit même parmi les Péruviens qui avoient pour les étoiles une grande vénération : la *Lyre* étoit chez eux un bélier qui présidoit aux soins des troupeaux, & qu'ils appelloient *Urcuchillay* ; ils en avoient d'autres pour les défendre des ours, des serpens ; (Joseph à Costa, *Hist. des Indes Occid. L. V. M. Goguet, T. II. p. 114.*).

1022 Etoiles
dans l'ancien
Catalogue.

355. Hipparque fut le premier qui construisit un catalogue des étoiles & de leurs positions, (224) ; Ptolémée nous l'a transmis dans son *Almageste*, & c'est ce que nous appellerons l'*ancien Catalogue* : il contient 1022 étoiles, distribuées en 48 constellations ; il y en avoit 12 dans le Zodiaque, 21 au nord, & 15 au midi. Nous en parlerons successivement, & nous y ajouterons ensuite toutes les constellations des Modernes.

Les 1022 étoiles, comprises dans les 48 constellations des Anciens, étoient divisées en six grandeurs différentes : 15 étoiles de première grandeur ; 45 de la seconde ; 208 de la troisième ; 474 de la quatrième ; 217 de la cinquième ; 49 de la sixième : les autres étoiles étoient comprises sous le nom de *Nébuleuses* ; il y a cinq nébuleuses déterminées dans le catalogue ancien, avec neuf étoiles plus obscures que les autres ; le total monte à 1022 : celles qui n'étoient point comprises dans les constellations, étoient appelées *Informes*, en Grec *Σπορδαδες*, quoique souvent aussi parentes que celles qui formoient les constellations.

Etoiles de différentes grandeurs.

Nébuleuses.

Etoiles Informes.

356. Les douze constellations du Zodiaque, par lesquelles on a coutume de commencer les catalogues, sont exprimées avec leurs attributs, dans les douze vers suivans du Poëme Astronomique de Manilius, composé sous le regne d'Auguste.

Aurato princeps *Aries* in vellere fulgens,
 Respicit admirans adversum surgere *Taurum*,
 Summisso vultu *Geminos* & fronte vocantem :
 Quos sequitur *Cancer*, Cancrum *Leo*, *Virgo* *Leonem*,
 Æquato tum *Libra* die cum tempore noctis
 Attrahit ardenti fulgentem *Scorpion* astro,
 In cujus caudam contentum dirigit arcum
Mixtus equo, volucrem missurus jamque sagittam
 Tum venit angusto *Capricornus* sidere flexus.
 Post hunc inflexam diffundit *Aquarius* urnam,
Piscibus assuetas avidè subeuntibus undas,
 Quos *Aries* tangit claudentes ultima signa.

357. Les noms des autres constellations sont exprimés dans les vers suivans, qui peuvent aider à les retenir plus aisément, & qui ont été faits par les Modernes après l'établissement de quelques nouvelles constellations.

AD BOREAM tria & viginti sidera cernes.
 Est minor *Ursa*, *Draco*, *Cepheus*, & *Cassiopeia*,
Andromede, *Perseus*, *Auriga*, *Trigonus*, & *Ursa*
Major, *Pegasides*, & *Equi præfectio*, *Delphin*,
Aquila, & *Antinous*, *Vultur*, *Telum*, *Coma*, *Cygnus*,
Hercles, *Anguitenens*, *Serpensque*, *Corona*, *Bootes*.

VIGINTIQUE NOVEM vergentia sidera ad austrum
 Sunt Lepus, & Cetus, cum Nilo, sævus Orion;
 Syrius, & Procyon, Argo ratis, Hydra, Craterque,
 Corvus, Centaurus, Lupus, Ara, Corollaque, Piscis
 Austrinus, Piscisque volans, Dorado, Columba;
 Deltoton, Pavo, Crux, Musca, Chamæleon, Hydrus,
 Picaque, Grus, Phœnix, Indus, Paradiseus Ales.

358. Les quinze étoiles qui sont de la première grandeur, suivant quelques Auteurs, sont exprimées dans les six vers suivans :

Primâ luce Canis major præfulget in austro,
 Mox humerus dexter, pes lævus Orionis, inde
 Est oculus Tauri : suprâque corusca Capellæ
 Hinc Lyra ; Arcturus *, Cor Scorpii, Arista Puellæ
 Anteit Cor Hydræ ; sic Cor, & Cauda Leonis,
 Ast infrâ Fomahant lucet, Canopus, Acarnar **.

D'autres ne mettent point le cœur de l'Hydre, ni la queue du Lion au nombre des étoiles de la première grandeur, & mettent à leur place la luifante de l'Aigle & la queue du Cygne.

Noms Arabes
 de quelques
 Étoiles.

359. Parmi les noms des étoiles & des constellations que nous allons employer, on trouvera beaucoup de noms Arabes ; j'en ai omis beaucoup d'autres pour abrégé. Riccioli les a rassemblés en grand nombre avec beaucoup d'autres noms étrangers, & il en a donné l'explication, (*Astron. Reform. p. 125.*). On en trouve aussi dans Bayer : je vais en rapporter quelques-unes, en commençant par les étoiles les plus brillantes.

SYRIUS, Ἀγροκόων, Alhabor, Aliemini, Elscheere, Aschfere, Scera.

LA LYRE, Wega.

LA CHEVRE, Αἰξωλένια, Ayuk, Alhatod.

ARCTURUS, Alkamelutz kolanza.

L'ŒIL DU TAUREAU, Aldebaran, Λαμπαδίας, Ὑπόκιρρος, Subrufa, Abenezza.

L'ÉPAULE D'ORION, α, Γλήνεα, Almerzamo' nnagied.

* Ἄρκτος, *Ursa*, ἕρά, *cauda*.

** Ces deux dernières ne paroissent point en Europe.

LE PIED D'ORION, Rigel, Kefil, Elgebar.

LE CŒUR DU LION, Regulus, Βασιλιζκος, Kalbelasit.

LE PETIT CHIEN, Procyon, Kelbelazguar, Algomeiza, Afchemie.

LE CŒUR DU SCORPION, Antares, Αντάρης, Kalbo'lakrab.

α de la Balance, Χηλή νότιος, Zuben eschemali.

α de Pégase, Yed, Alpheras.

β de Pégase, Algenib.

ε de Pégase, Enif.

α des Gémeaux, Aphellan, Anelar.

β des Gémeaux, Abrachaleus.

α d'Hercules, Ras Algethi.

α d'Ophiucus, Ras Alhague.

ORIGINE ÉGYPTIENNE DES NOMS que portent les Constellations.

360. On ne sçaura jamais avec certitude la cause de l'origine des noms que portent les 12 Constellations du Zodiaque, qui sont les plus anciens de tous; on ne sçait pas même quel degré d'ancienneté on doit leur attribuer: je rapporterai en abrégé ce qu'on a dit de plus vraisemblable à ce sujet.

Les Livres Hébreux ne nous apprennent rien là-dessus: on trouve à la vérité quelques noms de constellations, comme Orion, les Hyades, les Pleiades dans *Job. c. IX, XXXVII & XXXVIII*; dans *Isaïe, ch. XIII*, & dans *Amos, ch. V*. Le P. Pallu, (*Mém. de Trévoux, Avril 1737*) dit que ces mots furent substitués par les LXX Interprètes aux mots Hébreux, *Ngaas, Chima, Chesil*, qui ne paroissent y avoir aucun rapport: les LXX qui travailloient à Alexandrie environ 277 avant J. C. y trouverent des noms établis, & ils s'en servirent dans leur Traduction. Mais M. Goguet a composé une Dissertation (*T. VI. p. 68.*) dans laquelle il prouve d'une manière assez vraisemblable que la grande Ourse est indiquée par le mot *Aisch*, dans le *Chap. IX.* de *Job. v. 9.* & dans le *Chap. XXXVIII. v. 32.* quoique dans

Constellations
citées dans les
Livres Saints.

la Vulgate on y ait mis les noms d'Arcturus & de Vesperus ; les Pleiades y sont désignées trois fois par le mot de *Kimah*, que la Vulgate rend par trois noms différens des Hyades, des Pleiades & d'Arcturus. Le Scorpion y est appellé *Kesil*, & les signes du Zodiaque en général du mot de *Marzaroth*
Chap. xxxviii. v. 32.

361. Macrobe dans ses Saturnales (*L. I. ch. 17.*) croit que les noms de Cancer & de Capricorne ont été donnés aux points solstitiaux à cause d'une espece de rapport avec ces deux animaux ; en effet le Cancer ou l'Écrevisse recule comme semble faire le Soleil en retournant sur ses pas après le solstice d'été ; tandis que la chevre en paissant, cherche toujours à monter, comme fait le soleil après le solstice d'hiver. Quoi qu'il en soit de ces deux allusions, elles ont donné lieu à M. Pluche dans son *Histoire du Ciel* & dans le *Speclacle de la nature* (*T. IV. pag. 311.*) à chercher de pareilles origines aux autres signes du Zodiaque ; mais quoiqu'elles paroissent heureuses & naturelles, il faut convenir qu'elles ne sont fondées sur aucun témoignage de l'antiquité, & ne doivent passer que pour un jeu d'esprit.

Conjectures de
M. Pluche.

362. Le Bélier, suivant M. Pluche avoit été placé vers le commencement du printemps, parce qu'alors les Brebis mettoient bas leurs agneaux ; le taureau dans le mois suivant indiquoit la fécondité des vaches ; les gemeaux celle des chevres ; (Hérodote dit en effet, qu'à la place des gemeaux les Egyptiens peignoient deux chevres, *Liv. II.*) Le Cancer annonçoit la rétrogradation du soleil ; le Lion répondoit aux chaleurs de l'été ; la Vierge avec son épi au temps des moissons ; la Balance au temps où les jours sont égaux aux nuits ; le Scorpion indiquoit les maladies de l'automne ; le Sagittaire la saison des chasses ; le Capricorne indiquoit le temps où le soleil remonte ; & les Poissons l'usage de la pêche vers la fin de l'hiver.

On ne peut s'empêcher de rejeter du nombre de ces conjectures celle de la *Balance*, car les Egyptiens ne s'en sont jamais servi ; le sixieme signe s'appelloit les Serres du Scorpion, *Chelæ Scorpionis*, ce furent les Romains, qui,
pour

pour célébrer la justice de César y placèrent une balance ; du moins on l'a cru d'après ces vers que Virgile lui adresse :

. . . . Ipse tibi jam brachia contrahit ardens
Scorpius , & cœli plus iustâ parte relinquit.

363. M. Pluche explique ensuite d'après les mêmes principes les fables d'Atlas, Argus, Hercules, Venus, Jason, Médée, &c. & il en tire l'origine de l'Idolatrie.

Le P. le Mire, Jésuite, (*Mém. de Trévoux, Juin 1740, pag. 1151. & suiv.*) & M. de la Nauze, (*Mém. de l'Ac. des Belles-Lettres, T. XIV. pag. 358*), ont réfuté M. Pluche à plusieurs égards ; & si l'on excepte les deux exemples de Macrobe sur le Capricorne & le Cancer, qui paroissent même encore douteux, on ne voit pas grand fondement à son système : il en faut dire autant du système de Macrobe qui prétendoit que tous les noms des signes dépendoient de leurs rapports avec le soleil ; nous l'avons déjà dit à l'occasion du Cancer & du Capricorne (361). On peut voir sur les dix autres signes son 21^e. Livre.

364. M. Newton, dans sa Chronologie, rapporte les Constellations du Zodiaque aux fables Grecques ; mais M. Fréret, dans le bel Ouvrage qu'il a fait contre la Chronologie de Newton, lui oppose avec raison les contradictions qu'on trouve dans les Mythologistes anciens, qui ont cherché parmi les Antiquités Grecques l'origine de ces constellations : ils sont en effet tous opposés entre eux, & vont chercher souvent les raisons des figures & des noms donnés à ces constellations, dans les faits les moins célèbres, les moins importants de la Mythologie. « Il est » plus naturel, (dit M. Fréret, *pag. 500.*) de regarder les » animaux dont on donnoit la figure aux astérismes du » Zodiaque, comme les emblèmes des douze grandes Divinités qui présidoient aux douze mois de l'année ; Hammon, Osiris, Orus & Anubis, Isis, Typhon, Mendès, &c. Il n'est pas jusqu'aux poissons, dont la Mythologie Egyptienne ne puisse fournir l'origine ». Nous verrons bientôt des preuves de ce sentiment (371 & suiv.).

Sentiment de
Newton.

Sentiment de
M. Fréret.

365. L'établissement des constellations qui sont hors
Tome I. V

du Zodiaque, mais sur-tout des constellations boréales, ne donne pas lieu aux mêmes difficultés que celles du Zodiaque. M. Fréret convient que la plupart sont d'origine Grecque; Céphée, Cassiope, Andromède, Persée, le Pégase, le Monstre marin, les deux Ourfes, &c. font une allusion manifeste à l'ancienne histoire de la Grece & aux aventures des Rois ou des Héros de ce pays; nous en avons vû d'autres exemples dans l'art. 161. Il est vrai que quelques-unes de ces constellations avoient seulement été habillées à la Grecque (160.). Par exemple, *Bootes* étoit une ancienne constellation Egyptienne nommée *Oros*, selon Nigidius cité par Servius, & la principale étoile étoit nommée *Arctouros* ou l'*Orus* voisin de l'Ourse, pour le distinguer de la constellation méridionale d'Orion, (Salmasius, de *Ann. climact. pag. 594.*).

Les Egyptiens n'avoient dans leur sphère ni le Dragon; ni Céphée; les anciens Grecs nommoient la constellation de la petite Ourse *Kunos oura*; on a traduit ce nom par celui-ci, *la Queue du Chien*; mais M. Fréret est persuadé qu'il signifioit *le Chien d'Orus*.

366. Nous trouvons dans Firmicus les noms de plusieurs constellations qui ne sont pas marquées dans Ptolémée, & dont aucun autre des Anciens n'a parlé: M. Fréret, (*pag. 502*) croit que Firmicus les avoit tirées de la Sphère Egyptienne de Petosiris: par exemple, il met le *Renard* au nord du Scorpion avec Ophiucus, & le *Cynocéphale* au midi avec l'Autel; Aquarius se leve, selon lui, avec une autre constellation qu'il nomme *Aquarius minor*, avec la *Faulx*, le *Loup*, le *Lièvre* & l'Autel; au nord des Poissons il place le *Cerf* & une autre constellation du *Lièvre*.

Sentiment de
M. Gouget.

367. M. Gouget, dans son excellent Ouvrage sur l'Origine des Loix & des Sciences, disserte aussi sur les noms & les figures de nos constellations, & il pense qu'il faut les rapporter aux anciens hiéroglyphes: les premiers caractères dont se servirent les hommes, étoient des figures de choses sensibles, telles que des animaux; ils s'en servoient pour écrire les élémens de leurs Sciences & les résultats de leurs études astronomiques; mais dans la suite ces caractères qui

n'étoient qu'une simple indication , firent des êtres à part ; dont le vulgaire supposa l'existence dans le ciel , (*T. VI. Dissert. iv. pag. 108.*).

368. Le sentiment qui me paroît le mieux fondé , est celui de M. Sam. SCHMIDT , de l'Académie Royale des Inscriptions & Belles-Lettres de Paris , qui rapporte ces douze signes du Zodiaque aux Divinités Egyptiennes , dans une Dissertation Latine adressée à la Société des Antiquaires de Londres ; (elle se trouve dans le Tome II. d'un Journal imprimé à Berne en 1760 , qui a pour titre : *Excerptum totius Italicae necnon Helveticae Litteraturæ.* April. Ma. Jun. 1760. pag. 70.). Il prouve d'une manière assez détaillée , que les Egyptiens avoient consacré chacun des signes du Zodiaque à l'une de leurs Divinités , & exprimoient ces signes avec les caractères qui servoient dans leurs hiéroglyphes & dans leurs monumens sacrés , à représenter ces mêmes Divinités : je vais donner un extrait de ses preuves.

On préfere le sentiment de M. Schmidt.

369. M. Schmidt établit d'abord la ressemblance des Constellations Grecques & Egyptiennes , que quelques Auteurs avoient contestée , comme on vient de le voir (364). Il est vrai qu'Achilles Tattius , Auteur qui a vécu entre le quatrième & le neuvième siècle , (dont l'Ouvrage est inséré dans le P. Petau , *Uranol. p. 164.*) , dit qu'on ne trouve dans la Sphère Egyptienne ni l'Ourse , ni le Dragon , ni Céphée ; mais Plutarque , Auteur plus ancien , dans sa Pièce de *Iside* , prouve au contraire que l'Ourse étoit aussi dans la Sphère des Egyptiens.

370. La différence des Sphères Grecque & Egyptienne , ne consiste pas dans la différence des figures , mais dans la différente application qu'on en faisoit. En Egypte , le Bélier étoit censé Jupiter Ammon ; c'étoit en Grece le Bélier de Phrixus (391) : le Taureau en Egypte étoit Apis ; c'étoit en Grece le Ravisseur d'Europe (392) , parce que les Grecs voulant persuader à la postérité que l'invention du Zodiaque leur appartenoit , appliquèrent à leurs histoires les figures qu'ils trouverent établies dans le Zodiaque Egyptien.

371. Quelques Auteurs ont cru que les Arabes avoient tiré leur Zodiaque des anciens Egyptiens ; & comme il difere beaucoup de celui des Grecs , on en a conclu que le Zodiaque Grec ne venoit point d'Egypte ; mais il paroît que les dénominations Arabes ont plutôt été tirées de la vie pastorale de ces Peuples , que d'une tradition Egyptienne ; & l'on ne peut point en conclure une différence réelle entre le Zodiaque Grec & le Zodiaque Egyptien.

372. Kirker, (*Ædip. Ægypt. T. II. p. 161.*) & Montfaucon, (*Antiq. Expl. Suppl. II. pl. 54.*) ont cru trouver dans des monumens anciens une figure du Zodiaque Egyptien . très-différente de celui des Grecs ; mais M. le Comte de Caylus a fait voir que le P. Montfaucon se trompoit dans son explication , & celle de Kirker est encore moins fondée : la ressemblance des Zodiaques Grec & Egyptien, est attestée par *Lucien* dans son Livre sur l'Astrologie , où l'on voit que le Bélier , le Taureau , le Capricorne , les Poissons se trouvoient dans le Zodiaque Egyptien.

Origine
Egyptienne du
Zodiaque.

373. LE BÉLIER se trouvoit incontestablement dans le Zodiaque Egyptien , suivant le témoignage de *Lucien* : or le Bélier étoit consacré à Jupiter Ammon , suivant *Hyginus* , *Proclus* , *Eusebe* & *Kirker* ; Ammon présidoit à l'équinoxe du printemps , qui tomboit dans le signe du Bélier ; on le représentoit avec une tête de bélier : de-là on explique toutes les fables qui se répandirent parmi les Egyptiens , les Grecs & les Arabes , sur le Bélier ou sur Jupiter Ammon. On peut consulter à ce sujet le grand Ouvrage de *Jablonski* sur les Dieux d'Egypte, (*Pantheon Ægypt.*).

374. LE TAUREAU servoit à représenter le Dieu Apis ; puisqu'on voit, dans le Livre de *Lucien* sur l'Astrologie, que le Taureau Apis étoit en Egypte une chose sacrée, & qu'il rendoit des oracles.

375. LES GÉMEAUX répondent à deux Divinités qu'on ne séparoit point en Egypte , *Horus* & *Harpocrate*.

376. L'ECREVISSE qui parmi les Romains étoit consacrée à *Mercur*e , l'étoit à *Anubis* chez les Egyptiens , comme on le voit sur plusieurs monumens anciens.

377. LE LION appartenoit au Soleil ou à Osiris, sans doute à cause de la grande force qu'a le soleil lorsqu'il est dans ce signe. Horapollo assure que le Lion parmi les Egyptiens signifioit le temps où le débordement du Nil est le plus fort, aussi les écluses qui servoient à fermer les canaux du Nil, étoient ornées de têtes de lions, suivant Plutarque; & cela se voit encore sur d'anciens monumens publiés dans le Recueil d'Antiquités de M. le Comte de Caylus.

378. LA VIERGE est consacrée à Isis, comme le Lion à son mari Osiris: Avienus le rapporte parmi les différentes opinions des Anciens sur ce signe. Le Sphynx, composé d'un Lion & d'une Vierge, s'employoit pour désigner le débordement du Nil; ce qui s'accorde très-bien avec la réunion de ces deux signes que parcouroit le soleil pendant l'inondation: c'est après coup, & sans doute parmi les Grecs, qu'on a mis un épi dans la main de la Vierge, pour exprimer les moissons.

379. LA BALANCE & le Scorpion étoient compris tous deux sous le nom de *Scorpion*. Cet animal, consacré à Mars chez les Romains, appartenoit à Typhon chez les Egyptiens, comme tous les animaux dangereux; & Plutarque, (*de Iside*), dit précisément que les Egyptiens avoient placé l'empire de Typhon dans le signe du Scorpion.

380. LE SAGITTAIRE étoit placé dans le ciel comme l'image d'Hercules, qui étoit parmi les Egyptiens dans la plus haute vénération. Les Egyptiens assembloient souvent les corps humains avec ceux des animaux, & il n'est pas étonnant qu'ils aient donné à ce Héros une portion du cheval qui est le symbole de la guerre. Pococke, (*Descript. of the East*), a publié des fragmens d'un ancien obélisque Egyptien, où l'on voit le Sagittaire de la même forme qu'on le représente dans notre Zodiaque: on peut voir aussi plusieurs signes du Zodiaque tirés des monumens Egyptiens dans l'Histoire Universelle de *Bianchini*.

381. LE CAPRICORNE étoit consacré à Pan ou à Mendès, Divinité Egyptienne, dont le symbole étoit un bouc, & qu'ils respectoient jusques dans cet animal, auquel on

n'osoit toucher ; on nourrissoit ce bouc dans un temple, & on lui rendoit un culte religieux. (*Voyez Strabon, L. XVII. Nonnius in Collect. Historiar. ad Gregor. Nazianz. invec. in Julian.*).

382. LE VERSEAU, c'est-à-dire, l'image d'un homme qui porte une cruche, se trouve en diverses rencontres sur les monumens Egyptiens. Plutarque raconte que dans le mois Tyby on alloit de toutes parts en cérémonie puiser de l'eau dans la Mer, pour la conserver religieusement, & l'on s'écrioit avec acclamation qu'on avoit trouvé Osiris : le mois Tyby répond à notre mois de Janvier, & c'est celui où le soleil se trouve dans le signe du Verseau. Il est donc très-probable que cette fête avoit la même origine dans la religion Egyptienne, que le nom même du Verseau qui lui est si analogue.

383. LES POISSONS se voient sur un ancien obélisque Egyptien décrit par Poccocke : le signe des Poissons a été consacré à Vénus parmi les Grecs, comme il l'étoit en Egypte à Nephtis, Déesse de la Mer : les Egyptiens abhorroient les poissons & tout ce qui venoit de la Mer, aussi bien que Nephtis, femme de Typhon, qui étoit le monstre de la nature, auquel les Egyptiens donnoient l'empire de la Mer. D'ailleurs, le temps de l'année où le soleil est dans les Poissons, étoit celui de l'accroissement de plusieurs plantes venimeuses qu'on attribuoit à Nephtis, comme les autres fléaux de la nature : enfin, le signe des Poissons est le dernier signe, ou la fin du Zodiaque, ainsi que la Mer Méditerranée étoit le terme de l'Egypte.

384. Cette dernière conjecture a fait naître à M. Schmidt une autre idée singulière : il sembleroit que les Prêtres de l'Egypte eussent voulu placer dans le ciel une géographie de l'Egypte : le Bélier commençoit, tout ainsi que Thèbes, ville consacrée à Jupiter Ammon, faisoit le commencement de l'Egypte ; les Poissons terminoient le Zodiaque, ainsi que la Mer Méditerranée terminoit l'Egypte ; le triangle céleste représentoit le delta de l'Egypte : L'Eridan ou le Nil avoit été aussi transféré dans le ciel. (436)

385. On voit par l'énumération précédente des douze

signes du Zodiaque , toute la vraisemblance imaginable d'une origine Egyptienne : d'un autre côté, l'on verra dans l'application qu'en font les Grecs à leur histoire poétique, des allusions forcées , incertaines , peu vraisemblables , souvent contraires : je crois donc , avec les plus sçavans Antiquaires , qu'on doit attribuer les noms des signes du Zodiaque aux Divinités Egyptiennes. Je ne laisserai pas de rapporter à leur place les origines Grecques , & les applications poétiques , qui sont consacrées par des Auteurs célèbres , appuyées quelquefois sur des raisons plausibles , & qui font une partie des agrémens de la Poésie par leur rapport avec la Mythologie.

386. C'est ici le lieu de parler aussi de l'origine des noms que portent les planetes ; ils nous viennent des Latins qui , à l'exemple des Grecs , donnerent aux planetes les noms de leurs principales Divinités ; mais avant l'apothéose des Héros les planetes avoient d'autres noms , comme on peut voir dans la cinquieme Dissertation de M. Goguet : par exemple , le soleil est appellé dans les Livres saints du nom de *Schemès* qui indique la chaleur & la lumiere , & la lune *Labanah* , qui vient de *Laban* blancheur. En Egypte on avoit donné aux autres planetes des noms analogues à quelqu'une de leurs qualités : celui de Vénus signifie la plus belle ; celui de Mars veut dire embrasé : celui de Mercure étincellant ; celui de Jupiter répond au mot éclattant , (*Maneto* , *Chron. Pasch.* p. 46 & 47. *Jul. Firmic. L. II. Ch. II.*) Le nom Egyptien de Saturne fut traduit chez les Grecs par celui de *Φαίωον* , qui veut dire apparent ; & le P. Riccioli , (*Alm. Liv. XVII. Ch. I.*) croit que ce peut être parce qu'il est plutôt dégagé que les autres planetes des rayons du soleil au temps de ses conjonctions.

Origine des
Noms des
Planetes.

Noms anciens.

387. Les Grecs employèrent aussi dans les premiers temps des noms significatifs. Homere désigne Vénus par l'épithete de *Κάλλιτος* (*Iliad.* 22. 318. *Voyez aussi Platon in Epinomi* , p. 1012 , *Aristot. de mundo* , T. II. p. 602. *Vossius de idol. L. II. ch. xxii & xxxi.* Les Réflexions critiques sur l'Histoire des anciens Peuples , par M. Fourmont. T. I. L. II. ch. vii. & suiv. M. Goguet de l'Origine

des Loix, &c. *T. VI. p. 142.* Les Chinois ont aussi donné aux planetes des noms analogues à leurs qualités sensibles, comme l'observe M. Goguet d'après M. de Guignes.

Caractères qui
expriment les
Planetes.

388. Les caractères par lesquels nous marquons les planetes, passent pour être fort anciens; & Scaliger, dans ses Notes sur *Manilius*, dit qu'on les voit sur plusieurs pierres très-anciennes. Celui de Mercure ☿ est un caducée; celui de Vénus ♀ un miroir avec son manche; celui de Mars ♂ une fleche avec un bouclier; celui de Jupiter ♃ est la premiere lettre du nom qu'il porte en Grec, avec une interfection; enfin, le nom de Saturne ♄ se représente par une faux: les Grecs de qui nous tenons cette maniere abrégée de désigner les astres, l'avoient, sans doute, reçue des Nations orientales; mais il y a tout lieu de croire que la forme des caractères, essuya de grands changemens, puisque les anciens peuples ne se sont point accordés sur les noms qu'ils attribuoient aux planetes. Voyez *Achill. Tat. isag. c. xvii.* *Macrob. Sat. L. I. ch. xxi. L. III. ch. xii.* *Herod. L. II. n. 144.* *Diod. L. II.* *Arist. de mundo. c. ii.* *Plutarq. de Iside & Osiride. Scholiast. Apollon. ad. L. III. vers. 1376.* *Plin. L. II. c. viii.* *Apuleius de mundo.* *Hygin. Astronomicon. Chronicon. Pasch. Tim. Locrus de anima mundi, apud Plat. August. de Civitate Dei. L. VII. c. xv.* *Voss. de idol. L. I. c. xvi. L. II. c. xxvii. xxxi. xxxii & xxxiii.* *Saumaïse, Plin. exercit. p. 1235.* *Huet Remarques sur Manilius, Lib. V.* M. Goguet observe que ces caractères sont assez différens de ceux qu'on trouve dans les écrits des Anciens; & il est porté à croire que ce sont les Arabes qui les ont altérés.

389. Il y a des Auteurs qui trouvent aussi dans les caractères dont on se sert pour marquer les douze signes du Zodiaque, les traces d'une origine Egyptienne. Ce sont, dit un Critique moderne, des vestiges d'hiéroglyphes curio-logiques, réduits à un caractère d'écriture courante, semblable à celle des Chinois, (*Essai sur les Hier. p. 245.*). M. Goguet n'est point de cet avis; il dit que ces caractères ont souffert beaucoup d'altération, & qu'il y a des différences considérables entre les figures dont nous nous servons

servons aujourd'hui , & celles dont se servoient les anciens Astronomes. On peut voir la figure de ces anciens caractères astronomiques dans Saumaïse , *Plin. exercit. p. 1035 & suiv.* M. Huet les a aussi fait graver dans ses Remarques sur Manilius, *L. V. p. 80. V. aussi M. Long, p. 171 & 213.*

390. On ne peut cependant méconnoître une espece d'analogie entre les caractères dont on se sert depuis long-temps , & les noms des signes du Zodiaque , soit que cette ressemblance ait été forcée à dessein , ou qu'elle soit naturelle. Le premier γ imite les cornes du Bélier. Le second ϑ est comme le devant d'une tête de bœuf. Le troisieme H est la réunion de deux têtes de chevreaux. Le septieme A est le fléau d'une balance. Le huitieme M marque les pattes , la queue & le dard du Scorpion. Le neuvieme S est la fleche même du Sagittaire. Le dixieme C exprime les replis de la queue du Capricorne. Le onzieme E est un courant d'eau. Le douzieme P est formé de deux poissons adossés. Les trois autres Q & R ont été sans doute altérés par la suite des temps , (*Specl. de la Nat. T. IV. p. 319.*).

Caractères des
12 Signes.

NOMS ET ORIGINE DES DOUZE SIGNES du Zodiaque suivant les Grecs.

391. LE BÉLIER paroît avoir été de tous les temps, la premiere constellation du Zodiaque.

Suivant la plûpart des Auteurs Latins , le Bélier céleste est celui dont la toison occasionna le voyage fameux des Argonautes (161). Il y en a qui prétendent que c'est la proue du vaisseau sur lequel Phrixus & sa sœur Helle prirent la fuite pour éviter d'être sacrifiés par leur pere Athamas. Sous le nom de *Toison d'or* , les uns ont entendu le Gouverneur de Phrixus , fils d'Athamas , si célèbre par sa science , que les habitans de la Colchide ne pouvoient se résoudre à le perdre, & que les Grecs allerent en force le délivrer de cet exil. D'autres ont entendu sous le nom de *Toison d'or* , la pierre philosophale , ou l'art de faire de l'or , ou les trésors que Phrixus avoit emportés dans la

Colchide. (Voyez aussi art. 373.). Il est parlé de cette constellation dans Ovide, sous le nom de *la Brebis d'Helle*.

Et frustra pecudem quæres Athamantidos Helles,
Signaque dant imbres, exoriturque Canis. *Fast. IV. 903.*

392. LE TAUREAU est celui dont Jupiter prit la forme pour enlever Europe, fille d'Agénor, Roi des Phéniciens : on explique aussi cette fable, en disant que ce taureau étoit la figure de la proue d'un vaisseau, sur lequel Europe fut enlevée par des Marchands Crétois.

On a cru que c'étoit la vache dont Io avoit reçu la forme ; & l'on a expliqué cette fable, en disant qu'Io, ou Isis avoit enseigné l'agriculture aux Egyptiens, & par reconnaissance avoit été déifiée sous la figure d'une vache, symbole de l'agriculture, (Voyez aussi art. 374.).

393. Les Pléiades sont des étoiles situées sur le col du Taureau ; les Anciens les plaçoient sur la queue du Taureau : leur nom vient de Πλαῖν, qui signifie *naviguer*, parce qu'au printemps & vers le temps de leur lever héliacque, on commençoit les grandes navigations. Les Poètes disent qu'elles étoient filles d'Hesperis & d'Atlas, c'est pourquoi on les appelle *Hespérides* ou *Atlantides*. Jupiter les ayant aimées, & les voyant poursuivies par Orion, il les plaça dans le ciel pour les soustraire aux poursuites de son rival.

Les noms des neuf étoiles principales des Pléiades sont *Alcyone, Electra, Seleno, Taygeta, Maia, Merope, Atlas, Pleione, Asterope*. Ovide les renferme sous le nom de *Taygete* dans ce vers :

Taygetemque, Hyadesque oculis, Arctonque notavi. *Metam. v. 295.*

Et il rapporte leurs noms en détail dans le IV^e. Livre des *Fastes*, v. 167.

394. L'écliptique passe entre les deux étoiles ζ & β qui sont les deux extrémités des cornes du Taureau, comme Ovide nous l'apprend dans ces vers adressés à Phaëton par son pere, où il lui trace sa route le long de l'écliptique :

Pertamen adversi gradieris cornua TAURUM,
Æmoniosque arcus, violentique ora LEONIS,

Sævaque circuitu curvantem brachia longo,
SCORPION, atque aliter curvantem brachia CANCRUM. Met. II. 80.

395. Les Hyades font un autre affēblage d'étoiles, placées sur le front du Taureau ; leur nom vient de ὕαδ, *pleuvoir*, parce qu'elles se levoient autrefois dans la saison des pluies.

Ora micant Tauri septem radiantia flammis,
Navita quas *Hyades* Graius ab imbre vocat.

Les Hyades étoient aussi filles d'Atlas, suivant la tradition poétique, peut-être parce qu'il fut le premier qui observa ces étoiles, ou qui leur attribua des vertus astrologiques.

396. LES GÉMEAUX portent différens noms dans les anciens Auteurs : c'est Apollon & Hercules, Triptoleme & Jason, Amphion & Zethus, Castor & Pollux, Thésée & Pirithoüs ; il semble qu'on ait voulu placer dans le ciel le symbole de l'amitié : (Voyez aussi art. 375.).

397. LE CANCER, ou l'Ecrevisse, fut placé dans le ciel par Jupiter, pour avoir servi ses amours, en retardant par sa piquûre la fuite d'une Nymphé, fille de Garamanthe : Ampelius croit que cette Ecrevisse fut placée dans le ciel par Junon, après qu'elle eût été écrasée par Hercules en voulant l'incommoder dans le combat contre l'Hydre de Lerne : on sçait que Junon, toujours ennemie d'Hercules, poursuivoit par-tout ce Héros, & suscitoit des obstacles à toutes ses entreprises : (Voyez aussi art. 376.).

398. Les deux ânes qui sont deux étoiles de la même constellation marquées γ & δ dans nos catalogues, sont ceux qui dans la guerre de Jupiter contre les Géans, contribuèrent à sa victoire ou par leurs cris, ou parce qu'ils servoient de montures à Vulcain & aux Satyres qui venoient au secours de Jupiter ; on voit entre ces deux étoiles un amas d'étoiles appelé l'Etable, *Præsepe*, à cause des deux ânes qui en sont tout proche ; c'est ce que nous appellons *la Nebuleuse du Cancer*.

399. LE LION est la cinquieme constellation du Zodiaque, celle que le soleil parcouroit autrefois dans le

temps des chaleurs brûlantes de l'été : le tempérament fier & ardent de cet animal terrible l'avoit fait prendre pour le symbole de la chaleur, de la vigilance & de la sûreté ; de-là vient aussi qu'on avoit donné son nom à la constellation où étoit le soleil dans la saison la plus ardente & la plus sèche de l'année. (Voyez aussi l'art. 377.).

Les Poètes disent que c'est le lion de Némée dompté par Hercules le Thébain, & placé dans le ciel par la puissance de Junon.

400. LA VIERGE est appelée aussi Cérés, Isis, Eri-gone, la Fortune, la Concorde, Afrée, Themis : les anciens Auteurs ne sont point d'accord sur l'origine du nom de cette constellation. Au reste, comme Cérés étoit quelquefois prise pour la Déesse des moissons, de la Justice & des Loix, rien n'empêche qu'on ne la regarde comme étant celle que les premiers Astronomes Grecs ont prétendu déifier : (Voyez art. 378.).

401. LA BALANCE est appelée dans Aratus *Fera magna* ; dans Cicéron, *Jugum* ; dans Ampelius, *Mochos* ; dans Virgile, les serres du Scorpion : cette Balance indique, suivant quelques Auteurs, l'équilibre de la Nature, l'égalité des jours & des nuits, la température de l'automne : (Voyez aussi art. 379.). Les Anciens y ajoutoient la figure de *Mochos*, inventeur des poids & des balances ; d'autres mettoient cette balance dans la main de la Vierge : Virgile feint que c'étoit la justice d'Auguste consacrée par le nom d'une nouvelle constellation ; mais cela vient peut-être uniquement de ce que la naissance d'Auguste tomboit au commencement du signe de la Balance, comme l'observe Scaliger dans ses Notes sur *Manilius*. Virgile lui-même semble reconnoître une autre étymologie à ce nom de *Libra*, lorsqu'il dit dans son premier Livre des Géorgiques :

*Libra die somnique pares ubi fecerat horas,
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem.
Exercete, viri, tauros.*

402. LE SCORPION est appelé dans Cicéron *Nepa* ; dans Manilius, *Martis Sydus* ; dans Aratus, *Fera magna*,

parce qu'il occupoit deux signes entiers : les Poètes disent que c'est le scorpion qui par ordre de Diane picqua vivement au talon le fier Orion qui se vançoit de pouvoir défier les animaux les plus féroces, & qui avoit entrepris de violer la chaste Diane : il étoit peut-être destiné à indiquer les maladies dangereuses qui regnent quelquefois en automne : (Voyez art. 379.). Ovide nous apprend aussi que le Scorpion s'étendoit sur deux signes entiers de l'écliptique :

Est locus in geminos ubi brachia concavat arcus

Scorpius, & caudâ flexisque utrinque lacertis

Porrigit in spatium signorum membra duorum. Metam. H. 195.

La vue de cet animal effrayant fut cause, dit-il, de la terreur & de la perte de Phaëton :

Hunc puer ut nigri madidum sudore veneni

Vulnera curvatâ minitantem cuspide vidit

Mentis inops, gelidâ formidine lora remisit. Ibid. 198.

403. LE SAGITTAIRE est appelé quelquefois le Centaure, ou Chiron, le Taureau, *Phillyrides*, *Eumenes*, *Semivir*, l'Arc, le Carquois, *Eques*, *Minätorus*, *Croton*. On croit que c'est le Centaure Chiron, fils de Saturne & de Philyris, qui enseigna le premier aux hommes l'art de monter à cheval ; il excelloit dans la sagesse, & dans la science des astres : il fut le précepteur d'Achilles, de Jason, d'Esculape ; il fut tué par une fleche teinte du sang de l'Hydre de Lerne, & placé dans le ciel, aussi bien que cette fleche. Virgile & Ovide en décrivant les signes du Zodiaque, parlent de la même maniere :

Armatuſque arcu Chiron & corniger hircus. Virg.

Nocte minus quartâ promer ſua ſidera Chiron

Semivir, & flavi corpora miſtus equi. Ovid. Faſt. V.

D'autres cependant ont cru que l'on devoit rapporter à Chiron la constellation du Centaure (445), mais que celle du Sagitaire n'étoit autre chose que le Minature, dont Pasiphaë fut amoureuse. Lucien semble indiquer que c'étoit l'amour de l'Astronomie & l'étude des constellations célestes, parmi lesquelles se compte le Taureau, qui avoit donné lieu à cette constellation : (Voyez aussi art. 380.).

404. LE CAPRICORNE s'appelle aussi la Chevre Amalthée, le Bouc, le signe de l'hyver, & la Porte du Soleil, car on regardoit les deux tropiques comme les deux portes du ciel: par l'une, le soleil montoit dans les régions supérieures; par l'autre, il redescendoit à la région la plus basse du ciel: Les Poètes attribuent cette constellation à la Chevre Amalthée, dont le lait servit aux Nymphes qui prirent soin de Jupiter sur le mont Ida, & que Jupiter par reconnoissance plaça ensuite parmi les astres.

D'autres enfin expliquent la forme bizarre du Capricorne qui est moitié chevre & moitié poisson, par le moyen d'une autre fable. Les Dieux étant à table dans un endroit de l'Egypte, Typhon, le plus terrible des Géans, parut, & causa une si grande frayeur, que tous les Dieux cherchèrent leur sûreté dans la fuite, & se changerent en différentes formes: Pan, le Dieu des Chasseurs, se jetta à moitié dans le Nil, prit la forme d'un poisson par derrière & celle d'une chevre par sa partie antérieure; & Jupiter voulut conserver la mémoire de cet événement, en plaçant dans le ciel cet animal monstrueux. Ces origines sont si absurdes, qu'on ose à peine les rapporter: (Voyez plutôt l'art. 381.).

405. LE VERSEAU, *Aquarius; Junonis Astrum; Deucalion; Aristæus; Ganymedes, Puer Iliacus, Jovis Cynædus; Cecrops; Fusor aquæ, Amphora, Urna, Aquæ Tyrannus*. Plusieurs Auteurs ont pensé que cette constellation tire son nom de la saison des pluies qui ont lieu presque par-tout à l'entrée de l'hyver: les Poètes ont prétendu que c'étoit Deucalion, le réparateur & le pere du genre humain, que les hommes défirent par reconnoissance. D'autres ont dit que c'étoit Ganymede, jeune homme d'une extrême beauté, que Jupiter fit enlever par un aigle pour servir le nectar à la table des Dieux, après qu'Hébé s'en fût rendue indigne par une faute. *Virg. Æneid. III. & V. Ovid. Met. X.* (Voyez plutôt art. 382.).

406. LES POISSONS, *Pisces; Dii Syri; Proles Dercia, Dercis; Dione Veneris Mater; Venus Syria cum Cupidine, Venus cum Adone*. Cette constellation marque

le temps humide de l'hyver. Les Poëtes disent que Vénus ayant apperçu Typhon sur les bords de l'Euphrate, se jetta avec son fils dans le fleuve, & le transforma avec elle en poissons, (Manil. *Astron. L. IV.*). De-là venoit la vénération que l'on avoit en Syrie pour les poissons. Dercis & Atergatis étoient deux Déeses que l'on a confondues avec Vénus. (Voyez plutôt art. 383.).

Ovide rapporte au 3 de Mars le coucher héliaque des poissons dans les vers suivans :

Tertia nox emerſa ſuos ubi moverit ignes,
 Conditus è geminis *Piſcibus* alter erit;
 Nam duo ſunt, auſtris hic eſt, aquilonibus ille
 Proximus, à vento nomen uterque tenet. *Faſt. III. 399.*

DES XXIII. CONSTELLATIONS BORÉALES décrites par les Anciens.

LES CONSTELLATIONS décrites par les Anciens, ſont au nombre de 48 : douze forment le Zodiaque, comme nous venons de le voir; 21 étoient au nord de l'écliptique; on en a ajouté deux (461), & ce ſont ces 23 conſtellations boréales dont nous allons traiter.

407. LA GRANDE OURSE, la plus remarquable de toutes les conſtellations boréales, & la première que les hommes dûrent observer, eſt appellée *Arctos major*, *Fera major*; *ſeptem Teriones* ou *Triones*, *Icarii Boves*; *Cynofuris*; *Arcturus*; *Elix*, *Helice*; *Canis venatica*; *Filia Urfæ*, *Urſa cum puerulo*; *Lycaonia Puella*, *Dianæ comes*, *Phæbes miles*, *Parrhaſis*, *Parrhaſia Virgo*, *Mænalis Urſa*, *Erymanthis*, id eſt, *Arcadica*, *Virgo nonacrina*, *Megisto*, *Calliſto*; *Plauſtriluca*, *Plauſtrum magnum*. Elle eſt appellée *Helice*, parce qu'on la voit tourner autour du pôle: elle porte le nom de *Calliſto* qui fut transformée en ourſe. *Parrhaſis* étoit le nom ancien de l'Arcadie; région du Péloponnèſe, où regnoit *Lycaon*, pere de *Calliſto*; le mont *Mænale* & le fleuve *Erymante* qui étoient voiſins, lui ont auſſi donné leurs noms.

408. Nous avons rapporté (194) les étymologies qu'on tire de l'Hébreu pour le nom de cette constellation; celle des Auteurs Grecs est tirée de Callisto : on en peut voir l'histoire dans les Métamorphoses d'Ovide, (*L. II. v. 402. &c.*); on y voit le petit parallèle que décrit cette constellation autour du pôle :

..... Illic ubi circulus axem
Ultimus extremum spatiumque brevissimus ambit. *Verf. 518.*

Junon demande aux Dieux de la Mer d'empêcher que cette constellation adulate ne jouisse de l'avantage de descendre chaque jour dans les ondes pures de Thétis.

Gurgite caruleo septem prohibite Triones,
Sideraque in cœlum stupri mercede receptâ
Pellite, ne puro tingatur in æquore pellex.

409. LA PETITE OURSE est appelée aussi *Arctos minor*, *Fera minor*, *Phœnice*, *Septentrio*; *Cynosura*, c'est-à-dire, Queue du chien, ou plutôt, Foyer de lumière; suivant l'étymologie orientale; vulgairement petit Chariot. Callimaque rapporte que Thalès apprit aux Phéniciens à connoître la petite Ourse, & voilà pourquoi on l'a appelée *Phœnice*; ils furent du moins les premiers à s'en servir pour se diriger dans leurs navigations. Les Poëtes ont écrit que cette Ourse étoit Callisto, fille de Lycaon, qui fut aimée de Jupiter, que Junon transforma en ourse, & qui fut ensuite placée dans le ciel; mais c'est principalement à la grande Ourse que cette fable se rapporte, comme nous l'avons dit: si la petite Ourse a porté le même nom, ce n'a été qu'à cause de sa ressemblance; elle a en effet à-peu-près la même forme que la grande Ourse; elle lui est parallèle, mais dans une situation renversée,

Les deux Ourses sont au nombre des constellations qui dans nos climats septentrionaux ne se couchent jamais.

Arctos Oceani metuentes æquore tingi. Virg. Georg.

Mais quand on avance vers le midi, on commence à voir coucher la grande Ourse, comme le dit Lucain en parlant

parlant des Peuples méridionaux que les Romains avoient soulevés.

Carmanosque duces quorum , jam flexus in austrum
 Æther non totam mergi tamen aspicit Arcton ,
 Tacet & exigua velut ubi nocte Bootes *.

410. LE DRAGON, *Draco* : cette constellation est appelée *Serpens*, *Anguis*, *Hesperidum custos*, *Palmes emeritus*, *Coluber arborem conscendens*; *Sidus Minervæ*, & *Bacchi*; *Æsculapius*; *Python*; *Ladon*, *Audax*, *Monstrum mirabile*. Ce Dragon est, suivant les Poètes, celui que Junon avoit préposé à la garde d'un jardin délicieux qu'elle avoit à l'extrémité de l'Hespérie, ou de l'Espagne; & qui fut tué par Hercules; d'autres estiment que c'est le symbole de la prudence.

Ovide parle de cette constellation qui est au nord de l'écliptique, lorsque Phœbus dit à Phaëton :

Neu te dexterior tortum declinet ad *Anguem* ,
 Neve sinisterior pressam rota ducat ad *Aram* ,
 Inter utrumque tene. *Metamor. II. 138.*

411. CÉPHÉE est une constellation qui a été appelée aussi *Vir regius*, *Regulus*; *Dominus solis*, *Flammiger*, *Incensus sonans*; *Jafides*; *Nereus*, *Senex æquoreus*, *Juvenis æquoreus*. Céphée étoit Roi d'Ethiopie ou de l'Inde, (Pline, *L. V. ch. 13. 31.*) ; car les premiers Grecs appellerent de ce nom d'Inde toutes les terres situées au-delà de la Mer. Céphée étoit pere d'Andromede, & les Poètes disent que Persée obtint de Jupiter que Céphée avec sa femme Cassiopée & sa fille Andromede, seroient placés dans les astres. Ovid. *Met. L. IV.* (Voyez art. 413.).

412. CASSIOPÉE; une Reine d'Ethiopie, femme de Céphée, donna son nom à cette constellation; elle y est représentée comme dans un trône, tenant une palme à la main. On a appelé quelquefois cette constellation, *Cathedra mollis*, *Siliquastrum*, *Solium*, *Mulier sedis*, *Mulier*

* Ce dernier vers n'est pas exact, car les nuits ne sont pas courtes, & le Bouvier brille pendant plus de 12 heures dans les pays où la grande Ourse se couche.

habens palmam delibutam ; elle est aussi appelée *Canis* , *Cerva* ; car les Arabes ne peignent qu'un chien à la place d'une Reine.

4 I 3. ANDROMEDE , constellation qui est appelée aussi *Mulier catenata* , *Virgo devota* , *Persea* : les Arabes y peignent un *Phoca* , ou Veau marin , enchaîné avec l'un des poissons. On connoît assez l'histoire d'Andromede , que son pere Céphée fut obligé de sacrifier à un Monstre marin pour garantir son royaume de la peste ; elle fut délivrée par Persée : il y a à la tête d'Andromede une étoile remarquable qui forme un grand carré avec trois belles étoiles de Pégase ; cette étoile , suivant *Hyginus* , est commune aux deux constellations , & s'appelle quelquefois *Umbilicus Andromedæ*.

4 I 4. PERSÉE , est appelé dans quelques Auteurs , *Pinnipes* , *Inachides* , *Abantiades* , *Acrifioniades* , *Cyllenius* , *Victor Gorgonei monstri*. Persée étoit fils de Jupiter & de Danaë : ayant été jetté dans la Mer avec sa mere , & sauvé par Polydecte , Roi des Sériphes , il fut chargé de couper la tête de Méduse tandis qu'elle dormoit , & tous les Dieux l'armerent à cet effet. Méduse étoit l'une des Gorgones , monstres ainsi nommés , parce que leur aspect étoit terrible , & causoit même la mort : la tête de Méduse forme une partie de la constellation de Persée.

4 I 5. PÉGASE , *Pegasus* , *Equus ales* ; *Equus Gorgonicus* , *aëreus* , *Fontis Musarum Inventor* , *Equus major* , *Equus alter* , *Bellerophon* , *Saginarius* , *Caballus* , *Menalippa* ; en Arabe , *Alpharès*.

L'étoile ε à la bouche de Pégase , est appelée par les Arabes *Enif*.

On attribue ordinairement à Bellérophon l'origine de cette constellation ; ce Prince dompta la Chimère , monté sur un cheval ailé , qui est le symbole de la Renommée. Suivant Lucien , ce Prince étoit un Philosophe célèbre ; le cheval ailé représente la vivacité & l'étendue de son génie & de ses connoissances.

Nunc fruitur cælo , quod pennis antè petebar ,

Et nitidis stellis quinque decemque micat. Ovid. Fast. III.

416. LE PETIT CHEVAL, *Equuleus*, *Equus minor*, *Hinnulus*, *Equi caput*, *Sectio equina*, *Sectio equi minoris*, *Cyllarus*, *Semiperfectus*.

Cette constellation est appelée le petit Cheval, pour la distinguer de Pégase qui est le grand Cheval, & dont nous avons parlé il n'y a qu'un moment : on n'en voit sur les cartes célestes que la moitié, comme si le reste du corps étoit caché dans les nuages, ainsi que le Taureau dont on ne peint souvent que la moitié.

Ce Cheval est celui que Mercure avoit donné à Castor, & qui se nommoit *Cyllarus*, (Virg. *Georg. III.*); ou celui dont Saturne prit la forme lorsqu'il fut surpris avec *Philyra*, fille de l'Océan : mais comme tous les Dieux & tous les Héros de l'Antiquité ont fait usage du cheval, on a donné à cette constellation une multitude d'origines différentes, sur lesquelles on ne sçauroit rien statuer.

417. LE TRIANGLE BORÉAL, en Latin, *Triangulus*, *Trigonus*, *Triquetrum*, *Tricuspis*; *Nili donum*, *Aegyptus*, *Sicilia*, *Trinacria*, *orbis terrarum tripartitus*; en Grec, *Δελτωτόν*. Il n'a pas fallu d'autre raison pour lui donner ce nom, que la situation des trois étoiles principales qui forment cette constellation. Les Poètes disent que Cérès demanda à Jupiter de mettre dans le ciel la figure de la Sicile qui est triangulaire; mais d'autres prétendent que le triangle désignoit les trois parties de la terre.

418. LE COCHER, *Auriga*, *Aurigator*, *Agitator currûs*; *Arator*; *Heniochus*, *Habenifer*, *Erichtonius*; dans Homère, *Erichteus*; chez les Egyptiens, *Orus*; d'autres l'ont appelé *Phaëton*; *Bellerophon*; *Custos caprarum*; *Pelethronius*; *Trochilus*; *Ænomaus*; *Hippolytus*: l'étoile brillante de cette constellation est appelée LA CHEVRE, *Capra*, *Hircus*, *Cabrilla*, *Amalthea*, *Olenia*, *Alhaiot*. La même constellation renferme aussi les Chevreaux, qui avoient été nourris du même lait que Jupiter; le lever des Chevreaux arrivoit autrefois dans le temps des ouragans; ce qui a fait dire autrefois :

Non ulli tutum est hædis surgentibus æquor.

Oleniæ sidus pluviale Capellæ. *Met. III. 594.*

Erichton étoit un Roi d'Athènes, qui fut déifié comme l'inventeur de plusieurs arts utiles, & sur-tout de celui des chars :

Primus Erichtonius currus & quatuor ausus
Jungere equos, rapidisque rotis insistere victor. *Georg. III.*

Dans le Commentaire de Théon sur Aratus, Bellérophon est cité comme l'auteur de l'invention du char, & comme étant le cocher céleste ; d'autres y substituent Myrtyle, Cillantus cocher de Pelops, Œnomaüs, & Orus qui enseigna le premier l'agriculture aux Egyptiens.

419. LA CHEVELURE DE BÉRÉNICE, *Coma Berenices, Crines, Capilli, Cincinnus, Cæsaries, Tricæ, Terricæ, Triquetra; Rosa; Fusus* vel *Colus*, le Fuseau, *Fila, Stamina*. Bayer y substitue une Gerbe de bled d'après un ancien manuscrit. Cette constellation est située sur la queue du Lion.

Ptolémée Soter, fils de Lagus, & surnommé *le Grand*, étant prêt à partir pour l'Asie, Bérénice fit vœu de consacrer à Vénus ses cheveux qui étoient d'une beauté singulière, si son époux revenoit triomphant ; elle accomplit son vœu. Ces cheveux furent suspendus dans le temple ; ils disparurent dans la suite ; ce qui donna lieu à *Conon*, Mathématicien de Ptolémée Philadelphe, d'en faire une constellation. Elle n'est point dans Ptolémée. (461)

420. LE BOUVIER, *Bootes* ou *Bootis, Bubulus, Bubulcus, Tardibubulcus; Pastor, Custos boum, clamans; clamator, vociferator; plaustræ Custos, Custos Erimantidos Ursæ; Arcturus, Arcturus minor; Septentrio, Philomelus; Icarus; Lycaon; Orion; plorans, Arcas, Lanceator, Venator Ursæ, Arctophilax*. La belle étoile de cette constellation est appelée aujourd'hui généralement *Arcturus* ; chez les Arabes, *Aramech* : Homère dit que cette étoile est d'un présage funeste ; Pline l'appelle aussi *Sidus horridum*.

Germanicus Cæsar dit que ce Pasteur, qu'on a placé dans le ciel, étoit Icare, pere d'Erigone, dont nous avons parlé à l'article de la Vierge; Bacchus lui avoit appris l'art de faire le vin pour l'enseigner aux hommes; il fut lapidé par des bergers qui étoient yvres: sa fille découvrit le corps de son pere par le moyen d'un chien qui lui étoit resté fidele; elle se tua de désespoir, & elle fut placée dans le ciel avec son pere & son chien: voilà pourquoi Properce appelle *Bœufs d'Icare* les sept étoiles de la grande Ourse.

Flectant Icarii sidera tarda boves.

D'autres prétendent que le Bouvier est Arcas, fils de Jupiter & de Callisto, qui enseigna la maniere de faire du pain, qu'il avoit apprise de Triptolême, & fut déifié par la reconnoissance des hommes.

La constellation du Bouvier, quoique fort septentrionale, descend sous l'horison, & se couche pour nous, comme le remarque Ovide:

Tingitur Oceano Custos Erimanthidos Ursæ;
Æquoreaſque ſuo ſidere turbat aquas. *Triſt. I. IV. 1.*

Le coucher cosmique du Bouvier, c'est-à-dire, le temps où il se couche au soleil levant, est annoncé par Ovide pour le 4 de Mars.

Sive est Arctophilax, sive est piger ille Bootes;
Mergetur, vitus effugietque tuos. *Faſt. III. 405.*

421. LA COURONNE BORÉALE; *Corona Ariadnæ; Cretica, Gnoſſia; Corona Vulcani, Amphitrites, Theſei, Minoïs; Diadema cæli, Oculus.* La plus belle des étoiles de cette constellation s'appelle spécialement *Gnoſſia, Gemma, Margarita, pupilla, Roſa aperta*; chez les Arabes, *Niumir.*

La figure de cette constellation suffisoit pour y faire imaginer une couronné; mais les Poètes supposent que c'est la couronne d'Ariadne, fille de Minos & de Pasſphaë, qui aida Thésée à se tirer du labyrinthe de Crete, fut ensuite abandonnée dans l'isle de Naxos, & épousée par Bacchus;

ce Dieu plaça dans le ciel, suivant le rapport d'Ovide, une couronne que Vénus avoit donnée à Ariadne ; elle est située entre Hercules & Ophiucus.

. Utque perenni

Sidere clara foret sumptam de fronte coronam
Immisit cœlo : tenues volat illa per auras ,
Dumquæ volat gemmæ nitidos vertuntur in ignes ,
Constituntque loco , specie remanente coronæ ,
Qui medius nixique genu est , anguemque tenentis .

Metam. VIII. 177.

Bacchus amat flores , Baccho placuisse coronam ,
Ex Ariadnæo sidere nosse potes . *Fast. V.*

D'autres ont écrit que cette couronne étoit celle que Thésée reçut d'Amphitrite , lorsqu'il se jeta dans la Mer pour y chercher la perle de Minos.

422. LE SERPENTAIRE , *Ophiuchus* , *Serpentarius* , *Serpentinarius* , *Anguifer* , *Anguitenens* , *Effeminatus* ; *Ophiucus* , *Carnabons* , *Triopas* ; *Hercules* ; *Cæsius* , sive *Glaucus* ; *Æsculapius* ; *Phorbas* ; *Cadmus* ; *Jason* ; *Æsacus* ; *Laocoon* ; *Aristæus* . On rapporte communément cette constellation à Esculape le Messénien ou l'Epidaurien , pere de Podalire & de Machaon , célébré comme l'inventeur de la Médecine ; il fut un des Argonautes : il ressuscita Androgée , ou , selon d'autres , Hippolyte , par le moyen d'une herbe qu'un serpent lui apporta ; ce serpent qui est sans doute le symbole de la sagesse & de la pénétration d'un si célèbre Médecin , est représenté entre ses mains ; ce qui lui a fait donner le nom de *Serpentaire* : c'est au Serpentaire que se rapportent ces deux vers d'Ovide , qui dans son calendrier tombent environ au 21 Juin , temps auquel cette constellation paroît toute la nuit , ou se leve achroniquement.

Surgit humo juvenis telis afflatus avitis ,

Et gemino nexas porrigit angue manus . *Fast. VI. 735.*

423. LE SERPENT ; *Serpens Ophiuci* , *Æsculapii* ; *Laocoontis* ; *Coluber* , *Anguis* , *Serpens Sagarinus* , *Herculeus* , *Lernæus* ; *Draçq Lesbicus* , *Tiberinus* . Il y a parmi

les constellations quatre especes de serpens : l'Hydre femelle, *Hydra*, qui est située au-dessous du Cancer & du Lion ; l'Hydre mâle ou petit Hydre, *Hydrus*, qui est près du pole antarctique ; le Dragon ou le Serpent des Ourfes, qui est près du pole arctique ; & le Serpent d'Ophiucus, qui porte spécialement le nom de *Serpent* ; c'est celui que nous avons dit être placé dans les mains d'Esculape, comme l'attribut de ce Dieu : on l'a appelé *Serpent d'Hercules*, suivant le rapport d'Hyginus, parce qu'Hercules tua un serpent fameux en Lydie près du fleuve Sagaris.

424. HERCULES : cette constellation est appelée aussi *Engonasis*, c'est-à-dire, *genusflexus*, *Nisus*, *Nessus*, *Mellus*, *Cernuator*, *Claviger*, *Saltator*, *monstrorum Domitor* ; *Melicerta*, *Malica*, *Desanes* ; *Diodas*, *Palæmon* ; *Maceris* ; *Sancus*, *Sanctus* ; *Almannus* ; *Theseus*, *Lycaon*, *Trapezius* ; *Ixion* ; *Prometheus* ; *Thamyris*, *Orpheus*. On sçait assez combien il y a de Dissertations parmi les Erudits, sur le temps, la patrie & les travaux d'Hercules. Il y a eu sans doute plusieurs Héros du même nom, mais le plus célèbre est Hercules le Thébain, fils d'Amphitryon & d'Alcmene, qui vivoit quelques années avant le siège de Troye, & fut du voyage des Argonautes : il est représenté communément dans l'attitude d'un combattant un genou en terre, tenant d'une main sa massue, & de l'autre la peau du Lion de Némée, qu'il présente comme un bouclier ; on lui met aussi dans la main le rameau d'or qu'il arracha dans sa descente aux enfers pour délivrer Thésée. D'autres disent que cette figure d'un homme à genoux est celle de Thésée, qui leve avec effort la pierre sous laquelle son pere avoit caché son épée.

425. L'AIGLE ; *Aquila Jovis nutrix*, *Jovis Armiger*, *Satelles*, & *Internuncia*, *Fulminis Minister*, *Avium Regina*, *Raptrix Ganymedis*, *servans Antinoum* ; *Avis Romana* ; *Promethei Aquila*, *Vultur volans*, *tortor Promethei*. Les Poètes disent que l'Aigle apportoit du nectar à Jupiter lorsqu'il étoit caché dans un antre de Crete, son pere voulant le faire périr ; l'Aigle contribua à sa victoire contre les Géants, en lui apportant des armes ; il enleva

Ganymede pour le servir à table : c'est pourquoi l'aigle étoit consacré à Jupiter, & fut placé dans le ciel. D'autres prétendent que c'est l'Aigle engendré par Thyphon, qui dévorait le cœur de Prométhée, & qui fut tué par Hercules.

426. ANTINOÛS ; *Puer Adrianæus*, ou *Bithynicus*; *novus Ægypti Deus*, *Puer Troicus*, *Phrygius*, *Puer Aquilæ*, *Jovis Cynædus*, *Catamitus*, *Pincerna*, *Pocillator*, *Ganymedes*. C'étoit un jeune homme d'une très-grande beauté, né à Claudiopolis en Bithynie, qui fut noyé dans le Nil, & que l'Empereur Adrien donna aux Egyptiens comme une nouvelle Divinité. Goltzius, dans son Trésor des Antiquités, rapporte une inscription Grecque trouvée à Rome, dans le champ de Mars où étoit le temple d'Isis : *Antinoo eundem cum Diis Ægyptiis tronum occupanti*. Ce fut à l'honneur d'Antinoüs que l'Empereur Adrien fit frapper des monnoies, & bâtir en Egypte une ville sous le nom d'*Antinoia*, qui fut ensuite appelée *Adrianopolis*, il étoit également adoré en Arcadie. On peut voir au sujet du culte d'Antinoüs, Pausanias, Dion, Spartianus, Athanasie, Théophile, Eusebe, Athénagore, Tertullien. On a prétendu cependant que cet Antinoüs étoit un des Amans de Pénélope, dont Properce fait mention, *L. IV. El. 5.*

Penelopen quoque, neglecto rumore mariti,
Nubere lascivo cogeret Antinoo.

Enfin, d'autres ont cru qu'Antinoüs étoit le même que Ganymedes, fils de Tros, Roi des Troyens, qui fut aimé par Jupiter; mais il y a plus d'apparence que c'est au Verseau que cette dernière fable a rapport (405).

427. LA FLECHE ; *Sagitta Herculea*, *Telum*, *Jaculum*, *Canna*, *Arundo*, *Calamus*, *Virga*, *Missile*, *Vectis*, *Fossorium*; dans Cicéron, *Missore*, *Musator*; selon d'autres, *Dæmon*; *Temo Meridianus*, &c. Cette petite constellation n'est composée que de cinq étoiles, dont trois sont de quatrième grandeur : il y a des Poètes qui ont prétendu que c'étoit la Fleche de l'Amour; mais il est plus probable qu'on a voulu exprimer le symbole de la force, la fleche dont Hercules blessa Junon & Pluton, suivant le rapport d'Homere

d'Homere , ou celle qui servit à tuer le vautour qui devoit Prométhée.

428. LA LYRE. *Lyra* ; *Cythara Apollinis* , *Orphei* , *Mercurii* , *Arionis* , *Amphionis* ; *Testudo sive Chelis Marina* , *Fidicula* , *Fides* ; *Falco* , *Falco sylvestris* , *Vultur cadens* , *deferens psalterium* , *pupillam & testam* , *fidicem* ; *Aquila marina* , *Aquila cadens*. La belle étoile de cette constellation s'appelle aussi simplement en particulier la Lyre , *Wega* , *Pupilla* , *Testa*. On représente communément un Vautour qui porte une lyre , ou plutôt un déchacorde , & par-là on satisfait aux différens noms qu'a eus cette constellation.

429. LE CYGNE , ou la Croix , *Cygnus* , *Olor* , *Ales canora* , *Helenaë genitor* , *Ales Jovis* ; *Ales Ledaus* , *Laystrius* , *Phæbi Assessor* ; *Volucris Phæbeias* ; *Avis Veneris* , *Ciconia* , *Milvus* , *Gallina* , *Myrtilus* , *Vultur cadens* ; *Flos rosæ similis*. Les Poètes disent qu'Orphée ayant été déchiré par les Bacchantes, fut changé en Cygne ; & il paroît que c'est lui qu'on a voulu placer à côté de la Lyre. Manilius dit que c'est le Cygne dont Jupiter prit la figure pour séduire Leda.

430. LE DAUPHIN , *Delphinus* , *Delphin* ; *Animal repandirostrum* , *incurviceroicum* , *Piscium Rex* ; Pline l'appelle *Hermippus* ; d'autres , *Simon* , *Persuasor Amphitrites* , *Veclor Arionis* ; *Neptunus* , *Triton* ; *Apollo* , *Musicum signum*. Le dauphin étoit regardé par les Anciens comme l'ami & le défenseur des hommes : Télémaque fut sauvé par un dauphin , de même qu'*Arion* , célèbre Poète lyrique ; le dauphin servit à découvrir Amphitrite , & à la fléchir en faveur de Neptune ; le dauphin étoit regardé comme le symbole du Dieu des Mers ; Apollon se changeoit aussi en dauphin : enfin , les Poètes disent que Triton , fils de Neptune , espece de monstre marin , ayant servi les Dieux dans la guerre des Géans , par le moyen d'une trompette terrible qu'il avoit imaginée , fut changé en dauphin & placé dans le ciel.

Le lever héliaque de cette constellation est annoncé

par Ovide au 5 des Ides de Janvier, c'est-à-dire, au 9 de ce mois :

Interea Delphin clarum super æquora sidus
Tollitur, & patriis exerit ora vadis. *Fast. I.*

Le coucher du dauphin est marqué au 3 des Nones, ou au 3 de Février :

Quem modò cœlatum stellis Delphina videbas,
Is fugiet visus nocte sequente tuos. *Fast. III.*

Dans l'énumération des 23 constellations qui précèdent nous avons ajouté Antinoüs & la Chévelure de Bérénice, qui ne sont pas dans l'Almageste ; car Ptolémée ne compte que 21 constellations boréales, 15 constellations méridionales, & 12 dans le Zodiaque.

DES CONSTELLATIONS MÉRIDIONALES.

431. Les Anciens comptoient dans l'hémisphère austral, ou au midi de l'écliptique, 15 constellations ; les Navigateurs en ajoutèrent plusieurs dans les derniers siècles ; on en trouve 29 décrites dans Cæsius, (*Cælum Astro-nomico poëticum*). M. l'Abbé de la Caille en a ajouté encore de nouvelles, dont nous parlerons à leur tour.

432. ORION, *Oarion, Urion, Arion, Tripater, Hyriades, Hyerades, Candaon, Jugula, Venator, Dianæ Comes & Amasius* ; en Arabe, *Algebaro*, c'est-à-dire, *vaillant Héros*. Cette constellation est la plus remarquable de tout le ciel ; il y a dans la partie supérieure trois petites étoiles qui ressemblent à un jeu de trois noix, ce qui a fait appeller cette constellation *Aux*, ou *Juglans*, *Stella jugula* ; il y a aussi dans le milieu de la constellation trois étoiles remarquables, égales & situées sur une ligne droite, appelées quelquefois *les trois Rois*, *le bâton de Jacob*, *le Râteau* ; c'est la *Ceinture d'Orion*.

433. Le Héros de l'Antiquité, appelé *Orion*, étoit, dit-on, fils de Neptune. Quoiqu'il y ait beaucoup de

variétés sur son origine ; son nom vient de *Ὠρα* , parce que cette constellation servoit à marquer les différens temps de l'année ; ou de *Orion* , *quasi ex urina Deorum natus* , parce que , suivant Euphorion , son pere Hircus ayant reçu chez lui Jupiter , Neptune & Mercure , & leur ayant demandé un fils , ils lui donnerent naissance , *semine in pellem bovis effuso*. Mais à cause de la turpitude de cette origine , on a changé la premiere lettre de son nom pour en faire Orion , (*Voyez Ovide , L. V. Fast.*). Son pere obtint aussi des Dieux qu'Orion pourroit marcher également sur la terre & sur la mer , qu'il seroit d'une force & d'une taille énorme , (*Virg. Æneid. X.*). En effet , la constellation d'Orion est une des plus grandes qu'il y ait : *Orion magni pars maxima cæli*. (*Manil.*) Il s'adonna à la chasse dans l'isle de Crete , où il accompagnoit Diane & Latone : c'est-là qu'enflé d'orgueil , & défiant hardiment tous les monstres de l'univers (402) , il fut tué par un scorpion que la terre produisit sous ses pieds , (*Ovid. Met. IX.*). Mais Diane obtint qu'il fût placé dans le ciel , à l'opposite du Scorpion. D'autres ont écrit qu'il avoit voulu attenter à cette Divinité , ce que l'on explique de même que l'histoire d'Endymion , en supposant qu'Orion fût un amateur de la Science des astres.

434. Suivant le rapport d'Ovide , le lever héliaque de la Ceinture d'Orion arrivoit le 26 Juin en même temps que le solstice , du moins c'est ce que paroissent indiquer les vers suivans :

*Zona latet tua nunc , & cras fortasse latebit ,
Dehinc erit , Orion , aspicienda mihi ,
At si non esset potus dixisset eadem
Venturum tempus solstitiale die. Fast. VI. 787.*

Il avoit annoncé huit jours auparavant le lever héliaque des Epaules d'Orion , pour le 18 Juin.

*At pater Heliadum radiis ubi tinxerit undis ,
Et cinget geminos stella serena polos ,
Tollet humo validos proles hyriea lacertos ,
Continuâ Delphin nocte videndus erit. Ibid.*

435. LA BALEINE, *Cetus*, *Cete*; *Draco*, *Leo*; *Ursus marinus*, *Monstrum marinum*; *Canis Tritonis*; *Pisfris*, ou *Pristis*; en Arabe, *Kaitos*, ou *Elketos*. Bayer dans son Uranométrie, a peint un Dragon au lieu d'une Baleine, il trouvoit que la situation des étoiles sembloit l'exiger: d'ailleurs il y a eu des sphères anciennes où l'on avoit peint un dragon; cependant le nom de *Baleine* a universellement prévalu. Les Poètes disent que Neptune, dont l'amour pour Andromede s'étoit tourné en fureur, envoya une baleine pour la dévorer; ce monstre fut tué par Persée, & Neptune le plaça dans le ciel: selon d'autres, Laomédon, Roi des Troyens, ayant été obligé d'immoler Hésione sa fille, pour apaiser Neptune, elle fut délivrée par Hercules, & le monstre marin qui étoit l'instrument de la colere de Neptune, fut changé en cette constellation appelée *la Baleine*.

436. L'ERIDAN, *Eridanus*, *Padus*, *Pô flumen*; *Nilus*; *Melo*; *Amnis Phaëtonius*; *Gyon*; *Mulda*; *Actus*; *Oceanus*. Phaëton, fils du Soleil, & si célèbre dans l'Antiquité, s'appelloit d'abord *Eridan*; il donna son nom à un grand fleuve d'Italie, où il avoit été, dit-on, noyé après sa chute; & comme les Egyptiens rendoient au fleuve du Nil une espece de culte, on a aussi prétendu que c'étoit ce fleuve bienfaisant dont ils avoient voulu consacrer l'image parmi les astres.

437. LE LIEVRE, *Lepus*, *Levipus*; Pline l'appelle *Dasyypus*; Virgile, *Auritus*. C'étoit en Egypte le symbole de la vigilance, de la prudence, de la crainte, de la solitude, de la vitesse; il paroît cependant n'avoir été placé dans les constellations à côté d'Orion, que comme un des attributs de ce fameux Chasseur; d'autres prétendent que ce fut en mémoire d'une dévastation terrible arrivée en Sicile par la multiplication prodigieuse des lièvres.

438. LE PETIT CHIEN, *Canis minor*, *Catellus*; *Canis primus*, *antecursor*, *præcedens*, *septentrionalis*, *sinister*; *Canis Orionis*; *Canis Icaricus*, sive *Erigonius*, *Mara*, *Præcanis*; *Antecanis*; *Morus*; *Iovea*; en Arabe, *Al-gomeysa*. Cette constellation a été ainsi nommée pour être

le symbole de la fidélité , de la reconnoissance , de la douceur, & de la docilité : les Poètes disent que c'étoit le chien d'Orion, ou celui d'Icare, appelé *Mæra*, qui se précipita dans un puits, après avoir vû périr son maître Icare, & Erigone, fille d'Icare, qui s'étoit pendue de désespoir.

Est canis, Icarium dicunt, quo sidere moto,
Tora sitit tellus præciditurque seges. *Fast. IV.*

D'autres enfin prétendent que c'est le chien qu'Hélène aimoit tendrement lorsqu'elle fut enlevée par Pâris; elle le perdit dans l'Euripe, & en conçut une si grande douleur, qu'elle pria Jupiter de le recevoir dans le ciel.

Le nom de *Fovea* que lui donnent Bayer & Schillerus, vient probablement de *σείπος*, qui signifie quelquefois *magasin de bled*, parce que cet astre indiquoit l'abondance & la moisson.

439. LE GRAND CHIEN, *Canis major, magnus, alter, dexter, sequens, australior, æstifer*; Horace l'appelle *Sidus fervidum, invidum agricolis*; Homere, *Astrum autumnale*; les Egyptiens, *Isis, Etoile d'Isis, Sothis* ou *Seth, Anubis*; d'autres enfin l'appellent *Syrius*, la Canicule, *Mæra*; les Arabes, *Alchabor, Elchabar, Scera*; les Tables Alphonfines, *Aliemini*. Il y a dans cette constellation une étoile de première grandeur, la plus belle de toutes les étoiles, appelée *Syrius*, ou *Siris*, du nom d'Osiris, Divinité Egyptienne, ou à cause du Nil qu'on appelloit aussi *Siris*, (*Plin. L. V. ch. 9.*), & qui paroïsoit avoir avec le lever de cette étoile une correspondance remarquable; d'autres enfin tirent son nom du mot Grec *σείπιαν*, *briller*, parce qu'en effet c'est l'étoile la plus brillante du ciel.

440. Les Grecs prétendoient que *le Chien* avoit été ainsi nommé à cause de celui dont l'Aurore fit présent à Céphale, comme du plus vite de tous les chiens; Céphale voulut en faire l'épreuve sur un renard, qu'on disoit surpasser tous les animaux à la course, ils coururent tous les deux si long-temps (& même sans se fatiguer), que Jupiter voulut récompenser ce chien en le plaçant parmi les astres.

441. Le nom & la forme de chien que l'on donne à cette constellation, paroît plutôt venir d'*Anubis*, Divinité Egyptienne, qu'on représentoit avec une tête de chien. Lucain, (*L. VIII. v. 832.*) l'appelle *Semicanem Deum*; & Virgile, (*Æn. VIII.*), *Latrator Anubis*, parce qu'il étoit le gardien d'Osiris & d'Isis, & qu'il avoit découvert les membres d'Osiris déchiré par son frere Typhon, ou parce qu'il étoit grand chasseur : enfin, suivant Plutarque, ce Chien signifie l'horison. Les Egyptiens considéroient Anubis comme un gardien fidele, placé aux portes du jour & de la nuit, c'est-à-dire, aux limites de l'hémisphère éclairé qu'ils appelloient *Isis*, & de l'hémisphère obscur nommé *Nephtis*. Nous parlerons fort au long du lever héliaque de *Syrius* dans le VIII^e. Livre, où il sera question du Calendrier des Egyptiens. (Voyez ci-dessus art. 181.). Ce lever arrivoit en été, comme on le voit dans Virgile ;

Jam rapidas torrens frientes *Syrius* Indos,
Ardebat celo. *Georg. IV.*

Et dans Manilius :

..... *latrator Canicula flammans,*
Et rabit igne suo, geminaturque incendia solis. *Manil.*

442. L'HYDRE, Hydre femelle, *Hydra*, *Serpens aquaticus*; *Asina*; *Coluber*; *Anguis sublimatus*, *magnanimus*, *furiosus*, *fortis*; en Arabe, *Echidna*. Cette constellation s'étend au-dessous du Lion, de la Vierge & de la Balance; elle a une étoile fort remarquable appelée *le Cœur de l'Hydre*, en Arabe, *Alphrad*. L'Hydre a une origine commune avec les deux constellations suivantes, la Coupe & le Corbeau, au rapport d'Ovide :

Dixit, & antiqui monumenta gerennis facti,
Anguis, Avis, Crater, sidera juncta micant. *Fab. II.*

Apollon voulant faire un sacrifice à Jupiter, envoya le Corbeau avec une coupe pour apporter de l'eau, il s'arrêta sur un figuier, & accusa ensuite le serpent de son retardement; mais Apollon, pour le punir, plaça le Corbeau vis-à-vis de la coupe, & chargea le serpent de l'empêcher de boire.

On a prétendu aussi que c'étoit l'Hydre de Lerne. tuée par Hercules, monstre à plusieurs têtes, symbole de l'Envie qui fut surmontée par les exploits de ce Héros. (Voy. art. 161.).

443. LA COUPE, *Crater, Vas aquarium, Scyphus, Urna, Patera, Calix, Albatina, Poculum Apollinis, Bacchi, Herculis, Demophoontis, Achillis, Didonis*; en Arabe, *Elchis* ou *Alches*. Nous avons vû, en parlant de l'Hydre, l'origine poétique de cette constellation (442). On a prétendu aussi qu'elle étoit le symbole de l'oubli: suivant les Platoniciens, les ames en venant habiter les corps humains, descendent par la porte du Cancer, comme lorsqu'elles sont délivrées de cette prison corporelle, elles remontent par le Capricorne; mais en descendant vers la terre, elles boivent plus ou moins dans la coupe de l'oubli: c'est-là ce qui rend certaines ames si éloignées de l'état spirituel & céleste par lequel elles ont passé. (Voyez art. 161.).

444. LE CORBEAU, *Corvus, Corax, Pomptina, Phœbeius Ales, Avis Satyra, Ales ficarius, garrulus, proditor, rostranti similis*; en Arabe, *Algorab*. Ce corbeau, comme nous l'avons dit (442), passe pour être celui qu'Apollon condamna à une soif éternelle. D'autres veulent que ce soit le Corbeau qui révéla à Apollon l'infidélité de Coronis, & fut cause de sa mort. Ovid. *Métam. Lib. II.* (Voyez aussi l'art. 161.).

445. LE CENTAURE, *Centaurus; Semivir, Pelenor; Chiron; Phillyrides; Pelethronius; Pholos; Minautorus; acris Venator*; chez les Arabes, *Albeze*: ils peignent un ours sur un cheval. On appella autrefois *Centaures* les gardes de Saturne, & ensuite ceux qui passerent pour inventeurs de l'art de dompter les chevaux, ou de garder les troupeaux, à cause des mots *κέντρον, eperon*, & *ταύρος, taureau*: de-là vient que l'on attribue à plusieurs Héros de la Fable la constellation du Centaure. On a voulu que ce fût le Centaure Chiron, représenté moitié homme, moitié cheval, parce qu'il sçut rendre l'art de la Médecine utile aux hommes & aux chevaux; nous en avons parlé à

l'article 403. D'autres prétendent que c'est le symbole de la volupté qui rend l'homme semblable aux animaux.

446. LE LOUP, *Lupus Martius*, *Lupa*, *quadrupes*; *fera*, *vicima* vel *bestia Centauri*; *Lycisca*, *Hostiola*, *Canis ululans*, *deferens Leonem*; *Leo marinus*, *Leopardus*; *Panthera*; *Equus masculus*; chez les Arabes, *Afida*. Parmi toutes les fables de l'Antiquité où il est parlé des loups, & que les Auteurs ont attribué à la constellation du Loup, la plus ancienne est celle de Lycaon, Roi d'Arcadie, contemporain de Cécrops, qui sacrifioit des victimes humaines, & qui à cause de cette cruauté fut changé en loup; on a dit que c'étoit un loup sacrifié par le Centaure Chiron: on ne sçauroit décider de son origine, non plus que de celle de beaucoup d'autres constellations.

447. L'AUTEL, *Ara*, *Altare*, *Thymele*; *Vesta*; *Pharus*; *Sacrarium*; *Templum*; *Puteus*; *Focus*, *Lar*; *Thuribulum*, *Acerra*, *prunarum Conceptaculum*, *Ignitabulum*; *Batillus*, *Ara Thymiamatis*, *Ara Centauri*. Les Dieux des Poètes étant en guerre contre les Titans, firent construire par Vulcain un autel, sur lequel tous les Dieux se lièrent par un serment mutuel, & cet autel fut placé parmi les constellations. On a dit aussi que cet autel est celui sur lequel Chiron sacrifia un loup, comme on l'a vû dans l'art. 446.

448. LE POISSON AUSTRAL, *Piscis notius*, *magnus*; *solitarius*; *Piscis Capricornii*; en Arabe, *Alhaut*. Cette constellation dans les Cartes de Bayer, renferme 12 étoiles; la plus belle est une étoile de la première grandeur, appelée *Fomahana*, *Fumahant*, *Fumaliant*, *Fontabant*, *Fomahaut*, ou plus exactement suivant Schikardus, *Fomolcuti*, c'est-à-dire, *bouche du Poisson austral*. Ce poisson est représenté dans les plus anciennes Cartes comme bûvant l'eau que répand le Verseau. On ne trouve rien dans les anciens Auteurs sur l'origine de cette constellation, si ce n'est un passage d'Ignius qui dit que les peuples de Syrie adorent un poisson comme leur Dieu domestique, & en ont placé l'image dans le ciel.

449. LE NAVIRE, *Argo Navis*, *Celox Jasonis*; *Carina Argoa*

Argo, *Currus maris*, *Currus volitans*, *Equus Neptunius*, *Carina Pegasea*, *Navigium prædatorium*. Ce Navire, si célèbre dans l'Antiquité, le premier qui eût jamais été fait, tira son nom du Constructeur nommé *Argo*, ou du mot Grec Ἀργὸς, qui signifie *prompt*; il fut construit dans la Thessalie par ordre de Minerve & de Neptune, pour aller à la conquête de la Toison d'or qui étoit, suivant Plutarque, une mine d'or; suivant Suidas, le livre contenant le secret de la pierre philosophale; suivant Justin, les paillettes d'or qu'on retiroit des fleuves avec des peaux de brebis. (Voyez Diodore, L. IV. Xénophon, L. VI.). Jason fut le chef de l'entreprise, il étoit accompagné de 56 autres Héros, plus ou moins, suivant différens Auteurs; la date de cette fameuse expédition est ordinairement fixée à 13 ou 14 cents ans avant J. C. (Voyez ci-dessus art. 161.).

450. LA COURONNE AUSTRALE, *Corona Austrina*, *Corolla Notia*, *Sertum Australe*, *Caduceus*, *Orbiculus capitis*, *Corona Sagittarii*, *Rota Ixionis*. Cette constellation paroît à peine sur notre horison, au commencement du mois de Juillet, vers le milieu de la nuit.

Les Poètes racontent que Bacchus plaça dans le ciel cette Couronne à l'honneur de sa mere *Sémelé*; d'autres soutiennent que cette Couronne est celle qui fut déferée à Corinne de Thèbes, fille d'Archelodore, célèbre par ses succès dans la Poësie, & qui remporta cinq fois la victoire sur Pindare.

C'est ici que finissent les 15 Constellations Méridionales des Anciens, qui comprenoient 316 étoiles, sçavoir, 7 de la première grandeur, 18 de la seconde, 60 de la troisième, 167 de la quatrième, 54 de la cinquième, 9 de la sixième, & une nébuleuse. (Voyez Ptolémée, L. VIII. Copernic, L. II.). Il nous reste à parler de celles que les Modernes y ont ajoutées.

CONSTELLATIONS VOISINES DU POLE AUSTRAL.

451. LES 12 Constellations Méridionales, ajoutées
Tome I. A a

il y a 200 ans aux Catalogues anciens, font *l'Indien*, *la Grue*, *le Phœnix*, *l'Abeille* ou *la Mouche*, *le Triangle Austral*, *l'Oiseau de Paradis*, *le Paon*, *le Toucan* (*Pica Indica*), *l'Hydre mâle*, *la Dorade* ou *Xyphias*, *le Poisson volant*, & *le Chaméléon*. Bayer en donna la description; l'on y ajouta ensuite *la Colombe* & *la Croix*. Cet Auteur, dans la Table 49^e de son Uranométrie, dit que ces constellations avoient été observées en partie par Amérique Vespuce, en partie par André Corfalius & Pierre de Médine; mais que Pierre Théodori, Pilote très-habile, les ayant décrites & rédigées à la maniere des Astronomes, les avoit publiées dans la forme la plus exacte. Les noms de ces constellations ayant été donnés par les Pilotes d'une maniere absolument arbitraire, nous nous dispenserons d'en parler. (Voyez *Philippi CÆSII à Zesen Cælum Astronomico-poëticum*, 1662.)

452. Les 14 Constellations Australes, dont nous venons de donner le catalogue, laissoient encore de très-grands vuides, que M. l'Abbé de la Caille a remplis de 14 nouvelles constellations; mais bien éloigné de vouloir en cela faire sa cour comme Hévélius ou Halley, ni faire entrer du personnel dans une affaire de Sciences, il voulut consacrer aux Arts ces nouvelles constellations. Il proposa ses idées à l'Académie, & nous convînmes tous qu'on ne pouvoit en faire un meilleur emploi. Voici donc ces nouvelles constellations suivant l'ordre des ascensions droites, & telles que M. de la Caille les rapporte dans les Mémoires de 1752, pag. 588.

Constellations
de M. de la Caille.

I. *L'Atelier du Sculpteur*; il est composé d'un scabellon qui porte un modèle, & d'un bloc de marbre sur lequel on a posé un maillet & un ciseau. II. *Le Fourneau Chymique*, avec son alembic & son récipient. III. *L'Horloge à pendule* & à secondes. IV. *Le Réticule rhomboïde*; petit instrument astronomique, dont nous parlerons dans le XIII^e. Livre en décrivant les instrumens d'Astronomie. V. *Le Burin du Graveur*; la figure est composée d'un burin & d'une échoppe en fautoir, liés par un ruban. VI. *Le Chevalet du Peintre*, auquel est attachée une palette,

VII. *La Bouffole*, ou le Compas de Mer. VIII. *La Machine Pneumatique*, avec son récipient, qui appartient à la Physique expérimentale. IX. *L'Océans*, ou le Quartier de réflexion, dont on se sert généralement en Mer pour observer les latitudes & les longitudes. X. *Le Compas*. XI. *L'Equerre & la Règle*, pour indiquer l'Architecture, & en même temps M. de la Caille y a joint en forme de Niveau le Triangle austral qui subsistoit déjà. XII. *Le Téléscope*, ou la grande Lunette astronomique suspendue à un mât. XIII. *Le Microscope*, pour servir à l'Histoire Naturelle; c'est un tuyau placé au-dessus d'une boîte quarrée. XIV. *La Montagne de la Table*, célèbre au Cap de Bonne-Espérance, où le grand travail de M. de la Caille sur les étoiles a été fait: il l'a mise au-dessous du *grand Nuage*, pour faire allusion à un nuage blanc qui vient couvrir cette montagne en forme de nape, aux approches des grands vents de sud-est.

453. En formant ces 14 nouvelles constellations, M. de la Caille donna des lettres Grecques & Latines à chacune des étoiles visibles à la vûe simple; (comme Bayer l'avoit fait en 1603), en donnant les premières lettres aux plus belles étoiles. Il fut obligé de changer les lettres que Bayer avoit assignées aux constellations du Navire, du Centaure, de l'Autel, du Loup & du Poisson austral, parce que plusieurs belles étoiles n'en avoient point, & que les autres lettres étoient fort mal distribuées: il étoit même quelquefois impossible de reconnoître dans le ciel les étoiles, auxquelles Bayer avoit voulu attribuer certaines lettres, parce que les planisphères de cet Auteur avoient été construits, en cette partie, sur l'ancien catalogue de Ptolémée, & sur les observations peu circonstanciées de quelques Pilotes Portugais.

454. Il a été obligé de donner des lettres Latines aux étoiles les plus méridionales de l'Eridan, du grand Chien, de l'Hydre femelle & du Sagittaire, en laissant aux étoiles visibles dans nos climats, les lettres de Bayer auxquelles nous sommes accoutumés.

455. L'on a été obligé de supprimer la constellation

A a ij

Réforme des
lettres de Bayer.

Chêne de
Charles II.

formée par M. Halley en 1677, sous le nom de *Robur Carolinum*, pour laquelle il avoit détaché 9 belles étoiles du Navire, afin d'en composer une nouvelle constellation à l'honneur de Charles II. Roi d'Angleterre : ces étoiles étoient ou désignées formellement dans les anciens catalogues comme des étoiles du Navire, ou reconnues par l'usage pour appartenir à cette constellation. M. de la Caille, en laissant au Navire les étoiles qui lui appartenoient, a pensé avec raison que par respect pour la réputation de M. Halley, & pour un Prince protecteur des Sciences, il falloit représenter un arbre sur le rocher auquel est attaché le Navire. (*Voyez le Journal du Voyage de M. de la Caille, in-12. 1763.*)

Autres Constellations formées par les Modernes.

Constellations
de Royer.

456. DANS les quatre Cartes Célestes, publiées par Augustin Royer en 1679, on trouve les étoiles informes rangées sous de nouvelles constellations, cinq au nord & six au midi. Les cinq situées au nord sont : *la Giraffe, le Fleuve du Jourdain, le Fleuve du Tygre, le Sceptre & la Fleur-de-lys*. Les six autres sont : *la Colombe, la Licorne, la Croix, le grand Nuage, le petit Nuage & le Rhomboïde*. Plusieurs de ces constellations ont été adoptées dans le grand Atlas de Flamsteed, & dans le Planisphère Anglois, dont les Astronomes se servent journellement.

Constellations
d'Hévélius.

457. Hévélius forma aussi des constellations nouvelles dans son Ouvrage intitulé, *Firmamentum Sobieskianum*, publié en 1690, avec des Cartes célestes : *le Monoceros & le Caméléopard*, (ou Giraffe), qui avoient été proposés par Bartschius, *le Sextans d'Uranie, les Chiens de chasse* qui répondent au Jourdain de Royer, *le petit Lion, le Lynx, le Renard avec l'Oye*, qui répondent au Fleuve du Tygre, *l'Écu de Sobieski, le Lézard, le petit Triangle & le Cerbère*.

Constellations
de Flamsteed.

458. Dans les Cartes de Flamsteed on trouve encore *le Mont Ménale, le Rameau* qui répond à Cerbere, *le Cœur de Charles II, la petite Croix, (Croisiers), & le Chêne*.

Catalogues d'Etoiles composés par différens Astron. 189
de Charles II. que l'on diminue aujourd'hui , comme nous venons de le dire , & qu'on se contente de placer sur le rocher du Navire. Toutes ces constellations sont peu apparentes , on en fait rarement usage ; il nous suffit d'avoir cité les Auteurs où il en est parlé.

Des Catalogues d'Etoiles composés par différens Astronomes.

459. L'ON a vû ci-devant (art. 131) que l'ascension droite d'une seule étoile suffisoit pour connoître celles de toutes les autres , & que leurs hauteurs méridiennes suffisoient pour connoître leurs déclinaisons (132) : d'où il étoit aisé de conclure les longitudes & les latitudes de toutes les étoiles. C'est en cela que consistent les Catalogues dont nous parlons , qui contiennent les positions des différentes étoiles.

460. Le plus ancien est celui qui nous a été conservé par Ptolémée dans son *Almageste* , & qui renferme 1022 étoiles ; on ne croit pas que Ptolémée en fût l'Auteur. Il est plus probable qu'il ne fît que réduire à l'année 137 de J. C. celui d'HIPPARQUE , dont nous avons parlé (art. 224) , en racontant les travaux de ce dernier. Albategnius & Copernic se contenterent de même de réduire à leur tems le Catalogue de Ptolémée , sans faire à ce sujet de nouvelles observations.

Catalogue
d'Hipparque &
de Ptolémée.

461. TYCHO-BRAHÉ réforma le premier, par ses propres observations , l'ancien Catalogue des étoiles. Il y ajouta la constellation d'*Antinoüs* qui est près de l'Aigle , & celle de la *Chévelure de Bérénice* , pour renfermer les étoiles informes qui sont près de la queue du Lion , mais il négligea les cinq constellations les plus méridionales , sçavoir , le Centaure , le Loup , l'Autel , la Couronne méridionale & le Poisson austral , qui ne s'élevoient pas assez sur son horison pour être bien observées. Son catalogue contient 777 étoiles principales ; il se trouve dans le premier volume de son Ouvrage intitulé , *Astronomiæ instauratæ Progymnasmata* , pag. 257. & suiv. Tycho assure , à la page 273 , que les positions de toutes ces étoiles sont exactes , à la

Catalogue de
Tycho.

minute. Ce Catalogue étoit véritablement le fruit des veilles, des calculs & des dépenses les plus incroyables : on n'eut pendant près de 80 ans rien de plus exact & de meilleur ; & il nous sert encore actuellement à juger du mouvement des étoiles dans l'espace de tems qui s'est écoulé depuis Tycho jusqu'à nous.

Catalogue de
Bayer.

462. Le Catalogue de Jean BAYER, publié en 1603. avec ses Cartes célestes, renferme 1706 étoiles, comprises en 48 constellations qui sont les mêmes que celles de Ptolémée. Il se contenta de représenter dans ses Cartes les 12 constellations nouvelles qui sont près du pôle méridional ; sans désigner dans son Catalogue le nombre ni la grandeur des étoiles qu'il avoit figurées.

463. Jules Schiller donna en 1627. sous le titre de *Cælum stellatum Christianum*, un Catalogue d'étoiles accompagné de figures ; il entreprit de substituer aux noms anciens & profanes, des noms tirés de l'Histoire-Sainte ; mais personne n'en fait usage : on trouve aussi dans *Cæsius* des origines sacrées pour chaque constellation ; on ne peut néanmoins les regarder que comme des allusions pieuses destituées de fondement.

Catalogue de
Riccioli.

464. Le P. Riccioli, Jésuite, publia en 1665. un nouveau Catalogue d'étoiles, (*Astronomia reformata*) composé de 62 constellations, dans lesquelles sont Antinoüs & la Chevelure de Bérénice, employées par Tycho : plusieurs de ces étoiles avoient été déterminées par les observations du P. Riccioli & du P. Grimaldi, & quelques-unes étoient les étoiles nouvelles découvertes dans la partie australe du Ciel par les Pilotes qui en avoient déterminé la situation : toutes ces longitudes sont réduites à l'année 1707. dans le Livre du P. Riccioli.

465. Augustin Royer en 1679. publia 4 Cartes du Ciel, avec un Catalogue de 1800 étoiles fixes pour l'année 1700, *in-12*. Il avoit ajouté à celles de Bayer & du P. Riccioli, plusieurs étoiles nouvelles observées par le P. Anthelme, Chartreux ; & il y joignit le Catalogue des étoiles australes, que M. Halley avoit déterminées en 1677, dans son voyage à l'Isle de S^{te}. Hélène, & qui venoit alors d'être publié en Angleterre.

466. HÉVÉLIUS publia en 1690. un Catalogue encore plus ample & plus parfait ; dans son Ouvrage intitulé, *Prodromus Astronomiæ*, in-fol. Les positions en étoient déterminées par ses propres observations ; il y joignit beaucoup d'étoiles qui jusqu'alors n'avoient point été observées, & dont il forma de nouvelles constellations, dont nous avons parlé ci-dessus. (457)

Catalogue
d'Hévélius.

467. Le Catalogue Britannique de FLAMSTEED parut enfin à Londres en 1712. dans l'Ouvrage intitulé, *Historia Cælestis*, publiée d'abord en un seul Volume in-fol. C'étoit sans comparaison le plus parfait & le plus ample qu'on eût fait. On y trouve les longitudes, latitudes, ascensions droites & déclinaisons d'environ 3000 étoiles, pour le commencement de 1690, déterminées par des observations exactes & assidues, que Flamsteed, Astronome Royal à Greenwich, avoit faites depuis 1676. jusqu'à 1705, avec un arc mural placé dans le Méridien. (334)

Catalogue de
Flamsteed.

Ce fut la première fois que les Astronomes purent compter sur des positions d'étoiles, au point de s'en servir sans examen, pour conclure celles des planètes. Ce Catalogue a été la base de tous les calculs & de toutes les théories des Astronomes, jusqu'à nos jours, où les Astronomes ont entrepris de dresser de nouveaux Catalogues pour l'année 1750. comme nous allons le dire dans les articles suivans.

La seconde édition de l'Histoire Céleste qui a paru ensuite en 3 Volumes in-fol. contient aussi le Catalogue Britannique ; & cette seconde édition est la meilleure. Le même Catalogue renferme les longitudes, latitudes, ascensions droites, & distances au pôle de toutes ces étoiles, avec la variation en ascension droite & en déclinaison de chacune de ces étoiles, pour un degré de mouvement en longitude ; & à cet égard c'est le Catalogue le plus complet que l'on ait eu.

On ne pourroit guères compter aujourd'hui sur les positions d'étoiles tirées du Catalogue Britannique, si ce n'est à une ou deux minutes près ; parce que les mouvemens propres des différentes étoiles sont encore inconnus, &

qu'il y en a plusieurs qui s'écartent un peu de la loi générale qui sera expliquée dans le XVI^e. Livre.

Catalogues de
M. de la Caille.

468. Le premier Catalogue de M. DE LA CAILLE, publié en 1757. dans le Livre qui a pour titre, *Astronomiæ Fundamenta*, renferme 397 étoiles principales, dont il avoit déterminé les positions avec une exactitude inconnue jusqu'alors; il donne dans le même Livre les observations qui avoient servi à dresser le Catalogue, sçavoir les hauteurs correspondantes de toutes ces étoiles, prises au nombre de dix à douze pour chaque étoile, & les distances au zénith, mesurées aussi à plusieurs reprises, avec des instrumens de six pieds de rayon: ces 397 étoiles lui coûterent plus de tems & de peines, que n'auroient fait 4000, en suivant la méthode de Flamsteed; aussi M. de la Caille y avoit travaillé pendant dix ans; & tous les Astronomes ont regardé ces positions d'étoiles comme le vrai fondement actuel de l'Astronomie.

Second
Catalogue.

469. Ce premier Catalogue a été suivi de celui de près de 2000 étoiles australes; elles étoient choisies sur le nombre de dix mille, que M. de la Caille observa au Cap de Bonne-Espérance & aux Isles de France & de Bourbon; depuis 1751. jusqu'en 1754, en les comparant aux étoiles primitives du Catalogue précédent. Ce second Catalogue est imprimé dans les Mémoires de l'Académie pour 1752. pag. 539. & paroîtra encore avec le Recueil des Observations des dix mille étoiles australes, qui s'imprime actuellement.

Zodiaque de
M. de la Caille.

470. Le troisième Catalogue de M. de la Caille est celui des étoiles zodiacales au nombre d'environ 600, qu'il observa à Paris pendant l'hiver de 1762. avec une lunette des passages; ce dernier travail qui lui coula la vie, est resté imparfait; mais la plus grande partie est achevée, & se trouve à la tête du Volume des Ephémérides qu'il avoit calculées pour les années 1765-1774.

471. On peut compter pour un quatrième Catalogue les 8000 étoiles australes qui restent des 10000 qu'il observa au Cap en 1752. Les observations de ces étoiles tirées
des

Catalogues d'Étoiles composés par différens Astron. 193
des Registres originaux qu'il a légués à l'Académie des Sciences, sont sous presse; mais pour être réduites en Catalogue, elles exigeroient encore un travail que peut-être personne n'osera entreprendre.

472. M. le Monnier ayant fait de son côté grand nombre d'observations avec des quarts-de-cercle muraux, de 5 & de 8 pieds Anglois de rayon, a déterminé les ascensions droites d'environ 400 étoiles zodiacales; elles se trouvent dans les trois premiers Livres de ses Observations, qu'il a publiées en 1751, 1754 & 1759. A Paris, à l'Imprimerie Royale, *in-fol.*

Catalogue de
M. le Monnier.

473. Au mois de Mars 1759, M. Mayer; célèbre Astronome de Gottingen, m'écrivit qu'il venoit de terminer un Catalogue exact de plus de mille étoiles zodiacales. Après la mort de l'Auteur, le manuscrit de cet important Ouvrage est resté déposé à l'Académie Royale de Gottingen, qui ne manquera pas de le rendre public. Les observations sur lesquelles M. Mayer a dressé son Catalogue, ont été faites par le moyen d'un excellent mural, construit en Angleterre, avec lequel il observoit les passages & les hauteurs méridiennes des étoiles. Nous sommes assurés de l'exactitude de cet Ouvrage, par celle des Tables du Soleil & des Réfractions que M. Mayer avoit dressées en même temps par les mêmes observations: j'ai déjà fait mon possible pour procurer la publication de ce nouveau Zodiaque.

Zodiaque de
M. Mayer.

Des Cartes Célestes, ou Figures de Constellations,

474. LE plus bel Ouvrage que nous ayons pour représenter les constellations, & les étoiles dont elles sont composées, est l'Atlas céleste, gravé à Londres en 1729, en 24 feuilles, d'après le grand Catalogue Britannique: il coute à Londres 48 liv. en 1762.

Atlas de
Flamsteed.

475. On supplée à ce grand Ouvrage par le moyen d'un planisphere céleste, gravé à Londres en quatre grandes feuilles, où l'on trouve aussi toutes les constellations & toutes les étoiles du Catalogue Britannique, placées suivant

Planisphere
de Senex.

Tome I.

B b

les longitudes & les latitudes, les ascensions droites & les déclinaisons. On l'appelle ordinairement *Planisphere de Senex*, & les Astronomes en font un usage fréquent; il coute 3 schelings ou 3 liv. 10 sols la feuille à Londres: il suffit d'avoir ou les deux feuilles projetées sur l'équateur, ou les deux feuilles projetées sur l'écliptique.

Anciennes
Cartes Céléstes.

476. Parmi les Ouvrages plus anciens, dont on peut aussi tirer avantage pour apprendre à connoître les constellations, nous comptons, 1°. l'*Uranométrie* de Bayer, dont il y a deux éditions; la première est de 1603. à Ausbourg, en 51 feuilles: 2°. les Cartes du P. Pardies, Jésuite, en 6 feuilles, publiées en 1673: 3°. les 4 Cartes du Ciel d'Augustin Royer, imprimées en 1679: 4°. celles d'Hévélius, contenues dans un Ouvrage assez rare, qui parut à Dantzick en 1690. intitulé, *Firmamentum Sobieskianum*, en 54 feuilles.

Uranometre
de M. Bevis.

477. On avoit annoncé par souscription en Angleterre en 1748, une nouvelle Uranométrie de même forme que celle de Bayer, en 50 feuilles. M. Bevis qui étoit à la tête de l'entreprise, m'en a fait voir les épreuves à Londres en 1763, & m'a assuré que bientôt elles seroient publiées; il n'attendoit pour cela que la décision d'un procès que la gravure avoit occasionné.

Globes de Blæu.

478. On peut aussi employer au même usage les Globes célestes, qui ne sont que des Cartes célestes plus rétrécies, & réduites à une forme sphérique. Les premiers Globes qu'on ait faits pour représenter le Ciel étoilé, furent formés d'après le Catalogue de Ptolémée, par Batecombus, Ziegler, Regiomontanus, Schoner & Gemmafrisus. Gerard Mercator publia ensuite le sien en 1548; mais le plus estimé de tous fut le Globe de Guillaume Cæsius, ou de Blæu, dont les figures ou constellations sont le principal objet du Livre qui a pour titre, *Philippi Cæsii à Zesen Cælum Astronomico-poëticum, Amstelædami*, 1662.

Ce fut encore Blæu qui le premier fit une Sphère de Copernic, pour représenter les deux mouvemens de la terre. Après les Globes de Blæu, on a eu les grands Globes de Coronelli, qui eurent dans le dernier siècle beaucoup de

réputation, & font encore l'ornement des grandes Bibliothèques.

479. Au commencement du siècle, M. Guillaume de l'Isle, le plus célèbre des Géographes François, publia aussi un Globe céleste, auquel il donna la plus grande attention. Il y plaça d'abord les étoiles suivant les longitudes & latitudes connues, & il fit dessiner par *Simoneau*, des figures propres à assembler, avec le plus d'élégance qu'il se pourroit, ces différentes étoiles, en conservant pour chacune les anciennes dénominations; par-là il obtint des formes plus agréables & plus correctes, qu'on ne les avoit eues jusqu'alors, & une correspondance plus exacte des étoiles avec les figures de chaque constellation.

Globe de
M. de l'Isle.

480. Hévélius, (*in Firmam. Sobieskiano*) reproche à Bayer d'avoir représenté sur ses Cartes le ciel, tel qu'on le voit, placés comme nous le sommes au-dedans de la Sphère, au lieu que les Anciens le représentoient comme on le voit sur la convexité des Globes célestes; il se plaint de ce que par ce changement de disposition, Bayer a fait que les étoiles qui sont à notre droite quand on regarde le Globe, sont à notre gauche en regardant les Cartes célestes de Bayer. Mais les Astronomes n'ont point adopté à cet égard le sentiment d'Hévélius: ils aiment mieux les Cartes célestes sur lesquelles on voit la concavité du ciel, que les Globes où l'on n'en voit que la convexité, de la même façon que si l'on étoit au-dessus de la sphère étoilée; quoiqu'il y ait des Auteurs qui ont voulu représenter les constellations de cette dernière façon.

Indépendamment de cette différence, il s'en trouve encore une entre différentes Cartes célestes. Schikardus reprocha le premier aux Cartes de Bayer que la plupart des figures étoient retournées de droite à gauche, ce qui produisoit une différence entre les dénominations anciennes de droite ou de gauche, & celle de Bayer: en effet, il auroit dû représenter, avec la face tournée de notre côté, les figures qui nous tournent le dos quand nous jettons les yeux sur un Globe: (*Schikard. in Astrocopio, pag. 39.*) Flamsteed se plaint, aussi bien que Schikardus, de ce que

Bayer avoit placé les figures humaines, (excepté la Vierge, Andromede & le Bouvier) de maniere qu'elles nous tournent le dos, & que les étoiles que les anciens Astronomes ont mises dans la main droite d'une figure, se trouvent, suivant Bayer, dans sa main gauche : par exemple, le Verseau regarde le ciel, suivant les Cartes de Bayer, au lieu d'être tourné vers le Spectateur. Flamsteed a eu raison de corriger Bayer en cela, & tout le monde est d'accord à cet égard. (Voy. art. 484.)

481. Ptolémée avoue qu'il avoit changé les figures de quelques-unes des constellations d'Hipparque, mais le Catalogue de Ptolémée étant le seul qui nous soit resté, il ne nous importe plus de sçavoir de quelle maniere Hipparque les avoit représentées.

Cartes du
Zodiaque.

482. De toutes les Cartes célestes, celle dont les Astronomes font le plus d'usage, est la Carte qui représente le Zodiaque, & dans laquelle on voit toute la zone céleste qu'environne l'écliptique, avec 8 degrés de chaque côté de l'écliptique. Nous avons deux fort bons Zodiaques; celui qui fut dessiné & gravé par Jean *Senex*, de la Société Royale de Londres, sur la fin du siècle dernier, en deux grandes feuilles; & celui qui a été gravé en France & publié vers l'an 1755; celui-ci avoit été entrepris dès l'année 1741, par les soins de M. le Monnier, & exécuté par M. Dheulland, Graveur : il est accompagné d'un Catalogue gravé, en 30 pages, de toutes les étoiles zodiacales, dont Flamsteed avoit donné les longitudes pour 1690. Elles ont été réduites à 1755, par M. de Seligny.

483. Ce Zodiaque François n'est qu'en une feuille, parce qu'on l'a gravé sur une plus petite échelle, cela n'empêche pas qu'il ne soit aussi commode que le Zodiaque Anglois; il a même l'avantage de représenter les étoiles qui sont jusqu'à 10 degrés de latitude au nord & au sud de l'écliptique, au lieu que celui de *Senex* ne renfermoit que 8 degrés de latitude.

484. Les Gémeaux & la Vierge sont situés dans ce Zodiaque de la même maniere que dans le Zodiaque Anglois; il n'en est pas de même du Sagittaire & du Verseau;

l'étoile σ qui dans Bayer & Senex est à l'épaule droite du Sagittaire , se trouve à l'épaule gauche dans le Zodiaque François , & l'étoile β que Bayer appelloit *l'épaule droite du Verseau* , se trouve à l'épaule gauche dans le nouveau Zodiaque : nous observerons aussi qu'à la place de la belle étoile γ , marquée au genou gauche du Verseau , il ne doit y avoir qu'une petite étoile *g*.

MÉTHODE POUR RECONNOITRE
LES CONSTELLATIONS.

485. LES noms qu'on a donnés aux différentes constellations sont arbitraires , & n'ont presque aucun rapport aux figures que présentent aux yeux ces constellations ; cependant comme on ne sçauroit entendre les Livres d'Astronomie , & faire usage des observations sans employer les noms qui sont reçus , il est nécessaire d'apprendre à rapporter ces noms aux objets qu'ils expriment , c'est ce qu'on appelle *connoître les Constellations*.

486. Quelques-unes sont si aisées à reconnoître , qu'il suffit d'en désigner la figure , pour qu'un Observateur seul & isolé puisse les distinguer , mais elles sont en petit nombre ; aussi les seules constellations dont il soit parlé dans le Livre de Job, dans Homere & dans Hésiode, sont la grande Ourse , le Bouvier , Orion , le grand Chien , les Hyades , les Pléiades & le Scorpion , parce que ce sont véritablement les plus faciles à reconnoître , & celles dont la forme est la plus frappante.

On voit dans la figure 1 , la forme de la grande Ourse ; *Fig. 1a* je suppose qu'on l'ait bien reconnue (5) , & j'indiquerai ci-après le moyen d'y rapporter quelques autres constellations, (494 , 496 , 498 , 505) ; mais commençons par indiquer un moyen plus général & plus exact de connoître chaque étoile en particulier par son nom.

487. Il sera difficile peut-être d'en venir à bout sans le secours des Cartes astronomiques , ou d'un Globe céleste ; cependant , avec de la patience , on peut le faire par le moyen des Catalogues ; il suffit de calculer le passage au

Maniere de
connoître les
Constellations

méridien de l'étoile qu'on veut connoître , avec sa hauteur ; on dirigera un quart-de-cercle sur une méridienne tracée comme on l'a dit (113), & mis à la hauteur calculée ; alors le quart-de-cercle indiquera l'étoile que l'on cherche , & on la verra paroître à l'extrémité du rayon du quart-de-cercle à l'heure du passage au méridien de cette étoile.

488. Pour faciliter cette maniere de reconnoître les étoiles à ceux qui ne voudroient avoir aucun calcul à faire, j'ai mis dans la Table suivante l'heure & la minute du passage au méridien des principales étoiles , pour le premier jour de chaque mois. J'ai choisi l'année 1762 , moyenne entre deux bissextiles , mais la Table servira pour toutes les autres années , sans qu'il y ait plus de 2 minutes d'erreur à craindre ; on peut même éviter cette erreur de 2' , en ajoutant 1' à chaque passage , quand on voudra l'avoir pour une année qui précède ces bissextiles , comme 1759 , 1763 , 1767 , &c. & 2' pour les années bissextiles ; au contraire il faudra ôter une minute des passages au méridien calculés dans la Table suivante , pour les réduire aux années qui suivent les bissextiles , telles que 1761 , 1765 , &c. La Table n'exigera aucun changement pour les années moyennes entre deux bissextiles , comme 1762 , 1766 , 1770 , &c.

La dernière colonne de la Table contient l'heure du passage de l'équinoxe au méridien , à laquelle on ajoute l'ascension droite d'une étoile quelconque , convertie en temps , pour avoir l'heure de son passage au méridien , comme nous l'expliquerons dans le IV^e. Livre. La hauteur méridienne de chaque étoile se trouve en tête de la colonne , & au-dessous du nom de l'étoile.

489. EXEMPLE. Le 1^r. Janvier je veux connoître dans le ciel l'étoile appelée *Syrius* , ou le grand Chien ; je vois dans la Table suivante qu'elle passe au méridien le 1^r. Janvier à 11^h 44' du soir , & que sa hauteur méridienne pour Paris est de 24° 46' ; je place un quart-de-cercle dans le plan du méridien à 11^h 44' , & je le mets à la hauteur de 24° $\frac{3}{4}$; j'apperçois à l'instant que ce quart-de-cercle est dirigé vers une belle étoile , & je juge que c'est *Syrius*,

HEURES DU PASSAGE AU MÉRIDIEN
des principales Etoiles pour le premier jour de chaque
Mois, avec leur hauteur méridienne pour Paris. 1762.

MOIS.	Aldébaran.	la Chèvre.	ε d'Orion.	Syrius.	Procyon.	Régulus.
	57 ^d 10'	86 ^d 54'	39 ^d 48'	24 ^d 46'	47 ^d 0'	54 ^d 18'
JANVIER.	9 ^h 31'	10 ^h 8'	10 ^h 33'	11 ^h 44'	12 ^h 36'	15 ^h 4'
FÉVRIER.	7 20	7 56	8 22	9 32	10 24	12 52
MARS.	5 31	6 8	6 33	7 44	8 36	11 3
AVRIL.	3 38	4 15	4 40	5 51	6 43	9 10
MAI.	1 48	2 25	2 49	4 0	4 53	7 20
JUIN.	23 41	0 22	0 47	1 58	2 50	5 17
JUILLET.	21 37	22 14	22 39	23 50	0 46	3 13
AOUST.	19 37	20 14	20 39	21 50	22 42	1 14
SEPTEMBRE.	17 37	18 14	18 39	19 50	20 42	23 9
OCTOBRE.	15 50	16 26	16 51	18 2	18 54	21 21
NOVEMBRE.	13 53	14 30	14 55	16 5	16 57	19 25
DÉCEMBRE.	11 49	12 26	12 51	14 2	14 54	17 21

	l'Epi.	Arcturus.	Antares.	la Lyre.	Fomahan.	Passage de l'équinoxe au méridien
	31 ^d 16'	61 ^d 37'	15 ^d 17'	79 ^d 44'	10 ^d 17'	
JANVIER.	18 ^h 21'	19 ^h 13'	21 ^h 23'	23 ^h 36'	3 ^h 54'	5 ^h 11'
FÉVRIER.	16 9	17 1	19 11	21 24	1 43	2 59
MARS.	14 21	15 13	17 22	19 36	23 50	1 10
AVRIL.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 57	23 17
MAI.	10 37	11 29	13 39	15 52	20 7	21 20
JUIN.	8 34	9 27	11 36	13 50	18 4	19 23
JUILLET.	6 31	7 23	9 33	11 46	16 0	17 19
AOUST.	4 31	5 23	7 33	9 46	14 1	15 19
SEPTEMBRE.	2 31	3 23	5 32	7 46	12 0	13 18
OCTOBRE.	0 43	1 35	3 45	5 58	10 12	11 30
NOVEMBRE.	22 42	23 34	1 48	4 1	8 16	9 33
DÉCEMBRE.	20 38	21 30	23 40	1 58	6 12	7 29

Heures
astronomiques.

490. Il faut observer que les temps marqués dans la Table précédente, sont des temps comptés astronomiquement, c'est-à-dire, d'un midi à l'autre pendant 24 heures; ainsi quand on voit dans la première colonne que l'étoile *Aldebaran* le 1^r. Juin est à 23^h 41', cela veut dire dans l'usage ordinaire, le 2 Juin à 11^h 41' du matin, parce que le 1^r. de Juin ne commence qu'à midi de ce jour-là, suivant les Astronomes, & il ne finit, suivant eux, qu'à midi du lendemain, lorsque dans la société on compte déjà le 2 de Juin.

Autre méthode
pour connoître
les étoiles.

491. La méthode indiquée ci-dessus (487) pour reconnoître les étoiles par le moyen du Catalogue, est suffisante, mais elle est longue, & exige peut-être trop d'assujettissement, sur-tout en hyver. J'ai donc cru devoir indiquer ici quelques alignemens propres à faire reconnoître les principales constellations, ce sera un petit secours offert à la curiosité de ceux qui sont dépourvus de globes, de planisphères & d'instrumens. On doit être d'abord prévenu que ces alignemens ne sçauroient avoir une exactitude & une précision bien rigoureuses; mais quand il ne s'agit que de reconnoître la forme d'une constellation, il suffit que les alignemens indiquent à peu-près le lieu où elle est, pour qu'on ne prenne jamais une constellation pour l'autre.

Constellation
d'Orion.

492. Je suppose que dans une soirée d'hyver, au mois de Janvier ou de Février, on soit dans un lieu dégagé vers les 7 ou 8 heures du soir, on verra du côté du midi la grande constellation d'ORION, elle est formée de 3 étoiles situées fort proches l'une de l'autre, sur une ligne droite & dans le milieu d'un très-grand quadrilatère; on en voit la forme dans la Figure 20, & quand je ne l'aurois pas donnée, il est impossible de méconnoître cette constellation sur les caractères que je viens d'en donner.

Fig. 20.

Elle sert à en
connoître d'au-
tres.

493. Ces trois étoiles qu'on appelle le *Baudrier d'Orion*, & à la campagne les *trois Rois*, indiquent par leur direction d'un côté *SYRIUS*, & de l'autre les *Pléiades*. *Syrius*, la plus belle étoile du ciel, se fait remarquer par sa scintillation & son éclat, elle est du côté de l'orient par rapport à Orion: les *Pléiades* sont du côté de l'occident en tirant vers le nord, c'est un groupe d'étoiles qui se distingue

de

de lui-même , & la direction des 3 étoiles du Baudrier qui va presque aux Pléiades, fera connoître aisément leur situation. ALDEBARAN ou l'œil du Taureau , est une étoile de la première grandeur , située fort près des Pléiades , sur la ligne menée de l'épaule occidentale d'Orion γ aux Pléiades. Procyon ou le petit Chien , est une étoile de la première grandeur , située un peu plus au nord que Sirius , & plus orientale qu'Orion ; elle fait avec Sirius & le baudrier d'Orion , un triangle presque équilatéral, & cela suffit pour la distinguer.

494. Les GÉMEAUX sont deux étoiles de la seconde grandeur , assez proches l'une de l'autre , situées dans le milieu de l'espace qu'il y a entre Orion & la grande Ourse. On les distinguera encore par le moyen d'Orion ; car en tirant une ligne de Rigel ou β d'Orion , qui est la plus occidentale & la plus méridionale de son grand quadrilatère , par l'étoile ζ la troisième ou la plus orientale des trois du Baudrier ; elle se dirige aussi vers les deux têtes des Gémeaux. Enfin , les deux premières étoiles de la queue de la grande Ourse ζ, ϵ , (*fig. 1*) avec la diagonale du carré menée par d & e , forment une ligne qui va encore se diriger vers les deux têtes des Gémeaux , après avoir passé sur une des pattes de la grande Ourse ; & cette même ligne au-delà des têtes des Gémeaux , passe sur les pieds des Gémeaux , & aboutit enfin à l'épaule orientale d'Orion , c'est-à-dire , à l'étoile α qui est la plus orientale & la plus boréale du grand quadrilatère d'Orion. Fig. 10

495. La ligne menée de Rigel par l'épaule occidentale d'Orion γ , va rencontrer vers le nord la corne boréale du Taureau ζ , à même distance de γ d'Orion que celle-ci l'est de Rigel. La corne australe du Taureau est Aldebaran (493) ; l'écliptique passe entre les deux cornes du Taureau (394).

496. La constellation du LION peut se reconnoître par les deux étoiles précédentes α & e du carré de la grande Ourse (*fig. 1*) ; car ces deux étoiles qui nous ont servi à Fig. 11 trouver l'étoile polaire du côté du nord , indiquent par leur alignement le Lion du côté du midi : le Lion est un grand trapèze où l'on remarque sur-tout une étoile de la première

grandeur, appelée *Régulus*. Le Lion est aussi sur la ligne menée de Rigel à Procyon ; ainsi l'on a une seconde manière de le reconnoître. Voyez aussi art. 507.

497. Le CANCER ou l'Écrevisse, est une constellation formée de petites étoiles qui sont difficiles à distinguer, si ce n'est la nébuleuse du Cancer, qui est un amas d'étoiles moins sensible que celui des Pléiades : on le rencontre à peu-près en allant des Gémeaux au Lion. La tête de l'Hydre est au midi du Cancer, entre Procyon & Régulus, ou un peu plus méridionale.

498. Au midi des trois étoiles du baudrier d'Orion on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appelle l'épée, & la nébuleuse d'Orion : la direction de ces étoiles en passant sur l'étoile ϵ , au milieu du Baudrier, va passer au nord sur le milieu de la constellation du Cocher ; c'est un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus septentrionale a une étoile de la première grandeur, appelée *la Chevre*. On rencontre aussi la Chevre par le moyen d'une ligne menée sur les deux étoiles δ & α , qui sont les plus boréales du quarré de la grande Ourse.

499. Le BÉLIER, la première constellation du Zodiaque, est formée principalement de deux étoiles assez près l'une de l'autre, dont la plus occidentale ζ est accompagnée d'une plus petite étoile appelée γ , ou la première étoile du Bélier ; on reconnoît cette constellation par une ligne menée de *Procyon* à *Aldébaran*, qui va se diriger vers le Bélier.

500. La Ceinture de PERSÉE est composée de 3 étoiles qui forment comme un arc courbé vers la grande Ourse ; la ligne tirée de l'étoile polaire aux Pléiades, passe sur la ceinture de Persée, & suffit pour la reconnoître ; mais on y peut encore employer un autre allignement, celui des Gémeaux & de la Chevre, qui se dirige vers la ceinture de Persée.

501. Le CYGNE est une constellation fort remarquable & qui a la forme d'une grande Croix ; la ligne menée des Gémeaux à l'étoile polaire, va rencontrer le Cygne de l'autre côté, & à pareille distance de l'étoile polaire ; il y a des

tems de l'année où on les voit en même temps sur l'horizon. Voyez art. 512.

502. Le quarré de PÉGASE est formé par 4 étoiles de seconde grandeur, la plus boréale des quatre fait aussi la tête d'Andromede; la ligne tirée des deux précédentes de la grande Ourse ϵ & α , par l'étoile polaire, va passer sous Cassiopée, & de-là sur le milieu du quarré de Pégase. Voy. aussi art. 504.

503. CASSIOPÉE est une constellation directement opposée à la grande Ourse par rapport à l'étoile polaire, en sorte que la ligne ou le cercle mené du milieu de la grande Ourse ou de l'étoile ϵ , par l'étoile polaire, va passer sur le milieu de Cassiopée; elle est formée de 6 à 7 étoiles en forme de γ , ou, si l'on veut, d'une chaise renversée; cette forme est assez équivoque, mais les étoiles de Cassiopée se font suffisamment remarquer.

504. L'une des diagonales du quarré de Pégase se dirige au nord vers le Cygne, l'autre diagonale du quarré de Pégase se dirige à l'orient vers la ceinture de Persée; elle passe d'abord vers l'étoile ϵ de la ceinture d'ANDROMEDE, & ensuite vers l'étoile γ au pied d'Andromede; ces deux étoiles ϵ & γ divisent en trois parties égales l'espace compris entre la tête d'Andromede & la ceinture de Persée: cette ligne passe entre Cassiopée & le Bélier.

505. Quand le milieu de la queue de la grande Ourse, ou l'étoile ζ est dans le méridien au-dessus de l'étoile polaire, & au plus haut du ciel, ce qui arrive à 9^h du soir à la fin de Mai, on voit l'épi de la VIERGE dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris; la diagonale du quarré de la grande Ourse menée par α & γ , va marquer à peu-près par sa direction l'épi de la Vierge.

506. On voit alors un peu à droite & plus bas que l'épi de la Vierge, un trapeze formé par les 4 principales étoiles du CORBEAU.

507. ARCTURUS, l'épi de la Vierge & la queue du Lion forment à peu-près un triangle équilatéral, ce qui sert à reconnoître la constellation du BOUVIER dans laquelle est Arcturus; on reconnoît aussi Arcturus par le voisinage

de la queue de la grande Ourse, & par la direction des deux dernières étoiles ζ & η , dont la ligne va presque rencontrer Arcturus. La ligne menée depuis Régulus jusqu'à Arcturus, passe sur la dernière étoile ϵ du Lion qui est à l'extrémité de la queue. Voyez art. 496.

§ 08. Le grand cercle ou la ligne menée des étoiles ϵ & γ de la grande Ourse sur Arcturus, va rencontrer la constellation du SCORPION qui est fort remarquable ; elle est composée de 3 étoiles au front du Scorpion, qui forment un grand arc du nord au sud, & d'une étoile plus orientale qui est comme le centre de l'arc ; cette étoile est de la première grandeur, & s'appelle ANTARES ou le cœur du Scorpion.

§ 09. La BALANCE contient deux étoiles de seconde grandeur qui forment les deux bassins de la Balance, dont la ligne est à peu-près perpendiculaire à celle qui est menée depuis Arcturus jusqu'au front du Scorpion, & placée dans le milieu de l'intervalle, mais un peu à l'occident de cette ligne.

§ 10. Le cercle mené depuis Antares jusqu'à l'étoile polaire, traverse d'abord la constellation du SERPENTAIRE ou Ophiucus, & plus haut rencontre celle d'HERCULES : la ligne menée depuis Antares jusqu'à la Lyre, passe entre les deux têtes d'Hercules & du Serpentaire, qui sont deux étoiles fort proches l'une de l'autre, dirigées vers Arcturus.

§ 11. La COURONNE est une petite constellation située près d'Arcturus ; on la reconnoît facilement par les 7 étoiles en forme de couronne, dont elle est composée. Les deux premières étoiles de la queue de la grande Ourse, ϵ & ζ , forment une direction qui va rencontrer aussi la Couronne.

§ 12. La ligne menée d'Arcturus sur la Couronne, traversant ensuite la constellation d'Hercules, va rencontrer la LYRE, étoile de la première grandeur, & l'une des plus brillantes qu'il y ait dans le ciel ; cette même ligne va se diriger vers le *Cygne*, dont la constellation a été indiquée ci-dessus (501) au moyen du quarré de Pégase.

§ 13. L'AIGLE est une belle étoile de la seconde grandeur, qui est au midi de la Lyre & du Cygne : on la distingue

parce qu'elle est entre deux autres étoiles qui en sont fort proches, & qui forment une ligne droite avec elle.

§ 14. Le SAGITTAIRE est une constellation qui suit le Scorpion, c'est-à-dire, qui est un peu plus à l'orient; elle contient plusieurs étoiles de troisième grandeur, qui n'ont pas une forme qu'on puisse indiquer sans figure; mais cette constellation est marquée par une ligne menée depuis le milieu du Cygne sur le milieu de l'Aigle, car le Sagittaire est au midi de l'Aigle, autant que le Cygne est au nord de l'Aigle. Le Sagittaire est encore indiqué par la diagonale du carré de Pégase, menée de la tête d'Andromède par α de Pégase, prolongée du côté du midi; c'est cette diagonale qui prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de Persée (504).

§ 15. LE CAPRICORNE est marqué par le prolongement de la ligne qui passe par la Lyre & l'Aigle; deux étoiles fort proches l'une de l'autre, placées sur le prolongement de cette ligne, marquent la tête du Capricorne; & 20 degrés plus loin, du côté de l'orient, deux autres étoiles situées horizontalement, marquent la queue du Capricorne.

§ 16. Le DAUPHIN est une petite constellation située environ 15 deg. à l'orient de l'Aigle, formée par un losange de 4 étoiles de la troisième grandeur.

§ 17. Le VERSEAU est désigné par la ligne menée de la Lyre sur le Dauphin, prolongée vers le midi, à la même distance du Dauphin que le Dauphin de l'Aigle, c'est-à-dire, environ à 30 deg. le Verseau est un peu à l'orient de cette ligne.

§ 18. La BALEINE est une grande constellation située au midi du Bélier & de l'espace qui est entre le Bélier & le carré de Pégase. La ligne menée de la ceinture d'Andromède entre les deux étoiles du Bélier, va passer sur l'étoile α à la mâchoire de la Baleine, qui est à 22 degrés des deux cornes du Bélier. La ligne menée de la Chevre aux Pléiades, marque aussi α de la Baleine. La ligne menée par Aldebaran & la mâchoire de la Baleine, va passer sur la queue ϵ de la Baleine qui est à 40 degrés plus loin, tout près de l'eau du Verseau.

§ 19. Les POISSONS sont peu remarquables dans le ciel ; l'un des poissons est placé au midi du quarré de Pégase (502) sous α & γ de Pégase , l'autre est placé à l'orient du quarré de Pégase , entre la tête d'Andromede & la tête du Bélier : l'étoile α au nœud du lien des Poissons est située sur la ligne menée des pieds des Gémeaux par Aldebaran , à 40 deg. à l'occident de celle-ci ; elle fait aussi un triangle-rectangle avec α de la Baleine & ϵ ou γ du Bélier , au midi de celles-ci ; c'est l'étoile la plus remarquable de cette constellation.

§ 20. La petite Ourse est une constellation boréale qui a presque la même figure que la grande Ourse , & qui lui est parallèle , mais dans une situation renversée ; l'étoile polaire (5) fait l'extrémité de la queue , les quatre étoiles suivantes sont fort petites , mais les deux dernières du quarré sont fort remarquables , on les appelle *les Gardes de la petite Ourse*.

Constellations
moins remarquables.

§ 21. Je ne conduirai pas plus loin ce détail des constellations , les autres étant plus petites & moins remarquables , on aura besoin pour les bien distinguer , de la méthode indiquée ci-dessus (487) , ou du secours des Cartes célestes : je remarquerai seulement que le *Lièvre* est une constellation située au midi d'Orion ; le *Centaure* , au midi de la Vierge ; le *Navire* , au midi du Lion ; *Antinoüs* , au midi de l'Aigle ; le *petit Cheval* , entre le Dauphin & le Verseau ; le *grand Triangle* , le *petit Triangle* , & la *Mouche* , entre la ceinture d'Andromede ϵ & les Pléiades ; l'*Eridan* , entre Rigel ou le pied d'Orion , & la Baleine. La *Coupe* est un peu à l'occident du Corbeau. L'*Hydre* s'étend au midi du Corbeau & de la Coupe.

Connoître le
pole de l'éclip-
tique.

§ 22. Après avoir appris à connoître le pole du monde (3) , on doit être curieux de distinguer aussi le pole de l'écliptique , puisque c'est un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pole boréal de l'écliptique est situé sur la ligne menée par les deux suivantes γ & δ de la grande Ourse , il fait un triangle presque équilatéral avec la Lyre & α du Cygne ; il est aussi sur la ligne menée par les deux précédentes du quarré de la grande Ourse & par les gardes de la

petite Ourse (γ 20), 3 deg. au-delà de l'étoile ϵ du Dragon qui est à peu-près sur la même ligne que les étoiles τ , ϕ , ϵ , ζ , η du Dragon, dont la direction s'étend de Cassiopée à Arcturus. Enfin, le pole de l'écliptique fait un triangle-rectangle & isocèle avec l'étoile polaire & β de la petite Ourse, qui est la plus voisine de l'étoile polaire des deux dernières de la petite Ourse, l'angle droit est à l'étoile ζ .

§ 23. Je pense que pour mettre le Lecteur à portée d'estimer en degrés les distances des étoiles, il suffit de rapporter ici en nombres ronds les distances de quelques-unes les plus remarquables. La grande Ourse a 26 deg. de longueur depuis α jusqu'à η ; la diagonale d'Orion, depuis Rigel jusqu'à l'épaule orientale, est de 19 deg. les deux épaules sont distantes de 7 deg. les deux têtes des Gémeaux de 4 deg. $\frac{1}{2}$. On peut trouver un grand nombre de ces distances exactement mesurées, dans les Livres de Tycho, d'Hévélius & de Flamsteed, mais on s'en sert fort peu actuellement. Il faut aussi se rappeler qu'on ne doit examiner ces distances que quand les étoiles sont un peu élevées : les constellations paroissent plus grandes quand elles sont voisines de l'horizon, par l'erreur d'un jugement involontaire, que nous tâcherons d'expliquer en parlant du diametre de la Lune dans le VII^e. Livre.

Illusion de
la vue.

DES ÉTOILES NOUVELLES OU CHANGEANTES.

§ 24. L'HISTOIRE fait mention de plusieurs étoiles remarquables & nouvelles qui ont paru, & disparu ensuite totalement : nous en connoissons encore actuellement qui dispaissent de temps à autre, qui augmentent de grandeur & diminuent ensuite sensiblement. Il y en a d'autres qui ont été décrites par les Anciens comme des étoiles remarquables, & qui ne paroissent plus, ou qui paroissent constamment, n'ayant pas été décrites par les Anciens ; mais on peut attribuer une partie de ces différences à leur inattention, ou à l'erreur du Catalogue des Anciens qui ne nous

a été conservé qu'avec beaucoup de fautes dans l'Almageste de Ptolémée.

§ 25. Les plus anciens Auteurs, tels qu'Homere, Aratus & Geminus, ne comptoient que six Pléiades; Varron, Plinè, Aratus, Hipparque & Ptolémée, dans le texte Grec, les mettent au nombre de sept, & l'on prétendit que la septieme avoit paru avant l'embrasement de Troye; mais cette différence a pu venir de la difficulté de les distinguer, & de les compter à la vûe simple.

L'Histoire raconte plus précisément des apparitions d'étoiles nouvelles, 125 ans avant J. C. au temps d'Hipparque: (*Voyez Plinè, Liv. II. ch. 6.*); & au temps de l'Empereur Hadrien, 130 ans après J. C.

§ 26. Fortunio Liceti, Médecin célèbre, mort à Padoue en 1656, a composé un *Traité de novis Astris*, où l'on peut trouver une ample érudition sur les étoiles nouvelles, dont les Anciens ont parlé. Il rapporte que Cuspinianus observa une étoile nouvelle vers l'an 389, près de l'Aigle, qui parut aussi brillante que Vénus pendant trois semaines, & qui disparut ensuite: c'est peut-être la même, dit M. Cassini, qui fut apperçue au temps de l'Empereur Honorius, que quelques-uns rapportent à l'année 389, & d'autres à 398.

Dans le neuvieme siècle, Massahala Haly & Albumazar, Astronomes Arabes, observerent au 15^e. deg. du Scorpion, une nouvelle étoile si brillante, que sa lumiere égaloit la quatrieme partie de celle de la Lune; elle parut pendant l'espace de quatre mois.

Cyprianus Leovitius raconte qu'au temps de l'Empereur Othon, vers 945, on vit une nouvelle étoile entre Céphée & Cassiopée; & l'an 1264, une autre étoile nouvelle vers le même endroit du ciel, qui n'eut aucun mouvement.

Fameuse Etoile
de 1572.

§ 27. La plus récente & la plus fameuse de toutes les étoiles nouvelles, a été celle de 1572: elle fut remarquée au commencement de Novembre, faisant un rhombe parfait avec les étoiles α , ϵ , γ , de la constellation de Cassiopée. Tycho-Braché qui l'apperçut le 11 Nov. détermina sa longitude

longitude à $6^{\circ} 54'$ du Taureau , avec $53^{\circ} 45'$ de latitude boréale, son ascension droite $0^{\circ} 26'$, sa déclinaison $61^{\circ} 47'$. Il a composé sur cette nouvelle étoile un excellent Ouvrage intitulé, *De nova Stella Anni 1572*, qui renferme beaucoup d'autres recherches intéressantes. Cette étoile parut dès le commencement fort éclatante, comme si elle se fût formée tout-à-coup avec tout son éclat; elle surpassoit Syrius, la plus brillante des étoiles, & même Jupiter péricée. Dès le mois de Décembre 1572, elle commença à diminuer peu-à-peu, jusqu'au mois de Mars 1574, qu'on la perdit de vûe. Elle n'avoit aucune parallaxe sensible, ni aucun mouvement propre apparent; d'où il est aisé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin de nous que Saturne, la plus éloignée de toutes les planetes, sans quoi elle auroit eu une parallaxe annuelle très-sensible.

528. La nouvelle étoile du Serpenteire qui parut le 10 Oct. 1604, fut aussi brillante que celle de 1572; on cessa de la voir au mois d'Oct. 1605; sa longitude étoit de $17^{\circ} 40'$ dans le Sagittaire, avec $1^{\circ} 56'$ de latitude septentrionale. Képler (*de nova Stella Serpentarii*), assure qu'elle n'avoit aucune parallaxe, ni aucun mouvement par rapport aux autres étoiles; d'où il paroît qu'elle étoit aussi beaucoup au-dessus de la sphère de Saturne: car la parallaxe annuelle produite par le mouvement de la terre, l'eut fait varier en apparence de plusieurs degrés, si elle eût été à la distance de Saturne, comme nous l'expliquerons dans le V^e. Livre.

Etoile nouvelle du Serpenteire.

529. La changeante de la Baleine appelée \circ dans Bayer, fut apperçue le 13 Août 1596 par David Fabricius. Bouillaud, dans un Traité imprimé à Paris en 1667, trouve que cette étoile revient à sa plus grande clarté au bout de 333 jours, & M. Cassini en compte 334: elle paroît de la seconde grandeur pendant l'espace de 15 jours, & diminue ensuite jusqu'à disparaître totalement. Hévélius rapporte qu'elle fut quatre années entières sans paroître depuis le mois d'Octobre 1672, jusqu'au mois de Décembre 1676. Elle n'emploie pas toujours un temps égal depuis le commencement de son apparition jusqu'à sa plus grande clarté, ni depuis son plus grand éclat jusqu'à sa disparition; mais

Changeante de la Baleine.

tantôt elle augmente plus vite qu'elle ne diminue, & tantôt elle s'accroît plus lentement. M. Cassini l'a trouvée dans son plus grand éclat au commencement d'Août 1703, & elle paroïsoit alors de troisieme grandeur, comme Fabricius l'avoit jugée le 13 Août 1596. Elle avoit eu, dans cet espace de 39080 jours, 117 révolutions; ainsi la période moyenne de ses variations doit être de 334 jours. (*Voyez M. Cassini, Elémens d'Astronomie, pag. 68. M. Maraldi, Mém. Acad. 1719. Transact. Philos. n°. 134. & 346.*)

530. Il y a dans le Cygne trois étoiles changeantes : la premiere est située proche l'étoile γ , qui est dans la poitrine; elle fut découverte par Kepler en 1600; elle ne se trouve point dans le Catalogue des étoiles fixes de Tycho, quoiqu'il en ait marqué plusieurs qui sont près d'elle, & qui ne sont pas plus remarquables. Bayer & Janson la regardent comme nouvelle. Pendant 19 ans qu'elle fut observée par Kepler, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait si grande que γ à la poitrine du Cygne : elle paroïsoit encore, au témoignage de Liceti, en 1621, mais elle disparut ensuite. M. Cassini l'observa de nouveau en 1655 : elle augmenta pendant cinq années, jusqu'à ce qu'elle vint à égaler les étoiles de la troisieme grandeur, & diminua ensuite. Hévélius l'observa en 1665; elle augmenta sans jamais arriver à la troisieme grandeur : en 1677, en 1682 & en 1715, elle n'étoit encore que comme une étoile de la sixieme grandeur. (*Voyez M. Cassini, Elémens d'Astronomie, p. 69. M. Maraldi, Mém. Acad. 1719. Transact. Philos. n°. 65, 66, 67 & 134.*)

531. La seconde étoile changeante du Cygne qui ne paroît plus actuellement, fut découverte le 20 Juin 1670, par le P. Anthelme, Chartreux; elle étoit de troisieme grandeur, elle se perdit bientôt entièrement : sa longitude étoit à $1^{\circ} 55'$ du Verseau, avec $47^{\circ} 28'$ de latitude boréale; elle passoit par le méridien 27 secondes avant la luisante de l'Aigle, son ascension droite étant de $293^{\circ} 33'$, & sa déclinaison de $26^{\circ} 33'$. Le P. Anthelme la revit le 17 Mars 1671. M. Cassini y remarqua cette année-là plusieurs variations, & depuis 1672 on ne l'a plus retrouvée.

§ 32. La plus remarquable des changeantes du Cygne, appelée χ , & dont on observe encore les variations, fut découverte en 1686 par M. Kirk, elle étoit de cinquieme grandeur; au mois de Février 1687 il ne put l'appercevoir, même avec une lunette. Dans la suite, M. Maraldi & M. Cassini ayant observé plusieurs fois ses variations, trouverent sa période de 405 jours. M. le Gentil a trouvé, par de nouvelles observations, 405 jours & $\frac{3}{10}$. les temps de son plus grand éclat dans ces années-ci tombent au 13 Février 1761; au 25 Mars 1762; 5 Mai 1763; 13 Juin 1764; 23 Juillet 1765; 2 Septembre 1766; 12 Octobre 1767; 20 Novembre 1768; 30 Décembre 1769; 9 Février 1771; 20 Mars 1772; 29 Avril 1773; 9 Juin 1774; 14 Juillet 1775; 27 Août 1776; 7 Octobre 1777; 16 Novembre 1778; 26 Décembre 1779; 3 Février 1781; 16 Mars 1782; 25 Avril 1783, &c. (*Voyez Mém. Acad. 1719. & 1759.*)

Changeante α
du Cygne.Temps de sa
plus grande
lumiere.

§ 33. M. Cassini parle de plusieurs autres étoiles, ou qui sont perdues, ou qui paroissent changeantes ou nouvelles, (*Elémens d'Astronomie, pag. 73.*). M. Maraldi en avoit observé un grand nombre, (*Mém. Acad. 1704. Duhamel, Hist. de l'Acad. pag. 363.*). Cette matiere n'a été encore que peu discutée, quoiqu'elle mérite bien l'attention des Observateurs curieux: le moyen le plus sûr de découvrir dans ce genre les moindres variations, seroit d'observer de temps en temps toutes les étoiles, & d'en dresser des catalogues, aussi nombreux & aussi détaillés que celui de M. l'Abbé de la Caille, dont nous avons parlé ci-dessus, (art. 471). Un jour viendra peut-être, où les Sciences auront assez d'Amateurs pour qu'on puisse suffire à de si pénibles travaux.

§ 34. Il y a dans plusieurs autres étoiles des changemens de grandeur & de lumiere. L'étoile ϵ de l'Aigle, qui certainement au temps de Bayer devoit être plus brillante que γ , puisqu'il lui a donné la premiere place après la luisante de l'Aigle, est actuellement beaucoup plus petite que γ , elle est à peine de quatrieme grandeur: il paroît aussi que la distance entre α & ϵ est plus grande actuellement

qu'elle n'étoit autrefois ; en sorte que l'étoile ϵ a changé de lumière & de situation.

L'étoile précédente χ à la jambe gauche du Sagittaire, qui dans Bayer est de troisième grandeur, parut en 1671 de la sixième ; en 1676 elle étoit plus grande, & M. Halley la marqua de troisième grandeur : en 1692 M. Maraldi pouvoit à peine l'apercevoir : en 1693 & 1694 elle parut de quatrième grandeur (*Hist. Acad. p. 363.*). Il y a encore dans le Sagittaire & dans le Serpenteaire d'autres étoiles variables.

§ 35. Le changement de couleur qu'on prétend être arrivé dans *Syrius*, paroît encore une chose bien singulière : M. Barker a remarqué (*Transf. Phil. 1760, p. 498.*) d'après les témoignages d'Aratus, de Sénèque, d'Horace, de Ptolémée, que cette étoile étoit autrefois très-rouge, quoiqu'elle soit aujourd'hui d'une blancheur décidée sans aucune teinte de rouge ; cependant je n'oserois croire que les preuves soient suffisantes pour admettre un fait aussi extraordinaire.

Sur la cause du changement des Etoiles.

§ 36. IL est difficile de se former une idée nette de la cause qui peut faire changer & disparaître les étoiles, ou nous en montrer de nouvelles. Le P. Riccioli au II^e. Tome de son *Almageste*, p. 176. estime qu'il y a des étoiles qui ne sont pas lumineuses dans toute leur étendue, & dont la partie obscure peut se tourner vers nous par un effet de la toute-puissance de Dieu.

Bouillaud, dans un Ouvrage qui parut en 1667, intitulé, *Ismaëlis Bullialdi ad Astronomos Monita duo*, suppose aussi que la changeante de la Baleine a une partie obscure, avec un mouvement de rotation autour de son axe, par lequel sa partie lumineuse & sa partie obscure se présentent alternativement à nous.

§ 37. M. de Maupertuis dans son *Discours sur les différentes Figures des Astres*, publié à Paris en 1732 ;

ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un astre sur son axe peut produire dans cet astre un aplatissement considérable, s'en sert pour expliquer le phénomène dont il s'agit. « Les étoiles fixes, dit-il, sont des soleils comme le nôtre ; il est donc fort vraisemblable qu'elles ont, comme cet astre, un mouvement de rotation sur leur axe ; les voilà donc selon la rapidité de leur mouvement exposées à l'aplatissement ; & pourquoi ne se trouveroit-il pas de ces étoiles plates dans les cieux, si l'on pense sur-tout que nous ne sçavons par aucune observation quelle est la figure des étoiles fixes ? . . . Si autour de quelque étoile plate circule quelque grosse planète fort excentrique, ou comète, dans une orbite inclinée au plan de l'équateur de l'étoile, qu'arrivera-t-il, la pesanteur de l'étoile vers la planète, lorsqu'elle approchera de son périhélie, changera l'inclinaison de l'étoile plate qui par-là nous paroîtra plus ou moins lumineuse. Telle étoile même que nous n'appercevions point, parce qu'elle nous présentoit le tranchant, paroîtra lorsqu'elle nous présentera une partie de son disque ; & telle étoile qui paroïsoit ne paroîtra plus. C'est ainsi qu'on peut rendre raison du changement de grandeur qu'on a observé dans quelques étoiles, & des étoiles qui ont paru & disparu ».

§ 38. Ce seroit peut-être ici le lieu de parler des changemens de position qu'on a observés dans plusieurs étoiles, sur-tout dans celles de la première grandeur ; ces variations qui proviennent sans doute des attractions mutuelles de différens systèmes, ou des différentes planètes que nous ne voyons pas, dérangent toutes les loix générales dont nous avons parlé jusqu'ici, & dont nous avons à parler dans la suite. Mais je réserve cette matière pour le XVI^e. Livre, où il sera parlé des autres mouvemens des étoiles.

Changemens
physiques dans
la position des
Etoiles.

Des Etoiles doubles ou singulieres.

§ 39. DANS les observations de M. Blanchini, imprimées à Vérone en 1737, par les soins de M. Manfredi, on

trouve, *page* 208, que l'étoile double appelée ζ de la Lyre, présente des phénomènes fort singuliers : une des deux étoiles dont elle est composée, paroît quelquefois se diviser en deux, quelquefois elle paroît environnée d'une ou de deux autres petites étoiles ; la seconde des deux étoiles diminue quelquefois de grandeur, enforte qu'on la distingue à peine, quoique l'air soit parfaitement serein. Cette observation, ajoute-t-il, a été faite avec plusieurs lunettes de Campani & de Marc-Antoine Cellius, qui avoient 22, 23 & 25 palmes, (chaque palme est de 8 pouces $\frac{1}{4}$) ; & l'on a toujours observé à peu-près la même chose.

M. Grischow, Astronome de Berlin, étant à Londres en 1748, écrivoit à M. de l'Isle, qu'on avoit découvert en Angleterre une nouvelle planète qui tournoit autour d'une étoile fixe située auprès ou dans la Lyre : c'est une planète, ajoute-t-il, que M. Blanchini avoit cru appercevoir, mais dont il n'étoit pas bien assuré faute de lunettes assez parfaites. D'autres ont dit avoir vû l'étoile ζ de la Lyre environnée de cinq petites étoiles, au moyen d'un grand télescope de 12 pieds, construit par M. Short pour le Docteur Stephens, & qui appartient actuellement à Mylord Duc de Malborough. Pour moi, je n'ai rien ouï dire de semblable en Angleterre, & je crois que des singularités pareilles ont besoin d'être bien constatées pour obtenir quelque confiance.

§ 40. On a écrit que M. Cassini avoit remarqué dans le dernier siècle, que la première étoile γ du Bélier étoit quelquefois double, ou divisée en deux parties, distantes l'une de l'autre de l'intervalle du diamètre de chacune ; (Gregori, *L. III. prop. 54. Volf, pag. 440.*). On a dit aussi que l'étoile qui est au milieu de l'épée d'Orion, & quelques étoiles des Pléiades paroissent quelquefois triples & même quadruples ; mais ces phénomènes singuliers n'ont pas été bien constatés.

Cinq étoiles
doubles.

§ 41. A l'égard des étoiles doubles, elles ne sont pas rares. J'ai observé distinctement avec une lunette de 18 pieds, que l'étoile γ à l'épaule de la Vierge est double, ou formée de deux étoiles séparées l'une de l'autre d'un inter-

valle d'environ 2'', presque égal au diamètre apparent que chacune paroît avoir à cause de l'irradiation.

L'étoile ϵ du Capricorne est aussi double ; l'intervalle des deux étoiles est tel , qu'avec un instrument de 6 pieds on ne peut prendre sa hauteur que dans le crépuscule , ou en éclairant les fils , parce que quand l'une est cachée sous le fil , l'autre paroît , & on ne sçauroit distinguer laquelle des deux est sous le fil.

L'étoile γ à la tête du Bélier est aussi composée de deux étoiles considérables , comme l'observa le premier , à ce qu'il paroît , Robert Hook , (*Voy. Transf. Philos. n°. 4.*). La plus boréale des trois étoiles au front du Scorpion , est composée de deux étoiles , dont l'une est double de l'autre en grandeur & en lumière , comme l'observa M. Cassini en 1678. (*Hist. Acad. p. 172.*). La tête précédente des Gémeaux est aussi double ; on en pourroit citer probablement beaucoup d'autres que je n'ai pas présentes actuellement.

DE LA VOIE LACTÉE, DES ÉTOILES NÉBULEUSES, ET DE LA LUMIÈRE ZODIACALE.

§ 42. La Voie lactée est une blancheur irrégulière qui semble faire le tour du ciel en forme de ceinture. On l'a appelée Cercle de Junon, Chemin de S. Jacques, *Fascia*, *Vestigium Solis*, *Via regia*, *Zona*, *Via perusta*, *Cæli Cingulum*, *Orbis lacteus*. Les Grecs l'appellent *Γαλαξίας*. Les Arabes l'ont appelée aussi bien que les Latins *Via Lactis*. Ovide nomme la Voie lactée le *Chemin du trône de Jupiter* :

Est via sublimis cælo manifesta sereno ;
(*Lactea nomen habet*) , candore notabilis ipso
Hac iter est superis ad magni regna Tonantis ,
Regalemque domum. *Mesam. I.*

Démocrite sentit le premier que la blancheur de cette zone devoit être produite par une multitude d'étoiles , trop petites pour être aperçues distinctement , & c'est ce qu'il y a de plus vraisemblable , quoiqu'Aristote ait prétendu que ce n'étoit qu'un météore placé dans la moyenne région.

On ne sçauroit douter qu'une partie de l'éclat & de la blancheur de la voie lactée, ne provienne de la lumière des petites étoiles qui s'y trouvent par millions; cependant avec les plus grands télescopes on n'en distingue pas assez, pour qu'on puisse attribuer à celles qu'on distingue la blancheur de la voie lactée, si sensible à la vûe simple: ainsi nous ne sçaurions décider que les étoiles soient la seule cause de cette blancheur, quoique nous ne connoissions aucune manière bien satisfaisante de l'expliquer. (Voy. l'art. 553.).

§ 43. Les Poètes en rapportoient l'origine à l'incendie de Phaëton, ou au lait de Junon qu'Hercules, après l'avoir tétée, laissa retomber de sa bouche; d'autres en ont fait le séjour des Héros, comme on le peut voir dans *Manilius*, Liv. I. qui décrit fort au long la situation & la trace de la voie lactée:

Alter in adversum positus succedit ad Arctos, &c.

La voie lactée traverse plusieurs constellations, Cassiopée, Persée, le Cocher, le bras d'Orion, les pieds des Gémeaux, le grand Chien, le Navire, & c'est ici sa plus grande lumière: elle passe ensuite par les pieds du Centaure, la Croix, le Triangle-austral; de-là retournant vers le nord par l'Autel, la queue du Scorpion, l'arc du Sagittaire, & se divisant en deux branches, traverse l'Aigle, la Fleche; le Cygne, le Serpenteire, la tête de Céphée, & revient à la chaise de Cassiopée.

Des Nébuleuses.

§ 44. De même que la voie lactée forme une blancheur autour du ciel, on trouve aussi dans d'autres parties, où la voie lactée ne s'étend pas, de petites blancheurs qui à la vûe simple ressemblent à des étoiles peu lumineuses, & qui dans le télescope sont ou un assemblage de plusieurs étoiles fort près l'une de l'autre, ou une blancheur large & irrégulière, dans laquelle on ne distingue point d'étoiles, ou mêlées de l'un & de l'autre; c'est ce qu'on appelle les NÉBULEUSES.

Nébuleuse
d'Andromède.

§ 45. La première Nébuleuse qu'on observa après l'invention des lunettes d'approche, fut celle d'Andromède, remarquée en 1612 par *Simon Marius*, qui l'a décrite dans
la

la Préface de son *Mundus Jovialis* ; elle ne paroît à la vûe que comme un nuage , mais dans la lunette elle paroît formée par trois rayons blancs , pâles , irréguliers, qui sont plus clairs en approchant du centre , elle occupe environ un quart de degré : quoique Tycho eût observé l'étoile *v* , qui est la plus boréale de la ceinture d'Andromede , il n'avoit pas fait mention de cette nébuleuse qui en est assez proche. Bouillaud crut en 1666 qu'elle avoit diminué de clarté dans l'espace de quelques années qu'il l'avoit observée ; il remarqua aussi qu'elle se trouvoit dans des figures de constellations décrites vers l'an 1500 , quoiqu'ensuite Tycho ni Bayer ne l'eussent pas remarquée , cela lui fit croire que cette nébuleuse étoit sujette à disparoître dans certains temps : M. Kirk est du même avis , mais cela n'est pas bien constaté.

§ 46. La nébuleuse de l'épée d'Orion au-dessous des trois Rois , est la plus remarquable de toutes ; cependant M. Huyghens est le premier qui en ait parlé en 1656 : elle a six minutes de longueur , elle est d'une figure irréguliere , allongée & courbe ; sa blancheur est vive dans la lunette , & l'on n'y distingue que sept petites étoiles. M. de Mairan croit qu'elle a souffert quelques altérations depuis M. Huyghens , (*Traité de l'Aurore boréale*, p. 262. édit. de 1754.) ; qu'elle est devenue plus dense , & qu'elle a changé de forme ; il cite à ce sujet le témoignage de M. Godin & de M. de Fouchy. J'ai donné dans la Fig. 21 le dessein de cette né-
Nébuleuse
d'Orion.
Fig. 21.

§ 47. Hévélius remarqua près de la tête du Sagittaire une autre nébuleuse , dont M. Kirk attribuoit la découverte à Abraham Ihle en 1665. M. Kirk en 1681 aperçut entre les étoiles informes qui sont vers le pied boréal d'Antinoüs , une quatrième nébuleuse qui ne paroissoit point à la vûe simple , mais qu'il observa dans une lunette de quatre pieds. M. Cassini a remarqué entre Sirius & Procyon une assez belle nébuleuse. M. Halley en observa une dans le Centaure en 1677 , & une autre en 1714 dans la constellation d'Hercules.

§ 48. M. le Gentil apperçut en 1747 une petite nébuleuse, située à $1^{\circ} 10'$ au midi de l'ancienne ; son ascension droite étoit de $6^{\circ} 30'$, & sa déclinaison $38^{\circ} 30'$, sur le parallèle des deux étoiles π & ω de Méduse ; elle n'a qu'environ une minute de diametre, au lieu que l'ancienne a environ un quart de degré, (*Mém. présentés, T. II. p. 138.*) M. le Gentil assure qu'il a observé plusieurs autres nébuleuses nouvelles, trois dans Cassiopée, une dans le Sagittaire & une à la queue du Cygne, (*Ibid. p. 143.*).

§ 49. On connoît sous le nom de *Nébuleuse du Cancer* (398) un petit amas de plusieurs étoiles qui sont très-distinctes dans la lunette, & qui ne se confondent à la vûe simple qu'à cause de leur grande proximité : dans ce sens, les Pléiades mêmes peuvent passer pour une espece de nébuleuse ; & M. de la Caille en dit autant de l'étoile θ du Navire, de troisieme grandeur, qui étant entourée d'un grand nombre d'étoiles, de sixieme, septieme & huitieme grandeur, ressemble aux Pléiades.

42 Nébuleuses australes.

§ 50. M. l'Abbé de la Caille en travaillant au catalogue d'environ dix mille étoiles australes, qu'il a observées au Cap de Bonne-Espérance, remarqua toutes les nébuleuses qui se présenterent dans sa lunette, & il en a donné la position ; elles sont au nombre de 42, & il en distingue 14 de chacune des trois especes ; 14 nébuleuses, où l'on ne voit par la lunette aucune apparence d'étoiles, 14 où l'on ne voit qu'un amas d'étoiles distinctes, & 14 où l'on remarque des étoiles de sixieme grandeur ou au-dessous, entourées ou accompagnées de taches blanches ou de nébuleuses de la premiere espece. Quoique les plus remarquables des nébuleuses australes n'aient probablement pas échappé à ses recherches, cependant M. de la Caille ne se flattoit pas d'avoir remarqué toutes les nébuleuses de la premiere & de la troisieme espece, parce que la lumiere du crépuscule & celle de la lune ont pû lui en dérober plusieurs, & qu'il y a des parties du ciel qu'il n'a pas observées par des nuits bien nettes & bien obscures.

§ 51. Il y a près du pôle austral deux blancheurs remarquables, qu'on appelle communément *les Nuées de*

Magellan, que les Hollandois & les Danois nomment les *Nuées du Cap*, parce que c'est en approchant du Détroit de Magellan ou du Cap de Bonne-Espérance, qu'on les a dû remarquer pour la première fois; elles ressemblent parfaitement à la voie lactée, & quelle que soit la cause de la blancheur de celle-ci, il est probable que c'est la même que pour les deux nuages de Magellan.

On remarque aussi dans la partie australe du ciel un espace de près de trois degrés d'étendue en tout sens, qui paroît d'un noir foncé, il est dans la partie orientale de la *Croix* du sud; mais cette apparence n'est causée que par la vivacité de la blancheur de la voie lactée qui renferme cet espace, & qui l'entoure de tous côtés. (*Mem. Ac. 1754.*)

552. On peut voir de plus grands détails sur les Nébuleuses dans les Mémoires de l'Académie, années 1707, 1731, 1734 & 1755; dans les Transactions Philosophiques de la Société Royale Londres, 1667, n°. 25, 1676, n°. 123, 1716, n°. 347, & 1733, n°. 428; dans le Mémoire de M. Derham sur les nébuleuses. Voyez aussi l'Ouvrage d'Hévélius intitulé, *Astronomiæ Prodromus*; celui de Bouillaud qui a pour titre, *Ismaëlis Bullialdi ad Astronomos Monita duo; primum de stellâ Ceti, alterum de Nebulosâ in Andromedæ cinguli parte boreâ ante biennium iterùm ortâ*, 1666; & le second Volume des Mémoires présentés à l'Académie par divers Sçavans, pag. 137.

553. Les nébuleuses, proprement dites, paroissent être de petites portions de la voie lactée, répandues en différens endroits du ciel. Il est difficile de décider si la voie lactée elle-même, aussi-bien que les nébuleuses dont la lumière est vive sans être parsemée d'étoiles, où l'on n'apperoit qu'une blancheur uniforme, même avec les plus grandes lunettes, sont cependant formées par de véritables étoiles, situées fort près l'une de l'autre: c'est le sentiment de M. Cassini, (*Elem. d'Astron. p. 78.*); mais M. de la Caille en paroît éloigné, (*Mém. Acad. 1754, pag. 195.*). M. de Mairan voyant quelque analogie entre la lumière zodiacale & ces nébulosités, pense qu'on pourroit les attribuer à l'atmosphère de plusieurs étoiles, dont les unes se voient

Sur la cause de ces nébulosités.

dans la plûpart des nébuleuses , & dont plusieurs autres peut-être se déroberent à notre vûe. « La figure irréguliere » de la nébuleuse d'Orion & sa continuité n'ont rien qui » doive surprendre , dit M. de Mairan : des positions diffé- » rentes & une distance si énorme ne sçauroient manquer » de confondre , ou de mutiler à nos yeux la plûpart de ces » atmosphères , & pourroient fort bien nous en montrer » l'assemblage & le total , sous la figure que cette clarté » représente ». (*Traité Physique & Historique de l'Aurore boreale*, pag. 263.)

Lumiere
Zodiacale.

§ 54. Nous ne pouvons placer mieux qu'à la suite des nébuleuses , la Lumiere Zodiacale qui est un phénomène également singulier , & une lumiere peut-être de même genre ; nous ne pouvons aussi faire mieux sur cet article , que de transcrire une partie de ce qu'en dit le célèbre M. de Mairan au commencement de son *Traité de l'Aurore Boreale*.

Ce que c'est.

La LUMIERE ZODIACALE est une clarté , ou une blancheur souvent assez semblable à celle de la voie lactée , que l'on apperçoit dans le ciel en certains temps de l'année après le coucher du soleil , ou avant son lever , en forme de lance ou de pyramide , le long du Zodiaque où elle est toujours renfermée par sa pointe & par son axe , appuyée obliquement sur l'horison par sa base : elle fut découverte , décrite & ainsi nommée par feu M. Cassini.

§ 55. La lumiere zodiacale n'est autre chose que l'atmosphère du soleil ; c'est un fluide , ou une matiere rare & ténue , lumineuse par elle-même , ou seulement éclairée par les rayons du soleil , qui environne le globe de cet astre , mais qui est en plus grande abondance , & plus étendue autour de son équateur que par-tout ailleurs.

Observée en
1683.

§ 56. Les premieres observations de feu M. Cassini sur la lumiere zodiacale furent faites au printemps de 1683 , & rapportées dans le *Journal des Sçavans* du 10 Mai de la même année. M. Fatio de Duillier qui se trouvoit alors à Paris en liaison avec M. Cassini , & qui étoit très-capable de sentir toute la beauté de cette découverte , y fut témoin de plusieurs de ces observations ; étant retourné peu de

temps après à Genève, il observa de son côté très-soigneusement le même phénomène pendant les années 1684, 1685, & jusques vers le milieu de 1686. Il écrivit alors à M. Cassini une grande Lettre, qui fut imprimée à Amsterdam la même année. M. Cassini a fait mention de cette Lettre avec éloge en plus d'un endroit du Traité qu'il nous a laissé sur ce sujet, & qui a pour titre, *Découverte de la Lumiere celeste qui paroît dans le Zodiaque*. Ce Traité parut en 1690 dans le Volume des Voyages de l'Académie des Sciences. Il est parlé encore dans les *Miscellanea Naturæ Curiosorum*, (Decuriæ III. ann. 1. p. 285. & suiv.), de plusieurs observations de cette lumiere faites en Allemagne par MM. Kirk & Eimmart, en 1688, 1689, 1691, 1693, jusqu'au commencement de 1694; mais il n'y en a qu'un petit nombre qui y soient détaillées: depuis ce temps-là, ces observations furent entièrement négligées jusqu'au temps où M. de Mairan commença à s'en occuper, à l'occasion de la fameuse aurore boréale du 19 Octobre 1726.

M. Cassini ne doutoit pas que la lumiere zodiacale n'eût été vûe autrefois, quoiqu'elle ne soit pas écrite & citée expressément dans les anciens Auteurs. Descartes dans ses Principes, art. 136. & 137. de la 3^e. partie, & Childrey, (*Britannia Baconica*), sont les plus anciens Auteurs qui en aient parlé; mais cela n'approchoit pas de la maniere dont M. Cassini & M. de Mairan nous l'ont décrite.

§ 57. La lumiere zodiacale a ordinairement la figure d'un fuseau, ainsi qu'une lentille qui seroit vûe de profil; la pointe se termine par deux lignes droites, qui forment quelquefois entre elles un angle de 26 degrés, & quelquefois un angle de dix degrés; souvent lorsque l'air est un peu chargé, on la voit ou tronquée, ou courbée en forme de faux; mais sa figure la plus ordinaire est celle d'une lance, d'un fuseau, ou d'une pyramide.

Sa figure.

J'ai ouï dire à M. de la Caille, que dans son voyage en Afrique il avoit trouvé la lumiere zodiacale très-visible dans la Zone torride, où elle s'éleve perpendiculairement; que le phénomène lui avoit paru constant, régulier & extrêmement apparent: cependant de tous les Observateurs qui

allèrent en 1672, dans la Zone torride, aucun n'en a parlé; M. de Mairan prouve en effet que l'apparition de la lumière zodiacale a été sujette à des vicissitudes considérables.

Ses dimensions. § 58. La longueur de la lumière zodiacale, prise depuis le soleil qui en est la base, jusqu'au sommet, paroît quelquefois de 45° , quelquefois de 100; sa largeur dans sa partie visible vers l'horison, va entre 8° & 30° suivant les temps.

Temps où on la voit. § 59. Le temps le plus commode pour bien voir cette lumière à Paris, est vers le 1^r. Mars à $7^h \frac{1}{4}$ du soir, le crépuscule finissant, & le point équinoxial étant dans l'horison: si le ciel est beau, & que la lune ne soit pas sur l'horison, on doit voir alors la lumière zodiacale dirigée le long de l'écliptique environ jusques vers *Aldébaran*, son axe faisant avec l'horison un angle de 64 degrés; si on la regardoit le soir dans la même saison, son axe ne faisant plus qu'un angle de 26 degrés avec l'horison, il seroit beaucoup plus difficile de l'apercevoir.

Fig. 22.

Dans le temps du solstice d'hyver on peut voir la lumière zodiacale le matin & le soir, son axe faisant avec l'horison un angle de 55 deg. le matin, & de 43 deg. le soir. (*Voy. M. de Mairan, p. 14.*)

Cause de la lumière zodiacale.

On ne doute point aujourd'hui que la lumière zodiacale ne soit l'atmosphère du soleil; car elle accompagne toujours cet astre; & l'on verra dans le XX^e. Livre que l'équateur du soleil est placé de la même manière que la lumière zodiacale, ce qui prouve assez que cette lumière est une atmosphère placée dans le sens de l'équateur, & aplatie par le mouvement de rotation du soleil.

L'équateur solaire est incliné de $7^\circ \frac{1}{2}$ sur l'écliptique, & le coupe au 10° . deg. des Gémeaux; il est incliné sur l'équateur terrestre de $27^\circ 10'$, & il le coupe à $15^\circ 26'$ du point équinoxial; de-là il suit qu'au printemps la lumière zodiacale doit être moins oblique sur l'horison qu'en automne, aussi est-ce dans le printemps que M. Cassini découvrit & annonça cette lumière, qui avoit déjà été soupçonnée & aperçue par Childrey un peu avant le printemps: il résulte aussi de la position de l'atmosphère du soleil, que

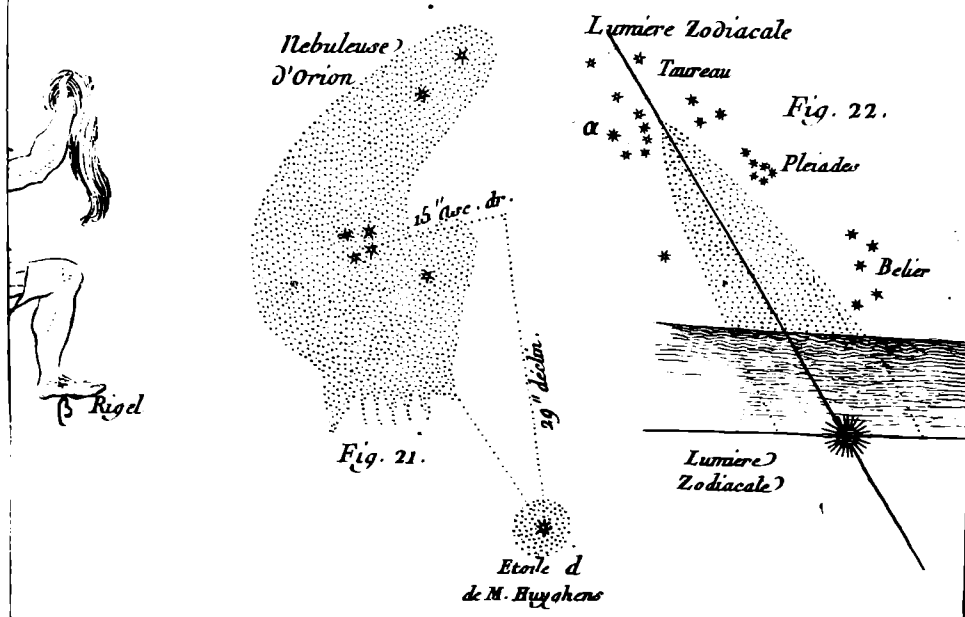
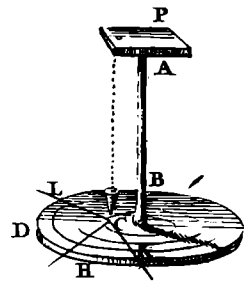
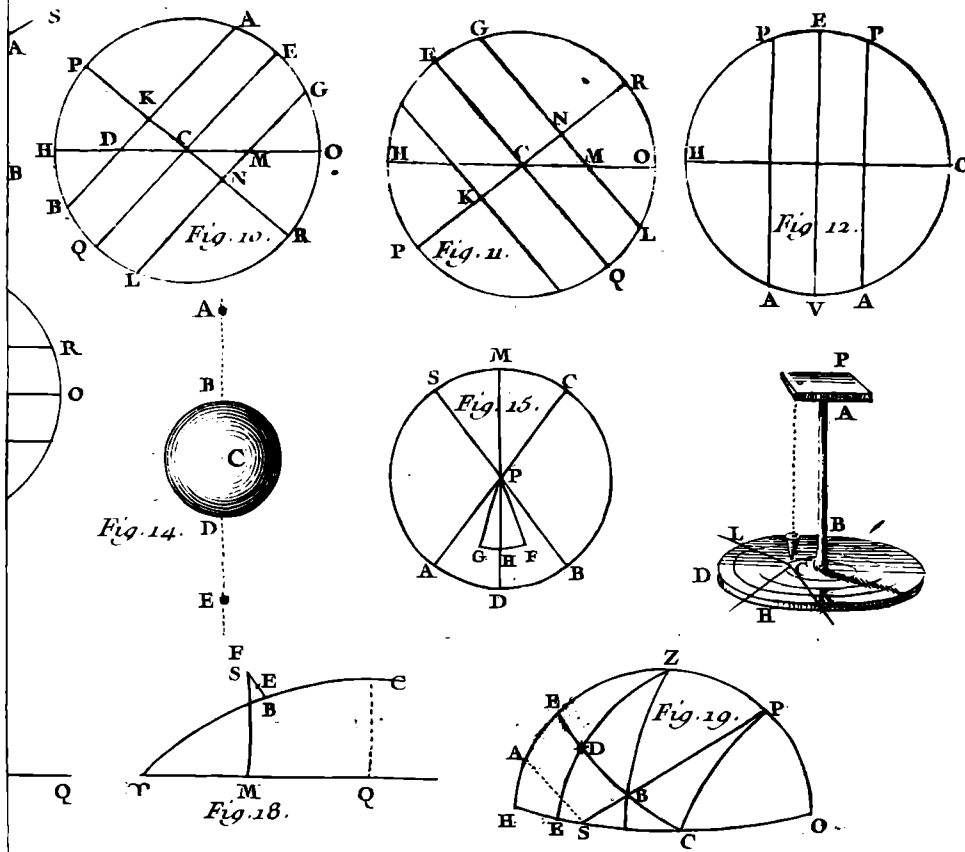
La lumiere zodiacale doit être plus élevée sur l'horison le matin que le soir au solstice d'hiver ; & cela est confirmé par le plus grand nombre des observations de la lumiere zodiacale. Enfin , il suit de la même théorie que les plus grandes largeurs apparentes de la lumiere zodiacale doivent avoir lieu lorsque la terre est située à 90° des nœuds de l'équateur solaire , ou à $5^\circ 10'$ & $11^\circ 10'$ de longitude ; parce qu'alors le cercle équatorial du soleil doit paroître plus large à l'œil qui est élevé de $7^\circ \frac{1}{2}$ sur le plan de ce cercle ; cela est encore vérifié par les observations de la lumiere zodiacale. (Voyez M. de Mairan , pag. 223. & suiv.).

M. Euler , (*Mém. de Berlin* , 1746. pag. 239.) convient avec M. de Mairan que l'atmosphère du soleil doit être très-applatie vers les poles , & fort étendue autour de l'équateur solaire , précisément comme M. Cassini & M. de Mairan représentent l'atmosphère solaire , dans laquelle ils placent la lumiere zodiacale : ainsi , dit-il , il est extrêmement vraisemblable que cette lumiere zodiacale n'est autre chose que le phénomène offert par la vûe , de l'atmosphère solaire fort étendue autour de l'équateur.

La lumiere zodiacale a une augmentation de densité en approchant du soleil , qui répond assez bien à l'état où doit être l'atmosphère du soleil : quand elle commence à paroître , ce n'est au premier coup-d'œil qu'une lueur blanchâtre presque imperceptible , fort semblable à la voie lactée , une clarté mal terminée qui se confond avec celle du crépuscule naissant , peu élevée sur l'horison , & allant toujours en se dégradant jusqu'à une sorte de pointe ou de sommet , qu'on y démêle quelquefois en forme de cône , de conoïde ou de fuseau , comme le doit paroître toute espèce de sphéroïde applati & lenticulaire , vû de profil ; elle monte ensuite peu-à-peu , elle devient plus visible , plus grande & plus claire , à mesure que le soleil s'approche de l'horison ; elle arrive enfin à un point de grandeur & de clarté , qu'on peut appeller son *maximum* , après lequel elle diminue en apparence , s'efface de plus en plus , cédant à l'éclat d'un plus fort crépuscule & à la présence du soleil : cette augmentation de lumiere , à mesure qu'elle s'élève , prouve

bien qu'elle est plus dense dans sa partie la plus proche du soleil, ce qui est en général une qualité des atmosphères pesantes. Nous finirons cet article en avertissant que tout ce qui concerne la lumière zodiacale, l'atmosphère du soleil & les aurores boréales, est discuté avec l'esprit, l'érudition, la clarté & l'étendue que l'on y pouvoit mettre, dans le *Traité physique & historique de l'Aurore Boréale* par M. DE MAIRAN, Suite des Mém. de l'Acad. an. 1731 : la seconde édition est de 1754, & contient 570 pages in-4°.







LIVRE QUATRIEME.

DES FONDEMENTS DE L'ASTRONOMIE,

O U

*Des Recherches principales dont toutes les autres
dépendent.*

560. **L**És premiers fondemens de l'Astronomie sont ceux dont l'application doit être la plus générale, & influer le plus sur tout le reste de cet Ouvrage. J'ai renfermé sous ce titre la maniere de trouver, 1°. les mouvemens du Soleil, auquel nous sommes obligés de rapporter tous les autres; 2°. les positions des Etoiles fixes qui servent à connoître exactement celles de tous les autres astres; 3°. la mesure du Temps, ses inégalités, & son équation qui est un préliminaire de tout détail astronomique; 4°. la maniere de trouver l'heure du passage au méridien, du lever & du coucher d'un astre; enfin, j'y ai joint, à mesure que l'occasion s'en est présentée, les problêmes de la Sphère qui sont les plus usités dans la pratique de l'Astronomie, ou dont on parlera le plus souvent dans la suite de ce Traité, & qu'il est nécessaire d'avoir bien compris avant de pénétrer plus avant dans l'étude de l'Astronomie.

561. En commençant à traiter des fondemens de l'Astronomie, je suis obligé de supposer qu'on connoisse les règles de la Trigonométrie sphérique, ou du moins qu'on sçache les employer, c'est-à-dire, faire une règle de trois par le moyen des sinus & des logarithmes, ce qui se peut exécuter même sans connoître les démonstrations de la Trigonométrie sphérique. On les trouvera cependant à la fin de cet Ouvrage, Liv. XXIII: & après une premiere lecture des principes de l'Astronomie, on pourra s'exercer sur la Trigonométrie sphérique pour relire l'Astronomie

*Remarques sur
les Triangles
sphériques.*

avec plus de fruit, sur-tout dans le cas où l'on se proposeroit d'approfondir cette Science, d'en faire des applications, ou de la perfectionner.

Il importe seulement de bien remarquer trois choses avant que d'entrer en matière. 1°. Les angles sphériques dans le ciel sont formés par la rencontre de deux grands cercles, & sont mesurés par un autre arc de grand cercle, qui auroit son pôle dans le sommet de l'angle que l'on mesure; ainsi l'angle γ , (*Fig. 18.*) formé par l'équateur γQ , & par l'écliptique γC , est de la même quantité que l'arc CQ décrit à 90 deg. du sommet γ , & l'un est la mesure de l'autre. 2°. Les arcs perpendiculaires à un grand cercle vont tous se rencontrer au pôle de ce cercle. 3°. Dans tout triangle sphérique, dont on connoît trois choses prises à volonté parmi les trois côtés & les trois angles, on peut toujours trouver les trois autres par les règles qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, dans le Livre XXIII.

DU MOUVEMENT ET DES INÉGALITÉS DU SOLEIL.

562. L'OBSERVATEUR qui veut lui seul former un cours d'observations, & suivre les progrès des anciens Astronomes dans leurs recherches, a commencé par déterminer la hauteur du pôle, ou la latitude du lieu où il est (28); il a reconnu la direction de l'écliptique ou du cercle que décrit le soleil en un an; enfin, il a reconnu les points où l'écliptique coupe l'équateur (54), l'angle qu'il fait avec l'équateur, ou la quantité dont il s'en éloigne dans les points solstitiaux (56); il est en état de déterminer actuellement le progrès du soleil dans ce cercle-là, & les points où il se trouve chaque jour.

Déterminer
chaque jour la
longitude du
soleil.

Fig. 23.

Soit EQ (*Fig. 23.*) l'équateur, HO l'horison, ES l'écliptique inclinée en E de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ sur l'équateur, S le soleil à midi au moment qu'il passe par le méridien: si j'observe (20) de combien de degrés est sa hauteur au-dessus de l'horison, c'est-à-dire, l'arc SB , & que j'en retranche la hauteur AB de l'équateur, qui est toujours la même, à Paris

de $41^{\circ} 10'$, je connoîtrai SA , distance du soleil à l'équateur, que l'on appelle *Déclinaison du Soleil* (132); or dans le triangle sphérique SEA rectangle en A , si l'on connoît l'angle E , de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, & le côté opposé SA , on trouvera par la Trigonométrie sphérique l'hypothénuse ES , qui est le lieu ou la *longitude* du soleil, c'est-à-dire, sa distance au point équinoxial E , mesurée le long de l'écliptique. Il suffira de dire: *Le sinus de l'angle E ou de l'obliquité de l'écliptique, est au sinus de la déclinaison observée AS, comme le rayon est au sinus de l'hypothénuse ES.*

563. EXEMPLE. Le 22 Mars 1752, à l'Observatoire royal de Berlin, avec un quart-de-cercle mural de 5 pieds de rayon, j'observai la hauteur du bord du soleil, & je conclus de mon observation, que la hauteur vraie du centre du soleil étoit de $38^{\circ} 22' 27''$; j'avois déterminé précédemment la hauteur de l'équateur de $37^{\circ} 28' 47''$, celle-ci étant ôtée de celle du soleil, il reste $0^{\circ} 53' 40''$ pour la déclinaison vraie du soleil, & supposant pour l'obliquité de l'écliptique $23^{\circ} 28' 11''$, j'ai fait cette proportion pour résoudre le triangle sphérique ESA : le sinus de $23^{\circ} 28' 11''$ ou de l'angle E , est au sinus de $53' 40''$, qui est le côté AS , comme le sinus total est au sinus de l'hypothénuse ES , longitude du soleil, qui s'est trouvée par cette règle de trois être de $2^{\circ} 14' 40''$.

Si la hauteur du soleil étoit moindre que la hauteur de l'équateur, il faudroit retrancher la première de la seconde, le point S tomberoit en C , la déclinaison du soleil seroit australe, & l'hypothénuse trouvée par l'opération précédente, seroit la distance du soleil à l'équinoxe d'automne ou au premier point de la Balance; alors il faudroit ajouter six signes à cette hypothénuse pour avoir la distance du soleil à l'équinoxe du printemps, ou au premier point du Bélier, d'où l'on compte les longitudes. Il faut aussi considérer que si la déclinaison du soleil alloit en diminuant, au lieu d'être croissante comme dans l'exemple précédent, alors l'hypothénuse ES seroit la distance à l'équinoxe suivant, & il faudroit prendre son *supplément*, ou ce qui s'en manque, pour aller à six signes, afin d'avoir la distance à

l'équinoxe précédent : l'on y ajouteroit encore six signes , si la déclinaison du soleil étoit australe.

Inégalité du
Soleil.

564. Telle est la méthode dont plusieurs anciens Astronomes se sont servis pour trouver chaque jour la longitude du soleil , par le moyen de sa déclinaison , (Voyez Copernic , *L. II. ch. 14.*) ; & il n'en falloit pas davantage pour reconnoître ses inégalités. En effet , connoissant la durée de l'année solaire (125) , c'est-à-dire , le temps qu'il emploie à décrire 360 degrés , il est aisé de trouver combien de degrés de longitude il doit avoir tous les jours de l'année , & de voir si cela est d'accord avec les degrés de la vraie longitude observée de jour à autre. On dut trouver bientôt qu'en effet le soleil étoit quelquefois plus avancé de deux degrés qu'il n'auroit dû l'être , en suivant cette longitude moyenne égale ou uniforme , distribuée sur tous les jours de l'année , & que six mois après la longitude vraie étoit moins avancée , ou plus petite de deux degrés que la longitude moyenne.

Longitude
moyenne.

565. Lorsqu'on partage 360 degrés ou 1296000'' en $365 \frac{1}{4}$ parties , on trouve que le soleil doit faire $56' 8''$ & $\frac{3}{10}$ par jour ; ainsi en additionnant cette quantité 365 fois de suite , il est aisé de trouver pour chaque jour ce que doit être la longitude du soleil , supposant qu'elle croisse régulièrement & d'une manière uniforme , c'est-à-dire , tous les jours d'une même quantité : la longitude ainsi trouvée pour chaque jour , par l'addition successive du mouvement diurne ou de $59' 8''$, s'appellera désormais **LONGITUDE MOYENNE.**

Lorsque les Astronomes eurent observé pendant une année de suite , en suivant la méthode précédente (562) , le lieu vrai du soleil dans l'écliptique tous les jours à midi , ils virent que cette longitude vraie observée n'étoit pas toujours égale à la longitude moyenne calculée par avance pour chaque jour : en effet , la longitude vraie du soleil n'est égale à la longitude moyenne que vers le commencement de Janvier & de Juillet ; elle est plus petite au mois d'Avril d'environ 2 degrés (ou plus exactement $1^{\circ} 55' 31''$) , c'est-à-dire , que le 1^{r.} de Mars le soleil est au point où il devoit être le 3 , deux jours après , s'il avançoit uniformément

dans l'écliptique, & si sa longitude vraie étoit toujours égale à sa longitude moyenne ; au contraire vers le commencement d'Octobre , la longitude vraie est plus avancée de la même quantité que n'est la longitude moyenne : cette inégalité du soleil ou cette différence s'appelle EQUATION DU CENTRE. Nous verrons bientôt comment Ptolémée parvint à la calculer pour tous les jours , & à connoître la loi & la mesure de cette équation. On appelle en général EQUATION dans l'Astronomie , la différence qu'il y a entre une quantité actuelle , & la valeur qu'auroit cette même quantité si elle croissoit toujours uniformément & sans aucune inégalité. Nous en parlerons plus au long dans le VI^e. Liv.

Equation du Centre.

§ 66. Hipparque 120 ans avant J. C. connoissoit déjà l'équation du soleil , mais il n'y avoit pas long-temps qu'on en étoit instruit. Sénèque nous apprend dans le VII^e. Livre de ses Questions Naturelles , qu'au temps de Démocrite , (450 ans avant J. C.) , on n'avoit pas encore bien mesuré la durée de la révolution des cinq planetes. Eudoxe & Platon voyagerent en Egypte (213) , & en rapporterent dans la Grece quelques notions d'Astronomie , mais elles étoient encore assez imparfaites, puisque 500 ans après , Ptolémée disoit (dans son IX^e. Livre) qu'on n'avoit point eu avant lui une connoissance exacte des révolutions planétaires , & qu'il avoit réformé avec de longs travaux cette partie de l'Astronomie.

Si les révolutions des planetes étoient peu connues , les inégalités des mouvemens planétaires l'étoient encore moins ; elles n'avoient point été remarquées par les Egyptiens ni par les Grecs avant Hipparque : Pythagore supposoit dans tous ces mouvemens une parfaite égalité , comme suite essentielle de l'ordre éternel & immuable de ces corps célestes , (*Geminus in Elem. Astron.*). Cependant la méthode que nous avons détaillée (art. 562) , dut servir à reconnoître ces inégalités aussi-tôt qu'on eût observé avec soin la durée de leurs révolutions , & qu'on eût essayé d'y comparer des observations intermédiaires : mais avant le temps d'Hipparque on n'avoit que très-peu observé les planetes , & l'on ne connoissoit qu'à peu-près la durée de leurs

révolutions ; le soleil & la lune étoient les seuls astres qu'on eût examinés avec soin ; aussi le soleil & la lune furent les premiers astres dont l'inégalité , ou l'équation du centre fût reconnue.

Les Disciples de Pythagore furent les premiers qui imaginèrent pour cela des cercles excentriques , suivant Nicomache , au rapport de Simplicius , (*Comm. II. de Cælo*). Voyez Riccioli , (*Almagest. L. IX. sect. 3. ch. 2.*). Nous en parlerons après avoir dit un mot de la manière dont Ptolémée observoit cette inégalité.

§ 67. Ptolémée , ou ses prédécesseurs à Alexandrie , avoient observé par préférence le temps où le soleil étoit à sa plus grande hauteur & à son plus grand abaissement , c'est-à-dire , les solstices (51) , & le temps où il étoit à égale distance de ces deux points-là , c'est-à-dire , dans les équinoxes (53) : ces observations se faisoient avec des Armilles ou de grands cercles de métal , qui étoient dans le plan de l'équateur. Lorsque l'ombre de la partie supérieure d'un de ces équateurs artificiel tomboit exactement sur la partie inférieure du cercle , on étoit assuré que le soleil étoit dans le plan de ce cercle ; on voyoit le soleil s'élever sur l'horison , sans que l'ombre du cercle cessât d'être renfermée dans son plan , & l'on jugeoit alors le soleil dans l'équateur.

§ 68. A l'égard des solstices , on les observoit par le moyen d'un gnomon , ou d'un style vertical quelconque ; l'ombre la plus grande & l'ombre la plus petite marquoient les temps des solstices : l'ombre qui répondoit à une hauteur moyenne entre la plus grande & la plus petite , c'est-à-dire , à la hauteur de l'équateur , marquoit le temps des équinoxes. Ayant ainsi observé long-tems les équinoxes & les solstices , on vit qu'ils n'étoient point disposés entre eux à des distances égales , & cela fit chercher des hypothèses pour expliquer ces inégalités.

§ 69. La première idée que l'on dut avoir de la cause de cette inégalité , fut qu'elle étoit seulement apparente. Le soleil , disoient les premiers Philosophes , doit décrire un cercle , puisque c'est la plus parfaite de toutes les figures ,

& le doit décrire uniformément, puisque le mouvement uniforme est le plus parfait de tous; mais la terre où nous sommes placés, n'est pas au centre de ce cercle, dès-lors les parties du cercle les plus éloignées de nous, paroissent plus petites que les portions les plus voisines, & le mouvement du soleil nous paroît plus petit dans les premières. Soit *E* (*Fig. 24.*) le centre du cercle que décrit le soleil, & *F* un autre point où la terre soit supposée être placée; le soleil étant en *N*, sera plus éloigné de nous que lorsqu'il sera en *P*, le point *N* du grand orbe qui est le plus éloigné de la terre, s'appelle l'APOGÉE, & le point opposé *P*, où il est le plus près de nous, se nomme PÉRIGÉE*; la quantité *EF*, ou la distance entre le centre de l'orbite & le point où est supposé l'Observateur, s'appelle l'EXCENTRICITÉ DU SOLEIL.

Fig. 24.

Apogée &
Excentricité
du Soleil.

570. Ptolémée trouva que depuis l'équinoxe du printemps jusqu'au solstice d'été, il se passoit 94 jours $\frac{1}{2}$, & depuis le solstice jusqu'à l'autre équinoxe, 92 $\frac{1}{2}$, c'est-à-dire, deux jours de moins; le mouvement du soleil en deux jours est de $1^{\circ} 58'$, ainsi le mouvement du soleil étoit plus grand d'environ $1^{\circ} 58'$ pendant l'été que pendant l'automne.

Hypothèse de
Ptolémée.

Soit *E* le centre du cercle que le soleil est supposé décrire uniformément, il s'agit de trouver le point *F*, où doit être située la terre pour que le mouvement du soleil paroisse inégal, à raison seulement de sa distance plus ou moins grande: soit *A* le lieu du soleil lorsqu'il est dans le point de l'équinoxe du printemps, *B* le point du solstice, *C* le point de l'équinoxe d'automne; ayant tiré d'abord une corde *AC*, & ensuite une autre corde *BD* perpendiculaire à la première, le point d'intersection *F* est nécessairement le point où il faut placer l'œil, car il n'y a aucun autre point d'où l'on puisse voir *A, B, C, D*, distans exactement de 90° . L'arc *ABC* qui est le moyen mouvement du soleil entre les deux équinoxes, ou dans l'espace de 187 jours, est connu par la durée de la révolution du soleil, il est de $184^{\circ} 20'$, dont la moitié *AH* est de $92^{\circ} 10'$; si on retranche *AH* de *AB*, moyen mouvement du soleil entre

Fig. 24.

* $\Lambda' \pi \sigma$, longè, *πρῶcul*, $\Pi \epsilon \rho \iota$, *propier*, $\Gamma \eta$, *Terra*.

l'équinoxe & le solstice $93^{\circ} 9'$, il reste BH de $59'$: si de AH on ôte le quart-de-cercle GH , on aura $AG = 2^{\circ} 10'$. Connoissant AG & BH , on connoitra leur sinus FL , LE ; on trouvera donc FE de 415, en supposant le rayon du cercle de 10000; c'est l'*Excentricité* du soleil. On trouvera aussi l'angle F ou l'arc $NH = 24^{\circ} \frac{1}{2}$: cela fait voir que l'apogée précédoit de $24^{\circ} \frac{1}{2}$ le solstice d'été au temps de Ptolémée. Nous trouvons actuellement qu'il est au contraire plus avancé de huit degrés que le solstice.

Quantité de
l'Excentricité.

A l'égard de l'excentricité que Ptolémée trouvoit de 415, les Arabes la diminuèrent & la réduisirent à 347; nous la trouvons aujourd'hui, par des observations les plus exactes, de 338 seulement, comme nous aurons occasion de le dire. (939)

§ 71. Cette grande différence d'excentricité donna lieu à Arzachel, l'un des Arabes d'Espagne qui vivoit vers l'an 1080, de supposer que le centre de l'orbe annuel tournoit dans un petit cercle, au moyen duquel il expliquoit & le changement d'excentricité, & le mouvement de l'apogée. Copernic adopta dans la suite une semblable hypothèse, (*Liv. III. chap. 22.*) ; mais il est reconnu aujourd'hui que tout cela n'étoit fondé que sur l'erreur des anciennes observations : car l'excentricité déduite des meilleures observations de Tycho-Brahé, de Flamsteed & de M. de la Caille, quoique fort éloignées entre elles, se trouve exactement la même. L'hypothèse d'Arzachel a été employée avec succès par Horoccius & Newton dans la théorie de la lune, comme on le verra dans le VII^e. Livre.

§ 72. Ptolémée suppose donc que le soleil tourne annuellement d'une manière uniforme dans un cercle, dont E est le centre, tandis que notre terre est placée en F ; cette différence EF entre le point d'où nous observons, & celui autour duquel se fait le mouvement, est cause, selon lui, de l'inégalité apparente; l'arc NH étant plus éloigné de nous que l'arc CP , doit paroître plus petit, même en le supposant égal & parcouru dans le même temps, parce que les objets paroissent d'autant plus petits qu'ils sont plus éloignés de nous.

Ce que nous venons d'expliquer par un cercle excentrique, peut s'expliquer tout de même par un cercle *homocentrique* chargé d'un épicycle. Soit *F*, (*Fig. 25.*) le centre de l'homocentrique, *GHK* le petit cercle appelé épicycle, dont le centre *B* parcourt uniformément la circonférence *AB* d'occident en orient, tandis que le soleil parcourt l'épicycle en sens contraire, ou d'orient en occident; supposons que le point *G* de l'épicycle qu'on appelle l'apogée, se soit trouvé sur le rayon *FA* au commencement du mouvement, on prend l'arc *GH* égal en nombre de degrés à l'arc *AB*, & le point *H* est le lieu du soleil, tandis que le point *B* est le centre de l'épicycle; prenons ensuite *FE* parallèle & égale à *BH*, & du point *E* comme centre décrivons un autre cercle, dont le rayon *EH* soit égal à *FB*, ce cercle *NHC* sera précisément l'excentrique décrit par le soleil dans l'hypothèse précédente, tel que le supposoit Ptolémée; l'angle *NEH* est le même dans les deux cas, c'est le mouvement vrai & uniforme du soleil égal à l'arc *NH*, tandis que ce mouvement vû du point *F*, est plus petit, parce que la distance *FN* du soleil dans l'apogée est plus grande que la distance *FP* dans le périégée; l'arc *NH* décrit sur l'excentrique dans la première hypothèse, est le même que l'arc *AB* décrit par le centre de l'épicycle dans la seconde hypothèse; l'un & l'autre est proportionnel au temps, c'est-à-dire, augmente de 59' 8" par jour: l'inégalité dans la première hypothèse consiste en ce que l'arc *NH* est vû du point *F*, au lieu d'être vû de son centre *E*; & dans l'hypothèse des épicycles, c'est toujours la quantité *NH* vûe du point *F*, qui est le véritable arc décrit par le soleil, puisqu'il étoit en *N* au commencement du mouvement, & qu'il se trouve parvenu en *H*. (*Voyez Copernic, L. III. ch. 15.*). Ce n'est pas ici le lieu de nous étendre davantage sur l'inégalité des planètes; ce sera dans le VI^e. Livre que nous traiterons de la véritable figure des orbites planétaires, & de la méthode exacte qu'il faut suivre pour en déterminer les inégalités.

Explication par un épicycle.

Fig. 25.

573. La hauteur méridienne du soleil qui a servi à déterminer sa longitude (562), peut servir également à

Observer l'Ascension droite du Soleil.

Fig. 23.

trouver son ascension droite ; lorsqu'on connoît la déclinaison AS (Fig. 23.), on peut dans le triangle SEA trouver également le côté AE , qui est la distance du soleil à l'équinoxe comptée sur l'équateur. Pour cela on fera cette proportion : *La tangente de l'obliquité de l'écliptique ou de l'Angle E, est à la tangente de la déclinaison AS comme le rayon est au sinus de l'arc EA.*

On trouvera dans le XXIV^e. Livre des exemples de ces sortes de proportions, que l'on rend très-faciles par le moyen des logarithmes des sinus. En effet, si du logarithme de la tangente de la déclinaison observée, on ôte celui de la tangente de l'obliquité de l'écliptique, on aura le logarithme du sinus de la distance du soleil au plus proche équinoxe E . Si le soleil a passé le solstice d'été, il faut prendre le supplément de la distance trouvée ; s'il a passé l'équinoxe d'automne, il faut y ajouter 180° ; s'il a passé le solstice d'hiver, il faut prendre ce qui s'en manque pour aller à 360° . Cette règle revient au même que ce qu'on a vû dans l'art. 563 ; elle est fondée sur ce que le calcul précédent donne la distance à celui des deux équinoxes dont le soleil est le plus proche ; au lieu que c'est à l'équinoxe du printemps qu'on se propose de rapporter toutes les ascensions droites.

574. Le seul inconvénient qu'on peut objecter à cette méthode, est qu'elle dépend trop de la hauteur de l'équateur. Si je me trompe de $10''$ sur la hauteur de l'équateur ; ou sur la déclinaison, il en résultera $23''$ au moins pour l'erreur de l'ascension droite ; car vers l'équinoxe le mouvement diurne en ascension droite est de $54' 31''$, & le mouvement en déclinaison de $23' 42''$ seulement. Mais il est aisé de rectifier cette erreur en répétant la même opération vers l'équinoxe d'automne ; car la même cause qui aura fait trouver une ascension droite trop grande vers l'équinoxe de Mars, en fera trouver une trop petite vers l'équinoxe de Septembre, & comme on prendra naturellement un milieu entre les deux résultats, on aura une ascension droite qui ne sera point affectée par la hauteur de l'équateur. Si dans le premier cas, la déclinaison DS (Fig. 26.) a été supposée trop grande de $10''$, j'ai dû trouver l'ascension

Fig. 26.

droite γD trop grande de $23''$; dans l'autre équinoxe j'aurai , par la même raison , la déclinaison $B G$ trop grande de $10''$, & l'arc $B \simeq$ trop grand aussi de $23''$, c'est-à-dire , que l'ascension droite γB sera trop petite d'autant ; ainsi cette erreur compenfera la précédente. C'est cette considération qui peut-être a fait trouver autrefois à M. Flamsteed la méthode suivante , qui ne dépend point de la hauteur de l'équateur , ni de la quantité absolue de la déclinaison. Cette méthode a l'avantage de donner tout à la fois l'ascension droite du soleil , & celle d'une étoile à laquelle on compare le soleil ; & c'est-là ce que nous avons annoncé (art. 131.) comme le fondement du Catalogue des étoiles , & par conséquent de toute l'Astronomie.

Méthode exacte pour observer l'Ascension droite du Soleil & celle d'une Etoile.

§ 75. La méthode adoptée actuellement par les meilleurs Astronomes * pour observer l'ascension droite du soleil , consiste à le comparer deux fois l'année avec la même étoile , lorsqu'il se trouve dans son parallèle avant & après le solstice : nous allons expliquer cette méthode qui a servi soit à M. le Monnier pour son Zodiaque (472) , soit à M. de la Caille pour construire le nombreux Catalogue d'étoiles que nous avons de lui (468).

Soit $\gamma D B \simeq$ (*Fig. 26.*) l'équateur , $\gamma S H \simeq$ l'éclip- *Fig. 26.*
tique , E une étoile , & S le soleil lorsqu'il passe dans le même parallèle que l'étoile E , c'est-à-dire , quand sa déclinaison SD est égale à la déclinaison EC de l'étoile. Je suppose que ce jour-là on ait observé la différence d'ascension droite DC entre le soleil & l'étoile (131) , le soleil ayant ensuite passé par le solstice H , reviendra quelques mois après au point G de l'écliptique , qui a encore la même déclinaison GB que l'étoile ; sa distance $B \simeq$ à l'équinoxe d'automne sera pour lors égale à la distance γD , où il se

* Flamsteed , *Historia Cælestis* , 1725. in-fol.
Histoire Céleste , par M. le Monnier , 1741. in-4°.
Elémens d'Astronomie , par M. de la Caille , 1761. in 8°. page 175,
G g ij

trouvoit dans la premiere observation par rapport à l'équinoxe du printemps ; je suppose qu'on observe encore la différence BC d'ascension droite entre le soleil & la même étoile, on ajoutera ensemble ces deux différences observées DC & CB , l'on aura DB mouvement total en ascension droite, qu'a eu le soleil dans l'intervalle des deux observations; la moitié DK de ce mouvement fera la distance au colure des solstices, parce que le soleil étoit chaque fois à une égale distance soit des équinoxes, soit des solstices ; enfin, le complément de DK fera γD , ascension droite du soleil dans la premiere observation. Ce qu'il falloit trouver.

Attentions
qu'exige cette
méthode.

§ 76. Si l'étoile C avoit eu un petit mouvement en ascension droite, entre les deux temps d'observation, du même sens que le soleil, & de maniere à faire paroître trop petite la différence d'ascension droite, il faudroit l'ajouter à la seconde différence d'ascension droite CB , afin d'obtenir cette différence d'ascension droite, telle qu'elle auroit été si l'étoile se fût trouvée précisément à même distance des équinoxes dans les deux observations ; car si l'étoile a avancé du même côté que le soleil, & qu'on la suppose passer au méridien après le soleil, on trouvera la différence de leurs passages plus petite que si l'étoile eût resté constamment au même point du ciel, il faut donc augmenter cette différence pour avoir celle qu'on auroit trouvée si l'étoile eût été immobile. S'il arrive au contraire que le mouvement de l'étoile soit tel qu'elle se soit éloignée du soleil, & que dans la seconde observation la différence d'ascension droite en soit augmentée, il faudra en retrancher ce mouvement, pour réduire tout à l'état d'immobilité que cette méthode suppose & dans les équinoxes & dans l'étoile.

§ 77. Les observations du soleil se font toujours dans le méridien ; & il peut arriver que dans la seconde observation le soleil à midi ne soit pas exactement à une distance GB de l'équateur égale à celle de l'étoile : s'il s'en faut ; par exemple, de $10''$, on cherchera par le calcul de combien il faut que l'ascension droite γB ait augmenté pour

faire diminuer de $10''$ la déclinaison BG , si l'on trouve $23''$, il faudra les ajouter à la différence d'ascension droite observée, pour avoir la différence CB qui auroit dû s'observer au moment précis où le soleil étoit arrivé dans le même parallèle SG où il s'étoit trouvé au temps de la première observation.

578. Au lieu de choisir une étoile E qui soit ainsi deux fois l'année dans le même parallèle SG que le soleil, on peut prendre toute autre étoile L , dont le parallèle seroit éloigné du soleil de 20 ou de 30° , &c. le procédé seroit le même, il suffiroit d'observer le soleil en S & en G toujours à pareilles déclinaisons, ou à égales distances du parallèle qui passe par l'étoile, & d'avoir à chaque fois la différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile, au moment où le soleil se trouvoit dans le même parallèle.

579. EXEMPLE. M. de la Caille rapporte dans ses Elémens d'Astronomie, p. 175. que le 12 Avril 1749, il observa à Paris la hauteur méridienne du centre du soleil de $49^\circ 58' 33''$, par un grand nombre de hauteurs correspondantes du soleil & de la lyre, il trouva que leur différence d'ascension droite à midi étoit de $103^\circ 50' 54''$. Le 30 Août suivant, le soleil étant revenu à peu-près au même parallèle, sa hauteur méridienne fut observée de $50^\circ 3' 8''$ plus grande seulement de $4' 35''$ que le 12 Avril précédent; & la différence d'ascension droite entre la lyre & le soleil fut observée de $241^\circ 43' 26''$ à midi: le mouvement du soleil en ascension droite d'un jour à l'autre, qu'il étoit aisé d'observer, étoit alors de $55' 10'' 4$, & son mouvement en déclinaison de $21' 45'' 4$; on fera donc la proportion suivante: $21' 45'' 4$ est à $55' 10'' 4$, comme $4' 35''$ font à $11' 37''$, ce qui montre que si la déclinaison du soleil eût été plus grande de $4' 35''$, son ascension droite le 12 Avril eût été aussi plus grande de $11' 37''$, parce que la déclinaison croissant faisoit augmenter la différence d'ascension droite (592); si donc la hauteur méridienne du 12 Avril eût été de $50^\circ 3' 8''$, la différence d'ascension droite eût été au même temps de $104^\circ 2' 31''$. Si l'on ôte $104^\circ 2' 31''$ de $241^\circ 43' 26''$, on aura le mouvement du soleil en ascension droite dans l'intervalle

de son retour au même parallèle $137^{\circ} 40' 55''$; mais ce mouvement est par rapport à l'étoile seulement ; il avoit été plus grand de $18''$ par rapport à l'équinoxe même, parce que l'étoile avoit avancé de $18''$ par rapport à l'équinoxe, dans l'intervalle du 12 Avril au 30 Août, en sorte que le soleil étoit moins éloigné de l'étoile dans la seconde observation, qu'il n'eût été si l'étoile avoit conservé la même position par rapport à l'équinoxe ; (on verra dans les Livres XVI. & XVII. qui traitent des mouvemens apparens des étoiles, les causes de cette petite différence). Ajoutant donc $18''$ au mouvement d'ascension droite, il se trouvera de $137^{\circ} 41' 13''$, c'est l'arc DB (*Fig. 26.*), le colure des solstices HK passe par le milieu de cet arc DB ; ainsi l'arc BK ou l'arc KD est de $68^{\circ} 50' 36'' 5$, c'est la portion de l'équateur comprise entre le colure des solstices, & le point où répondoit le soleil le 12 Avril au moment qu'il étoit dans le parallèle du 30 Août : le complément de l'arc KD est l'arc γD , $21^{\circ} 9' 23'' 5$, & c'est l'ascension droite vraie du soleil pour le même temps ; mais la lyre précédoit le soleil de $104^{\circ} 2' 31''$, ainsi elle étoit à l'occident de l'équinoxe γ de $82^{\circ} 53' 7'' 5$; & prenant ce qui s'en manque à 360° , on aura $277^{\circ} 6' 52'' 5$, ascension droite de la lyre pour le 12 Avril 1749.

Ascension droite
d'une étoile.

580. C'est par cette méthode que l'ascension droite de la lyre & celle de Sirius, qui devoient servir de fondement à toutes les autres déterminations, ont été fixées chacune par un grand nombre de comparaisons faites pendant plusieurs années & en différentes saisons, au Cap de Bonne Esp. & à Paris, la première de $277^{\circ} 7' 4'' 2$, & la seconde de $98^{\circ} 32' 2'' 0$ pour le commencement de 1750, (*Astron. Fund. pag. 221. & 223.*). Ce fut à ces deux étoiles primitives que M. de la Caille compara toutes les autres étoiles, en prenant des hauteurs correspondantes de chacune, il trouvoit ainsi 15 à 20 fois dans un même jour le passage au méridien de ces étoiles, & déterminoit par-là leurs ascensions droites avec autant de précision, que si elles eussent toutes été comparées au soleil deux fois l'année, suivant la méthode précédente (575) ; ce sont ces observations

dont une grande partie compose le Livre que nous venons de citer , imprimé à Paris en 1757 , mais dont il n'existe qu'un très-petit nombre d'exemplaires seulement entre les mains des Astronomes à qui M. de la Caille en avoit fait présent.

§ 81. M. le Monnier occupé dès l'année 1737 du même objet , avoit déjà employé cette méthode : il donna dans le Discours préliminaire de l'Histoire Céleste imprimée en 1741 , pag. lxxxv. & suiv. la position des étoiles , auxquelles il vouloit comparer toutes les autres , comme il l'a fait depuis (472). La méthode par laquelle M. le Monnier a comparé chaque étoile à celles qu'il avoit d'abord déterminées , a été celle des différences de passages d'abord à une lunette mobile , ensuite à un quart-de-cercle mural : nous décrirons cette méthode aussi bien que la maniere de prendre des hauteurs correspondantes , dans le XIV^e. Livre.

§ 82. La méthode expliquée ci-devant (art. 575), aussi bien que plusieurs autres dont nous ferons souvent usage dans ce Traité , est fondée sur le même principe que celle des hauteurs correspondantes qui sera détaillée ci-après ; elle peut servir à trouver le moment du passage du soleil par le colure des solstices , ou par le point de l'équinoxe , si l'on observe encore la différence d'ascension droite entre le soleil & la même étoile , vers le temps du solstice , ou vers le temps de l'équinoxe : en voici des exemples.

§ 83. Pour trouver le moment du solstice au mois de Juin 1749 , on remarquera que puisque les différences d'ascension droite entre le soleil & la lyre étoient de $104^{\circ} 2' 31''$ & $241^{\circ} 43' 26''$ à égales distances du solstice (579), le milieu qui est $172^{\circ} 52' 58'' \frac{1}{2}$, doit être la différence d'ascension droite entre le soleil & la lyre au moment du solstice ; il s'agit de trouver à quelle heure le soleil a dû avoir cette même différence d'ascension droite : le 19 Juin 1749 , à midi , M. de la Caille observa cette différence de $170^{\circ} 53' 10'' \frac{1}{2}$, seulement trop petite de $1^{\circ} 59' 48''$; & comme elle augmentoit chaque jour de $1^{\circ} 2' 23''$, il lui falloit encore 46^h & $5' \frac{1}{3}$ pour parcourir $1^{\circ} 59' 48''$, & pour parvenir à une différence d'ascension droite de $172^{\circ} 52' 58'' \frac{1}{2}$;

Observer le
temps du solstice.

ainsi l'on trouve par une règle de trois, que le solstice arriva le 20 Juin à 22^h 5' 20".

Observer le
temps de l'équi-
noxe.

§ 84. Pour trouver le temps de l'équinoxe arrivé au mois de Mars 1749, on remarquera que dans le calcul de l'art. 579. la lyre étoit à 82° 53' 7" 5 de l'équinoxe, le 12 Avril, ainsi au moment où le soleil est arrivé à l'équinoxe; il a dû y avoir entre eux une différence d'ascension droite de 82° 53' 7" 5; le 21 Mars à midi, la différence fut observée de 83° 49' 18" 8 plus grande de 56' 11" 3, mais le soleil faisoit chaque jour 54' 32" en ascension droite; d'où il est aisé de conclure, par une règle de trois, que le soleil avoit été 24^h 44' plutôt à la distance précise de 82° 53' 7" 5, c'est-à-dire, dans l'équinoxe même, donc l'équinoxe étoit arrivé le 19 Mars à 23^h 16'.

Dans les calculs des deux articles précédens, où il n'étoit question que de faire comprendre la méthode, on a négligé les petites corrections qu'on est obligé de faire dans ces sortes de recherches, pour réduire à un même instant les situations du soleil & de l'étoile qui diffèrent par l'aberration, la nutation, la précession & les attractions de Jupiter, de Vénus & de la Lune, dont nous parlerons dans la suite de cet Ouvrage.

§ 85. La détermination exacte des équinoxes, aussi bien que tous les autres élémens de la théorie du soleil furent donnés par M. Cassini pour la première fois en 1656 (325). Le voyage de Cayenne fait en 1672, confirma pleinement ce que M. Cassini avoit trouvé par la méridienne de Boulogne, & l'on peut dire que dès le premier établissement de l'Académie des Sciences, tous ces points essentiels de l'Astronomie furent pleinement constatés: ce fut postérieurement à ce temps-là que M. Flamsteed fit en Angleterre un semblable travail; & quoique le moyen employé par M. Cassini, je veux dire le gnomon de S. Pétrone, ne semble pas être susceptible d'une aussi grande exactitude, que les grands instrumens qui furent faits en France & en Angleterre quelques années après; cependant M. Cassini trouva dès-lors presque les mêmes résultats.

§ 86. On voit par les détails précédens que l'équinoxe

ne peut se déterminer sans le secours de la déclinaison du soleil, ou de sa hauteur méridienne; c'est cette hauteur qui nous indique essentiellement par son augmentation le temps où le soleil arrivant à la hauteur de l'équateur, forme l'équinoxe. De-là il suit que plus la déclinaison du soleil augmente rapidement, plus il y a de précision & d'avantage à observer l'équinoxe: si la déclinaison DS , (*Fig. 26.*) sert Fig. 26. à trouver le temps où le soleil est arrivé dans l'équinoxe γ , par le moyen du temps où il est arrivé à la distance DS de l'équateur, on connoîtra l'équinoxe avec d'autant plus de précision, que le soleil s'éloignera plus rapidement de l'équateur, & que la déclinaison DS aura eu un plus prompt accroissement: par exemple, si nous avons nécessairement 5 secondes d'incertitude ou d'erreur à craindre dans une déclinaison observée, & que le soleil mette 5 minutes de temps à s'éloigner de l'équateur de 5 secondes, il y aura sur le temps de l'équinoxe 5 minutes d'incertitude; mais si l'on prenoit le temps où arrivé à 15 deg. des solstices, le soleil emploie 20 minutes à s'éloigner de l'équateur de 5 secondes, il y auroit 20 minutes d'incertitude sur le temps de l'équinoxe, puisqu'on a toujours les 5 secondes d'incertitude sur la hauteur, & que les 5 secondes supposent 20 minutes de temps: ainsi, plus le soleil s'éloigne rapidement de l'équateur, plus nous avons d'avantage à déterminer le temps où il y est arrivé, & la distance où il se trouve du point équinoxial; c'est pourquoi il importe pour le succès de la méthode que nous venons d'expliquer, que les deux observations correspondantes se fassent aux environs de l'équinoxe.

DE LA LONGUEUR DE L'ANNÉE.

587. Nous avons donné une légère idée dans le premier Livre (125) de la manière de trouver la durée de l'année solaire; nous le pouvons faire actuellement avec plus d'exactitude, puisque c'est de la détermination des équinoxes (584) que dépend la longueur de l'année. M. Cassini a fait la comparaison d'une multitude d'équinoxes anciens & modernes pour parvenir à cette détermination (*Elem. d'Astr.*

Equinoxe ob-
servé 146 ans
avant J. C.

pag. 207. & suiv.) ; nous en donnerons seulement un exemple. Un des plus anciens équinoxes que Ptolémée nous ait transmis , est celui qui fut observé à midi par Hipparque le 27 du mois Mekir de la 32^e. année de la 3^e. période de Calippus , ou l'année 602 de Nabonassar , ce qui revient au 24 Mars, 146 ans avant J. C. ou 145, suivant la manière de compter de M. Cassini , en prolongeant le calendrier Julien , c'est-à-dire , en supposant une bissextile tous les quatre ans : cette réduction des années se confirme en calculant pour ce jour-là le lieu moyen de la lune , par les Tables modernes réduites à la forme Julienne ; car on trouve le même degré que par les Tables de Ptolémée calculées pour des années Egyptiennes & pour l'époque de Nabonassar ; c'est en calculant avec soin toutes les circonstances de l'observation rapportée dans l'Almageste ; que M. Cassini trouve cet équinoxe à midi précisément pour Alexandrie.

Le 20 Mars 1735 , M. Cassini détermina le temps vrai de l'équinoxe à $14^{\text{h}} 20' 40''$, ce qui fait le 9 Mars $16^{\text{h}} 12' 26''$, suivant le calendrier Julien & au méridien d'Alexandrie ; l'intervalle entre ces deux équinoxes est de 1880 années Juliennes moins $14^{\text{j}} 7^{\text{h}} 42' 34''$: dans les 1880 années il y en a un quart de bissextiles , ce qui donneroit $365^{\text{j}} 6^{\text{h}}$ pour chaque année ; mais il y a 14^{j} de moins : divisant donc cette quantité par 1800 , on aura $10' 58'' 10'''$, qu'il faut retrancher de chacune , & l'on trouve $365^{\text{j}} 5^{\text{h}} 49' 1'' 50'''$, à laquelle on ajoutera $6'' 10'''$, dont l'année apparente est plus petite que la moyenne (589), on aura la grandeur de l'année solaire moyenne $365^{\text{j}} 5^{\text{h}} 49' 8'' 20'''$.

Longueur de l'Année suivant différens Auteurs.

588. Dans les Tables de Ptolémée, la durée de l'année tropique étoit supposée de	$365^{\text{j}} 5^{\text{h}} 55' 12''$
Dans les Tables Alphonlines , faites en 1252 ,	$365 \quad 5 \quad 49 \quad 16$

Dans le Livre de Copernic qui parut en 1543.	365 ⁱ 5 ^h 49' 20''
C'est cette détermination qui fut adoptée dans la réformation du Calendrier Grégorien.	
Suivant M. Cassini , la comparaison de tous les équinoxes d'Hipparque avec ceux qu'il avoit observés lui-même à Paris , donne par un milieu la longueur de l'année ,	365 5 48 49
En employant les observations de Regiomontanus & de Waltherus , depuis 1477 jusqu'à 1501 , M. Cassini trouve	365 5 48 51
En employant les équinoxes observés par Tycho depuis 1584 jusqu'en 1597 ,	365 5 48 47
En employant les équinoxes observés par Copernic ,	365 5 48 43
Flamsteed & Newton ont supposé la longueur de l'année ,	365 5 48 57 $\frac{1}{2}$
M. Halley dans ses Tables Astronomiques ,	365 5 48 55
M. Cassini dans ses Tables ;	365 5 48 52 $\frac{1}{2}$
M. Mayer, (<i>Mém. de Gottingen, T. III.</i>)	365 5 48 51
M. de la Caille , (<i>Mém. Acad. 1757, p. 140.</i>)	365 5 48 49
Suivant mes calculs , (<i>Mém. Acad. 1757. p. 426.</i>)	365 5 48 45 $\frac{1}{2}$

589. Pour que la comparaison de deux équinoxes donne exactement la durée de l'année moyenne , il est nécessaire d'y faire trois corrections , dont nous sommes obligés d'avertir ici le Lecteur , quoique nous n'ayons pas encore expliqué les fondemens dont elles dépendent. La première dépend du mouvement de l'apogée (art. 980) qui dans l'espace d'un an avance de 65'' $\frac{1}{2}$; lorsque le soleil est revenu à l'équinoxe du printemps , ayant environ 8^s 21^o d'anomalie

H h ij

Equinoxe ob-
servé 146 ans
avant J. C.

pag. 207. & suiv.) ; nous en donnerons seulement un exemple. Un des plus anciens équinoxes que Ptolémée nous ait transmis , est celui qui fut observé à midi par Hipparque le 27 du mois Mekir de la 32^e. année de la 3^e. période de Calippus , ou l'année 602 de Nabonassar , ce qui revient au 24 Mars, 146 ans avant J. C. ou 145, suivant la manière de compter de M. Cassini , en prolongeant le calendrier Julien , c'est-à-dire , en supposant une bissextile tous les quatre ans : cette réduction des années se confirme en calculant pour ce jour-là le lieu moyen de la lune , par les Tables modernes réduites à la forme Julienne ; car on trouve le même degré que par les Tables de Ptolémée calculées pour des années Egyptiennes & pour l'époque de Nabonassar ; c'est en calculant avec soin toutes les circonstances de l'observation rapportée dans l'Almageste ; que M. Cassini trouve cet équinoxe à midi précisément pour Alexandrie.

Le 20 Mars 1735 , M. Cassini détermina le temps vrai de l'équinoxe à 14^h 20' 40" , ce qui fait le 9 Mars 16^h 12' 26" , suivant le calendrier Julien & au méridien d'Alexandrie ; l'intervalle entre ces deux équinoxes est de 1880 années Juliennes moins 14^j 7^h 42' 34" : dans les 1880 années il y en a un quart de bissextiles , ce qui donneroit 365^j 6^h pour chaque année ; mais il y a 14^j de moins : divisant donc cette quantité par 1800 , on aura 10' 58" 10^{'''} , qu'il faut retrancher de chacune , & l'on trouve 365^j 5^h 49' 1" 50^{'''} , à laquelle on ajoutera 6" 10^{'''} , dont l'année apparente est plus petite que la moyenne (589) , on aura la grandeur de l'année solaire moyenne 365^j 5^h 49' 8" 20^{'''}.

Longueur de l'Année suivant différens Auteurs.

588. Dans les Tables de Ptolémée, la durée de l'année tropique étoit supposée de	365 ^j 5 ^h 55' 12 ^{''}
Dans les Tables Alphonsines , faites en 1252 ,	365 5 49 16

Dans le Livre de Copernic qui parut en 1543.	365 ⁱ 5 ^h 49' 20"
C'est cette détermination qui fut adoptée dans la réformation du Calendrier Grégorien.	
Suivant M. Cassini , la comparaison de tous les équinoxes d'Hipparque avec ceux qu'il avoit observés lui-même à Paris , donne par un milieu la longueur de l'année ,	365 5 48 49
En employant les observations de Regiomontanus & de Waltherus , depuis 1477 jusqu'à 1501 , M. Cassini trouve	365 5 48 51
En employant les équinoxes observés par Tycho depuis 1584 jusqu'en 1597 ,	365 5 48 47
En employant les équinoxes observés par Copernic ,	365 5 48 43
Flamsteed & Newton ont supposé la longueur de l'année ,	365 5 48 57 $\frac{1}{2}$
M. Halley dans ses Tables Astronomiques ,	365 5 48 55
M. Cassini dans ses Tables ,	365 5 48 52 $\frac{1}{2}$
M. Mayer, (<i>Mém. de Gottingen, T. III.</i>)	365 5 48 51
M. de la Caille , (<i>Mém. Acad. 1757, p. 140.</i>)	365 5 48 49
Suivant mes calculs , (<i>Mém. Acad. 1757. p. 426.</i>)	365 5 48 45 $\frac{1}{2}$

589. Pour que la comparaison de deux équinoxes donne exactement la durée de l'année moyenne , il est nécessaire d'y faire trois corrections , dont nous sommes obligés d'avertir ici le Lecteur , quoique nous n'ayons pas encore expliqué les fondemens dont elles dépendent. La première dépend du mouvement de l'apogée (art. 980) qui dans l'espace d'un an avance de 65" $\frac{1}{2}$; lorsque le soleil est revenu à l'équinoxe du printemps , ayant environ 8^s 21^o d'anomalie

H h ij

moyenne, son équation est plus petite de $0'' 29$ que l'année précédente, ce qui diminue d'autant sa longitude; ainsi il faut ajouter à l'intervalle de temps écoulé entre ces deux équinoxes, le temps que le soleil auroit employé à parcourir cette petite quantité, & c'est $7'' 18$ de temps. Au contraire quand on compare entre eux deux équinoxes d'automne, le soleil ayant actuellement au temps de l'équinoxe $2^s 21^o$ d'anomalie moyenne, l'équation est plus petite dans le second que dans le premier de $0'' 38$, ce qui augmente la longitude du soleil, & fait paroître trop petite la durée apparente de l'année, & l'on est obligé d'y ajouter $9'' 30$, pour avoir la durée moyenne dégagée de cette inégalité. C'est par cette même considération que M. Cassini, dans ses *Elémens d'Astronomie*, pag. 227, avertit qu'il a retranché $6'' 38'''$ dans les équinoxes du printemps, & qu'il a ajouté $5''$ dans les équinoxes d'automne, pour avoir la grandeur de l'année solaire moyenne. Cette correction seroit beaucoup plus grande dans la comparaison des solstices.

590. La seconde correction qu'exige la longueur de l'année, est celle que j'ai démontrée dans les *Mém. de l'Acad. année 1757*, p. 425. On verra dans le XXII^e. Livre que l'attraction de Jupiter & de Vénus sur la terre, fait que la précession des équinoxes est actuellement de $0'' 2358$ plus grande chaque année, que la précession moyenne entre Hipparque & nous; d'où il résulte que l'année est actuellement plus courte de $5'' 742$ que l'année moyenne, qu'on déduit de la comparaison des observations d'Hipparque avec les nôtres, & le mouvement séculaire plus petit de $23'' 57$; il faut donc pour que les anciennes observations soient d'accord avec les modernes, que les observations d'Hipparque paroissent donner un mouvement séculaire plus petit que les observations postérieures; il faut qu'en supposant ce mouvement assez grand pour représenter les observations de Tycho, les Tables aient une erreur en moins de $7' \frac{1}{2}$ au temps d'Hipparque: c'est ce qui se trouve exactement en supposant le mouvement séculaire de $46' 6''$, ou la longueur actuelle de l'année solaire $365^j 5^h 48' 45'' \frac{1}{2}$. Cette quantité qui jusqu'à présent pouvoit paroître un peu trop petite, se

Longueur exacte
de l'année.

trouve être la seule qui puisse satisfaire aux observations d'Hipparque & de Tycho, & cela sans admettre aucune accélération dans la longueur de l'année, quoiqu'on l'eût soupçonné d'après les observations de Ptolémée.

La troisième correction qu'exige la longueur de l'année déduite de la comparaison de deux équinoxes, provient des inégalités que la terre éprouve par les petites attractions de la Lune, de Jupiter & de Vénus, dont nous parlerons dans le XXII^e. Livre, & qui peuvent faire arriver l'équinoxe plutôt dans une année que dans l'autre; cette correction est la plus petite des trois quand on prend un intervalle d'un grand nombre d'années, parce qu'elle ne se multiplie pas comme les deux précédentes, mais il faudroit y avoir égard si l'on choisissoit un intervalle de 50 ou 60 ans pour connoître la durée exacte de l'année.

591. La longueur de l'année *tropicque*, les retours du soleil à l'équinoxe que nous venons de déterminer, sont ce qu'il importe de connoître dans la société, parce que c'est ce qui détermine le retour des saisons; mais les Astronomes considèrent souvent la durée de l'année par rapport aux étoiles fixes, & celle-ci est plus longue. En effet, les points équinoxiaux rétrogradent chaque année $50''\frac{1}{3}$ (616), & les longitudes des étoiles augmentent de la même quantité; ainsi le soleil doit rencontrer une étoile plus tard que l'équinoxe, en supposant que l'année précédente il eût rencontré l'étoile & l'équinoxe en même temps: le mouvement du soleil étant de $59' 8''$ par jour (565), il lui faut $20' 25''$ de temps pour parcourir ces $50''\frac{1}{3}$, d'où il suit que la longueur de l'année fédérale sera de $365^h 9' 10''$. Nous distinguerons encore dans le VI^e. Livre une autre sorte d'année, dont les Astronomes font quelquefois usage, c'est le retour du soleil à son apogée, qui est plus long de $26' 35''$ que le retour à l'équinoxe, parce que l'apogée du soleil avance chaque année de $65'' 5$; ainsi l'année anomalistique est de $365^h 15' 20''$, ou de $4''$ plus grande, suivant M. l'Abbé de la Caille, (*Mém. Acad.* 1757. p. 141.). (981)

Année fédérale
ou périodique.

Année
anomalistique.

Du mouvement du Soleil en ascension droite.

592. L'usage de la méthode (575) qui donne les lieux du soleil & des étoiles , exige que l'on connoisse le mouvement du soleil en ascension droite , par le moyen du mouvement en déclinaison ; ainsi dans l'exemple (579) 4' 35" de différence entre les hauteurs du soleil nous a fait trouver 11' 37" pour le changement de l'ascension droite. On pourroit , à la vérité , conclure ce mouvement des observations faites d'un jour à l'autre , mais il est encore plus facile de le conclure immédiatement , & par une simple opération du mouvement en déclinaison observé , c'est-à-dire , de la différence des hauteurs méridiennes observées deux jours de suite. Voici une règle commode pour cette opération : *Multipliez le changement de la déclinaison par la cotangente de l'obliquité de l'écliptique , & divisez par le cosinus de la déclinaison du soleil , qui aura été multiplié par le cosinus de la longitude , l'une & l'autre prises seulement à quelques minutes près pour le milieu de l'intervalle de temps, dans lequel on cherche le mouvement en ascension droite par le moyen du mouvement en déclinaison.*

Fig. 27.

DÉMONSTRATION. Soit ED (Fig. 27.) l'ascension droite du soleil , DS sa déclinaison , P le pôle de l'équateur , SA le mouvement diurne du soleil en longitude , AC le mouvement diurne en déclinaison , DB ou l'angle P dont il est la mesure , le mouvement diurne en ascension droite qu'il s'agit de trouver : dans le petit triangle ASC qui est sensiblement rectiligne , on a par les règles de la Trigonométrie , $SC = AC \operatorname{tang.} A$, & parce que BD est la mesure de l'angle P , SC qui est plus petit , & qui est de même un petit arc perpendiculaire sur PS , sera $= BD \sin. PS$, ou $= BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.} (593)$, c'est-à-dire , que $SC = BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.}$ d'un autre côté $SC = AC \operatorname{tang.} A$; donc on a $AC \operatorname{tang.} A = BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.}$ & $AC = BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.} \operatorname{cot.} A$, Mais suivant une des règles de la Trigonométrie sphérique , on a dans le triangle-rectangle EAB $\operatorname{cotang.} A = \operatorname{tang.} E \operatorname{cos.}$ $EA = \operatorname{tang.} \operatorname{obliq.} \operatorname{eclip.} \operatorname{cos.} \operatorname{long.}$ Donc

$AC = BD \cos. \text{declin.} \cos. \text{long.} \tan. \text{obliq.} \text{éclip. ou}$
 $BD = \frac{AC \cdot \cotang. \text{obl.}}{\cos. \text{décl.} \cos. \text{long.}}$ C'est à quoi se réduit la formule
 qu'il falloit démontrer.

§ 93. Dans la Démonstration précédente nous avons Formule
remarquable.
 supposé que $SC = BD \sin. PS$, cette formule sera d'un
 usage fréquent dans plusieurs autres circonstances, & il
 faut la démontrer avec un peu plus de soin : en général,
 supposons deux grands cercles PSD, PAB , (*Fig. 27.*) Fig. 27.
 qui fassent entre eux un angle très-petit en P , que PD
 soit de 90° , en sorte que DB soit la mesure du petit
 angle P ; qu'à une distance quelconque du sommet P , on
 tire un autre arc de grand cercle SC , perpendiculaire sur
 PC , & qui par sa petitesse peut être regardé comme une
 petite ligne droite; dans le triangle PSC rectangle en S ,
 on aura cette proportion tirée de la règle la plus commune
 de la Trigonométrie sphérique : le rayon est au sinus de
 l'hypothénuse PS , comme le sinus du petit angle P est au
 sinus du petit arc SC , ou comme l'angle P est à l'arc SC ,
 (parce que les petits arcs sont égaux à leurs sinus), ou
 comme l'arc BD est à l'arc SC ; ainsi prenant l'unité pour
 le rayon ou sinus total, on aura $1 : \sin. PS :: BD : SC$,
 donc $SC = BD \sin. PS$; c'est-à-dire, qu'en général, *un*
arc perpendiculaire tiré au-dedans d'un très-petit angle
sphérique, est égal à ce petit angle multiplié par le sinus
de la distance de l'arc au sommet de l'angle.

*Temps que le Soleil emploie à traverser le Méridien ,
 le Vertical & l'Horison.*

§ 94. On verra dans le Livre XIV. que toutes les ob-
 servations du soleil se font sur le bord de cet astre, & qu'on
 est obligé par le calcul de les réduire au centre : la pre-
 miere chose qu'on est obligé de sçavoir pour cet effet, c'est
 le temps que le diamètre du soleil par son mouvement
 d'urne emploie à traverser le méridien, & cette recherche
 tient assez à la proposition précédente pour que nous ayons
 cru devoir la placer ici.

Du mouvement du Soleil en ascension droite.

592. L'usage de la méthode (575) qui donne les lieux du soleil & des étoiles , exige que l'on connoisse le mouvement du soleil en ascension droite , par le moyen du mouvement en déclinaison ; ainsi dans l'exemple (579) 4' 35" de différence entre les hauteurs du soleil nous a fait trouver 11' 37" pour le changement de l'ascension droite. On pourroit , à la vérité , conclure ce mouvement des observations faites d'un jour à l'autre , mais il est encore plus facile de le conclure immédiatement , & par une simple opération du mouvement en déclinaison observé , c'est-à-dire , de la différence des hauteurs méridiennes observées deux jours de suite. Voici une règle commode pour cette opération : *Multipliez le changement de la déclinaison par la cotangente de l'obliquité de l'écliptique , & divisez par le cosinus de la déclinaison du soleil , qui aura été multiplié par le cosinus de la longitude , l'une & l'autre prises seulement à quelques minutes près pour le milieu de l'intervalle de temps, dans lequel on cherche le mouvement en ascension droite par le moyen du mouvement en déclinaison.*

Fig. 27.

DÉMONSTRATION. Soit ED (Fig. 27.) l'ascension droite du soleil , DS sa déclinaison , P le pôle de l'équateur , SA le mouvement diurne du soleil en longitude , AC le mouvement diurne en déclinaison , DB ou l'angle P dont il est la mesure , le mouvement diurne en ascension droite qu'il s'agit de trouver : dans le petit triangle ASC qui est sensiblement rectiligne , on a par les règles de la Trigonométrie , $SC = AC \operatorname{tang.} A$, & parce que BD est la mesure de l'angle P , SC qui est plus petit , & qui est de même un petit arc perpendiculaire sur PS , sera $= BD \sin. PS$, ou $= BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.} (593)$, c'est-à-dire , que $SC = BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.}$ d'un autre côté $SC = AC \operatorname{tang.} A$; donc on a $AC \operatorname{tang.} A = BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.}$ & $AC = BD \operatorname{cos.} \operatorname{declin.} \operatorname{cot.} A$, Mais suivant une des règles de la Trigonométrie sphérique , on a dans le triangle-rectangle EAB $\operatorname{cotang.} A = \operatorname{tang.} E \operatorname{cos.}$ $EA = \operatorname{tang.} \operatorname{obliq.} \operatorname{eclip.} \operatorname{cos.} \operatorname{long.}$ Donc

$AC = BD \cos. \text{declin.} \cos. \text{long.} \tan. \text{obliq.} \text{éclip. ou}$
 $BD = \frac{AC \cdot \cotang. \text{obl.}}{\cos. \text{décl.} \cos. \text{long.}}$ C'est à quoi se réduit la formule
 qu'il falloit démontrer.

§ 93. Dans la Démonstration précédente nous avons Formule
remarquable.
 supposé que $SC = BD \sin. PS$, cette formule sera d'un
 usage fréquent dans plusieurs autres circonstances, & il
 faut la démontrer avec un peu plus de soin : en général,
 supposons deux grands cercles PSD, PAB , (*Fig. 27.*) Fig. 27.
 qui fassent entre eux un angle très-petit en P , que PD
 soit de 90° , en sorte que DB soit la mesure du petit
 angle P ; qu'à une distance quelconque du sommet P , on
 tire un autre arc de grand cercle SC , perpendiculaire sur
 PC , & qui par sa petitesse peut être regardé comme une
 petite ligne droite; dans le triangle PSC rectangle en S ,
 on aura cette proportion tirée de la règle la plus commune
 de la Trigonométrie sphérique : le rayon est au sinus de
 l'hypothénuse PS , comme le sinus du petit angle P est au
 sinus du petit arc SC , ou comme l'angle P est à l'arc SC ,
 (parce que les petits arcs sont égaux à leurs sinus), ou
 comme l'arc BD est à l'arc SC ; ainsi prenant l'unité pour
 le rayon ou sinus total, on aura $1 : \sin. PS :: BD : SC$,
 donc $SC = BD \sin. PS$; c'est-à-dire, qu'en général, *un*
arc perpendiculaire tiré au-dedans d'un très-petit angle
sphérique, est égal à ce petit angle multiplié par le sinus
de la distance de l'arc au sommet de l'angle.

*Temps que le Soleil emploie à traverser le Méridien ,
 le Vertical & l'Horison.*

§ 94. On verra dans le Livre XIV. que toutes les ob-
 servations du soleil se font sur le bord de cet astre, & qu'on
 est obligé par le calcul de les réduire au centre : la pre-
 miere chose qu'on est obligé de sçavoir pour cet effet, c'est
 le temps que le diamètre du soleil par son mouvement
 d'urne emploie à traverser le méridien, & cette recherche
 tient assez à la proposition précédente pour que nous ayons
 cru devoir la placer ici.

Fig. 27.

Diametre du
Soleil en ascen-
sion droite.

Je suppose que le diametre du soleil en S (Fig. 27.) soit égal à l'arc SC , & de $31' 31''$, comme il l'est à la fin du mois de Juin; PSD & PCB sont les deux méridiens; ou les deux cercles horaires qui passent par les deux bords du soleil, & l'arc DB de l'équateur est égal au diametre du soleil en ascension droite, c'est-à-dire, à la différence qu'il y a entre l'ascension droite du bord précédent, & celle du bord suivant; ainsi l'arc DB , ou l'angle au pôle DPB fera la mesure du temps que le soleil emploie à traverser un cercle horaire ou un méridien; car il faut que le bord du soleil ait été de S en C , pour que le diametre entier ait traversé un fil qui seroit dirigé suivant le cercle horaire PSD .

Si l'on divise le diametre du soleil $31' 31''$ par le sinus de sa distance au pôle PS , ou par le cosinus de sa déclinaison, on aura l'arc BD , car puisque $SC = BD \cos. decl.$ (593); il s'en suit que $BD = \frac{SC}{\cos. declin.}$, & si l'on divise encore cette quantité par 15 pour la réduire en temps (149), on aura le temps que le diametre met à passer par le méridien: par exemple, si la déclinaison du soleil est supposée de $23^\circ 12'$ le 30 du mois de Juin, ce sera $2' 17'' 1$ en temps solaire.

595. Le mouvement propre du soleil n'apporte aucune différence dans cette opération, parce que soleil dans l'espace de 24 heures solaires vraies paroît décrire 360° , ainsi il paroîtra décrire $15'$ en $1'$ de temps; il suffit donc de convertir son diametre en temps à raison de 15 degrés par heure, pour avoir le temps qu'il emploie à passer, marqué en intervalle de temps vrai, ou, si l'on veut, en intervalle de temps moyen, qui differe trop peu du vrai en $2'$ de temps, pour y avoir égard. Mais si l'on se servoit d'une pendule réglée sur les étoiles, dont les 24 heures sont plus courtes que les heures moyennes de $4' 56''$ ou d'environ $\frac{1}{88}$ (149), il faudroit augmenter d'un 366° . la quantité trouvée, ou de $0'' 37$, c'est-à-dire, qu'on auroit à peu-près $2' 17'' 5$ pour le temps que le soleil met à traverser le méridien compté sur l'horloge des étoiles, ou du premier mobile. Les Astronomes font un usage fréquent de la quantité

que

que nous venons de trouver , parce qu'ils n'observent quelquefois au méridien qu'un des bords du soleil ; alors pour avoir le passage du centre ou le midi vrai , il faut y ajouter la moitié de la quantité que nous venons de trouver en temps solaire ; c'est pour cela qu'on a soin d'en marquer la quantité pour les différens temps de l'année ; & que nous avons calculé la Table suivante , en supposant le diametre apogée du soleil de 31' 31" , comme nous le dirons dans le VI^e. Livre , art. 998.

TABLE du Temps que le demi-diametre du Soleil emploie à traverser le Méridien dans les différens temps de l'Année , en minutes , secondes , & dixiemes de secondes.

JOURS.	JANVIER.	FEVRIER.	MARS.	AVRIL.	MAY.	JUIN.
1	I' 10" 7	I' 7" 9	I' 5" 0	I' 4" 1	I' 5" 7	I' 8" 0
7	I 10,4	I 7,2	I 4,6	I 4,3	I 6,2	I 8,4
13	I 9,9	I 6,5	I 4,3	I 4,5	I 6,7	I 8,5
19	I 9,4	I 5,9	I 4,1	I 4,8	I 7,1	I 8,6
25	I 8,8	I 5,3	I 4,0	I 5,2	I 7,6	I 8,5
	JUILLET.	AOUST.	SEPTEMBER.	OCTOBER.	NOVEMBER.	DECEMBER.
1	I' 8" 4	I' 6" 4	I' 4" 2	I' 4" 2	I' 6" 7	I' 10" 0
7	I 8,1	I 5,9	I 4,0	I 4,4	I 7,4	I 10,4
13	I 7,7	I 5,4	I 3,9	I 4,8	I 8,1	I 10,7
19	I 7,2	I 5,0	I 3,9	I 5,3	I 8,8	I 10,9
25	I 6,8	I 4,6	I 4,0	I 5,9	I 9,4	I 10,8

596. Le temps que le demi-diametre du soleil emploie à traverser le méridien , servira à trouver le temps qu'il emploie à traverser un vertical quelconque , ou à s'élever de la quantité de son diametre au-dessus d'un cercle parallele à l'horison , ce qui est souvent très-commode , comme je l'ai fait voir à l'occasion des passages de Mercure & de Vénus , (*Mém. Acad. 1754. p. 593. Connoiss. des Mouvements célestes. 1763. p. 205.*).

Fig. 28.

Soit $Z E B C$ (Fig. 28.) un vertical fixe que le soleil traverse en allant de D en S , le premier bord du soleil touche d'abord le vertical en B , & le second bord du soleil touche ensuite le même vertical en A ; il s'agit de savoir le temps qui s'écoulera entre ces deux contacts, car ce sera le temps que le diamètre du soleil emploiera à traverser le vertical $Z E C$: l'arc $D S$ étant supposé assez petit pour être parcouru d'un mouvement uniforme, il sera coupé en deux parties égales en E par le vertical; alors dans le triangle rectiligne $S E A$, rectangle en A , on a $E S : S A ::$ rayon : $\sin. E$, ou parce que le rayon est toujours l'unité $S A = E S \sin. E$, ou $E S = \frac{S A}{\sin. E}$, donc aussi le temps qui répond à $E S$ est égal au temps qui répond à $S A$, divisé par le sinus de l'angle E , ou par le cosinus de l'angle $P E Z$. Ainsi il suffira de diviser le temps que le demi-diamètre emploie à traverser le méridien (595), par le cosinus de l'angle du vertical avec le cercle de déclinaison, pour avoir le temps qu'il emploie à traverser le vertical.

Règle.

Temps que le diamètre emploie à s'élever.

Fig. 29.

597. Pour trouver le temps que le soleil emploie à traverser un plan parallèle à l'horizon, ou à s'élever de tout son diamètre, je supposerai que $S C$ (Fig. 29.) soit la direction du mouvement diurne, $H O R$ un plan horizontal ou un cercle parallèle à l'horizon, qu'on appelle *Almicantarath* (144), que le bord supérieur du soleil touche en R lorsque le soleil est au-dessous, & que le bord inférieur du soleil touche en O lorsque le soleil est parvenu au-dessus du même cercle: si l'arc $S C$ ne surpasse pas un degré & demi, & que le soleil n'emploie pas plus de six minutes, ou environ, à aller de S en C , le triangle $C O F$ sera sensiblement rectiligne, & comme il est rectangle en O , on aura $C O = C F \sin. C F O$, donc $C F = \frac{C O}{\sin. C F O}$; ainsi le temps qui est mesuré par $C F$, ou le temps qu'il faut au soleil pour s'élever de la quantité de son demi-diamètre $C O$, est égal au temps qui répondroit à une quantité égale à $C O$, divisé par le sinus de l'angle $C F O$, qui est égal à l'angle $P F Z$.

Règle. Ainsi pour avoir le temps que le soleil emploie à traverser

une ligne horifontale , il faut divifer le temps qu'il emploie à traverser le méridien , par le sinus de l'angle parallaétique formé par le vertical & le cercle de déclinaison.

Je suppose qu'on ait calculé pour la latitude du lieu où l'on est , une Table des angles parallaétiques formés par le vertical & le méridien , telle qu'on la trouve dans mon Exposition du Calcul Astronomique pour la latitude de Paris ; si l'on sçait d'ailleurs combien le diametre du soleil emploie de temps à passer par le méridien , nous avons indiqué ci-devant la maniere de le trouver (595), il ne faudra que diviser ce tems par le sinus de l'angle parallaétique, pour avoir le temps que le soleil doit employer à monter de tout son diametre.

EXEMPLE. Le 6 Juin 1761, le diametre du soleil étoit de $31' 33''$, & sa déclinaison $22^{\circ} 42'$, divisant le diametre par le cosinus de la déclinaison & par 15, pour le convertir en temps, on a $136'' 8$. Le même jour à 9 heures du matin, l'angle parallaétique est de $42^{\circ} 7'$; si l'on divise $136'' 8$ par le sinus de $42^{\circ} 7'$, on a $3' 23'' 4$; si on le divise par le cosinus de $42^{\circ} 7'$, on trouve $3' 3'' 9$: ce sont les temps que le soleil employoit ce jour-là vers les 9 heures du matin, à traverser le fil horifontal & le fil vertical du quart-de-cercle, lorsque nous observions le fameux passage de Vénus sur le soleil.

Déterminer la longitude des Astres.

598. Les observations nous ayant donné l'ascension droite & la déclinaison des astres, il est nécessaire d'employer le calcul pour trouver leur longitude & leur latitude. Le cas le plus simple de ce problème est celui du soleil; lorsqu'on connoît son ascension droite EA (*Fig. 23.*), avec l'obliquité de l'écliptique qui est l'angle E , on peut trouver la longitude ES , la déclinaison AS & l'angle S de l'écliptique avec le méridien, par les analogies suivantes qui seront démontrées dans le XXIII. Livre, & qui serviront dans le calcul des éclipses pour trouver le nonagésime.

Fig. 23.

Trouver la
Longitude du
Soleil.

Le rayon
est au cosinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme la cotangente de l'ascension droite
est à la cotangente de la longitude.

Sa déclinaison.

Le rayon
est à la tangente de l'obliquité de l'écliptique,
comme le sinus de l'ascension droite
est à la tangente de la déclinaison.

L'angle de
l'écliptique &
du méridien.

Le rayon
est au sinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme le cosinus de l'ascension droite
est au cosinus de l'angle de l'écliptique avec le cercle
de déclinaison.

599. Pour former les catalogues dont nous avons parlé (459), c'est-à-dire, pour connoître la longitude des étoiles, ou d'un astre quelconque, il faut observer l'ascension droite & la déclinaison (136). Pour connoître l'ascension droite d'un astre, il suffit de le comparer avec le soleil dont l'ascension droite est connue par la méthode de l'art. 575, ou bien à une des étoiles qu'on a déterminées en même temps (580). Ainsi le problème se réduit à trouver l'ascension droite du soleil (575), c'est ici le terme fixe donné par la Nature, d'où il faut absolument partir, & auquel on doit tout rapporter. En effet, les longitudes se comptent d'un point qui n'est donné & connu que par le mouvement du soleil, (puisque c'est l'intersection de la route du soleil sur l'équateur), ce point n'est pas marqué dans le ciel, c'est le soleil qui nous en indique la place; ce n'est donc que par le moyen du soleil qu'on peut déterminer la distance d'un astre à ce point équinoxial, en déterminant séparément la distance de l'astre au soleil & celle du soleil à l'équinoxe.

Quand on connoît exactement l'ascension droite du soleil ou d'une étoile, on observe la différence entre son passage au méridien & celui des autres étoiles, & l'on en conclut l'ascension droite de chacune (131). Pour avoir

L'heure du passage au méridien d'une étoile, ou la différence entre son passage & celui d'une autre étoile, on se fert de la méthode des hauteurs correspondantes qui sera expliquée ci-après (620).

Pour avoir la déclinaison d'une étoile, il suffit d'observer sa hauteur méridienne, & de prendre la différence entre cette hauteur & celle de l'équateur, ainsi que nous l'avons fait pour le soleil (563).

600. Connoissant l'ascension droite & la déclinaison d'un astre, on trouvera sa longitude & sa latitude par les quatre proportions suivantes. Mais il faut observer de prendre, au lieu de l'ascension droite donnée, la distance au plus proche équinoxe, c'est-à-dire, que si l'ascension droite surpasse 90° , on prendra son supplément à 180° . Si elle surpasse 180° , on les retranchera, & l'on se servira du reste. Si elle surpasse 270 , on prendra ce qui reste pour aller à 360 deg. à peu-près comme nous l'avons pratiqué pour le soleil (563).

Calculer la longitude & la latitude.

Soit EA (Fig. 30.) l'ascension droite d'un astre quelconque, ou sa distance au plus prochain équinoxe, comptée sur l'équateur, & moindre que 90° ; AS la déclinaison du même astre, ou sa distance à l'équateur, EC l'écliptique, SB la latitude cherchée de l'astre S , & EB sa longitude, ou plutôt sa distance au plus proche équinoxe, comptée sur l'écliptique, on imaginera un grand cercle ES allant du point équinoxial à l'étoile, pour former un triangle sphérique SEA rectangle en A , avec l'ascension droite & la déclinaison de l'astre, & un autre triangle sphérique SBE rectangle en B , avec la longitude & la latitude du même astre. On résoudra d'abord le triangle SAE , dans lequel on connoît les deux côtés, & l'on trouvera l'angle SEA & l'hypothénuse SE ; par le moyen de l'angle SEA & de l'angle BEA , qui est l'obliquité de l'écliptique (56), on formera l'angle SEB qui sera leur différence, si le point S est par rapport au point A , du même côté que le point B ; au contraire l'angle SEB sera la somme de l'angle SEA & de l'obliquité de l'écliptique AEB , si l'astre S , & le point B de l'écliptique qui lui répond, sont l'un au-dessus

Fig. 30.

Fig. 31.

& l'autre au-dessous de l'équateur, comme dans la Fig. 31. Lorsqu'on aura formé l'angle SEB on s'en servira avec l'hypothénuse SE trouvée dans la seconde analogie, pour connoître la longitude EB & la latitude BS .

I. Le rayon

est au sinus de la distance à l'équinoxe AE ,
comme la cotangente de la déclinaison SA
est à la cotangente de l'angle SEA ,
dont la somme ou la différence avec l'obliquité de
l'écliptique donnera l'angle de l'hypothénuse SEB .

II. Le rayon

est au cosinus de la distance à l'équinoxe AE ,
comme le cosinus de la déclinaison SA
est au cosinus de l'hypothénuse SE .

III. Le rayon

est au cosinus de l'angle SEB ,
comme la tangente de l'hypothénuse SE
est à la tangente de la longitude EB .

IV. Le rayon

est au sinus de l'hypothénuse SE ,
comme le sinus de l'angle SEB
est au sinus de la latitude SB .

601. REMARQUES. Après la première analogie il faut prendre la somme de l'angle SEA & de l'obliquité de l'écliptique, si l'astre est dans les six premiers signes avec une déclinaison australe, ou dans les six derniers signes avec une déclinaison boréale; mais il faut prendre leur différence, si l'astre est dans les signes septentrionaux ayant une déclinaison septentrionale, ou dans les six derniers signes qui sont les signes méridionaux, ayant une déclinaison méridionale.

602. La troisième analogie ne donne, au lieu de la longitude proprement dite, que la distance au plus proche équinoxe, ainsi l'on en conclura la longitude comptée de l'équinoxe du printemps, en faisant le contraire de ce qui a été indiqué, (art. 600), c'est-à-dire, en prenant la

Supplément de la quantité trouvée par la troisieme analogie, si l'on a pris celui de l'ascension droite; ajoutant 180 deg. si on les a retranchés de l'ascension droite; ou prenant ce qui s'en manque pour aller à 360 deg. si on l'a fait auparavant à l'égard de l'ascension droite.

603. Après la quatrieme analogie on sçaura que la latitude est boréale, si l'astre étant dans les premiers signes a une déclinaison boréale, & qu'en même temps l'angle de l'hypothénuse trouvé dans la premiere analogie, ait été plus grand que l'obliquité de l'écliptique, ou si l'astre étant dans les 6 derniers signes a une déclinaison méridionale, & qu'en même temps l'angle de l'hypothénuse ait été plus petit que l'obliquité de l'écliptique. Mais la latitude est australe, si dans les premiers signes la déclinaison s'est trouvée australe, ou que la déclinaison étant boréale, l'angle de l'hypothénuse ait été moindre que l'obliquité de l'écliptique; la latitude est encore australe, si dans les six derniers signes la déclinaison est australe, & qu'en même temps l'angle de l'hypothénuse soit plus grand que l'obliquité de l'écliptique.

604. Si l'angle de l'hypothénuse ajouté dans certains cas, comme on vient de le voir, avec l'obliquité de l'écliptique, formoit une somme plus grande que 90 deg., cela indiqueroit que la perpendiculaire *SB* tombe de l'autre côté de l'équinoxe le plus prochain; alors les règles de la seconde remarque n'auroient plus lieu, il faudroit suivre celles-ci: dans le premier quart d'ascension droite il faudra prendre ce qui s'en manque dans le résultat de la troisieme analogie pour aller à 360 deg.; dans le second quart ôter 180 deg.; dans le troisieme prendre le supplément à 180 deg.; & dans le quatrieme quart d'ascension droite, la quantité trouvée fera elle-même la longitude que l'on cherche.

605. On peut se dispenser d'avoir recours à toutes ces règles, en faisant une figure de l'équateur & de l'écliptique semblable à la *fig. 32*, dans laquelle $\gamma \simeq \gamma$ représente l'équateur, & $\gamma \simeq \gamma$ représente l'écliptique; on placera l'étoile vis-à-vis du point de l'équateur qui lui répond, comme seroit le point *E*, en supposant que l'ascension

Fig. 32.

droite fût de 150 deg. & au-dessus de l'équateur comme en *S*, si sa déclinaison est boréale, la perpendiculaire *SA* abaissée sur l'écliptique sera la latitude, & il sera aisé de connoître si le point *S* tombe au-dehors de la figure, par le moyen de l'angle de l'hypothénuse.

606. Pour éviter à l'avenir le travail considérable de réduire ainsi en longitudes & en latitudes toutes les ascensions droites & les déclinaisons observées, M. Flamsteed donna dans son Histoire céleste une Table qui contient pour chaque ascension droite & chaque déclinaison de degrés en degrés, la longitude & la latitude qui lui répond, Mais comme ces Tables sont fort longues, & exigent de triples parties proportionnelles, qu'elles supposent d'ailleurs une obliquité de l'écliptique plus grande que celle qui s'observe actuellement, nous en faisons peu d'usage dans l'Astronomie.

607. Lorsque la longitude & la latitude d'un astre sont données, les mêmes triangles servent pour trouver l'ascension droite & la déclinaison, mais cette opération se fait dans l'Astronomie plus rarement que la première.

Si c'est la longitude du soleil qui est donnée, on a dans *Fig. 23.* le triangle *SEA* (*Fig. 23.*) l'hypothénuse *ES* avec l'angle *E*, qui est égal à l'obliquité de l'écliptique : on trouvera l'ascension droite *EA*, la déclinaison *AS* & l'angle *ASE* de l'écliptique avec le cercle de déclinaison par les trois analogies suivantes qui sont tirées des règles de la Trigonométrie sphérique que nous démontrerons dans le XXIII^e. Livre,

Le rayon

est au cosinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme la tangente de la longitude du soleil
est à la tangente de l'ascension droite.

Le rayon

est au sinus de l'obliquité de l'écliptique,
comme le sinus de la longitude du soleil
est au sinus de sa déclinaison.

Le rayon

Le rayon
est au cosinus de la longitude du soleil,
comme la tangente de l'obliquité de l'écliptique
est à la cotangente de l'angle de l'écliptique avec
le cercle de déclinaison.

608. Les quantités que l'on trouve par ces trois analogies, sont calculées pour chaque degré de la longitude du soleil, dans les Tables Astronomiques de M. Cassini, de M. Halley, de M. de la Hire, &c. On trouve dans les Ephémérides de Desplaces, *Tom. I. & II.* des Tables qui donnent l'ascension droite en temps & en degrés, & la déclinaison, pour chaque minute de la longitude du soleil; ces Tables sont extrêmement commodes pour ceux qui calculent des éphémérides, & nous nous en servons habituellement. Enfin, on trouve parmi les Tables du Soleil de M. l'Abbé de la Caille, imprimées en 1758, une Table fort exacte qui donne la différence entre l'ascension droite du soleil & sa longitude, jusqu'aux dixièmes de secondes, pour chaque longitude de dix en dix minutes; elle est intitulée; *Reductio Eclipticæ ad Æquatorem*, elle suppose l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ} 28' 20''$; mais elle est accompagnée d'une petite Table de correction qui fait voir ce qu'on doit en ôter pour chaque seconde, dont l'obliquité de l'écliptique peut être plus petite.

Tables
auxiliaires.

609. Si l'astre dont la longitude & la latitude sont données, n'est pas dans l'écliptique, on se servira des *Figures* 30, 31 ou 32; on commencera par résoudre le triangle *SBE*, dont les deux côtés sont connus, & l'on résoudra ensuite le triangle *SAE*; les analogies sont les mêmes que dans l'article 600, mais les remarques des articles suivans ne doivent pas s'y appliquer: il faut, lorsqu'on craindra de se tromper dans l'addition ou la soustraction des deux angles, placer sur la *Fig. 32* l'astre donné suivant sa longitude & sa latitude, au-dessus ou au-dessous de l'équateur, ou le rapporter sur un globe où soient marqués l'écliptique & l'équateur: ce problème n'est pas assez usité pour que nous devions y insister ici davantage.

Fig. 30, 31, 32.

Fig. 32.

610. Cependant les Astronomes ont besoin de trouver la déclinaison & l'ascension droite d'un astre, dont la longitude est donnée, lorsque dans le calcul des Ephémérides il s'agit de trouver le passage des planetes au méridien, & leur hauteur; on se sert alors de quatre Tables qui sont fort commodes dans l'usage: les deux premières sont celles dont nous avons déjà parlé (608), & qui se trouvent dans les volumes des Ephémérides de Desplaces, imprimées en 1715 & en 1725. La troisième Table contient la différence entre l'ascension droite de chaque degré de l'écliptique, & celle d'un astre qui a 1, 2, 3, 4, 5, ou 6 degrés de latitude australe ou boréale; la plus grande différence va à 9' 36" de temps pour les astres situés dans le colure des équinoxes, & qui ont 6 degrés de latitude; on en trouvera un extrait ci-après. La quatrième Table contient ce qu'il faut ôter de la latitude d'une planete, lorsqu'elle ne passe pas 6 degrés, pour avoir la différence entre sa déclinaison, & celle du point de l'écliptique auquel elle répond; cette quantité va jusqu'à 29' 55" pour les astres situés aux environs de l'équinoxe & à 6 degrés de latitude; on en trouvera aussi un extrait ci-après.

Fig. 33. Soit PG (*Fig. 33.*) la latitude d'une planete, & G le point de l'écliptique, auquel elle répond; EF l'ascension droite du point G ; & ED l'ascension droite de la planete P ; les deux dernières Tables que nous venons d'indiquer, contiennent, pour la longitude EG & la latitude PG , 1°. la différence DF entre l'ascension droite du point correspondant de l'écliptique & celle de la planete, 2°. la différence entre PG & PH , qui étant soustraite de la latitude PG donne PH , différence entre la déclinaison PD de la planete, & la déclinaison HD ou GF du point correspondant G de l'écliptique. Ces deux Tables se trouvent dans l'Introduction des Ephémérides de Manfredi; & elles sont renfermées en abrégé dans les deux Tables suivantes, en minutes seulement, parce que cela est suffisant pour les calculs des Ephémérides.

EQUATION en minutes de temps, pour réduire les Ascensions droites des points de l'Écliptique à celles des Astres qui ont une latitude.

Latitude.	Longitude des Astres.																	
	0 ^s . ôtez VI ^s . ajoutez						I ^s . ôtez VII ^s . ajoutez						II ^s . ôtez VIII ^s . ajoutez					
	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25
D.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.
1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	1	1	1	0
3	5	5	5	5	5	4	4	4	4	4	3	3	3	2	2	1	1	0
4	6	6	6	6	6	6	6	6	5	6	5	4	4	3	3	2	1	1
5	8	8	8	8	8	7	7	7	7	7	5	5	5	4	3	3	2	1
6	10	10	10	9	9	9	9	8	8	8	7	6	6	5	4	3	2	1
	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5
	V ^s . ajoutez XI ^s . ôtez						IV ^s . ajoutez X ^s . ôtez						III ^s . ajoutez IX ^s . ôtez					

Longitude des Astres.

Il faut changer les dénominations pour les étoiles dont la latitude est australe, c'est-à-dire, ajouter l'équation dans le premier & le troisieme quart de longitude, la soustraire dans le second & le quatrieme quart, ou dans les signes appellés Descendans.

QUANTITE à ôter de la latitude d'une Planete pour avoir la différence entre sa déclinaison & celle du point correspondant de l'Écliptique.

Latitude.	Longitude des Astres.																	
	0 ^s . VI ^s .						I ^s . VII ^s .						II ^s . VIII ^s .					
	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25
D.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.	M.
1	5	5	5	5	4	4	4	3	3	3	2	2	1	1	1	0	0	0
2	10	10	10	9	9	8	8	7	6	5	4	4	3	2	1	1	0	0
3	15	15	15	14	13	13	12	11	9	8	7	5	4	3	2	1	0	0
4	20	20	19	19	18	17	16	14	12	11	9	7	6	4	3	2	1	0
5	25	25	24	24	23	21	20	18	16	14	11	8	7	5	3	2	1	0
6	30	30	29	28	27	26	24	21	19	16	14	11	9	6	4	2	1	0
	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5	30	25	20	15	10	5
	V ^s . XI ^s .						IV ^s . X ^s .						III ^s . IX ^s .					

Longitude des Astres.

Ancienne maniere de trouver la longitude des Etoiles.

611. AVANT la découverte des horloges à pendule on ne pouvoit déterminer immédiatement la différence d'ascension droite entre une étoile & le soleil, ainsi les anciens Astronomes ne pouvoient guères déterminer les lieux des étoiles que par le moyen de la lune, le seul astre qui s'aperçoive aisément la nuit & le jour : la longitude se compte depuis le point équinoxial, & ce point ne se fait pas remarquer dans le ciel, ce n'est que la route du soleil qui le détermine & qui le marque ; il n'y a que le soleil dont on puisse trouver immédiatement la longitude (562) sans le secours d'aucun autre astre, & il faut comparer au soleil tout astre dont on veut connoître la longitude.

Les Anciens qui n'avoient point d'horloges pour comparer directement une étoile avec le soleil, étoient obligés de comparer le soleil avec la lune, quand ils étoient l'un & l'autre sur l'horison, & de comparer ensuite la lune avec une étoile, quand le soleil étoit couché : Tycho fut le premier qui se servit de Vénus dans les temps où elle brilloit assez pour être aperçue de jour. Nous allons rapporter pour exemple de leur méthode le procédé de Ptolémée ; (*L. VII. ch. 2.*), par lequel il détermina la longitude de Régulus.

612. La seconde année du regne d'Antonin (l'an 139), le 9^e. jour du mois Pharmuti, qui étoit le 8^e. mois des Egyptiens (23 Février), un peu avant le coucher du soleil, la longitude de cet astre, suivant les observations faites ce jour-la par Ptolémée, étoit $11^{\circ} 30' 2\frac{1}{2}$, (*in tribus partibus & semuncia unius Piscium*) : en dirigeant l'écliptique de son astrolabe vers le soleil, il trouva que vers les 5 heures $\frac{1}{2}$ la lune en étoit éloignée de $92\frac{1}{8}$ parties, c'est-à-dire, $1^{\circ} 20' 7\frac{1}{2}''$, qui ajoutés à la longitude du soleil, donnent $2^{\circ} 50' 10''$ pour la longitude de la lune à 5 heures du soir.

Une demi-heure après, le soleil étant couché, les étoiles commençant à paroître, & le quatrième deg. des Gémeaux passant par le méridien, la lune avoit fait 12 minutes de deg.

& il trouva que Régulus étoit plus avancé que la lune de $57 \frac{1}{10}$ parties, ou $1^{\circ} 27' 6''$, ajoutant cela à la longitude de la lune augmentée de $12'$, il trouva $4^{\circ} 20' 28''$ pour la longitude de l'étoile ; ainsi elle étoit éloignée du solstice d'été, (*ab æstiva solis conversione*), de $32 \frac{1}{2}$ parties de cercle, ou de 32 deg. Sa latitude boréale étoit alors de $10'$.

613. Telle étoit la longitude de *Basiliscus* ou *Regulus*, par le moyen de laquelle Ptolémée pouvoit ensuite aisément déterminer celle des autres étoiles en voyant sur un astrolabe qu'il dirigeoit le long de l'écliptique, combien une étoile étoit plus avancée que l'autre dans l'écliptique ; c'est-à-dire, quelle étoit leur différence de longitude. L'astrolabe dont on se servoit pour observer, étoit une espece de grande sphère armillaire, dont un cercle représentoit l'écliptique, & se dirigeoit au ciel dans la situation de l'écliptique ; on ne s'en fert plus depuis que la méthode des ascensions droites nous a procuré plus d'exactitude avec plus de commodité dans les observations.

614. Au lieu de l'astrolabe des Anciens, Tycho, Hévélius & Flamsteed ont souvent déterminé les longitudes des planetes & des étoiles, en mesurant leurs distances à deux autres étoiles fixes, dont les longitudes & latitudes étoient connues : on peut regarder ce procédé comme une partie des fondemens de l'Astronomie, que j'ai entrepris de rassembler dans ce Livre : en voici donc l'explication appliquée à un exemple.

Longitude des
Planetes par les
distances.

Le 24 Août 1593, suivant les observations de Tycho-Brahé, on trouve qu'à Uranibourg la vraie distance de Mars à l'épaule gauche du Verseau étoit de $28^{\circ} 54' 59''$, & sa distance à la luisante du Bélier $51^{\circ} 45' 1''$, la longitude de l'épaule du Verseau étoit alors $10^{\circ} 17' 43' 36''$, & sa distance au pole de l'écliptique $81^{\circ} 22' 0''$, la longitude de la luisante du Bélier $1^{\circ} 10' 58' 55''$, & sa distance au pole boréal ou le complément de sa latitude boréale $80^{\circ} 2' 31''$.

Soit *P* (*Fig. 34.*) le pole boréal de l'écliptique, *S* l'épaule du Verseau, *Z* la luisante du Bélier, *M* Mars, *MS* & *MZ* les deux distances mesurées ; l'angle *SPZ* formé au pole de l'écliptique, est égal à la différence de longitude

Fig. 34.

des deux étoiles, $74^{\circ} 15' 19''$. On commence par résoudre le triangle PSZ , pour trouver la distance SZ des deux étoiles avec l'angle S ; ayant abaissé la perpendiculaire ZK sur le plus grand côté PS , on fera ces quatre analogies :

$$R : \sin. PZ :: \sin. P : \sin. ZK.$$

$$R : \cos. P :: \tan. PZ : \tan. PK; \text{ d'où l'on conclut } SK.$$

$$R : \cos. SK :: \cos. ZK : \cos. ZS = 73^{\circ} 7' 50''.$$

$$\sin. ZS : \sin. P :: \sin. PS : \sin. PZS = 83^{\circ} 54' 50''.$$

Dans le triangle SZM on connoît les trois côtés, l'on cherchera l'angle SZM ; pour cet effet on additionnera les trois côtés MZ , MS , SZ ; la demi-somme est $76^{\circ} 53' 55''$; de cette demi-somme on retranchera d'abord le côté MZ , & l'on aura pour première différence $25^{\circ} 8' 54''$; on en retranchera ensuite le côté ZS , & l'on aura pour seconde différence $3^{\circ} 46' 5''$: on fera cette proportion: *Le produit des sinus des deux côtés ZS , ZM , qui comprennent l'angle cherché, est au carré du rayon, comme le produit des sinus des deux différences est au carré du sinus de la moitié de l'angle compris SZM* ; cet angle se trouvera de $22^{\circ} 13' 45''$, on y ajoutera l'angle PZS trouvé ci-devant de $83^{\circ} 54' 51''$, & l'on aura l'angle PZM ; cet angle étant obtus, son supplément MZX fera de $73^{\circ} 51' 24''$; du point M on abaissera la perpendiculaire MX sur le côté PZ , prolongé en X parce que l'angle est obtus, & l'on fera les quatre proportions suivantes :

$$R : \cos. MZX :: \tan. MZ : \tan. ZX = 19^{\circ} 25' 39''$$

$$R : \sin. MZ :: \sin. MZX : \sin. MX = 48 \ 58 \ 3$$

$$R : \sin. PX :: \cotang. MX : \cotang. MPX = 49 \ 21 \ 28$$

$$\sin. MPX : \sin. MX :: R : \sin. PM = 83 \ 48 \ 0$$

Le côté PM doit être obtus, parce que PX est plus grand que 90 degrés, ainsi on aura pour la valeur de PM $96^{\circ} 12' 0''$; ce qui nous apprend que la latitude de Mars étoit alors de $6^{\circ} 12' 0''$ australe: l'angle MPX étant ajouté à la longitude de l'étoile Z $1^{\circ} 1^{\circ} 58' 55''$, donne la longitude de Mars $11^{\circ} 12' 37' 27''$.

Du changement des Etoiles en longitude , ou de la précession des Equinoxes.

615. La méthode que nous venons de décrire (612) pour déterminer les longitudes des étoiles , fut employée 140 ans avant J. C. Hipparque de Rhodes , le plus célèbre des anciens Astronomes (222) , reconnut alors que les longitudes des étoiles , par rapport aux équinoxes , étoient plus grandes que suivant les observations de Tymocharis , & suivant la sphère d'Eudoxe qui avoit écrit 230 ans avant lui (211) . Ce changement des étoiles en longitude est encore plus sensible aujourd'hui , quand on compare le Catalogue de Ptolémée avec les nôtres.

L'épi de la Vierge , suivant les observations d'Hipparque , 128 ans avant J. C. précédoit de six degrés l'équinoxe d'automne , c'est-à-dire , que sa longitude étoit de 5° 24' 0"
 on le trouve pour 1750. 6 20 21
 la différence ou l'augmentation est de 26° 21'

Le cœur du Lion Régulus étoit , suivant Hipparque , à 3° 29' 50"
 & on la trouve pour 1750 à 4 26 21
 l'augmentation de longitude 26° 31'

616. Ces observations d'Hipparque plus anciennes & plus exactes que celles de Ptolémée , nous apprennent que le progrès des étoiles en longitude a été de 26° 26' en 1878 ans , c'est-à-dire , de 50" $\frac{2}{3}$ par année ; on trouve ce progrès plus considérable d'une seconde , en employant les observations que Ptolémée dit avoir faites lui-même ; mais les Astronomes soupçonnent depuis long-temps l'exactitude de ce dernier , (*Mém. Acad.* 1757. p. 420.). En comparant les observations d'Albategnius qui vivoit l'an 878 , avec les nôtres , on ne trouve que 51" 9" par année.

617. Enfin , les observations de Copernic & de Tycho-Brahé donnent 50" 20" ; c'est à peu-près à ce dernier résultat

que M. de la Caille s'arrête dans ses Tables du mouvement des étoiles, & je l'adopterai aussi dans ce Livre, parce qu'il est conforme à la détermination que j'en ai trouvée moi-même en faisant diverses comparaisons des observations de Tycho, dans les *Mémoires de l'Académie pour 1757*, p. 443. En effet, si l'on prend les longitudes des principales étoiles établies par Tycho-Brahé dans son Livre intitulé, *Astronomiæ instauratæ Progymnasmatâ*, p. 208 & 232. pour le commencement de 1586, & qu'on les compare avec celles qui ont été déterminées pour l'année 1750, on trouve pour 164 ans les différences suivantes.

La première étoile du Bélier γ ,	2° 17' 37"
Aldébaran, ou l'œil du Taureau,	2 17 45
μ des Gémeaux,	2 17 1
Pollux,	2 15 26
Regulus, ou le cœur du Lion,	2 16 32
L'épi de la Vierge,	2 18 18
L'Aigle,	2 19 1
La première étoile de l'aile de Pégase,	2 16 12
Le bassin boréal de la Balance α ,	2 17 52
Le cœur du Scorpion,	2 16 28
L'œil boréal du Taureau,	2 17 58
Le pied luisant des Gémeaux η ,	2 18 38
L'Ane boréal, ou γ du Cancer,	2 19 12
γ du Lion,	2 19 38
γ du Capricorne,	2 16 10
Milieu entre ces 15 déterminations,	2° 17' 35"
qui divisé par 164 donne 50", 336.	

618. L'on voit que les résultats des observations de Tycho sont entre 2° 15' 26" & 2° 19' 38", la différence va jusqu'à 4' 12", ce qui produit une incertitude de 1" $\frac{1}{2}$ sur le mouvement annuel de la précession : aussi les différens Auteurs ont-ils varié beaucoup sur la détermination de cette quantité ; Tycho-Brahé & Bouillaud la supposoient de 51" ; M. Cassini, de 51", 43 ; M. Halley, dans ses Tables, l'emploie de 50" seulement ; je supposerai avec M. de la Caille, qu'elle est de 50" $\frac{1}{3}$.

619. La cause de ce mouvement apparent des étoiles fixes en longitude vient de la rétrogradation des points équinoxiaux, produite par l'attraction du soleil & de la lune sur le sphéroïde aplati de la terre, comme nous l'expliquerons dans le Livre où il s'agira de l'attraction; il nous suffit ici d'avoir exposé la manière dont on l'a découvert, & la quantité que donne l'observation. Nous rechercherons en détail dans le XVI^e. Livre les effets de ce mouvement, quant à l'ascension droite & à la déclinaison des étoiles, & les exceptions particulières auxquelles il est sujet dans quelques étoiles: on peut déjà juger de ces exceptions particulières, par les différences qu'on voit entre les comparaisons de l'article précédent; nous parlerons aussi dans le XVI^e. Livre & dans le XVII^e. des petites inégalités qu'éprouve la précession des équinoxes par l'attraction des planètes sur l'orbite de la terre, & par la nutation de son axe produite par l'attraction de la lune sur le sphéroïde aplati.

*DE LA MÉTHODE DES HAUTEURS
CORRESPONDANTES.*

620. Les différences d'ascension droite étant le fondement de la méthode par laquelle nous venons de déterminer les lieux du soleil & des étoiles fixes (580), il est nécessaire d'expliquer ici la méthode la plus naturelle & la plus exacte qu'on ait pour déterminer les différences d'ascension droite, ou les différences de passage au méridien entre deux astres, c'est-à-dire, pour déterminer le moment où chacun des deux astres a passé par le méridien.

On a vu dans le premier Livre (106), à l'occasion de la manière de tracer une méridienne, que les astres sont également élevés une heure avant le passage au méridien & une heure après; ainsi pour avoir rigoureusement le temps où un astre a passé au méridien, il suffit d'observer, par le moyen d'une horloge à pendule, le moment où il s'est trouvé à une certaine hauteur en montant & avant son passage par le méridien, & d'observer ensuite le temps où il se retrouve à une hauteur égale en descendant après le

passage au méridien : le milieu entre ces deux instans à l'horloge , sera le temps que l'horloge marquoit quand l'astre a été dans le méridien.

621. Supposons que le bord du soleil ait été observé le matin avec le quart-de-cercle , dont nous donnerons la description en parlant des instrumens d'Astronomie , Livre XIII, & qu'on ait trouvé sa hauteur de 21 deg. lorsque l'horloge marquoit 8^h 50' 10" : supposons que plusieurs heures après , & le soleil ayant passé au méridien , on retrouve sa hauteur de 21 degrés vers le couchant , au moment où l'horloge marque 2^h 50' 30" , il s'agit de sçavoir combien il y a de temps écoulé entre 8^h 50' 10" du matin, & 2^h 50' 30" du soir , de prendre le milieu de cet intervalle, & ce sera le moment du midi, sur l'horloge dont on s'est servi , soit qu'elle fût bien à l'heure , ou qu'elle n'y fût pas.

622. Pour prendre le milieu entre ces deux instans il faut , suivant une règle de la plus simple Arithmétique , ajouter ensemble les deux nombres , & prendre la moitié de la somme ; mais au lieu de 2 heures après-midi il faut écrire 14 heures , parce que l'horloge doit être supposée avoir marqué de suite les heures dans l'ordre naturel depuis 8 jusqu'à 14 , au lieu que dans le fait & par l'usage de l'Horlogerie , elle a fini à 12 pour recommencer 1 , 2 , &c. Cette irrégularité de l'Horloge dérangerait le calcul , si on n'y avoit pas égard.

Heure où le soleil étoit à 21 degrés, le matin ,	8 ^h 50' 10"
Heure du soir	14 50 30
Somme des deux nombres ,	<u>23^h 40' 40"</u>
Moitié de la somme,	11 50 20

Ainsi quand le soleil étoit dans le méridien à sa plus grande hauteur , & à distances égales des deux hauteurs observées, l'horloge marquoit 11^h 50' 20" , c'est-à-dire, qu'elle étoit en retard sur le soleil de 9' 40" : les Astronomes s'inquietent peu que leurs horloges avancent ou retardent, pourvu qu'ils sçachent exactement la quantité de l'avancement ou du retard , comme ils le sçavent toujours par la méthode précédente. Cette opération n'a pas besoin d'être

démontrée ; on voit assez que de $8^h 50' 10''$ à $11^h 50' 20''$, il y a $3^h 0' 10''$ d'intervalle, & qu'il y a la même distance entre $11^h 50' 20''$ & $2^h 50' 30''$ du soir.

Equation des Hauteurs correspondantes.

623. L'OPÉRATION précédente suppose que le soleil ait décrit le matin & le soir un seul & même parallèle, que son arc montant ait été parfaitement égal à son arc descendant, c'est-à-dire, qu'il ait été depuis 9 heures du matin jusqu'à 3 heures du soir, à la même distance de l'équateur, afin que son angle horaire (148) ait été le même à la même hauteur. Cependant cette supposition n'est pas rigoureusement exacte, car le soleil décrivant tous les jours obliquement dans l'écliptique un arc d'environ un degré, il s'approche ou s'éloigne nécessairement de l'équateur, & la quantité va quelquefois à une minute de degré par heure.

624. On a vû (79) que l'arc semi-diurne d'un astre dans la sphère oblique, est d'autant plus grand que l'astre est plus près du pôle élevé, c'est-à-dire, ici plus septentrional ; si le soleil en se couchant est plus près du pôle qu'il ne l'étoit en se levant ; l'arc semi-diurne du soir est plus grand que l'arc semi-diurne du matin, c'est-à-dire, qu'il y a eu plus de temps depuis le midi jusqu'à son coucher ; que depuis le lever jusqu'à midi ; ainsi le midi vrai ne s'en pas trouvé à égales distances entre le lever & le coucher ; il ne suffiroit donc pas de prendre un milieu entre le lever & le coucher du soleil, pour avoir le moment du midi. En prenant ce milieu on ajouteroit les deux arcs semi-diurnes en temps, & l'on prendroit la moitié de la somme ; mais s'il y en a un plus grand que l'autre de $40''$, la demi-somme seroit plus grande de $20''$, que si le second arc eût été égal au premier ; il faudroit donc ôter $20''$ (dans le cas où le soleil s'est rapproché du pôle élevé), de la demi-somme ; ou du milieu trouvé entre le lever & le coucher, pour avoir le moment du vrai midi ; le milieu pris entre les deux instans approche également du lever & du coucher, il en est à des distances égales, puisqu'on a pris exactement un

milieu ; mais le méridien est plus près du soleil levant ; le soleil est donc arrivé au méridien plutôt qu'au point qui tient le milieu entre le lever & le coucher , il faut donc retrancher quelque chose de ce milieu pour avoir le moment du midi vrai.

625. Ce que nous venons de dire du lever & du coucher du soleil , il le faut dire d'une hauteur quelconque ; par exemple , d'un cercle parallèle à l'horison imaginé à 21 deg. de hauteur ; le temps qu'emploiera le soleil à aller depuis ce cercle parallèle à l'horison jusqu'au méridien , fera moindre que le temps employé à aller depuis le méridien jusqu'au même cercle du côté du soir , si le soleil dans cet intervalle s'est rapproché du pôle élevé : au lieu des arcs semi-diurnes , dont nous venons de parler , ce seront ici les angles horaires (148) qui augmenteront ; ainsi il faudra ôter quelque chose du milieu pris entre les temps de deux hauteurs égales pour avoir le midi vrai. Ce seroit le contraire si le soleil , au lieu de s'être rapproché du nord , s'en étoit éloigné du matin au soir , l'angle horaire du soir seroit plus petit que celui du matin , & il faudroit ajouter une petite quantité à l'instant du milieu pour avoir celui du midi. (629)

Fig. 35.

626. Soit P le pôle élevé (*Fig. 35.*), Z le zénith , S le soleil , SB un arc parallèle à l'horison , en sorte que le point B & le point S soient à la même hauteur ; PS la distance du soleil au pôle le matin , PB sa distance au pôle devenue plus petite le soir ; au moment où le soleil sera parvenu le soir au point B , que je suppose élevé de 21 deg. comme dans l'observation du matin , l'angle horaire du soir ZPB , ou sa distance au méridien PZ , fera plus grand que l'angle horaire du matin ZPS ; si l'on calcule ces deux angles horaires , en résolvant les deux triangles qui ont chacun le côté commun PZ & les côtés égaux ZS , ZB , mais dont les côtés PS & PB sont différens de la quantité dont la déclinaison du soleil a changé dans l'intervalle des deux hauteurs , on aura deux angles horaires différens ; la moitié de leur différence réduite en temps , sera la correction qu'il faudra faire au temps du milieu pour avoir le véritable instant du midi.

627. Pour calculer d'une manière plus commode cette petite différence de temps qui doit servir à corriger le milieu des hauteurs correspondantes, il suffit de trouver l'angle SPB (Fig. 35.), qui est la petite variation de l'angle horaire P , en supposant que les côtés PZ & ZS soient constants : dans les règles des analogies différentielles que je rapporterai, Liv. XXIII. à la fin de la Trigonométrie, l'on verra que dans un triangle sphérique, dont deux côtés sont constants, le changement, ou la petite variation d'un des angles adjacens, tel que l'angle P , est au changement qui a lieu en même temps dans le troisième côté PS , comme le rayon est à la cotangente du côté constant PZ adjacent à cet angle, divisé par le sinus du même angle P moins la cotangente du côté variable PS divisée par la tangente du même angle P ; c'est-à-dire, que le changement de l'angle horaire est au changement de la déclinaison entre midi & l'heure des hauteurs, avant ou après midi, comme le rayon est à la tangente de la hauteur du pôle divisée par le sinus de l'angle horaire moins la tangente de la déclinaison divisée par la tangente de l'angle horaire : pour avoir le temps qui répond à cette petite variation de l'angle horaire, il faut prendre la quinzième partie des secondes de degré, & l'on aura les secondes de temps : si donc on appelle dx la quantité de la variation SA de la distance au pôle, ou le changement total de déclinaison arrivé entre les hauteurs du matin & celles du soir (622), on aura pour la correction

cherchée réduite en secondes de temps $\frac{dx}{30} \left(\frac{\text{tang. latit.}}{\text{sin. angle hor.}} \pm \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}} \right)$ le signe *plus* $+$ a lieu quand la déclinaison du soleil est australe, & le signe négatif $-$ a lieu quand la déclinaison du soleil est boréale, c'est-à-dire, depuis le 21 de Mars jusqu'au 21 de Septembre : car les tangentes de la déclinaison australe sont d'une dénomination contraire à celles de la déclinaison boréale qu'on a employée dans la formule dont nous nous sommes servis, parce que cette formule suppose que dans le triangle PZS le côté PS est moindre que 90 degrés.

Formule de
l'équation des
Hauteurs.

628. EXEMPLE. Le premier jour du mois de Mars la déclinaison du soleil étant de $7^{\circ} 17'$ du côté du midi, elle diminue dans l'espace de 24 heures de $22' 56''$, & si les hauteurs correspondantes du soleil qu'on peut observer ce jour-là, ont été prises vers 9 heures du matin & 3 heures du soir, on aura $5' 44''$ pour le changement de déclinaison pendant l'espace de six heures, qui se sont écoulées entre la hauteur du matin & celle du soir; ainsi dx sera égal à $344''$; l'angle horaire qui répond à trois heures, est de 45° ; à raison de 15 degrés par heure: si c'est à la latitude de Paris qu'on observe, c'est-à-dire, à $48^{\circ} 50'$, on aura pour la tangente de la latitude, prise dans les Tables ordinaires des sinus & des tangentes, 1, 1436, en supposant, suivant l'usage, l'unité pour le rayon ou sinus total; le sinus de l'angle horaire ou de 45° , sera 0, 7071; si l'on divise 1, 1436 par 0, 7071, suivant la règle des fractions décimales, on aura 1, 617 égal à $\frac{\text{tang. lat.}}{\text{sin. angle hor.}}$ la tangente de la déclinaison du soleil $7^{\circ} 17'$ est 0, 1278, la tangente de l'angle horaire 45° est égale à l'unité, ainsi l'on aura $0, 1278 = \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}}$, cette quantité s'ajoutera avec la précédente, parce que la déclinaison du soleil est méridionale, & l'on aura $1, 745 = \frac{\text{tang. lat.}}{\text{sin. angl. hor.}} + \frac{\text{tang. declin.}}{\text{tang. angle hor.}}$; on prendroit la différence de ces deux termes si la déclinaison étoit boréale, le soleil étant au nord de l'équateur. Il ne reste plus qu'à multiplier 1, 745 par dx ou $344''$, & à le diviser par 30 suivant la formule, pour avoir $20''$, 0, c'est l'équation cherchée, ou la correction qu'il faut faire à l'heure trouvée, par un milieu entre les heures des hauteurs correspondantes.

629. Cette équation doit se retrancher lorsque le soleil est dans les signes ascendants, 9, 10, 11, 0, 1, 2, 3, c'est-à-dire, qu'il se rapproche du pôle élevé, c'est depuis le 21 de Décembre jusqu'au 21 de Juin dans nos régions septentrionales; cette équation est additive dans les signes descendans, ou lorsque le soleil s'éloigne de notre pôle.

Pour sentir la raison de cette dernière remarque on observera que si le soleil est plus près du pôle après midi que

le matin , à égale hauteur, l'angle horaire sera plus grand , Fig. 23.
 comme la figure le fait voir ; car le point B étant plus près
 du pôle P , que le point S , l'angle ZPB est plus grand
 que l'angle ZPS ; or l'angle ZPB est l'angle horaire du
 soir dans la supposition que nous venons de faire ; ainsi
 dans les signes ascendants , l'angle horaire du soir est plus
 grand que celui du matin , à hauteurs égales. Dès-lors le
 milieu de l'angle total compris entre le cercle horaire du
 matin & celui du soir , tombera du côté de la plus grande
 portion , c'est-à-dire, du côté du soir , ou à la droite du mé-
 ridien , & le milieu des temps des hauteurs correspondan-
 tes fera dans le même cas , il donnera un temps qui fera
 après midi ; ainsi pour avoir le midi vrai, il faudra soustraire
 l'équation.

630. Il nous reste à faire voir la raison pour laquelle
 nous avons divisé la formule par 30 pour avoir l'équation ,
 au lieu de la diviser simplement par 15 pour la convertir en
 temps. Si la quantité dont l'angle horaire du soir est plus
 grand que celui du matin , est de 40" de temps , la correc-
 tion du midi ne doit être que de 20" , parce que quand
 on veut avoir le milieu entre deux quantités , on prend la
 moitié de leur somme , & s'il y a une des deux quantités
 trop grande de 40" , on aura une demi-somme trop grande
 de 20" seulement ; ainsi la correction ne doit être que la
 moitié de la quantité dont l'angle horaire du soir surpasse
 celui du matin ; c'est pourquoi nous n'avons pris que la
 moitié de la formule qui exprimoit le petit angle BPS , &
 nous en avons divisé l'expression par 30 , & non par 15 qui
 auroient suffi pour la réduire en temps.

631. Il y a des cas où il peut être plus commode d'em-
 ployer l'angle parallaxique δ , ou l'angle du vertical avec le Autre méthode
pour calculer
l'équation.
 cercle de latitude ; voici la manière de s'en servir , en sup-
 posant qu'on ait calculé l'angle S pour le temps des hau-
 teurs observées avant ou après le méridien (622) ; on verra
 dans les analogies différentielles que lorsque dans un trian-
 gle on a deux côtés constans , tels que PZ & ZS , la varia-
 tion du troisième côté PS est à la variation d'un des an-
 gles P adjacens au côté constant , comme le sinus de ce

troisième côté multiplié par la tangente de l'autre angle S adjacent au côté constant, est au sinus total; c'est-à-dire, que $dPS : dP :: \text{tang. } S. \sin. PS : R$, donc $dP = \frac{dPS}{\text{tang. } S \sin. PS}$, mettant dx à la place de dPS , & divisant cette quantité par 30, comme dans la formule précédente, on aura l'équation des hauteurs en secondes de temps $\frac{dx}{30 \text{ tang. } S \sin. PS}$: c'est-

Règle. à-dire, qu'il faudra diviser le changement de déclinaison arrivé du matin au soir, exprimé en secondes, par la tangente de l'angle parallactique multipliée par 30 fois le cosinus de la déclinaison, le quotient sera la correction cherchée en secondes de temps. Un Observateur en pays éloigné, qui seroit dépourvu de Tables, trouveroit de l'avantage à employer cette méthode, parce que l'angle parallactique est aisé à calculer quand on connoît la hauteur du soleil par l'observation, dont ZS est le complément, la hauteur de l'équateur du lieu où l'on habite, qui est égale à PZ , & l'heure à laquelle on a observé, qui donne l'angle horaire P ; alors il suffit de faire cette proportion, $\sin. SZ : \sin. P :: \sin. PZ : \sin. S$, pour avoir l'angle parallactique PSZ .

632. La méthode des hauteurs correspondantes sert aussi à déterminer le passage des planetes par le méridien, lorsqu'on veut déterminer de la maniere la plus sûre leur différence d'ascension droite par rapport à une étoile; toutes les planetes, aussi bien que le soleil, sont sujettes à avoir dans l'espace de quelques heures un changement de déclinaison, d'où il résulte une correction semblable à celle que nous venons de calculer pour le soleil; il est vrai que cette différence peut devenir plus grande pour les autres planetes, parce qu'elle dépend du changement de déclinaison dans l'intervalle des deux observations; mais ce n'est point un obstacle à l'exactitude de la méthode, dès qu'on connoît exactement la différence de déclinaison d'un jour à l'autre. On peut connoître cette différence par des hauteurs méridiennes observées deux jours de suite, & même par le calcul des Tables qui est suffisamment exact, pourvu qu'on le fasse en secondes; car une minute d'erreur sur le changement

changement de la déclinaison en 24 heures , peut produire plus d'une seconde de temps sur l'équation des hauteurs correspondantes.

633. La lune même pourroit s'observer par le moyen des hauteurs correspondantes ; car les Tables sont assez exactes pour donner à une minute près le changement diurne en déclinaison , sur-tout étant corrigées par les observations que l'on fait presque tous les jours à Paris : il est vrai que le calcul est extrêmement long , aussi ne doit-on choisir cette méthode que dans le cas où l'on est dépourvu de tout autre moyen pour observer les longitudes, ou pour déterminer les lieux de la lune ; mais je connois des cas où il eût été bien à souhaiter qu'on eût daigné le mettre en usage.

634. On trouvera ci-après , pag. 277 , une Table de l'équation des hauteurs correspondantes pour chaque demi-heure, c'est-à-dire , pour des hauteurs prises à 2^h , à $2^h \frac{1}{2}$, &c. jusqu'à six heures , sous la latitude de Paris : cette Table a été calculée par M. l'Abbé de la Caille, elle ne va pas au-delà de six heures , parce que les Astronomes n'ont pas coutume de choisir de si grands intervalles de temps , pendant lesquels une horloge peut souffrir quelque dérangement , c'est ordinairement à 9 heures du matin & à 3 heures après midi , que nous prenons des hauteurs correspondantes du soleil ; plus près du midi elles auroient moins de précision , parce que le soleil ne monte pas assez rapidement pour que l'on soit sûr , à une demi-seconde près , du temps où le bord du soleil touche le fil de la lunette.

De la Table
d'équation.

Cette Table est disposée aussi pour tous les degrés de la longitude du soleil de six en six , & non pas pour les degrés de déclinaison , parce que dans les temps mêmes où le soleil est à égale distance de l'équateur , le changement diurne de sa déclinaison n'est pas exactement le même , le soleil ayant dans l'écliptique un mouvement diurne , plus ou moins rapide , qui en produit un plus ou moins grand dans la déclinaison.

635. Cette Table peut servir aussi pour les planetes , mais avec une attention dont nous allons parler , &

seulement dans les cas où le changement de déclinaison ne surpasse pas une minute par heure ; on cherchera dans la Connoissance des Mouvements célestes le jour de l'année où le mouvement du soleil en déclinaison est le même que celui de la planète que l'on vient d'observer, & l'on verra quelle est la longitude du soleil pour ce jour-là ; c'est avec cette longitude qu'on cherchera dans la Table de l'équation des hauteurs correspondantes celle qui convient à la planète ; on aura soin aussi de ne pas faire attention aux titres de cette Table, mais d'ajouter l'équation quand la planète s'éloigne du pôle nord, & de la soustraire quand elle s'en rapproche.

636. EXEMPLE. Je suppose que le 23 Novembre 1765, jour de l'opposition de Saturne, on ait observé des hauteurs correspondantes de cette planète, 4 heures avant son passage au méridien, & 4 heures après, son mouvement diurne en déclinaison est alors de une minute seulement, dont il s'éloigne du pôle boréal d'un jour à l'autre, à peu-près comme le soleil quand il a trois signes & deux degrés de longitude, on cherchera donc dans la Table de l'équation des hauteurs, vis-à-vis de $3^{\circ} 2'$, & au-dessous de 4^h , on trouvera $0'' 6$, c'est-à-dire, six dixièmes de secondes qu'il faut ajouter, (parce que Saturne s'éloigne du pôle élevé), à l'heure du passage conclu des hauteurs correspondantes, pour avoir exactement le véritable passage au méridien.

Autres Tables
générales.

637. Nous insérons encore ici deux Tables qui serviront à trouver l'équation des hauteurs correspondantes pour toutes les latitudes, en ajoutant deux parties, dont l'une est constante, & l'autre varie pour différentes latitudes. La formule de l'art. 627 est composée de deux parties, dont l'une dépend de la déclinaison du soleil & de l'angle horaire, elle est égale à $\pm \frac{dx \text{ tang. declin.}}{30 \text{ tang. angle hor.}}$, c'est celle qui forme la première Table de l'équation générale, page 279 ; elle est additive dans le premier & le troisième quart de la longitude du soleil, c'est-à-dire, dans le printemps & dans l'automne : en effet elle doit être additive quand le soleil descend, & qu'il a une déclinaison australe, parce qu'on a vû

(art. 629.) que la formule totale est additive dans les signes descendans, & que la partie qui dépend de la déclinaison, est additive seulement quand la déclinaison du soleil est australe, les deux signes + concourent alors, & la seconde partie de la formule qui est contenue dans la première Table, ne peut manquer d'être additive; elle sera encore additive quand le signe de la formule totale étant —, le signe de la seconde partie se trouvera encore —; car la négation d'une partie négative est une affirmation; retrancher une partie du *deficit*, c'est ajouter une chose positive; or c'est ce qui arrive quand le soleil est dans les signes ascendans avec une déclinaison boréale; dans tous les autres cas, cette partie de la formule est négative, c'est-à-dire, dans l'été & dans l'hiver, ou dans le second & le quatrième quart de la longitude.

Cette partie de l'équation des hauteurs devoit changer de signe sous les latitudes méridionales, mais comme le signe de l'équation totale change aussi, l'un compense l'autre, & cette Table conserve les mêmes signes sous toutes les latitudes, au nord & au midi de l'équateur.

638. La seconde partie de l'équation générale, page 280, est égale à $\frac{d^x}{30 \sin. \text{angle hor.}}$; pour s'employer elle doit être encore multipliée par la tangente de la latitude, c'est-à-dire, qu'on ne peut employer cette Table telle qu'elle est, que sous une latitude de 45 degrés; tous les nombres de cette Table augmentent de moitié à 56° 19' de latitude, parce que la tangente de 56° 19', au lieu d'être égale à l'unité, est égale à $1 \frac{1}{2}$, ou 1, 5; de même tous les nombres de la Table deviennent doubles à 63° 26' de latitude, parce que la tangente de 63° 26' est double du rayon, elle est égale à 2, le rayon étant toujours supposé égal à 1. Cette partie de l'équation étant additive quand le soleil s'éloigne du pôle élevé, les signes de la seconde Table doivent changer lorsque l'on passe du côté du pôle austral; ceux que l'on y voit marqués, sont pour les latitudes boréales.

639. EXEMPLE. Le 30 Septembre 1751, M. de la Caille étant au Cap de Bonne Espérance, sous la latitude australe

M m ij

de $33^{\circ} 55'$, observa des hauteurs du soleil vers $8^{\text{h}} \frac{3}{4}$ du matin, & $3^{\text{h}} \frac{1}{4}$ de l'après-midi, on demande l'équation pour ce jour-là; la longitude du soleil à midi étant $6^{\text{s}} 6^{\circ} 55'$, on trouve dans la premiere Table $0''$, 6 additive; & dans la seconde Table $16''$, 8. Cette derniere quantité se multipliera par la tangente de la latitude $33^{\circ} 55'$ qui est $0,672$, ou, ce qui revient au même, on ajoutera le logarithme de $16''$, 8 qui est $1,22531$, avec celui de la tangente de $33^{\circ} 55'$, qui est $9,82762$, & l'on aura pour la somme $1,05293$, logarithme de $11''$, 3; ainsi cette partie de l'équation est $11''$, 3, parce qu'on change les signes de la Table sous une latitude méridionale; on en retranchera la premiere partie $0''$, 6, parce qu'elle est additive, & l'on aura $10''$, 7, équation soustractive pour le temps & le lieu donné, & c'est aussi celle que M. de la Caille a employée, (*Astr. Fundam. p. 117.*)

640. Si l'on calculoit cette équation directement pour le Cap de Bonne Espérance par la formule de l'art. 627, on trouveroit $+ 11''$, 3 & $- 0''$, 6, mais il faudroit changer les signes de l'équation totale qui deviendra toujours $- 10''$, 7: il a été plus commode de ne changer les signes que de la seconde Table, parce que ceux de la premiere Table changent nécessairement quand on passe à des latitudes méridionales, en même temps que l'on change le signe de l'équation totale; ainsi l'on ne fera pas surpris de voir une espece de contradiction entre les signes des 2 Tables, & ceux que la formule donneroit si l'on en faisoit immédiatement l'application.

641. On trouvera dans la premiere partie de l'équation générale, page 279, une colonne où sont les logarithmes des mouvemens diurnes du soleil en déclinaison pour chaque longitude; quand le soleil est dans l'équinoxe, & que sa longitude est $0^{\circ} 0'$, sa déclinaison varie de $23' 41''$ par jour, le logarithme de cette quantité réduite en secondes est $3,1525$, il serviroit à celui qui auroit besoin de construire une Table pour quelque latitude donnée, ou d'étendre à une plus grande distance du méridien les Tables suivantes.

277

ÉQUATION POUR LE MIDI,
*Conclu par des hauteurs correspondantes du Soleil, sous
la Latitude de Paris.*

Moitié de l'intervalle entre les Observations.

Longitude du ☉	2h 0'	2h 30'	3h 0'	3h 30'	4h 0'	4h 30'	5h 0'	5h 30'	6h 0'
O	0 18" 0	18" 5	19 2	19 9	20 9	22 0	23 4	24 9	27 1
	6 17 4	17 8	18 5	19 3	20 3	21 5	23 0	24 6	26 9
fouf.	12 16 5	17 0	17 7	18 5	19 6	20 8	22 3	24 0	26 4
	18 15 5	16 0	16 8	17 6	18 7	20 0	21 6	23 3	25 7
I.	2 14 5	15 0	15 7	16 5	17 7	19 0	20 6	22 3	24 8
	0 13 3	13 8	14 6	15 4	16 5	17 8	19 4	21 1	23 6
fouf.	6 12 3	12 6	13 3	14 1	15 2	16 5	18 0	19 7	22 1
	12 10 7	11 2	12 0	12 8	13 8	15 0	16 5	18 2	20 4
fouf.	18 9 5	10 0	10 6	11 3	12 3	13 5	14 8	16 4	18 5
	24 8 1	8 5	9 1	9 8	10 7	11 8	13 0	14 4	16 3
II.	0 6 7	7 1	7 6	8 3	9 0	10 0	11 1	12 3	14 0
fouf.	6 5 4	5 7	6 1	6 6	7 3	8 1	9 0	10 0	11 5
	12 4 0	4 3	4 6	5 0	5 5	6 1	6 8	7 6	8 7
fouf.	18 2 7	2 8	3 1	3 3	3 7	4 1	4 6	5 2	5 9
	24 1 3	1 4	1 5	1 7	1 8	2 0	2 3	2 6	3 0
III.	0 0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0	0 0
ad.	6 1 3	1 4	1 5	1 7	1 8	2 0	2 3	2 6	3 0
	12 2 7	2 8	3 1	3 3	3 7	4 1	4 6	5 2	5 9
	18 4 0	4 3	4 6	5 0	5 5	6 1	6 8	7 6	8 7
IV.	24 5 3	5 7	6 1	6 6	7 3	8 0	9 0	10 0	11 4
	0 6 7	7 1	7 6	8 2	9 0	9 9	11 0	12 3	13 9
ad.	6 8 0	8 5	9 1	9 8	10 7	11 7	13 0	14 3	16 3
	12 9 4	9 9	10 5	11 2	12 2	13 4	14 8	16 3	18 4
ad.	18 10 6	11 2	11 9	12 7	13 7	15 0	16 4	18 0	20 3
	24 12 0	12 5	13 2	14 0	15 1	16 4	18 0	19 6	22 0
V.	0 13 2	13 7	14 5	15 3	16 4	17 7	19 2	21 0	23 4
ad.	6 14 3	14 9	15 6	16 4	17 5	18 8	20 4	22 1	24 6
	12 15 4	15 9	16 6	17 5	18 6	19 8	21 4	23 1	25 5
ad.	18 16 4	16 9	17 6	18 4	19 4	20 7	21 2	23 8	26 2
	24 17 2	17 7	18 3	19 1	20 1	21 3	22 8	24 3	26 7
VI.	0 17 9	18 3	19 0	19 7	20 7	21 8	23 2	24 7	26 9

(Voyez art. 28.)

M ij

ÉQUATION POUR LE MIDI,

Conclu par des hauteurs correspondantes du Soleil, sous
la Latitude de Paris.

Moitié de l'intervalle entre les Observations.

Longitude du ☉	2 ^h 0'	2 ^h 30'	3 ^h 0'	3 ^h 30'	4 ^h 0'	4 ^h 30'	5 ^h 0'	5 ^h 30'	6 ^h 0'
VI.	0 17 9	18 3	19 0	19 7	20 7	21 8	23 2	24 7	26 9
ad.	6 18 5	18 8	19 5	20 1	21 0	22 1	23 4	24 8	
	12 18 8	19 2	19 7	20 3	21 2	22 2	23 3	24 6	
	18 19 0	19 3	19 8	20 3	21 1	22 0	23 1		
	24 19 0	19 2	19 6	20 1	20 8	21 6	22 6		
VII.	0 18 6	18 8	19 3	19 6	20 2	21 0			
ad.	6 18 0	18 2	18 5	18 9	19 4	20 0			
	12 17 0	17 2	17 6	17 9	18 3	18 9			
	18 15 9	16 0	16 3	16 5	16 9				
	24 14 4	14 5	14 7	14 9	15 2				
VIII.	0 12 6	12 7	12 8	13 0	13 2				
ad.	6 10 5	10 5	10 6	10 8					
	12 8 1	8 2	8 2	8 3					
	18 5 5	5 6	5 6	5 6					
	24 2 8	2 8	2 8	2 9					
IX.	0 0 0	0 0	0 0	0 0					
ad.	6 2 8	2 8	2 8	2 9					
fouf.	12 5 5	5 6	5 6	5 7					
	18 8 1	8 2	8 2	8 3					
	24 10 5	10 6	10 7	10 8					
X.	0 12 6	12 7	12 9	13 0	13 3				
ad.	6 14 5	14 6	14 8	15 0	15 3				
fouf.	12 16 0	16 2	16 4	16 6	17 0				
	18 17 2	17 3	17 7	18 0	18 4	18 9			
	24 18 1	18 3	18 7	19 0	19 6	20 9			
XI.	0 18 8	19 0	19 4	19 8	20 4	21 1			
ad.	6 19 1	19 4	19 8	20 3	21 0	21 8	22 8		
fouf.	12 19 1	19 5	20 0	20 5	21 3	22 2	23 3		
	18 19 0	19 4	20 0	20 5	21 4	22 3	23 6	25 0	
	24 18 6	19 0	19 7	20 3	21 2	22 3	23 6	24 8	
	30 18 0	18 5	19 2	19 9	20 9	22 0	23 4	24 0	

Longitude du ☉	1h 40'	2h 0'	2h 20'	2h 40'	3h 0'	3h 20'	3h 40'	4h 0'	Log. du mou- vem. en Déc.
0	0	0	0	0	0	0	0	0 00	3 1525
O ^s 10 ^d	0'' 96	0'' 93	0'' 89	0'' 85	0 80	0 75	0 69	0 62	3 1447
ad. 20	1 89	1 76	1 69	1 61	1 53	1 43	1 30	1 17	3 1246
I. 0	2 49	2 41	2 32	2 21	2 09	1 95	1 79	1 61	3 0913
ad. 10	2 90	2 81	2 70	2 58	2 43	2 27	2 08	1 87	3 0418
20	2 97	2 88	2 77	2 64	2 49	2 32	2 13	1 92	2 9702
II. 0	2 68	2 59	2 50	2 38	2 25	2 09	1 92	1 73	2 8654
ad. 10	2 02	1 96	1 89	1 80	1 70	1 58	1 45	1 31	2 7043
20	1 10	1 06	1 02	0 97	0 92	0 86	0 79	0 71	2 4124
III. 0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	
fouf. 10	1 10	1 06	1 02	0 97	0 92	0 86	0 79	0 71	2 4117
20	2 02	1 96	1 88	1 79	1 70	1 58	1 45	1 31	2 7029
IV. 0	2 66	2 58	2 48	2 37	2 24	2 08	1 91	1 72	2 8633
fouf. 10	2 94	2 85	2 74	2 62	2 47	2 30	2 11	1 90	2 9663
20	2 87	2 78	2 68	2 56	2 41	2 25	2 06	1 86	3 0384
V. 0	2 47	2 40	2 31	2 20	2 08	1 94	1 78	1 60	3 0875
fouf. 10	1 81	1 75	1 68	1 60	1 52	1 32	1 29	1 16	3 1204
20	0 95	0 92	0 89	0 85	0 80	0 74	0 68	0 61	3 1402
VI. 0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	3 1482
ad. 10	0 96	0 93	0 89	0 85	0 80	0 75	0 69	0 62	3 1450
20	1 84	1 78	1 72	1 65	1 56	1 46	1 24	1 20	3 1303
VII. 0	2 55	2 47	2 38	2 27	2 14	2 00	1 83	1 65	3 1020
ad. 10	3 00	2 91	2 80	2 67	2 52	2 35	2 15	1 94	3 0569
20	3 10	3 01	2 89	2 76	2 61	2 43	2 23	2 01	2 9895
VIII. 0	2 83	2 74	2 64	2 52	2 38	1 21	2 03	1 83	2 8885
ad. 10	2 15	2 08	2 00	1 91	1 80	1 68	1 54	1 39	2 7301
20	1 17	1 13	1 09	1 04	0 98	0 91	0 84	0 75	2 4403
IX. 0	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	
fouf. 10	1 17	1 13	1 09	1 04	0 98	0 91	0 84	0 75	2 4401
20	2 15	2 09	2 01	1 92	1 81	1 69	1 55	1 39	2 7316
X. 0	2 84	2 76	2 64	2 56	2 39	2 22	2 04	1 84	2 8906
fouf. 10	3 13	3 03	2 91	2 78	2 62	2 45	2 25	2 02	2 9922
20	3 02	2 93	2 82	2 69	2 54	2 37	2 16	1 95	3 0603
XI. 0	2 57	2 49	2 40	2 29	2 16	2 01	1 85	1 66	3 1057
fouf. 10	2 34	2 27	2 18	2 08	1 97	1 83	1 68	1 51	3 1344
20	0 97	0 94	0 90	0 86	0 81	0 76	0 69	0 63	3 1481

(Voyez art. 637.)

Multipliez par la Tangente de la Latitude, & si elle est Australe, changez les Signes.

Longitude du ☉	1h 40'	2h 0'	2h 20'	2h 40'	3h 0'	3h 20'	3h 40'	4h 0'
O	0 15" 53	15" 78	16" 09	16" 37	16" 74	17" 17	17" 66	18" 23
fouf.	10 15 25	15 50	15 80	16 08	16 44	16 86	17 35	17 91
	20 14 56	14 80	15 09	15 35	15 70	16 10	16 56	17 10
I.	0 13 49	13 71	13 97	14 22	14 54	14 91	15 34	15 83
fouf.	10 12 03	12 23	12 47	12 69	12 97	13 30	13 69	14 13
	20 10 20	10 37	10 57	10 76	11 00	11 28	11 61	11 98
II.	0 8 02	8 15	8 31	8 45	8 64	8 86	9 12	9 41
fouf.	10 5 53	5 62	5 73	5 83	5 96	6 12	6 29	6 50
	20 2 82	2 87	2 93	2 98	3 05	3 12	3 21	3 32
III.	0 0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00
ad.	10 2 82	2 87	2 92	2 97	3 04	3 12	3 21	3 31
	20 5 51	5 60	5 71	5 81	5 95	6 10	6 27	6 48
IV.	0 7 98	8 11	8 27	8 41	8 60	8 82	9 08	9 37
ad.	10 10 11	10 28	10 48	10 66	10 90	11 18	11 51	11 88
	20 11 94	12 17	12 37	12 59	12 87	13 20	13 58	14 02
V.	0 13 37	13 59	13 85	14 10	14 41	14 78	15 21	15 70
ad.	10 14 42	14 66	14 94	15 20	15 55	15 94	16 41	16 93
	20 15 09	15 34	15 64	15 92	16 27	16 69	17 17	17 72
VI.	0 15 37	15 63	15 93	16 21	16 58	17 00	17 49	18 05
ad.	10 15 26	15 52	15 81	16 09	16 46	16 87	17 36	17 92
	20 14 75	15 00	15 29	15 56	15 91	16 31	16 78	17 32
VII.	0 13 82	14 05	14 32	14 57	14 90	15 28	15 74	16 23
ad.	10 12 46	12 66	12 91	13 14	13 43	13 78	14 17	14 63
	20 10 76	10 84	11 05	11 25	11 50	11 80	12 14	12 53
VIII.	0 8 46	8 59	8 76	8 91	9 12	9 35	9 62	9 93
ad.	10 5 87	5 83	6 08	6 19	6 33	6 49	6 63	6 89
	20 3 01	3 06	3 12	3 18	3 25	3 33	3 43	3 54
IX.	0 0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00	0 00
fouf.	10 3 02	3 07	3 13	3 18	3 25	3 34	3 43	3 54
	20 5 89	6 00	6 10	6 36	6 50	6 67	6 86	6 92
X.	0 8 42	8 64	8 80	8 96	9 16	9 39	9 67	9 98
fouf.	10 10 74	10 91	11 12	11 32	11 58	11 90	12 21	12 61
	20 12 56	12 77	13 01	13 24	13 54	13 88	14 29	14 74
XI.	0 13 94	14 17	14 45	14 70	15 03	15 41	15 86	16 37
fouf.	10 14 90	15 14	15 43	15 71	16 06	16 47	16 94	17 48
	20 15 37	15 63	15 93	16 21	16 57	17 00	17 49	18 05

De l'Heure

De l'heure où il seroit le plus avantageux de prendre des Hauteurs correspondantes.

642. J'AI dit que l'on prend ordinairement les hauteurs à 9 heures du matin , pour ne pas mettre une trop grande distance entre les observations , & ne pas compter trop long-temps sur l'uniformité de l'horloge ; cependant il est bon de sçavoir aussi quelle est l'heure où il y a le plus d'exactitude à attendre de l'observation même de la hauteur ; cette considération servira aussi dans tous les cas où l'on seroit obligé d'employer le quart-de-cercle pour prendre des hauteurs hors du méridien , comme pour sçavoir l'heure qu'il est , ou pour observer des conjonctions , ainsi qu'on le verra à l'occasion des passages de Mercure & de Vénus sur le soleil.

Plus un astre s'éleve rapidement, ou plus il parcourt d'espace en hauteur dans un temps donné , plus on discerne avec précision l'instant où il traverse le fil de la lunette , & plus il y a d'avantage à observer alors la hauteur ; lorsqu'on est placé sous l'équateur , on voit les astres se lever tous perpendiculairement à l'horison (76) ; mais dans la sphère oblique tous les astres vont obliquement , & ne s'élevent dans aucun cas perpendiculairement , du moins dans l'horison ; tout ce que l'on peut faire , est de trouver le temps où la direction du mouvement d'un astre dans son parallele approche le plus de l'angle droit.

On trouve dans le Calendrier astronomique de Berlin pour l'année 1740 , une solution algébrique de ce problème ; je ne la rapporterai pas ici , parce qu'il suffit de jeter les yeux sur un globe pour voir dans quel temps est la plus grande augmentation de la hauteur ; si l'astre a une déclinaison méridionale , c'est au moment de son lever ; si la déclinaison est boréale , mais qu'elle soit moindre que l'élévation du pole , c'est au moment où l'astre passe dans le premier vertical , c'est-à-dire , que son azimuth est de 90 deg. Si la déclinaison est plus grande que la hauteur du pole , en sorte que l'astre passe au méridien entre le pole & le zénith,

il y aura un point de son parallèle où le vertical sera perpendiculaire au cercle horaire, & dans ce point la direction du mouvement diurne sera perpendiculaire à l'horizon; ainsi on aura alors le plus grand accroissement possible pour la hauteur de l'astre dont il s'agit.

DE LA MESURE DU TEMPS.

643. Le soleil étant l'objet le plus frappant de l'univers entier, il a été pris dans tous les siècles & chez tous les peuples du monde, pour la mesure naturelle du temps; les années ont servi à compter les temps éloignés, les jours ont servi à marquer des intervalles plus courts; les heures ont été introduites pour partager les jours, & exprimer les petits intervalles de temps.

Egalité du temps.

644. Le temps par sa nature, ou par l'idée primitive que tout le monde y attache, est égal & uniforme; les heures sont des intervalles égaux, & le mouvement diurne du soleil autour de la terre, qui se partage en 24 parties égales, doit être supposé uniforme pour former 24 portions égales, dont chacune répond à 15 degrés de l'équateur ou de l'angle au pôle.

Ce mouvement diurne que nous ferons voir être produit par la rotation de la terre autour de son axe (Liv. V.), est donc nécessairement supposé égal; on n'a point encore aperçu de phénomènes qui puissent y dénoter quelque inégalité; on le suppose uniforme, soit pour le temps où nous sommes, soit pour les siècles passés.

Inégalité de la rotation de la terre.

645. Cependant l'inégalité des rotations de la terre pourroit aller à 2 ou 3 secondes de temps dans l'espace d'un an, sans qu'il fût possible de s'en apercevoir par les observations; ces rotations pourroient être plus ou moins longues actuellement que dans les siècles passés, sans que la différence fût sensible dans les moyens mouvemens des planètes, qui ne sçauroient être déterminés exactement par les anciennes observations; il faudroit avoir déterminé pendant plusieurs siècles la longueur du pendule simple qui sert à mesurer les jours, comme nous le dirons en parlant de

la Figure de la Terre , pour avoir lieu de présumer que les durées des rotations de la terre sont constantes , & il pourroit encore arriver que le pendule fût constant malgré le changement de la rotation de la terre.

Les forces de la lune & du soleil sur le sphéroïde aplati, dont nous parlerons dans le Livre de l'Attraction, le vent général qui regne sans cesse d'orient en occident sur la surface de la terre, le mouvement général de la mer d'occident en orient *, qui a été remarqué par divers Observateurs ; tout cela doit nécessairement affecter à la longue le mouvement de rotation de la terre, & par conséquent changer un peu la longueur des jours que nous supposons uniforme. Cependant n'ayant jusqu'ici aucun moyen de constater la différence, ni aucune raison de croire qu'elle soit bien considérable, nous supposerons les jours égaux, sans autre différence que celle qui provient du mouvement annuel, & dont nous parlerons bientôt.

646. Les horloges à pendule, qu'on appelle souvent par abbréviation *des Pendules*, & dont on se sert dans la société, sont réglées sur le moyen mouvement du soleil, & marquent les heures solaires moyennes (149), c'est-à-dire, qu'au bout de chaque année ces horloges doivent se retrouver d'accord avec le soleil, comme elles l'étoient au commencement de l'année. La plupart des Astronomes reglent les leurs de même, afin que l'horloge puisse indiquer toujours à peu-près l'heure qu'il est pour les usages de la société, & à peu-près le temps vrai des différentes observations qu'ils ont à faire ; dès-lors il est nécessaire pour eux de convertir à tout moment les heures solaires moyennes en degrés, pour connoître les différences d'ascension droite, & les arcs de l'équateur qui répondent à chaque intervalle d'heures, de minutes & de secondes comptées sur leur horloge : j'ai donné dans mon *Exposition du Calcul Astronomique*, & dans la *Connoissance des Mouvements célestes* **,

Horloges
réglées sur le
moyen mouve-
ment.

* Histoire Naturelle de M. de Buffon, preuves de la Théorie de la Terre, art. 12. — Varenî: *Geographia*. — Voyages de Narbrough. — Encyclopédie, Tome VI, pag. 909. — Mém. Acad. 1757. pag. 417.

** C'est le même Ouvrage qui étoit appelé *Connoissance des Temps* avant 1762.

depuis plusieurs années, une Table plus exacte qu'on ne l'avoit eue auparavant, pour convertir les heures solaires moyennes en degrés, minutes & secondes, jusqu'à la précision des décimales de secondes, car on ne doit pas les négliger dans certaines observations.

647. On trouve aussi dans la *Connoissance des Temps* de 1759 & des années précédentes, une Table pour réduire les parties de l'équateur en heures solaires moyennes, c'est-à-dire, pour faire l'opération inverse de celle que je viens d'indiquer, & une autre Table de la différence entre les heures du premier mobile & les heures solaires moyennes, à raison de $3' 56'' 33'''$ pour 24 heures, mais il n'est besoin pour suppléer à ces Tables, en cas de nécessité, que d'une simple proportion.

Horloges du
premier mobile.

648. Il y a eu des Astronomes célèbres, tels que M. de Roemer, M. de l'Isle & M. de la Caille depuis 1749, qui ont mieux aimé régler leurs horloges sur les heures du premier mobile, & leur faire suivre le mouvement diurne des étoiles; par ce moyen l'horloge avance tous les jours de $3' 56'' 33'''$ sur le moyen mouvement du soleil, & ne marque jamais l'heure du soleil que le jour de l'équinoxe: on trouve un avantage dans cette manière de régler une horloge, c'est que les étoiles passent tous les jours au méridien à la même heure comptée sur l'horloge, & c'est une extrême facilité pour ceux qui observent beaucoup d'étoiles, d'appercevoir d'un coup-d'œil quelle est l'étoile qui va passer au méridien; mais aussi l'on y trouve l'inconvénient d'être obligé de faire un calcul pour sçavoir quel est le temps vrai de chaque observation, & pour se préparer à l'observation du passage de chaque planète au méridien.

649. L'horloge réglée sur les étoiles fixes ou sur le premier mobile, marque toujours $0^h 0' 0''$ au moment où l'équinoxe passe au méridien, & marque toujours l'ascension droite du *point culminant*, c'est-à-dire, du point qui est dans le méridien, réduite en temps à raison de 15 deg. par heure; ainsi au moment que le soleil est dans le méridien, l'horloge des étoiles marque l'ascension droite du soleil en temps, & il suffit, pour sçavoir quelle heure elle marquera

à midi , de convertir en temps l'ascension droite du soleil pour ce jour-là. On trouve chaque année dans la Connoissance des Mouvements célestes une colonne qui a pour titre , *Distance de l'équinoxe au méridien* (687) , & qui n'est autre chose que le complément à 24 heures de l'ascension droite du soleil ; il suffira donc à ceux qui auront ce Livre entre les mains , de prendre chaque jour le complément de la distance de l'équinoxe au méridien , & ce sera l'heure de l'horloge à midi. Les heures solaires vraies diffèrent aussi des heures solaires moyennes , mais la différence ne va jamais au-delà de 30 secondes ; nous en parlerons après avoir expliqué la différence qu'il y a entre le temps moyen & le temps vrai.

650. Chaque jour on commence à compter depuis un midi jusqu'à l'autre , l'on dit qu'il est une heure de temps vrai quand le soleil a fait la 24^e. partie de cette révolution d'un midi à l'autre , ou que son angle horaire est de 15 deg. & pour trouver le temps vrai d'une observation , il suffit de sçavoir à quelle partie se trouve le soleil des 24 heures , ou des 360 deg. qu'il y a d'un midi à l'autre (148).

Du Temps vrai.

On a deux moyens pour trouver le temps vrai d'une observation : la plus usitée suppose qu'on ait une horloge à pendule qui marque les heures , les minutes & les secondes , nous allons commencer par celle-là , & nous expliquerons la seconde méthode , lorsque nous aurons parlé plus au long des angles horaires (716).

Trouver le Temps vrai d'une Observation.

651. Après avoir vû dans les articles 621 & suiv. le moyen de chercher l'heure vraie du midi , par des hauteurs correspondantes du soleil , on a ura aisément l'heure vraie de toute autre observation : je suppose que l'on ait trouvé par cette méthode que le 1^r. Janvier une horloge marquoit à midi 0^h 3' 57" , & que le lendemain 2 Janvier on ait encore trouvé par la même méthode , que l'horloge marquoit 0^h 4' 45" à midi ; dans ce cas-là on voit que l'horloge avancoit de 48" par jour , c'est-à-dire , qu'elle n'étoit point réglée

sur le moyen mouvement du soleil, ni sur son mouvement vrai. Supposons actuellement qu'on ait observé le soir un phénomène céleste, par exemple, une immersion d'étoile derrière la lune, lorsque l'horloge marquoit $9^h 30' 57''$, il s'agit de sçavoir quel est le temps vrai qui répond à cette heure de la pendule. Puisque la pendule avance de $48''$ par jour, on fera cette règle de trois : $24^h 0' 48''$ sont à $48''$, comme $9^h 27' 0''$, dont l'observation est arrivée plus tard que le midi de l'horloge, sont à $19''$, quantité dont elle a dû avancer entre midi & l'observation dont il s'agit, on ajoutera ces $19''$ avec $0^h 3' 57''$ que marquoit l'horloge à midi, puisque l'avancement augmente d'un jour à l'autre, & l'on aura $0^h 4' 17''$, quantité dont la pendule avançoit à l'heure de l'observation ; c'est ce qu'il faut ôter de l'heure marquée par la pendule au moment de l'observation, $9^h 30' 57''$, & il reste $9^h 26' 40''$ pour le temps vrai cherché.

652. Cette opération se réduit aussi à trouver quelle étoit la distance du soleil au méridien, en temps à raison de 15 deg. par heure : en effet, puisque le soleil étoit dans le méridien même à $0^h 3' 57''$, & le lendemain à $0^h 4' 45''$, il a parcouru les 360 deg. qui sont 24 heures de temps vrai, dans l'espace de $24^h 0' 48''$ de l'horloge, & la proportion que nous venons de faire, apprend que depuis $0^h 3' 57''$ jusqu'à $9^h 30' 57''$ de l'horloge, il s'est écoulé $9^h 26' 41''$ de temps vrai, au lieu de $9^h 27' 0''$ qui se sont écoulées sur l'horloge ; ainsi il est indifférent que l'horloge dont on se sert, soit réglée ou non réglée, c'est-à-dire, que ses 24 heures soient plus longues ou plus courtes que les 24 heures du soleil ; que l'horloge marque l'heure qu'il est, ou qu'elle ne la marque pas, cela est absolument indifférent pour l'usage des Astronomes ; la méthode que nous venons d'indiquer, fait trouver dans tous les cas la quantité dont l'horloge avance ou retarde au moment de l'observation, & les Astronomes n'ont pas besoin d'autre chose ; tout ce qu'on suppose nécessairement dans ce calcul, c'est l'uniformité du mouvement de l'horloge : si dans 24 heures elle avance de $48''$, il faut que dans 12 heures elle avance de $24''$, sans quoi l'uniformité ne s'y trouveroit plus, & son mouvement

ne pourroit plus servir à mesurer le mouvement diurne des astres qui est uniforme , ou du moins que l'on suppose tel (645).

*Différence entre le Temps vrai & le Temps moyen ,
ou Equation du Temps.*

653. JUSQU'ICI nous n'avons parlé que du temps vrai qui est marqué par le soleil sur nos méridiennes & nos cadrans , & qui s'emploie dans les différens usages de la société, aussi bien que dans l'Astronomie ; nous avons supposé que le soleil revenoit au méridien au bout de 24 heures , & qu'il employoit le même temps à y revenir d'un midi au suivant , que de celui-ci au troisieme, les anciens Astronomes durent s'en tenir long-temps à cette supposition ; mais en observant plus exactement, on remarqua bientôt que le soleil n'avoit pas une marche uniforme (565) , que le temps vrai mesuré par cette marche inégale , ne pouvoit pas être uniforme & régulier.

Supposons donc une horloge absolument parfaite qui dans le cours d'une année ait continué de marcher sans aucune inégalité, en marquant midi le premier & le dernier jour de l'année, au même instant où le soleil est dans le méridien , cette horloge n'a pas dû marquer également midi à tous les autres jours intermédiaires , avec le soleil, car il faudroit pour cela que le soleil eût été tous les jours avec la même vitesse : je m'explique :

Quand le soleil quitte le méridien , & y retourne le lendemain , il a décrit 360° en apparence , mais véritablement il a parcouru non-seulement les 360° , qui font une révolution entiere de tout le ciel étoilé , mais encore un degré de plus , qui est la quantité dont le soleil s'est avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes, dans l'intervalle de son retour au méridien (48).

654. Pour que tous les retours du soleil au méridien fussent égaux , il faudroit que ce mouvement propre du soleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité , c'est-à-dire, de $59' 8''$; mais à cause des inégalités dont nous

Première cause
de l'équation du
Temps.

avons parlé, il arrive qu'au commencement de Juillet le soleil ne fait que $57' 11''$ par jour vers l'orient, & qu'au commencement de Janvier il fait $61' 11''$, c'est-à-dire, 4 minutes de plus qu'au mois de Juillet, le long de l'écliptique par son mouvement propre. Telle est la première cause qui rend les jours inégaux; l'on compte toujours 24 heures d'un midi à l'autre, mais ces 24 heures seront plus longues quand le soleil aura fait $61' 11''$, que quand il n'aura fait que $57' 11''$ vers l'orient, parce qu'il sera obligé de les parcourir par le mouvement diurne d'orient en occident avant que d'arriver au méridien.

Seconde cause
de l'équation du
Temps,

655. A cette première cause qui dépend de l'inégalité du soleil dans l'écliptique, il s'en joint une autre qui dépend de la situation de l'écliptique: il ne suffit pas que le mouvement propre du soleil sur l'écliptique soit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement soit égal par rapport à l'équateur & par rapport au méridien; la durée des 24 heures dépend en partie de la petite quantité dont le soleil avance chaque jour vers l'orient; mais cette quantité devrait être mesurée sur l'équateur, parce que c'est autour de l'équateur que se comptent les heures; si le soleil qui aura avancé d'un degré le long de l'écliptique, pouvoit répondre encore au même point de l'équateur, il passeroit encore au méridien à la même heure que s'il n'avoit eu aucun mouvement; ce n'est donc pas seulement son mouvement propre qu'il faut considérer par rapport à l'inégalité des jours, mais c'est ce mouvement rapporté à l'équateur.

Fig. 23.

Soit O le soleil (Fig. 23.), SB le méridien auquel le soleil doit arriver lorsque le point O sera plus avancé, & que le point Q de l'équateur sera arrivé au point A du méridien; quelle que soit la longueur de l'arc OS de l'écliptique, cet arc n'emploiera à passer que le temps qui est mesuré par l'arc AQ de l'équateur; c'est-à-dire, que si l'arc AQ est d'un degré, il faudra 4 minutes à l'arc SO pour traverser le méridien, quelle que soit sa longueur; sa situation oblique ou inclinée, rend sa longueur OS plus grande que celle de l'arc AQ ; sa distance à l'équateur peut aussi faire que l'arc OS soit plus petit que l'arc AQ , parce qu'il est compris

compris entre deux cercles de déclinaison SA & OQ , qui sont perpendiculaires à l'équateur EAQ , & qui vont se rencontrer au pôle, en sorte que leur distance est moindre vers O que vers Q ; mais c'est toujours l'arc AQ de l'équateur qui règle le temps employé par le soleil à venir au méridien.

656. Pour combiner ensemble ces deux causes qui rendent inégaux les retours du soleil au méridien, concevons un soleil moyen & uniforme qui tourne dans l'équateur de maniere à faire chaque jour $59' 8''$ (565), & les 360° en même temps que le soleil par son mouvement propre, c'est-à-dire, dans l'espace d'un an; toutes les fois que ce soleil moyen arrivera au méridien, nous dirons qu'il est midi moyen, & si le soleil vrai se trouve plus ou moins avancé, en sorte qu'il soit plus ou moins de midi, nous appellerons la différence EQUATION DU TEMPS.

Maniere de concevoir l'équation du Temps.

657. L'ascension droite moyenne du soleil se trouve marquée par le lieu de ce soleil moyen qui tourne uniformément dans l'équateur; l'ascension droite vraie du soleil, celle qui est marquée par le cercle de déclinaison qui passe par le vrai lieu du soleil, peut différer de plus de 4 degrés de la moyenne, par les deux causes dont nous avons parlé; le soleil vrai peut passer un quart-d'heure plutôt ou plus tard que le soleil moyen, l'équation du temps va même jusqu'à $0^h 16' 10''$.

658. Il suit de ces principes que la différence entre l'ascension droite moyenne du soleil & son ascension droite vraie convertie en temps donnera l'équation du temps; mais l'ascension droite moyenne est nécessairement la même quantité que la longitude moyenne, puisque l'une & l'autre sont proportionnelles au temps, & augmentent chaque jour de $59' 8''$, ainsi l'équation du temps est la différence entre la longitude moyenne & l'ascension droite vraie du soleil, convertie en temps.

Définition de l'équation du Temps.

659. L'équation du temps a donc deux parties; la première est la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie, ou l'équation du centre (565) convertie en temps; la seconde est la différence entre la longitude vraie

& l'ascension droite vraie, aussi convertie en temps : on trouve des Tables de l'une & de l'autre partie jointes à toutes les Tables du Soleil.

Première partie
de l'équation du
Temps.

660. La première partie, ou la première Table qui a pour argument l'anomalie moyenne du soleil, va jusqu'à $7' 39'' , 6$ dans le temps que le soleil est dans ses moyennes distances, c'est-à-dire, à 3 & à 9 signes d'anomalie moyenne; cette partie est constante, parce que l'équation du centre ne varie point; mais le temps de l'année où elle arrive n'est pas toujours le même, parce que le soleil arrive chaque année un peu plus tard à son apogée, à cause du mouvement de l'apogée (982), dont nous parlerons dans le VI^e. Livre.

Seconde partie.

661. La seconde partie de l'équation du temps qui a pour argument la longitude vraie du soleil, va jusqu'à $9' 50'' , 4$, lorsque le soleil est à 45° des équinoxes; mais comme cette partie dépend de l'obliquité de l'écliptique dont la quantité diminue peu-à-peu, cette partie de l'équation du temps diminue aussi de $0'' , 014$ pour chaque seconde de diminution de l'obliquité de l'écliptique, ce qui fait $1''$ dans l'espace d'environ 150 ans; il seroit aisé de s'en assurer en calculant la différence entre ES & EA (Fig. 23.), lorsque ES est de 45° : car cette différence qui réduite en temps donne la plus grande équation de $9' 50'' , 4$, en supposant l'angle E de $23^\circ 28' 20''$, donnera une équation plus petite quand on diminuera l'angle E .

Fig. 23.

Troisième cause
de l'équation du
Temps.

662. On n'avoit jamais employé dans l'Astronomie d'autres élémens pour l'équation du temps, que les deux quantités dont nous venons de parler, parce qu'on ne connoissoit pas d'autres sources de différences entre l'ascension droite vraie & la moyenne, que l'équation du centre & l'obliquité de l'écliptique; mais depuis que M. Euler & M. Clairaut ont eu calculé les dérangemens que causent dans le mouvement réel de la terre, & par conséquent dans le mouvement apparent du Soleil, les attractions de la Lune, de Vénus & de Jupiter, auxquelles il faut ajouter l'inégalité de la précession des équinoxes; ces petites équations ont dû produire une troisième partie dans l'équation

du temps, car elles affectent l'ascension droite vraie du soleil sans affecter l'ascension droite moyenne; ainsi il en résulte une inégalité dans la différence de ces deux ascensions droites qui forme l'équation du temps.

Cette quantité peut aller à $3'' \frac{1}{2}$ de temps, ainsi il y a bien des circonstances où l'on ne sauroit la négliger; on en verra la cause & le calcul dans le XXII^e. Livre, où il s'agira de l'Attraction; il suffit ici de l'avoir indiquée. Je suppose que la somme de ces petites équations ait été trouvée de $45''$ sur l'écliptique; si l'on réduit en temps ces $45''$, on trouvera $3''$ de temps, qui sont à peu-près la portion qui en résulte sur l'équation du temps; cependant pour plus d'exactitude, il faut réduire à l'équateur ces $3''$ de temps, il n'en peut résulter qu'un tiers de seconde de plus ou de moins; mais il est toujours vrai de dire que l'on doit compter sur l'équateur, & non pas sur l'écliptique, cette partie de l'équation du temps.

663. Supposons que l'on ait $45''$ pour la somme des petites équations du soleil comptées sur l'écliptique ES , (Fig. 23.), qu'on veuille les rapporter à l'équateur EA , on trouvera dans les analogies différentielles qui sont à la fin de la Trigonométrie (Livre XXIII.), que si deux angles E & A sont constants, l'angle A étant un angle droit, la variation de ES est à celle de EA , comme le cosinus de SA est au sinus de l'angle S , mais le sinus de l'angle S est égal à $\frac{\text{cof. } E}{\text{cof. } SA}$ par la Trigonométrie sphérique; donc $dES^* : dEA :: \text{cof. } SA : \frac{\text{cof. } E}{\text{cof. } SA} :: \text{cof. } SA : \text{cof. } E$; donc $dEA = \frac{dES \text{ cof. obliq. } \odot}{\text{cof. } \odot \text{ declin. } \odot}$; & parce que le cosinus de l'obliquité de l'écliptique $23^\circ 28'$ est environ $\frac{9}{10}$ du rayon, on a $dEA = \frac{9 dES}{10 \text{ cof. } \odot \text{ decl. } \odot}$; & en divisant par 15 pour les réduire en temps, la portion de l'équation du temps qui en résulte sera $\frac{9 dES}{15 \cdot 10 \text{ cof. } \odot \text{ decl. } \odot}$, ce qui se réduit à cette règle générale: Du logarithme constant 8,78642, ôtez le double

Fig. 23i

* L'expression dES signifie la différentielle de ES , sa petite variation, le petit changement qui lui arrive.

du logarithme du cosinus de la déclinaison du soleil , & ajoutez-y le logarithme du mouvement en longitude , ou de la somme des petites équations , vous aurez le nombre des secondes de temps. Je suppose que la somme des petites équations fût de 45" , on trouveroit pour le temps des solstices , la déclinaison du soleil étant de 23° 28' , que la troisieme partie de l'équation du temps est de 3" , 27 de temps , au lieu de 3" qu'on auroit eu en se contentant de convertir seulement les 45" en temps , à raison de 15° par heure.

Histoire de
l'équation du
Temps.

664. La partie de l'équation du temps qui dépend de l'obliquité de l'écliptique , étoit connue & employée même du temps de Ptolémée , qui en parle dans son *Almageste* , (*L. III. ch. 10.*) ; Tycho-Brahé n'en employoit pas d'autre ; Kepler connut le premier la cause toute entiere de l'équation du temps : il dit formellement , (*Tabulæ Rudolph. pag. 35. Epit. Astr. Cop. pag. 720.*) , que le jour moyen ou égal , commence lorsque le lieu moyen du soleil est dans le méridien , & le jour apparent lorsque le vrai lieu du soleil y arrive : & dans un autre endroit , (*Epit. pag. 283. & 286.*) , que pour un temps donné il faut chercher l'ascension droite du soleil & sa longitude moyenne , & que la différence sera l'équation du temps , produite par deux causes ; sçavoir , l'inégalité propre du soleil , & l'obliquité de l'écliptique.

Cependant comme Kepler croyoit encore les jours inégaux par une troisieme cause , sçavoir , l'inégalité des rotations de la terre sur son axe , & que les mouvemens de la lune demandoient aussi une autre équation du temps qu'il ne connoissoit pas exactement , Kepler ne fit pas usage , ainsi qu'il falloit le faire , de ce qu'il avoit écrit là-dessus. Les Tables d'équation qu'il donne dans ses Tables Rudolphines , (*pag. 32.*) ne valent absolument rien : les Astronomes de son temps dispuoient beaucoup sur la forme & sur la cause de l'équation des jours , (*Riccioli, Alm. I. 179.*) ; & le P. Riccioli , au milieu de ces incertitudes , s'en tenoit à l'ancienne équation donnée par Ptolémée.

665. L'équation du temps , telle qu'on l'emploie

aujourd'hui , & que nous venons de l'expliquer (659) , ne fut connue d'une maniere précise qu'en 1672 , lorsque Flamsteed publia une Dissertation sur ce sujet à la suite des Œuvres d'Horoccius , pag. 443. Il remarque d'abord que Kepler, Longomontanus, Lansberge & Morin, avoient eu des opinions fausses à ce sujet ; mais sans s'arrêter à les réfuter , il passe à l'explication de sa méthode : il explique d'abord la partie de l'équation du temps qui dépend de l'équation du centre , ou de l'inégalité du mouvement propre du soleil dans l'écliptique (654) , parce que celle-ci avoit été ou rejettée par les autres Astronomes , ou employée d'une maniere défectueuse ; au lieu que la partie qui dépend de l'obliquité de l'écliptique (655) , avoit été admise par le plus grand nombre des Astronomes. Il faut convenir que Flamsteed avoit trouvé dans Kepler tout ce qui étoit nécessaire pour l'explication qu'il donnoit de l'équation du temps , mais il eut le mérite d'en séparer tout ce qui étoit inutile ; avant lui Street voulant employer dans ses Tables Carolines les deux parties de l'équation , s'étoit trompé dans les signes de la premiere partie , en sorte que l'erreur de sa Table étoit souvent plus grande que celle de Tycho qui l'avoit abandonné totalement : c'est ce qui porta Flamsteed à écrire une Dissertation pour éclaircir cette matiere ; & depuis cette époque de 1672 , aucun Astronome n'a eu de doute à ce sujet.

Flamsteed
acheve de décider
cette question.

666. Le TEMPS MOYEN , égal ou uniforme , est proprement celui des Astronomes , car le TEMPS VRAI leur est indifférent & inutile , ils ne l'observent que parce qu'il sert à trouver le temps moyen ; en effet , celui-ci est l'objet ou le but qu'ils se proposent dans la recherche du temps vrai ; le temps vrai est facile à observer , parce qu'il est marqué immédiatement par le soleil que nous voyons ; mais ce n'est pas un temps propre à servir d'échelle de numération , car il est de l'essence d'une pareille échelle d'être toujours constante , uniforme & égale. Toutes les révolutions célestes, toutes les époques en temps , tous les intervalles de temps que l'on trouve dans nos Tables Astronomiques, sont toujours en temps moyen. On ne peut faire avec les Tables

Avantages du
Temps moyen.

Astronomiques aucun calcul , si ce n'est pour des temps moyens ; & si l'on n'a que le temps vrai donné , il faut commencer par chercher le temps moyen qui lui répond , soit par la règle de l'art. 658, soit par les Tables que nous avons indiquées, art. 660 & 661. Par exemple, si je veux calculer, par le moyen des Tables Astronomiques, le lieu d'une planète au moment du midi vrai le 8 Janvier 1762, c'est pour midi 7' 20", qu'il faut chercher dans les Tables, parce qu'il est 7' de plus au temps moyen ce jour-là : on comprend aisément que les Tables Astronomiques ne peuvent être disposées que pour des années égales, des jours égaux & uni-

667. La Table même de l'équation du temps qui ferme la différence entre le temps moyen & le temps donne cette différence en temps moyen, & ne pourra donner autrement. En effet, si nous concevons le soleil & le soleil moyen éloignés l'un de l'autre de 4°, en qu'il doive s'écouler plus d'un quart-d'heure de différence entre leurs passages au méridien ; cet espace d'un quart-d'heure doit se compter comme tous les autres temps dans nos Tables, sur la même horloge & sur la même équation que toutes les révolutions & toutes les durées des mouvements célestes ; il doit donc se compter en temps moyen ; mais il faut prendre garde que cette manière de parler produise une équivoque (674).

668. Il faut considérer, à la vérité, le temps vrai même étant le seul que nous puissions observer, parce que nous ne voyons que le soleil vrai auquel le temps vrai est attaché ; mais d'ailleurs il ne doit jamais être employé, ni servir à compter aucun intervalle de temps, si ce n'est pour venir à trouver par son secours le temps moyen, le cas dont on doit faire usage.

Equivoque
sur le nom de
Temps vrai.

C'est pour cela que M. Newton, & d'autres Auteurs célèbres ont appelé *Temps vrai*, celui que nous nommons *Temps moyen* ; cette dénomination n'étoit point sans inconvénient, puisque le temps moyen est la vraie échelle de la mesure du temps ; dans le cas on appelloit *Temps apparent*, celui que nous nom-

Temps vrai, & le temps moyen s'appelloit *Temps égal*; cependant il paroît actuellement que presque tout le monde s'accorde à employer les noms de *Temps moyen* & de *Temps vrai*, dans le sens que nous venons de leur donner (666).

669. Il me reste à examiner une question qui s'est élevée à ce sujet, & que personne n'avoit encore discutée. Flamsteed, & ceux qui l'ont suivi, prenoient pour équation du temps la différence entre l'ascension droite vraie & l'ascension droite moyenne convertie en temps, à raison de 15 deg. par heure, en prenant, par exemple, 16 minutes de temps pour 4 deg. de différence : M. l'Abbé de la Caille en 1758, dans ses Tables du Soleil les plus exactes & les plus amples que l'on eût jamais faites, & qui ont été adoptées par tous les Astronomes, en jugea autrement ; il crut qu'il falloit convertir ces 4 degrés en temps solaire moyen, ce qui ne fait que 15' 57" ; la différence peut aller à 2", 6 (672), & il est important pour l'exactitude de nos calculs, de sçavoir à quoi s'en tenir, d'autant plus que tous les Astronomes se servoient de ses Tables avec la confiance qu'on doit à un Sçavant de ce mérite ; c'est pourquoi j'ai discuté (dans les *Mém. de l'Ac.* pour 1762.), cette question, & j'ai fait voir que l'équation du temps est la différence entre l'ascension droite vraie du soleil, & son ascension droite moyenne convertie à raison de 15° par heure, & non pas en suivant la Table appellée ordinairement *Table pour convertir les degrés en temps solaire moyen*, à raison de 15° 2' 28" par heure.

Pour le prouver aisément, choisissons le cas le plus simple, en prenant pour exemple le 6 de Novembre, jour auquel l'ascension droite moyenne du soleil surpasse de 4° l'ascension droite vraie ; le soleil vrai étant dans le méridien, le soleil moyen en est encore éloigné de 4° : il faut prouver que ces 4° de distance au méridien doivent donner 16' de temps, d'où il suivra que l'équation du temps est de 16', au lieu qu'elle sera de 15' 57" seulement, suivant la règle que M. de la Caille adoptoit. Le soleil revient au méridien précisément dans l'espace de 24 heures comptées à l'horloge du moyen mouvement ; le soleil moyen, dans l'exemple

Difficulté sur
l'équation du
Temps.

précédent, ne change pas de situation par rapport au soleil vrai, du moins sensiblement, pendant ces 24 heures; donc il arrivera exactement 16 minutes plus tard au méridien que le soleil vrai, ces 16 minutes étant comptées sur la même horloge du moyen mouvement: en effet, si les 360 deg. que le soleil doit parcourir d'un midi à l'autre, font exactement 24 heures, ces 4 deg. feront exactement 16 minutes de temps.

670. Il y a des cas dans l'Astronomie où 4° ne doivent faire que $15' 57''$ de temps, tel est celui-ci qu'on sentira être fort différent de celui de l'équation du temps. Je suppose qu'une étoile en précède une autre de 4° , & qu'on demande combien de temps l'une doit passer au méridien plutôt que l'autre: comme les 360° qui composent la révolution diurne, ou le retour d'une étoile au méridien, ne font que $23^{\text{h}} 56'$ de temps sur l'horloge du moyen mouvement, il ne faut à proportion que $15' 57''$ de cette horloge pour 4° ; ainsi l'une des étoiles précédera l'autre au méridien de $15' 57''$, & non pas de $16' 0''$.

Mais s'il s'agit de deux soleils qui aient tous les deux le même mouvement propre, & qui emploient tous les deux 24 heures précises sur l'horloge dont on se sert, pour revenir au méridien, l'un précédera aussi l'autre de $16'$ précises s'il en est éloigné de 4° : on ne sçauroit dire, comme dans le cas des deux étoiles, que leur retour au méridien exige moins de 24 heures, & qu'il faut prendre moins de $16'$ pour les 4 degrés.

671. Pour prouver encore autrement que les 4° , dont il s'agit, doivent faire $16'$ de temps, & non pas $15' 57''$ seulement, joignons le cas des deux étoiles avec celui des deux soleils. Supposons que dans le méridien en V (Fig. 36.), il y ait une étoile C qui passe en même temps que le soleil vrai V , & qu'à 4° vers l'orient il y ait une autre étoile B , avec le soleil moyen M ; lorsqu'il se sera écoulé $15' 57''$, la seconde étoile B sera arrivée au méridien en C (670); mais les deux soleils qui ont un mouvement propre vers l'orient, ont quitté les deux étoiles, & se sont avancés d'environ $39''$ de degré vers l'orient, ce qui répond dans le ciel
à près

à près de 3" de temps, il faut donc encore 3" pour que le soleil moyen *M* parvienne à son tour dans le méridien, & pour que l'équation du temps soit complete; on ne peut donc pas dire que l'équation du temps soit de 15' 57" seulement: car quoique l'étoile *B* soit dans le méridien, il n'est pas encore midi moyen, le soleil moyen *M* n'y étant pas encore; l'équation du temps n'est donc pas complete par l'arrivée de l'étoile *B* au méridien, il faut encore l'arrivée du soleil moyen *M*: donc l'équation du temps est de 16', donc il faut convertir la différence entre l'ascension droite vraie du soleil & son ascension droite moyenne, non en temps solaire, c'est-à-dire, à raison de 15° 2' 28" par heure, mais en temps du premier mobile, ou à raison de 15° pour une heure de temps moyen, ou de 360° pour 24 heures.

672. A 3 signes 1° d'anomalie moyenne, l'équation du centre du soleil est de 1° 55' 31", 6, ce qui fait, (à raison de 15° par heure), 7' 42", 1; mais si l'on convertissoit l'équation du centre en temps solaire moyen, on trouveroit 7' 40", 9, c'est-à-dire, 1", 2 de moins; c'est cependant l'équation, telle qu'on la trouve dans les Tables du Soleil de M. l'Abbé de la Caille, qui doivent être réformées à cet égard, comme je le ferai dans les Tables qui seront à la fin de ce Livre. A 45° des équinoxes, la différence entre la longitude du soleil & son ascension droite; est de 2° 28' 24", 8, ce qui fait, à raison de 15° par heure, 9' 53", 7, au lieu de 9' 52", 0, qu'on trouve par le temps solaire moyen; la différence est 1", 7. Ces deux erreurs ne conspirent jamais totalement, mais comme l'équation du temps va jusqu'à 16' 12", ou environ, la quantité qu'il faut ôter de l'équation calculée de cette manière-là, peut aller à 2" 6.

673. Je crois pouvoir assigner la cause qui a dû produire la méprise indiquée ci-devant (669), c'est-à-dire, faire convertir l'équation du centre à raison de 15° 2' 18" par heure: il y a long-temps que les Astronomes distinguent les *Heures du premier mobile* d'avec les *Heures solaires moyennes*; ils appellent *heures du premier mobile* celles des étoiles fixes, c'est-à-dire, les heures que marquerait

Heures solaires
moyennes.

une horloge qui acheveroit ses 24 heures dans l'espace d'une révolution des étoiles fixes, dans celles-ci une heure fait exactement 15 degrés de la sphère; ils nomment *heures solaires moyennes* celles d'une pendule réglée sur le temps moyen du soleil; celle-ci emploie 3' 56" par jour de plus que l'autre à parcourir ses 24 heures, c'est-à-dire, qu'en 24 heures il passe dans le ciel $360^{\circ} 59' 8''$, ou 360° , plus le mouvement que le soleil a fait pendant cet intervalle de 24 heures en avançant vers l'orient, de 59' 8". En conséquence de ces deux dénominations on a toujours dit que convertir des degrés en temps du premier mobile, c'étoit les convertir à raison de 15° par heure, & que les convertir en heures solaires moyennes, c'étoit prendre $15^{\circ} 2' 28''$ par heure. L'équation du temps doit sans doute être *exprimée* en heures solaires moyennes (667), mais cela ne signifie pas, comme dans le langage ordinaire, qu'il faille prendre une heure pour $15^{\circ} 2' 28''$, ou $15' 57''$ seulement pour 4° , comme dans la conversion des degrés de l'équateur en heures solaires moyennes. Quand on cherche les heures solaires moyennes répondantes à un arc de la sphère étoilée, on prend pour 24 heures, $360^{\circ} 59' 8''$, parce qu'il a passé réellement toute cette quantité de degrés pendant 24 heures solaires moyennes; mais dans l'équation du temps on ne doit prendre que 360° pour 24 heures, puisqu'il ne s'agit pas de sçavoir combien il faut de temps pour voir passer 4° de la sphère étoilée, mais seulement 4° de distance entre deux soleils qui reviennent tous les deux au méridien en 24 heures de temps solaire moyen.

Changement
de l'équation du
Temps.

674. Des deux parties de l'équation du temps que nous avons indiquées & discutées séparément (659), on en forme, pour la commodité des Astronomes, une Table composée pour chaque degré de la longitude du soleil; mais cette Table n'est exacte que pour un petit nombre d'années, parce qu'elle suppose que l'apogée du soleil est immobile, en sorte qu'à la même longitude réponde toujours la même anomalie, ce qui n'est pas parfaitement vrai. Voici la correction qu'il faudra faire à cette Table de l'équation du temps composée, après un espace de cent ans.

Table du Changement séculaire de l'Equation du Temps.

Deg. de la long. du ☉	Signes de la longitude de Soleil.											
	O.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.
0°	—	—	—	+	+	+	—	+	+		—	—
10	2" 5	4" 9	11" 4	14" 6	13" 8	9" 5	2" 5	5" 1	11" 0	+ 14" 2	13" 5	9" 3
20	0, 3	7, 4	— 12, 9	14, 6	12, 5	— 7, 1	0, 0	7, 5	12, 8	— 14, 5	12, 5	7, 3
30	2, 5	9, 7	— 14, 1	14, 3	11, 2	— 4, 7	+ 2, 6	9, 5	13, 6	— 14, 1	11, 1	5, 0
40	4, 9	11, 4	+ 14, 6	13, 8	9, 5	— 2, 5	+ 5, 1	11, 0	14, 2	— 13, 5	9, 3	2, 5

On voit que la plus grande erreur est de 14", 6, & cela lorsque le soleil est apogée ou périgée, parce que c'est alors que l'équation du centre varie le plus; dans les autres temps cette erreur diminue comme le cosinus de l'anomalie vraie*, de sorte qu'à 60° d'anomalie vraie, vers 5^s 9° de longitude, ou au commencement de Septembre, cette erreur n'est plus que de 7", 3 pour cent ans.

On fera surpris de voir dans cette Table des quantités qui changent subitement de signes, & qui vont de plus en moins sans passer par zero, contre l'usage ordinaire de toutes les Tables, cela vient de ce que cette correction se trouve conserver sa valeur dans le temps que l'équation même devient nulle & change de signe; si l'on appliquoit cette correction à la première partie seulement de l'équation du temps (660), on y retrouveroit l'uniformité ordinaire: puisque l'apogée a toujours un mouvement progressif, l'anomalie du soleil répondante à une même longitude, va toujours en diminuant, ce qui fait que l'équation pour un jour donné diminue par la suite du tems, si c'est dans le premier & le troisième quart de l'anomalie moyenne, & augmente dans le second & le quatrième quart.

EXEMPLE. Le 1^r. Juillet 1764, à midi, le lieu du soleil est de 3^s 9° 58', & le 1^r. Juillet 1794, à 6 heures du soir, il sera encore de la même quantité; ainsi la seconde partie

* Dans les Tables du Soleil de M. l'Abbé de la Caille, pag. 4, on lit que la correction est comme le sinus de l'anomalie moyenne, ou exactement comme l'équation du centre, lisez, comme le cosinus, & en raison inverse de l'équation du centre.

de l'équation du temps fera dans les deux cas $+ 3' 30'', 4$; mais en 1764 l'anomalie moyenne fera de $1^{\circ} 7'$, & en 1794 elle fera de $0^{\circ} 32'$ seulement ; ainsi la première partie de l'équation du temps fera en 1764 de $- 8'', 8$, & en 1774 de $- 4'', 3$, plus petite de $4'' , 5$ en 30 ans, à la même longitude du soleil.

Si les détails dans lesquels je viens d'entrer sur l'équation du temps , paroissent longs & ennuyeux , je n'en serai pas surpris ; cependant cette matière est si importante pour les fondemens de l'Astronomie , que je n'ai rien osé supprimer de qui pouvoit l'éclaircir.

Différence des Heures solaires vraies & des Heures solaires moyennes.

675. LE changement qu'éprouve souvent d'un jour à l'autre l'équation du temps , & qui va à $30''$ dans le mois de Décembre , fait que le jour moyen diffère du jour vrai , & les heures moyennes des heures vraies : je suppose qu'à midi le 24 Décembre , le soleil vrai soit d'accord avec le soleil moyen , l'un & l'autre étant dans le méridien , dès le lendemain le temps moyen au midi vrai fera de $30''$, parce que le soleil moyen passera $30''$ plutôt que le soleil vrai ; ainsi la durée du jour moyen aura été plus petite de $30''$ que la durée du jour vrai , chaque heure moyenne aura été plus petite ce jour-là de $1'' \frac{1}{4}$ que l'heure moyenne , qui est toujours invariable & constante.

Cet excès des heures vraies va en diminuant de jour à autres jusqu'au 10 Février , qu'il y a égalité entre le jour moyen & le jour vrai ; de-là les jours moyens commencent à être plus longs , & le 25 de Mars le jour moyen surpasse de $18'' \frac{1}{2}$ le jour vrai , cette différence redevient nulle le 15 de Mai. Le 21 de Juin le jour vrai est plus long de $13''$; le 26 de Juillet il y a égalité ; le 15 de Septembre , le jour moyen est le plus grand de $21''$; le 1^r. Novembre , il y a encore égalité , après quoi le jour vrai gagne à son tour , & devient le plus long pour tout le reste de l'année ; cela est aisé à voir en jettant les yeux sur la Table du temps

moyen au midi vrai , que je mets chaque année dans la *Connoissance des Mouvemens célestes*, avec les différences d'un jour à l'autre.

676. C'est la somme de toutes ces accélérations diurnes & successives du jour vrai sur le jour moyen, ou de celui-ci sur le premier, qui forme ensuite l'équation du temps; ainsi depuis le 1^r. Septembre où le soleil vrai est d'accord avec le soleil moyen, & que l'équation est nulle, le jour vrai étant plus petit de 18" par jour, le soleil moyen devance tous les jours le soleil vrai, & se trouve de plus en plus avancé par rapport à lui, jusqu'au 1^r. Novembre où il est le plus avancé, & passe au méridien à 11^h 43' 50" de temps vrai, c'est-à-dire, 16' 10" avant que le soleil soit arrivé dans le méridien. Pour réduire un intervalle de temps moyen en intervalle de temps vrai, il suffit d'y ajouter quelques secondes quand les jours vrais sont les plus longs, comme dans le mois de Janvier; nous verrons l'usage de cette méthode en parlant du passage des étoiles par le méridien, (691 & 692).

USAGE DES ASCENSIONS DROITES.

677. APRE'S avoir vû que les ascensions droites observées nous font connoître les longitudes des astres, & qu'elles nous donnent la mesure du temps, nous allons expliquer comment elles nous font trouver les angles horaires & les passages au méridien: nous avons déjà remarqué, (129, 580), de quelle maniere la différence des passages au méridien donnoit la différence d'ascension droite; l'on doit se rappeler que si une étoile a 15° d'ascension droite de plus que le soleil, elle passe au méridien une heure plus tard que lui, c'est-à-dire, qu'elle culmine à une heure après-midi; quand l'étoile est dans le méridien, le soleil a déjà précédé d'une heure, il s'est avancé vers le couchant, l'on compte une heure après-midi, ou ce qui revient au même, on dit que l'étoile passe au méridien à une heure.

678. Ainsi pour trouver l'heure du passage d'une étoile au méridien, il suffit de sçavoir de combien elle a suivi le

Méthode pour
le passage au
méridien.

soleil, ou de combien son ascension droite surpasse celle du soleil ; si cette différence est de 15° , on sera sûr que l'étoile doit passer à une heure ; tel est l'esprit de la méthode générale à laquelle il est nécessaire d'ajouter plusieurs considérations importantes.

Il faut convertir en temps les ascensions droites.

679. Ainsi toutes les ascensions droites qu'on trouve dans le Catalogue des étoiles, qui y sont exprimées en degrés, minutes & secondes de degrés, étant converties en temps, si l'on en retranche l'ascension droite du soleil aussi convertie en temps, pour un jour donné on aura l'heure du passage de chacune de ces étoiles pour ce jour-là. On a vu en quoi consiste la conversion des degrés en temps, il ne s'agit que de prendre une heure pour 15 degrés, quatre minutes de temps pour chaque degré (149).

Fig. 37. 680. Soit γ (Fig. 37.) l'équinoxe du printemps, M une étoile dans le méridien, γM l'ascension droite de l'étoile en M comptée de l'occident vers l'orient, ou de droite à gauche quand on regarde le midi ; $\gamma \odot$ l'ascension droite du soleil ; $M \odot$ leur différence, ou l'ascension droite de l'étoile moins celle du soleil ; cette distance $M \odot$ du soleil au méridien marque toujours l'heure ou le temps vrai (148) ; cette distance est de quinze degrés à une heure, de trente degrés à deux heures ; cette Figure démontre donc encore que pour avoir l'heure du passage au méridien, il suffit de retrancher l'ascension droite du soleil de celle de l'étoile, la différence $M \odot$, distance du soleil au méridien, est l'heure cherchée, quand on la convertit en temps. Pour éviter les conversions de temps en degrés, & de degrés en temps, les Astronomes ont coutume d'employer ces ascensions droites du soleil & des étoiles en temps.

681. Le soleil & l'étoile changent continuellement de situation par le mouvement diurne, ainsi l'étoile s'éloignera bientôt du méridien de même que le soleil, mais leur différence d'ascension droite $M \odot$ ne change pas pour cela, du moins sensiblement, parce que le soleil ne varie pas beaucoup par rapport à l'étoile ; c'est pourquoi la différence d'ascension droite $M \odot$, à quelle heure qu'on la prenne,

fera toujours à peu-près de la même quantité, M_{\odot} , par exemple, de 30 deg. ou de deux heures, soit à midi, soit à quatre heures du soir; mais elle n'indiquera le temps vrai, ou l'heure qu'il est, que pour le seul instant où l'étoile a passé en M , c'est-à-dire, pour le temps de son passage au méridien.

682. Il faut donc bien distinguer deux choses; 1°. cette différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile, qui en elle-même & indépendamment du passage de l'étoile au méridien, est de 30 deg. ou deux heures pendant toute la journée (à peu-près); 2°. cette même différence qui considérée au moment où l'étoile passe au méridien, se trouve égale pour lors à la distance du soleil au méridien, c'est-à-dire, à l'heure qu'il est. La quantité M_{\odot} de 30 deg. ou deux heures, sera pendant toute la journée la différence d'ascension droite des deux astres, mais elle sera de plus la distance du soleil au méridien, ou le temps vrai lorsque l'étoile sera dans le méridien. Ainsi pour trouver à peu-près dans un jour donné, l'heure du passage d'un astre au méridien, il faut trouver sa différence d'ascension droite avec le soleil pour ce jour-là; il n'importe à quelle heure on prenne cette différence d'ascension droite, parce qu'elle varie peu dans l'espace d'une journée.

683. C'est ordinairement pour midi que les Astronomes disposent leurs calculs; ainsi ils prennent l'ascension droite d'un astre pour midi, ils en retranchent celle du soleil à midi, la différence est l'heure du passage de l'étoile au méridien pour ce jour-là: en effet, nous avons vû que quand l'astre passe au méridien, le soleil en est éloigné de la quantité de cette différence (677), mais c'est la distance du soleil au méridien qui marque l'heure ou le temps vrai que nous demandons: Donc, pour avoir à peu-près le temps vrai du passage de l'astre au méridien, *il suffit de retrancher l'ascension droite du soleil de celle de l'astre pour le jour donné à midi, & de convertir cette différence en temps.*

Règle.

684. Nous disons qu'il importe peu que cette différence d'ascension droite soit prise pour midi, ou pour quelque autre heure, parce qu'il n'y a jamais beaucoup de

changement dans l'espace d'un jour : cependant si l'on veut une plus grande exactitude, après avoir trouvé l'heure du passage au méridien à peu-près, on cherchera la différence d'ascension droite pour cette heure-là, & cette nouvelle différence un peu plus petite, (s'il s'agit d'une étoile), que celle qu'on avoit d'abord employée, sera plus exactement l'heure du passage au méridien.

Imperfection
de cette première
Règle.

685. L'avantage & la commodité que l'on a dans le calcul de l'heure du passage au méridien, dépendent de cette circonstance, que la différence d'ascension droite est presque la même pendant toute la journée, ou du moins qu'elle varie peu ; la plus grande erreur arrive quand il est question de la lune, la différence d'ascension droite entre la lune & le soleil change quelquefois d'une heure dans l'espace d'un jour ; le premier calcul dans lequel on suppose que la différence est la même pendant tout le jour, peut donc être en erreur d'une heure ; mais connoissant du moins à une heure près le temps du passage, on calculera la différence des ascensions droites pour ce temps-là, & l'on aura le temps vrai cherché vingt-quatre fois plus exactement, puisqu'au lieu de 24 heures il n'y aura plus qu'une heure d'incertitude sur le temps pour lequel il falloit calculer la différence d'ascension droite.

Complément
de l'ascension
droite du Soleil.

686. Au lieu de retrancher perpétuellement l'ascension droite du soleil de celle d'une étoile, on y ajoute le complément à 24 heures de l'ascension droite du soleil (687) ; c'est-à-dire, par exemple, qu'au lieu de retrancher deux heures, on y ajoute 22 heures ; ce qui revient parfaitement au même, parce que si la somme excède 24 heures, on les retranche sans en tenir compte. En effet, supposons que l'ascension droite de l'étoile soit de 14 heures, & celle du soleil de deux heures, si je retranche celle-ci, il me restera 12 heures ; si j'ajoute son complément à 24 heures, c'est-à-dire, 22, j'aurai 36 ; & comme je retranche toujours 24, parce que le jour n'a que 24 heures, il reste 12 heures comme auparavant. On pourroit croire que ces 36 heures indiquent le passage au méridien pour le jour suivant ; cela seroit vrai, si les 22 heures que nous avons employées
pour

pour la distance de l'équinoxe, signifioient que l'équinoxe doit passer au méridien 22 heures après midi ; mais cette idée ne seroit pas exacte, puisque les 22 heures ne signifient autre chose sinon que l'ascension droite du soleil est de deux heures à midi, & ce sont ces deux heures qu'il falloit retrancher ; ainsi on fait la même chose en ajoutant 22, & rejetant ensuite les 24 de la somme.

687. On trouve dans la *Connoissance des Mouvements célestes*, Ouvrage que l'Académie des Sciences publie chaque année, une colonne qui a pour titre, *Distance de l'équinoxe au soleil, ou distance de l'équinoxe au méridien* ; M. de la Caille dans ses *Ephémérides* la donne aussi sous le nom de *Distance de la section du Bélier au méridien* ; ce n'est autre chose que le complément à 360 degrés de l'ascension droite du soleil (686), réduit en temps à raison de 15 deg. par heure, ou le complément à 24 heures de cette ascension droite, déjà réduite en temps. Je suppose que le soleil ait 90° ou 6^h d'ascension droite, c'est-à-dire, qu'il soit à 90° du point équinoxial vers l'orient ; lorsque le soleil sera dans le méridien, le point équinoxial en sera à 90° vers l'occident, & par conséquent il aura 270° à faire pour y revenir le lendemain ; ces 270° font 18 heures, & ces 18 heures sont ce que j'appelle distance de l'équinoxe au méridien, ou si l'on veut pour plus de clarté, distance de l'équinoxe au soleil. On remarquera que dans l'Astronomie, si l'on parle exactement, la distance de l'équinoxe au soleil n'est pas la même chose que la distance du soleil à l'équinoxe ; celle-ci est leur distance mutuelle en partant de l'équinoxe pour aller au soleil selon l'ordre des signes, *in consequentia*, ou d'occident vers l'orient ; mais la distance de l'équinoxe au soleil est leur distance en partant du soleil, & comptant de même d'occident en orient, celle-ci est le complément de la première, ou ce qui s'en manque à 360°.

688. Lorsque l'équinoxe, ou le premier point d'Aries au moment de midi, se trouve être encore à 30° du méridien vers l'orient, on marque 2^h pour la distance de l'équinoxe au méridien, ou la distance de l'équinoxe au soleil ; mais, à parler exactement, cela ne veut pas dire que

Distance de
l'équinoxe au
soleil.

Différence d'ex-
pressions pour les
distances.

l'équinoxe arrivera au méridien à 2^h après midi ; il y arrivera même nécessairement plutôt , & l'on s'en convaincra par le raisonnement suivant : le soleil fera au bout de deux heures à 30° du méridien vers l'occident , mais comme dans l'espace de 2^h le soleil se fera rapproché de l'équinoxe par son mouvement propre & annuel , d'environ 5' de deg. à raison de 59' 8" par jour , l'équinoxe sera moins éloigné du soleil que le méridien ; donc , l'équinoxe aura déjà passé le méridien , & cela d'environ 20" de temps , qui répondent à 5' de degré. Si au contraire à l'instant de midi , l'équinoxe se trouvoit être déjà vers l'occident de 30° , je marquerois 22^h pour sa distance au méridien , parce qu'il lui reste 330° à décrire pour y arriver le lendemain vers les 10^h du matin , & que 330° valent 22^h , à raison de 15° par heure ; mais pendant ces 22^h le soleil se rapprochera de cet équinoxe ; & l'équinoxe arrivera au méridien plutôt que 22^h après midi. Après avoir expliqué en détail les principes d'où dépend le calcul des passages au méridien , nous allons en donner deux exemples ; l'un , pour les étoiles dont le passage est le plus facile ; & l'autre , pour la lune dont le passage est au contraire le plus difficile de tous à calculer.

Calcul du
passage d'une
étoile.

689. EXEMPLE I. On demande le passage de la Lyre au méridien le 1^r. Mai 1760 , compté astronomiquement , c'est-à-dire , le passage qui suivra le midi du 1^r. Mai dans l'espace des 24 heures. Je suppose l'ascension droite apparente de la Lyre pour ce jour-là 277° 12' 17" , qui convertie en temps est de 18^h 28' 49" ; la distance de l'équinoxe au soleil , ou le complément de l'ascension droite du soleil 21^h 23' 51" pour le 1^r. Mai à midi , & de 21^h 20' 2" pour le 2 à midi , en sorte que le changement diurne soit de 3' 49" , l'ascension droite de la Lyre n'étant point sujette à varier d'un jour à l'autre , il n'y a point d'autre changement dans la différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile , si ce n'est celui de l'ascension droite du soleil qui change de 3' 49" de temps , d'un midi à l'autre.

PREMIERE APPROXIMATION. J'ajoute l'ascension droite de la Lyre 18^h 29' avec la distance de l'équinoxe 21^h 24' , la somme est 39^h 53' ; j'en retranche 24^h (686) , & j'ai

15^h 53' pour l'heure cherchée. Cette première approximation peut être défectueuse de 4', si l'étoile au lieu de passer à 15^h, passe à 23^h, ou environ, parce que la différence d'ascension droite a été prise pour midi, & qu'en 23^h elle peut diminuer d'environ 4'.

SECONDE APPROXIMATION. On retranchera de l'heure trouvée 1' si l'étoile passe après 3^h; 2' si elle passe après 9^h; 3' si c'est après 15^h, & 4' si elle passe après 21^h. Dans l'exemple dont il s'agit, on ôtera 3', & l'on aura 15^h 50' pour l'heure & la minute du passage de l'étoile. Il ne doit jamais y avoir une minute d'erreur dans cette approximation, parce que l'ascension droite du soleil, ou la distance de l'équinoxe au soleil, change en tout temps à peu-près de 4'; la variation diurne étant renfermée entre 3' 35" & 4' 27".

TROISIEME APPROXIMATION. Il faut faire cette proportion : 24^h sont à 3' 49", variation diurne, comme 15^h 50' sont à un quatrième terme qu'on trouve de 2' 31"; on ôtera cette quantité de la somme de l'ascension droite de l'étoile 18^h 28' 49", & de la distance de l'équinoxe 21^h 23' 51"; c'est-à-dire, de 15^h 52' 40", & l'on aura 15^h 50' 9" pour la différence d'ascension droite, ou pour l'heure cherchée du passage de la Lyre par le méridien le 1^r. Mai 1760, temps astronomique, ce qui revient au 2 Mai 3^h 50' 9" du matin, temps civil; & ce résultat est aussi exact qu'il puisse être, puisque nous avons trouvé par cette règle de trois la différence d'ascension droite entre le soleil & l'étoile pour 15^h 50', & que le passage au méridien est en effet 15^h 50' 9". Or, on a vû que tout l'artifice de ce calcul consiste à trouver par une fausse position, la différence des ascensions droites pour le moment même du passage, deviné ou connu à peu-près.

690. EXEMPLE II. Le 22 Avril, jour auquel on a 2^h de temps pour l'ascension droite du soleil à midi, ou ce qui revient au même, 30°, je suppose que l'ascension droite de la Lune à midi soit de 14^h 0'; j'en ôte l'ascension droite du soleil 2^h, ou bien j'y ajoute 22^h, complément de 2^h, que l'on appelle distance de l'équinoxe au méridien (687), & j'ai 12^h pour la différence d'ascension droite à midi. Ce seroit

Calcul du passage de la Lune.

Qq ij

aussi l'heure du passage de la lune au méridien, si cette différence devoit persévérer invariablement depuis midi jusqu'au temps du passage; mais comme la lune avance d'une heure par jour en ascension droite, plus ou moins, (je supposerai une heure juste pour la facilité du calcul), il s'ensuit qu'à 12^h la différence d'ascension droite en temps, au lieu d'être 12^h 0', sera devenue de 12^h 30'; ainsi 12^h 30' indiquent plus exactement l'heure du passage; c'est donc à 12^h 30' qu'il faut avoir la différence d'ascension droite; mais en 30' de temps la différence d'ascension droite augmente encore de 1' 15"; donc, 12^h 31' 15" sera la différence d'ascension droite à 12^h 30', & par conséquent l'heure du passage à très-peu de chose près; si l'on cherche encore le mouvement pour 1' 15", on trouvera 3"; ainsi la différence d'ascension droite sera 12^h 31' 18" à 12^h 31' 15" de temps vrai, qui approche extrêmement de l'heure du passage; donc, le temps vrai du passage de la lune au méridien dans ce cas-là sera 12^h 31' 18".

On peut observer que toutes les corrections que nous venons d'employer, forment une progression géométrique descendante dont l'exposant est 24, c'est-à-dire, fort grand, puisque 30' : 1' 15" :: 1' 15" : 3" :: 3" : &c. ; car on peut supposer uniforme le mouvement de la lune en ascension droite; mais il n'arrive jamais qu'on ait besoin de la troisième correction, rarement même de la seconde, parce qu'il importe peu de commettre une ou deux minutes d'erreur sur l'avertissement qu'on donne aux Astronomes de l'heure du passage de la lune, ils sont toujours préparés deux minutes plutôt.

Passage de
l'équinoxe au
méridien.

691. Dans la Connoissance des Temps de 1759 & des années précédentes, au lieu de la distance de l'équinoxe au méridien, M. Lieutaud, M. Godin & M. Maraldi composoient une colonne qui avoit pour titre, *Passage d'Aries zero par le méridien*, & qui servoit à trouver plus facilement le passage des astres au méridien, du moins à quelques secondes près; cette colonne n'est autre chose que l'ascension droite du soleil convertie en temps solaire vrai; de maniere qu'on a véritablement l'heure où l'équinoxe

passe par le méridien ; il ne s'agit que d'avoir ensuite l'intervalle de temps vrai qui doit s'écouler entre le passage de l'équinoxe & celui d'une étoile par le méridien, c'est-à-dire, de convertir en temps solaire vrai l'ascension droite d'une étoile, & de l'ajouter avec le passage d'Aries par le méridien ; il faut ôter $23^{\text{h}} 56' 4''$, si la somme va au-delà, (c'est le mouvement de l'horloge réglée sur le moyen mouvement du soleil, entre le passage d'une étoile au méridien & le passage du jour suivant) : mais comme le temps solaire moyen ne diffère jamais du temps solaire vrai de plus de $30''$ dans les 24 heures, on peut se contenter de prendre les ascensions droites des étoiles converties en temps solaire moyen (149 & 673), telles qu'on les trouvoit alors dans la Connoissance des Temps, pag. 82 & 83 ; l'ascension droite des étoiles étant alors ajoutée avec le passage d'Aries, donne le temps du passage de l'étoile, sans qu'il puisse y avoir d'autre erreur dans ce calcul que la quantité dont les heures solaires vraies diffèrent des heures solaires moyennes, pendant l'intervalle qui s'est écoulé entre le passage de l'équinoxe & celui de l'étoile (675). Mais cette méthode exigeroit plus d'attention, si on vouloit l'employer d'une manière rigoureuse, que celle dont nous avons donné l'explication, & le précepte ne m'a pas paru aussi simple, c'est pourquoi j'ai préféré la méthode précédente (689), qui est celle que je donne annuellement dans la *Connoissance des Mouvements célestes* ; cependant il est nécessaire d'ajouter un exemple pour faire comprendre parfaitement cette méthode.

692. EXEMPLE. Le 19 Octobre 1759 l'ascension droite d'Aldebaran étoit de $65^{\circ} 32' 14''$, ou réduite en temps solaire moyen, $4^{\text{h}} 21' 26''$, le complément de celle du soleil à midi réduite en temps solaire vrai, $11^{\text{h}} 0' 2''$, la somme donne $15^{\text{h}} 21' 28''$, qui est l'heure du passage d'Aldebaran au méridien pour ce jour-là. En calculant ce passage de la manière indiquée à l'article 690, on trouveroit $6''$ de moins, parce que ce jour-là les heures solaires vraies sont plus courtes de $16''$ par jour que les heures solaires moyennes. Il est aisé de s'en assurer en voyant dans la Table du Temps

Il sert à trouver celui des étoiles.

moyen au midi vrai, que le temps moyen est moindre le 10 que le 9, ce qui prouve que le soleil avance sur le temps moyen, c'est-à-dire, va plus vite que le soleil moyen, & forme des heures par conséquent plus courtes (675) : or, entre 15^h 21' & midi il y aura environ 6", à raison de 16" par jour, voilà pourquoi on a trouvé 6" de trop pour l'heure du passage de l'étoile au méridien, par la méthode du temps solaire moyen, ou du passage d'Aries par le méridien. La quantité de 11^h 0' 2" que nous avons prise pour l'heure du passage de l'équinoxe au méridien, est ce qui manque à l'ascension droite du soleil à midi le 10 pour former 12^h; voilà pourquoi on ne se trouve en erreur que de 6", & non pas de 10", qui devroient répondre à 15^h: l'erreur par ce moyen est diminuée de beaucoup, à cause de l'attention qu'on a eue de mettre vis-à-vis de chaque jour le complément de l'ascension droite qu'a le soleil le lendemain, lorsque l'équinoxe passe le soir, c'est-à-dire, en automne & en hyver, le complément de l'ascension droite qu'a le soleil le même jour quand l'équinoxe passe le matin, ce qui arrive pendant le printemps & l'été; par-là on ne commet d'erreur que sur les heures solaires vraies qu'il y a entre le passage de l'étoile & le midi le plus proche, & cette différence ne peut aller au-delà de 15". Pour éviter cette erreur de 15" dans les cas où l'on a besoin de la précision d'une seconde, on étoit obligé de revenir à la méthode de l'article 690; car M. Maraldi avoit coutume de mettre dans la *Connoissance des Temps* une colonne particulière pour l'ascension droite du soleil, afin qu'on pût la retrancher de l'ascension droite de l'étoile, & convertir le reste en temps à raison de 15 deg. par heure.

Trouver l'heure du passage d'un Astre sous un autre Méridien.

693. La méthode que nous avons donnée pour trouver les passages au méridien, suppose les ascensions droites du soleil & de l'astre dont il s'agit, connues pour le moment du midi à Paris, telles qu'on les trouve dans la *Connoissance*

des Mouvements célestes calculée pour Paris ; si avec les mêmes données on veut avoir l'heure du passage d'une planète sous un autre méridien , il est évident qu'il suffit de trouver les mêmes ascensions droites pour le midi du lieu donné , car les calculs sont les mêmes pour un méridien quelconque. L'heure du passage seroit la même à tous les méridiens , si l'astre & le soleil , en passant de l'un à l'autre méridien , restoient à même distance l'un de l'autre , & conservoient la même différence d'ascension droite : en effet , un astre passe au méridien de Paris à deux heures , parce qu'il a 30 deg. d'ascension droite de plus que le soleil , & que le soleil se trouve à 30 deg. ou à deux heures du méridien au moment du passage ; si à Mexico où l'astre arrivera sept heures plus tard qu'à Paris , le soleil se trouve encore à 30 deg. de lui , il fera aussi deux heures à Mexico , lorsque l'astre y passera par le méridien de Mexico ; mais il fera deux heures & une minute , si le soleil est plus éloigné de l'astre de la valeur d'une minute de temps. Il ne s'agit donc que de trouver cette différence d'ascension droite entre l'astre & le soleil pour le moment du midi à Mexico , c'est-à-dire , sept heures plus tard qu'à Paris , ou de la trouver pour Paris à sept heures du soir. Or le passage au méridien que l'on connoît pour Paris à chaque jour , est la différence même d'ascension droite pour Paris ; il suffira donc de trouver cette même différence à 7 heures du soir , en faisant cette proportion : 24 heures sont à la différence des méridiens , comme la différence des passages pour Paris d'un jour à l'autre est à la différence des passages à Paris & dans le lieu donné ; cette différence s'ajoutera au passage pour Paris , si le lieu dont il s'agit , est à l'occident de Paris ; il se retranchera , si le lieu est à l'orient de Paris ; pourvu toutefois que le passage pour Paris retarde d'un jour à l'autre , comme cela arrive toujours pour la lune.

Mais si le passage pour Paris avance , c'est-à-dire , que la planète passe plutôt le lendemain que le jour dont il s'agit , comme cela arrive pour les étoiles fixes , pour Saturne , &c. ce sera le contraire , la différence trouvée se retran-

chera du passage pour Paris si le lieu donné est à l'occident, & s'ajoutera s'il est à l'orient de Paris.

694. EXEMPLE. La lune passoit au méridien de Paris en 1762 le 6 Novembre à $3^h 44'$, & le jour précédent à $2^h 44'$, c'est-à-dire, une heure plutôt ; on demande à quelle heure elle passoit à Mayence qui est 24 minutes de temps à l'orient de Paris ; on fera cette proportion : 24^h sont à $24'$ comme 1^h est à $1'$, ainsi l'on retranchera $1'$ de l'heure du passage pour Paris, & l'on aura $3^h 43'$ pour le passage à Mayence.

695. Si cette ville étoit à l'occident de Paris, nous aurions pris le jour suivant, au lieu de prendre, comme nous l'avons fait, celui qui précède le jour donné, parce qu'il faut prendre deux passages pour Paris, tels qu'ils comprennent dans leur intervalle celui que l'on cherche.

Si la différence des méridiens étoit de plusieurs heures, cette partie proportionnelle pourroit être défectueuse à l'égard de la lune, d'environ une minute en certains cas, à cause de l'inégalité du mouvement de la lune en ascension droite ; on y remédieroit très-bien par la méthode des secondes différences que nous expliquerons dans le XXIV^e. Livre ; mais comme il est très-rare qu'on ait besoin d'une si grande précision, il seroit superflu de s'étendre ici à ce sujet.

696. L'opération que nous venons de faire pour trouver le passage au méridien de la lune pour Mayence, suppose, comme on a dû le remarquer, que c'est le temps au méridien de Mayence ; car si l'on demandoit quelle heure il sera au méridien de Paris, quand la lune passera au méridien de Mayence, il faudroit encore ôter de l'heure trouvée la différence des méridiens, qui est $0^h 24'$, je dis ôter, parce que Mayence est à l'orient de Paris, & l'on auroit $3^h 19'$: mais cette dernière question n'est d'aucun usage dans l'Astronomie, où l'on ne cherche le passage à un méridien qu'en temps compté sous ce même méridien.

De l'usage

De l'usage des Angles horaires.

697. L'ANGLE HORAIRE d'un astre est l'angle au pôle formé par le méridien du lieu où l'on est, & par le cercle de déclinaison qui passe par l'astre dont il s'agit; c'est encore, si l'on veut, l'arc de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire de l'astre; c'est la distance de l'astre au méridien. Cet angle horaire est essentiel dans les calculs astronomiques pour trouver la hauteur d'un astre à un moment donné (718), & pour trouver le temps vrai d'une observation (148, 652, 716).

698. Soit MEQ l'équateur (Fig. 38.), MCD le méridien, M le milieu du ciel, ME l'arc de l'équateur qui mesure l'angle horaire, ou la distance d'une étoile E au méridien, comptée d'un passage par le méridien à l'autre, c'est-à-dire, d'orient en occident jusqu'à 360° . $\gamma \odot$ est l'ascension droite du soleil, $\odot M$ est l'angle horaire du soleil mesuré par le temps vrai donné, on les ajoutera pour avoir γM ascension droite du milieu du ciel, dont on ôtera l'ascension droite γE de l'étoile, & l'on aura l'angle horaire de l'étoile; d'où résulte la règle suivante :

REGLE. *L'ascension droite du soleil ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés, moins l'ascension droite de l'astre, sera l'angle horaire de l'astre compté jusqu'à 24 heures & d'orient vers l'occident.*

Règle pour
l'angle horaire
d'un astre.

699. Lorsque nous prescrivons de retrancher toujours l'ascension droite de l'astre, sans examiner si elle sera plus petite, ou plus grande que la somme dont il faut la retrancher, c'est que nous supposons toujours que l'on ajouteroit 360° à cette somme, si elle se trouvoit trop petite; ainsi dans la Fig. 39. il faut ôter γMT de $\gamma \odot M$, & cet arc $\gamma \odot M$ est cependant moindre; mais on y ajoutera le cercle entier, alors de l'arc $\gamma \odot MTD \gamma \odot M$ on ôtera $\gamma \odot MT$, il restera $TD \gamma \odot M$, distance de l'astre T au méridien comptée depuis le méridien en allant vers l'occident, (ou contre l'ordre des signes), parce que c'est l'ordre

de l'accroissement des angles horaires qui vont comme le mouvement diurne d'orient en occident.

700. L'opération se trouveroit plus simple dans certains cas en employant le *temps moyen* & la longitude moyenne du soleil, au lieu du temps vrai & de la longitude vraie; quant au résultat, cela reviendroit absolument au même, parce que si la longitude moyenne qui est égale à l'ascension droite moyenne, est plus grande que l'ascension droite vraie, le temps moyen est plus court de la même quantité (658), ainsi la somme est parfaitement la même, d'où l'on tire cette seconde règle:

Autre règle
pour l'angle
horaire.

REGLE. *La longitude moyenne du soleil plus le temps moyen converti en degrés, moins l'ascension droite d'un astre proposé, donne l'angle horaire de l'astre dont il s'agit.*

Ascension
droite du mi-
lieu du ciel.

701. On a souvent besoin dans l'Astronomie, & surtout pour le calcul des éclipses dans certaines méthodes, de connoître l'ascension droite du milieu du ciel, ou du point de l'équateur qui est dans le méridien, pour cela il suffit d'avoir l'angle horaire d'un astre dont l'ascension droite seroit nulle; ainsi *la longitude moyenne du soleil, plus le temps moyen converti en degrés donne l'ascension droite du milieu du ciel*; ou si l'on veut se servir de la première règle (697), *l'ascension droite du soleil ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés, sera l'ascension droite du milieu du ciel*. En effet, l'ascension droite du milieu du ciel est la distance de l'équinoxe au milieu du ciel, ou de l'équinoxe au méridien, c'est donc l'angle horaire de l'équinoxe, ou d'un astre qui seroit placé dans l'équinoxe même, & qui n'auroit aucune ascension droite; ainsi il n'y a rien à retrancher dans les deux règles où l'on retranchoit l'ascension droite de l'astre.

702. Si l'on connoît l'angle horaire du soleil pour un lieu de la terre à un moment donné, & en même temps l'angle horaire pour Paris, on trouvera par une simple soustraction, la longitude de ce lieu. Soit *S* le soleil (*Fig. 40.*), *P* la ville de Paris, *SP* l'angle horaire du soleil pour Paris, *M* le premier méridien qui passe à 20° à l'occident de Paris,

L le lieu dont on connoît l'angle horaire *LS*, compté de même vers l'occident depuis un midi jusqu'à l'autre, *MS* l'angle horaire pour le premier méridien ; celui-ci est toujours plus petit de 20° que l'angle horaire pour Paris, parce que le premier méridien est à l'occident de Paris, & que l'angle horaire se compte aussi vers l'occident, de sorte qu'il est moindre pour le premier méridien que pour Paris ; si de l'angle horaire *LS* du lieu cherché on ôte l'angle horaire pour Paris *PS* diminué de 20° , ou de *PM*, c'est-à-dire, *MS*, on aura *ML* distance au premier méridien, ou longitude du lieu cherché ; ainsi la longitude géographique d'un lieu est égale à son angle horaire, moins celui de Paris, plus 20 degrés. Nous ferons usage de cette règle lorsque nous calculerons des éclipses de soleil pour différents pays de la terre, Livre X.

Fig. 40.

Longitudes géographiques par les angles horaires.

DU LEVER ET DU COUCHER DES ASTRES.

703. Lorsqu'une planète ou une étoile est précisément dans l'horison, sa distance au méridien, ou son angle horaire (697) s'appelle ARC SEMIDIURNE ; & c'est la première chose qu'il faut connoître pour calculer l'heure du lever ou du coucher des astres.

Arc semidiurne.

Soit *HZ-O* (Fig. 41.) la moitié du méridien, *HO* la moitié de l'horison, *E-Q* la moitié de l'équateur, *P* le pôle, *Z* le zénith ; *L* l'astre placé à l'horison au moment de son lever ; *ZL* sa distance au zénith qui est de 90 degrés, j'entends sa distance apparente, car la véritable distance au zénith est augmentée par la parallaxe & diminuée par la réfraction, dont nous parlerons dans la suite de cet Ouvrage, (Liv. IX. & XII.) ; *PL* est la distance vraie de l'astre au pôle boréal du monde ; c'est le complément de sa distance à l'équateur, ou de sa déclinaison *LA*, si elle est boréale ; & c'est la somme de 90 deg. & de cette déclinaison, si elle est australe. L'arc *PZ* est la distance du pôle au zénith dans le lieu où l'on est, c'est-à-dire, le complément de la latitude, ou de la hauteur du pôle *PO* ; les trois côtés *PL*, *PZ* & *ZL* du triangle *PZL* étant connus, on en peut

Fig. 41.

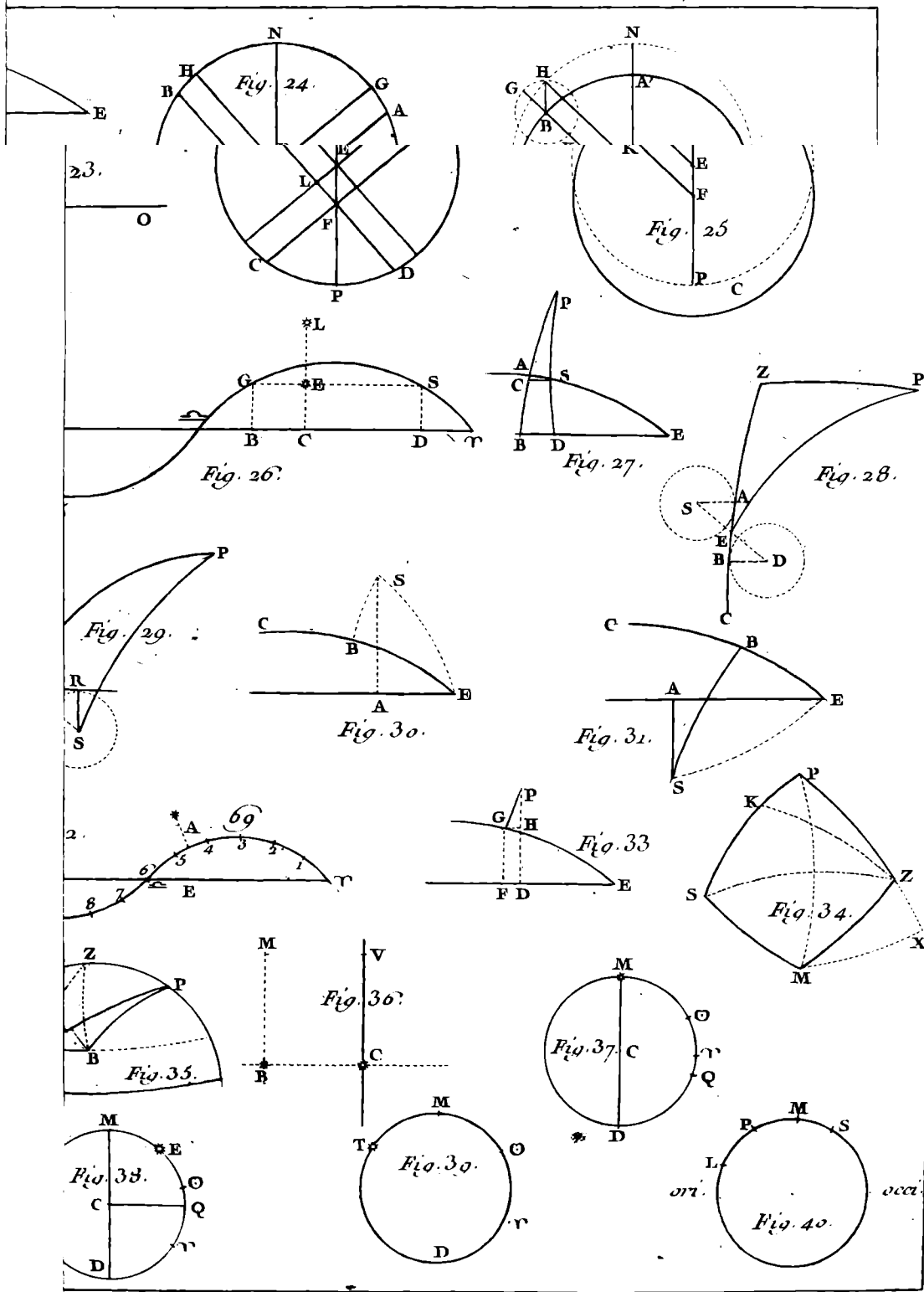
tirer la valeur de l'angle P par les règles de la Trigonométrie sphérique, cet angle P ou ZPL est l'angle horaire de l'astre ; c'est sa distance au méridien dans le moment où il se leve, ou son arc semidiurne ; on le trouvera par la règle suivante, qui fera démontrée dans la Trigonométrie sphérique (Liv. XXIII.).

Règle pour avoir l'arc semidiurne.

704. Ajoutez ensemble les trois côtés connus du triangle PZL , & prenez la moitié de leur somme ; de cette demi-somme ôtez les deux côtés PZ & PL , qui comprennent l'angle cherché P , c'est-à-dire, le complément de la latitude, & la distance de l'astre au pôle boréal du monde. Ajoutez ensemble les logarithmes des sinus des différences qui proviendront de ces deux soustractions. Ajoutez ensemble les logarithmes des sinus des deux côtés PZ & PL . Retranchez la somme de ces deux logarithmes de la somme des deux logarithmes des sinus des différences ; prenez la moitié du reste, ce sera le logarithme du sinus d'un nombre de degrés & de minutes, dont le double sera l'angle P , ou l'arc semidiurne cherché, qu'il faut convertir en temps (149).

Table des arcs semidiurnes.

C'est ainsi qu'on a construit pour la latitude de Paris une Table des arcs semidiurnes pour tous les degrés, & même pour les minutes, de dix en dix, de déclinaison, tant boréale qu'austroale, elle va jusqu'à 31 deg. de chaque côté de l'équateur : elle se trouve dans mon Exposition du Calcul astronomique, page 237 & suiv. & dans la Connoissance des Mouvements célestes pour 1762. Les arcs semidiurnes y sont réduits en heures, minutes & secondes de temps, à raison de 15 deg. par heure, parce que c'est sous cette forme-là qu'on en a besoin dans la pratique de l'Astronomie. On trouve aussi une Table fort étendue des arcs semidiurnes pour différentes latitudes, & pour différens degrés de déclinaison, dans la Connoissance des Temps de 1759 & de toutes les années précédentes, par le moyen de laquelle on peut trouver le lever & le coucher des astres pour tous les pays de la terre, & dans tous les temps de l'année : cette Table avoit été calculée autrefois par M. du Dreneuc pour la commodité des Voyageurs, & des Marins qui peuvent



s'en fervir pour trouver l'heure qu'il est, du moins à une minute près, en voyant lever le soleil en pleine mer. Je vais donner un exemple de la maniere de construire ces Tables.

705. EXEMPLE. Je suppose qu'à Paris où la latitude est de $48^{\circ} 50'$, on veuille connoître l'arc semidiurne de la lune, lorsque sa déclinaison boréale est de $25^{\circ} 8'$, & sa parallaxe horizontale de 58 minutes; le côté ZL qui est en apparence de 90° , doit être augmenté de $33'$ à cause de la réfraction, (Liv. XII.), & diminué de $58'$ à cause de la parallaxe, (Liv. IX.); ainsi la vraie distance ZL fera $89^{\circ} 35'$; le côté PL complément de la déclinaison, fera de $64^{\circ} 52'$, & le côté PZ complément de la latitude, fera de $41^{\circ} 10'$.

PZ	$41^{\circ} 10'$	Demi-f.	$97^{\circ} 48' \frac{1}{2}$	$97^{\circ} 48' \frac{1}{2}$
ZL	$89 35$	Otez PZ	$41 10$	& PL $64 52$
PL	$64 52$	Différ.	$56 38 \frac{1}{2}$	$32 56 \frac{1}{2}$
<hr/>				
Somme	$195 37$	Log. du sinus de la 1 ^{re} différ.	$9,92180$	
Demi-f.	$97 48 \frac{1}{2}$	Log. du sinus de la 2 ^e . differ.	$9,73543$	
Log. sin. PZ	$9,81839$	Somme	$9,65723$	
Log. sin. PL	$9,95680$			
Somme	$9,77519$	Otez la somme des log.		
		des côtés.		$9,77519$
				<hr/>
				$9,88204$

Prenez la moitié de la somme. Log. sin. $60^{\circ} 49'$ $9,94102$
 Double $121 38$, arc semidiurne
 qui converti en temps donne $8^h 6' 32''$; c'est l'arc semidiurne
 de la lune: on verra ci-après (713) l'usage de cet arc semi-
 diurne pour trouver ce jour-là l'heure du lever de la lune.

706. Pour trouver l'heure du lever du soleil à un jour donné, il suffit de calculer l'arc semidiurne pour ce jour-là, & de prendre ce qui s'en manque pour aller à 24 heures; ainsi quand l'arc semidiurne du soleil est de 8 heures, on est sûr que le soleil se lèvera à 4 heures du matin; de même pour trouver l'heure du coucher du soleil, il suffit d'avoir l'arc semidiurne du soir, c'est l'heure même du coucher du soleil; car si l'arc semidiurne est de $4^h 5'$, comme cela

Lever & coucher du Soleil.

arrive le 21 Décembre à Paris, on est sûr que le soleil se couchera à $4^h 5'$; la raison en est évidente, puisque le soleil étant en L dans l'horison, l'arc semidiurne EA ou ML est mesuré par l'angle P , & cet angle P marque aussi le temps vrai, donc l'arc semidiurne est lui-même le temps vrai du coucher du soleil. Ainsi pour calculer exactement le lever du soleil, il suffit d'avoir sa déclinaison pour le moment où il se leve (708), & de faire le côté ZL de $90^\circ 33'$, parce que la réfraction horizontale fait paroître le soleil trop élevé de $33'$ (Liv. XII.).

Lever & coucher des autres astres.

À l'égard des autres planetes & des étoiles fixes, il faut connoître l'heure du passage au méridien (683), aussi bien que la déclinaison de la planete; on prendra dans la Table des arcs semidiurnes, dont nous venons de donner la construction (705), les heures, minutes & secondes de temps qui répondent à la déclinaison de la planete, on les retranchera du passage au méridien pour avoir le lever de la planete, on les ajoutera pour avoir le coucher; cette règle suppose que la différence d'ascension droite entre l'astre & le soleil n'ait pas changé sensiblement, dans l'intervalle qu'il y a depuis le lever jusqu'au passage au méridien; mais cela est vrai sensiblement pour les étoiles fixes & les planetes, si ce n'est la lune pour laquelle nous donnerons une règle particulière (710).

Il faut ajouter 12^h à l'heure du passage de la planete, si l'arc semidiurne est plus grand que le nombre des heures du passage au méridien: par exemple, si ce passage est à $4^h 10'$, & que l'arc semidiurne soit $6^h 10'$, on suppose 12^h de plus, c'est-à-dire, $16^h 10'$ pour le passage au méridien, & après avoir soustrait l'arc semidiurne, il reste $10^h 0'$ du matin pour le lever de la planete; si on les ajoute ensemble, on aura le coucher de la planete à $10^h 20'$. Si après la soustraction faite il reste plus de 12^h , & si après l'addition faite il s'en trouve plus de 12, & à plus forte raison plus de 24, dans ce cas il faut prendre le passage au méridien de la veille; sans quoi on n'auroit l'heure cherchée que pour le lendemain.

EXEMPLE. Le 1^r. Septembre 1763, Jupiter passe au

méridien à $18^{\text{h}} 11'$, l'arc semidiurne de Jupiter est $7^{\text{h}} 53'$; après l'addition faite on trouve $26^{\text{h}} 4'$, ce qui donneroit le coucher pour le 2 Septembre à $2^{\text{h}} 4'$ du soir; mais comme nous voulons avoir le coucher qui est arrivé le 1^r. Septembre, & non pas celui du deux, il faut prendre le passage au méridien du 31 Août, qui est $18^{\text{h}} 14'$, ou ce qui revient au même, ajouter $3'$ à l'heure trouvée, parce que le lever retarde alors de $3'$ par jour.

De même le 1^r. Novembre 1763, Mars passoit au méridien à $21^{\text{h}} 13'$, temps astronomique; l'arc semidiurne $6^{\text{h}} 19'$ étant ôté de l'heure du passage au méridien, il reste $14^{\text{h}} 54'$ pour le lever de Mars; & comme cela nous rejetteroit au jour suivant, du moins en les comptant en temps civil, il faut y ajouter $2'$, ou ce qui revient au même, prendre le passage au méridien de la veille.

707. De-là il arrive que le coucher des planetes marqué dans la Connoissance des Mouvemens célestes, arrive quelquefois plutôt que le lever: par exemple, le 1^r. Septembre le lever de la lune est marqué à $10^{\text{h}} 19'$ du soir, le coucher à $2^{\text{h}} 56'$ aussi du soir; ainsi il est clair que ce coucher, quoiqu'écrit après, est arrivé avant le lever; cette inversion apparente ne pourroit se sauver qu'en écrivant le lever du 31 Août, & ensuite le coucher du 1^r. Septembre, ce qui seroit encore plus difforme dans l'ordre d'un calendrier: il suffit d'avoir averti les Astronomes de cette petite irrégularité.

708. Dans l'opération précédente nous avons supposé que l'arc semidiurne de la planete étoit le même pour le lever & pour le coucher, car nous avons ajouté au passage par le méridien, & nous en avons retranché le même nombre, pour avoir le coucher & ensuite le lever de la planete. Cependant les deux arcs semidiurnes ne sçauroient être égaux, à moins que l'astre n'ait conservé la même déclinaison, ou la même distance au pole, depuis son lever jusqu'à son coucher, & cela n'arrive guères pour les planetes; le soleil dans le temps de l'équinoxe du printemps a un arc semidiurne plus grand le soir que le matin, d'environ une minute de temps. Pour remédier à cette inégalité lorsqu'on

Différence du
lever au coucher.

desire une grande précision dans le calcul , il faut chercher la déclinaison de l'astre pour le temps même du lever , que l'on connoît à peu-près par un premier calcul , & c'est avec cette déclinaison connue pour le moment où l'astre se leve, qu'il faut calculer l'arc semidiurne du lever ; on cherche ensuite la déclinaison pour l'heure du coucher, & l'on trouve un autre arc semidiurne.

709. Nous supposons aussi dans la méthode précédente que l'arc semidiurne , ou l'angle horaire trouvé par la Trigonométrie sphérique , n'a besoin que d'être converti en temps , à raison de 15 degrés par heure , & ajouté au passage au méridien pour avoir l'heure du coucher de l'astre : cette opération seroit exacte si dans l'intervalle de temps qu'il y a du passage au méridien jusqu'au coucher d'un astre , sa distance au soleil étoit constante , mais cela n'arrive presque jamais ; & si l'on veut avoir l'heure du coucher d'un astre jusqu'à la précision des secondes , il faut y ajouter les attentions dont nous allons parler , c'est à la lune que nous en ferons l'application , parce qu'on ne sauroit les négliger , lorsqu'on veut avoir le lever ou le coucher de la lune seulement à une ou deux minutes près.

Lever &
coucher de
la Lune.

Fig. 41.

Règle.

710. L'heure du lever de la lune n'est autre chose que la distance MS (*Fig. 40.*) du soleil au méridien , prise dans le moment où la lune L est à l'horison , cette distance du soleil au méridien est égale à la différence SL des ascensions droites du soleil & de la lune , moins la distance ML de la lune au méridien , (c'est-à-dire, son arc semidiurne) : ainsi ayant trouvé l'ascension droite de la lune moins celle du soleil , on en ôtera l'arc semidiurne de la lune pour ce moment , & l'on aura le moment du lever de la lune. De même si , lorsque la lune est à l'horison du côté du couchant , on calcule son ascension droite moins celle du soleil pour le temps de son coucher à peu-près connu , & qu'on y ajoute l'arc semidiurne de la lune pour ce moment-là, on aura exactement l'heure du coucher de la lune.

711. On voit bien par cette règle que les approximations , que nous avons détaillées pour trouver le passage au méridien (689) , sont également nécessaires pour trouver
exactement

exactly le lever & le coucher de la lune. Car puisque l'angle horaire de la lune quand elle est dans l'horifon, ou son arc semidiurne, étant ajouté à son ascension droite moins celle du soleil, donne le temps vrai cherché : il faut donc connoître à peu-près ce temps vrai pour pouvoir calculer la différence d'ascension droite à ce moment-là, & l'ajouter à l'angle horaire de la lune que l'on connoît par la résolution du triangle *PZL* (*Fig. 41.*) : d'ailleurs pour résoudre le triangle *PZL*, il faut connoître la distance *PL* de la lune au pole dans le moment qu'elle est à l'horifon ; ainsi il faut connoître ce moment-là du moins à peu-près.

On a cependant ici le même avantage que lorsqu'il s'agit du passage de la lune au méridien, il suffit de connoître d'abord à une heure près le moment cherché, pour le trouver à une minute près par l'opération suivante, comme on le comprendra par l'exemple suivant.

712. EXEMPLE. Le 26 Février 1765, le passage de la lune au méridien étant supposé à 4^h 50', & celui du lendemain 5^h 40' du soir, on demande l'heure du coucher de la lune pour le 26 : la déclinaison de la lune pour le 26 à midi est de 23° 35' boréale, & pour le 27 à midi de 26° 29', c'est-à-dire, qu'en 24 heures elle croît de 2° 54', je suppose ce mouvement uniforme pendant les 24 heures ; le passage au méridien étant donné, l'on connoît par-là même la différence d'ascension droite entre la lune & le soleil : car on a vû (678) que l'heure exacte du passage au méridien n'est autre chose que l'ascension droite de la lune moins celle du soleil, pour le temps même du passage ; ainsi le 26 Février à 4^h 50' du soir la différence d'ascension droite étoit de 4^h 50', & le 27 à 5^h 40' du soir elle étoit de 5^h 40', & elle a augmenté de 50' dans l'espace de 24^h 50'.

Avec la déclinaison de la lune pour midi qui est de 23 degrés & demi, je trouve par la résolution du triangle *PZS*, ou par les Tables des arcs semidiurnes calculés pour Paris, que l'arc semidiurne est de 8^h 0' ; j'ajoute cette quantité au passage de la lune par le méridien 4^h 50', & j'ai 12^h 50', qui est à peu-près l'heure du coucher de la lune.

c'est-à-dire , dans la nuit du 26 au 27 , 50' après minuit , c'est-là le calcul grossier , par le moyen duquel nous pourrions approcher beaucoup plus exactement du vrai dans l'opération suivante.

7 I 3. Il faut calculer pour 12^h 50' , que nous venons de trouver, soit la déclinaison de la lune, soit son ascension droite, ce qui ne sera pas difficile ; car puisque la déclinaison pour le 26 à midi est de 23° 35' , & pour le 27 à midi de 26° 29' , on verra par une simple partie proportionnelle qu'en 12^h 50' elle a dû augmenter de 1° 33' , & qu'ainsi elle fera de 25° 8' à l'heure du coucher de la lune. De même puisqu'à 4^h 50' la différence d'ascension droite étoit de 4^h 50' , & qu'en 24^h 50' de temps elle augmente de 50' , elle devra augmenter de 16' en 8 heures de temps , & à 12^h 50' elle fera de 5^h 6'. Avec la déclinaison de la lune trouvée de 25° 8' pour le moment du coucher , on trouvera l'arc semidiurne de 8^h 10' 30" , ou plutôt 8^h 6' 32" , si l'on a égard à la réfraction & à la parallaxe (705) , cet arc semidiurne ajouté avec la différence d'ascension droite 5^h 6' , donne pour l'heure du coucher de la lune 13^h 12' 32" : ce coucher differe de celui qu'on avoit trouvé dans le premier calcul de 22 $\frac{1}{2}$ minutes ; l'erreur dans d'autres cas pourroit être encore plus grande , parce que la différence d'ascension droite augmente quelquefois d'une heure par jour & même davantage , & l'arc semidiurne peut changer de 30 minutes de temps en un jour, en sorte que le lever de la lune, ou son coucher varie d'une heure & demie d'un jour à l'autre ; quelquefois aussi il n'y a pas 5' de différence d'un jour à l'autre , comme on peut le voir au mois de Juin dans la Connoissance des Mouvemens célestes pour 1764. Si l'on vouloit dans le coucher de la lune une précision encore plus grande , il faudroit calculer pour 13^h 12' 32" la différence d'ascension droite entre le soleil & la lune , de même que la déclinaison de la lune & l'arc semidiurne pour le même temps ; mais on ne trouveroit plus que des secondes à changer dans le résultat , & l'on n'a jamais besoin d'une si grande précision.

Autre Méthode. 7 I 4. Lorsqu'on ne veut point avoir égard à la réfraction

& à la parallaxe, dans le calcul du lever & du coucher d'une planete, on peut se servir de la différence ascensionnelle (142). L'équateur EQA (Fig. 41.) est coupé en A par le cercle de déclinaison PLA , mené du pole P par l'astre L qui est à l'horison; ainsi le point A marque l'ascension droite de l'astre; le point Q de l'équateur qui se leve en même tems, marque son ascension oblique; QA est la différence ascensionnelle; pour la trouver il faut résoudre le triangle QLA rectangle en A , dont on connoît l'angle Q égal à la hauteur $E'H$ de l'équateur (501), & le côté LA égal à la déclinaison: on fera cette proportion suivant les règles de la Trigonométrie.

Le rayon
est à la tangente de la déclinaison,
comme la tangente de la hauteur du pole
est au sinus de la différence ascensionnelle.

Cette différence ascensionnelle convertie en temps & ajoutée avec les six heures qui répondent à EQ , si la déclinaison de l'astre est du côté du pole élevé P , ou retranchée de six heures, si la déclinaison est contraire, donnera l'arc semidiurne mesuré par EA , ou par l'angle EPA , sans égard à la réfraction & à la parallaxe.

715. On peut ensuite calculer séparément la petite correction qui résulte de la réfraction & de la parallaxe; cette correction est
$$= \frac{\text{refract.}}{15 \sqrt{\text{cof.}^2 \text{ declin.} - \text{sin.}^2 \text{ lat.}}}$$
, c'est-à-dire, qu'il faut diviser la réfraction par la racine du quarré du cosinus de la déclinaison de l'astre moins le quarré du cosinus de la latitude du lieu, & réduire en temps ce qui en résulte, ce sera la correction de la réfraction. La même formule donnera la correction qui dépend de la parallaxe de la lune moins la réfraction, si l'on divise la différence de ces deux quantités par $15 \sqrt{\text{cof.}^2 \text{ decl.} - \text{sin.}^2 \text{ lat.}}$ (Voy. l'*Almanach Astronomique de Berlin*, année 1750, & l'*Exposition du Calcul Astronomique*, p. 51.). La méthode précédente (705) étant suffisante pour tous les cas, je ne m'arrêterai pas à démontrer celle-ci.

Effet de la Réfraction.

*Trouver l'heure qu'il est par la hauteur du Soleil ou d'une
Étoile.*

716. Les anciens Astronomes n'avoient aucun moyen de déterminer l'heure & le moment d'une observation, si ce n'est d'observer la distance du soleil au méridien ou sa hauteur; actuellement même, malgré l'usage de nos pendules, nous sommes quelquefois obligés d'avoir recours à la même méthode, au défaut des hauteurs correspondantes (620), & sur la mer nous n'avons aucun autre moyen.

Fig. 41. La résolution du triangle *PZL* (*Fig. 41.*) qui sert à trouver l'arc semidiurne (703), sert également dans le cas où le soleil a une hauteur quelconque: si, par exemple, le soleil a 30 degrés de hauteur vraie, sa distance au zénith

Fig. 42. *ZS* (*Fig. 42.*) est nécessairement de 60 degrés; alors on résout le triangle *PZS* en employant *ZS* de 60° au lieu de 90°, qu'on employoit pour le lever du soleil, le côté *PZ* est toujours le complément de la hauteur du pôle, & le côté *PS* est la distance du soleil au pôle boréal du monde, c'est-à-dire, la somme de 90°, & de la déclinaison du soleil si elle est australe; la différence entre 90° & la déclinaison du soleil si elle est boréale: l'angle *P* que l'on trouve en résolvant le triangle *PZS*, étant converti en temps à raison de 15 degrés par heure, donne l'heure qu'il est si c'est après-midi; si c'est le matin, cet angle *P* donne ce qu'il s'en faut pour aller à midi, ou bien on prend le supplément de l'angle *P* à 180°, qui converti en temps donne l'heure qu'il est pour le matin, c'est-à-dire, comptée depuis minuit.

717. Si c'est une étoile dont on ait observé la hauteur, on sera obligé de calculer pour ce moment l'ascension droite de l'étoile, & celle du soleil qu'on retranchera de celle de l'étoile; ayant trouvé leur différence, on en ôtera l'angle horaire trouvé si l'étoile est à l'orient du méridien, & on l'ajoutera si c'est à l'occident; la différence, ou la somme convertie en temps, à raison de 15 deg. par heure, donnera l'heure vraie, en comptant depuis midi jusqu'à 24 heures. En effet, on doit appliquer ici le raisonnement que

Trouver l'heure qu'il est par la hauteur du Soleil. 325
nous avons employé pour trouver le lever & le coucher
de la lune (710).

EXEMPLE. On a observé le 8 Juillet 1761, en pleine mer,
la hauteur de Régulus $20^{\circ} 6'$ vers l'occident, à $32^{\circ} 12'$ de
latitude boréale, la déclinaison de cette étoile étant de
 $13^{\circ} 8'$; on demande l'heure qu'il est. Ayant résolu le trian-
gle PZS , dont PZ est $57^{\circ} 48'$, PS $76^{\circ} 52'$, & ZS
 $69^{\circ} 54'$, on trouvera l'angle horaire P qui réduit en temps
donnera $4^h 57' 20''$; la différence d'ascension droite entre
le soleil & l'étoile, étoit alors de $2^h 42' 52''$; on ajoutera
l'angle horaire avec cette différence d'ascension droite,
parce que l'étoile étoit à l'occident du méridien, & l'on
trouvera $7^h 40' 12''$ pour le temps vrai cherché.

On trouveroit le même résultat en procédant de la ma-
niere indiquée dans mon Exposition du Calcul astronomi-
que, art. 242. Je cherche l'heure du passage de l'étoile au
méridien pour ce jour-là, & je trouve $2^h 43' 41''$; ensuite
j'ôte de l'angle horaire $49''$, pour avoir l'intervalle de temps
qui a dû s'écouler entre le passage au méridien & l'heure de
l'observation, qui se trouve de $4^h 56' 31''$, cet intervalle
de temps ajouté avec le passage au méridien, donne égale-
ment le temps vrai. Cette soustraction de $49''$ vient de ce
que la différence d'ascension droite entre le soleil & une
étoile, c'est-à-dire, l'ascension droite de l'étoile moins celle
du soleil diminue tous les jours d'environ $4'$ de temps, ce
qui fait que l'étoile, pour décrire 360 degrés, n'emploie que
 $23^h 56'$; ainsi l'angle horaire ZPS étant converti en temps,
à raison de 15 deg. par heure, il en faut ôter $10''$ par heure
pour avoir le temps que l'étoile a employé à les parcourir.

*Trouver la hauteur du Soleil ou d'une Etoile pour une
heure donnée.*

718. LE calcul des éclipses, & celui de certaines ob-
servations exige que l'on connoisse la hauteur d'un astre
au-dessus de l'horison pour un moment donné; on la trouve
en supposant connues les quantités suivantes; 1°. la dif-
fance du pole au zénith, ou le complément de la latitude

du lieu ; 2°. la distance de l'astre au pôle égale à 90° plus ou moins sa déclinaison ; 3°. l'angle horaire formé au pôle du monde par le méridien du lieu, & par le cercle de déclinaison qui passe par l'astre ; cet angle horaire, quand il s'agit du soleil, est égal à l'heure donnée, après midi, convertie en degrés, à raison de 15 degrés par heure, ou à son complément à 24 heures si c'est le matin ; & quand il s'agit d'une étoile, c'est l'ascension droite du soleil moins celle de l'étoile, ajoutée avec le temps vrai réduit en degrés (698). Voici les deux analogies nécessaires pour trouver la hauteur, c'est-à-dire, pour résoudre le triangle PZS (*Fig. 42.*), dont on connoît deux côtés & l'angle compris,

Fig. 42.

Le rayon

est au cosinus de l'angle horaire P ;
comme la cotangente de la latitude du lieu
est à la tangente du premier segment PX .

Ce premier segment se retranchera de la distance au pôle PS , si l'angle horaire est aigu ; mais il s'ajoutera à PS si cet angle surpasse 90°, pour avoir le second segment SX .

Le cosinus du premier segment PX
est au cosinus du second segment SX ;
comme le sinus de la latitude
est au sinus de la hauteur cherchée.

Cette hauteur seroit négative, c'est-à-dire, que l'astre seroit au-dessous de l'horison, si le second segment étoit plus grand que 90°. On verra dans l'art. 722 une autre analogie pour trouver aussi la hauteur.

Pour éviter aux Calculateurs la peine de chercher ainsi les hauteurs des astres, M. de la Caille & M. Pingré avoient calculé, chacun de leur côté, pour la latitude de Paris, une Table des hauteurs pour chaque déclinaison & chaque angle horaire ; j'ai publié celle de M. Pingré dans la *Connoissance des Mouvements célestes* pour 1762.

Trouver l'angle parallactique d'un Astre pour une heure donnée.

719. L'ANGLE formé par le vertical & par le cercle de déclinaison, ou cercle horaire d'un astre, s'appelle ANGLE PARALLACTIQUE; tel est l'angle PSZ (Fig. 42.). Pour le trouver je suppose qu'on connoisse les trois choses dont il a été question pour trouver la hauteur, & qu'on ait fait la première analogie (718) pour avoir les deux segments PX & SX , il ne restera plus qu'à faire cette analogie :

Le sinus du second segment SX
est au sinus du premier segment PX ,
comme la tangente de l'angle horaire P
est à la tangente de l'angle parallactique PSZ .

Cet angle parallactique formé par le vertical & le cercle de déclinaison, est presque toujours aigu dans le calcul des éclipses, où l'on en fait un usage fréquent; il seroit obtus si le premier segment PX étoit plus grand que la distance PS au pôle élevé.

720. L'angle parallactique, une fois connu, rend très-facile le calcul des parallaxes; c'est ce qui porta Madame Lepaute à en calculer une Table qui se trouve dans l'Exposition du Calcul astronomique, pag. 265, & dont je me sers habituellement pour les éclipses de soleil.

Trouver l'azimuth d'un Astre pour une heure donnée.

721. Dans le triangle PZS (Fig. 42.), connoissant l'angle horaire P & les deux côtés adjacens PZ & PS , comme dans l'art. 718, il faut concevoir la perpendiculaire SY abaissée du soleil sur le méridien, & l'on fera l'analogie suivante:

Le rayon
est à la tangente de la distance au pôle PS ;
comme le cosinus de l'angle horaire P
est à la tangente du premier segment PY .

On prendra la différence entre la distance PZ du pôle au zénith & le premier segment PY , si l'angle horaire P est aigu ; on prendra leur somme si l'angle P est obtus, & l'on aura le second segment ZY ; alors on fera la seconde analogie :

Le sinus du second segment ZY
est au sinus du premier segment PY ,
comme la tangente de l'angle horaire P
est à la tangente de l'azimuth PZS .

Cet angle est aigu si le premier segment PY est plus petit que PZ , mais il est obtus si le segment PY surpasse le côté PZ , comme dans la *Fig. 42*.

722. Si l'on avoit besoin tout à la fois de l'azimuth & de la hauteur, on se serviroit des segments que l'on vient de trouver, l'on feroit l'analogie suivante pour trouver la hauteur :

Le cosinus du premier segment PY
est au cosinus du second segment ZY ,
comme le sinus de la déclinaison
est au sinus de la hauteur cherchée.

Cette méthode seroit plus commode que celle de l'art. 718, si l'on étoit dans le cas de chercher la hauteur & l'azimuth d'un astre ; comme quand on veut observer les étoiles en plein jour hors du méridien avec un quart-de-cercle ; mais si l'on demande la hauteur avec l'angle parallactique, comme dans le calcul des éclipses, il faut préférer la méthode expliquée dans l'art. 718.

Amplitude.

Fig. 41.

723. L'amplitude (67) est l'arc de l'horison QL , (*Fig. 41.*), & se trouve de même que l'azimuth, puisqu'elle est la différence ou la somme de 90 degrés, & de l'azimuth d'un astre qui est dans l'horison ; on peut la trouver aussi comme la différence ascensionnelle (714), en résolvant le triangle QAL par cette analogie :

Le cosinus de la hauteur du pôle
est au sinus de la déclinaison,
comme le rayon
est au sinus de l'amplitude QL .

Dans cette méthode on néglige la réfraction, mais on peut ensuite

ensuite calculer séparément la correction ou le changement que la réfraction produit sur l'amplitude ; il est égal à $\frac{\text{refract. sin. lat.}}{\sqrt{\text{cos.}^2 \text{ decl.} - \text{sin.}^2 \text{ lat.}}}$; c'est-à-dire , la réfraction horisontale multipliée par le sinus de la latitude du lieu , & divisée par la racine de la différence entre les quarrés du cosinus de la déclinaison & du sinus de la latitude. (Voyez l'*Almanach astronomique de Berlin* pour 1750.).

724. Dans la Connoissance des Temps de l'année 1759 , & des années antérieures , on trouve des Tables d'amplitude pour les différens pays de la terre, & pour chaque degré de déclinaison ; elles peuvent servir aux Navigateurs à reconnoître la déclinaison de l'aiguille aimantée au soleil levant.

Dans cette vûe , M. Lieutaud inféra dès l'année 1707 dans la *Connoissance des Temps* une Table des amplitudes du soleil pour différentes latitudes & différentes déclinaisons. En 1735 M. du Dreneuc , Conseiller au Parlement de Rennes , donna à M. Cassini une autre Table plus ample , qu'il avoit calculée en tenant compte des réfractions ; & que M. de la Caille m'a dit avoir vérifiée & reconnue exacte ; cette dernière Table a été inférée dans la *Connoissance des Temps* , toutes les années jusqu'à 1759 inclusivement , elle y occupe 20 pages. On y trouve , par exemple , qu'à 60° de latitude un astre qui a 29° de déclinaison septentrionale , a 80° 20' d'amplitude , c'est-à-dire , qu'il se leve à 9° $\frac{2}{3}$ du vrai nord : si un vaisseau en pleine mer relevoit au compas cet astre à son lever , & qu'il trouvât l'aiguille à 2 deg. au nord de l'astre , il en concluroit que l'aiguille varie de 7° $\frac{2}{3}$. C'est ainsi que cette Table des amplitudes sert à trouver en mer la variation du compas , quand on observe le soleil levant , & qu'on connoît la latitude du lieu où l'on se trouve.

Tables
d'Amplitudes.

Trouver l'angle de position d'un Astre.

725. On se fert très-souvent dans le calcul des éclipses de l'angle formé au centre d'un astre par le cercle de lati-

tude & le cercle de déclinaison, qu'on appelle ANGLE DE POSITION, parce que c'est un angle fixe qui ne dépend que de la position de l'astre, par rapport à l'écliptique & à l'é-
 quateur. Soit PE (*Fig. 43.*) le colure des solstices, P le pole boréal du monde, E celui de l'écliptique, S l'astre dont il s'agit, PE la distance des deux poles, ou l'obliquité de l'écliptique de $23^{\circ} 28' 20''$ mesurée sur le colure des solstices; l'angle PES est le complément de la longitude de l'étoile, car cet angle PES est le complément de celui que fait le cercle de latitude ES qui passe par l'étoile, avec le cercle de latitude $E\gamma$ qui du point E va passer par les équinoxes, & duquel se comptent les longitudes. ES est le complément de la latitude de l'astre, si cette latitude est boréale, ou la somme de 90° ; & de cette latitude, si elle est australe: l'angle EPS est le complément de l'ascension droite, & PS est la somme ou la différence de 90° & de la déclinaison. On peut trouver l'angle S dans le triangle PES , en employant le côté PE avec la longitude & la latitude, ou avec l'ascension droite & la déclinaison, ou avec la longitude & la déclinaison, ou enfin avec la latitude & l'ascension droite, cette dernière voie est la plus simple, elle n'exige que l'analogie suivante pour la résolution du triangle PES :

Le cosinus de la latitude

est au cosinus de l'ascension droite,

comme le sinus de $23^{\circ} 28' 20''$, obliquité de l'écliptique, est au sinus de l'angle de position.

Lorsqu'il s'agit du soleil dont la latitude est nulle, le premier terme est égal au rayon, & l'on retombe dans la dernière analogie de l'art. 598, où il s'agissoit de trouver l'angle de l'écliptique avec le cercle de déclinaison, dont le complément est l'angle de position.

Cet angle de position n'est pas absolument fixe, puisque l'ascension droite qui entre dans le second terme de cette proportion, est sujette à varier par la précession des équinoxes; mais nous parlerons de cette petite variation dans le XVI^e. Livre, où il sera question des autres effets de la précession des équinoxes: on verra que cet angle de position

peut varier de 20" par année pour les étoiles situées près du colure des solstices & près de l'équateur. En général, il faut multiplier le changement en longitude par le sinus de l'obliquité de l'écliptique, & par le sinus de l'ascension droite; enfin, diviser le produit par le cosinus de la déclinaison pour avoir le changement de l'angle de position.

Voici les angles de position pour quelques étoiles dont j'ai eu des occultations à calculer, je les rapporte pour qu'elles puissent dans la suite servir au même usage.

τ du Sagittaire, pour 1750,	5° 5' 35"
Aldebaran, pour 1760,	9 32 12
Antares, pour 1750,	10 15 29
Antares, pour 1760,	10 12 10
π du Scorpion, pour 1750,	12 56 50
π du Scorpion, pour 1760,	12 53 45
η des Pléiades, pour 1750,	13 50 58
α de la Balance, pour 1760,	17 55 23
γ du Capricorne, pour 1750,	18 11 38
δ du Capricorne, pour 1750,	18 38 37
η du Lion, pour 1760,	19 56 21
Regulus, pour 1760,	19 56 24
λ de la Vierge, pour 1760,	20 19 23
θ de la Vierge, pour 1760,	22 45 31
γ de la Vierge, pour 1760,	23 18 10
η de la Vierge, pour 1760	23 27 56

Trouver l'heure qu'il est par le moyen des Etoiles.

726. IL y a plusieurs manieres de trouver l'heure qu'il est par le moyen des étoiles; 1°. en observant l'heure de leur passage au méridien, si l'on sçait d'avance (488) à quelle heure elles y doivent passer; 2°. en observant leur lever & leur coucher, lorsqu'on a calculé le temps vrai qui y répond (706); 3°. en observant leur hauteur, parce que la hauteur étant donnée on peut trouver l'heure qu'il est (717); 4°. en observant le passage d'une étoile dans le vertical d'une autre étoile; & c'est cette méthode qu'il s'a-

Il y a quatre méthodes.

git maintenant d'expliquer. M. Picard l'indiqua en 1679, dans la Connoissance des Temps, qu'il donna alors pour la première fois; & depuis ce temps-là jusqu'en 1760 inclusivement, elle y a toujours été employée.

Passages dans le vertical de l'Étoile polaire.

727. Toutes les étoiles circompolaires qui ne se couchent point à Paris, passent deux fois le jour dans le vertical de l'étoile polaire; on peut aisément en faire l'observation au moyen d'un fil à plomb qui soit à quelque distance de l'œil, ou même d'un coin de mur, pourvu qu'on ait vérifié l'à-plomb, car il ne se trouve presque jamais de mur qui soit précisément vertical.

Si l'étoile polaire étoit exactement au pôle du monde, le temps où une autre étoile se trouve dans le même vertical, seroit le moment même de son passage au méridien, & il suffiroit d'ajouter l'ascension droite de l'étoile avec la distance de l'équinoxe au soleil ce jour-là, pour avoir l'heure qu'il est (686). Mais comme l'étoile polaire décrit elle-même un cercle autour du pôle, les étoiles qui n'ont pas la même ascension droite qu'elle, passeront dans son vertical avant ou après leur passage dans le méridien.

Fig. 44.

728. DÉTERMINER la correction qu'on doit faire à l'ascension droite de l'étoile, pour avoir la quantité qu'il faut ajouter au passage de l'équinoxe, afin d'avoir l'heure du passage de cette étoile dans le vertical de l'étoile polaire. Soit P (Fig. 44.) le pôle du monde, Z le zénith, ZPH le méridien, A l'étoile polaire, & B une autre étoile circompolaire, chacune décrivant un cercle parallèle à l'équateur autour du pôle P ; ZAB le vertical commun aux deux étoiles; dans le triangle APB l'on connoît PA & PB , distances de ces étoiles au pôle du monde, ou complémens de leurs déclinaisons, avec l'angle compris APB qui est leur différence d'ascension droite, on cherchera l'angle B ou ABP ; dans le triangle ZPB on a PZ & PB , avec l'angle B connu par l'opération précédente, on trouvera l'angle ZPB dont le supplément HPB apprendra combien de temps avant son passage au méridien, l'étoile B se trouvera dans le vertical ZAB de l'étoile polaire; c'est cette quantité HPB qu'il faudra réduire en temps, & re-

trancher de son ascension droite, pour avoir l'heure qui ajoutée avec la distance de l'équinoxe au soleil, donnera le passage de l'étoile *B* dans le vertical de la polaire. Voici, pour les principales étoiles, les nombres qu'il faut ajouter à l'heure du passage du premier point du Bélier par le méridien, (que nous avons donné dans la Table de la pag. 199), pour avoir l'heure qu'il est au moment où une étoile paroît exactement au-dessous de l'étoile polaire. Ainsi le premier Août le passage de l'équinoxe est 15^h 19', le nombre qui répond à la Chèvre est 17^h 13', la somme est 32^h 32', on en ôtera 24 heures (686), & l'on aura 8^h 32' pour le temps vrai qu'il est à Paris le premier Août, quand la Chèvre passe au-dessous de l'étoile polaire.

La précédente du carré de la gr. Ourse ϵ , (<i>Fig. 1.</i>)	22 ^h 55'	<i>Fig. 1.</i>
La suivante du carré de la grande Ourse α ,	22 58	
La troisième du carré de la grande Ourse γ ,	23 43	
La dernière du carré δ ,	0 4	
La première de la queue ϵ ,	0 40	
Le milieu de la queue ζ ,	1 8	
La dernière de la queue η ,	1 31	
La 1 ^{re} . des 2 gardes de la petite Ourse ϵ , (art. 520)	2 9	
La seconde des deux gardes γ ,	2 58	
La queue du Cygne, <i>Deneb</i> , α , (art. 501, 512)	8 13	
Les cinq étoiles principales de Cassiopée, (art. 503)	$\left\{ \begin{array}{l} \epsilon \\ \alpha \\ \gamma \\ \delta \\ \epsilon \end{array} \right.$	11 37
		12 25
		12 42
		13 12
		13 43
Le pied d'Andromède γ , (art. 504)	13 57	
La ceinture de Persée α , (art. 500)	15 17	
La Chèvre, (art. 498)	17 13	
L'épaulé du Cocher ϵ , (art. 498)	17 57	

Ces étoiles & beaucoup d'autres encore se trouvent sur une Planche gravée, que l'on a toujours insérée jusqu'en 1760 inclusivement, dans la *Connoissance des Temps*; chaque étoile y est représentée avec le nombre qui lui convient.

Les quantités marquées dans la Table précédente, ne

peuvent varier en un siècle que de 4 ou 5 minutes ; un changement de 7 à 8 degrés dans la latitude du lieu n'y influe pas davantage ; ainsi les nombres précédens peuvent servir pour tout le siècle & pour toute l'Europe, sans une erreur bien considérable.

Non seulement on peut pratiquer cette manière de sçavoir l'heure qu'il est par le moyen de l'étoile polaire ; mais on peut choisir également toute autre étoile, & attendre le moment où une étoile arrive dans le vertical de celle qu'on a choisie pour terme de comparaison, pourvu que l'on ait calculé la quantité qui doit être ajoutée à la distance de l'équinoxe au méridien, en se servant de telle étoile de la manière qui vient d'être expliquée.

Pour sçavoir si deux étoiles se peuvent trouver dans un même vertical pour un lieu donné, il faut décrire un petit cercle parallèle à l'équateur passant par le zénith du lieu, & si le grand cercle qui passe par les deux étoiles, coupe le parallèle, on sera assuré que les deux étoiles doivent se trouver sur un même vertical dans les 24 heures, une ou deux fois. Mais si les points où ces deux cercles se coupent, sont éloignés de plus de 90° de l'une des deux étoiles, elles ne pourront pas se trouver dans la partie comprise depuis le zénith jusqu'à l'horison ; dans ce cas elles serviront difficilement à l'objet que nous venons d'expliquer.

Définitions de quelques Termes d'Astrologie.

729. Quoique les Livres d'Astrologie judiciaire soient aujourd'hui aussi méprisés qu'ils sont méprisables, cependant comme ils renferment quelquefois des Tables auxquelles on peut avoir recours, mêlées de termes qui y sont très-obscurément & très-mal définis, & comme ce IV^e. Livre est destiné à servir d'introduction à la lecture des Auteurs, nous en dirons ici quelques mots.

L'HOROSCOPE * est le point de l'écliptique situé dans l'horison au moment d'une nativité, le point qui se leve,

* Ὅρα, Hora, Ἐωπός, Scopus, parce que ce point étoit le but principal des recherches des Astrologues.

& dont nous ferons usage dans le calcul des éclipses & du nonagésime (Liv. IX.).

LES CERCLES DE POSITIONS sont de grands cercles menés par les deux sections nord & sud de l'horifon & du méridien ; ainsi le cercle *H S O* (*Fig. 42.*), est le cercle de position où se trouve le soleil *S*. *Fig. 42.*

L'ARC DE POSITION est l'arc perpendiculaire *PE*, abaissé du pole *P* sur le cercle de position *H S O* : les Tables de positions qui se trouvent fort au long dans les anciens Livres d'Astrologie , se réduisent donc à ceci ; connoissant deux côtés *PH* & *PS* avec l'angle compris *HPS*, trouver la perpendiculaire *EP* abaissée sur le côté inconnu.

Les deux extrémités d'un arc quelconque de l'écliptique s'appellent souvent *Significator* & *Promissor* ; par exemple , le soleil , la lune étant pris pour significateurs de quelque événement , si une planete se trouve à 3 deg. plus loin , & qu'elle doive être considérée à son tour , le point où elle est se nomme *Promissor*.

Le temps qu'il faut pour que le promisseur arrive à la place du significateur , est mesuré par un arc de l'équateur qu'on appelle l'*Arc de direction* ; d'autres ont nommé les directions *deductiones* & *ambulationes* ; ainsi ce n'est autre chose que la différence d'ascension droite entre les deux points donnés , si la place du significateur est dans le méridien ; & c'est la différence d'ascension oblique , si le significateur est à l'horifon.

Les Astrôlogues dans leurs Livres divisent le ciel en 12 maisons , par le moyen de l'horifon du méridien & de 4 cercles de position semblables au cercle *HES O* (*Fig. 42.*), l'horoscope est le point où commence la première maison ; l'ascension droite du milieu du ciel pour le moment de la nativité est l'ascension droite de la 10^e maison , en y ajoutant successivement 30 deg. on a les ascensions obliques de la 11^e maison , de la 12^e , &c. d'où l'on conclut ensuite les points de l'écliptique où commence chaque maison. (*Voy. Magini, Tab. primi mobilis ; Regiomontanus, Argoli, &c.*).

Peut-être aurois-je dû omettre ici tout ce qui a rapport à l'Astrologie , & jusqu'au nom même de cette vaine doc- Réflexion sur
l'Astrologie.

trine ; quoi qu'il en soit , ce sera une occasion pour moi de déplorer l'ignorance & l'aveuglement du vulgaire qui s'est laissé abuser si long-temps par de si sottes prédictions , & de faire observer , comme je l'ai dit dans ma Préface , combien il étoit utile pour le Genre Humain de pénétrer & d'approfondir des Sciences qui ont sçu enfin guérir les Hommes d'une si misérable imbécillité & d'une stupidité si flétrissante.

Ce n'est pas sans peine que l'esprit philosophique dissipa enfin ces erreurs ; on venoit encore quelquefois au commencement de ce siècle consulter sur l'avenir des Astronomes de l'Académie ; & en 1705 M. Lieutaud crut devoir mettre à la tête de la *Connoissance des Temps* : « On ne » trouvera ici aucunes prédictions , parce que l'Académie » n'a jamais reconnu de solidité dans les règles que les An- » ciens ont données pour prévoir l'avenir par les configura- » tions des astres ». En lisant dans le Mercure de France une Lettre où je racontois la curiosité que le Grand-Seigneur eut l'année dernière de recevoir tous les Ouvrages publiés par les Astronomes de l'Académie , on remarquera qu'il demandoit sur-tout les prédictions qui se faisoient sur l'avenir par la science des astres ; peut-être Sa Hauteſſe ne desiroit nos Livres d'Astronomie , que pour y voir le sort de s Puissances qui sembloient alors acharnées à se détruire.



LIVRE CINQUIEME.

Du Système du Monde.

730. **L**É Système du Monde*, ou la disposition des orbites planétaires, est une des questions qui ont été les plus discutées parmi les Astronomes ; cependant elle n'étoit pas difficile pour de véritables Physiciens : l'ignorance des uns & le scrupule mal-entendu de quelques autres ont retardé pendant un temps le progrès de la vérité ; mais depuis environ un siècle il n'y a pas eu d'Astronome un peu connu, qui se soit refusé à l'évidence du *Système de Copernic* ; c'est donc celui-là que j'appellerai le *Système du Monde*, & je ne parlerai des autres, que parce que l'histoire des progrès de l'esprit est toujours liée avec l'histoire de nos erreurs.

731. Le système du monde comprend les planetes principales, les satellites & les cometes : les planetes principales sont, 1°. le Soleil, ou plutôt la Terre ; 2°. Mercure ; 3°. Vénus ; 4°. Mars ; 5°. Jupiter ; 6°. Saturne : leurs éléments particuliers feront la matiere du Livre suivant, mais il ne s'agit ici que de leur arrangement. La Lune est réputée un satellite par rapport à la Terre, & comme elle a des inégalités d'une espece toute différente, elle fera seule la matiere du Livre VII. La théorie des Satellites de Jupiter & de Saturne sera expliquée dans le XVIII^e. Livre, & celle des Cometes dans le XIX^e.

En quoi consiste
le Système du
Monde.

732. Mais avant que de parler de la véritable situation des orbites planétaires, qui pour être connue exigeoit des observations & des réflexions approfondies, nous parlerons de ce qu'il y a de plus apparent & de plus simple, indépendamment de tout système, c'est-à-dire, de l'hypothèse ancienne imaginée pour calculer le mouvement annuel du

* Σύστημα, *Constitutio, Collectio*, c'est-à-dire, l'arrangement & l'assemblage des Corps célestes.

Soleil ; systême suivant lequel Ptolémée & plusieurs anciens Astronomes expliquoient la disposition générale du Monde ; nous viendrons ensuite au systême de Copernic ; & nous prouverons les mouvemens réels de la Terre, dont il importe au Lecteur d'être bien convaincu avant que de passer à la théorie des planetes ; le systême de Tycho-Brahé se trouvera réfuté par les preuves mêmes du systême de Copernic ; enfin , les phénomènes qui résultent du mouvement de la Terre , viendront naturellement à la suite des preuves de ce mouvement.

Du Systême de Ptolémée.

733. LES anciens Philosophes qui connoissoient très-peu les circonstances du mouvement des planetes , n'avoient pas des moyens évidens pour connoître la véritable disposition de leurs orbites , & ils varierent beaucoup sur ce sujet. Pythagore & quelques-uns de ses disciples supposèrent d'abord la terre immobile au centre du monde , comme chacun est porté à le croire avant que d'avoir discuté les preuves du contraire ; dans la suite, plusieurs disciples de Pythagore s'écarterent de ce sentiment , firent de la terre une planete , & placerent le soleil immobile au centre du monde. Platon fit revivre, du moins dans sa jeunesse , le systême de l'immobilité de la terre ; Eudoxe , Callipus , Aristote , Archimede , Hipparque , Sosigenes , Cicéron , Vitruve , Pline , Macrobe & Ptolémée suivirent ce sentiment : on peut voir dans Pline , (*Liv. II. ch. 22.*) & dans Censorinus , *de die natali* , *cap. 2.* la maniere dont Pythagore appliquoit les intervalles des tons à ceux des distances des planetes à la terre.

734. Ptolémée qui écrivit environ l'an 140 , vers les dernières années de Pline le Naturaliste , est celui qui a donné son nom à ce systême , parce que son *Almageste* est le seul Livre détaillé qui nous soit parvenu de l'ancienne Astronomie : il essaie de prouver dans cet Ouvrage (*Liv. I. ch. 5. & 7.*) , que la terre est véritablement immobile au centre du monde , & il place les autres planetes autour

d'elle dans l'ordre suivant : la Lune , Mercure , Vénus , le Soleil , Mars , Jupiter & Saturne ; sa principale raison pour placer Mercure & Vénus au-dessous du Soleil , étoit sans doute la durée de leur révolution plus petite que celle du soleil ; il pensa que les planetes devoient être d'autant plus près de nous , qu'elles tournoient en moins de temps ; cette loi étoit du moins indiquée par l'exemple de la lune qui tournant beaucoup plus vite que le soleil , étoit évidemment plus près de nous , puisqu'elle éclipsoit si souvent le soleil : il voyoit aussi que Saturne étoit la moins lumineuse de toutes les planetes , ce qui la faisoit présumer la plus éloignée , en même temps qu'elle étoit la plus lente de toutes. C'est à cela que je réduis les neuf raisons apportées par le P. Riccioli, (*Liv. IX. pag. 279*) en faveur de cette partie du système de Ptolémée.

Système de
Ptolémée.

735. La *Fig. 45.* exprime le système de Ptolémée , tel qu'il est représenté dans le IX^e. Livre de l'Almageste. Chaque planete y est marquée sur son orbite par le signe qui lui convient (118) ; en sorte que cette figure n'a besoin d'aucune explication.

Fig. 45.

736. Platon avoit changé quelque chose au système de Pythagore ; plusieurs Auteurs disent qu'il mettoit Mercure & Vénus au-delà du Soleil, (*Plut. de plac. Phil. L. II. cap. 15.*) ; sa raison , disent-ils , étoit que Vénus & Mercure n'avoient jamais éclipsé le soleil, ce qui devoit arriver si ces planetes étoient , aussi bien que la lune , plus basses que le soleil. Ce système fut soutenu par *Théon* dans son Commentaire sur l'Almageste , & ensuite par *Geber* qui seul , entre les Auteurs Arabes , s'est écarté du système de Ptolémée.

Système des Egyptiens.

737. Les premiers Observateurs remarquerent certainement que Vénus ne s'écartoit jamais du soleil de 45 deg. mais il étoit évident que si elle eût tourné comme le soleil autour de la terre , elle auroit paru très-souvent opposée au soleil , ou éloignée de lui de 180 deg. ; aussi les Egyptiens

imaginèrent que Vénus devoit tourner autour du soleil comme dans un épicycle , au moyen de quoi ils expliquoient très-bien pourquoi elle paroïssoit plus ou moins brillante dans certains temps , sans jamais cesser d'accompagner le soleil ; & il en étoit de même de Mercure. Macrobe qui raconte ce sentiment des anciens Egyptiens , (*Somn. Scip. Lib. I. cap. 19.*) , ajoute que presque tout le monde adoptoit leur système.

Cicéron en faisant parler Scipion sur le système du monde , dit formellement que les orbites de Vénus & de Mercure accompagnent & suivent le soleil ; *hunc ut comites sequuntur Veneris alter , alter Mercurii cursus.* Le P. Riccioli dans son VII^e. Livre , pense que Cicéron , Platon & les Egyptiens avoient supposé que Mercure & Vénus tournent autour du soleil ; mais dans son IX^e. Liv. (*p. 281.*) , le P. Riccioli dit qu'après avoir mieux examiné la chose , il croit que Cicéron & Platon n'ont point fait tourner Vénus & Mercure autour du soleil. Vitruve dit aussi , (*Archit. Lib. IX. cap. 4.*) , que Mercure & Vénus entourent le soleil , & tournent autour de son centre , ce qui produit leurs stations & leurs rétrogradations apparentes.

738. Martianus Capella , (*de Nuptiis Philologiæ & Mercurii*) , développe encore mieux ce système ; le vénérable Bede qui écrivoit en Angleterre vers l'an 720 , dans le Livre qui a pour titre , *de Mundi cœlestis ac terrestris Constitutione* , & qui se trouve au premier Tome de ses Ouvrages , en parle aussi fort clairement ; c'est pourquoi le P. Riccioli appelle cela *Système des Egyptiens* , de Vitruve , de Capella , de Macrobe , de Bede & d'Argoli ; d'autres le nomment encore *Système de Cicéron & de Platon* ; ce fut-là le principe des belles idées de Copernic sur le système général du monde : indépendamment de la preuve de ce système tirée de la proximité constante de Vénus au soleil , on y trouvoit l'avantage de rendre raison de ces inégalités appellées *stations* , *directions* & *rétrogradations* , sans la ressource absurde des épicycles , comme nous le dirons à la fin de ce Livre (828).

Fig. 46. 739. La *Fig. 46.* représente le système des Egyptiens ,

tel que nous venons de le décrire ; la terre est placée au centre de la Figure ; elle est environnée immédiatement par l'orbite du soleil ; le globe du soleil y paroît entouré par les orbites de Mercure & de Vénus ; au-dessus du soleil sont les trois autres orbites , placées comme dans le système de Ptolémée (735), & désignées par les caractères expliqués ci-dessus (118).

DU SYSTEME DE COPERNIC.

740. L'EMBARRAS que trouva Copernic dans les hypothèses des Anciens pour expliquer les diverses inégalités des planetes , lui fit souhaiter de pouvoir les simplifier , ou en imaginer une qui fût moins absurde & moins compliquée ; il nous apprend dans la Préface de son Livre *de Revolutionibus Orbium* , que dans cette intention il avoit commencé par lire tout ce qu'il avoit pû trouver là-dessus dans les anciens Philosophes , pour sçavoir s'il n'y en avoit aucun qui eût attribué à la Sphère d'autres mouvemens que ceux dont on parloit depuis si long-temps dans les Ecoles ; voici ce qu'il y trouva de plus frappant.

741. Cicéron , (*Acad. Quæst. Lib. IV.*), dit que *Nicetas* de Syracuse , au rapport de Théophraste , avoit pensé que le ciel , le soleil , la lune , les étoiles ne tournoient point chaque jour autour de la terre , & que la terre seule tournant sur son axe avec une très-grande vitesse , faisoit paroître tout le reste en mouvement. Plutarque , (*de placitis Philosophorum Lib. III. cap. 13.*), raconte aussi que *Philolaüs* le Pythagoricien vouloit que la terre eût un mouvement annuel autour du soleil dans un cercle oblique , tel que celui qu'on attribuoit au soleil (209). *Heraclides* de Pont , & *Écphantus* Pythagoricien , attribuoient , à la vérité , un mouvement à la terre , mais seulement sur son axe , semblable à celui d'une roue : *Héraclides* & les autres Pythagoriciens soutenoient que chaque étoile étoit un monde qui avoit comme le nôtre une terre , une atmosphère & une étendue immense de matiere éthérée : *Aristote* , (*de Cælo , Lib. II. cap. 13.*), dit aussi que les Philosophes

Mouvement
de la Terre connu
des Anciens.

d'Italie appellés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planetes qui tournoient autour du soleil comme centre commun.

Philolaüs.
Nicetas.

742. Diogenes de Laërce dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la premiere idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à Ictas : Philolaüs avoit été disciple de Pythagore, & vivoit environ 450 ans avant J. C. d'abord à Métaponte, ensuite à Héraclée, (*Plut. de genio Socratis*). Il fut le premier des Pythagoriciens qui écrivit sur la Physique, & Platon fit un si grand cas de ses Ouvrages, qu'il les acheta dix mille deniers * des héritiers de Philolaüs, (*Diog. de Laer. dans la Vie de Platon ; Aulugelle, III. 17.*) Platon adopta sur la fin de sa vie le sentiment de Philolaüs sur le mouvement de la terre, (*Plut. in Numa, Quæst. Platonicae, qu. 7.*) (209).

743. Des autorités si respectables donnerent de la confiance à Copernic, & lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre sur son axe ; ce simple mouvement retranchoit de la Physique des millions de mouvemens ; la simplicité de cette hypothèse suffisoit pour la rendre vraisemblable, & c'est une véritable démonstration pour celui qui veut s'affranchir des préjugés.

Preuves du
mouvement
diurne de la
Terre.

744. En effet, quand on voit cette concavité immense de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles qui sont toutes à des distances prodigieuses de nous, des planetes qui ont chacune leur mouvement propre, des cometes qui sont de temps à autres parmi elles ; quand on réfléchit à la petitesse de la terre, en comparaison de toutes ces énormes distances, il devient impossible de concevoir que tout cela puisse tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier & constant en 24 heures de temps, autour d'un atôme tel que la terre ; on ne peut se figurer quelle sorte de liaison commune pourroit déterminer tous ces corps à se mouvoir ensemble, sur-tout quand leurs autres mouvemens

* La drachme Attique à laquelle répond le denier Romain, valoit environ 39 sols de notre monnoye, suivant quelques Auteurs,

particuliers font voir que d'ailleurs il n'y a entre eux aucune connexion.

745. Les Anciens étoient obligés de supposer des sphères solides & transparentes comme le crystal, où ils enchâffoient tous les astres, & ils faisoient tourner ces calotes sphériques les unes dans les autres ; mais depuis qu'on a vû les planetes se rapprocher visiblement de nous, & s'en éloigner ensuite ; depuis qu'on a vû des cometes descendre vers la terre, & remonter loin de nous, les cieus solides font une absurdité démontrée ; il devient donc également absurde de supposer que le ciel entier puisse tourner tous les jours & tout d'une pièce, tandis qu'il est composé de tant de milliers de pièces détachées, à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices, (Riccioli, *Almag. II.* 289.), qui feront occupées sans cesse à empêcher l'effet des loix du mouvement que le Créateur a établies.

746. Le P. Riccioli, (*Almag. T. I. p. 51.*) n'oppose rien à tout cela, si ce n'est les passages de l'Écriture-Sainte, où il est dit que le soleil se leve & se couche ; nous verrons bientôt qu'il n'y a rien dans cette façon de parler qui ne soit facile à expliquer (775). Le même Auteur, (*T. II. p. 409. & suiv.*), propose ensuite 77 argumens contre le mouvement de la terre : ceux qu'il regarde comme les plus frappans, se réduisent tous à celui de Ptolémée, (*Almag. Lib. I.*), que Buchanan a exprimé dans les vers suivans :

Argument
unique contre ce
Mouvement.

Ipſæ etiam volucres tranantes aëra leni
Remigio alarum, celeri vertigine cœli
Abreptas gement sylvas, nidofque tenellâ
Cum sobole, & carâ forſan cum conjuge, nec ſe
Auderet zephiro ſolus committere turtur. *Sphæra*, L. I.

« Un oiseau qui est en l'air verroit la terre fuir sous ses
» pieds, il verroit son nid & ses petits entraînés par le mou-
» vement diurne de la terre vers l'orient, & n'oseroit jamais
» s'éloigner de la surface de la terre par la crainte de perdre
» sa demeure ».

747. Copernic, (*Liv. I. ch. 8.*), Kepler, (*Epit. I. p. 134.*), y ont déjà répondu ; il est impossible que des

Réponses,

d'Italie appellés *Pythagoriciens*, plaçoient le feu au milieu de l'univers, & mettoient la terre au nombre des planetes qui tournoient autour du soleil comme centre commun.

Philolaüs.
Nicetas.

742. Diogenes de Laërce dans la vie de Philolaüs, dit que les uns lui attribuoient la premiere idée du mouvement de la terre, & que les autres l'attribuoient à Icetas : Philolaüs avoit été disciple de Pythagore, & vivoit environ 450 ans avant J. C. d'abord à Métaponte, ensuite à Hé-
raclée, (*Plut. de genio Socratis*). Il fut le premier des Pythagoriciens qui écrivit sur la Physique, & Platon fit un si grand cas de ses Ouvrages, qu'il les acheta dix mille deniers * des héritiers de Philolaüs, (*Diog. de Laer. dans la Vie de Platon ; Aulugelle, III. 17.*) Platon adopta sur la fin de sa vie le sentiment de Philolaüs sur le mouvement de la terre, (*Plut. in Numa, Quaest. Platonicae, qu. 7.*) (209).

743. Des autorités si respectables donnerent de la confiance à Copernic, & lui firent admettre d'abord le mouvement diurne, ou le mouvement de rotation de la terre sur son axe ; ce simple mouvement retranchoit de la Physique des millions de mouvemens ; la simplicité de cette hypothèse suffisoit pour la rendre vraisemblable, & c'est une véritable démonstration pour celui qui veut s'affranchir des préjugés.

Preuves du
mouvement
diurne de la
Terre.

744. En effet, quand on voit cette concavité immense de tout le ciel remplie d'une multitude d'étoiles qui sont toutes à des distances prodigieuses de nous, des planetes qui ont chacune leur mouvement propre, des cometes qui sont de temps à autres parmi elles ; quand on réfléchit à la petitesse de la terre, en comparaison de toutes ces énormes distances, il devient impossible de concevoir que tout cela puisse tourner à la fois d'un mouvement commun, régulier & constant en 24 heures de temps, autour d'un atôme tel que la terre ; on ne peut se figurer quelle sorte de liaison commune pourroit déterminer tous ces corps à se mouvoir ensemble, sur-tout quand leurs autres mouvemens

* La drachme Attique à laquelle répond le denier Romain, valoit environ 49 sols de notre monnoye, suivant quelques Auteurs,

particuliers font voir que d'ailleurs il n'y a entre eux aucune connexion.

745. Les Anciens étoient obligés de supposer des sphères solides & transparentes comme le crystal, où ils enchâffoient tous les astres, & ils faisoient tourner ces calotes sphériques les unes dans les autres ; mais depuis qu'on a vû les planetes se rapprocher visiblement de nous, & s'en éloigner ensuite ; depuis qu'on a vû des cometes descendre vers la terre, & remonter loin de nous, les cieus solides font une absurdité démontrée ; il devient donc également absurde de supposer que le ciel entier puisse tourner tous les jours & tout d'une piéce, tandis qu'il est composé de tant de milliers de piéces détachées, à moins qu'on n'y applique des intelligences conductrices, (Riccioli, *Almag. II.* 289.), qui seront occupées sans cesse à empêcher l'effet des loix du mouvement que le Créateur a établies.

746. Le P. Riccioli, (*Almag. T. I. p. 51.*) n'oppose rien à tout cela, si ce n'est les passages de l'Écriture-Sainte, où il est dit que le soleil se leve & se couche ; nous verrons bientôt qu'il n'y a rien dans cette façon de parler qui ne soit facile à expliquer (775). Le même Auteur, (*T. II. p. 409. & suiv.*), propose ensuite 77 argumens contre le mouvement de la terre : ceux qu'il regarde comme les plus frappans, se réduisent tous à celui de Ptolémée, (*Almag. Lib. I.*), que Buchanan a exprimé dans les vers suivans :

Argument
unique contre ce
Mouvement.

*Ipsæ etiam volucres tranantes aëra leni
Remigio alarum, celeri vertigine cœli
Abreptas gement sylvas, nidosque tenellâ
Cum sobole, & carâ forsân cum conjuge, nec se
Auderet zephiro solus committere turtur. Sphæra, L. I.*

Un oiseau qui est en l'air verroit la terre fuir sous ses
pieds, il verroit son nid & ses petits entraînés par le mou-
vement diurne de la terre vers l'orient, & n'oseroit jamais
s'éloigner de la surface de la terre par la crainte de perdre
sa demeure.

747. Copernic, (*Liv. I. ch. 8.*), Kepler, (*Epit. I. p. 134.*), y ont déjà répondu ; il est impossible que des

Réponses,

Comparaison
sans réplique.

corps terrestres , & que l'atmosphère de la terre , qui depuis tant de siècles tiennent à la terre , & tournent avec elle , n'en aient pas reçu un mouvement commun , une impression & une direction communes ; la terre tourne avec tout ce qui lui appartient , & tout se passe sur la terre mobile comme si elle étoit en repos ; il est étonnant que le P. Riccioli , & tous ceux qui ont répété le même argument sous tant de formes différentes , n'aient pas sçu que lorsqu'on jette une pierre du haut du mât d'un vaisseau en mouvement , elle tombe directement au pied du mât , comme quand le vaisseau étoit en repos : le mouvement du vaisseau est communiqué d'avance au mât , à la pierre , & à tout ce qui existe dans le vaisseau , en sorte que tout arrive dans ce navire comme s'il étoit immobile ; il n'y a que le choc des obstacles étrangers qui fait qu'on en apperçoit le mouvement lorsqu'on est dans le navire ; mais comme la terre ne rencontre aucun obstacle étranger , il n'y a absolument rien dans la Nature , ni sur la terre qui puisse par sa résistance , par son mouvement , ou par son choc , nous faire appercevoir le mouvement de la terre. Ce mouvement est commun à tous les corps terrestres ; ils ont beau s'élever en l'air , ils ont reçu d'avance l'impression du mouvement de la terre , sa direction & sa vitesse , & lors même qu'ils sont au plus haut de l'atmosphère , ils continuent à se mouvoir comme la terre. Un boulet de canon qui seroit lancé perpendiculairement vers le haut , avec une très-grande précision , retomberoit exactement dans la bouche du canon , quoique pendant le temps que le boulet étoit en l'air , le canon ait avancé vers l'orient de plusieurs lieues ; (il doit faire six lieues par minutes sous l'équateur) : la raison en est évidente ; ce boulet en s'élevant en l'air , n'a rien perdu de la vitesse que le mouvement de la terre lui a communiqué ; ces deux impressions ne sont point contraires , il peut faire une lieue vers le haut pendant qu'il en fait six vers l'orient ; mais lorsqu'il retombera par sa pesanteur naturelle , il retrouvera le canon qui n'a point cessé d'être situé sur la ligne qui va du centre à la terre jusqu'au boulet.

Pour que le canon restât en l'air sur une même ligne
perpendiculaire

perpendiculaire au point d'où il étoit parti , sans tourner avec la terre , il faudroit qu'il y eût une cause en l'air qui détruisît l'impression générale que ce boulet avoit reçue par le mouvement de la terre , mais nous n'en connoissons aucune ; le boulet doit donc continuer de tourner autour du centre de la terre, lors même qu'il s'en éloigne par l'impulsion de la poudre ; la première & la plus générale des loix du mouvement est qu'un corps déterminé une fois à se mouvoir dans une direction , continue uniformément & sur la même ligne, s'il n'y a pas de cause qui retarde ou anéantisse son mouvement : cette loi s'observe & se vérifie par tout ; il n'est donc pas étonnant que les oiseaux , les nuages , les boulets continuent d'avoir le même mouvement que la terre , lors même qu'ils s'en éloignent.

748. Mais si les corps terrestres ne peuvent déceler le mouvement de la terre , tout ce qui est éloigné de la terre nous fait appercevoir ce mouvement : nous sommes sur un vaisseau qui se meut paisiblement sans que nous nous en appercevions, mais celui qui est sur le vaisseau voit les côtes & les villes s'éloigner de lui , *provehimur portu , terræque urbesque recedunt* ; nous voyons de même les étoiles , les planetes & tout le ciel , sans aucune exception , se mouvoir du même sens , & nous avertir de notre propre mouvement.

749. Tandis que l'on ne voit contre le mouvement de la terre aucune espece d'argument, nous avons au contraire une preuve bien physique & bien démonstrative de sa rotation diurne , par la diminution de pesanteur des corps qui sont sous l'équateur , diminution qui est proportionnelle à la force centrifuge qui naît de la rotation de la terre , comme nous l'expliquerons dans le XV^e. Livre , après avoir parlé de la figure aplatie de la terre , qui est encore une autre preuve du mouvement diurne.

Preuve physique
du mouvement
diurne.

750. Le mouvement diurne de la terre sur son axe une fois admis, il devenoit plus facile d'admettre un second mouvement de la terre dans l'écliptique ; celui-ci étoit indiqué par le phénomène des stations & des rétrogradations qui deviennent de pures apparences , quand on admet le

mouvement de la terre, comme nous le ferons voir (828), & qui sont des bisarreries incroyables dans chaque planete, lorsqu'on suppose la terre immobile.

Phénomène des
Rétrogradations.

7 § I. C'est un phénomène observé dès le temps d'Hipparque dans toutes les planetes, qu'après avoir paru se mouvoir quelque temps d'occident en orient suivant l'ordre des signes, elles s'arrêtent quelque temps & rétrogradent ensuite. Saturne rétrograde pendant environ 136 jours, Jupiter 119, Mars 75, Vénus 42, Mercure 22 jours, l'arc de rétrogradation est d'environ 7 deg. pour Saturne, 10 deg. pour Jupiter, 12 deg. pour Mars, 16 pour Vénus & 11 pour Mercure; ces rétrogradations reviennent toutes les années, c'est-à-dire, qu'elles dépendent du mouvement annuel: pour les expliquer dans le système de Ptolémée, il falloit faire mouvoir chaque planete dans un épicycle par un mouvement qui dépendoit de la longueur de l'année, & qui étoit différent pour chaque planete; toute cette complication dispaçoit dans le système de Copernic; ainsi cet Astronome devoit être bien plus porté à l'admettre que les anciens Pythagoriciens, qui ne connoissoient pas ces inégalités des planetes; & ce fut en effet la premiere raison qu'eut Copernic de chercher d'autres hypothèses que celles de Ptolémée, pour expliquer les mouvemens planétaires.

Retenue de
Copernic.

7 § 2. Cependant Copernic n'offrit ce nouveau système que comme une hypothèse: « J'ai pensé, dit-il au Pape » Paul III. dans son Épître dédicatoire, qu'on me permet- » troit facilement d'examiner si en supposant le mouve- » ment de la terre, on pouvoit trouver dans celui des corps » célestes quelque chose de plus démonstratif, (*firmiores* » *demonstrationes*) »: il imitoit en cela Ptolémée qui avertit précisément son Lecteur de ne pas croire que les choses se passent dans le ciel comme les Mathématiciens l'imaginent, disant qu'il ne convient pas de mettre en parallele des choses divines & célestes avec des machines & des idées humaines; mais ce que Ptolémée avoit fait malgré lui par l'absurdité des hypothèses de son temps, Copernic étoit obligé de le faire pour sauver les bienséances de son état.

Copernic engagé dans l'état ecclésiastique, & sachant

qu'on lui opposeroit le témoignage de l'Écriture ; voulut prévenir la persécution en mettant son Ouvrage sous la protection du S. Pere , & en n'affirmant qu'avec une extrême réserve ce qui pouvoit scandaliser les ignorans ; les Astronomes lui ont rendu plus de justice qu'il n'en paroïssoit exiger , & dès le temps de Galilée & de Kepler , en 1600, tout ce qu'il y avoit de plus habile dans l'Astronomie , étoit du même sentiment que Copernic, & ne doutoit plus du mouvement de la terre.

753. La *Fig. 47.* représente le système de Copernic , *Fig. 47.* dont nous avons déjà parlé (121) ; le soleil est au centre, les planetes tournent autour de lui dans l'ordre suivant , Mercure , Vénus , la Terre , Mars , Jupiter & Saturne , à des distances du soleil qui sont comme les nombres 4 , 7 , 10 , 15 , 52 & 95 ; ces nombres qui sont les plus simples & les plus faciles à retenir , sont tels que chaque unité vaut trois millions de lieues communes de France , chacune de 2282 toises , ou de 25 au degré ; tout cela sera démontré dans le VI^e. Livre (891).

Je parlerai de l'explication des phénomènes qui résultent de ce système de Copernic , après que celui de Tycho m'aura donné l'occasion de démontrer encore mieux la vérité du système de Copernic , qui fera la base de tout le reste de cet Ouvrage.

Du Système de Tycho-Brahé.

754. Nous ne parlons du système de Tycho qu'après avoir parlé de celui de Copernic , pour suivre l'ordre des temps & celui des Ouvrages qui ont été faits là-dessus ; il est vrai que le système de Tycho a du rapport à celui de Ptolémée , puisque l'un & l'autre supposent le mouvement de la terre , mais il a encore plus de rapport avec le système de Copernic , puisque dans tous les deux les cinq planetes tournent autour du soleil , & que Tycho-Brahé s'est conformé à cet égard aux démonstrations de Copernic.

755. La *Fig. 48.* représente le système de Tycho , elle *Fig. 48.* est tirée de la page 189 de son Ouvrage sur la comete de

1577. La terre *T* est placée au centre de la figure ; elle est environnée d'abord par l'orbite de la lune , & ensuite par le soleil. Autour du soleil, comme centre, sont décrits cinq autres cercles pour représenter les orbites de Mercure , de Vénus , de Mars , de Jupiter & de Saturne ; & le soleil accompagné de toutes ces orbites , est supposé tourner autour de la terre , qui est cependant beaucoup plus près de lui que les orbites de Jupiter & de Saturne.

756. Le système de Tycho-Brahé avoit été déjà soutenu , du moins en partie, par les Egyptiens (737). Tycho voyant donc que Vénus & Mercure tournoient évidemment autour du soleil , jugea qu'il en devoit être de même des trois autres planetes , & la conclusion étoit assez naturelle.

Tycho-Brahé avoit une raison de plus pour soutenir ce système ; Copernic avoit démontré 50 ans avant lui , que l'on expliquoit de la maniere la plus naturelle & la plus simple les phénomènes bizarres & singuliers des stations & rétrogradations de toutes les planetes , en les faisant tourner toutes autour du soleil , Tycho-Brahé étoit trop éclairé pour ne pas voir la beauté, la simplicité , & par conséquent la vérité de ce système ; mais son respect pour quelques passages de l'Écriture qu'il interprétoit mal , l'empêchoit d'adopter le mouvement de la terre ; enfin , il avoit peine à concevoir ce déplacement de notre globe , accoutumé avec le vulgaire à le considérer comme la base éternelle & le fondement immobile de toute stabilité.

757. Tycho ne vouloit pas cependant qu'on crût qu'il n'avoit fait que retourner le système de Copernic pour former le sien : voici à quelle occasion il dit l'avoir imaginé ; (*Epist. Astr. p. 149.*) : il observa soigneusement en 1682 Mars en opposition , il jugea qu'il étoit plus près de nous que le soleil, & dès-lors les hypothèses de Ptolémée ne pouvoient plus avoir lieu ; d'un autre côté , il crut remarquer que les cometes observées en opposition par rapport au soleil , n'étoient point affectées du mouvement annuel de la terre , comme cela devoit arriver dans le système de Copernic ; cela lui fit rejeter le système de Copernic , & dès-

lors il ne resta plus d'autres moyens d'expliquer la proximité de Mars à la terre , si ce n'est par le système qu'il proposa.

758. Je dois avertir que M. Veidler se trompe dans son Histoire de l'Astronomie , pag. 392 , en disant que Tycho étoit peu attaché à son système ; il cite à ce sujet l'*Appendix* des Progymnasmes , où il n'en est pas question , & la page 57 des Tables Rudolphines , où il s'agit des hypothèses particulières d'épicycles qu'il avoit empruntées de Copernic , mais non pas du système général du monde , qu'il a toujours expliqué de la même façon dans plusieurs de ses Ouvrages : voici quelques-uns des passages où il en parle d'une manière assez positive.

759. Tycho-Brahé dans un Ouvrage composé à l'occasion de la fameuse étoile de 1672 , & qui a pour titre ; *Astronomiæ instauratæ Progymnasmata* * , donne une idée de la grandeur des planetes & de leurs orbites , (*Ch. VII. pag. 477.*). « Nous établissons , dit-il , dans notre nouvelle » disposition des orbés célestes que la terre est le centre des » mouvemens du soleil & de la lune , comme de la huitième sphère , mais que le soleil est le centre des cinq autres » planetes ».

Dans un autre Ouvrage intitulé , *de Mundi ætherei recentioribus phenomenis Liber secundus* , imprimé à la suite de ses Lettres Astronomiques , & composé à l'occasion de la comete de 1577 , Tycho parle encore de son système , & le développe plus au long , (*Ch. VIII. pag. 186.*). En voici la traduction : « Avant que de faire voir en quelle » partie de l'espace éthéré & vers quelles orbites cette comete a dirigé son cours , je suis obligé de parler ici de » l'assemblage total des orbites planétaires en exposant ce » que j'ai imaginé là-dessus il y a quatre ans , (1682) , quoi » que j'eusse résolu jusqu'ici de le réserver pour un Traité » d'Astronomie. J'avois remarqué que l'ancien système de » Ptolémée n'étoit point naturel , que la multitude des épicycles dont il se fert (pour expliquer les mouvemens » des planetes par rapport au soleil , leurs stations & leurs

* Πρὸ Γύμνασιου , ἢ Exercitatio.

» rétrogradations , & une partie de leurs inégalités appa-
 » rentes) , est superflu ; ces hypothèses même pèchent
 » contre les premiers principes de l'Art , en supposant
 » ces mouvemens égaux , non autour de leur centre pro-
 » pre & naturel , mais autour d'un point étranger , c'est-à-
 » dire , d'un autre cercle excentrique qu'ils appellent l'é-
 » quant... Mais aussi je n'approuvois pas cette nouveauté
 » introduite par le grand Copernic à l'exemple d'Aristar-
 » que de Samos , dont parle Archimede dans son Livre
 » de *Arenæ numero* , adressé à Gédion, Roi de Sicile ; quoi-
 » qu'elle corrige de la maniere la plus sçavante tout ce qu'il
 » y a de défectueux dans le systême de Ptolémée , & qu'elle
 » ne renferme rien qui soit contre les principes mathéma-
 » tiques : cette lourde masse de la terre , si peu propre au
 » mouvement , ne sçauroit être ainsi déplacée & agitée
 » d'une triple maniere , sans choquer les principes de la Phy-
 » sique & l'autorité des Saintes Ecritures ; je parlerai ail-
 » leurs de ces divers inconvéniens , comme aussi de celui
 » qu'il y auroit à supposer un espace immense entre l'orbite
 » de Saturne & la huitieme sphère , qui ne seroit occupé
 » par aucun astre. Je voyois donc que des deux côtés il y
 » avoit des absurdités , je me mis à examiner sérieusement
 » s'il y avoit quelque hypothèse qui fût d'accord avec les
 » phénomènes & les principes mathématiques , sans répu-
 » gner à la Physique , & sans encourir les censures de la
 » Théologie ; & je trouvai enfin , dans le temps où je ne l'es-
 » pérois presque plus , une maniere de disposer les révolu-
 » tions célestes , qui remédie à tous les inconvéniens , &
 » dont je vais faire part aux Amateurs de l'Astronomie.

Objections
 de Tycho contre
 Copernic,

760. » Je pense d'abord qu'il faut décidément placer
 » la terre au centre du monde , sans aucun mouvement
 » annuel ; en suivant le sentiment des anciens Astronomes
 » ou Physiciens & le témoignage de l'Écriture : je n'admets
 » point avec Ptolémée & les Anciens , que la terre soit le
 » centre des orbes du second mobile ; mais je pense que
 » les mouvemens célestes sont disposés de maniere que la
 » lune & le soleil seulement avec la huitieme sphère la plus
 » éloignée de toutes , & qui renferme toutes les autres ,

» aient le centre de leur mouvement vers la terre ; les cinq
 » autres planetes tourneront autour du soleil comme au-
 » tour de leur Roi , & le soleil fera sans cesse au milieu de
 » leurs orbes , qui l'accompagneront dans son mouvement
 » annuel Ainsi le soleil sera la règle & le terme de
 » toutes ces révolutions ; & comme Apollon au milieu des
 » Muses , il réglera seul toute l'harmonie céleste de ces
 » mouvemens dont il est environné ».

761. En même temps que Tycho regardoit le mouve-
 ment de la terre comme un paradoxe de Théologie & de
 Physique , il reconnoissoit son utilité en Astronomie, com-
 me on en peut juger par ce qu'il en dit dans ses Progym-
 nasmes , (*T. I. pag. 661.*) : « J'avoue , dit-il , que les ré-
 » volutions des cinq planetes que les Anciens attribuoient
 » à des épicycles , s'expliquent aisément & à peu de frais,
 » par le simple mouvement de la terre ; que les anciens
 » Mathématiciens ont adopté bien des absurdités & des
 » contradictions que Copernic a sauvées , & qu'il satisfait
 » même un peu plus exactement aux apparences célestes ».
 Mais on voit ensuite que Tycho regardoit le témoignage
 de l'Écriture-Sainte comme le plus grand obstacle au sys-
 tème de Copernic ; nous ferons voir bientôt combien ce
 scrupule étoit mal fondé (775).

762. Dans la Lettre de Tycho à Rothman , Mathé-
 maticien du Landgrave , en date du 21 Février 1589 , &
 imprimée dans le Recueil de ses Lettres , on trouve , *pag.*
 147 , ce que pensoit Tycho du système de Copernic :
 « Lorsque je traiterai , dit-il , *ex professo* , des mouvemens
 » célestes , je ferai voir que mes hypothèses satisfont exac-
 » tement aux apparences célestes , qu'elles sont de beau-
 » coup préférables à celles de Ptolémée & de Copernic ,
 » & s'accordent mieux avec la vérité ; mais si elles vous dé-
 » plaisent si fort , si vous aimez mieux faire tourner la terre
 » accompagnée de la lune , par un mouvement annuel , si
 » ce triple mouvement dans un seul corps simple ne vous
 » répugne point , si vous voulez que cette terre , quoique si
 » peu propre au mouvement , & si fort au-dessous des astres ,
 » soit cependant portée elle-même comme un astre dans la

» région éthérée , je ne m'y oppose point . . . Mais n'est-ce
 » pas confondre les choses d'ici-bas avec les choses céles-
 » tes , & renverser de fond en comble tout l'ordre de la Na-
 » ture ? Ne vous y trompez pas cependant , en croyant que
 » Copernic ait suffisamment répondu aux absurdités phy-
 » siques qui résultent de son hypothèse : je vous démontre-
 » rai quelque jour que tout ce que vous dites pour la dé-
 » fendre , ne suffit pas pour mettre la chose hors de doute ,
 » vous êtes encore moins recevable dans l'interprétation
 » que vous donnez des passages de l'Écriture qui sont con-
 » traire à votre système , &c. ».

Tycho s'efforce alors de prouver à son ami que l'Écri-
 ture-Sainte est incompatible avec le système de Copernic ;
 nous en traiterons en réfutant le P. Riccioli , qui de tous
 est celui qui a le plus fait valoir cette objection (775).

Système de
 Longomontanus.

763. Longomontanus , Astronome célèbre qui vécut
 pendant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg , dont
 Tycho fait mention d'une manière honorable , & qui contri-
 bua à l'édition de ses Œuvres , ne put se résoudre à admet-
 tre tout-à-fait le sentiment de Tycho ; il admit le mouve-
 ment diurne de la terre , ou le mouvement de rotation ,
 (*Theoricorum Lib. I. cap. 1. & 4.*) , pour éviter de don-
 ner à toute la machine céleste cette vitesse incroyable du
 mouvement diurne , qui par sa force centrifuge disperse-
 roit bientôt les étoiles & les planetes , à moins qu'on ne
 suppose les cieux solides (744) , comme le P. Riccioli est
 obligé de le faire , (*Almag. novum. II. 289.*) . Quoiqu'il y
 ait moins de difficultés à proposer à Longomontanus que
 contre Tycho-Brahé , on a vu que le mouvement annuel
 est aussi évident que le mouvement diurne (751).

Examen des Objections qu'on fait contre le Mouvement de la Terre & le Système de Copernic.

764. Tous les motifs tirés de la simplicité de l'élé-
 gance du système de Copernic , & du parfait accord qu'on
 trouve dans toute l'Astronomie en l'adoptant , valent bien
 une démonstration pour tout Physicien qui n'est pas prévenu
 d'avance

d'avance contre la possibilité du mouvement de la terre ; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement, & dès-lors il ne restera presque rien à désirer pour nos preuves.

Je réponds sur-tout avec plaisir aux objections de Tycho-Brahé contre le système de Copernic, parce que son témoignage est d'un si grand poids, sa réputation en Astronomie mérite tant de respect, qu'il importe au système de Copernic de montrer que si Tycho eût été instruit de ce qui a été observé depuis sa mort, il ne seroit demeuré presque aucune des objections qu'il faisoit contre le système de Copernic. Il demande à Rothman (*Epist. Astr. p. 167.*), comment il se peut faire qu'un boulet jetté du haut d'une tour, tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour ; si la terre a un mouvement diurne, la tour doit avancer vers l'orient, & s'éloigner beaucoup du boulet avant qu'il soit arrivé au bas de la tour : on sçait aujourd'hui, par les premiers principes de la Mécanique & par l'expérience des vaisseaux, que cela doit arriver ainsi (747).

Premiere
Objection.

765. On ne peut imaginer, dira-t-on, que la terre se renverse tous les jours, & que dans douze heures nous aurons la tête en-bas ; mais il est démontré par l'expérience, que nous avons des Antipodes qui ont les pieds tournés vers les nôtres (103) ; ainsi nous ferons dans douze heures comme ils sont actuellement ; l'un n'est pas plus difficile à concevoir que l'autre.

Seconde
Objection.

766. La terre, disoit Tycho (762), est une masse lourde, inerte, vile & grossiere, peu propre au mouvement, qui ne semble faite que pour être le fondement inébranlable de toute stabilité, vous voulez en faire un astre & la promener dans les airs, c'est une prétention trop étrange. Mais qu'y a-t-il de solide dans ce raisonnement de Tycho ? N'y voit-on pas au contraire un homme prévenu d'une manière populaire pour les idées qu'il a conçues dans son enfance ? Pourquoi la terre qui est beaucoup plus petite que le soleil, suivant les démonstrations même de Tycho, seroit-elle moins propre au mouvement que le soleil ? Pour-

Troisieme
Objection.

» région éthérée , je ne m'y oppose point . . . Mais n'est-ce
 » pas confondre les choses d'ici-bas avec les choses céle-
 » stes , & renverser de fond en comble tout l'ordre de la Na-
 » ture ? Ne vous y trompez pas cependant , en croyant que
 » Copernic ait suffisamment répondu aux absurdités phy-
 » siques qui résultent de son hypothèse : je vous démontre-
 » rai quelque jour que tout ce que vous dites pour la dé-
 » fendre , ne suffit pas pour mettre la chose hors de doute ,
 » vous êtes encore moins recevable dans l'interprétation
 » que vous donnez des passages de l'Écriture qui sont con-
 » traire à votre système , &c. ».

Tycho s'efforce alors de prouver à son ami que l'Écri-
 ture-Sainte est incompatible avec le système de Copernic ;
 nous en traiterons en réfutant le P. Riccioli , qui de tous
 est celui qui a le plus fait valoir cette objection (775).

Système de
 Longomontanus.

763. Longomontanus , Astronome célèbre qui vécut
 pendant dix ans chez Tycho-Brahé à Uranibourg , dont
 Tycho fait mention d'une manière honorable , & qui contri-
 bua à l'édition de ses Œuvres , ne put se résoudre à admet-
 tre tout-à-fait le sentiment de Tycho ; il admit le mouve-
 ment diurne de la terre , ou le mouvement de rotation ,
 (*Theoricorum Lib. I. cap. 1. & 4.*) , pour éviter de don-
 ner à toute la machine céleste cette vitesse incroyable du
 mouvement diurne , qui par sa force centrifuge disperse-
 roit bientôt les étoiles & les planetes , à moins qu'on ne
 suppose les cieux solides (744) , comme le P. Riccioli est
 obligé de le faire , (*Almag. novum. II. 289.*) . Quoiqu'il y
 ait moins de difficultés à proposer à Longomontanus que
 contre Tycho-Brahé , on a vu que le mouvement annuel
 est aussi évident que le mouvement diurne (751).

Examen des Objections qu'on fait contre le Mouvement de la Terre & le Système de Copernic.

764. Tous les motifs tirés de la simplicité de l'élé-
 gance du système de Copernic , & du parfait accord qu'on
 trouve dans toute l'Astronomie en l'adoptant , valent bien
 une démonstration pour tout Physicien qui n'est pas prévenu
 d'avance

d'avance contre la possibilité du mouvement de la terre ; il s'agit donc de répondre aux difficultés qu'on peut former contre ce mouvement , & dès-lors il ne restera presque rien à desirer pour nos preuves.

Je réponds sur-tout avec plaisir aux objections de Tycho-Brahé contre le système de Copernic , parce que son témoignage est d'un si grand poids , sa réputation en Astronomie mérite tant de respect , qu'il importe au système de Copernic de montrer que si Tycho eût été instruit de ce qui a été observé depuis sa mort, il ne seroit demeuré presque aucune des objections qu'il faisoit contre le système de Copernic. Il demande à Rothman (*Epist. Astr. p. 167.*) , comment il se peut faire qu'un boulet jetté du haut d'une tour , tombe toujours exactement dans le point qui lui répond perpendiculairement au pied de la tour ; si la terre a un mouvement diurne , la tour doit avancer vers l'orient , & s'éloigner beaucoup du boulet avant qu'il soit arrivé au bas de la tour : on sçait aujourd'hui , par les premiers principes de la Méchanique & par l'expérience des vaisseaux , que cela doit arriver ainsi (747).

Premiere
Objection.

765. On ne peut imaginer , dira-t-on , que la terre se renverse tous les jours , & que dans douze heures nous aurons la tête en-bas ; mais il est démontré par l'expérience , que nous avons des Antipodes qui ont les pieds tournés vers les nôtres (103) ; ainsi nous ferons dans douze heures comme ils sont actuellement ; l'un n'est pas plus difficile à concevoir que l'autre.

Seconde
Objection.

766. La terre , disoit Tycho (762) , est une masse lourde , inerte , vile & grossiere , peu propre au mouvement , qui ne semble faite que pour être le fondement inébranlable de toute stabilité , vous voulez en faire un astre & la promener dans les airs , c'est une prétention trop étrange. Mais qu'y a-t-il de solide dans ce raisonnement de Tycho ? N'y voit-on pas au contraire un homme prévenu d'une maniere populaire pour les idées qu'il a conçues dans son enfance ? Pourquoi la terre qui est beaucoup plus petite que le soleil , suivant les démonstrations même de Tycho , seroit-elle moins propre au mouvement que le soleil ? Pour-

Troisieme
Objection.

quoi seroit-elle plus vile & plus grossiere que les planetes qui sont rondes comme la terre, opaques & obscures comme elle, quand le soleil ne les éclaire pas, & qui sont la plupart au moins aussi grosses que la terre, de l'aveu même de Tycho.

Quatrieme
Objection.

767. Tycho étoit choqué de la distance énorme à laquelle doivent se trouver les étoiles dans le systême de Copernic, pour que l'orbe annuel de la terre n'y paroisse qu'un point : Il n'est pas vraisemblable, dit-il (*Epist. Astr. p. 167*), que l'espace compris depuis le soleil jusqu'à Saturne, soit 700 fois plus petit que la distance des étoiles fixes, sans qu'il y ait d'autres astres dans l'intervalle ; c'est cependant ce qu'il faut supposer : d'ailleurs les étoiles de la troisieme grandeur dont le diametre apparent est d'une minute, seroient égales à l'orbe annuel de la terre tout entier ; que fera-ce des étoiles de la premiere grandeur qui ont jusqu'à 2 ou 3 minutes de diametre apparent ?

Ces objections de Tycho n'auroient peut-être pas eu lieu dans ce siècle-ci ; il auroit appris que les cometes, par des orbites beaucoup plus grandes que celle de Saturne, remplissent une partie de cet espace immense dont le vuide lui paroissoit inconcevable ; il auroit sçu par la découverte des lunettes ; que le diametre apparent des étoiles de la premiere grandeur n'est pas d'une seule seconde, & qu'ainsi on n'est point obligé de les supposer d'une grandeur si prodigieuse ; mais quand il faudroit admettre un intervalle immense vuide d'étoiles & de planetes, & convenir que les étoiles fixes que nous appercevons, sont de beaucoup plus grosses que le soleil, je ne vois pas qu'il en résultât rien de bien positif contre le systême de Copernic ; les étoiles plus rapprochées & plus petites dans le systême de Tycho, sont une chose fort indifférente, puisque nous ne sçavons rien de leur grandeur réelle, non plus que de leur distance, comme on le verra dans le XVI^e. Livre.

Cinquieme
Objection.

768. Tycho demande encore dans la même Lettre, comment on peut concevoir le mouvement de parallélisme de l'axe de la terre, & comment un seul & même corps peut avoir ainsi deux mouvemens différens, l'un qui transf-

porte le centre du globe , & l'autre qui change la position de son axe. A cela je réponds que le parallélisme de l'axe de la terre n'est point un mouvement particulier , comme le suppose Tycho qui en fait toujours ce qu'il appelle *un troisieme mouvement de la terre* ; c'est une situation de l'axe qui ne change point , parce qu'il n'y a aucune cause qui la fasse changer , il suffit que l'axe ait été dirigé une fois vers un point du ciel pour qu'il continue d'y être toujours dirigé (788) , quoique la terre ait un mouvement annuel suivant une certaine direction : il n'y a aucune raison physique ni mathématique , d'où l'on puisse conclure que l'axe du mouvement diurne se dirigera perpendiculairement à l'orbe annuel, il n'y a entre ces deux mouvemens aucune connexion ni dépendance. Quand une toupie tourne sur la table par un mouvement de rotation qui lui a été imprimé , cette table peut être transportée de haut en bas , de droit à gauche, obliquement , circulairement , sans qu'il en résulte aucune différence dans le mouvement de la toupie ; on peut même lancer cette toupie suivant la direction qu'on voudra , sans qu'elle cesse pour cela de tourner sur le même axe. Un boulet qui sort du canon , tourne presque toujours sur son axe , mais tantôt dans un sens , tantôt dans l'autre , suivant la nature des obstacles qu'il aura éprouvés avant de sortir du canon ; cela n'est point incompatible avec l'explosion , & n'en dépend aucunement. Voyez le Livre de Robins sur l'Artillerie, *New Principles of Gunnery*, 1742, in-8°. pag. 93.

Parallélisme
de l'axe de la
Terre.

769. Tycho croyoit trouver dans les cometes une objection très-forte contre le systême de Copernic , sçavoir , qu'elles n'étoient point affectées par le mouvement annuel de la terre. *Cometas insuper cœlitus conspectos & in solis opposito versantes, motui terræ non reddi obnoxios, quamvis non in tantum distent ut planè is evanescat , sicut in fixis fit syderibus ; Copernicanam quoque assumptionem in motu terræ collabescere.* C'est dans une Lettre à Rothman , que j'ai déjà citée (762). Il paroît même que dans le temps où Tycho songea en 1682 à former une hypothèse pour expliquer la proximité de Mars à la terre , la

Sixieme
Objection.

raison qui lui fit rejeter le systême de Copernic, fut que les comètes ne paroissent point affectées par des inégalités apparentes, telles qu'il devoit y en avoir si la terre avoit eu un mouvement annuel : cette raison étoit grave assurément ; si elle eût été vraie, elle eût été sans réplique, mais Tycho avoit observé peu de comètes ; s'il eût vû celle de 1681, s'il eût vû celles dont la route tortueuse & bisarre en apparence, devient une courbe exacte & régulière quand on tient compte du mouvement de la terre, il eût changé probablement de langage, & ce qui fut pour lui une raison de rejeter le systême de Copernic, en eût été au contraire la plus forte démonstration, comme on le verra dans le XIX^e. Livre.

Attraction du
Soleil admise
par Tycho.

770. Tycho étoit obligé pour faire tourner les planètes autour du soleil, d'imaginer une espèce de force centrale, ou de tendance vers cet astre : « Quelle est, je vous prie, écrit-il à Rothman, (*Epist. Astr. p. 148.*) la matière ténace, par laquelle certains corps, comme le fer & l'aiman, s'unissent & se cherchent mutuellement, malgré les corps même interposés ? Si cela a lieu naturellement dans les corps terrestres inanimés, pourquoi ne l'imagineroit-on pas dans les corps célestes, que les Platoniciens & les Philosophes les plus sages ont regardés comme étant, pour ainsi dire, animés ou doués d'une vertu divine : lisez attentivement Pline à la fin du 16^e. chapitre de son second Livre sur la cause des stations & des rétrogradations des trois planètes supérieures ; ce qu'il en dit, quoiqu'obscur & même absurde, mérite quelque attention, & fait voir que les plus anciens Mathématiciens, ceux même qui ont placé la terre immobile au centre du monde, n'ont point employé les épicycles, mais ont cru que ces apparences, par une certaine cause occulte, pouvoient se rapporter au soleil, & s'expliquer ainsi, sans qu'il y eût entre le soleil & les planètes aucune matière capable de les unir ensemble ».

771. Tycho concevoit donc une certaine force de connexion entre les planètes & le soleil ; or cette force s'étend jusqu'à Saturne, c'est-à-dire, bien au-delà de la terre.

Comment donc imaginer que la force du soleil capable de retenir des planetes plus grosses que la terre & à de plus grandes distances, ne pût cependant rien sur celle-ci, & qu'au contraire le soleil armé de ce vaste cortège, fût obligé de tourner sans cesse autour d'une terre un million de fois plus petite que lui ?

772. En matiere de Physique on ne sçauroit donner une démonstration rigoureuse & précise, comme dans la Géométrie pure : si un homme placé fortuitement, & pour la premiere fois, dans un vaisseau & sur un fleuve, s'étoit persuadé d'avance fortement par quelque motif de prévention, que ce vaisseau est immobile, on auroit beau lui montrer la terre, les arbres & le rivage en mouvement, lui dire que tout cela ne sçauroit être emporté à la fois du même sens, que le mouvement seul de son navire est la cause de toutes ces apparences, & suffit pour expliquer tous les mouvemens qu'il apperçoit ; s'il ne l'a jamais éprouvé lui-même en descendant à terre, s'il n'a point vû de bâtiment avancer sur l'eau, s'il a oüi dire cent fois le contraire, il pourra toujours vous répondre que peut-être vous avez raison, mais qu'il n'a jamais éprouvé si cela est bien vrai. Tel est le cas du Physicien qui voudroit démontrer au peuple le mouvement de la terre ; il lui fera voir des milliers d'étoiles qui paroissent toutes avancer du même sens, quoiqu'elles soient à des distances prodigieuses les unes des autres ; il lui dira qu'on ne peut même imaginer une cause commune pour tant de corps isolés & indépendans les uns des autres, capable de les entraîner à la fois, & de leur faire faire un tour entier tous les jours autour d'une petite masse de terre, que l'on n'appercevroit pas si l'on étoit placé vers une étoile : le Physicien lui dira encore qu'un seul mouvement de rotation dans le petit globe de la terre qui n'a que 1432 lieues de rayon, suffit pour causer cette infinité de mouvemens apparens : tout cela ne sçauroit le convaincre ; ce sont des preuves, ce n'est pas une démonstration proprement dite, on n'en sçauroit avoir en Physique ; mais le Physicien ne les exige pas, & il lui suffit d'avoir mille raisons à proposer, tandis qu'on ne sçauroit

lui faire une seule objection physique contre le mouvement de la terre. L'absurdité du système qui fait tourner autour de la terre le soleil avec toutes les planètes, semble encore être prouvée par la figure bizarre & contournée de la trace, qu'il faut supposer que les planètes décrivent dans le ciel. Kepler en a donné la figure dans son *Livre de Stella Martis*; on la trouve aussi dans les deux *Astronomies Angloises* de *Long* & de *Ferguison*; rien ne peut sauver une si énorme complication de mouvemens, si ce n'est de supposer une force centrale d'attraction & de tendance vers le soleil, mais cela est impossible à concevoir avec le système de Tycho.

Démonstrations
du système de
Copernic.

773. Au reste, on doit regarder comme des démonstrations directes & positives du mouvement de la terre, le phénomène de l'aberration des étoiles (Liv. XVII.), l'accourcissement du pendule vers l'équateur, la figure aplatie de la terre (Liv. XV.), & tous les phénomènes qui prouvent l'attraction générale des corps célestes, (Voyez le XXII^e. Livre); parce que cette loi ne sauroit subsister sans le mouvement de la terre, qui est le premier fondement de toute Astronomie & de toute Physique céleste. Ainsi l'on peut dire qu'un *Traité d'Astronomie* est lui-même l'assemblage de mille preuves différentes du mouvement de la terre; l'enchaînement de toutes les parties de cet ouvrage se trouveroit rompu, & leur cohérence désunie, si l'on cessoit d'admettre ce mouvement.

774. Le P. Riccioli emploie plus de 200 pages in-fol. dans la seconde Partie de son *Almageste*, à disserter sur le système de Copernic; il propose 77 argumens contre le mouvement de la terre, sans compter les témoignages sacrés qui y sont présentés dans toute leur force; il n'y a rien parmi ces argumens qui ne soit renfermé dans ce que l'on a vû aux articles précédens: il ne me reste plus qu'à dire un mot des témoignages sacrés qu'on nous a si sérieusement opposés: trop de gens y ont attaché une scrupuleuse importance, & quoique cela paroisse n'être pas du ressort d'un Physicien, notre respect pour l'Écriture & le désir de convaincre un chacun, nous obligent d'y insister,

Des Passages de l'Écriture qui ont paru contraires au
Système de Copernic.

775. PLUSIEURS Auteurs ont accumulé des raisonnemens de toute espece , pour faire sentir que les différens passages de l'Écriture où il est parlé du mouvement du soleil , peuvent s'entendre de celui de la terre sans leur faire violence. N'auroient-ils point expliqué aussi fort au long ces mots de Virgile , *Terræque urbefque recedunt* , si par hasard ils se fussent trouvés dans l'Écriture ? Heureusement il ne se trouve pas des partisans assez sévères de la lettre & du texte de Virgile , pour conclure de ce passage que le vaisseau d'Enée n'avançoit pas, mais que les villes & les rivages étoient transportés loin de lui.

Il y auroit un zèle fanatique à prétendre exclure des Livres-Saints toutes les métaphores , toutes les comparaisons , toutes les transpositions d'expressions qui sont reçues dans le monde. Les Astronomes disent comme les autres , le soleil se leve, & le soleil se couche ; ils le diront éternellement , sans prétendre méconnoître le véritable état de la nature où le soleil est fixe : Dieu conversant parmi les hommes le diroit avec eux, & Josué ne pouvoit dire autrement. Il me semble qu'il y a de la stupidité à prétendre qu'un Général d'armée , tel que Josué , (dans le moment où il s'agissoit de manifester à ses soldats la gloire & la puissance de Dieu par une victoire) , dût leur faire une leçon d'Astronomie , & quittant le langage que ses soldats pouvoient entendre , dire à la terre de s'arrêter ; il auroit fallu en même temps leur apprendre en détail pourquoi cette singularité d'expression ; & jamais digression n'eut été plus hors de place. Ainsi dans le cas même où Josué , comme Prophete , auroit été instruit par la toute-puissance de Dieu de ce qu'on ignoroit de son temps , il n'auroit pas pu s'exprimer autrement qu'il n'a fait. Il en est de même des autres passages de l'Écriture , où les Auteurs sacrés ont dû nécessairement parler comme l'on parle, & comme nous parlons

nous-mêmes quand nous disons le lever, le coucher, le mouvement, l'inégalité du soleil.

Auteurs qui
ont écrit là-
dessus.

776. Les Ouvrages où l'on peut trouver une ample justification là-dessus, sont les suivans : KEPLER, de *Stella Martis*, in *Introd. Mysteriorum Cosmog. in notis ad cap. 1. Epitome Astronomiæ Coper. Lib. I. pag. 138.* ROTHMAN dans une Lettre qui se trouve parmi celles de Tycho, pag. 130. Foscarinus dans une Epître au Général des Carmes, imprimée en Italien en 1615, & en Latin en 1641, à Lyon. Hérigone dans le II. Livre de ses Théoriques. Lansberge dans son Apologie contre Fromond, Théologien de Louvain, & contre Morin, imprimée à Middelbourg en 1633; & même le P. Riccioli, T. II. p. 487.

Ce que ces Auteurs en ont dit, suffit pour faire voir la vérité des propositions suivantes, que je vais tâcher d'établir à mon tour.

L'écriture
emploie souvent
des expressions
figurées.

777. Les passages de l'Écriture-Sainte qui sont contraires au mouvement de la terre, ne doivent pas se prendre dans le sens propre & littéral, & dans la rigueur des termes, mais dans le sens ordinaire du discours, suivant la manière générale de raconter & de parler. Il y a un grand nombre d'autres passages de l'Écriture où il est parlé d'Astronomie & de Physique, dans lesquels il est évident qu'on ne doit pas s'attacher à la lettre, comme quand le Prophète Roi dit : *Tellus fundata super maria*, Ps. xxiii : ou lorsque l'Ecclésiaste dit : *Terra in æternum stat*, &c. Dans les passages de l'Écriture où il est parlé du mouvement du soleil, on ne voit pas que les Écrivains-Sacrés aient prétendu décider la question physique, & établir ou proscrire un sentiment là-dessus. Ces passages ne sont point des articles qui intéressent, ou qui concernent la Religion ni le Dogme, ou qui soient mis dans la bouche du S. Esprit, mais seulement des accessoires indifférens d'une narration historique.

778. Rien ne nous oblige de croire que par le don de prophétie les Auteurs-Sacrés aient été instruits des choses profanes & indifférentes à l'objet des Livres-Saints. Les Saints Peres & les Auteurs Ecclésiastiques, dont l'autorité peut nous être opposée dans cette matière, n'ont eu aucune connoissance

Passages de l'Écriture qui ont paru contraires, &c. 361
 connoissance de l'Astronomie ; tel est S. Augustin , l'un des plus sçavans en tout genre , qui ne croyoit pas aux Antipodes , (*de Civit. Dei, Lib. XVI. cap. 9.*).

Enfin , l'Église n'a jamais porté aucune décision formelle contre le systême de Copernic. Il est vrai qu'il y a un Decret de la Congrégation des Cardinaux Inquisiteurs , le 5 Mars 1616 , contre les Livres de Copernic , de Astunica & de Foscarini , & une Sentence contre Galilée , du 22 Juin 1633 , qui le condamne à abjurer l'erreur du systême de Copernic ; mais cette sentence ne porte pas même que ce soit une hérésie formelle ; elle déclare seulement que ce systême est *suspect* d'hérésie , ce qui n'exclut point sa justification , (Riccioli , *Almag. T. II. pag. 496.*). L'on jugea à propos de le condamner pour arrêter les désordres qui pouvoient naître en général d'une trop grande liberté dans les ouvrages d'esprit ; mais on a toujours permis , même à Rome , de l'adopter comme hypothèse * , & cela suffit pour rassurer les consciences les plus timorées.

L'Église le permet comme hypothèse.

779. Il est donc prouvé que le systême de Copernic est le seul qu'on puisse admettre , & que la terre tourne véritablement sur son axe & autour du soleil , enfin , qu'il n'y a aucune objection physique ni morale à faire contre ces deux mouvemens ; cela sera encore mieux constaté après que nous aurons expliqué tous les phénomènes de l'Astronomie par le moyen de ce double mouvement.

Conclusion pour le mouvement de la Terre.

EXPLICATION DES PHÉNOMÈNES DANS LE SYSTEME DE COPERNIC.

780. LE MOUVEMENT DIURNE de tout le ciel s'explique avec une extrême facilité dans le systême de Copernic ; on a vû (744) que c'étoit une des principales raisons qui l'avoient fait admettre ; & il suffit en effet que nous tournions autour de l'axe de la terre , d'occident en orient , pour que tous les astres paroissent tourner au contraire d'orient en occident. Soit *BA* (*Fig. 49.*) , l'axe de la terre dirigé

Mouvement diurne.

Fig. 49.

* *Hypothèse* vient de *τίθημι* , *pono* , & *ὑπό* , *sub* ; c'est une supposition qui s'accorde avec le phénomène que l'on veut expliquer.

vers le point P du ciel, DE le parallèle que décrit un point D de la terre par son mouvement diurne, F le point de la sphère céleste qui répond verticalement au point D , G le point qui répond verticalement au point E de la terre ; la ligne CDF qui est la verticale du point D , tourne avec lui autour du centre C & de l'axe CP , elle décrit par ce mouvement la surface d'un cône, dont le sommet est au centre C de la terre, & dont la base s'étend de F en G ; le cercle céleste FG parallèle à l'équateur, est la base du cône que décrit la ligne du zénith CDF ; il n'est pas dans le même plan que le parallèle terrestre DE , mais il lui correspond essentiellement, puisque tous les points de ce parallèle céleste FG sont éloignés du pôle céleste P , du même nombre de degrés que le point D est éloigné du pôle A de la terre : la ligne du zénith CDF rencontrera dans les 24 heures tous les points du ciel qui sont à la même distance du pôle P , c'est-à-dire, tous les points qui sont sur le parallèle céleste FHG , & ils paroîtront tous à son zénith : c'est ainsi qu'à Paris nous voyons successivement passer au zénith les constellations de Cassiopée, d'Andromède, de Persée, du Cocher, de la grande Ourse & du Dragon, parce que notre verticale, ou la ligne de notre zénith va les rencontrer tour à tour, & se placer sur ces différentes constellations, qui sont toutes à 41 degrés du pôle du monde, ou du point vers lequel est dirigé l'axe de notre mouvement.

Mouvement
annuel.

781. LE MOUVEMENT ANNUEL s'explique avec la même facilité dans le système de Copernic ; tout ce que nous avons dit du mouvement apparent du soleil dans l'écliptique, (560 & suiv.), a lieu en conséquence du mouvement de la terre : quand la terre est dans le Bélier, le soleil paroît dans la Balance ; la terre avance de 30 degrés, & se place dans le Taureau, le soleil paroît avancer d'autant, & se trouve dans le Scorpion, le lieu apparent du soleil est toujours opposé de 180 degrés, ou de six signes au lieu apparent de la terre : ainsi dans la *Fig. 50.* soit S le soleil ; TR l'orbite de la terre, $\gamma \epsilon \zeta \eta$ le cercle céleste appelé *écliptique*, dans lequel on imagine les douze signes à une distance infinie de nous ; le soleil S paroît répondre en

☉ quand la terre est en T , parce que le rayon visuel mené de la terre au soleil s'étend vers le signe ☉, & nous disons qu'alors le soleil est dans la Balance; mais si la terre T étoit vûe du soleil S suivant le rayon $ST\gamma$, elle paroîtroit en γ , c'est-à-dire, dans le Bélier; le lieu de la terre dans l'écliptique est donc toujours diamétralement opposé à celui du soleil; la terre ne sçauroit changer de situation que le soleil ne paroisse changer d'autant, & il doit paroître toujours dans le signe opposé à celui de la terre. Ainsi la terre décrivant une orbite annuelle TR , qui la fait répondre successivement à tous les points γ ☉, &c. elle verra le soleil répondre lui-même à tous les points de l'écliptique; par conséquent le mouvement annuel de la terre produira le mouvement apparent du soleil, tel que nous l'observons, & qu'on l'a vû dans le premier Livre, art. 46 & *suiv.*

782. Nous supposons ici, comme nous l'avons toujours fait, que l'écliptique est un cercle dont le plan passe par le centre de la terre, aussi bien que par le centre du soleil; pour le prouver, il suffit de considérer que l'obliquité de l'écliptique, ou la distance de l'écliptique à l'équateur, observée en été & en hyver, se trouve toujours parfaitement la même; or l'équateur passe certainement par le centre de la terre, car nous voyons les astres qui sont dans l'équateur, se mouvoir dans le plan d'un grand cercle; ainsi l'écliptique coupe en deux parties égales un grand cercle qui passe par le centre de la terre. Ajoutez à cela que les points équinoxiaux ne feroient pas diamétralement opposés, si ces deux cercles ne se coupoient pas en deux parties égales, & ne passaient pas tous les deux par le centre de la terre; c'est pourquoi il est évident que le plan de l'écliptique passe tout à la fois par le centre du soleil & par le centre de la terre (795).

783. LE CHANGEMENT DES SAISONS s'explique dans le système de Copernic au moyen de l'inclinaison & du parallélisme constant de l'axe de la terre; mais ceci exige plus d'attention, & c'est de tous les phénomènes celui qui prouve mieux le génie de Copernic. Le phénomène des saisons se réduit à ceci: les pays de la terre situés sous le

Explication
des Saisons.

tropique du Cancer, ou à $23 \text{ deg. } \frac{1}{2}$ de latitude septentrionale, comme sont à peu-près l'ancienne ville de Siene, celles de Canton & de Chandernagor, voient le soleil passer par leur zénith à midi dans le temps du solstice d'été, ainsi que tous les pays qui sont à même latitude ou à même distance de l'équateur; au contraire ceux qui sont à $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de déclinaison méridionale par-delà l'équateur, comme Rio-Janeiro, ont le soleil au zénith le 21 Décembre, quand le soleil est dans le tropique du Capricorne. Pour que cet effet ait lieu dans le mouvement de la terre, il suffit de la placer de maniere que le rayon solaire dirigé vers la terre, atteigne dans le premier cas un des tropiques terrestres, celui de Chandernagor; & dans le second cas, le tropique opposé.

Fig. 51.

784. Soit S le soleil, (Fig. 51.) C & D deux points diamétralement opposés de l'orbe annuel de la terre; le point C où elle se trouve le 21 de Juin, & le point D où elle se trouve le 21 de Décembre, EF le diametre de l'équateur, GH le diametre du tropique de Chandernagor, IK le diametre du tropique de Rio-Janeiro; si l'axe PA de la terre est incliné de maniere que l'équateur EF fasse un angle de $23^{\circ} \frac{1}{2}$ avec le rayon solaire SC , c'est-à-dire, avec l'écliptique, (car le rayon solaire est toujours dans l'écliptique), l'angle HCF , ou l'arc HF étant de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, le rayon solaire aboutira au point H de la terre éloigné de l'équateur F de la même quantité, de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, c'est-à-dire, que Chandernagor & tous les points du même parallèle auront le soleil à leur zénith ce jour-là: si au contraire l'axe PA étoit droit, ou perpendiculaire au rayon solaire SC , le diametre ECF de l'équateur se dirigeroit suivant CS , & se confondroit avec lui; le soleil seroit donc perpendiculaire sur les lieux qui sont dans l'équateur terrestre, & ce seroient les pays situés sous l'équateur qui auroient le soleil à leur zénith; mais l'inclinaison de l'axe PA qui fait avec le diametre CD de l'écliptique, ou avec le rayon solaire SHC , un angle PCH de $66^{\circ} \frac{1}{2}$, est cause que le rayon solaire aboutit perpendiculairement en un point H de la terre différent du point F de l'équateur. Tous les pays situés sur

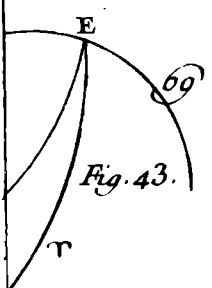


Fig. 43.

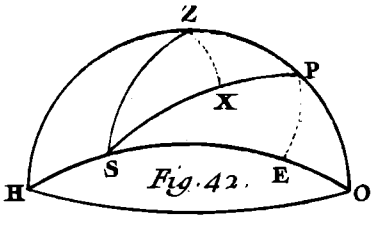


Fig. 42.

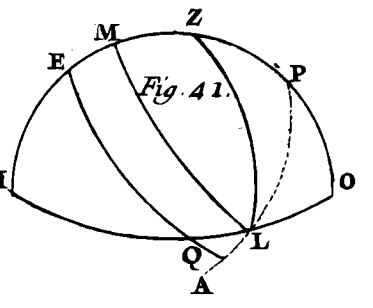


Fig. 41.



Fig. 45.

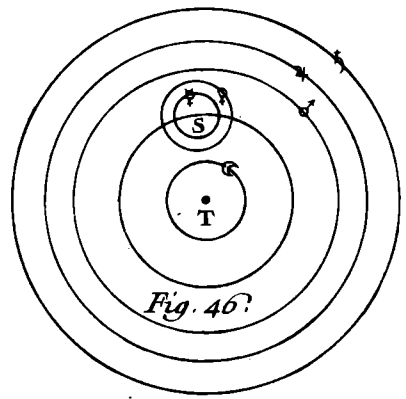


Fig. 46.

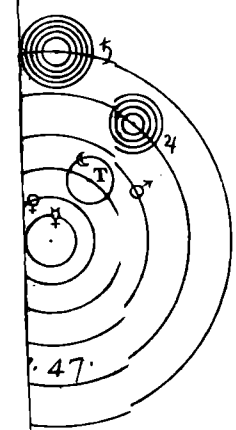


Fig. 47.

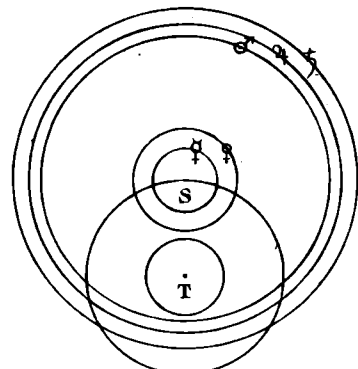


Fig. 48.

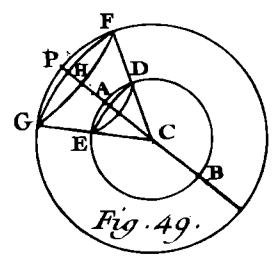


Fig. 49.

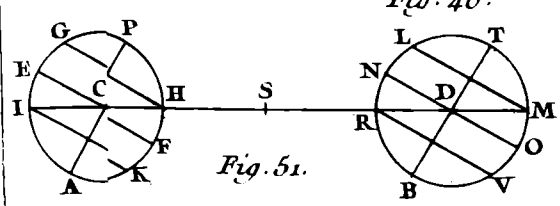


Fig. 51.

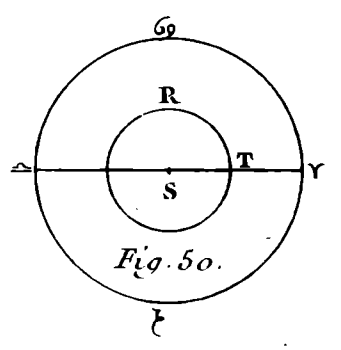


Fig. 50.

le cercle dont GH est le diamètre, c'est-à-dire, sous le tropique du Cancer, en tournant ce jour-là autour de l'axe PA , passeront à leur tour au point H , ils auront tous le soleil perpendiculairement à leur zénith en passant en H sous le rayon solaire SH ; c'est ce qui doit arriver suivant les règles du mouvement diurne, tel qu'on l'observe, (2, 51 & 780).

785. La terre six mois après se trouvera de l'autre côté du soleil, dans le point D diamétralement opposé au point C , ce qui arrive dans le solstice d'hiver, le 21 Décembre: supposons alors que l'axe TB soit parallèle à l'axe PA de la situation précédente, en sorte qu'il soit incliné du même sens & vers le même côté du ciel, qu'il étoit six mois auparavant, alors le rayon solaire SRD , au lieu d'aboutir au tropique du nord en L , comme dans le premier cas, répondra en R au tropique RV , qui est celui de Rio-Janéiro, ou des pays situés à $23^{\circ} \frac{1}{2}$ de latitude méridionale; ce jour-là tous les pays situés sous ce tropique dont le diamètre est RV , passeront successivement au point R en tournant autour de l'axe TB , ils auront tous le soleil à leur zénith, ainsi le soleil aura véritablement décrit le parallèle de $23^{\circ} \frac{1}{2}$, comme cela doit être suivant la règle du mouvement diurne (51, 780).

786. Lorsque le soleil répondoit au tropique du Cancer, & qu'il étoit perpendiculaire sur H , tous les pays situés du côté du pôle arctique P , ou dans l'hémisphère boréal de la terre, avoient leur été; mais le rayon solaire étant devenu perpendiculaire en R sur le tropique austral ou tropique du Capricorne, les pays situés sur LM , & tous ceux qui sont au nord du côté du pôle arctique T , ont leur hiver, parce qu'ils reçoivent obliquement le rayon solaire; ce sont les pays méridionaux situés sur le parallèle RV , & du côté du pôle austral & antarctique B , qui ont leur été; comme les pays septentrionaux l'avoient au mois de Juin, la terre étant en C .

787. Ainsi le parallélisme de l'axe de la terre, ou des lignes PA , TB , une fois supposé, l'on explique très-exactement & très-simplement les changemens de l'hiver à l'été;

à l'égard du printemps & de l'automne, on doit bien sentir qu'ils auront lieu dans le passage de l'hiver à l'été & de l'été à l'hiver ; & l'axe étant toujours supposé parallèle à lui-même, quand la terre sera dans les signes du Bélier & de la Balance, au mois de Mars & de Septembre, le rayon solaire répondra perpendiculairement sur un point de l'équateur, puisque dans les mois de Juin & de Décembre il répondoit au nord & au midi de l'équateur.

Le parallélisme
n'est point un
mouvement.

788. Copernic qui le premier imagina cette explication des saisons par le mouvement de la terre, (*de Revolut. Lib. I. cap. 11.*), appelle ce parallélisme de l'axe un troisieme mouvement, ou mouvement de déclinaison contraire au mouvement annuel : il arrive, dit-il, que par ces deux mouvemens égaux & qui se contrarient mutuellement, l'axe de la terre & son équateur sont toujours dirigés de la même maniere & vers le même côté du ciel : il se trompoit en cela ; le parallélisme de l'axe n'est que la négation d'un troisieme mouvement, il en faudroit un pour que l'axe cessât d'être parallèle à lui-même, comme je l'ai expliqué art. 768.

789. Plusieurs personnes ont représenté par des machines planétaires le mouvement annuel de la terre autour du soleil accompagné du mouvement diurne, sur un axe constamment parallèle à lui-même : on trouve une machine de cette espece décrite par *Nicolas Muler*, dans l'édition qu'il a donnée en 1617 du Livre de Copernic ; une autre dans l'Astronomie de Ferguison, p. 260 ; & il n'a pas été difficile d'en imaginer de différentes especes ; il suffit pour représenter le parallélisme de l'axe de la terre, que son axe soit placé sur une poulie, & qu'au centre du soleil on ait placé une poulie égale à l'autre, avec un cordon sans fin qui passe sur ces deux poulies en les ferrant l'une & l'autre ; alors on pourra faire tourner la terre tout autour du soleil, sans que son axe cesse d'être incliné & dirigé vers la même région du ciel.

Remarque
essentielle.

790. Avant d'expliquer les autres changemens que produit dans le ciel le mouvement de la terre, il est essentiel de bien comprendre la proposition suivante, Si l'œil de

l'Observateur , transporté par le mouvement annuel de la terre , continue de voir successivement un même astre sur des rayons parallèles entre eux , l'astre ne lui paroîtra avoir eu aucun mouvement.

Je suppose que l'Observateur placé en O , (*Fig. 52.*), *Fig. 52.* voit un astre par le rayon OS , & qu'étant arrivé en P il le voit par un autre rayon PM parallèle au précédent , je dis que pendant tout le temps que l'œil a mis à aller de O en P , l'astre ne lui paroît avoir eu aucun mouvement , c'est-à-dire, qu'il le voit dans la même situation dans la même région du ciel , & qu'il jugera l'astre immobile ou stationnaire. En effet , comme nous ne pouvons juger de la situation d'un astre qu'en le comparant à quelque point du ciel , à quelque objet , à quelque astre, à quelque plan , ou à quelque ligne , soit OPR la ligne , ou la direction primitive que nous prenons pour terme de comparaison ; l'angle SOR & l'angle MPR sont parfaitement égaux , puisque OS est parallèle à PM par la supposition ; donc , la distance apparente de S & de M , par rapport au terme de comparaison OPR , fera dans les deux cas de 90° . Cette distance étant la même , nous n'aurons aucun indice , aucune apparence de mouvement dans l'objet S ; nous ne pourrions donc faire autrement que de le juger immobile.

791. Pour peu qu'on y réfléchisse , on sentira qu'il est évident , comme nous l'avons supposé , qu'on ne peut apercevoir le mouvement d'un objet que par comparaison à un autre : si j'étois seul dans l'univers avec un astre S , & que nous fussions transportés ensemble d'un mouvement commun au travers des espaces imaginaires , il seroit impossible que je pusse reconnoître ou apercevoir ce changement ; car quel indice en aurois-je ?

792. On demandera maintenant quel est l'objet de comparaison , & s'il y a un terme fixe , tel que la ligne OR (*Fig. 52.*), auquel un Astronome puisse comparer les astres , pour juger s'ils ont , ou s'ils n'ont pas quelque mouvement apparent : nous répondrons qu'il y a plusieurs de ces termes fixes ; tels sont d'abord le plan de l'équateur ou celui de l'écliptique , lorsqu'il s'agit des étoiles fixes :

comme ces plans sont fixes , ou que du moins on connoît très-bien leurs variations , on y rapporte les variations apparentes des étoiles fixes , pour avoir la quantité & la mesure de ces variations.

La ligne menée à l'équinoxe est un terme de comparaison.

793. Le point équinoxial , ou la ligne menée au premier point du Bélier , est encore un terme fixe de comparaison représenté par la ligne *OR* , & l'on s'en sert aussi pour les planetes : toutes les fois que le rayon *SO* de l'étoile fera un angle droit avec la ligne *OR* , nous jugerons nécessairement que l'astre a 90° de longitude ; cette longitude ne changera point tant que l'angle *MPR* sera égal à l'angle *SOR* , & nous jugerons l'astre *stationnaire* , pendant tout le temps que l'angle *P* continuera de paroître égal à l'angle *O* , c'est-à-dire , que la planete continuera d'avoir 90° de longitude,

DE L'INCLINAISON DES ORBITES PLANÉTAIRES.

794. APRE'S avoir prouvé que les planetes principales , aussi bien que la terre , tournent autour du soleil , il est nécessaire d'expliquer les phénomènes , ou les apparences qui résultent de ce mouvement ; mais une partie de ces irrégularités vient de l'inclinaison des orbites planétaires par rapport à l'écliptique , ainsi nous commencerons par traiter de cette inclinaison.

Phénomène de l'Inclinaison.

Lorsqu'on observe les planetes dans leurs révolutions périodiques , au travers des étoiles fixes , on apperçoit qu'elles ne répondent pas tout-à-fait aux mêmes points du ciel ; lorsqu'elles passent à la même longitude & proche des mêmes étoiles ; une planete qui aura passé au nord , ou au-dessus d'une étoile , pourra dans la révolution suivante passer au-dessous de la même étoile , & être plus ou moins éloignée de l'écliptique , c'est-à-dire , avoir plus ou moins de latitude. D'ailleurs les planetes sont tantôt au nord de l'écliptique , & tantôt au midi , & cela va jusqu'à 8 degrés ; ce qui prouve que les orbites planétaires ne sont pas dans le plan de l'écliptique , mais qu'elles lui sont inclinées.

En effet

En effet, si les planetes tournoient toutes dans le même plan aussi bien que la terre, nous les verrions toujours décrire dans le ciel la même trace, & rencontrer les mêmes étoiles, sans avoir aucune latitude; au contraire nous observons sans cesse les planetes au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, qu'elles traversent seulement deux fois à chaque révolution; ainsi il est démontré par l'observation que les orbites des planetes sont inclinées à l'écliptique.

795. Il est démontré aussi que les orbites planétaires sont des plans qui passent par le centre du soleil: en effet, pour commencer par l'orbite de la terre, cela est évident (782), parce que la déclinaison du soleil observée en été & en hyver par rapport à l'équateur, se trouve la même de part & d'autre, & que cette déclinaison observée de jours à autres, suit le même progrès que la déclinaison d'un grand cercle de la sphère calculée dans tous ses points (598).

Pour les autres planetes, il en est de même: on observe leurs latitudes, ou leur plus grande distance au nord & au sud de l'écliptique, & on les trouve égales de part & d'autre quand on les rapporte au soleil; on voit aussi que leurs nœuds ou leurs intersections avec l'écliptique sont à 180° l'un de l'autre, rapportés au soleil; ce qui ne pourroit avoir lieu, si les plans de ces orbites ne passaient pas tous au centre du soleil. Mais quoique ces plans passent tous par le soleil, ils sont différemment inclinés les uns aux autres, & s'étendent vers différentes régions du ciel.

796. Les orbites des planetes étant toutes dans des plans différens & différemment inclinés, il a été nécessaire de rapporter ces divers mouvemens à un seul & même plan pour pouvoir les calculer tous par une méthode uniforme: on a choisi, pour cet effet, le plan de l'écliptique, & on l'a choisi pour deux raisons; la première, c'est que le soleil étant le plus remarquable de tous les astres, celui que l'on observe le plus facilement en tout temps, il est plus naturel de le choisir pour terme de comparaison, & de rapporter à son orbite celle des autres planetes: la seconde raison de cette préférence est que les orbites planétaires s'écartent peu de l'écliptique, & sont avec elle de très-petits angles, en sorte

Pourquoi on rapporte les planetes à l'écliptique.

que les réductions sont moindres & plus commodes, que si l'on rapportoit les orbites à un autre plan, comme seroit celui de l'équateur, auquel on avoit coutume autrefois de rapporter tous les mouvemens célestes.

Définition
du mot de Plan.

797. UN PLAN en général est une surface sur laquelle on peut tracer en tout sens une ligne droite : c'est la définition la plus exacte qu'on en puisse donner ; car une surface n'est plus un plan, si une ligne droite ne s'y confond & ne s'y réunit pas dans tous ses points & en tout sens : de cette définition l'on peut aisément tirer toutes les propriétés des plans, telles qu'elles se trouvent dans le XI^e. Livre des Elémens d'Euclide, mais il me suffira de rappeler ici celles dont nous ferons le plus d'usage dans cet article.

Commune
Section.

Fig. 53.

798. DÉFINITION. Un plan incliné sur un autre, le coupe suivant une ligne droite, qu'on appelle la *commune section* : ainsi le plan $DABC$ & le plan $FABE$ (Fig. 53.), passant tous deux par la ligne AB qui leur est commune, on nommera cette ligne AB la *section commune*.

Mesure des
angles des
plans.

799. Si lorsque deux plans se coupent, on tire dans chacun de ces plans une ligne droite perpendiculaire à la commune section en un même point, ces deux lignes feront entre elles un angle égal à l'inclinaison des deux plans : en effet, nous n'avons aucune maniere plus naturelle de mesurer l'angle d'inclinaison de deux plans, que de prendre l'inclinaison des lignes dont ces plans sont formés, mais il faut choisir des lignes perpendiculaires à la section, sans quoi il n'y auroit rien de déterminé, les lignes obliques pouvant faire des angles de plus en plus petits à volonté.

Fig. 53.

Soit un plan $ABCD$ (Fig. 53.), incliné sur un autre plan $ABEF$, en sorte que AB soit leur commune section, & que les lignes EB , CB soient perpendiculaires sur la section AB , elles feront entre elles un angle CBE , que l'on prend pour mesure de l'angle d'inclinaison de ces deux plans : si l'on prenoit deux autres lignes BG & BH , faisant avec la section AB des angles aigus, l'angle GBH compris entre ces deux lignes, seroit toujours plus petit que l'angle CBE ; il le seroit d'autant plus que les points

G & H approcheroient davantage de la section *BA*, & il n'y auroit rien de déterminé pour la mesure de l'inclinaison des deux plans ; ainsi nous supposons comme une chose nécessaire & évidente, que *l'angle de deux plans est égal à celui que forment deux lignes de ces plans, perpendiculaires à leur commune section.*

800. On rapporte à l'écliptique l'orbite d'une planete vûe du soleil en la considérant comme un grand cercle de la sphaere, de la même maniere que nous avons rapporté l'écliptique à l'équateur (134). Soit *ALN* l'écliptique, (*Fig. 54.*), *APN* l'orbite d'une planete ; *P* le lieu de cette planete ; *PL* un arc du cercle de latitude qui passe par le centre de la planete, & tombe perpendiculairement sur l'écliptique *ALN*, *L* sera le lieu de la planete réduit à l'écliptique, ou le point de l'écliptique sur lequel se marque la longitude de la planete. Les points *A & N* où l'orbite de la planete traverse l'écliptique, sont les Nœuds de la planete. Le nœud *A* où se trouve la planete quand elle passe du midi au nord de l'écliptique, s'appelle Nœud ASCENDANT ; parce qu'alors la planete monte vers le pole qui pour nous est le plus élevé ; le nœud *N* où passe la planete pour retourner au midi de l'écliptique, est le Nœud DESCENDANT, on le marque ainsi, ☽, dans les Livres d'Astronomie, & le nœud ascendant est figuré par le caractère Ω. La maniere de trouver par observation le lieu du nœud sera expliquée dans le VI^e. Livre, art. 934 & suiv.

Fig. 54

Nœuds des Planetes.

801. L'arc *PL* du cercle de latitude, compris entre le lieu *P* de la planete & l'écliptique, s'appelle *la Latitude de la planete* : si les arcs *AP*, *AL* & *PL* ont leur centre au centre du soleil, la latitude *PL* est nommée *Latitude héliocentrique* ; mais si l'on considère des cercles dont le centre soit supposé au centre de la terre, alors l'angle *PL* s'appelle *Latitude géocentrique* : la latitude héliocentrique *PL* est nommée aussi par quelques Auteurs *Inclinaison* ; néantmoins je pense que ce terme doit être réservé pour exprimer l'angle *A* que fait l'orbite *AP* avec l'écliptique *AL*.

Latitude d'une Planete géocentrique & héliocentrique.

Inclinaison.

802. L'arc *AP* de l'orbite d'une planete, compté

Argument de Latitude.

depuis le nœud ascendant en allant vers l'orient, s'appelle *Argument de latitude*, parce que de la quantité *AP* dépend la latitude *PL*. Pour avoir l'argument de latitude on retranche le lieu du nœud du lieu de la planète, la différence est l'argument de latitude.

Remarque
nécessaire.

803. Je dis que c'est le lieu du nœud qu'il faut retrancher du lieu de la planète, & non pas celui-ci du premier; & je dois faire à cette occasion une remarque à laquelle il faudra recourir dans beaucoup d'autres circonstances: l'argument de latitude est la quantité dont la planète est plus avancée en longitude que son nœud ascendant; c'est le chemin qu'elle a fait depuis le nœud, ou l'excès de sa longitude actuelle sur la longitude qu'elle avoit en passant par son nœud; si donc on ôte de sa longitude actuelle celle du nœud, on aura cet excès cherché. Il arrive souvent que la longitude du nœud que nous devons retrancher, est plus grande que celle de la planète dont il faut la retrancher; alors on ajoute à celle-ci 12 signes pour pouvoir faire la soustraction. La raison de ces 12 signes ajoutés sera évidente par un exemple: je suppose que le nœud d'une planète soit situé à 2 signes de longitude, & la planète à un signe seulement; il est évident que depuis son dernier passage dans le nœud elle a parcouru 11 signes, ayant passé les signes 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 0 & 1: or, en ajoutant 12 signes avec la longitude de la planète qui est 1 signe, & retranchant de la somme 13 la longitude du nœud, qui est 2 signes, on aura 11 signes qui est le chemin parcouru depuis le dernier passage au nœud, & par conséquent l'argument de latitude. Cette addition de 12 signes est nécessaire, parce que la longitude de la planète auroit dû se compter ainsi: 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, pour suivre un progrès régulier & une marche uniforme dans la numération; alors de 13 on auroit retranché 2 signes pour le nœud, & l'on auroit eu l'argument de latitude 11 signes. Cet ordre naturel est troublé par l'usage où l'on est de recommencer à compter zero au lieu de 12 signes, mais on est obligé d'y revenir quand on a une soustraction à faire.

On ajoute
12 signes pour
la soustraction.

Il en seroit de même si à 2 heures après midi je voulois

ſçavoir combien il y a eu de temps écoulé depuis 10 heures du matin ; on ne pourroit pas retrancher 10 heures de 2 heures , mais on ajoute 12 heures ; de la ſomme 14 on ôte 10 , & l'on trouve 4 heures qui eſt la différence cherchée ; on ſuppoſe en cela que les heures ont été comptées ainſi , 10 , 11 , 12 , 13 , 14 , comme elles auroient dû l'être pour avoir un progrès uniforme (622).

804. La latitude des planetes eſt boréale dans les ſix premiers ſignes de l'argument de latitude ; en effet , lorſque la planete parcourt le demi-cercle *APN* qui eſt au nord de l'écliptique , en partant du nœud ascendant *A* (800), ſa latitude eſt évidemment boréale , & ſon argument de latitude moindre que 180 deg. Après avoir parcouru 6 ſignes ou 180 degrés, la planete paſſe par ſon nœud descendant , elle ſe trouve au midi de l'écliptique , ſa latitude eſt auſtrale , & ſon argument de latitude ſurpaſſe ſix ſignes.

805. Pour calculer la latitude d'une planete , quand on a ſon argument de latitude & l'angle d'inclinaison , formé par l'orbite de la planete ſur l'écliptique , on fait la proportion ſuivante : *Le rayon eſt au ſinus de l'argument de latitude , comme le ſinus de l'angle d'inclinaison eſt au ſinus de la latitude.* Cette règle ſera démontrée , comme toutes les propriétés des triangles , dans la Trigonométrie ſphérique , Livre XXIII.

Règle pour la latitude.

806. LA RÉDUCTION À L'ÉCLIPTIQUE eſt la différence entre l'argument de latitude , & la diſtance de la planete au nœud comptée ſur l'écliptique , c'eſt-à-dire , la différence entre *AP* & *AL* (*Fig. 54.*).

Réduction à l'écliptique.

Fig. 54.

Pour calculer la réduction à l'écliptique , on fait cette proportion ſuivant les règles de la Trigonométrie ſphérique : *Le rayon eſt au coſinus de l'angle d'inclinaison A , comme la tangente de l'argument de latitude AP eſt à la tangente de l'arc AL de l'écliptique.* Cet arc fera plus petit que l'argument de latitude de la quantité de la réduction à l'écliptique.

La réduction à l'écliptique ſe retranche de l'argument de latitude *AP* pour avoir *AL* ſur l'écliptique , quand la

Souſtractive dans le premier & le troiſieme quart.

distance AP est moindre que 90 degrés ; mais dans le second quart de l'argument de latitude, l'hypothénuse AP devient plus petite que l'arc Al de l'écliptique, & il faut alors ajouter la réduction ; en effet, puisque APN & ALN sont chacun un demi-cercle, & que dans le petit triangle NpL ; Np qui est l'hypothénuse surpasse Nl , il faut que le supplément AP de l'hypothénuse soit plus petit que le supplément Al du côté Nl ; donc, il faut ajouter la différence, qui est la réduction, avec l'argument de latitude AP dans le second quart de cet argument, depuis 3 jusqu'à 6 signes ; dans le troisième quart de l'argument de latitude, c'est-à-dire, au-delà du point N , la réduction sera soustractive comme dans le premier ; & dans le quatrième quart, c'est-à-dire, lorsque l'argument surpassera 9 signes, la réduction se retrouvera additive comme elle l'étoit depuis 3 jusqu'à 6 signes. La réduction à l'écliptique est nulle dans les *limites*, c'est-à-dire, à 90 deg. du nœud, comme en M , car l'arc AM , aussi bien que l'arc AO , sont exactement de 90 degrés.

807. Les époques des longitudes moyennes qui sont dans les Tables Astronomiques, sont comptées sur l'orbite de chaque planète de la manière suivante : Supposons que le point C de l'écliptique soit le point équinoxial d'où l'on compte les longitudes, & que l'arc AB de l'orbite soit égal à l'arc AC de l'écliptique, le point B est celui d'où les époques sont comptées, en sorte que quand la planète est en P , sa longitude est l'arc BAP , ou la somme des arcs CA & AP , & sa longitude réduite à l'écliptique est l'arc CAL .

Autre méthode
pour la réduction.

808. On peut calculer la réduction à l'écliptique d'une manière différente de l'article 806, en cherchant d'abord la plus grande réduction qui a lieu à 45 deg. du nœud ; elle est égale à la moitié du sinus verse de l'inclinaison réduit en secondes ; & on la multiplie par le sinus du double de l'argument de latitude ; cette règle d'approximation sera démontrée dans la Trigonométrie, (Liv. XXIII.) ; en voici seulement un exemple. L'inclinaison de Mercure est d'environ 7°, le sinus verse de 7° est 0,00745, & son logarithme

7, 87238; si l'on ajoute le logarithme de l'arc égal au rayon 5, 31442, on aura 3, 18680, logarithme de 23' 38", dont la moitié 12' 49" est la plus grande réduction à l'écliptique pour l'orbite de Mercure. Je suppose qu'on veuille avoir la réduction à 15 deg. d'argument, on multipliera cette plus grande réduction par le sinus du double de l'argument, c'est-à-dire, de 30 deg. & l'on aura 6' 24" pour la réduction cherchée. On trouvera une Table de la plus grande réduction pour chaque planete, à l'article 979.

Lorsque la réduction à l'écliptique a été ajoutée à la longitude de la planete dans son orbite, ou retranchée suivant les cas, on a la longitude réduite à l'écliptique, & c'est celle que les Astronomes emploient ordinairement dans leurs calculs, quoiqu'il y ait des cas où l'on est obligé de prendre la longitude vraie d'une planete sur son orbite (958). Il me paroît qu'il seroit en général plus commode en faisant des listes d'observations, d'y mettre la longitude sur l'orbite, que d'y mettre la longitude réduite à l'écliptique.

Longitude
réduite à l'éclip-
tique.

809. Quand on considère l'orbite d'une planete comme une circonférence tracée dans la concavité du ciel, ainsi que nous venons de le faire, on ne veut pas dire & on ne suppose pas que la planete parcoure réellement une circonférence de cercle, nous ferons voir au contraire dans le VI^e. Livre, que c'est une ellipse souvent très-allongée, (886); mais tous les points d'une orbite planétaire, vûs d'un point quelconque placé dans le centre de cette orbite, se rapportent dans la sphère céleste & dans la région des fixes, à des points qui étant tous dans le plan d'un grand cercle (782), y forment la trace d'une circonférence, à quelle distance que ces points puissent être du point où est l'Observateur.

Effets des Inclinaisons des Orbites Planétaires par rapport à la Terre.

810. APRE'S avoir considéré l'orbite d'une planete comme un grand cercle vû de son propre centre, examinons-la sous un autre point de vûe, c'est-à-dire, par

rapport à la terre, pour pouvoir tenir compte des exceptions que la théorie précédente éprouve à cause du mouvement de la terre.

Fig. 55. Soit S le soleil (*Fig. 55.*), TNR l'écliptique ou l'orbite annuelle de la terre, dont le plan passe par le soleil; $APOD$, une orbite planétaire dont le plan passe aussi par le soleil, (782), mais s'incline sur celui de l'écliptique, & le coupe sur la commune section ADN ; il faut concevoir que la partie $APOD$ est relevée au-dessus du plan de notre figure, & que la partie AMD est plongée au-dessous du papier; la planète au point A de son orbite est dans le plan même de l'écliptique, elle est sur la ligne ADN commune aux deux plans, & qui s'étend en N dans l'écliptique, aussi bien que dans l'orbite de la planète; mais en quittant le point A la planète s'élève au-dessus de la figure que nous supposons représenter le plan de l'écliptique, elle s'élève de plus en plus jusqu'à ce qu'étant arrivée au point O , où son orbite est la plus éloignée de l'écliptique, elle redescend en D , où elle traverse de nouveau le plan de l'écliptique; & plongeant alors au-dessous de l'écliptique, elle décrit la portion inférieure DMA qu'il faut imaginer abaissée de quelques degrés au-dessous de notre plan.

Nœuds des
Planètes.

Le point A par lequel une planète s'élève du côté du pôle septentrional au nord de l'écliptique, est le *Nœud ascendant* (800); le point D par lequel elle passe pour aller dans la partie méridionale DMA de son orbite, est le *Nœud descendant*; la distance de la planète P à son nœud ascendant, c'est-à-dire, l'arc AP de son orbite, ou plutôt l'angle ASP , s'appelle *Argument de latitude*.

Latitude héliocentrique & géocentrique.

811. La partie AOD de l'orbite étant conçue relevée au-dessus du plan de la figure, on imaginera une perpendiculaire PL abaissée du point P , où se trouvera la planète sur le plan de la figure, qui est le plan de l'écliptique, PL sera la hauteur perpendiculaire de la planète au-dessus du plan de l'écliptique; l'angle PSL sous lequel paroît, vûe du soleil, cette distance perpendiculaire de la planète à l'écliptique, est la *Latitude héliocentrique*, l'angle PTL sous lequel paroît cette même ligne vûe de la terre T , est la *Latitude*

Latitude géocentrique, la ligne SP est la vraie distance de la planète au soleil, ou son rayon vecteur; la ligne SL est la distance accourcie, *distantia curtata*, ou la distance réduite à l'écliptique; de même PT est la vraie distance de la planète à la terre, LT est la distance accourcie de la planète à la terre. La ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique, elle est nécessairement perpendiculaire sur toutes les lignes de ce plan, & par conséquent sur TL ; ainsi l'angle PLT est un angle droit; il suffit de se bien représenter la ligne PL tombant à-plomb sur la figure, & l'on verra que les triangles PLS , PLT sont tous deux rectangles au point L qui est celui où aboutit la perpendiculaire.

Distance
accourcie.

812. De même que l'arc AP , ou l'angle ASP , argument de latitude, est la distance de la planète à son nœud comptée sur l'orbite; ainsi l'angle ASL est la distance de la planète au nœud réduite au plan de l'écliptique, elle est plus petite que la distance mesurée sur l'orbite (806), parce que la ligne PL qui tombe perpendiculairement sur le plan de l'écliptique, a son extrémité L plus près de la ligne des nœuds ASN , que son sommet P , ce qui rend l'angle ASL plus petit que l'angle ASP ; la différence de ces deux distances au nœud, l'une sur l'écliptique & l'autre sur l'orbite, s'appelle la Réduction à l'écliptique (806).

*DES LONGITUDES ET LATITUDES
DES PLANETES VUES DE LA TERRE.*

813. Nous avons démontré que les planètes tournent autour du soleil (779); nous verrons dans le VI^e. Livre la manière de trouver les dimensions de leurs orbites par des observations rapportées au soleil; mais comme c'est sur la terre que nous observons, il s'agit d'examiner dès-à-présent ce qui résulte de cette transposition, & ce que nous devons faire pour rapporter au soleil des observations faites sur la terre.

814. LA PARALLAXE ANNUELLE est le premier phénomène que produit notre éloignement du soleil & du centre des mouvemens planétaires. Soit S le soleil, (*Fig. 55. & Fig. 55. & 56.*

Parallaxe du
grand Orbe.

56.) , L le lieu d'une planete dans l'écliptique, & T la terre dans son orbite TNR , l'angle TLS formé par la distance accourcie SL , & par la ligne TL menée de la terre au lieu L de la planete réduit à l'écliptique, s'appelle la *Parallaxe annuelle*, ou la *Parallaxe du grand Orbe*; cet angle TLS est la différence entre la longitude héliocentrique & la longitude géocentrique; car si l'on tire la ligne SF parallèle à TL , elle marquera dans le ciel la même longitude que TL , (790), c'est-à-dire, la longitude géocentrique de la planete L : or, l'angle LSF qui est égal à son alterne SLT , est la différence entre la longitude marquée par SF & la longitude héliocentrique marquée par SL ; donc l'angle SLT , ou la parallaxe annuelle, est la différence entre la longitude géocentrique & la longitude héliocentrique; c'est aussi l'angle formé par les distances accourcies d'une planete au soleil & à la terre.

Sa définition.

Trouver la longitude géocentrique.

Fig. 55. & 56.

Commutation.

Elongation.

815. Lorsqu'on connoît l'orbite d'une planete par le moyen des observations rapportées au soleil, & des méthodes qui seront expliquées dans le VI^e. Livre, on est en état de trouver pour un temps quelconque la longitude héliocentrique d'une planete, & son rayon vecteur ou sa distance au centre du soleil; si dans le même tems on connoît aussi la longitude héliocentrique de la terre (781), qui est toujours à 6 signes de celle du soleil, avec la distance du soleil à la terre, on aura tout ce qui est nécessaire pour calculer la longitude de la planete vûe de la terre. Soit ST la distance du soleil à la terre, (Fig. 55. & 56.), SL la distance accourcie de la planete au soleil, l'angle TSL égal à la différence des longitudes de la planete P & de la terre T , vûes du soleil, qu'on appelle aujourd'hui *Commutation**, la résolution du triangle TSL dont on connoît deux côtés, & l'angle compris fera connoître l'angle & la terre, ou l'angle STL qu'on appelle *Angle d'elongation*; cette elongation étant ôtée de la longitude du soleil, si la planete est à l'occident ou à la droite du soleil, donnera la longitude géocentrique de la planete, c'est-à-dire, le point de l'éclip-

* Autrefois c'étoit la parallaxe qu'on appelloit *Commutation*, ce sont en effet deux mots presque synonymes, & dont l'application est purement de convention.

tique céleste où répond la ligne TL , menée de la terre au lieu de la planète réduit à l'écliptique.

816. Pour résoudre le triangle SLT , dont on connoît deux côtés & l'angle compris, on peut faire cette analogie qui sera démontrée dans la Trigonométrie. Le plus grand côté est au plus petit, comme le rayon est à la tangente d'un angle dont on ôtera 45 deg. la tangente du reste multipliée par la demi-somme des angles inconnus, (ou le demi-supplément de la commutation), donnera leur demi-différence; d'où l'on conclura l'angle d'élongation, qui est le plus petit des angles inconnus, quand il s'agit d'une planète inférieure, & le plus grand si c'est une planète supérieure: ainsi l'on connoît tous les angles du triangle SLT .

817. LA LATITUDE GÉOCENTRIQUE, ou l'angle PTL se trouvera par le moyen de la proportion suivante: *Le sinus de la commutation est au sinus de l'élongation, comme la tangente de la latitude héliocentrique est à la tangente de la latitude géocentrique.*

Trouver la latitude géocentrique.

DÉMONSTRATION. Dans le triangle PLS rectangle en L (811), on a cette proportion $SL : PL :: R : \text{tang. } PSL$; dans le triangle PLT aussi rectangle en L , on a une semblable proportion $TL : PL :: R : \text{tang. } LTP$; la première proportion donne cette équation $PL \cdot R = SL \cdot \text{tang. } PSL$, & la seconde, $PL \cdot R = TL \cdot \text{tang. } LTP$; donc $SL \cdot \text{tang. } PSL = TL \cdot \text{tang. } LTP$, d'où l'on tire cette autre proportion, $TL : SL :: \text{tang. } PSL : \text{tang. } LTP$; mais dans tout triangle rectiligne TLS les côtés sont entre eux comme les sinus des angles opposés, c'est-à-dire, que $TL : SL :: \sin. LST : \sin. LTS$, donc $\sin. LST : \sin. LTS :: \text{tang. } PSL : \text{tang. } LTP$. C'est la proportion qu'il falloit démontrer.

818. Pour faciliter le calcul du lieu géocentrique d'une planète, on peut suivre trois règles suivantes, qui sont générales & dispensent le Calculateur de faire une figure, ou d'examiner la situation des trois points STL ; nous en ferons usage dans le XXIV^e. Livre, en parlant du calcul des Tables.

Pour avoir l'angle de commutation, on retranche de la longitude du soleil celle des planètes qui sont plus éloignées

Première Règle.

que la terre, c'est-à-dire, des planetes supérieures, Mars, Jupiter & Saturne, mais on retranche le lieu du soleil de celui de la planete, si c'est une planete inférieure.

Seconde Règle. Après la résolution du triangle SLT (816), on ajoute la demi-différence trouvée des angles inconnus à la demi-commutation, (on a son supplément si elle surpasse 3^s), dans les planetes supér., mais on la retranche pour les planetes infér. & l'on a l'angle d'élongation. Dans la résolution du triangle on se sert de la tang. de la demi-commutation.

Troisième Règle. L'élongation se retranche de la longitude du soleil, si dans les planetes supérieures la commutation est plus petite que six signes, & dans les planetes inférieures si elle est plus grande : l'élongation s'ajoute à la longitude du soleil dans les planetes supérieures, si la commutation surpasse six signes, & dans les planetes inférieures si elle est moindre.

Les raisonnemens que je pourrois ajouter ici pour faire sentir la connexité & la généralité de ces trois règles, seroient difficiles à suivre, & de simples figures suffiront pour en faire voir la vérité dans les différens cas qui se présenteront ; je dirai seulement que ces règles sont suffisamment éprouvées pour qu'on puisse les suivre, sans prendre la peine de les examiner à chaque fois.

Trouver la distance à la terre.

Fig. 55. & 56.

Distance accourcie au Soleil.

819. Lorsqu'on a trouvé la longitude géocentrique d'une planete, on a souvent besoin de connoître sa distance à la terre, telle que PT (Fig. 55. & 56.). On commence par chercher la distance accourcie, (*distantia curtata*), ou la distance au soleil réduite à l'écliptique SL ; il suffit pour cela de multiplier le rayon vecteur SP , ou la vraie distance de la planete au soleil dans son orbite, par le cosinus de la latitude héliocentrique, ou de l'angle PSL ; en effet, la ligne PL étant perpendiculaire sur le plan de l'écliptique (811), le triangle SLP est rectangle en L ; ainsi l'on a par la Trigonométrie ordinaire $R : SP :: \sin. SPL$, ou $\cos. PSL : SL$; ainsi comme le rayon est toujours pris pour unité, on a $SL = SP \cos. PSL$.

Distance accourcie à la Terre.

Dans le triangle STL on connoît tous les angles (816), avec le côté SL distance du soleil à la planete ; on fera donc cette proportion, $\sin. STL : SL :: \sin. LST : \sin. TL :$

c'est-à-dire, le sinus de l'élongation est au sinus de la commutation, comme la distance accourcie de la planète au soleil est à la distance accourcie de la planète à la terre, dans le plan de l'écliptique.

Enfin, cette distance accourcie TL , étant divisée par le cosinus de la latitude géocentrique LTP (817), donnera la distance vraie TP de la planète à la terre; par la même raison que la distance vraie étant multipliée par le cosinus de la latitude héliocentrique, donnoit la distance accourcie de la planète au soleil.

820. Le même triangle SLT (Fig. 55. & 56.), qui a servi à trouver la longitude géocentrique lorsque la longitude héliocentrique étoit connue, servira à connoître celle-ci par le moyen de la première: je suppose qu'on ait observé le lieu d'une planète vû de la terre, & qu'on en ait ôté celui du soleil, on aura l'angle d'élongation STL , on calculera pour le même temps les distances SL & ST du soleil à la planète & à la terre; alors dans le triangle SLT , dont on connoitra deux côtés, & l'angle opposé à l'un d'eux; on cherchera l'angle LST qui est l'angle de commutation, qui ajouté avec la longitude de la terre T , donnera la longitude de la planète déterminée par la ligne SL .

Les Astronomes ont coutume dans ces sortes d'occasions, de calculer par les Tables la Parallaxe du grand Orbe, ou la parallaxe annuelle, c'est-à-dire, l'angle SLT , qui donne la différence entre le lieu de la planète vû de la terre & le lieu vû du soleil; ils se servent de cette différence pour calculer la longitude héliocentrique par le moyen de la longitude géocentrique: on en verra le détail dans le XXIV^e. Livre, où nous expliquerons l'usage des Tables Astronomiques.

On trouve des Tables de la parallaxe de l'orbe, dans RICCIOLI, *Astronomia reformata*; dans WING, *Astronomia Britannica*; dans RENERIUS, *Tabulae Mediceæ*; au moyen de ces Tables, & connoissant le rapport des côtés SL & ST , avec l'angle compris LST , on trouve la parallaxe de l'orbe, c'est-à-dire, l'angle SLT ; d'où il est aisé

Distance vraie.
Trouver la longitude héliocentrique.
Fig. 55. & 56.

Tables de la Parallaxe annuelle.

de conclure l'angle STL qui est l'angle d'élongation ; cet angle d'élongation STL étant ajouté à la longitude du soleil, quand il est plus occidental que la planète, ou en étant ôté quand il est plus oriental, donne la longitude de la planète.

Largeur du
Zodiaque.

821. C'est la plus grande latitude géocentrique des planètes qui détermine ce qu'on appelle communément la *largeur du Zodiaque*; Vénus est de toutes les planètes celle qui peut avoir la plus grande latitude, à cause de sa proximité à la terre, lorsque sa conjonction inférieure arrive dans ses limites, & qu'en même temps la terre est périhélie. Sa latitude en 1756 au mois d'Août, étoit de $8^{\circ} 24'$; en 1700 elle alloit à $8^{\circ} 40'$, & elle peut aller encore plus loin: ainsi la largeur du Zodiaque est au moins de $17^{\circ} \frac{1}{3}$ dans ce siècle-ci; elle sera un peu plus grande lorsque les *limites* de Vénus, son aphélie & le périhélie de la terre concourront à rendre la distance de Vénus à la terre encore plus petite, & sa latitude géocentrique plus grande.

Méthode pour
juger de l'éloi-
gnement des
Planètes.

822. Les inégalités que le mouvement de la terre dans son orbite fait paroître dans le mouvement des planètes, ont servi à trouver leurs distances. Aussi-tôt que Copernic eût reconnu avec quelle simplicité son hypothèse expliquoit les rétrogradations des planètes, il vit bien que plus la rétrogradation seroit considérable, plus elle indiqueroit que la planète est près de nous, & qu'elle seroit connoître ainsi la quantité de sa distance; les rétrogradations dépendent de la parallaxe annuelle du grand orbe; c'est donc celle-ci qu'il est utile d'observer lorsqu'elle est la plus grande; voici la manière dont Copernic s'y prenoit.

Fig. 57.

Copernic en 1514 observa la longitude de Saturne 209° ; supposant S le centre du soleil (Fig. 57.), L la terre, F Saturne, il trouvoit par le calcul des moyens mouvemens & des équations de Saturne & de la terre, que si la terre eût été en K , Saturne auroit dû paroître à $203^{\circ} 16'$, qui étoit sa longitude vûe du soleil, la différence de $5^{\circ} 44'$ étoit l'angle KFL que Copernic appelloit *Commutation*, & que nous appellons aujourd'hui *Parallaxe du grand Orbe* (814); l'angle LSK ou LSF , différence entre le lieu de Saturne F

vû du soleil, & le lieu de la terre L calculé pour le même temps, étoit de $67^{\circ} 35'$, c'est ce qu'on appelle aujourd'hui *Commutation*. Sçachant donc le rapport qu'il y avoit entre les angles F & L , on connoissoit par-là même celui qu'il y avoit entre les distances SL & SF , c'est-à-dire, entre la distance de la terre au soleil & celle de Saturne au soleil, ce rapport se trouvoit être celui de 1 à $9\frac{1}{8}$, c'est-à-dire, que Saturne étoit 9 fois plus éloigné du soleil E , que la terre L .

823. Il en est de même de toute autre planete; lorsqu'on a observé plusieurs fois son opposition au soleil, ou sa longitude dans le temps où elle est la même vûe de la terre ou vûe du soleil, comme lorsque le soleil S , la terre K , & la planete F sont sur une même ligne, on est en état de calculer exactement cette longitude trois mois après, lorsque la terre est à 90° de-là, ou que l'angle de commutation $FSL = 90^{\circ}$; si l'on observe alors la longitude de la planete vûe de la terre, on la trouvera plus petite de plusieurs degrés, & cette quantité sera l'angle SFL , parallaxe annuelle de la planete F : nous verrons plus en détail dans le Livre suivant (882) cette partie de la théorie des planetes, nous n'en parlerons ici qu'à cause de sa connexité avec le systême de Copernic.

Observer la
Parallaxe an-
nuelle.

824. Lorsqu'on connoît cet angle SFL , de même que l'angle FSL qui est la différence entre la longitude de la terre connue pour le même instant, & celle de la planete calculée précédemment, on suppose SL égale à l'unité, & résolvant le triangle SFL , on trouve SF distance de la planete au soleil, ou rayon de son orbe: c'est ainsi qu'on a trouvé les nombres 4, 7, 10, 52, 95, qui expriment les distances des planetes au soleil, ou du moins leurs rapports (891), car les valeurs absolues de ces nombres en toises ou en lieues, ne peuvent se connoître que par les méthodes dont nous parlerons dans le Livre IX. sur la parallaxe du soleil (1499).

825. Nous expliquerons encore mieux dans le VI^e. Livre la maniere dont on trouve les distances des planetes par le moyen de leurs révolutions & de leurs parallaxes

annuelles ; il nous suffit d'avoir fait observer que le système de Copernic , une fois supposé , donne un moyen de connoître les distances des planetes, ou du moins leurs rapports avec celles du soleil , ce qu'on n'auroit pu faire dans le système de Ptolémée. Voici comment s'exprimoit à ce sujet M. Cassini en 1684.

La proportion des distances des planetes principales à la moyenne distance du soleil à la terre, est déterminée dans les hypothèses de Copernic & de Tycho , par les apparences de leur mouvement qui résulte de la composition de leur mouvement propre , & de celui de la terre selon Copernic , ou de celui du soleil selon Tycho. Mais dans l'hypothèse Ptolémaïque ces mêmes apparences étant attribuées à la composition de deux mouvemens propres de chaque planete , dont l'un se fait par l'excentrique, & l'autre par l'épicycle , elle ne détermine point la proportion des distances des diverses planetes entre elles.

Tous les épicy-
cles de la seconde
inégalité égaux.

Pour avoir cette proportion dans l'hypothèse Ptolémaïque , on suppose que la plus grande distance d'une planete inférieure soit égale à la plus petite distance de la planete qui est au-dessus , ce qui donne pour les distances des proportions toutes différentes de celles des Coperniciens & des Tychoniciens. Mais si au lieu de cette supposition arbitraire on en prend une autre plus conforme à l'indication naturelle , que les épicycles de la seconde inégalité des trois planetes supérieures , & les excentriques des deux inférieures soient tous égaux au cercle annuel du soleil , les distances des planetes dans le système de Ptolémée déterminées par cette supposition , auront les mêmes proportions entre elles que dans les systèmes de Copernic & de Tycho ; & ces trois hypothèses seront équivalentes , même dans la proportion des distances. Sans les hypothèses astronomiques , continue M. Cassini , nous ne pouvons pas avoir les proportions des distances des planetes au-dessus de la lune, parce qu'il n'y a que Mars & Vénus dont la parallaxe soit immédiatement perceptible , & encore avec beaucoup de peine & d'incertitude ; c'est pourquoi ces proportions n'ont pas plus de certitude que ces hypothèses. Mais il n'y a pas
un Astronome

un Astronome aujourd'hui qui doute de ce qui est commun au système de Copernic & de Tycho, & par conséquent aussi à celui de Ptolémée réformé & déterminé par l'hypothèse de l'égalité entre les épicycles des planetes supérieures, ou les excentriques des planetes inférieures, & le cercle annuel que le soleil décrit.

826. C'est ainsi que M. Cassini trouvoit dans le système de Copernic, d'ailleurs établi & démontré, de quoi suppléer aux incertitudes que laissoit le système de Ptolémée sur les distances des planetes; mais en faisant cette addition au système de Ptolémée, on n'y ajoute pas un degré de vraisemblance, puisqu'on n'a pu lui faire cette addition que par des raisons tirées du système de Copernic qui anéantit cette hypothèse.

827. On voit par-là comment il est prouvé que les étoiles nouvelles de 1572 & de 1604 étoient placées beaucoup au-delà du système solaire (527, 528); en effet, dans l'espace de trois mois que la terre met à aller de *K* en *L*, (*Fig.* 57.), la parallaxe annuelle *SFL* qui pour Sa- *Fig.* 57.turne alloit à $5^{\circ} \frac{1}{4}$, & qui n'a pas été d'une minute pour ces étoiles, prouve qu'elles étoient 345 fois au moins plus éloignées de nous que Saturne.

DES STATIONS ET RÉTROGRADATIONS DES PLANETES.

828. Nous venons enfin à ce phénomène si singulier, autrefois si difficile à expliquer, & dont la difficulté même a produit la découverte du système de Copernic; il seroit bien inutile de nous arrêter à l'explication des Anciens qui surchargeoient les excentriques d'épicycles, pour représenter toutes les inégalités qu'ils découvroient: on va voir que ce phénomène est si naturel & si simple dans le système de Copernic, qu'il exclut toute autre explication. Nous donnerons seulement une idée de l'hypothèse des Anciens, (839).

Les planetes inférieures, Mercure & Vénus, tournent autour du soleil en moins de temps que la terre; dès-lors

Fig. 58.

elles doivent paroître directes dans leurs conjonctions supérieures, & rétrogrades dans leurs conjonctions inférieures. Soit ABT l'orbite de la terre, (Fig. 58.), & $PEMR$ l'orbite de Vénus, ou de Mercure; lorsque la terre est en T , & que Vénus se trouve en P dans sa conjonction supérieure, c'est-à-dire, au-delà du soleil, elle paroît aller, comme elle va réellement, d'occident en orient, c'est-à-dire, vers la gauche, de A vers B ; mais si la terre étant en T , Vénus se trouve en M dans sa conjonction inférieure, elle nous paroîtra aller à droite, parce qu'elle va de M en R plus vite que la terre ne va de T en C ; ainsi Vénus sera rétrograde, en apparence, dans sa conjonction inférieure; car, quoiqu'elle aille véritablement du même sens que lorsqu'elle étoit en P , elle va par rapport à nous en sens contraire; elle avançoit vers la gauche de P en E dans le premier cas, & dans le second elle semble retourner vers la droite de E en M contre l'ordre des signes.

Vénus rétrograde dans ses conjonctions inférieures.

Vénus stationnaire.

829. Entre le mouvement direct & le mouvement rétrograde il y a nécessairement un instant de repos; un temps où la planète paroît *stationnaire*; elle cesse alors d'être directe, elle est prête à être rétrograde; mais elle n'est ni l'un ni l'autre, elle est dans le point de réunion où se touchent les arcs de direction & de rétrogradation; & c'est ce point qu'il faut déterminer.

Si la terre étoit fixe en T , Vénus nous paroîtroit stationnaire lorsqu'elle seroit sur la tangente TE menée de la terre à l'orbite de la planète; car il y a dans ce point E un petit arc de l'orbite qui se réunit & se confond avec la tangente TE , & tandis que la planète parcourt ce petit arc de son orbite, elle est pour nous sur la même ligne, sur le même rayon, & répond au même point du ciel, si l'on suppose la terre fixe en T .

Fig. 59.

830. Dans l'état actuel des choses la terre ayant un mouvement de T en C , cela suffit pour que la planète paroisse en avoir un en sens contraire & vers la gauche, quoiqu'elle soit sur la tangente TE ; mais quelque temps après il arrivera que le mouvement ED (Fig. 59.) de la planète, & le mouvement GF de la terre pendant le même temps,

feront tels que les rayons visuels GE, FD seront paralleles entre eux , alors la planeté nous paroîtra pendant tout ce temps-là répondre au même point de l'écliptique, elle nous paroîtra stationaire; car on a vû (790) que toutes les lignes droites paralleles tirées de notre œil dans le ciel , sont pour nous comme une seule & même ligne dirigée à une même longitude , ou à un même lieu du ciel.

Pour déterminer la quantité de la direction & de la rétrogradation des planetes , il s'agit principalement de connoître le point & le moment où elles sont stationaires ; ce problême est difficile , parce qu'il dépend des inégalités de la planetes & de la terre ; en supposant les orbites concentriques & circulaires , nous y parviendrons facilement au moyen des propositions suivantes ; mais si l'on vouloit y avoir égard à l'excentricité de la planetes & à celle de la terre , on tomberoit dans une complication de calculs, trop longue pour une question d'ailleurs peu intéressante.

Il s'agit sur-tout du point de station.

83 I. *Au moment où une planetes nous paroît stationaire , les changemens horaires des angles à la planetes & à la terre sont en raison inverse des temps périodiques , les orbites étant supposées concentriques.*

DÉMONSTRATION. Je suppose que la planetes a été de E en D , (*Fig. 59.*) , tandis que la terre a été de G en F , l'angle ESD étant le mouvement horaire de la planetes , & l'angle GSF celui de la terre ; ces mouvemens simultanés sont en raison inverse des temps périodiques de la planetes & de la terre , puisque le mouvement est d'autant plus considérable , que la planetes emploie moins de temps à faire sa révolution : l'angle à la terre SFD dans le second instant est égal à l'angle SGE du premier instant moins l'angle FSG du mouvement horaire de la terre , car l'angle SHD est égal à l'angle SGE , & l'angle SHD est égal à la somme des angles internes SFH & FSH ; donc l'angle à la terre F dans le second instant est égal à l'angle à la terre G du premier instant moins le mouvement horaire de la terre ; de même le second angle à la planetes SDf est égal au premier angle à la planetes SEG plus le mouvement horaire ESD de la planetes ; car l'angle externe SKG est égal aux

Fig. 59.

deux internes ESK , & SLD qui est le même que SEK . Ainsi le changement horaire de l'angle à la planète E , c'est-à-dire, de la parallaxe annuelle, est au changement horaire de l'angle à la terre G , ou de l'angle d'élongation, comme le mouvement horaire héliocentrique ESD de la planète est au mouvement horaire FSG de la terre, ou comme le temps périodique de la terre est au temps périodique de la planète. $C. Q. F. D.$

832. *Au moment où une planète est stationnaire, le cosinus de l'élongation est au cosinus de la parallaxe, comme le temps périodique de la terre multiplié par la distance de la planète au soleil, est au temps périodique de la planète multiplié par la distance de la terre.*

DÉMONSTRATION. On verra dans la Trigonométrie que si deux angles ont leurs sinus dans un rapport constant, leurs cosinus seront entre eux en raison composée de la directe des sinus, & de la raison inverse des changemens horaires des deux angles; or dans le triangle SEG , (*Fig. 59.*), les orbes étant concentriques, les sinus des angles G & E sont entre eux dans le rapport constant des distances SE & SG de la planète & de la terre au centre du soleil; donc leurs cosinus seront entre eux en raison composée des sinus des angles G & E , ou des distances SE & SG de la planète & de la terre au soleil, & des changemens horaires de E & de G , c'est-à-dire, des temps périodiques de la terre G & de la planète E (831); donc ces cosinus sont comme le temps périodique de la terre multiplié par la distance de la planète au soleil, est au temps périodique de la planète multiplié par la distance de la terre.

Trouver le point stationnaire.

833. CONSTRUCTION. Pour trouver le point où doit arriver la station d'une planète inférieure, on fera cette proportion; la durée de l'année est à celle de la période d'une planète, comme la distance SR de la planète (*Fig. 60.*) est à une quatrième proportionnelle SM ; sur la partie restante MF on décrira un demi-cercle MNF , & il coupera l'orbite FN de la planète en un point N qui fera celui de la station; c'est-à-dire, que l'angle SFN sera l'élongation de la planète au moment où elle cessera d'être rétrograde pour devenir directe.

DÉMONSTRATION. Ayant tiré les droites SN & FN , on prolongera FN , & l'on tirera SO parallele à MN , on aura par la Trigonométrie ordinaire $FS : FO :: R : \text{cof. } F$ & $NO : SN :: \text{cof. } N : R$; multipliant ces deux proportions terme à terme, on aura $FS.NO : FO.SN :: \text{cof. } N : \text{cof. } F$; mais $NO : FO :: SM : SF$, ou comme la période de la planete est à celle de la terre; donc $\text{cof. } N$ est à $\text{cof. } F$, comme la distance de la terre multipliée par la période de la planete, est à la distance de la planete multipliée par la période de la terre; donc c'est le cas où la planete doit paroître stationnaire, suivant la démonstration de l'art. 832.

834. La construction que nous venons de donner pour trouver le point stationnaire (833), suppose les orbes concentriques, mais si l'on faisoit entrer dans le calcul les diverses distances au soleil de la planete & de la terre & leurs différentes vîtesses, on ne trouveroit plus de méthode pour résoudre généralement & exactement ce problème; pour en venir à bout plus aisément dans ce cas-là, on suppose connue la position de la planete dans son orbite pour un tems donné, & l'on cherche la position que la terre devoit avoir dans la sienne, pour que la planete parût stationnaire dans le point donné de l'orbite de la planete. M. Halley en a donné la solution; M. Mayer, (J. C. Mayer, plus ancien que Tobie Mayer, dont j'ai parlé pag. 146 & ailleurs), en a donné une autre dans le second Volume des Mémoires de Pétersbourg: on peut consulter aussi les Institutions Astronomiques de M. le Monnier, pag. 588, & un Mémoire de M. Goudin, (chez Desaint & Saillant, 1761): mais ces solutions sont beaucoup moins commodes que les calculs indirects, & les fausses positions dont on pourroit se servir en employant les lieux des planetes pris dans les Ephémérides, ou dans les Tables Astronomiques: au reste, les Astronomes ne sont jamais dans le cas de chercher les temps des stations des planetes, & l'on n'en fait aucun usage dans la pratique, ce qui nous dispensera de rapporter les solutions de ce problème.

Si les durées des révolutions des planetes étoient proportionnelles à leurs distances, & qu'une planete cinq fois

plus éloignée du soleil que la terre, n'employât que cinq fois plus de temps à tourner autour du soleil, les points *M* & *R* (Fig. 60.) se confondroient, & les planetes seroient stationnaires dans le tems de leur conjonction inférieure, ou de leur opposition au soleil; mais suivant la fameuse loi de Kepler, qui sera expliquée dans le Livre suivant (892), le rapport des temps périodiques est toujours plus grand que celui des distances, une planete cinq fois plus éloignée du soleil, emploie à faire sa révolution douze fois plus de temps ou environ; ainsi le point *M* tombera toujours au-dedans du cercle intérieur *RN*, & le point *M* de la station sera toujours différent du point *R*, qui est celui de la sizigie.

Station des
Planetes supé-
rieures.

835. Les planetes supérieures sont par rapport à la terre, comme la terre par rapport aux planetes inférieures, dont nous avons parlé jusqu'ici; quand la terre paroît stationnaire pour une des trois planetes, Mars, Jupiter ou Saturne, cette planete est stationnaire pour nous, puisque les rayons visuels *EG*, *DF* (Fig. 59.), sont communs aux deux planetes, ou aux deux Observateurs qui sont supposés se considérer réciproquement. Ainsi le point stationnaire se détermine par une même construction pour les planetes supérieures, en supposant que *EN* (Fig. 60.), est l'orbite de la terre, & *GF* celle de la planete supérieure.

Lorsque la terre vûe du centre de Jupiter, paroît en conjonction inférieure avec le soleil, & qu'elle est rétrograde (828), Jupiter est pour nous en opposition, & ne peut manquer de paroître aussi rétrograde; en effet, une planete est directe pour nous lorsque notre mouvement conspire avec le sien pour la faire paroître aller du même sens où elle va réellement; elle paroît rétrograde quand ces mouvemens se contrarient, de maniere que la planete paroisse aller dans un autre sens que celui où elle va: or, quand la planete inférieure *M* allant de *M* en *R* (Fig. 58.), paroît rétrograde, la terre *T* qui va aussi de *T* en *C*, mais plus lentement, reste en arriere par rapport à la planete *M*, & dès lors elle lui paroît retourner sur ses pas, au lieu d'aller par un mouvement direct; c'est ainsi que la planete

supérieure T paroît à la planete inférieure M être rétrograde dans ses oppositions, c'est-à-dire, quand la planete supérieure est à l'opposite du soleil S .

Supposons que le cercle TtR (*Fig. 61.*) représente l'orbite de la terre, & MmP celle de Mars, dont le rayon a seulement une moitié de plus que celui de la terre, tandis que le mouvement horaire Tt de la terre est presque double du mouvement Mm de Mars, pris angulairement en minutes & secondes, & vû du soleil S . Ayant tiré une ligne tn parallele à TM , on voit qu'il faudroit que Mars eût décrit l'arc Mn pour paroître stationaire, pendant que la terre a décrit Tt , & qu'il en eût décrit davantage pour paroître avoir avancé à gauche ou vers l'orient, comme il avance réellement; mais comme son mouvement Mm est évidemment plus petit que Mn , il restera en arriere, & la terre arrivée en t , au lieu de voir Mars à la gauche ou à l'orient de la ligne, le verra à la droite ou à l'occident; ainsi Mars nous paroîtra avoir rétrogradé; & il en est de même de toutes les planetes supérieures lorsqu'elles sont en opposition.

Les Planetes
supérieures rétrogrades en
opposition.

Fig. 61.

Mais lorsque le mouvement de la terre sera devenu assez oblique pour que le mouvement Rr de la terre & le mouvement Pp de Mars, quoiqu'inégaux, soient compris entre les paralleles PR & pr , alors Mars paroîtra stationaire (790), & quand l'arc Vu deviendra encore plus oblique, l'arc Xx de l'orbite reparoîtra dans sa direction naturelle, le rayon xu étant, comme on le voit, dirigé vers un point du ciel plus oriental & plus éloigné vers la gauche que le rayon VX ; ainsi Mars se retrouve direct, & son mouvement n'est plus alors détruit par celui de la terre.

Comme les inégalités des planetes & de la terre rendent fort inégales les durées des rétrogradations, ou les intervalles de temps entre une station & la suivante, l'on ne peut le sçavoir exactement qu'en consultant les Ephémérides où les longitudes des planetes sont calculées de jour en jour: voici seulement les durées moyennes des rétrogradations selon Ptolémée (*Liv. XII.*), rapportées par le P. Riccioli, (*Almag. T. I. pag. 647.*).

Durée des Rétrogradations à chaque révolution synodique.

MERCURE,	21 ^j	0 ^h	ou	22 ^j	12 ^h
VÉNUS,	40	16		43	0
MARS,	64	12		80	0
JUPITER,	118	0		122	12
SATURNE,	136	0		140	16

Ces rétrogradations ont lieu, aussi bien que le mouvement direct & les deux stations, à chaque révolution synodique, c'est-à-dire, dans l'intervalle qu'il y a entre une conjonction de la planète au soleil & la conjonction suivante ; ce n'est pas à la durée de la révolution proprement dite, & au mouvement de la planète, que ces inégalités sont attachées ; c'est à la différence des mouvemens de la planète & de la terre, c'est à ses retours au soleil, ou à la ligne *SMRF*, (*Fig. 60.*), qui est la ligne des sizigies.

Si de la durée de la révolution synodique moyenne d'une planète (836), on ôte la durée de sa rétrogradation tirée de la Table précédente, on aura le temps où elle paroît directe ; car le temps de sa station est fort court, ce n'est, pour ainsi dire, que l'instant où le mouvement direct ayant diminué de plus en plus, est enfin nul, avant de devenir rétrograde.

Hypothèse
des Anciens.

Fig. 62.

836. Pour que le Lecteur puisse comparer la simplicité du système de Copernic avec l'absurde complication du système de Ptolémée, nous allons rapporter l'explication de la seconde inégalité des planetes, ou de la parallaxe du grand orbe selon Ptolémée, au moyen de l'épicycle porté sur un excentrique. Soit *A* (*Fig. 62.*) ; le centre de la terre qui est aussi le centre du monde, *D* le centre de l'excentrique, ou de l'orbite de la planète *FKMLF*, on l'appelle aussi *Défèrent*, en Latin *deferens*, parce qu'il porte le centre de l'épicycle. Du point *F* qui est l'apogée, on décrit l'épicycle *GQ*.

On prend au-dessus du centre *D* une quantité *DE* égale à l'excentricité *AD*, & du point *E* on décrit un cercle *RKOLR* de même grandeur que l'excentrique, & on l'appelle

on l'appelle *Équant*, parce que le centre F de l'épicycle qui se meut sur le déférent $FKLM$, a cependant un mouvement égal autour du centre E de l'équant RKO ; car l'épicycle parcourt son déférent avec un mouvement inégal, & cette inégalité doit être telle qu'elle disparoisse par rapport au centre E de l'équant; & que les angles tels que FEI , formés par la ligne des absides & par la ligne menée au centre de l'épicycle, soient toujours égaux en temps égaux; en conséquence, Ptolémée appelle ce centre E point d'égalité; l'*anomalie vraie de l'excentrique* est l'angle BAI qui marque la vraie distance du centre de l'épicycle à la ligne des absides; l'*anomalie moyenne de l'excentrique*, qui dans les Tables Alphonsines est appelée *Centrum medium*, est le mouvement qu'auroit eu le centre de l'épicycle s'il s'étoit avancé uniformément le long du déférent; c'est aussi l'angle REI formé au centre de l'équant, puisque cet angle croît uniformément.

Chaque planete étant en conjonction avec le lieu moyen du soleil, est supposée partir du sommet, ou de l'apogée de son épicycle, par exemple, du point G , elle est supposée employer à parcourir cet épicycle tout le temps qui s'observe entre une conjonction moyenne & la suivante; Saturne, un an & 13 jours; Jupiter, un an & 34 jours; Mars, 2 ans & 59 jours; Vénus, un an & 219 jours; Mercure, 116 jours; tandis que les épicycles eux-mêmes parcourent le déférent, chacun pendant la durée de la révolution de chaque planete (120). A l'égard de la grandeur des épicycles, elle étoit arbitraire; on a vû ci-dessus (825), comment les Anciens la supposoient, & comment M. Casfini observe qu'ils auroient dû le faire.

Révolutions
synodiques des
Planetes.

Je ne parlerai pas des exceptions que ces règles éprouvoient, des suppositions qu'il falloit y ajouter pour expliquer le mouvement des absides; on trouveroit tout cela si l'on en étoit curieux, dans le premier Tome de l'Almageste du P. Riccioli, expliqué avec un détail immense & une extrême exactitude.

Copernic qui aimoit mieux les cercles concentriques que les excentriques, se servoit d'un premier épicycle pour la

premiere inégalité , & en faisant tourner le centre d'un second épicycle sur la circonférence du premier , il auroit pû exprimer la seconde inégalité ; mais on a vû avec quel succès il avoit rejetté celle-ci sur le mouvement de la terre.

Des Phases de Vénus & de Mercure , & de leurs plus grandes digressions.

837. GALILÉE regarda autrefois la découverte des phases de Vénus comme une des preuves les plus satisfaisantes qu'on pût donner du systême de Copernic , c'est pourquoi j'ai cru devoir en parler à la suite de ce systême.

Galilée observe les phases de Vénus.

Il est évident que si les planetes inférieures , Mercure & Vénus , tournent autour du soleil , elles doivent avoir des phases aussi bien que la lune , & paroître presque toujours ou entamées , ou en croissant , ainsi que la lune , avant & après les sizigies : la grande lumiere de Mercure & de Vénus empêchoit autrefois qu'on ne pût l'appercevoir ; la découverte des lunettes d'approche qui écartent les rayons étrangers , & rendent les objets plus terminés , fit voir à Galilée les phases de Vénus ; en 1610 Kepler s'en servit aussi bien que Galilée , pour prouver que Vénus tournoit autour du soleil , (*Epit. p. 536.*) : Marius observa aussi les mêmes phases dans Mercure , (*Ricc. Almag. I. pag. 484.*) , & plusieurs autres après lui.

Lorsque Vénus , après sa conjonction inférieure , brille le matin sous le nom de *Phosphore* * , ou le soir sous celui d'*Hesper* , on la voit même , avec les lunettes qui n'ont que deux pieds , en forme de croissant dont les cornes sont toujours opposées au soleil. Après avoir passé sa plus grande digression , elle tend à sa conjonction supérieure , & comme elle va alors par-delà le soleil , nous voyons plus de la moitié de son disque , elle paroît alors comme la lune en approchant de son plein : lorsque Vénus est dans la partie supérieure de son orbite , elle doit nous paroître pleine & ronde , mais il est difficile de l'appercevoir alors , à cause de son éloignement & de la trop grande lumiere du soleil , près

* *Φῶς* , *Lumen* , *φῆρα* , *porro*.

duquel elle est située ; cependant M. de la Hire a observé Vénus dans sa conjonction supérieure.

C'est dans les plus grandes digressions de Vénus & de Mercure au soleil , que ces planetes sont les plus dégagées des rayons de cet astre , & qu'on a le plus de facilité pour les observer , parce qu'on les voit alors assez éloignées du soleil , pour qu'elles soient sur l'horison long-temps après son coucher , ou avant son lever. Les plus grandes digressions , ou distances apparentes de Vénus au soleil, vont de $44^{\circ} 25'$ à $47^{\circ} 35'$, suivant les différentes positions de la terre ; & celles de Mercure sont entre $16^{\circ} 8'$ & $28^{\circ} 37'$, (Ptolémée , *Almag. XII. p. 9.*) : suivant Kepler , les plus grandes digressions de Vénus sont entre $45^{\circ} 00'$ & $47^{\circ} 48'$; celles de Mercure entre $17^{\circ} 33'$ & $28^{\circ} 31'$; la différence entre ces plus grandes digressions de Mercure en différens temps , vient de la grande inégalité de ses distances au soleil , qu'on verra dans le Livre suivant , lorsqu'il sera question de son excentricité (891) , cette excentricité étant les $\frac{2}{39}$ de sa distance moyenné au soleil, les distances aphélie & perihélie doivent être fort inégales.

Des plus grandes digressions de Vénus & de Mercure.

838. Il y a des temps où Vénus est si brillante qu'on la voit en plein jour à la vûe simple ; j'en ai été témoin en 1750, & tout Paris étoit alors dans l'étonnement : je trouve que la même chose arriva vers le 10 Juillet 1716, le peuple de Londres regardoit cela comme un prodige , au rapport de M. Halley ; ce fut à cette occasion que ce grand Astronome donna dans les Transactions Philosophiques , n°. 349 , la solution de ce problème : *Trouver la situation de Vénus par rapport à la terre, où la lumiere qu'elle nous renvoie est la plus grande.* Ce n'est pas dans ses plus grandes digressions , quoiqu'elle soit alors la plus dégagée des rayons du soleil , parce que Vénus est trop éloignée de la terre , c'est lorsque Vénus est environ à $39^{\circ} \frac{1}{2}$ du soleil , vers la moitié du temps qu'il y a entre les conjonctions inférieures & les plus grandes élongations , Vénus ayant environ le quart de son disque illuminé, de même que la lune cinq jours après sa conjonction ; Vénus passe alors au méridien $2^{\text{h}} 38'$ avant ou après le soleil.

Vénus visible de jour & à la vûe simple.

premiere inégalité , & en faisant tourner le centre d'un second épicycle sur la circonférence du premier , il auroit pû exprimer la seconde inégalité ; mais on a vû avec quel succès il avoit rejetté celle-ci sur le mouvement de la terre.

Des Phases de Vénus & de Mercure , & de leurs plus grandes digressions.

837. GALILÉE regarda autrefois la découverte des phases de Vénus comme une des preuves les plus satisfaisantes qu'on pût donner du systême de Copernic , c'est pourquoi j'ai cru devoir en parler à la suite de ce systême.

Galilée observe les phases de Vénus.

Il est évident que si les planetes inférieures , Mercure & Vénus , tournent autour du soleil , elles doivent avoir des phases aussi bien que la lune , & paroître presque toujours ou entamées , ou en croissant , ainsi que la lune , avant & après les sizigies : la grande lumiere de Mercure & de Vénus empêchoit autrefois qu'on ne pût l'appercevoir ; la découverte des lunettes d'approche qui écartent les rayons étrangers , & rendent les objets plus terminés , fit voir à Galilée les phases de Vénus ; en 1610 Kepler s'en servit aussi bien que Galilée , pour prouver que Vénus tournoit autour du soleil , (*Epit. p. 536.*) : Marius observa aussi les mêmes phases dans Mercure , (*Ricc. Almag. I. pag. 484.*) , & plusieurs autres après lui.

Lorsque Vénus , après sa conjonction inférieure , brille le matin sous le nom de *Phosphore* * , ou le soir sous celui d'*Hesper* , on la voit même , avec les lunettes qui n'ont que deux pieds , en forme de croissant dont les cornes sont toujours opposées au soleil. Après avoir passé sa plus grande digression , elle tend à sa conjonction supérieure , & comme elle va alors par-delà le soleil , nous voyons plus de la moitié de son disque , elle paroît alors comme la lune en approchant de son plein : lorsque Vénus est dans la partie supérieure de son orbite , elle doit nous paroître pleine & ronde , mais il est difficile de l'appercevoir alors , à cause de son éloignement & de la trop grande lumiere du soleil , près

* Φωσ , Lumen , φέρω , porto.

duquel elle est située ; cependant M. de la Hire a observé Vénus dans sa conjonction supérieure.

C'est dans les plus grandes digressions de Vénus & de Mercure au soleil , que ces planetes sont les plus dégagées des rayons de cet astre , & qu'on a le plus de facilité pour les observer , parce qu'on les voit alors assez éloignées du soleil , pour qu'elles soient sur l'horison long-temps après son coucher , ou avant son lever. Les plus grandes digressions , ou distances apparentes de Vénus au soleil, vont de $44^{\circ} 25'$ à $47^{\circ} 35'$, suivant les différentes positions de la terre ; & celles de Mercure sont entre $16^{\circ} 8'$ & $28^{\circ} 37'$, (Ptolémée , *Almag. XII. p. 9.*) : suivant Kepler , les plus grandes digressions de Vénus sont entre $45^{\circ} 00'$ & $47^{\circ} 48'$; celles de Mercure entre $17^{\circ} 33'$ & $28^{\circ} 31'$; la différence entre ces plus grandes digressions de Mercure en différens temps , vient de la grande inégalité de ses distances au soleil , qu'on verra dans le Livre suivant , lorsqu'il sera question de son excentricité (891) , cette excentricité étant les $\frac{9}{39}$ de sa distance moyenné au soleil, les distances aphélie & perihélie doivent être fort inégales.

Des plus grandes digressions de Vénus & de Mercure.

838. Il y a des temps où Vénus est si brillante qu'on la voit en plein jour à la vûe simple ; j'en ai été témoin en 1750, & tout Paris étoit alors dans l'étonnement : je trouve que la même chose arriva vers le 10 Juillet 1716, le peuple de Londres regardoit cela comme un prodige , au rapport de M. Halley ; ce fut à cette occasion que ce grand Astronome donna dans les Transactions Philosophiques , n°. 349 , la solution de ce problème : *Trouver la situation de Vénus par rapport à la terre, où la lumiere qu'elle nous renvoie est la plus grande.* Ce n'est pas dans ses plus grandes digressions , quoiqu'elle soit alors la plus dégagée des rayons du soleil , parce que Vénus est trop éloignée de la terre , c'est lorsque Vénus est environ à $39^{\circ} \frac{1}{2}$ du soleil , vers la moitié du temps qu'il y a entre les conjonctions inférieures & les plus grandes élongations , Vénus ayant environ le quart de son disque illuminé, de même que la lune cinq jours après sa conjonction ; Vénus passe alors au méridien $2^h 38'$ avant ou après le soleil.

Vénus visible de jour & à la vûe simple.

Fig. 63. Pour suivre la solution de M. Halley, appellons m la distance ST du soleil à la terre, (*Fig. 63.*), n la distance SE ou SV de Vénus au soleil, x la distance TV de la terre au soleil que nous cherchons. Pour connoître la position de Vénus au temps de son plus grand éclat, ou la distance TV , M. Halley suppose comme une propriété de tous les triangles rectilignes, que $4nx$ est à $(n+x)^2 - m^2$, comme le diamètre est au sinus verse de l'angle extérieur formé en V , ou que $4SV \cdot TV : (SV + TV)^2 - ST^2 :: 2R : \sin. \text{verse } V$, &c.

Ce théorème, dit-il, qui peut être d'un grand usage, se peut aisément démontrer par la 12^e & 13^e proposition du II^e. Livre d'Euclide; mais on verra dans le VII^e. Livre, à l'occasion des phases de la lune, (1087) que la partie éclairée & visible du disque d'une planète est au disque entier, comme le diamètre d'un cercle est au sinus verse de l'angle V à la planète; donc aussi $4nx$ est à $(n+x)^2 - m^2$, comme la surface entière est à la partie visible & éclairée. La surface totale apparente de Vénus est nécessairement en raison inverse du carré de sa distance, ou comme $\frac{1}{x^2}$, puisque les diamètres sont en raison inverse de la distance, & que les surfaces sont comme les carrés des diamètres: donc $4nx : (n+x)^2 - m^2 :: \frac{1}{x^2} : \text{partie éclairée}$; donc cette partie sera proportionnelle à $\frac{nn + 2nx + xx - mm}{4nx^3}$.

Dans le cas où la lumière de Vénus sera la plus grande, la différentielle de l'expression précédente sera égale à zéro, suivant les principes du Calcul différentiel qui seront expliqués dans le XXI^e. Livre, c'est-à-dire, qu'on aura $\frac{(1ndx + 2xdx)4nx^3 - 12nx^2dx(nn + 2nx + xx - mm)}{16n^2x^6} = 0$: l'on en conclut, en multipliant par $16n^2x^6$, & divisant par $4nx^2dx$, que $2nx + 2xx = 3nn + 6nx + 3xx - 3mm$, & $x = \sqrt{3mm + nn - 2n}$; d'où M. Halley tire la construction suivante:

Fig. 63. Du centre S (*Fig. 63.*), & du rayon $ST = m$, décrivez le demi-cercle TDA , & avec le rayon $SE = n$ le demi-

cercle EVB ; le premier représentera l'orbite de la terre ; le second , l'orbite de Vénus ; prenez la corde $AD = ST$, prenez $DF = SE$, joignez la ligne TF , & prenez $FG = BE = 2n$; du centre T avec le rayon TG , décrivez un arc GV qui coupera en V l'orbite de Vénus au point cherché ; alors TV sera égale à x , & l'angle $VT S$ égal à l'élongation de Vénus dans le temps où sa partie éclairée nous paroît la plus grande.

De-là il est aisé de conclure que si Vénus & la terre sont alors à leurs distances moyennes du soleil , la distance de Vénus à la terre fera $\frac{4\frac{1}{2}}{7\frac{1}{2}}$ de celle du soleil ; ainsi le diamètre de Vénus qui nous paroïsoit de $58''$, lorsque cette planète étoit sur le soleil, ne sera que d'environ $39''$, & la partie éclairée de $10''$ seulement : ces $10''$ ne laissent pas de répandre une lumière plus grande que toutes les étoiles fixes, & assez considérable pour rendre des ombres très-sensibles.

Il y a aussi des positions plus ou moins favorables à ce grand éclat de Vénus, qui dépendent des distances de Vénus & de la terre par rapport au soleil ; comme il est aisé de conclure de l'expression que nous avons donnée pour la partie éclairée du disque de Vénus. Si Vénus est périhélie, & la terre aphélie, Vénus sera plus éloignée de nous ; son élongation ne sera que de $39^{\circ} 6'$ au temps de sa plus grande lumière, au lieu de $39^{\circ} 43'$ que l'on trouve pour le cas des distances moyennes de Vénus & de la terre, & sa lumière pour lors sera plus petite d'un dixième. C'est le contraire si Vénus est aphélie & la terre périhélie ; son élongation sera de $40^{\circ} 22'$, & sa lumière $\frac{1\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}}$ de celle qui avoit lieu dans les distances moyennes. Voyez la Table que j'en ai donnée dans mon *Exposition du Calcul Astron.* p. 64.

Il y auroit peut-être encore une circonstance à faire entrer dans le calcul, ce seroit l'élongation même que l'on cherche, qui donne plus de facilité pour voir une planète, à raison de ce qu'elle est plus dégagée des rayons solaires qui absorbent & éteignent la lumière des planètes ; mais il me suffit d'avoir rapporté la méthode de M. Halley, & les temps où l'observation prouve que Vénus est visible de jour, même à la vûe simple : ce qui doit arriver de même, au moins

tous les 8 ans, puisque Vénus revient alors à pareille situation par rapport à la terre (839).

Du retour des Planetes à mêmes situations par rapport à la Terre.

839. LA situation apparente d'une planete vûe de la terre, dépend non-seulement du lieu où elle se trouve, mais encore de celui de la terre, puisqu'en vertu de la parallaxe annuelle une planete située en un seul & même lieu, peut paroître plus orientale, si la terre est plus occidentale; elle peut même paroître dans un lieu totalement opposé. Ainsi pour qu'une planete soit pour nous à la même longitude où elle s'est trouvée une fois, il faut que cette planete & la terre soient revenues l'une & l'autre au même point de leur orbite, c'est-à-dire, à la même longitude & à la même distance du soleil; alors la longitude & la latitude, vûes de la terre, aussi bien que le passage au méridien, le lever & le coucher de la planete se retrouvent les mêmes qu'auparavant, & recommencent dans le même ordre.

S'il étoit facile de trouver pour les planetes de semblables périodes, le travail de ceux qui calculent les Ephémérides & la connoissance des Mouvemens célestes, seroit fort diminué à cet égard; mais ces périodes sont ou fort longues, ou fort imparfaites; en voici un essai.

Pour connoître le temps après lequel la terre & une autre planete seront revenues au même point du ciel, il faut trouver dans les Tables de leurs moyens movemens une somme d'années, qui fasse aussi pour la planete une somme de révolutions, à peu de choses près.

Mercur. MERCURE dans l'espace de 13 ans & 3 jours, fait le nombre complet de 54 révolutions, & seulement 2° 55' de plus; la terre fait de son côté 13 révolutions & 2° 49' de plus; enforte qu'après 13 ans & 3 jours Mercure doit se retrouver presque à la même place par rapport à la terre: ce sera seulement 13 ans & 2 jours, s'il se trouve 4 biffex-tiles dans les 13 années; ainsi le 1^r Janvier 1748 & le 3 Janvier 1761, Mercure a dû passer au méridien à la même

heure, (10^h 21' du matin), & le calcul qui en est extrêmement long, se trouve par-là vérifié. Les périodes de 79 & de 533 ans pourroient aussi s'employer au même usage, si elles n'étoient d'une trop grande longueur.

VÉNUS après un espace de 8 ans, se trouve à 1° 32' seulement du lieu où elle étoit, & la terre se trouve au même point, en sorte que la situation apparente de Vénus approche beaucoup d'être la même, c'est pourquoi j'ai dit ci-dessus que son plus grand éclat devoit revenir tous les 8 ans.

Vénus.

MARS en 15 ans & 18 jours se trouve avoir fait 11^s 11° 26', & la terre 11^s 11° 38', ainsi sa situation apparente est à peu près pareille. En 79 ans moins 3 jours, Mars fait 11^s 28° 35', & la terre 11^s 28° 17'; ainsi cet espace de temps les ramene encore à peu près à la même situation.

Mars.

JUPITER en 83 ans est plus avancé de 7' seulement, & la terre moins avancée de 6', en sorte que cette période est une des plus exactes qu'on puisse avoir en un nombre complet d'années. Celle de 12 ans & 5 jours approche encore beaucoup de cette exactitude.

Jupiter.

SATURNE en 59 ans & 2 jours change de 1° 54', & la terre de 1° 41'; par ce moyen Saturne & la terre se retrouvent à la même anomalie, à la même distance du soleil, & à la même distance entre eux, tout cela à quelques minutes près; cette période est fort propre à faire retrouver presque sans calcul les positions de Saturne.

Saturne.

Le 29 Septembre 1702 Saturne étoit en opposition à 8^h du soir avec 0° 6° de longitude, comme on le verra dans les observations rapportées à la fin du VI^e. Livre; le 31 Septembre 1761 il s'est retrouvé en opposition ayant 1° 56' de longitude, de plus qu'en 1702, & seulement 2' de plus en latitude. La différence des latitudes n'est pas plus grande, si nous prenons pour exemple des oppositions arrivées aux environs des nœuds; par exemple, celles du 15 Juillet 1696 avec celle du 18 Juillet 1755; car dans celle-ci la latitude est seulement de deux minutes & demie plus grande qu'en 1696. On remarquera seulement dans cette dernière comparaison que l'intervalle est 59 ans 3 jours, parce que l'année 1700 a été plus courte qu'à l'ordinaire, à cause du

retranchement d'une bissextile dans certaines années séculaires, dont on verra la cause dans le Calendrier, Liv. VIII, art. 1297.

Pour ce qui concerne les retours de Mercure & de Vénus à leurs conjonctions & à leurs nœuds, nous en parlerons dans le XI^e. Livre à l'occasion de leurs passages sur le soleil.



LIVRE SIXIEME.

DES LOIX DU MOUVEMENT
des six Planetes principales vûes du Soleil,
& de leurs élémens ; c'est-à-dire, de la figure
& de la situation de leurs orbites.

840. P UISQUE les planetes tournent autour du soleil (753), c'est au centre du soleil qu'un Observateur doit s'imaginer être placé pour voir les mouvemens les plus uniformes, pour en connoître les circonstances & les mesures ; c'est pour cela que M. de la Caille en commençant ses leçons élémentaires d'Astronomie, suppose d'abord que son Observateur soit placé précisément au centre du soleil, pour considérer de-là le mouvement régulier des planetes & des cometes parmi les étoiles toujours fixes & immobiles ; il passe aussi-tôt à la recherche des loix des mouvemens planétaires, & d'une hypothèse physique propre à les expliquer : pour moi j'ai mieux aimé considérer l'Astronomie dans ses premiers élémens, suivre les progrès lents & successifs de ceux qui l'ont perfectionnée, & ne parler des planetes vûes du soleil, qu'après avoir démontré que c'est de-là qu'on peut les voir.

841. Pour déterminer les mouvemens vûs du soleil, il falloit un moyen d'avoir la longitude d'une planete, telle qu'on l'observeroit vûe du soleil ; c'est ce qu'on a trouvé dans les *oppositions* des planetes supérieures, Mars, Jupiter & Saturne, & dans les *conjonctions inférieures* de Venus & de Mercure ; en effet, quand une planete est opposée au soleil, le lieu de l'écliptique où elle répond, est sur une même ligne droite avec le soleil & la terre ; ainsi le lieu de la planete vû du soleil, ou vû de la terre, est absolument le même : si la terre est en *N* (Fig. 56.), & la planete en *A* opposée au soleil, le point du ciel où aboutit

Utilité des
oppositions & des
conjonctions.

Fig. 56.

la ligne *SNA*, marque le lieu héliocentrique, aussi bien que le lieu géocentrique de la planète *A*.

842. Aussi les Astronomes ont-ils soin d'observer assiduellement les oppositions des planètes, comme les circonstances les plus essentielles de leurs mouvemens, parce qu'alors l'observation faite sur la terre, tient lieu d'une observation faite dans le soleil, & sert à reconnoître l'orbite que la planète décrit autour du soleil. C'est avec des longitudes héliocentriques que nous allons déterminer les élémens des orbites planétaires, les circonstances & les inégalités de leurs mouvemens : on trouvera dans le XXIV^e. Livre la maniere de calculer une opposition par le moyen des observations d'une planète ; & nous rapporterons à la fin de ce Livre les oppositions ou les conjonctions observées le plus exactement jusqu'ici, & qui sont les plus propres à déterminer les élémens des orbites planétaires. Nous déterminerons d'abord le moyen mouvement, c'est le plus essentiel de tous les élémens d'une planète ; & nous parlerons ensuite successivement des excentricités, des distances, des aphélies, des nœuds, des inclinaisons & des diamètres de chacune des six planètes principales.

*DU MOYEN MOUVEMENT DES PLANETES;
ET DE LA DURÉE DE LEURS RÉVOLUTIONS.*

843. C'EST par la comparaison des observations les plus éloignées avec les plus récentes, que l'on peut déterminer les moyens mouvemens des planètes & les durées de leurs révolutions (587) ; ces comparaisons ont été faites dans le plus grand détail par M. Cassini dans ses *Elémens d'Astronomie*, imprimés à Paris en 1740 ; il a rapporté toutes les anciennes observations, il les a réduites, calculées & discutées ; nous nous contenterons ici de donner une idée de la méthode, & d'en faire connoître les résultats. La durée de la révolution de la terre a été déjà déterminée dans le IV^e. Livre (588) ; ainsi nous passerons aux autres planètes.

844. Nous commencerons par la planète la plus proche

du soleil , celle dont les moyens mouvemens sont les plus difficiles à déterminer , c'est-à-dire , MERCURE. Nous ne trouvons dans les Anciens aucune observation qui puisse servir à ce calcul. Avant l'année 1631 Mercure n'avoit point été vû en conjonction , & par conséquent l'on n'avoit pu faire aucune observation , d'où nous puissions tirer immédiatement le lieu de Mercure vû du soleil. On n'observoit autrefois que l'élongation de Mercure au soleil, mais pour en conclure l'angle de commutation , ou l'angle au soleil, il auroit fallu connoître la distance de Mercure au soleil (820), ou sa parallaxe annuelle au temps des anciennes observations , ce qui n'est pas possible. Ainsi nous nous contenterons de l'observation du passage de Mercure sur le soleil arrivé le 7 Novembre 1631. M. Cassini trouve qu'à 7^h 50' du matin le vrai lieu de Mercure étoit à 1^s 14° 41' 35", suivant l'observation ; on peut comparer ce passage avec celui de 1723 , suivant lequel Mercure avoit le 9 Novembre à 5^h 29' du soir , 1^s 16° 47' 20" de longitude. L'intervalle est de 92 années , dont 22 sont bissextiles plus 21 9^h 39' , pendant lesquels Mercure a achevé 382 révolutions entieres plus 2° 5' 45" ; ainsi l'on fera cette proportion : 92 années communes 241 9^h 49' sont à 382 fois 360° plus 2° 5' 45" , comme 365 jours sont à la quantité du mouvement annuel de Mercure , qui se trouve par-là être 1493° 13' 14" 39''' , qui sont quatre révolutions entieres de 360 deg. plus 1^s 23° 43' 11" 39''' , & le mouvement diurne 4° 5' 32" 34''' 47'''' ; d'où l'on peut conclure encore , par une simple règle de trois, la durée de la révolution moyenne de 871 23^h 59' 14". On trouve aussi le même résultat en comparant le passage de Mercure arrivé en 1631 , avec celui du 11 Nov. 1736 , qui en differe de 105 années & 4 jours. Voyez M. Cassini , *Elemens d'Astronomie* , p. 607. Voyez encore ci-après le XI^e. Livre où il sera parlé des passages de Mercure & de Vénus sur le soleil.

Révolution de Mercure.

845. Les Anciens qui manquoient de ces observations importantes des passages de Mercure sur le soleil , pour déterminer les mouvemens de cette planete, étoient fort peu avancés dans sa théorie ; le lieu de cette planete conclu de

Difficulté de la théorie de Mercure.

l'observation de 1631, différoit de $4^{\circ} 25'$ de celui qui résulte des Tables de Ptolémée, de 5° des Tables Prussiennes, de $7^{\circ} 13'$ des Danoises, de $1^{\circ} 21'$ des Tables de Lansberge, & de $14' 24''$ des Tables Rudolphines de Kepler; la précision de celles-ci étoit même plus grande que Kepler ne l'avoit espéré; car dans l'explication qui est au commencement de ses Ephémérides de 1717, pag. 15. il n'ose assurer que son calcul puisse représenter le lieu de Mercure dans les conjonctions avec une précision de plus d'un jour; or dans les 24 heures le lieu de Mercure vû du soleil peut varier de 5 deg., & son lieu vû de la terre de $1^{\circ} 20'$. On a vû même dans le passage de Mercure observé en 1753, que les Tables de M. Halley s'écartoient d'une demi-heure du tems de la conjonction observée, & dans toutes les autres Tables l'erreur étoit encore plus grande.

Aucune planète, dit le P. Riccioli, (*T. I. p. 563.*) n'a des mouvemens si compliqués; le Mercure céleste est aussi impénétrable pour les Astronomes, que le Mercure terrestre pour les Alchymistes: nous verrons une difficulté encore plus grande (936, 984), lorsqu'il s'agira de déterminer l'excentricité & l'aphélie de Mercure.

846. On trouve dans l'Almageste de Ptolémée, (*L. X. chap. 4.*) une observation de VÉNUS faite le 12 Oct. 271 ans avant J. C. à 2 heures du matin; Vénus éclipsa exactement l'étoile η de troisième grandeur, qui est la précédente à l'aîle australe de la Vierge. On a encore trois observations de Théon & six de Ptolémée, faites dans le second siècle, mais dont plusieurs sont défectueuses; d'ailleurs ces observations pour être réduites au soleil, exigent des suppositions qui diminueroient la certitude des résultats; c'est pourquoi M. Cassini a mieux aimé employer à la recherche de la révolution & des moyens mouvemens de Vénus, les observations faites vers la fin du seizième siècle & au commencement du dix-septième, qui sont rapportées par Bouillaud dans son *Astronomie Philolaïque*, & dont il s'étoit déjà servi pour établir les élémens de la théorie de cette planète, elles sont de *Justus Byrgius* & de Tycho, (*Voy. M. Cassini, pag. 549.*). Ces observations donnent

la révolution moyenne de Vénus de $224^{\text{h}} 16^{\text{m}} 39' 4''$, & le mouvement annuel de $7^{\text{s}} 14^{\circ} 47' 45'' 0'''$, outre le cercle entier. Révolution de Vénus.

847. Les observations de Vénus faites dans ses conjonctions inférieures, lorsqu'ayant assez de latitude elle peut s'apercevoir à midi même, dans le méridien, sont beaucoup plus recherchées, & plus propres à déterminer les mouvemens de cette planete. M. Cassini en rapporte 24 dans ses Elémens d'Astronomie, pag. 561. qui ont été observées à Paris depuis 1689 jusqu'en 1737: l'on en a observé plusieurs autres depuis l'année 1737. La plupart s'accordent dans la minute avec le calcul des Tables de M. Cassini & de M. Halley; ce qui fait voir que les mouvemens de cette planete sont déjà connus avec beaucoup d'exactitude: on trouvera plusieurs de ces observations rapportées à la fin de ce VI^e. Livre.

Exactitude des Tables de Vénus.

848. La plus ancienne observation de MARS se rapporte au 17 Janvier 272 avant J. C. 16^{h} après midi; Mars parut être au-dessus, & fort près de l'étoile boréale au front du Scorpion, dont la longitude étoit à $7^{\text{s}} 2^{\circ} 15'$, (*Almag. L. X. ch. 9.*): mais cette observation étant arrivée fort loin de l'opposition, & ayant même quelque chose d'équivoque, M. Cassini préfere les trois oppositions de Mars au soleil observées par Ptolémée, (*Elém. d'Astr. pag. 469 & 497.*).

Le 13 Déc. 130 de J. C. à $11^{\text{h}} 48'$, au méridien de Paris, la longitude de Mars étoit de $2^{\text{s}} 21^{\circ} 22' 50''$; le 4 Janvier 1709, à $5^{\text{h}} 48'$ du soir, Mars fut aussi en opposition à $3^{\text{s}} 14^{\circ} 18' 25''$ de longitude, plus avancée d'environ 23° que suivant l'observation de Ptolémée: le mouvement des étoiles dans cet intervalle de temps étant à peu-près de la même quantité, il s'ensuit que supposant le mouvement de l'aphélie de Mars égal à celui des étoiles fixes, Mars a dû être dans les deux observations à même distance de son aphélie; l'intervalle de ces observations est de 576375 jours 18 heures, pendant lesquels Mars a fait 839 révolutions: on fera donc cette proportion: 839 fois 360° plus $22^{\circ} 55' 35''$ sont à 360 deg. comme 576375 jours 18 heures sont à un

Révolution
de Mars.

quatrième terme qui se trouvera de 686 jours 22 heures 16 minutes ; c'est la durée de sa révolution.

M. Cassini ayant pris un milieu entre les trois déterminations différentes qui résultent des trois oppositions de Ptolémée, il trouve, (*pag.* 470. & 477.) la révolution moyenne de Mars 686^d 22^h 18' 39" , & son moyen mouvement 6^s 11^o 17' 9" $\frac{1}{2}$ par année.

Le moyen mouvement de Mars dans les Tables de M. Halley, est plus grand seulement de 24" pour cent ans ; quantité peu considérable, & j'ai trouvé par les observations de Tycho, faites en 1593, discutées avec grand soin, qu'il n'y a pas de correction sensible à faire aux Tables à cet égard, (*Mém. Acad.* 1757. *p.* 444.).

849. La plus ancienne observation de JUPITER rapportée dans l'Almageste, (*Liv.* II. *chap.* 3.), est de l'an 83, après la mort d'Alexandre, le 18 du mois Epiphi au matin, ce qui revient au 3 Sept. 240 ans av. J. C. suivant la manière de compter de M. Cassini, 16^h 8' après midi, ou 241, suivant les Chronologistes ordinaires qui appellent 1, l'année de la naissance de J. C. tandis que M. Cassini nomme cette année, zéro, (1002) ; Jupiter parut alors cacher l'étoile de l'Ecrevisse appelée δ , ou *Ajne austral*, qui doit être à 3^s 6^o 50' de longitude ; cette observation ayant été faite fort loin de l'opposition de Jupiter au soleil, elle est moins propre à la recherche du moyen mouvement de Jupiter, que les trois oppositions observées par Ptolémée, & réduites par M. Cassini (*p.* 416.), de la manière suivante :

Années.	Jours & heures.	Longitudes.
133	15 Mai 23 ^h 3'	7 ^s 23 ^o 22' 22"
136	1 Sept. 4 10	11 7 47 35
137	8 Oct. 3 18	0 14 19 0

Révolution
de Jupiter.

La comparaison de ces observations avec les oppositions de 1699, 1713 & 1714, donne la durée de la révolution de 11 années communes 315^d 14^h 36', & le moyen mouvement annuel 30^o 20' 31" 50'''. Je parlerai ci-après de l'inégalité ou équation séculaire, qui a lieu dans le moyen mouvement de Jupiter (861),

850. La plus ancienne observation de SATURNE, dont la mémoire nous ait été conservée, fut faite par les Chaldéens le 14 du mois de Tybi, l'an 519 de Nabonassar, ou le 1^r Mars de l'an 228 avant J. C. Saturne étoit deux doigts au-dessous de l'étoile qui est dans l'épaule australe de la Vierge appelée γ dans Bayer; M. Cassini conclut de cette observation, que le 2 Mars, à 10^h du soir, Saturne étoit en opposition au soleil, ayant 5^s 9° 24' de longitude, d'où il conclut pour la révolution de Saturne 29 années communes 162^d 15^h, & le mouvement annuel 12° 13' 33", mais suivant M. Halley, il n'est que de 12° 13' 21", & selon moi, 12° 13' 28" (859).

Révolution de Saturne.

851. Le mouvement de Saturne & la durée de sa révolution sont encore mal connus; il paroît que le mouvement retarde de plus en plus, & que la durée de sa révolution est plus grande qu'elle n'étoit autrefois, comme on le verra dans l'article des *Equations seculaires* (856); il y a même une différence sensible entre le moyen mouvement déterminé dans différentes circonstances (859). En employant les observations faites depuis 1585 jusqu'en 1732, M. Euler trouve le moyen mouvement de 12° 13' 35", dans sa premiere Pièce sur Saturne, qui remporta le prix de l'Académie des Sciences, p. 94. Voyez ci-après art. 860.

Incertitude à ce sujet.

852. Après avoir rapporté les révolutions des planetes, telles qu'elles sont établies dans M. Cassini, par rapport aux équinoxes, nous allons parler de celles que M. Newton, (*Princip. Mathem.* 3^e. édition), avoit déduites des observations de Flamsteed, & qui sont calculées par rapport aux étoiles fixes; nous avons déjà observé (591), que les révolutions par rapport aux étoiles fixes, sont plus longues que les révolutions par rapport aux points équinoxiaux; la différence est égale au temps qu'il faut à une planète pour parcourir la quantité de la précession des équinoxes; ainsi la révolution de Saturne étant de 10759 jours, & la précession des équinoxes pendant ce temps-là, de 2' 20" $\frac{1}{2}$, il faut 29^h & 24' environ pour que Saturne parcoure cette quantité, ce qui rend sa révolution par rapport

Révolutions par rapport aux étoiles.

aux étoiles, plus longue de $24^h \frac{1}{2}$, que sa révolution par rapport aux équinoxes.

Dans la Table suivante j'ai ajouté à la suite des révolutions les moyens mouvemens des planetes, tels qu'ils résultent des Tables de M. Cassini & de M. Halley, qui ont supposé pour les planetes des révolutions différentes : ces moyens mouvemens sont pour 365 jours moyens, & ils sont comptés par rapport à l'équinoxe, en sorte qu'ils sont plus grands que ne seroient les mouvemens absolus, comptés par rapport à une étoile, ou autre point fixe pris à volonté dans le ciel.

TABLE de la durée des revolutions des planetes autour du Soleil, & de leurs moyens Mouvements annuels.

	Révolutions des Planetes par rapport aux Etoiles.		Mouvement annuel par rapport aux Equinoxes.	
	Suivant Newton en jours & décimales de jours.	Suivant les Tables Carolines en jours, heures, &c.	Suivant M. Cassini.	Suivant M. Halley.
♃	871 9692	871 23 ^h 15' 53"	1 ^s 23' 43' 11"	1 ^s 23' 43' 2"
♄	224 6176	224 16 49 24	7 14 47 29	7 14 47 28
♅	365 2565	365 6 8 30	11 29 45 41	11 29 45 40
♆	686 9785	686 23 27 30	6 11 17 9	6 11 17 10
♁	4332 5140	4332 12 20 25	1 0 20 34	1 0 20 38
♂	10759 2750	10759 6 36 26	0 12 13 36	0 12 13 21

J'entends par moyen mouvement annuel celui qui a lieu autour du soleil dans l'espace de 365 jours moyens.

Des Equations séculaires qu'il faut appliquer aux moyens mouvemens de Jupiter & de Saturne.

853. LES inégalités périodiques dont nous donnerons le calcul (928), & qui ont lieu nécessairement dans des orbites elliptiques, se rétablissent à chaque révolution; elles n'empêchent point qu'une planete ne revienne toujours à son aphélie après des intervalles de temps égaux; cependant en comparant

en comparant les Observations faites en divers siècles on a observé un ralentissement dans le mouvement moyen de Saturne , & une accélération dans celui de Jupiter ; c'est cette inégalité séculaire dont nous avons à parler. On verra aussi dans le VII^e. Livre (1174) , qu'on observe de même une petite accélération dans le mouvement de la lune ; j'ai discuté amplement tout ce qui concerne les équations séculaires dans les Mémoires de l'Académie pour 1757, pag. 411. & suiv. Je ne puis que donner ici un abrégé de ce que j'en ai dit dans ce Mémoire.

854. Kepler écrivoit en 1625 qu'ayant examiné les observations de Regiomontanus & de Waltherus , il avoit trouvé constamment les lieux de Jupiter & de Saturne plus ou moins avancés, qu'ils ne devoient l'être selon les moyens mouvemens déterminés par les Observations de Ptolémée & de Tycho ; il disoit la même chose des mouvemens de Mars , mais j'ai reconnu que cette planète n'a besoin d'aucune équation séculaire.

Flamsteed à l'occasion de la conjonction de Jupiter & de Saturne , arrivée en 1682 , observa que toutes les Tables donnoient trop de vitesse à Saturne & trop peu à Jupiter ; & comme les Tables dont on se servoit alors , avoient toutes pour base les Observations de Tycho , cela indiquoit un retardement dans Saturne , & une accélération dans Jupiter , qui étoient devenus sensibles dans l'espace de près d'un siècle , (*Philos. Transact. n^o. 149.*).

M. Maraldi apperçut aussi que les moyens mouvemens de Saturne , supposés uniformes , ne pouvoient représenter tout à la fois les Observations de Tycho & celles du commencement de ce siècle ; il propoisoit d'examiner si ces différences ne viendroient point de quelques-unes de ces équations séculaires , dont Kepler nous avoit promis un Traité , (*Mem. Acad. 1704. p. 321.*).

855. M. Halley dans ses Tables Astronomiques , imprimées dès l'an 1719 , mais qui n'ont été publiées qu'en 1749 , a appliqué au mouvement de Saturne une équation séculaire de 9 deg. & un quart en deux mille ans , & à celui de Jupiter une équation de 3 deg. 49 min. dans le même

intervalle ; mais il n'a rapporté ni les Observations , ni les calculs qui avoient pu lui fournir des corrections si considérables ; voici la maniere dont on peut y parvenir. Le 2 Mars de l'an 228 avant J. C. Saturne étant en opposition, avoit $5^{\circ} 8' 23''$ de longitude avec $2^{\circ} 50'$ de latitude boréale, suivant le calcul de M. Cassini ; cette opposition comparée à celles de 1714 & de 1715 , donne pour le moyen mouvement annuel de Saturne $12^{\circ} 13' 35'' 14'''$, & M. Cassini le suppose dans ses Tables de $12^{\circ} 13' 36''$: c'est-là le moyen mouvement de Saturne considéré dans l'espace de vingt siècles.

En comparant les oppositions de 1594 , 1595 , 1596 & 1597 , avec celles de 1713 , 1714 , 1715 , 1716 , 1717 , on trouve ce moyen mouvement de Saturne moindre de $16''$ par an , & la durée de sa révolution plus grande de près de quatre jours. J'ai choisi des Observations faites près des moyennes distances , afin que l'erreur qu'on peut commettre sur la plus grande équation & sur le lieu de l'aphélie , fût insensible dans cette comparaison ; j'en ai pris d'autres faites à 120 ans environ de distance , afin que la situation de Jupiter par rapport à Saturne , étant à peu-près la même dans les deux cas , on eût moins à craindre les dérangemens que Saturne éprouve par la force de Jupiter , & dont nous parlerons dans le XXII^e. Livre.

856. Si l'on se sert du moyen mouvement trouvé pendant ces 120 ans , pour calculer l'observation faite 228 ans avant J. C. on trouve une longitude trop grande de 7° ; en sorte qu'il faut ôter 7° de cette longitude moyenne trouvée par le moyen mouvement qui avoit lieu dans le dernier siècle ; c'est cette équation séculaire de 7° qui prouve le retardement de Saturne. Pour trouver la longitude moyenne de Saturne à des temps éloignés en partant de 1700 , on peut calculer les longitudes moyennes soit pour les siècles précédens , soit pour les suivans , à raison de $4^{\circ} 23' 6''$ pour cent ans , outre 3 circonférences entières : ensuite on en retranchera l'équation séculaire calculée par la proportion suivante : le carré de 1900 ans est au carré du nombre d'années avant ou après 1700 , comme 7° ou $26200''$ sont au

Règle pour
l'équation séculaire.

nombre de secondes, qu'il faut ôter de la longitude moyenne calculée à la maniere ordinaire.

857. Pour prouver que l'équation séculaire doit suivre la loi du quarré des temps, nous n'essaierons pas d'employer des Observations, il n'y en a pas assez d'anciennes & d'assez exactes, mais nous pouvons y substituer un raisonnement fort naturel. Les degrés de vitesse perdus par Saturne en vertu de la cause qui produit son équation séculaire, (il paroît que c'est l'attraction de Jupiter) étant fort lents ne peuvent être supposés égaux qu'en temps égaux ; or, dès-lors l'espace parcouru est comme le quarré des temps ; tout comme dans l'accélération des corps graves qui tombent par leur pesanteur naturelle, on observe que les espaces augmentent comme le quarré du temps, parce que les vitesses acquises sont comme les temps, & qu'à chaque instant le corps reçoit un accroissement de vitesse toujours égal & toujours constant, comme nous le ferons voir dans le XV^e. Livre.

858. Le mouvement de Saturne me paroît encore avoir des inégalités qui ne peuvent s'expliquer par les équations séculaires ; sa révolution moyenne est différente d'elle-même suivant les circonstances où on l'observe, sans que l'attraction de Jupiter puisse produire une pareille différence. Je n'ai pas même besoin, pour le démontrer, de plusieurs siècles d'Observations ; celles qui ont été faites depuis 75 ans, sont suffisantes ; elles prouvent que mettant à part toutes les inégalités connues, & choisissant les temps où il n'en peut résulter aucune différence, les révolutions de Saturne different entre elles de près d'une semaine.

Autre inégalité
nouvellement
découverte.

859. En 1686 & en 1745, l'erreur des Tables de M. Halley étoit de 3 minutes & demie, en sorte que dans cet intervalle de 59 ans le mouvement moyen de Saturne étoit réellement tel que le donnent les Tables de M. Halley, c'est-à-dire, de $12^{\circ} 13' 21'' 46$ par an, l'anomalie moyenne de Saturne étoit dans les deux cas de $8^{\circ} 22'$; ainsi quelque erreur qu'on pût commettre dans le lieu de l'aphélie, ou dans l'équation du centre de Saturne, il ne peut en résulter aucune différence ; la commutation entre Jupiter & Saturne

étoit de $1^s 17^o$ dans le premier cas, & $1^s 8^o$ dans le second; cette différence de configuration est trop petite, pour que l'action de Jupiter ait pu être dans ces deux cas sensiblement différente.

Cette inégalité
est de 13 minutes
en 59 ans.

Au contraire en 1701 & en 1760, l'erreur des Tables a été de $8\frac{1}{2}'$ & de $21\frac{1}{2}'$, c'est-à-dire, que dans un pareil intervalle de temps elle a augmenté de $13'$; ainsi le mouvement de Saturne, dans cet intervalle de temps, a été plus considérable de 13 minutes de degré, ce qui rend chacune de ses révolutions plus courte de six jours & demi, que les révolutions qu'il avoit faites entre 1686 & 1745: cependant l'anomalie moyenne étoit de $3^s 1^o$; dans les deux Observations de 1701 & de 1760, la commutation ou l'angle au soleil entre Jupiter & Saturne, étoit de $11^s 11^o$ en 1701, & de $11^s 0^o$ en 1760; ainsi cette erreur dans le moyen mouvement ne peut venir, ce me semble, ni de celle de l'orbite de Saturne, ni de l'attraction de Jupiter.

Je ne m'en suis pas tenu à ces 4 Observations pour constater un tel paradoxe, je ne rapporte même celles-là que pour servir d'exemple; toutes celles qui précèdent & qui suivent, quoique faites en différens lieux, & avec des instrumens fort différens, donnent le même résultat, & j'ai toujours trouvé les retours de Saturne à l'équinoxe du printemps, depuis un siècle plus prompts que ses retours à l'équinoxe d'automne: ce n'est même qu'à force de discuter toutes les Observations faites depuis 180 ans, que je suis parvenu à ce résultat singulier; j'y revenois toujours malgré moi, & ne voyant rien dans la Physique céleste qui pût produire une semblable inégalité, je me refusois encore à l'évidence de cette irrégularité: mais il a fallu enfin reconnoître ce nouveau phénomène, & lui soumettre nos théories.

860. Il est donc sûr qu'indépendamment de l'attraction de Jupiter, il y a dans Saturne une inégalité dont la cause doit être différente, & qui à même configuration avec Jupiter, produit un effet plus grand que celui qui résulte des plus grandes variétés dans la position de Jupiter par rapport à Saturne.

Dans une pareille incertitude nous ne pouvons faire autre chose, que de prendre un milieu entre le mouvement moyen qui résulte de ces deux comparaisons différentes, en ajoutant $6'' 6$ à celui de M. Halley, & l'on aura $12^{\circ} 13' 28''$ pour le mouvement annuel moyen entre les mouvemens moyens qu'il y a eu depuis un siècle, & c'est celui qu'il faudroit, ce me semble, employer dans les recherches de l'aphélie & de l'excentricité de Saturne, à moins qu'on ne veuille employer un mouvement différent dans différentes périodes.

Mouvement
moyen de
Saturne.

861. LE MOUVEMENT de Jupiter exige une équation séculaire aussi bien que celui de Saturne, mais en sens contraire; & M. Maraldi remarquoit aussi en 1718 que les Observations modernes sembloient donner le mouvement de Jupiter plus rapide que les anciennes. Si l'on compare l'Observation faite l'an 241 avant J. C. avec celle de l'an 508, qui est rapportée par Bouillaud, on trouve le mouvement de Jupiter pour 83 ans, de $2' 40''$ seulement, outre les sept révolutions entières.

En comparant l'Observation de l'année 508 avec celles de 1503 & de 1504, on trouve à peu-près la même chose; mais si l'on compare de notre temps la conjonction de Jupiter avec *Régulus* observée le 12 Octobre 1623, & une semblable Observation faite en 1706, on trouve $21'$ pour 83 ans, au lieu de $2' 40''$. Cependant comme les autres inégalités de Jupiter rendoient suspecte la détermination de ses moyens mouvemens par des Observations qui n'étoient pas à une très-grande distance: M. Maraldi jugea qu'il ne falloit pas abandonner l'égalité des moyens mouvemens sans une entière évidence, & sans avoir des Observations exactes faites en différens siècles.

862. M. Halley qui vers le même temps faisoit imprimer ses Tables Astronomiques, ne pensoit pas de même; il avoit jugé l'accélération assez évidente pour la faire entrer dans ses Tables; il y établit le mouvement de Jupiter pour 83 ans de $12' 26''$, c'est-à-dire, plus grand de $9'$ que ne le donnent les anciennes Observations, & la révolution de Jupiter moindre de plus de 8 heures; en conséquence

il admet une équation séculaire qui augmente comme le carré des temps, & qui monte jusqu'à $3^{\circ} 49'$ en deux mille ans, mais qui me paroît trop considérable de beaucoup. En effet, la comparaison de 12 oppositions observées par Tycho-Brahé avec le calcul, donne $6' \frac{1}{2}$ à ôter de la longitude moyenne des Tables de M. Cassini en 1590, ce qui doit faire augmenter de 4 minutes le mouvement séculaire de M. Cassini, quand on les compare avec les oppositions observées au commencement du siècle; cependant il faut observer que les différences sont fort inégales, & qu'il y a quelques minutes d'incertitude sur ces diverses Observations.

Les oppositions observées depuis 1689 jusqu'en 1698, comparées avec celle de 1749, donnent un moyen mouvement égal à celui des Tables de M. Cassini; car en 1689 & en 1749, la longitude moyenne des Tables est trop grande de $7' 8''$, mais puisque l'erreur est la même après soixante ans, le mouvement est bien établi dans les Tables de M. Cassini entre 1689 & 1749.

Si je compare l'opposition que j'ai observée en 1757, avec celles de 1697 & 1698, je trouve que les Tables de M. Cassini donnent environ $52''$ de trop dans les deux cas, en sorte que ces oppositions indiquent encore que le moyen mouvement est exactement représenté dans les Tables de M. Cassini.

Si l'on remonte à l'Observation de 508, dans laquelle Jupiter parut éloigné de trois doigts au nord de *Regulus* le 27 Septembre au matin, on a la longitude de Jupiter de $4^{\circ} 9' 1''$ pour ce temps-là, & les Tables de M. Cassini ne donnent que $1'$ de plus, en sorte qu'elles représentent également cette Observation ancienne & les Observations modernes, sans tenir compte d'aucune accélération; mais l'Observation encore plus ancienne de l'an 240 avant J. C. où Jupiter fut en conjonction avec l'Ane austral, s'écartera du calcul.

Règle pour l'équation séculaire de Jupiter.

863. Dans une telle incertitude j'ai cru qu'on pouvoit augmenter de $2'$ le mouvement séculaire des Tables de M. Cassini, & le faire de $5^{\circ} 6' 23' 30''$; on s'écartera de $1^{\circ} \frac{1}{3}$ de

L'Observation de l'an 240 avant J. C. ; ainsi l'on aura une équation séculaire d'un degré & un quart pour 2000 ans , à compter de 1700 , additive à la longitude moyenne pour les siècles passés & pour les siècles futurs ; l'on trouvera en tout temps cette équation séculaire par la proportion suivante : le quarré de 2000 est au quarré du nombre d'années que l'on aura avant ou après 1700 , comme $1^{\circ} 20'$ ou $4800''$ sont à la valeur de l'équation séculaire.

864. EXEMPLE. Je suppose que pour l'année 508 av. J. C. on demande la quantité de cette équation , on ajoutera le logarithme de $4800''$ avec le double du logarithme de 1192 ans , on en retranchera le double du logarithme de deux mille , & l'on aura le logarithme de $28' 25''$, c'est l'équation séculaire cherchée qu'on ajoutera à la longitude moyenne pour ce temps-là , calculée avec le mouvement séculaire & uniforme $5^{\circ} 6' 23' 30''$; il en seroit de même d'un temps postérieur ; cette opération se réduit à ajouter le logarithme constant 7,07918 au double du logarithme du nombre des années ; mais , comme c'est un logarithme fractionnaire , on aura soin après l'addition de supprimer la dixaine de la caractéristique qu'on aura trouvée ; ainsi que cela sera expliqué dans le XXIV^e. Livre.

Mouvement
moyen de
Jupiter.

DE LA FIGURE DES ORBITES PLANÉTAIRES.

865. APRE'S avoir trouvé combien de temps les planetes emploient à terminer leurs révolutions autour du soleil , il faut rechercher les circonstances de leur mouvement dans les différentes parties de chaque révolution , ou ces inégalités périodiques dont il a déjà été question pour le soleil (569) , & qui dépendent de la figure des orbites planétaires.

Le mouvement de chaque planete étant rapporté au soleil , ou observé dans les temps où les apparences sont les mêmes , vûes de la terre & vûes du soleil , est sujet à une inégalité (semblable à celle du mouvement apparent du soleil) , que les Anciens appelloient *premiere inégalité* ;

pour l'expliquer on se servoit ou d'un épicycle, ou d'un cercle excentrique (572); ces deux hypothèses étoient absolument équivalentes , comme nous l'avons fait voir.

Fig. 24. Ptolémée fit choix de l'excentrique *NHBCP* (*Fig. 24.*) pour exprimer cette *premiere inégalité*, ou l'équation des planetes dans leur orbite , il y trouvoit plus de clarté ; & d'ailleurs il employoit ensuite l'épicycle pour représenter la *seconde inégalité*, celle que nous appellons aujourd'hui *Parallaxe du grand orbe* (813).

866. Cet Astronome rapporte ensuite qu'après avoir long-temps examiné ce que l'on pouvoit faire pour expliquer la *premiere inégalité*, il avoit trouvé , par la comparaison des Observations , que les planetes s'approchoient plus de la terre dans leur apogée , & s'en éloignoient plus dans le périgée , c'est-à-dire , que la différence des distances *NF*, *FP*, étoit plus grande que la quantité *EF* déterminée en conséquence de la *premiere inégalité* : enfin, il dit avoir trouvé par-là que le centre *E* de l'excentrique est précisément dans le milieu & entre les deux points , dont l'un *F* est occupé par l'œil , ou par la terre , l'autre point *K* étant le centre d'égalité ; & sans en donner de démonstration , il se sert de ce principe dans les mouvemens de Mars , de Jupiter & de Saturne : cette hypothèse a en effet le mérite de ne donner pour la différence des distances , apogée & périgée , *AD* & *AF*, (*Fig. 64.*), que la quantité *AC* qui répond à l'équation *AEC*, au lieu que si *AC* étoit prise toute entiere au-dessous du centre *B*, comme *Ba*, l'inégalité des distances deviendroit double de *AC* : au reste , Ptolémée ne donne ni Démonstrations , ni Observations pour justifier son hypothèse ; nous nous contenterons donc de l'expliquer après lui , pour faire connoître ensuite la maniere dont Kepler s'en servit pour découvrir l'ellipticité des orbites planétaires (873).

Fig. 64.

Hypothèse de Ptolémée pour la *premiere inégalité*.

Fig. 64.

867. Du centre *B* (*Fig. 64.*), soit décrit le cercle excentrique *DEF*, dont l'excentricité soit *BA*, en sorte que l'œil soit plus placé en *A*, *D* sera l'apogée , *F* le périgée ; si l'on prend *BC* égale à *BA*, le point *C* sera celui autour duquel la planete est supposée décrire des angles égaux

égaux en temps égaux, ou le point d'où son mouvement paroîtroit uniforme, *Punctum æquantis*, le point d'égalité. Copernic réfute cette hypothèse, (*Liv. IV. chap. 7. & Liv. V. chap. 5.*), parce qu'elle péchoit contre les principes de la Physique de son temps, où l'on ne vouloit que des mouvemens uniformes, & où l'on admettoit encore les orbites solides que Tycho-Brahé renversa dans la suite par l'examen des comètes.

Point d'égalité.

868. Tycho-Brahé voulant perfectionner cette hypothèse de Ptolémée, chercha à rendre CB différente de BA , pour parvenir à mieux représenter les inégalités qu'il observoit dans les planètes, mais Kepler fit voir dans la suite que tout cela étoit insuffisant; cependant l'hypothèse de Ptolémée approche beaucoup du vrai, lorsqu'il ne s'agit que des longitudes ou des angles, tels que CAE (879); mais les distances AE sont toujours plus grandes dans le cercle, qu'elles ne feroient si l'on employoit une orbite plus étroite, telle qu'une ellipse DGF .

Tentatives de Tycho.

Pour reconnoître cette différence des distances, il falloit mettre dans les calculs beaucoup de précision, & sçavoir choisir entre les Observations celles qui étoient propres à faire découvrir la différence qu'il y avoit entre le cercle & l'ellipse; c'est ce que nous devons au célèbre Kepler, & c'est ce que nous allons tâcher de faire connoître, en suivant la marche de l'Inventeur: c'est ici la plus belle opération & la découverte la plus difficile qu'on ait faite en Astronomie.

869. Nous avons vû (308) que les premières étincelles du génie de Kepler parurent dans le Livre qui a pour titre, *Mysterium Cosmographicum*, en 1596. Ce premier essai fut applaudi par *Mæstlinus* son ancien Maître, & par Tycho-Brahé qui en 1597 lui en témoigna de la satisfaction, & lui inspira l'envie de s'appliquer aux Observations & aux recherches d'Astronomie. Kepler ayant sçu en 1600 que Tycho avoit abandonné sa patrie, & s'étoit retiré en Bohême, il vint le trouver pour converser avec lui, & en apprendre sur-tout les vraies excentricités des planètes;

sur lesquelles Tycho avoit déjà beaucoup travaillé, (Kepler, *de Stella Martis*, p. 53.).

Circonstance
heureuse pour
Kepler.

870. Une heureuse circonstance fit alors la destinée de Kepler ; Tycho-Brahé, & Longomontanus qui demuroit avec lui, s'occupoient des Observations de Mars, & dressoient une Table de ses oppositions moyennes depuis 1680 ; cette planete étoit la plus propre de toutes à faire pénétrer ce grand homme dans les secrets de la Physique céleste, & elle se présenta la première à lui comme par hasard ; il y apperçut des difficultés, il s'attacha à les vaincre, & c'est-là l'époque où il faut remonter pour connoître l'origine de notre Physique céleste.

Ouvrage de
Kepler, de
Stella Martis.

871. Tycho avoit formé une hypothèse qui représentoit, à quelques minutes près, toutes les Observations de Mars, au moyen d'un excentrique ; Kepler sçavoit déjà que l'excentrique pouvoit s'accorder, à cinq minutes près, avec les Observations, & malgré cela l'hypothèse lui paroissoit peu vraisemblable ; il s'occupa à discuter ces Observations pour en tirer, s'il étoit possible, quelque chose de plus exact : ce fut alors que commencerent les recherches qui se trouvent détaillées dans son grand Ouvrage intitulé, *Astronomia nova Αἰτιολογῆτος, seu Physica cœlestis, tradita Commentariis de motibus Stellæ Martis, ex Observationibus C. V. TYCHONIS-BRAHE ; Pragæ, 1609. in-fol.* Je vais donner un extrait de cet Ouvrage célèbre, mais un Astronome doit le lire en entier : parmi les superfluités, les longueurs, les tentatives inutiles qui y sont détaillées, on y voit une marche si lumineuse & des étincelles si brillantes, qu'on y trouve la plus grande satisfaction.

Fig. 64.

872. Le premier pas qu'il falloit faire dans cette carrière, étoit de trouver les distances de la terre au soleil en divers temps de l'année, c'est-à-dire, de trouver l'excentricité AC , (Fig. 64.) de l'orbite terrestre, & la position des points A , B & C , parce que toutes les autres déterminations devoient être fondées sur celle de l'orbite terrestre. Les Anciens avoient toujours cru, & Tycho-Brahé lui-même le croyoit, que pour l'orbite du soleil le centre étoit le

point d'égalité, & que l'excentricité étoit toute entiere au-deffous du centre B , ou de B en A ; c'étoit la premiere chose qu'il falloit discuter; & Kepler reconnut bientôt la biffection de l'excentricité, c'est-à-dire, qu'il vit que le centre B occupoit le milieu de l'excentricité totale CA .

Biffection de l'excentricité.

873. Kepler avoit effayé d'expliquer physiquement la cause de l'*Equant*, la cause pour laquelle il y avoit un point C , (différent du centre B), autour duquel on avoit un mouvement régulier & uniforme, (*Myster. Cosmogr. ch. 22.*); c'est pourquoi il étoit porté d'avance à croire que la cause étoit générale, & que l'*Equant* devoit avoir lieu dans le mouvement de la terre autour du soleil, comme dans celui des autres planetes: Ptolémée & Copernic ne l'avoient point employé, ils s'étoient contentés d'un simple excentrique, (572), mais Kepler fut persuadé qu'ils avoient tort; sur-tout en 1598, lorsque Tycho lui eût écrit que l'*orbe annuel*, ou l'*excentrique du soleil* lui paroissoit n'être pas toujours de la même grandeur. En effet, les distances du soleil n'étant pas toujours les mêmes par rapport au centre de l'excentrique, cela indiquoit à Kepler que ce centre n'étoit pas le point autour duquel le mouvement régulier avoit lieu, (*de Stella Martis*, p. 125.). Ce fut pour s'en assurer que Kepler rechercha par observation, quelle étoit la parallaxe annuelle de Mars dans deux positions de la terre diamétralement opposées, dans l'aphélie & le périhélie, ou à peu-près, en observant chaque fois Mars en quadrature vers le même point de son orbite.

Kepler recherche l'excentricité du Soleil.

874. Tycho persuadé que l'orbite du soleil étoit un cercle dont le centre étoit le point d'égalité, devoit nécessairement trouver ce cercle plus grand, ou plus petit, en le comparant aux autres planetes. Soit S le centre du soleil, (*Fig. 65.*), M le lieu de Mars dans son orbite, observé deux fois lorsque la terre étoit en D & en E , & Mars au même point M de son orbite, en sorte que les angles MCD & MCE soient des angles droits; le point C étant celui autour duquel la terre se meut uniformément, on aura les angles de commutation MCE , MCD , égaux dans les deux cas par la supposition; si donc CD & CE étoient

Fig. 65.

G g g ij

égales, comme Tycho-Brahé le pensoit, alors les angles DMC , CME , qui sont les parallaxes annuelles de Mars, devoient être les mêmes; mais comme CE étoit véritablement plus grande que CD , l'angle CME se trouvoit être plus grand que l'angle CMD , & celui qui s'obstinoit à prendre toujours le rayon BD du cercle pour bête de cet angle-là, étoit réduit à dire que le rayon du cercle décrit par la terre, n'étoit pas toujours de la même grandeur; c'est ce que Tycho-Brahé écrivoit à Kepler, & ce qui persuada ce dernier qu'il falloit mettre en C , & non pas au centre B du cercle de la terre, le point d'égalité (867).

875. Kepler soupçonna donc que cette variation dans la grandeur du rayon de l'excentrique décrit par la terre, introduite par Tycho, provenoit de ce que le point d'égalité C , autour duquel on comptoit les angles de commutation, ne devoit pas être le centre du cercle. Pour s'en assurer il choisit deux Observations, faites le 18 Mai 1585, & le 22 Janvier 1591; il les réduisit au 30 Mai 1585, & 20 Janvier 1591, jours où la longitude de Mars calculée par Tycho, étoit de $6^{\circ} 13' 28''$, & où les angles de commutation MCD & MCE étoient l'un & l'autre de $64^{\circ} 23' \frac{1}{2}$; les longitudes de Mars, suivant l'Observation, étoient $1^{\circ} 6' 37''$ & $7^{\circ} 21' 34''$; ainsi les parallaxes annuelles CMD , CME , ou les différences entre les longitudes héliocentriques calculées, & les longitudes géocentriques observées, étoient $36^{\circ} 51'$ dans la première, & $38^{\circ} 6'$ dans la seconde Observation. Ces parallaxes ainsi différentes de $1^{\circ} 15'$, prouvoient assez que le point d'égalité, autour duquel on comptoit les anomalies de commutation, n'étoit pas le centre B de l'orbite terrestre, mais le point C placé de l'autre côté du centre.

Il découvre la
bissection de l'ex-
centricité.

876. Kepler trouva aussi, par le moyen des parallaxes de Mars que nous venons de rapporter, la distance BC de 1837 parties, dont le rayon BD étoit cent mille: or, Tycho-Brahé avoit déterminé par beaucoup d'observations; que la distance totale CS du soleil au centre d'égalité, étoit de 3584, dont la moitié étoit 1792; il vit donc bien que le centre du cercle décrit par la terre, étoit entre le soleil &

& le point d'égalité C , puisqu'il venoit de trouver CB à peu-près égal à la moitié de CS .

C'étoit une découverte importante que d'avoir démontré ainsi la bissection de l'excentricité pour la terre, tandis que les Anciens ne l'admettoient que pour les planetes supérieures; sans cela on ne pouvoit déterminer exactement les distances de la terre au soleil en différens temps de l'année, fondement essentiel de toutes les recherches suivantes.

Après avoir déterminé la position du centre d'égalité, (*Puncti æquantis*), pour l'orbite de la terre, Kepler songea à le déterminer aussi pour l'orbite de Mars, voici la méthode qu'il employoit; nous nous contenterons d'en donner une idée, le détail en seroit trop long; on pourra le voir dans l'Ouvrage cité, où toutes ses tentatives, ses calculs, ses soupçons, ses erreurs, ses découvertes sont expliquées fort au long.

877. Soit B , (*Fig. 66.*) le centre de l'excentrique de Mars, $HBAI$ la ligne des absides, soit A le centre du soleil, & C le point autour duquel les mouvemens de la planete seroient uniformes, F, G, D, E , quatre oppositions ou quatre longitudes observées, lorsque Mars est en opposition, & que la seconde inégalité est nulle, Kepler se propose le problème suivant: trouver les angles FAH, FCH , tels que les quatre points F, G, D, E , soient dans un cercle, & que le centre B de ce cercle soit entre les points C & A , c'est-à-dire, l'angle BAD égal à l'angle CAD : Kepler ne résolvoit le problème que par une double fausse position: il supposoit d'abord qu'on connoît la distance CA avec les angles FCH & FAH ; il calculoit par la Trigonométrie toutes les autres parties de la figure, pour sçavoir si à la fin du calcul les quatre angles formés en A se trouveroient égaux à 360° , & les trois points A, B, C , sur une même ligne; dans ce cas tout étoit connu; sinon il ne s'agissoit que de recommencer le calcul avec d'autres suppositions.

Il recherche l'excentricité de Mars.

Fig. 66.

878. Kepler nous apprend qu'il fit de semblables calculs plus de 70 fois, avant de parvenir à reconnoître que le cercle ne pouvoit satisfaire seul aux Observations. Après cela,

Ses tentatives.

dit-il, on ne s'étonnera pas que j'aie passé cinq ans à manier la théorie de Mars, (*de Stella Martis*, p. 95.); & l'on me plaindra plutôt d'avoir supporté l'ennui d'un semblable travail : en effet, un seul exemple que rapporte Kepler de cette méthode, remplit dix pages de calcul dans le Volume *in-fol.* que nous venons de citer ; ce fut après un semblable travail, qu'enfin il trouva un cercle qui approchoit assez des quatre Observations.

L'hypothèse
circulaire d'ac-
cord avec les
oppositions.

879. Après avoir trouvé par-là toutes les dimensions de l'excentrique de Mars, Kepler calcula dans cette hypothèse circulaire 12 oppositions de Mars observées par Tycho, & il n'en trouva aucune qui s'écartât de son calcul de plus de $1' \frac{1}{4}$. On s'étonnera, dit-il, qu'une hypothèse si bien d'accord avec les 12 oppositions, soit fautive ; c'est cependant ce qu'il démontre ensuite, soit par les latitudes de Mars, soit par les longitudes de cette planète observées dans d'autres positions : au reste, les Observations de Tycho-Brahé étant nécessairement exposées à une erreur de $2'$, au jugement même de Kepler, c'étoit véritablement les avoir représentées avec toute la perfection possible, que d'avoir évité des erreurs de $2'$, (*Kepler, ib. pag. 110.*) ; ainsi les oppositions ne suffisoient pas pour reconnoître la figure de l'orbite de Mars ; il trouvoit alors $AB = 11332$ & $BC = 7232$.

Insuffisance
pour les distances.

880. Cependant Kepler étoit persuadé d'ailleurs que AB devoit être égal à BC , parce qu'il y entrevoyoit une cause physique ; outre cela, l'hypothèse qui représentoit très-bien les longitudes de Mars en opposition, ne satisfaisoit ni aux latitudes observées en même temps, ni aux longitudes observées hors des oppositions, parce que les distances de Mars au soleil, comme AF , AE , étoient défectueuses dans l'hypothèse que Kepler venoit d'examiner, quoique les angles ne le fussent pas, en supposant $AB = 11332$ & $BC = 7232$, (ou le diamètre des épicycles dans la forme de Copernic & de Tycho, de 3616 & 14948) ; ainsi la parallaxe annuelle qui dépend de ces distances de Mars au soleil, étoit toujours fautive, & l'erreur montoit quelquefois à $8'$, lorsque l'on faisoit $AB = BC$, comme

paroissoient l'exiger ces autres Observations. Si Kepler avoit regardé une erreur de 8' comme négligeable, il en seroit demeuré-là, ainsi qu'avoit fait Tycho-Brahé; mais persuadé que ces 8' d'erreur prouvoient la fausseté de l'hypothèse circulaire, il songea à s'assurer des distances de Mars au soleil, & ce furent ces distances qui lui firent ensuite connoître que l'orbite de Mars n'étoit pas un cercle parfait (886). Ces recherches forment la plus grande partie de son Ouvrage de *Stella Martis*: nous ne faisons, pour ainsi dire, que l'histoire ou l'extrait de ce Livre; mais aussi ce Livre seul contient le germe & les fondemens de toute l'Astronomie; notre objet ayant été de présenter la marche des Inventeurs & l'histoire de l'esprit humain, nous la trouvons toute dans Kepler pour la partie & pour l'époque dont il s'agit.

881. Kepler entreprit de parvenir à la détermination exacte des distances de la terre au soleil, ou plutôt des rapports qu'il y a entre ces distances en différens temps de l'année; sa méthode consistoit à observer deux fois la paralaxe annuelle de Mars, lorsqu'il se trouvoit revenu au même point de son orbite, c'est-à-dire, à la même distance du soleil, (nous en avons parlé, art. 876.).

Le second pas consistoit à trouver aussi les distances de Mars au soleil en trois points de son orbite, avec ses longitudes vûes du soleil, afin d'avoir non-seulement la figure, mais encore la grandeur de cette orbite; nous allons rapporter sa méthode qui étoit très-bien imaginée, & très-propre à déterminer exactement ces distances.

882. Soit S , (*Fig. 67.*) le centre du soleil, M celui de Mars, B , C , deux points de l'orbite terrestre où se soit trouvée la terre, lorsque Mars étoit au même point M de son orbite, & par conséquent à la même distance SM du soleil; on connoît les deux positions de la terre, c'est-à-dire, ses longitudes & ses distances au soleil, il s'agit de trouver SM ; dans le triangle rectiligne BSC l'on connoît les deux côtés BS , SC , distances de la terre au soleil, & l'angle compris BSC , différence entre les deux longitudes de la terre en B & en C , l'on trouvera les angles BCS , CBS

Méthode pour trouver les distances de Mars au Soleil.

Fig. 67.

& le côté BC . L'angle MBS est la différence entre la longitude observée de Mars & celle du soleil, au temps de l'Observation faite en B ; si l'on en retranche l'angle CBS que nous venons de trouver, on aura l'angle MBC ; si l'on ôte aussi l'angle BCS de l'angle MCS , on aura l'angle MCB ; ainsi dans le triangle MCB l'on connoît deux angles & le côté compris, on trouvera aisément MB & MC ; enfin, dans le triangle MBS on connoît deux côtés MB , BS , avec l'angle compris MBS , on trouvera la distance MS avec l'angle MSB , qui étant ajouté à la longitude de la terre lorsqu'elle étoit en B , donnera la longitude héliocentrique de Mars, dans chacune des deux Observations.

Kepler avoit choisi cinq Observations différentes qui comparées deux à deux, lui donnoient le même résultat pour la distance & pour la longitude héliocentrique de Mars, en un même point M de son orbite, (*de Stella Martis, cap. 28. p. 157.*).

883. Kepler, par un grand nombre d'Observations de Tycho-Brahé, qu'il avoit discutées avec toute la constance & la sagacité possible, établit l'excentricité du soleil de 1800 pour un rayon de cent mille; par-là il étoit en état de trouver les distances de la terre au soleil SB , SC pour un moment quelconque, aussi bien que l'angle CSB : mais pour en être encore plus assuré, il refit tous ses calculs dans différentes suppositions d'excentricité, & à chaque fois il prenoit cinq Observations au lieu de trois, pour que l'accord de différens résultats lui fît mieux connoître le vrai; & c'est ainsi qu'après avoir discuté dans le plus grand détail une multitude d'Observations, il s'arrêta à l'excentricité de 1800, & aux distances de Mars au soleil que nous rapporterons ci-après (886). Les différentes parties de ces recherches se confirmoient réciproquement, & il ne pouvoit pas se faire que cinq positions de la terre donnassent toutes, deux à deux, le même résultat pour la distance SM de Mars au soleil, à moins que les distances SC & SB de la terre au soleil n'eussent été bien supposées.

884. Cette méthode (art. 882) par laquelle Kepler trouvoit les distances de Mars au soleil, lui donnoit un
moyen

moyen de trouver aussi l'excentricité de Mars : ayant déterminé deux distances de Mars, l'une aux environs de son aphélie, l'autre aux environs de son périhélie, il trouva la première de 166780, (en supposant toujours de 100000 la distance moyenne du soleil à la terre), & l'autre de 138500; en sorte que la distance moyenne étoit de 152640 & l'excentricité de 14140, qu'il appelloit *Centrorum excentrici & Mundi distantia*, (Kepler, pag. 209.).

Les Observations que Kepler employa pour le périhélie, étoient du 1^r. Nov. 1589, du 26 Sept. 1591, & du 31 Juillet 1593. Lorsque ces Observations ne se trouvoient pas avoir été faites précisément dans le même endroit de l'orbite de Mars, il y appliquoit les réductions nécessaires pour les faire toutes coïncider en un même point; mais ces réductions étant fort petites, il n'en résulroit aucune erreur.

885. Kepler détermina ainsi, par plusieurs Observations, trois distances AF, AE, AD , (Fig. 66.) de Mars au soleil, indépendantes de toute supposition sur la théorie de cette planète, il chercha aussi l'excentricité AB par la comparaison de deux distances de Mars AH, AI , trouvées dans l'aphélie & dans le périhélie, & il la trouva de 14140, indépendamment de toute hypothèse; enfin, il avoit déterminé la position de la ligne des absides HI , par une méthode qui étoit également exacte, soit que l'orbite fût circulaire, soit qu'elle ne le fût pas: nous parlerons de cette méthode art. 948.

886. Supposant donc l'orbite circulaire on a le triangle ABF , dans lequel on connoît BF , avec l'excentricité AB & l'anomalie vraie BAF , il est aisé de trouver la distance vraie AF ; il en est de même des autres distances AE, AD . Voici les trois distances que Kepler trouvoit dans cette supposition 166605, 163883, 148539
 Mais les distances trouvées par observation étoient 166255, 163100, 147750
 Ainsi l'erreur de l'hypothèse circulaire se trouvoit être,

(Kepler, pag. 213.). . .	350	783	789
<i>Tome I.</i>		H h h	

Kepler prouve
que l'orbite de
Mars est ovale.

Les vraies distances de Mars au soleil étoient donc plus courtes que les distances calculées dans l'hypothèse circulaire, & cela d'autant plus qu'elles approchoient des côtés *G* & *K* de la figure. Cela prouvoit donc nécessairement que l'orbite étoit aplatie, ou rentrante par les côtés, c'est-à-dire, ovale, d'où suivoit évidemment la conclusion fameuse que Kepler en tira, (*chap. 44. pag. 213.*). *Itaque planè hoc est, orbita planetæ non est circulus, sed ingrediens ad latera utraque paulatim; iterumque ad circuli amplitudinem in perigeo exiens, cujusmodi figuram itineris ovalem appellitant.*

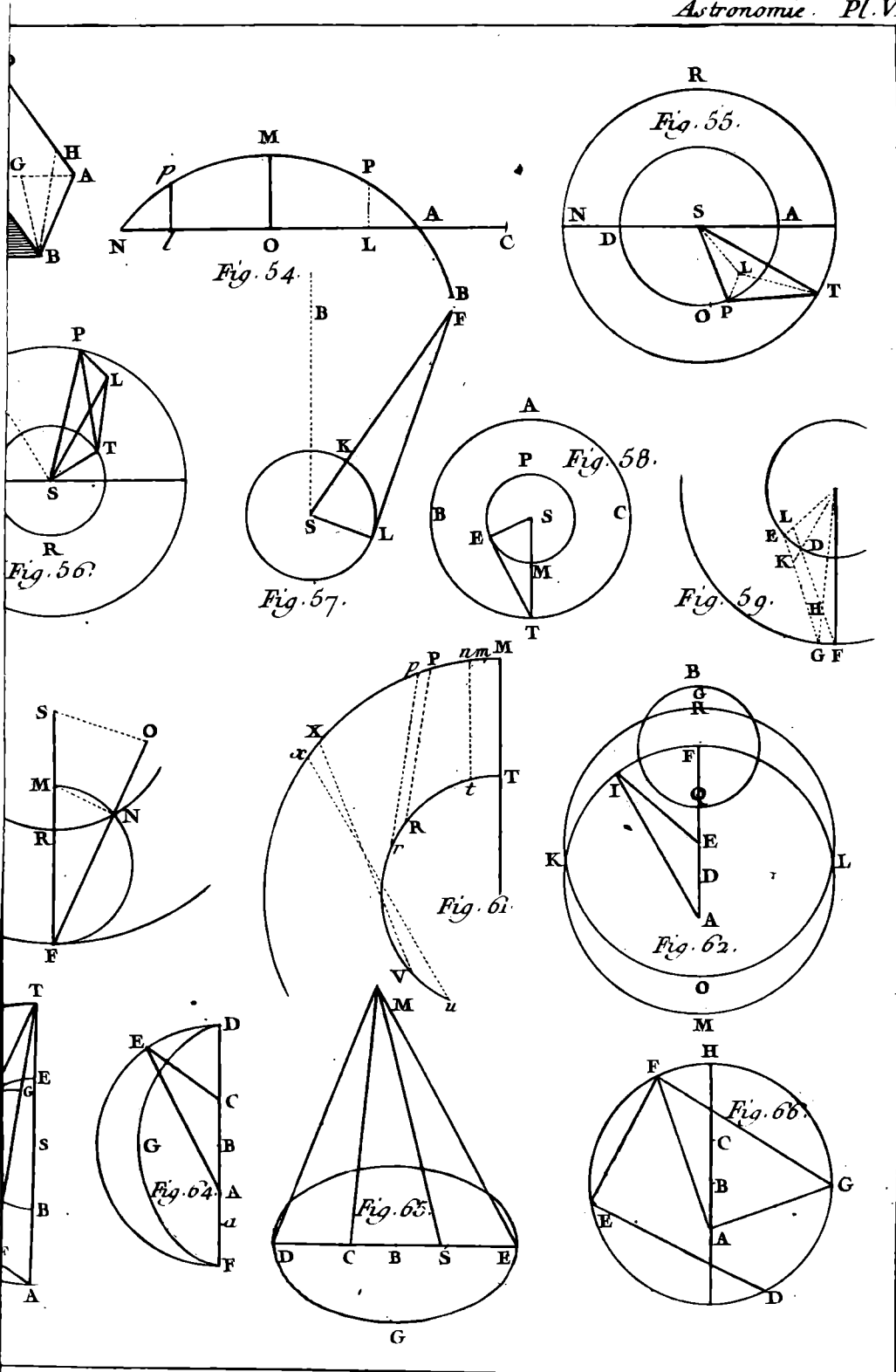
Et ensuite que
c'est une ellipse.

887. Cette ovalité de l'orbite de Mars fit conclure à Kepler que cette orbite étoit une véritable ellipse; car l'ellipse est de toutes les courbes allongées, ou ovales, la plus simple, & celle qui se présente la première; cela fut confirmé par l'examen des lieux de Mars observés dans toutes ses positions, qui se trouverent d'accord aussi bien que ses distances, avec les calculs faits dans l'ellipse ordinaire. Cette conclusion que Kepler étendit ensuite à toutes les planetes dans ses Tables Rudolphines, s'est trouvée également vérifiée; elle s'est trouvée dans la suite être une conséquence nécessaire de l'attraction universelle, (*Voyez L. XXII.*); en sorte qu'il a été reconnu pour règle générale, que *les six planetes principales décrivent des ellipses dont le foyer est au centre du soleil.*

Réflexions sur
la marche de
Kepler.

888. Le reste du Livre de Kepler est employé à confirmer cette découverte par d'autres Observations & par d'autres genres de preuves; à expliquer par des raisonnemens physiques la cause de cette ovalité, & à chercher les moyens de calculer l'équation dans une ellipse dont on connoitroit l'anomalie moyenne. Nous ne suivrons pas l'Auteur dans ces différentes tentatives, où l'on voit cependant briller le génie & l'imagination de l'Auteur, mais il nous suffit d'avoir montré la route par laquelle il étoit arrivé à cette belle découverte.

889. On a dû remarquer avec quelle sagacité Kepler avoit sçu diviser les questions pour les résoudre chacune séparément, & choisir dans le nombre prodigieux d'Ob-



11/11/11

servations que Tycho lui avoit fournies , celles qui déci-
doient un élément , c'est-à-dire , un des points de la ques-
tion , indépendamment de tous les autres. Il avoit d'abord
déterminé l'excentricité de l'orbite terrestre (874) par le
moyen de deux Observations de la longitude de Mars, fai-
tes dans le temps que cette planete étoit au même point
de son orbite : cette excentricité le mettoit à portée de
connoître les autres distances de la terre au soleil en diffé-
rens points de son orbite. Connoissant les distances de la
terre au soleil , il s'en étoit servi pour trouver celles de
Mars au soleil dans son aphélie & dans son périhélie ; ce
qui donnoit directement l'excentricité de son orbite (879) ;
enfin , il compara trois autres distances de Mars au soleil,
calculées dans un cercle dont l'excentricité étoit connue ;
& les trouvant plus longues que les vraies distances obser-
vées , il en conclut que ces vraies distances appartenoient
à une orbite plus étroite que le cercle (886).

890. Kepler avoit été long-temps à secouer le pré-
jugé universel des orbites circulaires ; il s'accuse lui-même
du temps considérable que lui avoit fait perdre cette fausse
persuasion , fondée sur l'autorité générale de tous ceux qui
l'avoient précédé , & sur les principes de cette Métaphysi-
que arbitraire dont on n'osoit s'écarter. *Primus meus error
fuit viam planetæ perfectum esse circum , tantò nocentior
temporis fur , quantò erat ab autoritate omnium Philoso-
phorum instructior , & Metaphysicæ in specie convenien-
tior* , (cap. 40. pag. 192.).

Après que l'orbite de Mars eût servi à trouver les di-
mensions de l'orbite terrestre , & la règle du mouvement
planétaire , les mêmes élémens lui servirent à trouver ceux
de toutes les autres planetes , il les trouva lui-même avec
assez d'exactitude , au moyen des Observations de Tycho ;
& il s'en servit pour calculer ses Tables Rudolphines.

891. La méthode par laquelle Kepler venoit de trou-
ver les distances de Mars au soleil , soit dans l'aphélie , soit
dans le périhélie (882) , lui servit à trouver les distances
de toutes les autres planetes , & par conséquent l'excen-
tricité de chacune , qui n'est autre chose que la moitié de

Distances des
Planetes au
Soleil.

H h h ij

la différence entre la plus grande & la plus petite distance ; ces distances lui servirent à trouver la loi dont nous parlerons ci-après (892), & cette règle a servi aux autres Astronomes pour trouver encore plus exactement ces distances , car les calculs en ont été faits plus d'une fois : les voici suivant les Tables de M. Halley ; on trouvera à l'article 945 les équations qui en résultent.

PLANÉTES.	Distance moyenne.	Excentricités en parties de la dist. de la terre.	Log. de l'excen. en part. de la dist. moy. de la Planete.
Mercure ,	38710	7970	9 4136351
Vénus ,	72333	505	7 8439549
La Terre ,	100000	16802	8 2253610
Mars ,	152369	14170	8 9684732
Jupiter ,	520098	25078	8 6832078
Saturne ,	954007	54381	8 7558954
La Lune ,	8 7407573

Ces distances sont exprimées en parties , dont celle de la terre contient 100000 , les excentricités en parties semblables à celles de la distance , c'est-à-dire , en cent millièmes de la distance moyenne du soleil ; j'y ai ajouté les logarithmes des excentricités divisées chacune par leurs distances moyennes , c'est-à-dire , réduites en parties de leur grand axe ; parce que c'est sous cette forme-là qu'on les emploie le plus volontiers dans les calculs astronomiques (914) ; j'y ai joint par anticipation celle de la lune pour la commodité des Astronomes. (Voy. Liv. VII. art. 1209.).

Les distances précédentes des planetes au soleil , en négligeant les quatre derniers chiffres, sont entre elles comme les nombres 4 , 7 , 10 , 15 , 52 , 95 ; ce sont-là les nombres les plus simples qu'il y ait pour représenter les intervalles & les grandeurs des orbes planétaires , & nous nous en sommes déjà servi en expliquant la figure du système de Copernic (753) : il est utile de se souvenir de ces six

Quarrés des Temps périod. égaux aux cubes des dist. 429
nombres dont on fait un fréquent usage dans l'Astronomie. Les distances des planetes au soleil déterminées ainsi par Kepler, au moyen des Observations de Tycho, lui firent trouver la belle loi dont nous allons parler.

Les Quarrés des Temps périodiques sont comme les Cubes des Distances.

892. LA plus fameuse loi du mouvement des planetes découverte par Kepler, est celle du rapport qu'il y a entre les grandeurs de leurs orbites, & le temps qu'elles emploient à les parcourir; Jupiter est cinq fois plus éloigné du soleil que la terre, le contour de son orbite est cinq fois plus grand, mais il met douze fois plus de temps que la terre à parcourir cette orbite qui est seulement cinq fois plus grande; Kepler chercha long-temps la cause de cette différence & la source de ces rapports: il avoit d'abord voulu rapporter les distances des six planetes aux corps réguliers, le cube, le tétraèdre, l'octaèdre, le dodécaèdre, l'icosaèdre; ensuite à l'harmonie des corps sonores: (Voy. *Mysterium Cosmographicum*, 1596, & *Harmonices Mundi*, 1619); mais il ne trouvoit aucun rapport satisfaisant entre les temps & les distances.

893. Ce fut le 8 Mars 1618 qu'il lui vint à l'esprit pour la premiere fois, de comparer les puissances des différens nombres, au lieu de comparer les nombres mêmes qui exprimoient les temps périodiques des planetes & leurs distances; il compara donc au hasard des quarrés, des cubes, &c. il essaya même les quarrés des temps avec les cubes des distances; mais il se trompa cette premiere fois dans son calcul, & rejeta cette proportion comme fausse & inutile. Ce ne fut que le 15 de Mai suivant qu'il revint à la charge, en recommençant les mêmes essais & les mêmes calculs; alors enfin il reconnut qu'il y avoit réellement toujours un rapport égal & constant entre les quarrés des temps périodiques de deux planetes quelconques, & les cubes de leurs distances moyennes au soleil: il fut si enchanté de cette découverte, qu'à peine il se fioit à ses

Cette loi fut
trouvée le 15
Mai 1618.

calculs, il n'osoit qu'à peine se persuader qu'il eût enfin trouvé une vérité cherchée pendant 77 ans : *Tantâ comprobatione & laboris mei septendecennalis in Observationibus Braheanis, & meditationis hujus in unum conspirantium, ut somniare me & præsumere quæsitum inter principia primò crederem*, (*Harmonices*, L. V. p. 189.).

Exemple de
cette loi.

894. La distance de la terre au soleil est à celle de Jupiter au soleil, comme 1000 est à 520, leurs cubes sont par conséquent comme 10 à 1407 ; or, les durées de leurs révolutions sont de $365\frac{1}{4}$ & de 4332 jours, dont les quarrés en négligeant les derniers chiffres, sont comme 187 à 1334 ; ainsi les quarrés des temps périodiques sont entre eux comme 1877 à 13341, ou comme 10 est à 1407 ; donc, le rapport est le même de part & d'autre ; le quarré du temps périodique de Jupiter est 140 fois plus grand que le quarré du temps périodique de la terre, & le cube de la distance moyenne de Jupiter au soleil est 140 fois plus grand que le cube de la distance de la terre, c'est en quoi consiste l'égalité des rapports. On verra dans le XVIII^e. Livre que cette loi se vérifie également quand on compare les distances des satellites de Jupiter & de Saturne avec les durées de leurs révolutions, & l'on verra dans le Livre XXII. de l'Attraction, que de cette loi donnée par observation il s'ensuivoit nécessairement que la force centrale, ou la gravité des planetes vers le soleil étoit en raison inverse du quarré de la distance, c'est-à-dire, la plus belle découverte de Newton, qui dut sans doute son origine à celle de Kepler.

Les Aires sont proportionnelles au Temps.

895. Cette loi générale du mouvement des planetes devenue si importante dans l'Astronomie, sçavoir, que les aires sont proportionnelles au temps, est encore une des découvertes de Kepler ; cependant Kepler ne démontroit cette vérité que d'une manière incomplète ; Newton a été le premier qui ait fait voir qu'elle étoit une suite nécessaire & exacte de la loi générale du mouvement planétaire.

Kepler étoit persuadé que le mouvement circulaire des

planetes étoit produit par une certaine force émanée du soleil , qui les forçoit à tourner autour de l'axe du soleil , comme il y tournoit lui-même. Il considéroit que puisque les planetes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planetes les plus proches du soleil , il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande distance , & cela le conduisit à établir non-seulement la force d'inertie, dont il a parlé le premier, mais encore la règle des aires proportionnelles au temps.

896. Kepler démontre d'abord à la page 165 de sa nouvelle Physique Céleste , que le mouvement des planetes dans les absides est proportionnel à leur distance au soleil même , dans l'hypothèse de Ptolémée (867), c'est-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie , & un autre arc de même longueur vers le périhélie , la planete est plus long-temps dans l'arc aphélie , à proportion que la distance aphélie est plus grande ; ou , ce qui revient au même , que les aires décrites dans le même temps sont égales.

Soit E (Fig. 68.) le point autour duquel le mouvement est supposé uniforme (867), S le centre du soleil à même distance du centre C que le point E ; ayant tiré deux lignes MEO , NEP , l'arc MN & l'arc OP sont parcourus dans le même temps suivant cette hypothèse , puisque les angles en E sont égaux ; si du point S on tire les lignes SO , OP , & les lignes SN , SM ; je dis qu'elles formeront des secteurs égaux OSP , NSM : en effet , $MN : OP :: ER : EQ$, donc $MN \cdot EQ = OP \cdot ER$; mais $EQ = SR$ & $ER = SQ$; donc $MN \cdot SR = OP \cdot SQ$; donc le secteur SNM est égal au secteur OSP : donc dans l'hypothèse même des Anciens si l'on prend deux arcs MN & OP , décrits par une planete dans des temps égaux , on aura au point S des aires égales.

Démonstration
de Kepler.
Fig. 68.

897. De ce que la planete employe plus de temps dans son aphélie à parcourir un même arc , Kepler conclut en général , (page 167.) , que plus la planete est éloignée du centre du soleil , plus elle est foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du soleil. Kepler

calculs, il n'osoit qu'à peine se persuader qu'il eût enfin trouvé une vérité cherchée pendant 77 ans : *Tantâ comprobatione & laboris mei septendecennalis in Observacionibus Braheanis, & meditationis hujus in unum conspirantium, ut somniare me & præsumere quæsitum inter principia primò crederem*, (*Harmonices*, L. V. p. 189.).

Exemple de
cette loi.

894. La distance de la terre au soleil est à celle de Jupiter au soleil, comme 1000 est à 520, leurs cubes sont par conséquent comme 10 à 1407 ; or, les durées de leurs révolutions sont de $365\frac{1}{4}$ & de 4332 jours, dont les quarrés en négligeant les derniers chiffres, sont comme 187 à 1334 ; ainsi les quarrés des temps périodiques sont entre eux comme 1877 à 13341, ou comme 10 est à 1407 ; donc, le rapport est le même de part & d'autre ; le quarré du temps périodique de Jupiter est 140 fois plus grand que le quarré du temps périodique de la terre, & le cube de la distance moyenne de Jupiter au soleil est 140 fois plus grand que le cube de la distance de la terre, c'est en quoi consiste l'égalité des rapports. On verra dans le XVIII^e. Livre que cette loi se vérifie également quand on compare les distances des satellites de Jupiter & de Saturne avec les durées de leurs révolutions, & l'on verra dans le Livre XXII. de l'Attraction, que de cette loi donnée par observation il s'ensuivoit nécessairement que la force centrale, ou la gravité des planetes vers le soleil étoit en raison inverse du quarré de la distance, c'est-à-dire, la plus belle découverte de Newton, qui dut sans doute son origine à celle de Kepler.

Les Aires sont proportionnelles au Temps.

895. Cette loi générale du mouvement des planetes devenue si importante dans l'Astronomie, sçavoir, que les aires sont proportionnelles au temps, est encore une des découvertes de Kepler ; cependant Kepler ne démontroit cette vérité que d'une maniere incomplete ; Newton a été le premier qui ait fait voir qu'elle étoit une suite nécessaire & exacte de la loi générale du mouvement planétaire.

Kepler étoit persuadé que le mouvement circulaire des

planetes étoit produit par une certaine force émanée du soleil , qui les forçoit à tourner autour de l'axe du soleil , comme il y tournoit lui-même. Il confidéroit que puisque les planetes les plus éloignées tournoient plus lentement que les planetes les plus proches du soleil , il falloit que la force motrice fût plus petite à une plus grande distance , & cela le conduisit à établir non-seulement la force d'inertie, dont il a parlé le premier , mais encore la règle des aires proportionnelles au temps.

896. Kepler démontre d'abord à la page 165 de sa nouvelle Physique Céleste , que le mouvement des planetes dans les absides est proportionnel à leur distance au soleil même , dans l'hypothèse de Ptolémée (867), c'est-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique vers l'aphélie , & un autre arc de même longueur vers le périhélie , la planete est plus long-temps dans l'arc aphélie , à proportion que la distance aphélie est plus grande ; ou , ce qui revient au même , que les aires décrites dans le même temps sont égales.

Soit *E* (Fig. 68.) le point autour duquel le mouvement est supposé uniforme (867), *S* le centre du soleil à même distance du centre *C* que le point *E* ; ayant tiré deux lignes *MEO*, *NEP*, l'arc *MN* & l'arc *OP* sont parcourus dans le même temps suivant cette hypothèse , puisque les angles en *E* sont égaux ; si du point *S* on tire les lignes *SO*, *OP*, & les lignes *SN*, *SM* ; je dis qu'elles formeront des secteurs égaux *OSP*, *NSM* : en effet , $MN : OP :: ER : EQ$, donc $MN \cdot EQ = OP \cdot ER$; mais $EQ = SR$ & $ER = SQ$; donc $MN \cdot SR = OP \cdot SQ$; donc le secteur *SNM* est égal au secteur *OSP* : donc dans l'hypothèse même des Anciens si l'on prend deux arcs *MN* & *OP*, décrits par une planete dans des temps égaux , on aura au point *S* des aires égales.

Démonstration
de Kepler.

Fig. 68.

897. De ce que la planete employe plus de temps dans son aphélie à parcourir un même arc , Kepler conclut en général , (page 167.) , que plus la planete est éloignée du centre du soleil , plus elle est foiblement animée par la force motrice qui la fait tourner autour du soleil. Kepler

applique cette proposition, (*cap.* 40.) au calcul de l'équation du centre. Puisque la demeure d'une planète dans chacun des arcs égaux de l'excentrique, est toujours proportionnelle à la distance de la planète ; si l'on peut avoir la somme de toutes les distances, on aura la somme de toutes les demeures, ou le temps employé à parcourir un arc quelconque, de quelque grandeur qu'il soit : or la somme de toutes les distances est visiblement la surface entière du secteur décrit par la planète ; ainsi l'aire du secteur représentera l'anomalie moyenne, qui est proportionnelle au temps.

898. Lorsque Kepler (*cap.* 46. *pag.* 219.), passe à la considération des orbites elliptiques, il transporte à l'ellipse cette propriété qu'il n'avoit démontrée que pour le cercle excentrique, sans y employer de nouvelle démonstration ; ainsi la loi des aires proportionnelles au temps n'étoit démontrée qu'imparfaitement, elle ne pouvoit passer jusqu'alors que comme une approximation commode, facile dans la pratique, & justifiée par l'accord du calcul avec l'Observation.

Mais lorsqu'on considère les orbites planétaires comme formées par le concours de deux forces & deux directions différentes, dont l'une est de sa nature uniforme & constante, dès-lors les aires deviennent nécessairement & rigoureusement proportionnelles aux temps, comme nous le démontrerons bientôt (900).

899. On démontreroit très-bien aujourd'hui, par l'Observation des diamètres du soleil, que les aires sont proportionnelles aux temps vers les apsides, ou, ce qui revient au même, que le mouvement du soleil est d'autant plus lent qu'il est plus éloigné de la terre. Le diamètre du soleil est de 31' 31" en été, & de 32' 36" en hyver, suivant nos Observations ; cela prouve que la distance du soleil en hyver est à sa distance en été, comme 31' 31" est à 32' 36" ; car les grandeurs apparentes d'un même objet sont en raison inverse de leurs distances (1057) : le mouvement horaire du soleil en hyver est de 2' 32" ; or 32' 36" : 31' 31" :: 2' 33" : 2' 28" ; ainsi le mouvement horaire du soleil devoit être de

de $2' 28''$, si ce mouvement horaire étoit en lui-même constant & uniforme, & que ses différences ne dépendissent que de l'éloignement du soleil; cependant, par l'observation, ce mouvement horaire ne se trouve que de $2' 23''$; il est plus petit qu'il ne devoit être dans cette supposition: donc, outre les $5''$ de différence qu'il doit y avoir entre les mouvemens horaires du soleil en été & en hyver à cause de ses différentes distances, il y a encore une différence réelle de $5''$, qui ne provient pas des distances, mais qui est un ralentissement véritable dans le mouvement du soleil; donc, le mouvement de la terre est effectivement plus lent dans l'aphélie que dans le périhélie; on voit même qu'il est en raison inverse des distances, puisque, pour avoir cette raison inverse, il suffit qu'on ait $5''$ de plus pour l'excès du mouvement horaire en hyver sur le mouvement en été; indépendamment des $5''$ qu'il doit y avoir, à raison de la distance du soleil qui est moindre en hyver.

900. La loi des aires proportionnelles au temps ayant été démontrée par Kepler pour le cas de l'aphélie & du périhélie, & se trouvant vérifiée d'ailleurs par un accord général entre les observations & le calcul tiré de cette loi; nous pourrions la regarder comme prouvée astronomiquement, n'ayant pas encore traité des causes qui doivent produire cette loi; cependant nous allons démontrer en peu de mots, 1°. que les planetes tournent autour du soleil en vertu d'une force centrale ou attractive, dirigée au foyer de l'ellipse; 2°. que cette force une fois supposée, il s'en suit que les aires sont proportionnelles au temps.

901. C'est la premiere loi du mouvement prouvée par l'expérience, & admise par tous les Mathématiciens, qu'un corps ayant parcouru une ligne droite uniformément dans l'espace d'une minute, parcourroit une autre ligne droite sur la même direction dans la minute suivante, si rien ne s'y oppoisoit; ainsi la planete P (Fig. 69.), ayant été une seule fois uniformément de P en Q sur la ligne droite PQ , elle continueroit à se mouvoir de Q en F sur la même direction PQF , en parcourant un espace QF égal à PQ uniformément, & dans le même espace de temps: cependant

Premiere loi du
Mouvement,

Fig. 69.

Existence d'une
force centrale.

les planetes décrivent des ellipses , & non pas des lignes droites ; elles courbent sans cesse leur route du côté du soleil , & reviennent après une révolution reprendre la même route à la même distance du soleil ; il y a donc dans le soleil une force capable de détourner à chaque instant une planete de la ligne droite qu'elle venoit de décrire l'instant précédent. Nous examinerons la mesure & la quantité de cette force dans le XXII^e. Livre , où nous traiterons de l'Attraction ; il nous suffit ici de faire voir que cette force centrale existe , puisque sans elle les planetes ne pourroient décrire que des lignes droites , & jamais ne reviendroient sur leurs pas , comme elles le font , en décrivant sans cesse une courbe qui environne le soleil.

Seconde loi du
Mouvement.

902. La seconde loi du mouvement que je suppose encore connue & démontrée , parce qu'elle se trouve dans tous les Livres de Méchanique , ou de Dynamique , est celle-ci : un corps poussé à la fois par deux forces différentes , dont les directions font un angle , & dont chacune pourroit lui faire parcourir en une minute un des côtés d'un parallélogramme , en décrira la diagonale. Si la planete arrivée en Q est poussée vers le soleil , suivant la direction QS , avec une force capable de lui faire parcourir en une minute la ligne droite QG , tandis qu'au même instant elle est sollicitée à parcourir en une minute une ligne QF égale à PQ , en vertu de la premiere loi du mouvement (901) , & si sur les lignes GQ & QF on forme un parallélogramme $GQFR$, la planete parcourra la diagonale QR dans la même minute. Il ne faut que ces trois principes pour démontrer que la loi des aires proportionnelles au temps , doit avoir lieu dans tous les cas ; nous allons rapporter la Démonstration de Newton.

Démonstration
de la loi des Aires
proportionnelles.

903. Considérons une planete en un point quelconque Q de son orbite , venant de parcourir l'instant d'auparavant une très petite portion PQ de son orbite , que je considere comme une ligne droite ; la planete parvenue de P en Q , & son rayon vecteur ayant passé de SP en SQ , a décrit l'aire SPQ en une minute de temps ; je dis que dans la minute suivante elle décrira une aire SQR égale à l'aire SPQ ,

c'est-à-dire, que l'aire décrite par le rayon vecteur, sera égale en temps égal. En effet, si la planète livrée à elle-même, eût continué à se mouvoir de Q en F , en vertu de la première loi du mouvement (901), elle auroit décrit une aire QSF égale à l'aire PSQ , parce que ces deux triangles sont égaux, ayant des bases égales PQ & QF , & pour hauteur commune la perpendiculaire abaissée du point F sur la direction FQP , prolongée au-dehors : mais à cause de la force centrale qui attire la planète vers le soleil, ce sera l'aire QSR , (à la place de l'aire QSF), qui sera décrite par la planète ; or, les aires ou les triangles QSR , QSF , sont encore égaux, parce qu'ils ont la même base QS , & sont compris entre les mêmes parallèles FR & QS ; donc l'aire QSR est aussi égale à l'aire PSQ : ainsi il est démontré que la petite aire décrite dans la première minute, est égale à la petite aire décrite dans la minute suivante, & procédant ainsi de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontreroit avec la même facilité que la même planète décrira éternellement la même aire dans le même temps, à quelque distance du soleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne surviendra pas une force étrangère qui puisse troubler l'égalité entre QF & PQ ; c'est-à-dire, entre la ligne qu'une planète vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute suivante.

Ainsi la loi des aires proportionnelles aux temps est démontrée par l'observation, c'est-à-dire, par l'accord général des calculs fondés sur cette loi, avec les observations, & elle l'est encore par la nature même des deux forces qui animent les planètes : nous allons donc passer au calcul du mouvement des planètes dans les orbites elliptiques, pour être en état d'assigner en tout temps le point de son orbite où une planète doit se trouver en vertu de la loi précédente.

On a appelé cette loi des aires proportionnelles aux temps, *Loi de Kepler*, aussi bien que celle de l'article 892, du nom de ce célèbre Inventeur ; mais il n'eut pas la satisfaction de voir leur connexion & leur dépendance naturelle, cela étoit réservé à Newton.

THÉORIE DU MOUVEMENT ELLIPTIQUE
DES PLANÈTES AUTOUR DU SOLEIL.

Rayon vecteur. 904. DÉFINITIONS. Le *Rayon vecteur* d'une planète est la ligne tirée du centre du soleil au centre de la planète; ou la distance de la planète au foyer de son ellipse. Soit *Fig. 70. AMDP* (*Fig. 70.*), l'orbite elliptique d'une planète décrite autour du foyer *S*, où est placé le soleil (887), *M* le lieu actuel d'une planète pour un instant donné, la ligne *SM* fera le rayon vecteur.

Aphélie. 905. La ligne des absides, ou le grand axe de l'ellipse marque l'aphélie & le périhélie de la planète : l'APHÉLIE, ou l'abside supérieure, est le point de l'orbite où la planète est la plus éloignée du soleil; tel est le sommet *A* du grand axe *AP*, le plus éloigné du foyer *S*. Le PÉRIHÉLIE*, ou l'abside inférieure, est le point de l'orbite où la planète est la plus proche du soleil; telle est l'extrémité inférieure *P* du grand axe *AP*, la plus voisine du foyer *S* où réside le soleil.

Anomalie vraie. 906. L'ANOMALIE VRAIE** est l'angle formé au foyer de l'ellipse par le rayon vecteur & par la ligne des absides; tel est l'angle *ASM* formé par le grand axe *AS* & par le rayon vecteur *SM*.

Anomalie excentrique. L'ANOMALIE EXCENTRIQUE est l'angle formé au centre de l'ellipse, par le grand axe & par le rayon d'un cercle circonscrit, mené à l'extrémité de l'ordonnée qui passe par la planète; ainsi ayant décrit un cercle *ANP* sur le grand axe *AP* de l'orbite, comme diamètre, on tirera l'ordonnée *RMN* par le point *M*, où est supposée la planète, & à l'extrémité *N* de cette ordonnée on mènera le rayon *AN*, c'est celui qui déterminera l'anomalie excentrique *ACN*.

Anomalie moyenne. 907. L'ANOMALIE MOYENNE est celle qui est proportionnelle au temps, ou qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie jusqu'au périhélie; ainsi une planète qui emploieroit six mois à aller de *A* en *P*, aura à la fin du

* *Ἀπό*, longé; *περί*, propé; *ἡλιος*, Sol.

** *Ἀνόμος*, sine lege. Anomalie signifie proprement en Astronomie, l'indication ou l'argument de l'irrégularité.

premier mois 30 degrés d'anomalie moyenne, 60 degrés à la fin du second; & ainsi de suite, en augmentant toujours proportionnellement au temps. Si l'on prend une ligne *CX* pour marquer l'anomalie moyenne, en supposant que cette ligne tourne uniformément autour du centre *C*, la ligne *CX* fera d'abord plus avancée que la ligne *CN*, & cet avancement augmentera tant que la vitesse de la planète sera moindre que sa vitesse moyenne; ensuite le point *N* se rapprochera du point *X*, jusqu'à ce qu'au périhélie *P* ils se réunissent ensemble; là les trois anomalies se confondent, & sont également de 180 degrés.

908. Puisque l'anomalie moyenne est proportionnelle au temps, & qu'elle est une portion du temps de la révolution, elle peut être mesurée par toute quantité qui aura un progrès uniforme: ainsi non-seulement l'arc *AX* & l'angle *ACX* (*Fig. 70.*), peuvent s'appeller *Anomalie moyenne*, mais encore le secteur elliptique, ou l'aire *AMS*, formée par le rayon vecteur *SM*, le grand axe *SA* & l'arc d'ellipse *AM*: en effet, les aires décrites par le rayon vecteur *SM*, étant proportionnelles aux temps (895), le secteur *AMS* fera la sixième partie de la surface elliptique *AMDPA* au bout du premier mois, (dans la supposition de l'article précédent), elle en fera le tiers au bout de deux mois, & toujours ainsi uniformément; en sorte que la surface, ou l'aire elliptique sera la quantité proportionnelle au temps, une fraction égale à la fraction du temps, ou l'anomalie moyenne: ainsi l'on pourra dire à la fin du premier mois, que l'anomalie moyenne est 30 degrés, ou, en général, qu'elle est un douzième, parce que 30 degrés font la douzième partie du ciel, & que l'aire *AMS* fera pour lors la douzième partie de l'aire entière de l'ellipse.

909. Kepler ayant trouvé que les planètes décrivoient des ellipses avec des aires proportionnelles au temps, il ne lui restoit plus que d'en conclure le vrai lieu d'une planète pour un temps donné.

Lorsqu'on connoît la durée de la révolution de la planète, par exemple, celle de Mercure, qui est de 86 jours; & qu'on demande le lieu de Mercure au bout de 2 jours, On connoît toujours l'Anomalie moyenne.

c'est-à-dire, de la 43^e. partie de sa révolution, on sçait dès-lors que l'aire du secteur ASM compris entre l'aphélie & le rayon vecteur SM , est la 43^e. partie de la surface de l'ellipse ; cette portion du temps, ou cette portion de l'ellipse est proprement l'*anomalie moyenne* (908), que l'on peut aussi exprimer en degrés, en prenant la 43^e. partie des 360 degrés qui font le cercle entier : car on a vû que nous pouvons appeller indifféremment *anomalie moyenne*, une portion du temps, une portion de l'ellipse, une portion de la circonférence du cercle ; c'est toujours une fraction qui est donnée quand on cherche le lieu d'une planète, mais c'est principalement en degrés que nous la prendrons ci-après, pour suivre la forme usitée dans les Tables Astronomiques.

Problème de
Kepler.

910. Lorsqu'on connoît l'anomalie moyenne, ou la surface du secteur AMS , il s'agit de trouver l'anomalie vraie, ou l'angle ASM de ce secteur. Kepler sentit bien la difficulté de ce problème : *étant donnée l'anomalie moyenne, trouver l'anomalie vraie*, même dans un cercle, car la difficulté est à peu près la même que dans l'ellipse ; il se contenta d'inviter les Géomètres à en chercher la solution, sans espérer qu'on la pût trouver d'une manière directe, parce qu'elle suppose connu le rapport entre les arcs & leurs sinus, qui n'est donné que par approximation : voici comment il s'exprime au sujet de ce fameux problème, qui a toujours été appelé depuis *Problème de Kepler*. *Hæc est mea sententia : quæ quominus habere videbitur Geometricæ pulchritudinis, hoc magis adhortor Geometras ut mihi solvant hoc problema : DATA areâ partis semicirculi, datoque puncto diametri, invenire arcum & angulum ad illud punctum : cujus anguli cruribus & quo arcu data area comprehenditur : vel aream semicirculi ex quocumque puncto diametri in datâ ratione secare. Mihi sufficit credere solvi à priori non posse propter arcus & sinus* επεπο-
γένηται. (pag. 300.). C'est par-là que Kepler termine ses recherches ; le problème dont il désespéroit alors, est encore aujourd'hui désespéré (920).

911. La première chose que nous ferons pour simplifier

ces recherches , fera de renverser la question , & de supposer connue l'anomalie vraie pour en déduire l'anomalie moyenne ; cette méthode fera plus courte , souvent plus exacte , & tiendra toujours lieu dans la pratique, de la méthode directe que nous expliquerons cependant à son tour, (920). Cette méthode indirecte a été employée avec succès par M. l'Abbé de la Caille dans ses Recherches sur le Soleil ; elle est fondée sur les deux théorèmes suivans , que nous allons démontrer d'une manière très-simple , en supposant quelques propositions des Sections Coniques, ou de la Trigonométrie , qui seront démontrées à leur place dans les Livres XXI. & XXIII.

9 I 2. LEMME. *Dans une ellipse AMP , (Fig. 70.), à laquelle on a circonscrit un cercle ANP ; CX étant la ligne de l'anomalie moyenne (907) , & M le lieu de la planète ; le secteur circulaire ANSA est égal au secteur circulaire ACX de l'anomalie moyenne.* Fig. 70.

DÉMONSTRATION. Soit T le temps de la révolution de la planète, & t le temps qu'elle a employé à aller de A en M , on aura par la règle des aires proportionnelles aux temps , t est à T comme le secteur AMS est à la surface de l'ellipse : de même , puisque ACX est l'anomalie moyenne , on aura $t : T :: ACX : \text{surface du cercle}$; donc $AMS : ACX :: \text{surface de l'ellipse} : \text{surface du cercle}$. Mais par la propriété de l'ellipse , (Voy. Liv. XXI.), $AMS : ANS :: \text{surface de l'ellipse} : \text{surface du cercle}$; ces deux proportions ayant trois termes communs , le quatrième ne sauroit manquer de l'être ; donc ANS & ACX sont égaux entre eux. C. Q. F. D.

9 I 3. *LA RACINE QUARRÉE de la distance périhélie est à la racine quarrée de la distance aphélie , comme la tangente de la moitié de l'anomalie vraie est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique.* Théorème premier.

DÉMONSTRATION. C'est une propriété qui sera démontrée dans le XXIII^e. Livre pour tous les triangles rectangles, tels que RSM , (Fig. 70.), que la tangente de la moitié de l'angle RSM est égale au côté opposé RM , divisé par la somme des deux autres côtés SR , SM ; ainsi dans les triangles rectangles MSR & NCR on a cette proportion : Fig. 70.

$\text{tang. } \frac{1}{2} MSR : \text{tang. } \frac{1}{2} NCR :: \frac{RM}{SR+SM} : \frac{RN}{CR+CN}$; si l'on met à la place du rapport de RM à RN celui de CD à CA qui lui est égal par la propriété de l'ellipse, & à la place de $SR+SM$ sa valeur $PR \cdot \frac{SA}{CA}$, (Voy. Liv. XXI.) ; & enfin PR à la place de $CR+CN$, on changera la proportion en celle-ci : $\text{tang. } \frac{1}{2} MSR : \text{tang. } \frac{1}{2} NCR :: \frac{CD \cdot CA}{RP \cdot SA} : \frac{CA}{RP} :: CD : SA :: \sqrt{aa-ee} : a+e$, nommant a le demi-axe de l'ellipse, & e l'excentricité CS ; on divisera les deux derniers termes par $\sqrt{a+e}$, & l'on aura $T. \frac{1}{2} MSR : T. \frac{1}{2} NCR :: \sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}$, :: $\sqrt{BF} : \sqrt{FA}$: donc la tangente de la moitié de l'anomalie vraie ASM est à la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique ACN , comme la racine quarrée de la distance périhélie PS est à celle de la distance aphélie AS . C. Q. F. D.

Théorème
second.

914. LA DIFFÉRENCE entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne est égale au produit de l'excentricité par le sinus de l'anomalie excentrique.

Fig. 70.

DÉMONSTRATION. Le secteur circulaire $ANSCRA$, (Fig. 70,), est égal au secteur de l'anomalie moyenne ACX (912) ; si l'on ôte de tous deux la partie commune ACN , on aura le secteur NCX égal au triangle CNS . La surface du secteur NCX est égale au produit de CN par l'arc NX ; la surface du triangle CNS est égale au produit de CN par la hauteur ST , qui est une perpendiculaire abaissée du foyer S sur la base NC , prolongée au-delà du centre C ; ainsi les deux surfaces étant égales, & ayant un des produits CN qui est commun à toutes deux, les autres produits sont aussi égaux ; donc l'arc NX est égal à la ligne ST , mais $ST = CS \cdot \sin. TCS$, ou ACN , par les règles de la Trigonométrie rectiligne ; donc la différence NX entre l'anomalie excentrique AN & l'anomalie moyenne AX , est égale au produit de l'excentricité CS par le sinus de l'anomalie excentrique ACN . C. Q. F. D.

915. C'est en minutes & secondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les anomalies des planetes ; ainsi pour
trouver

trouver la différence en secondes entre l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique, il faut que l'excentricité soit aussi exprimée en secondes ; si l'excentricité de la planète est donnée en parties de la distance moyenne de cette même planète (891), il suffira de la multiplier par $57^{\circ} 17' 44'' 8$, arc égal au rayon , pour avoir cette excentricité en secondes ; le logarithme de 57° est $5, 3144251$, on ajoutera ce logarithme constant avec celui de l'excentricité de la planète exprimée en parties de la distance moyenne (891), & l'on aura le logarithme de cette excentricité en secondes. Pour sentir la raison de cette multiplication par 57° ; ou par $206264''$, supposons que l'excentricité fût la deux cent millième partie du rayon ou de la distance moyenne, il est évident que puisqu'il y a deux cent mille secondes dans un arc égal au rayon , l'excentricité vaudroit une seconde ; supposons qu'elle fût la moitié du rayon , ou $\frac{1}{2}$; elle vaudroit la moitié de $206264''$, ou $103132''$, c'est-à-dire , qu'en multipliant cette excentricité $\frac{1}{2}$ par 206264 , on aura le nombre de secondes que l'excentricité contient ; & cela se comprendra de même de tous les autres cas ; puisque l'unité est à l'excentricité de l'article 891 en parties du rayon , comme $206264''$ sont à l'excentricité réduite en secondes , il est évident qu'en multipliant l'excentricité en parties du rayon par $206264''$, on aura l'excentricité en secondes ; & il en est de même de toutes les quantités qu'on trouve dans les calculs , exprimées en parties du rayon ; lorsqu'on les veut avoir en secondes , on les multiplie par $206264''$, ou l'on ajoute à leur logarithme le logarithme constant $5, 3144251$; nous ferons souvent usage de cette remarque dans le XXII^e. Livre , en expliquant les calculs de l'Attraction.

Exprimer en
secondes les déci-
males du Rayon.

916. On verra bientôt l'application de ces deux théorèmes avec un exemple (art. 917) ; mais pour plus de facilité , nous donnerons dans la Table suivante pour chaque planète , les deux logarithmes constants qui servent pour les proportions contenues dans ces deux théorèmes : le premier pour l'anomalie excentrique est la moitié de la différence entre le logarithme de la distance aphélie & celui de la

distance périhélie, il s'ajoute avec le logarithme de la tangente de la moitié de l'anomalie vraie, pour avoir celui de la tangente de la moitié de l'anomalie excentrique : le second logarithme est pour l'anomalie moyenne : c'est la somme du logarithme de l'excentricité & du logarithme de 57° ; on l'ajoute avec le logarithme du sinus de l'anomalie excentrique, pour avoir celui de la différence qu'il y a entre l'anomalie excentrique & l'anomalie moyenne : enfin, nous avons joint à la même Table le logarithme de la moitié du petit axe, pour servir à trouver la distance (918).

	Logarithme pour l'anomalie excentrique.	Logarithme pour l'anomalie moyenne.	Logarithme du demi-axe conjugué.
Mercure,	0 0907135	4 6280604	4 5784175
Vénus,	0 0030320	3 1583617	4 8593270
Mars,	0 0405055	4 2828983	5 1810105
Jupiter,	0 0209575	3 9976443	5 7155795
Saturne,	0 0247830	4 0703234	5 9788450

917. EXEMPLE. Je suppose qu'on connoisse l'anomalie vraie de Mars $2^{\circ} 0' 8'' 40'''$, & qu'on veuille la convertir en anomalie moyenne, le logarithme de la distance périhélie, suivant les Tables de M. Halley, est 5, 221516, le logarithme de la distance aphélie 5, 140505, la moitié de la différence de ces deux logarithmes est 0, 0405055, logarithme constant pour la première analogie : les distances qui répondent aux deux logarithmes des Tables sont 166539 & 138199, la moitié de la somme de ces deux distances est 152369, c'est le demi-axe de l'ellipse, ou la distance moyenne de Mars au Soleil ; la moitié de la différence entre ces mêmes distances est 14170, excentricité de Mars, suivant les Tables de M. Halley, en parties dont la distance moyenne du soleil à la terre contiendrait 100000. Il faut d'abord convertir cette excentricité en parties de la

distance moyenne de Mars , prise pour unité , en disant : 152369 est à 1 , comme 14170 est à 0,0929979 , dont le logarithme est 8,9684732 ; pour la réduire en secondes , on fait cette proportion ; 1 est à 0,0929979 , comme 57° 17' 44" 8, arc égal au rayon , est à un quatrième terme qui se trouve 19182".

Son logarithme est 4,2828983

Logarithme de l'excentricité , 1470 . . . 4,1513699
 Otez le logarithme du demi-axe , 152369 . . . 5,1828969

8,9684732

Ajoutez le logarithme de 57° 5,3144251
 Log. constant pour la 2^e analogie (916) . . . 4,2828983

Log. constant pour la première analogie , . . . 0,0405055
 L. T. de la demi-anom. vraie , 15° 4' 20" . . . 9,4302374

L. T. de la demi-anom. excent. 16 28 8 6 . . . 9,4707429
 Donc l'anomalie excentr. est 32 56 17 2

Logar. constant pour la seconde analogie ; . . . 4,2828983
 Log. du sin. de l'an. excent. 32° 56' 17" 2 . . . 9,7353754

Logarithme de 10430" , ou 2 53 50 0 . . . 4,0182837
 Ajoutez à l'anom. excentr. 32 56 17 2

Anomalie moyenne , 35 50 7,2

Si l'anomalie vraie donnée surpasse six signes ou 180°, on prendra ce qui s'en manque pour aller à 360 degrés, ou à 12 signes, afin d'avoir la distance à l'aphélie par le plus court chemin ; mais après avoir trouvé l'anomalie moyenne , on reprendra aussi son supplément à 360 deg. pour avoir toujours cette anomalie moyenne comptée suivant l'ordre des signes.

918. LE RAYON VECTEUR , ou la distance d'une planète au soleil , lorsqu'on connoît l'anomalie vraie & l'anomalie excentrique , se trouve par le moyen de cette proportion :

Distance au
Soleil, ou Rayon
vecteur.

Le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique , comme la moitié du petit axe est au rayon vecteur.

Fig. 70. DÉMONSTRATION. Dans les triangles RSM , RSN , rectangles en R , (*Fig. 70.*), on a, par la Trigonométrie ordinaire, ces deux proportions : $MR : NR :: \text{tang. } CSM : \text{tang. } CSN$; $SM : SN :: \text{sec. } CSM : \text{sec. } CSN$; mais $RM : RN :: CD : CA$, ou CN , par la propriété de l'ellipse; ainsi l'on a les trois proportions suivantes :

$$\begin{aligned} CD : CN &:: \text{tang. } CSM : \text{tang. } CSN \\ CN : SN &:: \text{fin. } CSN : \text{fin. } NCS \\ SN : SM &:: \text{sec. } CSN : \text{sec. } CSM \end{aligned}$$

Après avoir multiplié ces trois proportions terme à terme, on divisera les deux premiers termes par $CN \cdot SN$, & l'on aura $CD : SM :: \text{tang. } CSM. \text{fin. } CSN. \text{sec. } CSN : \text{tang. } CSN. \text{fin. } NCS. \text{sec. } CSM$; & mettant la tangente de CSN au lieu du sinus multiplié par la sécante, ce qui revient au même, comme on le verra dans la Trigonométrie; l'on trouve $CD : SM :: \text{tang. } CSM. \text{tang. } CSN. \text{fin. } NCS. \text{sec. } CSN$; & divisant les deux derniers termes par $T. CSN. \text{sec. } CSM$; $CD : SM :: \frac{\text{tang. } CSM}{\text{sec. } CSM} : \text{fin. } NCS$; mais la tangente divisée par la sécante, est égale au sinus, par la Trigonométrie ordinaire; donc $CD : SM :: \text{fin. } CSM : \text{fin. } NC$, c'est-à-dire, que le sinus de l'anomalie vraie est au sinus de l'anomalie excentrique, comme le demi-axe CD est au rayon vecteur. *C. Q. F. D.*

On trouvera ci-après une autre méthode pour déterminer le rayon vecteur dans l'hypothèse de Kepler (922).

919. Pour faciliter l'usage de ce théorème, nous avons mis dans la Table de l'art. 916 les logarithmes de chaque demi-axe conjugué pour les planetes principales, en supposant l'excentricité, telle qu'elle est dans les Tables de M. Halley; on sçait par la propriété ordinaire de l'ellipse, que $CD = (\text{Fig. 70.}) \sqrt{CP^2 - CS^2}$, ou ce qui revient au même, $\sqrt{CP + CS} \cdot \sqrt{CP - CS}$; ainsi il est aisé de trouver ce demi-axe, quand on connoît le rapport de l'excentricité & du grand axe, après quoi l'on en conclut la distance.

EXEMPLE. L'anomalie moyenne trouvée (art. 917), est $35^\circ 50' 7''$, l'anomalie excentrique $32^\circ 56' 17''$; on demande

Valeur du
petit axe.

Fig. 70.

Connoissant l'Anom moy. trouver l'Anom. vraie. 443

la distance de Mars au soleil, ou le rayon vecteur. On ajoutera ensemble le logarithme de la distance aphélie & le logarithme de la distance périhélie, on prendra la moitié de leur somme, & l'on aura celui du demi-axe conjugué,

	5, 1810105
Ajoutez le log. sin. anom. exc. $32^{\circ} 56' 17''$	9, 7353849
	4, 9163954
Otez le log. sin. anom. moy.	9, 7674949
Logarithme de la distance, 140997	5, 1489005

Connoissant l'Anomalie moyenne, trouver l'Anomalie vraie.

92 α Jusqu'ici nous avons donné les règles nécessaires pour convertir l'anomalie vraie en anomalie moyenne, problème facile, & auquel nous tâcherons de réduire le problème de Kepler qui en est l'inverse; néantmoins pour satisfaire aussi le Lecteur sur les méthodes directes qu'on peut employer pour résoudre le problème de Kepler par approximation, nous allons rapporter, d'après M. Cassini, la solution suivante; & l'on en trouvera dans le XXI^e. Livre une solution analytique par le moyen du calcul différentiel.

Dans le cercle ANB , (Fig. 71.), circonscrit à l'orbite AMB d'une planète, on a vû que AX étant pris pour anomalie moyenne, la différence NX entre l'anomalie moyenne & l'anomalie excentrique ACN est égale à la perpendiculaire ST (914); si du point X on tire une ligne XY parallèle à NCT , & perpendiculaire sur ST , la petite ligne SY fera la différence entre l'arc NX égal à ST , & le sinus de cet arc, qui est égal à YT ; cette différence entre l'arc & le sinus n'est que d'une demi-seconde, lorsque l'arc NX n'excede pas un degré & demi, on peut alors la négliger entièrement, & considérer les lignes NC , XS comme parallèles entre elles: alors le triangle SCX est égal au secteur NCX ; dans le triangle SCX on connoît deux côtés & l'angle compris, sçavoir, l'excentricité SC , le rayon du cercle, c'est-à-dire, CX , égal à la distance moyenne, ou au demi-axe de l'ellipse,

Fig. 71.

Cas où l'équation est petite.

& l'angle compris SCX qui est le supplément de l'anomalie moyenne donnée ACX ; on trouvera donc le côté SX & l'angle CXS , égal à NCX , qui retranché de l'anomalie moyenne ACX donnera l'anomalie excentrique ACN , dont le supplément est NCS : dans le triangle NCS on connoît encore les deux côtés SC , CN & l'angle compris NCS , on trouvera donc l'angle NSC ou NSP . Enfin, on dira, suivant la propriété de l'ellipse; le grand axe est au petit axe, comme la tangente de ce dernier angle NSP est à la tangente de l'anomalie vraie MSP . *C. Q. F. T.*

Cas où l'équation est fort grande.

Si l'arc NX est assez grand pour que le sinus TY soit sensiblement moindre que l'arc, ou que NX , on prendra la différence de l'arc au sinus dans la Table suivante, en décimales du rayon CA , & ce sera SY ; dans le triangle XSX rectangle en Y , on connoît SX & SY , en parties du rayon CA qui est toujours pris pour l'unité, on trouvera l'angle SXY qui retranché de SXC , donnera YXC égal à l'angle XCN , dont on avoit besoin dans le calcul précédent; le reste du calcul sera le même. On voit par la nécessité d'employer la différence entre un arc & son sinus; que cette méthode s'emploieroit difficilement si l'excentricité devenoit assez grande, pour que l'arc NX devint extrêmement grand, comme cela a lieu dans les comètes; mais on verra dans le XIX^e. Livre la manière d'y suppléer, soit par le moyen de la parabole, soit par la méthode indirecte de l'article 917.

Différence entre les Arcs de cercle & leurs sinus en parties du rayon, & en secondes de degrés.

Deg.	Différence en décimales.	En secondes.	Deg.	Différence en décimales	En secondes.
1	0 0000009	0' 0''	7	0 0003037	1' 3''
2	0 0000071	0 1	8	0 0004532	1 33
3	0 0000239	0 5	9	0 0006450	2 13
4	0 0000567	0 12	10	0 0008848	3 3
5	0 0001108	0 23	11	0 0011767	4 3
6	0 0001913	0 39	12	0 0015278	5 16
7	0 0003037	1 3	13	0 0019415	6 41

Connoissant l'Anom. moy. trouver l'Anom. vraie. 447

On trouvera dans le XXI^e. Liv. des formules générales pour trouver la différence entre les arcs & leurs sinus.

921. EXEMPLE. Étant donnés dans l'orbe de Mercure l'excentricité 0, 20878, c'est-à-dire, de 20878 parties dont le demi-axe est cent mille, on demande l'anomalie vraie qui répond à 60 degrés d'anomalie moyenne : si du quarré

du grand axe on ôte le quarré de l'excentricité, on aura le quarré du demi petit axe CG , d'où l'on conclura $CG = 0,97796$. Dans le triangle NCS dont on connoît les deux côtés & l'angle compris $NCS = 120^\circ$, on aura l'angle N de $9^\circ 17' 52''$, & le côté SN de 1, 11905; la quantité SY est 0, 00071, suivant la Table précédente; or, $SX : SY :: R : \sin. 2' 11''$, ainsi l'on ôtera $2' 11''$ de l'angle N , & l'on aura CXY égal à $NCX = 9^\circ 15' 41''$, il restera pour l'angle ACN $50^\circ 44' 19''$, dont le supplément NCS est de $129^\circ 15' 41''$; ainsi dans le triangle NCS on trouvera $NSP = 42^\circ 36' 45'' \frac{1}{2}$; pour en conclure l'anomalie vraie, on dira, le demi-grand axe 1 est à la moitié du petit axe 0, 97796, ou $PN : PM :: \text{tang. } NSP : \text{tang. } MSP$ qui fera de $41^\circ 58' 38''$; c'est l'anomalie vraie qui répond à 60 deg. d'anomalie moyenne : la différence des deux anomalies est l'équation du centre, $18^\circ 1' 22''$.

922. LA DISTANCE de la planete au soleil est aisée à trouver en même temps que l'anomalie vraie, car dans les triangles PSN , PSM , en prenant SP pour rayon, les côtés SN & SM feront comme les sécantes des angles PSN , PSM , ou ce qui revient au même, en raison inverse des cosinus, donc le cosinus de l'anomalie vraie est au cosinus de l'angle PSN , comme le côté SN trouvé ci-devant est au rayon vecteur SM , qui est la distance de la planete au soleil.

Pour trouver le rayon vecteur.

923. La méthode que je viens d'expliquer, a été donnée par M. Cassini dans les Mémoires de l'Académie pour 1719, & dans ses Elémens d'Astronomie; je la trouve plus aisée à employer que la plûpart des méthodes proposées jusqu'ici. On peut cependant consulter la méthode de M. Keill dans les Transactions Philosophiques de 1713; celle de M. de la Hire dans les Mémoires de l'Acad. de 1710;

de M. Newton dans le premier Livre de ses Principes; celle de M. Herman; enfin, celle de M. T. Simpson, (Voyez *Essays on several curious and useful subjects*, London, 1740, pag. 41.) ; celle-ci est une des plus simples pour la pratique; mais il n'y en a aucune qui soit plus commode que la méthode indirecte expliquée ci-dessus, art. 913. & suiv., dont nous donnerons de nouvelles applications, art. 964 & suiv.

Hypothèse Elliptique simple.

924. Pour simplifier les opérations qu'exige la théorie exacte de Kepler, (920), on a souvent employé l'approximation de *Sethus Wardus*, que d'autres appellent *Hypothèse elliptique simple*, & qui abrége considérablement le calcul. Ce Géomètre remarqua qu'en observant même la loi de Kepler, les angles au foyer supérieur de l'ellipse sont, à très-peu près, proportionnels au temps, c'est-à-dire, que l'angle AFL , (Fig. 73.), croît toujours également en temps égaux, quoique les anomalies vraies comme ASL , soient fort inégales; ainsi dans l'hypothèse de Ward, l'angle AtL se prend pour l'anomalie moyenne; dans cette hypothèse, si l'on fait FE égale au grand axe AP de l'ellipse, on aura $LE = LS$, parce que FL & LS équivalent aussi au grand axe par la propriété commune de l'ellipse; ainsi le triangle LSE est isocèle, l'angle E égal à l'angle LSE , & l'angle extérieur FLS double de l'angle E .

Fig. 73.

925. Pour trouver l'anomalie vraie & l'équation du centre, ou l'angle FLS , je considère que suivant une proportion connue dans la Trigonométrie rectiligne, la demi-somme des côtés FE & FS est à leur demi-différence, comme la tangente du demi-supplément de l'angle LFS est à la tangente de la demi-différence des angles E & FSE ; mais la demi-somme de FE & FS est égale à AS , leur demi-différence égale à PS ; la demi-somme des angles FES , FSE , est égale à la moitié de l'angle externe AtL , ou de l'anomalie moyenne; la demi-différence de ces angles est aussi la demi-différence de l'angle FSE & de l'angle LSE
(qui

(qui est égal à LES) ; c'est donc la demi-anomalie vraie ASL ; ainsi il suffira de faire cette proportion : la distance aphélie est à la distance périhélie , comme la tangente de la moitié de l'anomalie moyenne est à la tangente de la moitié de l'anomalie vraie.

La distance SL de la planète au soleil se trouve aussi par une simple proportion , au moyen du triangle SLF , en disant : le sinus de l'équation du centre SLS est au double FS de l'excentricité, comme le sinus de l'anomalie moyenne LFS est au rayon vecteur SL .

926. Le Livre dans lequel cette hypothèse fut proposée pour la première fois, est celui-ci, *Astronomia Geometrica*, authore Setho Wardo, Londini, 1656. in-8°. 200 pages. M. Bouillaud, (*Astronomia Philolaïca*), donna une méthode pour corriger l'hypothèse de Wardhus, sans augmenter beaucoup la complication du calcul ; elle a été employée avec succès dans les Tables Carolines de Street, qui ont été long-temps usitées parmi les Astronomes ; & cette méthode approchoit beaucoup de l'exactitude rigoureuse. Voy. Mercator dans les *Transf. Phil.* de 1676.

Nous verrons dans le VII^e. Livre, que M. Halley en fit un usage commode dans ses Tables de la Lune, en y faisant aussi une petite correction (1138) : mais quoique la facilité du calcul de l'anomalie vraie dans l'hypothèse elliptique simple, l'ait fait admettre par M. Halley dans ses Tables de la Lune, en y employant la correction nécessaire, qu'il appelle *Tabula pro expediendo calculo æquationis centri Lunæ* ; cependant pour les autres planètes dont l'excentricité ne change point, M. Halley les avoit calculées rigoureusement dans l'hypothèse de Kepler. C'est le meilleur parti, sur-tout pour les planètes qui sont fort excentriques, telles que Mercure & Mars : en effet, si dans le cas proposé (art. 922), on employoit l'hypothèse elliptique simple, on trouveroit l'équation du centre de $18^{\circ} 35' 44''$ plus grande de $34' 22''$ que dans l'hypothèse de Kepler.

Dans les calculs du soleil dont la plus grande équation ne va pas à 2° , la plus grande erreur de l'hypothèse elliptique simple n'est que de $17''$, & c'est vers 45° de distance

à l'apogée & au périhélie : depuis l'apogée jusqu'à 90° d'anomalie, & depuis le périhélie jusqu'à 270° , le vrai lieu est plus avancé qu'il ne paroîtroit par l'hypothèse elliptique simple, dont l'erreur est alors en moins ; c'est le contraire dans le second & le quatrième quart d'anomalie moyenne, (M. Cassini, p. 147.).

927. Ce que nous avons expliqué jusqu'ici au sujet de l'équation du centre, suffit pour reconnoître trois propriétés, que nous aurons souvent occasion de citer en parlant de l'équation : 1°. l'équation du centre est nulle dans l'abside supérieure, puisque vers ce point-là le lieu moyen & le lieu vrai sont confondus ; mais en partant de l'abside, leur différence augmente rapidement, parce que la vitesse vraie étant la plus petite, diffère le plus de la vitesse moyenne : 2°. cette différence s'accumule chaque jour, tant que la vitesse vraie est moindre que la vitesse moyenne ; lorsqu'elle est devenue égale, il se trouve un point vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne (928), où la différence qui a augmenté jusqu'alors, est devenue la plus grande, & où l'équation cesse d'augmenter, étant presque la même pendant quelque temps, pour diminuer ensuite jusqu'à l'abside inférieure, où le lieu vrai & le lieu moyen se retrouvent d'accord une seconde fois : 3°. l'équation du centre est soustractive, se retranche du lieu moyen dans les six premiers signes pour avoir le lieu vrai, parce que la vitesse moyenne en partant de l'abside supérieure, (aphélie ou apogée), est plus grande que la vitesse vraie, ainsi le lieu moyen est plus avancé ; il faut donc ôter de la longitude moyenne la quantité de l'équation pour avoir le lieu vrai. Le contraire arrive après l'abside inférieure, (soit périhélie, soit périhélie), la vitesse vraie étant la plus grande, prévaut à son tour sur la moyenne, & le lieu vrai se trouve toujours le plus avancé dans la seconde moitié de l'ellipse, ou dans les six derniers signes de l'anomalie ; alors l'équation de l'orbite, ou l'équation du centre s'ajoute au lieu moyen pour avoir le lieu vrai, ou à l'anomalie moyenne pour avoir l'anomalie vraie. Tout cela paroît encore plus clair par l'inspection & l'usage des

Tables de l'équation du Soleil & de celle de la Lune , que l'on trouvera à la fin de cet Ouvrage.

DE LA PLUS GRANDE EQUATION.

928. Lorsque la grandeur & la figure de l'ellipse est donnée , c'est-à-dire , lorsqu'on connoît sa distance aphélie & sa distance périhélie , ou son excentricité (884) , il est nécessaire de chercher la plus grande équation , aussi bien que le degré d'anomalie où arrive cette plus grande équation ; pour cela il suffit de trouver le point M , (*Fig. 72.*), *Fig. 72.* dans lequel arrive la vitesse moyenne : en effet , aussi-tôt que la planète est arrivée au point où sa vitesse angulaire est égale à la vitesse moyenne, par exemple, de $59' 8''$ pour le soleil , la longitude moyenne cesse d'anticiper sur la longitude vraie ; elle en diffère alors le plus qu'il est possible , parce que jusqu'à ce moment la vitesse réelle qui étoit plus petite , faisoit retarder tous les jours le lieu vrai sur le lieu moyen ; mais dès que la vitesse vraie est devenue égale à la vitesse moyenne , elle est prête à la surpasser , elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu jusqu'alors ; le lieu vrai se rapproche du lieu moyen , & l'équation du centre diminue. Ainsi toute la difficulté consiste à trouver le point M , & l'anomalie AFM de la planète au moment où sa vitesse est égale à la vitesse angulaire moyenne : pour cela , ayant pris une ligne FM , moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes de l'orbite , on décrira du foyer F comme centre un cercle MN sur le rayon FM , & ce cercle aura une surface égale à celle de l'ellipse , comme on le verra dans les propriétés des Sections Coniques, (*Liv. XXI.*). Supposons un corps qui décrive le cercle NM dans un temps égal à celui de la révolution de la planète dans son ellipse, sa vitesse angulaire sera constamment égale à la vitesse angulaire moyenne de la planète , par exemple , de $59' 8''$ pour le soleil ; l'aire décrite dans le cercle sera toujours égale à l'aire décrite en même temps dans l'ellipse , puisque les aires totales sont les mêmes , aussi bien que les durées des révolutions & les parties du temps ;

Trouver par le calcul la plus grande équation.

par exemple , si le soleil décrit en un jour une aire DFR de son ellipse égale à la 365^e . partie de la surface elliptique ; l'aire EFO décrite dans le cercle , fera aussi la 365^e . partie de l'aire du cercle, (qui est égale à l'ellipse); la vitesse vraie du soleil fera donc égale à la vitesse moyenne en M ; ainsi pour trouver le point de la vitesse moyenne , il faut trouver l'intersection M de l'ellipse & du cercle qui lui est égal en surface. Ayant tiré BM du point M à l'autre foyer B de l'ellipse , on aura un triangle BFM , dans lequel on connoît les trois côtés , sçavoir BF qui est le double de l'excentricité , FM qui est la moyenne proportionnelle entre les deux demi-axes , & BM qui est la différence entre FM & le grand axe, (parce que les deux lignes FM & MB font entre elles la valeur du grand axe) ; ainsi résolvant le triangle BFM on cherchera l'angle F qui est l'anomalie vraie de la planete au temps de la plus grande équation.

929. EXEMPLE. Soit le demi-axe $CA=1$, & le demi-axe conjugué $=0,977954$, comme dans l'orbite de Mercure , $C'E=0,20882$, FM sera $=0,988915$, & en résolvant le triangle BFM on trouvera l'angle BFM de $80^{\circ} 56' 19''$, qui est l'anomalie vraie au temps de la plus grande équation ; d'où l'on peut conclure (917) l'anomalie moyenne $104^{\circ} 59' 24''$, & leur différence qui est l'équation du centre , sera $24^{\circ} 3' 5''$, qui doit être la plus grande équation de l'orbe de Mercure ; elle est à peu-près telle dans les Tables de M. Cassini , on la trouve beaucoup plus petite dans les Tables de M. Halley (936).

Trouver par
l'observation la
plus grande équation.

Fig. 72.

930. Depuis l'instant où une planete part de son aphélie A , (Fig. 72.), jusqu'au temps où elle arrive au terme M de sa plus grande équation , sa vitesse est moindre que ne seroit la vitesse moyenne , l'anomalie vraie est plus petite que l'anomalie moyenne ; il en est de même six signes plus loin , lorsque la planete ayant passé le périhélie P se trouve au point G , à neuf signes d'anomalie ; sa distance vraie AFG à l'aphélie est plus petite que sa distance moyenne, de la quantité de la plus grande équation. Si l'on a deux longitudes vraies de la planete observées en G & en M , elles différeront entre elles de la quantité de l'angle GFM ,

qui est la somme des deux anomalies vraies ; mais la somme des deux anomalies moyennes sera plus grande du double de l'équation, puisque chaque anomalie vraie est plus petite que son anomalie moyenne, de la quantité de la plus grande équation ; il est aisé de calculer en tout temps la somme des deux anomalies moyennes , quoiqu'on ne connoisse pas le lieu de l'aphélie *A* , parce que la somme de deux anomalies moyennes est égale au mouvement moyen de la planete, dans cet intervalle de temps , & on le trouve aisément quand on connoît la durée de la révolution (852) ; ainsi l'excès du mouvement moyen calculé , sur le mouvement vrai observé donne le double de la plus grande équation , pourvû que l'on ait fait ces deux observations en *M* & en *G*, c'est-à-dire , au temps de la vitesse moyenne (928).

931. Pour discerner les temps & les observations convenables à cette recherche, un Observateur isolé qui ne connoîtroit en aucune façon la situation de l'orbite de la planete , n'auroit qu'à rassembler un grand nombre d'oppositions observées , les comparer deux à deux , & voir combien le mouvement vrai observé différeroit du mouvement moyen calculé pour chaque intervalle , cette différence lui donneroit le double de la plus grande équation : actuellement que l'on connoît , à très-peu près, le lieu des absides & des moyennes distances de toutes les planetes , on n'a qu'à choisir du premier coup les observations faites avant & après l'aphélie , vers le temps de la plus grande équation, comme dans l'exemple suivant.

932. EXEMPLE. Le 7 Octobre 1758 , à midi , le vrai lieu du soleil observé par M. l'Abbé de la Caille , en y faisant entrer 3 jours d'observations discutées & comparées entre elles , fut trouvé , 6^s 13^o 17' 13" 1
 Le 28 Mars 1759 cette vraie longit. étoit 0 8 9 25 5

La différence de ces deux longitudes, ou
 le mouvement vrai du soleil est donc , 5 24 22 12 4
 Mais dans cet intervalle le mouvement
 moyen avoit dû être par le calcul , à

raison de $59^{\circ} 8'$ par jour. $51^{\circ} 20' 31'' 43''' 8$

Différence double de la plus grande équat.	3 50 28 6
Dont la moitié.	1 55 14 3

Ce seroit-là exactement la plus grande équation du centre, si dans les deux Observations le soleil se fût trouvé exactement dans les points de sa plus grande équation ; mais ayant calculé par les Tables chacune de ces deux équations, il a trouvé qu'il s'en falloit de $18'' , 6$, que la somme des deux équations qui avoient lieu le 7 Octobre & le 28 Mars, ne fût exactement le double de la plus grande équation ; ainsi l'on ajoutera ces $18'' , 6$ à la quantité trouvée, & l'on aura l'équation qui résulte de ces deux Observations $1^{\circ} 55' 33''$, plus grande seulement de $11'' \frac{1}{2}$ que l'équation à laquelle M. de la Caille s'est arrêté dans ses Tables. (*Voy. Mémoires Acad. 1757, pag. 123.*). Celle qu'il a trouvée pour 1684 par les Observations de M. de la Hire, n'en diffère pas sensiblement, comme on le verra à la fin du VII^e. Livre, où nous parlerons de ce travail, (1265).

933. Comme il est extrêmement rare d'avoir deux Observations qui soient faites précisément dans les points *M* & *G*, on ne trouve guères dans un premier calcul la quantité exacte de la plus grande équation ; mais après qu'on a trouvé à peu près l'équation & le lieu de l'apside (946), on calcule pour les deux temps d'Observations l'équation du centre, & l'on calcule aussi la plus grande équation, (928), on sçait alors combien l'équation donnée par les Observations, devoit différer de la plus grande ; c'est ainsi que dans l'exemple précédent M. de la Caille avoit trouvé $18'' , 6$, qu'il falloit ajouter pour avoir la véritable quantité de la plus grande équation.

934. Quand on a trouvé par observation la plus grande équation, & qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode est d'employer une règle de fausse position, ou de supposer d'abord connue l'excentricité que l'on cherche, pour en conclure la plus grande équation (928) ; si elle

se trouve trop grande, on diminuera l'excentricité supposée, & l'on recommencera le calcul; cette méthode est plus suivie actuellement que celle dont se servit Kepler pour trouver l'excentricité de Mars (884).

935. Pour déterminer la plus grande équation des planètes, on n'a pas toujours deux longitudes héliocentriques observées dans les moyennes distances, on ne sçauroit même les avoir pour Mercure, mais on détermine la plus grande équation ainsi que le lieu de l'aphélie, par la méthode qui sera expliquée, art. 956 & suiv.; dans laquelle on ne suppose que trois observations, sans exiger qu'elles soient faites dans les moyennes distances & dans l'aphélie.

936. M. Cassini en employant les passages de Mercure sur le soleil observés en 1661, 1690 & 1697, trouve la plus grande équation dans l'hypothèse de Kepler, de $24^{\circ} 3'$, & son excentricité 0,20878, en prenant sa moyenne distance pour unité, (*Elém. d'Astr.* p. 611.).

Equation de
Mercure.

Pour moi, ayant fait une pareille recherche au moyen des passages de 1740, 1743 & 1753, je n'ai trouvé que $23^{\circ} 27' 51''$ pour la plus grande équation, (*Mém. Acad.* 1756. pag. 267.): cette différence prouve combien il est difficile par les observations des passages de Mercure, de s'assurer de cet élément; elles sont bien, à la vérité, les plus exactes, mais elles ne sont pas disposées sur des points de l'orbite assez différens les uns des autres. D'ailleurs la théorie de Mercure est extrêmement difficile à établir, parce que les observations en sont rares, que son orbite est fort excentrique, & son mouvement vu de la terre trop lent: les Tables Rudolphines qui dans le dernier siècle étoient les meilleures; s'écartoient encore de $14'$ du lieu observé, & celles de M. de la Hire de $5'$, (*Mém. Acad.* 1706. pag. 99. & 101.); ce qui fait une très-grande erreur par rapport au soleil.

L'extrême différence qu'on trouvera ci-après (945) entre les résultats de M. Halley & de M. Cassini, dont l'un fait la plus grande équation de $23^{\circ} 42' 36''$, & l'autre de $24^{\circ} 2' 58''$, prouve la nécessité qu'il y a d'observer encore avec soin les plus grandes digressions de Mercure, pour

déterminer son excentricité (976). M. de Thury dans les Mém. de l'Acad. pour 1753, pag. 321. dit qu'ayant fait plusieurs observations de Mercure dans ses plus grandes digressions, il a trouvé son équation de $23^{\circ} 50'$ environ, mais que cependant il ne s'arrêtoit pas encore à cette détermination : pour moi, j'ai lieu de croire, suivant plusieurs observations que j'ai déjà faites pour la théorie de Mercure, que cette équation est encore plus petite.

Equation de Vénus.

937. Les conjonctions inférieures de Vénus au soleil observées à Paris en 1715, 1716 & 1718, ont servi à M. Cassini, (*Elém. d'Astron. pag. 562.*), pour déterminer la plus grande équation de Vénus de $49' 8''$, & par les observations de 1715, 1718 & 1719, il trouve $49' 4''$; cet accord est assez parfait pour montrer qu'il y a peu d'incertitude sur cet élément : en effet, les conjonctions inférieures de Vénus sont des observations extrêmement propres à une pareille recherche, & par leur moyen l'on est venu à bout de connoître les mouvemens de Vénus mieux que ceux d'aucune autre planete.

Elle est de 49 minutes.

Equation du Soleil.

938. La plus grande équation du soleil, ou de l'orbite de la terre, a été déterminée d'après un nombre immense d'observations, de $1^{\circ} 55' 31'' \frac{1}{2}$, par M. de la Caille.

Elle est très-bien connue.

Dans les Tables de Flamsteed achevées par M. le Monnier, & publiées en 1746 dans ses Institutions Astronomiques, on la trouve de $1^{\circ} 56' 20''$, mais dans la dernière page de ce Livre, M. le Monnier déclare qu'il l'a réduit à $1^{\circ} 55' 30''$; ainsi il est en cela parfaitement d'accord avec M. de la Caille : enfin, M. Mayer, par des observations faites à Gottingen en 1756, & dont il m'envoya le résultat, la trouvoit de $1^{\circ} 55' 34''$. M. Cassini, après avoir comparé plusieurs observations des années 1717 & 1718, (*Elém. d'Astron. pag. 192.*), & prenant un milieu entre les différentes déterminations qui en résultent, trouve l'équation du soleil de $1^{\circ} 55' 34''$: ainsi en voyant quatre témoignages aussi authentiques & aussi bien d'accord, on ne sçauroit douter que l'équation du centre du soleil ne soit exactement & constamment de $1^{\circ} 55' 32''$: enfin, M. de la Caille en 1759 & 1760, depuis la publication de ses Tables,

continua

Elle est 1 deg. 55 minutes & demie.

continua d'observer le soleil , & m'assura qu'il trouvoit encore $1^{\circ} 55' 32''$ pour la plus grande équation.

939. Il est vrai que les perturbations qu'éprouve le mouvement apparent du soleil par l'action des planetes , & qui peuvent aller à $50''$, ont fait paroître quelquefois l'équation du centre plus ou moins grande , puisque M. le Monnier qui l'avoit trouvée en 1740 & 1742 , d'environ $1^{\circ} 55' 20''$ ou $25''$, la trouvoit en 1746 & 1747 , de $1^{\circ} 56' 0''$, (*Mém. Acad.* 1747 , p. 308.) ; mais on peut voir encore ce que M. de la Caille objectoit à ces différences , (*Mém. Acad.* 1757. pag. 142.) , prétendant qu'il suffisoit de corriger la seule observation du 28 Sept. 1746 , pour rapprocher de l'égalité tous les résultats de M. le Monnier.

Enfin , les observations faites il y a plus de 250 ans , par Waltherus , prouvent que la plus grande équation du soleil ne va point en diminuant , puisqu'elles donnent $1^{\circ} 55' 40''$, suivant le calcul de M. de la Caille , (*Mém. Acad.* 1747 , pag. 144.) , ce qui donne pour l'excentricité 0,016804 , ou pour la double excentricité 0,00336051 (570).

940. Les observations de Ptolémée calculées par M. Cassini , donnent la plus grande équation de Mars $10^{\circ} 49'$ pour l'année 133 av. J. C. Suivant le calcul de M. Cassini , (*Elém. d'Astron.* pag. 472.) , & trois observations de M. Flamsteed faites à Greenwich le 11 Déc. 1691 , le 20 Févr. 1696 , & le 8 Mai 1700 , donnent $10^{\circ} 39' 8''$; on ne doit pas conclure de cette différence que l'équation de Mars ait diminué réellement , & que son orbite se soit rapproché de la figure circulaire , parce que les observations de Ptolémée sont trop peu exactes pour les faire entrer en concurrence avec celles de Flamsteed.

Pour déterminer cet élément par des observations plus récentes & encore plus exactes , j'ai comparé entre elles les oppositions de Mars observées en 1743 , 1751 & 1753 , & j'ai trouvé pour la plus grande équation $10^{\circ} 40' 17''$, (*Mém. Acad.* 1755 , pag. 222.) : j'ai comparé ensuite les oppositions de 1745 , 1747 & 1749 , qui m'ont donné $10^{\circ} 41' 20''$, ainsi l'on trouve peu de différence entre les résultats , & cet élément me paroît assez bien déterminé.

Elle est constante.

Equation de Mars.

Nouvelle détermination.

Elle est de 10 deg. 41 minutes.

Equation de
Jupiter.

941. Les oppositions de Jupiter observées en 1733 & 1728, donnent pour la différence du mouvement vrai $5^{\circ} 16' 50'' 15''$, & comme dans l'intervalle de ces observations on a pour le moyen mouvement $5^{\circ} 27' 46'' 40''$, M. Cassini en conclut que l'équation du centre est de $5^{\circ} 28' 12'' \frac{1}{2}$. Par l'opposition de 1716 comparée à celles qui ont suivi jusqu'en 1723, il trouve la plus grande équation $5^{\circ} 26' 42'' \frac{1}{2}$; par l'opposition de 1657, comparée avec celles de 1676 & 1677, $5^{\circ} 30' 43''$. Ces déterminations seroient indépendantes de toute hypothèse, & auroient toute l'exactitude qu'on peut souhaiter, si les observations avoient toujours été faites exactement dans les points de la plus grande équation; mais le défaut de cette condition nous feroit préférer les résultats des oppositions de 1719, 1721 & 1723 qui donnent $5^{\circ} 31' 43''$.

Cependant suivant d'autres calculs faits par M. Jeurat sur les oppositions de 1586, 1598 & 1593, l'équation de Jupiter étoit de $5^{\circ} 32' \frac{1}{4}$. Il a aussi examiné les oppositions observées par Copernic en 1520, 1526 & 1529, mais il n'a trouvé pour l'équation de Jupiter que $5^{\circ} 15' 53''$; ce qui prouveroit une augmentation, si nous pouvions croire les observations de Copernic aussi exactes que celles de Tycho; mais ce qui m'empêche de croire cette augmentation, c'est que je ne vois pas plus de 2' de différence entre le résultat des observations de Tycho & celui des observations faites 180 ans plus tard, quantité dont on ne sçauroit être bien assuré pour le temps de Tycho.

On a soupçonné qu'elle étoit variable.

942. Les observations de Ptolémée faites vers l'an 136 avant J. C. donnent pour la plus grande équation $5^{\circ} 12' 13''$. Ces résultats semblent diminuer proportionnellement à mesure que l'on remonte aux anciennes observations. M. Cassini en avoit déjà fait la remarque, pour donner lieu d'examiner dans la suite s'il y auroit encore une semblable variation dans l'équation du centre de Jupiter.

M. Jeurat ayant aussi comparé entre elles les oppositions de 1708, 1711 & 1716, corrigées par les équations provenues de l'attraction de Saturne, (*Connoiss. des Mouvements Célestes*, 1763.), a trouvé pour l'équation du centre $5^{\circ} 32' 5''$.

Il a comparé aussi toutes les oppositions observées depuis 1740 jusqu'en 1761, corrigées de même par les perturbations de Saturne, & il a trouvé constamment $5^{\circ} 35' 0''$ par plusieurs comparaisons, quantité plus grande que celle des anciennes observations, & qui semble indiquer aussi une augmentation successive dans l'équation de Jupiter. D'un autre côté, M. Euler dans sa seconde Pièce sur les inégalités de Jupiter & de Saturne, qui a remporté le prix de l'Académie en 1752, trouve que l'équation de Jupiter doit diminuer de $58'' \frac{1}{2}$ par siècle, résultat contraire au précédent, mais qui doit porter les Astronomes à examiner de plus en plus cette matière, en séparant de ces recherches les inégalités que Jupiter doit éprouver par l'attraction de Saturne.

Elle paroît de
5 deg. 35 min.

943. La différence entre le mouvement vrai observé, & le mouvement moyen calculé pour l'intervalle entre deux oppositions, donne le double de la plus grande équation; quand ces deux oppositions sont exactement dans les moyennes distances (930), c'est ainsi que M. Cassini compare l'opposition de 1686 avec celle de 1701, cet intervalle de temps lui donne pour le mouvement moyen $6^{\circ} 9' 36''$, le mouvement vrai observé est de $5^{\circ} 26' 34''$, la différence est de $13^{\circ} 1' 50''$, dont la moitié est la plus grande équation de Saturne $6^{\circ} 30' 55''$.

Equation de
Saturne.

M. Cassini a aussi calculé un grand nombre d'oppositions trois à trois, d'où il a conclu l'équation de Saturne de la manière suivante dans l'hypothèse elliptique simple (924).

Par les oppositions des années.	Excentricité.	Equation.
1685, 1691, 1698	0,05633	$6^{\circ} 26' 32''$
1686, 1692, 1699	0 05623	6 27 50
1687, 1693, 1700	0 05668	6 29 54
1690, 1696, 1703	0 05665	6 29 3
1701, 1707, 1716	0 05669	6 29 22
1701, 1708, 1716	0 05655	6 28 26

Par un milieu entre ces six résultats, 6 28 31

Mais en employant l'hypothèse de Kepler, M. Cassini assure qu'il a trouvé l'excentricité de 5693, & la plus grande équation $6^{\circ} 31' 38''$, qui approche beaucoup de celle qui

M m m ij

avoit été trouvée par les oppositions de 1686 & de 1701, à laquelle M. Cassini s'en tient définitivement, (*Elémens d'Astronomie*, pag. 371.).

944. M. Euler dans la Pièce qui a remporté le prix de l'Académie en 1748, sur les inégalités de Saturne, pag. 109, suppose cette équation de $6^{\circ} 32' 10''$; ensuite dans le supplément il observe qu'il pourroit y avoir une équation, dont la quantité iroit toujours en croissant, & qui feroit diminuer la plus grande équation de $1' 50''$ tous les cent ans, mais dont la quantité varie suivant la position de Jupiter par rapport à Saturne, dans l'espace de 29 ans.

M. Euler dans sa seconde Pièce sur le même sujet, qui a remporté le prix de l'Académie en 1752, trouve encore que l'équation de Saturne doit diminuer de $1' 48'' \frac{1}{2}$ tous les cent ans: c'est une chose remarquable que l'excentricité de Jupiter occasionne, à raison de son attraction, une excentricité dans Saturne, qui a un rapport constant avec celle de Jupiter, & qui donne un aphélie commun; ainsi l'excentricité qu'on observe actuellement dans le mouvement de Saturne, est le résultat de l'excentricité qui lui est primitivement naturelle, & de celle qui vient de l'attraction de Jupiter dans une orbite excentrique: j'ai été obligé de prévenir le Lecteur sur une partie de ce que j'aurois pu ne dire que dans le Livre de l'Attraction, mais il convenoit de joindre ici le suffrage de la théorie avec celui des observations, pour faire voir que l'équation de Saturne ne diffère pas beaucoup de $6^{\circ} 32''$; cependant l'inégalité singulière, dont j'ai parlé (858), pourra bien exiger ensuite quelque changement lorsqu'on en voudra tenir compte en déterminant l'équation.

Equation de
6 deg. 32 min.

945. Pour mettre sous les yeux du Lecteur le résultat des articles précédens sur la plus grande équation de chaque planète, nous rapporterons les quantités assignées par quatre différens Auteurs dans leurs Tables Astronomiques.

A l'égard des excentricités que l'on peut conclure, (929, 934), & que l'on conclut effectivement de ces plus grandes équations observées, nous les avons rapportées page 428, à l'occasion d'une autre méthode que Kepler avoit employée pour les trouver.

TABLE des plus grandes Equations de chaque Orbite planétaire, suivant différens Auteurs.

	Bouillaud , 1645.	M. de la Hire , 1702.	M. Halley , 1719.	M. Cassini , 1740.
Mercure,	24° 17' 20"	24° 16' 52"	23° 42' 36"	24° 2' 58"
Vénus ,	0 54 36	0 50 0	0 48 0	0 49 6
le Soleil,	2 2 41	1 55 42	1 56 20	1 55 51
Mars ,	10 37 33	10 40 40	10 40 2	10 39 19
Jupiter ,	5 34 0	5 36 54	5 31 36	5 31 17
Saturne,	6 37 10	6 30 00	6 32 4	6 31 40

MÉTHODE POUR TROUVER LE LIEU DE L'APHÉLIE D'UNE PLANETE.

946. LORSQU'ON a plusieurs observations d'une planete, faites en différens points de son orbite, il faut chercher celles qui donnent deux points diamétralement opposés; & si les temps de ces observations different exactement d'une demi-révolution, on sera sûr que ces deux observations sont l'une dans l'aphélie, & l'autre dans le périhélie; ainsi en comparant deux à deux un grand nombre d'observations, on ne pourra manquer de tomber sur celles qui indiqueront la place des absides.

Si *A* (*Fig. 74.*) est l'aphélie d'une planete, & *P* le périhélie, la partie *ABP* de l'ellipse est égale à la partie *ACP*, elles sont parcourues l'une & l'autre dans l'espace du temps de la demi-révolution, par exemple, en 1821 15^h 7' 42", s'il s'agit du soleil. (981).

Mais si l'on prend un autre point quelconque *D* avec le point *E* qui lui est diamétralement opposé, la partie *DACE* de l'ellipse exigera plus de temps que la partie *DBPE*, parce que la premiere renferme l'aphélie, c'est-à-dire, l'endroit où le mouvement de la planete est le plus lent, tandis qu'au contraire la partie *DBE*, dans laquelle se trouve le périhélie,

doit être parcourue d'un mouvement plus rapide & en bien moins de temps.

Méthode de
Kepler.

947. Ainsi les points *A* & *P* des deux absides sont les seuls qui étant diamétralement opposés, fassent aussi deux intervalles de temps égaux ; on fera donc assuré de connoître le lieu de l'aphélie, si l'on trouve deux longitudes qui étant diamétralement opposées comme *A* & *P*, répondent aussi à des temps éloignés d'une demi-révolution, c'est-à-dire, de la moitié du temps qu'il faut à la planète pour revenir à son abside, & il suffira de chercher dans le nombre des observations d'une planète, les deux qui satisferont à la fois à cette double condition.

948. Cette maniere de déterminer le lieu de l'aphélie d'une planète fut employée pour la première fois par Kepler dans le XLII^e. Chapitre de son Livre fameux *de Stella Martis*, pag. 208, où il s'exprime en ces termes : *Perpende itaque quod si Mars à puncto apogæi eundo dimidium temporis restitutorii insumat, sine hujus temporis omnino confectis 180 gradibus, sit futurus in puncto perigæi. At si jam hoc spatium temporis auspicetur uno die postquam in apogæo fuit, incipiet igitur cursum à 26' 13" ab apogæo, finietque in 180° 38' 2", itaque dimidio temporis plus dimidio itineris curret per 11' 49" : contrarium si die uno ante apogæum inciperet.* M. l'Abbé de la Caille a employé cette méthode dans sa Théorie du Soleil, (*Mém. Acad.* 1742. pag. 139. & 1757. pag. 121.). Il l'avoit d'abord imaginée de lui-même ; il annonça ensuite qu'il l'avoit trouvée très-bien expliquée dans le Livre de M. Manfredi *de Gnomone meridiano Bononiensi*, imprimé en 1736 : & depuis ce temps-là je l'ai retrouvée moi-même dans Kepler, où l'on rencontre en général une grande partie des belles idées qui ont été mises en œuvre par ceux qui l'ont suivi ; cependant il faut convenir que cette méthode est si naturelle, & découle si naturellement de la loi du mouvement elliptique, qu'il n'est pas surprenant que trois personnes l'aient imaginée séparément.

949. EXEMPLE. Le lieu du soleil observé au Cap de Bonne-Espérance par M. de la Caille le 29 Juin 1751, à

22^h 58' 15" de temps moyen réduit au méridien de Paris, étoit de 3^s 8° 9' 2" 3, & le 29 Décembre à 2^h 58' 20", il étoit de 9^s 8° 30' 5" 0, l'apogée ayant dû avancer dans cet intervalle de 32" 7, il faut les ajouter à la premiere longitude pour la réduire, par rapport à l'apogée, au même état que si l'apogée étoit immobile, & l'on aura 3^s 8° 9' 35" 0, dont l'opposite devoit être 9^s 8° 9' 35", moins avancé de 20' 30" que le vrai lieu observé: le 30 de Juin il faut au soleil 8^h 36' 10" pour parcourir cette quantité; ainsi le 30 Juin à 7^h 34' 25", le soleil dut être exactement à l'opposite du lieu qui fut observé ensuite le 29 Décembre; l'intervalle de temps moyen entre ces deux momens est de 182j 15^h 23' 55", plus long de 16' 13" que la demi-révolution anomalistique trouvée par M. de la Caille de 182j 15^h 7' 42", ce qui prouve que le soleil n'étoit pas encore apogée dans la premiere observation. Si l'on fait cette proportion qui sera bientôt démontrée (950): l'excès de la vitesse du soleil péri-gée sur la vitesse du soleil apogée qui est de 4', est à la vitesse péri-gée 61' 12", comme 16' 13" de temps que nous voulons avoir de plus sur l'intervalle des deux observations, sont à 4^h 8' 6", on aura ce qu'il faut au soleil le 30 Juin pour avancer d'une quantité suffisante; on ajoutera cette quantité au 30 Juin 7^h 34' 25", & l'on aura le moment du passage du soleil par l'apogée le 30 Juin 1751 à 11^h 42' 31", temps moyen à Paris: la longitude du soleil pour cet instant-là est aisée à conclure de l'observation, elle se trouve de 3^s 8° 39' 56"; c'est le lieu de l'apogée du soleil qui résulte de ce calcul; c'est en même temps le vrai lieu & le lieu moyen du soleil le 30 Juin 1751, 11^h 42' 31", temps moyen à Paris: d'où l'on tire la longitude moyenne (993) pour le

Epoque du
Soleil.

dernier jour de l'année 1749 à midi moyen à Paris, 9^s 10° 0' 46" 5; celle que M. de la Caille a adoptée dans ses Tables, est 9^s 10° 0' 43" 4, la longitude de l'apogée 3^s 8° 38' 4", (Voy. *Mém. Acad.* 1757. pag. 121.). Il a aussi déterminé le lieu de l'apogée pour 1684 de 3^s 7° 28', comme nous le dirons dans le VII^e. Livre en parlant de ce travail (1265).

950. Il me reste à démontrer le fondement de la pro-

portion que je viens d'employer pour trouver la valeur de $4^h 8' 6''$, que j'ai ajoutée au temps de l'observation, pour avoir celui du passage par l'apogée : *la différence des vitesses, apogée & périogée, est à la vitesse périogée, comme la différence entre l'intervalle de temps des deux observations, & la demi-révolution anomalistique est au temps que la planète emploiera pour arriver à son apogée.*

Démonstration
de cette propor-
tion.

Fig. 74.

Soit a le mouvement diurne dans l'aphélie, p le mouvement diurne dans le périhélie, c la différence trouvée par observation entre le temps par DPE , (Fig. 74.), & la demi-révolution anomalistique; t la quantité cherchée; ou le temps qui répond à l'arc AD ; alors on aura cette proportion, $p : a :: t : \frac{t a}{p}$, c'est-à-dire, la vitesse périhélie est à la vitesse aphélie, comme le temps par AD est au temps par PE . Si à la demi-révolution anomalistique de A en P on ajoute le temps par AD , & qu'on ôte le temps par PE , on aura $t - \frac{t a}{p}$ pour la différence entre l'intervalle observé & la demi-révolution anomalistique; différence que nous avons appelée c ; ainsi $t - \frac{t a}{p} = c$, ou $tp - ta = pc$, ce qui se réduit à cette proportion, $p - a : p :: c : t$, & par conséquent à la règle que nous avons employée.

951. Il est nécessaire d'avertir que dans la règle donnée par M. de la Caille, (Mém. Acad. 1757, p. 141. Leçons d'Astron. pag. 240.), on doit employer, conformément à la démonstration précédente, la vitesse périogée, & non pas la vitesse apogée, dans le second terme de la proportion. Si l'on emploie la vitesse apogée, on trouvera pour quatrième terme le temps qu'il faut ajouter à l'observation faite vers le périogée; ainsi dans l'exemple précédent on dira, $4'$ sont à $57' 12''$ vitesse apogée, comme $16' 13''$ sont à $3^h 51' 56''$; ajoutant cette quantité à la date de l'observation périogée, 29 Décembre, $22^h 58' 20''$, on a le 30 Décembre $2^h 50' 16''$ pour le temps du passage au périogée, dont ôtant le 30 Juin $11^h 42' 31''$, trouvé ci-dessus pour le temps du passage à l'apogée, il reste $182j 15^h 7' 45''$; cette quantité ne diffère pas sensiblement de la demi-révolution anomalistique

Méthode pour trouver le lieu de l'aph. d'une Planete. 465
 anomalistique établie par M. de la Caille, de $182^{\circ} 15^{\text{h}} 7' 42''$,
 dans les *Mém. de l'Acad.* pour 1757, pag. 141, & de
 $182^{\circ} 15^{\text{h}} 7' 53''$ dans ses *Leçons Elém. d'Astron.* pag. 242.
 Au contraire si l'on suivoit le précepte & l'exemple qu'il
 donne dans les deux endroits cités, on ajouteroit $3^{\text{h}} 51' 56''$
 à l'observation du 30 Juin, & $4^{\text{h}} 8' 6''$ à celle du 29 Dé-
 cembre, on trouveroit pour le temps de l'apogée, 30 Juin,
 $11^{\text{h}} 26' 21''$, & pour celui du périégée, 30 Déc. $3^{\text{h}} 6' 26''$;
 l'intervalle est de $182^{\circ} 15^{\text{h}} 40' 5''$, trop grand de $32' 20''$,
 qui est le double de la différence entre $3^{\text{h}} 51' 56''$ & $4^{\text{h}} 8' 6''$.
 Cette différence prouve assez l'exactitude de la règle que
 nous venons de substituer à celle de M. de la Caille.

952. Lorsqu'on connoît l'équation du centre, & qu'on
 en est bien assuré par la méthode expliquée, art. 928 &
suiv. il suffit de prendre deux observations qui soient faites
 l'une vers l'aphélie, l'autre dans la moyenne distance ou à
 peu-près, pour connoître exactement le lieu de l'aphélie.
 On calculera pour chacune de ces observations l'équation
 du centre, en supposant le lieu de l'aphélie tel qu'on le con-
 noît, & l'on prendra la différence de ces deux équations;
 si les deux observations sont du même côté de l'aphélie,
 ou la somme si l'une étoit avant l'aphélie & l'autre après;
 la différence ou la somme de ces deux équations sera la
 quantité dont le vrai mouvement doit différer du mouve-
 ment moyen, qui est toujours supposé connu dans l'inter-
 valle des deux observations; si ce vrai mouvement calculé
 diffère trop du mouvement moyen, c'est-à-dire, s'il en dif-
 fère plus que le mouvement vrai observé, ce sera une preuve
 qu'on a supposé le lieu de l'aphélie trop près de l'observa-
 tion faite dans la moyenne distance.

Autre maniere
 de corriger l'a-
 phélie.

953. En effet, soit une planete en *B*, (*Fig. 74.*) dans *Fig. 74.*
 sa moyenne distance, ayant comme Jupiter $5^{\circ} \frac{1}{2}$ d'équation
 du centre, & en *D* à 6° de son aphélie supposé connu à
 peu-près, ayant un demi-degré d'équation du centre, la
 différence de ces deux équations est 5° ; c'est la quantité
 dont le mouvement moyen doit surpasser le mouvement
 vrai dans l'intervalle de deux observations. Je suppose que
 les deux points *B* & *D* soient éloignés l'un de l'autre

exactement du quart de la révolution de Jupiter en temps, (environ trois ans), en sorte que le moyen mouvement soit de 90° ; le mouvement vrai doit être, suivant le calcul précédent, de 85° , c'est-à-dire, plus petit de 5° que le mouvement moyen, & je suppose que par l'observation on l'eût trouvé de 86° , plus petit seulement de 4° que le mouvement moyen, c'est-à-dire, moins différent du moyen mouvement que suivant le calcul ; alors je raisonne ainsi : en rapprochant l'aphélie A de l'observation faite en B , l'équation en D se trouvera plus petite, étant plus près de l'aphélie ; mais l'équation en B ne changera pas sensiblement, parce que vers les moyennes distances l'équation ne varie presque point ; ainsi la différence des deux équations en D & en B , deviendra moindre qu'elle n'étoit dans la première supposition, & elle approchera davantage de l'observation, suivant laquelle on vient de voir qu'il n'y avoit que 4° de différence entre le vrai & le moyen mouvement, au lieu de 5° qu'on avoit trouvés par le calcul, en supposant le lieu de l'aphélie exactement connu.

Ainsi cette différence entre le vrai & le moyen mouvement trouvée trop grande par le calcul, m'apprend que le lieu de l'aphélie supposé dans ce calcul, étoit trop éloigné de l'observation B ; on peut le rapprocher de quelques minutes pour voir ce qui en résultera sur la différence du mouvement vrai au moyen, & par une ou deux tentatives trouver enfin le lieu de l'abside A , qu'il faut employer pour que la différence calculée soit d'accord avec la différence observée.

*Méthode pour corriger à la fois les trois élémens d'une
Orbite.*

954. Nous avons vû séparément, (930, 952), les méthodes que l'on peut suivre pour trouver l'excentricité & l'aphélie d'une planete ; nous allons rassembler l'esprit de ces méthodes pour en tirer une manière simple de trouver par trois observations les trois élémens d'une orbite, sçavoir l'excentricité, le lieu de l'aphélie, & l'époque ou

lieu moyen qui en résulte nécessairement (949) ; je suppose trois observations réduites , comme on le verra ci-après (959).

Pour bien faire sentir l'esprit de cette méthode , je rappellerai ici trois choses qui doivent être familières à tous ceux qui s'occupent du calcul astronomique ; 1°. l'équation de l'orbite est la plus grande qui soit possible vers trois signes & quelques degrés d'anomalie moyenne , alors elle augmente à peine en passant d'un degré à l'autre (927) , en sorte que l'anomalie moyenne peut être plus ou moins grande , sans que l'équation en soit affectée ; ainsi dans ces cas-là on pourroit se tromper sur le lieu de l'aphélie , sans qu'il en résultât aucune erreur sur l'équation , ni sur la longitude calculée : 2°. l'équation de l'orbite , ou la différence entre la longitude moyenne & la longitude vraie , est additive depuis le périhélie jusqu'à l'aphélie , c'est-à-dire , dans les six derniers signes d'anomalie ; elle est soustractive depuis l'aphélie jusqu'au périhélie , c'est-à-dire , qu'on retranche l'équation de la longitude moyenne pour avoir la longitude vraie : 3°. le mouvement moyen d'une planète dans l'espace d'une ou de deux révolutions , est assez bien connu pour qu'on puisse toujours le supposer exact ; car les moyens mouvemens se déterminent par la comparaison des observations les plus anciennes ; ainsi il ne peut y avoir d'erreur sensible dans l'espace de quelques années ; d'où il résulte que si l'erreur de l'époque , ou de la longitude moyenne d'une planète est connue pour un des points de son orbite , elle est également connue , ou plutôt elle est la même dans tous les autres points , elle ne fait que se combiner avec les erreurs qui proviennent des autres élémens , sans que cette erreur de l'époque , prise en elle-même , soit différente.

Si l'on avoit deux observations faites précisément dans les moyennes distances , c'est-à-dire , à trois signes d'anomalie moyenne , & à neuf signes , il seroit aisé de corriger par ces deux observations , 1°. l'époque des moyens mouvemens , 2°. l'équation du centre : en effet , si l'équation du centre est bonne , c'est-à-dire , si celle qu'on a employée dans le calcul des Tables est exacte . il n'y aura entre le calcul &

l'observation, d'autre différence que celle de l'époque des moyens mouvemens, puisque le lieu de l'aphélie n'influe point dans le calcul des longitudes prises vers les moyennes distances : s'il n'y a d'autre erreur que celle de l'époque, elle sera égale dans les deux observations, car nous supposons le moyen mouvement exactement connu ; ainsi l'erreur des Tables étant trouvée égale à 3^s & à 9^s d'anomalie, ce sera une preuve que l'équation du centre est exacte, mais que l'erreur des deux calculs vient uniquement de l'époque de la longitude qui est mal établie.

Si l'équation du centre est aussi défectueuse, l'erreur sera en plus & moins, parce qu'à 3^s d'anomalie l'équation du centre se retranche de la longitude moyenne pour avoir la véritable, mais à 9^s elle s'ajoute ; ainsi dans l'une des deux observations l'erreur de l'équation du centre augmentera celle de l'époque, & dans l'autre observation elle la diminuera ; par ce moyen l'erreur totale sera plus grande dans une observation que dans l'autre, & cela du double de l'erreur qu'il y a eu dans l'équation du centre.

Si, par exemple, l'erreur de l'époque est $-5'$, c'est-à-dire, qu'il y ait dans l'époque des Tables 5 minutes de trop, & que l'erreur de la plus grande équation soit $-2'$, alors ces deux erreurs s'accumuleront à 9^s d'anomalie moyenne, parce que l'équation y est additive, en sorte qu'on aura ajouté $2'$ de trop, à raison de l'équation qui est trop grande, & $5'$ de trop, à raison de l'époque qui est trop avancée ; la longitude calculée aura donc $7'$ de trop. Au contraire vers 3^s d'anomalie on n'aura que $3'$ de trop, l'erreur des Tables ne sera que de $3'$, parce que l'équation qui est trop grande de $2'$, étant soustractive, dans ce cas-là on aura ôté $2'$ de trop ; & l'époque ayant $5'$ de plus qu'il ne faut, il ne restera que $3'$ d'erreur.

La différence entre ces deux erreurs des Tables $7'$ & $3'$ est donc $4'$, & cette différence partagée en deux parties donnera $2'$, erreur de l'équation du centre ; en général, je suppose que l'on ait deux longitudes vraies observées, & réduites au soleil dans les moyennes distances d'une planète ; qu'on ait calculé pour les mêmes instans les deux longitudes héli-

centriques par les Tables Astronomiques, & qu'on ait trouvé p & m pour les erreurs des Tables :

Soit α l'erreur des Tables, quant à l'époque seule des moyens mouvemens, & ζ l'erreur de la plus grande équation seule, on aura, à 9 signes d'anomalie, $p = \alpha + \zeta$, & à 3 signes, $m = \alpha - \zeta$; donc $\alpha = \frac{p+m}{2}$ & $\zeta = \frac{p-m}{2}$. Correction de l'époque & de l'équation.

Ces formules ont lieu pour les erreurs positives comme pour les négatives indifféremment, & elles donnent la correction de l'époque & celle de l'équation du centre, par le moyen de deux observations faites dans les moyennes distances (931), ou à très-peu-près.

955. Lorsqu'on a rectifié, par les deux observations dont nous venons de parler, soit l'époque, soit l'équation de l'orbite d'une planète, il s'agit de rectifier aussi le lieu de l'aphélie; pour cela on choisit une observation qui tienne le milieu entre les deux autres, & qui soit faite vers le temps où la planète étoit aphélie ou périhélie; on calcule pour le moment de l'observation la longitude par les Tables, en rectifiant l'époque & l'équation du centre, ainsi que nous l'avons indiqué dans l'article précédent, & si l'on trouve quelque différence entre l'observation & le calcul, on est sûr qu'elle dépend toute entière de l'erreur de l'aphélie supposé dans les Tables.

En effet, puisque par l'hypothèse nous avons trouvé la véritable époque & la véritable équation, il ne doit y avoir d'erreur que dans le degré d'anomalie moyenne, auquel chaque équation appartient; si l'on fait l'anomalie trop grande aux environs de l'aphélie, on aura une trop grande équation dans ce point-là, quoique la quantité totale de la plus grande équation ait été exactement déterminée.

En jettant les yeux sur la Table de l'équation du centre, on voit combien elle varie pour chaque degré d'anomalie moyenne; par exemple, il y a 1' 59" pour le soleil, car si l'anomalie moyenne augmente d'un degré en partant de l'aphélie, l'équation augmente de 1' 59"; si l'on trouvoit donc l'erreur des Tables dans ce point-là de 1' 59" en plus, on jugeroit que l'aphélie est trop avancé d'un degré; car,

puisque la longitude des Tables est trop grande, c'est une preuve qu'on n'a pas retranché assez pour l'équation, c'est-à-dire, que l'anomalie moyenne étoit trop petite, & par conséquent le lieu de l'aphélie trop avancé. Si la planète étoit en-deçà de son aphélie, & qu'elle ne l'eût pas atteint, ce seroit la même chose, avec cette différence que l'erreur en plus prouveroit une équation additive trop grande, une anomalie moyenne trop petite, d'où résulteroit également un lieu de l'aphélie trop avancé.

Correction de
l'aphélie.

Soit γ l'erreur sur le lieu de l'aphélie qu'on se propose de déterminer, & n l'erreur des Tables dans l'observation faite aux environs de l'aphélie, en supposant, comme je l'ai dit, qu'on ait déjà corrigé dans ces Tables l'équation du centre & l'époque; soit e la plus grande équation du centre, je dis que l'erreur n , divisée par e , & multipliée par 57° , qui est l'arc égal au rayon, & dont le logarithme est $5,31442$, donnera la correction de l'aphélie, qu'il faudra ajouter à celui des Tables, si la longitude calculée est plus petite que la longitude observée, c'est-à-dire, si n est une quantité positive.

En effet, l'équation du centre pour un degré quelconque d'anomalie, est $e \sin. \text{anom.}$: si cette anomalie est une petite quantité de minutes ou de secondes, exprimée par γ , on aura $\frac{e\gamma}{57^\circ}$ pour l'équation du centre; on divise par 57° ; parce que γ doit être exprimé en décimales du rayon, & pour cet effet il faut le diviser par le rayon lui-même qui soit homogène avec γ , alors $\frac{\gamma}{57^\circ}$ devient une fraction du rayon (915).

Puisque l'équation du centre est $\frac{e\gamma}{57^\circ}$, cette quantité sera égale à l'erreur n des Tables, donc $\gamma = \frac{n 57^\circ}{e}$.

Je suppose ici que la planète soit précisément dans son aphélie, & que l'erreur de l'aphélie γ soit l'anomalie elle-même toute entière, mais il sera aisé d'appercevoir quand on aura mis en pratique les règles précédentes, que ce seroit la même chose quand il y auroit 2 ou 3^o de différence,

c'est-à-dire , quoique la planete fût éloignée de son aphélie de plusieurs degrés.

Si l'on veut rendre encore plus exacte la formule précédente , on observera que l'équation du centre n'est pas précisément égale à $e \sin.$ anom. ; mais en nommant c l'excentricité, elle est $-(2c - \frac{1}{4}c^2) \sin.$ an. m. $+ (\frac{1}{4}c^2 - \frac{1}{2}\frac{1}{4}c^4) \sin.$ 2 anom. , comme on le verra dans le XXI^e. Liv. Ainsi un degré d'erreur dans l'aphélie augmenteroit l'équation de $2c \sin.$ 1^o $-\frac{1}{4}c^2 \sin.$ 2^o , à très-peu-près. Supposons qu'il fût question de la planete de Jupiter , le logarithme de son excentricité (891) est 8, 68321 ; ainsi réduisant en nombres on a $c = 2^{\circ} 45' 16''$ & $c^2 = 7' 59''$; donc pour un degré d'anomalie moyenne , $2c \sin.$ 1^o $-\frac{1}{4}c^2 \sin.$ 2^o =

$(c - \frac{1}{4}c^2) \sin.$ 2^o = 2^o 35' ; ainsi la formule $\frac{n 57^{\circ}}{e}$ deviendra

$\frac{n 57^{\circ}}{2 (2^{\circ} 35')}$, c'est-à-dire , qu'au lieu de la plus grande équation que nous avons appelée e , & qui seroit de 5^o 31' 36'' , on aura le double des portions c & $\frac{1}{4}c^2$, dont l'une vaut 2^o 45' 16'' , & l'autre 9' 53'' , mais d'un signe contraire. Au reste on peut se passer aisément de ces formules , en examinant dans la Table de l'équation du centre , ainsi que nous l'avons dit , quelle est la quantité dont l'équation varie pour un degré d'anomalie moyenne, on trouve 19' 37'' pour Mercure , 50'' pour Vénus ; 10' 0'' pour Mars , 5' 28'' pour Jupiter , 6' 23'' pour Saturne ; d'où il est aisé de conclure , par une simple proportion , quel est le changement qu'on doit faire au lieu de l'aphélie , quand on connoît l'erreur des Tables qu'il s'agit de corriger , & qui dépend toute entière de cette longitude de l'aphélie.

Variation de l'équation près de l'aphélie.

La méthode que je viens d'expliquer pour déterminer les élémens de l'orbite d'une planete , suppose que les trois observations soient faites exactement dans les trois points indiqués , & elle suppose en même temps que les corrections soient très-petites ; cependant en supposant même les observations faites à plusieurs degrés de l'aphélie & des moyennes distances , on parviendroit encore , avec quelques essais ou quelques tâtonnemens , à trouver les mêmes corrections.

Mais pour procéder d'une manière plus lumineuse & plus exacte, je vais expliquer la méthode rigoureuse, quoiqu'indirecte, par laquelle on peut trouver les trois élémens d'une orbite par trois observations, avec toute la précision qu'on voudra.

Méthode pour déterminer exactement par 3 observations l'orbite d'une Planète.

Elémens qu'il faut déterminer.

956. DANS les méthodes précédentes, (928, 954) ; nous avons considéré séparément la plus grande équation & le lieu de l'aphélie, ou nous avons supposé des observations faites exactement dans le point de la plus grande équation ; nous allons donner une méthode qui est plus générale, par laquelle on peut avec trois longitudes héliocentriques quelconques, déterminer rigoureusement le lieu de l'aphélie, l'excentricité & l'époque de la longitude moyenne ; ce sont les trois principaux élémens de l'orbite d'une planète. Les méthodes les plus ingénieuses, les plus géométriques, les plus directes qu'on ait données jusqu'ici, ne sont point comparables pour la facilité à la méthode indirecte, ou de fausse position, que nous allons décrire ; ainsi elle nous tiendra lieu de toutes les autres.

Méthodes directes de plusieurs Auteurs.

On peut voir, si l'on en est curieux, plusieurs méthodes pour parvenir au même but, dans les Elémens d'Astronomie de M. Cassini, pag. 157. ; dans les Institutions Astronomiques de M. le Monnier, pag. 545. ; M. Niccolic en donna une de son invention dans les Mémoires de l'Académie pour 1746, pag. 291. ; il s'agissoit principalement de décrire une ellipse dont on a le foyer avec 3 rayons vecteurs : M. Halley y étoit parvenu par une construction géométrique, où il employoit deux hyperboles, (*Philos. Transf. n^o. 128. 1676.*). M. de la Hire publia une solution de ce problème dans le Journal des Sçav. (*Mars 1677*), par une méthode très-belle dont il donna ensuite la démonstration dans son grand Traité des Sections Coniques : enfin, M. Newton en donna depuis une autre solution, au moins aussi belle que la précédente, (*Philos. Nat. Princ. Math. Lib. I.*

Déterminer par trois Observ. l'orbite d'une Planete. 473
Lib. I. prop. 21.) Ces méthodes sont fort compliquées ; la plupart supposent la longueur des rayons vecteurs connue , de même que la position de la directrice de l'ellipse ; celle que nous allons décrire , ne suppose que les trois longitudes observées , & elle est plus facile à employer.

957. La révolution d'une planete est la premiere chose que l'on doit connoître (852) ; ainsi le moyen mouvement d'une planete est donné dans l'intervalle de deux observations ; le mouvement de l'aphélie doit être aussi connu , parce que trois observations ne peuvent déterminer qu'une ellipse fixe & immobile ; mais dans l'intervalle des trois observations qu'on emploie , il ne peut pas y avoir une erreur considérable sur le mouvement de l'aphélie.

Le moyen
mouvement sup-
posé connu.

958. Les trois observations doivent être , autant qu'il est possible , éloignées d'un quart de révolution , c'est-à-dire , deux aux environs des absides , & l'autre aux environs de la moyenne distance , ou deux aux moyennes distances , & une à l'abside ; car quoique la méthode n'exige pas cette condition , le résultat n'en fera que plus concluant & plus sûr , si on l'observe.

On suppose dans la méthode suivante , que l'on connoît déjà , du moins grossièrement , l'excentricité & le lieu de l'aphélie ; on ne peut manquer de les connoître quand il s'agit des planetes ; d'ailleurs on a vû ci-devant (930, 946), la maniere de les trouver , en supposant même qu'on n'en eût aucune idée.

959. Les trois longitudes héliocentriques dont on fait choix pour déterminer les élémens d'une orbite planétaire , doivent être réduites au plan de l'orbite , & non à l'écliptique ; je fais cette remarque afin d'avertir que les Astronomes rapportent toujours les longitudes observées réduites à l'écliptique ; ainsi il est nécessaire d'y faire une réduction pour les rapporter au plan de l'écliptique , c'est-à-dire , d'y ajouter la réduction ordinaire (806) , si c'est dans le premier ou le troisieme quart de l'argument de latitude , & de la soustraire , si c'est dans le second & le quatrieme quart ; au contraire de ce qui se fait pour réduire à l'écliptique une longitude donnée dans l'orbite.

Conditions né-
cessaires dans les
observations.

Ces trois longitudes qui sont destinées à déterminer les trois principaux élémens de l'orbite, doivent encore être corrigées des inégalités que peuvent y causer les attractions planétaires : si l'on a trouvé (par les calculs dont nous parlerons dans le XXII. Livre de l'Attraction), que Jupiter avance d'une minute le lieu de Mars par son action sur cette planète, il faudra ôter une minute du lieu de Mars observé, pour avoir la longitude dégagée de cette inégalité étrangère à l'orbite, & n'avoir plus à calculer que les inégalités de l'orbite elle-même dont il s'agit.

Ces observations doivent être aussi dégagées de l'aberration, qui augmente toujours les longitudes des planètes dans leurs oppositions, (Voy. Liv. XVII.).

Quant à la situation des trois points où l'on choisit ces observations, la plus convenable est d'avoir trois points sur l'orbite, qui soient à peu-près à 90° l'un de l'autre, & placés de manière qu'il y ait deux des observations faites vers les absides, ou deux vers les moyennes distances : si l'on a deux observations vers les absides, le lieu de l'apside sera mieux déterminé; si l'on a deux observations vers les moyennes distances, & seulement une vers l'apside, l'équation de l'orbite se trouvera avec plus de précision, parce qu'elle sera déterminée par le double de sa valeur; mais le lieu de l'apside sera déterminé dans ce cas-là avec une précision moindre de moitié que dans le premier cas.

Je diviserai le procédé de cette méthode en trois parties; dans la première nous supposerons qu'on connoît l'excentricité, & nous chercherons le lieu de l'aphélie; dans la seconde nous changerons d'excentricité pour avoir un autre aphélie; dans la troisième nous verrons, au moyen d'une troisième observation, quelle est de ces deux excentricités celle qu'on doit préférer.

Pour trouver
le lieu de l'aphé-
lie.

960. Dès que l'on connoît la durée de la révolution d'une planète, on sçait exactement combien il y a de degrés d'anomalie moyenne entre deux instans quelconques; cette planète aura été observée : par exemple, si ces deux instans sont éloignés du quart de la durée de cette révolution, il y aura toujours un quart de cercle pour la différen-

des anomalies moyennes, car il ne faut pas perdre de vûe que les temps & les anomalies moyennes marchent toujours uniformément, & sont toujours proportionnels, comme nous l'avons dit plusieurs fois (907).

Si l'on est toujours en état de connoître la différence ou la somme de deux anomalies moyennes, il n'en est pas ainsi de ces anomalies elles-mêmes; car pour connoître chacune de ces anomalies, il faudroit connoître & le lieu de l'aphélie, qui est le point d'où elles se comptent, & l'excentricité qui sert à trouver l'anomalie vraie. Cette considération fournit le moyen de reconnoître par deux observations si le lieu de l'aphélie d'une planete qui se trouve dans les Tables, est exact, en supposant qu'on connoisse l'excentricité; car ayant les deux longitudes observées on aura (en retranchant le lieu de l'aphélie), deux anomalies vraies; on cherchera l'anomalie moyenne qui répond à chacun par le moyen des deux proportions connues (913 & 914), & de l'excentricité supposée connue; si ces deux anomalies moyennes différent entre elles autant que l'exige l'intervalle des deux observations, elles sont exactes l'une & l'autre, & par conséquent le lieu de l'aphélie est bien connu & a été bien supposé. Si des deux observations que l'on a choisies, l'une est avant l'aphélie & l'autre après, ce sera leur somme que l'on prendra pour la comparer avec le moyen mouvement calculé pour l'intervalle des deux observations, mais pour plus d'exactitude, on doit faire en sorte qu'une de ces observations soit près de l'apside, & que l'autre en soit éloignée.

Première hypothèse de l'excentricité.

961. Si par l'épreuve que nous venons d'indiquer, on s'apperçoit que le lieu de l'aphélie qu'on a supposé ou d'après les Tables, ou par simple conjecture, n'est pas exact, on lui supposera quelques minutes de plus ou de moins, on recommencera le même calcul, & l'on verra ainsi par l'événement de différentes suppositions, quelle est celle qu'il faut adopter, & quel est le lieu de l'aphélie qu'il faut prendre, pour représenter l'intervalle de ces deux premières observations avec l'excentricité qui est connue, ou employée dans cette première hypothèse. Ainsi j'appelle *première*

Diverses suppositions de l'aphélie.

hypothèse une excentricité supposée, avec le lieu de l'aphélie qui lui correspond en satisfaisant à l'intervalle des deux observations; cette hypothèse renfermoit diverses suppositions pour le lieu de l'aphélie.

962. Pour que le lieu de l'aphélie soit bien déterminé par la méthode précédente, il faut nécessairement que l'excentricité soit supposée connue & exacte; car pour réduire l'anomalie vraie en anomalie moyenne, on fait nécessairement usage de l'excentricité, comme on le voit dans les deux analogies ci-dessus, (913 & 914).

Seconde hypothèse d'excentricité.

Si l'on suppose une autre excentricité, & qu'on refasse les mêmes calculs (961), on aura un résultat différent pour le lieu de l'aphélie, en employant toujours les deux mêmes observations; on pourroit faire ainsi une Table de différentes excentricités, & à côté de chacune on écriroit le lieu de l'aphélie qui répond à chaque hypothèse d'excentricité.

Pour trouver l'excentricité.

963. Pour sçavoir maintenant quelle est la véritable excentricité que l'on doit choisir, ou celle de toutes nos hypothèses qui est la bonne, nous employerons une troisième observation que je suppose éloignée de 90° d'une des précédentes, sur laquelle on fera la remarque suivante: l'intervalle de temps entre l'observation aphélie, & l'observation faite 90° avant l'aphélie, étant connu, on aura la différence entre les deux anomalies moyennes; mais si l'on se trompoit sur l'excentricité, ou ce qui revient au même, sur l'équation du centre, toute l'erreur tomberoit sur l'anomalie qui est à 90° de l'aphélie, parce que l'équation y est fort grande, & cette erreur seroit nulle dans l'aphélie où l'équation du centre est nulle, ou du moins fort petite; ainsi la différence entre l'anomalie moyenne aphélie & l'anomalie moyenne à 90° de-là, seroit affectée de toute l'erreur commise sur l'équation du centre.

Cela étant bien conçu, on prendra l'excentricité de la première hypothèse avec le lieu de l'aphélie connu, ainsi qu'il a été déterminé pour cette première excentricité (961), on formera deux anomalies vraies des deux longitudes vraies, dont une soit fort éloignée de l'autre, on les

convertira en anomalies moyennes, & si la différence de ces deux anomalies moyennes n'est pas exactement ce que l'on sçait qu'elle doit être, on choisira une autre excentricité avec la position de l'aphélie qui lui répond, c'est-à-dire, la seconde hypothèse, on verra laquelle des deux satisfait mieux au second intervalle, & par une simple règle de trois on trouvera celle qui satisfait à l'intervalle d'anomalie moyenne qui est entre ces deux observations; cette excentricité avec le lieu de l'aphélie qui répond, seront conformes aux trois observations, & le problème sera résolu.

964. EXEMPLE. Je suppose trois oppositions de Mars observées en 1743, 1751 & 1753, c'est-à-dire, les longitudes de Mars sur son orbite, vûes du soleil pour les temps moyens.

Temps des Observ.	Longit.	Différ. d'anom. moy.
1743. 15 Fév. 19 ^h 17' 40"	4 ^s 27° 16' 32"	6 ^s 21° 30' 45"
1751. 14 Sept. 8 28 0	11 21 35 0	
1753. 16 Nov. 10 28 33	1 24 47 24	1 26 6 50

En prenant les lieux de l'aphélie dans les Tables de M. Halley, 5^s 1° 23' 37", 5^s 1° 33' 37", 5^s 1° 36' 9", je forme trois anomalies vraies 11^s 25° 52' 55", 6^s 20° 1' 23", 8^s 23° 11' 15", je convertis les deux premières anomalies vraies en anomalies moyennes, après avoir pris ce qui s'en manque pour aller à 360 degrés, en faisant deux hypothèses différentes pour l'excentricité.

965. PREMIERE HYPOTHESE : je prends l'excentricité telle qu'elle est dans les Tables de M. Halley 1417, je la réduis à ce qu'elle seroit si la moyenne distance au soleil étoit l'unité, & supposant aussi l'aphélie tel qu'il est dans ces Tables, les deux anomalies vraies donnent, au moyen des analogies rapportées ci-dessus, (913, 914), deux anomalies moyennes qui sont 11^s 25° 3' 35" 4 & 6^s 16° 36' 3" 4; dont la différence est trop grande de 1' 43"; car suivant les Tables, & à raison du temps écoulé entre les deux observations, la différence doit être de 6^s 21° 30' 45".

En continuant la même hypothèse d'excentricité je fais

une autre supposition pour l'aphélie; j'augmente de dix minutes les lieux de l'aphélie employés dans la première supposition, je forme par conséquent deux anomalies vraies moindres de 10' que les précédentes, je les convertis en anomalies moyennes; je trouve $11^{\circ} 24' 51'' 36'' 1$, & $6^{\circ} 16' 27' 42'' 6$, dont la différence est de $6^{\circ} 21' 36' 6'' 5$, c'est-à-dire, trop grande de $5' 21'' 5$. Ainsi pour avoir changé l'aphélie de 10' l'erreur qui étoit de $1' 43''$, est devenue $5' 21'' 5$; c'est-à-dire, a augmenté de $3' 38'' 5$; on dira $3' 38'' 5 : 10' 0'' :: 1' 43'' : 4' 42'' 8$, ainsi pour rendre nulle cette erreur de $1' 43''$; il auroit fallu diminuer de $4' 42'' 8$ les lieux de l'aphélie, au lieu de les augmenter de 10': par ce calcul nous sommes donc assurés que l'excentricité tirée des Tables de M. Halley, & employée dans cette première hypothèse avec un lieu de l'aphélie diminué de $4' 42'' 8$ ou en nombres ronds $4' 43''$, satisfera à l'intervalle des deux observations. Il faut actuellement faire la même opération avec une autre excentricité, c'est-à-dire, former une seconde hypothèse.

966. SECONDE HYPOTHESE, je prends une excentricité 1427 plus grande que celle de M. Halley de 10 parties, & supposant l'aphélie tel qu'il est dans ses Tables, je convertis les deux anomalies vraies en anomalies moyennes, (913, 914), ce qui donne $11^{\circ} 25' 3' 13''$, & $6^{\circ} 16' 34' 42''$, dont la différence $6^{\circ} 21' 31' 29''$, est plus grande de $44''$ que celle qui doit avoir lieu suivant les Tables, qui sont exactes à cet égard, puisque la révolution est exactement connue. Je forme donc une seconde supposition en augmentant le lieu de l'aphélie de 10'; il en résulte deux autres anomalies vraies, qui doivent aussi se convertir en anomalies moyennes; le calcul étant fait on aura $11^{\circ} 24' 51' 7''$, 3 & $6^{\circ} 16' 26' 21''$, 7 dont la différence est plus grande de $4' 29'' 4$, qu'elle ne doit être suivant les Tables.

967. Ainsi en augmentant de 10' le lieu de l'aphélie dans cette seconde hypothèse d'excentricité, l'erreur de l'anomalie moyenne qui étoit de $44''$ est venue à $4' 29'' 4$, c'est-à-dire, a augmenté de $3' 45''$; donc pour la faire diminuer de $44''$ & la réduire à rien, on dira $3' 45'' 4 : 10' :: 44'' :$

1' 57", & l'on aura la quantité qu'il falloit ôter de l'aphélie des Tables pour concilier les deux premières observations avec le moyen mouvement des Tables, dans l'hypothèse de 1427 d'excentricité.

968. C'est donc l'aphélie des Tables de M. Halley diminué de 4' 43" avec 1417 d'excentricité, ou diminué de 1' 57" avec 1427, qui satisfait aux deux premières observations; il faut par le moyen de la troisième observation choisir entre ces deux hypothèses d'excentricité ou trouver une excentricité qui soit plus ou moins grande que celles-là; y joignant le lieu de l'aphélie corrigé à proportion, elle représentera non-seulement les deux premières, mais encore la troisième observation.

Il faut choisir entre les deux hypothèses.

969. L'intervalle de temps qu'il y a entre la seconde & la troisième observation, donne pour différence d'anomalie moyenne 56° 6' 50", suivant les Tables de M. Halley: si l'on convertit l'anomalie vraie en anomalie moyenne avec 1417 d'excentricité, l'aphélie des Tables étant diminué de 4' 43", & avec 1427 l'aphélie étant diminué de 1' 57", on trouve pour la première hypothèse 11" 4 de plus, & pour la seconde hypothèse 3' 11" 4 de moins que 56° 6' 50"; ainsi ajoutant ces deux différences qui sont en sens contraires, on voit que le changement de 10 parties dans l'excentricité, produit 3' 22" 8 de variation dans le mouvement d'anomalie moyenne pour cet intervalle de temps; on trouvera donc que 11" 4 qui est l'erreur de la première supposition, donnera 0, 562, il faudra donc ajouter 0, 562 à l'excentricité 1417 de la première hypothèse ajoutée, & l'on aura 1417, 562 excentricité qui représentera également la troisième observation, pourvu qu'on y joigne l'aphélie qui doit lui correspondre; or on trouvera la correction du lieu de l'aphélie en disant 3' 22" 8 : 2' 45" :: 11" 4 : 9" 2.

Dernière hypothèse.

Car puisque la première supposition d'excentricité 1417 avec le lieu de l'aphélie diminué de 4' 42" a donné 11" 4 de trop, & que la seconde supposition d'excentricité 1427 avec le lieu de l'aphélie diminué de 1' 57", (c'est-à-dire, de 2' 45" moins que dans la première hypothèse), a

donné $3' 11'' 4$ de plus qu'il ne falloit pour la différence d'anomalie moyenne, il est clair que pour corriger les $1'' 4$, de la premiere supposition, il faut diminuer l'aphélie de $9''$ de moins que dans la premiere supposition; ainsi l'on corrigera l'aphélie des Tables seulement de $4' 33''$.

970. On peut encore faire cette proportion d'une autre maniere; & chercher quel est le lieu de l'aphélie qui doit convenir à la nouvelle excentricité $1417, 562$; car si avec la premiere supposition d'excentricité 1417 , il faut ôter $4' 42''$ de l'aphélie des Tables, & si avec la seconde supposition d'excentricité 1427 , il faut ôter $1' 57''$, c'est-à-dire, $2' 45''$ de moins; on peut dire $10 : 2' 45'' :: 0, 562 : 9'' 2$, correction de l'aphélie qui répond à $0, 562$ de variation dans l'excentricité; on a donc $4' 42''$, moins $9''$, ou $4' 33''$ pour la correction de l'aphélie qui doit répondre à l'excentricité $1417, 562$; & qui conjointement avec cette excentricité représentera le premier intervalle aussi bien que le second; ou la premiere différence d'anomalie moyenne, aussi bien que la seconde.

Démonstration
de son exactitude.

971. Je dis en premier lieu que cette excentricité $1417, 562$, avec le lieu de l'aphélie diminué de $4' 33''$ représentera le premier intervalle, en effet, nous avons trouvé que 1417 d'excentricité avec $4' 43''$ de diminution dans l'aphélie, aussi bien que 1427 avec $1' 57''$ de diminution dans l'aphélie, représentoient également l'intervalle connu, ou la différence d'anomalie moyenne des deux premieres observations; ainsi toute autre excentricité entre ces deux-là, avec une diminution de l'aphélie proportionnée, représentera également cet intervalle; donc l'excentricité $1417, 562$, avec $4' 33''$ de diminution dans l'aphélie, satisfera à la différence des deux premieres observations.

Je dis en second lieu qu'ils satisferont aussi au second intervalle ou à la différence d'anomalie moyenne entre la seconde & la troisième observation: car dans la premiere supposition 1417 , on trouve $1'' 4$ de plus pour cette différence, & dans la seconde supposition qui est de 1427 , on trouve $3' 11'' 4$ de moins que l'on ne doit trouver; donc à proportion on trouvera exactement ce qu'il faut trouver, en employant $1417, 562$.

972. On a donc enfin & l'excentricité, & la correction à faire dans le lieu de l'aphélie pour représenter exactement les deux différences d'anomalie moyennes, dans les trois observations données.*

Si l'on recommence ^{En} effet le calcul avec ces élémens, on trouvera pour les anomalies moyennes qui répondent aux trois momens d'observations, $11^{\circ} 25' 9'' 2$, $6^{\circ} 16' 39' 47'' 2$, & $8^{\circ} 12' 46' 37'' 2$, elles diffèrent entr'elles des mêmes quantités que les trois anomalies moyennes qu'on avoit formées, avec les élémens tirés des Tables (964), c'est-à-dire, de $6^{\circ} 21' 30' 45''$ & de $1^{\circ} 26' 6' 50''$.

973. Nous remarquerons en passant qu'il seroit également bon que des trois observations choisies, celle du milieu fût faite dans une des absides de l'orbite de la planete, & les deux autres dans les moyennes distances 90° avant & après celle du milieu, nous n'avons pas pu observer ce choix dans l'exemple précédent; on n'a pas toujours des observations faites dans des positions choisies, & celles de Mars sont les plus rares; mais on verra du moins par cet exemple que la méthode est générale, & ne suppose que trois observations sur trois points différens de l'orbite.

974. Lorsqu'on connoît l'excentricité & le lieu de l'aphélie, il ne reste plus à connoître qu'une longitude moyenne; pour cela on prendra une des trois anomalies moyennes trouvées ci-devant (972), par exemple $11^{\circ} 25' 9'' 2$; on y ajoutera le lieu de l'aphélie des Tables diminué de $4' 33''$, suivant le dernier résultat, c'est-à-dire; $5^{\circ} 1' 19' 4''$, & l'on aura la longitude héliocentrique moyenne de Mars au temps de la premiere observation $4^{\circ} 26' 28' 6''$ d'où l'on peut conclure toutes les autres (565). Nous parlerons bien-tôt plus au long des époques des longitudes moyennes (992).

975. Mercure est la seule planete dont l'orbite ne peut être déterminée avec assez d'exaëtitude par cette méthode, parce que ses passages sur le soleil ne sont pas situés dans des points assez avantageux; ainsi il y faut ajouter la plus grande & la plus petite digression, ou bien traiter Mercure à peu-près comme une comete, suivant la méthode qui

Longitude
moyenne.

Exception pour
Mercure.

fera expliquée dans le XIX^e. Livre. On trouve, il est vrai; dans les Mémoires de l'Académie pour 1753, un Mémoire de M. Cassini, & dans ceux de 1756, un Mémoire de moi, sur cette matière : nous avons essayé l'un & l'autre de déterminer les élémens de Mercure par le moyen de ses passages sur le soleil, mais c'est parce que nous manquions d'autres observations; on verra combien elles sont rares, lorsque nous parlerons de ces observations de Mercure.

Méthode pour
trouver son ex-
centricité.

Fig. 65.

976. Lorsqu'on aura observé la plus grande digression de Mercure dans son aphélie & dans son périhélie, on pourra aisément trouver son excentricité, & par conséquent sa plus grande équation. Soit EGD (Fig. 65.) l'orbite que Mercure décrit autour du soleil S , SD la distance de Mercure aphélie, au centre du soleil; dans le triangle SMD , qui sera alors rectangle en D , l'on connoîtra l'angle SMD qui est l'élongation observée, & la distance SM de la terre au soleil dans le temps de l'observation; on trouvera facilement la distance SD ; si l'on fait la même chose dans le temps que Mercure est périhélie & en même temps dans sa plus grande digression, l'on aura les deux distances SD , SE de Mercure au soleil, dont la différence sera l'excentricité CS de Mercure; nous avons déjà parlé ci-dessus de la nécessité qu'il y auroit de faire de pareilles observations souvent & avec soin pour la théorie de Mercure.

977. Dans la méthode précédente il faut être sûr que la planète étoit véritablement dans son aphélie lorsqu'on a observé sa plus grande digression; mais les Tables que nous avons sont suffisantes pour nous apprendre à peu-près le temps où Mercure passe dans ses absides, & dans cette recherche il n'est besoin que de le connoître à peu-près; la distance de Mercure au soleil ne change alors que de $\frac{1}{48780}$ pour un degré d'erreur sur le lieu de l'aphélie: or cette erreur est beaucoup plus grande que celle que nous pouvons commettre actuellement sur le lieu de l'aphélie de Mercure. Si l'on observe à une minute près la différence de la plus grande à la plus petite digression, on aura aussi la plus grande équation à une minute près.

978. Lorsqu'on a déterminé par cette méthode la plus

grande équation de Mercure, on peut trouver le lieu de l'aphélie de Mercure par une seule observation faite dans le temps où Mercure se rapproche de sa conjonction; ou bien par la quantité de sa plus grande digression observée vers 4^s ou 8 signes d'anomalie moyenne; alors le moindre changement dans le lieu de l'aphélie, influe sensiblement sur la distance; un degré d'erreur sur l'aphélie change de $\frac{1}{2,50}$ la distance au soleil, & comme la plus grande digression est alors d'environ 21° il en résulteroit 5' d'erreur sur cette digression; or certainement on peut l'observer à 15 ou 20" près, donc alors on doit connoître le lieu de l'aphélie de Mercure à 3 ou 4 minutes près, par le moyen de la plus grande digression observée entre 3 & 4 signes ou entre 8 & 9 signes d'anomalie moyenne.

Pour avoir l'aphélie de Mercure.

979. J'ai employé dans tous les calculs précédens l'hypothèse de Kepler, pour déterminer les élémens d'une orbite; on trouvera dans les élémens de M. Cassini une méthode pour les trouver aussi par l'hypothèse elliptique simple; mais quoique M. Cassini fasse un usage fréquent de l'hypothèse elliptique simple, à cause de la facilité qu'elle offre dans les calculs, cependant il avoue, & il démontre même que l'hypothèse de Kepler doit avoir une entière préférence sur l'hypothèse de Ward. Ayant fait le calcul du lieu de l'aphélie de Mars dans les deux hypothèses différentes par le moyen de trois observations, dont une étoit voisine de l'aphélie, M. Cassini trouve le lieu de l'aphélie dans l'hypothèse elliptique simple 5° 0' 39', & dans l'hypothèse de Kepler 5° 0' 31' $\frac{1}{2}$, avec une différence de 7' $\frac{1}{2}$, seulement; en effet les deux hypothèses ne diffèrent point entr'elles quand on prend une observation dans l'aphélie & les deux autres dans les moyennes distances. Mais ayant ensuite choisi trois autres observations en des points différens de l'orbite de Mars, M. Cassini trouve 5° 1' 28' dans l'hypothèse elliptique simple, & 5° 0' 39' dans l'hypothèse de Kepler; on voit que l'hypothèse elliptique simple differe de la même employée dans le premier résultat de 49', & l'hypothèse de Kepler ne differe que de 7' $\frac{1}{2}$; cette dernière différence est assez petite pour être attribuée au dé-

Préférence que mérite l'hypothèse de Kepler.

P p p ij



faut d'accord entre les trois dernières observations & les trois premières; mais la différence de 49' qu'il y a entre les deux résultats de l'hypothèse elliptique simple, ne sauroit être attribuée qu'à l'imperfection de cette hypothèse. Il en est de même de l'excentricité, M. Cassini la trouve dans l'hypothèse de Kepler 9287 & 9292, suivant qu'il emploie les trois premières ou les trois dernières observations, la différence n'est que de 5 parties; mais dans l'hypothèse elliptique simple il trouve 9246 & 9115, résultats qui diffèrent de 131 parties; & prouve encore la discordance de cette dernière hypothèse quand on l'applique à différens points de l'orbite; aussi M. Cassini conclut formellement que l'hypothèse de Kepler mérite la préférence, (*Elém. d'Ast. pag. 475*), & nous n'avons parlé de l'hypothèse de Ward que pour donner une idée de la facilité qu'elle offre dans les occasions où l'on n'a pas besoin de beaucoup d'exactitude; ou dans les orbites peu excentriques, comme celles de Vénus & de la Terre.

TROUVER LA RÉVOLUTION ANOMALISTIQUE
D'UNE PLANÈTE, OU LE MOUVEMENT DE SES ABSIDES,
PAR LES OBSERVATIONS.

980. LA méthode que nous avons donnée pour déterminer l'orbite d'une planète (956), étant appliquée aux anciennes observations, fait connoître le lieu de l'aphélie dans les temps plus reculés; & quoique les observations anciennes ne soient pas fort exactes, elles font cependant connoître que les aphélies des planètes ne sont pas fixes dans le ciel; la théorie de l'Attraction, (Liv. XXII.), nous servira de même à prouver le mouvement des absides; au reste, ce mouvement est assez lent pour qu'on ait pu le négliger, & supposer les absides immobiles, dans les Tables Carolines de Street qui ont eu long-temps une assez grande réputation.

La révolution d'une planète par rapport à son abside; le temps qu'elle emploie à y revenir, ou l'intervalle d'un passage par son aphélie au passage suivant, s'appelle la RÉ-

REVOLUTION ANOMALISTIQUE, parce que l'anomalie recommence à chaque passage dans l'abside : cette révolution anomalistique est toujours un peu plus courte que la révolution par rapport aux équinoxes, parce que le mouvement des absides se fait suivant l'ordre des signes ; pour en déterminer la quantité, nous commencerons par la révolution anomalistique du soleil, ou plutôt de la terre, qui est une des plus faciles à déterminer.

Si le lieu de l'abside de la terre étoit exactement fixe dans le ciel, la révolution anomalistique seroit égale à la révolution sydérale, dont on a vu la détermination (852), mais puisque l'apogée du soleil a un petit mouvement selon l'ordre des signes, comme les observations paroissent le prouver, aussi bien que la théorie de l'Attraction, il faut pour connoître sa révolution anomalistique, comparer deux passages du soleil par son apogée, & non pas deux retours à une même étoile, ni deux passages par l'équinoxe, (127, 587).

981. Suivant les observations de Waltherus, faites à Nuremberg en 1487, le soleil avoit passé par son périégée le 16 Décembre à 6^h 5' du soir ; il y passa encore le 30 Décembre 1751 à 3^h 9', suivant les observations de M. de la Caille ; l'intervalle est de 96428j 21^h 4', ce qui donne pour chaque révolution anomalistique 365j 6^h 15' 42". Ayant comparé ainsi les observations de Waltherus, celles de Tycho-brahé, & celles de Co-cheou-king faites à la Chine en 1278 & 1279 (266), que le P. Gaubil a rapportées dans son Histoire de l'Astronomie Chinoise, pag. 107, M. de la Caille a trouvé la révolution anomalistique, ou la différence entre deux passages consécutifs du soleil par son apogée, 365j 6^h 15' 24" plus grande que la durée de l'année tropique (588), de 26' $\frac{1}{2}$; ce qui prouve que chaque année l'apogée avance de 65" $\frac{1}{2}$ par rapport à l'équinoxe.

Mouvement de l'apogée du soleil.

Il est de 65 secondes & demie par année.

982. Pour voir ce qui résulte de la comparaison des autres observations par rapport au mouvement de l'apogée du soleil, on pourra jeter les yeux sur les positions suivantes de l'apogée déterminées par différens Astronomes, à côté

desquelles on voit ce qui en résulte pour le mouvement annuel, par comparaison avec le lieu actuel de l'apogée, (M. Cassini, pag. 197.).

Hipparque, 140 ans avant J. C.	2 ^s 5° 30'	1' 3''
Ptolémée, 140 ans après J. C.	2 5 30	1 14
Albategnius en 883,	2 22 17	1 7 $\frac{1}{2}$
Arzachel en 1076,	2 17 50	1 51 $\frac{1}{2}$
Alphonse en 1252,	2 28 40	1 10
Waltherus en 1503,	3 4 9	1 4
Copernic en 1515,	3 6 40	0 25
Tycho & Kepler en 1588,	3 5 30	1 6
M. Cassini en 1740, dans ses Tables,	3 8 17	1 1 $\frac{3}{4}$

Enfin, M. le Monnier supposoit ce mouvement annuel de 63'' dans ses Institutions Astronomiques; tout cela diffère peu de la dernière détermination que nous adoptons ici, & qui est de 65'' $\frac{1}{2}$.

Aphélie des
autres planetes.

983. Les aphélie des autres planetes ont aussi leur mouvement, mais il est bien moins connu, à cause du peu d'observations anciennes que nous avons sur les planetes; d'ailleurs ce mouvement est si peu sensible, que l'on ne peut le déterminer que d'une manière très-imparfaite; on en jugera par la différence qu'il y a entre les Tables de M. Cassini & celles de M. Halley pour cette partie; le mouvement de l'aphélie de Mercure en un siècle, dans les Tables de M. Cassini, est plus grand de 45' 43'', celui de Venus de 49' 7'', celui de Mars de 2' 58'', celui de Jupiter plus petit de 24' 18'', & celui de Saturne de 3' 36'', que dans les Tables de M. Halley.

Il y a même des Auteurs qui ont totalement négligé ce mouvement des aphélie comme inappréciables, & ont supposé que les absides étoient fixes parmi les étoiles fixes, sans autre changement de longitude que celui de 50'' par an, qui vient de la précession des équinoxes; tel est M. Street dans ses Tables Carolines.

Pour faire sentir le degré de certitude qu'il peut y avoir dans de pareilles déterminations, je vais indiquer en peu

de mots quelles sont les observations sur lesquelles M. Cassini a établi ses déterminations des aphélie, ainsi qu'il les rapporte lui-même dans ses Elémens d'Astronomie, & j'y ajouterai quelques recherches particulieres que j'ai faites sur la même matiere.

984. Pour l'aphélie de Mercure, M. Cassini choisit les passages sur le soleil de 1661, 1690 & 1697, par lesquels il trouve que le 9 Nov. 1690, à 18^h 6', l'aphélie de Mercure étoit à 8^s 12° 22' 25"; il trouve qu'en supposant le mouvement de l'aphélie de 1' 20" par année, il représente assez bien les passages de 1631, 1672, 1723 & 1736. Mais comme tous ces passages arrivent vers les mêmes points de l'orbite, car celui de 1661 étoit le seul qu'on eût observé dans la partie opposée, c'est-à-dire, dans le nœud descendant qui est vers 10^s 20° d'anomalie moyenne, on ne pouvoit pas prononcer que ce mouvement de l'aphélie fatisferoit également aux observations faites dans d'autres points de l'orbite : M. Cassini observe lui-même, (p. 612.), que deux hypothèses qui different entre elles de 1° 30' pour le lieu de l'aphélie, & de 52' pour la plus grande équation, ne laissent pas de représenter toutes les deux avec une égale précision ces sept observations; ce qui prouve qu'elles n'étoient pas faites dans des points de l'orbite de Mercure, assez différens les uns des autres, pour bien déterminer le lieu de l'aphélie; on ne doit donc pas être surpris que M. Halley ait représenté également bien les mêmes observations, en réduisant à 52" $\frac{1}{2}$ au lieu de 1' 20" le mouvement annuel de l'aphélie de Mercure. Je crois la détermination de M. Cassini plus approchante du vrai. En effet, suivant les recherches que j'ai données sur cette matiere dans les Mémoires de l'Académie pour 1756, pag. 266, j'ai trouvé le lieu de l'aphélie de Mercure, le 6 Mai 1753, de 8° 13' 55", plus avancé de 9' seulement que suivant les Tables de M. Cassini, ou de 26' plus avancé que suivant M. Halley, ce qui semble prouver que le mouvement annuel de l'aphélie de Mercure est au moins de 1' 20", peut-être même un peu plus grand; mais pour s'en assurer il faudra discuter des observations faites dans d'autres points de

Aphélie de
Mercure.

Son mouvement
est de plus de 80
secondes par an-
née.

l'orbite, & sur-tout dans les absides & les moyennes distances : j'ai déjà fait remarquer (936) la difficulté que l'on trouve à établir la théorie de Mercure, à cause de la rareté de ses observations.

Ce seroit principalement pour le mouvement de son aphélie que nous aurions besoin d'avoir d'anciennes observations, mais elles nous manquent presque totalement ; M. Cassini qui vouloit établir les moyens mouvemens de Mercure par les anciennes observations, (*Mém. Ac.* 1707), trouva des difficultés dans le calcul des mois des Années Dyonisiennes, sans parler de la difficulté de réduire au centre du soleil ces anciennes observations. Voyez les Observations de Mercure à la fin de ce VI^e. Livre.

Aphélie de
Vénus.

985. L'aphélie de Vénus est presque aussi difficile à déterminer par les anciennes observations que celui de Mercure ; & dans les différentes déterminations qu'en donne M. Cassini, il s'y trouve des différences de près de 15 deg. Mais il y a une circonstance de plus qui fait paroître les erreurs beaucoup plus importantes qu'elles ne sont, c'est que l'excentricité de Vénus étant fort petite, une erreur d'un degré sur l'aphélie ne produit pas une minute sur la longitude ; ainsi l'erreur peut paroître fort grande sur le lieu de l'aphélie, sans qu'il en résulte sur le lieu observé de la planète une différence sensible,

Les observations de Vénus faites dans les années 136, 138, 140, donnent $8^{\circ} 21' 29''$ pour le lieu de son aphélie, que M. Cassini estime être le résultat le moins défectueux que fournissent les anciennes observations ; il détermine ensuite le lieu de cet aphélie par les conjonctions inférieures de 1715, 1716 & 1718, de $10^{\circ} 6' 50''$; ainsi dans l'espace de 1578 années le mouvement de l'aphélie auroit été de $45^{\circ} 21'$ à raison de $1' 42'' 50'''$ par année.

En employant de même le lieu de l'aphélie de Vénus déterminé par les observations des années 1592, 1598 & 1601, à $10^{\circ} 1' 54''$, on trouve $2' 28''$ par année ; mais il n'est pas étonnant que sur un intervalle de 120 ans, dans lequel la différence n'est que de $4^{\circ} 56'$, il y ait une incertitude d'un quart ou d'un tiers de ce mouvement total.

986. Enfin

986. Enfin , comparant le lieu de l'aphélie de Vénus déterminé par Horoccius en l'année 1639 à $10^{\circ} 5^{\circ} 0'$, avec celui de 1716 , on trouve dans cet intervalle que le mouvement annuel de l'aphélie de Vénus est de $1' 26''$, c'est celui qu'adopte M. Cassini , (pag. 564.). Dans les Tables de M. Halley il n'est que de $56'' \frac{1}{2}$, & le lieu de l'aphélie pour 1750 est moins avancé de $19' \frac{1}{2}$ que suivant les Tables de M. Cassini.

Son mouvement.

987. L'aphélie de Mars est le plus aisé à déterminer de tous les aphélies des planetes , aussi nous voyons que son mouvement est presque le même dans les Tables de M. Cassini & de M. Halley : les trois oppositions de Mars observées par Ptolémée , donnent pour le lieu de l'aphélie , 135 ans avant J. C. $3^{\circ} 29^{\circ} 24'$. Par les observations faites à Greenwich en 1691 , 1696 & 1700, qui sont très-bien d'accord avec celles qu'on faisoit dans le même temps à Paris , & dont la premiere & la troisieme sont à pareilles distances de l'aphélie , M. Cassini trouve $5^{\circ} 0^{\circ} 31' 34''$ dans l'hypothèse de Kepler ; ainsi dans l'espace de 1561 ans l'aphélie a avancé chaque année de $1' 11'' 47''' 20''''$, (*Elém. d'Astron. pag. 478.*).

Aphélie de Mars.

Dans mes recherches sur l'orbite de Mars , (*Mém. Ac. 1755 , p. 223.*) , j'ai trouvé le lieu de l'aphélie vers 1748 , moins avancé de $49''$ seulement , que suivant les Tables de M. Halley , ou de $5' 18''$ que suivant les Tables de M. Cassini , ce qui prouve assez que le mouvement annuel de l'aphélie de Mars est exactement de $1' 10''$.

Son mouvement annuel de 70 secondes.

988. L'aphélie de Jupiter déterminé par les observations de Ptolémée , se trouve pour l'an 136 de $5^{\circ} 14^{\circ} 38'$; mais suivant les observations de 1588 , 1590 & 1592 , faites par Tycho , on a pour l'année 1590 , $6^{\circ} 6^{\circ} 31'$; ce qui donne $54''$ par année pour le mouvement de l'aphélie de Jupiter. Par les oppositions de 1719 , 1721 & 1723 , la longitude de l'aphélie est $6^{\circ} 9^{\circ} 47'$; cette longitude comparée avec celles de Ptolémée , donne $57'' 11'''$ par année.

Aphélie de Jupiter.

Les observations de Tycho comparées à celles de ce siècle , donnent le mouvement annuel de $1' 30''$.

Ces différences font donc penser à M. Cassini , (p. 429.)

que peut-être le mouvement de l'aphélie est devenu plus rapide qu'il ne l'étoit autrefois, en même temps que son excentricité est sujette à augmenter (942), mais peut-être aussi ces différences viennent des inégalités périodiques de Jupiter, produites par l'action de Saturne, dont on n'a pû tenir compte dans toutes ces recherches, & qui sont même encore très-peu connues; au reste, M. Cassini adopte dans ses Tables le mouvement annuel de l'aphélie de $57'' 24'''$, & M. Halley le suppose de $72''$.

989. M. Jaurat ayant comparé entre elles trois observations de Tycho, & les huit dernières qui ont été faites à Paris, trouve qu'en 1590 l'aphélie étoit à $6^s 6^o 50'$, & en 1758, $6^s 10^o 34'$, d'où il résulte $1' 20''$ pour le mouvement annuel de l'aphélie.

Son mouvement est incertain.

D'un autre côté, M. Euler dans sa seconde Pièce sur les inégalités de Jupiter & de Saturne, couronnée en 1752, trouve que l'aphélie de Jupiter doit avancer de $55''$ par an, en vertu de l'attraction de Saturne: tous ces différens sentimens font voir la nécessité d'y appliquer encore les observations qu'on pourra faire dans la suite, pour développer mieux les différentes inégalités de Jupiter & le mouvement de son aphélie. La seule chose qui me paroisse assez bien prouvée par l'accord général des dernières oppositions calculées par M. Jaurat, c'est que l'aphélie de Jupiter en 1750 étoit à $6^s 10^o 4'$, moins avancé de $10'$ que par les Tables de M. Cassini, & moins avancé de $30'$ que par celles de M. Halley.

Aphélie de Saturne.

990. L'aphélie de Saturne déterminé par M. Cassini au moyen des trois oppositions des années 127, 133 & 136, se trouve à $7^s 24^o 14' 29''$: les oppositions de 1686 & de 1694, le donnent en Avril 1694 de $8^s 28^o 58'$, ce qui fait pour le mouvement annuel $1' 20''$.

Par quatre comparaisons différentes des oppositions de Saturne, observées par Tycho depuis 1582 jusqu'en 1599, M. Cassini trouve l'aphélie de Saturne à $8^s 25^o 41'$ en 1590, ce lieu comparé à celui de 1694, donne le mouvement annuel de $1' 55''$.

Les observations de 1701, 1708 & 1716 donnent le lieu

du périhélie $2^s 28^o 27'$ pour 1709 ; cette position comparée à celle de 1590, donne pour le mouvement annuel $1' 23'' \frac{1}{2}$.

991. Il suivroit de tout cela, dit M. Cassini, *p.* 374. que le mouvement de l'aphélie auroit été plus prompt dans le dernier siècle, ou que la situation du périhélie ne feroit pas exactement opposée à celle de l'aphélie, en sorte qu'il y auroit quelque équation à employer pour le vrai lieu de Saturne dans ces deux points opposés de son orbe, ce qui y formeroit une espece de libration : en effet, il trouve le périhélie de 1708 moins avancé d'un degré qu'il ne devoit l'être par rapport à l'aphélie de 1694 ; mais les irrégularités de Saturne sont si grandes, qu'on ne doit pas être surpris de cette différence, car il suffit de six minutes d'inégalité pour produire un degré sur le lieu de l'aphélie ; ainsi l'on ne doit pas espérer une précision plus grande que celle d'un degré pour le lieu de l'aphélie, & de $5''$ sur le mouvement annuel de l'aphélie de Saturne : M. Euler dans sa premiere Pièce sur Saturne, *pag.* 108. adopte le mouvement de l'aphélie, tel qu'il se trouve dans les Tables de M. Cassini, c'est-à-dire, $1' 18''$ par an, & se contente d'ajouter 28 minutes aux époques des longitudes de l'aphélie : dans sa se-

Son mouvement
est incertain.

*Trouver les époques de la longitude moyenne des Planetes
& celles de leurs absides.*

992. AYANT déterminé par les méthodes précédentes (946, 956) le lieu de l'aphélie d'une planete, ou en général celui de l'abside, (car cette méthode convient aussi à l'apogée du soleil & de la lune), on aura par la même une longitude moyenne (974) ; d'ailleurs le jour où la planete est dans son abside, sa longitude vraie, sa longitude moyenne & la longitude de son abside sont exactement la

Q q q ij

même chose ; on les connoît donc toutes trois lorsqu'on connoît le lieu de l'aphélie.

Epoque déduite
de l'observation.

EXEMPLE. La première des trois observations de Mars (964) fut faite le 15 Février 1743 , à $19^h 17' 40''$, temps moyen , & la longitude moyenne pour le moment de cette observation a été trouvée (974) de $4^s 26^o 28' 6''$; de ce moment-là jusqu'au 1^r. Janvier 1744 à midi moyen , Mars a dû parcourir $10^s 13^o 44' 59''$, à raison du mouvement annuel qu'on a vû ci-devant (852) ; si l'on ajoute ce mouvement à la longitude observée, on aura l'époque de 1744 ; $10^s 13^o 44' 59''$.

Epoques
calculées.

993. Lorsqu'on connoît une époque de la longitude moyenne par observation , il suffit d'y ajouter le mouvement diurne autant de fois qu'on juge à propos , pour avoir la longitude moyenne à tout autre jour. Supposons qu'on ait trouvé qu'en 1760 l'époque du soleil , c'est-à-dire , sa longitude moyenne le premier Janvier à midi , étoit de $9^s 10^o 34' 53''$, & qu'on y ajoute $29^o 34' 10''$, qui est le mouvement diurne pris 30 fois , on aura la longitude moyenne du soleil pour le 31 Janvier à midi : de même en retranchant le mouvement moyen pour dix ans & un jour , ou $34' 9'' 7$, on a l'époque de 1750 , $9^s 10^o 0' 43'' 4$, (c'est la longitude moyenne pour le midi moyen du dernier Déc. 1749.). M. de la Caille a recherché l'époque du soleil pour 1684 , par les observations de M. de la Hire , & il l'a trouvée de $9^s 10^o 58' 58''$.

Epoques des
Tables pour le
31 Décembre.

994. Les époques employées dans les Tables Astronomiques sont pour le premier Janvier à midi moyen dans les années bissextiles ; mais dans les années communes on choisit le midi du jour précédent qui est celui du 31 Décembre : par exemple , on trouve l'époque du soleil pour 1750 , par le moyen de l'observation des équinoxes (584) , de $9^s 10^o 0' 43'' 4$, c'est la longitude moyenne du soleil le 31 Décembre 1749 à midi moyen ; cela s'est introduit pour simplifier l'usage de la Table des moyens mouvemens pour les jours du mois ; car dans cette Table il suffit de retrancher un jour dans les deux premiers mois des années

bissextils pour s'en servir en tout temps, au moyen de la disposition précédente, au lieu qu'il faudroit faire cette correction sur dix mois, si toutes les époques étoient calculées pour le 1^r. Janvier.

995. Quand on a l'époque d'une année commune, il faut y ajouter le mouvement moyen pour 365 jours, & l'on a l'époque de l'année commune qui la suit; ainsi l'époque de 1750 étant $9^{\circ} 10' 0'' 43'' 4$ (993), si l'on ajoute $11^{\circ} 29' 45'' 40'' 5$, mouvement du soleil pour 365 jours, on aura $9^{\circ} 9' 46'' 23'' 9$, époque pour 1751; mais si l'année suivante est bissextile, il faut ajouter un jour de plus, c'est-à-dire, le mouvement pour 366 jours; ainsi à l'époque de 1751 on ajoutera $0^{\circ} 0' 44'' 48'' 8$, & l'on aura $9^{\circ} 10' 31'' 12'' 7$ pour l'époque de l'année bissextile 1752; la raison de cette différence vient de ce que cette dernière époque commence un jour plus tard que celle des années communes (994).

996. On trouveroit également par la méthode précédente que l'époque des longitudes moyennes du soleil pour 1700 est de $9^{\circ} 10' 7'' 19'' 6$; si l'on en ôte le mouvement séculaire qui est de $45' 55'' 6$ pour cent Années Juliennes, dont 25 sont bissextils, l'on aura l'époque de 1600; mais comme l'année 1700 étoit commune, & que l'année 1600 étoit bissextile, suivant la règle du Calendrier Grégorien que nous expliquerons dans le VIII^e. Livre, l'époque de 1700 se trouve reculée d'un jour, & rapprochée de 1600 (994); il faut donc ajouter le mouvement d'un jour à l'époque de 1600 trouvée par la règle précédente, afin d'avoir cette longitude pour le 1^r. de Janvier à midi, (& non pour le 31 de Décembre précédent), on aura par ce moyen l'époque de 1600, $9^{\circ} 10' 20'' 32''$; en général, quand on voudra conclure l'époque d'une année séculaire bissextile plus éloignée, de celle d'une année séculaire commune, il faudra en ôter le mouvement séculaire, & y ajouter le mouvement diurne.

997. De même pour avoir l'époque de l'année séculaire commune 1800, par le moyen de l'année séculaire commune 1700, il ne suffit pas d'y ajouter le mouvement séculaire, parce que ce mouvement suppose 25 bissextils, &

Epoques pour les siècles éloignés.

(1709)

qu'il n'y en a que 24 dans ces cent ans ; mais il faut retrancher le mouvement d'un jour : c'est ainsi qu'on trouvera l'époque du soleil pour 1800 par celle de 1700 , en ajoutant $45' 55'' 6$, qui est le mouvement séculaire , & retranchant $59' 8'' 3$, ce qui donnera $9^{\circ} 54' 6'' 9$ pour l'époque de 1800.

998. L'époque d'une année séculaire commune , telle que 1700, en y ajoutant le mouvement pour 4 Années Juliennes , dont une soit biffextile , donne l'époque de 1704. Si vous commencez à compter d'une époque de biffextile , comme 1704 , pour trouver celle de 1708 , ce sera encore la même chose , parce que dans les deux cas il y a un jour de plus que 4 années communes ; mais pour sentir l'égalité de ces deux cas , il faut deux considérations différentes. Dans le premier cas l'époque de 1700 étoit pour le 31 Décembre précédent , celle de 1704 pour le 1^r. Janvier ; ainsi quoique les 4 années 1700 , 1701 , 1702 , 1703 , aient été communes , il y a cependant un jour de plus entre les époques de 1700 & de 1704 , à cause de la différente maniere de les compter (994). Dans le second cas , l'époque de 1704 & celle de 1708 , sont bien toutes deux pour le 31 Déc. précédent , mais il y a un jour de plus dans le cours de l'année 1704 ; ainsi l'intervalle des époques augmente aussi d'un jour.

999. En général , quand on prend le mouvement pour 4 , 8 , 12 , &c. ou un nombre d'années divisible par 4 , soit que vous commenciez par une époque commune , 1700 , 1701 , 1702 , 1703 , ou par une époque biffextile , on trouve toujours exactement l'époque demandée , à moins que le calendrier n'ait souffert une ou deux interruptions dans l'intervalle , comme si on alloit de 1700 à 1800 , ou de 1699 à 1799. Dans le cas où l'on va de 1700 à 1800 , cette dernière étant une année commune , & son époque étant pour le 31 Décembre aussi bien que celle de 1700 , tandis que l'année 1700 a été diminuée d'un jour , la différence des deux époques est nécessairement plus petite d'un jour ; ainsi il faut ôter le mouvement diurne du mouvement séculaire. Dans le cas où l'on iroit de 1699 à 1799 , il faudroit encore

ôter le mouvement d'un jour, parce que l'année 1700 a souffert une diminution d'un jour, & que les cent ans compris entre 1699 & 1799, n'ont que 24 biffextiles.

1000. Pour passer de l'époque de 1600 à celle de 1500, il ne suffit pas d'ôter le mouvement séculaire, il faut ensuite ajouter le mouvement de dix jours, parce qu'en 1500 on suivoit le Calendrier Julien, ou Vieux Style, & en 1600 l'on avoit pris le Nouveau Style; le Calendrier Grégorien ayant supprimé dix jours de l'année 1582, comme nous le dirons dans le VIII^e. Livre (1297), l'intervalle de 1500 à 1600 est moindre de dix jours que le mouvement séculaire; on ôte donc dix jours de trop quand on retranche le mouvement séculaire; ainsi il faut ajouter le mouvement qui répond à ces dix jours: par exemple, l'époque du soleil pour 1600 est $9^s 10^o 20' 32'' 3$; si l'on en ôte $45' 55'' 6$, mouvement séculaire du soleil, & qu'on ajoute ensuite $9^o 51' 23'' 3$, mouvement pour dix jours, on aura $9^s 19^o 26' 0''$, époque de 1500.

Epoques pour
le Calendrier
Julien.

1001. Lorsqu'on connoît une fois l'époque de 1500, il n'y a plus aucune variété dans le calendrier, il suffit d'en ôter le mouvement séculaire pour avoir l'époque de 1400; & continuant toujours la même soustraction, on parvient aux époques des années séculaires qui ont précédé. On remonte même, en suivant le même progrès, jusqu'à l'an 800 avant J. C., parce que les anciennes Observations Chaldéennes vont jusqu'à ce siècle-là, & que les Astronomes en font un usage fréquent. Nous n'avons rien à compter au-delà de l'an 800 av. J. C. L'Astronomie ni l'Histoire ne fournissent rien qui soit susceptible d'un calcul astronomique.

Epoques avant
1500.

Le Calendrier Julien se prolonge ainsi d'une maniere uniforme jusqu'à une époque plus ancienne de 800 ans que l'établissement même du Calendrier Julien; dans ces temps reculés il n'y avoit aucune forme constante de calendrier (176 & 1277); ainsi il a bien fallu convenir d'une échelle commune pour mesurer soit les siècles qui ont précédé, soit ceux qui ont suivi l'Ere Chrétienne. La forme du Calendrier Julien est simple, uniforme, commode; elle a

été employée par des Chronologiftes & des Aftronomes habiles , elle eft obfervée dans les Tables de M. Caffini , & je m'en fervirai , à fon exemple , quand je parlerai des anciennes obfervations , quoique Ptolémée fe foit fervi des années de Nabonaffar , ou de la mort d'Alexandre (1344 & 1345)

M. Caffini
compte une an-
née de moins que
les autres.

I 0 0 2. En remontant ainfi par une fouffraction continue du mouvement féculaire , on parvient à l'année 100 de J. C. , enfuite à l'année 0 , & de-là à l'année 100 avant J. C. ; ainfi de l'année 100 de notre Ere à l'année 100 av. J. C. il y a 200 ans de diftance. Suivant la maniere de compter employée par la plûpart des Chronologiftes , il faudroit retrancher un an de la fomme des années avant & après J. C. : par exemple , l'équinoxe obfervé par Hipparque l'an 602 de Nabonaffar , tombe au 24 Mars de l'année 146 avant J. C. fuivant les Chronologiftes ; fi on veut le comparer avec celui de 1765 , on aura 1911 pour la fomme des années , & cependant il n'y a réellement que 1910 ans d'intervalle , parce que l'année où eft né J. C. doit s'appeller zero , comme fait M. Caffini , (*Elém. d' Aſtr.* pag. 216.) , & non pas l'année 1 avant J. C. ; par ce moyen l'équinoxe , dont nous venons de parler , doit être fixé à l'année 145 avant J. C.

I 0 0 3. Ayant expliqué la maniere de déduire d'une feule époque toutes les autres , & de trouver une époque par obfervation avec les autres élémens d'une planete , il ne reſte plus qu'à donner les réfultats de ces méthodes , tels qu'ils font conſignés dans les Tables Aftronomiques quant à préfent , avec la différence qu'il y a entre ces mêmes Tables. Les nombres contenus dans la Table fuivante fuffiroient au moyen des règles précédentes , pour calculer en tout temps les lieux de toutes les planetes ; ainſi je me difpenſerai de donner ici des Tables Aftronomiques auffi étendues & auffi détaillées que celles de M. Halley & de M. Caffini ; je crois ne devoir publier de nouvelles Tables des planetes que quand j'aurai conſtaté les élémens dont j'ai fait voir l'incertitude.

EPOQUES

EPOQUES des moyens Mouvemens des cinq Planetes principales, & de leurs Aphélie pour 1750; avec les Mouvemens féculaires, suivant M.M. Caffini & Halley.

Epoques de 1750.

	M. Caffini.	M. Halley,	Différence.
Mercure,	8 ^s 13° 19' 5"	8 ^s 13° 7' 45"	—11' 20"
Vénus,	1 16 19 21	1 16 19 23	+ 0 2
Mars,	0 21 58 43	0 21 58 30	— 0 13
Jupiter,	0 4 0 59	0 4 5 17	+ 4 18
Saturne,	7 20 41 56	7 20 26 24	—15 32

Aphélie pour 1750.

	M. Caffini.	M. Halley.	Différence.
Mercure,	8 ^s 13° 41' 18"	8 ^s 13° 27' 12"	—14' 6"
Vénus,	10 7 38 0	10 7 18 31	—19 29
Mars,	5 1 36 9	5 1 31 38	— 4 31
Jupiter,	6 10 14 33	6 10 33 46	+19 13
Saturne,	8 29 13 31	8 29 39 58	+26 27

Mouvement féculaire des Planetes.

	M. Caffini.	M. Halley.	Différence.
Mercure,	2 ^s 14' 16' 54"	2 ^s 14° 2' 13"	—14' 41"
Vénus,	6 19 11 2	6 19 11 52	+ 0 50
Mars,	2 1 41 56	2 1 42 20	+ 0 24
Jupiter,	5 6 21 30	5 6 28 11	+ 6 41
Saturne,	4 23 29 28	4 23 6 0	—23 28

Mouvement féculaire des Aphélie.

	M. Caffini.	M. Halley.	Différence.
Mercure,	0 ^s 2° 13' 20"	0 ^s 1° 27' 37"	—45' 43"
Vénus,	0 2 23 20	0 1 34 13	—49 7
Mars,	0 1 59 38	0 1 56 40	— 2 58
Jupiter,	0 1 35 42	0 2 0 0	+24 18
Saturne,	0 2 9 44	0 2 13 20	+ 3 36

NŒUDS ET INCLINAISONS DES PLANETES.

1004. ON a vû dans le Livre précédent ce que c'est que les nœuds des planetes (800) aussi bien que les inclinaisons de leurs orbites, & l'effet qui en résulte par rapport à nous ; il s'agit actuellement d'indiquer les méthodes astronomiques de trouver la situation de ces nœuds & la quantité de ces inclinaisons.

Première méthode pour trouver le Nœud.

Lorsqu'une planete n'a aucune latitude vûe de la terre, elle n'en sçauroit avoir vûe du soleil, elle est alors dans son nœud (800), puisqu'elle est dans le plan de l'écliptique ; il suffit donc d'observer la longitude géocentrique de la planete au temps où elle n'a point de latitude, on en conclura sa longitude vûe du soleil (820), & ce sera le lieu du nœud.

1005. EXEMPLE. Le 14 Mai 1747, Mars étant fort près de son nœud descendant, M. de la Caille observa la longitude de cette planete $7^s 6^o 15' 10''$, & sa latitude boréale de $54''$; la longitude du soleil pour le même instant, déduite des observations faites ce jour-là, & qu'on pouvoit se contenter de prendre dans les Tables, étoit de $1^s 23^o 38' 10''$; ainsi l'angle à la terre, ou l'angle d'élongation *LTS* (*Fig. 56.*), étoit de $162^o 37' 0''$: la parallaxe de l'orbe annuel, ou l'angle à la planete *TLS* étoit alors, suivant les Tables de M. Cassini, de $1^s 11' 57''$; ainsi ajoutant cette quantité à la longitude géocentrique observée $7^s 6^o 15' 10''$, on a la longitude héliocentrique de Mars $7^s 17^o 27' 7''$, de-là il suit que l'angle de commutation, qui est la différence entre cette longitude & celle de la terre, ou l'angle *LST* étoit de $6^o 11' 3''$; en faisant la proportion de l'art. 817, on trouvera que $54''$ de latitude géocentrique répondoient à $19'' \frac{1}{2}$ de latitude héliocentrique. M. de la Caille résout ensuite un triangle *PAL*, (*Fig. 54.*), rectangle en *L*, dont un angle est de $1^o 51'$, égal à l'inclinaison de l'orbite de Mars, (on la trouvera par l'art. 1032), & le petit côté *PL* de $54''$, on a l'autre côté *AP* de $604''$, ou $10' 4''$, c'est la distance de Mars à son nœud ; donc le nœud descendant de Mars étoit alors à $7^s 17^o 37' 11''$.

Fig. 56.

Fig. 54.

Seconde méthode.

1006. Il faut remarquer dans le calcul précédent qu'en observant plusieurs jours de suite la latitude de Mars,

on en pourroit conclure le temps où il avoit été sans latitude, éviter la résolution du dernier triangle, & ne supposer point du tout la connoissance de l'inclinaison.

1007. On peut aussi employer à la recherche du lieu du nœud, des observations faites à égale distance des nœuds, lorsque la latitude d'une planete s'est trouvée de la même quantité; car le milieu entre les longitudes héliocentriques trouvées dans les deux cas, fera le lieu du nœud, en le supposant fixe dans l'intervalle des deux observations, (M. Cassini, *pag.* 388.).

1008. EXEMPLE. Le 13 Mars 1693, à 17^h 50', le vrai lieu de Saturne vû de la terre, étoit à 8^s 22° 56' 30", & sa latitude boréale 1° 24' 50"; le 3 Mai 1699, à 15^h 50', la longitude étoit de 11^s 1° 0' 50", & sa latitude australe 1° 22' 20". En réduisant au soleil ces deux latitudes observées (817), on a les latitudes de Saturne 1° 24' 10", & 1° 24' 28" vûes du soleil, que M. Cassini suppose égales, parce qu'une différence de 18" n'étoit pas sensible dans les hauteurs méridiennes prises avec les quart-de-cercles de ce temps-là: les longitudes héliocentriques de Saturne calculées pour les mêmes temps (820), étoient de 8^s 17° 4' 37" & 10^s 25° 16' 49", dont le milieu est 9^s 21° 10' 43", longitude du nœud qui résulte, suivant M. Cassini, de ces deux observations.

1009. Dans l'intervalle de ces deux observations qui est de plus de six années, le lieu du nœud avoit changé de 4' 20", ce qui fait sur la latitude une différence de 9", qu'il faut, pour une plus grande précision, ajouter à la seconde latitude héliocentrique, parce qu'elle eût été plus grande au même point du ciel, si le nœud de Saturne eût été dans la seconde observation au même lieu que dans la première; au moyen de cette seconde correction, la latitude se seroit trouvée de 1° 24' 37" pour le 3 Mai 1699, plus grande de 27" que la première latitude, ces 27" font 12' 28", dont il faut diminuer la longitude de Saturne, pour avoir la longitude où il se seroit trouvé s'il eût eu la même latitude que dans la première observation, elle fera donc de 10^s 25° 4' 21"; or la première longitude est de 8^s 17° 4' 37": ainsi

Corrections à employer dans cette méthode.

le lieu du nœud sera de $9^{\circ} 21' 4' 29''$ pour le 13 Mars 1693, temps de la première observation.

Nœud de
Mercure.

Après avoir indiqué les méthodes qui servent à trouver les nœuds des planètes, nous allons exposer ce que l'on sçait actuellement de plus exact sur le lieu du nœud de chaque planète, & sur le mouvement de ces nœuds.

1010. LE NŒUD DE MERCURE ne sçauroit se déterminer par des observations meilleures que celles de ses passages sur le soleil, & nous en avons un assez grand nombre pour y parvenir avec quelque précision : je les ai tous discutés, (*Mém. Acad. 1756, pag. 259. & suiv.*), & j'en ai tiré une Table des époques de la longitude du nœud, calculée en supposant le mouvement séculaire de $1^{\circ} 15'$, c'est-à-dire, moindre de $8' 20''$ que le mouvement des étoiles, ou la précession en longitude (617).

Années.	Epoques calculées.	Epoques observées.
1697.	$1^{\circ} 14^{\circ} 41' 30''$	$1^{\circ} 14^{\circ} 41' 6''$
1723.	$1^{\circ} 15' 1 0$	$1^{\circ} 15' 1 0$
1736.	$1^{\circ} 15' 10 45$	$1^{\circ} 15' 12 59$
1740.	$1^{\circ} 15' 13 45$	$1^{\circ} 15' 14 45$
1743.	$1^{\circ} 15' 16 0$	$1^{\circ} 15' 16 25$
1753.	$1^{\circ} 15' 23 30$	$1^{\circ} 15' 23 30$

Son mouvement
annuel de 46 se-
condes un tiers.

Ce mouvement du nœud de Mercure, rétrograde par rapport aux étoiles fixes, de $5''$ par an, que j'avois fixé par les seules observations, s'est trouvé parfaitement d'accord avec celui que m'a donné la théorie de l'Attraction, discutée ensuite avec soin, (*Mém. Acad. 1758 & 1761*), comme je le dirai ci-après (1021).

Ainsi le mouvement séculaire du nœud de Mercure, que M. Halley a fait de $1^{\circ} 23'$, & M. Cassini de $1^{\circ} 24' 40''$, est certainement beaucoup moindre : M. de l'Isle a cru même qu'on devoit le réduire à $1^{\circ} 2' \frac{1}{2}$, ce qui supposeroit $13''$ par an pour la rétrocession des nœuds ; en calculant avec soin les observations faites par Tycho le 22 & le 23 Janvier 1586, M. de l'Isle a trouvé le nœud de Mercure pour ce temps-là, à $1^{\circ} 13^{\circ} 5' 8''$, moins avancé de $7' \frac{1}{4}$, que par les Tables de M. Halley ; ce qui prouve assez que le mouvement du nœud de Mercure est plus lent que M. Halley & M. Cassini ne le supposent ; & il m'a paru toujours

impossible que l'action de Vénus & de la Terre n'y produisît pas quelque altération.

1011. LE NŒUD DE VÉNUS, suivant les calculs que j'ai faits du passage de cette planete avec la plus grande exactitude, étoit le 6 Juin 1761, de $2^{\circ} 14' 31'' 30''$, il n'y a pas une demi-minute d'erreur à craindre dans cette position; les Tables de M. Halley donnoient $1' 54''$ de moins, & celles de M. Cassini, $2' 44''$ de plus; la différence est très-peu considérable. M. Hornsby ayant calculé avec soin le lieu du nœud par l'observation d'Horox en 1639, le trouve à $8^{\circ} 13' 27'' 50''$, le mouvement seroit donc en 121 ans $\frac{1}{2}$ de $63' 40''$, ou de $31'' 4$ par année, c'est-à-dire, de $19''$ par rapport aux étoiles fixes, quantité qui est parfaitement d'accord avec celle que j'ai tirée des calculs de l'Attraction (1021), & qui me paroît d'une exactitude décisive. M. Cassini avoit déterminé le lieu du nœud par l'observation de Vénus sur le Soleil, le 24 Nov. 1639, à $2^{\circ} 13' 28'' 22''$, détermination qu'il jugeoit aussi la plus exacte, d'où l'on tire pour le mouvement du nœud $31'' \frac{1}{4}$ par année, ou $20''$ par rapport aux étoiles.

Nœud de
Vénus.

1012. M. Cassini employa aussi parmi les anciennes observations celle de Tymocharis, faite le 11 Oct. 271 av. J. C. dans laquelle Vénus éclipsa l'étoile η de l'aîle australe de la Vierge; on trouve le lieu du nœud de Vénus par cette observation, de $1^{\circ} 24' 2''$, ce qui donne un mouvement de $36'' \frac{1}{2}$ par année, ou de $14''$ par rapport aux étoiles fixes. L'observation de 1639, comparée avec une position du nœud observée par M. Cassini en 1698, à $2^{\circ} 14' 1' 45''$, donne $2'' \frac{1}{2}$ de plus pour le mouvement annuel par rapport aux étoiles; celles de 1705, de 1710 & de 1731 en différoient très-peu, en sorte que M. Cassini s'en tint dans ses Tables à un mouvement annuel de $34''$ par rapport aux équinoxes.

Son mouvement
est de 31 secondes.

1013. M. de la Caille, (*Mém. de l'Acad.* 1746. p. 181.), rapporte une observation qu'il fit du passage de Vénus par son nœud descendant; le 21 Décembre 1746, à $10^{\text{h}} 37' \frac{1}{2}$ de temps moyen, il trouve le nœud à $2^{\circ} 14' 23' 10''$; il compare cette observation avec celle de M. de

la Hire qui détermina le passage de Vénus par son nœud le 31 Oct. 1692 à $0^h 12' \frac{1}{4}$ du soir, temps moyen, d'où il conclut que Vénus avoit fait à l'égard de son nœud 88 révolutions complètes en 19773j $10^h 25' 15''$, ce qui donne pour chacune 224j $16^h 45' 17''$, & le mouvement annuel du nœud de $38''$, au lieu de 30 que donne la théorie; mais ces observations sont moins décisives & moins éloignées entre elles que celles de 1639 & de 1761, qui donnent à peu-près le même mouvement que la théorie de l'Attraction, & je m'en tiendrai à $31''$.

Nœud de Mars.

1014. LE NŒUD DE MARS peut se déterminer de plusieurs manières; M. Cassini se sert des observations de Tycho, suivant lesquelles le nœud de Mars étoit le 28 Oct. 1595, à $1^s 16^o 24' \frac{1}{2}$. Le 13 Nov. 1721 M. Cassini trouve qu'il étoit à $1^s 17^o 29' 49''$, ce qui donne pour le mouvement annuel du nœud de Mars $31'' 4'''$.

Par la comparaison de la même observation de Tycho avec celles qui furent faites en 1700 à Paris & à Greenwich, lorsque Mars étoit dans son nœud descendant, on trouve le mouvement annuel de $34 \frac{1}{4}''$ & de $38'' \frac{1}{4}$, suivant qu'on emploie les observations de Flamsteed, ou celles de M. Cassini.

Son mouvement est de 40 sec.

1015. Si l'on compare les observations de 1721 avec la détermination de Ptolémée, (*Almag. L. XIII. c. 1.*), qui place le terme boréal de l'orbite de Mars à la fin du Cancer, on verra que dans l'intervalle de 1582 ans le mouvement du nœud a été, pour chaque année, de $39'' 50'''$, ce qui seroit parfaitement d'accord avec mes calculs faits d'après la théorie, qui donnent $10'' \frac{1}{2}$ pour le mouvement du nœud par rapport aux étoiles, ou $40''$ par rapport aux équinoxes. Mais M. Cassini ayant préféré les observations de Tycho, s'en est tenu dans ses Tables à faire le mouvement annuel du nœud de Mars $34'' 32'''$. M. Halley dans ses Tables le fait de $38''$. M. de la Caille, dans les Mémoires de l'Académie pour 1747, pag. 146. trouve le nœud de Mars à $7^s 17^o 37' 11''$, moins avancé de $7'' \frac{1}{3}$, que suivant les Tables de M. Cassini, & de $17' \frac{2}{3}$ que suivant celles de M. Halley. Au reste, les dernières observations de Mars

que j'ai calculées & discutées avec soin, (*Mém. Ac.* 1755. p. 212. & *suiv.*), sont très-propres à vérifier cet élément avec encore plus d'exactitude.

1016. LE NŒUD DE JUPITER est déterminé par M. Cassini pour 1705 à $3^{\circ} 7' 37'' 50'''$, par un milieu entre plusieurs observations faites à Paris depuis 1692 jusqu'en 1730; & comme, suivant Ptolémée, le nœud étoit de son temps au commencement du Cancer, on a le mouvement annuel de $17'' 12'''$. Kepler le supposoit dans ses Tables Rudolphines de $4''$ seulement : ce même mouvement, lorsqu'on emploie la conjonction de Jupiter avec l'Ane austral, arrivée le 3 Sept. 240 ans avant J. C., paroît à M. Cassini de $24'' 9'''$; mais cette observation calculée d'une autre manière par M. le Gentil, ne donne que $10''$. Par l'observation du 26 Sept. 508, rapportée par Bouillaud, dans laquelle Jupiter se trouva en conjonction avec Régulus, M. Cassini trouve $15'' 30'''$; au contraire Bouillaud en calculant d'une autre manière la même observation, c'est-à-dire, en supposant que la latitude boréale de Jupiter étoit plus grande d'un doigt, ou de $2' 30''$, trouve ce mouvement $24'' 37'''$: M. Cassini s'en tient dans ses Tables à $24''$, tandis que M. Halley l'emploie de $50''$, & que la théorie m'en donne $57'' \frac{1}{2}$.

Nœud de Jupiter.

1017. M. le Gentil dans les Mémoires de l'Académie pour 1758, rapporte une détermination du nœud de Jupiter, qu'il a trouvée en 1753 de $3^{\circ} 8' 21''$; en comparant cette position avec une observation de M. Halley faite en 1716, il trouve $66''$ par année pour le mouvement du nœud; le même résultat se trouve encore en comparant l'observation de 1753 avec une observation que Gassendi fit en 1633 : ce mouvement qui est si considérable par les observations modernes, ne sçauroit convenir avec les anciennes observations; il faudroit supposer une distance de plus d'un degré entre Jupiter & l'étoile pour le moment où, suivant l'Observation Chaldéenne, Jupiter cachoit entièrement l'étoile. Y a-t-il de la méprise dans le passage de Ptolémée? y a-t-il une accélération réelle dans le mouvement du nœud, ou bien les observations du dernier siècle

Son mouvement paroît d'une minute.

Difficulté sur cette détermination.

sont-elles trop peu exactes pour cette détermination ? C'est ce que je n'entreprends pas de décider ; il suffit de voir que ce mouvement est certainement d'environ 1' par an, depuis le dernier siècle.

Nœud de
Saturne.

1018. LE NŒUD DE SATURNE vers l'an 136 au rapport de Ptolémée (*Liv. 13 Ch. 1*) étoit au commencement du Capricorne ; M. Cassini l'a trouvé en 1700 à $9^{\circ} 21' 13'' 30''$, le progrès est de $21^{\circ} 13' 30''$ en 1560 années : ainsi le mouvement annuel est de $48'' \frac{1}{2}$. par ces observations.

Les Caldéens observerent le 14^{e} . au soir du mois Tybi de l'année 519 de Nabonassar, ou le 1^r Mars 228 avant J. C. que Saturne étoit deux doigts au-dessous de l'étoile qui est dans l'épaule australe de la Vierge appelée γ par Bayer : deux doigts répondent environ à $5'$, ainsi la latitude de l'étoile étant supposée constamment de $2^{\circ} 48' 55''$, celle de Saturne étoit de $2^{\circ} 43' 55''$; d'où M. Cassini conclut que le nœud étoit à $2^{\circ} 21'$; ce qui donne le mouvement pour chaque année $56'' 26'''$.

Tycho-brahé observa Saturne fort près de son nœud le 29 Déc. 1592. M. Cassini (*Elém. d'Astr. pag. 400*) ayant calculé cette observation, trouve le nœud ascendant à $3^{\circ} 20' 21' 5''$; cette observation comparée avec celle de 1700 donne le mouvement annuel de $29'' 24'''$ seulement. Sur quoi il faut observer que M. Cassini ayant trouvé $53''$ de différence entre les déclinaisons conclues le 29 Déc. 1592 de différentes observations, il pourroit fort bien y avoir 20 minutes d'erreur dans le lieu du nœud conclu pour ce jour-là ; ce qui changeroit de $11''$ le mouvement annuel ; il faut aussi observer que la position déterminée en 1700 par M. Cassini est le milieu de cinq observations dont les résultats diffèrent d'un degré & un quart sur la position du nœud, différence qui produiroit $42''$ sur le mouvement annuel du nœud. Aussi la position du nœud de Saturne & son mouvement, sont de tous les élémens des planetes ceux sur lesquels M. Halley differe le plus de M. Cassini ; il y a dans les Tables de M. Cassini $41'$ de plus pour le lieu du nœud en 1750, & $65' 11''$ de plus pour le mouvement

Incertitude sur
son mouvement.

mouvement féculaire, que dans celles de M. Halley.

1019. Pour diminuer, s'il étoit possible, cette incertitude, j'ai voulu comparer la position du nœud établie par Kepler dans ses Tables Rudolphines pour 1600, avec l'opposition de Saturne observée en 1755, dans laquelle Saturne étoit fort proche de son nœud; la latitude héliocentrique n'étoit le 18 Juillet 1755 que de $10' 34''$, & la longitude héliocentrique de Saturne sur son orbite, étoit de $9^s 25' 35'' 52''$; une latitude de $10' 34''$ suppose la distance au nœud de $4^o 2' 17''$, comme il est aisé de le trouver par la résolution d'un triangle sphérique rectangle (1005), dont un côté est de $10' 34''$, & l'angle opposé de $2^o 30' 36''$ inclinaison de l'orbite de Saturne; ainsi le lieu du nœud, suivant cette observation, étoit à $3^s 21' 33' 35''$; les Tables de M. Cassini donnoient $32' 44''$ de plus, & celles de M. Halley $11' 50''$ de moins.

1020. Le lieu du nœud en 1600, suivant les Tables Rudolphines, étoit à $3^s 21' 0''$ plus avancé de $34'$ que M. Cassini ne le trouve par l'observation de 1592; mais Kepler ayant discuté plusieurs observations différentes dans la construction de ses Tables, l'on doit avoir quelque confiance à sa détermination, & si l'on y compare celle de 1755, on trouve le mouvement annuel de $12'' 958$; mais les calculs de l'attraction donnent $41'' 6$, ainsi nous devons avouer qu'il est trop difficile de décider quant à présent cette question, & qu'il faut attendre au moins l'année 1769 temps auquel Saturne passera par son nœud descendant: j'observerai cependant que le mouvement annuel de $41'' 6$ donné par la théorie ne diffère pas beaucoup de celui qui résulteroit d'un milieu pris entre la détermination de Ptolémée & celle des Caldéens; ainsi ayant égard aux trois déterminations je m'en tiens à $45''$, & je suppose l'époque du nœud pour 1750, $3^s 21' 30''$.

Ce mouvement paroît de 45 secondes.

1021. Pour rassembler sous un seul point de vûe les recherches contenues dans les articles précédens, j'ai mis dans les Tables suivantes le lieu & le mouvement du nœud de chaque planete par rapport aux étoiles fixes, suivant la théorie (*Mém. Acad.* 1758 & 1761), & suivant les Ta-

bles de M. Cassini & de M. Halley ; le signe — marque un mouvement rétrograde par rapport aux étoiles fixes ; la dernière colonne de la seconde Table est le mouvement annuel par rapport aux équinoxes suivant la théorie qui est la somme ou la différence entre 50" 3 & les nombres de la première colonne.

TABLE de la longitude du Nœud de chaque Planete pour 1750, & de son Mouvement séculaire suivant M. Cassini & M. Halley.

	M. CASSINI.		M. HALLEY.	
	Longit. du N.	Mouv. séc.	Longit. du N.	Mouv. séc.
Mercure,	1 ^s 15° 25' 20"	1° 24' 40"	1 ^s 15° 21' 58"	1° 23' 20"
Vénus,	2 14 27 45	0 56 40	2 14 23 42	0 51 40
Mars,	1 17 45 45	0 56 40	1 17 56 21	1 3 20
Jupiter,	3 7 49 57	0 40 9	3 8 15 49	1 23 20
Saturne,	3 22 1 4	1 35 11	3 21 20 5	0 30 0

TABLE du mouvement annuel des Nœuds de chaque Planete par rapport aux Etoiles fixes, suivant la théorie de l'Attraction, & suivant les Tables de M. Cassini & de M. Halley ; avec le mouvement par rapport aux équinoxes, suivant la théorie.

	Suivant la Théorie.	Suivant les Tables de M. Cassini.	Suivant les Tables de M. Halley.	Mouvement par rapport aux équinoxes.
Mercure,	— 5" 0	0	0	45" 3
Vénus,	— 20 4	— 17	— 19	29 9
Mars,	— 10 5	— 17	— 12	39 8
Jupiter,	+ 7 2	— 27	0	57 5
Saturne,	— 8 7	+ 6	— 32	41 6

1022. Le calcul du mouvement des nœuds que j'ai déduit du principe de l'attraction, se trouve détaillé dans les Mémoires de l'Académie pour 1758 & 1761, j'en donnerai un abrégé dans le Livre XXII. en parlant de l'attraction. Le mouvement du nœud d'une planète est le résultat du mouvement que toutes les autres planetes y causent; car chacune influe plus ou moins sur le nœud des autres: mais comme la théorie fait trouver ce mouvement du nœud, sur l'orbite de la planète qui le produit, il est nécessaire de réduire à l'écliptique tous ces mouvemens qui se font sur des orbites différentes pour en composer un seul mouvement sur l'écliptique; c'est cette réduction qui rend direct le mouvement de Jupiter; car il est naturellement rétrograde sur l'orbite de Saturne; mais il devient direct, quand on le rapporte à l'écliptique.

Remarques sur
la théorie de ce
mouvement.

1023. Soit CB (Fig. 75) l'écliptique, CA l'orbite de Jupiter, BA l'orbite de Saturne; la longitude du nœud C de Jupiter en 1760 est de $3^{\circ} 8' 25''$, suivant les Tables de M. Halley; la longitude du nœud B de Saturne, est de $3^{\circ} 21' 23''$, la différence CB est de $12^{\circ} 58'$. L'inclinaison C de l'orbite de Jupiter est de $1^{\circ} 19'$, & l'inclinaison B de l'orbite de Saturne est de $2^{\circ} 30'$. En résolvant le triangle ABC , on trouve AC de $26^{\circ} 41'$, & l'angle A ou l'inclinaison de l'orbite de Jupiter sur celle de Saturne $1^{\circ} 15'$. Par l'effet naturel de l'attraction de Saturne sur Jupiter, le point d'intersection A de l'orbite de Jupiter & de celle de Saturne, doit rétrograder dans le sens contraire au mouvement de Jupiter, c'est-à-dire, que le nœud ira de A en a , & l'orbite de Jupiter AC passera dans la situation ac , sans que l'angle A éprouve aucun changement, c'est-à-dire, que le triangle ABC se changera en un triangle abc , les angles A & B étant constans; & le nœud C de l'orbite de Jupiter sur l'écliptique passera en c ; mais il aura un mouvement direct Cc , quoique le mouvement Aa ait été rétrograde; ainsi quoique l'action des planetes les unes sur les autres produise dans les nœuds un mouvement rétrograde sur l'orbite de la planète troublante ou de la planète qui par son attraction produit ce mouvement, cependant le mou-

Fig. 75

vement des nœuds sur l'écliptique devient quelquefois direct ou suivant l'ordre des signes, comme dans le cas du nœud de Jupiter dont je viens de parler.

Dans quel cas
le mouvement
devient direct.

1024. En général lorsque la planète troublante aura son angle d'inclinaison B plus grand que l'angle C de la planète troublée, le mouvement du nœud de celle-ci sera direct sur l'écliptique, au contraire si l'angle B étoit plus petit que l'angle C , comme dans la (*Fig. 76*), le point A tomberoit de l'autre côté du point C , le mouvement Aa du nœud A étant rétrograde, le mouvement Cc sur l'écliptique CB le feroit aussi; ainsi toutes les fois que la planète troublante a son angle d'inclinaison plus petit que celui de la planète troublée, elle ne peut produire dans le nœud de celle-ci qu'un mouvement rétrograde.

1025. Si l'on range les planètes suivant l'ordre de leurs inclinaisons, en consultant la Table de l'art. 1049, & qu'on mette la première, celle qui a le plus petit angle d'inclinaison, on aura l'ordre suivant: Jupiter Mars, Saturne, Vénus & Mercure; alors on sera sûr que la première fera rétrograder sur l'écliptique les nœuds de toutes les autres; la seconde fera rétrograder le nœud des trois suivantes, mais donnera un mouvement direct au nœud de celle qui la précède; la troisième produira un mouvement direct sur les deux premières, & rétrograde sur les deux dernières; la quatrième rendra direct le nœud des trois premières, & rétrograde le nœud de la dernière; la dernière ne pourra produire qu'un mouvement direct sur toutes les autres planètes.

1026. Quand on a trouvé par les règles de l'attraction (*Livre XXII.*) le mouvement Aa (*Fig. 75*) du nœud de Jupiter sur l'orbite AB de Saturne, il faut en conclure le mouvement Cc sur l'écliptique. Pour cela on emploiera les formules différentielles du XXIII^e. Livre. Dans un triangle ABC dont les deux angles A & B sont constants (1023), la différentielle Cc ou la petite augmentation du côté BC est égale à la différentielle Aa du côté AB , multipliée par $\frac{\sin. A. \cos. AC.}{\sin. C.}$ En employant les valeurs de ces trois

quantités (1023) on trouvera que si le mouvement *Aa* est de 8" 56 par année, comme le donnent les calculs de l'attraction, le mouvement *Cc* sur l'écliptique ne sera que de 7" 26. Dans la (*Fig. 76.*) on auroit exactement la même équation $Cc = \frac{Aa \cdot \sin. A \cdot \cos. Ac}{\sin. C}$. C'est ainsi qu'il faut réduire à l'écliptique le mouvement du nœud de chaque planete produit par l'attraction de chacune des autres planetes; nous avons placé ici ces réflexions, parce qu'elles sont nécessaires aux Astronomes, indépendamment du calcul de l'attraction: elles avoient échappé à M. Bradley lorsqu'il croyoit que le mouvement direct du nœud du 4^e. Satellite étoit contraire aux loix de l'attraction, comme nous le dirons dans le XVIII^e. Livre.

1027. Le mouvement du nœud d'une planete sur l'orbite d'une autre planete produit un mouvement de l'axe de l'orbite troublée autour de l'axe de l'orbite de la planete troublante; par exemple, quand on dit que Saturne par son action sur Jupiter fait rétrograder les nœuds de l'orbite de Jupiter, cela revient au même que de dire que l'axe de l'orbite, ou la ligne qui passe par les poles de l'orbite de Jupiter & qui est perpendiculaire au plan de cette orbite, tourne autour de l'axe de l'orbite de Saturne, ou que le pole de l'orbite de Jupiter décrit autour du pole de l'orbite de Saturne un petit cercle dont le rayon est de 1° 15', c'est-à-dire, égal à la quantité de l'inclinaison mutuelle de ces deux orbites l'une sur l'autre.

Mouvement
d'un pole autour
d'un axe.

1028. Pour faire comprendre le rapport ou plutôt l'identité de ces deux choses; soit *S Fig. 77* le centre commun de deux orbites *ANB*, *CND*, dont les plans sont inclinés d'un degré l'un sur l'autre, *PO* & *EL*, les axes de ces mêmes orbites qui leur sont perpendiculaires; *P* le pole de l'orbite *ANB*, *E* le pole de l'orbite *CND*, *EP* la distance de ces poles égale à l'inclinaison des deux orbites; ou à la quantité dont le point *B* est éloigné du point *D*. Si l'on tire par les deux poles *P* & *E* un cercle *PEBD*, il rencontrera les deux orbites à 90° des nœuds *N*, *M*, de chacune; *BD* égale à *PE* marquera la plus grande distance

Fig. 77.

ou l'inclinaison des deux orbites, parce que les arcs PB & ED sont chacun de 90° , aussi bien que les arcs NB , MB , ND , MD . Mais si le nœud N change de position, les points B & D de la plus grande distance changeront de la même quantité, parce qu'ils sont toujours nécessairement à 90° des nœuds N & M ; donc le cercle $PEBD$ changera également, & le pôle E avancera de la même quantité dans le petit cercle ER . *C'est ainsi que le mouvement du nœud d'un cercle sur un autre cercle suppose le mouvement circulaire du pôle de l'un autour du pôle de l'autre.* Nous ferons plusieurs fois usage de cette proposition.

Inégalité des
mouvements des
Nœuds.

1029. Ainsi le mouvement du nœud d'une planète sur l'écliptique se réduit au mouvement du pôle de l'orbite de cette planète autour du pôle de l'écliptique; mais ce mouvement ne sera pas uniforme, parce qu'il est l'assemblage des mouvemens particuliers que chacune des autres planètes produit sur le nœud de celle-ci, lesquels mouvemens ont chacun des modifications différentes parce qu'ils dépendent de la situation des nœuds, & de la quantité des inclinaisons. Aussi les mouvemens des nœuds des planètes déduits de l'attraction (1021) ne sont exacts que pour un petit nombre de siècles.

Déterminer les
inclinaisons.

1030. L'INCLINAISON d'une planète est l'angle que le plan de son orbite fait avec le plan de l'écliptique (794); la latitude héliocentrique (811), de cette planète lorsqu'elle est à 90° degrés de ses nœuds, est égale à cette inclinaison, parce que la planète est alors aussi éloignée qu'elle puisse être du plan de l'écliptique.

1031. Ainsi pour trouver l'inclinaison d'une orbite il suffit d'observer sa latitude lorsqu'elle est à 90° des nœuds, & de réduire cette latitude observée ou géocentrique, à la latitude héliocentrique; mais comme cette dernière réduction suppose connue la parallaxe du grand orbe, on cherche à éviter cette condition par la méthode suivante.

Première
Méthode.

1032. On choisit le tems où le soleil est dans le nœud de la planète, c'est-à-dire, à la même longitude, parce qu'alors la terre passe en T sur la ligne des nœuds NST .

Fig. 78,

(Fig. 78), ce qui rend la détermination de l'inclinaison

• fort simple. Supposons que la planete se trouve pour lors en A , de maniere qu'ayant abaissé la perpendiculaire AB sur le plan de l'écliptique, la ligne TB qui marque son lieu réduit à l'écliptique soit perpendiculaire à la ligne TSN dans laquelle se trouvent le nœud & le soleil; l'angle d'élongation BTS étant de 90° ; alors les lignes AT & BT sont perpendiculaires à la commune section TN , l'une dans le plan de l'orbite, & l'autre dans le plan de l'écliptique; elles sont donc entr'elles le même angle que les deux plans, c'est-à-dire, un angle égal à l'inclinaison que l'on cherche (799): or l'angle ATB n'est autre chose que la latitude même de la planete vûe de la terre; (801) donc *la latitude observée sera elle-même l'inclinaison de l'orbite*: au reste il est rare de rencontrer ces deux circonstances ensemble, c'est-à-dire, le soleil dans le nœud, & la planete à 90° du soleil; d'ailleurs cette dernière condition ne se rencontre que dans les planetes supérieures, ainsi nous avons besoin d'une règle plus générale pour la détermination des inclinaisons.

1033. Soit P la planete (*Fig. 78*) en un point quelconque P de son orbite, la terre étant toujours dans la ligne des nœuds TSN , on abaisse la perpendiculaire PL de l'orbite de la planete sur le plan de l'écliptique, on tire des points P & L les perpendiculaires PR & LR sur la commune section des deux plans, l'angle PRL de ces deux perpendiculaires sera égal à l'angle des deux plans, c'est-à-dire, à l'inclinaison de l'orbite sur le plan de l'écliptique (799); l'angle LTP sera égal à la latitude géocentrique de la planete, l'angle RTL égal à l'élongation de la planete (815); alors la propriété ordinaire des triangles rectilignes rectangles, tels que RTL & PTL donnera les deux proportions suivantes.

$$\begin{array}{l} TL : RL :: R : \text{fin. } RTL \\ TL : PL :: R : \text{tang. } PTL \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} TL : RL \\ TL : PL \end{array}} \right\} \text{ donc } \begin{array}{l} RL : PL :: \text{fin. } \\ RTL : \text{tang. } PTL. \end{array}$$

Mais dans le triangle PRL rectangle en L on a cette autre proportion $RL : PL :: R : \text{tang. } PRL$; donc en comparant la 3^e. proportion avec cette dernière, on aura $\text{fin. } RTL : \text{tang. } PTL :: R : \text{tang. } PRL$, c'est-à-dire, que le

Seconde
Méthode.

Fig. 78.

Règle pour
avoir l'incli-
naison.

sinus de l'élongation est au rayon comme la tangente de la latitude observée est à la tangente de l'inclinaison.

1034. EXEMPLE. Le 12 Janvier 1747 à 6^h 6' 33" du matin, M. de la Caille observa la longitude de Saturne, 6^s 26° 12' 52", & sa latitude boréale 2° 29' 18", le soleil étoit alors à 9^s 21° 47', c'est-à-dire, dans le nœud de Saturne, ou du moins il n'en étoit éloigné que de 12 minutes selon les Tables de M. Cassini, ce qui ne peut produire aucune erreur sensible dans le résultat. En appliquant à cette observation l'analogie précédente, on trouve l'inclinaison de l'orbite de Saturne 2° 29' 45", au lieu de 2° 30' 10" que donne M. Halley. (*Mém. Acad.* 1747 pag. 135).

Troisième
Méthode.

1035. Lorsqu'on détermine le lieu du nœud d'une planète par le moyen de deux latitudes égales (1007), soit que ces latitudes soient prises avant & après le passage d'une planète par ses limites, ou qu'elles soient prises avant & après le passage par le nœud, les mêmes observations peuvent déterminer à la fois non-seulement le nœud, mais encore l'inclinaison de l'orbite.

1036. EXEMPLE. Le 13 Mars 1693 à 17^h 50' la longitude de Saturne fut observée de 8^s 22° 36' 30", & sa latitude septentrionale de 1° 24' 50"; la longitude héliocentrique étoit alors 8^s 17° 12' 30", le vrai lieu du soleil 11^s 24° 23' 18" suivant les Tables de M. Cassini; d'où M. Cassini conclut que la latitude héliocentrique de Saturne étoit de 1° 24' 12". Cette observation comparée avec celle du 3 Mai 1699 donne, suivant le calcul de M. Cassini (1008), 9^s 21° 10' 43" pour le lieu du nœud: retranchant de ce lieu celui de Saturne vû du soleil 8^s 17° 12' 30", on a la distance de Saturne à son nœud descendant, 33° 58' 13" vû du soleil; qui est l'arc *LA* (*Fig. 54*): ainsi dans le triangle *PAL* sphérique rectangle en *L*, on connoît les côtés *LA* & *PL*, on aura l'angle *A*, ou l'inclinaison véritable de l'orbite de Saturne 2° 30' 44".

Fig. 54.

Inconvénient de
cette Méthode.

1037. Cette méthode qui détermine à la fois l'inclinaison & le nœud d'une planète par deux observations de latitudes égales, est moins exacte que celle de les déterminer séparément en employant une observation faite dans le nœud

nœud pour déterminer le nœud, & une observation faite dans une des limites pour avoir l'inclinaison de l'orbite. En effet si les deux observations correspondantes sont près du nœud elles déterminent mal l'inclinaison de l'orbite; puisqu'alors la latitude est petite & qu'on ne doit pas déterminer une quantité plus grande par le moyen de celle qui est moindre; au contraire si ces deux observations sont trop près des limites, elles sont peu propres à déterminer le lieu du nœud; par exemple, à 30° du nœud la latitude d'une planète n'est que la moitié de son inclinaison; si l'on se trompe de $10''$ dans la latitude observée, on sera en erreur de $20''$ sur l'inclinaison cherchée; ainsi cette observation sera moins favorable de moitié que si l'on avoit observé la planète dans ses limites. D'un autre côté le changement de latitude d'un jour à l'autre n'étant alors que les $\frac{87}{100}$ de celui qu'elle éprouve dans les nœuds, on aura un huitième moins d'exactitude pour le lieu du nœud que si l'on eût observé la planète dans son nœud. Si l'on prend les deux latitudes correspondantes & égales à 45° des nœuds, la latitude n'étant alors que les $\frac{7}{10}$ de l'inclinaison, une erreur de $7''$ sur l'observation des latitudes que l'on compare, en produira 10 sur l'inclinaison que l'on veut en conclure, & en même temps l'erreur que l'on commettra sur le lieu du nœud sera plus grande dans le rapport de 10 à 7, que celle qu'on auroit pu commettre en observant la planète dans le nœud.

1038. Pour bien sentir la loi de ces différens avantages il faut considérer que la latitude augmente comme le sinus de la distance au nœud, parce que dans un triangle sphérique tel que PAL (*Fig. 54*) le sinus du côté PL est au sinus de l'hypoténuse PA comme le sinus de l'angle A est au rayon; ainsi la latitude PL qui à cause de sa petitesse est proportionnelle à son sinus croîtra comme le sinus de la distance au nœud PA ; on verra dans le **XX^e**. Livre que la petite variation d'un sinus, est à celle de l'arc comme le cosinus de l'arc est au rayon, c'est-à-dire, qu'à 30 degrés le cosinus étant les $\frac{87}{100}$ du rayon, la variation du sinus n'est que les $\frac{87}{100}$ de celle de l'arc, ou de celle que ce même sinus éprouvoit dans sa naissance, (c'est-à-dire, quand l'arc & le

Mesure de l'avantage que l'on trouve.

Fig. 54.

sinus étoient l'un & l'autre très-petits & croissoient également); ainsi la petite augmentation qu'éprouve la latitude d'un degré à l'autre sera aussi proportionnelle au cosinus de l'argument de latitude; & comme l'on observe la position du nœud par le moyen de la latitude avec d'autant plus de précision que la latitude augmente alors plus rapidement, l'avantage ou la précision que l'on trouve à déterminer le lieu du nœud par le moyen de la latitude, est aussi proportionnel au cosinus de l'argument de latitude; ainsi à 60° du nœud l'avantage est réduit à la moitié, tandis qu'à 30° il n'y avoit de perdu que les $\frac{1}{100}$ ou le demi-quart de l'avantage qu'on avoit eu dans le nœud.

1039. A l'égard de l'avantage qu'on trouve à déterminer l'inclinaison par le moyen d'une latitude observée, il est proportionnel au sinus même de la distance au nœud, parce que la latitude observée fuit le même rapport; si d'une latitude d'un degré l'on veut conclure une inclinaison qui est de deux, comme cela arrive quand on a observé à 30 degrés du nœud, on s'expose dans le résultat à une erreur double de celle de l'observation même, c'est-à-dire, qu'on n'a que la moitié de l'avantage qu'on devoit se procurer. Aussi dans les différentes déterminations que je rapporterai bien-tôt des inclinaisons planétaires; j'aurai toujours soin de marquer la distance au nœud pour faire juger du degré de précision dont elles seront susceptibles.

1040. J'ai dit que plus la latitude augmentoit rapidement, plus il y avoit de précision & d'avantage à déterminer le lieu du nœud par son moyen; l'on peut s'en assurer par le même raisonnement qui a servi à prouver que l'équinoxe se déterminoit avec plus d'exactitude quand la déclinaison du soleil augmentoit avec vitesse; (586).

1041. Dans le choix des oppositions que l'on prend pour déterminer l'inclinaison d'une planète supérieure, on choisit celles des moyennes distances plutôt que celles qui sont faites dans l'aphélie & le périhélie, parce que le rapport des moyennes distances des planètes entr'elles, étant mieux connu que celui des distances aphéliques & périhéliques qui supposent de plus la connoissance des excentricités, on

peut réduire avec plus de sûreté les latitudes géocentriques & observées, aux latitudes héliocentriques dont on a besoin pour trouver l'inclinaison.

1042. Pour déterminer l'inclinaison d'une planete aussi bien que tout autre Elément, on doit choisir les cas où son effet est le plus grand, le plus multiplié, le plus sensible. L'inclinaison de l'orbite de Vénus quoiqu'elle ne soit que de $3^{\circ} 23'$, produit dans certains cas pour nous une latitude géocentrique de $8^{\circ} \frac{2}{3}$, comme cela arriva dans la conjonction inférieure de Vénus observée le 2 Sept. 1700; il est évident que si l'on s'étoit trompé de $10''$ dans cette observation, quoiqu'il n'en résultât que $4''$ sur l'inclinaison il n'en seroit pas moins vrai qu'on auroit encore $10''$ d'erreur à craindre une autre fois dans une pareille observation.

Cas où l'effet de l'inclinaison se multiplie.

1043. L'INCLINAISON DE MERCURE peut se déduire de l'observation du 21 Mai 1715; ce jour-là à $10^h 39'$ du matin, M. Maraldi détermina le lieu de Mercure à $1^s 8^{\circ} 36' 0''$ & sa latitude méridionale à $2^{\circ} 23' 55''$, il étoit alors éloigné de $75^{\circ} 42'$ de son nœud, d'où M. Cassini conclut que la latitude héliocentrique étoit de $6^{\circ} 41' 40''$, & l'inclinaison de l'orbite $6^{\circ} 54' 12''$. (*Elém. d'ast. p. 616*).

Inclinaison de Mercure.

Le 16 Juillet 1731 à $10^h 32' 47''$ du matin, M. Cassini détermina le lieu de Mercure à $3^s 3^{\circ} 2' 35''$ avec $2^{\circ} 2' 20''$ de latitude méridionale; sa distance au nœud étoit de $59^{\circ} 16'$; d'où il suit que sa latitude héliocentrique étoit de $5^{\circ} 15' 30''$ & l'inclinaison de l'orbite $6^{\circ} 55' 30''$. Les observations de Mercure étant rares, on ne doit pas être étonné de trouver dans cette détermination quelques minutes d'incertitude; M. Halley la suppose de $6^{\circ} 59' 20''$, & M. Cassini de $7^{\circ} 0'$.

Elle est de 7 degrés.

1044. L'INCLINAISON DE VENUS sur l'écliptique est très-facile à déterminer exactement, lorsqu'on observe ses conjonctions inférieures dans le temps de ses plus grandes latitudes, c'est-à-dire, quand elle est à 90° de ses nœuds; car alors on n'a aucun besoin de connoître la position exacte du nœud; & sa distance à la terre étant trois fois plus petite que sa distance au soleil, les erreurs qu'on peut commettre sur sa latitude deviennent trois fois moindres sur l'inclinaison.

Inclinaison de Vénus.

son (1042). Le 2 Septembre 1700 la latitude de Vénus fut observée à Paris de $8^{\circ} 40' 15''$ vers le midi, elle étoit à $86^{\circ} 22'$ de son nœud; d'où M. Cassini conclut que sa latitude héliocentrique étoit de $3^{\circ} 22' 38''$, & l'inclinaison de son orbite $3^{\circ} 23' 5''$. Le 28 Août 1716 à $23^{\circ} 45' 37''$ la latitude de Vénus fut observée de $8^{\circ} 35' 24''$, Vénus étant à $82^{\circ} 8'$ de son nœud austral; d'où il résulte que sa latitude héliocentrique étoit de $3^{\circ} 21' 16''$, & l'inclinaison de son orbite $3^{\circ} 23' 10''$. (*Elém. d'Ast. p. 574*); ainsi cet élément est connu avec exactitude, M. Cassini & M. Halley sont d'accord à supposer cette inclinaison de $3^{\circ} 23' 20''$.

Elle est de 3 deg.
23 min. un tiers.

Inclinaison de
Mars.

1045. L'INCLINAISON DE MARS déterminée par une observation de Flamsteed du 3 Mars 1694, & calculée par M. Cassini, (*Elém. d'Ast. p. 492*), Mars étant à 89° de son nœud, se trouve de $1^{\circ} 50' 52''$

Par une autre observation de Flamsteed du 27

Mars 1694, à $78^{\circ} 31'$ du nœud on a, $1^{\circ} 50' 50''$

Suivant une observation faite à Paris le 2 Nov.

1695, à $56^{\circ} 9'$ du nœud, $1^{\circ} 50' 50''$

Par l'opposition du 8 Août 1687 observée à

Paris, à 90° de son nœud, $1^{\circ} 50' 50''$

Suivant l'opposition observée le 25 Août 1593

par Tycho-brahé, $1^{\circ} 50' 33''$

M. le Gentil par la conjonction de Mars avec

des Gémeaux au mois de Mars 1756,

(*Mém. Acad. 1757 page 259*), Mars étant

à 85° de son nœud, $1^{\circ} 51' 20''$

Par la hauteur méridienne de Mars observée le

11 Février 1756, à 71° du nœud, $1^{\circ} 51' 12''$

Par la hauteur méridienne observée le 29 Janv.

1754, à $56^{\circ} 12'$ du nœud, $1^{\circ} 51' 31''$

Par l'opposition du mois de Septembre 1751,

à $56^{\circ} 51'$ du nœud, $1^{\circ} 51' 52''$

M. le Gentil y a aussi employé les observations de Bouil-

laud, tirées d'un manuscrit latin dont M. le Monnier étoit

dépositaire; mais ces observations n'étant fondées que sur

des distances estimées sans aucun instrument, leur résultat

n'ajouteroit rien à la certitude qui naît des observations

Elle est de 1 deg.
51 min.

précédentes ; elles paroissent démontrer que l'inclinaison de Mars est de $1^{\circ} 51' 5''$. M. Halley & M. Cassini sont presque d'accord à cet égard.

1046. L'INCLINAISON DE JUPITER suivant l'observation faite à Greenwich le 21 Déc. 1690 par M. Flamsteed, à 86° du nœud & calculée par M. Cassini, (*Elém. d'Ast.* page 443) se trouve de $1^{\circ} 19' 23''$. Inclinaison de Jupiter.

L'Observation faite par Hévélius le 28 Mars 1661 donne, $1^{\circ} 20' 25''$

L'Observation faite à Paris le 2 Avril 1673, à 84° du nœud, $1^{\circ} 19' 52''$

Celle du 16 Sept. 1690, à 87° du nœud, $1^{\circ} 19' 41''$

Celle du 2 Oct. 1702, à 88° du nœud, $1^{\circ} 19' 4''$

Celle du 8 Oct. 1714, à 83° du nœud, $1^{\circ} 18' 53''$

Celle du 20 Mars 1720, à 83° du nœud, $1^{\circ} 20' 14''$

Celle du 13 Oct. 1726, à $77^{\circ} \frac{1}{2}$ du nœud, $1^{\circ} 19' 20''$

M. le Gentil détermine aussi l'inclinaison de Jupiter (*Mém. Acad.* 1758), par une conjonction de Jupiter à l'étoile θ de la Vierge, observée par M. Picard en 1673, $1^{\circ} 18' 28''$

Et par l'opposition de Jupiter observée en 1750, $1^{\circ} 19' 2''$

Le milieu entre toutes ces déterminations nous apprend que l'inclinaison de Jupiter est à très-peu près de $1^{\circ} 19' 26''$. Elle est de 1 deg. 19 min. un tiers. M. Cassini & M. Halley ne diffèrent que de $20''$ entr'eux.

1047. L'INCLINAISON DE SATURNE est déterminée dans M. Cassini par une observation du 20 Avril 1688, faite à $11^h 23'$. Saturne fut observé à $6^{\circ} 20' 57' 30''$ de longitude, avec une latitude boréale de $2^{\circ} 47' 50''$; d'où M. Cassini conclut que sa latitude héliocentrique étoit de $2^{\circ} 30' 48''$. (*Elém. d'Ast.* p. 393), Saturne étoit presque dans ses limites, & la plus grande latitude ou l'inclinaison de l'orbite se trouve de, $2^{\circ} 30' 50''$. Inclinaison de Saturne.

L'Observation du 14 Avril donne, $2^{\circ} 30' 37''$

Le 25 Déc. 1703 à $6^h 51'$ du soir Saturne fut observé à $0^{\circ} 15' 52' 30''$ de longitude, avec $2^{\circ} 34' 10''$ de latitude australe; d'où M. Cassini conclut que sa latitude héliocentrique égale pour lors à l'inclinaison de son orbite, étoit $2^{\circ} 30' 0''$.

Elle est de 1 deg.
30 min. & demie.

Le 13 Mars 1693 & le 3 Mai 1699, la latitude de Saturne ayant été observée à 34° du nœud, M. Cassini en conclut l'inclinaison de 2° 30' 44".

M. de la Caille en 1747 l'a déterminée comme on l'a vû ci-devant (1034) de 2 29 45

Le milieu entre ces six déterminations est de 2 30 27

Les Inclinaisons
n'ont aucune iné-
galité périodique.

1048. Suivant les calculs que M. Euler a faits de l'attraction de Jupiter sur Saturne (page 77), cette action peut à peine produire 5" de variation dans l'inclinaison de Saturne; ainsi cette inégalité périodique est absolument négligeable: j'ai trouvé qu'il en est de même des autres planetes; leurs inclinaisons n'ont presque aucune inégalité périodique.

1049. Pour donner une idée de la différence ou de l'incertitude qu'il peut y avoir dans les inclinaisons des orbites planétaires, nous allons rapporter celles qui sont établies dans les Tables de M. Cassini & de M. Halley, on verra que la plus grande différence est pour l'inclinaison de Mercure., & cependant elle n'est que de 50". On pourra comparer à ces résultats ceux que nous avons rapportés dans les articles précédens. Nous avons mis dans la même Table la plus grande réduction, parce qu'elle est une suite nécessaire de l'inclinaison, étant égale à la moitié du sinus versé de l'inclinaison (808).

TABLE de l'inclinaison des Planetes & de la plus grande réduction à l'ecliptique, suivant les Tables de Kepler, de M. Cassini & de M. Halley.

	KÉPLER,	M. HALLEY.		M. CASSINI.	
	Inclinaison.	Inclinaison.	Réduët.	Inclinaison.	Réduët.
Mercure,	6° 54' 0"	6° 59' 20"	12' 49"	7° 00' 00"	12' 52"
Vénus,	3 22 0	3 23 20	3 0	3 23 20	3 0
Mars,	1 50 30	1 51 0	0 54	1 50 54	0 54
Jupiter,	1 19 20	1 19 10	0 27	1 19 30	0 29
Saturne,	2 32 0	2 30 10	1 38	2 30 36	1 39

1050. Les calculs de l'Attraction qui m'ont fait connoître le mouvement des nœuds des planetes produits par leurs attractions réciproques, m'ont appris un fait qu'on n'avoit pas encore soupçonné, que leurs inclinaisons sur l'écliptique ne sçauroient être constantes : j'ai trouvé, par exemple, que l'action de Vénus diminue l'angle d'inclinaison de Mercure de 8" par siècle ; de même l'action de Jupiter diminue de 3" l'inclinaison de Mercure, augmente de 10" celle de Vénus, diminue de 25" celle de Mars, & augmente de 9" celle de Saturne.

Nouvelle équation pour les inclinaisons.

1051. On verra dans le Livre de l'Attraction que chaque planete fait rétrograder sur son orbite les nœuds de toutes les autres planetes, comme je l'ai déjà dit (1022) ; l'effet de ce mouvement est de déplacer toutes les orbites, & il ne peut manquer d'en résulter un changement dans leurs inclinaisons sur l'écliptique. Soit CB l'écliptique, (*Fig. 75.*), AB l'orbite de Saturne, AC celle de Jupiter, Aa le mouvement du nœud de Jupiter sur l'orbite de Saturne, qui se fait sans aucun changement de l'angle A qui est l'inclinaison mutuelle des deux orbites ; le triangle ABC se change en un triangle aBc ; les angles A & B demeurent constans, mais l'angle C ne l'est pas, & l'angle c est plus ou moins grand que l'angle C . Suivant les formules différentielles qu'on trouvera dans le XXIII^e. Livre, la variation de l'angle C est égale à celle du côté AB , multipliée par le sinus de l'angle B & par le sinus du côté BC ; c'est-à-dire, que $dC = dAB \cdot \sin. B \cdot \sin. BC$: ainsi quand on a le mouvement du nœud, on a bientôt celui de l'inclinaison ; par exemple, le mouvement du nœud de Mars par l'action de Jupiter étant de 14" 2 par année, l'angle B de 1° 19', & la distance BC des nœuds 50° 22', on trouvera 0" 248 pour le changement de C , c'est-à-dire 24" 8 par siècle.

Fig. 75.

1052. Les actions de Vénus & de Saturne produisent encore 6" de diminution dans l'inclinaison de l'orbite de Mars ; en sorte que cet angle diminue de 31" par siècle, & depuis le temps de Tycho-Brahé il doit y avoir 53" de diminution dans l'inclinaison de l'orbite de Mars ; & si

les observations anciennes étoient assez exactes, on verroit cette différence dans la Table que j'ai donnée ci-devant des inclinaisons des planetes (1049) : cet effet qui se continue de siècle en siècle, apportera dans la suite une grande différence dans les inclinaisons des orbites, & il y a déjà plus de 8 minutes depuis le temps de Ptolémée, quantité qu'on ne doit pas négliger dans la comparaison des différentes observations, mais que les calculs de l'Attraction pouvoient seuls faire connoître.

Distinguer
l'augmentation
& la diminution.

Fig. 75.

1053. Pour sçavoir si l'inclinaison d'une planete doit augmenter, ou diminuer, c'est la situation des nœuds qu'il faut considérer. Soit AB (Fig. 75.), l'orbite de la planete troublante, & AC l'orbite de la planete troublée, dont le nœud passe de A en a ; puisque l'inclinaison mutuelle des deux orbites n'est point changée, l'angle A & l'angle a sont égaux, & dans ce point-là les cercles AC , ac sont paralleles; de-là il suit qu'ils vont se rencontrer en un point D , éloigné de 90° du point A ; car deux grands cercles de la sphere, pris à 90° de leur intersection commune, deviennent sensiblement paralleles, du moins sur un petit espace: or dans le triangle DcC on voit évidemment que l'angle DcC est plus petit que l'angle DCE , c'est-à-dire, que dans ce cas-là l'inclinaison diminue.

Règle.

1054. *TOUTES LES FOIS que le nœud de la planete troublante est plus avancé que celui de la planete troublée, l'inclinaison de celle-ci est diminuée, pourvu que l'excès ne soit pas de 180 degrés.* Cette règle est aisée à appercevoir en figurant les positions de différentes orbites les unes par rapport aux autres. Disposons les planetes dans l'ordre de la longitude de leurs nœuds ascendants, en commençant par celle dont le nœud est le moins avancé, nous aurons l'ordre suivant; Mercure, Mars, Vénus, Jupiter, Saturne; cela nous indiquera, conformément à la règle, que Mercure contribue à augmenter les inclinaisons de toutes les planetes; & que Saturne les diminue toutes; Mars diminue l'inclinaison de Mercure, mais il augmente celles de Vénus, de Jupiter & de Saturne, dont les nœuds sont plus avancés, & ainsi des autres. J'espere donner bientôt
sur

sur cette matiere des détails plus circonftanciés dans les Mémoires de l'Académie.

1055. Après avoir rapporté les élémens de chaque planete fuivant M. Cassini & fuivant M. Halley , il ne fera pas inutile de mettre tout à la fois sous les yeux du Lecteur la comparaiſon & la différence de ces Tables , pour faire juger de l'incertitude qu'il peut y avoir dans les divers élémens des Tables Astronomiques. Si je veux ſçavoir , par exemple , de combien l'équation du centre de Mercure est différente dans les Tables de ces deux Auteurs, je trouve que dans la colonne de Mercure , & à côté du mot *Equation* il y a — 20' 22''; cela signifie qu'il faut ôter 20' 22'' de la plus grande équation prise dans les Tables de M. Cassini , pour avoir celle des Tables de M. Halley.

TABLE de ce qu'il faut ôter des Nombres contenus dans les Tables de M. CASSINI, ou y ajouter pour avoir ceux des Tables de M. HALLEY.

ÉLÉMENTS DES TABLES.	MERCURE.	VÉNUS.	MARS.	JUPITER.	SATURNE.
LONG. MOY. 1750	— 11' 20''	+ 0' 2''	— 0' 13''	+ 4' 18''	— 15' 32'
LONG. del'APHÉL.	— 14 6	— 19 29	— 4 31	+ 19 13	+ 26 27
LONG. DU NŒUD.	— 3 22	— 4 3	+ 10 36	+ 25 51	— 41 0
MOUV. SÉCUL.	— 14 41	+ 0 50	+ 0 24	+ 6 41	— 23 28
MOUV. del'APHÉL.	— 45 43	— 49 7	— 2 58	+ 24 18	+ 3 36
MOUV. DU NŒUD.	— 1 20	— 5 0	+ 6 40	+ 43 11	— 65 11
EQUATION.	— 20 22	— 1 6	+ 0 43	+ 0 19	+ 0 24
INCLINAISON.	— 0 40	0 0	+ 0 6	— 0 20	— 0 26

*DES DIAMETRES APPARENS
DES PLANETES.*

1056. LE DIAMETRE apparent d'une planete est l'angle sous lequel il nous paroît , exprimé en minutes & en secondes ; c'est l'angle dont il est la corde ou la sous-tendante , en prenant pour rayon la distance de la planete à la terre. Soit *T* la terre , (*Fig. 79.*) , où est situé l'Observa-

teur ; AB le diamètre d'une planète , TA & TB les rayons visuels menés de la terre aux deux bords , ou aux deux limbes opposés du disque de la planète , l'angle ATB est le diamètre apparent de la planète.

Les diamètres des planètes se déterminent & s'observent avec des micromètres , dont on verra la description dans le XIII^e. Livre ; mais on y peut aussi employer le temps ou la durée de leur passage. En effet , si l'on observe le moment où le premier bord du soleil se trouve dans le méridien , & qu'ensuite le second bord y arrive 2 minutes plus tard ; ces deux minutes de temps indiqueront que le diamètre du soleil est de 30' , en supposant qu'il soit dans l'équateur ; on a vû (594) la différence qui a lieu si le soleil n'est pas dans l'équateur , & nous verrons dans le Livre suivant cette méthode appliquée au diamètre de la lune.

Variation des diamètres apparents.

Fig. 79.

1057. *LES DIAMÈTRES apparens d'une planète sont en raison inverse de sa distance.* Si la planète AB , (*Fig.*), étoit située en CD , de manière que TD fût la moitié de TB , l'angle CTD sous lequel elle paroîtroit , seroit double de l'angle ATB ou ETD sous lequel elle paroïsoit auparavant ; prenons AB ou CD pour rayons ; alors , suivant les règles de la Trigonométrie TB sera la cotangente de l'angle ATB & TD sera la cotangente de l'angle CTD : or les cotangentes sont en raison inverse des tangentes , donc $TB : TD :: \text{tang. } CTD : \text{tang. } ETD$; mais les petits angles sont proportionnels à leurs tangentes ; donc $CTD : ETD :: TB : TD$; c'est-à-dire , que le diamètre apparent dans le second cas , est au diamètre apparent dans le premier , comme la première distance est à la seconde.

Trouver le vrai diamètre.

1058. Les diamètres apparens des planètes servent à trouver leurs véritables diamètres quand on connoît leurs distances : dans le triangle TAB qui est rectangle en B , on a cette proportion ; $R : \sin. ATB :: TA : AB$; ainsi l'on trouvera le véritable diamètre AB en multipliant la distance TA par le sinus de l'angle ATB , qui est le diamètre apparent de la planète.

On a vû ci-dessus (882) la manière de trouver les dis-

tances des planetes ; on verra encore (Liv. IX.) des méthodes pour les trouver par le moyen de la parallaxe : nous n'avons à parler ici que des diamètres apparens des différentes planetes, tels que l'observation les a fait connoître, en choisissant les plus récentes & les plus exactes observations. Avant la découverte des lunettes, l'éclat de lumiere que répandent les planetes, faisoit juger leur diamètre beaucoup plus grand qu'il n'est réellement ; Tycho donnoit $3\frac{1}{4}$ au diamètre de Vénus, & Kepler lui donnoit jusqu'à 7' : on trouvera la Table de tous les sentimens des anciens Astronomes à ce sujet dans le P. Riccioli, (*Astron. Reform. p. 359.*).

La découverte des lunettes fut seule suffisante pour donner une plus juste idée des diamètres apparens, même avant l'usage des micromètres : le P. Riccioli avec le P. Grimaldi, trouverent le diamètre de Mercure de $25''$, celui de Vénus $2' 45''$ & $4' 8''$, Mars $1' 32''$, Jupiter $1' 9''$, Saturne sans son anneau $36''$, (*Astron. Reform. p. 359.*), & cela dans leurs plus petites distances à la terre.

Le P. Riccioli avoit déterminé les diamètres de Jupiter & de Saturne par leurs appulses aux étoiles fixes, & il n'y trouvoit que $4''$ de plus, que M. Huyghens ne les trouva ensuite par le moyen de son micromètre ; mais il s'étoit trompé sur le diamètre de Vénus, qu'il trouvoit beaucoup trop grand, parce qu'il s'étoit peut-être contenté de l'estimer à la vûe simple ; Hévélius avoit trouvé le diamètre de Vénus & de Jupiter, à peu-près tels que M. Huyghens les trouva ensuite avec son micromètre : il les comparoit avec les taches de la lune, dont il avoit examiné la proportion avec le diamètre entier de cet astre, (*Selenog. p. 449, 477, 547.*) ; ces diamètres étoient encore trop grands ; & il est évident que l'usage des micromètres, dont nous parlerons dans le XIII^e. Livre, a mis dans cette matiere une bien plus grande exactitude.

1059. LE DIAMETRE DE MERCURE dans son passage sur le soleil que j'observai à Meudon en 1753, mesuré plusieurs fois avec un héliomètre de 18 pieds, me parut de $11'' 8$, c'est-à-dire, 11 secondes & 8 dixiemes, (*Mém.*

Diamètre de
Mercure.

V u u ij

Acad. 1754. p. 599.) ; la distance de Mercure à la terre étoit alors à celle du soleil, comme 178 est à 323 ; ainsi en faisant cette proportion, $323 : 178 :: 11'' 8 : 6'' 2$, on aura $6'' 2$ pour le diamètre de Mercure au temps où sa distance est égale à la distance moyenne du soleil : on trouvoit $7'' \frac{1}{4}$ par l'observation de M. Bradley, faite en 1723 lorsque Mercure passa sur le soleil, (*Instit. Astron.* p. 556. *Philos. Transf.* n°. 386.), & l'on s'étoit servi de la lunette de 123 pieds ; ainsi par un milieu je le supposerai de $6'' 7$. On verra dans le XI^e. Livre, la manière de le déterminer par la durée de son entrée sur le soleil.

Diamètre de
Vénus.

1060. LE DIAMÈTRE DE VÉNUS sur le soleil observé le 6 Juin 1761, m'a paru être de $57'' 8$, la distance de Vénus à la terre étoit alors à la distance moyenne du soleil, comme 289 est à 1000 ; ainsi le diamètre de Vénus à la distance moyenne du soleil paroîtroit de $16'' 7$. J'ai conclu exactement le même diamètre de quatre observations de M. Short, faites dans d'autres temps avec un micromètre objectif, appliqué à un télescope de deux pieds (1067).

Diamètre de
Mars.

1061. LE DIAMÈTRE DE MARS en opposition mesuré par M. Picard avec une lunette de 20 pieds, le 5 Sept. 1672, parut de $26''$. Sa distance à la terre étoit alors à celle du soleil, comme 38 est à 100 ; ainsi son diamètre eut été de $9'' 9$ à une distance égale à la moyenne distance du soleil, qui est celle à laquelle nous réduisons tous les diamètres pour les comparer entre eux.

Diamètre de
Jupiter.

1062. LE DIAMÈTRE DE JUPITER observé par M. Pound avec une lunette de 123 pieds de M. Huyghens, en 1719 parut de 38 à $40''$; & par les durées des passages des satellites sur son disque M. Newton le trouve de $37'' \frac{1}{4}$ pour la distance moyenne de Jupiter au soleil ou à la terre. Si nous prenons $37'' \frac{1}{4}$, & que nous fassions cette proportion ; $10 : 52 :: 37 \frac{1}{4} : 193, 73$, nous aurons $3' 13'' \frac{1}{4}$ pour le diamètre que Jupiter auroit s'il étoit aussi près de nous que le soleil.

Diamètre de
Saturne.

1063. LE DIAMÈTRE DE SATURNE observé par M. Pound en 1719 avec la lunette de 123 pieds Anglois, parut de $18''$, & le diamètre de l'anneau de $42''$, en les ré-

duifant à la distance moyenne de Saturne au soleil & à la terre ; mais cette distance est à celle du soleil à la terre , comme 100 est à 954 ; ainsi le diamètre de Saturne est 2' 5" 7 à la distance moyenne du soleil, & celui de l'anneau seroit de 6' 40" 6 , réduit à la moyenne distance du soleil à la terre.

1064. Les diamètres que je viens d'assigner aux planetes , se trouvent un peu différemment dans le *Systema Saturnium* de M. Huyghens ; mais les observations sur lesquelles il se fondeoit , ne sont ni aussi récentes , ni aussi exactes que celles dont je viens de parler : il donnoit, par exemple, 9' 4" au diamètre de l'anneau de Saturne, 5' 35" au diamètre de Jupiter , 21" $\frac{3}{4}$ à celui de Vénus ; ces quantités sont visiblement trop grandes.

1065. LE DIAMÈTRE DE LA LUNE varie depuis 29' 28" jusqu'à 33' 35" ; ainsi son diamètre moyen est de 31' 31" , comme celui du soleil dans sa plus grande distance ; mais ce diamètre moyen de la lune est vû à une distance 380 fois plus petite que la distance moyenne du soleil , & il ne seroit pas de 5" s'il étoit vû à la distance du soleil. Nous en parlerons plus au long dans le VII^e. Livre (1186).

Diamètre de la Lune.

1066. LE DIAMÈTRE DE LA TERRE vû du soleil , qui est égal à la parallaxe horisontale de cet astre , est d'environ 18" : nous en traiterons en particulier dans le IX^e. Livre de cet Ouvrage ; à l'égard du diamètre réel de la terre en toises , il sera déterminé dans le XV^e. Livre , où nous traiterons de la grandeur & de la figure de la Terre , on verra qu'il est de 2865 lieues , chacune de 2282 toises.

Diamètre de la Terre.

1067. Suivant le sentiment de Newton , tous ces diamètres observés avec les plus grandes lunettes , sont encore affectés d'une certaine *irradiation* , ou dilatation de lumiere qui les environne comme une frange , & les fait paroître trop grands ; en conséquence plusieurs Astronomes ont cru que pour avoir les vrais diamètres des planetes , il falloit ôter 2" de celui de Saturne , 5" de celui de Mars , tandis qu'il falloit ajouter 1" ou 2" aux diamètres de Mercure & de Vénus observés sur le soleil , à cause d'un semblable débordement de la lumiere solaire qui de-

L'irradiation est insensible.

voit faire paroître ces planetes plus petites. Pour moi , ayant comparé avec grand soin le diamètre de Vénus observé sur le soleil en 1761 , & ce diamètre observé dans sa plus grande lumiere avant & après le passage de Vénus sur le soleil , je les ai rapportés tous à une même distance , & je n'y ai trouvé aucune différence ; je crois donc que le phénomène de l'irradiation est absolument insensible , & que quand on se sert des mêmes lunettes , il est inutile d'en tenir compte.

Différence des
lunettes.

On croit cependant qu'avec de grandes lunettes le diamètre du soleil paroît plus petit qu'avec les petites lunettes ; ainsi M. de la Caille a toujours pensé que le diamètre du soleil étoit de 31' 34" mesuré avec des lunettes de 6 pieds , tandis que je l'ai trouvé de 31' 31" au plus avec un héliomètre de 18 pieds , peut-être cette différence provient-elle de la difficulté qu'il y a de mesurer exactement ce diamètre avec un micromètre ordinaire comme celui de M. de la Caille , & avec une lunette qui n'a que 6 pieds ; mais si cette différence est réelle il faudra l'attribuer à une couronne lumineuse formée par l'aberration des rayons qui dans les lunettes ne se réunissent pas exactement au même point. Voyez Liv. XIII. Cette différence ne m'a pas paru assez bien constatée pour y avoir égard.

Diamètre du
Soleil.

1068. Les Anciens ne s'étoient pas trompés de beaucoup en supposant le diamètre du soleil d'un demi-degré ; il ne s'agissoit alors que d'avoir un nombre rond à peu-près vrai ; & nous voyons qu'Ariftarque & Archimède supposoient le diamètre apparent du soleil de 30' en tout temps. Du temps de Ptolémée on avoit déjà remarqué une différence entre l'hiver & l'été ; cet Auteur faisoit le diamètre du soleil de 31' 20" dans l'apogée , & 33' 20" dans le péri-gée ; quoique cette différence de 2' fût trop grande on voit que Purbachius & Regiomontanus l'avoient encore augmentée , & ils supposoient les diamètres du soleil de 31' & 34'. On peut voir dans le Pere Riccioli (*Alm. n. L. 3. c. 10 & Astr. ref. p. 38*) une Table des sentimens de différens Auteurs sur cette matiere.

Malgré la découverte des lunettes d'approche qui devoit

donner une grande facilité pour avoir exactement ces mesures, nous voyons que Kepler ne faisoit encore les diamètres du soleil que de 30' & 31' 4", (*Epit. Astr. Cop. pag. 476*); Hévélius dans une *Dissertation de Saturni facie* imprimée en 1656, supposoit le diamètre du soleil apogée 31' 12". Le Pere Scheiner en 1625 & quelques autres Astronomes crurent avoir avec beaucoup d'exa^{ct}itude le diamètre du soleil en recevant l'image par un trou imperceptible, & la mesurant à une très-grande distance; mais ils trouverent quelquefois le diamètre du soleil de 56'. (*Astr. ref. pag. 39*), par l'effet de la *diffraction* ou *inflexion* de la lumière observée par le Pere Grimaldi, & ensuite par Newton, (*Opt. part. 3*) qui rendoit l'image très-grande & très-mal terminée; le Pere Riccioli fit voir alors qu'on devoit se servir d'un trou plus large, & retrancher le diamètre du trou de la largeur de l'image solaire; c'est ainsi qu'il trouva par le gnomon de S. Pétrone, les diamètres du soleil de 31' & 32' 8". M. Cassini dans le même temps les trouvoit de 31' 8" & 32' 10". (*Astr. ref. p. 38*). Depuis la découverte des micromètres (dont nous parlerons dans le XIII^e. Livre), il n'y a eü que quelques secondes d'incertitude dans la mesure du diamètre solaire, comme on le verra dans la Table suivante; mais ce petit nombre de secondes étoit devenu une chose importante à constater.

Erreur du P. Scheiner.

M. Flamsteed en 1673, (<i>Horocc. Op. p. 488</i>),	31' 40"	Diamètre apogée suivant divers Auteurs.
M. Cassini en 1684 à la fin de ses Observations Astronomiques <i>pag. 48</i> ,	31 40	
M. de la Hire dans ses Tables Astronomiques en 1702,	31 38	
M. Halley dans ses Tables Astronomiques en 1719,	31 38	
M. Auzout & M. Picard,	31 37	
M. Cassini dans ses Tables Astronomiques 1740,	31 36	
M. de la Caille dans ses Tables du Soleil 1758,	31 34 ² / ₅	
M. le Gentil dans les Mém. de l'Ac. 1752,	31 34	
M. le Chevalier de Louville dans les Mém. de l'Académie 1724,	31 33	
M. Cassini dans ses Elémens d'Astr. 1740,	31 32 ¹ / ₂	

M. Mouton, (*Observat. Diametrorum Lugd.*
an. 1670),

31' 31'' $\frac{1}{2}$

Par mon Observation faite en 1760 avec un
 héliomètre de 18 pieds,

31 30'' $\frac{1}{2}$

Suivant M. Short avec un micromètre objectif
 achromatique,

31' 28''

Le diamètre périégée surpasse de 65'' le diamètre apogée ;
 & comme il n'y a point d'incertitude là-dessus, je me suis
 contenté de rapporter dans la Table précédente le plus
 petit des diamètres du soleil, celui qui s'observe le 30 Juin
 jour du périhélie, d'où il est aisé de conclure le diamètre
 périégée en ajoutant 1' 5''.

Le diamètre du soleil étant en raison inverse de sa dis-
 tance, & sa distance apogée étant de 10168 parties dont la
 moyenne est 10000, si l'on connoît sa distance par la mé-
 thode des articles 918 ou 922, on aura aussi son diamètre
 en faisant cette proportion : la distance actuelle du soleil est
 à sa distance apogée 10168, comme le diamètre périhélie
 31' 30'' $\frac{1}{2}$, est au diamètre apparent pour un temps quel-
 conque.

Diamètre du
 Soleil, 31 min.
 30 sec. & demie.

1069. Pour moi qui voyois de quelle importance étoit
 cette recherche puisque c'est au diamètre du soleil que nous
 rapportons sans cesse toutes les mesures des petits arcs cé-
 lestes, j'y ai employé la plus grande lunette qui eût encore
 servi à cette recherche ; je veux dire un héliomètre de 18
 pieds, j'ai mesuré une base avec le plus grand soin dans la
 longueur de la rue de Tournon à Paris, qui est en face de
 mon Observatoire & qui a 900 pieds de longueur, & j'ai
 trouvé par des mesures répétées une multitude de fois, que
 le diamètre du soleil apogée est de 31' 30'' $\frac{1}{2}$.

M. Short m'a dit depuis en Angleterre qu'il n'avoit
 trouvé ce diamètre que de 31' 28'', avec un micromètre
 objectif & achromatique d'une très-grande perfection, appli-
 qué à un télescope de deux pieds ; il pourroit se faire que le
 cercle d'aberration & de couleur qui environne toujours
 l'image des objets au foyer d'une lunette se fût trouvée en-
 core de 2'' dans mon héliomètre, quoique très-bon ;
 cependant

cependant je supposerai toujours le diamètre du soleil de $31' 30'' \frac{1}{2}$ dans l'apogée.

1070. Les diamètres apparens de toutes les planetes réduits à une même distance, nous donnent le moyen de trouver les diamètres absolus & de les comparer tous ou au diamètre du soleil ou à celui de la terre; il est vrai que pour les comparer au diamètre de la terre, il faut supposer qu'on connoisse la parallaxe du soleil, c'est-à-dire, l'angle sous lequel paroît, vû du soleil, le demi-diamètre de la terre; l'incertitude sur ce dernier angle est d'une ou de deux secondes: car on ne sçauroit décider précisément s'il est de $8'' \frac{1}{2}$ ou de $10'' \frac{1}{2}$: cependant comme ces comparaisons ne sont qu'une pure curiosité & qu'on aime assez à rapporter tout à la terre, nous donnerons les grosseurs totales des planetes par rapport à la terre, en supposant que son demi-diamètre vû du soleil paroît de $9''$. Comme on le verra dans le IX^e. Livre.

Pour trouver les volumes ou les grosseurs des planetes par rapport à la terre, quand on connoît le rapport de leurs diamètres, il suffit de prendre le cube du diamètre, ou de tripler son logarithme, parce que l'on démontre dans les Elémens de Géométrie que les sphères sont comme les cubes des diamètres. Par exemple le diamètre de la terre est de $18''$, celui de Mercure est de $6'' 7$ à la même distance. Si l'on divise $6'' 7$ par $18''$ l'on aura $0, 372$; c'est le diamètre de Mercure, en supposant que celui de la terre est 1. Le cube de cette fraction décimale donnera $0, 051$ qui vaut à peu-près $\frac{1}{24}$; ce qui nous apprend que la grosseur de Mercure est la 24^e partie de celle de la terre.

1071. Le volume ou la grosseur d'une planete n'est pas la même chose que sa masse ou la quantité de matiere qu'elle renferme, celle-ci dépend de la densité dont nous parlerons dans le XXII^e Livre, & que j'ai mis en attendant dans la Table suivante; la densité multipliée par le volume, donne la masse, le poids, la quantité de matiere, ou la force attractive; c'est ce que nous avons renfermé dans la dernière colonne de la Table suivante.

Différence entre la grosseur & la masse.

On observera au sujet de cette Table que les trois densi-

tés marquées par des étoiles, sont les seules qu'on puisse déterminer par un calcul immédiat & certain; comme on l'a vu dans le XXII^e Livre.

1072. Les distances en lieues ne sont certaines qu'à un dixième près, parce qu'elles dépendent de la parallaxe du soleil sur laquelle on a au moins 1" d'incertitude; comme nous le verrons dans le IX^e Livre.

J'ai supposé la masse de la lune $\frac{1}{70}$ de celle de la terre: comme M. Bernoulli l'a déduit de son effet sur le flux & le reflux de la Mer. Voyez Livre XXII.

Nous parlerons du diamètre de la lune dans le VII^e Livre, & de ceux des étoiles fixes dans le XVI^e Livre.

DIAMETRES des Planetes vûs à la moyenne distance du Soleil, avec leurs volumes, leurs distances, leurs densités & leurs masses.

	Diametres en minutes & secondes.	Grosseurs à peu-près.	plus exactement, & en décimales.
Mercure,	0' 6" 7	la vingt-quatr. partie de la Terre.	0,05158
Vénus,	0 16 7	quatre cinquiemes de la Terre.	0,7986
la Terre,	0 18 0	.	.
Mars,	0 9 9	la sixieme partie de la Terre.	0,1664
Jupiter,	3 13 7	1246 fois plus gros que la Terre.	1246
Saturne,	2 51 7	868 fois plus gros que la Terre.	868
l'Anneau,	6 40 6	.	.
le Soleil,	32 2 0	douze cent mille fois plus gros.	1217420
la Lune,	0 4 9	la quarante-neuv. partie de la T.	0,02036

	Diametres en lieues de 2282 toises.	La moyenne distance à la terre en lieues.	Densités par rapport à la Terre.	Masses par rapport à la Terre.
Mercure,	1066	32830470	2,040	0,105
Vénus,	2658	32830470	1,270	1,014
la Terre.	2865	.	1,000	1,000
Mars,	1575	50023470	0,730	0,1214
Jupiter,	30831	170750600	0,292*	363,9
Saturne,	27329	313205100	0,184*	159,7
le Soleil,	305918	32830470	0,250*	304355
la Lune,	1564	85325	0,702	0,01428

OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES
 ANCIENNES ET MODERNES
 DU SOLEIL

ET DES CINQ PLANETES PRINCIPALES.

1073. **L**ES OBSERVATIONS sont le fondement de toutes les théories, elles en sont la vérification & la preuve; ainsi je ne puis terminer mieux ce VI^e. Livre qu'en y rassemblant une Collection des meilleures Observations anciennes & modernes, extraites des Auteurs qui en ont fait le calcul & l'application; j'y ai ajouté les Observations les plus récentes & les plus décisives pour chaque planète, comme un point fixe d'où l'on pourra partir pour établir des théories, & construire de nouvelles Tables.

Les anciennes Observations se trouvent rassemblées & discutées dans les Ouvrages suivans: Logomontani, *Astronomia Danica*, 1640. Bullialdi, *Astronomia Philolaïca*, 1645. Riccioli, *Astronomia Reformata*, 1665. Wing, *Astronomia Britannica*, 1669. *Historia Cœlestis*, 1672. M. Cassini, *Elémens d'Astronomie*, 1740. Et en remontant à ces sources, on en trouvera presque toujours un plus grand nombre que je n'en ai rapporté moi-même, parce que mon intention n'étoit pas de former ici un Recueil complet d'Observations Astronomiques.

A l'égard des observations modernes, on pourra consulter le grand Ouvrage d'Hévélius intitulé, *Machina Cœlestis*, (Livre très-rare); celui de Flamsteed, *Historia Cœlestis Britannica*; les Mémoires de l'Académie, &c. S'il étoit possible de publier toutes celles que M. de l'Isle a rassemblées dans ses Manuscrits, & qui sont actuellement au Dépôt de la Marine, on y trouveroit la plus grande Collection d'Observations Astronomiques qui ait jamais existé.

OBSERVATIONS DU SOLEIL.

Av. J. C.	Temps moy. à Paris.			
161	27	Sept.	4 ^h 8'	} Equinoxes observés par Hipparque.
158	26	Sept.	16 8	
157	26	Sept.	22 8	
145	23	Mars	22 8	
145	26	Sept.	16 8	
142	26	Sept.	4 8	
134	23	Mars	10 8	
127	23	Mars	4 8	} Voy. Ptolémée, Almag. Mém. Acad. 1757, p. 423. M. Cassini, El. d'Astr. p. 211.
1279	14	Juin	8 ^h 46' ¹ / ₂	
1280	12	Déc.	5 50	folst. d'hyv. } Mém. Ac. 1757, p. 140.
1487	12	Déc.	12 1	folst. d'hyv. }
1488	11	Juin	20 40 ¹ / ₂	folst. d'été } Mém. Acad. 1757,
1503	12	Juin	12 8	folst. d'été } p. 139.
1503	12	Déc.	9 45 ¹ / ₂	folst. d'hyv. }

OBSERVATIONS de *Waltherus* calculées par *M. de la Caille*,
(Mém. Acad. 1749, p. 60.).

1475	15	Sept.	23 ^h 17'	6 ^s 1° 51' 24"
1476	15	Mars	23 33	0 5 4 55
1476	12	Sept.	23 18	5 29 40 6
1477	10	Mars	23 33	11 29 54 0
1477	16	Sept.	23 17	6 3 16 48
1478	11	Mars	23 33	0 0 35 37
1478	12	Sept.	23 18	5 29 6 54
1487	17	Sept.	23 17	6 2 54 24
1488	16	Mars	23 31	0 6 7 48
1488	14	Sept.	23 17	6 1 42 52
1488	17	Sept.	23 16	6 4 38 37
1489	12	Mars	23 32	0 1 58 30
1489	14	Mars	23 31	0 3 57 46
1489	18	Mars	23 30	0 7 54 20
1491	12	Mars	23 32	0 1 28 26
1491	14	Sept.	23 17	6 0 59 12
1498	17	Sept.	23 16	6 4 13 24
1498	18	Sept.	23 16	6 5 13 8
1499	13	Mars	23 32	0 2 32 37
1501	16	Mars	23 31	0 5 58 20
1501	14	Sept.	23 17	6 1 34 15
1501	18	Sept.	23 15	6 5 28 50

EQUINOXES observés par Tycho, (Voy. Mém. Acad.

1757, p. 424. M. Cassini, Elém. d'Astr. p. 228.).

1584	10 Mars	0 ^h 46' 42"	1587	13 Sept.	5 ^h 37' 16"
1584	12 Sept.	11 11 16	1588	10 Mars	0 16 42
1585	10 Mars	6 51 42	1588	12 Sept.	10 35 16
1585	12 Sept.	17 3 16	1589	10 Mars	5 5 42
1586	10 Mars	12 41 42	1589	12 Sept.	16 49 16
1586	12 Sept.	23 6 16	1590	10 Mars	11 15 12
1587	10 Mars	17 55 42	1590	12 Sept.	22 52 16

On trouvera dans M. Cassini, pag. 209, une suite d'équinoxes observés depuis 1672 jusqu'en 1739, à l'Observatoire Royal de Paris.

TABLE de 144 Longitudes du Soleil observées par M. de la Caille à Paris & au Cap. (Mém. Acad. 1757, p. 125.).

Temps vrai à Paris.		Longitude observée.		Temps vrai à Paris.		Longitude observée.	
1746	29 Oct.	0 ^h 0'	7 ^s 5 ^o 56' 57"	1748	7 Sept.	0 ^h 0'	5 ^s 15 ^o 7' 37"2
	7 Nov.	0 0	7 14 58 2,0		8	0 0	5 16 5 58,3
	8	0 0	7 15 58 25,2		9	0 0	5 17 4 20,8
1747	14 Mars	0 0	11 23 33 30,7		10	0 0	5 18 2 45,7
	15	0 0	11 24 33 11,4		11	0 0	5 19 1 13,2
	16	0 0	11 25 32 49,8	1749	5 Mars	0 0	11 15 6 18,0
	23	0 0	0 2 29 14,9		21	0 0	0 1 1 19,5
	13 Avril	0 0	0 23 8 7,9		24	0 0	0 3 59 30,1
	14	0 0	0 24 6 58,0		25	0 0	0 4 58 49,0
	15	0 0	0 25 5 35,9		26	0 0	0 5 58 5,3
	16	0 0	0 26 4 11,7		27	0 0	0 6 57 19,2
	17	0 0	0 27 2 45,5		28	0 0	0 7 56 31,2
	1 May	0 0	1 10 38 54,3		29	0 0	0 8 55 40,2
	2	0 0	1 11 36 58,9		12 Avril	0 0	0 22 40 4,4
	11	0 0	1 20 18 47,8		13	0 0	0 23 38 43,8
	12	0 0	1 21 16 40,6		23	0 0	1 3 23 45,4
	14	0 0	1 23 12 19,0		25	0 0	1 5 20 22,9
	16	0 0	1 25 7 51,4		6 May	0 0	1 15 59 20,8
	17	0 0	1 26 5 34,8		7	0 0	1 16 57 16,8
	21 Juin	0 0	2 29 35 10,9		8	0 0	1 17 55 11,1
1748	15 Févr.	0 0	10 26 15 53,3		9	0 0	1 18 53 3,9
	21	0 0	11 2 18 20,2		10	0 0	1 19 50 56,0
	7 Mars	0 0	11 17 20 22,8		24	0 0	2 3 18 56,3
	8	0 0	11 18 20 14,8		25	0 0	2 4 16 29,4
	16 Avril	0 0	0 26 48 27,5		18 Juin	0 0	2 27 13 4,4
	20	0 0	1 0 42 15,7		19	0 0	2 28 10 19,7
	18 Juin	0 0	2 27 26 44,0		5 Juil.	0 0	3 13 25 21,2
	5 Sept.	0 0	5 13 11 1,7		6	0 0	3 14 22 32,5
	6	0 0	5 14 9 18,5		7	0 0	3 15 19 45,6

X x x iij

Temps vr. à Paris.		Longitude observée.		Temps vrai à Paris.		Longitude observée.		
1749	9 Juil.	0 ^h	0'	3 ^s 17° 14' 12" 1	1751	12 Juil.	22 ^h 55' ³ / ₅	3 ^s 20° 33' 1" 1
	13	0	0	3 21 3 11,4		19	22 55	3 27 13 58,2
	16	0	0	3 23 55 1,2		3 Août	22 55	4 11 34 57,0
	19	0	0	3 26 46 53,9		21	22 55	4 28 53 19,8
	20	0	0	3 27 44 11,9		22	22 55	4 29 51 14,8
	21	0	0	3 28 41 30,0		1 Sept.	22 55	5 9 31 40,3
	28	0	0	4 5 22 50,5		12	22 55	5 20 13 23,2
	2 Août	0	0	4 10 9 54,2		13	22 55	5 21 11 55,9
	6	0	0	4 13 59 56,1		29	22 55	6 6 53 9,9
	7	0	0	4 14 57 30,4		30 Sept.	22 55	6 7 52 14,7
	29	0	0	5 6 9 21,5		6	22 55	6 13 47 25,6
	30	0	0	5 7 7 26,5		7	22 55	6 14 46 45,5
	31	0	0	5 8 5 33,3		8	22 55	6 15 46 7,5
	1 Sept.	0	0	5 9 3 42,2		4 Nov.	22 55	7 12 41 46,1
	8	0	0	5 15 51 43,6		5	22 55	7 13 42 20,7
	9	0	0	5 16 50 9,2		3 Déc.	22 55	8 12 1 10,2
	13	0	0	5 20 44 10,7		10	22 55	8 19 8 15,0
	2 Oct.	0	0	6 9 22 11,1		19	22 55	8 28 18 30,5
	3	0	0	6 10 21 22,9		24	22 55	9 3 24 24,7
	4	0	0	6 11 20 37,2		27	22 55	9 6 27 55,7
	6	0	0	6 13 19 13,4		29	22 55	9 8 30 15,8
	8	0	0	6 15 17 58,9	1752	8 Janv.	22 55	9 18 41 50,6
	10	0	0	6 17 16 53,0		9	22 55	9 19 43 0,2
1750	2 Mars	0	0	11 11 51 17,9		21	22 55	10 1 56 20,9
	3	0	0	11 12 51 21,3		3 Févr.	22 55	10 15 7 54,0
	4	0	0	11 13 51 22,5		5	22 55	10 17 9 22,9
	5	0	0	11 14 51 20,9		26	22 55	11 8 19 21,7
	8	0	0	11 17 51 9,4		2 Mars	22 55	11 13 19 40,2
	30	0	0	0 9 39 52,7		3	22 55	11 14 19 38,6
	2 Avril	0	0	0 12 37 4,2		4	22 55	11 15 19 34,6
	3	0	0	0 13 36 3,9		12	22 55	11 23 18 5,2
	18	0	0	0 28 17 17,4		13	22 55	11 24 17 46,7
	21 Juin	0	0	2 29 50 50,7		20	22 55	0 1 14 40,5
	28	0	0	3 6 31 15,0		27	22 55	0 8 9 42,3
	29	0	0	3 7 28 28,7		4 Avr.	22 55	0 16 1 48,2
	30	0	0	3 8 25 41,6		10	22 55	2 20 45 25,5
1751	27 May	22	55 ¹ / ₅	2 6 38 14,7		18	22 55	2 28 23 40,9
	30	22	55	2 9 30 43,7		19	22 55	2 29 20 54,8
	19 Juin	22	55	2 28 37 4,4		21	22 55	3 1 15 20,1
	21	22	55	3 0 31 34,6		26	22 55	3 6 1 15,7
	27	22	55	3 6 15 1,0		9 Nov.	22 55	7 18 29 33,8
	29	22	55	3 8 9 26,2		28 Déc.	22 55	9 8 15 5,4
	11 Juil.	22	55	3 19 35 47,3		29	22 55	9 9 16 18,2

OBSERVATIONS DE MERCURE.

Av. J. C.	Temps vr. à Paris.		Longit. observée.				Latitude observée.		
264	14	Nov. 15 ^h 48'	7 ^s	1°	57'	30"	2°	6' 0"	B <i>Astr. Phil. p. 388.</i>
Apr. J. C.									
130	4	Juil. 5 18	4	7	18	0			Théon <i>Ibid. p. 384.</i>
132	2	Févr. 3 58	11	2	8	0			Ptolémée <i>Ibid.</i>
139	17	May 5 27	2	18	35	0			Ptolémée, <i>dout. Ibid. p. 387.</i>
139	7	Juil. 14 18	2	21	16	0			Ptolémée <i>Ibid. p. 384.</i>
141	1	Févr. 15 58	9	14	42	0			Ptolémée <i>Ibid. p. 385.</i>
1504	18	Mars 6 39	0	26	29	0			Waltherus <i>Ibid. p. 383.</i>
N. St.									
1585	24	Nov. 18 18	7	13	4	0	2 18 0	B	<i>Astron. Dan. 422.</i>
1585	3	Déc. 18 38	7	25	3	0	1 25 0	B	<i>Ibid.</i>
1586	3	Nov. 18 28	6	22	35	0	.	.	<i>Ibid.</i>
1586	7	Nov. 17 48	6	26	33	0	2 17 0	B	<i>Ibid.</i>
1587	24	Janv. 4 33	10	21	7	0	1 21 0	B	<i>Tych. epist. p. 56.</i>
1587	25	Janv. 4 39	10	21	20	0	1 40 0	B	<i>Ibid.</i>
1587	19	Janv. 4 8	10	17	48	0	0 1 0	B	<i>Astron. Dan.</i>
1589	12	Avril 7 23	1	11	28	30	2 23 40	B	<i>Astron. Ref. p. 345.</i>
1589	13	Avril 7 28	1	12	48	0	2 30 30	B	<i>Ibid p. 346.</i>
1589	14	Avril 7 33	1	14	1	0	2 36 50	B	<i>Ibid.</i>
1589	16	Avril 7 38	1	16	8	30	2 45 0	B	<i>Ibid.</i>
1590	16	Mars 6 8	1	13	44	0	1 42 0	B	<i>Astron. Dan.</i>
1592	13	Févr. 4 58	11	12	20	0	0 47 0	B	<i>Ibid.</i>
1593	21	May 8 48	2	23	16	0	2 0 0	B	<i>Ibid.</i>
1593	23	May 8 48	2	25	21	0	.	.	<i>Astron. Philol.</i>
1607	25	Avril 8 18	1	21	5	0	1 40 0	B	<i>Astron. Dan.</i>
1610	15	Déc. 18 18	8	2	42	0	.	.	<i>Ibid.</i>
1625	13	Févr. 5 38	11	13	27	0			Bouillaud, <i>Astron Philol.</i>
1630	11	Déc. 19 8	7	29	13	0			Bouillaud, <i>Ibid.</i>
1632	30	Juil. 15 18	3	24	26	0			Gaffendi, <i>Ibid p. 356.</i>
1634	2	Janv. 5 48	10	1	31	0	0 57 0	A	<i>Ibid.</i>
1634	4	Janv. 5 48	10	3	31	0	0 30 0	A	<i>Ibid.</i>
1634	6	Janv. 5 48	10	5	1	0	0 1 52	B	<i>Ibid.</i>
1634	2	Oct. 17 18	5	22	8	20	1 25 0	B	<i>Ibid.</i>
1634	3	Oct. 17 18	5	22	59	26	1 29 18	B	<i>Ibid.</i>
1634	4	Oct. 17 18	5	23	59	47	1 19 16	B	<i>Ibid.</i>
1635	16	Janv. 17 48	9	4	18	48	2 1 19	B	<i>Ibid.</i>
2635	22	Janv. 17 48	9	8	21	50	1 39 0	B	<i>Ibid.</i>
1635	24	Janv. 17 48	9	10	4	55	1 14 8	B	<i>Ibid.</i>
1635	25	Janv. 17 48	9	11	6	36	0 59 48	B	<i>Ibid.</i>
1635	17	Sept. 16 18	5	7	4	0			Gaffendi,
1635	1	Déc. 5 11	9	0	26	0			Gaffendi,

Années.	Temps vrai à Paris.			Longit. observée.			Latitude observée.		
1636	16 Juil.	8 ^h 18'	0"	4 ^s 21° 25'	0"	Gaffendi,	<i>Astron. Philol.</i>		
1699	21 Oct.	22 58	56	6 12 5 58		2° 7' 9" B	<i>Mém. Acad. 1706.</i>		
	22 Oct.	23 0	20	6 13 31 44		2 5 32 B	<i>Ibid.</i>		
	23 Oct.	23 1	54	6 14 59 22		2 4 54 B	<i>Ibid.</i>		
	26 Oct.	23 7	10	6 19 34 52		1 56 43 B	<i>Ibid.</i>		
1701	11 Sept.	22 54	56	5 1 54 54		0 5 25 B	<i>Ibid.</i>		
	19 Sept.	23 2	12	5 10 50 43		1 37 33 B	<i>Ibid.</i>		
	20 Sept.	23 4	30	5 12 24 48		1 39 32 B	<i>Ibid.</i>		
	23 Sept.	23 12	18	5 17 20 13		1 51 4 B	<i>Ibid.</i>		
	24 Sept.	23 15	2	5 19 2 22		1 52 13 B	<i>Ibid.</i>		
	25 Sept.	23 17	56	5 20 47 50		1 53 29 B	<i>Ibid.</i>		
1705	17 Juil.	22 47	5	3 8 27 48		0 29 16 A	<i>Ibid.</i>		
	24 Juil.	23 16	8	3 21 33 33		0 51 2 B	<i>Ibid.</i>		
	26 Juil.	23 25	49	3 25 38 27		1 8 32 B	<i>Ibid.</i>		
1707	12 Avr.	1 11	34	1 11 24 30		2 34 47 B	<i>Mém. 1753, p. 320.</i>		
	13 Juin	22 37	24	2 2 53 23		1 55 1 A	{ <i>Mém. Ac. 1707,</i>		
	15 Juin	22 39	56	2 4 32 6		1 44 16 A	{ <i>p. 199.</i>		
1750	5 Oct.	1 31	15	7 7 18 40		2 50 46 A	<i>Mém. 1753, p. 321.</i>		

TABLE des Longitudes de Mercure en conjonction dans ses douze passages sur le Soleil, observés jusqu'à présent.

Années.	Temps moyen à Paris.			L. géoc. réd. à l'écl.			Lat. géoc. vraie.		
1631	6 Nov.	19 ^h 36'	20"	7 ^s 14° 41'	35"	3' 22" A	{ <i>M. Cassini, p. 582;</i>		
							{ <i>Phil. Transf. n. 386.</i>		
1631	6 Nov.	18 50	0		4 28 B	<i>Mss de M de l'Isle.</i>		
1651	2 Nov.	13 2	30	7 10 26 29		12 0 A	<i>Astr. Br. p. 312. dout;</i>		
1661	3 May	4 48	28	1 13 33 27		4 30 B	<i>M. Cassini, p. 587, 608.</i>		
1677	7 Nov.	0 23	0	7 15 44 20		4 3 B	<i>M. Cassini, p. 591.</i>		
1690	9 Nov.	18 6	0	7 18 20 46		12 20 B	<i>M. Cassini, p. 595, 608.</i>		
1697	2 Nov.	17 42	0	7 11 33 50		10 42 A	<i>M. Cassini, p. 598.</i>		
1723	9 Nov.	5 16	0	7 16 47 20		6 0 B	{ <i>Phil. Transf. n. 386;</i>		
							{ <i>M. Cassini, p. 601.</i>		
1736	10 Nov.	23 59	23	7 19 23 38		14 7 B	<i>Mém. Ac. 1736.</i>		
1740	2 May	10 36	37	1 12 43 19		14 59 B	<i>Phil. Transf. n. 471.</i>		
1743	4 Nov.	22 26	8	7 12 37 32		9 7 A	<i>Mém. Ac. 1736.</i>		
1753	5 May	6 29	50	1 15 48 0		2 25 A	<i>Mém. 1754, p. 599.</i>		
1756	6 Nov.	16 17	28	7 15 13 41		0' 58,8 A	<i>Mém. 1758, p. 154.</i>		

Remarques sur les Observations de Mercure.

Les observations de Mercure sont rares, difficiles à faire, sur-tout à Paris; Copernic éprouvoit la même difficulté dans le nord, où il n'a jamais pu faire une seule observation de Mercure, ce qu'il attribue aux vapeurs de la Vif-tule

tule & à la longueur des crépuscules en été. A l'égard de Ptolémée, Riccioli a tort de dire, (*Astr. Reform. p. 351. col. 1.*), *Copernico & Ptolemæo fatentibus*, &c. car Ptolémée, (*Lib. IX. cap. 10.*), dit formellement qu'il a observé Mercure près de Régulus, &c. ; mais ces observations furent en très-petit nombre. On trouve dans l'Astronomie Réformée beaucoup d'observations de Riccioli qui n'ont jamais été calculées, & dont on pourroit faire un bon usage pour la théorie de cette planète ; on en peut dire autant de celles qui sont dans Hévélius, (*Mach. Cælest.*), & Flamsteed, (*Hist. Cælest.*).

On trouve aussi dans l'Astronomie Caroline de Street quelques observations de Mercure faites en 1684 par M. Halley à Islington ; c'étoit la première fois qu'on mesuroit en plein jour la distance de Mercure au soleil : il y a aussi dans ce Livre des observations faites vers l'aphélie de Mercure, qui seroient fort importantes, mais qui n'ont jamais été calculées & réduites, parce qu'on s'est trop peu occupé de la théorie de cette planète ; j'ai aussi trouvé dans les Manuscrits de M. de l'Isle la notice de beaucoup d'observations de M. de la Hire & de plusieurs autres Astronomes, observations qui n'ont point été publiées : telles sont celles que Margraf fit avec un cercle azimuthal de cinq pieds de rayon, en 1639 & 1640, dans l'Isle de Vaaz au Brésil, que M. Thévenot avoit communiquées à M. de la Hire, & il en avoit fait usage dans ses Tables ; M. Couplet à qui ce Manuscrit passa à la mort de M. de la Hire, le communiqua à M. de l'Isle qui en a une copie ; l'original est encore à Cadix, avec les Manuscrits de M. de Louville & beaucoup d'autres que M. Godin y avoit emportés.

J'y ajouterai plusieurs observations que M. de l'Isle a faites à Pétersbourg, où pendant 20 ans il s'est occupé des observations astronomiques, & qu'il a bien voulu me communiquer. Enfin, les miennes, comme les plus récentes, me donneront les élémens actuels de l'orbite de Mercure ; & comparées avec les plus anciennes, elles donneront le mouvement moyen de Mercure & celui de son aphélie.

OBSERVATIONS DE VÉNUS.

Années.	Temps vrai à Paris.	Long. observée.	Latitude.
117	13 Oct. 16 ^h 16'	5 ^s 1° 43' Cassini, 534
129	18 May 16 8	0 10 33	1° 30' A
132	8 Mars 4 8	1 1 55 p. 536.
134	17 Fév. 16 8	9 12 27 Ibid.
136	18 Nov. 4 0	9 12 50 p. 537.
136	25 Déc. 4 0	10 20 14 Ibid.
138	15 Déc. 14 53	7 6 53 p. 538.
140	18 Fév. 4 8	0 14 28 Ibid.
140	29 Juil. 16 8	2 18 47 p. 539.
1585	24 Sept. 16 33	4 15 58	2 8 A
Nouv. Style.			
1587	19 Janv. 4 58	11 13 5	1 38 B <i>Astr. Refor.</i>
1587	24 Janv. 4 8	11 16 20	2 29 B
1587	25 Janv. 3 58	11 16 55	2 39 B <i>Ibid.</i>
1587	3 Mars 5 23	11 16 1	8 56 B
1587	12 Mars 16 48	11 10 7	8 26 B
1588	24 Déc. 18 58	7 17 10	3 10 B
1592	22 Fév. 17 30	9 27 18 <i>Astron. Phil.</i>
1590	27 Déc. 19 18	8 20 0	0 27 B
1594	17 Déc. 5 0	10 22 58	1 7 A
1594	25 Déc. 4 28	10 21 0	1 16 A
1600	21 Fév. 20 27	9 38 22	.
1601	9 May 8 30	1 19 4	.
1610	22 Déc. 3 38	10 17 58	1 29 A
1616	19 Mars 16 18	10 15 24	.

Conjonction de Vénus au Soleil.

Années.	Temps vr. de la conjonction.	Longit. de Vénus.	Latitude géocent.
1639	4 Déc. 6 ^h 18 ^{1/2} inf.	8 ^s 12° 31' 55"	0 ^h 8' 50" ou 9'
1689	25 Juin 13 46 inf.	3 4 53 40	3 1 40 B
1691	15 Nov. 11 4 sup.	<i>par M. de la Hire. Anc. Mém. T. X. p. 250</i>	
1692	3 Sept. 19 7 inf.	5 12 33 0	.
1693	25 Juin 17 38 sup.	3 5 5 35	17 ^h 30 ^{1/2} <i>suiv. M. de la Hire</i>
1696	1 Sept. 0 58 sup.	5 9 52 55	1 21 20 B
1698	15 Avr. 22 2 sup.	0 26 50 40	.
1699	30 Janv. 7 6 inf.	10 11 14 47	7 36 0 B
1699	13 Nov. 12 0 sup.	7 21 24 0	0 32 20 B
1700	2 Sept. 11 20 inf.	5 10 20 20	8 40 15 A
1705	21 Juin 22 0 inf.	3 0 36 52	2 25 10 A

Observations de Vénus.

539

Années.	Temps vr. de la conjonction.	Longit. de Vénus.	Latitude géocentr.
1706	14 Avr. 9 ^h 45' sup.	0 ^s 24° 26' 30"	1 3 10 A
1707	28 Janv. 18 20 inf.	10 8 47 5	
1708	31 Août 0 30 inf.	5 8 2 0	M. Cassini, p. 564
1709	22 Juin 6 0 sup.	3 0 56 30	
1710	10 Avr. 18 7 inf.	0 20 55 0	
1711	27 Janv. 12 52 sup.	10 7 33 51	
1712	28 Août 14 53 sup.	5 5 43 34	
1713	19 Juin 15 15 inf.	2 28 29 35	
1714	12 Avr. 2 0 sup.	0 22 15 38	
1715	26 Janv 8 19 inf.	10 6 22 58	7 10 33 A
1716	28 Août 16 36 inf.	5 5 49 2	8 34 9 A
1718	10 Avr. 16 13 inf.	10 10 42 15	0 P, 22 D
1719	10 Nov. 9 17 inf.	7 17 55 34	4 6 18 B
1729	14 Juin 23 56 inf.	2 24 11 16	1 26 53 A
1737	12 Juin 15 43 inf.	2 22 0 30	1 8 12 A
1751	31 Oct. 11 47 ² inf.	7 8 13 0	5 23 1 A
1761	5 May 17 51 ² inf.	2 15 36 11	0 9 36 A

Digressions de Venus, rapportées par M. Cassini, p. 570

Années.	Temps de la digression.	Anom. moy.	Dist. de Vénus au ☉.
1689	4 Sept. 45° 57' 20"	2 ^s 24° 16'	72432
1690	21 Nov. 47 13 20	2 14 26	72500
1691	5 Avr. 46 0 50	9 20 30	72432
1692	23 Juin 45 23 30	9 13 30	72419
1697	13 Avr. 45 36 0	7 5 20	71905
1697	4 Sept. 45 52 0	2 25 48	72382
1698	21 Nov. 47 14 20	2 15 35	72515
1699	10 Sept. 46 15 0	9 28 18	72532
1705	12 Avr. 45 48 50	7 3 16	71927
1705	28 Août 45 48 0	2 14 10	72479
1706	17 Nov. 47 10 40	2 9 8	72540
1707	9 Avr. 46 19 10	9 27 32	72540
1746	21 Déc. 10 28 30 nœud	10 3 52 17	Mém. 1746.

OBSERVATIONS DE MARS.

Années.	Temps moy. à Paris.	Long. héliocentr.	
130	14 Déc. 11 ^h 48'	2 ^s 21° 22' 50"	M. Cassini, p. 467.
135	19 Févr. 4 0	4 29 40 0	Ibid.
139	26 May 9 1	8 2 53 0	Ibid.
498	1 May 8 20	6 7 51 28	Bouillaud, p. 327.
509	13 Juin 8 20	5 9 30 50	p. 328.

Y y ij

N. St.	Temps vrai à Paris.	Long. héliocentr.	
1580	28 Nov. 0 ^h 48'	2 ^s 6° 28' 35"	Kepl. de <i>Stella Mar.</i>
1583	5 Janv. 3 16	3 16 55 30	
1585	9 Févr. 18 32	4 21 36 45	
1587	16 Mars 6 41	5 25 45 30	
1589	24 Avr. 5 41	7 4 23 0	
1591	18 Juin 7 1	8 26 43 0	
1593	4 Sept. 16 45	11 12 16 0	
Selon moi,	14 32	11 12 17 56	
1595	9 Nov. 23 57	1 17 31 40	
1597	23 Déc. 15 12	3 2 28 0	
1600	28 Janv. 13 20	4 8 38 0	

Voyez Kepler, de *Stella Martis*; Longomontanus, *Astr. Dan.* Bouillaud, *Astr. Phil.* p. 287, 300; Riccioli, *Astron. Reform.* p. 316. On y trouve une observation faite 272 ans avant J. C. mais sur laquelle on n'est pas d'accord.

Observations de Mars rapportées dans les Tables de M. Halley, & dans les Élém. d'Astr. de M. Cassini.

Années	Temps moy. à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Anom. moyenne de Mars.
1659	1 Déc. 11 ^h 42'	2 ^s 9° 51' 2"	8 ^s 29°
1662	9 Janv. 6 9	3 19 52 14	10 13
1666	18 Mars 12 15	5 28 39 49	1 4
1670	21 Juin 15 47	9 0 46 42	4 10
1672	8 Août 11 33	11 16 56 4	6 14
1674	12 Nov. 17 1	1 21 11 32	8 11
1676	25 Déc. 19 14	3 5 29 55	9 26
1679	30 Janv. 14 59	4 11 27 59	11 8
1681	4 Mars 16 27	5 15 16 16	0 18
1683	10 Avr. 23 40	6 21 39 18	2 0
1685	28 May 1 9	8 7 38 15	3 18
1687	8 Août 1 9	10 15 56 5	5 18
1689	21 Oct. 17 29	0 29 28 52	7 20
1691	11 Déc. 3 15	2 19 53 50	9 9
1694	17 Janv. 4 56	3 28 11 52	10 22
1696	20 Févr. 9 9	5 2 18 4	0 3
1698	26 Mars 18 29	6 7 4 17	1 13
1700	8 May 7 49	7 18 5 16	2 28
1702	8 Juil. 12 59	9 16 10 10	4 23
1704	26 Sept. 10 3	0 3 45 46	6 28
1711	8 Févr. 5 31	4 19 24 6	11 16
1713	13 Mars 13 3	5 23 20 30	0 27
1717	11 Juin 9 29	8 20 38 46	4 0

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	
1683	11 Avr. 0 ^h 11'	6 ^s 21° 41' 30"	M. Cassini, p. 465.
1691	11 Déc. 3 8	2 19 54 28	Ibid. p. 472.
1694	17 Janv. 4 31	3 28 12 0	Ibid. p. 474.
1696	20 Fév. 9 15	5 2 18 8	Ibid. p. 472.
1698	26 Mars 18 0	6 7 4 18	Ibid. p. 474.
1700	8 May 7 38	7 18 5 0	Ibid. p. 472.
1702	8 Juil. 13 2½	9 16 10 23	Ibid. p. 474.
1709	4 Janv. 5 54	3 14 18 25	Ibid. p. 469.
1713	13 Mars 16 49½	5 23 30 30	Ibid. p. 470.
1715	21 Avr. 10 58½	7 1 9 30	Ibid. p. 464.
1717	11 Juin 9 10	8 20 37 15	Ibid. p. 465.
1730	5 Avr. 7 7	6 15 43 36	Ibid. p. 465.

Oppositions observées à Paris depuis quelques années.

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude de Mars.
1741	12 Janv. 8 ^h 14' 23"	3 ^s 22° 49' 16"	Mém. Ac. 1755, p. 218.
1743	15 Fév. 19 17 40	4 27 16 32	
1745	21 Mars 14 19 17	6 1 34 44	
1747	1 May 7 3 0	7 10 55 59	
1749	26 Juin 2 6 12	9 4 55 41	
1751	14 Sept. 8 28 0	11 21 35 0	
1753	16 Nov. 10 28 33	1 24 47 24	3° 58' 57"½ B
1760	7 Mars 17 44 7	5 18 9 8	

Observations de Mars hors de ses oppositions, faites par M. de la Caille, Astron. Fund. p. 244.

Années.	Temps vrai à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude de Mars.
1747	14 May 10 ^h 50' 43"	7 ^s 6° 15' 20"	0° 0' 25½ B
1751	13 Sept. 11 8 38	11 21 48 6	5 33 16 A
1753	3 Nov. 9 31 46	1 29 29 38½	0 0 27½ A

OBSERVATIONS DE JUPITER.

Oppositions de Jupiter observées par divers Astronomes.

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	
133	15 May 23 ^h 3'	7 ^s 23° 22' 22"	Ces 3 Observations sont tirées de Ptolémée.
136	1 Sept. 4 10	11 7 47 35	
137	8 Oct. 3 18	0 14 19 0	

M. Cassini, p. 416.
Y y ij

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	Latitude géocent.
1520	28 Avr. 15 ^h 56'	7 ^s 17 ^o 59' 0"	} Ces 3 Observations sont tirées de Copernic.
1526	28 Nov. 1 58	2 15 51 0	
1529	30 Janv. 21 0	4 21 15 50	
1583	V.S. 6 Sept. 17 13	11 23 33 22	1° 34' 53" A
1584	13 Oct. 7 20	1 0 22 0	
1585	18 Nov. 0 12	2 6 17 30	0 52 25 A
1586	21 Déc. 16 2	3 10 19 4	0 8 17 B
1588	22 Janv. 8 8	4 12 18 34	0 58 47 B
1589	21 Févr. 0 36	5 12 57 8	1 14 32 B
1590	23 Mars 12 20	6 12 54 30	1 32 6 B
1591	23 Avr. 19 6	7 13 7 20	1 17 10 B
1592	25 May 16 21	8 14 25 1	0 35 56 B
1594	5 Août 5 35	10 22 21 4	1 12 31 A
1595	12 Sept. 1 25	11 28 53 10	1 39 18 A
1596	18 Oct. 8 30	1 5 40 0	1 25 45 A
1607	17 Nov. 11 ^½ <i>dout.</i>	0 4 10 0	} Ces 15 oppof. font tirées des Observ. de Tycho & de Longomont.
1610	30 Déc. 14 40	3 19 36 0	
1613	1 Mars 22 0	5 21 45 0	} Ces 2 observ. font de Gaffendi, & les 10 suivantes d'Hévélius.
1620	N.S. 7 Nov. 10 0	1 15 58 0	
1633	17 Déc. 2 0	2 26 3 20	
1657	26 Déc. 13 40	3 5 54 37	0 9 30 A
1659	27 Janv. 11 18	4 8 8 56	0 48 43 B
1661	28 Mars 16 52	6 8 57 55	1 38 25 B
1666	15 Sept. 23 50	11 23 43 28	1 37 25 A
1667	23 Oct. 8 25	1 0 33 21	1 33 41 A
1671	31 Janv. 18 4	4 12 35 0	0 59 0 B
1672	2 Mars 12 10	5 13 18 13	1 28 27 B
1674	3 May 6 0	7 13 28 43	1 21 17 B
1676	8 Juil. 18 15	9 17 36 18	0 12 21 A
1678	21 Sept. 6 3	11 28 58 41	1 37 10 A

Oppositions de Jupiter observées à Paris. (Voyez M. Cassini, p. 418.)

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	Latitude.
1672	2 Mars 9 ^h 0'	5 ^s 13 ^o 18' 0"	1° 37' 15" B
1673	2 Avr. 1 0	6 13 19 0	
1683	5 Fév. 5 0	4 17 10 0	
1688	13 Juil. 12 ^½ <i>dout.</i>	9 22 15 50	
1689	19 Août 19 20	10 27 28 10	
1690	26 Sept. 7 18	0 4 5 40	1 39 40 A
1691	2 Nov. 13 30	1 10 52 0	
1692	6 Déc. 21 36	2 16 24 30	

Années.	Temps vrai à Paris.	Longitude.	Latitude.
1694	9 Janv. 3 ^h 0'	3 ^s 20° 1' 3"	
1695	9 Févr. 15 3	4 21 43 30	1° 7' 54" B
1696	11 Mars 4 28	5 22 8 23	1 34 10 B
1697	10 Avr. 17 32	6 22 1 15	1 35 22 B
1698	12 May 5 46	7 22 20 32	1 9 32 B
1699	14 Juin 10 8	8 23 52 42	0 23 7 B
1700	19 Juil. 16 40	9 27 16 22	0 33 36 A
1701	25 Août 20 34	11 2 42 54	1 20 30 A
1702	2 Oct. 17 29	0 9 28 7	1 38 18 A
1703	8 Nov. 17 33	1 16 8 30	1 16 8 A
1704	12 Déc. 18 50	2 21 26 2	0 28 10 A
1706	14 Janv. 16 2	3 24 40 40	0 29 56 B
1707	14 Fév. 23 2	4 26 6 55	1 13 26 B
1708	16 Mars 9 9	5 26 23 51	1 36 52 B
1709	16 Avr. 0 49	6 26 19 0	1 32 58 B
1710	17 May 18 24	7 26 47 17	1 4 50 B
1711	20 Juin 6 37	8 28 36 0	0 15 50 B
1712	24 Juil. 21 25	10 2 20 10	0 40 25 A
1713	31 Août 6 9	11 8 2 16	1 25 26 A
1714	8 Oct. 0 26	0 14 53 2	1 38 10 A
1715	13 Nov. 20 19	1 21 23 13	1 11 8 A
1716	17 Déc. 12 31	2 26 20 43	0 19 26 A
1718	19 Janv. 1 55	3 29 17 20	0 35 45 B
1719	19 Févr. 4 3	5 0 31 18	1 17 30 B
1720	20 Mars 15 43	6 0 43 19	1 37 33 B
1721	20 Avr. 9 48	7 0 40 3	1 29 32 B
1722	22 May 8 43	8 1 17 41	0 57 15 B
1723	25 Juin 4 0	9 3 21 22	0 7 29 B
1724	30 Juil. 0 28	10 7 19 49	0 50 11 A
1725	5 Sept. 14 44	11 13 18 0	1 31 31 A
1726	13 Oct. 6 0	0 20 4 10	1 37 0 A
1727	18 Nov. 17 39	1 26 4 47	1 5 57 A
1728	22 Déc. 3 9	3 1 8 2	0 12 40 A
1730	23 Janv. 11 5	4 3 49 30	0 41 23 B
1731	23 Fév. 9 56	5 4 53 3	1 21 20 B
1732	24 Mars 22 4	6 5 0 27	1 36 40 B

Voyez les Tables de M. Halley où il y a une suite d'oppositions observées depuis 1658 jusqu'en 1719.



Oppositions calculées par M. le Gentil d'après les Registres de l'Observatoire. (Mém. Acad. 1754, p. 325.)

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude géoc.
1733	24 Avr. 19 ^h 6' 4"	7 ^s 5° 0' 27"	1° 26' 23" B
1734	26 May 23 38 9	8 5 48 31	
1735	30 Juin 1 38 <i>dout.</i>	9 8 7 17	0 0 19 A
1736	4 Août 4 26 26	10 12 22 58	0 53 14 A
1738	18 Oct. 9 51 13*	0 25 18 25	1 33 34 A
1739	23 Nov. 16 4 22	2 1 30 6	0 58 59 A
1740	26 Déc. 18 48 49	3 5 57 13	
1742	27 Janv. 22 2 56*	4 8 25 17	0 49 37 B
1743	27 Fév. 18 23 16*	5 9 18 37	1 25 42 B
1744	29 Mars 5 23 3	6 9 20 44	
1745	29 Avr. 4 52 18*	6 9 22 36	1 22 46 B
1746	31 May 13 1 8*	8 10 16 2	0 45 37 B
1747	4 Juil. 20 2 21	9 12 45 18	0 8 12 B
1748	9 Août 4 32 8	10 17 16 42	1 1 46 A
1749	15 Sept. 21 0 55	11 23 32 16	
1750	23 Oct. 11 11 55*	1 0 26 20	1 31 28 A
1751	28 Nov. 11 56 36*	2 6 29 2	0 51 6 A
1752	31 Déc. 9 54 30	3 10 45 9	0 4 21 B
1754	1 Fév. 8 18 13	4 13 0 16	0 55 10 B
1755	4 Mars 1 53 22	5 13 42 53	

Les sept oppositions marquées par des étoiles, sont les seules où Jupiter ait été comparé à des étoiles fixes.

Oppositions de Jupiter calculées par M. Jaurat d'après ses Observations & celles de quelques autres Astronomes de l'Académie.

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude hélioc.
1756	2 Avr. 12 ^h 52' 29"	6 ^s 13° 40' 34"	1° 18' 22" B
1757	3 May 15 13 33	7 13 45 38	1 3 46 B
1758	5 Juin 4 53 0	8 14 49 13	0 29 34 B
1759	9 Juil. 19 3 40	9 17 35 14	0 13 11 A
1760	14 Août 10 3 23	10 22 24 33	0 55 5 A
1761	21 Sept. 6 9 15	11 28 54 10	1 18 6 A
1762	28 Oct. 16 5 17	1 5 44 12	1 9 50 A
1763	3 Déc. 10 38 0	2 11 34 57	0 34 44 A

OBSERVATIONS

OPPOSITIONS DE SATURNE.

Années.	Temps vr. de l'oppoſ.	Longitude.	Latitude.
127	23 Mars 14 ^h 6'	6 ^s 1 ^o 29' 0"	} <i>M. Caſſini, Elém. d'Aſtr. p. 355.</i>
133	2 Juin 4 36	8 9 48 ¹ / ₂ 0	
136	8 Juil. 1 10	9 14 18 0	
1582 ^{v.ft.}	20 Août 23 12	11 7 27 47	2° 1' 53" A
1583	4 Sept. 21 40 ¹ / ₆	11 19 49 ¹ / ₂ <i>dout.</i>	2 22 36 A
1584	15 Sept. 6 30	0 2 34 0	
1585	28 Sept. 18 0	0 15 44 <i>dout.</i>	
1586	12 Oct. 9 0	0 29 6 5	2 45 32 A
1587	26 Oct. 7 0	1 12 49 44	2 21 38 A
1588	8 Nov. 8 32	1 26 47 30	
1589	22 Nov. 12 18	2 10 54 10	1 52 11 A
1590	6 Déc. 19 40	2 25 14 ¹ / ₆ <i>dout.</i>	
1591	20 Déc. 22 14	3 9 23 14	0 20 53 A
1593	3 Janv. 1 20	3 23 32 0	0 13 16 B
1594	17 Janv. 3 0	4 7 30 0	0 45 52 B
1595	30 Janv. 23 0	4 21 15 0	
1596	13 Févr. 10 28	5 4 38 12	1 57 23 B
1597	25 Févr. 19 0	5 17 45 30	2 22 35 B
1598	10 Mars 23 0	6 0 33 35	
1599	23 Mars 18 40	6 13 0 0	
1608 ^{n.ft.}	19 Juil. 3 0	9 26 53 0	} Ces Observations ſont de Longomontanus. <i>Aſtron. reform.</i>
1609	31 Juil. 13 0	10 8 31 0	
1610	12 Août 12 0	10 20 10 0	
1611	25 Août 16 0	11 2 12 0	
1642	13 Sept. 11 25	11 21 37 27	} Ces Observations ſont du P. Riccioli. <i>Mém. Ac. 1746. M. Caſſini, p. 356.</i>
1642	28 Sept. 8 45	11 22 1 50	
1644	9 Oct. 19 12	0 17 38 0	
1647	20 Nov. 6 50	7 28 24 25	} Ces 2 Obſerv. furent faites par Muti à Majorque. <i>Mém. Ac. 1746.</i>
1654	10 Fév. 19 0	4 22 54 0	
1657	21 Mars 23 0	6 2 18 0	
1657	22 Mars 9 29 ¹ / ₃	6 2 11 5	2 46 18 B
1658	3 Avr. 17 13	6 14 35 28	2 46 53 B
1659	16 Avr. 10 11	6 26 47 52	2 42 42 B
1660	27 Avr. 22 48	7 8 41 32	2 26 30 B
1661	10 May 6 2	7 20 22 24	2 7 39 B
1662	22 May 11 0	8 1 52 20	
1664	14 Juin 13 4	8 24 27 27	
1665	26 Juin 15 23	9 5 43 51	0 47 27 B
1670	27 Août 7 20	10 3 44 ¹ / ₆ <i>dout.</i>	1 55 52 A

Années.	Temps vr. de l'oppoſ.	Longitude.				Latitude.			
		11 ^s	16 ^o	5'	0''	2 ^o	18'		
1671	8 Sept. 8 ^h 56'	11	16	5	0	2	18	13	A
1672	20 Sept. 12 39	11	28	42	22	2	35	13	A
1673	3 Oct. 21 4	0	11	37	8	2	45	18	A
1674	17 Oct. 12 0	0	24	52	40	2	47	51	A
1675	30 Oct. 7 10	1	8	28	0	2	39	14	A
1676	13 Nov. 7 36	1	22	19	40	2	22	15	A
1683	4 Fév. 23 32	4	16	57	15	1	15	58	B

Les 15 Oppoſitions précédentes furent obſervées par Hévélius à Dantzic. On trouvera dans les Tables de M. Halley une ſuite d'Oppoſitions de Saturne calculées par cet Auteur, avec l'erreur de ſes Tables, depuis 1657 juſqu'en 1719.

Oppoſitions de Saturne obſervées à Paris.

Années.	Temps vr. de l'oppoſ.	Longitude.				Latitude.			
		5 ^s	13 ^o	48'	40''	2 ^o	13'		
1685	3 Mars 4 ^h 0'	5	13	48	40	2	13	45	B
1686	16 Mars 10 28	5	26	47	6	2	34	3	B
1687	29 Mars 11 11	6	9	25	26	2	44	35	B
1688	10 Avr. 6 26	6	21	44	40	2	48	15	B
1689	22 Avr. 21 34	7	3	48	53	2	45	4	B
1690	5 May 7 13	7	15	35	19	2	32	19	B
1691	17 May 13 45	7	27	10	30	2	15	35	B
1692	28 May 17 15	8	8	35	0	1	54	27	B
1693	9 Juin 19 32	8	19	54	41	1	27	7	B
1694	21 Juin 19 30	9	1	6	40	<i>douteuſe</i>			
1695	3 Juil. 23 45	9	12	29	52	0	25	14	B
1696	15 Juil. 3 32	9	23	51	26	0	7	16	A
1697	27 Juil. 9 43	10	5	20	15	0	40	56	A
1698	8 Août 19 8	10	16	59	0	1	13	36	A
1699	21 Août 8 54	10	28	50	50	1	39	44	A
1700	3 Sept. 3 14	11	10	57	40	2	7	30	A
1701	16 Sept. 2 0	11	23	21	16	2	27	45	A
1702	29 Sept. 8 51	0	6	9	30	2	41	5	A
1703	12 Oct. 20 12	0	19	14	21	2	48	15	A
1704	25 Oct. 11 48	1	2	36	23	2	45	38	A
1705	8 Nov. 9 40	1	16	18	35	2	32	25	A
1706	22 Nov. 10 37	2	0	16	23	2	10	53	A
1707	6 Déc. 15 3	2	14	24	27	1	40	9	A
1708	19 Déc. 19 26	2	28	37	11	1	4	0	A
1710	2 Janv. 23 47	3	12	50	16	0	25	24	A
1711	17 Janv. 1 4	3	26	54	36	0	16	26	B
1712	31 Janv. 0 6	4	10	51	12	0	56	20	B
1713	12 Févr. 19 4	4	24	33	34	1	32	10	B
1714	26 Fév. 8 15	5	7	56	46	2	3	0	B

Années	Temps vr. de l'oppof.	Longitude.	Latitude.
1715	11 Mars 16 ^h 55'	5° 21' 3' 14"	2 25 0 B
1716	23 Mars 19 4	6 3 48 1	2 40 34 B
1717	5 Avr. 16 27	6 16 13 56	2 47 40 B
1718	18 Avr. 8 45	6 28 24 13	2 46 36 B
1719	30 Avr. 20 15	7 10 17 42	2 39 15 B
1720	12 May 4 39	7 21 59 13	2 24 30 B
1721	24 May 9 17	8 3 28 12	2 4 20 B
1722	5 Juin 13 9	8 14 52 3	1 36 30 B
1723	17 Juin 15 53	8 26 12 6	1 12 15 B
1724	28 Juin 17 53	9 7 29 35	0 39 0 B
1725	10 Juil. 21 6	9 18 49 40	0 7 5 B
1726	23 Juil. 1 42	10 0 13 33	0 25 20 A
1727	4 Août 9 54	10 11 48 7	0 58 15 A
1728	15 Août 22 50	10 23 36 50	1 29 32 A
1729	28 Août 14 18	11 5 35 2	1 56 20 A
1730	10 Sept. 12 27	11 17 53 57	2 19 6 A
1731	23 Sept. 15 51	0 0 30 50	2 36 55 A
1732	6 Oct. 0 26	0 13 27 20	2 47 0 A

Les Observations précédentes sont tirées des Elémens d'Astronomie de M. Caffini : les 8 suivantes sont celles dont M. le Monnier a fait usage dans ses Recherches sur Saturne, & qu'il a discutées avec le plus grand soin ; quoiqu'elles ne soient pas toutes en oppositions, ce sont néanmoins des longitudes héliocentriques.

Années.	Temps moy. à Paris.	Longitude.	Latitude.
1686	16 Mars 11 ^h 10' 30"	5 ^s 26° 46' 38"	<i>Mém. Ac. 1746. p. 217.</i>
1672	21 Sept. 8 40 30	11 28 44 0	<i>Ibid. p. 215.</i>
1583	4 Sept. 8 33 15	11 19 55 28	<i>Ibid. p. 699.</i>
1598	13 Mars 11 9 30	6 0 39 10	<i>Ibid. p. 222.</i>
1701	16 Sept. 11 57 0	11 23 24 44	<i>Ibid. p. 704.</i>
1702	6 Oct. 11 33 55	0 6 22 51	<i>Ibid. p. 709.</i>
1716	17 Mars 12 37 16	6 3 33 33	<i>Ibid. p. 219. 695.</i>
1731	23 Sept. 8 40 30	0 0 29 5	<i>Ibid. p. 215.</i>
Années.	Temps moyen à Paris.	Longitude.	Latitude.
1733	19 Oct. 15 ^h 42' 39"	0 ^s 26° 45' 26"	<i>Mém. Ac. 1754.</i>
1734	2 Nov. 10 46 0	1 10 18 50	<i>p. 330.</i>
1735	16 Nov. 12 6 18	1 24 10 53	
1737	13 Déc. 19 31 15	2 22 27 31	1° 21' 40"
1738	28 Déc. 1 6 42	3 6 42 55	0 55 21
1740	11 Janv. 4 57 17	3 20 54 9	
1741	24 Janv. 5 33 57	4 4 55 12	0 38 38
1742	7 Févr. 3 3 18	4 18 44 22	1 18 5
1743	20 Févr. 18 23 38	5 2 16 56	1 50 24
1744	5 Mars 4 41 42	5 15 30 4	

X z z ij

Années.	Temps moyen à Paris.	Longitude.	Latitude.
1745	18 Mars 10 ^h 43' 23"	5 ^s 28° 26' 58"	2 34 16
1746	31 Mars 10 50 31	6 11 3 44	2 44 43
1747	13 Avr. 5 49 15	6 23 22 33	2 47 0
1748	24 Avr. 20 2 0	7 5 24 42	2 42 21
1749	7 May 6 8 17	7 17 12 31	2 30 43
1750	19 May 13 8 19	7 28 47 52	2 13 24
1751	31 May 17 6 55	8 10 14 46	1 50 15
1752	11 Juin 20 0 32	8 21 35 41	1 23 29
1753	23 Juin 22 17 24	9 2 53 49	0 53 28
1754	6 Juil. 1 10 57	9 14 13 0	
1755	18 Juil. 4 55 37	9 25 35 21	0 10 34 hélioc.

Les observations précédentes sont tirées en partie des Calculs de M. le Gentil, (*Mém. Acad.* 1754.), & en partie de ceux de M. de la Caille.

Années.	Temps moyen à Paris.	Long. hélioc. réd. à l'écliptique.	Latitude hélioc.
1756	29 Juil. 11 ^h 56' 19"	10 ^s 7° 5' 59"	0 40 8 A
1757	10 Août 22 17 14	10 18 46 51	1 8 38
1758	23 Août 12 25 30	11 0 40 44	1 35 47
1759	5 Sept. 7 30 8	11 12 50 24	1 56 48
1760	17 Sept. 8 10 42	11 25 18 07	2 30 16 géoc. 2 14 15 hélioc.
1761	30 Sept. 14 7 7	0 8 4 21	2 42 58 géoc. 2 25 0 hélioc.
1762	14 Oct. 1 25 5	0 21 9 53	2 29 40
1763	27 Oct. 18 14 20	1 4 34 49	2 43 20 géoc.

Les oppositions de 1760 & 1761 sont tirées des Observations de M. de la Caille qui s'étoit contenté de donner la latitude géocentrique observée ; cinq autres ont été calculées par M. Jeaurat, qui en a déduit la latitude héliocentrique pour la commodité des Astronomes ; & j'ai observé la dernière avec un très-grand soin, pour servir de vérification à ce que j'ai dit des dérangemens singuliers de Saturne. (art. 858).



LIVRE SEPTIEME.

DE LA LUNE.

1074. LA LUNE est après le Soleil le plus remarquable de tous les astres, & si nous avons différé jusqu'ici d'en parler, c'est parce que les détails des Livres précédens devoient servir d'introduction à celui-ci.

Les premiers Peuples du monde se servirent de la lune pour compter les temps; il n'y avoit dans le ciel aucun signal dont les différences, les alternatives & les époques fussent plus remarquables; il est probable que tous ces peuples avoient puisé dans la plus haute Antiquité, & comme dans la source commune du genre humain, ou dans un instinct également naturel à tous, cette maniere de distribuer leurs exercices & de fixer leurs assemblées par le moyen de la lune, (*Speç. de la Nat. T. IV. p. 302.*).

1075. Les premiers phénomènes que les hommes aperçurent dans le mouvement de la lune, furent les changemens de figure que nous appellons ses *phases*. * Après avoir disparu pendant quelques jours elle commence à se montrer le soir du côté de l'occident peu après le coucher du soleil sous la forme d'un filet de lumière ou d'un croissant dont la lumière est foible, parce qu'elle est diminuée par l'éclat du crépuscule. Hévélius n'a jamais observé la lune plutôt que 40 heures après sa conjonction, ou 27 heures avant (*Selenog. p. 276 & 408*); mais il ajoute que si la lune avoit eu alors une déclinaison plus septentrionale étant périclée & dans les signes ascendants, on auroit pu la voir 24 heures après la conjonction; mais cette circonstance est fort rare, on n'apperçoit guere la lune que le troisième jour après sa conjonction; quoique Kepler ait dit qu'on pouvoit voir la lune, même en conjonction, lorsque sa latitude est de

Phases de
la Lune.

* *Φάσις*, *apparitio*, à *φαίω*, *appareo*; parce que ce sont les différentes manieres dont la Lune paroît.

5 degrés (*Astr. Pars Opt. Cap. 6 Sec. 11*). Le lendemain on voit la lune à pareille heure plus élevée au-dessus de l'horizon & par conséquent plus éloignée du soleil. Son croissant est plus fort, on la voit plus aisément & plus long-temps; chaque jour ce progrès augmente, la lune s'éloigne du soleil en avançant vers l'orient, sa lumière se fortifie & vers le sixième jour elle paroît exactement sous la figure d'un demi-cercle, on dit qu'elle est alors dans son PREMIER QUARTIER.

Premier
Quartier.

Après avoir paru sous la forme d'un demi-cercle lumineux, la lune continue de s'éloigner du soleil & d'augmenter en lumière pendant 8 jours, elle paroît alors tout-à-fait circulaire; son disque entier & lumineux brille pendant toute la nuit & c'est le jour de la PLEINE LUNE, ou de l'opposition: on la voit passer au méridien à minuit & se coucher dès que le soleil s'élève, tout annonce alors qu'elle est directement opposée au soleil par rapport à nous.

Pleine Lune.

1076. Après la pleine lune arrive le décroissement, qui donne les mêmes phases & les mêmes figures que nous venons d'indiquer en parlant de l'accroissement de la lune; elle est d'abord ovale, puis *dichotome* * ou sous la forme d'un demi-cercle, & c'est le DERNIER QUARTIER.

Dernier Quartier.

Bientôt le demi-cercle de lumière diminue & prend la forme d'un croissant qui devient chaque jour plus étroit, & dont les cornes sont toujours du côté le plus éloigné du soleil; la lune alors se trouve avoir fait le tour du ciel, & se rapproche du soleil; on la voit se lever le matin un peu avant le soleil, dans la même forme qu'elle avoit le premier jour de l'observation; (1075) elle se rapproche du soleil & se perd enfin dans ses rayons, c'est ce qu'on appelle la NOUVELLE LUNE, ou la conjonction.

Nouvelle Lune.

1077. La mesure la plus naturelle du temps fut celle que présentent les phases de la lune, en changeant tous les jours d'une manière sensible le lieu de son lever & de son coucher, en variant sans cesse de figure & recommençant ensuite un nouvel ordre de changemens tous semblables, elle offroit une règle publique & des nombres faciles,

* *Δίκομος, bicornis, Τόμος, frustum sectione ablatum.*

sans le secours de l'écriture, des calculs, des dates, des almanachs; les peuples trouvoient dans le ciel un avertissement perpétuel de ce qu'ils avoient à faire; les familles des enfans de Noë les plus dispersées dans les plaines de Sennaar, se réunissoient sans méprise au terme convenu de quelque phase de la lune.

1078. LA NÉOMÉNIE * servit à régler les exercices publics, les assemblées, les sacrifices; ce culte & ces fêtes n'avoient pas la lune pour objet, mais pour indication; on comptoit la lune du jour qu'on commençoit à l'apercevoir. Pour la découvrir aisément on s'assembloit le soir sur les hauteurs; quand le croissant avoit été vû on célébroit la néoménie ou le sacrifice du nouveau mois qui étoit suivi de fêtes ou de repas. Les nouvelles lunes qui concouroient avec le renouvellement des quatre saisons, & auxquelles on a substitué nos *Quatre temps*, étoient les plus solennelles. Voy. *Casali de comparatione rituum Christ. & Pagan.*

Fête de la
Néoménie.

On retrouve dans les histoires de tous les peuples du monde cette coutume de se réunir sur les hauts lieux ou dans les déserts, d'observer la nouvelle phase, de célébrer la néoménie par des sacrifices ou des prières; la solennité particulière de la nouvelle lune qui concouroit avec les semaines ou qui suivoit l'entière récolte des biens de la terre, se trouve dans toutes les histoires; les Hébreux, les Egyptiens, les Arabes, les Grecs, les Romains, les Gaulois & même les Américains étoient dans cet usage. Voyez *M. Goguet Tome 2 pag. 92.*

1079. On dut remarquer naturellement que les éclipses de soleil qui arrivent au moins tous les 4 à 5 ans, arrivent entre le dernier croissant d'un cours de lune fini & la première phase d'une nouvelle lune, c'est-à-dire, entre le temps où la lune s'approche le plus du soleil & celui où elle commence à s'en éloigner; on voit alors sur le soleil un corps rond & parfaitement noir, on le voit se glisser peu à peu devant le disque du soleil & en intercepter la lumière, du moins en partie, quelquefois en entier: les premiers ob-

Eclipses de
Soleil causées par
la Lune.

* Νέος, novus, Μηνη, Luna.

servateurs virent bien que ce corps obscur ne pouvoit être autre chose que celui de la lune qu'on avoit vû les jours précédens s'avancer de plus en plus vers le soleil, & qu'on voyoit ensuite un ou deux jours après se placer de l'autre côté du soleil, & s'en éloigner avec la même vitesse.

Opacité de la
Lune.

1080. La lune après avoir intercepté la lumière du soleil en plein jour paroissoit absolument noire & opaque; on comprit par-là qu'elle ne brilloit qu'autant qu'elle étoit éclairée; le côté qu'elle tournoit vers nous dans le temps d'une éclipse de soleil ne pouvant recevoir aucune lumière du soleil, ne nous en rendoit aucune. C'est ainsi que les premiers bergers durent comprendre que la lune étoit un globe massif, opaque, qui ne renvoyoit vers nous les rayons tombés sur sa surface que parce qu'ils ne la peuvent traverser, & qui n'étoit lumineux que lorsqu'il étoit éclairé par le soleil; on voyoit d'ailleurs que la lune n'étoit jamais plus lumineuse & plus resplendissante que quand elle étoit opposée au soleil, de manière à nous réfléchir toute la lumière que le soleil envoyoit sur sa surface ou sur son disque, preuve qu'elle ne renvoyoit vers nous qu'une lumière empruntée.

Eclipses de
Lune.

1081. Quatorze ou quinze jours après une éclipse de soleil on voit quelquefois une éclipse de lune. Avant le commencement de cette éclipse la lune étoit pleine, ronde, lumineuse & opposée au soleil, elle se levoit le soir au coucher même du soleil, elle passoit toute la nuit sur l'horison & se couchoit le matin au soleil levant; c'est le temps de l'OPPOSITION ou de la PLEINE LUNE, (1075).

Lunaison;

1082. Il se passe à peu-près 29 jours & demi d'une nouvelle lune à l'autre, c'est une observation facile, & les premiers pasteurs ne manquèrent pas de la faire; c'est ce qu'on appelle un *mois lunaire*, *mois synodique*, ou LUNAI-SON, nous en verrons bien-tôt une détermination plus exacte (1103).

Explication des
Phases.

1083. La lune est un corps opaque & qui n'a point de lumière par elle-même, cela est démontré par les éclipses; la lune nous cache le soleil lorsqu'elle passe devant lui, & le cache de manière à nous jeter dans les plus profondes ténèbres

ténébres, comme cela est arrivé à Paris en 1706 & en 1724.

Le soleil éclairant toujours la moitié du disque lunaire, nous ne pouvons voir la lune pleine que quand nous appercevons cette moitié éclairée, & que nous l'appercevons toute entière; si nous sommes placés de côté, en sorte que nous ne puissions voir que la moitié de la partie éclairée, c'est-à-dire, de l'hémisphère exposé au soleil, nous ne verrons qu'un demi-cercle de lumière, la lune paroîtra en quartier: telle est la cause des phases de la lune.

1084. Soit S le soleil, (*Fig. 80*) T la terre autour de laquelle tourne la lune dans son orbite, EO le globe de la lune placé entre la terre & le soleil, c'est-à-dire, en CONJUNCTION au temps de la nouvelle lune; alors la partie E est seule éclairée du soleil; au contraire la partie O est la seule visible pour nous: ainsi l'hémisphère éclairé est précisément celui que nous ne voyons point, & l'hémisphère visible est celui qui n'est point éclairé du soleil, telle est la cause qui rend alors la lune invisible pour nous.

Hémisphère éclairé & hémisphère visible.

Fig. 80.

Au contraire, quand la lune est opposée au soleil, l'hémisphère éclairé L est précisément celui que nous voyons, parce que nous sommes placés du même côté que le flambeau qui l'éclaire; il n'y a rien de perdu pour nous de la lumière que la lune répand, & son disque visible est le même que son disque éclairé; c'est pourquoi la lune nous paroît pleine, c'est-à-dire, ronde & lumineuse quand elle est en OPPOSITION.

Quand la lune est éloignée de 90 degrés du soleil, c'est-à-dire, à moitié chemin de O en L ou de la *conjonction* à l'*opposition*, l'hémisphère visible est AQZ , l'hémisphère éclairé par le soleil est MZQ ; ainsi nous ne voyons que la moitié de l'hémisphère éclairé, c'est-à-dire, nous ne voyons qu'un demi-cercle de lumière, tel qu'il est représenté séparément en N , la rondeur lumineuse étant toujours du côté du soleil.

1085. Si la lune est à 45 degrés du soleil, c'est-à-dire, dans son PREMIER OCTANT; la partie éclairée est CDF , la partie visible est BCD ; ainsi il n'y a de visible pour nous que la partie CD de l'hémisphère éclairé: alors la lune pa-

Des Octans.

roit sous la forme d'un croissant, tel qu'on le voit en G ; nous ne voyons d'éclairé que la huitième partie de la surface du globe lunaire, & la lune est éloignée du soleil de la huitième partie d'un cercle: c'est ce qui a fait appeller cette phase un *oçant*.

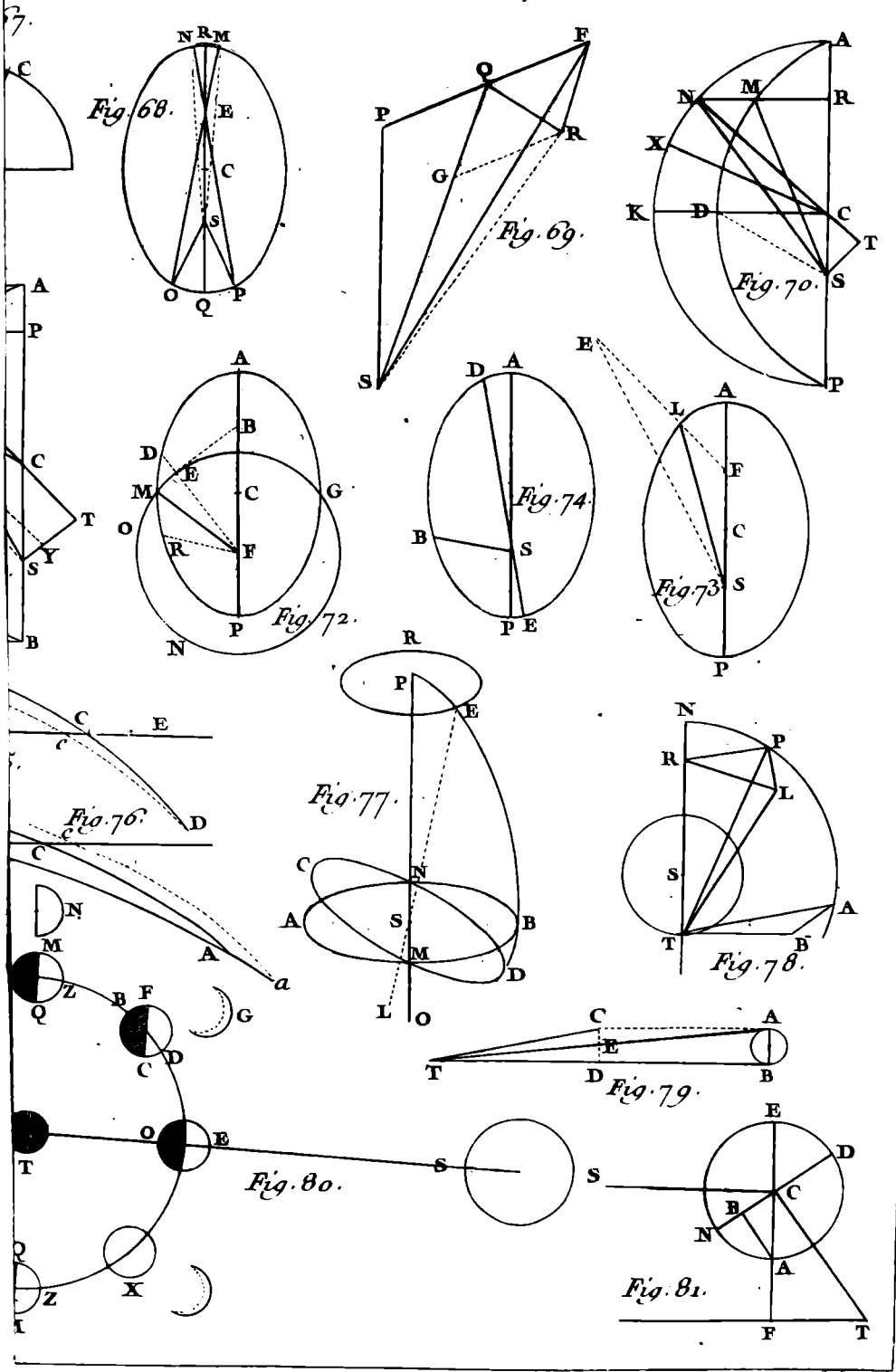
Dans le SECOND OCTANT l'hémisphère visible est HIK ; l'hémisphère éclairé par le soleil est IKP ; ainsi il ne manque à notre vûe que la petite portion IH pour que nous puissions voir la partie éclairée toute entière; nous verrons alors plus de la moitié du disque lunaire, & la lune paroîtra sous la forme R .

Le troisième oçant V qui arrive 45 degrés au-delà de l'opposition, est semblable au second oçant; & le quatrième oçant X est pareil au premier.

Calcul de la
portion éclairée.

Fig. 81.

1086. Pour calculer la portion lumineuse & visible du disque lunaire, soit S le soleil (Fig. 81), T le centre de la terre, C le centre de la lune, AE le diamètre de la lune, perpendiculaire au rayon du soleil & qui sépare la portion éclairée ANE , de la portion obscure ADE ; le diamètre lunaire ND perpendiculaire au rayon TC de la terre, sépare la partie visible DAN de la partie invisible DEN ; on abaissera de l'extrémité A du diamètre lumineux une perpendiculaire AB sur le diamètre visible de la lune, & la ligne NB fera la largeur de la partie visible de l'hémisphère lumineux; en effet, de tout l'hémisphère lumineux ANE il n'y a que la partie AN qui soit comprise dans l'hémisphère visible DAN , & l'arc AN ne peut paroître à nos yeux que de la largeur BN : par la même raison que le demi-cercle entier NAD ne paroît que comme un simple diamètre NBD , & qu'un hémisphère entier ne paroît que comme un cercle ou un plan dont il est la projection; c'est ce que l'on verra plus au long dans le X^e. Livre où nous parlerons des projections dans les éclipses. La portion NB du diamètre visible $NBCD$, est le sinus verse de l'arc NA ; l'arc NA ou l'angle NCA est égal à l'angle de l'élongation CTF (qui est la distance de la lune au soleil; car la ligne TF est supposée parallèle à la ligne CS à cause de la distance prodigieuse du soleil); il suffit pour s'en convaincre d'ob-



ferver que l'angle NCA est le complément de l'angle FCT , à cause de l'angle droit NCT ; mais l'angle FCT est le complément de l'angle FTC à cause du triangle rectangle CFT ; donc l'angle NCA est la même chose que l'angle FTC ; donc dans les différentes phases de la lune la largeur du segment lumineux de la lune, est égale au sinus versé de l'angle d'élongation, en prenant pour rayon le rayon même du disque de la lune, ou la distance des cornes du croissant. Par exemple, quand la lune quatre à cinq jours après sa conjonction, est à 60 degrés du soleil, sa partie lumineuse NB est la moitié du rayon NC ou le quart du diamètre entier ND de la lune, parce que le sinus versé de 60 degrés dans un cercle quelconque est la moitié du rayon de ce cercle. Si le disque lunaire est exprimé par un cercle GNH (Fig. 83), C le centre, NB égal à la moitié du rayon CN , on aura $GNHGB$ pour la grandeur & pour la figure du croissant de la lune, à 60 degrés d'élongation.

Mesure de la partie lumineuse.

Fig. 83i

1087. Les réflexions précédentes font voir que ce n'est pas exactement le sinus versé de l'élongation, mais plutôt le sinus versé de l'angle extérieur formé au centre de la lune; en effet, nous avons supposé dans la démonstration précédente, que les lignes CS & TF menées au soleil, soit de la terre, soit de la lune, étoient sensiblement parallèles; cela n'est vrai qu'à cause de la grande distance du soleil qui est 360 fois plus loin de nous que la lune. (Voyez Livre IX); mais si les rayons ST & SV (Fig. 82) ne sont pas parallèles, on aura l'angle extérieur TVO du triangle SVT égal à l'angle NVA : or la partie éclairée & visible NB est égale au sinus versé de l'angle NVA , donc la largeur de la partie éclairée & visible d'une planète est à son diamètre entier, comme le sinus versé de l'angle extérieur du triangle formé au soleil, à la terre & à la planète, est au diamètre du cercle.

Fig. 82.

Règle plus générale.

1088. Il nous reste à démontrer que la courbure GBH (Fig. 83) qui forme l'intérieur du croissant est une ellipse, dont le grand axe GH est égal au diamètre même du disque lunaire: pour cela nous nous contenterons d'observer que GBH est la circonférence du cercle *terminateur*.

Fig. 83i

A A a a ij

de la lumière & de l'ombre, du cercle qui sépare l'hémisphère éclairé de l'hémisphère obscur de la lune; ce demi-cercle est vu de côté sous un angle qui est le complément de l'angle d'élongation, c'étoit l'angle *ACT* (Fig. 81): or un cercle vu obliquement paroît toujours sous la forme d'une ellipse, comme on le verra dans le X^e Livre; donc *GBH* est le contour d'une ellipse.

Quantités
négligées.

1089. J'ai négligé dans les articles précédens la petite erreur qui peut provenir de ce que les rayons menés du soleil à la lune & de la lune à la terre, ne sont pas exactement parallèles entr'eux; mais l'erreur n'allant jamais à un quart de degré, est insensible dans ces sortes de calculs: j'ai négligé de même la différence entre les grosseurs du soleil, de la terre & de la lune, qui fait que le soleil éclaire toujours plus de la moitié du globe de la lune, & que nous en voyons aussi un peu plus de la moitié; mais la différence ne va qu'à un degré de la circonférence de la lune de chaque côté, l'erreur qui en résulte sur le diamètre apparent de la lune, ne va pas à un quinzième de seconde: car le sinus verse d'un arc de 15 minutes, 0,000095 n'est pas la cent millième partie du rayon; ainsi nous n'insisterons point là-dessus.

Lumière
cendrée.

1090. On voit distinctement après la nouvelle lune que le croissant qui en fait la partie la plus lumineuse, est accompagné d'une lumière foible répandue sur le reste du disque; on entrevoit alors toute la rondeur de la lune; & c'est ce qu'on appelle LA LUMIÈRE CENDRÉE.

La terre réfléchit la lumière du soleil vers la lune, comme la lune la réfléchit vers la terre: quand la lune est en conjonction, la terre est pour elle en opposition; c'est proprement pleine terre pour la lune, comme dit Hévélius, & la clarté que la terre répand sur la lune est telle que la lune peut encore nous la réfléchir; ainsi nous appercevrons la lune entière lorsqu'elle est en conjonction, si le soleil que nous voyons en même temps n'absorboit entièrement cette lueur terrestre réfléchie sur le globe lunaire, & n'empêchoit de voir la lune.

1091. Les Anciens eurent beaucoup de peine à expli-

cher la cause de cette lumiere ; les uns l'attribuoient à la lune même, ou transparente, ou phosphorique. Tycho l'attribuoit à la lumiere de Vénus ; d'autres aux étoiles fixes. (*Ricc. Alm.* 1. 199. (Mœstlinus fut le premier qui découvrit la véritable cause de cette lumiere cendrée. (*Weidler Hist. Astr.* pag. 396) ; Galilée en donna ensuite la même explication. (*Nunc. Syd.* pag. 28), & ce sentiment a été généralement adopté comme une chose de la dernière évidence. (*Kepl. Opt.* pag. 254. Hevel. *Selenog.* 288, 400).

1092. Cette lumiere paroît beaucoup plus vive quand on se place près d'un mur, de maniere à ne point voir la partie lumineuse de la lune qui efface un peu la lumiere cendrée ; elle est suffisante alors pour nous faire distinguer les grandes taches de la lune, telles que la mer des crifes, surtout vers le 3^e. jour de la lune, & le matin aux environs de l'équinoxe du printems.

1093. La lumiere de la lune n'est accompagnée d'aucune chaleur ; M. de la Hire le fils exposa le miroir concave de l'Observatoire qui a 35 pouces de diamètre aux rayons de la pleine lune, lorsqu'elle passoit au méridien dans le mois d'Oct. 1705, & il rassembla ces rayons dans un espace 306 fois plus petit que dans l'état naturel : cependant cette lumiere concentrée ne produisit pas le moindre effet sur le thermomètre de M. Amontons, qui étoit très-sensible ; (*Hist. de l'Ac.* 1699 pag. 94 *Mém. Acad.* 1705 pag. 346).

Lumiere de la Lune.

1094. M. Bouguer a trouvé par expérience que la lumiere de la lune est 300 mille fois moindre que celle du soleil, & cela en les comparant l'un & l'autre avec la lumiere d'une bougie placée dans l'obscurité. (*Tr. d'Opt. sur la gradat. de la lumiere in-4°*, 1760 pag. 89).

DE LA RÉVOLUTION DE LA LUNE.

1095. Les plus anciens Philosophes comprirent d'abord que la lune tournoit chaque mois tout autour de la terre, qu'elle en étoit la compagne ; &, comme nous disons actuellement, *le Satellite* ; Aristote, au rapport d'Averroës, disoit que la lune lui paroissoit comme une terre athérienne ;

on peut voir dans Macrobe & dans Plutarque , tout ce que les Philosophes avoient dit à ce sujet.

Il est donc évident que la lune tourne autour de la terre; & il ne s'agit plus que de connoître la durée de sa révolution ; nous allons la rechercher à peu-près : mais pour la connoître bien exactement, il faudra dans la suite faire usage de la connoissance que nous aurons acquise de ses inégalités.

Les premiers Observateurs durent reconnoître bien facilement que dans l'espace de 59 jours la nouvelle lune arrivoit deux fois , en sorte que la durée d'une lunaison étoit de 29 jours & demi ; mais cette règle à peu-près vraie, étoit sujette à plusieurs exceptions & à plusieurs inégalités qu'on ne développa que bien long-temps après.

Cycle de Méton.

1096. La première connoissance exacte que l'on ait eue dans la Grèce du mouvement de la lune , ou de la durée exacte de sa révolution, fut celle que donna Méton, qui vivoit environ 430 avant J. C. Il reconnut ou il apprit des Orientaux qu'en 19 ans solaires il se passoit 235 mois lunaires complets ; & cette détermination n'est en défaut que d'un jour sur 312 ans, (1308), ainsi la règle de Méton étoit assez exacte pour les usages de la société.

Cette découverte parut si belle à Athènes & dans plusieurs villes de la Grèce qu'on en plaça le calcul dans les places publiques, pour l'usage des citoyens, & qu'on appella *nombre d'or* cet espace de 19 ans qui ramenoit exactement la lune en conjonction avec le soleil au même point du ciel, ou au même jour de l'année solaire.

Grande année d'Hipparque.

1097. Hipparque trouva ensuite plus exactement, que dans l'espace de 304 ans il y avoit 1760 mois lunaires exactement, & cette période fut appelée *la grande année d'Hipparque* ; il suit de cette règle que le mois lunaire est de 29j 12^h 44' ou environ.

Mois synodique & Mois périodique.

1098. Le mois synodique * de 29j 12^h, qu'on appelle aussi lunaison ne finit que quand la lune après avoir fait le tour du ciel est revenue en conjonction avec le soleil ; mais dans cet intervalle de temps le soleil a fait lui-même 29 degrés par son mouvement propre d'Occident en Orient ; ainsi

* *Σύνη*, cum, *ὁδός*, via ; parce que c'est le retour de la Lune avec le Soleil.

la lune a fait 29 degrés de plus que le tour entier du ciel ; d'où il est aisé de voir qu'elle n'auroit employé que 27 jours & un tiers à faire les 360 degrés, c'est-à-dire, à revenir à un même point du ciel ; c'est cette révolution de 27 $\frac{1}{3}$ & un tiers qu'on appelle MOIS PÉRIODIQUE *, & c'est celui que nous allons déterminer par les anciennes observations.

1099. La plus ancienne éclipse que nous avons des Babyloniens se rapporte au 19 Mars 720 avant J. C. 6^h 48' au méridien de Paris, le lieu du soleil & par conséquent celui de la lune étoit, suivant le calcul de M. Cassini, 5^s 21° 27' (*Elém. d'Astr. pag. 293*) ; il compare cette éclipse à celle du mois de Septembre 1717, dans laquelle le lieu de la lune s'est trouvé de 11^s 27° 34', le 9 Sept. (*v. style*) à 6^h 2' du soir ; l'intervalle est de 2437 années, dont 609 sont bissextiles ; ou de 890288 jours moins 46 minutes : pendant ce temps il y a eu 32585 révolutions de la lune, plus 6^s 6° 12' ; ce qui donne la révolution moyenne de la lune à l'égard des équinoxes de 27 $\frac{1}{3}$ 7^h 43' 5".

1100. Cette détermination est la plus exacte que l'on puisse trouver par des observations éloignées, il n'y auroit d'autre correction à y faire que celle qui provient des différentes inégalités de la lune dans ces deux observations ; mais la lune étoit dans les deux cas à peu-près à la même distance de ses absides, comme l'on pourra s'en assurer quand nous aurons parlé du mouvement de l'apogée ; il nous suffira de dire qu'après beaucoup de recherches semblables, cette révolution périodique s'est trouvée de 27 $\frac{1}{3}$ 7^h 43' 4" 45''' seulement, par rapport aux équinoxes pour ce siècle-ci (1164), & le mouvement diurne de la lune 13° 10' 35" 45'''.

Révolution de
la Lune par rap-
port aux équi-
noxes.

1101. Il faut ajouter 7" à cette détermination si l'on veut avoir la révolution moyenne de la lune par rapport aux étoiles fixes, parce que dans l'espace d'un mois lunaire les équinoxes rétrogradent d'environ 4" de degré, en sorte que la lune rencontre plutôt l'équinoxe qu'elle n'eût rencontré une étoile fixe située au même point du ciel, & la dif-

* *Περί, circum, ὁδός, via* ; parce que c'est la révolution complète autour de la Terre.

Par rapport
aux étoiles.

Révolution
synodique.

férence est pour la lune de 7" de temps ; ainsi la révolution moyenne sydérale de la lune est de 27^j 7^h 43' 12" de temps moyen.

1102. Connoissant la révolution périodique avec exactitude, il est aisé de trouver la révolution synodique, c'est-à-dire, par rapport au soleil, ou la durée d'une lunaison moyenne, en disant: *La différence des mouvemens de la lune & du soleil, est au mouvement de la lune, comme la révolution périodique est à la révolution synodique.* En effet, le mouvement de la lune par rapport au soleil ou la différence des mouvemens du soleil & de la lune est ce qui détermine la longueur du mois synodique, tandis que le mouvement de la lune seule détermine le mois périodique ; ces deux mois sont donc entr'eux dans la raison inverse de ces mouvemens, c'est-à-dire, comme le mouvement absolu de la lune est à son mouvement relatif ou par rapport au soleil.

1103. Bouillaud trouve que la révolution synodique ou le mois lunaire est de 29^j 12^h 44' 3" 9"^{'''} 37^{iv} 9^v 59^{vi} 15^{vii} 15^{viii}. M. Mayer trouve qu'il étoit au commencement de l'ère chrétienne de 29^j 12^h 44' 3" 15"^{'''} 0^{iv}, & au commencement de ce siècle ou vers l'année 1700 de 29^j 12^h 44' 2" 53"^{'''} 23^{iv}, parce qu'à cause de l'accélération de la lune (1163), la longueur du mois lunaire a diminué de 21"^{'''} & 37^{iv} de temps, dans l'espace de 1700 ans.

DES INÉGALITÉS DE LA LUNE.

1104. Les révolutions moyennes de la lune que nous venons de déterminer supposent dans la lune un mouvement toujours égal & uniforme ; cependant il n'est aucun astre dont les mouvemens soient aussi compliqués & aussi irréguliers ; comme l'observoit déjà Pline le Naturaliste : *Multiformi hæc ambage torfit ingenia contemplantium, & proximum ignorari maxime sydus, indignantium,* (*Hist. nat. L. 2 cap. 9*). Ce sont ces inégalités dont nous allons traiter en nous réduisant d'abord à ce que les observations seules ont fait connoître immédiatement, sans le secours des calculs de l'attraction,

Ces

Ces inégalités sont au nombre de quatre principales, sans compter le mouvement de l'apogée de la lune, & le mouvement du nœud : la 1^{re}. est l'équation du centre, la 2^e. est l'évection, la 3^e. est la variation, la 4^e. est l'équation annuelle ; nous en parlerons ensuite.

Quatre inégalités principales.

1105. A l'égard des petites inégalités que la théorie de l'attraction a fait connoître, du moins à peu-près, je tâcherai aussi d'en donner une idée ; mais comme on les a reconnues moitié par le calcul, moitié par l'observation, à force d'essais & de tâtonnemens, que le calcul en est immense, & qu'il est encore fort douteux qu'on les connoisse bien ; je n'entrerai pas dans ce détail prodigieux qui ne les feroit connoître même que d'une manière imparfaite & peu sûre : il ne faut regarder les 10 petites équations dont nous parlerons ci-après (1144 & suiv.), que comme une hypothèse qui explique & qui représente à peu-près les observations qu'on a faites jusqu'ici du mouvement de la lune.

1106. Pour suivre le progrès des Astronomes dans cette partie, nous sommes obligés de recourir au Livre de Ptolémée, (*Almag. L. iv. chap. 1*) : il nous avertit d'abord qu'il faut choisir les éclipses de lune pour établir la théorie de la lune, parce que ces éclipses nous paroissent de la même manière que si nous étions au centre même de la terre, auquel ces mouvemens doivent nécessairement se rapporter ; au lieu que dans toute autre situation la diversité d'aspect ou la parallaxe ajoute à ces recherches une nouvelle difficulté, comme on le verra dans le IX^e. Livre.

Les inégalités de la lune sont si grandes & si variées, qu'il parut d'abord aux anciens Astronomes fort difficile de déterminer seulement la durée d'une révolution *moyenne* de la lune, c'est-à-dire, d'une révolution qui ne seroit point augmentée ni diminuée par les inégalités périodiques de la lune.

1107. Pour parvenir à connoître cette révolution moyenne, en se servant toujours des éclipses de lune, ils cherchèrent combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de temps ; ils trouverent 6585 jours & 8 heures, qui sont

Période de
18 ans.

223 mois lunaires ou 18 ans & 10 jours, c'est-à-dire, qu'ils reconnurent que quand deux éclipses de lune avoient été éloignées de 18 ans & 10 jours, il en revenoit toujours une semblable au bout d'un pareil espace de temps, lorsque le soleil avoit fait 18 révolutions avec 10° & $40'$. Dans cet intervalle, toutes les inégalités de la lune avoient eu leur cours & recommençoient toutes ensemble soit en longitude soit en latitude. (*Almag.* 4. 2). Hipparque reconnut que cette période de 223 lunaisons n'étoit pas rigoureusement exacte; nous la prendrons seulement pour exemple.

I I O 8. Dans cet espace de 223 lunaisons ou retours de la lune au soleil, les Anciens remarquerent que la révolution de l'inégalité de la lune qui étoit d'environ 5 degrés, avoit recommencé 239 fois; la révolution de la latitude 242 fois, & celle de la longitude 241 fois, c'est-à-dire, que la lune avoit été 241 fois au même degré de longitude, 239 fois à sa plus grande inégalité, 242 fois à son nœud, à quelque chose près: il n'en falloit pas davantage pour reconnoître les trois principales circonstances du mouvement de la lune, c'est-à-dire, son moyen mouvement; le mouvement de son apogée & celui de son nœud, circonstances nécessaires pour trouver les quatre inégalités dont nous avons à parler.

I I O 9. Cette période de 223 lunaisons que les Anciens avoient employée pour calculer les retours égaux des éclipses, ramenoit la lune à une même latitude, aussi bien qu'à une même longitude, ou à un même degré du Zodiaque; Ptolémée ajoute que si l'on ne s'attache pas aux éclipses & qu'on veuille seulement considérer l'inégalité de la lune dans son mouvement en longitude le long du Zodiaque, en allant d'une pleine lune à l'autre, on aura des retours égaux de la lune en 251 mois, pendant lesquels il y aura eu 269 restitutions des inégalités de la lune.

I I I O. Tel est donc l'aspect sous lequel les plus anciens Astronomes commencèrent à considérer la lune, quand ils voulurent parvenir à en déterminer les inégalités; ils virent que des éclipses de lune arrivées dans le même point du ciel, & dans la même saison de l'année ne se trouvoient point à des distances égales pour le temps; ils firent une

Table des intervalles de temps observés entre plusieurs éclipses de lune, & ils chercherent s'il n'y auroit pas entr'elles deux intervalles de temps qui fussent exactement égaux, cela ne se rencontra que sur 223 lunaifons ou 18 ans; il étoit donc évident que la lune ne revenoit pas au même degré d'inégalité, quoiqu'elle revînt au même point du ciel, & en conjonction avec le soleil.

I I I I. En examinant la lune dans l'espace d'un mois, il n'étoit pas difficile de voir que tous les 7 jours elle avoit cinq à six degrés d'inégalité; qu'au bout de 14 jours cette inégalité disparoissoit, & ainsi de suite; qu'il y avoit toujours dans le mois deux points éloignés tout à la fois d'une demi-révolution en temps, & d'un demi-cercle en longitude; c'est-à-dire, deux moitiés égales parcourues en temps égaux: en sorte que les inégalités recommençoient toujours au bout de 27 jours & 13 heures, quoique la lune à chaque fois ne se trouvât pas au même point du ciel; mais toujours un peu plus avancée dans le Zodiaque d'environ 3 degrés à chaque révolution.

Première inégalité, ou équation du centre.

I I I 2. Pour expliquer cette première inégalité, on supposa que la lune décrivoit un cercle excentrique, comme nous l'avons expliqué pour le soleil (572); ou bien un épicycle placé sur un cercle concentrique (572), & en même temps que la ligne des apsidés (569), c'est-à-dire, la ligne qui va de l'apogée au périgée changeoit de position & s'avancoit vers l'Orient d'environ 3 degrés par mois.

I I I 3. Ptolémée employa pour déterminer cette première inégalité 3 éclipses de lune observées à Babylone dans les années 721 & 720 avant J. C. & il la trouva de 5°. C'est cette première inégalité que nous appellons *équation du centre*, & qui est appelée dans Kepler *inæqualitas soluta*. Nous donnerons ci-après sa véritable quantité avec plus d'exactitude (1125 & 1159).

I I I 4. Pour déterminer le lieu de l'apogée de la lune en différens temps, à la maniere des Anciens, je suppose qu'on ait rassemblé un grand nombre d'éclipses de lune; on aura autant de lieux de la lune donnés par observation: car chaque éclipse de lune nous apprend que la lune a eu la

Trouver l'apogée de la Lune.

BB bb ij

même longitude que le soleil, à six signes près dans le temps de la conjonction, & la longitude du soleil est supposée connue pour un temps quelconque, au moyen des recherches précédentes; ainsi l'on connoît le lieu de la lune au temps de chaque éclipse.

I I I 5. On prendra l'intervalle du temps moyen entre une de ces éclipses prise pour époque, & une autre éclipse; on calculera le mouvement moyen de la lune en longitude pour cet intervalle de temps, au moyen du mouvement diurne (1100); on les ajoutera au vrai lieu de la lune dans le temps de l'époque; on aura pour le temps de la seconde éclipse une longitude différente de celle qui aura été observée. Ayant fait la même opération sur un grand nombre d'éclipses, on choisira celles où la différence entre le lieu calculé & le lieu observé, aura été la plus grande.

I I I 6. S'il se trouve deux éclipses où cette différence soit égale entre le lieu moyen & le lieu vrai, mais en sens contraire, avant & après l'époque, ce sera une preuve que la lune au temps de l'époque choisie, étoit dans son apogée ou dans son périgée; & que son lieu moyen étoit le même que son lieu vrai: ainsi l'on connoîtra le lieu de l'apogée de la lune.

Autre méthode.

I I I 7. Depuis la découverte des lunettes on a un moyen encore plus simple de trouver l'apogée de la lune, en observant les diamètres apparens de la lune; car ce diamètre varie depuis $29' \frac{1}{2}$ jusqu'à $33' \frac{1}{2}$, (1186); l'on est donc assuré que la lune est apogée toutes les fois que son diamètre apparent n'est que de $29' \frac{1}{2}$, & qu'elle est périgée lorsque ce diamètre est de $33' \frac{1}{2}$; cette méthode seroit suffisante pour trouver le lieu de l'apogée de la lune à très-peu près, si l'on ignoroit son mouvement.

I I I 8. Mais il y a une manière encore plus exacte de trouver le lieu de l'apogée de la lune par le moyen de ses diamètres, c'est d'en observer la quantité vers les moyennes distances, lorsque le diamètre est environ de $31' \frac{1}{2}$. Si on l'a trouvé deux fois de la même quantité, c'est une preuve que dans ces deux observations la lune étoit à des distances égales de ses apsidés; ainsi prenant un milieu entre les deux

temps où l'on a observé, on aura le temps où la lune a été apogée.

I I I 9. EXEMPLE. Le 15 Septembre 1762 à midi le diamètre horifontal de la lune étoit de $33' 14''$, le lendemain il étoit plus grand ; mais le 18 à midi il étoit revenu à la même grandeur que trois jours auparavant, & il étoit de $33' 14''$; cela prouve que dans le milieu de l'intervalle ou à minuit du 16 au 17 la lune avoit été dans son périgée.

I I 2 0. C'est en observant ainsi les diamètres de la lune que Horox vers l'an 1638, trouva qu'il falloit un balancement de l'apogée de la lune & un changement d'excentricité pour expliquer la seconde équation trouvée par Ptolémée, dont nous parlerons ci-après (1123).

I I 2 1. Après avoir ainsi déterminé plusieurs fois le lieu de l'apogée de la lune en différens temps, on a trouvé qu'il faisoit le tour du ciel dans l'espace de 8 ans 309 jours $8^h 37' \frac{1}{2}$, ou, ce qui revient au même, que son mouvement annuel étoit de $40^{\circ} 39' 52''$. De-là il suit que le mouvement moyen de la lune étant pris pour unité, celui de son apogée est égal à la fraction décimale 0, 00845525, dont le logarithme est 7, 9271264 ; & que la révolution anomalistique de la lune est de $27^j 13^h 18' 34''$.

Mouvement de l'apogée.

I I 2 2. Jusqu'au temps de Ptolémée on s'étoit borné principalement à observer des éclipses de lune ; & la première inégalité de 5° (1113) étoit la seule qui pût s'y reconnoître : « Nous avons trouvé, dit-il, (*Almag. Liv. v* » *Cap. 2*) qu'il n'y avoit que la première & simple inégalité dans les oppositions, les conjonctions & les éclipses ; » mais on s'assurera facilement qu'elle ne suffit pas pour » calculer les mouvemens particuliers de la lune observés » dans les autres aspects. LA SECONDE INÉGALITÉ se rapporte aux distances de la lune au soleil ; elle se rétablit & » disparoît dans les conjonctions & dans les oppositions ; » elle est la plus grande dans certaines quadratures ; nous » avons découvert cette différence par les observations de » la lune que nous avons d'Hipparque, & par celles que » nous avons faites au moyen d'un instrument construit

» exprès pour mesurer les différences de longitude le long
» du Zodiaque entre le soleil & la lune ».

Seconde iné-
galité, ou évec-
tion.

Ces distances de la lune au soleil observées par Hipparque & par Ptolémée, s'accordoient quelquefois avec le calcul de la première inégalité ou de la première supposition, (1111); elles en étoient d'autres fois plus ou moins éloignées. Ayant examiné plusieurs fois & avec soin la marche de cette inégalité, Ptolémée reconnut qu'il n'y avoit aucune erreur ou différence dans les quadratures lorsque la lune étoit apogée ou périgée *; mais qu'il y avoit une différence de $2^{\circ} \frac{2}{3}$ quand la lune étoit en quadrature, & à 3 signes de son apside: alors en effet l'inégalité qui seroit de 5° , suivant les règles établies ci-dessus (1112), se trouve être réellement de $7^{\circ} \frac{2}{3}$, c'est-à-dire, plus grande de $2^{\circ} \frac{2}{3}$ en vertu de la seconde inégalité; de-là Ptolémée conclut que l'épicycle de la lune est porté dans un cercle excentrique, en sorte que pour expliquer ces deux inégalités ensemble il se sert d'un excentrique & d'un épicycle.

Mais dans l'explication que donne Copernic de cette inégalité, (*de Revol. Liv. iv. Cap. 8*), en suivant les mêmes données que Ptolémée, on a deux épicycles. La lune parcourt le petit épicycle en $14^j 18^h$, c'est-à-dire, dans l'espace de temps nécessaire pour aller de la conjonction à l'opposition, ou d'une syzigie * à l'autre; son mouvement dans le petit épicycle est double du mouvement de la lune au soleil. C'est ainsi que la seconde inégalité découverte par Ptolémée, & que l'on appelle aujourd'hui *Evection*, s'expliquoit encore du temps de Tycho, c'est-à-dire, jusques vers l'an 1590. Ptolémée l'appelloit *πρόσχυσις*, *épicycli quasi annutum*; Copernic l'appelloit *prostaphæresis secundæ epicycli*; Tycho l'appelloit *prostaphæresis excentricitatis*. Voyez ci-après les articles 1127 & 1140.

1123. Puisque l'inégalité de la lune alloit depuis 5°

* *In quadraturis verò utrisque, in minimo vel in nullo erratur, cum Luna vel in maximâ, vel minimâ epicycli longitudine sit.* Ptol. L. V. cap. 2.

** *Συζυγία, conjugatio, unio*, se prend indifféremment pour les nouvelles & pleines Lunes.

jusqu'à $7^{\circ}40'$, sa quantité moyenne étoit, suivant les Anciens, de $6^{\circ}20'$; on l'emploie actuellement de $6^{\circ}18'\frac{1}{4}$ (1159); ainsi Hipparque par le seul secours des éclipses de lune, & Ptolémée en y employant les quadratures, avoient déterminé avec une exactitude assez singulière ces deux premières inégalités.

1124. Cette seconde inégalité que les Anciens avoient expliquée par le moyen d'un épicycle sur un excentrique, ou d'un épicycle sur un épicycle, fut expliquée d'une manière différente par Horox vers l'an 1640, (1126); mais sa théorie ne fut connue qu'en 1673: alors M. Flamsteed calcula de nouvelles Tables de la lune sur les principes & sur les nombres donnés par Horox; & ces Tables furent publiées par Wallis dans les Œuvres posthumes d'Horox, en 1673.

Les Tables de Flamsteed parurent pour la seconde fois avec des augmentations considérables dans le cours de Mathématiques de Jonas Moore, qui a pour titre: *a new Systeme of the Matematics*, 2 vol. in-4^o 1681. Enfin, les Tables de Flamsteed refaites & augmentées sur la théorie de Newton, mais dans la même forme que celles d'Horox, ont été inférées en 1746 par M. le Monnier avec des Additions dans ses Institutions Astronomiques.

1125. La manière dont Horox expliqua les deux premières inégalités de la lune, n'est autre chose que l'hypothèse d'Arzachel Astronome Arabe, qui vivoit en Espagne vers l'an 1080; cette hypothèse fut imitée par Copernic, (*L. III c. 20*), tous les deux s'en servoient pour expliquer le changement qu'on croyoit avoir lieu dans l'excentricité du soleil; Horox l'appliqua vers 1640 à la lune, dont Kepler avoit déjà soupçonné que l'excentricité étoit variable; Flamsteed, Newton & Halley se servirent de cette même hypothèse; mais elle est abandonnée aujourd'hui, & je n'en dirai qu'un mot. Soit *T* le centre de la terre (*Fig. 84*), *C* le centre de l'orbite moyenne de la lune, *TC* son excentricité moyenne prise sur la ligne des apsides *TBCA*; on suppose que le centre de l'orbite vraie de la lune décrive la circonférence d'un cercle *AGB* qui est une espèce d'épicycle, en

Fig. 84.

forte que l'excentricité de l'orbite lunaire soit successivement égale à TA , TG , TB ; l'apogée de la lune étant toujours sur TG & l'angle ACG pour un temps donné égal au double de la distance du soleil à l'apogée de la lune; l'angle ATG est alors égal à l'équation de l'apogée, & l'angle GLT égal à la moitié de l'équation du centre pour l'excentricité TG .

Méthode plus simple pour l'évection.

1126. Newton & Halley ne remarquerent pas qu'il y avoit, pour calculer l'évection, une méthode plus simple que celle de supposer une excentricité variable, c'est celle qu'a employée M. Euler, & dont voici à peu-près la démonstration.

Soit L la lune, CT son excentricité moyenne, CLT la moitié de la moyenne équation du centre, GLT la moitié de l'équation du centre pour un temps donné, calculée suivant la méthode de Newton (1125), CLG est la différence de ces deux équations, ou l'effet que produit sur la demi-équation le changement de l'excentricité & la libration de l'apogée: pour trouver, par une simple opération, CLG qui est la moitié de l'évection, je réduis CG , ou la demi-différence des deux excentricités TB , TA , en minutes, ou en secondes, j'ai $40'$ pour la valeur de l'angle CLG , quand LC est perpendiculaire sur CG , que je doublerai afin d'avoir l'évection toute entière.

Lorsque l'angle LCG sera oblique, l'angle CLG diminuera, & cela dans le rapport de la perpendiculaire GD , qui est égale à $CG \sin. DCG$, donc l'évection sera $80' \sin. DCG$; mais l'angle $DCG = ACL - ACG =$ à l'anomalie moyenne de la lune, moins deux fois la distance du soleil à l'apogée de la lune, ou, ce qui revient au même, deux fois la distance de la lune au soleil moins l'anomalie moyenne de la lune, qui est l'argument de l'évection: donc l'évection CLG est égal à $80' \sin. (2 \text{ dis. } \odot - \text{an. } \odot)$; c'est la forme sous laquelle elle se trouve actuellement dans toutes les Tables de la Lune.

1127. J'ai supposé dans cette démonstration que la distance CL étoit constante; mais si cette supposition produit un petit changement sur l'évection, on n'a pas moins représenté

représenté toutes les inégalités de la lune dans les Tables, en prenant l'évection telle que la donne cette règle ; & y ajoutant d'autres petites équations (1142), rien ne nous oblige d'avoir à la minute même l'évection que Newton trouvoit par la méthode d'Arzachel, d'Horox. J'ai supposé aussi que l'anomalie de la lune moins la double distance du soleil à l'apogée de la lune est égale à la double distance de la lune au soleil moins l'anomalie de la lune, cela est aisé à démontrer ; car si de l'anomalie de la lune, ou de $2 \odot - \odot - \text{ap. } \odot$ on ôte $2 \odot - 2 \text{ ap. } \odot$, on aura $2 \odot - 2 \odot - \odot + \text{ap. } \odot$, ou $2 (\odot - \odot) - (\odot - \text{ap. } \odot)$, c'est-à-dire, deux fois le lieu de la lune moins celui du soleil, dont on aura ôté le lieu de la lune moins celui de son apogée, ou l'anomalie moyenne de la lune ; donc l'anomalie de la lune moins le double de l'argument annuel de M. Halley, équivaut à l'argument de l'évection.

1128. M. Halley ne voulut pas calculer des Tables pour l'équation de la lune à chaque différente excentricité, dans l'hypothèse de Kepler, ainsi que Flamsteed l'avoit fait dans ses Tables ; il y avoit trop d'incertitude dans les parties proportionnelles qu'on prenoit entre ces différentes équations, & trop de calcul dans les triples parties proportionnelles qu'exigeoient ces Tables à double entrée ; il aima mieux recourir au calcul des logarithmes, en employant l'hypothèse elliptique simple (924) ; mais afin de la rendre aussi exacte que celle de Kepler, il donna une Table pour corriger l'anomalie moyenne, de manière que l'hypothèse elliptique simple donnoit le même résultat avec cette anomalie corrigée, que l'hypothèse de Kepler eût donné avec l'anomalie moyenne toute simple. Mais cette méthode ingénieuse de M. Halley est devenue inutile (1126).

1129. La théorie de la lune étoit entrée pour beaucoup dans le projet que Tycho avoit formé de restituer toute l'Astronomie, & de lui donner une nouvelle face ; cependant comme les mouvemens de la lune lui parurent les plus compliqués & les plus difficiles à démêler, il fut long-temps sans oser se décider, & il ne comptoit pas en parler dans son Livre des *Progymnasmes*, où il traita des

Recherches de
Tycho-Brahé.

autres parties fondamentales de l'Astronomie : néantmoins ce Livre qu'il avoit fait imprimer chez lui à différentes reprises, n'ayant vû le jour qu'après sa mort par les soins de ses héritiers, qui le firent achever en 1610, on y ajouta pour lors un appendix de 28 pages pour la théorie de la Lune, qui est à la suite de la théorie du Soleil, & qui interrompt l'ordre des chiffres entre les pages 112 & 113. Ce petit abrégé de la théorie de la Lune avoit été achevé en 1601 par Tycho aidé de Longomontanus, comme les Editeurs en avertissent à la page 819 du même Livre), & on le trouva dans ses papiers. Je vais en donner l'extrait comme d'une pièce originale qui contient la découverte de la VARIATION ou de la troisième inégalité de la Lune; mais comme je ne puis séparer celle-ci des deux autres, il est nécessaire de rappeler la manière dont il envisage les deux premières inégalités.

Fig. 86 1130. Soit T le centre de la terre, (*Fig. 86.*) TF le rayon de l'excentrique, ou du cercle principal, par lequel on représente les mouvemens de la lune; nous le supposons divisé en cent mille parties: on prendra TB de 2174 parties, & l'on décrira un cercle $TECD$, sur lequel on fera mouvoir le centre de l'excentrique, de manière que dans les syzigies, c'est-à-dire, les conjonctions & les oppositions, le centre soit en T au centre même de la terre, que dans les quadratures il soit au contraire en C à la plus grande distance de la terre, & que dans les octans il soit en D & en E . L'équation qui en résultera, est de $1^{\circ} 15'$; elle est proportionnelle au sinus du double de l'élongation de la lune au soleil, & elle est soustractive dans le premier octant, parce que le mouvement de la lune se fait de I vers R ; cette équation répond à l'évection, que M. Mayer fait de $1^{\circ} 20' 50''$; M. le Monnier, $1^{\circ} 18' 50''$; & M. Clairaut, $1^{\circ} 16' 48''$.

Quantité de l'évection.

1131. Le grand épicycle dont le rayon FG sera de 5800, exprime une partie de l'équation du centre, & produit $3^{\circ} 29'$ d'inégalité; la lune est supposée en G lorsqu'elle est apogée, en I lorsqu'elle est périgée, ce qui arrive, suivant Tycho, au bout de $27^j 13^h 18' 35''$, durée

de sa révolution anomalistique ; la lune parcourt cet épicycle en allant de *G* en *H*, contre l'ordre des signes.

Le troisieme épicycle *MLKN* est celui sur lequel la lune même est placée ; son rayon *GM* est de 2900, c'est-à-dire , la moitié du grand épicycle , & il produit par conséquent une inégalité de $1^{\circ} 40'$. La lune se meut sur cet épicycle , de maniere que quand le centre du troisieme épicycle est apogée en *G*, la lune soit en *K* dans la partie inférieure de ce troisieme épicycle ; mais quand le centre sera en *H*, la lune sera en *M*, & à la plus grande distance possible du centre *F* du grand épicycle , parce que la lune parcourt ce troisieme épicycle en $13^j 18^h 39' 17'' \frac{1}{2}$, moitié de sa révolution anomalistique.

1132. Mais , ajoute l'Auteur , j'ai éprouvé par un grand nombre d'observations exactes, que ces trois cercles ne satisfont pas encore aux observations , & que dans les octans , c'est-à-dire , à 45° des syzigies , il y a encore une autre différence sensible ; j'ai donc été obligé d'ajouter un petit cercle en *F* pour expliquer cette variation , & je suppose que le centre *F* du grand épicycle en parcourt non pas la circonférence, mais le diamètre *VX* perpendiculaire au rayon *BF*, par un mouvement de libration qui soit réglé cependant de même que s'il se faisoit sur la circonférence , comme fait Copernic dans d'autres occasions : il en résulte une équation qui depuis les syzigies jusqu'aux quadratures , est toujours additive à la longitude moyenne de la lune par rapport au soleil , pour avoir la véritable situation du centre de l'épicycle. Cette libration dépend donc du double de la vraie distance de la lune au soleil , & produit la VARIATION , inégalité qui va à $40' \frac{1}{2}$. Sur quoi j'observe que Tycho avoit encore déterminé cette inégalité avec bien de la précision , puisque les dernières Tables supposent actuellement la variation de 39 à $40'$; elle est dans M. Clairaut de $39' 54''$.

Troisieme inégalité ou variation.

Telle est , continue-t-il , la maniere de composer avec des cercles un mouvement de la lune qui soit d'accord avec les observations ; par les dimensions des cinq cercles que nous venons d'employer , on trouvera que la plus

Quantité de la variation.

autres parties fondamentales de l'Astronomie : néantmoins ce Livre qu'il avoit fait imprimer chez lui à différentes reprises, n'ayant vû le jour qu'après sa mort par les soins de ses héritiers, qui le firent achever en 1610, on y ajouta pour lors un appendix de 28 pages pour la théorie de la Lune, qui est à la suite de la théorie du Soleil, & qui interrompt l'ordre des chiffres entre les pages 112 & 113. Ce petit abrégé de la théorie de la Lune avoit été achevé en 1601 par Tycho aidé de Longomontanus, comme les Editeurs en avertissent à la page 819 du même Livre), & on le trouva dans ses papiers. Je vais en donner l'extrait comme d'une pièce originale qui contient la découverte de la VARIATION ou de la troisième inégalité de la Lune; mais comme je ne puis séparer celle-ci des deux autres, il est nécessaire de rappeler la manière dont il envisage les deux premières inégalités.

Fig. 86 1130. Soit T le centre de la terre, (*Fig. 86.*) TF le rayon de l'excentrique, ou du cercle principal, par lequel on représente les mouvemens de la lune; nous le supposons divisé en cent mille parties: on prendra TB de 2174 parties, & l'on décrira un cercle $TECD$, sur lequel on fera mouvoir le centre de l'excentrique, de manière que dans les syzigies, c'est-à-dire, les conjonctions & les oppositions, le centre soit en T au centre même de la terre, que dans les quadratures il soit au contraire en C à la plus grande distance de la terre, & que dans les octans il soit en D & en E . L'équation qui en résultera, est de $1^{\circ} 15'$; elle est proportionnelle au sinus du double de l'élongation de la lune au soleil, & elle est soustractive dans le premier octant, parce que le mouvement de la lune se fait de F vers R ; cette équation répond à l'évection, que M. Mayer fait de $1^{\circ} 20' 50''$; M. le Monnier, $1^{\circ} 18' 50''$; & M. Clairaut, $1^{\circ} 16' 48''$.

Quantité de l'évection.

1131. Le grand épicycle dont le rayon FG fera de 5800, exprime une partie de l'équation du centre, & produit $3^{\circ} 29'$ d'inégalité; la lune est supposée en G lorsqu'elle est apogée, en I lorsqu'elle est périgée, ce qui arrive, suivant Tycho, au bout de $27^j 13^h 18' 35''$, durée

de sa révolution anomalistique ; la lune parcourt cet épicycle en allant de G en H , contre l'ordre des signes.

Le troisieme épicycle $MLKN$ est celui sur lequel la lune même est placée ; son rayon GM est de 2900, c'est-à-dire , la moitié du grand épicycle , & il produit par conséquent une inégalité de $1^{\circ} 40'$. La lune se meut sur cet épicycle , de maniere que quand le centre du troisieme épicycle est apogée en G , la lune soit en K dans la partie inférieure de ce troisieme épicycle ; mais quand le centre sera en H , la lune sera en M , & à la plus grande distance possible du centre F du grand épicycle , parce que la lune parcourt ce troisieme épicycle en $13^j 18^h 39' 17'' \frac{1}{2}$, moitié de sa révolution anomalistique.

1132. Mais , ajoute l'Auteur , j'ai éprouvé par un grand nombre d'observations exactes, que ces trois cercles ne satisfont pas encore aux observations , & que dans les octans , c'est-à-dire , à 45° des syzigies , il y a encore une autre différence sensible ; j'ai donc été obligé d'ajouter un petit cercle en F pour expliquer cette variation , & je suppose que le centre F du grand épicycle en parcourt non pas la circonférence, mais le diamètre VX perpendiculaire au rayon BF , par un mouvement de libration qui soit réglé cependant de même que s'il se faisoit sur la circonférence , comme fait Copernic dans d'autres occasions : il en résulte une équation qui depuis les syzigies jusqu'aux quadratures , est toujours additive à la longitude moyenne de la lune par rapport au soleil , pour avoir la véritable situation du centre de l'épicycle. Cette libration dépend donc du double de la vraie distance de la lune au soleil , & produit la VARIATION , inégalité qui va à $40' \frac{1}{2}$. Sur quoi j'observe que Tycho avoit encore déterminé cette inégalité avec bien de la précision , puisque les dernières Tables supposent actuellement la variation de 39 à $40'$; elle est dans M. Clairaut de $39' 54''$.

Telle est , continue-t-il , la maniere de composer avec des cercles un mouvement de la lune qui soit d'accord avec les observations ; par les dimensions des cinq cercles que nous venons d'employer , on trouvera que la plus

Troisieme inégalité ou variation.

Quantité de la variation.

grande inégalité de la lune ne va pas au-delà de $4^{\circ} 58' \frac{1}{2}$ dans les nouvelles lunes, à peu-près comme Ptolémée l'avoit supposée, mais qu'elle va à $7^{\circ} 28'$ dans les quadratures, ce qui fait $12'$ de moins que dans Ptolémée, ou dans les Tables d'Alphonse & de Copernic.

Tycho se proposoit de donner l'explication & les preuves de toute sa théorie, dans un Ouvrage particulier, mais il n'en eut pas le temps, & il ne nous en laissa que le résultat renfermé dans les hypothèses que je viens d'expliquer.

1133. Dans les Tables de la Lune qui seront inférées à la fin de cet Ouvrage, on trouvera les trois inégalités, dont je viens de raconter la découverte, sous le nom d'*Equation du centre*, *Evection*, *Variation*, (Tables XI. XII. & XIII.); mais les quantités en sont déterminées par les recherches & les observations nouvelles; les deux dernières sont appellées dans Kepler *Inæqualitates menstruæ*, l'évection en particulier y est nommée *Æquatio temporanea*, & la variation *Æquatio perpetua*, (Kepler, *Epit. p. 790.*), parce que celle-ci revient perpétuellement à chaque mois, & que l'autre ne revient que de temps en temps; Kepler lui donnoit aussi le nom de *Variation* avec Tycho qui en étoit l'inventeur, (Kepler, *Epit. p. 811.*): c'est celle que Bouillaud appelle *Réflexion*; elle est assez aisée à bien déterminer par la théorie, c'est-à-dire, par le principe de l'Attraction; elle dépend uniquement de la masse du soleil & de sa distance à la terre, & subsisteroit quand même les orbites du soleil & de la lune seroient circulaires & concentriques. Pour la déterminer, M. Mayer a supposé la parallaxe du soleil de $11'' \frac{1}{2}$, au lieu de $9''$ qu'elle me paroît devoir être; ainsi son équation pourroit être un peu trop petite.

1134. On remarque comme une chose assez singulière que cette quantité moyenne de la variation est exactement la moitié de l'évection; je dis cette quantité moyenne, parce que la variation change suivant la distance du soleil & de la lune à la terre, ce qui produira d'autres inégalités (1150): ce rapport si simple entre deux des plus fortes inégalités de la lune, ne paroît pas une suite nécessaire de

la théorie de l'Attraction , mais c'est un fait qui méritoit d'être remarqué.

1135. Des trois inégalités de la lune découvertes avant le temps de Kepler , les deux dernières avoient un rapport trop visible avec le soleil , pour que ce génie actif & pénétrant n'en cherchât pas la cause physique. La lune , disoit-il , est mise en mouvement par deux forces, sçavoir, une qualité qui émane de la terre , & qui entraîne la lune autour d'elle , & une autre force qui provient des rayons solaires ; en sorte que quand la lune a fait 90 deg. depuis sa conjonction jusqu'à sa quadrature , il y en a 88 qui proviennent de la force de la terre , & deux qui viennent de la lumière du soleil, (*Epit. Astr. Coper. p. 552, 564, 780.*) Les idées physiques de ce grand homme furent le préambule de l'explication encore plus satisfaisante que l'Attraction nous donna ensuite de toutes ces inégalités , (*Voyez Livre XXII.*) , & cette même Attraction a fait reconnoître une multitude d'autres inégalités , dont nous parlerons après avoir expliqué l'Équation annuelle , la quatrième & la dernière de celles qui furent apperçues par les seules observations.

Kepler entre-voit la cause de ces inégalités.

1136. L'ÉQUATION ANNUELLE de la lune qui est d'environ $11' \frac{1}{3}$, est la dernière de celles que les observations seules avoient fait découvrir ; elle est indiquée par Tycho dans sa Théorie de la Lune ; Kepler la reconnut aussi ; mais Horox fut le premier qui la fixa exactement : M. Halley donnant à la suite de son Catalogue des Etoiles Australes , publié en 1679, quelques réflexions sur la théorie de la lune , remarqua qu'elle paroissoit aller plus vite quand le soleil étoit plus éloigné , que lorsqu'il étoit plus proche de la terre ; il fixa alors cette équation à la neuvième partie de celle du soleil , c'est-à-dire , à $13'$ environ.

Equation annuelle.

1137. M. Newton reconnut aussi que cette équation suivoit de sa théorie ; en effet la pesanteur de la lune vers la terre étant diminuée par l'attraction du soleil, le sera encore plus quand le soleil sera plus proche de la terre ; l'orbite de la lune se dilatera davantage, la lune étant retenue dans son orbite par une moindre force ; & le temps de la révolution.

fera plus long, même à l'égard de l'apogée & du nœud; aussi cette équation annuelle qui se trouve de $11' 49''$ dans les Tables de Flamsteed & de Halley est accompagnée de deux équations analogues de $20'$ pour l'apogée, & de $9' \frac{1}{2}$ pour le nœud, que M. Newton a introduites, & qui sont également employées par M. Mayer.

1138. On a écrit sans fondement que M. Halley avoit proposé dans le même Ouvrage une autre correction pour la théorie d'Horox, c'est-à-dire, celle qui a été fixée depuis par M. Newton à $2' 25''$; M. Halley n'en avoit aucune idée: il y indiquoit seulement une cause des changemens de latitude que Tycho avoit découverts, en disant que le soleil qui envoyoit obliquement ses rayons à la lune, l'obligeoit par une certaine puissance de s'approcher de lui: *Efficit potentia quadam insita ut propius ad se accedat*; (Halley *Catal. stell. Austr.* 1679). C'est ainsi que M. Halley préparoit à Newton la gloire d'appercevoir dans la multitude & dans la loi de toutes ces inégalités, le système général dont elles étoient une suite; il mettoit Newton même sur les voies de cette découverte; peut-être avoit-il eu dès lors avec Newton des conférences à ce sujet?

Valeur de l'É-
quation annuelle.

1139. Cette équation annuelle est de $11' 47''$ dans les Tables de Flamsteed; de $11' 20''$ dans celles de M. Euler. (*Alman. de Berlin* 1750); de $12' 57''$ dans celles de M. d'Alembert. *Recherches, &c.* pag. 230); M. Mayer l'a faite comme M. Euler de $11' 20''$, sans doute d'après les observations; car la théorie de l'attraction ne la détermine pas d'une manière assez décisive.

1140. On comprend assez, sans que j'en donne ici d'exemple, comment il a été possible à Tycho, Kepler, Halley & aux autres Astronomes de découvrir l'équation annuelle; il ne s'agissoit que de calculer plusieurs lieux de la lune dans le cours d'une année, sur les Tables où l'on faisoit déjà usage de l'équation du centre, de l'évection & de la variation; tous ces calculs s'accordoient avec les observations au mois de Janvier & au mois de Juillet; ils s'en écartoient constamment au mois de Mars, & ensuite au mois de Septembre en sens contraire; cela suffisoit pour

faire voir qu'il y avoit une inégalité attachée à l'équation du centre du soleil, & qui étoit la plus grande, toutes les fois que le soleil étoit dans ses moyennes distances.

I I 4 I. Jusqu'alors la théorie de la lune n'étoit composée que des quatre équations dont nous avons parlé, Horrox les avoit employées de la maniere la plus exacte; M. Halley en 1679 lui rendoit cette justice en disant : *Unica verò (theoria) Horoxii nostratis ad veritatem naturalem accedere videtur* : en même temps il assure que l'évection & la variation peuvent se calculer à la fois par une seule hypothèse, en supposant que dans la ligne des sizigies l'orbite de la lune est comprimée en-dedans & vers la terre d'environ la 90^e. partie de la distance moyenne, & qu'elle est allongée d'autant dans la ligne des quadratures; M. Halley n'accompagne son idée d'aucune espèce de calcul; il se contente de dire que cela est très-d'accord avec les lieux de la lune observés par M. Cassini. Paris étoit alors presque le seul endroit de la terre où l'on faisoit & en très-grand nombre d'excellentes observations.

Des petites Inégalités de la Lune.

I I 4 2. Les observations seules ne pouvoient gueres faire découvrir aux Astronomes que des inégalités qui seroient au moins d'un quart de degré; peut-être l'équation annuelle n'eut pas même été reconnue par les observations, si elle n'avoit eu un retour constant dans les mêmes saisons de l'année, ce qui la rendoit remarquable (1140). Aussi toutes les autres petites inégalités dont il nous reste à parler n'ont été d'abord soupçonnées que par l'idée de l'attraction, & n'ont été déterminées qu'en comparant avec cette théorie un grand nombre de bonnes observations. Il étoit réservé à Newton de mettre la dernière main à la théorie de la lune; guidé par le principe de la gravitation universelle & aidé des observations de Flamsteed, il détermina la quantité de quatre nouvelles équations avec les époques & les moyens mouvemens. Cette belle théorie parut en 1702 pour la première fois dans l'Astronomie de Gregori, en-

Théorie de
Newton.

fuite dans celle de Whiston, & enfin dans la seconde édition du Livre de Newton; on a vû depuis ce temps-là beaucoup de Tables de la lune qui étoient construites sur cette théorie, celles d'Horrebow, du Pere Grammatici, de Leadbetter, de Wright, de Capelli, de Dunthorn; & sur-tout celles de Flamsteed que M. le Monnier publia en 1746 dans ses Institutions Astronomiques.

I 143. Newton joignit à l'équation annuelle de la lune fixée par Horox, une équation annuelle pour l'apogée & une pour le nœud; ces trois équations sont proportionnelles à l'équation du centre du soleil, parce qu'elles ne dépendent, comme nous l'avons dit, que de la distance du soleil, qui lorsqu'il est plus près de la terre dilate l'orbite de la lune & retarde par conséquent son mouvement; il augmente au contraire celui de l'apogée & des nœuds qui n'ayant pas d'autre cause que l'action du soleil devient plus fort lorsque la cause augmente. La plus grande équation est dans Newton de $11' 51''$ pour la lune, $20' 0''$ pour l'apogée, & $9' 30''$ seulement pour le nœud, parce que son mouvement est plus lent.

I 144. L'équation semestre de $3' 45''$ qui dans Newton dépend de l'argument annuel aussi bien que l'évection, est une partie de la 10^e. équation des Tables de Mayer qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage; elle vient de ce que la force perturbatrice du soleil est plus grande lorsque le grand axe de l'orbite de la lune est dirigé vers le soleil, & doit produire une équation que M. Newton trouva en effet par les observations d'environ $3' 45''$ dans les moyennes distances du soleil lorsque la ligne des apsides est éloignée de 45° du soleil; cette équation, suivant les principes de l'Attraction, ne devrait être que de $3' 34''$ quand le soleil est dans son aphélie, & devenir de $3' 56''$ lorsqu'il est le plus proche de la terre; mais M. Halley négligea cette petite correction qu'il jugeoit de peu de conséquence, comme il a négligé aussi la 7^e. équation de Newton qui dépendoit de la distance de la lune au soleil, & qui étoit de $2' \frac{1}{3}$ dans les quadratures, suivant la théorie de Newton, (1147).

I 145. L'équation de $47''$ qui dépend de la distance du soleil

soleil au nœud ou l'équation semestree de Halley, & la 9^e. dans M. Mayer, (V. les Tables de la Lune), vient de ce que l'action du soleil sur la lune est un peu plus grande quand la ligne des nœuds passe par le soleil; elle est de 47" dans les octans.

1146. L'équation de la lune qui dans M. Halley ne va qu'à 2' 25", est appelée par M. Newton *la seconde Equation du centre*; elle dépend tout à la fois de la distance de la lune au soleil & de la distance de leurs apogées. On voit en général que si la lune étoit en conjonction & qu'elle fût apogée; le soleil étant périgée elle seroit le plus près du soleil qu'il soit possible, & par conséquent plus exposée à l'effet de la gravitation du ☉, qui diminue sa pesanteur vers la terre.

1147. M. Halley n'employoit dans ses Tables que ces trois petites équations avec l'équation annuelle; ce n'étoit pas assez pour parvenir à la précision d'une minute: M. Mayer en a ajouté six autres; M. Clairaut en emploie 18 indépendamment des quatre grandes équations & de celles de la latitude.

1148. La 7^e. équation de la lune dans Newton & dans les Tables de Flamsteed est de 2' 20", elle dépend de la distance de la lune au soleil; & elle est soustractive dans les six premiers signes de la distance.

1149. L'inégalité que nous avons appelée avec M. Bouillaud *Évection*, (1126); est variable à raison des distances du soleil à la terre ou de celles de la lune à la terre: car quand le soleil ou la lune s'éloignent de la terre, l'évection diminue: on trouvera dans la Table XII. la quantité moyenne de l'évection; mais ses accessoires ou ses variations sont contenues dans les Tables IV. V. X. & partie de la XIII^e, c'est-à-dire, que dans la Table de la variation M. Mayer a ajouté une autre petite équation qui a le même argument & qui tient à l'évection. (1148)

1150. La variation que nous avons expliquée ci-devant (1132), & qui est un effet de la force du soleil qui accélère ou retarde le mouvement de la lune dans son orbite, se trouvera dans la Table XIII^e. quant à sa partie moyen-

ne; mais elle devient plus grande quand le soleil s'approche de la terre ou que la lune s'en éloigne; les changemens qu'elle éprouve par la distance du soleil à la terre & qui dépendent de l'anomalie moyenne du soleil sont renfermés dans les Tables II. & III; & celles qui proviennent du changement de distance de la lune à la terre par l'équation VI. & une partie de la XII^e. Newton admettoit un changement de 2' 10" en plus & en moins dans la variation; il faisoit la plus grande variation de 37' 25", le soleil étant péri-gée, & de 33' 4" le soleil étant apogée; les équations précédentes produisent à peu-près le même résultat.

II 51. L'Equation VIII. de 40" est un supplément nécessaire de l'équation annuelle (1136); car cette inégalité vient de la force du soleil sur la lune, entant que l'orbite du soleil est excentrique, & que sa distance est variable; mais cette équation annuelle étant considérable, elle ne peut manquer de changer lorsque la distance de la lune à la terre varie; car alors non-seulement la lune est plus ou moins près du soleil; mais sa vitesse devenue différente, donne aussi plus ou moins de prise à l'action du soleil: pour cet effet, M. Mayer y a ajouté l'équation ~~qui~~ sera marquée la huitieme dans nos Tables, dont l'argument est l'anomalie moyenne de la lune moins celle du soleil; & comme cette Table ne suffit pas encore pour représenter toute l'inégalité, il a renfermé le reste d'une façon particulière dans cette équation, qu'on applique à l'anomalie moyenne, & que j'ai mis sous le nom d'*Equation A*, à la suite des dix petites équations du moyen mouvement; elle renferme aussi l'inégalité annuelle du mouvement de l'apogée.

II 52. Les équations renfermées dans les Tables VII. & IX. dépendent de l'inclinaison de l'orbite lunaire, parce que la force du soleil agit plus ou moins obliquement sur la lune, suivant qu'ils sont l'un & l'autre plus ou moins éloignés des nœuds, & situés dans des plans plus ou moins différens; dès-lors le mouvement de la lune en est diversément affecté; à cela se joint l'excentricité qui rend cette force plus grande dans l'apogée de la lune.

1153. Indépendamment des trois grandes équations & des 9 petites, dont j'ai tâché de donner une idée générale, il y en a encore quelques-unes que M. Mayer dit avoir réunies aux précédentes, (quand il a pû les assujettir à un même argument), sur-tout à l'équation *A* de l'anomalie moyenne ; il y en a d'autres enfin qu'il a regardées comme négligeables par leur petitesse, ou dont il n'a pû déterminer assez exactement la véritable quantité par les observations.

1154. M. Mayer au moyen de ces petites équations, combinées & ajustées sur 200 observations de la lune, tant de ce siècle-ci que du précédent, est venu à bout de représenter ces observations avec la précision la plus grande qu'on eût encore obtenue ; à peine sur ce grand nombre s'en trouve-t-il dix dont le calcul s'écarte d'une minute & demie, aucune des erreurs ne monte à deux minutes, & le nombre de celles qui ne vont qu'à quelques secondes, est considérablement le plus grand.

Exactitude des Tables de Mayer.

Si l'on examine ensuite leur simplicité & leur commodité, on ne sera pas surpris que je les ai préférées jusqu'ici aux autres Tables de la Lune, pour mes calculs annuels de la *Connoissance des Mouvements Célestes* ; c'est par la même raison que je les ai insérées dans la *Connoissance des Temps de 1761*, & que je les mettrai encore à la fin de cet Ouvrage.

1155. J'aurois bien souhaité de pouvoir donner ici une notion plus distincte de toutes ces inégalités de la lune, leur quantité, la manière dont on les a découvertes, & dont on peut les constater ; mais dans tout ce qui s'est fait jusqu'ici sur cette matière, il n'y a encore que de l'incertitude & de l'obscurité ; les Géomètres qui s'en sont occupés depuis 20 ans, n'ont point donné les détails de leurs procédés, & ne sont point d'accord sur les quantités des équations, sur leur utilité, sur leur exactitude ; il se passera plus de 50 ans avant qu'on puisse donner de pareils détails dans un Traité d'Astronomie, avec la précision que j'ai en vûe dans celui-ci.

Réflexions générales.

1156. Les Tables de la Lune données par Kepler, Horox, Flamsteed, Newton, Cassini & Mayer, ont pour fondement les observations mêmes ; car quoique Newton

Des Tables faites sur la seule Théorie.

eût trouvé à peu-près la forme de ses équations par le principe de l'Attraction, il en avoit déterminé la quantité par les observations de Flamsteed; de même M. Mayer chercha dans la théorie & les calculs de M. Euler la forme de ses Tables, mais il paroît qu'il les ajusta sur les observations de M. Bradley, à force de tentatives, d'essais & de calculs.

Cependant le seul principe de l'Attraction en raison inverse du quarré de la distance, devroit suffire, ce semble, pour calculer, sans le secours de l'observation, toutes les petites inégalités de la lune; c'est ce qu'ont entrepris les plus fameux Géomètres de ce siècle, M. Euler, M. Clairaut, M. d'Alembert, & plusieurs autres après eux; mais ils conviennent presque tous qu'il est douteux qu'on puisse parvenir à fixer par la seule théorie toutes ces petites inégalités. On trouvera dans le XXII^e. Livre la forme & les principes de ces recherches; nous n'en suivrons pas le détail pour chacune des inégalités de la lune, parce que ce détail est prodigieux, & qu'il exigeroit des volumes: d'ailleurs ceux qui ont eu la constance de les faire, n'ont pas encore pû se déterminer à les publier; on trouvera tout ce qui s'est fait là-dessus dans trois Ouvrages que nous allons indiquer, qui sont de MM. Clairaut, d'Alembert & Euler.

I I 57. L'Ouvrage de M. Euler a pour titre: *Theoria motûs Lunæ exhibens omnes ejus inæqualitates*, authore L. Eulero, Petropoli, 1753, in-4^o. 347 pages. Ce Livre avoit été précédé par un grand nombre de calculs sur la même matiere, qui se trouvent dans différens Mémoires de M. Euler, & par des Tables de la Lune qu'il publia à Berlin dans ses Opuscules en 1745. Ces Tables furent ensuite corrigées & publiées dans l'Almanach Astronomique de Berlin pour 1750.

Le second Ouvrage est la *Pièce de M. Clairaut qui a remporté le Prix de l'Académie Impériale des Sciences de S. Pétersbourg proposé en 1750, sur la théorie de la Lune*, imprimé à Petersbourg dès l'année 1752, en 92 pag. in-4^o. & dont M. Clairaut fait imprimer actuellement (*Décembre 1763*), une nouvelle édition. Cette Pièce avoit été précédée par un grand nombre de recherches dont M.

Clairaut donna l'ébauche dans les Mémoires de l'Académie pour les années 1745 & 1748, & elle fut suivie des *Tables de la Lune*, imprimées en 1754, in-8°. dont M. Clairaut fait imprimer aussi une nouvelle édition.

1158. Le troisième Ouvrage où l'on peut approfondir cette matière, est celui de M. d'Alembert qui a pour titre : *Recherches sur différens points importans du Système du Monde*, première Partie, 1754, in-4°. 260 pages. On y trouve des Tables de la Lune de M. d'Alembert, qui ont été publiées avec des corrections dans le second Volume de ses Opuscules Mathématiques en 1762, où l'on trouve aussi plusieurs belles recherches sur la Théorie de la Lune. On peut ajouter à ces trois Ouvrages primitifs ceux de M. Simpson, du P. Walmsley, du P. Frisi, &c. sur la même matière.

ÉLÉMENTS DE LA THÉORIE DE LA LUNE

SUIVANT DIVERS AUTEURS.

1159. Mouvement séculaire pour cent années Juliennes, dont 25 sont bis- sextils.	{	Kepler & Horox,	10 ^s	7°	48'	51"
		Newton, Flamsteed				
		& Halley,	10	7	50	25
		la Hire,	10	7	50	1
		Cassini,	10	7	49	52
		Mayer,	10	7	52	19
Mouvement de l'a- pogée pour cent années Juliennes.	{	Kepler & la Hire,	3	19	14	16
		Horox,	3	19	4	16
		Flamsteed, Halley,				
		& Mayer,	3	19	11	15
		Cassini,	3	19	14	16
Mouvement sécu- laire du Nœud.	{	Kepler, Horox,				
		& la Hire,	4	14	11	7
		Flamst. & Halley,	4	14	11	15
		Cassini,	4	14	11	5
		Mayer,	4	14	11	15

DD d d üj

Epoque de la longitude moyenne de la Lune pour 1750.	Kepler,	6° 8' 13" 49"				
		Horox,	6 8 12 49			
			la Hire,	6 8 18 5		
				Flamsteed ;	6 8 16 19	
					Halley,	6 8 15 19
						Cassini,
Mayer,	6 8 16 53					
	Epoque ou longitude de l'apogée pour 1750.	Kepler,				
			Horox,			
				La Hire ;		
					Flamsteed ;	
						Halley,
Cassini,						
	Mayer,	5 20 56 47				
		Epoque ou longit. du Nœud pour 1750.	Kepler,			
				Horox,		
					La Hire ;	
						Flamsteed ;
Halley,						
	Cassini & Mayer,					
		Equation du centre.	Flamsteed,			
				Euler,		
					D'Alembert ;	
						Clairaut,
Mayer,						

L'excentricité moyenne, employée par M. Clairaut, est 0,05505, ou 5505 parties, dont la distance moyenne contient 100000. Sur les autres équations de la Lune voyez les articles précédens ; sur la parallaxe de la Lune, voyez le Livre IX.

Révolutions.	I 160. Révolution de la Lune par rapport à l'équinoxe,	27j 7 ^h 43' 5"
	Révol. de la Lune par rapport aux étoiles,	27 7 43 12
	Révol. de la Lune par rapport au soleil,	29 12 44 3 $\frac{1}{4}$
	Révol. par rapport au nœud, (1169)	27 5 5 36

Révolution de l'apogée de la Lune, suivant

M. Cassini, *pag.* 312, (art. 1121), 8^{ans} 311j 8^h 0'

Révolution du nœud de la Lune, suivant

M. Cassini, *pag.* 288, (art. 1167). 18 228 7 0

1161. La distance moyenne de la lune à la terre est de 85327 lieues, en supposant les lieues de 2282 toises, ou de 25 au degré, comme on le peut conclure de sa parallaxe horisontale, dont nous parlerons dans le IX^e. Livre. Distance.

Le diamètre vrai de la lune se trouvera dans le IX^e. Livre, après que nous aurons parlé de la parallaxe de la lune; on verra que son volume est la 49^e. partie de celui de la terre; la masse ou la quantité de la matière de la lune est $\frac{1}{70}$ de celle de la terre, comme nous le dirons en parlant de sa densité dans le XXII^e. Livre. Grosseur.

Accélération du moyen Mouvement de la Lune.

1162. L'ÉQUATION SÉCULAIRE qu'on trouvera dans les Tables de la lune exprime une accélération qu'on a remarquée depuis long-temps dans les moyens mouvemens de la lune; la durée de sa révolution en mettant à part toutes ces inégalités, est plus courte actuellement de 22 tierces de temps qu'elle n'étoit il y a 1800 ans; ce qui produit un degré & demi d'erreur sur le lieu de la lune quand on le calcule pour l'année 720 avant J. C. en employant le mouvement de la lune qui convient aux observations modernes.

1163. M. Halley sur la fin du dernier siècle fut le premier qui remarqua cette accélération physique dans le mouvement de la lune, (*Philos. Transf. n^o. 204 & 218*: il en parla en 1693 & 1695 à l'occasion des observations d'Albategnius & des ruines de Palmyre; Newton dans la seconde édition de ses Principes, *pag.* 481, cite M. Halley comme ayant reconnu le premier cette accélération; M. Dunthorn a examiné ensuite cette matière (*Philos. Transf. 1749 & 1750 n^o. 491 pag. 162*; M. Mayer en parle dans le second volume des Mémoires de Gottingen, (*Comment.* Auteurs qui en ont parlé.

Soc. Gotting. 1752 pag. 383); enfin j'ai discuté cette matière avec encore plus de soin & de détails dans les Mémoires de l'Académie pour 1757, *pag. 426*. Voici en peu de mots le résultat de mes recherches à ce sujet.

1164. Pour connoître l'inégalité du moyen mouvement de la lune entre les anciennes observations de l'an 720 avant J. C. & celles de notre siècle; il faut nécessairement en avoir qui ayent été faites dans un siècle intermédiaire, & l'on en trouve très-peu. Les observations les plus décisives en cette matière sont deux éclipses de soleil observées près du Caire l'an 977 & 978, par Ibn Junis Astronome du Roi Abu-Haly-Almanzor le Sage, qui commandoit en Égypte; pour représenter ces éclipses j'ai trouvé qu'il falloit supposer le moyen mouvement séculaire de la lune $10^{\circ} 7' 53'' 21'''$ dans ce siècle-ci, plus grand de $3' \frac{1}{2}$ que dans M. Cassini, & y appliquer une équation séculaire de $9'' 886$ pour le premier siècle; cette équation augmentant ensuite comme le carré des temps devient de $1^{\circ} 35'$ pour l'année 700 avant J. C. & cette équation séculaire fait que la durée de la révolution de la lune est dans ce siècle-ci $27^{\text{h}} 7^{\text{h}} 43' 4'' 45'''$.

Incertitude à ce sujet.

1165. Je dois cependant avertir que M. Grischow étant à Leyde en 1749, engagea M. Schultens Professeur en Langue Arabe à faire la recherche & la traduction du Mss. Arabe dont ces observations sont tirées; j'ai vû à Londres entre les mains de M. le D. Bevis cette traduction; on y trouve des obscurités, & M. Bevis pense même que c'étoit plutôt des calculs que de véritables observations; il seroit à souhaiter qu'on s'assurât mieux d'un fait aussi intéressant; les personnes instruites dans les Langues Orientales n'auroient pas de meilleures occasions de rendre leurs études utiles.

DES NŒUDS ET DE L'INCLINAISON

DE L'ORBITE LUNAIRE.

1166. L'orbite de la lune est inclinée à l'écliptique aussi bien que celles de toutes les autres planètes (724),
la lune

la lune traverse l'écliptique deux fois dans chaque révolution, & sept jours après avoir traversé ses nœuds dans l'écliptique elle s'en éloigne de 5 degrés: sans cette inclination nous aurions tous les mois une éclipse de soleil le jour de la nouvelle lune, & une éclipse de lune le jour de l'opposition; mais au contraire il y a des années entières où il n'arrive aucune éclipse de lune (par exemple, en 1763), parce qu'au moment de chaque opposition la lune est éloignée de son nœud, & par conséquent au-dessus ou au-dessous de l'écliptique sur laquelle est toujours le centre du soleil.

LE NŒUD ASCENDANT de la lune ou celui par lequel elle traverse l'écliptique en s'avancant vers le nord s'appelle quelquefois *la tête du Dragon*, & se désigne par ce caractère ☊: le nœud descendant ou queue du Dragon par celui-ci ☋.

1167. Ce qu'il y a de plus remarquable dans les nœuds de la lune c'est la promptitude de leur mouvement; si la lune traverse l'écliptique dans le premier point du Bélier ou dans le point Equinoxial, comme cela arrivera au mois de Juin 1764; dix-huit mois après c'est dans le commencement des poissons qu'elle traversera l'écliptique, c'est-à-dire, que son nœud aura rétrogradé de 30 degrés ou d'un signe entier; & il fera de même tout le tour du ciel dans l'espace de 18 ans 224 jours 4^h $\frac{3}{4}$. Ce mouvement des nœuds fut aisé à reconnoître en voyant la lune éclipser la belle étoile du cœur du Lion ou *Regulus* qui est sur l'écliptique même. Quand la lune éclipsa *Regulus* (par exemple, au mois de Juin 1757), elle est évidemment dans son nœud; mais quelques années après, on voit qu'au lieu d'éclipser *Regulus* elle passe 5° plus haut ou plus bas, au nord ou au midi de l'étoile: donc le nœud de l'orbite lunaire n'est plus alors au point de l'écliptique où se trouve *Regulus*, mais à 90 degrés de-là; il en est de même des autres étoiles. Toutes les fois que la lune a été en conjonction avec une étoile, de maniere à en passer fort près, elle se trouve le mois suivant plus éloignée de l'étoile & toujours de plus en plus. Au bout de 19 ans on la voit revenir par les mêmes points

Révolution des
Nœuds.

du ciel & couvrir les mêmes étoiles, ce qui prouve assez que le nœud de la lune fait le tour du ciel dans cet espace de temps.

Mouvement
par rapport au
Nœud.

I 168. On verra dans le X^e. Livre que les éclipses de lune sont de la même durée quand la lune est à la même distance de l'écliptique ou à la même distance de son nœud. *Hipparque* ayant comparé entr'elles des éclipses de lune observées depuis les Chaldéens jusqu'à lui, trouva que dans l'espace de 5458 mois lunaires la lune avoit passé 5923 fois par son nœud; ce qui donnoit le mouvement diurne de la lune par rapport à son nœud de $13^{\circ} 13' 45'' 39''' \frac{2}{3}$, résultat qui s'est trouvé fort exact: car, suivant *Bouillaud* (*Astron. Phil. pag. 154*, il est de $13^{\circ} 13' 45'' 39''' 38^{IV} 5^V 39^{VI} 35^{VII} 17^{VIII}$. Cet élément est si facile à déterminer par les éclipses de lune observées autrefois & comparées avec les nôtres, qu'il n'y a là-dessus aucune incertitude. J'ai donné ci-dessus les résultats de différentes Tables pour le mouvement du nœud de la lune, (1159).

Révolution
par rapport au
Nœud.

I 169. Il est aisé de conclure de ce qui précède, que le mouvement moyen de la lune étant pris pour unité, celui de son nœud est égal à la fraction décimale 0,00401894 dont le logarithme est 7,604113; le mouvement de la lune par rapport à son nœud est donc 1,00401894. La révolution de la lune par rapport au nœud se trouvera en divisant par ce dernier nombre la révolution périodique de la lune; car la révolution par rapport à l'équinoxe est à la révolution par rapport au nœud, comme le mouvement par rapport au nœud est au mouvement par rapport à l'équinoxe; ainsi cette révolution de la lune par rapport au nœud se trouvera de $27^j 5^h 5' 36''$.

I 170. L'orbite de la lune fait avec l'écliptique un angle d'environ cinq degrés, c'est-à-dire, que la lune lorsqu'elle est à 90° de ses nœuds a environ 5° de latitude; mais cette plus grande latitude qui n'est que de 5° dans les pleines lunes qui arrivent à 90° des nœuds, se trouve de $5^{\circ} 18'$ dans les quadratures, lorsqu'elles sont observées de même à 90° des nœuds, c'est-à-dire, que l'inclinaison de l'orbite lunaire est la plus petite dans les conjonctions, la

plus grande dans ces quadratures ; Ptolémée ne connoissoit pas cette différence : il supposoit l'inclinaison constante & de 5° . Copernic lui-même (*Lib. iv Cap. 4*), le plus exact Observateur qu'il y ait eu depuis Ptolémée n'avoit pas examiné la chose de plus près : Tycho-brahé fut le premier qui fit cette remarque importante pour la théorie de la lune ; & après avoir découvert la troisième inégalité de la lune par ses observations, il découvrit aussi le changement de l'inclinaison & l'inégalité du mouvement des nœuds de la lune ; voici ce qu'il en dit dans la 26^e. page du petit Appendix que j'ai déjà cité (1129).

1171. On s'est persuadé mal à propos jusqu'ici que les limites de la plus grande latitude de la lune étoient toujours les mêmes & alloient constamment à 5° . Ptolémée, Albategnius, Alphonse, ont été suivis en cela par Copernic avec trop de confiance, comme dans plusieurs autres occasions : on a eu tort de croire aussi que les nœuds de la lune avoient un mouvement uniforme & régulier. Des observations faites depuis quelques années avec le plus grand soin, nous ont forcé à abandonner les anciennes traditions sur lesquelles nous avons compté jusqu'alors ; nous avons trouvé que dans les nouvelles & pleines lunes la latitude de la lune est de $4^{\circ} 58' \frac{1}{2}$, à peu-près comme l'établissoit Ptolémée ; mais dans les quadratures elle va jusqu'à $5^{\circ} 17' \frac{1}{2}$, & nous nous en sommes assurés par des observations exactes & multipliées faites dans les limites australes & boréales, & dans les deux tropiques, en tenant compte des réfractions & des parallaxes.

Inégalité découverte par Tycho.

1172. Tycho reconnut aussi dans les nœuds de la lune une inégalité qui dans les nouvelles & pleines lunes n'étoit pas sensible, aussi elle n'avoit pas été remarquée par les Anciens qui n'observoient presque jamais la lune, si ce n'est dans les éclipses ; mais dans les autres situations il trouvoit $1^{\circ} 46'$ de différence sur le lieu du nœud, ou environ $12'$ de plus ou de moins sur la latitude de la lune aux environs des nœuds.

Inégalité du Nœud.

1173. Enfin Tycho vit que ces deux inégalités de l'inclinaison & du nœud se représentoient à la fois par

Maniere de représenter ces deux effets.

Fig. 85. un petit cercle EC , dont le diamètre GC (*Fig. 85*) étoit de $19'$. Le centre D de ce petit cercle étant supposé à une distance DA du pôle A de l'écliptique égale à $5^{\circ} 8'$ qui est la moyenne inclinaison ou la moyenne distance des poles de l'écliptique & de l'orbite de la lune, c'est-à-dire, que l'arc AD est de $5^{\circ} 8'$; l'exactitude de cette détermination est remarquable, car l'inclinaison a été reconnue de $5^{\circ} 9' 8''$ par les plus récentes observations, & la valeur de GD $8' 50''$; ce qui diffère à peine des quantités trouvées par Tycho-brahé. Le pôle de l'orbite lunaire est supposé se mouvoir sur la circonférence GEC , de manière qu'il soit en G dans les syzigies, en C dans les quadratures, en F dans les octans; son mouvement étant proportionnel au double de la vraie distance de la lune au soleil; de-là il suit que l'angle DAF est de $1^{\circ} 46'$, c'est la plus grande équation du lieu du pôle D & du lieu du nœud de la lune sur l'écliptique; dans un autre point comme H , l'angle HAG fera aussi l'équation du nœud, & AH la distance actuelle des poles ou l'inclinaison de l'orbite de la lune pour le temps donné, l'angle ADH étant toujours égal au double de l'élongation de la lune ou de ce qui lui manque pour aller à 360° , c'est-à-dire, au double de la distance de la lune à sa conjonction ou à son opposition.

1174. Tycho-brahé n'apperçut pas qu'il résultoit de cette hypothèse & de cette construction une manière très-simple de corriger la latitude de la lune par une seule équation; Kepler & Newton même continuerent d'employer une équation pour l'inclinaison & une pour le nœud, d'où ils tiroient ensuite la latitude de la lune par la résolution d'un triangle sphérique; M. T. Mayer est le premier, ce me semble, qui dans ses Tables de la lune ait sçû prendre une voie plus simple: je vais la démontrer ici, car l'Auteur ne nous en a point laissé de démonstration, ayant toujours caché, tant qu'il a pû, les moyens dont il s'étoit servi pour perfectionner ses Tables de la lune; on verra que par ce moyen l'on n'est pas obligé de supposer un changement d'inclinaison, ni une équation dans le nœud. Il suffit de corriger par une simple équation la latitude de la lune cal-

culée à la maniere ordinaire , en supposant une inclinaison constante de $5^{\circ} 9' 8''$.

1175. Soit L la lune, E le pole de son orbite (*Fig. 85.*) en sorte que LE soit de 90° parce que le pole d'un cercle est toujours éloigné de sa circonférence de 90° , l'arc LD qui est la distance de la lune au pole moyen est plus ou moins grand que la distance au pole vrai , de toute la quantité de l'équation de la latitude que nous cherchons. Si du pole D on abaisse le petit arc perpendiculaire DM sur le cercle LE prolongé en M ; on aura $LM = LD$, & par conséquent EM sera la différence cherchée entre la distance au pole vrai & la distance au pole moyen; ou entre la latitude vraie & la latitude moyenne. Puisque AD est le cercle de latitude qui passe par les poles de l'orbite de la lune , qui lui est perpendiculaire aux points de la plus grande digression; l'arc de cercle DB perpendiculaire au premier sera celui qui passe par les nœuds de la lune , & l'angle LDB sera la distance de la lune à son nœud ou l'argument de latitude mesuré au pole de son orbite; ce qui revient au même que s'il étoit compté sur l'orbite même de la lune. L'angle ADM est égal à l'angle LDB ; car si des angles droits ADB & MDM on ôte la partie commune MDB , on aura les restes égaux ADM & LDB : ainsi ADM est aussi égal à l'argument de latitude; mais ADE , suivant l'hypothèse de Tycho (1173) est égal au double de la distance de la lune au soleil, donc MDE est égal au double de cette distance moins l'argument de latitude. Le petit triangle rectangle DME sensiblement rectiligne, donne, suivant la règle ordinaire de la trigonométrie rectiligne, $ME = ED$ sin. MDE ; donc l'équation de la latitude de la lune est égale à $8' 50''$ multipliés par le sinus de l'angle MDE de la double distance de la lune au soleil moins l'argument de latitude.

Equation de la Latitude.

Fig. 85.

Règle.

1176. Il résulte aussi de ce changement dans les nœuds & l'inclinaison de l'orbite lunaire une inégalité dans la réduction à l'écliptique; mais M. Mayer l'a renfermée dans la Table de la *variation*, parce qu'on a reconnu qu'en diminuant de quelques secondes la variation, on produisoit

le même effet ; M. d'Alembert remarque dans sa théorie de la lune, *pag.* 97, que les quantités qui proviennent de l'équation du nœud & de celle de l'inclinaison, se détruisent mutuellement, à l'exception d'une équation de 23 secondes qui a le même *argument* * que la variation de la lune.

1177. Le calcul de l'Attraction a fait voir beaucoup d'autres inégalités sensibles dans les latitudes de la lune, mais elles sont assez petites pour qu'on puisse les négliger, sans faire sur la latitude de la lune des erreurs de plus d'une minute & demie ; ainsi nous les négligerons, ne regardant pas jusqu'ici comme considérable l'erreur d'une minute sur la latitude de la lune.

DE LA PÉRIODE CHALDÉENNE

DE DEUX CENTS VINGT-TROIS LUNAISONS.

1178. NOUS avons dit, (1107) que les plus anciens Astronomes, long-temps avant Hipparque, avoient aperçu le retour constant des éclipses au bout de 223 mois lunaires, ou de 18 ans & dix jours. Pline le Naturaliste dit aussi qu'il est certain que les éclipses retournent dans le même ordre dans l'espace de 223 mois, (*L. II. cap. 13.*). C'est pourquoi M. Halley appelle cette période *la Période de Pline*, (*Philos. Transf. 1692. n°. 194. Acta Erudit. 1692. p. 529.*).

1179. Les éclipses ne pouvoient revenir dans le même ordre malgré les inégalités de la lune, à moins que ces inégalités n'eussent aussi la même période, d'où M. Halley conclut que les inégalités & les erreurs des Tables, quoiqu'imparfaitement connues de son temps, devoient cependant revenir les mêmes au bout de 223 lunaisons, en sorte qu'une erreur observée devoit suffire pour annoncer celle qui auroit lieu 18 ans après, malgré l'imperfection des Tables de la Lune.

1180. C'est cette période que M. Halley appelle aussi *Saros*, ou *Période Chaldaique* ; il est vrai que le *Saros*

* On appelle *Argument d'une Equation*, la quantité ou l'angle dont elle dépend, & qui en règle la mesure ; ainsi l'anomalie moyenne est l'argument de l'équation du centre, la distance au nœud est l'argument de la latitude.

connu chez les Chaldéens , & dont on ignore la véritable durée , a été confondu par Suidas avec l'intervalle de 223 lunaisons , mais sans aucune preuve. On peut voir au sujet du Saros , du Neros & du Sossos ce que dit M. Goguet. Voyez aussi les Mémoires de Trévoux , *Février & Avril* 1760 , où le P. Giraud & M. Gibert ont disserté là-dessus.

1181. M. Halley dès l'année 1684 avoit fait usage des 18 ans pour prédire les éclipses : on avoit observé le 22 Juin 1666 , V. Style. , une éclipse de soleil , à Londres & à Dantzick ; il s'en servit pour prédire celle du 2 Juillet 1684 , en y employant la même erreur qu'il avoit reconnue dans les Tables pour le 22 Juin 1666 , & sa prédiction se trouva vérifiée à la minute ; enfin , il trouva que même hors des syzigies , les erreurs des Tables se retrouvoient presque les mêmes ; il en conclut que c'étoit un défaut régulier de la Théorie , & pour le reconnoître parfaitement , il forma dès-lors le dessein d'observer la lune sans interruption pendant une période entière de 18 ans , pour dresser une Table des erreurs de la Théorie , & des Tables de la Lune dans tous les temps de cette période ; c'est ce qu'il commença en 1722 , (346).

1182. On trouve dans les Tables de M. Halley un catalogue des éclipses de lune & de soleil , arrivées depuis 1701 jusqu'en 1718 ; il donna pour chacune le temps moyen du milieu de l'éclipse , l'anomalie moyenne du soleil , l'argument annuel & la latitude de la lune : pour que cette Table pût servir à trouver les éclipses dans d'autres périodes , il y joignit deux autres Tables , dont l'une marquoit pour chaque anomalie du soleil ce qu'il falloit ajouter , ou ôter du milieu de l'éclipse trouvée par la période , & de la latitude de la lune au commencement de la période ; ou dans le temps d'une des éclipses observées pour avoir l'heure du milieu de l'éclipse suivante au bout des 18 ans ; & la latitude de la lune dans le même temps ; par ce moyen on peut prédire une éclipse avec bien plus d'exactitude que la période seule n'en donneroit.

Retour des
éclipses.

1183. Cette correction est absolument nécessaire à cause de l'imperfection de cette période ; car , comme l'ob-

serve M. le Gentil, (*Mém. Acad.* 1756, pag. 58.), dans l'espace de dix périodes, une éclipse, quoique totale, se réduit à rien : par la même raison, les erreurs des Tables, quoiqu'à peu-près les mêmes au bout de 18 ans, doivent devenir fort différentes après quelques périodes. Le 18 Octobre 1641, l'erreur des Tables de Flamstead étoit, suivant M. le Gentil, de 2' 6" en excès, mais le 23 Décembre 1749, elle étoit de 1' 11" en défaut ; l'erreur des Tables a donc varié de 3' 17" dans l'espace de 6 périodes, ce qui fait 33" de changement pour chaque période.

L'éclipse du 20 Janvier 1647, comparée avec celle du 27 Mars 1755, donne 45" de différence pour l'erreur des Tables à la fin d'une seule période. Au reste, la Table de l'équation de l'intervalle des éclipses donnée par M. Halley, & dont nous avons parlé ci-dessus, fait voir qu'on pourroit trouver dans cette période des erreurs encore plus grandes que celles qu'a trouvées M. le Gentil ; car lorsque l'anomalie moyenne du soleil est nulle, l'équation de la latitude est de 4' 27", & l'équation de la période en temps est de 45 minutes.

Conclusion. } I I 84. Ainsi quoique cette maniere de connoître & de prédire l'erreur des Tables, fût bonne dans le temps où l'on craignoit de la part des Tables plusieurs minutes d'erreur, elle est peu nécessaire actuellement où nous avons des Tables dont l'erreur ne passe guères une minute.

DU DIAMÈTRE DE LA LUNE.

I I 85. LES Anciens qui, comme Ptolémée, ne pouvoient mesurer le diamètre de la lune qu'avec des pinnules, ne pouvoient guères s'en assurer avec une grande précision, & ils le supposoient de 30' dans l'apogée, mais un peu plus grand dans le périgée. Tycho-Brahé établissoit le diamètre moyen de la lune de 26' 30" dans les conjonctions, & de 34' 0" dans les oppositions.

Après la découverte des lunettes d'approche on commença à prendre une idée plus juste des diamètres des planetes, M. Cassini, dans ses Tables Astronomiques, fait le plus

plus petit diamètre de la lune de $29' 30''$, & le plus grand de $33' 38''$.

1186. Suivant les observations exactes que j'en ai faites avec un héliomètre de 18 pieds, le diamètre moyen de la lune est de $31' 31''$, les extrêmes sont $29' 28''$, lorsque la lune est apogée & en conjonction, & $33' 36''$, lorsqu'elle est périgée & en opposition. Il faut bien observer que ce que j'appelle ici *Diamètre moyen de la Lune*, est un milieu arithmétique entre le plus grand & le plus petit diamètre; l'on ne trouveroit que $31' 9''$, si l'on vouloit prendre la quantité constante à laquelle s'ajoutent toutes les équations ou les inégalités du diamètre, pour avoir le diamètre actuel dans un temps donné (1189).

Diamètre par les dernières observations.

1187. Les variations observées dans le diamètre de la lune, indiquent celles de sa distance; aussi la découverte des lunettes d'approche a donné le moyen de reconnoître exactement les augmentations & les diminutions de la distance de la lune. Non-seulement le diamètre de la lune diminue quand la lune est apogée, mais Horox trouva vers l'an 1638 que la lune étant apogée, n'étoit pas toujours à même distance de la terre, & qu'elle en étoit plus éloignée lorsqu'elle se trouvoit alors en conjonction ou en opposition; cela lui fit établir cette augmentation d'excentricité dans l'orbite de la lune qui a lieu, selon lui, toutes les fois que la ligne des apfides concourt avec la ligne des syzigies (1125).

M. Picard fit avec soin ces mêmes observations du diamètre de la lune, pour en conclure ce changement des distances de la lune à la terre; il reconnut que la lune périgée & en quadrature, paroissoit sous un angle plus petit que la lune périgée & en syzigie. Cette augmentation du diamètre de la lune dans les syzigies, vient de deux inégalités dans les distances de la lune, dont nous parlerons dans le IX^e. Livre à l'occasion de la parallaxe de la Lune (1344).

1188. Ces deux inégalités sont liées avec les deux équations du mouvement de la lune, que nous avons appelées *Evection & Variation*; elles ont été observées depuis que les micromètres nous ont donné le moyen de

Changement du diamètre.

mesurer exactement les diamètres de la lune dans ses diverses positions ; on a observé que quand l'argument de la variation étoit de 0 ou de 6 signes, le diamètre étoit augmenté de 17'' plus que dans les octans à pareille distance de l'apogée, & que l'argument de la variation étant de 3 signes, il étoit au contraire diminué de 18''. On a vû de même par rapport à l'argument de la variation, que lorsqu'il étoit de 0 signes, le diamètre de la lune augmentoit de 15'', & diminuoit d'autant 5 ou 6 mois après, à même distance de l'apogée ; ces observations faites dans le dernier siècle en Angleterre & en France, étant conformes à la théorie de Newton, c'est-à-dire, à l'effet que doit produire l'attraction du soleil ; Newton s'en servit pour corriger la parallaxe de la lune, par les deux argumens de l'évection & de la variation.

1189. Si l'on nomme y l'anomalie moyenne de la lune & t sa longitude moyenne moins celle du soleil, on a, suivant la théorie de M. Clairaut, le diamètre de la lune pour un temps quelconque exprimé par la formule suivante : $31' 9'' - 1' 41'' 3 \cos. y + 5'' 6 \cos. 2y + 15'' 3 \cos. 2t - 18'' 5 \cos. (2t - y)$; je négligerai les autres équations qui sont insensibles ; on peut les trouver en prenant les équations que M. Clairaut a données pour la parallaxe, & dont je parlerai dans le IX^e. Livre ; toutes ces équations étant multipliées par $\frac{6}{11}$, donneront les équations correspondantes du diamètre. D'ailleurs lorsqu'on connoît la parallaxe horizontale de la lune pour Paris, on en conclut le diamètre par le rapport constant de 54' 56'' à 30'. (Voy. *Mém. Ac.* 1756, & ci-après Livre IX. 1344).

Diminution
dans les éclipses.

Je ne parlerai pas ici de la diminution du diamètre de la lune, que M. de la Hire croyoit avoir lieu dans les éclipses de soleil ; j'ai parlé de cette augmentation dans la *Connoissance des Temps* de 1760, pag. 157 ; & j'ai fait voir que cette diminution n'a pas lieu.

Augmentation
par la hauteur,

1190. Lorsque la lune est plus près de nous, son diamètre apparent paroît plus grand dans la même proportion (1057), puisque l'angle visuel sous lequel elle paroît, & qui forme la mesure de ce diamètre, devient plus ouvert.

Fig. 87. Soit T le centre de la terre, (*Fig. 87.*), O un Observateur

situé à la surface de la terre, Z la lune située au zénith de l'Observateur ; si la distance ZO de la lune à l'Observateur est plus petite d'une soixantième, que la distance ZT de la lune au centre de la terre, le diamètre apparent vû du point O , sera plus grand d'une soixantième que le diamètre vû du centre T de la terre.

De même si la lune est située en L , de manière que sa hauteur au-dessus de l'horison soit égale à l'angle LOH , sa distance au zénith étant égale à l'angle LOZ , on voit que la distance LO sera plus petite que la distance LT au centre de la terre ; le seul cas où cette augmentation sera nulle, est celui où la lune sera dans l'horison même en H , car alors elle sera presque également éloignée du point O & du point T ; voilà pourquoi on appelle DIAMÈTRE HORIZONTAL de la lune, celui qui est vû du centre de la terre, parce qu'il est aussi égal au diamètre observé de la surface de la terre, quand la lune est à l'horison.

Diamètre horizontal.

1191. Lorsqu'on connoît le diamètre horizontal de la lune, il est aisé de trouver le *diamètre augmenté* à raison de la hauteur sur l'horison, puisqu'ils sont entre eux comme le côté LO est au côté LT . Dans le triangle LOT , l'angle OLT est ce qu'on appelle la *parallaxe de hauteur* ; (Voyez ci-après Livre IX) ; l'angle LOZ , ou son supplément LOT qui a le même sinus, est la distance apparente au zénith, l'angle LTO est la distance vraie de la lune au zénith, vû du centre de la terre, ou le complément de la hauteur vraie. Dans tout triangle rectiligne les sinus des côtés sont comme les sinus des angles opposés ; ainsi le côté LO est au côté TO , comme le sinus de l'angle OTL est au sinus de l'angle LOT ; donc le diamètre horizontal est au diamètre augmenté, comme le sinus de la distance vraie de la lune au zénith, vû du centre de la terre, est au sinus de la distance apparente de la lune au zénith, vû du point O .

1192. Ainsi pour trouver le diamètre de la lune augmenté à raison de sa hauteur au-dessus de l'horison, on fera cette proportion : *Le cosinus de la hauteur vraie est au cosinus de la hauteur apparente, comme le diamètre horizontal est au diamètre augmenté.* C'est la différence entre

Règle de cette augmentation.

FF ff ij

celui-ci & le diamètre horifontal qu'on appelle *Augmentation du diamètre*, & dont j'ai donné une Table fort ample & fort détaillée, pour les différens degrés de hauteur & pour les différentes grandeurs du diamètre de la lune dans mon *Exposition du Calcul Astronomique*, p. 259.

1193. M. de la Caille dit dans ses Leçons d'Astronomie, que cette augmentation du diamètre de la lune est la différence de parallaxe entre le bord supérieur & le bord inférieur de la lune; mais cette notion est défectueuse, car elle ne sçauroit s'appliquer au diamètre de la lune mesuré horifontalement, qui cependant est augmenté aussi bien que le diamètre vertical, suivant les différentes hauteurs de la lune.

Grandeur de
la Lune à l'ho-
rifon.

1194. Suivant la démonstration précédente le diamètre de la lune doit paroître plus petit quand la lune se lève, que quand elle est parvenue à une certaine hauteur; la lune en s'élevant doit paroître de plus en plus grande à nos yeux, & l'observation faite avec un instrument quelconque prouve sans cesse aux Astronomes que la lune paroît sous un angle plus petit quand elle est à l'horifon. Cependant un fait généralement reconnu c'est que la lune à la vûe simple paroît d'une grandeur extraordinaire lorsqu'on la voit se lever derriere des bâtimens ou des montagnes; il n'y a presque personne qui ne s'imagine la voir alors deux ou trois fois aussi large que quand elle arrive ensuite à une grande hauteur. C'est-là certainement une illusion optique & elle a lieu de même pour les autres astres; mais il suffit de regarder la lune dans une lunette quelconque ou au travers d'un tube de papier, & même si l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour se convaincre que l'augmentation n'est point réelle & que le diamètre de la lune est vû au contraire alors sous un plus petit angle, que lorsque la lune est à une plus grande hauteur.

Jugement
involontaire.

Il est difficile de se former une idée claire de la cause de cette illusion, si ce n'est en admettant avec tous les Opticiens ce jugement tacite, commun & involontaire, par lequel nous estimons fort grands les objets qui nous paroissent fort éloignés, en même temps que nous jugeons les

objets fort éloignés lorsque nous voyons à la fois beaucoup de corps interposés entre nous & l'objet dont il s'agit.

1195. Roger Bacon en citant l'optique de Ptolémée, (Ouvrage qui s'est perdu pendant les siècles d'ignorance), nous apprend que cet Auteur en avoit jugé ainsi; Descartes & le Pere Mallebranche (*Recherche de la VÉR. Liv. 1*) l'expliquent de la même manière. C'étoit une marque d'ignorance profonde dans M. Regis, (*Système de Phil. Tom. IV. Liv. 8*) de soutenir que c'étoit un effet de la réfraction, car la réfraction accourcit les distances au lieu de les étendre, & fait paroître les objets plus petits, bien loin de les faire paroître plus grands. (*Voyez Liv. XII.*)

La lune se levant à l'horison derrière une montagne ou à l'extrémité d'une plaine, paroît nécessairement à la suite de plusieurs objets sensibles & variés; au lieu que dans une certaine hauteur on élève la tête pour appercevoir la lune, & l'on ne voit rien entr'elle & nous qui puisse nous faire juger de sa distance. Dans le premier cas, notre entendement accoutumé à juger de l'éloignement d'un corps par la multitude des objets qui paroissent entre lui & nous, estime nécessairement la lune fort loin de nous, & cela par habitude, par instinct & par une suite de sa manière d'estimer & de juger des distances. Or un même objet que nous jugerons fort éloigné, fera jugé plus grand que si on le croyoit fort près: ainsi la lune dans l'horison, estimée à une plus grande distance est jugée plus grande par cette première perception: on trouvera d'autres preuves de la vérité de ce jugement habituel & involontaire sur la grandeur des objets; dans le 1^r. volume du grand Traité d'Optique de Smith, en Anglois, *art. 160 & suiv.*

1196. Le Pere Gouye substituoit, ou ajoûtoit une autre considération à celle-ci, & je crois qu'elles peuvent aller ensemble & se fortifier mutuellement. Une colonne qui paroît au-devant d'une muraille ou qui est environnée de plusieurs objets différens; & même une colonne cannelée semble en général être plus grande que si elle étoit simple & isolée; les vapeurs de l'horison & le voisinage de la terre, des montagnes, des arbres, font cet effet sur la lune:

Remarque du
P. Gouye.

& en la faisant paroître plus accompagnée, elles la présentent à notre perception comme si elle étoit d'un plus grand volume. Voyez l'Histoire de l'Acad. 1700, pag. 8.

Diamètre en ascension droite.

1197. Lorsqu'on a observé l'ascension droite du bord de la lune (131) & qu'on veut en conclure l'ascension droite du centre de la lune, il faut connoître le demi-diamètre de la lune en ascension droite, c'est-à-dire, la quantité dont différent entr'elles les ascensions droites du bord & du centre de la lune.

Fig. 88. Soit P le pole du monde (Fig. 88), EQ l'équateur, PLA le cercle de déclinaison qui passe par le centre de la lune & qui marque en A l'ascension droite de la lune sur l'équateur; PMB le cercle de déclinaison qui passe par le bord de la lune M , & qui touchant le limbe de la lune va déterminer en B l'ascension droite du bord de la lune; AB est donc le demi-diamètre de la lune en ascension droite; & suivant ce qu'on a vû pour le soleil (594), il faut *diviser le demi-diamètre horizontal par le cosinus de la déclinaison vraie de la lune, pour avoir le demi-diamètre en ascension droite.*

Temps que la Lune met à passer le méridien.

1198. Lorsqu'on veut sçavoir le temps que le diamètre de la lune emploie à traverser le méridien, *on convertit en temps lunaire le diamètre de la lune en ascension droite.* Je suppose que le retardement diurne de la lune soit d'une heure, c'est-à-dire, qu'elle emploie 25 heures de temps moyen à parcourir 360 degrés & à revenir au méridien le jour pour lequel on calcule; je suppose aussi que son diamètre en ascension droite soit de 30 minutes, il ne s'agit que de sçavoir combien la lune emploiera à parcourir 30' par son mouvement diurne à raison de 25 heures pour 360 degrés; on fera donc cette proportion, 360° sont au retardement diurne 25 heures, comme le diamètre en ascension droite 30', est au temps cherché qu'on trouvera de 2' 5"; c'est ce que la lune emploie à traverser le méridien. Les Astronomes en font un usage fréquent dans les observations de la lune, lorsque après avoir observé le passage du premier bord de la lune au méridien ils veulent sçavoir à quelle heure le centre de la lune y a passé: car alors il faut

ajouter au temps où le premier bord aura passé, celui que le demi-diamètre aura dû employer à traverser le méridien, pour avoir le passage du centre de la lune par le méridien. On trouve aussi le temps du demi-diamètre par le moyen de deux Tables que j'ai mises dans la *Connoissance des Temps* de 1760, *pag.* 123.

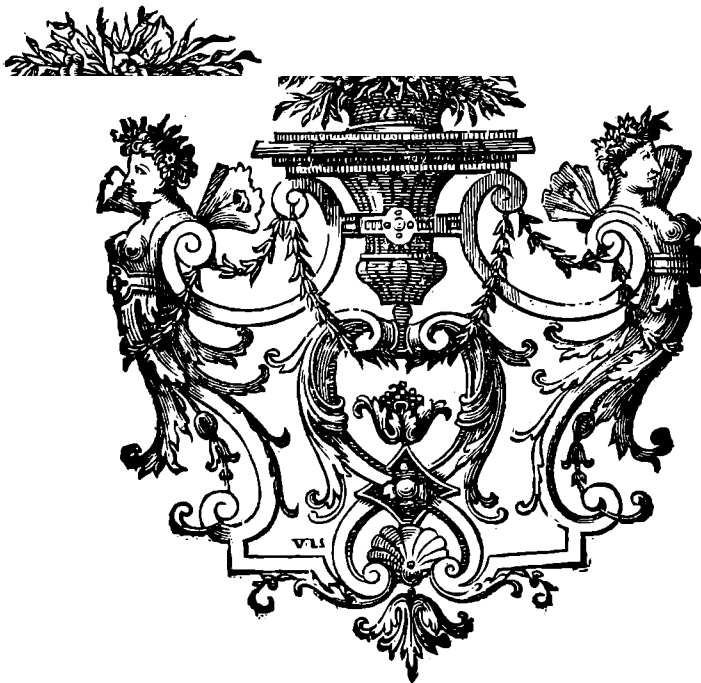
Des Observations de la Lune.

1199. Pour établir & vérifier les théories précédentes on auroit besoin d'un grand nombre de bonnes observations ; mais l'étendue de cet Ouvrage ne me permet pas de les rapporter ici : on pourra consulter Riccioli, *Alm.* 1250. Bouillaud, *pag.* 150. M. Cassini, *pag.* 285. Le dernier volume des Ephémérides de M. l'Abbé de la Caille depuis 1765 jusqu'en 1775. La nombreuse collection des observations de M. Halley qui font à la fin de ses Tables Astronomiques, & celles que M. Cassini de Thury a données en très-grand nombre dans ses additions aux Tables de M. son pere. Je dois faire mention aussi d'une des plus belles collections qui existe, quoiqu'elle ne soit pas encore publique, c'est celle d'environ 1200 observations de M. Bradley calculées & réduites par lui & par M. Gaël Morris, excellent Calculateur, qui m'en a fait voir le manuscrit à Londres au mois de Mars 1763. Il se propose de les faire imprimer avec les nouvelles Tables de M. Mayer qu'il a corrigées d'après ces mêmes observations ; de manière qu'elles ne diffèrent jamais d'une minute. M. Bradley avoit déjà envoyé il y a plus de dix ans à M. Euler 130 observations faites en 1743, 1744 & 1745 ; celui-ci les communiqua à M. Mayer, qui en a fait usage pour ses Tables, & les a données dans les Mémoires de Gottingen, *T. III. pag.* 393. Toutes ces observations de M. Bradley sont entre les mains de M. Bliss son successeur à Greenwich, & j'ai été témoin le 9 Juin 1763 d'une délibération de la Société Royale de Londres qui en ordonne la publication.

Les observations de la lune que M. le Monnier fait depuis 1733 avec la plus grande assiduité, & dont l'impression

est déjà commencée au Louvre, in-folio, formeront une suite très-importante & également propre à donner à la théorie de la lune le dernier degré d'exactitude.

Après avoir parlé de ces collections d'observations modernes, je ne parlerai pas de celles de Tycho, d'Hévélius & de Flamsteed; on y trouve à la vérité un nombre prodigieux d'observations; mais les nouvelles sont plus exactes, comparées à des étoiles plus connues, & par conséquent meilleures pour déterminer les élémens actuels de la théorie de la lune.



LIVRE HUITIEME.

DU CALENDRIER.

1200. **L**A CHRONOLOGIE ancienne, & l'usage ordinaire que l'on fait du Calendrier, appartiennent trop à l'Astronomie pour ne pas les traiter ici en abrégé. Le fondement de la Chronologie consiste dans la mesure des années & des jours, & par conséquent dans les mouvemens du soleil & de la lune, comparés entre eux, & avec les divers événemens de l'Histoire; ainsi après avoir parlé des moindres parties du temps qui sont les heures, & les semaines; nous parlerons des années, de leurs différentes divisions, des cycles qui en sont composés, des nouvelles lunes, du Calendrier, des périodes anciennes, enfin, des époques les plus célèbres: nous dirons aussi quelque chose des levers & couchers héliaques des étoiles qui sont assez célèbres parmi les Anciens, & que les Commentateurs expliquent ordinairement avec beaucoup d'obscurité.

1201. LES HEURES PLANÉTAIRES usitées autrefois chez les Juifs & les Romains, commençoient au lever du soleil, & recevoient leur nom d'une des planetes qu'on supposoit présider alternativement dans l'univers; ainsi le Dimanche, au lever du soleil, la premiere heure étoit pour le Soleil, ensuite venoient Vénus, Mercure, la Lune, Saturne, Jupiter; par-là il arrivoit que le lendemain commençoit par la Lune, & voilà pourquoi le jour de la Lune, c'est-à-dire, le lundi fut placé à la suite du jour consacré au Soleil. Ces heures étoient *inégales*, parce qu'on divisoit le jour naturel en 12 parties, & la nuit en 12 autres parties.

1202. LES HEURES BABYLONIQUES commençoient à se compter au lever du soleil; cela se pratique encore à Majorque & à Nuremberg.

Les Egyptiens & les Romains commençoient à compter de minuit, comme font aujourd'hui les François & plusieurs autres Nations.

Heures
Astronomiques.

Tous les Astronomes commencent le jour à midi, comme font aussi les Arabes, & ils comptent jusqu'à 24 heures; ainsi lorsqu'on compte dans la société le 2 Janvier 8 heures du matin, les Astronomes disent le premier Janvier à 20 heures, & c'est ce que nous appellons *Temps Astronomique*.

Heures
des Juifs.

1203. Les Juifs & les Romains distinguoient dans le jour artificiel, pris du lever au coucher du soleil, quatre parties principales, *Prime, Tierce, Sexte & None*. Prime commençoit au lever du soleil; Tierce, trois heures après; Sexte commençoit à midi; & None, trois heures avant le coucher du soleil; mais ces heures étoient plus ou moins grandes, suivant que le soleil étoit plus ou moins long-tems sur l'horison; l'on emploie encore dans le Bréviaire de l'Eglise Romaine les mêmes dénominations.

1204. Les Athéniens commençoient à compter les heures depuis le coucher du soleil; on en fait de même actuellement en Pologne, en Autriche, en Bohême, & dans toute l'Italie. Nous expliquerons en peu de mots l'usage des Italiens à cet égard.

Heures
Italiques.

Les *Heures Italiques* commencent une demi-heure après le coucher du soleil, & continuent jusqu'au coucher du lendemain où l'on compte 24 heures: par cette méthode, la durée des 24 heures & celle de chacune des heures varie sans cesse, aussi bien que le temps où elles commencent, en sorte qu'on n'a rien de constant dans les Heures Italiques, pas même le midi, ou le milieu du jour qui arrive tantôt à 16 heures, tantôt à 19. Aussi dans les Almanachs on a soin de donner des Tables de l'heure à laquelle doit arriver le minuit, le midi & le lever du soleil; *Tavola della mezza notte, dell' aurora, del mezzo giorno*.

Pour éviter en Italie de toucher chaque jour aux horloges, on attend que les différences accumulées de jour en jour montent environ à un quart-d'heure, & pour se conformer à cette police, toutes les horloges de la ville font un saut d'un quart-d'heure tantôt au bout de 8 jours, tantôt au bout de 15 jours ou 3 semaines.

Semaines de
sept jours.

1205. L'usage de diviser les temps en semaines de sept jours est de la plus haute Antiquité. Les plus anciens Peu-

ples de l'Orient s'en sont servis, on la retrouve jusques dans l'Amérique. Voyez le *Speçt. de la Nat. T. VIII. pag. 53.* Scaliger, de *Emend. Temp. Mém. de l'Acad. des Inscript. & Belles-Lettres, T. IV. p. 65. & T. VI. p. 166. & M. Goguet, T. II. p. 88.* M. Goguet pense qu'inutilement on a voulu proposer plusieurs conjectures sur les motifs qui ont pû déterminer l'univers entier à s'accorder sur cette maniere primitive de partager le temps, & qu'il faut la rapporter à une tradition générale des sept jours qu'avoit duré la Création du Monde. Il est singulier que cet Auteur n'ait pas vû que cet usage venoit des phases de la lune qui ne se montre que pendant 4 semaines ou 28 jours, ce qui a servi à régler le temps chez toutes les Nations (1078) : ces phases changent tous les sept jours, & si l'on avoit voulu faire des semaines de huit jours, on eût trouvé un excès de trois jours au bout du mois; d'ailleurs les années solaires, 365 jours, se partagent à un jour près, en semaines de 7 jours, au lieu qu'il y auroit eu cinq jours de reste, si l'on eût fait les semaines de huit jours; ainsi l'usage des mois & des années paroît avoir dû entraîner celui d'une semaine de sept jours: les Grecs furent presque les seuls qui dans le commencement ne diviserent pas leurs mois en semaines de sept jours.

Années des Anciens.

1206. Nous avons parlé dans le II^e. Livre (176) des années qui servirent aux premiers Peuples du monde, & qui furent d'abord de 30 jours, ensuite de 360, puis de 365; ces incertitudes & ces variétés troublèrent souvent la Chronologie: on faisoit de temps à autre des additions ou des suppressions d'un certain nombre de jours ou de mois, selon qu'il étoit nécessaire; l'Histoire nous apprend qu'on a souvent été obligé de recourir à ces expédiens; ainsi lorsque Jules-César réforma le Calendrier, il fallut ajouter deux mois outre le *Mercedonius*, mois intercalaire établi par Numa, (Voyez M. Goguet, *T. II. p. 100. édit. in-12.*)

Différentes formes d'années.

1207. Les Arabes & les Turcs se servent des années

Années Lunaires.

G G g g ij

lunaires, elles font de 354 & de 355 jours, car les 12 lunaï-
sons font 354^h 8' 48" 36"; dès-lors leurs années civiles n'ont
aucun rapport avec les saisons : en effet, si les années Tur-
ques & Européennes ont commencé le même jour, l'année
lunaire finira le 20 Décembre, suivant notre maniere de
compter ; la seconde année lunaire suivante finira le 10 de
Décembre, parce qu'elle a 355 jours ; la troisième finira le
29 Novembre ; en anticipant toujours de même, il arrivera
au bout de 33 ans, qu'on aura eu 34 années lunaires, &
qu'elles recommenceront ensemble.

Années
Egyptiennes.

1208. La première règle constante qu'il y ait eu pour
les années, fut celle des années de 365 jours qui étoient
toutes égales ; c'est ce qu'on appelle les années Egyptien-
nes ; le soleil retardoit chaque année de six heures sur une
année Egyptienne, & tous les quatre ans l'équinoxe arri-
voit un jour plus tard dans l'année civile ; ce retardement
formoit une année entière au bout de 1461 années civiles,
ou d'une période caniculaire (181). Les années Egyptien-
nes font encore employées dans la Perse. On peut voir
dans les notes de Golius sur Alfergan un long détail sur la
forme ancienne & nouvelle de l'année des Perses.

Temps où com-
mençoit l'année.

1209. Parmi nous l'année civile est tantôt de 365 jours
& tantôt de 366 (1214) ; elle commence au premier Janvier
depuis le règne de François premier ; les anciens Romains
la commençoient avec le mois de Mars sous le règne de
Romulus ; les Grecs au mois de Septembre : Numa Pom-
pilius la fixa au mois de Janvier. Sous la seconde race de nos
Rois elle commençoit à Pâques après la Bénédiction du
Cierge pascal ; & dans certains endroits elle commençoit à
l'Annonciation, c'est-à-dire, le 25 de Mars. Voyez *l'Art
de vérifier les dates*, par D. Clémencet & D. Durand, in-4°.
1752. Chez Cavelier. Petav. *Doctr. Temp. Liv. IX. c. 3.*

1210. Le printemps étoit, ce me semble, le temps où
l'année devoit naturellement commencer (122). Ovide se
plaint en effet de ce qu'on n'y avoit pas établi le commen-
cement de l'année :

Dic age, frigoribus quare novus incipit annus,
Qui melius per Ver incipiendus erat. *Fast. I.*

mais la raison qui déterminâ les Anciens pour le mois de Janvier fut sans doute qu'au solstice d'hiver le soleil recommence à monter vers notre hémisphère boréal ; ce commencement d'élévation & d'accroissement dans les jours leur parut devoir être le commencement de l'année :

*Bruma novi prima est , veterisque novissima Solis ;
Principium capiunt Phœbus & annus idem. Fast. I.*

I 2 I I. L'année qui se divise actuellement en 12 mois solaires de 30 ou 31 jours avoit été divisée par Romulus en dix parties seulement, & elle n'avoit que 304 jours. Mars étoit le premier mois, & avoit pris le nom du Dieu dont Romulus vouloit descendre ; le mois de Décembre étoit le 10^e. & le dernier mois de l'année. Numa ajouta 51 jours à l'année lunaire des Romains, & la fit de 355 jours, quoique l'année lunaire ne dût être que de 354 ; il avoit, dit-on, de l'inclination pour les nombres impairs. Les mois des Romains étoient alors de 29 & de 30 jours alternativement, pour répondre aux mois lunaires qui sont de $29\frac{1}{2}$: Numa changea les six mois qui avoient 30 jours pour les rendre impairs ; ces six jours joints avec 51 jours qu'il avoit ajoutés, en firent 57 ; il en composa deux mois, l'un de 29 jours, l'autre de 28, qu'il plaça au commencement de l'année, suivant l'opinion de plusieurs Sçavans, en faisant commencer l'année avec l'hyver, parce que c'étoit le temps où les jours commençoient à augmenter (1210) : quelques Sçavans sont d'une opinion contraire. Il y avoit ainsi une année lunaire de 355 jours, plus petite de 10 jours que l'année solaire, en sorte qu'au bout de trois ans l'hyver n'arrivoit plus au commencement de Janvier, mais de Février ; il employa donc, aussi bien que les Grecs, une intercalation, par laquelle l'hyver devoit toujours commencer avec le mois de Janvier, mais il distribua les jours intercalaires d'une façon particulière ; lorsqu'il y eut deux années de passées, on ajouta 22 jours ; lorsqu'il y en eut quatre, 23 jours ; à la sixième, 22 jours ; à la huitième, 23 ; de sorte qu'en huit ans il y avoit 90 jours intercalaires. (Gassendi, *Op. T. V.*)

Division de
l'année Romaine

I 2 I 2. Jules-César corrigea heureusement le désordre

Années Juliennes

G G g g iij

de ce Calendrier , & en éclaircit l'obscurité , 46 ans avant J. C. Il voulut faire correspondre les années civiles aux années astronomiques, en sorte qu'à la même saison l'on comptât toujours les mêmes mois, & qu'on pût dire que le printemps arrivoit toujours au même temps de l'année. Voyez Censorinus, *ch.* 10. Suétone, dans la *Vie de César*. Dion Cassius, *Liv. XLIII*. Solinus, *ch.* 3. Macrobe, *Saturn. Liv. I. ch.* 14. Jules-César étoit curieux d'Astronomie, il avoit même composé divers Ouvrages :

Media inter prælia semper
Stellarum coelique plagis Superisque vacavi,
Nec meus Eudoxi vincetur fastibus annus. *Pharsal. X. 185.*

Sofigenes,
Auteur du Ca-
lendrier Julien.

I 2 I 3. Il étoit devenu essentiel au temps de Jules-César de faire dans le Calendrier une entière réformation: César étoit tout à la fois Dictateur & Pontife, & ce soin le regardoit principalement. Pour s'en acquitter avec plus d'exactitude, César fit venir *Sofigenes*, Mathématicien d'Égypte, qui s'occupa sérieusement de ce travail: Pline fait l'éloge de son application, en disant: *Ipsæ ternis commentationibus, quamquam diligentior esset cæteris, non cessavit tamen addubitare ipsemet semel corrigendo.* Il fit sentir à César qu'on ne pouvoit établir une forme constante dans les années, à moins qu'on n'abandonnât la lune pour s'en tenir aux mouvemens du soleil.

Année de 445
jours.

I 2 I 4. Sofigenes imagina donc de faire trois années de 365 jours, & la quatrième de 366: on laissa le commencement de l'année d'accord avec le commencement de l'hyver, & du mois de Janvier, ou plutôt de la nouvelle lune qui cette année-là suivit le solstice d'hyver, afin de ne pas s'écarter d'une manière trop marquée de l'usage des Romains. Ce fut dans l'année 46 avant J. C. que se fit la réforme: on prolongea l'année de 90 jours jusqu'à la nouvelle lune qui suivit le solstice d'hyver, de façon que l'année eut 445 jours pour cette fois seulement; elle fut appelée l'*Année de confusion*.

I 2 I 5. L'année de Numa n'avoit que 355 jours, il fallut donc en ajouter dix; César, à l'exemple de Numa,

répartit ces dix jours de manière à ne point toucher aux mois de Mars, Mai, Quintile, (ou Juillet) & Octobre, parce qu'ils avoient été établis de 31 jours par Romulus; il ajouta deux jours à chacun des mois de Janvier, Sextile, (ou Août) & Décembre, qui étoient de 29, & devinrent par-là de 31. Il ajouta un jour aux mois d'Avril, Juin, Septembre & Novembre, qui en avoient 29, pour les faire de 30 jours; il n'ajouta rien au mois de Février, (dit Macrobe), *Ne Deûm inferûm religio immutaretur*, par respect pour les Morts à qu'il le mois de Février étoit consacré; car le mot de Février venoit de *Februus*, Dieu des lustrations, ou des sacrifices qu'on célébroit à l'honneur des Dieux Mânes.

Malgré l'avantage que le Calendrier Julien avoit sur les années Égyptiennes, il étoit encore imparfait, puisqu'en supposant l'année de 365j 6^h, on se trompoit de 11' chaque année (588); c'est ce qui occasionna la réformation Grégorienne de 1582, dont nous allons parler.

DE LA RÉFORMATION GRÉGORIENNE POUR LES ANNÉES SOLAIRES.

1216. La réformation du Calendrier avoit été proposée bien des fois depuis qu'on s'étoit aperçû que les équinoxes anticipoient de plusieurs jours (1221): un Evêque de Cambrai que les Auteurs appellent *Petrum ab Alliaco*, Chancelier de l'Université & Précepteur de Jean Gerson, présenta son projet au concile de Constance & au Pape Jean XXIII. vers la fin du XV^e. siècle, & l'on regarde son Ouvrage comme ayant été une des premières occasions de la réforme Grégorienne; (*Weidler, pag. 295*). Le Cardinal *Cusa* écrivit aussi vers le même temps sur la réformation du Calendrier & sur la correction des Tables Alphonfines; cet Auteur dont nous avons les Œuvres en trois volumes in-folio, mourut en 1464; le Pape Sixte IV. forma décidément le projet d'exécuter cette réformation du Calendrier; il attira près de lui Régiomontanus dont la réputation & le sçavoir méritoient la plus grande confiance

en pareille matiere ; mais ce célèbre Astronome mourut à Rome en 1476 avant que d'avoir pû exécuter cette entreprise.

Les Astronomes
sont consultés,

I 2 I 7. Enfin le Pape Grégoire XIII. parvint en 1582 à terminer ce grand Ouvrage ; & le Calendrier qu'il a établi a pris le nom de CALENDRIER GRÉGORIEN. (Voyez Blondel *Histoire du Calendrier Romain* ; Riccioli, *Chronologia reformata* ; Gassendi, *Romanum Calendarium*, Op. T. v. p. 545). Il envoya en 1577 à tous les Princes Chrétiens un abrégé des raisons qu'il avoit d'entreprendre la réformation du Calendrier, en les priant de consulter tous les Mathématiciens qu'ils croiroient capables de lui suggérer des idées nouvelles ou des expédiens commodes. Après avoir reçu différens Mémoires à ce sujet, le Pape assembla à Rome les gens les plus habiles pour achever ce grand Ouvrage. Ce Calendrier Grégorien devenu aujourd'hui le Calendrier civil dans tous les Pays de l'Europe, consiste dans une maniere de compter les années, telle que les saisons commenceront toujours aux mêmes temps de l'année, au moyen de la règle des trois bissextiles omises en 400 ans.

Decret du
Concile de
Nicée.

I 2 I 8. Le point fixe d'où l'on partit dans la réformation du Calendrier fut la décision du concile de Nicée qui établit l'équinoxe au 21 de Mars, & ordonne que la Fête de Pâques sera célébrée le Dimanche après le XIV^e de la lune du premier mois, c'est-à-dire, de la lune dont le 14 arrive ou le jour même ou après le jour de l'équinoxe.

On croyoit au temps du Concile de Nicée que l'année étoit à peu-près de 365^j 5^h 55' suivant le sentiment de Ptolémée : on supposa donc que l'équinoxe qui arrivoit alors le 21 de Mars arriveroit toujours de même, ou qu'on y remédieroit dans la suite ; mais comme il y a six minutes de moins dans la véritable durée de l'année solaire (588) l'équinoxe arrivoit chaque année six minutes plutôt qu'on ne croyoit ; & du temps de Grégoire XIII. en 1577, il se trouvoit arriver le 11 de Mars, il auroit fallu omettre trois jours de l'année tous les 400 ans pour que le 21 de Mars fût toujours près du véritable équinoxe.

I 2 I 9. Ce fut enfin le 24 Février 1581 que parut le
Bref par

Bref par lequel Grégoire XIII. ordonna l'observation des trois articles qui devoient remplir pour toujours l'intention du Concile de Nicée ; les voici en abrégé.

Règle du Calendrier Grégorien.

1°. Il est dit qu'après le 4 Octobre 1582 on retranchera 10 jours du mois, en sorte que le lendemain de la Fête de S. François qu'on a coutume de célébrer le 4 Octobre sera appelé non le 5, mais le 15 d'Octobre, & que la lettre Dominicale G sera changée en C.

2°. Pour qu'à l'avenir l'équinoxe du printemps ne puisse pas s'éloigner du 21 de Mars, il est dit que les années continueront d'être bissextiles de quatre ans en quatre ans, en exceptant les années 1700, 1800, 1900, qui ne feront point bissextiles, mais seulement l'an 2000, & ainsi de suite à perpétuité; de sorte que trois années séculaires soient communes, & la 4^e. bissextile dans l'ordre suivant.

1600, biss.	2100, com.	2600, com.	3100, com.
1700, com.	2200, com.	2700, com.	3200, biss.
1800, com.	2300, com.	2800, biss.	3300, com.
1900, com.	2400, biss.	2900, com.	3400, com.
2000, biss.	2500, com.	3000, com.	3500, com.

3°. Pour trouver d'une manière plus sûre le 14^e. de la lune paschale & les jours de la lune dans le courant de l'année, on retranche du Calendrier le nombre d'or & l'on y substitue le cycle des épactes qui a été réglé sur le nombre d'or, & par lequel la nouvelle lune conservera toujours sa véritable place dans le Calendrier.

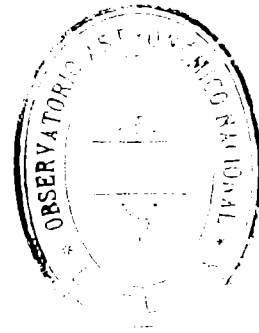
Le Pape ordonne ensuite à tous les Ecclésiastiques d'embrasser la nouvelle forme du Calendrier; il exhorte & il prie l'Empereur & tous les Princes chrétiens de le faire recevoir également dans leurs Etats.

1220. La suppression de dix jours faite en 1582 dans les Etats seulement des Princes catholiques fut cause d'une différence qui a subsisté long-temps en Europe dans la manière de compter les jours; toutes les fois, par exemple, que l'on comptoit en Angleterre le 2 Janvier, on comptoit le 12 en France, c'est-à-dire, 10 jours de plus; les personnes qui craignoient l'équivoque dattoient ainsi: $\frac{2}{12}$ Janvier, c'est-

Différence du Vieux Style & du Nouveau.

Tome I.

H H h h



à-dire, le 2 vieux style ou style Julien, & le 12 nouveau style ou style Grégorien; lorsqu'en 1700 on eut supprimé une bissextile suivant la règle du Calendrier Grégorien, la différence se trouva de 11 jours; parce que dans le Calendrier Julien on avoit fait l'année 1700 plus longue d'un jour; ce qui faisoit compter ensuite un jour de moins.

Cette différence du vieux & du nouveau style a subsisté long-temps entre les Pays Protestans & les Pays Catholiques. On voit dans les Transactions Philosophiques n^o. 203, 239, 257, 260, ce que l'on pensoit en Angleterre de la réformation; mais elle y a été adoptée enfin, & le nouveau style a commencé en Angleterre au mois de Septembre 1752; on a retranché alors 11 jours, & l'on s'est trouvé d'accord avec le Calendrier Grégorien. L'uniformité du Calendrier Grégorien est reçue actuellement dans tous les Etats policés de l'Europe; la Russie est le seul Pays où l'on compte encore 11 jours de moins, que dans les autres Pays de l'Europe.

Du Cycle Lunaire & du Nombre d'Or.

T 2 2 1. Le cycle lunaire est un espace de 19 années solaires, dans lequel il arrive 235 lunaisons (1096); en sorte qu'au bout des 19 ans les nouvelles lunes arrivent, & au même degré du zodiaque & le même jour de l'année que 19 ans auparavant.

Ce cycle fut trouvé par Méton environ 430 ans avant J. C. & fut regardé dans la Grèce comme une découverte si belle qu'on en gravoit le calcul en lettres d'or, & l'on appelle encore NOMBRE D'OR l'année du cycle lunaire dans laquelle on se trouve.

Toutes les fois que la nouvelle lune arrive le premier jour de Janvier on commence un cycle lunaire, & l'on a 1 pour le nombre d'or; voici la règle générale pour trouver le nombre d'or en tout temps. On ajoute 1 à l'année de notre Ere, parce que dans l'année qui précède la naissance de J. C. le nombre d'or a dû être 1: on divise la somme par 19; le reste, s'il y en a un, marque l'année du cycle lunaire

Règle pour
trouver le Nom-
bre d'Or.

où l'on se trouve, ou le nombre d'or qui convient à l'année proposée: ainsi en 1764 après avoir ajouté 1, l'on divisera 1765 par 19, le quotient sera 92 parce que le cycle lunaire a recommencé 92 fois depuis J. C. ; mais il restera 17, & cela nous apprend que le nombre d'or en 1764 est 17 ; si l'on ne trouve aucun reste dans la division, c'est une preuve qu'on est à la dernière année du cycle & que le nombre d'or est 19.

I 2 2 2. Pour sçavoir exactement combien le cycle lunaire differe de 19 années Juliennes de $365\frac{1}{4}$ chacune, ou de $6939\frac{1}{2} 18^h$; il ne s'agit que de multiplier par 19 la révolution synodique de la lune qui est $29\frac{1}{2} 12^h 44' 3'' 10''' 48^{iv}$ suivant les Tables Prussiennes. On trouvera (*Clavius Cap. 8. n°. 4. pag. 86*), $6939\frac{1}{2} 16^h 32' 27'' 18''' 0^{iv}$; ainsi il y a un excès de $1^h 27' 32'' 41'''$; donc à la fin des 19 ans les nouvelles lunes arriveront 1^h plutôt, puisque le cycle finira avant la fin des 19 ans, ce qui formera après $312\frac{1}{2}$ ans $\frac{1}{2}$, $23^h 59' 52'' 49'''$, c'est-à-dire, à peu-près un jour. Si l'on veut calculer encore plus rigoureusement, on aura l'anticipation exacte d'un jour sur $312\frac{1}{2} 23^h 17'$ de plus : les $312\frac{1}{2}$ font, 1^o . un jour tous les 300 ans, 2^o . encore un jour tous les 2400 ans, & enfin, à cause des $23^h 17'$, 8-heures de plus après 481436 ans ; mais ce dernier point a été négligé dans le Calendrier Grégorien.

Erreur du Cycle Lunaire.

I 2 2 3. Il y avoit du temps de la Réformation Grégorienne (1219), plusieurs Astronomes qui, en suivant le calcul d'Hipparque, affuroient que c'étoit en 304 ans, & non en $312\frac{1}{2}$ ans, qu'il devoit y avoir un jour à ajouter au cycle lunaire ; & si l'on admet avec M. Mayer le mois lunaire dans ce siècle-ci de $29\frac{1}{2} 12^h 44' 2'' 53''' 23^{iv}$, on trouvera 308 ans & 189 jours, au lieu de $312\frac{1}{2}$: mais comme nous n'avons à expliquer ici que le Calendrier Grégorien, tel qu'il a été établi, nous supposerons, avec les Auteurs de ce Calendrier, que la révolution de la lune est exactement telle qu'on la trouve dans les Tables Prussiennes qui avoient paru en 1551, & qui étoient l'ouvrage d'*Erasmus Reinhold* (289) : il avoit comparé les observations de Copernic avec celles de Ptolémée & d'Hipparque ;

Tables de Reinhold employées dans le Calendrier.

il avoit dressé des Tables calculées avec encore plus de soia que celles de Copernic, & elles passioient pour être les meilleures de toutes avant la publication des Tables Rudolphines de Kepler.

Autres Périodes Lunaires.

I 2 2 4. Quoique le cycle lunaire soit la période la plus simple de celles qui expriment avec quelque exactitude le retour de la lune au soleil, il y a cependant plusieurs autres périodes qui ont eu de la célébrité; celle de 8 ans employée par Cléoftrate & Harpalus; celle de 59 ans, par Philolaüs & Ænopides; celle de 82 ans, par Démocrite; celle de 247 ans, par Gamaliel; celle de 304 ans employée par Hipparque pour les années civiles, (Riccioli, *Almag. I.* 245.) : enfin, il y a la Période Chaldéenne de 18 ans & dix jours, dont nous avons parlé assez au long (1178).

Grande année des Patriarches.

I 2 2 5. On trouve aussi dans les Anciens quelques vestiges d'une période de 600 ans, que M. Cassini a fait valoir comme la plus exacte de toutes les périodes luni-solaires.

Josephe dans ses Antiquités Judaïques, *Liv. I. ch. 4. art. 15.* dit que les Patriarches n'auroient pû perfectionner l'Astronomie, s'ils avoient vécu moins de 600 ans, *parce que ce n'est qu'après la révolution de six siècles que s'accomplit la grande année.* M. Cassini observe aussi que 600 ans solaires qui seroient de $365^j 5^h 51' 36''$ chacun, & 7421 mois lunaires, (supposés de $29^j 12^h 44' 3''$ chacun), font de part & d'autre la même somme, sçavoir $219146\frac{1}{2}$; or ces périodes sont peu différentes de celles que nous observons actuellement, $365^j 5^h 48' 45''$ & $29^j 12^h 44' 2'' 53'''$; ainsi il est véritablement sûr que dans l'espace de 600 ans, la lune doit revenir en conjonction avec le soleil dans le même point du ciel; & cette période *luni-solaire* parut à M. Cassini si intéressante, qu'il l'appella PÉRIODE DE LOUIS-LE-GRAND; (*Anciens Mém. de l'Acad. T. VIII. pag. 5.*). M. Gouget veut que cette période soit le *Neros* des Chaldéens, parce que le Syncelle dit que le *Neros* avoit 600 ans, & qu'on ne trouve point d'autre vestige d'une période de 600 ans; mais cette application est fort douteuse.

Période de Louis-le-Grand.

I 2 2 6. Je ne parlerai point ici du Cycle solaire & de l'Indiction, qui n'ont presque rien d'astronomique, non plus

que de la Réformation Grégorienne par rapport aux années lunaires & aux épâctes, dont l'usage est purement ecclésiastique ; je rendrois ce Livre trop volumineux si j'entrois dans de semblables détails. On peut consulter le grand Traité de Clavius sur le Calendr. fait par ordre du S. Siège ; ceux de Blanchini , de Blondel ; ou le petit Abrégé de M. Rivard sur le Calendrier & la Sphère, (*A Paris , chez Desaint & Saillant , rue S. Jean-de-Beauvais*), qui est fort clair & fort exact. Voyez aussi l'*Exposition du Calcul Astronomique*, p. 5.

Des Epoques les plus célèbres.

1227. Le mouvement du soleil employé à mesurer le temps, pourroit suffire pour remonter à la plus haute antiquité, sans craindre un jour d'erreur sur six mille ans, mais les besoins de la Chronologie & de l'Histoire ne remontent pas aussi loin.

L'ÈRE DES OLYMPIADES commence à l'année 3938 de la Période Julienne, 776 ans avant J. C. ; le cycle solaire étoit 18, le cycle lunaire 5, l'indiction 8. Les Athéniens comptoient ces années de la nouvelle lune la plus voisine du solstice d'été, c'est-à-dire, d'un des jours des mois de Juin ou de Juillet, quoiqu'il y ait là-dessus quelques différences d'avis parmi les Chronologistes.

Epoque des
Olympiades.

1228. LA FONDATION DE ROME, selon Varron, se rapporte au 21 Avril 3961 de la Période Julienne, 753 ans avant J. C. ou plutôt avant l'époque vulgaire qui ne tombe pas exactement à l'année de la Naissance de J. C. Censorinus & la plupart des Sçavans, les Empereurs même dans les Jeux séculaires, ont adopté cette maniere de compter : quoique Rome n'ait été fondée que l'an 752, suivant Caton & les fastes du Capitole ; Taruntius & quelques autres Auteurs ont suivi cette dernière date, mais la première est la plus employée : cette année 753 avant J. C. avoit 13 de cycle solaire, 9 de cycle lunaire & 1 d'indiction, (*Riccioli, Astron. reform. Tab. XXII.*).

Fondation de
Rome.

1229. L'ÈRE DE NABONASSAR commence à l'an 3967

Epoque de
Nabonassar.

HH h h iij

de la Période Julienne, 747 ans avant J. C. Le commencement du mois Thoth tombe au 26 Février à midi, le cycle solaire étoit 19, le cycle lunaire 15, le cycle d'indiction 7, c'étoit la 6^e. année de la Fondation de Rome. De cette époque se comptent les années Egyptiennes de 365 jours; & après 1460 ans complets, la 1461^e. année se retrouve commencer au 26 Février.

I 230. On rapporte facilement à l'Ere de Nabonassar les observations Babyloniennes; par exemple, la plus ancienne observation rapportée par Ptolémée, est une éclipse de lune qui commença à Babylone la première année de *Mardocempade*, le 29 du mois Thoth, une heure entière après le lever de la lune: ce Prince qui est appelé *Mero-dach* dans le IV^e. Livre des Rois, commença à regner l'année de la captivité des Israélites; cette éclipse se rapporte donc au Lundi 19 Mars 721 avant J. C. la 3993^e. de la Période Julienne, ou la 26^e. de Nabonassar: Mardocempade est le cinquième Roi de la quatrième & dernière Monarchie de l'Empire des Assyriens, comme on le peut voir dans Jules Africain, Syncelle, Uffer, Eusebe, & dans la *Chronologie Réformée* de Riccioli; il n'y a aucune incertitude à ce sujet.

I 231. LA MORT D'ALEXANDRE LE GRAND arriva le 19 Juillet l'an 4390 de la Période Julienne, 324 ans avant J. C. & la septième année de la première Période Callipique. Cette époque sert à réduire les observations d'Hipparque rapportées par Ptolémée aux années de la mort d'Alexandre. Par exemple, Hipparque observa un équinoxe, (*Almag. III. 2.*) le 27 du mois Mechir au matin, la 32^e. année de la 3^e. Période Callipique, ou la 178^e. depuis la mort d'Alexandre, ou la 602^e. depuis Nabonassar; & les Chronologistes la rapportent au 24 Mars, 146 ans avant J. C. (en étendant la forme du Calendrier Julien & les bissextiles de 4 ans en 4 ans, jusques dans l'Antiquité. (Voyez M. Cassini, *Elém. d'Astr. p. 211.* & ci-devant art. 1001).

Ere Vulgaire.

I 232. La première année de l'Ere Chrétienne est la 4714^e. de la Période Julienne, elle a 10 de cycle solaire, 2 de cycle lunaire, 4 d'indiction Romaine; c'est la 46^e. des

années Juliennes. Depuis le 11. Janvier jusqu'au 21 Avril elle concourt avec l'année de Rome 753, & ensuite avec l'année 754. Avant la nouvelle lune la plus proche du solstice d'été, elle concourut avec la 4^e. année de la 194^e. Olympiade, & le reste de l'année fut dans la première de la 195^e. Olympiade. Jusqu'au 23 Août à midi elle concourut avec l'année 748 de Nabonassar & avec l'année 324 de la mort d'Alexandre; mais dans le reste de cette année-là on compta 749 & 325, (*Astr. Refor. Tab. XXII.*).

1233. L'époque des Turcs, appelée *Hégire*, commence à la fuite de Mahomet qui sortit de la Mecque; elle tombe au Vendredi 16 Juillet 622, ou 5335 de la Période Julienne, le cycle solaire étoit 23, le cycle lunaire 15, le cycle d'indiction 10; l'an 1370 de Nabonassar étoit commencé depuis le 21 de Mars. Il y a une autre Secte d'Arabes, (suivie dans les Tables Alphonsines) qui place le commencement de l'Hégire au jeudi 15 Juillet. Les années Arabes sont de 354ⁱ 8^h 48', & les années civiles sont de 354 & ensuite de 355 jours, ainsi 12 années Juliennes font 12 ans 130 jours & 14 heures; cela suffiroit pour faire la réduction des observations qui se trouvent dans les Livres Arabes.

Hégire.

Années Arabes.

1234. On trouve des Tables détaillées de la correspondance des années Arabes avec les années Juliennes, dans le P. Petau, dans Riccioli, & dans la dernière édition du Catalogue d'étoiles d'Ulug-Beigh, qui fut publié avec des commentaires, par Th. Hyde à Oxford en 1665, mais dont on a fait dernièrement en Angleterre une nouvelle édition. On peut voir la comparaison détaillée des Calendriers & des Époques usités chez les Romains, les Egyptiens, les Arabes, les Perses, les Syriens & les Hébreux, dans le Commentaire sur le premier Chapitre d'Alfragan, ajouté par *Christman* à l'édition de 1590 in-8^o.

DU LEVER ET DU COUCHER
HÉLIAQUE, COSMIQUE ET ACHRONIQUE
DE DIFFÉRENTES ÉTOILES.

1235. Les Poètes Grecs & Romains, & les Auteurs anciens qui ont écrit sur l'Astronomie, l'Agriculture &

l'Histoire, parlent souvent du lever & du coucher des étoiles. Ces passages sont souvent obscurs & même pleins de contradictions, c'est ce qui m'engage de donner ici les principes de cette matière, afin qu'avec un peu d'Astronomie on puisse entendre ces Auteurs, & même les éclaircir.

Lever héliaque
des Etoiles.

I 236. Chaque année le soleil par son mouvement propre d'Occident vers l'Orient rencontre les différentes constellations de l'écliptique, & les rend invisibles pour nous par l'éclat de sa lumière. Lorsque le soleil après avoir traversé une constellation est assez éloigné d'elle pour se lever une heure plus tard, la constellation commence à paroître le matin en se levant un peu avant que la lumière du soleil soit assez considérable pour la faire disparoître; c'est ce qu'on appelle *lever héliaque* ou solaire des étoiles; de même le *coucher héliaque* arrive lorsque le soleil approche d'une constellation: car avant qu'il l'ait atteint elle cesse de paroître le soir après le coucher du soleil, parce qu'elle se couche trop peu de temps après lui.

I 237. Il est sur-tout nécessaire, pour l'intelligence de la Chronologie & des Poëtes, d'avoir une idée de ce lever héliaque: commençons par celui de Sirius qui étoit si célèbre parmi les Egyptiens; nous avons sur cette matière un petit Ouvrage exprès de Bainbrigius intitulé, *Canicularia*, augmenté par *Gravius*, & publié à Oxford en 1648, ce Livre est fort rare actuellement.

Lever héliaque
de Sirius.

I 238. Le lever héliaque de Sirius il y a 2000 ans arrivoit en Egypte vers le milieu de l'été, lorsque après une longue disparition cette étoile commençoit à reparoître le matin un peu avant le lever du soleil; la saison qui régnoit alors, ou la situation du soleil, étoit à peu-près la même que celle du 12 Juillet parmi nous; & c'étoit le temps des débordemens du Nil; aussi le lever de Sirius s'observoit avec le plus grand soin & formoit une des Cérémonies Religieuses de ce temps-là.

I 239. L'Année cynique ou naturelle des Egyptiens commençoit au lever héliaque de Sirius; mais pour ce qui est de leur année civile qui étoit continuellement de 365 jours, elle ne pouvoit pas s'accorder avec l'année naturelle,
& tous

& tous les 4 ans le lever de Sirius devoit arriver un jour plus tard dans l'année civile. Après un espace de 1460 ans l'année naturelle se retrouvoit commencer au même point de l'année civile; ainsi l'an 1323 avant J. C. & l'an 138 après J. C. le lever de Sirius se trouva arriver le premier jour du mois *Thoth*, ou le premier jour de l'année civile qui répondoit au 20 Juillet; c'est cette période *Caniculaire* ou *Sothiaque* de 1460 ans dont on trouve des vestiges dans quelques anciens Auteurs. (Clem. Alexand. *Stromatum* Lib. 1).

Période
Caniculaire.

1240. Pour trouver exactement le temps de l'année où devoit arriver en Egypte le lever héliaque de Sirius, nous supposons que cette étoile pouvoit être apperçue à son lever par des yeux attentifs pourvû que le soleil fût encore abaissé de 10° sous l'horison, quoique Ptolémée donne en général 12° pour l'arc d'émerfion des étoiles de la première grandeur dans le vertical. Soit *P* le pole (*Figure 89*) γ *C* l'équateur, γ *D* l'écliptique, *S* l'étoile dont il s'agit. Sous une latitude de 30° telle qu'on l'observe dans la basse Egypte, on aura $PZ = 60^{\circ}$; l'angle $ACS = 60^{\circ}$, AS de $16^{\circ} 22'$; c'est la déclinaison de Sirius vers l'an 138 où commence la période Sothiacale. En résolvant le triangle *CAS* on trouvera CA de $9^{\circ} 44'$; c'est la différence ascensionnelle qui étant ajoutée à l'ascension droite γ *A* de Sirius pour ce temps-là $80^{\circ} 16'$, donne l'ascension oblique γ *C* $90^{\circ} 0'$; ainsi le point *C* de l'équateur qui se levoit en même temps que l'étoile, avoit 90° d'ascension droite. Dans le triangle γ *BC* on trouvera l'arc de l'écliptique γ *B* qui répond à l'arc γ *C* de l'équateur, l'angle *B* (qui dans le cas présent se trouve être un angle droit), & la déclinaison *BC* qui dans notre cas étoit égale à l'obliquité de l'écliptique; nous la supposons de $23^{\circ} 40'$.

Arc d'émerfion
de Sirius.

Fig. 89.

Dans le triangle *BCD* connoissant *BC*, l'angle *B*, & l'angle *BCD*, égal à la hauteur du pole, on trouvera $BD = 13^{\circ} 3'$; cet arc ajouté à la longitude du point *B* donnera celle du point coascendant *D*; on cherchera aussi l'angle *D*.

1241 Si l'on suppose enfin le soleil au point *M* de

l'écliptique, 10° au-dessous de l'horifon; il faudra chercher la longitude du point M , & ce sera le lieu du soleil au premier instant où Syrius doit s'apercevoir à l'horifon, le soleil étant encore assez bas. Dans le triangle MND l'on connoît l'angle D par l'opération précédente, aussi bien que $MN = 10^{\circ}$: on trouvera $DM = 11^{\circ} 16'$ qui ajoûté à la longitude du point D , donnera celle du point M de $3^{\circ} 24^{\circ} 19'$; telle étoit la longitude du soleil le jour du lever héliaque de Syrius, le premier jour où Syrius paroissant à l'horifon le matin se trouvoit assez dégagé du soleil pour pouvoir être apperçu. On trouveroit cette longitude plus petite de $12^{\circ} \frac{1}{4}$ en remontant 1460 ans plutôt ou au commencement de la période précédente.

Longitude du
Soleil au lever de
Syrius.

I 242. Cette longitude du soleil $3^{\circ} 24^{\circ}$ est celle que nous lui trouvons actuellement le 16 de Juillet: au reste ces résultats ne sont pas susceptibles d'une grande précision, non plus que l'observation du lever héliaque d'une étoile; l'état de l'atmosphère, la situation de l'observateur, la latitude des différentes Provinces d'Egypte y devoient apporter des différences considérables. On trouveroit de la même maniere le temps du lever héliaque des autres étoiles pour une époque donnée; mais il nous suffit d'avoir fourni un exemple de la méthode; tout ceci appartient plus à l'intelligence des Poètes qu'à l'Histoire de la véritable Astronomie.

Lever cosmique
& achronique.

I 243. Quoique le lever héliaque des étoiles fût le plus remarquable parmi les Anciens, ils ne laissoient pas de distinguer encore le lever *Cosmique* qu'on peut appeller le lever du matin; & le coucher *cosmique* ou coucher du matin, aussi bien que le lever & le coucher *achronique* qu'il vaudroit mieux appeller le lever & coucher du soir; le moment du lever du soleil régloit le lever ou le coucher cosmique. Lorsque des étoiles se levoient avec le soleil ou se couchoient au soleil levant, on disoit qu'elles se levoient ou se couchoient cosmiquement. Mais quand les étoiles se levoient ou se couchoient le soir au moment où se couche le soleil, on disoit que c'étoit le lever ou le *Coucher achronique*; d'où il suit que le coucher achronique

suivoit à 12 ou 15 jours près le coucher héliaque ; & que le lever cosmique précédoit de la même quantité le lever héliaque.

1244. Dans les Elémens d'Astronomie de *Geminus*, (Auteur contemporain de Cicéron), traduits du Grec & publiés par le Pere Petau dans le troisième volume de son Ouvrage de *Doctrina Temporum* ; & dans le Livre de ses Dissertations, on trouve le détail de plusieurs circonstances des différentes sortes de lever & de coucher, avec plusieurs Tables pour trouver à différens jours de l'année le lever & le coucher de différentes étoiles ; ces détails ne sont pas assez importans dans notre siècle pour y insister beaucoup, je me contente de rapporter quelques passages des Poètes Latins pour servir d'exemple.

1245. C'est sur-tout dans ses Fastes qu'Ovide parle souvent des étoiles ; ce Poète annonce en commençant ses Fastes qu'il va chanter les principes sur lesquels étoit fondée la division de l'année Romaine, le lever & le coucher des Constellations :

*Tempora cum causis Latium digesta per annum ,
Lapsaque sub terras , ortaque signa canam.*

1246. Après avoir parlé des 12 mois de l'année & des Divinités qui y présidoient, il entre dans la partie Astronomique de son Ouvrage, en faisant un éloge pompeux des anciens Astronomes, *Fœlices animæ*, &c. vers 297 ; le lever héliaque de la Lyre est le premier dont il parle, & il le fixe au jour des Nones, c'est-à-dire, au 5 de Janvier :

Nonæ signa dabunt exoriente Lyrâ.

Il faut convenir cependant que la détermination de ce jour n'est pas absolument exacte ; mais les Poètes ne se piquent pas d'une bien grande précision.

1247. Virgile parle à la fois du lever héliaque de la couronne & du coucher cosmique des pléyades qui arrivent au temps où l'on sème les blés :

*Ante tibi Eoz Atlantides abscondantur,
Gnossiæque ardentis decedat stella Coronæ,
Debita quam sulcis committas semina.*

Quand les pléyades (*Atlantides*) se couchoient cosmiquement ou au lever du soleil, la couronne boréale se levoit héliquement paroissant avant le lever du soleil.

Remarques sur
les passages des
Anciens.

I 248. Il est essentiel de remarquer pour l'intelligence des anciens Auteurs que le lever & le coucher des étoiles dont ils font mention, supposent presque tous les longitudes des étoiles moindres de 38° qu'elles ne sont aujourd'hui, c'est-à-dire, qu'ils se rapportent à l'année 950 avant J. C. L'état de la sphère fut observé vers ce temps-là ou transporté d'Egypte dans la Grece, & l'on s'en servoit encore à Rome du temps d'Ovide, de Varron, de Vitruve, de Plin. Voyez M. Freret *Défense de la Chronologie*, & le Pere Petau, *Dissert. L. II. c. 4.*

I 249. C'est ici que je terminerai ce que j'avois à dire du Calendrier & de la Chronologie, j'ai été trop court pour ceux que la curiosité porte spécialement à l'Histoire; mais trop long pour ceux qui ne cherchent qu'à pénétrer dans les branches essentielles de l'Astronomie; je reprends donc le fil des théories Astronomiques. Je commencerai par les Parallaxes qui en font une branche essentielle, & qui nous conduiront ensuite au calcul des éclipses.



LIVRE NEUVIEME.

DES PARALLAXES.

1250. **L**A PARALLAXE diurne, qu'on appelle simplement la *Parallaxe* *, est la différence entre le lieu où un astre paroît, vû de la surface de la terre, & celui où il nous paroîtroit, si nous étions au centre; on l'appelle quelquefois *Parallaxe diurne*, pour la distinguer de la parallaxe annuelle (814).

Définition de la Parallaxe.

Tous les mouvemens célestes doivent se rapporter au centre de la terre pour paroître réguliers, car les différens points de la surface de la terre étant situés fort différemment les uns des autres, un astre doit leur paroître dans des aspects fort différens; c'est au centre qu'il faut se transporter, afin de voir tout à sa véritable place, & de trouver la véritable loi des mouvemens célestes.

1251. Soit T le centre de la terre, (*Fig. 87.*), O le point de la surface où est placé l'Observateur; TOZ la ligne verticale, ou la ligne qui passe par le zénith Z , par le point O de l'Observateur, par le centre T de la terre, & par le nadir. Une planete P située dans la ligne du zénith, répond toujours au même point du ciel, soit qu'on la regarde du centre T , soit qu'on l'observe du point O ; le point du ciel qui paroît à notre zénith, marque également la place de cette planete dans les deux cas; ainsi *un astre qui paroît au zénith n'a point de parallaxe*: c'est le premier principe qu'il faut considérer dans cette théorie des parallaxes.

La parallaxe est nulle au zénith.

Fig. 78.

1252. Si la planete, au lieu d'être sur la ligne du zénith $TOPZ$, paroît sur la ligne horizontale OH , perpendiculaire à la première, sa distance TH au centre de la terre étant la même que la distance TP , le lieu de la planete H

* Παράλλαξις, *differentia*, à παραλλαττω, *transmutio*; la parallaxe vient en effet d'un changement de situation de la part de l'Observateur, & produit un changement dans la situation apparente de l'astre.

vû du centre de la terre, est sur la ligne TH , le lieu de la planete, vû du point O , est sur la ligne OH : ces deux lignes TH & OH ne répondent pas au même point du ciel; car au-delà du point H , où elles se croisent, elles iront en s'éloignant l'une de l'autre, & iront dans la sphère des étoiles fixes rencontrer deux points différens, & indiquer pour l'astre situé en H deux situations différentes.

I 253. Comparons ces deux différentes situations, ou ces deux différens points à celui du zénith qui est le même pour le centre & pour le point O de la surface: l'angle ZOH formé par la ligne verticale OZ , & par la ligne OH , sur laquelle paroît la planete, est la distance apparente de l'astre au zénith: si nous étions au centre T , l'angle ZTH seroit la vraie distance de l'astre au zénith, ou la quantité de degrés dont la ligne TH , menée à la lune, différeroit de la ligne TZ menée au zénith.

Parallaxe
horizontale,

I 254. La distance apparente ZOH est plus grande que la distance vraie ZTH ; car dans le triangle rectiligne HTO , dont le côté TO est prolongé en Z , l'angle extérieur ZOH est égal aux deux intérieurs T & H ; donc il est plus grand que l'angle T de la quantité de l'angle H : ainsi la distance apparente de l'astre H au zénith est plus grande que la distance vraie ZTH ; & la différence qui est l'angle OHT , s'appelle la *Parallaxe horizontale*, si la ligne OL est horizontale, comme nous l'avons supposé, c'est-à-dire, si le lieu apparent de l'astre qu'on observe, est sur l'horison apparent OH . Dans le triangle TOH rectangle en O , on a cette proportion; $1 : \sin. OHT :: TH : OT$: donc le sinus de la parallaxe horizontale est égal à $\frac{OT}{TH}$, c'est-à-dire, que le rayon de la terre divisé par la distance de la lune, donne une fraction qui dans les Tables des Sinus répond au sinus de la parallaxe.

Définition de
la parallaxe.

I 255. La parallaxe d'un astre est donc l'angle formé au centre de l'astre par deux rayons, dont l'un va au centre de la terre, & l'autre au point de la surface où est l'Observateur; c'est l'inclinaison des deux lignes qui partent du centre & de la surface, pour aller se réunir au centre de la

planete ; enfin , c'est l'angle sous lequel paroît le rayon de la terre , ou la distance de l'Observateur au centre de la terre, lorsque cette distance ou ce rayon se voit du centre de la planete , & c'est ainsi que nous l'avons déjà considérée , (1070).

I 256. Le triangle TOH s'appelle *Triangle parallactique* ; il est toujours situé verticalement, puisque le côté OT étant une ligne verticale, le triangle dont OT est la base, ne sçauroit être incliné ; ainsi, tout l'effet de la parallaxe se fait de haut en bas, dans le plan d'un cercle vertical : d'ailleurs il est aisé de comprendre que le centre de la terre étant perpendiculairement sous nos pieds, c'est-à-dire, dans le plan de tous les cercles *verticaux*, l'effet de la parallaxe ne peut pas s'en écarter ; ainsi la parallaxe est toute en hauteur, c'est-à-dire, qu'elle abaisse les astres du haut en bas, & dans un vertical, sans faire paroître la lune à droite ni à gauche du vertical ; (je suppose ici la terre sphérique, parce que la différence est très-petite). De-là il suit que la parallaxe ne change point l'azimut d'une planete, & de même dans le méridien la parallaxe ne change point l'ascension droite d'un astre, parce que le vertical est alors perpendiculaire à l'équateur.

Triangle
parallactique.

L'effet des pa-
rallaxes est en
hauteur.

I 257. Jusqu'ici nous n'avons parlé de parallaxe que dans le cas où l'astre est à l'horison, c'est-à-dire, où l'angle ZOH est un angle droit, & nous avons appelé *parallaxe horizontale* celle qui a lieu dans ce cas-là (1254) : si la planete L se trouve plus près du zénith, en sorte que l'angle ZOL , distance de la planete au zénith, soit un angle aigu, l'angle de la parallaxe OLT deviendra plus petit ; on l'appelle alors *Parallaxe de hauteur*.

Parallaxe de
hauteur.

I 258. THÉOREME. Le sinus total est au sinus de la parallaxe horizontale, comme le sinus de la distance au zénith est au sinus de la parallaxe de hauteur, en supposant que la distance de la planete au centre de la terre soit la même dans les deux cas.

DÉMONSTRATION. Dans le triangle rectangle HOT on a cette proportion : HT est à TO , comme le sinus de l'angle droit O est au sinus de l'angle THO ; parce que dans tout

triangle les sinus des côtés sont comme les sinus des angles opposés. Dans le triangle *TOL* on a de même cette proportion : *TL* est à *TO* comme le sinus de l'angle *LOT* est au sinus de l'angle *TLO* ; dans cette dernière proportion on peut mettre au lieu de *TL*, son égale *TH*, puisque la planète est supposée toujours à même distance du centre de la terre ; ainsi l'on a ces deux proportions, en nommant *R* le sinus de l'angle droit :

$$\left. \begin{array}{l} HT : TO :: R : \sin. H. \\ HT : TO :: \sin. LOT : \sin. L. \end{array} \right\} \text{ donc } R : \sin. LOT :: \sin. H : \sin. L ;$$

mais le sinus de l'angle obtus *LOT* est le même que celui de l'angle *LOZ*, distance de la planète au zénith ; donc le rayon est au sinus de la distance au zénith, comme le sinus de la parallaxe horisontale *H* est au sinus de la parallaxe de hauteur *L*.

Le sinus de la distance apparente au zénith est la même chose que le cosinus de la hauteur apparente, & le rayon est toujours supposé être l'unité : ainsi 1 : cosin. hauteur :: sin. par. horif. : sin. parall. de hauteur ; donc *le sinus de la parallaxe de hauteur est égal au sinus de la parallaxe horisontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.*

Règle de la
parallaxe de
hauteur.

1259. La parallaxe horisontale de la lune, qui est la plus grande de toutes les parallaxes des astres, ne va jamais qu'à un degré ; or le sinus d'un degré diffère à peine de l'arc d'un degré de la valeur d'un quart de seconde ; ainsi l'on peut prendre l'un pour l'autre, & dire en général que *la parallaxe de hauteur est égale à la parallaxe horisontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente.* C'est ainsi que j'énoncerai toujours à l'avenir le théorème général de la parallaxe de hauteur, dont je ferai un usage fréquent ; & nommant *p* la parallaxe horisontale, & *h* la hauteur apparente, je supposerai qu'on a toujours pour la parallaxe de hauteur *p* cos. *h*.

1260. La parallaxe est nulle quand l'astre paroît au zénith ; nous l'avons déjà observé (1251), & cela se déduit encore de la valeur que nous venons de trouver ; car si la distance au zénith est nulle, son sinus est égal à zero, & la parallaxe de hauteur étant le produit de zero par la parallaxe horisontale

horizontale fera aussi égale à zero. Au contraire la parallaxe est plus grande lorsqu'elle paroît à l'horison, que dans tout autre cas, ou à toute autre élévation; car le cosinus de la hauteur ne sçauroit être plus grand que le sinus de 90° , ou le cosinus de zero; donc le produit de la parallaxe horizontale par le cosinus de la hauteur apparente qui forme la parallaxe de hauteur, ne sçauroit être plus grand que lorsque la planete paroît à l'horison. Dans le cas même où elle y seroit réellement, c'est-à-dire, où l'angle OTH seroit droit, l'angle TOH étant aigu, le cosinus de TOH seroit plus petit que le rayon, & la parallaxe seroit plus petite que lorsque l'angle TOH étoit droit, c'est-à-dire, lorsque la ligne OH du lieu apparent vû de la surface de la terre, étoit dans l'horison.

1261. Le changement de la parallaxe de hauteur pour un petit espace de temps est aisé à calculer par les formules différentielles qu'on trouvera dans le XXI^e. Livre; car la parallaxe de hauteur est $p \cos. h$, (1259) la différentielle de $\cos. h$ est $d h \sin. h$; donc le changement de $p \cos. h$ sera $p d h \sin. h$, p est ordinairement exprimé en secondes; ainsi pour que $p d h \sin. h$ soit aussi exprimé en secondes, il faut que $d h$ ne soit qu'une fraction, c'est-à-dire, qu'il faut l'exprimer en décimales du rayon, en le divisant par l'arc de 57° ; donc pour un degré de changement sur la hauteur le changement de la parallaxe sera $\frac{p \sin. h 1^\circ}{57^\circ}$.

Changement de la parallaxe de hauteur.

Supposons que la parallaxe soit de $60'$, la hauteur de 30° ; on trouvera le changement de parallaxe pour un degré de changement en hauteur $\frac{3600'' \sin. 30^\circ}{57^\circ 17' 44'' 8.} = 31'' 4$; nous ferons usage de cette formule dans le XIV^e. Livre, lorsqu'il s'agira des observations de la lune.

1262. La parallaxe horizontale d'un astre est d'autant plus petite que sa distance est plus grande; car plus le point H se rapprochera du point O , plus l'angle THO augmentera. Dans le triangle THO on a cette proportion, $TH : TO :: R : \sin. THO$; si l'astre est en N on aura dans le triangle TNO cette proportion $TN : TO :: R : \sin. TNO$; la première proportion donne cette équation, $TH \sin. THO$

La parallaxe est en raison inverse de la distance.

$\equiv R. TO$; la seconde proportion donne celle-ci , $TN \sin. TNO \equiv R. TO$; donc $TH \sin. THO \equiv TN \sin. TNO$; donc $TH : TN :: \sin. TNO : \sin. THO$; car en réduisant cette dernière proportion en équation on a l'équation $TH \sin. THO \equiv TN \sin. TNO$; donc la distance TH dans le premier cas est à la distance TN dans le second cas , comme le sinus de la parallaxe dans le second cas est au sinus de la parallaxe dans le premier.

La même démonstration auroit lieu quel que fût l'angle TOH , pourvû que les points N & H soient sur une même ligne ONH ; ainsi lorsque la hauteur apparente est supposée la même , les sinus des parallaxes de hauteur sont en raison inverse des distances.

Elle est comme
le diamètre appa-
rent.

I 263. La parallaxe d'un astre augmente dans le même rapport que son diamètre apparent ; en effet , lorsqu'un astre s'éloigne il diminue de grandeur apparente dans la proportion inverse de sa distance (1057) ; mais sa parallaxe diminue de la même manière & dans le même rapport (1262) ; ainsi la parallaxe d'un astre est toujours comme son diamètre ; si ce diamètre apparent diminue de moitié par l'éloignement de la planète , la parallaxe diminuera aussi de moitié , & le même rapport subsistera toujours entre le diamètre apparent & la parallaxe horisontale d'un astre , quelle que soit sa distance.

EXEMPLE. La parallaxe de Vénus a été observée le 6 Juin 1761 d'environ $30''$, & son diamètre paroïssoit alors de 60 , on sera donc toujours assuré que le diamètre de Vénus est double de sa parallaxe ; ainsi quand le diamètre paroïtra de $40''$, la parallaxe sera de 20 , & il suffira en tout temps d'observer le diamètre pour pouvoir en conclure la parallaxe.

Elle sert à
trouver la dis-
tance.

I 264. Lorsqu'on connoît la parallaxe horisontale d'un astre il est aisé de connoître sa distance : en effet , dans le triangle rectangle THO (Fig. 87) , on connoît le demi-diamètre de la terre TU qui est de 1432 lieues (chacune de 2282 toises) , & l'angle HOT qui est de 90° , puisqu'on suppose la planète dans l'horison ; si donc on connoît de plus l'angle THO qui est la parallaxe horisontale , il sera aisé de résoudre

dre le triangle TOH & de connoître la distance TH , c'est-à-dire, l'éloignement de la planete. Ainsi ce problème si essentiel dans l'Astronomie, Trouver la distance d'une planete au centre de la terre, se réduit à celui-ci, Trouver la parallaxe horifontale: c'est par ce moyen que nous avons trouvé les distances des planetes en lieues, rapportées ci-dessus (1072).

**MÉTHODE POUR TROUVER LA PARALLAXE
HORISONTALE D'UNE PLANETE.**

I 265. Il n'y a gueres que trois méthodes Astronomiques pour trouver exactement la parallaxe; celle des plus grandes latitudes, celle des parallaxes d'ascension droite; & celle des différences de déclinaison déterminées en même temps par des Observateurs fort éloignés: elles ont chacune leur avantage & nous les expliquerons séparément.

I 266. PREMIERE MÉTHODE. Ptolémée employa autrefois les plus grandes latitudes de la lune observées au nord & au midi de l'écliptique, pour reconnoître la quantité de la parallaxe, (*Alm. Liv. v. c. II. pag. 113. Edit. 1551*); Tycho-brahé s'en servit également, (*Progym. 463*), & M. le Monnier se fonda sur les plus grandes latitudes de la lune qu'il avoit observées pour diminuer de 28" la parallaxe de la lune employée par Newton, (*Inst. Astr. p. 135*).

Par les plus
grandes latitudes.

I 267. Supposons qu'un Observateur soit situé vers $28^{\circ}\frac{1}{2}$ de latitude terrestre septentrionale, & qu'il observe la lune passer à son zénith lorsqu'elle a $28^{\circ}\frac{1}{2}$ de déclinaison boréale & qu'elle est dans sa plus grande latitude du côté du nord à 5° de l'écliptique: quinze jours après, la lune étant dans la partie opposée du ciel & dans sa plus grande latitude australe à 5° au-dessous de l'écliptique, elle doit être éloignée du zénith de 57° , puisqu'elle est à $28^{\circ}\frac{1}{2}$ de l'équateur vers le midi; comme dans le premier cas elle étoit à $28^{\circ}\frac{1}{2}$ vers le nord, la parallaxe ne changeoit rien à la premiere distance de la lune à l'équateur, parce que la lune étoit alors au zénith; mais la seconde distance doit paroître augmentée sensiblement par l'effet de la parallaxe qui est

KKkkij

considérable à 57° du zénith; ainsi tout l'effet de la parallaxe conspirera à augmenter la latitude méridionale de la lune, & à la faire paroître plus grande que la latitude septentrionale. Au lieu de 5° elle paroîtra de $5^\circ 50'$ au moins; car si la parallaxe horifontale est d'un degré, elle doit être de $50'$ à 57° du zénith; si l'on trouve plus de $50'$ d'excès dans cette latitude australe, ce sera une preuve que la parallaxe horifontale est plus grande que un degré.

I 268. Ainsi les plus grandes latitudes de la lune, qui doivent être égales quand on les observe du centre de la terre, paroissent différentes quand on les voit de la surface, la latitude méridionale étant toujours plus grande que l'autre, parce que la lune est abaissée vers le midi par l'effet de la parallaxe quand elle est dans sa plus grande latitude méridionale, & cette différence des deux latitudes observées nous fait connoître la parallaxe entiere qui auroit lieu à l'horifon.

I 269. On peut employer cette méthode même dans les lieux où la lune n'est jamais au zénith, car ayant la différence des parallaxes à deux hauteurs connues, il sera aisé d'avoir la parallaxe horifontale; ordinairement la lune sera plus éloignée de la terre & à une plus grande latitude dans une des deux observations que dans l'autre; on aura soin de tenir compte de la différence en corrigeant une des deux observations.

Pour tenir compte de l'applatiffement de la terre dans cette méthode, il ne faut que corriger la parallaxe de hauteur de la maniere qui sera indiquée ci-après, (1307).

Méthode des
ascensions droites.

I 270. Quoique nous ayons commencé par expliquer la méthode des plus grandes latitudes, celle des ascensions droites dont nous allons parler n'est ni moins belle ni moins utile; nous verrons qu'elle a servi à déterminer la parallaxe de Mars & par conséquent celle du soleil avec beaucoup de précision (1357); & M. Maskelyne m'a assuré qu'il l'avoit employée avec succès en 1761 à l'Isle de Sainte Hélène, même pour la parallaxe de la lune, malgré l'irrégularité & la vitesse de son mouvement.

I 271. La méthode qui détermine les parallaxes d'as-

l'ascension droite se trouve dans Diggesseus Auteur Anglois, qui publia en 1573 un Ouvrage intitulé *Ala seu Scala Mathematica*, à l'occasion de la nouvelle étoile de Cassiopée qui parut en 1572. On la trouve dans la Science des Longitudes de Morin; dans les Ephémérides de Kepler pour l'année 1619; dans Hévélius qui en fait un usage fréquent; dans M. Cassini, Traité de la Comète de 1681; dans l'Histoire céleste de Flamsteed à l'occasion de Mars achronique & périgée qui fut observé avec soin en 1672.

Auteurs qui
l'ont employée.

1272. Pour expliquer cette méthode je commencerai par le cas le plus simple, ce qui rendra la méthode plus claire & les démonstrations plus sûres. Je suppose un Observateur situé sous la ligne équinoxiale, observant une planète située aussi dans l'équateur; il la verra passer à son zénith & ensuite descendre perpendiculairement à l'horizon; la parallaxe de hauteur sera toute entière dans l'équateur, puisque l'équateur & le vertical de la planète sont alors confondus l'un avec l'autre.

Il suffiroit donc alors d'observer la parallaxe d'ascension droite pour avoir la parallaxe de hauteur. Dans d'autres situations de la planète & de l'Observateur, la parallaxe d'ascension droite est moindre que la parallaxe de hauteur; mais on peut les conclure l'une de l'autre, comme nous allons l'expliquer.

1273. Soit Z le zénith (*Fig. 90.*); P le pôle du monde, EQ l'équateur, LMN le parallèle de l'astre, M le lieu vrai, & m le lieu apparent qui est plus bas que le vrai lieu M , dans le vertical $ZMmT$; si du pôle P on tire deux cercles de déclinaisons PMV & Pmu , l'un par le lieu vrai de l'astre M , l'autre par son lieu apparent m , la différence de ces deux cercles de déclinaisons, l'angle MPm qu'ils font entr'eux au pôle du monde, ou l'arc de l'équateur Vu qui en est la mesure, sera la parallaxe d'ascension droite; or dans le triangle PMm si l'on connoît l'angle P , il ne sera pas difficile de trouver le côté opposé Mm , c'est-à-dire, que de la parallaxe d'ascension droite on déduira facilement la parallaxe de hauteur.

Fig. 90.

1274. La question se réduit donc à observer la parallaxe
K K k k iij

laxe d'ascension droite, ce qui se fait de la manière suivante. Observons dans le méridien & lorsque la parallaxe est nulle en ascension droite (1256), la différence entre le temps du passage de la planète & celui d'une étoile fixe au fil d'une lunette parallaxique; cet intervalle de temps converti en degrés à raison de 15 degrés par heure ou de 15'' de degré pour 1'' d'heure, donnera la différence d'ascension droite entre l'étoile & la planète.

Six heures après le passage au méridien on observera encore la même différence de passage, & l'on en conclura la différence d'ascension droite; mais la parallaxe diminue l'ascension droite de la planète lorsqu'elle est vers le couchant, parce qu'en abaissant la planète, la parallaxe fait paroître la planète plus à l'Occident; & elle ne change rien à l'ascension droite de l'étoile; ainsi la différence observée ne fera plus la même que celle qu'on avoit observée dans le méridien, elle sera plus ou moins grande de toute la parallaxe d'ascension droite.

1275. Nous supposons à la vérité que le lieu vrai de la planète soit exactement à la même distance de l'étoile dans chacune des deux observations, c'est-à-dire, que la parallaxe soit la seule cause de la différence qu'on aura observée entre la première & la seconde, & que la planète n'ait eu aucun mouvement propre; mais il est aisé de corriger cette supposition: on observera deux jours de suite au passage de la planète par le méridien, la différence vraie d'ascension droite entre la planète & l'étoile, on trouvera de combien elle varie d'un jour à l'autre, & par conséquent de combien elle avoit dû augmenter en six heures par le mouvement propre de la planète, & indépendamment des apparences de la parallaxe; si l'observation a donné une différence plus grande que celle qu'on trouve par le calcul, elle fera l'effet de la parallaxe d'ascension droite; & l'on séparera cet effet d'avec celui du vrai mouvement de la planète.

Formule de la
parallaxe d'ascen-
sion droite,

1276. Pour conclure facilement la parallaxe horizontale de la parallaxe d'ascension droite observée à une certaine distance du méridien, on peut se servir de cette expression générale, par. horif. = $\frac{\text{par. asc. droite} \cos. \text{déclin.}}{\sin. \text{angle hor.} \cos. \text{haut. du p.}}$

DÉMONSTRATION. Suivant la Trigonométrie sphérique l'on a dans le triangle $Z P m$ la proportion suivante : $\sin. Z m : \sin. Z P m :: \sin. Z P : \sin. Z m P$; mais $M m = p \sin. Z m$ (1259) ; donc $\frac{M m}{p} = \sin. Z m$, & $\frac{M m}{p} \sin. Z m P = \sin. Z P m \sin. Z P$; mais $M A = M m \sin. Z m P$; donc $\frac{M A}{p} = \sin. Z P m \sin. Z P$, ou $M A = p \sin. \text{angle hor.} \cosin. \text{latit.}$ Pour avoir la parallaxe d'ascension droite $V u$ mesurée sur l'équateur , il faut diviser $m A$ par le cosinus de la déclinaison (593) ; donc la parallaxe d'ascension droite est égale à $\frac{p \cdot \sinus \text{ angle horaire} \cdot \cosinus \text{ latitude}}{\cosin. \text{ déclin.}}$; donc $p = \frac{\text{par. asc. d.} \cdot \cos. \text{ déclin.}}{\sin. \text{ angle hor.} \cdot \cos. \text{ lat.}}$, c'est la formule qu'il falloit démontrer.

Elle servira aussi à trouver la parallaxe d'ascension droite à un moment donné , ce qui est souvent utile ; mais il faut bien remarquer dans l'expression précédente que c'est la déclinaison apparente & l'angle horaire apparent que l'on doit employer.

1277. Lorsque la planète a été observée à égales distances avant & après le méridien , on a une différence double de la parallaxe horaire ; & si les distances ne sont pas égales , on a une différence qui est la somme de deux parallaxes d'ascension droites , chacune proportionnelle au sinus de son angle horaire ; ainsi il faut diviser cette différence trouvée dans les observations par la somme des sinus des angles horaires , pour avoir la parallaxe horizontale ; ou , ce qui revient au même , l'on peut diviser la différence observée ou l'argument de la parallaxe en deux parties qui soient entr'elles comme les sinus des distances au méridien dans les deux observations , & n'employer dans la formule précédente qu'une de ces parties avec son angle horaire.

1278. Il suffit d'observer un astre 2 heures avant & 2 heures après le passage au méridien , pour trouver dans l'ascension droite d'une planète une différence égale à sa plus grande parallaxe d'ascension droite ; car le sinus de 30° étant la moitié du rayon , on a de chaque côté du méridien une parallaxe qui est la moitié de la plus grande parallaxe d'ascension droite.

Il suffit de quatre heures d'intervalle.

Cette méthode est indépendante de la figure de la terre.

Si cette méthode étoit employée sous l'équateur même elle donneroit immédiatement & sans aucune hypothèse, la parallaxe horifontale de la lune qui répond au rayon de l'équateur malgré l'appatiffement de la terre; c'est un avantage particulier à cette méthode, nous verrons bien-tôt quelle correction il faut y faire dans les autres cas, (1320).

I 279. Je prendrai pour exemple de cette méthode les Observations de M. Maraldi rapportées dans les Mém. de l'Ac. pour 1722. Le 15 Août 1719, Mars étant fort près de l'étoile de 5^e. grandeur qui est à la jambe orientale du verseau, M. Maraldi dirigea une lunette de 12 pieds suivant le parallèle de l'étoile. A 9^h 18' du soir Mars suivoit l'étoile de 10' 17" de temps, & 7 heures après ou le 16 à 4^h 21' du matin, il la suivoit seulement de 10' 1". Mais, suivant les Observations faites au méridien plusieurs jours de suite, Mars devoit se rapprocher réellement de l'étoile de 14" de temps, c'est-à-dire, qu'après l'avoir suivie de 10' 17" de temps il auroit dû 7^h après en être éloigné de 10' 3", au lieu de 10' 1" qu'observa M. Maradi; donc il y avoit 2" de temps pour l'argument de la parallaxe; ces 2" doivent être réduites en temps, multipliées par le cosinus de la déclinaison qui étoit 15°, divisées par le cosinus de la latitude de Paris 41° 10', & par la somme des sinus des angles horaires ou des distances au méridien qui étoient de 45° dans chaque observation; & l'on trouve enfin 27" pour la parallaxe horifontale de Mars, d'où il résulte 10" pour celle du soleil; la distance de Mars à la terre étant alors $\frac{37}{100}$ de celle du soleil.

Méthode qui suppose deux Observateurs.

I 280. La méthode la plus naturelle pour déterminer la parallaxe est celle qui suppose deux Observateurs très-éloignés l'un de l'autre, observant tout à la fois la hauteur d'un astre dans le méridien; c'est celle que j'ai employée en 1751 lorsque M. l'Abbé de la Caille étoit au Cap de Bonne Espérance, & que j'observois à Berlin en même temps la parallaxe de la lune qui n'avoit jamais été déterminée par une méthode aussi exacte.

I 281. Le cas le plus simple de cette méthode est celui où l'on auroit un Observateur en *O* (*Fig. 87*); & un autre en

en D ; qui seroit éloigné du premier de la quantité OD égale à peu-près à un quart de la terre , le premier étant en O observeroit un astre H à l'horison ; le second étant en D l'observeroit à son zénith : dans ce cas l'angle OHT ou la parallaxe horisontale seroit égal à l'angle HTE , ou au complément de l'arc OD qui est la distance des deux observateurs , ou la différence de leurs latitudes ; car je les suppose placés sous le même méridien.

Il est impossible que les circonstances locales nous donnent dans la pratique un cas aussi simple que celui-là ; ainsi nous allons voir ce qui arrive quand les deux Observateurs sont à une distance quelconque , & l'astre aussi à une hauteur quelconque.

Supposons comme en 1751 un Observateur B , (*Figure 91*) situé à Berlin , & un autre en Afrique au Cap de Bonne-Espérance ; L l'astre que nous observions tous deux en même temps dans le méridien ; (il n'importe que ce soit précisément au même instant pourvu qu'on sçache de combien a dû varier la hauteur méridienne dans l'intervalle des deux passages) , CLT est la parallaxe de hauteur pour le Cap , BLT est la parallaxe de hauteur à Berlin (1257) , la somme de ces deux parallaxes est l'angle CLB ; argument total de la parallaxe horisontale ; ce seroit leur différence si les Observateurs voyoient tous deux la lune au midi ; ou tous les deux au nord. De ces deux parallaxes de hauteur , la première CLT est égale à la parallaxe horisontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente au Cap , ou par le sinus de la distance apparente au zénith qui est l'angle LBA (1258) ; la seconde parallaxe BLT est égale à la parallaxe horisontale multipliée par le sinus de la distance LCD au zénith du Cap ; donc la somme BLC qui est la parallaxe totale des deux Observateurs est égale à la parallaxe horisontale multipliée par la somme des deux sinus des distances observées ; donc on aura la parallaxe horisontale en divisant l'angle observé BLC ou l'argument de la parallaxe par la somme de ces sinus.

1282. Cette méthode fut aussi employée pour déterminer la parallaxe du soleil , ou plutôt celles de Mars & de

Fig. 91.

Argument de
la parallaxe.On en déduit la
parallaxe horison-
tale.

Vénus. Le 5 Oct. 1751 le bord boréal de Mars paroiffoit à $1' 25'' 8$ au-deffous du paralléle de l'étoile λ du verseau au Cap de Bonne-Efpérance, $33' 55''$ au milieu de l'équateur, Mars étant à $25^{\circ} 0'$ du zénith; le même jour à Stockholm qui est à $59^{\circ} 21'$ de latitude feptentrionale, la même différence de déclinaifon entre le bord boréal de Mars & l'étoile λ du verseau paroiffoit de $1' 57'' 7$, & Mars étoit à $68^{\circ} 14'$ du zénith; ces deux différences de déclinaifon qui devroient être égales, different l'une de l'autre de $31'' 9$. Si on divife la différence par la fomme des finus des diftances au zénith, $0,4226$; $0,9287$; ou $1,3513$; on aura $23'' 6$ parallaxe horifontale de Mars (M. de la Caille, *Leçons d'Astr. p. 216*).

Il faut confidérer l'applatiffement de la terre.

1283. L'opération précédente fuppofe la terre parfaitement fphérique; mais lorsqu'il s'agit de la parallaxe de la lune on ne fçauroit négliger l'applatiffement de la terre; il faut alors diminuer de quelques minutes les deux diftances au zénith, observées, (en fuppofant que le zénith de l'obfervateur foit entre la lune & le pole élevé); & les multiplier chacune par le rayon correspondant de la terre avant que d'employer la règle précédente.

Fig. 92.

1284. L'ellipfe BEC (Fig. 92) représente le sphéroïde terrestre, T est le centre, TP est l'axe de la terre, B & C font les deux Obfervateurs que je fuppofe placés fous le même méridien & observant à la fois la lune en L ; LBZ est la diftance apparente de la lune au zénith, pour l'Obfervateur B , LCz est la diftance apparente pour l'Obfervateur C . On calculera les angles MBT , NCT formés par les perpendiculaires à la furface de la terre, en B & en C , & par les rayons terrestres BT & CT (Voy. Liv. XV); on les retranchera des diftances au zénith, & l'on aura les angles LCD , LBA ou les diftances corrigées dont on fera à peu-près le même ufage que nous avons fait ci-devant des diftances au zénith dans la terre fphérique (1281); nommons r le rayon de la terre pour Paris qui est d'environ 3271150 toifes, on aura $\frac{r}{TL}$ pour le finus de la parallaxe horifontale à Paris (1254); de même $\frac{CT}{TL}$ est le finus de la

parallaxe horifontale au Cap, $\frac{TB}{TL}$ le finus de la parallaxe à Berlin; ainfi le finus de l'angle $BLC = \frac{CT}{TL} \text{fin. } LCD + \frac{TB}{TL} \text{fin. } LBA$; donc $TL = \frac{CT \text{fin. } LCD + TB \text{fin. } LBA}{\text{fin. } BLC}$; donc $\frac{1}{TL}$ ou le finus de la parallaxe horifontale à Paris, fera $\frac{\text{fin. } BLC}{CT \text{fin. } LCD + TB \text{fin. } LBA}$. Dans cette formule on fait ufage des deux rayons de la terre TC & TB dont on trouvera la valeur dans le XV^e. Livre, & ci-après art. 1340.

I 285. Ces trois méthodes qui fervent à trouver en général la parallaxe d'un afre, font applicables à tous les afres & en particulier au foleil & à la lune; il y a encore d'autres méthodes particulieres à ces deux afres, telles font pour la lune la méthode des éclipses de lune; pour le foleil la méthode des quadratures de la lune. (Voyez *les Inftit. Astron.*), & celle des paffages de Vêrus fur le foleil qui eft la meilleure de toutes; l'importance des parallaxes du foleil & de la lune, la multitude des tentatives qu'on a faites pour les bien connoître, & l'ufage que nous en ferons dans le cours de cet Ouvrage, exige que nous en traitions féparément avec un certain détail.

PARALLAXE DE LA LUNE.

I 286. LES Anciens avoient une idée bien imparfaite des diftances des planetes & de leurs parallaxes; quoique la lune fût celle dont il étoit le plus facile de connoître l'éloignement, on la croyoit beaucoup plus près de nous qu'elle n'eft réellement.

Pythagore jugeoit la diftance de la lune à la terre de 126 mille ftades, (*Plin. Hift. Nat. 2. 21.*) & commé le ftade étoit d'environ 95 toifes. (*Voy. Liv. XV*). cette diftance ne va pas à 6 mille lieues, au lieu de 80 mille que nous trouvons actuellement, d'où l'on peut juger qu'au temps de Pythagore 600 ans avant J. C.; l'on n'avoit encore fait aucune obfervation propre à déterminer cette diftance.

La diftance de
la Lune inconnue
600 ans av. J. C.

1287. Hipparque, au rapport de Ptolémée (*Alm. V. II.*), avoit entrepris par de certaines conjectures tirées des éclipses de trouver les distances de la lune à la terre; mais par la difficulté & l'incertitude de sa méthode, il avoit trouvé des différences considérables dans ses résultats. Cependant on voit qu'il jugeoit la plus grande distance de la lune entre $72\frac{1}{2}$ & 83 demi-diamètres de la terre, & la plus petite entre 62 & 71 . Ces limites sont établies aujourd'hui de 56 à 64 ; Hipparque avoit donc de la parallaxe une idée beaucoup plus exacte qu'on ne l'avoit eue avant lui.

Ptolémée trouva ensuite la parallaxe de la lune entre $54'$ & $1^{\circ} 41'$. Mais Copernic la réduisit entre $50'$ & $66'$; on verra là-dessus les sentimens de différens Auteurs dans mon premier Mémoire sur la Parallaxe de la Lune, (*Mem. Acad. 1752. pag. 87*).

Quantité de la
parallaxe de la
Lune.

1288. Comme la méthode des plus grandes latitudes de la lune est une des plus avantageuses pour observer la parallaxe de la lune, les Astronomes ont continué d'en faire usage aussi bien que Ptolémée; M. le Monnier, en publiant les Tables de la Lune de Flamsteed en 1746; observa que cet Auteur dans ses premières Tables publiées en 1680, avoit fait la parallaxe horisontale de la lune au temps de ses moyennes distances & dans les syzigies, de $58' 2''\frac{1}{2}$, M. Newton de $57' 30''$; mais par les plus grandes latitudes de la lune observées depuis 7 à 8 ans, il l'avoit trouvée de $57' 2''\frac{1}{2}$. (*Instit. Astr. pag. 185*). Pour moi je l'ai trouvée de $57' 26''$, beaucoup plus approchante de celle de Newton, & cela par la meilleure de toutes les méthodes, c'est-à-dire, par les observations simultanées faites en 1752 au Cap de Bonne-Espérance & à Berlin; dont je donnerai le résultat ci-après (1344): on verra que la plus grande parallaxe de la lune qui a lieu quand la lune est pleine & périgée, est de $61'\frac{1}{2}$, & la plus petite parallaxe de $54'$, la lune étant nouvelle & apogée.

De la parallaxe
de la Lune en
longitude.

1289. Il ne suffit pas dans les calculs astronomiques de connoître la parallaxe horisontale, il faut souvent en connoître l'effet en longitude; la plupart des Auteurs qui ont écrit sur le calcul des éclipses de soleil, ont employé la

parallaxe en longitude pour trouver le lieu apparent de la lune. Quoiqu'on puisse s'en passer, comme je le ferai voir dans le Livre suivant; je donnerai cependant ici la méthode la plus sûre de trouver la parallaxe en longitude & en latitude avec un exemple détaillé.

1290. La Méthode employée par Kepler est celle du Nonagésime; on appelle NONAGÉSIME le point de l'écliptique éloigné de 90 degrés des deux sections de l'horifon, & de l'écliptique ou des points qui se lèvent & qui se couchent; ainsi la longitude du Nonagésime est moindre de trois signes que celle du point *ascendant*, de l'horoscope, (729) ou du point orient de l'écliptique, c'est-à-dire, du point situé à l'horifon du côté de l'orient.

Soit le méridien *HZEC* (*Fig. 93*), l'horifon *HOBC*; l'écliptique *ENRTO* prise dans l'hémisphère oriental; *E* le point culminant de l'écliptique, c'est-à-dire, le point qui passe dans le méridien, & dont l'ascension droite est celle du milieu du ciel (701). Le point *O* de l'écliptique qui se lève au même instant, est le point orient, ou l'horoscope (729); l'arc *ON* étant pris de 90 degrés, le point *N* est le Nonagésime; si par le pole *P* de l'écliptique & par le zénith *Z* on tire un cercle *PZNB*, ce cercle sera tout à la fois un cercle de latitude, puisqu'il passe par le pole de l'écliptique; & un vertical, puisqu'il passe par le zénith: il sera perpendiculaire à l'écliptique en *N* & à l'horifon en *B*; l'arc *NB* sera la hauteur du Nonagésime; mais parce que *NO* est un quart de cercle & que l'angle *B* est droit, le point *O* est le pole de l'arc *NB*, & l'angle *NOB* qui a pour mesure l'arc *NB* est aussi égal à la hauteur du Nonagésime. Enfin l'arc *PZ* compris entre le pole & le zénith est encore égal à la hauteur du Nonagésime; car si des arcs *PN* & *ZB* qui sont chacun de 90 degrés l'on ôte la partie commune *ZN*, il restera *PZ* égal à *NB*, qui est la hauteur du Nonagésime.

Si l'angle *OEC* est obtus, l'arc *EO* de l'écliptique sera aussi plus grand que 90°; c'est ce qui arrive quand le point *E* est dans les signes ascendants 9, 10, &c. ou que l'ascension droite du milieu du ciel est entre 18 heures & 6 heu-

Nonagésime.

Fig. 93.

res, alors le Nonagésime N est dans l'hémisphère oriental, comme dans la *Figure 93*; mais quand l'ascension droite du milieu du ciel est plus grande que 6 heures & moindre que 18, l'arc EO est aigu; le Nonagésime se trouve en M dans la partie occidentale du ciel & de l'autre côté du méridien. Tout cela doit s'entendre des pays qui, comme le nôtre, sont dans l'hémisphère boréal de la terre & même hors des tropiques; car si le point culminant E de l'écliptique étoit entre le zénith & le pôle élevé, dans les signes 9, &c. l'arc OE seroit aigu; ainsi il faudroit dans les préceptes ci-dessus prendre les signes descendans en général (1292), c'est-à-dire, ceux où est le soleil quand il descend ou s'éloigne du zénith d'un jour à l'autre, & n'avoir point d'égard à ce que j'ai dit de l'ascension droite du milieu du ciel.

1291. Lorsqu'à un instant donné l'on veut connoître la longitude du Nonagésime, on cherche l'ascension droite du milieu du ciel (701), ou le point de l'équateur qui est dans le méridien; ensuite la longitude du point E de l'écliptique qui y répond, avec la déclinaison & l'angle de l'écliptique avec le méridien (598). La déclinaison du point E de l'écliptique étant connue, on a sa déclinaison; & prenant la somme ou la différence de cette déclinaison & de la hauteur de l'équateur (562); on a la hauteur du point culminant E de l'écliptique.

Règle pour la hauteur du Nonagésime.

Ainsi dans le triangle EOC rectangle en C , on connoît la hauteur CE du point culminant & l'angle CEO du méridien avec l'écliptique dans ce point-là; on cherchera l'angle EOC en disant, $R : \text{cof. } CE :: \text{fin. } E : \text{cof. } O$; c'est-à-dire, *le rayon est au cosinus de la hauteur du point culminant, comme le sinus de l'angle de l'écliptique avec le méridien est au cosinus de la hauteur du Nonagésime.*

Règle pour la longitude du Nonagésime.

1292. On a ensuite dans le triangle OEC cette autre proportion, $R : \text{cot. } CE :: \text{cof. } E : \text{cotang. } OE$; mais OE est le complément de l'arc NE de l'écliptique compris entre le point culminant & le Nonagésime; ainsi l'on aura $R : \text{cot. } CE :: \text{cof. } E : \text{tang. } NE$, ou $\text{tang. } CE : R :: \text{cof. } E : \text{tang. } NE$, c'est-à-dire, *la tangente de la hauteur du point culminant est au rayon, comme le cosinus de l'angle*

de l'écliptique avec le méridien est à la tangente d'un arc, qu'il faut ajouter à la longitude du point culminant E , si ce point est dans les signes ascendants pris en général & retrancher dans les signes descendans pour avoir la longitude du Nonagésime N (*V. l'Exemple art. 1303*). Les signes ascendants pris en général sont ceux dans lesquels le soleil se trouve quand il se rapproche du zénith, ou que sa hauteur méridienne augmente d'un jour à l'autre; ainsi un Pays de la terre situé même dans l'hémisphère boréal à 10 degrés, aura les signes ascendants depuis le Capricorne jusqu'à 26 degrés du Belier; & depuis le Cancer jusqu'à 4 degrés de la Vierge.

Ce sont ces signes ascendants pris en général qu'il faut employer dans la règle précédente; & il faut rectifier ainsi le passage de M . de la Caille, (*pag. 389 lig. 21*); où il dit qu'on ajoute au point culminant *lorsque ce point est dans le premier & dans le dernier quart de l'écliptique*. Cela n'est vrai que pour les Pays situés hors de la Zone torride.

1293. Quand on a la longitude du Nonagésime & la longitude de la lune, on prend leur différence qui est la distance de la lune au Nonagésime; cette différence jointe avec la hauteur du Nonagésime & la latitude de la lune suffit pour trouver la parallaxe de la lune en longitude & en latitude: voici des formules assez commodes pour cet effet.

Expression de
la Parallaxe en
longitude.

Soit L le lieu vrai de la lune (*Fig. 93*), S son lieu apparent dans le vertical ZLS , PLR le cercle de latitude qui passe par le lieu vrai de la lune, PST celui qui passe par le lieu apparent; LR est la latitude vraie; ST la latitude apparente, & ayant pris PI égal à PL , l'arc IS est la parallaxe de latitude; l'arc RT de l'écliptique est la parallaxe de longitude.

Fig. 93^e

Si l'on nomme p la parallaxe horizontale de la lune, on aura la parallaxe de hauteur LS égale à $p \sin. ZS$, (1259); dans le triangle rectiligne rectangle ISL on a $IL = SL \sin. S$; donc la parallaxe de longitude $TR = \frac{p \sin. ZS \sin. S}{\sin. PS}$ (593); on a aussi dans le même triangle $IS = IL \cot. S = p \sin. ZS \sin. S \cotang. S$. C'est la parallaxe de

latitude; il faut faire évanouir l'angle S des deux expressions précédentes.

Dans le triangle PZS l'on suppose connus deux côtés & l'angle compris, sçavoir, PZ , PS & l'angle P , c'est-à-dire, la hauteur du Nonagésime, la distance de la lune au pôle de l'écliptique & sa distance au Nonagésime; on a donc par la Trigonométrie sphérique, (Voyez Liv. XXIII.),

$$\text{la tangente de l'angle } S = \frac{\text{fin. } ZPS}{\text{cot. } PZ \cdot \text{fin. } PS - \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS.}$$

$$\text{ou la cotangente } S = \frac{\text{cot. } PZ \cdot \text{fin. } PS - \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS.}{\text{fin. } P.},$$

multipliant le numérateur & le dénominateur par tang. PZ ;

$$\text{on a } \text{cot. } S = \frac{\text{fin. } PS - \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS \cdot \text{tang. } PZ.}{\text{fin. } P \cdot \text{tang. } PZ.};$$

cette valeur multipliée par $p \cdot \text{fin. } ZS \cdot \text{fin. } S$, donnera celle de IS , parallaxe de latitude =

$$= \frac{p \cdot \text{fin. } PS \cdot \text{fin. } ZS \cdot \text{fin. } S - \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS \cdot \text{fin. } ZS \cdot \text{fin. } S \cdot \text{tang. } PZ.}{\text{fin. } P \cdot \text{tang. } PZ.};$$

mais $\text{fin. } ZS = \frac{\text{fin. } P \cdot \text{tang. } PZ}{\text{fin. } PZ \cdot \text{fin. } P}$, substituant cette valeur dans

$$p \cdot \text{fin. } PS \cdot \text{fin. } S \cdot \text{fin. } ZS \cdot \text{fin. } P - \frac{p \cdot \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS \cdot \text{fin. } S \cdot \text{tang. } PZ \cdot \text{fin. } PZ \cdot \text{fin. } P}{\text{fin. } P \cdot \text{tang. } PZ \cdot \text{fin. } S},$$

effaçant tous les termes qui se détruisent, la formule se réduit à

$$\frac{p \cdot \text{fin. } PS \cdot \text{fin. } PZ}{\text{tang. } PZ} - p \cdot \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS \cdot \text{fin. } PZ;$$

& mettant $\text{cof. } PZ$ à la place de $\frac{\text{fin. } PZ}{\text{tang. } PZ}$, elle devient = $p \cdot \text{fin. } PS \cdot$

$\text{cof. } PZ - p \cdot \text{cof. } P \cdot \text{cof. } PS \cdot \text{fin. } PZ$, mais on a $\text{cof. } PZ =$

$$\frac{\text{fin. } PZ}{\text{tang. } PZ}, \text{ \& } \text{fin. } PS = \text{tang. } PS \cdot \text{cof. } PS;$$

ainsi l'on pourra la mettre sous cette forme, $p \cdot \text{cof. } PS \cdot \text{fin. } PZ \left(\frac{\text{tang. } PS}{\text{tang. } PZ} -$

$\text{cof. } P \right)$; c'est la parallaxe de latitude.

1294 Pour trouver la parallaxe de longitude TR , on reprendra sa valeur donnée ci-dessus, $TR = \frac{p \cdot \text{fin. } ZS \cdot \text{fin. } S}{\text{fin. } PS}$

& substituant pour $\text{fin. } ZS$ sa valeur $\frac{\text{fin. } PZ \cdot \text{fin. } P}{\text{fin. } S}$, on a pour

$$\text{la parallaxe de longitude } \frac{p \cdot \text{fin. } PZ \cdot \text{fin. } P}{\text{fin. } PS}.$$

1295. A la place des lettres nous pouvons mettre les choses

choses qu'elles expriment ; par exemple , *cof. PS* est la même chose que le sinus de la latitude apparente *ST* ; *fin. PZ* est le sinus de la hauteur du Nonagésime (1290) ; l'angle , *P* ou *NPT* , est la distance apparente de la lune au Nonagésime , puisque cet angle est mesuré par l'arc *TN* de l'écliptique compris entre la lune & le Nonagésime ; ainsi les expressions précédentes de *TR* & de *IS* , se changeront en celles-ci : *par. longit.* = $\frac{\text{par. hor. fin. dist. au non. fin. haut. du Non.}}{\text{cof. latit.}}$

par. lat. = $\left(\frac{\text{cot. tang.}}{\text{tang. haut. du Non.}} \text{cof. dist. au Non.} \right)$ (*par. horif. fin. haut. du Non. fin. latit.*)

1296. Si lon nomme *p* la parallaxe horifontale , *l* la latitude apparente , *d* la distance apparente de la lune au Nonagésime , *h* la hauteur du Nonagésime ; on aura la parallaxe de longitude = $\frac{p \text{ fin. } d \text{ fin. } h}{\text{cof. } l}$ & la parallaxe de latitude = $p \text{ fin. } h \text{ fin. } l \left(\frac{\text{cot. lat.}}{\text{tang. } h} - \text{cof. } d \right)$.

1297. Cette expression se réduit à celle-ci encore plus commode pour l'usage *p. cof. h cof. l — p fin. l fin. h cof. d* , parce que *fin. l cot. l = cof. l* & $\frac{\text{fin. } h}{\text{tang. } h} = \text{cof. } h$; je dis qu'elle est plus commode , parce que dans la premiere opération (1304) , on se contente , si l'on veut , de la premiere partie *p cof. h cof. l* , & même de *p cof. h* ; en supposant *l* de $5^{\circ} \frac{3}{4}$, il n'y a que $\frac{1}{270}$ ou tout au plus 15" d'erreur à craindre dans cette supposition.

1298. Ainsi la formule (1297) qui exprime la parallaxe de latitude , est composée de deux parties ; la premiere partie qui est *p cof. h cof. l* , ne dépend point de la distance de la lune au Nonagésime , & c'est la partie principale de la parallaxe en latitude ; dans le calcul des éclipses de soleil la latitude de la lune étant extrêmement petite , son cosinus est sensiblement égal au rayon ou à l'unité : ainsi l'on a pour la premiere partie de la parallaxe en latitude *p cof. h* , c'est-à-dire , qu'il suffit de multiplier la parallaxe horifontale de la lune par le cosinus de la hauteur du Nonagésime , pour avoir la parallaxe de latitude à très-peu-près.

Premiere partie de la Parallaxe en latitude.

1299. La seconde partie de la parallaxe en latitude est

$p \sin. l. \sin. h \cos. d$; mais elle est toujours très-petite, parce que le sinus de la latitude de la lune qui est un des facteurs, est à peine un dixième de l'unité, lors même que la latitude de la lune est la plus grande, & il devient comme nul dans les éclipses de soleil où la latitude n'est jamais que d'un demi-degré, & $\sin. l$ environ un centième.

1300. On peut encore simplifier cette seconde partie de la parallaxe en latitude, en considérant qu'elle est égale à la parallaxe en longitude trouvée ci-dessus (1296), multipliée par le sinus de la latitude de la lune, & divisée par la tangente de la distance au Nonagésime; en effet, si la parallaxe de longitude est égale à $\frac{p \sin. d \sin. h}{\cos. l.}$, ou simplement

$p \sin. d \sin. h$ dans les éclipses, on a $p = \frac{\text{par. long.}}{\sin. d \sin. h.}$, substituant cette valeur de p dans l'expression, $p \sin. h \sin. l \cos. d$, elle deviendra $= \frac{\text{par. long.} \sin. l \cos. d}{\sin. d.}$; mais $\frac{\cos. d}{\sin. d} = \text{cotang. } d$,

Seconde partie
de la Parallaxe en
latitude.

donc on a $\text{par. long.} \sin. l \cot. d$, pour la seconde partie de la parallaxe en latitude dans les éclipses de soleil que l'on doit retrancher de la première partie $p \cos. h$ trouvée ci-dessus (1298); si ce n'est dans le cas où la distance apparente de la lune au Nonagésime & sa distance apparente au pôle élevé de l'écliptique sont de différente espèce, c'est-à-dire, l'une aiguë & l'autre obtuse; car alors la seconde partie de la formule est additive, parce que $\sin. l$ ou $\cos. d$ changent de signe dès lors que la latitude de la lune est méridionale, (en supposant l'Observateur dans nos régions septentrionales); ou que la distance au Nonagésime surpasse 90 degrés, il pourroit y avoir quelque difficulté pour le cas où la lune seroit située entre le pôle & le zénith; mais ceux qui seroient embarrassés dans ce cas-là, pourroient recourir à ma méthode des angles parallactiques dans laquelle je détaillerai tous les cas (1500).

1301. Cette seconde partie de la parallaxe en latitude doit être multipliée par le cosinus de la latitude, si l'on veut avoir égard à la latitude de la lune; il est nécessaire d'y avoir égard dans les éclipses d'étoiles fixes par la lune, car la latitude pouvant aller à 6 degrés, on pourroit commettre

une erreur de 20'' dans certains cas sur la parallaxe, en supposant le cosinus de la latitude égal au rayon.

I 302. EXEMPLE. Le 6 Avril 1749 j'observai l'immersion d'Antarès à 1^h 1' 20'' du matin; je chercherai pour ce moment la parallaxe de longitude & de latitude. Je suppose qu'on a déjà calculé pour cet instant le lieu du soleil, & celui de la lune par les Tables; & qu'on connoisse la hauteur du pôle avec l'obliquité de l'écliptique.

Lieu du soleil par les Tables de Halley,	0 ^s 17° 19' 10''
Lieu de la lune par les Tables de Halley,	8 5 26 2
Latitude australe de la lune,	3 47 20
Obliq. de l'écl. supposée pour ce temps-là,	23 28 23
Hauteur du pôle du lieu de l'observation,	48 50 10
Hauteur de l'équateur,	41 9 50
Ascension droite du soleil calculée (607),	15 57 44
Le temps vrai 14 ^h 1' 20'' réduit en degrés,	195 20 0
L'ascension droite du milieu du ciel (701)	211 17 44
Ou en retranchant 180 degrés,	31 17 44
La déclinaison méridionale qui répond à cette ascension droite (598)	12 42 42
L'angle de l'éclipt. avec le méridien qui répond à la même asc. dr. 31° 17' 44'' (598),	70 6 4
La longitude qui répond à la même ascension droite (598), ou la longitude du point de l'écliptique qui est dans le méridien, (diminuée de 180°),	33 32 3½
Ou en y ajoutant 180°, comme on les a ôtés de l'ascension droite,	7 3 32 3½
La hauteur de ce point culminant de l'écliptique, ou la différence entre sa déclinaison 12° 42' 42'' & la haut. de l'équ. 41° 9' 50''	28 27 8
On prendroit leur somme si la déclinaison du point <i>E</i> étoit du côté du pôle élevé.	

I 303. Le rayon est au sinus de 70° 6' 4'' qui est l'angle *CEO* (*Fig. 93*), comme le cosinus de la hauteur du point culminant 28° 27' 8'' est au cosinus de la hauteur du Nonagésime ou de l'angle *NOB* (1291), qui se trouve de

M M m m ij

34° 14' 12". On cherchera en même temps le logarithme du sinus, & on en ôtera celui du cosinus, pour avoir celui de la tangente. On fera ensuite cette proportion; la tangente de la hauteur *CE* 28° 27' 8" est au rayon, comme le cosinus de l'angle *E* = 70° 6' 4" est à la tangente de l'arc *NE* de l'écliptique, compris entre le Nonagésime & le méridien, cet arc se trouvera de 32° 8'; étant ôté de la longitude du point culminant 7° 3° 32' 3", puisque la lune est dans les signes descendans (1292), il donnera la longitude du Nonagésime 6° 1° 24' 2". Voici l'ordre & la disposition du calcul.

T. longit.	17° 19' 10"	9,4939285	cotang.	31° 17' 44"	10,2161655
Cof. obl. ecl.	23 28 23	9,9624865	cof. obl. ecl.	9,9624865
Tang. asc. dr.	15 57 44	9,4564150	cot. long. <i>E</i>	33 32 3	10,1786520
T. vr. en deg.	195 20 0				
Somme,	211 17 44.	ôtez 180			
Sinus de	31 17 44	9,7155471	sin. <i>E</i>	70 6 4	9,9732640
Tang.	23 28 23	9,6377431	cof. haut. <i>N</i>	28 27 8	9,9440950
Tang.	12 42 42	9,3532902	cof. h. non.	34 14 12	9,9173590
Haut. equat.	41 9 50		ôtez du log. sinus	. . .	9,7502094
Haut. de <i>E</i>	28 27 8, ou du point culmin.		reste log. tan.	34 14 12	9,8328500
Cosin.	31 17 44	9,9317116	cosin. <i>E</i>	70 6 4	9,5319412
Sin.	23 28 23	9,6002296	ôtez tan. <i>CE</i>	28 27 8	9,7339003
Cof. ang. <i>E</i>	70 6 4	9,5319412	tang. <i>NE</i>	32 8 1	9,7980409
			ou	1° 2° 8' 1"	
Longitude du point culminant <i>E</i>			7 3 32 3	
Différence, ou longitude du Nonagésime <i>N</i>			6 1 24 2	

1304. Connoissant le Nonagésime & sa hauteur, nous allons chercher les parallaxes de longitude & de latitude (1298 & suiv.).

Premier calcul ou approximation.	Logarithme de la parallaxe horif. 57' 16" ou 3436"	3,5360531
	Log. sin. de la hauteur du Nonagésime	9,7502094
	Log. sin. de la distance de la lune au Nonagésime 64° 2'	9,9537833
		3,2400458
	Long. du cof. de latit. vraie de la lune 3 47 20	9,9990497
	Log. de 29' 1" parallaxe de log. à peu-près,	3,2409961

On ajoutera cette parallaxe avec la distance vraie de la lune au Nonagésime $64^{\circ} 2'$ parce que la lune est plus avancée que le Nonagésime, & l'on aura la distance apparente $64^{\circ} 31' 1''$ qu'il faudra employer dans le calcul de l'article 1305.

Logarithme de la parallaxe horif. $57' 16''$	3,5360531
Log. cof. de la hauteur du Nonagésime	9,9173599
Log. de $47' 21''$ parallaxe de latitude à peu-près	<u>3,4534130</u>

On ajoutera cette parallaxe avec la latitude vraie $3^{\circ} 47' 20''$, parce que la latitude de la lune est opposée au pôle élevé de l'écliptique, & l'on aura la latitude apparente $4^{\circ} 34' 41''$, qu'il faudra employer dans le calcul suivant pour plus d'exactitude.

1305. Logar. de la parall. horif. $3436''$	3,5360531	Second calcul plus exact.
Log. fin. de haut. du Nonag. $34^{\circ} 14' 12''$	9,7502094	
Log. fin. de la dist. apparente de la lune au Nonagésime, $64. 31.$	<u>9,9555494</u>	
	<u>3,2418120</u>	

Otez le log. cof. de latit. appar. $4^{\circ} 34' 41''$	9,9986121
Reste le log. de la parallaxe de longitude plus exacte $1750'' 6$, ou $29' 10'' 6$	<u>3,2431999</u>

Log. p.	3,5360531	Log. p.	3,5360531
Log. cof. h. . . .	9,9173590	Log. fin. lat. . . .	8,9020962
Log. cof. latit. .	9,9986121	Log. fin. h. . . .	9,7502094
2831'' 5	<u>3,4520242</u>	Log. cof. dif. app.	<u>9,6337150</u>
Premiere partie de la parallaxe en latitude.		66'', 4	<u>1,8220737</u>
		Seconde Partie.	

Ces deux parties de la formule étant ajoutées ensemble parce que fin. *l* & cof. *d* sont de même espèce (1300), on aura exactement la parallaxe entiere de latitude $2897'' 9$, ou $48' 18''$.

L'on verra l'usage de ces parallaxes de longitude & de latitude, dans le calcul des éclipses (1492).

*TABLE pour trouver le Nonagéfime avec fa hauteur,
sous le parallele de Paris.*

Ascension droite du milieu du Ciel.			Longitude du Nonagéfime.		Différ.	Hauteur du Nonagéf.		Différ.
H.	M.	Degr.	S.	D. M.	D. M.	D.	M.	D. M.
0	0	0	0	24 30	3 46	46	20	1 46
0	20	5	0	28 16	3 43	48	6	1 44
0	40	10	1	1 59	3 40	49	50	1 39
1	0	15	1	5 39	3 40	51	29	1 35
1	20	20	1	9 19	3 37	53	4	1 30
1	40	25	1	12 56	3 37	54	34	1 25
2	0	30	1	16 33	3 37	55	59	1 19
2	20	35	1	20 10	3 36	57	18	1 13
2	40	40	1	23 46	3 36	58	32	1 8
3	0	45	1	27 22	3 36	59	40	1 1
3	20	50	2	0 58	3 37	60	41	0 54
3	40	55	2	4 35	3 37	61	35	0 48
4	0	60	2	8 12	3 37	62	23	0 41
4	20	65	2	11 49	3 38	63	4	0 34
4	40	70	2	15 27	3 38	63	38	0 26
5	0	75	2	19 5	3 38	64	4	0 19
5	20	80	2	22 43	3 39	64	23	0 11
5	40	85	2	26 22	3 38	64	34	0 4
6	0	90	3	0 0	3 38	64	38	0 4
6	20	95	3	3 38	3 39	64	34	0 11
6	40	100	3	7 17	3 38	64	23	0 19
7	0	105	3	10 55	3 38	64	4	0 26
7	20	110	3	14 33	3 38	63	38	0 34
7	40	115	3	18 11	3 37	63	4	0 41
8	0	120	3	21 48	3 37	62	23	0 48
8	20	125	3	25 25	3 37	61	35	0 54
8	40	130	3	29 2	3 36	60	41	1 1
9	0	135	4	2 38	3 36	59	40	1 8
9	20	140	4	6 14	3 36	58	32	1 13
9	40	145	4	9 50	3 37	57	18	1 19
10	0	150	4	13 27	3 37	55	59	1 25
10	20	155	4	17 4	3 37	54	34	1 30
10	40	160	4	20 41	3 40	53	04	1 35
11	0	165	4	24 21	3 40	51	29	1 39
11	20	170	4	28 1	3 43	49	50	1 44
11	40	175	5	1 44	3 46	48	00	1 46
12	0	180	5	5 30		46	20	

*Suite de la TABLE pour trouver le Nonagésime avec
sa hauteur, sous le parallèle de Paris.*

Ascension droite du milieu du Ciel.		Longitude du Nonagésime.		Différ.	Hauteur du Nonagés.		Différ.
H. M.	Degr.	S. D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
12	0	180	5 5 30	3 52	46 20	I 51	
	20	185	5 9 22	3 54	44 29	I 53	
	40	190	5 13 16	4 01	42 36	I 56	
13	0	195	5 17 17	4 8	40 40	I 57	
	20	200	5 21 25	4 18	38 43	I 58	
	40	205	5 25 43	4 29	36 45	2 0	
14	0	210	6 0 12	4 43	34 45	I 59	
	20	215	6 4 55	5 1	32 46	I 59	
	40	220	6 9 56	5 19	30 47	I 57	
15	0	225	6 15 15	5 47	28 50	I 53	
	20	230	6 21 2	6 15	26 57	I 49	
	40	235	6 27 17	6 51	25 8	I 43	
16	0	240	7 4 8	7 31	23 25	I 34	
	20	245	7 11 39	8 16	21 51	I 22	
	40	250	7 19 55	0 04	20 29	I 11	
17	0	255	7 28 59	9 49	19 18	0 53	
	20	260	8 8 48	10 26	18 25	0 22	
	40	265	8 19 14	10 46	17 53	0 11	
18	0	270	9 0 0	10 46	17 42	0 11	
	20	275	9 10 46	10 26	17 53	0 32	
	40	280	9 21 12	9 49	18 25	0 53	
19	0	285	10 1 1	9 4	19 18	I 11	
	20	290	10 10 5	8 16	20 29	I 22	
	40	295	10 18 21	7 31	21 51	I 34	
20	0	300	10 25 52	6 51	23 25	I 43	
	20	305	11 2 43	6 15	25 8	I 49	
	40	310	11 8 58	5 47	26 57	I 53	
21	0	315	11 14 45	5 19	28 50	I 57	
	20	320	11 20 4	5 1	30 47	I 59	
	40	325	11 25 5	4 43	32 46	I 59	
22	0	330	11 29 48	4 29	34 45	2 0	
	20	335	0 4 17	4 18	36 45	I 59	
	40	340	0 8 35	4 8	38 43	I 57	
23	0	345	0 12 43	4 1	40 40	I 56	
	20	350	0 16 44	3 54	42 36	I 53	
	40	355	0 20 38	3 52	44 29	I 51	
24	0	360	0 24 30		46 20		

1306. Pour abrégé toutes les opérations des art. 1302 & suiv. j'ai calculé la Table précédente du Nonagésime & de sa hauteur, pour la latitude de Paris, dont la forme est encore plus commode que celles de Kepler & de Riccioli; elle ne suppose que l'ascension droite du milieu du ciel (701). Par exemple, le 6 Avril 1749 à $14^h 1' 20''$ de temps vrai, la somme du temps vrai réduit en degrés & de l'ascension droite du soleil, est de $211^{\circ} 17\frac{3}{4}$ (1302): on regarde la Table précédente vis-à-vis de 210° ou de $14^h 0'$; & ayant pris les parties proportionnelles, on trouve $6^{\circ} 1' 24''$ pour la longitude du Nonagésime, & $34^{\circ} 14'$ pour la hauteur du Nonagésime à Paris, de même que dans les calculs précédens (1303).

Cette Table sera d'une grande commodité dans tous les calculs, où l'on voudra sçavoir promptement & à-peu-près la parallaxe de longitude & de latitude; l'ascension droite du soleil en temps est toute calculée dans la Connoissance des Mouvemens Célestes, car elle est le complément à 24^h de la distance de l'équinoxe au méridien.

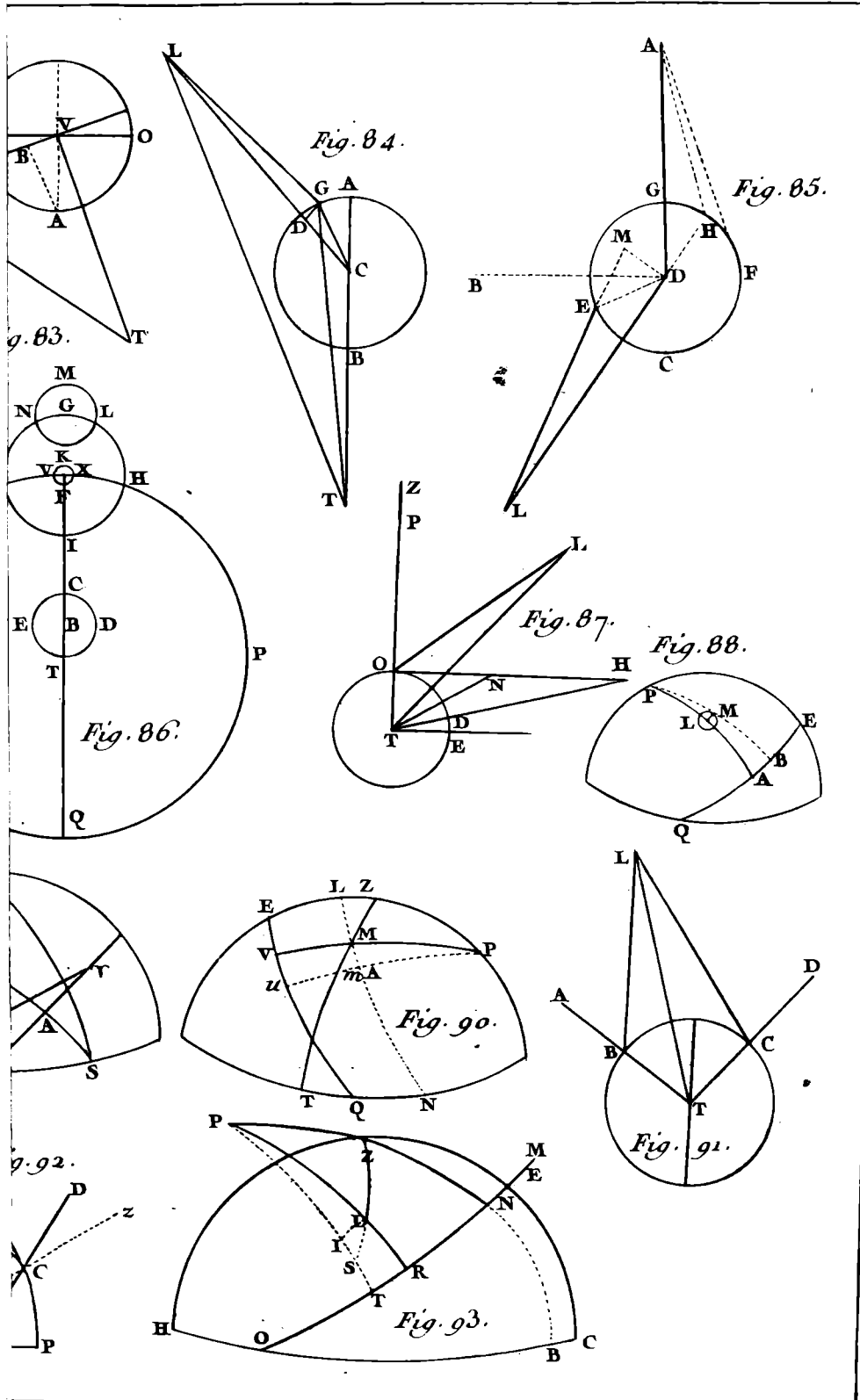
EQUATIONS DE LA PARALLAXE

de la Lune dans le Sphéroïde applati.

1307. LA TERRE ayant la figure d'un sphéroïde applati vers les poles, comme on le verra dans le XV^e. Livre; les différens points de la terre ne sont pas à la même distance du centre, & la parallaxe horisontale de la lune, qui dépend de la distance qu'il y a du centre de la terre à la surface, ne sçauroit être la même dans ces différens points.

Auteurs qui ont
parlé de ces équations.

Depuis long-temps, les Astronomes ont vû que l'applatissement de la terre qui est de $\frac{1}{230}$, pouvoit produire sur la parallaxe de la lune une erreur d'environ 18 ou 20": il étoit donc important d'en faire usage dans les calculs. Newton considéra le premier cette différence des parallaxes de la lune (*Princ. L. III. p. 27 cor. 10*,) depuis ce temps-là M. Manfredi, le P. Grammatici, M. de Maupertuis dans son *Traité*





son Traité de la parallaxe de la lune; M. Euler, dans les Mémoires de Berlin pour 1749; & M. de l'Isle (*Mém. Ac.* 1757, p. 490,) donnerent des Méthodes pour en tenir compte dans les Calculs Astronomiques.

1308. Toutes ces Méthodes étoient sujettes à l'inconvénient d'une extrême longueur; elles exigeoient une précision scrupuleuse & fatigante dans le calcul trigonométrique, & les Astronomes n'avoient jamais employé cette considération de l'applatiffement de la terre dans le calcul des éclipses, jusqu'au tems où je donnai dans les Mémoires de l'Académie pour 1756, & dans la Connoissance des Temps pour 1762, une Méthode & des Tables d'un usage extrêmement commode, dont je vais expliquer la construction & les principes. Toutes les autres Méthodes étoient bonnes pour être appliquées à un exemple; mais je suis très-sûr qu'aucun Astronome ne s'en étoit servi deux fois. L'objet que je me proposai dans ces recherches fut de renfermer l'effet de l'applatiffement de la terre dans une petite équation, qui ne changeroit rien à la méthode ordinaire de calculer les parallaxes, & qui pouvoit se prendre sans aucune partie proportionnelle, ou se négliger suivant les cas.

1309. L'ellipse *POE* (*Fig. 94,*) représente un méridien de la terre, *P* le pole élevé, *O* le lieu de l'observateur, *ON* la verticale ou la perpendiculaire à l'horison & à la surface de la terre en *O*; *CNH* la ligne horizontale; *CON* l'angle de la verticale avec le rayon *CO*, qui est à Paris d'environ 19' (1341), & que j'appelle *a*. La perpendiculaire *ON* est sensiblement égale au rayon *CO*, à cause de la petitesse de l'angle *CON*; la parallaxe qui auroit pour base *ON* seroit plus petite d'une cent millieme partie que la parallaxe horizontale, qui a pour base *CO*; mais on peut négliger ici cette différence, qui ne va qu'à un vingtième de seconde. Si l'observateur *O* étoit situé en *N*, il verroit encore la lune dans le même vertical où il la voit du point *O*, & au même point d'azimuth sur l'horison; mais cet azimuth est différent de celui qui auroit lieu si l'on observoit la lune du centre *C* de la terre; les rayons menés du point *C* & du point

Parallaxe
d'azimuth.

N jusqu'à la lune, font un angle que j'appelle la PARALLAXE D'AZIMUTH. Si le rayon dirigé vers la lune est perpendiculaire à CN , cette ligne CN fera la sous-tendante ou la mesure de la parallaxe d'azimuth; & si l'on appelle p la parallaxe horifontale qui répond au rayon CO ou ON , l'on aura 1 ou $CO : \sin. a$ ou $CN : p$: parallaxe d'azimuth; elle sera donc $= p \sin. a$, la lune ayant 90° d'azimuth.

I 3 I 0. Si la lune s'éloigne vers le nord & que son azimuth soit moindre que 90° , l'angle dont CN est la base, deviendra plus petit. Soit CN (*Fig. 95,*) la même ligne tracée séparément, & qui s'étend horifontalement du midi au nord depuis le centre de la terre jusqu'à la verticale; CMR le rayon dirigé vers le point de l'horifon où la lune répond & qui marque l'azimuth de la lune égal à l'angle NCM ; la perpendiculaire NM fera la mesure de la parallaxe d'azimuth, au lieu de CN ; mais $MN = CN \sin. NCM$, donc la parallaxe d'azimuth, qui étoit $p \sin. a$, deviendra $p \sin. a \sin. z$: c'est la valeur générale de la parallaxe d'azimuth la lune étant à l'horifon.

Son expression
dans le calcul des
éclipses.

I 3 I 1. On verra dans la suite que la parallaxe d'azimuth employée dans le calcul des éclipses, doit être mesurée sur un arc de grand cercle, tiré par le centre de la lune perpendiculairement au vertical; ce petit arc ne change point par la hauteur de la lune, parce qu'il est formé dans tous les cas par la rencontre des lignes CL & ML qui vont se réunir à la lune; ainsi la parallaxe d'azimuth à la hauteur de la lune fera encore $p \sin. a \sin. z$: on en verra l'usage dans le calcul des éclipses, où je me servirai de la différence d'azimuth pour trouver la distance apparente des centres (1511).

I 3 I 2. Pour épargner aux Astronomes le calcul de l'azimuth, j'ai dressé pour la latitude de Paris deux Tables; (*Connoiss. des Temps 1760, 1761, Mém. Acad. 1756,*) qui se rapportent à la déclinaison de la lune & à sa distance au méridien, elles contiennent la parallaxe d'azimuth; & la correction de la parallaxe de hauteur dont je parlerai ci-après, & peuvent servir dans presque toute l'Europe, sans qu'il y ait d'erreur sensible. Au reste, comme il suffit de

prendre l'azimuth sur un globe à 2 ou 3 degrés près, cela n'ajouteroit presque aucune difficulté au calcul des parallaxes, quand même il faudroit le calculer.

I 3 I 3. Cette parallaxe d'azimuth entraîne un petit changement dans la parallaxe de hauteur. En effet, si l'observateur étoit situé en N (*Fig. 94*), la parallaxe de hauteur seroit mesurée par ON , & seroit $p \cos. h$, suivant la règle ordinaire; mais la hauteur vraie vûe du centre C de la terre est un peu moindre, si la lune est au midi du premier vertical; & un peu plus grande si la lune est au nord ou du côté du pôle élevé, puisque le rayon tiré du point C , & celui qui est tiré du point N n'ont pas la même inclinaison; il faut donc faire une correction à la parallaxe de hauteur trouvée par la règle ordinaire.

Correction de la parallaxe de hauteur.

I 3 I 4. Soit L (*Fig. 95*), la lune hors du méridien; CLM le plan du vertical dans lequel se trouve la lune, en sorte que l'angle LCM soit la hauteur de la lune vûe du centre de la terre, la ligne CM étant à la fois & dans le plan de l'horizon, & dans le plan du vertical de la lune: soit aussi le petit arc NM perpendiculaire sur CM ; la hauteur de la lune vûe du centre C de la terre est plus petite que la hauteur vûe du point N , de la quantité de l'angle CLM ; en effet, puisque le petit arc NM est perpendiculaire sur CN , il l'est aussi sur LM , parce qu'il est nécessairement perpendiculaire au plan du vertical LMC , & à toutes les lignes tirées au point M de ce plan: ainsi les lignes LM & LN sont sensiblement égales; le point M est donc placé de la même façon & à la même distance de la lune L , que le point N ; donc la hauteur de la lune vûe du point N ou du point M est parfaitement la même. Mais la hauteur de la lune vûe du point C , qui est l'angle LMR , est plus grande que la hauteur vûe du point C , qui est l'angle LCM , de la quantité de l'angle CLM , parce que dans le triangle CLM , on a l'angle extérieur LMR égal aux deux intérieurs pris ensemble LCM , CLM ; donc la hauteur de la lune vûe du point C est plus petite que la hauteur vûe du point N , de la quantité CLM .

Fig. 95

I 3 I 5. Lorsque la lune est hors du méridien, cet an-
N N n n ij

gle CLM est plus petit que lorsque la lune est dans le méridien, & cela dans le rapport du cosinus de l'azimuth au rayon. En effet, lorsque la lune est dans le méridien, (supposant que sa hauteur & sa distance soient parfaitement les mêmes que dans le cas précédent), le point M tombe en N , l'angle LCN est la hauteur de la lune; car il faut concevoir le triangle CLM relevé en l'air perpendiculairement au-dessus du plan de la Figure. Si l'on examine dans ces deux cas la valeur de l'angle CLM , on verra que l'angle CLM a pour base la ligne CM , & que dans le méridien il a pour base la ligne CN ; comme tout est égal d'ailleurs, soit la distance CL , soit l'inclinaison du rayon CL sur la base CN ou CM , il faut nécessairement que ces angles soient entre eux comme leurs bases CN & CM ; mais CN est à CM , comme le rayon est au cosinus de l'angle NCM qui est l'azimuth de la lune; donc la différence CLM entre les hauteurs de la lune vûes du point N & du point C , quand la lune est hors du méridien, est à cette même différence quand la lune est dans le méridien, à hauteur égale, comme le cosinus de l'azimuth est au rayon.

1316. Puisque nous avons démontré que l'angle MLC , lorsqu'il est le plus grand, est égal à $p \sin. a$ (1309); si l'on nomme ζ l'azimuth NCM , on aura cette proportion 1 : cosin. ζ :: $p \sin. a$: CLM ; donc l'angle CLM est égal à $p \sin. a \cosin. \zeta$, multiplié par $\sin. h$ à cause de l'obliquité de l'angle LCR sur la base CM , qui diminue l'angle CLM dans le rapport de MS qui est égal à $MC \sin. h$.

Valeur de cette correction.

Cette correction de la parallaxe de hauteur est additive à la parallaxe calculée pour le point N , lorsque la lune est entre le premier vertical & le pôle élevé; dans tous les autres cas, on la retranche de la parallaxe calculée par la méthode ordinaire, & l'on a la véritable parallaxe de hauteur dans le sphéroïde applati. Je donnerai dans le Livre suivant une Méthode pour calculer les éclipses par les seules parallaxes de hauteur & d'azimuth; c'est ce qui m'a déterminé à expliquer ici ce qui concerne ces parallaxes.

1317. Quand on calcule la parallaxe de hauteur par la formule $p \cosin. h$ (1259), on suppose le centre de la

terre en N sur la verticale ON , & l'on trouve la différence entre le lieu vû du point O & le lieu vû du point N , avec la même parallaxe horifontale, qui a pour base ON égale à OC , soit sur la terre sphérique, soit dans le sphéroïde; mais comme c'est au centre C qu'il est nécessaire de réduire le lieu de la lune, on est obligé d'ôter de la parallaxe $p \cos. h$ la correction $p. \sin. a. \sin. h. \cos. z$, qui devient additive quand l'azimuth compté du point du midi ou du point opposé au pole élevé est plus grand que 90° : on trouvera une Table de cette équation dans les endroits cités (1312).

Ainsi nous sommes parvenus sur la terre aplatie, comme sur la terre sphérique, à réduire au centre C de la terre le lieu vû du point O , par un petit changement de hauteur & d'azimuth; voyons la maniere de faire cette même réduction par un petit changement dans la déclinaison seule, ou bien dans la longitude & la latitude.

1318. LA MÉTHODE où l'on employe les parallaxes de longitude & de latitude (1293), par le moyen du Nonagésime, exigeoit une correction pour l'applatiffement de la terre, & c'est ce que M. de la Caille a donné dans la dernière Edition de ses Leçons d'Astronomie (page 223), en suivant les principes de la Méthode précédente que j'avois donnée quelques années auparavant.

Application à la méthode du Nonagésime.

1319. La normale ZON (Fig. 94), perpendiculaire à la surface de la terre au point O , où se trouve l'observateur, étant prolongée au-dessous de l'horifon, va couper en K l'axe de la terre $PCKN$; ainsi un observateur placé en K verroit la lune sur le même cercle horaire, à la même distance du méridien, & à la même ascension droite que s'il étoit en C , parce que les points C & K sont placés sur l'axe de la terre & sur le plan de tous les cercles de déclinaison qui se coupent dans la commune section PCN ; ainsi la lune ne paroîtra point changer le plan de son cercle horaire quand on transportera l'observateur de C en K .

1320. On commence donc par employer la parallaxe qui répond à la ligne OK , pour réduire au point K le lieu vû de la surface de la terre, & comme les points O & K sont dans le même vertical & dans la ligne même du zé-

Il faut augmenter la parallaxe horizontale.

nith, il ne faut pour cela que la règle employée pour la terre sphérique ou la formule $p \cosin. h$ (1259), en prenant une parallaxe qui réponde au rayon OK ; l'on sera sûr qu'il n'y a aucune erreur dans la parallaxe d'ascension droite calculée par ce moyen; toute la différence produite par l'appâtissement consistera dans la parallaxe de déclinaison, dont nous allons parler, en supposant toujours que la parallaxe horizontale qu'on emploiera convienne à l'intervalle OK , & non pas au rayon OC ou ON , comme dans la Méthode précédente.

1322. L'observateur supposé en K , & celui qui seroit au centre C de la terre, ne voient pas la lune à une même distance de l'équateur & du pôle, la distance au pôle vûe du centre C est l'angle LCP ; mais vûe du point hypothétique K , c'est l'angle LKP , la différence de ces deux distances au pôle est l'angle CLK ; cet angle, dont nous donnerons la valeur ci-après (1325), est donc le changement qu'exige l'appâtissement de la terre, & qu'il faut ajouter à la distance de la lune au pôle P trouvée pour le point K , si l'on veut la réduire au centre C & avoir la vraie distance de la lune au pôle qui est l'angle LCP .

Equation de la déclinaison.

1323. De-là il suit que lorsque la lune sera du côté du pôle élevé, c'est-à-dire, que sa déclinaison sera septentrionale, l'observateur étant dans les pays septentrionaux; ou méridionale, & observée dans les pays méridionaux, l'équation de l'appâtissement sera soustractive de la déclinaison vûe du point K , pour avoir la déclinaison vûe du centre C de la terre; lorsque la lune sera par rapport à l'équateur, du côté du pôle abaissé, on ajoutera à la déclinaison réduite au point K l'équation de l'appâtissement, pour avoir la vraie déclinaison vûe du centre de la terre; mais dans les deux cas, il faudra toujours retrancher de la parallaxe de déclinaison la même équation CLK , pour avoir la parallaxe de déclinaison par rapport au centre de la terre; à moins que la lune ne soit entre le zénith & le pôle élevé; ce qui exige d'autres considérations.

1324. Ainsi pour trouver dans le sphéroïde la situation de la lune pour le centre C de la terre, on fait deux

réductions, l'une de O en K , & l'autre de K en C . La première de O en K nous fournit l'avantage de ne supposer que les règles ordinaires; sçavoir, que la parallaxe de hauteur est comme le cosinus de la hauteur apparente. La seconde a l'avantage d'être assez petite, & de se réduire aussi à une règle fort simple (1327), ce qui en rend l'usage facile.

La première & la plus grande de ces parallaxes réduit le lieu vû du point O à celui qu'on observe du point K , situé perpendiculairement au-dessous de O ; cette réduction ne suppose rien de plus que la parallaxe dans la sphère, car l'angle OLK est proportionnel au sin. de la distance au zénith comptée de la ligne ZOK : ainsi prenant le point K pour centre, & employant la parallaxe horisontale qui répond à la longueur OK , on aura par la règle ordinaire (1259), la parallaxe de hauteur OLK , qui donnera la hauteur vûe du point K ; aussi-tôt qu'on aura la hauteur vûe du point O , on auroit de même la longitude & la latitude vûes du point K au moyen de celles qu'on auroit observées à la surface de la terre, & cela par les formules ordinaires (1296).

Il faut ensuite en conclure ces mêmes quantités vûes du point C , parce que c'est le centre de la terre auquel nous devons rapporter tous les mouvemens célestes, si nous voulons les dégager de leurs inégalités; le point K étant un point différent, suivant les différentes latitudes, la quantité CK sera différente aussi bien que la quantité OK . Nous allons les déterminer.

1325. La parallaxe qui convient à OK , sera toujours plus grande que la parallaxe horisontale qui est mesurée par OC ; à Paris la différence est d'environ $22''$, qu'il faut ajouter à la parallaxe horisontale pour avoir celle qui convient au centre K , ou à la distance OK , & pour pouvoir opérer par les règles ordinaires des parallaxes sphériques. On trouvera dans le XV^e. Livre une Table du rayon CO de la terre pour chaque latitude, avec l'angle $COK = \alpha$; d'où il est aisé de conclure le petit côté CN perpendiculaire à OK , qui sera égal à $p \sin. \alpha$ (1309), & j'en donnerai encore une Table ci-après (1340).

Augmentation
de la parallaxe.

1326. On peut calculer cet excès NK de la nouvelle parallaxe, pourvû qu'on connoisse l'angle COK du rayon avec la verticale (1309, 1341). Dans le triangle NCK , on a cette proportion : Le rayon est à la tangente de l'angle NCK , comme CN est à NK ; donc $NK = CN$ tangente NCK ; mais $CN = p \sin. a$ (1309), & NCK est égale à la latitude du lieu O , parce que l'angle OCN étant à peu près un angle droit, aussi bien que l'angle KCE , si l'on ôte de part & d'autre la partie commune ECH ; il restera l'angle OCE , latitude du lieu, & l'angle HCK , égaux; donc $NK = p \sin. a$ tangente *latit.* C'est la quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe horifontale pour une latitude donnée, avant que de faire les calculs de cette méthode.

Par exemple, à Paris on a la valeur moyenne de p , ou de la parallaxe $57' 40''$, l'angle de la verticale & du rayon $19'$, la latitude $48^\circ 50'$, on aura $21'' 9$, quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe horifontale pour Paris afin d'avoir la parallaxe sur OK (1320),

Elle est de $21'' 6$
pour Paris.

Pour plus d'exaùtitude, il faut employer la latitude du lieu diminuée de l'angle a , parce que la latitude est l'angle OFE , au lieu que nous avons employé l'angle OCE plus petit de $19'$ que l'angle OFE ; cela diminuera d'un tiers de seconde la parallaxe que nous cherchons, & l'on trouvera $21'' 6$ pour la quantité qu'il faut ajoûter à la parallaxe moyenne pour Paris, si l'on veut avoir la parallaxe sur OK .

1327. Pour connoître l'équation de la déclinaison ou l'angle CLK , il faut abaïsser sur le rayon de la lune LK la perpendiculaire CV , qui marquera la différence entre les déclinaisons vûes des points C & V , cette perpendiculaire sera égale à CK cosinus déclin. C ; car dans le triangle rectiligne CKV , rectangle en V , on a cette proportion : CV est à CK , comme le sinus de CKV est au rayon; mais CKV ou PKL est la vraie distance de la lune au pôle, & son sinus est le cosinus de la déclinaison, donc $CV = CK$ cosinus déclinaison. A l'égard de CK , on en trouvera la valeur au moyen de $CN = p \sin. a$ (1309); car dans le triangle CKN on a cette proportion, CK est à CN , comme le rayon est au sinus de l'angle CKN , qui est le complément de la latitude

latitude du point O , donc $CK = \frac{CN}{\cos. lat.}$; mais $CN = p \sin.$

a , donc $CK = \frac{p \sin. a}{\cos. lat.}$, substituant donc cette valeur de CK dans celle de CV , on aura l'équation de la déclinaison $\frac{p \sin. a \cos. décl.}{\cos. latit.}$

Equation de la déclinaison.

1328. Supposons comme à Paris l'angle a de $19'$, & la latitude géographique $48^{\circ} 50'$; supposons aussi la parallaxe horizontale moyenne de $57' 40''$, on aura $CV = 29''$ cosinus déclin.; & si la déclinaison de la lune est de 28° , l'équation de la déclinaison, produite par l'applatiffement de la terre, sera de $24'' 7$, soustractive si la lune est du côté du pôle élevé, additive à la déclinaison de la lune si la lune est du côté du pôle abaissé, pour avoir la vraie déclinaison vûe du centre C de la terre, au lieu de celle qu'on avoit trouvée pour le point K par les opérations précédentes.

Il est évident que la correction CLK de la déclinaison doit toujours s'ajouter à la distance de la lune au pôle élevé qui est l'angle PKL , pour avoir la vraie distance PCL , lors même que la lune est entre le pôle & le zénith, parce que l'angle extérieur PCL est toujours plus grand que l'angle intérieur CKL .

Toujours additive.

1329. En réduisant le lieu apparent de la lune au point K , on n'a pour l'ascension droite aucune correction (1319), & l'équation de la déclinaison est égale à $29''$ cos. décl. (1238) pour la latitude de Paris; il reste à sçavoir combien ce petit changement dans la déclinaison peut influer sur la longitude & sur la latitude de la lune, ou, ce qui revient au même, quel est le rapport qu'il y a entre le changement de la déclinaison & ceux de la latitude & de la longitude.

On peut avoir recours pour cet effet aux formules différentielles que nous donnerons dans le XXIII^e. Livre; soit A (Fig. 96), le pôle de l'équateur ou le pôle du monde, C le pôle de l'écliptique, B le lieu vrai de la lune, AB sa distance au pôle du monde, BC sa distance au pôle de l'écliptique, & BL le petit changement fait à la déclinaison.

Equation de la parallaxe en latitude.

Fig. 96.

fon de la lune (1327); il faut chercher quel sera le changement arrivé dans la latitude de la lune. Pour cela ayant tiré le cercle de latitude CL , & le petit arc perpendiculaire LN , on aura BN pour le changement de latitude; or on verra dans le XXIII^e. Livre que BL est à BN , ou $d(AB)$ à $d(BC) :: \sin. AB. \sin. BC : \cos. AC - \cos. AB. \cos. BC$, donc $BN = BL \left(\frac{\cos. AC - \cos. AB. \cos. BC}{\sin. AB. \sin. BC} \right)$; mais au lieu de BL , on doit mettre $29''$, $\cos. \text{déclin. ou } 29'' \sin. AB$; alors on aura $BN = 29'' \left(\frac{\cos. AC - \cos. AB. \cos. BC}{\sin. BC} \right)$ c'est-à-dire, $29'' \frac{\cos. 23^\circ 28'}{\cos. \text{lat. } C}$, — $29'' \sin. \text{déclin. tang. lat. } C$.

Elle est presque constante.

1330. La seconde partie de cette formule ne peut aller au-delà de $1''$, 3 pour Paris; ainsi il y a bien des cas où l'on peut la négliger totalement, & s'en tenir pour la correction de la latit. de la lune, au terme $29'' \frac{\cos. 23^\circ}{\cos. \text{lat. } C}$; & d'ailleurs ce terme lui-même varie très-peu, puisque le cosinus de la latitude de la lune diffère à peine de l'unité: ainsi sans craindre l'erreur d'une seconde entière, on peut s'en tenir à une correction constante de $26''$, 6 pour Paris lorsque la parallaxe horizontale est de $57' 40''$; sous les autres latitudes elle sera de $\frac{p. \sin. a. \cos. 23^\circ \frac{1}{2}}{\cos. \text{haut. pole}}$. A l'égard des signes ils sont les mêmes que pour la déclinaison (1323), c'est-à-dire, que dans les pays septentrionaux, si la latitude de la lune est septentrionale, on retranchera cette correction de la latitude de la lune rapportée au point K , pour avoir sa vraie latitude vûe de centre C de la terre; ou si l'on veut, on la retranchera toujours de la parallaxe en latitude (1297), trouvée par les regles ordinaires, mais en employant une parallaxe horizontale augmentée de $p \sin. a$, tang. haut. du pole (1326).

1331. M. de la Caille (*pag. 225 lig. 14*), dit que cette correction doit être *ôtée* de la latitude australe de la lune quand l'observateur est placé dans la partie boréale de la terre; mais il faut lire *ajoutée*.

Equation de la parallaxe en longitude.

1332. La correction de la longitude qui dépend du changement de déclinaison, est égale au petit angle sphé-

rique LCN , (*Fig. 96.*), & on la trouvera de même par les analogies différentielles qui seront rapportées dans le **XXIII^e**. Livre. En effet, $NL = LCN. \sin. CL$, donc $LCN = \frac{NL}{\sin. CL}$; mais dans le triangle rectiligne rectangle BLN , on a $NL = BL. \sin. B$; donc $LCN = \frac{BL. \sin. B}{\sin. CL}$. Par la propriété ordinaire des triangles sphériques on a $\sin. B : \sin. AC :: \sin. C : \sin. AB$; donc $\sin. B = \frac{\sin. AC. \sin. C}{\sin. AB}$; substituant cette valeur de $\sin. B$ on a $LCN = \frac{BL. \sin. AC. \sin. C}{\sin. CL. \sin. AB} = \frac{BL. \sin. 23^\circ \text{ cof. longit.}}{\text{cof. lat. } C \text{ cof. declin.}}$; mais BL est égale à $29'' \text{ cof. declin.}$ ou $\frac{p. \sin. a. \text{ cof. declin.}}{\text{cof. haut. du pole}}$; donc LCN , ou la correction de la longitude est égale à $\frac{p. \sin. a. \sin. 23^\circ 28' \text{ cof. longit. } C}{\text{cof. haut. du pol. cof. latit. } C}$, & comme le cosinus de la latitude de la lune est toujours à-peu-près égal à l'unité, on aura sans craindre l'erreur d'une seconde pour la longitude, $\frac{p. \sin. a. \sin. 23^\circ}{\text{cof. haut. du pole}} \text{ cosin. longit. } C$; ce fera pour Paris environ $11'' 5 \text{ cof. longit.}$

Elle de 11''
cof. long.

I 3 3 3. Cette correction de la longitude s'ajoute à la longitude apparente vûe du point K , pour avoir la longitude vûe du centre C , tant que la lune s'éloigne du pole élevé: en effet, nous avons vû qu'il faut ajouter l'équation de la déclinaison pour avoir la vraie distance au pole, réduite au centre de la terre (1328), quand la lune est du côté du pole élevé; or si vous éloignez la lune du pole élevé dans le temps qu'elle s'en éloigne par son mouvement propre, vous augmentez sa longitude; donc cette correction est additive à la longitude de la lune déjà réduite au point K , pour la réduire au point C , toutes les fois que la lune s'éloigne du pole élevé.

I 3 3 4. Ainsi pour Paris, dont la hauteur du pole est septentrionale, cette correction de la longitude est additive, quand la déclinaison boréale de la lune diminue, ou que la déclinaison méridionale augmente; ce qui arrive, du moins à-peu-près, quand la lune est dans les signes descen-

Signes descen-
dans.

je dis, à-peu-près, car cela n'est vrai qu'en supposant que la latitude de la lune est nulle, c'est-à-dire, qu'elle se meut exactement dans l'écliptique; mais il n'y a jamais d'erreur sensible à suivre la règle générale, qui est d'ajouter la correction à la longitude vûe du point K , toutes les fois que la lune sera dans les signes descendans 3, 4, &c. & de la soustraire dans les six autres, pour les pays qui sont au nord de l'équateur; c'est le contraire pour les pays situés au midi de l'équateur.

On pourroit aussi déduire de l'équation de la déclinaison (1327) celle de la hauteur; mais la méthode que j'ai donnée (1313), est bien plus commode; je dois seulement avertir que M. de la Caille, (*pag.* 225.), a fait cette correction, *soustractive dans tous les cas*; mais il est évident qu'elle devient quelquefois additive: en effet, quand le rayon dirigé vers la lune est entre CO & CP , si l'on transporte l'œil de K en C , l'on a une plus grande hauteur, & l'équation de la hauteur est additive, comme je l'avois démontré dans les Mémoires de 1756, avant que M. de la Caille écrivît sur cette matière (1316).

Explication de
la Table.

1335. J'ai renfermé dans la Table suivante toutes les quantités qui doivent servir aux calculs précédens pour différentes latitudes, en employant la valeur des rayons de la terre, tels que CO , qui résultent des hypothèses de M. Bouguer, (*Fig. de la Terre*), & de M. Maupertuis (*Discours sur la Parallaxe de la Lune*, 1742, *pages* 34 & 36). Je suppose avec eux l'applatissement de la terre de $\frac{1}{178}$, & la parallaxe de la lune de 60' sous l'équateur; l'on augmentera ou l'on diminuera tous ces nombres de la table, lorsque l'on supposera une parallaxe horizontale plus ou moins grande que 60', ou un applatissement plus ou moins considérable.

1336. Les premières colonnes contiennent la différence entre le rayon de l'équateur & le rayon CO qui répond à chaque latitude, en supposant celui de l'équateur de 1°; c'est-à-dire, que l'on trouve dans ces deux colonnes ce qu'il faut ôter de la parallaxe horizontale sous l'équateur, pour avoir la parallaxe sous une latitude donnée dans

les deux hypothèses. Si l'on vouloit supposer l'applatiffement de la terre moindre que $\frac{1}{178}$, on diminueroit ces nombres dans la même proportion.

1337. La troisieme & la quatrieme colonne contiennent la valeur de *NK* en secondes; c'est-à-dire, la quantité qu'il faut ajouter à la parallaxe horizontale sous chaque latitude pour avoir la parallaxe qui répond à *OK*, & dont nous avons fait usage ci-devant (1325 & suiv.).

1338. La 5^e. & la 6^e. colonne contiennent le segment *CK* en secondes; c'est la quantité, qui multipliée par le cosinus de la déclinaison, donne l'équation de la déclinaison (1327), & par conséquent celles de la longitude & de la latitude (1330, 1332).

La 7^e. colonne donne la correction de la longitude pour Paris, à différens degrés de longitude (1332); & la 8^e. donne l'équation de la déclinaison pour Paris (1328), pour déclinaisons, dans l'hypothèse de M. de Maupertuis.

1339. Equations de la Parallaxe pour des Sphéroïdes aplatis.

Latitude. Deg.	Otez de la par. équat.		NK (Fig. 94.)		CK (Fig. 94.)		Long. de la Lune.	Par. longit.	Décl. de la Lune.	Par. decl. à Paris.
	Bou- guer.	Mau- pertuis.	Bou- guer.	Mau- pertuis.	Bou- guer.	Mau- pertuis.				
0	0",0	0",0	0",0	0",0	0",0	0",0	0	12",0	0	30",4
10	0,5	0,6	1,0	1,2	5,7	7,0	10	11,8	5	30,3
20	1,9	2,4	4,0	4,7	11,7	13,8	20	11,3	10	30,0
30	4,2	5,1	9,0	10,1	18,1	20,2	30	10,4	15	29,4
40	7,2	8,3	11,4	16,7	25,0	26,0	40	9,3	20	28,6
50	10,8	11,9	24,5	23,8	32,0	31,0	50	7,7	25	27,6
60	14,4	15,2	33,3	30,3	38,5	35,0	60	6,0	30	26,4
70	17,4	17,9	41,1	35,7	43,8	38,0	70	4,1		
80	19,5	19,6	46,5	39,3	47,3	39,9	80	2,1		
90	20,2	20,2	48,2	40,5	48,2	40,5	90	0,0		

1340. On trouvera dans le XV^e. Livre une Table des rayons de la terre en toises, & des angles *COK*, avec la maniere de les calculer.

On fera peut être surpris de l'extrême différence qu'il y a entre les deux hypothèses employées dans la Table précédente; elle va à 7" 7 pour la valeur de *CK* sous le pole, parce que les rayons de courbure sont fort différens dans ces deux hypothèses, quoique le degré d'applatissement soit le même. Cependant, il n'en résulte pas grande différence sur la parallaxe, parce que l'équation *CK* de la déclinaison augmente avec l'équation *NK* de la parallaxe, & l'une compense l'autre, de sorte que le résultat est toujours le même à 1" près dans les deux hypothèses.

Angle de la
verticale.

1341. L'angle de la verticale avec le rayon mené de Paris au centre de la terre est de 19' 30", suivant la Table que j'ai calculée dans l'hypothèse de M. Bouguer; mais il ne seroit que de 15', si l'on suivoit l'hypothèse que j'examinai dans les Mémoires de l'Académie 1752, pag. 111. Ce même angle est de 18' 28", quand on employe pour déterminer la Figure de la terre, les seuls degrés du Nord & du Pérou, en supposant sa figure elliptique, (*Mém. Acad.* 1752, pag. 103). Enfin, il est de 19' $\frac{1}{4}$ dans l'hypothèse de M. de Maupertuis; je le supposerai de 19' en nombres ronds dans les calculs où j'en aurai besoin, & je donnerai dans le XV^e. Livre, en parlant de la Figure de la Terre, une Table des valeurs de ce même angle sous différentes latitudes.

Des Inégalités de la Parallaxe, & de sa quantité absolue.

1342. La parallaxe horizontale & le diamètre de la lune sont dans un rapport constant, (1263); quand la lune s'éloigne de nous, son diamètre diminue, (1057), & sa parallaxe horizontale diminue aussi dans le même rapport, (1262): ainsi les trois inégalités dont j'ai parlé à l'oc-

caſion du diametre de la lune , (1189) , ont lieu de même dans la parallaxe ; mais elles ſont plus grandes dans le rapport de 11 à 6 (1347)

Après qu'on eut obſervé les changemens du diametre de la lune , il fut aisé de reconnoître ceux de la parallaxe ; mais Ptolémée & les Anciens qui faiſoient tourner la lune dans un excentrique ou dans un épicycle , avoient déjà penſé qu'elle devoit être plus ou moins éloignée de nous , & avoient établi une inégalité dans la parallaxe. Tous les Auteurs qui ont ſuivi , ont diſtingué la parallaxe de l'apogée de celle du périſſée.

1343. Mais ce ne fut que vers 1666 , que M. Picard commença à reconnoître qu'il y avoit deux autres inégalités ſenſibles dans le diametre apparent de la lune , & par conſéquent dans ſa parallaxe. Ces inégalités répondent à l'évection (1126) , & à la variation (1132) , & l'on ſent aſſez que l'attraction du ſoleil , en changeant la vitesse de la lune autour de la terre , ne peut manquer de changer aſſiſſi la diſtance , comme le calcul de l'attraction l'a fait voir : ainſi la valeur de ces inégalités a été déterminée par l'obſervation & par la théorie.

1344. M. Clairaut employe dans ſes Tables de la Parallaxe 10 équations , (*Mém. Acad.* 1752 , *Connoiſſ. des Mouv. céleſt.* 1765) , les principales ſont contenues dans la formule ſuivante , où y exprime l'anomalie moyenne de la lune , & t , la diſtance moyenne de la lune au ſoleil , $57' 3''$. — $3' 5''$, $5 \operatorname{cof.} y + 10''$, $3 \operatorname{cof.} 2y + 28''$, $1 \operatorname{cof.} 2t - 34''$, $\operatorname{cof.} (2t - y)$. La conſtante $57' 3''$ eſt celle que j'ai déterminée pour la latitude de Paris , en appliquant aux parallaxes que j'avois obſervées à Berlin les équations précédentes ; ce qui me donnoit à chaque fois la conſtante qu'il s'agiſſoit de trouver , (*Mém. Acad.* 1756) . J'ai reconnu en même-tems que le diametre horiſontal de la lune eſt à ſa parallaxe pour Paris , comme $30'$ eſt à $54' 56''$, en comparant avec ces parallaxes les diametres de la lune que j'ai obſervés fréquemment , avec un héliometre de 18 pieds.

Conſtante pour Paris.

Rapport du diamètre à la parallaxe.

La plus grande
& la plus petite
parallaxe.

1345. Suivant les Tables de M. Mayer qu'on trouvera à la fin de cet Ouvrage, la plus grande parallaxe de la lune, lorsqu'elle est dans son périégée & en opposition, est de $61' 32''$, la plus petite parallaxe qui a lieu dans l'apogée en conjonction, est de $53' 57''$, sous la latitude de Paris; il me paroît qu'on doit ôter 2 ou 3'' de ces nombres, pour les rendre plus conformes à la constante $57' 3''$ que j'ai déterminée. Je dis 2 ou 3'', ou à peu près, parce que les équations de la parallaxe employées dans les Tables de Mayer ne suffisent pas pour avoir la parallaxe à 1'' près, il faut y employer les 10 équations de M. Clairaut; mais on a rarement besoin d'une si grande précision.

1346. M. de la Caille plusieurs années après son retour du Cap, a voulu aussi examiner le résultat de toutes les observations qui avoient été faites pendant son séjour au Cap; il a conclu de quarante observations faites à Berlin, à Paris, à Greenwich, à Stockholm, à Bologne, que la plus grande parallaxe horizontale de la lune périégée & en syzigie, est de $61' 23''$ à l'égard d'un Observateur placé sous le pole, & de $61' 42''$ sous l'équateur; en supposant l'applatissement de la terre $\frac{1}{200}$ du diamètre de l'équateur. (Voyez les Ephémérides de 1765, & les Mémoires de 1761 pag. 57).

Résultat de M.
de la Caille.

Dans l'hypothèse de M. Bouguer (Voyez Livre XV), M. de la Caille trouve la plus grande parallaxe de $61' 27'' 7$ sous le pole, de $61' 45'' 6$ sous l'équateur; la constante dont nous avons parlé (1344) de $56' 56''$ sous le pole, de 57 minutes 13 secondes sous l'équateur, le rapport du diamètre horizontal de la lune à la parallaxe horizontale sous le pole, égal à celui de $30'$ à $54' 41'' \frac{1}{2}$ en supposant le diamètre de la lune tel qu'il paroît avec une lunette ordinaire de six à sept pieds; ces résultats sont d'accord avec ceux que j'avois donnés dans les Mémoires de l'Académie pour 1752, 1753 & 1756, avec deux légères différences; la première consiste en ce que j'ai supposé l'applatissement de la terre plus considérable que n'a fait M. de la Caille, ce qui doit produire dans certains cas 1 ou 2'' de différence

de différence sur la parallaxe ; la seconde, que j'ai employé les diamètres de la lune mesurés avec une lunette de 18 pieds, qui sont plus petits de 2" ou 3" que ceux de M. de la Caille, mesurés avec des lunettes de six pieds ; soit que la différence vienne réellement de l'effet des lunettes, soit qu'il y ait moins d'exactitude & plus de difficulté à observer avec une petite lunette telle qu'il l'a employée.

1347. Le rapport entre la parallaxe de la lune à 45° de latitude & son diamètre horizontal est celui de 30' à 54' 57", ou de 30' à 54' 59", suivant l'hypothèse qu'a embrassée M. de la Caille ; ce rapport est sensiblement & en nombres ronds celui de 6 à 11 : ainsi le rayon de la lune est $\frac{3}{11}$ du rayon moyen de la terre, le cube de cette fraction est $\frac{1}{49}$; ainsi le volume ou la grosseur de la lune est la 49^e partie du volume ou de la grosseur de la terre. Cependant comme la densité de la lune est moindre que celle de la terre, (Voy. *Livre XXII*), il se trouve que la masse, la quantité de matière, le poids, ou la puissance attractive de la lune n'est que environ $\frac{1}{70}$ de la terre, comme on l'a reconnu par son action sur les marées.

Grandeur réelle de la Lune.

1348. La parallaxe de la lune pour Paris dans ses moyennes distances à la terre est de 57' 43" ; si l'on divise le rayon de la terre 3271500 toises par le sinus de 57' 43", on aura la distance de la lune en toises, & divisant par 2000 parce que les lieues de Paris sont de 2000 toises, on trouvera la distance moyenne de la lune 97440 lieues de France de 2000 toises chacune.

Elle est $\frac{1}{70}$ de la terre.

Distance absolue.

1349. Pour faire sentir à tout le monde le degré de certitude que comporte ce résultat, il suffira de remarquer que la parallaxe de la lune est certainement connue à 2" près, (1346) ; chaque seconde de parallaxe produit 28 lieues sur la distance ; ainsi nous sommes assurés de ne pas nous tromper de 56 lieues sur 97 mille, que contient la distance de la lune à la terre.

Erreur possible sur cette distance.



*DE LA PARALLAXE DU SOLEIL;
& de sa distance à la Terre.*

Incertitude des
Anciens.

1350. Après avoir vû combien les Anciens s'étoient trompé sur la distance de la lune à la terre, (1286) quoique facile à déterminer ; on ne sera pas étonné de voir qu'ils n'eussent aucune idée de celle du soleil, du moins avant le temps d'Hipparque. C'est sur-tout ici que les Anciens devoient dire comme Pline (*Nat. Hist. II. 23*) : *Incomperta hæc & inextricabilia, sed tam prodenda quam sunt prodita.... Nec ut mensura, id enim velle pene dementis otii est, sed ut tantum æstimatio conjectandi constet animo.*

Leurs méthodes.

1351. Quoique Possidonius eût estimé la distance du soleil d'une manière qui s'est trouvée fort approchante du vrai, on ne doit regarder cela que comme une conjecture heureuse. Aristarque de Samos fut le premier qui environ 260 ans avant J. C., en donna une idée en démontrant que sa parallaxe n'alloit pas au-delà de 3 minutes ; sa méthode consistoit à mesurer l'élongation de la lune lorsqu'on voit exactement la moitié de son disque éclairé. (*Instit. Astronomiques, pag. 451*).

La Méthode d'Hipparque employée par Ptolémée, consistoit à trouver la distance du soleil par le moyen du diamètre de l'ombre dans les éclipses de lune, (*Ibid. p. 449*) ; mais ces deux méthodes n'étoient pas susceptibles d'une précision assez grande ; aussi fut-on persuadé jusqu'au dernier siècle que la parallaxe du soleil étoit de 3', parce qu'il avoit été impossible de la trouver avec une plus grande précision.

1352. Kepler réduisit à 2' la parallaxe du soleil ; Riccioli à 28. secondes, & Vendelinus à 15'' ; on peut voir un détail considérable des sentimens des Auteurs & de leurs méthodes dans mon Mémoire sur la distance du soleil, (*Mém. Acad. 1762*) : enfin M. Halley même en 1677 croyoit encore la parallaxe de 45'' ; ce furent les observations faites par les Astronomes de l'Académie des Sciences

qui prouverent enfin que cette parallaxe n'alloit pas à plus de 10'' ; M. Cassini le supposoit déjà dans les observations de l'équinoxe du printems, qu'il publia à Bologne en 1656, mais il en fut plus assuré par les observations que M. Richer fit à Cayenne en 1672.

1353. Les différences que l'on trouva en 1672 entre les ascensions droites de Mars observées à Cayenne & en France, servirent à trouver la parallaxe de Mars ; on manqua à la vérité l'observation la plus avantageuse & la plus décisive. Le premier Octobre Mars passa par la moyenne des trois étoiles appellées \downarrow dans l'eau d'Aquarius, & il la cacha par son disque à 10 heures du soir, comme on le trouve par la comparaison des observations faites le même jour ; mais les nuages empêchèrent cette belle observation. On fit cependant la même nuit plusieurs observations de la distance de cette étoile à Mars, qui servent à trouver à peu-près le temps de cette conjonction ; mais en les comparant ensemble on y trouve de petites différences irrégulières dont quelques-unes ne donnent point de parallaxe ; d'autres en donnent trop, & d'autres sont en sens contraire à ce que la parallaxe produit.

1354. Cela donnoit lieu à M. Cassini de douter si l'irrégularité de ces différences entre les observations faites si près de cette conjonction, ne seroit pas causée par quelque réfraction extraordinaire, & si Mars n'auroit point une atmosphère par laquelle les rayons de l'étoile venant à passer seroient rompus diversement à diverses distances, jusqu'à un certain terme, c'étoit à la diffraction ou inflexion de la lumière que ces différences devoient se rapporter, (*Newton, Opt. part. 3.*) Mais elles n'empêcherent pas M. Cassini d'en conclure la parallaxe du soleil de 10''. Irrégularité observée.

1355. M. Picard, à Brion, en Anjou, observa ces différences d'ascension droite le premier Octobre 1672, il trouva la parallaxe de Mars absolument nulle en comparant son observation avec celle de Cayenne ; mais en comparant ses observations entr'elles par la méthode précédente (1279), il la trouva double de celle de M. Cassini ; tout cela prouve combien ces observations sont délicates, Parallaxe de 10 secondes.

& provient peut-être aussi de la cause indiquée dans l'article précédent.

M. de la Hire
la juge de 6 sec.

I 356. M. de la Hire observa aussi Mars à Paris avec assiduité depuis le 22 Septembre 1672 jusqu'au 29 Octobre suivant ; pendant ce temps-là il le vit passer dans un grand nombre de petites étoiles qui sont dans l'eau d'Aquarius, & il trouva de si grandes variétés dans les résultats, qu'il jugea la parallaxe insensible, comme on le voit dans ses Tables, pag. 6 : « A peine avons-nous trouvé, dit-il, une » parallaxe sensible dans le soleil ; ainsi l'on peut en sûreté » la négliger si on le juge à propos. Si cependant on veut » employer pour le soleil une parallaxe de 6'', on aura la » distance moyenne du soleil à la terre, de 34377 demi- » diamètres terrestres. » Ainsi l'on peut juger par-là que si M. de la Hire n'a jamais employé la parallaxe du soleil que de 6'' ; c'étoit parce qu'il la croyoit absolument insensible ; mais M. Cassini trouva dès lors qu'elle étoit de 10'' par les observations de 1672.

Diverses obser-
vations qui don-
nent 10 sec.

I 357. En 1704 M. Maraldi profita de la situation de Mars périégée pour observer sa parallaxe, il la trouva de 23'' d'où résultoit la parallaxe du soleil de 10''. (*Mém. Ac. 1706. pag. 74*).

M. Pound & M. Bradley, firent aussi en 1719 de semblables observations avec une lunette de 15 pieds : M. Halley rapporte qu'il les vit observer souvent & que dans toutes leurs observations ils ne trouverent jamais la parallaxe du soleil plus grande que 12'', & jamais moindre que 9''.

I 358. M. Maraldi qui observa aussi Mars en opposition la même année, trouva la parallaxe horizontale du soleil de 10'', (*Mém. Acad. 1722 pag. 216*).

I 359. M. Cassini en 1736 observa pendant plusieurs jours à Thury, Mars qui étoit en opposition & fort près de l'étoile μ des Poissons ; il trouva la parallaxe du soleil entre 11'' & 15''. Enfin, les dernières observations de M. de la Caille au Cap de Bonne-Espérance, lui donnerent 10'' $\frac{1}{2}$ pour la parallaxe moyenne du soleil. (*Introd. aux Ephémérides de 1765-75*).

I 360. Ainsi la plupart des Astronomes s'en tenoient à

10'' lorsque le passage de Vénus si longtemps désiré & observé enfin le 6 Mai 1761, nous a appris qu'elle en est véritablement fort proche: car les différens résultats qu'on a tirés des diverses observations de ce passage sont entre 8'' & 10'' $\frac{1}{2}$. Si les mesures que l'on prit pour observer ce passage dans les Pays les plus éloignés, avoient réussi aussi parfaitement qu'on le souhaitoit, nous n'aurions pas cette espèce d'incertitude; mais nous espérons qu'elle sera parfaitement levée par le passage de Vénus qui doit s'observer en 1769. (Voyez *Liv. XI*), & nous pourrons supposer en nombres ronds la parallaxe de 9 secondes, dans le reste de cet Ouvrage.

Le passage de Vénus donne 8 à 10 lcc.

1361. L'extrême petitesse de la parallaxe du soleil fait qu'on peut dans un grand nombre d'occasions la négliger; & supposer que les rayons qui vont du soleil à tous les points de la terre sont parallèles entr'eux, de la même manière que si le soleil étoit à une distance infinie de nous; c'est ce que nous ferons dans le calcul des éclipses, (1406).

1362. La distance du soleil à la terre est plus petite au mois de Décembre qu'au mois de Juin d'une vingt-cinquième partie, parce que l'excentricité de l'orbite terrestre est de 0,0168 (883,891). Ainsi la parallaxe horizontale du soleil doit être d'un tiers de seconde plus grande au mois de Janvier qu'au mois de Juillet.

La parallaxe du Soleil change d'un tiers de seconde.

Lorsqu'on a une Table des logarithmes des distances du soleil à la terre faite suivant les principes de l'art. 918; il suffit de diviser la parallaxe moyenne par la distance actuelle du soleil pour avoir la parallaxe du soleil dans un temps donné; si la parallaxe du soleil est de 9'' au commencement d'Avril & d'Octobre, elle n'est que de 8'' 83 au commencement de Juillet, & elle est de 9'' 17 au commencement de Décembre.

1363. La parallaxe du soleil étant connue, sa distance absolue est aisée à trouver (1264) car le sinus de 9'' est au rayon, comme le demi-diamètre de la terre est à la distance du soleil, & comme le rayon d'un cercle est 22918 fois plus grand que le sinus de 9''; il s'en suit que la distance du soleil est de 22918 fois le rayon de la terre, ou environ

Distances absolues des Planes

33 millions de lieues communes de France, de 2282 toises : les distances des autres planetes sont aisées à conclure de celles-ci, puisqu'on connoît leur rapport (892), & nous avons déjà rapporté ces distances, (1072).

1364. On peut voir par la Table de l'article 1072 que la distance moyenne de la lune est 385 fois plus petite que celle du soleil, à peu-près comme nous l'avons supposé (1087); ces parallaxes seules suffisent pour reconnoître ce rapport; car celle de la lune est de $57' 43''$: ainsi elle contient 385 fois la parallaxe du soleil supposée de $9''$, & 364 fois si l'on suppose la parallaxe du soleil de $9'' \frac{1}{2}$, donc la distance du soleil est plus grande dans le même rapport.

Les principes que nous venons d'établir sur les parallaxes, nous conduiront maintenant au calcul des éclipses de lune & de soleil, qui seront l'objet du Livre suivant.



LIVRE DIXIEME.

DU CALCUL DES ECLIPSES.

1365. **L**ES ECLIPSES * ont toujours formé pour les hommes un spectacle frappant, la maniere de les prédire leur paroît être l'objet le plus important des recherches de l'Astronomie ; il est du moins la preuve sur laquelle on juge souvent des progrès de notre science & de l'exactitude de nos calculs.

Cependant les Astronomes ne s'occupent du calcul des éclipses que parce qu'elles sont un moyen de déterminer les inégalités de la lune, & les longitudes des différens lieux de la terre ; mais cet objet est assez important pour mériter d'être traité en détail ; ajoûtons à cela l'intérêt que le public y prend, l'usage où sont les Astronomes de les calculer toutes avec le plus de soin qu'il est possible ; & l'emploi que les Historiens en ont fait ; tout cela exige qu'on apprenne dans un Livre d'Astronomie la maniere la plus courte & la plus sûre de calculer les éclipses, avec toutes les choses remarquables qui peuvent y avoir rapport.

1366. Nous avons vû que le Saros de M. Halley ou la période Chaldéenne de Plin, ramène ordinairement les éclipses dans le même ordre au bout de 18 ans (1178) : ainsi cette période fournit un moyen pour prévoir à peu près les jours où il peut y avoir une éclipse de lune ou de soleil.

On peut aussi reconnoître les syzigies écliptiques par la méthode des épactes, & c'est la voie la plus naturelle & la plus générale. L'épacte Astronomique d'une année, telle que M. Cassini l'emploie dans ses Tables (pag. 58) est le nombre de jours, d'heures & de minutes qui se sont écoulés depuis la dernière conjonction moyenne, lorsque l'an-

Epactes
astronomiques.

* *Εκλείπω*, *deficio*, *derelinquo*, parce que dans les éclipses le soleil ou la lune paroissent nous manquer.

née commence. On le trouve en retranchant l'époque de la longitude moyenne du soleil de celle de la lune, & convertissant la différence en temps lunaire à raison de 12° , $11' 27''$ par jour; c'est la différence des mouvemens diurnes de la lune & du soleil. On trouvera dans M. Cassini la Table de ces épaëtes, & leur usage; de même que dans le Pere Riccioli (*Astr. ref. pag. 60*), & dans les Ephémérides du Pere Hell pour 1764. On trouvera aussi dans les Tables de M. Halley, une autre maniere de trouver la même chose par le moyen d'une Table des conjonctions moyennes, & des révolutions de la lune au soleil.

Calculs nécessaires pour toutes les éclipses.

1367. Lorsqu'on a trouvé qu'il doit y avoir éclipse dans une nouvelle ou pleine lune, & qu'on veut en calculer les circonstances, il faut commencer par trouver l'heure & la minute en temps moyen de la conjonction ou de l'opposition vraie en longitude, & la latitude de la lune pour ce moment; le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude la parallaxe & le diamètre; c'est un préliminaire essentiel dans le calcul de toutes les éclipses.

Pour cela, on calcule d'abord le lieu du soleil & celui de la lune de la maniere que nous le dirons en parlant de l'usage des Tables dans le XXIV^e. Livre. pour deux instans différens, & l'on a par ce moyen le mouvement horaire de la lune & celui du soleil, avec la différence de leur longitude pour un instant connu.

Temps de la conjonction.

Je suppose qu'on ait trouvé pour le premier Avril 1764 à $8^h 32'$ du matin que le lieu de la lune est moins avancé que celui du soleil de $54'$, & que le mouvement horaire de la lune moins celui du soleil soit de $27'$, il est évident que puisque la lune se rapproche du soleil de $27'$ par heure, elle atteindra le soleil deux heures après; car $27'$ sont à 1 heure comme $54'$ sont à 2 heures. Ainsi la conjonction vraie, arrivera à $10^h 32'$.

Lorsqu'on connoît le temps de la conjonction on trouve dans les Tables pour le même instant, la latitude de la lune; sa parallaxe, son diamètre & le diamètre du soleil; il faut aussi connoître le mouvement horaire de la lune en latitude, & pour cet effet on calcule la latitude de la lune pour deux instans différens,

1368. Quand on a l'heure de la conjonction & le mouvement horaire de la lune, il faut trouver l'inclinaison de son orbite par rapport à l'écliptique; d'abord l'inclinaison de l'orbite vraie, ensuite celle de l'orbite relative; cela est nécessaire pour toutes les éclipses de lune, & même pour les éclipses de soleil quand on veut en avoir les phases pour différens Pays de la terre (1418); voilà pourquoi je place cet article au nombre des préliminaires généraux du calcul des éclipses.

1369. Lorsqu'on calcule une conjonction de deux planetes, ou d'une planete à une étoile, un appulse ou une éclipse, on n'a besoin que de connoître la quantité dont un des astres se rapproche de l'autre, c'est-à-dire, le mouvement relatif; par exemple, dans une éclipse de soleil on demande avec quelle vitesse & dans quelle direction la lune s'approche du soleil. Il suffit pour cet effet de chercher combien la longitude d'une planete surpasse celle de l'autre dans l'espace d'une heure, & combien une latitude excède l'autre dans le même espace de temps; ce n'est pas le mouvement réel, total & absolu de chacune des deux planetes; mais l'excès d'un des mouvemens sur l'autre qui produit une conjonction ou une éclipse.

Orbite relative.

1370. On peut donc ne faire aucune attention au mouvement d'une des deux planetes, pourvu qu'on donne à l'autre la différence des deux mouvemens, c'est-à-dire, qu'en faisant mouvoir seulement une des deux on lui fasse changer de longitude & de latitude par rapport à l'autre, autant qu'elle en change réellement par la combinaison des deux mouvemens pris ensemble; on aura par ce moyen la conjonction apparente des deux astres, tout de même que si l'on considéroit les deux mouvemens à la fois.

1371. Ainsi pour calculer une conjonction de deux planetes, on ne considere que le mouvement relatif, c'est-à-dire, le mouvement de l'une par rapport à l'autre & on suppose fixe l'une des deux; cette supposition ne fait que simplifier le calcul & ne change rien à l'état réel des choses; car si une planete avance par heure de 36' & l'autre de 2', il est évident qu'elles ne changeront que de 34' l'une par

rapport à l'autre, & elles seront à la même distance que si l'une étant fixe, l'autre n'avoit eu que 34' de mouvement.

Fig. 97. Soit P & A (*Fig. 97*) les deux planetes en conjonctions, $PR = AB$ le mouvement horaire d'une des deux planetes en longitude, c'est-à-dire, parallèlement à l'écliptique, AC le mouvement horaire de l'autre planete; la différence BC des deux mouvemens est le mouvement horaire relatif, puisque la premiere planete ayant avancé de la quantité PR égale AB , & la seconde planete de la quantité AC , elles ne different l'une de l'autre que de la quantité BC en longitude, c'est-à-dire, autant que si l'une étoit restée en P , & que l'autre eût parcouru seulement un arc AG égal à BC en partant du point A .

I 372. Il en est de même du mouvement en latitude; supposons que la planete qui a eu le mouvement PR en longitude ait eu le mouvement RD en latitude, en sorte que son vrai mouvement soit PD ; supposons que l'autre planete ait eu de même un mouvement en latitude CE en même temps que le mouvement en longitude AC ; c'est-à-dire, que son mouvement propre ait été réellement AE , la différence des deux mouvemens horaires en latitude RD & CE , ou la quantité FE sera le mouvement horaire relatif en latitude, ou la quantité dont une planete s'éloignera de l'autre en latitude; on pourra donc supposer fixe la planete P , prendre AG & GH à la place de BC & FE , & supposer que la planete A a parcouru l'orbite relative AH .

On pourra faire aussi un triangle MNO (*Fig. 98*), dont les côtés MN & NO soient égaux aux mouvemens horaires relatifs BC & FE en longitude & en latitude, l'angle OMN sera l'inclinaison de l'orbite relative, & MO le mouvement horaire sur l'orbite relative; on pourra supposer qu'une planete étant restée fixe en M , l'autre a décrit MO : au moyen de cette supposition on voit que les deux planetes differeront soit en longitude soit en latitude autant que lorsqu'on attribuoit à chacune son mouvement particulier; tout se passera donc entr'elles & toutes les apparences seront les mêmes qu'auparavant; la supposition de l'orbite

relative MO ne fera que simplifier le calcul, en réduisant deux mouvemens à un seul.

1373. Dans le triangle MNO on a ces proportions, MN est à NO , comme le rayon est à la tangente de l'angle OMN , & le cosinus de l'angle OMN est au rayon, comme MN est à MO ; ainsi pour trouver l'inclinaison de l'orbite relative & le mouvement horaire sur cette orbite on fera ces deux proportions, *la différence des deux mouvemens horaires en longitude est à la différence des mouvemens en latitude comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison relative.* Ensuite, *le cosinus de l'inclinaison relative est au rayon comme la différence des mouvemens horaires en longitude est au mouvement horaire MO sur l'orbite relative.* C'est celui dont nous ferons usage (1385, 1419), & nous en donnerons un exemple à l'art. 1386*.

Inclinaison de l'orbite relative.

Mouvement relatif.

1374. On suppose dans ces deux proportions que les planetes vont du même sens tant en longitude qu'en latitude; mais si l'une étoit directe & l'autre rétrograde, c'est-à-dire, si l'une des longitudes étoit croissante & l'autre décroissante, il faudroit prendre la *somme* des mouvemens horaires en longitude, au lieu de leur différence. De même si l'une des latitudes étoit croissante & l'autre décroissante du même côté de l'écliptique, c'est-à-dire, si l'une alloit au nord & l'autre au midi par le mouvement horaire en latitude, il faudroit prendre la *somme* des mouvemens en latitude au lieu de leur différence; tout cela peut avoir lieu quand on calcule les éclipses des planetes par la lune (1563).

1375. Dans les éclipses de lune ce n'est pas le soleil mais le point opposé au soleil que l'on considère comme l'une des deux planetes, ce point opposé au soleil qui est le centre de l'ombre de la terre a le même mouvement horaire en longitude que le soleil lui-même, & par conséquent doit se traiter comme le soleil. Le soleil n'ayant aucun mouvement horaire en latitude c'est celui de la lune que l'on emploie dans les 2 proportions de l'article 1373.

1376. Dans le calcul des éclipses de lune on peut se contenter d'ajouter 8" à la différence des mouvemens ho-

* Il faut bien distinguer l'orbite relative de l'orbite apparente (1496).

raires en longitude, pour avoir le mouvement relatif, & éviter la seconde analogie.

Différence des inclinaisons.

1377. On trouve dans les Tables de M. Cassini (*pag.* 57), une réduction qui est toujours entre 22 & 28'; que l'on ajoute avec 5° 15' qui est à peu-près l'inclinaison vraie de l'orbite de la lune dans toutes les éclipses, pour avoir l'inclinaison apparente ou celle de l'orbite relative, cet angle est la différence entre *EAC* & *HAG* (*Fig.* 97).

1379. Dans les éclipses de soleil que l'on ne veut calculer que par une opération graphique (1460), on n'a besoin de sçavoir qu'à 5' près, l'inclinaison de l'orbite lunaire, on peut alors supposer toujours que l'inclinaison est de 5° 40'; mais si l'on veut calculer l'éclipse rigoureusement (1481), ou s'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune (1471), il faut chercher le mouvement horaire de la lune en longitude & en latitude, & faire la proportion de l'article 1373.

DES ECLIPSES DE LUNE.

1379. L'ÉCLIPSE DE LUNE est l'obscurité produite sur le disque de la lune, par l'ombre de la terre. L'éclipse totale est celle où la lune entière est obscurcie, l'éclipse partielle est celle où une partie du disque de la lune conserve sa lumière. L'éclipse *centrale* est celle qui a lieu quand l'opposition de la lune arrive dans le point même du nœud; elle traverse alors par le centre même le cône d'ombre, c'est pourquoi on appelle centrale cette sorte d'éclipse.

Limites éclipsiques.

Si la lune au moment de son opposition vraie est assez loin de ses nœuds pour que sa latitude surpasse 30', l'éclipse de lune ne sçauroit être totale, & si la latitude est plus grande que 64' il ne sçauroit y avoir éclipse, parce que l'ombre de la terre n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 47', & le demi-diamètre 17': ainsi pour que le bord de la lune puisse toucher l'ombre de la terre, il faut que la distance de leurs centres ou la latitude de la lune ne surpasse pas 64'.

1380. Nous mesurons les mouvemens de la lune par les arcs célestes qu'elle paroît décrire, il est donc nécessaire de mesurer de la même manière l'ombre qu'elle traverse dans les éclipses, c'est-à-dire, la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derrière elle, en interceptant la lumière du soleil, comme font tous les corps opaques.

Soit S le centre du soleil (*Fig. 99*), T le centre de la terre, L celui de la lune en opposition, SA le demi-diamètre du soleil, TB le demi-diamètre de la terre, LC le demi-diamètre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverser, c'est-à-dire, le rayon d'un cercle qui est la section (perpendiculaire à l'axe), du cône de l'ombre dans la région de la lune. *Fig. 99.*

L'angle CTL formé au centre de la terre & qui a pour base le côté CL , est ce qu'on appellera le demi-diamètre de l'ombre; c'est l'angle du mouvement de la lune, ou l'arc de son orbite qu'elle paroîtra décrire dans la demi-durée de l'éclipse centrale, c'est-à-dire, en traversant l'ombre de C en L . Demi-diamètre de l'ombre.

1381. Le triangle rectiligne CAT dont le côté AT est prolongé jusqu'en D a son angle externe CTD , égal aux deux angles internes opposés pris ensemble, c'est-à-dire, aux angles BAT & BCI , dont l'un est la parallaxe du soleil, l'autre celle de la lune (1254); ainsi l'angle CTD est égal à la somme des parallaxes; si l'on en ôte l'angle LTD il restera l'angle CTL du demi-diamètre de l'ombre; mais l'angle LTD est égal à l'angle ATS qui mesure le demi-diamètre apparent du soleil, donc si l'on ôte de la somme des parallaxes le demi-diamètre apparent du soleil, le reste sera le demi-diamètre de l'ombre. Règle pour le connoître.

EXEMPLE. La parallaxe de la lune au moment de l'opposition du 17 Mars 1764 fera de $60' 56''$, celle du soleil est constamment de $9''$ (1360), la somme des parallaxes est donc $61' 5''$; si l'on en ôte le demi-diamètre du soleil $16' 5''$ on aura pour le demi-diamètre de l'ombre $45' 0''$, auquel il faudra encore ajouter environ $45''$ pour l'atmosphère de la terre (1383).

1382. Le demi-diamètre de l'ombre trouvé par la

QQ qq ij

régle précédente, peut varier depuis $37' 48''$ jusqu'à $45' 54''$, il est le plus grand quand la lune est périgée & le soleil apogée.

Augmentation
à cause de l'at-
mosphère.

I 3 8 3. On connoît assez le diamètre de la terre & la parallaxe de la lune pour être sûr de la détermination du diamètre de l'ombre trouvé par la régle précédente. Cependant quand on observe les éclipses on trouve constamment que l'ombre est un peu plus grande que suivant cette régle ; & il est évident que l'atmosphère de la terre en est la cause.

La densité de l'air est assez grande & réfléchit assez de rayons pour former des crépuscules , pour causer la réfraction astronomique & pour affoiblir la lumière du soleil à l'horison : ainsi il n'est pas étonnant qu'elle le soit assez pour intercepter une partie des rayons qui éclairent la lune , & pour former une espèce de bordure autour de l'ombre de la terre ; c'est une des causes qui font que l'ombre est mal terminée & qu'on trouve souvent 2' de différence entre les temps du commencement d'une même éclipse de lune observée par différens Astronomes.

L'augmentation que l'atmosphère produit dans le demi-diamètre de l'ombre est de $20''$ suivant M. Cassini, de $30''$ suivant M. le Monnier , de $60''$ suivant M. de la Hire : M. le Gentil pense qu'elle est de $40''$ dans les parties de l'ombre qui répondent à l'équateur, & de $1' 40''$ pour les parties qui sont formées par la masse d'un air plus dense répandu autour des poles de la terre. (*Mém. Acad. 1755. Exposition du calcul pag. 157, Connoiss. des Mouvemens Célestes 1763.*)

Régle générale.

Enfin d'autres Astronomes, entr'autres M. Mayer, pensent que la correction de l'atmosphère est toujours $\frac{1}{60}$ du demi-diamètre de l'ombre, c'est-à-dire, qu'il faut y ajouter autant de secondes qu'il y a de minutes. Dans l'Exemple précédent l'on a trouvé $45' 0''$, on y ajoutera $45''$, & l'on aura le demi-diamètre apparent de l'ombre de la terre y compris son atmosphère $45' 45''$. Je m'en tiens ordinairement à cette régle, elle est suffisante à cause du peu de précision dont ces observations sont susceptibles.

*

Trouver les Phases d'une Éclipse de Lune.

Lorsqu'on connoît l'heure de la pleine lune ou de l'opposition vraie (1367), la latitude de la lune pour ce temps-là, l'inclinaison de son orbite qui dépend du mouvement horaire de la lune tant en longitude qu'en latitude, & le mouvement horaire du soleil ; on doit trouver le temps du milieu de l'éclipse.

Soit L (Fig. 100) le lieu de la lune au moment de l'opposition, O le centre de l'ombre de la terre à la distance de la lune, OL la latitude de la lune, ou sa distance à l'écliptique KG ; OM la perpendiculaire abaissée sur l'orbite apparente de la lune EMS ; au moment où l'éclipse commence, le bord de la lune touche en P le bord de l'ombre; ainsi E est le lieu de la lune au commencement de l'éclipse, S le lieu de la lune à la fin de l'éclipse, ou à la sortie de l'ombre : les triangles MOE , MOS sont égaux, puisqu'ils ont un côté commun OM , les côtés égaux OE & OS , & qu'ils sont rectangles l'un & l'autre en M ; ainsi le côté EM est égal au côté MS ; donc le point M indique le milieu de l'éclipse.

Le temps du milieu.

Fig. 100.

1385. Dans le triangle LOM , formé par le cercle de latitude OL & par la perpendiculaire OM , l'angle LOM est égal à l'inclinaison de l'orbite apparente de la lune (1373); on a aussi le côté LO , latitude en opposition ; on trouvera LM en faisant cette proportion : *Le rayon est au sinus de l'inclinaison, comme la latitude OL est à l'intervalle LM .* On le réduira en temps à raison du mouvement horaire de la lune, en disant : *Le mouvement horaire relatif (1376) est à 1^h ou 3600'' , comme l'espace ML est au temps qu'il y aura entre la conjonction & le milieu de l'éclipse.* On le retranchera du temps de la conjonction, si la latitude de la lune est croissante ; on l'ajoutera au temps de la conjonction, si la latitude est décroissante, ou que la lune aille en se rapprochant du nœud, & l'on aura le milieu de l'éclipse.

Règle pour trouver le milieu de l'éclipse.

1386. EXEMPLE. Dans l'éclipse de lune du 17 Mars 1764, le mouvement horaire de la lune est de 37' 23'' en

longitude, $3' 26''$ en latitude, le mouvement horaire du soleil $2' 29''$; la différence des mouvemens horaires $34' 54''$ est au mouvement en latitude $3' 26''$, comme le rayon est à la tangente de l'inclinaison apparente $5^{\circ} 37'$ (1372) : le cosinus de cette inclinaison $5^{\circ} 37'$ est au rayon, comme la différence des mouvemens horaires en longitude, $34' 54''$, est au mouvement relatif de la lune sur son orbite apparente $35' 4''$; la latitude de la lune en opposition est de $38' 42''$; le rayon est au sinus de l'inclinaison $5^{\circ} 37'$, comme la latitude $38' 42''$ est à l'intervalle ML , qu'on trouve de $3' 47''$ en parties de degrés. Le mouvement horaire $35' 4''$ est à $60' 0''$, comme $3' 47''$ sont à $6' 28''$ de temps; on ajoutera cet intervalle, parce que la latitude de la lune est décroissante, ou qu'elle n'étoit pas encore arrivée à son nœud; & comme le temps de l'opposition est $12^h 6' 12''$, on aura le milieu de l'éclipse à $12^h 12' 40''$, c'est-à-dire, le 18 Mars, $0^h 12' 40''$ du matin.

Trouver la plus
courte distance.

1387. Les mêmes quantités qui ont servi à trouver la différence LM entre la conjonction & le milieu de l'éclipse, serviront à trouver la plus courte distance OM de l'orbite lunaire au centre de l'ombre; car dans le triangle LOM rectangle en M , on connoît LO qui est la latitude au temps de la conjonction, & l'angle LOM égal à l'inclinaison de l'orbite apparente de la lune, on trouvera le côté OM par cette proportion : *Le rayon est à la latitude LO , comme le sinus de l'angle L , ou le cosinus de l'inclinaison apparente, est à la plus courte distance OM .*

Règle.

EXEMPLE. Dans l'éclipse du 17 Mars 1764, la latitude de la lune LO sera de $38' 42''$, & l'inclinaison de l'orbite apparente $5^{\circ} 37'$: or le rayon est à $38' 42''$, comme le cosinus de MOL $5^{\circ} 37'$ est à $2310''$, ou $38' 30''$; c'est donc la perpendiculaire cherchée : elle servira ci-après pour trouver le commencement, la fin & la grandeur de l'éclipse (1390).

Trouver le
commencement
de l'éclipse.

1388. Lorsqu'on connoît le milieu de l'éclipse (1385), la plus courte distance des centres de l'ombre & de la lune (1387), le demi-diamètre apparent de l'ombre (1383), & le demi-diamètre de la lune; il ne reste plus qu'un triangle à résoudre pour trouver le commencement & la fin de l'éclipse. Soit

Soit OM (Fig. 100), la plus courte distance, ou la perpendiculaire abaissée du centre O de l'ombre, sur l'orbite relative EMS de la lune; $GPAK$ la circonférence de l'ombre, E le centre de la lune au moment où le bord de la lune commence à toucher l'ombre en P , c'est-à-dire, au moment où l'éclipse commence; S le centre de la lune à sa sortie de l'ombre, lorsque l'éclipse finit ou que le dernier bord de la lune touche en R le bord de l'ombre. La distance OE des centres de la lune & de l'ombre, est composée des quantités OP & PE ; dont l'une OP est le demi-diamètre de l'ombre (1381), & l'autre le demi-diamètre de la lune (1189); de même la distance OS , à la fin de l'éclipse, est composée des quantités OR & RS , c'est-à-dire, qu'elle est aussi à la somme du demi-diamètre de l'ombre & de celui de la lune; ainsi OS est égale à OE , à moins qu'on ne veuille avoir égard à la petite différence qu'il peut y avoir dans la parallaxe de la lune dans l'espace de quelques heures, & à la différence qui provient de l'atmosphère (1383), mais qu'on a coutume de négliger.

1389. Dans le triangle OEM , rectiligne rectangle en M , on connoît la perpendiculaire OM (1387) & la somme OE des demi-diamètres de la lune & de l'ombre; on cherchera le troisième côté ME : on convertira ce côté ME en temps par la proportion suivante. Le mouvement horaire de la lune sur son orbite apparente est à 1 heure ou 3600", comme le côté trouvé ME est à la demi-durée de l'éclipse en secondes de temps. Cette demi-durée étant retranchée du temps du milieu de l'éclipse (1385), on aura le commencement; & si l'on ajoute la demi-durée avec le milieu, on aura la fin de l'éclipse.

1390. EXEMPLE. Dans l'éclipse de lune du 17 Mars 1764, la perpendiculaire MO sera de 38' 30", le demi-diamètre OP de l'ombre 45' 0", celui de la lune 16' 39", la somme des demi-diamètres, en y ajoutant 1' 40" pour l'atmosphère (1383) fera 1° 3' 19"; ainsi dans le triangle EMO , on connoît OE & OM : on trouvera ME par l'opération suivante, où j'employerai la méthode la plus commode pour résoudre ce triangle OEM .

Méthode pour
résoudre le trian-
gle.

Somme des côtés OE & OM , $1^{\circ} 41' 49''$ log. 3, 785970
 Différence des côtés OE & OM , $24' 49''$ log. 3, 172895
 Somme des deux logarithmes 6, 958865
 Moitié de la somme, ou logarithme de EM , 3, 479432
 Auquel répond $50' 16''$.

Le mouvement horaire de la lune sur son orbite relative fera de $35' 4''$; ainsi l'on dira $35' 4''$ est à 1^h , comme EM $50' 16''$ est à la demi-durée de l'éclipse $1^h. 26' 0''$.

Cette demi-durée de l'éclipse est le temps que la lune employera à aller de E en M ; mais le milieu de l'éclipse en M a été trouvé $12^h 12' 39''$; si l'on en retranche $1^h 26' 0''$, on aura pour le commencement de l'éclipse $10^h 46' 39''$; & si on l'ajoute, on aura la fin de l'éclipse $13^h 38' 39''$.

I 391. Si l'on veut avoir égard à l'inégalité de la correction de l'atmosphère proposée par M. le Gentil, on résoudra deux triangles; un pour le commencement & un pour la fin de l'éclipse, en employant deux hypothénuses différentes OE & OS , dont l'une sera quelquefois plus grande de $1'$ que l'autre (1383).

Inégalité dans
le mouvement
horaire.

I 392. L'inégalité du mouvement horaire de la lune ne mérite gueres d'être ici considérée; elle ne va jamais qu'à 3 ou $4''$, dont le mouvement horaire peut-être plus ou moins grand dans la première demi-durée d'une éclipse que dans la seconde. Voyez les Tables de cette inégalité dans *la Connoiss. des Mouv. Célest.* 1765.

Immersion &
émersion.

I 393. Dans les éclipses de lune qui sont totales, on a encore deux autres phases à chercher, qui sont l'IMMERSION & l'EMERSION, c'est-à-dire, le moment où la lune entre totalement dans l'ombre, & celui où elle commence à en sortir. Soit D . (Fig. 101), le lieu de la lune à l'instant où elle est assez avancée dans l'ombre, pour que son dernier bord N touche le bord intérieur de l'ombre; on a un nouveau triangle OMD , dont l'hypothénuse OD est égale à la différence entre le demi-diamètre de l'ombre ON , & le demi-diamètre DN de la lune; mais l'opération est la même que dans l'art. 1390; la demi-durée de l'éclipse totale se retranche du milieu de l'éclipse, pour avoir l'im-

Fig. 101.

merfion qui arrive en *D*, & s'ajoute pour avoir l'émerfion qui arrive en *V*.

I 394. Lorsqu'on a la plus courte distance des centres *OM* (*Fig.* 100), le demi-diametre de l'ombre *OA*, & le demi-diametre de la lune *MB*, il est aisé de trouver la partie éclipsée de la lune, c'est-à-dire, la quantité *AC*; car *AM* est égale à $OA - OM$. Si l'on y ajoute *MC*, l'on aura *AC*; donc *AC* est égale à $OA + MC - OM$, c'est-à-dire, que la partie éclipsée est égale à la somme des demi-diametres de la lune & de l'ombre, moins la plus courte distance.

Trouver la grandeur de l'éclipse.

Règle générale.

I 395. EXEMPLE. Dans l'éclipse du 17 Mars 1764, la somme des demi-diametres est $63' 19''$, la plus courte distance est $38' 30''$, la différence $24' 49''$ est la partie éclipsée. On a coutume de l'exprimer en doigts ou en douziemes parties du diametre de la lune; on fera donc cette proportion $33' 18''$ sont à 12 doigts 0 minutes, comme $24' 49''$ sont à un quatrième terme qu'on trouvera $8^d 56' \frac{1}{2}$: ainsi la grandeur de l'éclipse sera de 8 doigts & $56' \frac{1}{2}$ de doigts.

Doigts éclipsés.

I 396. La regle que je viens de donner pour trouver la grandeur des éclipses de lune a lieu également, soit que le centre de la lune & son orbite apparente soient hors de l'ombre, comme dans la *Fig.* 102; soit qu'au contraire la lune soit toute entiere dans l'ombre, comme dans la *Fig.* 101; car dans la *Fig.* 102 l'on a $OA + CM = AC + OM$, ou $OA + CM - OM = AC$, & dans la *Figure* 101, qui a lieu pour les éclipses totales, on a $AC = OA - OM + CM$. Dans ce dernier cas, on dit que la grandeur de l'éclipse est de plus de douze doigts, parce qu'on y comprend la partie *AB* de l'ombre, qui surpasse le bord de la lune; on comprend sous le nom de partie éclipsée toute la quantité *AC* qui seroit éclipsée en effet, si la lune avoit assez de diametre pour s'étendre jusqu'en *A*.

Fig. 101. & 102.

Toutes les quantités dont nous venons de donner le calcul dans les art. 1386, 1388, 1395, se trouvent calculées dans les Tables du P. Riccioli, (*Astronom. Ref. pag.* 60), & de M. Cassini, (*Tab. Ast. p.* 59); en sorte qu'avec

Tables auxiliaires.

ces Tables auxiliaires, on peut calculer une éclipse de lune sans aucun calcul trigonométrique.

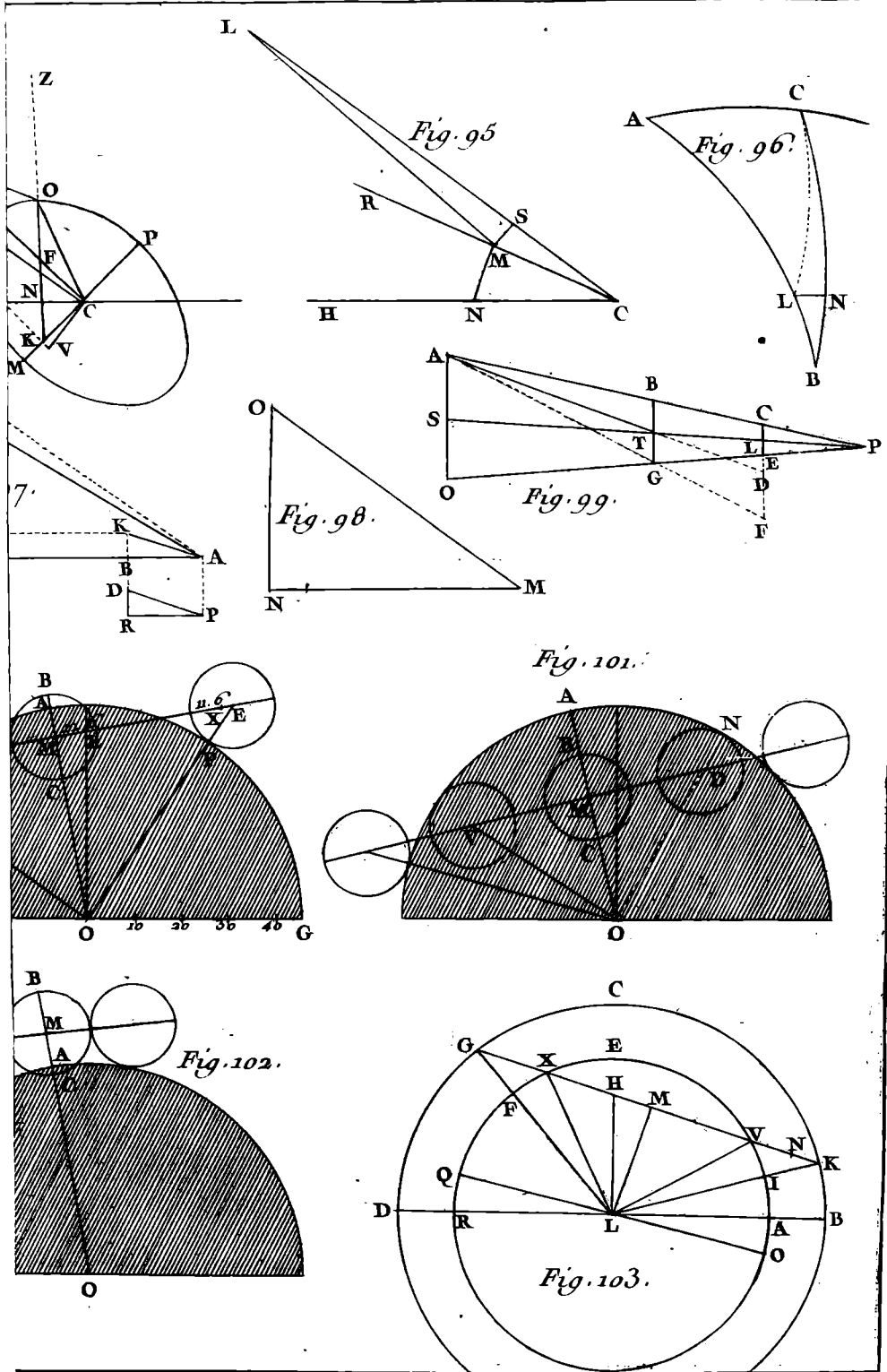
Trouver les mêmes phases avec le compas.

I 397. ON PEUT DÉTERMINER sans calcul avec la règle & le compas, toutes les circonstances d'une éclipse de lune, aussi-tôt qu'on a calculé par les Tables le temps de la conjonction, la parallaxe & le mouvement horaire. Cette méthode est même très-suffisante, lorsqu'il ne s'agit que d'annoncer les éclipses qui doivent arriver : car on ne sauroit se tromper d'une minute dans l'opération graphique si la figure a seulement un pied de diametre ; & l'on ne peut être assuré d'une plus grande exactitude dans la prédiction d'une éclipse de lune ; à peine peut-on être sûr de l'observation même à une minute près. Ainsi je crois qu'on peut très-bien se contenter de l'opération graphique dans toutes les éclipses de lune.

EXEMPLE. Le demi-diametre de l'ombre de la lune ayant été trouvé de $46'$ (1381) ; je divise le rayon OG , (*Fig.* 100) en 46 parties, je prends OL égal à la lat. de la lune $33' \frac{2}{3}$; & au point L , je tire l'orbite de la lune, ELS inclinée de $5^{\circ} 37'$ sur la parallèle à l'écliptique. Le mouvement horaire relatif étant de $35'$, je prends $35'$ sur les divisions de OG , je les porte sur l'orbite de L en X ; & ayant marqué en L le temps de la conjonction $12^h 6'$, je marque $11^h 6'$ au point X où tombe le mouvement horaire ; je divise XL en $60'$ de temps, & continuant de diviser l'orbite $ELMS$ en temps, je trouve sur ces divisions que le point S répond à $13^h 39'$, comme on l'a trouvé par le calcul (1390).

Pénombre dans les éclipses.

I 398. LA PÉNOMBRE est une obscurité moindre que celle du cone d'ombre ; c'est une lumière foible, causée par une portion du disque du soleil, qui éclaire encore la lune lors même que le centre ne l'éclaire plus. Le point E , (*Fig.* 99), qui est sur le côté OEP du cone d'ombre, est dans une entière obscurité, parce qu'il n'est éclairé par aucun rayon du soleil. Le point F , qui est sur la ligne AGF , menée par le bord supérieur A du soleil, & par le bord inférieur G de la terre, jouit d'une lumière parfaite, parce qu'il voit le disque entier AO du soleil ; mais tous les points



situés entre *E* & *F* ne voyent qu'une partie du disque solaire, ils ne reçoivent qu'une partie de la lumière du soleil; & forment la pénombre; c'est ce qui fait que le commencement d'une éclipse de lune est si douteux, que l'on s'y trompe quelquefois de plusieurs minutes.

1399. On observe dans la couleur des éclipses de lune des différences considérables : lorsque la lune est apogée, elle traverse le cône d'ombre plus près de son sommet; elle paroît alors plus rouge, plus lumineuse que lorsque les éclipses arrivent dans le périgée; car dans ce dernier cas; les rayons rompus par l'atmosphère, qui se dispersent dans le cône d'ombre, & qui en diminuent l'obscurité, ne parviennent pas jusqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cône, à cause de sa largeur & de sa proximité à la terre: on a même vû des éclipses où la lune disparoït entièrement; telle fut l'éclipse du mois de Décembre 1601, & celle du mois de Juin 1620, (*Kepl. Astr. pars Opt. pag. 297, Epitome pag. 825*), Hevelius en dit autant de l'éclipse du 25 Avril 1642, où l'on ne distinguoit pas, même avec des lunettes, la place de la lune, quoique le temps fût assez beau pour voir les étoiles de la 5^e. grandeur, (*Hevel. Selen. pag. 117*); mais il est fort rare que la lune disparoisse ainsi totalement.

Couleur des éclipses.

La Lune disparoît quelquefois.

DES ECLIPSES DE SOLEIL.

1400. Les éclipses de soleil sont produites par l'interposition de la lune, qui dans ses conjonctions passe quelquefois directement entre nous & le soleil: elle nous le cache alors en tout ou en partie. Les éclipses TOTALES sont celles où le soleil paroît entièrement couvert par la lune, le diamètre apparent de la lune étant plus grand que celui du soleil. Les éclipses ANNULAIRES sont celles où la lune paroît toute entière sur le soleil; le diamètre du soleil étant le plus grand, excède tout autour, & forme autour de la lune un anneau ou une couronne lumineuse: Telle sera l'éclipse du premier Avril de cette année 1764.

Eclipses totales ou annulaires.

Les éclipses de soleil sont beaucoup plus rares que les

RR r r ij

Nombre des
éclipses.

éclipses de lune , pour un lieu déterminé : la raison en est évidente ; la lune étant beaucoup plus petite que la terre , fait un ombre qui ne peut couvrir qu'une très-petite partie de la terre , souvent même la pointe du cône d'ombre n'arrive pas jusqu'à la terre , comme dans les éclipses *annulaires*. Il arrive toutes les années plusieurs éclipses , quelquefois jusqu'à six , mais on ne les voit pas toutes dans un même lieu ; car depuis 1755 jusqu'en 1765 , on ne trouve pour Paris que 4 éclipses de soleil.

I 401. Les éclipses *centrales* , sont celles où la lune n'a aucune latitude apparente au moment de la conjonction ; son centre paroît alors sur le centre même du soleil. Les éclipses centrales , sont ou totales ou annulaires , comme nous venons de le dire.

Spéctacle singulier
d'une éclipse.

I 402. C'est une chose assez singulière que le spectacle d'une éclipse totale de soleil. Clavius , qui fut témoin de celle du 21 Août 1560 à Conimbre , nous dit que l'obscurité étoit , pour ainsi dire , plus grande que celle de la nuit ; on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied , & les oiseaux retomboient vers la terre par l'effroi que leur causoit une si subite obscurité , (*Keper. opt. 296*).

Eclipse totale à
Paris en 1724.

Il n'y a eu depuis très-long-temps à Paris aucune éclipse totale , si ce n'est celle du 22 Mai 1724 ; celle de 1706 fut de 10 doigts & 58 minutes : il restoit environ $\frac{1}{12}$ du diamètre du soleil , sa lumière étoit à la vérité d'une pâleur effrayante & sinistre ; cependant tous les objets se distinguoient aussi facilement que dans le plus beau jour , (*Hist. Acad. 1706 , pag. 115*).

Dans l'éclipse de soleil du 23 Septembre 1699 , il ne resta que $\frac{1}{180}$ du diamètre du soleil , à Gripswald en Poméranie , où l'obscurité fut si grande , qu'on ne pouvoit lire ni écrire ; il y eut des personnes qui virent 4 étoiles , ce devoit être Mercure , Venus , Regulus & l'Epi de la Vierge , (*Hist. Acad. 1700 , pag. 106*).

Dans l'éclipse du 22 Mai 1724 , l'obscurité totale dura $2' \frac{1}{4}$ à Paris ; on vit le Soleil , Mercure & Venus sur la même ligne droite : il parut peu d'étoiles à cause des nuages. La première petite partie du soleil qui se découvrit lança

un éclair fubit & très-vif, qui parut diffiper l'obscurité entière; le Barometre ne varia point; le thermometre baiffa un peu, mais il feroit difficile de dire fi l'éclipse en étoit caufe; l'on vit autour du foleil la couronne lumineufe dont il eft tant parlé dans l'Hiftoire de 1706. (Voyez l'*Hift. de l'Acad.* année 1724).

1403. Le calcul des éclipses de foleil eft beaucoup plus difficile & plus long que celui des éclipses de lune, à caufe des parallaxes qui y entrent néceffairement; les parallaxes différent pour chaque point de la terre, enforte qu'une éclipse de foleil paroît d'une maniere différente à différens pays; au lieu que les éclipses de lune paroiffent de la même maniere, & font parfaitement les mêmes pour tous ceux qui les voyent; car la lune perdant alors véritablement fa lumière, la perd pour tout le monde.

1404. Si nous étions placés dans la lune lorsqu'il arrive une éclipse de lune, & que nous vouluffions calculer la maniere dont elle devoit nous paroître, nous trouverions la même difficulté; car l'éclipse de lune ayant lieu fucceffivement & différemment pour les différens points de la furface de la lune, il faudroit calculer des parallaxes pour le point de la lune où nous ferions placés.

Au contraire fi dans le temps que nous avons fur la terre une éclipse de foleil, un Obfervateur placé dans la lune, vouloit nous regarder, & calculer cette éclipse qu'il appelleroit *éclipse de terre*, il n'y trouveroit pas plus de difficulté que nous en trouvons dans le calcul d'une éclipse de lune, il verroit les mêmes phafes en quelque point de la lune qu'il fût placé; il appercevroit une petite tache noire & ronde s'avancer fur le difque de la terre, & le parcourir fucceffivement: c'eft ainfi qu'il faudra confidérer les éclipses de foleil pour rendre la théorie plus fimple, & aller pas à pas dans des détails plus compliqués.

1405. La théorie & le calcul des éclipses de foleil étant difficiles à concevoir, j'ai cru qu'il falloit commencer par employer une méthode, pour ainfi dire, mécanique, de maniere que les yeux puffent foulager l'imagination; je vais donc expliquer une opération graphique,

avec laquelle on pourra calculer une éclipse de soleil , à quelques minutes près , pour tous les pays de la terre , par le moyen d'un globe terrestre , pourvu qu'on ait fait seulement les calculs préliminaires , dont je parlerai ci-après , (1416 & suiv.) , mais qui sont presque les mêmes que pour une éclipse de lune (1384 & suiv.) .

Parallélisme des
rayons solaires.

Fig. 104.

I 406. Pour faire sentir les raisons & les principes de cette opération graphique, nous allons montrer la manière dont les éclipses de soleil arrivent sur la surface de la terre, dans le cas le plus simple ; après avoir rappelé au Lecteur un principe qu'il ne faut pas perdre de vue , sçavoir que le soleil est assez éloigné de nous , pour que les rayons qui partent du centre du soleil , & vont aux différens points de la terre , soient sensiblement parallèles. Le point T , (*Figure 104*) , que je suppose le centre de la terre , voit le centre du soleil par un rayon TS ; le point E qui est à la surface de la terre , voit le centre du soleil par un autre rayon EO , qui ne fait avec le précédent qu'un angle de $9''$ (1360) , & qui va par conséquent le rencontrer à une distance prodigieuse , ainsi ce rayon est sensiblement parallèle au précédent : on peut donc supposer que la ligne EAO parallèle à TS , est celle par laquelle le point E de la terre voit le centre du soleil.

I 407. Si cependant l'on veut avoir égard à la parallaxe du soleil , & supposer que le rayon EO se rapproche de ES pour aller former au centre du soleil un angle de $9''$, toute la différence consistera à diminuer l'angle TEA de $9''$, en tirant une ligne ER qui fasse avec EO un angle REO de $9''$, & ce sera sur la ligne ER que le point E de la terre verra le centre du soleil , puisque ER & TS vont se réunir au soleil sous un angle de $9''$, qui est en effet la parallaxe du soleil ; alors la ligne LA paroîtra plus petite de $9''$. Il suffit de concevoir le rayon GS réuni en S avec le rayon TS , pour voir que l'espace intercepté par les rayons du soleil ST & SG , est vu de la terre sous un angle LGS qui est la différence des angles GLT & LSG ; c'est-à-dire , des parallaxes de la lune & du soleil ; mais il faut imaginer le point de concours S à une distance prodigieuse.

1408. Si la lune est en L au moment de la conjonction, l'Observateur placé en K sur la surface de la terre, verra une éclipse centrale de soleil (1401), puisque la lune lui paroîtra sur le rayon même $TKLS$, par lequel il voit le soleil. Soit AL une portion de l'orbite lunaire décrite avant la conjonction, en allant de A en L , ou d'occident vers l'orient. Puisque le point E de la terre voit le centre du soleil sur la ligne EAO (1406), il s'en suit évidemment que quand la lune sera au point A de son orbite, elle couvrira le soleil, & formera une éclipse centrale pour l'Observateur placé en E , puisqu'alors le centre de la lune, aussi bien que celui du soleil paroîtront sur une même ligne EAO .

Fig. 104.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion AL de son orbite, l'éclipse aura lieu pour le point E de la terre, une heure avant qu'elle ait lieu pour le point K , ou pour le centre T de la terre, c'est-à-dire, une heure avant la conjonction, que je suppose arriver au point L .

1409. L'espace AL est ce que nous appellerons bientôt le *Rayon de projection* (1415, 1448), parce que c'est l'espace auquel on rapporte les points E & K de la terre, comme sur un plan de projection : nous parlerons bientôt plus en détail de la nature & des circonstances de la projection (1437).

Rayon de projection.

1410. Le point E de la terre, le premier point d'où on verra la lune sur le soleil, aura l'éclipse centrale quand la lune sera en A (1408), le centre de la lune répondant au centre du soleil; mais avant que d'être en A , le centre de la lune a été en un point M , tel qu'alors le bord B de la lune touchoit le bord du soleil, parce que le centre du soleil paroissant en A , le bord de son disque paroît en B éloigné du centre A d'environ $16'$ (1069), le centre B de la lune étoit alors éloigné du centre A du soleil d'une quantité égale à la somme des demi-diamètres AB & BM du soleil & de la lune, & c'étoit le commencement de l'éclipse pour l'Observateur situé en E , ou le premier instant où il a vû le bord de la lune toucher le bord du soleil.

1411. La partie AL de l'orbite lunaire paroît sous un angle AEL , égal à l'angle ELT qui est la parallaxe hori-

Quand commence l'éclipse.

fontale de la lune (1254) ; la partie ML paroît donc égale à la somme du demi-diamètre BM de la lune , du demi-diamètre BA du soleil , & de la parallaxe horifontale de la lune qui est égale à AL . Ainsi le point E de la terre verra commencer l'éclipse aussi-tôt que la distance ML de la lune au point L de la conjonction sera égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune , & de la parallaxe horifontale de la lune dont on aura ôté 9'' pour plus d'exactitude (1407). De même le point G , le dernier & le plus oriental de la terre, verra finir entièrement l'éclipse, lorsque la lune, après avoir passé la conjonction , sera éloignée du point L de la même quantité , c'est-à-dire, de la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune , & de la parallaxe horifontale de la lune.

Quand finit
l'éclipse.

I 4 I 2. Si la lune est en C , de maniere que AC soit aussi égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, le point E de la terre verra aussi le centre C de la lune éloigné du centre A du soleil, de la somme des demi-diamètres , c'est-à-dire , qu'il verra les bords du soleil & de la lune se toucher , & l'éclipse finir , puisque le centre du soleil paroît en A & celui de la lune en C , à une distance CA égale à la somme des demi-diamètres.

Mais dans le temps que la lune est en C , & que le point E de la terre voit finir l'éclipse , un autre point D de la terre, qui voit le centre du soleil sur le rayon DC parallele à TS , voit le centre de la lune sur celui du soleil, c'est-à-dire, qu'il a une éclipse centrale ; il en est de même de tous les autres points de la terre qui répondent perpendiculairement sous différens points de la ligne ACL .

I 4 I 3. En même temps que le point E de la terre voit finir l'éclipse par le contact des deux bords du soleil & de la lune , lorsque le centre de la lune est en C , & que le point D voit l'éclipse centrale au même instant, les points de la terre situés entre E & D , voient l'éclipse de différente grandeur; ainsi le point F de la terre , qui voit le centre du soleil sur la parallele FH , voit la distance apparente de la lune C au soleil H sous un angle CFH ; si vous supposez que la ligne CH , prise sur l'orbite lunaire $LCHAM$, soit plus petite de

6 doigts ; ou de la moitié du diamètre apparent du soleil , que la distance CA , le point F de la terre verra le bord de la lune sur le centre du soleil : en effet , le point F voit le centre du soleil en H & celui de la lune en C ; si CH est précisément égale au demi-diamètre de la lune , le bord de la lune tombera en H , c'est-à-dire , sur le centre même du soleil , & l'éclipse sera de six doigts pour le point F de la terre , parce que CH est plus petite de six doigts que la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune. De même si CH est plus petite que cette somme , & cela de 2 doigts seulement , ou d'une sixième partie du diamètre solaire , la lune anticipera ou mordra sur le soleil de 2 doigts seulement , & l'éclipse ne fera que de la même quantité.

1414. Ainsi pour trouver le point F de la terre où l'éclipse doit paroître de 1 , 2 , 3 doigts , il faut faire l'opération suivante : 1°. prendre LA égale à la parallaxe horison-tale de la lune ; 2°. prendre AC égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune ; 3°. prendre CH égale à 1 , 2 , 3 doigts , &c. ; 4°. abaisser une perpendiculaire HF sur la terre , (c'est-à-dire , sur le plan du cercle de la terre qui est perpendiculaire à la ligne des centres) , & l'on aura le point de la terre où l'éclipse doit paroître de 1 , 2 ou 3 doigts , la lune étant en C .

1415. J'ai supposé jusqu'ici que l'orbite LB de la lune passoit par la ligne des centres SLT , & que la lune en conjonction n'avoit aucune latitude ; voyons ce qui arrivera dans les cas où la lune en conjonction aura une latitude. Il faut considérer d'abord que tout ce que je viens de dire du point M , doit s'entendre également de tout autre point qui seroit à la même distance du point T & du point L ; supposons que la ligne LM (égale à la parallaxe de la lune , plus la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune) , tourne autour du point L , & décrive un cercle dont le plan soit perpendiculaire à LT , en sorte que tous les points de ce cercle soient à égales distances du point T ; c'est le plan du *Cercle de projection* (1447) , & nous allons le considérer seul dans la suite du discours , en y rapportant tout ce que nous venons de dire sur la *Figure 104*. Il est évident

Cercle de
projection.

que les différens points du cercle placé dans la région de la lune & décrit sur LA , répondent aux différens points de la circonférence de la terre, comme le point A répond au point E de la terre (1446).

Cercle de
projection.

Fig. 103.

1416. Sur le rayon LB , (*Fig. 103.*), le même que LM de la *Fig. 104*, décrivons un cercle BCD sur le plan de projection; décrivons aussi un autre cercle $AEFR$, dont le rayon LA soit égal à la parallaxe de la lune, (dont on retranchera 9" pour plus d'exactitude, art. 1407); lorsque la lune approchera assez de la conjonction pour que son centre vienne à se trouver sur quelque point K de la circonférence BCD , l'éclipse commencera pour quelque point de la surface de la terre (1411).

1417. De même, lorsque le centre de la lune fera sur quelque point V de la circonférence AVE du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre sur le centre du soleil, & l'éclipse commencera d'être centrale pour quelque point de la surface de la terre, c'est-à-dire, pour celui qui se trouvera directement sous le point V , ou dont la projection est en V .

1418. L'ÉCLIPSE GÉNÉRALE de soleil est celle que l'on calcule pour la terre en général, sans examiner à quel pays elle se rapporte; c'est par où nous commençons, à l'exemple de Kepler, (*Epit. pag. 873*), avant de chercher les circonstances d'une éclipse de soleil pour un lieu déterminé de la terre. Au moment où la distance LK du centre de la projection au centre de la lune est égale à la somme des trois demi-diamètres du soleil, de la lune, & de la projection, l'éclipse de soleil commence pour un point de la terre qui répond perpendiculairement au point I (1410), dont la projection est en I ; c'est le commencement de l'éclipse générale; de même, lorsque la lune est parvenue au point G de son orbite, assez éloigné pour que la distance LG soit égale aux trois demi-diamètres, le bord de la lune quitte le bord du soleil pour le dernier de tous les pays de la terre où il peut y avoir eu éclipse, c'est la fin de l'éclipse générale: la perpendiculaire LM abaissée sur l'orbite, marque le milieu de l'éclipse générale.

1419. Pour connoître le temps du milieu de l'éclipse générale, on suivra la même méthode que pour le milieu d'une éclipse de lune (1384). Dans le triangle LMH rectangle en M , on connoît l'angle HLM égal à l'inclinaison de l'orbite relative (1373), & l'hypothénuse HL égale à la latitude de la lune, on multipliera le sinus de l'angle MLH par le côté LH , & l'on aura le côté HM ; on le convertira en temps à raison du mouvement horaire de la lune, & l'on aura l'intervalle entre la conjonction & le milieu de l'éclipse; cet intervalle se retranchera du moment de la conjonction, si la latitude de la lune est croissante, c'est-à-dire, si la lune a passé son nœud; mais il s'ajoutera au temps de la conjonction, si la lune va en se rapprochant de son nœud; on aura le temps du milieu de l'éclipse générale.

Milieu de l'éclipse générale.

1420. Le cercle de projection AER représente le disque de la terre, ou l'image de l'hémisphère éclairé de la terre transporté dans la lune; la ligne VX est la portion de l'orbite lunaire qui sera décrite pendant la durée de l'éclipse totale, comme la ligne KG est la portion d'orbite qui sera décrite depuis le premier moment où la pénombre touchera le disque de la terre en quelque point I , c'est-à-dire, où quelque point de la terre verra le soleil éclipse jusqu'au dernier instant où la pénombre abandonnera la terre au point F , le centre de la lune étant alors en G : ainsi la longueur KG de l'orbite lunaire comprise entre les points K & G , nous fera connoître la durée de l'éclipse; comme le milieu M de la ligne KG nous fera trouver le temps du milieu de l'éclipse générale: la ligne KG est coupée en deux parties égales par la perpendiculaire CM , parce que les côtés LK & LG sont égaux; il en est de même de la corde VX ; ainsi le point M indique le milieu de l'éclipse générale, dont la durée est exprimée par KG , & le milieu de l'éclipse centrale représentée par VX .

Durée de l'éclipse générale.

EXEMPLE. Dans l'éclipse du 1^r. Avril 1764; le temps vrai de la conjonction indiqué par les Tables est $10^h 32' 7''$ du matin à Paris, la latitude pour ce temps-là $40' 4''$, l'inclinaison relative $5^{\circ} 43' 40''$, le mouvement horaire composé $27' 10''$; on fera ces deux proportions, $R : 40' 4'' ::$

SS ff iij

fin. $5^{\circ} 43' 40'' : 4' 0''$, valeur de LM , & $27' 10'' : 60' 0'' : 4' 0'' : 8' 50''$; on retranchera ces $8' 50''$ de l'heure de la conjonction, parce que la latitude de la lune alloit en augmentant, & l'on aura $10^h 23' 17''$ pour le milieu de l'éclipse générale au méridien de Paris.

Le même triangle HLM fera trouver la perpendiculaire LM par le moyen de cette analogie, $R : \cos. 5^{\circ} 43' 40'' :: 40' 4'' : 39' 52''$; c'est la plus courte distance de la lune au centre de la projection dans le temps du milieu de l'éclipse; cette perpendiculaire LM de $39' 52''$ nous servira dans la suite de ce calcul, (1421 & 1422).

Commencement
& fin de l'éclipse
générale.

1421. Le commencement de l'éclipse générale compté au méridien de Paris, se trouve de la même manière que le commencement d'une éclipse de lune (1390); dans le triangle LKM rectangle en M , on connoît la perpendiculaire LM (1420) & l'hypothénuse LK égale à la somme des trois demi-diamètres du soleil, de la lune & de la projection; on cherchera le côté MK , on le convertira en temps (1420), & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipse en M , donnera le temps du commencement de l'éclipse générale en K ; étant ajouté il donnera la fin de l'éclipse en G .

Logarithme
constant.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, le côté LM est de $39' 52''$, la somme des demi-diamètres de la projection & la pénombre, c'est-à-dire, de la parallaxe de la lune & des demi-diamètres du soleil & de la lune, est de $1^{\circ} 24' 58''$; on en fera la somme & la différence; on ajoutera leurs logarithmes, on en prendra la moitié, & l'on y ajoutera le logarithme constant $0,344115$, (qui est la différence entre le logarithme du mouvement horaire & celui de 1^h ou $3600''$), on trouvera le logarithme de $9948''$ en $2^h 45' 48''$; ainsi le commencement de l'éclipse générale sera $7^h 37' 29''$ du matin, & la fin à $1^h 9' 5''$ après-midi.

Commencement
& fin de l'éclipse
centrale.

1422. Le commencement de l'éclipse centrale arrive lorsque la lune est au point V , où son orbite coupe le cercle de projection; car alors le centre de la lune, le centre du soleil & le bord de la terre sont sur une même ligne, & le point de la terre dont la projection est en V , voit le centre de la lune sur le centre du soleil.

Dans le triangle LMV , rectangle en M , on connoît la perpendiculaire LM (1420) & la ligne LV qui est le rayon de la projection, on cherchera le côté MV , on le convertira en temps, c'est-à-dire, on cherchera le temps que la lune emploie à parcourir VM , & ce temps étant ôté de celui du milieu de l'éclipse, on aura le temps qu'il doit être à Paris quand l'éclipse commencera d'être centrale pour quelque point V de la terre.

EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, on a $LV = 53' 59'' = 3239''$; $LM = 39' 52'' = 2392''$, on trouvera $MV = 36' 24''$, qui réduit en temps donne $1^h 20' 24''$; cette demi-durée étant ôtée du milieu de l'éclipse $10^h 23' 17''$, donnera le commencement de l'éclipse centrale $9^h 2' 53''$, & ajoutée au milieu de l'éclipse donnera la fin $11^h 43' 41''$.

1423. Les calculs que nous venons de faire pour l'éclipse générale, peuvent s'exécuter graphiquement comme ceux des éclipses de lune (1398); car aussi-tôt qu'on aura fait une grande figure dont le rayon LB soit égal à la parallaxe horisontale, c'est-à-dire, divisé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe, la ligne LH égale à la latitude de la lune, & l'angle MLH égal à l'inclinaison apparente de l'orbite lunaire; on prendra sur la même échelle une quantité égale au mouvement horaire de la lune sur son orbite apparente, que l'on portera de H en N ; on marquera en H l'heure & la minute de la conjonction, & en N une heure de moins, on divisera par ce moyen l'orbite GK en heures & minutes, & l'on verra à quelle heure la lune s'est trouvée en K , en V , en M , en X & en G .

Opération
graphique.

1424. Il s'agit actuellement de connoître quels sont les différens pays de la terre qui sont en V , en X , au moment où la lune y arrive, c'est-à-dire, leurs longitudes & leurs latitudes; Bouillaud les trouvoit par le moyen des Tables du Nonagésime; je donnerai une méthode pour en faire le calcul par la Trigonométrie (1540), mais il faut indiquer ici la manière de le faire avec un globe. M. de la Caille a donné dans ses Leçons d'Astronomie une méthode pour y parvenir avec la règle & le compas (page 401.), en décrivant des ellipses.

Je ne conseillerois pas aux Astronomes de faire ces calculs par la Trigonométrie, si ce n'est dans des cas extraordinaires, & pour des observations importantes ; le temps qu'exigent ces calculs rigoureux, est bien mieux employé à calculer des observations déjà faites, pour en tirer des conséquences, qu'à annoncer avec une précision si scrupuleuse celles qui doivent arriver.

Machines pour
les éclipses.

I 4 2 5. M. de l'Isle m'a fait voir parmi ses Manuscrits la description & les plans d'une machine de son invention, propre à faire trouver facilement & sans calcul les circonstances d'une éclipse de soleil. M. de Fouchy avoit exécuté, il y a plusieurs années, une machine composée d'un globe & de différentes pièces pour le même usage. M. Segner, de Gottingen, en a décrit une dans les Transactions Philosophiques, (*Année 1741, n^o. 461.*). Enfin, dans le Livre de M. Fergussou, intitulé, *Astronomy explained*, 1757, *Pl. XIII. pag. 280*, on trouve aussi la description d'une machine pour les éclipses, qu'il appelle *Eclipsareon*, avec laquelle il trouve le temps, la quantité, le progrès, les circonstances & la durée d'une éclipse de soleil pour tous les pays de la terre : l'Auteur qui de la campagne est venu au sein de la ville de Londres exercer un talent naturel qu'il avoit pour la Méchanique & pour l'Astronomie, s'est distingué par plusieurs Ouvrages du même genre.

I 4 2 6. Le procédé que je vais indiquer, ne suppose aucun appareil qu'une pièce de bois, représentée en *GVAE* (*Fig. 105.*), dont la largeur *VA* soit égale au diamètre du globe dont on se sert, & la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus.

Je suppose un globe qui ait au moins 8 pouces de diamètre, représenté par le cercle *OE* (*Fig. 105.*) ; le rayon de ce globe doit représenter le rayon de la terre ; ainsi *LA* doit être pris pour la parallaxe de la lune, comme dans la *Figure 104.* c'est-à-dire, qu'il faut le supposer, par exemple, de 54', parce que la parallaxe de la lune dans l'éclipse de soleil de 1764 sera de 54'.

I 4 2 7. Comme l'on n'est pas maître de changer le diamètre de son globe dans toutes les éclipses de soleil, il
faudra

il faudra calculer les différentes parties de la figure, c'est-à-dire, le mouvement horaire de la lune & les diamètres du soleil & de la lune, suivant les différentes éclipses, en les réduisant à cette échelle; ainsi la parallaxe actuelle, par exemple, $54'$, est à 4 pouces, ou 48 lignes, comme $31'$, somme des demi-diamètres, sont à 27 lignes $\frac{1}{2}$, qu'on portera sur la traverse LA , qui doit représenter l'orbite de la lune.

1428. On évitera même ces règles de trois en se servant d'une échelle composée de plusieurs lignes parallèles, & divisées en 60 parties par des transversales, telle qu'on la trouvera décrite ci-après (1472), & qu'on la voit dans la Figure 117, la ligne marquée 60 étant supposée égale au rayon du globe dont on se sert; mais si la parallaxe est de $54'$, on aura une échelle plus longue que le rayon du globe, dans le rapport de 60 à 54; ce sera sur cette échelle qu'on prendra les minutes du mouvement horaire & des demi-diamètres du soleil & de la lune, pour que le nombre de minutes soit plus petit.

1429. La ligne BLD , (Fig. 103.), représente une portion de l'écliptique; on y ajoutera une ligne OLQ pour représenter une portion de l'équateur; en faisant l'angle ALO égal à l'angle de position, ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien (1457); le point O sera au-dessous de A dans les signes descendans, c'est-à-dire, depuis le 21 de Juin jusqu'au 21 de Décembre. La somme de l'angle ALO & de l'inclinaison de l'orbite, ou leur différence suivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire LM avec le méridien universel, qui est le même que l'angle de l'orbite apparente avec l'équateur; on prendra sur la figure avec un compas les arcs OV , QX , & l'on marquera un pareil nombre de degrés sur l'horison du globe, à compter depuis les points d'orient & d'occident, c'est-à-dire, depuis les intersections de l'équateur & de l'horison du globe.

On élèvera le pole du globe sur son horison de la quantité de la déclinaison boréale du soleil, on l'abaissera si la déclinaison est méridionale: on placera le support $GVAE$, (Fig. 105.), de maniere qu'un bord de la traverse supé-

Usage du globe pour le calcul des éclipses.

Fig. 103.

Maniere de placer le globe.

Fig. 105.

rieure VA réponde perpendiculairement au-dessus des deux points marqués sur l'horison du globe; dans cet état, cette traverse VA représentera l'orbite de la lune.

Fig. 103.

Il faut prendre encore sur la *Figure* 103 les temps de l'orbite lunaire qui répondent en V & en X , on les écrira sur le support TS , que je suppose couvert d'une petite bande de papier collé, & l'on aura un intervalle AV , qu'on divisera en minutes de temps, comme l'on a divisé l'orbite VX de la lune (1423), ou bien l'on se servira du mouvement horaire, & l'on marquera seulement le temps du milieu de l'éclipse sur le milieu L du support.

Il ne s'agira plus que de placer le globe sur l'heure qui lui convient; ainsi dans l'éclipse de 1764, la lune devant être en A à $9^h 3'$, on tournera le globe de maniere que Paris soit en C , c'est-à-dire, de $2^h 57'$ à l'occident du méridien universel MP , dans lequel le soleil est supposé fixe, tandis que tous les pays de la terre passent successivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient, (1441).

1430. Le globe terrestre étant ainsi disposé pour l'heure de Paris, il est aussi placé pour tous les autres pays, & la lune étant supposée en A , le point de la terre qui répond perpendiculairement sous la lune, est celui où l'éclipse paroît centrale dans ce même moment (1412); on n'a donc qu'à abaisser un à-plomb du point A , si l'horison du globe est bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au-dessus du point A , & l'on verra répondre sur le globe le point de la terre que l'on cherchoit, dont on marquera la longitude & la latitude.

1431. Au point A l'on placera le centre d'un cercle dont le rayon AD soit égal à la somme des diamètres du soleil & de la lune; on pourra faire un cercle de carton, qu'on placera parallèlement à l'horison du globe, son centre étant en A ; ou bien on fera circuler un compas dont une pointe soit en A ; on remarquera tous les points du globe qui se trouveront répondre perpendiculairement sous la circonférence de ce cercle, ce sont ceux qui verront les bords du soleil & de la lune se toucher au même instant,

c'est-à-dire , qui verront le commencement de l'éclipse.

1432. On fera un autre cercle dont le rayon soit plus petit que le précédent , d'un quart du diamètre du soleil , c'est-à-dire , de 3 doigts , (ce sera 8' en 1764) , ou bien on échanvrera de la même quantité une portion du même cercle qui a servi pour la première phase , comme dans la *Figure* 106 ; ou bien on diminuera seulement l'ouverture du compas dont on s'est servi dans l'opération précédente ; alors la circonférence du cercle , ainsi diminuée de 3 doigts , ou l'ouverture du compas , promenée tout autour du point *A* (*Fig.* 105.) , indiquera sur le globe , par le moyen de *Fig.* 105. l'à-plomb , tous les points de la terre où le soleil est éclipse de 3 doigts seulement ; on en comprendra la raison en réfléchissant sur les articles 1413 & 1414.

1433. On pourra faire de même d'autres cercles pour l'éclipse de 2 , 3 , 4 , 5 doigts , &c. en diminuant de 2 , 3 , 4 , 5 doigts , &c. le rayon du cercle de la *pénombre* , c'est-à-dire , du cercle dont le rayon étoit égal à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune ; on pourra échanvrer un seul cercle dont la circonférence soit divisée en 12 parties , & le rayon de même en 12 parties , & dont les 12 secteurs aillent en diminuant comme le limaçon d'une montre à répétition , chacun étant plus petit que le précédent , d'un doigt ou d'une douzième partie du diamètre solaire , pris sur la même échelle que la parallaxe horizontale & le mouvement horaire (1428) ; en promenant un à-plomb sur les circonférences de ces cercles , il marquera sur le globe les pays qui pour cet instant-là auront l'éclipse d'un doigt , ou de 2 , &c.

Si l'on place en *L* , sur le milieu de la traverse *AV* , le centre de ces cercles , & qu'on fasse la même opération , après avoir placé la rosette *P* du globe sur $10^h 23'$, qui est l'heure du milieu de l'éclipse générale , on trouvera tous les pays qui à $10^h 23'$ ont l'éclipse d'un doigt , de deux , &c. C'est ainsi qu'on peut tracer sur un globe , ou sur un carte géographique , la figure de tous les points qui auront une éclipse centrale , ou qui auront l'éclipse d'un doigt , de deux , &c. On en trouvera le calcul trigonométrique avec un exemple à l'article 1540.

Méthode pour déterminer les phases d'une éclipse de Soleil par le moyen des projections.

1434. LA méthode que je viens d'expliquer pour trouver, par le moyen d'un globe, les pays de la terre qui doivent voir une éclipse de soleil, ne seroit pas assez exacte pour trouver, à une ou deux minutes près, le commencement & la fin de l'éclipse en un lieu quelconque, à moins qu'on n'eût un globe très-grand & très-parfait; mais nous y parviendrons aisément au moyen d'une figure de projection & d'une ellipse tracée avec soin; l'opération sera plus exacte, & aussi simple que celle du globe. Avant d'en donner les règles, je vais tâcher d'en faire comprendre la théorie en expliquant avec soin les principes de la projection orthographique, dont j'ai déjà fait quelque usage, (art. 1409 & suiv.), mais dont je vais expliquer ici tous les principes & toutes les circonstances.

M. Cassini fut celui qui donna le premier une méthode commode pour les projections des éclipses: il publia cette nouvelle méthode en Italien à Bologne en 1663, & il la donna à l'Académie en 1700, avec de nouvelles perfectiones, (*Hist. Acad. 1700. pag. 103.*).

Projection en général.

Projection orthographique.

1435. Projeter une figure, c'est la rapporter à un autre plan par des lignes tirées de chaque point de la figure à chaque point du plan. On distingue plusieurs sortes de projections, mais la plus simple de toutes est la projection *orthographique**, formée par des lignes perpendiculaires au plan de projection; c'est celle dont on se sert avec un très-grand avantage pour les éclipses sujettes aux parallaxes. Soit une ligne *AB*, (*Fig. 107.*), & un plan quelconque *PL*, différent de cette ligne; si des extrémités *A* & *B* de la ligne donnée on abaisse sur le plan des perpendiculaires *Aa*, *Bb*, l'espace *ab* qu'elles occuperont sur le plan *PL*, fera la projection orthographique de la ligne *AB*, & le plan *AL* sur lequel on a abaissé ces perpendiculaires, s'appellera le *plan de projection*.

* *Ορθός*, *reclus*, parce que cette projection se fait par des angles droits.

1436. Si les lignes Aa , Bb , au lieu d'être parallèles & perpendiculaires au plan de projection, avoient pour origine un point commun, il en résulteroit sur le plan PL une autre figure, une autre sorte de projection; nous ferons usage, par exemple, de la projection *stéréographique* * dans le XI^e. Livre, à l'occasion de la Mappemonde qui servira pour le passage de Vénus; mais nous n'avons besoin ici que de la projection orthographique.

1437. LA PROJECTION orthographique d'une ligne AB faite sur un plan de projection PL par les perpendiculaires Aa , Bb est le cosinus de son inclinaison. Ayant tiré AC parallèle à PL l'angle BAC est égal à l'inclinaison de la ligne AB sur le plan de projection PL , & $AC = ab$ est la projection de la ligne AB ; or $AB : AC :: R : \cos. BAC$. Ainsi le rayon est au cosinus de l'inclinaison, comme la ligne AB est à sa projection AC . Donc si l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que la projection d'une ligne est égale à cette ligne multipliée par le cosinus de son inclinaison sur le plan de projection.

Projection d'une ligne.

Fig. 107.

1438. LA PROJECTION d'un arc est égale à son sinus. Si la circonférence DFH (Fig. 108), du demi-cercle dont on demande la projection est dans un plan perpendiculaire au plan de projection, toutes les lignes perpendiculaires FC abaissées de chaque point F de la circonférence sur le rayon CH , seront perpendiculaires au plan & marqueront les projections des points F , le point K fera la projection du point I ; ainsi la ligne CK fera la projection de l'arc FI ; mais si C est le centre du cercle, CK égale à IL est le sinus de l'arc FI : ainsi les sinus des arcs FI feront comme les projections de ces arcs; si l'on prend l'origine de ces arcs depuis le point F qui répond perpendiculairement au centre C . Cette proposition fera d'un grand usage dans le calcul des éclipses (1453).

Projection d'un arc.

Fig. 108.

1439. LA PROJECTION d'un cercle incliné est toujours une ellipse. Soit DFH (Fig. 108), le cercle dont on cherche la projection, DH celui de ses diamètres qui est dans

Projection d'un cercle.

Fig. 108.

* *Στερεός, solidus*, parce que c'est la projection employée pour représenter le globe qui est un corps solide.

le plan même de projection, ou parallèle à ce plan; si l'on incline ce demi-cercle en le faisant tourner autour du diamètre DH , de manière que toutes les lignes IK fassent avec le plan de projection un angle quelconque, toutes ces lignes auront pour projections des lignes KG qui seront égales chacune à la ligne IK multipliée par le cosinus de l'angle d'inclinaison (1437), en sorte que KG sera partout à IK comme le sinus de l'angle d'inclinaison est au rayon; or, telle est la propriété d'une ellipse, que toutes ses ordonnées KG soient aux ordonnées IK d'un cercle de même diamètre dans un rapport constant; donc les lignes KG formeront une ellipse; donc enfin la projection d'un demi-cercle DFH fera la circonférence d'une ellipse DGH , dont le grand axe DH est le même que celui du demi-cercle; & le petit axe plus petit en raison du cosinus de l'inclinaison. Il en seroit absolument de même quand le diamètre DH du cercle projeté seroit à une certaine distance au-dessous du plan de projection.

Le cercle paroît en forme d'ellipse.

Fig. 109.

Fig. 110.

I 440. On sçait qu'une ligne AB (Fig. 109), vûe obliquement du point O paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire $AC = AB \sin. ABC$; ainsi dans un cercle CAD (Fig. 110), vû obliquement toutes les ordonnées AB, EF paroissant plus petites dans le même rapport, le cercle paroît une ellipse CGD . Cette proposition revient au même que la précédente; mais il est nécessaire de s'accoutumer à comprendre que le cercle vû obliquement, paroît en forme d'ellipse.

Fig. 111.

Méridien universiel.

I 441. Les principales lignes de la projection sont représentées dans la (Fig. 111), ST est la ligne menée du centre du soleil au centre de la terre, que nous appellons simplement la ligne des centres; IL un plan qui passe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres. Ce plan forme le cercle d'illumination, & sépare la partie éclairée IDL de la partie obscure LVI , PO l'axe de la terre, EQ le diamètre de l'équateur, $PELOQIP$ le méridien universel, c'est-à-dire, celui qui passe continuellement par le soleil, & que les différens Pays de la terre atteignent successivement par la rotation diurne de notre

Globe ; ED est la déclinaison du soleil ou sa distance à l'équateur ; l'arc PI est l'élevation du pôle au-dessus du plan de projection ; cette hauteur est égale à la déclinaison du soleil, car si des angles droits ou quarts de cercle PE & DI on ôte la partie commune PD , on aura $PI=DE$ qui est la distance du soleil à l'équateur E , ou sa déclinaison.

Elevation de l'axe & du pôle.

1442. Ayant pris les arcs EG & QF égaux à la latitude d'un lieu de la terre tel que Paris, la ligne GH perpendiculaire à l'axe PO , & qui est le cosinus de la latitude EG , fera le rayon du parallèle de Paris ou du cercle que Paris décrit chaque jour par la rotation diurne de la terre. Des points G, F & H , qui sont les extrémités & le centre du parallèle de Paris, nous abaisserons des perpendiculaires GM, FR, HN ; les points M, R, N où ces perpendiculaires rencontreront le cercle de projection IL , seront les projections des extrémités & du centre du parallèle.

1443. Ainsi la distance TM du centre T de la projection au bord intérieur M de la projection du parallèle de Paris, est égale au sinus de l'arc GD ou de la différence entre EG qui est la latitude de Paris, & DE qui est la déclinaison du soleil ; la distance TR du centre T de la projection à l'extrémité la plus éloignée R du parallèle de Paris, est égale au sinus de l'arc VF ; cet arc VF est égal à la somme des arcs VQ & QF dont l'un est égal à la déclinaison du soleil, & l'autre à la latitude de Paris, ainsi la distance du centre de la projection au sommet du parallèle est égale au sinus de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison du soleil.

A l'égard de la projection du pôle P on la trouveroit en abaissant une perpendiculaire du point P sur la ligne TI ; elle marqueroit un point éloigné du centre C d'une quantité égale à TP cof. PTI ou TP cof. déclin. \odot (1437).

Distance du centre de l'ellipse.

1444. La distance TN ou l'espace de la projection compris entre le centre T de la projection, & le centre N du parallèle est égal à TH . cof. HTN ; mais TH est le sinus de la latitude de Paris, HTN est égal à PI & à DE , c'est-à-dire, à la déclinaison du soleil ; donc TN est égale au produit du sinus de la latitude du lieu donné par le cosinus de

Fig. III.

la déclinaison du soleil pour le moment donné, en prenant pour rayon le rayon même de la projection (1475).

I 445. Le point D de la terre est celui qui a le soleil au zénith, un autre point quelconque E qui en est éloigné de la quantité DE , a donc le soleil éloigné de son zénith de la même quantité DE ; de-là il suit qu'une ligne TA étant prise sur la projection & étant convertie en arc pour avoir DE , elle donnera la distance du soleil au zénith ou le cosinus de sa hauteur pour le lieu de la terre qui est projeté au point A , & la ligne TA sinus de l'arc DE en est la projection. Nous ferons usage plusieurs fois de cette proposition, & en particulier à l'article 1546.

Expression de
la parallaxe de
hauteur.

I 446. Il suit aussi de-là que TA exprime la parallaxe de hauteur pour le lieu de la terre qui est projeté en A , car TL qui est la parallaxe horizontale, est encore le sinus total; donc TA qui est le cosinus de la hauteur fera aussi la parallaxe de hauteur, (qui est toujours $= p. \cos. h$); donc en général *la distance d'un Pays de la terre au centre de la projection, est égale à la parallaxe de hauteur*; le rayon de la projection étant pris pour la parallaxe horizontale. Il faut seulement considérer que c'est la parallaxe qui convient à la hauteur du soleil & non pas celle qui conviendrait à la hauteur de la lune, parce que les différens points de la projection sont ceux auxquels on rapporte le soleil vû des différens points de la terre; mais on néglige dans la méthode des projections la petite différence qu'il y a entre la hauteur du soleil & celle de la lune.

I 447. Le parallele de Paris ou le cercle dont H est le centre, & GF le diamètre, étant rapporté ou projeté sur le plan ITL y devient une ellipse (1439), & c'est cette ellipse qu'il est nécessaire de décrire sur le papier, pour y rapporter les phases de l'éclipse; mais auparavant je dois faire observer que l'on peut transporter dans la région de la lune le plan de projection ITL , & que l'ellipse y sera parfaitement la même que sur le plan ITL qui passe par le centre de la terre, puisqu'elle sera comprise entre des lignes paralleles à TDS , & qui s'étendent jusqu'à la lune.

Soit

Soit NO (*Fig. 113*), le diamètre de la terre perpendiculaire au rayon du soleil, ou le diamètre du cercle terminateur de la lumière & de l'ombre, OAN l'hémisphère éclairé, OVN l'hémisphère obscur de la terre, OK & NM deux lignes dirigées vers le soleil, & que je suppose d'abord parallèles entr'elles puisqu'elles en diffèrent très-peu (1406), XY un plan perpendiculaire à la ligne des centres & aux rayons du soleil, que j'appellerai *plan de projection*; MGK un cercle décrit sur ce plan & qui soit parallèle & égal au cercle terminateur; c'est ce cercle MK que j'appellerai *cercle de projection* (1415), parce qu'il est véritablement la projection orthographique (1435) du disque de la terre dans la région de l'orbite lunaire.

Plan de projection dans la Lune.

Fig. 113.

1448. Nous choisissons pour plan de projection celui qui est dans la région de l'orbite lunaire & qui passe à la distance de la lune, quoiqu'on pût choisir d'autres plans qui passeroient ou par le soleil ou par la terre; mais celui qui passe par la lune est le plus commode, parce que le mouvement de la lune y est tel que nous l'observons réellement de la terre, & que la terre même y paroît d'une grandeur donnée par les Tables, qui est la parallaxe horizontale de la lune, au lieu qu'en employant un autre plan de projection il faudroit y réduire le mouvement de la lune, son diamètre, sa latitude, ce qui augmenteroit le calcul.

Raisons de préférence.

Soit PCR l'axe de la terre, élevé au-dessus du cercle d'illumination ou du cercle terminateur (1447) de la quantité PCN égale à la déclinaison du soleil (1441). Soit $ABDE$ le cercle ou parallèle diurne que décrit par le mouvement de rotation un point de la terre tel que Paris; AF , DG des lignes parallèles aux rayons du soleil, & que nous supposerons aussi exactement parallèles entr'elles, puisque la différence est insensible (1406). Ces lignes forment un cylindre oblique dont la base est un cercle; mais dont toutes les Sections perpendiculaires à l'axe sont des ellipses, puisqu'elles sont la projection d'un cercle vû obliquement (1440).

La projection de la terre entière fera un cercle MK parallèle & égal au cercle terminateur, comme nous l'avons

déjà dit ; mais le parallèle de Paris ou le cercle $ABDE$ n'étant point parallèle au plan de projection XY ; il ne peut s'y projeter que sous une forme elliptique (1439). C'est cette ellipse que nous allons décrire ; elle est la même sur le plan de projection XY que sur le plan qui passeroit par NO , c'est-à-dire, le plan du cercle d'illumination, puisque ces deux ellipses sont renfermées entre des lignes parallèles FA , GD ; ainsi tout ce que j'ai dit à l'occasion de la *Figure* 111 (1443), aura lieu pour l'ellipse que nous allons décrire sur le cercle de projection qui passe dans l'orbite lunaire.

1449. Le cercle de projection dont nous avons donné la formation & la mesure, est encore représenté séparément dans la *Fig.* 120 ; C est le centre de la projection, c'est-à-dire, le point où seroit la lune au moment de la conjonction, si l'éclipse étoit centrale pour le centre de la terre. CE est le demi-diamètre apparent de la projection, vû de la terre, égal à la différence des parallaxes horizontales de la lune & du soleil ; KMG est l'orbite de la lune qui traverse le cercle de projection, CM la perpendiculaire abaissée sur l'orbite de la lune qui marque le milieu du passage de la lune au travers du cercle de projection, ou le milieu de l'éclipse générale (1419), P la projection du pôle de la terre, (1443), DPC le *méridien universel* ou celui qui passe constamment par le soleil, tandis que les différens Pays de la terre s'approchent de ce méridien pour avoir le midi successivement les uns après les autres, en allant d'occident vers l'orient, ou de droite à gauche.

Dans les opérations suivantes, il ne faut pas oublier que la distance de la lune au point de la projection qui représente un lieu de la terre, marque la distance apparente des centres du soleil & de la lune pour ce lieu-là. Je suppose un point A de la terre (*Fig.* 113), projeté en F par un rayon AF , en sorte que FH est sa distance au centre de la projection ; le même lieu A de la terre voit le soleil sur la ligne AF (1408) ; si le centre de la lune répond alors au point L de la projection, l'Observateur situé en A verra la lune éloignée du soleil de la quantité FL ; ainsi la distance

Fig. 113.

apparente sur le plan de projection entre la lune LO & le point F qui répond au point A de la terre, fera FL ; il faut bien concevoir que le point F étant la projection du lieu A de la terre, c'est au point F de la projection que l'on rapporte le soleil quand on l'observe du point A ; ainsi l'on peut indifféremment dire qu'un point F de la projection marque le lieu A de la terre, par exemple, la situation de Paris, ou qu'il marque le lieu du soleil vû de Paris.

1450. Au moyen des propositions démontrées dans les articles 1441 & suiv. il est aisé de tracer l'ellipse de projection pour un lieu & pour un jour donné. Soit AXB (Fig. 112) le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui est perpendiculaire au rayon du soleil ou à la ligne des centres, en sorte qu'il faut supposer le soleil au-dessus de la Figure, répondant perpendiculairement au-dessus du centre C de la terre. $XPDC$ est un diamètre du méridien universel dans lequel on suppose le soleil immobile; AB est un diamètre de l'équateur, perpendiculaire au méridien universel; P est la projection du pôle, c'est-à-dire, le point du plan de projection sur lequel le pôle répond perpendiculairement (1443); on prendra les arcs BL & AK égaux à la latitude du lieu; KM, KN, LR, LV , égaux à la déclinaison du soleil; c'est-à-dire, CE égale au sinus de la somme de la latitude du lieu & de la déclinaison de l'astre, & la ligne CF égale au sinus de la différence des mêmes arcs, les points E & F feront les extrémités de la projection du parallèle (1443); ainsi l'ellipse du parallèle aura EF pour demi-petit axe, & divisant EF en deux parties égales au point G , ce sera le centre de l'ellipse, car le centre doit être nécessairement à égale distance des deux extrémités E, F , du petit axe.

Fig. 112.

Pour avoir le petit axe.

1451. Pour trouver le grand axe de l'ellipse qui est le diamètre même du parallèle, ayant pris déjà les arcs AK & BL égaux à la latitude de Paris ou du lieu pour lequel on veut dresser la projection; la ligne droite KL fera le diamètre du parallèle; car on a vû (1442) que le demi-diamètre du parallèle ou le demi-axe de l'ellipse, n'est autre chose que le cosinus de la latitude du lieu.

Pour le grand axe.

V Vu ij

1452. Mais la corde KL ne sert qu'à trouver la longueur du diamètre du parallèle, elle ne marque pas sa situation; car le cercle AXB n'est pas un méridien sur lequel on puisse compter les latitudes; mais seulement un cercle qui lui est égal, parce que tous les cercles sont égaux dans un même Globe.

On a vû (1450), que pour avoir le centre G de l'ellipse qui est la projection du parallèle, il suffit de partager en deux portions égales la distance FE qui en marque les deux extrémités, l'on tirera ensuite par le centre G une ligne SGX parallèle & égale à KL , c'est le diamètre du parallèle de Paris, où le grand axe de l'ellipse qu'il s'agit de décrire.

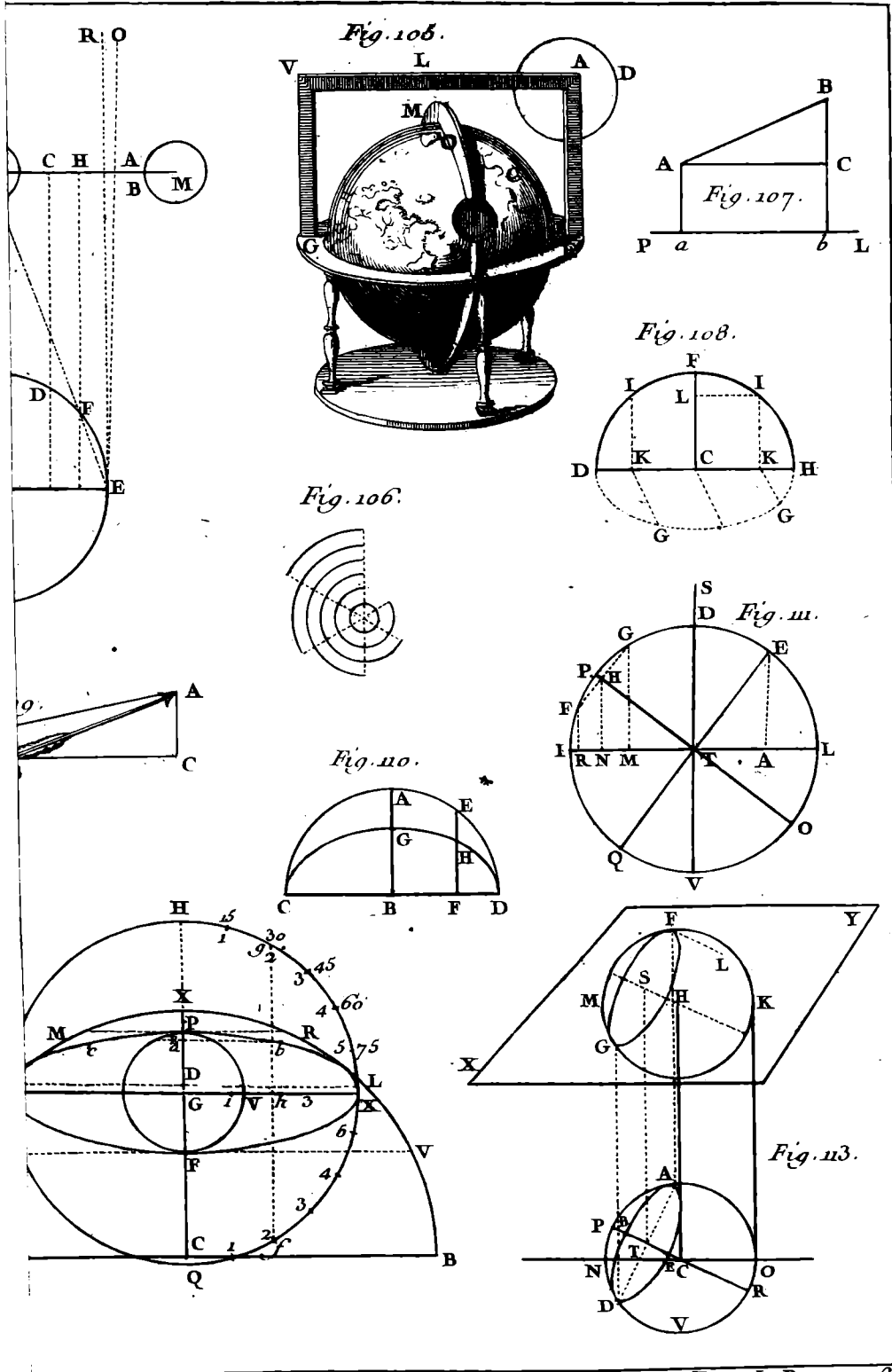
Règles pour décrire l'ellipse.

1453. Connoissant le grand axe SX & le petit axe EGF de l'ellipse que nous cherchons, il sera aisé de la décrire, c'est-à-dire, d'en trouver tous les points d'heure en heure. Le cercle HLQ , qui est le parallèle de Paris, étant divisé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, &c. on sera sûr que chaque point g du parallèle paroîtra sur la perpendiculaire au grand axe SX , telle que gf tirée par chaque point de division; car quelle que soit l'inclinaison du cercle HXQ , & l'obliquité sous laquelle il sera vû, le point g de sa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point h du grand axe, & l'abscisse Gh de l'ellipse sera le sinus même de l'arc Hg du parallèle.

Pour trouver aussi l'ordonnée bh de l'ellipse, au même point, on remarquera que la ligne gh du parallèle étant vûe obliquement, doit paroître de la longueur bh , en sorte que bh soit à gh , comme le sinus de l'obliquité (qui est la déclinaison du soleil) est au rayon; ou comme HG est à EG ; donc $HG : gh :: EG : bh$; ainsi gh étant le cosinus de 30° pour le rayon HG , hb sera le cosinus de 30° pour le rayon GE .

Décrire l'ellipse.

1454. Les abscisses de l'ellipse PbX étant les sinus de $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$, &c. les ordonnées bh doivent être les cosinus des mêmes arcs, en prenant pour rayon la moitié du petit axe; on marquera donc en partant du centre G les points 1, 2, 3, tels que $G1$, soit le sinus de 15° , $G2$, le sinus de 30° , &c. pour le rayon GH ; aux points 1, 2,



Occident.
R

2 1

3, &c. on élèvera sur GX des perpendiculaires qui soient les cosinus de 15, 30, 45 degrés pour le rayon FG , & ces perpendiculaires termineront le contour de l'ellipse du parallèle.

1455. Pour trouver aisément ces sinus & ces cosinus au défaut d'un compas de proportion, on décrira du centre G un cercle HX sur le grand axe, & un autre cercle EVF sur le petit axe, on les divisera chacun en 24 parties, si l'on se contente de 24 heures, ou en 48, si l'on veut avoir une ellipse divisée en demi-heures. Par ces points de division du grand cercle, on tirera des lignes gbf parallèles au petit axe, & par les points de divisions du petit cercle, des lignes comme ab parallèles au grand axe; celles-ci étant prolongées iront rencontrer les premières dans des points tels que b ; qui formeront l'ellipse que l'on cherche. Par exemple, la seconde ligne parallèle au petit axe, & qui va du point 30 au point 2, coupe la seconde ligne ab parallèle au grand axe GX dans le point b , qui marque deux heures avant le méridien; le point correspondant c à gauche marque deux heures après midi. C'est ainsi qu'on a pour chaque heure la projection du parallèle de Paris, ou la situation de Paris sur le cercle de projection, à toutes les heures du jour.

1456. On voit dans la *Fig. 114* une ellipse tracée par la Méthode précédente pour 26 degrés de déclinaison, mais dans laquelle on a supprimé toutes les lignes qui ont servi à la décrire. La partie inférieure de l'ellipse a lieu quand la déclinaison est septentrionale; car alors la partie éclairée du parallèle, telle que BAE . *Fig. 113*, paroît la plus basse ou la plus méridionale par rapport au rayon solaire TS .

La partie droite ou occidentale de l'ellipse, *Fig. 114*, sert pour les heures du matin; ou si c'est une étoile fixe, cette partie sert avant le passage de l'étoile au méridien, puisque le mouvement de la terre se fait vers l'orient, soit sur la terre, soit sur la projection qui en est l'image; on marque 0 ou 12^h aux sommets du petit axe, lorsqu'il s'agit du soleil, ou bien l'on y marque l'heure du passage de

Déclinaison septentrionale ou méridionale.

Fig. 114.

Fig. 113.

Heures du matin ou du soir.

Fig. 114.

l'étoile au méridien, lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune.

Fig. 115. & 116.

On voit dans la *Fig.* 116 les diamètres des ellipses qu'on trouveroit pour différentes déclinaisons en employant le même rayon de projection. La *Figure* 115 fait voir à quelle distance passeront toutes ces ellipses du sommet *S* de la projection, c'est-à-dire, la distance *SV*. On voit au milieu de l'ellipse de la *Figure* 114 les lieux des centres de ces différentes ellipses; chacun pourra les tracer toutes sur autant de cartons différens, pour calculer les éclipses de toutes les étoiles par la lune.

Pour rendre l'usage de cette Méthode plus facile, je donnerai dans les Mémoires de l'Académie pour 1763 des ellipses pour tous les degrés de déclinaison, dont l'échelle sera double de celle de la *Figure* 114, & qui seront divisées exactement de 5 en 5 minutes.

Tracer le cercle de latitude.

Fig. 118.

1457. La situation du cercle de latitude sur le cercle de projection, peut se trouver par le moyen du calcul de l'angle de position (725); mais pour abrégé, autant qu'il est possible, l'opération graphique dont nous parlerons bien-tôt (1460), on peut se servir de la Méthode suivante. Je suppose que *FGH* *Fig.* 118, soit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'est-à-dire, que du point *G* où se termine le méridien *CG* de la projection, on ait pris les arcs *GF* & *GH*, chacun de $23^{\circ} 28'$; sur la tangente *GV* de l'arc *GF* & du centre *G*, l'on décrira un demi-cercle *VMX* qu'on divisera en 12 signes, comme l'écliptique, en commençant au point *X* du côté de l'occident, où l'on marquera le belier; c'est-à-dire, 0' de longitude; on prendra sur ce cercle un arc égal à la longitude du soleil ou de l'étoile, par exemple, *XM*; on abaissera sur le diamètre *VX* la perpendiculaire *MN*; & le point *N* de la tangente *GNV* où passera cette perpendiculaire *MN*, sera le point où l'on devra tirer le cercle de latitude *CN*.

1458. En effet, *GN* est le cosinus de l'arc *XM* ou de la longitude du soleil, pour le rayon *GV*; donc $GV : R :: GN : \cos. \text{long. } \odot$; c'est-à-dire, $GN = GV \cos.$

long. ; mais $GV = \text{tang. } 23^{\circ} \frac{1}{2}$ par la construction ; donc $GN = \text{tang. } 23^{\circ} \frac{1}{2} \text{ cof. long.}$, ce qui revient à la proportion suivante , par laquelle on trouve l'angle de position (598. 607), le rayon est au cofinus de la longitude du soleil , comme la tangente de l'obliquité de l'écliptique est à la tangente de l'angle de position.

1459. On peut aussi faire servir cette construction pour les étoiles fixes que la lune rencontre, c'est-à-dire, supposer le cofinus de la latitude égal au rayon (725); l'erreur est insensible, puisque la latitude de la lune ne va pas à 6 degrés ; en sorte qu'il n'y a pas $\frac{1}{180}$ d'erreur à craindre, ce qui ne fait pas 8 minutes de degré sur l'Arc AF : or 8 minutes sont insensibles même sur une Figure d'un pied de rayon , telle que j'ai coutume de l'employer. J'ai donné à l'art. 725 ces angles calculés pour différentes étoiles , & j'ai marqué sur la circonférence de la Figure 114 les points où il faut tirer le cercle de latitude pour différentes étoiles , telles que $\gamma \text{ } \mu$, c'est-à-dire, l'étoile γ de la constellation de la Vierge, &c. j'ai choisi les plus belles étoiles qui soient éclipsées par la lune. On voit que toutes celles dont la longitude est dans le premier ou dernier quart de l'écliptique sont à la droite du méridien CS , les autres sont à la gauche ; parce que dans la Fig. 118 , les trois premiers & les trois derniers signes de longitude sont dans le quart de cercle $3 X$, qui est à l'occident ou à la droite du point G .

*Trouver les phases d'une Eclipsé de Soleil ou d'Etoile ,
avec la règle & le compas.*

1460. On peut par une opération très-commode , & avec l'exactitude d'une minute de temps trouver le commencement & la fin d'une éclipse , sans calculer les parallaxes. Flamsteed dit que *Wren* fut le premier qui en eut l'idée ; mais Halley & Flamsteed y avoient travaillé chacun de leur côté , le premier , vers l'an 1666 , le second en 1676 , (à *New Système &c. Moore* 1681), & M. Caf-

fini en avoit ouvert la route par sa Méthode des Projections, publiée en 1663.

1460. On voit dans la *Fig. 114* un demi-cercle d'environ 6 pouces de rayon, qui représente la projection de la terre dans l'orbe de la lune (1409); le rayon CR , divisé en autant de minutes qu'en contient la différence des parallaxes horizontales de la lune & du soleil, (1407); le diamètre CR est parallèle à l'équateur, CS est une portion du méridien universel ou du cercle de déclinaison qui passe par l'étoile; CK la distance du centre de projection au centre de l'ellipse trouvée ci-dessus (1444), KF le demi-axe de l'ellipse (1451) égal au cosinus de la latitude du lieu pour lequel on calcule une éclipse, par exemple, de Paris. KQ la moitié du petit axe de l'ellipse, qui est au grand axe comme le sinus de la déclinaison de l'astre est au rayon. Cette ellipse de la *Figure 114* représente le parallèle de Paris, ou la trace décrite sur le plan de projection par le rayon mené de Paris à une étoile dont la déclinaison est de 26° .

1461. La partie supérieure de l'ellipse est l'arc diurne, ou celui dont on doit faire usage quand la déclinaison du soleil est méridionale; la partie inférieure EHG , est celle qui sert pour les déclinaisons septentrionales (1456).

1462. On tirera le cercle de latitude CL qui est à la gauche ou à l'orient du méridien dans le second & troisième quart de longitude, ou dans les signes descendans; il est à la droite ou à l'occident dans les autres signes qui sont 9, 10, 11, 0, 1, 2, de longitude (1459).

1463. La latitude de la lune au moment de la conjonction étant prise sur les divisions de CR qui sert d'échelle, & portée de C en L sur le cercle de latitude, le point L est celui où doit passer l'orbite de la lune, en lui donnant l'inclinaison convenable.

1464. Pour tracer l'orbite de la lune, on tirera au point L de la conjonction une perpendiculaire LM au cercle de latitude; on prendra la quantité du mouvement horaire de la lune, moins celui du soleil sur les divisions de CR , & l'on portera ce mouvement de L en M ; on prendra aussi

aussi le mouvement horaire en latitude, on le portera de *M* en *N* parallèlement au cercle de latitude; au midi du point *M*, si la lune se rapproche du nord; au nord, si la lune s'approche du midi, c'est-à-dire, si sa latitude est boréale décroissante ou australe croissante. Par les points *N* & *L*, on tirera l'orbite de la lune *INL*, on marquera au point *L* l'heure & la minute de la conjonction; on marquera en *N* une heure de moins; l'on divisera *NL* en 60 minutes de temps, & l'on portera les mêmes divisions de l'autre côté du point *L*, pour avoir la situation de la lune de minutes en minutes une heure avant la conjonction, & une heure après. On prolongera même ces divisions au-delà, si cela paroît nécessaire.

1465. On marquera sur l'ellipse les heures qui répondent aux divisions qu'on a trouvées (1455); sçavoir, les 6 heures du matin à la droite, ou à la partie occidentale de la Figure, & les 6 heures du soir à la partie orientale; ces 12 heures se mettroient dans la partie supérieure de l'ellipse si le soleil étoit dans les signes méridionaux (1456). Quand il s'agit d'une éclipse d'étoile, c'est l'heure du passage au méridien que l'on écrit sur le méridien en *V* ou en *Q*.

1466. On prendra sur les divisions de *CR* la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, ou le demi-diamètre seul de la lune, s'il s'agit d'une éclipse d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on verra si le moment de la conjonction marqué en *L*, & la même minute de temps prise sur les divisions de l'ellipse sont éloignés entre eux de cette quantité; le temps de la conjonction sera aussi dans ce cas le temps du commencement ou de la fin de l'éclipse; ce sera le commencement si le point *G* du parallèle est à l'orient du point *L*; ce sera la fin de l'éclipse si le point de l'ellipse marqué de la même heure que le point *L*, est à l'occident ou à la droite du point *L*.

1467. Si cette distance des points correspondans sur l'ellipse & sur l'orbite de la lune est plus grande que la somme des demi-diamètres, on placera le compas vers *I* à la droite du point *L* sur l'orbite de la lune; on verra si le point *A* de l'ellipse marqué du même nombre d'heures &

de minutes que le point *I* de l'orbite, est à la gauche de celui-ci de la quantité des demi-diamètres ; s'il est trop éloigné, on rapprochera peu à peu la branche droite du compas sans changer l'ouverture, jusqu'à ce que la branche gauche trouve un point *A* de l'ellipse marqué du même nombre de minutes que le point de l'orbite où est la branche droite.

Commencement
de l'éclipse. —

I 468. Quand on aura ainsi trouvé deux temps correspondans, l'un sur l'orbite, l'autre sur le parallele, tels que *I* & *A*, marqués de la même heure & de la même minute, & éloignés de la quantité *IA*, de maniere que le point *I* de l'orbite soit à la droite ou à l'occident du point *A* du parallele, on sera sûr que ce moment est celui du commencement de l'éclipse ; car on a vû que l'éclipse commence pour Paris quand la distance entre le point de la projection auquel Paris répond, & celui où se trouve la lune au même instant est égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la Lune (1411).

I 469. La lune avance vers l'orient dans son orbite de *I* en *E*, & Paris avance sur son parallele de *A* en *B* ; mais beaucoup plus lentement, puisqu'il faut 12 heures pour décrire la demi-ellipse du parallele de Paris, tandis que la lune en 2 heures de temps fait presque dans son orbite un chemin aussi considérable : ainsi la lune arrivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, & se trouvera en *E* lorsque Paris ne sera arrivé qu'en *B* ; ils feront encore une fois à la même distance l'un de l'autre, c'est-à-dire, à une distance *BE*, égale à la somme des demi-diamètres de la lune & du soleil ; & quand on aura trouvé deux points *B* & *E* marqués de la même minute, on sera sûr d'avoir la fin de l'éclipse.

La plus courte
distance.

I 470. Le milieu de l'éclipse est toujours à très-peu près le milieu de l'intervalle de temps écoulé entre le commencement & la fin : ainsi l'on cherchera la minute qui tient le milieu entre ces momens marqués en *I* & en *E*, & la minute qui tient aussi le milieu entre *A* & *B*. La distance de ces deux points *D* & *G*, dont l'un est sur l'orbite, l'autre sur le parallele de Paris, donnera la plus courte distance

des centres de la lune & du soleil, ou leur distance au temps du milieu de l'éclipse. Cette distance étant portée avec le compas sur les divisions du rayon CR , se trouvera exprimée en minutes de degré & même en secondes; car sur une échelle d'un pied de rayon, chaque minute occupe plus de deux lignes, & l'on y distingue facilement un intervalle de 5 à 6'' : ainsi l'on aura en minutes & en secondes la plus courte distance du centre de la lune au centre du soleil ou de l'étoile, au temps du milieu de l'éclipse. Si le point D de l'orbite est au-dessous du point G du parallèle, ce sera une preuve que la lune passera au midi de l'étoile.

On peut aussi trouver la plus courte distance des centres sans supposer que le milieu de l'éclipse soit à égale distance du commencement & de la fin, il n'y a qu'à mesurer plusieurs fois la distance de la lune à l'étoile, ou la distance des points correspondans marqués de la même minute sur l'orbite & sur l'ellipse, on verra cette distance diminuer peu-à-peu jusqu'à un certain terme, ou cette distance étant parvenue à son *minimum*, cesse de diminuer pour augmenter un moment après; l'on aura par ce moyen soit la plus courte distance, soit le temps où elle arrive, qui est le milieu de l'éclipse.

1471. Pour éviter de diviser chaque fois le rayon CR de la projection, en autant de parties qu'en contient la parallaxe, c'est-à-dire, tantôt en 53', tantôt en 62', sans compter les fractions de minutes, on forme une échelle, (*Figure 117.*) dont les lignes sont plus longues que le rayon du cercle qu'on veut faire servir de projection, lorsque la parallaxe est plus petite; & plus petits quand la parallaxe est plus grande: par exemple, si la parallaxe est de 54', c'est-à-dire, plus petite d'un sixième que le rayon de la projection qu'on suppose toujours de 60, il faut avoir une échelle où le compas puisse indiquer 54' au lieu de 60', & par conséquent une échelle plus grande d'un sixième; car alors cette échelle, quoique divisée en 60 parties, n'en fera trouver que 54 quand on y portera le rayon de projection, parce qu'elle est plus grande que ce rayon.

Echelle des
parallaxes.

Fig. 117.

1472. Le demi-diamètre de la lune étant toujours les
XX x x ij

$\frac{6}{11}$ de la parallaxe, on pourra tirer une ligne droite CD sur l'échelle, de manière qu'elle intercepte les $\frac{6}{11}$ de toutes les échelles de parallaxe, en comptant de la ligne marquée 10, 10'; on prendra facilement sur cette échelle le demi-diamètre de la lune qui est, par exemple, de 17', si la parallaxe est de 62', & ainsi des autres; on le prendra avec le compas sans avoir besoin d'en sçavoir la valeur; on néglige ici l'augmentation du diamètre de la lune qui a lieu à différens degrés de hauteur (1190).

Fig. 114.

Eclipse d'étoile
par la lune.

Quand on a la plus courte distance GD des centres du soleil & de la lune, qu'on en veut conclure la grandeur de l'éclipse, il faut porter cette distance sur le diamètre du soleil, divisé en 12 parties ou 12 doigts, & l'on y voit aisément la partie éclipsée du soleil.

1473. Lorsqu'il s'agit d'une éclipse d'étoile, on suit le même procédé que pour les éclipses de soleil, en observant, 1°. que CL est la différence entre la latitude de la lune & celle de l'étoile; 2°. que EN est le mouvement horaire de la lune seule, puisque l'étoile n'a aucun mouvement propre; 3°. que sur les points V ou Q de l'ellipse on marque l'heure du passage de l'étoile au méridien, ou plus exactement, la différence entre son ascension droite & celle du soleil pour le temps de l'éclipse; 4°. que l'on prend la distance IA égale au seul diamètre de la lune.

EXEMPLE. Le 7 Avril 1749, au matin, Antarès fut en conjonction avec la lune à 2^h 22' du matin; la parallaxe de la lune étoit alors de 57' $\frac{1}{4}$, son mouvement horaire 33' 12" en longitude, & 1' 56" en latitude décroissante; la latitude au moment de la conjonction étoit de 3° 45' 22", celle de l'étoile étoit de 4° 32' 12"; ainsi la lune étoit au nord de l'étoile de 46' 50".

Je commence par tirer le cercle de latitude CL au point qui convient à la longitude d'Antarès 8° 6' 16" (1459); je prends sur la ligne qui répond à 57' sur l'échelle des parallaxes, une quantité de 46' 50", & je la porte de C en L sur le cercle de latitude; au point L je tire la perpendiculaire LM .

Je prends sur la même ligne de l'échelle des parallaxes

le mouvement horaire de la lune $33' \frac{1}{7}$, & je le porte de L en M sur la perpendiculaire au cercle de latitude, je porte aussi $2'$ au-dessous du point M , parce que la lune s'avançoit de $2'$ par heure vers le nord, & le point N marque le lieu de la lune une heure avant la conjonction, ou à $1^h 22'$ du matin : ayant donc marqué en L le moment de la conjonction $2^h 22'$, je marque en N $1^h 22'$, & divisant l'intervalle LN en 60 parties, je marque la situation de la lune de 10 en 10 minutes, comme on le voit dans la *Figure* depuis $0^h 50'$ jusqu'à $2^h 10'$.

L'heure du passage d'Antarès au méridien de Paris est $3^h 11'$ (689), je le marque au sommet V de l'ellipse, & je marque $2^h 11'$, $1^h 11'$, &c. sur les autres divisions de l'ellipse; je subdivise les intervalles de dix en dix minutes, du moins dans les heures où il paroît que l'éclipse peut arriver, c'est-à-dire, qui approchent de l'heure de la conjonction.

Je prends sur l'échelle le demi-diamètre de la lune, depuis la ligne 10, 10, jusqu'à la ligne CD , & cela sur la ligne de $57'$; cette ouverture de compas étant promenée sur l'orbite de la lune & sur l'ellipse, je vois qu'une des pointes étant en I sur $1^h 2'$, l'autre pointe tombe en A sur l'ellipse, & y rencontre aussi $1^h 2'$: ainsi la lune étant en I à $1^h 2'$, & la projection de Paris, ou le lieu apparent de l'étoile en A , il doit se faire une éclipse, la distance de la lune à l'étoile étant précisément égale au demi-diamètre de la lune, ce qui suppose un contact de l'étoile au bord de la lune.

Immersion.

1474. Je promène la même ouverture de compas de l'autre côté en avançant vers l'orient, & je trouve qu'une des pointes étant en E sur $2^h 11'$, l'autre pointe tombe aussi à $2^h 11'$ sur l'ellipse en B , c'est le moment de l'émerfion; la lune a donc parcouru la portion IE de son orbite, depuis le moment de l'immersion jusqu'à celui de l'émerfion, & le lieu apparent de l'étoile a changé de la quantité AB ; c'est vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en D & l'étoile en G , qu'est arrivée la plus courte distance; on s'en assurera en mesurant la distance de minute en minute; car l'on verra qu'aux environs de $1^h 36'$ elle cesse de diminuer,

Emerfion.

La plus courte distance.

après quoi elle augmente ; cette plus courte distance DG étant portée sur la ligne 57 de l'échelle des parallaxes, se trouvera de 6', ce qui m'apprend que le centre de la lune a passé 6' au midi de l'étoile, vers le temps de la conjonction apparente.

Changement
pour différentes
latitudes.

I 475. Les opérations que je viens de décrire, supposent que la *Figure* 114 est dressée pour Paris, car la distance CK du centre de la projection au centre de l'ellipse, diminue quand la hauteur du pôle augmente (1444) ; cependant une seule ellipse étant donnée conformément à la déclinaison du soleil ou de l'étoile dont il s'agit, on peut la faire servir pour toutes les latitudes, en plaçant le centre C de la projection à différentes distances du centre K de l'ellipse. En effet, cette distance CK est égale à $\text{cof. decli. sin. latit.}$ (1444), en supposant que CR est le rayon : si l'on veut prendre pour rayon, ou pour échelle le demi-diamètre du parallèle, ou le cosinus de la latitude, il faudra encore faire cette proportion : le cosinus de la latitude est à 1000, comme la valeur de CK est à sa valeur en parties du parallèle, qui sera par conséquent $\frac{\text{fin. lat.}}{\text{cof. lat.}} \text{cof. declin.}$; mais $\frac{\text{fin.}}{\text{cof.}} = \text{tang.}$; donc $CK = \text{tang. lat. cof. declin.}$ Ainsi la

Distance des
deux centres.

distance du centre de la projection au centre du parallèle ou de l'ellipse, est égale à la tangente de la latitude, multipliée par le cosinus de la déclinaison de l'astre, en prenant pour unité le demi-diamètre du parallèle, ou le demi-axe KF de l'ellipse.

I 476. EXEMPLE. Dans le passage de Vénus de 1761 ; la déclinaison du soleil étoit de $22^{\circ} 42'$; je suppose qu'on ait décrit l'ellipse qui convient à cette déclinaison, c'est-à-dire, une ellipse dont le grand axe est au petit, comme l'unité est au sinus de $22^{\circ} 42'$, & qu'on veuille faire servir cette ellipse pour la latitude de 10° , on ajoutera le logarithme de la tangente de 10° avec celui du cosinus de $22^{\circ} 42'$, la somme étant cherchée dans les nombres naturels ; on trouve 0,163 pour la distance qu'il y a entre le centre de l'ellipse & le centre du cercle qui doit servir de projection, en supposant que le demi-axe de l'ellipse est l'unité,

ou 163, en supposant ce demi-axe de 1000. On trouvera de même la distance qui convient aux autres latitudes de 10 en 10°, pour la même déclinaison de 22° 42'.

1477. On doit chercher aussi la longueur du rayon de projection pour la latitude donnée; mais il est évident que ce n'est autre chose que la sécante de la latitude du lieu, en prenant pour rayon le demi-diamètre du parallèle: car si DL , (Fig. 112), étoit pris pour rayon d'un cercle décrit du centre L , on auroit CL pour sécante de l'angle CLD égal à l'arc LB , qui est la latitude du lieu; ainsi l'on cherchera dans les Tables ordinaires les sécantes de chaque latitude, & divisant le rayon DL de l'ellipse en 1000 parties, on prendra sur ces divisions la grandeur du rayon de chaque projection, par exemple, 2000 pour 60° de latitude, & l'on aura la longueur du rayon avec lequel il faut décrire le cercle de projection, en partant du centre qu'on a trouvé (1476): c'est ce rayon de projection qu'il faut diviser en autant de parties qu'en contient la différence des parallaxes; ainsi l'échelle des parallaxes (Fig. 117.), doit être augmentée dans la proportion des sécantes des latitudes, & par ce moyen la même ellipse servira pour différens pays, en employant différentes échelles (1628).

Fig. 112.

Fig. 117.

1478. La Table suivante contient la valeur de la distance CK (Fig. 114.) pour Paris seulement; c'est par le moyen de cette Table que j'ai marqué dans la Fig. 114, aux environs du centre K , les points où doit être le centre de l'ellipse à différentes déclinaisons; on voit que le centre de l'ellipse qui sert pour 28° de déclinaison, est plus près du centre C de la projection d'environ six lignes, que le centre de l'ellipse qui répond à zero, ou plutôt de la ligne droite qui en tient lieu quand la déclinaison est nulle.

Fig. 114.

On trouvera dans le Livre suivant, à l'occasion du passage de Vénus, (1516), le rayon de la projection pour différentes latitudes, & une grande Figure où se verra mieux l'usage de cette Table.

DISTANCE du centre de la Projection au centre de l'Ellipse, pour la latitude de Paris, à différentes déclinaisons, en supposant le demi-axe de 100,00, & le rayon de projection, 151,92.

Decl.	Dist. des cent.	Decl.	Dist. des cent.	Decl.	Dist. des cent.
0	114,35	10	112,63	20	107,47
1	114,35	11	112,26	21	106,77
2	114,30	12	111,86	22	106,04
3	114,20	13	111,49	23	105,27
4	114,10	14	110,97	24	104,48
5	113,93	15	110,47	25	103,65
6	113,74	16	109,94	26	102,79
7	113,51	17	109,37	27	101,90
8	113,25	18	108,77	28	100,98
9	112,96	19	108,13	29	100,03
10	112,63	20	107,47	30	99,05

1479. Par le moyen de cette Table on peut faire servir une seule ellipse pour différentes latitudes, & calculer une éclipse pour plusieurs pays de la terre sans décrire différentes ellipses. Suivant le procédé de l'article 1450, on décrirait sur un même cercle de projection une ellipse pour chaque lieu. Les positions & les grandeurs de ces ellipses seroient différentes; mais leur ellipticité, leur figure, le rapport de leurs axes seroit le même, parce qu'il ne dépend que de la déclinaison du soleil, (1439); mais comme les ellipses sont longues & difficiles à décrire, il est plus commode quand on a des calculs à faire pour plusieurs lieux, de conserver l'ellipse, & de changer le centre du cercle de projection aussi bien que la grandeur du rayon: on en verra un exemple détaillé à l'occasion du passage de Venus, où cette méthode s'emploie avec succès.



MÉTHODES

MÉTODES POUR CALCULER
rigoureusement les Eclipses sujettes aux parallaxes.

1480. Nous avons expliqué assez au long la manière de trouver par une opération graphique le commencement & la fin d'une éclipse de soleil ou d'étoile. Nous allons passer à l'explication des Méthodes rigoureuses où l'on emploie le calcul, pour trouver jusqu'à la précision des secondes les résultats qu'on ne pouvoit trouver qu'à deux minutes près par le moyen de l'opération graphique.

1481. Lorsqu'on ne veut calculer une éclipse de soleil que pour la prédire dans les Ephémérides, la Méthode graphique (1460) est suffisante; on auroit tort, ce me semble, de mettre beaucoup de temps à les calculer en secondes, avec une précision à laquelle les Tables ne répondent pas, puisque l'erreur des Tables de la lune, qui va quelquefois à une minute, entraîne deux minutes d'incertitude sur le temps du commencement & de la fin d'une éclipse.

Mais lorsqu'on a observé une éclipse de soleil ou d'étoile, & qu'on veut l'employer à trouver le lieu de la lune, le temps de la conjonction & l'erreur des Tables; c'est alors qu'on doit faire avec la dernière précision le calcul de l'éclipse, & qu'on peut en chercher le commencement & la fin par les Méthodes exactes que nous allons expliquer.

1482. Il y a trois Méthodes employées pour cet effet par les Astronomes; celle des projections, employée par M. de la Hire & par M. Cassini; celle du Nonagésime & des parallaxes de longitude, employée par M. de la Caille dans ses Leçons d'Astronomie; enfin, celle des angles parallactiques & des parallaxes de hauteur, que je préfère, comme étant la plus courte & la plus exacte, au moyen de la forme que je lui ai donnée, & que j'expliquerai en détail (1498).

1483. Je commencerai par avertir le Lecteur, qu'en entreprenant le calcul exact d'une éclipse, il est utile & même nécessaire de former une Figure, où l'on marque à

Trois Méthodes
différentes.

Nécessité des
Figures.

peu près avec la règle & le compas les angles que l'on aura trouvés par le calcul, & les lignes que l'on aura déterminées, suivant leur position & leur grandeur. Sans ce secours, il est aisé de se tromper en ajoutant quelquefois ce qui doit être soustrait; d'ailleurs cette précaution dont je supposerai qu'on fasse usage, épargnera beaucoup de détails sur les règles & sur les exceptions qui ont lieu dans différens cas pour la position de la lune par rapport au vertical, au cercle de déclinaison & au cercle de latitude.

Méthode pour
calculer la pro-
jection.

1484. Parmi les différentes manières de calculer la projection, je choisirai celle de M. Cassini, comme étant la plus simple, & je prendrai pour exemple l'éclipse de soleil du 28 Février 1710, qui est employée dans les Tables Astronomiques de M. Cassini, pag. 53; mais dont il n'a donné que l'opération graphique, & j'y appliquerai le calcul trigonométrique, *Fig.* 118. Je suppose le temps du milieu de l'éclipse générale en T , à $12^h 18'$, la distance perpendiculaire CT de $46' 31''$, l'angle ACT $22^\circ 9' 27''$; le mouvement horaire de la lune sur son orbite relative $27' 10''$, la différence des parallaxes horizontales ou le rayon de la projection $54' 28''$, le demi-grand axe DK $35' 51''$, le demi-petit axe $4' 59''$, & la distance CD du centre de la projection à celui de l'ellipse = $40' 36''$. Soit O le lieu de Paris sur son parallèle OAK , & L celui de la lune sur son orbite LT . On demande la distance apparente des centres de la lune & du soleil, ou la valeur de la ligne OL , à $11^h 43' 30''$, c'est-à-dire, $34' 30''$ avant la conjonction? C'est le temps du commencement de l'éclipse trouvé par l'opération graphique, (*M. Cassini Tab. Ast. p. 55*).

1485. Puisque le mouvement de la lune est de $27' 10''$ en une heure, il sera de $15' 37''$ en $34\frac{1}{2}$ de temps, & l'on aura $TL = 15' 37''$; on dira CT est à TL , comme le rayon est à la tangente de l'angle TCL qu'on trouvera de $18^\circ 33' 45''$, ensuite $TL : \sin. TCL :: R : CL$, qui sera de $2930''$ ou $48' 50''$.

1486. Pour trouver aussi l'angle OCA , on considérera que la distance de midi à l'heure donnée $11^h 43' 30''$ est de $16\frac{1}{2}$, ce qui répond à $4^\circ 7' 30''$; le demi-grand

axe de l'ellipse multiplié par le sinus de $4^{\circ} 7' \frac{1}{2}$, donnera $OB = 155''$, & le demi-petit axe multiplié par le cosinus de $4^{\circ} 7' \frac{1}{2}$, donnera $DB = 298''$ (1454), DB étant ajoutée avec $CD = 2436''$, donnera $CB = 2734''$.

Dans le triangle BCO rectangle en B , dont on connoît les deux côtés CB & BO , l'on trouvera l'angle $CCB = 3^{\circ} 14' 30''$, & l'hypothénuse $CO = 45' 39''$. La différence des angles OCB & TCB , donnera l'angle $OCT = 18^{\circ} 54' 57''$, la somme de l'angle OCT & de l'angle LCT , trouvé ci-dessus de $18^{\circ} 33' 45''$ fera l'angle $OCL = 37^{\circ} 28' 42''$. On connoîtra aisément les cas où il faut prendre la somme ou la différence, en examinant la situation des points $L, O, \& T$.

1487. Dans le triangle OCL , on connoît les deux côtés OC, CL & l'angle compris OCL ; il ne restera plus qu'à chercher le côté OL , qui est la distance apparente des centres, en disant la somme des côtés OC, CL qui est $94' 29''$, est à leur différence $3' 11''$, comme la tangente de la demi-somme des angles inconnus, $71^{\circ} 15' 39''$, est à la tangente de leur demi-différence $5^{\circ} 40'$: ainsi l'angle O fera de $76^{\circ} 56'$, d'où l'on conclura enfin le côté OL de $30' 30''$: c'est la distance apparente des centres du soleil & de la lune à $11^h 43' 30''$.

Distance apparente des centres.

1488. Le moment pour lequel on a calculé seroit le moment même du vrai commencement de l'éclipse, si l'on eût trouvé la distance apparente égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune; mais cette distance apparente étant plus petite de $28''$ que la somme des demi-diamètres qui est de $30' 58''$, prouve que l'éclipse n'étoit pas encore commencée; on fera un semblable calcul de la distance apparente pour $11^h 40'$, & l'on trouvera $63''$ de plus pour la distance des centres: ainsi en $3' \frac{1}{2}$ de temps la distance apparente changeoit de $63''$, donc elle change de $28''$ en $1' 33''$; on ôtera cette quantité de l'heure du premier calcul $11^h 43' 30''$, & l'on aura $11^h 41' 57''$ pour le commencement de l'éclipse: on pourroit tracer, par le moyen de deux calculs semblables, l'orbite apparente de la

Y Y y y ij

lune, mais j'en parlerai suffisamment dans la méthode suivante (1496).

1489. Ce calcul des projections renferme aussi bien que celui de M. de la Hire, deux suppositions qui en font toute la simplicité; sçavoir que la hauteur de la lune est la même que celle du soleil, & que la parallaxe est proportionnelle au sinus de la distance vraie du soleil au zénith; au lieu qu'elle est proportionnelle au sinus de la distance apparente de la lune au zénith.

1490. M. de la Caille dans les Mémoires de l'Académie pour 1744, pag. 202 & suiv. fait voir de quelle manière on pourroit calculer rigoureusement une éclipse par le moyen des projections; mais cette méthode m'a paru plus longue, sans être aussi exacte que celle qui sera détaillée ci-après (1498).

Calcul par le
Nonagésime.

1491. Si l'on a employé le Nonagésime (1290) dans le calcul des parallaxes, on ne sçauroit trouver la distance

apparente des centres, sans chercher la différence apparente de longitude & de latitude. Je suppose donc que pour un instant donné, l'on veuille trouver la distance apparente des centres du soleil & de la lune; il faut avoir pour cet instant la parallaxe de longitude & celle de latitude (1305).

1492. Si la longitude de la lune est plus grande que celle du Nonagésime, il faut ajoûter la parallaxe de longitude avec la longitude vraie, pour voir la longitude apparente de la lune. Mais si la longitude de la lune est plus petite que celle du Nonagésime, il faut retrancher la parallaxe.

1493. On ajoûtera la parallaxe en latitude à la distance vraie de la lune au pôle élevé de l'écliptique pour avoir sa distance apparente au pôle; ayant fait le même calcul pour deux instans, on verra si la lune se rapproche ou s'éloigne de l'écliptique.

Trouver la distance
apparente.

Fig. 123.

1494. On prendra la différence entre la longitude du soleil & la longitude apparente de la lune pour avoir la différence apparente en longitude. Par exemple *SE* Fig. 123, alors dans le triangle *SEL*, rectangle en *E*, l'on con-

noîtra deux côtés SE & EL ; il faudra trouver l'hypothénuse SL , qui est la distance apparente des centres du soleil & de la lune. Pour cela, on ajoutera les quarrés des deux côtés, & l'on cherchera la racine de la somme; ou bien on fera les deux proportions suivantes $SE : EL :: R : \sin. ESL$, & $\sin. ESL : R :: EL : SL$, distance apparente des centres.

I 495. S'il s'agit d'une éclipse d'étoile par la lune, ou d'une autre éclipse dans laquelle la lune ait une latitude sensible, il faudra avoir soin de multiplier la différence de longitude HI par le cosinus de la latitude apparente IL , pour avoir cette différence SE en arc de grand cercle dans l'endroit où se trouve la lune, qui est la quantité dont nous avons fait usage. Exception pour les étoiles.

I 496. On fera le même calcul deux heures après, & l'on aura une autre distance apparente SF de la lune au soleil, & l'angle DSF , par le moyen de la différence de longitude SD , & de latitude FD (1494). On connoîtra aussi par ce moyen le mouvement apparent en longitude ED ou AF , & en latitude AL ; on calculera l'angle AFL , qui est l'inclinaison du mouvement apparent, & la ligne LF , qui est le mouvement sur l'orbite apparente. Cet angle AFL peut être de plus de 20 degrés dans certains cas, comme si la lune étant dans son nœud descendant, le Nonagéfime avoit zero de longitude. On aura donc l'angle SLF , d'où l'on conclura la perpendiculaire SB , qui est la plus courte distance apparente de la lune au soleil; & le temps où la lune a été en B , ou le milieu de l'éclipse. Orbite apparente de la lune.

On supposera SL égal à la somme des demi-diamètres apparens du soleil & de la lune; connoissant SL & SB , on cherchera BL , on le convertira en temps à raison du mouvement sur l'orbite apparente trouvé ci-dessus, & l'on sçaura combien la lune a employé de temps à aller de B en L . Or l'on connoît le temps du milieu de l'éclipse en B , donc on connoîtra le moment de la fin en F , & celui du commencement en L . (Kepler Epit. Astr. p. 888). Il faut bien distinguer cette orbite apparente affectée par la parallaxe, de l'orbite relative (1373), qui peut être re-

présentée ici par la ligne MN ; mais il ne s'agit que du mouvement vrai de la lune par rapport au soleil supposé fixe en S , qu'on détermine par le moyen des latitudes EM , DN .

Règle pour la
grandeur de l'é-
clipse.

1497. Quand on voudra connoître avec une grande précision la grandeur de l'éclipse, il faudra calculer deux autres distances apparentes, telles que SF & SL plus voisines du milieu B de l'éclipse, & calculer par leur moyen la perpendiculaire SB ; car l'orbite apparente FL n'est pas parfaitement rectiligne, comme nous l'avons supposé; mais la différence ne va jamais qu'à peu de secondes. Quand on a trouvé la plus courte distance SB , l'on en conclut la grandeur de l'éclipse à peu près comme nous avons fait pour les éclipses de lune (1394); *car la somme des diamètres apparents de la lune & du soleil moins la plus courte distance apparente des centres est égale à la grandeur de l'éclipse.* Cette maniere de déterminer les phases par le moyen de l'orbite apparente est beaucoup plus facile que celle des interpolations dont M. de la Caille fait usage dans ses Leçons d'Astronomie.

NOUVELLE MÉTHODE POUR CALCULER les Eclipses.

1498. Je passe enfin à ma Méthode, que je crois être la plus courte, la plus générale, la plus exacte; j'y fais usage des angles parallaxiques, ainsi que les plus anciens Astronomes, à compter depuis Ptolémée; mais d'une maniere beaucoup plus simple, sans négliger l'aplatissement de la terre, ni aucune des considérations nécessaires pour l'exactitude des résultats. Elle consiste à trouver la différence de hauteur & d'azimuth entre les deux astres qui sont en conjonction, & en conclure leur distance apparente, qui est le terme auquel on se propose de parvenir, pour trouver le commencement & la fin d'une éclipse (1539), ou pour tracer l'orbite apparente (1540).

Calcul pour les
angles parallaxi-
ques.

La premiere opération qui est nécessaire dans ce calcul, est de trouver la hauteur du soleil ou de l'étoile que

la lune doit éclipser. Je suppose qu'on ait calculé par les Tables, pour un moment donné, la longitude & la latitude du soleil ou de l'étoile; celles de la lune, & sa parallaxe horizontale, la déclinaison du soleil & de l'étoile, & leurs ascensions droites; enfin l'angle, de position de l'étoile (725), & son angle horaire (699): on calculera sa hauteur (718), & l'angle du vertical avec le cercle de déclinaison (719).

Calculs préliminaires.

1499. EXEMPLE. Le premier Avril 1764, la conjonction vraie arrivera à $10^h 32' 7''$, la latitude de la lune étant de $40' 4''$ boréale; la différence des mouvemens horaires en longitude $27' 10''$; le mouvement horaire de la lune en latitude $2' 43'' \frac{1}{2}$ du midi au nord, sa parallaxe $54' 9''$. Si l'on demande à $9^h 10'$ du matin la distance apparente des centres du soleil & de la lune, on cherchera la déclinaison du soleil pour cet instant $4^\circ 47' 36''$, sa hauteur $33^\circ 7' 30''$; l'angle ZSO du vertical ZS avec le cercle de déclinaison SO (Fig. 121), $32^\circ 4' 17''$; l'angle de position ZSP $23^\circ 0' 0''$; la différence de longitude AB $37' 11''$, & la latitude de la lune SB $36' 21''$.

Elémens pour le premier Avril 1764.

Fig. 121.

1500. L'ANGLE PARALLACTIQUE proprement dit, celui que nous désignerons généralement par ce nom, lorsqu'il ne sera pas qualifié plus spécialement, est formé par le vertical ZSD & le cercle de latitude PSE , qui est toujours perpendiculaire à l'écliptique. On ne peut calculer l'angle parallactique PSZ sans le diviser en deux parties qui se calculent séparément; sçavoir l'angle de position PSO (725), & l'angle OSZ du cercle de déclinaison ou du méridien OS qui passe par l'étoile, avec le vertical ZS (719).

L'angle parallactique.

1501. Nous prendrons toujours ces angles du côté du pôle élevé, c'est-à-dire, du côté du nord pour nos climats septentrionaux, soit que l'angle du vertical & du cercle de déclinaison soit aigu ou obtus, & nous considérons la partie du cercle de latitude ou du cercle de déclinaison, qui est comprise entre l'astre & le pôle boréal de l'écliptique ou de l'équateur. Les angles étant ainsi considérés, on observera les regles suivantes, qui n'ont besoin

d'aucune autre démonstration que l'inspection d'un globe, ou d'une Figure.

Dans quel cas on les ajoute.

Il faut ajouter ensemble ces deux angles après le passage au méridien, si c'est dans les signes ascendants 9, 10, 11, 0, 1, 2, ou avant le passage au méridien dans les signes descendans; mais on prend leur différence en ôtant le plus petit du plus grand, quand l'astre n'a pas passé le méridien, & qu'il est dans les signes ascendants, ou lorsqu'il a passé le méridien & se trouve dans les signes descendans.

Le cercle de latitude est à l'orient ou à l'occident.

I 502. Il faut examiner si par le résultat de cette addition ou de cette soustraction, le cercle de latitude est à l'orient du vertical du côté du nord, ou s'il est à l'occident. Le cercle de latitude est à l'orient du vertical avant le passage au méridien, & à l'occident après le passage au méridien; si ce n'est dans le cas où l'angle du vertical avec le cercle de déclinaison, étant plus petit que l'angle de position, en a été retranché. Car alors le cercle de latitude est à l'occident du vertical, si c'est avant le passage au méridien; & à l'orient du vertical, si c'est après le passage au méridien; nous ferons obligés plusieurs fois de rappeler cette distinction (1515 & suiv.).

EXEMPLE. Le premier Avril 1764, à 9^h 10' du matin, on prendra la différence des deux angles 32° 4' 17" & 23° 0' 0"; & l'on aura 9° 4' 17" pour l'angle parallaxique *ZSP* (*Fig. 121*); le cercle de latitude *PS* est à la gauche ou à l'orient du vertical, dans le cas de cet exemple, puisque c'est avant le passage au méridien, & que l'angle de position ne s'est pas trouvé le plus grand.

Angle de conjonction.

I 503. L'ANGLE DE CONJONCTION est un angle qui est nul dans la conjonction, & qui augmente d'autant plus, que vous vous éloignez de la conjonction, toutes choses égales.

Fig. 121.

Soit *S* (*Fig. 121*) le soleil ou l'étoile dont on calcule une éclipse, *A* la lune, *SB* la latitude de la lune, *BA* la différence de longitude entre la lune & le soleil, *SA* la ligne qui joint le vrai lieu du soleil à celui de la lune, l'angle *ASB* est celui que j'appelle ANGLE DE CONJONCTION; il est formé au centre du soleil ou de l'étoile *S* par le cercle de latitude *SB*, & par la ligne *SA* menée au lieu vrai de la lune. Pour le trouver

le trouver ; on fera cette proportion : La différence de latitude est à la différence de longitude, comme le rayon est à la tangente de l'angle de conjonction, ou $SB : BA :: R : \text{tang. } BSA$.

Fig. 111.

Règle pour le trouver.

La ligne BA , s'il s'agit d'une éclipse d'étoile, est un peu plus petite que la différence de longitude prise dans les Tables, & mesurée le long de l'écliptique. Pour être réduite à l'écliptique, il faudroit qu'elle fût divisée par le cosinus de la latitude apparente de la lune (593); j'ai donné une Table de la quantité qu'il faut ôter de la différence de longitude pour avoir l'arc AB , (*Con. des Mouvements Célestes*, 1764 page 118). Cette quantité ne peut aller qu'à 15" dans les plus grandes latitudes de la lune, & en supposant AB d'un degré.

Attention pour les étoiles.

1504. L'ANGLE DE DISTANCE est l'angle ZSA formé au centre de l'étoile par le vertical de l'étoile, & par la ligne SA , qui va du centre de l'étoile au centre de la lune. Cet angle de distance ASC ne peut se former que par la somme ou la différence des angles BSC & ASB , c'est-à-dire, de l'angle parallactique & de l'angle de conjonction.

Angle de distance.

L'angle de conjonction est toujours à l'occident du cercle de latitude avant la conjonction, & à l'orient après la conjonction ; ainsi quand le cercle de latitude pris du côté du nord sera à l'orient du vertical, avant la conjonction on prendra la différence de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique, & après la conjonction l'on prendra la somme. Quand le cercle de latitude sera à l'occident du vertical, on prendra la somme avant la conjonction & la différence après la conjonction. Tout cela dans le cas où la latitude de la lune sera au nord du soleil ou de l'étoile qui est en conjonction ; mais si la latitude de la lune est au midi du soleil ou de l'étoile, on changera les mots de somme & de différence dans les préceptes que vous venons d'établir ; mais on aura soin de remarquer si la somme est plus grande que 90 degrés (1523). Ces préceptes sont généraux, soit dans les pays septentrionaux, soit dans les pays méridionaux & dans le cas même où l'angle parallac-

Règle pour le former.

rique est obtus ; pourvû qu'on n'employe que son supplément à 180° dans les regles précédentes & qu'on entende par ces mots, *le cercle de latitude à l'orient du vertical*, que l'angle aigu est du côté de l'orient vers le nord.

C'est ainsi que l'on formera l'angle de distance ASC , compris entre le vertical ZCS , & l'arc de la distance vraie SA qui est entre le soleil & la lune.

Distance vraie
de la lune au so-
leil.

I 505. Il faut chercher aussi l'arc AS , qui est la distance vraie de la lune au soleil ou à l'étoile, soit en ajoutant les quarrés de AB & BS en secondes, pris dans les Tables ordinaires des quarrés, soit en faisant cette proportion. Le sinus de l'angle de conjonction ASB est à la différence de longitude AB , comme le rayon est à la distance AS . Cette distance AS multipliée par le sinus de l'angle de distance ASC (1504), ou de son supplément, donnera la différence d'azimuth vraie AC ; & cette même distance AS , multipliée par le cosinus de l'angle de distance ASC , ou de son supplément s'il est obtus, donnera la différence de hauteur vraie SC entre le soleil & la lune : Nous en ferons usage art. 1523.

Différence de
hauteur & d'azi-
muth.

EXEMPLE. La différence de latitude $36' 21''$ (1499), est à la différence de longitude $37' 11''$, comme le rayon est à la tangente de $45^\circ 39'$ angle de conjonction ASB . Divisant $37' 11''$ par le sinus de $45^\circ 39'$, on a la distance vraie SA , $52' 0''$; la différence entre l'angle de conjonction $45^\circ 39'$, & l'angle parallactique $9^\circ 4'$ (1502), donne l'angle de distance ASC , $36^\circ 35'$; la distance vraie $52' 0''$, multipliée par le sinus de l'angle de distance $36^\circ 35'$, donne la différence vraie d'azimuth AC , $30' 59''$; & cette distance multipliée par le cosinus du même angle de distance, donne la différence de hauteur SC , $41' 45''$. *

I 506. La différence vraie d'azimuth peut être prise pour la différence apparente, dans tous les calculs où l'on

* Les petites Tables de Logarithmes imprimées in-12. 1760. (chez Guérin & Delaour), sont fort commodes pour ces calculs, parce qu'elles dispensent de réduire ces arcs en secondes pour en trouver les logarithmes; ce sont d'ailleurs les plus exactes que je connoisse: nous employâmes, M. de la Caille & moi, la plus grande attention à en revoir les épreuves, elles furent même encore liées séparément par d'autres Académiciens.

ne veut pas mettre une précision extraordinaire, & dans ce cas le calcul d'une éclipse devient beaucoup plus simple; mais si l'on veut calculer tout à la rigueur, la différence vrai d'azimuth AC exige deux petites corrections que je vais expliquer. Supposons les deux verticaux de l'étoile & de la lune très-proches l'un de l'autre, comme ZCD & ZAM (*Fig. 119*). Soit un arc AC perpendiculaire au vertical ZC , j'ai appelé cet arc la différence vraie d'azimuth; si l'on prend AM égal à la parallaxe de la lune en hauteur (1259); en sorte que M soit son lieu apparent dans le vertical ZAM , & qu'on tire MD perpendiculaire à CD , la différence apparente d'azimuth qui est MD , sera plus grande que la différence vraie AC , parce que AM n'est pas exactement parallèle à CD . Pour sçavoir combien la différence apparente MD surpasse la différence vraie AC , on tirera AN parallèle à CD , & l'on aura NM pour l'excès de MD sur AC ; c'est cet excès dont il s'agit de trouver la valeur. Dans le triangle ANM l'on a $MN = AM \cos. M$, suivant la trigonométrie rectiligne; mais dans le triangle sphérique ZMD , $R : \cos. M :: \text{tang. } MZ : \text{tang. } MD$, ou $\cos. M = \frac{\text{tang. } ED}{\text{tang. } ZM}$; donc $MN = \frac{AM \text{ tang. } ED}{\text{tang. } ZM}$, mais puisque AM est la parallaxe de hauteur, on a $AM = p \sin. ZM$ (1259); donc en substituant cette valeur & mettant $\cos. ZM$ à la place du sinus divisé par la tangente, on aura $p \sin. ZM$ tangente ED .

Fig. 119.

1507. Ainsi la parallaxe horisontale multipliée par le cosinus de la hauteur apparente, & par la tangente de la différence apparente d'azimuth donne la quantité de secondes qu'il faut ajouter à la différence vraie pour avoir la différence apparente d'azimuth MD , entre la lune & l'étoile prise dans la région de la lune, je ne prends pas ici les différences d'azimuth dans l'horison comme on le fait dans d'autres occasions (*Voyez art. 721*).

Valeur de cette première équation.

1508. Ainsi il faudra toujours ajouter une quantité à la différence vraie d'azimuth pour avoir la différence apparente; mais cette quantité ne va jamais qu'à 30'' dans les éclipses, & j'en ai fait une Table, (*Connoiss. des M. Cél.*

1764, pag. 120), dans laquelle on prendra facilement à la vûe & sans parties proportionnelles cette quantité, dont il faudra augmenter la différence vraie d'azimuth; mais dans des calculs qui ne feroient pas bien importans, ou dans les premiers calculs préparatoires d'une éclipse on peut négliger cette correction de l'azimuth, comme celle qui dépend de l'applatiffement de la terre (1511).

Fig. 112.

1509. EXEMPLE. La parallaxe horifontale étant de $54' 9''$, la hauteur de la lune 33° ; la différence d'azimuth $AC 30' 59''$ (1505), on a $p \sin. h \text{ tang. } AC = 16''$, qui étant ajoutées à AC donnent la différence apparente $DM 31' 15''$.

1510. C'est cette différence apparente $31' 15''$ qu'il auroit fallu employer dans l'opération précédente; mais l'erreur qui résulte d'avoir pris la différence vraie au lieu de l'apparente, est comme infensible; si cependant on vouloit y avoir égard on recommenceroit le calcul en mettant la tangente de $31' 15''$, & l'on trouveroit $16'' 2$ pour la correction cherchée, qu'il faut ajouter à $30' 59''$, pour avoir $31' 15'' 2$, différence apparente d'azimuth.

Seconde équation, ou parallaxe d'azimuth.

1511. LA PARALLAXE D'AZIMUTH qui a lieu dans le sphéroïde applati (1311), est la seconde correction qu'il faut faire à la différence vraie d'azimuth pour avoir la différence apparente. Lorsqu'on a calculé par les Tables la vraie différence d'azimuth entre le soleil & la lune (1505, 1510), & qu'on a trouvé DM (Fig. 121); cela nous apprend que la lune vûe du centre de la terre paroîtroit au point M , si la terre étoit sphérique; mais à cause de l'applatiffement de la terre elle ne paroît pas dans le même vertical, étant vûe de la surface. Si l'on prend un petit arc de grand cercle ML égal à la parallaxe d'azimuth, le point L fera celui où la lune devra paroître vûe de la surface de la terre.

1512. Cette parallaxe d'azimuth $= p \sin a. \sin z$, (1311) fait toujours paroître la lune du côté du pôle élevé; en effet, l'Observateur situé en O (Fig. 94) voit la lune dans le même vertical & au même point d'azimuth que s'il étoit situé au point N de la verticale: or le point N est toujours opposé au pôle P , comme cela est évident par la situation de l'ellipse terrestre; donc l'Observateur placé en

O ou en *N* voit la lune plus près du pôle *P*, que s'il étoit au centre *C* de la terre. Ainsi cette parallaxe est additive à la différence vraie d'azimuth, si la lune est au nord du vertical du soleil ou de l'étoile; elle se retranche si la lune est au midi, c'est-à-dire, si la différence vraie d'azimuth est vers le midi.

Pour pouvoir faire distinguer d'une manière sûre & commode les cas où la lune est au nord du vertical, nous allons donner des règles générales auxquelles on pourra avoir recours dans le calcul des éclipses; mais dont on pourra se passer si l'on a devant les yeux une figure du vertical & du méridien de l'étoile, où la lune soit placée comme elle doit l'être au temps pour lequel on calcule, telle qu'est la *Figure 121* pour l'exemple que nous avons choisi; on peut encore se servir d'un Globe pour guider le calcul.

1513. Pour trouver les cas où cette parallaxe d'azimuth doit s'ajouter à la différence d'azimuth, il s'agit de trouver les cas où la lune est au nord du vertical dans nos régions septentrionales, ou au midi du vertical dans les Pays situés au-delà de l'équateur; j'ai renfermé dans les règles suivantes toutes les variétés possibles, afin de lever pour jamais toute incertitude dans ma méthode.

Dans les hauteurs du pôle qui ont lieu en Europe & qui sont plus grandes que 28° , l'angle parallaxique est toujours aigu; ainsi dans les premières règles nous le supposons moindre que 90° du côté du nord; nous distinguerons si la lune a passé le méridien ou non, c'est-à-dire, si elle est dans l'hémisphère oriental ou occidental, & si elle est au nord du soleil ou de l'étoile; en disant que la lune est au nord, nous entendons que son lieu vrai est plus près du pôle boréal de l'écliptique, que celui de l'étoile; c'est-à-dire, sa vraie latitude boréale plus grande ou sa vraie latitude australe plus petite que la latitude de l'étoile. Tout cela posé, l'on aura la parallaxe d'azimuth additive dans tous les cas suivans.

1514. DANS LES PAYS SEPTENTRIONAUX.

AVANT LE MÉRIDEN, si la lune est au NORD & APRE'S sa conjonction.

Si la lune est au NORD, AVANT sa conjonction, & que

Z Z z z iij

Cas où cette équation est additive.

Dans les pays septentrionaux,

l'angle de conjonction soit plus PETIT que l'angle parallaxique.

Si la lune est au MIDI, APRE'S la conjonction, & que l'angle de conjonction soit plus GRAND que l'angle parallaxique.

I 5 I 5. Dans le cas où l'angle de position se trouva le plus grand & où l'on en aura retranché l'angle du vertical avec le méridien (1502); il faudra dans les trois regles précédentes mettre MIDI au lieu de NORD.

I 5 I 6. APRE'S LE MÉRIDIEEN. Si la lune est au NORD & AVANT sa conjonction.

Si la lune est au NORD, APRE'S sa conjonction, & que l'angle de conjonction soit plus PETIT que l'angle parallaxique.

Si la lune est au MIDI, AVANT la conjonction, & que l'angle de conjonction soit plus GRAND que l'angle parallaxique.

I 5 I 7. Dans le cas où l'angle du vertical avec le cercle de déclinaison aura été retranché de l'angle de position (1502), il faudra dans ces trois regles mettre *midi* au lieu de *nord*, & *nord* au lieu de *midi*; ou, ce qui revient au même, changer dans les trois premières regles (1514) ces mots, *avant*, *après*, *nord* & *midi*.

Si l'angle parallaxique est obtus.

I 5 I 8. Il peut arriver dans des Pays situés près de la zone torride sous des latitudes moindres que 28° , que l'angle parallaxique soit obtus (719) du côté du nord, alors on considérera son supplément à 180° & dans les six regles des articles 1514 & *suiv.* On changera les mots AVANT & APRE'S; d'où résultent les regles suivantes pour trouver les cas où la lune est au nord du vertical de l'étoile dans les Pays septentrionaux, & où la parallaxe d'azimuth est additive.

I 5 I 9. AVANT LE MÉRIDIEEN. Si la lune est au NORD, AVANT la conjonction.

Si la lune est au NORD, APRE'S la conjonction; mais l'angle de conjonction plus PETIT que le supplément de l'angle parallaxique.

Si la lune est au MIDI, AVANT la conjonction, & l'angle

de conjonction plus GRAND que le supplément de l'angle parallaëtique.

I 520. APRÈS LE MÉRIDIEN. Si la lune est au NORD, APRÈS la conjonction.

Si la lune est au NORD, AVANT la conjonction, & que l'angle de conjonction soit plus PETIT que le supplément de l'angle parallaëtique.

Si la lune est au MIDI, APRE'S la conjonction, & que l'angle de conjonction soit plus grand que le supplément de l'angle parallaëtique.

I 521. DANS LES PAYS MÉRIDIONAUX, c'est-à-dire, situés dans l'hémisphère austral de la terre ou au midi de l'équateur; la parallaxe d'azimuth s'ajoute à la différence d'azimuth lorsque la lune est au midi du vertical de l'étoile; d'où il résulte que pour trouver les cas où elle sera additive, il suffit de changer les mots de *nord* & *midi* dans toutes les regles précédentes, où il s'agit de la latitude de la lune.

Dans les pays situés au-delà de l'équateur.

Je me dispense, pour abréger, de rapporter les cas où l'équation est soustractive; mais l'on pourra en faire une table en écrivant toutes les regles ci-dessus, & changeant tout à la fois les mots *avant* & *après*, *nord* & *midi*.

Cas où l'équation est soustractive.

I 522. EXEMPLE. La parallaxe étant de $54' 9''$ l'angle α de $19'$ (1341), l'azimuth de la lune $53^{\circ} \frac{1}{2}$, on a la parallaxe d'azimuth $p \sin. \alpha. \sin. z$ (1311) $14'' 4$, qui retranchée de la différence apparente $31' 15''$ (1510), donne la différence apparente d'azimuth DL sur le sphéroïde aplati $31' 1''$.

Quand on a trouvé la différence d'azimuth entre la lune & l'étoile, il faut connoître aussi la hauteur vraie de la lune, & pour cela on prend la différence de hauteur entre la lune & l'étoile (1505), qu'on ajoute à la hauteur de l'étoile si la lune est plus élevée. Mais pour distinguer cette circonstance, voici des regles générales qui supposent seulement qu'on ait examiné si la somme de l'angle de conjonction & de l'angle parallaëtique (en prenant son supplément, s'il est obtus), forme plus ou moins de 90° dans les cas où on les ajoute ensemble (1504). On pourra se dispenser de consul-

ter ces regles si l'on a un Globe ou une Figure exacte devant les yeux. Les regles suivantes renferment tous les cas où il faut ajouter la différence de hauteur vraie, à celle du soleil ou de l'étoile, pour avoir la hauteur vraie de la lune.

Cas où la différence de hauteur est additive.

I 523. DANS LES PAYS SEPTENTRIONAUX.

AVANT LE MÉRIDIEN. Si la latitude de la lune est au NORD de l'étoile, AVANT la conjonction.

Si la lune est au NORD, APRES la conjonction, & que la somme de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique (1504), soit moindre que 90° .

Si la lune est au MIDI, AVANT la conjonction & que la somme de l'angle de conjonction & de l'angle parallactique soit plus grande que 90° .

I 524. Mais si l'on a retranché de l'angle de position celui du vertical avec le méridien (1502), l'on aura une différence de hauteur additive dans les cas suivans.

Si la lune est au NORD du soleil ou de l'étoile, APRES la conjonction.

Si la lune est au NORD, AVANT la conjonction, & que la somme soit plus petite que 90° .

Si la lune est au MIDI, APRES la conjonction, & que la somme des angles soit plus grande que 90° .

I 525. APRES LE MÉRIDIEN. Ce sont les trois regles de l'article 1524.

I 526. Mais si l'on a retranché de l'angle de position celui du vertical avec le méridien (1502), ce sont les trois regles de l'article 1523.

Les préceptes de ces quatre articles, sont les seuls dont on ait besoin en Europe.

Si l'angle parallactique est obtus.

I 527. Dans les Pays septentrionaux de la zone torride, l'angle parallactique peut se trouver obtus si la lune est entre le zénith & le pôle élevé: alors on changera les mots de NORD & de MIDI dans l'art. 1523 & 1524; mais on prendra le supplément de l'angle parallactique avant de l'ajouter à l'angle de conjonction (1504).

Dans les pays méridionaux.

I 528. DANS LES PAYS MÉRIDIONAUX, c'est-à-dire, si le lieu pour lequel on calcule une éclipse est de l'autre

de l'autre côté de l'équateur, ayant une latitude géographique australe AVANT LE MÉRIDIEN; l'on changera les mots de NORD & MIDI dans l'art. 1523.

1529. Mais si l'on a retranché de l'angle de position celui du vertical avec le cercle de déclinaison, l'on changera dans l'art. 1524 les mots de NORD & de MIDI.

1530. APRÈS LE MÉRIDIEN. On changera aussi dans l'art. 1524 les mots de NORD & MIDI.

1531. Mais si l'angle du vertical avec le méridien a été soustrait de l'angle de position (1502), on changera NORD & MIDI dans l'art. 1523.

1532. Si l'angle parallaxique est obtus dans les Pays méridionaux AVANT LE MÉRIDIEN; on prendra l'art. 1523. APRÈS LE MÉRIDIEN ce sera l'art. 1524, & je suppose toujours qu'on prend le supplément de l'angle parallaxique pour l'ajouter à l'angle de conjonction (1504).

1533. Les cas où la différence de hauteur est soustractive se peuvent conclure de ceux où elle est additive; en changeant dans les dix articles précédens tous les mots de MIDI & NORD, AVANT & APRÈS; d'ailleurs on sçaura qu'elle est soustractive lorsqu'après avoir parcouru les cas précédens où elle est additive, on n'y verra pas celui où l'on se trouve.

1534. Après avoir ajouté ou retranché la différence de hauteur SC par le moyen des regles précédentes, on aura la hauteur vraie de la lune; pour avoir sa hauteur apparente on retranchera la parallaxe du soleil qui est de $9''$ (1360) de la parallaxe horisontale de la lune; la différence des parallaxes multipliée par le cosinus de la hauteur de la lune que l'on vient de trouver, donnera la parallaxe de hauteur à quelques secondes près; cette parallaxe se retranchera de la hauteur vraie de la lune pour avoir sa hauteur apparente, & la différence des parallaxes horisontales, multipliée de nouveau par le cosinus de cette hauteur apparente, donnera plus exactement la parallaxe de hauteur (1259).

Trouver la hauteur apparente.

1535. On retranchera de cette parallaxe la correction due à l'appatiffement de la terre (1316); & l'on aura exact-

Correction de la parallaxe.

tement la parallaxe de hauteur AM ou CD (*Fig.* 119 & 121) dans le sphéroïde aplati.

Fig. 121. 1536. La parallaxe de hauteur CD (*Fig.* 121) abaisse la lune au-dessous du soleil ou de l'étoile ; ainsi l'on en retranchera la quantité CS dont la hauteur vraie de la lune étoit plus grande que celle du soleil , & l'on aura la différence de hauteur apparente SD . Si la hauteur vraie de la lune a été trouvée moindre que celle de l'étoile, on ajoutera cette différence avec la parallaxe de hauteur , pour avoir la quantité SD dont le lieu apparent de la lune sera plus bas que celui de l'étoile.

1537. Connoissant ainsi la différence apparente de hauteur SD , & la différence apparente d'azimuth LD (1522), on résoudra le triangle SLD , & l'on trouvera la distance apparente SL , qui fera connoître si l'éclipse est commencée & fera trouver le véritable commencement en faisant le même calcul pour un temps plus ou moins avancé de quelques minutes , comme on le verra dans l'exemple suivant.

1538. EXEMPLE. La différence de hauteur vraie entre la lune & le soleil $41' 45''$ (1505), étant ajoutée à la hauteur du soleil $33^{\circ} 7' 30''$ donne la hauteur vraie de la lune. La différence des parallaxes horisontales du soleil & de la lune $54' 0''$, multipliée par le cosinus de la hauteur de la lune , donne la parallaxe de hauteur à peu-près $44' 51''$. Cette parallaxe retranchée de la hauteur vraie de la lune $33^{\circ} 49' 15''$ donne sa hauteur apparente $33^{\circ} 4' 24''$. Le cosinus de cette hauteur apparente multiplié par la parallaxe horisontale , donne plus exactement la parallaxe de hauteur $45' 15''$; il en faut ôter la correction $p \sin. a \sin. h \cos. z$ (1316) qui se trouvera de $6''$, & l'on aura la véritable différence des parallaxes dans le sphéroïde aplati $45' 9'' = AM$ ou CD ; il en faut retrancher la différence de hauteur vraie CS , il reste la différence de hauteur apparente SD , $3' 24''$; cette valeur de SD avec celle de DL (1522) qui est de $31' 31''$, nous donnera la distance apparente des centres du soleil & de la lune $31' 12''$. La somme du demi-

diamètre du soleil $16' 0'' \frac{1}{2}$ & du demi-diamètre horizontal de la lune $14' 47''$ augmenté de $7'' \frac{1}{2}$, à cause de sa hauteur (1190) forme $30' 55''$ quantité moindre de $17''$ que la distance apparente des centres ; ainsi le centre de la lune doit se rapprocher encore du centre du soleil de $17''$ pour que l'éclipse puisse commencer. Si l'on refait un semblable calcul (1499 & suiv.) pour un temps plus avancé de $5'$, l'on trouvera que la distance apparente des centres est moindre de $1' 40''$; or $1' 40'' : 5' 0'' :: 17'' : 51''$; donc la distance des centres diminuera dans l'espace de $51''$ de temps de la quantité de $17''$ dont nous l'avons trouvé trop grande ; donc l'éclipse commencera à $9^h 10' 51''$.

1539. Si l'on veut former l'orbite apparente de la lune affectée de la parallaxe pour trouver le milieu de l'éclipse, on cherchera dans le même triangle (dont on connoît les côtés SD & DL), l'angle LSD , $83^\circ 45'$; d'où l'on conclura $LSE 74^\circ 41'$, la différence apparente de latitude $SE 8' 15''$; & si l'on veut la différence en longitude $EL 30' 6''$; l'on fera le même calcul trois heures plus tard la lune étant en F , & l'on aura de même la distance SF & l'angle FSE ; ainsi l'on formera un triangle LSF (*Fig. 123*), dans lequel on connoîtra LS , SF , & l'angle LSF , on cherchera SB qui est la plus courte distance apparente, avec le segment LB qui donnera le temps où la lune doit paroître en B , c'est le temps du milieu de l'éclipse (1496) ; au moyen de la perpendiculaire SB l'on trouvera facilement la grandeur de l'éclipse (1497).

Former l'orbite apparente.

Fig. 123.

1540. En comparant les différences de longitude apparente FL (*Fig. 121*) & de latitude apparente SE , & les différences vraies AB , BS , l'on aura les parallaxes de longitude & de latitude, ainsi que par la méthode du Nonagésime ; mais on aura rarement besoin de ces parallaxes si l'on calcule les éclipses par la méthode précédente, que je crois plus simple que celle du Nonagésime. J'en excepte seulement les cas de l'article 551, où il s'agit de trouver la différence des Méridiens.

Fig. 121.

METHODE POUR CALCULER LA ROUTE
de l'Ombre sur la surface de la Terre.

1541. Après avoir déterminé les circonstances de l'éclipse générale pour le méridien de Paris (1419), par le calcul ou par l'opération graphique dont on peut très-bien se contenter (1423); il est question de connoître par longitudes & latitudes les pays de la terre où commenceront ces phases, de sçavoir, par exemple, quel est le point *I*, de la terre (*Fig. 103*), qui le premier de tous verra commencer l'éclipse en voyant lever le soleil ? quel est le point *V*, qui le premier verra l'éclipse centrale au lever du soleil ? &c. On a vû la maniere de le trouver sans calcul par le moyen d'un globe (1430). Nous allons indiquer une Méthode trigonométrique pour y parvenir.

Fig. 103.

Trouver le premier lieu qui verra l'éclipse.

Fig. 120.

Le triangle *MCK* (*Fig. 120*), que nous avons employé à trouver la portion *MK* de l'orbite (1421), servira aussi à trouver l'angle *MCK*, en disant $CK : R :: CM : \text{cosinus } MCK$; la somme ou la différence de cet angle *MCK*, & de l'angle *PCM*, que forme le méridien avec la perpendiculaire à l'orbite, donnera l'angle *PCK* ou *PCI*, dont la mesure est l'arc *DI* du cercle de projection. Rien n'empêche actuellement de concevoir sur le cercle *ADE* le globe même dont il est la projection, & d'imaginer sur ce globe un triangle sphérique *PDI*; le côté *PD* est égal à la déclinaison du soleil, c'est-à-dire, à l'élévation de l'axe de la terre au-dessus du cercle terminateur, ou du cercle de projection (1441); le côté *DI* est l'arc déterminé, il n'y a qu'un instant, sur le cercle de projection; l'angle *D* est droit, puisque le méridien universel *CPD* est perpendiculaire au cercle terminateur: on pourra donc résoudre le triangle *IPD*, en disant: 1°. Le rayon est au cosinus de la déclinaison du soleil *PD*, comme le cosinus du côté *DI* est au cosinus de l'hypothénuse *PI*; 2°. Le sinus de la déclinaison du soleil *PD* est au rayon, comme la tangente du côté *DI* est à la tangente de l'angle *DPI*. L'hypothénuse *PI* est la distance du lieu *I* au pôle du monde, ou le com-

plément de sa latitude, si PI est moindre que 90 degrés; mais si le côté DI étoit plus grand que 90° , l'hypothénuse PI seroit aussi plus grande, on seroit obligé de prendre le supplément à 180° de l'arc trouvé dans les Tables par le calcul trigonométrique, & d'ôter 90° de ce supplément pour avoir la latitude du point I , qui dans ce cas-là seroit une latitude méridionale. Je suppose que le pole P , élevé au-dessus du cercle de projection est le pole boréal du monde, c'est-à-dire, que la déclinaison du soleil est boréale; mais si c'étoit le pole austral qui fût élevé au-dessus du plan de projection, il faudroit tirer du pole austral & non du pole boréal le méridien PI .

Latitude du point I .

1542. L'angle DPI , formé au pole du monde par le méridien PI du lieu cherché, & par la partie supérieure PD du méridien universel, servira à trouver l'angle horaire du lieu I , c'est-à-dire, sa distance au méridien universel, en y ajoutant 180 degrés; car comme le point I s'avance d'occident en orient, ou de droite à gauche vers le méridien universel PC où il arrivera à midi, l'angle horaire compté d'un midi à l'autre, est plus grand que 180° de la quantité DPI . Si le lieu dont il s'agit étoit à gauche ou à l'orient du méridien universel comme le point F , l'angle horaire CPF seroit le complément de l'angle DPF , qu'on eût trouvé par le calcul précédent.

1543. L'angle horaire pour Paris, qui est déterminé par l'heure donnée (148), étant diminué de 20 degrés, on le retranchera de l'angle horaire trouvé pour le point I , & l'on aura la longitude géographique du lieu de la terre qui y répond, comptée du premier méridien (702).

1544. EXEMPLE. Dans l'éclipse de 1764, $CK = 1^\circ 24' 58''$, $CM = 39' 52''$, & $PD = 4^\circ 49' 8''$; on fera cette proportion $1^\circ 24' 58'' : R :: 39' 52'' : \cos. 62^\circ 1' 3''$ valeur de l'angle MCK ; on y ajoutera l'angle d'inclinaison $LCM 5^\circ 43' 40''$, puisque le milieu M de l'éclipse est à l'occident de la conjonction, & le point K à l'occident du point M ; on y ajoutera l'angle de position $LCP 23^\circ 6' 0''$, parce que le cercle de latitude est à l'orient du méridien dans les signes ascendants, & l'on aura $90^\circ 44' 43''$ (dont le complé-

Fig. 120.

ment est à $89^{\circ} 15' 17''$) pour l'angle PCI qui est égal à l'arc DI ; cet arc DI étant obtus, nous apprend que l'hypothénuse PI , & l'angle DPI le seront également, suivant les règles de la trigonométrie sphérique. On fera ces deux proportions $\sin. 4^{\circ} 49' 8'' : R :: \text{tang. } 89^{\circ} 15' 17'' : \text{tang. } 89^{\circ} 56' 15''$; ce qui prouve que l'angle P est de $90^{\circ} 3' 45''$, & l'angle horaire du lieu I $270^{\circ} 3' 45''$.

Le commencement de l'éclipse générale en I a été trouvé ci-dessus $7^{\text{h}} 37' 29''$ du matin, ou $19^{\text{h}} 37' 29''$, en comptant d'un midi à l'autre, ce qui fait $294^{\circ} 22' 15''$ pour l'angle horaire à Paris, dont ôtant 20° , on aura $274^{\circ} 22' 15''$ pour l'angle horaire sous le premier méridien; on retranchera l'angle horaire du lieu I $270^{\circ} 3' 45''$, en ajoutant 360° pour la soustraction: il restera $355^{\circ} 41' 30''$ pour la longitude géographique du lieu cherché I (702).

Sa situation dans
l'éclipse de 1764.

I 545. On fera aussi cette proportion $R : \cos. 4^{\circ} 49' :: \cosinus 89^{\circ} 15' 17'' : \cosinus 89^{\circ} 15' 27''$, dont le supplément $90^{\circ} 44' 33''$ marque la distance du lieu I au pôle boréal du monde: ainsi il a $0^{\circ} 44' 33''$ de latitude australe, c'est-à-dire, que le lieu cherché est situé dans le milieu de la mer du Nord, entre la Côte de Guinée & la Côte du Brésil.

On trouveroit par une opération semblable le point V , qui le premier verra l'éclipse centrale au lever du soleil; sa longitude est $332^{\circ} 28'$, & sa latitude $18^{\circ} 49'$ boréale. Le calcul est encore semblable pour trouver la position du point F & du point G , les derniers de la terre qui verront l'éclipse.

Tracer la route
de l'ombre.

I 546. La trace de l'ombre de la lune sur la surface de la terre peut se marquer sur un globe ou sur une carte de géographie, en déterminant de quart en quart-d'heure la longitude & latitude du lieu, qui doit voir l'éclipse centrale, pendant l'espace de temps compris entre ceux où la lune a été en V & en X . Commençons par le point M de la projection, & cherchons quel est le pays de la terre, qui projeté au point M , aura l'éclipse centrale à l'heure même du milieu de l'éclipse générale (1419).

La ligne CM , considérée comme une ligne droite de

la projection, représente un arc du cercle de la terre dont elle est la projection, & qui est compris entre le point C , qui répond perpendiculairement au soleil, & le point de la terre qui est projeté en M . Or on a vû que les arcs comptés du centre de la projection ont leur sinus même pour projection (1445): ainsi pour trouver l'arc de la terre qui répond à CM , il suffit de sçavoir quels sont les degrés dont CM est le sinus; l'on fera donc cette proportion, le rayon de la projection exprimé en secondes est au sinus total, comme la perpendiculaire CM est au sinus de l'arc de la terre qui lui répond.

On considérera ensuite le triangle sphérique PCM , dont on connoît deux côtés & l'angle compris; sçavoir, l'arc CM que nous venons de trouver, l'arc CP , complément de la déclinaison du soleil, ou sa distance au pôle, & l'angle PCM , égal à celui que forme le méridien avec la perpendiculaire CM , ou l'équateur avec l'orbite apparente de la lune (1429), on cherchera le côté PM & l'angle CPM par les analogies suivantes, en abaissant une perpendiculaire du point M sur le méridien PC .

$R : \text{cof. } PCM :: \text{tang. } CM : \text{tang. } CZ$, on aura $CP - CZ = PZ$;

$\text{Cof. } PZ : \text{cof. } PZ :: \text{cof. } CM : \text{cof. } PM$.

$\text{Sin. } PZ : \text{sin. } CZ :: \text{tang. } PCM : \text{tang. } CPM$.

Au moyen de PM & de l'angle P , on trouvera la longitude & la latitude du point M par les considérations que nous avons employées ci-dessus pour trouver celles du point I (1544).

1547. Tous les autres pays de la terre qui doivent avoir l'éclipse centrale se trouveront par une semblable opération, ou pour un moment donné, ou pour une latitude donnée, ou enfin pour une longitude prise à volonté: mais il est plus commode de choisir un temps donné. Supposons, par exemple, que 19' 13" de temps, après le milieu de l'éclipse générale (1420), ou après le temps où la lune doit être au point M ; on demande quel est le point O de la terre où l'éclipse paroîtra centrale, c'est-à-dire, le pays qui est projeté au point O de la projection en même-

Trouver le pays où l'éclipse est centrale à une heure donnée.

tems que la lune s'y trouve? Ce pays de la terre voyant tout à la fois le soleil & la lune au point O de la projection, aura une éclipse centrale.

1548. Pour connoître le côté MO , on se servira du mouvement horaire de la lune, en disant, une heure ou $60'$ font au mouvement horaire de la lune sur son orbite relative, comme $19' 13''$ de temps font au mouvement MO . On cherchera l'angle MCO par cette proportion, La perpendiculaire CM est au côté MO , comme le rayon est à la tangente de l'angle MCO ; cet angle combiné avec l'angle PCM du méridien, & de la perpendiculaire, donnera l'angle PCO ; on cherchera le côté CO , en disant, Le sinus de l'angle MCO est à MO , comme le sinus total est à CO ; ensuite, le rayon de la projection est au sinus total, comme la ligne CO est au sinus de l'arc de la terre dont elle est la projection; par ce moyen l'on a dans le triangle sphérique PCO , deux côtés PC , CO & l'angle compris PCO ; on trouvera par les analogies rapportées ci-dessus (1546) le côté PO , & l'angle au pôle CPO , d'où l'on tirera la latitude & la longitude du point O (1544).

1549. EXEMPLE. Le premier Avril 1764, le milieu de l'éclipse générale étant supposé à $10^h 23' 17''$ au méridien de Paris (1420), on trouvera l'angle horaire du lieu O de $340^\circ 4'$, & le côté PO de $38^\circ 55'$, ce qui prouve que la latitude du lieu O est de $51^\circ 5'$. Or à $10^h 42' 30''$, l'angle horaire pour Paris est de $340^\circ 37' 30''$, & pour le premier méridien, $320^\circ 37' 30''$; on retranchera cet angle horaire de celui du lieu $O = 340^\circ 4'$, & il restera $19^\circ 26' 30''$ pour la longitude du pays cherchée. Ce point tombe assez près de Calais, qui est à $19^\circ 31'$ de longitude, & à $50^\circ 58'$ de latitude septentrionale.

1550. Il n'est pas plus difficile de trouver à un instant quelconque les pays où la plus grande éclipse sera d'un doigt, ou de telle autre grandeur qu'on voudra; l'on prendra MA (Fig. 122), égale à la somme des demi-diamètres du soleil & de la lune, & la ligne EAG , parallèle à l'orbite, marquera tous les points, où l'on ne doit voir qu'un simple contact de la lune & du soleil au nord du soleil sans aucune

aucune éclipse (1413). Du point *A* l'on prendra *AQ* d'un quart du diamètre du soleil ou de 3 doigts, & la ligne *QQR* marquera tous les pays où l'on doit voir le soleil éclipsé de 3 doigts vers son bord septentrional. On prendra *AS* égale au diamètre du soleil, & la ligne *SY* marquera les points où l'on verra la lune entière sur le soleil touchant le bord septentrional du soleil; la distance *HY* est la demi-largeur de l'espace qui aura l'éclipse annulaire, & ce seroit celui qui auroit l'éclipse totale si le point *S* tomboit au-dessous du point *M*, c'est-à-dire, si le demi-diamètre du soleil étoit moindre que celui de la lune. On pourroit déterminer à un instant donné la longitude & la latitude du point *R* de la terre qui voit l'éclipse de 3 doigts, & du point *Z* qui voit les deux bords se toucher, de la même manière que l'on a déterminé sur l'orbite celui qui voyoit l'éclipse centrale. La seule différence consiste à employer *CQ* au lieu de *CM*; & du reste la ligne *QR* est égale à la portion *MH* de l'orbite lunaire, qui serviroit à trouver le lieu *H* de la terre qui voit l'éclipse centrale au même instant.

1550. Les principes démontrés jusqu'ici suffissent pour exécuter le type général d'une éclipse, sur une Mappede monde ou sur un Globe, tel que M. de la Caille le faisoit dans ses Ephémérides toutes les fois qu'il y avoit une éclipse de soleil; c'est ainsi que l'on peut former une carte semblable à celle que Madame le Paute a donnée pour la grande éclipse du premier Avril 1764. On y voit la trace de l'ombre qui forme sur la terre une petite ellipse, & qui parcourt environ 12 lieues par minute; cette vitesse est quatre fois plus grande que celle d'un boulet de canon, qui est d'environ 100 toises par seconde, ou trois lieues par minute.

Vitesse de
l'ombre.



TROUVER LA DIFFÉRENCE DES MÉRIDIENS
entre deux Villes où l'on a observé une Eclipsé de Soleil
ou d'Étoile.

1551. Lorsqu'on a observé le commencement & la fin d'une éclipse, ou l'immersion & l'émergence d'une étoile, il faut en déduire le temps de sa conjonction vraie; & si l'on a le tems de la même conjonction en deux pays différens, la différence des temps sera évidemment celle des méridiens. (*Kepl. Astr. pars Opt. 393. Expos. du Cal. Astr. p. 150, Mém. présentés 1, 539*).

Le 6 Avril 1749, l'étoile appelée *Antaris* fut éclipsee par la lune à $14^h 6' 19''$, & elle reparut à $15^h 12' 54''$, tems vrai à Berlin: on calculera pour ces deux instans les quantités suivantes.

Longitude vraie de la lune.	$8^{\circ} 5^{\circ} 37' 26''$	$8^{\circ} 6^{\circ} 14' 18''$
Latitude vraie.	$3 46 40$	$3 44 32$
Parallaxe de longitude (1540)	$19 18$	$9 38$
Parallaxe de Latitude.	$52 57$	$55 16$

Fig. 123.

1552. Soit *S* (Fig. 123) l'étoile éclipsee, *L* le lieu apparent du centre de la lune au commencement de l'éclipse, *F* le lieu apparent de la lune au moment de l'immersion, *LF* le mouvement apparent de la lune dans l'intervalle de la durée de l'éclipse, *GHI* un arc de l'écliptique, *DSE* un parallèle à l'écliptique, passant par le centre de l'étoile. Si *FA* est parallèle à *DE*, l'on aura le mouvement apparent en latitude *AL*, & le mouvement apparent en longitude *FA* sur un arc de grand cercle qui se confond sensiblement avec le parallèle à l'écliptique; mais qui est plus petit de quelques secondes que l'arc *GI* de l'écliptique (1503).

1553. Le mouvement apparent en latit. dans l'espace de $1^h 6' 35''$ qu'a duré l'occultation à Berlin, c'est-à-dire, la valeur de *AL*, est de $11'' 4$, dont la latit. apparente croissoit; le mouvement apparent en longitude sur l'écliptique étoit de $27' 10'' 8 = GI$, & de $27' 5'' 3$ sur un grand cercle *FA*; on trouvera donc l'angle *AFL* de $0^{\circ} 24' 2''$, &

le côté FL , ou le mouvement de la lune sur son orbite apparente $27' 11''$.

I 554. Ayant abaissé du centre S de l'étoile une perpendiculaire SB sur l'orbite apparente FL ; si l'on suppose le demi-diamètre apparent de la lune de $15' 47'' \frac{1}{2}$ au commencement & à la fin de l'éclipse, le triangle FSL sera isocèle, & LB sera la moitié de FL , c'est-à-dire, $13' 35'' \frac{1}{2}$. Dans le triangle SFB , connoissant les côtés SF & FB , on trouvera l'angle $SFB = 30^\circ 56'$ égal à SLB ; l'on en ôtera l'angle AFL ou CLF de $24'$, & l'on aura l'angle $SLC = LSE = 30^\circ 32'$. Dans le triangle ESL , on connoît $SL = 15' 47'' \frac{1}{2}$, & l'angle ESL de $30^\circ 32'$, on trouvera SE , $816'' 1$, qui divisé par le cosinus de la latitude apparente LI , donnera $818'' 8$ pour la distance apparente HI de la lune à sa conjonction sur l'écliptique: c'est ce que Kepler & Bouillaud appellent *scrupula incidentiæ*. Cette distance apparente IH de $13' 38'' 8$ est à l'occident de l'étoile, & précède la conjonction apparente, puisque la lune étoit moins avancée que l'étoile; mais la parallaxe de longitude faisoit paroître la lune plus avancée vers l'orient de $19' 17'' 9$, parce que la longitude de la lune est plus grande que celle du Nonag. (1492): ainsi le lieu vrai de la lune étoit encore plus éloigné de l'étoile que le lieu apparent; il faut donc ajouter la parallaxe avec la distance à la conjonction apparente, & l'on aura $32' 56'' 7$ pour la distance de la lune à la conjonction vraie, en minutes de deg. comptées sur l'écliptique; ce qui fait $0^h 59' 31'' 6$, différence de temps entre l'observation & la conjonction vraie; or l'immersion fut observée à $2^h 6' 19''$, donc le temps vrai de la conjonction fut à $3^h 5' 50'' 6$ au méridien de Berlin.

Temps de la
conjonction vraie.

I 555. Il y a des cas où la ligne FL du mouvement apparent est située différemment par rapport au parallèle DE ; mais on pourra prendre dans tous les cas, la différence entre l'angle SFB du triangle, & l'angle d'inclinaison AFL , on aura toujours l'angle ESL du côté où la différence de latit. apparente EL est la plus petite (c'est le complément de l'angle de conjonction). Son sinus & son cosinus multipliés par la somme des demi-diamètres du soleil

B B B b b ij

& de la lune, ou par le demi-diamètre seul de la lune ; donneront les différences de latitude & de longitude, *EL* & *ES*.

Le même calcul
par l'émerſion.

I 5 56. Pour vérifier le calcul précédent, il eſt bon de chercher auſſi la conjonction par l'émerſion de l'étoile. Si l'on ajoûte enſemble ces deux angles *SFB*, *BFA*, l'on aura $SFA = DSF = 31^{\circ} 20'$. Dans le triangle *DSF*, rectangle en *D*, dont on connoît l'hypothénuſe $FS = SL$, & l'angle *DSF*; l'on trouvera *SD*, qui étant diviſé par le coſinus de la latitude, donnera $GH = 13' 32''$, diſtance à la conjonction apparente meſurée ſur l'écliptique. Dans cette obſervation, la lune paroifſoit plus orientale que l'étoile, de $13' 32''$; mais à cauſe de la parallaxe de longitude, elle paroifſoit plus orientale que ſon lieu vrai, $9' 37'' 7$; donc il reſte $3' 54'' 3$, dont elle avoit réellement paſſé ſa conjonction vraie avec l'étoile, ce qui fait en temps $7' 3'' 4$; cet intervalle étant ôté de l'heure de cette ſeconde obſervation $3^h 12' 54''$, on trouve le temps vrai de la conjonction vraie à $3^h 5' 50'' 6$, auſſi bien que par la première obſervation. On ſent bien qu'il ne doit y avoir aucune différence ſi l'on a bien opéré, puifque le temps de la conjonction étant déterminé par le mouvement *FL*, qui dépend des deux obſervations conjointement, on ne ſçauroit trouver qu'un ſeul réſultat par ces deux obſervations.

I 5 57. Pour connoître la vraie latitude de la lune par cette obſervation, on cherchera auſſi les côtés *DF* & *EL*, par le moyen des triangles *DSF* & *LSE* qu'on a réſolus ci-deſſus; on les trouvera de $8' 1'' 4$, & $8' 12'' 8$; on ajoûtera ces quantités à la latitude de l'étoile $4^{\circ} 32' 11'' 7 = IE = GD$, parce que la lune paroifſoit plus méridionale que l'étoile, & l'on aura les latitudes apparentes de la lune *IL*, *GF*, $4^{\circ} 40' 13'' 1$, & $4^{\circ} 40' 24'' 5$; on en ôtera les parallaxes de latitude $52' 57'' 3$, & $55' 16'' 7$, parce que la latitude auſtrale de la lune étoit augmentée par la parallaxe, & l'on aura $3^{\circ} 47' 15'' 8$, & $3^{\circ} 45' 7'' 8$ pour les latitudes vraies de la lune *IM*, *GN* conclues de l'obſervation; ces latitudes ſe trouvent être plus grandes de $36''$ chacune que celles qu'on avoit tirées des Tables Aſtronomiques de *M.*

Halley. On remarquera en passant, que l'orbite vraie *MN* de la lune se rapproche ici de l'écliptique, quoique l'orbite apparente *LF* s'en éloigne.

1558. Le même jour j'observai à Paris l'immersion d'Antarès à 2^h 1' 20" du matin; il s'agit de trouver aussi la conjonction vraie de la lune à l'étoile par l'observation de Paris; on feroit la même opération que pour Berlin (1553), si l'on avoit observé à Paris l'émerision aussi bien que l'immersion; mais les nuages m'ayant empêché de faire la seconde observation, je vais y suppléer par une autre Méthode, qui servira d'exemple en pareil cas.

Observation correspondante à Paris.

1559. La latitude vraie de la lune calculée par les Tables pour le moment de l'observation est 3° 47' 19"; il y faut ajouter 36", puisque nous avons trouvé par l'observation de Berlin, que les Tables donnoient ce jour-là une latitude trop petite de 36" (1557), & nous aurons pour la latitude vraie de la lune, au moment de l'immersion observée à Paris, 3° 47' 55"; il y faut ajouter la parallaxe de latitude 48' 17", pour avoir la latitude apparente de la lune 4° 36' 12", & en ôter la latitude de l'étoile 4° 32' 12", pour trouver la différence apparente en latitude au moment de l'observation 4' 0". Dans le triangle *SFD*, Fig. 123, on connoît *FD* = 4' 0" & *SF* = 15' 47" 1 demi-diamètre apparent de la lune, augmenté à raison de sa hauteur; l'on cherchera le côté *SD*, qui divisé par le cosinus de la latitude apparente de la lune, donnera la différence apparente de longitude *GH*, sur l'écliptique pour Paris, 15' 19", 1; il y faut ajouter la parallaxe de longitude 29' 10", 9, pour avoir la distance à la conjonction vraie, 44' 30". On réduira cet intervalle *GH* en temps, par le moyen du mouvement horaire de la lune, (en ajoutant à son logarithme le logarithme constant 0,256913), & l'on aura celui de 1^h 20' 24" $\frac{1}{2}$, intervalle de temps entre l'observation pour Paris, & le temps vrai de la conjonction vraie, qui se trouvera par conséquent être à 2^h 21' 44" $\frac{1}{2}$.

Fig. 123.

Conjonction pour Paris.

1560. On aura donc les deux temps de la conjonction, de la maniere suivante :

B B B b b iij

Comparaison des
deux temps.

Temps vrai de la conjonction vraie à Berlin,	3 ^h 5' 50'' $\frac{1}{2}$
Temps vrai de la conjonction vraie à Paris,	2 21 44 $\frac{1}{2}$
Donc la différence des Méridiens,	0 44 6
Et par rapport à l'Observatoire R. de Paris,	0 44 8

Cette quantité est plus petite de 17'' que suivant la détermination de M. Grischow, (*Mémoires présentés à l'Acad. Tom. I.*), la longitude de l'étoile Antarès étoit alors 8° 6' 16' 20'', c'est aussi la longitude vraie de la lune pour le 5^e Avril 14^h 21' 42'', temps vrai à l'Observatoire Royal de Paris, ou 14^h 24' 0'', temps moyen, & la latitude vraie de la lune étoit de 3° 45' 22'', suivant l'observation.

Utilité de cette
méthode.

1561. Cette maniere de déterminer les longitudes des différens pays de la terre, est la plus exacte que nous ayons; le seul inconvénient qu'on y trouve, est la longueur du calcul qu'elle suppose; c'est un très-grand obstacle, à cause du peu de personnes qui s'occupent de ces recherches. On verra dans le XIV^e. Livre différentes considérations sur la maniere d'observer les éclipses de lune & celles des satellites de Jupiter, pour en déduire la différence des méridiens entre deux villes; mais celle que je viens d'expliquer, fera peut-être toujours la plus exacte.

Lorsque la lune a passé l'opposition, sa partie orientale est éclairée, sa partie occidentale est obscurcie; ainsi les immersions se font dans la partie éclairée, & les émerfions se font dans la partie obscure, c'est-à-dire, à gauche dans une lunette astronomique: ce sont-là les seules émerfions dont on puisse être assuré; car quand l'étoile sort de la partie éclairée de la lune, sa lumiere trop foible par rapport à celle de la lune, ne se distingue pas ordinairement au premier instant.

Lorsqu'on a vû une planete, ou une étoile entrer sous la lune, & que l'on sçait à quelle distance elle doit passer par rapport au centre de la lune, on tire une ligne au travers des taches de la lune, & l'on essaie de remarquer vis-à-vis de quelles taches doit se faire l'émerfion; car si l'on n'est pas prévenu de la situation du point d'émerfion, c'est en vain que l'on espere appercevoir l'étoile au moment de son émerfion; & ces observations, au lieu d'être les plus exactes

tes que l'on ait, deviennent les plus défectueuses : je pourrois citer plusieurs exemples où des Astronomes habiles y ont été trompés grossièrement.

Il arrive souvent dans ces sortes d'éclipses que l'étoile paroît quelque temps sur le disque même de la lune ; je crois que c'est encore un effet de la diffraction ou inflexion des rayons qui sont attirés par le bord de la lune, (Voyez Newton, *Opt. p. 3.*), & non pas de l'atmosphère de la lune. Plusieurs raisons me paroissent prouver que la lune n'a point d'atmosphère ; 1°. dans les éclipses de soleil on voit le bord de la lune très-net & bien terminé ; 2°. nous ne voyons pas les taches de la lune changer de couleur ; 3°. Vénus, quand elle est éclipsée par la lune, ne change pas de forme ni de figure ; 4°. on a vû dans une occultation de Jupiter que le bord de la lune paroissoit sur le disque de Jupiter, (*Mém. Acad. 1715.*)

Il n'y a pas d'atmosphère dans la Lune.

Différentes sortes d'Eclipses.

1562. LES éclipses des planetes par la lune se calculent de la même maniere que les éclipses de soleil, ou d'étoiles, la seule différence consiste à prendre la somme des mouvemens de la planete & de la lune en latitude & en longitude, ou bien leur différence, suivant qu'ils se font en sens contraire, ou du même sens, cela donne le mouvement relatif en longitude & en latitude, qui sert à trouver l'inclinaison de l'orbite relative (1373).

Eclipses des planetes par la lune.

1563. Les éclipses des planetes par la lune sont assez fréquentes ; Mercure est la seule planete que l'on puisse rarement observer quand elle est cachée par la lune ; je n'en connois qu'une seule observation qui fut faite au Brésil par Margraf, dans le dernier siècle ; ces éclipses sont utiles pour déterminer les longitudes des villes où on les observe,

1564. Les planetes sont quelquefois assez proches l'une de l'autre pour s'éclipser mutuellement ; Mars parut éclipsé par Jupiter le 9 Janvier 1591, & par Vénus le 3 Octobre 1599, (Kepler, *Astron. Pars Optica*) ; Mercure

Eclipse d'une planete par une autre.

fut caché par Vénus le 17 May 1737, (*Philos. Transact.* n^o. 450.).

1565. On trouve aussi dans les Ouvrages des Astronomes plusieurs exemples des occultations d'étoiles par les planetes : Saturne couvrit l'étoile σ de la sixieme grandeur à la corne australe du Taureau, le 7 Janvier 1679, suivant M. Kirch, *Miscel. Berolin.* p. 205.

1566. Jupiter couvrit l'étoile du Cancer appelée *Ane austral*, le 4 Sept. 241 avant J. C. ; & M. Pound observa en 1616 une autre occultation d'étoile par Jupiter, (*Phil. Transf.* n^o. 350.).

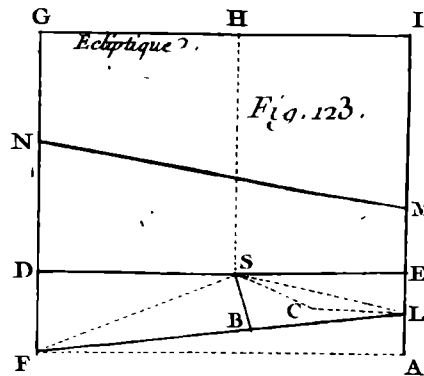
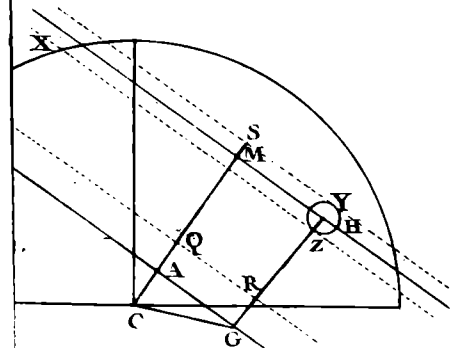
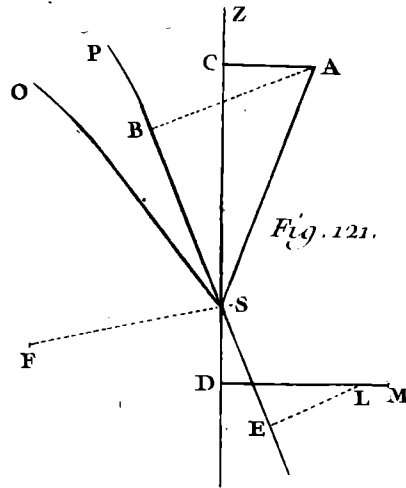
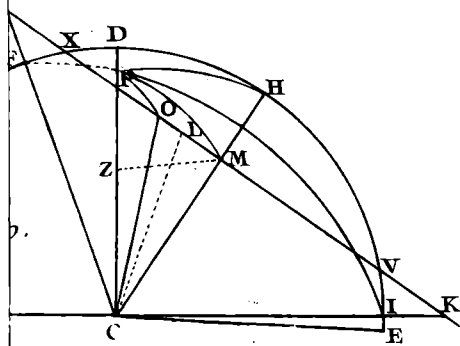
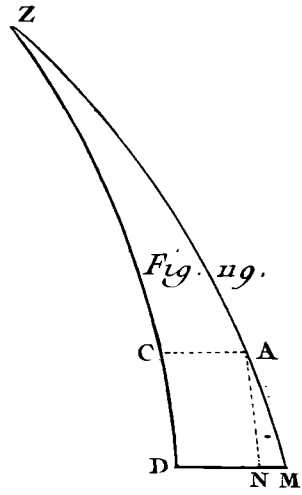
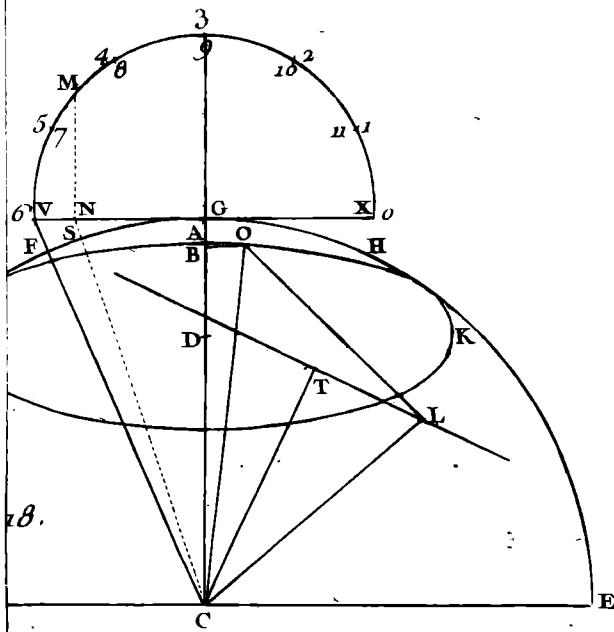
1567. Le 18 Janvier 272 avant J. C. Mars couvrit l'étoile boréale au front du Scorpion ; & Gassendi a vû Mars couvrir aussi l'étoile qui est à l'extrémité de l'aîle de la Vierge. Mars en 1672. couvrit une des étoiles du Verseau, & nous avons eu occasion de parler des remarques dont ce phénomène fut l'occasion (1353).

1568. Vénus dut cacher la belle étoile au cœur du Lion, le 16 Septembre 1574, & le 23 Sept. 1598, suivant Mœsthlinus, (*Kepler, Opt.* p. 301. Riccioli, *Alm.* I. 721.).

Les cometes couvrent aussi quelquefois des étoiles fixes. Le 12 de ce mois, (Janvier 1764), j'ai vû la comete, qui paroît actuellement, sortant de dessus une étoile de septieme grandeur à la queue du Cygne ; l'étoile étoit encore enveloppée dans la chévelure de la comete. Ces sortes d'observations seroient très-curieuses pour la théorie des cometes, si l'on connoissoit parfaitement les positions des petites étoiles.

1569. Enfin, on peut regarder comme une autre sorte d'éclipses les passages de Mercure & de Vénus sur le disque du soleil dans leurs conjonctions inférieures ; mais à cause de l'importance de ces passages, je suis obligé d'en parler plus au long, & ce sera la matiere du Livre suivant.

FIN DU TOME PREMIER.



Comparaison des
deux temps.

Temps vrai de la conjonction vraie à Berlin,	3 ^h 5' 50'' $\frac{1}{2}$
Temps vrai de la conjonction vraie à Paris,	2 21 44 $\frac{1}{2}$
Donc la différence des Méridiens,	0 44 6
Et par rapport à l'Observatoire R. de Paris,	0 44 8

Cette quantité est plus petite de 17'' que suivant la détermination de M. Grischow, (*Mémoires présentés à l'Acad. Tom. I.*), la longitude de l'étoile Antarès étoit alors 8° 6' 16' 20'', c'est aussi la longitude vraie de la lune pour le 5 Avril 14^h 21' 42'', temps vrai à l'Observatoire Royal de Paris, ou 14^h 24' 0'', temps moyen, & la latitude vraie de la lune étoit de 3° 45' 22'', suivant l'observation.

Utilité de cette
méthode.

1561. Cette maniere de déterminer les longitudes des différens pays de la terre, est la plus exacte que nous ayons; le seul inconvénient qu'on y trouve, est la longueur du calcul qu'elle suppose; c'est un très-grand obstacle, à cause du peu de personnes qui s'occupent de ces recherches. On verra dans le XIV^e. Livre différentes considérations sur la maniere d'observer les éclipses de lune & celles des satellites de Jupiter, pour en déduire la différence des méridiens entre deux villes; mais celle que je viens d'expliquer, fera peut-être toujours la plus exacte.

Lorsque la lune a passé l'opposition, sa partie orientale est éclairée, sa partie occidentale est obscurcie; ainsi les immersions se font dans la partie éclairée, & les émerfions se font dans la partie obscure, c'est-à-dire, à gauche dans une lunette astronomique: ce sont-là les seules émerfions dont on puisse être assuré; car quand l'étoile sort de la partie éclairée de la lune, sa lumiere trop foible par rapport à celle de la lune, ne se distingue pas ordinairement au premier instant.

Lorsqu'on a vû une planete, ou une étoile entrer sous la lune, & que l'on sçait à quelle distance elle doit passer par rapport au centre de la lune, on tire une ligne au travers des taches de la lune, & l'on essaie de remarquer vis-à-vis de quelles taches doit se faire l'émerfion; car si l'on n'est pas prévenu de la situation du point d'émerfion, c'est en vain que l'on espere appercevoir l'étoile au moment de son émerfion; & ces observations, au lieu d'être les plus exactes

tes que l'on ait, deviennent les plus défectueuses : je pourrois citer plusieurs exemples où des Astronomes habiles y ont été trompés grossièrement.

Il arrive souvent dans ces sortes d'éclipses que l'étoile paroît quelque temps sur le disque même de la lune ; je crois que c'est encore un effet de la diffraction ou inflexion des rayons qui sont attirés par le bord de la lune, (Voyez Newton, *Opt. p. 3.*), & non pas de l'atmosphère de la lune. Plusieurs raisons me paroissent prouver que la lune n'a point d'atmosphère ; 1°. dans les éclipses de soleil on voit le bord de la lune très-net & bien terminé ; 2°. nous ne voyons pas les taches de la lune changer de couleur ; 3°. Vénus, quand elle est éclipsée par la lune, ne change pas de forme ni de figure ; 4°. on a vû dans une occultation de Jupiter que le bord de la lune paroissoit sur le disque de Jupiter, (*Mém. Acad. 1715.*)

Il n'y a pas d'atmosphère dans la Lune.

Différentes sortes d'Eclipses.

1562. Les éclipses des planetes par la lune se calculent de la même maniere que les éclipses de soleil, ou d'étoiles, la seule différence consiste à prendre la somme des mouvemens de la planete & de la lune en latitude & en longitude, ou bien leur différence, suivant qu'ils se font en sens contraire, ou du même sens, cela donne le mouvement relatif en longitude & en latitude, qui sert à trouver l'inclinaison de l'orbite relative (1373).

Eclipses des planetes par la lune.

1563. Les éclipses des planetes par la lune sont assez fréquentes ; Mercure est la seule planete que l'on puisse rarement observer quand elle est cachée par la lune ; je n'en connois qu'une seule observation qui fut faite au Brésil par Margraf, dans le dernier siècle ; ces éclipses sont utiles pour déterminer les longitudes des villes où on les observe,

1564. Les planetes sont quelquefois assez proches l'une de l'autre pour s'éclipser mutuellement ; Mars parut éclipsé par Jupiter le 9 Janvier 1591, & par Vénus le 3 Octobre 1599, (Kepler, *Astron. Pars Optica*) ; Mercure

Eclipse d'une planete par une autre.

fut caché par Vénus le 17 May 1737, (*Philos. Transact.* n^o. 450.).

1565. On trouve aussi dans les Ouvrages des Astronomes plusieurs exemples des occultations d'étoiles par les planetes : Saturne couvrit l'étoile \circ de la sixieme grandeur à la corne australe du Taureau, le 7 Janvier 1679, suivant M. Kirch, *Miscel. Berolin.* p. 205.

1566. Jupiter couvrit l'étoile du Cancer appelée *l'Ane austral*, le 4 Sept. 241 avant J. C. ; & M. Pound observa en 1616 une autre occultation d'étoile par Jupiter, (*Phil. Transf.* n^o. 350.).

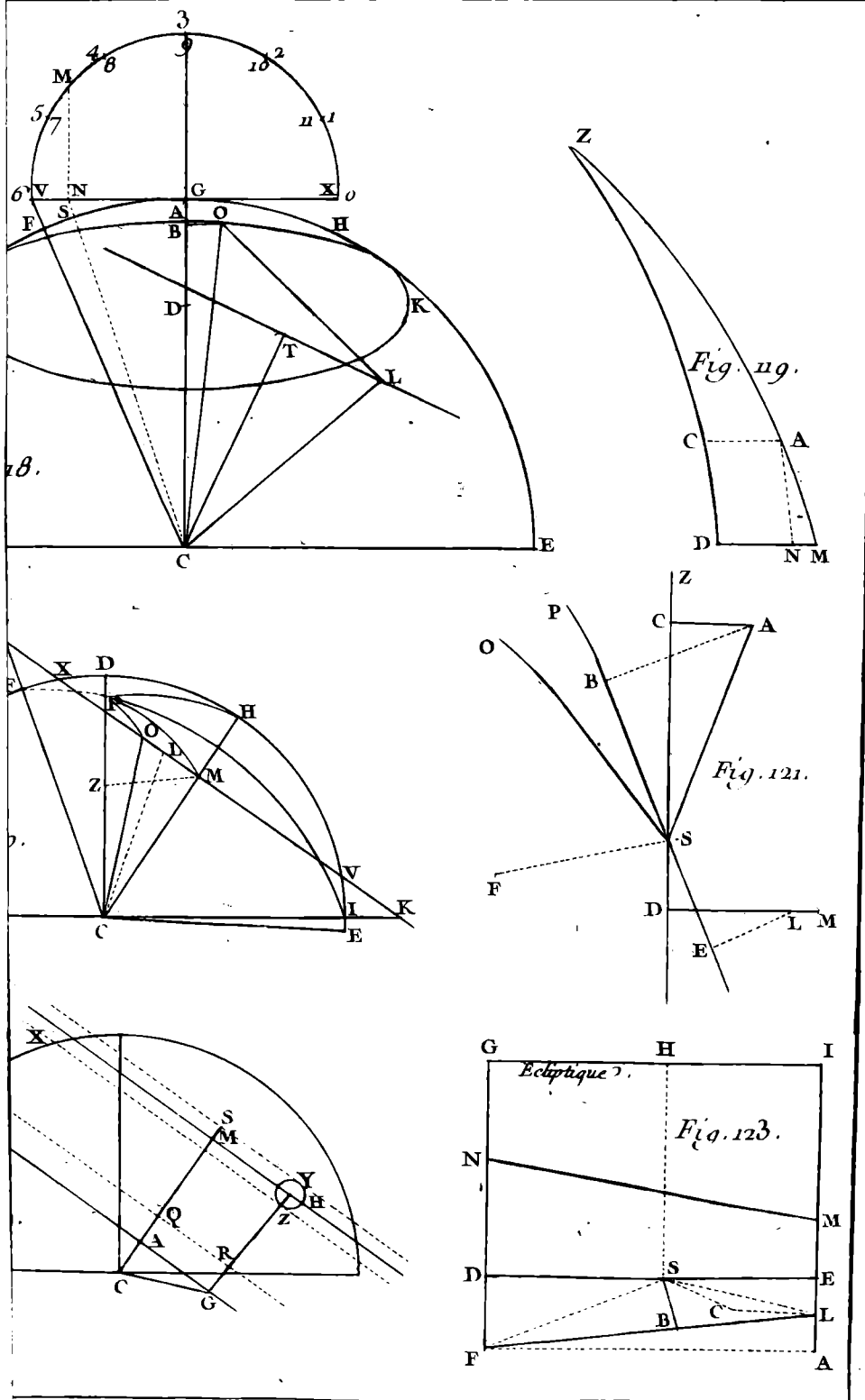
1567. Le 18 Janvier 272 avant J. C. Mars couvrit l'étoile boréale au front du Scorpion ; & Gassendi a vû Mars couvrir aussi l'étoile qui est à l'extrémité de l'aîle de la Vierge. Mars en 1672. couvrit une des étoiles du Verseau, & nous avons eu occasion de parler des remarques dont ce phénomène fut l'occasion (1353).

1568. Vénus dut cacher la belle étoile au cœur du Lion, le 16 Septembre 1574, & le 23 Sept. 1598, suivant Mœstlinus, (*Kepler, Opt* p. 301. Riccioli, *Alm.* I. 721.).

Les cometes couvrent aussi quelquefois des étoiles fixes. Le 12 de ce mois, (Janvier 1764), j'ai vû la comete, qui paroît actuellement, sortant de dessus une étoile de septieme grandeur à la queue du Cygne ; l'étoile étoit encore enveloppée dans la chévelure de la comete. Ces sortes d'observations seroient très-curieuses pour la théorie des cometes, si l'on connoissoit parfaitement les positions des petites étoiles.

1569. Enfin, on peut regarder comme une autre sorte d'éclipses les passages de Mercure & de Vénus sur le disque du soleil dans leurs conjonctions inférieures ; mais à cause de l'importance de ces passages, je suis obligé d'en parler plus au long, & ce sera la matiere du Livre suivant.

FIN DU TOME PREMIER.



TABLES

DES MOUVEMENTS DU SOLEIL

ET DE LA LUNE

POUR LE MÉRIDIEN DE PARIS;
Suivies du Catalogue des principales ÉTOILES.

TABLES DU SOLEIL.

TABLE I.

*Epoques des longitudes moyennes du Soleil , & des arguments
 qui reglent ses inégalités.*

Années séculaires Juliennes.	Longitude moyenne du Soleil.				Longitude de l'Apogée du Soleil.				Argum. I pour la Nutation.		Argum. II pour Jupiter.		Argum. III pour Venus.		Argum. IV pour la Lune.		Obliquité de l'Écliptique.			
	S.	D.	'	"	S.	D.	'	"	S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.	D.	'	"	
Avant Jésus-Christ.	800	9	1	49	41	1	22	14	20	2	18,5	10	23,1	9	23,5	4	18,6	24	2	13
	700	9	2	35	36	1	24	3	30	7	2,7	5	16,3	4	11,9	2	25,7	24	0	56
	600	9	3	21	32	1	25	52	40	11	16,8	0	9,5	11	0,3	1	2,7	23	59	40
	500	9	4	7	27	1	27	41	50	4	1,0	7	2,7	5	18,8	11	9,8	23	58	23
	400	9	4	53	23	1	29	31	0	8	15,2	1	25,9	0	7,2	9	16,8	23	57	5
	300	9	5	39	19	2	1	20	10	0	29,4	8	19,1	6	25,6	7	23,9	23	55	47
	200	9	6	25	14	2	3	9	20	5	3,6	3	12,3	1	14,1	6	0,9	23	54	28
	100	9	7	11	10	2	4	58	30	9	27,8	10	5,5	8	2,5	4	8,0	23	53	10
	0	9	7	57	5	2	6	47	40	2	12,0	4	28,7	2	20,9	2	15,0	23	51	50
	Années après J. C. vieux style.	100	9	8	43	1	2	8	36	50	6	26,2	11	21,9	9	9,4	0	22,0	23	50
200		9	9	28	57	2	10	26	0	11	10,3	6	15,0	3	27,8	10	29,1	23	49	10
300		9	10	14	52	2	12	15	10	3	24,5	1	8,2	10	16,2	9	6,1	23	47	48
400		9	11	0	48	2	14	4	20	8	8,7	8	1,4	5	4,6	7	13,2	23	46	27
500		9	11	46	43	2	15	53	30	0	22,9	2	24,6	11	23,1	5	20,2	23	45	5
600		9	12	32	39	2	17	42	40	5	7,1	9	17,8	6	11,5	3	27,3	23	43	43
700		9	13	18	35	2	19	31	50	9	21,3	4	11,0	0	29,9	2	4,4	23	42	20
800		9	14	4	30	2	21	21	0	2	5,5	11	4,2	7	18,4	0	11,4	23	40	56
900		9	14	50	26	2	23	10	10	6	19,7	5	27,4	2	6,8	10	18,4	23	39	32
1000		9	15	36	22	2	24	59	20	11	3,9	0	20,6	8	25,2	8	25,5	23	38	8
1100		9	16	22	18	2	26	48	30	3	18,0	7	13,8	3	13,6	7	2,6	23	36	42
1200		9	17	8	13	2	28	37	40	8	2,2	2	6,9	10	2,1	5	9,6	23	35	17
1300		9	17	54	9	3	0	26	50	0	16,4	9	0,1	4	20,5	3	16,7	23	33	51
1400		9	18	40	4	3	2	16	0	5	0,6	3	23,3	11	8,9	1	23,7	23	32	25
1500		9	19	26	0	3	4	5	10	9	14,8	10	16,5	5	27,4	0	0,8	23	30	58

Suite des Epoques du Soleil pour les Années Grégoriennes.

ANNÉES Grégor.	Longitude moyenne du Soleil.			Longitude de l'Apogée du Soleil.			Arg. I. pour la Nutar.		Arg. II. pour Jupiter.		Arg. III. pour Vénus.		Arg. IV. pour la Lune.		Obliquité de l'Ecliptique.								
	S. D. "			S. D. "			S. D.		S. D.		S. D.		S. D.		I. Janvier. I. Av. I. Juil. I. Oct.								
	D.	'	"	D.	'	"	S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.	D.	'	"	"	"				
Biff. 1600	9	10	20	32,3	3	5	54	19	1	28,5	5	0,7	0	9,6	6	5,9	23	29	30				
Biff. 1620	9	10	29	43,4	3	6	16	9	2	25,3	8	23,6	6	13,3	10	19,3	23	29	17				
Biff. 1640	9	10	38	54,6	3	6	37	59	3	22,2	0	16,5	0	17,0	3	2,7	23	29	4				
Biff. 1660	9	10	48	5,7	3	6	59	49	4	19,0	4	9,4	6	20,7	7	16,1	23	28	52				
Biff. 1680	9	10	57	16,8	3	7	21	39	5	15,8	8	2,3	0	24,3	11	29,6	23	28	41				
Com. 1700	9	10	7	19,6	3	7	43	29	6	12,6	11	24,2	6	27,5	4	0,8	23	28	32,2	32,3	32,4	32,6	
1701	9	9	52	58,4	3	7	44	35	7	2,0	10	23,7	2	12,5	8	10,4				32,9	33,2	33,6	34,0
1702	9	9	38	38,9	3	7	45	40	9	23,0	9	27,5	0	20,0	0	20,0				34,5	35,0	35,6	36,1
1703	9	9	24	21,1	3	7	46	46	8	10,6	8	22,5	5	12,6	4	29,7				36,7	37,3	37,9	38,5
Biff. 1704	9	10	9	9,9	3	7	47	51	9	0,0	7	22,9	0	28,1	9	21,5				39,2	39,9	40,5	41,1
1705	9	9	54	50,3	3	7	48	57	9	19,3	6	22,2	8	13,1	2	1,1				41,7	42,3	42,9	43,5
1706	9	9	40	30,8	3	7	50	2	10	8,7	5	21,7	3	28,1	6	10,7				44,0	44,5	44,9	45,3
1707	9	9	26	11,3	3	7	51	8	10	28,0	4	21,0	11	13,2	10	20,4				45,6	45,8	46,0	46,2
Biff. 1708	9	10	11	0,1	3	7	52	13	11	17,4	3	21,4	6	28,8	3	12,2				46,3	46,3	46,2	46,1
1709	9	9	56	40,6	3	7	53	19	0	6,7	2	20,8	2	13,9	7	21,8				46,0	45,8	45,5	45,1
1710	9	9	42	21,0	3	7	54	24	0	26,0	1	20,2	9	28,8	0	1,4				44,7	44,2	43,7	43,1
1711	9	9	28	1,5	3	7	55	30	1	15,4	0	19,7	5	13,9	4	11,0				42,5	41,8	41,1	40,3
Biff. 1712	9	10	12	50,3	3	7	56	35	2	4,7	11	20,0	0	29,5	9	2,9				39,6	38,8	38,0	37,1
1713	9	9	58	30,8	3	7	57	41	2	24,1	10	19,3	8	14,6	1	12,5				36,2	35,3	34,4	33,5
1714	9	9	44	11,1	3	7	58	46	3	13,4	9	18,8	3	29,7	5	22,1				32,7	31,9	31,1	30,3
1715	9	9	29	51,7	3	7	59	52	4	2,7	8	18,2	11	14,7	10	1,7				29,5	28,8	28,1	27,5
Biff. 1716	9	10	14	40,5	3	8	0	57	4	22,1	7	18,5	7	0,3	2	23,5				26,9	26,3	25,8	25,4
1717	9	10	0	21,0	3	8	2	3	5	11,4	6	18,0	2	15,3	7	3,2				25,0	24,7	24,4	24,2
1718	9	9	46	1,5	3	8	3	8	6	0,8	5	17,3	10	0,4	11	12,8				24,1	24,0	24,0	24,1
1719	9	9	31	42,0	3	8	4	14	6	20,1	4	16,8	5	15,4	3	22,4				24,2	24,4	24,6	24,9
Biff. 1720	9	10	16	30,8	3	8	5	19	7	9,5	3	17,2	1	1,1	8	14,2				25,3	25,7	26,1	26,6
1721	9	10	2	11,2	3	8	6	25	7	28,8	2	16,5	8	16,1	0	23,8				27,1	27,7	28,3	28,9
1722	9	9	47	51,7	3	8	7	30	8	18,1	1	16,0	4	1,1	5	3,5				29,5	30,1	30,8	31,4
1723	9	9	33	32,2	3	8	8	36	9	7,5	0	15,4	11	16,2	9	13,1				32,1	32,7	33,3	33,9
Biff. 1724	9	10	18	21,0	3	8	9	41	9	26,8	11	15,7	7	1,8	2	4,9				34,5	35,1	35,6	36,1
1725	9	10	4	1,5	3	8	10	47	10	16,2	10	15,2	2	16,8	6	14,5				36,5	36,9	37,2	37,5
1726	9	9	49	42,0	3	8	11	52	11	5,5	9	14,5	10	1,8	10	24,1				37,8	37,9	38,0	38,1
1727	9	9	35	22,4	3	8	12	58	11	24,8	8	14,0	5	16,8	3	3,8				38,1	38,0	37,9	37,7
Biff. 1728	9	10	20	11,2	3	8	14	3	0	14,2	7	14,2	1	2,6	7	25,6				37,4	37,1	36,7	36,2
1729	9	10	5	51,7	3	8	15	9	1	3,5	6	13,7	8	17,6	0	5,2				35,7	35,1	34,5	33,9
1730	9	9	51	32,2	3	8	16	14	1	22,9	5	13,1	4	2,6	4	14,8				33,2	32,5	31,7	30,9
1731	9	9	37	12,6	3	8	17	20	2	12,2	4	12,5	11	17,7	8	24,5				30,1	29,3	28,5	27,6
Biff. 1732	9	10	22	1,4	3	8	18	25	3	1,6	3	12,9	7	3,3	1	16,3				26,7	25,8	24,9	24,1
1733	9	10	7	41,9	3	8	19	31	3	20,9	2	12,2	2	18,3	5	25,9				23,3	22,5	21,7	20,9
1734	9	9	53	22,4	3	8	20	36	4	10,3	1	11,7	10	3,3	10	5,5				20,2	19,5	18,9	18,3
1735	9	9	39	2,9	3	8	21	41	4	29,6	0	11,1	5	18,3	2	15,2				17,8	17,3	16,9	16,6
Biff. 1736	9	10	23	51,7	3	8	22	47	5	18,9	11	11,5	1	4,0	7	7,0				16,3	16,1	15,9	15,8
1737	9	10	9	32,1	3	8	23	52	6	8,3	10	10,8	8	19,1	11	16,6				15,8	15,8	15,9	16,1
1738	9	9	55	12,6	3	8	24	58	6	27,6	9	10,3	4	4,1	3	26,2				16,3	16,6	16,9	17,3
1739	9	9	40	53,1	3	8	26	3	7	16,9	8	9,7	11	19,1	8	5,8				17,7	18,2	18,7	19,2
Biff. 1740	9	10	25	41,9	3	8	27	9	8	6,3	7	10,0	7	4,8	0	27,7				19,8	20,4	21,0	21,6
1741	9	10	11	22,4	3	8	28	14	8	25,6	6	9,4	2	19,8	5	7,3				22,3	23,0	23,7	24,3
1742	9	9	57	2,8	3	8	29	20	9	15,0	5	8,9	10	4,8	9	16,4				24,9	25,5	26,1	26,7
1743	9	9	42	43,3	3	8	30	25	10	4,3	4	8,2	5	19,8	1	26,5				27,2	27,7	28,1	28,5
Biff. 1744	9	10	27	32,1	3	8	31	31	10	23,7	3	8,6	1	5,5	6	18,3				28,9	29,2	29,5	29,7
1745	9	10	13	12,6	3	8	32	36	11	13,0	2	8,0	8	20,6	10	28,0				29,8	29,9	29,9	29,9
1746	9	9	58	53,1	3	8	33	42	0	2,3	1	7,4	4	5,6	3	7,6				29,8	29,6	29,3	29,0
1747	9	9	44	33,5	3	8	34	47	0	21,6	11	20,6	7	17,2	7	17,2				28,7	28,3	27,8	27,3
Biff. 1748	9	10	29	22,3	3	8	35	53	1	11,0	11	7,2	7	6,3	0	9,0				26,7	26,1	25,4	24,7
1749	9	10	15	2,8	3	8	36	58	2	0,4	10	6,6	2	21,3	4	18,6				23,9	23,1	22,3	21,5
1750	9	10	0	43,4	3	8	38	4	2	19,7	9	6,0	10	6,3	8	28,3				20,7	19,8	18,9	18,0
1751	9	9	46	23,8	3	8	39	9	3	9,0	8	5,4	5	21,3	1	7,9				17,2	16,3	15,5	14,7

Suite des Epoques du Soleil pour les Années Grégoriennes.

ANNEES Grégor.	Longitude moyenne du Soleil.			Longitude de l'Apogée du Soleil.			Arg. I pour la Nutat.		Arg. II pour Jupiter.		Arg. III pour Vénus.		Arg. IV. pour la Lune.		Obliquité de l'Ecliptique.					
	S. D. "			S. D. "			S. D.		S. D.		S. D.		S. D.		1. Janvier. 1. Av. 1. Juil. 1. Oct.					
	D.	'	"	D.	'	"	D.	'	D.	'	D.	'	D.	'	D.	'	"	"	"	"
Biff. 1752	9	10	31 12,6	3	8	40 15	3	28,3	7	5,7	1	7,0	5	29,7	23	28	13,9	13,1	12,4	11,7
1753	9	10	16 53,0	3	8	41 20	4	17,7	6	5,2	8	22,0	10	9,3			11,0	10,4	9,8	9,3
1754	9	10	2 33,5	3	8	42 26	5	7,1	5	4,5	4	7,1	2	18,9			8,9	8,5	8,2	7,9
1755	9	9	48 14,1	3	8	43 31	5	26,4	4	4,0	11	22,1	6	28,6			7,8	7,7	7,6	7,6
Biff. 1756	9	10	33 2,8	3	8	44 37	6	15,8	3	4,4	7	7,7	11	20,4			7,7	7,8	8,0	8,3
1757	9	10	18 43,3	3	8	45 42	7	5,1	2	3,7	2	22,8	4	0,0			8,7	9,0	9,4	9,8
1758	9	10	4 23,8	3	8	46 48	7	24,4	1	3,1	10	7,8	8	9,6			10,2	10,7	11,3	11,9
1759	9	9	50 4,2	3	8	47 53	8	13,8	0	2,5	5	22,8	0	19,3			12,5	13,1	13,7	14,4
Biff. 1760	9	10	34 53,0	3	8	48 59	9	3,2	11	2,9	1	8,5	5	11,1			15,1	15,8	16,4	17,0
1761	9	10	20 33,5	3	8	50 4	9	22,5	10	2,3	8	23,5	9	20,7			17,6	18,2	18,7	19,2
1762	9	10	6 14,0	3	8	51 10	10	11,8	9	1,7	4	8,5	2	0,3			19,7	20,1	20,5	20,8
1763	9	9	51 54,5	3	8	52 15	11	1,1	8	1,2	11	23,6	6	9,9			21,1	21,4	21,6	21,7
Biff. 1764	9	10	36 43,3	3	8	53 21	11	20,5	7	1,5	7	9,2	11	1,8			21,7	21,7	21,6	21,5
1765	9	10	22 23,7	3	8	54 26	0	9,8	6	0,9	2	24,2	3	11,4			21,3	21,0	20,6	20,3
1766	9	10	8 4,2	3	8	55 32	0	29,2	5	0,3	10	9,3	7	21,0			19,8	19,3	18,7	18,1
1767	9	9	53 44,7	3	8	56 37	1	18,5	3	29,7	5	24,3	0	0,6			17,5	16,8	16,1	15,3
Biff. 1768	9	10	38 33,5	3	8	57 43	2	7,9	3	0,0	1	9,9	4	22,4			14,5	13,7	12,9	12,0
1769	9	10	24 14,0	3	8	58 48	2	27,2	1	29,6	8	25,0	9	2,1			11,1	10,2	9,3	8,5
1770	9	10	9 54,4	3	8	59 54	3	16,5	0	28,9	4	10,0	1	11,7			7,7	6,8	6,0	5,2
1771	9	9	55 34,9	3	9	0 59	4	5,8	11	28,3	11	25,0	5	21,3			4,4	3,7	3,1	2,5
Biff. 1772	9	10	40 23,7	3	9	2 5	4	25,3	10	28,7	7	10,7	10	13,1			1,9	1,4	0,9	0,5
1773	9	10	26 4,2	3	9	3 10	5	14,6	9	28,0	2	25,7	2	22,7	23	28	0,2	59,9	59,7	59,6
1774	9	10	11 44,7	3	9	4 16	6	3,9	8	27,5	10	10,7	7	2,3	23	27	59,5	59,4	59,5	59,6
1775	9	9	57 25,1	3	9	5 21	6	23,2	6	23,2	5	25,8	11	11,9	23	27	59,7	59,9	0,2	0,5
Biff. 1776	9	10	42 13,9	3	9	6 27	7	12,6	6	27,2	1	11,4	4	3,8	23	28	0,9	1,3	1,8	2,3
1777	9	10	27 54,4	3	9	7 32	8	1,9	5	26,6	8	26,4	8	13,4			2,9	3,5	4,1	4,7
1778	9	10	13 34,9	3	9	8 38	8	21,3	4	26,0	4	11,5	0	23,0			5,3	5,9	6,5	7,2
1779	9	9	59 15,5	3	9	9 43	9	10,6	3	25,4	11	26,6	5	2,7			7,9	8,5	9,1	9,7
Biff. 1780	9	10	44 4,2	3	9	10 49	10	0,0	2	25,7	7	12,2	9	24,5			10,3	10,8	11,3	11,8
1781	9	10	29 44,7	3	9	11 54	10	19,3	1	25,2	2	27,2	2	4,1			12,2	12,6	12,9	13,1
1782	9	10	15 25,2	3	9	13 0	11	8,6	0	24,5	10	12,2	6	13,7			13,3	13,4	13,5	13,5
1783	9	10	1 5,6	3	9	14 5	11	28,0	11	24,0	5	27,2	10	23,4			13,5	13,4	13,2	12,9
Biff. 1784	9	10	45 54,4	3	9	15 11	0	17,4	10	24,4	1	13,0	3	15,2			12,6	12,2	11,8	11,3
1785	9	10	31 34,9	3	9	16 16	1	6,7	9	23,7	8	28,0	7	24,8			10,8	10,2	9,6	8,9
1786	9	10	17 15,4	3	9	17 22	1	26,0	8	23,1	4	13,0	0	4,4			8,2	7,4	6,6	5,8
1787	9	10	2 55,9	3	9	18 27	2	15,3	7	22,5	11	28,1	4	14,0			5,0	4,2	3,3	2,4
Biff. 1788	9	10	47 44,7	3	9	19 33	3	4,7	6	22,9	7	13,7	9	6,0			1,5	0,6	59,8	59,0
1789	9	10	33 25,1	3	9	20 38	3	24,1	5	22,3	2	28,7	1	15,5	23	27	58,2	57,4	56,6	55,9
1790	9	10	19 5,6	3	9	21 44	4	13,4	4	21,7	10	13,7	5	25,1			55,2	54,6	54,0	53,5
1791	9	10	4 46,1	3	9	22 49	5	2,7	3	21,2	5	28,7	10	4,7			53,0	52,5	52,2	51,9
Biff. 1792	9	10	49 34,9	3	9	23 55	5	22,1	2	21,5	1	14,4	2	26,5			51,6	51,4	51,3	51,2
1793	9	10	35 15,4	3	9	25 0	6	11,4	1	20,9	8	29,5	7	6,2			51,3	51,4	51,5	51,7
1794	9	10	20 55,9	3	9	26 6	7	0,8	0	20,3	4	14,5	11	15,8			51,9	52,2	52,5	52,9
1795	9	10	6 36,3	3	9	27 11	7	20,1	11	19,7	11	29,5	3	25,4			53,4	53,9	54,4	55,0
Biff. 1796	9	10	51 25,1	3	9	28 17	8	9,5	10	20,0	7	15,2	8	17,2			55,6	56,2	56,8	57,4
1797	9	10	37 5,6	3	9	29 22	8	28,8	9	19,6	3	0,2	0	26,8			58,1	58,8	59,5	0,1
1798	9	10	22 46,1	3	9	30 28	9	18,1	8	18,9	10	15,2	5	6,4	23	28	0,7	1,3	1,9	2,4
1799	9	10	8 26,5	3	9	31 33	10	7,5	7	18,3	6	0,2	9	16,0			2,9	3,4	3,8	4,2
Com. 1800	9	9	54 7,0	3	9	32 39	10	26,8	6	17,7	1	15,2	1	25,6			4,5	4,8	5,0	5,2

EXPLICATION. La construction de la Table des Epoques a été expliquée en détail (996 & suiv.). L'argument I est le supplément de la longitude du nœud qui règle l'inégalité de la précession des Equinoxes (2292) renfermée dans la VI^e Table. L'argument II est la longitude du Soleil, moins celle de Jupiter, qui règle l'inégalité des Tables VII & IX. L'argument III est la longitude de Vénus, moins celle de la Terre (qui est plus grande de six signes que la longitude du Soleil) de laquelle dépend l'attraction de Vénus (Table VIII). L'argument IV est la longitude de la Lune, moins celle du Soleil.

TABLE II.

Mouvement moyen du Soleil pour les Années complètes.

ANNÉES complètes.	Mouvement moyen du Soleil.			Mouvement de l'Apogée.			Argum. I. Præcess.		Arg. II. pour Jupiter.		Arg. III. pour Vénus.		Arg. IV. pour la Lune.		
	S.	D.	"	D.	"	"	S.	D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.	
1	11	29	45	40,5	0	1	5	0	19,3	10	29,4	7	15,0	4	9,6
2	11	29	31	20,9	0	2	11	1	8,7	9	28,8	3	0,1	8	19,2
3	11	29	17	1,4	0	3	16	1	28,0	8	28,3	10	15,1	0	28,9
Biff. 4	0	0	1	50,2	0	4	22	2	17,4	7	28,6	6	0,7	5	20,7
5	11	29	47	30,7	0	5	27	3	6,7	6	28,0	1	15,8	10	0,3
6	11	29	33	11,2	0	6	33	3	26,0	5	27,4	9	0,8	2	9,9
Biff. 7	11	29	18	51,6	0	7	38	4	15,4	4	26,8	4	15,8	6	19,6
8	0	0	3	40,5	0	8	44	5	4,7	3	27,1	0	1,5	11	11,4
9	11	29	49	20,9	0	9	49	5	24,1	2	26,6	7	16,5	3	21,0
10	11	29	35	1,4	0	10	55	6	13,4	1	26,0	3	1,5	8	0,6
11	11	29	20	41,9	0	12	0	7	2,7	0	25,4	10	16,6	0	10,2
Biff. 12	0	0	5	30,7	0	13	6	7	22,1	11	25,7	6	2,2	5	2,1
13	11	29	51	11,2	0	14	11	8	11,4	10	25,1	1	17,2	9	11,7
14	11	29	36	51,6	0	15	17	9	0,8	9	24,5	9	2,3	1	21,3
15	11	29	22	32,1	0	16	22	9	20,1	8	24,0	4	17,3	6	0,9
Biff. 16	0	0	7	20,9	0	17	28	10	9,5	7	24,3	0	3,0	10	22,7
17	11	29	53	1,4	0	18	33	10	28,8	6	23,7	7	18,0	3	2,4
18	11	29	38	41,9	0	19	39	11	18,1	5	23,1	3	3,0	7	12,0
19	11	29	24	22,3	0	20	44	0	7,5	4	22,5	10	18,0	11	21,6
20	0	0	9	11,1	0	21	50	0	26,8	3	22,9	6	3,7	4	13,4
Biff. 40	0	0	18	22,3	0	43	40	1	23,7	7	14,7	0	7,4	8	26,8
Biff. 60	0	0	27	33,4	1	5	30	2	20,5	11	7,6	6	11,1	1	10,2
Biff. 80	0	0	36	44,5	1	27	20	3	17,3	3	0,4	0	14,8	5	23,6
Biff. 100	0	0	45	55,6	1	49	10	4	14,2	6	23,3	6	18,4	10	7,0
Com. 100	11	29	46	47,3	1	49	10	4	14,1	6	22,4	6	17,8	9	25,9
Biff. 200	0	1	31	51,3	3	38	20	8	28,4	1	16,6	1	6,9	8	14,1
Biff. 300	0	2	17	46,9	5	27	30	1	12,6	8	9,9	7	25,3	6	21,1
Biff. 400	0	3	3	42,6	7	16	40	5	26,7	3	3,2	2	13,7	4	28,2
Biff. 500	0	3	49	38,2	9	5	50	10	10,9	9	26,5	9	2,2	3	5,2
Biff. 600	0	4	35	33,9	10	55	0	2	25,1	4	19,8	3	20,6	1	12,3
Biff. 1000	0	7	39	16,5	18	11	40	8	21,9	7	21,9	6	4,3	6	10,5
Biff. 2000	0	15	18	33,0	36	23	20	5	13,7	3	13,9	0	8,7	0	21,0
Biff. 3000	0	22	57	49,5	54	35	0	2	5,6	11	5,8	6	13,0	7	1,5

La Table I renferme aussi l'obliquité de l'Ecliptique : depuis l'année 800 avant J. C. jusqu'à l'année 1500, je me suis contenté de calculer l'obliquité moyenne pour le commencement de chaque siècle, avec le changement inégal qu'elle éprouve (2200 & 2201); mais depuis l'année 1600 inclusivement jusqu'à l'année 1800, j'ai conservé celle qui a été calculée par M. de la Caille de trois en trois mois, en supposant qu'elle ne diminue que de 44" par siècle, & en tenant compte de l'inégalité périodique (2290).

La construction de la colonne du mouvement moyen du Soleil (Table II) suppose la révolution tropique du Soleil de 365; 5^h 48' 49", ce qui ne diffère pas sensiblement de celle que j'ai établie (590).

Le changement de l'argument premier est le mouvement même du nœud de la Lune. Le changement des arguments II, III & IV est la différence entre le mouvement moyen du Soleil, & celui de Jupiter, de Vénus, ou de la Lune.

Je n'ai point fait usage de la colonne que M. de la Caille avoit calculée pour le changement de l'obliquité de l'Ecliptique, parce que ce mouvement est inégal (2201); ainsi cette colonne étoit défectueuse.

Si l'on vouloit calculer le lieu du Soleil pour l'année 1585, on ajouteroit avec la longitude qui répond à l'an 1500, le mouvement pour 80 ans, & le mouvement pour 5 ans; & si l'on vouloit calculer pour l'an 522 avant J. C. on prendroit l'Epoque pour l'an 600 avant J. C. & l'on y ajouteroit le mouvement pour 60 & pour 18 ans, c'est-à-dire, pour 78 ans.

La longitude moyenne du Soleil & son mouvement sont exprimés en signes, degrés, minutes, secondes & dixièmes de secondes; les quatre arguments sont en signes, degrés & dixièmes parties de degrés; mais on peut négliger ces dixièmes dans presque tous les calculs.

T A B L E III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

J A N V I E R							F É V R I E R																		
<i>Dans les Années communes.</i>							<i>Dans les Années communes.</i>																		
Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.	Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.						
	S.	D.	'	"	"	D.	S.	D.	S.		D.	S.	D.	'	"	"	D.	S.	D.	S.	D.				
1	0	0	59	8,3	0,2	0,1	0	0,9	0	0,6	0	12,2	1	I	1	32	26,6	5,7	1,7	0	28,9	0	19,7	1	0,1
2	0	1	58	16,7	0,4	0,1	0	1,8	0	1,2	0	24,4	2	I	2	31	34,9	5,9	1,7	0	29,8	0	20,3	1	12,3
3	0	2	57	25,0	0,5	0,2	0	2,7	0	1,8	1	6,6	3	I	3	30	43,2	6,1	1,8	1	0,7	0	21,0	1	24,5
4	0	3	56	33,3	0,7	0,2	0	3,6	0	2,5	1	18,8	4	I	4	29	51,6	6,3	1,8	1	1,6	0	21,6	2	6,7
5	0	4	55	41,6	0,9	0,3	0	4,5	0	3,1	2	1,0	5	I	5	28	59,9	6,5	1,9	1	2,5	0	22,2	2	18,9
6	0	5	54	50,0	1,1	0,3	0	5,4	0	3,7	2	13,1	6	I	6	28	8,2	6,6	1,9	1	3,4	0	22,8	3	1,1
7	0	6	53	58,3	1,3	0,4	0	6,3	0	4,3	2	25,3	7	I	7	27	16,6	6,8	2,0	1	4,3	0	23,4	3	13,2
8	0	7	53	6,6	1,4	0,4	0	7,2	0	4,9	3	7,5	8	I	8	26	24,9	7,0	2,1	1	5,2	0	24,0	3	25,4
9	0	8	52	15,0	1,6	0,5	0	8,1	0	5,5	3	19,7	9	I	9	25	33,2	7,2	2,1	1	6,1	0	24,7	4	7,6
10	0	9	51	23,3	1,8	0,5	0	9,0	0	6,2	4	1,9	10	I	10	24	41,5	7,4	2,2	1	7,0	0	25,3	4	19,8
11	0	10	50	31,6	2,0	0,6	0	9,9	0	6,8	4	14,1	11	I	11	23	49,9	7,5	2,2	1	7,9	0	25,9	5	2,0
12	0	11	49	40,0	2,2	0,6	0	10,8	0	7,4	4	26,3	12	I	12	22	58,2	7,7	2,3	1	8,8	0	26,5	5	14,2
13	0	12	48	48,3	2,3	0,7	0	11,7	0	8,0	5	8,5	13	I	13	22	6,5	7,9	2,3	1	9,7	0	27,1	5	26,4
14	0	13	47	56,6	2,5	0,7	0	12,6	0	8,6	5	20,7	14	I	14	21	14,9	8,1	2,4	1	10,6	0	27,7	6	8,6
15	0	14	47	5,0	2,7	0,8	0	13,5	0	9,2	6	2,9	15	I	15	20	23,2	8,3	2,4	1	11,5	0	28,4	6	20,8
16	0	15	46	13,3	2,9	0,8	0	14,4	0	9,9	6	15,1	16	I	16	19	31,5	8,4	2,5	1	12,4	0	29,0	7	3,0
17	0	16	45	21,6	3,0	0,9	0	15,3	0	10,5	6	27,2	17	I	17	18	39,9	8,6	2,5	1	13,3	0	29,6	7	15,2
18	0	17	44	29,9	3,2	0,9	0	16,2	0	11,1	7	9,4	18	I	18	17	48,2	8,8	2,6	1	14,2	1	0,2	7	27,3
19	0	18	43	38,3	3,4	1,0	0	17,1	0	11,7	7	21,6	19	I	19	16	56,5	9,0	2,6	1	15,1	1	0,8	8	9,5
20	0	19	42	46,6	3,6	1,1	0	18,0	0	12,3	8	3,8	20	I	20	16	4,8	9,2	2,7	1	16,0	1	1,4	8	21,7
21	0	20	41	54,9	3,8	1,1	0	18,9	0	12,9	8	16,0	21	I	21	15	13,2	9,3	2,7	1	16,9	1	2,1	9	3,9
22	0	21	41	3,3	3,9	1,2	0	19,8	0	13,6	8	28,2	22	I	22	14	21,5	9,5	2,8	1	17,8	1	2,7	9	16,1
23	0	22	40	11,6	4,1	1,2	0	20,7	0	14,2	9	10,4	23	I	23	13	29,8	9,7	2,8	1	18,7	1	3,3	9	28,3
24	0	23	39	19,9	4,3	1,3	0	21,6	0	14,8	9	22,6	24	I	24	12	38,2	9,9	2,9	1	19,6	1	3,9	10	10,5
25	0	24	38	28,2	4,5	1,3	0	22,6	0	15,4	10	4,8	25	I	25	11	46,5	10,0	3,0	1	20,5	1	4,5	10	22,7
26	0	25	37	36,6	4,7	1,4	0	23,5	0	16,0	10	17,0	26	I	26	10	54,8	10,2	3,0	1	21,4	1	5,1	11	4,9
27	0	26	36	44,9	4,8	1,4	0	24,4	0	16,6	10	29,1	27	I	27	10	3,2	10,4	3,1	1	22,3	1	5,7	11	17,1
28	0	27	35	53,2	5,0	1,5	0	25,3	0	17,2	11	11,3	28	I	28	9	11,5	10,6	3,1	1	23,2	1	6,4	11	29,3
29	0	28	35	1,6	5,2	1,5	0	26,2	0	17,9	11	23,5													
30	0	29	34	9,9	5,4	1,6	0	27,1	0	18,5	0	5,7													
31	I	0	33	18,2	5,6	1,6	0	28,0	0	19,1	0	17,9													

Dans les Années bissextiles, il faut ôter un jour de la date proposée; si c'est dans les mois de Janvier & de Février, par exemple, quand vous voulez calculer pour le 3, il faut prendre le mouvement pour le 2.

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

I. Je suppose qu'on cherche le lieu du Soleil pour le 5 Mars 1749 à 0^h 11' 42" de temps moyen. Si l'on ne connoît que le temps vrai, on supposeroit néanmoins que c'est un temps moyen, & l'on corrigeroit l'erreur de cette supposition à la fin du calcul, comme je le dirai plus bas.

II. On prendra dans la Table I la longitude du Soleil pour 1749 avec celle de l'apogée, & les quatre

T A B L E III.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

M A R S.							A V R I L.										
Jours.	Mouvement moyen du Soleil.			Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.	Jours.	Mouvement moyen du Soleil.			Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.
	S.	D.	" "	"	D.	S.	D.	S.		D.	S.	D.	"	D.	S.	D.	S.
1	1	29	8 19,8	10,8	3,2	1 24,1	1 7,0	0 11,4	1	2	29	41 38,0	16,3	4,8	2 22,1	1 26,1	0 29,4
2	2	0	7 28,1	10,9	3,2	1 25,0	1 7,6	0 23,6	2	3	0	40 46,4	16,5	4,8	2 23,0	1 26,7	1 11,5
3	2	1	6 36,5	11,1	3,3	1 25,9	1 8,3	1 5,8	3	3	1	39 54,7	16,7	4,9	2 23,9	1 27,3	1 23,7
4	2	2	5 44,8	11,3	3,3	1 26,8	1 8,9	1 18,0	4	3	2	39 3,0	16,9	4,9	2 24,8	1 28,0	2 5,9
5	2	3	4 53,1	11,5	3,4	1 27,7	1 9,5	2 0,2	5	3	3	38 11,4	17,0	5,0	2 25,7	1 28,6	2 18,1
6	2	4	4 1,5	11,7	3,4	1 28,6	1 10,1	2 12,4	6	3	4	37 19,7	17,2	5,1	2 26,6	1 29,2	3 0,3
7	2	5	3 9,8	11,8	3,5	1 29,6	1 10,7	2 24,6	7	3	5	36 28,0	17,4	5,1	2 27,6	1 29,8	3 12,5
8	2	6	2 18,1	12,0	3,5	2 0,5	1 11,3	3 6,8	8	3	6	35 36,4	17,6	5,2	2 28,5	2 0,4	3 24,7
9	2	7	1 26,5	12,2	3,6	2 1,4	1 11,9	3 19,0	9	3	7	34 44,7	17,8	5,2	2 29,4	2 1,0	4 6,9
10	2	8	0 34,8	12,4	3,6	2 2,3	1 12,5	4 1,2	10	3	8	33 53,0	17,9	5,3	3 0,3	2 1,7	4 19,1
11	2	8	59 43,1	12,6	3,7	2 3,2	1 13,2	4 13,3	11	3	9	33 1,4	18,1	5,3	3 1,2	2 2,3	5 1,3
12	2	9	58 51,4	12,7	3,7	2 4,1	1 13,8	4 25,5	12	3	10	32 9,7	18,3	5,4	3 2,1	2 2,9	5 13,5
13	2	10	57 59,8	12,9	3,8	2 5,0	1 14,4	5 7,7	13	3	11	31 18,0	18,5	5,4	3 3,0	2 3,5	5 25,6
14	2	11	57 8,1	13,1	3,8	2 5,9	1 15,0	5 19,9	14	3	12	30 26,3	18,7	5,5	3 3,9	2 4,1	6 7,8
15	2	12	56 16,4	13,3	3,9	2 6,8	1 15,6	6 2,1	15	3	13	29 34,7	18,8	5,5	3 4,8	2 4,7	6 20,0
16	2	13	55 24,8	13,5	3,9	2 7,7	1 16,2	6 14,3	16	3	14	28 43,0	19,0	5,6	3 5,7	2 5,4	7 2,2
17	2	14	54 33,1	13,6	4,0	2 8,6	1 16,9	6 26,5	17	3	15	27 51,3	19,2	5,6	3 6,6	2 6,0	7 14,4
18	2	15	53 41,4	13,8	4,1	2 9,5	1 17,5	7 8,7	18	3	16	26 59,7	19,4	5,7	3 7,5	2 6,6	7 26,6
19	2	16	52 49,8	14,0	4,1	2 10,4	1 18,1	7 20,9	19	3	17	26 8,0	19,6	5,7	3 8,4	2 7,2	8 8,8
20	2	17	51 58,1	14,2	4,2	2 11,3	1 18,7	8 3,1	20	3	18	25 16,3	19,7	5,8	3 9,3	2 7,8	8 21,0
21	2	18	51 6,4	14,4	4,2	2 12,2	1 19,3	8 15,3	21	3	19	24 24,7	19,9	5,8	3 10,2	2 8,4	9 3,2
22	2	19	50 14,8	14,5	4,3	2 13,1	1 19,9	8 27,5	22	3	20	23 33,0	20,1	5,9	3 11,1	2 9,1	9 15,4
23	2	20	49 23,1	14,7	4,3	2 14,0	1 20,6	9 9,6	23	3	21	22 41,3	20,3	6,0	3 12,0	2 9,7	9 27,6
24	2	21	48 31,4	14,9	4,4	2 14,9	1 21,2	9 21,8	24	3	22	21 49,6	20,5	6,0	3 12,9	2 10,3	10 9,7
25	2	22	47 39,7	15,1	4,4	2 15,8	1 21,8	10 4,0	25	3	23	20 58,0	20,6	6,1	3 13,8	2 10,9	10 21,9
26	2	23	46 48,1	15,3	4,5	2 16,7	1 22,4	10 16,2	26	3	24	20 6,3	20,8	6,1	3 14,7	2 11,5	11 4,1
27	2	24	45 56,4	15,4	4,5	2 17,6	1 23,0	10 28,4	27	3	25	19 14,6	21,0	6,2	3 15,6	2 12,1	11 16,3
28	2	25	45 4,7	15,6	4,6	2 18,5	1 23,6	11 10,6	28	3	26	18 23,0	21,2	6,2	3 16,5	2 12,8	11 28,5
29	2	26	44 13,1	15,8	4,6	2 19,4	1 24,3	11 22,8	29	3	27	17 31,3	21,4	6,3	3 17,4	2 13,4	12 0,7
30	2	27	43 21,4	16,0	4,7	2 20,3	1 24,9	0 5,0	30	3	28	16 39,6	21,5	6,3	3 18,3	2 14,0	0 22,9
31	2	28	42 29,7	16,2	4,7	2 21,2	1 25,5	0 17,2									

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

arguments; dans la Table III, le mouvement qui répond au 5 Mars, soit pour le Soleil, soit pour l'apogée & pour les quatre arguments; dans la Table IV, le mouvement pour 11' & le mouvement pour 42"; on ajoutera les mouvements avec l'Epoque, & l'on aura la longitude moyenne du Soleil, la longitude de son apogée pour le 5 Mars 1749 à 0^h 11' 42" de temps moyen, & les arguments de ses inégalités pour le même temps, comme dans l'exemple figuré qui se trouvera ci-après.

III. Le lieu de l'apogée 3^o 8' 37' 9" 5 étant retranché de la longitude moyenne du Soleil 11^o 13' 20' 24" 7, il reste l'anomalie moyenne du Soleil 8^o 4' 43' 15" 2, avec laquelle il faut chercher l'équation du centre.

IV. Dans la Table V, on trouvera (pag. 14) au dessus de 8 lignes & vis-à-vis de 4^o 40' l'équation 1^o 45' 20" 7 avec un changement de 8" 3 pour dix minutes d'anomalie; ainsi à proportion l'on aura pour 3' 15" une augmentation de 2" 7; donc l'équation entière fera 1^o 45' 23" 4, qu'il

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

M A I.							J U I N.												
Jours.	Mouvement moyen du Soleil.			Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.	Jours.	Mouvement moyen du Soleil.			Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.		
	S.	D.	' "	' "	D.	S.	D.	S.		D.	S.	D.	' "	D.	S.	D.	S.	D.	
1	3	29	15	48,0	21,7	6,4	3 19,2	2 14,6	1 5,1	1	4	29	49	6,2	27,3	8,0	4 17,2	3 3,7	1 23,0
2	4	0	14	56,3	21,9	6,4	3 20,1	2 15,2	1 17,3	2	5	0	48	14,5	27,5	8,1	4 18,1	3 4,3	2 5,2
3	4	1	14	4,6	22,1	6,5	3 21,0	2 15,8	1 29,5	3	5	1	47	22,8	27,6	8,2	4 19,0	3 5,0	2 17,4
4	4	2	13	12,9	22,3	6,5	3 21,9	2 16,5	2 11,7	4	5	2	46	31,2	27,7	8,2	4 19,9	3 5,6	2 29,6
5	4	3	12	21,3	22,4	6,6	3 22,8	2 17,1	2 23,8	5	5	3	45	39,5	28,0	8,3	4 20,8	3 6,2	3 11,8
6	4	4	11	29,6	22,6	6,7	3 23,7	2 17,7	3 6,0	6	5	4	44	47,8	28,2	8,3	4 21,7	3 6,8	3 23,9
7	4	5	10	37,9	22,8	6,7	3 24,6	2 18,3	3 18,2	7	5	5	43	56,2	28,4	8,4	4 22,6	3 7,4	4 6,1
8	4	6	9	46,3	23,0	6,8	3 25,5	2 18,9	4 0,4	8	5	6	43	4,5	28,5	8,4	4 23,5	3 8,0	4 18,3
9	4	7	8	54,6	23,2	6,8	3 26,4	2 19,5	4 12,6	9	5	7	42	12,8	28,7	8,5	4 24,4	3 8,7	5 0,5
10	4	8	8	2,9	23,3	6,9	3 27,3	2 20,2	4 24,8	10	5	8	41	21,2	28,9	8,5	4 25,3	3 9,3	5 12,7
11	4	9	7	11,3	23,5	6,9	3 28,2	2 20,8	5 7,0	11	5	9	40	29,5	29,1	8,6	4 26,2	3 9,9	5 24,9
12	4	10	6	19,6	23,7	7,0	3 29,1	2 21,4	5 19,2	12	5	10	39	37,8	29,3	8,6	4 27,1	3 10,5	6 7,1
13	4	11	5	27,9	23,9	7,0	4 0,0	2 22,0	6 1,4	13	5	11	38	46,1	29,4	8,7	4 28,0	3 11,1	6 19,3
14	4	12	4	36,3	24,0	7,1	4 0,9	2 22,6	6 13,6	14	5	12	37	54,5	29,6	8,7	4 28,9	3 11,7	7 1,5
15	4	13	3	44,6	24,2	7,1	4 1,8	2 23,2	6 25,8	15	5	13	37	2,8	29,8	8,8	4 29,8	3 12,4	7 13,7
16	4	14	2	52,9	24,4	7,2	4 2,7	2 23,9	7 7,9	16	5	14	36	11,1	30,0	8,8	5 0,7	3 13,0	7 25,9
17	4	15	2	1,2	24,6	7,2	4 3,6	2 24,5	7 20,1	17	5	15	35	19,5	30,2	8,9	5 1,6	3 13,6	8 8,0
18	4	16	1	9,6	24,8	7,3	4 4,5	2 25,1	8 2,3	18	5	16	34	27,8	30,3	8,9	5 2,5	3 14,2	8 20,2
19	4	17	0	17,9	24,9	7,3	4 5,4	2 25,7	8 14,5	19	5	17	33	36,1	30,5	9,0	5 3,4	3 14,8	9 2,4
20	4	17	59	26,2	25,1	7,4	4 6,3	2 26,3	8 26,7	20	5	18	32	44,5	30,7	9,1	5 4,3	3 15,4	9 14,6
21	4	18	58	34,6	25,3	7,5	4 7,2	2 26,9	9 8,9	21	5	19	31	52,8	30,9	9,1	5 5,2	3 16,1	9 26,8
22	4	19	57	42,9	25,5	7,5	4 8,1	2 27,6	9 21,1	22	5	20	31	1,1	31,0	9,2	5 6,1	3 16,7	10 9,0
23	4	20	56	51,2	25,7	7,6	4 9,0	2 28,2	10 3,3	23	5	21	30	9,4	31,2	9,2	5 7,0	3 17,3	10 21,2
24	4	21	55	59,6	25,8	7,6	4 9,9	2 28,8	10 15,5	24	5	22	29	17,8	31,4	9,3	5 7,9	3 17,9	11 3,4
25	4	22	55	7,9	26,0	7,7	4 10,8	2 29,4	10 27,7	25	5	23	28	26,1	31,6	9,3	5 8,8	3 18,5	11 15,6
26	4	23	54	16,2	26,2	7,7	4 11,7	3 0,0	11 9,8	26	5	24	27	34,4	31,8	9,4	5 9,7	3 19,1	11 27,8
27	4	24	53	24,5	26,4	7,8	4 12,6	3 0,6	11 22,0	27	5	25	26	42,8	31,9	9,4	5 10,6	3 19,8	10 10,0
28	4	25	52	32,9	26,6	7,8	4 13,6	3 1,3	0 4,2	28	5	26	25	51,1	32,1	9,5	5 11,5	3 20,4	0 22,1
29	4	26	51	41,2	26,7	7,9	4 14,5	3 1,9	0 16,4	29	5	27	24	59,4	32,3	9,5	5 12,4	3 21,0	1 4,3
30	4	27	50	49,5	26,9	7,9	4 15,4	3 2,5	0 28,6	30	5	28	24	7,8	32,5	9,6	5 13,3	3 21,6	1 16,5
31	4	28	49	57,9	27,1	8,0	4 16,3	3 3,1	1 10,8										

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

faudra ajouter avec la longitude moyenne , ainsi qu'il est marqué dans la Table à VIII^e d'anomalie.

V. Avec l'argument I qui est de 2^e 3^e, 8 , on cherchera dans la Table VI (pag. 15) l'inégalité de la précession, ou la NOTATION en longitude; au dessous de 11^e & vis-à-vis de 4, on trouvera 15" 1; & comme il y a Add. vis-à-vis de 11^e, cela prouve qu'on doit ajouter cette équation de 15" 1 à la longitude moyenne du Soleil. Cette équation sert également pour la lune & pour toutes les Planètes.

VI. Avec l'argument II qui est de 0^e 4^e, 3, on trouvera dans la Table VII (pag. 15) la première des deux équations qui dépendent de l'attraction de Jupiter; elle est 0" 9 pour 0^e 4^e, il faut ajouter 0, 1 ou un dixième pour les trois dixièmes de degrés qu'il y a dans l'argument, & l'on aura 1" 0 qu'il faut encore ajouter à la longitude moyenne du Soleil.

T A B L E I I I.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

J U I L L E T.

A O U S T.

Jours.	Mouvement moyen du soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.	Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.						
	S.	D.	'	"							S.	D.	'	"						S.	D.	'	"	S.	D.
1	5	29	23	16,1	32,7	9,6	5	14,2	3	22,2	1	28,7	1	6	29	56	34,3	38,2	11,3	6	12,2	4	11,3	2	16,6
2	6	0	22	24,4	32,8	9,7	5	15,1	3	22,8	2	10,9	2	7	0	55	42,7	38,4	11,3	6	13,1	4	12,0	2	28,8
3	6	1	21	32,8	33,0	9,7	5	16,0	3	23,5	2	23,1	3	7	1	54	51,0	38,6	11,4	6	14,0	4	12,6	3	11,0
4	6	2	20	41,1	33,2	9,8	5	16,9	3	24,1	3	5,3	4	7	2	53	59,3	38,8	11,4	6	14,9	4	13,2	3	23,2
5	6	3	19	49,4	33,4	9,8	5	17,8	3	24,7	3	17,5	5	7	3	53	7,7	38,9	11,5	6	15,8	4	13,8	4	5,4
6	6	4	18	57,8	33,6	9,9	5	18,7	3	25,3	3	29,7	6	7	4	52	16,0	39,1	11,5	6	16,7	4	14,4	4	17,6
7	6	5	18	6,1	33,7	9,9	5	19,6	3	25,9	4	11,9	7	7	5	51	24,3	39,3	11,6	6	17,6	4	15,0	4	29,8
8	6	6	17	14,4	33,9	10,0	5	20,6	3	26,5	4	24,0	8	7	6	50	32,6	39,5	11,6	6	18,5	4	15,7	5	12,0
9	6	7	16	22,7	34,1	10,0	5	21,5	3	27,2	5	6,2	9	7	7	49	41,0	39,7	11,7	6	19,4	4	16,3	5	24,2
10	6	8	15	31,1	34,3	10,1	5	22,4	3	27,8	5	18,4	10	7	8	48	49,3	39,8	11,7	6	20,3	4	16,9	6	6,3
11	6	9	14	39,4	34,5	10,2	5	23,3	3	28,4	6	0,6	11	7	9	47	57,6	40,0	11,8	6	21,2	4	17,5	6	18,5
12	6	10	13	47,7	34,6	10,2	5	24,2	3	29,0	6	12,8	12	7	10	47	6,0	40,2	11,8	6	22,1	4	18,1	7	0,7
13	6	11	12	56,1	34,8	10,3	5	25,1	3	29,6	6	25,0	13	7	11	46	14,3	40,4	11,9	6	23,0	4	18,7	7	12,9
14	6	12	12	4,4	35,0	10,3	5	26,0	4	0,2	7	7,2	14	7	12	45	22,6	40,6	11,9	6	23,9	4	19,3	7	25,1
15	6	13	11	12,7	35,2	10,4	5	26,9	4	0,9	7	19,4	15	7	13	44	31,0	40,7	12,0	6	24,8	4	20,0	8	7,3
16	6	14	10	21,1	35,4	10,4	5	27,8	4	1,5	8	1,6	16	7	14	43	39,3	40,9	12,0	6	25,7	4	20,6	8	19,5
17	6	15	9	29,4	35,5	10,5	5	28,7	4	2,1	8	13,8	17	7	15	42	47,6	41,1	12,1	6	26,6	4	21,2	9	1,7
18	6	16	8	37,7	35,7	10,5	5	29,6	4	2,7	8	26,0	18	7	16	41	56,0	41,3	12,2	6	27,6	4	21,8	9	13,9
19	6	17	7	46,0	35,9	10,6	6	0,5	4	3,3	9	8,1	19	7	17	41	4,3	41,5	12,2	6	28,5	4	22,4	9	26,1
20	6	18	6	54,4	36,1	10,6	6	1,4	4	3,9	9	20,3	20	7	18	40	12,6	41,6	12,3	6	29,4	4	23,1	10	8,3
21	6	19	6	2,7	36,3	10,7	6	2,3	4	4,6	10	2,5	21	7	19	39	20,9	41,8	12,3	7	0,3	4	23,7	10	20,4
22	6	20	5	11,0	36,4	10,7	6	3,2	4	5,2	10	14,7	22	7	20	38	29,3	42,0	12,4	7	1,2	4	24,2	11	2,6
23	6	21	4	19,4	36,6	10,8	6	4,1	4	5,8	10	26,9	23	7	21	37	37,6	42,2	12,4	7	2,1	4	24,9	11	14,8
24	6	22	3	27,7	36,8	10,8	6	5,0	4	6,4	11	9,1	24	7	22	36	45,9	42,4	12,5	7	3,0	4	25,5	11	27,0
25	6	23	2	36,0	37,0	10,9	6	5,9	4	7,0	11	21,3	25	7	23	35	54,3	42,5	12,5	7	3,9	4	26,1	0	9,2
26	6	24	1	44,4	37,2	10,9	6	6,8	4	7,6	0	3,5	26	7	24	35	2,6	42,7	12,6	7	4,8	4	26,7	0	21,4
27	6	25	0	52,7	37,3	11,0	6	7,7	4	8,3	0	15,7	27	7	25	34	10,9	42,9	12,6	7	5,7	4	27,4	1	3,6
28	6	26	0	1,0	37,5	11,0	6	8,6	4	8,9	0	27,9	28	7	26	33	19,3	43,1	12,7	7	6,6	4	28,0	1	15,8
29	6	26	59	9,3	37,7	11,1	6	9,5	4	9,5	1	10,1	29	7	27	32	27,6	43,3	12,7	7	7,5	4	28,6	1	28,0
30	6	27	58	17,7	37,9	11,2	6	10,4	4	10,1	1	22,2	30	7	28	31	35,9	43,4	12,8	7	8,4	4	29,2	2	10,2
31	6	28	57	26,0	38,0	11,2	6	11,3	4	10,7	2	4,4	31	7	29	30	44,2	43,6	12,9	7	9,3	4	29,8	2	22,4

R E G L E S P O U R C A L C U L E R L E L I E U D U S O L E I L.

VII. La seconde partie de la perturbation que cause Jupiter, & qui forme la Table IX (pag. 15) est assez petite pour pouvoir être négligée ; si cependant on veut y avoir égard, on trouvera avec la longitude moyenne du Soleil 11^e 13^e dans la colonne de 0^e d'argument d'équation - 2'' 1, & dans la colonne de 1^e l'équation - 0'' 6 ; donc pour 0^e 4 elle sera - 1'' 9, c'est-à-dire qu'il faut ôter 1'' 9 de la longitude moyenne du Soleil.

VIII. L'équation qui dépend de Vénus ou de l'argument III, est contenue dans la Table VIII (pag. 15) avec l'argument III qui est 4^e 0^e, 8 on la trouvera de 15'' 1 additive.

IX. L'équation lunaire contenue dans la Table X (pag. 16) a deux arguments ; l'anomalie moyenne du Soleil que nous avons trouvée de 8^e 4^e 43', & l'argument IV qui est de 6^e 18^e, 8.

T A B L E I I I.

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

S E P T E M B R E.										O C T O B R E.																	
Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.		Jours.	Mouvement moyen du Soleil.				Ap. ☉	Ar. I.	Arg. II.		Arg. III.		Arg. IV.			
	S. D. ' "						D.	S. D.		S. D.		S. D.		S. D. ' "						D.	S. D.		S. D.		S. D.		
	S.	D.	'	"				S.	D.	S.	D.	S.		D.	S.	D.	S.				D.	S.	D.	S.	D.	S.	D.
1	8	0	29	52,6	43,8	12,9	7	10,2	5	0,5	3	4,5	1	9	0	4	2,5	49,2	14,5	8	7,3	5	19,0	3	10,3		
2	8	1	29	0,9	44,0	13,0	7	11,1	5	1,1	3	16,7	2	9	1	3	10,8	49,4	14,6	8	8,2	5	19,6	3	22,5		
3	8	2	28	9,2	44,2	13,0	7	12,0	5	1,7	3	28,9	3	9	2	2	19,1	49,5	14,6	8	9,1	5	20,2	4	4,6		
4	8	3	27	17,6	44,3	13,1	7	12,9	5	2,3	4	11,1	4	9	3	1	27,5	49,7	14,7	8	10,0	5	20,8	4	16,8		
5	8	4	26	25,9	44,5	13,1	7	13,8	5	2,9	4	23,3	5	9	4	0	35,8	49,9	14,7	8	10,9	5	21,4	4	29,0		
6	8	5	25	34,2	44,7	13,2	7	14,7	5	3,5	5	5,5	6	9	4	59	44,1	50,1	14,8	8	11,8	5	22,0	5	11,2		
7	8	6	24	42,6	44,9	13,3	7	15,6	5	4,2	5	17,7	7	9	5	58	52,5	50,3	14,8	8	12,7	5	22,7	5	23,4		
8	8	7	23	50,9	45,0	13,4	7	16,5	5	4,8	5	29,9	8	9	6	58	0,8	50,4	14,9	8	13,6	5	23,3	6	5,6		
9	8	8	22	59,2	45,2	13,4	7	17,4	5	5,4	6	12,1	9	9	7	57	9,1	50,6	14,9	8	14,5	5	23,9	6	17,8		
10	8	9	22	7,5	45,4	13,5	7	18,3	5	6,0	6	24,3	10	9	8	56	17,4	50,8	15,0	8	15,4	5	24,5	7	0,0		
11	8	10	21	15,9	45,6	13,5	7	19,2	5	6,6	7	6,5	11	9	9	55	25,8	51,0	15,0	8	16,3	5	25,1	7	12,2		
12	8	11	20	24,2	45,8	13,6	7	20,1	5	7,2	7	18,6	12	9	10	54	34,1	51,2	15,1	8	17,2	5	25,7	7	24,4		
13	8	12	19	32,5	45,9	13,6	7	21,0	5	7,9	8	0,8	13	9	11	53	42,4	51,3	15,1	8	18,1	5	26,3	8	6,6		
14	8	13	18	40,9	46,1	13,7	7	21,9	5	8,5	8	13,0	14	9	12	52	50,8	51,5	15,2	8	19,0	5	27,0	8	18,7		
15	8	14	17	49,2	46,3	13,8	7	22,8	5	9,1	8	25,2	15	9	13	51	59,1	51,7	15,2	8	19,9	5	27,6	9	0,9		
16	8	15	16	57,5	46,5	13,8	7	23,7	5	9,7	9	7,4	16	9	14	51	7,4	51,9	15,3	8	20,8	5	28,2	9	13,1		
17	8	16	16	5,8	46,7	13,9	7	24,6	5	10,3	9	19,6	17	9	15	50	15,8	52,0	15,4	8	21,7	5	28,8	9	25,3		
18	8	17	15	14,2	46,8	13,9	7	25,5	5	10,9	10	1,8	18	9	16	49	24,1	52,2	15,4	8	22,6	5	29,4	10	7,5		
19	8	18	14	22,5	47,0	14,0	7	26,4	5	11,6	10	14,0	19	9	17	48	32,4	52,4	15,5	8	23,5	6	0,1	10	19,7		
20	8	19	13	30,8	47,2	14,0	7	27,3	5	12,2	10	26,2	20	9	18	47	40,8	52,6	15,5	8	24,4	6	0,7	11	1,9		
21	8	20	12	39,2	47,4	14,1	7	28,2	5	12,8	11	8,4	21	9	19	46	49,1	52,8	15,6	8	25,3	6	1,3	11	14,1		
22	8	21	11	47,5	47,6	14,1	7	29,1	5	13,4	11	20,5	22	9	20	45	57,4	52,9	15,6	8	26,2	6	1,9	11	26,3		
23	8	22	10	55,8	47,7	14,2	8	0,0	5	14,0	0	2,7	23	9	21	45	5,7	53,1	15,7	8	27,1	6	2,5	0	8,5		
24	8	23	10	4,2	47,9	14,2	8	0,9	5	14,6	0	14,9	24	9	22	44	14,1	53,3	15,7	8	28,0	6	3,1	0	20,6		
25	8	24	9	12,5	48,1	14,3	8	1,8	5	15,3	0	27,1	25	9	23	43	22,4	53,5	15,8	8	28,9	6	3,8	1	2,8		
26	8	25	8	20,8	48,3	14,3	8	2,7	5	15,9	1	9,3	26	9	24	42	30,7	53,7	15,8	8	29,8	6	4,4	1	15,0		
27	8	26	7	29,1	48,5	14,4	8	3,6	5	16,5	1	21,5	27	9	25	41	39,1	53,8	15,9	9	0,7	6	5,0	1	27,2		
28	8	27	6	37,5	48,6	14,4	8	4,6	5	17,1	2	3,7	28	9	26	40	47,4	54,0	15,9	9	1,6	6	5,6	2	9,4		
29	8	28	5	45,8	48,8	14,5	8	5,5	5	17,7	2	5,9	29	9	27	39	55,7	54,2	16,0	9	2,5	6	6,2	2	21,6		
30	8	29	4	54,1	49,0	14,5	8	6,4	5	18,3	2	28,1	30	9	28	39	4,1	54,4	16,0	9	3,4	6	6,8	3	3,8		
31													31	9	29	38	12,4	54,6	16,1	9	4,3	6	7,5	3	16,0		

R E G L E S P O U R C A L C U L E R L E L I E U D U S O L E I L.

X. Quand l'anomalie moyenne du Soleil est dans les six premiers signes qui sont marqués au haut de la Table, on doit prendre l'argument à gauche dans les colonnes descendantes; mais si l'anomalie du Soleil qui est donnée, se trouve dans les six derniers signes qui sont marqués au bas de la Table: on se servira pour l'argument IV des colonnes montantes, qui sont sur la droite. Dans l'exemple proposé, l'on cherchera dans la colonne qui est au dessus de 8^e 5° d'anomalie, vis-à-vis de VI^e 15° d'argument, & l'équation se trouvera 1'' 2; mais à cause qu'elle va en diminuant, elle se réduira à 0'' 7 pour VI^e 18°, 8. Quoique l'on voie au dessous VI^e que cette équation est soustractive, cependant il faut l'ajouter, parce qu'au dessous des traits gras qui forment une espee d'échelle dans la Table, les équations changent de signes, comme on l'a marqué au bas de la Table.

XI. Des six équations que nous venons de trouver, il y en a cinq additives qui sont 1° 45' 55" 3, & une de 1'' 9 soustractive; il ne reste donc que 1° 45' 53" 4 qu'on ajoutera de la longitude moyenne,

Mouvement moyen du Soleil pour chaque jour de l'Année.

NOVEMBRE.

DÉCEMBRE.

Jours	Mouvement moyen du Soleil.						Jours	Mouvement moyen du Soleil.									
	Ap. ☉		Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.		Ap. ☉		Ar. I.	Arg. II.	Arg. III.	Arg. IV.				
	S.	D.	S.	D.	S.	D.		S.	D.	S.	D.	S.	D.				
1	10	0 37	20,7	54,7	16,2	9 5,2	6 8,0	3 28,2	1	11	0 11	30,6	60,1	17,8	10 2,3	6 26,5	4 3,9
2	10	1 36	29,0	54,9	16,2	9 6,1	6 8,6	4 10,4	2	11	1 10	38,9	60,3	17,8	10 3,2	6 27,1	4 16,1
3	10	2 35	37,4	55,1	16,3	9 7,0	6 9,3	4 22,6	3	11	2 9	47,3	60,5	17,9	10 4,1	6 27,8	4 28,3
4	10	3 34	45,7	55,3	16,3	9 7,9	6 9,9	5 4,8	4	11	3 8	55,6	60,7	17,9	10 5,0	6 28,4	5 10,5
5	10	4 33	54,0	55,5	16,4	9 8,8	6 10,5	5 16,9	5	11	4 8	3,9	60,8	18,0	10 5,9	6 29,0	5 22,7
6	10	5 33	2,4	55,6	16,4	9 9,7	6 11,1	5 29,1	6	11	5 7	12,3	61,0	18,0	10 6,8	6 29,6	6 4,9
7	10	6 32	10,7	55,8	16,5	9 10,6	6 11,7	6 11,3	7	11	6 6	20,6	61,2	18,1	10 7,7	7 0,2	6 17,0
8	10	7 31	19,0	56,0	16,5	9 11,6	6 12,3	6 23,5	8	11	7 5	28,9	61,4	18,1	10 8,6	7 0,8	6 29,2
9	10	8 30	27,3	56,2	16,6	9 12,5	6 13,0	7 5,7	9	11	8 4	37,3	61,6	18,2	10 9,5	7 1,5	7 11,4
10	10	9 29	35,7	56,4	16,6	9 13,4	6 13,6	7 17,9	10	11	9 3	45,6	61,7	18,2	10 10,4	7 2,1	7 23,6
11	10	10 28	44,0	56,5	16,7	9 14,3	6 14,2	8 0,1	11	11	10 2	53,9	61,9	18,3	10 11,3	7 2,7	8 5,8
12	10	11 27	52,3	56,7	16,7	9 15,2	6 14,8	8 12,3	12	11	11 2	2,3	62,1	18,3	10 12,2	7 3,3	8 18,0
13	10	12 27	0,7	56,9	16,8	9 16,1	6 15,4	8 24,5	13	11	12 1	10,6	62,3	18,4	10 13,1	7 3,9	9 0,2
14	10	13 26	9,0	57,1	16,8	9 17,0	6 16,0	9 6,7	14	11	13 0	18,9	62,5	18,4	10 14,0	7 4,5	9 12,4
15	10	14 25	17,3	57,3	16,9	9 17,9	6 16,6	9 18,8	15	11	13 59	27,2	62,6	18,5	10 14,9	7 5,2	9 24,6
16	10	15 24	25,7	57,4	16,9	9 18,8	6 17,3	10 1,0	16	11	14 58	35,6	62,8	18,5	10 15,8	7 5,8	10 6,8
17	10	16 23	34,0	57,6	17,0	9 19,7	6 17,9	10 13,2	17	11	15 57	43,9	63,0	18,6	10 16,7	7 6,4	10 19,0
18	10	17 22	42,3	57,8	17,0	9 20,6	6 18,5	10 25,4	18	11	16 56	52,2	63,2	18,6	10 17,6	7 7,0	11 1,1
19	10	18 21	50,6	58,0	17,1	9 21,5	6 19,1	11 7,6	19	11	17 56	0,6	63,4	18,7	10 18,6	7 7,6	11 13,3
20	10	19 20	59,0	58,2	17,2	9 22,4	6 19,7	11 19,8	20	11	18 55	8,9	63,5	18,7	10 19,5	7 8,2	11 25,5
21	10	20 20	7,3	58,3	17,2	9 23,3	6 20,4	0 2,0	21	11	19 54	17,2	63,7	18,8	10 20,4	7 8,9	0 7,7
22	10	21 19	15,6	58,5	17,3	9 24,2	6 21,0	0 14,2	22	11	20 53	25,5	63,9	18,9	10 21,3	7 9,5	0 19,9
23	10	22 18	24,0	58,7	17,3	9 25,1	6 21,6	0 26,4	23	11	21 52	33,9	64,1	18,9	10 22,2	7 10,1	1 2,1
24	10	23 17	32,3	58,9	17,4	9 26,0	6 22,2	1 8,6	24	11	22 51	42,2	64,3	19,0	10 23,1	7 10,7	1 14,3
25	10	24 16	40,6	59,0	17,4	9 26,9	6 22,8	1 20,8	25	11	23 50	50,5	64,4	19,0	10 24,0	7 11,3	1 26,5
26	10	25 15	49,0	59,2	17,5	9 27,8	6 23,4	2 2,9	26	11	24 49	58,9	64,6	19,1	10 24,9	7 11,9	2 8,7
27	10	26 14	57,3	59,4	17,5	9 28,7	6 24,1	2 15,1	27	11	25 49	7,2	64,8	19,1	10 25,8	7 12,6	2 20,9
28	10	27 14	5,6	59,6	17,6	9 29,6	6 24,7	2 27,3	28	11	26 48	15,5	65,0	19,2	10 26,7	7 13,2	3 3,1
29	10	28 13	14,0	59,8	17,6	10 0,5	6 25,3	3 9,5	29	11	27 47	23,8	65,2	19,2	10 27,6	7 13,8	3 15,2
30	10	29 12	22,3	59,9	17,7	10 1,4	6 25,9	3 21,7	30	11	28 46	32,2	65,3	19,3	10 28,5	7 14,4	3 27,4
31									31	11	29 45	40,5	65,5	19,3	10 29,4	7 15,0	4 9,6

REGLES POUR CALCULER LE LIEU DU SOLEIL.

11^f 13^a 20' 24" 7, ou bien on ajoutera d'abord toutes les équations additives pour soustraire ensuite celle qui est négative, & l'on aura la longitude vraie du Soleil 11^f 15° 6' 18", 1 pour le temps moyen proposé.

XII. Supposons que le temps proposé, pour lequel on a entrepris le calcul du lieu du Soleil, soit un temps vrai, c'est-à-dire, qu'on demande le lieu du Soleil pour le 5 Mars 0^h 11' 42" de temps vrai : on supposera d'abord que c'est un temps moyen, & l'on fera tous les calculs précédents ; mais on trouvera en suivant l'explication des Tables XIII & XIV, qu'il faut ajouter 11' 47" 4 au temps vrai, pour avoir le temps moyen correspondant dont on auroit dû se servir ; ajoutant donc cette équation, l'on aura le temps moyen 0^h 23' 29" 4 ; l'on recommencera le calcul du lieu du Soleil pour ce temps moyen, ou ce qui revient au même, on ajoutera au lieu du Soleil déjà trouvé le mouvement du Soleil pour 11' 47" 4, qui est de 29", & l'on aura le lieu du Soleil pour 0^h 11' 42" de temps vrai, qui est la même chose que 0^h 23' 29" de temps moyen.

TABLE IV.

Mouvement du Soleil pour les Heures, Minutes & Secondes.

HEURES.			MINUTES.				SECONDES.						
Heures.	Mouv. du Soleil.		Minutes.	Mouv. du Soleil.		Minutes.	Mouv. du Soleil.		Secondes.	Mouv. du Soleil.			
	'	"		'	"		'	"		'	"		
1	2	27,8	0,5	1	0	2,5	31	1	16,4	1	0,0	31	1,3
2	4	55,7	1,0	2	0	4,9	32	1	18,8	2	0,1	32	1,3
3	7	23,5	1,5	3	0	7,4	33	1	21,3	3	0,1	33	1,4
4	9	51,4	2,0	4	0	9,9	34	1	23,8	4	0,2	34	1,4
5	12	19,2	2,5	5	0	12,3	35	1	26,2	5	0,2	35	1,4
6	14	47,1	3,0	6	0	14,8	36	1	28,7	6	0,2	36	1,5
7	17	14,9	3,6	7	0	17,2	37	1	31,2	7	0,3	37	1,5
8	19	42,8	4,1	8	0	19,7	38	1	33,6	8	0,3	38	1,6
9	22	10,6	4,6	9	0	22,2	39	1	36,1	9	0,4	39	1,6
10	24	38,5	5,1	10	0	24,6	40	1	38,6	10	0,4	40	1,6
11	27	6,3	5,6	11	0	27,1	41	1	41,0	11	0,4	41	1,7
12	29	34,2	6,1	12	0	29,6	42	1	43,5	12	0,5	42	1,7
13	32	2,0	6,6	13	0	32,0	43	1	46,0	13	0,5	43	1,8
14	34	29,9	7,1	14	0	34,5	44	1	48,4	14	0,6	44	1,8
15	36	57,7	7,6	15	0	37,0	45	1	50,9	15	0,6	45	1,8
16	39	25,5	8,1	16	0	39,4	46	1	53,3	16	0,7	46	1,9
17	41	53,4	8,6	17	0	41,9	47	1	55,8	17	0,7	47	1,9
18	44	21,2	9,1	18	0	44,4	48	1	58,3	18	0,7	48	2,0
19	46	49,1	9,7	19	0	46,8	49	2	0,7	19	0,8	49	2,0
20	49	16,9	10,2	20	0	49,3	50	2	3,2	20	0,8	50	2,1
21	51	44,8	10,7	21	0	51,7	51	2	5,7	21	0,9	51	2,1
22	54	12,6	11,2	22	0	54,2	52	2	8,1	22	0,9	52	2,1
23	56	40,5	11,7	23	0	56,7	53	2	10,6	23	0,9	53	2,2
24	59	8,3	12,2	24	0	59,1	54	2	13,1	24	1,0	54	2,2
				25	1	1,6	55	2	15,5	25	1,0	55	2,3
				26	1	4,1	56	2	18,0	26	1,1	56	2,3
				27	1	6,5	57	2	20,4	27	1,1	57	2,3
				28	1	9,0	58	2	22,9	28	1,1	58	2,4
				29	1	11,5	59	2	25,4	29	1,2	59	2,4
				30	1	13,9	60	2	27,8	30	1,2	60	2,5

EXEMPLE FIGURÉ DE CES CALCULS,

Pour connoître quelle étoit la longitude du Soleil le 5 Mars 1749 à 0^h 11' 42" de temps moyen.

	LONGIT. DU SOLEIL.	APOGÉE.	ARG. I.	ARG. II.	ARG. III.	ARG. IV.
Année 1749	(page 2) . . . 9 ^f 10 ^o 15' 2" 8...3 ^f 8 ^o 36' 58" ...2 ^f 0 ^o 4...10 ^f 6 ^o 6...2 ^f 21 ^o 3...4 ^f 18 ^o 6					
Pour le 5 Mars	(pag. 6) . . . 2 3 4 53,1		11,5	3,4	1 27,7	1 9,5 2 0,2
Mouvement pour 11' (pag. 11) . .		27,1				
Mouvement pour 42" (pag. 11) . .		1,7				

Sommes pour l'instant donné . .	11 13 20 24,7 0,3 8 37 9,5...2 3,8..... 0 4,3.....4 0,8.....6 18,8					
Equ. du centre (p. 14)	+	1 45 23,4	11 13 20 24,7	Longitude du Soleil.		
Nutation (p. 15)	+	15,1				
Equat. de ♃ (p. 15)	+	1,0	8 4 43 15,2	Anomalie moyenne du Soleil.		
Seconde partie (p. 15) - 1,9						
Equation de ♀ (p. 15)	+	15,1				
Equat. lunaire (p. 16)	+	0,7				
Sommes	=	1,9..11 15 6 20,0				
		1,9				
Longitude vraie du Soleil . . .	11 15 6 18,1					

On parlera ci-après de la distance du Soleil, & de l'équation du temps.

12 TABLE V. Equation de l'orbite solaire. ARG. Anom. moyenne du Soleil.

Otez			I.			II.			III.			IV.			V.		
D.	'	Diff.	D.	'	Diff.	D.	'	Diff.	D.	'	Diff.	D.	'	Diff.	D.	'	Diff.
0	0	0 0,0	0	56 43,5	17,2	1	38 59,5	10,2	1	55 30,1	0,4	1	41 5,6	9,9	58 49,7	17,7	60
10	0	19,8	0	57 0,7	17,2	1	39 9,7	10,2	1	55 30,5	0,4	1	40 55,7	9,9	58 32,0	17,7	50
20	0	39,6	0	57 17,9	17,2	1	39 19,9	10,2	1	55 30,9	0,3	1	40 45,8	9,9	58 14,3	17,7	40
30	0	59,3	0	57 35,1	17,2	1	39 30,1	10,1	1	55 31,2	0,3	1	40 35,8	10,0	57 56,5	17,8	30
40	1	19,1	0	57 52,3	17,2	1	39 40,2	10,1	1	55 31,4	0,1	1	40 25,8	10,1	57 38,7	17,8	20
50	1	38,8	0	58 9,5	17,1	1	39 50,3	10,0	1	55 31,5	0,1	1	40 15,7	10,1	57 20,9	17,8	10
I	0	1 58,6	0	58 26,6	17,1	1	40 0,3	10,0	1	55 31,6	0,0	1	40 5,5	10,2	57 3,1	17,8	29
10	2	18,3	0	58 43,7	17,0	1	40 10,3	9,9	1	55 31,6	0,0	1	39 55,3	10,2	56 45,2	17,9	50
20	2	38,1	0	59 1,7	17,0	1	40 20,2	9,8	1	55 31,6	0,1	1	39 45,0	10,3	56 27,3	17,9	40
30	2	57,8	0	59 17,7	17,0	1	40 30,0	9,8	1	55 31,5	0,1	1	39 34,7	10,4	56 9,4	18,0	30
40	3	17,6	0	59 34,7	17,0	1	40 39,8	9,8	1	55 31,4	0,1	1	39 24,3	10,4	55 51,4	18,0	20
50	3	37,3	0	59 51,7	16,9	1	40 49,6	9,7	1	55 31,2	0,2	1	39 13,9	10,4	55 33,4	18,0	10
2	0	3 57,0	1	0 8,6	16,9	1	40 59,3	9,7	1	55 31,0	0,3	1	39 3,5	10,5	55 15,4	18,1	28
10	4	16,8	1	0 25,5	16,9	1	41 9,0	9,6	1	55 30,7	0,4	1	38 53,0	10,6	54 57,3	18,1	50
20	4	36,5	1	0 42,4	16,8	1	41 18,6	9,6	1	55 30,3	0,4	1	38 42,4	10,6	54 39,2	18,1	40
30	4	56,2	1	0 59,2	16,8	1	41 28,2	9,5	1	55 29,9	0,5	1	38 31,8	10,6	54 21,1	18,1	30
40	5	16,0	1	1 16,0	16,8	1	41 37,7	9,5	1	55 29,4	0,5	1	38 21,1	10,7	54 3,0	18,2	20
50	5	35,7	1	1 32,8	16,7	1	41 47,2	9,4	1	55 28,9	0,6	1	38 10,4	10,8	53 44,8	18,2	10
3	0	5 55,4	1	1 49,5	16,7	1	41 56,6	9,4	1	55 28,3	0,7	1	37 59,6	10,8	53 26,6	18,2	27
10	6	15,1	1	2 6,2	16,7	1	42 6,0	9,4	1	55 27,6	0,8	1	37 48,8	10,8	53 8,4	18,2	50
20	6	34,8	1	2 22,9	16,7	1	42 15,3	9,3	1	55 26,8	0,8	1	37 37,9	10,9	52 50,1	18,3	40
30	6	54,5	1	2 39,6	16,6	1	42 24,6	9,2	1	55 26,0	0,8	1	37 27,0	10,9	52 31,8	18,3	30
40	7	14,2	1	2 56,2	16,6	1	42 33,8	9,2	1	55 25,2	0,9	1	37 16,0	11,0	52 13,5	18,3	20
50	7	33,9	1	3 12,8	16,6	1	42 43,0	9,1	1	55 24,3	0,9	1	37 4,9	11,1	51 55,2	18,3	10
4	0	7 53,6	1	3 29,4	16,5	1	42 52,1	9,1	1	55 23,4	1,0	1	36 53,8	11,1	51 36,8	18,4	26
10	8	13,3	1	3 45,9	16,5	1	43 1,2	9,1	1	55 22,4	1,1	1	36 42,6	11,2	51 18,4	18,4	50
20	8	33,0	1	4 2,4	16,5	1	43 10,2	9,0	1	55 21,3	1,1	1	36 31,4	11,2	51 0,0	18,4	40
30	8	52,7	1	4 19,9	16,4	1	43 19,1	8,9	1	55 20,2	1,1	1	36 20,2	11,2	50 41,5	18,5	30
40	9	12,4	1	4 35,3	16,4	1	43 28,0	8,9	1	55 19,0	1,2	1	36 8,9	11,3	50 23,0	18,5	20
50	9	32,1	1	4 51,7	16,4	1	43 36,9	8,9	1	55 17,8	1,2	1	35 57,6	11,3	50 4,5	18,5	10
5	0	9 51,8	1	5 8,1	16,4	1	43 45,7	8,8	1	55 16,5	1,3	1	35 46,3	11,3	49 46,0	18,5	25
10	10	11,5	1	5 24,5	16,4	1	43 54,5	8,8	1	55 15,1	1,4	1	35 34,9	11,4	49 27,5	18,6	50
20	10	31,2	1	5 40,8	16,3	1	44 3,2	8,7	1	55 13,7	1,4	1	35 23,4	11,5	49 8,9	18,6	40
30	10	50,8	1	5 57,0	16,2	1	44 11,8	8,6	1	55 12,2	1,5	1	35 11,9	11,5	48 50,3	18,6	30
40	11	10,5	1	6 13,3	16,2	1	44 20,4	8,6	1	55 10,7	1,5	1	35 0,3	11,6	48 31,7	18,7	20
50	11	30,2	1	6 19,5	16,2	1	44 28,9	8,5	1	55 9,1	1,6	1	34 49,7	11,6	48 13,0	18,7	10
6	0	11 49,8	1	6 45,7	16,2	1	44 37,4	8,5	1	55 8,4	1,7	1	34 37,0	11,7	47 54,3	18,7	24
10	12	9,4	1	7 1,9	16,1	1	44 45,9	8,5	1	55 5,7	1,7	1	34 25,2	11,8	47 35,6	18,8	50
20	12	29,0	1	7 18,0	16,1	1	44 54,3	8,4	1	55 3,9	1,8	1	34 13,4	11,8	47 16,8	18,8	40
30	12	48,7	1	7 34,1	16,1	1	45 2,6	8,3	1	55 2,1	1,8	1	34 1,6	11,9	46 58,0	18,8	30
40	13	8,3	1	7 50,2	16,0	1	45 10,9	8,3	1	55 0,2	1,9	1	33 49,7	11,9	46 39,2	18,8	20
50	13	27,9	1	8 6,2	16,0	1	45 19,2	8,2	1	54 58,2	2,0	1	33 37,8	12,0	46 20,4	18,8	10
7	0	13 47,5	1	8 22,2	15,9	1	45 27,4	8,1	1	54 56,2	2,0	1	33 25,8	12,0	46 1,6	18,8	23
10	14	7,1	1	8 38,1	15,9	1	45 35,5	8,1	1	54 54,1	2,1	1	33 13,8	12,1	45 42,7	18,9	50
20	14	26,7	1	8 54,0	15,9	1	45 43,6	8,0	1	54 52,0	2,1	1	33 1,7	12,1	45 23,8	18,9	40
30	14	46,3	1	9 9,9	15,9	1	45 51,6	8,0	1	54 49,8	2,2	1	32 49,6	12,2	45 4,9	18,9	30
40	15	5,9	1	9 25,8	15,8	1	45 59,6	7,9	1	54 47,6	2,2	1	32 37,4	12,2	44 46,0	19,0	20
50	15	25,5	1	9 41,6	15,8	1	46 7,5	7,9	1	54 45,3	2,3	1	32 25,2	12,3	44 27,0	19,0	10
8	0	15 45,0	1	9 57,4	15,8	1	46 15,4	7,9	1	54 42,9	2,4	1	32 12,9	12,3	44 8,0	19,0	22
10	16	4,6	1	10 13,2	15,7	1	46 23,2	7,8	1	54 40,5	2,4	1	32 0,6	12,4	43 49,0	19,1	50
20	16	24,2	1	10 28,9	15,7	1	46 31,0	7,8	1	54 38,0	2,5	1	31 48,2	12,4	43 29,9	19,1	40
30	16	43,7	1	10 44,6	15,7	1	46 38,7	7,7	1	54 35,4	2,6	1	31 35,8	12,4	43 10,8	19,1	30
40	17	3,3	1	11 0,3	15,7	1	46 46,4	7,7	1	54 32,8	2,6	1	31 23,3	12,5	42 51,7	19,1	20
50	17	22,8	1	11 16,0	15,7	1	46 54,0	7,6	1	54 30,1	2,7	1	31 10,8	12,5	42 32,6	19,1	10
9	0	17 42,3	1	11 31,6	15,6	1	47 1,6	7,6	1	54 27,4	2,7	1	30 58,2	12,6	42 13,5	19,1	21
10	18	1,8	1	11 47,2	15,6	1	47 9,1	7,5	1	54 24,6	2,8	1	30 45,6	12,6	41 54,4	19,1	50
20	18	21,3	1	12 2,7	15,5	1	47 16,5	7,4	1	54 21,8	2,8	1	30 32,5	12,7	41 35,2	19,2	40
30	18	40,8	1	12 18,2	15,5	1	47 23,9	7,4	1	54 18,9	2,9	1	30 20,2	12,7	41 16,0	19,2	30
40	19	0,3	1	12 33,7	15,5	1	47 31,2	7,3	1	54 15,9	3,0	1	30 7,4	12,8	40 56,8	19,2	20
50	19	19,8	1	12 49,1	15,4	1	47 38,5	7,3	1	54 12,8	3,1	1	29 54,6	12,8	40 37,6	19,2	10
60	19	39,3	1	13 4,4	15,3	1	47 45,8	7,3	1	54 9,7	3,1	1	29 41,8	12,8	40 18,3	19,3	20

XI.

X.

IX.

VIII.

VII.

VI.

Ajou.

TABLE V. Equation de l'orbite solaire. ARG. Anom. moyenne du Soleil. 13

Otez.	O.			I.			II.			III.			IV.			V.		
D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	"	Diff.	D.	
10	0	19 39,3	19,5	1 13 4,4	15,4	1 47 45,8	7,2	1 54 9,7	3,1	1 29 41,8	12,9	40 16,3	19,3	60				
	10	19 58,8	19,5	1 13 19,8	15,3	1 47 53,0	7,1	1 54 6,6	3,2	1 29 28,9	13,0	39 59,0	19,3	50				
	20	20 18,3	19,5	1 13 35,1	15,3	1 48 0,1	7,1	1 54 3,4	3,3	1 29 15,9	13,0	39 39,7	19,3	40				
	30	20 37,8	19,4	1 13 50,4	15,2	1 48 7,2	7,0	1 54 0,1	3,3	1 29 2,9	13,0	39 20,4	19,3	30				
	40	20 57,2	19,4	1 14 5,6	15,2	1 48 14,2	7,0	1 53 56,8	3,3	1 28 49,9	13,1	39 1,1	19,4	20				
	50	21 16,6	19,4	1 14 20,8	15,2	1 48 21,2	6,9	1 53 53,5	3,4	1 28 36,8	13,1	38 41,7	19,4	10				
11	0	21 36,0	19,4	1 14 36,0	15,1	1 48 28,1	6,9	1 53 50,1	3,5	1 28 23,7	13,2	38 22,3	19,4	19 0				
	10	21 55,4	19,4	1 14 51,1	15,1	1 48 35,0	6,8	1 53 46,6	3,6	1 28 10,5	13,2	38 2,9	19,5	50				
	20	22 14,8	19,4	1 15 6,2	15,1	1 48 41,8	6,7	1 53 43,0	3,6	1 27 57,3	13,3	37 43,4	19,5	40				
	30	22 34,2	19,4	1 15 21,3	15,0	1 48 48,5	6,7	1 53 39,4	3,6	1 27 44,0	13,3	37 23,9	19,5	30				
	40	22 53,6	19,4	1 15 36,3	15,0	1 48 55,2	6,6	1 53 35,8	3,7	1 27 30,7	13,4	37 4,4	19,5	20				
	50	23 13,0	19,3	1 15 51,3	14,9	1 49 1,8	6,6	1 53 32,1	3,7	1 27 17,3	13,4	36 44,9	19,5	10				
12	0	23 32,3	19,3	1 16 6,2	14,9	1 49 8,4	6,5	1 53 28,4	3,8	1 27 3,9	13,5	36 25,4	19,5	18 0				
	10	23 51,6	19,3	1 16 21,1	14,9	1 49 14,9	6,5	1 53 24,6	3,9	1 26 50,4	13,5	36 5,9	19,6	50				
	20	24 10,9	19,3	1 16 36,0	14,8	1 49 21,4	6,4	1 53 20,7	4,0	1 26 36,9	13,6	35 46,3	19,6	40				
	30	24 30,2	19,3	1 16 50,8	14,8	1 49 27,8	6,4	1 53 16,7	4,0	1 26 23,3	13,6	35 26,7	19,6	30				
	40	24 49,5	19,3	1 17 5,6	14,8	1 49 34,2	6,4	1 53 12,7	4,1	1 26 9,7	13,6	35 7,1	19,6	20				
	50	25 8,8	19,2	1 17 20,4	14,8	1 49 40,6	6,3	1 53 8,6	4,1	1 25 56,1	13,6	34 47,5	19,6	10				
13	0	25 28,0	19,2	1 17 35,2	14,7	1 49 46,9	6,3	1 53 4,5	4,2	1 25 42,5	13,7	34 27,9	19,7	17 0				
	10	25 47,2	19,3	1 17 49,9	14,7	1 49 53,2	6,2	1 53 0,3	4,3	1 25 28,8	13,8	34 8,4	19,7	50				
	20	26 6,5	19,2	1 18 4,6	14,6	1 49 59,4	6,2	1 52 56,0	4,3	1 25 15,0	13,8	33 48,5	19,7	40				
	30	26 25,7	19,2	1 18 19,2	14,6	1 50 5,5	6,1	1 52 51,7	4,3	1 25 1,2	13,8	33 28,8	19,7	30				
	40	26 44,9	19,2	1 18 33,8	14,5	1 50 11,6	6,0	1 52 46,4	4,4	1 24 47,3	13,9	33 9,1	19,7	20				
	50	27 4,1	19,2	1 18 48,3	14,5	1 50 17,6	5,9	1 52 43,0	4,4	1 24 33,4	13,9	32 49,4	19,7	10				
14	0	27 23,3	19,2	1 19 2,8	14,5	1 50 23,5	5,8	1 52 38,6	4,5	1 24 19,4	14,0	32 29,7	19,7	16 0				
	10	27 42,5	19,2	1 19 17,3	14,4	1 50 29,3	5,8	1 52 34,1	4,6	1 24 5,4	14,0	32 10,0	19,8	50				
	20	28 1,7	19,2	1 19 31,7	14,4	1 50 35,1	5,8	1 52 29,5	4,7	1 23 51,3	14,1	31 50,2	19,8	40				
	30	28 20,9	19,1	1 19 46,1	14,3	1 50 40,9	5,7	1 52 24,8	4,7	1 23 37,2	14,2	31 30,2	19,8	30				
	40	28 40,0	19,1	1 20 0,4	14,3	1 50 46,6	5,7	1 52 20,1	4,7	1 23 23,0	14,2	31 10,6	19,8	20				
	50	28 59,1	19,1	1 20 14,7	14,3	1 50 52,3	5,6	1 52 15,4	4,8	1 23 8,8	14,2	30 50,8	19,8	10				
15	0	29 18,2	19,1	1 20 29,0	14,2	1 50 57,9	5,5	1 52 10,6	4,9	1 22 54,6	14,3	30 31,0	19,9	15 0				
	10	29 37,3	19,1	1 20 43,2	14,2	1 51 3,4	5,5	1 52 5,7	4,9	1 22 40,3	14,3	30 11,1	19,9	50				
	20	29 56,4	19,1	1 20 57,4	14,1	1 51 8,9	5,4	1 52 0,8	5,0	1 22 26,0	14,3	29 51,2	19,9	40				
	30	30 15,5	19,1	1 21 11,5	14,1	1 51 14,3	5,4	1 51 55,8	5,1	1 22 11,6	14,4	29 31,3	19,9	30				
	40	30 34,6	19,0	1 21 25,6	14,1	1 51 19,7	5,3	1 51 50,7	5,1	1 21 57,2	14,4	29 11,4	19,9	20				
	50	30 53,6	19,0	1 21 39,7	14,1	1 51 25,0	5,3	1 51 45,6	5,1	1 21 42,8	14,4	28 51,5	19,9	10				
16	0	31 12,6	19,0	1 21 53,8	14,0	1 51 30,3	5,2	1 51 40,5	5,2	1 21 28,3	14,5	28 31,6	19,9	14 0				
	10	31 31,6	19,0	1 22 7,8	14,0	1 51 35,5	5,2	1 51 35,3	5,3	1 21 13,8	14,5	28 11,7	19,9	50				
	20	31 50,6	19,0	1 22 21,8	13,9	1 51 40,7	5,1	1 51 30,0	5,3	1 20 59,2	14,6	27 51,7	20,0	40				
	30	32 9,6	19,0	1 22 35,7	13,9	1 51 45,8	5,1	1 51 24,7	5,4	1 20 44,6	14,7	27 31,7	20,0	30				
	40	32 28,6	19,0	1 22 49,6	13,8	1 51 50,9	5,0	1 51 19,3	5,5	1 20 29,9	14,7	27 11,7	20,0	20				
	50	32 47,6	19,0	1 23 3,4	13,8	1 51 55,9	4,9	1 51 13,8	5,5	1 20 15,2	14,7	26 51,7	20,0	10				
17	0	33 6,6	18,9	1 23 17,2	13,7	1 52 0,8	4,9	1 51 8,3	5,6	1 20 0,5	14,8	26 31,7	20,1	13 0				
	10	33 25,5	18,9	1 23 30,9	13,7	1 52 5,7	4,8	1 51 2,7	5,6	1 19 45,7	14,8	26 11,6	20,1	50				
	20	33 44,4	18,9	1 23 44,6	13,7	1 52 10,5	4,8	1 50 57,1	5,7	1 19 30,9	14,8	25 51,6	20,1	40				
	30	34 3,3	18,9	1 23 58,3	13,6	1 52 15,3	4,7	1 50 51,4	5,7	1 19 16,0	14,9	25 31,5	20,1	30				
	40	34 22,2	18,9	1 24 11,9	13,6	1 52 20,0	4,7	1 50 45,7	5,8	1 19 1,1	14,9	25 11,4	20,1	20				
	50	34 41,1	18,9	1 24 24,5	13,5	1 52 24,7	4,6	1 50 39,9	5,9	1 18 46,1	15,0	24 51,3	20,1	10				
18	0	35 0,0	18,8	1 24 39,0	13,5	1 52 29,3	4,5	1 50 34,0	6,0	1 18 31,1	15,0	24 31,2	20,1	12 0				
	10	35 18,8	18,8	1 24 51,5	13,5	1 52 33,8	4,5	1 50 28,1	6,0	1 18 16,1	15,0	24 11,1	20,1	50				
	20	35 37,6	18,8	1 25 7,0	13,4	1 52 38,3	4,4	1 50 22,1	6,0	1 18 1,0	15,1	23 51,0	20,1	40				
	30	35 56,4	18,8	1 25 20,4	13,4	1 52 42,7	4,4	1 50 16,1	6,1	1 17 45,9	15,2	23 30,9	20,2	30				
	40	36 15,2	18,7	1 25 33,8	13,4	1 52 47,1	4,3	1 50 10,0	6,2	1 17 30,7	15,2	23 10,7	20,2	20				
	50	36 33,9	18,8	1 25 47,2	13,3	1 52 51,4	4,3	1 50 3,8	6,2	1 17 15,5	15,2	22 50,5	20,2	10				
19	0	36 52,7	18,7	1 25 59,5	13,3	1 52 55,7	4,2	1 49 57,6	6,2	1 17 0,2	15,3	22 30,3	20,2	11 0				
	10	37 11,4	18,7	1 26 12,8	13,2	1 52 59,9	4,1	1 49 51,4	6,3	1 16 44,9	15,3	22 10,1	20,2	50				
	20	37 30,1	18,7	1 26 26,0	13,2	1 53 4,0	4,1	1 49 45,1	6,4	1 16 29,6	15,4	21 49,9	20,2	40				
	30	37 48,8	18,7	1 26 39,2	13,1	1 53 8,1	4,0	1 49 38,7	6,4	1 16 14,2	15,4	21 29,7	20,2	30				
	40	38 7,5	18,7	1 26 52,3	13,1	1 53 12,1	4,0	1 49 32,3	6,5	1 15 58,8	15,5	21 9,5	20,2	20				
	50	38 26,2	18,6	1 27 5,4	13,0	1 53 16,1	4,0	1 49 25,8	6,5	1 15 43,3	15,5	20 49,3	20,3	10				
	60	38 44,8	18,6	1 27 18,4		1 53 20,1	4,0	1 49 19,3		1 15 27,8		20 29,0		0				

XI. X. IX. VIII. VII. VI. Ajout.

14 TABLE V. Equation de l'orbite solaire. ARG. Anom. moyenne du Soleil.

Otez			I.			II.			III.			IV.			V.		
D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.	D.	"	Diff.
20	0	38 44,8	18,6	1 27 18,4	13,0	1 53 20,1	3,9	1 49 19,3	6,6	1 15 27,8	15,6	20 29,0	20,3	60			
	10	39 3,4	18,6	1 27 31,4	13,0	1 53 24,0	3,9	1 49 12,7	6,6	1 15 12,2	15,6	20 8,7	20,3	50			
	20	39 22,0	18,6	1 27 44,4	12,9	1 53 27,8	3,8	1 49 6,1	6,6	1 14 56,6	15,6	19 48,4	20,3	40			
	30	39 40,6	18,6	1 27 57,3	12,9	1 53 31,6	3,8	1 48 59,4	6,7	1 14 41,0	15,6	19 28,1	20,3	30			
	40	39 59,2	18,6	1 28 10,2	12,8	1 53 35,3	3,7	1 48 52,6	6,8	1 14 25,3	15,7	19 7,8	20,3	20			
	50	40 17,8	18,5	1 28 23,0	12,8	1 53 38,9	3,6	1 48 45,8	6,8	1 14 9,6	15,7	18 47,5	20,3	10			
	0	40 36,3	18,5	1 28 35,8	12,7	1 53 42,5	3,6	1 48 38,9	6,9	1 13 53,9	15,8	18 27,2	20,3	9 0			
21	10	40 54,8	18,5	1 28 48,5	12,7	1 53 46,0	3,5	1 48 32,0	6,9	1 13 38,1	15,8	18 6,9	20,3	50			
	20	41 13,3	18,4	1 29 1,2	12,7	1 53 49,5	3,5	1 48 25,0	7,0	1 13 22,3	15,8	17 46,6	20,3	40			
	30	41 31,7	18,4	1 29 13,9	12,6	1 53 52,9	3,4	1 48 17,9	7,1	1 13 6,5	15,8	17 26,2	20,4	30			
	40	41 50,1	18,4	1 29 26,5	12,6	1 53 56,3	3,4	1 48 10,8	7,1	1 12 50,7	15,8	17 5,8	20,4	20			
	50	42 8,5	18,4	1 29 39,1	12,5	1 53 59,6	3,3	1 48 3,6	7,2	1 12 34,8	15,9	16 47,4	20,4	10			
	0	42 26,9	18,4	1 29 51,6	12,5	1 54 2,8	3,2	1 47 56,4	7,2	1 12 18,8	16,0	16 25,0	20,4	8 0			
	10	42 45,3	18,3	1 30 4,1	12,4	1 54 6,0	3,1	1 47 49,1	7,3	1 12 2,8	16,0	16 4,6	20,4	50			
	20	43 3,6	18,3	1 30 16,5	12,4	1 54 9,1	3,1	1 47 41,8	7,3	1 11 46,8	16,0	15 44,2	20,4	40			
	30	43 21,9	18,3	1 30 28,9	12,4	1 54 12,2	3,1	1 47 34,4	7,4	1 11 30,7	16,1	15 23,8	20,4	30			
	40	43 40,2	18,3	1 30 41,3	12,3	1 54 15,2	3,0	1 47 27,0	7,4	1 11 14,6	16,1	15 3,4	20,4	20			
	50	43 58,5	18,3	1 30 53,6	12,3	1 54 18,2	3,0	1 47 19,5	7,5	1 10 58,4	16,2	14 43,0	20,4	10			
	0	44 16,8	18,3	1 31 5,9	12,2	1 54 21,1	2,9	1 47 12,0	7,5	1 10 42,2	16,2	14 22,6	20,4	7 0			
23	10	44 35,1	18,2	1 31 18,1	12,2	1 54 23,9	2,8	1 47 4,4	7,6	1 10 25,9	16,3	14 2,2	20,4	50			
	20	44 53,3	18,2	1 31 30,3	12,1	1 54 26,7	2,8	1 46 56,7	7,7	1 10 9,6	16,3	13 41,8	20,4	40			
	30	45 11,5	18,2	1 31 42,4	12,1	1 54 29,4	2,7	1 46 49,0	7,7	1 9 53,3	16,3	13 21,4	20,4	30			
	40	45 29,7	18,2	1 31 54,5	12,0	1 54 32,1	2,6	1 46 41,2	7,9	1 9 37,0	16,4	13 1,0	20,5	20			
	50	45 47,9	18,1	1 32 6,5	12,0	1 54 34,7	2,6	1 46 33,4	7,9	1 9 20,6	16,4	12 40,5	20,5	10			
	0	46 6,0	18,1	1 32 18,5	11,9	1 54 37,3	2,5	1 46 25,5	7,9	1 9 4,2	16,4	12 20,0	20,5	6 0			
24	10	46 24,1	18,1	1 32 30,4	11,9	1 54 39,8	2,5	1 46 17,6	8,0	1 8 47,7	16,5	11 59,5	20,5	50			
	20	46 42,2	18,1	1 32 42,3	11,9	1 54 42,2	2,4	1 46 9,6	8,0	1 8 31,2	16,5	11 39,0	20,5	40			
	30	47 0,3	18,1	1 32 54,2	11,8	1 54 44,5	2,3	1 46 1,6	8,1	1 8 14,7	16,5	11 18,5	20,5	30			
	40	47 18,4	18,1	1 33 6,0	11,8	1 54 46,8	2,3	1 45 53,5	8,1	1 7 58,1	16,6	10 58,0	20,5	20			
	50	47 36,5	18,0	1 33 17,8	11,8	1 54 49,1	2,3	1 45 45,4	8,2	1 7 41,5	16,6	10 37,5	20,5	10			
	0	47 54,5	18,0	1 33 29,5	11,7	1 54 51,3	2,2	1 45 37,2	8,2	1 7 24,9	16,7	10 17,0	20,5	5 0			
25	10	48 12,5	18,0	1 33 41,2	11,7	1 54 53,4	2,1	1 45 29,0	8,2	1 7 8,2	16,7	9 56,5	20,5	50			
	20	48 30,5	17,9	1 33 52,8	11,6	1 54 55,5	2,1	1 45 20,7	8,3	1 6 51,5	16,7	9 36,0	20,6	40			
	30	48 48,4	17,9	1 34 4,4	11,6	1 54 57,5	2,0	1 45 12,3	8,4	1 6 34,8	16,7	9 15,4	20,6	30			
	40	49 6,3	17,9	1 34 15,9	11,5	1 54 59,5	1,9	1 45 3,8	8,5	1 6 18,0	16,8	8 54,9	20,6	20			
	50	49 24,2	17,9	1 34 27,4	11,5	1 55 1,4	1,9	1 44 55,3	8,6	1 6 1,2	16,9	8 34,4	20,6	10			
	0	49 42,1	17,8	1 34 38,9	11,4	1 55 3,3	1,9	1 44 46,7	8,6	1 5 44,3	16,9	8 13,9	20,6	4 0			
26	10	49 59,9	17,8	1 34 50,3	11,4	1 55 5,1	1,8	1 44 38,1	8,7	1 5 27,4	16,9	7 53,3	20,6	50			
	20	50 17,7	17,8	1 35 1,6	11,3	1 55 6,8	1,7	1 44 29,4	8,7	1 5 10,5	16,9	7 32,8	20,6	40			
	30	50 35,5	17,8	1 35 12,9	11,3	1 55 8,5	1,7	1 44 20,7	8,7	1 4 53,6	17,0	7 12,2	20,6	30			
	40	50 53,3	17,8	1 35 24,2	11,2	1 55 10,1	1,6	1 44 12,0	8,8	1 4 36,6	17,0	6 51,7	20,6	20			
	50	51 11,1	17,8	1 35 35,4	11,2	1 55 11,7	1,6	1 44 3,2	8,8	1 4 19,6	17,1	6 31,1	20,6	10			
	0	51 28,9	17,7	1 35 46,6	11,1	1 55 13,2	1,5	1 43 54,4	8,9	1 4 2,5	17,1	6 10,6	20,6	3 0			
27	10	51 46,6	17,7	1 35 57,7	11,1	1 55 14,6	1,4	1 43 45,5	9,0	1 3 45,4	17,1	5 50,0	20,6	50			
	20	52 4,3	17,6	1 36 8,8	11,1	1 55 16,0	1,4	1 43 36,5	9,0	1 3 28,3	17,2	5 29,5	20,6	40			
	30	52 21,9	17,6	1 36 19,8	11,0	1 55 17,3	1,3	1 43 27,5	9,1	1 3 11,1	17,2	5 8,9	20,6	30			
	40	52 39,5	17,6	1 36 30,8	11,0	1 55 18,5	1,2	1 43 18,4	9,2	1 2 53,9	17,2	4 48,4	20,6	20			
	50	52 58,1	17,6	1 36 41,8	10,9	1 55 19,7	1,2	1 43 9,2	9,2	1 2 36,7	17,3	4 27,8	20,6	10			
	0	53 14,7	17,5	1 36 52,7	10,8	1 55 20,9	1,1	1 43 0,0	9,3	1 2 19,4	17,3	4 7,2	20,6	2 0			
28	10	53 32,2	17,5	1 37 3,5	10,8	1 55 22,0	1,0	1 42 50,7	9,3	1 2 2,1	17,3	3 46,6	20,6	50			
	20	53 49,7	17,5	1 37 14,3	10,8	1 55 23,0	1,0	1 42 41,4	9,4	1 1 44,8	17,3	3 26,0	20,6	40			
	30	54 7,2	17,5	1 37 25,0	10,7	1 55 24,0	1,0	1 42 32,0	9,4	1 1 27,4	17,4	3 5,4	20,6	30			
	40	54 24,7	17,4	1 37 35,7	10,7	1 55 24,9	0,9	1 42 22,6	9,4	1 1 10,0	17,4	2 44,8	20,6	20			
	50	54 42,1	17,4	1 37 46,4	10,6	1 55 25,7	0,8	1 42 13,2	9,5	1 0 52,6	17,5	2 24,2	20,6	10			
	0	54 59,5	17,4	1 37 57,0	10,6	1 55 26,5	0,8	1 42 3,7	9,5	1 0 35,1	17,5	2 3,6	20,6	1 0			
29	10	55 16,9	17,4	1 38 7,5	10,5	1 55 27,2	0,7	1 41 54,1	9,6	1 0 17,6	17,5	1 43,0	20,6	50			
	20	55 34,3	17,3	1 38 18,0	10,5	1 55 27,9	0,7	1 41 44,5	9,7	1 0 0,1	17,5	1 22,4	20,6	40			
	30	55 51,6	17,3	1 38 28,5	10,4	1 55 28,5	0,6	1 41 34,8	9,7	0 59 42,5	17,6	1 1,8	20,6	30			
	40	56 8,9	17,3	1 38 38,9	10,3	1 55 29,1	0,5	1 41 25,1	9,7	0 59 24,9	17,6	0 41,2	20,6	20			
	50	56 26,2	17,3	1 38 49,2	10,3	1 55 29,6	0,5	1 41 15,4	9,8	0 59 7,3	17,6	0 20,6	20,6	10			
	60	56 43,5		1 38 59,5		1 55 30,1		1 41 5,6		0 58 49,7		0 0,0		0 0			

XI. X. IX. VIII. VII. VI. Ajou.

TABLE VI.

Nutation, ou inégalité de la précession en longitude.

ARGUMENT I.				
Aj.	O.	I.	II.	Aj.
Or.	VI.	VII.	VIII.	Or.
D.	"	"	"	
0	0,0	8,4	14,6	30
1	0,3	8,7	14,7	29
2	0,6	8,9	14,8	28
3	0,9	9,1	15,0	27
4	1,2	9,4	15,1	26
5	1,5	9,6	15,2	25
6	1,8	9,9	15,4	24
7	2,0	10,1	15,5	23
8	2,3	10,4	15,6	22
9	2,6	10,6	15,7	21
10	2,9	10,8	15,8	20
11	3,2	11,0	15,9	19
12	3,5	11,3	16,0	18
13	3,8	11,5	16,0	17
14	4,0	11,7	16,1	16
15	4,3	11,9	16,2	15
16	4,6	12,1	16,3	14
17	4,9	12,3	16,4	13
18	5,2	12,5	16,4	12
19	5,5	12,7	16,5	11
20	5,7	12,9	16,5	10
21	6,0	13,1	16,6	9
22	6,3	13,3	16,6	8
23	6,6	13,5	16,6	7
24	6,8	13,6	16,7	6
25	7,1	13,8	16,7	5
26	7,4	13,9	16,7	4
27	7,6	14,1	16,8	3
28	7,9	14,3	16,8	2
29	8,2	14,4	16,8	1
30	8,4	14,6	16,8	0
Aj.	V.	IV.	III.	Aj.
Or.	XI.	X.	IX.	Or.

TABLE VII.

Equation produite par Jupiter. Première partie.

ARGUMENT II.							
Aj.	O.	I.	II.	III.	IV.	V.	Aj.
"	"	"	"	"	"	"	"
0	0,0	5,9	8,5	7,1	3,8	1,2	30
1	0,2	6,0	8,5	7,0	3,7	1,1	29
2	0,4	6,2	8,5	6,9	3,6	1,1	28
3	0,6	6,3	8,5	6,8	3,5	1,0	27
4	0,9	6,5	8,5	6,7	3,4	1,0	26
5	1,1	6,6	8,5	6,6	3,3	0,9	25
6	1,4	6,7	8,5	6,5	3,2	0,9	24
7	1,6	6,8	8,5	6,4	3,1	0,8	23
8	1,8	7,0	8,5	6,3	3,0	0,8	22
9	2,0	7,1	8,4	6,2	2,9	0,7	21
10	2,2	7,2	8,4	6,1	2,8	0,7	20
11	2,4	7,3	8,4	6,0	2,7	0,6	19
12	2,6	7,4	8,3	5,8	2,6	0,6	18
13	2,8	7,5	8,3	5,7	2,5	0,6	17
14	3,0	7,6	8,2	5,6	2,4	0,5	16
15	3,2	7,7	8,2	5,5	2,3	0,5	15
16	3,4	7,8	8,1	5,4	2,2	0,5	14
17	3,6	7,9	8,1	5,3	2,1	0,4	13
18	3,8	8,0	8,0	5,2	2,0	0,4	12
19	4,0	8,1	8,0	5,1	1,9	0,3	11
20	4,2	8,1	7,9	4,9	1,9	0,3	10
21	4,4	8,2	7,8	4,8	1,8	0,3	9
22	4,6	8,2	7,8	4,7	1,7	0,2	8
23	4,7	8,3	7,7	4,6	1,7	0,2	7
24	4,9	8,3	7,6	4,5	1,6	0,2	6
25	5,1	8,4	7,5	4,4	1,5	0,1	5
26	5,2	8,4	7,4	4,3	1,5	0,1	4
27	5,4	8,4	7,3	4,2	1,4	0,1	3
28	5,6	8,4	7,3	4,0	1,3	0,0	2
29	5,7	8,5	7,2	3,9	1,3	0,0	1
30	5,9	8,5	7,1	3,8	1,2	0,0	0
Aj.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	Or.

TABLE VIII.

Equation qui dépend de l'attraction de Vénus.

ARGUMENT III.							
O.	I.	II.	III.	IV.	V.		
Or.	Or.	Or.	Aj.	Aj.	Aj.		
"	"	"	"	"	"		
0	0,0	5,6	0,9	9,4	15,1	11,4	30
1	0,3	5,6	0,6	9,7	15,1	11,1	29
2	0,6	5,6	0,3	10,0	15,2	10,8	28
3	0,9	5,6	Aj.	10,3	15,2	10,5	27
4	1,2	5,5	0,5	10,6	15,2	10,3	26
5	1,4	5,5	0,8	10,8	15,2	10,0	25
6	1,7	5,4	1,1	11,1	15,1	9,7	24
7	1,9	5,4	1,4	11,4	15,1	9,3	23
8	2,2	5,3	1,8	11,7	15,1	8,9	22
9	2,4	5,2	2,2	11,9	15,0	8,6	21
10	2,7	5,1	2,6	12,2	15,0	8,3	20
11	2,9	5,0	2,9	12,4	14,9	7,9	19
12	3,1	4,9	3,2	12,7	14,9	7,5	18
13	3,3	4,8	3,6	12,9	14,8	7,1	17
14	3,5	4,6	3,9	13,2	14,7	6,7	16
15	3,7	4,5	4,3	13,4	14,5	6,4	15
16	3,9	4,3	4,6	13,6	14,4	6,0	14
17	4,1	4,1	4,9	13,8	14,3	5,6	13
18	4,3	3,9	5,3	13,9	14,2	5,2	12
19	4,5	3,6	5,7	14,1	14,1	4,8	11
20	4,7	3,4	6,1	14,2	13,9	4,4	10
21	4,8	3,2	6,5	14,3	13,7	3,9	9
22	4,9	2,9	6,8	14,4	13,5	3,5	8
23	5,0	2,7	7,2	14,5	13,3	3,1	7
24	5,1	2,5	7,5	14,6	13,0	2,7	6
25	5,2	2,2	7,9	14,7	12,8	2,3	5
26	5,3	1,9	8,2	14,8	12,5	1,8	4
27	5,4	1,7	8,5	14,9	12,3	1,4	3
28	5,5	1,4	8,8	15,0	12,0	1,0	2
29	5,5	1,1	9,1	15,1	11,7	0,5	1
30	5,6	0,9	9,4	15,1	11,4	0,0	0
Aj.	XI.	X.	IX.	VIII.	VII.	VI.	Or.

TABLE IX. *Equation produite par Jupiter. Seconde partie.*

ARGUMENT II. en Signes, de 30 degrés chacun.

Longitude moyenne du Soleil.	O.	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.	XI.	XII.
	O	- 2,4	- 1,3	+ 0,5	+ 1,5	+ 1,1	+ 0,0	- 0,4	+ 0,3	+ 1,3	+ 1,3	- 0,1	- 1,8
I	- 2,2	- 2,1	- 0,6	+ 0,9	+ 1,2	+ 0,4	- 0,4	- 0,1	+ 1,0	+ 1,7	+ 1,0	- 0,8	- 2,2
II	- 1,6	- 2,4	- 1,4	+ 0,1	+ 1,0	+ 0,6	- 0,3	- 0,5	+ 0,5	+ 1,7	+ 1,8	+ 0,4	- 1,6
III	- 0,4	- 1,9	- 2,0	- 0,8	+ 0,5	+ 0,7	- 0,1	- 0,7	- 0,2	+ 1,2	+ 2,0	+ 1,5	- 0,4
IV	+ 0,9	- 1,0	- 2,0	- 1,4	- 0,1	+ 0,6	+ 0,1	- 0,8	- 0,8	+ 0,4	+ 1,9	+ 2,2	+ 0,9
V	+ 1,9	+ 0,2	- 1,4	- 1,7	- 0,7	+ 0,3	+ 0,3	- 0,6	- 1,2	- 0,5	+ 1,1	+ 2,3	+ 1,9
VI	+ 2,4	+ 1,3	- 0,5	- 1,5	- 1,1	- 0,0	+ 0,4	- 0,3	- 1,3	- 1,3	+ 0,1	+ 1,8	+ 2,4
VII	+ 2,2	+ 2,1	+ 0,6	- 0,9	- 1,2	- 0,4	+ 0,4	+ 0,1	- 1,0	- 1,7	- 1,0	+ 0,8	+ 2,2
VIII	+ 1,6	+ 2,4	+ 1,4	- 0,1	- 1,0	- 0,6	+ 0,3	+ 0,5	- 0,5	- 1,7	- 1,8	- 0,4	+ 1,6
IX	+ 0,4	+ 1,9	+ 2,0	+ 0,8	- 0,5	- 0,7	+ 0,1	+ 0,7	+ 0,2	- 1,2	- 2,0	- 1,5	+ 0,4
X	- 0,9	+ 1,0	+ 2,0	+ 1,4	+ 0,1	- 0,6	- 0,1	+ 0,8	+ 0,8	- 0,4	- 1,9	- 2,2	- 0,9
XI	- 1,9	- 0,2	+ 1,4	+ 1,7	+ 0,7	- 0,3	- 0,3	+ 0,6	+ 1,2	+ 0,5	- 1,1	- 2,3	- 1,9
XII	- 2,4	- 1,3	+ 0,5	+ 1,5	+ 1,1	+ 0,0	- 0,4	+ 0,3	+ 1,3	+ 1,3	- 0,1	- 1,8	- 2,4

TABLE X.

EQUATION LUNAIRE.

ARGUMENT IV. de 5 en 5 degrés.		Anomalie moyenne du Soleil de cinq en cinq degrés.																														ARGUMENT IV de 5 en 5 degrés.																																																					
		Anomalie moyenne du Soleil de cinq en cinq degrés.															Anomalie moyenne du Soleil de cinq en cinq degrés.																																																																				
		O.	5.	10.	15.	20.	25.	I.	5.	10.	15.	20.	25.	II.	5.	10.	15.	20.	25.	III.	O.	5.	10.	15.	20.	25.	IV.	5.	10.	15.	20.			25.	V.																																																		
Ajoutez	Oz	30	25	20	15	10	5	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	0	5	10	15	20	25	Ajoutez	Oz	30	25	20	15	10	5																																								
O	VI.	0,0	0,3	0,6	0,9	1,3	1,6	1,9	2,2	2,4	2,7	3,0	3,2	3,4	3,6	3,7	3,9	4,1	4,3	4,4	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	V.	OXI.	30	25	20	15	10	5																																									
5	10	1,4	1,6	2,0	2,3	2,6	2,9	3,2	3,4	3,7	3,9	4,1	4,3	4,4	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	15	20	15	10	5	0	5	10	15	20	25																																				
15	20	2,0	2,3	2,6	2,9	3,2	3,4	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	25	0	0,0	0,3	0,6	0,9	1,3	1,6	1,9	2,2	2,4	2,7	3,0	3,2	3,4	3,6	3,7	3,9	4,1	4,3	4,4	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,5								
25	0	3,3	3,5	3,8	4,1	4,4	4,6	4,9	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	5	10	0,0	0,3	0,6	0,9	1,3	1,6	1,9	2,2	2,4	2,7	3,0	3,2	3,4	3,6	3,7	3,9	4,1	4,3	4,4	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,1	6,2	6,3	6,4	6,5	6,5	6,5	6,5						
0	VII.	3,9	4,2	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	15	20	3,9	4,2	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,7	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3						
5	10	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,7	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	25	0	4,4	4,7	5,0	5,2	5,4	5,7	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3		
15	20	5,0	5,2	5,4	5,7	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	0	5	5,0	5,2	5,4	5,7	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	7,0	7,1	7,2	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3		
25	0	5,4	5,6	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	5	10	5,4	5,6	5,9	6,1	6,3	6,5	6,7	6,9	7,1	7,3	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3		
0	VIII.	6,7	6,8	7,0	7,2	7,3	7,4	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	15	20	6,7	6,8	7,0	7,2	7,3	7,4	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3			
5	10	7,0	7,1	7,2	7,3	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	25	0	7,0	7,1	7,2	7,3	7,5	7,6	7,7	7,8	7,9	8,0	8,1	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3		
15	20	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,8	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	0	5	7,4	7,5	7,6	7,7	7,8	7,8	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3
25	0	7,6	7,6	7,7	7,7	7,8	7,8	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	5	10	7,6	7,6	7,7	7,7	7,8	7,8	7,9	8,0	8,1	8,1	8,2	8,2	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3	8,3
0	IX.	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	5	10	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	7,7	
15	20	7,4	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	6,9	6,8	6,8	6,7	6,7	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	0	5	7,4	7,4	7,3	7,2	7,1	7,1	7,0	6,9	6,8	6,8	6,7	6,7	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6	6,6
25	0	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	6,4	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	5	10	7,0	6,8	6,7	6,6	6,5	6,4	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3	6,3
0	X.	6,7	6,6	6,4	6,3	6,1	6,0	5,8	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	15	20	6,7	6,6	6,4	6,3	6,1	6,0	5,8	5,7	5,6	5,5	5,4	5,3	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2	5,2
5	10	6,3	6,1	6,0	5,8																																																																																

Logarithmes des distances de la Terre au Soleil, en supposant la distance moyenne de 100000.

ARGUMENT. Anomalie moyenne du Soleil.													
	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		
D	Log. dist.	Diff	Log. dist.	Diff	Log. dist.	Diff	Log. dist.	Diff	Log. dist.	Diff	Log. dist.	Diff	D.
0	5,007226	1	5,006303	62	5,003724	108	5,000123	127	4,996430	112	4,993664	66	30
1	5,007235	3	5,006241	64	5,003616	109	4,999996	128	4,996318	111	4,993598	63	29
2	5,007232	5	5,006177	65	5,003507	110	4,999868	127	4,996207	110	4,993535	61	28
3	5,007227	7	5,006112	67	5,003397	112	4,999741	127	4,996097	110	4,993474	59	27
4	5,007220	10	5,006045	69	5,003285	112	4,999614	127	4,995987	108	4,993415	57	26
5	5,007210	12	5,005976	71	5,003173	113	4,999487	127	4,995879	107	4,993357	55	25
6	5,007198	14	5,005905	73	5,003060	114	4,999360	127	4,995772	105	4,993302	53	24
7	5,007184	16	5,005832	74	5,002946	115	4,999233	127	4,995667	104	4,993249	51	23
8	5,007168	17	5,005758	76	5,002831	116	4,999106	127	4,995563	103	4,993198	49	22
9	5,007151	20	5,005682	78	5,002715	118	4,998979	127	4,995460	102	4,993149	47	21
10	5,007131	22	5,005604	80	5,002597	119	4,998852	126	4,995358	100	4,993102	45	20
11	5,007109	24	5,005524	81	5,002478	119	4,998726	126	4,995258	98	4,993057	43	19
12	5,007085	26	5,005443	83	5,002359	119	4,998600	126	4,995160	97	4,993014	40	18
13	5,007059	29	5,005360	84	5,002240	120	4,998474	126	4,995063	96	4,992974	37	17
14	5,007030	31	5,005276	86	5,002120	121	4,998348	125	4,994967	94	4,992937	35	16
15	5,006999	33	5,005190	88	5,001999	122	4,998223	125	4,994873	93	4,992902	34	15
16	5,006966	35	5,005102	89	5,001877	122	4,998098	124	4,994780	91	4,992868	32	14
17	5,006931	38	5,005013	91	5,001755	123	4,997974	123	4,994689	90	4,992836	29	13
18	5,006895	40	5,004922	92	5,001632	124	4,997851	122	4,994599	88	4,992807	26	12
19	5,006857	42	5,004830	94	5,001508	124	4,997729	121	4,994511	86	4,992781	24	11
20	5,006817	44	5,004726	95	5,001384	125	4,997608	121	4,994425	83	4,992757	22	10
21	5,006775	46	5,004641	97	5,001259	125	4,997487	120	4,994342	82	4,992735	20	9
22	5,006731	48	5,004544	98	5,001134	125	4,997367	120	4,994260	81	4,992715	18	8
23	5,006684	50	5,004446	99	5,001009	125	4,997247	119	4,994179	80	4,992697	15	7
24	5,006635	51	5,004347	100	5,000884	126	4,997128	119	4,994099	78	4,992682	13	6
25	5,006584	53	5,004247	102	5,000758	126	4,997009	118	4,994021	77	4,992669	11	5
26	5,006531	54	5,004145	103	5,000632	127	4,996891	117	4,993946	75	4,992658	8	4
27	5,006477	56	5,004042	105	5,000505	127	4,996774	116	4,993873	73	4,992650	5	3
28	5,006421	58	5,003937	106	5,000378	127	4,996658	115	4,993802	71	4,992645	3	2
29	5,006363	60	5,003831	107	5,000251	128	4,996543	113	4,993732	68	4,992642	1	1
30	5,006303		5,003724		5,000123		4,996430		4,993664		4,992641		0
	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		

USAGE DES TABLES XI & XII. Ces deux Tables servent à trouver en tout temps la vraie distance de la terre au Soleil, affectée par les attractions de Vénus, de Jupiter & de la Lune. Dans l'exemple proposé, l'on a 8^h 4^m 43^s 15" pour l'anomalie moyenne du Soleil ; au dessus de VIII^e & vis-à-vis de 4°, on trouvera dans la Table XI le logarithme 4,996891, & la différence pour un degré d'anomalie 118 ; on fera donc cette proportion 60' 0" : 118 :: 43' 15" : 85, cette partie proportionnelle 85 ajoutée avec le logar. 4,996891, (parce que ces logarithmes vont en croissant entre 4° & 5°) donnera 9,996976 pour le logar. de la distance qui auroit lieu, si la terre décrivait son ellipse sans aucune perturbation (918).

Dans la Table XII (pag. 18) on trouve d'abord avec l'argument II, qui est 0^e 4°, qu'il y a 3 à ajouter au logarithme de la distance, à cause de l'attraction de Jupiter. Avec l'argument III qui est IV^e 0°, on trouve 2 à ôter pour l'attraction de Vénus. Avec l'argument IV qui est VI^e 19°, & vis-à-vis de VIII^e 5° qui est l'anomalie moyenne du Soleil, on trouve 17 pour l'effet de l'attraction lunaire, qu'il faut ôter, parce qu'au haut de la Table & vis-à-vis de VI^e il est marqué *ôrez*.

Il résulte de ces trois corrections qu'il y a 16 à ôter du logarithme de la distance; il se réduira donc à 4,996960.

Ces corrections peuvent se déduire aisément de la valeur de Z (2791) v. M. Clairaut, Mémo. Ac. 1754. Ces Tables du Soleil sont les premières où l'on ait tenu compte de toutes ces corrections.

4,996976
+ 3
- 2
- 17
4,996960

Equations qu'il faut appliquer au Logarithme de la distance du Soleil à la Terre, à cause des attractions des Planetes.

Attract. de Jupiter.				Attract. de Vénus				Attraction de la Lune.											
ARGUMENT II.				ARGUMENT III.				ARG. IV. ou dist. de la ☾ au ☉.											
Equ.		Equ.		Equ.		Equ.		VI.			VII.			VIII.			Otez.		
S. D.	Aj.	S. D.	Otez.	S. D.	Aj.	S. D.	Aj.	O.			I.			II.			Ajoutez.		
O. 0	3	VI. 0	11	O. 0	10	VI. 0	14	S. D.	0	10	20	0	10	20	0	10	20	30	Otez.
5	3	5	11	5	10	5	14	O. 0	15	15	14	13	12	10	8	5	3	0	30
10	3	10	10	10	9	10	14	10	15	15	14	13	12	10	7	4	2	1	20
15	3	15	10	15	8	15	13	15	15	15	14	13	12	10	6	3	0	10	
20	3	20	9	20	6	20	12	20	15	15	14	13	12	10	5	2	0	2	
25	4	25	8	25	4	25	10	25	15	15	14	13	12	10	4	1	0	1	
I. 0	4	VII. 0	8	I. 0	2	VII. 0	9	I. 0	16	14	12	11	8	5	3	0	3	6	XL. 0
5	4	5	7	5	Otez.	5	7	5	16	14	12	11	8	5	2	1	4	7	20
10	5	10	6	10	3	10	5	10	16	14	12	11	8	5	1	4	7	10	
15	5	15	5	15	5	15	3	15	16	14	12	11	8	5	0	4	7	20	
20	5	20	4	20	7	20	2	20	16	14	12	11	8	5	0	4	7	10	
25	5	25	2	25	8	25	Otez.	25	16	14	12	11	8	5	0	4	6	20	
II. 0	5	VIII. 0	1	II. 0	10	VIII. 0	2	II. 0	16	15	13	11	8	5	3	1	4	6	VIII. 0
5	5	5	Aj.	5	11	5	4	5	16	15	13	11	8	5	3	1	4	6	20
10	5	10	1	10	12	10	6	10	16	15	13	11	8	5	3	0	3	6	10
15	5	15	1	15	12	15	7	15	16	15	13	11	8	5	3	0	2	5	20
20	5	20	2	20	12	20	9	20	16	15	14	12	10	7	4	1	2	4	10
25	4	25	3	25	12	25	10	25	16	16	14	12	10	8	5	2	1	3	VII. 0
III. 0	4	IX. 0	4	III. 0	11	IX. 0	11	III. 0	16	16	15	13	11	9	6	3	0	2	20
5	3	5	4	5	10	5	12	5	16	16	15	14	12	10	7	4	2	1	10
10	2	10	5	10	9	10	12	10	16	16	15	14	12	10	7	4	2	1	20
15	1	15	5	15	7	15	12	15	16	16	15	14	13	11	8	6	3	0	10
20	1	20	5	20	6	20	12	20	16	16	16	15	13	11	9	7	4	2	20
25	Otez.	25	5	25	4	25	11	25	16	17	16	15	14	12	10	8	5	2	10
IV. 0	1	X. 0	5	IV. 0	2	X. 0	10	IV. 0	16	17	17	16	15	13	11	9	6	3	V. 0
5	2	5	5	5	Aj.	5	8	5	16	17	17	16	15	14	12	10	7	4	20
10	4	10	5	10	2	10	7	10	16	17	17	16	15	13	11	8	5	5	10
15	5	15	5	15	3	15	5	15	16	17	17	16	15	13	11	9	6	3	IV. 0
20	6	20	5	20	5	20	3	20	16	17	17	16	15	14	12	10	7	6	20
25	7	25	4	25	7	25	Aj.	25	16	17	17	16	15	14	12	10	7	6	10
V. 0	8	XI. 0	4	V. 0	9	XI. 0	2	V. 0	16	17	17	16	15	13	11	9	6	3	III. 0
5	8	5	4	5	10	5	4	5	16	17	17	16	15	14	12	10	7	6	20
10	9	10	3	10	12	10	6	10	16	17	17	16	15	13	11	9	6	3	10
15	10	15	3	15	13	15	8	15	16	17	17	16	15	14	12	10	7	6	II. 0
20	10	20	3	20	14	20	9	20	16	16	16	15	14	12	10	8	5	5	20
25	11	25	3	25	14	25	10	25	15	16	16	15	13	12	9	7	4	4	10
30	11	30	3	30	14	30	10	30	15	15	14	13	12	10	8	5	3	0	I. 0

ANOMALIE MOYENNE DU SOLEIL.

ANOMALIE MOYENNE DU SOLEIL.

Les équations de ces deux premières Tables sont fort petites, & par conséquent ne peuvent se négliger dans presque tous les cas. Par exemple, dans les calculs ordinaires des Planetes, le cas où l'effet de cette correction seroit le plus considérable, est celui des conjonctions inférieures de Vénus; lorsque la latitude est la plus grande, il faut alors 13 unités d'erreur dans le logarithme de la distance du Soleil, pour produire une seconde d'erreur sur la latitude géocentrique de Vénus, calculée par les Tables; ainsi en négligeant les équations de ces deux Tables, on ne commettrait pas même, dans les cas les plus défavorables, une erreur de deux Secondes.

L'équation lunaire est additive dans les 3 premiers & les trois derniers signes de l'argument IV, comme il est marqué dans la Table, mais il en faut excepter les 37 nombres renfermés dans les filets gras qui forment une espee d'échelle; ces nombres doivent être ajoutés, quand les titres de la Table indiquent la soustraction & vicissim. Lorsqu'on trouve l'argument IV au haut de la Table, on cherche l'anomalie moyenne du Soleil, dans la colonne qui est à gauche de la Table.

Otez.	V.	IV.	III.	Otez.
Ajoutez.	XI.	X.	IX.	Ajoutez.
ARG. IV. ou dist. de la ☾ au ☉.				

T A B L E XIII.

Premiere Partie de l'Equation du Temps , pour convertir le temps vrai en temps moyen.

ARGUMENT. Anomalie moyenne du Soleil.																			
Orez du temps vrai.	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		Orez.						
	"	Diff	"	Diff	"	Diff	"	Diff	"	Diff	"	Diff							
0	0,0	7,9	3	46,9	6,8	6	35,9	4,0	7	42,0	0,1	6	44,4	4,1	3	55,2	7,1	30	
1	0	7,9	3	53,7	6,8	6	39,9	4,0	7	42,1	0,1	6	40,3	4,2	3	48,1	7,2	29	
2	0	15,8	7,9	4	0,5	6,7	6	43,9	3,8	7	42,0	0,2	6	36,1	4,3	3	40,9	7,2	28
3	0	23,7	7,9	4	7,2	6,6	6	47,7	3,7	7	41,8	0,3	6	31,8	4,4	3	33,7	7,3	27
4	0	31,6	7,8	4	13,8	6,6	6	51,4	3,6	7	41,5	0,5	6	27,4	4,5	3	26,4	7,4	26
5	0	39,4	7,8	4	20,4	6,5	6	55,0	3,4	7	41,0	0,6	6	22,9	4,6	3	19,0	7,5	25
6	0	47,2	7,9	4	26,9	6,5	6	58,4	3,3	7	40,4	0,7	6	18,3	4,7	3	11,5	7,5	24
7	0	55,1	7,8	4	33,4	6,4	7	1,7	3,2	7	39,7	0,9	6	13,6	4,9	3	4,0	7,6	23
8	I	2,9	7,8	4	39,8	6,2	7	4,9	3,1	7	38,8	1,0	6	8,7	4,9	2	56,4	7,6	22
9	I	10,7	7,8	4	46,0	6,2	7	8,0	3,0	7	37,8	1,2	6	3,8	5,1	2	48,8	7,6	21
10	I	18,5	7,8	4	52,2	6,1	7	11,0	2,8	7	36,6	1,3	5	58,7	5,2	2	41,2	7,7	20
11	I	26,3	7,8	4	58,3	6,0	7	13,8	2,7	7	35,3	1,5	5	53,5	5,3	2	33,5	7,7	19
12	I	34,1	7,7	5	4,3	5,9	7	16,5	2,5	7	33,8	1,6	5	48,2	5,4	2	25,6	7,8	18
13	I	41,8	7,7	5	10,2	5,8	7	19,0	2,4	7	32,2	1,7	5	42,8	5,6	2	17,8	7,9	17
14	I	49,5	7,6	5	16,0	5,7	7	21,4	2,3	7	30,5	1,8	5	37,2	5,7	2	9,9	7,9	16
15	I	57,1	7,6	5	21,7	5,6	7	23,7	2,2	7	28,7	2,0	5	31,5	5,8	2	2,0	7,9	15
16	2	4,7	7,6	5	27,3	5,6	7	25,9	2,0	7	26,7	2,1	5	25,7	5,8	I	54,1	8,0	14
17	2	12,3	7,6	5	32,9	5,6	7	27,9	2,0	7	24,6	2,1	5	19,9	5,8	I	46,1	8,0	13
18	2	19,9	7,6	5	38,5	5,6	7	29,9	2,0	7	22,3	2,3	5	14,0	5,9	I	38,1	8,0	12
19	2	27,4	7,5	5	43,9	5,4	7	31,7	1,8	7	19,8	2,5	5	8,0	6,0	I	30,1	8,0	11
20	2	35,0	7,6	5	49,2	5,3	7	33,3	1,6	7	17,2	2,6	5	1,7	6,3	I	22,0	8,1	10
21	2	42,4	7,4	5	54,3	5,1	7	34,7	1,4	7	14,4	2,8	4	55,5	6,2	I	13,8	8,2	9
22	2	49,7	7,3	5	59,3	5,0	7	36,0	1,3	7	11,6	2,8	4	49,2	6,3	I	5,7	8,1	8
23	2	57,0	7,3	6	4,3	5,0	7	37,2	1,2	7	8,7	2,9	4	42,8	6,4	0	57,5	8,2	7
24	3	4,3	7,3	6	9,1	4,8	7	38,3	1,1	7	5,6	3,1	4	36,2	6,6	0	49,3	8,2	6
25	3	11,5	7,2	6	13,8	4,7	7	39,3	1,0	7	2,4	3,2	4	29,5	6,7	0	41,1	8,2	5
26	3	18,7	7,2	6	18,4	4,6	7	40,2	0,9	6	59,1	3,3	4	22,8	6,7	0	32,8	8,3	4
27	3	25,8	7,1	6	22,9	4,5	7	40,9	0,7	6	55,6	3,5	4	16,0	6,8	0	14,6	8,2	3
28	3	32,9	7,1	6	27,3	4,4	7	41,4	0,5	6	52,0	3,6	4	9,1	6,9	0	16,4	8,2	2
29	3	39,9	7,0	6	31,7	4,4	7	41,8	0,4	6	48,3	3,7	4	2,2	6,9	0	8,2	8,2	1
30	3	46,9	7,0	6	35,9	4,2	7	42,0	0,2	6	44,4	3,9	3	55,2	7,0	0	0,0	8,2	0
ajoutez.	XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VII.		VI.		aj.				

EXPLICATION. La Table XIII n'est autre chose que l'équation du centre du Soleil, convertie en temps, à raison de 15° par heure (660).

Il faut changer les titres, & mettre *ajoutez* au lieu de *orez*, lorsqu'on connoit le temps moyen, & qu'on veut trouver le temps vrai, c'est-à-dire, celui que les Auteurs Anglois appellent temps apparent.

La Table XIV, pag. 20, est la différence entre la longitude vraie du Soleil & son ascension droite vrai, ou la réduction de l'écliptique à l'équateur (Table XVII, page 22) convertie en temps, à raison de 15° par heure (660). Ces deux Tables different de celles de M. de la Caille; j'en ai dit la raison (672).

CONNOISSANT le lieu du Soleil tel qu'il est dans l'exemple précédent (page 11), on trouvera l'équation du temps de la maniere suivante. Avec l'anomalie moyenne du Soleil 8° 4' 43' 15", on trouvera dans la Table XIII la premiere partie de l'équation du temps + 7' 1" 5; car à VIII 4° répondent 6' 59" 1, & la partie proportionnelle est 2" 4.

Avec la longitude vraie du Soleil 11° 15' 6" 18", on trouvera 4' 44" 7 pour la seconde partie de l'équation du temps (Table XIV, page 20); car à XI° 15' répondent 4' 45' 9, la partie proportionnelle est 1" 9 à ôter, il reste + 4' 44" 0 pour la seconde partie de l'équation du temps; cette seconde partie peut exiger dans certains cas une correction qui sera expliquée ci-après, à l'occasion de la Table XVII.

La troisieme partie de l'équation du temps se trouvera, si l'on convertit en temps la somme des cinq

TABLE XIV.

Seconde Partie de l'Equation du Temps.

ARGUMENT. Long. vraie du Soleil.

D.	O. VI.		I. VII.		II. VIII.		
	Otez du temps vrai.		Otez du temps vrai.		Otez du temps vrai.		
	M.	S.	M.	S.	M.	S.	
0	0	0,0	8	22,8	10,5	8 45,0	10,2 30
1	0	19,8	8	33,3	10,0	8 34,8	10,9 29
2	0	39,7	8	43,3	9,2	8 23,9	11,5 28
3	0	59,5	8	52,5	8,7	8 12,4	12,1 27
4	1	19,2	8	1,2	8,0	8 0,3	12,8 26
5	1	38,8	9	9,2	7,4	7 47,5	13,5 25
6	1	58,3	9	16,6	6,7	7 34,0	14,2 24
7	2	17,7	9	23,3	6,1	7 19,8	14,5 23
8	2	37,0	9	29,4	5,4	7 5,3	15,3 22
9	2	56,1	9	34,8	4,9	6 50,0	15,7 21
10	3	15,0	9	39,7	4,1	6 34,3	16,2 20
11	3	33,7	9	43,8	3,3	6 18,1	16,9 19
12	3	52,2	9	47,1	2,7	5 44,1	17,1 18
13	4	10,4	9	49,8	2,0	5 26,3	17,8 17
14	4	28,2	9	51,8	1,3	5 8,1	18,2 16
15	4	45,9	9	53,1	0,6	4 49,5	18,6 15
16	5	3,2	9	53,7	0,2	4 30,5	19,0 14
17	5	20,2	9	53,5	1,0	4 11,2	19,3 13
18	5	37,0	9	52,5	1,7	3 51,5	19,7 12
19	5	53,1	9	50,8	2,4	3 31,5	20,0 11
20	6	9,1	9	48,4	3,1	3 11,2	20,3 10
21	6	24,6	9	45,3	3,8	2 50,6	20,6 9
22	6	39,7	9	41,5	4,5	2 29,8	20,8 8
23	6	54,3	9	37,0	5,3	2 8,7	21,1 7
24	7	8,5	9	31,7	6,1	1 47,5	21,2 6
25	7	22,2	9	25,6	6,7	1 26,2	21,3 5
26	7	35,5	9	18,9	7,4	1 4,7	21,5 4
27	7	48,1	9	11,5	8,1	0 43,2	21,5 3
28	8	0,2	9	3,4	8,9	0 21,6	21,6 2
29	8	11,8	8	54,5	9,5	0 0,0	21,6 1
30	8	22,8	8	45,0			21,6 0
	XI.	V.	X.	IV.	IX.	III.	

Ajoutez au temps vrai en montant.

TABLE XV.

Diametre & Mouvement horaire du Soleil.

ARGUMENT. Anomalie moyenne du Soleil.

Jours du Mois.	Anom. moy.	Diametre du Soleil.	Mouvem. horaire.	Anomalie moyenne.	Jour du Mois.
30 Juin.	O. 0	31 31,0	2 23,0	30	30 Juin.
6 Juillet.	5	31 31,1	2 23,0	25	25
11	10	31 31,5	2 23,1	20	20
16	15	31 32,0	2 23,1	15	15
21	20	31 32,8	2 23,3	10	11
26	25	31 33,8	2 23,4	5	6 Juin.
31 Juillet.	I. 0	31 35,1	2 23,6	XI.	3 Mai.
5 Août.	5	31 36,5	2 23,8	25	26
10	10	31 38,1	2 24,1	20	21
15	15	31 40,1	2 24,4	15	16
20	20	31 42,0	2 24,7	10	11
25	25	31 44,1	2 25,0	5	6 Mai.
30 Août.	II. 0	31 46,4	2 25,4	X.	30 Avril.
4	5	31 48,8	2 25,7	25	15
9 Sept.	10	31 51,4	2 26,1	20	20
14	15	31 54,0	2 26,5	15	15
20	20	31 56,7	2 26,9	10	10
25	25	31 59,5	2 27,4	5	5 Avril.
30 Sept.	III. 0	32 2,3	2 27,8	IX.	31 Mars.
5 Octob.	5	32 5,1	2 28,2	25	26
10	10	32 8,0	2 28,6	20	21
15	15	32 10,8	2 29,0	15	16
20	20	32 13,5	2 29,4	10	11
25	25	32 16,2	2 29,8	5	6 Mars.
30 Octob.	IV. 0	32 18,8	2 30,2	VIII.	28 Février
5 Nov.	5	32 21,2	2 30,6	25	23
10	10	32 23,6	2 31,0	20	18
15	15	32 25,7	2 31,4	15	12
20	20	32 27,8	2 31,7	10	7
25	25	32 29,5	2 32,0	5	2 Février
30 Nov.	V. 0	32 31,2	2 32,3	VII.	29 Janv.
5 Dec.	5	32 32,6	2 32,5	25	24
10	10	32 33,7	2 32,7	20	19
15	15	32 35,6	2 32,8	15	14
20	20	32 35,3	2 32,9	10	9
25	25	32 35,7	2 32,9	5	4 Janv.
31 Dec.	30	32 35,8	2 33,0	VI.	31 Dec.

petites équations trouvées pour le lieu du Soleil, + 15", 1 + 1", 0 - 1", 9 + 15", 1 + 0", 7, c'est-à-dire + 30" 0, l'on aura + 2" 0. Si l'on veut encore plus d'exactitude, on divisera la somme des équations ou 30' 0 par 16 fois le carré du Cosinus de la déclinaison du Soleil, ce qui revient au même que la règle donnée ci-devant (art. 863). La déclinaison du Soleil à peu près connue, étoit le 5 Mars 1749 de 5° 53', ce qui donnera + 1" 9.

Ces trois parties de l'équation du temps + 7' 1" 5 + 4' 44", 0 & + 1" 9 donnent pour l'équation totale + 11' 47" 4, qu'il faut ajouter au temps vrai pour avoir le temps moyen; mais comme dans l'exemple précédent, le temps moyen étoit donné, savoir le 5 Mars 0^h 11' 42", il faut retrancher 11' 47" 4, & il restera le 4 Mars 2^h 59' 54" 6 pour le temps vrai cherché.

Les diametres du Soleil contenus dans la Table XV, sont plus petits d'environ 3" $\frac{1}{2}$ que ceux dont M. de la Caille avoit fait usage dans ses Tables: j'en ai dit la raison (1069).

Les jours du mois marqués dans la première & dans la dernière colonne, pourront servir quand on n'aura besoin du diametre du Soleil qu'à une demi-seconde près.

Le temps que le demi-diametre du Soleil employé à traverser le Méridien, a été donné ci-dessus (595).

TABLE XVI. Réduction de l'Ecliptique à l'Equateur. ARG. *Lieu vrai du Soleil.* 21

Ot.	O. VI.			I. VII.			II. VIII.			Otez.	O. VI.			I. VII.			II. VIII.											
	D.	'	"	D.	'	"	D.	'	"		D.	'	"	D.	'	"	D.	'	"									
0 0	0	0,0	49,6	2	5	43,2	26,8	2	11	15,8	24,8	60	10	0	48	45,8	47,0	2	24	56,6	11,0	1	38	36,3	60			
10 0	0	49,6	49,7	2	6	10,0	25,6	2	10	51,0	25,1	50	10	0	49	32,8	46,9	2	25	7,6	10,7	1	37	56,2	40,1	50		
20 0	1	39,3	49,6	2	6	36,6	26,3	2	10	25,9	25,4	40	20	0	50	19,7	46,8	2	25	18,3	10,3	1	37	15,9	40,3	40		
30 0	2	28,9	49,7	2	7	2,9	26,1	2	10	0,5	25,7	30	30	0	51	6,5	46,7	2	25	28,6	10,3	1	36	35,3	40,6	30		
40 0	3	18,6	49,6	2	7	29,0	25,8	2	9	34,8	26,0	20	40	0	51	53,2	46,5	2	25	38,6	10,0	1	35	54,5	40,8	20		
50 0	4	8,2	49,6	2	7	54,8	25,6	2	9	8,8	26,3	10	50	0	52	39,7	46,5	2	25	48,3	9,7	1	35	13,5	41,0	10		
1 0	4	57,8	49,7	2	8	20,4	25,4	2	8	42,5	26,3	29	0	11	0	53	26,2	46,4	2	25	57,7	9,4	1	34	32,3	41,2	19	
10 1	5	47,5	49,6	2	8	45,8	25,1	2	8	16,0	26,5	50	10	0	54	12,6	46,3	2	26	6,8	9,1	1	33	50,5	41,4	50		
20 1	6	37,1	49,6	2	9	10,9	24,8	2	7	49,3	27,0	40	20	0	54	58,9	46,2	2	26	15,7	8,9	1	33	9,3	41,6	40		
30 1	7	26,7	49,6	2	9	35,7	24,6	2	7	22,3	27,3	30	30	0	55	45,1	46,1	2	26	24,3	8,3	1	32	27,5	42,0	30		
40 1	8	16,3	49,5	2	10	0,3	24,4	2	6	55,0	27,6	20	40	0	56	31,2	46,0	2	26	32,6	8,0	1	31	45,5	42,3	20		
50 1	9	5,8	49,5	2	10	24,7	24,1	2	6	27,4	27,9	10	50	0	57	17,2	45,9	2	26	40,6	8,0	1	31	3,2	42,3	10		
2 0	9	55,3	49,5	2	10	48,8	23,8	2	5	59,5	28,2	28	0	12	0	58	3,1	45,8	2	26	48,3	7,7	1	30	20,7	42,5	18	
10 2	10	44,8	49,5	2	11	12,6	23,6	2	5	31,3	28,4	50	10	0	58	48,9	45,7	2	26	55,7	7,4	1	29	38,0	42,7	50		
20 2	11	34,3	49,5	2	11	36,2	23,4	2	5	2,9	28,7	40	20	0	59	34,6	45,6	2	27	2,8	7,1	1	28	55,1	42,9	40		
30 2	12	23,8	49,5	2	11	59,6	23,4	2	4	34,2	29,0	30	30	0	1	0	20,2	45,5	2	27	9,6	6,8	1	28	12,0	43,1	30	
40 2	13	13,3	49,5	2	12	22,7	23,1	2	4	5,2	29,0	20	40	0	1	1	5,7	45,5	2	27	16,2	6,6	1	27	28,7	43,3	20	
50 2	14	2,8	49,4	2	12	45,6	22,7	2	3	35,9	29,3	10	50	0	1	1	51,1	45,4	2	27	22,5	6,3	1	26	45,3	43,4	10	
3 0	14	52,2	49,4	2	13	8,3	22,4	2	3	6,4	29,5	27	0	13	0	1	2	36,3	45,2	2	27	28,4	5,9	1	26	1,7	43,6	17
10 3	15	41,5	49,3	2	13	30,5	22,1	2	2	50,0	29,8	50	10	0	1	3	21,4	45,0	2	27	54,1	5,7	1	25	17,5	43,8	50	
20 3	16	30,9	49,3	2	13	52,8	21,8	2	2	6,6	30,0	40	20	0	1	4	6,4	44,9	2	27	39,5	5,4	1	24	34,0	43,9	40	
30 3	17	20,2	49,3	2	14	14,6	21,5	2	1	36,3	30,6	30	30	0	1	4	51,3	44,8	2	27	44,6	5,1	1	23	49,8	44,2	30	
40 3	18	9,5	49,3	2	14	36,1	21,3	2	1	5,7	30,9	20	40	0	1	5	36,1	44,7	2	27	49,3	4,7	1	23	5,4	44,4	20	
50 3	18	58,8	49,3	2	14	57,4	21,0	2	0	34,8	31,1	10	50	0	1	6	20,8	44,7	2	27	53,7	4,4	1	22	20,7	44,7	10	
4 0	19	48,1	49,2	2	15	18,4	20,8	2	0	3,7	31,4	26	0	14	0	1	7	5,3	44,4	2	27	57,8	4,1	1	21	35,8	44,9	16
10 4	20	37,3	49,2	2	15	39,2	20,6	1	59	32,3	31,7	50	10	0	1	7	49,7	44,3	2	28	1,7	3,9	1	20	50,7	45,1	50	
20 4	21	26,5	49,1	2	15	59,8	20,4	1	59	0,6	32,0	40	20	0	1	8	34,0	44,2	2	28	5,3	3,6	1	20	5,5	45,2	40	
30 4	22	15,6	49,1	2	16	20,1	20,0	1	58	28,6	32,0	30	30	0	1	9	18,2	44,1	2	28	8,6	3,3	1	19	20,2	45,3	30	
40 4	23	4,7	49,0	2	16	40,2	19,7	1	57	56,4	32,4	20	40	0	1	10	2,3	44,0	2	28	11,6	3,0	1	18	34,7	45,5	20	
50 4	23	53,7	49,0	2	16	59,9	19,3	1	57	24,0	32,6	10	50	0	1	10	46,3	43,8	2	28	14,3	2,7	1	17	49,0	45,7	10	
5 0	24	42,7	49,0	2	17	19,2	19,1	1	56	51,4	32,9	25	0	15	0	1	11	30,1	43,7	2	28	16,7	2,4	1	17	3,2	45,8	15
10 5	25	31,7	48,9	2	17	38,3	18,9	1	56	18,5	33,2	50	10	0	1	12	13,8	43,6	2	28	18,7	2,0	1	16	17,2	46,0	50	
20 5	26	20,6	48,9	2	17	57,2	18,7	1	55	45,3	33,5	40	20	0	1	12	57,4	43,4	2	28	20,4	1,7	1	15	31,0	46,2	40	
30 5	27	9,5	48,8	2	18	15,9	18,4	1	55	11,8	33,5	30	30	0	1	13	40,8	43,2	2	28	21,9	1,5	1	14	44,6	46,4	30	
40 5	27	58,3	48,8	2	18	34,3	18,2	1	54	38,1	33,7	20	40	0	1	14	24,0	43,2	2	28	23,1	1,2	1	13	58,0	46,6	20	
50 5	28	47,1	48,8	2	18	52,5	18,0	1	54	4,1	34,0	10	50	0	1	15	7,1	43,1	2	28	24,0	0,9	1	13	11,2	46,8	10	
6 0	29	35,9	48,7	2	19	10,5	17,7	1	53	29,8	34,3	24	0	16	0	1	15	50,1	43,0	2	28	24,6	0,6	1	12	24,3	46,9	14
10 6	30	24,6	48,6	2	19	28,2	17,4	1	52	55,3	34,5	50	10	0	1	16	32,9	42,8	2	28	24,8	0,2	1	11	37,2	47,1	50	
20 6	31	13,2	48,5	2	19	45,6	17,1	1	52	20,6	34,7	40	20	0	1	17	15,6	42,7	2	28	24,8	0,0	1	10	50,0	47,2	40	
30 6	32	1,7	48,5	2	20	2,7	16,8	1	51	45,5	35,1	30	30	0	1	17	58,2	42,6	2	28	24,5	0,3	1	10	2,6	47,4	30	
40 6	32	50,2	48,4	2	20	19,5	16,4	1	51	10,1	35,4	20	40	0	1	18	40,7	42,5	2	28	23,9	0,9	1	9	15,0	47,6	20	
50 6	33	38,6	48,4	2	20	35,9	16,1	1	50	34,6	35,5	10	50	0	1	19	23,0	42,3	2	28	23,0	0,9	1	8	27,3	47,7	10	
7 0	34	27,0	48,3	2	20	52,0	15,9	1	49	58,9	35,7	23	0	17	0	1	20	5,1	42,1	2	28	21,8	1,5	1	7	39,5	47,9	13
10 7	35	15,3	48,2	2	21	7,9	15,6	1	49	23,0	35,9	50	10	0	1	20	47,1	42,0	2	28	20,3	1,8	1	6	51,5	48,0	50	
20 7	36	3,5	48,2	2	21	23,5	15,4	1	48	46,9	36,1	40	20	0	1	21	29,0	41,9	2	28	18,5	2,1	1	6	3,3	48,2	40	
30 7	36	51,7	48,1	2	21	38,9	15,2	1	48	10,6	36,3	30	30	0	1	22	10,7	41,7	2	28	16,4	2,1	1	5	15,0	48,3	30	
40 7	37	39,8	48,1	2	21	54,1	14,9	1	47	34,0	36,6	20	40	0	1	22	52,3	41,6	2	28	13,9	2,5	1	4	26,5	48,5	20	
50 7	38	27,9	48,0	2	22	9,0	14,6	1	46	57,2	36,8	10	50	0	1	23	33,7	41,4	2	28	11,1	2,8	1	3	37,9	48,6	10	
8 0	39	15,9	48,0	2	22	23,6	14,2	1	46	20,1	37,1	22	0	18	0	1	24	15,0	41,3	2	28	8,0	3,1	1	2	49,1	48,8	

Otez.	O. VI.		Dif.	I. VII.		Dif.	II. VIII.		Dif.	
	D.	"		D.	"		"	"		
20	0	1 32 17,8	39,1	2 27 7,7	7,0	52 53,2	50,5	60		
	10	1 32 56,9	38,9	2 27 0,7	7,3	52 2,2	50,6	50		
	20	1 33 35,8	38,8	2 26 53,4	7,6	51 12,1	50,7	40		
	30	1 34 14,6	38,7	2 26 45,8	7,9	50 21,4	50,8	30		
	40	1 34 53,3	38,5	2 26 37,9	8,1	49 30,6	51,0	20		
	50	1 35 31,8	38,3	2 26 29,8	8,5	48 39,6	51,1	10		
21	0	1 36 10,1	38,1	2 26 21,3	8,8	47 48,5	51,2	0		
	10	1 36 48,2	37,9	2 26 12,5	9,1	46 57,3	51,3	9		
	20	1 37 26,1	37,8	2 26 3,4	9,4	46 6,0	51,4	0		
	30	1 38 3,9	37,6	2 25 54,0	9,7	45 14,6	51,4	30		
	40	1 38 41,5	37,4	2 25 44,3	10,1	44 23,2	51,6	20		
	50	1 39 18,9	37,2	2 25 34,2	10,4	43 31,6	51,7	10		
22	0	1 39 56,1	36,9	2 25 23,8	10,7	42 39,9	51,8	0		
	10	1 40 33,0	36,8	2 25 13,1	11,0	41 48,1	51,9	8		
	20	1 41 9,8	36,7	2 25 2,1	11,3	40 56,2	52,0	0		
	30	1 41 46,5	36,5	2 24 50,8	11,6	40 4,2	52,1	30		
	40	1 42 23,0	36,3	2 24 39,2	11,9	39 12,1	52,1	20		
	50	1 42 59,3	36,1	2 24 27,3	12,1	38 20,0	52,2	10		
23	0	1 43 35,4	35,9	2 24 15,2	12,4	37 27,7	52,3	0		
	10	1 44 11,3	35,7	2 24 2,8	12,6	36 35,3	52,4	7		
	20	1 44 47,0	35,5	2 23 50,2	13,0	35 42,8	52,5	0		
	30	1 45 22,5	35,3	2 23 37,2	13,5	34 50,3	52,6	0		
	40	1 45 57,8	35,1	2 23 23,7	13,7	33 57,7	52,6	30		
	50	1 46 32,9	35,0	2 23 10,0	14,0	33 5,1	52,7	20		
24	0	1 47 7,9	34,8	2 22 56,0	14,3	32 12,4	52,8	10		
	10	1 47 42,7	34,6	2 22 41,7	14,6	31 19,6	52,9	0		
	20	1 48 16,3	34,3	2 22 27,1	14,9	30 26,7	53,0	6		
	30	1 48 51,6	34,1	2 22 12,2	15,2	29 33,7	53,1	0		
	40	1 49 25,7	33,8	2 21 57,0	15,4	28 40,7	53,1	30		
	50	1 49 59,5	33,6	2 21 41,6	15,7	27 47,6	53,2	20		
25	0	1 50 33,1	33,5	2 21 25,9	16,0	26 54,4	53,2	10		
	10	1 51 6,6	33,3	2 21 9,9	16,4	26 1,2	53,2	0		
	20	1 51 39,9	33,1	2 20 53,5	16,7	25 8,0	53,3	5		
	30	1 52 13,0	32,9	2 20 36,8	16,9	24 14,7	53,3	0		
	40	1 52 45,9	32,7	2 20 19,9	17,3	23 21,3	53,4	30		
	50	1 53 18,6	32,4	2 20 2,6	17,6	22 27,8	53,5	20		
26	0	1 53 51,0	32,2	2 19 45,0	17,9	21 34,3	53,5	10		
	10	1 54 23,2	31,9	2 19 27,1	18,2	20 40,7	53,6	0		
	20	1 54 55,1	31,8	2 19 8,9	18,4	19 47,1	53,6	4		
	30	1 55 26,9	31,6	2 18 50,5	18,7	18 53,5	53,7	0		
	40	1 55 58,5	31,4	2 18 31,8	19,0	17 59,8	53,7	30		
	50	1 56 29,9	31,2	2 18 12,8	19,3	17 6,1	53,8	20		
27	0	1 57 1,1	31,0	2 17 53,5	19,6	16 12,3	53,8	10		
	10	1 57 32,1	30,7	2 17 33,9	19,9	15 18,5	53,9	0		
	20	1 58 2,8	30,5	2 17 14,0	20,2	14 24,6	53,9	3		
	30	1 58 33,3	30,3	2 16 53,8	20,5	13 30,7	53,9	0		
	40	1 59 3,6	30,0	2 16 33,3	20,8	12 36,8	53,9	30		
	50	1 59 33,6	29,8	2 16 12,5	21,2	11 42,9	53,9	20		
28	0	2 0 3,4	29,6	2 15 51,3	21,4	10 49,0	54,0	10		
	10	2 0 33,0	29,4	2 15 29,9	21,6	9 55,0	54,0	0		
	20	2 1 2,4	29,1	2 15 8,3	22,0	9 1,0	54,0	40		
	30	2 1 31,5	28,9	2 14 46,3	22,2	8 7,0	54,0	0		
	40	2 2 0,4	28,7	2 14 24,1	22,5	7 13,0	54,1	30		
	50	2 2 29,1	28,4	2 14 1,6	22,8	6 18,9	54,1	20		
29	0	2 2 57,5	28,2	2 13 38,8	23,1	5 24,8	54,1	10		
	10	2 3 25,7	28,0	2 13 15,7	23,4	4 30,7	54,1	0		
	20	2 3 53,7	27,7	2 12 52,3	23,7	3 36,6	54,1	40		
	30	2 4 21,4	27,5	2 12 28,6	24,0	2 42,5	54,1	30		
	40	2 4 48,9	27,3	2 12 4,6	24,2	1 48,4	54,2	20		
	50	2 5 16,2	27,0	2 11 40,4	24,6	0 54,2	54,2	10		
	60	2 5 43,2		2 11 15,8		0 0,0	4,2	0		
		V. XI.		IV. X.		III. IX.		Aj.		

TABLE XVII. Correction des Tables XIV & XVI pour une seconde de variation dans l'obliquité de l'écliptique.

ARGUMENT. Longitude vraie du Soleil.							
	O. VI.		I. VII.		II. VIII.		
	" arc.	" rem.	" arc.	" rem.	" arc.	" rem.	
0	0,000	0,000	0,180	0,012	0,196	0,013	30
1	0,008	0,001	0,184	0,012	0,192	0,013	29
2	0,015	0,001	0,188	0,013	0,188	0,013	28
3	0,021	0,002	0,191	0,013	0,184	0,012	27
4	0,028	0,002	0,194	0,013	0,180	0,012	26
5	0,034	0,002	0,197	0,013	0,175	0,012	25
6	0,041	0,003	0,200	0,013	0,171	0,011	24
7	0,048	0,003	0,202	0,013	0,166	0,011	23
8	0,055	0,004	0,204	0,014	0,160	0,011	22
9	0,061	0,004	0,207	0,014	0,155	0,010	21
10	0,069	0,005	0,209	0,014	0,149	0,010	20
11	0,075	0,005	0,211	0,014	0,142	0,009	19
12	0,081	0,005	0,213	0,014	0,136	0,009	18
13	0,088	0,006	0,214	0,014	0,130	0,009	17
14	0,094	0,006	0,215	0,014	0,123	0,008	16
15	0,100	0,007	0,216	0,014	0,117	0,008	15
16	0,106	0,007	0,216	0,014	0,110	0,007	14
17	0,112	0,007	0,217	0,014	0,102	0,007	13
18	0,118	0,008	0,217	0,014	0,095	0,006	12
19	0,124	0,008	0,216	0,014	0,088	0,006	11
20	0,130	0,009	0,216	0,014	0,080	0,005	10
21	0,135	0,009	0,215	0,014	0,073	0,005	9
22	0,141	0,009	0,213	0,014	0,065	0,004	8
23	0,147	0,010	0,212	0,014	0,057	0,004	7
24	0,152	0,010	0,211	0,014	0,049	0,003	6
25	0,157	0,010	0,209	0,014	0,041	0,003	5
26	0,161	0,011	0,207	0,014	0,033	0,002	4
27	0,166	0,011	0,204	0,014	0,025	0,002	3
28	0,171	0,011	0,202	0,013	0,017	0,001	2
29	0,175	0,012	0,199	0,013	0,009	0,001	1
30	0,180	0,012	0,196	0,013	0,000	0,000	0
	V. XI.		IV. X.		III. IX.		

La réduction (Table XII) sert à trouver l'ascension droite du Soleil, par exemple, avec XI^e. 15° de longit. on trouve + 1° 11' 25" 5, ce qui donne 11^e 15' 17" 43" 6 pour l'ascension droite du Soleil, en supposant l'obliquité de l'écliptique de 23° 28' 20"; mais comme elle étoit plus grande de 3" dans l'exemple proposé, il faut employer la correction suivante.

Dans la Table XVII, avec XI^e. 15° de longitude, on trouvera 0" 100 à ajouter pour chaque seconde d'augmentation dans l'obliquité de l'écliptique; donc pour 3" on aura 0' 3, dont il faut augmenter la réduction. La seconde colonne de la Table XVII est la conversion de la première colonne en temps, ou la quantité dont il faut augmenter la seconde partie de l'équation du temps (p. 20), pour chaque seconde d'augmentation dans l'obliquité de l'écliptique. Si l'on faisoit ce calcul pour les siècles futurs, dans lesquels l'angle de l'écliptique & de l'équateur sera plus petit que 23° 28' 20", il faudroit retrancher les corrections précédentes, soit de la réduction, soit de la seconde partie de l'équation du temps (Table XIV), mais la correction de la Table XIV est insensible dans notre exemple, étant que de $\frac{1}{50}$ de seconde.

TABLES DE LA LUNE.

TABLE DES ÉPOQUES

Ou des Longitudes moyennes de la Lune, de son Apogée, & de son Nœud.

ANNÉE.	Longit. moy. de la Lune.				Longit. moy. de l'Apogée.				Supplément du Nœud.				ANNÉES Grégor.	Longit. moy. de la Lune.				Longit. moy. de l'Apogée.				Supplément du Nœud.					
	s.	o	'	"	s.	o	'	"	s.	o	'	"		s.	o	'	"	s.	o	'	"	s.	o	'	"	s.	o
800 B.	1	19	4	17	2	27	56	47	2	18	30	30	1710	9	11	8	8	11	13	16	17	0	26	0	21		
700 B.	11	26	56	37	6	17	8	2	7	2	41	45	1711	1	20	31	13	0	23	56	7	1	15	20	4		
600 B.	10	4	48	57	10	6	19	17	11	16	53	0	1712 B.	6	13	4	53	2	4	42	39	2	4	42	58		
500 B.	8	12	41	17	1	25	30	32	4	1	4	15	1713	10	22	27	57	3	15	22	29	2	24	2	41		
400 B.	6	20	33	37	5	14	41	47	8	15	15	30	1714	3	1	51	2	4	26	2	20	3	13	22	24		
300 B.	4	28	25	57	9	3	53	2	0	29	26	45	1715	7	11	14	7	6	6	42	10	4	2	42	7		
200 B.	3	6	18	17	0	23	4	17	5	13	38	0	1716 B.	0	3	47	46	7	17	28	42	4	22	5	1		
100 B.	1	14	10	37	4	12	15	32	9	27	49	15	1717	4	13	10	51	8	28	8	32	5	11	24	44		
0 B.	11	22	2	57	8	1	26	47	2	12	0	30	1718	8	22	33	56	10	8	48	23	6	0	44	27		
100 B.	9	29	55	17	11	20	38	2	6	26	11	45	1719	1	1	57	0	11	19	28	13	6	20	4	10		
200 B.	18	7	47	37	3	9	49	17	11	10	23	0	1720 B.	5	24	30	40	1	0	14	45	7	9	27	4		
300 B.	6	15	39	57	6	29	0	32	3	24	34	15	1721	10	3	53	45	2	10	54	35	7	28	46	47		
400 B.	4	23	32	17	10	18	11	47	8	8	45	30	1722	2	13	16	49	3	21	34	26	8	18	6	30		
500 B.	3	1	24	37	2	7	23	2	0	22	56	45	1723	6	22	39	54	5	2	14	16	9	07	26	13		
600 B.	1	9	16	57	5	26	34	17	5	7	8	0	1724 B.	11	15	13	34	6	13	0	48	9	26	49	7		
700 B.	11	17	9	17	9	15	45	32	9	21	19	15	1725	3	24	36	38	7	23	40	38	10	16	8	50		
800 B.	9	25	1	37	1	4	56	47	2	5	30	30	1726	8	3	59	43	9	4	20	29	11	5	28	33		
900 B.	8	2	53	57	4	24	8	2	6	19	41	45	1727	0	13	22	48	10	15	0	19	11	24	48	16		
1000 B.	6	10	46	17	8	13	19	17	11	3	53	0	1728 B.	5	5	56	27	11	25	46	51	0	14	11	10		
1100 B.	4	18	38	37	0	2	30	32	3	18	4	15	1729	9	15	19	32	1	6	26	41	1	3	30	53		
1200 B.	2	26	30	57	3	21	41	47	8	2	15	30	1730	1	24	42	36	2	17	6	32	1	22	50	36		
1300 B.	1	4	23	17	7	10	53	2	0	16	26	45	1731	6	4	5	41	3	27	46	22	2	12	10	19		
1400 B.	11	12	15	37	11	0	4	17	3	0	38	0	1732 B.	10	26	39	21	5	8	32	54	3	1	33	13		
1460 B.	0	22	59	1	8	11	35	2	7	21	8	45	1733	3	6	2	25	6	19	12	44	3	20	52	56		
1480 B.	5	6	33	29	11	15	25	17	8	17	59	0	1734	7	15	25	30	7	29	52	35	4	10	12	39		
1500 B.	9	20	7	57	2	19	15	32	9	14	49	15	1735	11	24	48	45	9	10	32	25	4	29	32	22		
1520 B.	2	3	42	25	5	23	5	47	10	11	39	30	1736 B.	4	17	22	14	10	21	18	57	5	18	55	16		
1540 B.	6	17	16	53	8	26	56	2	11	8	29	45	1737	8	26	45	19	0	1	58	47	6	8	14	59		
1560 B.	11	0	51	21	0	0	46	17	0	5	20	0	1738	1	6	8	24	1	12	58	38	6	27	34	42		
1580 B.	3	14	25	49	3	4	36	32	1	2	10	15	1739	5	15	31	28	2	23	18	28	7	16	54	25		
1600 B.	3	16	14	27	6	7	19	56	1	28	28	44	1740 B.	10	8	5	8	4	4	5	0	8	6	17	19		
1620 B.	7	29	48	55	9	11	10	11	2	25	18	59	1741	2	17	28	13	5	14	44	50	8	25	37	2		
1640 B.	0	13	23	23	0	15	0	26	3	22	9	14	1742	6	26	51	17	6	25	24	41	9	14	56	45		
1660 B.	4	29	57	51	3	18	50	41	2	18	59	29	1743	11	6	14	22	8	6	4	31	10	4	16	28		
1680 B.	9	10	32	19	6	22	40	56	5	15	49	44	1744 B.	3	28	48	2	9	16	51	3	10	23	39	22		
1700 C.	1	10	56	12	9	26	24	30	6	12	36	49	1745	8	8	11	6	10	27	30	53	11	12	59	5		
1701	5	20	19	17	11	7	4	20	7	1	56	32	1746	0	17	34	11	0	8	10	44	0	2	18	48		
1702	9	29	42	24	0	17	44	11	7	21	16	15	1747	4	26	57	16	1	18	50	34	0	21	38	31		
1703	2	9	5	26	1	28	25	1	8	10	35	58	1748 B.	9	19	30	55	2	29	37	6	1	11	1	25		
1704 B.	7	1	39	6	3	9	10	33	8	29	58	52	1749	1	28	54	0	4	10	16	56	2	0	21	8		
1705	11	11	2	10	4	19	50	23	9	19	18	35	1750	6	8	17	4	5	20	56	47	2	19	40	51		
1706	3	20	25	15	6	0	30	14	10	8	38	18	1751	10	17	40	9	7	1	36	37	3	9	0	34		
1707	7	29	48	20	7	11	10	4	10	27	58	1	1752 B.	3	10	13	49	8	12	23	9	3	28	23	28		
1708 B.	0	22	21	59	8	21	56	36	11	17	20	55	1753	7	19	36	53	9	23	2	59	4	17	43	11		
1709	5	1	45	4	10	2	36	26	0	6	40	38	1754	11	28	59	58	11	3	42	50	5	7	2	54		

Années avant J. C.

Années julienne après J. C. ou V. St.

Années Grégoriennes : ou N. St.

Suite de la TABLE des longitudes moyennes.

1755	4 8 23 3	0 14 22 40	5 26 22 37	1786	9 14 43 7	6 15 51 14	1 25 59 18
1756 B.	8 0 56 42	1 25 9 12	6 15 45 31	1787	1 24 6 12	7 26 31 4	2 15 19 1
1757	1 10 19 47	3 5 49 2	7 5 5 14	1788 B.	6 16 39 51	9 7 17 36	3 4 41 55
1758	5 19 42 52	4 16 28 53	7 24 24 57	1789	10 26 2 56	10 17 57 26	3 24 1 38
1759	9 29 5 56	5 27 8 43	8 13 44 40	1790	3 5 26 0	11 28 37 17	4 13 21 21
1760 B.	2 21 39 36	7 7 55 15	9 3 7 34	1791	7 14 49 5	1 9 17 7	5 2 41 4
1761	7 1 2 41	8 18 35 5	9 22 27 17	1792 B.	0 7 22 45	2 20 3 39	5 22 3 58
1762	11 10 25 45	9 29 14 56	10 11 46 0	1793	4 16 45 49	4 0 43 29	6 11 23 41
1763	3 19 48 50	11 9 54 46	11 1 6 43	1794	8 26 8 54	5 11 23 20	7 0 43 24
1764 B.	8 12 22 30	0 20 41 18	11 20 29 37	1795	1 5 31 59	6 22 3 10	7 20 3 7
1765	0 21 45 34	2 1 21 8	0 9 49 20	1796 B.	5 28 5 38	8 2 49 42	8 9 26 1
1766	5 1 8 39	3 12 0 59	0 29 9 3	1797	10 7 28 43	9 13 29 32	8 28 45 44
1767	9 10 31 44	4 22 40 49	1 18 28 46	1798	2 16 51 48	10 24 9 23	9 18 5 27
1768 B.	2 3 5 23	6 3 27 21	2 7 51 40	1799	6 26 14 52	0 4 49 13	10 7 25 10
1769	6 12 28 28	7 14 7 11	2 27 11 23	1800 C.	11 5 37 57	1 15 29 3	10 26 44 53
1770	10 21 51 32	8 24 47 2	3 16 31 6	1801	3 15 1 2	2 26 8 53	11 16 4 36
1771	3 1 14 37	10 5 26 52	4 5 50 49	1802	7 24 24 6	4 6 48 44	0 5 24 19
1772 B.	7 23 48 17	11 16 13 24	4 25 13 43	1803	0 3 47 11	5 17 28 34	0 24 44 2
1773	0 3 11 21	0 26 53 14	5 14 33 26	1804 B.	4 26 20 51	6 28 15 6	1 14 6 56
1774	4 12 34 26	2 7 33 5	6 3 53 9	1808 B.	10 17 3 44	0 11 1 9	4 1 28 59
1775	8 21 57 31	3 18 12 55	6 23 12 52	1812 B.	4 7 46 38	5 23 47 12	6 18 51 2
1776 B.	1 14 31 10	4 28 59 27	7 12 35 46	1816 B.	9 28 29 31	11 6 33 15	9 6 13 5
1777	5 23 54 15	6 9 39 17	8 1 55 29	1820 B.	3 19 12 25	4 19 19 18	11 23 35 9
1778	10 3 17 20	7 20 19 8	8 21 15 12	1824 B.	9 9 55 18	10 2 5 21	10 2 57 12
1779	2 12 40 24	9 0 58 58	9 10 34 55	1828 B.	3 0 38 12	3 14 51 24	4 28 19 15
1780 B.	7 5 14 4	10 11 45 30	9 29 57 49	1832 B.	8 21 21 5	8 27 37 27	7 15 41 18
1781	11 14 37 9	11 22 25 20	10 19 17 32	1836 B.	2 12 3 59	2 10 23 30	10 3 33 21
1782	3 24 0 13	1 3 5 11	11 8 37 15	1840 B.	8 2 46 52	7 23 9 33	0 20 25 26
1783	8 3 23 18	2 13 45 1	11 27 56 58	1844 B.	1 23 29 46	1 5 55 36	2 7 47 27
1784 B.	0 25 56 58	3 24 31 33	0 17 19 52	1848 B.	7 14 12 39	6 18 41 39	5 25 9 30
1785	5 5 20 2	5 5 11 23	1 6 39 35	1852 B.	1 4 55 33	0 1 27 42	8 12 31 33

TABLE des mouvements moyens de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, pour les Années completes.

Années.	Mouvement de la Lune.	Mouvement de l'Apogée.	Mouvement du Nœud.	Années.	Mouvement de la Lune.	Mouvement de l'Apogée.	Mouvement du Nœud.
	S. D. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.		S. D. M. S.	S. D. M. S.	S. D. M. S.
1	4 9 23 5	1 10 39 50	0 19 19 43	20 B.	4 13 34 28	3 3 50 15	0 26 50 15
2	8 18 46 9	2 21 19 41	1 8 39 26	40 B.	8 27 8 56	6 7 40 30	1 23 40 30
3	0 28 9 14	4 1 59 31	1 27 59 9	60 B.	1 10 43 24	9 11 30 45	2 20 30 45
4 B.	5 20 42 54	5 12 46 3	2 17 22 3	80 B.	5 24 17 52	0 15 21 0	3 17 21 0
5	10 0 5 58	6 23 25 53	3 6 41 46	100 B.	10 7 52 20	3 19 11 15	4 14 11 15
6	2 9 29 3	8 4 5 44	3 26 1 29	200 B.	8 15 44 40	7 8 22 30	8 28 22 30
7	6 18 52 8	9 14 45 34	4 15 21 12	300 B.	6 23 37 0	10 27 33 45	1 12 33 45
8 B.	11 11 25 47	10 25 32 6	5 4 44 6	400 B.	5 1 29 20	2 16 45 0	5 26 45 0
9	3 20 48 52	0 6 11 56	5 24 3 49	500 B.	3 9 21 40	6 5 56 15	10 10 56 15
10	8 0 11 56	1 16 51 47	6 13 23 32	600 B.	1 17 14 0	9 25 7 30	2 25 7 30
11	0 9 35 1	2 27 31 37	7 2 43 15	700 B.	11 25 6 20	1 14 18 45	7 9 18 45
12 B.	5 2 8 41	4 8 18 9	7 22 6 9	800 B.	10 2 58 40	5 3 30 0	11 23 30 0
13	9 11 31 45	5 18 57 59	8 11 25 52	900 B.	8 10 51 0	8 22 41 15	4 7 41 15
14	1 20 54 50	6 29 37 50	9 0 45 35	1000 B.	6 18 43 20	0 11 52 30	8 21 52 30
15	6 0 17 55	8 10 17 40	9 20 5 18	2000 B.	1 7 26 40	0 23 45 0	5 13 45 0
16 B.	10 22 51 34	9 21 4 12	10 9 28 12	3000 B.	7 26 10 0	1 5 37 30	2 5 37 30
17	3 2 14 39	11 1 44 2	10 28 47 55	4000 B.	2 14 53 20	1 17 30 0	10 27 30 0
18	7 11 37 44	0 12 23 53	11 18 7 38	5000 B.	9 3 36 40	1 29 22 30	7 19 22 30
19	11 21 0 48	1 23 3 43	0 7 27 21	6000 B.	3 22 20 0	2 11 15 0	4 11 15 0

TABLE des mouvements moyens de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, pour chaque jour du Mois.

An. Bissextiles	An. Communes	JANVIER.			FÉVRIER.			MARS.			Jours.																					
		Mouvement de la Lune.			Mouvement de l'Ap.			Mouvement du Nœud.																								
		S.	D.	M. S.	S.	D.	M. S.	S.	D.	M. S.																						
1	0	0	0	0	0	0	1	18	28	6	3	27	13	1	38	30	1	2	10	35	2	6	41	4	3	10	38					
2	1	0	13	10	0	6	41	0	3	11	2	1	38	41	3	33	54	1	41	41	3	6	47	45	3	13	49					
3	2	0	26	21	10	0	13	22	0	6	21	2	14	49	16	3	40	35	1	44	52	3	6	54	26	3	16	59				
4	3	1	9	31	45	0	20	3	0	9	32	2	27	59	51	3	47	16	1	48	2	3	6	56	12	3	16	59				
5	4	1	22	42	20	0	26	44	0	12	43	3	11	10	26	3	53	57	1	51	13	4	3	20	6	47	7	1	7	20	10	
6	5	2	5	52	55	0	33	25	0	15	53	3	24	21	1	4	0	39	1	54	24	5	4	3	17	22	7	7	48	3	23	20
7	6	2	19	3	30	0	40	6	0	19	4	4	7	31	36	4	7	20	1	57	34	6	4	16	27	57	7	14	30	3	26	31
8	7	3	2	14	5	0	46	47	0	22	14	4	20	42	11	4	14	1	2	0	44	7	4	29	38	32	7	21	11	3	29	42
9	8	3	15	24	40	0	53	29	0	25	25	5	3	52	46	4	20	42	2	3	55	8	5	12	49	7	7	27	52	3	32	52
10	9	3	28	35	15	1	0	10	0	28	36	5	17	3	21	4	27	23	2	7	6	9	5	25	59	42	7	34	33	3	36	3
11	10	4	11	45	50	1	6	51	0	31	46	6	0	13	56	4	34	4	2	10	16	10	6	9	10	17	7	41	14	3	39	14
12	11	4	24	56	25	1	13	32	0	34	57	6	13	24	31	4	40	45	2	13	27	11	6	22	20	52	7	47	55	3	42	24
13	12	5	8	7	0	1	20	13	0	38	8	6	26	35	6	4	47	26	2	16	38	12	7	5	31	27	7	54	36	3	45	35
14	13	5	21	17	35	1	26	54	0	41	18	7	9	45	41	4	54	7	2	19	49	13	7	18	42	2	8	1	17	3	48	46
15	14	6	4	28	10	1	33	35	0	44	29	7	22	56	16	5	0	48	2	22	59	14	8	1	52	37	8	7	58	3	51	56
16	15	6	17	38	45	1	40	16	0	47	40	8	6	6	51	5	7	29	2	26	10	15	8	15	3	12	8	14	39	3	55	7
17	16	7	0	49	20	1	46	57	0	50	50	8	19	17	26	5	14	10	2	29	20	16	8	28	13	47	8	21	20	3	58	17
18	17	7	13	59	55	1	53	38	0	54	1	9	2	28	1	5	20	51	2	32	31	17	9	11	24	22	8	28	1	4	1	28
19	18	7	27	10	30	0	57	11	0	57	11	9	15	38	36	5	27	32	2	35	41	18	9	24	34	57	8	34	42	4	4	39
20	19	8	10	21	6	2	7	0	1	0	22	9	28	49	11	5	34	13	2	38	52	19	10	7	45	32	8	41	23	4	7	49
21	20	8	23	31	41	2	13	41	1	3	33	10	11	59	46	5	40	55	2	42	2	20	10	20	56	7	8	48	4	11	0	
22	21	9	6	42	16	2	20	22	1	6	43	10	25	10	21	5	47	36	2	45	13	21	11	4	6	42	8	54	46	4	14	10
23	22	9	19	52	51	2	27	4	1	9	54	11	8	20	56	5	54	17	2	48	24	22	11	17	17	17	9	1	27	4	17	21
24	23	10	3	3	26	2	33	45	1	13	5	11	21	31	31	6	0	58	2	51	35	23	0	0	27	52	9	8	8	4	20	32
25	24	10	16	14	1	2	40	26	1	16	15	0	4	42	6	6	7	39	2	54	45	24	0	13	38	27	9	14	49	4	23	42
26	25	10	29	24	36	2	47	7	1	19	25	0	17	52	41	6	14	20	2	57	56	25	0	26	49	2	9	21	30	4	26	53
27	26	11	12	35	11	2	53	48	1	22	37	1	1	3	17	6	21	1	3	1	7	26	1	9	59	37	9	28	11	4	30	4
28	27	11	25	45	46	3	0	29	1	25	47	1	14	13	52	6	27	42	3	4	17	27	1	23	10	12	9	34	52	4	33	14
29	28	0	8	56	21	3	7	10	1	28	58	1	27	24	27	6	34	23	3	7	28	28	2	6	20	47	9	41	33	4	36	25
30	29	0	22	6	56	3	13	51	1	32	9											29	2	19	31	22	9	48	14	4	39	36
31	30	1	5	17	31	3	20	32	1	35	19											30	3	2	41	57	9	54	55	4	42	46
31	31	1	18	28	6	3	27	13	1	38	30											31	3	15	52	32	10	1	36	4	45	57

ÉQUATION SÉCULAIRE

Du moyen mouvement de la Lune qu'il faut ajouter à la longitude moyenne calculée par les Tables précédentes pour des siècles éloignés.

An. av. J. C.	Equation séculaire.	An. av. J. C.	Equat. sécul.	An. après J. C.	Equat. sécul.	An. après J. C.	Equa. sécul.	Ann. après J. C.	Equ. séc.	Ann. après J. C.	Equ. sécul.	Ann. après J. C.	Equ. sécul.	Ann. après J. C.	Equ. sécul.
800	1 9 48	400	49 15	0	32 16	400	18 52	800	9 3	1200	2 48	1500	0 27	1700	0 0
700	1 4 19	300	44 40	100	38 35	500	16 5	900	7 9	1300	1 47	1550	0 15	1750	0 2
600	0 59 4	200	40 19	200	25 7	600	13 31	1000	5 28	1400	1 0	1600	0 7	1800	0 7
500	0 54 3	100	36 11	300	21 53	700	11 10	1100	4 1	1450	0 42	1650	0 2	1850	0 15
400	0 49 15	0	32 16	400	18 52	800	9 3	1200	2 48	1500	0 27	1700	0 0	1900	0 27

TABLE des mouvements moyens de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, pour chaque jour du Mois.

Jours.	A V R I L.			M A I.			J U I N.		
	Mouvement de la Lune.			Mouvement de la Lune.			Mouvement de la Lune.		
	S. D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.	B. M. S.	D. M. S.
1	3 29 3	10 8 17	4 49 8	5 4 20 38	13 28 49	6 24 27	6 22 48 44	16 56 3	8 2 57
2	4 12 13 42	10 14 58	4 52 18	5 17 31 13	13 35 30	6 27 38	7 5 59 19	17 2 44	8 6 8
3	4 25 24 17	10 21 39	4 55 29	6 0 41 48	13 42 12	6 30 48	7 19 9 54	17 9 25	8 9 18
4	5 8 34 52	10 28 21	4 58 40	6 13 52 23	13 48 53	6 33 59	8 2 20 29	17 16 6	8 12 29
5	5 21 45 28	10 35 2	5 1 50	6 27 2 58	13 55 34	6 37 10	8 15 31 4	17 22 47	8 15 40
6	6 4 56 3	10 41 43	5 5 1	7 10 13 33	14 2 15	6 40 20	8 28 41 39	17 29 28	8 18 50
7	6 18 6 38	10 48 24	5 8 12	7 23 24 8	14 8 56	6 43 31	9 11 52 14	17 36 9	8 22 1
8	7 1 17 13	10 55 5	5 11 22	8 6 34 43	14 15 37	6 46 42	9 25 2 49	17 42 50	8 25 11
9	7 14 27 48	11 1 46	5 14 33	8 19 45 18	14 22 18	6 49 52	10 8 13 24	17 49 31	8 28 22
10	7 27 38 23	11 8 27	5 17 44	9 2 55 53	14 28 59	6 53 3	10 21 23 59	17 56 12	8 31 33
11	8 10 48 58	11 15 8	5 20 54	9 16 6 28	14 35 40	6 56 14	11 4 34 34	18 2 53	8 34 43
12	8 23 59 33	11 21 49	5 24 5	9 29 17 3	14 42 21	6 59 24	11 17 45 9	18 9 34	8 37 54
13	9 7 10 8	11 28 30	5 27 16	10 12 27 39	14 49 12	7 2 35	0 0 55 44	18 16 15	8 41 5
14	9 20 20 43	11 35 11	5 30 27	10 25 38 14	14 55 43	7 5 46	0 14 6 19	18 22 56	8 44 15
15	10 3 31 18	11 41 52	5 33 37	11 8 48 49	15 2 24	7 8 56	0 27 16 54	18 29 38	8 47 26
16	10 16 41 53	11 48 33	5 36 48	11 21 59 24	15 9 5	7 12 7	1 10 27 29	18 36 19	8 50 37
17	10 29 52 28	11 55 14	5 39 59	0 5 9 59	15 15 47	7 15 18	1 23 38 4	18 43 0	8 53 47
18	11 13 3 3	12 1 56	5 43 9	0 18 20 34	15 22 28	7 18 28	2 6 48 39	18 49 41	8 56 58
19	11 26 13 38	12 8 37	5 46 20	1 1 31 9	15 29 9	7 21 39	2 19 59 14	18 56 22	9 0 9
20	0 9 24 13	12 15 18	5 49 31	1 14 41 44	15 35 50	7 24 50	3 3 9 50	19 3 34	9 3 19
21	0 22 34 48	12 21 59	5 52 42	1 27 52 19	15 42 31	7 28 0	3 16 20 25	19 9 44	9 6 30
22	1 5 45 23	12 28 40	5 55 53	2 11 2 54	15 49 12	7 31 11	3 29 31 0	19 16 25	9 9 41
23	1 18 55 58	12 35 21	5 59 3	2 24 13 29	15 55 53	7 34 22	4 12 41 55	19 23 6	9 12 51
24	2 2 6 33	12 42 2	6 2 14	3 7 24 4	16 2 34	7 37 32	4 25 52 10	19 29 47	9 16 2
25	2 15 17 8	12 48 43	6 5 24	3 20 34 39	16 9 15	7 40 43	5 9 2 45	19 36 28	9 19 13
26	2 28 27 43	12 55 24	6 8 35	4 3 45 14	16 15 56	7 43 54	5 22 13 20	19 43 9	9 22 23
27	3 11 38 18	13 2 5	6 11 45	4 16 55 49	16 22 37	7 47 4	6 5 23 55	19 49 50	9 25 34
28	3 24 48 53	13 8 46	6 14 56	5 0 6 24	16 29 18	7 50 15	6 18 34 30	19 56 31	9 28 45
29	4 7 59 28	13 15 27	6 18 6	5 13 16 59	16 35 59	7 53 25	7 1 45 5	20 3 13	9 31 55
30	4 21 10 3	13 22 8	6 21 17	5 26 27 34	16 42 40	7 56 36	7 14 55 40	20 9 54	9 35 6
				6 9 38 9	16 49 21	7 59 47			

EXPLICATION DES TABLES DE LA LUNE.

Ces Tables de la Lune sont celles que M. Mayer publia en 1753 (Commentarii Societ. Reg. Gottinsensis. T. II.) auxquelles je n'ai fait que de légers changements, dont j'aurai soin d'avertir*.

La Table des Epoques, ou des Longitudes moyennes pour le commencement de chaque année a été expliquée en détail (996 & suiv.) il me suffira de rappeler que ces longitudes moyennes sont pour le premier Janvier à midi moyen, quand il s'agit des années biffextiles, & pour le midi de la veille ou du 31 Décembre précédent quand il s'agit des années communes; cette méthode employée par M. Cassini, est la plus commode pour l'usage des Tables.

Au lieu de la longitude du nœud ascendant de la Lune, employée par M. Mayer, j'ai pris son Supplément à 360 degrés; par ce moyen, le mouvement devient additif, ce qui rend les calculs plus uniformes.

Les longitudes moyennes de la Lune pour les siècles éloignés, aussi bien que les mouvements de la Lune qui sont au bas de la page 24, supposent que le mouvement de la Lune est uniforme, & de 10^t 7^e 52' 20" par siècle; mais cette supposition se corrige ensuite par l'équation séculaire que nous venons de rapporter (page 25), & qu'on ajoute à la longitude moyenne, quand on l'a trouvée pour un

* J'ai déjà parlé de ces Tables à l'occasion de la théorie de la Lune (1154).

TABLE des mouvements moyens de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, pour chaque jour du Mois.

Jours.	JUILLET.			A O U S T.			S E P T E M B R E.																			
	Mouvement de la Lune.			Mouvement de l'Ap.			Mouvement du Nœud.																			
	S.	D.	M. S.	S.	D.	M. S.	S.	D.	M. S.																	
1	7	28	6 15	20	16	35	9	38	16	9	16	45	11	5	2 26	0	27	11	1	12	55	15				
2	8	11	16 50	20	23	16	9	41	27	9	29	44 56	23	50	29	11	18	13	1	0	27	17 42	12	58	26	
3	8	24	27 25	20	29	57	9	44	37	10	12	55 31	23	57	10	11	23	6	0	27	24 23	13	1	36		
4	9	7	38 0	20	36	38	9	47	48	10	26	6 6	24	3 51	11	26	17	0	27	31 4	13	4	47			
5	9	20	48 35	20	43	19	9	50	59	11	9	16 41	24	10 32	11	29	28	0	27	44 47	13	7	58			
6	10	3	59 10	20	50	0	9	54	9	11	22	27 16	24	17 13	11	32	38	1	10	55 22	0	27	44 26	13	11	8
7	10	17	9 45	20	56	41	9	57	20	0	5	37 51	24	23 54	11	35	49	1	24	5 57	0	27	51 7	13	14	19
8	11	0	20 20	21	3	22	10	0	31	0	18	48 26	24	30 35	11	39	0	2	7	16 32	0	27	57 48	13	17	30
9	11	13	30 55	21	10	3	10	3	41	1	1	59 1	24	37 16	11	42	10	2	20	27 7	0	28	4 30	13	20	40
10	11	26	41 30	21	16	44	10	6	52	1	15	9 36	24	43 57	11	45	21	3	3	37 42	0	28	11 11	13	23	51
11	0	9	52 5	21	23	25	10	10	3	1	28	20 11	24	50 38	11	48	31	3	16	48 17	0	28	17 52	13	27	1
12	0	23	2 40	21	30	6	10	13	13	2	11	30 46	24	57 20	11	51	42	3	29	58 52	0	28	24 33	13	30	12
13	1	6	13 15	21	36	47	10	16	24	2	24	41 21	25	4 1	11	54	53	4	13	9 27	0	28	31 14	13	33	23
14	1	19	23 50	21	43	29	10	19	35	3	7	51 56	25	10 42	11	58	3	4	26	20 2	0	28	37 55	13	36	33
15	2	2	34 25	21	50	10	10	22	45	3	21	2 31	25	17 23	12	1	14	5	9	30 37	0	28	44 36	13	39	44
16	2	15	45 0	21	56	51	10	25	56	4	4	13 6	25	24 4	12	4	25	5	22	41 12	0	28	51 17	13	42	55
17	2	28	55 35	22	3	32	10	29	7	4	17	23 41	25	30 45	12	7	35	6	5	51 47	0	28	57 58	13	46	5
18	3	12	6 10	22	10	13	10	32	17	5	0	34 16	25	37 26	12	10	46	6	19	2 22	0	29	4 39	13	49	16
19	3	25	16 45	22	16	54	10	35	28	5	13	44 51	25	44 7	12	13	57	7	2	12 57	0	29	11 20	13	52	27
20	4	8	27 20	22	23	35	10	38	39	5	26	55 26	25	50 48	12	17	7	7	15	23 32	0	29	18 1	13	55	37
21	4	21	37 55	22	30	16	10	41	49	6	10	6 1	25	57 29	12	20	18	7	28	34 7	0	29	24 42	13	58	48
22	5	4	48 30	22	36	57	10	45	0	6	23	16 36	26	4 10	12	23	29	8	11	44 42	0	29	31 23	14	1	59
23	5	17	59 5	22	43	38	10	48	10	7	6	27 11	26	10 51	12	26	39	8	24	55 17	0	29	38 4	14	5	9
24	6	1	9 40	22	50	19	10	51	21	7	19	37 46	26	17 32	12	29	50	9	8	5 52	0	29	44 46	14	8	20
25	6	14	20 15	22	57	0	10	54	31	8	2	48 21	26	24 13	12	33	1	9	21	16 27	0	29	51 27	14	11	30
26	6	27	30 50	23	3	41	10	57	42	8	15	58 56	26	30 55	12	36	11	10	4	27 2	0	29	58 8	14	14	41
27	7	10	41 25	23	10	22	11	0	52	8	29	9 31	26	37 36	12	39	22	10	17	37 37	1	0	4 49	14	17	52
28	7	23	52 1	23	17	4	11	4	3	9	12	20 6	26	44 17	12	42	33	11	0	48 12	1	0	11 30	14	21	2
29	8	7	2 36	23	23	45	11	7	14	9	25	30 41	26	50 58	12	45	43	11	13	58 47	1	0	18 11	14	24	13
30	8	20	13 11	23	30	26	11	10	24	10	8	41 16	26	57 39	12	48	54	11	27	9 22	1	0	24 52	14	27	24
31	9	3	23 46	23	37	7	11	13	35	10	21	51 51	27	4 20	12	52	5									

temps éloigné, par le moyen des deux premières Tables, j'ai expliqué la cause de cette équation féculaire (1162).

EXEMPLE. Trouver la longitude de la Lune le 18 Mai 1761 à 10^h 22' 7" de temps moyen, au méridien de Paris; la longitude du Soleil étant supposée de 1^h 28° 3' 28", & son anomalie moyenne de 10^h 17° 56' 38". Si le temps donné étoit un temps vrai, on commenceroit par le convertir en temps moyen, par les règles expliquées ci-dessus (page 19).

LONGITUDE MOYENNE. On écrira les trois époques pour 1761 prises dans la page 24: on placera au-dessous des époques les mouvements pour le 18 Mai, pris dans la page 26; les mouvements pour 10^h pris dans la page 29, enfin le mouvement pour 22' & pour 7", on ajoutera tout ensemble, & l'on aura la longitude moyenne de la Lune 7^h 25° 4' 49", celle de l'apogée 9^h 4° 0' 26 & le supplément de la longitude du nœud 9^h 27° 47' 7".

TEMPS DU CALCUL.	Long. de la Lune.	de l'Apog.	Suppl. du Ω
Epoques de 1761 (p. 24)	7 1 2 41	8 18 35 5	9 22 27 17
18 Mai (p. 26)	0 18 20 34	15 22 28	7 18 28
Mouv. pour 10 ^h (p. 29)	5 29 25	2 47	1 19
Mouv. pour 22' (p. 29)	12 5	6	3
Mouv. pour 7"	4		
Longitude moyenne pour le 18 Mai 10 ^h 22' 12"	7 25 4 49	9 4 0 26	9 29 47 7

TABLE des mouvements moyens de la Lune , de son Apogée & de son Nœud , pour chaque jour du Mois.

OCTOBRE.						NOVEMBRE.						DÉCEMBRE.																				
Mouvement de la Lune.			Mouvement de l'Ap.			Mouvement du Nœud.			Mouvement de la Lune.			Mouvement de l'Ap.			Mouvement du Nœud.			Mouvement de la Lune.			Mouvement de l'Apogée.			Mouvement du Nœud.								
S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.			
0	10	19	57	1	0	31	33	14	30	34	1	28	48	3	1	3	58	46	16	9	4	3	4	5	34	1	7	19	18	17	44	23
0	23	30	32	1	0	38	14	14	33	45	2	11	58	38	1	4	5	27	16	12	15	3	17	16	9	1	7	25	59	17	47	34
1	6	41	7	1	0	44	55	14	36	56	2	25	9	13	1	4	12	8	16	15	25	4	0	26	44	1	7	32	40	17	50	44
1	19	51	42	1	0	51	36	14	40	6	3	8	19	48	1	4	18	49	16	18	36	4	13	37	19	1	7	39	21	17	53	55
2	3	2	17	1	0	58	17	14	43	17	3	21	30	23	1	4	25	30	16	21	47	4	26	47	54	1	7	46	3	17	57	6
2	16	12	52	1	1	4	58	14	46	27	4	4	40	58	1	4	32	12	16	24	57	5	9	58	29	1	7	52	44	18	0	16
2	29	23	27	1	1	11	39	14	49	38	4	17	51	33	1	4	38	53	16	28	8	5	23	9	4	1	7	59	25	18	3	27
3	12	34	2	1	1	18	21	14	52	49	5	1	2	8	1	4	45	34	16	31	19	6	6	19	35	1	8	6	6	18	6	38
3	25	44	37	1	1	25	2	14	55	59	5	14	12	43	1	4	52	15	16	34	29	6	19	30	14	1	8	12	47	18	9	48
4	8	55	12	1	1	31	43	14	59	10	5	27	23	18	1	4	58	56	16	37	40	7	2	40	49	1	8	19	28	18	12	59
4	22	5	48	1	1	38	24	15	2	21	6	10	33	53	1	5	5	37	16	40	50	7	15	51	24	1	8	26	9	18	16	10
5	5	16	23	1	1	45	5	15	5	32	6	23	44	28	1	5	12	18	16	44	1	7	29	1	59	1	8	32	50	18	19	20
5	18	26	58	1	1	51	46	15	8	42	7	6	55	3	1	5	18	59	16	47	12	8	12	12	34	1	8	39	31	18	22	31
6	1	37	33	1	1	58	27	15	11	53	7	20	5	38	1	5	25	40	16	50	22	8	25	23	9	1	8	46	12	18	25	42
6	14	48	8	1	2	5	8	15	15	3	8	3	16	13	1	5	32	21	16	53	33	9	8	33	44	1	8	52	53	18	28	52
6	27	58	43	1	2	11	49	15	18	14	8	16	26	48	1	5	39	2	16	56	44	9	21	44	19	1	8	59	34	18	32	3
7	11	9	18	1	2	18	30	15	21	25	8	29	37	23	1	5	45	43	16	59	54	10	4	54	54	1	9	6	15	18	35	14
7	24	19	53	1	2	25	11	15	24	35	9	12	47	55	1	5	52	24	17	3	5	10	18	5	29	1	9	12	56	18	38	24
8	7	30	28	1	2	31	52	15	27	46	9	25	58	34	1	5	59	5	17	6	16	11	1	16	4	1	9	19	38	18	41	35
8	20	41	3	1	2	38	33	15	30	56	10	9	9	9	1	6	5	47	17	9	26	11	14	26	39	1	9	26	19	18	44	46
9	3	51	38	1	2	45	14	15	34	7	10	22	19	44	1	6	12	28	17	12	37	11	27	37	14	1	9	33	0	18	47	56
9	17	2	13	1	2	51	55	15	37	18	11	5	30	19	1	6	19	9	17	15	48	0	10	47	49	1	9	39	41	18	51	7
10	0	12	48	1	2	58	37	15	40	28	11	18	40	54	1	6	25	50	17	18	58	0	23	58	24	1	9	46	22	18	54	18
10	13	23	23	1	3	5	18	15	43	39	0	1	51	29	1	6	32	31	17	22	9	1	7	8	59	1	9	53	3	18	57	28
10	26	33	58	1	3	11	59	15	46	50	0	15	2	4	1	6	39	12	17	25	20	1	20	19	34	1	9	59	44	19	0	39
11	9	44	33	1	3	18	40	15	50	0	0	28	12	39	1	6	45	53	17	28	30	2	3	30	10	1	10	6	25	19	3	50
11	22	55	8	1	3	25	21	15	53	11	1	11	23	14	1	6	52	34	17	31	41	2	16	40	45	1	10	13	6	19	7	0
0	6	5	43	1	3	32	2	15	56	21	1	24	33	49	1	6	59	15	17	34	51	2	29	51	20	1	10	19	47	19	10	11
0	19	16	18	1	3	38	43	15	59	32	2	7	44	24	1	7	5	56	17	38	2	3	13	1	55	1	10	26	28	19	13	21
1	2	26	53	1	3	45	24	16	2	43	2	20	54	59	1	7	12	37	17	41	12	3	26	12	30	1	10	33	9	19	16	32
1	15	37	28	1	3	52	5	16	5	53					1	7	19	37	17	41	12	4	9	23	5	1	10	39	50	19	19	43

On voit à la page précédente l'exemple figuré de ces additions des époques avec les moyens mouvements, on trouvera le reste du calcul, c'est-à-dire, les équations avec leurs arguments, après les règles suivantes qui sont nécessaires pour les former.

Dans la Table des mouvements moyens pour chaque jour du mois, on observera qu'il y a deux colonnes de jours pour les mois de Janvier & de Février (page 25); l'une qu'il faut prendre, quand on calcule pour les années communes, la seconde qui a un jour de plus, est pour les années bissextiles; cela revient au même que la méthode employée ci-dessus pour le Soleil (page 5) qui consistoit à retrancher un jour de la date proposée; mais j'ai voulu faire connoître ainsi les deux méthodes.

Dans la Table des mouvements pour les minutes & secondes (page 29), on observera qu'il y a deux rangs de lettres en tête de chaque colonne: premièrement M. c'est-à-dire minutes, auxquelles répondent M. S. c'est-à-dire, minutes & secondes, enforte que pour 2 minutes de temps, on a 1' 6" de mouvement; mais au-dessous il y a S. c'est-à-dire, secondes, & vis-à-vis il y a S. T. c'est-à-dire, secondes & tierces, qui m'apprennent que pour des secondes de temps, je n'ai que des secondes & des tierces de mouvement, par exemple pour 3" j'ai 1" 39".

TABLE du moyen mouvement de la Lune, de son Apogée & de son Nœud, pour les heures, minutes & secondes.

I. ÉQUATION ANNUELLE.

ARG. Anomalie moyenne du Soleil.

Heures.	Lune.			Apo.			Nœud			Lune.		Apo.		Nœud		O.	I.	II.	III.	IV.	V.							
	D.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	T.	T.	S.	S.	T.	T.	T.	M.							S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.
	M.	M.	S.	M.	M.	S.	M.	M.	S.	M.	M.	S.	M.	M.	S.							M.	M.	S.	M.	M.	S.	M.
1	0	32	56	0	17	0	8	1	0	33	0	0	31	17	1	9	4	11	20	9	58	5	49	30				
2	1	5	53	0	33	0	16	2	1	6	1	0	32	17	34	9	4	11	20	9	52	5	39	29				
3	1	38	49	0	50	0	24	3	1	39	1	0	33	18	7	9	4	11	20	9	46	5	28	28				
4	2	11	46	1	7	0	32	4	2	12	1	1	34	18	40	9	4	11	20	9	40	5	17	27				
5	2	44	42	1	24	0	40	5	2	45	1	1	35	19	13	10	5	11	19	9	33	5	6	26				
6	3	17	39	1	40	0	48	6	3	18	2	1	36	19	46	10	5	11	19	9	26	4	55	25				
7	3	50	35	1	57	0	56	7	3	51	2	1	37	20	19	10	5	11	18	9	19	4	44	24				
8	4	23	32	2	14	1	4	8	4	24	3	1	38	20	52	11	5	11	19	9	12	4	33	23				
9	4	56	28	2	30	1	12	9	4	56	3	1	39	21	25	11	5	11	18	9	5	4	22	22				
10	5	29	25	2	47	1	19	10	5	29	3	1	40	21	58	11	5	11	17	9	12	4	33	23				
11	6	2	21	3	4	1	27	11	6	2	3	1	41	22	31	11	5	11	17	9	5	4	22	22				
12	6	35	18	3	21	1	35	12	6	35	3	2	42	23	4	12	6	11	17	8	58	4	11	21				
13	7	8	14	3	37	1	43	13	7	8	4	2	43	23	36	12	6	11	16	8	51	3	59	20				
14	7	41	10	3	54	1	51	14	7	41	4	2	44	24	9	12	6	11	15	8	43	3	48	19				
15	8	14	7	4	11	1	59	15	8	14	4	2	45	24	42	13	6	11	15	8	35	3	36	18				
16	8	47	3	4	27	2	7	16	8	47	4	2	46	25	15	13	6	11	14	8	27	2	26	17				
17	9	20	0	4	44	2	15	17	9	20	5	2	47	25	48	13	6	11	13	7	36	2	14	16				
18	9	52	56	5	1	2	23	18	9	53	5	2	48	26	21	13	6	11	12	7	27	2	2	15				
19	10	25	53	5	18	2	31	19	10	26	5	3	49	26	54	14	6	11	11	8	18	1	50	9				
20	10	58	49	5	34	2	39	20	10	59	6	3	50	27	27	14	7	11	10	9	9	1	38	8				
21	11	31	46	5	51	2	47	21	11	32	6	3	51	28	0	14	7	11	9	10	0	1	26	7				
22	12	4	42	6	8	2	55	22	12	5	6	3	52	28	33	14	7	11	8	11	6	1	14	6				
23	12	37	39	6	24	3	3	23	12	38	6	3	53	29	6	15	7	11	7	12	7	0	1	26	7			
24	13	10	35	6	41	3	11	24	13	11	7	3	54	29	39	15	7	11	6	13	6	0	1	14	6			
25	13	44		7				25	13	44	7	3	55	30	12	15	7	11	5	14	7	0	0	0	0			
26	14	16		7				26	14	16	7	3	56	30	45	16	7	11	4	15	8	0	0	0	0			
27	14	49		8				27	14	49	8	4	57	31	18	16	8	11	3	16	9	0	0	0	0			
28	15	22		8				28	15	22	8	4	58	31	51	16	8	11	2	17	10	0	0	0	0			
29	15	55		8				29	15	55	8	4	59	32	24	16	8	11	1	18	11	0	0	0	0			
30	16	28		8				30	16	28	8	4	60	32	56	17	8	11	0	19	12	0	0	0	0			

ÉQUATION SÉCULAIRE. Si l'on vouloit calculer le lieu de la Lune pour un siècle fort éloigné, par exemple, pour l'an 250 de J. C. on ajouterait l'époque de l'année 200 (page 23) avec le mouvement pour 50 ans (page 24) & le mouvement du jour proposé; après avoir ainsi trouvé la longitude moyenne, comme dans l'exemple précédent, on y ajouterait l'équation séculaire (page 25) qui, pour l'année 250, se trouve de 23' 30" par un milieu entre 21' 53" & 25' 7". J'ai expliqué ailleurs les causes de cette équation séculaire (1162), j'ajouterai seulement ici que la nécessité de cette équation séculaire paroît être prouvée, non seulement par deux observations arabes dont nous avons parlé, mais encore par les observations faites depuis 60 ans: M. Mayer a trouvé le mouvement moyen pour 60 ans de 1° 10' 43' 24" plus grand d'une ou deux minutes, que ne le donnent les anciennes observations, toutes les éclipses du dernier siècle s'accordent à la minute avec cette accélération, tandis que les erreurs vont à 2 ou 3 minutes, quand on employe le mouvement moyen des autres Tables; enfin 42 observations de M. de la Hire, calculées ensuite par M. Bailly avec le plus grand soin, paroissent indiquer qu'il faudroit encore ajouter environ 38" au mouvement pour 60 ans établi par M. Mayer.

ÉQUATION ANNUELLE. Avec l'anomalie moyenne du Soleil 10° 17' 57", on trouvera (pag. 29) l'équation annuelle — 7' 25"; j'ai donné ci-devant l'histoire de cette équation annuelle (1136) & la cause (2795).

II^e. ÉQUATION. De la longitude moyenne de la Lune, on retranche celle du Soleil 1° 28' 3" 28", on a 5° 27' 1" 21", distance moyenne de la Lune au Soleil; on double cette distance, ce qui donne

II. ÉQUATION DE LA LUNE.				III. ÉQUATION DE LA LUNE.				IV. ÉQUATION DE LA LUNE.				V. ÉQUATION DE LA LUNE.									
ARG. II. Double de la distance moyenne de la Lune au Soleil, plus l'anomalie moyenne du Soleil.				ARG. double de la distance moyenne de La Lune au Soleil, moins l'anomalie moyenne du Soleil.				ARG. Second argument, moins l'anomalie moyenne de la Lune.				ARG. Troisième argument, moins l'anomalie moyenne de la Lune.									
dt.	O -	I -	II -	dt.	O -	I -	II -	dt.	O +	I +	II +	dt.	O +	I +	II +						
aj.	VI +	VII +	VIII +	aj.	VI +	VII +	VIII +	aj.	VI -	VII -	VIII -	aj.	VI -	VII -	VIII -						
	s.	s.	s.		s.	s.	M. s.		s.	M. s.	M. s.		s.	M. s.	M. s.						
0	0	27	47	30	0	31	0 54	30	0	0 54	1 34	30	0	0	36	1 2	30				
1	1	28	47	29	1	1	0 54	29	1	2	0 56	1 35	29	1	1	37	1 3	29			
2	2	29	48	28	2	2	0 55	28	2	4	0 57	1 36	28	2	2	38	1 3	28			
3	3	29	48	27	3	3	0 55	27	3	6	0 59	1 37	27	3	4	39	1 4	27			
4	4	30	49	26	4	4	0 56	26	4	8	1 0	1 38	26	4	5	40	1 4	26			
5	5	31	49	25	5	6	0 56	25	5	10	1 2	1 39	25	5	6	41	1 5	25			
6	6	31	50	24	6	7	0 56	24	6	12	1 3	1 39	24	6	8	42	1 5	24			
7	7	32	50	23	7	8	0 57	23	7	13	1 5	1 40	23	7	9	43	1 6	23			
8	8	33	50	22	8	9	0 57	22	8	15	1 6	1 41	22	8	10	44	1 6	22			
9	9	34	51	21	9	10	0 58	21	9	17	1 8	1 41	21	9	12	45	1 7	21			
10	10	34	51	20	10	11	0 58	20	10	19	1 9	1 42	20	10	13	46	1 7	20			
11	11	35	51	19	11	12	0 58	19	11	21	1 10	1 42	19	11	14	47	1 8	19			
12	12	36	52	18	12	13	0 59	18	12	23	1 12	1 43	18	12	16	48	1 8	18			
13	13	37	52	17	13	14	0 59	17	13	24	1 13	1 44	17	13	17	49	1 9	17			
14	13	37	52	16	14	15	1 0	16	14	26	1 15	1 44	16	14	18	50	1 9	16			
15	14	38	52	15	15	16	1 0	15	15	28	1 16	1 45	15	15	19	51	1 10	15			
16	15	39	52	14	16	17	1 0	14	16	30	1 18	1 45	14	16	20	52	1 10	14			
17	16	39	53	13	17	18	1 0	13	17	32	1 19	1 46	13	17	22	52	1 10	13			
18	17	40	53	12	18	19	1 1	12	18	33	1 20	1 46	12	18	23	53	1 11	12			
19	18	41	53	11	19	20	1 1	11	19	35	1 22	1 46	11	19	24	54	1 11	11			
20	19	41	53	10	20	21	1 1	10	20	37	1 23	1 47	10	20	25	55	1 11	10			
21	19	42	53	9	21	22	1 1	9	21	39	1 24	1 47	9	21	26	56	1 11	9			
22	20	42	53	8	22	23	1 1	8	22	41	1 26	1 47	8	22	28	56	1 11	8			
23	21	43	53	7	23	24	1 1	7	23	42	1 27	1 47	7	23	29	57	1 11	7			
24	22	44	54	6	24	25	1 2	6	24	44	1 28	1 47	6	24	30	58	1 12	6			
25	23	44	54	5	25	26	1 2	5	25	46	1 29	1 48	5	25	31	59	1 12	5			
26	23	45	54	4	26	27	1 2	4	26	48	1 30	1 48	4	26	32	59	1 12	4			
27	24	45	54	3	27	28	1 2	3	27	49	1 31	1 48	3	27	33	1 0	1 12	3			
28	25	46	54	2	28	29	1 2	2	28	51	1 32	1 48	2	28	34	1 1	1 12	2			
29	26	46	54	1	29	30	1 2	1	29	52	1 33	1 48	1	29	35	1 1	1 12	1			
30	27	47	54	0	30	31	1 2	0	30	54	1 34	1 48	0	30	36	1 2	1 12	0			
aj.	XI +	X +	IX +	aj.	XI +	X +	IX +	aj.	dt.	XI -	X -	IX -	aj.	dt.	XI -	X -	IX -	aj.			
dt.	V -	IV -	III -	dt.	V -	IV -	III -	dt.	aj.	V +	IV +	III +	aj.	aj.	V +	IV +	III +	aj.			

11° 24' 3", & l'on y ajoute l'anomalie moyenne du Soleil : la somme est l'argument de la seconde équation 10° 12' 0", avec lequel on trouve (page 30) cette équation + 40". Dans la formation de cet argument & de ceux des autres petites équations, on néglige les secondes, comme n'étant d'aucune conséquence, on pourra même négliger les minutes ; car ces équations ne varient gueres que d'une seconde, ou deux pour chaque degré. L'on peut voir au sujet de la cause de cette petite équation & des suivantes, ce que j'ai dit ci-dessus (1142 & suiv.).

III^e. ÉQUATION. Du double de la distance de la Lune au Soleil étant l'anomalie moyenne du Soleil, on a l'argument de la troisième équation 1° 6' 6", avec lequel on trouve (page 30) cette troisième équation - 37".

IV^e. ÉQUATION. De la longitude moyenne de la Lune 7° 25' 4' 49", on ôte celle de l'apogée 9° 40' 0' 26", le reste 10° 21' 4' 23" est l'anomalie moyenne de la Lune. Cette anomalie moyenne retranchée de l'argument II^e, 10° 12' 0", donne l'argument IV 11° 30' 56", avec lequel on a (p. 30) la quatrième équation - 17".

VI. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT. Double distance de la Lune au Soleil, plus l'anomalie moyenne de la Lune.

aj.	O+	I+	II+	aj.
ôt.	VI-	VII-	VIII-	ôt.
D.	s.	M. s.	M. s.	
0	0	45	1 18	30
1	2	46	1 19	29
2	3	48	1 19	28
3	5	49	1 20	27
4	6	51	1 20	26
5	8	52	1 21	25
6	9	53	1 22	24
7	11	55	1 22	23
8	13	56	1 23	22
9	14	57	1 23	21
10	16	58	1 24	20
11	17	59	1 25	19
12	19	1	1 25	18
13	20	1 2	1 26	17
14	22	1 3	1 26	16
15	23	1 4	1 27	15
16	25	1 5	1 27	14
17	26	1 6	1 28	13
18	28	1 7	1 28	12
19	29	1 8	1 28	11
20	31	1 9	1 29	10
21	32	1 10	1 29	9
22	34	1 11	1 29	8
23	35	1 12	1 29	7
24	37	1 13	1 29	6
25	38	1 14	1 30	5
26	39	1 15	1 30	4
27	41	1 16	1 30	3
28	42	1 16	1 30	2
29	44	1 17	1 30	1
30	45	1 18	1 30	0
ôt.	XI-	X-	IX-	ôt.
aj.	V+	IV+	III+	aj.

VII. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT. Double distance de la Lune au Nœud, moins l'anomalie moyenne de la Lune.

aj.	O+	I+	II+	aj.
ôt.	VI-	VII-	VIII-	ôt.
D.	s.	s.	s.	s.
0	0	29	50	30
1	1	30	50	29
2	2	31	51	28
3	3	31	51	27
4	4	32	52	26
5	5	33	52	25
6	6	34	53	24
7	7	35	53	23
8	8	35	54	22
9	9	36	54	21
10	10	37	54	20
11	11	38	55	19
12	12	38	55	18
13	13	39	55	17
14	14	40	56	16
15	15	41	56	15
16	16	41	56	14
17	17	42	56	13
18	18	43	57	12
19	19	43	57	11
20	20	44	57	10
21	21	45	57	9
22	22	45	57	8
23	23	46	58	7
24	24	46	58	6
25	25	47	58	5
26	26	47	58	4
27	27	48	58	3
28	27	49	58	2
29	28	49	58	1
30	29	50	58	0
ôt.	XI-	X-	IX-	ôt.
aj.	V+	IV+	III+	aj.

VIII. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT. Anomalie moyenne de la Lune, moins l'anomalie moyenne du Soleil.

aj.	O+	I+	II+	aj.
ôt.	VI-	VII-	VIII-	ôt.
D.	s.	s.	s.	D.
0	0	20	35	30
1	1	20	35	29
2	2	21	36	28
3	2	21	36	27
4	3	22	36	26
5	4	23	37	25
6	4	23	37	24
7	5	24	37	23
8	6	24	37	22
9	6	25	38	21
10	7	26	38	20
11	7	26	38	19
12	8	27	38	18
13	9	27	38	17
14	9	28	38	16
15	10	28	39	15
16	11	29	39	14
17	11	29	39	13
18	12	30	39	12
19	13	30	39	11
20	13	31	39	10
21	14	31	39	9
22	15	32	40	8
23	15	32	40	7
24	16	33	40	6
25	17	33	40	5
26	17	34	40	4
27	18	34	40	3
28	19	34	40	2
29	19	35	40	1
30	20	35	40	0
ôt.	XI-	X-	IX-	ôt.
aj.	V+	IV+	III+	aj.

IX. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT IX. Longitude vraie du Soleil, plus le supplément du Nœud.

aj.	O-	I-	II-	aj.
ôt.	VI-	VII-	VIII-	ôt.
D.	s.	s.	s.	D.
0	0	41	41	30
1	2	41	40	29
2	3	42	39	28
3	5	42	38	27
4	6	43	37	26
5	8	44	36	25
6	10	44	35	24
7	11	45	34	23
8	13	45	32	22
9	14	46	31	21
10	16	46	30	20
11	17	46	29	19
12	19	47	27	18
13	20	47	26	17
14	22	47	25	16
15	23	47	23	15
16	25	47	22	14
17	26	47	20	13
18	27	47	19	12
19	29	46	17	11
20	30	46	16	10
21	31	46	14	9
22	32	45	13	8
23	34	45	11	7
24	35	44	10	6
25	36	44	8	5
26	37	43	6	4
27	38	43	5	3
28	39	42	3	2
29	40	41	2	1
30	41	41	0	0
ôt.	XI+	X+	IX+	ôt.
aj.	V+	IV+	III+	aj.

Vc. ÉQUATION. De l'argument III, 1^r 6° 6', retranchant l'anomalie moyenne de la Lune, il reste 2^r 15° 2', argument de la cinquième équation, elle se trouve (page 30) + 1' 10".

VIc. ÉQUATION. Le double de la distance de la Lune au Soleil 11^r 24° 3' étant ajoutée avec l'anomalie moyenne de la Lune, forme l'argument VI, 10^r 15° 7', auquel répond (page 31) - 1' 4".

VIIc. ÉQUATION. La longitude moyenne de la Lune 7^r 25° 5' étant ajoutée avec le supplément du nœud 9^r 29° 47', on a 5^r 24° 52'; le double est 11^r 19° 44', d'où ôtant l'anomalie moyenne de la Lune 10^r 21° 4', on a l'argument VII, 0^r 28° 40', avec lequel on trouve la septième équation (page 31) + 28".

VIIIc. ÉQUATION. L'anomalie moyenne du Soleil 10^r 17° 56' 38" étant ôtée de l'anomalie moyenne de la Lune 10^r 21° 4' 23", on a l'argument VIII, 0^r 3° 8', qui donne la huitième équation (page 31) + 2".

IXc. ÉQUATION. A la longitude du Soleil 1^r 28° 3', on ajoute le supplément du nœud 9^r 29° 47'; la somme est le neuvième argument 11^r 27° 50', auquel répondent + 3" (page 31).

X. ÉQUATION DE LA LUNE.

ARGUMENT X. Distance moyenne de la Lune au Soleil, moins l'anomalie moyenne de la Lune.

D.	O +		I +		II +		III +		IV -		V -		D.
	ajout.	M. s.	ajout.	M. s.	ajout.	M. s.	ajoutez	M. s.	ôtez.	M. s.	ôtez.	M. s.	
0	0	0	3	11	3	22	0	29	2	32	2	42	30
1	0	8	3	15	3	19	0	22	2	35	2	39	29
2	0	15	3	19	3	15	0	15	2	39	2	36	28
3	0	23	3	22	3	11	0	8	2	42	2	32	27
4	0	30	3	25	3	7	0	1	2	45	2	28	26
5	0	38	3	28	3	3	0	6	2	48	2	24	25
6	0	45	3	31	2	58	0	13	2	51	2	20	24
7	0	53	3	33	2	53	0	20	2	53	2	15	23
8	1	0	3	36	2	48	0	27	2	55	2	11	22
9	1	8	3	38	2	43	0	34	2	57	2	6	21
10	1	15	3	40	2	38	0	41	2	59	2	1	20
11	1	22	3	42	2	32	0	48	3	0	1	56	19
12	1	29	3	43	2	27	0	54	3	1	1	51	18
13	1	36	3	44	2	21	1	1	3	2	1	46	17
14	1	43	3	44	2	16	1	8	3	3	1	40	16
15	1	50	3	45	2	10	1	14	3	4	1	35	15
16	1	56	3	45	2	4	1	20	3	4	1	29	14
17	2	3	3	44	1	58	1	26	3	3	1	23	13
18	2	9	3	44	1	51	1	32	3	3	1	17	12
19	2	15	3	43	1	45	1	38	3	2	1	11	11
20	2	21	3	43	1	38	1	44	3	2	1	5	10
21	2	26	3	42	1	32	1	49	3	1	0	59	9
22	2	32	3	41	1	25	1	55	3	0	0	53	8
23	2	37	3	39	1	18	2	0	2	59	0	46	7
24	2	43	3	37	1	11	2	5	2	57	0	40	6
25	2	48	3	35	1	4	2	10	2	55	0	33	5
26	2	53	3	33	0	57	2	15	2	53	0	27	4
27	2	58	3	30	0	50	2	19	2	50	0	20	3
28	3	2	3	28	0	43	2	24	2	48	0	14	2
29	3	7	3	25	0	36	2	28	2	45	0	7	1
30	3	11	3	22	0	29	2	32	2	42	0	0	0
	XI -	X -	IX -	VIII +	VII +	VI +							
	ôtez.	ôtez.	ôtez.	ajoutez	ajout.	ajout.							

ÉQUATION A. pour corriger le Supplément du Nœud.

LE DOUBLE de cette Equation, en changeant les signes, sert pour corriger l'anomalie moyenne de la Lune.

ARG. Anomalie moyenne du Soleil.

D.	O -		I -		II -		III -		IV -		V -		D.
	ôtez.	M. s.	ôtez.	M. s.	ôtez.	M. s.	ôtez.	M. s.	ôtez.	M. s.	ôtez.	M. s.	
0	0	0	5	1	8	47	10	18	9	4	5	17	30
1	0	11	5	10	8	53	10	18	8	59	5	8	29
2	0	22	5	19	8	58	10	18	8	53	4	58	28
3	0	32	5	28	9	3	10	18	8	47	4	48	27
4	0	43	5	37	9	9	10	17	8	41	4	38	26
5	0	53	5	46	9	14	10	17	8	35	4	28	25
6	1	4	5	55	9	19	10	16	8	29	4	18	24
7	1	14	6	3	9	23	10	15	8	22	4	8	23
8	1	25	6	12	9	27	10	14	8	16	3	58	22
9	1	35	6	20	9	31	10	13	8	10	3	48	21
10	1	45	6	28	9	35	10	12	8	3	3	38	20
11	1	55	6	36	9	39	10	10	7	56	3	27	19
12	2	5	6	44	9	42	10	8	7	48	3	17	18
13	2	15	6	52	9	46	10	6	7	41	3	6	17
14	2	25	7	0	9	50	10	4	7	34	2	56	16
15	2	35	7	8	9	53	10	2	7	26	2	45	15
16	2	45	7	16	9	56	9	59	7	18	2	35	14
17	2	55	7	23	9	58	9	56	7	10	2	24	13
18	3	5	7	31	10	1	9	53	7	2	2	13	12
19	3	15	7	38	10	3	9	50	6	54	2	2	11
20	3	25	7	45	10	5	9	46	6	46	1	51	10
21	3	35	7	52	10	7	9	43	6	37	1	40	9
22	3	44	7	58	10	9	9	39	6	29	1	29	8
23	3	54	8	5	10	11	9	35	6	20	1	18	7
24	4	4	8	12	10	13	9	31	6	12	1	7	6
25	4	14	8	18	10	14	9	27	6	3	0	56	5
26	4	23	8	24	10	15	9	23	5	54	0	45	4
27	4	33	8	30	10	16	9	18	5	45	0	34	3
28	4	42	8	36	10	17	9	14	5	36	0	23	2
29	4	52	8	42	10	18	9	9	5	27	0	12	1
30	5	1	8	47	10	18	9	4	5	17	0	0	0
	XI +	X +	IX +	VIII +	VII +	VI +							
	aj.	aj.	ajout.	ajout.	ajout.	ajout.							

Xc. ÉQUATION. De la distance de la Lune au Soleil 5^c 27° 1' ôtant l'anomalie moyenne de la Lune 10^c 21° 4', on a 7^c 5° 57', argument X^c qui donne + 2' 57" (p. 32) pour la dixième équation.

Après avoir ajouté celles de ces équations qui sont additives, c'est-à-dire, 5' 20", & retranché 9' 23" pour celles qui sont négatives, on aura - 4' 3"; ce qui donnera la longitude de la Lune corrigée 7^c 25° 0' 46".

ÉQUATION A. On corrigera de même l'anomalie moyenne de la Lune, en y appliquant aussi le résultat des dix premières équations; mais on y ajoutera de plus le double de l'équation A (p. 32) qui se prend avec l'anomalie moyenne du Soleil, en changeant les signes de cette équation: ainsi avec l'anomalie moyenne du Soleil 10^c 17° 57' on trouvera + 6' 44"; (c'est ce qu'il faut ajouter au supplément du nœud) le double étant pris avec un signe contraire, donne 13' 28" à ôter de l'anomalie moyenne aussi bien que 4' 3", somme des dix petites équations, & l'on aura l'ANOMALIE CORRIGÉE 10^c 20° 46' 52". Cette équation A diffère à peine d'une minute de l'équation annuelle (p. 29) en changeant les signes, on pourroit donc omettre cette Table de l'équation A, sans qu'il en résultât plus de 14" d'er-

XI. ÉQUATION

XI. ÉQUATION DE L'ORBITE OU ÉQUATION DU CENTRE.

ARGUMENT. Anomalie de la Lune corrigée par les dix équations, & par l'équation A.

- O				- I				- II				- III.				- IV				- V							
ôtez.				ôtez.				ôtez.				ôtez.				ôtez.				ôtez.							
D.	D.	M.	S.	Diff.	D.	M.	S.	Diff.	D.	M.	S.	Diff.	D.	M.	S.	Diff.	D.	M.	S.	Diff.	D.	M.	S.	Diff.	D.	M.	S.
0	0	0	0	6,11	2	58	33	5,28	5	16	28	3,27	6	17	50	0,24	5	39	0	3,7	3	21	4	6,0	30		
1	0	6	11	6,11	3	4	1	5,25	5	19	55	3,22	6	18	14	0,17	5	35	53	3,13	3	15	4	6,3	29		
2	0	12	22	6,10	3	9	26	5,22	5	23	17	3,17	6	18	31	0,10	5	32	40	3,20	3	9	1	6,7	28		
3	0	18	32	6,10	3	14	48	5,19	5	26	34	3,12	6	18	41	0,3	5	29	20	3,20	3	2	54	6,7	27		
4	0	24	42	6,10	3	20	7	5,17	5	29	46	3,7	6	18	44	0,4	5	25	53	3,27	2	56	43	6,11	26		
5	0	30	52	6,10	3	25	24	5,14	5	32	53	3,1	6	18	40	0,11	5	22	21	3,32	2	50	28	6,15	25		
6	0	37	2	6,9	3	30	38	5,10	5	35	54	2,55	6	18	29	0,18	5	18	42	3,39	2	44	9	6,19	24		
7	0	43	11	6,8	3	35	48	5,7	5	38	49	2,49	6	18	11	0,25	5	14	56	3,46	2	37	47	6,22	23		
8	0	49	19	6,8	3	40	55	5,3	5	41	38	2,43	6	17	46	0,32	5	11	4	3,52	2	31	21	6,26	22		
9	0	55	27	6,7	3	45	58	4,59	5	44	21	2,37	6	17	14	0,38	5	7	5	3,59	2	24	51	6,30	21		
10	1	1	34	6,6	3	50	57	4,56	5	46	58	2,31	6	16	36	0,46	5	2	59	4,6	2	18	18	6,33	20		
11	1	7	40	6,5	3	55	53	4,52	5	49	29	2,26	6	15	50	0,53	4	58	47	4,12	2	11	42	6,36	19		
12	1	13	45	6,3	4	0	45	4,49	5	51	55	2,20	6	14	57	0,0	4	54	29	4,18	2	5	4	6,38	18		
13	1	19	45	6,2	4	5	34	4,45	5	54	15	2,14	6	13	57	1,7	4	50	5	4,24	1	58	23	6,41	17		
14	1	25	50	6,2	4	10	19	4,41	5	56	29	2,8	6	12	50	1,14	4	45	36	4,29	1	51	39	6,44	16		
15	1	31	52	6,0	4	15	0	4,37	5	58	37	2,2	6	11	36	1,21	4	41	1	4,35	1	44	52	6,47	15		
16	1	37	52	5,58	4	19	37	4,33	6	0	39	1,55	6	10	15	1,21	4	36	20	4,41	1	38	3	6,49	14		
17	1	43	50	5,57	4	24	10	4,28	6	2	34	1,49	6	8	47	1,28	4	31	33	4,47	1	31	12	6,51	13		
18	1	49	47	5,55	4	28	38	4,24	6	4	23	1,43	6	7	12	1,35	4	26	39	4,54	1	24	18	6,54	12		
19	1	55	42	5,53	4	33	2	4,20	6	6	6	1,37	6	5	29	1,43	4	21	40	4,59	1	17	23	6,55	11		
20	2	1	35	5,51	4	37	22	4,16	6	7	43	1,30	6	3	39	1,50	4	16	34	5,6	1	10	27	6,56	10		
21	2	7	26	5,49	4	41	38	4,11	6	9	13	1,24	6	1	42	1,57	4	11	23	5,11	1	3	29	6,58	9		
22	2	13	15	5,47	4	45	49	4,6	6	10	37	1,17	5	59	38	2,4	4	6	7	5,16	0	56	30	6,59	8		
23	2	19	2	5,46	4	49	55	4,2	6	11	54	1,11	5	57	28	2,10	4	0	46	5,21	0	49	29	7,0	7		
24	2	24	48	5,44	4	53	57	3,58	6	13	5	1,5	5	55	11	2,17	3	55	21	5,25	0	42	27	7,2	6		
25	2	30	32	5,42	4	57	55	3,53	6	14	10	0,58	5	52	47	2,24	3	49	51	5,30	0	35	23	7,4	5		
26	2	36	14	5,39	5	1	48	3,48	6	15	8	0,51	5	50	16	2,31	3	44	16	5,35	0	28	19	7,4	4		
27	2	41	53	5,36	5	5	36	3,43	6	15	59	0,44	5	47	38	2,38	3	38	36	5,40	0	21	15	7,4	3		
28	2	47	29	5,33	5	9	19	3,37	6	16	43	0,37	5	44	53	2,45	3	32	50	5,46	0	14	10	7,5	2		
29	2	53	2	5,31	5	12	56	3,32	6	17	20	0,30	5	42	0	2,53	3	27	0	5,50	0	7	5	7,5	1		
30	2	58	33		5	16	28	3,32	6	17	50		5	39	0	3,0	3	21	4	5,56	0	0	0	7,5	0		
				+ XI				+ IX				+ VIII				+ VII				+ VI							
				ajoutez.				ajoutez.				ajoutez.				ajoutez.				ajoutez.							

reur sur le lieu de la Lune. M. Maskelyne observe même que dans les Tables manuscrites qu'il a vues de M. Mayer, l'équation A étoit augmentée de façon qu'elle approchoit beaucoup de l'équation annuelle.

XI. ÉQUATION DU CENTRE. Avec l'anomalie $10^{\circ} 20'$ on trouve (page 33) $3^{\circ} 50' 57''$ pour l'équation du centre; la différence est $4' 59''$, ainsi pour $46' 52''$ la partie proportionnelle est $3' 54''$, & restera $3^{\circ} 47' 3''$, qu'il faudra ajouter à la longitude de la Lune; mais avant de faire cette addition, il est bon de chercher l'évection.

XII. ÉVECTION. De la longitude de la Lune corrigée seulement par les dix premières équations, c'est-à-dire, de $7^{\circ} 25^{\circ} 0' 46''$, on ôtera la longitude vraie du Soleil $1^{\circ} 28^{\circ} 3' 28''$, le reste sera $5^{\circ} 26^{\circ} 57' 18''$; on en prendra le double $11^{\circ} 23^{\circ} 54' 36''$, d'où retranchant ensuite l'anomalie de la Lune corrigée par les dix premières équations & par l'équation A, c'est-à-dire, $10^{\circ} 20' 46'' 52''$, on aura l'argument de l'évection $1^{\circ} 3^{\circ} 7' 44''$, avec lequel on trouvera dans la Table (page 34) $43' 25''$ & $9''$ pour la partie proportionnelle, ainsi l'on aura $43' 34''$ à ôter de la longitude corrigée; mais on vient de trouver $3^{\circ} 47' 3''$ à ajouter pour l'équation du centre, il reste $3^{\circ} 3' 29''$, qui ajoutées à la longitude corrigée donnent la LONGITUDE ÉGALÉE $7^{\circ} 28^{\circ} 4' 15''$.

XII. ÉQUATION DE LA LUNE OU ÉVECTION.

ARGUMENT DE L'ÉVECTION. Double distance de la Lune au Soleil corrigée, moins l'anomalie moyenne de la Lune corrigée.

D.	O -		Diff.	I -		Diff.	II -		Diff.	III -		Diff.	IV -		Diff.	V -		D.								
	D.	M.		S.	D.		M.	S.		D.	M.		S.	D.		M.	S.		D.	M.	S.	D.	M.	S.		
0	0	0	1,24	0	39	50	1,12	1	9	22	0,42	1	20	42	0,1	1	10	24	0,42	0	40	52	1,14	30		
1	0	1	24	1,23	0	41	2	1,12	1	10	4	0,41	1	20	43	0,1	1	9	42	0,44	0	39	38	1,15	29	
2	0	2	47	1,23	0	42	14	1,11	1	10	45	0,40	1	20	42	0,3	1	8	58	0,45	0	38	23	1,16	28	
3	0	4	10	1,23	0	43	25	1,10	1	11	25	0,39	1	20	39	0,4	1	8	13	0,46	0	37	7	1,17	27	
4	0	5	33	1,23	0	44	35	1,9	1	12	4	0,37	1	20	35	0,5	1	7	27	0,47	0	35	50	1,17	26	
5	0	6	56	1,23	0	45	44	1,8	1	12	41	0,36	1	20	30	0,6	1	6	40	0,48	0	34	33	1,18	25	
6	0	8	19	1,23	0	46	52	1,7	1	13	17	0,34	1	20	23	0,7	1	5	52	0,50	0	33	15	1,18	24	
7	0	9	42	1,23	0	47	59	1,7	1	13	51	0,33	1	20	15	0,8	1	5	2	0,51	0	31	57	1,19	23	
8	0	11	5	1,22	0	49	6	1,7	1	14	24	0,32	1	20	5	0,10	1	4	11	0,51	0	30	38	1,19	22	
9	0	12	27	1,22	0	50	12	1,6	1	14	56	0,31	1	19	54	0,11	1	3	18	0,53	0	29	19	1,19	21	
10	0	13	49	1,22	0	51	17	1,5	1	15	27	0,31	1	19	41	0,13	1	2	24	0,54	0	27	59	1,20	20	
11	0	15	11	1,22	0	52	21	1,4	1	15	56	0,29	1	19	27	0,14	1	1	29	0,55	0	26	38	1,21	19	
12	0	16	33	1,22	0	53	24	1,3	1	16	24	0,28	1	19	11	0,16	1	0	33	0,56	0	25	17	1,21	18	
13	0	17	54	1,21	0	54	26	1,2	1	16	50	0,26	1	18	54	0,17	0	59	36	0,57	0	23	55	1,22	17	
14	0	19	15	1,21	0	55	27	1,1	1	17	15	0,25	1	18	35	0,19	0	58	38	0,58	0	22	33	1,22	16	
15	0	20	36	1,20	0	56	28	1,0	1	17	39	0,24	1	18	15	0,20	0	57	39	0,59	0	21	11	1,22	15	
16	0	21	56	1,20	0	57	28	0,9	1	18	1	0,22	1	17	53	0,22	1	0	39	1,0	0	19	48	1,23	14	
17	0	23	16	1,19	0	58	26	0,8	1	18	22	0,21	1	17	36	0,23	0	55	38	1,1	0	18	25	1,23	13	
18	0	24	35	1,19	0	59	23	0,7	1	18	41	0,19	1	17	6	0,24	0	54	36	1,2	0	17	1	1,24	12	
19	0	25	54	1,19	1	0	19	0,56	1	18	59	0,18	1	16	40	0,26	0	53	32	1,4	0	15	37	1,24	11	
20	0	27	13	1,19	1	1	14	0,55	1	19	16	0,17	1	16	13	0,27	0	52	27	1,5	0	14	13	1,24	10	
21	0	28	31	1,18	1	2	8	0,54	1	19	31	0,15	1	15	44	0,29	0	51	21	1,6	0	12	48	1,25	9	
22	0	29	49	1,18	1	3	1	0,53	1	19	45	0,14	1	15	14	0,30	0	50	15	1,6	0	11	23	1,25	8	
23	0	31	6	1,17	1	3	53	0,52	1	19	57	0,12	1	14	43	0,31	0	49	8	1,7	0	9	58	1,25	7	
24	0	32	23	1,17	1	4	44	0,51	1	20	8	0,11	1	14	10	0,33	0	48	0	1,8	0	8	33	1,25	6	
25	0	33	39	1,16	1	5	33	0,49	1	20	17	0,9	1	13	36	0,34	0	46	51	1,9	0	7	8	1,25	5	
26	0	34	54	1,15	1	6	21	0,48	1	20	25	0,8	1	13	0	0,36	0	45	41	1,10	0	5	42	1,25	4	
27	0	36	9	1,15	1	7	8	0,47	1	20	31	0,6	1	12	23	0,37	0	44	30	1,11	0	4	18	1,25	3	
28	0	37	23	1,14	1	7	54	0,46	1	20	36	0,5	1	11	45	0,38	0	43	18	1,12	0	2	52	1,26	2	
29	0	38	37	1,14	1	8	39	0,45	1	20	40	0,4	1	11	5	0,40	0	42	5	1,13	0	1	26	1,26	1	
30	0	39	50	1,13	1	9	22	0,43	1	20	42	0,2	1	10	24	0,41	0	40	0	1,13	0	0	0	1,26	0	
	XI +			X +			IX +			VIII +			VII +			VI +										
	ajoutez.			ajoutez.			ajoutez.			ajoutez.			ajoutez.			ajoutez.										

XII. VARIATION. La longitude égale de la Lune 7^h 28° 4' 15", dont on ôte la longitude vraie du Soleil 1^h 28° 3' 28", forme l'argument de la variation 6^h 0' 0' 47", avec lequel on trouvera environ 1' à ajouter (page 35) & l'on aura la longitude vraie de la Lune dans son orbite 7^h 28° 4' 16".

REDUCTION A L'ÉCLIPTIQUE. Le supplément du nœud doit être d'abord corrigé par l'équation A (page 32) qui est 6' 44", ainsi l'on aura 9^h 29° 53' 51"; on l'ajoutera avec la longitude vraie de la Lune dans son orbite, & l'on aura l'argument vrai de latitude 5^h 27° 58' 7", avec lequel on trouvera (page 36) la réduction à l'écliptique + 30', & la longitude vraie de la Lune réduite à l'écliptique, sera 7^h 28° 4' 46" (voyez l'art. 1176)

LATITUDE. Avec l'argument vrai de latitude 5^h 27° 58' 7", on trouvera la latitude de la Lune (page 36) de 0° 10' 56", elle est boréale, parce que l'argument est moindre que VI signes.

Ilc. **LATITUDE.** On retranchera la longitude du Soleil 1^h 28° 3' 28" de la longitude vraie de la Lune dans son orbite 7^h 28° 4' 16"; le reste étant doublé, sera 0^h 0' 1' 36", d'où ôtant l'argument vrai de latitude 5^h 27° 58' 7", reste l'argument de la seconde latitude 6^h 2^d 3' 29", avec lequel on a (p.36) la seconde latitude 19" australe. Elle doit se retrancher de la première latitude, parce qu'elles sont

XIII. ÉQUATION DE LA LUNE OU VARIATION.

ARGUMENT. Longitude de la Lune égalee par l'équation de l'Orbite & par l'Evection,
moins la longitude vraie du Soleil.

	O +		I +		II +		III -		IV -		V -		
	ajout.	Diff.	ajout.	Diff.	ajout.	Diff.	ôtez.	Diff.	ôtez.	Diff.	ôtez.		
	M. s.		M. s.		M. s.		M. s.		M. s.		M. s.		
0	0 0		34 17	0,39	33 2	0,45	1 57	1,24	36 21	40	36 8	0,45	30
1	1 24	1,24	34 56	0,36	32 17	0,47	3 21	1,23	37 1	38	35 23	0,47	29
2	2 48	1,24	35 32		31 30	0,50	4 44	1,23	37 39	35	34 36	0,50	28
3	4 11	1,23	36 5	0,33	30 40	0,53	6 7	1,23	38 14	33	33 46	0,52	27
4	5 34	1,23	36 35	0,30	29 47	0,55	7 29	1,22	38 47	33	32 54	0,55	26
5	6 57	1,23	37 2	0,27	28 52	0,57	8 51	1,22	39 17	30	31 59	0,57	25
6	8 19	1,22	37 26	0,24	27 55	0,59	10 12	1,21	39 44	27	31 2	0,59	24
7	9 40	1,21	37 48	0,22	26 56	1, 0	11 33	1,21	40 8	24	30 3	1, 0	23
8	11 1	1,20	38 7	0,19	25 56	1, 2	12 53	1,20	40 30	22	29 1	1, 2	22
9	12 21	1,20	38 24	0,17	24 54	1, 4	14 13	1,20	40 49	19	27 57	1, 4	21
10	13 40	1,19	38 38	0,14	23 50	1, 6	15 32	1,19	41 5	16	26 51	1, 6	20
11	14 58	1,18	38 49	0,11	22 44	1, 8	16 50	1,18	41 18	13	25 43	1, 8	19
12	16 15	1,17	38 57	0, 8	21 36	1, 9	18 6	1,16	41 28	10	24 33	1,10	18
13	17 31	1,16	39 2	0, 5	20 27	1, 9	19 21	1,15	41 35	7	23 22	1,11	17
14	18 45	1,14	39 3	0, 2	19 16	1,11	20 35	1,14	41 39	4	22 9	1,13	16
15	19 58	1,13	39 1	0, 2	18 3	1,13	21 48	1,13	41 41	2	20 54	1,15	15
16	21 9	1,11	38 56	0, 5	16 49	1,14	22 59	1,11	41 40	1	19 38	1,16	14
17	22 18	1, 9	38 49	0, 7	15 34	1,15	24 9	1,10	41 35	5	18 20	1,18	13
18	23 25	1, 7	38 39	0,10	14 18	1,16	25 17	1, 8	41 27	8	17 1	1,19	12
19	24 31	1, 6	38 26	0,13	13 1	1,17	26 23	1, 6	41 16	11	15 40	1,21	11
20	25 35	1, 4	38 11	0,15	11 42	1,19	27 28	1, 5	41 2	14	14 18	1,22	10
21	26 37	1, 2	37 53	0,18	10 22	1,20	28 31	1, 3	40 44	18	12 55	1,23	9
22	27 37	1, 0	37 32	0,21	9 2	1,20	29 32	1, 1	40 25	19	11 31	1,24	8
23	28 35	0,58	37 8	0,24	7 41	1,21	30 31	0,59	40 3	22	10 7	1,24	7
24	29 31	0,56	36 41	0,27	6 20	1,21	31 28	0,57	39 38	25	8 42	1,25	6
25	30 25	0,54	36 10	0,31	4 58	1,22	32 22	0,54	39 10	28	7 16	1,26	5
26	31 16	0,51	35 37	0,33	3 36	1,22	33 14	0,52	38 39	31	5 50	1,26	4
27	32 5	0,49	35 2	0,35	2 13	1,23	34 4	0,50	38 5	34	4 23	1,27	3
28	32 51	0,46	34 24	0,38	0 50	1,23	34 52	0,48	37 29	36	2 56	1,27	2
29	33 35	0,44	33 44	0,40	ôtez.	1,23	34 52	0,46	37 29	39	1 28	1,28	1
30	34 17	0,42	33 2	0,42	ôtez.	1,24	35 38	0,43	36 50	42	0 0	1,28	0
	XI -		X -		IX +		VIII +		VII +		VI +		
	ôtez.		ôtez.		ajout.		ajoutez.		ajoutez.		ajoutez.		

de dénomination différente, & il restera 0^d 10' 37" pour la latitude vraie de la Lune. Si les latitudes étoient l'une & l'autre ou boréales ou australes, il faudroit les ajouter ensemble. J'ai donné la démonstration de cette équation (1175); on peut encore remarquer au sujet de cette Table, qu'elle seroit peut-être un peu plus exacte, si l'on en faisoit varier les nombres en raison inverse du cube de la distance du Soleil; dans ce cas, il faudroit augmenter cette équation d'un vingtième à la fin de Décembre, ce qui peut aller à 25" tout au plus; mais comme M. Mayer ne répondoit pas de ces latitudes à une minute près, & qu'on y trouve même quelquefois des erreurs de 2 minutes, on peut négliger cette petite correction, jusqu'à ce qu'on employe dans le calcul de la latitude un plus grand nombre d'équations, comme a fait M. Clairaut dans ses Tables de la Lune. Au reste M. Mayer assure que pour les éclipses, on ne se trompera jamais de 20", en se contentant de l'équation que nous venons d'expliquer.

NUTATION. Avec le supplément du nœud 9^e 29^d 47', on trouvera (p. 15) la Nutation - 14" 6; ôtant

XIV. ÉQUATION
du lieu de la Lune,
ou RÉDUCTION à
l'Écliptique.

ARGUMENT. Longitude vraie de la Lune dans son Orbite, plus le supplément du Nœud corrigé, ou argument de Latitude.

Oct. D.	O.		I.		II.		Nov. D.
	VI.	VII.	VIII.				
	D.	M.	s.	D.	M.	s.	D.
0	0	0	6	2	6	2	30
1	0	14	6	9	5	55	29
2	0	29	6	15	5	47	28
3	0	43	6	21	5	39	27
4	0	58	6	27	5	30	26
5	1	12	6	32	5	20	25
6	1	26	6	37	5	10	24
7	1	41	6	41	5	0	23
8	1	55	6	45	4	50	22
9	2	9	6	48	4	39	21
10	2	23	6	51	4	28	20
11	2	37	6	54	4	17	19
12	2	50	6	56	4	5	18
13	3	3	6	57	3	53	17
14	3	16	6	57	3	41	16
15	3	29	6	57	3	29	15
16	3	41	6	57	3	16	14
17	3	53	6	57	3	1	13
18	4	5	6	56	2	50	12
19	4	17	6	54	2	37	11
20	4	28	6	51	2	23	10
21	4	39	6	48	2	9	9
22	4	50	6	45	1	55	8
23	5	0	6	41	1	41	7
24	5	10	6	37	1	26	6
25	5	20	6	32	1	12	5
26	5	30	6	27	0	58	4
27	5	39	6	21	0	43	3
28	5	47	6	15	0	29	2
29	5	55	6	9	0	14	1
30	6	2	6	2	0	0	0
	XI. V.	X. IV.	IX. III.				
	ajou.	ajou.	ajout.				

LATITUDE DE LA LUNE.

ARGUMENT de Latitude, ou Longitude vraie de la Lune dans son Orbite, plus le supplément du Nœud corrigé.

La Latitude est boréale ou septentrionale dans les six premiers signes de l'argument, elle est australe ou méridionale dans les six autres.

B. O. Bor.	I. Bor.		II. Bor.		A. B.							
	VI. Auf.	VII. Auf.	VIII. Au.									
D. D. M. s.	D. M. s.	Diff.	s. D. M.	Diff.	D.							
0	0	0	2	34	35	4,39	4	27	38	2,40	30	
1	0	5	23	2	39	4	4,35	4	30	18	2,35	29
2	0	10	46	5,23	2	43	39	4,32	53	2,29	28	
3	0	16	9	5,23	2	48	12	4,33	22	2,29	27	
4	0	21	32	5,23	2	52	42	4,27	47	2,20	26	
5	0	26	54	5,22	2	57	9	4,24	7	2,14	25	
6	0	32	16	5,21	3	1	33	4,20	21	2,9	24	
7	0	37	37	5,21	3	5	53	4,17	30	2,4	23	
8	0	42	58	5,20	3	10	10	4,13	34	1,59	22	
9	0	48	18	5,19	3	14	23	4,10	33	1,54	21	
10	0	53	37	5,18	3	18	33	4,6	27	1,48	20	
11	0	58	55	5,16	3	22	39	4,3	15	1,43	19	
12	1	4	11	5,16	3	26	42	3,59	58	1,38	18	
13	1	9	27	5,15	3	30	41	3,55	36	1,32	17	
14	1	14	42	5,13	3	34	36	3,51	8	1,27	16	
15	1	19	55	5,11	3	38	27	3,47	35	1,21	15	
16	1	25	6	5,10	3	42	14	3,43	56	1,16	14	
17	1	30	16	5,8	3	45	57	3,39	12	1,10	13	
18	1	35	24	5,7	3	49	36	3,35	22	1,4	12	
19	1	40	31	5,5	3	53	11	3,30	26	0,59	11	
20	1	45	36	5,3	3	56	41	3,26	25	0,54	10	
21	1	50	39	5,1	4	0	7	3,22	19	0,48	9	
22	1	55	40	4,59	4	3	29	3,18	7	0,43	8	
23	2	0	39	4,57	4	6	47	3,12	50	0,36	7	
24	2	5	36	4,54	4	9	59	3,8	26	0,31	6	
25	2	10	30	4,52	4	13	7	3,4	57	0,26	5	
26	2	15	22	4,50	4	16	11	2,59	23	0,20	4	
27	2	20	12	4,47	4	19	10	2,54	43	0,14	3	
28	2	24	59	4,44	4	22	4	2,49	57	0,8	2	
29	2	29	43	4,42	4	24	53	2,45	5	0,3	1	
30	2	34	25		4	27	38		8		0	
	A. XI. Auf.	X. Auf.	IX. Auf.									
	B. V. Bor.	IV. Bor.	III. Bor.									

II. LATITUDE DE LA LUNE.

ARGUMENT. Double de la distance vraie de la Lune au Soleil, moins l'argument de Latitude.

B. O. B.	I. B.		II. B.		B. A.		
	VI.	VII.	VIII.				
D. M. s.	D. M. s.	M. s.	M. s.	D.			
0	0	0	4	25	7	39	30
1	0	9	4	33	7	43	29
2	0	19	4	41	7	48	28
3	0	28	4	49	7	52	27
4	0	37	4	56	7	56	26
5	0	46	5	4	8	0	25
6	0	55	5	11	8	4	24
7	1	5	5	19	8	7	23
8	1	14	5	26	8	11	22
9	1	23	5	34	8	14	21
10	1	32	5	41	8	18	20
11	1	41	5	48	8	21	19
12	1	50	5	55	8	24	18
13	1	59	6	2	8	27	17
14	2	8	6	9	8	30	16
15	2	17	6	15	8	32	15
16	2	26	6	22	8	34	14
17	2	35	6	28	8	36	13
18	2	44	6	34	8	38	12
19	2	52	6	40	8	40	11
20	3	1	6	46	8	42	10
21	3	10	6	52	8	43	9
22	3	18	6	57	8	45	8
23	3	27	7	3	8	46	7
24	3	35	7	8	8	47	6
25	3	44	7	14	8	48	5
26	3	52	7	19	8	48	4
27	4	1	7	24	8	49	3
28	4	9	7	29	8	49	2
29	4	17	7	34	8	50	1
30	4	25	7	39	8	50	0
	A. XI. Auf.	X. Auf.	IX. Auf.				
	B. V. Bor.	IV. Bor.	III. Bor.				

donc encore 15'' de la longitude réduite, on aura la longitude apparente de la Lune réduite à l'Écliptique, & comptée de l'équinoxe vrai, 7^h 28^d 4' 31''.

PARALLAXE. Avec l'anomalie 10^h 20^d 47', on trouve (p. 37) la parallaxe pour Paris 54' 39''; avec l'argument de l'évection 1^h 3^d on a l'équation - 32'' (page 37); & avec l'argument de la variation qui est à peu près 6^h 0^d, on a l'autre équation + 28''; ainsi la vraie parallaxe se trouve 54' 35''. Quand à la parallaxe sous d'autres latitudes, j'en ai parlé assez au long (1307). Les parallaxes que M. Mayer avoit données dans ses Tables, étoient plus grandes de 5'' que celles-ci, & il les supposoit exactes pour l'équateur; mais il auroit fallu y ajouter 4'' pour les faire cadrer avec nos observations (1344); j'ai mieux aimé en ôter 5'' pour les faire servir à la latitude de Paris.

DIAMÈTRE. Il est toujours à la parallaxe pour Paris, comme 30' sont à 54' 56'' (1344); ainsi, pour une parallaxe de 54' 35'', le diamètre horizontal de la Lune sera 29' 49''; car 54' 56'' : 30' 0'' :: 54' 35'' : 29' 49''. L'augmentation de ce diamètre à différentes hauteurs a été expliquée (1190).

PARALLAXE

PARALLAXE horizontale de la Lune pour la latitude de Paris. I. ÉQUATION DE LA PARALLAXE. II. ÉQUATION DE LA PARALLAXE.

ARGUMENT. Anomalie de la Lune corrigée par les dix Equations & par l'Equation A. ARG. de l'Évection. ARGUMENT de la Variation.

PARALLAXE horizontale de la Lune pour la latitude de Paris.							I. ÉQUATION DE LA PARALLAXE.					II. ÉQUATION DE LA PARALLAXE.																								
ARGUMENT. Anomalie de la Lune corrigée par les dix Equations & par l'Equation A.							ARG. de l'Évection.					ARGUMENT de la Variation.																								
O.		I.		II.		III.		IV.		V.		O	I	II	O	I	II	III	IV	V																
aj.		aj.		aj.		aj.		aj.		aj.		ôtez.	ôtez.	ôtez.	ajout.	ajout.	ôtez.	ôtez.	ôtez.	ajout.																
D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	D.	S.	S.	D.	S.	S.	D.	S.	S.	D.															
0	54	5	54	25	55	24	56	53	58	32	59	51	30	0	38	33	19	30	0	25	12	14	27	13	14	30										
1	54	5	54	26	55	27	56	56	58	35	59	53	29	1	38	32	18	29	1	25	12	14	27	12	14	29										
2	54	5	54	28	55	29	57	0	58	38	59	55	28	2	38	32	18	28	2	25	11	15	27	12	15	28										
3	54	5	54	30	55	32	57	3	58	41	59	57	27	3	38	32	17	27	3	25	10	16	27	11	16	27										
4	54	6	54	31	55	34	57	7	58	44	59	59	26	4	38	31	17	26	4	25	9	16	27	10	17	26										
5	54	6	54	33	55	37	57	10	58	47	60	0	25	5	38	31	16	25	5	25	8	17	27	9	18	25										
6	54	6	54	34	55	40	57	14	58	50	60	2	24	6	38	31	16	24	6	25	8	18	27	8	18	24										
7	54	6	54	36	55	42	57	17	58	53	60	3	23	7	37	30	15	23	7	24	7	18	26	7	19	23										
8	54	6	54	37	55	45	57	20	58	56	60	5	22	8	37	30	14	22	8	24	6	19	26	6	20	22										
9	54	7	54	39	55	48	57	24	58	59	60	6	21	9	37	30	14	21	9	24	5	20	26	5	20	21										
10	54	7	54	41	55	51	57	27	59	2	60	8	20	10	37	29	13	20	10	24	4	21	25	4	21	20										
11	54	7	54	43	55	54	57	30	59	5	60	9	19	11	37	29	13	19	11	24	3	21	25	3	22	19										
12	54	8	54	44	55	57	57	33	59	8	60	10	18	12	37	28	12	18	12	23	2	22	24	2	22	18										
13	54	8	54	46	56	0	57	37	59	11	60	11	17	13	37	28	11	17	13	23	1	23	24	1	23	17										
14	54	9	54	48	56	3	57	40	59	13	60	12	16	14	36	28	11	16	14	23	0	23	23	0	23	16										
15	54	10	54	50	56	6	57	43	59	16	60	13	15	15	36	27	10	15	15	23	1	24	23	1	24	15										
16	54	10	54	52	56	9	57	46	59	18	60	13	14	16	36	27	9	14	16	22	1	24	22	2	24	14										
17	54	11	54	54	56	12	57	50	59	21	60	14	13	17	36	26	9	13	17	22	2	25	22	3	25	13										
18	54	12	54	56	56	15	57	53	59	24	60	15	12	18	36	26	8	12	18	21	3	25	21	4	25	12										
19	54	13	54	58	56	18	57	56	59	26	60	16	11	19	35	25	7	11	19	20	4	25	21	5	25	11										
20	54	14	55	0	56	21	57	59	59	29	60	17	10	20	35	25	6	10	20	19	5	26	20	6	26	10										
21	54	15	55	2	56	24	58	3	59	31	60	17	9	21	35	24	6	9	21	19	6	26	19	7	26	9										
22	54	16	55	4	56	27	58	6	59	34	60	18	8	22	35	24	5	8	22	18	7	26	19	7	26	8										
23	54	17	55	7	56	31	58	9	59	36	60	19	7	23	34	23	4	7	23	17	8	26	18	8	26	7										
24	54	18	55	9	56	34	58	13	59	39	60	20	6	24	34	23	4	6	24	17	9	26	17	9	27	6										
25	54	19	55	12	56	37	58	16	59	41	60	20	5	25	34	22	3	5	25	16	10	27	16	10	27	5										
26	54	20	55	14	56	40	58	19	59	43	60	21	4	26	34	21	3	4	26	15	10	27	16	11	27	4										
27	54	21	55	17	56	44	58	23	59	45	60	21	3	27	33	21	2	3	27	15	11	27	15	11	28	3										
28	54	23	55	19	56	47	58	26	59	47	60	21	2	28	33	20	1	2	28	14	12	27	14	12	28	2										
29	54	24	55	22	56	50	58	29	59	49	60	21	1	29	33	20	1	1	29	13	13	27	13	13	28	1										
30	54	25	55	24	56	53	58	32	59	51	60	21	0	30	33	19	0	0	30	12	14	27	13	14	28	0										
			XI.		X.		IX.		VIII.		VII.		VI.		ôtez.	XI-		X-		IX-		ôtez.		XI		X		IX		VIII		VII		VI		
																ôtez.	V+		IV+		III+		aj.		+		-		-		-		+		+	

LE MOUVEMENT HORAIRE simple (page 38) qui répond à 10^e 20' 47", est 30' 12". La première équation prise avec l'argument de l'évection 1^e 3° 8' est - 32". La seconde équation prise avec la distance moyenne de la Lune au Soleil 5^e 27° 1' qui a servi à former l'argument II, est + 42"; ainsi le mouvement horaire vrai sera 30' 22". Ces Tables du mouvement horaire ont été calculées par M. Maskelyne (181).

MODELE des calculs précédents. La page suivante contient un exemple figuré pour la disposition de tous les calculs précédents; je suppose qu'on peut faire l'addition ou la soustraction de deux quantités qui sont l'une sous l'autre, quoiqu'il y en ait d'autres intermédiaires; ainsi j'ai ajouté la première ligne qui contient l'anomalie moyenne du Soleil avec la cinquième 11^e 24° 3' pour former l'argument II. Ceux qui ne seront pas assez familiers avec nos calculs, en seront quittes pour écrire plusieurs fois les mêmes quantités, & faire leurs colonnes plus longues, mais la disposition sera la même.

Mouvement horaire de la Lune. ARG. XI.

I. Equat. Arg. XII.

II. Distance moy. de la Lune au Soleil.

D.	O.		I.		II.		III.		IV.		V.		D.	aj.	O. VI.	I. VII.	II. VIII.	III. IX.	IV. X.	V. XI.					
	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.	M.	S.									aj.	aj.	aj.	aj.	aj.
0	29	36	29	57	31	2	32	41	34	36	36	9	30	0	38	33	19	30	0	42	21	21	42	21	21
1	29	36	29	59	31	4	32	45	34	40	36	12	29	1	38	32	18	29	1	42	20	22	42	20	22
2	29	36	30	0	31	7	32	49	34	44	36	14	28	2	38	32	18	28	2	42	18	24	42	18	24
3	29	36	30	2	31	9	32	52	34	47	36	17	27	3	38	32	17	27	3	42	17	24	42	17	24
4	29	37	30	3	31	13	32	56	34	51	38	18	26	4	38	31	17	26	4	42	15	26	42	15	26
5	29	37	30	5	31	15	33	0	34	54	36	20	25	5	38	31	16	25	5	42	14	27	42	14	27
6	29	37	30	7	31	19	33	4	34	57	36	22	24	6	38	31	16	24	6	42	13	28	42	13	28
7	29	37	30	8	31	22	33	8	35	1	36	24	23	7	37	30	15	23	7	41	11	29	41	11	29
8	29	37	30	11	31	24	33	12	35	4	36	26	22	8	37	30	14	22	8	41	10	30	41	10	30
9	29	38	30	12	31	28	33	16	35	8	36	28	21	9	37	30	14	21	9	40	8	31	40	8	31
10	29	38	30	14	31	31	33	19	35	11	36	30	20	10	37	29	13	20	10	40	7	32	40	7	32
11	29	39	30	16	31	34	33	23	35	15	31	31	19	11	37	29	13	19	11	39	5	33	39	5	33
12	29	40	30	17	31	38	33	27	35	19	31	32	18	12	37	28	12	18	12	39	4	34	39	4	34
13	29	40	30	20	31	41	33	31	35	22	36	34	17	13	37	28	11	17	13	38	2	35	38	2	35
14	29	40	30	21	31	45	33	35	35	25	36	35	16	14	36	28	11	16	14	37	1	36	37	1	36
15	29	41	30	24	31	47	33	39	35	28	36	37	15	15	36	27	10	15	15	36	ôtez.	36	36	ôtez.	36
16	29	42	30	27	31	51	33	43	35	31	36	38	14	16	36	27	9	14	16	36	1	37	36	1	37
17	29	42	30	28	31	55	33	47	35	34	36	39	13	17	36	26	9	13	17	35	3	38	35	3	38
18	29	44	30	31	31	57	33	50	35	37	36	40	12	18	36	26	8	12	18	34	5	39	34	5	39
19	29	45	30	33	32	1	33	54	35	40	36	41	11	19	35	25	7	11	19	33	6	39	33	6	39
20	29	45	30	35	32	5	33	58	35	44	36	42	10	20	35	25	6	10	20	32	8	40	32	8	40
21	29	46	30	38	32	8	34	2	35	46	36	43	9	21	35	24	6	9	21	31	9	40	31	9	40
22	29	48	30	40	32	12	34	6	35	49	36	43	8	22	35	24	5	8	22	30	10	41	30	10	41
23	29	49	30	43	32	16	34	9	35	52	36	44	7	23	34	23	4	7	23	29	12	41	29	12	41
24	29	50	30	45	32	19	34	13	35	55	36	45	6	24	34	23	4	6	24	28	13	42	28	13	42
25	29	51	30	48	32	22	34	17	35	57	36	45	5	25	34	22	3	5	25	27	14	42	27	14	42
26	29	52	30	51	32	26	34	21	35	59	36	45	4	26	34	21	3	4	26	26	15	42	26	15	42
27	29	53	30	53	32	30	34	25	36	2	36	46	3	27	33	21	2	3	27	24	17	42	24	17	42
28	29	54	30	56	32	34	24	29	36	4	36	46	2	28	33	20	1	2	28	24	18	42	24	18	42
29	29	56	30	58	32	37	34	32	36	7	36	46	1	29	33	20	1	1	29	22	20	42	22	20	42
30	29	57	31	2	32	41	34	36	36	9	36	46	0	30	33	19	0	0	30	21	21	42	21	21	42

Au dessous des filets gras, les titres des colonnes font différents.

Disposition du calcul de tous les Arguments & de toutes les Equations.

Anom. moy. du Soleil.	10 17 57	7 25 4 49	Long. de la Lune.		Eq. annuelle (p. 29)	- 7' 25"
Long. moy. de la Lune.	7 25 4 49	9 4 0 26	Apogée de la Lune.		Eqat. II. (p. 30)	+ 0' 40"
Long. vraie du Soleil.	1 28 3 28	10 21 4 23	Anom. moyenne.		Eqat. III. (p. 30)	- 0 37
Dist. moy. de la L. au S.	5 27 1 21	10 12 0	Argument II.		Eqat. IV. (p. 30)	- 0 17
Double distance.	11 24 3	11 20 56	Argument IV.		Eqat. V. (p. 30)	+ 1 10
Argument II.	10 12 0	9 29 47	Supplém. du Nœud.		Eqat. VI. (p. 31)	- 1 4
Argument III.	1 6 6	5 24 52	Argum. de Latitude.		Eqat. VII. (p. 31)	+ 0 28
Anom. moy. de la L.	10 21 4	11 19 44	Doub. de larg. de lat.		Eqat. VIII. (p. 31)	+ 0 2
Argument V.	2 15 2	0 28 40	Argument VII.		Eqat. IX. (p. 31)	+ 0 3
Argument VI.	10 15 7	1 28 3 28	Long. du Soleil.		Eqat. X. (p. 32)	+ 2 57
Argument VIII.	0 3 8	11 27 50	Argument IX.		Somme.	- 9 23
Argument X.	7 5 57	- 4 3	28 Eqat. A. (p. 32)			+ 5 20
Somme des pet. équations.	- 4' 3"	10 20 46 52	Anom. corrigée.		TOTAL des dix p. Eq.	- 4 3
Longit. de la Lune corr.	7 25 0 46	7 28 4 15	Longitude égalée.		Parallaxe horizontale (p. 37)	54' 39
Dist. de la L. au S. corr.	5 26 57 18	6 0 0 47	Argument de la Var.		Equations (p. 37)	5 - 32
Double distance.	11 23 54 36	+ 6 44	Eqat. A du Nœud.			+ 28
Anomalie corrigée.	10 20 46 52	9 29 53 51	Nœud corrigé.		Parallaxe vraie de la Lune pour Paris.	54 35
Argument de l'évect.	1 3 7 44	7 28 4 16	Long. vr. de la Lune.		Logar. logarithique de 54' 35" (3171)	411
Eq. du Centre (p. 33)	+ 3 47 3	5 27 58	7 Argument lat.		Logar. constant.	30' 0"
Evection (p. 34)	- 0 43 34	6 0 0 48	Dist. de la L. au S.			54' 56"
Longitude égalée.	7 28 4 15	0 0 1 36	Double distance.		Logar. du diamètre horizontal.	3038
Variation (p. 35)	+ 1	6 2 3 29	Arg. de la II. latit.		Diamètre horizontal de la Lune.	29' 48" ¹ / ₂
Long. vraie dans l'Orb.	7 28 4 16	0° 10' 56"	Latit. boréale (p. 36)		Mouv. hor. simple (p. 38)	30' 12"
Réduction (p. 36)	+ 30	19 II. Lat. australe.			Equ. I. 1 f 3° 7'	- 32
Nutation (p. 15)	- 15	0 10 37	Lat. vraie boréale.		Equ. II. 5 27 1	+ 42
Longit. appar. réduite.	7 28 4 31				Mouvement horaire vrai.	30' 22"

CATALOGUE des Ascensions droites & Déclinaisons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de 1750.

(Astron. fondam. p. 233. Voyez l'art. 468).

Table with 8 columns: Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent, Grandeur, Ascension dr. moy. en 1750, Déclinaison moy. en 1750, Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent, Grandeur, Ascension dr. moy. en 1750, Déclinaison moy. en 1750. The table lists various stars and constellations with their corresponding coordinates and magnitudes.

CATALOGUE des Ascensions droites & Déclinaisons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de 1750.

(Astron. fondam. p. 233. Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent.	Grandeur.	Ascension dr. moy. en 1750.			Déclinaison moy. en 1750.			Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent.	Grandeur.	Ascension dr. moy. en 1750.			Déclinaison moy. en 1750.		
		D.	M.	S.	D.	M.	S.			D.	M.	S.	D.	M.	S.
α du grand Chien.	3	102	12	8,1	28	38	56,8A	μ du Vaisseau.	3	159	1	12,5	48	6	16,4A
β des H. genou de Castor	3	102	18	46,1	20	54	46,3B	ν du Caméléon.	5.6	160	48	1,0	79	13	21,9A
γ du grand Chien.	4	102	56	26,8	27	35	41,8A	ξ de la grande Ourse.	2	161	38	24,6	57	42	57,0B
δ du grand Chien.	4	103	6	40,4	15	16	55,5A	α de la Coupe.	4	161	54	14,4	16	58	26,3A
ε du grand Chien.	2	104	33	27,1	26	0	52,6A	α de la grande Ourse.	2	162	0	43,4	63	5	40,6B
ζ H. cuisse de Pollux.	3	106	17	23,1	22	25	7,6B	π de l'Océant.	6	165	4	11,5	83	14	50,5A
η du vais. à la poupe.	3	107	4	45,6	36	39	43,6A	ρ cuisse du Lion.	2.3	165	11	24,0	21	53	24,5B
θ du petit Chien.	3	108	23	44,2	8	46	23,6B	σ sur le dos du Lion.	3	165	16	14,1	16	47	36,2B
ι du grand Chien.	3	108	33	4,3	28	49	56,5A	τ a de l'Hydre, double.	4.5	169	58	57,6	27	53	42,4A
κ du Poisson volant.	5	109	13	19,7	67	29	56,2A	υ ξ sur la queue de l'Hyd.	3.4	170	11	25,5	30	28	33,0A
λ H. tête de Castor.	1.2	109	39	0,8	32	24	36,0B	φ au pied du Centaure.	3.4	171	5	51,5	61	38	19,5A
μ du Vaisseau.	3	110	19	41,9	42	48	25,5A	χ du Caméléon.	6	171	47	34,2	74	30	49,2A
ν du per Chien. Procyon.	1.2	111	32	57,2	5	50	42,2B	ψ queue du Lion.	2	174	4	16,1	15	58	10,0B
ξ ventre de la Licorne.	4	112	19	31,2	8	59	7,4A	ω H. aile bo. de la Vierge	3	174	25	3,4	3	10	25,7B
η H. tête de Pollux.	2.3	112	29	38,2	28	36	22,7B	γ de la grande Ourse.	2	175	8	5,3	55	5	6,7B
ξ du Vaisseau.	3.4	114	41	47,2	24	15	0,5A	α du Caméléon.	5	176	54	25,2	76	49	43,0A
α du Vaisseau.	4	115	54	27,4	39	56	35,0A	κ du Caméléon.	5.6	178	4	3,2	75	5	45,8A
β du Vaisseau.	2	118	42	4,6	39	18	39,2A	λ du Caméléon.	6	178	45	38,2	73	58	34,8A
γ du Vaisseau.	3.4	119	13	26,4	23	36	3,7A	δ du Centaure.	2.3	178	52	51,1	49	19	39,0A
δ du Vaisseau.	2	120	27	38,1	46	36	34,5A	α bec du Corbeau.	4	178	53	34,0	23	20	2,6A
β H. Pied austral.	3.4	120	44	3,9	9	56	9,0B	ε à la tête d. Corbeau.	3.4	179	19	47,5	21	13	41,6A
γ du Vaisseau.	2.3	124	20	22,1	58	42	50,9A	ζ du Centaure.	4	179	40	47,6	70	58	33,1A
α du Caméléon.	5	126	8	38,2	76	7	12,1A	η de la Croix.	3	180	30	37,4	57	21	28,2A
γ H. Ane boréal.	4	127	11	38,8	22	20	59,0B	θ de la grande Ourse.	3	180	43	45,4	58	25	25,1B
δ H. Ane austral.	4	127	36	39,9	19	3	22,6B	γ à l'aile pr. du Corbeau	3	180	44	46,0	16	9	10,1A
ε sur le mil. du Vaisseau.	4	128	17	0,0	52	2	30,1A	β du Caméléon.	5	181	4	19,4	77	55	18,5A
ζ sur le mil. du Vaisseau.	2.3	129	27	5,6	53	48	0,9A	π H. aile australe.	3.4	181	46	49,3	0	43	36,0B
η de la grande Ourse.	3	130	29	5,6	49	0	2,5B	σ de la Croix.	4	182	0	48,8	59	1	10,0A
ξ de l'Hydre.	4.5	130	32	15,1	6	53	14,0B	α au pied de la Croix.	1	183	13	56,4	61	42	45,4A
α H. sur la Serre.	5	131	11	40,0	12	48	37,0B	β du Corbeau, aile suiv.	3.4	184	14	32,0	15	7	15,6A
γ de la grande Ourse.	3.4	131	36	25,6	48	7	26,7B	γ de la Croix, au sommet	2	184	22	0,2	55	42	42,7A
δ du Poisson volant.	5	134	36	46,8	65	24	8,8A	γ de la Mouche pr. aile.	4	184	28	38,9	70	44	52,8A
α du Vaisseau.	2.3	134	42	17,3	42	26	4,1A	β du Corbeau, au pied.	3	185	19	34,4	22	0	36,7A
β du Vais. sur les flots.	4.5	136	5	2,8	71	35	8,3A	α de la Mouche.	3.4	185	38	43,8	67	45	15,2A
γ du Vais. sur les rames	1	137	35	22,2	68	41	24,7A	γ du Centaure.	2.3	186	57	55,6	47	34	52,6A
δ du Vaisseau, sur le mât	3	137	36	3,7	58	14	7,0A	γ H. à la ceint. de la V.	3	187	15	6,8	0	4	20,0A
ε du Vaisseau, sur le mât	2.3	138	35	53,1	53	57	0,3A	β tête de la Mouche.	3.4	187	48	55,7	66	44	4,2A
α cœur de l'Hydre.	2	138	49	39,8	7	35	11,9A	β bras suiv. de la Croix.	2	188	19	42,4	58	19	6,3A
θ de la grande Ourse.	2	138	59	36,8	52	47	55,0B	ε de la grande Ourse.	2	190	44	3,5	57	19	20,9B
ο sur le pied pr. du Lion	4	141	56	43,0	11	1	3,3B	δ à la ceint. de la Vierge	3	190	45	19,5	4	45	49,4B
ξ de l'Océant.	5.6	142	2	30,0	84	37	25,3A	Cœur de Charles II.	3	191	4	17,5	39	40	27,9B
α à l'œil du Lion.	3	142	54	3,0	24	54	39,6B	δ aile suiv. de la Mouch.	4	191	22	27,4	70	11	35,7A
μ à la tête du Lion.	3	144	37	18,8	27	10	14,9B	ε aile bor. de la Vierge.	3	192	25	51,3	12	18	37,0B
ν du Vais. sur les rames.	3	145	12	40,5	63	55	5,2A	θ à l'aile aust. de la V.	3.4	194	15	28,9	4	11	44,9A
ξ du Vaisseau sur le mât.	3.4	147	1	52,5	53	23	12,5A	γ à la queue de l'Hydre.	3	196	20	49,1	21	50	40,5A
π sur le cou du Lion.	3	148	24	51,2	17	58	21,5B	ι à l'épaule du Centaure	3	196	39	30,1	35	23	5,2A
α cœur du Lion, Regulus	1	148	45	22,7	13	10	51,8B	α de la Vierge, l'Epi.	1.2	198	0	54,4	9	50	50,4A
γ au cou du Lion.	3	150	40	52,4	24	39	8,4B	ξ de la grande Ourse.	2	198	26	49,7	56	14	17,9B
η au cou du Lion.	3	151	32	3,0	21	5	50,6B	ζ à la ceint. de la Vierge	3	200	29	33,2	0	41	29,5B
α sur les rames du Vais.	3.4	151	56	47,8	68	48	4,7A	ε au vent. du Centaure.	2.3	201	3	37,4	52	10	54,1A
ι sur les rames du Vais.	4.5	154	50	39,6	72	45	47,1A	κ sur le dos du Centaure	3.4	203	39	28,8	40	25	48,0A
ρ sur le ventre du Lion.	4	154	54	17,1	10	35	13,6B	μ sur le dos du Centaure	3.4	203	40	9,9	41	12	58,0A
σ du Vaisseau.	3.4	155	47	57,5	60	24	20,6A	κ à la tête du Centaure.	4	203	45	49,1	33	11	25,9A
θ du Vaisseau.	2.3	158	31	36,4	63	5	22,8A	g à la tête du Centaure.	4.5	204	22	27,0	31	44	31,5A
ι du Vaisseau.	2	158	51	30,1	58	22	37,7A	derni. de la gr. Ourse	2	204	25	0,8	50	34	11,1B

CATALOGUE des Ascensions droites & Déclinaisons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de 1750.

(Astron. fundam. p. 233. Voyez l'art. 468.)

Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent.	Grandeur.	Ascension dr. moy. en 1750.			Déclinaison moy. en 1750.			Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent.	Grandeur.	Ascension dr. moy. en 1750.			Déclinaison moy. en 1750.		
		D.	M.	S.	D.	M.	S.			D.	M.	S.	D.	M.	S.
γ sur le cheval du Cent.	3	205	1	20,9	46	2	37,8A	μ. près du Cœur. . . .	3.4	245	5	31,4	27	40	11,2A
α à la cuisse du Bouvier.	3	205	41	32,3	19	39	46,6B	α à la queue du Dragon.	3.4	245	9	42,3	62	5	6,5B
β à la jambe du Centaure.	1.2	206	36	43,6	59	9	0,0A	α du Triangle austral. . .	2.3	245	37	11,4	68	31	22,5A
δ de l'Oëtant.	5	207	30	28,0	82	29	9,7A	ζ au genou d'Ophiucus.	2.3	245	51	18,7	10	2	14,1A
θ à l'épaule du Centaure	3	208	1	4,5	35	7	33,2A	ζ sur le côté d'Hercule. . .	3.4	247	58	3,5	32	4	20,2B
α sur la queue du Drag.	3	209	24	22,0	65	34	39,5B	μ. sur le prem. Nœud. . .	3	248	30	19,2	33	48	39,2A
α au pied de la Vierge. . .	4	209	54	0,1	9	5	41,5A	μ sur les reins d'Hercules	3.4	248	34	56,7	39	24	49,1B
ε à la queue du Loup. . . .	4	210	52	59,1	44	53	12,7A	μ. sur le second Nœud. . .	3	248	44	56,5	37	35	17,9A
α du Bouvier, Arcturus	1	211	3	59,0	20	29	39,3B	ζ μ. sur le troif. Nœud. . .	3	249	15	49,4	41	54	0,8A
λ au pied de la Vierge. . .	4	211	24	21,1	12	12	23,4A	ζ de l'Autel sur le foyer. . .	4	249	30	43,4	55	33	31,0A
ν sur le boucl. du Cent.	2.3	214	56	12,1	41	2	29,1A	ε de l'Autel sur le foyer. . .	4	249	56	18,0	52	44	23,1A
γ à l'épaule du Bouvier.	3	215	29	53,0	39	24	50,5B	ε sur le côté d'Hercule. . .	3	252	40	49,5	31	18	45,4B
α du Compas.	3.4	215	39	50,9	63	51	45,9A	μ. sur le 4 ^e . Nœud. . . .	3.4	253	34	32,6	42	52	38,7A
α du Centaure, précéd.	4	215	42	3,5	59	47	23,7A	μ au genou d'Ophiucus.	2.3	254	0	56,0	15	23	25,9A
α au pied du Centaure. . .	1	215	42	28,6	59	47	7,5A	α à la tête d'Hercule. . . .	2.3	255	48	46,5	14	41	46,4B
α au pied du Loup.	3	216	21	48,9	46	17	39,7A	γ de l'Autel sur le foyer. . .	3.4	256	6	24,0	56	6	18,5A
ζ au pied du Bouvier. . . .	3	217	18	12,2	14	48	57,3B	β de l'Autel sur le foyer. . .	3.4	256	8	48,3	55	15	16,7A
α à la cuisse du Bouvier. . .	3	218	31	1,6	28	8	31,7B	δ à l'épaule d'Hercule. . . .	3	256	26	32,5	25	9	8,2B
α = Bassin austral.	2.3	219	16	23,1	14	59	8,3A	θ au pied d'Ophiucus. . . .	3	256	40	13,8	24	43	17,2A
β au pied du Loup.	3	220	34	12,3	42	6	13,8A	δ de l'Autel sur le foyer. . .	3.4	257	9	15,3	60	26	2,3A
χ à la main du Centaure.	3	220	45	12,3	41	4	45,3A	α de l'Autel sur le milieu . .	3	258	8	25,4	49	38	31,1A
π à la cuisse du Loup. . . .	4	222	3	43,4	46	2	57,7A	ν μ. sur le Dard.	3.4	258	27	2,0	37	3	55,4A
γ à la Serre du μ.	3.4	222	22	31,1	24	16	50,0A	α μ. sur le Dard.	2.3	259	9	59,3	36	53	28,0A
β de la petite Ourse.	3	222	55	55,0	75	10	51,2B	θ μ. sur le cinq. Nœud. . . .	2.3	259	50	51,6	42	48	23,2A
β à la tête du Bouvier. . . .	3	223	7	55,9	41	23	18,7B	α à la queue du Paon. . . .	4	260	19	9,8	64	33	26,2A
γ du Triangle austral. . . .	3.4	224	0	9,9	67	43	30,1A	α à la tête d'Ophiucus. . . .	2.3	260	50	3,1	12	45	49,2B
β = Bassin boréal.	2.3	225	53	51,9	8	26	28,7A	β œil du Dragon.	3	261	12	2,2	52	29	49,8B
δ épaule du Loup.	3.4	226	16	2,0	39	43	9,1A	μ. sur le sept. Nœud. . . .	2.3	261	18	18,1	38	52	14,4A
δ épaule du Bouvier.	3	226	21	23,0	34	15	43,7B	μ. sur le sixieme Nœud . . .	3	262	31	57,3	39	59	49,0A
ε sur le ventre du Loup. . . .	3.4	226	27	25,6	43	45	55,3A	β à l'épaule d'Ophiucus. . . .	3	262	46	54,8	4	41	42,3B
γ de la pet. Ourse, préc.	4	229	22	24,0	72	43	56,9B	γ à l'épaule d'Ophiucus	3	263	50	37,5	2	49	30,2B
γ à l'épaule du Loup.	3	229	38	42,1	40	18	4,1A	μ sur le bras d'Hercule. . . .	3.4	264	10	6,8	27	53	7,4B
α à la queue du Dragon. . . .	3.4	229	50	57,6	59	51	0,7B	θ à la queue du Serpent. . . .	4	266	49	22,4	3	38	53,7A
γ de la pet. Ourse, suiv.	3	230	19	55,0	72	43	27,9B	θ au genou d'Hercule. . . .	3	266	55	12,9	37	17	57,4B
γ = sur le Bassin boréal.	4	230	23	45,2	13	56	7,0A	γ = précédente.	4	267	15	55,6	29	33	42,7A
δ au cou du Serpent.	3	230	43	8,6	11	23	32,3B	γ = suivante.	3.4	267	26	22,2	30	23	50,8A
α de la Couronne bor.	2.3	231	1	37,3	27	34	21,5B	γ = à la tête du Dragon . . .	3	267	41	59,5	51	31	42,8B
α au cou du Serpent.	2.3	232	59	41,4	7	13	54,3B	μ = sur l'arc du S.	4	269	42	18,1	21	5	53,9A
β du Triangle austral.	3	233	20	44,1	62	37	32,0A	μ = ou β du Telescope. . . .	4	270	10	46,1	36	48	21,7A
β au cou du Serpent.	3	233	39	51,8	16	13	20,0B	δ = à la main.	3	271	14	35,8	29	54	15,4A
μ du Serpent.	4	234	8	59,0	2	38	39,1A	μ = sur l'arc du S.	3	271	53	46,6	34	28	15,9A
α au cou du Serpent.	3.4	234	35	30,6	5	15	0,6B	α à la queue du Serpent. . . .	3.4	272	5	48,2	2	56	28,5A
ε au pied du μ.	4	235	22	42,3	28	27	32,7A	α du Telescope.	3.4	272	6	25,5	46	4	16,7A
μ au front du μ.	3.4	235	56	45,5	25	22	13,9A	α = sur l'arc du S.	3	273	8	11,5	25	31	54,9A
γ au cou du Serpent.	3	236	13	53,4	16	29	43,5B	ζ au pied du Paon.	4.5	273	25	49,7	71	35	18,8A
δ au front du μ.	3	236	23	58,7	21	53	14,3A	α la Lyre.	1	277	7	4,2	38	34	1,4B
β au front du μ.	2	237	44	11,2	19	5	52,9A	μ = sur la fleche du S.	3.4	277	30	33,1	27	13	9,8A
γ au front du μ.	4	239	15	4,3	18	47	17,0A	α = sur l'épaule du S.	2.3	279	56	19,0	26	34	48,3A
θ à la queue du Dragon.	3.4	239	18	32,7	59	14	23,8B	β du losange de la Lyre. . . .	2.3	280	12	44,6	33	5	26,6B
δ à la main d'Ophiucus.	3	240	19	0,5	3	1	45,4A	θ du Serpent, précéd.	4	280	56	52,8	3	54	6,3B
ε à la main d'Ophiucus.	3	241	16	50,5	4	3	36,8A	δ de la Lyre.	3	281	26	33,8	36	35	51,5B
α μ. près du Cœur.	3.4	241	30	39,2	24	57	59,1A	ε = sur le bras du S.	3	281	40	15,3	30	12	31,0A
γ au bras d'Hercule.	3	242	43	26,7	19	45	32,2B	ε à la queue de l'Aigle.	3.4	282	4	15,0	14	44	58,0B
α du Scorpion, Antares	1	243	31	55,1	25	51	6,5A	γ de la Lyre.	3	282	23	51,5	32	21	52,5B
β à l'épaule d'Hercule.	3	244	53	25,4	22	3	10,1B	μ = à la tête du S.	4	282	25	21,6	22	4	57,6A

CATALOGUE des Ascensions droites & Déclinaisons moyennes des quatre cent principales Etoiles, pour le commencement de 1750.

(Astron. fundam. p. 233. Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent.	Grandeur.	Ascension dr. moy. en 1750.			Déclinaison moy. en 1750.			Noms des Etoiles & Lettres qui les désignent.	Grandeur.	Ascension dr. moy. en 1750.			Déclinaison moy. en 1750.		
		D.	M.	S.	D.	M.	S.			D.	M.	S.	D.	M.	S.
α à l'épaule du S. . .	4	282	49	38,9	28	0	31,5A	ε sur l'aile du Cygne. . .	3	309	1	17,7	33	2	53,5B
λ au pied d'Antinous. . .	3.4	283	14	40,0	5	14	4,6A	ζ sur l'aile du Cygne. . .	3.4	315	34	24,0	29	12	53,5B
ξ à la queue de l'Aigle. . .	3.4	283	28	48,1	13	30	45,8B	α du petit Cheval. . . .	4	315	49	32,7	4	13	49,2B
π à la tête du Sagittaire	3	283	43	15,8	21	23	45,6A	γ sur le cou du Paon. . .	3.4	316	21	5,8	66	28	14,8A
β au pied du S. préc.	3.4	286	9	9,5	44	53	42,4A	ε de Pégase.	4	317	37	26,6	18	44	55,2B
β au la suivante.	4	286	16	29,7	45	14	13,3A	α épaule de Céphée. . .	3	318	8	38,5	61	32	1,6B
α à la jambe du S. . .	3.4	286	37	43,8	41	3	21,5A	β sur l'épaule du Verseau	3	319	35	50,0	6	39	21,8A
δ du Dragon.	3	288	6	19,3	67	13	21,8B	β ceinture de Céphée. . .	3.4	321	19	29,7	69	27	59,6B
δ sur l'aile de l'Aigle. . .	3	288	13	24,7	2	38	20,2B	γ sur la queue du Capric.	3	321	32	58,0	17	46	40,1A
β bec du Cygne.	3	290	9	32,6	27	27	6,8B	ε sur la bouc. de Pégase.	3	322	58	17,2	8	44	31,3B
δ sur le côté d'Antinous	3.4	290	56	45,0	1	49	8,8A	μ à l'aile du Cygne. . .	3.4	323	14	38,1	27	37	28,1B
α de la fleche.	4	292	13	58,0	17	27	29,8B	δ sur la queue du Capric.	3	323	18	8,2	17	14	53,7A
α du Paon.	4	292	47	54,6	73	31	24,7A	γ à la tête de la Grue. . .	3	324	40	33,9	38	31	28,2A
γ au cou de l'Aigle. . .	3	293	35	27,7	10	1	23,8B	α à l'aile de la Grue. . .	2	328	5	8,4	48	9	22,4A
δ à l'aile du Cygne. . .	3	294	17	26,1	44	32	1,4B	α épaule du Verseau. . .	3	328	14	1,8	1	31	22,3A
α bec de l'Aigle.	1.2	294	38	46,9	8	13	45,1B	α bec du Toucan. . . .	3	330	16	46,4	61	29	32,5A
π à l'épaule d'Antinous.	3	294	55	58,8	0	23	8,2B	γ bras du Verseau. . . .	3	332	11	5,1	2	38	11,1A
β sur le bec de l'Aigle. . .	3	295	45	30,3	5	48	10,3B	β de l'Océant.	5	334	38	59,0	82	40	26,4A
δ du Paon.	3.4	295	58	54,2	66	46	48,6A	β cuisse de la Grue. . .	3	336	54	4,0	48	10	51,7A
θ à la main d'Antinous.	3.4	299	35	57,5	1	32	33,7A	ξ sur le cou de Pégase. .	3	337	14	37,3	9	32	8,5B
α à la tête du S. suiv. . .	3	301	2	24,3	13	18	0,5A	ν au genou de Pégase. . .	3	337	49	33,2	28	55	17,5B
α ail du Paon.	1.2	301	25	19,9	57	30	25,8A	λ dans l'eau du Verseau. .	4	339	53	29,1	8	54	6,4A
β sur la tête du S.	3	301	44	3,2	15	33	0,0A	δ à la jambe du Verseau.	3	340	20	15,5	17	8	35,2A
γ sur la poitr. du Cygne.	3	303	18	47,6	39	28	15,9B	α du Pois.aust. Fomahant	1	340	56	42,2	30	56	21,7A
α de l'Indien sur le trait.	3	304	57	57,4	48	8	15,2A	ε sur la chaîne d'Andr.	3.4	342	36	49,5	40	59	15,6B
ε à la queue du Dauphin.	3.4	305	18	53,8	10	28	20,7B	β à la cuisse de Pégase. .	2	342	55	11,7	26	43	55,7B
β à l'aile du Paon.	3	305	31	7,5	67	4	5,5A	α aile de Pégase.	2	343	4	47,5	13	51	59,1A
ξ du Dauphin.	4	305	54	15,1	13	49	53,5B	ε dans l'eau du Verseau.	4.5	345	20	29,9	7	23	29,5A
β du Dauphin.	3	306	27	31,3	13	44	33,2B	γ à la tête du Toucan. . .	4	345	39	57,1	59	35	58,1A
α du Dauphin.	3	307	0	20,1	15	2	51,5B	γ au pied de Céphée. . .	3.4	352	19	20,0	76	14	11,0B
δ du Dauphin.	3.4	307	56	42,1	14	11	37,6B	γ de l'Océant.	5	354	8	43,0	83	24	25,0A
α queue du Cygne.	2	308	13	36,0	44	23	55,3B	α tête d'Andromede. . .	2	358	52	40,9	27	42	35,4B
β sur la poir. de l'Indien	3.4	308	45	51,4	59	22	17,6A	β sur la chaî. de Cassiopée	2.3	358	59	40,5	57	46	12,4B
γ du Dauphin.	3.4	308	46	0,0	15	14	23,4B								



CATALOGUE des Longitudes & Latitudes des cent trente principales Etoiles pour le mois de Janvier 1750, observées par M. l'Abbé DE LA CAILLE.

(Astron. fondam. p. 238. Voyez l'art. 468).

La Longitude augmente de 8' 23", 4 en dix ans.

Noms des Etoiles.	Grand.	Longitudes.			Latitudes.			Noms des Etoiles.	Grand.	Longitudes.			Latitudes.		
		s.	D.	M. S.	D.	M.	S.			s.	D.	M. S.	D.	M.	S.
γ de Pégase, <i>Algenib.</i>	2	0	5	40 25,5	12	35	38,5B	γ de ♄. Ane boréal.	4	4	4	3 12,2	3	10	21,5B
α tête d'Andromède.	2	0	10	49 43,3	25	41	5,7B	δ de ♄. Ane austral.	4	4	5	13 46,2	0	4	17,7B
β épaule d'Andromède.	3	0	18	19 43,4	24	20	50,5B	α ferre aust. de l'Ecrev.	5	4	10	8 55,8	5	5	56,1A
α des poif. au N. du Lien	3	0	25	53 2,0	9	4	36,3A	α de la grande Ourse.	2	4	11	40 58,0	49	40	4,6B
β ceinture d'Andromède	2	0	26	54 58,5	25	56	19,0B	β de la grande Ourse.	2	4	15	54 43,2	45	6	31,3B
γ la pr. étoile du Bélier.	4	0	29	41 36,8	7	9	19,2B	ε œil du Lion.	3	4	17	12 44,0	9	41	53,0B
β corne du Bélier.	3	1	0	28 40,3	8	28	44,5B	δ sur le pied pré. du Lion	4	4	20	46 1,8	3	46	0,3A
β à la chaise de Cassiopée	2	1	1	37 22,5	51	13	42,0B	α cœur de l'Hydre.	2	4	23	48 20,7	22	23	47,8A
α au front du Bélier.	3	1	4	10 4,3	9	57	31,2B	η sur le cou du Lion.	3	4	24	24 36,7	4	51	9,1B
α du Cassiopée, <i>Schedir.</i>	3	1	4	18 52,5	46	36	18,0B	γ sur le cou du Lion.	3	4	26	5 38,4	8	48	13,8B
γ à la ceint. de Cassiopée	3	1	10	27 41,2	48	47	33,5B	α cœur du Lion, <i>Regulus</i>	1	4	26	21 12,3	0	27	32,9B
γ pied d'Andr. <i>Alamac.</i>	2	1	10	44 37,3	27	47	14,6B	γ de la grande Ourse.	2	4	26	56 42,0	47	7	23,5B
α mâchoire de la Baleine	2	1	10	49 39,8	12	36	16,1A	δ de la grande Ourse.	2	4	27	31 37,8	51	38	13,8B
δ au genou de Cassiopée	3	1	14	26 10,9	46	23	32,6B	ε sur le ventre du Lion.	4	5	2	53 50,2	0	8	30,5B
ε à la jambe de Cassiopée	3	1	21	17 16,5	47	31	23,1B	ε de la grande Ourse.	2	5	5	23 31,3	54	18	15,8B
β de Persée, <i>Algol.</i>	2	1	22	41 0,0	22	24	3,5B	δ Cuisse du Lion.	3	5	7	48 6,7	14	19	48,4B
β des Pléiades, <i>Electra.</i>	5	1	25	55 25,7	4	10	25,5B	θ sur le dos du Lion.	3	5	9	55 34,7	9	40	30,6B
γ des Pléiades, <i>Alcyone.</i>	3	1	26	30 2,8	4	1	33,6B	ζ de la grande Ourse.	2	5	12	8 12,3	56	22	4,0B
γ à l'épaule de Persée.	3	1	26	32 26,8	34	30	6,7B	η queue du Lion.	2	5	18	8 54,4	12	17	12,7B
γ des Pléiades, <i>Atlas.</i>	5	1	26	51 56,1	3	53	31,1B	θ de la grande Ourse.	2	5	23	24 33,4	54	23	45,6B
α ceinture de Persée.	2	1	28	35 59,0	30	5	51,5B	β aile bor. de la Vierge.	3	5	23	37 6,2	0	41	35,4B
δ à la cuisse de Persée.	3	2	1	18 52,5	27	16	30,6B	α aile aust. de la Vierge.	3	6	1	20 36,4	1	22	31,2B
ε genou de Persée.	3	2	2	11 25,0	19	5	11,7B	ε sur l'aile bor. de la Vierge.	3	6	6	27 27,2	16	13	12,8B
γ au nez du Taureau.	3	2	2	18 22,3	5	45	31,0A	η sur la ceint. de la Vierge.	3	6	6	41 9,7	2	48	56,1B
δ du Taureau, précéd.	3	2	3	22 22,4	3	59	43,8A	δ sur la ceint. de la Vierge.	3	6	7	59 41,8	8	38	28,9B
δ du Taureau, suivant.	4	2	3	37 50,5	4	8	14,8A	θ sur l'aile aust. de la Vierge.	3	6	14	44 52,5	1	45	38,0B
ε œil boréal du Taureau.	3	2	4	57 58,5	2	35	33,8A	ζ sur la ceint. de la Vierge.	3	6	18	39 31,6	8	39	21,2B
<i>Aldebaran.</i>	1	2	6	17 44,8	5	29	0,4A	α l'épic de la Vierge.	1	6	20	21 18,0	2	2	5,2A
β d'Orion, <i>Rigel.</i>	1	2	13	20 23,4	31	9	13,2A	α du Bouvier, <i>Arcturus.</i>	1	6	20	44 46,0	30	54	30,7B
γ à l'épaule d'Orion.	2	2	17	27 22,8	16	50	53,3A	β du Navire.	1	6	28	35 36,0	72	12	23,3A
α du cocher, <i>la Chevre.</i>	1	2	18	21 51,5	22	51	42,8B	α au pied de la Vierge.	4	7	1	0 20,6	2	55	36,8B
β ceinture d'Orion.	2	2	18	52 30,0	23	35	2,0A	λ au pied de la Vierge.	4	7	3	27 49,6	0	30	39,8B
β corne bor. du Taureau	2	2	19	4 52,5	5	21	55,6B	α au pied de la Croix.	1	7	8	25 4,0	52	51	5,5A
ε sur le baud. d'Orion.	2	2	19	58 31,5	24	32	18,5A	α de la Couronne bor.	2	7	8	46 7,0	44	21	4,4B
ζ sur le baud. d'Orion.	2	2	21	11 47,1	25	19	31,8A	α bassin aust. de la Vierge.	2	7	11	35 52,0	0	21	54,8B
ζ corne aust. du Taureau	3	2	21	17 36,2	2	13	31,4A	β bassin bor. de la Vierge.	3	7	15	53 7,5	8	31	35,9B
α étoile polaire.	2	2	25	4 12,0	66	4	21,0B	α sur le cou du Serpent.	3	7	18	34 8,5	25	31	54,2B
α épaule d'Orion.	1	2	25	15 50,2	16	3	32,3A	η sur le bassin bor. de la Vierge.	4	7	21	38 35,6	4	24	47,1B
μ des gem. pied de Castor	3	2	29	56 55,4	0	55	4,8A	α au pied du Centaure.	1	7	26	20 18,0	42	30	18,6A
μ des gem. pied de Pollux	3	3	1	48 20,7	0	50	37,2A	δ la moy. au front du Centaure.	3	7	29	4 56,4	1	57	14,7A
γ des gem. jambe de Pol.	3	3	5	36 37,7	6	46	12,7A	α l'aust. au fr. du Centaure.	3	7	29	27 7,1	5	26	33,4A
ε des gem. genou de Cast.	3	3	6	26 56,3	2	2	18,6B	β la luisan. au fr. du Centaure.	2	7	29	42 2,5	1	2	24,4B
α du grand Chien, <i>Syrius</i>	1	3	10	38 22,0	39	32	58,5A	α au cœur du Scorpion.	4	8	4	18 41,7	4	0	10,0A
ζ des gem. gen. de Pollux	3	3	11	29 52,3	2	4	6,1A	α du Scorpion, <i>Antares.</i>	1	8	6	16 28,2	4	32	11,7A
α du Navire, <i>Canopus.</i>	1	3	11	30 39,6	75	51	20,8A	γ au cœur du Scorpion.	4	8	7	58 7,7	6	5	7,5A
α des gem. tête de Castor	2	3	16	45 31,6	10	4	32,8B	α tête d'Hercule.	2	8	12	39 25,4	37	19	0,3B
β du petit Chien.	3	3	18	42 32,1	13	30	37,4A	η au genou d'Ophiucus.	3	8	14	28 37,5	7	13	23,2B
β des gem. tête de Poll.	2	3	19	45 55,8	6	40	0,4B	θ au pied d'Ophiucus.	3	8	17	54 19,6	1	48	29,3A
α du pet. Chien, <i>Procyon.</i>	1	3	22	20 14,0	15	58	9,3A	α la tête d'Ophiucus.	2	8	18	56 41,7	35	53	2,1B
β pied aust. de l'Ecrevisse	4	4	0	46 26,6	10	18	32,0A	γ à la fleche du Sagit.pr.	4	8	27	36 29,0	6	6	45,4A

CATALOGUE des Longitudes & Latitudes des cent trente principales Etoiles pour le 1 Janvier 1750, observées par M. l'Abbé DE LA CAILLE. (Voyez l'art. 468).

Noms des Etoiles.	Grand.	Longitudes.				Latitudes.			Noms des Etoiles.	Grand.	Longitudes.				Latitudes.		
		S.	D.	M.	s.	S.	D.	M.			S.	D.	M.	S.	D.	M.	
γ du Sagittaire, suivante	3	8	27	46	31,3	6	56	43,1A	γ à la queue du Capric.	3	10	18	17	10,4	2	32	2,1A
μ sur l'arc du Sagittaire	4	8	29	43	28,5	2	22	23,8B	β à l'épaule du Verseau.	3	10	19	54	38,6	8	37	58,3B
ρ sur la main du Sagitt.	3	9	1	5	4,4	6	26	23,2A	δ à la queue du Capric.	3	10	20	2	28,5	2	33	34,7A
λ sur l'arc du Sagittaire.	3	9	2	49	54,9	2	5	26,9A	α à l'épaule du Verseau.	3	10	29	52	4,5	10	40	29,5B
φ sur la fleche du Sagitt.	3	9	6	41	21,6	3	55	19,0A	Bouc. du p. a. Fomahant	1	11	0	20	32,7	21	6	13,4A
ε à l'épaule du Sagittaire	3	9	8	53	42,5	3	24	53,8A	α queue du Cygne. . . .	2	11	1	53	21,6	59	55	6,4B
ζ au bras du Sagittaire..	3	9	10	8	52,0	7	8	52,7A	γ bras du Verseau. . . .	3	11	3	13	18,0	8	14	54,6B
η à l'épaule du Sagittaire	4	9	11	20	54,2	5	2	29,2A	δ jambe du Verseau. . . .	3	11	5	22	55,7	8	10	52,6B
θ à la tête du Sagittaire,	4	9	11	29	59,2	0	53	38,5B	λ dans l'eau du Verseau.	4	11	8	5	13,8	0	22	52,0A
ι de la Lyre.	1	9	11	48	36,7	61	44	49,8B	α de l'Eridan, Achernar	1	11	11	45	47,0	59	22	4,2A
κ à la tête du Sagittaire	3	9	12	45	47,4	1	28	7,4B	α tête du Phœnix. . . .	2	11	11	58	53,6	40	31	48,0A
λ aile du Paon.	2	9	20	18	59,5	36	14	1,5A	δ dans l'eau du Verseau.	5	11	13	39	6,5	1	2	3,2A
μ de l'Aigle.	1	9	28	15	1,7	29	18	46,0B	α aile du Pégase.	2	11	20	0	12,2	19	24	46,0B
ν tête du Capricorne. . .	3	10	0	21	59,0	6	57	19,3B	β à la cuisse de Pégase. .	2	11	25	52	58,3	31	8	11,7B
ξ à la tête du Capric.	3	10	0	33	20,6	4	36	53,4B	β queue de la Baleine. . .	2	11	29	3	58,2	20	47	2,4A

TABLE des Réfractions suivant M. BRADLEY. (Voyez l'art. 1739).

Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.	Haut. appar.	Réfract.
D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.	D. M.
0 0	33 0,0	4 0	11 51,1	8 30	6 8,0	15 30	3 23,7	36 0	1 18,5	63 0	0 29,1
0 5	32 10,4	4 10	11 28,9	8 40	6 1,3	16 0	3 16,9	37 0	1 15,7	64 0	0 27,8
0 10	31 22,2	4 20	11 7,9	8 50	5 54,8	16 30	3 10,5	38 0	1 13,0	65 0	0 26,5
0 15	30 35,4	4 30	10 48,0	9 0	5 48,5	17 0	3 4,5	39 0	1 10,4	66 0	0 25,3
0 20	29 49,7	4 40	10 29,2	9 10	5 42,4	17 30	2 58,9	40 0	1 7,9	67 0	0 24,1
0 30	28 22,3	4 50	10 11,3	9 20	5 36,5	18 0	2 53,6	41 0	1 5,5	68 0	0 22,9
0 32	28 4,8	5 0	9 54,3	9 30	5 30,9	18 30	2 48,6	42 0	1 3,3	69 0	0 21,7
0 36	27 30,3	5 10	9 38,2	9 40	5 25,4	19 0	2 43,9	43 0	1 1,1	70 0	0 20,6
0 40	26 59,7	5 20	9 22,8	9 50	5 20,0	19 30	2 39,4	44 0	0 59,0	71 0	0 19,5
0 50	25 41,8	5 30	9 8,0	10 0	5 14,8	20 0	2 35,1	45 0	0 57,0	72 0	0 18,4
1 0	24 28,6	5 40	8 54,0	10 15	5 7,3	20 30	2 31,0	46 0	0 55,0	73 0	0 17,3
1 10	23 19,8	5 50	8 40,6	10 30	5 0,1	21 0	2 27,2	47 0	0 53,1	74 0	0 16,2
1 20	22 15,2	6 0	8 27,8	10 45	4 53,2	21 30	2 23,6	48 0	0 51,2	75 0	0 15,1
1 30	21 14,7	6 10	8 14,9	11 0	4 46,6	22 0	2 20,3	49 0	0 49,4	76 0	0 14,0
1 40	20 17,9	6 20	8 2,8	11 15	4 40,3	23 0	2 13,7	50 0	0 47,6	77 0	0 13,0
1 50	19 24,8	6 30	7 51,1	11 30	4 34,3	24 0	2 7,4	51 0	0 45,9	78 0	0 12,0
2 0	18 35,0	6 40	7 40,3	11 45	4 28,6	25 0	2 1,6	52 0	0 44,2	79 0	0 11,0
2 10	17 48,4	6 50	7 30,2	12 0	4 23,2	26 0	1 56,2	53 0	0 42,6	80 0	0 10,0
2 20	17 4,5	7 0	7 20,5	12 20	4 16,1	27 0	1 51,2	54 0	0 41,1	81 0	0 9,0
2 30	16 23,8	7 10	7 11,1	12 40	4 9,4	28 0	1 46,6	55 0	0 39,6	82 0	0 8,0
2 40	15 45,4	7 20	7 2,1	13 0	4 3,0	29 0	1 42,4	56 0	0 38,2	83 0	0 7,0
2 50	15 9,4	7 30	6 53,4	13 20	3 56,9	30 0	1 38,4	57 0	0 36,8	84 0	0 6,0
3 0	14 35,6	7 40	6 45,1	13 40	3 51,1	31 0	1 34,6	58 0	0 35,5	85 0	0 5,0
3 10	14 3,9	7 50	6 37,1	14 0	3 45,5	32 0	1 31,0	59 0	0 34,2	86 0	0 4,0
3 20	13 34,1	8 0	6 29,4	14 20	3 40,1	33 0	1 27,6	60 0	0 33,0	87 0	0 3,0
3 30	13 6,2	8 10	6 22,0	14 40	3 34,9	34 0	1 24,4	61 0	0 31,7	88 0	0 2,0
3 40	12 39,6	8 20	6 14,8	15 0	3 29,9	35 0	1 21,4	62 0	0 30,4	89 0	0 1,0
3 50	12 14,6	8 30	6 8,0	15 30	3 23,7	36 0	1 18,5	63 0	0 29,1	90 0	0 0,0

FIN DES TABLES.

Req. no 4077

.









