算學釋例

貰三氏署

算數名義釋例

光緒貳拾八年上海
書局石印

西學新政叢書

算數名義釋例目錄

算數名義釋例卷一

新化李國松著　吳縣王德尚編

數理備旨

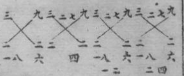
執途人而語之算術諱通天元即可以明代數明代數即可以通天元知天元代數則元代之源如方程借根元代之流如四元微積皆迎刃而解既習諸法而句股幾何諸術已渾括其中步天測地制器無乎不宜則必瞠目相視茫不知為何語是何也中國自隸首作算術商高作周髀孫子作算經至劉徽始注九章王孝通始撰緝古李冶始述天元朱世傑始演四元李雲門李尚之羅茗香等始暢發其旨竟西人幾何之學著自他勒至歐吉利德始作幾何原本代數之學自丟番都已以此名世至肥乙大始以字代數至華里司棣麼甘始有成書奈端始濟之以微分歐樓復益之以積分中西術於是日漸詳備其致用之處如歷法則多祿某第谷舊術俟失勒本歌白尼之說改之始與實測密合如重學則亞奇默德以後若伽離略瓦利斯海根斯奈端諸人莫不踵事增華中國墨翟公輸雖早明其崖略不甚為時所重其學遂絕容成羲和已明歷法厄於秦火漢造太初攢益之者七十餘家至郭守敬始少有端倪自利瑪竇入中土西人源源而來與徐李諸公繙譯各書遂採西人之長至梅勿菴王曉菴戴東原徐莊愍李壬叔等先後輩出中國歷數之學始昌重學亦始有所擴充凡資於算之汽化光電各學始得其緒由此觀之積數千百年中西疇人之心思才力乃能日趨於簡易今以一人一旦之功而欲周知壹是已不勝其艱苦倘復責以探索前人未得之新理能乎否耶即幸而有漸次擴充其法者半亦頭童齒豁不能持算學為國家用是知之與不知等耳然則以學算言之惟恐學成之不速以學算之人言之雖欲速而必不能速天下固有如此兩難之學歟且夫古人之精藴必有出於筆墨外者使

學者得著書之人口講指畫於其側則書外之精意以傳往往累牘難明得一二語立可解悟今既不可得計惟有舉凡人所苦其為艱深者不論古今不分中西皆設為問答分條臚列釐其序俾由淺知深闡其原俾由理知法繪其圖俾由象知數詳其式俾由此知彼無論其人性質何如均可登時通悟迨其學成年力方壯庶幾乎盡人皆能用元代微積之術御思法重學以步天測地制器可出而為國家用乎是則竊所厚望而兢兢然恐有不逮者已

問學算用珠用籌用筆三者孰便○答曰加減莫妙於珠然筆算果熟與用珠加減略等珠之乘除遇法多位即覺繁難易誤乘除用籌較用珠精速然仍用筆加減遜於珠之無須於筆也第珠算得數之後亦用筆記且以筆乘除不致有誤誤亦易檢出改正但遇除時不及用籌之稍省心力故遇法位太多者用籌輔之然用筆記籌中之數隨記隨減不勝其繁則當用珠記實依法列籌皆籌中各位之數漸次減實得數最速西人曾造一表以加減代乘除見格致彙編即此理也故學算可兼用珠籌惟當以筆為主耳矧元代微積非筆不能乎

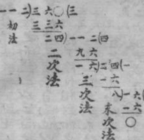
問兼用珠籌筆乃便於加減乘除既得聞命矣不知何所謂加減乘除也○答曰加減乘除皆分法實如有九加入三則九為實三為法法加實得十二是取兩數而求其和也若十二之中減去三則十二為實三為法之法減實得九是取兩數而求其較也夫九以三加之而得十二十二以三減之而得九是加減者互相還原也若九人各出三錢則九為實三為法以法一一加之始加得六次加得九次得十二得十五得十八得二十一得二十四得二十七其理不異於加然苦其繁費遂本此以立簡法作九九歌訣但呼三九二十七只一次而已得數奏此之為乘轉以二十七錢分給九人則二十七為實九為法以九減二十七三次而盡始知人得三錢其理不異於減然亦苦其繁費遂本此以立簡法但呼二九一十八太小於實改呼三九二十

七即能恰盡是一商而已得數矣此之為除夫九以三乘之而得二十七三以九乘之亦得二十七二十七
以九除之而得三以三除之則得九是乘除者又互相還原也三尺之童亦能以之隨意加減乘除然而必
立算式者為有法自兩位以上設也如有數六百八十九以二百九十加之法以原數橫列於上加數橫列
九 九 於下按位相對加之單位之九對 無可加仍紀九次十位之八與九相加得十七進十於前位為
八九七
六二九 一作一點為誌本位紀七次百位之六與二及所進之一相加得九於是本位紀九所加之數共九
九 九 百七十九如以二百九十減九百七十九法自單位減起單位之九對○無可減仍紀九十位之七
七九 八
九二六 減九為下大於上則借前位之一作本位之十前位亦作點為誌十減九餘一併上位之七為八故
紀八百位之九減二及十位所借之一則為三減九餘六故紀六所減之數得六百八十九設二十四與三
四六四 四 十六相乘法以二十四為實列於上三十六為法列於下命法實單位相齊乃以法之六遍乘
二三四二六
一七八 實之二四其所得之單位數即對本法位下書之六乘四得二十四將二十進前一位作二點
(二四 誌之四書於本位下次以六乘二得一十二將十進前一位為一書之二併所誌之二為四故
書四於本位下法之六既與實乘畢次以法之三復乘二四得七二乃用加法併之共得八六
四 四四○ 四總書於下四對法實之單位故乘得之數為八百六十四也如以八百六十四為實用三十
六二 四四○
八七一一○ 六除之則於實之左右各作括弧書法三十六於左因法首位三足實首位八之二倍故於實
三六) 右書二乃以二乘法得七二書於實下減實餘一四四為次商實又看次商實足法之四倍即
書四於得數之次乃以四乘法得一四四書於實下減實適盡即除得數為二十四也
問以法除實若奇零不盡又以此奇零不盡之數加減乘除則奈之何○答曰如三除十四得四餘二命為三
分之二即除得四又三分之二也如九除二十九得三餘二命為九分之二即除得三又九分之二也謂之



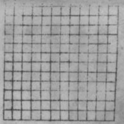
加　減　乘　除

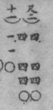
命分如以九分之二與三分之二相加減則列為左右兩行三與九為分母二與二為分子分母相乘得二十七為新分母布母九乘左子二得一十八左母三乘右子二得六一十八與六相加得二十四相減得一十二皆為新分子是相加得二十七分之二十四相減得二十七分之一十二也乘則用母乘母用子乘子得二十七分之四除則變除為乘如三分之二以九分之二除之用法母九乘實子二得十八為新分子用法子二乘實母三得六為新分母故除得六分之一十八以六除一十八得三即得整數矣蓋分數加減母不同子不齊則不知其孰大孰小惟通為同母之分數則分子之大小一覽而知即能於大數內減去小數加減雖無大小之分而其大小之理亦不容昧故亦必通之蓋所謂齊同通分也乘法既以母子乘母子為母子除不能以母子除母子者何也因不受除者居多故變為不除此而乘彼亦猶之乎除也加減之時母既同子既齊無論其新分母之數為若干皆猶以一為分母其子遝相加減宜矣至分法母子之數大而欲變小易於入算則有約分約分者母子之數各約之使小也如有一百一十二分之三百六十則以三百六十為實一百一十二為法法除實餘二十四為二次法再以一百一十二為實二十四除之餘一十六為三次法再以二十四為實一十六除之餘八為四次法再以一十六為實八除之適盡則四次法八即為末次法亦名公度數蓋以能度其母小若干倍即能度其子小若干倍也乃以八除原母一百一十二得一十四為新母除原子三百六十得四十五為新子是一百一十二分之三百六十變為一十四分之四十五而新母新子小於原母原子八倍矣然其法每次除得之數皆不用而惟取其末次所用之法為所求之數



雖名曰除實則輾轉相減耳若求得末次之數為一則母子之數不能約小矣

問有法有實既駁之以歸除矣若有實無法又以何術駁之〇答曰有開方之法在試即平方言之有根有積何謂根邊是也何謂積邊自乘之數也何謂開方有積而求其邊也今有方邊一十二尺如圖甲丙丙乙乙丁丁甲皆是自之（即自乘）得一百四十四尺如甲丙乙丁正方是以求方邊當列一百四十四尺自末位起每方積二位定方邊一位故隔一位作記而於四尺上定尺位百尺上定十位故一百為初商積以自一至九自成之方根數（即一一如一二二如四三三如九四四一六五五二五六六三六七七四九八八六四九九八一）惟一十自乘之數與一百合即定初商為一十書一百於商積之下相減恰盡即甲丙乙丁方積內之戊庚己乙小正方形其積一百尺也爰以方邊末位積四十四續書於下（大凡以餘積續書於下者每取方積之二位以當方邊之一位）為次商廉隅之共積即戊庚己乙小正方形外所餘之罄折形也分罄折形為丙辛庚戊庚壬丁己兩小長方形辛甲壬庚一小正方形其兩長方長十尺為兩廉一小正方即隅也故以初商之一十尺倍之得二十尺為廉法以除四十四尺足二尺即定次商為二尺書於方積四尺之上而以次商二尺為隅法與廉法二十尺相加共得二十二尺為廉隅共法書於餘積之左以次商二尺乘之得四十四尺與次商廉隅共積相減恰盡是開得一十二尺為方每邊之數也故方邊自乘而得積方積開之而得邊二者亦互相還原焉



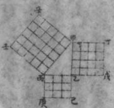


問有實無法固以開方濟乘除之窮始與有法有實者無異若尺有原法之幾何分或幾何倍欲知其實變為若干若尺有原邊之幾何分或幾何倍欲知其又一邊變為若干則奈何〇答曰此用四率比例術求之（率律以數互相準之謂也）以原法為一率原實為二率今有原法幾分或幾倍為三率求得四率即得其實為若干謂之

正比例若以今有原法幾分或幾倍爲一率而以原邊爲二率原又一邊爲三率求得四率之又一邊爲若干謂之轉比例試詳言之如有人幾何每人得物幾何求總物幾何則是每一人得物幾何與幾何人共得物幾何相比而成四率乃自小而大者也如有物幾何命幾何人分之每人得物幾何則是共人幾何共物幾何與每一人得物幾何相比而成四率乃自大而小者也蓋因命數以一人爲法故乘與除各有其率其是雖名爲乘除而實相爲比例之四率也以數明之如有錢一丈買物四枚今有錢二丈應買物若干法以錢一丈爲一率物四枚爲二率錢二丈爲三率二三兩率相乘一率除之得四率八即所求數也蓋一與四之比同於二與八之比也此正比例也若轉比例則如有田一畝原闊八步長三十步今闊要十二步問長得幾何法以今闊十二步爲一率原長三十步爲二率原闊八步爲三率二三兩率相乘一率除之得四率二十步即今闊十二步之長也雖今闊比原闊多而今長却比原長少故原有之闊八步與長三十步相乘得二百四十步其積既同是以轉而比之自成比例蓋今闊比原闊多三分之一今長比原長少三分之一其比例相同故今闊十二步與原闊八步之比即同於原長三十步與今長二十步之比也若借正比例論之以原闊八步爲一率原長三十步爲二率今闊十二步爲三率求得四率四十五步則是今闊多原闊今長多原長所容之積亦多而與一畝不合矣故轉以今闊爲一率原長爲二率原闊爲三率而得四率是一率與三率之比同於二率與四率之比也至合率諸比例不過合數比例而爲一比例要皆不出正轉二比例之法也

問比例以此一邊求又一邊此方面形也若斜剖方面形則用何術○答曰斜剖方面謂之句股如圖甲乙直

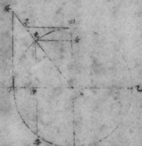
長爲股乙丙橫闊爲句甲丙斜線爲弦設句三尺股四尺弦五尺此句股之率句自乘得九尺爲句冪冪即平積省作冖股自乘得一十六尺爲股冪如



甲乙戊丁弦自乘得二十五為弦冪如甲丙壬辛以句冪九加股冪十六得二十五尺與弦冪之數等故以句自乘股自乘相加開方而得弦以弦冪二十五減句冪九得一十六與股冪等以弦冪二十五減股冪一十六得九與句冪等故以弦自乘句自乘相減開方而得股弦自乘股自乘相減開方而得句也若以句股相乘則得直積半之得句股積如三圖乙丙句三甲乙股四相乘得一十二尺如甲乙丙癸長方形其積比甲乙丙句股正大一倍故折半得六尺即句股之積也若將句三尺折半得一尺五寸與股四尺相乘亦得六尺如四圖甲乙丙句股形將乙丙句折半得乙子與甲乙股相乘成甲乙子丑長方形其甲丑寅小句股形與寅子丙小句股形之積等如以甲丑寅小句股形移於寅子丙適合甲乙丙句股形積故甲乙丑子長方積與甲乙丙句股積相等也所以句股弦彼此相求知其二而得其一或知其二而得其積也若欲將一句股形分之為二則求中垂線如五圖甲乙丙句股形以甲丙弦為一率乙丙句為二率甲乙股為三率求得四率乙丁即中垂線蓋甲乙丙甲乙丁兩句股形為同式故甲丙弦與乙丙句之比即同於甲乙小弦與乙丁小句之比也至於句股和較皆以二事相加謂之和句與股相加曰句股和省曰和句與弦相加曰句弦和省曰小和股與弦相加曰股弦和省曰大和相減謂之較句與股相減曰句股較省曰差句與弦相減曰句弦較省曰大差股與弦相減曰股弦較省曰小差以一事為主又與餘二事之和與較相和相較則以弦為主與句股和

相和曰弦和和與句股和相較曰弦和較與句股較相和曰弦較和與句股較相較曰弦較較若復欲和較名目甚多再經加減未易矢口而答南豐黃氏造為一表見自芙蓉堂二十一種檢之即知為何數也至和較三事之相求以借根天元代數諸法馭之可迎刃而解故不俱述

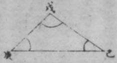
問斜剖方形既以句股馭之若斜剖四不等邊形當用何術○答曰用三角八線之法欲求三角先明八線凡平圓之周定為三百六十度如甲乙丙丁是無論圓之大小而度分不變故

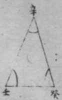


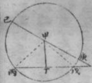
其數皆同自圓心平分圓周為四分名曰四象限每一象限九十度如甲乙乙丙丙丁丁甲皆是乃自圓心戊任作一戊己半徑則將甲丁九十度之弧分為甲己己丁作二段己丁為己戊丁角所對之弧甲己為甲戊己所對之弧如命己戊丁為正角則甲戊己為餘角甲戊己為正角則己戊丁為餘角正角所對為正弧餘弧所對為餘弧今以己丁為正弧故甲己為餘弧又自己與甲丙全徑平行作己辛線謂之通弦其對己丁正弧而立於戊丁半徑者曰正弦又與戊丁半徑平行作壬己線謂之餘弦以其為甲己餘弧之所對也於戊丁半徑內減戊庚餘庚丁謂之正矢於甲戊半徑內減壬戊餘甲壬謂之餘矢自圓界與甲戊半徑平行立於戊丁半徑之末作垂線仍與己戊丁角相對者曰正切將己戊半徑引長與正切相遇於癸成戊癸線謂之正割又自圓界與戊丁半徑平行作甲子線謂之餘切戊癸正割截甲子餘切截於子所分戊子謂之餘割每一角一弧即有正弦餘弦正矢餘矢己成四線於圓界之內復引出半徑於圓界之外而成正切餘切正割餘割之四線內外共為八線故曰割圓八線逐度逐分正弧之餘即為餘

弧之正餘弧之正即為正弧之餘是以前四十五度之八線正餘互相對待為用不必複求後四十五度之八線也凡此八線皆九十度以內銳角之所成若直角九十度者則不能成八線蓋因半徑即九十度之正弦甲戊半徑即甲丁弧之弦而切線割線為平行終無相遇之處也若鈍角過九十度以外者則於半周一百八十度內減其角度用其餘度之八線即如己庚為己丁弧之正弦亦即乙己弧之正弦也要之八線以正弦為本有正弦則諸線皆由此生矣

問直鈍銳三種之形何似　答曰適足九十度者謂之直角以其入象限內無稍偏斜故曰直角一曰方角一曰正角即句股形也過九十度以上者謂之鈍角以其大於直角而形鈍也不及九十度曰銳角以其小於直角而形銳也直角九十度得半周之半合兩直角必得一百八十度如圖甲乙丙直角三角形一句一股均等乙角得九十度餘二角必各四十五度共成一百八十度倘直角九十度句長股短或股長句短則餘二角共九十度不能各得四十五度鈍角銳角雖大小懸殊然合三角亦必得一百八十度如圖戊己庚鈍角三角形戊角若有一百十五度餘二角必銳己角若得四十度庚角必得二十五度共得一百八十度如圖辛壬癸銳角三角形三角俱銳若辛角有三十度壬角有八十三度則癸角必得六十七度三角共一百八十度若三邊俱等三角必各得六十度合三角得一百八十度故知其二角可知其餘一角也鈍銳三角雖不成直角若自一角至底作垂線即分為兩直角形即兩句股形也如有甲乙丙等邊三角形每邊十尺求中垂線則以底邊十尺折半得五尺為句如丙丁丁。是任以兩腰之一邊十尺



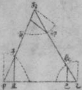




或甲乙或甲丙為弦句弦求股得八尺六寸六分有奇為中垂線如甲丁是則甲乙丙等邊三角形分為甲丙丁甲乙丁兩直角三角形矣設有鋭角三角形大腰一百二十二尺小腰一百一十二尺底一百五十尺求中垂線則以底一百五十尺為一率如乙丙大腰一百二十二尺如甲乙與小腰一百一十二尺如甲丙等甲巳相加得二百三十四尺如乙巳為二率以大腰一百二十二尺與小腰一百一十二尺相減餘十尺如庚乙蓋甲庚與甲丙等故庚乙為兩腰之較為三率求得四率十五尺六寸為底邊之較如乙戊與底一百五十相減餘一百三十四尺四寸如丙戊折半得六十七尺二寸為句如丁丙戊丁等以小腰一百一十二尺為弦求得股八十九尺六寸如甲丁為中垂線也則甲乙丙鈍三角形分為甲乙丁甲丁丙兩直角三角形矣如有鈍角三角形大腰十七尺小腰十尺底二十一尺求中垂線則以底二十一尺如丙乙為一率大腰十七尺如甲乙與小腰十尺如甲丙等甲巳相加得二十七如巳乙為二率以大腰十七尺與小腰十尺相減餘七尺如庚乙為三率求得四率九尺如乙戊為底邊之較與底二十一尺相減餘十二尺如丙戊折半得六尺如丙丁為句以小腰十尺為弦求得股八尺如甲丁為中垂線也則是甲乙丙鈍角三角形分為甲丙丁甲乙丁兩直角三角形矣如有斜立鈍角三角形大腰二十一尺小腰十七尺底十尺求形外垂線則以底十

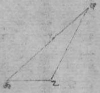
尺如乙丙為一率大腰二十一尺如甲乙與小腰十七尺如甲丙甲己等相減餘四尺如庚乙為二率大腰二十一尺與小腰相加得三十八尺如巳乙為三率求得四率一十五尺二寸如乙戊為底邊與形外垂線兩邊並底之總內減去底十尺餘五尺二寸如丙戊折半得二尺六寸如丙丁同丁戊為句以小腰一十七尺為弦求得股一十六尺八寸如甲丁為形外垂線也則是甲乙丙斜立鈍角三角形補為甲丁乙一直角三角形矣至於邊角相求不過以角度之八線與邊為比例如圖呷吃呐直角三角形設吃為直角九十度呐角六十度呷角三十度呷呐邊三十丈吃呐邊十五丈呷吃邊二十五丈九尺八寸三角三邊隨舉三數即可求其餘數若有吃角呐角吃呐邊求呷吃呷呐二邊則以呐角六十度減象限九十度餘三十度為呷角乃以呷角為對所知邊之角其正弦如子丑辰亥同即巳呐五萬此數據八線表而後得同為一率吃呐邊為對所知角之邊其數一十五丈為二率呐角為對所求邊之角其正弦如辰巳八萬六千六百〇二為三率求得四率二十五丈九尺八寸有奇即呷吃為所求之邊也蓋辰巳呐與呷吃呐兩句股形為同式故巳呐與辰巳之比同於吃呐與呷吃之比也若以呷角為對所知邊之角其正弦五萬為一率吃呐邊為對所知角之邊其數一十五丈為二率吃角為對所求邊之角其正弦即半徑如寅吃與卯吃呷子辰呐同十萬為三率求得四率三十丈即呷呐為所求之邊也蓋呷子丑與呷吃呐兩句股形為同式故子丑與呷子之比同於吃呐與呷呐之比也若有呷角呐角呷呐邊求呷吃吃呐二邊則以吃角為對所知邊之角其正弦十萬為一率呷呐邊為對所知角之邊其數三十丈為

二率呐角為對所求邊之角其正弦八萬六千六百〇二為三率求得四率二十五丈九尺八寸有奇即呷吃為所求之邊也蓋辰巳呐與呷吃呐兩句股形為同式故辰呐與辰巳之比同於呷呐與呷吃之比也若以吃角為對所知邊之角其正弦十萬為一率呷呐邊為對所知角之邊其數三十丈為二率呷角為對所求邊之角其正弦五萬為三率求得四率一十五丈即吃呐為所求之邊也蓋呷子丑與呷吃呐兩句股形為同式故呷子與子丑之比同於呷呐與呐吃之比也若有吃直角吃呐邊呷呐邊求呷角則以對所知角之呷呐邊三十丈為一率對所知邊之吃角正弦十萬為二率對所求角之吃呐邊一十五丈為三率求得四率五萬為呷角正弦檢表得三十度為所求呷角度也蓋呷子丑與呷吃呐兩句形為同式故呷呐與吃呐之比同於呷子與子丑之比也若有呷角吃呐邊呷乙邊求呐角則以對所知角之吃呐邊一十五丈為一率對所知邊之呷角正弦五萬為二率對所求角之呷吃邊二十五丈九尺八寸有奇為三率求得四率八萬六千六百〇二為呐角正弦檢表得六十度為所求呐角度也蓋辰巳呐與呷吃呐兩句股形為同式故吃呐與呷吃之比同於巳呐與辰巳之比也若祇有吃直角呷吃邊吃呐邊求呷呐二角則無所對之邊邊無所對之角惟可以同式句股為比例則以呷吃二十五丈九尺八寸為原有股為一率吃呐邊十五丈為原有句為二率半徑十萬如呷未為今有股為三率求得四率五萬七千七百三十五為今有句即呷角正切如午未檢表得三十度為呷角度以減象限九十度餘六十度即呐角度也蓋呷午未與呷吃呐兩句股形為同式故呷吃與吃呐之比同於呷未與午未之比也至於銳角則如圖甲乙丙銳角三角形設甲角六十角乙角四十角丙角八十度甲乙邊四十丈乙丙邊三十五丈一尺七寸五分甲丙邊二十六丈〇九寸六分有奇若有甲角甲乙邊乙丙邊求丙角乙角則以



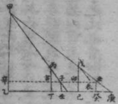
對所知角之乙丙邊三十五丈一尺七寸五分為一率所知之甲角正弦如子丑八萬六千六百〇二為二率對所求角之甲乙邊四十丈為三率求得四率九萬八千四百八十一為丙角正弦如寅卯檢表得八十度即丙角度也既得丙角乃并甲角得一百四十度以減半周一百八十度餘四十度即乙角度也如欲求甲丙邊則以甲角為對所知邊之角其正弦八萬六千六百〇二為一率所知之乙丙邊三十五丈一尺七寸五分為二率對所求邊之乙角其正弦如辰巳六萬四千二百七十八為三率求得四率二十六丈　九寸六分有奇為甲丙邊也若有甲角六十度甲乙邊四十丈甲丙邊二十六丈〇九寸六分求丙角乙角此題既無直角又角無所對之邊邊無所對之角故必用兩邊半弧之和較與外角之正切為比例則以甲乙邊四十丈與甲丙邊二十六丈〇九寸六分相加得六十六丈〇九寸六分為兩邊和為一率又以甲乙邊四十丈與甲丙邊二十六丈〇九寸六分相減餘一十三丈九尺〇四分為兩邊較為二率以甲角六十度與半周一百八十度相減餘一百二十度折半得六十度為半外角其正切一十七萬三千二百五為三率求得四率三萬六千三百九十七為半較角正切檢表得二十度即半較角度與半外角六十度相減餘四十度即乙角度如以半較角加半外角六十度得八十度即丙角度也既得乙丙二角度即以丙角為對所知邊之角其正弦九萬八千四百八十一為一率甲乙邊為對所知角之邊四十丈為二率以甲角為對所求邊之角其正弦八萬六千六百〇二為三率求得四率三十五丈一尺七寸五分有奇即乙丙為所求之邊也至若鈍角則如圖甲乙丙鈍求得四率三萬六千三百九十七為半較角正切檢表得二十度即半較角度與半外角六十度相減餘四十度即乙角度如以半較角加半外角六十度得八十度即丙角度也設有甲乙丙鈍角三角

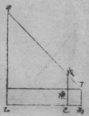
形甲角二十三度五十八分乙角一百一十九度三十四分丙角三十六度二十八分甲丙邊七十九丈〇二寸四分甲乙邊五十四丈乙丙邊三十六丈九尺〇五分八釐有奇若有乙角甲乙邊甲丙邊求甲角丙角則以對所知角之甲丙邊七十九丈〇二寸四分為一率所知之乙角外角正弦如寅卯八萬六千九百九十二為二率對所求角之乙



丙邊五十四丈為三率求得四率五萬九千四百三十五為丙角正弦如子丑檢表得三十六度二十八分即丙角度也既得丙角乃并乙角得一百五十六度〇二分以減半周一百八十度餘二十三度五十八分即甲角度也若有乙角甲乙邊乙丙邊求甲角丙角此題亦兩邊夾一角而角在兩邊之中角無所對之邊邊無所對之角與前法同但鈍銳加減異耳以甲乙邊五十四丈與乙丙邊三十六丈九尺相加得九十丈〇九尺為兩邊和為一率又以甲乙邊與乙丙邊相減餘一十七丈一尺為兩邊較為二率以乙角一百一十九度三十四分與半周一百八十度相減餘六十度二十六分為外角折半得三十度一十三分為半外角其正切五萬八千二百四十為三率求得四率一萬〇九百五十六為半較角之正切檢表得六度一十五分為半較角度與半外角三十度一十三分相減餘二十三度五十八分即甲角度如以半較角六度一十五分與半外角三十度一十三分相加得三十六度二十八分即丙角度也既明三角而測量之法可迎刃而解矣

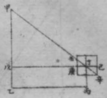
問三角邊角相求既為測量而設其詳可得聞與〇答曰或用表杆或用矩度或用儀器相度窺測以大小句股為比例以在器之句股比所測之句股然句股必為直角而三角則以任何角度為準用八線以為比例也試即表杆言之設如有一旗杆欲測其高但知距旗杆之遠為三丈問得高幾何如圖甲乙為旗杆之高

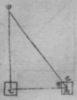




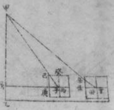
法於距旗杆三丈如乙丙立一表高四尺如丁丙向前又立一表高八尺如戊己看二表端與旗杆頂參齊量二表間相距得五尺如丙己即丁庚乃以五尺如丁庚為一率兩表之高相較餘四尺如戊庚為二率距旗杆之遠三丈如乙丙即丁辛為三率求得四率二丈四尺如甲辛加入後表之高四尺如丁丙即辛乙得二丈八尺即甲乙旗杆之高蓋甲辛丁戊庚丁兩句形為同式故庚丁與戊庚之比同於丁辛與甲辛之比也設有一樹欲測其遠爰取一直角橫量十五丈問得遠幾何如圖法先立一表於乙取直角橫量十五丈至丙次立一表於丙自丙對甲相直復立一表於丁次依丁丙度引至乙丙線上截乙丙於戊乃以丙戊折半於己遂得丁己丙句股形與甲乙丙句股形為同式形因量丙己得三丈為一率丁己得五丈為二率丙乙十五丈為三率求得四率二十五丈即甲乙之遠也蓋甲乙丙句股形與丁己丙句股形為同式故丙己與丁己之比同於丙乙與甲乙之比也設有海島欲測其高遠用相等兩表測之問得高遠幾何如圖法立表竿三丈如丙丁退行六十丈如丁壬子寅等立短表三尺如子壬人目望二表端俱與島峯參合復退行五百丈如丁己寅卯等又立表竿三丈如戊己退行六十二丈如己癸丑卯等立短表三尺如丑癸人目望二表端俱與島峯參合爰以二表退行六十丈與六十二丈相減餘二丈如丑辰為一率表竿與短表即人目

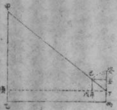
相減餘二丈七尺如戊卯丙寅等為二率表閒相去五百丈為三率求得四率六百七十五丈如甲辛加入表竿三丈共六百七十八丈如甲乙即島之高也蓋戊卯丑與甲辛丑為同式句股形則丑辰與丑子為兩句股形之各股較或戊辰丑三角形與甲子丑三角形又為同式形是以辰丑與戊卯之比同於丑子與甲辛之比也若以前表退行六十丈為二率則得四率一萬五千丈為壬乙島遠蓋丑辰與卯辰之比同於丑子與辛子之比也若即矩度言之設有一旗杆欲測其高但知距旗之遠為三丈問得高幾何法用矩度矩度之制必用正方每邊定一百分橫竪俱界線畫成小方分自中心所出線俱平分每邊一半對中心所出線兩邊安定表取中心安遊表看分數必以其自中心所出線為準定準竪線以定表看地平遊表看旗頂得距地平分四十分乃以中心平距分五十分如丁庚為一率所得距分四十分如壬庚為二率距旗杆之遠三丈如丁戊為三率求得四率二丈四尺即矩度中心定表所對地平至旗杆之高為甲戊如矩度中心距地之高四尺如丁丙乙戊等共得二丈八尺即甲乙為所求旗杆之高也蓋壬庚丁與甲戊丁兩句股形為同式故丁庚與壬庚之比同於丁戊與甲戊之比也設有一樹不知其遠爰取一直角橫量十五丈問得遠幾何如圖法以矩度定表與遊表定準直角以定表對樹遊表隨直角立表杆二三處橫量十五丈於此處復安矩度以定表對所立表杆取直看原處以遊表看樹得距矩度中心平分線距分三十分乃以所得距分三十分如己庚為一率矩度中心平分距五十分如己丙為二率橫量十五丈如乙丙為三率求得四率二十五丈即甲乙離樹之遠蓋庚己丙與甲





乙丙兩句股形為同式故已庚與已丙之比同於乙丙與甲乙之比也設有山一座欲測其高用重矩之法測之如圖法用矩度定準垂線以定表看地平如丙庚對戊遊表看山頂如丙已望甲得距地平分四十分如已庚又向後量九丈如丙丁復安矩度定準垂線以定表看原地平如丁壬對戊遊表看山頂如丁辛望甲得距地平分三十二分如辛壬乃以前矩度距地平分四十分為一率中心平分距分五十分如丙庚為二率後矩度距地平分三十二分為三率求得四率四十分如丙子為前後遊表同距地平分所得之中心距分乃以所得四十分與後矩度中心平分距分五十分相減餘十分如丁丑與前矩度子庚等為一率後矩度距地平分三十二分為二率向後量九丈為三率求得四率二十八丈八尺如甲戊加矩度中心距地之高四尺如戊乙共得二十九丈二尺如甲乙山之高也蓋辛丑丁三角形與甲丙

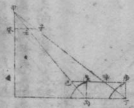


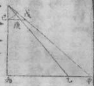


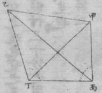
丁三角形為同式形而丁丙與丁丑為甲戊丁辛壬丁兩句股形之各股較故丁丑與辛壬之比同於丁丙與甲戊之比也若以儀器言之設有一塔不知其高但知距塔之遠為三十丈欲測其高幾何法以儀器儀器之制或全圓或半圓或象限雖為體不同其為用則一以九十度為率以定表遊表為二視線而其相距之度即所測之度定準墜線以定表看地平遊表看塔尖甲得兩表相距二十四度如已戊乃以二十四度與九十度相減餘六十六度如癸已為對所知之角其正弦九萬一千三百五十五如壬已辛即丁為一率倂器上二十四度為對所求之角其正弦四萬○六百七十四為二率距塔之遠三十丈如丙乙庚即丁為三率求得四率十三丈三尺五寸七分如甲

乙加儀器中心距地之高庚乙得甲乙即塔之高也蓋甲庚丁與己辛丁兩句股形爲同式故丁辛與己辛之比同於丁庚與甲庚之比也設有一樹欲知其遠取一直角橫量十五丈測之問得遠幾何法以儀器定遊表取直角九十度定表看樹對遊表立兩表竿取直橫量十五丈復安儀器於此以定表看原處遊表看樹得兩表相距六十度乃以半徑十萬如丙丁爲一率丙角六十度之正切一十七萬三千二百○五如己丁爲二率橫量十五丈如丙乙爲三率求得四率二十五丈九尺八寸如甲乙即所測之遠甲乙蓋甲乙丙與己丁丙兩句股形爲同式故丙丁與己丁之比同於丙乙與甲乙之比也

設如一山欲知其高用量測之法測之退步十丈問得高幾何法先安儀器定準墜線以定表看地平遊表看山頂甲得兩表相距五十度如丙角又退行十丈如丙丁復安儀器定準墜線以定表看原地平遊表看山頂得兩表相距四十度如丁角乃以前所測五十度之餘切八萬三千九百八十如戊己即如壬癸與後測四十度之餘切一十一萬九千一百七十五如庚辛即如子癸相減餘三萬五千二百六十五如子壬爲一率半徑十萬如甲癸爲二率退行十丈如丙丁爲三率求得四率甲乙二十八丈三尺五寸即山之高也蓋甲癸壬與甲乙丙兩句股形爲同式而甲癸子與甲乙丁兩句股形亦爲同式故甲壬子與甲丙丁兩三角形亦爲同式而子壬與甲癸之比同於丁丙與甲乙之比也設如人在山上欲測山之高但知山







前有二樹與山參直二樹相距十八丈問山高得幾何法於山頂丙安儀器定準整線以定表向空中取一平線先以遊表看遠樹甲得遊表距垂線四十九度如甲丙丁角次以遊表看近樹乙得遊表距垂線三十八度如乙丙丁角乃以四十九度之正切一十一萬五千　三十七如戊巳與三十八度之正切七萬八千一百二十九如庚巳相減餘三萬六千九百〇八　如戊庚為一率半徑十萬如丙巳為二率二樹相距十八丈如甲乙為三率求得四率丙丁四十八丈七尺七寸即山之高也蓋丙丁甲與丙巳戊兩句股形為同式丙乙甲與丙庚戊兩三角形亦為同式故戊庚與丙巳之比同於甲乙與丙丁之比也設如隔河東西二樹欲知其相距之遠爰對一樹取一直角左右橫量十三丈測之求二樹相距法先對西樹如甲安定儀器於右如丙定遊表取直角九十度以定表看西樹隨遊表橫量十三丈如丙丁乃以遊表看東樹如乙得西樹視線距橫量邊線九十度如甲丙丁角東樹視線距橫量邊線三十八度如乙丙丁角兩視線相距五十二度如甲丙乙角次於直角橫量十三丈如丁處安儀器於左以定表看右儀器中心丙遊表看東樹得東樹視線距橫量邊線一百一十度如乙丁丙角復以遊表看西樹得西樹視線距橫量邊線四十五度如甲丁丙角乃先求右儀器距西樹之遠以甲丁丙角與象限相減餘四十五度如丁甲丙角為對所知之角其正弦七萬〇七百一十一為一率以甲丁丙角為對所求之角其正弦七萬〇七百一十一為二率丙丁十三丈為所知之邊為三率求得四率十三丈為右儀器距西樹之遠如丙甲次求右儀器距東樹之遠以乙丙丁角與乙丁丙角相併得一百四十八度與半圓相減餘三十

二度如丙乙丁角為對所知之角其正弦五萬二千九百九十二為一率以乙丁丙角為對所求之角其外角七十度之正弦九萬三千九百六十九為二率丙丁十三丈為所知之邊為三率求得四率二十三丈〇五寸為右儀器距東樹之遠如丙乙未求東西二樹相距之遠以丙甲邊丙乙邊相加得三十六丈〇五寸為一率相減餘十丈〇五寸為二率以甲丙乙角與半圓相減餘一百二十八度為外角折半得六十四度為半外角其正切二十萬〇五千〇三十為三率求得四率五萬七千一百五十八為半較角之正切檢表得二十九度四十五分與半外角相減餘三十四度十五分為小角如乙角與半外角相加得九十三度四十五分為大角如甲角乃以小角為對所知之角其正弦五萬六千二百八十為一率甲丙乙角為對所求之角其正弦七萬八千八百〇一為二率甲丙十三丈為所知之邊為三率求得四率甲乙十八丈二尺即東西二樹相距之遠也究之三角不外句股而句股不及三角何者測量之法表杆矩度不及儀器之精今儀器每度已能作三十分之用若仿分釐尺法再分之可析為微秒則表杆矩度不能企其萬一所以測量當以三角為主也

算數名義釋例第二

算理釋名

算術多門苦難記憶算家雖有歌括之作要皆限言諧韻便於學僮之諷誦求其提挈綱要貫澈術理者卒鮮矣新化李氏固松有鑒於此取古今算書之界說凡例由淺入深門分類釋略仿爾雅之體為算雅二十七篇抉象數之本原通差鞜之殊稱包括靡遺記誦亦便誠乳數之津梁算經之鈐鍵也亟為刊之以廣其傳庶可為學算之初桄焉

釋加減乘除第一

不動者為實動者為法○加併合和總共也○減餘謂之較多少不同謂之差○法有若干實即加至若干倍謂之乘○自之自乘也自乘又乘謂之再乘乘因也因照前數加也○此物乘彼物謂之相乘○衆物顛倒相乘謂之互乘互乘維乘也○一法遍乘諸位謂之遍乘○令法首為一謂之求一乘求一乘省乘也○省乘原數不動但挨身加之為加法乘○珠盤格上二子上一當十下一當五謂之懸珠乘○從法尾位乘起為掉尾乘○從法首位乘起為破頭乘○從法次位乘起乘至尾位再用首位乘之為留頭乘○公倍數公乘數也○倍數謂之係數世傳以五一二乘一九五三二五得一數謂之獅子滾毬一○實如法而一為除除歸也歸分也分約也約度也發聞謂之分單位謂之歸多位謂之除束大使小謂之約求實函法數之若干倍謂之度○可度度盡也不可度有奇零也奇零實不滿法也○公約數公度數也公度數設數皆可度也○商度除之謂之商除○案成語呼之宋用商度謂之飛歸楊輝代乘代除法與飛歸相似○法之首位為一但減身外謂之身外減除○珠盤一歸見一無除作九一二歸見二無除作九二三歸見三無除作九三四歸見四無除作九四五歸見五無除作九五六歸見六無除作九六七歸見七無除作九七八歸見八無除作九八九歸見九無除作九九謂之撞歸○數有公度數謂之有等無公度數謂之無等○乘除俱依法數屢加屢減謂之金蟬脫殼○同乘異乘同除異除截乘截除併乘併除也

釋分數第二

法除實實不滿法名以言之為命分○法為分母實為分子○分母大分子小為常分數○分子大分母小為混分數○分數與整數相連為帶分數整全也○分母乘整為通分通化也化分化整從零也○分母子俱以他數除之使小為約分○分子如分母而一為收○分子不可以分母除盡者分母除之前後相同謂之循環○衆分錯雜母互乘子謂之齊乘母相乘謂之同同者相與通同為一母也齊者與母子齊母子同長不失本

數也○衆分相加為合分○大分去小分為減分○衆分較其多寡之數為課分○減彼分之多增此分之少為平分○分母乘分母為法分子乘分子為實為乘分○法分母乘實分子為實法分子乘實分母為法為經分經分除分也

釋比例第三

而今有之四率比例也○一三兩率為前二四兩率為後○前與前後與後或俱等或俱大幾倍或俱小幾倍為同理同理謂之相當相當相稱也○一與二二與三三與四四與五以至無窮比例皆同為連比例中率於前為後於後為前為三率連比例○中兩率一取不再取為斷比例○彼兩數為一二兩率此兩數為三四兩率為正比例正比例異乘同除也異乘同除準測法也謂之順單彼兩數為二三兩率此兩數為一四兩率為反比例反比例轉比例也轉比例同乘異除也同乘異除互視也互視變測法也謂之逆單○連比例一與二為一加與三為二加與四為三加與五為四加加乘也一加為綫二加為面三加為體四加為三乘方體○更前與前更後與後為屬理屬理遞轉也○取後為前取前為後為反理○合前與後以比其後為合理○較前與後以比其後為分理○轉前與後以比其前為轉理○彼此各自三率以上相為同理則此之第一與第三若彼之第一與第三為平理平理隔位比例也○彼此各三率此之前與後若彼之前與後錯綜之此之後與他率若彼之他率與其前謂之平理之錯○前後同加幾倍其比例仍與原等為加分比例○前後同減幾倍其比例仍與原等為減分比例○多比例前與前乘後與後乘合為一比例為合率比例合率比例同乘同除也同乘同除重準測法也謂之順較逆較一數可以除盡兩者謂之紐數○變異中率為同中率謂之借衰術借衰金法變金法也

釋斛方第四

上下三層為平方四層為立方五層為三乘方○上層為實次層為方次下為上廉次下為下廉最下一層為隅方廉每隅一位空一位為玲瓏方○正方正廉正隅謂之縱方縱廉縱隅○負方負廉負隅謂之益方益廉益隅○上下三層可開二數四層可開三數五層可開四數上下相違兩層異名可開正數同名可開負數○方廉空者奇位上下異名可開一正一負同名正負皆不可開偶位上下異名可開一正同名可開一負○下層與上層而進為步○步不可進商單步進一位商十步進二位商百步進三位商千每次以下層除上層為每次商數商數開數也○方進實一位上廉進實二位下廉進實三位隅進實四位為初商實方廉隅○初商乘隅加減（同名加 異名減）下廉再以初商乘之加減上廉再以初商乘之加減方再以初商乘之為根積○根積加實為益積益積謂之投胎○根積減實實不足減反減根積為翻法翻法謂之換骨○初商乘隅加減（同名加 異名減）前變下廉再以初商乘之加減前變上廉再以初商乘之加減方為一變又以初商乘隅加減一變下廉再以初商乘之加減一變上廉為再變再以初商乘隅加減再變下廉為三變變畢方退實一位上廉退實二位下廉退實三位隅退實四位為次商實方廉隅○小商根積減大商根積為一率小商根積減原實為二率小商根減大商根為三率求得四率為續商差○乘方式應開之數先用本乘方開一數餘數用方廉隅遞降一乘方開之為代開（先乘方開數異加同減末位為寄位後乘方開數同加異減寄位為又一數）○本乘方先開一數餘數用變方變廉原隅遞降一乘方開之得數為較數（較數同加異減先乘方開數為又一數）○開方至單位仍有餘實方廉變訖退位再商一求得根實為分母餘實為分子為借商○開方至單位仍有餘實方廉變訖退位再如常法開之為退商本乘方先開之數有之分截去之分為寄位用借商之實方廉隅再如常法開之為續開（續開得數同加異減寄位為又一數）○乘方式隅自二以上以隅一乘上廉再乘方三乘實下廉不動隅定為一如常法開之得數為分子原隅為分母為連枝同體

釋天元第五

居中不動為太極太極真數也○天地人物為四元四元四假數也○天元在下地元在左人元在右物元在上○天元每自乘再乘則向下增一層○物元每自乘再乘則向上增一層○地元每自乘再乘則向左增一行○人元每自乘再乘則向右增一行○天地相乘則在左下○天人相乘則在右下○地物相乘則在左上○人物相乘則在右上○天物相乘則在左下之夾縫閒○地人相乘則在右上之夾縫閒○有斜畫者為負○無斜畫者為正○正與正負與負為同名○正與負負與正為異名○式異而所函之數同為同數同數謂之如積○兩如積相減謂之相消○據今有之數求得兩如積相消之式謂之今式○據已云之數求得兩如積相消之式謂之云式○據天句地股人弦求得兩如積相消之式謂之三元式○據所問之虛數求得兩如積相消之式謂之物元式○寄左數與又數兩如積也○兩式各兩行左右並列中兩行謂之內二行左右兩行謂之外二行○一式截之為二各自乘相消謂之剔消○一截地元一截人元謂之直截○一截天元一截物元謂之橫截○一截天地一截天人謂之斜截○倒上為下勒橫為直謂之易位

釋代數第六

甲乙丙丁諸元以代真數也○天地人物諸元以代假數也○丄正也加也○丅負也減也右減左也○乂相乘也○÷一約也÷右約左右為法左為實一上約下上為法下為實∷四率比例也∵代與字∴代同字○括弧括諸數為一數也○厂開方根也○平方根厂立方根厂三乘方根○元右上角之小字謂之指數指數無除數為整指數有除數為分指數○整指數一謂以元乘一整指數二謂以元自乘乘一整指數三謂以元再乘乘一○分指數在元右上角子為乘方母為開方在元左上角母為乘方子為開方謂以元乘至某方開至某方以乘一也○整指數負號謂之負整指數負整指數一謂以元約一負整指數二謂以元自乘約一負整指數三謂以元再乘約一○分指數負號謂之負分指數負分指數子指乘方母指開方謂以元乘至某

方開至某方以約一也○二左右兩數相等也○<右大於方○>左大於右也○∽左右同加同減同除同除比例常等也○○無也○∞無窮也○∴不盡也○ノ彡彡别同數也○∫微分也○∫積分也○正負一項為獨項式○正負多項為多項式

釋微積第七

本數之長數謂之微分諸小較之一謂之微分微分正流數也微分還原謂之積分諸小較併之謂之積分積分反流數也○有定之數為常數○無定之數為變數本數自變為自變數○本數隨他數而變為因變數○用相等若干時變相等若干數為平變數○式中一數獨變為獨變數○此變數函彼變數此數為彼數之函數○變數與常數成一定同數之函數謂之陽函數○變數與常數成雜糅未明之函數謂之陰函數○變數增函數亦增變數損函數亦損為增函數○變數增函數反損變數損函數反增為損函數○其數為變數所漸近而永不能至或必不能過為限數○微分左邊之倍數為微係數微係數變比例之限也○變函數與自變數相比為變比例○以前微係數為次函數更求微分得二次微係數又以為函數求得三次微係數為疊微分○此函數函彼兩變數彼兩變數各微係數為偏微係數兩偏微係數各與其微分依類相乘為兩偏微分○大於變數略前略後之函數為函數極大○小於變數略前略後之函數為函數極小

釋對數第八

對數指數也指數假數也○底數元數也○底數依指數之諸乘方積為真數○以十為底為常對數常對數十進對數也十進對數布里斯格對數也○以二七一八二八二八二為底為雙曲線對數雙曲線對數自然對數也自然對數訥白爾對數也○訥白爾對數底二七一八二八二八二其常對數零四三四二九四五為常對數根○常對數底十其常對數一為訥白爾對數根

釋九章第九

方田以御田疇界域○粟米以御交質變易○差分以御貴賤稟稅○少廣以御積冪方圓○商功以御功程積實○均輸以御遠近勞費○盈不足以御隱雜互見○方程以御雜糅正負○句股以御高深廣遠

釋差分第十

總物平分十分一得十分之二一得十分之八為二八差分○總物平分十分一得十分之三一得十分之七為三七差分○總物平分十分一得十分之四一得十分之六為四六差分○十分之中任得其幾分即為幾折為遞折差分○其數自少而多皆以倍而加為加倍差分○其數自多而少皆以半而減為減半差分○其數自少而多以漸而加為遞加差分○其數自多而少以漸而減為遞減差分○加減之中遞次分數不同為超位加減差分○以首尾二數之較互和折半以求中數遞加遞減為互和折半差分○以前幾數與後幾數互相比較以定準則為首尾互準差分

釋方程第十一

方程雜和較乘法也天元謂之如積代數謂之等式數之形謂之方量度之總名謂之程○有和無較謂之和數方程○有較無和謂之較數方程○有和有較謂之和較雜方程○由和變較由較變和謂之和較變方程一法除多實為瓔珞方程瓔珞方程謂之疊腳方程兩程相消謂之直除

釋句股第十二

句股旁要直角三角形也○短面為句○長面為股○相與結角為弦弦謂之極隅又謂之兩隅斜去○(句如挂物之鉤股如股髀之股弦如弓弩之弦)○句股相加為和○句股相減為較○句股較句弦較股弦較弦和較弦較較謂之五較○句股和句弦和股弦和弦和和弦較和謂之五和○有句有股弦和為句別股弦○有股有句弦和為股別句

○弦弦和較謂之黃方黃方句股內容圓徑也○句股相乘爲直積○直積半之爲積○和除直積爲內容方邊○弦除直積爲自直角向弦界所作垂綫○截句爲餘句○截股爲餘股○合句三股四弦五之比例爲正句股○句上容圓股上容圓弦上容圓句股上容圓句外容圓股外容圓弦外容圓句外容半圓股外容半圓謂之九容

釋求一第十三

諸問數尾位見十以上爲復數○諸問數各有分母子須通分內子爲通數○諸問數尾位見分釐不以十降之小數須立數爲母收進爲收數○諸問數尾位見單零爲元數元數謂之泛母○各泛母去所函相同之數根爲定母○各定母相乘爲衍母○各定母除衍母爲衍數○諸衍數各滿定母去之不滿爲奇數○寄位謂之乘率○乘率各乘衍數爲泛用數○併各泛用數課衍母多一者爲正用數○正用數各乘餘數爲總數○各總數併之爲所求率

釋堆垛第十四

落一形垛之三角二乘垛也○撒星形垛之三角三乘垛也○嵐峯形垛之三角二乘支垛第一垛也○撒星更落一形垛之三角四乘垛也○嵐峯更落一形垛之三角三乘支垛第一垛也○三面尖堆平面三角垛也○四面尖堆平面四角垛也○一面直角尖堆平面句股尖堆也○一面六角堆六三角面尖堆也○以三角面層累者爲三角尖堆○以方面層累者爲方面尖堆○以長方面層累者爲長方堆○以一面直角尖堆層累者爲塹堵垛○三角不尖堆爲三角半堆○四角不尖堆爲四角半堆　長方頂不一行堆爲長方半堆○平地淋尖堆圓尖堆也○倚壁堆圓尖堆二分之一也○倚壁內角尖堆圓尖堆四分之一也○倚壁外角尖堆圓尖堆四分之三也

釋點第十五

無分為點○在朔初為原點○生他度為母點○諸綫所會為極點○諸度以定為定點○與相近諸點不同為獨異點○曲綫向橫軸之邊或本為凹變為凸或本為凸變為凹恰當凸凹交界之點為變點○多曲綫相交於一點為倍點○多曲綫有公切綫之點為歧點○曲綫在切綫之一邊為一邊歧點在切綫之兩邊為兩邊歧點有點與曲綫之諸點不相連而其縱橫綫與曲綫之式合為特點

釋綫第十六

有長無廣為綫○在朔初為原綫○在他處為母綫○他度所生為子綫○繞而曲為曲綫○徑而直為直綫

兩綫加長不相離亦不相遇為平行綫○此綫直立於彼綫之上為垂綫○此綫切彼綫而過不與彼綫交為切綫○此綫割出彼綫之外為割綫○方形從相對兩角作綫為對角綫○全綫分為大小兩分全分與大分同於大分與小分為理分中末綫○縱橫二綫相交縱綫謂之縱軸橫綫謂之橫軸○曲綫之縱橫綫相聯屬之理可以代數顯之為代數曲綫必兼用越數綫顯之為越曲綫越曲綫超越尋常之曲綫也○綫附曲體成曲綫漸漸展開其端必行成螺綫其原綫為漸伸綫○僅正方有等之兩綫成矩形無比例則等比矩積正方之邊亦無比例為中綫○兩僅正方有等有比例綫之和無比例為合名綫合名分為兩分大分為大綫小分為同宗綫二分之較為斷綫

兩正方無等之綫其兩正方之和有比例而矩形為中面則兩綫之和無比例為太綫○兩正方無等之綫其兩正方之和為中面其矩形為有比例面則兩綫之和無比例為比中方綫○兩正方無等之綫其兩正方之和為中面矩形亦為中面而與兩正方之和無等則兩綫之和無比例為兩中面之綫○有比例綫與第二合名綫成矩形等面正方之邊無比例為第一合中綫○有比例綫與第三合名綫成矩形等面正方之邊無比例為第二合中綫○僅正方有等二有比例綫其較無比例為斷綫○僅正方有等二中綫其矩形為有比例

面二綫之較無比例為第一中斷綫○僅正方有等二中綫其矩形為中面二綫之較無比例為第二中斷綫○二正方無等之綫二正方之和為有比例面矩形為中面二綫之較無比例為少綫○二正方無等之綫二正方之和為中面矩形為有比例面二綫之較無比例為合比中方綫○二正方無等之綫二正方之和為中面倍矩形亦為中面二正方之和與倍矩形無等二綫之較無比例為合中中方綫○圓錐依軸綫平行直剖之剖面為雙曲綫○圓錐依腰綫平行斜剖之剖面為拋物綫

釋面第十七

有長有廣為面面形也○面以綫為界在一界之閒為圓形○在三界之閒為三角形○在四界之閒為四邊形○在多界之閒為多邊形○兩徑大小相同為平圓形○兩徑大小不同為橢圓形○三角形三邊等為平邊三角形○兩邊等為兩邊等三角形○三邊皆不等為三不等三角形○三角形有一直角為三邊直角形○有一鈍角為三邊鈍角形○三角皆銳為三邊銳角形○四邊形四邊等四角皆直角為正方形○四角皆非直角為斜方形○兩邊長兩邊短兩兩相等四角皆直角為長平方形長平方形謂之矩形○兩邊長兩邊短兩兩相等四角皆非直角為長斜方形○四邊皆不等為四不等邊形○方形於一角減去平形方形為磬折形○兩面加長不相離亦不相遇為平行面○此面直立於彼面之上為垂面○中綫所成為中面○有等二中綫之矩形為中矩形○形不滿綫為闕形○闕綫上依闕形平行作形為依闕形○方形有對角綫者為角綫方形○綫外形為餘形○綫內形連綫外形為帶餘形

釋體第十八

有長短厚薄廣狹為體○體以面為界面數同面勢亦同謂之相似體○體之面數同而勢及大小俱同謂之相等相似體○諸邊形為底其上各面遇於一點成體角謂之棱錐體○體有二面平行相等相似餘面俱為

矩形謂之平行稜體○體之心綫為體軸綫以圜徑為心綫以半圜為界旋轉成體謂之球體○以直角三角形之一邊為心綫旋轉成體謂之圜錐體圜錐體尖圜體也尖圜體心綫與餘邊相等為直角錐體小於餘邊為鋭角錐體○圜錐體橫截為上下兩截下截謂之上下不等圜面體上下不等圜面體謂之圜臺體○以長方形之一邊為心綫旋轉成體謂之圜柱體圜柱體長圜體也長圜體謂之圜堡體○大小圜錐體或圜柱體其軸綫與底之徑綫比例同謂之相似圜錐圜柱體○體以六個相等之正方面為界為正六面體正六面體正立方體也正立方體謂之方堡體○立方體以長平方為底謂之長立方體○以斜方形為底謂之斜立方體○以長斜方為底謂之斜長方體○正立方體或長立方體對角斜剖之為兩塹堵體○斜剖塹堵體一為陽馬體一為鼈臑體陽馬體與尖方體同積尖在正中為尖方體尖在一隅為隅馬體陽馬之半為鼈臑體尖方體方錐體方底錐體四稜錐體也○斜立方體或斜長立方體對角斜剖之剖面居下為兩芻甍體芻甍體芻甍體也○芻甍體上下長不等為上下不等芻甍體○正方錐體截為上下兩截下截為上下不等正方體上下不等正方體謂之方亭體○長方錐體截為上下兩截下截為上下不等長方體○尖圜體截為上下兩截下截為上下不等圜面體○以橢圓長徑或短徑為心綫旋轉成體謂之橢圓體○橢圓體錐體截為上下兩截下截為上下不等橢圓面體○上平下斜謂之羡除體羡除隧道也○積芻甍有上廣無下廣為芻童環池有上廣無下廣為曲池○方池有上廣無下廣為盤池　山谷有上廣無下廣為盤谷盤谷謂之冥谷體以四個相等邊三角形為界謂之正四面體○體以八個相等邊三角形為界謂之正四面體○體以十二個相等等邊等角五邊形為界謂之正十二面體○體以二十個相等等邊三角形為界謂之正二十面體

釋角第十九

兩綫相遇為角○兩直綫相遇為直綫角○兩曲綫相遇為曲綫角○一直綫一曲綫相遇為雜色角上此綫

立於彼綫之上成左右兩角互為內外內外兩角相視謂之並角內角謂之正角外角謂之餘角○內外兩角相等謂之直角直角謂之正角正角謂之方角方角跨圓周四分之一也○大於直角為鈍角○小於直角為銳角○角在圓心為心角在圓界為邊角邊角之度居心角之半也○兩綫相交而過成四角四角兩兩相對為對角對角謂之交角三綫以上不在一個面內相遇於一點其遇角為體角

釋圓第二十

圓之邊界為圓周○圓之中處為圓心○過圓心作直綫兩端各抵圓界為圓徑○中折圓徑為半徑○圓內作直綫兩端各抵圓界為合圓綫合圓綫通行也○合圓綫與圓界相遇成角為圓分角○合圓綫割圓之形為圓分○圓界一點向圓內出兩直綫作角為負圓分角○圓內一點出兩直綫作角乘圓之一分為乘圓分角○從圓心出兩半徑直綫作角偕圓界成三角形為分圓形○圓背謂之弧弧之下徑謂之弦弦之中徑謂之矢○弧居圓周四分之一為象限○任截象限之一段為正弧○正弦減象限為餘弦○分圓形圓分為正弧兩半徑直綫所作角為正角圓分為餘弧兩半徑直綫所作角為餘角○半徑割出圓外為圓之割綫○直綫切圓界而過為圓之切綫

釋八綫第二十一

從正餘弦相接之點向兩半徑各作垂綫在正弧邊者為正弦在餘弧邊者為餘弦○正弦截半徑為正矢○餘弧截半徑為餘矢○正餘弧公用之半徑割出圓外為正弧邊切綫所截者為正割為餘弧邊切綫所截者為餘割○正弧邊切綫截於正割為正切○餘弧邊切綫截於餘割為餘切

釋橢圓第二十二

橢圓二心為二定點○平分二心距之點為中點○過中點兩端抵圓周諸綫為諸徑諸徑謂之斜徑○過二

心之徑為長徑長徑謂之長軸〇過中點正交長徑之徑為短徑短徑謂之短軸〇過心之倍縱綫為長軸之通徑〇周點距心之綫為帶徑〇二斜徑此徑與彼徑端之切綫平行彼徑與此徑端之切綫平行為相屬徑徑二端至圜界內任一點之二綫互為正餘通弦〇切點縱綫及切綫二交軸點之距綫為次切綫〇自切點至軸作切綫之垂綫為法綫〇切點縱綫及法綫二交軸點之距綫為次法綫〇心距中點之綫為兩心差兩心相距之綫為倍兩心差〇與切綫平行一端至徑一端至圜界為正弦〇徑為正弦所截為截徑截徑謂之截矢

釋拋物綫第二十三

拋物綫之心為定點〇最高為頂點〇頂點外設一直綫曲綫之每點距直綫與距定點恆相等直綫謂之準綫〇曲綫內每點作綫皆準綫行其方向正交準綫為徑〇徑與軸綫交點為徑頂點〇徑頂點距心之綫為帶徑〇過心之徑為軸綫〇徑上過心之倍縱綫為通徑〇切點縱綫及切綫二交軸點之距綫為次切綫自切點至軸作切綫之垂綫為法綫〇切點縱綫及法綫二交軸點之距綫為次法綫〇與切綫平行諸綫一端至徑一端至曲綫界為正弦〇徑為正弦所截為截徑謂之正矢

釋雙曲綫第二十四

雙曲綫二心為二定點〇平分二心聯綫之點為中點〇過中點以雙綫為界之綫為雙綫徑〇徑引長之能過二心者為橫徑橫徑謂之徑軸徑軸長徑也〇過心之倍縱綫為橫徑之通徑〇與切綫平行之徑為屬徑與切綫平行諸綫一端至徑一端至曲綫界為正弦〇正弦截徑為正矢〇心距中點之綫為兩心差〇兩心相距之綫為倍兩心差〇自徑兩端至曲綫界一點作兩直綫在一曲綫內者為正通弦在雙曲綫間者為餘通弦〇自切點至軸作切綫之垂綫為法綫〇切點縱綫及法綫二交軸點之距綫為次法綫〇正餘兩雙

曲綫正餘兩徑相等自兩端作四切綫成直角方形為直角雙曲綫直角雙曲綫謂之等邊雙曲綫○四切綫所成直角方形從兩角作對角綫引長之為漸近綫

釋螺綫對數曲綫擺綫第二十五

點以定法行於直綫直綫以平速繞一端旋轉點所過之路為螺綫○直綫繞轉之一端為螺綫極○直綫以平速繞極母點以平速行於直綫所成曲綫為亞奇默德螺綫○自極點至螺綫界為帶徑○直綫以平速繞極母點以減速退行於直綫令帶徑與繞極弧恆有反比例所成綫為雙曲綫螺綫○直綫以平速繞極母點於直綫上以減速繞極行令帶徑之對數與弧恆有比例所成綫為對數螺綫○橫綫為縱綫之對數過諸縱綫端作綫聯之為對數曲綫○生擺綫之輪為母輪○母輪生擺綫之點為母點○母輪依直綫展於平面母點所過之路為擺綫

釋少半大小第二十六

百分之二十五為少○五十為半○七十五為太○九十為一弱　百一十為一強○二十為少弱○三十為少強○四十為半弱○六十為半強○七十為太弱○八十為太強（二分之一為中半三分之一為少半三分之二為太半四分之一為弱半四分之三為強半）○平除長為小長○長除平為小平○小長平相併為小和○小長平相減為小較○小長平相乘得一步為小積

釋雜類第二十七

一物之始終為界○不可疑為公論○不得言不可作為求作○他數皆不可度惟一可度為數根○正無人負之負無人正之無人無對也○審方面勢覆量高深遠近謂之重術○求星辰之行步氣朔消長謂之綴術○諸率相與大通諸物率皆相與通也其特相求二物相求也○借一算步之立天元一也超一等積百而十

積萬面百也起二等積千面十積百萬面百也○珠盤一歸起一下還一二歸起一下還二三歸起一下還三四歸起一下還四五歸起一下還五六歸起一下還六七歸起一下還七八歸起一下還八九歸起一下還九謂之起一還原○以用也置列也命言也名號也○首一位尾末位身本位也○挨隨身變數也○進進前位也○逢言遇本數也○退移下一位也○如加下位也○倍再加本數也○積乘成之數也○縱直橫闊袤長也○面方面周外邊也○截割去也○若干幾何多少未定也○假令虛設之辭也○正平面也

釋弧三角第二十八

球面三弧綫相遇成形三弧三角為弧三角形○弧三角形有直角為正弧形○無直角為斜弧形角所當之弧足象限為直角不足象限為銳角過象限為鈍角定角度法令角旁兩弧適滿象限其所跨之度即角度○所求之形為本形○以求形弧角各減象限弧角過象限減半周為次形○此弧垂立於彼弧之上為垂弧○垂弧在形內為形內垂弧○在形外為形外垂弧○所求之弧為本弧○所求之角為本弧○弧減象限為餘弧○角減象限為餘角○兩弧相併為總弧相減為較弧○兩角相併為總角相減為較角○角所對之弧為對弧○弧所對之角為對角居角兩旁為夾弧○居邊兩旁為夾角○弧角之左為左弧○角之右為右弧○夾角之大者為大弧○夾角之小者為小弧○正弧三角形先知兩弧一角又求一角或先知兩角一弧又求一弧為有相對之弧角用本形法○正弧三角形先知一弧兩角又求一角或先知一角兩弧又求一弧為無相對之弧角用次形法○斜弧三角形先知一弧一角彼此相對又知一角求所對弧或又知一弧求所對角為有相對之弧角又有對所求之弧角用本形角○斜弧三角形先知一弧一角彼此相對又知一角求餘一角及角旁一弧或又知一弧求餘一弧及弧旁一角為有相對之弧角而無對所求之弧角用垂弧法○斜弧三角形或有三弧求角或有兩弧一角而角在所知兩弧之間為無相對之弧角用總較法斜弧三角形或有三角求弧或有兩角一弧而弧在所知兩角之間為無相對之弧角用總較法○補足補遺○一

切訴法不甚求詳但皆作號以記之謂之記號代數以下○幾箇代數式俱有上號或俱有下號者謂之同號數同號數同名數也○幾箇代數式或有上號又或有下號者謂之異號數異號數異名數也○幾箇獨項式或幾箇多項式其各元之數并各同元之指數有無多少相同者謂之同類之式不相同者謂之不同類之式○二項累乘其級數之公法謂之二項乘方例二項乘方例合名法也○等式方程式也○兩方程式相消所有正負諸項相當之各真數必適盡無餘謂之滅數○取方程式消去他元諸未知數之元止有一元只有一箇未知數之元消去他項他項皆無未知數之元止有一項消去指數無有指數謂之解法○方程式變至未知之元獨居一邊彼邊俱為已知之數謂之已解之方程式其未知元之相當數謂之方程根○方程式變其正負左項移右右項移左謂之移項之法○方程式消至通式中止有一未知數之元依其方指數以次敘之最大之方指數為一謂之一次式最大之方指數為二謂之二次式最大之方指數為三謂之三次式○各次式首項以後末項以前俱空者謂之正方式若不俱空者謂之雜方式○各次式之指數為分數者謂之無理之根式若指數為整數正數者亦可謂之有理之根式○各式有真數可言者為實數無真數可言者為虛數○各次式諸根數有真數可言者為實根無真數可言者為虛根○各次式等距首末之項其倍數兩兩相同者謂之等職之式○各次式所當有之根數相同者謂之等根○各次式已知未知兩元等距首末之項倍數指數皆兩兩相等者謂之等根各次式○各次式中無根略近之多位數謂之略近之根數○解各次式時取真數假數輾轉相代以求之謂之屢代之法○各次式可以多數解之無有定限謂之無定之式○各式解之有無窮之項其無窮之項皆以次而升降謂之無窮級數○一直綫兩平分之又任兩分之共為三分其中一分為分內綫以下釋綫○一直綫兩分之任一分為初分綫餘一分為分餘綫○正方有面可度其邊為正方有等之綫○正方無面可度其邊為正方無等之綫○綫有無窮相與有等及無等綫或長短正方俱有等或僅正方有等或俱無等原綫謂之有比例綫○他綫與此綫或

長短正方俱有等或僅正方有等謂之有比例線○他線與此線長短及正方俱無等謂之無比例線線之正方無相與有等者則謂之無比例線若正方形即指其邊若為他形則指等面正方邊○兩形相當之各角等各等角旁兩線之比例等為相似之形以下釋面兩形之各兩邊線互為前後率相與比例而等為互相視之形有比例線之正方謂之有比例面○他面與此正方有等謂之有比例面○他面與此正方無等謂之無比例面○直線形居他直線形內此形之各角切他形之各邊為形內切形○直線形居他直線形外此形之各邊切他形之各角為形外切形○直線形之各角切圓之界為圓內切形○直線形之各邊切圓之界為圓外切形○圓之界切直線形之各邊為形內切圓圓之界切直線形之各角為形外切圓○令徑頂點為切點作切線於徑軸上自切線與徑軸相遇之點度至四倍切點距心線為徑之通徑以下釋拋物線○平分準線上垂線與帶徑相遇之角作直線為切線

釋天天學地學名目最多略摘一二附載於此

天動而健至靜不動者為北辰北辰謂之北極北辰無星以勾陳星為準○北極所對為南極○南北極之中腰圜線為赤道赤道虛設之道也○赤道均分三百六十度六分之為紀限各六十度十二分之為宮為時各三十度為赤經○從赤道經度出弧線與赤道十字相交各引長之必過南北兩極為過極經圈○南北兩極相距各一百八十度距赤道各九十度為赤緯○依赤道緯度作圈與赤道平行四面距赤道皆等為赤道距等圈○赤道緯度在赤道南為南距緯在赤道北為北距緯○一歲日行出入赤道之軌迹為黃道黃道光道也○黃道出入赤道其相交之角為黃赤交角○黃道均分三百六十度十二分之為宮為時各三十度二十四分之為節氣各十五度為黃經○從黃道經度出弧線與黃道十字相交各引長之其相湊之處為黃極○黃極距黃道皆九十度為黃緯○二分日行之度與赤道正合為晝平圈○冬至日入赤道南二十三度二十八分為晝短圈○夏至日出赤道北二十三度二十八分為晝長圈○日躔黃道當冬至夏至之時南北各距赤道最遠二即

十三度二十八分為黄赤大距○過冬夏二至之圜綫必皆與黄道赤道正交成直角二黄道赤道皆正交成直角必皆過黄赤兩極為極至交圜○日躔黄道從躔度出弧綫過赤極引長之必正交赤道（即過極經圏）此弧綫交黄道之角為交極圜角從此弧綫正交赤道之處至黄赤交角為同升度同升度同於黄道上之升度也○月行出入黄道一周之軌迹為白道（黄白大距中數五度八分二十七秒半）○從白道上出弧綫與白道十字相交各引長之其相湊之處為白極

釋地

天體渾圜地亦渾圜天包地外地處天中地面上之度悉與天上之度相應地面上之人頭戴北極其地即謂之北極○頭戴南極其地即謂之南極（從北極正對南極作過心全徑綫為地軸）○頭戴晝短圜其地即謂之晝短圜○頭戴晝長圜其地即謂之晝長圜○地面上南距晝短圜四十三度四分與晝短圜平行作圜為南極圜○地面上北距晝長圜四十三度四分與晝長圜平行作圜為北極圜○晝長晝短二圜之中氣候極熱為熱帶○南極北極二圜之外氣候極寒為寒帶○晝短圜外南極圜内氣候涼暄為南温帶晝長圜外北極圜内氣候涼暄為北温帶○與赤道正交出弧綫北過北極南過南極為地面經度與赤道平行作距等圜北會北極南會南極為地面緯度○欲求經度從中綫始（中國以過順天之經綫為中綫）中綫以東為東經度（亦謂之偏東）中綫以西為西經度（亦謂之偏西）○欲求緯度從赤道始赤道以南為南緯度赤道以北為北緯度赤道之下南北極盡浮於地面從赤道每向南行二百里（鳥道紙泰尺）南極每高一度為南極出地○從赤道每向北行二百里北極每高一度為北極出地○地在天中體小而圜隨人所在目力所極適得大圜之一半則地雖圜而與平體無異為地平○地平圜綫為地平圜○地平圜均分三百六十度四分之為四方各九十度二十四分之為二十四向各十五度為地平經○從地平經度出弧綫與地平圜十字相交引長之其上所湊之處為地平圜之極地平圜之極天頂也○天

頂距地平並皆九十度爲地平緯地平緯謂之高弧〔高弧從地平正午上會天頂者其全圜必過赤道南北
兩極爲子午圜

算數名義釋例卷二

新化李固松著　吳縣王德尚編

學算識別

算之為藝有名有義有理有法名義為體理法為用算雅專言名義不言理法雖便初學記憶尚未及實用也湘之人頗有以是訊固松者固松因復出所著學算識別一書問世是書捜集古今中外所有一切算理算法由易而難由淺而深類聚羣分各識而別之共若干篇實與算雅相輔而行故復刋之新化李固松記

識別度量衡第一 附曆法田法里法

識別得度法橫黍一粒為一分十分為一寸十寸為一尺十尺為一丈古法四丈為疋五丈為端十丈為一引分下釐毫絲忽微纖沙塵埃渺漠模糊逡巡須臾瞬息彈指刹那六德空虛清淨皆以十折平方則以百進立方則以千進

識別得量法秬黍一千二百粒為一龠兩龠為一合十合為一識別得衡法一千二百黍重十二銖為一兩一○十六兩為一斤三十斤為一鈞四鈞為一石兩下錢分釐毫絲忽以下並同度法○度量衡自單位以上則曰十百千萬億兆京垓秭溝澗正載極恆河沙阿僧祇那由他不可思議無量數○自億以上有以十進者有以萬進者有以自乘之數進者

識別得曆法周天一十二宮一宮三十度一度六十分一分六十秒一秒六十微一微六十纖一纖六十忽一○忽六十芒一芒六十塵一日十二時一時二小時一時八刻一小時四刻一刻十五分

識別得田法正方五尺為一步二十四步為一分十分為一畝百畝為一頃分下釐毫絲忽皆以十折

識別得里法三百六十步記一百八十丈為一里古稱在天一度在地二百五十里今尺驗之在天一度在地二百里蓋古尺得今尺十分之八橫黍直黍之異也

識別得兩數相加實數為原錢法數為引增線得數為全綫

識別得兩數相減實數為原綫法數為截去綫得數為餘綫

識別得九數相乘一一如一一二如二一三如三一四如四一五如五一六如六一七如七一八如八一九如九。二二如四二三如六二四如八二五得一十二六一十二二七一十四二八一十六二九一十八。三三如九三四一十二三五一十五三六一十八三七二十一三八二十四三九二十七。四四一十六四五得二十四六二十四四七二十八四八三十二四九三十六。五五二十五五六得三十五七三十五五八得四十五九四十五。六六三十六六七四十二六八四十八六九五十四。七七四十九七八五十六七九六十三。八八六十四八九七十二。九九八十一

識別得兩數相乘法數實數互為方形長濶兩邊得數為方形面積

識別得九數相除逢一進一〇二一添作五逢二進一〇三一三十一三二六十二逢三進一〇四一二十二四二添作五四三七十二逢四進一〇五一倍作二五二倍作四五三倍作六五四倍作八逢五進一〇六一下加四六二三十二六三添作五六四六十四六五八十二逢六進一〇七一下加三七二下加六七三四十二七四五十五七五七十一七六八十四逢七進一〇八一下加二八二下加四八三下加六八四添作五八五六十二八六七十四八七八十六逢八進一〇九一下加一九二下加二九三下加三九四下加四九五下加五九六下加六九七下加七九八下加八逢九進一

識別得兩數相除法數實數互為方形長濶兩邊實數為方形面積

識別得除法除實數中之單位下一位為法首位

識別得珠盤除法原實中之法首位上一位為單位

識別乘方開方第三

識別得相同兩數相乘為正平方面積

識別得不同兩數相乘為長平方面積即帶縱平方

識別得相同三數連乘為正立方體積

識別得不同三數相乘為長立方體積即帶縱立方

識別得平方根一積〇一根二積〇四根三積〇九根四積一六根五積二五根六積三六根七積四九根八積六四根九積八一

識別得開平方從積數單位起上下每隔一位作點自單位逆數而上初點所開為單次點所開為十三點所開為百自單位順數而下初點所開為分次點所開為釐三點所開為釐初點以上之數為初商積次點以上之數為次商積三點以上之數為三商積每以本次積數之末位為單位不論十百千萬初商積與何平方積相合無適合之數取其畧小者其根為初商即方法書於初點之上自乘減初商積有餘并入次商積內共為次商積每以本次所商為單位不論十百千萬方法倍之為兩廉書於初商左下兩廉除次商積首位次位可進者進之為次商即隅法書於次點之上次商乘廉又自乘併之減上次商積有餘并入三商積內共為三商積再并初次兩商倍之為兩廉除三商積首位次位可進者進之為三商即再得隅法

識別得立方根一積。。一根二積。。八根三積。二七根四積。六四根五積一二五根六積二一六根七積三四三根八積五一二根九積七二九

識別得開立方從積數單位起上下每隔二位作點從單位逆數而上有一點可開幾單有二點可開幾十有三點可開幾百從單位順數而下有一點可開幾單有二點可開幾分有三點可開幾釐初點以上之數為初商積次點以上之數為次商積三點以上之數為三商積每以本次積數之末位為單位不論十百千萬初商積與何立方積相合無適合之數取其畧小者其根為初商即方法書於初點之上自乘再乘減初商積有餘併入次商積內共為次商積每

以本次所商為單位不論十十百萬方法自乘三之為三方廉又方法三之為三長廉併三方廉三長廉除次商積首位次商可進者進之為次商即隅法書於次點之上次商乘三方廉又自乘乘三長廉又自乘再乘併之減次商積有餘并入三商積內共為三商積再并初次兩商自乘三之為三方廉又初次兩商三之為三長廉共除三商積首位次位可進者進之為三商即再得隅法

識別分數第四

識別得整數化為分數一為分母整數為分子

識別得同母兩分數相加兩原分母任一為加得分母兩原分子相加為加得分子

識別得異母兩分相加兩原分母相乘為加得分母兩原母互乘兩原分子相加為加得分子

識別得三同母兩分數相減兩原分母任一為減得分母兩原子相減為減得分子

識別得異母兩分數相減兩原分母相乘為減得分母兩原分母互乘兩原分子相減得減得分子

識別得整數乘分數整數乘分數分子為乘得分子實數原分母仍為分母

識別得整數除分數整數乘分數分母為除得分母實數原分子仍為分子

識別得兩分數相乘法分母乘實分母為乘得分母法分子乘實分子為乘得分子

識別得兩分數相除法分乘子實分母為除得分母法分母乘實分子為除得分子

識別得分數開平方分母開平方為開得分母分子開平方為開得分子

識別得分數開立方分母開立方為開得分母分子開立方為開得分子

識別比例第五

識別得四率比例一率比二率同於三率比四率

識別得四率比例一率除二率同於三率除四率

識別得四率比例二率三率相乘同於一率四率相乘

識別得四率比例二三兩率可以互換一四兩率可以互換

識別得四率比例四率俱以某數乘之其比例皆同

識別得四率比例四率俱以某數除之其比例皆同

識別得連比例後率自乘前率除之得再後一率

識別得連比例前率比後率同於後率比再後一率

識別得連比例諸前率除後率皆同

識別得連比例後率自乘同於前率與再後一率相乘

識別得連比例一率比三率同於一率上面形比二率上面形

識別得連比例一率比四率同於一率上體積比二率上體積

識別得連比例一率比五率同於一率上三乘方體比二率上三乘方體

識別方圜第六

識別得方一斜一四一四二一三五六 反言之斜一方七 七一六七八

識別得方冪倍之為斜冪

識別得徑一周三一四一五九二六五 反言之周一徑三 一八三九八八

識別得半徑半周相乘為圜面積

識別句股第七

識別得句冪股冪併為弦冪 反言之弦冪內減句冪為 股冪若減股冪即為句冪

識別得句股較乘句弦和為股羃
識別得股弦較乘股弦和為句羃別
識別得弦羃內加和較相乘羃為倍股羃
識別得弦羃內減弦較相乘羃為倍句羃
識別得和羃內減倍直積為弦羃
識別得較羃內加倍直積為弦羃
識別得弦和和乘弦和較為倍直積
識別得弦較較乘弦較和為倍直積
識別得句弦和乘倍股弦和為弦和和羃
識別得句弦較乘倍股弦較為弦較較羃
識別得句弦較乘倍股弦和為弦較和羃
識別得句股較乘倍股弦較為弦和較羃
識別得句股相乘為直積半之為積
識別得弦除直積為自直角向弦界所作垂綫
識別得和除直積為句股內容方邊
識別得弦和較為內容圓徑又弦和和除直積為內容圓半徑

識別三角形第八

識別得三角形從角旁取同度作橫綫中折橫綫向角作直綫為中分角綫

識別得三角形三中分角綫相遇之處為三角形心

識別得三等邊三角形任一邊為底半之為句任一邊為弦中垂綫為股

識別得兩等邊三角形餘一邊為底半之為句兩等邊之任一邊為弦中垂綫為股

識別得三不等邊三角形底旁兩角俱銳者底邊分作兩句之和(即底邊)為一率兩腰相加為兩弦和為二率兩腰相減為兩弦較為三率底邊分作兩句之較為四率兩句較減兩句和半之為小句小腰為小弦形內垂綫為小股兩句較加兩句和半之為大句大腰為大弦形內垂綫為大股(兩等邊三角形以兩等邊之任一邊為底求形內垂綫者與此同)

識別得三不等邊三角形底旁兩角一銳一鈍者底邊為增作兩句之較(即底邊)為一率兩腰相減為兩弦較為二率兩腰相加為兩弦和為三率底邊增作兩句之和為四率兩句和減兩句較半之為小句小腰為小弦形外垂綫為小股兩句和加兩句較半之為大句大腰為大弦形外垂綫為大股

識別得三較(每一邊減餘兩邊之和為較)連乘以三邊和除之再開平方為內容圓徑

識別得三等邊三角形內容圓徑為中垂綫三分之二

識別得三等邊三角形中垂綫為外切圓徑四分之三

識別得三角形中垂綫加底邊為一率底邊為二率中垂綫為三率內容方邊為四率

識別得三角形中折垂綫為內容方積最大之一邊

識別得中垂綫與底邊相乘半之為三角形積(又內容圓半徑與三邊和相乘為三角形倍積)

識別得銳角三角形從頂角向底邊作垂綫分底邊為兩分任夾角旁一角之兩邊各自乘相加減對邊自乘餘為角旁一分與底邊相乘之數

識別得鈍角三角形從銳角向底邊作垂綫補底邊為兩分任夾底旁一角之兩邊各自乘內減對邊自乘餘

為角旁一分或從鈍角至垂綫處或從銳角至垂綫處與底邊相乘之數

識別三角形邊角相求第九附句股

識別得三角形任兩邊之和必大於餘一邊

識別得三角形大角對大邊小角對小邊

識別得三角形三角併之必滿一百八十度

識別得三角形直角適足九十度銳角不滿九十度鈍角過於九十度

識別得直角之正弦即半徑為一

識別得鈍角以外角本角減半周為外角之八綫為八綫

識別得量角以角所跨之弧邊角所跨之弧半於心角所跨之弧演草命題取角用三字而以中一字為所取之角

識別得三角形先知一角一邊彼此相對又知一角求所對邊先所知角之正弦為一率先所知邊為二率對所求角之正弦為三率所求邊為四率

識別得三角形先知一邊一角彼此相對又知一邊求所對角先所知邊為一率先所知角之正弦為二率對所求角之邊為三率所求角之正弦為四率

識別得三角形先知兩邊一角角在兩邊之間求餘兩角兩邊相加為一率相減為二率半外角半周減角為外角正切為三率半較角正切為四率半較角加半外角為餘兩角之大角半較角減半外角為餘兩角之小角

識別得三角形先知三邊求三角角旁兩邊相乘倍之為一率角旁兩邊各自乘相加內減對邊自乘為二率半徑為三率角之餘弦為四率又法角之兩邊相加內減對邊除半之為一率內容圓半徑為二率半徑為三率半角正切為四率

識別得句股形弦為半徑股為正弦句為餘弦

識別得句股形句為半徑股為正切弦為正割

識別得諸直綫第十

識別得理分中末綫全分為股半全分為句大分為句弦較

識別得一直綫兩平分之又任引增之為全綫半原綫為句半原綫偕引增綫為弦引增綫為句弦較全分為句弦和

識別得一直綫兩平分之又任兩分之分內綫為句半原綫為弦半原綫減分內綫為句弦較半原綫偕分內綫為句弦和

識別得一直綫任兩分之原綫為弦任分綫之大分為句小分為句弦較

識別得一直綫任兩分之初分綫倍之為句原綫偕初分綫為弦原綫偕倍初分綫為句弦和分餘綫為句弦較

識別圜內諸直綫第十一

識別得小矢為連比例首率正弦為中率大矢為末率

識別得圜內兩直綫交而相分此兩分為二三兩率彼兩分為一四兩率

識別得圜外任取一點從點出兩直綫一切圜一割圜切圜綫為股割圜規內半綫為句規內半綫偕規外綫為弦全綫為句弦和規外綫為句弦較

識別得圜外任取一點從點出數綫至規內各規內半綫為句各規內半綫偕規外綫為弦各全綫為句弦和各規外綫為句弦較各句弦較乘句弦和所得股羃皆同

識別八綫第十二

識別得九十度之正弦與半徑同

識別得三十度之正弦即六十度之餘弦與半徑之半同

識別得四十五度之正切餘切皆與半徑同

識別得餘弦為句正弦為股半徑為弦半徑為句正切為股正割為弦二句股形同比

識別得餘弦為句正弦為股半徑為弦餘切為句半徑為股餘割為弦二句股形同比

識別諸體形第十三

識別得圓錐體形底半徑為句自尖頂至底周斜綫為弦中垂綫為股

識別得四面體形即三角錐體每邊為弦每半邊為句每一面之中垂綫為股又每邊為弦每一面中垂綫三分之二為句自尖頂至底面中心之立垂綫為股

識別得八等面體即兩个立方錐顛倒相合之心至每邊中折之處為每邊二分之一

識別得十二等面體形理分中末綫之大分為一率全分為二率十二等面體形每邊為三率每一面兩角相對之斜綫為四率又大分為一率全分為二率每面兩角相對之斜綫折半為三率十二等面體形之中心至每邊正中之斜綫為四率此斜綫為弦每一面中心至每邊之垂綫為句十二等面體形之中心至每一面中心之立垂綫為股

識別得二十等面體形理分中末綫之大分為一率全分為二率二十等面體形每半邊為三率二十等面體形之中心至每邊正中之垂綫為四率此垂綫為弦每面中心至每邊之垂綫為句二十等面體形之中心至每一面中心之垂綫為股

識別得六等面體形內容四等面體形六面體形每一面之對角斜綫為四面體形之每邊

識別諸體形第十四

識別得塹堵體形積為同底同高立方體積二分之一
識別得劈尖體形積為同底同高立方體積二分之一
識別得陽馬體形積為同底同高立方體積三分之一
識別得鼈臑體形積為同底同高立方體積六分之一
識別得全球皮積為全徑全周相乘
識別得截球皮積為截徑截周相乘
識別得分圓形面積與同底同高三角形面積同（分圓形以所對弧背為底半徑為高）
識別得分圓形體積與同底同高立圓錐體形積同
識別得圓柱體形積為同底同高立方體形積一之〇七八五三九八一六
識別得橢圓體形積為同底同高（橢圓以短徑自乘為底長徑為高）立方體形積一之〇七八五三九八一六
識別得圓球體形積為同底同高圓柱體形積三分之二
識別得立圓錐體形積為同底同高立方體形積三分之二
識別得三角錐體形積為同底同高三稜體形積三分之一
識別得立方錐體形積為同底同高立方體形積三分之一

識別圓內容外切各等邊形積第十五

識別得圓內容四等邊形圓徑為內容四等邊形之對角斜綫
識別得圓外切四等邊形圓徑為外切四等形之每一邊
識別得圓內容三等邊形圓徑為弦半徑為句內容三等邊形之每一邊為股

識別得圓內容五等邊形圓半徑為理分中末綫首率其中率為弦半末率為句內容五邊形之每一邊為股

識別得圓外切五等邊形圓半徑為理分中末綫首率其中率倍之為弦圓半徑為股外切五等邊形之每一邊為句

識別得圓內容六等邊形圓半徑為六等邊形之一邊

識別得圓外切六等邊形圓半徑為股外切六等邊形之每半邊為句每一邊為弦

識別得圓內容七等邊形圓半徑為理分中末綫首率（求得二率三率四率令一率四率相加與二率兩倍再加三率等）圓半徑為三角形之中率與圓半徑為兩腰內容七等邊形每半邊為三角形中垂綫

識別得圓外切七等邊形圓心至內容七等邊形每一邊之中垂綫為一率內容七等邊形每半邊為二率圓半徑為三率外切七等邊形每半邊為四率

識別得圓內容八等形內容四等邊形每半邊為股內容四等邊形每半邊減半徑為句內容八等邊形每一邊為弦

識別得圓外切八等邊形每一邊為圓徑減外切四等形之對角斜綫所餘

識別得圓內容九等邊形圓半徑為理分中末綫首率（求得二率三率四率令一率四率相加與二率三倍等）圓半徑為三角形之底其二率與圓半徑為兩腰內容九等邊形每半邊為三角形之中垂綫

識別得圓外切九等邊形圓心至內容九等邊形每一邊之中垂綫為一率內容九等邊形每半邊為二率員半徑為三率外切九等邊形每半邊為四率

識別得圓內容十等邊形圓半徑為理分中末綫首率其中率為內容十等邊形之每一邊

識別得圓外切十等邊形圓心至內容十等邊形每一邊之中垂綫為一率內容十等邊形每半邊為二率圓

半徑為三率外切十等邊形每一邊為四率

識別球內容外切等面各體第十六

識別得球內容四等面體球徑為四等面體頂角至底面中垂綫三分之二

識別得球外切四等面體球徑為四等面體頂角至底面中垂綫二分之一

識別得球內容六等面體球徑為六等面體對角斜綫

識別得球外切六等面體球徑為六等面體之每一邊

識別得球內容八等面體球徑為弦八等面體每一邊為句股

識別得球外切八等面體球心至每邊中折之處為每邊二分之一球半徑自乘為每邊自乘六分之一

識別得球內容十二等面體理分中末綫之全分為股小分為句求得弦為一率小分為二率球徑為三率內容十二等面體之每一邊為四率又每面之分角綫為句球半徑為弦球中心至每面中心之垂綫為股

識別得球外切十二等面體理分中末綫之全分為一率大分為二率球半徑為三率十二等面體每面中心至邊之垂綫為四率又全分為一率倍小分為二率球半徑為三率每面中心至角之分角綫為四率此分角綫為弦邊垂綫為股外切十二等面體每一邊之半為句

識別得球內容二十等面體理分中末綫之全分為股大分為句求得弦為一率大分為二率球徑為三率內容二十等面體之每一邊為四率又每面之分角綫為句球半徑為弦球中心至每面中心之立垂綫為股

識別得球外切二十等面體理分中末綫之全分為一率小分為二率球半徑為三率二十等面體每面中心至邊之垂綫為四率此垂綫三因之為每面自一角至對邊之中垂綫自乘為二十等面每邊自乘四分之

三

識别粟率掘地率第十七

識别得粟五十為糲米三十粺米二十七鑿米二十四御米二十一小䴵十三半大䴵五十四糲飯七十五粺飯五十四鑿飯四十八御飯四十二菽荅麥各四十五稻六十豉六十三飧九十熟菽一百三半糵一百七十五

識别得掘地四尺為壤五尺為堅三尺

識别差分第十八

識别得二八差分二為第一前差累以四乘前差得後差

識别得三七差分三為第一前差累以七乘前差三除之得後差

識别得四六差分四為第一前差累以五加前差得後差

識别得遞折差分十為第一前差累以十分之幾折之為後差

識别得加倍差分一為第一前差累以前差加倍得後差

識别得折半差分一為第一前差累以前差折半得後差

識别諸物輕重第十九

識别得赤金立方一寸重十六兩八錢

識别得紋銀立方一寸重九兩

識别得水銀立方一寸重十二兩二錢八分

識别得紅銅立方一寸重七錢五分

識别得白銅立方一寸重九兩八錢

識别得黃銅立方一寸重六兩八錢
識别得銅立方一寸重六兩七錢三分
識别得生鐵立方一寸重六兩七錢
識别得熟鐵立方一寸重六兩七錢三分
識别得高錫立方一寸重六兩三錢
識别得六錫立方一寸重七兩六錢
識别得倭鉛立方一寸重六兩
識别得黑鉛立方一寸重九兩九錢三分
識别得白玉立方一寸重二兩六錢
識别得金珀立方一寸重八錢
識别得白瑪瑙立方一寸重二兩三錢
識别得紅瑪瑙立方一寸重二兩二錢
識别得硨磲立方一寸重二兩五錢二分
識别得青石立方一寸重二兩八錢八分
識别得白石立方一寸重二兩五錢
識别得紅石立方一寸重二兩五錢六分
識别得象牙立方一寸重一兩五錢四分
識别得牛角立方一寸重一兩九錢

識別得沉香立方一寸重八錢二分
識別得白檀立方一寸重八錢三分
識別得紫檀立方一寸重一兩二分
識別得花黎立方一寸重八錢七分
識別得楠木立方一寸重四錢八分
識別得黃楊立方一寸重七錢五分
識別得烏木立方一寸重一兩一錢
識別得油立方一寸重八錢三分
識別得水立方一寸重九錢三分

識別對數第二十

識別得真數相乘對數相加真數相除對數相減真數自乘對數加倍故折半即開平方真數再乘對數三因故三因即開立方

識別得一之對數為　十之對數為一百之對數為二千之對數為三萬之對數為四

識別得常對數底開方至五十四次得一○○○○○○○○○○○○一二七八一九一四九三二三二三五其零數一二七八一九一四九三二○○三二三五為一率常對數底之常對數折半至五十四次得○○○○○○○○○○○○○○○○○五五五一一一五一二三一二五七八二七為二率常對數底之開方零數○○○○○○○○○○○○○○○○一為三率真數一○○○○○○○○○○○○○○○一之對數○○○○○○○○○○○○○○○○四三四二九四四八一九○

三二五一八○四為四率此即對數根也
識別得真數一○○○○○○○○○○○○○一為一率對數根四三四二九四四八一九○三二五一八○四為二率令數遞次開方至得十五空位以後之零數為三率求得四率即令數開方第幾次之對數也

識別得倍對數根為實十九除之為第一數十九自乘之三百六十一為累除數遞取其三之一五之三七之五相併以減十之對數即九之對數也倍對數根為實十七除之為第一數十七自乘之二百八十九為累除數遞取其三之一五之三七之五相併以減九之對數即八之對數也倍對數根為實十五除之為第一數十五自乘之二百二十五為累除數遞取其三之一五之三七之五相併以減八之對數即七之對數也

識別得真數截去首位餘為乘法倍真數減乘法餘為除法或真數截去首位加一減真數為乘法倍真數加乘法為除法並倍對數根為實乘法乘之除法除之為第一數又以乘法自之為累乘數除法自之為累除數遞取其三之一五之三七之五以相併一以加真數首位之對數一以減真數首位之加一之對數即所求之對數也又真數為累除數截去首位為累乘數或截取真數首位加一為累除數減真數為累乘數並以對數根為實遞取其一二之一三之二四之三五之四六之五以相併一以加真數首位之對數一以減真數首位加一之對數即所求之對數也又截取真數首位為累除數餘為累乘數或真數首位為乘除數截取真數首位加一減真數為累乘數並以對數根為實遞取其一正二之一負三之二正四之三負五之四正六之五負依正負相加減一以加正數首位之對數一以減正數首位加一之對數即所求之對數也

識別得對數根為定長方積二而一為平尖錐定積三而一為立尖錐定積四而一為三乘尖錐定積如此遞求至十九乘尖錐定積自上而下序之為表以真數為法除尖錐表最下一層加入上一層再以法除之加

入再上一層再以法除之如此遞加遞除至最上一層而止得兩對數之較加入前對數得本對數

識别得大小兩真數以大真數為累除法兩真數之較為累乘法置對數根在位累乘法乘之累除法除之為第一得數又以累乘除法乘除之一乘之二除之為第二得數又以累乘除法乘除之二乘之三除之為第三得數又以累乘除法乘除之三乘之四除之為第四得數如是累求至單一位止所得數皆正併之得對數較又以小真數為累除法兩真數之較為累乘法餘同上所得數正負相間併正數減負數得對數較以對數較減大數之對數為小數之對數也

識别得倍對數根為實大小數相減為較數乘之大小數相併為和數除之為第一得數又以較數自乘冪乘之和數自乘冪除之一乘之三除之為第二得數又以較冪乘之和冪除之三乘之五除之為第三得數如是遞求至單一位止相併為對數較

識别得求自然對數自然對數根一為實前中後三真數中真數為累除法前後兩真數較為累乘法置實累乘除法乘除之遞取其一二之一三之二四之三如是遞求至單位止乃併奇偶各數相加為前與中之對數較相減為中與後之對數較倍奇得數為前與後之對數較倍偶得數為前後相乘與中自乘之對數較

識别代數第二十一

識别得同式同號之代數以各元之倍數相加而號及元不變

識别得同式異號之代數將其各元之倍數正負各自相併以併得之正負數相減正數大餘數為正負數大餘數為負而其元不變

識别得加異式異號之代數以兩式諸項任意連書之其式號俱不變

識别得代數減法反其減式之正負而加之

識別得減中之加為減減中之減為加

識別得同號相乘得號為正異號相乘得號為負

識別得代數乘法先取法首項之記號乘實首項之記號次取法首項之倍數乘實首項之倍數次取法首項之元數乘實首項之元數（同元則以兩指數相加異元則以乘號並而書之）為第一得數依法取法之諸項遍乘實之諸項為諸得數併諸得數為乘得數

識別得同號相除得號為正異號相除得號為負

識別得代數除法先取法首項之記號除實首項之記號次取法首項之倍數除實首項之倍數次取法首項之元數除實首項之元數（同元則以兩指數相減異元則以除號並而書之）為第一得數將第一得數與全法諸項相乘用減原實有餘再為新實再依法除之除至實盡而止（以不能盡者法命之）併諸得數為除得數

識別得代數求等將兩式以小除大（專就同元之指數而論）反復相除（先以法除實至實不滿則轉以餘實為法前法為實除之）則末次所用之法即為兩式之公約數

識別得代數求等隨將兩式各任以某數或乘之或除之然後依法求得公約數仍與前同

識別得二次式先將第三項真數移至一邊再將二項倍數以二除之得數自乘兩邊加之即兩邊各配成正二次式

識別得各次式取第二項倍數反其正負以第一項指數除之再以他元加之用代原式中之元即令第二項化而為空

識別微分積分第二十二

識別得以長數加於自變數求得函數之同數以原式減之又以長數約之乃令長數為○而求比例之限所

得即微係數
識别得變數諸乘方之微分等於乘方指數減一以原指數乘之又以變數之微分乘之
識别得變數常數相乘積之微分等於變數微分乘常數
識别得常數無微分故常數變數相加減之數求得微分其常數不見
識别得同變數若干函數和較數之微分等於各函數微分之和較
識别得同變數兩函數相乘積之微分等於兩函數互乘兩微分之和
識别得同變數若干函數相乘積之微分等於各函數之微分互乘餘函數連乘積之和
識别得分數之微分以分母乘分子之微分而以分母乘分子之微分減之為微分之子以分母之平方為微分之母
識别得分數之微分若分子為常數則但以分子乘分母之微分記以負號為微分之子以分母之平方為微分之母
識别得變數平方根之微分等於變數之微分以倍根約之
識别得多項數之若干乘方求微分等於多項數之乘方指數減〇而以原指數乘之又以多項數之微分乘之
識别得若干乘方函數之微分中包變數之少一乘方故可以微係數為次函數更求微分而得二次微係數又以為函數求得三次微係數
識别得天地兩變數和較之函數或天變而地不變或地變而天不變其微係數同
識别得函數求得第一次微係數而合㐲伐等於〇以求得天之同數為甲乃以甲丄㐲及甲丅㐲遞代原式中之天而

視其所得若二數俱小於甲代天之數則函數有極大若俱大於甲代天之數則函數有極小

識别得函數先求得第一次微係數令等於○而求得天之諸同數以諸同數遞代第二次微係數中之天若得負則函數爲極大若得正則函數爲極小若所得同數能令二次微係數等於○則代第三次微係數中之天若仍等於○則代第四次微係數之天如此遞代至遇不等於○而止所遇之次式若爲奇則函數非極大極小若爲偶則所得負者函數極大所得正者函數極小

識别得天之諸同數能令函數爲極大極小則亦能令常數乘約函數所得數爲極大極小故凡求極大極小常數可去之不用又天之諸同數能令函數爲極大極小則亦能令函數之諸乘方積爲極大極小故凡求極大極小開方根指數諸號可去之不用

識别格致第二十三

識别得物出地面以外海面即地面其地心吸力之比若二距自乘反比

識别得物入地面以内其地心吸力之比若二距正比

識别得物上行全路之比若全時自乘正比每時增速之比若一三五七諸奇數順比物下行之路以初秒時爲率若上行則以末秒○時爲率其率英制十六尺即華制十五尺三寸二分也

識别得物上行全路之比若全時自乘正比每時減速之比若七五三一諸奇數倒比

識别得槓桿全重散於通體與聚於中心一點同

識别得槓桿力重之比若力重距定點反比曲桿自定點作力重方向綫之正交綫則力與重之比若二綫反比

識别得丸子入物淺深之比若二距平方根反比

識别得斜面爲弦地平爲股地高爲句物行平地與行斜面增力之比若股與股弦較比比

識别得斜面重定力與重比若高角正弦與用力方向正弦比以上力學

識别得水下壓之力與水深正比

識别得物入水中所失之重為同體積水重

識别得船行二力之比若二速平方正比以上水學

識别得每寸全高天氣之壓力與截面積方寸高二尺四寸水銀同重故水銀表內水銀在海面上應高二尺四寸又與截面積方寸高三尺二寸水同重

識别得水銀表自海面升高八十七尺水銀退下一分

識别得升高之路遞加天氣之稠按連比例遞減

識别得水熱至二百十二度始沸汽能漲至一千七百倍以上氣學

識别得光之濃淡按遠近自乘反比

識别得人視物之大小按遠近自乘反比以上光學

攷數根四法

攷數根古無其法自海甯李壬叔先生始創為之其理極精深極準確惟僅見中西聞見錄中傳本甚鮮故特重刊以貽學者

凡數他數不能度盡惟一可以度盡者謂之數根見幾何原本然任舉其一數欲辨是否數根古無法焉精思沈久得攷之之法四以補幾何之未備

所攷之數為本數

二與三為用數

不用他數獨用二三者取其最小便於乘除也

一及用數之諸方積為正數

二之一方積二〇二方積四〇三方積八〇四方積一六〇

三之一方積三〇二方積九〇三方積二七〇四方積八一〇五方以上可類推〇

諸正數減本數餘為負數

如五十八十七八六為一之負數若用二為用數則八五為一六之負數八三為二方之負數七九為三方之負數七一為四方之負數若三為用數則八四為一方之負數七八為二方之負數六〇為三方之負數六為四方之負數餘可以類推

如度諸正數餘為諸賸數

知本數二百十一則四五為二之八方賸數九〇為二之九〇賸數三二為三之五方賸數九三為三之六方賸數餘可類推

右諸數為諸法所同用

一曰屢乘求一致數根法

法以用數之諸方積或大於本數或大於本數之半者與本數相減餘為乘法乘法自乘或再乘以本數度之不盡復以乘法乘之本數度之不盡復以乘法乘之本數度之如此遞求至不盡數為諸正數或諸負數而止乃計共用乘法若干次以次數乘用數之方數為泛次若不盡數為一則泛次即定次若為諸方積或為諸方積之負數則以其方數減泛次為定次以定次度本數若所餘非一則本數非數根若餘一則視定次為何二數相乘之積其相乘數為偶者即為遞加數為奇者倍之為遞加數乃置一加一遞加數再加一遞加數如此

遞加以遞除本數恰盡即止若至得數小於法乃不恰盡則本數是數根

如本數三十一用數二之四方積一六大於本數之半以減本數餘一五為乘法自乘得二二五以本數度之不盡八為用數二之三方積計用乘法二次以方數四乘之得八為泛次以不盡之方數三減之得五為定次以度本數餘一定次五為一五相乘積五為奇數倍之得一〇為遞加數以加一得一一以除本數得二不盡九得法已小於法定三十一是數根

如本數一千〇九十三用數三之六方積七二九大於本數之半以減本數餘三六四為乘法自乘得一三二四九六以本數度之不盡二四三為用數之五方積計用乘法二次以方數六乘之得一二以不盡之方數五減之得七為定次以度本數餘一定次七即一七相乘積倍之得一四為遞加數以加一得一五再加之得二九遞除本數皆不盡再加之得三四三除本數得二五仍不盡得數已小於法乃定本數是數根

右二數是數根度之餘一除之不盡

如本數三百四十一用數二之九方積五一二大於本數以本數減之餘一七一為乘法自乘得二九二四一以本數度之不盡二五六為用數之八方積計用乘法二次以方數九乘之得一八以不盡之方數減之得一為定次以本數度之餘一定次一〇為二五相乘數倍五得一〇為遞加數以加一得一一以除本數得三一恰盡則三百四十一非數根

如本數九十一用數三之四方積八一大於本數之半以減本數餘一〇自乘得一〇〇以本數度之不盡九為用數之二方積計用乘法二次以方數四乘之得八以不盡之方數數減之得六為定次以度本數餘一定次六為二三相乘積倍三得六為遞加數以加一得七以除本數得一三恰盡則九十一非數根

右二數非數根度之得一除之恰盡

一曰天元求一致數根法

法以用數之諸方積大於本數或大於本數之半者與本數求得一以其天元數爲乘法如前屢乘屢度至得諸正數或諸負數而止以不盡之方數如泛次爲定次餘如前法

如本數一百〇三與用數之七方積一二八求一以大衍術八之𝍤川𝍣元以二數左右列之立天元一於左下以右減左得左二層上爲一下爲三十三元乃以三十三爲乘法自乘以本數度之不盡五九以乘法八倍之以減左得左三層𝍣倍之𝍤𝍣元𝍦元𝍠𝍣元以減右得右二層乘之本數度之不盡九三以乘法乘之本數度之不盡八二以乘法乘之本數度之不盡二八以乘法乘之本數度之不盡一〇以乘法乘之本數度之不盡四爲用數之二方積計用乘法七次以方數七乘之得四九以不盡之方數二加之得五一爲定次以度本數餘一定次爲三與一七相乘積倍三得六加一得七與一三倍一七得三四加一得三五以除本數皆不盡乃定一百〇三爲數根

右數是數根度之餘一除之不盡

如本數六萬三千九百七十三與用數三之十方積五九〇四九求一以大衍術入之𝍧𝍧𝍤元𝍣元𝍥元𝍢𝍩元以二數左右列之立天元一於左下以左減右得右二層𝍠𝍥元十一倍之以減左得左二層轉右二層得右三層一百二十五倍之以減左二層得左三層三倍之以減右三層得右四層轉減左三層得左四層上爲一下爲六千五百六十一天元當以六五六一爲乘法六一六一爲用數之八積無須再乘以八方加十方得一八爲定次以度本數餘一定定次爲三六相乘積六爲二九相乘積以加一得七除本數得三一三九倍六加二一得一三除本數得四九二倍九加一得一九除本數得三三六七倍一八加一得三七除本數得一七二九俱恰盡則六萬三千九百七十三非數根

右數非數根度之雖得一除之恰盡

一曰小數迴環求數根法

凡本數為法以除一皆成迴環不盡之小數其迴環數有正負相間有有正無負者視有幾位而得迴環以其位數代前法之定次餘皆如前法

如本數二百七十一為法以除一得三六九〇〇三六九〇迴環不盡其位數五以五度本數餘一〇位數為一五相乘之積倍一得二得五得一〇俱為遞加數置一以二數各遞加之以次除本數至得數小於法皆不盡則二百七十一是數根

右數是數根度之得一除之不盡

如本數四百八十一為法以除一得二〇七九〇〇二〇七九〇〇迴環不盡其位數六以度本數餘一〇位數為二三相乘積倍三得六為遞加數二次加一得一三又六次加一得三七以除本數皆恰盡則本數非數根

右數非數根度之得一除之不盡

一曰準根分級致數根法

多位數用此法便以本數減一半之為總也視若為若干小數根相乘之積以此諸根為乘次之準乃以用數準最大根用超乘補乘法乘若干次為第一級以本數度之若餘數為一或為負一則不須再乘若不得一則以餘數準須大根用超乘補乘法乘若干次為第二級以本數度之其餘數若為一或為負一則不須再乘若不得一則以餘數準第三根再乘之如此乘至總分而止仍不得一則本數非數根若諸級之末得一或負一再用遞加遞除本數以定是數否也若得用數之諸方積或負數者本數非數根若乘次未滿級末勿一得一

則本數非數根若得用數之諸方積或負數者則視其定次與級數不等者非數根等者再用遞加數定之也

四元消法新例答問

此為溆浦陳廣生棠所撰創立新例欲以便學者設為答問仍學報舊例學算以說理為先故刊此術以告

疇人丁酉十月記

第一例 加減代齊同

問四元不難於求如積而難於相消亦有簡易法否答曰有其齊同內外互乘之法內外互乘即齊同之簡法故合為一例可以加減代之法視兩式中欲消去之元其位與數本齊同直用加減同名加異名減法消之若位與數皆不齊者則用約倍乘除一卅一位相消猶以天元乘全式移左一行相消猶以地元除全式餘皆此法消之

如第一卷第一問兩儀化元之令式 [illegible] 云式 [illegible] 原草本用內外互乘相消得開方式若以云式減令式得大〇‖半之得太〇丨為甲式降一位減云式得太[illegible]為乙式四甲式得太[illegible]減乙式即得 [illegible] 為開方式

若兩式之有多行多位者則用約倍乘除法屢次加減之至末必消歸一行為開方式

如第一卷第二問三才運元前式 [illegible] 後式 [illegible] 原草本兼用齊同內外互乘消得開方式若以前式減齊下加之得 [illegible] 以後式降一位齊左減之得 [illegible] 再以前式齊下加之得 [illegible] 為甲式三前得 [illegible] 加甲式得 [illegible] 為乙式再以甲式降一位減之得 [illegible] 為丙式乃以後式齊右減前式得 [illegible] 三之得 [illegible] 以甲式減之得 [illegible] 三之得 [illegible] 以乙式減之得 [illegible] 為丁式五甲式得 [illegible] 加丁式得 [illegible] 半之得 [illegible]

[illegible]為戊式以戊式齊下減丙式得[illegible]為己式再以戊式齊上加之得[illegible]為庚式九己式得[illegible]以庚式齊下減之得[illegible]為辛七庚式得[illegible]減辛式得[illegible]為開方式

第二例通分代對例

問左右對列與齊同係二法否答曰左右對列即齊同之簡法也其用內兩行相棄猶之以右式左行遍棄左式也其用外兩行相棄猶之以左式左行徧棄右式也惟明知棄得之數必有兩行同者故省作內外互棄耳

問左右對列即齊同之簡法用加減代齊同而左右對列之法可廢否答曰亦可但用加減消至左右兩式僅各存兩行後若行數仍各有多位必用加減得開方式轉覺多費周折不及對列省棄之便故其法仍未可盡廢

問左右兩式行數各有多位者加減固不及對列之便若行數僅一二位可以加減得開方式者則對列之法可不用矣而演四元者多概用對列之法何故答曰此因沿襲既久遂任耳目而廢其心思耳

問左右對列既易迷學者之目其法又未可盡廢亦可斟酌二者之間設一通法否答曰可以通分代之如第二卷左右逢元第十問甲式[illegible]乙式[illegible]以甲式右行通乙式左行得[illegible]復以乙式右行通甲式左行得[illegible]兩通式相消得[illegible]為開方式若是則不至迷學者之目矣

第三例約元數

問向之演四元者其約法止及元數單位而止不再約元數未審元數單位亦有可約之理否曰約之而奇零不盡者不可約其可以得整數者無妨約之使歸簡易

如第一卷第三問四象會元甲式 太〇𝍦𝍥 𝍩𝍢𝍡 剔令式消三元式得 太𝍣〇𝍢 二約之得 太𝍤𝍣𝍢 為乙式用減甲式得 太〇𝍢𝍤 〇𝍡𝍢 又以乙式降一位減之得 〇𝍤𝍣𝍥 〇𝍥 三之得 〇𝍥𝍤𝍣 以原乙式降一位加之即得 𝍢𝍤𝍣𝍥 為開方式

第四例 借真數

問三元必用三式相消四元必用四式相消消多式為一行甚為繁難亦別有簡易之法否曰代數術中有用真數代消之法若變通其法以入之則可免多式相消之繁矣法先擇令云等式中便於消者任消得一箇元之真數乃視式中有僅存兩元者以真數代其元數如式加減乘除之得兩箇元之真數又視式中有三箇元數者以兩箇真數代其兩箇元數如式加減乘除之得三箇元之真數乃取式中物元式以三箇真數代其元數如式加減乘除之即得物元開數矣

如第三卷三才變通第三問令式 太𝍢 𝍥𝍥 云式 𝍢𝍥𝍥 三元式 太𝍥 𝍡𝍡𝍢 本問人元若以真數代消之則三云式得 𝍢𝍥𝍢 減令 𝍢 式即得 𝍢𝍡𝍥 為開方式開平方得三步為天元真數以三乘云式天元 𝍥 得 𝍥𝍢 加入太 𝍥 而其式變為 𝍦 右實左法得四步為地元真數既得天地兩元真數乃以天元真數三乘三元式天之平方三得 𝍧 加入天元 𝍡 得 𝍡〇 以三乘之得 𝍢〇 加入太而其式變為 𝍥𝍢 又以天元真數三乘天地相當之元 𝍡 得 𝍢 加入地元 𝍡 而其式變為 𝍥𝍢 乃以地元真數四乘地元平方三得 𝍡𝍡 加入地元 𝍢 而其式變為 𝍥𝍢 又以四乘地元 𝍡𝍡 得 𝍡𝍢 加入 𝍥 而其式變為 𝍥𝍢 左實右法得九十四步為人元開數

用真數代消若遇兩等式之元數位次不齊者亦可兼用剔消之法

如第四卷四象朝元第一問令式 𝍡𝍦 𝍥 云式 𝍡𝍦 𝍥 物元式 太𝍥本問物元開數若欲用真數代消先消去令云兩式天元得地元之真數而令云兩式一係心一係次不齊則剔地元 直 令式得 𝍡𝍥𝍢〇〇〇𝍥 𝍥〇 於上三十五云式得 𝍡𝍢𝍦〇〇

消上得[illegible]二十三令式得[illegible]再消之即得[illegible]為橫列開方式地易天位得[illegible]五乘方開之得四步為地元真數既得地元真數四以乘云式地元〨得[illegible]以減太[illegible]即得[illegible]為開方式平方開之得三步為天元真數以天元真數三乘物元式天元〢得〧加入太而其式變為[illegible]上法下實得六步為物元開數

用真數代消若偶遇一式僅止一層或一行者則無需消可竟將其式用除法開方法得其元之真數代消他式得其開數如第二卷左右逢元第二十問令式[illegible]云式[illegible]竟將云式右實左法除之得[illegible]為地元真數以〣乘令式地元[illegible]得[illegible]加入太得[illegible]開六乘方即得四步為天元真數

又如第三卷第五問令式[illegible]云式[illegible]三元式[illegible]前式[illegible]竟將前式開方得三步為天元真數以三乘云式天元[illegible]得[illegible]加入太而其式變為[illegible]左實左法得四步得地元真數乃以天元真數三乘三元式天元[illegible]得[illegible]加入太而其式變為[illegible]又以三乘天地相當之元〡得〣加而地元[illegible]而其式變為[illegible]又以地元真數四乘地元[illegible]得[illegible]以減太[illegible]而其式變為[illegible]左實右法得六十九步即人元開數上二題前為一層式後為一行式

第五例設等式

問玉鑑四元自乘演段圖後朱自謂僕立句三股四弦五黃方二為問併之得[illegible]云云今通攷全書朱並未設此題何故答曰凡四元題必取四等式相消若句股弦黃四事為問立天句地股人弦物黃方求之則物元式必併於令云兩式之中不能得四等式求得如積不能消故不設此題耳

問立天句地股人弦物黃方求得如積不能消則三元應與四元一例何故三才變通首題立天句地股人弦求得今云兩式又能消答曰此因句股兩自乘數必等於弦自乘數預設有三元式以便消故也

問立天句地股人弦既可預設一三元式以便消未審立天句地股人弦物黃方亦可設一四元式以便消否

答曰若設一黃方式則舉句股弦黃爲問皆可消矣

如第一卷第四問四元補題今有句股弦黃共積五十四步只云黃方乘弦倍之加弦與併句股冪同問黃方立天句地股人弦物黃方求得今式　云式　原草本用約消得開方式據羅草通例弦和較即黃方則可併天地兩元得　爲句股和以人元減之得　爲弦較和消物元得　爲黃方式黃方式剔分爲二物斜人截其右半　自得之　太其左半　自之得下　相消得　爲剔式減今式得　爲一式以剔式減云式得　爲二式又以三元式　加剔式得　爲三式加二式得　太物易天位得　爲前式以三式減一式得　倍剔式　加之得　物易天位得　爲後式前式剔分爲二人直元截各自之相消得　倍之得下　加後式即得　爲開方式平方開之得二步爲黃方

問句股問三事者可用三元式相消問四事者可並用黃方式相消若題非句股則三元與黃方式皆無所用之不幾於束手無策乎答曰四元之法出於方程故元術之有三元四元猶方程之有三色四色三元者題中必具有三箇等式四元者題中必具有四箇等式題界方爲不誤然亦有一種題初閱之似止可得今云兩式細繹之實有可以就題剔得等式以相消者

如左右逢元第十六題今有直積加平與二和一較等只云長冪減較冪亦與二和一較等求於長平和較各立一元羅氏亦用四草然細攷此題若立天元平地元長人元和物元較求得今式　云式

實可就題别設等式消之惟題云直積加平與二和一較等又云長冪減較冪亦與二和一較等是直積加平與長冪減較冪皆等於二和一較則可因題之下半截得一等式天地相加得丨太⊥為和二之得‖太‖為二和天地相減得丨太⊥為較併二和一較得三太丨于上乃倍人元得太‖加物元得丨太‖為同數消上得⊥Ⅲ太⊥丨為等式用消令式得Ⅲ⊥上實下法得天元真數三既得天元真數用代消法即可得地人物各元數矣

問兩元題必用今云兩式否答曰今云兩式只是取兩等式相消以便得開方式若别求得一等式竟可開方者則今云兩式亦可不用

如左達元第十八問今有直積三乘方開之得數以平除之不及平三步只云長以平方開之多於平一分之一問長平立天平地長依雜草求得太〇〇⊥丨⊥Ⅲ⊥丨為直積太〇Ⅲ為長置長以天元平乘之得太〇〇Ⅲ為直積同數消直積得Ⅲ丨⊥Ⅲ⊥丨為等式即為開方式四乘方開之得四步為天元平以平四步倍之又自之即得六十四步為地元長

算數名義釋例卷三

新化李松園著　吳縣王德尚編

曲線求冪

徑一周三之率古通用之魏劉氏徽特以為疏定徑一百周三百一十四劉宋祖氏沖之益求其精定約徑率七周二十二密率徑一百一十三周三百五十五元趙氏友欽周畧求句股之法得徑一周三一四一五九二五六是蓋傳以履畝言之誠有如梅氏穀成所云竭力經營所爭不過跬步者若丈量廣輿推測躔度則毫釐之差千里繆焉矣或制製船器物則一纖塵出入齟齬因之矣此數理精蘊所以密用其率不從其簡也吾湘曾氏紀鴻因大弧正切小弧正切求較弧正切之術得數至一百位著為圓率攷眞尤便于極大曲線之用琭入丁氏白芙堂叢書中不具述也

凡平有圓徑甲求冪天

其公式

$$\because\ 甲\times\frac{徑}{周}=周$$

$$\frac{二}{甲}\left(\frac{二}{甲\times\frac{徑}{周}}\right)=天$$

$$\therefore\ 天=\frac{四}{甲}\left(\frac{徑}{周}\right)$$

㊁

$$天=\frac{二}{甲}\left(\text{[illegible]}\right)$$

右第㊀式用周徑定率㊁式用邊線相等而第不同定率凡定率比例令所有率為一則以今有之數乘所求率可不用除還得所求之數今所求率為一則以所有率除今有數還得所求之數可省先乘若用對數則加減以代乘除簡易尤甚演算如左

今有圜徑八寸問面冪幾何 數理精蘊

準公式

甲＝八

(四/六四)＝四/六四＝一六

(一六)(三一四一五九二六五一)＝

五〇二六五四八二四＝天

或

[三一八三〇九八八 / 一六×一〇〇〇〇〇〇〇〇]＝

五〇二六五四八二一二＝天

㊁式

尺＝六四

(六四)(七八五三九八一六三三)＝

∴五〇二六五四八二一二＝天

或

[一二七三二三九五四 / 六四×一〇〇〇〇〇〇〇〇]

∴五〇二六五四八二一二＝天

對數求之準㊀式

一六〇〇對 三二〇四一一九九八

上周率對 一〇四九七一四九八七

＝ 一三七〇一二六九八五

下徑率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 三七〇一二六九八五

＝ 〇五〇二六…對＝天

或

一六〇〇對 三二〇四一一九九八

上周率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 一三二〇四一一九九八

下徑率對 九五〇二八五〇一三

＝ 〇三七〇一二六九八五

＝ 〇五〇二六…對＝天

對數求之準㊁式

六四〇〇對 三八〇六一七九九七

圜冪率對 九八九五〇八九八八

＝ 一三七〇一二六九八五

下方冪率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 三七〇一二六九八五

＝ 〇五〇二六…對＝天

或

六四〇〇對 三八〇六一七九九七

上圜冪率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 一三八〇六一七九九七

下方冪率對 一〇一〇四九一〇一三

＝ 〇三七〇一二六九八五

＝ 〇五〇二六…對＝天

凡平圜有周甲求冪天

其公式㊀

∵ 徑＝甲(周/徑)

天＝(二/甲 周/徑) 二/甲

∴ 天＝四/甲 (周/徑)

此用周徑定率

㊁

天＝二/甲 (周/圜 方/面 冪/冪)

此用周方冪與圜面冪定率

今有圓周六尺六寸問面冪幾何

準公式

甲＝六六

$\frac{四}{(六六)^{二}}=\frac{四}{四三五六}$＝一〇八九

(一〇八九)(三一八三〇九八八…)＝

三四六六三九四五九…＝天

或

$\left(\frac{三一四一五九二六五…}{一〇八九×一〇〇〇〇〇〇〇〇〇}\right)$＝

三四六六三九四五九…＝天

㈡式

$(六六)^{二}$＝四三五六

(四三五六)(七九五七七四七…)＝

三四六六三九四五九…＝天

或

$\left(\frac{一二五六六三七〇六二}{四三五六×一〇〇〇〇〇〇〇〇〇}\right)$＝

三四六六三九四五九…＝天

對數求之準㈠式

一〇八九〇〇對 五〇三七〇二七八八

丄徑率對 九五〇二八五〇一二

＝ 一四五三九八七八〇〇

丅周率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 四五三九八七八〇〇

＝ 三四六六三…對＝天

或

一〇八九〇〇對 五〇三七〇二七八八

丄徑率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 一五〇三七〇二七八八

丅周率對 一〇四九七一四九八八

＝ 〇四五三九八七八〇〇

＝ 三四六六三…對＝天

對數求之準㈡式

四六三九〇〇對 五六三九〇八七八七

丄圓面冪對 八九〇〇七九〇一三

＝ 一四五三九八七八〇〇

丅周方冪對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 四五三九八七八〇〇

＝ 三四六六三…對＝天

或

四六三九〇〇對 五六三九〇八七八七

丄圓面冪對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 一五六三九〇八七八七

丅周方冪對 一一〇九九〇〇九八七

＝ 〇四五三九八七八〇〇

＝ 三四六六三…對＝天

凡橢圓面形有大徑甲小徑乙求冪天

其公式

天＝甲乙$\left(\frac{方冪}{圓冪}\right)$

此用邊線相等面冪不同定率

今有橢圓形大徑九尺小徑六尺問面冪幾何

準公式

甲＝九　乙＝六

(九×六)＝五四

(五四×七八五三九八一六三)＝

四二四一一五○○六四小＝天

或

$\left[\frac{一二七三二三九五四}{五四×○○○○ ○○○○}\right]$

四二四一一五○○六四小＝天

對數求之

五四○○對 三七三二三九三七六

上圓冪率對 九八九五○八九八八

＝ 一三六二七四八三六四

下方冪率對 一○○○○○○○○○

＝ ○三六二七四八三六四

＝ ○四二四一…對＝天

或五四○○對 三七三二三九三七六

上圓冪率對 一○○○○○○○○○

＝ 一三七三二三九三七六

下方冪率對 一○一○四九一○一二

＝ ○三六二七四八三六四

＝ ○四二四一…對＝天

凡弧矢形有弦長甲矢廣乙求面冪天

令末為八線表中半徑其數恆為一十萬

如

如圖甲乙已丙為弧矢形乙丙為弦長甲已為矢廣甲乙戊丙為自圓心所分弧背三角形乙戊丙已為自圓心至弦所分直線三角形

其公式

$\left[\frac{甲^{二}\perp四乙^{二}}{四甲乙末}\right]$＝半弧正弦

檢八線表得度分秒數之倍為全弧度分秒數

乃有比例

[全圓三百六十度化為一百二十九萬六千秒]∶[上式所求得之全弧度分秒數化為若干秒數]∷$\left[\left(\frac{四乙}{一甲^{二}}\perp乙\right)周\right]$∶全弧數

∴$\left[\frac{一六乙}{甲^{二}}\perp\frac{四}{乙}\right]$全弧數＝弧背三角形冪

$\left[\frac{三二乙}{甲^{二}}\perp\frac{四}{乙}\right]$甲＝直線三角形冪

∴$\left[\frac{一六乙}{甲^{二}}\perp\frac{四}{乙}\right]$全弧數$\left[\frac{三二乙}{甲^{二}}\perp\frac{四}{乙}\right]$甲＝天

設如弧矢形弦長八尺矢闊二尺求面冪幾何

準公式

甲＝八

乙＝二

[illegible]

＝八〇〇〇〇

檢八綫表得

五三〇七四九五[illegible]八〇〇〇〇

倍之得

二乂五三〇七四九 ＝ 一〇[illegible]一五三八

化爲秒數得

〇六〇七四九 ＝ 三八二五三八

[illegible] 三一四一五九二六五 ＝

二一〇乂三一四一五九二六五 ＝

二三一四一一九二六九

有約

[illegible]

[illegible] ＝ 九二七二七八

[illegible] ＝ 二五

[illegible]

[illegible] ＝ 一五

[illegible]

[illegible] ＝ 天

凡圓環形有外徑甲內徑乙求冪天

其公式

天＝[illegible]

此用邊線相等面冪不同定率

今有圓環形外徑二尺四寸內徑一尺二寸問面冪幾何

準公式

甲＝二四　乙＝一二

[illegible] ＝ 五七六 ＝ 一四四 ＝ 四三二

(四三二乂七八五三九八一六三四) ＝

三三九二九二〇〇六四 ＝ 天

或

$\left(\frac{一二乂三二三九五四}{四三三乂一〇〇〇〇〇〇〇〇}\right)$ ＝

三三九二九二〇〇六四 ＝ 天

對數求之

四三二〇〇 對 四六三五四八三七五

丄圓冪率對 九八九五〇八九八

＝ 一四五三〇五七三六三

丅方冪率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 〇四五三〇五七三六三

＝ 三三九二九 對 ＝ 天

或

四三二〇〇 對 四六三五四八三七五

丄圓冪率對 一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝ 一四六三五四八三七五

丅方冪率對 一〇一〇四九一一二

＝ 〇四五三〇五七三六三

＝ 三三九二九 對 ＝ 天

凡圓環形有外周甲內周乙求冪天

其公式

天＝（甲丄乙丄）周方冪／圓面冪

此用周方冪與圓面冪比例定率

今有圓環形外周六尺六寸內周二尺二寸問面冪幾何

準公式

甲＝六六　乙＝二二

（六六丄）（二二丄）＝四三五六丅四八四＝三八七二

（三八七二）（七九五七七四七一）＝＝

三〇八一二三九六二八四〃＝天

或

（一二五六六三七〇六四／三八七二）（一〇〇〇〇〇〇〇〇）——

三〇八一二三九六二八四〃＝天

之求數對

三八七二〇〇對五五八七九三五三五

丄圓面冪率對八九〇〇七九〇一三

＝＝一四四八八七二五四八

丅周方冪率對一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝＝〇四四八八七二五四八

＝＝三〇八一二〃對＝天

或

三八七二〇〇對五五八七九三五三五

丄圓面冪率對一〇〇〇〇〇〇〇〇〇

＝＝一五五八七九三五三五

丅周方冪率對一一〇九九二〇九八七

＝＝〇四四八八七二五四八

＝＝三〇八一二〃對＝天

凡圓環形有外周甲內周乙廣丙求冪

其公式

（甲丄乙）丙＝天

今有圓環形外周二十一尺三寸內周七尺一寸闊二尺二寸六分求面冪幾何

準公式

甲＝二一三

乙＝七一

丙＝二二六

（二一三丄七一）＝＝二八四

（二八四／二）＝一四二

（一四二）（二二六）＝＝

三二〇九二〇

＝天

算式九章翼

粟米第二

比例演術

九章算術粟米以御交貿變易實為諸言比例之祖特自初學觀之未易得其要領秩讀數理精蘊所言比例之法較然易知深足發明九章之恉以稗愚稹學算之初稟承師訓按題演式即能心知其意故雖淺顯不厭詳言原草秩然未即付之剞劂敬紀存之以志經始

設如有銀買米每米一石銀八錢今買米廿四石問共銀若干

其算式

一∴八∴∴二四∴天

天＝二四

一乂天＝八乂二四

天＝一九二

凡以一為一率者可以省除運以二三率相乘即得所求倣此

設如有買米每銀一兩買米一石三斗今有銀三百廿兩問共買米若干

其算式

一∴一三∴∴三二〇∴天

天＝三二〇

一乂天＝一三乂三二〇

天＝四一六〇

設如有銀賞人每三人賞銀一兩八錢今有二百四十人問共該銀若干

其算式

三∴一八∴∴二四〇∴天

天＝一八乂二四〇

＝一四四

亦可作

天＝一八乂二四〇

＝一四四

或

天＝一八乂二四〇

＝一四四

設如有穀換米每穀一石四斗換米八斗四升今有穀卅二石六斗八升問換米若干

其算式

一四〇八四

三二六八天

一四〇天＝

二　八四〇三二六八

二　二七四五一二

天＝$\frac{一四〇}{二七四三一二}$

二二一九六〇八

設如天上一度當地面四百里今七度該里數若干

其算式

二四〇〇

七天

二天＝七四〇〇

＝二八〇

天＝$\frac{二}{二八〇}$

＝一四〇

設如一星一日內行一度卅分問八刻內應行若干

其算式

日

三〇＝九〇

九六九〇

三天

天＝

設如驗時儀算礮聲自烟起至聞聲計七秒得五里今得十四秒問里數若干

其算式

七五

一四天

天＝$\frac{七}{五}$

＝

＝一〇

設如有羊四百六十隻銀八十二兩八錢問每一羊價銀幾何

其算式

四六〇八二八

天

四六〇天＝

＝

天＝

＝　一八

凡以一為二三率者可以省乘退以一率除之即得所求做此

設如羊一羣共二百四十又生羔七十二問加原羣內十分之幾

其算式

二四〇∶一〇∷七二∶天

天＝$\frac{二四〇}{七二〇}$

＝三

右演正比例式

設如驗時儀墜子繩長四尺四寸八分一釐二豪八絲四刻來往共三千次今造一墜欲使來一秒往一秒問繩長若干

其算式

一刻＝一五′＝九〇〇″

四刻＝六〇′＝三六〇〇″

(三六〇〇)²＝一二九六〇〇〇〇

(三〇〇〇)²＝九〇〇〇〇〇〇

∵(歷時總秒)²＝一二九六〇〇〇〇

∶原擺長＝四·四八一二八

∷(擺動總次)²＝九〇〇〇〇〇〇

∶今擺長＝天

天＝$\frac{一二九六〇〇〇〇}{四〇三三一五二〇}$

＝三·一一二

設如正方池一面每邊十二丈今欲作寬八丈之池使其池面積數與方池等問長得幾何

其算式

今長　原寬　原寬　今寬

天∶一二∷一二∶八

天＝$\frac{八}{一二×一二}$

＝$\frac{八}{一四四}$

＝一八

設如原用金九兩係九成金用八成金折還問當幾何

其算式

今重數　原成數　原重數　今成數

天∶九∷九∶八

天＝$\frac{八}{九九}$

＝$\frac{八}{八一}$

＝一〇·一二五

右演轉比例式

設如以夏布換棉布但知夏布三丈價銀二錢棉布七尺價銀七錢五分今有夏布四十五丈問換棉布若干

其算式

夏 價 夏 價

三∶〇二∷四五∶$\left(\frac{三}{二\times四五}\right)$

$\left(\frac{三}{二\times四五}\right)=\frac{三}{九}=三$

價 棉 價 棉

〇七五∶七∷三∶天

$天=\frac{〇七五}{二一}=二八$

或

價 夏 價 夏

〇二∶三∷〇七五∶$\left(\frac{〇二}{三\times〇七五}\right)$

$\left(\frac{〇二}{三\times〇七五}\right)=一一二五$

夏 棉 夏 棉

一一二五∶七∷四五∶天

$天=\frac{一一二五}{三一五}=二八$

合率求之則

夏布 棉價 夏價 棉布 夏布 棉布

(三×〇七五)∶(〇二×七)∷四五∶天

二二五∶一四∷四五∶天

$\therefore 天=\frac{二二五}{四五\times一四}$

$=\frac{二二五}{六三}$

$=二八$

設如以芝蔴換黃米但知每芝蔴三石換菉豆五石每菉豆四石換黃米三石今有芝蔴五十四石問換黃米若干

其算式

芝 豆 芝 豆

三∶五∷五四∶$\left(\frac{三}{五\times五四}\right)$

$\left(\frac{三}{五\times五四}\right)=五\times一八=九〇$

豆 米 豆 米

四∶三∷九〇∶天

$天=\frac{四}{二七〇}=六七五$

或

豆 芝 豆 芝

五∶三∷四∶$\left(\frac{五}{三\times四}\right)$

芝 米 芝 米

$\left(\frac{五}{三\times四}\right)$∶三∷五四∶天

$天=\frac{\left(\frac{五}{一二}\right)}{三\times五四}$

$=\frac{一二}{五\times三\times五四}$

$=\frac{一二}{八一〇}=六七五$

合率求之則

芝豆 豆米 芝 米

(三×四)∶(五×三)∷五四∶天

$天=\frac{一二}{五\times三\times五四}$

$=\frac{一二}{八一〇}$

$=六七五$

設如養兵七百名每年額餉一百廿六兩內有新著伍兵三名已應役七個月問該餉銀幾何

其算式

兵 餉 兵 餉

七∶一二六∷三∶$\left(\frac{七}{三\times一二六}\right)$

$\left(\frac{七}{三\times一二六}\right)=\frac{七}{三七八}=五四$

月 餉 月 餉

一二∶五四∷七∶天

$天=\frac{一二}{七\times五四}=三一五$

合率求之則

兵月 餉 兵月 餉

(七×一二)∶一二六∷(三×七)∶天

八四∶一二六∷二一∶天

$天=\frac{八四}{二一\times一二六}$

$=\frac{八四}{二六四六}$

$=三一五$

設如原有鵞八換雞廿有雞卅換鴨九十有鴨六十換羊二今有羊五問換鵞幾何

其算式

羊 鴨 羊 鴨

三∶六〇∷五∶$\left(\frac{二}{五\times六〇}\right)$

$\left(\frac{八二}{五\times六〇}\right)=\frac{二}{三〇〇}=\frac{一}{一五〇}$

鴨 雞 鴨 雞

九〇∶三〇∷一五〇∶$\left(\frac{九〇}{四五〇〇}\right)$

$\left(\frac{九〇}{四五〇〇}\right)$＝五〇

雞 鵞 雞 鵞

二〇∶八∷五〇∶天

天＝$\frac{二〇〇}{四〇〇}$＝二天

合率求之

羊 鴨 鴨 雞 鵞 羊 鵞

(二×九〇×二〇)∶(六〇×三〇×八)∷五∶天

天＝$\frac{三六〇〇}{一四四〇〇\times五}$＝

$\frac{三六〇〇}{七二〇〇〇}$＝二〇

設如叔三換黍二黍四換稷三稷五換稻四稻六換麥五今有麥七斗問換菽幾何

其算式

麥 稻 麥 稻

五∶六∷七∶八四

稻 稷 稻 稷

四∶五∷八四∶一〇五

稷 黍 稷 黍

五∶四∷一〇五∶一四

黍 菽 黍 菽

二∶三∷一四∶天

天＝$\frac{四二}{二}$＝二一

合率求之

∵(麥五×稻四×稷三×黍二)

∶(稻六×稷五×黍四×菽三)

∷麥七∶菽天

∴天＝$\frac{一二〇}{二五二〇}$

＝二一

設如原有工人一百開河四十丈廿日工完今有工人一千開河八十丈問得日數幾何

其算式

原人工 原開河 今人工 應開河

一〇〇∶四〇∷一〇〇〇∶四〇〇

應開河 原日數 今開河 今日數

四〇〇∶二〇∷八〇∶天

天＝$\frac{二〇\times八〇}{四〇〇}$＝四

或

今人工 原日數 原人工 今日數

一〇〇〇∶二〇∷一〇〇∶二

原丈數 原日數 今丈數 今日數

四〇∶二∷八〇∶天

天＝$\frac{二\times八〇}{四〇}$＝四

合率求之

(今有工一〇〇〇×原開河四〇)

∶原日數二〇

∷(原人工一〇〇×今開河八〇)

∶今日數天

∴天＝$\frac{四〇〇〇〇}{一六〇〇〇〇}$

＝四

設如原有書一百篇六人寫之十日完每篇三百字今有書二百篇八人寫之十二日完問每篇得字若干

其算式

今篇數　二〇〇
∶原字數　三〇〇
∷原篇數　一〇〇
∶得字數　一五〇

原人數　六
∶原得字　一五〇
∷今人數　八
∶應得字　二〇〇

原日數　一〇
∶應得字　二〇〇
∷今日數　一二
∶所求字　天

∴天$=\frac{一〇}{二四〇〇}$

$=$二四〇

合率求之

今篇數　原人數　原日數　原字數　原篇數　今人數　今日數　今字數

(二〇〇×六×一〇)∶三〇〇∷(一〇〇×八×一二)∶天

一二〇〇〇∶三〇〇∷九六〇〇∶天

∴天$=\frac{一二〇〇〇}{二八八〇〇〇〇}=$二四〇

設如原雇人寫書每篇六百字八人寫之廿日得一百廿篇今寫書每篇四百五十字卻用十二人寫卅日問得篇數幾何

其算式

今字數　四五〇
∶原篇數　一二〇
∷原字數　六〇〇
∶應篇數　一六〇

原人數　八
∶應篇數　一六〇
∷人人數　一二
∶應篇數　二四〇

原日數　二〇
∶原應篇　二四〇
∷今日數　三〇
∶所求篇　天

∴天$=\frac{二〇}{七二〇〇}$

$=$三六〇

合率求之

今字數　原人數　原日數　原篇數　原字數　今人數　今日數　今篇數

(四五〇×八×二〇)∶一二〇∷(六〇〇×一二×三〇)∶天

七二〇〇〇∶一二〇∷二一六〇〇〇∶天

∴天$=\frac{七二〇〇〇}{二五九二〇〇〇〇}=$三六〇

設如原有水二萬零一百六十兩每人日用卅二兩足用四個月今又添四千零卅二兩合前數共二萬四千一百九十二兩欲用六個月問每日每人應用幾何

其算式

原水兩數　二〇一六〇
∶每人日用　三二
∷今水兩數　二四一九二
∶人日應用　三八四

今月數　六
∶原應用　三八四
∷原月數　四
∶原應用　天

∴天$=\frac{六}{一五三六}$

$=$二五六

合率求之

(原水數二〇一六〇×今月數六)

∶每人日用三二

∷(今水數二四一九二×原月數四)

∶每人應用天

∴天$=\frac{一二〇九六〇}{三〇九六五七六}$

$=$二五六

設如原有米八萬石用車二十四輛日行四十里廿日運完今有米十萬石用車卅兩日行六十里問運完日數幾何

其算式

原米石數 八〇〇〇〇
∴原運日數 二〇
∷今米石數 一〇〇〇〇〇
∴應運日數 二五

今用車輛數 三〇
∴原應運日數 二五
∷原用車輛數 二四
∴今用應運日數 二〇

今行里數 六〇
∴應運日數 二〇
∷原行里數 四〇
∴行運日數 天

天＝$\frac{六〇}{八〇〇}$

＝一三$\frac{六〇}{二〇}$

＝一三$\frac{三}{一}$

合率求之

原米石數 〇八〇〇〇〇 × 今用車數 〇〇〇〇三〇 × 今行里數 〇〇〇〇六〇
∴原運日數 〇〇〇〇二〇
∷今米石數 一〇〇〇〇〇 × 原用車數 〇〇〇〇二四 × 原行里數 〇〇〇〇四〇
∴所求今運日數 天

天＝$\frac{一四四〇〇〇〇〇〇}{一九二〇〇〇〇〇〇〇}$

＝一三$\frac{一四四}{四八}$

＝一三$\frac{三}{一}$

設如原有麥一萬二千石車十二輛每車載三石日行八十里四十日運完今麥三萬石車十六輛每車載四石日行六十里問運完日數幾何

其算式

原麥數 一二〇〇〇
∴運日數 四〇
∷今麥數 三〇〇〇〇
∴應運日數 一〇〇

今用車輛數 一六
∴原運日數 一〇〇
∷原車輛數 一二
∴今應運日 七五

今每車載數 四
∴原應運日數 七五
∷原每車載數 三
∴今應運日數 五六$\frac{四}{一}$

今車行里數 六〇
∴原應運日數 五六$\frac{四}{一}$
∷原車行里數 八〇
∴所求日數 天

∴天＝八〇(五六$\frac{四}{一}$)

天＝$\frac{六〇}{八〇(五六\frac{四}{一})}$

＝$\frac{六〇}{八〇(二二五)}$

＝$\frac{三〇〇}{一八〇〇〇}$

＝七五

合率求之

原有麥數 一二〇〇〇 × 今車輛數 〇〇〇一六 × 今每車載 〇〇〇〇四 × 今行里數 〇〇〇六〇
∴原運日數 〇〇〇四〇
∷今有麥數 三〇〇〇〇 × 原車輛數 〇〇〇一二 × 原每車載 〇〇〇〇三 × 原行里數 〇〇〇八〇
∴所求今運日數 天

天＝[illegible]

＝七五

右演合率比例式

設如河工方九百尺以當築城八百尺城多一工以河工七百廿尺當城工七百尺城多二工問每工一日若干尺令城工每日尺數為天河工每日尺數為地

其算式先求天數

河工 城工 河工 城工

九〇〇∶(八〇〇⊥天)∷七二〇∶(七〇〇⊥二天)

∴五七六〇〇〇⊥七二〇天＝六三〇〇〇〇⊥一八〇〇天

∴一〇八〇天＝五四〇〇〇

天＝$\frac{一〇八〇}{五四〇〇〇}$＝五〇

若先求地數

城工 河工 城工 河工

八〇〇∶(九〇〇⊥地)∷七〇〇∶(七二〇⊥二地)

∴六三〇〇〇〇⊥七〇〇地＝五七六〇〇〇⊥一六〇〇地

∴九〇〇地＝五四〇〇〇

地＝$\frac{九〇〇}{五四〇〇〇}$＝六〇

此題本梅氏方程論愚意以比例術入之似較簡易謝紀于此亦比例變態也

衰分弟三之一

按分衰分

凡有總數有各分數以求各分應得之數謂之按分衰分法令其總數爲申其所知之各分數以次爲甲乙丙丁戊……而所求各分應得之數以次爲甲天乙天丙天丁天戊天……則例公式以題證之如左

$$甲天=\frac{甲申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

$$乙天=\frac{乙申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

$$丙天=\frac{丙申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

$$丁天=\frac{丁申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

$$戊天=\frac{戊申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

$$己天=\frac{己申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

$$庚天=\frac{庚申}{甲+乙+丙+丁+戊+己+庚\cdots}$$

……

今有大夫不更簪裹上造公士凡五人共獵得五鹿欲以爵次分之問各得幾何九章算術

注爵數者謂大夫五不更四簪裹三上造二公士一也墨子號令篇以爵級爲賜然則戰國之初有此名也音義夫以智率人者也大夫則以智率人之大者也不更次大夫取其不與戍更簪裹次不更取其㲈冠裹馬上造次簪裹取其爲造士而居上公士次上造取其爲士而在公也

今大夫不更簪裹上造公士各得鹿數以次爲甲天乙天丙天丁天戊天

準公式

甲 $=$ 五

乙 $=$ 四

丙 $=$ 三

丁 $=$ 二

戊 $=$ 一

申 $=$ 五

∴

$$甲天=\frac{五\times五}{一五}=\frac{二五}{一五}=一\frac{二}{三}$$

$$乙天=\frac{四\times五}{一五}=\frac{二〇}{一五}=一\frac{一}{三}$$

$$丙天=\frac{三\times五}{一五}=\frac{一五}{一五}=一$$

$$丁天=\frac{二\times五}{一五}=\frac{一〇}{一五}=\frac{二}{三}$$

$$戊天=\frac{一\times五}{一五}=\frac{五}{一五}=\frac{一}{三}$$

$$甲+乙+丙+丁+戊=一五$$

今有甲持錢五百六十乙持錢三百五十丙持錢一百八十凡三人俱出關關稅百錢欲以錢數多少衰出之問各幾何令甲乙丙各出錢數以次為甲天乙天丙天

準公式

甲＝五六〇

乙＝三五〇

丙＝一八〇

甲丄乙丄丙＝一〇九〇

申＝一〇〇

$甲天=\frac{\text{一〇九〇}}{\text{五六〇〇〇}}$

$=\text{五一}\perp\frac{\text{一〇九}}{\text{四一}}$

$乙天=\frac{\text{一〇九〇}}{\text{三五〇〇〇}}$

$=\text{三二}\perp\frac{\text{一〇九}}{\text{一二}}$

$丙天=\frac{\text{一〇九〇}}{\text{一八〇〇〇}}$

$=\text{一六}\perp\frac{\text{一〇九}}{\text{五六}}$

今有北鄉算八千七百五十八西鄉算七千二百卅六南鄉算八千三百五十六凡三鄉發徭三百七十八人欲以算數多少衰出之問幾何令北西南鄉遣人數以次為甲天乙天丙天

準公式

甲＝八七五八

乙＝七二三六

丙＝八三五六

甲丄乙丄丙＝二四三五〇

申＝三七八

$甲天=\frac{\text{二四三五〇}}{\text{三三一〇五二四}}$

$=\text{一三五}\perp\frac{\text{一二一七五}}{\text{一一六三七}}$

$乙天=\frac{\text{二四三五〇}}{\text{二七三五二〇八}}$

$=\text{一一二}\perp\frac{\text{一二一七五}}{\text{四〇〇四}}$

$丙天=\frac{\text{二四三五〇}}{\text{三一五八五六八}}$

$=\text{一二九}\perp\frac{\text{一二一七五}}{\text{八七〇九}}$

今有稟粟大夫不更簪裊上造公士凡五人一十五斗今有大夫一人後來亦當稟五斗倉無粟欲以衰出之問各幾何

注稟前五人十五斗者大夫得五斗不更得四斗簪裊三斗上造二斗公士一斗欲令五人各依所得粟多少減與後來大夫即與前來大夫同據前來大夫已得五斗故言亦也是六人共出五斗而後大夫應得之五斗亦俱損折

今公士上造簪裊不更大夫各出粟斗數以次為甲天乙天丙天丁天戊天

準公式

甲＝一

乙＝二

丙＝三

丁＝四

戊＝五

甲丄乙丄丙丄丁丄戊丄五＝二〇

申＝五

$甲天=\frac{\text{二〇}}{\text{五}}=\text{〇}\perp\frac{\text{四}}{\text{一}}$

$乙天=\frac{\text{二〇}}{\text{一〇}}=\text{〇}\perp\frac{\text{四}}{\text{二}}$

$丙天=\frac{\text{二〇}}{\text{一五}}=\text{〇}\perp\frac{\text{四}}{\text{三}}$

$丁天=\frac{\text{二〇}}{\text{二〇}}=\text{一}$

$戊天=\frac{\text{二〇}}{\text{二五}}=\text{一}\perp\frac{\text{四}}{\text{一}}$

今有甲持錢二十乙持錢五十丙持錢四十丁持錢三十戊持錢六十凡五人合本治生得利二萬五千六百三十五欲以本錢多少分之問各得幾何 張邱建算經 今甲乙丙丁戊各分得數以次為甲天乙天丙天丁天戊天

準公式

甲＝二〇

乙＝五〇

丙＝四〇

丁＝三〇

戊＝六〇

甲乙丙丁戊＝二〇〇

申＝二五六三五

∴ 甲天＝$\frac{二〇〇}{五一二七〇〇}$

＝二五六三$\frac{四}{二}$

乙天＝$\frac{二〇〇}{一二八一七五〇〇}$

＝六四〇八$\frac{四}{三}$

丙天＝$\frac{二〇〇}{一〇二五四〇〇}$

＝五一二七

丁天＝$\frac{二〇〇}{七六九〇五〇}$

＝三八四五$\frac{四}{一}$

戊天＝$\frac{二〇〇}{一五三八一〇〇}$

七六九〇$\frac{四}{二}$

今有甲乙丙丁戊五人共分五鹿欲以六五四三二差之問各得幾何 今甲乙丙丁戊各得鹿數以次為甲天乙天丙天丁天戊天

其算式

甲＝六

乙＝五

丙＝四

丁＝三

甲戊＝二〇

申＝五

∴ 甲天＝$\frac{二〇}{三〇}$＝一$\frac{四}{二}$

乙天＝$\frac{二〇}{五〇}$＝一$\frac{四}{一}$

丙天＝$\frac{二〇}{二〇}$＝一

丁天＝$\frac{二〇}{一五}$＝〇$\frac{四}{三}$

戊天＝$\frac{二〇}{一〇}$＝〇$\frac{四}{二}$

今有田七百廿畝令甲乙丙三户依次遞減分耕問各幾何 數理精蘊 令甲乙丙各户分耕田畝數以次為甲天乙天丙天

準公式

甲＝三

乙＝二

丙＝一

甲丙＝六

申＝七二〇

∴ 甲天＝$\frac{六}{二一六〇}$

＝三六〇

乙天＝$\frac{六}{一四四〇}$

＝二四〇

丙天＝$\frac{六}{七二〇}$

＝一二〇

今有銀九十二兩令伯仲叔季四人遞減分問各得幾何 令伯仲叔季分得銀數以次為甲天乙天丙天丁天

準公式

甲＝四

乙＝三

丙＝二

丁＝一

甲丁＝一〇

申＝九二

∴ 甲天＝$\frac{一〇}{三六八}$

＝三六八

乙天＝$\frac{一〇}{二七六}$

＝二七六

丙天＝$\frac{一〇}{一八四}$

＝一八四

丁天＝$\frac{一〇}{九二}$

＝九二

今有金十二兩六錢欲挨次遞減造瓷杯六個問各重幾何今瓷杯自小至大重數以次為甲天乙天丙天丁天戊天己天

準公式

甲＝＝一

乙＝＝二

丙＝＝三

丁＝＝四

戊＝＝五

己＝＝六

$\sum_{甲}^{己}$＝＝二一

申＝＝一二六

甲天＝$\frac{\text{二一}}{\text{一二六}}$＝○六

乙天＝$\frac{\text{二一}}{\text{二五二}}$＝一二

丙天＝$\frac{\text{二一}}{\text{三七八}}$＝一八

丁天＝$\frac{\text{二一}}{\text{五○四}}$＝二四

戊天＝$\frac{\text{二一}}{\text{六三○}}$＝三

己天＝$\frac{\text{二一}}{\text{七五六}}$＝三六

今有米廿四石甲四分乙五分丙七分丁九分問各該幾何令甲乙丙丁各分得數以次為甲天乙天丙天丁天

準公式

甲＝＝四

乙＝＝五

丙＝＝七

丁＝＝九

$\sum_{甲}^{丁}$＝＝二五

申＝＝二四

甲天＝$\frac{\text{二五}}{\text{九六}}$

＝＝三八四

乙天＝＝$\frac{\text{二五}}{\text{一二○}}$

＝＝四八

丙天＝＝$\frac{\text{二五}}{\text{一六八}}$

＝＝六七二

丁天＝＝$\frac{\text{二五}}{\text{二一六}}$

＝＝八六四

衰分第三之二

重審按分衰分

凡按分衰分皆有其總數有各分數或其分數之中復各有分數則求法較上一節畧繁然必維乘以齊其分母而去之乃取各新分子數有等者約之以代入上公式中之甲乙丙戊……故曰重審與庸別立公式特演舊題證之如左

今有大夫不更簪裹上造公士凡五人共出百錢欲令高爵出少以次漸多問各幾何 九章算術

謹案以爵次言之欲令高爵得多者當使大夫一人受五分不更一人受四分簪裹一人受三上造一人受二公士一人受一今高爵出少則當使大夫一人出五分之一不更一人出四分之一簪裹三之一上造二之一公士一之一也

令大夫不更簪裹上造公士各出錢數以次為甲天乙天丙天丁天戊天

∴

 ＝ 一二〇　六〇　四〇　三〇　二四

各以二約之 ＝ 六〇　三〇　二〇　一五　一二

準公式

甲 ＝ 一二

乙 ＝ 一五

丙 ＝ 二〇

丁 ＝ 三〇

戊 ＝ 六〇

甲……戊 ＝ 一三七

申 ＝ 一〇〇

∴

甲天 ＝ $\frac{一三七}{一二〇〇}$ ＝ 八 $\frac{一三七}{一〇四}$

乙天 ＝ $\frac{一三七}{一五〇〇}$ ＝ 一〇 $\frac{一三七}{一三〇}$

丙天 ＝ $\frac{一三七}{二〇〇〇}$ ＝ 一四 $\frac{一三七}{八二}$

丁天 ＝ $\frac{一三七}{三〇〇〇}$ ＝ 二一 $\frac{一三七}{一二三}$

戊天 ＝ $\frac{一三七}{六〇〇}$ ＝ 四三 $\frac{一三七}{一〇九}$

今有甲持粟三升乙持糲米三升丙持糲飯三升欲令合而分之問各幾何

謹案粟米定率粟五十糲米三十糲飯

令甲乙丙各分得數以次為甲天乙天丙天

$$\therefore \frac{\text{五〇}}{\text{一}}\perp\frac{\text{三〇}}{\text{一}}\perp\frac{\text{七五}}{\text{一}}=\frac{\text{一一二五〇〇}}{\text{二二五〇}\perp\text{三七五〇}\perp\text{一五〇〇}}$$

$$\text{各以七五〇約}=\text{三}\perp\text{五}\perp\text{二}$$

準公式

$$\text{甲}=\text{三}$$

$$\text{乙}=\text{五}$$

$$\text{丙}=\text{二}$$

$$\text{甲}\perp\text{乙}\perp\text{丙}=\text{一〇}$$

$$\text{申}=\text{九}$$

$$\text{甲天}=\frac{\text{一〇}}{\text{二七}}=\text{二}\perp\frac{\text{一〇}}{\text{七}}$$

$$\text{乙天}=\frac{\text{一〇}}{\text{四五}}=\text{四}\perp\frac{\text{一〇}}{\text{五}}$$

$$\text{丙天}=\frac{\text{一〇}}{\text{一八}}=\text{一}\perp\frac{\text{一〇}}{\text{八}}$$

今有粟七斗三人分舂之一人為糲米一人為粺米一人為糳米令米數等問取粟為米各幾何此題原列均輸今以類聚此章謹案粟米定率糲米卅粺米廿七糳米廿四各以等數三約之得糲米十粺米九糳米八今為糲米為粺米為糳米三人各取粟斗數以次為甲天乙天丙天

$$\therefore \frac{\text{一〇}}{\text{一}}\perp\frac{\text{九}}{\text{一}}\perp\frac{\text{八}}{\text{一}}=\frac{\text{七二〇}}{\text{七二}\perp\text{八〇}\perp\text{九〇}}$$

$$\text{各以二約之}\ \text{三六}\perp\text{四〇}\perp\text{四五}$$

準公式

$$\text{甲}=\text{三六}$$

$$\text{乙}=\text{四〇}$$

$$\text{丙}=\text{四五}$$

$$\text{甲}\perp\text{乙}\perp\text{丙}=\text{七}$$

$$\text{申}=\text{一二一}$$

$$\text{甲天}=\frac{\text{一二一}}{\text{二五二}}=\text{二}\perp\frac{\text{一二一}}{\text{一〇}}$$

$$\text{乙天}=\frac{\text{一二一}}{\text{二八〇}}=\text{二}\perp\frac{\text{一二一}}{\text{三八}}$$

$$\text{丙天}=\frac{\text{一二一}}{\text{三一五}}=\text{二}\perp\frac{\text{一二一}}{\text{七三}}$$

今有甲乙丙三人共出一千八百錢買車與親知為親不取還賣得錢一千五百各以本錢多少分之甲得五百八十三錢三分錢之一乙得五百錢丙得四百十六錢三分錢之二問本出錢各幾何張邱建令甲乙丙各出本錢數以次為甲天乙天丙天

$$\therefore \left(\text{五八三}\perp\frac{\text{三}}{\text{一}}\right)\perp\text{五〇〇}\perp\left(\text{四一六}\perp\frac{\text{三}}{\text{二}}\right)=$$

$$=\frac{\text{三}}{\text{一七五〇}}\perp\text{五〇〇}\perp\frac{\text{三}}{\text{一二五〇}}$$

準公式

$$\text{甲}=\left(\frac{\text{三}}{\text{一七五〇}}\right)$$

$$\text{乙}=\text{五〇〇}$$

$$\text{丙}=\left(\frac{\text{三}}{\text{一二五〇}}\right)$$

$$\text{甲}\perp\text{乙}\perp\text{丙}=\text{一五〇〇}$$

$$\text{申}=\text{一八〇〇}$$

$$\text{甲天}=\frac{\text{一五〇〇}}{\left(\frac{\text{三}}{\text{一七五〇申}}\right)}$$

$$=\frac{\text{四五〇〇}}{\text{三一五〇〇〇〇}}$$

$$=\text{七〇〇}$$

$$\text{乙天}=\frac{\text{一五〇〇}}{\text{九〇〇〇〇〇}}$$

$$=\text{六〇〇}$$

$$\text{丙天}=\frac{\text{一五〇〇}}{\left(\frac{\text{三}}{\text{一二五〇申}}\right)}$$

$$=\frac{\text{四五〇〇}}{\text{二二五〇〇〇〇}}$$

$$=\text{五〇〇}$$

算式九章翼

衰分第三之三

遞次比折衰分

伏讀數理精蘊凡二八三七四六加倍減半及卯分之卯衰分各分條目以類列衰言之詳矣今取舊法變通按其元數立為公式每多一元則多一次任何分數一以貫之總命之曰遞次比折衰分類集舊題印證如左令所知之總數為申所按之分任以為甲為乙而各分應得之數皆所未知之數例以次命之為天地人物或有加干四元者則略取天目先生語意任命之為五行八卦九宮益所謂隸首著述之遺也

其二元公式

天＝乙丄甲／甲申

地＝乙丄甲／乙申

或

地＝甲丄／丄天

地＝申丅天

益既得天數則以其數代入地之同數而地之數可知矣

今有銀三千兩令二等人戶二八納之求各該幾何令二八納之人戶銀數為天地

準公式

甲＝八

乙＝二

申＝三〇〇〇

∴天＝一〇／二四〇〇〇

＝二四〇〇

地＝六〇〇

今有人一千六百名二分賞銀八分賞米問各幾何令賞米銀人數為天地

準公式

甲＝八

乙＝二

申＝一六〇〇

∴天＝一〇／一二八〇〇

＝一二八〇

地＝三二〇

今有銅五百廿斤練成精銅每十分中去渣二分精計銅八分問精銅與各幾令精銅渣斤數為天地

準公式

甲＝七

乙＝三

申＝五二〇

天＝一〇／四一六〇

＝四一六

地＝一〇四

今有銀五千兩今東西二縣三七支銷問各幾何令東西縣支銀兩數爲天地

準公式

甲＝七

乙＝三

申＝五〇〇〇

天＝$\frac{一〇}{三五〇〇〇}$

＝三五〇〇

地＝一五〇〇

今有田二千五百畝令二等戶七分種之下等戶三分種之問各該幾何令上下戶種田畝數爲天地

準公式

甲＝七

乙＝三

申＝二五〇〇

天＝$\frac{一〇}{一七五〇〇}$

＝一七五〇

地＝七五〇

今有以車運物行十里廿刻到今以行七里問尚得幾時到今已行七里時刻爲天于總刻中減天爲地

準公式

甲＝七

乙＝一〇丅七

＝三

申＝二〇

天＝$\frac{一〇}{一四〇}$

＝一四

地＝六

今有水田三百畝令上下二戶四六分灌問各灌若干令上下戶灌田畝數爲天地

準公式

甲＝六

乙＝四

申＝三〇〇

天＝$\frac{一〇}{一八〇〇}$

＝一八〇

地＝一二〇

今有金四千兩令上下二等金戶六四傾銷問各幾何令上下等銷金兩數爲天地

準公式

甲＝六

乙＝四

申　四〇〇〇

天＝$\frac{一〇}{二四〇〇〇}$

＝二四〇〇

地＝一六〇〇

今有絲二百五十斤換米每絲一斤換米一石今已換過六分尚餘絲四分換未換各幾何令天爲已換數地爲未換數

準公式

甲＝六

乙＝四

申＝二五〇

天＝$\frac{一〇}{一五〇〇}$

＝一五〇

地＝一〇〇

其三元公式

$天=\frac{乙丙丄甲丙丄甲乙}{丙申}$

$地=\frac{乙丙丄甲丙丄甲乙}{甲乙申}$

$人=\frac{乙丙丄甲丙丄甲乙}{乙申}$

或

$地=\frac{甲}{乙天}$

$人=\frac{甲}{}$

人＝申丅天丅地

令有米五百八十八石令甲乙丙三二八分之問每一人應得幾何數理精蘊令甲乙丙得米石數以次為天地人

準公式

甲＝八

乙＝二

申＝五八八

$天=\frac{八四}{三七六三二}$

＝四四八

$地=\frac{八}{八九六}$

＝一一二

$人=\frac{八}{二二四}$

＝二八

令有熟絲四百九十七兩七錢按絹綾緞遞次三七分織問各該絲幾何令絹綾緞各應織數以次為天地人

準公式

甲＝七

乙＝三

申＝四九七.七

$天=\frac{七九}{二四三八七三}$

＝三〇八.七

$地=\frac{七}{九二六一}$

＝一三二.三

$人=\frac{七}{三九六九}$

＝五六.七

令有一千五百五十八斤令甲乙丙三家四六分織問各該幾何令甲乙丙織絲數以次為天地人

準公式

甲＝六

乙＝四

申＝一五五八

$天=\frac{七六}{五六〇八八}$

＝七三八

$地=\frac{六}{二九五二}$

＝四九二

$人=\frac{六}{一九六八}$

＝三二八

令有熟稻七百九十九畝六分八釐令甲乙丙三人以十分之六收割問每人得幾何令甲乙丙收割田畝數以次為天地人

今有田一千二百畝甲乙丙丁四人分種自上以下遞減一半問各幾何

今甲乙丙丁應種田畝數以次為天地人物

準公式

甲＝一〇

乙＝八

中＝三六九

$天=\frac{二九五二}{三六九〇〇〇}$

＝一二五

$地=\frac{一〇}{一〇〇〇}$

＝一〇〇

$人=\frac{一〇}{八〇〇}$

＝八〇

$物=\frac{一〇}{六四〇}$

＝六四

今有一人織絹日加一倍至第四日織成六丈七尺五寸問每日各織幾何

今自初日至末日各織絹數以次為物人地天

準公式

甲＝二

乙＝一

中＝一二〇〇

$天=\frac{一五}{九六〇〇}$

＝六四〇

$地=\frac{五一}{四八〇〇}$

＝三二〇

$人=\frac{一五}{二四〇〇}$

＝一六〇

$物=\frac{一五}{一二〇〇}$

＝八〇

準公式

甲＝二

乙＝一

中＝六七五

$物=\frac{一五}{六七五}$

＝四五

$人=\frac{一五}{一三五〇}$

＝九

$地\ \frac{一五}{二七〇〇}$

＝一八

$天=\frac{一五}{五四〇〇}$

＝三六

其五元公式

水＝[illegible]

火＝[illegible]

木＝[illegible]

金＝[illegible]

土＝[illegible]

或

$火=\frac{甲}{乙水}$

$木=\frac{甲}{乙火}$

$金=\frac{甲}{乙木}$

$土=\frac{甲}{乙金}$

今有銀三千四百十兩令甲乙丙丁戊五商遞次二八分出問各幾何數理精蘊令五商出銀數自多至少以次為水火木金土

準公式

甲＝＝八

乙＝＝二

丙＝＝三四一〇

$水=\frac{五四五六}{一三九六七三六〇}$

＝＝二五六〇

$火=\frac{八}{五一二〇}$

＝＝六四〇

$木=\frac{八}{一二八〇}$

＝＝一六〇

$金=\frac{八}{三二〇}$

＝＝四〇

$土=\frac{八}{八〇}$

＝＝一〇

今有編銀八百廿八兩二錢今甲乙丙丁戊五等戶三七徵納問各戶幾何

令五等戶納銀數自多至少以次爲水火木金土

準公式

甲＝＝七

乙＝＝三

丙＝＝八二八二

$水=\frac{四一四一}{一九八八五〇八二}$

＝＝四八〇二

$火=\frac{七}{一四四〇六}$

＝＝二〇五八

$木=\frac{七}{六一七四}$

＝＝八八二

$金=\frac{七}{二六四六}$

＝＝三七八

$土=\frac{七}{一一三四}$

＝＝一六二

今有糧一千二百六十六石今五舟六四分載問各該幾何

令五舟載糧石數自多至少以次爲水火木金土

準公式

甲＝＝六

乙＝＝四

丙＝＝一二六六

$水=\frac{三三七六}{一六四〇七三六}$

＝＝四八六

$火=\frac{六}{一九四四}$

＝＝三二四

$木=\frac{六}{一二九六}$

＝＝二一六

$金=\frac{六}{八六四}$

＝＝一四四

$土=\frac{六}{五七六}$

＝＝九六

今有女子善織日自倍五日織五尺問日織幾何 九章算術

令初日遞至末日所織數以次爲水火木金土

準公式

甲＝＝一

乙＝＝二

丙＝＝五

$水=\frac{三一}{五}$

＝〇[illegible]

$火=\frac{三一}{一〇}$

＝[illegible]

$木=\frac{三一}{二〇}$

＝〇[illegible]

$金=\frac{三一}{四〇}$

＝[illegible]

$土=\frac{三一}{八〇}$

＝[illegible]