

へリ。之ヲ百斤ニ付590弗ニ賣拂ヒヲ諸雜費3717
圓50錢ヲ支出スルトキハ純益幾何ナルカ。但シ
1弗ノ相場ヲ2圓トス

第三章 利息

161. 元金, 利息, 利率, 期限, 年利, 日歩

金錢ヲ貸借セシ場合ニ於テ貸主ヨリ借主ニ貸
附シタル金ヲ**元金**ト云ヒ借主ヨリ此元金ヲ使
用シタル報酬トシテ貸主ニ支拂フ金ヲ**利息**ト
云フ

利息ハ通常元金ニ對スル歩合ヲ以テ表ハシ之
ヲ**利率**ト云フ。利率ヲ定ムルニハ一年ヲ期限
ノ單位トシ之ヲ**年利**ト云フ。又一日ヲ期限ノ
單位トシ元金百圓ニ付利息何錢何厘ト云フコト
アリ之ヲ**日歩**ト云フ

期限ヲ算スルニハ曆年ニ由リテ計ヘ、年ニ滿
タザル端數ノ月ハ曆月ニ由リテ計ヘ、月ニ滿タザ
ル端數ノ日ハ曆日ニ由リテ計ヘ而シテ已ニ計ヘ
ラレタル年月日ノ單位ヲ變更スルニハ一年ヲ十
二月トシ一月ヲ三十日トス

例ヘバ明治四十一年五月十五日ヨリ四十三年
十月二十八日マデノ期限ヲ算スルニハ先ヅ明治
四十二年ヲ全一年トシ次ニ四十一年ノ月數ヲ六

月ヨリ十二月マデ及四十三年ノ月數ヲ一月ヨリ九月マデ計ヘテ16月トシ其中12月ヲ一年トシテ繰上ゲ又次ニ五月ノ日數ヲ十五日ヨリ三十一日マデ及十月ノ日數ヲ一日ヨリ二十八日マデ計ヘテ45日トシ其中30日ヲ一月トシテ繰上ゲ都テ2年5月15日トス

日歩ニ關スル期限ノ計算ハ曆日ニ由ル

注意 單ニ利率ト云ヘバ年利ノコトニシテ又日歩若干ト云ヘルハ元金百圓ニツキテナリ時ニ一月ヲ期限ノ單位トシ月利幾何ト唱フルコトアリ

貸借始終ノ日ハ期限ニ算入スルトキト算入セザルトキトアリテ一定セズ。本書ニテハ貸金ニ對シテハ始終俱ニ計ヘ預金ニ對シテハ計ヘズ

162. 利息の公式 元金ヲ P , 利率ヲ r , 期限ヲ t ニテ表ハセバ利息 I ヲ示ス公式ハ次ノ如シ

$$I = Prt$$

又元利金ノ合計ヲ A ニテ示ストキハ

$$A = P(1 + rt)$$

是ノ二公式ハ P , r , t , I 及 A ノ中三ツヲ知リテ餘ノ二ツヲ求ムル用ニ供セラルルモノナリ

例

元金 4096 圓ヲ利率ヲ 9 分ニテ明治四十一年六月二十一日ニ貸出シテ利息 384 圓ヲ收メリ。コノ期限ヲ求メヨ

利息ノ公式ヨリ

$$\begin{aligned} t &= \frac{I}{Pr} \\ &= \frac{384}{4096 \times 0.09} \\ &= 1 \frac{1}{24} \end{aligned}$$

乃チ所要ノ期限ハ明治四十一年六月二十一日ヨリ一年二十四分ノ一即チ1年15日ヲ經タル明治四十二年七月五日ナリ

163. 複利 貯金 長期ニ互ル貸借ニハ半年若クハ一年毎ニ期日ヲ定メテ利息ヲ計算ス。而シテ此利息ヲ直ニ拂渡ス法ト元金ニ繰入ルル法トアリ。前者ヲ**單利**ト名ケ後者ヲ**複利**ト云フ

郵便貯金, 銀行貯金ノ利息ハ複利ヲ用フ

郵便貯金ハ利率ヲ四分二厘トシ利息ハ毎年三月末ニ計算シテ元金ニ加フ。貯金ハ之ヲ預リタル月及拂戻シタル月ニハ利息ヲ附セズ

銀行貯金ハ各貯蓄銀行一樣ナラザレドモ利率

ハ五分若クハ日歩一錢位ナレドモ時ニ高低アリ
 利息ハ毎年二回即チ五月及十一月末ニ計算シテ
 元金ニ加フ。日歩計算ニアラザル貯金ハ之ヲ預
 リタル半月及拂戻シタル半月ニハ利息ヲ附セズ
 貯金ハ凡テ十錢未滿ノ端金ニハ利息ヲ附セズ。
 又利息ノ厘ニ滿タザル端數ハ之ヲ除棄ス

例一

明治四十一年七月ニ金35圓ヲ郵便貯金ニ預入
 レ四十四年六月ニ拂戻サルルトキハコノ元利金
 合計幾何ナルカ

元金	35. ⁰⁰
明治四十一年八月ヨリ四十二年三 月マデ8月ノ利息	$\left\{ \begin{array}{l} .70 \\ .28 \end{array} \right.$
四十二年四月後ノ元金	35.98
四十二年四月ヨリ四十三年三月マ デ1年ノ利息	$\left\{ \begin{array}{l} 1.436 \\ .718 \end{array} \right.$
四十三年四月後ノ元金	37.48
四十三年四月ヨリ四十四年三月マ デ1年ノ利息	$\left\{ \begin{array}{l} 1.496 \\ .748 \end{array} \right.$
四十四年四月後ノ元金	39.05
四十四年四月ヨリ五月マデノ利	$\frac{.273}{39.32}$

所要ノ元利合計ハ金39圓33錢ナリ

例二

十一月末ニ利息ヲ算スル貯蓄銀行へ六月ヨリ
 毎月末ニ金5圓ヅツ預ケ入ルルトキハ其年十二
 月ノ初ニ於ケル預金ノ合計ハ幾何ナルカ。但シ
 利率ヲ4分8厘トス

六月ニ預入レタル5圓ハ十一月末マデニ5月
 ノ利息ヲ生ジ七月,八月,九月,十月ニ預入レタル5
 圓ハ十一月末マデニ夫々4月,3月,2月,1月ノ利
 息ヲ生ズ。是ニ由リテ十一月末ニ於ケル利息ノ
 合計ハ元金5圓ニ對スル15月ノ利息ニ等シ。因
 リテ

$$5 \times 6 + 5 \times \frac{.048}{12} \times (5 + 4 + 3 + 2 + 1) = 30.30$$

所要ノ金高ハ30圓30錢ナリ

練習

1. 元金365圓利率8分4厘ニテ明治四十年十一月二十七日ヨリ四十二年三月二十日マデノ利息ヲ算セヨ

2. 元金一萬圓ノ九月十六日ヨリ十月九日マデノ利息36圓ナリ. 日歩幾何ナルカ
3. 元金1080圓ノ十一月六日ヨリ翌年三月十日マデノ利息36圓ナリ. 利率ヲ算セヨ
4. 元金33圓ヲ一圓ニ付月利一錢六厘ニテ明治四十一年四月一日ニ貸出セリ. 此利息ガ元金ト等シクナルベキ期限ヲ求メヨ
5. 利率1割5分ニテ明治三十八年七月一日ヨリ四十五年二月末日マデノ利息700圓トナルベキ元金ヲ算セヨ
6. 人アリ元金20圓ニ付月利25錢ノ定ニテ金若干ヲ借入レ半年毎ニ同額ノ元金ヲ返済スル約束ニテ初ニ元利合計72圓50錢ヲ拂ヒ次ニ元利合計68圓75錢ヲ拂ヘリ. 借入金額ヲ問フ
7. 元金300圓ヲ明治四十三年三月ニ郵便貯金ニ預入レ四十五年七月ニ拂戻サルルトキハ此元利合計幾何ナルカ
8. 明治四十四年九月ヨリ3年間毎月3圓ヅツ郵便貯金ニ預入ルルトキハ三年末ニ於ケル元利合計ハ幾何ナルカ

9. 毎年五月及十一月末ニ利息ヲ計算スル貯蓄銀行へ金750圓ヲ利率6分ニテ明治三十三年七月一日ニ預入レタルトキハ此元利合計ガ千圓ニ達セシ日ハ何年何月何日ナルカ
10. 同上ノ銀行へ本年一月ヨリ毎月二十一日ニ金10圓ヅツ預入レテ其年十二月三十一日ニ引出ストキハ此元利合計幾何ナルカ. 但シ利率ヲ4分8厘トス

164. 複利の公式 複利ニ於ケル元金ヲ P ニテ利率ヲ r ニテ表ハセバ第一年末ニ於ケル元利合計ハ $P + Pr = P(1+r)$ ニシテ第二年末ニ於ケル元利合計ハ其 $1+r$ 倍ニシテ $P(1+r)^2$ 第三年末ニ於ケル元利合計ハ又其 $1+r$ 倍ニシテ $P(1+r)^3$

因リテ第 n 年末ニ於ケル元利合計ヲ A ニテ示セバ

$$(一) \quad A = P(1+r)^n$$

之ヲ複利ノ公式トス

公式ヨリ

(二) $P = \frac{A}{(1+r)^n}$

又 $(1+r)^n = \frac{A}{P}$

故 = (三) $r = \sqrt[n]{\frac{A}{P}} - 1$

又公式ノ兩邊ノ對數ヲ取レバ

$\log A = \log P + n \log(1+r)$

是ヨリ (四) $n = \frac{\log A - \log P}{\log(1+r)}$

以上ハ公式ニ依リ A, P, r 及 n ノ中三ヲ知リテ餘ノ一ヲ求ムル手續ヲ示セルモノナリ

例

元金 100 圓ニテ7年末ノ元利合計ガ 150 圓トナルベキ利率ヲ求メヨ

先ヅ(三)ニ依リ $\sqrt[n]{\frac{A}{P}}$ 即チ $\sqrt[7]{150 \div 100}$ ノ値ヲ對數ニ由リテ算スレバ

log 150.....	2.17609
log 100.....	2.00000
	<hr/>
	7 0.17609
	0.025156
log 1.059	0.02490
	<hr/>
6	25.6
1.0596	41 = .62

乃チ所要ノ利率ハ約五分九厘六毛ナリ

165. 年金の蓄積 永久又ハ或期間毎年生ズル一定ノ金高ヲ 年金ト云フ

例ヘバ十年間毎年百圓ヅツ貯金スト云ヘバ是レ10年間 100 圓ノ年金ヲ生ズルナリ. 又貸地料トシテ毎年50圓ノ收入アリト云ヘバ是レ永久ニ50圓ノ年金ヲ生ズルナリ

永續年金 トハ年金ノ無窮ニ永續スルモノヲ云フ. 有期年金 トハ年數ニ限リアル年金ヲ云フ. 又年金ノ 据置 トハ据置期間年金ノ生ゼザルコトヲ云フ

年金ハ通常毎年末ニ生ズルモノト假定ス

有期年金の貯蓄高を求むること

年金額ヲ a, 利率ヲ r ニテ表ハシ貯蓄スル年數ヲ n トスレバ

初年ニ生ズル年金ノ n 年後ニ於ケル元利合計ハ複利ノ公式ニヨリ $a(1+r)^{n-1}$

第二年ニ生ズル年金ハ $a(1+r)^{n-2}$

第三年ニ生ズル年金ハ $a(1+r)^{n-3}$

逐テ此ノ如クナルヲ以テ所要ノ貯蓄高ヲ B ニテ示セバ

$$\begin{aligned}
 B &= a(1+r)^{n-1} + a(1+r)^{n-2} + a(1+r)^{n-3} + \dots + a \\
 &= a + a(1+r) + a(1+r)^2 + \dots + a(1+r)^{n-1} \\
 &= a \frac{(1+r)^n - 1}{1+r-1} = \frac{a}{r} \{(1+r)^n - 1\}
 \end{aligned}$$

即チ
$$B = \frac{a}{r} \{(1+r)^n - 1\}$$

練習

1. 金百圓ヲ利率五分ニテ 25 年間預入ルルトキハ此元利合計幾何ナルカ
2. 金若干ヲ利率四分、半年毎ニ利息ヲ算スル複利ニテ預ケ十年後ニ元利合計 743 圓トナレリ。此元金ヲ算セヨ
3. 元金 300 圓ヲ複利ニテ 15 年間貸附ケタルトキ元利合計 600 圓トナルベキ利率ヲ問フ。
4. 金千圓ヲ利率四分五厘ノ複利ニテ貸ストキハ其元利合計ガ三千圓トナルハ幾年ノ後ナルカ
5. 年金 500 圓ノ 20 年間ノ蓄積高ヲ利率 4 分ニテ算セヨ

166. **現價 割引** 凡ソ資金ハ手元ニ空藏スルコト莫クシテ之ヲ使用シ或ハ之ヲ預金トスレバ時日ヲ經過スルニ從ヒテ利益或ハ利息ヲ生

ズ。故ニ現時ノ或資金ハ數日月ノ後ニ至レバ若干ノ増加ヲ致スベク之ニ反シテ數日月ノ後ニ於テ或價格ヲ生ズベキ資金ハ現時ニ在リテハ其價格ヲ若干減殺セラレザルベカラズ

或期限ノ後ニ於テ一定ノ價格ヲ有スル資金ノ現時ニ於ケル價格ヲ計算スルコトヲ **割引** ト云ヒ而シテ此價格ヲ **現價** ト名ク。又 **割引高** トハ割引ノタメ減殺セラレタル金高ヲ云フ

或期限の後に於ける資金の現價を
求むること

金高ヲ A' 、利率ヲ r 、期限ノ年數ヲ n ニテ示シ現價ヲ P' ニテ表ハセバ現價 P' ノ n 年ノ後ニ於ケル元利合計ガ正ニ A' タルベキニヨリ複利ノ公式ヨリ

$$P'(1+r)^n = A'$$

故ニ
$$P' = \frac{A'}{(1+r)^n}$$

但シ日常商業取引ニ用フル割引ニテハ其期限ガ概ネ數月ニ出デザルヲ以テ現價ヲ次ノ如クシテ算ス

$$P' = A' - nrA'$$

n 年ノ分數ヲ示シ而シテ r 若シ日歩ニ係ル率ヲ表ハストキハ n 日數ヲ示ス

注意. 此割引ノ法ヲ内割引ト云ヒ前者ヲ外割引ト云フ. 單ニ割引ト云ヘバ商業上ニテハ内割引ノコトニシテ其他ニ於テハ外割引ノコトナリ

167. 年金の現價 年賦金

有期年金の現價を求むること

年金高ヲ a, 利率ヲ r ニテ示セバ

第一年ノ年金ノ現價ハ $\frac{a}{1+r} = a(1+r)^{-1}$

第二年ノ $\frac{a}{(1+r)^2} = a(1+r)^{-2}$

第三年ノ $\frac{a}{(1+r)^3} = a(1+r)^{-3}$

因リテ今ヨリ n 年間生ズル年金ノ現價ヲ Q トスレ

$$Q = a(1+r)^{-1} + a(1+r)^{-2} + a(1+r)^{-3} + \dots + a(1+r)^{-n}$$
$$= a(1+r)^{-1} \frac{1 - (1+r)^{-n}}{1 - (1+r)^{-1}} = \frac{a}{r} \{1 - (1+r)^{-n}\}$$

即チ $Q = \frac{a}{r} \{1 - (1+r)^{-n}\}$

若シ年金ガ初 m 年間据置ニシテ後 n 年間繼續スルモノトスレバ今ヨリ m 年後ニ於ケル

$$\frac{a}{r} \left\{ 1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right\}$$

ノ現價ヲ求ムレハ可ナルヲ以テ所要ノ現價ヲ Q' トスレバ

$$Q' = \frac{a \{ (1+r)^n - 1 \}}{r(1+r)^{m+n}}$$

永續年金の現價を求むること

年金高ヲ a, 利率ヲ r トシ所要ノ現價ヲ R ニテ示セバ前ノ如ク推求シテ $(1+r)^{-1}$ ハ I ヨリ小ナルガ故ニ

$$R = a(1+r)^{-1} + a(1+r)^{-2} + a(1+r)^{-3} + \dots \text{無限}$$

$$= \frac{a(1+r)^{-1}}{1 - (1+r)^{-1}} = \frac{a}{r}$$

即チ $R = \frac{a}{r}$

若シ年金ガ初 m 年間据置ノモノナルトキハ其現價 R' ハ

$$R' = \frac{a}{r(1+r)^m}$$

例一

年利 7 分ニテ金一萬圓ヲ借入レ其年ヨリ毎年未ニ同額ノ金ヲ支拂ヒテ 10 年間ニ元利トモ償却シ了ラントス. 毎年ノ支拂高ヲ幾何トスベキカ

10年間毎年同額ノ支拂金ハ所謂10年間ノ有期年金ニ他ナラズ。而シテ今借入ルル金一萬圓ハ其現價ナリ。因リテ公式ヨリ

$$a = Qr \frac{(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$$

$$= 10000 \times 0.07 \frac{(1+0.07)^{10}}{(1+0.07)^{10} - 1}$$

$$\log(1+0.07)^{10} = 10 \times \log 1.07$$

$$= 10 \times 0.02938$$

$$= 0.2938$$

$$= \log 1.967$$

$$\therefore a = 10000 \times 0.07 \times \frac{1.967}{0.967} = 1423.9$$

答 1423.9圓

此ノ如キ年金ヲ **年賦金** ト云フ

例二

九月廿八日ニ支拂フベキ金 800圓,同年十月三日ニ支拂フベキ金 1700圓,同年十月廿七日ニ支拂フベキ金 1500圓アリ。此金高ヲ總テ同時ニ支拂ヒテ損益ナキ日ハ何月何日ナルカ

コノ三金高ヲ假ニ九月一日ニ内割引スルモノトスレハ其割引高ハ日歩ヲ幾錢トシテ

$$(800 \times \frac{r}{100} \times 27 + 1700 \times \frac{r}{100} \times 32 + 1500 \times \frac{r}{100} \times 56) \text{圓}$$

$$\text{即チ } (800 \times 27 + 1700 \times 32 + 1500 \times 56) \times \frac{r}{100} \text{圓ナリ}$$

因リテ三金高ノ合計ニ對シ九月一日ヨリ算シテ此割引高ニ等シキ利息ヲ生スベキ日ニ之ヲ拂ヘバ損益ナカルベシ。乃チ

$$\frac{(800 \times 27 + 1700 \times 32 + 1500 \times 56) \times \frac{r}{100}}{(800 + 1700 + 1500) \times \frac{r}{100}} = 40$$

所要ノ支拂日ハ九月一日ヨリ四十日後ナル十月十一日ナリ

此ノ如キ期日ヲ **平均支拂日** ト云フ

練習

1. 10年間毎年300圓ノ年金ノ現價ヲ利率ヲ5分トシテ算セヨ
2. 三萬圓ヲ30年間ニ年賦償還セントス。利率ヲ4分トスレバ毎年ノ支拂金幾何ナルカ
3. 一年間ニ120圓ノ收入アル地所ノ價2500圓ナリ。當時ノ利率ヲ算セヨ

4. 利率ヲ3分2厘トシテ十年ノ後ニ至リ毎年
320圓ノ收入ヲ得ヘキ地所ノ現價ヲ求メヨ
5. 次ナル金高ノ平均支拂日ヲ算出セヨ

三月二日拂	金 250圓
五月一日拂	金 500圓
七月廿日拂	金 750圓

第十八問題

1. 級數 $\frac{1}{2}, \frac{1}{2^2}, \frac{1}{2^3}, \dots$ ノ若干項ノ和ト1トノ差ヲシテ百萬分ノ一ヨリ小ナラシメンニハ此級數ヲ首ヨリ幾何項取ルベキカ。
2. 方程式 $(a+b)^{2x}(a^4-2a^2b^2+b^4)^{x-1}=(a-b)^{2x}$ ヲ解ケ
3. a^n ヲ底數トシタル或數ノ對數ハ a 及 a^{n^2} ヲ底數トシタル同數ノ對數ノ比例中項ナリ。之ヲ證明セヨ
4. 1割2分ノ利ニテ資金ヲ借入レ六分利附市公債ヲ103圓50錢替ニテ70枚買入レ半季ノ利息ヲ受取リ初ヨリ2月ヲ經テ之ヲ102圓50錢替ニ賣拂フトキハ損益幾何ナルカ
5. 人アリ3厘ノ口錢ト一株10錢ノ手數料トヲ出シテ紡績株50圓拂込ノモノヲ買入レ置キシニ六分ノ利益配當ヲ受ケシニ由リ資金ニ對シテ八分ノ利ニ當ル。一株ノ買入直段ヲ算セヨ
6. 6月後ニ拂渡サルベキ5000圓ノ手形ヲ利率1割1分ニテ割引拂ヲ受ケ其金ヲ以テ株式株36枚ヲ3厘5毛ノ口錢ニテ買入レ6月後ニ至リ年

1 割 3 分ノ割ニテ半季ノ利益配當ヲ受ケタリ
差引幾何ノ損失ニ當ルカ

7. 一株 37 圓 50 錢拂込ノ株式 3300 株ヲ以テ組
織セル株式會社アリ. 半季決算ノ純益金 9570 圓
10 錢ノ中ヨリ積立金 3750 圓役員賞與金 750 圓ヲ
引去リ其餘ヲ配當セントス. 配當金ノ歩合ヲ算
セヨ. 但配當ノ歩合ヲ厘位ニ止メ端金ハ次半季
ニ繰越スモノトス

8. 年俸 1050 圓ヲ三,六,九及十二月ノ末ニ四分
シテ拂ハル. 利率ヲ 5 分トスレバ年始ニ於ケル
年俸ノ現價ハ幾何ナルカ

9. 商人アリ 1 分 6 厘ノ口錢ニテ元價 3200 圓
ノ豆 900 俵ヲ仲買人ニ托セシニ仲買人ハ之ヲ 10
圓ニ付 2.56 俵ニ賣リ其代金トシテ 20 日限ノ手形
ヲ受取リテ之ヲ交附セリ. 因リテ此手形ヲ日歩
3 錢 2 厘ニテ割引拂ヲ受クルトキハ純益幾何ナ
ルカ

10. 三月十二日ニ拂フベキ金 684 圓及同年五
月十五日ニ拂フベキ金 468 圓ノ中へ其年三月一
日ニ金 839 圓ヲ拂ヒタリ. 殘金ヲ何日何日ニ拂
へバ可ナルカ

11. 年金アリ無期ニ於ケル現價ハ年金高ノ 25
倍ニ相當シ又 3 年間ノ現價ハ 625 圓ナリ. 此年
金ヲ求メヨ

12. 利率 4 分ニテ金 1000 圓ヲ借入レ之ヲ償還
スルニ初年末ニハ金 40 圓トシ夫ヨリ毎年次第ニ
前年ノ 3 割ヅツ増スモノトスレハ此負債ハ幾年
ヲ經テ全ク償却シ了ルカ

13. 人アリ金若干ヲ借入レ毎年末ニ拂フ利息
ト等シキ高ヲ償却ス. n 年ノ後ニ於テ負債ノ殘
餘幾何アルヤ

14. 人アリ遺産若干ヲ 3 子ニ分與シテ今ヨリ
各 a, b, c 年後ニ於ケル元利合計ヲ等シカラシメ
ントス. 各子ノ所得ヲ如何ニ定ムベキカ

15. 今ヨリ p 年ノ後ニ始リ毎年 m 倍スル所ノ
無期年金ノ現價ヲ求ム. 但シ m ニハ如何ナル制
限アルカ

附 錄 第 一

剰 餘 定 理

假令バ $3x^2+5x-7$ ノ 値ヲ y ニテ表ハセバ

$$y=3x^2+5x-7$$

サテ $x=1$ トスレバ $y=1$, 又 $x=-\frac{1}{2}$ トスレバ $y=-8\frac{3}{4}$ 是ノ如ク y ノ 値即チ式 $3x^2+5x-7$ ノ 値ハ x ノ 値ニ關係シテ種々ニ變化ス. 今此ノ如キ式ヲ x ノ 函數ト名ケ記號 $f(x)$ ヲ以テ之ヲ表ハス乃チ

$$f(x)=3x^2+5x-7$$

而シテ x ノ 値ヲ -1 トシタルトキニハ

$$f(-1)=3(-1)^2+5(-1)-7=-9,$$

又 $\frac{1}{2}$ トシタルトキニハ

$$f\left(\frac{1}{2}\right)=3\left(\frac{1}{2}\right)^2+5\left(\frac{1}{2}\right)-7=-3\frac{3}{4}$$

トシテ之ヲ示ス

x ノ 有理整函數トハ x ノ 正ノ整數冪ノミヲ含ム函數ヲ云フ. 例ヘバ

$$Ax^n+Bx^{n-1}+Cx^{n-2}+\dots+Kx+L$$

ハ n 次ノ x ノ有理整函數ナリ。但シ A, B, C, \dots, K, L 等ハ値ノ定マリタル式又ハ數ヲ示ス

定理 x ノ有理整函數 $F(x)$ を $x-a$ にて割りたるときの剰餘は $F(a)$ なり
何トナレバ

$$F(x) = Ax^n + Bx^{n-1} + Cx^{n-2} + \dots + Kx + L$$

トシ此式ヲ $x-a$ ニテ割リタル商ヲ Q ニテ剰餘ヲ R ニテ表ハセバ被除數ハ除數ト商トノ積ニ剰餘ヲ寄セタルモノニ等シカルベキニ由リ

$$Ax^n + Bx^{n-1} + Cx^{n-2} + \dots + Kx + L = (x-a)Q + R$$

然ルニ除數ハ x ニ關シテ一次ノ式ナルヲ以テ剰餘 R ニハ最早 x ヲ含マズ故ニ x ニ如何ナル値ヲ附ストモ其ノ値ハ變ゼズ。因リテ $x=a$ トスレバ

$$Aa^n + Ba^{n-1} + Ca^{n-2} + \dots + Ka + L = 0 \times Q + R$$

$$\therefore R = Aa^n + Ba^{n-1} + Ca^{n-2} + \dots + Ka + L$$

注意 若シ此場合ニ $R=0$ ナルトキハ $F(x)$ ハ $x-a$ ト云フ一因數ヲ有スルコト明ナリ

系一 n が正の整數なるときは

$x^n - y^n$ は $x-y$ にて割り切らる

何トナレバ $x^n - y^n$ ヲ $x-y$ ニテ割リタルトキノ剰餘ハ本定理ニ依リ $x^n - y^n = x=y$ トシテ置キ換ヘタルモノ即チ $y^n - y^n = 0$ ナリ

乃チ剰餘ガ 0 ナルヲ以テ $x^n - y^n$ ハ $x-y$ ニテ割レバ割り切ラル

系二 n が正の偶數なるときは
 $x^n - y^n$ は $x+y$ にて割り切らる

系三 n が正の奇數なるときは
 $x^n + y^n$ は $x+y$ にて割り切らる

例一

$4x^2 - 3x + 2$ ヲ $x+1$ ニテ割リタルトキノ剰餘ヲ求メヨ

$$\text{茲ニ } f(-1) = 4(-1)^2 - 3(-1) + 2 = 9$$

乃チ剰餘ハ 9 ナリ

例二

$x^3 - 3x^2 - 2x + 4$ ノ一因數ヲ求メヨ

今 x ニ適宜ノ値ヲ與ヘテ此式ヲ 0 ニ等シカラシムルコトヲ得ルトキハ本定理ニ依リ其ノ因數

ヲ知ルベシ. 因リテ試ミニ $x=1$ トスレバ

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 4 = 0$$

乃チ $x-1$ ハ其ノ一因數ナリ

例三

$3x^3 + 8x^2 - 1$ ヲ因數ニ分テ

先ヅ前例ノ如クシテ一因數ヲ求ムルニ

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = 3\left(\frac{1}{3}\right)^3 + 8\left(\frac{1}{3}\right)^2 - 1 = 0$$

因リテ $x - \frac{1}{3}$ ガ一因數タルコトヲ知リ從ヒテ

$3x-1$ ガ一因數タルコトヲ知ル. 乃チ本式ヲ

$3x-1$ ニテ割リテ

$$3x^3 + 8x^2 - 1 = (3x-1)(x^2 + 3x + 1)$$

第二ノ因數ハ最早有理因數ニ分解スルコト能ハズ

注意 x = 如何ナル値ヲ附スレバ $f(x)$ ガ〇トナルベキカヲ試ミルニハ x ノ最高冪ナル項ノ係數ヲ 1 トシタル場合ニ於テ x ヲ含マザル項ノ一因數ヲ其値トスルヲ便トスベシ

練 習

次ナル諸式ヲ因數ニ分解セヨ

1. $x^3 - 3x + 2$ 2. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

3. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 4. $6x^3 + 7x^2 - x - 2$

5. $1 - 2ax - (c - a^2)x^2 + acx^3$

6. $3x^4 + 5x^3 - 13x^2 - 20x + 4$ ハ $x^2 - 4$ ニテ割リ切ル

ルコトヲ證明セヨ

7. $x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 36x - 36$ ハ $x^2 - x - 6$ ニテ割リ切ルルコトヲ證明セヨ

8. n ガ正ノ偶數ナルトキハ $x^n + y^n$ ヲ $x+y$ ニテ割リタルトキノ剩餘ハ $2y^n$ ナルコトヲ證明セヨ

9. n ガ正ノ整數ナルトキハ $1 - x - x^n + x^{n+1}$ ハ $1 - 2x + x^2$ ニテ割リ切ルルコトヲ證明セヨ

10. n ガ正ノ整數ナルトキハ $5^{2n} - 1$ ハ常ニ 24 ノ倍數ナルコトヲ示セ

附 録 第 二

不 等 式

式或ハ數ノ大小ノ關係ヲ不等號ヲ用ヒテ示シタルモノヲ不等式ト云フ

不等號ノ向キヲ變ズトハ $>$ ヲ $<$ トナシ或ハ $<$ ヲ $>$ トナスコトナリ

(一) 不等式の兩邊に同數を寄せ又は兩邊より同數を引くも不等號の向きは變ぜず

何トナレバ $a > b$ ナルトキハ $a - b$ ハ正ナリ。故ニ $a \pm c - (b \pm c)$ モ正ニシテ從ヒテ $a \pm c > b \pm c$ ナレバナリ。

是に由りて不等式の諸項は其の符號を變へて他の邊に移すことを得べし

(二) 不等式の兩邊に正數を掛け或

は之を正數にて割るも不等號の向きは變ぜず。若し負數なれば之を變ず

何トナレバ $a > b$ ナルトキハ $a - b$ ハ正ナルヲ以テ之ニ正數 m ヲ掛ケタル積 $m(a - b)$ モ正ニシテ從ヒテ $ma > mb$ ナレバナリ

然レドモ正數 $a - b$ ニ負數 $-m$ ヲ掛ケタルトキハ其積ハ負數ニシテ $-m(a - b) < 0$ 從ヒテ $-ma < -mb$ ナレバナリ

又正數或ハ負數ニテ割ルトキモ同様ナリ

注意 不等式ナル兩邊ノ符號ヲ變ズルトキハ不等號ハ其向キヲ變ズ。是レ兩邊ニ -1 ヲ掛ケタルト同事ナレバナリ

例 一

a, b ノ値如何ニ關セズ $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ナルコトヲ證明セヨ

一數ノ平方ハ其數ノ正負ニ拘ハラズ正ナルガ故ニ

$$(a - b)^2 \geq 0$$

即チ $a^2 - 2ab + b^2 \geq 0$

故ニ $a^2 + b^2 \geq 2ab$

例 二

a 及 b ガ正ニシテ不等ナルトキハ $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$
ナルコトヲ證明セヨ

茲ニ前例ノ如クシテ

$$a^2 + b^2 > 2ab$$

故ニ $a^2 + b^2 + 2ab > 4ab$

乃チ $a + b > 2\sqrt{ab}$

$$\therefore \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$$

練 習

a, b 及 c ガ正ニシテ不等ナルトキハ次ノ關係アルコトヲ證明セヨ

$$1. a^3 + b^3 > a^2b + ab^2 \quad 2. \frac{a+b+c}{3} > \sqrt[3]{abc}$$

$$3. a^2 + b^2 + c^2 > ab + bc + ca$$

$$4. (a+b)(b+c)(c+a) > 8abc$$

$$5. a^2 + b^2 + c^2 = 1 \text{ 及 } x^2 + y^2 + z^2 = 1 \text{ ナルトキハ}$$

$ax + by + cz < 1$ ナルコトヲ證明セヨ

本書109ニ依リ二次三項式 $ax^2 + bx + c$ ノ兩根ヲ α 及 β トスレバ

$$ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

今先ヅ α 及 β ヲ俱ニ實數ニシテ $\alpha > \beta$ トスレバ

第一. x 若シ β ヲリ小ナル値ヲ取ルトキハ $x - \alpha, x - \beta$ ハ俱ニ負ニシテ其積ハ正ナルガ故ニ三項式ハ a ト符號ヲ同ジクス

第二. x 若シ β ヲリ大ニシテ α ヲリ小ナル値ヲ取ルトキハ $x - \alpha$ ハ負, $x - \beta$ ハ正ニシテ其積ハ負ナルガ故ニ三項式ハ a ト符號ヲ異ニス

第三. x 若シ α ヲリ大ナル値ヲ取ルトキハ $x - \alpha, x - \beta$ ハ俱ニ正ニシテ其積モ亦正ナルガ故ニ三項式ハ a ト符號ヲ同ジクス

次ニ α 及 β ヲ俱ニ實數ニシテ $\alpha = \beta$ トスレバ

$$第四. \quad ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2$$

則チ三項式ハ x ノ値ノ如何ニ拘ハラズ a ト符號ヲ同ジクス

終ニ兩根ガ俱ニ虛數ナルトキハ

$$第五. \quad ax^2 + bx + c = a \left\{ \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} \right\}$$

トスレバ $4ac - b^2$ ハ正ナルガ故ニ括弧内ノ數値ハ

常ニ正ナリ. 故ニ三項式ハ a ト符號ヲ同ジクス
以上ヲ約言スレバ

二次三項式の値は x が其の兩根の
間なる値を取るときは第一項の係數
と符號を異にし然らざるときは之を
同じくす

例三

不等式 $(x+7)(x-3) < x^2 - 1$ ヲ解ケ

括弧ヲ解ケバ $x^2 + 4x - 21 < x^2 - 1$

項ヲ移シテ簡單ニスレバ $4x < 20$

兩邊ヲ x ノ係數 4 ニテ割レバ $x < 5$

例四

不等式 $2x^2 + 5x - 12 > 0$ ヲ解ケ

三項式 $2x^2 + 5x - 12$ ノ根ハ $\frac{3}{2}$ 及 -4 ナリ. 而シ
テ第一項ノ係數ノ符號ハ正ナルガ故ニ三項式ノ
値ガ正ナルガ爲ニハ x ガ大ナル根ヨリ大ナルカ
若クハ小ナル根ヨリ小ナル値ヲ取ルコトヲ要ス.

乃チ $x > \frac{3}{2}$ 或ハ $x < -4$

例五

不等式 $\frac{x+3}{7-x} > 0$ ヲ解ケ

分數式ノ値ノ正ナルガ爲ニハ其ノ兩項ガ同符
號ナルコトヲ要ス. 因リテ此不等式ヲ解クハ次
ノ不等式ヲ解クト同ジ事ナリ.

$$(x+3)(7-x) > 0$$

$$\text{即チ} \quad -x^2 + 4x + 21 > 0$$

乃チ第一項ノ係數ノ符號ガ負ナルヲ以テ此三
項式ノ値ヲ正ナラシムルガ爲ニハ x ノ値ヲ其ノ
兩根ノ間ニ取ラザルベカラズ. 是ニ由リテ

$$7 > x > -3$$

練 習

次ナル不等式ヲ解ケ

1. $x(a+2) - 6 > a(x+6) - 2$

2. $2x^2 - 5x + 2 < 0$ 3. $3x^2 - x + 25 > 0$

4. $\frac{x-8}{2x+1} > 0$

5. $x(x+3) + a(a-3) < 2(ax-1)$

附 録 第 三

極 大 極 小

方程式 $ax^2+bx+c=0$ ト 不等式 $ax^2+bx+c>0$ トヲ
併セテ

$$ax^2+bx+c \geq 0$$

ト記シタルモノヲ要件式ト名ク

要件式ノ解キ方ハ亦方程式ノ解キ方ト不等式
ノ解キ方トヲ併セタルモノナルベシ

今二次三項式 $f(x)=ax^2+bx+c$ ノ値ヲ m トシタ
ル方程式

$$(一) \quad ax^2+bx+c=m$$

ヲ解ケバ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4a(c-m)}}{2}$$

サテ $f(x)$ ナル x ニ種々ノ實數値ヲ與ヘ從ヒテ
 m ノ種々ナル實數値ヲ得ルコトヲ逆ニシテ先ヅ
 m ノ實數値ヲ定メテ之ニ適スル x ノ値ヲ求ムル
モノトスレバ x ノ値ガ實數ナルコトアリ或ハ虚

數ナルコトアリ. 因リテ x ノ値ガ實數タルベキ
要件ヲ求ムレバ

$$b^2 - 4a(c-m) \geq 0$$

括弧ヲ解キテ移項スレバ

$$4am \geq 4ac - b^2$$

故ニ $(b^2 - 4ac$ ヲ D ニテ示シ) $a > 0$ ナルトキハ

$$(1) \quad m \geq -\frac{D}{4a}$$

又 $a < 0$ ナルトキハ

$$(2) \quad m \leq -\frac{D}{4a}$$

(1) ニ於テハ m ハ $-\frac{D}{4a}$ ニ等シキカ或ハ之ヨリ
大ナルベキヲ示スモノナルガ故ニ a ガ正ナルト
キハ $-\frac{D}{4a}$ ハ m 即チ $f(x)$ ガ取り得ベキ値ノ小極
ナリ. 此ノ値ヲ二次三項式 $f(x)$ ノ極小値ト云フ
又 (2) ニ於テハ m ハ $-\frac{D}{4a}$ ニ等シキカ或ハ之ヨリ
小ナルベキヲ示スモノナルガ故ニ a ガ負ナル
トキハ $-\frac{D}{4a}$ ハ m 即チ $f(x)$ ガ取り得ベキ値ノ大
極ナリ. 此ノ値ヲ二次三項式 $f(x)$ ノ極大値ト云
フ. 但シ孰レモ x ノ實數値ニツキテ云ヘルコト
勿論ナリ. 而シテ此ノ極大或ハ極小ノ値ヲ有ス

ルトキハ判別式ハ〇トナルガ故ニ孰レノ場合ニ
於テモ $x = -\frac{b}{2a}$ ナルトキナリ

例一

$x^2 - 8x + 12$ ノ極大極小ヲ求メヨ

$$x^2 - 8x + 12 = m$$

トシテ之ヲ解ケバ

$$x = 4 \pm \sqrt{16 - (12 - m)}$$

而シテ x ノ値ガ實數ナルガ爲ニハ

$$16 - (12 - m) \geq 0$$

乃チ

$$m \geq -4$$

即チ所設ノ式ノ極小値ハ -4 ニシテ $x = 4$ ナルトキナリ。而シテ極大値ハナシ

注意 $f(x) = x^2 - 8x + 12 = (x - 4)^2 - 4$ トシテ考フレバ實數ノ平方ハ常ニ正ナルガ故ニ $(x - 4)^2$ ノ値ハ x ノ絶對値ガ増加スルニ從ヒテ増大シ因リテ $f(x)$ ノ値モ從ヒテ増加ス。故ニ極大ノ値ナシト云フコトハ如何ナル大ナル値ヲモ有シ得ベシト云フコトナリ。是ト同様ニ極小ノ値ナシト云フコトハ如何ナル小ナル値ヲモ有シ得ベシト云フコトナリ

二次三項式ガ極大ノ値ヲ有スルカ極小ノ値ヲ有スルカハ a 即チ x^2 ノ係數ノ符號ノ負ナルカ、正ナルカヲ見テ直ニ之ヲ知ラル

例二

電車ノ賃錢ヲ若干値上ゲスルトキハ乗客ノ數ハ其ノ値上ゲノ割合ノ七分ノ五ダケ減スルモノトスレバ如何ナル割合ニ値上ゲシタルトキ會社ノ收入最大ナルカ

一人ノ賃錢ヲ A トシ値上ゲノ割合ヲ x トスレバ一人ノ賃錢ハ $A(1+x)$ トナリ又乗客ノ總數ヲ B トスレバ値上ゲ後ノ總數ハ $B\left(1 - \frac{5}{7}x\right)$ トナル因リテ會社ノ收入ハ

$$AB(1+x)\left(1 - \frac{5}{7}x\right)$$

ナリ。然ルニ A 及 B ハ常數ナルガ故ニ之ヲ省キタルモノノ極大値ヲ求ムルコトトシ

$$(1+x)\left(1 - \frac{5}{7}x\right) = m$$

トシ之ヲ簡單ニスレバ

$$-5x^2 + 2x + 7 - 7m = 0$$

之ヲ解ケバ

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 5(7 - 7m)}}{-5}$$

而シテ x ノ値ガ實數ナルガ爲ニハ

$$1 + 35 - 35m \geq 0$$

乃チ $m \leq \frac{36}{35}$

即チ m ノ極大ハ $\frac{36}{35}$ ニシテコノトキ $x = \frac{1}{5}$.

因リテ 2 割ノ値上ゲヲナシタルトキ會社ノ收入ガ最大ナルベキヲ知ル

練 習

次式ノ極大或ハ極小ナル値ヲ求メヨ

1. $4x^2 - 5x + 3$ 2. $-x^2 + 6x - 9$

3. $9x^2 - 6x + 1$ 4. $-x^2 + 2x + 3$

5. $-5x^2 + 12x - 9$

定理一 和が常數なる二數の積の極大は二數が相等しきときなり

常數ヲ a トシ因リテ二數ヲ x ト $a-x$ トニテ表ハシ其ノ積ノ値ヲ m ニテ示セバ

$$x(a-x) = m$$

之ヲ解ケバ

$$x = \frac{-a \pm \sqrt{a^2 - 4m}}{-2}$$

而シテ x ガ實ナルガ爲ニハ

$$a^2 - 4m \geq 0$$

$$\therefore m \leq \frac{a^2}{4}$$

乃チ m ノ極大ハ $\frac{a^2}{4}$ ニシテ此場合ニハ $x = \frac{a}{2} =$

シテ $a-x$ モ亦 $\frac{a}{2}$ ナリ

定理二 積が常數なる二數の和の極小は二數が相等しきときなり

常數ヲ a^2 トシ因リテ二數ヲ x ト $\frac{a^2}{x}$ トニテ表ハシ其ノ和ノ値ヲ m ニテ示セバ

$$x + \frac{a^2}{x} = m$$

之ヲ解ケバ $x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 4a^2}}{2}$

而シテ x ガ實ナルガ爲ニハ

$$m^2 - 4a^2 \geq 0$$

$$\therefore m \geq 2a \quad \text{或ハ} \quad m \leq -2a$$

二數ハ正數ノ意ナルガ故ニ m ハ正ナリ. 因リ

テ第一ノ要件ノミヲ取リテ

$$m \geq 2a$$

乃チ m ノ極小ハ $2a$ ニシテ此場合ニハ $x=a$ ニシテ $\frac{a^2}{x}$ モ亦 a ナリ

幾何學上の應用

例一

一直線ヲ二分シ之ヲ二隣邊トシテ作ル矩形ノ面積ノ極大ヲ求ム

是レ矩形ノ二隣邊ノ和ガ不易ナルトキ面積即チ其ノ積ノ極大ヲ求ムル場合ナリ。故ニ定理一ニ依リテ直線ヲ二等分シテ作りタルトキ矩形ノ面積ノ最大ナルコトヲ知ル

例二

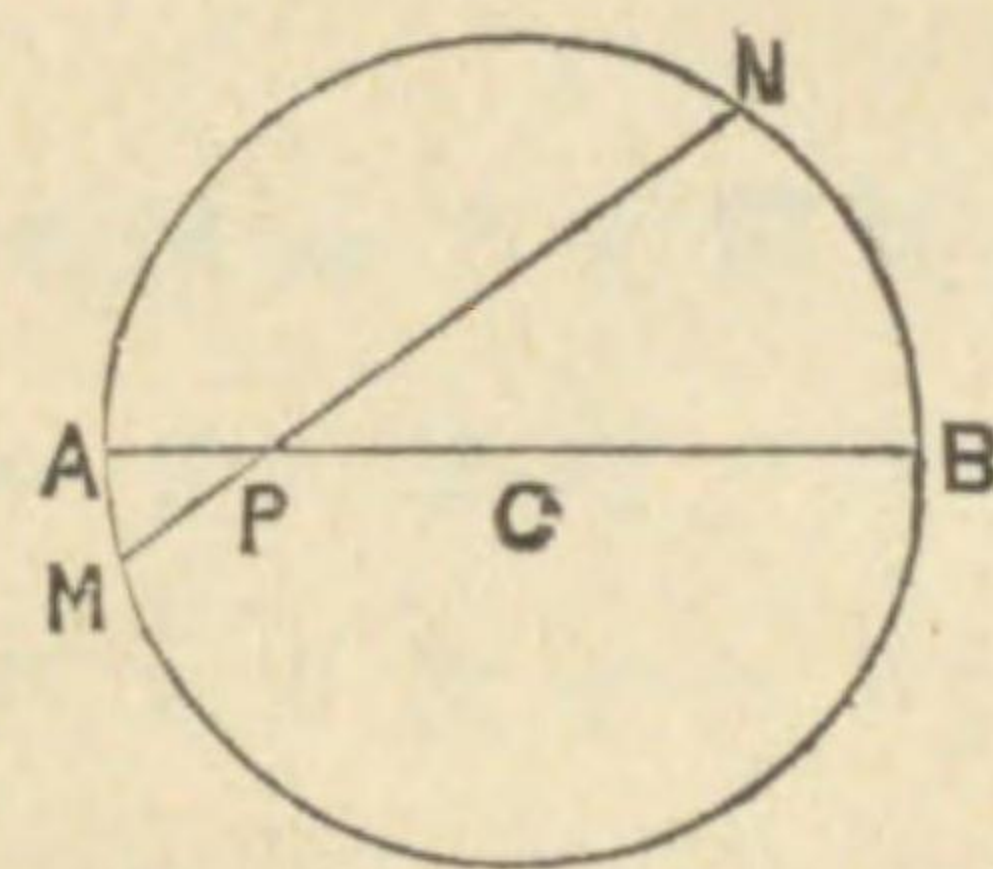
同面積ヲ有スル矩形ノ中其ノ周ノ最小ナルモノ如何

面積ヲ a^2 トシ矩形ノ一邊ヲ x トスレバ隣邊ハ $\frac{a^2}{x}$ ニテ表ハサル周ハ $2\left(x + \frac{a^2}{x}\right)$ ニテ示サル。因リテ此周ノ大小ハ $x + \frac{a^2}{x}$ ノ大小ニ從フ。然ルニ定

理ニ依リ二數ノ積ガ不易ナルトキ其和ノ極小ハ二數ノ相等シキトキナリ。故ニ矩形ノ周ノ最小ナルハ其ノ二隣邊ノ相等シキモノ即チ正方形ナリ

例三

圓内ニ在ル一定點ヲ過ル弦ノ最小ナルモノヲ求メヨ



圓内ノ一定點ヲ P トシ P 及中心 C ヲ過ル定直徑 AB 及 P ヲ過ル任意ノ弦 MN ヲ描クトキハ幾何學ノ定理ニ依リ

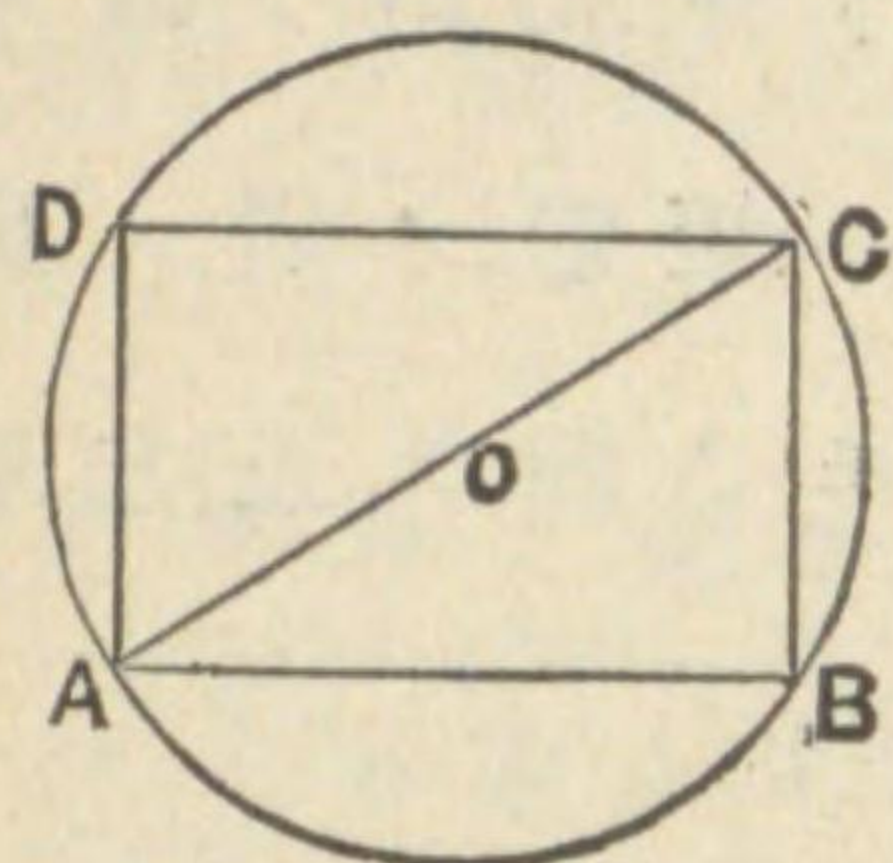
$$PM \cdot PN = PA \cdot PB = \text{常數}$$

然ルニ定理二ニ依リ積ガ常數ナルトキ和ノ極小ナルハ二數ノ相等シキトキナリ。因リテ弦 MN ノ最小ナルハ $PM=PN$ ナルトキ即チ AB ニ垂直ナルトキナリ

例四

半径 r ナル圓ニ内接スル矩形ノ面積ノ極大ヲ求ム

AB ガ中心 O ニ甚ダ近クアルトキハ BC ハ甚ダ



短クシテ面積ハ殆ド零ナリ。
而シテ AB ガ中心ヨリ遠ザカ
ルニ從ヒ其ノ長サハ小サクナ
レドモ BC ハ大トナリ從ヒテ
面積ハ次第ニ大キクナル。然
レドモ AB ガアマリ中心ヨリ遠ザカレバ BC ガ中
心ニ近キ面積ハ亦零ニ近ヅク。因リテ其ノ間ニ
極大アルベシ

今 AB ヲ x , BC ヲ y ニテ表ハシ面積ヲ S ニテ示
セバ

$$S = xy$$

而シテ $x^2 + y^2 = 4r^2$

是ヨリ $y = \sqrt{4r^2 - x^2}$

ヲ得此値ヲ初ノ等式ニ代入スレバ

$$S = x\sqrt{4r^2 - x^2}$$

兩邊ヲ平方スレバ

$$S^2 = x^2(4r^2 - x^2)$$

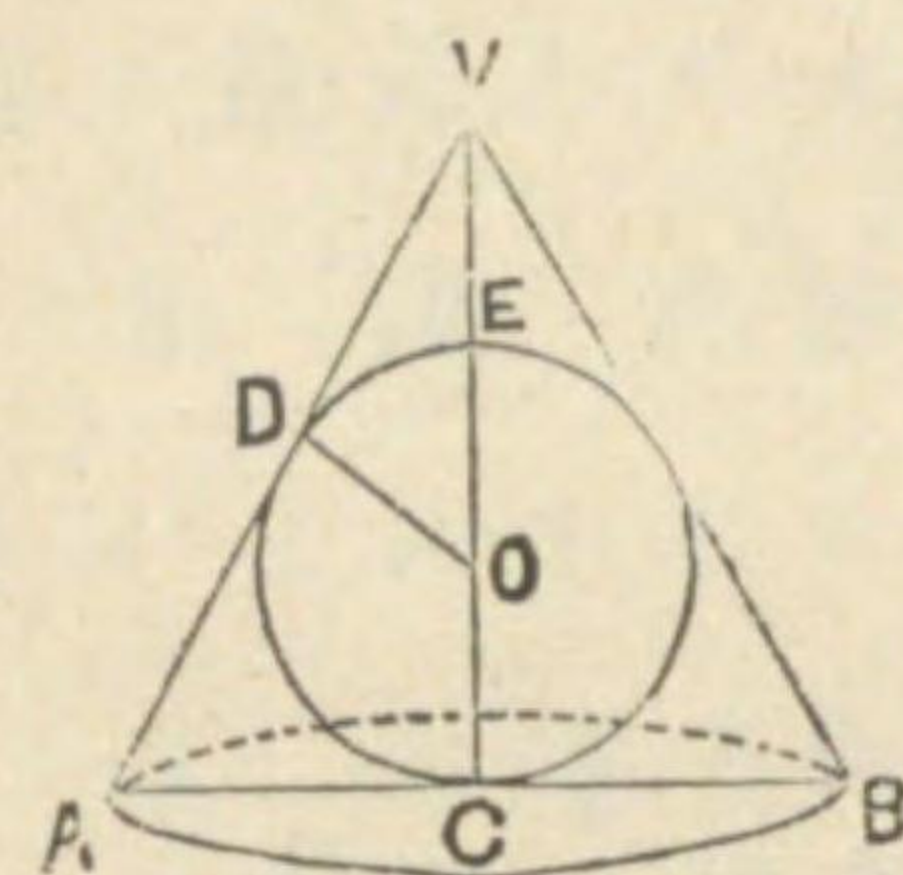
コノ右邊ハ x^2 ト $4r^2 - x^2$ トノ二數ノ積ニシテ其
ノ和ハ常數 $4r^2$ ナリ。故ニ定理一ニ依リテ極大ハ

$$x^2 = 4r^2 - x^2 \quad \text{乃チ} \quad x = r\sqrt{2}$$

ナルトキニシテ矩形ガ正方形ナルトキナリ

例五

半徑 r ナル球ニ外接スル直圓錐ノ體積ノ極小
ヲ求ム



圓錐ノ頂點ガ球面ニ近クアル
トキハ其ノ高サハ小ニシテ殆
ド球ノ直徑ニ等シケレトモ底
面ハ甚ダ大トナリ從ヒテ體積
モ亦甚ダ大ナリ。而シテ頂點
ガ球面ヲ遠ザカルニ從ヒ高サハ次第ニ大キクナ
レドモ底面ハ次第ニ小サクナル。頂點ガ甚ダ球
面ヨリ遠ザカリタルトキハ底面ハ球ノ大圓ト殆
ド等シクナレドモ高サガ甚ダ大トナル故體積モ
亦甚ダ大トナル。因リテ其ノ間ニ極小アルベシ
今 $VC = x$, $AC = y$ トスレバ幾何學ノ定理ニ依リ

$$\overline{VD}^2 = VE \times VC = (x - 2r)x$$

$$\therefore VD = \sqrt{x(x - 2r)}$$

又相似三角形 VDO, VAC ヨリ

$$\frac{AC}{DO} = \frac{VC}{VD}$$

即チ

$$\frac{y}{r} = \frac{x}{\sqrt{x(x - 2r)}}$$

$$\therefore y = \frac{rx}{\sqrt{x(x-2r)}}$$

因リテ圓錐ノ體積ヲ S ニテ示セバ

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{3} \pi \overline{AC}^2 \times VC \\ &= \frac{1}{3} \pi \frac{r^2 x^2}{x(x-2r)} x \\ &= \frac{1}{3} \pi r^2 \frac{x^2}{x-2r} \end{aligned}$$

常數 $\frac{1}{3} \pi r^2$ ヲ省キ $\frac{x^2}{x-2r}$ ノ極小ヲ求ムル爲

$$\frac{x^2}{x-2r} = m$$

トシ之ヲ解ケバ

$$x = \frac{m \pm \sqrt{m^2 - 8rm}}{2}$$

而シテ x ノ實ナルガ爲ニハ

$$m^2 - 8rm \geq 0$$

m ハ正數ニシテ 0 トナルコトナキヲ以テ m ニテ兩邊ヲ除スレバ

$$m - 8r \geq 0$$

$$\therefore m \geq 8r$$

乃チ m ノ極小ハ $8r$ ニシテ此場合ニハ $x = 4r$ ナリ。故ニ圓錐ノ極小ハ高サガ球ノ直徑ノ二倍ナルトキナリ

練 習

1. 底邊不易ニシテ周ガ常數ナル三角形ノ面積ノ最大ナルモノヲ求ム
2. 圓ニ内接スル二等邊三角形ノ面積ノ最大ナルモノヲ求ム
3. 等邊三角形ニ内接スル等邊三角形ノ面積ノ最小ナルモノヲ求ム
4. 二點 A 及 O ヲ定メ O ヲ中心トシテ圓ヲ描キ A ヨリ切線 AB, AC ヲ引キテ成ル三角形 ABC ノ極大ヲ求ム
5. 正方形ニ面積最小ナル正方形ヲ内接スルコト如何
6. 矩形ノ相對スル頂點ヨリ兩邊上ニ等長ヲ取り其ノ端ヲ連ネテ得ル平行四邊形ノ極大ヲ求メヨ
7. 球ニ内接スル直六面體ノ極大ヲ求ム
8. 球ニ外接スル直圓錐ノ曲面積ノ極小ヲ求ム
9. 球ニ内接スル直圓壘ノ極大ヲ求ム

10. 球 = 内接スル直圓錐ノ曲面積ノ極大ヲ求

ム

附 録 第 四

補 充 問 題

1. $a = \frac{25}{16}$, $b = 1$, $c = \frac{3}{4}$ ナルトキ

$$(a - \sqrt{b})(\sqrt{a+b})\sqrt{a-b} = \frac{3c^4}{\sqrt{a-c^2}} \quad \text{ヲ證明セヨ}$$

2. $4(x-1)(x^3-1)+9x^2$ ノ平方根ヲ求メヨ

3. $4a^4 + 9\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) + 12a(a^2 + 1) + 18$ ノ平方根ヲ求
メヨ

4. $a^6 + \frac{1}{a^6} - 6\left(a^4 + \frac{1}{a^4}\right) + 15\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right) - 20$ ノ平方根ヲ
求メ又其立方根ヲ求メヨ

5. $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$ ナルトキ $x^2 + x - 3 = 0$ ナルコ

トヲ示セ

6. $x=8$, $y=6$, $z=0$, $\omega=4$ ナルトキ次式ノ値ヲ
算セヨ

$$\frac{xy}{4\omega} - \frac{7}{52}xyz^2 - \sqrt[3]{\frac{xy^3-z}{\omega^3}}$$

7. $\frac{7-5}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} + \frac{6-5}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$ ヲ簡單ニシ是ニ由リテ

$\frac{2}{\sqrt{7+\sqrt{5}}} + \frac{1}{\sqrt{6-\sqrt{5}}}$ の値ヲ小數二位マデ算セヨ

8. $3\sqrt{xy^3} - xy + 2\sqrt{\frac{y^5}{x}} = \sqrt{x^3y} - 2\sqrt{xy^3}$ ヲ掛ケヨ

9. 四個ノ自然連數ノ積ニ一ヲ寄セタルモノ
ハ完全ナル平方數ナリ. 之ヲ證明セヨ

10. $\sqrt{98} - \sqrt{18} + \frac{28}{\sqrt{8}}$ ヲ簡單ニセヨ

11. $\frac{3^x}{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}$ ノ分母ヲ有理ニセヨ

12. $\frac{3}{3\sqrt{3-5}} + \frac{5}{\sqrt{7+\sqrt{5}}}$ ノ値ヲ小數一位マデ算
セヨ

13. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7-\sqrt{3}} + \sqrt{2}}$ ノ値ヲ小數三位マデ求メヨ

14. $2a + 2\sqrt{a^2 - x^2}$ ノ平方根ヲ記セ

15. $\sqrt[4]{17+12\sqrt{2}}$ ノ値ヲ小數三位マデ算セヨ

16. 次ナル等式ヲ證明セヨ

$$\sqrt{13+2\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{13+3\sqrt{13}}{2}} + \sqrt{\frac{13-3\sqrt{13}}{2}}$$

17. $\sqrt{1+\sqrt{21+12\sqrt{3}}}$ ヲ簡單ニセヨ

18. $2cx^2 - abx + 2abd = 4cdx$ ヲ解ケ

19. $\frac{x}{2(x+3)} - 2\frac{5}{24} = \frac{x^2}{x^2-9} - \frac{8x-1}{4(x-3)}$ ヲ解ケ

20. $x^3 - y^3 = 28, x^2 + xy + y^2 = 7$ ヲ解ケ

21. $x^2 - 6xy + 11y^2 = 9, x - 3y = 1$ ヲ解ケ

22. $\frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 6\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{2x}\right) = 2$ ヲ解ケ

23. $x = \frac{y}{y+1}, y = \frac{a-2}{2}$ ナルトキハ $x(y+2) + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$

ハ $a =$ 等シ. 之ヲ證明セヨ

24. $5\sqrt{3x-1} = \sqrt{75x-29}$ ヲ解ケ

25. $\frac{xy}{x+y} = 70, \frac{xz}{x+z} = 84, \frac{yz}{y+z} = 140$ ヲ解ケ

26. $(8^{\frac{2}{3}} + 4^{\frac{2}{3}}) \times 16^{-\frac{1}{4}}$ ヲ簡單ニセヨ

27. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 3 - 2\sqrt{\frac{x}{y}} - 2\sqrt{\frac{y}{x}}$ ノ平方根ヲ記セ

28. $\frac{x-b}{x-a} - \frac{x-a}{x-b} = \frac{2(a-b)}{x-(a+b)}$ ヲ解ケ

29. $2x^2 - 3y^2 = 23, 2xy - 3y^2 = 3$ ヲ解ケ

30. $1 - \frac{3}{5}\sqrt{20} - 3\sqrt{5} - \sqrt{\frac{1}{5}}$ ヲ簡單ニセヨ

31. 一日ニ4分進ム時計アリ. 某日ノ午後7時15分ニ眞時ヲ示サシメンガ爲ニハ其日ノ午前6時ニ何時トナシ置クベキカ

32. $x = 2 + \sqrt{2}$ ナルトキ $x^2 + \frac{4}{x^2}$ ノ値ヲ求メヨ

33. $\frac{\sqrt{x+a}}{\sqrt{x-b}} = \frac{\sqrt{x-a}}{\sqrt{x}}$ ヲ解ケ

$$34. \frac{8-4\sqrt{5}}{\sqrt{5+1}} \text{ヲ} \frac{3\sqrt{5-7}}{5+\sqrt{7}} \text{ニテ割レ}$$

$$35. a+x+\sqrt{2ax+x^2}=b \text{ヲ解ケ}$$

$$36. x+9\frac{5}{8}+\frac{1}{\frac{x}{7}+\frac{11}{8}}=8 \text{ヲ解ケ}$$

$$37. \left(a+\frac{1}{a}\right)^2=3 \text{ナルトキハ} a^3+\frac{1}{a^3}=0 \text{ナルコト}$$

ヲ證明セヨ

$$38. \left(1-\frac{56}{x+4}+\frac{42}{x+3}\right)\left(1+\frac{56}{x-4}-\frac{42}{x-3}\right) \text{ヲ簡單ニセヨ}$$

$$39. 27^{\frac{2}{3}}+16^{\frac{3}{4}}-\frac{2}{8^{-\frac{2}{3}}}+\frac{\sqrt[5]{2}}{4^{-\frac{2}{5}}} \text{ヲ簡單ニセヨ}$$

$$40. 97-56\sqrt{3} \text{ノ第四根ヲ記セ}$$

41. 静水上ヲ一時間ニ8哩漕ギ得ル舟ガ河流
ヲ8哩漕ギ上リ又漕ギ下ルニ2時40分ヲ要セリ。
河流ノ速度ヲ求メヨ

$$42. a=x^2-yz, b=y^2-zx, c=z^2-xy \text{ナルトキ}$$

$$a^2-bc=x(ax+by+cz) \text{之ヲ證明セヨ}$$

43. a, b 及 c ヨリ x ヲ引キタル殘數ガ連比例ヲ
ナス。 x ノ値ヲ求メヨ

$$44. \frac{5}{6-\frac{5}{6-\frac{5}{6-x}}}=x \text{ヲ解ケ}$$

$$45. x^2y^2+192=28xy, x+y=8 \text{ヲ解ケ}$$

$$46. x-15\frac{3}{4}+\frac{5}{x-15\frac{3}{4}}=6 \text{ヲ解ケ}$$

$$47. xy=ab(a+b) \text{ 及 } x^2-xy+y^2=a^3+b^3 \text{ ナルトキ}$$

$$\left(\frac{x}{a}-\frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{b}-\frac{y}{a}\right)=0 \text{ 之ヲ證明セヨ}$$

48. 一數ト其逆數トノ差ヲ p トシ同數ノ平方
ト其逆數ノ平方トノ差ヲ q トスレバ

$$p^2(p^2+4)=q^2 \text{ 之ヲ證明セヨ}$$

49. 人アリ3時ト4時トノ間ニ時計ノ兩針ガ
相重ナリシトキニ散歩ニ出デ5時ト6時トノ間
ニ兩針ガ相重ナリシトキニ立歸レリ。散歩ニ在
リシ時間ヲ算セヨ

$$50. \bar{x}=\frac{2b}{b^2+1} \text{ ナルトキ } \frac{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}} \text{ ノ値ヲ算}$$

セヨ

51. $x=3$ or -4 ナルトキ 0 トナルベキ代數式
ヲ記セ

52. $x=\sqrt{2}$ ナルトキ 0 ニ等シカルベキ有理式
ヲ記セ。而シテ其式ハ亦 x ガ如何ナル他ノ値ヲ
有スルトキ 0 ニ等シクナルガ

53. $(x-3)(x-4)$ ノ値ガ負ナルガ爲ニハ x ノ値ハ如何ナル限界ニ在ルベキカ

54. x ガ實數ナルトキハ式 x^2-4x+6 ノ値ハ必ず正ナルベキコトヲ示セ

55. 式 k^2+k-2 ノ値ガ正ナルガ爲ニハ k ノ値ハ如何ナル範圍ニ在ルベキカ

56. $x^2+px+q=0$ ノ二根ヲ α 及 β トシタルトキ $\alpha^2-\beta^2$ ノ値ヲ求メヨ

57. $2x^2-3x-5=0$ ノ二根ノ差ヲ示セ

58. $-2 \pm \sqrt{13}$ ヲ根トスル方程式ヲ記セ

59. $x=-4-\sqrt{5}$ ナルトキ適合スル所ノ有理方程式ヲ示セ. 其方程式ハ又如何ナル根ヲ有ツカ

60. $x^2-4x+5=k$ ヲ解キテ x ガ實數ナルトキハ x^2-4x+5 ノ値ハ 1 ヨリ小ナル能ハザルコトヲ説ケ

次ナル諸方程式ヲ解ケ

$$61. x^2-4\sqrt{x-5}=0$$

$$62. \frac{x-1}{x+1} + \frac{x+3}{x-3} = 2\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

$$63. x^2+2+\frac{1}{x^2}+x+\frac{1}{x}=6$$

$$64. (x^2-4x)^2-6(x^2-4x)+5=0$$

$$65. (a-b)x^2-(c-a)x+(b-c)=0$$

$$66. (2x^2+3x-1)(2x^2+3x-2)=156$$

$$67. 156x-x^2=5184$$

$$68. 3x^2-2.34x=3.45$$

69. 有理數ヲ係數トセル二次方程式ノ一根ガ有理ナルトキハ餘ノ一根モ亦有理ナリ. 之ヲ證明セヨ

70. x ガ實數ヲ表ハストキハ $x^2+4x+11$ ノ値ハ 7 ヨリ小ナルコト能ハズト云フ. 其理如何

71. 一數ト其ノ逆數トノ和ガ 2.05 ニ等シ. 本數ヲ求メヨ

72. $x^2+ax+6=0$ ノ根ノ差ガ 6 ナルトキ a ノ値ヲ小數二位マデ算セヨ

73. 農夫アリ 2400 圓ヲ出シテ牛若干頭ヲ購ヒ内 3 頭ヲ失ヘリ. 因リテ 1 頭ニ付原價ヨリ 80 圓高ク賣拂ヒシニ差引 590 圓ヲ利セリ. 購入セシ頭數ハ幾何ナルカ

74. 甲乙兩人ガ各 600 圓ヲ出シテ貧民ヲ救助セシニ甲ハ乙ヨリ 40 人多クニ分與セシニヨリ貧民一人ノ所得ハ乙ヨリ貰ヒシ分, 甲ヨリ 2 圓 50 錢

多カリシト云フ。乙ノ救助セシ人員ハ幾何ナルカ

75. 一聯隊ノ兵士ヲ中空ノ方陣ニ列セシメシニ三重トナレリ。而シテ若シ25人ヲ増シテ中實ノ方陣ヲ作ラシムルトキハ一邊ノ人員ハ前ノ一邊ノ人員ノ平方根ヨリ22人多クナルベシト云フ。聯隊ノ人員ヲ算セヨ

次ナル聯立方程式ヲ解ケ

$$76. \quad y - 2x = 7, \quad y^2 - 4x^2 = 105$$

$$77. \quad x + ay = 1, \quad x^2 + 2ay^2 = a^2 + 1$$

$$78. \quad 3x - 5y = 1, \quad x^2 - 2xy - 3y^2 = -15$$

$$79. \quad \frac{x+y}{x-y} = \frac{13}{5}, \quad y^2 + x = 25$$

$$80. \quad 5xy + 3x - y = 492, \quad \frac{y}{2x} = \frac{3}{4}$$

$$81. \quad x^2 + xy = 15, \quad xy - y^2 = 2$$

$$82. \quad 4x^2 + 9y^2 = 10, \quad 2xy + 1 = 0$$

$$83. \quad x^2 - 2xy - y^2 = 7, \quad xy + 2y^2 = 12$$

$$84. \quad x^2 - y^2 = 9, \quad 2x^2 + 3y^2 = 98$$

$$85. \quad x^2y^2 + 16 = 8xy, \quad 3x - 4y = 8$$

$$86. \quad xy = 20 - x^2 = y^2 - 6$$

$$87. \quad x^2 + x + y = 18 - y^2, \quad xy = 6$$

$$88. \quad x^2 + 2xy + y^2 + 2x = 120 - 2y, \quad xy - y^2 = 8$$

$$89. \quad \frac{x^2}{y^2} + \frac{4x}{y} = \frac{85}{9}, \quad x - y = 2$$

$$90. \quad \frac{x}{y} + \frac{2y}{x} = 3, \quad (x+y)(x+2y) = 12$$

91. 或距離ノ競走ニ甲ハ乙ヨリ5秒早著シ乙ハ丙ヨリ1秒早著セリ。而シテ速度ハ每秒甲ハ乙ヨリ $\frac{4}{5}$ 碼多ク乙ハ丙ヨリ $\frac{1}{7}$ 碼多シ。此距離ヲ求メヨ

92. 方形ノ耕地ノ周圍ニ幅2間ノ路ヲ繞ラシタルニ其面積ハ耕地ノ面積ノ二十分ノ一ニ等シ。然ルトキハ耕地ノ面積ハ殆ト25000歩ナリ。之ヲ證明セヨ

93. 四輪車アリ120尺ヲ行クニ前輪ハ後輪ヨリ6回多ク轉ズ。若シ各輪ノ周ヲ1尺ヅツ増サバ同距離ヲ行クニ前輪ハ後輪ヨリ4回多ク轉スベシ。各輪ノ周ヲ算セヨ

94. 二數アリ其和ニ其平方ノ和ヲ掛ケタル積ハ272ニシテ其差ニ其平方ノ差ヲ掛ケタル積ハ32ナリ。二數ハ各幾何ナルカ

95. 甲乙ノ兩人合資シテ商業ヲ營ミ純益金千

圓ヲ其出資ニ應ジテ分配セリ. 乙ノ出資ハ甲ノ出資ノ半ヨリ千圓多ク又甲ノ得分ハ乙ノ出資ノ二十分ノ三ニ當ル. 甲乙ノ出資高ハ各幾何ナルカ

96. 甲府ヨリ乙府ニ行クニ 233 哩ハ汽車ニ由リ 126 哩ハ汽船ニ由ル路ト 405 哩ハ汽車ニ由リ 39 哩ハ汽船ニ由ル路トアリ. 之ヲ旅行スルニ前路ハ後路ヨリ 50 分多クヲ費ス. 毎時ノ速度汽車ハ汽船ヨリ 25 哩速キモノトスレバ汽車ノ速度ハ幾何ナルカ

97. 金 63 圓ヲ二分シテ代價 1 尺ニ付 5 錢ノ差アル甲乙二種ノ絹ヲ合セテ 190 尺買ヒ得タリ若シ兩種ヲ買ヒシ金高ヲ取り換ヘナバ合セテ 200 尺買ヒ得ベシト云フ. 各一尺ノ價ヲ求メヨ

98. 利率ヲ $x\%$, 商業割引ニ由ル現價ヲ M , 眞割引ニ由ル現價ヲ P トスレバ大略 $P - M = P \left(\frac{x}{100} \right)^2$ ナルコトヲ證明セヨ

99. 12 及 18 ヲ分母トセル分數ニシテ其和ガ $\frac{25}{36}$ ニ等シキモノハ幾組アルカ

100. 幅 100 碼アル河ノ岸ニ立ツ人ガ河ニ沿ヒ

300 碼ヲ歸ツル對岸ノ點ニ到ラントス. 此人舟行ニ毎時 3 哩ヲ漕キ陸行ニハ毎時 5 哩ヲ歩ムモノトシ成ルベク速ニ目的地ニ達センニハ如何ナル經路ヲ取ルベキカ

101. $(x-3)^3 - 3(x-2)^3 + 3(x-1)^3 - x^3 = 9 - x$ ヲ解ケ

102. $a - c + 2\sqrt{(ab + bc - ca - b^2)}$ ノ平方根ヲ求メヨ

103. $x = \frac{3}{4 - \frac{3}{4 - \frac{3}{4 - x}}}$ ヲ解ケ

104. $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ ナルトキハ

$$\{(s-a) + (s-b)\}^3 = (s-a)^3 + (s-b)^3 + 3(s-a)(s-b)c \text{ ナリ.}$$

之ヲ證明セヨ

105. $\frac{x+3}{x-3} + \frac{y-3}{y+3} = 2, \frac{x-3}{2x+3} + \frac{y-3}{2y+3} = 1$ ヲ解ケ

106. $24 \left\{ x - \frac{1}{2}(x-1) \right\} \left\{ x - \frac{2}{3}(x-2) \right\} \left\{ x - \frac{3}{4} \left(x - 1 \frac{1}{3} \right) \right\}$

ヲ簡單ニセヨ

107. $\frac{4}{x-6} - \frac{x-2}{x-3} = \frac{x+4}{x-5} - 2 \frac{x-1}{x-4}$ ヲ解ケ

108. $\frac{x-2a}{x-3a} + \frac{y-4b}{y-3b} = 2, \frac{x+2a}{x+a} = \frac{y+5b}{y+3b}$ ヲ解ケ

109. 人アリ四分ノ手數料ヲ出シテ地所ヲ購入シ購入費ノ百分ノ五ヲ出シテ地所ヲ整理シ而シ

テ之ヲ 1192 圓ニ賣リタルニ利益ハ地所ノ原價ノ一割ニ當レリ。地所ノ原價ハ幾何ナルカ

110. $\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{(x+a-b)} = \sqrt{b}$ ヲ解ケ
111. $(x-2)(x-3) = \frac{155 \times 78}{77^2}$ ヲ解ケ
112. $\sqrt{(x-a)^2 + 2ab + b^2} = x - a + b$ ヲ解ケ
113. 甲乙二人アリ池ノ周圍ヲ繞ルニ同所ヨリ發シテ同方向ヲ取り 30 分ヲ經タルニ甲ハ三周シ乙ハ四周半セリ。サレバ今ヨリ幾分ノ後乙ハ甲ニ追及スベキカ
114. $(x^3 + 8x^2 + 16x - 1)^{\frac{1}{3}} = x + 3$ ヲ解ケ
115. 株式會社アリ一年ノ純益ハ資金ノ六分ニ當ル然レドモ資金ノ内 40 萬圓ハ七分五厘利附ノ社債ニ屬スルヲ以テ株主ヘノ配當ハ五分ニ止マル。株金總額ヲ算セヨ
116. $(161 + \sqrt{19360})^{-\frac{1}{2}}$ ノ値ヲ小數五位マデ算セヨ
117. $\frac{a}{x+a-c} + \frac{b}{x+b-c} = 2$ ヲ解ケ
118. $\frac{a^2\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + b^2\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + c^2\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)}{a\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} - \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = a + b + c$ ヲ

證明セヨ

119. $x^2 - 223x + 12432 = 0$ ヲ解ケ
120. 三ツノ自然連數アリ其連乘積ハ中數ノ 15 倍ニ等シ。三數ヲ求メヨ
121. 級數 $1 + \frac{5}{6} + \frac{2}{3} + \dots$ ノ第十八項ニ至ル總和ヲ求メヨ
122. 級數 $14 - 7 + 3\frac{1}{2} - \dots$ ノ第六項ニ至ル總和ヲ求メヨ
123. $(1.08)^x$ ノ整數部ニ於ケル數字ノ數ガ 4 個トナルガ爲ニハ x ヲ如何ナル範圍内ニ置クベキカ。但シ $\log 2 = 0.30103$, $\log 3 = 0.47712$
124. $ax^2 + bx + c = 0$ ノ二根ヲ α 及 β トシ $\frac{\alpha}{\beta}$ 及 $\frac{\beta}{\alpha}$ ヲ根トスル方程式ヲ作レ
125. $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{5}{2}$, $xy = 8$ ヲ解ケ
126. 18 ヲ最中項トセル等差級數 9 項ノ總和ヲ問フ
127. $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} + \frac{1}{7+5\sqrt{2}} + \dots$ ノ n 項ノ總和ヲ求メヨ
128. $\log 105 = 2.02119$, $\log 5303214 = 6.7245391$.

$\log 3768894 = 6.576214$ を知リテ $\frac{1}{0.05} \left\{ \frac{1}{(1.05)^{13}} - \frac{1}{(1.05)^{20}} \right\}$

ノ値ヲ算セヨ

129. $ax^2 + bx + c = 0$ ノ一ノ根ガ他ノ根ノ二倍ナルト
キ係數間ノ關係ヲ示セ

130. $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{12} = \frac{7}{x+y+5}$ ヲ解ケ

131. III ヲ三分シテ其二分ノナス積ノ比ヲ夫
々 4 ト 5 ト 6 トノ如クナラシメヨ

132. 等差級數ノ初項總和及通差ヲ知リテ項數
ヲ求メヨ. 而シテ如何ノ場合ニ項數ニ二様ノ解
アルカ

133. 初項ヲ a , 通比ヲ r トスル等比級數ノ n 項
ノ逆數ノ總和ヲ求メヨ

134. $ax^2 - bx + c = 0$ ノ二根ノ中絶對值ノ大ナルモ
ノハ $\frac{b}{a}$ ト同符號ニシテ小ナルモノハ $\frac{b}{c}$ ト同符號
ナリ. 其理如何

135. 10 錢, 20 錢, 50 錢ノ銀貨合セテ 120 個アリ.
各貨幣ノ金高ノ比ハ 15 ト 4 ト 1 トノ如シ. 今之
ヲ甲乙二人ニ等シキ個數ヲ分チシニ其金高モ相
等シク甲ハ乙ヨリ 50 錢銀貨ヲ 2 個多ク得タリシ

ト云フ. 甲乙各自ノ得タル貨幣各種ノ數ヲ問フ

136. 等差級數アリ其第 p 項ハ $\frac{1}{q}$ ニシテ第 q 項
ハ $\frac{1}{p}$ ナルトキ第 pq 項ニ至ル總和ハ $\frac{pq+1}{2}$ ナリ. 之
ヲ證明セヨ

137. $(x-3)^2 + 3x - 22 = \sqrt{(x^2 - 3x + 7)}$ ヲ解ケ

138. $6x^2 - xy - 12y^2 = 0, x^2 + 2y^2 = \frac{17}{16}$ ヲ解ケ

139. 銅 91% 亞鉛 6% 錫 3% ヨリ成ル合金ニ銅
及錫ヨリ成ル合金ヲ鎔合シタルニ銅 88% 亞鉛
4.875% 錫 7.125% ノモノヲ得タリ. 後ノ合金ノ割
合ハ如何

140. 某市ニ於ケル平均一ヶ月ノ出生者ハ月始
ニ於ケル人口ノ四百八十分ノ一ニシテ死亡者ハ
六百分ノ一ナリ. 市ノ人口ガ今ノ二倍トナルハ
幾年月ノ後ニ在ルカ

但 $\log 2 = 0.30103, \log 3 = 0.47712, \log 7 = 0.84510$

141. 2 哩ノ競走ニ第一回ニ乙ハ甲ヨリ 2 分前
ニ決勝點ニ達シ又第二回ニ甲ハ一時間ノ速度ヲ
2 哩増シ乙ハ 2 哩減シタルヲ以テ甲ハ乙ヨリ 2
分前ニ決勝點ニ達セリ. 初ニ於ケル甲乙各一時
間ノ速度ヲ求メヨ

142. 甲乙ノ2人12日間ニ若干歩ノ草ヲ刈ルコトヲ請負ヒ6日働キタル後丙ヲ雇ヒ共ニ働キテ日限マデニ草ヲ刈リ盡セリ. 甲ト乙トガ一畝ヲ刈ル日數ノ比ハ2ト3トノ如ク又甲丙2人ニテ悉ク刈リ盡ス日數ト乙丙2人ニテ悉ク刈リ盡ス日數トノ比ハ7ト8トノ如シ. 初ヨリ丙ヲ雇ヒシナラバ幾日ニテ刈リ盡サレシカ

143. 四數アリ等比級數ヲナシ其和ハ15ニシテ其平方ノ和ハ85ナリ. 四數ハ各幾何ナルカ

144. 甲乙丙三人ノ年齢ハ等比級數ヲナス. 此三人ニ金若干ヲ其年齢ニ應ジテ分テリ. 今ヨリ5年ノ後ニハ丙ノ年齢ハ甲ノ二倍トナルニ由リ此時同金高ヲ年齢ニ應ジテ分タバ甲ハ前ヨリ17.5圓多ク乙ハ前ヨリ2.5圓多ク得ラルベシト. 金高ヲ算セヨ

145. $n^4 - 4n^3 + 5n^2 - 2n$ ヲ因數ニ分チ因リテ n ガ2ヨリ大ナルトキハ本式ハ12ニテ割リ切レルコトヲ示セ

146. 二數字モテ記サレタル整數アリ其數字ノ位置ヲ交換スレバ原數ノ半ヨリ1少キ數ヲ得ル

ト云フ. 原數ハ幾何ナルカ

147. 金250圓ヲ出シテ1頭15圓ノ羊ト1頭50圓ノ犢トヲ各幾頭買得ベキカ

148. 人アリ金36錢ヲ出シテ桃梨林檎合セテ12個ヲ買ヘリ. 桃ハ3錢ニ5個梨ハ1個3錢林檎ハ1個6錢トスレバ買ヒタル果物ハ各幾個ナルカ

149. 二ノ整數アリ各2數字モテ記サレ一數ハ他數ノ數字ノ積ニ等シク又其二倍ヨリ100少シ. 二數ヲ求メヨ

150. 一生涯ノ年金1圓ノ現價A圓ナルトキ死亡時ニ金P圓ヲ得ベキ爲ニ直ニ及年々拂ヒ込ムベキ年金ハ次ノ如シ

$$\frac{P}{1+r} - \frac{AP}{1+A}$$

之ヲ證明セヨ

大正元年年八月十六日
正正元元元元元元元元
大正元元元元元元元元
大正元元元元元元元元

中等教育 新撰代數學教科書 下卷

不許複製

【定價金四十八錢】

著者 三輪 桓 一 郎

發行者 金港堂書籍株式會社

東京市日本橋區本町三丁目十七番地

代表者 原 亮 一 郎

東京市下谷區龜泉寺町四百十四番地

印刷者 山下 注 連 雄

東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地

印刷所 株式會社秀英舍工場

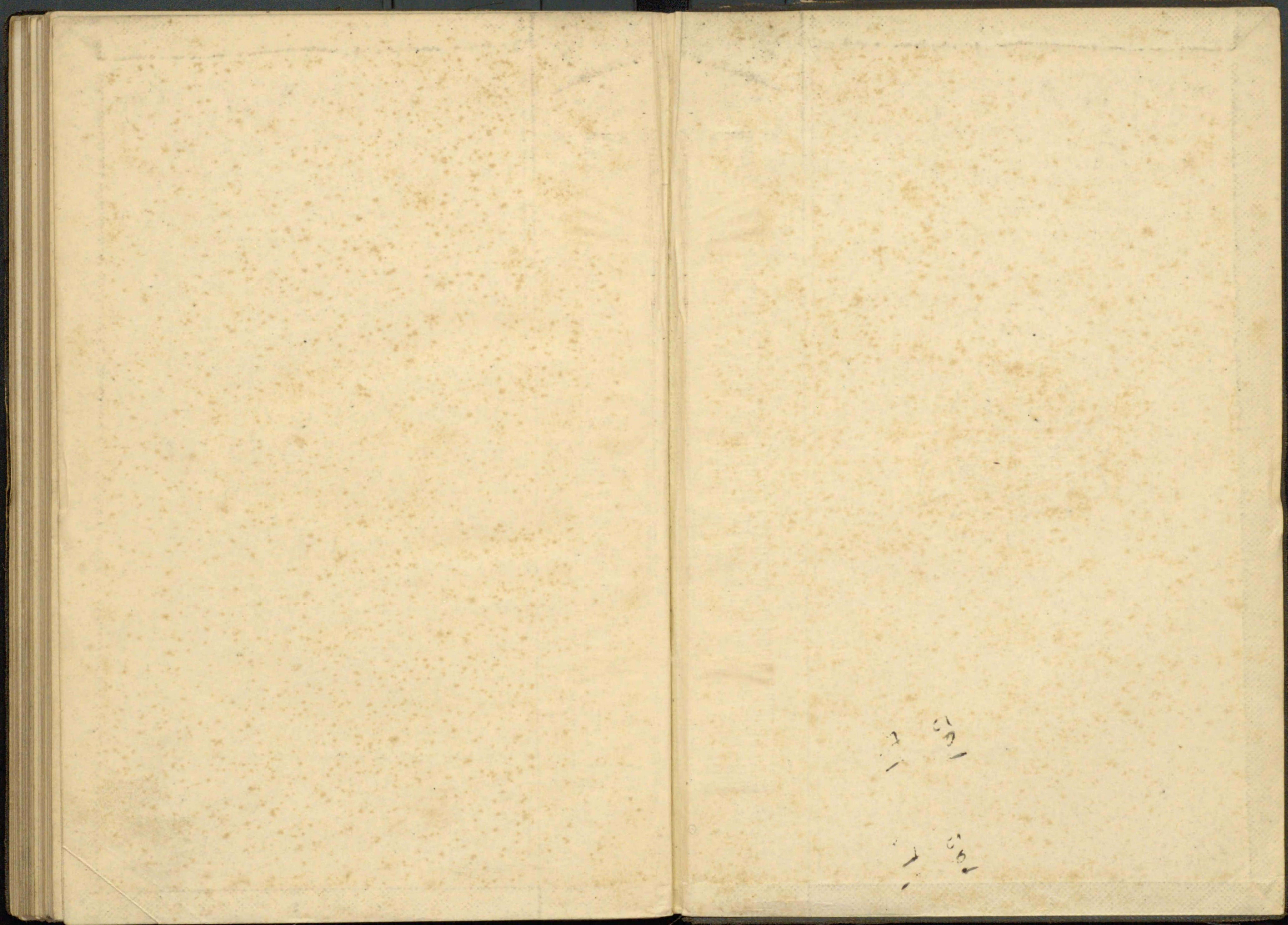
東京市牛込區市谷加賀町一丁目十二番地

發賣所

東京 金港堂書籍株式會社

〔振替貯金口座・八八一五番〕

THE UNIVERSITY OF CHICAGO
LIBRARY
1100 EAST 58TH STREET
CHICAGO, ILL. 60637
U.S.A.
UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS
54 EAST LAKE STREET
CHICAGO, ILL. 60601
U.S.A.



101
101

101
101

341-26イ



1200800003293

