緒言

本書ハ明治三十四年度諸官立學校入學試驗數學問題ノ答案ヲ附シタル者ニシテ予ハ該諸學校入學受驗者ノ參考ニモナランカトノ愚考ヲ以テ編述シタルモノナルガ故ニ解釋ハ力メテ平易簡明ノ法ヲ撰ミタリ然レトモ予ノ淺學固ヨリ迂解又ハ誤謬ノ點モ之レアラン开ハ讀者諸君ノ叱正ヲ待ツノミ

明治三十五年二月下旬

編者識

諸官立學校入學試驗
數學問題集答案

目　次

諸官立學校入學試驗

數學問題集答案

海軍兵學校

（明治三十四年度）

算術

$$\frac{3\frac{2}{3}}{4\frac{1}{7}}\times3\frac{5}{8}\times5\frac{4}{7}-17\frac{3}{4}$$ ヲ最簡ナル分數ニ變形セヨ

2. $3{\cdot}4\dot{2}\div1{\cdot}\dot{3}\dot{9}$ ヲ省略算又ハ循環小數ノ法ヲ用ヒ小數點以下五位迄計算セヨ

3. 海軍兵學校ハ安藝國江田島ニ在リ宇品港ヲ距ルコ海上拾海里半ナリ之ヲ里町間尺ニ化セヨ但シ壹海里ハ六千八拾呎ニシテ壹呎ハ壹尺〇〇六ナリ

4. 甲乙貳人ニテ八日ニ成就スヘキ業ヲ甲壹人ニテ貳拾日ニテ成就セリ乙壹人ニテ成スヘキ日數ヲ問フ

5. 貳百八圓ヲ五男七女拾四童ニ分配スルニ壹女ノ所得ヲ壹男ノ七分ノ三ニ等シク壹童ノ

所得ヲ壹女ノ五分ノ貳ニ等シクセントス各壹人ノ所得幾何

6. 某市ノ人口三萬九千人アリ每年壹割貳分ヅヽ增ストスレハ三年ノ後其人口幾何

7. 縱貳百三拾壹間橫百貳間四尺ノ地面アリ之ト面積相等シキ正方形ノ地面ハ其壹邊ノ長幾間尺ナルカ

8. 122615·327232 ノ立方根ヲ求ム

(答　案)

(1) $\dfrac{3\frac{2}{3}}{4\frac{1}{7}}\times3\frac{5}{8}\times5\frac{4}{7}-17\frac{3}{4}$

$=\dfrac{11}{3}\times\dfrac{7}{29}\times\dfrac{29}{8}\times\dfrac{39}{7}-\dfrac{71}{4}=\dfrac{143}{8}-\dfrac{71}{4}=\dfrac{1}{8}.$

(2) $3\cdot4\dot{2}\div1\cdot\dot{3}\dot{9}=3\cdot4\dot{2}\div\dfrac{139-1}{99}=3\cdot4\dot{2}\times\dfrac{99}{138}$

$=3\cdot4\dot{2}\times\dfrac{33}{46}=3\cdot4\dot{2}\times33\div46$

$=2\cdot45507.$

$$\begin{array}{r} 3\cdot4\dot{2} \\ \times\ 33 \\ \hline 10\cdot2\dot{6}=10\cdot2\dot{6} \\ 102\cdot\dot{6}=102\cdot6\dot{6}\ (+ \\ \hline 112\cdot9\dot{3}\div46=2\cdot45507 \end{array}$$

(3) $1\cdot006\times6080\times10\cdot5=64227\cdot04$. 尺

之レ即チ拾海里半ヲ尺數ニ化シタルモノニシテ尙之ヲ里町間尺ニ化スル運算ハ次ノ如シ

```
64227·04|6
6         10704| 60
 42        60     178|36
 42        470    144  4
   27·04   420    34
   24       504
    3·04    480
             24
```

即チ 4 里 34 町 24 間 3 尺 04. ヲ以テ答トス.

(4) 全業=1 トスレハ

甲乙共力 1 日ノ業$=\dfrac{1}{8}$,　甲 1 日ノ業$=\dfrac{1}{20}$

故ニ　乙 1 日ノ業$=\dfrac{1}{8}-\dfrac{1}{20}=\dfrac{3}{40}$

故ニ　乙ノミニテ成業スル日數$=1\div\dfrac{3}{40}=13\dfrac{1}{3}$.

(5) $\begin{cases}1\ \text{男ノ所得}=1\ \text{トスレハ}\\1\ \text{女ノ所得}=\dfrac{3}{7}\\1\ \text{童ノ所得}=\dfrac{3}{7}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{6}{35}\end{cases}$

故ニ $\begin{cases}5\ \text{男ノ所得}=1\times5=5\\7\ \text{女ノ所得}=\dfrac{3}{7}\times7=3\\14\ \text{童ノ所得}=\dfrac{6}{35}\times14=\dfrac{12}{5}\end{cases}$

故　$5+3+\dfrac{12}{5}$ 即チ $\dfrac{52}{5}$ ハ 208 圓ニ相當ス

之ニ由テ　1 男ノ所得金$=208\div\dfrac{52}{5}=20$ 圓

1 女ノ所得金$=20\times\dfrac{3}{7}=8\dfrac{4}{7}$ 圓

1童ノ所得金$=20\times\frac{6}{35}=3\frac{3}{7}$圓.

(6) 初年ノ終リノ入口$=39000\times1{\cdot}12$

$=43680,$

貳年ノ終リノ入口$=43680\times1{\cdot}12$

$=48921{\cdot}6$

三年ノ終リノ入口$=48921{\cdot}6\times1{\cdot}12$

$=54792{\cdot}192$

故ニ $39000\times1{\cdot}12^3=54792$人 ヲ以テ答トス人員ニ端數アル理ナキ故ニ之ヲ捨ツ.

(7) 正方形ノ壹邊$=\sqrt{231\times102\frac{2}{3}}=\sqrt{77\times308}$

$=\sqrt{2^2\times7^2\times11^2}=2\times7\times11=154$ 間

(8)

$4\times3=12,$	$4^2\times3=48$	$\sqrt[3]{122615{\cdot}327232}=49{\cdot}68$
129	4800	64
9	1161	58615
138	5961×9	53649
9	1242	4966327
1476	720300	4374936
6	8856	591391232
1482	729156×6	591391232
6	8892	
14888	73804800	
8	119104	
	73923904×8	

故ニ 49·68 ヲ以テ所求ノ立方根トス

代　數

1. $a^2b^2+2abc^2-a^2c^2-b^2c^2$ ヲ $ab-bc+ac$ ニテ割レ

2. $6x^2-13x+6,\ 3x^2+13x-10$ 及ヒ $2x^2+7x-15$ ノ最低公倍數(L. C. M.)ヲ見出セ

3. 次ノ兩式ヲ簡單ニセヨ

(a) $(a-b)(x-a)(x-b)+(b-c)(x-b)(x-c)$
$+(c-a)(x-c)(x-a).$

(b) $\dfrac{a}{(a-b)(c-a)(x+a)}+\dfrac{b}{(b-c)(a-b)(x+b)}$
$+\dfrac{c}{(c-a)(b-c)(x+c)}.$

4. 次ノ兩式ヲ平法ニ開ケ

(a) $\sqrt{7-2\sqrt{10}}$ $(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2$

(b) $4x^4-12x^3+5x^2+6x+1$

5. $ax^2+bx+c=0$ ナル貳次方程ヲ解キ次ノ場合ニ於ケル a, b, c ノ關係ヲ記セ

(a) 等根(equal roots)ヲ有スル片

(b) 實根(real roots)ヲ有スル片

(c) 虛根(imaginary roots)ヲ有スル片

6. 次ノ方程式ヲ解ケ

(a) $x-2y+3z=6,\quad 2x+3y-4z=60,$
$3x-2y+5z=26$

(b) $\dfrac{x+1}{x-1}+\dfrac{x-2}{x+2}+\dfrac{x-3}{x+3}+\dfrac{x+4}{x-4}=4.$

7. 若干名ノ兵員ヲ搭載シ60日間ノ糧食

貯ヘ或軍港ヲ拔錨セシ軍艦アリ拔錨後20日間ノ後或港ニ於テ150名ノ兵員ヲ上陸セシメシ為メ豫定ノ日數ヨリモ尚50日間長ク航海ヲナシ得タリト云フ最初乘込ノ兵員幾何ナリシカ.

8. 金1300圓ヲ貳部ニ分チ第壹部ヲ天銀行ニ第貳部ヲ地銀行ニ預ケ入ルヽトキハ壹ケ年ノ終リニ於テ兩銀行ヨリ同額ノ利子ヲ得ヘク又第壹部ヲ地銀行ニ第貳部ヲ天銀行ニ預ケ入ルルトキハ壹ケ年ノ終リニ於テ地銀行ヨリハ36圓天銀行ヨリハ49圓ノ利子ヲ受取ルヘキ筈ナリト云フ兩銀行ノ利率ヲ問フ.

9. 初項a公比rナル等比級數ノn項ノ和ヲ求ムル公式ヲ算出セヨ.

10. $(1+x)^n$ノ展開式ヲ記シ$(1-x)^{50}$ノ第四拾九番目ノ項ヲ書ケ.

(答案)

(1) $a^2b^2+2abc^2-a^2c^2-b^2c^2=a^2(b^2-c^2)+2abc^2-b^2c^2,$

$ab-bc+ac=a(b+c)-bc$

$$
\begin{array}{l}
a(b+c)-bc\,\big)\,a^2(b^2-c^2)+2abc^2-b^2c^2\,\big(\,a(b-c)+bc \\
\qquad\qquad\quad \underline{a^2(b^2-c^2)-a(b^2c-bc^2)} \\
\qquad\qquad\qquad\qquad a(b^2c+bc^2)-b^2c^2 \\
\qquad\qquad\qquad\qquad \underline{a(b^2c+bc^2)-b^2c^2}
\end{array}
$$

故ニ $a(b-c)+bc$ ヲ以テ答トス

(2) $6x^2-13x+6=(3x-2)(2x-3),$

$3x^2+13x-10=(3x-2)(x+5),$

$2x^2+7x-15=(2x-3)(x+5),$

$\therefore$ L. C. M. $=(3x-2)(2x-3)(x+5).$

(3)

(a) 原式 $=(a-b)\{x^2-(a+b)x+ab\}+(b-c)\{x^2-(b+c)x+bc\}$

$\quad +(c-a)\{x^2-(c+a)x+ac\}$

$=\{(a-b)+(b-c)+(c-a)\}x^2-\{(a^2-b^2)+(b^2-c^2)$

$\quad +(c^2-a^2)\}x+ab(a-b)+bc(b-c)+ac(c-a)$

$=ab(a-b)+bc(b-c)+ac(c-a)$

$=ab(a-b)+b^2c-bc^2+ac^2-a^2c$

$=ab(a-b)+c^2(a-b)-c(a^2-b^2)$

$=(a-b)(ab+c^2-ac-bc)$

$=-(a-b)(b-c)(c-a).$

(b) $\dfrac{a}{(a-b)(c-a)(x+a)}+\dfrac{b}{(b-c)(a-b)(x+b)}+\dfrac{c}{(c-a)(b-c)(x+c)}$

$=\dfrac{a(b-c)(x+b)(x+c)+b(c-a)(x+c)(x+a)+c(a-b)(x+a)(x+b)}{(a-b)(b-c)(c-a)(x+a)(x+b)(x+c)}$

此分子 $=a(b-c)\{x^2+(b+c)x+bc\}+b(c-a)\{x^2+(c+a)x+ca\}$

$\quad +c(a-b)\{x^2+(a-b)x+ab\}$

$=\{a(b-c)+b(c-a)+c(a-b)\}x^2+\{a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)$

$\quad +c(a^2-b^2)\}x+abc(b-c)+abc(c-a)+abc(a-b)$

$=\{a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)\}x$

$=(b-c)(c-a)(a-b)x$　　$abc-abc$

$\therefore$ 原式 $=\dfrac{x}{(x+a)(x+b)(x+c)}.$

$a(b-c)(b+c)+b(c-a)(c+a)+c(a-b)(a+b)$

(4)

(a) $\sqrt{(7-2\sqrt{10})}=\sqrt{\alpha}-\sqrt{\beta}$ ト定メ兩邊ヲ平方ニスレハ

$$7-2\sqrt{10}=\alpha+\beta-2\sqrt{\alpha\beta}$$

∴ $\alpha+\beta=7$............(1) $2\sqrt{\alpha\beta}=2\sqrt{10}$............(2)

(1) 式ノ平方ヨリ (2) 式ノ平方ヲ減スレハ

$\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=9$ ∴ $\alpha-\beta=3$........................(3)

(1), (3) 兩式ヲ並用シテ $\alpha=5$, $\beta=2$ ヲ得

故ニ $\sqrt{(7-2\sqrt{10})}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$.

(b)

$$\begin{array}{ll} & \sqrt{4x^4-12x^3+5x^2+6x+1}=2x^2-3x-1 \\ & 4x^4 \\ 4x^2-3x & \quad -12x^3+5x^2 \\ \quad -3x & \quad -12x^3+9x^2 \\ 4x^2-6x-1 & \qquad -4x^2+6x+1 \\ \qquad -1 & \qquad -4x^2+6x+1 \end{array}$$

(5) $ax^2+bx+c=0$ 之ヲ a ニテ割レハ

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0, \qquad \therefore \quad x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a^2}+\frac{c}{a}=0,$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\left(\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}\right)=0$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$$

$$\therefore \quad \left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=0$$

$$\therefore \quad x=-\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \quad \text{或ハ} \quad \frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

(a) 等根ナル時ハ $b^2-4ac=0$ ∴ $b^2=4ac$.

(b) 實根ナル時ハ $b^2-4ac\nless 0$ ∴ $b^2\nless 4ac$.

(c) 虛根ナル時ハ $b^2-4ac<0$ ∴ $b^2<4ac$.

(6)

(a) $x-2y+3z=6$.........(1) $2x+3y-4z=20$..........(2)

$3x-2y+5z=26$..........(3)

(1) 式ノ 2 倍ヲ (2) 式ヨリ減スレハ $7y-10z=8$ ....(4)

(1) 式ノ 3 倍ヲ (3) 式ヨリ減スレハ $y-z=2$ ....(5)

(5) 式ノ 7 倍ヨリ (4) 式ヲ減スレハ $z=2$ ヲ得之ヲ (5) 式ニ代入スレハ $y=4$ ヲ得 y 及ヒ z ノ値ヲ (1) 式ニ代入スレハ $x=8$ ヲ得ルナリ

(b) $$\frac{x+1}{x-1}+\frac{x-2}{x+2}+\frac{x-3}{x+3}+\frac{x+4}{x-4}=4$$

$$\therefore \quad \frac{x+1}{x-1}-1+\frac{x-2}{x+2}-1+\frac{x-3}{x+3}-1+\frac{x+4}{x-4}=1=0,$$

$$\frac{2}{x-1}-\frac{4}{x+2}-\frac{6}{x+3}+\frac{8}{x+4}=0,$$

$\frac{x+1}{x-1}$ $\frac{x+1-x+1}{x-1}$

$$\frac{1}{x-1}-\frac{2}{x+2}-\frac{3}{x+3}+\frac{4}{x-4}=0,$$

分母ヲ掃ヒ簡單ニスレハ $5x^2+5x-16=0$,

貳次方程式解法ニ由テ $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{25+320}}{10}=\dfrac{-5\pm\sqrt{345}}{10}$.

(7) 最初乘込ノ兵員$=x$,

1 人 1 日ノ食糧$=y$ トシ題意ニ從テ方程式ヲ作レハ

$$60xy=20xy+50y(x-150)$$

即チ $60x=20x+50(x-150)$ ∴ $60x-20x-50x=-7500$

∴ $x=750$ 人

(8) 天銀行ニ預ケ入レシ金高ノ圓ノ數$=x$

地銀行ニ預ケ入レシ金高ノ圓ノ數$=1300-x$

天銀行ノ利率$=y$, 地銀行ノ利率$=z$ トシ題意ニ從テ方程式ヲ作レハ

$$xy=(1300-x)z\dots\dots\dots\dots(1)$$

$$xz=36\dots\dots\dots\dots(2)$$

$$y(1300-x)=49\dots\dots\dots\dots(3)$$

(1), (2) 兩式ノ相乘ヲ(3)式ニテ割レハ

$$\frac{x^2}{1300-x}=\frac{36(1300-x)}{49} \qquad \therefore\ 36(1300-x)^2=49x^2$$

$$\therefore\ 6(1300-x)=7x \qquad 7x+6x=7800 \qquad \therefore\ x=600$$

之ヲ(2)及ヒ(3)式ニ代入スレハ

$$z=0{\cdot}06, \qquad y=0{\cdot}07.$$

即チ利率ハ天銀行ハ 7 分ニシテ地銀行ハ 6 分ナリ,

(9) 總和ヲ S トスレハ

$$S=a+ar+ar^2+\dots\dots+ar^{n-1}$$

r ヲ乘スレハ $rS=\quad ar+ar^2+\dots\dots+ar^{n-1}+ar^n$

相減シテ $(1-r)S=a-ar^n$

$$\therefore\quad S=\frac{a(1-r^n)}{1-r}.$$ 之レ總和ヲ求ムル公式ナリ.

(10) $$(1+x)^n=1+nx+\frac{n(n-1)}{\underline{|2}}x^2+\frac{n(n-1)(n-2)}{\underline{|3}}x^3$$

$$+\dots\dots+\frac{n(n-1)\ ..\ (n-r+1)}{\underline{|r}}x^r+\dots\dots+x^n$$

$$\therefore\ \text{第 } r+1 \text{ 項}=\frac{n(n-1)\ ..\ (n-r+1)}{\underline{|r}}\times\frac{\underline{|n-r}}{\underline{|n-r}}x^r=\frac{\underline{|n}}{\underline{|r}\ \underline{|n-r}}x^r$$

之ニ由テ $(1-x)^{50}$ ノ展開ニ於テ

$$\text{第 } r+1 \text{ 項}=\frac{\underline{|50}}{\underline{|r}\ \underline{|50-r}}(-x)^r=(-1)^r\frac{\underline{|50}}{\underline{|r}\ \underline{|50-r}}x^r$$

今此式ニ於テ第四拾九番目ノ項ヲ求ムルニハ $r=48$ トスレハ可ナリ即チ

$$\text{第 49 項}=(-1)^{48}\frac{\underline{|50}}{\underline{|48}\ \underline{|2}}x^{48}=\frac{50.49.\underline{|48}}{\underline{|48}.2}x^{48}$$

$$=\frac{50.49}{2}x^{48}=1225x^{48}$$

平面幾何

1. 次ノ定理ノ逆(*Converse*)及ヒ對偶(*Contrapositive*)ヲ記セ

貳等邊三角形ノ頂角ヲ貳等分スル直線ハ底邊ヲ直角ニ貳等分ス

2. 多角形ノ各邊ヲ順次ニ引長シテ生スル外角ノ和ハ四直角ニ等シ

3. 貳平行線若シ壹圓周ト交ルトキハ相等シキ弧ヲ截斷ス

4. 相交ル貳圓ノ交點 A 及ヒ B ヲ通過シ割線 PAQ 及ヒ RBS ヲ作ルトキハ其端ヲ連結スル貳線 PR 及ヒ QS ハ互ニ平行ナリ

5. 圓外ノ壹點 O ヨリ切線 OC 及ヒ割線 OAB ヲ作ルトキハ次ノ關係アルコトヲ證セヨ

$$OA : OC = OC : OB$$

6. 三角形ノ三邊ガ他ノ三角形ノ三邊ト夫々比例ヲナストキハ此貳ツノ三角形ハ相似ナリ

7. 半徑九尺ナル圓アリ其面積ヲ三等分スル同心圓ノ半徑ヲ計算セヨ

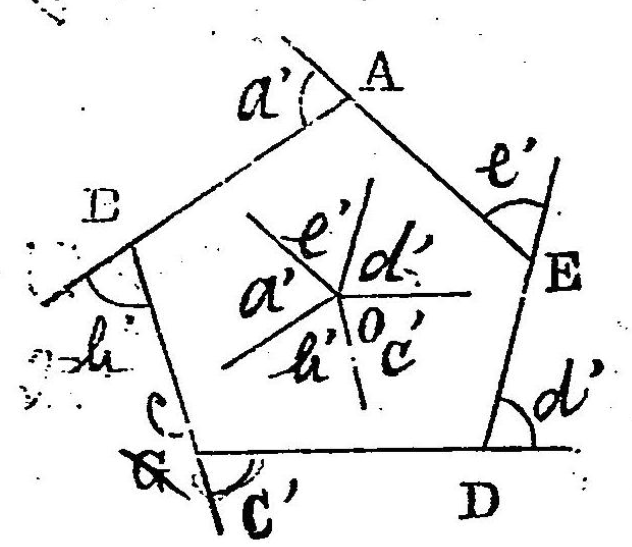
8. 同壹圓內ニ內接セル正六角形ト正三角形トノ壹邊上ニ作レル兩正方形ノ面積ヲ比較セヨ

(答　案)

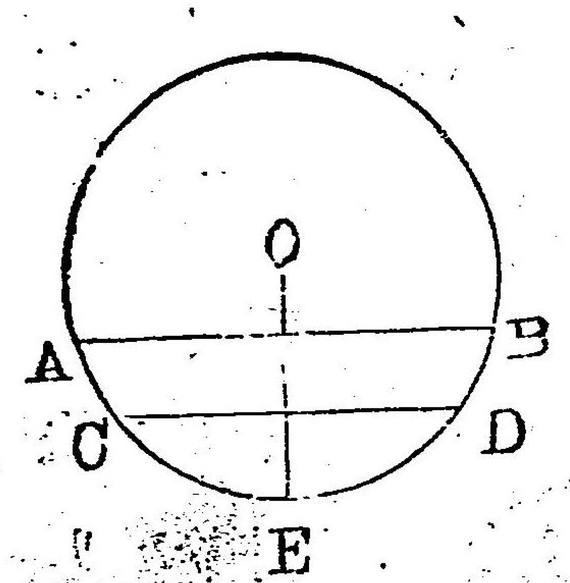
(1) 逆. 貳邊等三角形ノ底邊ヲ直角ニ貳等分スル直線ハ其頂角ヲ貳等分ス

對偶. 貳等邊三角形ノ底邊ヲ直角ニ貳等分セサル直線ハ其頂角ヲ貳等分セズ

(2) 〔證〕 多角形 ABCDE ノ各邊ヲ引長シテ生スル外角ヲ



a', b', c', d', e', トスレハ任意ノ壹點 O ヨリ各邊ニ平行シテ直線ヲ引ケハ各外角ハ O 點ノ周圍ヲ充スヘシ(貳ツノ角ノ貳邊ガ夫々同方向ニ平行ナレハ其貳ツノ角ハ等シケレハナリ)之ニ由テ凡テノ多角形ニ於テ外角ノ和ハ四直角ニ等シ



(3) 貳平行線 AB, CD ガ壹圓周ニ交ル點ヲ A, B, C, D トスレハ弧 AC ハ弧 BD ニ等シ

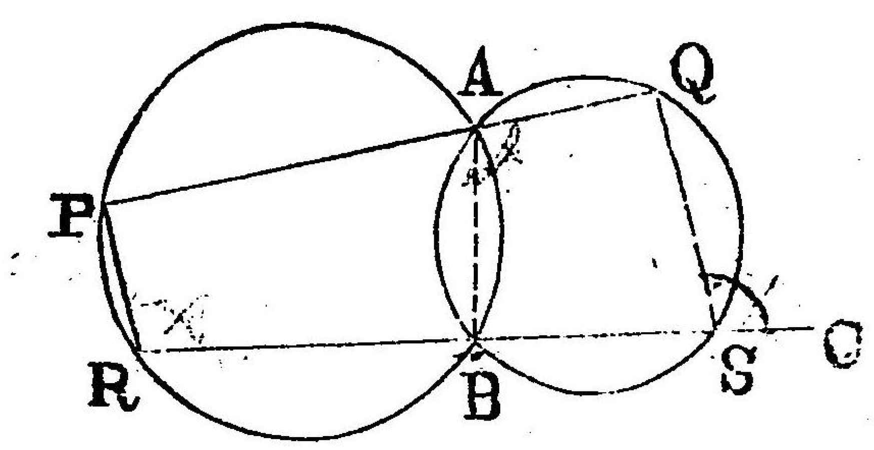
〔證〕 AB 或ハ CD ニ垂直ナル半徑 OE ヲ引ケハ定理ニ由テ弧 AB 及ヒ弧 CD

ハ E 點ニテ貳等トナル

∴　弧 AE＝弧 BE,　弧 CE＝弧 DE

∴　弧 AC＝弧 BD.

(4) 〔證〕 圓ノ內接四角形ノ壹角ハ其對角ノ外角ニ等シキガ故ニ AB ヲ結ビ又 RS ヲ C マテ引長スレハ

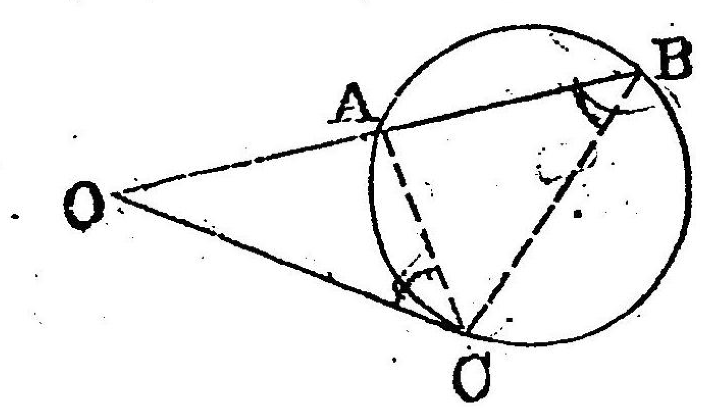


$\angle PRB = \angle BAQ$

$= \angle QSC$

∴　$PR \parallel QS$.

(5) 〔證〕 圓周上ノ壹點ヨリ引ケル切線ト其點ヨリ引ケル弦トニテ成レル角ハ隣リノ弓形ノ角ニ等シト云フ定理ニ由テ



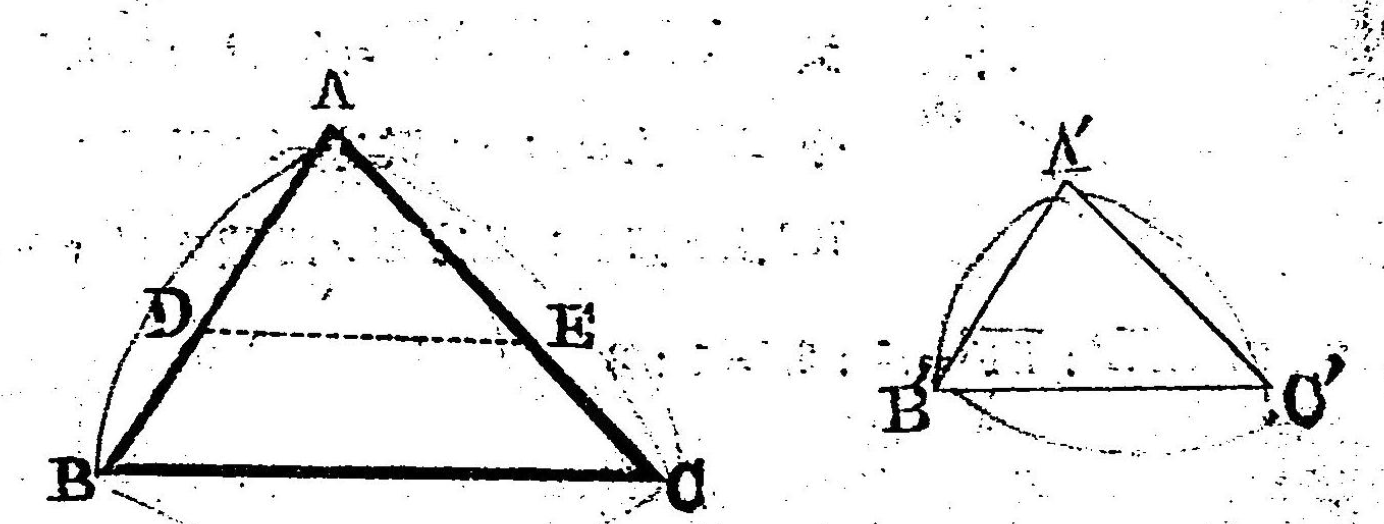
$\angle OCA = \angle OBC$ 之ニ由テ兩三角形 OAC, OBC ハ相似ナルヿ明カナルヘシ

∴　$OA : OC = OC : OB$.

(6) 兩三角形 ABC, A′B′C′ ニ於テ

$AB : A'B' = BC : B'C' = AC : A'C'$ ナルヰ此兩三角形ハ相似ナリ

〔證〕 邊 AB 上ニ A′B′ ニ等シク AD ヲ取リ邊 AC 上ニ A′C′



ニ等シクAEヲ取リテDEヲ結ヘハ

AB : A'B'=AC : A'C' ナル故ニ　AB : AD=AC : AE

∴　DE ∥ BC

之ニ由テ兩三角形ABC, ADEハ相似ナリ

∴　AB : AD=BC : DE

即チ　AB : A'B'=BC : DE　　然ルニ假設ニヨレハ

AB : A'B'=BC : B'C'　　之ニ由テ　DE=B'C'

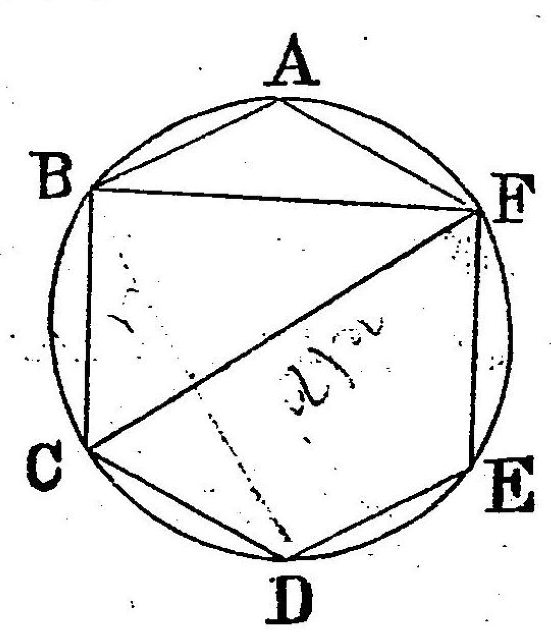
故ニ兩三角形ADE, A'B'C'ハ三邊カ夫々等シクナリタル故ニ全等形ナリ　　兩三角形ABC, A'B'C'ハ相似ナリ

(7) 半徑九尺ナル圓ノ面積ヲSトスレハ其次ノ圓ノ面積ハ$\frac{2}{3}$Sニシテ又其次ノ圓ノ面積ハ$\frac{1}{3}$Sナリ今此兩圓ノ半徑ヲr, r'トスレハ

$S : \frac{2}{3}S = 9^2 : r^2$　　∴　$r^2=54$,　　$r=3\sqrt{6}$,

$S : \frac{1}{3}S = 9^2 : r'^2$　　∴　$r'^2=27$,　　$r'=3\sqrt{3}$.

(8) 圓ノ内接正六角形ヲABCDEFトスレハBFハ此圓ニ内接スル正三角形ノ壹邊ニ相當ス而シテ其正六角形ノ壹邊ハ圓ノ半徑ニ等シキカ故ニ半徑ヲrトスレハ



$AB=r$

又　$\overline{BF}^2=\overline{CF}^2-\overline{BC}^2=(2r)^2-r^2=3r^2$

今AB上ニ畫ケル正方形ノ面積ヲSトシBF上ニ畫ケル正方形ノ面積ヲS'トスレハ

$S : S'=\overline{AB}^2 : \overline{BF}^2=r^2 : 3r^2=1 : 3$

平面三角

1. 表ヲ用ヒズシテ30°及ヒ60°ノ三角比ヲ見出セ

2. Aガ任意ノ角ナルトキ次ノ關係アルコトヲ證セヨ

(a) $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

(b) $\sec^2 A=1+\tan^2 A$

(c) $\mathrm{cosec}^2 A=1+\cot^2 A$

3. $\tan\theta=-\frac{4}{3}$ ナルトキ $\sin\theta$ 及ヒ $\cos\theta$ ノ値ヲ見出セ

4. 次ノ式ヲ證セヨ

(a) $\tan(A\pm B)=\dfrac{\tan A\pm\tan B}{1\mp\tan A.\tan B}$

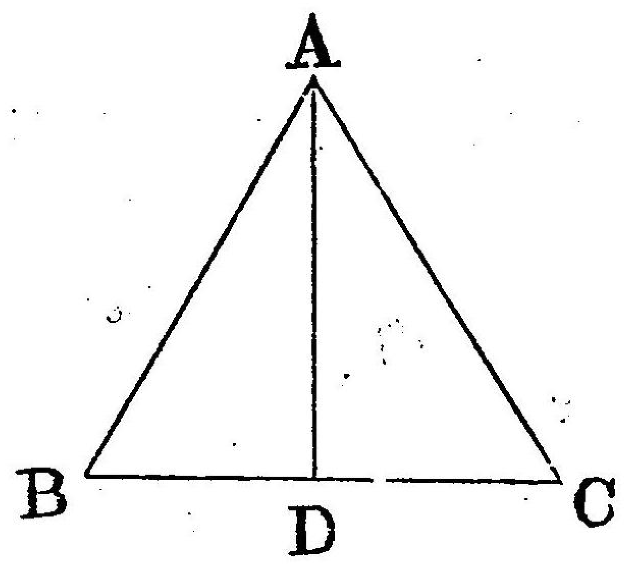
(b) $\tan(45°+A)-\tan(45°-A)=2\tan 2A.$

5. 任意ノ三角形ニ於テ各角ノ正弦ハ對邊ノ長サニ比例スルコトヲ證セヨ

6. 三角形ノ壹邊ノ長サ3456·78ニシテ其兩端ニ於ケル角ハ8°27′45″ト27°36′45″ナリ他貳邊ノ長サヲ問フ. 表ヲ用ヰテ計算セヨ

(答案)

(1) 正三角形ABCニ於テ底邊BCニ垂線ABヲ引ケハ



角BACＣ及ヒ底邊BCヲ貳等分ス

∴ $\angle B=60^\circ$ $\angle BAD=30^\circ$

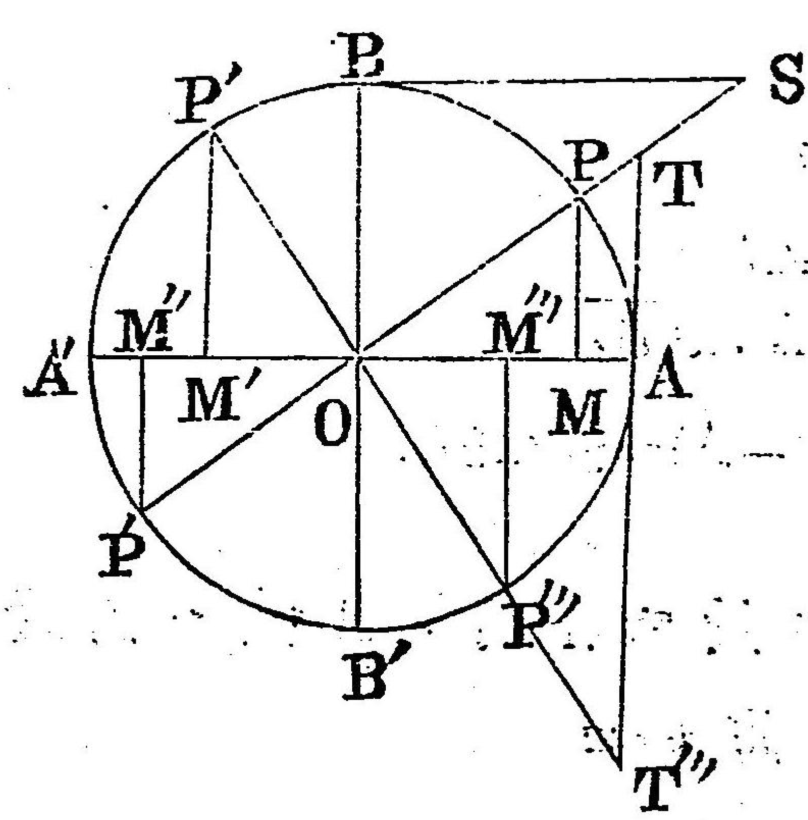
又 $BD=m$ トスレハ $AB=2m$

$AD=\sqrt{4m^2-m^2}=m\sqrt{3}$

∴ $\sin 60^\circ=\frac{AD}{AB}=\frac{m\sqrt{3}}{2m}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

及ヒ $\cos 60^\circ=\frac{BD}{AB}=\frac{m}{2m}=\frac{1}{2}$

(2) 半徑ヲ1トスル圓即チ單位圓ヲ作リ互ニ直交スル直徑ヲAA′, BB′トス圓心Oヲ角ノ頂點トシOAヲ測角ノ基線



トスレハ測角線ガOAヨリ回轉シテOPノ位置ニ至ルヰノ正弦ハMPニシテ餘弦ハOM此場合ニハ共ニ正ナリ

又OP′ノ位置ニ至ルヰノ角ノ正弦ハM′P′ニシテ正,餘弦ハOM′ニシテ負ナリ

又CP″ノ位置ニ至ルヰノ角ノ正弦ハM″P″餘弦ハOM″此場合ニハ共ニ負ナリ

又OP‴ノ位置ニ至ルヰノ正弦ハM‴P‴ニシテ負,餘弦ハOM‴ニシテ正ナリ

∴ $(+MP)^2+(+OM)^2=\overline{(OP)}^2$ 即チ $(+\sin A)^2+(+\cos A)^2=1$

∴ $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

又 $(+M'P')^2+(-OM')^2=(OP')^2$ 即チ $(+\sin A)^2+(-\cos A)^2=1$

∴ $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

他モ同様ナリ故ニAガ任意ノ角ナルヰ

(a) $\sin^2 A+\cos^2 A=1$

(b) 測角線ガOPノ位置ニ至ルヰノ角ノ正切ハATニシテ正割ハOTナリ此場合ニハ共ニ正ナリ而シテ

$(+OT)^2=(+OA)^2+(+AT)^2$ 即チ $(\sec A)^2=1+(\tan A)^2$

∴ $\sec^2 A=1+\tan^2 A$

測角線ノ位置ニ由テ $(+\sec A)^2=1+(-\tan A)^2$,

$(-\sec A)^2=1+(+\tan A)^2$, $(-\sec A)^2=1+(-\tan A)^2$

ノ場合アレハ各三角比ガ平方數ナル故ニ皆正トナリテ壹般ニ $\sec^2 A=1+\tan^2 A$ トナルナリ

(c) 又測角線ガOPノ位置ニ至ルヰノ角ノ餘割ハOSニシテ餘切ハBSナリ而シテ $\overline{OS}^2=\overline{OB}^2+\overline{BS}^2$

即チ $\operatorname{cosec}^2 A=1+\cot^2 A$.

(4)

(a) $\tan(A\pm B)=\frac{\sin(A\pm B)}{\cos(A\pm B)}$

$$=\frac{\sin A\cos B\pm\cos A\sin B}{\cos A\cos B\mp\sin A\sin B}$$

此結果ノ分母子ヲ $\cos A\cos B$ ニテ除スレハ

$$\tan(A\pm B)=\frac{\tan A\pm\tan B}{1\mp\tan A\tan B}$$

(b) $\tan(45^\circ+A)-\tan(45^\circ-A)$

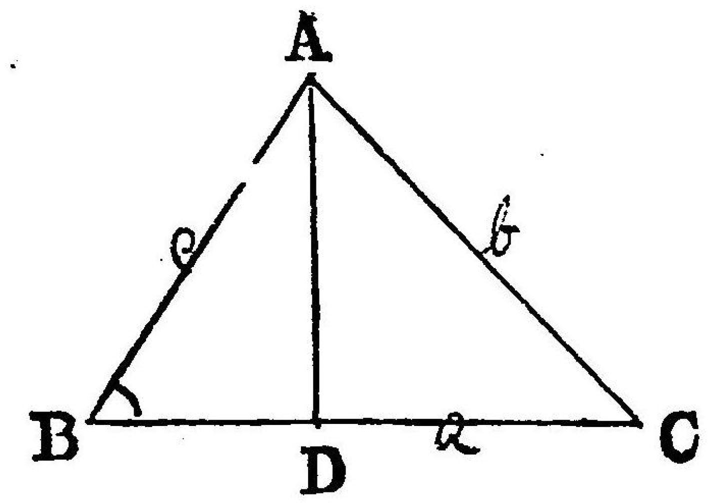
$$=\frac{\tan 45^\circ+\tan A}{1-\tan 45^\circ\tan A}-\frac{\tan 45^\circ-\tan A}{1+\tan 45^\circ\tan A}$$

$$=\frac{1+\tan A}{1-\tan A}-\frac{1-\tan A}{1+\tan A}$$

$$=\frac{4\tan A}{1-\tan^2 A}=\frac{2(\tan A+\tan A)}{1-\tan A\tan A}$$

$$=2\tan(A+A)=2\tan 2A.$$

(5) 任意ノ三角形ABCニ於テ $BC=a,\ CA=b,\ AB=c$ トシ



先ツBCニ垂線ADヲ引ケハ

$$\sin B=\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{c}\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

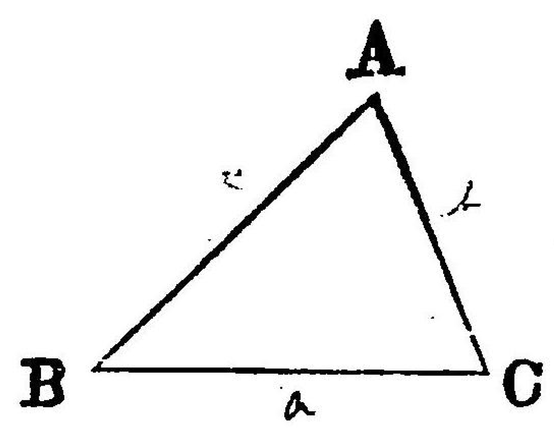
$$\sin C=\frac{AD}{CA}=\frac{AD}{b}\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(2)式ヲ以テ(1)式ヲ除スレハ

$$\frac{\sin B}{\sin C}=\frac{b}{c}$$

同理ニテ $\frac{\sin C}{\sin A}=\frac{c}{a}$, $\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{a}{b}$

(6) 三角形ABCニ於テ $a=3456\cdot 78$



$B=8°\ 27'\ 45''$

$C=27°\ 36'\ 45''$

$\therefore\ A=180°-(B+C)=143°\ 55'\ 30''$

$\frac{\sin A}{\sin B}=\frac{a}{b}$ $\therefore\ b=\frac{a.\sin B}{\sin A}$

$\therefore\ \log b=\log a+\log\sin B-\log\sin A$

$\log a=3\cdot 53867$

$\log\sin B=9\cdot 16780-10$

$\log\sin A=9\cdot 77000-10$

$\therefore\ \log a+\log\sin B-\log\sin A=2\cdot 93647$

$\therefore\ \log b=2\cdot 93647$ $\therefore\ b=833\cdot 91.$

c邊モ同法ニテ求メ得ヘシ

海軍機關學校

(明治卅四年度)

算術

1. 明治三拾三年壹月壹日ハ月曜日ナリ然ラハ今後壹月壹日ガ月曜日トナルヘキ最近ノ年ハ明治何年カ

2. 甲乙ノ貳船アリ若干浬ノ航程ヲ駛スルニ甲ハ乙ヨリ三時間多クヲ費ス然レ𪜈甲若シ其速力ヲ貳倍スルトキハ乙ヨリ壹時間半早ク到達スヘシト云フ此貳船ノ速力ノ比如何

3. 金五百圓ヲ甲乙丙三人ノ間ニ分配シタルニ甲乙所得ノ比ハ六ト五トノ如クナリキ然ルニ甲ハ其所得ノ內百圓ヲ費シ乙モ亦六拾圓ヲ費シタルヲ以テ甲乙殘金ノ和ハ丙ノ所得ニ等シクナレリト云フ三人ノ所得各如何

4. 三人ノ銃手射的ヲナスニ其發射ノ回數ハ各相等シクシテ甲ハ所發ノ三割七分五厘乙ハ所發ノ三割丙ハ所發ノ四割五分的中シタリ而シテ的中シタル總計ハ百三拾五回ナリシト云フ三人ノ的中シタル數各如何

5. 9·85960ノ平方根如何

(答案)

(1) 明治三拾三年壹月壹日ヨリ起算シテ某年ノ拾貳月三拾壹日迄ノ日數ガ7ニテ割リ切レル時其年ノ拾貳月三拾壹日ハ月曜日ノ前日即チ日曜日ナリ然ルニ明治三拾三年壹月壹日ヨリ起算シテ同三拾八年拾貳月三拾壹日迄ノ日數2191ガ初メテ7ニテ割リ切レル數ナリ故ニ明治三拾九年壹月壹日ガ最近ノ月曜日ナリ

(注意) 明治三拾三年ハ西曆1900年ニシテ同三拾七年ハ西曆1904年ニ相當ス共ニ4ノ倍數ナレ圧西曆ノ年數ガ100ノ倍數ナル時400ノ倍數ナラサレハ閏年トセズ故ニ下ニ計算シタル中チニ於テ閏年ハ明治三拾七年ノミニシテ此壹ケ年ノ日數ヲ366日トシ他ハ365日トシタルナリ

(2) 甲最初ノ每時ノ速ヲ1浬ト定メ又航程ヲ1ト假定スレハ此航程ヲ甲ガ最初ノ速ニテ行キシ割合ノ時間ハ$\frac{1}{1}$ニシテ次ノ速ニテ行キシ割合ノ時間ハ$\frac{1}{2}$ナリ題意ニヨレハ此時間ノ差ハ3+1,5即チ4·5時間ナル故ニ$\frac{1}{1}-\frac{1}{2}$ハ4·5時間ニ相當ス

故ニ 航程$=4{\cdot}5\div\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)=9$浬

甲ガ1浬ノ速ニテ9浬ヲ行ク時間ハ9時間ニシテ之レ乙ヨリ3時間多ク費シタリト云フ故ニ乙ハ9浬ノ航程ヲ6時間ニ行キシヿ明カナリ故ニ乙每時ノ速ハ$\frac{9}{6}$即1·5浬ナリ即チ甲ノ速ガ1浬ナレハ乙ハ1·5浬ニシテ即チ2ト3トノ比ナリ

(3) 丙ノ所得金=(500−100−60)÷2=170圓,

甲乙所得ノ和=500−170=330

故ニ 甲$=330\times\frac{6}{6+5}=180$ 圓

乙$=330\times\frac{5}{6+5}=150$ 圓

(4) 各發射ノ回數ヲ1トスレハ

割合ノ甲ノ射中=0·375,

仝 乙ノ的中=0·3,

仝 丙ノ的中=0·45,

故ニ 各發射ノ回數=135÷(0·375+0·3+0·45)=120,

故ニ 甲ノ的中 =120×0·375=45,

乙ノ的中 =120×0·3 =36,

丙ノ的中 =120×0·45 =54.

(5)

$$\sqrt{9{\cdot}85960}=3{\cdot}14$$

	9
61	85
1	61
624	2496
4	2496

代數

1. 直角三角形ノ三邊ガ遞次ニ三寸ヲ以テ減スル時ハ其三邊各如何

2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$x^2+x+y^2=15.$$

$(x+y)^2-xy=15$

$$2xy+y=15.$$

3. $x+3y+5z=0,\quad 2x+4y+7z=0$ ナルトキハ

$$\frac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}$$ ノ値如何

4. 連續奇數 1, 3, 5, 7, 等ヲ n 項加フレハ其和如何

5. 相加ヘテ 121 ナル貳ツノ整數ニテ其乘積ノ最大ナルモノ如何

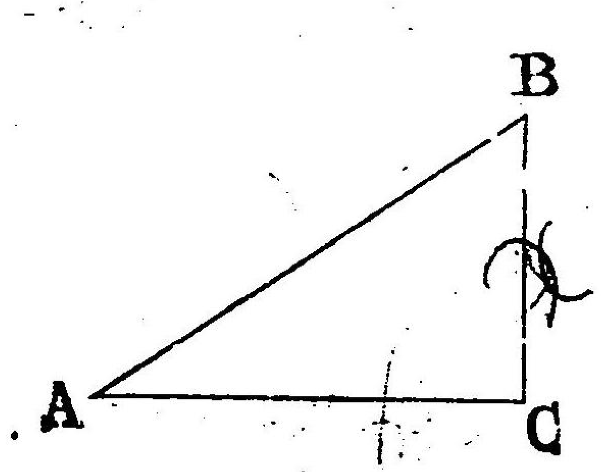
6. $(x+y)^7-x^7-y^7$ ヲ x^2+xy+y^2 ニテ除シタル商ヲ問フ

7. A, B, C, D, p, q, r ト云フ七文字ヲ殘ラズ用ヰタル列ベ方ニ於テ首位ト末位トニ大文字ヲ有スル列ベ方ハ幾種アルカ

8. $\sqrt[3]{4}$ ヲ底トシタル 128 ノ對數如何

(答案)

(1) C ヲ直角トスル直角三角形ニ於テ BC$=x$ トスレハ



AC$=x+3$, AB$=x+6$

$\therefore\ x^2+(x+3)^2=(x+6)^2$ 之ヲ解ケハ

$x^2-6x-27=0$ 之ヲ分括スレハ

$(x-9)(x+3)=0 \quad \therefore\ x-9=0$

或ハ $x+3=0$

後者ハ不合理ナル故ニ前者ヲ採レハ

$x=9$ ヲ得故ニ各邊ノ長サハ 9, 12, 15 ナリ

(2) $x^2+x+y^2=15\ldots\ldots\ldots(1) \qquad 2xy+y=15\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

(1), (2) 兩式ヲ相加フレハ $(x+y)^2+(x+y)-30=0$

$\therefore\ (x+y+6)(x+y-5)=0$

$\therefore\ x+y+6=0$ 或ハ $x+y-5=0$

$\therefore\ x+y=-6\ldots\ldots\ldots(3)$ 或ハ $x+y=5\ldots\ldots\ldots\ldots(4)$

今 (3) 式ヨリ $x=-(y+6)$ 之ヲ (2) 式ニ代入スレハ

$2y^2+11y+15=0 \quad \therefore\ (2y+5)(y+3)=0$

$\therefore\ y=-\frac{5}{2}$ 或ハ -3 此 y ノ兩値ヲ別々ニ (3) 式ニ代入スレハ $x=-\frac{7}{2}$ 或ハ -3 ヲ得

$$\therefore\ \begin{cases} x=-\frac{7}{2} \\ y=-\frac{5}{2} \end{cases} \text{或ハ} \begin{cases} x=-3 \\ y=-3 \end{cases}$$

又 (4) 式ヨリ $x=5-y$ 之ヲ (2) 式ニ代入スレハ

$2y^2-11y+15=0 \quad \therefore\ (2y-5)(y-3)=0$

$\therefore\ y=\frac{5}{2}$ 或ハ 3 此 y ノ兩値ヲ別々ニ (4) 式ニ代入スレハ

$x=\frac{5}{2}$ 或ハ 2 ヲ得

$$\therefore\ \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ y=\frac{5}{2} \end{cases} \text{或ハ} \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$$

(3) 7 $x+3y+5z=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$

5 $2x+4y+7z=0\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$

(1) 式ノ 7 倍ヲ (2) 式ノ 5 倍ヨリ減スレハ $y=3x$ ヲ得又 (1) 式ノ 4 倍ヲ (2) 式ノ 3 倍ヨリ減スレハ $z=-2x$ ヲ得

$$\therefore \quad \frac{x^2+3y^2+5z^2}{2x^2+4y^2+7z^2}=\frac{x^2+3(3x)^2+5(-2x)^2}{2x^2+4(3x)^2+7(-2x)^2}$$

$$=\frac{x^2+27x^2+20x^2}{2x^2+36x^2+28x^2}$$

$$=\frac{48x^2}{66x^2}=\frac{8}{11}.$$

(4) 初項$=a$, 通差$=d$, 項數$=n$, 總數$=\mathrm{S}$ トスレハ $a=1$, $d=2$ ナル故ニ等差級數ノ總和ヲ求ムル公式ニ依テ

$$\mathrm{S}=\frac{n}{2}\left\{2a+(n-1)d\right\}=\frac{n}{2}\left\{2+(n-1)2\right\}=n^2.$$

之ニ由テ1ヨリ起ル連續奇數ノ和ハ項數ノ平方數ニ等シトヲ知ル

(5) 壹ツノ數ヲxトスレハ他ノ壹ツノ數ハ$121-x$ナリ

$$\therefore \quad x(121-x)=121x-x^2=\left(\frac{121}{2}\right)^2-\left(\frac{121}{2}\right)^2+121x-x^2$$

$$=\left(\frac{121}{2}\right)^2-\left(\frac{121}{2}-x\right)^2$$

此結果ヲ最大ナラシメンニハ$\left(\frac{121}{2}-x\right)^2$ノ最小ナルヲ要ス然ルニ平方數ナル故ニ最小ハ零ヨリ下ラズ

$\therefore \quad \left(\frac{121}{2}-x\right)^2=0 \quad \therefore \quad x=60\frac{1}{2}$ 然ルニ整數ヲ要スル故ニ60ヲ以テ壹ツノ數トス然ラハ他ノ壹ツノ數ハ61ナルベシ此兩數ハ相乘積最大ナルモノナリ

(6) $(x+y)^7-x^7-y^7=(x+y)^7-(x^7+y^7)$

$$=(x+y)\{(x+y)^6-(x^6-x^5y+x^4y^2-x^3y^3+x^2y^4-xy^5+y^6)\}$$

$$=(x+y)(7x^5y+14x^4y^2+21x^3y^3+14x^2y^4+7xy^5)$$

$$=7xy(x+y)(x^4+2x^3y+3x^2y^2+2xy^3+y^4)$$

$$=7xy(x+y)\{(x^2+y^2)^2+2xy(x^2+y^2)+x^2y^2\}$$

$$=7xy(x+y)\{(x^2+y^2)+xy\}^2$$

$$=7xy(x+y)(x^2+xy+y^2)^2$$

故ニ $(x+y)^7-x^7-y^7$ ヲ x^2+xy+y^2 ニテ除シタル商ハ $7xy(x+y)(x^3+xy+y^2)$ ナルコト明カナリ

(7)

1	2	3	4	5	6	7
A	B	C	p	q	r	D
A	B	D	p	q	r	C
A	C	B	p	q	r	D

左ノ如クp, q, rカ4, 5, 6ノ行ニアル時A, B, C, Dガ占ムヘキ位置ハ1, 2, 3, 7ノ行ニシテ此種類ハ${}_4\mathrm{P}_4$ナリ然ルニp, q, rハ2, 3, 4, 5, 6ノ中チ任意ノ場所ヲ占ムル故ニ其種類ハ${}_5\mathrm{P}_3$ナリ故ニ所求ノ種類ハ${}_4\mathrm{P}_4\times{}_5\mathrm{P}_3$ニシテ即チ $4\times3\times2\times1\times5\times4\times3=2880$ ナリ

(8) $\sqrt[3]{4}$ヲ底トスル128ノ對數ヲxトスレハ

$(\sqrt[3]{4})^x=128$ 即チ $4^{\frac{x}{3}}=128$, $2^{\frac{2x}{3}}=2^7$

$\therefore \quad \frac{2x}{3}=7 \quad \therefore \quad x=10{\cdot}5$

平面幾何

1. 三角形ABCニ於テ邊ABハ邊ACヨリ大ナリトシ底BCノ中點Dヲ頂Aニ結フ時ハ角DABハ角DACヨリ小ナリ

2. 三角形ABCノ重心ヲOトセハ $\overline{\mathrm{BC}}^2+\overline{\mathrm{CA}}^2+\overline{\mathrm{AB}}^2=3(\overline{\mathrm{OA}}^2+\overline{\mathrm{OB}}^2+\overline{\mathrm{OC}}^2)$ ナリ

3. 圓ニ內接スル平行四邊形ノ對角線ハ其

中心ヲ通ル

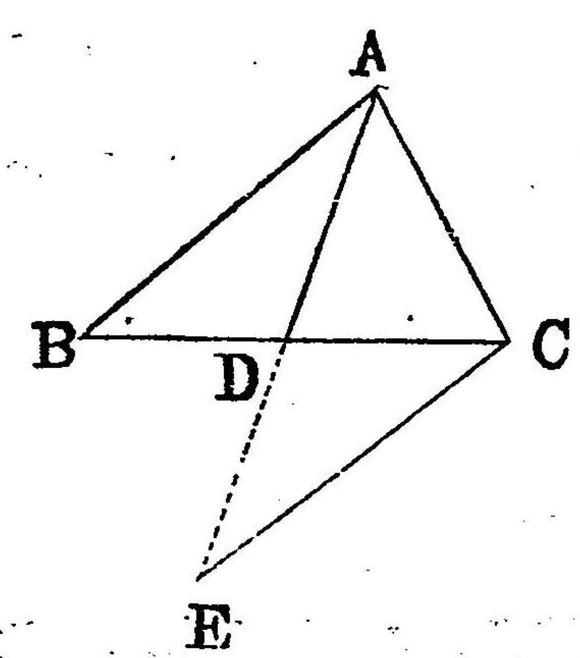
4. 壹ツノ圓周上ニ貳弧 AB, AC ヲ反對ノ方向ニ取リ其中點ヲ夫々 D, E トセハ弦 DE ハ貳弦 AB, AC ト共ニ貳等邊三角形ヲ作ル

5. 點 A ヲ中心トシテ畫ケル圓ト點 B ヲ中心トシテ畫ケル圓トガ點 C ニ於テ交ル時ハ此交點ニ於ケル兩圓ノ切線間ノ角ハ角 ACB ニ等シキカ或ハ其補角ナリ

6. 直角三角形 ABC アリ直角頂 A ヨリ對邊 BC ニ垂線 AD ヲ引キテ D ニ會セシメ又角 B ノ貳等分線ヲシテ對邊 AC ニ E ニ會セシメ AD ト BE トノ交點ヲ O トセハ DO : OA = AE : EC ナリ

(答　案)

(1)〔證〕AD ヲ E マテ引長シテ DE ヲ AD ニ等シクナシ CE ヲ引ケハ貳ツノ三角形 ABD, CED ニ於テ　AD＝DE,



BD＝CD,　∠ADB＝∠CDE

∴　△ABD ≡ △CDE

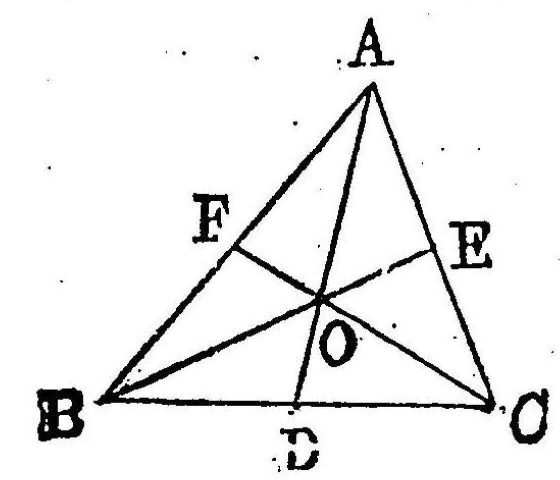
∴　∠BAD＝∠CED,　AB＝CE

然ルニ　AB＞AC　∴　CE＞AC

∴　∠CED＜∠CAD

∴　∠BAD＜∠CAD,

(2)〔證〕三角形 ABC ノ三ツノ中央線ヲ AD, BE, CF トスレハ定理ニ依リテ



$$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=2\overline{AD}^2+2\overline{BD}^2$$

$$\therefore\ 2\overline{AB}^2+2\overline{AC}^2=4\overline{AD}^2+4\overline{BD}^2$$

$$=4\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$$

$$\therefore\ 2\overline{AB}^2+2\overline{AC}^2-\overline{BC}^2=4\overline{AD}^2 \ \ldots\ldots\ (1)$$

同理ニテ

$$2\overline{BC}^2+2\overline{AB}^2-\overline{AC}^2=4\overline{BE}^2 \ \ldots\ldots\ (2)$$

$$2\overline{AC}^2+2\overline{BC}^2-\overline{AB}^2=4\overline{CF}^2 \ \ldots\ldots\ (3)$$

(1), (2), (3) 式ヲ相加フレハ

$$3(\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{AC}^2)=4(\overline{AD}^2+\overline{BE}^2+\overline{CF}^2) \ \ldots\ldots\ (4)$$

然ルニ　$AO=\frac{2}{3}AD$　$\therefore$　$AD=\frac{3}{2}AO$　$\therefore$　$\overline{AD}^2=\frac{9}{4}\overline{AO}^2$

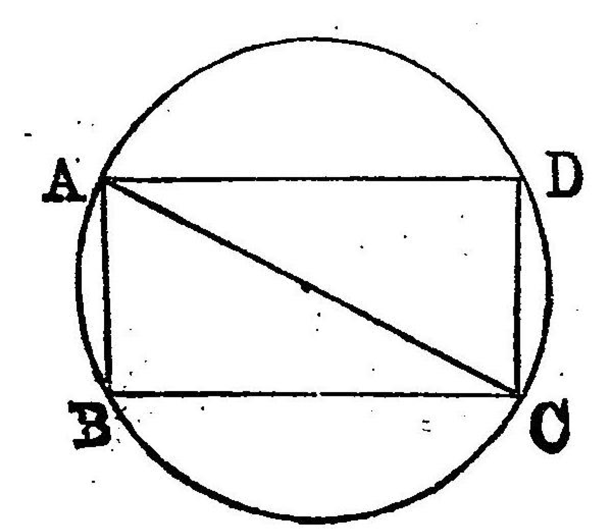
同理ニテ　$\overline{BE}^2=\frac{9}{4}\overline{BO}^2$,　$\overline{CF}^2=\frac{9}{4}\overline{CO}^2$

$$\therefore\ \overline{AD}^2+\overline{BE}^2+\overline{CF}^2=\frac{9}{4}(\overline{AO}^2+\overline{BO}^2+\overline{CO}^2)$$

$$\therefore\ 4(\overline{AD}^2+\overline{BE}^2+\overline{CF}^2)=9(\overline{AO}^2+\overline{BO}^2+\overline{CO}^2) \ \ldots\ldots\ (5)$$

(4) ト (5) ニヨリテ　$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=3(\overline{AO}^2+\overline{BO}^2+\overline{CO}^2)$.

(3)〔證〕ABCD ヲ圓ニ内接スル平行四邊形トス



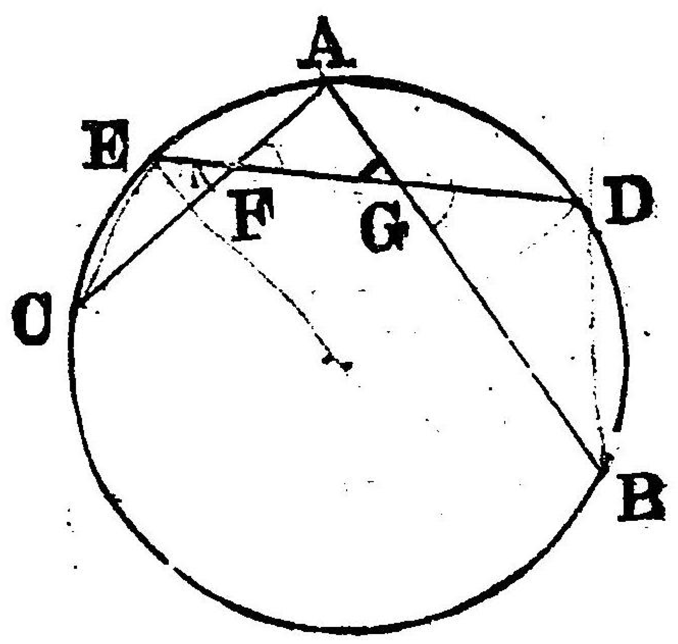
然ル時　∠B＝∠D　及ヒ

∠B＋∠D＝2R∟　ノ理アルヘシ

故ニ　∠B＝∠D＝R∟　ナルヿ明カナリ

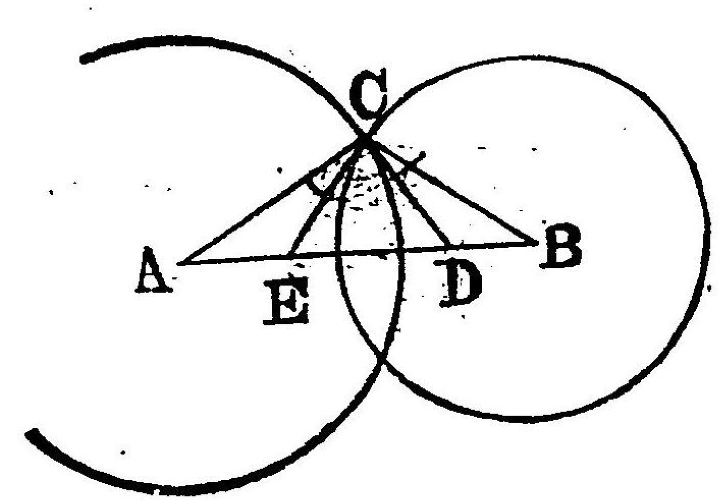
故ニ ABC ハ半圓周ナリ之ニ由テ對角線 AC ハ直徑ニシテ即チ圓ノ中心ヲ過キル他ノ對角線モ同樣ナリ

(4) AB, AC カ DE ニ交ル所ヲ G, F トスレハ角 AGF ハ兩



弧 AE, BD ノ和ノ半ヲ以テ測度トシ角 AFG ハ兩弧 AD, CE ノ和ノ半ヲ以テ測度トス然ルニ弧 AE ハ弧 CE ニ等シク弧 BD ハ弧 AD ニ等シキガ故ニ角 AGF ハ角 AFG ニ等シ故ニ AFG ハ貳等三角形ナリ

(**5**)〔證〕A 圓ノ切線ヲ CD トシ B 圓ノ切線ヲ CE トスレハ



∠ACD=R∟, ∠BCE=R∟,

∴ ∠ACD+∠BCE=2R∟

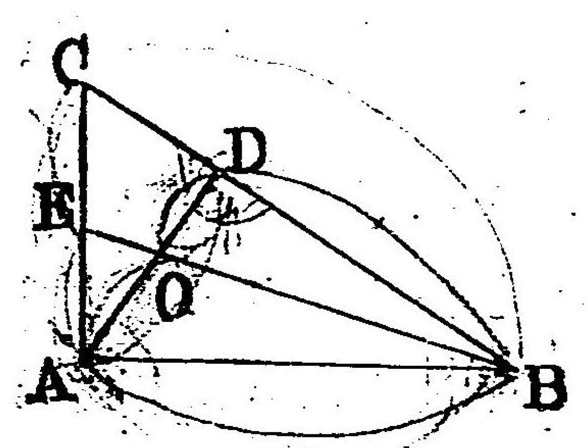
然ルニ

∠ACD+∠BCE=∠ACB+∠DCE

ナルヿ明カナルヘシ

∴ ∠ACB+∠DCE=2R∟ 即チ切線間ノ角ハ角 ACB ノ補角ナリ若シ角 ACB ガ直角ニ等シキ卄ハ CD ハ CB ニ合シ CA ハ CA ニ合スル故ニ此場合ニハ切線間ノ角ハ角 ACB ニ等シ

(**6**)〔證〕BOE ハ角 B ノ貳等分線ナル故ニ定理ニヨリ



DO : OA=DB : AB

及ヒ AE : EC=AB : CB

然ルニ兩三角形 ABD, ABC ハ相似ナルヿ容易ニ知リ得ヘシ

∴ DB : AB=AB : CB

之ニ由テ DO : OA=AE : EC ナリ

平面三角

1. $cot\alpha$ ノ値ヲ知リテ $sin2\alpha$ ヲ算スル公式ヲ作レ

2. 790° ト 880° トノ間ニテ $tan2\theta=\sqrt{3}$ ニ適フ θ ノ値如何

3. $sin\alpha=\frac{12}{13}$, $cos\beta=\frac{3}{5}$ ナル卄ハ $tan(\alpha+\beta)$ ノ値如何 但シ α, β ハ孰レモ直角ヨリ小ナル正角トス

4. 次ノ恆等式ヲ證セヨ

$$4sin\alpha sin(60°-\alpha)sin(60°+\alpha)=sin3\alpha.$$

5. 三角形 ABC ノ外接圓ノ半徑ヲ R トセハ

$$\frac{a}{sinA}=\frac{b}{sinB}=\frac{c}{sinC}=2R.$$

ナリ其證ヲ問フ

(答 案)

(**1**) $sin2\alpha=2sin\alpha\, cos\alpha=2sin\alpha\sqrt{1-sin^2\alpha}$

$$=\frac{2}{cosec\alpha}\sqrt{1-\frac{1}{cosec^2\alpha}}$$

$$=\frac{2}{cosec\alpha}\sqrt{\frac{cosec^2\alpha-1}{cosec^2\alpha}}$$

$$=\frac{2\sqrt{cosec^2\alpha-1}}{cosec^2\alpha}=\frac{2cot\alpha}{1+cot^2\alpha}$$

(2) 正切ノ値ガ$\sqrt{3}$ナルキノ最小正角ハ$60°$ナリ故ニ

$\tan 2\theta=\sqrt{3}$ ニ於テ $2\theta=n\times180°+60°$

$\therefore\quad \theta=n\times90°+30°$ 而シθノ値ハ$790°$ト$880°$トノ間ヲ要スル故ニ$n=9$トセサルヘカラス

$\therefore\quad \theta=9\times90°+30°=840°.$

(3) $\sin\alpha=\dfrac{12}{13},\quad \cos\beta=\dfrac{3}{5}$ ナル故ニ

$$\cos\alpha=\sqrt{1-\frac{144}{169}}=\frac{5}{13},\qquad \sin\beta=\sqrt{1-\frac{9}{25}}=\frac{4}{5}$$

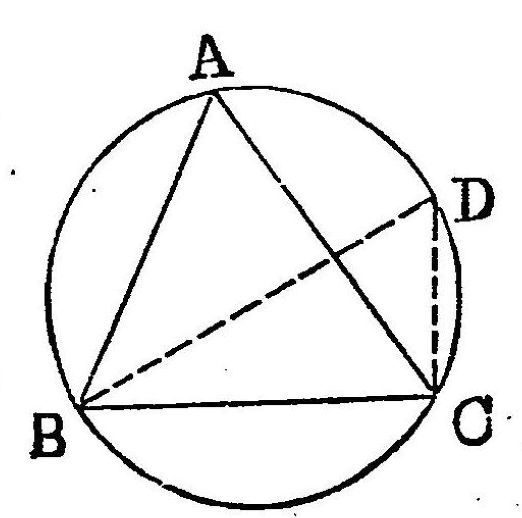
$$\therefore\quad \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{12}{13}\div\frac{5}{13}=\frac{12}{5}$$

$$\tan\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{4}{5}\div\frac{3}{5}=\frac{4}{3}$$

$$\therefore\quad \tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{12}{5}=\frac{4}{3}}{1-\frac{12}{5}\times\frac{4}{3}}=-\frac{56}{33}.$$

(4) $4\sin\alpha\sin(60°-\alpha)\sin(60°+\alpha)$

$$=2\sin\alpha.2\sin(60°-\alpha)\sin(60°+\alpha)$$
$$=2\sin\alpha\{\cos(60°+\alpha-60°+\alpha)-\cos(60°+\alpha+60°-\alpha)\}$$
$$=2\sin\alpha\{\cos2\alpha-\cos120°\}$$
$$=2\sin\alpha\left(1-2\sin^2\alpha+\frac{1}{2}\right)$$
$$=2\sin\alpha\left(\frac{3}{2}-2\sin^2\alpha\right)$$
$$=3\sin\alpha-4\sin^3\alpha.=\sin3\alpha.$$



(5) 外接圓ノ直徑BDヲ引キCDヲ結ヘハ角BCDハ直角ナル故ニ

$$\sin D=\frac{BC}{BD}=\frac{a}{2R}$$

然ルニ $\angle D=\angle A$ ナル故ニ

$$\sin A=\frac{a}{2R}\qquad\therefore\quad\frac{a}{\sin A}=2R$$

同理ニテ $\dfrac{b}{\sin B}=2R,\quad \dfrac{c}{\sin C}=2R$

$$\therefore\quad\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R.$$

商船學校

(明治三拾四年度)

算術

1. 新聞紙ヘ350字ノ廣告ヲナシ五號活字ニテ22詰20行ノ場所ヲ塞カントセハ貳號活字ヲ幾字用ヒヘキカ 但シ貳號活字ノ大サハ五號活字ノ四倍ニ相當ス

2. 壹年ハ365日奇零242242ナリ日ノ奇零ヲ複名數ニ化スレハ如何

3. 米貨100弗ハ佛貨516「ふらん」ニ當リ佛貨123「ふらん」ハ獨貨100「まーく」ニ當ル然ラハ獨貨2580「まーく」ハ米貨幾弗ニ當ルカ

4. 金473圓ヲ以テ爲替ヲ組ムニ其中ヨリ手數料トシテ爲替金額ノ$\dfrac{1}{100}$郵便料トシテ32

錢ヲ拂フヰハ爲替金額ハ幾何ニナルヘキカ

(答　案)

(1)　22×20−350=90　悉ク五號活字ニナスヰハ五號活字90字丈ケノ空所ヲ生ス若シ五號活字ニテ3字丈ケノ空所ヲ生スルヰハ其中ノ壹字ヲ貳號活字ニナスヰ其空所ヲ充スヿ明カナルヘシ然ルニ90字丈ケノ空所ヲ生シタル故ニ 90÷3 即チ 80字ヲ貳號活字トスレハ可ナリ

(2)　·242242×24=5 時奇零 818808,

·813808×60=48 分奇零 82848,

· 82848×60=49 秒奇零 7088,

即チ　　365 日 5 時 48 分 49 秒奇零 7088.

(3)　$100\times\frac{123}{516}$=佛貨 123「ふらん」ニ當ル米貨,

$100\times\frac{123}{516}\times\frac{2580}{100}=615$ 弗　即チ獨貨 2580「まーく」ニ當ル米貨

(4)　473−·32=472 圓 68 錢.　之レ即チ爲替金額ト手數料トノ合金ニ相當ス故ニ爲替金ヲ1トスレハ $1+\frac{1}{100}$ ハ 472圓68錢ニ相當ス

故ニ　爲替金額 $=472{\cdot}68\div\left(1+\frac{1}{100}\right)=468$ 圓.

代　數

1.　某銀行ニ於テ100000圓ヲ貳口ニ分チ壹ヲ年七分五厘他ヲ年八分ニテ貸附ケ壹年ニ利

金合セテ7680圓ヲ收ムルヰハ其貸附金如何

2.　次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$x+y=8xy$$

$$x^2+y^2=40x^2y^2$$

10 **3.**　次式ヲ最簡式ニ化シ然ル後ヲ其値ヲ小數五位迄計算スヘシ

$$\frac{(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(5-\sqrt{5})(1+\sqrt{3})}$$

4.　若シ $\frac{ay-bx}{c}=\frac{cx-az}{b}=\frac{bz-cy}{a}$ ニシテ a, b, c ガ實數ナレハ $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ナリ其證ヲ問フ

(答　案)

(1)　壹ノ貸附金ヲ x 圓トスレハ他ハ 100000−x 圓ナリ故ニ題意ニ從テ方程式ヲ立ツレハ

$${\cdot}075x+{\cdot}08(100000-x)=7680$$

之ヲ解ケハ $x=64000$ 圓, 之レ七分五厘利ノ貸附金ニシテ他ハ之ヲ 100000 圓ヨリ減スレハ 36000 圓ヲ得ルナリ

(2)　$x+y=8xy$..............(1)　　$x^2+y^2=40x^2y^2$..........(2)

(1)式ノ平方ヨリ(2)式ヲ減スレハ $2xy=24x^2y^2$ ヲ得ル故ニ

$xy=0$　　或ハ　$xy=\frac{1}{12}$

即チ　　$x=0$　　或ハ　$y=0$　　或ハ　$xy=\frac{1}{12}$ ニ

今 $x=0$ ヲ(1)式ニ代入スレハ $y=0$ ヲ得又 $y=0$ ヲ以テ(1)式ニ代入スレハ $x=0$ ヲ得

之ニ由テ　$x=0,\ y=0$ ヲ以テ答數ノ壹トス

又　$xy=\frac{1}{12}$ ヲ以テ(1)式ニ代入スレハ　$x+y=\frac{2}{3}$ ....(3)

ヲ得又(2)式ニ代入スレハ　$x^2+y^2=\frac{5}{18}$ ....(4)

(3)式ノ平方ヨリ(4)式ヲ減スレハ　$2xy=\frac{1}{6}$ 之ヲ(4)式ヨリ減シテ平方ニ開ケハ　$x-y=\pm\frac{1}{3}$ ....(5)

(3),(4)兩式ヲ加減シテ2除スレハ　$x=\frac{2\pm1}{6}$,　$y=\frac{2\mp1}{6}$

之ニ由テ　$x=\frac{1}{2}$,　$y=\frac{1}{6}$　或ハ　$x=\frac{1}{6}$,　$y=\frac{1}{2}$　ヲ得之レ亦所求ノ答數ナリ

(3)
$$\frac{(3+\sqrt{3})(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(5-\sqrt{5})(1+\sqrt{3})}=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+1)(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{(5-\sqrt{5})(1+\sqrt{3})}$$
$$=\frac{\sqrt{3}(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)}{5-\sqrt{5}}\times\frac{5+\sqrt{5}}{5+\sqrt{5}}$$
$$=\frac{\sqrt{3}(3+\sqrt{5})(\sqrt{5}-2)(5+\sqrt{5})}{25-5}$$
$$=\frac{\sqrt{15}}{5}=\frac{3\cdot872983}{5}$$
$$=\cdot77459\ 強.$$

(4)
$$\frac{ay-bx}{c}=\frac{cx-az}{b}=\frac{bz-cy}{a}=\frac{b(cx-az)}{b^2}=\frac{a(bz-cy)}{a^2}$$
$$=\frac{b(cx-az)+a(bz-cy)}{b^2+a^2}=\frac{bcx-acy}{b^2+a^2}$$

$\therefore\quad \frac{ay-bx}{c}=\frac{c(bx-ay)}{b^2+a^2}\qquad\therefore\quad (a^2+b^2+c^2)(bx-ay)=0$

然ルニ a, b, c ハ實數ナル故ニ　$a^2+b^2+c^2\neq0$

$\therefore\quad bx-ay=0\qquad\therefore\quad \frac{x}{a}=\frac{y}{b}$　同理ニテ　$\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$

之ニ由テ　$\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ ナリ

幾何

1. 三角形ABCノ大邊ACヨリADヲ小邊ABニ等シク採リBDヲ結フトキハ角CBDハ兩底角ABC, ACBノ差半ニ等シ其證ヲ問フ

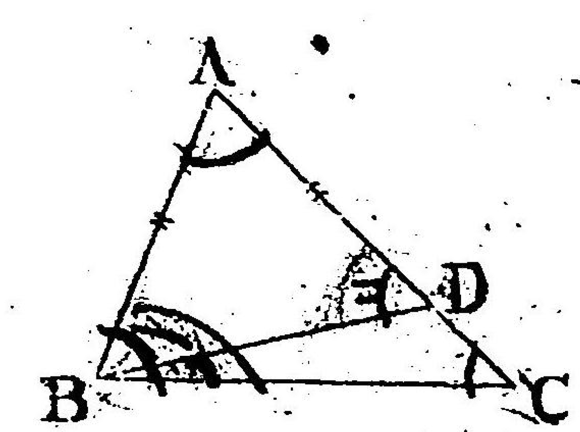
2. 定點ニ於テ定圓ニ切シ且ツ定線ニ切スル圓ヲ作ル法如何

3. 三角形ノ邊上ノ正方形ノ和三倍ハ中線上ノ正方形ノ和四倍ニ等シ其證ヲ問フ

4. 圓ノ弧アリ其弦ノ長サ壹尺貳寸矢貳寸ナルトキハ其直徑ノ長サ如何

(答案)

(1) 〔證〕　$\angle CBD=\angle ABC-\angle ABD$　及ヒ

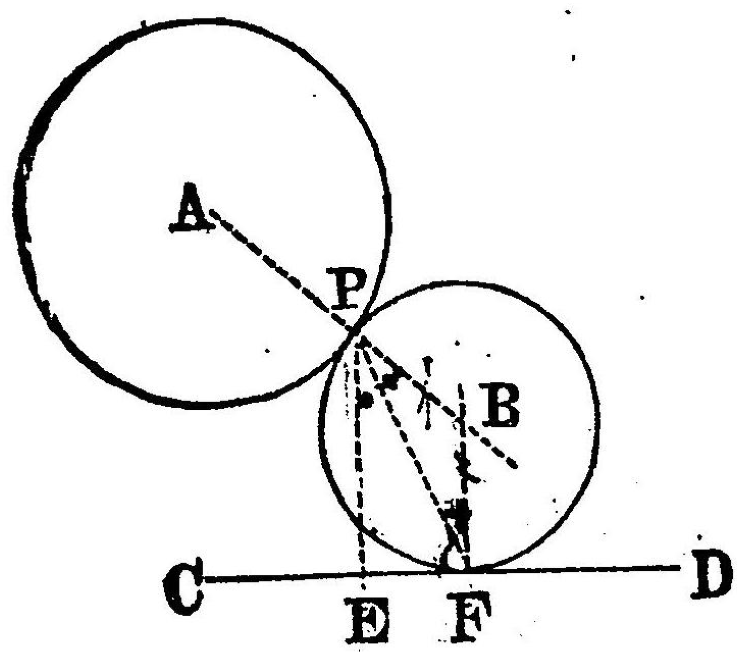


$\angle CBD=\angle ADB-\angle ACB$ ヲ得然ルニADハABニ等シキ故ニ角ABD, 角ADBハ相等シ之ニ由テ上ノ兩式ヲ相加フレハ

$2\angle CBD=\angle ABC-\angle ACB$

$\therefore\quad \angle CBD=\frac{1}{2}(\angle ABC-\angle ACB).$

(2) Aヲ中心トスル定圓ノ周上ニ定點Pアリ今此點ニ於テ此圓ニ切シ且ツ定直線CDニ切スル圓ヲ作ル法ヲ求ム



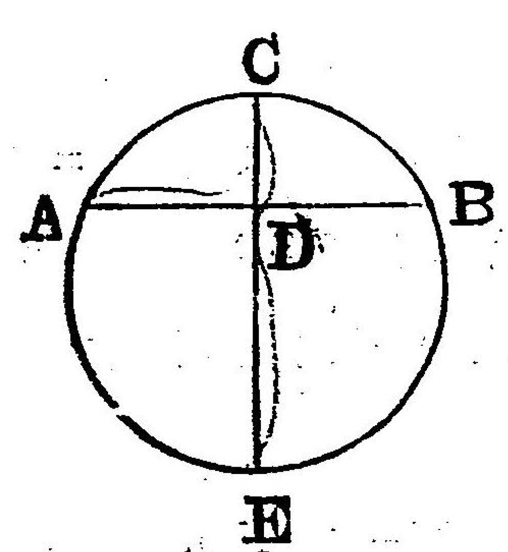
〔作法〕半徑APヲ作リ之ヲBニ引長シCDニ垂線PEヲ作リ角BPEノ貳等分線PFガCDニ會スル所ヲFトシCDニ直立線FBヲ出シテAPノ引長線トBニ會セシムレハBハ所求ノ圓ノ中心ニシテ即チBFヲ半徑トシテ畫ク圓ハ必スA圓ニモ切ス

〔證〕PE, BFハ平行線ニシテPFハ角BPEノ貳等分線ナル故ニ　$\angle BFP=\angle EPF=\angle BPF$　∴　$BP=BF$

故ニBヲ中心トシBFヲ半徑トシテ畫キシ圓ハP點ヲ通過ス而ソPハ兩圓ノ中心AトBヲ結フ直線上ニアル故ニ切點ナリ又BFハCDニ垂線ナル故ニ此圓ハFニ於テCDニ切スルヿ明カナリ

(3) 海軍機關學校ノ幾何問題2.ノ解ヲ視ヨ

(4) 弦AB=壹尺貳寸,　矢CD=貳寸



今DE=x寸トスレハ圓ノ定理ニヨリテ

$$CD\times x=\overline{AD}^2$$

∴　$2x=6^2$　∴　$x=18$

∴　直徑 CE=2+18=20寸

三角法

1. 次式ヲ證明スヘシ

$$\tan A+\cot A=\sec A\cdot\operatorname{cosec} A.$$

2. $\tan A$ヲ以テ$\sin A$及ヒ$\cos A$ヲ顯ス式ヲ作レ

○3. 次式ヲ解キテθノ値ヲ求ムヘシ

$$\sin^2\theta-2\cos\theta+\frac{1}{4}=0.$$

4. 某所ニ於テ山ノ高度ヲ測リテ60°ヲ得更ニ其山上ニ聳ヘタル100尺ノ塔ノ高度ヲ測リテ75°ヲ得ルトキハ山ノ高サ幾何

但シ　$\tan 75°=2+\sqrt{3}$.

(答案)

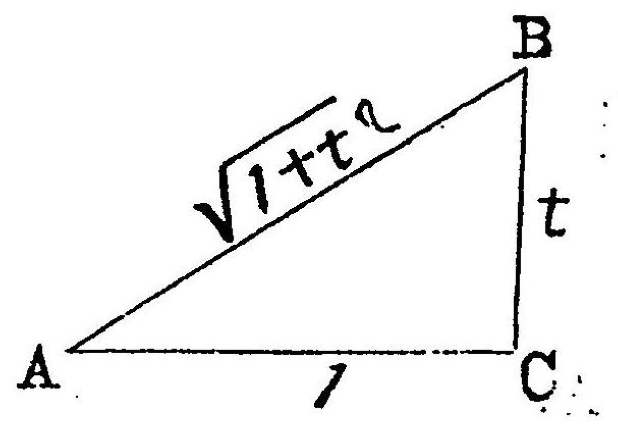
(1) $$\tan A+\cot A=\frac{\sin A}{\cos A}+\frac{\cos A}{\sin A}$$

$$=\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\cos A\cdot\sin A}$$

$$=\frac{1}{\cos A}\cdot\frac{1}{\sin A}$$

$$=\sec A\operatorname{cosec} A.$$

(2) $$\tan A=\frac{CB}{AC}=\frac{t}{1}=t$$



∴　$sinA=\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}=\frac{tanA}{\sqrt{1+tan^2A}}$.

又　$cosA=\frac{t}{\sqrt{1+t^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+tan^2A}}$.

(3)　$sin^2\theta-2cos\theta+\frac{1}{4}=0$

即チ　$1-cos^2\theta-2cos\theta+\frac{1}{4}=0$

$4cos^2\theta+8cos\theta-5=0$.

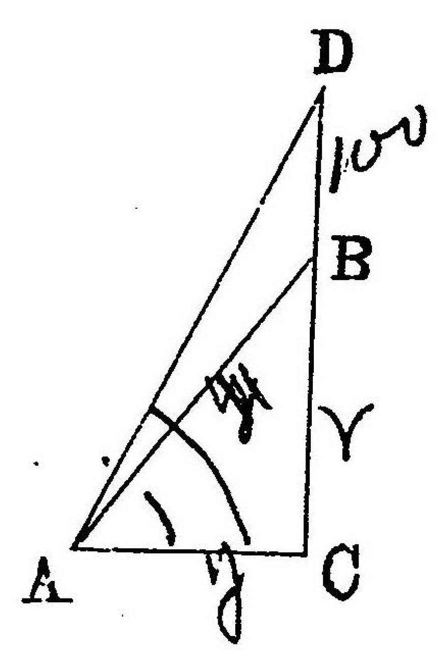
分括スレハ　$(2cos\theta+5)(2cos\theta-1)=0$

∴　$cos\theta=-\frac{5}{2}$　或ハ　$\frac{1}{2}$　ヲ得レモ前者ハ不合理ナル故ニ

$cos\theta=\frac{1}{2}$ ナルヘシ此 θ ノ最小正弧數ハ $\frac{\pi}{3}$ ナル故ニ

$\theta=2n\pi\pm\frac{\pi}{3}$ ナリ

(4)　CB ヲ山ノ高サトシ BD ヲ塔ノ高サトシ A ヲ測所トシ



CB$=x$,　AC$=y$,

又　BD=100 尺,　$\angle$CAD$=75°$,

$\angle$CAB$=60°$

∴　$\frac{x+100}{y}=tan75°$

$\frac{x}{y}=tan60°$

∴　$\frac{x+100}{x}=\frac{tan75°}{tan60°}=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

∴　$1+\frac{100}{x}=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$　　∴　$\frac{100}{x}=\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-1=\frac{2}{\sqrt{3}}$

∴　$x=50\sqrt{3}=50\times1\cdot732=86\cdot6$ 尺

同校入學撰拔試驗

(明治三拾四年度)

1.　六千圓ニテ家屋ヲ作リ之ニ五千五百圓ノ火災保險ヲ附シ置キ壹ケ年壹分貳厘ノ保險料ヲ三ケ年拂ヒタル後ヲ火災ニ罹ルトキハ其損失金幾何

2.　下ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{5}{2},\qquad xy=8$$

3.　直角三角形 AEC ノ直角頭 C ヨリ斜邊 AB ヘ垂線 CD ヲ引クトキハ $\overline{AC}^2:\overline{BC}^2=AD:BD$ ナリ其證ヲ問フ

4.　下式ヲ證明スヘシ

$$\left(sin\frac{\theta}{2}+cos\frac{\theta}{2}\right)^2=1+sin\theta.$$

(答　案)

(1)　$5500\times\cdot012\times3=198$ 圓, 之レ三年間拂ヒタル保險料ナリ故ニ　此人ノ損失金$=6000+198-5500=698$ 圓

(2)　$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{5}{2}$..........(1)　　$xy=8$..................(2)

今 $\frac{x}{y}=z$ トスレハ(1)式ヨリ

$z+\frac{1}{z}=\frac{5}{2}$ 分母ヲ拂ヘハ $2z^2-5z+2=0$

∴ $(2z-1)(z-2)=0$ ∴ $z=\frac{1}{2}$ 或 2.

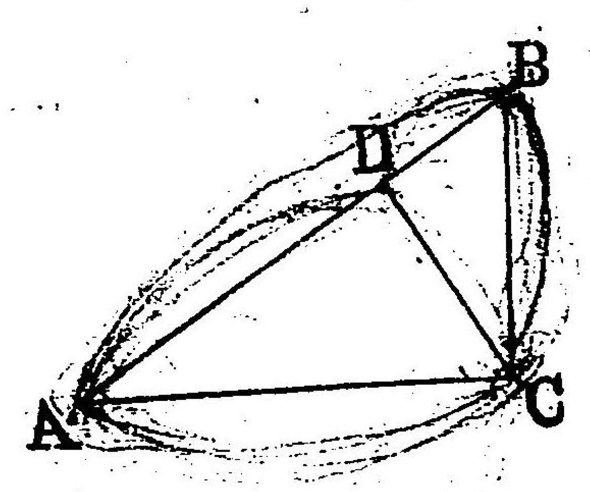
即チ $\frac{x}{y}=\frac{1}{2}$……………(3) 或ハ $\frac{x}{y}=2$……………(4)

(2)式ト(3)式トヲ相乘スレハ $x^2=4$ ∴ $x=\pm2$ 之ヲ(2)式ニ代入スレハ $y=\pm4$.

又(2)式ト(4)式トヲ相乘スレハ $x^2=16$ ∴ $x=\pm4$ 之ヲ(2)式ニ代入スレハ $y=\pm2$

之ニ由テ $x=\pm2,\ y=\pm4$ 或ハ $x=\pm4,\ y=\pm2$ ヲ以テ答數トス

(3) 〔證〕 兩三角形ABC, ADCハ相似ナル故ニ



$$AB : AC = AC : AD$$

∴ $\overline{AC}^2=AB\times AD$

同理ニテ

$$\overline{BC}^2=AB\times BD$$

∴ $\frac{\overline{AC}^2}{\overline{BC}^2}=\frac{AB\times AD}{AB\times BD}=\frac{AD}{BD}$

即チ $\overline{AC}^2:\overline{BC}^2=AD:BD.$

(4) 〔證〕 $\left(\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\theta}{2}\right)^2$

$$=\sin^2\frac{\theta}{2}+\cos^2\frac{\theta}{2}+2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

$$=1+\sin\theta.$$

東京郵便電信學校

(明治三拾四年度)

算術

1. $\frac{10\times\sqrt{2+\frac{3}{5}}\times\sqrt{1-\frac{3}{7}}}{13\times\sqrt{1-\frac{3}{7}}+\sqrt{2+\frac{3}{5}}}\times\frac{\sqrt{3+\frac{1}{4}}}{\dfrac{9\frac{3}{4}}{\sqrt{3+\frac{1}{4}}}}\div1\frac{1}{2}$ ヲ

最簡ナル常分數ニ化セヨ

2. 貳數アリ其最大公約數ハ23ニテ其最小公倍數ハ64170ナリ其貳數ノ積ハ幾何ナリヤ

3. 重サ250噸ノ荷物ノ7里18町ノ運賃15圓75錢ナルトキ同シ割合ニテ665噸ノ荷物ノ運賃50圓27錢4厘ナルトキハ其運送セル里程如何

4. 壹ヶ年四分複利ニテ金500圓ヲ貳ヶ年貸シ利息ヲ六ヶ月毎ニ算スルトキハ其利息ハ幾何トナルカ

5. $\sqrt[3]{8\frac{5}{7}}$ ヲ小數三位マテ算セヨ

(答　案)

(1) $$\frac{10\times\sqrt{2+\frac{3}{5}}\times\sqrt{1-\frac{3}{7}}}{13\times\sqrt{1-\frac{3}{7}}\div\sqrt{2+\frac{3}{5}}}=\frac{10\times\sqrt{\frac{13}{5}}\times\sqrt{\frac{4}{7}}}{13\times\sqrt{\frac{4}{7}}\times\sqrt{\frac{5}{13}}}$$

$$=\frac{10}{13}\times\frac{13}{5}=2,$$

又 $$\frac{\sqrt{3+\frac{1}{4}}}{\dfrac{9\frac{3}{4}}{\sqrt{3+\frac{1}{4}}}}=\frac{\sqrt{\frac{13}{4}}}{\frac{39}{4}\times\sqrt{\frac{4}{13}}}=\frac{13}{4}\times\frac{4}{39}=\frac{1}{3}$$

∴　原式$=2\times\frac{1}{3}\div\frac{3}{2}=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$.

(2) 例ヘハ 24 ト 16 ニ於テノ最大公約數ハ 8 ナル故ニ $24=8\times3$　$16=8\times2$ ナリ之ニ由テ最小公倍數ハ $8\times3\times2$ ナリ故ニ最大公約數ト最小公倍數ノ相乘積ハ $8\times8\times3\times2$ 即チ 24×16 ニシテ原兩數ノ相乘積ニ等シ

之ニ由テ本題ニ於テ原貳數ノ相乘積ハ 23×64170 即チ 1475910 ナリ

(3) $$\left.\begin{matrix}665:250\\15{\cdot}75:50{\cdot}274\end{matrix}\right\}=7{\cdot}5:x$$

先ツ求メントスル里程ヲ x ニ命シ之ヲ比例ノ第四率ニ置キ之レト同種類ナル里程 7 里 18 町即チ 7·5 里ヲ比例ノ第三率ニ置キ扨 250 噸ノ荷物ヲ 7·5 里運フ間ニ 665 噸ノ荷物ヲ運フ里程ハ 7·5 里ヨリ大ナルカ將タ小ナルカヲ考フルニ後ノ噸數ハ前ヨリ增加シタル故ニ小ナルヲ知ル然ル片小ナル方ノ 250 噸ヲ第貳

率ニ置キ大ナル方ノ 665 噸ヲ第壹率ニ置クヘシ又 15 圓 75 錢ノ運賃ニテ 7·5 里ヲ運フ割合ニテ 50 圓 27 錢 4 厘ノ運賃ニテ運フ里程ハ 7·5 里ヨリ大ナルコ明カナリ故ニ第貳率ニ大ナル方ノ 50 圓 27 錢 4 厘ヲ置キ第壹率ニ小ナル方ノ 15 圓 75 錢ヲ置クヘシ今答數ヲ求ムレハ次ノ如シ

$$x=\frac{250\times50274\times75}{665\times157500}=9\text{ 里}$$

(4) 年四分利ナル故ニ六ヶ月每ニ貳分ノ複利ニシテ貳ヶ年間ノ中チニハ六ヶ月ガ四倍含マルヽ故ニ

貳ヶ年ノ元利合計$=500\times1{\cdot}02^{4}=541{\cdot}21608$

故ニ　利金$=541{\cdot}21608-500=41{\cdot}21608$

即チ利金ハ四拾壹圓廿壹錢六厘ト答テ可ナリ

(5) $$\sqrt[3]{8\frac{5}{7}}=\sqrt[3]{\frac{61}{7}}=\sqrt[3]{\frac{61\times7^2}{7^3}}=\frac{\sqrt[3]{2989}}{7}$$

$$=\frac{14{\cdot}4048}{7}=2{\cdot}057\text{ 强}$$

代　數

1. a^6-x^6 ヲ因子ニ分解セヨ

2. $$\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)^2+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2$$

$$=4+\left(\frac{c}{b}+\frac{b}{c}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)$$

ナルコヲ證セヨ

3. $\dfrac{x}{b+c-a}=\dfrac{y}{c+a-b}=\dfrac{z}{a+b-c}$ ナル片ハ

$(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=o$ ナルヿヲ證セヨ

4. 甲器ニ酒1斗2升ト水1斗8升ヲ混シ容レ乙器ニハ酒9升ト水3升トヲ混シ容ル今酒7升水7升ヨリ成ル混合物ヲ作ルニハ甲乙兩器ヨリ各幾升ヲ取リテ混合スヘキヤ

5. $(ax-b)(bx-a)=c^2$ ヨリ x ヲ算出セヨ

(答　案)

(1) $a^6-x^6=(a^3+x^3)(a^3-x^3)$

$$=(a+x)(a^2-ax+x^2)(a-x)(a^2+ax+x^2)$$

(2) $\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)^2+\left(\frac{c}{a}+\frac{a}{c}\right)^2+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2$

$$=\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)^2+\frac{c^2}{a^2}+2+\frac{a^2}{b^2}+2+\frac{b^2}{a^2}$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)^2+\frac{a^2}{c^2}+\frac{b^2}{a^2}+\frac{a^2}{b^2}+\frac{c^2}{a^2}$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\frac{b}{c}\left(\frac{a^2}{bc}+\frac{bc}{a^2}\right)+\frac{c}{b}\left(\frac{a^2}{bc}+\frac{bc}{a^2}\right)$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)^2+\left(\frac{a^2}{bc}+\frac{bc}{a^2}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}+\frac{a^2}{bc}+\frac{bc}{a^2}\right)$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)\left(\frac{ab}{ac}+\frac{a^2}{bc}+\frac{bc}{a^2}+\frac{ac}{ab}\right)$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)\left\{\frac{a}{c}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)+\frac{c}{a}\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)\right\}$$

$$=4+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)\left(\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\right)\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)$$

(3) $\frac{x}{b+c-a}=\frac{y}{c+a-b}=\frac{z}{a+b-c}=m$ トスレハ

$x=m(b+c-a)$,　$y=m(c+a-b)$,

$z=m(a+b-c)$

$\therefore$ $(b-c)x=m(b-c)(b+c-a)=m(b^2-c^2-ab+ac)$

$(c-a)y=m(c-a)(c+a-b)=m(c^2-a^2-bc+ba)$

$(a-b)z=m(a-b)(a+b-c)=m(a^2-b^2-ca+cb)$

此三式ヲ相加フレハ $(b-c)x+(c-a)y+(a-b)z=o$ ヲ得テ證トス

(4) 甲器ヨリ取ルヘキ量ヲ x 升トスレハ乙器ヨリ取ルヘキ量ハ $14-x$ 升ナルヿ明カナルヘシ

x 升ノ内ノ酒量 $=\frac{12}{30}x$

$14-x$ 升ノ内ノ酒量 $=\frac{9}{12}(14-x)$

故ニ方程式ハ $\frac{12}{30}x+\frac{9}{12}(14-x)=7$

之ヲ解ケハ $x=10$ 即チ甲器ヨリ取ルヘキ量ハ1斗ナルヿヲ得タリ故ニ乙器ヨリ取ルヘキ量ハ4升ナルヿ明カナリ

(5) $(ax-b)(bx-a)=c^2$ 之ヲ解キ x ヲ含マサル項ヲ右邊ニ移シ ab ニテ除スレハ $x^2-\frac{a^2+b^2}{ab}x=\frac{c^2-ab}{ab}$ ノ係數ノ半ノ平方ヲ兩邊ニ加フレハ

$$x^2-\frac{a^2+b^2}{ab}x+\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}\right)^2=\frac{(a^2+b^2)^2}{4a^2b^2}+\frac{c^2-ab}{ab}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)^2+4abc}{4a^2b^2}$$

兩邊ヲ平方ニ開ケハ

$$x-\frac{a^2+b^2}{2ab}=\pm\frac{\sqrt{(a^2-b^2)^2+4abc}}{2ab}$$

$$\therefore\quad x=\frac{a^2+b^2\pm\sqrt{(a^2-b^2)^2+4abc}}{2ab}$$

幾　何　學

1. 同シ直線ニ平行ナル諸直線ハ相平行スルヿヲ證セヨ

2. 平行四邊形ノ隣角ノ貳等分線ハ互ニ垂線ヲナスヿヲ證セヨ

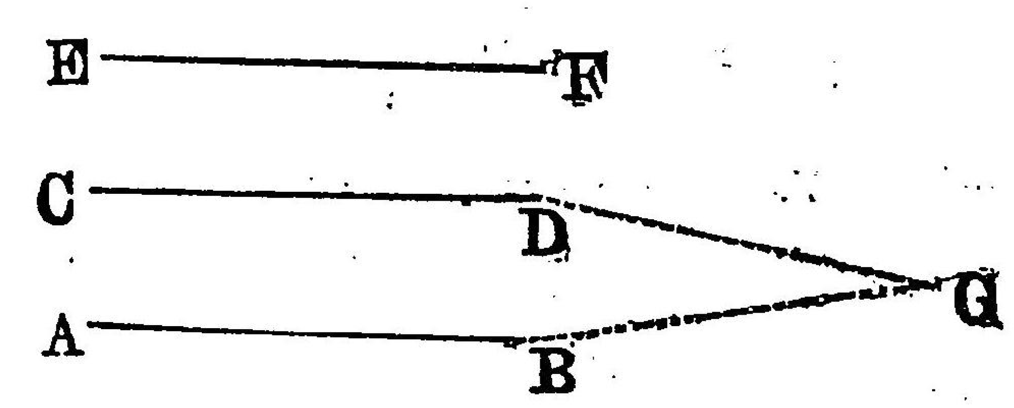
3. 三角形ノ貳邊ノ和ト其貳角ヲ與ヘ以テ其三角形ヲ作ルヿヲ求ム

4. 圓周外ノ壹點ヨリ此圓周ニ到ル諸直線ノ正中點ノ軌跡ヲ求ム

5. 貳ツノ三角形ガ相等シキ壹ツノ角ヲ有シ此等角ヲ夾ム貳邊ガ比例スルトキハ此貳ツノ三角形ハ相似ナルヿヲ證セヨ

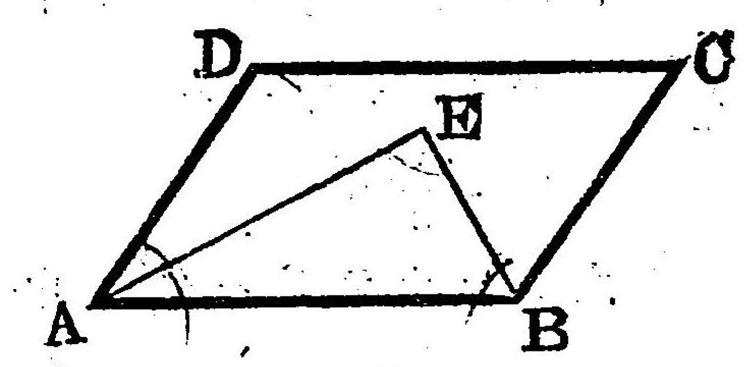
(答　案)

(1) 同シ直線EFニ平行ナル諸直線AB, CDハ相平行スヘシ



〔證〕 AB, CDガ若シ平行ナラズシテGニ於テ出會フモノトスレハ壹點GヨリEFニ平行ナル直線GBA, GDCノ如ク貳ツアリテ定義ニ背ク故ニAB, CDハ互ニ出會ハサルモノニシテ平行ナリ

(2) 平行四邊形ABCDニ於テ隣角BAD, ABCノ貳等分線AE, BEノ會點ヲEトスレハ角AEBハ直角ナルヘシ



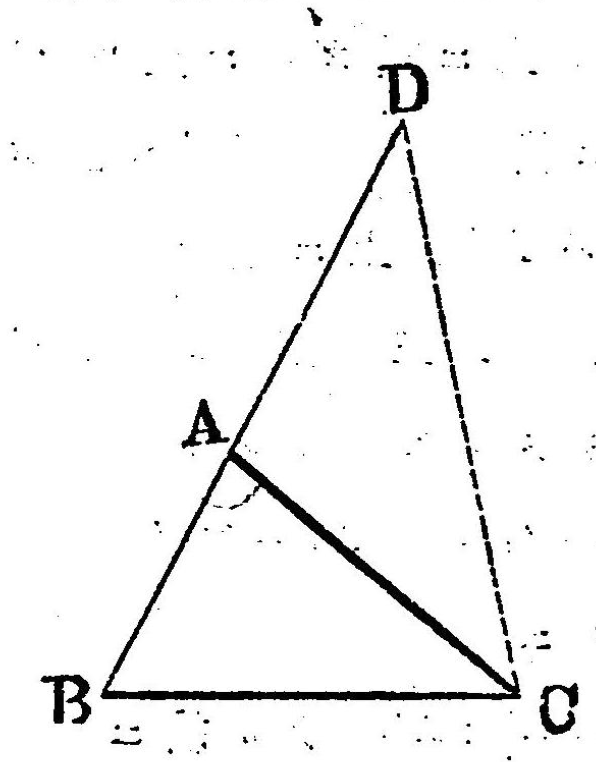
〔證〕 $\angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAD$,

$\angle ABE=\frac{1}{2}\angle ABC$ 此兩式ヲ相加フレハ $\angle BAE+\angle ABE=\frac{1}{2}(\angle BAD+\angle ABC)$

然ルニ本形ハ平行四邊形ナル故ニ $\angle BAD+\angle ABC=2R\llcorner$

$\therefore\quad \angle BAE+\angle ABE=R\llcorner\qquad\therefore\quad \angle AEB=R\llcorner$

(3) 貳邊ノ和m, 及ヒ貳角E, Fヲ知リテ三角形ヲ作ルヿヲ求ム



〔作法〕 先ツ壹直線BCヲ置キ之レトE角ニ等シキ角ヲ作テBDヲ出シ之ヲmニ等シクナシDBト$\frac{1}{2}$F角ニ等シキ角ヲ作テDCヲ出シBCニ會スル所ヲCトシCDト$\frac{1}{2}$F角ニ等シキ角ヲ作テCAヲ出シBDニ會スル所ヲAトスレハ

ABC ハ所求ノ三角形ナリ

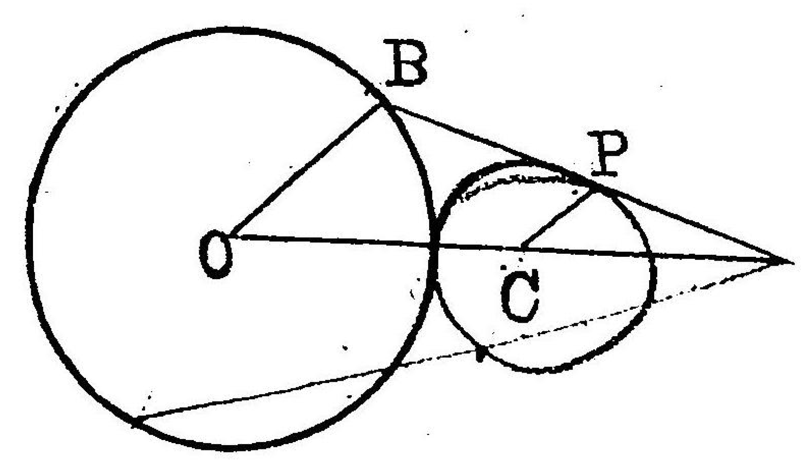
〔證〕作法ニヨリテ $\angle ABC=E$, $BD=m$,

$$\angle ADC=\angle ACD=\frac{1}{2}F \quad \therefore \quad \angle BAC=\frac{1}{2}F+\frac{1}{2}F=F$$

及ヒ $AC=AD$ $\therefore$ $AB+AC=BD=m$.

之ニ由テ ABC ハ所求ノ三角形ナリ.

(4) O ヲ中心トスル圓ノ外ナル一點 A ヨリ此圓周ニ到ル直線 AB ノ中點 P ノ軌跡ヲ求ム

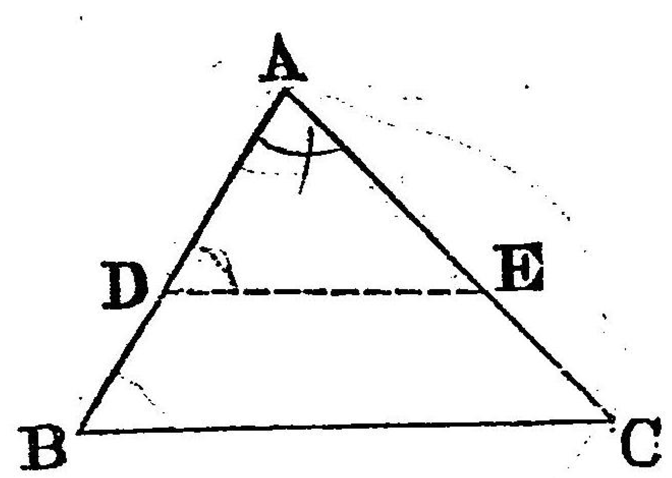


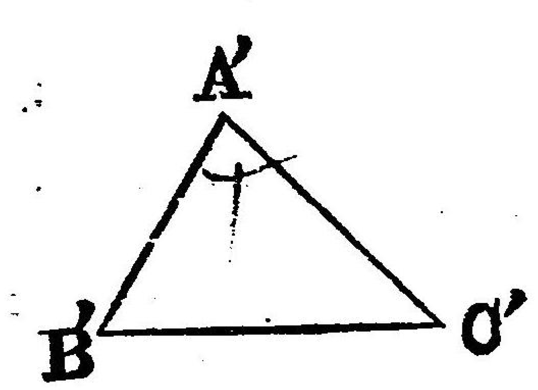
AO ヲ結ヒ此中點ヲ C トシテ CP ヲ結ヘハ

$$CP=\frac{1}{2}OB$$

之レニ由テ P ハ C ヲ中心トシ O 圓ノ半徑ノ半ニ等シキ半徑ヲ有スル圓周上ニアリ

(5) 兩三角形 ABC, A′B′C′ ニ於テ $\angle A=\angle A'$ $AB:A'B'=AC:A'C'$ ナル片此兩三角形ハ相似ナルヘシ





〔證〕三角形 A′B′C′ ヲ以テ三角形 ABC ノ上ニ重ヌルニ先ツ A′ ヲ A ノ上ニ載セ A′B′ ヲ AB ニ重ヌレハ A′C′ ハ AC ノ上ニ重ナルヿ明カナルヘシ而シテ三角形 ADE ノ位置ニ重ナリタルモノトスレハ

$$AD=A'B', \quad AE=A'C'$$

ナリ然ルニ

$AB:A'B'=AC:A'C'$ ナル故ニ

$AB:AD=AC:AE$ $\therefore$ $DE \parallel BC$ $\therefore$ $\angle B=\angle ADE$

然ルニ $\angle ADE=\angle B'$ $\therefore$ $\angle B=\angle B'$ 又假設ニヨリテ $\angle A=\angle A'$ 此ノ如ク貳ツノ角カ相等シキ故ニ兩三角形 ABC, A′B′C′ ハ相似ナリ

同校入學撰拔試驗

(明治三十四年度)

1. 球ノ面積ハ其直徑ノ平方ニ比例シ球ノ體積ハ其直徑ノ立方ニ比例ス今貳ツノ球ノ面積ノ比ガ 625 ト 676 トノ如クナル片ハ其體積ノ比如何

2. $\dfrac{bz-cy}{b-c}=\dfrac{cx-az}{c-a}$ ナル片ハ此式ノ値ハ $\dfrac{ay-bx}{a-b}$ ニモ等シキヿヲ證セヨ

3. $\dfrac{1}{x+a+b}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ ヨリ x ヲ算出セヨ

4. 與ヘラレタル貳點ヲ通過シ且ツ與ヘラレタル半徑ヲ有スル圓周ヲ畫クヿ如何

5. 外切セル貳ツノ圓周ニ共通ナル切線ノ兩切點間ノ部分ノ上ノ正方形ハ此貳圓ノ直徑ヲ貳邊トセル矩形ニ等シキヿヲ證セヨ

(答　案)

(1) 貳ツノ球ノ面積ノ比ガ 625 ト 676 トノ如クナル故ニ直徑ノ比ハ $\sqrt{625}$ ト $\sqrt{676}$ 即チ 25 ト 26 ノ如シ故ニ体積ノ比ハ 25^3 ト 26^3 即チ 15625 ト 17576 ノ如シ

(2) $\dfrac{bz-cy}{b-c}=\dfrac{cx-az}{c-a}=m$ トスレハ

$$bz-cy=m(b-c) \cdots\cdots\cdots (1)$$

$$cx-az=m(c-a) \cdots\cdots\cdots (2)$$

(1) 式ニ a ヲ乘シ (2) 式ニ b ヲ乘シ相加フレハ

$$bcx-acy=m(bc-ac)$$

$\therefore\quad m=\dfrac{ay-bx}{a-b}$ ヲ得テ證トス

(3) $\dfrac{1}{x+a+b}=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$

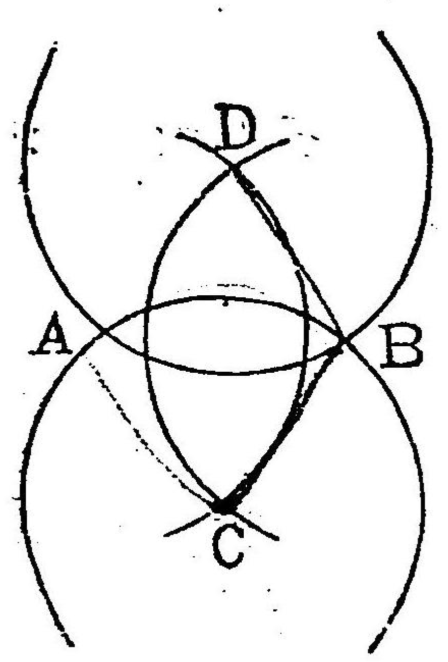
$\therefore\quad \dfrac{1}{x+a+b}-\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b},$

$\dfrac{-(a+b)}{x(x+a+b)}=\dfrac{a+b}{ab},\qquad \therefore\quad x(x+a+b)=-ab,$

$x^2+(a+b)x+ab=0,\qquad (x+a)(x+b)=0;$

$\therefore\quad x=-a$　或ハ　$-b.$

(4) 與ヘラレタル貳點 A, B ヲ通過シ與ヘラレタル半徑 r ヲ有スル圓周ヲ畫クヿヲ求ム



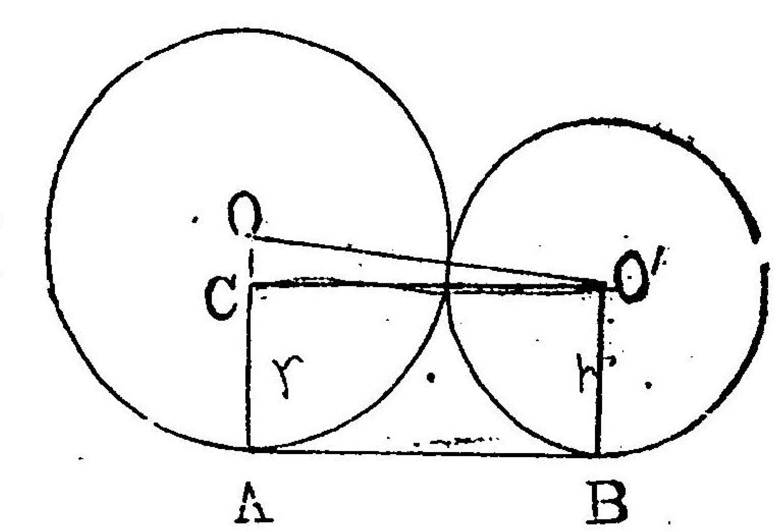
〔作法〕 A 及ヒ B ヲ中心トシ r ヲ半徑トシテ兩弧ヲ畫キ C 及ヒ D ニ於テ交ラシムレハ C, D ハ所求ノ圓ノ中心ナリ

〔證〕 作法ニヨリテ C 及ヒ D ハ A 及ヒ B ヨリノ距離 r ヲ有スル故ニ C 及ヒ D ヲ中心トシ r ヲ半徑トスル圓周ハ A 及

ヒ B ヲ通過スルヿ明カナリ

(5) O, O′ ヲ中心トスル貳ツノ外切圓周ニ A 及ヒ B ニ於テ切スル共通ナル切線 AB ノ上ノ正方形ハ貳圓ノ直徑ニテ包ム矩形ニ等シ

〔證〕 AO, BO′, OO′ ヲ結ヒ BA ニ平行シテ O′C ヲ引キ O 圓ノ半徑ヲ r トシ O′ 圓ノ半徑ヲ r' トスレハ



$OO'=r+r',\qquad CO=r-r'$

$\therefore\quad \overline{AB}^2=\overline{CO'}^2=\overline{OO'}^2-\overline{CO}^2$

$=(r+r')^2-(r-r')^2$

$=4rr'=2r\times 2r'$

即チ AB ノ上ノ正方形ハ兩圓ノ直徑ニテ包ム矩形ニ等シ

東京高等工業學校

(明治三拾四年度)

算　術

1. 次ノ値ヲ千位マテ正シク計算セヨ

$$\frac{(56\times 10^4+2{\cdot}7\times 10^6)\times 23^3}{7{\cdot}01\times 10^3}$$

2. 月壹分貳厘五毛ノ單利息ニテ毎月拾五圓ヅツ學資金ヲ借ルトセハ壹ヶ年ノ終リニ至リ元利合セテ何程トナルヘキカ

3. 某株式會社ノ損益勘定次ノ如シ

利益金　資本金ノ壹割五分五厘

内

準備積立金	利益金ノ四分
配當平均準備金	利益金ノ壹割六分
機械代價消却金	利益金ノ貳割壹分
役員賞與金	利益金ノ貳分
半期配當金	資本金ノ六分
繰越金	六萬貳千三百七拾圓

因テ該會社ノ資本金高ヲ求ム

4. 次ノ式ノ値ヲ小數點以下第三位マデ求メヨ

$$\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$$

5. 内徑貳寸外徑三寸長九尺ノ鑄鐵管ノ重量何貫目ナルカ

但シ鑄鐵ノ比重ハ7·22, 水1立方「センチメートル」ノ重量ハ1「グラム」1「グラム」ハ0·2667匁1「センチメートル」ハ3分3厘ナリ

(答　案)

(1)　$\dfrac{(56\times10^4+2{\cdot}7\times10^6)\times232}{701\times10^3}=\dfrac{3260000\times232}{7010}$

$$=\frac{1724540000}{7010}=246011\frac{289}{701}$$

千位マデ正シク計算セヨト云フ故ニ246000ト答テ可ナリ

(2)　$15\times{\cdot}0125={\cdot}1875$　之レ最初壹ヶ月ノ利金ニシテ即チ18錢7厘5毛ナリ翌月ヨリ毎月18錢7厘5毛ヅヽノ利金ヲ増ス故ニ本題ノ總利金ハ等差級數ノ法ニテ求メサルヘカラス即チ初項ハ18錢7厘5毛等差モ18錢7厘5毛項數ハ12ナリ

故ニ　$總數=\dfrac{項}{2}\times\{2\times初+(項-1)\times差\}$

$$=\frac{12}{2}\times\{2\times{\cdot}1875+(12-1)\times{\cdot}1875\}$$

$=14{\cdot}625$　之レ總利金ニシテ即チ14圓62錢5厘ナリ

故ニ　$元利合計=15\times12+14{\cdot}625=194{\cdot}625$

之レ所求ノ元利合計ニシテ194圓62錢5厘ナリ

(3)　資本金=1トスレハ　利益金=·155

準備積立金　$={\cdot}155\times{\cdot}04={\cdot}00620$

配當平均準備金$={\cdot}155\times{\cdot}16={\cdot}02480$

機械代價消却金$={\cdot}155\times{\cdot}21={\cdot}03255$

役員賞與金　$={\cdot}155\times{\cdot}02={\cdot}00310$

半期配當金　$=1\times{\cdot}06={\cdot}06000$ (+

$\quad{\cdot}12665$

故ニ　資本金$=62370\div({\cdot}155-{\cdot}12665)$

$=2200000$ 圓

即チ資本金貳百貳拾萬圓ナリ

(4)　$\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}\times\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\sqrt{3}+\sqrt{2}$

$$=1{\cdot}732+1{\cdot}414=3{\cdot}146$$

(5) $(3^2-2^2)\times{\cdot}7354\times90={353{\cdot}43}$ 立方寸

之レ鐵管ノ實積ナリ

$353{\cdot}43\div{\cdot}033^3=9834710{\cdot}7438$ 立方「センチメートル」之レ鐵管ノ實積ヲ立方「センチメートル」ニ直シタルモノナリ

$$9834710{\cdot}7438\times{\cdot}2667\times7{\cdot}22$$

$$=18937463{\cdot}303$$ 匁强

即チ鐵管ノ重量ハ壹萬八千九百三拾七貫四百六拾三匁 303 强

代　數

1. 次ノ式ヲ簡約スベシ

(I) $\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{a-b}}$　(II) $\dfrac{1-x}{1+x+x^2}-\dfrac{1+x}{1-x+x^2}$

2. 方程式 $ax^2+bx+c=0$ ノ a,b,c ニ次ノ數ヲ當テハメテ x ヲ求ムベシ

(I) $a=1$　$b=2$　$c=3$

(II) $a=2$　$b=3$　$c=1$

(III) $a=5{\cdot}5$　$b=12{\cdot}2$　$c=0$

3. 等比級數ヲナス四ツノ數アリ第壹ト第四トノ和ハ 3·375 第貳ト第三トノ和ハ 2·25 ナリ四數ヲ求ム

4. 貳項法ニヨリテ $\sqrt{1-2x}$ ヲ第五項マテ展開セヨ

5. $\log 2=0{\cdot}30103$ ヲ與ヘテ $\log_5 2$ ヲ求ム

(答　案)

(1) $\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{\dfrac{a}{a+b}-\dfrac{b}{a-b}}=\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{\dfrac{a(a-b)-b(a+b)}{a^2-b^2}}=a^2-b^2.$

又 $\dfrac{1-x}{1+x+x^2}-\dfrac{1+x}{1-x+x^2}=\dfrac{(1-x)(1-x+x^2)-(1+x)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$

$$=\frac{-2x(2+x^2)}{1+x^2+x^4}.$$

(2) $ax^2+bx+c=0$ 貳次方程式解法ニ由テ

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ 今 $a=1$　$b=2$　$c=3$ トスレハ

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{4-12}}{2}=-1\pm\sqrt{-2}$ 之レ虚根ナリ

又 $a=2$　$b=3$　$c=1$ トスレハ

$x=\dfrac{-3\pm\sqrt{9-8}}{4}=\dfrac{-3\pm1}{4}$ 之レ不等ノ實根ナリ

又 $x=5{\cdot}5$　$b=12{\cdot}2$　$c=0$ トスレハ

$x=\dfrac{-12{\cdot}2\pm\sqrt{12{\cdot}2^2}}{2\times5{\cdot}5}=\dfrac{-12{\cdot}2\pm12{\cdot}2}{11}$. 之レ壹ハ零ニシテ他ハ負ノ實根ナリ

(3) 第壹第貳第三第四ノ數ヲ順次ニ x, xy, xy^2, xy^3 トスレハ

$x+xy^3=3{\cdot}375$ ....(1)　$xy+xy^2=2{\cdot}25$ ....(2)

(2) 式ヲ以テ (1) 式ヲ除シテ後チ化スレハ

$(2y-1)(y-2)=0$　$\therefore$ $y=2$　或ハ $\dfrac{1}{2}$

今 $y=2$ ヲ以テ (1) 式ニ代入シテ x ヲ求ムレハ $x={\cdot}375$ ヲ得

$\therefore$　$xy={\cdot}75$　$xy^2=1{\cdot}5$　$xy^3=3$

故ニ四ツノ數ハ ·375, ·75, 1·5, 3 ナリ

(4) $\sqrt{1-2x}=(1-2x)^{\frac{1}{2}}$

$$=1+\frac{1}{2}(-2x)+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)}{\underline{|2}}(-2x)^2+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)}{\underline{|3}}(-2x)^3$$

$$+\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}-1\right)\left(\frac{1}{2}-2\right)\left(\frac{1}{2}-3\right)}{\underline{|4}}(-2x)^4+\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$=1-x-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}x^3-\frac{5}{8}x^4+\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

(5) $log_5 2=x$ トスレハ $5^x=2$

$\therefore\quad xlog5=log2,\qquad$ 即 $\quad x(log10-log2)=log2$

$$\therefore\quad x=\frac{log2}{log10-log2}=\frac{0.30103}{1-0.30103}=\frac{0.30103}{0.69897}$$

$$=0.43067\qquad\therefore\quad log_5 2=0.43067.$$

幾　何

1. 與ヘラレタル圓內ノ貳定點P,Qヨリ此圓周上ノ壹點Rニ引ケル貳ツノ直線ノ成ス角PRQガ最大ナルヘキR點ノ位置ヲ求ム

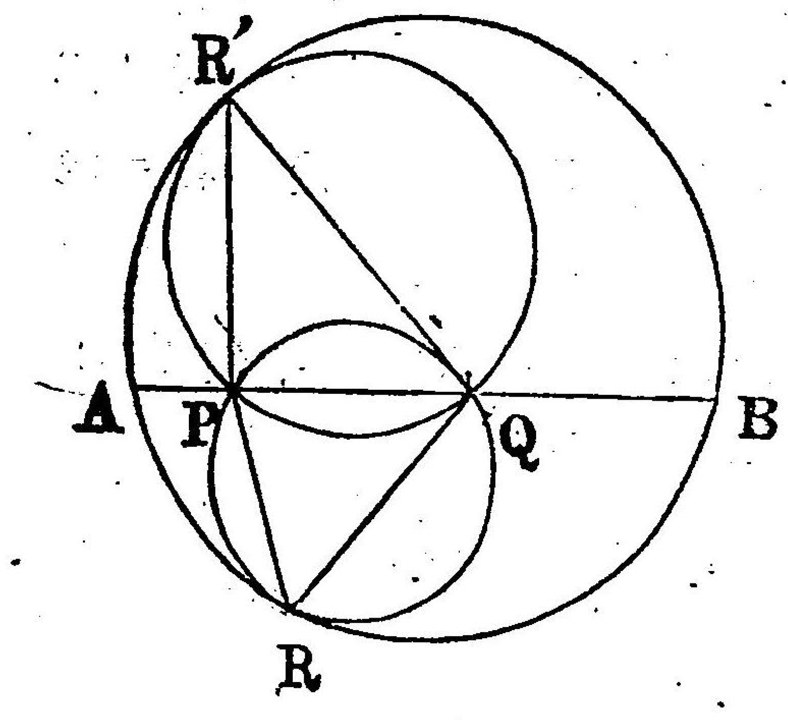
2. 相交ル貳ツノ定直線及ヒ壹ツノ定點アリ此點ヲ過ル直線ヲ引キ定直線ト交ラシメテ得ル所ノ三角形ノ中此點ニテ貳等分サルル直線ノナス三角形ガ面積最小ナリ之ヲ證明セヨ

3. 直角三角形ノ三邊ヲ直徑トシテ斜邊ノ同シ側ニ三ツノ半圓周ヲ作ルトキ斜邊ヲ直徑トスル圓弧ト他ノ邊ヲ直徑トスル半圓周トニテ成ル貳ツノ新月形ノ面積ノ和ヲ求ム

4. 直角三角形ノ直角ノ壹邊ヲ含ム平面上ニ於ケル其三角形ノ正射影ハ直角三角形ナリ之ヲ證明セヨ

(答　案)

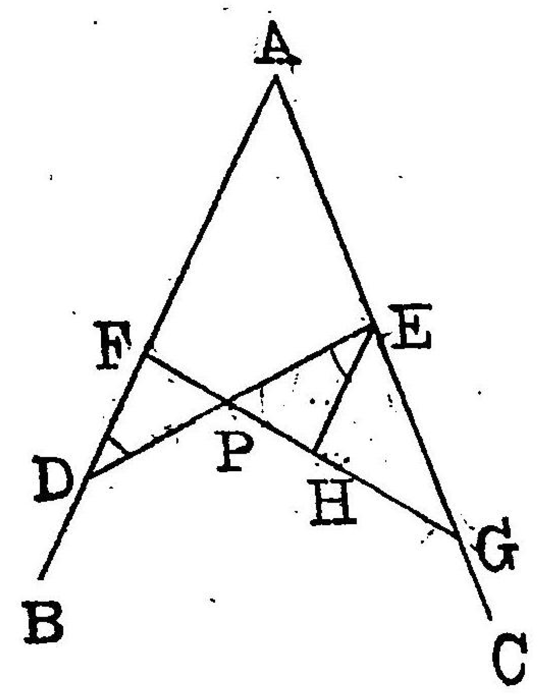
(1) P, Q ヲ通過スル弦ABヲ作リA, Bニ於テ圓周ヲ貳部ニ分チP, Qヲ通過シ劣弧ARBニRニ於テ切スル圓周PQRヲ作レハ此Rハ所求ノ點ノ位置ナリ



〔證〕弧ARB上ニ於テRノ他ノ點ハ弓形PRQノ外ニ出ツルガ故ニ其點ニ於テP,Qヲ夾ム角ハRニ於テ角ヨリ小ナリ

同理ニテP, Qヲ通過シ優弧AR′BニR′ニ於テ切スル圓周ヲ作レハ優弧ノ中ヲニ於テP,Qヲ夾ム角ガ最大ナルハ此ナリ而ソ弧ARBガ弧AR′Bヨリ小ナリトセハ圓PQRハ圓PQR′ヨリ小ナルガ故ニ角PRQハ角PR′Qヨリ大ニシテ即チRハP,Qヲ最大ノ角ニ夾ム點ノ位置ナリ

(2) Aニ於テ相交ル貳ツノ定直線ヲAB, ACトシ壹ツノ定點ヲPトシ此P點ヲ通過スル直線DEヲ引キAB, ACニD, E



ニ於テ會セシメDEガP點ニテ貳等サルヽモノトスレハ三角形ADEノ面積ハ最小ナリ

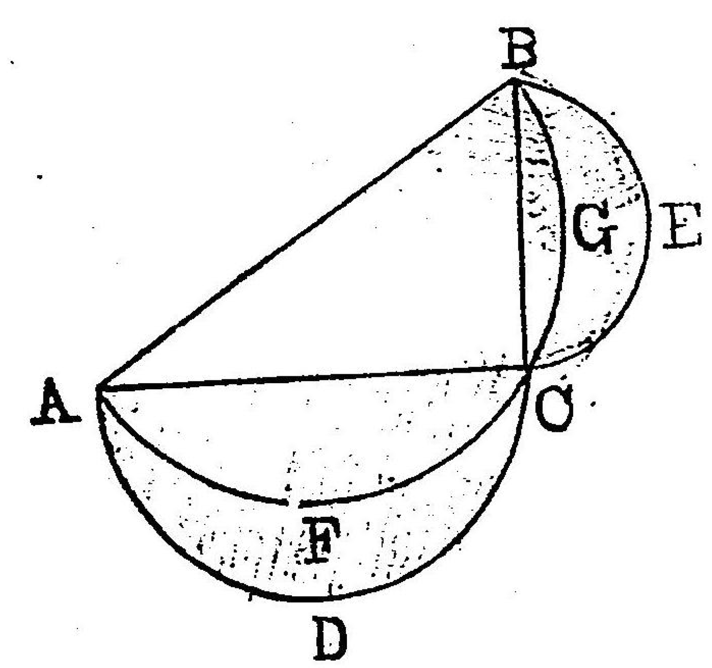
〔證〕今P點ヲ通過スル任意ノ直線FGヲ引キAB, ACニF, Gニ於テ會セシメABニ平行シテEHヲ引キHニ於テFGニ會セシムレハ兩三角形DPF, EPHニ於テ DP=EP,

∠FDP=∠HEP　∠DPF=∠EPH

∴ △DPF≡△EPH　∴ △ADE=□AFHE

然ルニ □AFHE<△AFG　∴ △ADE<△AFG.

(3) 直角三角形ABCノ斜邊ABヲ直徑トスル半圓周ノ弧トAC及ヒBCヲ直徑トスル半圓周ニテ成ル貳ツノ新月形ADCF, BECGノ面積ノ和ヲ求ム



〔解〕半圓ADC : 半圓BEC

$=\overline{AC}^2 : \overline{BC}^2$

∴ 半圓ADC+半圓BEC

: 半圓BEC

$=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2 : \overline{BC}^2$

$=\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$

又　半圓ACB : 半圓BEC$=\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$

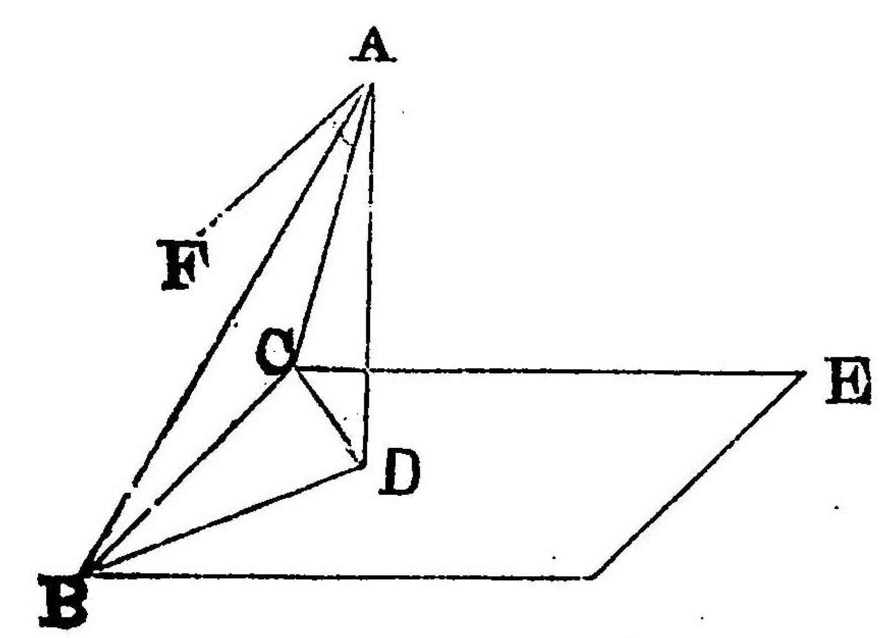
此貳ツノ比例ヨリ 半圓ADC+半圓BEC=半圓ACB

此双方ヨリ貳ツノ弓形AFC. BGCヲ減去スレハ其殘リハ即チ

新月形ADCF+新月形BECG=△ABC

之ニ由テ貳ツノ新月形ノ面積ノ和ハ原ノ直角三角形ノ面積ニ等シキヲ知ル

(4) Cヲ直角トスル直角三角形ABCガ邊BCヲ含ム平面BCE上ニ於ケル正射影BCDハ直角三角形ナルヘシ



〔證〕CBニ平行シテAFヲ引ケハAFハ平面BCEニ平行ニシテADハ平面BCEニ垂線ナル故ニAFハADニ垂線ナルコ明カナルヘシ又角ACBハ直角ナル故ニ角CAFモ直角ニシテAFハCAニモ垂線ナリ由テAFハ平面ACDニ垂線ニシテ之レニ平行ナル所ノCBモ平面ACDニ垂線ナリ故ニ角BCDハ直角ニシテ即チBCDハ直角三角形ナリ

三角法

1. $\cos 72^\circ=\dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ ヲ與フ依リテ三拾六度ノ角ノ三角函數ヲ計算セヨ

2. 次ノ式ニ適合スルθノ總テノ價ヲ求ム

$$\cos^2\theta=1$$

3. 貳等邊直角三角形ABCアリBヲ直角トスBCヲE, Fニ於テ三等分シ角EAF及ヒFAC

ノ正切ヲ求ム

4. 三角形ノ貳邊夫々五尺及ヒ七尺ニシテ其夾角六拾度ナリ依リテ第三邊及ヒ面積ヲ求ム

(答　案)

(1) 公式 $\cos A=2\cos^2\frac{1}{2}A-1$ ヨリ

$\cos^2\frac{1}{2}A=\frac{1+\cos A}{2}$ ヲ得今 A ヲ 72° トスレハ

$$\cos^2 36^\circ=\frac{1+\cos 72^\circ}{2}=\frac{1+\frac{\sqrt{5}-1}{4}}{2}=\frac{3+\sqrt{5}}{8}$$

$$=\frac{6+2\sqrt{5}}{16}\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2$$

$\therefore\quad \cos 36^\circ=\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

又　$\sin^2 36^\circ=1-\left(\frac{\sqrt{5}+1}{4}\right)^2=\frac{10-2\sqrt{5}}{16}$

$\therefore\quad \sin 36^\circ=\frac{\sqrt{(10-2\sqrt{5})}}{4}$

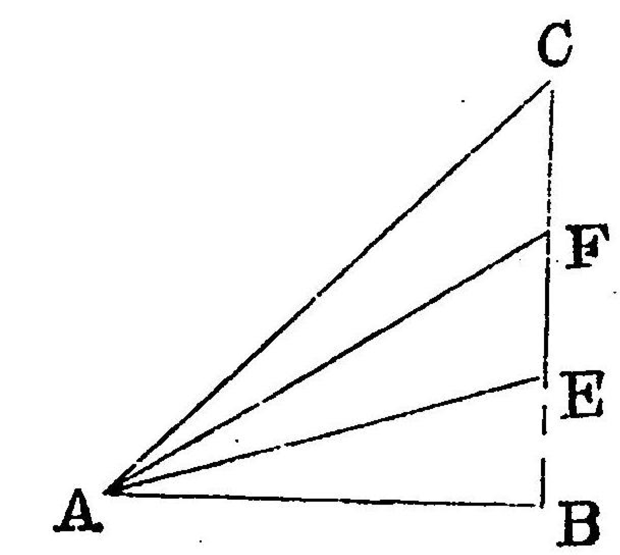
已ニ 36° ノ正弦及ヒ餘弦ヲ知リタレハ他ノ三角函數ハ容易ニ求ムルコヲ得ル故ニ略ス

(2) $\cos^2\theta=1$ 之ヲ平方ニ開ケハ $\cos\theta=\pm 1$

$\therefore\quad \theta=n\pi.$

(3) $\angle BAF=\alpha,\quad \angle BAE=\beta,$

又 $BE=EF=FC=m$ トスレハ $AB=3m$ ナルヘシ



故ニ　$\tan EAF=\tan(\alpha-\beta)$

$$=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{2m}{3m}-\frac{m}{3m}}{1+\frac{2m}{3m}\cdot\frac{m}{3m}}$$

$$=\frac{\frac{1}{3}}{1+\frac{2}{9}}=\frac{3}{11}$$

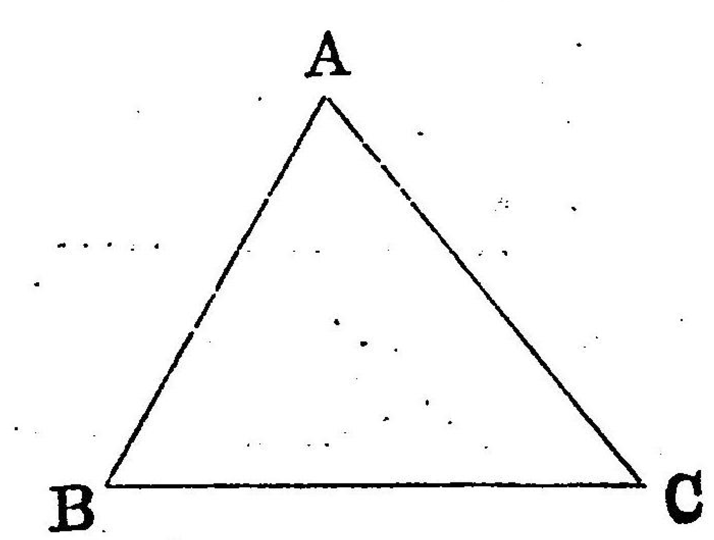
又　$\tan FAC=\tan(45^\circ-\alpha)=\frac{\tan 45^\circ-\tan\alpha}{1+\tan 45^\circ\tan\alpha}$

$$=\frac{1-\frac{2m}{3m}}{1+\frac{2m}{3m}}=\frac{1}{5}$$

(4) $b=7,\quad c=5,\quad A=60^\circ$

$a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A=7^2+5^2-2\times7\times5\times\frac{1}{2}=39$

$\therefore\quad a=\sqrt{39}=6{\cdot}24$ 餘．即チ a 邊ハ六尺貳寸四分餘．



又三角形 ABC ノ面積ヲ S トスレハ

$S=\frac{1}{2}bc\cdot\sin A$

$=\frac{1}{2}\times7\times5\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{25\sqrt{3}}{4}=15{\cdot}155$ 餘

即チ面積ハ拾五平方尺奇零壹五五餘

大阪高等工業學校

(明治三十四年度)

代　數

1. 貳次方程式 $ax^2+bx^2+c=o$ ニ於テ等根·無理根·虛根ナルタメノ要件ヲ記セ

2. 連續セル奇數ヲ次ノ如ク若干組ニ分ツ
即チ　1.　3, 5.　7, 9, 11.　13, 15, 17, 19……………………
トスルトキハ第 n 組ニ於ケル諸數ノ和ハ n^3 ナルコトヲ證セ

(答　案)

(1) 海軍兵學校試驗問題ノ中チ代數 5. 題ノ解ヲ視ヨ

(2) 先ツ 1.　2, 3, 4, 5.　6, 7, 8, 9, 10, 11. ……………………
此ノ如キ排列ニ就テ考フルニ第貳組ハ數字 4 個第三組ハ數字 6 個第四組ハ數字 8 個逐テ數字ノ個數 2 個ツヽ增加スル故ニ第 $n-1$ 組ニ於ケル末數ハ

$1+4+6+\ldots\ldots\ldots n-1$ 項ニ至ル總和ニ等シカルヘシ

此初項ノ 1 ニ 1 ヲ加ヘサレハ等差トナラサル故ニ
初項$=2$,　等差$=2$,　項數$=n-1$　トスレハ上ノ級數ノ總和即チ原級數ノ第 $n-1$ 組ノ末數ハ次ノ如シ

$$\frac{n-1}{2}\{2\times2+(n-1-1)\times2\}-1=n^2-n-1$$

故ニ第 n 組ノ初項ハ $n^2-n-1+2$ 即チ n^2-n+1
故ニ第 n 組ニ於テハ　初項$=n^2-n+1$, 等差$=2$, 項數$=n$

$$\therefore\quad \text{第 } n \text{ 組ニ於ケル諸數ノ和}=\frac{\text{項}}{2}\times\{2\times\text{初}+(\text{項}-1)\times\text{差}\}$$

$$=\frac{n}{2}\{2(n^2-n+1)+(n-1)\times2\}=n^3.$$

幾　何

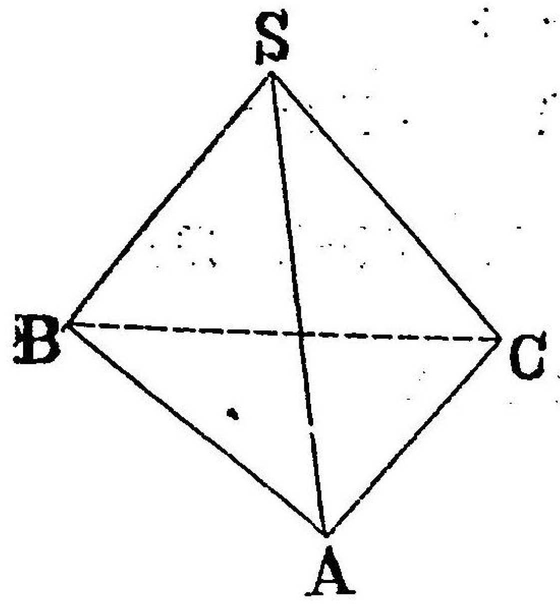
1. 貳ツノ三角形ガ相似ナル場合ノ要件ヲ列擧シ其壹ツヲ證明セヨ

2. 三面角 S ABC ノ壹ツノ稜 SA ノナス貳面角ガ直角ナルトキ SB (或ハ SC) ナル稜ニ垂直ナル平面ニテ此三面角ヲ截リタル截リ口ハ直角三角形ナルコトヲ證セヨ

(答　案)

(1) 貳ツノ三角形ガ相似ナル場合ハ(第壹)各角ガ夫々相等シキ𪜈(第貳)貳邊ガ互ニ比例シ其夾角ガ相等シキ𪜈(第三)各邊ガ順次ニ比例ヲナス𪜈(第四)貳邊ガ互ニ比例シ其壹双ノ對應邊ニ對スル角ガ相等シキ𪜈他ノ壹双ノ對應邊ニ對スル角ハ等シキカ或ハ互ニ補角ナリ岩シ等シケレハ相似ナリ
此中チノ壹ツ例ヘハ第貳ノ場合ヲ證明セントナラハ東京郵便電信學校ノ幾何問題 5 ノ證明ヲ見ヨ

(2) 〔證〕 SB ナル稜ニ垂直ナル平面ニテ截リタル截リ口



ヲABCトスレハ平面SABハ平面ABCニ垂線ナルSBヲ含ム故ニ此面ニ直立ス換言スレハ平面ABCハ平面SABニ直立ス又題言ニヨレハ貳面角SAハ直角ナル故ニ平面SACモ平面SABニ直立スルコ明カナルヘシ然ラハ此兩平面ABC, SCAノ交線ACモ平面SABニ直立スルコハ定理ニ依テ知ルナリ夫レ故ニ角BACハ直角ニシテ即チ截リ口ABCハ直角三角形ナリ

三　角

1. 次ノ等式ヲ證明セヨ

$$\tan A+\cot A=2\operatorname{cosec}\cdot 2A.$$

2. $A+B+C=180$ ナルトキ次式ヲ證セヨ

$$\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C=4\sin A\,.\,\sin B\,.\,\sin C$$

(答　案)

(1) $\tan A+\cot A=\dfrac{\sin A}{\cos A}+\dfrac{\cos A}{\sin A}$

$$=\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\sin A\,.\,\cos A}$$

$$=\frac{2}{\sin 2A}=2\operatorname{cosec}.\,2A.$$

(2) $\sin 2A+\sin 2B+\sin 2C$

$$=2\sin(A+B)\cos(A-B)+2\sin C\,.\,\cos C$$

$$=2\sin C\,.\,\cos(A-B)-2\sin C\,.\,\cos(A+B)$$

$$=2\sin C\{\cos(A-B)-\cos(A+B)\}$$

$$=2\sin C\{2\sin A\sin B\}$$

$$=4\sin A\,.\,\sin B\,.\,\sin C.$$

高等師範學校

(明治三拾四年度)

算　術

1. 甲乙貳個ノ時計アリ甲ハ毎日$7\frac{1}{6}$秒ヅツ進ミ乙ハ毎日$3\frac{1}{2}$秒ヅヽ後ルト云フ或日ノ正午ニ双方共ニ正シキ時ニ合セタル後幾何ノ時ヲ經ハ兩方ノ時計面ノ時ノ差10分トナルヘキカ

(答　案)

(1) $\left(7\frac{1}{6}+3\frac{1}{2}\right)\div 24=\frac{4}{9}$秒　之レ正時ノ壹時間ニ於テ兩方ノ時計面ノ差ナリ

$10\times 60\div\frac{4}{9}=1350$ 時.　之レ兩方ノ時計面ニ於テ10分ノ差ヲ生スル間經過セシ正時ノ時間ニシテ正シキ時ニ合セタル日ヨリ57日目ノ午後6時ニ當ルナリ

代　數

2. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{x+\dfrac{y-x}{1+xy}}{1-x\dfrac{y-x}{1+xy}}$$

3. 白砂糖七斤ノ價ハ赤砂糖七斤ノ價ヨリ貳拾壹錢高ク又白砂糖ト赤砂糖トヲ各貳圓四拾~~拾~~錢ヅヽ買フトキハ白砂糖ハ赤砂糖ヨリ四斤少シト云フ赤砂糖七斤ノ價幾何ナルカ

(答　案)

(2) 原式$=\dfrac{x+x^2y+y-x}{1+xy-xy+x^2}=\dfrac{y(x^2+1)}{1+x^2}=y.$

(3) 赤砂糖 7 斤ノ價$=x$錢トスレハ

白砂糖 1 斤ノ價$=x+21$　題言ニ從テ方程式ヲ立ツレハ

$$\frac{240}{\frac{x}{7}}=\frac{240}{\frac{x+21}{7}}+4$$

之ヲ化スレハ　$x^2+21x-8820=0$

$\therefore$　$(x-84)(x+105)=0$　$\therefore$　$x=84$　或　-105

後者ハ不合理ナル故ニ前者ヲ採リテ赤砂糖 7 斤ノ價ハ 84 錢ヲ以テ答トス

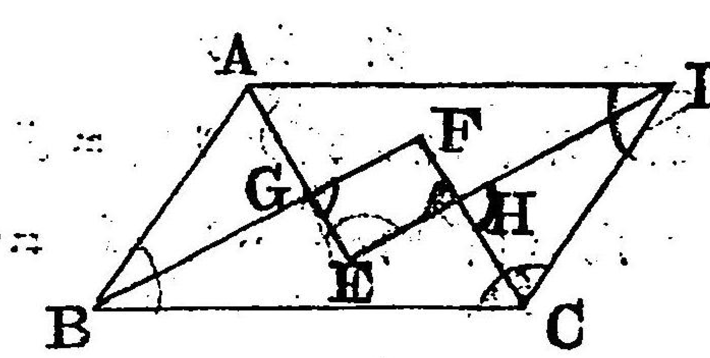
幾　何

4. 平行四邊形ノ四ツノ內角ヲ貳等分スル直線ガ相交リテ成ス所ノ四邊形ハ矩形ナルコヲ證セヨ

5. 圓ニ外接スル四邊形ノ壹双ノ相對スル邊ノ和ハ他ノ壹双ノ相對スル邊ノ和ニ等シキコ及ヒ其逆ヲ證明セヨ

(答　案)

(4) 平行四邊形 ABCD ノ四ツノ內角ノ貳等分線ガ相交リテ成ス四邊形 EHFG ハ矩形ナルヘシ



〔證〕 $\angle DAE=\frac{1}{2}\angle BAD,$

$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle ADC$

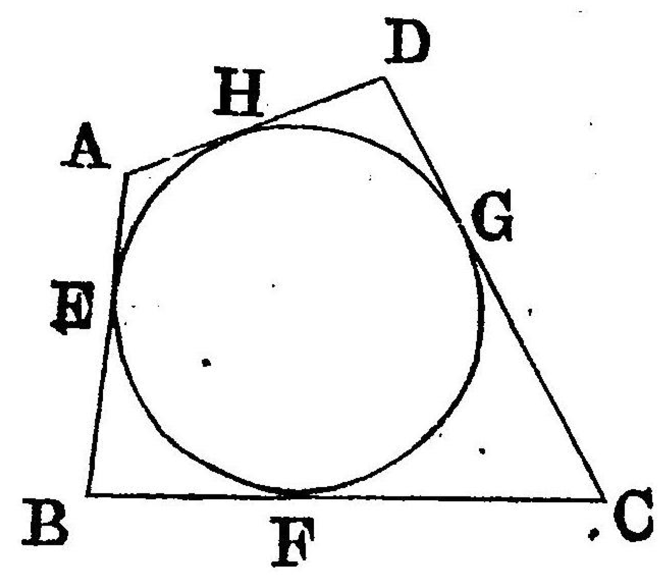
此兩式ヲ相加フレハ

$\angle DAE+\angle ADE=\frac{1}{2}(\angle BAD+\angle ADC)=\frac{1}{2}\times 2R\llcorner=R\llcorner$

同理ニテ他ノ角モ直角ニ等シキコヲ證明シ得ヘシ之ニ由テ EHFG ハ矩形ナリ

(5) 圓ニ外切スル四邊形ヲ ABCD トスレハ邊 AB, CD ノ和ハ邊 BC, AD ノ和ニ等シカルヘシ

〔證〕 圓外ノ壹ヨリ引ケル貳ツノ切線ハ相等シト云フ定理ニ



ヨリテ邊AB, BC, CD, DAガ圓ニ切スル點ヲ順次ニ E, F, G, H トスレハ

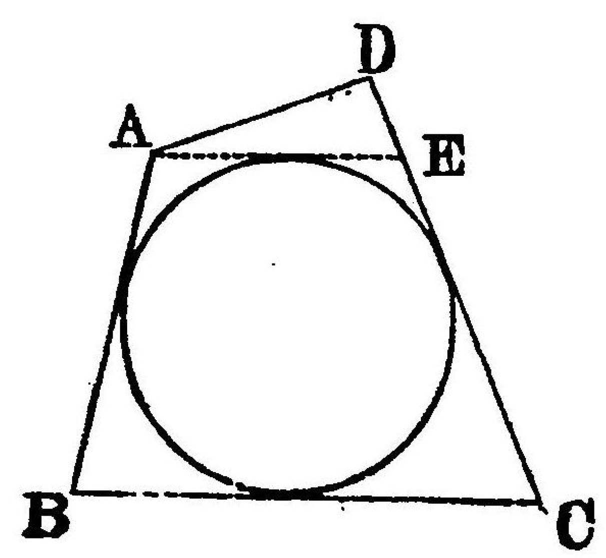
$AE=AH \quad BE=BF,$

$CG=CF, \quad DG=DH$

此四ツノ式ヲ相加フレハ

$AB+CD=BC+AD$ ヲ得ルナリ

(逆) 四邊形ABCDニ於テ $AB+CD=BC+AD$ ナルトキ本形ハ圓ニ外切シ得ヘシ



〔證〕邊AB, BC, CDニ切スル圓ガ若シ邊ADニ切セサルモノトスレハ此圓ニ切シテAEヲ引キ邊CDトEニ於テ會セシムヘシ然ルトキハ

$AB+CE=BC+AE$..........(1)

ナルコハ已ニ證明セリ然ルニ $AB+CD=BC+AD$..........(2)

ナル故ニ(2)式ヨリ(1)式ヲ減スレハ其殘式ハ次ノ如シ

$DE=AD-AE$ 之レ三角形AEDニ於テ不合理ノ式ナリ故ニ此ノ如キ三角形ハ決シテ生スルコナシ之ニ由テ此圓ハ邊ADニモ切スルヲ知ル故ニ逆ハ眞ナリ

高等學校入學豫備試驗

(明治三拾四年度)

1. 次ノ語ノ定義ヲ記セ

(a) 方程式ノ次數 (b) 正多角形

2. $\sqrt{8}-\sqrt{6}$ ト $\sqrt{6}-2$ ノ大小ヲ比較セヨ

3. 相距ルコ60哩ナル甲乙兩驛ヨリ相向ヒ同時ニ發シタル汽車アリ出逢ヒタル後壹ハ壹時間ニシテ乙驛ニ達シ他ハ貳時拾五分間ニシテ甲驛ニ達シタリト云フ此汽車ノ速サ各何程ナルカ

4. 三人ノ學生ヲ七種ノ學校ニ入ルル仕方ハ幾通リアルカ

5. 年利六分年金額1500圓ナル永續年金ノ現價ヲ求ム

6. 2^{100} ハ幾ツノ桁數ナルカ

7. 與ヘラレタル點ヲ過キ與ヘラレタル平行四邊形ヲ貳等分スル直線ヲ引ケ

8. 半徑15「センチメートル」ナル球面ト等シキ面積ヲ有スル圓ノ半徑ヲ求ム

9. $\sin 2x=a\sin x,\ \cos 2x=b\cos x$ 之レヨリ x ヲ逐出セヨ

10. $a=b=5,\ c=3$ ナル三角形ABCノ壹角Cノ値ヲ求ム

(答案)

(1) (*a*) 方程式ノ次數トハ方程式ガ壹未知數量 x ノミヲ有シテ x ニ關シ有理ニシテ整式ナル時 x ノ壹方乘ノミヲ有ツモノヲ x ノ壹次方程式ト云ヒ最高方乘ガ x^2 ナル時之ヲ貳次方程式ト云フ他モ之ニ準ス

又貳未知數量 x 及ヒ y ヲ有ツ所ノ方程式ノ次數ハ方程式ノ各節ニ於テ x 及ヒ y ノ最高乘元ノ次數ヲ云フ

三未知數量ヲ有ツ方程式ノ次數モ亦タ x, y, z ヲ有ツ所ノ最高乘元ノ次數ヲ云フ

例ヘハ $4x+5y=20$ ハ壹次ナリ $3x^2-2xy=7$ ハ貳次ナリ又 $ax^2+by^2+c=o$ 及ヒ $x+y=xy$ ノ如キモ貳次ナリ

(*b*) 正多角形トハ直線形ニ於テ各邊ノ長サ相等シク各角ノ大サ相等シキモノヲ云フ

(2) $\sqrt{8}-\sqrt{6}=\sqrt{2}(2-\sqrt{3})$, $\sqrt{6}-2=\sqrt{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ナル故ニ $\sqrt{8}-\sqrt{6}$ ト $\sqrt{6}-2$ ノ大小ハ $2-\sqrt{3}$ ト $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ ノ大小ニヨル　然ルニ $2-\sqrt{3}=2-1{\cdot}732={\cdot}268$

$\sqrt{3}-\sqrt{2}=1{\cdot}732-1{\cdot}414={\cdot}318$ ナル故ニ

$$2-\sqrt{3}<\sqrt{3}-\sqrt{2} \qquad \therefore \qquad \sqrt{8}-\sqrt{6}<\sqrt{6}-2.$$

(3) 兩汽車ガ出發シテヨリ出逢ヒシマテノ時間ヲ x トスレハ $1:x=x:2\frac{1}{4}$ 此ノ如キ比例ヲ得ヘシ

$\therefore\ x^2=2\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$ $x=\frac{3}{2}$ 故ニ壹ノ汽車ハ 60 哩ヲ $1+\frac{3}{2}$ 時間ニ達シ他ハ $2\frac{1}{4}+\frac{3}{2}$ 時間ニ達スルヲ知ル故ニ兩汽車毎時ノ速力ハ $60\div\left(1+\frac{3}{2}\right)$ 即チ 24 哩及ヒ $60\div\left(2\frac{1}{4}+\frac{3}{2}\right)$ 即チ 16 哩ナリ

(4) A, B, C ナル三人ノ學生ヲ甲乙丙丁戊己庚ナル七種ノ學校ニ入ルヽ仕方ハ幾通リアルカヲ求メンニ先ツ A, B 貳人ヲ甲校ニ入レ置キテ C ガ諸校ニ入ル仕方ハ 7 通リアリ次ニ B ノミヲ乙校ニ入レ置キテ C ガ諸校ニ入ル仕方ハ 7 通リアリ然ルニ B ガ諸校ニ入ル仕方ハ 7 通リアル故ニ B, C 貳人ガ七種ノ學校ニ入ル仕方ハ 7^2 通リアリ又 B, C 貳人ヲ壹定ノ學校ニ入レ置キテ A ガ諸校ニ入ル仕方ハ 7 通リアリ然ルニ已ニ求メタル如ク B, C 貳人ヲ諸校ニ入ル仕方ハ 7^2 通リアル故ニ A, B, C ノ三人ヲ七種ノ學校ニ入ル仕方ハ 7×7^2 即チ 7^3 通リアリ

A B C | 甲 乙 丙 丁 戊 己 庚

(5) 永續年金 1500 圓ガ現價ノ六分ニ相當スル如キ現價ヲ求ムレハ可ナリ故ニ

所求ノ現價 $=1500\div0{\cdot}06=25000$ 圓

以上ハ算術ノ解法ナレ圧方程式ニテハ次ノ如シ

現價ヲ x 圓トスレハ

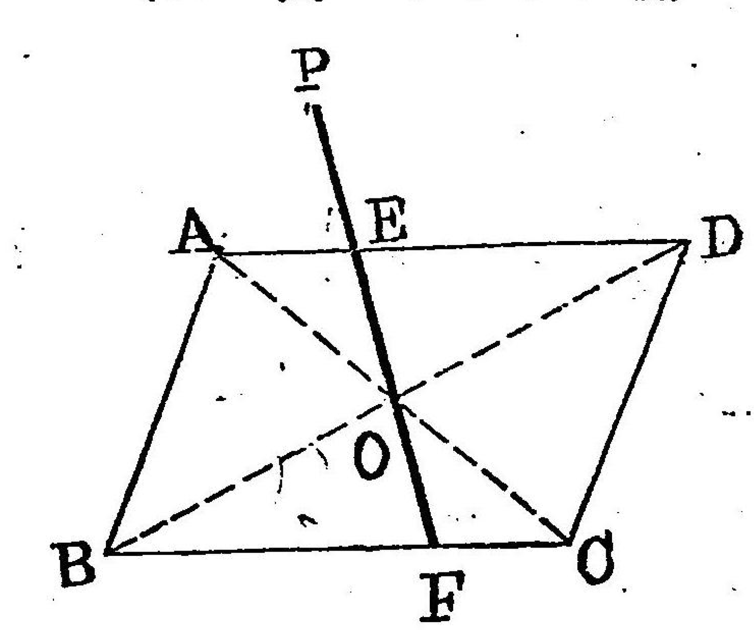
$$0{\cdot}06x=1500 \qquad \therefore \qquad 6x=150000 \qquad \therefore \qquad x=25000$$

(6) $log2=0{\cdot}30103$ ナル故ニ

$$log2^{100}=100log2=100\times0{\cdot}30103=30{\cdot}10300$$

即チ指標 30 ヲ得タル故ニ 2^{100} ハ 31 桁ナリ

(7) 與ヘラレタル點 P ヲ過キ與ヘラレタル平行四邊形 ABCD ヲ貳等分スル直線ヲ引クコヲ求ム



〔作法〕兩對角線 AC, BD ノ交點 O ト P トヲ過キル直線ヲ引ケハ本形ヲ貳等分スルナリ

〔證〕此直線ガ邊 AD, BC ニ交

ル點ヲ E, F トスレハ兩三角形 AEO, CFO ニ於テ

$AO=CO,\quad \angle AOE=\angle COF,\quad \angle EAO=\angle FCO$

∴　$\triangle AEO\equiv\triangle CFO$　　同理ニテ　$\triangle DEO\equiv\triangle BFO$

又　$AO=CO,\quad BO=DO,\quad \angle AOB=\angle COD$

∴　$\triangle ABO\equiv\triangle CDO$　　∴　$\square ABFE=\square CDEF$

之ニ由テ直線 PO ハ本形ヲ貳等分ス

(8) 圓ノ面積ハ半徑15「センチメートル」ナル球面ト等シキ故ニ $4\pi\times15^2$ 即チ 900π ナリ今圓ノ半徑ヲ r トスレハ圓ノ面積ハ πr^2 ナル故ニ　$\pi r^2=900\pi$

∴　$r=30$「センチメートル」ナリ

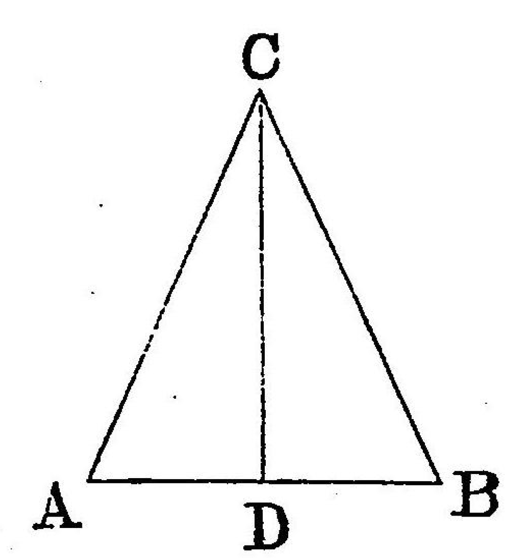
(9) $\sin2x=a\sin x$ ....(1)　$\cos2x=b\cos x$ ....(2)

(1)ヨリ　$2\sin x\cos x=a\sin x$　　∴　$\cos x=\dfrac{a}{2}$ ....(3)

又(2)ヨリ $2\cos^2x-1=b\cos x$ 之レニ(3)ヲ代入スレハ

$2\left(\dfrac{a}{2}\right)^2-1=b\left(\dfrac{a}{2}\right)$　　∴　$a^2-ab=2.$

(10) 題意ニヨレハ AC=BC ナル故ニ AB ニ垂線 CD ヲ引ケハ頂角 C ヲ貳等分シ又底邊 AB ヲ貳等分ス



∴　$AD=\dfrac{3}{2}=1{\cdot}5,\qquad AC=5$

$\angle ACD=\dfrac{1}{2}\angle C$

∴　$\sin\dfrac{1}{2}C=\dfrac{AD}{AC}=\dfrac{1{\cdot}5}{5}=\dfrac{3}{10}$

∴　$\log\sin\dfrac{1}{2}C=\log3-\log10=0{\cdot}47712-1$

$=9{\cdot}47712-10$

表ニ依リテ　$\log\sin17^\circ27'27''=9{\cdot}47712-10$

∴　$\dfrac{1}{2}C=17^\circ27'27''$

∴　$C=34^\circ\ 54'\ 54''.$

高等學校撰拔試驗

(明治三拾四年度)

1. 循環小數 $0{\cdot}0\dot{3}\dot{7}$ ヲ分數ニ化セヨ

2. 次ノ聯立方程式ヲ解ケ

$$\begin{cases}3x^2-2xy+y^2=2\\2x^2+xy-y^2=2\end{cases}$$

3. 第6項ハ49, 第11項ハ51ナル等差級數ノ第17項ハ何程ナルカ又其初項ヨリ第何項マテノ總和ガ800トナルカ

4. 貳ツノ相似多角形ノ相應邊ノ比ガ3:25ニシテ大ナル方ノ面積ガ壹平方尺ナル時ハ小ナル方ノ面積ハ何程ナルカ

5. 壹平面ノ外ニアル貳定點A及ヒBヨリ等距離ニシテ且ツ此平面ノ内ニ在ル點ノ軌跡ヲ求ム

6. 正切ガ夫々 $\sqrt{7}+\sqrt{6}$, $\sqrt{7}-\sqrt{6}$ ナル貳鋭角ノ和ヲ求ム

7. 四邊形 ABCD ノ三邊 $AB=a$, $BC=b$, $CD=c$ ト兩對角線 $AC=p$, $BD=q$ トヲ知リテ邊 $AD=x$ ヲ計算セヨ

8. 次ノ値ヲ計算セヨ

(*a*) $\log \sin 47°20'$, $\log \tan 45°40'$;

(*b*) $\cos 40°$, $\tan 40°$.

對　數　表

角	*sin*	*tan*	*cot*	*ccs*		數	對數	數	對數
40°	$\bar{1}.808$	$\bar{1}.924$	0.076	$\bar{1}.884$	50°	76	881	82	914
42°	$\bar{1}.826$	$\bar{1}.954$	0.046	$\bar{1}.871$	48°	78	892	84	924
44°	$\bar{1}.842$	$\bar{1}.985$	0.015	$\bar{1}.857$	46	80	903	86	934
	cos	*cot*	*tan*	*sin*	角	對	對數	數	對數

(答　案)

(1) $100\times0\cdot0\dot{3}\dot{7}=3\cdot7373737\ldots\ldots$

$0\cdot0\dot{3}\dot{7}=0\cdot0373737\ldots\ldots$

相減シテ $99\times0\cdot0\dot{3}\dot{7}=3\cdot7$

故ニ $0\cdot0\dot{3}\dot{7}=\frac{3\cdot7}{99}=\frac{37}{990}$

(2) $3x^2-2xy+y^2=2\ldots\ldots\ldots(1)$

$2x^2+xy-y^2=2\ldots\ldots\ldots(2)$

(1) 式ヨリ (2) 式ヲ減スレハ $x^2-3xy+2y^2=0$ 分解スレハ

$(x-y)(x-2y)=0$ $\therefore$ $x=y$ 或 $2y$,

今 $x=y\ldots\ldots(3)$ ヲ以テ (2) 式ニ代入スレハ $y=\pm1$ ヲ得從テ $x=\pm1$ ヲ得ルナリ

又 $x=2y\ldots\ldots(4)$ ヲ (2) 式ニ代入スレハ $y=\pm\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ヲ得之ヲ (4) ニ代入シテ $x=\pm\frac{2}{3}\sqrt{2}$ ヲ得故ニ答數ハ

$x=\pm1$, $y=\pm1$ 或ハ $x=\pm\frac{2}{3}\sqrt{2}$, $y=\pm\frac{1}{3}\sqrt{2}$ ナリ

(3) 初項ヲ a 等差ヲ d トスレハ末項ヲ求ムル公式ニ依テ

$49=a+(6-1)d$ $\therefore$ $a+5d=49\ldots\ldots\ldots(1)$

及ヒ $51=a+(11-1)d$ $\therefore$ $a+10d=51\ldots\ldots\ldots(2)$

(2) ヨリ (1) ヲ減スレハ $5d=2$ $\therefore$ $d=\frac{2}{5}$ 之ヲ (1) ニ代入シテ a ヲ求ムレハ $a=47$ ヲ得故ニ

第 17 項 $=a+(17-1)d=47+16\times\frac{2}{5}=53\frac{2}{5}$.

又總數ガ 800 トナルヘキ項數ヲ n トスレハ總數ヲ求ムル公式ニ依リテ

$$800=\frac{n}{2}\left\{2a+(n-1)d\right\}=\frac{n}{2}\left\{2\times47+(n-1)\times\frac{2}{5}\right\}$$

之ヲ化シテ $n^2+234n-4000=0$

$\therefore$ $(n+250)(n-16)=0$ $\therefore$ $n-16=0$ $\therefore$ $n=16$.

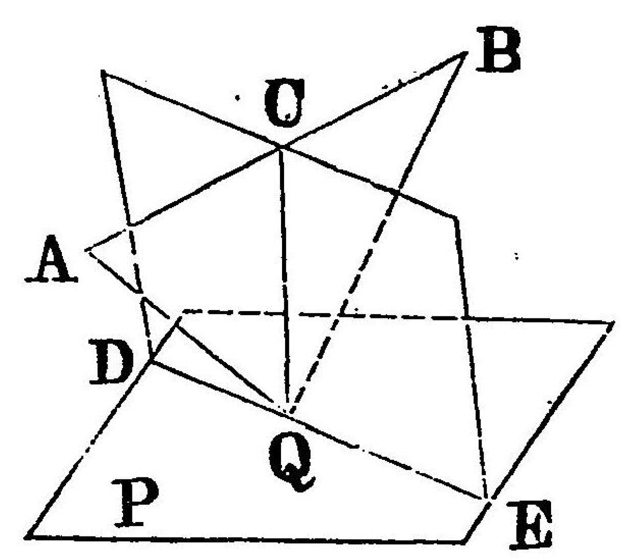
即チ初項ヨリ第 16 項マテノ和ガ 800 トナルナリ

(4) 相似多角形ノ面積ノ比ハ對應邊ノ平方比ニ等シキガ故ニ小ナル方ノ面積ヲ x 平方尺トスレハ

$$1 : x = 25^2 : 3^2 = 625 : 9$$

$\therefore \quad x = \dfrac{9}{625} = 0{\cdot}0144$ 平方尺即チ 1 平方寸 44.

(5) P 平面ノ外ニ在ル貳定點 A 及ヒ B ヨリ等距離ニシテ此平面內ニアル點ノ軌跡ヲ求ム



先ツ AB ヲ線ヒ之ヲ C ニ於テ直角ニ貳等分スル平面 CDE ヲ作リ P 平面トノ交リヲ DE トスレハ DE ハ所求ノ軌跡ナリ

〔證〕 DE 上ニ Q 點ヲ設ケテ QA, QB, QC ヲ結ヘハ作法ニヨリ C ハ AB ノ中點ニシテ CQ ハ AB ニ垂線ナル故ニ QA=QB ナルコ明カナルヘシ若シ Q ガ P 平面上ニ於テ DE ノ外ニ出ツレハ CQ ハ平面 CDE ヲ離ルヽ故ニ QC ハ AB ニ垂線ヲナサズ然ルキハ QA, QB ハ相等シカラサルコ平面幾何ニ依テ明カナルヘシ之ニ由テ DE ハ所求ノ軌跡ナリ

(6) $\tan A = \sqrt{7} + \sqrt{6}, \qquad \tan B = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ トスレハ

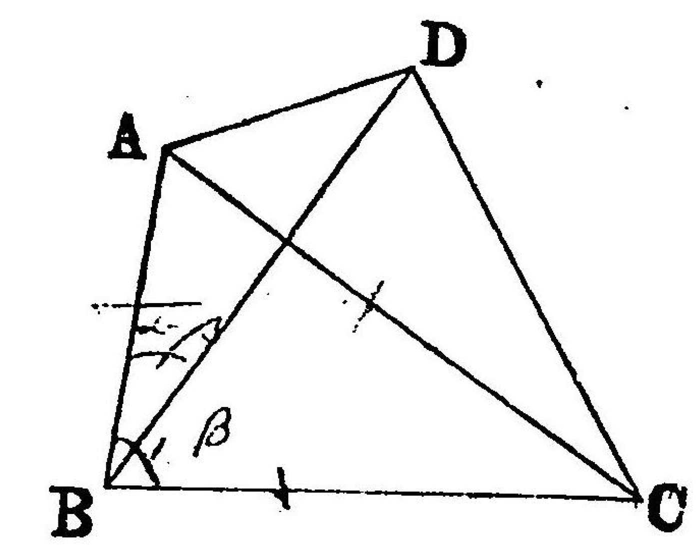
$$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A . \tan B} = \frac{\sqrt{7}+\sqrt{6}+\sqrt{7}-\sqrt{6}}{1-(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})}$$

$$= \frac{2\sqrt{7}}{1-7+6} = \frac{2\sqrt{7}}{0} = \infty$$

$$\therefore \qquad A + B = 90.$$

(7) 四邊 ABCD ニ於テ $AB = a, \quad BC = b, \quad CD = c.$

$AC = p, \quad BD = q, \quad AD = x.$



三角形 ABC ノ三邊ハ已知ナル故ニ角 ABC ノ值ヲ求ムルコヲ得ヘシ之ヲ α ト名ク又三角形 DBC モ三邊ハ已知ナル故ニ角 CBD ヲ求ムルコヲ得ヘシ之レヲ β ト名ク故ニ角 ABD ハ $\alpha-\beta$ ニ等シク已ニ知リクルモノナリ由テ今三角形 ABD ニ於テ貳邊ト夾角ヲ知テ他ノ邊ヲ求ムル公式ニ依レハ

$$\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{DB}^2 - 2AB \times DB \cos ABD$$

即チ　$x^2 = a^2 + q^2 - 2aq\cos(\alpha - \beta)$

此式ヨリ x ノ值ヲ求メ得ヘシ又對數表ニ依テ計算スルコニ便ナラシムルニハ上式ヲ次ノ如ク變化スヘシ

$$x^2 = a^2 + q^2 - 2aq\left\{1 - 2\sin^2\frac{1}{2}(\alpha-\beta)\right\}$$

$$= (a-q)^2 + 4aq\sin^2\frac{1}{2}(\alpha-\beta)$$

$$= (a-q)^2\left\{1 + \frac{4aq\sin^2\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{(a-q)^2}\right\}$$

今　$\tan^2\varphi = \dfrac{4aq . \sin^2\frac{1}{2}(\alpha-\beta)}{(a-q)^2}$ ....(1) トスレハ

$$x^2 = (a-q)^2(1+\tan^2\varphi) = (a-q)^2\sec^2\varphi$$

$\therefore \qquad x = (a-q)\sec\varphi$ ....(2)

(1)式ヨリ φ ナル度數ヲ求メテ(2)式ニ代入シ然ル後 x ヲ求ムルコヲ得ヘシ

(8)

(a)

$$\begin{array}{rl} \log\sin 48^\circ = & \overline{1}.871 \\ \log\sin 46^\circ = & \overline{1}.857 \\ \hline 2^\circ & .014 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} \log\sin 47^\circ 20' = & \overline{1}{\cdot}867 + x \\ \log\sin 46^\circ \quad = & \overline{1}.857 \\ \hline 1^\circ 20' & x \end{array}$$

$\therefore\quad 2 : .014 = 1\frac{1}{3} : x \qquad \therefore\quad x = 0.009$

之ニ由テ　$los\ sin47°20' = \bar{1}.857 + 0.009 = \bar{1}.866$

又　$\begin{array}{r} log\ tan46° = 0{\cdot}015 \\ log\ tan44° = \bar{1}.985 \\ \hline 2° \quad 0.030 \end{array} \qquad \begin{array}{r} log\ tan45°40' = \bar{1}.985 + x \\ log\ tan44° \quad = \bar{1}.985 \\ \hline 1°40' \qquad\qquad x \end{array}$

$\therefore\quad 2 : 0.030 = 1\frac{2}{3} : x \qquad \therefore\quad x = 0.025$

之ニ由テ　$log\ tan45°40' = \bar{1}.985 + 0.025 = 0.010$

(b)　$\begin{array}{r} log0.78 = \bar{1}.892 \\ log0.76 = \bar{1}.881 \\ \hline 0.02 \quad 0.012 \end{array} \qquad \begin{array}{r} los\ cos40° = \bar{1}.884 \\ log\ 0.76 = 1.881 \\ \hline cos40° - 0.76 = 0.003 \end{array}$

$0.012 : 0.003 = 002 : cos40° - 0.76$

$\therefore\quad cos40° - 0.76 = 0.005 \qquad \therefore\quad cos40° = 0.765,$

又　$log\ tan40° = \bar{1}.924 \qquad los0{\cdot}84 = \bar{1}.924$

$\therefore\quad tan40° = 0{\cdot}84.$

高等商業學校

(明治三拾四年度)

算術及代數

1. 甲乙丙ノ三管ヲ以テ桶ニ水ヲ入ルニ甲管ノミヲ以テセハ九時間ニ滿ツヘク乙管ノミヲ以テセハ拾貳時間ニテ滿ツヘク乙丙ノ貳管ヲ以テセハ七時間ニテ滿ツベシト云フ今先ヅ

丙管ヲ開キテ水ヲ入レ桶ノ八分ノ三ヲ滿シタルトキ丙管ヲ閉ヂ他ノ貳管ヲ開キテ全ク桶ニ充滿スルマテ水ヲ入ルトキハ最初ヨリ幾時間ニテ充滿スルカ

2. 男三人ト童四人ト協力シテ九日間ニ貳町五反三畝ノ地ヲ耕スト云フ今男拾人ト童七人ト協力シテ長サ $312\frac{5}{8}$「メートル」幅240「メートル」ノ矩形地ヲ耕スニハ幾日ヲ要スルカ但シ壹男壹童ノ力ヲ比スレハ八ト五ノ如シ

3. 金若干圓ヲ甲乙丙丁ノ四人ニ分ツニ甲ハ全額ノ四分ノ壹ヨリ a 圓少ク取リ乙ハ其殘リノ半分ヨリ b 圓多ク取リ丙ハ甲ノ c 倍ヲ取ル斯クシテ殘レル部分即チ丁ノ得ル所ハ d 圓ナリト云フ甲ノ得ル所ハ幾圓ナルカ

4. [illegible]$(x+2y)(x-3y)=20, \quad \frac{2y-5}{y-x} = \frac{x+3y}{2y+5}$ ナルトキ x 及ヒ y ノ値ヲ求ム

(答案)

(1) 桶ノ容量=1トスレハ

甲管每時ノ注入$=\frac{1}{9}$　乙管每時ノ注入$=\frac{1}{12}$,

乙丙貳管每時ノ注入$=\frac{1}{7}$

故ニ　丙每時ノ注入$=\frac{1}{7}-\frac{1}{12}=\frac{5}{84}$

故ニ　所求ノ時間$=\frac{3}{8}\div\frac{5}{84}+\left(1-\frac{3}{8}\right)\div\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{12}\right)=9\frac{18}{35}$.

(2)　$3+4\times\frac{5}{8}=5\frac{1}{2}$　之レ男三人童四人ヲ悉ク男ノ數ニ直シタルモノ

$10+7\times\frac{5}{8}=14\frac{3}{8}$　之レ男拾人童七人ヲ悉ク男ノ數ニ直シタルモノ

$253\times30=7590$　之レ貳町五反三畝ヲ歩數即チ坪數ニ直シタルモノ

$312\frac{5}{8}\times\frac{33}{60}\times240\times\frac{33}{60}=22696\frac{23}{40}$　之レ矩形ノ坪數ナリ但シ1「メートル」ヲ3尺3寸トス

以上直シタル數ニヨリ歸壹法ニテ計算スルコ次ノ如シ

$9\times5\frac{1}{2}=49\frac{1}{2}$日，之レ1人ニテ7590坪ヲ耕ス日數.

$49\frac{1}{2}\div7590=\frac{33}{5060}$日，之レ男1人1坪ヲ耕ス日數.

$\frac{33}{5060}\div14\frac{3}{8}=\frac{66}{145475}$日．之レ$14\frac{3}{8}$人1坪ヲ耕ス日數.

$\frac{66}{145475}\times22696\frac{23}{40}=10\frac{78589}{264500}$日，之レ$14\frac{3}{8}$人ニテ$22696\frac{23}{40}$坪ヲ耕ス所ノ日數ニシテ所求ノモノナリ.

(3)　全額ヲx圓トスレハ　甲ノ所得$=\frac{x}{4}-a$

乙ノ所得$=\left\{x-\left(\frac{x}{4}-a\right)\right\}\times\frac{1}{2}+b=\frac{3x}{8}+\frac{a}{2}+b$

丙ノ所得$=c\left(\frac{x}{4}-a\right)$　而シテ丁ノ所得ハd圓ナリト云フ故ニ

$$\frac{x}{4}-a+\frac{3x}{8}+\frac{a}{2}+b+c\left(\frac{x}{4}-a\right)+d=x$$

之ヲ解ケハ　$x=\frac{4(a+2c-2b-2d)}{2c-3}$

(4)　$(x+2y)(x-3y)=20$……………………(1)

$\frac{2y-5}{y-x}=\frac{x+3y}{2y+5}$……………………(2)

(1)ヨリ　$x^2-xy-6y^2=20$……………………(3)

(2)ヨリ　$x^2+2xy+y^2-25=0$ヲ得ル故ニ之ヲ分括スレハ

$(x+y+5)(x+y-5)=0$

∴　$x+y=-5$…………(4)　或ハ　$x+y=5$…………(5)

(4)ヨリ　$y=-(x+5)$　之ヲ(3)ニ代入スレハ

$4x^2+55x+170=0$　而シテ　$55^2-4\times(4\times170)=305$

トナリテ平方數ナラサル故ニ此方程式ノ左邊ハ有理因子ニ分括スル能ハズ故ニ貳次方程式解法ニ依リテ

$x=\frac{-55\pm\sqrt{305}}{8}$　∴　$y=\frac{15\mp\sqrt{305}}{8}$

又(5)ヨリ$y=5-x$　之ヲ(3)ニ代入スレハ

$4x^2-55x+170=0$

∴　$x=\frac{55\pm\sqrt{305}}{8}$　故ニ　$y=5-\frac{55\pm\sqrt{305}}{8}$

$=\frac{-15\pm\sqrt{305}}{8}$

幾何及三角

1.　貳ツノ圓ノ交點A, Bヲ過クル直線PAQ, RBSヲ引キ圓周トP, Q, R, Sニ於テ相會セシメ

ヲ然ルトキハ弦 QS ト PR ハ平行ナリ

2. 與ヘラレタル三ツノ正方形ノ和ニ等シキ正方形ヲ畫クコヲ求ム

3. $\cos 5x$ ヲ $\cos x$ ニテ表ハセ

4. 三角形ノ三邊ヲ知テ其角ヲ對數ニテ計算スルニ用ユル範式ヲ作レ

(答　案)

(1) 本題ハ海軍兵學校幾何問題4ニ同シ由テ該解ヲ視ヨ

(2) 與ヘラレタル三ツノ正方形ノ邊ノ長サヲ夫々 a, b, c トスレハ先ツ a, b ヲ貳直邊トシテ直角三角形ヲ畫キ其斜邊ヲ m トシ次ニ m, c ヲ貳直邊トシテ又直角三角形ヲ畫キ其斜邊ヲ n トスレハ n ヲ壹邊トシテ畫ク正方形ハ所求ノモノナリ何トナレハ $m^2=a^2+b^2$, $n^2=m^2+c^2$ 　$\therefore$ $n^2=a^2+b^2+c$ ナレハナリ

(3)

$$\cos 5x=\cos(3x+2x)$$
$$=\cos 3x\cos 2x-\sin 3x\sin 2x$$
$$=(4\cos^3x-3\cos x)(2\cos^2x-1)$$
$$-(3\sin x-4\sin^3x)(2\sin x\cos x)$$
$$=(4\cos^3x-3\cos x)(2\cos^2x-1)-2\sin^2x\cos x(3-4\sin^2x)$$
$$=(4\cos^3x-3\cos x)(2\cos^2x-1)$$
$$-2(1-\cos^2x)\cos x\{3-4(1-\cos^2x\}$$
$$=(4\cos^3x-3\cos x)(2\cos^2x-1)-(2\cos x-2\cos^3x)(4\cos^2x-1)$$
$$=5\cos x-20\cos^3x+16\cos^5x.$$

(4) 範式 $2bc.\cos A=b^2+c^2-a^2$ ニ於テ

$\cos A=1-2\sin^2\frac{1}{2}A$ トスレハ

$$4bc.\sin^2\frac{1}{2}A=(a+b-c)(a-b+c)$$

$$\therefore \quad \sin^2\frac{1}{2}A=\frac{(a+b-c)(a-b+c)}{4bc}$$

又 $a+b+c=2s$ トスレハ $a+b-c=2(s-c)$,

$a-b+c=2(s-b)$ ナリ

$$\therefore \quad \sin\frac{1}{2}A=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

同樣ニ

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{1}{2}B&=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{ca}}\\ \sin\frac{1}{2}C&=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{ab}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(A)$$

又範式 $2bc.\cos A=b^2+c^2-a^2$ ニ於テ

$\cos A=2\cos^2\frac{1}{2}A$ トスレハ

$$\cos^2\frac{1}{2}A=\frac{(a+b+c)(b+c-a)}{4bc}=\frac{2s.2(s-a)}{4bc}$$

$$\therefore \quad \cos\frac{1}{2}A=\sqrt{\frac{s(s-a)}{bc}}$$

同樣ニ

$$\left.\begin{aligned}\cos\frac{1}{2}B&=\sqrt{\frac{s(s-b)}{ca}}\\ \cos\frac{1}{2}C&=\sqrt{\frac{s(s-c)}{ab}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(B)$$

又正切ノ値ハ餘弦ノ値ヲ以テ正弦ノ値ヲ除シタルモノニ等シキカ故ニ (A), (B) 兩式ニ依リテ

$$\tan\frac{1}{2}A=\sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{s(s-a)}}$$
$$\tan\frac{1}{2}B=\sqrt{\frac{(s-c)(s-a)}{s(s-b)}}$$
$$\tan\frac{1}{2}C=\sqrt{\frac{(s-a)(s-b)}{s(s-c)}}$$
……………………(C)

(A), (B), (C) ノ三式ハ對數チ用キテ三角形ノ角チ求ムル範式ナリ而シテ(C)式ガ最モ便ナリ何トナレハ表チ用キテ對數チ求ムル片其種類少ナケレハナリ

東京美術學校

(明治三拾四年度)

算術及代數

1. 父ノ年齡五拾四母ハ四拾ナリ而シテ長男拾五歲次男拾三歲三男拾壹歲四男九歲末男七歲ナリ何年ノ後父母ノ合年齡ハ子供ノ合年齡ニ等シキヤ

2. 空氣ハ酸素ト窒素トヨリ成リ其容積ハ甲貳拾壹ト乙七拾九トノ如シ而シテ此貳原素ノ重サハ甲壹萬四千貳百九拾五ニ對シテ乙壹萬貳千五百七拾七アリト云フ空氣壹貫目中ノ此貳原素ノ重力チ問フ

3. $3x+5y=22,\ 7x-4y=20$ 此貳式チ與ヘ x

及ヒ y ノ價チ問フ

4. $x+y=a,\ xy=b^2$ 此貳式ヨリ x 及ヒ y ノ價チ算セヨ

(答案)

(1) 父母ノ年齡ノ和ハ94ニシテ子供ノ年齡ノ和ハ55ナル故ニ本年ハ子供ノ年齡ノ和ハ父母ノ年齡ノ和ヨリ94−55即チ39少シ然レ圧以後每年其年齡チ增ス丁子供ノ年齡ノ和ハ父母ノ年齡ノ和ヨリ3多シ故ニ所求ノ年數ハ39÷3即チ13ナリ

(2) 割合ノ酸素ノ重サ$=14295\times21=300195$

仝　窒素ノ重サ$=12577\times79=993583$ (+
1293778

所求ノ酸素ノ重サ$=1000\times\frac{300195}{1293778}=232\frac{38504}{1293778}$匁

仝　窒素ノ重サ$=1000=\frac{993583}{1293778}=767\frac{1255274}{1293778}$匁

(3) $3x+5y=22$…………(1)　$7x-4y=20$…………(2)

(1)式ニ4チ乘シ(2)式ニ5チ乘シテ相加フレハ

$47x=188$　∴　$x=4$ 之チ(1)式ニ代入スレハ

$y=2$ チ得ルナリ

(4) $x+y=a$…………(1)　$xy=b^2$…………(2)

(1)式ノ平方ヨリ(2)式ノ4倍チ減シ平方ニ開ケハ

$x-y=\pm\sqrt{a^2-4b^2}$…………(3)

(1)式ニ(3)式チ加ヘテ2除スレハ

$x=\frac{1}{2}(a\pm\sqrt{a^2-4b^2})$　又 (1) 式ヨリ (2) 式ヲ減シテ 2 除スレハ　$y=\frac{1}{2}(a\mp\sqrt{a^2-4b^2})$.

平面幾何及三角

1.　次ニ列記セル語ノ定義ヲ與ヘヨ

點. 線. 面. 補角(*supplement*). 餘角(*complement*).

2.　直角三角形ノ斜邊ノ中點ハ三ツノ頂點ヨリ相等シキ距離ニアリ之ヲ證セヨ

3.　與ヘラレタル底邊ノ上ニ立ツ貳等邊三角形ノ頂點ノ軌跡ハ何ナリヤ

4.　角度ヲ測ルニ六拾分法(*sexagesimal method*)トハ如何

5.　$\tan A\sin A+\cos A=\sec A$ ヲ證セヨ

(答　案)

(1) 點トハ位置ノミヲ有シテ大サナキモノヲ云フ

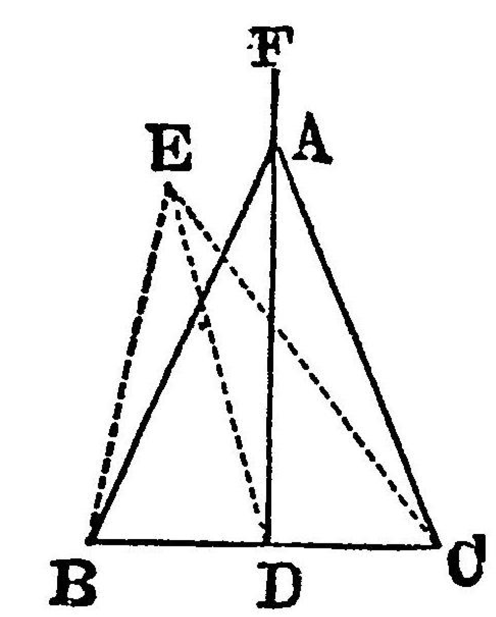
線トハ位置及ヒ長サアリテ濶サト厚サナキモノヲ云フ

面トハ位置及ヒ長サト濶サアリテ厚サ無キモノヲ云フ

補角トハ貳角ノ和ガ貳直角ニ等シキ件壹ツノ角ニ對シテ他ノ角ヲ云フ

餘角トハ貳角ノ和ガ壹直角ニ等シキ件壹ツノ角ニ對シテ他ノ角ヲ云フ

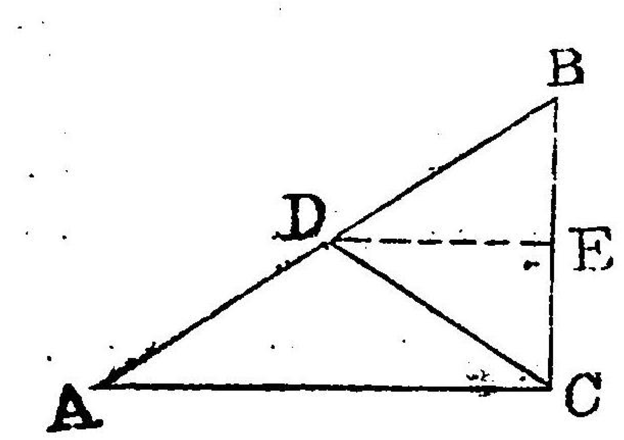
(3) 與ヘラレタル底邊 BC ノ上ニ立ツ貳等邊三角形ノ頂點ノ軌跡ハ BC ヲ D ニ於テ直角ニ貳等分スル直線 DF ナリ何トナレハ DF 上ニ A 點ヲ設ケ AB, AC ヲ引ケハ兩三角形 ABD, ACD ニ於テ BD=CD, ∠ADB=∠ADC=Rt∠, AD ハ共通　∴　△ABD≡△ACD　∴　AB=AC 故ニ BC ヲ底邊トシテ頂點ガ DF 上ニアル三角形ハ常ニ貳等邊ナルヲ知ル若シ頂點ガ DF ノ外 E ノ如キ位置ニアレハ



兩三角形 EBD, ECD ニ於テ BD=CD, ED ハ共通

此ノ如ク貳ツノ邊ハ夫々相等シケレ圧 ED ハ BC ノ垂線ナラサル故ニ角 EDB, EDC ハ相等シカラズ然ラハ定理ニ由テ貳邊 EB, EC ハ相等シカラズ故ニ頂點ガ DF ノ外ニアル件ハ貳等邊三角形ニアラズ之ニ由テ底 BC ノ上ニ立ツ貳等邊三角形ノ頂點ノ軌跡ハ底邊ヲ直角ニ貳等分スル直線ナリ

(2) 直角三角形 ABC ノ斜邊 AB ノ中點 D ハ三ツノ頂點 A, B, C ヨリ相等シキ距離ニアリ



〔證〕 AC ニ平行シテ DE ヲ引キ E ニ於テ BC ニ會セシムレハ定理ニ依テ E ハ BC ノ中點ニシテ角 DEB ハ角 ACB ニ等シク直角ニ等シ故ニ兩三角形 BED, CED ハ全等形ナル𪜈明カナリ

∴　BD=CD　又 BD=AD ナル故ニ

BD＝CD＝AD.

(4) 六拾分法トハ星學航海測量等ノ如キ實地ノ計算ニ於テ壹般ニ用キラル而シテ壹直角ノ 90 等分ノ壹ヲ壹度ト云ヒ壹度ノ 60 等分ノ壹ヲ壹分ト云ヒ壹分ノ 60 等分ノ壹ヲ壹秒ト云フ

又度,分,秒ノ記號ヲ夫々°,′,″トス

例ヘバ 23 度 25 分 30 秒ハ 23°, 25′, 30″ ト記スルガ如シ.

(5) $$\tan A \sin A+\cos A=\frac{\sin^2 A}{\cos A}+\cos A$$
$$=\frac{\sin^2 A+\cos^2 A}{\cos A}$$
$$=\frac{1}{\cos A}$$
$$=\sec A.$$

高等師範學校豫科

(明治三拾四年度)

1. 或ル商人壹升貳拾四錢ノ酒ト壹升三拾六錢ノ酒トヲ合シテ九斗ヲ買ヒ之ヲ混合シテ三拾六圓ニ賣リタルニ原價ノ貳割ニ等シキ利ヲ得タリト云フ最初買ヒ入レタル貳種ノ酒ノ量各幾何ナルカ

2. 次ノ式ヲ簡單ニセヨ

$$\frac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y+z}}{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y+z}}\times\left(1+\frac{y^2+z^2-x^2}{2yz}\right)$$

3. 周圍七百八拾間ノ池アリ甲乙ノ貳人其周圍ヲ自轉車ニテ競走シタルニ第壹回ニハ甲乙同時ニ出發シ甲ガ壹周ヲ了リタル時乙ハ尙六拾間ヲ餘セリ第貳回ニハ甲ハ毎秒ノ速度ヲ前回ヨリ壹間減少シテ走リ乙ハ甲ノ出發後三拾秒ヲ經テ前ノ速度ヲ以テ走リ出シタルニ甲ニ先ダツヿ九秒ニシテ壹周シタリト云フ第壹回ニ於ケル甲乙兩人ノ速度ヲ問フ

4. o及ビo'ヲ中心トスル貳ツノ圓A及ビBノ貳點ニ於テ相交ル時次ノ貳件ヲ證明セヨ

第壹 A點ヲ過ル直徑ノ端C及ビC′トB點トハ同壹ノ直線上ニアリ

第貳 A點ヲ過リテ貳ツノ圓トM,M′ニ於テ交ル直線MM′ノ中點ノ軌跡ハA及ビBヲ過リ且ツOO′ノ中點ヲ中心トスル圓ナリ

5. 與ヘラレタル壹直線ヲ過リ且ツ與ヘラレタル貳點ヨリ等距離ニアル平面ヲ作レ

(答案) (1)

(1) 36÷1·2=30 圓, 之レ九斗ノ原價ナリ

24×90=21 圓 60 錢, 之レ九斗ヲ悉ク壹升 24 錢ノ酒ト見做シタルトキノ總價ナリ

(30−21·60)÷(0·36−0·24)=70 升, 之レ壹升 36 錢ノ酒量ナリ由テ他ノ酒量ハ 90−70 即 20 升ナリ

之ニ由テ壹升36錢ノ酒ハ七斗ニシテ壹升24錢ノ酒ハ貳斗ナリ

又方程式ニテ解スルニハ壹升 36 錢ノ酒量ヲ x 升トスレハ壹升 24 錢ノ酒量ハ $90-x$ 升ナリ

$\therefore\quad 1{\cdot}2\times\{36x+24(90-x)\}=3600$

之ヲ解ケハ　$x=70.$

(2) $$\frac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y+z}}{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y+z}}\times\left(1+\frac{y^2+z^2-x^2}{2yz}\right)$$

$$=\frac{\dfrac{x+y+z}{x(y+z)}}{\dfrac{y+z-x}{x(y+z)}}\times\frac{(y+z)^2-x^2}{2yz}$$

$$=\frac{x+y+z}{x(y+z)}\times\frac{x(y+z)}{y+z-x}\times\frac{(y+z+x)(y+z-x)}{2yz}$$

$$=\frac{(x+y+z)^2}{2yz}.$$

(3) 第壹回ニ於ケル每秒甲ノ速ヲ x 間トシ乙ノ速ヲ y 間トスレハ

$$\frac{780}{x}=\frac{780-60}{y}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

$$\frac{780}{x-1}=\frac{780}{y}+39\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

(1) ヨリ $\dfrac{13}{x}=\dfrac{12}{y}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$

(2) ヨリ $\dfrac{21-x}{x-1}=\dfrac{20}{y}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$

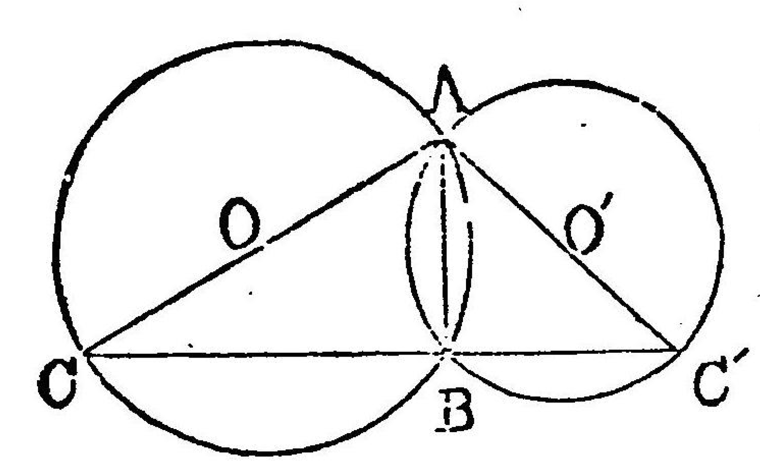
(4) ヲ以テ (3) ヲ除スレハ $\dfrac{13(x-1)}{x(21-x)}=\dfrac{3}{5}$

之ヲ化シテ　$3x^2+2x-65=0$

$\therefore\quad (3x-13)(x+5)=0\qquad\therefore\quad 3x-13=0$

$\therefore\quad x=4\frac{1}{3}$ 之ヲ (3) ニ代入シテ y ヲ求ムレハ　$y=4.$

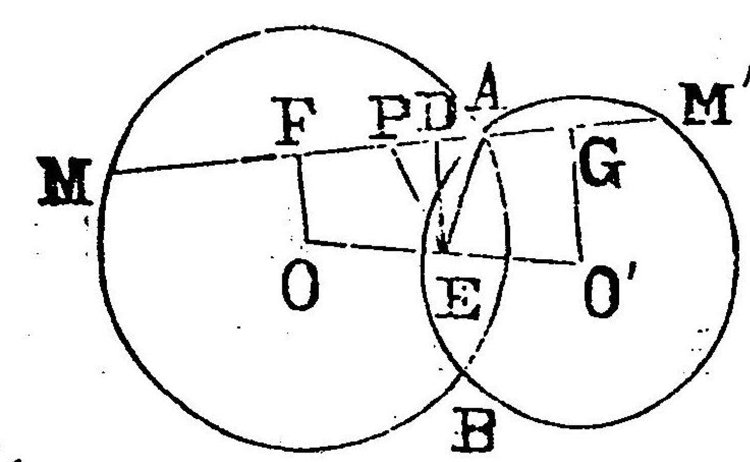
(4)〔證〕第壹. AB, CB, C′B ヲ結フヘシ然ルトキ AC, AC′ ハ各圓ノ直徑ナル故ニ



$\angle ABC=R\llcorner,\quad \angle ABC'=R\llcorner$

$\therefore\quad \angle ABC+\angle ABC'=2R\llcorner$

之ニ由テ CBC′ ハ壹直線ナリ.



第貳. MM′ ノ中點ヲ P トシ OO′ ノ中點ヲ E トシ E ヨリ MM′ ニ垂線 ED ヲ引キ EA, EP ヲ結フヘシ又 MM′ ニ垂線 OF, O′G ヲ引ケハ

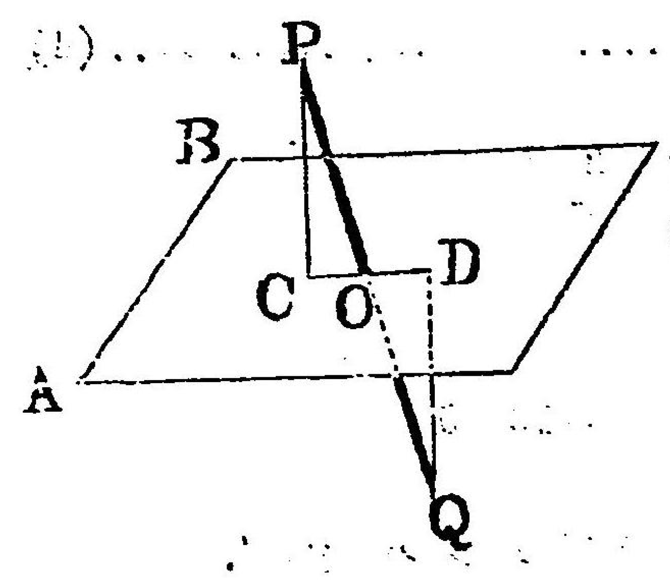
$FG=PM'=\frac{1}{2}MM'$

$\therefore\quad FG-PG=PM'-PG$

即 FP=GM′=AG 然ルニ D ハ FG ノ中點ナル故ニ PD=AD ナルヲ知ル由テ EP=EA ナルコト明カナルヘシ故ニ P ハ E ヲ中心トシ EA ヲ半徑トスル圓周上ニアリ.

(5) 與ヘラレタル壹直線 AB ヲ過リ且ツ與ヘラレタル貳點 P, Q ヨリ等距離ニアル平面ヲ作レ

〔作法〕PQ ヲ結ヒ之ヲ O ニ於テ貳等分シ而シテ AB ヲ過リ O 點ヲ通過スル平面 ABO ヲ作レハ之レ所求ノ平面ナリ



〔證〕 此平面ヘ垂線 PC, QD ヲ引キ CO, DO ヲ結ヘハ兩三角形 COP, QOD ニ於テ PO=QO,

∠PCO=∠QDO, ∠CPO=∠DQO

∴ △COP≡△QOD ∴ PC=QD

故ニ平面 ABO ハ P, Q 貳點ヨリ等距離ニアリ.

陸軍地方幼年學校

(明治三十四年度)

算 術

1. 雞兎ト同壹ノ籠ニアリ上ヨリ見レハ壹百頭ニシテ下ヨリ見レハ三百貳拾足アリト云フ各幾頭ヅヽナルヤ(四則ニテ答解セヨ)

2. 戰爭アリ貳百四拾人ノ兵ヲ失ヒ殘兵ヲ算スルニ全員ノ五分ノ三ナリト云フ全員ノ人數幾何(分數ニテ答解セヨ)

3. 音ハ三拾九秒ニシテ三里拾三町半ヲ行ク今正午ノ號砲ヲ聞クニ拾壹里四分ノ壹ノ處ニテハ何秒時費ヤスカ

(答 案)

(1) $2\times100=200$ 之レ壹百頭ヲ悉ク鷄ト見做シタル足ノ數ニシテ題言ノ足數 320 ヨリ少キコ 120 足ナリ之レ他ナシ兎ヲモ鷄ト見做シタル故ナリ而シテ兎壹頭ヲ鷄ト見做ストキハ足ノ減スルコ $4-2$ 即チ 2 本ナリ故ニ 120 本ノ中ニ 2 本ガ幾倍含ムヤヲ求ムレハ其含ム所ノ數ハ即チ兎ノ數ナリ故ニ

兎ノ頭數$=120\div2=60$

從テ 鷄ノ頭數$=100-60=40.$

(2) 全人員=1 トスレハ

$1-\frac{8}{5}$ハ割合ノ失ヒタル人數ニシテ 240 人ニ相當スルモノナリ

故ニ 全人員$=240\div(1-\frac{3}{5})=600.$

(3) 3 里 13 町半$=3\frac{3}{8}$里

音ガ 1 里ヲ行ク秒數$=39\div3\frac{3}{8}=\frac{104}{9}$

音ズ $11\frac{1}{4}$里ヲ行ク秒數 $=\frac{104}{9}\times11\frac{1}{4}=150$ 秒

$=2$ 分 30 秒.

陸軍士官學校

(明治三十四年度)

算 術

1. 三種ノ酒アリ甲ハ貳升貳分ノ壹乙ハ五升四分ノ壹丙ハ九升三分ノ壹ナリ今之レヲ容量相等シキ壜ニ容レントスルニ其壜數ヲ最モ少クセントス壜數如何

2. 父ト三子トノ年齡ノ和ハ八拾六ナリ長子ハ父ノ三分ノ壹ヨリ三才多ク次子ハ父ノ四分ノ壹ヨリ壹才多ク季子ハ父ノ八分ノ壹ナリ年齡各幾何ナルカ

3. 自轉車ニテ拾五時間走リ若干里ニ達セリ歸路ハ前速力ノ貳倍五分ノ貳ニシテ貳時五分間ト五里ヲ走リテ全道程ノ半ニ達セリト云フ然ルトキハ全道程ハ幾何ナルヤ

4. 東西兩府アリ同時ニ使者ヲ發セシニ東使ハ毎日平均三里ヲ行キ西使ハ初日ニ壹里拾八町次日壹里貳拾八町四拾八間ヲ行キ逐次此ノ如ク等差級數ヲ以テ增加シツヽ進行シ兩使兩府ノ中央ニ於テ相邂逅シタリ問フ其日ハ出府ノ日ヨリ何日ヲ經過シタルヤ

(答案)

(1) 每壜ノ個量ハ $2\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, $9\frac{1}{3}$ ノ最大公約數ニ等シ而メ

分數ノ最大公約數ハ諸分數ノ分子ノ最大公約數ヲ分子トシ分母ノ最小公倍數ヲ分母トスル分數ニ等シキ故ニ今上ノ諸分數ヲ皆假分數ニ直シ即チ $\frac{5}{2}$, $\frac{21}{4}$, $\frac{28}{3}$ ノ最大公約數ヲ求ムレハ $\frac{1}{12}$ ニシテ之レ各種ノ酒ガ何レモ過不足ナク諸メ得ル所ノ每壜ノ容量ノ最大ナルモノナリ從テ壜ノ數ハ最小ナル丁明カナルヘシ而メ總壜數ハ $\frac{5}{2}\div\frac{1}{12}+\frac{21}{4}\div\frac{1}{12}+\frac{28}{3}\div\frac{1}{12}$ 即チ

$\left(\frac{5}{2}+\frac{21}{4}+\frac{28}{3}\right)\div\frac{1}{12}$ ニシテ 205 壜ナリ.

(2) 父ノ年齡 $=1$ トスレハ

3 歲少キ長子 $=\frac{1}{3}$, 1 歲少キ次子 $=\frac{1}{4}$,

季子 $=\frac{1}{8}$ 故ニ $1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}$ ハ $86-3-1$ 歲ニ相當ス故ニ

父ノ年齡 $=(86-3-1)\div\left(1+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)=82\div\frac{41}{24}=48$

故ニ 長子 $=\frac{1}{3}\times48+3=19$, 次子 $=\frac{1}{4}\times48+1=13$,

季子 $=\frac{1}{8}\times48=6$.

(3) 前速力ノ $2\frac{2}{5}$ 倍ニテ 2 時 5 分間即チ $2\frac{1}{12}$ 時間ヲ費ス行程ハ前速力ナレハ $2\frac{1}{12}\times2\frac{2}{5}$ 即チ 5 時間ヲ費スヲ知ル之ニ由テ前速力ニテ 5 時間ト 5 里ヲ走リテ全道程ノ半ニ達スルヲ知ル然ルニ前速力ニテハ全道程ノ半ニ達スルニハ 15 時間ノ半即チ 7·5 時間ヲ費スヘキガ故ニ $7{\cdot}5-5$ 即チ 2·5 時間ニ 5 里ヲ走リタルヲ知ル故ニ 每時ノ前速力 $=5\div2{\cdot}5=2$ 里

之ニ由テ全道程ハ 2×15 即チ 30 里ナリ.

(4) 1 里 28 町 48 間 $-$ 1 里 18 町 $=$ 10 町 48 間 即チ 西使ハ每

日10町48間ヲ增加シテ行クヲ知ル之ヲ里ノ位ニ直セハ $\frac{3}{10}$ 即チ0·3里ナリ故ニ此等差級數ハ

初項=1·5里, 差=0·3, 項數=日數

故ニ總數即チ兩府間ノ距離ノ半ハ等差級數ノ總和ヲ求ムル公式ニ依テ次ノ如シ

$\frac{日}{2}\times\{2\times1{\cdot}5+(日-1)\times0{\cdot}3\}$ 之レ $3\times日$ ニ等シキモノナリ双方ヲ日數ニテ除スレハ

$\frac{1}{2}\times\{3+(日-1)\times0{\cdot}3\}$ 里ハ3里ニ等シ

故ニ　$3+(日-1)\times0{\cdot}3$ 里ハ6里ニ等シ

故ニ　$(日-1)\times0{\cdot}3$ 里ハ3里ニ等シ

故ニ　日-1ハ $3\div0{\cdot}3$ 即チ10ニ等シ

故ニ　日數ハ $10+1$ 即チ11日ナリ

代　數

1. 方程式ノ兩邊ヲ同次ニ方乘スル时(同シ冪ニ高ムル时)ハ通常異類ノ諸答解ヲ混入スルト云フ之ヲ證明セヨ

2. $(a+b)^2:(a-b)^2=b+c:b-c$ ナル时 $a:b=\sqrt{2a-c}:\sqrt{c}$ ナルコヲ證セヨ

3. $(12m+11)x^2-60x+12m=0$ ナル方程式ニ於テ等根ヲ有スルニハ m ニ如何ナル値ヲ與フヘキカ

4. 等比級數(又ハ幾何級數)ノ最初ヨリ四項ノ和四拾ニシテ最初ヨリ八項ノ和三千貳百八拾ナリト云フ如何ナル級數ナルカ

(答案)

(1) 方程式ヲ $A=B$ トシ此兩邊ヲ平方ニスレハ

$A^2=B^2$　∴　$A^2-B^2=0$　∴　$(A+B)(A-B)=0$

∴　$A+B=0$ 或 $A-B=0$ 後者ハ原方程式ト同値ナレ𪜈前者ハ原方程式ト同値ニアラズ故ニ方程式ノ兩邊ヲ平方ニスレハ原方程式ノ根ヲ有スルノミナラス原方程式ト異ナル所ノ方程式 $A+B=0$ ニ適合スル所ノ增根ヲ生スヘシ無理方程式ハ此限リニアラス

(2) $(a+b)^2:(a-b)^2=b+c:b-c$ 之レヨリ

$(a+b)^2(b-c)=(a-b)^2(b+c)$

之ヲ解ケハ $(2a-c)b^2=a^2c$

∴　$a^2:b^2=2a-c:c$　∴　$a:b=\sqrt{2a-c}:\sqrt{c}$

(3) $(12m+11)x^2-60x+12m=0$ 此方程式ガ等根ヲ有スル爲メニ必要ニシテ且ツ充分ナル要件ハ

$60^2-48m(12m+11)=0$ ニシテ即チ

$12m^2+11m-75=0$　∴　$(12m-25)(m+3)=0$

∴　$m=\frac{25}{12}$ 或 -3.

(4) 初項$=a$,　等比$=r$ トスレハ等比級數ノ總和ヲ求ムル公式ニ依テ

$40=\frac{a(r^4-1)}{r-1}$……….(1)　　　$328)=\frac{a(r^8-1)}{r-1}$……….(2)

(1) 式ヲ以テ (2) 式ヲ除スレハ　$82=r^4+1$

$\therefore\ r^4=81$　$\therefore\ r=\pm 3$　今 $r=+3$ トシテ (1) 式ニ代入シテ a ヲ求ムレハ　$a=1$

又 $r=-3$ トシテ a ヲ求ムレハ $a=-2$ ヲ得故ニ此級數ハ

. 1, 3, 9, 27, ……………

又ハ　−2, 6, −18, 54 …………… ナリ.

幾　何

1. 直角三角形ノ壹鋭角ハ他ノ鋭角ノ貳倍ニシテ其斜邊ノ長サ六尺ナル𬼂最小邊ノ長サヲ求ム

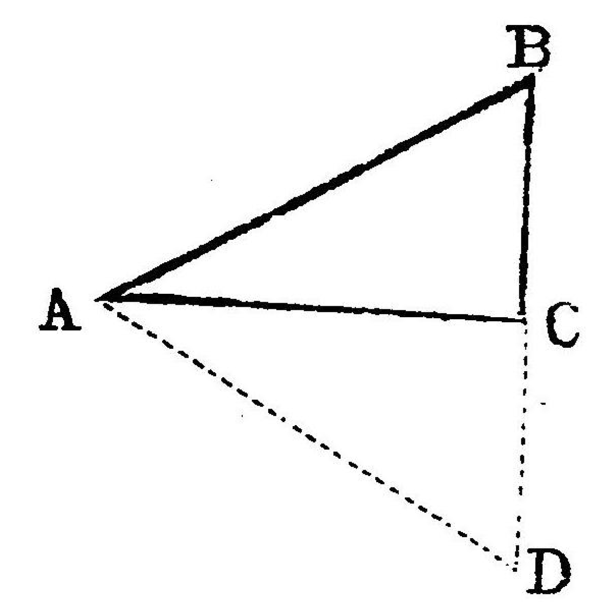
2. 正方形及ヒ等邊三角形ヲ同壹圓ニ內接シテ作ル𬼂其正方形ノ邊ノ長サ拾尺ナラハ等邊三角形ノ邊ノ長サ幾尺ナルカ

3. 圓ニ內接スル等邊形ハ恒ニ等角ナル力

4. 四面體ノ各頂點ヲ之レニ對スル面ノ重心ニ結ヒ付クレハ其直線ハ同壹點ヲ過ク且ツ其各直線ハ此點ニ於テ 3:1 ノ比ニ分タル其證ヲ求ム

（答　案）

(1) 直角三角形 ABC ノ壹鋭角 B ハ他ノ鋭角 A ノ貳倍ニシテ斜邊 AB ノ長サ 6 尺ナル𬼂最小邊 BC ノ長サヲ求ム



今 BC ヲ D マテ引長シテ CD ヲ BC ニ等シクシ AD ヲ結ヘハ貳ツノ三角形 ABC, ADC ハ全等形ナルヿ明カナルヘシ　$\therefore$ ∠BAC=∠DAC, ∠ABC=∠ADC 然ルニ ∠ABC=2∠BAC 之ニ由テ ∠ABC=∠BAD=∠ADC トナリテ三角形 ABD ハ等邊ナリ　$\therefore$ $BC=\frac{1}{2}B.=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 6=3$

故ニ最小邊ハ三尺ナリ.

(2) 圓ニ內接スル正方形ノ對角線ハ圓ノ直徑ナル故ニ

直徑＝對角線$=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$

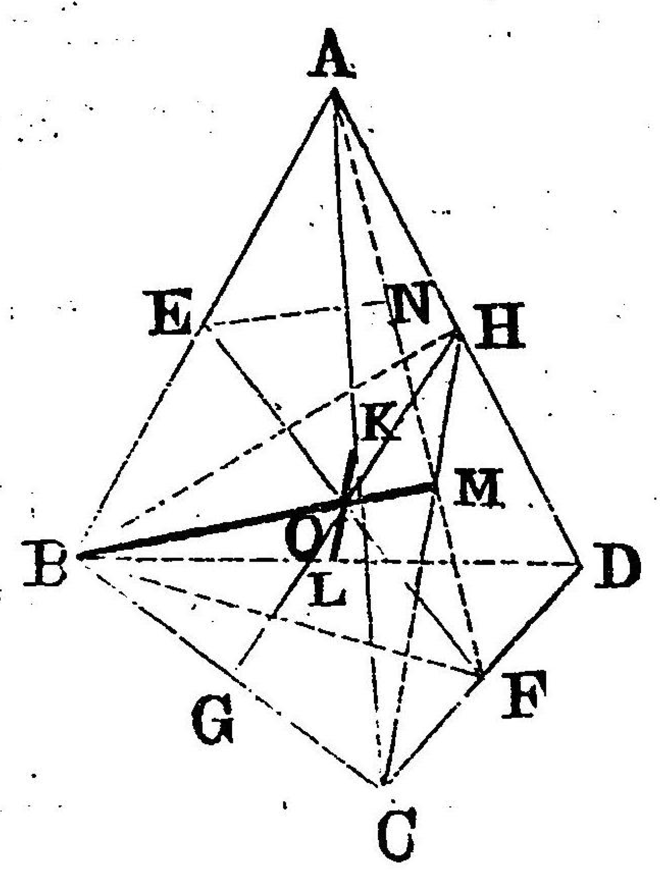
而シ圓ニ內接スル正六角形ノ壹邊ハ其圓ノ半徑ニ等シ故ニ

等邊三角形ノ邊ノ長サ$=\sqrt{(10\sqrt{2})^2-(5\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{200-50}=\sqrt{150}=12{\cdot}24$ 餘. 即チ拾貳尺貳寸四分餘

(3) 圓ニ內接スル等邊形ノ各邊ノ上ニ張ル弧ヲ a トスレハ各角ハ (圓周$-2a$) ナル弧上ニ立ツ圓周角ナル故ニ皆相等シク即チ等角ナリ

(4) 四面体 ABCD ニ於テ對稜 AB, CD ノ中點ヲ E, F トシ BC, AD ノ中點ヲ G, H トシ AC, BD ノ中點ヲ K, L トシ EF, GH, KL ヲ引ケハ此三直線ハ各中點ニ於テ壹點ニ交ル何トナレハ四邊形 EGFH ヲ作レハ E ，GF ハ BD ニ平行シテ長サハ共ニ BD ノ半ニ等シ(平面幾何ノ定理)故ニ EH, GF ハ相等シク且ツ平行ナリ之レニ由テ EGFH ハ平行四邊形ナル故ニ GH ハ EF



ノ中點ヲ貫ク同理ニテ KL モ EF ノ中點ヲ貫クヲ知ル故ニ此三直線ハ EF ノ中點ニ於テ交ル此交點ヲ O トス又 AB ヲ含ミ F ヲ過ル平面 ABF 及ヒ BC ヲ含ミ H ヲ過キル平面 BCH ヲ作リ此貳平面ガ平面 ACD ニ交ル所ヲ AF, CH トシ AF, CH ノ交點 M ハ三角形 ACD ノ重心ナリ今 B ヨリ O ヲ貫ク直線ヲ引ケハ必ス M ニ會ス何トナレハ BO ハ貳平面 ABF, BCH ノ交線ナレハナリ同理ニテ他ノ項點ヨリ對面ノ重心ニ引ケル直線ハ何レモ O ヲ貫クヘシ

又 BM ニ平行シテ EN ヲ引ケハ

$$OM : EN = FM : FN = 1 : 2$$

$$EN : BM = AE : AB = 1 : 2$$

此兩比例ヲ相乘スレハ $OM : BM = 1 : 4$

$\therefore\ OM : BM - OM = 1 : 4-1$

即 $OM : BO = 1 : 3$

三角學

1. $2tan^{-1}y = sin^{-1}\dfrac{2y}{1+y^2}$ ナルコヲ證セヨ

2. 任意ノ三角形ニ於テ角 A, B, C ニ對スル邊ヲ順次ニ a, b, c トスレハ $c=a.\ cesB+b.\ cosA$ 及

ム $sinA+sinB>sinC$ ヲ證セヨ

3. $cosA$ ノ絕對值ガ最大ナルトキハ $sinA$ ノ絕對值ハ最小ナリ其證ヲ求メ且ツ sin^4A-cos^4A ノ値(絕對值ニアラズ)ガ最大ナル場合ヲ記セ

4. 山頂ニ於テ同方向ニアル貳家屋ノ俯角ヲ側リシニ $23°\ 20'$ 及ヒ $18°\ 10'$ ヲ得タリ又貳家屋ノ距離ハ四百四拾間ナリ山ノ高ヲ求ム

$logsin23\ 20' = \bar{1}.59778.$	$log44 = 1.64345.$
$logsin18°10' = \bar{1}.49385.$	$log6033 = 3.78053.$
$logsin5°10' = \bar{2}.95450.$	$log6034 = 3.78061.$

(答　案)

(1) $2tan^{-1}y = sin^{-1}\dfrac{2y}{1+y^2}$ 之ヲ證センニ先ツ

$tan^{-1}y = A$ トスレハ $tanA = y$

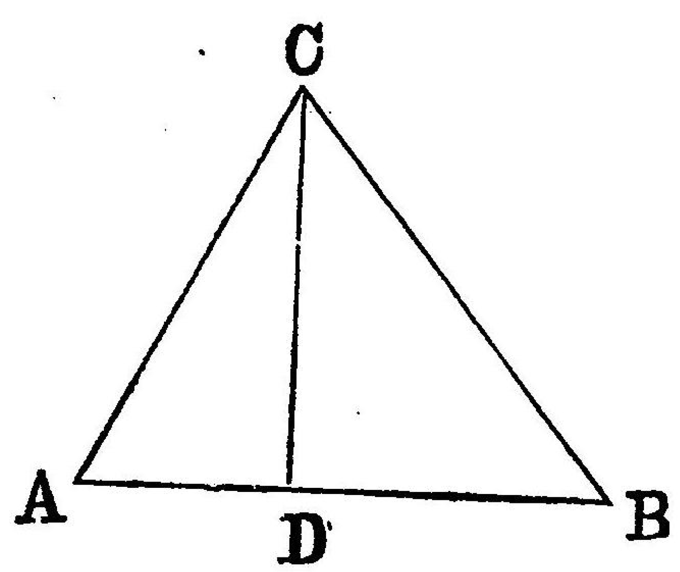
$\therefore\quad sin2A = 2sinAcosA = 2tanAcos^2A$

$$= \frac{2tanA}{sec^2A} = \frac{2tanA}{1+tan^2A} = \frac{2y}{1+y^2}$$

$\therefore\quad 2A = sin^{-1}\dfrac{2y}{1+y^2}$

即チ $\quad 2tan^{-1}y = sin^{-1}\dfrac{2y}{1+y^2}$

(2) $\cos B=\frac{BD}{BC}=\frac{BD}{a}$ 　$\therefore$ $a\cos B=BD$ ....(1)



$\cos A=\frac{AD}{AC}=\frac{AD}{b}$

$\therefore$ $b\cos A=AD$ ....(2)

(1), (2) 兩式ヲ相加フレハ

$a\cos B+b\cos A=BD+AD=c$

又 $\sin A:\sin B=a:b$

$\therefore$ $\sin A+\sin B:\sin B=a+b:b$

又 $\sin C:\sin B=c:b$

$\therefore$ $\sin A+\sin B:\sin C=a+b:c$

然ルニ $a+b>c$ 　$\therefore$ $\sin A+\sin B>\sin C$.

(3) $\sin^2A=1-\cos^2A$ ニ於テ左邊ハ平方數ナル故ニ負數トナルコトナシ由テ $\cos^2A$ ノ最大値ハ1ナリ從テ左邊ハ最小トナリテ $\sin^2A=0$ ヲ得故ニ $\cos A$ ノ絶對値カ最大即チ $\cos A=\pm1$ ナル片 $\sin A$ ノ絶對値ハ最小即チ $\sin A=0$ トナル.

又 $\sin^4A-\cos^4A=(\sin^2A+\cos^2A)(\sin^2A-\cos^2A)$

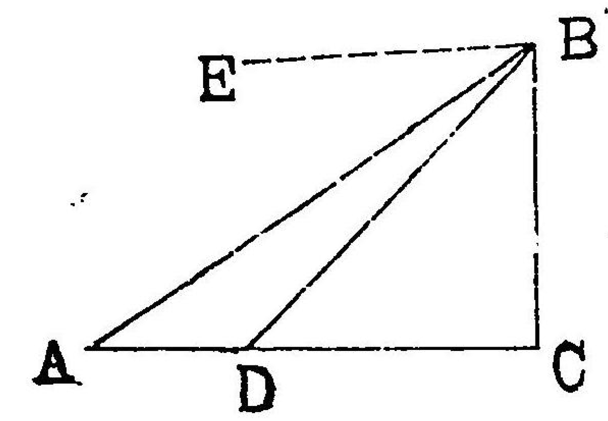
$=\sin^2A-\cos^2A$ .... (1)

茲ニ $\sin^2A+\cos^2A$ ハ壹定ノ値1ヲ有スル故ニ $\cos^2A$ カ漸々小トナレハ $\sin^2A$ ハ漸々大トナルコト明カナリ故ニ (1)式ノ結果ヲ最大ナラシムルハ $\cos^2A$ ノ値ヲシテ最小ナラシムルヲ要ス等ルニ平方數ナル故ニ零ヨリ下ラズ故ニ $\cos^2A=0$ ヲ要ス從テ $\sin^2A=1$ 　$\therefore$ $\sin A=\pm1$ 　$\therefore$ $A=(2n+1)\times90°$ 此場合ニハ $\sin^4A-\cos^4A$ ノ値最大トナル但シ n ハ任意ノ整數ヲ示ス,

(4) Bヲ山頂トシA及ヒDヲ貳家屋トス

$\angle BDC=\angle EBD=23°20'$

$\angle BAC=\angle EBA=18°10'$



$AD=440$

$\angle ABD=23°20'-18°10'$

$=5°10'$

$BD:AD=\sin A:\sin ABD$

即チ $BD:440=\sin18°10':\sin5°10'$

$\therefore$ $BD=\frac{440\times\sin18°10'}{\sin5°10'}$

又 $\sin BDC=\frac{CB}{BD}$ 　即 $\sin23°20'=\frac{CB}{BD}$

$\therefore$ $CB=BD\times\sin23°20'$

$=\frac{440\times\sin18°10'.\sin23°20'}{\sin5°10'}$

$\therefore$ $\log CB=\log440+\log\sin18°10'+\log\sin23°20'$

$-\log\sin5°10'$

$\log440=2.64345$

$\log\sin18°10'=\bar{1}.49385.$

$\log\sin23°20'=\bar{1}.59778.$

$\log\sin5°10'=\bar{2}.95450,$

$\therefore$ $\log440+\log\sin18°10'+\log\sin23°20'-\log\sin5°10'$

2.78058

$\therefore$ $\log CB=2.78058.$

$\log603{\cdot}4=2.78061.$ 　　$\log CB=2.78058$

$\frac{\log603{\cdot}3=2.78053.}{0{\cdot}1\quad 0.00008}$ 　　$\frac{\log603{\cdot}3=2.78053}{CB-603{\cdot}3\quad 0.00005}$

$\therefore$ $0.00008:0.00005=0{\cdot}1:CB-603{\cdot}3$

$\therefore$ $CB-603{\cdot}3=0{\cdot}0625$

$\therefore$ $CB=603{\cdot}3625$ 即チ山ノ高サハ 603 間 3625.

札幌農學校

(明治三拾四年度)

1. 三角形ノ三中線ガ同壹ノ點ニ於テ會スヘキ事ヲ證明セヨ

2. 次ノ方程式ヲ解ケ

$$6\sqrt{x^2-2x+6}=21+2x-x^2$$

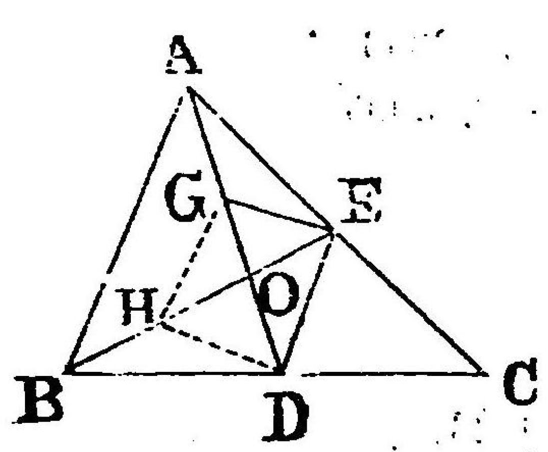
3. $sin15^\circ=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$ ナルヲ證セヨ

4. 三角錐體ノ立積ハ同底同高ノ三角壔ノ立積ノ三分ノ壹ナルコヲ證セ

5. $\dfrac{x}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\dfrac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}+1}-\dfrac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}+\dfrac{1}{x^{\frac{1}{3}}+1}=x^{\frac{2}{3}}+2$ ナルコヲ證セヨ

(答案)

(1) 三角形ABCノ貳中線AD, BEノ交點ヲOトシAO, BOノ中點ヲG, Hトシ四邊形DEGHヲ作レハDE, GHハABニ平行シテ長サハABノ半ニ等シキガ故ニDE, GHハ相等シク且ツ平行スル之ニ由テDEGHハ平行四邊形ナリ



$\therefore$ DO=OG 又 OG=GA ナル故ニ DO=OG=GA

$AO=\frac{2}{3}AD$ 之ニ由テ中線BEガ中線ADヲ截ル點ハAヨリADノ三分ノ貳ノ所ニアルヲ知ル同理ニテCヨリ引ク中線ガADヲ截ル點ハAヨリADノ三分ノ貳ノ所ニアルコヲ證明シ得ヘシ即チ三中線ハ頂點ヨリ三分ノ貳ノ同壹點ニ於テ相交ルヲ知ル

(2) $6\sqrt{x^2-2x+6}=21+2x-x^2$ 此方程式ノ項ヲ移シテ

$x^2-2x+6+6\sqrt{x^2-2x+6}-27=0$ トナシ因子ニ分解スレハ

$$(\sqrt{x^2-2x+6}+9)(\sqrt{x^2-2x+6}-3)=0$$

$\therefore$ $\sqrt{x^2-2x+6}+9=0$ 或ハ $\sqrt{x^2-2x+6}-3=0$

前者ヨリ $x^2-2x+6=81$ $\therefore$ $x^2-2x-75=0$

$$\therefore \quad x=\frac{2\pm\sqrt{4+4\times75}}{2}=1\pm2\sqrt{19}$$

又後者ヨリ $x^2-2x-3=0$ $\therefore$ $(x-3)(x+1)=0$

$\therefore$ $x=3$ 或 -1

(3) $cos30^\circ=1-2sin^2 15$ ナル故ニ

$$sin^2 15^\circ=\frac{1-cos30^\circ}{2}=\frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2}=\frac{4-2\sqrt{3}}{8}=\frac{(\sqrt{3}-1)^2}{8}$$

$$\therefore \quad sin15^\circ=\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}.$$

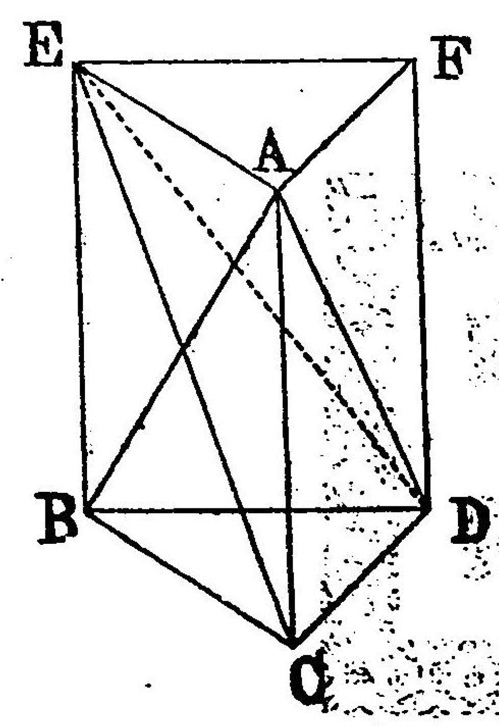
(4) 三角壔BCDEAFヲBDヲ含ミAヲ過キル平面ニテ截リ又AE, ADヲ含ム平面ニテ截レハ

三角壔体=(A−BCD)+(D−AEF)+(D−ABE)

=2(A−LCD)+(D−LEC)

3/36

2/5/39



$=2(A-BCD)+(E-BCD)$

$=3(A-BCD)$

$\therefore \quad A-BCD=\frac{1}{3}$(三角壔体)

（附言）例ヘハA－BCDハAヲ頂點トシBCDヲ底面トスル三角錐体ヲ表ハスモノトス

(5) $\frac{x}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\frac{x^{\frac{2}{3}}}{x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}-1}+\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}+1}$

$=\frac{x-1}{x^{\frac{1}{3}}-1}-\frac{x^{\frac{2}{3}}-1}{x^{\frac{1}{3}}+1}=x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}+1-x^{\frac{1}{3}}+1$

$=x^{\frac{2}{3}}+2$

（明治三拾四年度諸官立學校入學試驗）

數學問題答案終

明治三十五年四月六日印刷
明治三十五年四月九日發行

發行者　東京市牛込區津久土前町拾番地　白井督
印刷者　大阪市東區安土町四丁目三十八番邸　石田忠兵衛
發行所　東京市麹町區有楽町三丁目一番地　大西錬三郎
發賣所　大阪市東區安土町四丁目　積善館本店
發賣所　福岡市博多中島町　積善館第一支店
發賣所　廣島縣廣島市鹽屋町　積善館第二支店
印刷所　[illegible]弓町二十四番地　三[illegible]合資會社