

國學基本叢書
數理精蘊
二

書叢本基學國

蘊 精 理 數

(二)

編敕祖聖清



行發館書印務商

國家圖書館典藏

由國家圖書館數位化



314
743
26
V.2
數理精蘊下編卷四

線部二一

按分遞折比例

差分之款項雖多。而按分遞折者。皆爲相連比例。故約之而歸一類。如二八三七四六差分。俱以十分爲總率。而按各分以分之者也。如遞折差分。亦以十分爲率。而按十分之幾以遞折之者也。如加倍減半差分。則以倍半爲率。按一定之分而加減之者也。今細分其目如左。

二八差分者。以總物平分十分。一得十分之二。一得十分之八。有三色者。則以二與八與三十二爲衰數。蓋八與三十二之比。卽如二與八之比也。有四色者。則以二與八與三十二與一百二十八爲衰數。蓋三十二與一百二十八之比。亦如二與八之比也。至於五色以上者。皆以相連比例求各衰數。總不越乎二八之比。故曰二八差分。

三七差分者。以總物平分十分。一得十分之三。一得十分之七。有三色者。則以九與二十一及四十九爲衰數。以九爲第一衰數者。因三與七非彼此度盡之數。七作三分。必至奇零不盡。故以三因三得九爲三分。則以三因七得二十一爲七分。如二十一轉爲三分。則四十九又爲七分矣。蓋九與二十一。卽如二與七之比。而二十一與四十九。亦如二與七之比也。有四色者。則以二十七與六十三及一百四十七與三百四十三爲衰數。以

三四九得二十七爲三分。故以七因九得六十三爲七分。若六十三轉爲三分。則一百四十七爲七分。一百四十七轉爲三分。則三百四十三又爲七分矣。蓋二十七與六十三。六十三與一百四十七。一百四十七與三百四十三。皆如三與七之比也。五色以上者。皆以相連比例求各衰數。總不越乎三七之比例。故曰三七差分。

四六差分者。以總物平分十分。一得十分之四。一得十分之六。有三色者。則以四與六與九爲衰數。蓋六與九之比。卽如四與六之比也。有四色者。則以四與六與九與一三五爲衰數。蓋九與一三五之比。亦如四與六之比也。五色以上者。亦以相連比例求各衰數。總不越乎四六之比例。故曰四六差分。遞折差分者。十分之中。得其幾分。卽爲幾折。如得其六分。卽爲六折。得其四分。卽爲四折。若夫五折。則爲十分之半。故載於倍半法中。而別爲一類。

加倍差分其數自少而多。皆以倍而加。減半差分則數自多而少。皆以半而減。因加減有定分。故立衰有定例。總以加倍減半之數爲相連比例。設爲借數以求正數也。

二八差分

設如有銀三千兩。令二等入戶。二八納之。問各該若干。

法以二分八分相併得十分爲一率。銀三千兩爲二率。二分爲三率。推得

四率六百兩。爲下等人戶所納之數。仍以二分八分相併之十分爲一率。

銀三千兩爲二率。以八分爲三率。推得四率二千四百兩。卽爲上等人戶

所納之數也。此法兩用四率者。正爲明比例之理。蓋二分八分相併之十

一率 十分

二率 三千兩

三率 二分

四率 六百兩

分與總銀三千之比。即如二分之二與六百之比。八分之與二千四百之比也。

又捷法以二八所併之十分。歸除總銀三千兩。得每分三百兩。以二分乘之。得六百。以八分乘之。得二千四百。蓋每一分得三百。而二分得六百。八分得二千四百也。又或先得二分所納之數。於總銀內減之。即八分所納之數。此又正法外之變法也。

設如有人一千六百名。二分賞銀。八分賞米。問賞銀人若干。賞米人若干。

法以二分八分相併得十分爲一率。人一千六百名爲二率。二分爲三率。推得四率三百二十名爲應賞銀之人。如以八分爲三率。推得四率一千二百八十名。即應賞米之人也。蓋二分八分相併之十分。與總人一千六百之比。即如二分之二與三百二十名之比。八分之與一千二百八十名之比也。

又捷法以二八所併之十分。歸除總人數一千

六百名。得每分一百六十名。以二分乘之。得賞銀人三百二十名。以八分乘之。得賞米人一千二百八十名。蓋每一分得一百六十名。而二分得三百二十名。八分得一千二百八十名也。

一率	十分
二率	一千六百名
三率	二分
四率	三百二十名

一率	十分
二率	一千六百名
三率	八分
四率	一千二百八十名

一率	十分
二率	三千兩
三率	八分
四率	二千四百兩

設如有米五百八十八石。令甲乙丙三人二八分之。問每人應得幾何。

法以二分爲甲衰。八分爲乙衰。三十二分爲丙

衰。相併得四十二分爲一率。總米五百八十八

石爲二率。以甲二分爲三率。推得四率二十八

石。卽甲分米數。以乙八分爲三率。得四率一百

一十二石。卽乙分米數。以丙三十二分爲三率。

得四率四百四十八石。卽丙分米數也。此法用

二與八。八與三十二者。卽二八相連比例分。蓋總分數四十二分與總米

五百八十八石之比。卽二分與二十八石之比。八分與一百一十二石之

比。卽三十二分與四百四十八石之比也。

又捷法以總數四十二分。歸除總米五百八十八石。得每分一十四石。以

二分乘之。得甲米二十八石。以八分乘之。得乙米一百一十二石。以三十

二分乘之。得丙米四百四十八石也。

設如有銅五百二十斤。鍊成精銅。每十分中去渣二分。餘精銅八分。問精銅與渣各得若干。

法以十分爲一率。銅五百二十斤爲二率。八分爲三率。推得四率四百一十六斤。爲精銅之數。如以二分

爲三率。推得四率一百零四斤。卽銅渣之數也。蓋十分與五百二十斤之比。卽如八分之與四百一十六

斤之比。卽如八分之與四百一十六斤之比。卽如八分之與四百一十六斤之比。

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	二分
四率	二十八石

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	八分
四率	一百一十二石

一率	四十二分
二率	五百八十八石
三率	三十二分
四率	四百四十八石

斤之比。二分之與一百零四斤之比也。

又捷法以十分歸除總銅五百二十斤。得每分五十二斤。以八分乘之。得四百一十六斤。以二分乘之。得一百零四斤。蓋每一分五十二斤。而二分得一百零四斤。八分得四百一十六斤也。又或先得精銅八分數減總銅。餘即銅渣二分數也。

設如有田二千六百三十五畝。以

麥穀豆麻四色遞次二八分種。

問各田應得幾何。

法以二分爲麻衰。八分爲豆衰。三十二分爲穀衰。一百二十八分爲麥衰。併之得一百七十分爲一率。總田二千六百三十五畝爲二率。以麥一百二十八分爲三率。得四率一千九百八十四畝。即麥田數。

一率	十分
二率	五百二十斤
三率	八分
四率	四百一十六斤

一率	十分
二率	五百二十斤
三率	二分
四率	一百零四斤

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	麥一百二十八分
四率	一千九百八十四畝

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	穀三十二分
四率	四百九十六畝

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	豆八分
四率	一百二十四畝

一率	一百七十分
二率	二千六百三十五畝
三率	麻二分
四率	三十一畝

如以穀三十二分爲三率，得四率四百九十六畝，卽穀田數。如以豆八分或麻二分爲三率，所得四率卽豆一百二十四畝與麻三十一畝之田數也。

又捷法以總數一百七十分除總田數二千六百三十五畝，得每分一十五畝五分，乃以每色分數乘之，卽得每色應種數也。

設如有銀三千四百一十兩，令五商遞次二分分出，問各出幾何。

法以一商爲二分，一商爲八分，一商爲三十二分，一商爲一百二十八分，一商爲五百一十二分，併之得六百八十二分爲一率，總銀三千四百一十兩爲二率，以五百一十二分爲三率，得四率二千五百六十兩，卽五百一十二分應出之數。如以一百二十八分爲三率，得四率六百四十兩，卽一百二十八分應出之數。如以三十分爲三率，得四率一百六十兩。

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	三十二分
四率	一百六十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	八分
四率	四十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	五百一十二分
四率	二千五百六十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	一百二十八分
四率	六百四十兩

一率	六百八十二分
二率	三千四百一十兩
三率	二分
四率	十兩

兩卽三十二分應出之數。如以八分或二分爲三率。所得四率四十兩。卽八分應出之數。一十兩卽二分應出之數也。

又捷法以總數六百八十二分除總銀三千四百一十兩。得每分五兩。再以每人分數乘之。卽得每人應出銀數也。

設如有糧二千六百五十五石九斗。令甲乙丙丁戊五等人戶。照二八遞減納之。甲三十戶。乙四十戶。丙五十戶。丁六十戶。戊七十戶。問各戶所納幾何。各等戶共納幾何。

法以五百一十二爲甲一戶分數。再以甲三十戶乘之。得一萬五千三百六十。爲甲三十戶共分數。以一百二十八爲乙一戶分數。再以乙四十戶乘之。得五千一百二十。爲乙四十戶共分數。又以三十二爲丙一戶分數。再以丙五十戶乘之。得一千六百。爲丙五十戶共分數。又以八爲丁一戶分數。再以丁六十戶乘之。得四百八十。爲丁六十戶共分數。又以二爲戊一戶分數。再以戊七十戶乘之。得一百四十。爲戊七十戶共分數。以所得五等共分數併之。得二萬二千七百。爲總分數爲一率。總糧二千六百五十五石九斗爲二率。以甲五百一十二分爲三率。得甲一戶納五十九石九斗零四合。又以甲三十戶乘之。得甲共納一千七百九十七石一斗二升。以乙一百二十八分爲三率。得乙一戶納

甲共分數一萬五千三百六十

乙共分數五千一百二十

丙共分數一千六百

丁共分數四百八十

戊共分數一百四十

十四石九斗七升六合。又以乙四十戶乘之。得乙共納五百九十九石零四升。以丙三十二分爲三率。得丙一戶納三十石七斗四升四合。又以丙五十戶乘之。得丙共納一百八十七石二斗。以丁八分爲三率。得丁一戶納九斗三升六合。又以丁六十戶乘之。得丁共納五十六石一斗六升。以戊二分爲三率。得戊一戶納二斗三升四合。又以戊七十戶乘之。得戊共納十六石三斗八升也。

又捷法以總分數除總糧數。得每一分

一斗一升七合。以各等一戶分數乘之。得各等一戶納糧之數。以各等共戶分數乘之。得各等共戶納糧之數。蓋前法有各等戶。而各等之中。又有衆戶。故以定分數二八三十二。一百二十八。五百一十二之數。爲各等分數。又以衆戶乘之。爲各等共戶之分數。此捷法以總分數除總糧。是得各等每一戶中之一分。故以每一戶分數乘之。得每一

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	甲五百一十二分
四率	五十九石九斗零四合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	丙三十二分
四率	三十石七斗四升四合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	乙一百二十八分
四率	十四石九斗七升六合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	丁八分
四率	九斗三升六合

一率	二萬二千七百分
二率	二千六百五十五石九斗
三率	戊二分
四率	二斗三升四合

戶之數。以每一等共分數乘之。得每一等之全數也。

三七差分

設如有銀五千兩。令東西二縣三七支銷。問各該幾何。

法以七分爲東縣衰數。三分爲西縣衰數。併之得十分爲一率。總銀五千兩爲二率。以七分爲三率。得四率三千五百兩。卽東縣應支之數。如以三分爲三率。得四率一千五百兩。卽西縣應支之數也。蓋三七比例。亦以總衰數與總銀數之比。卽若每縣衰數與每縣銀數之比。故十分與五千之比。卽若三分與一千五百之比。七分與三千五百之比也。

又捷法。先以總衰十分除總銀五千兩。得每分五百兩。以七分乘之。卽東縣之數。以三分乘之。卽西縣之數。或得東縣數於總銀內減之。餘卽西縣數也。此法以總衰除總銀。得每分五百兩。以七乘之。卽得七分。以三乘之。卽得三分也。前法先乘而後除。後法先除而後乘。其理一也。

設如有田二千五百畝。令上等戶七分種之。下等戶三分種之。問各該幾何。法以七分三分相併得十分爲一率。二千五百畝爲二率。上戶七分爲三率。得四率一千七百五十畝。卽

一率	十分
二率	五千兩
三率	七分
四率	三千五百兩

一率	十分
二率	五千兩
三率	三分
四率	一千五百兩

上戶應種田數。如以三分爲三率，得四率七百五十畝。卽下戶應種田數。蓋十分與二千五百畝之比。卽七分與一千七百五十畝之比。三分與七百五十畝之比也。

又捷法以三七相併之十分，歸除總田二千五百畝，得每分二百五十畝。以三分乘之，得下戶七百五十畝。以七分乘之，得上戶一千七百五十畝。蓋一分爲二百五十畝，而三分得七百五十畝，七分得一千七百五十畝也。

設如以車運物，行十里，二十刻到。今已行七里，問尙得幾刻到。

法以十里爲一率，二十刻爲二率。以七里與十里相減，餘三里爲三率。推得四率六刻。卽運到刻數也。如以七里爲三率，推得四率十四刻。與總二十刻相減，餘六刻。亦卽運到刻數也。蓋十里與二十刻之比，卽三里與六刻之比。七里與十四刻之比也。

又捷法以十里歸除二十刻，得每里二刻。以三里乘之，得六刻。以七里乘之，得十四

一率	十分
二率	二千五百畝
三率	七分
四率	一千七百五十畝

一率	十分
二率	二千五百畝
三率	三分
四率	七百五十畝

一率	十里
二率	二十刻
三率	三里
四率	六刻

一率	十里
二率	二十刻
三率	七里
四率	十四刻

刻。蓋每一里爲二刻。則三里得六刻。七里得十四刻也。

設如種樹一千一百六十株。按松柏桃柳四色遞次三七分種。問各該幾何。

法以三百四十三分爲松衰。一百四十七分爲柏衰。六十三分爲桃衰。二十七分爲柳衰。併之得五百八十分爲一率。一千一百六十株爲二率。以三百四十三分爲三率。得四率六百八十六株。卽種松之數。以一百四十七分爲三率。得四率二百九十四株。卽種柏之數。以六十三分爲三率。得四率一百二十六株。卽種桃之數。以二十七分爲三率。得四率五十四株。卽種柳之數也。

又捷法以總衰數五百八十歸除總樹一千一百六十。得每分二株。以三百四十三分乘之。得種松之數。以一百四十七分乘之。得種柏之數。以六十三分乘之。得種桃之數。以二十七分乘之。得種柳之數也。此法有四位。故以三因九得二十七爲柳衰數。又遞用七因三歸爲桃柏松之衰數也。

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	三百四十三分
四率	六百八十六株

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	六十三分
四率	一百二十六株

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	一百四十七分
四率	二百九十四株

一率	五百八十分
二率	一千一百六十株
三率	二十七分
四率	五十四株

設如有熟絲四百九十七兩七錢按絹綾緞遞次三七分織問各該絲幾何

法以九分爲絹衰二十一分爲綾衰四十九分爲緞衰併之得七十九分爲一率絲四百九十七兩七錢爲二率以緞

四十九分爲

一率 七十九分

三率得四率

二率 四百九十七兩七錢

三百零八兩

三率 四十九分

七錢卽緞絲

四率 三百零八兩七錢

數如以綾二

一率 七十九分

二率 四百九十七兩七錢

三率 二十一分

四率 一百三十二兩三錢

一率 七十九分

二率 四百九十七兩七錢

三率 九分

四率 五十六兩七錢

十一分爲三率得四率一百三十二兩三錢卽綾絲數如以絹九分爲三率得四率五十六兩七錢卽絹絲數也

又捷法以總衰數七十九分除總絲四百九十七兩七錢得每分六兩三錢以緞四十九分乘之得緞絲之數以綾二十一分乘之得綾絲之數以絹九分乘之得絹絲之數也此法有三位故以三因三得九爲絹之衰數又遞用七因三歸爲綾與緞之衰數蓋九與二十一二十一與四十九爲相連比例三率而九與二十一之比卽二十一與四十九之比也

設如編銀八百二十八兩二錢令甲乙丙丁戊五等戶三七徵納問各戶所納幾何

法以八十一分爲甲衰一百八十九分爲乙衰四百四十一分爲丙衰一千零二十九分爲丁衰二千四

百零一分爲戊衰併之得四千一百四十一分爲一率。總銀八百二十八兩二錢爲二率。以每人分數各爲三率。

得四率

一率 四千一百四十一分

之一十

二率 八百二十八兩二錢

六兩二

三率 八十一分

錢卽甲

四率 一十六兩二錢

所納銀

數得四率之三十七兩八錢卽乙所納銀數得四率之八十八兩二錢卽丙所納銀數得四率之二百零

五兩八錢卽丁所納銀數得四率之四百八十兩二錢卽戊所納銀數也。

又捷法以總衰數四千一百四十一分

歸除總銀八百二十八兩二錢得每分

二錢以甲乙丙丁戊各人分數乘之卽

得各人所納銀數也此法有五位故以

三因二十七得八十一分爲甲之衰數

又遞用七因三歸卽得乙丙丁戊各衰數矣

設如有田一百三十八畝每畝徵米二斗今七分徵米三分折絲每米一石折絲一斤問各該幾何

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	八十一分
四率	一十六兩二錢

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	一百八十九分
四率	三十七兩八錢

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	四百四十一分
四率	八十八兩二錢

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	一千零二十九分
四率	二百零五兩八錢

一率	四千一百四十一分
二率	八百二十八兩二錢
三率	二千四百零一分
四率	四百八十兩二錢

法以七分爲米衰，三分爲絲衰，併之得十分爲一率。又以微米二斗乘田一百三十八畝，得總米二十七石六斗爲二率。以米七分爲三率，得四率一十九石三斗二升。卽微米七分之二數，與總米相減，餘八石二斗八升。爲三分折絲之數。按米每石折絲一斤，則以八石二斗八升用十六兩乘之，得一百三十二兩四錢八分。爲八斤四兩四錢八分。卽折絲三分之數也。此法以微米二斗乘總田，是得總微米數而三七分之也。總米分去七分，卽本色米數。餘者折爲絲，卽三分絲數也。折絲之法，每石旣爲一斤，則八石二斗四升自得八斤四兩四錢八分也。

又捷法以總衰十分，歸除總米二十七石六斗，得每分二石七斗六升。以米七分乘之得米數，以絲三分乘之得折絲之米數。旣得折絲之米數，而絲之斤兩亦得矣。

四六差分

設如有金四千兩，令上下二等，金戶六四傾銷，問各該幾何。

法以六分爲上等衰數，四分爲下等衰數，併之得十分爲一率。共金四千兩爲二率，以六分爲三率，得四率二千四百兩。卽上等金戶傾銷之數。如以四分爲三率，得四率一千六百兩。卽下等金戶傾銷之數。此法以四分六分相併之十分，與共金四千兩之比。卽如六分與二千四百兩之比，四分與一千六百兩之比也。

一率	十分
二率	二十七石六斗
三率	七分
四率	一十九石三斗二升

又捷法以總畝十分歸除共金四千兩。得每分四百兩。以六分乘之。得二千四百兩。爲上等金戶傾銷之數。以四分乘之。得一千六百兩。爲下等金戶傾銷之數。如先得上等六分金數。於共金數內減之。其餘卽下等四分金數也。

設如有水田三百畝。令上下二戶四六分灌。問各灌若干。

法以四分六分相併。得十分爲一率。三百畝爲二率。六分爲三率。推得四率一百八十畝。卽下戶所灌之田也。蓋四六相併之十分與三百畝之比。卽六分與一百八十畝之比。四分與一百二十畝之比也。又捷法以相併之十分歸除總田三百畝。得每分三十畝。以六分乘之。卽上戶田數。以四分乘之。卽下戶田數。蓋每一分得三十畝。而六分得一百八十畝。四分得一百二十畝也。如或先得六分田數減總田。餘卽四分田數也。

一率	十分
二率	四千兩
三率	六分
四率	二千四百兩

一率	十分
二率	四千兩
三率	四分
四率	一千六百兩

一率	十分
二率	三百畝
三率	六分
四率	一百八十畝

一率	十分
二率	三百畝
三率	四分
四率	一百二十畝

設如有絲二百五十斤換米每絲一斤換米一石今已換過六分尙餘絲四分間已換未換各若干法以四分六分相併得十分爲一率將二百五十斤絲變作二百五十石米爲二率每絲一斤換米一石故也以六分爲三率推得四率一百五十石爲已換之米數以四分爲三率推得四率一百石爲未換之米數蓋四六相併之十分與二百五十石之比卽六分與一百五十石之比四分與一百石之比也。

又捷法以相併之十分歸除總米二百五十石得每分二十五石以六分乘之得已換之一百五十石以四分乘之得未換之一百石蓋每一分得二十五石而四分得一百石六分得一百五十石也設如有絲一千五百五十八斤令甲乙丙三家四六分纖問各該幾何

法以四爲甲

衰數六爲乙

衰數九爲丙

衰數併之得

十九爲一率

一率	十九分
二率	一千五百五十八斤
三率	四分
四率	三百二十八斤

一率	十九分
二率	一千五百五十八斤
三率	六分
四率	四百九十二斤

一率	十九分
二率	一千五百五十八斤
三率	九分
四率	七百三十八斤

一率	十分
二率	二百五十石
三率	六分
四率	一百五十石

一率	十分
二率	二百五十石
三率	四分
四率	一百石

總絲一千五百五十八斤爲二率。以甲四分爲三率。卽得甲絲三百二十八斤。以乙六分爲三率。卽得乙絲四百九十二斤。以丙九分爲三率。卽得丙絲七百三十八斤。此法以總衰十九分與總絲一千五百五十八斤之比。卽甲四分與三百二十八斤之比。乙六分與四百九十二斤之比。丙九分與七百三十八斤之比也。

又捷法以總衰數十九分。除總絲一千五百五十八斤。得每分八十二斤。以甲四分乘之。得甲絲三百二十八斤。以乙六分乘之。得乙絲四百九十二斤。以丙九分乘之。得丙絲七百三十八斤也。

設如有田九百七十五畝。令甲乙丙丁四人四六分種。問每人各得幾何。

法以四分爲甲衰。六分爲乙衰。九分爲丙衰。一十三分半爲丁衰。併之得三十二分半爲一率。總田九百七十五畝爲二率。以甲四分爲三率。卽得甲田一百二十畝。以乙六分爲三率。卽得乙田一百八十畝。以丙九分。丁一十三分半各爲三率。卽得二百七十畝爲丙田。得四百零五畝爲丁田也。蓋三十二分半與

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	四分
四率	一百二十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	九分
四率	二百七十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	六分
四率	一百八十畝

一率	三十二分五
二率	九百七十五畝
三率	一十三分五
四率	四百零五畝

九百七十五畝之比。即甲四分與一百二十畝之比。乙六分與一百八十畝之比。亦即丙九分與二百七十畝之比。丁十三分半與四百零五畝之比也。

又捷法以總衰數三十二分半。歸除總田九百七十五畝。得每分三十畝。以甲乙丙丁各衰數乘之。即得每人田數也。

設如有糧一千二百六十六石。令甲乙丙丁戊五舟。按六分四分遞次運載。問各該幾何。

法以四分爲戊衰。

六分爲丁衰。九分

爲丙衰。一十三分

半爲乙衰。二十分

二五爲甲衰。併之

得五十二分七五

爲一率。總糧一千二百六十六石爲二率。以甲

二十分二五爲三率。得甲運四百八十六石。以

乙一十三分半爲三率。得乙運三百二十四石。

以丙九分爲三率。得丙運二百一十六石。以丁

六分爲三率。得丁運一百四十四石。以戊四分

一率 五十二分七五
二率 一千二百六十六石
三率 二十分二五
四率 四百八十六石

一率 五十二分七五
二率 一千二百六十六石
三率 一十三分五
四率 三百二十四石

一率 五十二分七五
二率 一千二百六十六石
三率 九分
四率 二百一十六石

一率 五十二分七五
二率 一千二百六十六石
三率 六分
四率 一百四十四石

一率 五十二分七五
二率 一千二百六十六石
三率 四分
四率 九十六石

爲三率得戊運九十六石。此法總衰數與總糧之比。卽各人分數與各人糧數之比也。蓋六與九、九與一三五、一三五與二〇二五皆同爲四六之比例也。

又捷法以總衰五十二分七五歸除總糧一千二百六十六石得每分二十四石。以甲乙丙丁戊各舟衰數乘之卽得各舟運糧之數也。

設如有米三百八十五石五斗二升。令上等人戶六分。下等人戶四分交納。上等二十六戶。下等四十戶。問各等每戶各該幾何。

法以六爲上等衰數。以上戶二十六戶乘之得一百五十六爲上等二十六戶共衰數。以四爲下等衰數。以下戶四十乘之得一百六十爲下等

四十戶共衰數。併之得三百一十六爲一率。總米三百八十五石五斗二升爲

二率。以上等六分爲三率。得四率七石三斗二升爲上。一戶米數。以上等共

分數一百五十六爲三率。得一百九十石三斗二升爲上。等二十六戶共米數。如以下等四分爲三率。得四率四石八斗八升爲下。等一戶米數。

以下等共分數一百六十爲三率。得一百九十五石二斗卽下等四十戶共米數也。又捷法以總衰三百一十六分歸除總米三百八十五石五斗二升得每分一石二斗二升。以六分乘之。

一率	三百一十六分
二率	三百八十五石五斗二升
三率	六分
四率	七石三斗二升

一率	三百一十六分
二率	三百八十五石五斗二升
三率	四分
四率	四石八斗八升

得上等一戶米數以上等共分數乘之得上等共米數以四分乘之得下等一戶米數以下等共分數乘之得下等共米數也。

遞折差分

設如有熟稻七百九十九畝六分八釐令三人以十分之六收割問每人得幾何。

法以一百爲第一人分數六十爲第二人分數三十六爲第三人分數三分數相併得一百九十六分爲一率總稻七百九十九畝六分八釐爲二率第一人分數一百爲三率得四率四百零八畝卽第一人收割田數。

如以第

一率 一百九十六分

二率 七百九十九畝六分八釐

三率 一百分

四率 四百零八畝

一率 一百九十六分

二率 七百九十九畝六分八釐

三率 六十分

四率 二百四十四畝八分

一率 一百九十六分

二率 七百九十九畝六分八釐

三率 三十六分

四率 一百四十六畝八分八釐

爲三率
得四率

二百四十四畝八分卽第二人收割田數如以第三人分數三十六爲三率得四率一百四十六畝八分

八釐卽第三人收割田數蓋十分之六如彼得十分此得六分也第二人得第一人十分之六第三人又

得第二人十分之六故一百與六十之比卽六十與三十六之比遞次比例皆十分之六也其得數四百

零八畝與二百四十四畝八分之比卽二百四十四畝八分與一百四十六畝八分八釐之比亦皆爲十

分之六也。

又捷法以總分一百九十六除總田七百九十九畝六分八釐得每一分四畝零八釐以百分乘之得第一人四百零八畝以六十分乘之得第二人二百四十四畝八分以三十六分乘之得第三人一百四十六畝八分八釐也。

設如有銀一千二百六十六兩五錢令四商以十分之七遞次販貨出賣問每人該銀幾何。

法以一千爲第一人分數七百爲第二人分數四百九十爲第三人分數三百四十三爲第四人分數相併得二千五百三十三分爲一率總銀一千二百六十六兩五錢爲二率以一千分爲三率得四率五百兩卽第一人銀數以七百分爲三率得四率三百五十兩卽第二人銀數以四百九十分爲三率得四率二百四十五兩卽第三人銀數以三百四十三分爲三率得四率一百七十一兩五錢卽第四人銀數蓋十分之七遞

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	一千分
四率	五百兩

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	四百九十分
四率	二百四十五兩

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	七百分
四率	三百五十兩

一率	二千五百三十三分
二率	一千二百六十六兩五錢
三率	三百四十三分
四率	一百七十一兩五錢

折而下。第二人得第一人十分之七。則第三人亦得第二人十分之七。而第四人又得第三人之十分之七。其先立衰數一千分七百分四百九十分三百四十三分。皆十與七之比例也。

又捷法以總分二千五百三十三。除總銀一千二百六十六兩五錢。得每一分五錢。以一千分乘之。得第一人五百兩。以七百分乘之。得第二人三百五十兩。以四百九十分乘之。得第三人二百四十五兩。以三百四十三分乘之。得第四人一百七十一兩五錢也。

設如生銅入爐鎔化三次。每一次去渣十分之二。淨得上好熟銅二百四十八兩。問原銅幾何。

法即以十分之八為分數。十分之中。去渣二分。

得淨銅八分。故以十分之八為比例。以八分為一率。十分為二率。熟銅二百四十八兩為三率。

得四率三百一十兩。為第三次入爐銅數。又以八分為一率。十分為二率。三百一十兩為三率。得四率三百八十七兩五錢。為第二次入爐銅數。再以八分為一率。十分為二率。三百八十七兩五錢為三率。得四率四百八十四兩三錢七分五釐。即第一次入爐生銅數也。此法因八折三次而轉求原數。故以八分為一率。十分為二率。轉求三

一率	八分
二率	十分
三率	二百四十八兩
四率	三百一十兩

一率	八分
二率	十分
三率	三百一十兩
四率	三百八十七兩五錢

一率	八分
二率	十分
三率	三百八十七兩五錢
四率	四百八十四兩三錢七分五釐

次而始得也。

又法以八分自乘再乘得五百一十二分爲一率。十分自乘再乘得一千分爲二率。熟銅二百四十八兩爲三率。得四率四百八十四兩三錢七分五釐。即第一次入爐生銅數也。前法以三次三率各求四率。故必乘除三次。此法則以一率二率俱各自乘再乘。止以第三次熟銅數爲三率。即得第一次生銅數。是合三次乘除而爲一次乘除也。

設如有絲三百六十九斤。令甲乙丙丁四人照十分之八折分。問各得幾何。

法以一千爲甲分數。八百爲乙分數。六百四十爲丙分數。五百一十二爲丁分數。相併得二千九百五十二分爲一率。總絲三百六十九斤爲二率。以每人分數各爲三率。所得各四率。一百二十五斤爲甲數。一百斤爲乙數。八十斤爲丙數。六十四斤爲丁數。蓋十分之八遞折而下。乙得甲十分之八。丙得乙亦十

一率 五百一十二分
二率 一千分
三率 二百四十八兩
四率 四百八十四兩三錢七分五釐

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九斤
三率 一千分
四率 一百二十五斤

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九斤
三率 八百分
四率 一百斤

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九斤
三率 六百四十分
四率 八十斤

一率 二千九百五十二分
二率 三百六十九斤
三率 五百一十二分
四率 六十四斤

分之八而丁得丙亦十分之八其先立衰數一千分八百分六百四十分五百一十二分皆十與八之比例也如捷法先除後乘須用通分不然則斤數有奇零矣

設如有絹四百七十丈一尺八寸四分令三等入戶照十分之六出之上等戶二十五中等戶三十下等戶四十八間每戶該出幾何

法以一百爲上等分數用二十五乘之得二千五百爲上等戶共分數以六十爲中等分數用三十乘之得一千八百爲中等戶共分數以三十六爲下等分數用四十八乘之得一千七百二十八爲下等戶共分數併之共六千零八十八分爲一率絹四百七十丈一尺八寸四分爲二率以三等各分數各爲三率所得各四率上等每戶出七丈八尺中等每戶出四丈六尺八寸下等每戶出二丈八尺零八分又以各等戶數乘各等每戶絹數得上等二十五戶共出絹一百九十五丈中等三十戶共出絹一百四十丈零四尺下等四十八戶共出絹一百三十四丈七尺八寸四分也

一率 六千零二十八分
二率 四百七十丈一尺八寸四分
三率 六十分
四率 四丈六尺八寸

一率 六千零二十八分
二率 四百七十丈一尺八寸四分
三率 一百分
四率 七丈八尺

一率 六千零二十八分
二率 四百七十丈一尺八寸四分
三率 三十六分
四率 二丈八尺零八分

又捷法以總分數六千零二十八分除總絹四百七十丈一尺

八寸四分得每一分爲七寸八分。以各等分數乘之。得各等每一戶絹數。再以各等戶數乘之。卽得各等衆戶共出絹數也。

設如有官糧一百六十八石四斗八升八合。令四等人戶以十分之七依次遞折交納。一等二十二戶。二等三十六戶。三等四十二戶。四等四十八戶。問每等每戶各納幾何。

法以一千爲一等分數。用二十二戶乘之。得二萬二千卽一等戶共分數。以七百爲二等分數。用三十六戶乘之。得二萬五千二百卽二等戶共分數。以四百九十爲三等分數。用四十二戶乘之。得二萬零五百八十爲三等戶共分數。以三百四十三爲四分分數。用四十八戶乘之。得一萬六千四百六十四爲四分戶共分數。併之共八萬四千二百四十四分。分爲一率。總糧一百六十八石四斗八升八合爲二率。以一千分爲三率。得四率。一等每戶二

一率	八萬四千二百四十四分
二率	一百六十八石四斗八升八合
三率	一千分
四率	二石

一率	八萬四千二百四十四分
二率	一百六十八石四斗八升八合
三率	四百九十分
四率	九斗八升

一率	八萬四千二百四十四分
二率	一百六十八石四斗八升八合
三率	七百分
四率	一石四斗

一率	八萬四千二百四十四分
二率	一百六十八石四斗八升八合
三率	三百四十三分
四率	六斗八升六合

石以共戶數乘之得共納四十四石以七百分爲三率得四率二等每戶一石四斗以共戶數乘之得共納五十石零四斗以四百九十分爲三率得四率三等每戶九斗八升以共戶數乘之得共納四十一石一斗六升以三百四十三分爲三率得四率四等每戶六斗八升六合以共戶數乘之得共納三十二石九斗二升八合也。

又捷法以總分數八萬四千二百四十四除總糧一百六十八石四斗八升八合得每一分爲二合以各等分數乘之得各等每一戶糧數再以各等戶數乘之即得各等衆戶共納糧數也。

加倍減半差分

設如一人讀書日加一倍三日共讀三千四百六十五字問每日所讀幾何。

法以一爲第一日分數二爲第二日分數四爲第三日分數併之得七分爲一率總字三千四百六十五爲二率一分爲三率得四率四百九十五字即第一日所讀之數倍之得九百九十字即第二日所讀之數又倍之得一千九百八十字即第三日所讀之數也蓋加倍者是第二日增於第一日一倍第三日又增於第二日一倍倍數多者由此遞加如二與四四與八八與十六之類皆爲加一倍之比例也。

設如一人織絹日加一倍至第四日織成六丈七尺五寸問每日織幾何。

法以一爲第一日分數二爲第二日分數四爲第三日分數八爲第四日分數併之得十五分爲一率總

一率	七分
二率	三千四百六十五字
三率	一分
四率	四百九十五字

絹六丈七尺五寸爲二率。一分爲三率。得四率四尺五寸。卽第一日之數。倍之得九尺。爲第二日之數。又倍之得一丈八尺。爲第三日之數。又倍之得三丈六尺。爲第四日之數。四數相加。共得六丈七尺五寸。以合原數也。

設如一人借銀爲商三次。每次得利銀比本銀加一倍。每次還人二百兩。三次之後。本利還盡。問原本銀若干。

法以一爲本銀分數。二爲第一次本利共分。四爲第二次本利共分。八爲第三次本利共分。卽以八分爲一率。原本銀一分爲二率。又以一爲第三次還銀分。二爲第二次還銀分。四爲第一次還銀分。併之得七分。與每次還人二百兩相乘。得一千四百兩。爲三率。得四率一百七十五兩。卽原本銀數也。蓋每次得利銀比本銀加一倍。則原本銀爲一分。第一次必得二分。第二次必得四分。至第三次必得八分。此以未還人計也。然每次還人二百兩。三次之後。本利還盡。若第三次不還。則得二百兩者一分。第二次不還。則至第三次必得二百兩者二分。第一次不還。則至第三次必得二百兩者四分。以第一次之一分。第二次加倍得二分。第三次加倍得四分。是第三次應得二百兩者七分。而爲一千四百兩矣。故以八分與一分之比。同於一千四百兩與一百七十五兩之比也。

一率	十五分
二率	六丈七尺五寸
三率	一分
四率	四尺五寸

一率	八分
二率	一分
三率	一千四百兩
四率	一百七十五兩

又法以二百兩用三次還銀共分七乘之得一千四百兩折半三次亦得本銀之數蓋折半三次即以八除也。

設如一人賣酒每日比原數加一倍一日賣一斤六日賣盡問原酒若干法以一爲原酒分數按六日加倍六次得六十四分爲一率原酒一分爲二率又以一爲第六次賣酒分二爲第五次賣酒分四爲第四次賣酒分八爲第三次賣酒分十六爲第二次賣酒分三十二爲第一次賣酒分併之得六十三分與每斤十六兩相乘得一千零八兩爲三率得四率十五兩七錢五分即原酒數也。

又法以每斤十六兩用六次賣酒共分六十三乘之得一千零八兩折半六次亦得原酒之數蓋折半六次即以六十四除也。

設如有田一千二百畝分與甲乙丙丁四人種之自上以下遞減一半問各該若干。

法以八爲甲分

四爲乙分二爲

丙分一爲丁分

併之得十五分

爲一率田一千

一率 十五分

二率 一千二百畝

三率 八分

四率 六百四十畝

一率 十五分

二率 一千二百畝

三率 四分

四率 三百二十畝

一率 十五分

二率 一千二百畝

三率 二分

四率 一百六十畝

一率 六十四分

二率 一分

三率 一千零八兩

四率 十五兩七錢五分

二百畝爲二率。以甲八分爲三率。得四率六百四十畝。卽甲田數。以乙四分爲三率。得四率三百二十畝。卽乙田數。以丙二分爲三率。得四率一百六十畝。卽丙田數。以丁一分爲三率。得四率八十畝。卽丁田數。如以甲田六百四十畝折半卽乙田數。以乙田三百二十畝折半卽丙田數。以丙田一百六十畝折半卽丁田數也。

設如有銀一萬八千零八十八兩。令甲乙丙三人減半分之。問各該幾何。

法以四爲甲分數。二爲乙分數。一爲丙分數。併之得七分爲一率。總銀一萬八千零八十八兩爲二率。以甲四分爲三率。得四率一萬零三百三十六兩。卽甲所得銀數。以乙二分爲三率。得四率五千一百六十

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	四分
四率	一萬零三百三十六兩

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	二分
四率	五千一百六十八兩

一率	七分
二率	一萬八千零八十八兩
三率	一分
四率	二千五百八十四兩

一率	十五分
二率	一千二百畝
三率	一分
四率	八十畝

八兩。卽乙所得銀數。以丙一分爲三率。得四率二千五百八十四兩。卽丙所得銀數也。蓋減半者卽自上而下折半減之也。如四折半爲二。二折半爲一是也。今以甲銀一萬零三百三十六兩折半。卽得乙銀五

千一百六十八兩。將乙銀再折半。即得丙銀二千五百八十四兩也。

設如有銀三千一百六十兩。分與三等。人第一等人二十名。第二等人二十四名。第三等人三十名。第二等比一等之銀減一倍。第三等比二等之銀減一倍。問各等每人分銀幾何。

法以四爲一分數。二爲二分數。一爲三分數。以一分乘三等三十名。仍得三十分。以二分乘二等二十四名。得四十八分。以四分乘一等二十名。得八十分。三數相併。共得一百五十八分。爲一率。總銀三千一百六十兩。爲二率。四分爲三率。得四率八十兩。爲第一等人所得銀數。減半得四十兩。爲第二等人所得銀數。又減半得二十兩。爲第三等人所得銀數。以各等人數。乘各等每人所得銀數。即各等共人所得共銀數。併之以合原銀數也。

一率 一百五十八分

二率 三千一百六十兩

三率 四分

四率 八十兩

數理精蘊下編卷五

線部三

按數加減比例

差分之內。又有按數遞加遞減。或互和折半者。皆爲相當比例。其法有四。一曰遞加遞減差分。蓋所加所減之中。遞次數目皆同者也。一曰超位加減差分。乃加減之中。彼此分數不同者也。一曰互和折半差分。蓋立法以首尾二數之較。互和折半以求中數。而遞加遞減者也。一曰首尾互準差分。乃以前幾分之數。與後幾分之數互相比較。或以前幾分與後幾分定爲同數。以立準則。然後立衰數以求之者也。然超位加減。卽遞加遞減之一類。而首尾互準。又爲互和折半之變體也。

遞加者。其數自少而多。以漸而加也。遞減者。其數自多而少。以漸而減也。加減之數。遞次皆同。故以遞次名之。法中有三色者。以總法比總實。卽得中一數。凡單位者。俱按此例。如五色七色九色之類是也。有四色者。以總法比總實。得中二數。相和折半之數。凡雙位者。皆按此例。如六色八色十色之類是也。旣得中數。按定數加減。則各色之數可得矣。

超位加減者。加減之中。遞次分數不同。卽如三人分銀若干。一得三分。一得五分。一得八分。而彼此分數之比例不同。又如三人買物。第一人比第二人多出二倍。第二人比第三人又多出一倍。而加倍之比例

不同。故謂之超位加減。然立衰分求之。與遞次加減無異。故次於遞次加減之後。

互和折半者。亦如遞次加減之理。但用法微異。遞次加減。知總物數。知總人數。併知遞加遞減之數。以求各數。互和折半。則亦知總物數。總人數。但知首一人比末一人之較數。而求遞加遞減之數。以得各數。是以三色者。第一數第三數相和折半。即第二數。四色者。第一數第四數相和折半。即第二數第三數之中數。既得中數。按較數之分加減之。即得遞加之數。五色六色以至多位者。止分奇偶立法。總以三四爲例。俱可以相和折半而得。故名之曰互和折半也。

首尾互準者。即互和折半之變體。蓋互和折半。知總物數。知總人數。又知首一人比末一人之較數。因此較數而得各人分數。首尾互準。則不知總物數。但知總人數。與首尾二人各分數。或但知首尾幾位共分數。由此互相準折而得各項分數。與總數。要之。但以互和折半之法逆推之。而即得。故次於互和折半之後焉。

遞加遞減差分

設如有金六十兩。令甲乙丙三人依次遞加五兩分之。問各得幾何。

法以三人爲一率。金六十兩爲二率。一人爲三率。推得四率二十兩。即乙

應得之數。自乙數加五兩得二十五兩。即丙應得之數。自乙數減五兩得

十五兩。即甲應得之數也。此法因甲丙二人所得較之。乙所得加減之數

皆同。故以總三人與總六十兩之比。即若中一人與中一分二十兩之比。

一率 三人

二率 六十兩

三率 一人

四率 二十兩

也。

設如有鉛三百五十斤。欲作四球。依次遞加二十五斤。問每球重數若干。法以四球爲一率。鉛三百五十斤爲二率。一球爲三率。推得四率八十七斤半。即第二球第三球相和折半之數。乃以遞加二十五斤折半得十二斤半。與八十七斤半相加得一百斤。即第三球之重。與八十七斤半相減。餘七十五斤。即第二球之重。於第三球重數內再加二十五斤。得一百二十五斤。即第四球之重。於第二球重數內再減二十五斤。餘五十斤。即第一球之重也。此法比例所得八十七斤半。較之第二球多十二斤半。較之第三球則少十二斤半。故爲二球相和折半之數。以遞加二十五斤之數折半加減之。即得中二球之重。再以二十五斤加減之。即得第一與第四球之重也。

設如有金七十五斤。分與公侯伯子男五等。自男以上遞加五斤。問各該幾何。

法以五人爲一率。金七十五斤爲二率。一人爲三率。推得四率十五斤。即伯所得之數。自伯十五斤而上加五斤。得二十斤。即侯所得之數。再加五斤。得二十五斤。即公所得之數。自伯十五斤而下減五斤。餘十斤。即子所得之數。再減五斤。餘五斤。即男所得之數也。

一率	四球
二率	三百五十觔
三率	一球
四率	八十七觔半

一率	五人
二率	七十五觔
三率	一人
四率	一十五觔

設如有俸糧三百零五石，令五等官依品級遞減十三石給之，問各得若干。

法以五分爲一率，即五等官五分也。糧三百零五石爲二率，一分爲三率，推得四率六十一石，即三等官俸自六十一石遞加十三石，得二等七十四石，一等八十七石，自六十一石遞減十三石，得四等四十八石，五等三十五石也。

設如有銀九百九十六錠，分給八人，自末名以上，依次遞加十七錠，問首末兩人各該幾何。

法以八人爲一率，銀九百九十六錠爲二率，一人爲三率，推得四率一百二十四錠半，爲第四人，第五人相和折半之數，乃以遞加十七錠折半得八錠半，與一百二十四錠半相加，得一百三十三錠，即第一人應得之數，再以十七錠遞加三次，得一百八十四錠，即第一人應得之數，以八錠半與一百二十四錠半相減，餘一百一十六錠，即第五人應得之數，再以十七錠遞減三次，餘六十五錠，即第八人應得之數也。

設如一人有九子，不明說出各人歲數，但云共有二百零七歲，自長至少皆遞差三歲，問各歲幾何。法以九分爲一率，即以九子爲九分也。二百零七歲爲二率，一分爲三率，推得四率二十三歲，即第五子之

一率	五分
二率	三百零五石
三率	一分
四率	六十一石

一率	八人
二率	九百九十六錠
三率	一人
四率	一百二十四錠半

年自二十三歲遞加三歲得四子二十六歲三子二十九歲二子三十二歲長子三十五歲自二十三歲遞減三歲得六子二十歲七子十七歲八子十四歲九子十一歲也。

設如有敝功之二十人其末一人賞銀一百兩以上遞加三十兩問第一人賞銀幾何共賞銀幾何。

法以一分爲一率遞加三十兩爲二率十九分爲三率推得四率五百七十兩卽第一人比末一人共多之數於此數內加入末名之一百兩共六百七十兩卽第一人應得之數以第一人所得之數與末一人所得之數併之共七百七十兩復以二十人乘之得一萬五千四百兩折半得七千七百兩卽二十人共得之銀數也此法蓋以第一人比第二十人共多十九個三十兩故以一分與遞加之三十兩相比卽如十九分與第一人共多於第二十人之五百七十兩相比也既得十九分共多之數再加入末一人之一百兩卽得第一人應得之數矣又首末三數相併以人數二十乘之折半得共銀數者蓋以遞加之數彼此均同首一人得數至多末一人得數至少首末二人之數相併折半卽爲中數以中數乘人數而得共數今首末二人之數相併而未折半卽用人數乘之故所得之數爲應得共數之加倍數是以半之而始得共銀數也。

一率	九分
二率	二百零七歲
三率	一分
四率	二十三歲

一率	一分
二率	三十兩
三率	十九分
四率	五百七十兩

設如有牛四十區。但云第一區是三十頭。餘遞加二十頭。問第四十區該幾何。總數幾何。

法以一分爲一率。遞加二十頭爲二率。三十九分爲三率。推得四率七百八十。加入第一區之三十。共八百一十頭。卽第四十區之數。以首末二區數相併。共八百四十頭。用四十區乘之。得三萬三千六百頭。折半得一萬六千八百頭。卽四十區之總數也。此法第二區比第一區加二十。由此遞加。則第四十區比第一區共多三十九個。二十。故以一分與二十頭相比。卽如三十九分與第四十區共多於第一區之七百八十頭相比也。再加入第一區之三十頭。卽第四十區之數。繼而併首末兩數。以總區數四十乘之。折半卽得共數也。

設如有人一百名。第一人賞銀一百兩。以下遞減五錢。問共該銀幾何。

法以一分爲一率。遞減五錢爲二率。九十九分爲三率。推得四率四十九兩五錢。卽第一名多於第一百名之數。於一百兩內減之。餘五十兩零五錢。卽第一百名應賞之數。又與第一名賞銀相併。得一百五十兩零五錢。以一百名乘之。得一萬五千零五十兩。折半得七千五百二十五兩。卽共賞銀數也。蓋賞銀遞減五錢。則第一名比第一百名多九十九個五錢。故以一分與五錢相比。卽如九十九分與第一百名總多於第一百名之數相比也。爰以首尾兩數相併。以名數一百乘之。折半而得總銀數也。

一率	一分
二率	二十
三率	三十九分
四率	七百八十

一率	一分
二率	五錢
三率	九十九分
四率	四十九兩五錢

設如一人染絹。初日染八尺。日加一尺。加至六十尺止。問日與絹各幾何。
 法以初日之八尺與末日之六十尺相加。得六十八尺。爲首尾兩日共染之絹數。又看八尺以前遞減至一尺有幾分。今有七分。卽爲七尺。乃於末日之六十尺減去七尺。餘五十三尺。卽爲共日五十三日。乃以二日爲一率。六十八尺爲二率。五十三日爲三率。推得四率一千八百零二尺。卽五十三日共染之絹數也。此法以二日爲一率者。取其首末相合之共日爲準也。以初日末日之尺數相併爲二率者。取其首末尺數相合與首末兩日爲比也。以八尺遞減至一尺而得日數爲三率者。蓋以初日之八尺上數至一尺得數必爲七分。卽爲七尺。理與一面尖堆法同。而今有之末日六十尺內減去七尺。餘五十三尺。卽爲五十三日。故二日與首末相合之尺數相比。卽如共日五十三日與共絹之尺數相比也。

設如一人行路。日增六里。共行三百二十里。但知初末兩日所行共一百六十里。問共行幾日。及初日末日各行幾里。

法以初末兩日行數一百六十里折半得八十里。乃共日之中數爲一率。一日爲二率。共行三百二十里爲三率。推得四率四日。卽共行日數也。又以日增六里折半得三里。與六里相併得九里。加於中數八十里得八十九里。卽第四日所行之數。減於中數八十里。餘七十一里。卽第一日所行

一率	二日
二率	六十八尺
三率	五十三日
四率	一千八百零二尺

一率	八十里
二率	一日
三率	三百二十里
四率	四日

之數也。此法以第四日第一日行數相併折半者。爲得四日之中數。既得四日之中數。與一日之比。卽如共數與四日之比也。又以日增之數折半而與日增之數相併。加於中數而得末日所行之數。減於中數而得初日所行之數者。其所得之中數在第二日第三日之間。故此中數內加日增數之半。卽得第三日所行之數。減日增數之半。卽得第二日所行之數。故再加日增數之全。而得末日所行之數。再減日增數之全。而得初日所行之數也。

設如一人織布。歷十三日。共織一千三百五十二寸。因日漸長。每日加功六寸。至末日比初日多織七十二寸。問初末二日各織幾何。

法以十三日爲一率。共織數一千三百五十二寸爲二率。一日爲三率。推得四率一百零四寸。乃初末二日之中數。爲第七日所織之數。以第七日上計初日。下計末日。俱得六分。於是以前六分與日加六寸相乘。得三十六寸。乃以三十六寸於第七日之一百零四寸上加之。得一百四十四寸。卽末日所織之數也。此法雖求初末兩日之數。然以十三日與總織數之比。卽一日與初末兩日中數之比。既得中數。按分加之。何所不得。此又遞次加減法中之又一例也。

設如有田七百二十畝。令甲乙丙三戶依次遞減分耕。問各該幾何。法以三分爲甲衰數。二分爲乙衰數。一分爲丙衰數。相併得六分爲一率。總田七百二十畝爲二率。一分

一率	十三日
二率	一千三百五十二寸
三率	一日
四率	一百零四寸

爲三率。推得四率一百二十畝爲一分。卽丙所耕之數。以二分因之。得二百四十畝。卽乙所耕之數。以三分因之。得三百六十畝。卽甲所耕之數也。此法併總衰分爲一率。總田數爲二率。者是將總衰分比總田數。故六分得七百二十畝。而一分得一百二十畝也。六分中甲得三分。乙得二分。丙得一分。自甲遞次至乙至丙皆減一百二十畝。故爲遞減也。凡命法中不定所減分數者。卽以此法爲例。

設如有銀九十二兩。令伯仲叔季四人遞減分之。問各得幾何。

法以四分爲伯衰數。三分爲仲衰數。二分爲叔衰數。一分爲季衰數。相併得十分爲一率。總銀九十二兩爲二率。一分爲三率。推得四率九兩二錢。卽季所得之數。以二分因之。得一十八兩四錢。卽叔所得之數。以三分因之。得二十七兩六錢。卽仲所得之數。以四分因之。得三十六兩八錢。卽伯所得之數也。此法以十分比總銀。卽如總銀分爲十分也。是以十分中伯得四分。仲得三分。叔得二分。季得一分。自伯遞次至季皆減一分。故謂之遞減差分也。

設如有金一十二兩六錢。欲挨次遞減。造套杯六個。問各重若干。

法以六五四三二一爲六杯衰分。併之得二十一分爲一率。共金數一十二兩六錢爲二率。一分爲三率。推得四率六錢。卽第六杯之重。以二分因之。得一兩二錢。卽第五杯之重。以三分因之。得一兩八錢。卽第

一率	六分
二率	七百二十畝
三率	一分
四率	一百二十畝

一率	十分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	九兩二錢

四杯之重以四分因之得二兩四錢。卽第三杯之重以五分因之得三兩卽第二杯之重以六分因之得三兩六錢卽第一杯之重也。此法以總分比總銀卽如以一分比末一杯之重也。以上遞加一分卽各杯之重矣。

設如有糧一千一百三十四石令五等戶遞減納之一等二十四戶二等三十三戶三等四十二戶四等五十一戶五等六十戶問各等每戶應納若干。

法以五四三二一爲五等衰分以五分因一等戶二十四得一百二十分以四分因二等戶三十三得一百三十二分以三分因三等戶四十二得一百二十六分以二分因四等戶五十一得一百零二分以一分因五等戶六十仍得六十分總併之得五百四十分爲一率。總糧一千一百三十四石爲二率一分爲三率。推得四率二石一斗卽五等每戶所納之數以二分因之得四石二斗卽四等每戶所納之數以三分因之得六石三斗卽三等每戶所納之數以四因之得八石四斗卽二等每戶所納之數以五因之得十石五斗卽一等每戶所納之數也。

超位加減差分

一率	二十一分
二率	一十二兩六錢
三率	一分
四率	六錢

一率	五百四十分
二率	一千一百三十四石
三率	一分
四率	二石一斗

設如甲丙丁三人買房一所，共價八百一十兩。丙比甲出銀加一倍，丁比甲丙共出銀又加一倍。問每人各出幾何。

法以一分爲甲衰數，加一倍得二分爲丙衰數。又以甲一分丙二分相併爲三分，復加一倍得六分爲丁衰數。相併得九分爲一率。總銀八百一十兩爲二率。以甲一分爲三率，得四率九十兩。卽甲所出銀數。加一倍得一百八十兩。卽丙所出銀數。將甲丙共銀復加一倍得五百四十兩。卽丁所出銀數也。此法以一分爲甲數，加一倍爲丙數者，因丙比甲銀多一倍也。又共甲丙兩數加一倍爲丁數者，因丁比甲丙共銀又多一倍也。故以所命各人分數相併得共分數，以此共分數比共銀數。卽如各人分數比各人所出銀數也。

設如有銀五千兩買馬四匹，園一區，宅一所。其園價比馬價多三倍，而宅價比園價又多四倍。問各價幾何。

法以一分爲馬衰數，加三倍爲三分。得四分爲園衰數。又將園四分加四倍爲十六分。得二十分爲宅衰數。相併得二十五分爲一率。總價五千兩爲二率。馬一分爲三率。推得四率二百兩。卽馬四匹之價。馬每匹價五十兩。加三分六百兩得八百兩。卽園一區之價。再將園價加四分三千二百兩得四千兩。卽宅一所之價也。此法將馬爲一分而加三分爲園價者，因園

一率	九分
二率	八百一十兩
三率	一分
四率	九十兩

一率	二十五分
二率	五千兩
三率	一分
四率	二百兩

價比馬價多三倍也。又將園價爲一分而加四分爲宅價者。因宅價比園價又多四倍也。是以共分之比共價。卽如馬四匹之一分比各色每一分之二價也。

設如有糧七百六十石。以船三次運之。第一次運十分。二次運七分。三次運二分。問每次運糧幾何。

法以十分七分二

分相併得十九分

爲一率。共糧七百

六十石爲二率。十

分爲三率。得四率

四百石。卽第一次

所運之數。如以七分爲三率。得四率二百八十石。卽第二次所運之數。如以二分爲三率。得四率八十石。

卽第三次所運之數也。此法第一次之十分。二次之七分。三次之二分。卽三次之衰數。分數已明。故卽以

運分作衰分也。

設如有銅一百八十兩。依次遞減造三等儀器。上等比中等加二倍。中等

比下等加一倍。問三等儀器各得銅幾何。

法以一分爲下等衰數。二分爲中等衰數。二分加二倍得六分爲上等衰

數。併之得九分爲一率。共銅一百八十兩爲二率。下等之一分爲三率。推

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	十分
四率	四百石

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	七分
四率	二百八十石

一率	十九分
二率	七百六十石
三率	二分
四率	八十石

一率	九分
二率	一百八十兩
三率	一分
四率	二十兩

得四率二十兩。卽下等儀器之重。加一倍得四十兩。卽中等儀器之重。又加二倍得一百二十兩。卽上等儀器之重也。此法命一分爲下等數。故加倍爲中等數。而得二分。復以二分加二倍爲上等數。故上等數又爲六分也。

設如有銀七十兩。買駱駝馬驢各一匹。而價之多少不等。但知馬比駝價爲九分之四。驢比駝價爲九分之一。問各價幾何。

法以一分爲驢衰數。四分爲馬衰數。九分爲駝衰數。併之得十四分爲一率。銀七十兩爲二率。驢一分爲三率。推得四率五兩。卽驢一匹之價。以四分分之得二十兩。卽馬一匹之價。以九分分之得四十五兩。卽駝一匹之價。此法因駝價爲九分。故卽以九爲衰數。且兩分母俱同爲九分。而馬居九分之四。故卽以四爲馬分。驢居九分之一。故卽以一爲驢分也。既得驢價。取其四分卽馬價。取其九分卽駝價也。

設如一人爲商三次。初次獲利比原銀多二倍。二次獲利比初次本利共銀多四倍。三次獲利比二次本利共銀又多三倍。共計獲利併原銀得九百兩。問原銀幾何。

法以一分爲初商原銀衰數。加二倍得三分爲初次本利共分。又比三分加四倍得十五分爲二次本利共分。又比十五分加三倍得六十分爲三

一率	十四分
二率	七十兩
三率	一分
四率	五兩

一率	六十分
二率	九百兩
三率	一分
四率	十五兩

次本利共分。卽以此六十分爲一率。三次本利共銀九百兩爲二率。一分爲三率。推得四率一十五兩。卽原銀數也。此法初次加二倍。是原銀之外加二倍也。又加四倍。是比初次本利共銀之外又加四倍也。又加三倍。是比二次本利共銀之外又加三倍也。故以總分比總銀。卽如一分之比原銀也。

設如有米二十四石。分與四人。甲四分。乙五分。丙七分。丁九分。問各該幾何。
法以甲之四分。乙之五分。丙之七分。丁之九分。相併得二十五分爲一率。共米二十四石爲二率。一分爲三率。推得四率九斗六升。乃每一分之分數。以甲四分因之。卽得甲之三十石八斗四升。以乙五分因之。卽得乙之四石八斗。以丙七分因之。卽得丙之六石七斗二升。以丁九分因之。卽得丁之八石六斗四升也。此法以一分爲三率。故得每人一分之分數。如以各人分數各爲三率。卽得各人之全分矣。

設如有銀九十二兩。賞二十人。分上中下三等。上等四人。中等六人。下等十人。其中等比下等賞加一倍。上等比中等賞加二倍。問各等每人得賞幾何。

法以一分爲下等衰數。乘下等十人得十分。又將一分加一倍得二分爲中等衰數。乘中等六人得十二分。又將二分加二倍得六分爲上等衰數。乘上等四人得二十四分。乃以十分十二分二十四分相併得四十六分。

一率	二十五分
二率	二十四石
三率	一分
四率	九斗六升

一率	四十六分
二率	九十二兩
三率	一分
四率	二兩

爲一率。總銀九十二兩爲二率。下等一分爲三率。推得四率二兩。卽下等每人應得之數。將二兩加一倍得四兩。卽中等每人應得之數。將四兩再加二倍得十二兩。卽上等每人應得之數。復以各等人數乘各等每人應得之數。卽得上等四人共得四十八兩。中等六人共得二十四兩。下等十人共得二十兩也。此法以下等一分爲三率。故得下等每人一分之數。按分倍加而得中等上等。如以各等衆人分數各爲三率。卽得各等之共數矣。

設如有米五百三十五石。賞與三等人。第一等二十名。第二等五十名。第三等一百一十名。一等比二等每名加七斗。二等比三等每名加五斗。問三等每名各得幾何。

法以二等比三等每名多五斗。與二等五十名相乘。得二百五十斗。又以一等比二等每名多七斗。與二等比三等每名多五斗相加。得十二斗。與一等二十名相乘。得二百四十斗。兩數相併得四百九十斗。乃於總米五百三十五石內減之。餘四百八十六石。乃以一等二十人。二等五十人。三等一百一十人。相併得一百八十人。爲一率。四百八十六石爲二率。一人爲三率。推得四率二石七斗。卽三等每一人應得之數。加五斗。得三石二斗。卽二等每一人應得之數。再加七斗。得三石九斗。卽一等每一人應得之數也。此法以二等比三等每名多五斗。與二等五十人相乘者。是求二等比三等共多之數。又以一等比二等每名多七斗。併二等比三等每名多五斗。與一等二十人相乘者。是求一等比三等共多之數也。既得一等二等共多於三等之

一率	一百八十人
二率	四百八十六石
三率	一人
四率	二石七斗

數於總數內減之。所餘卽三等相併共一百八十人均分之數。故以一百八十人比總米四百八十六石。卽第三等每一人之比二石七斗也。由此加五斗卽得第二等每一人所得之數。於第二等每一人數內再加七斗卽得第一等每一人所得之數矣。

互和折半差分

設如有米一百八十石。令甲乙丙三人互和折半分之。但知甲多丙三十六石。問各該若干。

法以三人爲一率。總米一百八十石爲二率。一人爲三率。推得四率六十石。卽乙應得之數。次以甲多丙三十六石二分之。每分得一十八石。於乙數內加之得七十八石。卽甲應

得之數。於乙數內減之得四十二石。卽丙應得之數也。此法蓋以三人共得之數。比一人所得之數。其一人所得之數。卽中一人應得之數。甲多乙

幾何。卽乙多丙幾何。而甲多丙之數。又爲甲多乙之倍數。故以甲多丙之數。分爲二分。於中數內一加一減。則彼此相較之數。自得均平。故謂之互

和折半也。

設如有銀二百四十兩。令趙錢孫李四人互和折半分之。但知趙多李一十八兩。問各該若干。

法以四人爲一率。總銀二百四十兩爲二率。一人爲三率。推得四率六十兩。卽錢孫中二人相和折半之數。次取趙多李十八兩之數。以三歸之。以三立法者用二歸。以四立法者用三歸。蓋以之相比而得較也。得六兩。

卽四人遞加之數。折半得三兩。乃中二人相和折半數與中二人應得數之較。以此三兩加於六十兩得

一率	三人
二率	一百八十石
三率	一人
四率	六十石

六十三兩。卽錢銀數減於六十兩餘五十七兩。卽孫銀數。錢銀數內再加六兩得六十九兩。卽趙銀數。孫銀數內再減六兩餘五十一兩。卽李銀數也。此法蓋以四人共得之數。比一人應得之數。其一人應得之數。固非四人平分之數。故比例所得六十兩爲錢。孫二人之中數。較之錢數少三兩。較之孫數多三兩。故於六十兩中加三兩卽錢數。減三兩卽孫數。旣得錢孫中二人數。則首末二人。祇按分數加之而已。

設如有兵二萬三千八百。令甲乙丙丁戊五將互和折半領之。只云戊少甲三千三百六十。問各將所領若干。

法以五分爲一率。兵數二萬三千八百爲二率。一分爲三率。推得四率四千七百六十。卽丙所領之數。又取戊少甲之三千三百六十。以四歸之。此有五人而較爲四。故用四歸也。得八百四十。爲平分如減之數。自丙數而上遞加之。得五千六百。卽乙所領之數。得六千四百四十。卽甲所領之數。由丙數而下遞減之。得三千九百二十。卽丁所領之數。得三千零八十。卽戊所領之數也。

設如有稻一百九十八畝。令甲乙丙丁戊己六人收割。但知甲比己多收三十畝。問各該收稻幾何。法以六人爲一率。總田一百九十八畝爲二率。一人爲三率。推得四率三十三畝。卽丙丁中二人相和折

一率	四人
二率	二百四十兩
三率	一人
四率	六十兩

一率	五分
二率	二萬三千八百
三率	一分
四率	四千七百六十

半之數。次取甲多己三十畝。以五歸之得六畝。折半得三畝。加於三十三畝。得三十六畝。卽丙收數。再加六畝。得四十二畝。卽乙收數。再加六畝。得四十八畝。卽甲收數。又以折半三畝減於三十三畝。餘三十畝。卽丁收數。再減六畝。餘二十四畝。卽戊收數。再減六畝。餘十八畝。卽己收數。此法因三十三畝爲丙丁二人之中數。較之丙少三畝。較之丁多三畝。故以丙與丁總差六畝。折半加減之卽得也。

首尾互準差分

設如甲乙丙丁四人遞次分銀。但知甲得六十九兩。丁得五十一兩。問乙丙各得銀幾何。法以三分爲甲多於丁之衰數。有四人故用三分。如或五人則用四分。六人則用五分。爲一率。甲六十九兩與丁五十一兩相減。餘一十八兩爲二率。一分爲三率。推得四率六兩。卽四人所得遞加之數。將丁銀五十一兩加六兩得五十七兩。卽丙應得之數。再加六兩得六十三兩。卽乙應得之數也。蓋甲數最多。丁數最少。相差一十八兩。由丁至丙至乙至甲相隔三位。則知有三差。故用三分比一十八兩。卽如一分比六兩。而爲遞加數也。若三色者。以首尾兩數相加折半卽中數。其法易求。故不設例。

設如五人遞次絡絲。第一人絡絲四十兩。第五人絡絲二十四兩。問中三人各絡絲幾何。

一率	六人
二率	一百九十八畝
三率	一人
四率	三十三畝

一率	三分
二率	十八兩
三率	一分
四率	六兩

法以四分爲第一人，多於第五人之衰數爲一率。第一、第五兩數相減，餘一十六兩，爲二率。一分爲三率。推得四率四兩，卽五人絡絲遞加之數。將第五人絡絲二十四兩加四兩，得二十八兩，卽第四人所絡之數。再加四兩，得三十二兩，卽第三人所絡之數。再加四兩，得三十六兩，卽第二人所絡之數也。此法用四爲除法。蓋第五與第一相隔四位，則知有四差，故用四爲比例也。

又捷法以第一、第五兩數相加，折半得三十二兩，卽第三人所絡之數。又以第一、第三兩數相加，折半得三十六兩，卽第二人所絡之數。復以第三、第五兩數相加，折半得二十八兩，卽第四人所絡之數。此法卽前互和折半之法。凡位數奇者俱可用。如三五七九是也。

設如七人運糧，不言總數。但知第一人、第二人共運二十三石七斗，第五人、第六人、第七人共運二十六石一斗。三石一斗，其遞加之數俱相等。問第三人、第四人與前後五人各運幾何。

法以第一、第二兩人共運二十三石七斗，折半得十一石八斗五升，爲第一。第二兩人相和折半之數。第五、第六、第七三人共運二十六石一斗，三歸之得八石七斗，卽第六人應運之數。乃以第一分、第二分之中數一分半與第六分相減，餘四分半爲一率。第一、第二兩人相和折半之十一石八斗五升內減第六人之八石七斗，餘三石一斗五升爲二率。一分爲三

一率	四分
二率	十六兩
三率	一分
四率	四兩

一率	四分五
二率	三石一斗五升
三率	一分
四率	七斗

率推得四率七斗。即每人遞加之數。由第六人八石七斗而下減七斗得八石。即每七人應運之數。由第六人八石七斗而上遞加七斗得九石四斗。即第五人應運之數。得十石一斗。即第四人應運之數。得十石八斗。即第三人應運之數。得十一石五斗。即第二人應運之數。得十二石二斗。即第一人應運之數也。此法蓋因第一人第二人相和折半之數。至第二人差半分。至第三人差一分半。至第四人差二分半。至第五人差三分半。至第六人則差四分半。故先以第一第二之中數與第六相減。得其四分半之差數。而以四分半與前二人相和折半。多於第六人之六石三斗。即如一分比每人遞加之七斗也。設如八人分銀。不言總數。但知第一第二第三三人共得四十五兩。第七第八二人共得八十五兩。其遞加之數俱相等。問各人應得若干。

法以前三人共得銀數四十五兩。用三歸之得十五兩。即第二人應得之數。後二人共得八十五兩。折半分得四十二兩五錢。即第七第八兩人相和折半之數。乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減。餘五分半爲一率。第二人應得之十五兩與後二人相和折半之四十二兩五錢相減。餘二十七兩五錢爲二率。一分爲三率。推得四率五兩。即每人遞加之數。於第二人十五兩內減五兩。即得第一人十兩。於第二人十五兩外遞加五兩。即得第三人二十兩。第四人二十五兩。第五人三十兩。第六人三十五兩。第七人四十兩。第八人四十五兩之數也。此法蓋因第二人至第三人差一分。至第四人差二分。至第五人差三分。至第六人差

一率	五分五
二率	二十七兩五錢
三率	一分
四率	五兩

四分。至第七人差五分。至第七第八兩人相和折半之數。則差五分半。故先以第二與第七第八之中數相減。得其五分半之差數。而以五分半比後二人相和折半多於第二人之數。即如每一分比每人遞加之數也。

設如八人分米。不言總數。但知第一第二兩人共得一十一石九斗。第七第八兩人共得八石三斗。其遞加之數俱相等。問每人應得若干。

法以第一第二兩人共數一十一石九斗折半得五石九斗五升。即第一第二兩人相和折半之數。再以第七第八兩人共數八石三斗折半得四石一斗五升。即第七第八兩人相和折半之數。乃以第一分之二之中數一分半。與第七分八分之中數七分半相減。餘六分爲一率。第一第二兩人相和折半之五石九斗五升。內減第七第八兩人相和折半之四石一斗五升。餘一石八斗爲二率。一分爲三率。推得四率三斗。即每人遞加之數。折半得一斗五升。加於第一第二兩人相和折半之五石九斗五升。得六石一斗。即第一人之數。以次遞減三斗。即得第二人五石八斗。第三人五石五斗。第四人五石二斗。第五人四石九斗。第六人四石六斗。第七人四石三斗。第八人四石之數也。此法蓋因第一第二兩人相和折半之數。至第二人差半分。至第三人差一分半。至第四人差二分半。至第五人差三分半。至第六人差四分半。至第七人差五分半。至第七第八兩人相和折半之數。則差六分。故先以第一第二之中數。與第七第八之中數相減。得其

一率	六分
二率	一石八斗
三率	一分
四率	三斗

六分之差數。而以六分比第一第二相和折半多於第七第八相和折半之數。卽如每一分比每人遞加之數也。又以第一第二之中數比第一人差半分。故以一分之三斗折半得一斗五升。加於第一第二兩人相和折半之數。卽得第一人之數也。

設有竹九節。截爲九筭盛米。遞次長短不均。但知根底三節共盛米三升九合。梢上四節共盛米三升。問九節各盛米數幾何。

法以根底第一第二第三三節共盛米三升九合。用三歸之得一升三合。卽第三節盛米之數。梢上第六第七第八第九四節共盛米三升。用四歸之得七合五勺。卽第七第八兩節相和折半之數。乃以第二分與第七分第八分之中數七分半相減。餘五分半爲一率。第二節盛米一升三合。內減第七第八兩節相和折半之七合五勺。餘五合五勺爲二率。一分爲三率。推得四率一合。卽每節遞加之數。自第二節盛米一升三合而上加一合。卽得第一節盛米一升四合。自第二節盛米一升三合而下遞減一合。卽得第三節盛米一升二合。第四節盛一升一合。第五節盛一升。第六節盛九合。第七節盛八合。第八節盛七合。第九節盛六合也。

設有竹九節。截爲九筭盛米。但知根底二節盛米六升三合。梢上二節盛米二升一合。問各節所盛米數若干。

法以根底二節共盛米六升三合。折半得三升一合五勺。爲第一第二兩節相和折半之數。梢上二節共

一率	五分五
二率	五合五勺
三率	一分
四率	一合

盛米二升一合，折半得一升零五勺，爲第八第九兩節相和折半之數，乃以第一分第二分之中數一分半，與第八分第九分之中數八分半相減，餘七分爲一率。第一第二兩節相和折半之三升一合五勺，內減第八第九兩節相和折半之一升零五勺，餘二升一合爲二率。一分爲三率，推得四率三合，卽每節遞加之數，折半得一合五勺，加於第一第二兩節相和折半之三升一合五勺，得三升三合，卽第一節盛米之數，以次遞減三合，卽得第二節盛三升，第三節盛二升七合，第四節盛二升四合，第五節盛二升一合，第六節盛一升八合，第七節盛一升五合，第八節盛一升二合，第九節盛九合也。

設如十人按數挨次納糧，前三人共納一十三石八斗，後四人共納一十三石二斗，問十人各納糧數若干。

法以前三人共納一十三石八斗，用三歸之得四石六斗，爲第二人所納之數，後四人共納一十三石二斗，用四歸之得三石三斗，爲第八第九兩人相和折半之數，乃以第二分與第八分第九分之中數八分半相減，餘六分半爲一率，第二人之四石六斗內減第八第九兩人相和折半之三石三斗，餘一石三斗爲二率，一分爲三率，推得四率二斗，卽每人遞加之數，自第二人四石六斗以上加二斗，得四石八斗，卽第一人所納之數，自

一率	七分
二率	二升一合
三率	二分
四率	三合

一率	六分五
二率	一石三斗
三率	一分
四率	二斗

第二人四石六斗以下遞減二斗得四石四斗。卽第三人所納之數。得四石二斗。卽第四人所納之數。得四石。卽第五人所納之數。得三石八斗。卽第六人所納之數。得三石六斗。卽第七人所納之數。得三石四斗。卽第八人所納之數。得三石二斗。卽第九人所納之數。得三石。卽第十人所納之數也。

設如有米二百四十石。令甲乙丙丁戊五人遞減納之。定甲乙二人納數與丙丁戊三人納數相等。問五人各納幾何。

法以四分爲甲多於戊之衰數。自甲至乙至丙至丁至戊隔四位。故以四分爲衰數。三分爲乙多於戊之衰數。併之爲七分。以二分爲丙多於戊之衰數。一分爲丁多於戊之衰數。併之爲三分。乃以三分與七分相減。餘四分爲前二人多於後三人之較。又以前二人與後三人相減。餘一人爲後三人多於前二人之較。夫前多四分後多一人而其數相等。則四分卽爲一人之數。乃以一人爲一率。四分爲二率。戊一人爲三率。推得四率仍得四分。卽定爲戊一人之份數。各加每人所多衰數。則甲得八分。乙得七分。併之得十五分。丙得六分。丁得五分。併戊之四分亦得十五分。是前後份數已同矣。乃以兩總分相併得三十分爲一率。總米二百四十石爲二率。一分爲三率。推得四率八石。卽每一分之數。用甲之八分乘之。得甲之六十四石。用乙之七分乘之。得乙之五十六石。併之共得一百二十石。用丙之六

一率	一人
二率	四分
三率	一人
四率	四分

一率	三十分
二率	二百四十石
三率	一分
四率	八石

分乘之。得丙之四十八石。用丁之五分乘之。得丁之四十石。用戊之四分乘之。得戊之三十二石。併之亦共得一百二十石。是甲乙二人納數與丙丁戊三人納數等也。

設如有銀六百兩。令甲乙丙丁戊己六人遞加分之。定甲乙丙丁四人與戊己二人分數相等。問六人各分幾何。

法以一分爲乙多於甲之衰數。二分爲丙多於甲之衰數。三分爲丁多於甲之衰數。併之爲六分。四分爲戊多於甲之衰數。五分爲己多於甲之衰數。併之爲九分。乃以六分與九分相減。餘三分。爲後二人多於前四人之較。又以前四人與後二人相減。餘二人。爲前四人多於後二人之較。夫前多二人。後多三分。而其數相等。則三分卽爲二人之數。乃以二人爲一率。三分爲二率。甲一人爲三率。推得四率一分五。卽一分半也。卽定爲甲一人之分數。各加每人所多衰數。則乙得二分半。丙得三分半。丁得四分半。併甲乙丙丁四人數得十二分。戊得五分半。己得六分半。併戊己二人數亦得十二分。是前後分數已同矣。乃以兩總分相併得二十四分爲一率。總銀六百兩爲二率。一分爲三率。推得四率二十五兩。卽每一分之二數。用甲一分半乘之。得甲三十五兩五錢。用乙二分半乘之。得乙六十二兩五錢。用丙三分半乘之。得丙八十七兩五錢。用丁四分半乘之。得丁一百一十二兩五錢。併四人數共得三

一率	二人
二率	三分
三率	一人
四率	一分五

一率	二十四分
二率	六百兩
三率	一分
四率	二十五兩

百兩用戊五分半乘之得戊一百三十七兩五錢用己六分半乘之得己一百六十二兩五錢併二人數亦共得三百兩是甲乙丙丁四人銀數與戊己二人銀數等也

設如有麥一千零八畝令七人遞減分收定前三人與後四人所得共數相同問七人各收麥幾何

法以六分爲第一人比第七人所多衰數自第一至第七隔六位故以六爲衰數五分爲第二人比第七人所多衰數四分爲第三人比第七人所多衰數併之爲十五分三分爲第四人比第七人所多衰數二分爲第五人比第七人所多衰數一分爲第六人比第七人所多衰數併之爲六分乃以六分與十五分相減餘九分爲前三人多於後四人之較又以前二人與後四人相減餘一人爲後四人多於前三人之較夫前多九分後多一人而其數相等則九分卽爲一人之數乃以一人爲一率九分爲二率末一人爲三率推得四率仍爲九分卽定爲第七人之分數各加每人所多分數則第一人得十五分第二人得十四分第三人得十三分併之爲四十二分第四人得十二分第五人得十一分第六人得十分第七人得九分併之亦爲四十二分是前後分數已同矣乃以兩總分相併得八十四分爲一率麥一千零八畝爲二率一分爲三率推得四率十二畝卽每一分之分數用十五分乘之卽得第一人一百八十畝用十四分乘之卽得第二人一百六十八畝用十三分乘

一率	一人
二率	九分
三率	一人
四率	九分

一率	八十四分
二率	一千零八畝
三率	一分
四率	十二畝

之即得第三人一百五十六畝併三人數共得五百零四畝用十二分乘之即得第四人一百四十四畝用十一分乘之即得第五人一百三十二畝用十分乘之即得第六人一百二十畝用九分乘之即得第七人一百零八畝併四人數亦共得五百零四畝是前三人畝數與後四人畝數等也

設如有糧一千零九十二石令七次遞減運送定前二次與後五次運送之數相等問每次運送幾何

法以十八分爲第一次比第七次所多之衰數自第一次至第七次相隔六位應以六分爲衰數是爲每次遞加一分今將六分用三因之爲十八分是爲每一次遞加三分故各衰五四三二俱用三因其比例仍同也十五分爲第二

次比第七次所多之衰數併之爲三十三分十二分爲第三次比第七次所多之衰數九分爲第四次比第七次所多之衰數六分爲第五次比第七次所多之衰數三分爲第六

次比第七次所多之衰數併之爲三十分乃以三十分與三十三分相減餘三分爲前兩次多於後五次之較又以後五次與前兩次相減餘三次

爲後五次多於前兩次之較夫前多三分後多三次而其數相等則三分

即爲三次之數乃以三次爲一率三分爲二率一次爲三率推得四率一分即爲第七次之數各加每次所多衰數第一次得十九分第二次得

十六分併之得三十五分第三次得十三分第四次得十分第五次得七分第六次得四分併第七次

之一分亦得三十五分是前後分數已同矣乃以兩總分相併得七十分爲一率總糧一千零九十二石爲二率一分爲三率推得四率一十五石六斗即第七次一分所運之數用十九分乘之得二百九十六

一率	三次
二率	三分
三率	一次
四率	一分

石四斗。卽第一次所運之數。用十六分乘之。得二百四十九石六斗。卽第二次所運之數。併兩次共得五百四十六石。用十三分乘之。得二百零二石八斗。卽第三次所運之數。用一十分乘之。得一百五十六石。卽第四次所運之數。用七分乘之。得一百零九石二斗。卽第五次所運之數。用四分乘之。得六十二石四斗。卽第六次所運之數。併第七次所運之一十五石六斗。亦共得五百四十六石。是前二次運送糧數與後五次運送糧數等也。

一率	七十分
二率	一千零九十二石
三率	一分
四率	一十五石六斗

數理精蘊下編卷六

線部四

和數比例

比例之中有合率而復有和數者。將幾比例之率合爲一比例。故謂之合率。至於有總數又有分數。以分數合而與總數相比。則謂之和數。其在九章總名差分。而其實總不越比例之理。故今質名之曰和數。比例其立法有以實數與實數比者。如合衆人數與總物數之比。卽若每人數與每物數之比是也。有以所立衰數與實數比者。如合衆衰數與總物數之比。卽若每人衰數與每物數之比是也。又或以加倍數成率者。其得數亦爲加倍之數。或以兩數相乘而成率者。其得數亦爲兩數相乘之數。要之皆以比例而得。故於各條詳加解說以明其故焉。

設如南北二商合本貿易。南出本銀一百五十兩。北出本銀二百五十兩。共得利銀一千兩。按各人所出本銀之分之。問二人各得利銀幾何。法以南出本銀一百五十兩與北出本銀二百五十兩相併。得四百兩爲一率。利銀一千兩爲二率。南出本銀一百五十兩爲三率。推得四率三百七十五兩。卽南所分利銀數。於共利一千兩內減三百七十五兩。餘六百

一率	四百兩
二率	一千兩
三率	一百五十兩
四率	三百七十五兩

二十五兩。卽北所分利銀數也。如以二人本銀共四百兩爲一率。二人共利一千兩爲二率。北出本銀二百五十兩爲三率。推得四率六百二十五兩。卽北所分利銀數也。此法蓋以二人共本比共利。卽如每人各本比各利。而爲相當比例四率也。

又捷法以二人共出本銀四百兩。歸除二人共得利銀一千兩。得每一兩之利爲二兩五錢。乃與各人本銀數相乘。卽得各人所分利銀數。此又以每一兩之利與各人所出本銀之利相比而得也。

設如趙周馮三人合夥生理。趙出本銀一千兩。周出本銀八百兩。馮出本銀六百兩。共得利銀一千二百兩。按各人所出本銀之分分之。問三人各得利銀幾何。

法以三人各出本銀相併。得二千四百兩爲一率。三人共得利銀一千二百兩爲二率。三人所出本銀數各爲三率。推得各四率。趙五百兩。周四百兩。馮三百兩。卽爲各人所得利銀數也。若用捷法。則以三人所

併本銀二千四百兩。歸除共得利銀一千二百兩。得每一兩之利爲五錢。按各

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩
三率	一千兩
四率	五百兩

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩
三率	八百兩
四率	四百兩

一率	二千四百兩
二率	一千二百兩
三率	六百兩
四率	三百兩

一率	四百兩
二率	一千兩
三率	二百五十兩
四率	六百二十五兩

人本銀數乘之。即各人所得利銀數也。

設如甲乙丙三商。共出本銀一千五百二十兩。得利銀二百九十兩。甲分一百二十兩。乙分四十兩。丙分三十兩。問各人原本銀若干。

法以共利銀一百九十兩爲一率。共本銀一千五百二十兩爲二率。每分利銀各爲三率。推得各四率。甲本銀爲九百六十兩。乙本銀爲三百二十兩。丙本銀爲二百四十兩。如用捷法。

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	一百二十兩
四率	九百六十兩

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	四十兩
四率	三百二十兩

一率	一百九十兩
二率	一千五百二十兩
三率	三十兩
四率	二百四十兩

則以共利銀一百九十兩。歸除共本銀一千五百二十兩。得每一兩利銀之本銀爲八兩。乃以八兩乘各人利銀分數。即得各人本銀之數矣。

設如甲丙戊三人合本貿易。共得利銀三千二百二十兩。甲本銀三千六百兩。丙本銀五百一十兩。戊本銀不知其數。但知該分利銀四百八十兩。問其本銀若干。

法以三人共得利銀三千二百二十兩。內減戊之利銀四百八十兩。餘二千七百四十兩。爲一率。甲丙二人本銀相併。得四千一百一十兩。爲二率。

一率	二千七百四十兩
二率	四千一百一十兩
三率	四百八十兩
四率	七百二十兩

戊利銀四百八十兩爲三率，推得四率七百二十兩，卽戊之本銀數也。此法於總利中減去戊利銀，所餘者卽甲丙二人之利銀，故以甲丙二人之共利銀與甲丙二人之共本銀相比，卽若戊一人之利銀與戊一人之本銀相比也。

設如甲乙丙三商共出本銀一千五百二十兩，今得本利共銀一千七百一十兩，甲分本利共銀一千零八十兩，乙分本利共銀三百六十兩，丙分本利共銀二百七十兩，問三人所分本利各若干。

法以三人所得本利共銀一千七百一十兩爲一率，共出本銀一千五百二十兩爲二率，各人所分本利共銀各爲三率。

推得各四率甲

本銀九百六十

兩，乙本銀三百

二十兩，丙本銀

二百四十兩，卽爲各人本銀數，以各人本銀減各人共銀，甲得利銀一百二十兩，乙得利銀四十兩，丙得利銀三十兩，卽各人利銀數也。

設如有三人合本貿易，第一人出本銀五百兩，係七成，第二人出本銀一千兩，係八成，第三人出本銀一千五百兩，係九成，共得利銀二千兩，皆係十成，問每人應得利銀若干。

法以各人所出本銀數與各銀成色相乘，第一人得三百五十兩，第二人得八百兩，第三人得一千三百

一率	一千七百一十兩
二率	一千五百二十兩
三率	一千零八十兩
四率	九百六十兩

一率	一千七百一十兩
二率	一千五百二十兩
三率	三百六十兩
四率	三百二十兩

一率	一千七百一十兩
二率	一千五百二十兩
三率	二百七十兩
四率	二百四十兩

五十兩三數相加，共得二千五百兩爲一率，共得利銀二千兩爲二率，每人所得相乘之數。第一人三百五十兩，第二人八百兩，第三人一千三百五十兩，各爲三率，推得各四率，第一人得二百八十兩，第二人得六百

四十兩，第三人

得一千零八

兩，卽各人應得

之利銀數也。此

法以各銀成色

乘各人銀數者，是將各銀成色俱變作十成銀也。如第一人七成銀五百兩，變作十成銀止得三百五十兩，第二人八成銀一千兩，變作十成銀止得八百兩，第三人九成銀一千五百兩，變作十成銀止得一千三百五十兩，併之得十成銀二千五百兩，故以總十成銀二千五百兩與共利銀二千兩之比，卽若每人十成本銀與每人應得利銀之比也。

設如甲丙戊三人合本貿易，其所出本銀多寡不同，時日亦不同，甲出本銀六百兩，係八個月，丙出本銀四百五十兩，係六個月，戊出本銀五百兩，係十個月，共得利銀一千兩，問各人應分利銀幾何。

法以各人本銀與各人月分相乘，甲得四千八百兩，丙得二千七百兩，戊得五千兩，三數相併得一萬二千五百兩爲一率，共利銀一千兩爲二率。

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	三百五十兩
四率	二百八十兩

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	八百兩
四率	六百四十兩

一率	二千五百兩
二率	二千兩
三率	一千三百五十兩
四率	一千零八兩

一率	一萬一千五百兩
二率	一千兩
三率	四千八百兩
四率	三千八十四兩

各人本銀乘各人月分之數爲三率。推得各四率。甲得三百八十四兩。丙得二百一十六兩。戊得四百兩。卽爲各人應得之利銀數也。此法先以各人本銀乘各人月分者。蓋以各人所出本銀按月分以加倍也。三人本銀各有月分。則行利亦按月加倍也。

設如乙丙丁三人合夥生利。乙出本銀二百兩。係八個月。出本之兩月後。又添本銀四十兩。丙出本銀三百二十兩。係六個月。出本之一月後。又添本銀八十兩。丁出本銀一百六十兩。係十個月。共得利銀三百六十兩。問每人各該利銀幾何。

法以乙本銀二百兩與八個月相乘。得一千六百兩。又以後添四十兩與六個月相乘。因出本之兩月後。又添銀。故用六月。得二百四十兩。此兩數相加。得一千八百四十兩。爲乙之衰數。以丙本銀三百二十兩與

六個月相乘。得

一千九百二十

兩。又以後添八

十兩與五個月

相乘。因出本之一

一率 五千七百六十兩

二率 三百六十兩

三率 一千八百四十兩

四率 一百一十五兩

一率 五千七百六十兩

二率 三百六十兩

三率 二千三百二十兩

四率 一百四十五兩

一率 五千七百六十兩

二率 三百六十兩

三率 一千六百兩

四率 一百兩

一率 一萬二千五百兩

二率 一千兩

三率 二千七百兩

四率 二百一十六兩

一率 一萬二千五百兩

二率 一千兩

三率 五千兩

四率 四百兩

月後又添銀。故用五月。得四百兩。此兩數相加。得二千三百二十兩。為丙之衰數。以丁本銀一百六十兩與十個月相乘。得一千六百兩。即丁之衰數。乃以三人衰數相加。得五千七百六十兩。為一率。三百六十兩為二率。各人衰數各為三率。推得各四率。乙得一百一十五兩。丙得一百四十五兩。丁得一百兩。即各人應得之利銀數也。此法因出銀前後各不同。故以各人出銀依次乘各人月分。而得各人衰數。既得各人衰數。則相加而與總利銀為比。即如各人衰數與各人利銀相比也。

設如甲乙丙三商合本貿易。共得利銀一千兩。甲本銀三百兩。係十個月。乙本銀六百兩。丙本銀四百兩。俱不知月分。其利銀則甲分五百兩。乙分三百兩。丙分二百兩。問乙丙二人出本銀月分各幾何。

法以甲之利銀五百兩為一率。甲之本銀三百兩與十個月相乘。得三千兩為二率。乙之利銀三百兩為三率。推得四率一千八百兩。為乙之本銀。六百兩與月分相乘之數。以乙之本銀六百兩除之。得三個月。即乙出銀之月分。如以丙之利銀二百兩為三率。則得四率一千二百兩。為丙之本銀。四百兩與月分相乘之數。以丙之本銀四百兩除之。得三個月。即丙出本銀之月分也。

設如乙丙丁三人合本貿易。共得利銀三百八十兩。丙得利銀為乙三分之一。丁得利銀為乙四分之一。乙之本銀為八十兩。收利十二個月。丙丁二人本銀不知數。但知丙收利銀係八個月。丁收利銀係四

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	三百兩
四率	一千八百兩

一率	五百兩
二率	三千兩
三率	二百兩
四率	一千二百兩

個月間乙丙丁利銀各若干丙與丁本銀各若干。

法以十二分爲乙之衰數。兩分母相乘之數。取其三分之一得四分爲丙之衰數。又取其四分之二得三分爲丁之衰數。將三衰數相併得一十九分爲一率。共利三百八十兩爲二率。以各人衰數各爲三率。推得各四率。乙之利銀得二百四十兩。丙之利銀得八十兩。丁之利銀得六十兩。三宗利銀相併共三百八十兩。以合前數。又用乙利銀二百四十兩爲一率。乙本銀八十兩與十二個月相乘得九百六十兩爲二率。丙利銀八十兩爲三率。推得四率三百二十兩。丙本銀八個月之共分。以八個月除之得四十兩。即丙之本銀數。復以乙利銀二百四十兩爲一率。乙本銀九百六十兩爲二率。丁利銀六十兩爲三率。推得四率二百四十兩爲丁本銀四個月之共分。以四個月除之得六十兩。即丁之本銀數也。

設如甲丙戊三家每日派一人當差。論各家田數定日之多少。甲田八十

一率	十九分
二率	三百八十兩
三率	十二分
四率	二百四十兩

一率	十九分
二率	三百八十兩
三率	三分
四率	六十兩

一率	十九分
二率	三百八十兩
三率	四分
四率	八十兩

一率	二百四十兩
二率	九百六十兩
三率	八十兩
四率	三百二十兩

一率	二百四十兩
二率	九百六十兩
三率	六十兩
四率	二百四十兩

畝丙田六十畝。戊田五十二畝。問各人一年內連閏月應該當差之日幾何。

法以甲丙戊三家田數甲八十。丙六十。戊五十二。相併得一百九十二畝爲一率。一年連閏月作三百八

十四日爲二率。

各家田數各爲

三率。推得各四

率。甲當差一百

六十日。丙當差

一百二十日。戊當差一百零四日。併之得三百八十四日。合一年連閏月之數也。

設如二人居住相隔一千四百里。同日起身。一人日行八十里。一人日行六十里。問途中幾日相會。

法以八十里與六十里相併得一百四十里爲一率。一日爲二率。一千四

百里爲三率。推得四率十日。即相會之日也。此法以八十里六十里相併

爲一率者。每一日之內兩人共行一百四十里也。一百四十里行一日。則

一千四百里行十日矣。蓋日行八十里者。十日行八百里。日行六十里者

十日行六百里。併之以合原數也。

設如有銀四百八十六兩。糶米麥豆三色。其石數相等。米每石價銀一兩二錢。麥每石價銀九錢。豆每石

價銀六錢。問石數若干。

一率 一百九十二畝

二率 三百八十四日

三率 八十畝

四率 一百六十日

一率 一百九十二畝

二率 三百八十四日

三率 六十畝

四率 一百二十日

一率 一百九十二畝

二率 三百八十四日

三率 五十二畝

四率 一百零四日

一率 一百四十里

二率 一日

三率 一千四百里

四率 十日

法以米價一兩二錢麥價九錢豆價六錢相併共得二兩七錢爲一率。一石爲二率。總銀四百八十六兩爲三率。推得四率一百八十八石。卽各色之石數也。此法蓋因三色之石數既相等。故三色每石之共價與每一石之比。卽同於三分之共價四百八十六兩與每一分之一百八十石之比也。

設如有銀一千二百兩買綾絹二色。絹一分。綾二分。綾每疋價銀三兩六錢。絹每疋價銀二兩四錢。問綾絹與價銀各幾何。

法以綾價三兩六錢二因之。綾二分。故用二因。得七兩二錢。與絹價二兩四錢相加。共得九兩六錢爲一率。絹一疋爲二率。總銀一千二百兩爲三率。推得四率一百二十五疋爲絹數。倍之得二百五十疋爲綾數。以絹每疋價銀二兩四錢與絹一百二十五疋相乘。得三百兩爲共絹價。以綾每疋價銀三兩六錢與綾二百五十疋相乘。得九百兩爲共綾價也。此法蓋因絹爲一分。綾爲二分。故將綾價二因之與絹價相加。卽綾二疋絹一疋之共價。以綾二疋絹一疋之共價與絹一疋之比。卽同於綾一分絹一分之共價一千二百兩與絹一分一百二十五疋之比也。

設如有銀三百三十六兩買羅八十疋。絹一百二十疋。羅每疋價比絹每疋價加一倍。問羅價絹價各幾何。

一率	二兩七錢
二率	一石
三率	四百八十六兩
四率	一百八十八石

一率	九兩六錢
二率	一疋
三率	一千二百兩
四率	一百二十五疋

法以羅八十疋倍之得一百六十疋與絹一百二十疋相加得二百八十疋爲一率。絹一疋爲二率。總銀三百三十六兩爲三率。推得四率一兩二錢。卽絹每一疋之價。倍之得二兩四錢。卽羅每一疋之價也。此法蓋因羅價比絹價加一倍。故將羅疋數倍之與絹疋數相加爲羅二倍絹一倍之共數。而以羅二倍絹一倍之共數與絹一疋之比。卽同於羅二倍絹一倍之共價三百三十六兩與絹一疋之價一兩二錢之比也。

設如有銀七百八十五兩。令甲乙丙丁四人分之。乙得甲銀十分之七。丙得乙銀十四分之三。丁得丙銀十二分之九。問各分銀幾何。

法以一千六百八十分三分母連乘之數。爲甲衰數。取甲十分之七。得一千一百七十六分爲乙衰數。取乙十四分之三。得二百五十二分爲丙衰數。取丙十二分之九。得一百八十九分爲丁衰數。乃以四人衰數相併得三千二百九十七分爲一率。總銀七百八十五兩爲二率。以甲衰一千六百八十分爲三率。得四率四百兩。卽甲所分之銀數。以乙衰一千一百七十六分爲三率。得四率二百八十八兩。卽乙所分之銀數。以丙衰二百五十二分爲

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一千六百八十分
四率	四百兩

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一千一百七十六分
四率	二百八十八兩

一率	二百八十疋
二率	一疋
三率	三百三十六兩
四率	一兩二錢

三率得四率六十兩，卽丙所分之銀數。以丁衰一百八十九分爲三率，得四率四十五兩，卽丁所分之銀數。四人所得銀數併之，得七百八十五兩，以合原數也。此法因各分母不同，恐難度盡，故以分母連乘爲甲衰數，次各按分取其衰數，乃併各衰數爲共衰數，以共衰數與總銀數之比，卽同於各人衰數與各銀數之比也。設如東西中三村共納糧一千零三十六石，東村一百二十戶，每戶該納七分，西村八十戶，每戶該納五分，中村六十戶，每戶該納四分，問各村納糧若干，每戶納糧若干。法以七分與東村一百二十戶相乘，得八百四十分爲東村衰數，以五分與西村八十戶相乘，得四百分爲西村衰數，以

四分與中村六十戶相乘，得二百四十分爲中村衰數，乃以三村衰數相併，得

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	二百五十二分
四率	六十兩

一率	三千二百九十七分
二率	七百八十五兩
三率	一百八十九分
四率	四十五兩

一率	二千四百八十分
二率	一千零三十六石
三率	八百四十分
四率	五百八十八石

一率	一千四百八十分
二率	一千零三十六石
三率	四百分
四率	二百八十八石

一率	一千四百八十分
二率	一千零三十六石
三率	二百四十分
四率	一百六十八石

一千四百八十分爲一率。共納糧一千零三十六石爲二率。各村衰數各爲三率。推得各四率。東村共該納糧五百八十八石。西村共該納糧二百八十八石。中村共該納糧一百六十八石。再以各村戶數歸除各村所納糧數。則東村每戶該納糧四石九斗。西村每戶該納糧三石五斗。中村每戶該納糧二石八斗。如以三村共衰分數。歸除共納糧數。得每一分所納糧數。而以各村分數乘之。即得各村共納糧數。以各戶分數乘之。即得各村每戶所納之糧數也。

設如乙丙丁三人。共納地租銀十一兩五錢。乙田長一百二十丈。寬四十丈。丙田長二百丈。寬六十丈。丁田長八十丈。寬二十丈。問每人該租銀若干。

法以乙田長一百二十丈與寬四十丈相乘。得四千八百丈。丙田長二百丈與寬六十丈相乘。得一萬二千丈。丁田長八十丈與寬二十丈相乘。得一千六百丈。三數相併。共得一萬八千四百丈爲一率。共地租銀十一兩五錢爲二率。各田長寬相乘之數各爲三率。推得各四率。乙該銀三兩。丙該銀七兩五錢。丁該銀一兩。併之爲十一兩五錢。以合原數也。

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	四千八百丈
四率	三兩

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	一萬二千丈
四率	七兩五錢

一率	一萬八千四百丈
二率	十一兩五錢
三率	一千六百丈
四率	一兩

設如孫鄭褚三家買貨共載一船。遠近船價不同。孫家貨物九十五擔。每擔船價六分。鄭家貨物八十五擔。每擔船價四分。褚家貨物五十六擔。每擔船價二分五釐。因中途撥淺。共貼銀二兩五錢二分。欲照船價分派。問各該若干。

法以孫貨九十五擔與每擔六分相乘。得五兩七錢。以鄭貨八十五擔與每擔四分相乘。得三兩四錢。以褚貨五十六擔與每擔二分五釐相乘。得一兩四錢。乃以三家船價相併。共得一十兩零五錢爲一率。共貼銀二兩五錢二分爲二率。一兩爲三率。推得四率二錢四分。卽爲每一兩應貼之數。復以各家船價銀乘之。所得一兩三錢六分八釐。卽孫應出之數。所得八錢一分六釐。卽鄭應出之數。所得三錢三分六釐。卽褚應出之數也。

設如甲丙戊三縣共納米四千石。論縣之大小米之貴賤運之遠近分之。甲縣有三千三百六十戶。每米一石價銀八錢。運至六十里。丙縣有一千二百戶。每米一石價銀一兩。運至三十里。戊縣有二千四百戶。每米一石價銀六錢。運至八十里。問每縣該米若干。

法以甲縣米價八錢與六十里相乘。得四百八十。用此數歸除甲縣三千三百六十戶。得七爲甲縣之衰數。又以丙縣米價一兩與三十里相乘。得三百。用此數歸除丙縣一千二百戶。得四爲丙縣之衰數。以戊縣米價六

一率	十兩零五錢
二率	二兩五錢二分
三率	一兩
四率	二錢四分

一率	十六
二率	四千石
三率	七
四率	一千七百五十石

錢與八十里相乘得四百八十。用此數
歸除戊縣二千四百戶得五爲戊縣之
衰數。乃以此三衰數相併得一十六爲
一率。總米四萬石爲二率。各縣衰數各
爲三率。推得各四率。甲縣爲一千七百
五十石。丙縣爲一千石。戊縣爲一千二
百五十石。三數相併共四萬石以合原數也。

設如甲乙丙丁戊五處共輸粟二萬石。以田地之多寡道里之遠近粟價之貴賤均輸之。甲田一萬三千
零六十畝。粟每石價銀二兩。自輸本處。乙田一萬二千三百一十二畝。粟每石價銀一兩。至輸所二百
里。丙田七千一百八十二畝。粟每石價銀一兩二錢。至輸所一百五十里。丁田一萬三千三百三十八
畝。粟每石價銀一兩七錢。至輸所二百五十里。戊田五千一百三十畝。粟每石價銀一兩三錢。至輸所
一百五十里。每石每里車價四釐。問各處所輸若干。

法以甲粟每石價二兩歸除甲田一萬三千零六十畝得六百五十三爲甲衰數。次以乙輸所二百里與
每石車價四釐相乘得八錢。併入乙粟每石價一兩共一兩八錢。歸除乙田一萬二千三百一十二畝得
六百八十四爲乙衰數。次以丙輸所一百五十里與每石車價四釐相乘得六錢。併入丙粟每石價一兩
二錢共一兩八錢歸除丙田七千一百八十二畝得三百九十九爲丙衰數。次又以丁輸所二百五十里

一率	十六
二率	四萬石
三率	四
四率	一千石

一率	十六
二率	四萬石
三率	五
四率	一千二百五十石

與每石車價四釐相乘得一兩併入
丁粟每石價一兩七錢共二兩七錢
歸除丁田一萬三千三百三十八畝
得四百九十四爲丁衰數次又以戊
輸所一百五十里與每石車價四釐
相乘得六錢併入戊粟每石價一兩

一率	二千五百
二率	二千石
三率	三百九十九
四率	三百一十九石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百五十三
四率	五百二十二石四斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	四百九十四
四率	三百九十五石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	六百八十四
四率	五百四十七石二斗

一率	二千五百
二率	二千石
三率	二百七十
四率	二百一十六石

三錢共一兩九錢歸除戊田五千一百三十畝得二百七十爲戊衰數乃合五衰數共二千五百爲一率
共粟二千石爲二率五處各衰數各爲三率推得各四率甲爲五百二十二石四斗乙爲五百四十七石
二斗丙爲三百一十九石二斗丁爲三百九十五石二斗戊爲二百一十六石五數相併共二千石以合
原數也此法蓋因地畝以定粟數故粟可以均然粟之價既有貴賤而道里又有遠近故取粟價以除地

畝正所以均其貴賤。而取車價併入粟價以除地畝。又所以均其遠近也。

設如買米八十四石。每米一石價一兩四錢七分。運價一錢三分。今欲抽米作運價與之。問正米與運價米各幾何。

法以每石米價一兩四錢七分與每石運價一錢三分相加。得一兩六錢爲一率。總米八十四石爲二率。每石米價一兩四錢七分爲三率。推得四率七十七石一斗七升五合。卽正米數。如先求運價米數。則仍以一兩六錢爲一率。總米八十四石爲二率。每石運價一錢三分爲三率。推得四率六石八斗二升五合。卽運價米數也。既得正米數與運價相乘。得十兩零三分二釐七毫五絲爲共運價。而以運費米數與米價相乘。亦得十兩零三分二釐七毫五絲。其數適相當也。此法蓋因八十四石爲正米與運價米之總數。今抽米作運費。故以米價與運價相併。亦爲米價與運價之總數。以總價與總米之比。卽同於米價與正米之比。又以總價與總米之比。卽同於運價與運米之比也。此法卽和數差分之變體。舊算書名爲就物抽分。因其以總米內抽運價。故爲抽分。然要以米價運價之和與總米爲比例。故附於和數比例之後。設如有絲四十三斤十二兩。每織絹一疋用絲一斤。與織工絲四兩。問織絹絲與織工絲各幾何。

一率	一兩六錢
二率	八十四石
三率	一兩四錢七分
四率	七十七石一斗七升五合

一率	一兩六錢
二率	八十四石
三率	一錢三分
四率	六石八斗二升五合

法以織絹絲一斤通爲十六兩，與織工絲四兩相加，得二十兩爲一率。總絲四十三斤十二兩，通爲七百兩爲二率。織工絲四兩爲三率，得四率一百四十兩，收爲八斤十二兩，卽織工絲與總絲相減，餘三十五斤卽織絹絲也。此亦就物抽分法也。以每疋織絹絲及織工絲之共數與總絲之比，卽同於每疋織工絲與總織工絲之比也。

一率	二十兩
二率	七百兩
三率	四兩
四率	一百四十兩

較數比例

比例之中有和數而復有較數者。以數相合而爲比例。故謂之和數。若夫因數之相較而成比例。則謂之較數。在九章謂之置價差分。其立法蓋以每一物與較數之比。卽若共物與共較之比。或以共物之較與每一物價之較爲比。卽若共物與每一物價之比也。又或有以實數相比者。或有以各物分數相比者。雖未有一定之規。然而總不越以彼此相差之較數爲比例。故今質名之曰較數比例焉。

設如有錢買綾羅二色。綾七尺。羅九尺。兩價相等。但知綾每尺價比羅每尺價多三十六文。問二色每尺價錢幾何。

法以綾一尺爲一率。綾比羅每尺價多三十六文爲二率。綾七尺爲三率。推得四率二百五十二文。卽綾七尺共多之數。又以綾七尺與羅九尺相減。餘羅二尺爲一率。綾七尺共多二百五十二文爲二率。羅一尺爲三率。推得四率一百二十六文。卽羅一尺之價。加多三十六文。得一百六十二文。卽綾一尺之價。以一百二十六文乘羅九尺。得一千一百三十四文。以一百六十二文乘綾七尺。亦得一千一百三十四文。兩價相等也。此法蓋因綾一尺多三十六文。則綾七尺共多二百五十二文也。夫綾價多二百五十二文。羅多二尺。而其價相等。則二百五十二文卽羅二尺之價。羅二尺價二百五十二文。則羅一尺價一百二十六文也。旣得羅價。

一率	一尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	二百五十二文

則綾價亦可推矣。

一率	二尺
二率	二百五十二文
三率	一尺
四率	一百二十六文

又法以綾七尺與羅九尺相減，餘二尺爲一率。綾比羅每尺價多三十六文，爲二率。綾七尺爲三率，推得四率一百二十六文。即羅每一尺之價，加多三十六文，得一百六十二文。即綾每一尺之價，如以羅九尺爲三率，推得四率一百六十二文。即綾每一尺之價，減多三十六文，餘一百二十六文。即羅每一尺之價也。此法共綾與共羅之較，爲二尺。綾每尺與羅每尺之較，爲三十六文。凡共物之較與共價之較相比，即同於共物與共價之比。而共物之較與每一物價之較相比，亦必同於共物與每一物價之比。故以綾共少二尺與羅每尺價

比，而共物之較與每一物價之較相比，亦必同於共物與每一物價之比。故以綾共少二尺與羅每尺價少三十六文之比，即同於綾共七尺與羅每尺價一百二十六文之比也。又以羅共多二尺與綾每尺多三十六文之比，亦即同於羅共九尺與綾每尺價一百六十二文之比也。

設如有銀買駝馬二色，馬十四，駝六匹。

兩價相等，但知駝每匹比馬每匹價多八兩，問二色每匹價銀若干。

法以駝一匹爲一率，駝比馬每匹價多八兩爲二率，駝六匹爲三率，推得四率四十八兩，即駝六匹共多

一率	二尺
二率	三十六文
三率	七尺
四率	一百二十六文

一率	二尺
二率	三十六文
三率	九尺
四率	一百六十二文

之數。又以馬十匹與駝六匹相減。餘馬四匹爲一率。駝六匹共多四十八兩爲二率。馬一匹爲三率。推得四率十二兩。卽馬一匹之價。加多八兩。得二十兩。卽駝一匹之價。以二十兩乘駝六匹。得一百二十兩。以十二兩乘馬十匹。亦得一百二十兩。兩價相等也。此法蓋因駝一匹多八兩。則駝六匹共多四十八兩也。夫駝價多四十八兩。馬多四匹。而其價相等。則四十八兩卽馬四匹之價。馬四匹價四十八兩。則馬一匹價十二兩也。

又法以駝六匹與馬十匹相減。餘四匹爲一率。駝比馬每匹價多八兩爲二率。駝六匹爲三率。推得四率十二兩。卽馬每匹之價。加多八兩。得二十兩。卽駝每匹之價。如以馬十匹爲三率。推得四率二十兩。卽駝每匹之價。減多八兩。餘十二兩。卽馬每匹之價也。蓋駝共少四匹。與馬每匹價少八兩之比。卽同於駝共六匹與馬每匹價十二兩之比。又馬共多四匹與駝每匹價多八兩之比。卽同於馬共十匹與駝每匹價二十兩之比也。

一率	一匹
二率	八兩
三率	六匹
四率	四十八兩

一率	四匹
二率	四十八兩
三率	一匹
四率	十二兩

一率	四匹
二率	八兩
三率	六匹
四率	十二兩

一率	四匹
二率	八兩
三率	十匹
四率	二十兩

設如有稻一十八石，稷二十二石，兩價相等。如交換五石，則兩邊俱差銀一兩六錢。問每石價與共價各若干。

法以交換五石爲一率，相差一兩六錢爲二率。稻一十八石爲三率，推得四率五兩七錢六分。即稻一十八石共多之數。又以稻一十八石與稷二十二石相減，餘稷四石爲一率，稻一十八石共多五兩七錢六分爲二率。稷一石爲三率，推得四率一兩四錢四分。即稷一石之價。以稷二十二石乘之，得三十一兩六錢八分。即稷之共價。亦即稻之共價。以稻一十八石除之，得一兩七錢六分。即稻一石之價也。如交換五石，則一爲稻十三石，稷五石，稻十三石價二十二兩八錢八分，稷五石價七兩二錢。相加得三十兩零八分。比共價三十一兩六錢八分少一兩六錢。一爲稷十七石，稻五石，稷十七石價二十四兩四錢八分，稻五石價八兩八錢。相加得三十三兩二錢八分。比共價三十一兩六錢八分則多一兩六錢。是兩邊俱差一兩六錢也。此法蓋因稻五石多一兩六錢，則稻十八石共多五兩七錢六分也。夫稻多五兩七錢六分，稷多四石，而其價相等，則五兩七錢六分即稷四石之共價。稷四石價五兩七錢六分，則稷一石價必一兩四錢四分。五稷二十二石價必三十一兩六錢八分。與稻十八石之價相等。故以十八除之，得稻每一石之價也。

一率	五石
二率	一兩六錢
三率	十八石
四率	五兩七錢六分

一率	四石
二率	五兩七錢六分
三率	一石
四率	一兩四錢四分

設如有金球八銀球十二兩重相等。今移換三。則銀球邊多六十兩。問金球銀球各重幾何。

法以移換之三爲一率。多六十兩折半。得三十兩。卽三金球比三銀球所多之數。爲二率。金球八爲三率。推得

四率八十兩。卽金球八共多之數。又以金球八與銀球十二相減。餘銀球四爲一率。共多八十兩爲二率。

銀球一爲三率。推得四率二十兩。卽銀球

一之重數。以十二乘之。得二百四十兩。卽

銀球十二之共重數。亦卽金球八之共重

數。以金球八除之。得三十兩。卽金球一之

重數也。此法蓋因移換三而差六十兩。卽

三金球比三銀球多三十兩。三銀球比三

金球少三十兩。其總差爲六十兩。故折半爲三金球多於三銀球之重數也。三金球多三十兩。則八金球

共多八十兩。夫金球多八十兩。銀球多四。而其重相等。則八十兩卽四銀球之重數。四銀球重八十兩。則

一銀球重二十兩。而十二銀球必重二百四十兩。與八金球之重相等。故以八除之。卽得金球之重數

也。

設如甲乙丙三人合本爲商。共得利銀四百兩。乙比甲多分十二兩。丙比乙又多分十六兩。問各分利銀

幾何。

法以共利銀四百兩內減乙比甲多十二兩。又減丙比甲多二十八兩。丙比乙多十六兩。則比甲多二十八兩。

一率	三箇
二率	三十兩
三率	八箇
四率	八十兩

一率	四箇
二率	八十兩
三率	一箇
四率	二十兩

餘三百六十兩。乃以甲乙丙共三人爲一率。三百六十兩爲二率。甲一人爲三率。推得四率一百二十兩。卽甲應得利銀數。加十二兩。得一百三十二兩。爲乙應得利銀數。又加十六兩。得一百四十八兩。爲丙應得利銀數也。此法減去乙丙共多於甲之數。所餘者卽三人均分之數。故以三人與三百六十兩之比。卽同於甲一人與一百二十兩之比也。

設如有銀七百四十兩。共買馬驢一百匹。馬八十四匹。驢二十四匹。其馬每匹價比驢每匹價多三兩。問馬驢每匹價各得幾何。

法以馬驢共一百匹爲一率。馬每匹多三兩與馬八十四匹相等。得二百四十兩。於總銀內減之。餘五百兩。爲二率。驢一匹爲三率。推得四率五兩。卽驢一匹之價。加馬每匹多三兩。得八兩。卽馬一匹之價。以馬價八兩乘馬八十四匹。得馬共價六百四十兩。以驢價五兩乘驢二十四匹。得驢共價一百兩也。此法蓋因馬每匹多三兩。則馬八十四匹。共多二百四十兩。於總銀內減去馬共多之價。則馬價皆同於驢價矣。故以總數一百匹與銀五百兩之比。卽同於驢一匹與銀五兩之比也。

設如有銀二千九百九十六兩二錢。買上等田一百六十畝。中等田三百畝。下等田四百六十畝。其上等田比中等田每畝價多四錢七分。中等田比下等田每畝價多一兩三錢五分。問三等田每畝價銀幾

一率	三人
二率	三百六十兩
三率	一人
四率	一百二十兩

一率	一百匹
二率	五百兩
三率	一匹
四率	五兩

何。

法以上中下三等田數相併得九百二十畝爲一率。將中等田三百畝用中等比下等每畝多一兩三錢五分乘之得四百零五兩爲中等比下等共多之數。又以上等田一百六十畝用上等比下等每畝多一兩八錢二分乘之。上等比中等每畝多四錢七分。中等比下等每畝多一兩三錢五分。共爲一兩八錢二分。得二百九十一兩二錢爲上等比下等共多之數。爰併兩數共六百九十六兩二錢。與總銀二千九百九十六兩二錢相減。餘二千三百兩爲二率。下等田一畝爲三率。推得四率二兩五錢。卽下等田每一畝之價。加多一兩三錢五分。得三兩八錢五分。卽中等田每一畝之價。再加多四錢七分。得四兩三錢二分。卽上等田每一畝之價也。此法蓋因中等田比下等田每畝多一兩三錢五分。則三百畝共多四百零五兩。上等田比下等田每畝多一兩八錢二分。則一百六十畝共多二百九十一兩二錢。於總銀內減去兩等共多之數。則上等田價中等田價皆同於下等田價矣。故以三等田共九百二十畝與銀二千三百兩之比。卽同於下等田每一畝與銀二兩五錢之比也。

設如二人行路疾徐不等。疾行者日行九十五里。徐行者日行七十五里。今令徐行者先行八日。問疾行者追及之日數幾何。

法以徐行七十五里與疾行九十五里相減。餘二十里爲一率。一日爲二率。徐行七十五里與先行八日

一率	九百二十畝
二率	二千三百兩
三率	一畝
四率	二兩五錢

相乘得六百里爲三率。推得四率三十日。卽追及之日數也。此法蓋因徐行者先行八日。以日行七十五里計之。則已多行六百里。今疾行者日行九十五里。則比徐行者每日多行二十里。多二十里爲一日追行之數。多六百里則爲三十日追行之數可知矣。

設如二人自鄉上城。一人步行。一人騎馬。使步行者先行三十七里。騎馬者追至一百五十四里。尙不及二十三里。問追及之里數幾何。

法以不及二十三里與先行三十七里相減。餘一十四里爲一率。追至一百五十四里爲二率。不及二十三里爲三率。推得四率二百五十三里。卽追及之里數也。此法蓋因步行者已先行三十七里。今騎馬者追之。止不及二十三里。是已追過十四里也。追過十四里。必須一百五十四里。今尙不及二十三里。則必須二百五十三里方能追及也。

設如一人行路。步行則三十日可到。騎行則二十日可到。今行二十六日到。問步行騎行日數各幾何。

法以三十日與二十日相減。餘十日爲一率。步行三十日爲二率。今行二十六日與騎行二十日相較。多六日爲三率。推得四率十八日。爲步行之日數。與共二十六日相減。餘八日。卽騎行之日數也。如以十日爲一率。騎行二十日爲二率。今行二十六日與步行三十日相較。少四日爲三率。推得四率八日。卽騎行

一率	二十里
二率	一日
三率	六百里
四率	三十日

一率	一十四里
二率	一百五十四里
三率	二十三里
四率	二百五十三里

之日數也。此法蓋因步行三十日可到。騎行二十日可到。則步行比騎行遲十日。即騎行比步行早十日也。步行比騎行遲十日。而步行爲三十日。今步行比騎行遲六日。則步行爲十八日可知矣。騎行比步行早十日。而騎行爲二十日。今騎行比步行早四日。則騎行爲八日可知矣。

設如有上下二等酒。上等酒每斤價銀五分。下等酒每斤價銀三分。今以二等酒相合一處。共重一百二十斤。每斤價銀三分六釐。問二等酒各幾何。

法以上等酒價銀五分內減下等酒價銀三分。餘二分爲一率。二等酒共一百二十斤爲二率。二等酒相合每斤價銀三分六釐與下等酒價銀三分相較。得多六釐爲三率。推得四率三十六斤。爲上等酒數。於二等酒共一百二十斤內減三十六斤。餘八十四斤。卽下等酒數也。如以二等酒相合每斤價銀三分六釐與上等酒價銀五分相較。得少一分四釐。

一率	十日
二率	三十日
三率	六日
四率	十八日

一率	十日
二率	二十日
三率	四日
四率	八日

一率	二分
二率	一百二十斤
三率	六釐
四率	三十六斤

一率	二分
二率	一百二十斤
三率	一分四釐
四率	八十四斤

釐爲三率。則得四率八十四斤。卽下等酒數也。此法上等酒價五分。下等酒價三分。是上等比下等多二分。卽下等比上等少二分也。若二等酒相合。價比下等酒價多二分。則一百二十斤皆上等酒矣。因二等酒相合。價比下等價多六釐。故知上等酒有三十六斤也。又二等酒相合。價比上等酒價少二分。則一百二十斤皆下等酒矣。因二等酒相合。價比上等價少一分四釐。故知下等酒有八十四斤也。

設如有布三百一十疋。每疋長四十尺。但知每疋扣運費二尺。共扣去一十六疋。復找回錢六百元。問布每疋價錢幾何。

法以每疋扣運費二尺與總布三百一十疋相乘。得六百二十尺。又以每疋長四十尺與共扣布一十六疋相乘。得六百四十尺。兩數相減。餘二十尺爲一率。找回錢六百元爲二率。每疋長四十尺爲三率。推得四率一千二百文。卽每一疋之價也。此法蓋以每疋扣運費二尺計之。則總布三百一十疋。當扣六百二十尺。今乃抽去十六疋。則扣去六百四十尺。是多扣去二十尺也。多扣去二十尺而找回錢六百元。是六百錢卽二十尺之價。二十尺價六百元。則四十尺一疋之數。價必一千二百文也。

設如有銀一千零八兩。買線一分。絲二分。綿三分。共重三百六十斤。俱不言價。但知綿二兩當線一兩之價。線二兩當絲一兩六錢之價。問三色各重若干。三色每斤價銀若干。

法以線一分。絲二分。綿三分。相併得六分爲一率。共重三百六十斤爲二率。線一分爲三率。推得四率六

一率	二十尺
二率	六百元
三率	四十尺
四率	一千二百文

十斤即線一分之重數。二因之得一百二十斤。即絲二分之重數。三因之得一百八十斤。即綿三分之重數。既得各色之重數。即以線重六十斤爲線之衰分。綿二兩當線一兩之價。即將綿一百八十斤二歸之。得九十斤爲綿之衰分。絲一兩六錢當線一兩之價。即將絲一百二十斤用一六除之。得七十五斤爲絲之衰分。併三衰分共二百二十五斤爲一率。總銀一千零八兩爲二率。線一斤爲三率。推得四率四兩四錢八分。即線每斤之價。二歸之。得二兩二錢四分。即綿每斤之價。一六除之。得二兩八錢。即絲每斤之價也。此法先求各色之重數。以共分與共重數之比。即同於線一分與線重數之比。又以各分數因之。即得各重數也。次求各色之價數。既以線重六十斤爲線衰分。則絲價與綿價必俱變爲與線相當之數。而後可以爲比例。蓋綿二兩當線一兩之價。則綿一百八十斤必當線九十斤之價。故以九十爲綿之衰分。絲一兩六錢當線一兩之價。則絲一百二十斤必當線七十五斤之價。故以七十五爲絲之衰分。既得各衰分。併之與總銀相比。即同於線每斤與每斤之價相比也。既得線每斤之價。以二除之。得綿每斤之價者。綿價居線價二分之一也。既得線每斤之價。又以一六除之。得絲每斤之價者。絲價居線價十六分之十也。

設如李王二人合本生利。不知二人本銀之數。但知李本銀比王本銀多一倍零八兩。共得利銀二十二

一率	六分
二率	三百六十斤
三率	一分
四率	六十斤

一率	二百二十五斤
二率	一千零八兩
三率	一斤
四率	四兩四錢八分

兩。李分十六兩。王分六兩。問二人各出本銀若干。

法以王利銀六兩加一倍。因李本銀比王本銀多一倍。故加一倍也。得十二兩。與李利銀十六兩相減。餘四兩爲一率。所零八兩爲二率。王之利銀六兩爲三率。推得四率十二兩。卽王之本銀數。加一倍又加八兩。共三十二兩。爲李之本銀數也。蓋李之本銀比王之本銀多一倍又多八兩。李之利銀比王之利銀多一倍又多四兩。是四兩卽爲八兩所得之利銀數。利銀四兩知本銀爲八兩。則王之利銀六兩。卽知其本銀爲十二兩也。

設如買緞一千疋。不言出銀之數。但知每疋賣價七兩二錢。則比原出銀少十分之一。問原出銀若干。法以分母十與分子一相減。餘九分爲一率。以七兩二錢與一千疋相乘。得七千二百兩爲二率。十分爲三率。推得四率八千兩。卽原出銀之數也。此法蓋因每疋賣價七兩二錢。比原出銀少十分之一。則今賣價止得原出銀十分之九。故以九分與今賣價之比。卽同於十分與原出銀之比也。

設如甲丙丁三人合本貿易。丙之本銀爲甲本銀五分之四。丁之本銀

爲甲本銀三分之二。丙之本銀比丁之本銀多十兩。問三人本銀各若干。

法以十五分爲甲之衰數。兩分母相乘之數。取甲五分之四。得十二分爲丙之衰數。取甲三分之二。得十

一率	四兩
二率	八兩
三率	六兩
四率	十二兩

一率	九分
二率	七千二百兩
三率	十分
四率	八千兩

分爲丁之衰數。

乃以丁十分與

丙十二分相減。

餘二分爲一率。

多十兩爲二率。

甲十五分爲三

率。推得四率七十五兩。爲甲本銀數。如以丙十二分爲三率。則得四率六十兩。爲丙本銀數。如以丁十分

爲三率。則得四率五十兩。爲丁本銀數。以丁銀與丙銀相減。餘十兩。卽丙多於丁之數也。

設如有銀賞三等。人一等八人。二等六人。三等九人。二等每人所得爲一等每人三分之一。三等每人所

得爲二等每人四分之一。二等比三等共多得三百兩。問每等每人各得幾何。

法以十二分爲一等每人之衰數。兩分母相乘之數。取十二分中之三分

之二。得八分爲二等每人之衰數。又取八分中之四分之一。得二分爲三

等每人之衰數。乃以一等十二分與一等八人相乘。得九十六分爲一等

八人共衰數。二等八分與二等六人相乘。得四十八分爲二等六人共衰

數。三等二分與三等九人相乘。得十八分爲三等九人共衰數。乃以三等

共衰十八分與二等共衰四十八分相減。餘三十分爲一率。二等比三等

一率	二分
二率	十兩
三率	十五分
四率	七十五兩

一率	二分
二率	十兩
三率	十二分
四率	六十兩

一率	二分
二率	十兩
三率	十分
四率	五十兩

一率	三十分
二率	三百兩
三率	十二分
四率	一百二十兩

共多得三百兩爲二率。一等每人衰數十二分爲三率。推得四率一百二十兩。爲一等每人所得之數。以一等八人乘之。得九百六十兩。卽一等八人所得之共數。如以二等每人衰數八分爲三率。則得四率八十兩。爲二等每人所得之數。以二等六人乘之。得四百八十兩。卽二等六人所得之共數。如以三等每人衰數二分爲三率。則得四率二十兩。爲三等每人所得之數。以三等九人乘之。得一百八十兩。卽三等九人所得之共數。以二等共得四百八十兩。與三等共得一百八十兩相減。餘三百兩。卽二等共多於三等之銀數也。

設如有田一百二十畝。一人一日耕四畝。一人一日種六畝。欲令二人同日完工。問耕者該先起工幾何。

法以四畝與六畝相乘。得二十四畝。以四畝互乘一日。得四日。以六畝互乘一日。得六日。乃以二十四畝爲一率。四日六日相減。餘二日。爲二率。一百二十畝爲三率。推得四率十日。卽是耕者該先起工十日也。此法蓋因四畝與六畝不同。故用互乘以

一率	三十分
二率	三百兩
三率	八分
四率	八十兩

一率	三十分
二率	三百兩
三率	二分
四率	二十兩



一率	二十四畝
二率	二日
三率	一百二十畝
四率	十日

齊其分。一得二十四畝。耕六日。一得二十四畝。種四日。欲令同日完工。則耕者當先起工二日。然則田二十四畝。當先起工二日。今田一百二十畝。則當先起工十日也。



數理精蘊下編卷七

線部五

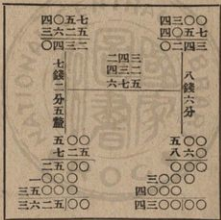
和較比例

比例之中有和數較數而復有和較者。用和數相比謂之和。用較數相比謂之較。至於設問中兩物相和。兩價相和。或每色中幾物相和。乃於和數中推求較數。因較數而成比例。是以和數爲體而較數爲用。故謂之和較比例。在九章一名貴賤差分。一名貴賤相和。其立法蓋於總物中求其相差之較。或於每物中求其相差之較。此貴賤差分法。或用互乘以齊其數。然後於互乘數中求其相差之較。作爲比例而得真數。此貴賤相和法。按法立算。雖各不同。要之總以和數推出較數爲比。此和較之所以名也。

設如有銀四百零五兩七錢。共買米麥五百石。米每石價銀八錢六分。麥每石價銀七錢二分五釐。問米麥各該幾何。

法以米麥共五百石用米每石價銀八錢六分乘之。得四百三十兩。與總銀四百零五兩七錢相較。則總銀少二十四兩三錢。又以米麥共五百石用麥每石價銀七錢二分五釐乘之。得三百六十二兩五錢。與總銀相較。則總銀多四十三兩二錢。乃以多少兩數相併。得六十七兩五錢爲一率。米麥共五百石爲二率。少二十四兩三錢爲三率。得四率一百八十石卽麥數。於共五百石內減之。餘三百二十石卽米數。如

以多四十三兩二錢爲三率，得四率三百二十石，亦卽米數也。此法蓋以五百石俱爲米計之，則價應四
 百三十兩，與今總銀相較，則總銀少二十四兩三錢。如以五百石俱爲麥計之，則價應三百六十二兩五錢，與今總銀相較，則總銀多四十三兩二錢。是米五百石比麥五百石價多六十七兩五錢，卽麥五百石比米五百石價少六十七兩五錢也。是知麥價比米價少六十七兩五錢而麥爲五百石，今總銀比米價少二十四兩三錢，則麥必爲一百八十石也。又米價比麥價多六十七兩五錢，而米爲五百石，今總銀比麥價多四十三兩二錢，則米必爲三百二十石也。又法以米麥每石價銀相減，餘一錢三分五釐爲一率，一石爲二率，以米麥共五百石用米價乘之，得四百三十兩，與總銀四百零五兩七錢相減，餘二十四兩三錢爲三率，得四率一百八十石，卽麥數。於共五



一率	六十七兩五錢
二率	五百石
三率	四十三兩二錢
四率	三百二十石

一率	六十七兩五錢
二率	五百石
三率	二十四兩三錢
四率	一百八十石

百石內減之餘三百二十石。卽米數。如以米麥共五百石用麥價乘之。得三百六十二兩五錢。與總銀四百零五兩七錢相減。餘四十三兩二錢。爲三率。得四率三百二十石。亦卽米數也。此法蓋因米一石比麥一石。其價相差一錢三分五釐。是知少一錢三分五釐而麥爲一石。今少二十四兩三錢。則麥必爲一百八十石也。又多一錢三分五釐而米爲一石。今多四十三兩二錢。則米必爲三百二十石也。前法以五百石總價之較。與五百石爲比。此法以每一石價之較與一石爲比。其理同也。

設如有銀一百兩。共買絀絹一百疋。絀每疋價銀一兩六錢。絹每疋價銀八錢。問絀絹各得幾何。

法以絀絹共一百疋用絀價一兩六錢乘之。得一百六十兩。與共銀一百兩相較。則共銀少六十兩。又以絀絹共一百疋用絹價八錢乘之。得八十兩。與共銀一百兩相較。則共銀多二十兩。乃以多少兩數相併。

$\begin{array}{r} 752 \\ 523 \\ \hline 752 \\ 430 \\ \hline 1182 \end{array}$	$\begin{array}{r} 752 \\ 523 \\ \hline 752 \\ 430 \\ \hline 1182 \end{array}$	$\begin{array}{r} 752 \\ 523 \\ \hline 752 \\ 430 \\ \hline 1182 \end{array}$	$\begin{array}{r} 752 \\ 523 \\ \hline 752 \\ 430 \\ \hline 1182 \end{array}$
---	---	---	---

一率	一錢三分五釐
二率	一石
三率	四十三兩二錢
四率	三百二十石

一率	一錢三分五釐
二率	一石
三率	二十四兩三錢
四率	一百八十石

得八十兩爲一率。絀絹一百疋爲二率。少六十兩爲三率。得四率七十五疋。卽絹數於共一百疋內減之。

餘二十五疋卽絀數。如以多

二十兩爲三率。得四率二十

五疋。亦卽絀數也。此法蓋以

一百疋俱爲絀計之。則價應

一百六十兩。與共銀相較。則

共銀少六十兩。如以一百疋

俱爲絹計之。則價應八十兩。

與共銀相較。則共銀多二十

兩。是絀一百疋比絹一百疋

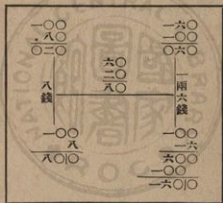
價多八十兩。卽絹一百疋比

絀一百疋價少八十兩也。是

知絹價比絀價少八十兩。而絹爲一百疋。今共價比絀價少六十兩。則絹必爲七十五疋也。又絀價比絹

價多八十兩。而絀爲一百疋。今共價比絹價多二十兩。則絀必爲二十五疋也。

又法以絀絹每疋價銀相減。餘八錢爲一率。絀一疋爲二率。以絀絹共一百疋用絀價乘之。得一百六十兩。與共銀一百兩相減。餘六十兩爲三率。得四率七十五疋。卽絹數。於共一百疋內減之。餘二十五疋。卽



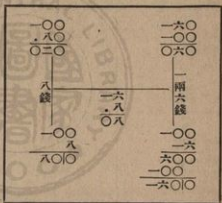
一率	八十兩
二率	一百疋
三率	二十兩
四率	二十五疋

一率	八十兩
二率	一百疋
三率	六十兩
四率	七十五疋

紬數。如以紬絹共一百疋用
 絹價乘之。得八十兩。與共銀
 一百兩相減。餘二十兩。為三
 率。得四率二十五疋。亦即紬
 數也。此法蓋因紬一疋比絹
 一疋。其價相差八錢。是知少
 八錢而絹為一疋。今少六十
 兩。則絹必為七十五疋也。又
 多八錢而紬為一疋。今多二
 十兩。則紬必為二十五疋
 也。

設如雞兔同籠。但知頭共三十六。足共一百。問雞兔各幾何。

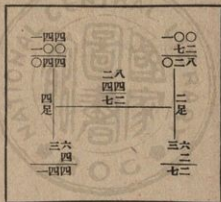
法以雞免共三十六頭用雞二足乘之。得七十二足。與共足一百相較。則共足多二十八。又以雞免共三十六頭用免四足乘之。得一百四十四足。與共足一百相較。則共足少四十四。乃以多少兩數相併。得七十二足為一率。共三十六頭為二率。少四十四足為三率。得四率二十二。即雞數。於共三十六隻內減之。餘十四。即免數。如以多二十八足為三率。得四率十四。亦即免數也。此法蓋以三十六俱為雞計之。則應



一率	八錢
二率	一疋
三率	二十兩
四率	二十五疋

一率	八錢
二率	一疋
三率	六十兩
四率	七十五疋

七十二足與今共足相較。則共足多二十八。若以三十六俱爲兔計之。則應一百四十四足。與今共足相較。則共足少四十四。是兔三十六。比雞三十六。多七十二足。即雞三十六。比兔三十六。少七十二足。是知雞少於兔七十二足。而雞爲三十六隻。今雞少於兔四十四足。則雞必爲七十二隻也。又兔多於雞七十二足。而兔爲三十六隻。今兔多於雞二十八足。則兔必爲十四隻也。又法以雞二足。兔四足相減。餘二足爲一率。一隻爲二率。又以共三十六隻用兔四足乘之。得一百四十四足。與共足一百相減。餘四十四爲三率。得四率二十二。即雞數。於共三十六隻內減之。餘十四。即兔數。如以共三十六隻用雞二足乘之。得七十二足。與共足一百相減。餘二十八爲三率。得四率十四。亦即兔



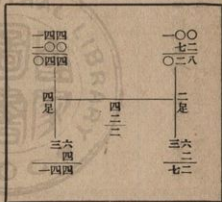
一率	七十二足	一率	七十二足
二率	三十六隻	二率	三十六隻
三率	二十八足	三率	四十四足
四率	一十四隻	四率	二十二隻

數也。此法蓋因雞一隻比兔一隻差二足，是知雞少於兔二足，而雞為一隻，今少於兔四十四足，則雞必為二十二隻也。又兔多於雞二足，而兔為一隻，今多於雞二十八足，則兔必為十四隻也。

設如有羊一百四十隻，大小不等，共剪毛一百五十斤，大羊每隻剪毛一

斤二兩，小羊每隻剪毛十二兩，問大小羊各幾何。

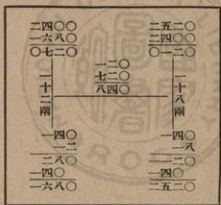
法以共羊一百四十隻，用大羊剪毛十八兩乘之，一斤作十六兩，加二兩，即十八兩也，得二千五百二十兩。與共剪毛二千四百兩相較，一百五十斤，變為兩得二千四百兩。則共剪毛數少一百二十兩。又以共羊一百四十隻，用小羊剪毛十二兩乘之，得一千六百八十兩，與共剪毛二千四百兩相較，則共剪毛數多七百二十兩，乃以多少兩數相併，得八百四十兩，為一率，共羊一百四十隻為二率，多七百二十兩為三率。



一率	二足
二率	一隻
三率	二十八足
四率	一十四隻

一率	二足
二率	一隻
三率	四十四足
四率	二十二隻

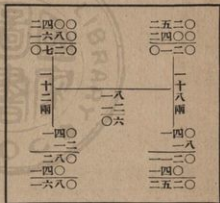
得四率一百二十隻。即大羊數。於共一百四十隻內減之。餘二十隻。即小羊數。如以少一百二十兩為三率。得四率二十隻。亦即小羊數也。此法蓋以一百四十隻俱為大羊計之。則應剪毛二千五百二十兩。與共剪毛數相較。則共剪毛數少一百二十兩。若以一百四十隻俱為小羊計之。則應剪毛一千六百八十兩。與共剪毛數相較。則共剪毛數多七百二十兩。是大羊一百四十隻比小羊一百四十隻多八百四十兩。即小羊一百四十隻比大羊一百四十隻少八百四十兩也。是知多八百四十兩而大羊為一百四十隻。今少七百二十兩。則大羊必為一百二十隻也。又少八百四十兩而小羊為一百四十隻。今少一百二十兩。則小羊必為二十隻也。又法以大羊剪毛十八兩。小羊剪毛十二兩相減。餘六兩為一率。一隻為二率。以共羊一百四十隻用小羊剪毛數乘之。得一千六百八十兩。與共剪毛二千四百兩相減。餘七百二十兩為三率。得四率一百二十隻。



一率	八百四十兩
二率	一百四十隻
三率	一百二十兩
四率	二十隻

一率	八百四十兩
二率	一百四十隻
三率	七百二十兩
四率	一百二十隻

十隻。即大羊數。於共一百四十隻內減之。餘二十隻。即小羊數。如以共羊一百四十隻用大羊剪毛數乘之。得二千五百二十兩。與共剪毛二千四百兩相減。餘一百二十兩。為三率。得四率二十隻。亦即小羊數也。此法蓋以大羊一隻比小羊一隻所剪毛差六兩。是知多六兩而大羊為一隻。今多七百二十兩。則大羊必為一百二十隻也。又少六兩而小羊為一隻。今少一百二十兩。則小羊必為二十隻也。設如有玉在石中。但知正方每邊四寸。共重一百六十兩八錢。問玉有幾何。法以方邊四寸自乘再乘。得六十四寸為正方體積。乃以六十四寸用玉寸方定率二兩六錢乘之。得一百六十六兩四錢。與共重一百六十兩八錢相較。則共重少五兩六錢。又以六十四寸用石寸方定率二兩五錢乘之。得一百六十兩。與共重一百六十兩八錢相較。則共重多八錢。乃以多少兩數相併。得六兩



一率	六兩
二率	一隻
三率	一百二十兩
四率	二十隻

一率	六兩
二率	一隻
三率	七百二十兩
四率	一百二十隻

四錢爲一率。玉六十四寸爲二率。多八錢爲三率。得四率八寸。卽玉數於共六十四寸內減之。餘五十六寸。卽石數。如以少五兩六錢爲三率。得四率五十六寸。亦卽石數也。旣得玉八寸。則以玉寸方定率二兩

六錢乘之。得二十兩八錢。卽玉

之重數。於共重一百六十兩八

錢內減之。餘一百四十兩。卽石

之重數。如以石五十六寸用石

寸方定率二兩五錢乘之。得一

百四十兩。亦卽石之重數也。此

法蓋以六十四寸俱爲玉計之。

則應重一百六十六兩四錢。與

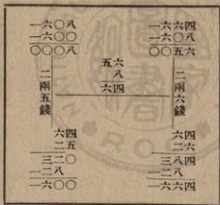
共重數相較。則共重數少五兩

六錢。若以六十四寸俱爲石計

之。則應重一百六十兩。與共重

數相較。則共重數多八錢。是石六十四寸比玉六十四寸少六兩四錢。卽玉六十四寸比石六十四寸多六兩四錢也。是知多六兩四錢而玉爲六十四寸。今多八錢。則玉必爲八寸也。又少六兩四錢而石爲六

十四寸。今少五兩六錢。則石必爲五十六寸也。

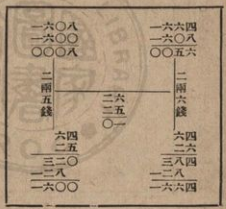


一率	六兩四錢
二率	六十四寸
三率	五兩六錢
四率	五十六寸

一率	六兩四錢
二率	六十四寸
三率	八錢
四率	八寸

又法以玉寸方定率二兩六錢與石寸方定率二兩五錢相減。餘一錢爲一率。一寸爲二率。以共積六十四寸用石寸方定率二兩五錢乘之。得一百六十兩。與共重一百六十兩八錢相減。餘八錢爲三率。得四率八寸。卽玉數。於共六十四寸內減之。餘五十六寸。卽石數。如以共積六十四寸用玉寸方定率二兩六錢乘之。得一百六十六兩四錢。與共重一百六十兩八錢相減。餘五兩六錢爲三率。得四率五十六寸。亦卽石數也。此法蓋以玉一寸比石一寸。其重差一錢。是知多一錢而玉爲一寸。今多八錢。則玉必爲八寸也。又少一錢而石爲一寸。今少五兩六錢。則石必爲五十六寸也。

設如有金銀共重三百二十一兩。鎔於一處。作成一正方體。每邊三寸。問金銀各重幾何。法以方邊三寸自乘再乘。得二十七寸爲正方體積。乃以二十七寸俱作金算。用金寸方定率十六兩八



一率	一錢
二率	一寸
三率	五兩六錢
四率	五十六寸

一率	一錢
二率	一寸
三率	八錢
四率	八寸

錢乘之得四百五十三兩六錢。與共重三百二十一兩相較。則共重少一百三十二兩六錢。又以二十七寸俱作銀算。用銀寸方定率九兩乘之。得二百四十三兩。與共重三百二十一兩相較。則共重多七十八兩。乃以多少兩數相併。得二百一十兩六錢為一率。金二十七寸重四百五十三兩六錢為二率。多七十八兩為三率。得四率一百六十八兩。即金數。於共重三百二十一兩內減之餘。一百五十三兩。即銀數。如以銀二十七寸重二百四十三兩為二率。少一百三十二兩六錢為三率。得四率一百五十三兩。亦即銀數也。此法蓋因金二十七寸比銀二十七寸多二百一十兩六錢。即銀二十七寸比金二十七寸少二百一十兩六錢。是知金比銀多二百一十兩六錢。而金為四百五十三兩六錢。今多七十八兩。則金必為一百六十八兩也。又銀比金少二百一十兩六錢。而銀為二百四十三兩。今少一百三十二兩六錢。則銀必

三二一〇	四三六	三六〇
二四三〇	五二二	六一二
〇七八〇	一三三	二六六
九兩	一三六	十六兩八錢
二七〇	二一〇	七〇八
〇九〇	二六六	二一六
〇〇〇	一六二	〇〇〇
二四三〇	二七〇	二七〇
二四三〇	四五三	六〇〇

一率	二百一十兩六錢
二率	二百四十三兩
三率	一百三十二兩六錢
四率	一百五十三兩

一率	二百一十兩六錢
二率	四百五十三兩六錢
三率	七十八兩
四率	一百六十八兩

爲一百五十三兩也。

又法以銀寸方定率九兩與金寸方定率十六兩八錢相減，餘七兩八錢爲一率。金一寸重十六兩八錢爲二率，以共積二十七寸用銀寸方定率九兩乘之，得二百四十三兩，與共重三百二十一兩相減，餘七十八兩爲三率，得四率一百六十八兩，卽金數。於共重三百二十一兩內減之餘一百五十三兩，卽銀數。如以銀一寸重九兩爲二率，以共積二十七寸用金寸方定率十六兩八錢乘之，得四百五十三兩六錢，與共重三百二十一兩相減，餘一百三十二兩六錢爲三率，得四率一百五十三兩，亦卽銀數也。此法蓋以金一寸比銀一寸，其重相差七兩八錢，是知多七兩八錢而金爲十六兩八錢，今多七十八兩，則金必爲一百六十八兩也。又少七兩八錢而銀爲九兩，今少一百三十二兩六錢，則銀必爲一百五十三兩也。



一率	七兩八錢
二率	九兩
三率	一百三十二兩六錢
四率	一百五十三兩

一率	七兩八錢
二率	十六兩八錢
三率	七十八兩
四率	一百六十八兩

設如有金器一件內有銀相參合共重一百七十兩四錢問金銀各重若干

法用一桶盛水令滿將金器入內看溢出之水得正方寸數幾何假如得十二寸即為金銀共積以金寸

方定率十六兩八錢乘之得

二百零一兩六錢與共重一

百七十兩四錢相較則共重

少三十一兩二錢又以銀寸

方定率九兩乘之得一百零

八兩與共重一百七十兩四

錢相較則共重多六十二兩

四錢乃以多少兩數相併得

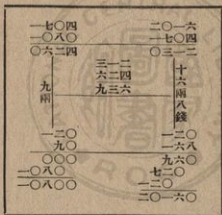
九十三兩六錢為一率金十

二寸重二百零一兩六錢為

二率多六十二兩四錢為三

率得四率一百三十四兩四錢即金數於共重一百七十兩四錢內減之餘三十六兩即銀數如以銀十

二寸重一百零八兩為二率少三十一兩二錢為三率得四率三十六兩亦即銀數也又法以金寸方定率十六兩八錢與銀寸方定率九兩相減餘七兩八錢為一率金一寸重十六兩八錢



一率	九十三兩六錢
二率	二百零一兩六錢
三率	六十二兩四錢
四率	一百三十四兩四錢

一率	九十三兩六錢
二率	一百零八兩
三率	三十一兩二錢
四率	三十六兩

爲二率。以共積十二寸用銀寸方定率九兩乘之。得一百零八兩。與共重一百七十兩四錢相減。餘六十二兩四錢爲三率。得四率一百三十四兩四錢。卽金數。於共重一百七十兩四錢內減之。餘三十六兩。卽銀數。如以銀一寸重九兩爲二率。以共積十二寸用金寸方定率十六兩八錢乘之。得二百零一兩六錢。與共重一百七十兩四錢相減。餘三十一兩二錢爲三率。得四率三十六兩。亦卽銀數也。

設如有金鑄一器。重三百兩。俱係九六成色。今用九九成色及九一成色二等金替換。問各得幾何。

法以九六成色與三百兩相乘。得二百八十八兩。爲原金數。乃以九九成色與三百兩相乘。得二百九十七兩。與原金二百八十八兩相較。則原金少九兩。又以九一成色與三百兩相乘。得二百七十三兩。與原金二百八十八兩相較。則原金多十五兩。爰以多少兩數相併。得二十四兩。爲一率。三百兩爲二率。原金

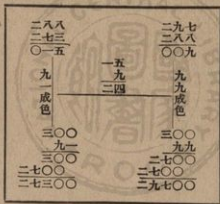
$\begin{array}{r} 一七〇四 \\ 一〇八〇 \\ \hline 〇六二四 \\ \hline 九兩 \\ \hline 一二〇〇 \\ 〇〇〇 \\ \hline 一〇八〇 \\ \hline 一〇八〇〇 \end{array}$	$\begin{array}{r} 一六〇四 \\ 一七〇四 \\ \hline 〇三一二 \\ \hline 十六兩八錢 \\ \hline 一二〇〇 \\ 一六八 \\ \hline 九六〇 \\ \hline 七二〇 \\ \hline 一二〇 \\ \hline 二〇一六〇 \end{array}$
--	--

一率	七兩八錢
二率	九兩
三率	三十一兩二錢
四率	三十六兩

一率	七兩八錢
二率	十六兩八錢
三率	六十二兩四錢
四率	一百三十四兩四錢

比九一成色多十五兩爲三率，得四率一百八十七兩五錢，即九九成色金數。於共重三百兩內減之，餘一百一十二兩五錢，即九一成色金數。如以原金比九九成色少九兩爲三率，得四率一百一十二兩五錢，亦即九一成色金數也。蓋九六成色金三百兩爲十成金二百八十八兩，而九九成色金三百兩爲十成金二百九十七兩，九一成色金三百兩爲十成金二百七十三兩。是知九九比九一多二十四兩，而九九成色金爲三百兩，今九六比九一多十五兩，則九九成色金必爲一百八十七兩五錢也。又九一比九一少二十四兩，而九一成色金爲二百兩，今九六比九九少九兩，則九一成色金必爲一百一十二兩五錢也。

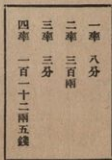
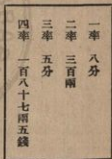
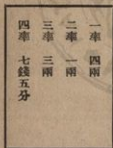
又法以九九與九一相減，餘八分爲一率，金三百兩爲二率，以九一與九六相減，餘五分爲三率，得四率



一率	二十四兩
二率	三百兩
三率	九兩
四率	一百一十二兩五錢

一率	二十四兩
二率	三百兩
三率	十五兩
四率	一百八十七兩五錢

一百八十七兩五錢，即九九成色金數。於共重三百兩內減之，餘一百一十二兩五錢，即九一成色金數。如以九九與九六相減，餘三分為三率，得四率一百一十二兩五錢，亦即九一成色金數也。蓋九九比九一多八分，而九九成色金為三百兩，今九六比九一多五分，則九九成色金必為一百八十七兩五錢也。又九一比九九少八分，而九一成色金為三百兩，今九六比九九少三分，則九一成色金必為一百一十二兩五錢也。設如甲乙二人有金成色不等，甲金一兩可準銀一十二兩，乙金一兩可準銀八兩，今欲鎔為一處，令金一兩準銀九兩，問甲乙二人於一兩金中各出金幾何。



得四兩爲一率。金一兩爲二率。比甲少三兩爲三率。得四率七錢五分。即乙所出金數。如以比乙多一兩爲三率。得四率二錢五分。即甲所出金數也。此法因銀十二兩與八兩皆金一兩所準之數。雖相乘其數不動。故直以十二與八相減作一率。以十二與九。八與九之兩較相併得四。即十二與八相減之餘數也。蓋乙比甲銀少四兩。而乙金爲一兩。今比甲銀少三兩。則乙金必爲七錢五分也。又甲比乙銀多四兩。而甲金爲一兩。今比乙銀多一兩。則甲金必爲二錢五分也。

設如有錢四千九百九十五文。買粟棗共五千枚。只云粟九枚錢一十一文。棗七枚錢四文。問二色與價各得若干。

法先用互乘以齊其分。以粟九與棗七相乘。得六十三。爲乘出之總物分。即以六十三乘總錢四千九百九十五文。得三十一萬四千六百八十五文。爲乘出之總錢數。又以棗七乘粟價十一文。得七十七文。爲乘出之粟價。以粟九乘棗價四文。得三十六文。爲乘出之棗價。然後以粟棗共五千枚。用粟價七十七文乘之。得三十八萬五千文。與乘出之總錢三十一萬四千六百八十五文相較。則總錢少七萬零三百一十五文。又以粟棗共五千枚。用棗價三十六文乘之。得一十八萬文。與乘出之總錢三十一萬四千六百八十五文相較。則總錢多一十三萬四千六百八十五文。乃以粟價七十七文與棗價三十六文相減。餘四十一文。爲一率。一枚爲二率。多一十三萬四千六百八十五



文爲三率得四率三千二百八十五枚。即粟數於共五千枚內減之。餘一千七百一十五枚。即粟數。如以少七萬零三百一十五文爲三率。得四率一千七百一十五枚。亦即粟數也。既得粟數。則以九枚爲一率。

十一文爲二率。三千二百

八十五枚爲三率。得四率

四千零一十五文。即粟之

共價。既得粟數。則以七枚

爲一率。四文爲二率。一千

七百一十五枚爲三率。得

四率九百八十文。即粟之

共價也。如欲先得各價。則

以四十一文爲一率。粟價

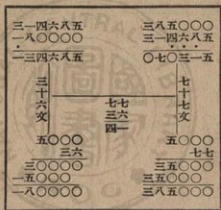
七十七文爲二率。多一十

三萬四千六百八十五文

爲三率。得四率二十五萬二千九百四十五文。以六十三除之。得四千零一十五文。即粟之共價。於共錢

四千九百九十五文內減之。餘九百八十文。即粟之共價。如以四十一文爲一率。粟價三十六文爲二率。

少七萬零三百一十五文爲三率。得四率六萬一千七百四十文。以六十三除之。得九百八十文。亦即粟



- 一率 四十一文
- 二率 一枚
- 三率 七萬零三百一十五文
- 四率 一千七百一十五枚

- 一率 四十一文
- 二率 一枚
- 三率 一十三萬四千六百八十五文
- 四率 三千二百八十五枚

之共價也。此法九章名爲貴賤相和。蓋因粟九枚，棗七枚，其數不同，故用互乘以齊其分，得粟六十三枚，價七十七文，棗六十三枚，價三十六文。今以六十三枚當一枚，則爲粟一枚價七十七文，棗一枚價三十六文。是其價各加六十三倍。故將總錢亦加六十三倍，卽爲粟棗共五千枚，共價三十一萬四千六百八十五文。而粟一枚比棗一枚，其價相差四十一文。是知粟價比棗價多四十一文，而粟爲一枚，今共價比棗價多一十三萬四千六百八十五文。則粟必爲三千二百八十五枚也。又棗價比粟價少四十一文，而棗爲一枚，今共價比粟價少七萬零三百一十五文。則棗必爲一千七百一十五枚也。其先求各價者，蓋因粟價比棗價多四十一文，而粟價爲七十七文，今共價比棗價多一十三萬四千六百八十五文，則粟價必爲二十五萬二千九百四

一率	九枚
二率	十一文
三率	三千二百八十五枚
四率	四千零十五文

一率	七枚
二率	四文
三率	一千七百一十五枚
四率	九百八十文

一率	四十一文
二率	七十七文
三率	一十三萬四千六百八十五文
四率	二十五萬二千九百四十五文

一率	四十一文
二率	三十六文
三率	七萬零三百一十五文
四率	六萬一千七百四十文

十五文。因各價皆爲加六十三倍。故以六十三除之。得四千零一十五文爲粟之共價也。又棗價比粟價少四十一文。而棗價爲三十六文。今共價比粟價少七萬零三百一十五文。則棗價必爲六萬一千七百四十文。亦以六十三除之。得九百八十八文爲棗之共價也。

又法以棗七枚粟九枚共五千枚列於上。棗價四文粟價十一文共價四千九百九十五文列於下。乃以下棗價四文遍乘上棗七枚粟九枚共五千枚。得棗二十八枚粟三十六枚共二萬枚。又以上棗七枚遍乘下棗價四文。粟價十一文。共價四千九百九十五文。得棗價二十八文。粟價七十七文。共價三萬四千九百六十五文。兩下相較。則棗數與棗價同爲二十八。彼此減盡。棗價比粟數多四十一。共價比共數多一萬四千九百六十五。爰以多四十一爲一率。粟九枚爲二率。多一萬四千九百六十五爲三率。得四率三千二百八十五枚。卽粟數。於五千枚內減之。餘一千七百一十五枚。卽棗數。如以粟價

棗	粟	共
七	九	五〇〇〇
四	一	四九九五
二八	三六	二〇〇〇〇
二八	七七	三四九六五
〇〇	四一	一四九六五

一率	四十一
二率	九枚
三率	一萬四千九百六十五
四率	三千二百八十五枚

一率	四十一
二率	十一文
三率	一萬四千九百六十五
四率	四千零一十五文

十一文爲二率，得四率四千零一十五文，卽粟之共價。於四千九百九十五文內減之，餘九百八十文，卽棗之共價也。若欲先得棗數，則以粟九枚價十一文移於前，棗七枚價四文移於後，乃以下粟價十一文遍乘上粟九枚，棗七枚，共五千枚，得粟九十九枚，棗七十七枚，共五萬五千枚。又以上粟九枚遍乘下粟價十一文，棗價四文，共價四千九百九十五文，得粟價九十九文，棗價三十六文，共價四萬四千九百五十五文。兩下相較，則粟數與粟價同爲九十九，彼此減盡，棗價比棗數少四十一，共價比共數少一萬零四十五。爰以少四十一爲一率，棗七枚爲二率，少一萬零四十五爲三率，得四率一千七百一十五枚，卽棗數。如以棗價四文爲二率，得四率九百八十文，卽棗之共價也。此法與方程互乘齊分之理同。其先求粟數而以棗數列於前者，蓋將棗數粟數共數皆加四倍，棗價粟價共價皆加七倍，則棗數與棗價相同，是爲每棗一枚價一文。夫棗數與棗價既相同，而減盡無餘，則棗粟共數內之共棗數與

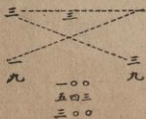
粟 九 — 九九 九九 〇〇	棗 七 四 七 七 三 六 四	共 五〇〇〇 四九九五 五五〇〇〇 四四九五 — 一〇〇四五
-------------------------------	--	--

一率	四十一
二率	四文
三率	一萬零四十五
四率	九百八十文

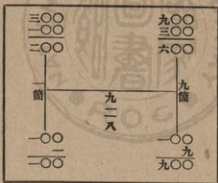
一率	四十一
二率	七枚
三率	一萬零四十五
四率	一千七百一十五枚

棗粟共價內之共棗價亦必相同。而減盡無餘。所餘者即爲共粟價多於共粟數之較。是比每粟一枚價一文所多之數。是知粟價比粟數多四十一文。而粟爲九枚。粟價爲十一文。今共粟價比共粟數多一萬四千九百六十五文。則粟必爲三千二百八十五枚。粟價必爲四千零一十五文也。其先求棗數。而以粟數列於前者。蓋將粟數棗數共數皆加十一倍。粟價棗價共價皆加九倍。則粟數與粟價相同。是爲每粟一枚價一文。夫粟數與粟價既相同。而減盡無餘。則粟棗共數內之共粟數與粟棗共價內之共粟價亦必相同。而減盡無餘。所餘者即爲共棗價少於共棗數之較。是比每棗一枚價一文所少之數。是知棗價比棗數少四十一文。而棗爲七枚。棗價爲四文。今共棗價比共棗數少一萬零四十五文。則棗必爲一千七百一十五枚。棗價必爲九百八十文也。

設如有僧一百人。給饅首一百箇。大僧一人給三箇。小僧三人給一箇。問大小僧數及各得饅首若干。法先用互乘以齊其分。以大僧一人與小僧三人相乘。得三人爲乘出之總僧數。即以三人乘饅首一百箇。得三百箇。爲乘出之共饅首數。又以小僧三人乘大僧饅首三箇。得九箇。爲乘出之大僧饅首數。以大僧一人乘小僧饅首一箇。仍得一箇。爲乘出之小僧饅首數。然後以共僧一百人與大僧饅首九箇相乘。得九百箇。與乘出之共饅首三百箇相較。則共饅首少六百箇。又以共僧一百人與小僧饅首一箇相乘。得一百箇。與乘出之共饅首三百箇相較。則共饅首多二百箇。乃以大僧饅首九箇與小僧饅



首一箇相減。餘八箇爲一率。一人爲二率。多二百箇爲三率。得四率二十五人。即大僧數。於共僧一百人內減之。餘七十五人。即小僧數。如以少六百箇爲三率。得四率七十五人。亦即小僧數也。既得僧數。則以一人爲一率。三箇爲二率。大僧二十五人爲三率。得四率七十五箇。即大僧餽首數。又以三人爲一率。一箇爲二率。小僧七十五人爲三率。得四率二十五箇。即小僧餽首數也。如欲先得餽首數。則仍以八箇爲一率。大僧餽首九箇爲二率。今多二百箇爲三率。得四率二百二十五箇。三歸之。得七十五箇。即大僧餽首數。於共餽首一百箇內減之。餘二十五箇。即小僧餽首數。如以八箇爲一率。小僧餽首一箇爲二率。今少六百箇爲三率。得四率七十五箇。亦即小僧餽首數也。此法用互乘。得大僧三人。餽首九箇。小僧三人。餽首一箇。今以三人當一人。則爲大僧一人。餽首九箇。小僧一人。餽首一箇。是餽首爲加三倍。故將共餽首亦加三倍。卽爲共僧一百人。共餽首三百箇。而大僧一人。比小僧一人。餽首差八箇。是知多八



一率	八箇
二率	一人
三率	六百箇
四率	七十五人

一率	八箇
二率	一人
三率	二百箇
四率	二十五人

箇而大僧爲一人。今多二百箇。則大僧必爲二十五人也。又少八箇而小僧爲一人。今少六百箇。則小僧必爲七十五人也。其先求饅首者。因多八箇而大僧饅首爲九箇。今多二百箇。則大僧饅首必爲二百二十五箇。因饅首爲加三倍。故以三歸之。得七十五箇。爲大僧饅首數。又少八箇。而小僧饅首爲一箇。今少六百箇。則小僧饅首必爲七十五箇。亦以三歸之。得二十五箇。爲小僧饅首數也。

又法以小僧三人。大僧一人。共僧一

百人。列於上。小僧饅首一箇。大僧饅首三箇。共饅首一百箇。列於下。乃以下小僧饅首一箇。遍乘上小僧三人。大僧一人。共僧一百人。仍得原數。又以上小僧三人。遍乘下小僧饅首一箇。大僧饅首三箇。共饅首一百箇。得小僧饅首三箇。大僧饅首九箇。共饅首三百箇。兩下相較。則小僧人數與饅首數同爲三。彼此減盡。大僧饅首數比人數多八。共饅首數比共人數多二百。爰以多八爲一率。大僧一人爲二率。多二百

一率	一人
二率	三箇
三率	二十五人
四率	七十五箇

一率	八箇
二率	九箇
三率	二百箇
四率	二百二十五箇

一率	三人
二率	一箇
三率	七十五人
四率	二十五箇

一率	八箇
二率	一箇
三率	六百箇
四率	七十五箇

爲三率得四率二十五人。卽大僧數於共一百人內減之餘七十五人。卽小僧數。如以大僧餽首三箇爲二率得四率七十五箇。卽大僧餽首數。於共餽首一百箇內減之餘二十五箇。卽小僧餽首數也。若欲先得小僧數。則以大僧一人餽首三箇移於前。小僧三人餽首一箇移於後。乃以下大僧餽首三箇遍乘上大僧一人。小僧三人。共僧一百人。得大僧三人。小僧九人。共僧三百人。又以上大僧一人遍乘下大僧餽首三箇。小僧餽首一箇。共餽首一百箇。仍得原數。兩下相較。則大僧與大僧餽首同爲三。彼此減盡。小僧餽首數比人數少八。共僧餽首數比共人數少二百。爰以少八爲一率。小僧三人爲二率。少二百爲三率。得四率七十五。卽小僧人數。如以小僧餽首一箇爲二率。得四率二十五箇。卽小僧餽首數也。此法先求大僧數。而以小僧列於前者。蓋將小僧餽首。大僧餽首。共僧餽首數。皆加三倍。則小僧人數與餽首數相同。是爲每小僧一人餽首一箇。夫小僧數與餽首數既相同。而減盡無餘。則共僧數內之共小僧數。與共餽首數內之

小	大	共
一	一	—○○
三	九	—○○
三	一	—○○
三	九	三○○
○	八	二○○

一率	八
二率	三箇
三率	二百
四率	七十五箇

一率	八
二率	一人
三率	二百
四率	二十五人

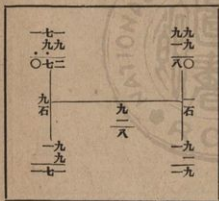
其小僧餽首數亦必相同。而減盡無餘。所餘者即爲大僧共餽首數多於共人數之較。是比每大僧一人餽首一箇所多之數。是知餽首比人數多八箇。而大僧爲一人。大僧餽首爲三箇。今餽首比人數多二百箇。則大僧必爲二十五人。大僧餽首必爲七十五箇也。其先求小僧數。而以大僧列於前者。蓋將大僧小僧共餽數皆加三倍。則大僧數與餽首數相同。是爲每大僧一人餽首一箇。夫大僧數與餽首數既相同。而減盡無餘。則共餽數內之共大僧數。與共餽首數內之共大僧餽首數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者即爲小僧餽首數少於小僧數之較。是比每小僧一人餽首一箇所少之數。是知少八箇。而小僧爲三人。小僧餽首爲一箇。今少二百箇。則小僧必爲七十五人。小僧餽首必爲二十五箇也。設如有豆三十三石。共換黃米京米一十九石。止云每黃米三石值豆一石。每京米一石值豆三石。問二色米各得幾何。

大	小	共
一	三	—〇〇
三	一	—〇〇
三	九	三〇〇
三	一	—〇〇
〇	八	二〇〇

一率	八
二率	一箇
三率	二百
四率	二十五箇

一率	八
二率	三人
三率	二百
四率	七十五人

法先用互乘以齊其分。以黃米三石與京米一石相乘，得三石，為乘出之共米數。即以三石乘共豆三十三石，得九十九石，為乘出之共豆數。以京米一石乘豆一石，仍得一石，為乘出黃米所值之豆數。以黃米三石乘豆三石，得九石，為乘出京米所值之豆數。然後以共米一十九石用黃米值豆一石乘之，仍得一十九石，與乘出之共豆九十九石相較，則共豆多八十一石。又以共米一十九石用京米值豆九石乘之，得一百七十一石，與乘出之共豆九十九石相較，則共豆多七十二石。乃以黃米值豆一石與京米值豆九石相減，餘八石為一率。一石為二率。少七十二石為三率。得四率九石，即黃米數。於共米十九石內減之，餘十石，即京米數。如以多八十石為三率，得四率十石，亦即京米數也。此法用互乘得黃米三石，值豆一石。京米三石，值豆九石。今以米三石當一石，則為黃米一石，值豆一石。京米一石，值豆九



一率 八石
二率 一石
三率 七十二石
四率 九石

一率 八石
二率 一石
三率 八十石
四率 十石

石是豆爲加三倍。故將共豆亦加三倍。卽爲共米一十九石。共豆九十九石。而黃米一石比京米一石所值豆差八石。是知豆少八石而黃米爲一石。今少七十二石。則黃米必爲九石也。又豆多八石。而京米爲一石。今多八十石。則京米必爲十石也。

又法以黃米三石。京米一石。共米一十九石列於上。黃米值豆一石。京米值豆三石。共豆三十三石列於下。乃以下黃米值豆一石遍乘上黃米三石。京米一石。共米一十九石。仍得原數。又以上黃米三石遍乘下黃米值豆一石。京米值豆三石。共豆三十三石。得黃米值豆三石。京米值豆九石。共豆九十九石。兩下相較。則黃米與所值豆同爲三石。彼此減盡。京米所值豆比京米多八石。共豆比共米多八十石。爰以多八石爲一率。京米一石爲二率。多八十石爲三率。得四率十石。卽京米數於共米一十九石內減之餘九石。卽黃米數也。如先求黃米數。則以京米一石值豆三石移於前。黃米三石值豆一石移於後。乃以京米值豆三石遍乘上京米一石。黃米三石。共米一十九石。得京米三石。黃米九石。共米五十七石。又以上京米一石遍乘下京米值豆三石。黃米值豆一石。共三十三石。仍得原數。兩下相較。則京米與所值豆俱爲三石。彼此減盡。黃米所值豆比黃米少

黃	京	共
三	一	一九
一	三	三
三	一	一九
三	九	九九
〇	八	八〇

一率	八石
二率	一石
三率	八十石
四率	十石

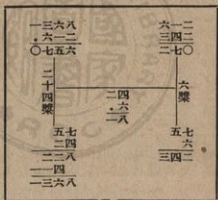
八石。共豆比共米少二十四石。爰以少八石爲一率。黃米三石爲二率。少二十四石爲三率。得四率九石。卽黃米數也。此法先求京米數。而以黃米列於前者。蓋將京米所值豆數。黃米所值豆數。共米所值豆數。皆加三倍。則黃米數與所值豆數相同。是爲每黃米一石值豆一石。夫黃米數與所值豆數既相同。而減盡無餘。則共米數內之共黃米數。與豆共數內之共黃米所值豆數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者卽爲共京米所值豆數多。於共京米之較。是比每京米一石值豆一石所多之數。是知豆比米多八石。而京米爲一石。今豆比米多八十石。則京米必爲十石也。其先求黃米數。而以京米列於前者。蓋將京米黃米共米皆加三倍。則京米數與所值豆數相同。是爲每京米一石值豆一石。夫京米數與所值豆數既相同。而減盡無餘。則共米數內之共京米數。與豆共數內之共京米所值豆數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者卽爲黃米所值豆數比黃米所少之較。是比每黃米一石值豆一石所少之數。是知豆比米少八石。而黃米爲三石。今豆比米少二十四石。則黃米必爲九石也。

設如有船桅共五十七。槳共二百零四。但知大船每隻三桅六槳。小船每隻一桅八槳。問大小船數各若干。

京	黃	共
一	三	一九
三	一	三三
三	九	五七
三	一	三三
〇	八	二四

一率	八石
二率	三石
三率	二十四石
四率	九石

法先用互乘以齊其分。以大船三桅與小船一桅相乘。得三桅。爲乘出之共桅數。卽以三桅乘共槳二百零四。得六百一十二。爲乘出之共槳數。以小船一桅乘大船六槳。仍得六槳。爲乘出大船之槳數。以大船三桅乘小船八槳。得二十四槳。爲乘出小船之槳數。然後以其桅五十七用大船六槳乘之。得三百四十二。與乘出之共槳六百一十二相較。則共槳多二百七十。又以共桅五十七用小船二十四槳乘之。得一千三百六十八。與乘出之共槳六百一十二相較。則共槳少七百五十六。乃以大船六槳與小船二十四槳相減。餘十八槳。爲一率。一桅爲二率。少七百五十六槳爲三率。得四率四十二。卽大船桅數。三歸之。得十四。卽大船數也。於共桅五十七內減大船桅數。餘十五。卽小船桅數。亦卽小船數。如以多二百七十槳爲三率。得四率十五。亦卽小船桅數也。此法用互乘。得大船三桅六槳。小船三桅二十四槳。今



一率 一十八槳
二率 一桅
三率 七百五十六槳
四率 四十二桅

一率 一十八槳
二率 一桅
三率 二百七十槳
四率 一十五桅

以三桅當一桅。則爲大船一桅六槳。小船一桅二十四槳。是槳爲加三倍。故將共槳亦加三倍。卽爲共五十七桅。共六百一十二槳。而大船一桅比小船一桅差十八槳。是知少十八槳。而大船爲一桅。今少七百五十六槳。則大船必爲四十二桅也。多十八槳。而小船爲一桅。今多二百七十槳。則小船必爲十五桅也。

又法以小船一桅。大船三桅。共五十七桅。列於上。小船八槳。大船六槳。共二百零四槳。列於下。乃以下小船八槳。遍乘上小船一桅。大船三桅。共五十七桅。得小船八桅。大船二十四桅。共四百五十六槳。又以上小船一桅。遍乘下小船八槳。大船六槳。共二百零四槳。仍得原數。兩下相較。則小船桅與槳同爲八。彼此減盡。大船桅比槳多十八。共桅比共槳多二百五十二。爰以多十八爲一率。大船三桅爲二率。多二百五十二爲三率。得四率四十二桅。卽大船桅數。三歸之。得十四。卽大船數。於五十七桅內減去大船四十二桅。餘十五桅。卽小船桅數。亦卽小船數也。如欲先得小船數。則以大船三桅六槳移於前。小船一桅八槳移於後。乃以下大船六槳。遍乘上大船三桅。小船一桅。共五十七桅。得大船十八桅。小船六桅。共三百四十二桅。又以上大船三桅。遍乘下大船六槳。小船八槳。共二百零四槳。得

小	大	共
一	三	五
八	六	七
八	二	〇
八	四	四
〇	六	四
	一	二
	八	二

一率	十八
二率	三桅
三率	二百五十二
四率	四十二桅

大船十八槳。小船二十四槳。共六百一十二槳。兩下相較。則大船槳與槳同爲十八。彼此減盡。小船槳比槳少十八。共槳比共槳少二百七十。爰以少十八爲一率。小船一槳爲二率。少二百七十爲三率。得四率十五。槳即小船槳數。亦即小船數也。此法先求大船槳數。而以小船列於前者。蓋將小船槳數。大船槳數。共船槳數。皆加八倍。則小船槳數與槳數相同。是爲每小船一槳一槳。夫小船槳數與槳數既相同。而減盡無餘。則共槳數內之小船共槳數。與共槳數內之小船共槳數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者。即爲大船共槳數。多於大船共槳數之較。是比每大船一槳一槳。所多之數。是知多十八槳。而大船爲三槳。今多二百五十二槳。則大船必爲四十二槳也。其先求小船槳數。而以大船槳數列於前者。蓋將大船槳數。小船槳數。共船槳數。皆加六倍。槳數皆加三倍。則大船槳數與槳數相同。是爲大船一槳一槳。夫大船槳數與槳數既相同。而減盡無餘。則共槳數內之大船共槳數。與共槳數內之大船共槳數。亦必相同。而減盡無餘。所餘者。即爲小船共槳數。少於小船共槳數之較。是比每小船一槳一槳。所少之數。是知少十八槳。而小船爲一槳。今少二百七十槳。則小船必爲十五槳也。

一率	十八	共	五七
二率	一槳		二〇四
三率	二百七十		三四二
四率	十五槳		六一二
			二七〇

大	三六	小	一八	共	五七
					二〇四
	一八		六		三四二
	一八		二四		六一二
	〇〇		一八		二七〇

設如有銀八十七兩按飯銀馬銀二項分給衆人。但知三人共給二兩飯銀。七人共給五兩馬銀。問人數及二項銀數各若干。

法以三人與七人相乘得二十一人。又以三人乘馬銀五兩得一十五兩。七人乘飯銀二兩得一十四兩。爰以十四兩與十五兩相併得二十九兩爲一率。二十一人爲二率。共銀八十七兩爲三率。得四率六十三人。即共人數也。既得共人數。則以三人爲一率。飯銀二兩爲二率。共六十三人爲三率。得四率四十二兩爲飯銀數。於共銀八十七兩內減之餘四十五兩。即馬銀數。如以七人爲一率。馬銀五兩爲二率。共六十三人爲三率。得四率四十五兩。亦即馬銀數也。蓋三人給飯銀二兩。則二十一人必給飯銀十四兩。七人給馬銀五兩。則二十一人必給馬銀十五兩。夫二十一人既給飯銀十四兩。馬銀十五兩。是二十一人共給銀二十九兩矣。是知有二十九兩爲二十一人。今



一率	二十九兩
二率	二十一人
三率	八十七兩
四率	六十三人

一率	三人
二率	二兩
三率	六十三人
四率	四十二兩

一率	七人
二率	五兩
三率	六十三人
四率	四十五兩

有八十七兩，則必爲六十三人也。又三人共給飯銀二兩，則六十三人必共給飯銀四十二兩。七人共給馬銀五兩，則六十三人必共給馬銀四十五兩也。

設如賞人飯肉，共用碗一百，但知二人共飯一碗，三人共肉一碗，問共人數及二項各用碗若干。

法以二人與三人相乘，得六人。又以二人乘肉一碗，得二碗。三人乘飯一碗，得三碗。爰以三碗二碗相併，得五碗爲一率。六人爲二率。共碗一百爲三率，得四率一百二十人。即共人數也。既得共人數，則以二人爲一率，飯碗一爲二率，共一百二十人爲三率，得四率六十爲飯碗數。於共碗一百內減之餘四十，卽肉碗數。如以三人爲一率，得四率四十，卽肉碗數也。此法因二人共飯，三人共肉，其數不同，故用互乘以齊其分。蓋二人共飯一碗，則六人必共飯三碗。三人共肉一碗，則六人必共肉二碗。夫六人既共飯三碗，共肉二碗，是六人共用五碗矣。是知有五碗爲六人，今有一百碗，則必爲一百二十人也。又二人共飯一碗，則一百



一率	二人
二率	一碗
三率	一百二十人
四率	六十碗

一率	三人
二率	一碗
三率	一百二十人
四率	四十碗

一率	五碗
二率	六人
三率	一百碗
四率	一百二十人



二十人必共飯六十碗。三人共肉一碗。則一百二十人必共肉四十碗也。

設如有兵三千四百七十四名。每三人給衫絹七十尺。每四人給襪絹五十尺。問總絹若干。

法以三人與四人相乘。得十二人。又以三人

乘襪絹五十尺。得一百五十尺。四人乘衫絹

七十尺。得二百八十尺。爰以十二人為一率。

二百八十尺與一百五十尺相併。得四百三十

尺。為二率。兵三千四百七十四名為三率。

得四率一十二萬四千四百八十五尺。為共

絹數也。此法與前同。但前法以共銀數求共

人數。故以銀數為一率。人數為二率。此法以共人數求共絹數。故以人數

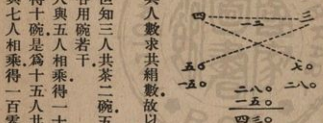
為一率。絹數為二率。其比例之理一也。

設如賞人茶飯酒。共用碗一千三百三十八。但知三人共茶二碗。五人共

酒三碗。七人共飯六碗。問共人數及三項各用碗若干。

法先以三人茶二碗。五人酒三碗。互乘。以三人與五人相乘。得一十五人。

又以三人乘酒三碗。得九碗。五人乘茶二碗。得十碗。是為十五人共用茶



一率	十二人
二率	四百三十尺
三率	三千四百七十四人
四率	十二萬四千四百八十五尺



又以十五人乘飯六碗得九十碗。七人乘茶酒共十九碗得一百三十三碗。爰以一百三十三碗與九十碗相併得二百二十三碗爲一率。一百零五人爲二率。共碗一千三百三十八爲三率。得四率六百三十人。卽共人數也。既得共人數。乃以三人爲一率。茶碗二爲二率。共六百三十人爲三率。得四率四百二十爲茶碗數。又以

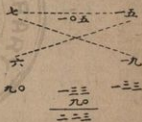
五人爲一率。酒碗三爲二率。共六百三十人爲三率。得四率三百七十八爲酒碗數。又以七

人爲一率。飯碗六爲二率。共六百三十人爲三率。得四率五百四十爲飯碗數也。此法因用碗三項。故用兩次互乘以齊其分。得一百零五人應用三項碗共二百二十三。是知有二百二十三碗爲一百零五人。今有一千三百三十八碗。則必爲六百三十人也。既得共人數。則以各項分數比例求之。卽得各項碗之

一率	三人
二率	二碗
三率	六百三十人
四率	四百二十碗

一率	五人
二率	三碗
三率	六百三十人
四率	三百七十八碗

一率	七人
二率	六碗
三率	六百三十人
四率	五百四十碗



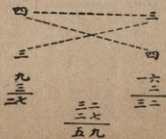
一率	二百二十三碗
二率	一百零五人
三率	一千三百三十八碗
四率	六百三十人

共數矣。

設如有燈大小二等。大燈居小燈三分之二。但知大燈三盞用油四兩。小燈四盞用油三兩。共用油十八斤零七兩。問大小燈數各若干。

法以大燈三盞與小燈四盞相乘。得十二盞。又以小燈四盞乘大燈用油四兩。得大燈用油十六兩。以大燈三盞乘小燈用油三兩。得小燈用油九兩。又將大燈用油十六兩二因之。天燈二分。故用二因。得三十二兩。將小燈用油九兩三因之。小燈三分。故用三因。得二十七兩。二數相併。得五十九兩。為一率。十二盞為二率。共油十八斤七兩。通為二百九十五兩。為三率。得四率六十盞。為燈一分之數。二因之。得一百二十盞。即大燈數。三因之。得一百八十盞。即小燈數也。此法因有帶分而互乘所得之十二盞。為一分之衰數。又因共油數為大燈二分小燈三分之共數。故亦二因十六兩。三因九兩。併之為五分之衰數。是知油五分之衰數五十九兩。與燈一分之衰數十二盞之比。即同於五分共油二百九十五兩。與一分燈數六十盞之比也。既得一分為六十盞。故二因之。得大燈數。三因之。得小燈數也。

設如有銀二十五兩三錢。買銅鐵二色。其重相等。鐵三斤價四錢。銅二



一率	五十九兩
二率	十二盞
三率	二百九十五兩
四率	六十盞

斤價五錢。問斤數及各價幾何。

法以鐵三斤與銅二斤相乘得六斤。又以銅二斤乘鐵價四錢得八錢。以鐵三斤乘銅價五錢得一兩五錢。乃以八錢與一兩五錢相併得二兩三錢爲一率。六斤爲二率。總銀二十五兩三錢爲三率。得四率六十六斤爲銅鐵相等之斤數。又以鐵三斤爲一率。價四錢爲二率。今鐵六十六斤爲三率。得四率八兩八錢。即鐵價。於共銀二十五兩二錢內減之餘十六兩五錢。即銅價。如以銅二斤爲一率。價五錢爲二率。今銅六十六斤爲三率。得四率十六兩五錢。亦即銅價也。蓋鐵三斤價四錢。則六斤價八錢。銅二斤價五錢。則六斤價一兩五錢。是銅鐵各六斤而共價爲二兩三錢。故以二兩三錢與各六斤之比。即同於共價二十五兩三錢與各六十六斤之比也。既得各斤數。則以各價比例求之。即得各價數矣。設如有米九百石。令甲乙二處各因米價貴賤納之。其所納之銀適相等。甲處米價每石五錢。乙處米價



一率	三斤
二率	四錢
三率	六十六斤
四率	八兩八錢

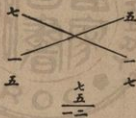
一率	二斤
二率	五錢
三率	六十六斤
四率	十六兩五錢

一率	二兩三錢
二率	六斤
三率	二十五兩三錢
四率	六十六斤

每石七錢問各米數及其價數幾何。

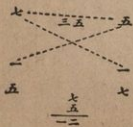
法以乙七錢乘甲一石得七石以甲五錢乘乙一石得五石乃以七石與五石相併得十二石爲一率以甲七石爲二率總米九百石爲三率得四率五百二十五石即甲處納米之數於九百石內減之餘三百七十五石即乙處納米之數如以乙五石爲二率得四率三百七十五石亦即乙處納米之數以甲五百二十五石與每石價五錢相乘得二百六十二兩五錢以乙三百七十五石與每石價七錢相乘亦得二百六十二兩五錢是其所納之銀數適相等也蓋甲處每石價五錢則七石之價爲三兩五錢乙處每石價七錢則五石之價亦爲三兩五錢其價相等是十二石之中甲應七石乙應五石故以十二石與甲七石之比即同於總米九百石與甲五百二十五石之比又十二石與乙五石之比即同於總米九百

石得五石乃以七石與五石相併得十二石爲一率以



一率	十二石
二率	五石
三率	九百石
四率	三百七十五石

一率	十二石
二率	七石
三率	九百石
四率	五百二十五石



石與乙三百七十五石之比也。

設如空車一日行三十里。重車一日行二十里。今載米至倉。往返足一日。問距倉路遠幾何。

法以空車行三十里。與重車行二十里相乘。

得六百里。又以重車行二十里。乘空車一日。

得二十日。以空車行三十里。乘重車一日。得

三十日。乃以二十日與三十日相併。得五十

日。爲一率。六百里爲二率。一日爲三率。得四

率一十二里。卽距倉之里數也。蓋空車一日

行三十里。則二十日行六百里。重車一日行

二十里。則三十日亦行六百里。一往一返。共

五十日。是知五十日往返六百里。則今日必往返十二里也。

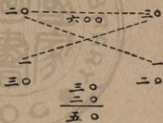
設如重車一日行五十里。輕車一日行七十五里。今載米至倉。五日往返三次。問距倉里數幾何。

法以重車行五十里。與輕車行七十五里相乘。得三千七百五十里。又以輕車行七十五里。乘重車一日。

得七十五日。以重車行五十里。乘輕車一日。得五十日。乃以七十五日與五十日相併。得一百二十五日。

爲一率。三千七百五十里爲二率。五日爲三率。得四率一百五十里。卽五日往返之里數。以三次除之。得

五十里。卽距倉之里數也。此法與前法同。前法一日往返一次。故所得卽距倉之里數。此法五日往返三



一率	五十日
二率	六百里
三率	一日
四率	十二里

次故所得爲往返三次之里數，是以用三次除之，而得距倉之里數也。



一率	一百二十五日
二率	三千七百五十里
三率	五日
四率	一百五十里

一率	三次
二率	一百五十里
三率	一次
四率	五十里

數理精蘊下編卷八

線部六

盈朒

盈有餘也。朒不足也。設有餘不足以求適中，亦爲因較而得正數之法。此固比例法也。但比例以實數求實數，而盈朒則以虛數求實數。然虛數皆與實數相較而生盈朒之差，則虛數亦實數也。比例以所有之三率求所餘之一率，而盈朒則所有爲兩數，且兩數之中各藏一數，其實亦三率也。其間有一盈一朒者，則以兩數相加爲相較之率，有兩盈或兩朒者，則以兩數相減爲相較之率。有一盈一適足或一朒一適足者，則無可加減，而或盈或朒之數，卽其較也。法不一致，惟在相較以得其差。理本一原，惟在互比以得其實。錯綜變幻，其用不窮。所謂以實御虛，和較互見者，庶幾盡於此矣。

一盈一朒

設如有人分銀，不知人數，亦不知銀數，只云每人七兩分之，則餘四兩，每人九兩分之，則少十二兩，問人數及銀數各若干。

法以七兩與九兩相減，餘二兩爲一率，一人爲二率，盈四兩與朒十二兩相加，共十六兩爲三率，推得四率八，卽爲人數，以八人與每人七兩相乘，得五

七兩	盈四兩
九兩	朒十二兩
九七	二四
二	一六
九兩	朒十二兩

十六兩加盈四兩得六十兩，卽爲銀數。或以八人與每人九兩相乘，得七十二兩，減胸十二兩，餘六十兩，亦爲銀數也。此法蓋因前設分七兩，後設分九兩，是每一人多分二兩也。然每人分七兩，則總銀盈四兩，每人分九兩，則總銀胸十二兩，是盈胸相差共十六兩矣。夫一人多分二兩，而總銀差十六兩，則二兩爲一人之所多，而十六兩爲八人之所多，可知矣。故二兩與一人之比，同於十六兩與八人之比。而爲比例四率也。旣得人數，以每人七兩計之，則八人應得五十六兩，因銀尙餘四兩，故加四兩，得六十兩爲銀數也。若以每人九兩計之，則八人應得七十二兩，因銀少十二兩，故減十二兩，餘六十兩爲銀數也。此先得人數之法也。

又先得銀數之法，用互乘以齊其分，以九兩乘盈四兩，爲加九倍，得盈三十六兩，以七兩乘胸十二兩，爲加七倍，得胸八十四兩，相加得一百二十兩，爲二率。七倍與九倍相減，餘二倍爲一率。一倍爲三率，推得四率六十兩，卽爲銀數。旣得銀數，則於六十兩內減盈四兩，餘五十六兩，以每人七兩除之，得八爲人數。或於六十兩加胸十二兩，共七十二兩，以每人九兩除之，亦得八爲人數也。此法以九兩互乘盈四兩者，將盈四兩加九倍也。盈四兩加九倍，則爲盈三十六兩，旣以盈數加九倍，則總銀數與所分七兩，亦皆當加九倍。七兩加九倍，則爲六十三兩，是則九倍之總銀，每人六十三兩分之，盈三十六兩也。以七兩互乘胸十二兩者，將胸十二兩加七倍也。

一率	二兩
二率	一人
三率	十六兩
四率	八人



胸十二兩加七倍。則爲胸八十四兩。既以胸數加七
 倍。則總銀數與所分九兩亦皆當加七倍。九兩加七
 倍。則亦爲六十三兩。是則七倍之總銀。每人六十三
 兩分之。胸八十四兩也。夫每人既皆分六十三兩。則
 是所分之加倍共銀數。亦必相同。然九倍銀數則盈
 七倍銀數則胸。因九倍比七倍多二倍。是盈胸相加
 之一百二十兩。卽此二倍之銀數也。知二倍爲一百

二十兩。卽知一倍之爲幾何矣。故以二爲一率。一百二十兩爲二率。一爲三率。推得四率六十兩爲銀數
 也。既得銀數。則於六十兩內減盈四兩。餘五十六兩。卽爲分七兩者之共數。
 而以七兩除之。得八人。或於六十兩加胸十二兩。得七十二兩。卽爲分九兩
 者之共數。而以九兩除之。亦得八人也。此先得銀數之法也。

又法將盈四兩與胸十二兩相加。得十六兩爲一率。七兩與九兩相減。餘二
 兩爲二率。盈四兩爲三率。得四率五錢。與所分七兩相加。得七兩五錢。爲每人應得之數。又以五錢除盈
 四兩。得八爲人數。或仍以十六兩爲一率。二兩爲二率。以胸十二兩爲三率。得四率一兩五錢。與所分九
 兩相減。亦得七兩五錢。爲每人應得之數。又以一兩五錢除胸十二兩。亦得八爲人數。以八人與每人七
 兩五錢相乘。得六十兩爲銀數也。此法蓋因九兩與七兩相較。差二兩。盈四兩與胸十二兩相併。爲十六

一率	二倍
二率	一百二十兩
三率	一倍
四率	六十兩

一率	二倍
二率	一百二十兩
三率	一倍
四率	六十兩



兩是總銀盈朒共差十六兩。由於每人之多二兩也。今銀尙盈四兩。則每人分七兩者。其每一

七兩	盈四兩
九七二	二四一六
九兩	朒十二兩

一率	十六兩
二率	二兩
三率	四兩
四率	五兩

一率	十六兩
二率	二兩
三率	十二兩
四率	一兩五錢

分應多五錢。而爲七兩五錢矣。故十六兩與二兩之比。同於四兩與五錢之比。而爲比例四率也。且一人多五錢而共多四兩。則其爲八人可知矣。故五錢與一人之比。同於四兩與八人之比。亦爲比例四率也。若以朒數論之。則總銀共差十六兩者。由於每人少二兩。今銀朒十二兩。則每人分九兩者。其每一分應少一兩五錢。而爲七兩五錢矣。且一人少一兩五錢而共少十二兩。則其爲八人又可知矣。既得人數。則以八人與每人七兩五錢相乘。得六十兩。而爲總銀數也。此先得每一人所得銀數之法也。要之第一法先求人數。第二法先求物價。第三法先求適足之數。立法雖各不同。而各先得其一。一得而無不得者。實由於理之一貫者也。

設如衆人共出銀買物。不知人數。亦不知物價。只云每人出銀四兩。則不足四兩。每人出銀六兩。則多六兩。問人數及物價各若干。

法以出四兩與出六兩相減。餘二兩爲一率。一人爲二率。朒四兩與盈六兩相加。共十兩爲三率。推得四率五。卽爲人數。以五人與每人四兩相乘。得二十兩。加朒四兩。共得二十四兩。卽爲物價。或以五人與每人六兩相乘。得三十兩。加盈六兩。共得三十六兩。卽爲物價。

四兩	朒四兩
六四二	六四〇
六兩	盈六兩

十兩減盈六兩亦得二十四兩爲物價也。此法蓋因前設出四兩後設出六兩是每一人多出二兩也。然出四兩則納四兩出六兩則盈六兩是盈納相差共多十兩矣。夫一人多出二兩而總價卽多十兩則二兩爲一人之所多而十兩爲幾人之所多可知矣。故以比例四率求之而得五人也。既得人數以每人出四兩計之則五人應出二十兩。因於物價納四兩故加四兩得二十四兩爲物價也。此法與首題第一法盈納之加減不同者。首題以共人所分共銀爲問故分少則總銀必盈分多則總銀必虧。其所謂盈納者乃銀數之盈納故得人數與分銀數相乘加盈減納而得銀數也。此以共人所出共銀爲問故出少則比物價爲納出多則比物價爲盈。其所謂盈納者乃出數之盈納故得人數與出銀數相乘減盈加納而得物價也。法總一理但加減盈納之間少不同耳。

又先得銀數之法以六兩乘納四兩爲加六倍得納二十四兩以四兩乘盈六兩爲加四倍得盈二十四兩相加得四十八兩爲二率四倍與六倍相減餘二倍爲一率一倍爲三率推得四率二十四兩卽爲物價既得物價則於二十四兩內減納四兩餘二十兩以每人四兩除之得五卽爲人數或於二十四兩加盈六兩共三十兩以每人六兩除之亦得五爲人數也。此法蓋將納四兩加六倍爲二十四兩則物價亦當加六倍而出四兩者亦必加六倍。

一率	二兩
二率	一人
三率	十兩
四率	五人



而爲出二十四兩矣。將盈六兩加四倍爲二十四兩。則物價亦當加四倍。而出六兩者亦必加四倍。而爲出二十四兩矣。夫每人同出二十四兩。則其加倍共出之數亦必相同。然比六倍物價則納比

一率	二盈
二率	四十八兩
三率	一倍
四率	二十四兩

一率	二倍
二率	四十八兩
三率	一倍
四率	二十四兩

四倍物價則盈者。因六倍比四倍多二倍。是盈納相差之四十八兩。卽二倍物價也。故以二爲一率。四十八兩爲二率。一爲三率。推得四率二十四兩爲物價也。既得物價。則於二十四兩減納四兩。餘二十兩。卽爲出四兩者所共出之數。而以四兩除之。得五人。或於二十四兩加盈六兩。共三十兩。卽爲出六兩者所共出之數。而以六兩除之。亦得五人也。

又法將納四兩與盈六兩相加。共十兩爲一率。將出四兩與出六兩相減。餘二兩爲二率。納四兩爲三率。得四率八錢。與出四兩相加。得四兩八錢。爲每人應出之數。又以八錢除納四兩。得五爲人數。或仍以十兩爲一率。二兩爲二率。盈六兩爲三率。得四率一兩二錢。於出六兩內減之餘四兩八錢。亦爲

四兩	納四兩
六四二	六四一〇
六兩	盈六兩

一率	十兩
二率	二兩
三率	四兩
四率	八錢

一率	十兩
二率	二兩
三率	六兩
四率	一兩二錢

每人應出之數。又以一兩二錢除盈六兩。亦得五爲人數。以五人與四兩八錢相乘。得二十四兩爲物價也。此法蓋因盈納之相差十兩。由於每人之多二兩。今欲補足所納之四兩。則每人應多八錢。若欲損所

盈之六兩則每人應少一兩二錢。故十兩與二兩之比。同於四兩與八錢之比。亦同於六兩與一兩二錢之比。且一人多八錢。即益所朒之四兩。一人減一兩二錢。即損所盈之六兩。則其爲五人也可知矣。既得人數。則以五人與每人四兩八錢相乘。得二十四兩。而爲物價之總銀也。設如衆人乘船渡河。每一船載十三人。則餘十二人。若每一船載十八人。則餘一船。問共人數及船數各若干。

法以餘十二人爲盈。十二人餘一船爲朒。十八人乃以每船所載十三人與每船所載十八人相減。餘五人爲一率。一船爲二率。盈十二人與朒十八人相加。共三十人爲三率。推得四率六。即爲船數。以六船與每船載十三人相乘。得七十八人。加盈十二人。得九十爲人數。或以六船與每船十八人相乘。得一百零八人。減朒十八人。亦餘九十爲人數也。蓋每一船多載五人。而盈朒相差爲三十人。故五人與一船之比。同於三十人與六船之比也。以每船十三人計之。六船共載七十八人。加無船之十二人。共九十人。以每船十八人計之。六船應載一百零八人。因一船無人。則減去十八人。餘九十人。或減一船。餘五船。與十八人相乘。亦得九十人也。

又先得人數之法。以每船載十八人乘盈十二人。爲加十八倍。得盈二百一十六人。又以每船載十三人乘朒十八人。爲加十三倍。得朒二百三十四人。二數相加。得四百五十人。爲二率。以十三倍與十八倍相

十三人	盈十二人
八三	八二
一〇五	一〇三
十八人	朒十八人

一率	五人
二率	一船
三率	三十人
四率	六船

減餘五倍爲一率，一倍爲三率，推得四率九十，即爲人數，減盈十二人，餘七十八人，以每船十三人除之，得六爲船數，或於九十人加胸十八人，共一百零八人，以每船十八人除之，亦得六爲船數也。蓋十八人與十三人互乘，皆得二百三十四人，而十二人加十八倍，則共人數之加十八倍者，爲每船二百三十四人，餘二百一十六人也。若以十八人加十三倍，則共人數之加十三倍者，爲每船二百三十四人，又少二百三十四人也。二百三十四人，爲一船所載之人分。十八倍比十三倍多五倍，是盈胸相差之共四百五十人，即五倍人數，故五倍與四百五十人之比，即如一倍與九十人之比也。既得人數，減去所餘之十二人，以每船十三人除之，得船數，或加一船之十八人，以每船十八人除之，亦得船數焉。

又法將盈十二人與胸十八人相加，得三十人爲一率，十三人與十八人相減，餘五人爲二率，盈十二人爲三率，得四率二人，與每船十三人相加，得十五人，爲每船應載之數，又以二人除盈十二人，得六爲船數，或仍以三十人爲一率，五人爲二率，以胸十八人爲三率，得四率三人，與每船十八人相減，



餘十五人爲每船應載之數。又以三人除十八人，亦得六爲船數。以六船與每船十五人相乘，得九十爲人數也。蓋盈朒之相差三十人，由每船多五人。今欲合載所盈之十二人，則每船十三人者，應加二人而爲十五人。欲分載所朒之十八人，則每船十八人者，應減三人而爲十五人也。且一船加二人，卽合載十二人。一船減三人，卽分載十八人。則其爲六船也可知矣。

兩盈

設如有人分果，不知人數，亦不知果數，只云每人十二枚，盈十二枚，每人十三枚，盈六枚，問人數與果數各若干。

法以每人十二枚與十三枚相減，餘一枚爲一率，一人爲二率，以盈六枚與盈十二枚相減，餘六枚爲三率，推得四率六爲人數，以六人與十二枚相乘，得七十二枚，加盈十二枚，得八十四枚爲果數。若以六人與十三枚相乘，得七十八枚，加盈六枚，亦得八十四枚爲果數也。蓋一人多一枚，而兩盈相差六枚，其爲六人可知。故凡所分之數相減，餘一者，其盈朒之差，卽人數也。又先得果數之法，以十三枚乘盈十二枚，爲加十三倍，得盈一百五十六枚，以十二枚乘盈六枚，爲加十

一率	三十人
二率	五人
三率	十二人
四率	二人

一率	三十人
二率	五人
三率	十八人
四率	三人

十二枚	盈十二枚
三三二一	二六六
一一一〇	一〇六
十三枚	盈六枚

一率	一枚
二率	一人
三率	六枚
四率	六人

二倍得盈七十二枚。相減餘八十四枚。爲二率。十二倍與十三倍相減。餘一倍。爲一率。仍以一倍爲三率。推得四率八十四枚。爲果數。內減盈十二枚。餘七十二枚。以每人十二枚除之。得六爲人數。若於八十四枚減盈六枚。餘七十八枚。以每人十三枚除之。亦得六爲人數也。蓋十二倍比十三倍差一倍。則盈朒相差八十四枚。卽一倍之果數。故凡互乘差一倍者。則互乘所得盈朒之差卽爲總數。既得人數。又得總數。則以人數除總數。卽得每人所分之數矣。

又法以兩盈數相減爲一率。互乘所得之兩盈數相減爲二率。一人爲三率。得四率。卽爲每人所應得之數也。此題前二法固以兩盈相減卽爲人數。互乘所得兩盈相減卽爲總數。蓋因十二與十三相減餘一數故也。其或餘幾數者。亦卽爲幾倍人數。或爲幾倍總數。其以人數除總數。卽同於以幾倍人數除幾倍總數也。

十三枚		十二枚
盈六枚二七	$\begin{array}{r} \text{一三二} \\ \text{一一一} \\ \hline \text{〇二一} \end{array}$	盈十二枚五六
$\begin{array}{r} \text{一五六} \\ \text{〇六} \\ \hline \text{一五七二} \\ \text{〇八四} \end{array}$		$\begin{array}{r} \text{一五六} \\ \text{〇六} \\ \hline \text{一五七二} \\ \text{〇八四} \end{array}$

一率	六人
二率	八十四枚
三率	一人
四率	十四枚

十三枚		十二枚
盈六枚二七	$\begin{array}{r} \text{一三二} \\ \text{一一一} \\ \hline \text{〇二一} \end{array}$	盈十二枚五六
$\begin{array}{r} \text{一五六} \\ \text{〇六} \\ \hline \text{一五七二} \\ \text{〇八四} \end{array}$		$\begin{array}{r} \text{一五六} \\ \text{〇六} \\ \hline \text{一五七二} \\ \text{〇八四} \end{array}$

一率	一倍
二率	八十四枚
三率	一倍
四率	八十四枚

設如有緞一疋。欲作新帳幔一架。先摺作六幅。每幅比舊制長一尺二寸。後摺作七幅。每幅比舊制長二寸。問緞之長及舊帳之長各若干。

法以長一尺二寸用六幅因之。得盈七尺二寸。以長二寸用七幅因之。得盈一尺四寸。乃以六幅與七幅相減。餘一幅爲一率。一尺四寸與七尺二寸相減。餘五尺八寸爲二率。一幅爲三率。推得四率五尺八寸。爲舊帳之長。加盈一尺二寸共七尺。以六幅乘之。得四十二尺。爲緞之長也。若於五尺八寸加二寸得六尺。以七幅乘之。亦得四十二尺。蓋摺作六幅。每幅盈一尺二寸。是六幅共盈七尺二寸也。摺作七幅。每幅盈二寸。是七幅共盈一尺四寸也。七幅比六幅多一幅。而兩盈相差五尺八寸。且兩盈之數皆比舊帳爲盈。則五尺八寸爲舊帳之長可知矣。既得舊帳之數。則加一尺二寸。而以六幅乘之。即得緞之長數也。或以六幅得五尺八寸相乘。加盈七尺二寸。亦得緞之長數。蓋七尺二寸者。原係六因一尺二寸所得之數。則加於舊帳而總乘之。與各乘其數而後加之一也。若以七幅算之。其理亦同。

又先得緞之長法。以七幅乘盈七尺二寸。爲加七倍。得盈五十尺零四寸。以六幅乘盈一尺四寸。爲加六倍。得盈八尺四寸。相減餘四十二尺。爲二率。六倍與七倍相減。餘一倍爲一率。仍以一倍爲三率。推得四率四十二尺。爲緞

六幅	盈七尺二寸
七六	二四八
六一	七一五
七幅	盈一尺四寸

一率	一幅
二率	五尺八寸
三率	一幅
四率	五尺八寸



之長減盈七尺二寸以六幅除之得五尺八寸爲舊帳之長也。若減盈一尺四寸以七幅除之亦得五尺八寸。蓋將六幅加七倍七幅加六倍皆得四十二幅是七倍緞之長比舊帳四十二幅長五十尺零四寸六倍緞之長比舊帳四十二幅長八尺四寸是兩盈相差四十二尺卽一倍緞之長也。既得緞之長則減其共盈數而以幅數除之卽得舊帳之長或先以幅數除之而減其每幅之盈亦得舊帳之長也。

兩駒

設如有銀買馬不知銀數亦不知馬數但云每一匹十五兩不足八十兩每一匹十三兩仍不足十六兩問馬數及銀數各若干。

法以十三兩與十五兩相減餘二兩爲一率一馬爲二率駒十六兩與駒八十兩相減餘六十四兩爲三率推得四率三十二爲馬數以三十二匹與每匹十五兩相乘得四百八十兩減駒八十兩得四百兩爲銀數若以三十二匹與每匹十三兩相乘得四百一十六兩減駒十六兩亦得四百兩爲銀數也。蓋一馬差二兩則總銀差六十四兩二兩與一馬之比卽同於六十四兩與三十二馬之比也。既得馬數則與每匹之價相乘而減其所駒之數卽得銀數矣。

又先得銀數之法以十三兩乘駒八十兩爲加十三倍得駒一千零四十兩

一率	一倍
二率	四十二尺
三率	一倍
四率	四十二尺

十五兩	駒八十兩
五三二	〇六四
一一〇	八一六
十三兩	駒十六兩

一率	二兩
二率	一馬
三率	六十四兩
四率	三十二馬

以十五兩乘胸十六兩，爲加十五倍，得胸二百四十兩，相減餘八百兩，爲二率。十三倍與十五倍相減，餘二倍爲一率。一倍爲三率，推得四率四百兩爲銀數，加胸八十兩，共四百八十兩，以每匹十五兩除之，得三十二爲馬數。或於四百兩加胸十六兩，共四百一十六兩，以每匹十三兩除之，亦得三十二爲馬數也。蓋將十五兩加十三倍，十三兩加十五倍，皆得一百九十五兩，馬價齊同，祇十三倍銀數，則胸一千零四十兩，十五倍銀數，則胸二百四十兩，是兩胸相差八百兩，卽二倍之銀數，故以四率求之，而得銀數也。既得銀數，則加其所胸之數，以每匹之價除之，卽得馬數矣。

設如有米易布，不知米數，亦不知布數，但云易布二十疋，則米少一石，易布十六疋，則米仍少二斗，問米數及布數各若干。

法以十六疋與二十疋相減，餘四疋爲一率，二斗與一石相減，餘八斗爲二率。一疋爲三率，推得四率二斗，爲布每疋所值米數，以二斗與二十疋相乘，得四石，減胸一石，餘三石爲米數。若以二斗與十六疋相乘，得三石二斗，減胸二斗，亦餘三石爲米數。既得米數，以每疋二斗除之，得十五疋爲布數也。又先得米數之法，以十六疋乘胸一石，爲加十六

二十疋	胸一石
〇六	〇二
二一	〇八
〇四	〇八
十六疋	胸二斗

一率	四疋
二率	八斗
三率	一疋
四率	二斗

一率	二倍
二率	八百兩
三率	一倍
四率	四百兩

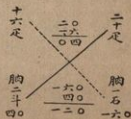


倍得朥十六石。以二十疋乘朥二斗。為加二十倍。得朥四石。相減餘十二石。為二率。十六倍與二十倍相減。餘四倍為一率。一倍為三率。推得四率。三石為米數。加朥一石。共四石為一率。二十疋為二率。三石為三率。得四率十五疋。為布數。或於三石加朥二斗。共三石二斗為一率。十六疋為二率。三石為三率。亦得四率十五疋。為布數也。蓋二十疋加十六倍。十六疋加二十倍。皆為易布三百二十疋。而十六倍其米數。則朥十六石。二十倍其米數。則朥四石。是兩朥相差十二石。即相差四倍之米數。故以比例求之。得米數也。既得米數。則加朥一石。為四石。即足易布二十疋。故四石與二十疋之比。同於三石與十五疋之比也。或加朥二斗。得三石二斗。即足易布十六疋。故三石二斗與十六疋之比。亦同於三石與十五疋之比也。又先得布數之法。以朥二斗與朥一石相減。餘八斗為一率。二十疋與十六疋相減。餘四疋為二率。朥一石為三率。得四率五疋。與二十疋相減。餘十五疋為布數。又以五疋為一率。朥一石為二率。十

一率	四倍
二率	十二石
三率	一倍
四率	三石

一率	四石
二率	二十疋
三率	三石
四率	十五疋

一率	三石二斗
二率	十六疋
三率	三石
四率	十五疋



二十疋	朥一石
〇六四	〇二八
二一〇	一〇〇
十六疋	朥二斗

一率	八斗
二率	四疋
三率	一石
四率	五疋

或加朥二斗。得三石二斗。

五正爲三率，推得四率
三石爲米數也。若仍以
八斗爲一率，四正爲二
率，納二斗爲三率，則得

一率	五正
二率	一石
三率	十五正
四率	三石

四率一正，與十六正相減，亦得十五正爲布數。又以一正爲一率，二斗爲二率，十五正爲三率，亦得四率
三石爲米數也。此法卽先求適足之理，蓋十五正卽適足之數也。

一率	八斗
二率	四正
三率	二斗
四率	一正

一盈一適足

設如按戶納糧，不知戶數，亦不知糧數，只云每戶三升盈六石，每戶二升五合適足。問人戶及糧數各若干。

法以二升五合與三升相減，餘五合爲一率，盈六石變爲六千合爲二率。一戶爲三率，推得四率一千二百爲戶數，與每戶二升五合相乘，得三十石爲糧數也。蓋每戶多五合，而總糧多六石，其爲一千二百戶可知。故五合與六石之比，同於一與一千二百之比也。此以一戶爲三率者，二三率原可互易變之，以明比例之理也。既得戶數，則與二升五合相乘，適足三十石之數矣。若以一千二百戶與每戶三升相乘，得三十六石，減盈六石，亦得三十石爲糧數也。又先得糧數之法，以二升五合乘盈六石，爲加二十五倍，以合爲單位，得盈

一率	一正
二率	二斗
三率	十五正
四率	三石

三升	盈六石
○五	○
○五	○
○五	○
○五	○
二升五合	○
適足	○

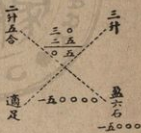
一率	五合
二率	六千合
三率	一戶
四率	一千二百戶

一百五十石以三升乘適足為加三十倍仍得適足。蓋全權一分。每月二升五合而適足。若將全權加三十倍。為三十分。則二升五合亦當加三十倍為七斗五升。是全權三十分。每月七斗五升仍適足也。故即以一百

五十石為二率。將二十五倍與三十倍相減。餘五倍為一率。一倍為三率。推得四率三十石為繩數。以每戶二升五合除之。得一千二百為戶數。或加盈六石為三十六石。以每戶三升除之。亦得一千二百為戶數也。

設如有井不知其深。有繩不知其長。只云將繩作三摺入井長八尺。將繩作五摺入井適足。問井深繩長各若干。

法以三摺與五摺相減。餘二摺為一率。長八尺用三摺因之。得盈二丈四尺為二率。一摺為三率。推得四率一丈二尺為井深。以五摺乘之。得六丈為繩長。或以三摺乘之。加盈二丈四尺。亦得六丈為繩長也。蓋摺作三摺。每摺盈八尺。是三摺共盈二丈四尺也。五摺比三摺多二摺。而盈與適足無可加減。則盈二丈四尺。即為二摺之數。其一摺為一丈二尺矣。井深既為五摺之一。故一摺之數即為井深之數。



三摺	盈二丈四尺
五三二	二四
五摺	適足

一率	二摺
二率	二丈四尺
三率	一摺
四率	一丈二尺

一率	五倍
二率	一百五十石
三率	一倍
四率	三十石

也。既得井深。則以五摺乘之。得繩長之數。或以三摺乘之。加盈二丈四尺。亦得繩長之數也。

又先得繩長之法。以五摺乘盈二丈四尺。爲加五倍。得盈一十二丈。以三摺乘適足。爲加三倍。仍得適足。故卽以一十二丈爲二率。三倍與五倍相減。餘二倍爲一率。一倍爲三率。推得四率六丈爲繩長。以五摺除之。得一丈二尺爲井深。或減盈二丈四尺。餘三丈六尺。以三摺除之。亦得一丈二尺爲井深也。

一胸一適足

設如計日登程。不知日數。亦不知路程。只云每日行五十五里。則離所欲至之地。共差六十里。每日行六十里。適足。問日數及路程各若干。

法以五十五里與六十里相減。餘五里爲一率。一日爲二率。胸六十里爲三率。推得四率十二爲日數。與每日六十里相乘。得七百二十里爲路程。若以日數十二與每日行五十五里相乘。得六百六十里。是不到六十里也。加胸六十里。亦得七百二十里也。



一率	二倍
二率	十二丈
三率	一倍
四率	六丈

五十五里	胸六十里
$\frac{〇五}{六五}$	$\frac{〇五}{六〇}$
六十里	適足

一率	五里
二率	一日
三率	六十里
四率	十二日

又先得路程之法。以六十里乘胸六十里。爲加六十倍。得胸三千六百里。以五十五里乘適足。爲加五十五倍。仍得適足。故卽以三千六百里爲二率。五十。五倍與六十倍相減。餘五倍爲一率。一倍爲三率。推得四率七百二十里爲路程。以每日六十里除之。得十二爲日數。或於七百二十里內減胸六十里。餘六百六十里。以每日五十五里除之。亦得十二爲日數也。

設如有直田一段。欲截一頭作園。只云截長十步。不足三十二步。截長十二步適足。問截積及原闊各若干。

法以十步與十二步相減。餘二步爲一率。胸三十二步爲二率。一步爲三率。推得四率十六步爲原闊。與十二步相乘。得一百九十二步爲截積。或與十步相乘。加胸三十二步。亦得一百九十二步爲截積也。蓋長十步則少三十二步。長十二步則適足。是三十二步者。卽長二步與原闊相乘之積。故以二步除之。得原闊也。既得原闊。則與截長十二步相乘。得截積。或與截長十步相乘。加胸三十二步。亦得截



十步	胸三十二步
一一〇二	
一一〇〇	
十二步	適足
	三二

一率	五倍
二率	三千六百里
三率	一倍
四率	七百二十里

一率	二步
二率	三十二步
三率	一步
四率	一十六步

積也。

又先得截積之法。以十二步乘胸三十二步。為加十二倍。得胸三百八十四步。以十步乘適足。為加十倍。仍得適足。故即以三百八十四步為二率。以十倍與十二倍相減。餘二倍為一率。一倍為三率。推得四率一百九十二步為截積。以截長十二步除之。得十六步為原闊。或於一百九十二步內減胸三十二步。餘一百六十步。以截長十步除之。亦得十六步為原闊也。

雙套盈胸

盈胸之法。皆以每人幾何而盈幾何。每人幾何而胸幾何為問。其首數皆為一。故以一人之較。與共較為比例。而得人數。即欲先求共數。不過用一互乘以齊其分而已。故為單法。若雙套則以幾人幾何而盈幾何。幾人幾何而胸幾何為問。其首數已不同。故必先用一互乘以齊之。而後可以為比。若欲先求共數。則用兩互乘。是以謂之雙套。至於比例相求之理。則仍與單法同也。

一盈一胸

設如有人分銀。不知人數。亦不知銀數。只云每四人分銀三兩。則盈六兩。每六人分銀九兩。則胸三兩。問人數與銀數各若干。



一率	二倍
二率	三百八十四步
三率	一倍
四率	一百九十二步

法以四人互乘九兩得三十六兩以六人互乘三兩得十八兩相減餘十八兩爲一率四人六人互乘得二十四人爲二率盈六兩與胸三兩相加得九兩爲三率推得四率十二即爲人數既得人數乃以四人爲一率三兩爲二率十二人爲三率推得四率九兩加盈六兩得十五兩即爲銀數或以六人爲一率九兩爲二率十二人爲三率推得四率十八兩減胸三兩亦餘十五兩爲銀數也此法必用互乘以齊其數者蓋單法以所分數相減爲一率一人爲二率盈胸相加爲三率今三兩爲四人之所分九兩爲六人之所分不可以相減而爲一率也四人與六人人數不同不可以爲二率也所以必用互乘以齊之一則爲二十四人分十八兩雖爲加六倍其比例仍同於四人分三兩也一則爲二十四人分三十六兩雖爲加四倍其比例仍同於六人分九兩也是以十八兩與三十六兩相減餘十八兩爲二十四人之所差而盈胸差九兩即知爲幾人之所差故十八兩與二十四人之比即同於九兩與十二人之比也既得人數之後而仍用比例四率者何也蓋單法所分之銀數爲一人之所分故以人數與所分之銀數相乘加盈減胸而即得總銀今則所分之銀數爲四人或六人之所分故每幾人與所分幾何之比即如總人與總銀之比而得四率加盈減胸

一率	一十八兩
二率	二十四人
三率	九兩
四率	一十二人

一率	四人
二率	三兩
三率	一十二人
四率	九兩

一率	六人
二率	九兩
三率	一十二人
四率	一十八兩



始得總銀數也。

又捷法以四人歸除三兩，每一人應得七錢五分，以六人歸除九兩，每一人應得一兩五錢，乃照盈朒單法列之，爲每人七錢五分之盈六兩，每人一兩五錢分之朒三兩，是以七錢五分與一兩五錢相減，餘七錢五分爲一率，一人爲二率，盈六兩與朒三兩相加，得九兩爲三率，推得四率十二爲人數，既得人數，則以一人爲一率，一兩五錢爲二率，十二人爲三率，推得四率十八兩，減朒三兩，餘十五兩爲銀數也，或以每人七錢五分之二率，推得四率九兩，加盈六兩，亦得十五兩爲銀數也，此法以四人除三兩，以六人除九兩，皆爲度盡之數，若數有奇零度不盡者，則必用互乘之法而後可。

又先得銀數之法，以四人互乘九兩，得三十六兩，又以三十六兩互乘盈六兩，爲加三十六倍，得盈二百一十六兩，以六人互乘三兩，得一十八兩，又以一十八兩互乘朒三兩，爲加十八倍，得朒五十四兩，兩數相加，得二百七十兩爲二率，十八倍與三十六倍相減，餘十八倍爲一率，一倍爲三率，推得四

一人	七錢五分	盈六兩
○五		
五七		
五		
○七	六三	九
一人	一兩五錢	朒三兩

一率	一人
二率	一兩五錢
三率	一十二人
四率	一十八兩

一率	七錢五分
二率	一人
三率	九兩
四率	一十二人

一率	一人
二率	七錢五分
三率	一十二人
四率	九兩



率十五兩爲銀數。既得銀數。乃以三兩爲一率。四人爲二率。十五兩減盈六兩。餘九兩爲三率。

一率	一十八倍
二率	二百七十兩
三率	一倍
四率	一十五兩

一率	三兩
二率	四人
三率	九兩
四率	一十二人

一率	九兩
二率	六人
三率	一十八兩
四率	一十二人

推得四率十二爲人數。或以九兩爲一率。六人爲二率。十五兩加胸三兩。共十八兩爲三率。亦得四率十二爲人數也。蓋單法以所分之數相減爲一率。以所分之數互乘盈胸之數相減爲二率。一倍爲三率。得四率爲銀數。今則三兩爲四人之所分。九兩爲六人之所分。其數不同。即三兩與九兩互乘。亦皆得二十七兩。而一則爲三十六人分二十七兩。加九倍也。一則爲十八人分二十七兩。加三倍也。其數亦仍不同。不可相爲比例。故必以四人六人互乘爲二十四人。以齊其人數。又必以十八與三十六互乘盈胸之數。以齊其所分銀數。然後人數與所分銀數俱同。可以設爲比例。是以十八兩加三十六倍。三十六兩加十八倍。皆爲六百四十八兩。即如三十六倍其銀數。則每二十四人分六百四十八兩。盈二百一十六兩。若十八倍其銀數。則每二十四人分六百四十八兩。胸五十四兩也。然則盈胸相差二百七十兩。即十八倍銀數之所差矣。故十八倍與二百七十兩之比。即同於一倍與十五兩之比。而爲比例四率也。既得銀數。而減盈加胸爲比例四率者。蓋以所分之銀數與幾何人之比。即如減盈加胸之總銀數與總人數之比也。

又先得銀數之法。以四人互乘九兩。得三十六兩。以六人互乘三兩。得十八兩。相減餘十八兩爲一率。以

互乘所得之十八兩爲二率。盈六兩與胸三兩相加得九兩爲三率。推得四率九兩。加盈六兩得十五兩爲銀數。若以三十六兩爲二率。則得四率十八兩。減胸三兩。亦得十五兩爲銀數。既得銀數。則以三兩爲一率。四人爲二率。十五兩內減盈六兩。餘九兩爲三率。推得四率十二爲人數也。若以九兩爲一率。六人爲二率。十五兩內加胸三兩。共十八兩爲三率。亦得四率十二爲人數。此法蓋合兩四率而爲一四率。原法以十八兩爲一率。二十四人爲二率。九兩爲三率。得四率十二爲人數。又如以二十四人爲一率。十八兩爲二率。與四人爲一率。三兩爲二率者同。因其俱爲四與三之比例。十二人爲三率。則得四率九兩。加盈六兩得十五兩爲銀數。今將兩四率合爲一四率。則前四率中省以二十四乘。後四率中省以二十四除。故以十八兩爲一率。又爲二率。以九兩爲三率。而得四率九兩。加盈六兩爲銀數也。



一率	二率	三率	四率
二十四人	一十八兩	一十二人	九兩

一率	二率	三率	四率
三兩	四人	九兩	一十二人

一率	二率	三率	四率
一十八兩	一十八兩	九兩	九兩

一率	二率	三率	四率
一十八兩	二十四人	九兩	一十二人

一率	二率	三率	四率
一十八兩	一十八兩	九兩	九兩

設如衆人共出銀買物。不知人數。亦不知物價。只云每八人出銀七兩。則盈四兩五錢。每九人出銀六兩。則納三兩。問人數及物價各若干。

八人 七兩三 盈四兩五錢

九人 六兩四 納三兩

一率	一十五兩
二率	七十二人
三率	七兩五錢
四率	三十六人

一率	八人
二率	七兩
三率	三十六人
四率	三十一兩五錢

一率	九人
二率	六兩
三率	三十六人
四率	二十四兩

法以八人互乘六兩得四十八兩。以九人互乘七兩得六十三兩。相減餘十五兩。爲一率。八人九人互乘得七十二人。爲二率。盈四兩五錢與納三兩相加得七兩五錢爲三率。推得四率三十六。卽爲人數。既得人數。乃以八人爲一率。七兩爲二率。三十六人爲三率。推得四率三十一兩五錢。減盈四兩五錢。餘二十七兩。卽爲物價。或以九人爲一率。六兩爲二率。三十六人爲三率。推得四率二十四兩。加納三兩。亦得二十七兩。爲物價也。此法用互乘以齊其數。一則變爲七十二人。出六十三兩。一則變爲七十二人。出四十八兩。其相差十五兩。是十五兩爲七十二人之所差。則盈納相加之。七兩五錢。卽知爲三十六人之所差。故十五兩與七十二人之比。卽同於七兩五錢與三十六人之比也。既得人數。仍用比例四率。以每幾人與所出幾何之比。卽如總人與總銀之比。而得數內減盈加納。卽爲物價也。

又先得銀數之法。以八人互乘六兩。得四十八兩。又以四十八兩互乘盈四兩五錢。爲加四十八倍。得盈

二百一十六兩以九人互乘七兩得六十三兩。又以六十三兩互乘胸三兩爲加六十三倍得胸一百八十九兩。二數相加得四百零五兩爲二率。四十八倍與六十三倍相減餘十五倍爲一率。一倍爲三率。推得四率二十七兩爲銀數。既得銀數。乃以七兩爲一率。八人爲二率。二十七兩內加盈四兩五錢。共三十一兩五錢爲三率。推得四率三十六爲人數。或以六兩爲一率。九人爲二率。於二十七兩減胸三兩。餘二十四兩爲三率。亦得四率三十六爲人數也。此法用互乘以齊人數銀數而成比例。故八人與九人互乘皆爲七十二人。以六十三兩與四十八兩互乘皆爲出三千零二十四兩。此數比四十八倍之物價。則盈二百一十六兩。比六十三倍之物價。則胸一百八十九兩。其盈胸之相差爲四百零五兩。其四十八倍與六十三倍相差爲十五倍。以十五倍與四百零五兩之比。即同於一倍與二十七兩之比也。既得銀數。仍用比例四率。蓋以所出之銀數與幾何人之比。即如加盈減胸之總銀數與總人數之比也。

一率	七兩
二率	八人
三率	三十一兩五錢
四率	三十六人

一率	六兩
二率	九人
三率	二十四兩
四率	三十六人

一率	一十五倍
二率	四百零五兩
三率	一倍
四率	二十七兩



一率	一十五倍
二率	四百零五兩
三率	一倍
四率	二十七兩

兩盈

設如衆人輪班值日。不知人數。亦不知日數。只云每四人值五日。則盈二十日。每八人值九日。仍盈八日。問人數及日數各若干。

法以四人互乘九日。得三十六日。以八人互乘五日。得四十日。相減餘四日。爲一率。四人八人互乘。

得三十二人。爲二率。盈八日與盈二十日相減。餘

十二日。爲三率。推得四率九十六。爲人數。既得人數。乃以四人爲一率。五日爲二率。九十六人爲三

率。推得四率一百二十日。減盈二十日。餘一百。爲

日數。或以八人爲一率。九日爲二率。九十六人爲

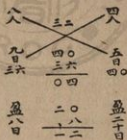
三率。推得四率一百零八日。減盈八日。亦餘一百

爲日數也。此法用互乘以齊其分。一則變爲三十

二人值四十日。二則變爲三十二人值三十六日。

其相差爲四日。知四日爲三十二人之所差。則兩盈相減之十二日。卽知爲九十六人之所差矣。既得人數。則以每幾人與值幾日之比。卽同於總人與總日之比。而於得數之內減其所盈。卽爲日數也。

又先得日數之法。以四人互乘九日。得三十六日。又以三十六日互乘盈二十日。爲加三十六倍。得盈七



一率	四人
二率	五日
三率	九十六人
四率	一百二十日

一率	八人
二率	九日
三率	九十六人
四率	一百零八日

一率	四日
二率	三十二人
三率	七十二人
四率	九十六人

百二十日。以八人互乘五日。得四十日。又以四十日互乘盈八日。爲加四十倍。得盈三百二十日。相減餘四百日。爲二率。三十六倍與四十倍相減。餘四倍爲一率。一倍爲三率。推得四率一百爲日數。既得日數。乃以五日爲一率。四人爲二率。一百日內加盈二十日。共一百二十日。爲三率。推得四率九十六爲人數。或以九日爲一率。八人爲二率。一百日內加盈八日。共一百零八日。爲三率。亦得四率九十六爲人數也。蓋八人四人互乘。皆爲三十二人。三十六日四十日互乘。皆爲一千四百四十日。然比三十六倍日數。則盈七百二十日。比四十倍日數。則盈三百二十日。二數相差爲四百日。三十六倍與四十倍相差爲四倍。知四倍之爲四百日。卽知一倍之爲一百日矣。既得日數。則以所值之幾日與幾人之比。卽同於加盈之總日數與總人數之比也。

兩胸

設如有人分絹。分之不盡。只云每三人五疋。少二十疋。每六人九疋。少十疋。問人數及絹數各若干。法以三人互乘九疋。得二十七疋。以六人互乘五疋。得三十疋。相減餘三疋。爲一率。三人六人互乘。得一



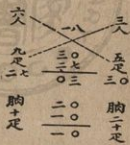
一率	五日
二率	四人
三率	一百二十日
四率	九十六人

一率	九日
二率	八人
三率	一百零八日
四率	九十六人

一率	四倍
二率	四百日
三率	一倍
四率	一百日

十八人爲二率。胸十疋與胸二十疋相減。餘十疋爲三率。推得四率六十爲人數。既得人數。則以三人爲一率。五疋爲二率。六十人爲三率。推得四率一百疋。減胸二十疋。餘八十疋爲絹數。若以六人爲一率。九疋爲二率。六十人爲三率。推得四率九十疋。減胸十疋。亦得八十疋爲絹數也。此法用互乘以齊其數。一則變爲十八人分三十疋。胸二十疋。一則變爲十八人分二十七疋。胸十疋。三十疋比二十七疋相差三疋。胸二十疋比胸十疋相差十疋。知三疋爲十八人之所差。卽知十疋爲六十人之所差。故三疋與十八人之比。卽同於十疋與六十人之比也。又先得絹數之法。以三人乘九疋。得二十七疋。六人乘五疋。得三十疋。相減餘三疋爲一率。三十疋爲二率。胸十疋與胸二十疋相減。餘十疋爲三率。推得四率一百疋。減胸二十疋。餘八十疋爲絹數也。若以

一率	三人
二率	五疋
三率	六十人
四率	一百疋



一率	三疋
二率	三十疋
三率	十疋
四率	一百疋

一率	六人
二率	九疋
三率	六十人
四率	九十疋

一率	三疋
二率	十八人
三率	十疋
四率	六十人

二十七疋爲二率。則求得
四率九十疋。減贖十疋。亦
得八十疋爲絹數。既得絹
數。則加贖二十疋。共一

一率	五疋
二率	三人
三率	一百疋
四率	六十人

一率	三疋
二率	十八人
三率	十疋
四率	六十人

一率	十八人
二率	三十疋
三率	六十人
四率	一百疋

百疋爲三率。五疋爲一率。三人爲二率。推得四率六十爲人數也。此法亦合兩四率而爲一四率。蓋原法以三疋爲一率。十八人爲二率。十疋爲三率。得四率六十爲人數。又如以十八人爲一率。三十疋爲二率。與三人爲一率。五疋爲二率者同。因其俱爲三與五之比例。六十人爲三率。得四率一百疋。減贖二十疋。餘八十疋爲絹數。今合兩四率爲一四率。則前四率中省以一十八乘。後四率中省以一十八除也。

一盈一適足

設如衆人支糧。每三人支九石。盈五十四石。每四人支十四石。適足。問人
數與糧數各若干。

法以三人互乘十四石。得四十二石。以四人互乘九石。得三十六石。相減
餘六石爲一率。三人四人互乘得十二人爲二率。盈與適足無可加減。卽
以盈五十四石爲三率。推得四率一百零八爲人數。既得人數。乃以四人
爲一率。十四石爲二率。一百零八人爲三率。推得四率三百七十八石爲
糧數。或以三人爲一率。九石爲二率。一百零八人爲三率。推得四率三百二十四石。加盈五十四石。亦得



三百七十八石爲糧數也。此法用互乘以齊其分。一則變爲十二人支三十六石。一則變爲十

一率	六石
二率	一十二人
三率	五十四石
四率	一百零八人

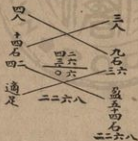
二人支四十二石。其相差六石。知六石爲十二人之所差。即知五十四石爲一百零八人之所差矣。既得人數。則以每幾人與支幾石之比。即同於總人數

與總糧數之比也。

又先得糧數之法。以三人互乘十四石。得四十二石。又以四十二石互乘盈五十四石。爲加四十二倍。得盈二千二百六十八石。以四人互乘九石。得三十六石。又以三十六石互乘適足。爲加三十六倍。仍得適足。故即以盈二千二百六十八石爲二率。三十六倍與四十二倍相減。餘六倍爲一率。一倍爲三率。推得四率三百七十八石爲糧數。既得糧數。乃以十四石爲一率。四人爲二率。三百七十八石爲三率。推得四率一百零八爲人數。或以九

一率	四人
二率	一十四石
三率	一百零八人
四率	三百七十八石

一率	三人
二率	九石
三率	一百零八人
四率	三百二十四石



一率	十四石
二率	四人
三率	三百七十八石
四率	一百零八人

一率	九石
二率	三人
三率	三百二十四石
四率	一百零八人

一率	六倍
二率	二千二百六十八石
三率	一倍
四率	三百七十八石

石爲一率。三人爲二率。三百七十八石內減盈五十四石。餘三百二十四石爲三率。亦得四率一百零八爲人數也。蓋三十六石與四十二石互乘。皆爲支一千五百一十二石。然四十二倍其糧數。則盈二千二百六十八石。三十六倍其糧數。則適足。三十六倍與四十二倍差六倍。知六倍之爲二千二百六十八石。卽知一倍之爲三百七十八石矣。旣得糧數。則以所支之幾石與幾人之比。卽同於總糧數與總人數之比也。

一胸一適足

設如以車運米。每四車載六十石。則米少六十石。每三車載四十石。則米適足。問車數與米數各若干。

法以四車互乘四十石。得一百六十石。以三車互乘六十石。得一百八十石。相減餘二十石爲一率。三車四車互乘得十二車爲二率。胸與適足無可加減。卽以胸六十石爲三率。推得四率三十六爲車數。旣得車數。則以十二車爲一率。以互乘所得之一百六十石爲二率。與三車爲一率。四十石爲二率。同。以其俱爲三與四十之比例也。三十六車爲三率。



一率	一十二車
二率	一百六十石
三率	三十六車
四率	四百八十石

一率	一十二車
二率	一百八十石
三率	三十六車
四率	五百四十石

一率	二十石
二率	一十二車
三率	六十石
四率	三十六車

推得四率四百八十石爲米數。若將互乘所得之一百八十石爲二率，則得四率五百四十石，減朒六十石，亦得四百八十石爲米數也。此法互乘後，一得十二車載一百八十石，一得十二車載一百六十石，其相差爲二十石，知二十石爲十二車之所差，卽知六十石爲三十六車之所差，故二十石與十二車之比，卽同於六十石與三十六車之比也。

又先得米數之法，欲省互乘，則將兩車數變爲同等，以四車載六十石，用四歸三，因爲三車載四十五石，則兩首數同矣。乃以四十石與四十五石相減，餘五石爲一率，四十石爲二率，朒六十石爲三率，推得四率四百八十石爲米數。既得米數，卽以四十石爲一率，三車爲二率，四百八十石爲三率，推得四率三十六，卽車數也。此法不用互乘，止將兩首數變爲同等，極爲簡捷，然必其數可以度盡爲同等者，方可用之。若其數不能度盡，則必仍用互乘之法焉。

三車	四十五石	朒六十石
五〇	五	六〇
四四	〇	
三車	四十石	適足

一率	五石
二率	四十五石
三率	六十石
四率	四百八十石

一率	四十石
二率	三車
三率	四百八十石
四率	三十六車

數理精蘊下編卷九

線部七

借衰互徵

借衰互徵者。有總數而無分數。或有分數而無總數。或無總數分數之實率。而但有其虛率。則不得不別借一衰數以爲比例。然後可以得其真數。故曰借衰。然而所借之衰。又各不同。有借於本數之中者。有借於本數之外者。借彼徵此。借虛徵實。故曰互徵。蓋先借各項衰數。合而爲總衰數。以總衰數與總真數相比。卽若各項衰數與各項真數之比也。或先借總衰數。加減出各衰數之較。以各衰數之較與真數之較相比。卽若總衰數與總真數之比也。或以各衰數之較與真數之較相比。卽若各項衰數與各項真數之比也。要之皆就比例之法而推廣之耳。

設如有銀一千八百兩。命甲乙二人按分分之。甲分比乙分有五倍。問甲乙各得幾何。

法借一爲乙衰。五爲甲衰。併之得六爲一率。總銀一千八百兩爲二率。乙衰一爲三率。得四率三百兩。卽乙所分之數。與一千八百兩相減。餘一千五百兩。卽甲所分之數。以三百兩與一千五百兩相較。則甲有乙之五倍。

一率 六衰

二率 一千八百兩

三率 一衰

四率 三百兩

也。此法既云甲有乙五倍，則是甲有五份，乙有一份。故借一爲乙衰，五爲甲衰，併之得六爲總衰。以總衰與總銀之比，卽若乙一衰與乙銀一分之比也。此法卽和數比例，因借衰之首，故設一最易者以發明其理云。

設如有三官接任，共歷一百年。第二官比前官加一倍零六年，第三官比第二官加一倍零二年。問每官各該幾年。

法借一衰爲第一官年數，借二衰多六年爲第二官年數，借四衰多十年爲第三官年數，併三官衰數得七爲一率，併後二官共多十六年於總年數內減之，餘八十四年爲二率。第一官一衰爲三率，得四率十二年爲第一官年數，倍之加多六年得三十年爲第二官年數，又倍第二官年數減少二年得五十八年爲第三官年數，合三數而共爲一百年也。此法第一官既借一衰，則第二官加一倍零六年者，當借二衰多六年，而第三官既比第二官又加一倍，則當借四衰多十二年，因少二年，故借四衰多十年爲第三官衰數也。

設如有甲乙丙三人，共銀四十四兩，乙比甲銀多一倍零四兩，丙比甲乙二人共數又多六兩，求各人銀數幾何。

法借一爲甲衰，借二多四兩爲乙衰，借三多十兩爲丙衰，併三衰得六爲一率，併乙丙二人多數爲十四兩，於總銀內減之，餘三十兩爲二率。甲衰一爲三率，得四率五兩，卽甲銀，倍之加多四兩，得十四兩爲乙銀，併甲乙銀，又加多六兩，得二十五兩，卽丙銀也。此法既以一爲甲衰，乙比甲加一倍零四兩，故借二多

一率	七衰
二率	八十四年
三率	一衰
四率	一十二年

四兩爲乙衰也。丙併甲乙共數多六兩。故借三多十兩爲丙衰也。甲衰一乙衰二併之爲三。乙比甲多四兩。丙比甲乙共數又多六兩。併之爲十兩也。

設如有甲乙二人入山採果。共得三百枚。但云甲數加六百枚。乙數加二百枚。則甲數比乙數多二倍。問甲乙各得幾何。

法借三爲甲衰。借一爲乙衰。併之得四爲一率。以三百枚與六百枚二百枚相加。得一千一百爲二率。乙衰一爲三率。得四率二百七十五。卽乙一分之數。減加數二百。餘七十五。卽乙數。以七十五與三百枚相減。餘二百二十五。卽甲數。以乙七十五與甲二百二十五相較。則甲多二倍也。此法既云甲比乙多二倍。則甲爲三分。乙爲一分。故借三爲甲衰。一爲乙衰。併之爲總衰。作一率。又以原果與兩加數相併爲總數。作二率。蓋總衰與總數之比。卽乙一衰與乙果一分之比也。

設如有銀一百九十六兩。買駝四匹。馬六匹。驢十頭。馬比驢價加一倍零二兩。駝比馬價加一倍零四兩。問各價銀若干。

法借一衰爲驢價。以驢十因之得十。借二衰多二兩爲馬價。以馬六因之得十二。衰多十二兩。一馬多二兩。六馬故多十二兩。借四衰多八兩爲駝價。以駝四因之得十六。衰多三十二兩。一駝多八兩。四駝故多三

一率	六衰
二率	三十兩
三率	一衰
四率	五兩

一率	四衰
二率	一千一百枚
三率	一衰
四率	二百七十五枚

十二兩·併三色衰數。驢十·馬十二·駝十六·共三十八爲一率。又併駝馬多價。駝三十二兩·馬十二兩·共四十四兩。於總銀內減之。餘一百五十二兩爲二率。驢一衰爲三率。得四率四兩。卽驢一頭之價。倍之加多二兩得十兩。卽馬一匹之價。又倍之加多四兩得二十四兩。卽駝一匹之價也。此法既借一衰爲驢價。馬比驢加一倍零二兩。故借二衰多二兩爲馬價也。駝比馬又加一倍。當借四衰多四兩。再加多馬四兩。則四衰多八兩爲駝價也。乃以各數因之。驢十·馬六·駝四·故得各項總衰數也。

設如問一人歲數。答曰我比弟長二年。父年倍我。仍多兩歲。伯父兼我三人歲數。再加四年。整百歲。問四人各得年數幾何。

法借一衰爲其弟歲數。借一衰零二年爲本人歲數。倍之得二衰零四年。再加多兩歲。得二衰零六年。爲其父歲數。總併之得四衰零八年。爲其伯之歲數。卽以四衰爲一率。八年四年相併得十二年。與百歲相減。餘八十八年爲二率。其弟一衰爲三率。得四率二十二。卽其弟之歲數。加長二年得二十四。卽本人之歲數。倍本人歲數。再加多兩歲。得五十。卽其父之歲數。併三人歲數。得九十六。卽其伯之歲數。再加四年。是爲整百歲也。此法既借一衰爲其弟歲數。本人較長二年。故借一衰零二年爲本人歲數也。其父年比本人加倍又多兩歲。

一率	三十八衰
二率	一百五十二兩
三率	一衰
四率	四兩

一率	四衰
二率	八十八歲
三率	一衰
四率	二十二歲

故借二衰零六年爲其父歲數也。加倍爲二衰零四年。又加多兩歲。故爲二衰零六年也。將三人歲數相併得四衰零八年。爲其伯之歲數。再加四年。方整百歲。則減四年。又減所零之八年。餘八十八年。卽四衰相當之數也。

設如漏壺一具。上有渴烏注水。凡十二時而滿。下有一孔通天池洩水。凡十八時而盡。若上注下洩。問幾時可得水滿。

法以十二時與十八時相乘。得二百一十六時。卽借二百一十六分爲壺水衰數。又以十二時與十八時相減。餘六時。卽借六分爲一時水滿分數。乃以六分爲一率。一時爲二率。二百一十六分爲三率。得四率三十六。卽是水滿一壺之時也。此法以十二時乘十八時者。卽借一壺水作二百一十六分算也。十二時滿二百一十六分。則一時滿十八分。十八時盡二百一十六分。則一時洩十二分。一時滿十八分而洩十二分。則壺中所存止得六分。故以十二減十八。餘六分。爲一時所滿之水也。滿水六分。既得一時。則壺中滿二百一十六分而得三十六時矣。

設如漏壺一座。注水於內。下有三孔。大孔流水二時而盡。中孔流水三時而盡。小孔流水六時而盡。若三孔齊開。問水幾時可盡。

法以大孔之二時。乘中孔之三時。得六時。又以小孔之六時乘之。得三十六時。卽借三十六分爲壺水總

一率	六分
二率	一時
三率	二百一十六分
四率	三十六時

衰數以大孔二時除之得十八分。以中孔三時除之得十二分。以小孔六時除之得六分。併三數得三十六爲一率。一時爲二率。借衰三十六爲三率。得四率一時。卽一時水可盡也。此法蓋以三色之數連乘爲共分。其大孔二時流盡則一時流十八分。中孔三時流盡則一時流十二分。小孔六時流盡則一時流六分。故併三數而爲一時所流者有三十六分。今壺水止有三十六分。故一時可以流盡也。

設如有人自鄉上城。共一百二十里。今行尙未到。若以行過路六分之一。與餘路三分之一相加。便是到城里數。問該若干。

法借十五衰爲一率。一百二十里爲二率。餘路三分。卽借三衰爲三率。得四率二十四里。卽到城里數也。此法借十五衰爲一率者。因餘路取三分之一。尙餘二分。又取行過路六分之一。補足餘路二分之數。是行過路之一分。卽抵餘路之二分也。今將餘路一分借一衰。則行過路一分當借二衰。六分則當借十二衰。再加餘路三衰。是共得十五衰。故十五衰與一百二十里之比。卽餘路三分與二十四里之比也。每分該八里。

設如有井深至底二丈六尺。不知水深若干。但云自水面向上取三分之一。從水面向下取四分之一。相併便是水深數。問該幾何。

一率	三十六分
二率	一時
三率	三十六分
四率	一時

一率	一十五衰
二率	一百二十里
三率	三衰
四率	二十四里

法借十三衰爲一率。二丈六尺爲二率。自水面往下四分。卽借四衰爲三率。得四率八尺。卽水之深也。此法借十三衰爲一率者。因水面往下取四分之。尙餘三分。又取水面向上三分之一。補足水面下三分之數。是水面上一分。卽準水面下之三分也。今將水面下一分借一衰。則水面上。一分當借三衰。一分借三衰。則三分必當借九衰。再加水面下四衰。是共得十三衰。故十三衰與二丈六尺之比。卽水面下四分與八尺之比也。

設如有人問此時係何時刻。答曰。自子正到此時時刻折半。與自此時到午正三分之一相加。便是此時時刻。

法借二衰爲自子正到此時衰數。時折半者定爲一衰。今用全數。故借二衰。又借三衰爲自此時到午正衰數。三分故借三衰。四三分之一。與折半之數相等。故亦將一分借一衰。併之得五衰。爲子正到午正之分。爲一率。又計子正到午正得十二小時。因化爲七百二十分。爲二率。自子正到此時二衰爲三率。得四率二百八十八分。收爲四小時三刻三分。卽定爲寅正三刻三分也。此法因題言自子正到此時時刻折半。故以折半數借爲一衰。今用全數爲自子正起算。故借二衰。題又言到午正時刻三分之一。與折半之數相加。則是折半數卽與三分之一之數相等。故將三分亦借爲三衰。是子正到午正共爲五衰矣。計子正到午正時刻得七百二十分。

一率	一十三衰
二率	二丈六尺
三率	四分
四率	八尺

一率	五衰
二率	七百二十分
三率	二衰
四率	二百八十八分

故五衰與七百二十分之比。卽二衰與二百八十八分之比。既得二百八十八分。收爲四小時三刻三分。卽自子正到寅正三刻三分也。

設如有人問到日落得幾時。答曰。自日出到此時時刻。取四分之一。從此時到日落時刻折半。兩數相加。卽是此時時分。

法借二衰爲自此時到日落時衰數。時折半者借一衰。今用全數。故借二衰。

又借四衰爲自日出到此時衰數。四分故借四衰。因四分之一。與折半之數相

等。故亦將一分借一衰。併之得六衰爲一率。又察晝夜長短。如自日出至

日落止有十小時。卽化作六百分爲二率。自此時到日落二衰爲三率。得

四率二百分。收爲三小時一刻五分。卽到日落之時分也。此法因題言自

此時到日落時刻折半。故以折半數借爲一衰。今用全數。則當借爲二衰。

題又言自日出到此時四分之一。與折半之數相加。則是折半數卽與四分之一之數相等。故將四分亦

借爲四衰。是日出到日落共爲六衰矣。如日出至日落時刻得六百分。則六衰與六百分之比。卽二衰與

二百分之比。故以二百分收爲三時一刻五分也。

設如有羊一羣。不知數目。但云賣去三分之一。又分四分之一。另爲一羣。下餘一千隻。問原共數幾何。

法以兩分母相乘。得十二爲總衰。內減三分之一餘八。又減四分之一餘五。爲一率。一千爲二率。總衰十

二爲三率。得四率二千四百。卽共數也。此法因題言三分之一。四分之一。兩分子同。分母不同。故以兩分

一率	六衰
二率	六百分
三率	二衰
四率	二百分

母相乘爲總衰分內減三分之一又減四分之一所餘五卽如總數分十二分而一千爲其五分也故五衰與一千之比卽如十二衰與二千四百之比也

設如有羊一羣不知數目但云賞人七分之五又將所餘者賣五分之三尙餘八百隻問原共數若干

法以兩分母相乘得三十五爲總羊衰數內去七分之五餘一十將三十五分爲七分·每分得五·今去五分爲二十五·故仍餘一十也·又將一十爲所餘羊衰數內去五分之三餘四將一十分爲五分·每分得二·今去三分爲六·故仍餘四也·卽以四爲一率所餘羊八百隻爲二率總衰三十五爲三率得四率七千卽原羊共數也此法蓋因共數爲七千內去七分之五是去五千餘二千又將二千去五分之三是去一千二百仍餘八百故借總衰三十五內去七分之五所餘又去五分之三而得餘衰四以餘衰四與餘羊八百之比卽如總衰三十五與總羊七千之比也此法與前法微異者前法雖有三分四分之不同是於總數中計分故其爲分則一此法賞人七分之五者是去總數內七分之五而賣五分之三者乃賞人後所餘之五分之三也立法少異故借衰中總分餘分相減亦別至減餘歸四率其比例仍同也

設如有田七百四十二畝內有耕者種者耘者種者比耕者得十分之七耘者比種者得五分之三問每

一率	五衰
二率	一千
三率	一十二衰
四率	二千四百

一率	四衰
二率	八百
三率	三十五衰
四率	七千

項各幾何。

法以兩分母兩分子互相連乘，共得一千零五十，為耕者衰數。此數十分之，取其七分，得七百三十五，為種者衰數。此數五分之，取其三分，得四百四十一，為耘者衰數。併三衰數，得二千二百二十六，為一率。七

一率	二千二百二十六衰
二率	七百四十二衰
三率	一千零五十衰
四率	三百五十衰

一率	二千二百二十六衰
二率	七百四十二衰
三率	七百三十五衰
四率	二百四十五衰

一率	二千二百二十六衰
二率	七百四十二衰
三率	四百四十一衰
四率	一百四十七衰

百四十二畝為二率，以耕者衰數一千零五十為三率，得四率三百五十畝，即所耕之田。以種者衰數七百三十五為三率，得四率二百四十五畝，即所種之田。以耘者衰數四百四十一為三率，得四率一百四十七畝，即所耘之田也。此法因分母分子皆不同，恐借數有奇零，故即以本題分數連乘之，得數後仍依各項分之，則衰數無奇零，而各分各數，俱可比例而得矣。

設如遠望一塔，上露三丈二尺，中有林木遮去三分之一，下尚露五分之一，間共高若干。

法先借一數，可分為三分五分者，乃借三十為總衰。此數三分之一得二十，又五分之一得六，兩數相加得二十六，與總衰三十相減，餘四為一率。上露三丈二尺為二率，總衰三十為三率，得四率二十四丈，即

塔之高也。此法以減餘四衰與上露三丈二尺之比。即總衰三十與塔總高二十四丈之比也。二十四丈三分之二得十六丈。五分之一得四丈八尺。相加得二十丈零八尺。又加上露三丈二尺。則共二十四丈也。

又法於借衰三十內減去三分之二。減去二十。又減五分之一。減去六。餘四衰。即以四衰除塔露三丈二尺。得八尺。是一衰爲八尺也。一衰爲八尺。則三十衰自得二百四十尺矣。

設如有木匠與瓦匠小工三項分工價。瓦匠得木匠五分之二。小工得木匠四分之一。瓦匠比小工多一兩二錢。問每項工價若干。

法以兩分母兩分子連乘。共得四十。爲木匠衰數。此數五分之二得十六。爲瓦匠衰數。四分之一得十。爲小工衰數。又將十六衰與十衰相減。餘六。爲一率。多一兩二錢。爲二率。木匠衰數四十。爲三率。得四率八兩。即木匠價取五分之二。得二兩二錢。即瓦匠價取四分之一。得二兩。即小工價。以二兩與三兩二錢相減。餘一兩二錢。即瓦匠多於小工之數也。此法亦以題中分母分子連乘作衰數。但用瓦匠比小工所多衰數銀數。與木匠衰數銀數爲比例。何也。蓋各項衰數與各項銀數之比皆同。今瓦匠衰數與小工衰數之比。即瓦匠銀數與小工銀數之比也。又瓦匠衰數多於小工

一率	四衰
二率	三丈二尺
三率	三十衰
四率	二十四丈

一率	一衰
二率	八尺
三率	三十衰
四率	二百四十尺

一率	六衰
二率	一兩二錢
三率	四十衰
四率	八兩

衰數之六與瓦匠銀數多於小工銀數一兩二錢之比。即同於小工衰數與小工銀數之比。又即同於木匠衰數與木匠銀數之比。故直以六衰與多一兩二錢爲一率二率也。

設如有金不足色。欲煉成上等好金。第一次入爐煨去三分之一。第二次入爐煨去四分之一。第三次入爐煨去五分之一。第四次入爐煨去六分之一。方淨剩上等好金二十七兩。問原金幾何。

法借三分四分五分六分俱分得盡之六十。爲原金總衰。此數三分之一得二十四分之一。得十五分之二。得十二分之三。得十四數相併得五十七。與原借數六十相減。餘三爲一率。淨剩金二十七兩爲二率。總衰六十爲三率。得四率五百四十兩。即原金數也。此法因原金中鎔銷四次。所餘二十七兩。故借衰中亦減去四次之數。所餘爲三衰。以三衰與二十七兩之比。即六十衰與五百四十兩之比也。

設如有銅不知斤數。但云取七分之二。三作上等儀器。又取所餘之五分之二。作中等儀器。又取所餘之四分之一。作三等儀器。仍餘五十四斤。問原銅共數幾何。

法以三分母連乘得一百四十。爲總銅衰數。取其七分之二。餘八十。爲二次餘銅衰數。一百四十分爲七分。每分二十。今去三分爲六十。仍餘八十也。又將所餘八十。取其五分之二。餘四十八。爲三次餘銅衰數。八十分爲五分。每分十六。今去二分爲三十二。仍餘四十八也。又將所餘四十八。取其四分之一。餘三十六。爲所餘衰數。四十八分爲四分。每分十二。今去一分十二。仍餘三十六也。即以三十六爲一率。餘銅五十四斤爲二率。

一率	三衰
二率	二十七兩
三率	六十衰
四率	五百四十兩

總衰一百四十爲三率得四率二百一十斤。卽原銅共數也。蓋二百一十斤內去七分之二。是去九十斤。餘一百二十斤。又將一百二十斤內去五分之二。是去四十八斤。餘七十二斤。又將七十二斤內去四分之一。是去十八斤。餘五十四斤。而與原剩數合也。此法亦是按節次另定分數。與均分者不同。故立衰數。亦按節次減去。取其餘衰三十六與餘銅五十四斤之比。卽若總衰一百四十與總銅二百一十斤之比也。

設如問一老人歲數。但云加三分之二。減四分之一。得一百三十六歲。求其歲數幾何。法借十二爲總衰數。此數三分之二爲八。四分之一爲三。於總衰十二內加八減三。得十七爲一率。一百三十六歲爲二率。總衰十二爲三率。得四率九十六歲。卽老人歲數也。此法借十二衰。卽三分與四分相乘之數。三分四分俱可以分盡也。於總衰十二內加八。卽加三分之二也。又減三。卽減四分之一也。所得十七。卽加減衰數也。以加減衰數與加減年數之比。卽若所借總衰與所得歲數之比也。

設如有一數。但云其數二分之一。三分之一。四分之一。五分之一。六分之一。共併爲五百二十二。問原數幾何。

法先借一數。可分爲二分三分四分五分六分者。乃借六十爲總衰數。此數依法剖之。其二分之一爲三

一率	三十六衰
二率	五十四斤
三率	一百四十衰
四率	二百一十斤

一率	一十七衰
二率	一百三十六歲
三率	一十二衰
四率	九十六歲

十其三分之一爲二十其四分之一爲十五其五分之一爲十二其六分之一爲十併之得八十七爲一率共併數五百二十二爲二率總衰六十爲三率得四率三百六十卽原數也此法借數六十與原數爲比者因原數隱而未露故虛借一數作比例以互徵之蓋併數八十七者原數爲六十併數五百二十二者原數爲三百六十其比例同也

設如有馬一羣但云加一倍又加二分之一又加三分之一又加四分之一又加一併原數共一百一十二匹問原數幾何

法先借一數可分爲二分三分四分者乃借十二爲衰數此數加一倍得二十四又加二分之一爲六又加三分之一爲四又加四分之一爲三共得三十七爲一率共數一百一十二減一餘一百一十一爲二率衰數十二爲三率得四率三十六卽原數也此法與前法同但題中又加一匹是眞數也故於總數內減去一匹爲比例蓋加分所得衰數三十七與加分所得共數一百一十一之比卽若所借原衰十二與原數三十六之比也

設如一人爲商三次第一次得利比本爲三分之二將利加入本銀第二次得利比本爲四分之三又將此利加入本銀第三次得利比本爲五分之三三次本利共銀一千四百兩問原本銀若干

法借六十爲本銀衰數取其三分之二得四十與六十相加得一百又將一百取其四分之三得七十五

一率	八十七衰
二率	五百二十二
三率	六十衰
四率	三百六十

一率	三十七衰
二率	一百一十二衰
三率	一十二衰
四率	三十六衰

與一百相加得一百七十五。又將一百七十五取其五分之三，得一百零五。與一百七十五相加得二百八十，爲一率。本利共銀一千四百兩爲二率。原借衰數六十爲三率。得四率三百兩，卽原本銀數也。蓋三百兩三分之二得二百，與本銀相加得五百。於五百內取四分之三，得三百七十五。仍與五百相加得八百七十五。於八百七十五內取五分之三，得五百二十五。仍與八百七十五相加得一千四百。以合原數。其借六十爲本銀衰數。加三分之二得一百。卽第一次本利共衰也。又加四分之三得一百七十五。卽第二次本利共衰也。又加五分之三得二百八十。卽第三次本利共衰也。以本利共衰與本利共銀之比。卽如本銀借衰與原有本銀之比也。

一率	二百八十衰
二率	一千四百兩
三率	六十衰
四率	三百兩

疊借互徵

疊借互徵者。因原問內設數隱伏。一次借衰。尚不能得其真數。故不得不借兩數以比較之。先借一數與原數相較。復借一數與原數相較。然後據兩較以立算。而真數可得。故曰疊借。蓋以疊借之數。比原問之數或多或少。乃作盈朒法算之。以求兩借數之較也。故其較之一多一少者。用加。或兩較俱多。兩較俱少者。用減。一如盈朒之例。以兩差數之較與兩借數之較為比。而得借數與真數之較。或以兩借數互乘兩差數。以兩差數之較與互乘所得兩差數之較為比。而得所求之真數。其法雖繁。實有條理。亦借數之巧也。

設如有銀一百兩。命甲丙丁三人分之。甲比丙多一倍。丙比丁多二倍。問每人應得幾何。

法先借十二兩為甲銀衰數。則丙應得六兩。比

甲少一倍。丁應得二兩。比丙少二倍。併三數得

二十兩。與原銀一百兩相較。少八十兩。再借二

十四兩為甲銀衰數。則丙應得十二兩。比甲少一

倍。丁應得四兩。比丙少二倍。併三數得四十

兩。與原銀一百兩相較。仍少六十兩。乃以前借

數十二兩。少八十兩。書於右。後借數二十四兩

二四	二四	一一
	二二	
	一一	
少	八〇	少
六〇	八〇	八〇
	六二	
	二〇	

一率	二十兩
二率	十二兩
三率	八十兩
四率	四十八兩

少六十兩書於左。作兩不足法算之。於是兩少數相減。餘二十兩爲一率。兩借數相減。餘十二兩爲二率。前借數與原數相較之少八十兩爲三率。得四率四十八兩。加入前借數十二兩。共得六十兩。卽甲銀數。或以後借數與原數相較之少六十兩爲三率。得四率三十六兩。加入後借數二十四兩。亦得六十兩。爲甲銀數。既得甲銀數。減一倍得三十兩。卽丙銀數。再取丙銀三分之一得十兩。卽丁銀數也。因丙銀比丁銀多二倍。故於丙銀中取三分之一卽丁銀。此法先借一人銀數。加減出三人銀數。與原總銀相較。得其差數。又借一人銀數。加減出三人銀數。又與原總銀相較。復得一差數。爰將兩借數相減。是得甲一人兩借數之較也。又將兩差數相減。因兩差俱少。故相減。如一多一少則相加。是得三人兩差數之較也。乃以比例求之。以三人兩差數之較比一人兩借數之較。卽同於三人共數與原總銀之差。比一人借數與本銀之差也。故以二十兩與十二兩之比。同於八十兩與四十八兩之比。爲借數十二兩少於甲本銀之差數。或以二十兩與十二兩之比。同於六十兩與三十六兩之比。爲借數二十四兩少於甲本銀之差數。各與借數相加。皆得甲本銀數也。因其爲少。故與借數相加。若差數爲多。則與借數相減。此卽盈虧先求適足之法。蓋兩少數相差二十兩。由於兩借數之相差十二兩。如欲補足所少之八十兩。則應加四十八兩。或欲補足所少之六十兩。則應加三十六兩也。

又如欲借兩數。所得差數一多一少。用相加立算。則先借四十八兩爲甲銀衰數。丙應得二十四兩。丁應

一率	二十兩
二率	十二兩
三率	六十兩
四率	三十六兩

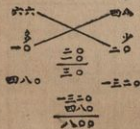
得八兩，併三數得八十兩，與原銀一百兩相較，少二十兩，再借六十六兩為甲銀數，丙應得三十三兩，丁應得十一兩，併三數得一百一十兩，與原銀一百兩相較，則多十兩，乃以前借數四十八兩少二十兩書於右，後借數六十六兩多十兩書於左，作一盈一朒法算之，於是一多一少數相加得三十兩為一率，兩借數相減餘十八兩為二率，前借數與原數相較之少二十兩為三率，得四率十二兩，加入前借數四十八兩，共得六十兩，即甲銀數，如以後借數與原數相較之多十兩為三率，得四率六兩，與後借數六十六兩相減，亦得六十兩，為甲銀數，既得甲銀數，其丙丁銀數，按分遞減之即得矣。

又法既得兩借數之差，用互乘以齊其分，以前借數四十八兩，互乘後多十兩，為加四十八倍，得多四百八十兩，以後借數六十六兩，互乘前

四八	六六	六八	六八
		四一	一八
		一八	
少	多	二〇	二〇
二〇	一〇	二〇	三〇

一率	二率	三率	四率
三十兩	十八兩	十兩	六兩

一率	二率	三率	四率
三十兩	十八兩	二十兩	十二兩



少二十兩，爲加六十六倍，得少一千三百二十兩，乃以互乘所得一多一少兩數相加，得一千八百兩，爲二率。原一多一少兩數相加，得三十兩，爲一率。一人爲三率，得四率六十兩，卽甲銀數也。蓋所加四十八倍與六十六倍相差爲十八倍，則互乘所得一多一少兩數相差之一千八百兩，卽十八倍總銀數也。見論法。然甲銀爲總銀之十分之十八，蓋兩差數之較爲三十，則兩借數之較爲十八，少數爲二十，則借數加二十二，多數爲一十，則借數減六，皆三十與十八之比例也。必爲十八倍總銀之十分之一，蓋十分之十八者，將總銀分爲十分，而得其十八分也。若十八倍總銀，則其一分卽十八也。故以十分與一千八百兩之比，卽同於一分與六十兩之比，卽甲銀數也。

設如有香爐二座，不言重數，但知爐蓋一個重一百五十斤，如以蓋加甲爐，則重於乙爐二倍，以蓋加乙爐，乃與甲爐相等，求甲乙二爐各重幾何。

法先借三十斤爲甲爐衰數，加蓋一百五十斤，共一百八十斤，內取三分之一得六十斤，爲乙爐衰數。因甲爐加蓋比乙爐重二倍，故以乙爐衰數定爲甲爐衰數，加蓋之三分之一。以乙爐衰數加蓋一百五十斤，共二百一十斤，比所借甲爐衰數三十斤，多一百八十斤，則是所借甲爐衰數三十斤，少一百八十斤，再借九十斤爲甲爐衰數，加蓋一百五十斤，共二百四十斤，內取

一率	三十兩
二率	一千八百兩
三率	一人
四率	六十兩

九〇	三〇
少一四〇	少一八〇

三分之一得八十斤爲乙爐衰數。以乙爐衰數加蓋一百五十斤共二百三十斤。比所借甲爐衰數九十斤多一百四十斤。則是所借甲爐衰數九十斤少一百四十斤。乃以前借甲爐衰數三十斤少一百八十斤書於右。後借甲爐衰數九十斤少一百四十斤書於左。作兩朒法算之。於是兩少數相減。餘四十斤爲一率。兩借數相減。餘六十斤爲二率。前借數與原數相較之少一百八十斤爲三率。得四率二百七十斤。加入前借數三十斤共三百斤。即甲爐之重。加蓋一百五十斤共四百五十斤。內取三分之一得一百五十斤。即乙爐之重。加蓋一百五十斤。共三百斤。與甲爐相等也。

又法既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數三十斤。互乘後少一百四十斤。爲加三十倍。得少四千二百斤。以後借數九十斤。互乘前少一百八十斤。爲加九十倍。得少一萬六千二百斤。乃以互乘所得兩少數相減。餘一萬二千斤爲二率。原兩少數相減。餘四十斤爲一率。甲爐一爲三率。得四率三百斤。即甲爐之重數也。蓋所加三十倍與九十倍相差。爲六十倍。則互乘所得兩少數相差之一萬二千斤。即六

九〇	九〇 — 三〇 六〇	三〇
少	一八〇	少
一四〇	— 一四〇	八〇
	〇四〇	

一率	二率	三率
四十斤	六十斤	一百八十斤
四率	二百七十斤	

十倍總差數也。然甲爐重數爲總差數之四十分之六十。蓋兩差數之較爲四十。則兩借數之較爲六十。少數爲一百八十。則借數加二百七十。皆四十與六十之比例也。必爲六十倍總差數之四十分之一。蓋四十分之六十者。將總差數分爲四十分。而得其六十分也。

若六十倍總差數。則其一分即六十分也。故以四十分與一萬二千斤之比。即同於一分與三百斤之比也。

設如有銅鑄甲乙二鐘。未稱斤數。但云取乙鐘銅八十斤入甲鐘。則所餘得甲鐘四分之一。若取甲鐘銅八十斤入乙鐘。則所餘得乙鐘三分之二。問二鐘各得銅數若干。

法先借一百二十斤爲甲鐘衰數。取乙鐘銅八十斤加入甲鐘。則甲鐘得二百斤。此數四分之得五十斤。因取乙鐘銅八十斤入甲鐘。所餘得甲鐘之四分之一。故四分之爲乙鐘之一分。加八十斤得一百三十斤。爲乙鐘衰數。此乙鐘未取八十斤入甲鐘時。得一百三十斤也。若取甲鐘銅八十斤加入乙鐘。則乙鐘得二百一十斤。而甲鐘止餘四十斤。甲鐘一百二十斤中去八十斤。故餘四十

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r}
 九〇 \\
 四〇 \\
 \hline
 四〇〇
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 三〇 \\
 八〇 \\
 \hline
 一六二〇
 \end{array} \\
 \\
 \begin{array}{r}
 一八〇 \\
 一四〇 \\
 \hline
 〇四〇
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 一六二〇〇 \\
 一四二〇〇 \\
 \hline
 一二〇〇〇
 \end{array}
 \end{array}$$

一車	四十斤
二車	一萬二千斤
三車	一爐
四車	三百斤

三六〇	一二〇
多	少
一五〇	一五〇

斤。加一半二十斤得六十斤。爲乙鐘數。因取甲鐘銅八十斤入乙鐘。所餘得乙鐘三分之二。故四十斤爲三分之二。而加一分爲二十斤。共六十斤爲乙鐘數。而與乙鐘二百一十斤相較。則少一百五十斤。再借三百六十六斤爲甲鐘衰數。取乙鐘銅八十斤。加入甲鐘。則甲鐘得四百四十斤。此數四分之一得一百一十斤。因取乙鐘銅八十斤入甲鐘。所餘得甲鐘之四分之一。故四分之一爲乙鐘之一分。加八十斤得一百九十斤。爲乙鐘衰數。此乙鐘未取八十斤入甲鐘時。得一百九十斤也。若取甲鐘銅八十斤。加入乙鐘。則乙鐘得二百七十斤。而甲鐘止餘二百八十斤。甲鐘三百六十斤中去八十斤。故餘二百八十斤。加一半一百四十斤。得四百二十斤。爲乙鐘數。因取甲鐘銅八十斤入乙鐘。所餘得乙鐘三分之二。故

二百八十斤爲三分之二。而加一分爲一百四十斤。共四百二十斤爲乙鐘數。而與乙鐘二百七十斤相較。則多一百五十斤。乃將前借數一百二十斤。少一百五十斤。書於右。後借數三百六十斤。多一百五十斤。書於左。用盈虧算法算之。於是以一多一少兩數相加。得三百爲一率。兩借數相減。餘二百四十爲二率。前借數與乙衰相較之少

三六〇	三六〇	一二〇
	二二〇	
	二四〇	
	多	少
一五〇	一五〇	一五〇
	一五〇	
	三〇〇	

一率	三百斤
二率	二百四十斤
三率	一百五十斤
四率	一百二十斤

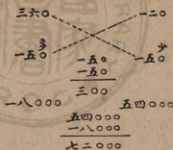
一百五十斤爲三率。得四率一百二十斤。加前借數一百二十斤。共二百四十斤。爲甲鐘斤數。加入乙鐘銅八十斤。爲三百二十斤。四分之得八十斤。既取乙鐘銅八十斤入甲鐘。故餘此數。再加入甲鐘銅八十斤。得

一百六十斤爲乙鐘斤數也。

又法既得兩借數之差，用互乘以齊其分，以前借數一百二十斤，互乘後多一百五十斤，爲加一百二十倍，得多一萬八千斤，以後借數三百六十斤，互乘前少一百五十斤，爲加三百六十倍，得少五萬四千斤，乃以互乘所得一多一少兩數相加，得七萬二千斤，爲二率，原一多一少兩數相加，得三百斤，爲一率，甲鐘一爲三率，得四率二百四十斤，卽甲鐘重數也，蓋所加一百二十倍，與三百六十倍相差，爲二百四十倍，則互乘所得一多一少兩數相加之七萬二千斤，卽二百四十倍總差數也，然甲鐘重數爲總差數之三百分之二百四十，必爲二百四十倍總差數之三分之一，故以三百分與七萬二千斤之比，卽同於一分與二百四十斤之比也。

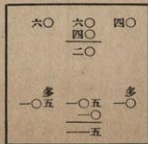
設如甲丙二人入山採礦，皆不知所得之數，但云甲與丙二十四兩，則所餘得丙之四分之一，若丙與甲三十兩，則所餘得甲之六分之一，問兩人各得之數若干。

法先借四十兩爲丙之衰數，加甲與二十四兩，得六十四兩，此數四分之，得十六兩，因甲得丙四分之一，故



一率	三百斤
二率	七萬二千斤
三率	一鐘
四率	二百四十斤

將丙數四分也。加二十四兩得四十兩爲甲之衰數。因甲與丙二十四兩。所餘得丙四分之一。故仍以二十四兩加入爲甲衰數也。若丙與甲三十兩則甲得七十兩而丙止餘十兩。六因之得六十兩爲甲數。因丙與甲三十兩。所餘得甲六分之一。故將丙之十兩。六因之爲甲數。而與甲七十兩相較則少十兩。再借六十兩爲丙之衰數。加甲與二十四兩得八十四兩。此數四分之得二十一兩。加二十四兩得四十五兩爲甲之衰數。其所加所分之故同前。若丙與甲三十兩則甲得七十五兩而丙止餘三十兩。六因之得一百八十兩而與甲七十五兩相較又多一百零五兩。乃將前借數四十兩少十兩書於右。後借數六十兩多一百零五兩書於左。用盈虧法算之。於是以一多一少兩數相加得一百一十五爲一率。兩借數相減餘二十爲二率。前借數與甲相較之少十兩爲三率。得四率一兩七錢三分九釐一毫有餘。加前借數四十兩共四十一兩七錢三分九釐一毫有餘爲丙



一率	一百一十五兩
二率	二十兩
三率	十兩
四率	一兩七錢三分九釐一毫餘

所得之數。此數加二十四兩。得六十五兩七錢三分九釐一毫有餘。再四分之。得一十六兩四錢三分四釐七毫有餘。因甲得丙銀四分之一。故四分之。加入二十四兩。得四十兩四錢三分四釐七毫有餘。爲甲所得之數。甲既與丙二十四兩。故止剩一十六兩有餘。若未與丙二十四兩。其金數則四十兩有餘也。若將甲數加三十兩。得七十兩四錢三分四釐七毫有餘。將丙數減三十兩。得十一兩七錢三分九釐一毫有餘。此丙十一兩七錢三分九釐一毫有餘。卽爲甲七十兩四錢三分四釐七毫有餘之六分之一也。因丙與甲三十兩。則丙數居甲數之六分之一。故將四十兩有餘。再加入丙三十兩。得七十兩有餘。則丙數內減去三十兩。止得十一兩有餘。故爲甲數之六分之一也。

又法。既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數四十兩。互乘後多一百零五兩。爲加四十倍。得多四千二百兩。以後借數六十兩。互乘前少十兩。爲加六十倍。得少六百兩。乃以互乘所得一多一少兩數相加。得四千八百兩。爲二率。原一多一少兩數相加。得一百一十五兩。爲一率。一人爲三率。得四率四十一兩七錢三分九釐一毫有餘。卽丙所得之數也。蓋所加四十倍。與六十倍相差。爲二



一率	一百一十五兩
二率	四千八百兩
三率	一人
四率	四十一兩七錢三分九釐一毫餘

十倍則互乘所得一多一少兩數相加之四千八百兩即二十倍總差數也。然丙數為總差數之一百一十五分之二十必為二十倍總差數之一百一十五分之一故以一百一十五分與四千八百兩之比即同於一分與四十一兩七錢三分九釐一毫有餘之比也。

設如有銅缸磁缸二面若於銅缸內添水五十斤則比磁缸內水多二倍若於磁缸內添水五十斤則與銅缸內水數相等問二缸各得水數若干。

法先借十斤為銅缸水之衰數加五十斤得六十斤此數三分之得二十斤為磁缸水之衰數因銅缸加五十斤則比磁缸水多二倍故三分之為磁缸水衰數也。以磁缸水衰數加五十斤得七十斤因磁缸加五十斤與銅缸水相等故亦加五十斤比所借銅缸水之衰數十斤多六十斤則是所借銅缸

水之衰數十斤少六十斤再借二十二斤為銅缸水之衰數加五十斤得七十二斤此數三分之得二十四斤為磁缸水之衰數以磁缸水衰數加五十斤得七十四斤比所借銅缸水之衰數二十二斤多五十二斤則是所借銅缸水之衰數二十二斤少五十二斤乃以前借數十斤少六十斤書於右後借數二十二斤少五十二斤書於左作兩朥法算之於是兩少數相減餘八斤為一率兩借數相減餘十二斤為二率前借數與銅缸相較之少六十斤為三率得四率九十斤加入前借數十斤共一百斤即銅

二二	二二〇二 一一	一〇
少二	六〇二 六五二 〇八	少〇六
五二		

二二	一〇
少二	少〇六
五二	

缸之水數加五十斤，得一百五十斤，三分之得五十斤，即磁缸之水數。以磁缸水數加五十斤，亦得一百斤，與銅缸水數相等也。

又法既得兩借數之差，用互乘以齊其分，以前借數十斤，互乘後少五十二斤，為加十倍，得少五百二十斤，以後借數二十二斤，互乘前少六十斤，為加二十二倍，得少一千三百二十斤，乃以互乘所得兩少數相減，餘八百斤，為二率，原兩少數相減，餘八斤，為一率，銅缸一為三率，得四率一百斤，即銅缸之水數也。蓋所加十倍，與二十

二倍相差為十二倍，則互乘所得兩少數相差之八百斤，即十二倍總差數也。然銅缸水數為總差數之八分之十二，必為十二倍總差數之八分之一，故以八分與八百斤之比，即同於一分與一百斤之比也。設如有羊三羣，甲羣四百隻，丙羣為甲丁兩羣二分之一，丁羣為甲丙兩羣三分之一，問丙丁兩羣羊數各若干。

法先借三百隻為丙羣衰數，丙羣既為甲丁兩羣二分之一，則甲丁兩羣當有六百隻，內減甲羣四百隻，

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc}
 \text{二二} & & \text{一〇} \\
 \text{少五二} & & \text{少六〇} \\
 \text{五二〇} & & \text{一三二〇}
 \end{array} \\
 \begin{array}{r}
 \text{六〇二} \\
 \text{五二} \\
 \hline
 \text{〇八} \\
 \text{一三二〇} \\
 \text{五二〇} \\
 \hline
 \text{〇八〇〇}
 \end{array}
 \end{array}$$

一率	八斤
二率	八百斤
三率	一缸
四率	一百斤

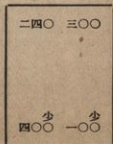
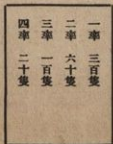
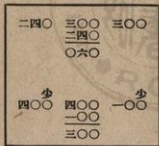
一率	八斤
二率	十二斤
三率	六十斤
四率	九十斤

餘二百隻爲丁羣衰數。又併甲丙二羣得七百隻。丁羣既爲甲丙兩羣三分之一。則將丁羣二百隻三因之。得六百隻。與甲丙兩羣七百隻相較。則少一百隻。再借二百四十隻爲丙羣衰數。丙羣既爲甲丁兩羣二分之一。則甲丁兩羣當有四百八十隻。內減甲羣四百隻。餘八十隻爲丁羣衰數。又併甲丙二羣得六百四十隻。丁羣既爲甲丙兩羣三分之一。則將丁羣八十隻三因之。得二百四十隻。與甲丙兩羣六百四十隻相較。則少四百隻。乃將前借數三百隻少一百隻書於右。後借數二百四十隻少四百隻書於左。用兩不足法

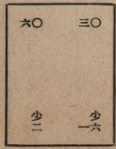
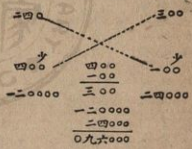
算之。於是以兩少數相減。餘三百隻爲一率。兩借數相減。餘六十隻爲二率。前借數與甲丙兩羣相較之。少一百隻爲三率。得四率二十隻。加入前借數三百隻。共三百二十隻。即丙羣之羊數。加入甲羣四百隻。得七百二十隻。三分之得二百四十隻。即丁羣之羊數也。若併甲丁兩羣得

六百四十隻。折半得三百二十隻。即丙羣爲甲丁兩羣二分之一也。

又法既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數三百隻。互乘後少四百隻。爲加三百倍。得少一十二



萬隻。以後借數二百四十隻。互乘前少一百隻。爲加二百四十倍。得少二萬四千隻。乃以互乘所得兩少數相減。餘九萬六千隻。爲二率。原兩少數相減。餘三百隻。爲一率。丙一羣爲三率。得四率三百二十隻。即丙羣之羊數也。蓋所加三百倍。與二百四十倍相差爲六十倍。則互乘所得兩少數相差之九萬六千隻。即六十倍總差數也。然丙羣爲總差數之三百分之六十。必爲六十倍總差數之三分之一。故以三百分與九萬六千隻之比。即同於一分與三百二十隻之比也。設如有田一百畝。令甲乙二人分耕。若以甲田三分之一與乙。以乙田五分之一與甲。則各得五十畝。問甲乙原田數各若干。法先借三十畝爲甲原田之衰數。此數與一百畝相減。餘七十畝。爲乙原田之衰數。甲原田三十畝之三分之一爲十畝。乙原田七十畝之五分之一爲十四畝。若甲與乙十畝。乙與甲十四畝。則甲得田三十四畝。甲三十畝。與乙十畝。餘二十畝。又得乙所與十四畝。故爲三十四畝。與各五十畝相



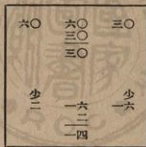
比。則甲少十六畝。再借六十畝爲甲原田之衰數。此數與一百畝相減。餘四十畝爲乙原田之衰數。甲原田六十畝之三分之一爲二十畝。乙原田四十畝之五分之一爲八畝。若甲與乙二十畝。乙與甲八畝。則甲得田四十八畝。甲六十畝。與乙二十畝。

餘四十畝。又得乙所與八畝。故爲四十八畝。

與各五十畝相比。則甲少二畝。乃將前借數三十畝少十六畝書於右。後借數六十畝少二畝書於左。用兩不足法算之。於是以前兩少數相減。得十四畝爲一率。兩借數相減。餘三十畝爲二率。前借數與五十畝相較之。少十六畝爲三率。得四率三十四

畝。二分八釐有餘。加前借數三十畝。共六十四畝二分八釐有餘。即甲原田之數。與一百畝相減。餘三十五畝七分一釐有餘。即乙原田之數也。若甲以其三分之一二十一畝四分二釐有餘與乙。而乙以其五分之一七畝一分四釐有餘與甲。則兩人各得五十畝矣。

又法既得兩借數之差。用互乘以齊其分。以前借數三十畝。互乘後少二畝。爲加三十倍。得少六十畝。以後借數六十畝。互乘前少十六畝。爲加六十倍。得少九百六十畝。乃以互乘所得兩少數相減。餘九百畝。爲二率。原兩少數相減。餘十四畝爲一率。甲一人爲三率。得四率六十四畝二分八釐有餘。即甲原田之



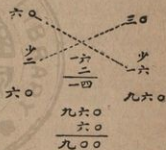
一率	十四畝
二率	三十畝
三率	十六畝
四率	三十四畝二分八釐餘

數也。蓋所加三十倍與六十倍相差為三十倍，則互乘所得兩少數相差之九百畝，即三十倍總差數也。然甲原田為總差數之十四分之三十，必為三十倍總差數之十四分之一。故以十四分與九百畝之比，即同於一分與六十四畝二分八釐有餘之比也。

設如甲丙丁三人，共有銀二百一十兩，只云甲與丙四分之一，丁與甲二分之一，丙與丁三分之一，則每

人均得銀七十兩，問各人原有之銀數若干。

法先借十兩為甲銀衰數，此數減四分之一二兩五錢，餘七兩五錢，與七十兩相減，餘六十二兩五錢，為丁銀二分之一，加一倍得一百二十五兩，為丁銀衰數，因甲與丙四分之一，丁與甲二分之一，成七十兩，故於甲衰十兩內，減四分之一，餘七兩五錢，再加六十二兩五錢，方湊成七十兩，故以六十二兩五錢，即為丁銀二分之一，加一倍得丁銀全數也。又併甲丁兩衰數，得一百三十五兩，與總銀二百一十兩相減，餘七十五兩，為丙銀衰數，因三人共銀二百一十兩，減去甲銀十兩，丁銀一百二十五兩，所餘七十五兩，即丙之銀數也。又於丙衰七十五兩內，減三分之一二十五兩，餘五十兩，加甲衰四分之一二兩五錢，共得五十二兩五錢，因丙與丁三分



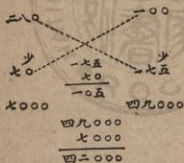
一率	十四畝
二率	九百畝
三率	一人
四率	六十四畝二分八釐餘

之一。甲與丙四分之一。成七十兩。故於丙衰七十五兩內。減與丁二十五兩。又加甲所與二兩五錢。共五十二兩五錢也。此數與七十兩相較。則少十七兩五錢。再借二十八兩為甲銀衰數。此數減四分之一七兩。餘二十一兩。與七十兩相減。餘四十九兩。為丁銀二分之一。加一倍得九十八兩。為丁銀衰數。甲銀減四分之一。餘四十九兩。既為丁銀二分之一。故加一倍即為丁銀全數也。又併甲丁兩衰數。得一百二十六兩。與總銀二百一十兩相減。餘八十四兩。為丙銀衰數。因三人共銀二百一十兩。減去甲銀二十八兩。丁銀九十八兩。其餘八十四兩。即丙之銀數也。又於丙衰八十四兩內。減三分之一二十八兩。餘五十六兩。加甲衰四分之一七兩。共得六十三兩。因丙與丁三分之一。甲與丙四分之一。成七十兩。故於丙衰八十四兩內。減與丁二十八兩。又加甲所與七兩。共得六十三兩也。此數與七十兩相較。則少七兩。乃將前借數十兩少十七兩五錢書於右。後借數二十八兩少七兩書於左。用兩不足法算之。於是以前少數相減。餘十兩零五錢為一率。兩借數相減。餘十八兩為二率。前借數與七十兩相較之少十七兩五錢為三率。得四率三十兩。加前借十兩。共四十兩。即甲之銀數。減四分之一十兩。餘三十兩。因去一分與丙也。與七十兩相減。餘四十兩。倍之得八十兩。即丁之銀數。併甲丁銀數。得一

二八〇	二八〇	一〇〇
	—二〇〇	
	—一八〇	
	—	
少 七〇	一七五	少 一七五
	—七〇	
	—一〇五	

二八〇	一〇〇
少 七〇	少 一七五

百二十兩與總銀二百一十兩相減，餘九十兩，即丙之銀數也。此疊借三色之法也。借衰時加減甚繁，然條理分明，自能了然。如此法前借數甲衰十兩，丙衰七十五兩，丁衰一百二十五兩。若於丁衰減去二分之一，減六十二兩五錢與甲，加丙衰三分之一，丙與丁二十五兩，得八十七兩五錢與七十兩相較，則多十七兩五錢。丙差與丁差其數一也。至再借二十八兩為甲衰，其加減亦與前借數同。惟甲成七十兩，至丙則少七兩，丁則多七兩，其數相同。故但取丙差數，就其兩差之較數，以比例之，得甲之原銀數也。又法既得兩借數之差，用互乘以齊其分，以前借數十兩，互乘後少七兩，為加十倍，得少七十兩。以後借數二十八兩，互乘前少十七兩五錢，為加二十八倍，得少四百九十兩。乃以互乘所得兩少數相減，餘四百二十兩，為二率。原兩少數相減，餘十兩零五錢，為一率。甲一人為三率，得四率四十兩，即甲銀數也。蓋所加十倍，與二十八倍相差為十八倍，則互乘所得兩少數相差之四百二十兩，即十八倍之總差數也。然甲



一率	十兩零五錢
二率	四百二十兩
三率	一人
四率	四十兩

一率	十兩零五錢
二率	十八兩
三率	十七兩五錢
四率	三十兩

銀爲總差數之十分半之十八，必爲十八倍總差數之十分半之一，故以十分半與四百二十兩之比，即同於一分與四十兩之比也。

設如甲丙兩果園，不知畝數，將甲園擴出五十畝，則比丙園大二倍，若將丙園擴出五十畝，則比甲園大一倍，問兩園原有之畝數若干。

法借四十畝爲甲園衰數，加五十畝，得九十畝，此數三分之，得三十畝，爲丙園衰數，因甲加五十畝，比丙園大二倍，是丙園爲甲園三分之一也，故三分之，將丙園三十畝，加五十畝，得八十畝，與甲園四十畝相較，適大一倍，此數已合，則不必再借，故凡疊借法中一借，卽合原數者，皆如此例，不必再借也。

設如大小兩船雇夫，小船每人出銀爲大船每人五分之四，若大船八人，小船五人出銀，則不足七兩，若大船六人，小船八人出銀，則不足三兩，問共銀及每人各出銀幾何。

法以五分爲大船每人衰數，四分爲小船每人衰數，因小船每人爲大船每人五分之四也，以五分與大船八人相乘，得四十分，爲大船八人共衰數，以四分與小船五人相乘，得二十分，爲小船五人共衰數，相加得六十分，爲大船八人，小船五人共出銀共數，又將五分與大船六人相乘，得三十分，爲大船六人共衰數，以四分與小船八人相乘，得三十二分，爲小船八人共衰數，相加得六十二分，爲大船六人，小船八人共出銀共數，乃將六十分少七兩書於右，六十二分少三兩書於左，用兩胸求總銀法算之，於是以六十分與六十二分相

六二	六〇
少三	少七

減餘二分爲一率。以兩少數相減。餘四兩爲二率。一分爲三率。得四率二兩。爲每分之銀數。與六十分相乘。得一百二十兩。加少七兩。得一百二十七兩。爲雇夫之總銀數。如與六十二分相乘。則得一百二十四兩。加少三兩。亦得一百二十七兩。爲雇夫之總銀數。又以每分二兩。與大船每人衰數五分相乘。得十兩。爲大船每人所出銀數。以每分二兩與小船每人衰數四分相乘。得八兩。爲小船每人所出銀數也。此盈牘內兩牘之正法。但因有借分爲衰數之故。故附於此。以備疊借之一體云。

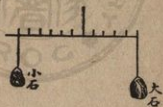
設如有石二塊。大小不等。俱不知重數。只有銅條一根。重十二兩。互換稱之。而得二石之各重幾何。法先將銅條分作十二分。每分又作十分。用一繩繫於第五分之上。繫於五分者。隨便取一數也。乃以五分加一倍。與十二分相較。餘二分折半得一分。與五分相加爲六分。乃以五分爲一率。六分爲二率。餘二分作二兩爲三率。因銅條重十二兩。分爲十二分。今二分故爲二兩也。得四率二兩四錢。此四率是先將銅條之五分處取均平之法。蓋提繫在五分上。必於五分之端加二兩四

六二	六〇
六六〇二	〇二
少三	少七
	七三四

一率	二分
二率	四兩
三率	一分
四率	二兩

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

錢乃與七分相平也。爰以銅條作秤杆，將大石掛在銅條一頭，離提繫五分，而以小石作錘稱之。今離提繫得六分始平，記之。如前圖。又將小石掛在銅條一頭，離提繫五分，而以大石作錘稱之。今離提繫得四分始平，亦記之。如後圖。乃先借二十六兩四錢為大石衰數，與前所得二兩四錢相減，餘二十四兩。內減二兩四錢者，因銅條之五分一邊，必加二兩四錢始平。今於借衰中減去者，所以補足均平之數。然後較物之輕重也。用六分為一率，即小石在六分之數。五分為二率，即大石在五分之數。二十四兩為三率，即大石衰中減去二兩四錢所餘之數。得四率二十四兩為小石之衰數。此四率是以大石衰數，求小石衰數。因以小石衰數二十兩與二兩四錢相減，餘十七兩六錢。此亦減去二兩四錢。因小石移在五分之一邊，補足均平之數也。用四分為一率，即大石在四分之數。五分



一率	六分
二率	五分
三率	二十四兩
四率	二十兩



一率	四分
二率	五分
三率	一十七兩六錢
四率	二十二兩

爲二率。即小石在五分之數。十七兩六錢爲三率。即小石衰中減去二兩四錢所餘之數。得四率二十二兩。此第二四率。又以小石衰數。轉求大石衰數。試其合否也。與所借大石衰數二十六兩四錢相較。則少四兩四錢。再借三十二兩四錢爲大石衰數。與二兩四錢相減。餘三十兩。用六分爲一率。五分爲二率。三十兩爲三率。得四率二十五兩。爲小石之衰數。因以小石衰數二十五兩與二兩四錢相減。餘二十二兩六錢。用四分爲一率。五分爲二率。二十二兩六錢爲三率。得四率二十八兩二錢五分。與所借大石衰數三十二兩四錢相較。則少四兩一錢五分。乃將前借數二十六兩四錢少四兩四錢書於右。後借數三十二兩四錢少四兩一錢五分書於左。用兩不足法算之。於是以前少數相減。餘二錢五分爲一率。

一率 四分	一率 六分
二率 五分	二率 五分
三率 二十二兩六錢	三率 三十兩
四率 二十八兩二錢五分	四率 二十五兩

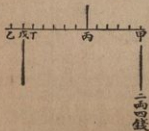
三二四〇	三二四〇 二六四〇 〇六〇〇	二六四〇
少 四一五	四四〇 四一五 〇二五	少 四四〇

兩借數相減。餘六兩爲二率。前借數與大石
 衰數相較之少。四兩四錢爲三率。得四率一
 百零五兩六錢。加前借數二十六兩四錢。共
 一百三十二兩。卽大石之重數。又於大石重
 數內減去二兩四錢。餘一百二十九兩六錢。
 用六分爲一率。五分爲二率。卽前以大石衰數
 求小石衰數之法。既有大石真數。故仍以前法求小
 石真數。一百二十九兩六錢爲三率。得四率
 一百零八兩。爲小石之重數也。如以四分爲
 一率。五分爲二率。卽前以小石求大石之重法。
 於小石重數一百零八兩內減去二兩四錢。
 餘一百零五兩六錢爲三率。得四率一百三
 十二兩。爲大石之重數。亦合前數也。此法蓋
 因銅條重十二兩。而分作十二分。設如作一
 甲乙線爲銅條分作十二分。每分重一兩。提
 繫在丙處。甲丙與丙丁等。則其重亦必等。如

一率	二錢五分
二率	六兩
三率	四兩四錢
四率	一百零五兩六錢

一率	四分
二率	五分
三率	一百零五兩六錢
四率	一百三十二兩

一率	六分
二率	五分
三率	一百二十九兩六錢
四率	一百零八兩



以甲丁與甲乙相減。則餘丁乙。即丙乙多於甲丙之二分也。既多二分。必重二兩。如以二兩重物掛於乙丁中間之戊處。則丙乙自重於甲丙也。今欲以物趁之。使其兩平。則以甲丙五分爲一率。丙戊六分爲二率。二兩爲三率。得四率二兩四錢。是將二兩四錢之物。加於甲處。始得兩平。其以丙戊六分爲二率者何也。蓋丙丁與甲丙等而重者。止在丁乙一段。而戊爲丁乙之中。戊去丙遠。甲去丙近。惟近故加重。而後可以勝遠之輕。若於甲接長二分。則於二分之一中。施二兩之物。即稱平矣。故以二兩四錢加於甲處。始能趁平。丁乙之二分也。此法數層加減。幾用比例頗覺繁瑣。而用方程算之。微覺簡明。但係疊借本法。故兩收之。收入疊借者。所以存其理。而收入方程者。所以取其簡也。

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

數理精蘊下編卷十

線部八

方程

方者比也。程者式也。因設數齊其分以比方之。定爲已成之式。凡法皆如之。故曰方程。蓋用互乘者。所以齊其分。使其首數皆同。減盡而餘一法一實以得一數也。法雖有三色四色以至多色。不過累乘累減。亦歸於一法一實而已。其二色者設二行。三色者設三行。有幾色者必設幾行。若三色設二行。四色設三行。卽不可算。若二色設三行。三色設四行。則其一行又可以不用。是故解方程者。又謂凡設數必成方而後可算也。然其要總在於分和較。和數相比者。則互乘而相減。較數相比者。古人定爲正負之名。以辨加減異同之號。正負異號則相加。正負同號則其減。其理與盈朒同。蓋正者爲主之數。負者虛比之數。其始也。任以首色爲正。互乘衆色。與首色同類者皆正也。與首色異類者皆負也。其繼也以互乘所得之數。視正負之同異而加減之。然加減之餘。又有正變爲負。負變爲正者。總之。因彼此而分正負。由多少而成虛實。互乘之後。任以一層爲主。凡異號相加者。悉依本層。其號皆不變也。若同號相減者。本層多。其號亦不變。本層少。反減者。則正變爲負。負變爲正。蓋此多則彼少。彼少則此多也。至於首色減盡。則第二色卽爲首色。故加減之後。首色爲負者。悉變之。以便互乘加減。始不淆也。今定爲例。和數者不用正負之號。較數者

則用正負之號。和較兼用者。和仍不用正負之號。而較則用之。和較交變者。則隨其法而辨別之。以定其號焉。或有非方程之本法。而可以方程算者。則又別爲設問。以附其後。古人所謂以御錯糅正負者。庶乎盡於此矣。

和數類

設如馬四匹。牛六頭。共價四十八兩。馬三匹。牛五頭。共價三十八兩。問馬牛各價幾何。

法以馬四匹。牛六頭。共價四十八兩。列於上。馬三匹。牛五頭。共價三十八兩。列於下。乃以上馬四匹。遍乘下馬三匹。牛五頭。價銀三十八兩。得馬十二匹。牛二十頭。價銀一百五十二兩。又以下馬三匹。遍乘上馬

四匹。牛六頭。價銀四十八兩。得馬十二匹。牛十八頭。價銀一百四十四兩。

兩下相較。則馬各十二匹。彼此減盡。牛二十頭內減十八頭。餘二頭。價銀

一百五十二兩內減一百四十四兩。餘八兩。爰以餘牛二頭除餘銀八兩

得四兩。卽牛每頭之價。以牛五頭乘之。得二十兩。爲牛五頭之共價。於馬

牛共價三十八兩內減去二十兩。餘十八兩。爲馬三匹之共價。以馬三匹

除之。得六兩。卽馬每匹之價也。此法蓋以首色二數遍乘各數。使其分數

齊等。卽互乘齊分之理。故馬四匹。遍乘馬三匹。牛五頭。價銀三十八兩。則

爲各增四倍。馬三匹。遍乘馬四匹。牛六頭。價銀四十八兩。則爲各增三倍。兩下各色。既俱各增倍分。則其

比例皆同。是故馬兩下相平。而減盡無餘。牛兩下相減。餘二頭。價銀兩下相減。餘八兩。是爲相當之數。蓋

馬	牛	銀
四	六	四十八
三	五	三十八
一二	二〇	一五二
一二	一八	一四四
〇〇	〇二	〇〇八

一百五十二兩內減去一百四十四兩，即減去馬十二匹，牛十八頭之共價，而所餘之八兩，爲牛二頭之價也。

又如以牛數列於前，馬數列於後，則先得馬價。法以牛六頭，馬四匹，共價四十八兩，列於上；牛五頭，馬三匹，共價三十八兩，列於下。乃以下牛五頭，遍乘上牛六頭，馬四匹，價銀四十八兩，得牛三十頭，馬二十四匹，此減盡。馬二十四匹內減十八匹，餘六匹，價銀二十四兩，兩下相較，則牛各三十頭，彼八兩餘十二兩，爰以餘馬二匹，除餘銀十二兩，得六兩，即馬每匹之價。以馬三匹乘之，得十八兩，爲馬三匹之共價。於牛馬共價三十八兩內減去十八兩，餘二十兩，爲牛五頭之共價。以牛五頭除之，得四兩，即牛每頭之價也。此法用互乘後，則牛兩下相平，而減盡無餘。馬兩下相減，餘二匹，價銀兩下相減，餘十二兩，即爲相當之數。蓋二百四十兩內減去二百二十八兩，即減去牛三十頭，馬十八匹之共價，而所餘之十二兩，爲馬二匹之價也。大凡方程之法，各色俱可以更互相求者，皆如此類也。

設如緞二疋，紗六疋，紬八疋，共價八十四兩；緞一疋，紗四疋，紬七疋，共價六十兩；緞三疋，紗五疋，紬九疋，共價九十兩。問緞、紗、紬各價幾何。

法先以緞二疋，紗六疋，紬八疋，共價八十四兩，列於上；緞一疋，紗四疋，紬七疋，共價六十兩，列於下。乃以

牛	馬	銀
六	四	八
五	三	三
三〇	二〇	二四〇
三〇	一八	二二八
〇〇	〇二	〇一二

上緞二疋、遍乘下緞一疋、紗四疋、紬七疋、價銀六十兩、得緞二疋、紗八疋、紬十四疋、價銀一百二十兩、又以下緞一疋、遍乘上緞二疋、紗六疋、紬八疋、價銀八十四兩、仍得原數、兩下相較、則緞各二疋、彼此減盡、紗八疋內減六疋、餘二疋、紬十四疋內減八疋、餘六疋、價銀一百二十兩內減八十兩、餘三十六兩、即爲紗二疋、紬六疋、價銀三十六兩也。緞既兩下相平而減盡無餘、則所餘紗二疋、紬六疋、價銀三十六兩、即爲相當之數、蓋一百二十兩內減去八十四兩、即減去緞二疋、紗六疋、紬八疋之共價、而所餘三十六兩爲紗二疋、紬六疋之共價也。次以緞一疋、紗四疋、紬七疋、價銀六十兩、列於上、緞三疋、紗五疋、紬九疋、價銀九十兩、列於下、乃以下緞三疋、遍乘上緞一疋、紗四疋、紬七疋、價銀六十兩、得緞三疋、紗十二疋、紬二十一疋、價銀一百八十兩、又以上緞一疋、遍乘下緞三疋、紗五疋、紬九疋、價銀九十兩、仍得原數、兩下相較、則緞各三疋、彼此減盡、紗十二疋內減五疋、餘七疋、紬二十一疋內減九疋、餘十二疋、價銀一百八十兩內減九十兩、餘九十兩、即爲紗七疋、紬十二疋、價銀九十兩也。緞既兩下相平而減盡無餘、則所餘紗七疋、紬十二疋、價銀九十兩、即爲相當之數、蓋一百八十兩內減九十兩、即減緞三疋、紗五疋、紬九疋之共價、而所餘九十兩、爲紗七疋、紬十二疋之共價也。於是將兩次所得之餘、作二

緞	紗	紬	銀
三	四	七	六〇
三	五	九	九〇
三	一二	二一	一八〇
三	五	九	九〇
〇	〇七	一二	〇〇九〇

緞	紗	紬	銀
二	六	八	八四
一	四	七	六〇
二	八	一四	一二〇
二	六	八	八四
〇	二	〇六	〇三六

色方程算之。其紗二疋、紬六疋、價銀三十六兩、列於上。紗七疋、紬十二疋、價銀九十兩、列於下。以下紗七疋、遍乘上紗二疋、紬六疋、價銀三十六兩、得紗十四疋、紬四十二疋、價銀二百五十二兩。以上紗二疋、遍乘下紗七疋、紬十二疋、價銀九十兩、得紗十四疋、紬二十四疋、價銀一百八十兩。兩下相較、則紗各十四疋、彼此減盡、紬四十二疋內減二十四疋、餘十八疋、價銀二百五十二兩內減一百八十兩、餘七十二兩。爰以餘紬十八疋、除餘銀七十二兩、得四兩。卽紬每疋之價。以紬六疋乘之、得二十四兩。爲紬六疋之共價。於紗紬共價三十六兩內減二十四兩、餘十二兩。爲紗二疋之共價。以紗二疋除之、得六兩。卽紗每疋之價也。以緞二疋、紗六疋、紬八疋、共價八十四兩計之、則紗六疋、共價三十六兩、紬八疋、共價三十二兩。紗紬共價爲六十八兩。於其價八十四兩內減六十八兩、餘十六兩。爲緞二疋之共價。以緞二疋除之、得八兩。卽緞每疋之價也。

設如有上中下三等入戶納糧。上等五戶、中等十二戶、下等三戶、共納糧一石二斗六升。又上等四戶、下等二戶、共納糧五斗二升。又中等二十戶、下等二十五戶、共納糧一石五斗。問上中下三等每戶各納糧幾何。

法先以上等五戶、中等十二戶、下等三戶、納糧一石二斗六升、列於上。上等四戶、因無中等、故作空位以存其分。餘仍對位列之。下等二戶、納糧五斗二升、列於下。乃以下層上等四戶、遍乘上層上等五戶、中等十

紗	紬	銀
二	六	三六
七	一	九〇
一四	四二	二五二
一四	二四	一八〇
〇〇	一八	〇七二

二戶下等三戶納糧一石二斗六升。得上等二十戶中等四十八戶下等十二戶納糧五石零四升。又以上層上等五戶。遍乘下層上等四戶下等二戶納糧五斗二升。得上等二十戶下等十戶納糧二石六斗。兩下相較。則上等各二十戶彼此減盡。中等四十八戶無可減。仍得四十八戶。下等十二戶內減十戶。餘二戶。納糧五石零四升內減二石六斗。餘二石四斗四升。即爲中等四十八戶下等二戶共納糧二石四斗四升也。上等既兩下相平而減盡無餘。則所餘中等四十八戶下等二戶納糧二石四斗四升。即爲相當之數。蓋五石零四升內減二石六斗。即減去上等二十戶下等十戶之共糧數。而所餘二石四斗四升。爲中等四十八戶下等二戶之共糧數也。

既得中等四十八戶下等二戶之二色。則中等二十戶下等二十五戶亦即爲二色。故即作二色方程算之。其中等四十八戶下等二戶納糧二石四斗四升。列於上。中等二十戶下等二十五戶納糧一石五斗。列於下。乃以上層中等四十八戶。遍乘下層中等二十戶。下等二十五戶納糧一石五斗。得中等九百六十戶下等一千二百戶納糧七十二石。又以下層中等二十戶。遍乘上層中等四十八戶下等二戶納糧二石四斗四升。得中等九百六十戶下等四十戶納糧四十八石八斗。兩下相較。則中等各九百六十戶彼此減盡。下等一千二百戶內減四十戶。餘一千一百六十戶。納糧七十二石內減四十八石八斗。餘二十三石二斗。爰以所餘下等一千一百六十戶。除餘糧二十三石二斗。得二升。即下等每戶納糧之

上	中	下	糧
五	一	三	二
四	〇	二	五
二〇	四	一	五〇
二〇	〇	一	二六
〇〇	四	〇	二四

數以下等二戶乘之得四升爲下等二戶納糧之共數於中等下等共納糧二石四斗四升內減四升餘二石四斗爲中等四十八戶納糧之共數以中等四十八戶除之得五升卽中等每戶納糧之數以上等四戶下等二戶共納糧五斗二升計之因無中戶故省一次則下等二戶共納糧四升於五斗二升內減四升餘四斗八升爲上等四戶納糧之共數以上等四戶除之得一斗二升卽上等每戶納糧之數也

設如有銀賞四等人各不知數只云一等一人二等二人三等三人四等四人共賞銀三十兩又一等二人二等三人三等四人四等五人共賞銀四十四兩又一等四人二等五人三等七人四等八人共賞銀七十

七兩又一等六人二等五人三等四人四等二人共賞銀六十六兩問每等人各賞銀幾何

法先以一等一人二等二人三等三人四等四人共銀三十兩列於上一等二人二等三人三等四人共銀四十四兩列於下乃以下一等二人遍乘上一等一人二等二人三等三人四等四人共銀三十兩得一等二人二等四人三等六人四等八人共銀六十兩又以上一等一人遍乘下一等二人二等三人三等四人四等五人共銀四十四兩仍得原數兩下相較則一等各二人彼此減盡二等兩下相減餘一人三等兩下相減餘二人四等兩下相減餘三人共銀兩下相減餘一十六兩卽二等一人三等二人四等三人共銀十六兩也蓋六十兩內減四十四兩卽減去一等二人二等二人三等四人四等五人共銀數故所

中	下	糧
四八	二	二四四
二〇	二五	一五〇
九六〇	一二〇〇	七二〇〇
九六〇	四〇	四八八〇
〇〇〇	一一六〇	二三二〇

餘之十六兩。爲二等一人三等二人四等三人之共銀數也。

次以一等二人、二等三人、三等四人、四等五人、共銀

四十四兩、列於上。一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十七兩、列於下。乃以下一等四人、遍

乘上一等二人、二等三人、三等四人、四等五人

共銀四十四兩、得一等八人、二等十二人、三等

十六人、四等二十人、共銀一百七十六兩。又以

上一等二人、遍乘下一等四人、二等五人、三等

七人、四等八人、共銀七十七兩、得一等八人、二

等十人、三等十四人、四等十六人、共銀一百五

十四兩。兩下相較、則一等各八人、彼此減盡。二

等兩下相減、餘二人。三等兩下相減、餘二人。四

等兩下相減、餘四人。共銀兩下相減、餘二十二

兩。卽二等二人、三等二人、四等四人、共銀二十

二兩也。蓋一百七十六兩內減一百五十四兩、卽減去一

等八人、二等十人、三等十四人、四等十六人之共銀數。故所餘之二十二兩、爲二等二人、三等二人、四等四人之共銀數也。次以

一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十七兩、列於上。一等六人、二等五人、三等四人、四等二

人、共銀六十六兩、列於下。乃以下一等六人、遍乘上一等四人、二等五人、三等七人、四等八人、共銀七十

銀	三〇	四四	六〇	四四	六一
四等	四五	八五	三		
三等	三四	六四	二		
二等	二三	四三	一		
一等	一二	二二	〇		

銀	四四	七七	一七	五四	〇二
四等	五八	二〇	一六	〇四	
三等	四七	一六	一四	〇二	
二等	三五	一二	一〇	〇二	
一等	二四	八八	〇		

七兩得一等二十四人二等三十人三等四十二人四等四十八人共銀四百六十二兩。又以上一等四人遍乘下一等六人二等五人三等四人四等二人共銀六十六兩。得一等二十四人二等二十人三等十六人四等八人共銀二百六十四兩。兩下相較。則一等各二十四人。彼此減盡。二等兩下相減餘十人。三等兩下相減餘二十六人。四等兩下相減餘四十人。共銀兩下相減餘一百九十八兩。即二等十人三等二十六人四等四十人共銀一百九十八兩也。蓋四百六十二兩內減二百六十四兩。即減去一等二十四人二等二十人三等十六人四等八人之共銀數。故所餘之一百九十八兩。爲二等十人三等二十六人四等四十人之共銀數也。於是將三次所得之餘。作三色方程算之。先以二等一人、三等二人、四等三人、共銀十六兩。列於上。二等二人、三等二人、四等四人、共銀二十二兩。列於下。乃以下二等二人遍乘上二等一人、三等二人、四等三人共銀十六兩。得二等二人、三等四人、四等六人共銀三十二兩。又以上二等一人遍乘下二等二人、三等二人、四等四人共銀二十二兩。仍得原數。兩下相較。則二等各二人。彼此減盡。三等兩下相減餘

銀	七	七	六	六
四等	八	二	四	八
三等	七	四	二	六
二等	五	五	〇	三
一等	四	六	二	四
銀	四	六	二	四
四等	八	八	四	〇
三等	二	六	二	六
二等	〇	二	〇	一
一等	二	四	〇	〇

銀	一	六	二	二
四等	三	四	六	四
三等	二	二	四	二
二等	一	二	二	〇

二人四等兩下相減餘二人共銀兩下相減餘十兩即三等二人四等二人共銀十兩也。蓋三十二兩內減二十二兩即減去二等二人三等二人四等四人之共銀數。故所餘之十兩爲三等二人四等二人之共銀數也。次以二等二人三等二人四等四人共銀二十二兩列於上二等十人三等二十六人四等四十人共銀一百九十八兩列於下乃以下二等十人遍乘上二等二人三等二人四等四人共銀二十二兩得二等二十人三等二十人四等四十人共銀二百二十兩又以上二等二人遍乘下二等十人三等二十六人四等四十人共銀一百九十八兩得二等二十人三等五十二人四等八十人共銀三百九十六兩兩下相較則二等各二十人彼此減盡三等兩下相減餘三十二人四等兩下相減餘四十人共銀兩下相減餘一百七十六兩即三等三十二人四等四十人共銀一百七十六兩也。蓋三百九十六兩內減二百二十兩即減去二等二十人三等二十人四等四十人之共銀數。故所餘之一百七十六兩爲三等三十二人四等四十人之共銀數也。此間兩層相減。雖下層數多於上層。然俱係反減。故不用變號。於是又將兩次所得之餘作二色方程算之。其三等二人四等二人共銀十兩列於上三等三十二人四等四十人共銀一百七十六兩列於下乃以下三等三十二人遍乘上三等二人四等二人共銀十兩得三等六十四人四等六十四人共銀三百二十兩又以上三等二人遍乘下三等三十二人四等四十人共銀一百七十六兩得三等六十四人四等八十人共銀三百五十二兩兩下相較則三

銀	四等	三等	二等
二二	四	二	二
一九八	四〇	二六	一〇
二二〇	四〇	二〇	二〇
三九六	八〇	五二	二〇
一七六	四〇	三二	〇〇

等各六十四人。彼此減盡。四等兩下相減餘十六人。共銀兩下相減餘三十二兩。即四等十六人之共銀數。以四等十六人除之得二兩。即四等每一人所應得之數也。以四等二人因之得四兩。為四等二人之共銀數。於三等二人四等二人共銀十兩內減之餘六兩。為三等二人之共銀數。以三等二人除之得三兩。即三等每一人所應得之數也。以二等一人三等二人四等三人共銀十六兩計之。則三等二人應得六兩。四等三人應得六兩。共十二兩。於共銀十六兩內減之餘四兩。即二等每一人所應得之數也。再以一等一人二等二人三等三人四等四人共銀三十兩計之。則二等二人應得八兩。三等三人應得九兩。四等四人應得八兩。共二十五兩。於共銀三十兩內減之餘五兩。即每一人所應得之數也。

較數類

設如硯七方比筆三枝。價多四百八十文。又硯三方比筆九枝。價少一百八十文。問硯筆價各若干。法以硯七為正。筆三為負。價多四百八十文為正。多為硯比筆之所多。與硯同類。故亦為正。列於上。又以硯三為正。筆九為負。價少一百八十文為負。少為硯比筆之所少。即為筆比硯之所多。與筆同類。故亦為負。列於下。乃以下硯三。遍乘上硯七。筆三。價多四百八十文。得硯二十一為正。筆九為負。價多一千四百四十文。為正。又以上硯七。遍乘下硯三。筆九。價少一百八十文。得硯二十一為正。筆六十三為負。價少一千二百

		銀
三等	四等	一〇
二	二	一七六
三二	四〇	三二〇
六四	六四	三五二
六四	八〇	〇三二
〇〇	一六	

六十文爲負。兩下相較。則硯各二十一。彼此減盡。筆九枝與六十三枝兩層皆負。故相減餘五十四枝。價多一千四百四十文。與少一千二百六十文。一正一負。故相加得二千七百文。乃筆五十四枝之共價。以減餘筆五十四除之得五十文。卽筆每一枝之價。以三因之得一百五十文。爲筆三枝之共價。與硯多四百八十文。相加得六百三十文。爲硯七方之共價。以硯七除之得九十文。卽硯每一方之價也。此法用互乘。則上層爲硯二十一方。比筆九枝。價多一千四百四十文。下層爲硯二十一方。比筆六十三枝。價少一千二百六十文。夫硯既皆二十一方。則其共價必相等。然比筆九枝之價則多。比筆六十三枝之價則少。是多與少相加之二千七百文。卽筆九枝與筆六十三枝相差之五十四枝之價也。筆五十四枝共價爲二千七百文。則筆一枝價五十文。而筆三枝價爲一百五十文矣。硯七方比筆三枝價既多四百八十文。則於一百五十文加四百八十文。共六百三十文。卽硯七方之共價。故以硯七除之得九十文。爲硯每一方之價也。

設如有甲丙二馬羣。各不知數。只云甲三羣。比丙二羣多一千五百三十四匹。甲二羣與丙七羣相等。問甲丙每羣馬數各幾何。

法以甲三羣爲正。丙二羣爲負。多一千五百三十四匹爲正。列於上。又以甲二羣爲正。丙七羣爲負。相等作一空位。相等無數可列。故作一〇以存其位。列於下。乃以下甲二羣。遍乘上甲三羣。丙二羣多一千五百三

硯	筆	錢
七正	三負	四八〇正
三正	九負	一八〇負
二一正	九負	一四四〇正
二一正	六三負	一二六〇負
〇〇	五四	二七〇〇

十匹得甲六羣仍爲正，丙四羣仍爲負，多三千零六十四匹亦仍爲正。又以上甲三羣，遍乘下甲二羣，丙七羣，得甲六羣仍爲正，丙二十一羣爲負，相等無可乘，亦仍爲空位。兩下相較，則甲各六羣，彼此減盡，丙四羣與丙二十一羣兩層皆負，故相減餘十七羣，多三千零六十四匹，與相等無可加減，仍得三千零六十四匹，乃丙十七羣之共數，以減餘丙十七羣除之，得一百八十四匹，爲丙每羣之數。七因之得一千二百六十四匹，爲丙七羣之共數。甲二羣既與丙七羣相等，則一千二百六十四匹亦卽爲甲二羣之共數。以甲二羣除之，得六百三十四匹，卽甲每羣之數也。此法用互乘，則上層爲甲六羣比丙四羣多三千零六十四匹，下層爲甲六羣與丙二十一羣相等。甲六羣既與丙二十一羣相等，則丙二十一羣比丙四羣多三千零六十四匹，兩下各減丙四羣，則爲丙十七羣共馬三千零六十四匹矣。丙十七羣既爲共馬三千零六十四匹，則丙一羣得馬一百八十四匹，而丙七羣爲馬一千二百六十四匹。甲二羣既與丙七羣相等，則一千二百六十四匹用甲二羣除之，得六百三十四匹，卽甲每羣之數也。

設如有錢買桃蘋果梨三色，各不知價，只云桃三個比蘋果二個，梨二個，價多二十四文。桃二個，梨三個，比蘋果五個，價少十二文。桃四個，蘋果三個，比梨八個，價多一百零八文。問桃蘋果梨各價幾何。法先以桃三爲正，蘋果二梨二爲負，價多二十四文爲正，列於上。又以桃二爲正，蘋果五爲負，梨三爲正，

甲	丙	馬
三正	二負	一五三〇正
二正	七負	〇
六正	四負	三〇六〇正
六正	二一負	〇
〇	一七	三〇六〇

價少十二文爲負，列於下。乃以下桃二遍乘上桃三蘋果二梨二價多二十四文，得桃六仍爲正，蘋果四爲負，梨四爲負，價多四十八文爲正。即桃六比蘋果四梨四價多四十八文。比原數加二倍。又以上桃三遍乘下桃二蘋果五梨三價少十二文，得桃六仍爲正，蘋果十五爲負，梨九爲正，價少三十六文爲負。即桃六梨九比蘋果十五價少三十六文。比原數加三倍。於是任以上層爲主，兩下相較，則桃各六，彼此減盡，蘋果兩層皆負，故相減餘十一本層少，反減，故變負爲正，且爲首一色減盡，其次一色即轉而爲首，故亦變負爲正，梨一正一負，故相加得十三，仍依本層爲負，多四十八文與少三十六文相加，得八十四文，仍依本層爲正，即爲蘋果十一比梨十三價多八十四文也。蓋桃彼此減盡，蘋果上層少四，下層少十五，是下層比上層所少爲十一，即上層比下層多十一也。梨上層少四，下層多九，下之所多，即上之所少，是上層比下層少十三也。錢上層多四十八文，下層少三十六文，下之所少，即上之所多，是上層比下層多八十四文也。蘋果多十一梨少十三，錢即多八十四文，故爲蘋果十一比梨十三價多八十四文也。復以桃二爲正，蘋果五爲負，梨三爲正，價少十二文爲負，列於上。又以桃四蘋果三爲正，梨八爲負，價多一百零八文爲正，列於下。乃以上桃二遍乘下桃四蘋果三梨八價多一百零八文，得桃八仍爲正，蘋果六亦仍爲正，梨十六爲負，價多二百一十六文爲正。即桃八蘋果六比梨十六價多二百一十六文。比原數加二倍。又以下桃四遍乘上桃二蘋果五梨三價少十二文，得

桃	蘋	梨	錢
三正	二負	二負	二四正
二正	五負	三正	一二負
六正	四負	四負	四八正
六正	一五負	九正	三六負
○	一一正	一三負	八四正

桃八仍爲正、蘋果二十爲負、梨十二爲正、價少四十八文爲負。即桃八梨十二比蘋果二十價少四十八文。比原數加四倍。於是仍以上層爲主、兩下相較、則桃各八、彼此減盡、蘋果一正一負、故相加得二十六、仍依本層爲正、梨一正一負、故相加得二十八、仍依本層爲負、多二百一十六文與少四十八文相加、得二百六十四文、亦仍依本層爲正、即爲蘋果二十六比梨二十八價多二百六十四文也。蓋桃彼此減盡、蘋果上層多六、下層少二十、下之所少、即上之所多、是上層比下層多二十六也。梨上層少十六、下層多十二、下之所多、即上之所少、是上層比下層少二十八也。錢上層多二百一十六文、下層少四十八文、下之所少、即上之所多、是上層比下層多二百六十四文也。蘋果多二十六、梨少二十八、錢即多二百六十四文、故爲蘋果二十六比梨二十八價多二百六十四文也。爰將兩次所得之餘、作二色方程算之、其蘋果十一爲正、梨十三爲負、價多八十四文爲正、列於上、蘋果二十六爲正、梨二十八爲負、價多二百六十四文爲正、列於下、乃以上蘋果十一、遍乘下蘋果二十六、梨二十八價多二百六十四文、得蘋果二百八十六爲正、梨三百零八爲負、價多二千九百零四文爲正。即蘋果二百八十六比梨三百零八價多二千九百零四文。比原數加十一倍。又以下蘋果二十六、遍乘上蘋果十一、梨十三價多八十四文、得蘋果二百八十六爲正、梨三百三十八爲負、價多二千一百八十四文爲正。即蘋果二百八十六比梨三百三十八價多二千一百八十四文。比原數加二十六倍。兩

桃	蘋	梨	錢
二正	五負	三正	一二負
四正	三正	八負	一〇八正
八正	六正	一六負	二一六正
八正	二〇負	一二正	四八負
〇	二六正	二八負	二六四正

下相較。則蘋果各二百八十六。彼此減盡。梨兩層皆負。故相減餘三十。兩多數相同。故亦相減餘七百二十文。乃梨三十之共價。蓋蘋果皆二百八十六。則其共價必相等。然比梨三百三十八之價。則多二千一百八十四文。比梨三百零八之價。則多二千九百零四文。是兩多相差之七百二十文。即梨相差三十之共價也。以梨三十除之。得二十四文。即梨每個之價。以梨十三乘之。得三百一十二文。為梨十三之共價。蘋果十一。既比梨十三價多八十四文。則於三百一十二文加八十四文。得三百九十六文。為蘋果十一之共價。以十一除之。得三十六文。即蘋果每個之價。以桃三比蘋果二梨二價多二十四文計之。則梨二價四十八文。蘋果二價七十二文。共價一百二十文。加桃三多二十四文。共一百四十四文。即為桃三之共價。以三除之。得四十八文。即桃每個之價也。

設如有銀買銅錫鉛鐵。各不知價。只云銅三斤。比錫二斤。鉛二斤。鐵四斤。價多一錢。又銅二斤。鉛一斤。比錫二斤。鐵二斤。價多二錢。又銅一斤。錫二斤。與鉛三斤。鐵八斤。價相等。又銅五斤。鐵三十斤。比錫四斤。鉛二十四斤。價少二錢。問銅錫鉛鐵各價幾何。

法先以銅三斤為正。錫二斤。鉛二斤。鐵四斤。俱為負。價多一錢為正。列於上。又銅二斤為正。錫二斤為負。鉛一斤為正。鐵二斤為負。價多二錢為正。列於下。乃以下銅二斤。遍乘上銅三斤。錫二斤。鉛二斤。鐵四斤。

銅	梨	錢
—正	一三負	八四正
二六正	二八負	二六四正
二八六正	三〇八負	二九〇四正
二八六正	三三八負	二一八四正
〇〇〇	〇三〇	〇七二〇

價多一錢。得銅六斤爲正，錫四斤，鉛四斤，鐵八斤，俱爲負，價多二錢爲正。又以上銅三斤，遍乘下銅二斤，錫二斤，鉛一斤，鐵二斤，價多二錢，得銅六斤爲正，錫六斤爲負，鉛三斤爲正，鐵六斤爲負，價多六錢爲正。於是以上層爲主，兩下相較，則銅各六斤，彼此減盡，錫兩層皆負，故相減餘二斤，本層少，乃變負爲正，鉛一正一負，故相加得七斤，仍依本層爲負，鐵兩層皆負，故亦相減，餘二斤，仍依本層爲負，價兩層皆正，故亦相減，餘四錢，本層少，乃變正爲負，即錫二斤比鉛七斤，鐵二斤，價少四錢也。蓋銅彼此減盡，錫上層少四斤，下層少六斤，是下層比上層所少爲二斤，即上層比下層多二斤也。鉛上層少四斤，下層多三斤，下之所多，即上之所少，是上層比下層少七斤也。鐵上層少八斤，下層少六斤，是上層比下層所少爲二斤也。價上層多二錢，下層多六錢，是下層比上層所多爲四錢，即上層比下層少四錢也。錫多二斤，鉛少七斤，鐵少二斤，價即少四錢，故爲錫二斤比鉛七斤，鐵二斤，價少四錢也。次以銅二斤爲正，錫二斤爲負，鉛一斤爲正，鐵二斤爲負，鉛一斤爲正，錫二斤爲正，鉛三斤，鐵八斤爲負，相等作一空位，列於下，乃以下銅一斤，遍乘上銅二斤，錫二斤，鉛一斤，鐵二斤，價多二錢，仍得原數，又以上銅二斤，遍乘下銅一斤，錫二斤，鉛三斤，鐵八斤，得銅二斤，錫四斤，仍爲正，鉛六斤，鐵十六斤，仍爲負，相等無可乘，仍爲空位，於是以上層爲主，兩下相較，則銅各二斤，彼此減盡，錫一正一負，故相加得六斤，仍依本層爲負，鉛一正一負，故亦

銅	錫	鉛	鐵	價
三正	二負	二負	四負	一正
二正	二負	一正	二負	二正
六正	四負	四負	八負	二正
六正	六負	三正	六負	六正
○	二正	七負	二負	四負

相加得七斤。仍依本層爲正。鐵兩層皆負。故相減餘十四斤。本層少乃變負爲正。價多二錢與相等。無可加減。仍得二錢爲正。即鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢也。蓋銅彼此減盡。錫上層少二斤。下層多四斤。下之所多。即上之所少。是上層比下層少六斤也。鉛上層多一斤。下層少六斤。下之所少。即上之所多。是上層比下層多七斤也。鐵上層少二斤。下層少十六斤。是下層比上層所少爲十四斤。即上層比下層多十四斤也。鉛多七斤。鐵多十四斤。錫少六斤。而價即多二錢。故爲鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢也。因首色銅數減盡。則錫即轉而爲首。應爲正。今錫六斤爲負。則重列三色之際。不能一體。須俱變其號。然後爲順。故將錫六斤變負爲正。而以鉛七斤鐵十四斤價多二錢。俱變正爲負。蓋原鉛七斤鐵十四斤比錫六斤價多二錢。今變爲錫六斤比鉛七斤鐵十四斤價少二錢也。若以下層爲主。則相加應依下層爲正。即不用變。次以銅一斤錫二斤爲正。鉛三斤鐵八斤爲負。相等作一空位。列於上。又銅五斤爲正。錫四斤鉛二十四斤爲負。鐵三十斤爲正。價少二錢爲負。列於下。乃以下銅五斤。遍乘上銅一斤。錫二斤。鉛三斤。鐵八斤。得銅五斤。錫十斤爲正。鉛十五斤。鐵四十斤爲負。相等無可乘。仍爲空位。又以上銅一斤。遍乘下銅五斤。錫四斤。鉛二十四斤。鐵三十斤。價少二錢。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則銅各五斤。彼此減盡。錫一正一負。故相加得十四斤。仍依本層爲正。鉛兩層皆負。故相減餘九斤。本層少。乃變負爲正。鐵

銅	錫	鉛	鐵	價
二正	二負	一正	二負	二正
一正	二正	三負	八負	○
二正	二負	一正	二負	二正
二正	四正	六負	一六負	○
○	六負	七正	一四正	二正

一正一負，故相加得七十斤，仍依本層爲負，價少二錢與相等無可加減，仍得二錢。本層無數，乃變負爲正，即錫十四斤鉛九斤比鐵七十斤價多二錢也。蓋銅彼此減盡，錫上層多十斤，下層少四斤，下之所少，即上之所多，是上層比下層多十四斤也。鉛上層少十五斤，下層少二十四斤，是下層比上層所少爲九斤，即上層比下層多九斤也。鐵上層少四十斤，下層多三十斤，下之所多，即上之所少，是上層比下層少七十斤也。價下層少二錢，即上層多二錢也。錫多十四斤，鉛多九斤，鐵少七十斤，價即多二錢，故爲錫十四斤鉛九斤比鐵七十斤價多二錢也。爰將三次所得之餘，作三色方程算之。先以錫二斤爲正，鉛七斤鐵二斤價少四錢俱爲負，列於上。又錫六斤爲正，鉛七斤鐵十四斤價少二錢俱爲負，列於下。乃以下錫六斤，遍乘上錫二斤，鉛七斤鐵二斤價少四錢，得錫十二斤爲正，鉛四十二斤鐵十二斤價少二兩四錢俱爲負。又以上錫二斤，遍乘下錫六斤，鉛七斤鐵十四斤價少二錢，得錫十二斤爲正，鉛十四斤鐵二十八斤價少四錢俱爲負。於是以上層

銅	錫	鉛	鐵	價
一正	二正	三負	八負	〇
五正	四負	二四負	三〇正	二負
五正	一〇正	一五負	四〇負	〇
五正	四負	二四負	三〇正	二負
〇	一四正	〇九正	七〇負	二正

錫	鉛	鐵	價
二正	七負	二負	四負
六正	七負	一四負	二負
一二正	四二負	一二負	二四負
一二正	一四負	二八負	四負
〇〇	二八負	一六正	二〇負

爲主。兩下相較，則錫各十二斤，彼此減盡。鉛兩層皆負，故相減餘二十八斤，仍依本層爲負。鐵兩層皆負，故亦相減，餘十六斤。本層少，乃變負爲正。價兩層皆負，故亦相減，餘二兩。仍依本層爲負，即鐵十六斤比鉛二十八斤價少二兩也。蓋錫彼此減盡，鉛上層少四十二斤，下層少十四斤，是上層比下層所少爲二十八斤也。鐵上層少十二斤，下層少二十八斤，是下層比上層所少爲十六斤，即上層比下層多十六斤也。價上層少二兩四錢，下層少四錢，是上層比下層所少爲二兩也。鐵多十六斤，鉛少二十八斤，價即少二兩，故爲錢十六斤比鉛二十八斤價少二兩也。次以錫六斤爲正，鉛七斤鐵十四斤價少二錢俱爲負，列於上。又錫十四斤鉛九斤爲正，鐵七十斤爲負，價多二錢爲正，列於下。乃以下錫十四斤遍乘上錫六斤鉛七斤鐵十四斤價少二錢，得錫八十四斤爲正，鉛九十八斤鐵一百九十六斤價少二兩八錢俱爲負。又以上錫六斤遍乘下錫十四斤鉛九斤鐵七十斤價多二錢，得錫八十四斤鉛五十四斤爲正，鐵四百二十斤爲負，價多一兩二錢爲正。於是以上層爲主，兩下相較，則錫各八十四斤，彼此減盡。鉛一正一負，故相加得一百五十二斤，仍依本層爲負。鐵兩層皆負，故相減餘二百二十四斤。本層少，乃變負爲正，價一正一負，故相加得四兩，仍依本層爲負，即鐵二百二十四斤比鉛一百五十二斤價少四兩也。蓋錫彼此減盡，鉛上層少九十八斤，下層多五十四斤，下之所多，即上之所少，是上層比下層少一百五十二斤也。鐵上層少一百九十六斤，下

錫	鉛	鐵	價
六正	七負	一四負	二負
一四正	九正	七〇負	二正
八四正	九八負	一九六負	二八負
八四正	五四正	四二〇負	一二正
〇〇	一五二負	二二四正	四〇負

層少四百二十斤。是下層比上層所少爲二百二十四斤。卽上層比下層多二百二十四斤也。價上層少二兩八錢。下層多一兩二錢。下之所多。卽上之所少。是上層比下層少四兩也。鐵多二百二十四斤。鉛少一百五十二斤。價卽少四兩。故爲鐵二百二十四斤比鉛一百五十二斤價少四兩也。爰將兩次所得之餘。作二色方程算之。其所餘鉛兩首色俱爲負。是爲同號。可以互乘減盡。故不變其號。卽將鉛二十八斤爲負。鐵十六斤爲正。價少二兩爲負。列於上。又鉛一百五十二斤爲負。鐵二百二十四斤爲正。價少四兩爲負。列於下。乃以下鉛一百五十二斤。遍乘上鉛二十八斤。鐵十六斤。價少二兩。得鉛四千二百五十六斤爲負。鐵二千四百三十二斤爲正。價少三百零四兩爲負。又以上鉛二十八斤。遍乘下鉛一百五十二斤。鐵二百二十四斤。價少四兩。得鉛四千二百五十六斤爲負。鐵六千二百七十二斤爲正。價少一百一十二兩爲負。兩下相較。則鉛各四千二百五十六斤。彼此減盡。鐵兩層皆正。故亦相減。餘三千八百四十斤。價兩層皆負。故亦相減。餘一百九十二兩。卽鐵三千八百四十斤之共價。以鐵三千八百四十斤除之。得五分。卽鐵每一斤之價也。以鐵十六斤乘之。得八錢。爲鐵十六斤之共價。鐵十六斤既比鉛二十八斤價少二兩。則加二兩得二兩八錢。爲鉛二十八斤之共價。以鉛二十八斤除之。得一錢。卽鉛每一斤之價也。以錫六斤比鉛七斤。鐵十四斤價少二錢計之。則鉛七斤價七錢。鐵十四斤價亦七錢。共一兩四錢。錫六斤既比鉛

鉛	鐵	價
二八負	一六正	二〇負
一五二負	二二四正	四〇負
四二五六負	二四三二正	三〇四〇負
四二五六負	六二七二正	一一二〇負
〇〇〇〇	三八四〇	一九二〇



七斤鐵十四斤價少二錢。則減二錢餘一兩二錢爲錫六斤之共價。以錫六斤除之。得二錢。卽錫每一斤之價也。再以銅三斤比錫二斤鉛二斤鐵四斤價多一錢計之。則錫二斤價四錢。鉛二斤價二錢。鐵四斤價二錢。共八錢。銅三斤既比錫二斤鉛二斤鐵四斤價多一錢。則加一錢共九錢。爲銅三斤之共價。以銅三斤除之。得三錢。卽銅每一斤之價也。

和較兼用類

設如有大小二石。不知其重。只云二大石比七小石少三十斤。三大石二小石共三百三十斤。問大小石各重幾何。

法以大石二爲正。小石七爲負。少三十斤爲負。列於上。大石三小石二共重三百三十斤。列於下。乃以上大石二。遍乘下大石三小石二。重三百三十斤。得大石六小石四。共重六百六十斤。又以下大石三。遍乘上大石二小石七。少三十斤。得大石六。仍爲正。小石二十一。仍爲負。少九十斤。亦仍爲負。兩下相較。則大石各六。彼此減盡。小石四加小石二十一。得小石二十五。六百六十斤加九十斤。得七百五十斤。乃小石二十五之共數。以小石二十五除之。得三十斤。卽一小石之重數。以二因之。得六十斤。爲二小石之共數。於大小石共重三百三十斤內減之。餘二百七十斤。爲三大石之共數。以三除之。得九十斤。卽一大石之重數也。此法蓋因三大石二小石共重三百三十斤爲和數。皆

大	小	勛
二正	七負	三〇負
三	二	三三〇
六	四	六六〇
六正	二一負	九〇負
〇	二五	七五〇

一類爲正。故不用正負之號。遇正則爲同類相減。遇負則爲異類相加。相加之後。仍爲和數者。以其依本層之號。故亦不用正號。蓋六大石四小石共重六百六十斤。而六大石比二十一小石少九十斤。則加九十斤。卽六大石與二十一小石等矣。故小石二十五。共重七百五十斤。以二十五除之。而得一小石之重數也。既得小石之重數。則於和數共重三百三十斤內。減二小石重六十斤。餘爲三大石之共數。若於較數七小石之共重二百一十斤內。減少三十斤。所餘卽爲二大石之共數。既得三大石或二大石之共數。乃以大石數除之。卽得一大石之重數矣。

設如有米用牛馬騾三色載之。各不知數。只云牛二馬三騾四。共載八石。馬三騾三。與牛三所載相等。牛四馬一比騾八所載多三石。問各載幾何。

法先以牛二馬三騾四。共米八石。列於上。次以牛三爲正。馬三騾三爲負。相等作一空位。列於下。題言馬三騾三比牛三。則馬騾應爲正。牛應爲負。因列法

以牛爲首。故以牛爲正。馬騾爲負。卽牛三比馬三騾三相等。其理一也。乃以上牛二。遍乘下牛三馬三騾三。得牛六仍爲正。馬六騾六仍爲負。又以下牛三。遍乘上牛二馬三騾四。共載八石。得牛六馬九騾十二。共載二十四石。於是以下層爲主。兩下相較。若以上層爲主。則相加數皆爲負。况首色減盡。二色卽轉而爲首。卽變負爲正。故不若以下層爲主。而皆爲正也。則牛各六。彼此減盡。馬九加馬六。得馬十五。因依本層爲和數。故不用號。騾十二加騾六。得騾

牛	馬	騾	米
二	三	四	八
三正	三負	三負	〇
六正	六負	六負	〇
六	九	一二	二四
〇	一五	一八	二四

十八二十四石無可加減。仍爲二十四石。卽馬十五騾十八共載二十四石也。蓋牛六馬九騾十二共載二十四石。而牛六與馬六騾六相等。則將木層牛六變爲馬六騾六矣。故爲馬十五騾十八共載二十四石也。次以牛三爲正。馬三騾三爲負。相等作一空位。列於上。牛四馬一爲正。騾八爲負。多三石爲正。列於下。乃以上牛三遍乘下牛四馬一騾八多三石。得牛十二爲正。馬三亦爲正。騾二十四爲負。多九石爲正。又以下牛四遍乘上牛三馬三騾三。得牛十二爲正。馬十二爲負。騾十二爲負。於是以上層爲主。兩下相較。則牛各十二。彼此減盡。馬一正一負。故相加得十五。仍依本層爲正。騾兩層皆負。故相減餘十二。仍依本層爲負。九石無可加減。仍爲九石。依本層爲正。卽馬十五比騾十二所載多九石也。蓋牛彼此減盡。馬上層多三。下層少十二。是上層比下層多十五也。騾上層少二十四。下層少十二。是上層比下層所少爲十二也。馬多十五騾少十二。而米卽多九石。故爲馬十五比騾十二所載多九石也。爰將兩次所得之餘。如和較兼用二色方程法算之。其馬十五騾十八。共米二十四石。列於上。又馬十五爲正。騾十二爲負。多米九石爲正。列於下。因首色皆爲十五。兩數齊同。卽不用互乘。兩下相較。則馬各十五。彼此減盡。騾十八加騾十二得三十。米二十四石減九石。餘十五石。乃騾三十共載之數。

馬	騾	米
一五	一八	二四
一五正	一二負	九正
〇〇	三〇	一五

牛	馬	騾	米
三正	三負	三負	〇
四正	一正	八負	三正
一二正	三正	二四負	九正
一二正	一二負	一二負	〇
〇〇	一五正	一二負	九正

以三十除之得五斗。即爲每一驛所載之數。以驛十二乘之得六石。爲驛十二共載之數。加馬十五之多。九石得十五石。即爲馬十五共載之數。以馬十五除之得一石。爲每一馬所載之數。以牛三與馬三驛三相等計之。則馬三應載三石。驛三應載一石五斗。共四石五斗。以牛三除之得一石五斗。即爲每一牛所載之數也。

設如有銀買綾羅絹三色。各不知價。只云綾一疋。羅二疋。絹四疋。共價七兩四錢。又綾二疋。絹八疋。比羅四疋多六兩八錢。又綾三疋。比羅六疋。絹七疋少一兩二錢。問各價幾何。

法先以綾一羅二絹四共銀七兩四錢列於上。和數皆爲正。不用號。又綾二爲正。羅四爲負。絹八爲正。多六兩八錢爲正。列於下。乃以下綾二遍乘上綾一羅二絹四共銀七兩四錢得綾二羅四絹八共銀十四兩八錢。又以上綾一遍乘下綾二羅四絹八多六兩八錢。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則綾各二。彼此減盡。羅一正一負。故相加得羅八。依本層爲正。絹兩層皆正。故相減恰盡。價兩層皆正。亦相減餘八兩。乃羅八疋之共價。蓋綾彼此減盡。絹亦減盡。惟羅上層多四疋。下層少四疋。是上層比下層多八疋。而價即多八兩。故爲羅八疋之共價也。以羅八除之得一兩。即爲羅每一疋之價也。次以綾二爲正。羅四爲負。絹八爲正。多六兩八錢爲正。列於上。又綾三爲正。羅六爲負。絹七爲負。少一兩二錢爲負。列於下。乃以下綾三

綾	羅	絹	銀
一	二	四	七四
二正	四負	八正	六八正
二	四	八	一四八
二正	四負	八正	六八正
○	八正	○	○八○正

遍乘上綾二羅四絹八多六兩八錢得綾六爲正、羅十二爲負、絹二十四爲正、多二十兩四錢爲正、又以
 上綾二遍乘下綾三羅六絹七少一兩二錢得綾六爲正、羅十二爲負、絹十四爲負、少二兩四錢爲負、於
 是以上層爲主、兩下相較、則綾各六、彼此減盡、羅兩層皆負、亦減盡、絹一
 正一負、故相加得三十八、銀一正一負、故相加得二十二兩八錢、乃絹三
 十八正之共價、蓋綾彼此減盡、亦減盡、絹上層多二十四疋、下層少十四疋、是
 上層比下層多三十八疋也、銀上層多二十兩四錢、下層少二兩四錢、是上層比下層
 多二十二兩八錢也、絹多而銀亦多、故爲絹之共價也、以絹三十八疋除之得六錢、
 卽絹每一疋之價也、以綾一羅二絹四共價七兩四錢計之、則羅二疋應
 價二兩、絹四疋應價二兩四錢、共四兩四錢、於共價七兩四錢內減之餘
 三兩、卽綾每一疋之價也、此法互乘相減之後、卽得一法一實、故省重列
 二色、若物與價俱各減盡者、則此層必爲彼層之幾倍、與少一層者同、是
 爲少一行不可算也、

和較交變類

設如有琴瑟箏三種樂器、各不知價、但知琴一張、瑟三張、箏三張、共價九十兩、又琴一張、瑟二張、箏五張、
 共價八十八兩、又琴三張、瑟八張、箏五張、共價二百二十兩、問琴瑟箏每張各價幾何、
 法先以琴一、瑟三、箏三、共銀九十兩、列於上、又琴一、瑟二、箏五、共銀八十八兩、列於下、因和數皆爲正、故不

綾	羅	絹	銀
二正	四頁	八正	六八正
三正	六頁	七頁	一二頁
六正	一二頁	二四正	二〇四正
六正	一二頁	一四頁	二四頁
〇	〇〇	三八	二二八

用雙。因首色皆爲一。故省互乘。卽以上層爲主。兩下相較。則琴各一。彼此減盡。瑟兩下相減餘一。本層多。仍爲正。箏兩下相減餘二。本層少。變正爲負。銀九十兩。減八十八兩。餘二兩。本層多。亦仍爲正。卽瑟一比。第二價多二兩也。蓋兩層琴各一張。其價必相等。但上層多瑟二張。下層多箏二張。則上層多銀二兩。卽瑟一比。箏二所多之價也。次以琴一、瑟二、箏五、共銀八十八兩。列於上。又琴三、瑟八、箏五、共銀二百二十兩。列於下。乃以下琴三、遍乘上琴一、瑟二、箏五。共銀八十八兩。得琴三、瑟六、箏十五。共銀二百六十四兩。又以上琴一、遍乘下琴三、瑟八、箏五。共銀二百二十兩。仍得原數。於是以上層爲主。兩下相較。則琴各三。彼此減盡。瑟兩下相減餘二。本層少。變正爲負。箏兩下相減餘十。本層多。仍爲正。銀二百六十四兩。減二百二十兩。餘四十四兩。本層多。亦仍爲正。卽箏十比瑟二。價多四十四兩也。蓋兩層琴各三張。其價必相等。但上層多箏十張。下層多瑟二張。則上層多銀四十四兩。卽箏十張比瑟二張所多之價也。因首色減盡。則瑟轉而爲首。應爲正。今瑟爲負。重列二色之際。不能一體。須俱變其號。然後爲順。故將瑟二變負爲正。而以箏十與價多四十四兩俱變正爲負。蓋原箏十比瑟二多四十四兩。今變爲瑟二比箏十少四十四兩也。若以下層爲主。則本層多。卽

琴	瑟	箏	銀
一	三	五	九〇八
一	二	五	八
〇	一正	二負	〇二正

琴	瑟	箏	銀
一	二	五	八八
三	八	五	二二〇
三	六	一五	二六四
三	八	五	二二〇
〇	二負	一〇正	〇四四正

得瑟二爲正，不用變號。爰將兩次所得之餘，如較數二色方程算之。其瑟一爲正，箏二爲負，多二兩爲正，列於上。瑟二爲正，箏十爲負，少四十四兩爲負，列於下。乃以下瑟二遍乘上瑟一箏二多二兩，得瑟二仍爲正，箏四爲負，多四兩爲正。又以上瑟一遍乘下瑟二箏十少四十四兩，仍得原數。兩下相較，則瑟各二，彼此減盡。箏兩層皆負，故相減餘六。多四兩與少四十四兩相加得四十八兩，卽箏六張之共價也。蓋瑟皆爲二張，則其共價必相等。然比箏四張之價則多，比箏十張之價則少。是少多相加之四十八兩，卽箏十與箏四相差六張之價也。乃以箏六除銀四十八兩，得八兩。爲箏每張之價。以箏十因之，得八十兩，爲箏十張之共價。瑟二張既比箏十張少四十四兩，則於八十兩內減四十四兩，餘三十六兩，卽爲瑟二張之共價。以瑟二除之，得十八兩，爲瑟每張之價。以琴一瑟三箏三共銀九十兩計之，則瑟三價五十四兩，箏三價二十四兩，共七十八兩，於共銀九十兩內減之，餘十二兩，卽琴每一張之價也。

設如有古量斛庾釜三種，盛米各數不同。只云三斛二釜比二庾多一石。

零八升，又二斛比三庾五釜少六石，又一斛一庾比二釜多一石三斗二升。問斛庾釜各盛米若干。

法先以斛三爲正，庾二爲負，釜二爲正，多一石零八升爲正，列於上。又斛二爲正，庾三釜五爲負，少六石亦爲負，列於下。乃以下斛二遍乘上斛三庾二釜二多一石零八升，得斛六仍爲正，庾四爲負，釜四爲正，多二石一斗六升亦爲正。又以上斛三遍乘下斛二庾三釜五少六石，得斛六仍爲正，庾九釜十五俱爲

瑟	箏	銀
一正	二負	二正
二正	一〇負	四四負
二正	四負	四正
二正	一〇負	四四負
〇	〇六	四八

負、少十八石亦爲負。於是以上層爲主，兩下相較，則斛各六，彼此減盡。庚兩層皆負，故相減餘五。本層少，乃變負爲正。釜一正一負，故相加得十九。仍依本層爲正，多二石一斗六升，與少十八石相加，得二十石一斗六升。仍依本層爲正，即五庚十九釜共二十石一斗六升也。蓋斛彼此減盡，庚上層少四，下層少九，是下層比上層所少爲五，即上層比下層多五也。釜上層多四，下層少十五，是上層比下層多十九也。米上層多二石一斗六升，下層少十八石，是上層比下層多二十石一斗六升也。庚釜多則米亦多，故爲五庚十九釜，共二十石一斗六升也。次以斛二爲正，庚三釜五與少六石俱爲負，列於上。又斛一庚一，爲正。釜二爲負，多一石三斗二升爲正，列於下。乃以上斛二遍乘，下斛一庚一釜二多一石三斗二升，得斛二庚二爲正，釜四爲負，多二石六斗四升爲正。又以下斛一遍乘，上斛二庚三釜五少六石，仍得原數。於是以上層爲主，兩下相較，則斛各二，彼此減盡。庚一正一負，故相加得五。仍依本層爲正，釜兩層皆負，故相減餘一。本層少，乃變負爲正，多二石六斗四升，與少六石相加，得八石六斗四升。仍依本層爲正，即五庚一釜共八石六斗四升也。蓋斛彼此減盡，庚上層多二，下層少三，是上層比下層多五也。釜上層少四，

斛	庚	釜	米
三正	二負	二正	一〇八正
二正	三負	五負	六〇〇負
六正	四負	四正	二一六正
六正	九負	一五負	一八〇〇負
〇	五正	一九正	二〇一六正

斛	庚	釜	米
二正	三負	五負	六〇〇負
一正	一正	二負	一三二正
二正	二正	四負	二六四正
二正	三負	五負	六〇〇負
〇	五正	一正	八六四正

下層少五。是下層比上層所少爲一。卽上層比下層多一也。米上層多二石六斗四升。下層少六石是上層比下層多八石六斗四升也。庚釜多而米亦多。故爲五庚一釜。共八石六斗四升也。爰以兩次所得之餘。如和數二色方程算之。共庚五釜十九。共二十石一斗六升。列於上。庚五釜一。共八石六斗四升。列於下。變爲和數。故不用號。夫首數皆爲五。則省互乘。兩下相較。庚各五。彼此減盡。釜十九減一餘十八。米二十石一斗六升減八石六斗四升。餘十一石五斗二升。卽爲釜十八所盛之共數。以十八除之。得六斗四升。爲每一釜所盛之數。於八石六斗四升內減之。餘八石。爲庚五所盛之共數。以五除之。得一石六斗。爲每一庚所盛之數。以斛三釜二。比庚二多一石零八升計之。則庚二應三石二斗。加多一石零八升。得四石二斗八升。卽爲斛三釜二之共數。減釜二之一石二斗八升。餘三石。爲斛三所盛之共數。以三除之。得一石。爲每一斛所盛之數也。

設如用船車駝運糧。各不知數。只云三船比七車一駝少三十三石六斗。二車比一船十二駝少二十一石六斗。八駝比一船三車少二十一石六斗。問船車駝各載幾何。

法先以船三爲正。車七駝一與少三十三石六斗俱爲負。列於上。又船一改爲正。車二改爲負。駝十二亦改爲正。少二十一石六斗。改爲多二十一石六斗。亦爲正。列於下。蓋二車比一船十二駝少二十一石六斗。卽一船十二駝比二車多二十一石六斗也。乃以上船三。遍乘下船一車二駝十二多二十一石六斗。得船三爲正。

庚	釜	米
五	一九	二〇一六
五	一	八六四
〇	一八	一五二

車六爲負、駝三十六爲正、多六十四石八斗爲正。又以下船一、遍乘上船三車七駝一少三十三石六斗。仍得原數。於是以上層爲主、兩下相較、則船各三、彼此減盡、車兩層皆負、故相減餘一、本層少、乃變負爲正。駝一正一負、故相加得三十七。仍依本層爲正、多六十四石八斗與少三十三石六斗相加、得九十八石四斗、亦依本層爲正。即車一駝三十七共載九十八石四斗也。蓋船彼此減盡、車上層少六、下層少七、是下層比上層所少爲一、即上層比下層多一也。駝上層多三十六、下層少一、是上層比下層多三十七也。纜上層多六十四石八斗、下層少三十三石六斗、是上層比下層多九十八石四斗也。車多駝多、則纜亦多、故九十八石四斗、爲車一駝三十七之共數也。次以船一爲正、車二爲負、駝十二爲正、多二十一石六斗爲正、列於上。又船一車三俱改爲正、駝八改爲負、少二十一石六斗、改爲多二十一石六斗爲正、列於下。蓋八駝比一船三車少二十一石六斗、即一船三車比八駝多二十一石六斗也。首數皆一、故省互乘、即以上層爲主、兩下相較、則船各一、彼此減盡、車一正一負、故相加得五。仍依本層爲負、駝一正一負、故亦相加得二十。仍依本層爲正、纜兩層

船	車	駝	纜
三正	七負	一負	三三六負
一正	二負	一二正	二一六正
三正	六負	三六正	六四八正
三正	七負	一負	三三六負
○	一正	三七正	九八四正

船	車	駝	纜
一正	二負	一二正	二一六正
一正	三正	八負	二一六正
○	五負	二〇正	〇〇〇

皆正相減恰盡。即爲駝二十與車五相等。今車應轉爲首色爲正。故重列之際。須俱變其號。以車變負爲正。駝變正爲負。即爲車五與駝二十相等也。蓋兩下相較。船數相等。上層少車二。下層多車三。上之所少。卽下之所多。是下層多車五。上層多駝十二。下層少駝八。下之所少。卽上之所多。是上層多駝二十。今既兩下權數相等。則爲車五與駝二十相等矣。爰以兩次所得之餘。如和較兼用二色方程算之。其車一。駝三十七。共糧九十八石。四斗列於上。因爲和數。故不用號。又車五爲正。駝二十爲負。列於下。權兩

下相等。故無數可列。仍作空以存其位。乃以下車五。遍乘上車一。駝三十七。共糧九十八石。四斗。得車五。駝一百八十五。共糧四百九十二石。又以上車一。遍乘下車五。駝二十。仍得原數。兩下相較。則車各五。彼此減盡。駝一百八十五。加駝二十。得二百零五。糧止一層。無數可加減。仍得四百九十二石。卽駝二百零五所載之共數也。以駝二百零五除之。得二石四斗。爲每一駝所載之數。以二十乘之。得四十八石。爲駝二十所載之共數。車五既與之相等。卽以車五除之。得九石六斗。卽爲每一車所載之數。以三船比七車一。駝少三十三石六斗計之。則一駝應二石四斗七車應六十七石二斗。共六十九石六斗。減三船少三十三石六斗。餘三十六石。爲三船所載之共數。以三除之。得十二石。爲每一船所載之數也。

設如有錢買瓜桃榴梨四色。只云瓜二、桃四、共價一百五十六文。瓜一、梨八、共價一百二十六文。桃二、榴

車	駝	糧
一	三七	九八四
五正	二〇負	〇〇〇
五	一八五	四九二〇
五正	二〇負	〇〇〇
〇	二〇五	四九二〇

七、共價一百六十文。榴四、梨七、共價一百四十八文。問瓜桃榴梨各價幾何。

法先以瓜二、桃四、共價一百五十六文，列於上。因題有四色，而此行無榴梨，乃各作空位以存其分。餘俱照式對位列之。又以瓜一、梨八、共價一百二十六文，列於下。因為和數，故不用號。乃以上瓜二、遍乘下瓜一、梨八，共價一百二十六文，得瓜二、梨十六，共價二百五十二文。又以下瓜一、遍乘上瓜二、桃四，共價一百五十六文，仍得原數。於是以下層為主，兩下相較，則瓜各二，彼此減盡。桃四無可減，仍為四。依本層為正，榴仍為空位。梨十六無可減，仍為十六。本層無數，乃變正為負，價二百五十二文內減一百五十六文，餘九十六文。本層少，乃變正為負，即為桃四。比梨十六價少九十六文也。蓋瓜皆為二，則其共價必相等。然上層有梨十六，則共價二百五十二文。下層有桃四，則共價一百五十六文。其相差之九十六文，即桃四比梨十六所少之價也。至是瓜既已減盡，但餘三色，即變四色為三色，而以桃為首，對位列之。是以桃四為正。此行無榴梨，故仍作空位以存其分。餘俱對位列之。梨十六為負，少九十六文為負，列於上。桃二、榴七，共價一百六十文，列於下。因為和數，故不用號。乃以上桃四，遍乘下桃二、榴七，共價一百六十文，得桃八、榴二十八，共價六百四十文。又以下桃二，遍乘上桃四、梨十六，少九十六文，得桃八，仍為正。梨三十二，仍為負，少一百九十二文為負。於是以上層為主，兩下相較，則桃各八，彼此減盡。榴二十八無可減，仍為

錢	梨	榴	桃	瓜
一五六	○	○	四	二
一二六	八	○	○	一
二五二	一六	○	○	二
一五六	○	○	四	二
○九六負	一六負	○	四正	○

二十八。依本層爲正。梨三十二無可加。仍爲三十二。本層無數。乃變負爲正。六百四十文與少一百九十二文相加。得八百三十二文。仍依本層爲正。即榴二十八梨三十二共價八百三十二文也。蓋桃彼此減盡。上層多榴二十八。下層少梨三十二。即上層多梨三十二。故多與少相差之八百三十二文。而榴二十八梨三十二之共價也。至是桃又減盡。但餘二色。即變三色爲二色。而以榴爲首。對位列之。是以榴二十八梨三十二共價八百三十二文。列於上。榴四梨七共價一百四十八文。列於下。乃以上榴二十八。遍乘下榴四梨七共價一百四十八文。得榴一百一十二梨一百九十六。共價四千一百四十四文。又以下榴四。遍乘上榴二十八梨三十二共價八百三十二文。得榴一百一十二梨一百二十八。共價三千三百二十八文。兩下相較。則榴各一百一十二。彼此減盡。梨兩下相減。餘六十八。價兩下相減。餘八百一十六文。即梨六十八之共價也。以梨六十八除之。得十二文。爲梨每個之價。以七因之。得八十四文。爲梨七之共價。於榴梨共價一百四十八文內減之。餘六十四文。爲榴四之共價。以四除之。得十六文。即榴每個之價。以桃二榴七共價一百六十文計之。則榴七應價一百一十二文。於桃榴共價一百六十文內減之。餘四十八文。爲桃二之共價。以二除之。得二十四文。爲桃每個之價。再以瓜二桃四共價一百五十六文計之。則桃四應價九十六文。於桃瓜共價一百五十六文內減之。餘六十文。爲瓜二之共價。以二

桃	榴	梨	錢
四正	○	一六負	九六負
二	七	○	一六○
八	二八	○	六四○
八正	○	三二負	一九二負
○	二八正	三二正	八三二正

除之得三十文。卽瓜每個之價也。

附法

設如有石二塊。大小不等。不知重數。只有銅條一根。重十二兩。均分十二分。以繩繫於第五分之上。一頭五分。一頭七分。將大石掛於銅條一頭。離提繫五分。而以小石作砵稱之。離提繫得六分始平。又將小石掛在銅條一頭。離提繫五分。而以大石作砵稱之。離提繫得四分始平。問大小二石各重幾何。

法先以五分加一倍。與十二分相較。餘二分。折半得一分。與五分相加爲六分。乃以五分爲一率。六分爲二率。餘二分作二兩爲三率。得四率二兩。

四錢卽五分之端。加二兩四錢始與七分相平也。爰將二兩四錢以大石離提繫五分。因之。得十二兩爲五大石比六小石所多之數。大石離提繫五分。小石離提繫六分而平。是大石重六分。小石重五分也。若五大石六小石。則各得三十分。其重始等。然五分之一端。應加二兩四錢。是大石重六分。尙多二兩四錢也。若五大石則多十二兩矣。故爲五大石比六小石多十二兩也。又將二兩四錢以小石離提繫五分。因之。亦得十二兩爲四大石比五小石所少之數。小石離提繫五分。大石離提繫四分而平。是小石重四分。大石重五分也。若五小石四大石。則各得二十分。其重始等。然五分之一端。應加二兩四錢。是小石重四分。尙多二兩四錢也。若五小石則多十二兩矣。故爲五小石比四大石多十二兩。因以大石爲首。故變爲四大石比五小石少十二兩也。因作較數方程法算之。以大石五爲正。小石六

檀	梨	錢
二八	三二	八三二
四	七	一四八
一一二	一九六	四一四四
一一二	一二八	三三二八
〇〇〇	〇六八	〇八一六

爲負、重多十二兩爲正、列於上、又大石四爲正、小石五爲負、重少十二兩爲負、列於下、乃以上大石五、遍乘下大石四、小石五、少十二兩、得大石二十、小石二十五、少六十兩、又以下大石四、遍乘上大石五、小石六、多十二兩、得大石二十、小石二十四、多四十八兩、兩下相較、則大石各二十、彼此減盡、小石兩層皆負、故相減餘一、重少六十兩、與多四十八兩相加、得一百零八兩、卽爲一小石之重數、以小石六因之、得六百四十八兩、爲六小石之共重數、加大石所多十二兩、得六百六十兩、爲五大石之共重數、以五歸之、得一百三十二兩、卽爲一大石之重數也、此本疊借互徵之法、而以方程算之、稍爲簡易焉。

設如有銀一千六百四十兩、兄弟二人分之、各不知數、只云兄之四分之一、弟之六分之一、共三百五十兩、問兄弟各分銀幾何。

法以一千六百四十兩爲兄四分、弟六分之共銀數、以三百五十兩爲兄一分、弟一分之共銀數、如和數方程法算之、以兄四分、弟六分、共銀一千六百四十兩、列於上、兄一分、弟一分、共銀三百五十兩、列於下、乃以下兄一分、遍乘上兄四分、弟六分、共銀一千六百四十兩、仍得原數、又以上兄四分、遍乘下兄一分、弟一分、共銀三百五十兩、得兄四分、弟四分、共銀一

大	小	重
五正	六負	一二正
四正	五負	一二負
二〇正	二五負	六〇負
二〇正	二四負	四八正
〇〇	〇一	一〇八

一率	五分
二率	六分
三率	二兩
四率	二兩四錢

千四百兩兩下相較。則兄各四分。彼此減盡。弟兩下相減。餘二分。銀兩下相減。餘二百四十兩。即弟二分之共銀數。以弟二分除之。得一百二十兩。爲弟一分之銀數。以弟六分乘之。得七百二十兩。即弟所分之共銀數。於共銀一千六百四十兩內減之。餘九百二十兩。即兄所分之共銀數也。此法用疊借互徵算之亦可。

設如甲乙二人分果。不知其數。只云甲子乙九枚。則乙與甲等。乙子甲九枚。則一甲與二乙等。問甲乙分果各幾何。

法將甲子乙九枚。以二因之。得一十八枚。爲一甲比一乙所多之數。蓋甲子乙九枚。則甲與乙等。若甲不予乙。則甲多九枚。乙少九枚。是甲比乙多十八枚也。又將乙子甲九枚。以三因之。得二十七枚。爲一甲比二乙所少之數。蓋乙子甲九枚。則一甲與二乙等。若乙不予甲。則乙多九枚。二乙必多十八枚。甲少九枚。是一甲比二乙少二十七枚也。因作較數方程法算之。以甲一爲正。乙一爲負。多十八枚爲正。列於上。又甲一爲正。乙二爲負。少二十七枚爲負。列於下。因甲首色皆爲一。故不用互乘。兩下相較。則甲各一。彼此減盡。乙兩層皆負。故相減。餘一果一正一負。故相加。得四十五枚。即爲乙之果數。如甲多十八枚。得六十三枚。即爲甲之果數也。若甲子乙九枚。則甲餘五

甲	乙	果
一正	一負	一八正
一正	二負	二七負
<hr/>		
○	—	四五

兄	弟	銀
四	六	一六四〇
—	—	三五〇
<hr/>		
四	六	一六四〇
四	四	一四〇〇
<hr/>		
○	二	〇二四〇

十四乙亦得五十四。是甲與乙相等。若乙予甲九枚，則乙餘三十六，甲得七十二。是一甲與二乙相等也。此法用疊借互徵算之亦可。

設如有田二千六百五十畝，令上中下三等農夫分耕。上等四十人，中等五十人，下等七十人，上等比中等每人多七畝，中等比下等每人多五畝。問上中下三等每人各耕幾何。

法以二千六百五十畝為和，以多七畝多五畝為較。如和較兼用三色方程法算之。先以上等四十人，中等五十人，下等七十人，共田二千六百五十畝，列於上。因為和數，故不用號。又上等一人為正，中等一人為負，多七畝為正，列於下。無下等，則作空以存其位。乃以下上等人，遍乘上上等人，中等五十人，下等七十人，共田二千六百五十畝，仍得原數。又以上上等人，遍乘下上等人，中等一人多七畝，得上等四十人為正，中等四十人為負，多二百八十畝為正。於是以上層為主，兩下相較，則上等各四十人，彼此減盡。中等五十人，加四十人，得九十人。下等無可加減，仍得七十人。田二千六百五十畝，減二百八十畝，餘二千三百七十畝，即中等九十人，下等七十人，共田二千三百七十畝也。因依本層，故仍為和數。次以中等九十人，下等七十人，共田二千三百七十畝，列於上。因為和數，故不用號。又中等一人為正，下等一人為負，多五畝為正，列於下。乃以下中等一人，遍乘上中等九十人，下

上	中	下	田
四〇	五〇	七〇	二六五〇
一正	一負	〇	七正
四〇	五〇	七〇	二六五〇
四〇正	四〇負	〇	二八〇正
〇〇	九〇	七〇	二三七〇

等七十人共田二千三百七十畝。仍得原數。又以上中等九十人。遍乘下中等一人。下等一人。多五畝。得中等九十人爲正。下等九十人爲負。多四百五十畝。爲正。兩下相較。則中等各九十人。彼此減盡。下等七十人。加九十人。得一百六十人。田二千三百七十畝。減四百五十畝。餘一千九百二十畝。卽下等一百六十人之共數也。以下等一百六十人除之。得十二畝。爲下等每人所耕之數。加五畝。得十七畝。爲中等每人所耕之數。又加七畝。得二十四畝。爲上等每人所耕之數也。此去本和數比例。以方程算之亦可。

中	下	田
九〇	七〇	二三七〇
一正	一負	五正
九〇	七〇	二三七〇
九〇正	九〇負	四五〇正
〇〇	一六〇	一九二〇

數理精蘊下編卷十一

面部一

平方

平方者等邊四直角之面積也。以形而言則爲兩矩所合。以積而言則爲自乘之數。因其有廣無厚。故曰平方。因其縱橫相等。故曰正方。蓋方積面也。而其邊則線也。有線求面則相乘而得積。有面求線則開方而得邊。開之之法。略與歸除同。但歸除有法有實。而開方則有實而無法。故古人立爲商除廉隅之制。以相求。每積二位得邊之一位。所謂一百一十定無疑。一千三十有零餘。九千九百不離十一萬方爲一百推是也。其法先從一角而剖其幕。以自一至九自乘之數爲方根。與所有之積相審。量其足減者而定之。是爲初商。初商減盡無餘。則方邊止一位。若有餘實。卽初商方積外別成一磬折形。其附初商之兩旁者。謂之廉。兩廉之角所合一小方謂之隅。廉有二。故倍初商爲兩廉之共長。是爲廉法。視餘積足廉法幾倍。卽定次商。隅卽次商之自乘。故次商爲隅法。合廉隅而以次商乘之。則得兩廉一隅之共積。所謂初商方積外別成一磬折形者是也。故次商爲初商所得方邊之零。如次商數與初商餘積相減。尙有不盡之實。則又成一磬折形。而仍爲兩廉一隅。但較前廉愈長而隅愈小耳。凡有幾層廉隅。俱照初商之例。逐層遞析之。實盡而止。實不盡者必非自乘之正數。遞析之至於纖塵。終有奇零。若餘實不足廉隅法之數者。則

方邊爲空位。此開方之定法也。面形不一。而容積皆以方積爲準。故平方爲算諸面之本。諸面必通之方積而後可施其法也。

設如正方面積三十六尺開方。問每一邊數幾何。

法列方積三十六尺。自末位起算。每方積二位定方邊一位。今積止有二位。則於六尺上作記定單位。以自一至九自乘之方根數與之相審。知與六尺自乘之數恰合。乃以六尺書於方積六尺之上。而以六尺自乘之三十六尺書於方積原數之下。相減恰盡。即得開方之數爲六尺也。如圖甲乙丙丁正方形。每邊皆六尺。其中函一尺小正方形三十六。自邊計之。爲六尺自乘之積。以積開之。則與六尺自乘方根之數相準。故商除之恰盡也。蓋方積爲二位。是以方邊止一位。方積卽六尺自乘之數。故無廉隅之可用次商。如有餘積則自成廉隅而用次商矣。

設如正方面積一丈四十四尺開方。問每一邊數幾何。

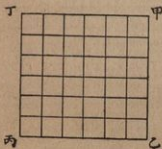
法列方積一丈四十四尺。自末位起算。每方積二位定方邊一位。故隔一

位作記。卽於四尺上定尺位。一丈上定丈位。其一丈爲初商積。與一丈自

乘之數相合。卽定初商爲一丈。書於方積一丈之上。而以一丈自乘之正

方一丈書於初商積之下。相減恰盡。爰以方邊末位積四十四尺續書於

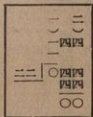
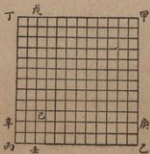
六
六
三
三
〇
〇



下大凡以餘積續書於下者。每取方積之二位以當方邊之一位也。爲次商廉隅之共積。乃以初商之一丈作一十尺。倍之得二十尺爲廉法。以除四十四尺足二尺。卽定次商爲二尺。書於方積四尺之上。而以次商二尺爲隅法。與廉法二十尺相加。共得二十二尺爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商二尺乘之得四十四尺。與次商廉隅共積相減恰盡。是開得一丈二尺爲方面每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方形。每邊皆一丈二尺。其中函積一丈四十四尺。是爲共積。其從一角所分用庚己戊正方形每邊一丈。卽初商數。其中函正方形積一丈。卽初商自乘數。所餘庚己壬乙戊己辛丁兩長方爲兩廉。其各長十尺卽初商數。其各闊二尺卽次商數。廉有二。故倍初商爲廉法。其己壬丙辛一小正方形爲隅。其邊二尺亦卽次商數。故以次商爲隅法。合兩廉一隅成一摺折形。附於初商自乘方之兩邊而成一總正方形。此廉隅之法所由生也。

設如正方形積五百二十九尺開方。問每一邊數幾何。此題正方面積之三位皆以尺命位。似與前題分丈尺者不同。然其取方積二位續書於下。其末位卽命爲單位立算。則與丈尺同也。

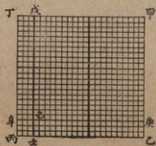
法列方積五百二十九尺。自末位起算。每方積二位定方邊一位。故隔一位作記。乃於九尺上定單位。五百尺上定十位。其五百尺爲初商積。以初商本位計之。則五百尺爲初商積之單位。止與二自乘之數相



準。卽定初商爲二。書於方積五百尺之上。而以二自乘之。四書於初商積之下。相減餘一百尺。爰以方邊第二位積二十九尺。續書於下。共一百二十九尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之二作二十尺。倍之得四十尺。爲廉法。以除一百二十九尺。足三尺。卽定次商爲三尺。書於方積九尺之上。而以次商三尺爲隅法。與廉法四十尺相加。共得四十三尺。爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商三尺乘之。得一百二十九尺。與次問廉隅共積相減。恰盡。是開得二十三尺。爲方面每一邊之數也。如圖甲乙丙丁正方形。每邊皆二十三尺。其中函積五百二十九尺。是爲共積。其從一角所分甲庚己戊正方形。每邊二十尺。卽初商數。其中函積四百尺。卽初商自乘數。所餘庚己壬乙戊己辛丁兩長方。爲兩廉。其各長二十尺。卽初商數。其各闊三尺。卽次商數。其己壬丙辛一小正方形。爲隅。其邊三尺。卽次商數。右兩廉一隅成一摺折形。附於初商自乘方之兩邊。而成一總正方形也。

設如正方面積五丈四十七尺五十六寸。開每一邊數幾何。

法列方積五丈四十七尺五十六寸。自末位起算。每方積二位定方邊一位。故隔一位作記。卽於六寸上定寸位。七尺上定尺位。五丈上定丈位。其五丈爲初商積。與二丈自乘之數相準。卽定初商爲二丈。書於方積五丈之上。而以二丈自乘之。四丈書於初商積之下。相減餘一丈。卽一百尺。爰以方邊第二位積四



二	三
五	九
四	九
一	二
一	九
二	九
四	三
〇	〇
〇	〇

十七尺續書於下，共一百四十七尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商之二十丈作二十尺，倍之得四十尺，爲廉法。以除一百四十七尺，足三尺，卽定次商爲三尺。書於方積七尺之上。而以次商三尺爲隅法，與廉法四十尺相加，共得四十三尺，爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商三尺乘之，得一百二十九尺。與次商廉隅共積相減，餘一十八尺。卽一千八百寸。復以方邊末位積五十六寸續書於下，共一千八百五十六寸。爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之二丈三尺作二百三十寸，倍之得四百六十寸，爲廉法。以除一千八百五十六寸，足四寸，卽定三商爲四寸。書於方積六寸之上。而以三商四寸爲隅法，與廉法四百六十寸相加，共得四百六十四寸，爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商四寸乘之，得一千八百五十六寸。與三商廉隅共積相減，恰盡。是開得二丈三尺四寸，爲方面每一邊之數也。

設如正方面積四十五萬九千六百八十四尺開方，問每一邊數幾何。此題正方面積之六位皆以尺命位，似與前題分丈尺寸三色者不同。然其每取方積二位續書於下，其末位卽命爲單位立算，仍與丈尺寸同也。

法列方積四十五萬九千六百八十四尺，自末位起算，每方積二位定方邊一位，故隔一位作記。乃於四尺上定單位，六百尺上定十位，五萬尺上定百位，其四十五萬尺爲初商積。以初商本位計之，則五萬尺爲初商積之單位，而四十五萬尺爲四十五，與六自乘之數相準，卽定初商爲六。書於方積五萬尺之上。而以六自乘之三十六書於初商積之下，相減餘九萬尺。爰以方邊第二位積九千六百尺續書於下，共

	二	三	四
	五	四	七
	四	五	六
四三	一	四	七
	一	二	九
四六四	〇	一	八
	一	八	五
	〇	〇	〇

九萬九千六百尺爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則六百尺爲次商積之單位。而九萬九千六百尺爲九百九十六。而初商之六卽爲六十。故以初商之六作六十。倍之得一百二十。爲廉法。以除九百九十六。足七倍。卽定次商爲七。書於方積六百尺之上。而以次商七爲隅法。與廉法一百二十相加。共得一百二十七。爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商七乘之。得八百八十九。與次商廉隅共積相減。餘一萬零七百尺。復以方邊末位積八十四尺。續書於下。共一萬零七百八十四尺。爲三商廉隅之共積。

以三商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商之六百七十倍之。得一千三百四十。爲廉法。以除一萬零七百八十四。足八倍。卽定三商爲八。書於方積四尺之上。而以三商八爲隅法。與廉法一千三百四十相加。共得一千三百四十八。爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商八乘之。得一萬零七百八十四。與三商廉隅共積相減。恰盡。是開得六百七十八尺。爲方面每一邊之數也。

設如正大面積三十五丈九十一尺六寸四分。問每一邊數幾何。

法列方積三十五丈九十一尺六寸四分。自末位起算。每隔一位作記。卽於九分上定分位。空寸上定寸位。一尺上定尺位。五丈上定丈位。其三十五丈爲初商積。與五丈自乘之數相準。卽定初商爲五丈。書於方積五丈之上。而以五丈自乘之二十五丈。書於初商積之下。相減餘一十丈。卽一千尺。爰以方邊第二位積九十一尺。續書於下。共一千零九十一尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商五丈作五十尺。倍

	六	七	八
	六	七	八
	四	五	九
	三	六	
一	二	七	〇
		九	九
		八	九
一	三	四	八
		〇	七
		〇	七
		〇	〇
		〇	〇

之得一百尺爲廉法。以除一千零九十一尺。足九尺。卽定次商爲九尺。書於方積一尺之上。而以次商九尺爲隅法。與廉法一百尺相加。共得一百零九尺爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商九尺乘之。得九百八十一尺。與次商廉隅共積相減。餘一百一十尺。卽一萬一千寸。復以方邊第三位積六十寸。續書於下。共一萬一千零六十寸。爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之五丈九尺作五百九十寸。倍之得一千一百八十寸。爲廉法。以除一萬一千零六十寸。足九寸。卽定三商爲九寸。書於方積空寸之上。而以三商九寸爲隅法。與廉法一千一百八十寸相加。共得一千一百八十九寸。爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商九寸乘之。得一萬零七百零一寸。與三商廉隅共積相減。餘三百五十九寸。卽三萬五千九百九十分。復以方邊末位積四十九分。續書於下。共三萬五千九百四十九分。爲四商廉隅之共積。乃以初商次商三商之五丈九尺九寸作五十九百九十分。倍之得一萬一千九百八十分。爲廉法。以除三萬五千九百四十九分。足三分。卽定四商爲三分。書於方積九分之上。而以四商三分爲隅法。與廉法一萬一千九百八十分相加。共得一萬一千九百八十三分。爲廉隅共法。書於餘積之左。以四商三分乘之。得三萬五千九百四十九分。與四商廉隅共積相減。恰盡。是開得五丈九尺九寸三分。爲方面每一邊之數也。設如正方面積五百八十五萬六千四百尺。開方。問每一邊數幾何。

	三	九	九	五
	〇	一	一	〇
	四	六	九	九
	九	〇	五	三
—〇九	—〇九	—〇九	—〇九	—〇九
	九	八	〇	〇
—八九	—〇七	—〇七	—〇七	—〇七
	〇	三	五	九
—九八三	—三五九	—三五九	—三五九	—三五九
	〇	〇	〇	〇

法列方積五百八十五萬六千四百尺。補二空位以足其分。自末空位起算。每隔一位作記。於空尺上定單位。四百尺上定十位。五萬尺上定百位。五百萬尺上定千位。其五百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則五百萬尺爲初商積之單位。止與二自乘之四相準。卽定初商爲二。書於方積五百八尺之上。而以二自乘之四。書於初商積之下。相減餘一百萬尺。爰以方邊第二位積八十五萬尺續書於下。共一百八十五萬尺。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則五萬尺爲次商積之單位。而一百八十五萬尺爲一百八十五。而初商之二卽爲二十。故以初商之二作二十。倍之得四十爲廉法。以除一百八十五。足四倍卽定次商爲四。書於方積五萬尺之上。而以次商四爲隅法與廉法四十相加。共得四十四爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商四乘之。得一百七十六。與次商廉隅共積相減。餘九萬尺。復以方邊第三位積六千四百尺續書於下。共九萬六千四百尺。爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則四百爲三商積之單位。而九萬六千四百尺爲九百六十四。而初商之二卽爲二百。次商之四卽爲四十。故以初商次商之二四作二百四十。倍之得四百八十爲廉法。以除九百六十四。足二倍。卽定三商爲二。書於方積四百尺之上。而以三商二爲隅法與廉法四百八十相加。共得四百八十二爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商二乘之。得九百六十四。與三商廉隅共積相減。恰盡。是開得二千四百二十尺。爲方面每一邊之數也。此法方積之末有二空位。故所得方邊之末亦補一空位。凡設數未至

○	○	○	○	○	○
二	四	二	六	四	○
二	八	五	六	四	○
二	五	四	一	八	七
四	四	一	八	七	六
四	四	二	○	○	○
四	八	二	○	○	○
四	四	二	○	○	○
四	四	二	○	○	○

單位者皆依此例補足位分。然開之。

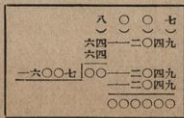
設如正方面積八十二丈六十二尺八十一寸開方。問每一邊數幾何。

法列方積八十二丈六十二尺八十一寸。自末位起算。每隔一位作記。於一寸上定寸位。於二尺上定尺位。於二丈上定丈位。其八十二丈爲初商積。與九丈自乘之數相準。即定初商爲九丈。書於方積二丈之上。而以九丈自乘之八十一丈。書於方積八十二丈之下。相減餘一丈。即一百尺。爰以方邊第二位積六十二尺續書於下。共一百六十二尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商九丈作九十尺。倍之得一百八十尺。爲廉法。以除一百六十二尺。其數不足。是次商爲空位也。乃書一空於方積二尺之上。以存次商之位。復以方邊末位積八十一寸續書於下。共一百六十二尺八十一寸。即一萬六千二百八十一寸。爲三商廉隅之共積。仍以一百八十尺作一千八百寸。爲廉法。以除一萬六千二百八十一寸。足九寸。即定三商爲九寸。書於方積一寸之上。而以三商九寸爲隅法。與廉法一千八百寸相加。共得一千八百零九寸。爲廉隅共法。書於餘積之左。而以三商九寸乘之。得一萬六千二百八十一寸。與三商廉隅共積相減。恰盡。是開得九丈零九寸。爲方面每一邊之數也。此法方積無空位。而商出之方邊有空位。凡廉法除餘積。而數不足者。皆依此例推之。

設如正方面積六千四百一十一萬二千零四十九尺開方。問每一邊數幾何。

		九	〇	九
		〇	〇	〇
		八	二	八
		一	六	一
		八	二	八
		〇	一	六
		一	六	二
		八	二	八
		〇	〇	〇
		〇	〇	〇
		〇	〇	〇
		〇	〇	〇
一	八	〇	九	

法列方積六千四百一十一萬二千零四十九尺。自末位起算。每隔一位作記。於九尺上定單位。空百尺上定十位。一萬尺上定百位。四百萬尺上定千位。其六千四百萬尺爲初商積。以初商本位計之。則四百萬爲初商積之單位。而六千四百萬爲六十四。與八自乘之數相合。卽定初商爲八。書於方積四百萬尺之上。而以八自乘之六十四。書於初商積之下。相減無餘。爰以方邊第二位積一十一萬尺續書於下。爲次商廉隅之共積。以次商本位計之。則一萬尺爲次商積之單位。而一十一萬尺爲一十一。而初商之八卽爲八十。故以初商之八作八十倍之得一百六十爲廉法。以除一十一。其數不足。是次商爲空位。乃書一空於方積一萬尺之上。以存次商之位。復以方邊第三位積二千尺續書於下。共一十一萬二十尺爲三商廉隅之共積。以三商本位計之。則空百尺爲三商積之單位。而一十一萬二千尺爲一千一百二十尺。而初商之八卽爲八百。次商之空卽爲空十。故以初商次商之八空作八百。倍之得一千六百爲廉法。以除一千一百二十。其數仍不足。是三商亦爲空位。乃再書一空於方積空百尺之上。以存三商之位。復以方邊末位積四十九尺續書於下。共一十一萬二千零四十九尺。爲四商廉隅之共積。以四商本位計之。則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商三商之八千倍之。得一萬六千爲廉法。以除一十一萬二千零四十九。足七倍。卽定四商爲七。書於方積九尺之上。而以四商七爲隅法。與廉法一萬六千相加。共得一萬六千零七爲廉隅共法。書於餘積之左。而以四商七乘之。得一十一萬二千



零四十九與餘積相減恰盡是開得八千零七尺爲方面每一邊之數也此法方積中雖有一空位而商出之方邊却有二空位凡開方遇此類者皆依此例推之

設如有積一萬四千九百二十八尺開方間每一邊數幾何

法列積一萬四千九百二十八尺自末位起算每隔一位作記於八尺上定單位九百尺上定十位一萬尺上定百位其一萬尺爲初商積以初商本位計之則一萬尺爲初商積之單位止與一自乘之數相合即定初商爲一書於方積一萬尺之上而以一自乘之一書於初商積之下相減無餘爰以方邊第二位積四千九百尺續書於下爲次商廉隅之共積以次商本位計之則九百尺爲次商積之單位而四千九百尺爲四十九而初商之一卽爲一十故以初商之一作一十倍之得二十爲廉法以除四十九足二倍卽定次商爲二書於方積九百尺之上而以次商二爲隅法與廉法二十相加共得二十二爲廉隅共法書於餘積之左以次商二乘之得四十四與次商廉隅共積相減餘五百尺復以方邊末位積二十八尺續書於下共五百二十八尺爲三商廉隅之共積以三商本位計之則積與邊皆仍爲本位乃以初商次商之一百二十俱倍之得二百四十爲廉法以除五百二十八足二倍卽定三商爲二書於方積八尺之上而以三商二爲隅法與廉法二百四十相加共得二百四十二爲廉隅共法書於餘積之左以三商二乘之得四百八十四與三商廉隅共積相減餘四十四尺不盡是開得一百二十二尺爲方面每一邊之數仍餘四十四尺不



盡也。如欲以餘數再開，則得方邊之寸數，乃增書兩空於總積之後，復續書兩空於四十四尺之後，為幾十幾寸之位，是則四十四尺作四千四百寸，為四商廉隅之共積。爰以初商次商三商之一百二十二尺作一千二百二十寸，倍之得二千四百四十寸，為廉法。以除四千四百寸，足一倍，即定四商為一寸，書於餘積空寸之上。而以四商一為隅法，與廉法二千四百四十寸相加，共得二千四百四十一寸，為廉隅共法。書於餘積之左，以四商一寸乘之，仍得二千四百四十一寸，與餘積相減，餘一千九百五十九寸不盡。如再以餘數開之，則得方邊之分數，乃又續書兩空於後，增空十空寸之後，復續書兩空於五十九寸之後，為幾十幾分之位，是則一千九百五十九寸作一十九萬五千九百分，為五商廉隅之共積。爰以初商次商三商四商之一百二十二尺一寸作一萬二千二百一十分，倍之得二萬四千四百二十分，為廉法。以除一十九萬五千九百分，足八倍，即定五商為八分，書於餘積空分之上。而以五商八為隅法，與廉法二萬四千四百二十分相加，共得二萬四千四百二十八分，為廉隅共法。書於餘積之左，以五商八分乘

	一	二	二	一	八		
	一	二	二	一	八	〇	〇
	一	四	九	二	八	〇	〇
	二						
二二	〇	四	九				
		四	四				
二四二	〇	五	二	八			
		四	八	四			
二四四一	〇	四	四	〇	〇		
		二	四	四	一		
二四四二八	一	九	五	九	〇	〇	
		一	九	五	四	二	四
		〇	〇	〇	四	七	六

	一	二	二	一			
	一	二	二	一			
	一	四	九	二	八	〇	〇
	二						
二二	〇	四	九				
		四	四				
二四二	〇	五	二	八			
		四	八	四			
二四四一	〇	四	四	〇	〇		
		二	四	四	一		
		一	九	五	九		

之得一九萬五千四百二十四分。與餘積相減。仍餘四百七十六分不盡。是開得一百二十二尺一寸八分。爲方面每一邊之數也。此法原積本非自乘所得之數。雖遞析之終不能盡。凡開方遇此類者。皆依此例推之。

設如有一方臺。上面共鋪方輒四千零九十六塊。問每一邊得輒幾何。

法列方輒四千零九十六塊爲方積。於六塊上定單位。空百塊上定十位。其四千塊爲初商積。以初商本位計之。則空百塊爲初商積之單位。而四千塊爲四十與六自乘之數相準。即定初商爲六。書於方積空百塊之上。而以六自乘之三十六。書於初商積之下。相減餘四百塊。爰以餘積九十六塊續書於下。共四百九十六塊。爲次商廉隅之共積。而以初商六作六十倍之得一百二十爲廉法。以除四百九十六。足四倍。即定次商爲四。書於方積六塊之上。而以次商四爲隅法。與廉法一百二十相加。共得一百二十四爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商四乘之。得四百九十六。與餘積相減恰盡。是開得六十四塊。爲方臺上面每一邊之輒數也。

設如有三百六十一人。用船分載。其每船所載人數與共船數相等。問共船幾何。法列三百六十一人爲方積。於一人上定單位。三百人上定十位。其三百人爲初商積。以初商本位計之。則三百爲初商積之單位。止與一自乘之數相準。即定初商爲一。書於方積三百之上。而以一自乘之一。書於初商積之下。相減餘二百。爰以餘積六十一續書於下。共二百六十一。爲次商廉隅之共積。而以初

四	六	
六	九	六
四	〇	六
三	六	〇
一	二	四
〇	四	九
〇	四	九
〇	〇	〇

商一作一十倍之得二十爲廉法。以除二百六十一。足九倍。卽定次商爲九。書於方積一人之上。而以次商九爲隅法。與廉法二十相加。共得二十九爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商九乘之。得二百六十一。與餘積相減恰盡。是開得十九爲共船數。而每船載十九人也。

設如有銀七百八十四兩。散給夫匠。其每人所得銀數與共人數相等。問共人數幾何。

法列七百八十四兩爲方積。於四兩上定單位。七百兩上定十位。其七百兩爲初商積。以初商本位計之。則七百爲初商積之單位。止與二自乘之數相準。卽定初商爲二。書於方積七百之上。而以二自乘之四。書於初商積之下。相減餘三百。爰以餘積八十四續書於下。共三百八十四。爲次商廉隅之共積。而以初商二作二十倍之得四十爲廉法。以除三百八十四。足八倍。卽定次商爲八。書於方積四兩之上。而以次商八爲隅法。共廉法四十。相加。共得四十八爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商八乘之。得三百八十四。與餘積相減恰盡。是開得二十八爲共人數。而每人得銀二十八兩也。

設如用船運糧六千五百六十一石。欲取一船別相。將此船米分載各船。每船領去一石。其本船尙餘一石。問共船幾何。

法列米六千五百六十一石爲方積。於一石上定單位。五百石上定十位。其六千五百石爲初商積。以初商本位計之。則五百石爲初商積之單位。而六千五百爲六十五。與八自乘之數相準。卽定初商爲八。書

九	一
一	六
一	三
二	六
二	六
二	九
〇	〇
〇	〇

八	四
二	七
四	八
四	八
三	八
三	八
〇	〇
〇	〇
四	八

於方積五百之上，而以八自乘之六十四，書於初商積之下，相減餘一百，爰以餘積六十一續書於下，共一百六十一，爲次商廉隅之共積，而以初商八作八十，倍之得一百六十爲廉法，以除一百六十一，足一倍，卽定次商爲一，書於方積一石之上，而以次商一爲隅法，與廉法一百六十相加，共得一百六十一，爲廉隅共法，書於餘積之左，以次商一乘之，仍得一百六十一，與餘積相減恰盡，是開得八十一爲共船數，而每船載米八十一石也，此法蓋因一船所載之米分與各船，每船各領一石，卽共去八十石，故本船尙餘一石也。

設如有錢一萬五千六百二十五文買瓜，每瓜一個與脚錢一文，因無現錢，將一瓜準作脚錢，問瓜數幾何。

法列錢一萬五千六百二十五爲方積，於五文上定單位，六百上定十位，一萬上定百位，其一萬爲初商積，以初商本位計之，則一萬爲初商積之單位，止與一自乘之數相合，卽定初商爲一，書於方積一萬之上，而以一自乘之一，書於初商積之下，相減無餘，爰以第二位積五千六百續書於下，爲次商廉隅之共積，以次商本位計之，則六百爲次商積之單位，而五千六百爲五十六，而初商之一卽爲一十，故以初商之一作一十，倍之得二十爲廉法，以除五十六，足二倍，卽定次商爲二，書於方積六百之上，而以次商二爲隅法，與廉法二十

	一	一
	八	一
	六	六
	六	四
	〇	一
一	六	一
一	六	一
〇	〇	〇

	五	五
	二	二
	一	五
	一	五
	〇	五
二	二	四
二	四	五
〇	〇	〇

相加，共得二十二爲廉隅共法。書於餘積之左。以次商二乘之，得四十四。與次商廉隅共積相減，餘一千二百。復以末位積二十五續書於下，共一千二百二十五。爲三商廉隅之共積。以三商本法計之，則積與邊皆仍爲本位。乃以初商次商之一百二十俱倍之，得二百四十爲廉法。以除一千二百二十五，足五倍。卽定三商爲五。書於方積五文之上。而以三商五爲隅法。與廉法二百四十相加，共得二百四十五爲廉隅共法。書於餘積之左。以三商五乘之，得一千二百二十五。與餘積相減，恰盡。是開得一百二十五爲共瓜之數。亦卽每瓜之價也。此法因每瓜應給腳錢一文，今以一瓜準之，卽知一瓜之價與瓜之共數相等。故以開方法算之而得也。

帶縱平方

帶縱平方者。兩等邊直角長方面積也。有積數因長比闊之較。或長與闊之和而得邊。故曰帶縱。蓋正方形之縱橫皆同。故止有積即可得其邊。若長方則縱橫不等。知其積又必知其縱橫相差之較。或縱橫相併之和。始能得其邊。故以長闊之較爲問者。則用較爲帶縱。加所開之數。商除之而得闊。或四因積數。加較自乘。平方開之。卽長闊之和。和加較半之而得長。和減較半之而得闊。或半較自乘。加原積而開平方。卽得半和。加半較而得長。減半較而得闊。如以長闊之和爲問者。則用和爲帶縱。減去所開之數。商除之而得闊。或四因積數。減和自乘。平方開之。卽長闊之較。較減和半之而得闊。較加和半之而得長。或半和自乘。減原積而開平方。卽得半較。加半和而得長。減半和而得闊。夫用半較半和之法。與四因積數之法。同出一理。蓋四因積數。加全較自乘。故開方而得全和。半較自乘。加原積。故開方而得半和。四因積數。減全和自乘。故開方而得全較半和。自乘減原積。故開方而得半較。此卽面與線之比例。面加四倍。則邊加一倍。邊得其半。而積爲四分之一也。法雖不一。要之皆使歸於正方形。以求其和較。是則雖曰帶縱。仍不外乎平方之理也。

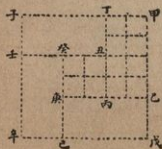
設如有長方面積八尺。縱多二尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方。法商之積八尺。止可商二尺。乃以二尺書於原積八尺之上。而以所商二尺加縱多二尺。得四尺。以所商二尺乘之。得八尺。書於原積之下。相減恰盡。卽知長方之闊得二尺。加入縱多二尺。得

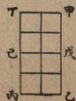
四尺。卽爲長方之長也。如圖甲乙丙丁長方形。容積八尺。其甲乙邊長四尺。甲丁邊闊二尺。其甲乙長比甲丁闊所多戊乙。卽縱多之數。初商所得二尺。卽甲戊己丁正方之每一邊。蓋因此法長闊兩邊俱止一位。而積亦止一位。故初商所得卽爲一邊。而加入縱多卽又一邊。是以兩邊相乘而與原積相等也。

又法以積八尺用四因之。得三十二尺。而以縱多二尺自乘得四尺。加入四因之數。得三十六尺。開方得六尺。卽爲長闊相和之數。乃以縱多二尺與長闊之和六尺相加。得八尺。折半得四尺。卽長方之長。減縱多二尺。得二尺。卽長方之闊也。如圖甲乙丙丁長方形。容積八尺。四因之得甲乙丙丁戊己庚辛壬癸己子丁丑壬四長方形。迴環相湊成一空心正方形。再加入縱多二尺自乘之丑丙庚癸之一小正方形。卽成甲戊辛子之一大正方形。其甲戊類每一邊卽長闊之和。故開方得長闊之和。既得和加縱多。是爲倍長。故折半而得長。減縱多則爲倍闊。故折半而得闊。或得長而減縱多亦得闊也。

又法先將縱多二尺折半。得一尺爲半較。自乘仍得一尺。與原積八尺相加得九尺。平方開之。得三尺爲半和。於半和減半較。得二尺爲闊。於半和



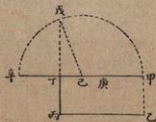
$$\begin{array}{r} 六 \\ \times 六 \\ \hline 三六 \\ 三六 \\ \hline 〇〇 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 二 \\ \times 八 \\ \hline 一六 \\ 一六 \\ \hline 〇 \end{array}$$

加半較得四尺爲長。如圖甲乙丙丁長方形。甲乙爲長。甲丁爲闊。戊乙爲縱多之較。將較折半於庚。而移庚乙丙辛置於丁己癸壬。再加己辛子癸半較自乘之方。則成甲庚子壬一正方形。故開方而得甲庚。甲壬之邊皆爲半和也。於甲壬之半和減丁壬之半較。得甲丁之闊。於甲庚之半和加庚乙之半較。得甲乙之長也。又圖甲乙丙丁長方形。容積八尺。將甲丁邊引長作丁辛與丁丙等。則甲辛爲長闊之和。又如甲乙邊截甲丁於庚。則庚丁爲長闊之較。甲辛和折半於己。而庚丁較亦折半於己。故以己爲心。甲爲界作一半圓。而引丙丁邊至戊界作一戊丁直線。戊己輻線。則甲己戊己己辛皆爲半和。而庚己己丁皆爲半較。己甲丁戊丁丁辛又爲連比例之三線矣。其戊丁中率自乘之方。與甲丁首率丁辛末率相乘之長方等。見幾何原本九卷第三節。則是戊丁自乘

之方。與原設甲乙丙丁長方之積等也。又戊丁己爲勾股形。其戊丁邊自乘之方與己丁邊自乘之方相併。而與戊己自乘之方等。見幾何原本九卷第四節。故與原設甲乙丙丁長方積等之戊丁自乘之方。加以己丁半較自乘之數。開方而得戊己爲半和。於戊己相等之己辛半和。減己丁半較。而得丁辛與丁丙等



三〇九九〇

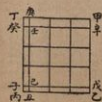
之闊。又於戊己相等之甲己半和，加己丁半較，而得甲丁之長也。設如有長方面積一千二百五十四尺，縱多五尺，問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之。其一千二百為初商積，可商三十尺，乃以三十尺書於原積二百尺之上，而以初商三十尺加縱多五尺，得三十五尺，以初商三十尺乘之，得一千零五十尺，書於原積之下，相減餘二百零四尺，為次商廉隅之共積，乃以初商三十尺倍之，得六十尺，加縱多五尺，得六十五尺，為廉法，以除二百零四尺，足三尺，則以三尺書於原積四尺之上，而以廉法六十五尺加隅法三尺，得六十八尺，為廉隅共法，以次商三尺乘之，得二百零四尺，書於餘積之下，與餘積相減恰盡，即知長方之闊得三十三尺，加縱多五尺，得三十八尺，即為長方之長也。如圖甲乙丙丁長方形，容積一千二百五十四尺，其甲乙邊長三十八尺，甲丁邊闊三十三尺，其甲乙長比甲丁闊所多之甲辛，即縱多之數，其甲戊己庚長方形容積一千零五十尺，即初商所減之積，其辛壬與辛戊俱三十尺，即初商數，其甲戊三十五尺，即初商加縱多之數，其戊乙丑己壬己子癸，兩長方為兩方廉，庚壬癸丁小長方為縱廉，方廉有二，縱廉止一，故倍初商加縱多數為廉法，其己丑丙子為隅，其長闊皆與次商等，故以次商為隅法，合兩方廉一縱廉一小隅，成一摺折形，環附初商長方之兩傍，成一大長方，與平方之理無異，若次商仍減

$$\begin{array}{r} \text{三} \\ \text{一} \\ \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{五} \\ \text{三} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \\ \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{一} \\ \text{〇} \\ \text{〇} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{六} \\ \text{八} \\ \text{三} \\ \text{二} \\ \text{〇} \\ \text{四} \end{array}$$



二十丈。則以二十丈書於原積四百丈之上。而以廉法八百零八丈加隅法二十丈。得八百二十八丈。為廉隅共法。以次商二十丈。乘之。得一萬六千五百六十丈。書於餘積之下。與餘積相減。餘一千七百丈。為三商廉隅之共積。乃以初商次商之四百二十丈。俱倍之。得八百四十丈。加縱多八丈。得八百四十八丈。為廉法。以除一千七百丈。足二丈。則以二丈書於原積空丈之上。而以廉法八百四十八丈加隅法二丈。得八百五十丈。為廉隅共法。以三商二丈乘之。得一千七百丈。書於餘積之下。與餘積相減。恰盡。即知長方之闊得四百二十二丈。加縱多八丈。得四百三十丈。即為長方之長也。

$$\begin{array}{r}
 \text{四} \bigcirc \text{八} \\
 \text{四} \bigcirc \\
 \hline
 \bigcirc \bigcirc \bigcirc \\
 \bigcirc \bigcirc \bigcirc \\
 \hline
 \text{一六三二} \\
 \hline
 \text{一六三二} \bigcirc \bigcirc
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{八二八} \\
 \text{二} \bigcirc \\
 \hline
 \bigcirc \bigcirc \bigcirc \\
 \hline
 \text{一六五六} \\
 \hline
 \text{一六五六} \bigcirc
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{八五} \bigcirc \\
 \text{二} \\
 \hline
 \text{一七} \bigcirc \bigcirc
 \end{array}$$

又法以縱多八丈折半。得四丈。為半較。自乘得十六丈。與原積一十八萬一千四百六十丈相加。得一十八萬一千四百七十六丈。開方得四百二十六丈。為半和。於半和減半較。得四百二十二丈。為闊。於半和加半較。得四百三十丈。為長也。

設如有長方面積四萬五千二百九十六尺。縱多一百四十六尺。問長闊

各幾何。

法列積如開平方法。商之。其四萬尺為初商積。可商二百尺。加縱多一百

$$\begin{array}{r}
 \text{六} \text{) } \text{四} \text{) } \text{二} \text{) } \text{一} \text{) } \\
 \text{一} \text{八} \text{一} \text{四} \text{七} \text{六} \\
 \text{一} \text{六} \\
 \hline
 \text{八二} \quad \bigcirc \text{二} \text{一} \text{四} \\
 \text{一} \text{六} \text{四} \\
 \hline
 \text{八四六} \quad \bigcirc \text{五} \bigcirc \text{七} \text{六} \\
 \text{五} \bigcirc \text{七} \text{六} \\
 \hline
 \text{〇〇〇〇}
 \end{array}$$

四十六尺得三百四十六尺。以所商二百尺乘之得六萬九千二百尺。大於原積。是初商不可商二百尺也。乃改商一百尺。書於原積四萬尺之上。而以所商一百尺加縱多一百四十六尺。得二百四十六尺。以初商一百尺乘之得二萬四千六百尺。書於原積之下。相減餘二萬零六百九十六尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商一百尺倍之得二百尺。加縱多一百四十六尺。得三百四十六尺。爲廉法。以除二萬零六百九十六尺。足五十尺。則以五十尺書於原積二百尺之上。而以廉法三百四十六尺加隅法五十尺。得三百九十六尺。爲廉隅共法。以次商五十尺乘之得一萬九千八百尺。書於餘積之下。與餘積相減。餘八百九十六尺。爲三商廉隅之共積。乃以初商次商之一百五十尺倍之得三百尺。加縱多一百四十六尺。得四百四十六尺。爲廉法。以除八百九十六尺。足二尺。則以二尺書於原積六尺之上。而以廉法四百四十六尺加隅法二尺。得四百四十八尺。爲廉隅共法。以三商二尺乘之得八百九十六尺。書於餘積之下。與餘積相減。恰盡。卽知長方之闊得一百五十二尺。加縱多一百四十六尺。得二百九十八尺。卽爲長方之長也。此法原積初商應得二百尺。因加縱多相乘。得數大於原積。故改商一百尺始合。凡開帶縱方遇此類者。皆依此例推之。

$$\begin{array}{r} 四四八二 \\ \hline 八九六 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 三九六 \\ 五〇 \\ \hline 〇〇〇 \\ 一九八〇 \\ \hline 一九八〇〇 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 二四六 \\ 一〇〇 \\ \hline 〇〇〇 \\ 〇〇〇 \\ 二四六 \\ \hline 二四六〇〇 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 一五二 \\) 四九二 \\ \hline 二四六 \\ \hline 二〇六九六 \\ 一九八〇〇 \\ \hline 〇〇八九六 \\ 八九六 \\ \hline 〇〇〇 \end{array}$$

又法將縱多一百四十六尺折半得七十三尺爲半較。自乘得五千三百二十九尺。與原積四萬五千二百九十六尺相加得五萬零六百二十五尺。開方得二百二十五尺爲半和。於半和減半較得一百五十二尺爲闕於半和加半較得二百九十八尺爲長也。

設如有長方面積一萬六千一百二十八尺。縱多七十二尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方法商之。其一萬爲初商積。可商一百尺。加縱多七十二尺。得一百七十二尺。以初商一百尺乘之。得一萬七千二百尺。大於原積。是初商不可商一百尺也。乃改商九十尺。書於原積一百尺之上。而以所商九十尺加縱多七十二尺。得一百六十二尺。以所商九十尺乘之。得一萬四千五百八十尺。書於原積之下。相減餘一千五百四十八尺。爲次商廉隅之共積。乃以初商九十尺倍之。得一百八十尺。加縱多七十二尺。得二百五十二尺。爲廉法。以除一千五百四十八尺。足六尺。則以六尺書於原積八尺之上。而以廉法二百五十二尺加隅法六尺。得二百五十八尺。爲廉隅共法。以次商六尺乘之。得一千五百四十八尺。書於餘積之下。與餘積相減恰盡。卽知長方之闊爲九十六尺。加縱多七十二尺。得一百六

$$\begin{array}{r}
 \text{一六二} \\
 \text{九〇} \\
 \hline
 \text{〇〇〇} \\
 \text{一四五八} \\
 \hline
 \text{一四五八〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{六} \\
 \text{九} \\
 \text{一六二八} \\
 \text{一四五八〇} \\
 \hline
 \text{〇一五四八} \\
 \text{一五四八} \\
 \hline
 \text{〇〇〇〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{二} \quad \text{二} \quad \text{五} \\
 \text{二} \quad \text{〇} \quad \text{六} \\
 \text{五} \quad \text{〇} \quad \text{二} \\
 \text{四} \quad \text{二} \quad \text{五} \\
 \hline
 \text{四二} \quad \text{一〇六} \\
 \text{四四五} \quad \text{八四} \\
 \hline
 \text{〇二二二五} \\
 \text{〇二二二五} \\
 \hline
 \text{〇〇〇〇}
 \end{array}$$

半和四十四塊減半較得四十塊爲闊面輒數。於半和加半較得四十八塊爲長面輒數也。

設如有銀三百六十兩賞人。其人數比每人所得銀數爲五分之二。問人數及每人所得銀數各幾何。

法先用比例分其總銀數。以五分爲一率。二分爲二率。三百六十兩爲三率。得四率一百四十四兩。開方得十二爲人數。以人數除共銀數三百六十兩。得三十兩爲每人所得之銀數也。此法以人數爲闊。其每人所得銀數爲長。成一長方形。人數既居銀數之五分之二。是闊爲二分。長爲五分也。今將其共銀分作五分而取其二分。卽人數與所得銀數相等而成正方形矣。故開方而得人數也。

設如有長方面積八尺。長闊相和六尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方方法商之。積八尺止。可商二尺。乃以二尺書於原積八尺之上。而以所商二尺與和數六尺相減。餘四尺。以所商二尺乘之。得八尺。書於原積之下。相減恰盡。卽知長方之闊得二尺。與和六尺相減得四尺。卽爲長方之長也。如圖甲乙丙丁長方形。容積八尺。其甲乙邊長四尺。甲丁邊闊二尺。其甲丁與甲乙相併得六尺。卽長闊之積。初商所得二尺。卽甲戊己丁正方形之每一邊。

一率	五分
二率	二分
三率	三百六十
四率	一百四十四

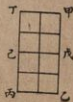
二	四	四	四	四
一	一	一	一	一
二二	〇	四	四	〇〇

二	八	八
四	二	八

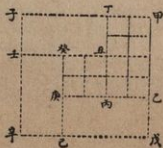
蓋兩邊俱止一位。故以初商所得爲一邊。於長闊和內減去初商。所餘卽又一邊。是以兩邊相乘而與原積相等也。此法比較數爲問者在加減之異。其以較數爲問者。以所商之數與較數相加。此以和數爲問者。則以所商之數與和數相減也。

又法以積八尺用四因之。得三十二尺。而以和數六尺自乘。得三十六尺。減去四因之數餘四尺。開方得二尺。卽爲長闊相較之數。乃以較數二尺與和數六尺相加。得八尺。折半得四尺。卽長方之長。減較二尺。得二尺。卽長方之闊也。如圖甲乙丙丁長方形。容積八尺。四因之得甲乙丙丁。戊己庚乙辛壬癸己子丁丑壬。四長方形。迴環相湊成一空心正方形。較之和數六尺自乘之甲戊辛子正方形。所少者止正中之一小正方形。故相減卽餘丑丙庚癸之一小正方形。其丑丙類每一邊卽長闊之較。故開方得長闊之較。旣得較加於和數是爲倍長。故折半而得長。長減較而得闊也。此法比較數爲問者亦在加減之異。其以較爲問者。用較自乘與四因數相加。開方而得和。此以和爲問者。用和自乘與四因數相減。開方而得較也。

又法先將和數六尺折半。得三尺爲半和。自乘得九尺。與原積八尺相減。

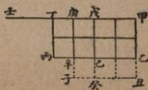
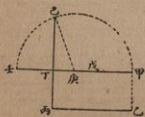


$$\frac{二 \times 四}{四} = 〇$$



$$\frac{一 \times 一}{一} = 〇$$

得一尺。平方開之，仍得一尺爲半較。於半和減半較，得二尺爲闕。於半和加半較，得四尺爲長。如圖甲乙丙丁長方形，甲乙爲闕，甲丁爲長，甲壬爲長闕和。丁壬與丁丙闕等。折半爲甲庚半和，將甲乙丙丁長方內之庚辛丙丁移於乙丑癸己，則成甲丑癸己辛庚一摺折形，與甲庚半和自乘之。甲丑子庚正方形相減，餘己癸子辛一小正方形，卽半較自乘之方。故開方而得半較也。於甲丑之半和減乙丑之半較，得甲乙之闕。於甲庚之半和加庚丁之半較，得甲丁之長也。又圖甲乙丙丁長方形，容積八尺，甲壬爲長闕之和，甲庚己庚庚壬皆半和，甲丁長減等甲乙闕之甲戊，餘戊丁爲長闕之較，其庚丁則爲半較，而甲丁己丁丁壬又爲連比例之三線。故己丁中率自乘之方，與甲丁首率丁壬末率相乘之長方等。見幾何原本九卷第三節。則是己丁自乘之方，與原設甲乙丙丁長方之積等也。又己庚丁爲勾股形，其己丁邊自乘之方與庚丁邊自乘之方相併，而與己庚自乘之方等。見幾何原本九卷第四節。故於己庚半和自乘方內，減去與原設甲乙丙丁長方積相等之己丁自乘之數，開方而得庚丁爲半較。於己庚相等之庚壬半和內減庚丁半較，而得丁壬與丁丙等之闕。又於己庚相等之甲庚半和加庚丁半較，而得甲丁之長也。

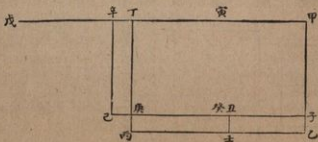


設如有長方面積八百六十四尺。長闊相和六十尺。問長闊各幾何。
 法列積如開平方。法商之。其八百尺爲初商。積可商二十尺。乃以二十尺
 書於原積八百尺之上。而以初商二十尺與和數六十尺相減。得四十尺。
 以初商二十尺乘之。得八百尺。書於原積之下。
 相減餘六十四尺。爲次商。廉隅之共積。乃以初
 商二十尺倍之。得四十尺。與和數六十尺相減。
 餘二十尺。爲廉法。以除六十四尺。足三尺。因廉
 法內尙要減去商數爲法。故取大數爲四尺。則
 以四尺書於原積四尺之上。而以廉法二十尺
 與次商四尺相減。得十六尺。以次商四尺乘之。
 得六十四尺。書於餘積之下。與餘積相減。恰盡。
 卽知長方之闊得二十四尺。與和六十尺相減。
 餘三十六尺。卽爲長方之長也。如圖甲乙丙丁
 長方形。容積八百六十四尺。其甲乙邊闊二十四尺。甲丁邊長三十六尺。
 甲戊爲長闊和六十尺。其丁戊與甲乙等。甲子二十尺。爲初商數。與辛戊
 等。甲辛四十尺。則和內減去初商之數。兩數相乘。成甲子己辛長方形。卽

$$\begin{array}{r} \text{一六四} \\ \text{一六四} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四〇〇} \\ \text{二〇〇} \\ \hline \text{八〇} \\ \text{八〇} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{四} \\ \text{二} \\ \hline \text{八} \\ \text{八} \\ \hline \end{array} \begin{array}{r} \text{四〇〇} \\ \text{六〇〇} \\ \hline \text{四四〇} \\ \text{六四〇} \\ \hline \end{array}$$



八尺。以初商一百尺乘之。得一萬七千八百尺。書於原積之下。相減。餘一千五百一十二尺。爲次商。廉隅之共積。乃以初商一百尺倍之。得二百尺。與和數相減。得七十八尺。爲廉法。以除一千五百一十二尺。止足一十尺。因廉法內尙要減去商數。爲法。故取大數爲三十尺。則以三十尺書於原積三百尺之上。而以廉法七十八尺與次商三十尺相減。得四十八尺。以次而三十尺乘之。得一千四百四十尺。書於餘積之下。與餘積相減。餘七十二尺。爲三商。廉隅之共積。乃以初商次商之一百三十尺倍之。得二百六十尺。與和數二百七十八尺相減。餘十八尺。爲廉法。以除七十二尺。止足四尺。亦因取大於足除之數。故定爲六尺。則以六尺書於原積二尺之上。而以廉法十八尺與三商六尺相減。得十二尺。以三商六尺乘之。得七十二尺。書於餘積之下。與餘積相減。恰盡。卽知長方之闊得一百三十六尺。與和二百七十八尺相減。餘一百四十二尺。卽爲長方之長也。此法次商三商皆取大於足除之數。反覆商除。始能相符。不若四因積數減和自乘開方之法。或半和自乘減原積開方之法。爲整齊也。法以一萬九千三百一十二尺用四因之。得七萬七千二百四十八尺。而以和二百七十八尺自乘。得七萬七千二百八十四尺。減去四因之數。餘三十六尺。開方得六尺。卽爲長闊之較。乃以較六尺與和二百七十八尺相加。得二百八十四尺。折半

$$\begin{array}{r}
 \text{六} \text{) } 12000 \\
 \text{三} \text{) } 3100 \\
 \text{一} \text{) } 9380 \\
 \hline
 \text{一} \text{) } 7800 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 1512 \\
 \hline
 \text{一} \text{) } 440 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 072 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 072 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 00
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{一} \text{) } 78 \\
 \text{一} \text{) } 00 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 00 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 00 \\
 \hline
 \text{一} \text{) } 78 \\
 \hline
 \text{一} \text{) } 7800
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{四} \text{) } 80 \\
 \text{三} \text{) } 00 \\
 \hline
 \text{一} \text{) } 44 \\
 \hline
 \text{一} \text{) } 440
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{一} \text{) } 26 \\
 \text{二} \text{) } 6 \\
 \hline
 \text{七} \text{) } 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{六} \text{) } 66 \\
 \text{三} \text{) } 36 \\
 \hline
 \text{〇} \text{) } 00
 \end{array}$$

得一百四十二尺。卽長方之長。減較六尺。得一百三十六尺。卽長方之闊也。設如有長方面積六萬九千三百六十尺。長闊相和七百八十二尺。問長闊各幾何。

法列積如開平方商之。其六萬爲初商積。可商二百尺。而以二百尺與和數七百八十二尺相減。得五百八十二尺。以初商二百尺乘之。得十一萬六千四百尺。大於積數。乃改商一百尺。書於原積六萬尺之上。而以所商一百尺與和數七百八十二尺相減。得六百八十二尺。以初商一百尺乘之。得六萬八千二百尺。書於原積之下。相減餘一千一百六十尺。爲次商應隅之共積。乃以初商一百尺倍之。得二百尺。與和數七百八十二尺相減。得五百八十二尺。爲廉法。以除一千一百六十尺。止足二尺。爰書空位於原積三百尺之上。而以二尺書於原積空尺之上。而以廉法五百八十二尺與三商二尺相減。得五百八十八尺。以三商二尺乘之。得一千一百六十尺。書於餘積之下。與餘積相減。恰盡。卽知長方之闊。得一百零二尺。與和七百八十二尺相減。餘六百八十尺。卽爲長方之長也。此法初商應商二百尺。因減縱相乘得數轉大於原積。故改商一百尺。凡遇此類。不若用四因積數之法。與半和自乘之法。算之法。以和數七百八十二尺折半。得三百九十一尺。自乘得一十五

二	八	九	
八	三五	二一	
四	四三五		
四八	三八四		
五六九	〇五一	二一	
	五	二一	
		〇〇〇〇	

五八〇	二
—	六〇

六八二	〇〇
—	〇〇〇
〇〇〇	〇〇〇
六八二	〇〇〇
—	六八二〇〇

一	〇	二	
六	九	三	六
六	八	二	〇
〇	一	六	〇
—	一	六	〇
		〇	〇
		〇	〇

萬二千八百八十一尺。與原積六萬九千三百六十尺相減。餘八萬三千五百二十一尺。開方得二百八十九尺爲半較。於半和減半較。得一百零二尺爲闊。於半和加半較。得六百八十尺爲長也。

設如有錢四千七百六十文。買果樹不知數。但知樹之共數與每株之價相加。得一百七十四。問樹數及價各幾何。

法以共數一百七十四折半。得八十七爲半和。自乘得七千五百六十九。與共錢四千七百六十文相減。餘二千八百零九。開方得五十三爲半較。於半和減半較。餘三十四爲樹數。於半和加半較。得一百四十爲樹價也。此法以樹數爲闊。樹價爲長。成一長方形。其樹數與樹價相加。卽如長闊之和。故以半和自乘減積。開方得半較。既得半較。以減半和爲樹數。加半和爲樹價也。

設如有法書一卷。共一千一百五十九字。其行數與每行字數相加共八十。問行數及字數各幾何。

法以和數八十折半。得四十爲半和。自乘得一千六百。與共字一千一百五十九相減。餘四百四十一。開方得二十一爲半較。於半和加半較。得六十一爲行數。於半和減半較。餘十九爲每行字數也。

設如有五百八十八人。用船均載。其船數與每船所載人數相加。比船數多四分之三。問船數與每船所載人數各幾何。

$$\begin{array}{r}
 \text{二} \quad \text{二} \quad \text{九} \\
 \text{五} \quad \text{八} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\
 \text{二} \quad \text{八} \quad \text{五} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\
 \text{二} \quad \text{五} \quad \text{〇} \quad \text{三} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\
 \text{一} \quad \text{〇} \quad \text{三} \quad \text{〇} \quad \text{三} \quad \text{〇} \quad \text{九} \\
 \hline
 \text{〇} \quad \text{〇} \quad \text{〇}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{一} \quad \text{一} \\
 \text{二} \quad \text{四} \quad \text{一} \\
 \text{四} \quad \text{四} \\
 \text{四} \quad \text{一} \quad \text{〇} \quad \text{四} \quad \text{一} \\
 \text{四} \quad \text{一} \quad \text{〇} \quad \text{四} \quad \text{一} \\
 \hline
 \text{〇} \quad \text{〇}
 \end{array}$$

法先用比例分其積。以三分爲一率。一分爲二率。五百八十八人爲三率。得四率一百九十六人。用開平方法開之。得十四爲船數。以三因之。得四十二。爲每船所載之人數也。此以船數爲闊。每船所載人數爲長。成一長方形。船數與人數相加。卽如長闊之和。和數既比船數多四分之三。則是和數爲四分。每船所載人數爲三分。船數爲一分。卽闊爲一分。長爲三分也。故將其人數三分之一。則人數與船數同。爲一分而成正方形矣。故平方開之。卽得船數。每船所載人數既爲船數之三倍。故三因之。爲所載人數也。

一率	三分
二率	一分
三率	五百八十八
四率	一百九十六

四	六
一	九
二	一
二四	〇
	九
	六
	〇

數理精蘊下編卷十二

面部二

勾股

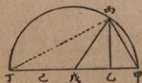
周髀曰：折矩以爲勾廣三，股修四，徑隅五。既方其外，半其一矩，環其共盤，得成三四五。兩矩共長二十有五，是爲積矩。此言勾股正數之所以立法也。蓋勾股得長方之半形，故其一角必成矩。所謂直角也。而後可謂勾股。如其一角不能成矩，則爲三角形而非勾股矣。因勾股一角必直，故立於圓界之正一半，而自直角所作垂線，遂成連比例三率。是以直角相對界所作方形之積，必與兩傍二界所作兩方形之積等。見幾何原本九卷第四節。而勾股弦彼此相求之法於此生焉。其法所該有四：一勾股弦三者，知其二而得其一，或知其二而得其積，一勾股形自其直角對弦界求垂線，一勾股形內容方圓等形，一勾股弦三者，知其一，復知其餘二者之較，或二者之和，而得其二，或知其兩較，或兩和，或一較一和，而得其三。勾股弦和較之法，雖雜出多端，然皆不出勾股弦方積相求之理。較有勾股較、勾弦較、股弦較。和有勾股和、勾弦和、股弦和。和較相疊，則又有弦與勾股和相和，或名之曰弦和和。有弦與勾股和相較，或名之曰弦和較。有弦與勾股較相和，或名之曰弦較和。有弦與勾股較相較，或名之曰弦較較。又有勾與股弦和相和者，或名之曰勾和和。股與勾弦和相和者，或名之曰股和和。卽弦和和也。勾與股弦和相較者，或名之曰勾和較。股與勾弦較相和者，或名之曰股較和。卽弦較和也。

設與勾弦和相較者。或名之曰股和較。勾與股弦較相和者。或名之曰勾較和。卽弦較較也。勾與股弦較相較者。或名之曰勾較較。股與勾弦較相較者。或名之曰股較較。卽弦和較也。此四者皆勾股之正法。理一定而數隨之者也。至若勾三股四弦五之類。倍之至於億兆而總不越此一定之分者。名曰正勾股。概以比例推之。則三者止有其一。卽可得其二。或有積而卽得其三。界此爲數一定而法隨之者也。一一按類列題。發明如左。

定勾股弦無零數法

設如用二四八連比例三率。定勾股弦無零數。問各得幾何。

法以中率四命爲四尺爲股。首率二尺與末率八尺相減餘六尺。折半得三尺爲勾。首率二尺與末率八尺相加得十尺。折半得五尺爲弦也。如圖甲乙爲首率二尺。丙丁爲中率四尺。乙丁爲末率八尺。今以甲乙與乙丁相和。共爲甲丁十尺。而以丙乙立於甲丁線相和之乙處。乃以甲丁折半於戊。以戊爲心。甲丙丁爲界作半圓。復自丙至甲。至丁作丙甲丙丁二線。遂成甲丙丁勾股形。其丙角立於圓界之半。必爲直角。見幾何原本四卷第十四節。而丙乙爲垂線。卽將甲丙丁勾股形分爲甲乙丙。丙乙丁兩勾股形。而與原形爲同式三勾股形矣。見幾何原本九卷第一節。其甲乙與丙乙之比。同於丙乙與乙丁之比。爲連比例三率。故以中率丙乙爲股。而首率甲乙與己丁等。與末率乙丁相減餘乙己。折半得乙戊爲勾。又首率甲乙與末率乙丁相加之甲丁。折半得甲戊。戊丁二半徑。與丙戊等爲弦也。此法原爲定勾股弦三者俱無零數之法。所設之數。必彼此可以度盡。始可

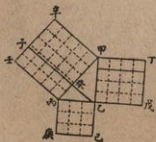
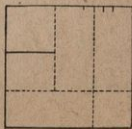


方等。首率末率相乘之四長方。既與股自乘之一正方形。則中率自乘之四正方形。亦必與股自乘之一正方形。是故中率自乘之四正方形。合之而爲股自乘之一正方形。則其每邊必比中率各大一倍。見幾何原本七卷第五節。故倍中率而爲股者。必取首率末率之和而爲弦。首率末率之較而爲勾。蓋首率末率相和自乘之一正方形。內減去首率末率相較自乘之一正方形。甫能得中率加倍自乘之一正方形積也。

勾股弦相求法 勾股求積附

設如有股四尺。勾三尺。求弦幾何。

法以股四尺自乘得十六尺。勾三尺自乘得九尺。相加得二十五尺。開方得五尺。卽爲弦也。如圖甲乙丙勾股形。其甲乙股所作丁戊乙甲正方形積。乙丙勾所作乙己庚丙正方形積相併。必與甲丙弦所作甲丙壬辛正方形積等。試自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線。則將甲丙壬辛正方形。分爲甲癸子辛。癸丙壬子二長方形。而甲乙丙勾股形。分爲甲乙癸乙丙癸。同式兩勾股形矣。其甲癸與甲乙之比。同於甲乙與甲丙之比。爲連比例三率。故甲乙中率所作丁戊乙甲正方形。與甲癸首率甲丙末率相等之甲辛所作甲癸子辛長方形之積相等也。又癸丙與乙丙之比。同於乙丙與甲丙之比。爲連

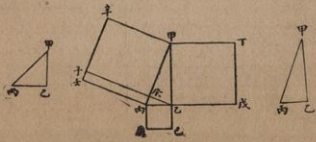


比例三率。故乙丙中率所作乙己庚丙正方形。與癸丙首率甲丙末率相等之丙壬所作癸丙壬子長方形之積相等也。一正方所分之二長方。既與二正方之積相等。則此二正方形之積相合。與彼一正方形之積相等。可知矣。

設如有勾五尺。弦十三尺。求股幾何。

法以勾五尺自乘得二十五尺。弦十三尺自乘得一百六十九尺。相減餘一百四十四尺。開方得十二尺。即為股也。如圖甲乙丙勾股形。自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線。則將甲丙壬辛正方形。分為甲癸子辛。癸丙壬子二長方形。其癸丙壬子長方形積。與乙丙勾所作乙己庚丙正方形積等。其甲癸子辛長方形積。與甲乙股所作丁戊乙甲正方形積等。故甲丙弦所作甲丙壬辛正方形。內減去與乙己庚丙正方形相等之癸丙壬子長方形。餘甲癸子辛長方形。即與丁戊乙甲正方形之積相等。故開方而得甲乙為股也。

設如有股二十一尺。弦二十九尺。求勾幾何。
 法以股二十一尺自乘得四百四十一尺。弦二十九尺自乘得八百四十一尺。相減餘四百尺。開方得二十尺。即為勾也。如圖甲乙丙勾股形。自乙直角過甲丙弦作一乙癸子線。則將甲丙壬辛正方形。分為甲癸子辛。癸丙壬子二長方形。其甲癸子辛長方形積。與甲乙股所作丁戊乙甲正方形積等。其



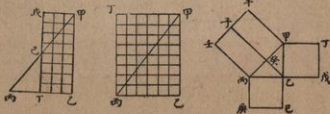
癸丙壬子長方形積與乙丙勾所作乙己庚丙正方形積等。故甲丙弦所作甲丙壬辛正方形內減去與丁戊乙甲正方形相等之甲癸子辛長方形餘癸丙壬子長方形即與乙己庚丙正方形之積相等。故開方而得乙丙爲勾也。

設如有勾六尺股八尺求面積幾何。

法以勾六尺與股八尺相乘得四十八尺折半得二十四尺爲面積也。如圖甲乙丙勾股形其乙丙勾與甲乙股相乘則成甲乙丙丁長方形其積比甲乙丙勾股形正大一倍。故折半得勾股積也。若有勾弦求面積則用勾弦求股之法得股與勾相乘折半得面積。或有股弦求面積則用股弦求勾之法得勾與股相乘折半得面積也。

又法將勾六尺折半得三尺與股八尺相乘亦得二十四尺爲面積也。如圖甲乙丙勾股形將乙丙勾折半爲乙丁與甲乙股相乘成甲乙丁戊長方形其甲戊己小勾股形與己丁丙小勾股形之積等。如以甲戊己小勾股形移於己丁丙適合甲乙丙勾股形積故甲乙丁戊長方形積與甲乙丙勾股形積相等也。

勾股形內求中垂線及容方圓等形



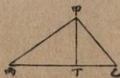
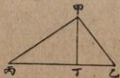
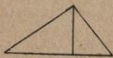
設如有勾六尺，股八尺，弦十尺，欲自直角對弦界作垂線，問得幾何。

法以弦十尺爲一率，勾六尺爲二率，股八尺爲三率，推得四率四尺八寸，卽爲自直角對弦界所作垂線也。如圖甲乙丙勾股形，作甲丁垂線，則將甲乙丙勾股形分爲甲丁乙、甲丁丙兩勾股形，皆與原形爲同式。故原甲乙丙勾股形之乙丙弦與甲乙勾之比，同於今所分甲丁丙勾股形之甲丙弦與甲丁勾之比，而爲相當比例四率也。

股如有勾六尺，股八尺，弦十尺，欲自直角對弦界作垂線，分弦爲二段，問所分二段大小各幾何。

小各幾何。

法以勾六尺自乘得三十六尺，以弦十尺除之得三尺六寸，爲垂線所分之小界。以股八尺自乘得六十四尺，以弦十尺除之得六尺四寸，爲垂線所分之大界也。如圖甲乙丙勾股形，作甲丁垂線，則分甲乙丙勾股形爲甲丁乙、甲丁丙兩勾股形，皆與原形爲同式。故原甲乙丙勾股形之乙丙弦與甲乙勾之比，同於今所分甲丁乙勾股形之甲乙弦與乙丁勾之比，爲連比例三率。而原甲乙丙勾股形之乙丙弦與甲丙股之比，又同於今所分甲丁丙勾股形之甲丙弦與丙丁股之比，亦爲連比例三率。是以原甲乙丙勾股形之甲乙勾，又爲今所分甲丁乙勾股形之弦者，爲中率自乘，而以原甲乙丙勾股形之乙丙弦爲首率，除之得末率乙丁，爲甲丁垂線所分之小界。原甲乙丙勾股形之甲丙股，

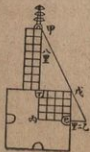


又爲今所分甲丁丙勾股形之弦者爲中率自乘而以原甲乙丙勾股形之乙丙弦爲首率除之得末率丁丙爲甲丁垂線所分之大界也。

設如有勾五尺股十二尺間內容方邊幾何。

法以勾五尺與股十二尺相加得十七尺爲一率勾五尺爲二率股十二尺爲三率推得四率三尺五寸二分九釐有餘爲內容方邊也。如圖甲乙丙勾股形甲乙爲股十二尺乙丙爲勾五尺試依乙丙勾數將甲乙股引長作甲戊線爲勾股和十七尺自戊與乙丙勾平行作戊丁線又將甲丙弦引長作甲丁線則成甲戊丁同式勾股形復自丙角與甲戊線平行作丙壬線則成丙壬戊乙正方形卽爲甲戊丁勾股形所容之方故甲戊丁勾股形之甲戊股與乙丙方邊之比同於甲乙丙勾股形之甲乙股與己辛方邊之比也。設如有方城一座四正有門自南門直行八里有一塔自西門直行至二里切城角亦望見塔間城每面幾何。

法以西門外二里與南門外八里相乘得十六里開方得四里倍之得八里卽爲城每一面之數也。如圖甲乙丙勾股形乙己爲西門外二里甲丁爲南門外八里戊己與戊丁皆爲城之每邊之一半而甲丁戊勾股形與戊己乙勾股形爲同式故乙己與己戊之比同於戊丁與丁甲



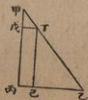
之比爲相當比例四率。且己戊與戊丁皆爲一體。故又爲相連比例三率。是以乙己首率與甲丁末率相乘。開方而得戊丁或戊己皆爲中率。爲城之每邊之一半也。

設如有甲乙丙勾股形。內容丁己丙戊長方形。但知丁戊寬爲戊丙長四分之一。從甲至戊爲四尺。從乙至己爲九尺。問長方及勾股各幾何。

法以甲戊四尺與乙己九尺相乘。得三十六尺。爲內容長方之積。用四歸之得九尺。開方得三尺。爲己丙卽長方之闊。以四因之得十二尺。爲戊丙卽長方之長。以戊丙十二尺加甲戊四尺得十六尺。爲股。以己丙三尺加乙己九尺得十二尺。爲勾也。蓋丁己乙勾股形與甲戊丁勾股形皆與甲乙丙勾股形爲同式。故丁己乙勾股形之乙己勾與丁己股之比。卽同於甲戊丁勾股形之丁戊勾與甲戊股之比。而乙己首率與甲戊四率相乘之數。必與丁己二率與丁戊三率相乘之數相等。是以乙己與甲戊相乘。卽爲丁己丙戊長方形之積也。丁戊既爲戊丙之四分之一。則以四歸之卽成丁戊線所作之正方形。積故開方得丁戊之闊。又四因之而得戊丙之長也。既得丁戊而丁戊與己丙等。故己丙與乙己相加得乙丙之勾。而戊丙與甲戊相加得甲丙之股也。

設如有勾八尺。股十五尺。弦十七尺。問內容圓徑幾何。

法以勾八尺與股十五尺相乘。得一百二十尺。乃以勾八尺股十五尺弦十七尺三數相加。共四十尺。除之得三尺。爲容圓半徑。倍之得六尺。爲容圓全徑也。如圖甲乙丙勾股形。內容丁圓形。試自圓中心至甲

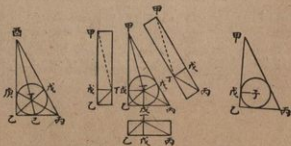


乙丙三角作丁甲、丁乙、丁丙三線，則分甲乙丙勾股形爲甲丁乙、甲丁丙、乙丁丙三三角形，勾股弦三線皆爲三角形之底邊，而丁戊半徑皆爲其垂線矣。今勾股相乘所得之長方積，原比甲乙丙勾股形積大一倍，卽如將所分三三角形，各用垂線乘底邊所得之三長方積，合爲一長方也。三長方之長雖不同，而闊則一，故各以長除積而得闊者，卽如合勾股弦三邊除勾股相乘之積而得半徑也。

又法以勾八尺與股十五尺相加得二十三尺，內減弦十七尺，餘六尺，卽爲內容圓之全徑也。如圖甲乙丙勾股形，自圓中心作丁甲、丁乙、丁丙三線，又作丁戊、丁己、丁庚三垂線，則丙戊與丙己等，甲戊與甲庚等，乙己與乙庚原等，甲乙股與乙丙勾相併，比甲丙弦所多者，惟乙己、乙庚二段。今於甲乙股乙丙勾併度內減去甲丙弦，卽如甲乙股內減去與甲戊等之甲庚，乙丙勾內減去與丙戊等之丙己，所餘者止乙庚與乙己，皆爲圓之半徑，二半徑相合非全徑耶。

勾股弦和較相求法上

勾股弦和較相求之法，錯綜變換共有六十，舊算書所有者八，按舊法可以變通者三十，有四，舊法所無，今創立者一十有八，依題比類列目於前，按法循序設問於後，以備人之觀覽焉。



有勾有股弦較求股弦 第一舊有

有勾有股弦和求股弦 第二舊有

有股有勾弦較求勾弦 第三舊有

有股有勾弦和求勾弦 第四舊有

有弦有勾股較求勾股 第五舊有

有弦有勾股和求勾股 第六舊有

有勾弦和有股弦和求勾股弦 第七舊有

有勾股和有股弦和求勾股弦 第八新立

有勾弦和有勾股和求勾股弦 第九新立

有勾弦較有股弦較求勾股弦 第十舊有

有勾股較有勾弦較求勾股弦 第十一按舊法變通

有勾股和有股弦較求勾股弦 第十二按舊法變通

有勾股和有勾弦較求勾股弦 第十四新立

有勾弦和有股弦較求勾股弦 第十五新立

有勾弦和有勾股較求勾股弦 并見第十五新立

有勾弦和有勾股較求勾股弦 第十三按舊法變通

有股弦和有勾弦較。求勾股弦。并見第十四新立

有股弦和有勾股較。求勾股弦。并見第十三按舊法變通

有勾。有勾股弦總和。求股弦。第十八按舊法變通

有勾。有弦與勾股和之較。求股弦。第十六按舊法變通

有勾。有弦與勾股較之和。求股弦。第十九按舊法變通

有勾。有弦與勾股較之較。求股弦。第十七按舊法變通

有股。有勾股弦總和。求勾弦。第二十二按舊法變通

有股。有弦與勾股和之較。求勾弦。第二十按舊法變通

有股。有弦與勾股較之和。求勾弦。第二十三按舊法變通

有股。有弦與勾股較之較。求勾弦。第二十一按舊法變通

有弦。有勾股弦總和。求勾股。第二十六按舊法變通

有弦。有弦與勾股和之較。求勾股。第二十四按舊法變通

有弦。有弦與勾股較之和。求勾股。第二十七按舊法變通

有弦。有弦與勾股較之較。求勾股。第二十五按舊法變通

有勾股和有勾股弦總和。求勾股弦。并見第二十六按舊法變通

有勾股和有弦與勾股和之較。求勾股弦。并見第二十四按舊法變通

有勾股和有弦與勾股較之和求勾股弦 第三十八新立

有勾股和有弦與勾股較之較求勾股弦 第三十七新立

有勾股和有勾股弦總和求勾股弦 并見第二十二按舊法變通

有勾股和有弦與勾股和之較求勾股弦 第三十九新立

有勾股和有弦與勾股較之和求勾股弦 第四十新立

有勾股和有弦與勾股較之較求勾股弦 并見第二十一按舊法變通

有股弦和有勾股弦總和求勾股弦 并見第十八按舊法變通

有股弦和有弦與勾股和之較求勾股弦 第四十一新立

有股弦和有弦與勾股較之和求勾股弦 并見第十九按舊法變通

有股弦和有弦與勾股較之較求勾股弦 第四十二新立

有勾股較有勾股弦總和求勾股弦 第三十四新立

有勾股較有弦與勾股和之較求勾股弦 第四十三新立

有勾股較有弦與勾股較之和求勾股弦 并見第二十七按舊法變通

有勾股較有弦與勾股較之較求勾股弦 并見第二十五按舊法變通

有勾弦較有勾股弦總和求勾股弦 第三十五新立

有勾弦較有弦與勾股和之較求勾股弦 并見第二十按舊法變通

有勾弦較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。并見第二十三按舊法變通

有勾弦較。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第四十四新立

有股弦較。有勾股弦總和。求勾股弦。第三十六新立

有股弦較。有弦與勾股和之較。求勾股弦。并見第十六按舊法變通

有股弦較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第四十五新立

有股弦較。有弦與勾股較之較。求勾股弦。并見第十七按舊法變通

有勾股弦總和。有弦與勾股和之較。求勾股弦。第三十三按舊法變通

有勾股弦總和。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第三十按舊法變通

有勾股弦總和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第三十一按舊法變通

有弦與勾股和之較。有弦與勾股較之和。求勾股弦。第二十九按舊法變通

有弦與勾股和之較。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第二十八按舊法變通

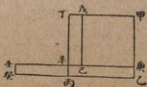
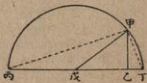
有弦與勾股較之和。有弦與勾股較之較。求勾股弦。第三十二按舊法變通

設如有勾十五尺。股弦較五尺。求股弦各幾何。第一

法以勾十五尺自乘得二百二十五尺。以股弦較五尺除之。得四十五尺爲股弦和。與股弦較五尺相加。得五十尺。折半得二十五尺爲弦。於弦二十五尺內減股弦較五尺。餘二十尺爲股也。如圖甲乙爲勾十五尺。丁乙爲股弦較五尺。試自甲至丁作甲丁線。則成甲乙丁勾股形。復以丁乙線引長。而以甲爲直角。

作甲丙線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊爲心。甲爲界。作丙甲丁半圓。則丁乙、甲乙、乙丙。卽爲連比例三率。故以中率甲乙勾自乘。以首率丁乙股弦較除之。得末率乙丙爲股弦和也。乙丙與丁乙相加得丁丙全徑。折半得丁戊。戊丙半徑。俱與甲戊等。故甲戊爲弦。於丁戊半徑內減丁乙股弦較。餘乙戊卽爲股也。又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方形。甲庚己戊爲股自乘之正方形。故乙丙丁戊己庚磬折形。與勾自乘之正方形積相等。今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙。則成庚乙癸壬一長方形。其庚壬

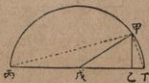
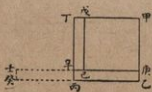
長卽股弦和。其庚乙闊卽股弦較。故將勾自乘之數。以股弦較除之。而得股弦和也。又法以勾十五尺自乘。得二百二十五尺。又以股弦較五尺自乘。得二十五尺。相減餘二百尺。折半得一百尺。以股弦較五尺除之。得二十尺爲股。加股弦較五尺。得二十五尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方形。甲庚己戊爲股自乘之正方形。故乙丙丁戊己庚磬折形與勾自乘之正方形積相等。而已壬丙辛卽股弦較自乘之正方形積也。於乙丙丁戊己庚磬折形積內減己壬丙辛股弦較自乘之正方形積。餘庚乙壬己與戊己辛丁二長方形。折半卽餘戊己辛丁一長方形。其戊己長卽股。其己辛闊卽股弦較。故以股弦較除折半之積而得股也。



設如有勾二十八尺，股弦和九十八尺，求股弦各幾何。第二

法以勾二十八尺自乘得七百八十四尺，以股弦和九十八尺除之，得八尺爲股弦較，與股弦和九十八尺相加得一百零六尺，折半得五十三尺爲弦，於股弦和九十八尺內減弦五十三尺，餘四十五尺爲股也。如圖甲乙爲勾二十八尺，乙丙爲股弦和九十八尺，試自甲至丙作甲丙線，則成甲乙丙勾股形，復以乙丙線引長，而以甲爲直角作甲丁線，則又成丙甲丁勾股形，爰以丁丙線折半於戊，而以戊爲心，作丙甲丁半圓，則乙丙甲乙丁乙，卽爲連比例三率，故以中率甲乙勾自乘，以首率乙丙股弦和除之，得末率丁乙爲股弦較也。丁乙與乙丙相加得丁丙全徑，折半得丁戊丙丙半徑，俱與甲戊等，故甲戊爲弦，於乙丙股弦和內減戊丙半徑，或於丁戊半徑內減丁乙股弦較，餘乙戊卽爲股也。又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積，甲庚己戊爲股自乘之正方積，故乙丙丁戊己庚磬折形，與勾自乘之正方積相等，今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙，則成庚乙癸壬一長方形，其庚壬長卽股弦和，其庚乙闊卽股弦較，故勾自乘之數，以股弦和除之，而得股弦較也。

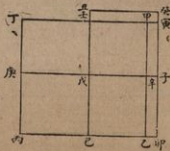
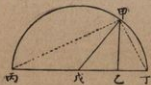
又法以勾二十八尺自乘，得七百八十四尺，又以股弦和九十八尺自乘，得九千六百零四尺，兩數相加得一萬零三百八十八尺，折半得五千一百九十四尺，以股弦和九十八尺除之，得五十三尺爲弦，於股弦和九十八尺內減弦五十三尺，餘四十五



五尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲股弦和自乘之正方形積。內戊己丙庚爲弦自乘之正方形積。甲辛戊壬爲股自乘之正方形積。辛乙己戊與壬戊庚丁爲股弦相乘之二長方形積。勾自乘之正方形積。則成癸子戊丑正方形。爲一勾方一等。如加甲辛戊壬股自乘之正方形積。則成癸子戊丑正方形。爲一勾方一股方相和之積。而與戊己丙庚一弦方之積相等。今以勾自乘之聲折形之積。加於股弦和自乘之正方形積內。卽如將癸寅壬丑長方形移補於子卯乙辛。遂成寅卯丙丁一大長方形。折半則餘壬己丙丁一長方形。其闊卽弦。其長卽股弦和。故以股弦和除折半之積而得弦也。

設如有股三十二尺。勾弦較十六尺。求勾弦各幾何。第三

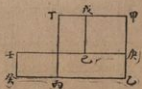
法以股三十二尺自乘得一千零二十四尺。以勾弦較十六尺除之。得六十四尺爲勾弦和與勾弦較十六尺相加得八十八尺。折半得四十四尺爲弦。於弦四十四尺內減勾弦較十六尺。餘二十四尺爲勾也。如圖甲乙爲股三十二尺。丁乙爲勾弦較十六尺。試自甲至丁作甲丁線。則成甲乙丁勾股形。復以丁乙線引長。而以甲爲直角作甲丙線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊爲心。甲爲界。作丙甲丁半圓。則丁乙甲乙乙丙卽爲連比例三率。故以中率甲乙股自乘。以首率丁乙勾弦較除之。得末率乙丙爲勾弦和也。丁乙與乙丙相加爲丁丙全徑。折半得丁戊戊丙



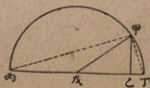
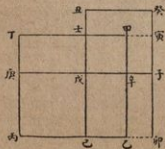
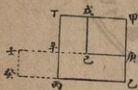
半徑俱與甲戊等。故甲戊爲弦。於丁戊半徑內減丁乙勾弦較餘乙戊卽爲勾也。又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積。甲庚己戊爲勾自乘之正方積。故乙丙丁戊己庚磬折形與股自乘之正方積相等。今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙。則成庚丁癸壬一長方形。其庚壬卽長勾弦和。其庚乙闊卽勾弦較。故將股自乘之數以勾弦較除之而得勾弦和也。

又法以股三十二尺自乘得一千零二十四尺。又以勾弦較十六尺自乘得二百五十六尺。相減餘七百六十八尺。折半得三百八十四尺。以勾弦較十六尺除之得二十四尺爲勾。加勾弦較十六尺得四十尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方積。甲庚己戊爲勾自乘之正方積。故乙丙丁戊己庚磬折形與股自乘之正方積相等。而已壬丙辛卽勾弦較自乘之正方積也。於乙丙丁戊己庚磬折形積內減己壬丙辛勾弦較自乘之正方積餘庚乙壬己與戊己辛丁二長方形折半卽餘戊己辛丁一長方形。其戊己長卽勾。其己辛闊卽勾弦較。故以勾弦較除折半之積而得勾也。

設如有股八尺。勾弦和十六尺。求勾弦各幾何。第四
法以股八尺自乘得六十四尺。以勾弦和十六尺除之得四尺爲勾弦較。與勾弦和十六尺相加得二十



尺折半得十尺爲弦。於勾弦和十六尺內減弦十尺。餘六尺爲勾也。如圖甲乙爲股八尺。乙丙爲勾弦和十六尺。試自甲至丙作甲丙線。則成甲乙丙勾股形。復以乙丙線引長。而以甲爲直角作甲丁線。則又成丙甲丁勾股形。爰以丁丙線折半於戊。而以戊爲心。甲爲界。作丙甲丁半圓。則乙丙甲乙丁乙。卽爲連比例三率。故將中率甲乙股自乘。以首率乙丙勾弦和除之。得末率丁乙爲勾弦較也。丁乙與乙丙相加爲丁丙全徑。折半得丁戊。戊丙半徑。俱與甲戊等。故甲戊爲弦。於乙丙勾弦和內減戊丙半徑。或丁戊半徑。內減丁乙勾弦較。餘乙戊卽爲勾也。又圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方形積。甲庚己戊爲勾自乘之正方形積。故乙丙丁戊己庚磬折形與股自乘之正方形積相等。今將戊己辛丁移爲辛壬癸丙。則成庚乙癸壬一長方形。其庚壬長卽勾弦和。其庚乙闊卽勾弦較。故股自乘之數。以勾弦和除之。而得勾弦較也。又法以股八尺自乘。得六十四尺。又以勾弦和十六尺自乘。得二百五十六尺。相加得三百二十尺。折半



得一百六十尺。以勾弦和十六尺除之。得十尺爲弦。於勾弦和十六尺內減弦十尺。餘六尺爲勾也。如圖甲乙丙丁爲勾弦和自乘之正方形積。內戊己丙庚爲弦自乘之正方形積。甲辛戊壬爲勾自乘之正方形積。辛乙己戊與壬戊庚丁爲勾弦相乘之二長方形積。股自乘之正方形積。則與癸子辛甲壬丑之磬折形相等。如加甲辛戊壬勾自乘之正方形積。則成癸子戊丑正方形。爲一勾方一股方相和之積。而與戊己丙庚一弦方之積相等。今以股自乘之磬折形之積。加於勾弦和自乘之正方形積內。卽如將癸寅壬丑長方形。移補於子卯乙辛。遂成寅卯丙丁一大長方形。折半則餘壬己丙丁一長方形。其闊卽弦。其長卽勾弦和。故以勾弦和除折半之積。而得弦也。

設如有弦三十四尺。勾股較十四尺。求勾股各幾何。第五

法以弦三十四尺自乘。得一千一百五十六尺。又以勾股較自乘。得一百九十六尺。相減餘九百六十尺。折半得四百八十尺。爲勾股相乘之一長方形積。乃以勾股較十四尺爲長闊較。用帶縱較數開方法算之。得闊十六尺爲勾。得長三十尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之正方形積。戊己庚辛爲勾股較自乘之正方形積。相減餘甲戌乙類四勾股形。爲二長方形積。折半餘一長方形積。其闊卽勾。其長卽股。其長闊較卽勾股較。故以帶縱較數開方法算之。而得闊爲勾。得長爲股也。

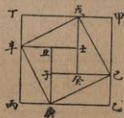
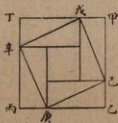
又法以弦三十四尺自乘。得一千一百五十六尺。倍之得二千三百一十二尺。又以勾股較十四尺自乘。得一百九十六尺。相減餘二千一百一十六尺。開方得四十六



尺爲勾股和。於勾股和四十六尺內減勾股較十四尺。餘三十二尺。折半得十六尺爲勾。於勾十六尺加勾股較十四尺得三十六尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之正方形。內容甲戊己類八勾股積。與壬癸子丑一勾股較積。戊己庚辛爲弦自乘之正方形。內容戊癸己類四勾股積。與壬癸子丑一勾股較積。倍之則爲八勾股積。二勾股較積。卽如甲乙丙丁一大正方形。仍餘壬癸子丑一小正方形。今減所餘壬癸子丑一小正方形。卽一勾股較積。仍餘八勾股積。一勾股較積爲甲乙丙丁正方形。卽勾股和自乘之方。故開方而得勾股和也。

設如有弦三十九尺。勾股和五十一尺。求勾股各幾何。第六

法以勾股和五十一尺自乘得二千六百零一尺。又以弦三十九尺自乘得一千五百二十一尺。相減餘一千零八十九尺。折半得五百四十四尺。爲勾股相乘之一長方形積。乃以勾股和五十一尺爲長闊。用帶縱和數開方法算之。得闊十五尺爲勾。得長三十六尺爲股也。如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之正方形。戊己庚辛爲弦自乘之正方形。相減餘甲戊己類四勾股形。爲二長方形積。折半餘一長方形積。其闊卽勾。其長卽股。其長闊和卽勾股和。故以帶縱和數開方法算之。而得闊爲勾。得長爲股也。

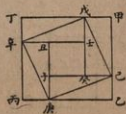
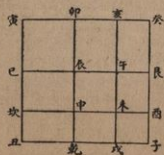
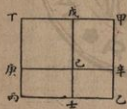


其闊卽勾。其長卽股。其長闊和卽勾股和。故以帶縱和數開方法算之。而得闊爲勾。得長爲股也。

又法以弦三十九尺自乘得一千五百二十一尺。倍之得三千零四十二尺。又以勾股和五十一尺自乘得二千六百零一尺。相減餘四百四十一尺。開方得二十一尺爲勾股較。於勾股和五十一尺內減勾股較二十一尺。餘三十尺折半得十五尺爲勾。於勾十五尺加勾股較二十一尺。得三十六尺爲股也。如圖戊己庚辛爲弦自乘之正。方內容戊癸己類四勾股積與壬癸子丑一勾股較積倍之則爲八勾股積。二勾股較積。卽如甲乙丙丁一大正方形仍餘壬癸子丑一小正方形。又甲乙丙丁爲勾股和自乘之正方形內容甲戊己類八勾股積壬癸子丑一勾股較積。今以所倍之一大正方形又餘一小正方形內減甲乙丙丁正方形。卽餘壬癸子丑一小正方形爲勾股較積。故開方而得勾股較也。

設如有勾弦和二十四尺。股弦和二十七尺。求勾股弦各幾何。第七

法以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘得六百四十八尺。倍之得一千二百九十六尺。開方得三十六尺爲勾股弦總和。於總和三十六尺內減勾弦和二十四尺。餘十二尺爲股。於總和三十六尺內減股弦和二十七尺。餘九尺爲勾。於股弦和二十七尺內減股十二尺。或勾弦和二十四尺內減勾九尺。

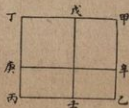
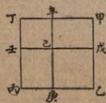


餘十五尺爲弦也。如圖甲乙線爲勾弦和，甲丁線爲股弦和，相乘得甲乙丙丁長方形。內戊己庚丁爲弦自乘之正方形，辛乙壬己爲勾股相乘之長方形。甲辛己戊爲股弦相乘之長方形。己壬丙庚爲勾弦相乘之長方形。倍之卽爲癸子丑寅一大正方形。其每一邊卽勾股弦之總和。其卯辰巳寅爲弦自乘之正方形。卽如前圖之戊己庚丁然。其午未申辰爲股自乘之正方形。其酉子戊未爲勾自乘之正方形。兩方相合，又與前圖戊己庚丁弦自乘之正方形相等。其艮酉未午與未戌乾申爲勾股相乘之二長方形。每一形卽如前圖之辛乙壬己然。其亥午辰卯與辰申

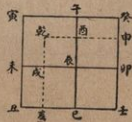
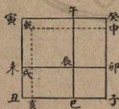
坎己爲股弦相乘之二長方形。每一形卽如前圖之甲辛己戊然。其癸艮午亥與申乾丑坎爲勾弦相乘之二長方形。每一形卽如前圖之己壬丙庚然。因癸子丑寅正方形比甲乙丙丁長方形每一形俱多一倍。故甲乙勾弦和、甲丁股弦和、相乘所成之甲乙丙丁長方形倍之而與癸子丑寅正方形等。開方得癸子類之每一邊皆爲勾股弦之總和也。

設如有勾股和二十一尺，股弦和二十七尺，求勾股弦各幾何。第八

法以勾股和二十一尺自乘得四百四十一尺，又以股弦和二十七尺自乘得七百二十九尺，兩數相減餘二百八十八尺，乃以勾股和二十一尺與股弦和二十七尺相減，餘六尺爲勾弦較。差股與勾和，股與弦和，皆爲一股所和，故相減卽勾弦較也。自乘得三十六尺與兩和自乘相減之餘二百八十八尺相加得三百二十



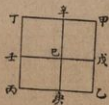
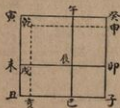
四尺。開方得十八尺。爲股與勾弦較之和。內減勾弦較六尺。餘十二尺。爲股於勾股和二十一尺內減股十二尺。餘九尺。爲勾。加勾弦較六尺。得十五尺。爲弦也。如圖甲乙丙丁爲勾股和自乘之一大正方形。內戊乙庚己爲股自乘之一正方形。辛己壬丁爲勾自乘之一正方形。甲戊己辛與己庚丙壬爲勾股相乘之二長方。又癸子丑寅爲股弦和自乘之一大正方形。內卯子巳辰爲股自乘之一正方形。午辰未寅爲弦自乘之一正方形。癸卯辰午與辰巳丑未爲股弦相乘之二長方。今甲乙丙丁勾股和自乘之方。與癸子丑寅股弦和自乘之方相減。則於癸子丑寅股弦和自乘之方內。去卯子巳辰股自乘之一正方形。酉辰戌乾勾自乘之一正方形。又去申卯辰酉與辰巳亥戌勾股相乘之二長方。所餘癸申酉午與戌亥丑未二長方。爲勾弦較與股相乘之二長方。又午酉乾戌未寅一磬折形。爲弦自乘之一正方形內。減勾自乘之一正方形。所餘之股自乘之一正方形。如以此磬折形積作一尺自乘之一正方形。再加癸申酉午與戌亥丑未之勾弦較與股相乘之二長方。則惟缺午辰未震爲勾弦較自乘之一小正方形。今以勾弦較自乘之數。加於兩和自乘相減之餘。甫成癸坎丑震一正方形。故開方而得癸坎類之每一邊。爲股與勾弦較相和之數也。



設如有勾股和二十一尺。勾弦和二十四尺。求勾股弦各幾何。第九

法以勾股和二十一尺自乘得四百四十一尺。又以勾弦和二十四尺自乘得五百七十六尺。兩數相減。餘一百三十五尺。乃以勾股和二十一尺與勾弦和二十四尺相減。餘三尺為股弦較。蓋勾與股和。勾與弦和。皆為一勾所和。故相減即股弦較也。自乘得九尺。與兩和自乘相減之餘一百三十五尺相加。得一百四十四尺。開方得十二尺。為勾與股弦較之和。內減股弦較三尺。餘九尺為勾。於勾股和二十一尺內減勾九尺。餘十二尺為股。加股弦較三尺。得十五尺為弦也。如圖甲乙

丙丁為勾股和自乘之一大正方形。內戊乙庚己為勾自乘之一正方形。辛己壬丁為股自乘之一正方形。甲戊己辛與己庚丙壬為勾股相乘之二長方。又癸子丑寅為勾弦和自乘之一大正方形。內卯子巳辰為勾自乘之一正方形。午辰未寅為弦自乘之一正方形。癸卯辰午與辰巳丑未為勾弦相乘之二長方。今甲乙丙丁勾股和自乘之方與癸子丑寅勾弦和自乘之方相減。則於癸子丑寅勾弦和自乘之方內。去卯子巳辰勾自乘之一正方形。西辰戌乾股自乘之一正方形。又去申卯辰酉與辰巳亥戌勾股相乘之二長方。所餘癸申酉午與戌亥丑未二長方。為股弦較與勾相乘之二長方。又午酉乾戌未寅一聲折形。為弦自乘之一正方形內。減股自乘之一正方形。所餘之勾

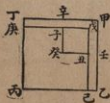


自乘之一正方形。如以此磬折形積作一勾自乘之一正方形。再加癸申酉午與戌亥丑未之股弦較與勾相乘之二長方。則惟缺午艮未震爲股弦較自乘之一小正方形。今以股弦較自乘之數。加於兩和自乘相減之餘。甫成癸坎丑震一正方形。故開方而得癸坎類之每一邊。爲勾與股弦較相和之數也。

設如有勾弦較九尺。股弦較二尺。求勾股弦各幾何。第十

法以勾弦較九尺與股弦較二尺相乘。得十八尺。倍之得三十六尺。開方得六尺。爲弦比勾股和相差之較。加股弦較二尺得八尺爲勾。加勾弦較九尺得十五尺爲股。於勾數加勾弦較九尺得十七尺爲弦。或於股數加股弦較二尺亦得十七尺爲弦也。如圖甲乙丙丁爲弦自乘之一正方形。戊己丙庚爲股自乘之一正方形。二方相減。所餘甲乙己戊庚丁磬折形。卽與勾自乘之一正方形等。而乙己與丁庚皆爲股弦較。試作甲壬癸辛

一正方形爲勾自乘之方。則壬乙與辛丁皆爲勾弦較。其壬丑與乙己等。辛子與丁庚等。亦皆爲股弦較。以壬乙之勾弦較與壬丑之股弦較相乘。則成壬乙己丑之一長方形。以辛丁之勾弦較與辛子之股弦較相乘。則成辛子庚丁之一長方形。此兩長方形必與戊丑癸子一正方形相等。何也。蓋甲乙己戊庚丁與勾自乘之一正方形相等之磬折形內。減甲壬丑戊子辛一小磬折形。則餘壬乙己丑與辛子庚丁二長方形。若於甲壬癸辛勾自乘之一正方形內。減甲壬丑戊子辛磬折形。則餘戊丑癸子一小正方形。夫甲乙己戊庚丁磬折形。既與甲壬癸辛之勾自乘之



一 正方形相等。今同減去甲壬丑戊子辛馨折形。則彼所餘之二長方。必與此所餘之一正方形相等可知矣。故勾弦較與股弦較相乘。倍之開方。而得弦比勾股和相差之較。加股弦較得勾。加勾弦較而得股也。蓋圖以乙丙爲弦。己丙爲股。故乙己爲股弦較。若以壬癸勾與己丙股相和。則壬癸勾之壬丑一段。卽爲股弦較。而勾股和比弦所多者惟丑癸一段。故丑癸爲該比勾股和相差之較也。

設如有勾股較三十四尺。勾弦較三十六尺。求勾股弦各幾何。第十一

法以勾股較三十四尺與勾弦較三十六尺相減。餘二尺爲股弦較。卽如前法以股弦較二尺與勾弦較三十四尺相乘。得七十二尺。倍之得一百四十四尺。開方得十二尺爲弦比勾股和相差之較。加股弦較二尺。得十四尺爲勾。加勾弦較三十六尺。得四十八尺爲股。於勾數加勾弦較三十六尺。得五十二尺爲弦。或於股數加股弦較二尺。亦得五十二尺爲弦也。如圖甲乙爲勾。甲丙爲股。甲丁爲弦。乙丙爲勾股較。乙丁爲勾弦較。而丙丁爲股弦較。今以乙丁勾弦較減乙丙勾股較。所餘丙丁卽爲股弦較。則如勾弦較。股弦較。求勾股弦之法算之。卽得各數矣。



設如有勾股較十四尺。股弦較二尺。求勾股弦各幾何。第十二

法以勾股較十四尺與股弦較二尺相加。得十六尺爲勾弦較。卽如前法以勾弦較十六尺與股弦較二尺相乘。得三十二尺。倍之得六十四尺。開方得八尺爲弦比勾股和相差之較。加股弦較二尺。得十尺爲勾。加勾弦較十六尺。得二十四尺爲股。於勾數加勾弦較十六尺。得二十六尺爲弦。或於股數加股弦較

二尺亦得二十六尺爲弦也。如圖甲乙爲勾，甲丙爲股，甲丁爲弦，乙丙爲勾，股較，丙丁爲股弦較，而乙丁爲勾弦較。今以乙丙勾股較與丙丁股弦較相加，則得乙丁之勾弦較。既得勾弦較，則如勾弦較、股弦較，求勾股弦之法算之，即得各數矣。

設如有勾弦和二十四尺，勾股較三尺，求勾股弦各幾何。第十三

法以勾弦和二十四尺加勾股較三尺，得二十七尺爲股弦和，用勾弦和、股弦和，求勾股弦之法算之。以勾弦和二十四尺與股弦和二十七尺相乘，得六百四十八尺，倍之得一千二百九十六尺，開方得三十六尺爲勾股弦總和，內減勾弦和二十四尺，餘十二尺爲股，減勾股較三尺，餘九尺爲勾。於勾弦和二十四尺內減勾九尺，餘十五尺爲弦也。如圖甲丙爲股，乙丙爲勾，丙丁爲弦，乙丁爲勾弦和，甲乙爲勾股較，而甲丁爲股弦和，故甲乙勾股較與乙丁勾弦和相加，得甲丁爲股弦和也。若夫股弦和勾股較，求勾股弦者，則於股弦和內減勾股較，即勾弦和亦用勾弦和、股弦和，求勾股弦之法算之。如甲丙爲股，乙丙爲勾，丙丁爲弦，則甲丁爲股弦和，甲乙爲勾股較，而乙丁爲勾弦和，故於甲丁股弦和內減甲乙勾股較，餘乙丁爲勾弦和也。

設如有勾股和二十三尺，勾弦較九尺，求勾股弦各幾何。第十四

法以勾股和二十三尺加勾弦較九尺，得三十二尺爲股弦和，用勾股和、股弦和，求勾股弦之法算之。以勾股和二十三尺自乘，得五百二十九尺，又以股弦和三十二尺自乘，得一千零二十四尺，兩數相減，餘四百九十五尺，乃以勾弦較九尺自乘，得八十一尺，與兩和自乘相減之。



餘四百九十五尺相加得五百七十六尺開方得二十四尺爲股與勾弦較之和內減勾弦較九尺餘十五尺爲股於勾股和二十三尺內減股十五尺餘八尺爲勾加勾弦較九尺得十七尺爲弦也如圖甲丙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股乙丁爲勾股和甲乙爲勾弦較而甲丁爲股弦和故甲乙勾弦較與乙丁勾股和相加得甲丁爲股弦和也若夫股弦和勾弦較求勾股弦者則於股弦和內減勾弦較卽勾股和亦用勾股和股弦和求勾股弦之法算之如甲丙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股則甲丁爲股弦和甲乙爲勾弦較而乙丁爲勾股和故於甲

甲

丁股弦和內減甲乙勾弦較餘乙丁爲勾股和也

設如有勾股和十七尺股弦較一尺求勾股弦各幾何 第十五

法以勾股和十七尺加股弦較一尺得十八尺爲勾弦和用勾股和勾弦和求

勾股弦之法算之以勾股和十七尺自乘得二百八十九尺又以勾弦和十八尺自乘得三

百二十四尺兩數相減餘三十五尺乃以股弦較一尺自乘仍得一尺與兩和自乘相減之

餘三十五尺相加得三十六尺開方得六尺爲勾與股弦較之和內減股弦較一尺餘五尺

爲勾於勾股和十七尺內減勾五尺餘十二尺爲股加股弦較一尺得十三尺爲弦也如圖

甲乙爲勾乙丙爲股乙丁爲弦甲丙爲勾股和丙丁爲股弦較而甲丁爲勾弦和故甲丙勾

股和與丙丁股弦較相加得甲丁爲勾弦和也若夫勾弦和股弦較求勾股弦者則於勾弦

和內減股弦較卽勾股和亦用勾股和勾弦和求勾股弦之法算之如甲乙爲勾乙丙爲股

乙

丁

丙

乙

甲

丁 丙

乙丁爲弦。則甲丁爲勾。弦和。丙丁爲股。弦較。而甲丙爲勾。股和。故於甲丁勾。弦和。內減丙丁股。弦較。餘甲丙爲勾。股和也。

設如有勾八尺。弦與勾。股和之較六尺。求股。弦各幾何。第十六

法以勾八尺。內減弦與勾。股和之較六尺。餘二尺。爲股。弦較。用有勾。有股。弦較。求股。弦法。算之。如甲乙爲勾。乙丙爲股。甲丙爲勾。股和。丁丙爲弦。甲丁爲弦。與勾。股和之較。丁乙爲股。弦較。故甲乙勾。內減甲丁弦。與勾。股和之較。餘丁乙爲股。弦較也。若有股。弦較。與弦。與勾。股和之較。求勾。股。弦者。則以股。弦較。與弦。與勾。股和之較。相加。卽勾。亦用有勾。有股。弦較。求股。弦法。算之。

設如有勾八尺。弦與勾。股較之較十尺。求股。弦各幾何。第十七

法以勾八尺。與弦。與勾。股較之較十尺。相減。餘二尺。爲股。弦較。用有勾。有股。弦較。求股。弦法。算之。如甲乙爲股。丙乙爲勾。甲乙爲弦。甲丙爲勾。股較。乙丁爲股。弦較。丙丁爲弦。與勾。股較之較。故丙丁弦。與勾。股較之較。內減丙乙勾。餘乙丁爲股。弦較也。若有股。弦較。與弦。與勾。股較之較。求勾。股。弦者。則以股。弦較。與弦。與勾。股較之較。相減。餘卽勾。亦用有勾。有股。弦較。求股。弦法。算之。

設如有勾八尺。勾。股。弦總和四十尺。求股。弦各幾何。第十八

法以勾八尺。與勾。股。弦總和四十尺。相減。餘三十二尺。爲股。弦和。用有勾。有股。弦和。求股。弦法。算之。如甲乙爲勾。乙丙爲股。丙丁爲弦。甲丁爲勾。股。弦總和。故甲丁勾。股。弦總和。內減甲乙勾。

乙丁 丙 甲 丙 乙丁 甲

餘乙丁爲股弦和也。若有股弦和與勾股弦總和求勾股弦者，則以股弦和與勾股弦總和相減，餘卽勾，亦用有勾有股弦和求股弦法算之。

設如有勾八尺，弦與勾股較之和二十四尺，求股弦各幾何。第十九

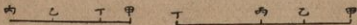
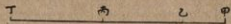
法以勾八尺與弦與勾股較之和二十四尺相加，得三十二尺爲股弦和，用有勾有股弦和求股弦法算之。如甲乙爲勾，甲丙爲股，乙丙爲勾股較，丙丁爲弦，甲丁爲股弦和，乙丁爲弦與勾股較之和，故以甲乙勾與乙丁弦與勾股較之和相加，得甲丁爲股弦和也。若有股弦和與弦與勾股較之和，求勾股弦者，則於股弦和內減弦與勾股較之和，餘卽勾，亦用有勾有股弦和求股弦法算之。

設如有股十五尺，弦與勾股和之較六尺，求勾弦各幾何。第二十

法以股十五尺內減弦與勾股和之較六尺，餘九尺爲勾弦較，用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙爲股，乙丙爲勾，甲丙爲勾股和，丁丙爲弦，甲丁爲弦與勾股和之較，丁乙爲勾弦較，故甲乙股內減甲丁弦與勾股和之較，餘丁乙，卽勾弦較也。若有勾弦較與弦與勾股和之較，求勾股弦者，則以勾弦較與弦與勾股和之較相加，卽股，亦用有股有勾弦較求勾弦法算之。

設如有股十五尺，弦與勾股較之較十尺，求勾弦各幾何。第二十一

法以股十五尺與弦與勾股較之較十尺相加，得二十五尺爲勾弦和，用有股有勾弦和求勾



弦法算之。如甲乙爲股，甲丙爲勾，丙丁爲弦，甲丁爲勾弦和，丙乙爲勾股較，乙丁爲弦與勾股較之較。故以甲乙股與乙丁弦與勾股較之較相加，得甲丁爲勾弦和也。若有勾弦和與弦與勾股較之較，求勾股弦者，則於勾弦和內減弦與勾股較之較，餘卽股，亦用有股有勾弦和求勾弦法算之。

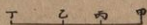
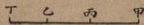
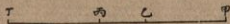
設如有股十五尺，勾股弦總和四十尺，求勾弦各幾何。第二十二

法以股十五尺與勾股弦總和四十尺相減，餘二十五尺爲勾弦和，用有股有勾弦和求勾弦法算之。如甲乙爲股，乙丙爲勾，丙丁爲弦，甲丁爲勾股弦總和，故甲丁勾股弦總和內減甲乙股，餘乙丁爲勾弦和也。若有勾弦和與勾股弦總和，求勾股弦者，則以勾股和與勾股弦總和相減，餘卽股，亦用有股有勾弦和求勾弦法算之。

設如有股十五尺，弦與勾股較之和二十四尺，求勾弦各幾何。第二十三

法以股十五尺與弦與勾股較之和二十四尺相減，餘九尺爲勾弦較，用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙爲股，丙乙爲勾，丙丁爲弦，甲丙爲勾股較，乙丁爲勾弦較，甲丁爲弦與勾股較之和，故甲丁弦與勾股較之和內減甲乙股，餘乙丁爲勾弦較也。若有勾弦較爲弦與勾股較之和，求勾股弦者，則以勾弦較與弦與勾股較之和相減，餘卽股，亦用有股有勾弦較求勾弦法算之。

設如有弦十七尺，弦與勾股和之較六尺，求勾股各幾何。第二十四



法以弦十七尺與弦與勾股和之較六尺相加得二十三尺爲勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之如甲乙爲弦甲丙爲勾丙丁爲股甲丁爲勾股和乙丁爲弦與勾股和之較故甲乙弦與乙丁弦與勾股和之較相加得甲丁爲勾股和也若有勾股和與弦與勾股和之較求勾股弦者則於勾股和內減弦與勾股和之較餘卽弦亦用有弦有勾股和求勾股法算之設如有弦十七尺弦與勾股較之較十尺求勾股各幾何 第二十五

丙
法以弦十七尺內減弦與勾股較之較十尺餘七尺爲勾股較用有弦有勾股較求勾股法算之如甲乙爲弦丙丁爲股乙丁爲勾丙乙爲勾股較甲丙爲弦與勾股較之較故甲乙弦內減甲丙弦與勾股較之較餘丙乙爲勾股較也若有勾股較與弦與勾股較之較求勾股弦者則以勾股較與弦與勾股較之較相加卽弦亦用有弦有勾股較求勾股法算之

乙
設如有弦十七尺勾股弦總和四十尺求勾股各幾何 第二十六

法以弦十七尺與勾股弦總和四十尺相減餘二十三尺爲勾股和用有弦有勾股和求勾股法算之如甲乙爲弦乙丙爲勾丙丁爲股甲丁爲勾股弦總和故甲丁勾股弦總和內減甲乙弦餘乙丁爲勾股和也若有勾股和爲勾股弦總和求勾股弦者則以勾股和與勾股弦總和相減餘卽弦亦用有弦有勾股和求勾股法算之

丁
設如有弦十七尺弦與勾股較之和二十四尺求勾股各幾何 第二十七

丁 乙 丙 甲 丁 乙 丙 甲

甲

法以弦十七尺與弦與勾股較之和二十四尺相減。餘七尺爲勾股較。用有弦有勾股較求勾股法算之。如甲乙爲弦。乙丙爲股。丁丙爲勾。乙丁爲勾股較。甲丁爲弦與勾股較之和。故甲丁弦與勾股較之和內減甲乙弦。餘乙丁爲勾股較也。若有勾股較與弦與勾股較之和。求勾股弦者。則於弦與勾股較之和內減勾股較。餘卽弦。亦用有弦有勾股較求勾股法算之。

乙

設如有弦與勾股和之較六尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。第二十八

丁

法以弦與勾股和之較六尺。與弦與勾股較之較十尺相加。得十六尺。折半得八尺。爲勾。於勾八尺內減弦與勾股和之較六尺。餘二尺爲股弦較。用有勾有股弦較求

丙

股弦法算之。如甲乙爲股。戊乙。乙丙皆爲勾。甲丙爲勾股和。甲戊爲勾股較。甲丁爲弦。丁丙卽弦與勾股和之較。戊丁卽弦與勾股較之較。故丁丙弦與勾股和之較。與

戊丁弦與勾股較之較相加。得戊丙爲二勾之共數。是以折半得勾也。既得勾。則於勾內減弦與勾股和之較卽股弦較矣。

設如有弦與勾股和之較六尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。第二十九

法以弦與勾股和之較六尺。與弦與勾股較之和二十四尺相加。得三十尺。折半得十五尺。爲股。於股十五尺內減弦與勾股和之較六尺。餘九尺爲勾弦較。用有股有勾弦較求勾弦法算之。如甲乙。乙丙皆爲股。丁乙爲勾。丁丙爲勾股和。甲丁爲勾股較。丁戊爲弦。戊丙卽弦與勾股

甲 戊 乙 丁 丙 甲 乙 丁 丙

和之較。甲戊卽弦與勾股較之和。故戊丙弦與勾股和之較。與甲戊弦與勾股較之和相加。得甲丙爲二股之共數。是以折半得股也。旣得股。則於股內減弦與勾股和之較。卽勾弦較矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股較之和二十四尺。求勾股弦各幾何。第三十

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股較之和二十四尺。餘十六尺。折半得八尺爲勾。於勾股弦總和四十尺內減勾八尺。餘三十二尺爲股弦和。用有勾有股弦和求股弦法算之。如甲

乙爲弦。乙丙爲股。丙丁爲勾。乙戊爲勾股較。甲丁爲勾股弦總和。甲戊爲弦與勾股較之和。故甲丁勾股弦總和內減甲戊弦與勾股較之和。餘戊丁卽二勾之共數。是以折半得勾也。旣得勾。則於勾股弦總和內減勾。卽股弦和矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。第三十一

法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股較之較十尺。餘三十尺。折半得十五尺爲股。於勾股弦總和四十尺內減股十五尺。餘二十五尺爲勾弦和。用有股有勾弦和

求勾弦法算之。如甲乙爲弦。乙丙爲勾。丙丁爲股。戊乙爲勾股較。甲丁爲勾股弦總和。甲戊爲弦與勾股較之較。故甲丁勾股弦總和內減甲戊弦與勾股較之較。餘戊丁卽二股之共數。是以折半得股也。旣得股。則於勾股弦總和內減股。卽勾弦和矣。

設如有弦與勾股較之和二十四尺。弦與勾股較之較十尺。求勾股弦各幾何。第三十二

法以弦與勾股較之和二十四尺與弦與勾股較之較十尺相加。得三十四尺。折半得十七尺



爲弦。於弦與勾股較之和二十四尺內減弦十七尺。餘七尺爲勾股較。用有弦有勾股較求勾股法算之。如甲乙丙皆爲弦。乙丁爲勾股較。甲丁爲弦與勾股較之和。丁丙爲弦與勾股較之較。故甲丁弦與勾股較之和。與丁丙弦與勾股較之較相加。得甲丙爲二弦之共數。是以折半得弦也。既得弦。則於弦與勾股較之和內減弦。卽勾股較矣。

設如有勾股弦總和四十尺。弦與勾股和之較六尺。求勾股弦各幾何。第三十三法以勾股弦總和四十尺內減弦與勾股和之較六尺。餘三十四尺。折半得十七尺爲弦。於勾股弦總和四十尺內減弦十七尺。餘二十三尺爲勾股和。用有弦有勾股和求勾股法算之。如甲乙爲勾股和。乙丙爲弦。甲丙爲勾股弦總和。甲丁爲弦與勾股和之較。故甲丙勾股弦總和內減甲丁弦與勾股和之較。餘丁丙卽二弦之共數。是以折半得弦也。既得弦。則於勾股弦總和內減弦。卽勾股和矣。

甲 乙 丁 丙

甲 丁 乙 丙

著者(清)聖祖敕編
Author

311
書碼743
Call No.

書名
Title 數理精蘊：二

登錄號碼 007926
Accession No.

月日	借閱者	月日	借閱者
Date	Borrower's Name	Date	Borrower's Name

國立中央圖書館

311
書碼743

登錄號碼 007926

國家圖書館



000007926

