近世眼科學補遺

光 通 學

(DIOPTRIK)

近世眼科學補遺

光通學

(DIOPTRIK.)

醫學博士

小川劍三郎譯補

吐鳳堂發行

序

眼科學ハ屈折編アルガ爲メニ難解ノ學ナリトシテ學生ヨリ嫌惡セラル、焉ゾ知ラン屈折編ハ尤モ明瞭ナルコトヲ。然レドモ屈折ヲ說カントスルニハ光學的系統ニ於ケル原基對點ノ意義ヲ正解セザルベカラズ。日本ニ於ケル眼科學書乃至生理書將タ亦物理書ニ於テコレヲ說ケルモノナシ、或ハ燒點ト云ヒ或ハ主點ト云ヒ或ハ結合點ト云フモコレガ正解ヲ需メントシテ就テ學ブベキ書ナシ。光通學ハコレニ明答ヲ與ユルモノニシテ余ノ藏書中

H. v. Helmholz, Physiologische Optik. 1896.

F. c. Donders, Die Anomalien der Refraction u. Accommodation des Auges. 1888.

C. Hess, Die Anomalien der Refraction u. Accommodation des Auges mit einleitender Darstellung der Dioptrik des Auges. 1903.

J. Hirschberg, Einführung in die Augenheilkunde. I. Hälfte. 1892.

等ノ書ニ之ヲ載セドモコノ內 Hirschberg 氏ノ著述尤モ初學者ニ解シ易シ、故ニ余ハコノ書ヲ撰ヒテ光通學ノ編ヲ譯述シ聊カ蛇足ヲ加ヘテ始メテ讀ム人ニ便セントス。恐クハコレニ由テ本邦眼科書ニ於ケル一缺陷ヲ補フコトヲ得ルナラム。余ガ前ニ近世眼科學ヲ著スヤ、ソノ屈折編ノ部ニ光通學ヲ說カント欲セルモ一般ノ讀者ニ向テ徒ラニ負擔ヲ高ムルニ忍ビズシテ之ヲ捨テタリ、シカレトモ書成リテ私カニ足ラザル所アルヲ感ズルト本邦ニ參考スベキ書ナキトノ爲メニ篤學ナル人ニ便セントシテココニ補遺トシテコノ書ヲ刊行スルコトトナセリ。

Helmholz カ彼ノ檢眼鏡ヲ發明シテコレヲソノ父ニ報ゼル書簡ニヨレバ彼レハコノ發見ノ爲ニ「曾テ中學ニ於テ學ビ得タル知識ヨリ以上ナル智識ヲ要セザリシ」........ erforderte weiter keine

Kenntnisse, als was ich auf dem Gymnasium von Optik gelernt hatte, ...ト云フト雖モ、Fick ガ醫學用物理學教科書 Lehrbuch der medizinischen Physik ヲ著スヤソノ第一版ニハ Gauss ノ所論ヲ收メタルモ其第二版ニ於テ之レヲ削除セルガ如ク獨逸國ニ於テスラコノ光通學ハ一般學生ノ讀ムヲ好マザル所ナレバ余ガ本邦ニ於ケル一缺陷ヲ補ハントシテコノ書ヲ刊行スルモ或ハ恐ル讀者ノ殆ント絕無ナルコトヲ。想フテココニ至レバ余ハ吐鳳堂主人田中增藏君ガ蔣キニ余ノ爲ニ日本眼科學史ノ出版ヲ引受ラレタルト同シク再ヒコノ損アリテ利ナキ書ノ出版ヲ快諾セラレタルヲ謝セザルベカズ。

余ハコノ書ニ由テ少數ナリト雖モ篤學ナル醫學生ノ爲ニ吾カ眼科學中屈折編ヲ明解セシムルノ端緒ヲ得セシムルコトヲ得バ余ノ努力ノ徒勞ナラザリシコトヲ喜ブ。

明治四十二年歲將ニ暮ントスルノ節

岡山ノ寓居ニ於テ　　小川劍三郎識

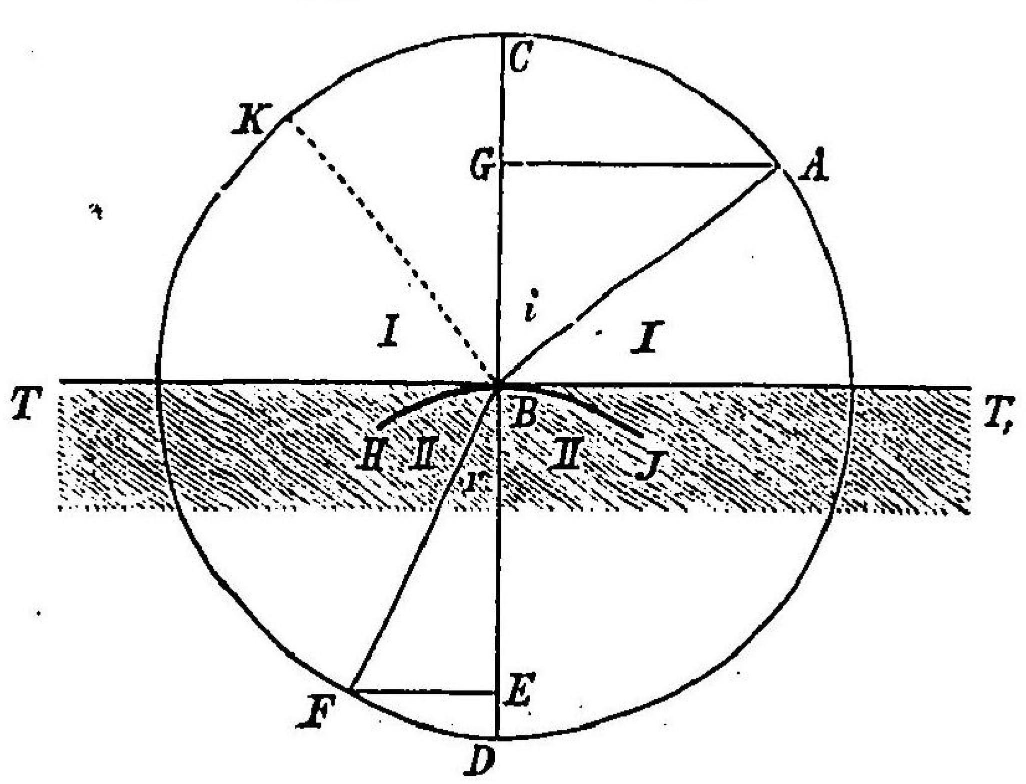
光通學 (DIOPTRIK.)

定義 Definition.

§ 1. 屈折の定律 Das Gesetz der Lichtbrechung.

等質ナル媒體內ニ於テハ光線ハ直行スレドモ他ノ媒體トノ境界面ニ逢スル時ハ其方向ヲ變ズ。即チ投射光線ノ一部ガ第一ノ媒體內ニ於テ反射スルト同時ニ殘部ノ光線ハ其方向ヲ變ジテ第二ノ媒體內ニ進入ス、之ヲ **光線の屈折** Brechung des Lichtes ト云フ。方向ヲ變ジテ第二ノ媒體內ヲ進ムモノヲ **屈折光線** Gebrochener Strahl ト云フ。

第一圖



TT_1 I及IIナル等質媒體ノ境界面
AB 投射光線
$\angle ABC = i$ 投射角
BC 投射垂線
BK 反射光線
BF 屈折光線
$\angle DBF = r$ 屈折角
BD 投射垂線ヲ延長セルモノ、

AB ヲ長ノ單位($AB=1$)トシテコレヲ以テ半徑トセル圓ヲ畫キ A 及ビ F ヨリ投射垂線ニ向テ AG, FE ナル垂線ヲ下ス時ハ

$$AG = \mathrm{Sin}\ i \because \frac{AG}{AB} = \mathrm{Sin}\ i,\ AB = 1$$

$$FE = \mathrm{Sin}\ r \because \frac{FE}{AB} = \mathrm{Sin}\ r,\ AB = 1$$

實測ノ結果ニヨレバ光ノ屈折ニ於テ次ノ定律アリ。

1. **屈折光線ハ投射光線ト投射垂線トヨリナル平面内ニアリテ投射光線ニ對シテ垂線ノ反對側ニアリ。**
2. **投射角ノ正弦ト屈折角ノ正弦トノ比ハ一定數ナリ、然シテ二ツノ媒體ノ質ト投射光線ノ種類トニヨリテ定マル。**

$$n_1 \operatorname{Sin} i = n_2 \operatorname{Sin} r$$

$$\frac{\operatorname{Sin} i}{\operatorname{Sin} r} = \frac{n_2}{n_1} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

n_1 n_2 ハ媒體ノ性質ニヨリテ定マレル一定數ナリ。
c ヲ眞空内ニ於ケル光ノ速力トシ、c_1 ヲ第一媒體内ニ於ケル光ノ速力トシ、c_2 ヲ第二媒體内ニ於ケル光ノ速力トスレバ

$$n_1 = \frac{c}{c_1} \qquad n_2 = \frac{c}{c_2} \ldots\ldots\ldots (2)$$

ナルヤ波動説ニヨリテ明ナリ、コノ n_1 n_2 ヲ媒體 I 及 II ノ**屈折率** Brechungsexponent (或ハ**絕對屈折率** absoluter Brechungsexponent トヱフ。[1]

[1] $n_1 = \frac{c}{c_1}$ 　今 n_1 ヲ眞空内ノモノトスレバ $c = c_1$ ニシテ $n = \frac{c}{c} = 1$ ナリ。

空氣ノ絕對屈折率ハ殆ンド1ニ同ジ、卽チ760粍氣壓ノ時ニ 1,000293 ナリ。
稠密ナル媒體内ニテハ稀薄ナル媒體内ニ於ケルヨリハ光ノ速力値ナリ、例ハ空氣中ニ於ケルヨリハ水中ニ於ケル光ノ速力ハ遲シ、卽チ I ナル媒體ヲ空氣 II ナル媒體ヲ水トスレバ

$$c_2 < c_1 \ldots(\text{光ノ速力});\quad \frac{1}{c_2} > \frac{1}{c_1} \quad \therefore n_2 > n_1 \ldots(\text{屈折率})$$

$$c_{\text{水}} < c_{\text{空氣}} \quad ;\quad \frac{1}{c_{\text{水}}} > \frac{1}{c_{\text{空氣}}} \quad \therefore n_{\text{水}} > n_{\text{空氣}}$$

ニシテ水ノ屈折率ハ空氣ノ屈折率ヨリモ大ナリ、換言スレバ光ノ速力遲キ媒體ハ速力ノ速ナル媒體ヨリハ屈折率多シ。

(2) ヲ (1) ニ入ルヽトキハ

$$\frac{\operatorname{Sin} i}{\operatorname{Sin} r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c}{c_2} \cdot \frac{c_1}{c} = \frac{c_1}{c_2} \ldots\ldots\ldots (3)$$

卽チ**一ノ媒體ノ他ノ媒體ニ對スル屈折率ハ二ノ媒體内ニ於ケル光ノ速度ノ比ニ等シ。**

$$\frac{\operatorname{Sin} i}{\operatorname{Sin} r} = \frac{c_1}{c_2} = {}_1n_2 \quad \text{ト略記スレバ}$$

${}_1n_2$ ハ媒體 I II ノ質ト投射光線ノ色[1]トニ關シテ特有ニシテ投射角 i ノ大ニ關セズ、コレヲ**媒體 I ノ媒體 II ニ對スル屈折率** Brechungsindex für den Übergang des Lichtes aus I in II oder für das Paar I-II トヱフ。

[1] 白色光線ハ屈折率ノ異ナレル無數ノ光線ノ集合セルモノニシテ D 線ハ白色光ヲ分解シテ得ル「スペクトル」ノ中位ヲ占ムルガ故ニ單ニ光ノ屈折率ト云ヘハ D 線ニ對スル屈折率ヲ意味ス。

屈折率ハ空氣ニ對シテ云フヲ例トス、故ニ通例單ニ或ル物質ノ屈折率ト云ヘハ其物ノ空氣ニ對スル時ノ屈折率ナリト知ルベシ。例ハ水若クハ硝子ノ屈折率ト云フハ水若クハ硝子ノ空氣ニ對スル時ノ屈折率ニシテ

$${}_{\text{空氣}}n_{\text{水}} = \tfrac{4}{3} \qquad {}_{\text{空氣}}n_{\text{硝子}} = \tfrac{3}{2}$$

同シク水晶體・前房水ノ屈折率ト云フモ同シ、

$${}_{\text{空氣}}n_{\text{前房水(或ハ涙液)}} = \tfrac{4}{3} \qquad {}_{\text{空氣}}n_{\text{水晶體}} = 1.45$$

${}_1n_2$ ハ種々ナル一對ニ由テ異ナレトモ $\frac{1}{3}$ − 3 ノ間ニアリテ決シテ 0 トナラス、光ノ空間内ノ速力ハ一秒間ニ 300000「キロメートル」ニシテ透明體ニ移リ行クトキハ比較的ニ僅ニ減少スルノミナレハ也。
${}_1n_2$ ハ 0 トナラヌガ故ニ $i = 0$ ナレハ $r = 0$ 卽チ光ガ境界面ニ向テ垂直ニ投射シ來ル時ハ (CB ノ方向ニテ) 第二媒體内ニ入ルモ方向變セヲレス卽チ屈折セラレズシテ同シ方向 BF ヲ以テ進ム。

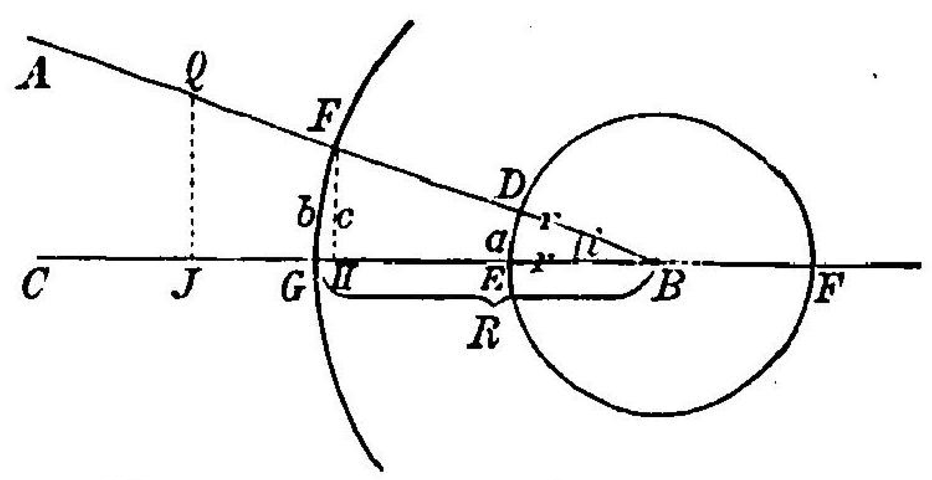
${}_1n_2 \gtrless 1$ 即チ $c_1 \gtrless c_2$ ナル時ハ $r \lesseqgtr i$ ニシテ屈折光線ハ投射光線ヨリモ垂線ニ近ヅキ或ハ遠カル。${}_1n_2 > 1$ ナル程 $r < i$ ニシテ屈折線ハ益々垂線ニ近ヅク。[1]

投射線ト屈折線トハ同ジ一對ノ媒體ニ於テハ互ニ相交換スルコトヲ得ベシ即チ互ニ相共軛ス。

§ 2. 角ノ度 Maass des Winkels.

$\angle ABC$ ノ度トシテハ $ABC = i$ 長ノ單位ヲ半徑トシテ畫ケル圓ガコノ角ノ兩脚ト合セルガ爲メニ生ゼル弧 $a = DE$ ヲ用ユ。$r = 1$ ナレバ圓周ハ $2\pi r = 2 \times 3{,}1414.. \times 1 = 6{,}282$(即チ半徑ガ 1 米ナレバ 6,282 ∟メートル┐, 半徑ガ 1 ∟ツオル┐ナレバ 6,282 ∟ツオル┐)

第 二 圖



一點 B ノ周圍ニアル角度ハ四直角即チ $4 \times 90^0 = 360^0$ ニシテ $\angle ABC = \angle i$ 故ニ

$$\frac{a}{2\pi r} = \frac{i^0}{360^0} \qquad (i\text{ ハ角度ヲ示ス})$$

$$\therefore \quad a = \frac{2\pi i}{360} = \frac{\pi i}{180} = 0{,}017 \times i$$

次ニ任意ノ長 BG ヲ半徑トシテ同ジ一點 B ヲ中心トシテ圓ヲ作ル

[1] **物質ノ光學的密度** optische Dichtigkeit ノ大小ハ必ズシモ其物質ノ密度ニ準セズ、例ハ酒精ノ屈折率ハ 1,37 ニシテ水ノ屈折率ヨリモ大ナルカ故ニ酒精ハ光學的ニハ水ヨリモ密ナリ。$r < i$ ナルトキハ媒體 II ハ媒體 I ヨリモ光學的ニ密ナリト云ヒ、$r > i$ ナルトキハ II ハ I ヨリモ光學的ニ疎ナリト云フ。

時ハ $\angle i$ ノ兩脚ノ間ニ生ゼル弧 $FG = b$ ナリ　(第二圖)。

$$\frac{b}{a} = \frac{R}{r} = \frac{R}{1}$$

$$b = a \cdot R \quad \text{或ハ} \quad a = \frac{b}{R}$$

故ニ $\frac{b}{R}$ ハ又 $\angle i$ ノ度トスベシ。

圖ニ於テハ見易カランガ爲メニ角ヲ大ニシタレモ $\angle i$ 若シ至テ小ナル時ハ 弧 FG ハ F ヨリ BC ニ下セル垂線 FH ト殆ンド合シ、G 點ハ H 點ト全ク相接近スベシ。即チ $\angle i$ 若シ小ナリトスレバ

$\frac{b}{R}$ ノ代ニ $\frac{c}{R}$ 或ハ $\operatorname{Sin} i$ ヲ以テ $\angle i$ ノ度トスルコトヲ得ベシ。又 BH ト BG トノ差非常ニ僅ナリトスレバ

$\frac{c}{R}$ ノ代ニ $\frac{c}{BH}$ 或ハ $\operatorname{tang} i$ ヲ以テ $\angle i$ ノ度トスルコトヲ得ベシ。

次ノ表ニテ知ルガ如ク $\angle 10^0$ 迄ノ角ニ於ケル弧ト正弦ト正切トハ小數二位迄ハ相同ジ、[1]

角	弧	正 弦	正 切	餘 弦
1^0	0,0175	0,0175	0,0175	0,9998
5^0	0,0873	0,0872	0,0875	0,9962
10^0	0,1745	0,1736	0,1763	0,9848

[1] $\frac{FH}{FB} = \angle i$ ノ正弦　　$\frac{BH}{BF} = \angle i$ ノ餘弦

$\frac{FH}{HB} = \angle i$ ノ正切　　$\frac{HB}{HF} = \angle i$ ノ餘切

ニシテ垂線ヲ下スベキ F 點ハ $\angle i$ ノ一脚ノ何レニアルモ可ナリ。

$$\triangle FHB \backsim \triangle QJB \quad \therefore \frac{FH}{HB} = \frac{QJ}{JB} \cdots\cdots$$

§ 3. 簡約セル屈折ノ定律 Das vereinfachte Brechungsgesetz.

屈折ノ定律ハ

a) $n_1 \operatorname{Sin} a_1 = n_2 \operatorname{Sin} a_2$

若シ投射角小ナルトキハ §. 2. ニヨリテ次ノ如クスルヿヲ得ベシ

b) $n_1 a_1 = n_2 a_2$

投射角若シ 9° 以下ナル時ハ a) b) 何レニヨルモ大差ナキコト次ノ表ニ由テ知ルガ如シ。

光ガ空氣ヨリ硝子中ニ入ラントスル時ハ

$$\frac{n_2}{n_1} = {}_{\text{空氣}}n_{\text{硝子}} = \frac{3}{2}$$

$$a_2 = \frac{n_1}{n_2} a_1 = \frac{1}{{}_{\text{空氣}}n_{\text{硝子}}} a_1 = \frac{2}{3} a_1$$

投射角	b) ニ由テ計算セル大略ノ屈折角	a) ニ由テ計算セル詳細ナル屈折角
3°	2°	1° 59′ 58″
6°	4°	3° 59′ 45″
9°	6°	5° 59′ 10″
12°	8°	7° 58′ 2″
15°	10°	9° 56′ 10″

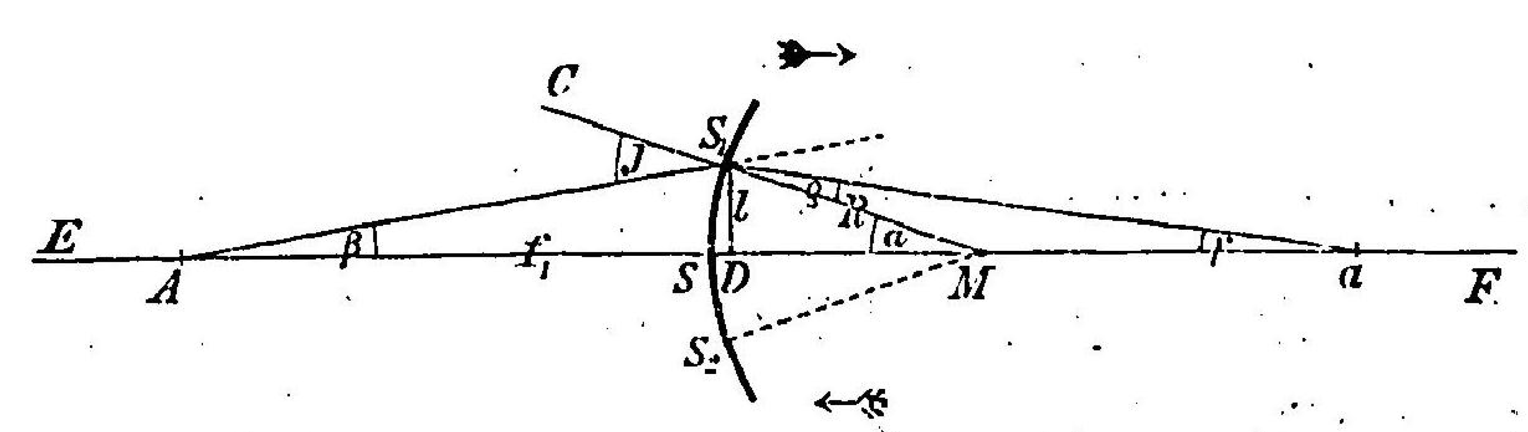
故ニ 9° 以下ナレバ其差一分ニ充タズ、吾人人間ノ眼ノ差別シ得ル最小角ハ 1′ ナレバ人間ノ眼ニ對シテハ 9° 以下ナレバ a) ニヨラズシテ b) ニ由テ計算シテ可ナリ。

球面光通學 Dioptrik kuglicher Flächen.

I. 一球面ニ於ケル光線ノ屈折 Lichtbrechung an einer Kugelfläche.

§ 1. 第三圖ニ於テ $S_1 S S_2$ ハ二ノ等質ナル透明體ヲ境スル境界面ガ球面ヲナセルコトヲ示ス、例バ I ハ空氣ニシテ II ハ硝子ノ如シ。

第三圖



I ノ屈折率ハ n_1 ニシテ II ノハ n_2 ナリ、S ハ **頂點** Scheitelpunkt, M ハ弧 $S_1 S_2$ ノ彎曲中心點[1] 「$\angle S_1 M S_2 = 2\alpha$ .... 單純性屈折球面ノ開らき」 Oeffnung ニシテ Sin α ト 弧 α トノ差ナキガ如キ程小ナル角ナルベシ。

卽チ $S_1 S$ ハ $SM = R$ ニ對シテ小ナルモノナリ。M 及ビ S ヲ通ズル直線 EF ヲ**主軸** Hauptaxe ト云フ。

---

[1] M ガ弧 $S_1 S_2$ ノ彎曲中心點ナリト云フハ弧 $S_1 S_2$ ガ M ヲ中心點トシテ畫ケル圓ノ一部分ヲナスコトヲ云フ。

[2] Sin α ト 弧 α トノ差トハ $\widehat{S_1 S}$ ト $S_1 D$ トノ差ヲ云フ。

中心點 M ヨリ球面ノ或ル一點ニ引ケル直線ハ半徑ニシテ其點ニ對シテ垂線ヲナス、故ニ半徑ノ方向ニテ球面ニ投射シ來ル光線[1]ハ媒體 II ニ於テ屈折セラレズシテ進行スベシ、例バ AS ハ SMF ナル方向ニ進ムガ如シ。

A　　主軸ニ於ケル一**光點** (光源) (Lichtpunkt).

AS_1　　任意ノ一光線

MS_1C　投射垂線

$\angle AS_1C = \angle J$　投射角……コノ角ハ 9^0 カ 9^0 ヨリ小ナルベシ、

換言スレバ吾人ガ今コヽニ論ゼントスル光線ハ殆ンド主軸ニ接近シテ走ル光線ニシテ球面ニ對シテハ殆ンド垂直線ヲナスモノニ限ラルベシ

AS_1 ハ S_1 ニ於テ屈折セラル、若シ $n_2 > n_1$ ナリトスレバ屈折セラレタル光線ハ軸ニ向フテ傾斜シ遂ニ軸ノ一點 a ヲ截ルベシ、故ニ

$\angle MS_1a = \rho$……………屈折角。

定義 §. 1. (3) ニヨレバ　$\mathrm{Sin}\,\rho = \dfrac{n_1}{n_2}\,\mathrm{Sin}\,J.$

$\dfrac{n_1}{n_2}$ ハ空氣・水・硝子・水晶等ノ物質ナリトスル時ハ 2/3ト 3/2 トノ間ニ位スル數ニシテ從ツテ ρ ハ極メテ小ナル角ナリ。

問題　系統内ノ與ヘラレタル數 ($R\ n_1\ n_2$) ト **光點距離** Lichtpunktabstand ($AS = f_1$) トヲ知リテ未知數 ($Sa = f_2$) ヲ定ムベシ。

解式　$S_1D = l$ 垂直線ヲ主軸上ニ作リ、D ハ極メテ S ニ密接ストスル時ハ

---

[1] $\dfrac{\mathrm{Sin}\,i}{\mathrm{Sin}\,r}$ = 一定數、光線半徑ノ方向ニ投射シ來ル時ハ $\angle i = 0$ ナルガ故ニ $\angle r = 0$ ニシテ屈折セラレザルベシ。

1)　$n_1 J = n_2 \rho$……定義 §. 3. ニヨル、

2)　$J = \alpha + \beta$

3)　$\alpha = \rho + \gamma \quad \therefore \rho = (\alpha - \gamma)$

三角形ノ外角ハコレニ對スル二ノ内角ノ和ニ等シキガ故ニ

4)　$n_1(\alpha + \beta) = n_2(\alpha - \gamma)$　2) 3) ヲ 1) ニ入レタリ、

5)　$\alpha = \dfrac{l}{R}$

6)　$\beta = \dfrac{l}{f_1}$

7)　$\gamma = \dfrac{l}{f_2}$

定義 §. 2. ニヨル、

8)　$$n_1\left(\frac{l}{R} + \frac{l}{f_1}\right) = n_2\left(\frac{l}{R} - \frac{l}{f_2}\right)$$

9)　$$\frac{n_1}{R} + \frac{n_1}{f_2} = \frac{n_2}{R} - \frac{n_2}{f_2}$$

I)　$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

故ニ f_2 ハ $n_1\ n_2\ R$ 及ビ f_1 ニ由テ計算スルコトヲ得ベシ。

§. 2.　§. 1. ノ **I**) ハ次ノ如ク改ムルコトヲ得ベシ、

Ia)　$$\frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} - \frac{n_1}{f_1}$$

或ハ　$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{n_2}\left(\frac{(n_2 - n_1)}{R} - \frac{n_1}{f_1}\right)$$

同ジ系統 ($n_1\ n_2\ R$) ト同ジ光點距離 (f_1) トニテハ唯一ノ f_2 ノ價ヲ得ベシ。

上式ニ由テ知ラルヽ如ク a **點ノ位置ハ投射點** S_1 **ノ位置ニ關係セズ** 卽チ l ノ長ニ關セズ全ク光點距離 f_1 ニノミ關係ス。凡テ A ヨリ出デヽ S_1 及 S（卽チ S_1 及 S_2）ノ間卽チ S_1SS_2 ナル小ナル弧ノ内ニ來ル光線ハ屈折ノ後ニハ主軸ヲ同一ナル點 a ニ於テ截ルベシ、卽チ一主軸内ナル或ル一點 a ニ於テ會スベシ、故ニコヽニ a 點ニ A ノ**像點** Bildpunkt ヲ形成ス。

圖ニ示セル平面内ニ於ケル關係ハ他ノ凡テノ A 及ビ M ヲ通過スル平面ニモ應用スベキモノニシテ今コノ圖ヲナセル平面ヲ假リテ主軸 AM（$= ASM$）ヲ軸トシテ廻轉セリト考フルトキハ A S_1S_2......凡テノ S_1S_2 ノ間ニ投射セラルヽ光線ト共ニ......ハ A ヨリ球面ニ向ツテ廣ガレル圓錐體ヲナスベシ。

球面ニテ屈折セラレタル光線ハ a 點ニ集合スル一ノ圓錐體ヲナス。

上記ノ屈折面（$= S_1SS_2$）ハ光線ヲ集合セリ。

各〻相關係セル投射光線及ビ屈折光線ノ一對ハ其所作ヲ取リ換ユルコトヲ得ベシ。卽チ a 點ヲ光點トシ A 點ヲ像點トスルヿヲ得（コノ方向ハ圖ノ下ニ← ヲ以テ示セリ）。故ニ A 及ビ a ハ互ニ共軛ス。

光線ノ走行ノ第二ノ場合 卽チ a 點ガ光點ヲナス時ハ

Ia）ハ次ノ如ク書キ換ヘラル、

$$\frac{n_2}{f_2} + \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$(n_2 - n_1) = -(n_1 - n_2) \quad \therefore$$

$$\mathbf{I}\text{b)} \quad \frac{n_2}{f_2} + \frac{n_1}{f_1} = \frac{n_1 - n_2}{-R}$$

故ニ半徑 R 負號ナルヲ要ス、コノ場合ハ投射光線ニ對スル球面ハ凹面 Hohlfläche ナルベシ。

§. 3. §. 1. ノ式 **I**）$\dfrac{n_1}{f_1} + \dfrac{n_2}{f_2} = \dfrac{n_2 - n_1}{R}$ ハ一球面ニ對シテ結像距離 Bildabstand ヲ以テ示セル**頂點方程式の第一の形** erste Form der Scheitelgleichung ナリ。

$f_1 f_2$ ハ變化シウル數ニシテ頂點 S ヨリ計測セラル、然シテ光線ガ A ヨリ a ノ方ニ向テ走ル時光點 A ガ S ヨリ前ニアル時ハ f_1 ハ正號ニシテ a ガ S ヨリ後ニアルトキハ f_2 ハ負號ナリ。

式 **I**）ニ主燒點ヲ入ルヽ時ハ式ヲ簡約スルコトヲ得ベシ。

第一 f_1 ガ R ニ對シテ無限大ニ大ナリ（$f_1 = \infty$）トスルトキハ

$$f_1 + R = f_1 - R = f_1 \text{[1]}$$

$$\text{卽チ} \quad \frac{f_1}{R} = \infty, \quad \frac{R}{f_1} = 0.$$

$f_1 = \infty$ ナル時ノ f_2 ノ價ヲ F_2 ヲ以テ示セバ

$$\mathbf{I}) \quad \frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \text{ヨリシテ}$$

$$1) \quad \frac{n_1}{\infty} + \frac{n_2}{F_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$\frac{n_1}{\infty} = 0 \quad \therefore$$

$$2) \quad \frac{n_2}{F_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad \text{或ハ}$$

$$\mathbf{II}) \quad F_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \qquad \text{（第二主燒點距離ノ公式）}$$

[1] R ハ常ニ有限數ナリ、若シ $R = \infty$ ナレバ屈折面ハ球面ナナサズシテ平面ナナスベシ。

或ハ　3)　$n_2 = \frac{(n_2 - n_1)\ F_2}{R}$　或ハ

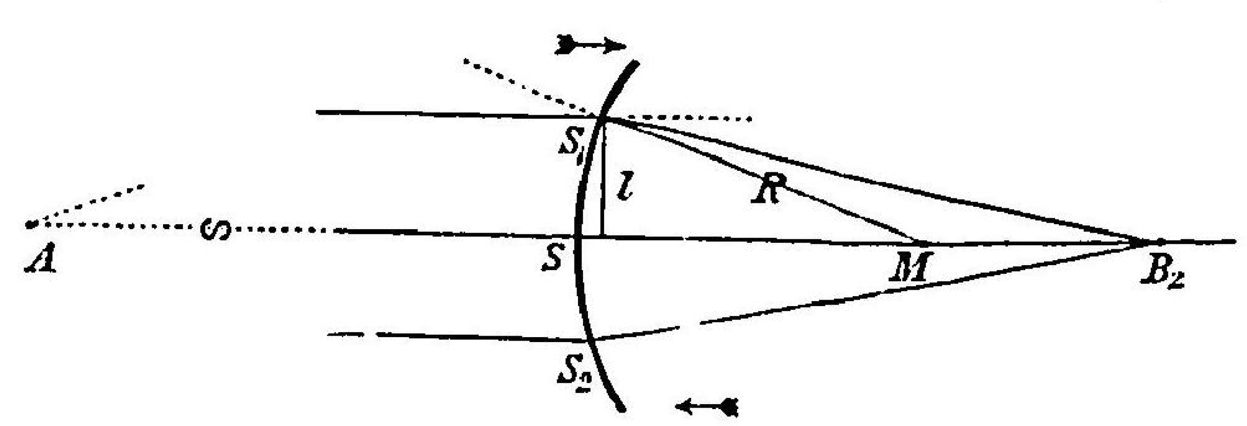
4)　$\frac{R}{F_2} = \frac{n_2 - n_1}{n_2}$

今A點ガ主軸ノ上ニテSヨリ遠ルコトRニ對シテ無限大ノ距離ナリトスルトキハ球面ノ小ナル⌊開らき⌉ノ上ニ投射シ來ル光線ハ主軸ニ平行ナリト云フコトヲ得ベシ、

$$\llcorner\beta = \frac{l}{f_1} = \frac{l}{\infty} = 0$$

即チ　$\llcorner\beta$ ハ計測スベカラザル程小ナリ。

第　四　圖



主軸ニ平行シテ球面 $S_1 S_2$ ニ投射シ來レル光線ガ(第四圖)屈折後相會スル一點 B_2 ヲ **第二主焼點** Zweiter Hauptbrennpunkt des Simplum ト云フ、而シテ第二媒體內ニ存ス、

$$S B_2 = F_2 = \frac{n_2\ R}{n_2 - n_1}$$

B_2 ハ軸ニ近カキ然シテ軸ニ平行セル光線束ノ集合點ナリ。今反對ニ B_2 ヨリ光線出デ、境界面 $S_1 S_2$ ニ投射セルトキハ屈折セラレテ第一媒體內ニテ軸ニ平行ナル光線トナルベシ。

第一媒體內ニテ主軸ニ平行ナル軸ニ近キ achsennahe 光線ハ凡テ第二媒體內ニテハ B_2 ヲ通過ス、更ニ換言スレバ第二媒體內ニテ B_2 ヲ通過スル光線ハ第一媒體內ニテハ主軸ニ平行ナリ。

第二　次ニ $f_2 = +\infty$ ナリトシ コレニ應ゼル f_1 ノ價ヲ F_1 ヲ以テ示セバ §. 1. ノ式 **I)** $\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ ハ

5)　$\frac{n_1}{F_1} + \frac{n_2}{\infty} = \frac{n_2 - n_1}{R}$　或ハ

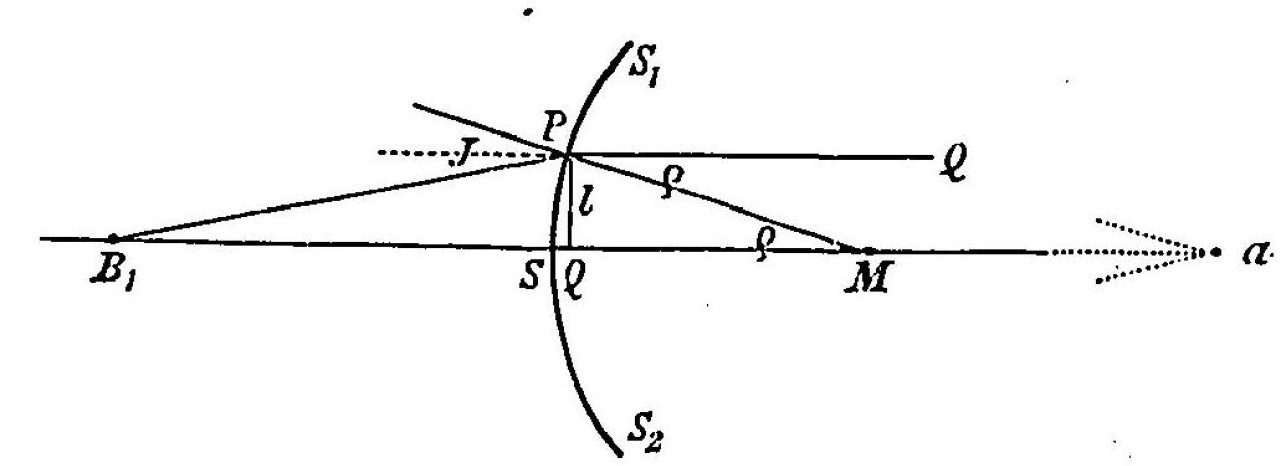
III)　$F_1 = \frac{n_1\ R}{n_2 - n_1}$　**(第一主焼點距離ノ公式)**

或ハ　6)　$n_1 = \frac{(n_2 - n_1)\ F_1}{R}$　或ハ

7)　$\frac{R}{F_1} = \frac{n_2 - n_1}{n_1}$

f_2 ガ R ニ對シテ無限大ニ大ナリトスル時ハ a 點ヨリ凹球面 Hohlkugelfläche $S_1 S_2$ ニ投射シ來ル軸ニ平行ナル光線ハ屈折後主軸ノ B_1 ナル一點ニ會スベシ。

第　五　圖



コノ一點 B_1 ヲ **第一主焼點** erster Hauptbrennpunkt ト云ヒ、第一媒體內ニ存ス、

$$B_1 S = F_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$$

B_1 ヨリ發シ軸ニ近キ光線ハ第二媒體內ニテハ主軸ニ平行ス、第二媒體內ニテ主軸ニ平行ナル光線ハ第一媒體內ニテハ B_1 點ヲ通過ス(第五圖)。

B_1 B_2 ノ點ニ於テ主軸ニ垂直ニ置カレタル平面ヲ**第一及ビ第二主燒點面** erste u. zweite Hauptbrennpunktebene ト云フ。

§. **4.** 主燒點距離ノ價ヲ組入ル、時ハ頂點方程式ノ第一ノ形ハ次ノ如ク便利ナル形ヲトル。

$$1)\quad \frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R} \qquad (\S.\ 1.\ \text{式}\ \mathbf{I})$$

$$2)\quad n_1 = \frac{(n_2 - n_1).\ F_1}{R} \qquad (\S.\ 3.\ \text{式}\ 6,)$$

$$3)\quad n_2 = \frac{(n_2 - n_1).\ F_2}{R} \qquad (\S.\ 3.\ \text{式}\ 3,)$$

$$4)\quad \left(\frac{n_2 - n_1}{R}\right) \frac{F_1}{f_1} + \left(\frac{n_2 - n_1}{R}\right) \frac{F_2}{f_2} = \left(\frac{n_2 - n_1}{R}\right)$$

$$\mathbf{IV})\quad \frac{F_1}{f_1} + \frac{F_2}{f_2} = 1.$$

コノ式ヲ**頂點方程式の第二の形** zweite Form der Scheitelgleichung ト云フ。

IV ヨリシテ

$$5)\quad \frac{F_2}{f_2} = 1 - \frac{F_1}{f_1} = \frac{f_1 - F_1}{f_1}$$

$$6)\quad \frac{1}{f_2} = \frac{f_1 - F_1}{f_1\ F_2} \quad \text{或ハ}$$

$$\mathbf{IVa})\quad f_2 = \frac{f_1\ F_2}{f_1 - F_1}$$

同ジク **IV** ヨリシテ

$$7)\quad \frac{F_1}{f_1} = 1 - \frac{F_2}{f_2} \quad \text{或ハ}$$

$$\mathbf{IVb})\quad f_1 = \frac{f_2\ F_1}{f_2 - F_2}$$

コノ **IVa** **IVb** ナル式ハ系統中ノ定數(n_1 n_2 及ビ R ニ關セル F_1 F_2)ト燒點距離若クハ光點距離ノ一ヲ知テ他ヲ計算スル時ニ用ユ。

§. **5.** $1)\quad F_1 = \dfrac{n_1 R}{n_2 - n_1} \qquad (\S.\ 3.\ \text{式}\ \mathbf{III})$

$$2)\quad F_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} \qquad (\S.\ 3.\ \text{式}\ \mathbf{II})$$

2) ヲ以テ 1) ヲ除スル時ハ

$$\mathbf{V})\quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

第一及ビ第二ノ主燒點距離ノ比ハ媒體ノ屈折率ノ比ノ如シ。[1]

---

[1] 實際ノ一球面ノ屈折ニテハ $F_1 = F_2$ ナルコナシ、而シテ

$n_1 = n_2$ 　ナリトスレバ定義ノ §. 2. ニヨリテ

$n_1 i = n_2 r$ 　ナレバ

$i = r$ 　トナル。卽チ投射角ト屈折角ト相同シ、換言スレハ第一第二媒體同シ屈折率ナ有スレバ相境スル球面ノ如何ナ論セズ凡テノ投射光線ハ屈折セザルヽコトナシ。

1) ヨリ 2) ヲ減ズル時ハ

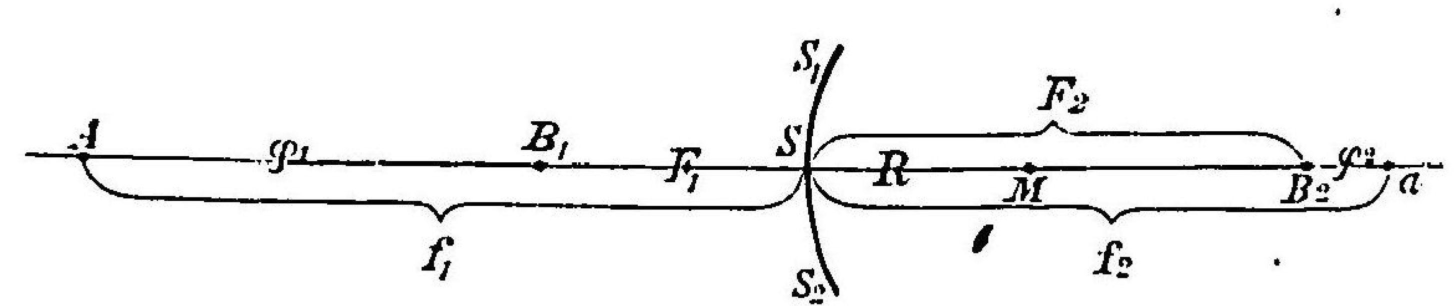
$$3)\quad F_2 - F_1 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1} - \frac{n_1 R}{n_2 - n_1} = \frac{(n_2 - n_1) . R}{(n_2 - n_1)}$$

$$\therefore \quad \textbf{VI)} \quad F_2 - F_1 = R.$$

第二主燒點距離ト第一主燒點距離トノ差ハ彎曲面ノ半徑ニ等シ。

§. 6. 主燒點方程式 Hauptbrennpunktsgleichung.

第 六 圖



M $\widehat{S_1SS_2}$ ノ中心　B_1 第一主燒點　B_2 第二主燒點
A 光點　a 像點

$AB_1 = \varphi_1 \quad B_2 a = \varphi_2$ トスルトキハ

$$1)\quad AB_1 = AS - B_1S \quad \text{或ハ} \quad \varphi_1 = f_1 - F_1 \quad \therefore f_1 = \varphi_1 + F_1.$$

$$2)\quad B_2 a = Sa - SB_2 \quad \text{或ハ} \quad \varphi_2 = f_2 - F_2 \quad \therefore f_2 = \varphi_2 + F_2.$$

今コノ $f_1 f_2$ ノ價ヲ §. 4. ノ **IVa** $\quad f_2 = \dfrac{f_1 F_2}{f_1 - F_1}$ ノ内ニ入ルル時ハ

$$3)\quad \varphi_2 + F_2 = \frac{(\varphi_1 + F_1) F_2}{\varphi_1}$$

$$4)\quad \varphi_1 \varphi_2 + \varphi_1 F_2 = \varphi_1 F_2 + F_1 F_2 \quad \text{或ハ}$$

$$\textbf{VII)} \quad \varphi_1 \varphi_2 = F_1 F_2 \qquad \textbf{(Newton 氏式)}$$

光點ヨリ第一主燒點迄ノ距離ニ像點ヨリ第二主燒點迄ノ距離ヲ乘ゼルモノハ第一第二主燒點距離ノ相乘ゼルモノニ同ジ。

$$\text{或ハ} \quad \frac{\varphi_1 \varphi_2}{F_1 F_2} = 1 \quad \text{或ハ} \quad \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2}.$$

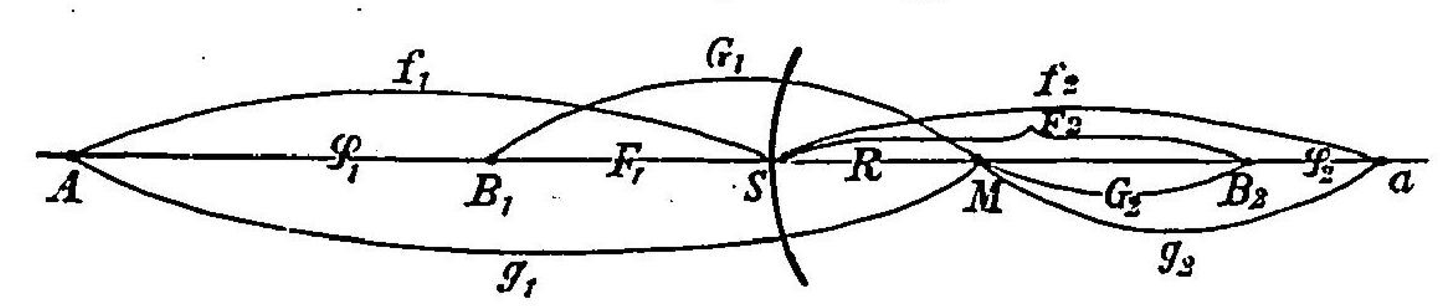
$$\textbf{VIIa)} \quad \varphi_2 = \frac{F_1 F_2}{\varphi_1}$$

$$\textbf{VIIb)} \quad \varphi_1 = \frac{F_1 F_2}{\varphi_2}$$

主燒點距離已知ナレバ光點ヨリ第一主燒點迄ノ距離ヲ知レバ第二主燒點ヨリ像點迄ノ距離ヲ知ルコトヲ得ベシ、又第二主燒點ヨリ像點迄ノ距離ヲ知レバ第一主燒點ヨリ光點迄ノ距離ヲ知ルコトヲ得ベシ。換言スレバ主燒點距離已知ナレバ光點及ビ像點ハ其一ヲ知テ他ヲ計算スルコトヲ得ベシ。

§. 7. 中心點方程式 Mittelpunktsgleichung.

第 七 圖



$a_1\ A_1\ B_1\ B_2$ ヲ何レモ境界球面ノ中心點 M ヨリ計測シテ

$$B_1 M = G_1 \ , \quad MB_2 = G_2 \ ,$$

$$A M = g_1 \ , \quad M a = g_2 \quad \text{トスレバ}$$

$$1)\quad B_1 M = G_1 = F_1 + R = F_2 \qquad \text{§. 5. VI) ニヨル}$$

$$2)\quad MB_2 = G_2 = F_2 - R = F_1$$

$$3)\quad A M = g_1 = \varphi_1 + G_1 = \varphi_1 + F_2 \quad \therefore \ \varphi_1 = g_1 - G_1.$$

4）　$a M = g_2 = \varphi_2 + G_2 = \varphi_2 + F_1 \quad \therefore \quad \varphi_2 = g_2 - G_2.$

今コノ價ヲ　§. 6. ノ式 **VII**......$\varphi_1 \varphi_2 = F_1 F_2$......ニ入ル、時ハ

5）　$(g_1 - G_1)(g_2 - G_2) = G_2 . G_1$

6）　$g_1 g_2 - g_2 G_1 - g_1 G_2 + G_1 G_2 = G_1 G_2.$

7）　$g_2 G_1 + g_1 G_2 = g_1 g_2$

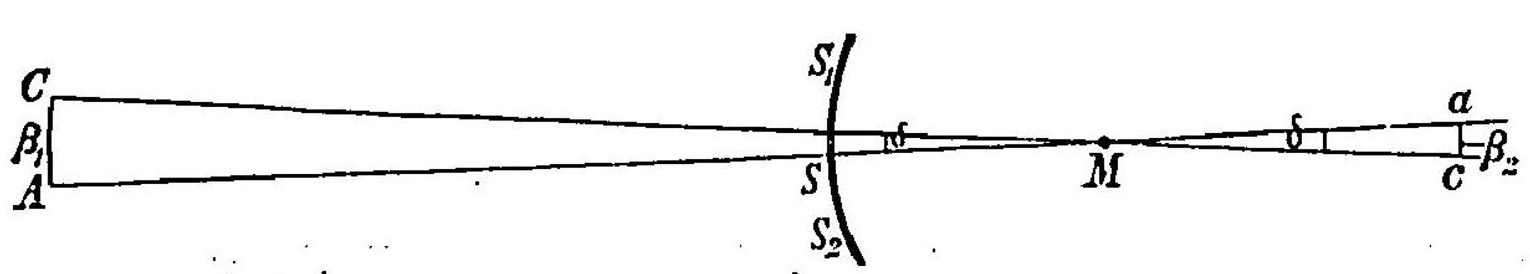
コノ式ヲ　$g_1 g_2$　ニテ除スル時ハ

$$\textbf{VIII)} \qquad \frac{G_1}{g_1} + \frac{G_2}{g_2} = 1 \qquad \text{卽チ}$$

$$\textbf{VIIIa)} \qquad g_2 = \frac{g_1 G_2}{g_1 - G_1}$$

§. 8.　相關せる像の大さ Die zusammengehörigen Bildgrösse.

第　八　圖



A光點ニシテ　a　像點ナリ、今Aノ傍ニ　Mヨリ同距離ニ第二ノ光點Cアリトスレバコノ像點cハMヲ距ルコトaト同ジクシテ軸M c上ニアルベシ......(§. 2. ニヨル)。

A及Cノ間ニアル凡テノ光點ハソノ像點ヲa及cノ間ニ有スベシ。物體(AC)ト像($a c$)トハ幾何學的ニ同ジクシテ彎曲中心點ニ對シテハ互ニ遠景畫的 perspectivisch ナリ。今物體ノ大サヲ β_1

像ノ大サヲ　$-\beta_2$ ヲ以テ示セバ......— ノ記號ハ主軸ニ對シテ反對ナル位置ヲ示ス......$\llcorner CMA = a M c = \delta$......(對頂角ナリ)......，而シテ δ ハ極メテ小ナル角ナルベシ。

故ニ　　$\triangle\ MCA \infty Mca$　　ニシテ

$$\frac{AC}{AM} = \frac{a\,c}{a\,M} \qquad \text{ナリ、故ニ}$$

$$\textbf{IX)} \qquad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{g_1}{g_2}.$$

AC 及 $a c$ ハ小ナル弧ニシテ直線ニシテ軸 $A a$ 上ニ垂直ナルモノト見ルコトヲ得ベシ。
小ナル平面的物體ガA點ニテ主軸$A a$ノ上ニ垂直ニ立ツトスレバソノ平面的像ハ a 點ニ於テ同ジク主軸ニ垂直ナルベシ。

AS ガ R ニ對シテ無限ニ大ナル時ハ　a　ハ第二燒點ニ移ルベクc點ハ第二燒點面內 B_2 (第二燒點)ニ近接セル點トナルベシ。卽チCヨリ出デ副軸 CM ニ平行ニ走レル光線束ハ副軸 CM ガ第二燒點面ト合セル一點(c)ニ於テ相會スベシ。

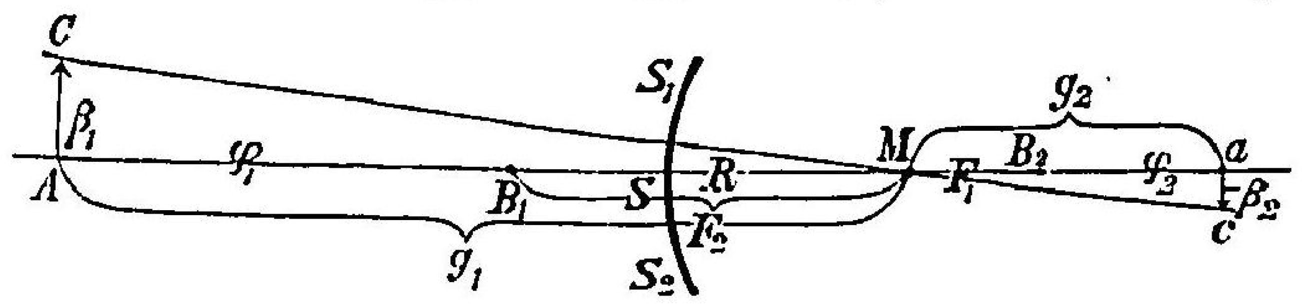
$a S$ ガ R ニ對シテ無限ニ大トナレル時ハ Aハ第一燒點ニ移ルベシ、卽チ　c　ヨリ出デ、副軸 $c M$ ニ平行ニ走ル光線束ハ副軸 c M ガ第一燒點面ト會セル一點([illegible])ニ於テ相會スベシ。

§. 9.　像の大さに關しての主燒點方程式 Die Hauptbrennpunktgleichung der zusammengehörigen Bildgrössen.

1）　$\dfrac{\beta_1}{-\beta_2} = \dfrac{g_1}{g_2} = $......(§. 8. 式 **IX**)

$$= \frac{\varphi_1 + F_2}{\varphi_2 + F_1} \text{......(§. 7. 式 3) 4))}$$

第九圖 ❶



2) $\varphi_2 = \dfrac{F_1 F_2}{\varphi_1}$ ......(§. 6. 式 **VII.a.**)

3) $\dfrac{\beta_1}{-\beta_2} = \dfrac{\varphi_1 + F_2}{\left(\dfrac{F_1 F_2}{\varphi_1}\right) + F_1} = \dfrac{\varphi_1\ (\varphi_1 + F_2)}{F_1 F_2 + F_1 \varphi_1} = \dfrac{\varphi_1(\varphi_1 + F_2)}{F_1(\varphi_1 + F_2)}$.

3a) $\dfrac{\beta_1}{-\beta_1} = \dfrac{\varphi_1}{F_1}$

4) $\dfrac{\varphi_1}{F_1} = \dfrac{F_2}{\varphi_2}$........(§. 6. 式 **VII**)

$$\mathbf{X)}\quad -\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2}$$

コノ式ハ尤モ簡便ナル式ナリ、コレニ由テ物體及ビ像ノ大ト物體及ビ像ガ主焼點ヨリノ距離ト主焼點トノ關係ヲ示ス。

§. 10. 像の大さに關しての頂點方程式 Scheitelgleichung der zusammengehörigen Bildgrössen.

1) $\varphi_1 = f_1 - F_1$..........(§. 6. 式 1.))

2) $\varphi_2 = f_2 - F_2$..........(§. 6. 式 2.))

3) $\dfrac{\beta_1}{-\beta_2} = \dfrac{\varphi_1}{F_1} = \dfrac{F_2}{\varphi_2}$ ....(§. 9. 式 **X**)

❶ §. 7. 式 1) $G_1 = F_2$
2) $G_2 = F_1$

$$\mathbf{XI)}\quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{f_1 - F_1}{F_1} = \frac{F_2}{f_2 - F_2}.$$

附錄 $R = \infty$ トハ二透明體間ノ境界面平面ヲナス時ヲ云フ、コノ時ハ §. 1. 式 **I** ヨリシテ

$$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = 0 \quad 或ハ \quad f_2 = -\frac{n_2}{n_1} f_1.$$

即チ像ハ物體ノ所在ト同ジ側ニアリテ唯ダ境界面ヨリノ距離ヲ異ニス。空中ニアル眼ガ水中ニアル一小物體ヲ(殆ンド垂直線ニテ)見ル時ハ實際ノ深サノ 3/4 ニアルガ如ク見ル、而シテソノ大ハ物體ノ大ト異ナラズ。

$$\frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{f_1 - F_1}{F_1} \text{......§. 10. 式 } \mathbf{XI}$$

ヨリシテ　$F_1 = \infty$　トスレバ

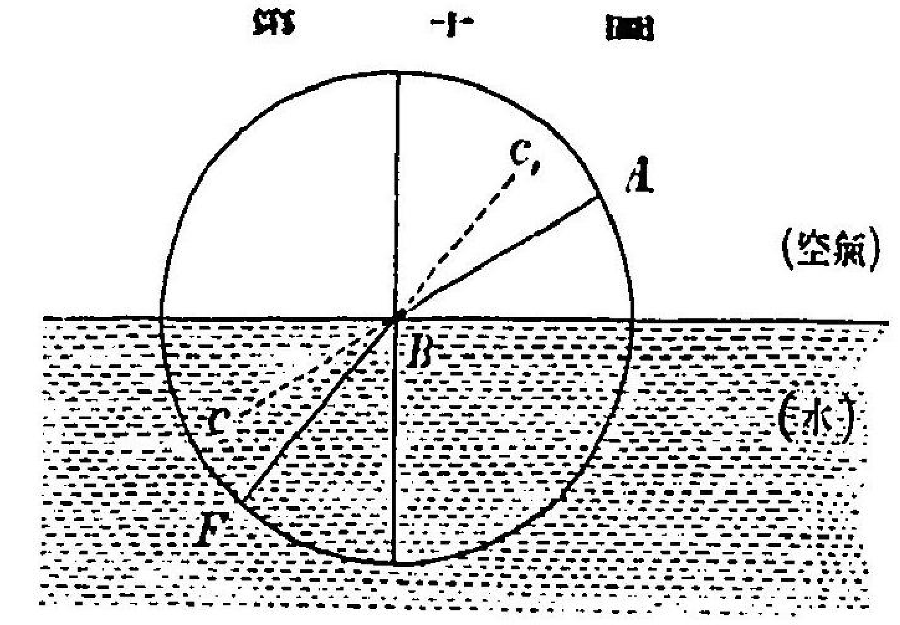
$$\frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{\dfrac{f_1}{F_1} - 1}{1} = -1$$

$$\therefore \quad \beta_1 = \beta_2$$

若シ光線ガ境界面ニ斜ニ投射シ來ルトスレバ光點ノ推移ヲ來ス。

例バAヲ空氣中ニアル人間ノ眼トシ、Fヲ水中ニアル魚ノ眼トスレバAハFヲABノ延長線BCノ内ニ見、FハAヲFBノ延長線Bc_1ノ内ニ見ルガ如シ(第十圖)。

第十圖

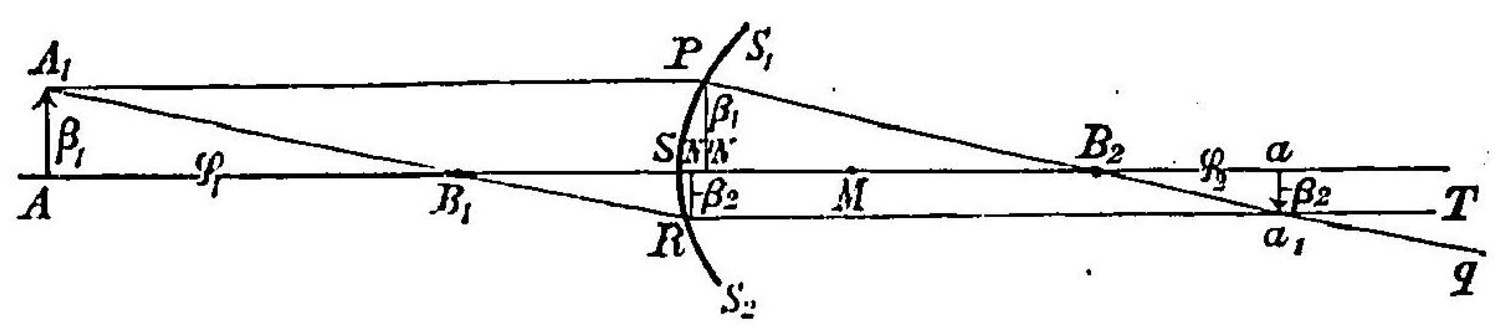


§. 11. 像の圖法 Construction des Bildes.

第一 AA_1 ハ物體ニシテ主軸ニ垂直ナリ、
今 A_1 ヨリ次ノ二線出ヅ (第十一圖)、

1. A_1P 主軸ニ平行ニ走リ屈折後 B_2 點ヲ通過シテ Pq ノ方向ニ進ム (§. 3.)
2. A_1R 屈折前ニ B_1 ヲ通過シ屈折後主軸ニ平行シテ RT ノ方向ニ進ム。

第 十 一 圖



二ノ屈折光線 Pq 及 RT ハ a_1 ニテ相會ス、コノ點ニ於テ A_1 ヨリ出デ S_1S_2 ノ面ニ投射セル凡テノ光線ハ相會スベシ、卽チ a_1 ハ A_1 ノ像ナリ。

今垂直線 a_1a ヲ主軸上ニ下ス時ハ A_1A AM ニ垂直ナルガ故ニ a ハ A ノ像ナリ。次ニ PN 及ビ RN' ナル垂直線ヲ主軸上ニ下ス時ハ

$$PN \;\#\; AA_1 = \beta_1$$

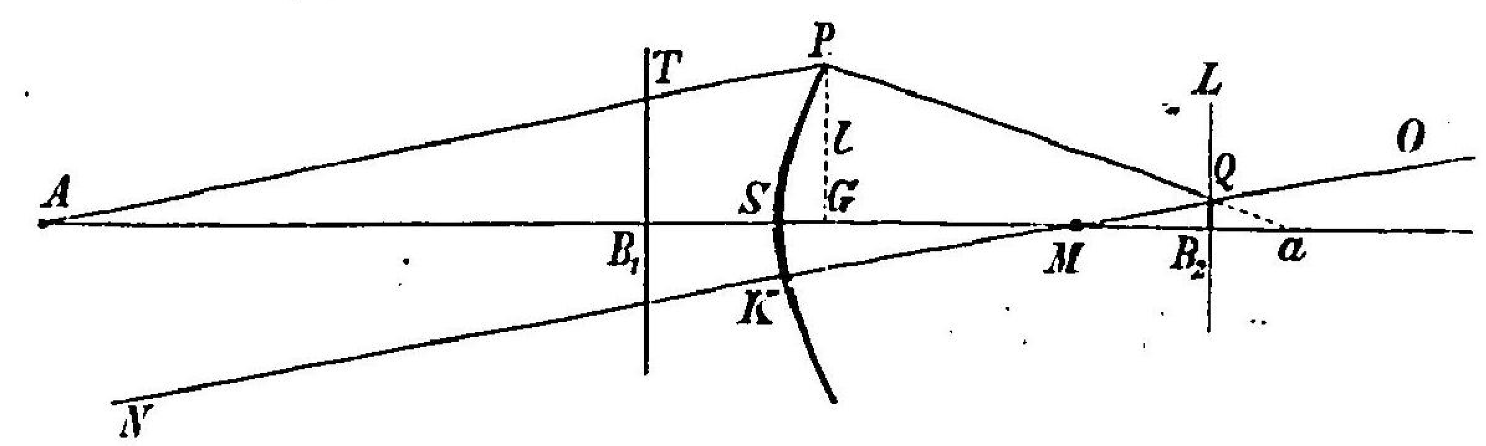
$$RN' \;\#\; aa_1 = -\beta_2$$

$$\triangle AA_1B_1 \backsim \triangle N'RB_1 \quad \therefore \quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1}.$$

$$\triangle PNB_2 \backsim \triangle aa_1B_2 \quad \therefore \quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{F_2}{\varphi_2}$$

第二 AP ハ隨意ノ投射線ナリ、如何ニ屈折セラルベキカ？

第 十 二 圖



M ヲ通シテ NO ヲ AP ニ平行ニ作ル時ハ ($NO \# AP$) 第二主燒面 B_2L ヲ Q 點ニテ截ルベシ、然ラバ PQ ハ求ムル所ノ屈折線ナリ。
證明 平行ナル投射線 AP, NK ハ第二主燒面ノ一點ニ於テ會スベシ (§. 8.) 就中 Q 點ニ於テス。コレ NM ナル線ハ境界球面ノ中心點ヲ通過シテ球面ニ對シテハ垂直ニ投射スルガ故ニ屈折セラルヽコトナケレバナリ。

$$B_2Q = x \quad , \quad PG = l$$

A ニ物體アレバソノ像ハ a ニアルベシ。

$$\triangle aQB_2 \backsim \triangle aPG$$

$$\frac{QB_2}{PG} = \frac{aB_2}{aG} = \frac{aS - B_2S}{aS} = \frac{f_2 - F_2}{f_2}$$

$$QB_2 = x \qquad PG = l$$

$$\therefore \quad \frac{x}{l} = \frac{f_2 - F_2}{f_2}$$

$$f_2 - F_2 = \frac{f_2F_1}{f_1} \qquad \text{(§. 4. 式 IVb)}$$

$$\therefore \quad x = \frac{lF_1}{f_1}.$$

§. 12. $\dfrac{f_1}{f_2}$, $\dfrac{g_1}{g_2}$, $\dfrac{\varphi_1}{\varphi_2}$ 間ノ關係

$$1)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{F_1}{f_2 - F_2} \cdots\cdots\cdots\cdots (\text{§. 4. 式 IVb})$$

$$2)\quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{F_2}{f_2 - F_2} \cdots\cdots\cdots\cdots (\text{§. 10. 式 XI})$$

1) ヲ 2) ニテ除スル時ハ

$$3)\quad -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2} \cdots\cdots (\text{§. 5. 式 V})$$

$$4)\quad \frac{n_2\, f_1}{n_1\, f_2} = -\frac{\beta_1}{\beta_2}$$

$$5)\quad \frac{g_1}{g_2} = -\frac{\beta_1}{\beta_2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{§. 8. 式 IX})$$

$$\textbf{XIIa)}\quad \frac{g_1}{g_2} = \frac{n_2\, f_1}{n_1\, f_2} \quad \text{或ハ} \quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1\, g_1}{n_2\, g_2}$$

次ニ

$$\left.\begin{aligned} 6)\quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} &= \frac{\varphi_1}{F_1} \\ 7)\quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} &= \frac{F_2}{\varphi_2} \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{§. 9. 式 X})$$

6) ニ 7) ヲ乘ズル時ハ

$$8)\quad \left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2 = \frac{\varphi_1\, F_2}{\varphi_2\, F_1} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdot \frac{n_2}{n_1} \cdots (\text{§. 5. 式 V})$$

$$9)\quad \left(\frac{\beta_1}{\beta_2}\right)^2 = \left(\frac{g_1}{g_2}\right)^2 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (\text{§. 8. 式 IX})$$

$$10)\quad \left(\frac{g_1}{g_2}\right)^2 = \frac{n_2\, \varphi_1}{n_1\, \varphi_2} \quad \text{或ハ}$$

$$\textbf{XIIb)}\quad \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{n_1}{n_2}\left(\frac{g_1}{g_2}\right)$$

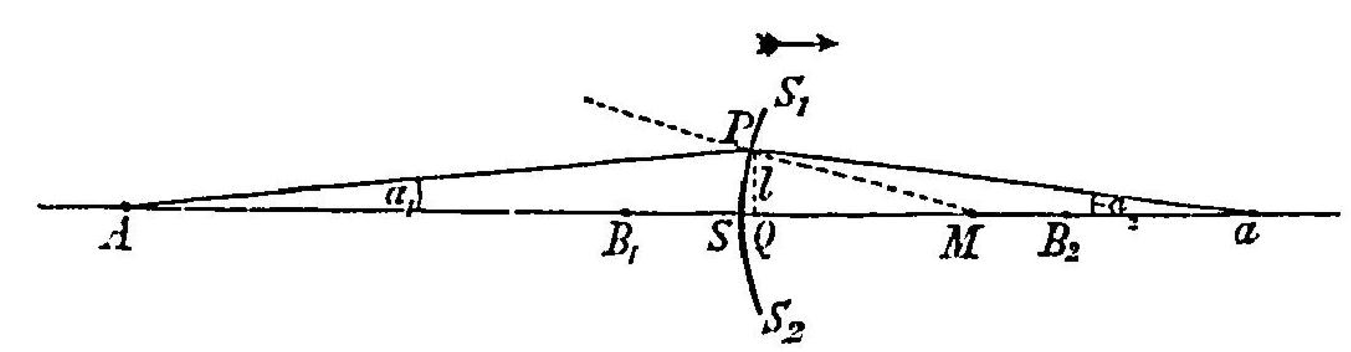
XIIa. ニヨレバ

$$11)\quad \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{n_1}{n_2}\left(\frac{n_2\, f_1}{n_1\, f_2}\right)^2 = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2.$$

$$\textbf{XIIc)}\quad \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{n_1}{n_2}\left(\frac{g_1}{g_2}\right)^2 = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2.$$

§. 13. 分離角 Divergenzwinkel.

第十三圖



投射光線 AP ハ主軸ト分離角 $\llcorner PAM = \llcorner \alpha$ ヲナス、屈折光線 PA a ハ $\llcorner PaM = -\llcorner \alpha_2$ ヲナス。コノ負號ハ主軸ニ對シテ反對ノ位置ヲトルヲ示ス。

$$1)\quad \alpha_1 = \frac{l}{f_1}$$

$$2)\quad -\alpha_2 = \frac{l}{f_2}$$

$$3)\quad -\frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

$$4)\quad -\frac{n_1\, \beta_1}{n_2\, \beta_2} = \frac{f_1}{f_2} \cdots\cdots\cdots (\text{§. 12. 式 IV ニヨリテ})$$

5) $\dfrac{n_1\ \beta_1}{n_2\ \beta_2} = \dfrac{\alpha_2}{\alpha_1}$ 或ハ

XIII) $n_1\ \alpha_1\ \beta_1 = n_2\ \alpha_2\ \beta_2$

(Lagrange の定則)

§. 14. 記號ノ選擇

I ヨリ **XIII** 迄ノ公式ハ特別ナル場合ヨリ導キ來レルモノナレドモ投射角ノ小ナルコトヲ除クノ外ハ毫モ制限セラルヽ所ナク一般ニ應用スベキモノナリ。

但シコノ式ヲ公式トセンニハ記號ヲ單ニ正號ノミヲ用キズシテ負號ヲモ用キザルベカラズ、コレ或ル數ガ漸次減ジテ零ヨリ小トナルコトアレバナリ。

§. 15. n_1 n_2 ノ記號

公式 $n_1 = \dfrac{c}{c_1}$ $n_2 = \dfrac{c}{c_2}$ (定義第一章參照)ニ於テ c ハ空間ニ於ケル光ノ速力ヲ示スモノニシテ c_1 及ビ c_2 ト云フハ透明體 I 及ビ II ニ於ケル速力ナリ。

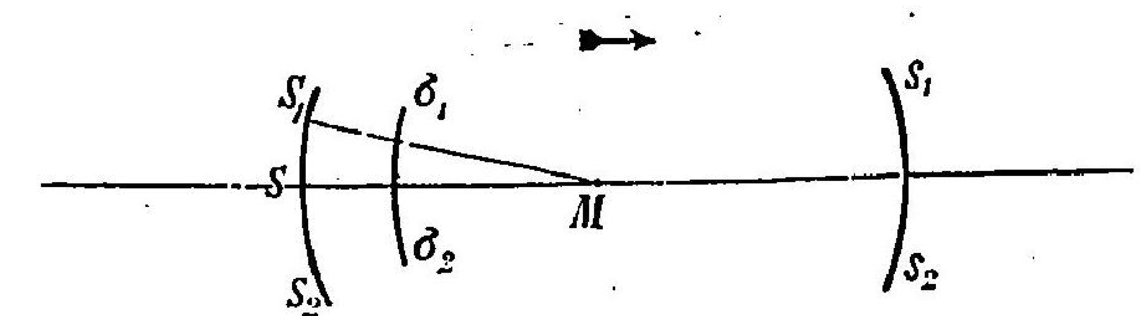
n_1 及ビ n_2 ハ常ニ正數ナリ。[1]

§. 16. R ノ記號

$SM = R$ 若シ球面 S_1S_2 ガ投射光線ニ對シテコノ凸面ヲ向クル時ハ R ヲ正數トス。S 若シ M ニ接近シ來ル程 R ハ其數ヲ減ズ

[1] 負數ノ速力トハ光線カソノ光道ヲ復歸スルヲ云フ、卽チ屈折ニ際シテ現レズシテ鏡面ニ映スル時ニ之ヲ見ル。
鏡ニテ映スコトハ $n_2 = -n_1$ トシテノ屈折ト見ルベキナリ。
屈折ノ定則ハ $n_1 \sin \alpha_1 = n_2 \sin \alpha_2$
コレハ $n_1 \sin \alpha_1 = -n_1 \sin \alpha_2$
或ハ $\alpha_1 = -\alpha_2$
コレ卽チ鏡映ノ定律 Gesetz der Spiegelung ナリ。

第十四圖



例バ S_1S_2 ガ $\sigma_1\sigma_2$ トナレルガ如シ、若シ S M ト相合スル時ハ $R = 0$ トナリ、S 若シ尙同ジ方向ニテ進ム時ハ (⟹ ノ方向ニテ) R ハ負數トナル、卽チ光線ハ球面ノ凹面 $s_1 s_2$ ニ投射スルコトヽナルベシ。

§. 17. F_1 及ビ F_2 ノ記號

a) **正號系統** 或ハ **集光系統** Positive oder lichtsammelnde Systeme.

$$F_1 = \frac{n_1\ R}{n_2 - n_1} \quad 及ビ \quad F_2 = \frac{n_2\ R}{n_2 - n_1} \ \ldots.(§.\ 3.\ 式\ \mathbf{II.\ III.})$$

$\dfrac{F_1}{F_2} = \dfrac{n_1}{n_2}$ ナルガ故ニ F_1 若シ正數ナレバ F_2 ハ正數ナリ。(§. 15. 參照)。負數ナレバ負數ナリ。

I. R 及ビ $(n_2 - n_1)$ ガ正數ナレバ F_1 ハ正數ナリ。卽チ球面ノ凸ガ投射光線ニ向ヒ、加之、第二媒體ハ第一媒體ヨリ光學的ニ稠密[1]ナレバ F_1 ハ正數ナリ。

[1] §. 15. ニアルガ如ク n_1 及ヒ n_2 ヲ屈折率トシ c_1 及ヒ c_2 ヲ媒體內ノ光ノ速力トスレハ、c ハ空間內ノ光ノ速力ナルガ故ニ

$$n_1 = \frac{c}{c_1} \qquad n_2 = \frac{c}{c_2}.$$

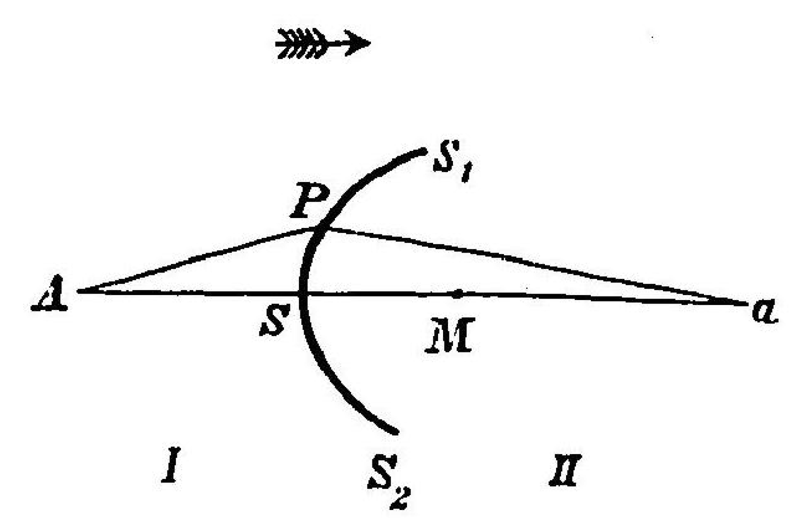
而シテ光學的稠密ナリト云フ程ソノ內ヲ走ル光ノ速力少キモノナレバ

$$n_2 - n_1 = 正數$$
$$n_2 > n_1$$
$$c_2 < c_1$$

$c_1 > c_2$ 卽チ第一媒體內ノ速力ハ第二媒體內ノ速力ヨリ大ナリ、コレ卽チ第一媒體ハ第二媒體ヨリ密度小ナリ。

II. R 及ビ (n_2-n_1) ガ同時ニ負數ナレバ F_1 ハ 正數ナリ。コノ第二ノ場合ハ第一ノ場合ト同ジニシテ唯ダ反對ノ方向ニ光線ノ走ルヲ要ス。a 光源ニシテ A 像點ヲナス。換言スレバ次ノ如ク云フコトヲ得ベシ「**球面ハソノ穹窿ヲ稀薄ナル媒體ニ向クル時ハ正號ニ作用ス**」。

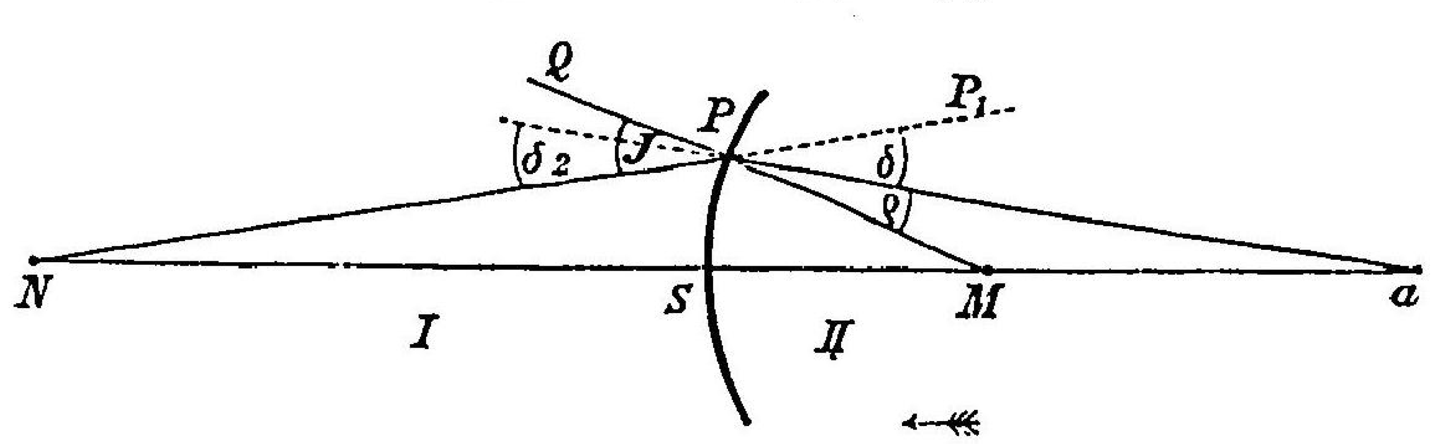
第　十　五　圖



正號ノ球面ニテ屈折セラルヽヤ投射光線 AP ハ軸ノ方ニ近ヨリ Pa ノ方向ニ轉向セラル。
A ヨリノ光線ハ凡テ a ニ於テ相會スルカ或ハ相集合ス故ニ正號系統ヲ集光系統ト云フ。又同ジク a ヨリノ光線ハ A ニ集合ス。集光ノ性質ハ光線投射ノ方向ニ關セズ。

§. 18.　**轉向角** Ablenkungswinkel.

第　十　六　圖



投射光線 NPP_1 ト屈折光線 Pa トノ間ニナル角ヲ

轉向角 Ablenkungswinkel ト云フ。

$$\llcorner NPQ = J \quad \text{投射角}$$
$$MPQ \qquad \text{垂直線}$$
$$\llcorner MPa = \rho \quad \text{屈折角}$$

1) $\delta = J - \rho$ ....(定義ニヨル)

2) $\rho = \dfrac{n_1 J}{n_2}$ ....(§.1. 式 1) $n_1 J = n_2 \rho$ ニヨル)

3) $\delta = J - \dfrac{n_1 J}{n_2} = \dfrac{n_2-n_1}{n_2} J.$

$$\textbf{XIVa)}\quad \frac{\delta}{J} = \frac{n_2-n_1}{n_2} = \frac{R}{F_2} \ldots.(\S.\ 3.\ \text{式}\ 4))$$

轉向角ガ投射角ニ於ケル關係ハ定數ニシテ唯ダソノ系統ノ屈折數 Brechungszahl ニノミ關ス。

4) $\delta = J - \rho = \dfrac{n_2}{n_1}\rho - \rho = \left(\dfrac{n_2-n_1}{n_1}\right)\rho.$

$$\textbf{XIVb)}\quad \frac{\delta}{\rho} = \frac{n_2-n_1}{n_1} = \frac{R}{F_1} \ldots.(\S.\ 3.\ \text{式}\ 7))$$

§. 19.

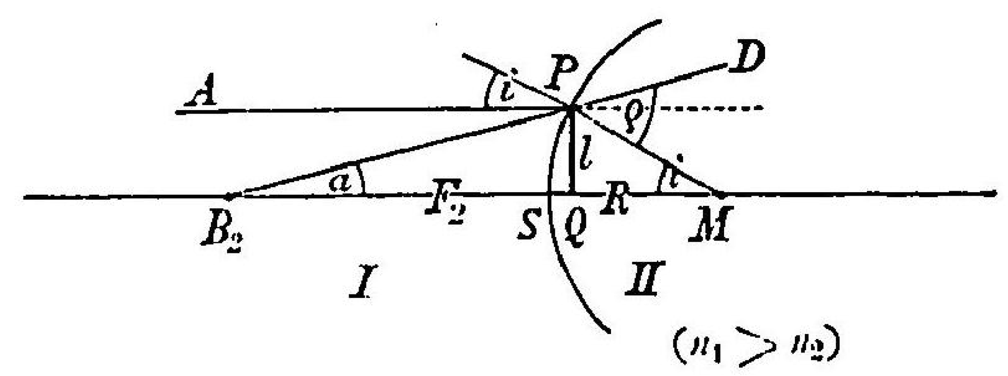
b) **負號系統** 或ハ **散光系統** Negative oder lichtzerstreuende Systeme.

球面ノ凹窪ガ光學的稀薄ナル媒體ニ向ヘル時ハ F_1 ハ負號ニシテ F_2 モ又負號ナリ。幾何學的ニ負號 F_2 ト云ヘバ光線ノ進ム方向ニ於テ B_2 ガ S ヨリ前ニ位スルヲ云フ。

第二媒體ガ光學的稀薄ニシテ $(n_1 > n_2,\ n_2 - n_1$ 負數$)$ AP ヲ任意ノ主軸ニ平行ニシテ且ツ之ニ近寄レル光線ナリトスレバ媒體

II ハ I ヨリモ稀薄ナルガ故ニコノ AP ハ垂線 PM ヨリ遠ゲラレテ PD ノ方向ヲトル、コレヲ後方ニ延長スル時ハ主軸ヲ B_2 ニテ截ルベシ、コノ時 $B_2S = F_2$ ナリ。

第十七圖



1） $n_1 i = n_2 \rho$ 即チ $\rho = \frac{n_1}{n_2} i \ldots\ldots (\rho > a)$

2） $\rho = i + a$ 或ハ $i - \rho = -a$

3） $i - \frac{n_1}{n_2} i = -a$

4） $\left(\frac{n_2-n_1}{n_2}\right) i = -a$

5） $\left(\frac{n_2-n_1}{n_2}\right)\frac{l}{R} = -\frac{l}{F_2}$

I $-F_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$

コレニテハ R ハ正號ニシテ (n_2-n_1) ハ負號ナリ。今 R ヲ負號トシテ n_1 n_2 ヲトリ換ユル時ハ F_1 ヲ得ベシ。

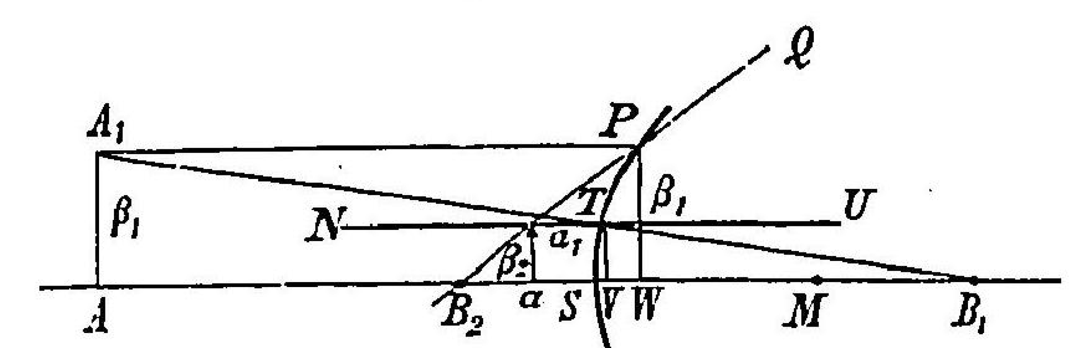
II $-F_1 = \frac{-n_1 R}{n_1-n_2} = \frac{n_1 R}{n_2-n_1}$

或ハ F_2 ト同様ニシテ作ルベシ。

§. 20. 負號系統ニ於ケル像距ト像大トノ方程式 Die Gleichungen der zusammengehörigen Bild-Fernen u. -Grössen für negative Systeme.

A AA_1 ハ物體ニシテ主軸ニ平行ナル線 A_1P ハ屈折ノ後……B_2 ヲ通リテ……PQ ノ方向ニ走ル。A_1 ヨリ B_1 ニ引ケル線 A_1B_1 ハ屈折後ニ主軸ニ平行ニ即チ TU ノ方向ニ走ル。

第十八圖



PQ TU ナル屈折線ヲ後方ニ延長スル時ハ a_1 ニ於テ相會スベシ、コノ點ハ A_1 ノ像點タリ。次ニ a_1 T P ヨリ主軸ニ垂直線ヲ下シ V W ノ二點 S ニ甚ダ近接セルモノナリトスル時ハ

1） $\frac{AA_1}{TV} = \frac{AB_1}{SB_1}$ 或ハ $\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1}$

2） $\frac{PW}{a a_1} = \frac{SB_2}{a B_2}$ 或ハ $\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{F_2}{\varphi_2}$

3） $\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2}$

4） $\varphi_1 \varphi_2 = F_1 F_2$

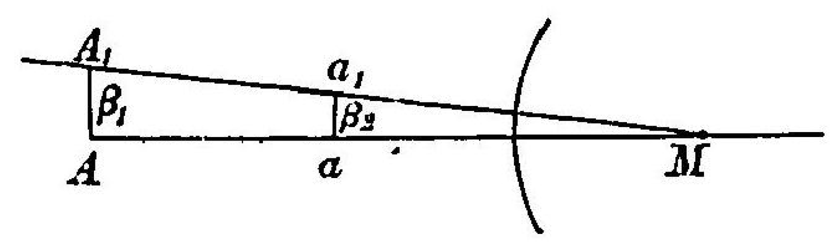
3） ハ正號系統ノモノヨリ作ルコトヲ得ベシ。**§. 9.** ノ式 **X** $-\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2}$ ニ於テ F_1 F_2 ヲ負號トセルモノナリ。負號系統

ニテハ φ_1 正號ナレバ卽チ物體ガ B_1 ノ前ニ位スレバ像ハ眞直ナリ。

4) ハ正號系統ノモノ．(§. **6.** 式 **VII** „$\varphi_1\varphi_2 = F_1 F_2$") ト同ジ。故ニコノ式ハ正負ニ共通セル式ニシテ便利ナルモノナリ。

B AA_1......物體 aa_1....像トスレバ A_1M ハ垂直ニ投射スルガ故ニ轉向セラレズ、且ツ又像點 a_1 ヲ通過スベシ、

第十九圖

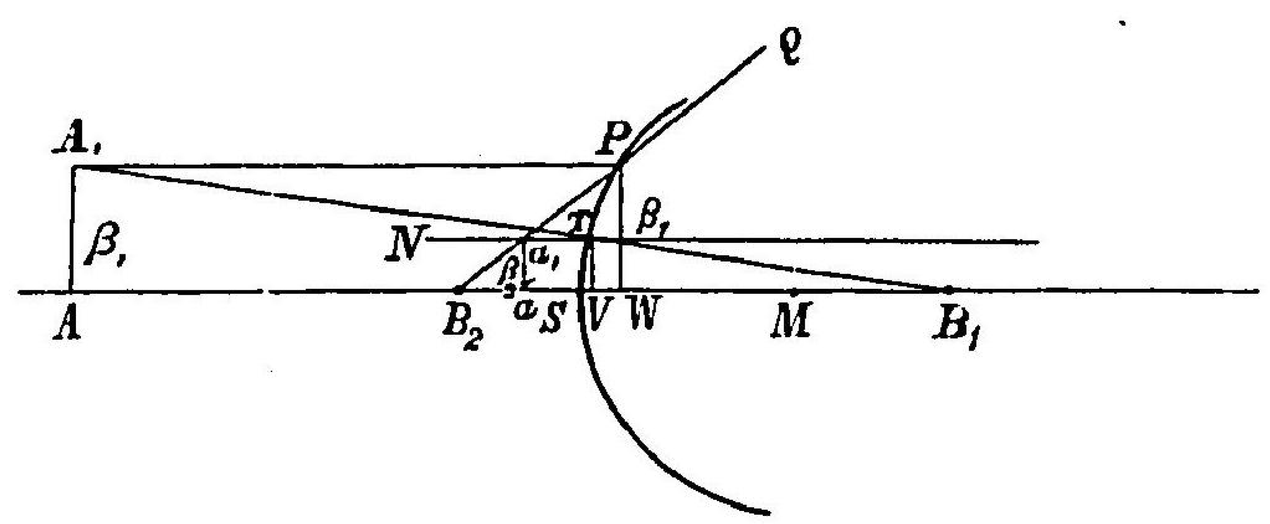


$$5)\quad \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{y_1}{y_2}$$

コノ式ハ正號系統ノモノ (§. **8.** 式 **IX** „$\frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{y_1}{y_2}$") ノ y_2 ヲ負號ニセルモノナリ。

第二十圖

C



$$6)\quad AS = f_1 = AB_1 - SB_1 = \varphi_1 - F_1\text{；或ハ } \varphi_1 = f_1 + F_1.$$

$$7)\quad aS = f_2 = B_2S - B_2a = F_2 - \varphi_2\text{；或ハ } \varphi_2 = f_2 + F_2.$$

3) ニヨリテ

$$8)\quad \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{f_1+F_1}{F_1} = \frac{F_2}{F_2-f_2}$$

コノ式ノ末ノ二節ヨリ次ノ式ヲ得ベシ

$$F_2 - f_2 = \frac{F_1 F_2}{f_1+F_1} \quad \text{或ハ}$$

$$9)\quad -f_2 = \frac{-f_1 F_2}{(f_1+F_1)}.$$

コノ式ハ正號系統ニ於ケルモノ (§. **4.** 式 **IVa** „$f_2 = \frac{f_1 F_2}{f_1+F_1}$") ニ $F_1 F_2$ ヲ負號トセルモノナリ。

$$10)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{f_1+F_1}{F_2} \text{............ 9) ニヨリテ}$$

$$11)\quad \frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{f_1+F_1}{F_1} \text{............ 8) ニヨリテ}$$

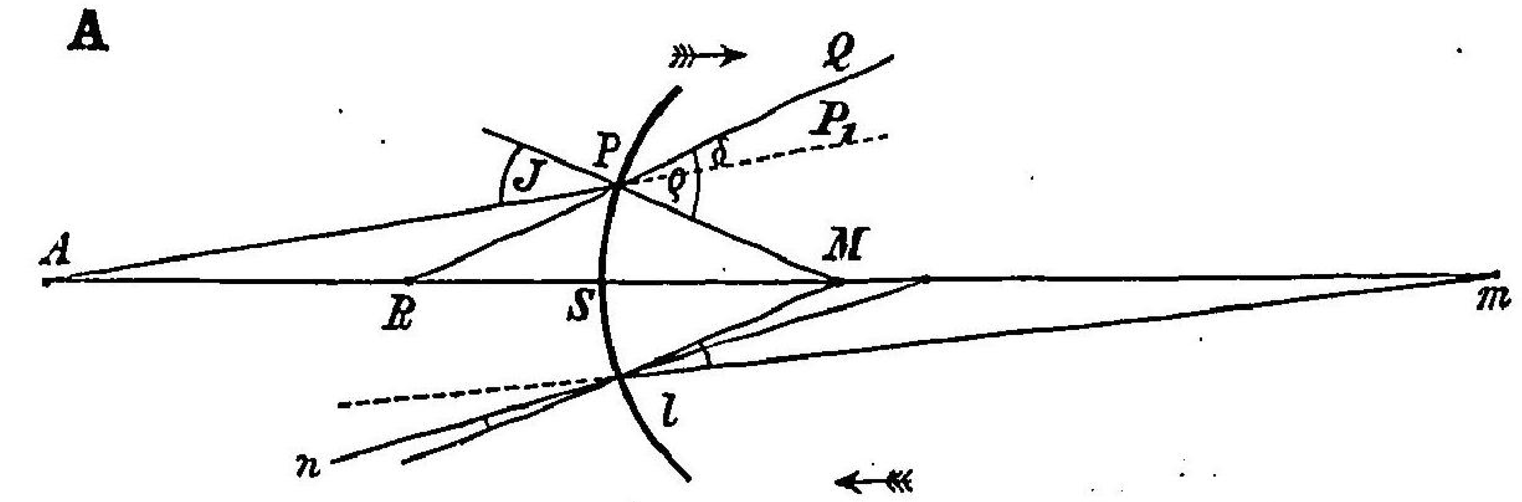
$$12)\quad \frac{f_1 \cdot \beta_2}{f_2 \cdot \beta_1} = \frac{F_1}{F_2} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{或ハ}$$

$$13)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{n_1 \beta_1}{n_2 \beta_2}.$$

§. 21. 負號系統ニ於ケル轉向角及ビ分離角 Ablenkungs- u. Divergenz-winkel in negativen Systemen.

第二十一圖

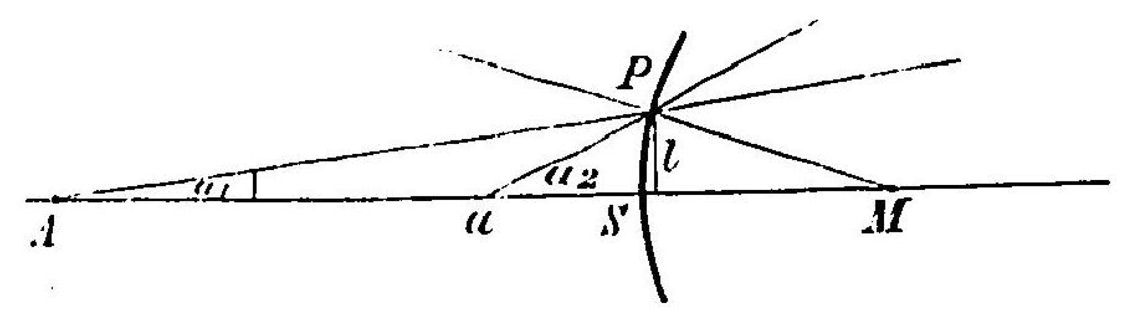
A



第二媒體光學的稀薄ナルガ故ニ $\rho > J$ ニシテ $\delta = J - \rho$ ハ負號トナル、卽チ光線ハ屈折セラルヽヤ主軸ヨリ遠ル、AP ハ PQ ノ方向ヲトル。廣リツヽ投射セル光線圓錐 Strahlenkegel ハ屈折後更ニ廣ゲラルヽ。同樣ニシテ光線ノ走行ヲ反對ニスル時集リツヽ來レル光線束 ($QP\ MS$) ハ屈折後集リ方弱メラルヽ、卽チ R ニ會セズシテ A ニ於テ相會スベシ。

B 負號系統ニテハ分離角ハ主軸ニ對シテ同ジ位置ヲトル。

第二十二圖



$AS = f_1$ $\qquad$ $aS = f_2$

$$1)\quad \frac{l}{f_1} = \operatorname{tang} \alpha_1 = \alpha_1$$

$$2)\quad \frac{l}{f_2} = \operatorname{tang} \alpha_2 = \alpha_2$$

1) ヲ以テ 2) ヲ除スル時ハ

$$3)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

$$4)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\beta_1}{\beta_2} \cdot \frac{n_1}{n_2} \ldots\ldots\ldots\ldots (\S.\ 2.\ 式\ 13.)$$

$$5)\quad \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{\beta_1\, n_1}{\beta_2\, n_2}$$

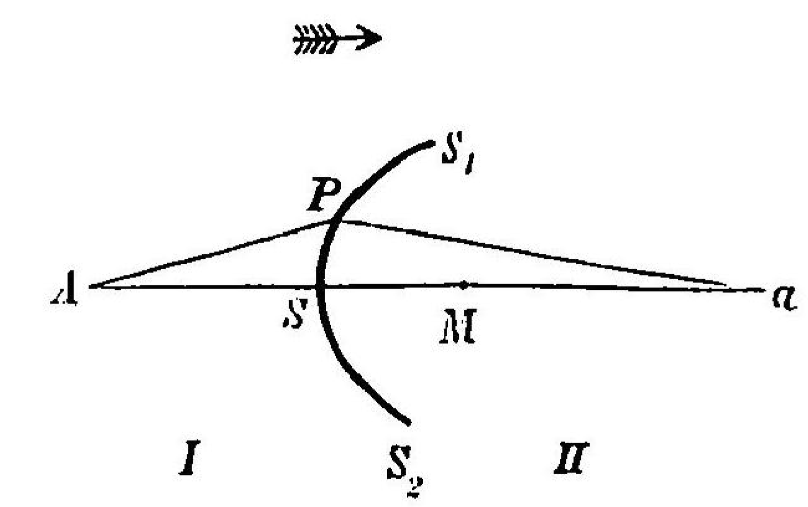
$$6)\quad \underline{n_1\, \alpha_1\, \beta_1 = n_2\, \alpha_2\, \beta_2}$$

$n_1 \alpha_1 \beta_1 = n_2 \alpha_2 \beta_2$ ハ正號系統ニ於ケルモノト全ク相同ジ。故ニコノ式ハ境界球面一個ノ時ハ正負何レヲ問ハズ有效ナル式ナリ。

§. 22. f_1 及 f_2 , g_1 及 g_2 , φ_1 及 φ_2 ノ記號

$f_1 = AS$ 第一媒體ヨリ投射シ來ル光線ノ道ニ於テ A ガ S ノ前ニ位スル時ハ正號トス。

第二十三圖



A ガ S ニ近接シ來ル程 f_1 ハ減ジ來リ AS ト會スル時ハ $f_1 = 0$ トナル、然シテコノ際ハ

$$f_2 = \frac{f_1 F_2}{f_1 - F_1}$$

ナルガ故ニ、$f = 0$ トナル。卽チ S ニ於テ物體ト像ト相合ス。……… S ヨリノ光線ハ兩媒體內ニ屈折セラルヽコトナクシテ放射セラル………卽チ種々ナル速力ヲ有シテ。

A 更ニ動イテ S ヲ超スヤ $f_1 < 0$ 卽チ負號トナル。A ガ M ト合スルヤ $f_1 = -R$ 卽チ $= -(F_2 - F_1)$ 故ニ $f_2 = +R$.

カクシテ M 點ニ於テ光點及ビ像點相合スルヤ凡テ M ヨリ出ル光線ハ球面ニ垂直ニ走リ、コヽニテ屈折セラレズシテ他ノ媒體ニ進ムベシ。

$f_2 = Sa$ 第一媒體ヨリ第二媒體ニ光線ノ進ム時 a ガ S ノ後ニアル時ハ正號ナリトス。aS ト合スル時ハ $f_2 = 0$ トナリ、a ガ第一媒體內ニ入ルヤ負號トナル。

f_1 ト同樣ニ g_1 及ビ φ_1 ハ取扱ハルベク只ダ M ガ g_1 ニ對シテ B_1 ガ φ_1 ニ對シテ零ヲナスノミ。

§. 23. 主焼點方程式ノ吟味 Discussion der Hauptbrennpunktgleichungen.

系統ノ已知數ナル兩主燒點距離 (F_1 及 F_2) ト物體ノ距離及ビ大 (φ_1 及ビ β_1) ガ與ヘラレテ像ノ距離及ビ大 (φ_2 及ビ β_2) ヲ求ム。

$$\varphi_1 \varphi_2 = F_1 F_2 \quad \text{或ハ} \quad \varphi_2 = \frac{F_1 F_2}{\varphi_1} \quad (\S.\ 6.\ \text{式 VII. VIIa})$$

$$-\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2} \quad (\S.\ 9.\ \text{式 X})$$

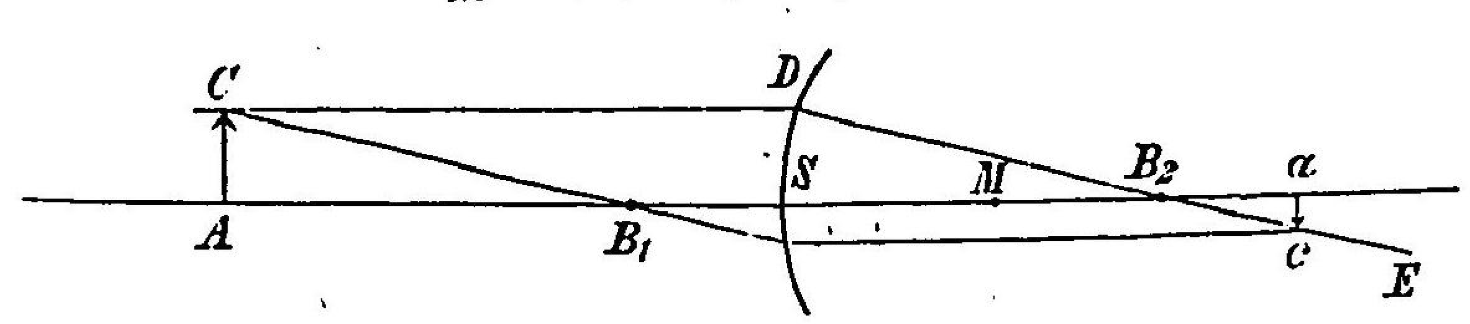
ノ式ニ由リテ計算スルコトヲ得ベシ。

$-\frac{\beta_1}{\beta_2}$ ハ本來ノ像ノ大ノ比ナリ、$-\frac{\beta_2}{\beta_1}$ ハ逆比ナリ。

φ_1 ガ $+\infty$ ヨリ 0 迄、0 ヨリ $-\infty$ 迄變化スルニ從フテ φ_2 ハ 0 ヨリ $+\infty$, $-\infty$ ヨリ 0 迄變化ス、而シテ各〻同ジ價ヲ再ビスルコトナシ。次ニ $-\frac{\beta_1}{\beta_2}$ ハ φ_1 ニ正比シテ $+\infty$ ヨリ 0 迄、0 ヨリ $-\infty$ 迄變化ス。

物體ガ無限距離ヨリ AC ノ處迄近ヨリ來レバソノ像ハ B_2 ヨリ a ニ迄移動ス、而シテソノ大ハ

第二十四圖



0 ヨリ ac ニ迄變化ス。像點 c ハ常ニ直線 DB_2E ノ内ニアレバナリ。

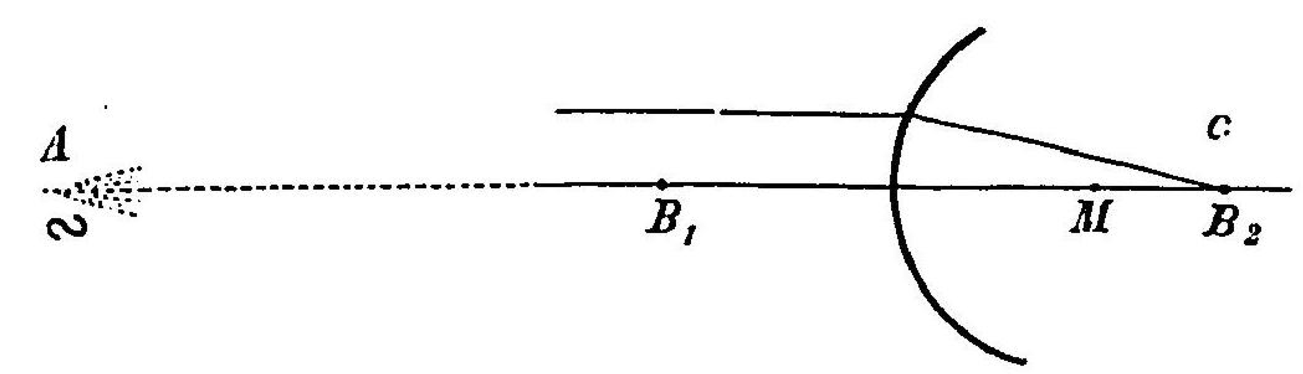
φ_1	φ_2	$-\frac{\beta_1}{\beta_2}$	$-\frac{\beta_2}{\beta_1}$	注　　意
$+\infty$	0	$+\infty$	0	
$+F_2$	$+F_1$	$\frac{F_2}{F_1} = \frac{n_2}{n_1}$	$\frac{n_1}{n_2}$	像ノ大ト物體ノ大トハ同シニシテ正號系統ニテハ唯タ反對ニ向フ、
$+F_1$	$+F_2$	$+1$	$+1$	
0	$+\infty$	0	$+\infty$	
$-F_1$	$-F_2$	-1	-1	像ノ大ト物體ノ大トハ同シニシテ同シニ向フ（正號系統ニテハ）
$-F_2$	$-F_1$	$-\frac{F_2}{F_1} = -\frac{n_2}{n_1}$	$= -\frac{n_1}{n_2}$	
$-\infty$	0	$-\infty$	0	

§. 24. 固有對點或ハ原基對點 Die charakteristischen oder fundamentalen Punktpaaren.

主軸ニアル相關セル對點 zusammengehöriges Punktpaar ハ無數ニアレドモコノ内固有ナル或ハ原基トナルベキ點ヲ說カン。

1) $-\frac{\beta_1}{\beta_2} = +\infty$ ノ條件ヲ有スル時

第二十五圖



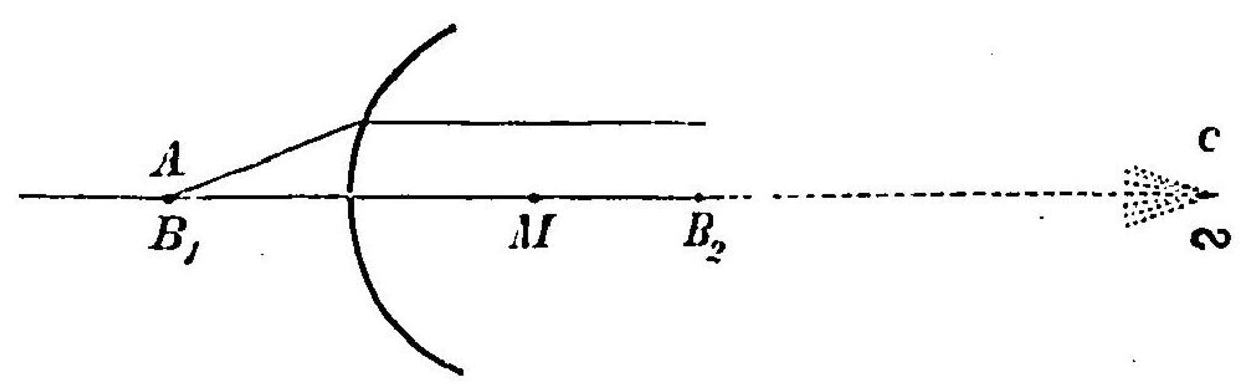
$\varphi_1 = +\infty \quad \varphi_2 = 0$

卽チ $\varphi_1 = +\infty$ ニシテ $\varphi_2 = 0$ ナリ。
光點 (A) 無限距離ニアリ、像點 (c) 第二主燒點ニ合セル場合ナリ。
故ニ無限ノ距離ニアル主軸ノ前端 (A) ト第二主燒點 (B₂) (=c) ト

ニテ一對ヲナス。

2) $-\frac{\beta_1}{\beta_2}=0$ ノ條件ヲ有スル時、

第二十六圖

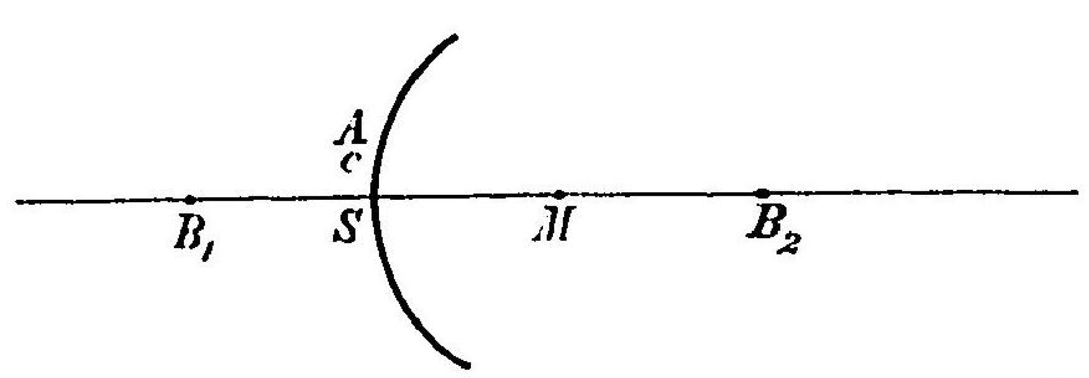


$\varphi_1=0$ $\varphi_2=\infty$

即チ $\varphi_1=0$ ニシテ $\varphi_2=\infty$ ナリ。
光點 (A) 第一主焼點 (B_1) ト合シ像點無限距離ニアル場合ナリ、故**ニ第一主焼點 (B_1) ト無限ノ距離ニアル主軸ノ後端 (c) トニテ一對ヲナス、**

3) $-\frac{\beta_1}{\beta_2}=-1$ 即チ $\beta_1=\beta_2$ ノ條件ヲ有スル時

第二十七圖



$\varphi_1=-F_1$ $\varphi_2=-F_2$

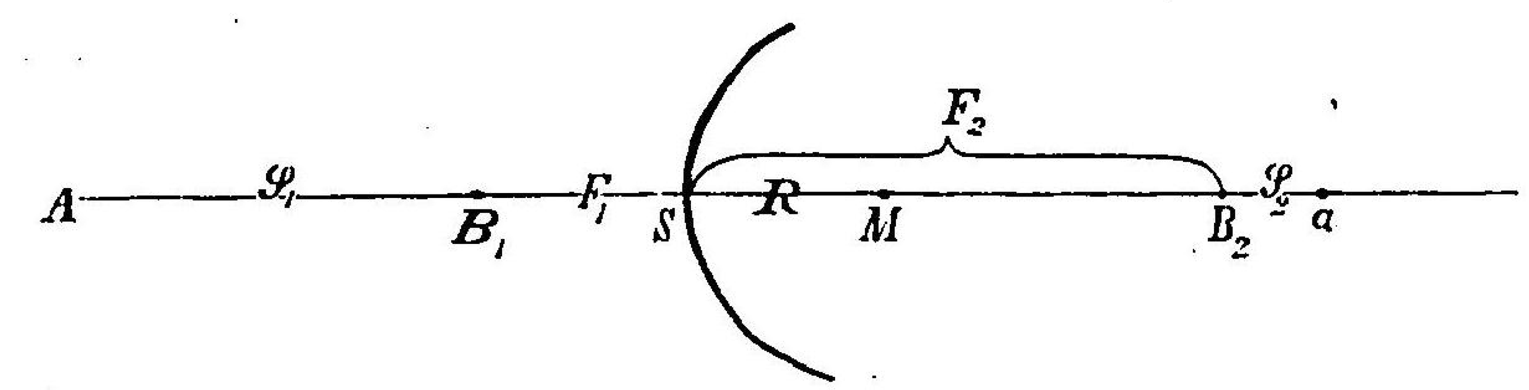
物體ノ大ト像ノ大ト同シ大ニシテ同樣ニ向ケル場合ナリ、
コレニ由テ相關セル對點ヲ得ベク、之ヲ **主點** Hauptpunkt des Systems ト稱ス、Gaus 氏ノ發見スル所ナリ。コノ點ニ於テ主軸ニ垂直ナル平面ヲ **主點面** Hauptebene ト云フ。

$-\frac{\beta_1}{\beta_2}=-1$ ナレバ $\varphi_1=-F_1$ ニシテ、$\varphi_2=-F_2$ ナリ。

$\varphi_1=-F_1$ ハ頂點 (S) ヲ意味ス (第六圖參照)、$\varphi_2=-F_2$ モ同シク頂點 (S) ヲ意味ス。即チ**境界球面ノ頂點ハ一點ニテ自個ニ共軛ス、即チ一點ニテ對點ヲナス。**

4) $-\frac{\beta_1}{\beta_2}=-\frac{n_2}{n_1}$ 即チ $\frac{n_1\beta_1}{n_2\beta_2}=1$ ノ條件ヲ有スル時

第二十八圖



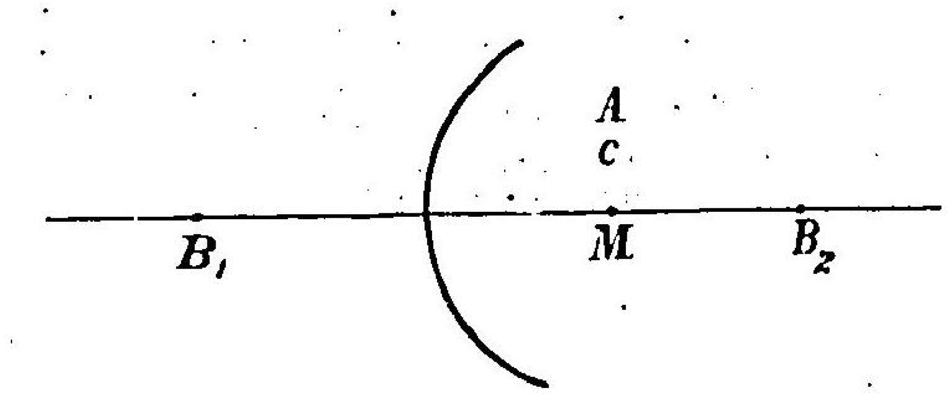
§. **13.** 式 5) $\frac{n_1\beta_1}{n_2\beta_2}=\frac{u_2}{u_1}$ ニヨリテ $u_1=u_2$

即チ**分離角同シ大ニシテ同シ方ニ向ヘル場合**ナリ、コレニ由テ吾人ハ一對ノ相關セル點ヲ得ベシ。Listing 氏ノ發見セル所ニシテコノ點ヲ **結合點** Knotenpunkt des Systems ト云フ、コノ點ニ於テ主軸ニ垂直ナル平面ヲ **結合點面** Knotenpunktsebene ト云フ。

$-\frac{\beta_1}{\beta_2}=-\frac{n_2}{n_1}$ ナル時ハ $\varphi_1=-F_2$ ニシテ $\varphi_2=-F_1$ ナリ。

$\varphi_1=-F_2$ ハ §. **5.** 式 **VI** „$F_2-F_1=R$" ニヨリテ $\varphi_1=-(R+F_1)$ ニシテ球面ノ中心點 (M) ヲ意味ス。
$\varphi_2=-F_1$ モ同樣ナリ。

第二十九圖



故ニ球面ノ中心點 (M) ハ一點ニテ自個ニ共軛シ、卽チ一點ニテ雙點 Doppelpunkt ヲナス、

原基點ノ順序、 凡テノ正號系統ニ於テ原基點ハ第一媒體ヨリ入レル光線ニ對シテ次ノ如キ順序ヲトル。第一燒點最前ニ位シ第二燒點最後ニ位ス。

§. 25. 主燒點距離ノ意義ノ擴張 Erweiterung des Begriffs der Hauptbrennweiten.

a. 物體 $\beta_1 = 1$ ガ任意ナル軸ノ一點ヨリ $-F_1$ ノ長丈移動スル時ハ（F_1 ノ眞ノ價丈 S ノ方ヘノ方向ニ移動スルヲ云フ）直接ノ增加數 Vergrösserungszahl v ハ單位丈ケ增加ス。

1）$\dfrac{\beta_1}{\beta_2} = -\dfrac{\varphi_1}{F_1} = a.$ a ハ任意ノ數ナリ、

2）$\dfrac{\beta_1}{b} = -\dfrac{f_1}{F_1} = a + 1$

f_1 ヲ求ム

3）$-\dfrac{f_1}{F_1} = -\dfrac{\varphi_1}{F_1} + 1 = \dfrac{F_1 - \varphi_1}{F_1}$

$$\frac{f_1}{F_1} = \frac{\varphi_1 - F_1}{F_1}$$

4）$f_1 = \varphi_1 - F_1$

b. 像 β_2 ガ $-F_2$ 丈移動セラルヽ時ハ（F_2 ノ價丈ケ S ヘノ方向ニ移動スルヲ云フ）逆ノ像ノ大ノ比 umgekehrte Bildgrössenverhältniss ハ單位丈ケ加ル。

5）$\dfrac{\beta_2}{\beta_1} = -\dfrac{\varphi_2}{F_2} = \gamma.$ γ ハ任意數

6）$\dfrac{\beta_2}{\beta_1} = -\dfrac{f_2}{F_2} = \gamma + 1.$

7）$-\dfrac{f_2}{F_2} = -\dfrac{\varphi_2}{F_2} + 1 = \dfrac{F_2 - \varphi_2}{F_2}$

8）$f_2 = \varphi_2 - F_2$

(附錄)

鏡面光線反射學　Katoptrik.

Spiegelung an einer Kugelfläche.

球面鏡ノ作用ハ第一理論的ニハ生活眼ノ光學的定数ノ檢査ニ際シテ、第二實地的ニハ檢眼鏡理論ニ於テ要アリ。然シテ屈折球面ノ作用ヨリ直ニ之ヲ理解スルコトヲ得ベシ。

鏡面反射ノ場合ニハ

$$n_2 = -n_1$$

トスレバ凹球鏡ノモノトナルベシ、

§. 1. 式 I　$\frac{n_1}{f_1} + \frac{n_2}{f_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}$ ヨリ

$$\frac{n_1}{f_1} - \frac{n_1}{f_2} = -\frac{2n_1}{R}$$ 或ハ

1)　$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = -\frac{2}{R}$

$f_1 = \infty$ ノ時ハ

2)　$\frac{1}{F} = -\frac{2}{R}$　或ハ　$F = -\frac{R}{2}$

負號焦點ハ S ト M トノ中間ニ位ス。

次ニ §. 7. 式 **X**　$-\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2}$ ヨリシテ

$$\frac{\beta_1}{-\beta_2} = -\frac{\varphi_1}{\frac{1}{2}R}$$ 或ハ

3)　$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{\frac{1}{2}R}$

凹鏡ニテハ　$F = +\frac{R}{2}$　ナリ。

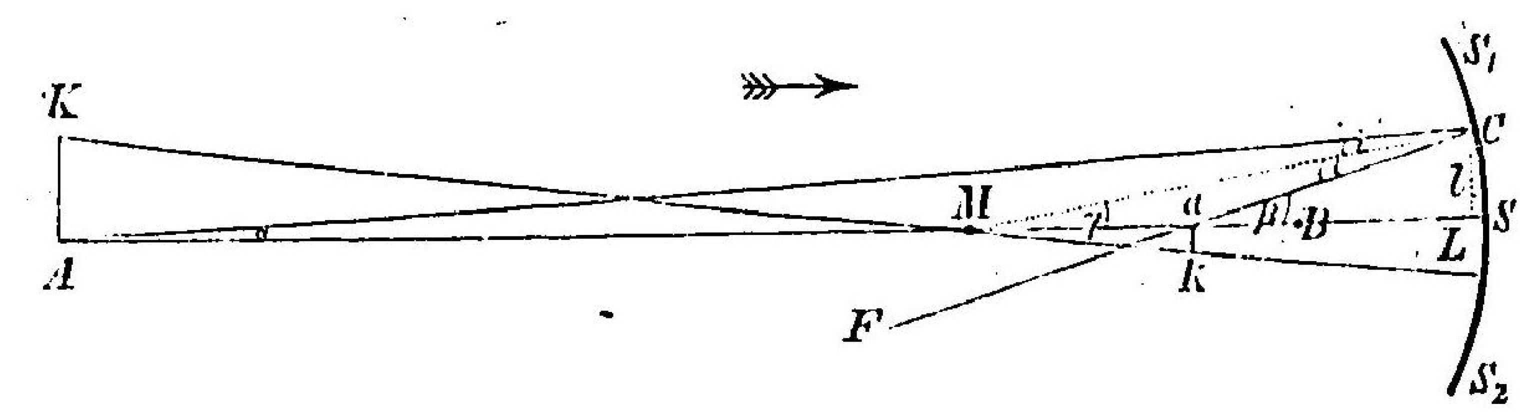
A. 凹球面鏡　Hohlspiegel.

S_1S_2 ハ凹鏡ニシテ小ナル∟開らき⌝ヲ有ス、卽チ $MS = r$ ニ對シテ S_1S_2 ハ甚ダ小ナルモノナリトス（第三十圖）。

MS ハ主軸、A ハ光點、AC ハ任意ノ光線ニシテ甚ダ小ナル投射角ヲ以テ鏡面ニ投射スルモノトスレバ（$\angle ACM = i$ 半徑 MC ハ投射垂直ヲナス）CF ハ反射光線、$\angle MCF = i$ ナリ。[1]

反射光線ハ主軸ヲ a ニ於テ截ル。

第三十圖



$AS = f_1$, $aS = f_2$（光線投射ノ向ニ於テ S ノ前ニ位スル時ハ正號トス）$\angle CAS = \alpha$, $\angle CaS = \beta$, $\angle CMS = \gamma$, $CS = l$ …. C ヨリ主軸上ニ下セル垂直線。

今吾人ハ吾人ノ觀察ヲ殆ンド垂直ニ投射スル光線ニノミ限ラレタリトスル時ハ　i, α, β, γ ノ角ハ凡テ甚ダ小ニシテコレニ代ユルニソノ正弦 Sinus 或ハ正切 Tangent ヲ以テスルコトヲ得ベシ（定義 II）。

---

[1] 反射の定律　1. 投射及ヒ反射光線ハ同一ノ平面内ニアリ、コノ平面内ニ投射垂直ヲ含ム。
2. 投射角ト反射角トハ互ニ相等シ。

然ラバ

1) $\beta = i + \gamma$ 或ハ $i = \beta - \gamma.$

2) $\gamma = i + \alpha$ 或ハ $i = \gamma - \alpha.$

3) $\beta - \gamma = \gamma - \alpha$

4) $\alpha + \beta = 2\gamma$

5) $\frac{l}{f_1} = \frac{l}{f_2} = \frac{2l}{r}$ 或ハ

$$\text{I.} \quad \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{2}{r}$$

故ニ r 及ビ f_1 ガ與ヘラレタル時ハ f_2 ハ定ルベシ。
l ハ式中ヨリ除カレタルガ故ニ l ノ大小ニハ關係スルコトヲ要セズ、凡テ A ヨリ S_1S ノ間（同ジク A ヨリ SS_2 ノ間）ニ投射シ來ル光線ハ鏡面反射ノ後ニハ α ニ於テ相會スベシ、卽チ α ハ A ノ像ナリ。

$f_1 = +\infty$ トスル時ハコレニ由テ生ズル $f_2 = F$ ナリ

$$\frac{1}{F} = \frac{2}{r} \quad \text{或ハ} \quad \text{II.} \; F = \frac{r}{2}$$

焼點 B 卽チ主軸ニ平行ニ投射シ來レル狹キ光線束ノ凡テノ光線ハ彎曲中心點 (M) ト頂點 (S) トノ中間ニ位ス。

II ヲ I ニ入ルヽ時ハ

$$\text{III.} \quad \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F} \quad \text{或ハ} \quad \text{IV.} \; f_2 = \frac{f_1F}{f_1-F}.$$

相關セル光點及ビ像點ノ距離ヲ頂點ヨリ計ラズシテ焼點ヨリ計ル

トスレバ $AB = \varphi_1$ $aB = \varphi_2$ ニシテ

$$f_1 = \varphi_1 + F \quad f_2 = \varphi_2 + F$$

IV ニヨリテ

$$\varphi_2 + F = \frac{(\varphi_1+F)F}{\varphi_1} \quad \text{或ハ} \quad \text{V.} \; \varphi_1\varphi_2 = F_1F_2$$

AK ガ半徑 AM ヲ以テ M ヲ中心トスル小ナル弧ナリトスレバ K ガ副軸 KM ニ於ケルハ A ガ主軸 AM ニ於ケルト全ク相同ジクシテ k ハ K ノ像トナリ $Mk = Ma$ ナリ。

小ナル弧 AK 及ビ aK ハ A 及ビ a ニ於テ主軸ニ垂直ナル直線ナリト觀察スルコトヲ得ベシ。主軸ニ垂直ナル小ナル平面的物體 AK ハ凹鏡ニヨリテ主軸ニ垂直ニシテ物體ニ似タル像 aK ヲ作ルベシ。AK 及ビ aK ハ M 點ニ關シテハ互ニ遠景畫的 perspectivisch ナリ。

$$\frac{AK}{ak} = \frac{AM}{aM}$$

$AM = g_1$, $aM = g_2$, $AK = \beta_1$, $ak = -\beta_2$

（負號ハ主軸ニ對シテ反對ノ位置ニアルニヨル）。

$$\text{VI.} \quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{g_1}{g_2}$$

$g_1 = \varphi_1 - F$, $g_2 = F - \varphi_2$ トスレバ V ニ由テ

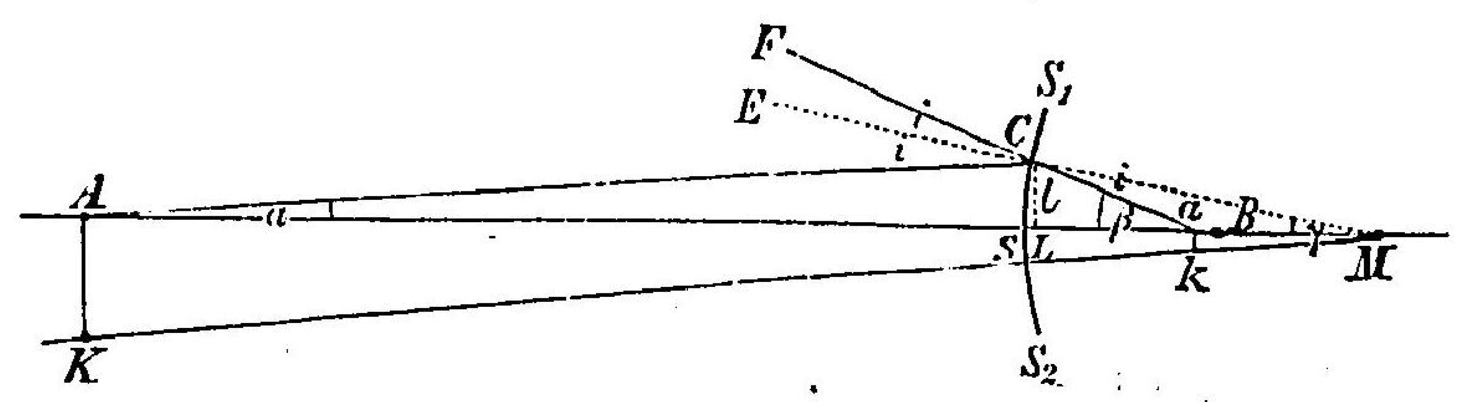
$$\frac{g_1}{g_2} = \frac{\varphi_1-F}{F-F\frac{F}{\varphi_1}} = \frac{\varphi_1}{F}.$$

$$\text{VI}_a. \quad \frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F} = \frac{F}{\varphi_2}$$

集光ノ凹鏡ニ於テハ集光ノ屈折球面ニ於ケルト同一ノ式ガ相關セル像ノ距離及ビ大ノ式トシテ用キラル丶、但シ鏡面ニテハ燒點一個ナルノミ。

B. 凹球面鏡 Gewölbte Kugelspiegel.

第三十一圖



S_1S_2 ハ小ナル「開らき」ヲ有スル球面鏡、M ハ中心、A ハ主軸ニ於ケル光點、AC ハ任意投射光線、CF ハ鏡映 gespiegelte 反射光線ニシテコレヲ後方ニ延長スル時ハ主軸ヲ a ニテ截ルベシ。

$$AS = f_1 \quad Sa = f_2 \quad \angle CAS = \alpha \quad \angle CaS = \beta$$
$$\angle CMS = \gamma \quad CL = l.$$

1) $i = \alpha + \gamma\ ,\ \beta = i + \gamma$

2) $i = \beta - \gamma$

3) $\alpha + \gamma = \beta - \gamma$

4) $\alpha - \beta = -2\gamma$

5) $\dfrac{l}{f_1} - \dfrac{l}{f_2} = \dfrac{-2l}{r}$

$$\text{I.}\quad \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = -\frac{2}{r}$$

コノ式ニ由テ r 及ビ f_1 ガ與ヘラル丶時ハ f_2 ハ定ルベシ。

今 $f_1 = +\infty$ トスル時ハ AC ハ主軸ニ平行ス、カクシテ得タル f_2 ノ價ヲ F トスレバ

$$\text{II.}\quad F = -\frac{r}{2}$$

凸球面鏡ノ燒點ハ球面ノ後ニアリテ S ト M トノ中間ニ位ス。

I ト II トヨリ

$$\text{I}_{\text{a.}}\quad \frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{F}$$

故ニ f_1 ガ正號ナレバ f_2 ハ負號ニシテ像點ハ虛性 virtuell ナリ。AK ガ M ヲ中心トスル圓ノ小弧ナリトセバ ak ハソノ像ナリ、而シテ小ナル弧 AK ak ハコレヲ主軸ニ垂直ナル直線ナリトシテ觀察スルコトヲ得ベシ、故ニ

$$\frac{AK}{ak} = \frac{AM}{aM}$$

$$\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{g_1}{g_2} = \frac{\varphi_1 + F}{F + \varphi_2} = \frac{\varphi_1}{F}.$$

凹球面鏡ノ公式ハ F ヲ負號トスレバ凸球面鏡ニ通用スベシ。

C. 平面鏡 Ebene Spiegel.

$r = \infty$ トスレバ平面鏡ノ公式ヲ得ベシ。
凹球面鏡ノ式 I ニヨリテ

$$\frac{1}{f_1} = -\frac{1}{f_2} \quad \text{或ハ} \quad f_2 = -f_1$$

像ハ物體ガ鏡面ヨリ距レルト同ジ距離丈ケ鏡面ノ後方ニアリ。

VIa. ノ式ニ $f_1 = \varphi_1 + F$ 即チ $\varphi_1 = f_1 - F$ ヲ入ルヽトキハ

$$\frac{\beta_1}{-\beta_2} = \frac{f-F}{F} = \frac{\frac{f_1}{F} - 1}{1}$$

$F = \frac{r}{2}$ ニシテ $r = \infty$ ナル故ニ $F = \infty$ ナリ

故ニ $-\frac{\beta_1}{\beta_2} = -1$ 即チ $\beta_1 = \beta_2$.

像ハ物體ト同ジ大ニシテ同ジ向ヲ有ス。

II. 多數ノ球面ニ於ケル光線ノ屈折
Lichtbrechung an mehreren Kugelflächen.

§. 26. 一球面ニ於ケル主軸ニ近接セル光線束ノ屈折ノ公式ヲ次ノ如ク書キ換ユ、

1) $\frac{b}{b'} = -\frac{l}{F} = -\frac{F'}{l'}$

§. 9. 式 **X** $-\frac{\beta_1}{\beta_2} = \frac{\varphi_1}{F_1} = \frac{F_2}{\varphi_2}$ ニヨル、

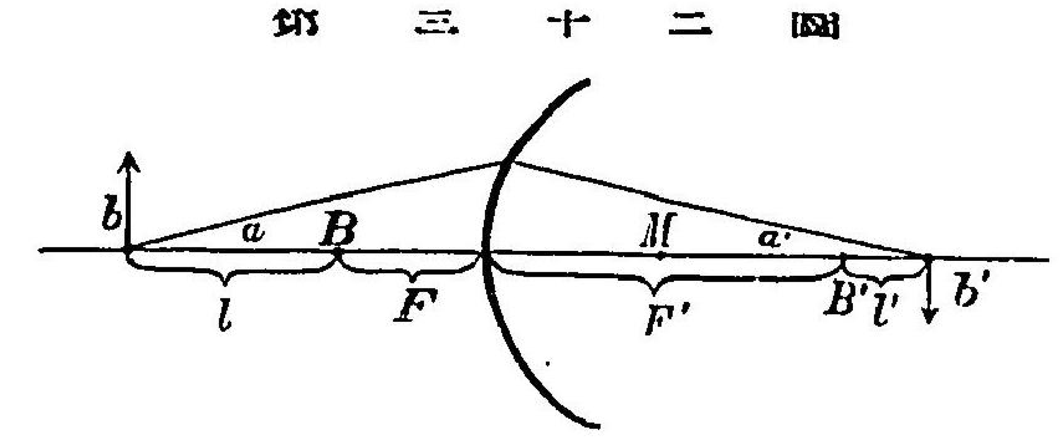
2) $n\,a\,b = n'\,a'\,b'$

§. 13. 式 **XIII** $n_1\,\alpha_1\,\beta_1 = n_2\,\alpha_2\,\beta_2$ ニヨル、

3) $F = \frac{n\,r}{n'-n}$ 及ビ $F' = \frac{n'\,r}{n'-n}$

§. 3. 式 **II** 及 **III** $F_1 = \frac{n_1 R}{n_2 - n_1}$, $F_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$ ニヨル、

第三十二圖



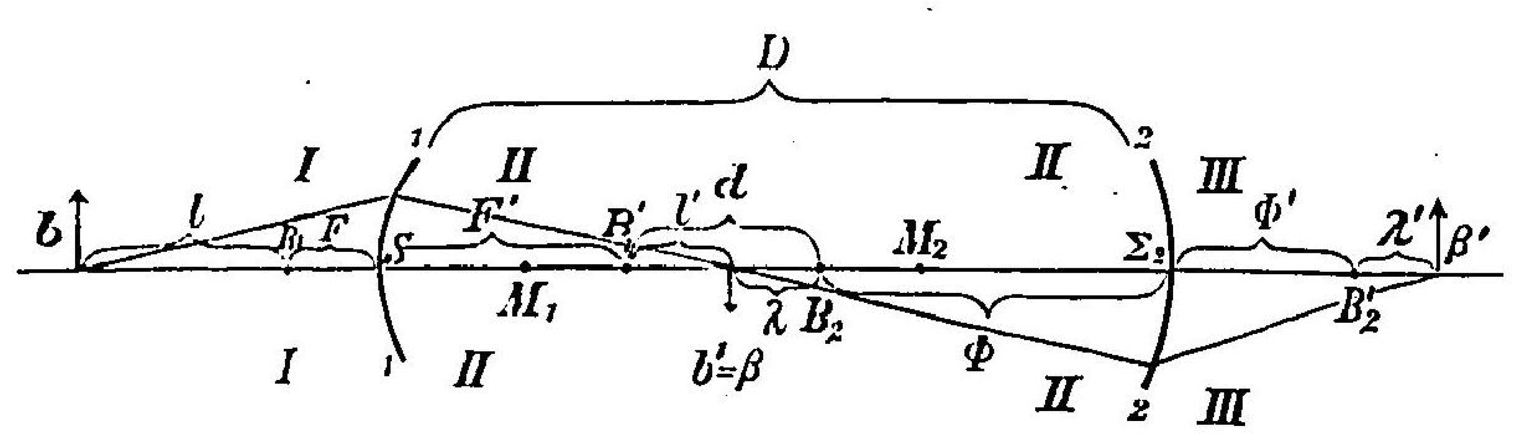
$b\,b'$	相關セル像	一球面ノ時ノ公式中	$\beta_1\ \beta_2$
l	第一燒點ヨリ物體ノ距離	„	φ_1
l'	第二燒點ヨリ像ノ距離	„	φ_2

F	第一燒點距離	一球面ノ時ノ公式中	F_1
F'	第二燒點距離	”	F_2
n	第一媒體ノ屈折率	”	n_1
n'	第二媒體ノ屈折率	”	n_2
$a\ a'$	分離角	”	$a_1\ a_2$

凡テ第一媒體ニ關スル數ハ單ニ文字ヲ用キ、第二媒體ニ關スルモノハ文字ノ右肩ニ線ヲ附ス。

§. 27. 二ノ境界球面（1及ビ2）ノ中心點及ビ燒點ハ同一ナル主軸ノ上ニ位ス。
二個ノ主點ガ（§. 24. 3）參照）同ジ主軸上ニ位スル時ハソノ系統ハ同心性 System centrirt ナリト云フ。

第三十三圖



§. 26. ノ式 1) 2) 3) ハ第一ノ境界球面ニ對シテ有效ナルト同時ニ第二ノ境界球面ニ對シテモ有效ナリ。第一ニ關スルモノハらてん文字ヲ用キ、第二ニ關スルモノハぎりしや文字ヲ用ユ。

A) 1) $\dfrac{b}{b'} = -\dfrac{l}{F} = -\dfrac{F'}{l'}$

2) $\dfrac{\beta}{\beta'} = -\dfrac{\lambda}{\Phi} = -\dfrac{\Phi'}{\lambda'}$

B) 1) $n\,a\,b = n'\,a'\,b'$

2) $\nu\,\alpha\,\beta = \nu'\,\alpha'\,\beta'$

中間ノ媒體ハ第一（I 及ビ II）及ビ第二（II 及ビ III）ノ部分系統ニ共通ス、故ニ

$b' = \beta$　第一ノ像ハ第二ノ物體ナリ、
$n' = \nu$　第一系統ノ第二媒體ハ第二系統ノ第一媒體ナリ、
$a' = \alpha$　第一系統ノ屈折光線ハ第二系統ノ投射光線ナリ。

C) 1) ....

2) $B_1'\,B_2 = d$ ❶

二ノ部分系統ノ距離（間隔）ハ第一系統ノ第二燒點ト第二系統ノ第一燒點トノ間ノ距離ニ由テ定ル。
第一及ビ第二球面ニ於ケル光線屈折ヲ有機的 organisch ニ結合センガ爲メニ吾人ハ次ノ件ニ注意スルヲ要ス。

2a) $d = l' + \lambda$

$l' = \dfrac{FF'}{l}$ .... 式 A) 1) ニヨル

$\lambda = \dfrac{\Phi\,\Phi'}{\lambda'}$ .... 式 A) 2) ニヨル

2b) $d = \dfrac{FF'}{l} + \lambda$　或ハ

$\lambda = d - \dfrac{FF'}{l}$　或ハ

❶ d ハ通例ノ硝子製ノ薄キ建断ニテハ負號ナリ、卽チ光ノ運動ノ方向ニ於テ第二球面ノ第一燒點ハ第一球面ノ第二燒點ヨリ前ニ位ス。
第三十三圖ニ於テハ明亮ナル理解ヲ與ヘンガ爲メニ二ノ球面ノ間隔ヲ大ナラシメ d ニ正號ノ價ヲ附シタリ。カクノ如キ時ハ B_1 ノ前ニオカレタル光點ノ第一球面ニヨレル像ハ第一球面ノ第二燒點ト第二球面ノ第一燒點トノ間ニ位スベシ。

$$l\lambda = ld - FF'$$

2c) $d = l' + \dfrac{\Phi\Phi'}{\lambda'}$ 或ハ

$l' = d - \dfrac{\Phi\Phi'}{\lambda'}$ 或ハ

$$l'\lambda' = \lambda' d - \Phi\Phi'.$$

§. 28. **§. 27.** ノ式 A) 1) ＝ A) 2) ヲ乘ズルトキハ

$b' = \beta$ ナル故ニ

1) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{l\lambda}{\Phi F} = \dfrac{\Phi' F'}{l'\lambda'}$

2) $l\lambda = dl - FF'$ .... §. 27. C) 2b)

3) $l'\lambda' = d\lambda' - \Phi\Phi'$ .... §. 27. C) 2c)

2) 3) ヲ 1) ニ入ルヽ時ハ

4) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{dl - FF'}{F\Phi} = \dfrac{F'\Phi'}{d\lambda' - \Phi\Phi'}$

二回ノ屈折ニ由テ第一球面ノ第一燒點前ニ置カレタル物體 b ハ遂ニ β' ナル像ヲ形成ス、然シテソノ像ノ大及ビ位置ハ......4)式ノ前二節ニ由テ......二球面ノ有スル定數 ($FF'\ \Phi\Phi'\ d$) ト與ヘラレタル物體ノ大 (b) 及ビ位置 (l) トニ由テ確定セラルヽコトヲ知ル。 式 4) ノ後二節ニ由テハ反對ナル光線ノ走行ニ對シテ規定スルモノニシテ二球面ノ有スル定數ト β' 及ビ λ' トニ由テ b ガ確定セラルヽコトヲ知ル。

4) ナル方程式ハ一般ニ通用セラル。

相列ベル二ノ球面ガソノ主點ヲ同一ナル主軸上ニ置ク時ハ二回ノ屈折ニ由テ全ク定マレル像ヲ形成スベク、然シテ根本ノ物體ニ

似タルモノナリ。即チ

$$b \infty b', \quad b' = \beta, \quad \beta \infty \beta'.$$

根本 ursprünglich ノ物體ト終局ノ像トガ相似タリト云フハ物體ノ或ル一點ヨリ發シ來レル共心性光線束 homocentrisches Strahlenbündel ガコレニ適應セル像ノ一點ニ於テ相集合スルコト即チ常ニ共心性ニ止ルコトヲ意味ス。

二ノ屈折スル球面ヨリナレル系統（重複屈折 Duplum, 璉玻 Linse）ハ一ノ屈折球面（單屈折 Simplum）ト同様ニ作用ス。

吾人ハ今單屈折ニ於ケルト同様ニ重複屈折ニ於テ原基點 Fundamentale Punkte ヲ求メントス。

編成系統 zusammengesetzte System ニ關スルモノハ獨逸文字ヲ用ユ。

§. 29. 主燒點 Hauptbrennpunkte.

A) §. 28. ノ式 4) $\dfrac{b}{\beta_1} = \dfrac{dl - FF'}{F\Phi} = \dfrac{F'\Phi'}{d\lambda' - \Phi\Phi'}$ ニ於テ

物體ノ距離ヲ無限トスル時 ($l = +\infty$) 生ズル λ' ハ**編成系統の第二主燒點**ニシテ第二球面ノ第二主燒點ヨリノ距離ニ由テ之ヲ示ス。第一媒體內ニテ主軸ニ平行ニ走ル光線束ハ第一ノ屈折ニテ第一球面ノ第二主燒點ナル B_1' ニテ集合ス。

B_1' ニ生ゼルモノヨリシテ第二球面ニテ屈折セラレテ生ゼル像ハ編成系統ノ第二主燒點ナリ。

1) $\lambda = d - \dfrac{FF'}{l}$ .... §. 27. C ノ式 2b.

2) $\lambda' = \dfrac{\Phi\Phi'}{\lambda}$ .... §. 27. A ノ式 2.

今 3) $l = +\infty$ トスル時ハ

4)　$\lambda = d$　　故ニ 4) ヲ 2) ニ入ルヽ時ハ

$$\textbf{I)}\quad \lambda' = \frac{\Phi\Phi'}{d} = \overline{\mathfrak{B}'B_2'}$$

B)　次ニ　$\lambda' = +\infty$　トスル時ニ生ズル l ハ**編成系統の第一主燒點**ニシテ第一球面ノ第一主燒點ヨリノ距離ニテ之ヲ示ス。

5)　$l' = d - \dfrac{\Phi\Phi'}{\lambda'}$ ……….§. 27. C. 式 2c.

6)　$l = \dfrac{FF'}{l'}$ ………………§. 27. A. 式 1.

今　7)　$\lambda' = +\infty$　　トスル時ハ之ヲ 5) ニ入ルヽニ

8)　$l' = d$　　　故ニ

$$\textbf{II)}\quad l = \frac{FF_1}{d} = \mathfrak{B}B_1.$$

次ニ二球面 $(S\Sigma)$ ノ距離ヲ D ヲ以テ示ス時ハ

9)　$D = F + d + \Phi$　　トナルヤ明ナリ、故ニ

$d = D - F - \Phi$　　ナリ、之ヲ **I)** 及ビ **II)** ニ入ルヽトキハ

$$\textbf{Ia)}\quad \overline{\mathfrak{B}'B_2'} = \frac{\Phi\Phi'}{D - F - \Phi}.$$

$$\textbf{IIa)}\quad \overline{\mathfrak{B}B_1} = \frac{FF'}{D - F - \Phi}.$$

§. 30.　主點 Hauptpunkte.

a)　§. 28. 式 4) ニ於テ $\dfrac{b}{\beta_1} = 1$　トスル時ハコレニ由テ生ズル

l 及ビ λ' ノ價ハ相關セル像ガ同大同向ナルベキ編成系統ノ主軸ニ於ケル二點ヲ示ス、コノ點ヲ**編成系統の主點** Hauptpunkt des zusammengesetzten Systems ト稱シ $\mathfrak{H}\,\mathfrak{H}'$ ヲ以テ記號トス。モトヨリ $\mathfrak{H}$（l ノ特別ナル價トシテノ）ハ第一球面ノ第一燒點ヨリノ距離ニ由テ定リ、$\mathfrak{H}'$（λ' ノ特別ナル價トシテノ）ハ第二球面ノ第二燒點ヨリノ距離ニ由テ定ル。

§. 28. ノ式 4) ハ次ノ如シ

$$\frac{b}{\beta_1} = \frac{dl - FF'}{F\Phi} = \frac{F'\Phi'}{d\lambda' - \Phi\Phi'}.$$

コレニ主點タルベキ條件（§. 24. 式 3) 參照）$\left[\dfrac{b}{\beta'} = 1\right]$ ヲ入ルヽトキハ

1)　$F\Phi = dl - FF'$　然シテコレニ §. 29. 式 9. ヲ入ルヽトキハ

$$\textbf{III)}\quad l = \mathfrak{H}B_1 = \frac{F\Phi + FF'}{d} = \frac{F\Phi + FF'}{D - F - \Phi}$$

コレト同ジク §. 28. 式 4, ノ末節ニヨリテ

2)　$F'\Phi' = d\lambda' - \Phi\Phi'$.　コレニ §. 29. 式 9. ヲ入ルヽトキハ

$$\textbf{IV)}\quad \lambda' = \mathfrak{H}'B_2' = \frac{F'\Phi' + \Phi\Phi'}{d} = \frac{F'\Phi' + \Phi\Phi'}{D - F - \Phi}.$$

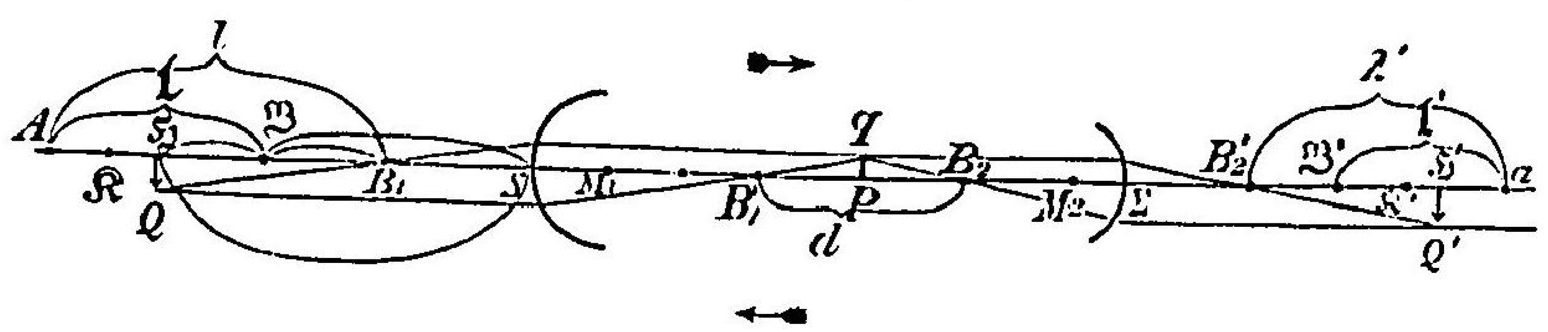
l ハ B_1 ノ前ニアレバ正號ニシテ λ' ハ B_2' ノ後ニアレバ正號ナリ。故ニ $\mathfrak{H}B_1$ ハ $\mathfrak{H}$ ガ B_1 ノ前ニアレバ正號ニシテ $\overline{\mathfrak{H}'B_2'}$ ハ $\mathfrak{H}'$ ガ B_2' ノ後ニアレバ正號ナリ。

若シ d ガ正號ナレバ B_1' 及ビ B_2 ノ中間ニ物體ガ置カルヽ時ハ第一及ビ第二球面(部分系統)ニヨリテ生ズル像ハ同大同向ナル

ヤ明ナリ。物體ガ第一球面ノ第二燒點ノ後ニアルガ故ニ像ハ第一燒點ノ前ニアルベク、物體ガ第二球面ノ第一燒點前ニアルガ故ニ像ハ第二燒點ノ後ニアルベシ。d ナル距離ノ如何ナル點ニ物體ガ其位置ヲ占ムルトキニ $\left[\frac{b}{\beta_1} = 1\right]$ ナル條件ニ適スベキカ、ソハ下文ニ述ブベシ。

$\mathfrak{H}$ 及 $\mathfrak{H}'$ ハ一般ニハ重複屈折 Duplum ニテハ軸ニ於ケル二ノ異ナレル點ヲナス。彼ノ單屈折ノ場合卽チ球面一ナルトキハ球面ノ頂點ニ合ス (§. 24. 式 3) 參照)。

第三十四圖



B_1' 及ビ B_2 ノ間ニ物體 qp ヲオクトキハコレガ第一球面ニ由テ屈折セラレテ生ズル像 b ト第二球面ニ由テ屈折セラレテ生ズル像 β' トハ同大ニシテ同向ナラバ b 及 β' ハ主軸ノ異ナレル點ニアルナリ。

b) 勿論 $\mathfrak{H}$ 及ビ $\mathfrak{H}'$ ハ二球面ノコレニ適ヘル點(球面ノ主點卽チ頂點 S 及ビ Σ ヨリシテ) ヨリシテ定ムベキモノナリ。

§. 29. 式 9. ニヨリテ　$S\Sigma = D = F' + d + \Phi.$

$$3)\quad \mathfrak{H}S = h = \mathfrak{H}B_1 + B_1S$$

$$= \frac{F\Phi + FF'}{D - F' - \Phi} + F \ldots\ldots\ \textbf{III)}\text{ニヨリテ}$$

$$4)\quad h = \frac{F\Phi + FF' + FD - FF' - F\Phi}{D - F' - \Phi}\ \text{或ハ}$$

$$\textbf{IIIa)}\quad h = \frac{DF}{D - F' - \Phi}.$$

同ジク 式 IV) ニヨリテ

$$5)\quad \mathfrak{H}'\Sigma = h' = \mathfrak{H}'B_2' + \Sigma B_2' = \frac{F'\Phi' + \Phi\Phi'}{D - F' - \Phi} + \Phi'$$

$$6)\quad h' = \frac{F'\Phi + \Phi\Phi' + D\Phi' - F'\Phi' - \Phi\Phi'}{D - F' - \Phi}.$$

$$\textbf{IVa)}\quad h' = \frac{D\Phi'}{D - F' - \Phi}.$$

$\mathfrak{H}$ ガ S ノ前ニアレバ h ハ正號ニシテ $\mathfrak{H}'$ ガ Σ ノ後ニアレバ h' 正號ナリ、例バ第三十四圖ニ於ケルガ如クニ $D > F' + \Phi$ ナレバ。故ニ h 及ビ h' ガ若シ璉斯ノ外ニアレバ h 及ビ h' ノ價ハ正號ナリ。

普通ノ璉斯ニテハ $D < F' + \Phi$ 卽チ $D - F' - \Phi$ ハ負數ニシテ從ツテ h 及ビ h' ハ負號ナルヲ例トス。[1]

§. 31. **主燒點距離** Hauptbrennweiten.

重複屈折 Duplum ノ第一媒體ニ關セル主點 ($\mathfrak{H}$) ト第一燒點 ($\mathfrak{B}$) トノ間ノ距離ヲ**編成系統の第一主燒點距離** Erste Hauptbrennweite des Duplum ト云ヒ、($\mathfrak{B}\mathfrak{H} = \mathfrak{F}$)。同ジク $\mathfrak{B}'\mathfrak{H}' = \mathfrak{F}'$ ヲ**編成系統の第二主燒點距離** Zweite Hauptbrennweite des Duplum ト云フ。

f 及ビ f' ノ長ハ第一第二ノ球面ニ與ヘラレタル數ヨリ計算スルコトヲ得ベシ。

---

[1] F' 及ヒ Φ ガ負數(鏡面カ光線ヲ分散スルトキハ)ナレハ $\frac{DF}{D - F' - \Phi}$ ナル分數ノ分母ハ正號ナレトモ分子カ負號ナル故ニ h 及ヒ h' ナル價ハ依然負號ナリ。

1) $\mathfrak{F} = \mathfrak{B}\mathfrak{H} = \mathfrak{B}S - \mathfrak{H}S$.[1]

2) $\mathfrak{B}S = \mathfrak{B}B_1 + F = \dfrac{FF'}{D - F' - \Phi} + F.$

..........§. **29.** 式 **IIa)** ニヨリテ

3) $\mathfrak{B}S = \dfrac{DF - F\Phi}{D - F' - \Phi}.$

4) $\mathfrak{H}S = \dfrac{DF}{D - F' - \Phi}$ .... §. **30.** 式 **IVa)**

V) $\mathfrak{F} = \mathfrak{B}\mathfrak{H} = \dfrac{-F\Phi}{D - F' - \Phi} = \dfrac{F\Phi}{F' + \Phi - D}.$

5) $\mathfrak{F}' = \mathfrak{B}'\mathfrak{H}' = \mathfrak{B}'\Sigma - \mathfrak{H}'\Sigma.$

6) $\mathfrak{B}'\Sigma = \mathfrak{B}'B_2' + \Phi' = \dfrac{\Phi\Phi'}{D - F' - \Phi} + \Phi'.$

..........§. **29.** 式 **Ia)** ニヨリテ、

---

[1] $\mathfrak{H}\mathfrak{B}$ ハ單屈折 Simplum ニ於ケルト同シク第一媒體ヨリ光線カ射入スルトキ卽チ第三十四圖ノ上ノ →→ ノ示ス方向ナルトキ $\mathfrak{B}$ カ $\mathfrak{H}$ ノ後ニアレハ負號ナリ。

下ノ ←← ノ示ス方向ノ光線ナル時ハ第一部分系統(卽チ第一球面)ノ爲メニ第二部分系統(卽チ第二球面)ノ前焼點ヨリ像 $\mathfrak{B}$ ナ $\mathfrak{p}$ 點ヨリ像 $\mathfrak{H}$ ナ得ベシ。

主軸ニ平行シテ第二球面ニ向ヒ來ル光線ハ第二球面ノ第一焼點ナ通ルヤ明ナリ、更ニ編成系統ナ出ツルヤ編成系統ノ焼點 $\mathfrak{B}$ ナ通ルコトモ又明ナリ、然ラハ B_2 ト $\mathfrak{B}$ トハ相關セルモノニシテ B_2 ノ像 $\mathfrak{B}$ ナリト云フコトナ得ヘシ。

然シテ $\mathfrak{p}$ ハ第二媒體內ニテ B_2 ニ比スレバ B_1' ナ距ルコト近キガ故ニ第一媒體內ニテ $\mathfrak{H}$ ハ $\mathfrak{B}$ ニ比スレバ B_1 ナ距ルコト遠カルベシ。

$\mathfrak{B}\mathfrak{H}'$ ノ關係モコレト同シ。

正號系統ニテハ第一媒體ヨリ射入シ來ル光線ニテハ六ノ原基點中常ニ第一焼點ハ最初ノモノニシテ第二焼點ハ最後ノモノナリ、(§. 24 參照)。

7) $\mathfrak{B}'\Sigma = \dfrac{D\Phi' - F'\Phi'}{D - F' - \Phi}.$

8) $\mathfrak{H}'\Sigma = \dfrac{D\Phi'}{D - F' - \Phi}$ ......§. **30.** 式 **IVa)**

VI) $\mathfrak{F}' = \mathfrak{B}'\mathfrak{H}' = \dfrac{-F'\Phi'}{D - F' - \Phi} = \dfrac{F'\Phi'}{F' + \Phi - D}.$

$F' + \Phi - D$ ハ第三十四圖ニテハ $D > F' + \Phi$ ナル故ニ負數ナリ、然レドモ普通ノ薄キ璉斯ニテハ $D < F' + \Phi$ ナルガ故ニ正數ナリ。

9) $d = D - F' - \Phi$ ....§. **29.** 式 9.)

$-d = F' + \Phi - D$

Va) $\mathfrak{F} = \dfrac{F\Phi}{-d}.$

VIa) $\mathfrak{F}' = \dfrac{F'\Phi'}{-d}.$

10) $\dfrac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{F}'} = \dfrac{F\Phi}{F'\Phi'} = \dfrac{F}{F'} \cdot \dfrac{\Phi}{\Phi'} = \dfrac{n}{n'} \cdot \dfrac{\nu}{\nu'}$ ....§. **26.** 式 3)

11) $n' = \nu$ .... §. **27.** 式)

VII) $\dfrac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{F}'} = \dfrac{n}{\nu'} = \dfrac{F\Phi}{F'\Phi'}.$

編成系統ノ第一主焼點距離ガ第二主焼點距離ニ對スル比ハ第一媒體ノ屈折率ガ最後ノ媒體ノ屈折率ニ對スル比ト同シ。

若シ $n = \nu'$ ナレバ

12) $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}'$ コレ卽チ璉斯ノ場合ナリ。

§. 32. **結合點** Knotenpunkte.

§. 28. 式 4) ニヨレバ

$$1)\quad \frac{b}{\beta'} = \frac{dl - FF'}{F\Phi} = \frac{F'\Phi'}{d\lambda' - \Phi\Phi'}.$$

結合點 Knotenpunkt ($\mathfrak{K}\mathfrak{K}'$) ト稱スル主軸上相關セル一對ノ點アリ、次ノ條件ヲ備ユルヲ要ス。(§. 24. 4) 參照)。

$$2)\quad \frac{b}{\beta'} = \frac{\nu'}{n}$$

今若シ §. **31.** 式 **VII)** ニヨレバ

$$3)\quad \frac{b}{\beta'} = \frac{F'\Phi'}{F\Phi} \quad \text{トナル}$$

次ニ本章ノ式 1) ノ前二節ニコレヲ入ルヽトキハ

$$4)\quad \frac{F'\Phi'}{F\Phi} = \frac{dl - FF'}{F\Phi} \quad 故ニ$$

$$\mathbf{VIII)}\quad \frac{F'\Phi' + FF'}{d} = l = \mathfrak{K}B_1\text{[1]}$$

同ジク本章ノ式 1) ノ後二節ニ 3) ヲ入ルヽトキハ

$$5)\quad \frac{F'\Phi'}{F\Phi} = \frac{F'\Phi'}{d\lambda' - \Phi\Phi'} \quad 故ニ$$

[1] l ナル大サハ第一球面ノ第一燒點ヨリ計測セラル、
λ' ナル大サハ第二球面ノ第二燒點ヨリ計測セラル。

$$\mathbf{IX)}\quad \frac{F\Phi + \Phi\Phi'}{d} = \lambda' = \mathfrak{K}'B_2'.$$

吾人ハコレニ由テ編成系統ノ結合點トコレニ關セル部分系統（第一及ビ第二球面）ノ燒點トノ距離ヲ得タリ、今更ニ進ンデコノ結合點ヲ編成系統ノ燒點ヨリ計ラントス。

$$\mathfrak{K}\mathfrak{B}\text{[1]} = \mathfrak{B}B_1 - \mathfrak{K}B_1 = \frac{FF'}{d} - \left(\frac{F'\Phi' + FF'}{d}\right)$$

§. 29. 式 **II)** 及ビ本章ノ式 **VIII)** トニヨリテ

$$\mathbf{X)}\quad \mathfrak{K}\mathfrak{B} = \frac{F'\Phi'}{-d}$$

$$\mathfrak{B}'\mathfrak{K}' = \mathfrak{B}'B_2' - \mathfrak{K}B_2' = \frac{\Phi\Phi'}{d} - \left(\frac{F\Phi + \Phi\Phi'}{d}\right)$$

§. 29. 式 **I)** 及ビ本章ノ式 **IX)** トニヨリテ

$$\mathbf{XI)}\quad \mathfrak{B}'\mathfrak{K}' = \frac{F\Phi}{-d}.$$

$\mathfrak{K}$ 及ビ $\mathfrak{K}'$ ハ一般ニ二ノ異ナレル軸ノ點ナリ。

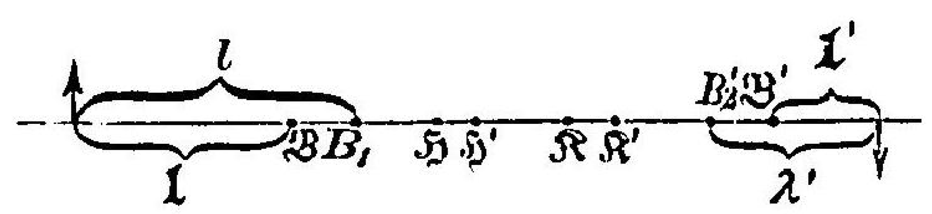
$\mathfrak{B}\mathfrak{K} = \mathfrak{B}'\mathfrak{H}' = \mathfrak{F}'$ .... §. **31.** 式 **VIa)**

$\mathfrak{B}'\mathfrak{K}' = \mathfrak{B}\mathfrak{H} = \mathfrak{F}$ .... §. **31.** 式 **Va)**

§. **33.** 薄キ(璉斯樣ナル)集光系統 dünnes (linsenähnlichen) lichtsammelndes System ニ於ケル **主點 結合點** 及ビ **燒點の位置** ハ次ノ圖ノ如シ。

[1]

第三十五圖



$$\mathfrak{B}\mathfrak{B}' = \mathfrak{B}\mathfrak{H} + \mathfrak{H}\mathfrak{H}' + \mathfrak{H}'\mathfrak{B}'.$$
$$\mathfrak{B}\mathfrak{B}' = \mathfrak{B}\mathfrak{K} + \mathfrak{K}\mathfrak{K}' + \mathfrak{K}'\mathfrak{B}'.$$

故ニ　$\mathfrak{H}\mathfrak{H}' = \mathfrak{K}\mathfrak{K}'$　**二主點間ノ距離ハ二結合點間ノ距離ト同シ。**

若シ　$n = \nu'$　ナレバ　$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}'$　ニシテ

$\mathfrak{K}$ ハ $\mathfrak{H}$ ト $\mathfrak{K}'$ ハ $\mathfrak{H}'$ ト合シテ

$$\mathfrak{B}\mathfrak{K} = \mathfrak{B}\mathfrak{H} = \mathfrak{F}$$
$$\mathfrak{B}'\mathfrak{K}' = \mathfrak{B}'\mathfrak{H}' = \mathfrak{F}$$

トナル、(コレ卽チ薄斯ノ場合ナリ)。

§. 34.　次ニ物體及ヒ像ノ距離ヲ編成系統ノ燒點ヨリ計ラントス。

$\mathfrak{l}$ ハ物體ト $\mathfrak{B}$ トノ距離ニシテ $\mathfrak{l}'$ ハ像ト $\mathfrak{B}'$ トノ距離ナリ(第三十四圖參照)。

1)　$l - \mathfrak{l} = \mathfrak{B}B_1$　　　或ハ

$$\mathfrak{l} = l - \mathfrak{B}B_1 = l - \frac{FF'}{d} \ldots\ldots$$ §. **29.** 式 **II)** ニヨル

2)　$\mathfrak{l} = \dfrac{dl - FF'}{d}$

然ルニ §. **27.** C. 式 2b)　ニヨレバ

3)　$dl - FF' = l\lambda$　　ナルガ故ニ

4)　$\mathfrak{l} = \dfrac{l\lambda}{d}$

而シテ　§. **28.** 式 1) ニヨレバ

5)　$l\lambda = \dfrac{b}{\beta_r'} F\Phi$　　　ナルガ故ニ

6)　$\mathfrak{l} = \dfrac{b}{\beta_r'} \cdot \dfrac{F\Phi}{d}$　　　或ハ

6a)　$\dfrac{b}{\beta_r'} = \dfrac{\mathfrak{l}}{\dfrac{F\Phi}{d}}$

コレト同様ニシテ

7)　$\lambda' - \mathfrak{l}' = \mathfrak{B}'B_2'$　　　或ハ

$$\mathfrak{l}' = \lambda' - \mathfrak{B}'B_2' = \lambda' - \frac{\Phi\Phi'}{d} \ldots\ldots$$ §. **29** 式 **I)** ニヨル

8)　$\mathfrak{l}' = \dfrac{d\lambda' - \Phi\Phi'}{d}$.

然ルニ　§. **28.** 式 3) ニヨレバ

9)　$l'\lambda' = d\lambda' - \Phi\Phi'$　　　ナルガ故ニ

10)　$\mathfrak{l}' = \dfrac{l'\lambda'}{d}$

而シテ　§. **28.** 式 1)　ニヨレバ

11)　$l'\lambda' = \dfrac{\beta'}{b} F'\Phi'$　　　ナルガ故ニ

12)　$\mathfrak{l}' = \dfrac{\beta'}{b} \cdot \dfrac{F'\Phi'}{d}$　　　或ハ

$$12a)\quad \frac{b}{\beta'} = \frac{\frac{F'\Phi'}{d}}{\mathfrak{l}'}$$

6a) ト 12a) トヲ合シ更ニ §. **31.** 式 **Va** 及 **VIa** ナル

$\frac{F\Phi}{d} = -\mathfrak{F}$ 及ビ $\frac{F'\Phi'}{d} = -\mathfrak{F}'$ ヲ參考セバ

$$\textbf{X)}\quad \frac{b}{\beta'} = -\frac{\mathfrak{l}}{\mathfrak{F}} = -\frac{\mathfrak{F}'}{\mathfrak{l}'}$$

$\mathfrak{l}\,\mathfrak{l}'$ ハ編成系統ニ於ケル燒點ヨリ物體及ビ像ノ距離ニシテ $\mathfrak{f}\,\mathfrak{f}'$ ヲ主點ヨリノ物體及ビ像ノ距離トスレバ(第三十五圖)

$$13)\quad \mathfrak{l} = \mathfrak{f} - \mathfrak{F} = -(\mathfrak{F} - \mathfrak{f})$$

$$14)\quad \mathfrak{l}' = \mathfrak{f}' - \mathfrak{F}' = -(\mathfrak{F}' - \mathfrak{f}')$$

X) ニヨリテ

$$15)\quad \frac{b}{\beta'} = \frac{\mathfrak{F} - \mathfrak{f}}{\mathfrak{F}} = \frac{\mathfrak{F}'}{\mathfrak{F}' - \mathfrak{f}'}.$$

$$16)\quad (\mathfrak{F} - \mathfrak{f})(\mathfrak{F}' - \mathfrak{f}') = \mathfrak{F}\mathfrak{F}'.$$

$$17)\quad \mathfrak{f}\mathfrak{f}' = \mathfrak{f}\mathfrak{F}' + \mathfrak{f}'\mathfrak{F}.$$

$\mathfrak{f}\,\mathfrak{f}'$ ヲ以テ除スレバ

$$\textbf{XI)}\quad \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{f}} + \frac{\mathfrak{F}'}{\mathfrak{f}'} = 1.$$

§. 35. 重複屈折 Duplum ニ於ケル物體及像ノ大ノ關係ハ單一ナル球面ニ於ケル時(Simplum)ノ規則ト一致ス。

故ニ

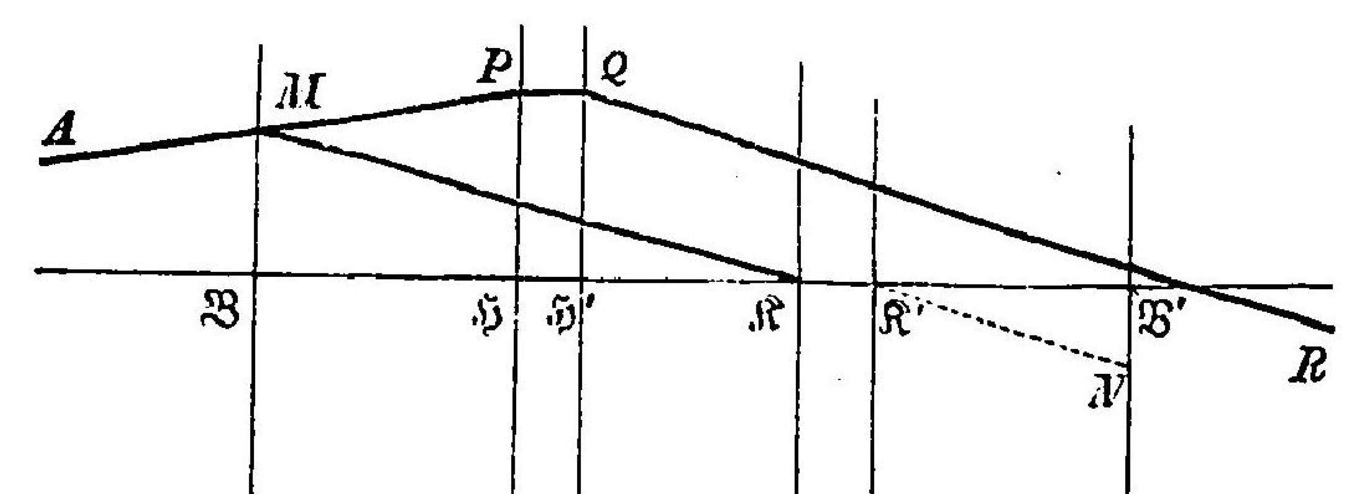
$$n = n$$
$$n' = \nu'$$
$$r = \mathfrak{F}' - \mathfrak{F} \ldots\ldots (\text{§. 5. 式 } \textbf{VI.} \text{ 參照})$$

トセル單屈折 Simplum ヲ以テ重複屈折 Duplum ニ代ユルコトヲ得ベシ。

唯ダ主點面ハ單屈折ニテハ一個ナレドモ重複屈折ニテハ二個アリ、其第一主點面ハ光線ノ道ニテ第一媒體ニ關シ、其第二主點面ハ最後ノ媒體ニ關ス。

投射光線ガ第一主點面ヲ截ル點 P ヨリ垂線 PQ ヲ第二主點面ニ下ス。

第三十六圖



第一第二主點面內ニテハ像ハ同大ナルベキモノナレバ $\mathfrak{H}P = \mathfrak{H}'Q$ ニシテ P ニ投射シ來ル光線ハ凡テ Q ヨリ射出スベシ。

同ジク結合點モ單屈折(單一ナル球面)ニテハ一點ナレドモ重複屈折ニテハ二點ナリ。第一結合點ハ光線ノ道ニ於テ第一媒體ニ關シ、第二結合點ハ最後ノ媒體ニ關ス。投射光線 $M\mathfrak{K}$ ナル第一結合點ヲ通ルモノハ轉向セラル、コトナク、屈折後第二結合點ヨリ $\mathfrak{K}N$ キ $N\mathfrak{K}$ ノ方向ヲトルベシ。

重複屈折ニ代ユルニ單屈折ヲ以テスルコトヲウレドモ $\mathfrak{H}\mathfrak{H}' = \delta$ ガ $\mathfrak{F}' - \mathfrak{F}$ ニ對シテ極メテ少キモノナル時ハ特ニ便利ナリ。

δ ハ $\mathfrak{F}' + \mathfrak{F}$ 　ニ對シテハ消失セラルベキガ故ニ

$$\mathfrak{B}\mathfrak{B}' = \mathfrak{F} + \delta + \mathfrak{F}' \quad \text{ハ變シテ}$$
$$\mathfrak{B}\mathfrak{B}' = \mathfrak{F} + \mathfrak{F}' \quad \text{トナルベク}$$

全ク單屈折(單一ナル球面)ノ時ト同ジキヲ知ル。

故ニ §. 27. ヨリ §. 34. 迄ニテ二球面ヲ編成セルモノニ對シテ發見セラレタル諸式ハ一般重複系統ニ應用セラルベシ、一ノ重複屈折ニ單屈折ヲ加ヘ或ハ他ノ重複屈折ヲ加ヘテ編成スルコトヲ得ベシ。

任意數ノ球面ヲ編成シテ凡テノ球面ニヨル全屈折ハ部分系統ヨリ計算シテ得タル燒點主點及ビ結合點ヨリスル單一ナル系統ニ由テ代理セシムルコトヲ得ベシ。

實際的ニハ先ヅ第一ト第二トヲ合シ、ソノ結果ニ第三ヲ合シ順次編成シユクヲヨシトス。

二ノ部分系統ヲ合スルニ既ニカナリニ複雜ナリ、故ニ三以上ノモノヲ一時ニ編成セントスレバ困難ト複雜トノ度更ニ加ルベシ。

§. 36. 圖法 Construction.

A. (第一問) **第一媒體内ニ於ケル光道與ヘラレタル時終ノ媒體内ニオケル光道ヲ求ム。**(第三十六圖)

答) 與ヘラレタル線 AM ヲ延長シテ第一主點面ト截ルニ至ル、P 點ニ於テ第一主點面ヲ截ルヤ、コレヨリ第二主點面ニ垂線 PQ ヲ作リ Q ヨリ $QR \mathbin{\#} M\mathfrak{K}$ ニ作レバ QR ハ求ムル所ノ答ナリ。

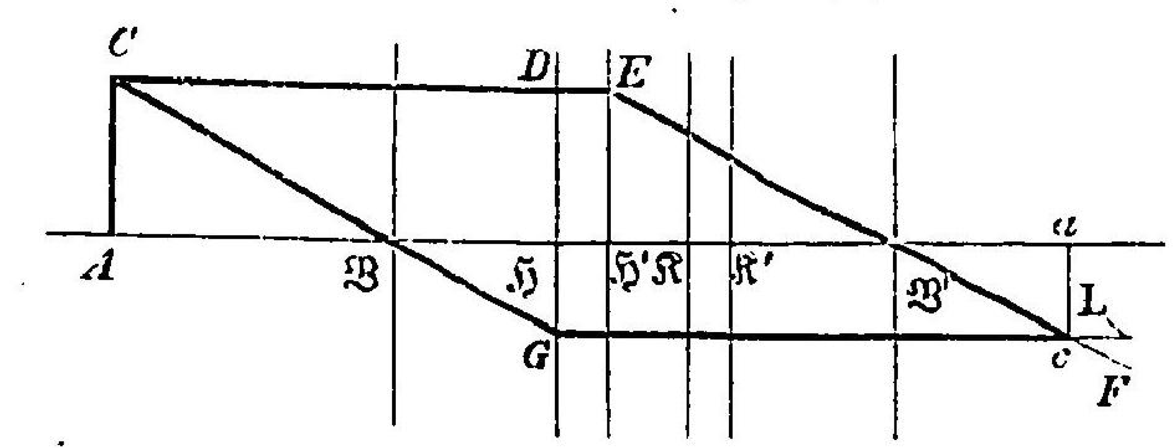
解) 第一媒體内ニテ P ヲ通過スル光線ハ終ノ媒體内ニテ Q ヲ通ラザルヲ得ズ、何ントナレバ第一第二主點面ニテハ相關セル像ハ同大同向ナレバナリ。

第一燒點面ノ一點 M ヨリノ光線ハ屈折後 M 點ヨリ第一結合點ニ引ケル線ニ平行ナルベシ。

(第二問) **光點 C ガ與ヘラレテ其像點ヲ求ム。**(第三十七圖)。

答ノ一) C ヨリ出ル二線ヲ作リテコレガ屈折後相會スル點ヲ求ムレバ可ナリ。

第三十七圖

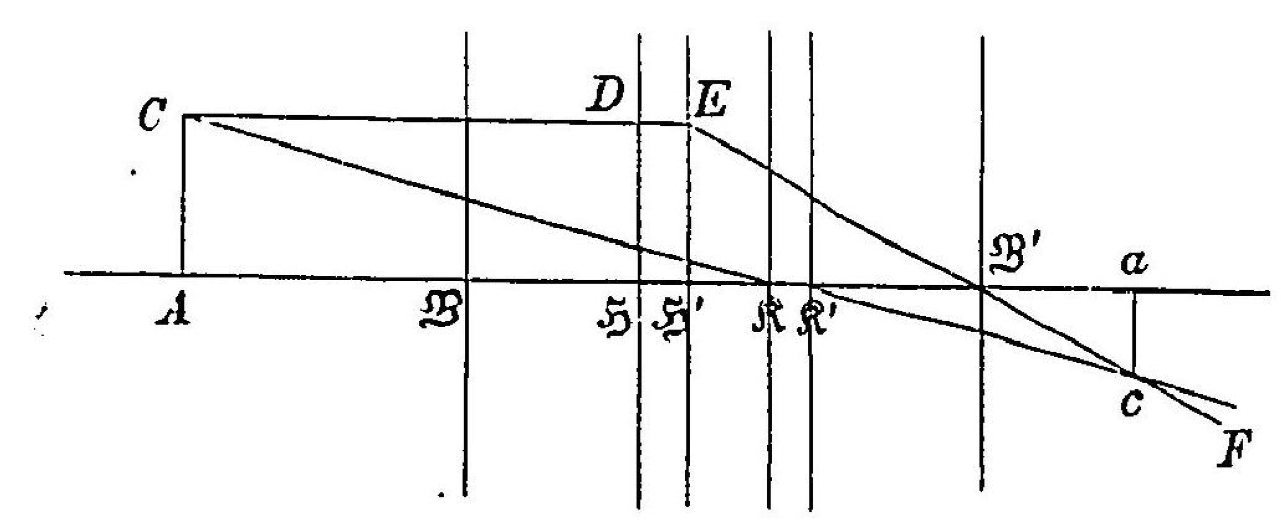


a) $CD \mathbin{\#} \mathfrak{B}\mathfrak{B}'$ 　ニシテ第二主點面ヲ截ル迄延長ス、コノ者ハ屈折後 $\mathfrak{B}'$ ヲ通過セザルベカラズ、卽チ $E\mathfrak{B}'F$ ノ方向ヲトルベシ。

b) $C\mathfrak{B}$ ヲ延長シテ第一主點面ニ會セシム、コレト會セル點 G ヨリ $\mathfrak{B}\mathfrak{B}'$ ニ平行線 GL ヲ作ル、GL 及ビ EF ハ c ニテ相會スベシ。 c ハ C 點ノ像點ナリ。

答ノ二) CD ノ次ニ $C\mathfrak{K}$ 線ヲ作ルモ可ナリ。(第三十八圖) EF ト $C\mathfrak{K}$ ニ平行ナル $\mathfrak{K}'c$ トノ相會スル點 c ハ求ムル所ノモノナリ。

第三十八圖

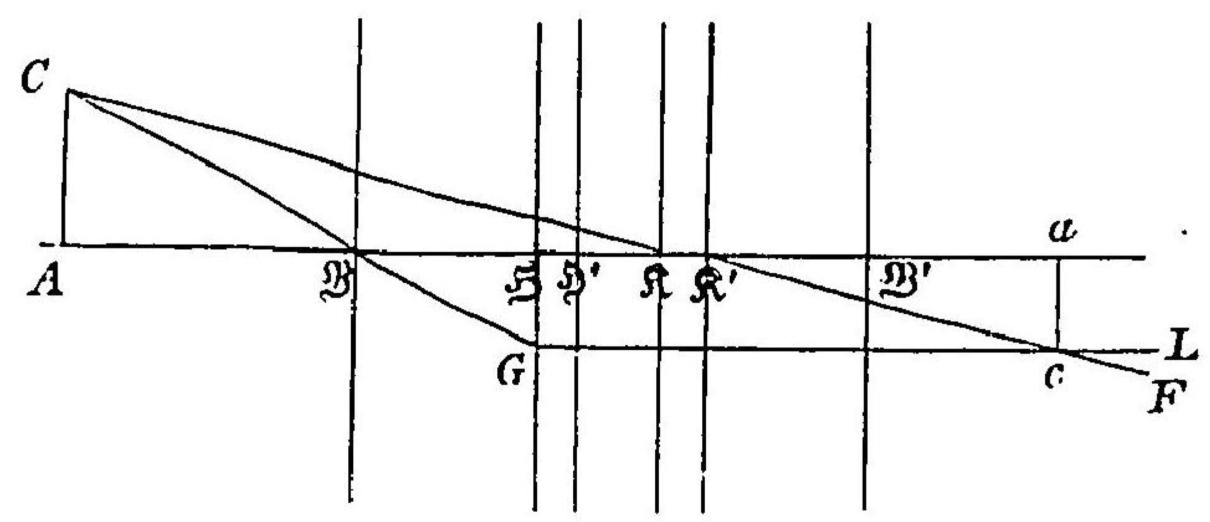


答ノ三) $C\mathfrak{K}$ ト $C\mathfrak{B}$ トノ二線ニ由テモ同樣 c ヲ求ムベシ。

(第三問) **主軸ニ於ケル A ガ光點トシテ與ヘラルヽ時ハ。**

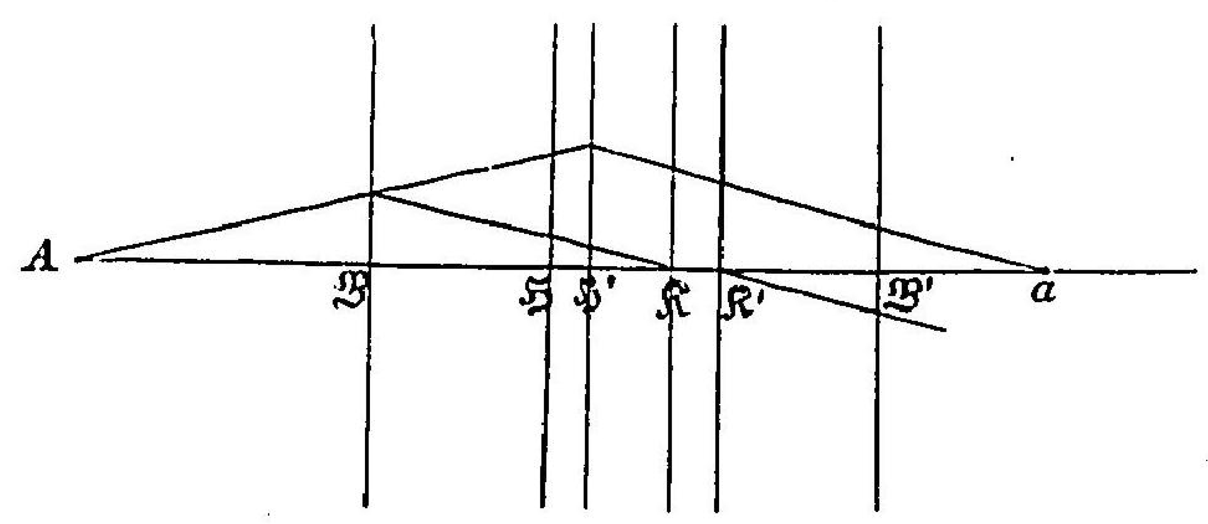
答ノ一） 先ヅ A ニ於テ垂線 AC ヲ作リ、コレニ由テ c 點ヲ與ヘ、c ヨリ主軸上ニ垂線 ca ヲ作レバ a 點ハ求ムル所ノ像點ナリ（第三十九圖）。

第三十九圖



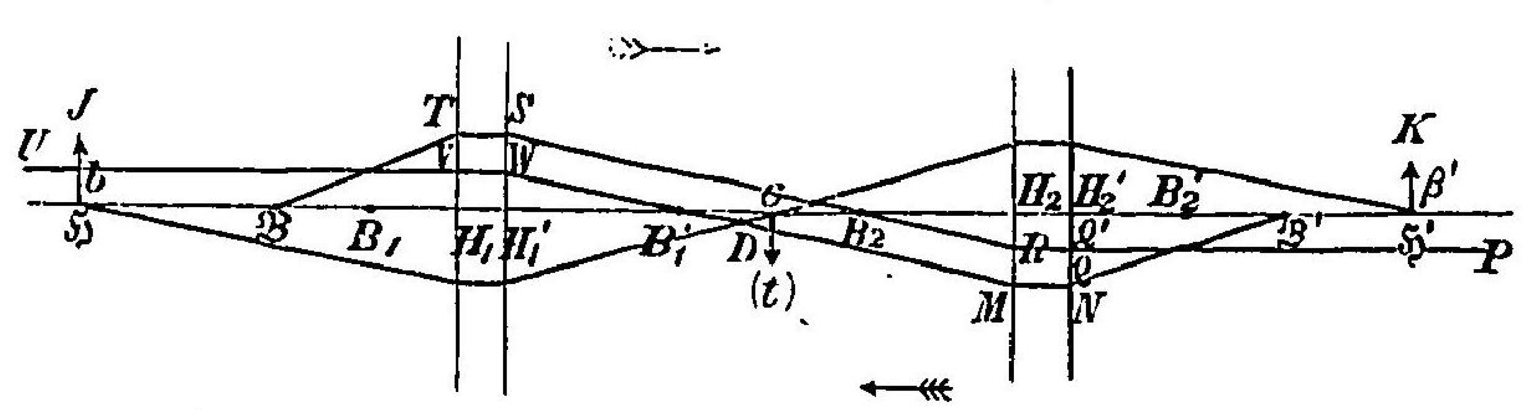
答ノ二） 軸線 $A\mathfrak{H}$ ハ屈折セラレザルモノ故ニ A ヨリ軸外ニ任意ノ一線ヲ作リ、コノ線ガ屈折後トルベキ道ヲ求メ、コレト主軸トノ會合點ヲ求ムルモ可ナリ（第四十圖）。

第四十圖



B. 二系統與ヘラレテコレガ編成ヲ求ム。

第四十一圖



B_1 B_1'	第一 第二 燒點		
H_1 H_1'	第一 第二 主點	第一系統、	
F F'	第一 第二 燒點距離		
B_2 B_2'	第一 第二 燒點		
H_2 H_2'	第一 第二 主點	第二系統、	
Φ Φ'	第一 第二 燒點距離		

二系統ノ距離卽チ第一系統ノ第二主點ヨリ第二系統ノ第一主點迄ノ距離 $H_1'H_2 = D$ ニシテ正號ナリトス、卽チ H_1' ハ H_2 ノ前ニ位ストス。

a） 主軸ニ平行ナル線 PQ（下方ノ ←⫷ ヲ以テ示ス方向ニ於テ）ハ先ヅ第二系統ノ第一燒點 B_2 ヲ通ルベシ。
$R\ B_2\ S$ ガ第一系統ニ由テ屈折セラルヽヤ軸ヲ $\mathfrak{B}$ 點ニテ截ルベシ、コノ $\mathfrak{B}$ 點ハ編成系統ノ第一燒點ナリ。

b） 主軸ニ平行ナル線 $U\ V$（上方ノ ⫸→ ヲ以テソノ方向ヲ示ス）ハ先ヅ B_1' ヲ通リ、次ニ $W\ B_1'\ M$ ハ第二系統ニテ屈折セラルヽヤ軸ヲ $\mathfrak{B}'$ 點ニテ截ルベシ。コノ $\mathfrak{B}'$ 點ハ編成系統ノ第二燒點ナリ。

c） $H_1'H_2$ ノ間ヲ部分系統ノ主點ヨリスル燒點距離ノ比卽チ

$$H_1'C : CH_2 = F' : \Phi$$

ノ割合ニテ二分ス。今 $H_1'C = p$　$CH_2 = q$ トス。
次ニ C ニ垂線 $CD = t$ ヲ作リ、本章ノ圖法 **A**, 2, ニ由テ t ニ應ゼル像ノ第一部分系統ニ由テ生ズル $\mathfrak{H}J = b$ ト第二部分系統ニ由テ生ズル $\mathfrak{H}'K = \beta'$ トヲ作ル。
$\mathfrak{H}$ ト $\mathfrak{H}'$ トハ編成系統ノ主點トナル。

證明 §. 34. 式 **X)** ヲ第一部分系統ニ應用スレバ

1) $\dfrac{t}{b} = \dfrac{(F'-p)}{F'}$❶ 或ハ $t = \dfrac{(F'-p)\,b}{F'}$.

第二部分系統ヨリシテ

2) $\dfrac{t}{\beta'} = \dfrac{(\Phi-q)}{\Phi}$❷ 或ハ $t = \dfrac{(\Phi-q)\,\beta'}{\Phi}$.

3) $\dfrac{(F'-p)\,b}{F'} = \dfrac{(\Phi-q)\,\beta'}{\Phi}$ 或ハ

$$\frac{b}{\beta'} = \frac{(F'-p)}{(\Phi-q)} \cdot \frac{F'}{\Phi} .$$

然ルニ作圖法ニヨリテ

4) $\dfrac{p}{q} = \dfrac{F'}{\Phi}$ 或ハ $p = \dfrac{q \cdot F'}{\Phi}$ 故ニ

5) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{(\Phi-q)}{F' - \dfrac{q\,F'}{\Phi}} \cdot \dfrac{F'}{\Phi}$.

6) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{(\Phi-q)}{(\Phi-q)} \cdot \dfrac{F' \cdot \Phi}{F' \cdot \Phi} = 1$

故ニ $b = \beta'$ コレ卽チ相關セル像ガ同大同向ナルノ義ニシテ主點面ノ條件ナリ。

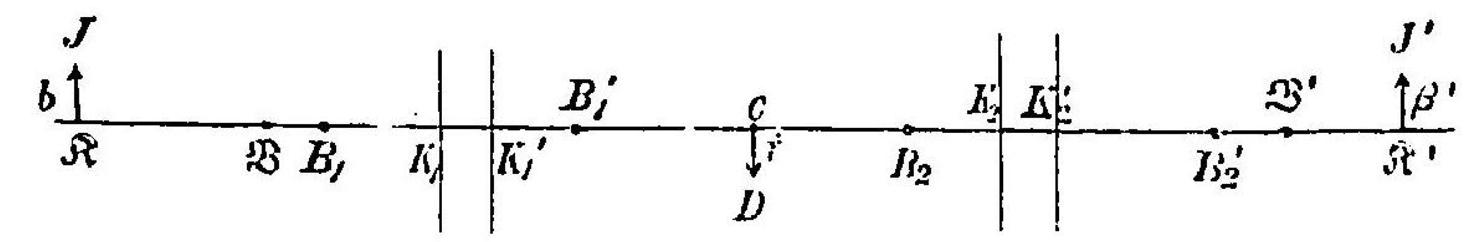
d) 編成系統ノ結合點ヲ求メントス。

---

❶ 像 t ガ第一部分系統ノ第二燒點 B_1' ヨリノ距離ハ　$C B_1' = p - F'$
故ニ　$- C B_1' = F' - p$.

❷ 像 t ト第二部分系統ノ第一燒點 B_2 トノ距離ハ　$C B_2 = q - \Phi$
故ニ　$- C B_2 = \Phi - q$.

第四十三圖



$K_1'\,K_2$ ノ間ヲ兩部分系統ノ結合點ヨリスル燒點距離ノ比　卽チ

$$K_1'C : CK_2 = F : \Phi'$$❶

ノ割合ニ二分ス、今 $K_1'C = p$　$CK_2 = q$ トスレバ

$$p : q = F : \Phi'.$$❶

C 點ニテ垂線 $CD = t$ ヲ作リ、コレニヨリテ第一及ビ第二系統ニ於テ其像 $\mathfrak{K}J = b$　$\mathfrak{K}'J' = \beta'$ ヲ作ル。

$\mathfrak{K}\,\mathfrak{K}'$ ハ編成系統ノ結合點ナリ。

證明 §. 34. 式 **X)** ニヨリテ

1) $\dfrac{t}{b} = \dfrac{-(p-F)}{F'}$ 或ハ $t = \dfrac{(F-p)\,b}{F'}$

2) $\dfrac{t}{\beta'} = \dfrac{-(q-\Phi')}{F'}$ 或ハ $t = \dfrac{(\Phi'-q)\,\beta'}{\Phi}$

3) $\dfrac{(F-p)\,b}{F'} = \dfrac{(\Phi'-q)\,\beta'}{\Phi}$ 或ハ

$$\frac{b}{\beta'} = \frac{(\Phi'-q)}{(F-p)} \cdot \frac{F'}{\Phi} .$$

然ルニ作圖法ニヨリテ

---

❶ $K_1'\,B_1' = F$　$B_2\,K_2 = \Phi'$ .... §. 32.

4) $\dfrac{p}{q} = \dfrac{F}{\varphi'}$ 或ハ $p = \dfrac{qF}{F'}$ 故ニ

5) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{(\varphi' - q)}{\left(F - \dfrac{qF}{\varphi'}\right)} \cdot \dfrac{F'}{\varphi}$.

6) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{(\varphi' - q)}{(\varphi' - q)} \cdot \dfrac{\varphi' F'}{F \varphi}$.

§. 31. 式 **VII)** ニヨレバ $\dfrac{\varphi' F'}{F \varphi} = \dfrac{\nu'}{n}$ ナルガ故ニ

7) $\dfrac{b}{\beta'} = \dfrac{\nu'}{n}$ .... 結合點面ノ條件 (§. 32.)

術語對照

境界面	Trennungsfläche
„	Grenzebene
共軛ス	conjugieren
虛性	virtuell
鏡面光線反射學	Katoptrik
屈折角	Brechungs-winkel
„ 線	„ -strahl
„ 率	„ -indicis
„ 球面	brechende Kugelfläche
系統	System
原基點	Fundamentalৼ Punkt
結合點	Knotenpunkt
„ 面	Knotenpunktsebene
弧	Arcus, Bogen
光學	Optik
„ 的中心	optischer Mittelpunkt
„ 的密度	optische Dichtigkeit
光點	Lichtpunkt
„ 距離	„ s-abstand
光通學	Dioptrik
像	Bild
像點	Bildpunkt
主軸	Haupta~~xe~~chse
燒點	Brennpunkt
燒點面	„ -ebene
„ 距離	Brennweite
主燒點	Hauptbrennpunkt
主燒點面	„ -ebene
„ 距離	Hauptbrennweite
主點	Hauptpunkt

主點面	Hauptebene
正弦	Sinus
正切	Tangent
正號	Positiv
頂點	Scheitelpunkt
頂點方程式	Scheitelgleichung
對點	Punktpaar
定數	constant
轉向	Ablenkung
轉向角	„ s-winkel
等質	homogene
投射線	Einfallender Strahl
„ 角	Einfallswinkel
„ 垂線	„ roth
„ 點	„ punkt
媒體	Medien, Mittel
開らき	Öffnung
負號	negativ
副軸	Nebenaxe
分離角	Divergenzwinkel
餘弦	Cosinus
餘切	Cotangent
彎曲中心點	Krümmungsmittel-punkt.

發行所　吐鳳堂書店（電話下谷一六七二番）
東京市本郷區龍岡町三十四番地
（振替貯金口座東京四一八番）

印刷所　杏林舍（電話下谷二七四五番）
東京市本郷區駒込千駄木林町百七十二番地

印刷者　今井甚太郎
東京市本郷區駒込千駄木林町百七十二番地

發行者　田中增藏
東京市本郷區龍岡町三十四番地

譯補者　小川劍三郎

小川劍三郎

明治四十三年四月十四日發行
明治四十三年四月五日印刷

定價金六拾五錢

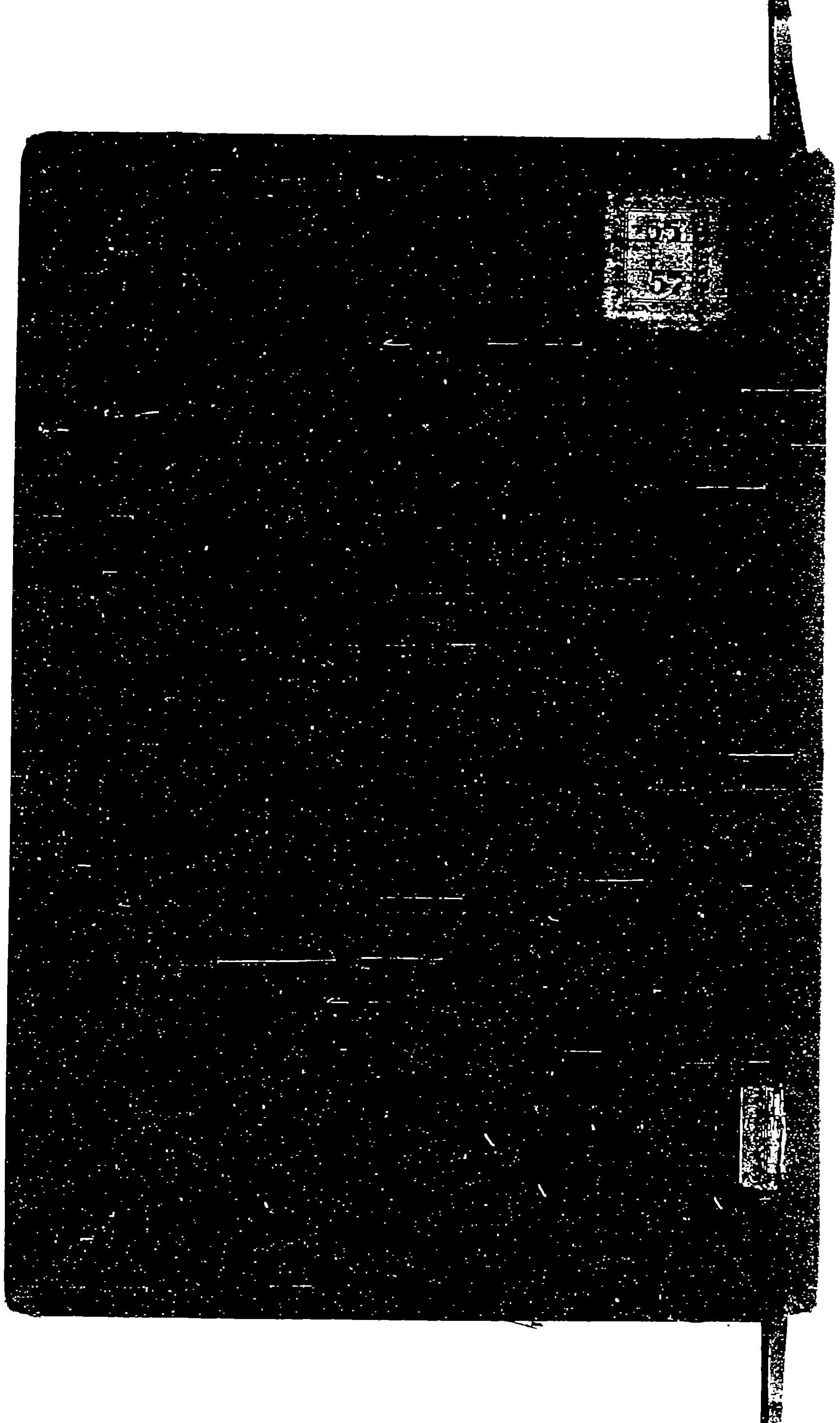
（光道學）

弘通書林

同　同　區湯島切通坂町　宮澤書店
同　同　區龍岡町　南山堂書店
同　同　同　豐文堂書店
同　同　同　文光堂書店
同　同　區本富士町　明文館書店
同　同　區龍岡町　朝陽堂書店
同　同　區春木町三丁目　積運堂書店
同　本郷區春木町三丁目　南江堂支店
同　神田區鍛冶町　朝香屋書店
同　同　區湯島切通坂町　合名會社金原商店
同　同　區春木町三丁目　半田屋書店
同　本郷區湯島切通坂町　南江堂書店
東京市日本橋區通三丁目　丸善株式會社書店

同　大町五丁目　沾哉堂書店
仙臺市新傳馬町　金英堂書店
京都市河原町　大黒屋書舖
大阪市中ノ島玉江町　角屋書店
京都市三條通麩屋町　丸善株式會社支店
金澤市片町　宇都宮書店
京都市寺町通二條下ル　若林茂一郎
岡山市上之町　渡邊宗治郎
長崎市引地町　安中集榮堂
熊本市新二丁目　長崎次郎
名古屋市西區本町　丸善書店

關西大賣捌所
大阪市南區心齋橋筋博勞町　丸善株式會社支社
大阪市南區心齋橋筋一丁目　松村九兵衛



光通学

小川　剣三郎／著