Moon Occultations

FK 170

1

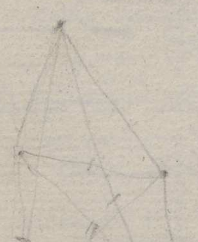
Over de berekening der Geographische Lengten en de fouten der Maans-tafelen uit de waarnemingen van Sterrebedekkingen door de Maan

---

Het zoo gewigtig als ter oplossing moeijelijke vraagstuk, om met eene groote juistheid de Geographische Lengten der plaatsen te bepalen, heeft reeds voor vele eeuwen der volken aandacht der sterrekundigen tot zich getrokken. — De ouden vonden ter bereiking van dit doel weinig meer dan het eenige hulpmiddel dat hun door de altijd waarneming der Maansverduisteringen werd aangeboden. ‡ ~~Alleen bediende~~ om zich ~~zich~~ ~~menend~~ echter ~~stukken van dit hulpmiddel, omdat men geenen beteren weg wist inteslaan, daar toch tot hoogst gebrekkige aan tabelen spoedig genoeg in het oog liep,~~ † zoo wel door de zeldzame gelegenheden bij welke zich eene Maansverduistering vertoonen kan, als door de geringe naauwkeurigheid waarvoor dezelve waarneming vatbaar is. ‡ ~~Men~~ eerst toen naderde ~~men~~ men eene schrede tot de oplossing van dit hoogstbelangrijk vraagstuk, nadat de uitvinding ~~der~~ der telescopen het menschelijk oog eenen nieuwen toegang tot het onmetelijk uitspansel had geopend, en tallooze voorwerpen had ontdekt tusschen de verspreide hemellichten rondwandelen. Het scherpziend oog van Galilaeus, door de hulp dezer werktuigen telescopen versterkt, ontdekte de wachters die Jupiter omringen. Hij merkte derzelver verduisteringen op, wanneer zij den schaduwkegel hunner hoofdplaneet doorkliefden, en dacht de Zeevaarders en Sterrekundigen uit het oog voorstellen ~~[illegible]~~ dat haar aan het hulpmiddel te wachten stond, hetwelk zij hen ter

‡ Niet onwaarschijnlijk is het echter dat men ~~zij~~ ook stukken van deze verschijnselen bedienen, alleen omdat men ~~zij~~ geenen beteren weg wisten in te slaan. Want hoe eenvoudig het middel zeer moge ~~wezen~~ dat zij ter bepaling der Geographische Lengten geven, kon het niet anders of men moest toetreden †

‡ voor onvoldoende verklaren



bepaling der Geographische Lengten ~~[illegible]~~ . ~~[illegible]~~ ; Galilaeus bediende zich van ~~[illegible] heeft aan zyne aanwending beantwoord~~. Θ

Nog voor dat de hulp der telescopen ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ‡ was Kepler de eerste die op het denkbeeld kwam, ~~de Geographische Lengten~~ ons uit de waarnemingen van eene Zons verduistering of Sterrebedekking ~~af te leiden~~. Φ Hij ontdekte de ~~[illegible]~~ volgens welke uit deze waarnemingen ~~[illegible]~~ de ware conjunctie van de Maan met de Zon of met de Ster ~~bekend~~ kan worden in den tyd uitgedrukt ~~[illegible]~~ van de plaats der waarneming ~~[illegible]~~, en niets was hierna natuurlijker dan zyn voorstel om ~~[illegible]~~ uit de ~~[illegible]~~ conjunctie tyden, ‡‡ ~~door dezelfde verduistering uit de waarnemingen [illegible]~~ ‡‡ derzelver verschil in Lengte afteleiden.

Het zal geene uitvoerige betooging behoeven dat dit voorstel voor de uitvinding der telescopen weinig ingang vond. De mogelykheid en welligt onmogelykheid om eene Sterrebedekking met het bloote oog waartenemen was voldoende voor deze verdeeling van ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~.

Onbegrypelyk mag het ons echter voorkomen dat men nog langen tyd nadat men in het bezit der telescopen was ~~[illegible]~~ heeft verwaarloosd, te meer daar men eindelyk tot deze selfde handelwyze ~~[illegible]~~ heeft moeten nemen, en in dien tyd eene zekere volkoming waartoe de beginsels van Kepler de noodige grondstoffen niet kon aanbieden, als het voortreffelykst middel ter bepaling der Geographische Lengten door de beroemdste Sterrekundigen wordt aangewend.

Hiermede had Kepler de grondslag gelegd van eene handelwyze die in ~~[illegible]~~ de jongst verloopene jaren ~~[illegible]~~ van een aantal plaatsen der aarde door de kennis van hun ligging ~~[illegible]~~ bekend heeft, nog lang na de uitvinding der telescopen op ~~[illegible]~~ het middel toelegen dat de verduisteringen der wagters van Jupiter aanbieden. ~~[illegible]~~ I ~~[illegible]~~

Θ langen tyd heeft men zich niet vreemd van de waarnemingen bediend, en daarvan het hoogste ~~[illegible]~~ die Maans verduisteringen ~~[illegible]~~ Θ

‡ Zoo weinigen duisteren hadden opgeheven onder welke de scherpste perken van het ~~[illegible]~~ der beoefenende sterrekunde verholen lagen ‡

Φ tot de bepaling der Geographische Lengten te doen strekken Φ

‡‡ uit de overeenstemmende waarnemingen van dezelfde verduistering op verschillende plaatsen, derzelver ‡‡

Φ Deze ... langen ... in de ... afstan... tot de ... te ... bepalin... der ... hulp... sterrek... bij ... dat ...

van de onvermoeide pogingen die Galilaeus, Cassini en anderen ~~hadden~~ aangewend, om de Theorie der Wagters van Jupiter te volmaken, met oogmerk om met eene grootere naauwkeurigheid derzelver verduisteringen te kunnen voorspellen, deed echter de moeijelijkheden met welke die waarnemingen gepaard gaan, en de onmogelijkheid dezelve ~~voor~~ op de Zeevaart ~~nuttig~~ toepasselijk te maken, deed de wensch naar nog betere hulpmiddelen ontstaan. Cassini meende dezelve in de waarnemingen van Zonsverduisteringen en Sterrebedekkingen gevonden te hebben, in navolging van het voorschrift door Keppler gegeven, hetgeen hij zonder twijfeligheid over zyne uitvinding uitgaf. Men wierp Cassini ~~echter~~ tegen dat deze handelwijze gegrond zijnde op de juistheid der Maanstafelen, van geene waarde was zoo lang deze niet tot het hoogste toppunt van volmaaktheid ~~gestegen~~ mogten zijn. Het was dan ook om die redenen dat de Abt Hell dezelve ten eenemaal afkeurde.

Halley doordrongen van het bewustzijn dat een geschikt hulpmiddel om de Lengte op Zee naauwkeurig te kunnen bepalen eene eerste behoefte voor de zeevaart is, onderzocht het al of niet mogelijke om op een slingerend schip een in en uitgang eener ster waar te nemen wanneer zij door den schijf der maan bedekt wordt. Zijne onderzoekingen scheenen aan zijnen wensch te voldoen. Hier ~~uit~~ door vond hij aanleiding tot de grootsche onderneming, door eene lange rei van waarnemingen de toenmalige Maanstafelen te verbeteren; ~~en hoopte~~ hopende alzoo de zwarigheden die men tegen het voorstel van Cassini of liever dat van Keppler inbragt, uit den weg te ~~en hebben op de zeevaart toe te passen~~ kunnen ruimen. Eenige jaren daarna vond Halley zyne Spiegel Octanten en Sextanten, de Steunpilaren der tegenwoordige Zeevaartkunde, uit. ⊕ ~~Deze schoone werktuigen den Zeeman in de mogelijkheid stellende om afstanden tusschen de Maan en de Zon of een vaste Ster te meten, vond hij hierin en dit zoo~~ voortreffelijk ~~middel om de Lengte op Zee te bepalen, dat men de Sterrebedekkingen verder onbetaald vergat.~~ ⊕

⊕ Deze voortreffelyke werktuigen stellen den Zeeman in de mogelykheid den juisten afstand ~~tusschen~~ van de Maan tot de Zon of eene vaste Ster te meten; hierin vond hij ter bepaling van de Lengte op Zee een zoo voortreffelyk hulpmiddel, dat ~~hy~~ de Sterrebedekkingen op nieuw geheel ~~vergat~~ werden vergeten. Het is te bejammeren dat Halley in dit opzigt de Sterrekunde minder genegen was. ⊕

Zoo bleven de waarnemingen van Zonsverduisteringen en voornamelyk die van Sterrebedekkingen voor de Sterrekunde van weinig aanbelang, tot dat ~~Euler~~ het doordringend vernuft van Euler door de hulpmiddelen van zynen tyd geholpen, het geheim ontdekte dat het dadelyk gebruik dezer waarnemingen zoo lang vertraagd had. Hy merkte namelyk op dat de Sterrebedekkingen zelves die men wegens de fouten der Maanstafelen voor de bepaling der Geographische Lengten afgekeurd had, een uitstekend middel opleveren om deze fouten te bepalen, en alzoo de verkregene uitkomsten van derzelver invloed te zuiveren. De overgang van Venus voor de Zon in het Jaar die op verschillende plaatsen waargenomen is, wier ligging met geene voldoende zekerheid bepaald was, schynt Euler tot deze bespiegeling aanleiding gegeven te hebben. ~~Hy beschreef~~ Zyne handelwyze werd beschreven in het 14de Deel der Novi commentarii Acad. Scient. Petropolitanae en van toen af aan mogt men het vraagstuk van de bepaling der Geographische Lengten, ten behoeve der Sterrekunde als opgelost beschouwen.

Kort nadat Euler zyne uitvinding ~~bekend~~ had gemaakt, hield Lexell zich met derzelver nadere beschouwing onledig. Lexell riep het voorstel van Kepler terug dat in vergetelheid was weggezonken ~~terug~~ en van het welke ook Euler eenigzins was afgeweken, en volmaakte het door de vinding van eene formule, door wier behulp men met weinig moeite kan berekenen hoedanig de ~~fout~~ misgissing in den berekenden conjunctie tyd van de fouten op ieder der aangenomen elementen afhangt. Q De vereenigde waarnemingen van een in- en uitgang op dezelfde plaats geven alzoo eene vergelyking tusschen de fouten in de aangenomene elementen. Heeft men dus de volkomene waarnemingen van zoo vele verschillende plaatsen als er onbekenden zyn, zoo heeft men alles wat men behoeft om deze te bepalen, en alzoo de berekende conjunctie tyden van dezelve in vloed te zuiveren. ~~De handelwyze is voortreffelyk~~ zonder ~~heeft dit nogtans dat zy geene vergelykingen voor de fouten der elementen geeft dan alleen wanneer beide ingang en uitgang op dezelfde plaats waargenomen zyn~~

Q
Zoo men op dezelfde plaats zoowel de in- als de uitgang heeft waargenomen, verkrygt men langs dien weg eene vergelyking tusschen de fouten in de aangenomene elementen. Is daarentegen bedekking dan op zoo vele plaatsen waargenomen als het aantal der onbekende fouten bedraagt, zoo heeft men alle vereischten om deze laatsten te bepalen. Lexell gaf de eerste mededeeling van zyne handelwyze in A. N. C. A. S. I. P. Tom. ~~XIV~~ XV

Na Lexell hebben Cagnoli, Bohnenberger en Wurm opzettelijk over de Lengte bepaling uit ~~Sterrebedekking~~ Sterrebedekkingen geschreven, ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ Huygens treft men in verschillende ~~sommige~~ (werken over de sterrekunde ~~treft men~~ de voorstelling van ~~[illegible]~~ handelwijzen aan, ~~[illegible]~~ die bij den eersten oogopslag aanmerkelijk van elkander schijnen af te wijken, ~~[illegible]~~ doch gevoeglijk in twee onderscheiden kunnen (worden die wezentlijk ~~[illegible]~~ verschillende zijn. De overige handelwijzen ~~die men~~ ~~[illegible]~~ treft, bestellen niet dan eene geringe wijziging die men aan eene der deze (beide heeft toegebragt, met oogmerk om de langwijlige arbeid die met de berekening der lengte uit Sterrebedekkingen onafscheidelijk verbonden is eenigzins te verkorten, of wel, om in den misslag die men begaat door kleine fouten te verwaarloozen, tegemoet te komen.

De eerste der beide handelwijzen welke wij bedoelen, die door haar eenvoudigheid en voortreffelijkheid eene soort van burgerregt heeft verkregen, is die welke door Keppler ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ voorgesteld, en naderhand door Lexell is volmaakt. Zij bestaat in de berekening ~~[illegible]~~ van den tijd der ware conjunctie uit ieder der waarnemingen. Deze berekening vereischt men zoodanig in dat de fout in de aangenomen lengte, (der plaats gelijk ook die van de lengte der Maan door de tafelen gegeven, geen of eenen uiterst geringe invloed op dezelve uitoefenen. Daar ~~men~~ nu de Maanstafelen derzelver [illegible] bewegingen met eene voldoende juistheid geven, behoeft men zich slechts om de fouten in de breedte, parallaxis en Middellijn dus om drie onbekenden te bekommeren, welke kunnen worden opgelost uit de vergelijkingen die men ~~welke~~, ~~men~~ door ~~uit~~ de vinden kan ~~[illegible]~~ ledige ~~volkomene~~ waarnemingen op ~~[illegible]~~ drie verschillende plaatsen,

Volgens ~~De~~ andere handelwijze wier eerste ontwerper Euler is, berekent met behulp der elementen uit de sterrekundige tafelen ontleend men voor het oogenblik der waarneming (den schijnbaren afstand van de middelpunten der Maan en Ster Of berekenden ~~[illegible]~~ ~~afstand~~ ~~[illegible]~~ ook welken de fouten die in aangenomene lengte ~~der~~ † plaats en in die der Maan mogten bestaan zullen uitoefenen ~~kunnen~~ ~~[illegible]~~ invloed ~~[illegible]~~. ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~men zoo zal men~~ (Deze afstand zoude men gelijk ~~[illegible]~~ aan de schijnbare halve middellijn der Maan vinden. Vindt men een verschil, zoo kan

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~ voor de elementen eene fout

† zoo men alles volkomen goed mogt hebben aangenomen

men berekenen hoedanig betrekken van de fouten in de aangenomen lengte der plaats en van die der elementen afhangt waardoor men ~~zes~~ eene vergelijking ontvangt tusschen zes onbekenden; ~~heeft men~~ ~~men~~ Een genoegzaam aantal waarnemingen om uitdrukken zes vergelijkingen te kunnen opmaken zo heeft ~~heeft men alles~~ zal dan alles zijn ~~wat men~~ behoeft om deze onbekenden optelossen ~~te bepalen~~.

Wilden wij men mogen willen instaan men zal altoos na de ware plaatsen der Maan en Ster berekend te hebben, ~~uit de eenen voldoening nauwer willen uit~~ naauwer overgaan tot de bepaling ~~berekening~~ van de ~~ware daar bijden tot de ware~~ schijnbare plaats der Maan. Hier is berekend ~~niets~~ in het eene geval den tijd der ware conjunctie in het andere de schijnbare afstand der middelpunten, terwijl de berekening van de vergelijking tusschen de fouten der elementen de laatste plaats zal bekleeden.

Over de berekening van de Geographische Lengten uit de waarnemingen van Sterrebedekkingen door de Maan.

De verschillende handelwijzen die de Sterrekundigen hebben voorgesteld om uit de waarnemingen van eene Sterrebedekking door de Maan de Geographische Lengten der plaatsen te berekenen, hoewel zij bij den eersten oogopslag aanmerkelijk van elkanderen schijnen af te wijken, kunnen gevoegelijk in twee onderscheiden worden die inderdaad verschillende zijn. De overige handelwijzen die men hier en daar aantreft, hebben niet dan eene geringe wijziging die men een van beide heeft toegebragt met oogmerk om de langwijligheid die met de berekening der Lengte uit Sterrebedekkingen onafscheidelijk verbonden is eenigermate te verkorten, of wel, om in den misslag die men begaat door kleine fouten te verwaarloozen, te gemoet te komen. —

De eerste handelwijze die om zijne eenvoudigheid en voortreffelijkheid eene soort van voorregt heeft verkregen, bestaat hierin dat men den tijd berekent naar den Meridiaan van de plaats der waarneming waarop de ware conjunctie van de Maan en Ster plaats heeft. Op deze berekening van den conjunctie tijd heeft eene aanmerkelijke fout in de aangenomene lengte der plaats, die men in allen gevalle voorloopig kennen moet, eenen uiterst geringen of geenen invloed. Heeft men dan op twee verschillende plaatsen dezelfde bedekking waargenomen, zal het verschil tusschen de beide berekende tijden van de ware conjunctie het verschil in Lengte tusschen beide plaatsen wezen.

De tweede handelwijze komt hier op neder. Men berekent ~~voor~~ met een voorloopig bepaalde geographische lengte van de plaats der waarneming den schijnbaren afstand van de ster tot het middelpunt der Maan voor het oogenblik des waargenomen in- of uitgangs. Vindt men dezen afstand even groot als de halve middellijn der Maan zoo heeft men de lengte der plaats goed aangenomen. Vindt men een verschil tusschen dezen berekenden afstand en de Maans halve middellijn zoo geeft dit niet alleen te kennen dat de aangenomene lengte eene verbetering behoeft, maar ook deze verbetering zal uit het gevonden verschil kunnen berekend worden.

In alle voorkomende gevallen zoude het om het even zijn van welke dezer twee handelwijzen men zich mogt willen bedienen ware het dat de sterrekundige tafels die de ware plaats der Maan voor een gegeven oogenblik doen kennen, tot den hoogsten trap van volmaaktheid gebragt waren. De tafels echter geven de ware plaats der Maan niet dan ten naastenbij, dat is met fouten aangedaan die op den berekenden conjunctie-tijd in het eerste geval en op den berekenden schijnbaren afstand in het tweede eenen grooten invloed uitoefenen. De waarnemingen van sterrebedekkingen zouden alzoo bijna nutteloos wezen, zoo zij niet een uitstekend hulpmiddel aanboden om de fouten der Maanstafels te bepalen en alzoo de berekende uitkomsten van derzelver invloed te zuiveren.

Eerst op het einde der berekening kan men met dat gedeelte derzelve aanvangen betrekkelijk de fouten dezer tafels kunt vinden, zoo dat wij hierover naderhand handelen zullen. De ~~eerst~~ berekening echter die altoos moet voorafgaan is die om de schijnbare plaats der Maan vermits de ware gegeven is, tot de berekening van deze laatste vindt men in de sterrekundige tafels zelve alles vermeld wat daarbij in aanmerking komen moet.

~~Was de aarde een volmaakt bolrond ligchaam, dan zoude de horizontale parallaxis der Maan voor alle willekeurige plaatsen dezelfde wezen als voor de plaatsen die die welke onder den Aequator liggen.~~

Aangezien de aarde geen volmaakt bolrond ligchaam is, ~~maar~~ de plaatsen ~~die~~ onder den Aequator verder van derzelver middelpunt verwijderd zijn, dan die welke buiten denzelven liggen, zal de horizontale aequatoriale parallaxis der Maan ~~die men uit de~~ tafelen ontleent, ~~van eenige aftrekking moeten ondergaan~~ ~~eenigzins verschillen~~ die men bij de berekening gebruiken moet, ~~uitgenomen~~ ~~uit de~~ ~~van~~ de horizontale parallaxis voor ~~eene willekeurige~~ de plaats der waarneming plaats ~~...~~ ~~verschillen~~. (~~De grootte van dit verschil~~ ~~zal altijd~~, ~~zal altijd~~ men zal hebben. altijd ~~met in aanmerking genomen worden~~ ~~zal men~~ kunnen berekenen ~~zoo men de gedaante der aarde kent~~) Waarschijnlijk moet men zich bij de berekening der parallaxen van de Excentrische breedte der plaats) bedienen, die met allereerste worden ~~...~~ ~~met~~ de aarde geen volmaakte bol is, van de Geografische breedte afwijkt. ~~...~~ ⊕

Daar men nu mag aannemen dat de aarde de gedaante heeft van een ligchaam dat door de wenteling van eene halve ellips om haren kleinen as ontstaat, behoeft men ~~uit~~ ~~meer dan~~ weder slechts met de verhouding tusschen de assen, of wat op hetzelfde nederkomt, cont. (derzelver afplatting) bekend te zijn ~~te kennen~~

⊕ De grootte der verbetering die men aan de Aequatoriale parallaxis en aan de Geografische breedte moet toebrengen, zal men kunnen berekenen zoo men de gedaante der aarde kent

Herleiding van de ware plaats der Maan tot de Schijnbare

Wat men door de ware en Schijnbare plaats der Maan verstaat weet ieder die in de Sterrekunde eenige vorderingen heeft gemaakt, weshalven het overbodig zoude zijn ~~dit~~ hierbij stil te blijven staan ~~[illegible] willen [illegible]~~. Alleenlijk willen wij ~~[illegible]~~ aanmerken dat men bij de berekening van Zonsverduisteringen of Sterrebedekking ~~niet gewoonlijk~~ ~~[illegible]~~ de plaats der ~~maan~~ ~~niet~~ gewoonlijk ~~[illegible]~~ in derzelver Lengte en Breedte ~~[illegible]~~ uitdrukt, zoo dat ~~[illegible]~~ men, om het verschil tusschen de Schijnbare en ware plaats ~~[illegible]~~ te bepalen, ~~[illegible]~~ zich van de parallaxis in Lengte en Breedte ~~uitdrukt~~ bedient.

De parallaxen (in Lengte en Breedte ~~der Maan~~ der Maan) hangen klaarblijkelijk grootendeels af van ~~de~~ derzelver (Horizontale parallaxis voor de plaats der waarneming), welke ~~[illegible]~~ men uit de Equatoriale parallaxis die voor de Maanstafelen gegeven wordt berekent ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~. ~~Het is ook klaar~~ Niet minder natuurlijk is het (dat ~~[illegible]~~ men bij de berekening der parallaxen ~~[illegible]~~ van de Geocentrische Breedte der plaats en niet ~~[illegible]~~ de Geographische ~~[illegible]~~ gebruiken moet. Het verschil tusschen de Geographische en Geocentrische Breedte, even als dat tusschen de parallaxis voor den Aequator en voor eene plaats ~~voor de plaats [illegible] van den Aequator~~ wiens ligging bekend is hangt (alleenlijk af van de gedaante der aarde. Mag men nu de aarde als een ligchaam beschouwen dat ontstaat door de wenteling van eene halve ellipsis om derzelver kleine as, ~~dan [illegible] het [illegible] alleen af van welke verhouding tusschen beide assen bestaat, of in andere woorden wat [illegible] zullen van de afplatting der aarde afhankelijk wezen~~.. dan zal het van het hoogste belang wezen dat men de ~~juiste~~ verhouding tusschen de assen der aarde, of wat op het zelfde nederkomt, derzelver afplatting (kenne met een groote juistheid

Herleiding van de ware plaats der Maan tot de schijnbare

De ware plaats der Maan wordt bepaald door de lengte en breedte van haar middelpunt zoo als het zich uit het middelpunt der aarde gezien aan den schijnbaren Sterrenhemel projecteert. De gezigtslijn die van eene plaats op de oppervlakte der aarde door het middelpunt der Maan gaat, zal het denkbeeldig hemelrond in een ander punt treffen, welks ligging het met betrekking tot de ecliptica de schijnbare plaats der Maan uitmaakt en hoedanigheid mede door derzelfs lengte en breedte bepaald wordt.

Het onderscheid tusschen de ware en schijnbare plaats der Maan hangt grootendeels af van de horizontale parallaxis der Maan voor de plaats der waarneming, dat is van den hoek onder welke de plaats der waarneming en het middelpunt der aarde gezien zoude worden op het oogenblik wanneer de gezigtslijn van het middelpunt der Maan naar de plaats der waarneming op den Radius van deze loodregt staat, dat is in andere woorden wanneer de Maan zich in den horizon der plaats bevindt. De sterrekundige tafelen geven de horizontale parallaxis der Maan voor de plaatsen die onder den Aequator liggen. Deze zoude dezelfde zijn als de horizontale parallaxis voor plaatsen die buiten den Aequator liggen, ware het niet dat die ten gevolge van de sphaeroidische gedaante der aarde een kortere afstand tot derzelver middelpunt hadden. De Aequatoriale parallaxis moet dus eene verbetering ondergaan die zoo van de betrekking die tusschen de assen van de sphaeroide der aarde bestaat, als van de geographische breedte der plaats waar de waarneming is gedaan zal afhangen.

De rekening der parallaxen vooronderstelt de kennis van den hoek dien de radius der plaats van waarneming met het vlak van den aequator der aarde maakt. Deze hoek noemt men de Geocentrische breedte. De breedte die men door waarnemingen bepaalt en de Geographische breedte genoemd wordt is de hoogte van de pool boven den horizon der plaats (dat is boven het vlak dat de aardsphaeroide op de plaats der waarneming aanraakt.

De sphaeroidische gedaante der aarde is de eenige oorzaak van het onderscheid dat tusschen Geographische en Geocentrische

~~breedte betrekt. Zoo dat de kennis van de betrekking tusschen de assen der aardsphaeroide het eenige vereischte is om eene gegevene Geographische breedte tot de Geocentrische te herleiden.~~

~~De groote~~ Eene naauwkeurige (kennis ~~van de betrekking tusschen de assen der aardsphaeroide of wel op hetzelfde uitkomt~~ van de afplatting der aarde, dat is, van het verschil tusschen beide assen ~~de halve groote en halve kleine as~~ in deelen van de (groote as uitgedrukt, is dus de grondslag waarop de juiste uitvoering van de berekening der parallaxen rust. Om het groote gewigt der zaak heeft men zich sedert onheugelijke tijden ~~de~~ ~~moeite~~ veel (moeite getroost om deze ~~afplatting~~ grootheid met de meeste (mogelijke naauwkeurigheid te bepalen.

$\frac{\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b}{\frac{1}{2}a}$

Deze bepaling (is echter ~~der groote~~ der grootheid) zulke ~~ongelijkheden~~ zwarigheden aangedaan dat ~~men~~ nog in onze dagen ~~de~~ uitstekende) sterrekundigen voor ~~dezelve waarden aannemen die veel van elkander afwijken de waarde der afplatting grootheden worden aangenomen die~~ ~~[illegible]~~. Vele stellen de waarde $\frac{1}{330}$

~~Burg~~ ~~Bürg~~ Laplace en Damoiseau heeft in zyne nieuwe tafelen voor de ware beweging der Maan een tafeltje voor de vermindering der parallaxis gegeven dat ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ uitsluitend voor $\frac{1}{295}$ afplatting. berekend is By onze berekeningen hebben wy ons ~~[illegible]~~ bediend van de waarde $\frac{1}{310}$, als het midden tusschen $\frac{1}{308,6}$ de bepaling van Delambre en $\frac{1}{311,72}$ die waarde die ~~[illegible]~~ Laplace opgeeft. Twee autoriteiten van welke men ~~[illegible]~~ slechts zelden ~~[illegible]~~ zal afwyken zonder tevens te dwalen.

M de halve groote
N de halve kleine as der aarde

Stellen wy nu
φ de Geographische breedte der plaats
φ' de Geocentrische breedte
p de Maans Horizontale aequatoriale parallaxis
π de verminderde Horizontale parallaxis voor de plaats der waarneming

dan hebben wy voor de Geocentrische breedte en de verminderde Hor. Parallaxis de volgende formulen

$$\tan \varphi' = \frac{N^2}{M^2} \tan \varphi \quad \text{en} \quad \sin \pi = \sin p \sqrt{\frac{\cos \varphi}{\cos \varphi' \cos(\varphi - \varphi')}}$$

~~waarin M de halve groote en N de halve kleine as van de aardsphaeroide beteekenen~~ (Zie Littrows Astron. Deel I § 87).

De formulen die men ter berekening van de ~~ware~~ schynbare plaats der Maan ~~er bestaat eene zeer groote verscheidenheid van formulen door~~ heeft voorgesteld ~~[illegible]~~ zyn zeer ~~[illegible]~~ verschillende ~~welke men uit de ware gegeven de schynbare plaats der Maan berekenen kan~~. De meeste ~~formulen~~ die ~~men~~ gewoonlyk gebruikt worden veronderstellen eene voorloopige kennis van de Lengte en Breedte des Zeniths. ~~Diegene welke [illegible]~~ onder deze zyn ~~[illegible]~~ die welke met de meeste naauwte en de meeste juistheid tot de schynbare plaats der Maan geleiden, ~~[illegible]~~ zyn ongetwyfeld de volgende:

men noeme
α de regte klimming van het Zenith
L de lengte van het Zenith
B de breedte van het Zenith
λ de ware Lengte der Maan
β de ware Breedte der Maan
λ' de schynbare Lengte der Maan
β' de schynbare Breedte der Maan
δ de ware halve Middellyn der Maan
δ' de schynbare halve middellyn der Maan
π de Hor. parallaxis voor de plaats der waarneming
ε de schynbare schuinsheid der Ecliptica
dan heeft men

$$\tan(\lambda'-\lambda) = \frac{\sin\pi\,\frac{\cos B}{\cos\beta}\,\sin(\lambda-L)}{1-\sin\pi\,\frac{\cos B}{\cos\beta}\,\cos(\lambda-L)} \quad (a)$$

$$\tan\beta' = \frac{\left(\tan\beta-\sin\pi\,\frac{\sin B}{\cos\beta}\right)\cos(\lambda'-\lambda)}{1-\sin\pi\,\frac{\cos B}{\cos\beta}\,\cos(\lambda-L)} \quad (b)$$

$$\sin\delta' = \frac{\sin\delta\,\sin\beta'}{\sin\beta-\sin\pi\,\sin B} \quad (c)$$

Zoo L en B niet bekend zyn, moeten zy naar deze formule berekend worden

$$\tan L = \cos\varepsilon\,\tan\alpha + \sin\varepsilon\,\tan\varphi'\,\mathrm{Secans}\,\alpha$$

$$\cos B = \cos\varphi'\cos\alpha\,\mathrm{Sec}\,L$$

~~waarin ε de schuinsheid der ecliptica en α de regte klimming van het Zenith betekenen~~

Deze formulen zyn dan alleen verkieslyk boven anderen die men in lateren tyd gevonden heeft, tot welke de kennis van de Lengte en Breedte des Zeniths niet vereischt worden, wanneer men deze laatste grootheden als bekend kan aannemen. Men heeft om derzelver gebruik gemakkelyker te maken tafels berekend die de lengte en breedte van het Zenith geven, wanneer de breedte der

(a) Lalande Berl. Ephem. 1777 pag 52. Rohde Parall. p 27 Delambre Abrégé p 163 en volgen
(b) Bohnenberger Astr. p 188 Rohde p 29
(c) Rohde p 30

plaats en de regte klimming van het toenmaals bekend zijn. De tafelen van dien aard welke de meeste vermelding verdienen zijn die welke L'evêque in het jaar 1776 heeft uitgegeven en die welke achter het werkje van Wurm over de parallaxen rekening gevonden worden.

Delambre zegt dat men bij de parallaxen rekening door middel van het ~~nog~~ nonagesimum, de lengte en breedte van dit laatste slechts in volle minuten bekend behoeft, en dat dit het grootste voordeel is hetwelk deze wijze van berekenen geeft. Men kan zich niet vergenoegen; doch zoo men in aanmerking neemt dat men op juiste uitvoering der berekeningen volkomen in zijne vrugt heeft, zal men het misschien raadzaam vinden de eindresultaten der berekeningen die door de onvolmaaktheid van rekeningen altijd eenigermate afwijken, (door eene minder juiste uit) nog verder van de waarheid te verwijderen. Ik voor berekening nog verder van de waarheid te verwijderen ... mij vermeende nergens eene fout te mogen verwaarloozen die meer dan 0,"05 beloopen kan, en bij die stelling is het onmogelijk daar de lengte en ~~breedte~~ hoogte van het Nonagesimum slechts in volle minuten te bezigen.

Zoo men de formule (a) aan de vorige pagina in eene reeks ontwikkelde heeft men:

$$\lambda'-\lambda = \pi \frac{\cos L}{\cos\beta} \sin(\lambda - L) + \frac{\pi^2}{2} \frac{\cos^2 L}{\cos^2\beta} \sin 2(\lambda - L) + \text{enz}$$

slechts op den eersten term acht gevende heeft men

$$d(\lambda'-\lambda) = -\frac{\pi}{\cos\beta} \sin L \sin(\lambda - L)\, d\lambda - \frac{\pi}{\cos\beta} \cos L \cos(\lambda - L)\, dL$$

het maximum der coefficienten van dL en $d\lambda$ is op de breedte van Leiden op zeer weinig na 0,02 begaat men dus op L of op λ eene fout van 30" zoodat de daaruit ontstaande fout op $d(\lambda'-\lambda)$ tot 0,"6 kunnen beloopen en op hoogere breedten zal dit maximum nog grooter worden. Zoo men dus in de berekening geene fouten wil verwaarloozen dan die minder dan 0,"05 bedragen moeten de lengte en breedte van het Nonagesimum tot minste op een paar seconden na bekend wezen.

Hier uit volgt dat men van de tafelen van L'evêque geen gebruik kan maken zoo men met de grootste naauwgezetheid rekenen.

uit, waar dezelve bekend zijn voor ~~ee~~ eene bepaalde schuinstand der Ecliptica (23° 27' 49") zonder dat er een tafeltje toegevoegd is, door het welke men de in de tafelen voorkomende Lengte en Breedte van het Nonagesimum voor dan in eland den punt die in de schuinstand der Ecliptica begaan is zuiveren kan. De tafelen zijn overigens zeer volledig daar zij alle breedtens tusschen de beide Poolcirkels gelegen insluiten.

Wurm heeft in het tafeltje voor de hoogte en Lengte van het Nonagesimum, hetwelk achter zijne Parallaxen-Rechnung te vinden is, op de verandering van de schuinsheid der Ecliptica acht gegeven en hetzelve eene colom toegevoegd die de verandering geeft die de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum ondergaat door eene bepaalde verandering in de schuinsheid der Ecliptica. Doch dit tafeltje is slechts berekend voor plaatsen die van 45° tot 54° Noorder breedte liggen. Men heeft van hetzelve alleen geen nut zoo men de waarnemingen gebruiken wil welke die te Åbo, Dorpat, Edinburg of elders zijn ~~...~~ gedaan waar de breedte 54° overtreft. Dikwijls zal het dus gebeuren dat ~~—~~ voor alle waarnemingen van dezelfde bedekking de schijnbare plaatsen der Maan door behulp van het Nonagesimum niet berekend kunnen worden, zonder dat men zich de moeite geve voor sommige dier waarnemingen de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum elders te berekenen.

Onder de eenvoudige formulen die er voor de berekening van de schijnbare plaats der Maan bestaan zonder behulp van het Nonagesimum zijn er geene die vergeleken kunnen met de schoone formulen tot dat einde door Olbers gevonden, welke hij het eerst in de Berlijner Ephemeriden voor het Jaar 1808 bekend maakte. Deze formulen zijn de volgende, waarin de letters dezelfde beteekenis hebben als in de vorige formulen, en waarin γ een hulpboog is die slechts dient om de berekening te vereenvoudigen

$$\operatorname{Tang} \gamma = \operatorname{Sin} \alpha \operatorname{Cot} \varphi'$$

$$\operatorname{Tang} \lambda' = \frac{\operatorname{Sin} \lambda \operatorname{Cos} \beta - \frac{\operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \varphi'}{\operatorname{Cos} \gamma} \operatorname{Sin}(\gamma + \varepsilon)}{\operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Cos} \beta - \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \varphi'}$$

$$\operatorname{Tang} \beta' = \frac{\left(\operatorname{Sin} \beta - \frac{\operatorname{Sin} \pi \operatorname{Sin} \varphi'}{\operatorname{Cos} \gamma} \operatorname{Cos}(\gamma + \varepsilon)\right) \operatorname{Cos} \lambda'}{\operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Cos} \beta - \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \varphi'}$$

$$\operatorname{Sin} \delta' = \frac{\operatorname{Sin} \delta \operatorname{Cos} \lambda' \operatorname{Cos} \beta'}{\operatorname{Cos} \lambda \operatorname{Cos} \beta - \operatorname{Sin} \pi \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \varphi'}$$

zelf eene oppervlakkige vergelyking van deze formulen met de overige die de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum aanwysen doet zien dat de laatste wel zeer omslagtig zyn zoo men verpligt is vooraf de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum ~~volgens de formulen in [illegible]~~ te berekenen. zoo men echter de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum uit tafelen kan ontleenen is het zoo ligt niet uittevinden welke van deze formulen de voorkeur verdienen. Eene nadere beschouwing pleit [illegible] intusschen ten voordeele van de formulen van Olbers.

By ~~eene~~ beoordeeling ~~trigonometrische berekening die naar bepaalde formulen geschieden moet~~

By de beoordeeling van bepaalde formulen volgens welke eene trigonometrische berekening geschieden moet, behoort men vooral te letten op het aantal Logarithmen van goniometrische lynen die men volgens dezelve uit de Logarithmen tafelen opzoeken en tot die welke met de juiste waarde van den boog voor welke men dezelve zoekt herleiden moet. De Logarithmen tafelen die men gewoonlyk gebruikt geven de Logarithmen der Goniometrische lynen van bogen welke ~~m~~ tien secunden verschillen. Men moet dus voor iederen Logarithmus eene of twee proportien uitrekenen zoo men by de bogen zelf tot op honderdste deelen van secunden letten wil, gelyk zulks by de berekeningen die wy hier bedoelen behoort te geschieden. Hoe meer Logarithmen men dus by het gebruik van verschillende formulen opzoeken en herleiden moet des ~~te~~ te lastiger en omslagtiger zyn zy in de behandeling. De berekening van de formulen (by —) door behulp van het nonagesimum vordert de herleiding van elf Logarithmen zoo men de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum uit tafelen kan ontleenen, de formulen van Olbers vorderen er [illegible] welke echter drie [illegible] dezelfde, terwyl [illegible] by alle berekeningen voor dezelfde plaats dezelfde blyven en dus slechts eens voor al behoeven herleid te worden zoo dat zy gevoegelyk kunnen worden medegerekend. Dan letten wy derhalve nadenken dan ~~[illegible]~~ vereischen de formulen van Olbers het herleiden van vier Logarithmen meer dan de anderen, maar daar tegen over staat dat men by het gebruik der laatste voor behulp van tafelen van het Nonagesimum voorwaardelyk, verpligt is zoowel de Lengte als de Hoogte van

B

dan heeft men voor de Lengte en Breedte van het Zenith

$$\mathrm{Tg}\,L = \cos\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\alpha + \sin\varepsilon\,\mathrm{tg}\,\varphi'\,\sec\alpha$$

$$\cos Z = \cos\varphi' \cos\alpha\ \mathrm{secans}\ L$$

en voor de schijnbare plaats der Maan

$$\mathrm{Tg}(\lambda'-\lambda) = \frac{\sin\pi \cos Z \sin(\lambda - L)}{\cos\beta - \sin\pi \cos Z \cos(\lambda - L)}$$

$$\mathrm{Tg}\,\beta' = \frac{(\sin\beta - \sin\pi \sin Z)\cos(\lambda'-\lambda)}{\cos\beta - \sin\pi \cos Z \cos(\lambda - L)}$$

$$\sin\delta' = \frac{\sin\delta \cos(\lambda'-\lambda)\cos\beta'}{\cos\beta - \sin\pi \cos Z \cos(\lambda - L)}$$

De formule voor de parallaxis in Lengte is van Lexell. Die voor de schijnbare breedte en diameter schijnen het eerst door Bohnenberger gegeven te zijn. Bohnenberger heeft ~~deze~~ (eene andere gedaante ~~gegeven~~ (deze formulen tot) beleid welligt eenigzins) vereenvoudigd wordt waardoor derzelver gebruik ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~

men stelle

$$\sin\pi \frac{\cos Z}{\cos\beta}\cos(\lambda - L) = \cos \psi$$

$$\sin\pi \sin Z = \cos \mu$$

dan worden de vorige formulen.

$$\mathrm{tg}(\lambda'-\lambda) = \frac{\sin\pi \cos Z \sin(\lambda - L)}{2\cos\beta \sin^2\frac{1}{2}\psi}.$$

$$\mathrm{tg}\,\beta' = \frac{\sin\frac{1}{2}(\beta-\mu)\cos\frac{1}{2}(\beta+\mu)\cos(\lambda'-\lambda)}{\cos\beta \sin^2\frac{1}{2}\psi}$$

$$\sin\delta' = \frac{\cos(\lambda'-\lambda)\cos\beta' \sin\delta}{2\cos\beta \sin^2\frac{1}{2}\psi}$$

Deze is welligt ~~[illegible]~~ de ~~[illegible]~~ uiterste ~~[illegible]~~ herleiding waarvoor deze berekening door middel van de Lengte en Breedte des Zeniths, (zoo men niets verwaarloozen wil), vatbaar is.

~~Wil men het gebruik van de Lengte en Breedte van het Zenith ontgaan, zoo heeft men~~

Men heeft nog vele formulen voorgesteld van welke men zich bedienen kan, zoo men het gebruik van de Lengte en Breedte des Zeniths wil ontgaan. De voortreffelijkste van allen zijn ~~[illegible]~~ ~~die welke~~ de volgende formulen van Olbers ~~gegeven heeft~~, welke hij het eerst in de Berlijner Ephemeriden voor het Jaar 1808 mede deelde. ~~[illegible]~~

Men stelle.

$$\mathrm{Tg}\,\gamma = \cos\alpha \cot\varphi'$$

dan is

$$\operatorname{tg}\lambda' = \frac{\sin\lambda\cos\beta - \frac{\sin\pi\sin\varphi'}{\cos\gamma}\sin(\gamma+\varepsilon)}{\cos\lambda\cos\beta - \sin\pi\cos\alpha\cos\varphi'}$$

$$\operatorname{tg}\beta' = \frac{\left(\sin\beta - \frac{\sin\pi\sin\varphi'}{\cos\gamma}\cos(\gamma+\varepsilon)\right)\cos\lambda'}{\cos\lambda\cos\beta - \sin\pi\cos\alpha\cos\varphi'}$$

$$\sin\delta' = \frac{\sin\delta\cos\lambda'\cos\beta'}{\cos\lambda\cos\beta - \sin\pi\cos\alpha\cos\varphi'}$$

Verschillende sterrekundigen rekenen de eerste handelwijze om eene voorloopige kennis van de Lengte en Breedte des Zeniths ~~on~~ vooraf te stellen, boven de andere. Men ziet ten echte minder van de juiste zijde hiervan gewagen, zoodat ik niet ontbloot zijn zal wezen deze zaak opzettelijk te overwegen.

Onder de groote verscheidenheid van formulen kan men ~~geene~~ (daar de voorangestelde) met elkander in vergelijking brengen, ~~hierdoor~~ want alle de overigen zijn oppervlakkiger. — Met eene enkele oogopslag nu kan men inzien dat de formulen van Bohnenberger voor die van Olbers moeten wijken wanneer men verpligt is de Lengte en Breedte van het Zenith door formulen te berekenen; maar, zonder deze echter uit tafels kunnen ontleenen, en in dit geval is het zoo duidelijk niet welke van beide stelsels van formulen de voorkeur verdient.

Bij de beoordeeling van eene formule volgens welke zekere ~~eene~~ Trigonometrische berekening geschieden moet, behoort men vooral acht te geven op het aantal Logarithmen van goniometrische lijnen die men volgens deze uit de tafelen opzoeken en tot die welke met de juiste waarde van den boog overeenstemmen herleiden moet. De Logarithmen tafelen van Callet, de beste die men gebruiken kan, geven deze logarithmen voor bogen welke tien Secunden van elkanderen verschillen. Wil men dus ~~bij~~ de berekening zelf honderdste deelen van Secunden in aanmerking ‡ nemen, gelijk zulks behoort te geschieden, zoo moet men voor elken Logarithmus eene (eenvoudige) proportie te interpoleren (maar) die ~~lastige berekening~~ door eene onophoudelijke herhaling lastig wordt, en ~~...~~ meestal het grootste gedeelte van de berekening uitmaakt. De formulen van Olbers vorderen het opzoeken en herleiden van (twintig) ~~zestien~~ Logarithmen‡, die van Bohnenberger (vorderen) zonder ~~de~~ berekening van de Lengte en Breedte des Zeniths (acht te geven) ~~in aanmerking te nemen~~ reeds de behandeling van zeventien Logarithmen. Neemt men nu in aanmerking dat ~~men~~ de (veele meer zoo eenvoudig niet zijn als) de formulen van Bohnenberger, ~~of ... kleinigheden ... ...~~

‡ welke getal men tot ~~twintig~~ zeventien kan brengen, aangezien die dezelve $\sin\varphi'$, $\cos\varphi'$, $\cot\varphi$ overeindere plaats altijd dezelfde zijn.

B 17. additamentum

Daar by eene Lengte bepaling uit Sterrebedekkingen de berekening van de schynbare plaats der Maan ~~zeer dikwyls~~ herhaald malen moet uitgevoerd worden, is het van wezenlykt belang dat men zich hiertoe van die formulen bediene, ~~welke met de minste moeite en tot het doel geleiden~~. welke ~~in eenvoudigheid de andere~~ de berekening de kortste en eenvoudigste maken. De meeste Sterrekundigen ~~[illegible]~~ geven in dat opzigt aan formulen die eene voorloopige kennis van de Lengte en Breedte des Zeniths veronderstellen ~~[illegible]~~ de voorkeur; op welken grond echter deze de voorkeur verdienen, hebben wy nergens op eene behoorlyke wyze ontvouwd gevonden. — Misschien zal het dus niet overbodig wezen, dit hier in afzettelyke overweging te nemen.

Slaat men eenen aandachtigen blik op de groote verscheidenheid van formulen ~~die men in verschillende~~ voor de berekening van de schynbare plaats bestaan (die men in verschillende werken over de sterrekunde aantreft, zoo zal de keus spoedig bepaald worden, en zich tot de twee stelsels van formulen bepalen waarvan het ~~een~~ door Bohnenberger het ander door Olbers gegeven is. Bohnenberger bedient zich van de Lengte en Breedte des Zeniths van welke grootheden Olbers zyne formulen bevryd heeft, en een enkele oogopslag is voldoende om in te zien dat zoo men dezelve uit de formulen berekenen moet, de handelwyze van Bohnenberger voor die van Olbers zal moeten wyken. — Maar men heeft tafelen voor de Lengte en Breedte van Zenith berekend, men kan deze grootheden uit dezelve ontleenen en in dat geval is ~~[illegible]~~ het zoo in het oog loopende niet welk stelsel van formulen de meeste aanbeveling verdient

~~[illegible]~~ die van Olbers ~~[illegible]~~, zoo ziet men dat
de laatsten in dit opzigt voor de eerste ~~voor het~~ ten minste niet
behoeven te wyken.

Nu bestaan de tellers en noemers van de formulen van Bohnen-
berger alleen uit eenen term, by de formulen van Olbers in
~~[illegible]~~ het geval niet. Ten gevolge hiervan vorderen de formulen
van Olbers nog dat men zes malen ~~[illegible] Logarithmen~~ het
getal voor eenen Logarithmus en drie malen de Logarithmus van
een natuurlyke getal opzoeke. Maar daar staat tegen over
dat zoo men zich van tafelen voor de Lengte en Breedte van het
Zenith bedienen kan, men deze beiden zal moeten herleiden
voor de juiste waarde van de Breedte, de Regte Klimming van
het Zenith, en van de schuinsheid der Ecliptica. Een ~~[illegible]~~
geoefend rekenaar kan ~~[illegible]~~ byna altyd op het oog
door middel der tafelen en laten eene Logarithmus tot een
natuurlyke getal en omgekeerd herleiden, zonder dat hy daartoe
eene cyfer op het papier zal behoeven te brengen. De zes
herleidingen daarentegen welke men voor de Lengte en Breedte van
het Zenith behoort te verrigten zyn zeer omslagtig, daar de
tafelen gewoonlyk berekend zyn voor bogen welke eenen vollen graad
verschillen, by welke men tweeden in aanmerking nemen moet.
Men ziet dus dat zelfs in het ~~[illegible]~~ geval, ~~[illegible]~~ wanneer
men de Lengte en Breedte van het Zenith uit tafelen kan
ontleenen, de formulen van Olbers zoo men hier al (de aanspraak op de voorkeur) ~~[illegible]~~ mogt
willen ontzeggen ~~[illegible]~~, ~~[illegible] voor de [illegible]~~
~~[illegible]~~. voor het minst met die van Bohnenberger gelyk staan

Delambre die de handelwyze door middel van de Lengte
en Breedte des Zeniths byzonder ~~[illegible]~~ voorstaat zegt dat haar grootste
voordeel hierin bestaat, dat men beide deze grootheden slechts
in volle minuten behoeft te kennen. ~~Men zal ziet hieruit~~ ϕ
~~[illegible] [illegible]~~, ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ontdekt ϕ
dat de invloed welke eene fout van 30″ in de Lengte of
breedte van het Zenith op de bestaande parallaxis uitoefent
ten allen tyde kan verwaarloosd worden. ~~Het tegendeel~~
~~[illegible]~~; Men zal zich ligtelyk van het
tegendeel overtuigen

ϕ Deze grondstelling
zal men dus alleen
mogen aannemen
na ligtelyke beweging
daar te hebben ϕ

Zoo men de formule van Lexell voor de parallaxis in Lengte in eene reeks ontwikkelt heeft men:

$$\lambda'-\lambda = \pi \frac{\cos Z}{\cos\beta}\sin(\lambda-L) + \frac{\pi^2}{2}\frac{\cos^2 Z}{\cos^2\beta}\sin 2(\lambda-L) + \text{enz.}$$

het is hier voldoende slechts op den eersten term acht te geven; zoo men daar dan differentieert in de veronderstelling dat $(\lambda'-\lambda)$, Z en L veranderen

$$d(\lambda'-\lambda) = -\frac{\pi}{\cos\beta}\sin Z\sin(\lambda-L)\,dZ - \frac{\pi}{\cos\beta}\cos Z\cos(\lambda-L)\,dL$$

het maximum der coefficienten van dZ en dL bedraagt op de breedte van Leiden op zeer weinig na 0,02, ~~eene fout~~ of zoo dus dL of dZ 30" bedraagt zal de daaruit voortvloeijende fout op $\lambda'-\lambda$ tot 0",6 kunnen beloopen; waaruit volgt dat men door bij de Lengte en Breedte van Zenith de seconden te verwaarloozen op den berekenden conjunctie tijd eene fout kan begaan die de grens van eene volle seconde kan overschrijden. Is het dus onnoodig dat men bij de berekening zelf op honderdste deelen van seconden acht geve, dan is het eene ongerijmdheid ~~###~~ eene volle seconde te vergeten. Neemt men nog in aanmerking dat deze fout op hoogere breedten, en met in achtneming van de hier verwaarloosde termen nog grooter kan worden, zoo zal men zich gemakkelijk kunnen overtuigen dat men de Lengte en Breedte van het ~~Nonagesimus~~ Zenith ten minste in volle seconden kennen moet.

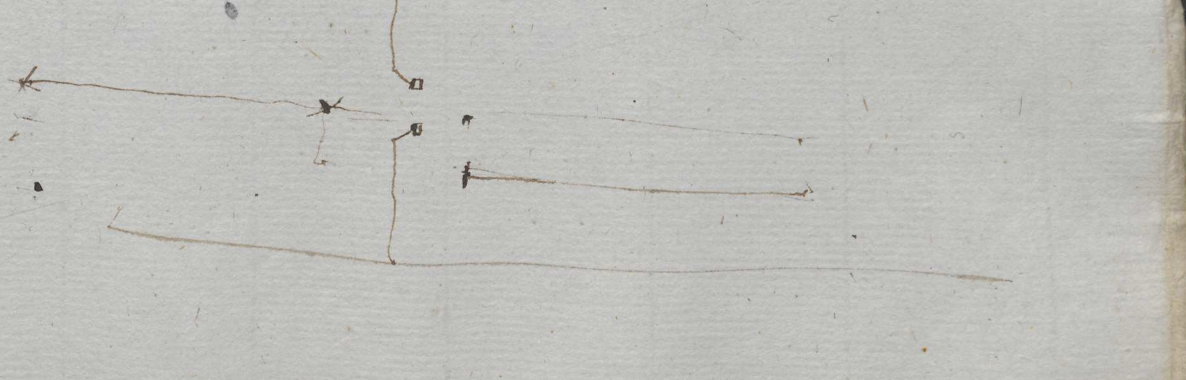
De eenige tafelen voor de Lengte en Breedte van het Zenith welke verdienen genoemd te worden zijn die welke L'Évêque in het Jaar 1776 heeft uitgegeven (*) en die welke achter het werkje van Wurm over de Parallaxen Rekening gevonden worden. Van de tafelen van L'Évêque kan men zich bij naauwkeurige berekeningen niet bedienen daar deze voor eene bepaalde schuinsheid der Ecliptica (23°27'49") berekend zijn, zonder dat er een tafeltje toegevoegd is door welks behulp men de Lengte en Breedte van het Zenith voor de juiste waarde van de schuinsheid der Ecliptica herleiden kan.

(*)

Wurm heeft in deze tafeltjes de verandering van de Schuinsheid der Ecliptica niet vergeten, maar het geldt slechts voor plaatsen die tusschen 48° en 54° Noorder Breedte liggen. Daar nu verscheidene beroemde Observatoria, ~~op welke de naauwkeurigste waarnemingen geschieden~~ zoo als (die van Abo, Dorpat, Edimburgh enz. op eene hoogere breedte liggen, zal het tafeltje van Wurm nutteloos wezen, zoo men zich van de waarnemingen ~~##~~ dezer plaatsen bedienen wil. ~~[illegible]~~

~~en~~ Op de genoemde Observatoria geschieden ~~[illegible]~~ voortreffelijke en naauwkeurige waarnemingen ~~geschieden~~, dus zal het bij de Lengtebepaling meestal gebeuren, dat zoo men zich voortreffelijk van de Lengte en Breedte der Zeniths bedienen wil, men ook (dikwijls) verpligt zal wezen deze grootheden uit de formulen te berekenen; in welk geval men zich met veel meer voordeel van de formulen van Olbers zal bedienen. Wil men de hulp van de Lengte en Breedte der Zeniths dan alleen insoeken wanneer men dezelve uit tafelen) kan ontleenen, en ~~[illegible]~~ in andere gevallen de formulen van Olbers gebruiken; dan zal men behalve dat men niets wint, de groote eenvoudigheid ontbeeren die elken langwijligen arbeid vereenvoudigt.

Deze redenen te zamen genomen zullen ons welligt regtvaardigen zoo wij van deze gronden en misschien vooroordeel afwijken en voor de berekening der Lengte de formulen van Olbers (uitsteken boven die van Bohnenberger of ~~boven~~ anderen die eene voorloopige kennis van de Lengte en Breedte des Zeniths veronderstellen. Wij hebben ons bij de berekening der Lengte van Leiden uitsluitend van de formulen van Olbers bediend.



Alle deze zwarigheden ~~in weg~~ zullen ons welligt regtvaardigen, zoo wij van velen geweken afwijken, ~~en~~ door bij de berekening der Geographische Lengte de formulen van Olbers (~~van de Ahypthen plaatse der Maan~~) boven alle de overige te verkiezen die eene voorloopige kennis van de Lengte en Breedte veronderstellen.

De ondervinding heeft ons geleerd dat zij, bij zoo vele ~~boven de~~ andere voorregten ook ~~in~~ [illegible] eenvoudigheid uitmunten en daardoor de minste aanleiding geven om ~~te~~ eenen misslag te begaan.

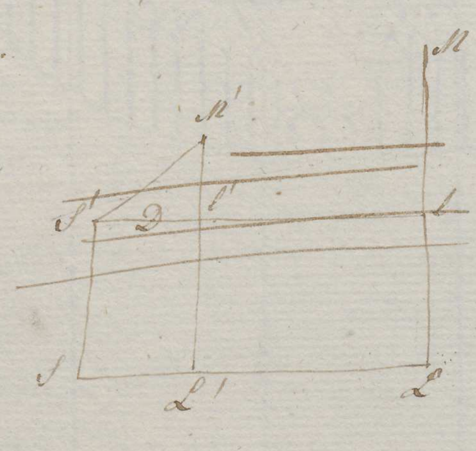
het Nonagesimum voor de juiste waarde van de Poolshoogte voor die van de Regte Klimming des Zeniths en op de schuinsheid der Ecliptica herleiden moet, hetwelk gelijk staat met het herleiden van zes Logarithmen. Zoodat in dit opzigt de formulen van Olbers boven de anderen den voorrang verdienen.

Ten anderen moet men het aantal termen waaruit de formulen bestaan wel in aanmerking nemen, daar een grooter aantal termen meerdere herleidingen van Logarithmen tot natuurlijke getallen en omgekeerd vordert. Het aantal termen nu in de formulen van Olbers welke men door de tafelen in Logarithmen bepaalt, en die men daarna tot natuurlijke getallen herleiden moet bedraagt niet meer dan zes, daar de noemers van de formulen voor tang λ', tg β en die δ' alle dezelfde zijn; de andere formulen vorderen een even groot aantal herleidingen van dien aard zoodat zij in dit opzigt met de formulen van Olbers gelijk staan.

In aanmerking nemende dat de formulen die door behulp van het Nonagesimum de schijnbare plaats der Maan geven ~~uit omslagtiger~~ voor het minst niet gemakkelijker in de behandeling zijn dan die van Olbers, en daarbij bedenkende dat de eenige geschikte tafelen voor de Lengte en Hoogte van het Nonagesimum, namelijk die van Wurm zich slechts tot 54° N.B. uitstrekken zoodat men voor hoogere breedte, wilde men de ~~formulen van het~~ schijnbare plaats der Maan door het Nonagesimum berekenen dezelfs Lengte en Hoogte door de formulen zoude moeten bepalen, heb ik mij enkel en alleen van de formulen van Olbers bediend zonder mij in het minste over het Nonagesimum te bekommeren.

Berekening van den Tyd der ware conjunctie, ~~[illegible]~~ ~~[illegible] van de plaats der waarneming~~

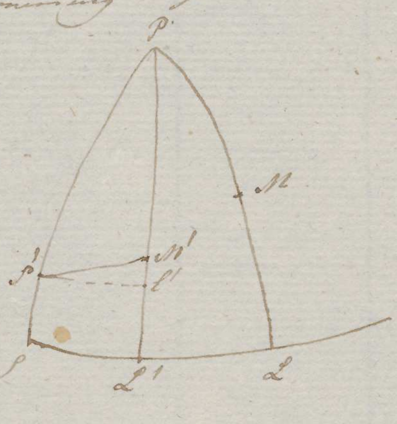
Heeft men door middel der vorige formulen de Maans parallaxis in Lengte hare schynbare Breedte en halven Diameter berekend, dan heeft men met de ware middenbeweging in Lengte, ~~uit de Sterrekundige tafelen ontleend~~, en de schynbare Lengte en Breedte der Ster alle de gegevens welke vereischt worden om den tyd der ware conjunctie te berekenen. Alle opmerking verdient het dat men hiertoe de absolute Lengte der Maan niet behoeft te kennen ten gevolge waarvan eene fout van eenige weinige secunden in de aangenomene Lengte der plaatse (zoo veel als die de Maan niet door een te uiteert) gezingen invloed op den berekenden conjunctie tyd uitoefenen kan. De breedte der Maan toch, de parallaxis in Lengte en de schynbare diameter zyn in het tydsverloop van weinige secunden slechts aan eene zeer kleine (en naauwelyks merkbare verandering) onderhevig. Mogt men echter ~~[illegible]~~ afloop der berekeningen eene te groote fout in de aangenomene Lengte der plaats ontdekken, zoo zal men met deze nieuw bepaalde Lengte de berekening kunnen herhalen of op eene andere wyze (aan den berekenden conjunctie-tyd de noodige verbetering kunnen toebrengen.



~~Zy SL een gedeelte der Ecliptica, M de ware M' de schynbare plaats der Maan ~~L' de schynbare~~ voor het oogenblik van den ~~[illegible]~~ in of uitgang eener Ster wier schynbare plaats S' is, dan is $S'M' = 8'$ ~~[illegible]~~ dat is gelyk aan [illegible] halve middellyn der Maan, Behandelt men nu het kleine sphaerische driehoek $S'M'l'$ als of het regtlinig ware,~~ ~~$-M'l'$ het verschil tusschen de schynbare breedten van Maan en Ster ~~[illegible]~~~~ † Indien men by sterrebedekkingen niet kan doen, noemt men de lengte en breedte der Ster b en l

† ~~[illegible]~~ SL' het verschil tusschen de schynbare lengten van beide hemellichten ~~[illegible]~~ is en $L'L$ de parallaxis der Maan in Lengte

De gewone gang van het werk is deze; men berekent uit den schijnbare [Schijnbare] halve middellijn der Maan en het verschil der breeten van beide hemellichten, het verschil tusschen de schijnbare lengten. Dit verschil gevoegd bij of afgetrokken van de parallaxis in Lengte geeft het verschil tusschen de ware Lengte, ~~der~~ [van de] Maan en ~~de schijnbare~~ [eene] ~~ware~~ ster op het oogenblik der waarneming. Berekent men eene volgens de voortbeweging der Maan in Lengte den tijd die met ~~het~~ [dit] gevonden verschil ~~tusschen de Lengten~~ overeenkomt zoo zal deze tijd gevoegd bij of afgetrokken van die der waarneming den tijd der ware conjunctie geven, gerekend van den Meridiaan der plaats waar de waarneming is geschied



Zij SL een gedeelte der Ecliptica, P derzelver pool, M en M' de schijnbare en ware plaatsen der Maan voor het oogenblik van den in of uitgang eener ster wier schijnbare plaats door S' wordt aangewezen, en wier lengte en breedte wij l en b zullen noemen; dan is $S'M' = \delta'$ $S'S = b$ $M'L' = \beta'$ $SL' = \angle SPL' = l - \lambda'$, $L'L = \lambda' - \lambda$ dus geeft de spherische driehoek $S'PM'$

$$\sin^2 \tfrac{1}{2}(l-\lambda') = \frac{\sin \tfrac{1}{2}(\delta' + (\beta'-b)) \sin \tfrac{1}{2}(\delta' - (\beta'-b))}{\cos\beta' \cos b}$$

gebruikt men nu in plaats van de sinussen der kleine bogen $\tfrac{1}{2}(l-\lambda')$, $\tfrac{1}{2}(\delta'+(\beta'-b))$, $\tfrac{1}{2}(\delta'-(\beta'-b))$ de bogen zelve, hetgeen men zonder eene merkbare fout te begaan doen kan zoo heeft men

$$l-\lambda' = \pm\sqrt{\frac{(\delta'+(\beta'-b))(\delta'-(\beta'-b))}{\cos\beta' \cos b}}$$

het bovenste teeken geldt voor eenen ingang het onderste voor eenen uitgang

Trekt men uit S' het boogje S'l' evenwijdig aan de ecliptica en beschouwt men den kleinen driehoek S'M'l' als regtlijnig zoo heeft men door $M'l' = \beta' - b$ –

$$S'l' = \sqrt{S'M'^2 - M'l'^2} = \sqrt{\delta'^2 - (\beta'-b)^2} = \sqrt{(\delta'+(\beta'-b))(\delta'-(\beta'-b))}$$ en

$$l-\lambda' = SL' = \frac{S'l'}{\cos b} = \pm\frac{\sqrt{(\delta'+(\beta'-b))(\delta'-(\beta'-b))}}{\cos b}$$

12
Gewoonlijk bedient men zich van deze laatste formule; ~~Bohnenberger zegt dat men deze niet gebruiken kan;~~ ~~men~~ ~~zal~~ weshalve ~~tot~~ men beter doen zal ~~[illegible]~~ de eerste formule te gebruiken.

~~Deze laatste formule wordt meestal gebruikt.~~ ~~[illegible]~~ evenwel ~~kan echter~~ door in den noemer dezer formule $\cos b$ in plaats van $\sqrt{\cos\beta'}\cos b$ aan te nemen zal men op den tijd der conjunctie eene fout (tegen kunnen ~~eene maximum~~ die tot ~~0''~~ 0,2 ~~[illegible]~~ tijdsecunden bedraagt.) ~~want trekt men beide vergelijkingen van elkander af zoo heeft men~~

~~$d(l-\lambda') = (l-\lambda')(1-\sqrt{\cos\beta'})$; deze grootheid wordt een maximum als $(\lambda'-l)$ en β beide maxima zijn; in dat geval is $l-\lambda' = \frac{\delta'}{\cos\beta'}$ stellen wij hier nu de grootste waarde van $\delta' = 1000''$ en $\beta' = 5°30'$ welke waarden beide grootheden nog eenigermate kunnen overstijgen dan vindt men ~~het maximum van~~ het maximum van $d(l-\lambda') = 2'',8$ boogs.~~

~~De maan besteedt omtrent 5'' om eenen boog van 2'',8 in lengte te doorloopen aan welke fout op den tijd der berekende ware conjunctie men zich zoude kunnen blootstellen door in den noemer der eerste formule $\cos\beta' = \cos b$ te stellen.~~

Heeft men nu $(l-\lambda')$ berekend zoo vindt men $l-\lambda = (\lambda'-\lambda) + (l-\lambda')$.

De tijd tusschen het oogenblik der waarneming en dat der ware conjunctie is dan $f(l-\lambda)$ zoo men $f = 3600''$ gedeeld door de Maans ware verhandeling in Lengte stelt; alzoo:

de tijd der ware conjunctie $=$ tijd der waarneming $+ f(l-\lambda)$

waarbij ~~wij~~ men vooral letten moet op het teeken dat $l-\lambda$ door de positieve of negatieve waarden van $\lambda'-\lambda$ en $l-\lambda'$ ontvangt.

Men stelt zich algemeen te vreden door (, bij de herleiding van den boog $(l-\lambda')$ tot ~~den~~ het met denzelven overeenstemmenden tijdsverloop, de verandering der Maans Lengte als regelmatig aantenemen. Voor het minst heb ik nergens/een teeken aangetroffen dat men daartegen eenige zwarigheid maakt. Evenwel kan deze valsche veronderstelling dikwijls op den berekenden tijd der ware conjunctie eenen invloed uitoefenen die te groot is om niet in aanmerking genomen te worden, daar toch op, hoewel weinig, verschillende tijden van den dag dezelfde verandering in de Maans Lengte met een merkelijk grooter of kleiner tijdsverloop zal overeenstemmen.

Het natuurlijkste middel dat zich voordoet om de conjunctie tijd, die men vindt door de Maans verandering in Lengte regelmatig aantenemen en die wij in het vervolg de benaderde conjunctie tijd zullen noemen, van den invloed dier valsche stelling te zuiveren, bestaat daarin dat men voor het oogenblik der

~~men~~ benaderde conjunctie de Maans Lengte, met de acht- neming van de tweede orde derzelver verandering, uit de tafelen berekene. Trekt men deze lengte af van die welke men bij den aanvang der berekening voor het oogenblik der waarneming gevonden heeft zoude men ~~[illegible]~~ juist den boog b–d (zie den, ~~wanneer de [illegible]~~ valsche stelling zonder ~~invloed op de berekening wezen zal~~. Vindt men echter een verschil, zoo zal dit de grens van een paar secunden niet overschrijden, en het zal voldoende wezen hetzelve ~~dit verschil~~ door de eerste orde der verandering tot den overeenstemmenden tijd te herleiden.† ~~en dus den tijd der benaderde conjunctie de nodige verbetering te kunnen toebrengen.~~

welke de verbetering wezen zal ~~Dus [illegible]~~ † ~~[illegible]~~ ~~men zal~~ die aan de benaderde conjunctie moet worden toegebragt

Voorbeeld

De ingang ~~der berekening~~ van α Tauri op den 15 Oct 1829 is door ~~Heer~~ David te Praag waargenomen ten 10u 4' 24,"3 midd. tijd te Praag

de berekening geeft voor den boog dien de Maan tusschen den ingang en de ware conjunctie (doorloopen moet in Lengte) 25'41,"62, benaderde conjunctie ten 11u 16' 36,"26 midd tijd te Praag

door de tafelen van Damoiseau vindt men:

Maans Lengte voor den benaderden conjunctie tijd		67° 24' 52,"70 (0
ingang		66 42 30,63
	verschil =	42' 22,"07

af: boog tusschen den ingang en de benaderde conjunctie-tijd	25' 42,"07
boog tusschen den ingang en de ware conjunctie	25' 41,"62
boog tusschen de ware en de benaderde conjunctie	0,"45
deze boog vermenigvuldigd met (3600" gedeeld door de maans verandering in lengte), geeft:	
correctie voor de benaderde conjunctie	− 0,"77 tijds
benaderde conjunctie	11u 16' 36,26
middelb. tijd te Praag voor de ware conjunctie	11u 16' 35,"49

Dit hulpmiddel verdient om aan den tijd van de benaderde conjunctie de nodige verbetering toe te brengen eene eenigzins langwijlige rekening die men op eene andere wijze kan ver- minderen zonder daarom de naauwkeurigheid in het minste te kort te doen.

Men berekent de ware plaats der Maan uit de tafelen voor een bepaalde oogenblik, hetwelk men naar gelang der omstandigheden kiest, noemen wij dit tijdstip M, zij voor hetzelve de Maans ware lengte a dan geven de tafelen voor ieder ander tijdstip

Lengte voor den tijd $M + t = a + pt + qt^2$

$M + t' = a + pt' + qt'^2$

waarin p de weerbeweging eerste orde gedeeld door $3600''$, q de weerbeweging tweede orde gedeeld door $(3600'')^2$ en t en t' in tijdsecunden zijn uitgedrukt.

Deze vergelijkingen geven voor den boog ϑ welke de Maan binnen den tijd $t'-t$ in lengte doorloopt

$-(\vartheta - p)$

$+\ \vartheta\ -$
t

$$\vartheta = p(t'-t) + q(t'^2-t^2) \quad \text{en dus}$$

$$(t'-t) - \frac{\vartheta}{p} = -\frac{q}{p}(t'^2-t^2) = -\frac{q}{p}(t'+t)(t'-t)$$

voor de fout die men begaat door de beweging der Maan als gelijkvormig aan te nemen. $\frac{q}{p}$ is altijd eene zeer kleine grootheid, t' is door den benaderden conjunctie tijd altijd naderbij en dus voor de berekening der correctie meer dan naauwkeurig genoeg op een paar secunden na (bepaald), t is door de waarneming zeker gegeven. Men heeft dus alles wat men behoeft om de correctie op eene eenvoudige wijze te berekenen.

~~De correctie wordt met zijn eigen teeken aan~~

$+$ positief en met een omgekeerd teeken zoo het negatief is

De correctie moet eigenlijk ~~aan~~ ~~het~~ ~~zijn teeken~~ toegebragt worden aan het tijdverloop tusschen de waarneming en de conjunctie, dat men voor eene gelijkvormige beweging der Maan gevonden heeft, het is echter klaar dat men dezelve ook onmiddellijk aan de benaderde conjunctie tijd toevoegen kan, met haar eigen teeken zoo het gevonden tijdsverloop $+$

Men kan in de berekening der correctie de secunden decimalen van t en t' zonder weglating ~~zelf voor dezelfde bedekking~~ ~~terwijl op eenvoudige de plaatsen waargenomen~~ ~~t' als standvastig beschouwen~~.

Voorbeeld.

De Intrede van α Tauri op den 15. Oct. 1829 is te Praag waargenomen ten $10^u\ 4'\ 24,''3$ m. t. Praag

de benaderde conjunctie tijd $11^u\ 16'\ 36,''26$ — —

de elementen waren berekend voor $10^u\ 0'\ 0,''00$ m. t. te Parijs en de tafelen van Damoiseau geven $\text{Log} - \frac{q}{p} = 3,2746 +$

Lexell geeft in de Novi Commentarii Acad. Petropolitanae tom XV pg 602 voor de fout die ~~...~~ op den berekenden conjunctie tyd, ~~begaat~~, ~~door de~~ uit die welke men in de aangenomen elementen begaat, voortspruit deze ~~volgende~~ formule

$$dT = f\{\sec\cos\Phi\left(\frac{d\delta}{\ } - \operatorname{tg}\Phi\, d\beta + \frac{(\beta'-\beta)\operatorname{tg}\Phi}{\pi}d\pi \pm \frac{\lambda'-\lambda}{\pi}d\pi\right\}$$

waarin T de middelbare tyd der ware conjunctie uit de waarneming afgeleid

Φ de hoek dien de afstand der middelpunten met de ecliptica maakt

~~en de overige~~ $f = \dfrac{3600''}{\text{uurbew. in lengte}}$

en de overige letters hunne vorige beteekenis hebben.

Deze formule kan uit de vroeger medegedeelde gemakkelyk worden afgeleid, men stelle daartoe

t de middelbare tyd der waarneming

$A = \lambda'-\lambda$ de parallaxis in lengte

$$B = \pm\sqrt{\frac{\delta'^2-(\beta'-b)^2}{4\beta' 4b}}$$

$$D = B\,4\beta' 4b = \sqrt{\delta'^2-(\beta'-b)^2} \times \sqrt{4\beta' 4b}$$

men heeft dan

$T = t + f(A+B)$ en dus zoo men T, δ', β' en A laat veranderen

$$dT = f\,dA + f\,dB$$

$$=$$

ab in rekening nemen

$$dT = \int dA + \int \left(\frac{1}{B\delta' + b} \left(\delta' a\delta' - (\delta' - b)(a\delta' - ab) \right) \right)$$

$$= \int dA + \int \frac{\delta'}{D} a\delta' - \int \frac{(\delta' - b)}{D} a\delta' + \int \frac{\delta' - b}{D} ab$$

$t = -2636''$

$t' = +1690''$

$t'+t = -946''$ Log $= 2{,}9759 -$

$t'-t = +4326''$ Log $= 3{,}6361 +$

Log $\frac{2}{p} = 3{,}2746 +$

Som $= 9{,}8866 -$ Log van — — $-0'',77$ Correctie

benaderde conjunctie-tyd $11^u\ 16'\ 36'',26$ m.t. Praag

ware conjunctie $11^u\ 16'\ 35'',49$ m.t. Praag

Verbetering van den berekenden tyd der ware conjunctie van den invloed der fouten in de aangenomene elementen.

~~T zy de middelbare tyd der ware conjunctie uit de waarneming afgeleid~~

~~t de middelbare tyd der waarneming~~

~~A de parallaxis in lengte~~

$$\cancel{B = \pm\sqrt{\frac{\delta'^2-(\beta'-b)^2}{\cos\beta'\cos b}}}$$

$$\cancel{B\cos\beta'\cos b = D = \sqrt{\delta'^2-(\beta'-b)^2}\times\sqrt{\cos\beta'\cos b}}$$

$$\cancel{f = \frac{3600''}{\text{beweging in lengte}}}$$ ~~dan heeft men:~~

$$\cancel{T = t + f(A+B)}$$

$$\cancel{dT = f\,dA + f\,dB}$$ ~~zoo men nu T, δ′, β′ en A laat veranderen:~~

$$dT = f\,dA \pm f\times\tfrac{1}{2}\left(\frac{\delta'^2-(\beta'-b)^2}{\cos\beta'\cos b}\right)^{-\frac{1}{2}} d.\left(\frac{\delta'^2-(\beta'-b)^2}{\cos\beta'\cos b}\right)$$

$$= f\,dA \pm f\times\tfrac{1}{2}\sqrt{\frac{\cos\beta'\cos b}{\delta'^2-(\beta'-b)^2}}\times d.\left(\frac{\delta'^2-(\beta'-b)^2}{\cos\beta'\cos b}\right)$$

$$= f\,dA \pm f\times\frac{1}{2B}\times\frac{\cos\beta'\cos b\,(2\delta'd\delta'-2(\beta'-b)d\beta') + (\delta'^2-(\beta'-b)^2)\sin\beta'\cos b\,d\beta'}{\cos^2\beta'\cos b}$$

$$= f\,dA \pm f\times\left\{\frac{1}{B\cos\beta'\cos b}(\delta'd\delta'-(\beta'-b)d\beta') + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\delta'^2-(\beta'-b)^2}{\cos\beta'\cos b}}\times\operatorname{tg}\beta'\,d\beta'\right\}$$

sin $\delta' = 7{,}6942$
cos $\beta' = 9{,}9981$
$7{,}7961$
tg $\beta' = 8{,}9701$
$6{,}7662$
Log van 2 $0{,}00058$
$0{,}00029$

De laatste term bereikt zyn maximum als $\beta'-b=0$ en δ' en β' maxima zyn stellen wy dan $\delta' = 17'$, $\beta' = b = 5°30'$ dan wordt ~~de laatste term~~ deelen $0{,}0003$ wanneer $d\beta'$ zelf $30''$ bedroeg zoude deze term de waarde van $0'',009$ nimmer kunnen bereiken, men kan dezelve dus altyd verwaarloosen alzoo:

$$dT = f\,dA + f\times\frac{\delta'd\delta'}{B\cos\beta'\cos b} - f\times\frac{(\beta'-b)}{B\cos\beta'\cos b}d\beta'$$ ~~Stellen wy nu $B\cos\beta'\cos b = D$~~

$$dT = f\,dA + f\,\frac{\delta'}{D}d\delta' - f\,\frac{\beta'-b}{D}d\beta'$$

ware het nu dat men dA, $d\delta'$, $d\beta'$ voor derzelver bedekking of verschillende plaatsen waargenomen als standvastig mogt aannemen zoo zoude men met deze uitdrukking kunnen volstaan, daar dit echter het geval niet is, gelyk nader blyken zal moet men volstrekt bepalen hoedanig dA, $d\delta'$, $d\beta'$ van de fouten der ~~elementen~~ onmiddelyk uit de tafelen ontleende elementen afhangen.

~~dT en dδ′ afhangen~~

Om tot dit doel te geraken merke men op dat ~~in~~ de fout in de uitdrukking voor dT van de absolute lengte der Maan niet voorkomt; eene aanmerkelijke fout in de lengte (of breedte) der Maan begaan zal op die parallaxis in lengte (of breedte) eenen ten uiterst geringen invloed uitoefenen, zoo dat men de fouten van deze grootheden ~~[illegible]~~ als alleen afhankelijk van die der horizontale parallaxis zal mogen beschouwen. Wijders is het klaar dat aangezien de ware en schijnbare halve middellijn der Maan altijd weinig van elkander verschillen men de fout op de schijnbare halve middellijn $d\delta'$ gelijk aan die op de ware halve middellijn dat is gelijk aan $d\delta$ zal mogen stellen.

Stelt men ter verkorting in de formulen van Olbers $\frac{\sin\varphi'\sin(\gamma+\varepsilon)}{\cos\gamma} = m$ en $\cos\varphi' = n$ zoo heeft men (b)

$$\text{Tang}\,\lambda' = \frac{\sin\lambda\cos\beta - m\sin\pi}{\cos\lambda\cos\beta - n\sin\pi}$$

men kan deze formule gemakkelijk tot deze gedaante brengen

$$\sin(\lambda'-\lambda) = \sin\pi\cos\lambda'\left\{\frac{n\sin\lambda - m\cos\lambda}{\cos\lambda\cos\beta - n\sin\pi}\right\},$$ waarvoor men stellen mag:

$$\lambda'-\lambda = \pi\cos\lambda'\left\{\frac{n\sin\lambda - m\cos\lambda}{\cos\lambda\cos\beta - n\pi}\right\}$$

differentiërende in de vooronderstelling dat alleen $\lambda'-\lambda$ en π veranderen vindt men

$$d(\lambda'-\lambda) = \frac{\lambda'-\lambda}{\pi}d\pi + \frac{\pi(\lambda'-\lambda)}{\cos\lambda\cos\beta - n\pi}d\pi$$

daar $d\pi$ en $\lambda'-\lambda$ kleine grootheden zijn en $\frac{\pi}{\cos\lambda\cos\beta - n\pi}$ zelve de eenheid overtreft mag men deze laatste term verwaarloozen, alzoo heeft men

$$d(\lambda'-\lambda) = \frac{\lambda'-\lambda}{\pi}d\pi. = \frac{A}{\pi}d\pi$$

~~Verder mag men aannemen dat de fout op de parallaxis in breedte alleen dat afhangt van die der horizontale parallaxis, stelt men~~

Stelt men verder ~~[illegible]~~ in de formule van Olbers $\frac{\sin\varphi'\cos(\gamma+\varepsilon)}{\cos\gamma} = p$ zoo heeft men

$$\text{Tang}\,\beta' = \frac{(\sin\beta - p\sin\pi)\cos\lambda'}{\cos\lambda\cos\beta - n\sin\pi},$$ door eene ligte transformatie vindt men:

$$\sin(\beta'-\beta) = \frac{\cos\beta'\cos\beta\left\{(\cos\lambda'-\cos\lambda)\sin\beta - \sin\pi(p\cos\lambda' - n\,\text{tg}\,\beta)\right\}}{\cos\lambda\cos\beta - n\sin\pi}$$

in deze formule zal men zonder eene groote fout te begaan $(\cos\lambda'-\cos\lambda)\sin\beta = 0$ mogen stellen alzoo

$$\beta'-\beta = -\frac{\pi\cos\beta'\cos\beta(p\cos\lambda' - n\,\text{tg}\,\beta)}{\cos\lambda\cos\beta - n\sin\pi}$$

differentiërende

$$d(\beta'-\beta) = \cancel{[illegible]} + \frac{(\beta'-\beta)}{\pi}d\pi \mp \frac{(\beta'-\beta)}{\cos\lambda\cos\beta - n\sin\pi}d\pi$$

en zoo men de tweede term verwaarloost

$$d(\beta'-\beta) = +\frac{\beta'-\beta}{\pi}d\pi$$

$$d\beta' = d\beta + \frac{\beta'-\beta}{\pi}d\pi = d\beta + \frac{a}{\pi}d\pi$$

deze waarden in de vergelijking voor dT overbrengende

$$dT = f\frac{A}{\pi}d\pi - f\frac{\beta'-b}{D}d\beta \mp f\frac{\beta'-b}{D}\times\frac{a}{\pi}d\pi + f\frac{\delta'}{D}d\delta$$