學精測算天體窺硏中三才
真理湛然致於毫[illegible]宏編
目張綱舉萬象畢宣以西說中
期無謬繼闡發秘奧遐邇爭傳
盧君合鄉近著高等天文學
書成為題如右　孫科

序　一

瀋陽盧君介卿頃寄所著高等天文學一書於余而索爲序.恭綽陋甚,於所謂天文學者昧然寡知,曷敢妄有論述.然竊念吾國科學不無後人,惟天文學則早在二千年以前,業已發達.舊日如易書周官諸經足見端倪,迨司馬氏撰史記,始將星辰之象數,日月之明蝕,歲紀之測候,以及風雲雨電山川草木之狀變,靡不闌入於天官書中.是後研究天文者皆奉此爲不祧之祖.而天文亦儼然成一有系統之學矣.自是以降,代產專家,多所發明,不待覼縷.視近百年來歐美治斯學者之突飛猛進雖屬有遜,然以同一時代而論則我之所得固遠爲超勝也.明清之際徐光啓南懷仁湯若望中外諸人出,利用新法,徵測益密,朝野信從.清世祖自編曆象考成,復緣楊光先之獄修曆一遵西法,於是迷離惝怳之說一掃而空.此吾國天文學新舊轉移一大關鍵.獨是吾國舊說多就氣象以驗禨祥.此其說已爲今人所吐棄.其實天象與人事之關係經科學而益加明白.例如日中有黑子則寒熱加甚,或雨量多,或彗星流星之飛移,致於水旱生影響等,均係近年益加證明者.不過吾國人士未能深究所以然,故有若干卜祝家之說,羼入其間.然天象人事所以相關之原因,卽現代專家仍不能確言其故.故知我國之天文學說尙多未能抹煞者在.斯又學者所貴虛衷探討以期盡善者也.盧君是作包羅宏富,敍次詳明,有裨於斯學者甚大.恭綽以門外人不克多所評隲.獨嘉盧君能於吾國今日舉世怯爲之學起而兢兢鈎研,一異夫今之從政者進則以鞅掌而廢書,退又頹廢而舍學,於國家社會了無貢獻者.斯又足爲吾徒張目,而表示交通界之有人者矣.因序以歸之.

建國二十有三年冬十一月番禺葉恭綽

序　二

天文之學來源甚遠.太古之世,草澤初闢,人行於陸與航於海同無方向路跡之可尋.是以觀星定向之事乃自然而生.故天文實與生人同其淵源也.迨後旣知遊牧、稼穡,則觀天象測氣候以定時而分四季,乃亦必然之事也.古之帝王皆以天文爲百政之首,天文與數學相附而行,故天文與數學在有文字以前卽已成爲學術.以其源遠又爲百政之首,故其學乃得逐漸昌明.雖至今日科學大盛,而尤以天文及數學爲最完善最合於天地自然之理也.

伏羲造坤表(卽甲表)立渾儀以量日影長短,測北極高下.於是仰觀俯察而畫地成卦,因得分年爲季.而舉凡禽獸之孳乳,昆蟲之蟄化,草木之榮枯,海魚入河,北雁南返之類,漸次知其有應候之象.更漸次利用於佃漁.作甲曆,天干地支相配,六甲一轉天度一周.年以是紀而歲功成,月以是紀而朔望定,晝夜以是紀而時日分,東西南北以是紀而方向不惑.炎帝燧人氏作冰鑑(卽丙鑑),取火於日影.黃帝(耶紀前2697—2596)作指南針以定地平方向.顓頊高陽氏(耶紀前2513—2434)作玉衡璇璣(乃測角器也,衡以察經璣以察緯)測物體之經緯定其位置而曆法漸進.堯(耶紀前2357—2254)依中星推日躔,分四時,定歲實.舜(耶紀前2255—2204)在璇璣玉衡以齊七政.則又集往聖之大成,而使推步日月五星行動之法至此而漸備矣.分節氣、置閏月、定章(19年爲一章內有235整月冬至與合朔復齊)蔀紀等法,以使冬至合朔月首及紀日皆納於周期.曆法至此漸完善矣.至周(約耶紀前1124年)而知冬至日躔女宿繼改至牽牛.至漢武帝元封七年(耶紀前104)因司馬遷等之言,實測天

象,改冬至日躔建星(斗牛之間),是已知歲差矣.至於恆星則周末甘石巫咸三家所著星圖已有二百八十三官,一千四百六十四星.是中國天文推測之學之昌盛,比較言之爲尤古也.至周公商高(耶紀前 1095)之作周髀算經,乃述伏羲測天度數之法也.其圓方勾股之規,推測分合之用,莫不與今法相爲表裏.可見中國之有幾何學遠在希臘之白沙高拉斯、尤克里德之前也.蓋三代盛時,聲教四訖.周末疇人子弟失官分散,亦有遠投異地者.秦火以還,中原之典章既多缺佚,而海外之支流反因以得昌盛也.

埃及於耶紀前2180年(夏太康八年)築金字塔以測極星.沙爾(Thales)(耶紀前 640—546 周襄王至景王時)米里杜(Miletus)人也.遊埃及歸創立,伊昂尼安(Ionian)天文學校(有謂此校係巴比倫人創立沙爾乃其學生之一也).教地圓、黃道斜度、日月食諸理.或者以其爲始定歲實之人.安那西滿德(Anaximanter)(耶紀前611—545)沙爾之學生也.始作地圖及日表(即甲表).白沙高拉斯(Pythagoras)(耶紀前569—470)遊埃及加勒底(Chaldea)亞洲回至希西里(Sicily)而創天文哲學學校.敎地自轉、公轉及慧星與行星皆繞日諸說.並首言金星爲各時晨昏之星.又創勾方加股方等於弦方之法.麥冬(Meton)(耶紀前465—385)始創19年一章之說.愛拉透愼斯(Eratosthenes)(耶紀前275—194)始作475大星星錄.由測兩地緯度較以定地球大小而得名.依巴谷(Hipparchus)(耶紀前190—120)爲亞力山大里亞古之大天文家.追步尤克立德(Euclid)(耶紀前330—275)而創弧三角學.首以經緯度定星之位置.對於推步日月五星之行動及歲差,均有重大之供獻.作有1080星之恆星錄.多祿某(Ptolemy)(耶紀後100—170)繼武依巴谷之學業而求其精詳,此皆埃及

學派著名之天文家也.至於印度、加勒底及巴比倫,則二千五百年前已知北極繞黃極約25850年西行一周.能以沙羅周期(Saros)法預推日月食,是其天文學之造詣皆已甚深矣.

歐洲自十五世紀始有知名之天文家.考白尼(Copernicus)(耶紀1473—1543)創太陽系日心理.第谷(Tycho Brahe),(耶紀1546—1601)那威人,及其學生刻白爾(Kepler)(耶紀1571—1630)尤爲知名.刻白爾且立行星行動三定律,而考白尼之說始爲定論.葛立老(Galileo)(耶紀1564—1642)義大利人,首以望遠鏡測天,而發見木星之衞星,土星光環,太陽黑斑.牛頓(Newton)(耶紀1642—1727)創攝力定律及行動三定律,爲刻白爾三定律所以然之理,尤爲天文學力學之一大功臣.其利用幾何學至爲巧妙.此皆歐西古之天文家也.

考之已往,謂中國、埃及、印度、迦勒底及巴比倫等爲最先發明天文學理者,似無大錯誤.其後此道中衰,遂讓歐西專美於後.然當文化初開之際,出其大智大慧,首創大法而開後世追求之途徑,其經歷之艱苦,其成功之偉大,殊非後人所能及也.

現今科學昌明,自然之事理幾皆闡明無遺.化學講明物質之形狀及物質所經之變化.物理則推定物體之行動.然其所立定律固皆本於所見之現象也.化學雖專論物質之變化,物理專論能力之變化,然二者亦彼此相關.自物理化學(Physical Chemistry)出,再書$C+2O=CO_2$,而不改爲$C+2O=CO_2+970$卡洛里(Calories),則爲不通矣.蓋物質一經變化,必生有能力變化也.能力現分爲五種,即動勢能力(Kinetic energy)、熱能力(Heat energy)、電能力(Electric energy)、蓄勢能力(Potential energy)及化學能力(Chemical energy)是也.此五種能力可互相變化,而皆與物質有關.物質之情狀即以其具有何種能力之量而定之.前四種能

力皆可分為兩個因子.動勢能力為 $M\frac{V^2}{2}$,M 為物體之質量,V 為其速度.熱能力之二因子為 t 及 s,t 為物質溫度,s 為其比熱.電能力為 e 及 q,e 為電動力,q 為電量.蓄勢能力為 fs,f 為意在變情狀之力,s 為變情狀時所經之距離.惟化學能力現不能分為如此之因子.

物質質量能力不變之三定律 (Laws of conservation) 已成為舉世所公認者.而陶木森 (Thomson) 證明受電物體之質量可因使其行動而生變異,物體行動愈速質量則愈大.是質量不變之律須別作說法矣.因之質量分為靜質量動質量之二部分.昔之解釋射散作用為原子之振動,如鐘之被擊而發聲然,動止則射散作用停止.今則且謂原子發施射散作用部分之質量因之而遺失.故熱及光均含質粒而有重量.原子本為不可破者,何以其質量能因射散而遺失.蓋物理家實驗之結果,證明原子由一微小之中核 (Nucleus) 及其周圍多數繞行含負電之電子 (Electrons) 配合而成.凡原子之電子其重量及電量皆等.中核重量幾為全原子之重量,約為其周圍電子重量三、四千倍,且只含正電,其量足以中和其一切電子之負電,故原子為中性.其電子繞中核旋轉如行星之繞日,此其所以得在原子中成平衡而無吸併及飛脫之虞也.原子所含之電子數名曰原子數 (Atomic number),隨原子種類而異.其含一至九十二電子之元素,除含八十五及八十七二者外,均已熟知矣.氫之原子乃一電子繞一中核所構成,為最簡單原子,故用作單位.氦 (Helium) 為二電子繞一中核之原子,其中核所含之正電雖為氫中核之二倍,而重量乃四倍之,其他原子之中核亦皆依其電子數而增其正電量及重量.至鈾 (Uranium) 之電子數為九十二,其中核之重為氫之二百三十八倍,是為現所知原子數最高中核最重之元素也.各種原子的

原子數皆約爲氫原子數之倍數,故百年前普洛德(Prout)各種元素均爲氫凝結而成之假說幾經顚踣又復中興矣.中核原亦謂爲不可再分者,而羅色佛(Rutherford)研究之結果,謂全宇宙之物質皆爲電子與質子(Protons)構成.每一質子只含正電,其量同於每一電子之負電,但其質量爲電子之一千八百四十七倍.質子與氫之中核相同.其他原子之中核皆爲電子與質子緊密結合而成.氦之中核乃四質子與二電子構成,故其重量四倍氫之中核,其電量爲氫中核之二倍也.近又有謂中核爲中子(Neutrons)及質子構成並不含有電子者.中子是不含電之物質,不爲其他質粒所吸拒,具極大之穿透力.主此說者,每謂一中核所含之質子數同於核外之電子數,其質子重量不足原子重量(Atomic wéight)之數適爲其所含之中子重量補足之.亦有謂中子爲一質子與一電子密結而成者.安德生(Anderson)又謂質子非物之基本質,實爲正子(Positrons)及中子合成.正子只含正電,其量同於質子,但其質量只同於電子.然亦有謂正子爲宇宙射線(Cosmic rays)所含之光子(Photons)於宇宙射線與中核撞擊時變化而成,非中核所固有者.總之原子之構成由於電子與質子,或復益之以中子及正子,除此而外復有所謂電磁能力者以資團結,前四者正如墻之有磚,而後者如其灰漿也.原子一經擾動,或由自然脫變,或由外物撞擊,乃發光熱之波動,其基本物質因而分裂得以射出爲α光線(含正電)及β光線(含負電)之質粒,其能力得以遊離而爲γ光線或爲可見及不可見之射散也.此等學說實近日光大物理學,推翻昔日許多化學假說,並使人工改造原子(即增減其原質成分)之說有可能性者也.粗言之,此與中國五千年來一陰一陽之謂道,陰陽交泰萬物化生之舊說頗爲類似.

以太(Ether)者無所不至,無所不入,毫無阻礙,不惹感覺,爲傳遞光熱電磁波動之媒介物,爲行星所浮沉之大海也.然求之實驗竟無法證明其存在.卽使存在,亦不能證明其是靜是動.牛頓重力定律,行動定律,宇宙通用之學說也.近已因許多光電磁現象不能完全適合於牛頓定律,並因以太非絕對存在之物質,遂引起愛因斯坦(Einstein)之相對論,而理益精法益密矣.然1925年米勒(Miller)在威爾遜山(Mt. Wilson)竟能驗測以太之流動,是又顯然證明愛因斯坦之學說非絕對的無誤也.而依其理推水星,只能得其卑點每世紀前進43秒,較測得之574秒相差甚遠,益難徵信焉.

昔之學說謂天然之理可循一條道路追求.業至A境,必繼之以B境.而今之學說則不敢作如此斷語.而謂A境之後可繼之以B,或繼之以C,或D,或其他之境.不過B較C可能之成分多,C較D多,而已.至於究係何者相繼,非人所能預知也.語云學然後知不足.四百餘年來西人究心各種科學,時有進益.在二百年前,其說已具體而微.至十九世紀初,卽燦然可觀.近五十年所造愈精.乃學愈精而心愈虛,豈非亦有不足之念耶.或者曰現今科學之應用雖頗驚人,而其定律皆根據假象,不過自完其說,於眞理尙未得到也.其言雖近於謔,然宇宙之事神祕難測,現今科學理論不乏缺陷之處.至於宇宙之如何而誕生,如何而進行,如何而歸終,統無可成立之學說.而達爾文之進化論及地質學之諸假說,亦皆有推敲之餘地.凡事愈研究愈顯光明.旣知舊說之不可過泥,亦當知新說之不可驟信.前日之是,卽成今日之非,今日之是,又安知不成後日之非.學者應自勉.宇宙眞理之闡發,尙有待於來者也.

余向在學校時,卽有志研究天文.凡有關書籍,無間新舊,遇

必購之.及負笈新大陸,雖學機械工程,而對於天文學仍嘗致力焉.回國後供職於本溪湖煤鐵公司,津浦鐵路,濟南機廠,擔任技術,責重事繁,遂無暇研究學術.民國十二年春調長四洮.嗣復兼長洮昂.緣四洮路係借日款建築.到任伊始,即知外債逼累,事機艱危.屢思籌謀清理,心力交瘁,竟未如願.洮昂路由余開辦,慘澹經營,尤費苦心.十七年冬轉職東北交通委員會,代理會務二年之久.對於東北鐵路內而行政,外而交涉,均曾擬有具體計劃及解決步驟.意在暗中轉化,或使形勢緩和.奈爲環境所抑制,有志未伸,徒呼負負.遂至心緒不佳,凡事悲觀.至二十年春果患穿孔盲腸炎危症.當經滿鐵醫院割治.病中南滿鐵路木村理事,入江所長,數次來院慰問,意欲有所商洽.惜權不我假,有辜來意,亦惟相與徒喚奈何而已.凡六閱月,瘡口甫合,即逢九一八事變.余乃避居津埠,交委會亦移北平.時勢變遷,會務清簡.乃於退食之暇,復起研究學術之念.古既以天文爲百政之首,余即以此爲著作發軔之初.本年四月交委會裁撤.余既無職守,又值宿疾告痊,因得專心致力以竟其功.後此倘有餘暇,更必從事其他著作.惟東望遼天,河山變色,內憂外患相逼而來,不過藉有限之筆墨以消磨無聊之歲月而已.著作云乎哉,至詞旨之荒謬,見解之錯誤,在所不免,尚望海內賢達有以教正之,實所盼禱焉.

中華民國二十二年十二月三日瀋陽介卿盧景貴識於天津義租界西交界路二十五號寓次

例　言

本書係合編性質,將實用天文學、弧三角天文學、理論天文學及天體力學、物理天文學以及宇宙創造學彙於一書,並新舊兼收.

本書多取材下述諸書:

Young's General Astronomy,

Todd's A New Astronomy,

Moulton's An Introduction to Celestial Mechanics,

Hosmer's Practical Astronomy,

Jean's The Universe Around us,

Chauvenet's Spherical and Practical Astronomy,

Stratton's Astronomical Physics,

Herschel's Outline of Astronomy.

(根據李善蘭譯本,舊譯天文書此為佳本之一,間有錯誤處,據所知者改正之.)

英美天文曆書,

中國天文年曆,

科學大綱第一冊,

常福元中西恆星對照表,

圖書集成曆象部彙編.

對諸著者統此致謝.

本書起稿時教育部天文學名詞及物理學名詞尚未公佈,故所用名詞有不與之相合者,然為數甚少,且亦大同小異.例如軌道之 Anomaly, 部定者為近點角,本書則為卑點角,而本書論卑點時並有卑點亦曰近點,是二名於意實無差別也.

本書所用名詞時有不統一之嫌,然借此亦可多知些名詞,俾得易讀舊作之書.例如赤緯圈亦日距等圈,光譜亦日彩色帶,偏心率亦曰兩心差,回歸年亦曰太陽年,會合周亦曰太陽周,衞星亦曰月,黃赤斜角亦曰黃赤大距,等等皆是也.

本書所言天體之經緯,除特爲註明所當之年者外,皆係1900年之位置.

本書於方程式時常簡稱方式,乘冪皆稱爲次方數,恐有誤解,特爲說明.又人地名之譯音有前後用字不同者,讀者諒之.

本書度量衡多用英美制,書末備有與公用制轉變之相互等數.

本書之出版,多蒙中華書局執事諸公之熱心贊助,並指示稿中錯誤之處,因得以改正,謹表謝忱.

高等天文學

上　冊

目　錄

高等天文學

上　册

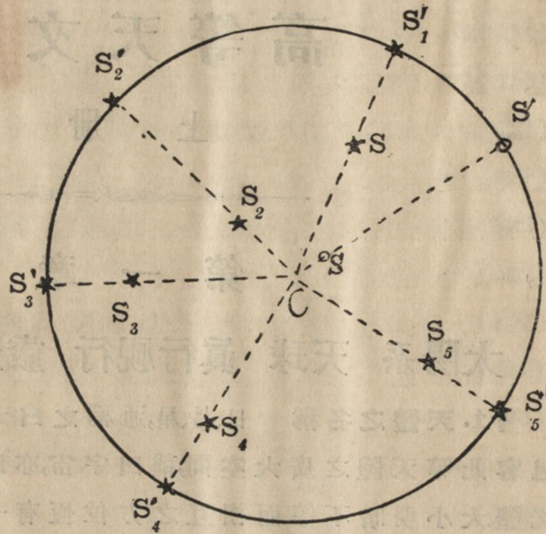
第一章

太陽系　天球　眞行視行　歲差章動光行差

§1. 天體之名稱　日、月、星,通稱之曰天體(Celestial bodies).包容此等天體之廣大空間,稱曰宇宙,亦曰太虛.天空中有無數光體,大小明暗不等,而相互之方位恆有一定,永不變亂,稱曰恆星(Fixed star).然其中亦多有遲遲行動者,非精測久測不能覺也.其時時行動異於恆星者,稱曰行星(Planet),稱曰衞星(Satellite).行星繞恆星而行,衞星繞行星而行.日(Sun)爲衆恆星中之一.其行星之大者有八.依距日遠近之次第數之,曰水星(Mercury),亦曰辰星;曰金星(Venus),亦曰太白;曰地球(Earth);曰火星(Mars),亦曰熒惑;曰木星(Jupiter),亦曰歲星;曰土星(Saturn),亦曰鎭星;曰天王星(Uramus,亦曰Herschel);曰海王星(Neptune).八大行星各率其衞星,循一定之軌道,繞日運行,成一系統,曰太陽系(Solar system).其水金火木土五星,古稱五緯星.月(Moon)爲地球之衞星.日月合五緯星,古稱曰七政.恆星多有簇聚一處者,稱曰星團(Star cluster).星團之無星可分僅如一團白霧者,稱曰星雲(Nebulæ).此外有一種星,行速甚大,恆隱而忽見,光或甚鉅,異於常星者,稱曰彗星(Comet).其形狀功用雖至今日仍未能深悉.又有星於晴宵突現天空,疾馳而沒者,稱曰流星(Shooting star),亦

曰賊星,亦曰奔星.其被引而墜地者,是曰隕星,亦曰隕石、隕鐵.

§2. 天球　測天家為便於定諸星之方位計,乃虛擬一無窮大之球,視諸天體皆居於此球之面而名其球曰天球(Celestial sphere).其半徑無窮長.地心及測者之目均可作球之心,蓋因球半徑既為無窮長,則人目至地心之距離為數微小可不計也.由人目至天體虛引一線,延長之使其穿過天球面,該線穿球面處,卽該天體在天球面上之位置,名曰視位(Apparent position).例如第一圖,S 在球面之視位為 S',S_1 之視位在 S'_1,S_2 之視位在 S'_2,餘類推.由球心至 S'、S'_1、S'_2、……等處之距離,乃假定為無窮長.有此虛構之天球,凡問題之含有諸點間之角距離,及通過球心諸平面間所夾之角者,均可用弧三角公式以解之.晴夜無雲,吾人仰觀諸星,見其無限高遠,一若去我之距離皆相等者,故謂其同在一球面之上,實正合吾人之所視也.



第一圖　天球上視位圖

天球之半徑既是無窮長,則同一系之平行線,當然在天球面上俱同穿一點.而在有限距離內之平行面,亦當然在同一圈內切過天球.此固應時記於心,否則作圖象天時,微分之差,易成莫大之錯;吾人並應習知天球形象,由球外視球,由球內視球,均

應演習有素.最好備一小球,時時習之,於解算球面之問題,有裨多矣.惟實測天體,則必須自球內一點屬目也.

視天與視地面不同.僅論天之一小分,與地面同,若測天之大分,或測全天球,則與地面不同.地面視法,只有一個視點,乃作圖畫之心.畫心至人目之線,正交畫面為一點;餘直線顯於畫面仍為直線.天之視法,各點皆為畫心.畫心至人目之線為天球之半徑.任作若干平行線,方向不論,皆視合於球之相對二點.通常只用其一點,名曰合點;餘一點不用.天球上無論何點,從地望之皆為本點上半徑平行諸線之合點,其對面之點為餘一合點.而凡球之大圈為本圈平行諸面之合線,因此理初學似頗費解,故再言之.

凡雲開微隙,日光漏入成直線數條.此諸線從天空之最遠處來,可作平行線論,成天球之大圈,有二合點,一在日,一在日對面之點.在日之點平地可見,而對面之點必登高山;當日初或將入時,見此諸線發於東漸斂於西,或發於西漸斂於東,成對面合點也.又北極光亦曰北曉,俗名天開眼,或云是電氣光,其光成諸直線,皆與指南針平行.視之向地平漸斂,若合於針所指之點.其上皆如天球之大圈,而合於對面之點.又立冬後四五兩夜,諸奔星之方向,若引長之可彙於一點;故諸奔星大約方向平行.觀此諸事,前條之理自明.準此則南北二極為地軸諸平行線之合點.頂底二點,為地平面垂線諸平行線之合點也.天赤道為地赤道諸平行面之合線.天球之地平界為眞地平面諸平行面之合線也.

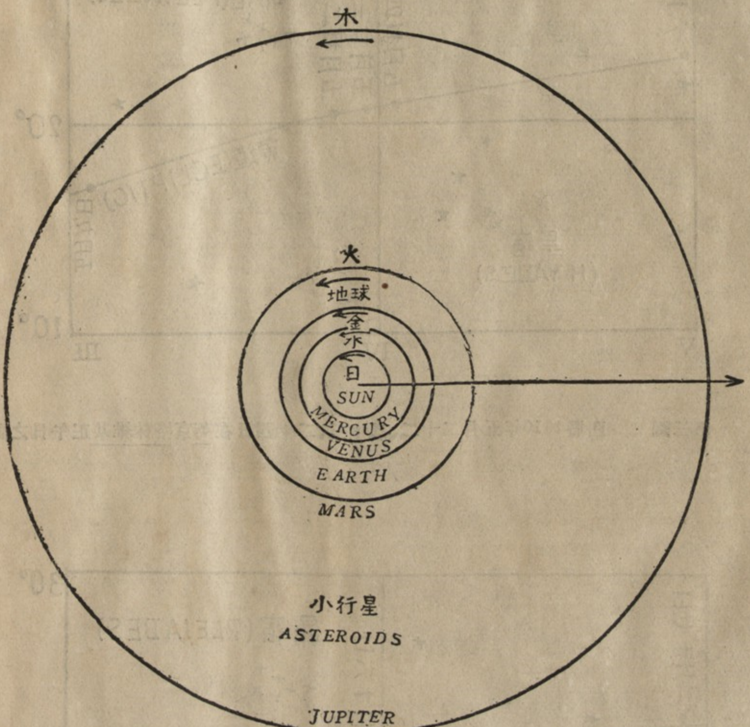
§3. 天球上視行　吾人仰觀天星,目注移時,見天星升自東而漸向西沒,其行徑為圈之弧.如在北半球面北立,見諸星所行之圓圈皆向天上一點斂集.此點即諸圈之心,名之曰極.因其在

北,故曰北極.苟有一星正當此點,卽無視行.星行之圈旣均歸心於極,換言之,則整個天球必可視作繞軸而轉矣.此天球旋轉之視行,實原於地球繞軸自西而東旋轉,與天星之視行正反其方向也.

§4. **行星之行動** 苟人立於天外,向南注視太陽系當見諸行星(地球在內)各循橢圓軌道繞日而行,反於錶針之方向,謂之曰左手轉,簡曰左轉,亦曰左行.又見地球繞其軸自轉,一日一周,其方向亦與錶針相反.月繞地而轉,其方向亦是左行.行星之軌道幾近於圓,而月道則差較大.凡此所見皆各星之眞行也,亦曰實行(Actual motion).有此眞行乃生如下之視行,卽天球帶諸星曜(恆星日月行星)繞地軸順錶針方向旋轉一日一周天.換言之,卽諸星曜隨天球繞地軸右行一日一周天是也.諸星曜每日旋轉所畫之圈,名曰逐日周圈(Diurnal circle).我國古書每言天左旋,日月右行.其不同處,在所取以爲準之方向異也.或者古人視天恆向北極,故其所謂左右與今之自天外向南注視所取之左右正相反也.若以天球之軸爲北,則面球而立恆向北,故右手恆指東,是東行爲右轉,西行爲左轉,以古人之言爲理長也.本書所言之左右轉行仍從今說,以取一致.

天空諸星有動甚微,一若固定於球面者,而太陽系中諸星則勤變其視位,是以有恆星行星之分.日視爲向東緩行,約一日一度,約一年繞地一周.月亦東行而較速,約每小時行等於其徑之長,而一太陰月(Lunar month)一周.第二圖示行星繞日之左旋.第三圖示日當其行經金牛宿(Taurus)時每日之行動.第四圖爲月每日之行動.吾人須知月之東行,實行也,非如日之東行,僅爲視行也.日之視行實因吾人所居之地球循軌道繞日左行,一年一周,一日約行一度也.行星之東行實爲行星之繞日眞行合

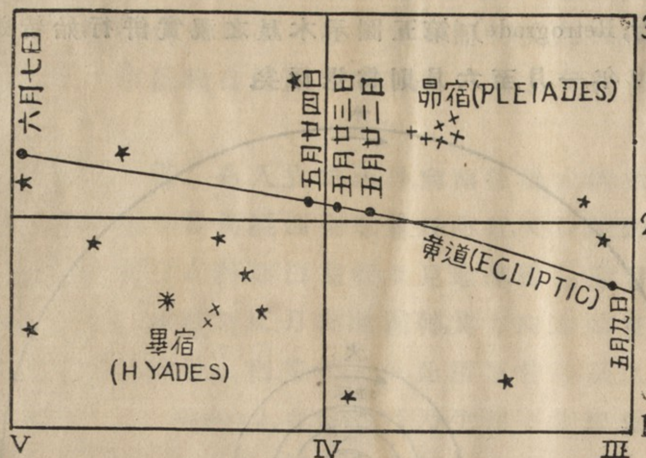
因地球繞日而生之視行,相併之行動.故雖實東行而有時西行(卽退行,Retrograde).第五圖示木星之視實併行,始皆進行,在耶紀1910年一月至六月,則爲退行矣.



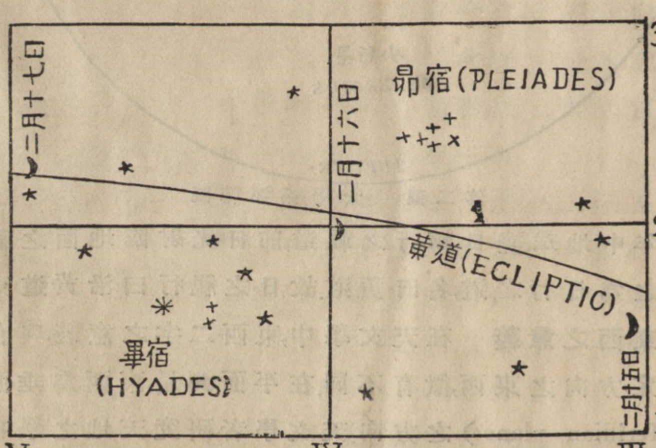
第二圖　太陽系運轉圖

一年中地球繞日轉行之軌道,卽日光射臨地面之視道,吾人遂謂之爲日行之道,名曰黃道.故日之視行,曰沿黃道東行也.

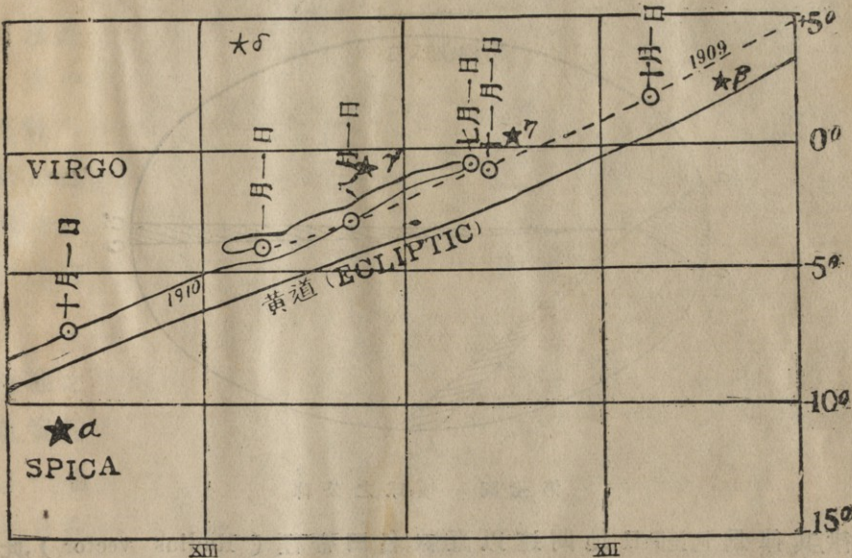
§5. 東西之意義　在天文學中,東西二字之意義,與在一平面內指定方向之東西,微有不同.在平面測量,東西爲垂直於子午面(Meridian plane)之方向.天文學者,研究天地之學也.天地皆作球形,於理方能貫通.既爲球形,則東西無定所矣.試一人立於英國格林維基(Greenwich,通認之標準子午線處),一人立於



第三圖　西曆1910年五月二十二、二十三、二十四日在英京格林維基正午日之視位

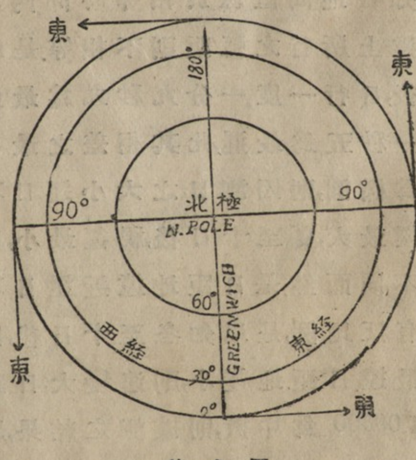


第四圖　西曆1910年二月十六、十七日下午二點時月之視位



第五圖　1909年十月至1910年十月間木星之視程

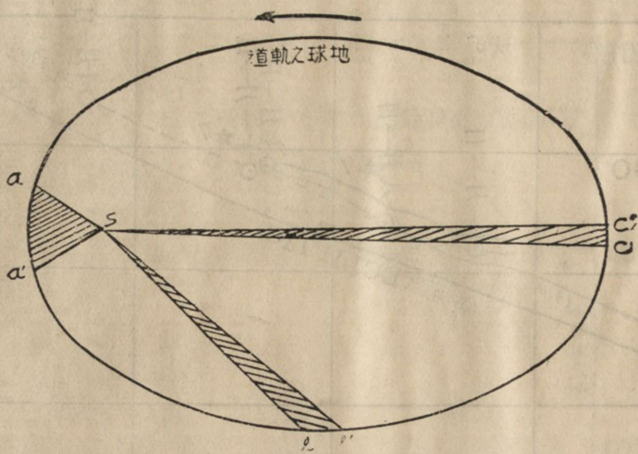
相隔 180 度處,雖所指之天方向相反,而所指皆東也.如第六圖,四點之箭頭俱指東方,是以知天文學東西之意義,乃旋轉之方向也.



第 六 圖

§6. 地球軌道運行及四季

地球循其軌道,繞日東行,一年一周.其軌道爲幾近於平面之橢圓,日乃居其焦點之一.地球受重力之吸引,乃得保持其所在不離軌道.其去日既有時而遠,有時而近,其運行之速度必有遲速之不同,方得調和重力之平衡,而遵軌道以行.軌道既有規律,其速度亦可納之於

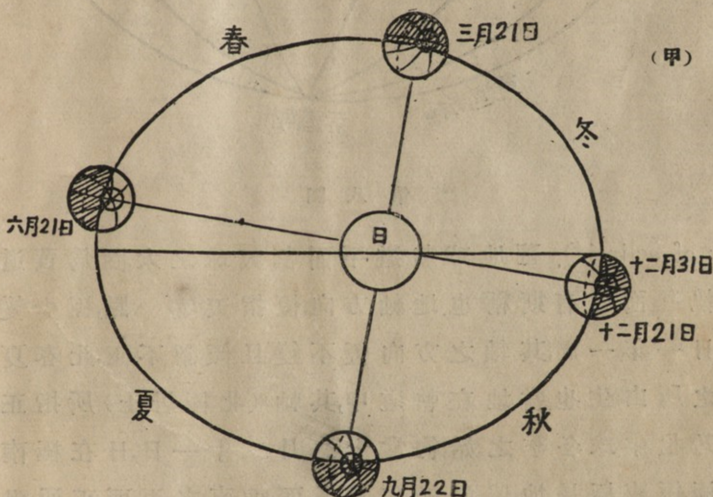


第七圖　地球之公轉

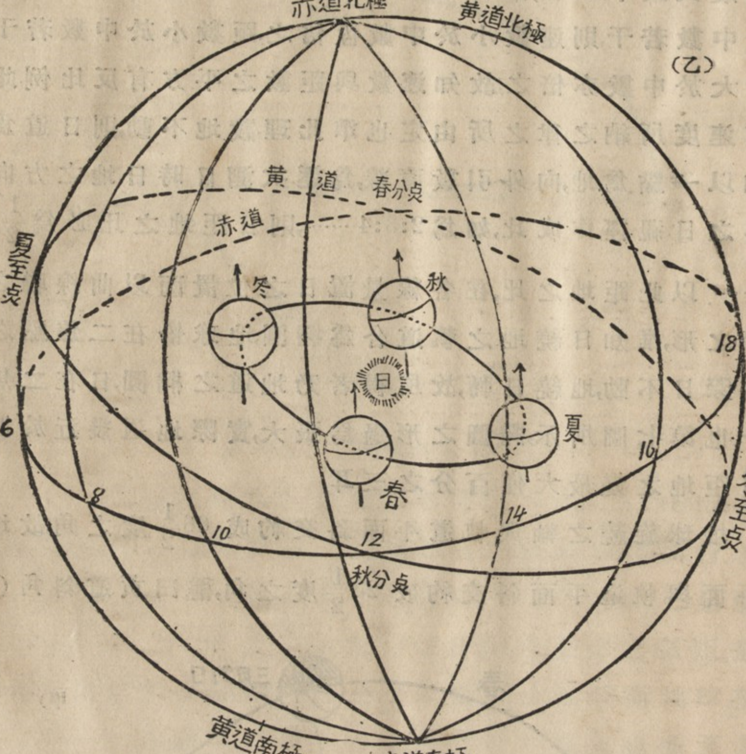
律.其律爲何?即日地間連以直線,名曰帶徑（Radius vector）,此直線經相等之時間,行相等之面積,換言之,卽此帶徑所行之時與所過之面積,恆有比例是也.如第七圖,asa'、bsb'、csc',三扇形面積均相等.其aa'、bb'、cc'弧乃地於相等日數內所行之弧距.是以知日地間直線於相等時間內所行之面積亦相等,而地球在軌道上所行之弧距則不相等.是地之速度時有變異也.冬至十日後,日行一度一分九秒九爲最速,夏至十日後,日行五十七分十一秒五爲最遲,此其相差之最甚者也.試問何以知地球之軌道爲橢圓,則因測日之大小逐日不等,是以知之也.冬至十日後,視徑最大,夏至十日後,視徑最小,日體不能變大小,必因距地遠近不同而然.是日距地遠近逐日不等也.凡視物大小與相距遠近有反比例,是以知冬至十日後,日距地最近;夏至十日後,日距地最遠.日距地變小,則速變大;日距地變大,則速變小.如日距地以1.00000爲中數,則據測之結果,最大爲1.01679,最小爲0.98321.日行遲速以1.00000爲中數,則最大爲1.03386,最小爲0.96670.故日行

遲速最大最小之較,倍於日距地最大最小之較.累測之,凡距數大於中數若干,則速數小於中數恆倍之,距數小於中數若干,則速數大於中數亦倍之;故知速數與距數之平方有反比例此乃前言速度所納之律之所由定也準此理,設地不動,則日道爲橢圓,如以一點爲地,向外引數直線,爲逐次測日時日地之方向.以測得之日視徑作成比,如爲2:3:4……,則日距地之比必爲$\frac{1}{2}$:$\frac{1}{3}$:$\frac{1}{4}$…….以此距地之比,在各線量置日之位置而以曲線聯之.由曲線之形,推知日繞地之軌道合爲橢圓,地球恰在二焦點之一也.實際日不動,地繞日轉,故所得者乃地道之橢圓,日在二焦點之一也.第七圖所示,橢圓之形過爲張大,實際地道幾近於圓形,蓋日距地之變最大僅百分之三耳.

地球旋繞之軸與軌道平面斜交約成$66\frac{1}{2}$度之角;故地赤道平面與軌道平面斜交約成$23\frac{1}{2}$度之角,稱曰黃道斜角(Ob-



第八圖　四時

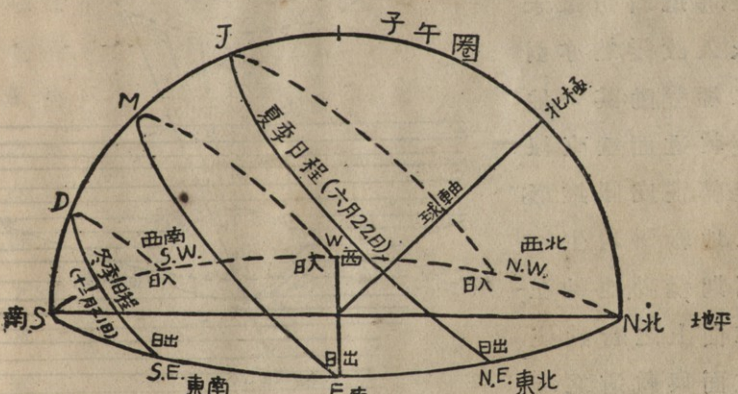


第八圖

liquity of ecliptic).蓋地球軌道平面割天球之大圈爲黃道,黃道面卽軌道面,故有斯稱也.地軸方向,恆指天空一點,極少變動.地球繞日一年一周,其軸之方向恆不變,且傾斜不正,此春夏秋冬四時之所由生也.當地在軌道中,其軸(北極居上)所指正背日,斯時乃北半球冬季之始,約當十二月二十一日,日在極南.斯時也,晝極短,夜極長,地球過軸與軌道面垂直之平面,正通過日心.十日後,地球行至橢圓長徑之一端,是爲最近日之處,名曰近日

點,亦曰卑點 (Perihelion).地在冬季雖較夏季爲近於日,然此無關於冷暖.冬季之所以冷者,在冬日晝短,日光且斜射地面也.約當六月二十二日,日在極北.斯正北半球夏季之始,晝極長,夜極短矣.過此不久,地球卽到軌道長徑之另一端,是爲距日最遠之處,名曰遠日點,亦曰高點(Aphelion).約當五月二十一日,日乃在地球赤道面內.斯時也,地球各處晝夜等長.九月二十二日,日又到地球赤道面內,地球各處再晝夜等長.此二時特名之曰分.冬季後,日自南向北行來時曰春分 (Vernal equinox). 夏季後,日自北向南行來時曰秋分(Autumnal equinox).在此二時,日心所在之視位名曰分點(Equinoctial points).前言冬夏啓始之時名曰至,在冬曰冬至 (Winter solstice),在夏曰夏至.

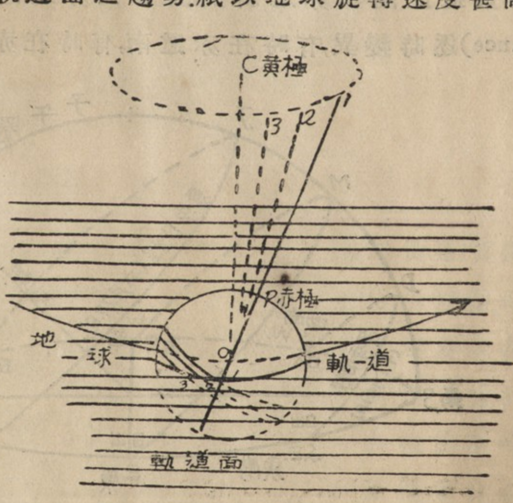
§7.四時中日之視位(日躔)　日爲恆星,其位不變.因地繞日左轉,遂視日若逐日東行.反言之,卽地不動,日繞地東行,逐日變其視位,一年繞地一周也.日視行之道,在天球爲一大圈,名曰黃道.此圈與赤道斜交,故日去赤道之角距離 (Angular distance)逐時變異,有時在赤道南,有時在赤道北.日旣東行,同時因



第九圖

地球自轉之故,復視若繞地轉行,一日一周.第九圖卽示四時中日之視位者也.半年行於赤道北,半年行於赤道南.約當六月二十二日,日在極北,北半球見日光之時多於半日(第九圖 J);十二月二十一日,日在極南,北半球見日光時少於半日(圖之 D).在此二極之間,日出入赤道南北.約當三月二十一日及九月二十二日,日正在赤道面內(圖之 M).故日之視行實爲螺旋狀之行動,既逐時漸增漸縮其去天極之角距,復同時繞地旋轉,一日一周.日之東行,其位置之變易,不有恆星之參照,無從考定.苟有全年測簿,記載每日日落時東方是何星宿出現,此當逐月不同,而至一年之末,初所見之星宿,乃再於日落時現於東方.是知日向東行在天作一大圈,至此已繞一周而成一年矣.

§8. 歲差及章動　地球之軸方向不變,前已言之.實則逐漸遲變,特非短期視察所能覺耳.蓋地爲扁圓體非純圓球也.其赤道周圍質量較圓球應有者爲多.此較多質量受日月之攝引,恆有使地球赤道面合於軌道面之趨勢.衹以地球旋轉速度甚高,反抗之力爲勢亦强.結果,赤道斜角雖未被永久改變,然亦引起二種變動:其一,地軸繞軌道面垂直線而旋轉,畫成圓錐形;其二,地軸斜角生一種周期變動.地軸在尖錐面上之行動,使赤道面與軌道之交線向西緩緩轉動,地



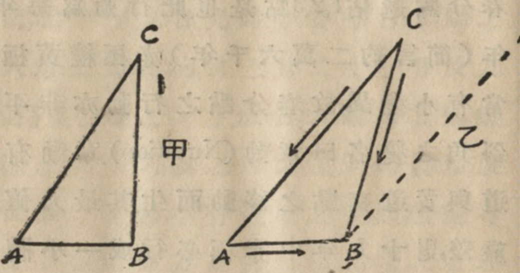
第一〇圖

軸(赤極)本身恆向春分點移動.遂致春分點在天球上漸向西行,而使日於每年春季早行過赤道,此現象名曰歲差(Precession of the equinoxes).如第一〇圖,赤極向西遞佔1,2,3位置,使春分點遞佔1,2,3點是也.此行動爲每年約西退50.2秒,約須25800年(簡言約二萬六千年),赤極繞黃極旋轉一周.生此歲差之力常有小變異,故春分點之行動亦非平速,仍有循環之變動.地軸斜角之變名曰章動(Nutation).章動有三種:一曰太陰章動,由月道與黃道交點之移動而生.其最大值爲9.2秒,十九年一周.若無歲差,則十九年中赤極必行成一小橢圓,長徑18.5秒,短徑13.74秒,長徑恆向黃極.一曰太陽章動,由於日之赤緯在一年中之變易而生.其值爲1.2秒,一年一周.一曰逐月章動,由於月之赤緯在每月中之變易而生.其值不過0.1秒.有此章動,故天空諸星十九年中與赤極必乍近乍遠,而分點在黃道必乍進乍退,諸星之黃赤經度必乍加乍減,赤極依此二動而行,故其道非正圓,亦非橢圓,實爲波紋之圈,於26000年中在全周上約有1400疊浪.天空諸星無論或動或靜,因此二動,其本赤道面及春分點所定之方位,均時時生變.恆星日月行星同有此二差之變動,而諸星相與之方位不變,其故舍地軸之動不能解之矣.

§9. 光行差　諸星又有光行差(Aberration).因地繞日旋行,諸星之光亦行,故吾人所見星之方向,實合二行而成者,非星之眞方向也.譬如無風時,人立雨中,雨直下着笠而不溼身.若疾行向前,則雨必着面,一若斜入笠下.如第一一圖甲,雨點以 CB 方向直下,若正當落下時人從 A 向 B 行,僅就此二動而論,則雨必以 CA 方向對該人落下.試依 CA 斜度持管前行,雨點可過管而不觸其壁.是雨雖直下,若人亦行,則雨對該人一若斜下也.吾人立於繞日轉行之地球,視星之方向恆生微差,其理與雨點之

斜行正同也.

光行差有二種:年差、日差是也.光行年差(Annual aberration)因地繞日轉行而生,盡人所見皆同.光行日差(Diurnal aberration)因地球每日繞軸自轉而生,人所見隨所在之處而異,蓋緣地面各點自轉之速度不同,在赤道者最速,而向兩極者則逐減也.



第一一圖

設 v 爲地球繞日之速度,V 爲光行之速度,若 CB 與 AB 成直角,則所差之角爲最大,此角度爲光行差之常數,約爲 20.5 秒,此可以下式求之:

$$\tan C=\frac{AB}{CB}=\frac{v}{V},$$

C 角卽星向所差之角也.

若 CB 不垂直於 AB,則因斜三角形二角之正弦比同於其對邊比,而有

$$\sin C=\frac{v}{V}\sin A.$$

用下式亦可求其概數,

$$\tan C=\sin C=\frac{v}{V}\sin B,$$

因 C 角極小,其正切與正弦約相等,A 與 B 和約爲二直角,$\sin A$ 約等於 $\sin B$ 也.

第二章

命名意義　標線法　天文三角形

§10. 用作基本之圈點　本立而道生.天道茫茫,不爲立本,不予以名,將何以定天體在天之方位而施推算.下所述者,乃天文學常用之名詞,用弧標線定天體在天球面之位置之所必需者也.

豎線 (Vertical line)　地球面上任一點處重力之方向線,是爲該點之豎線.此線直接由測量器之垂線定之,間接由水平器定之.

上天頂 (Zinith),下天頂 (Nadir).　任一點處之豎線,引長之使上穿天球於一點,該點名曰上天頂,亦曰天頂點(第一二圖 Z).此點最爲緊要,因其指明測者在地面上之位置也.豎線下穿天球之點,名曰下天頂,亦曰天底點(第一二圖 N').

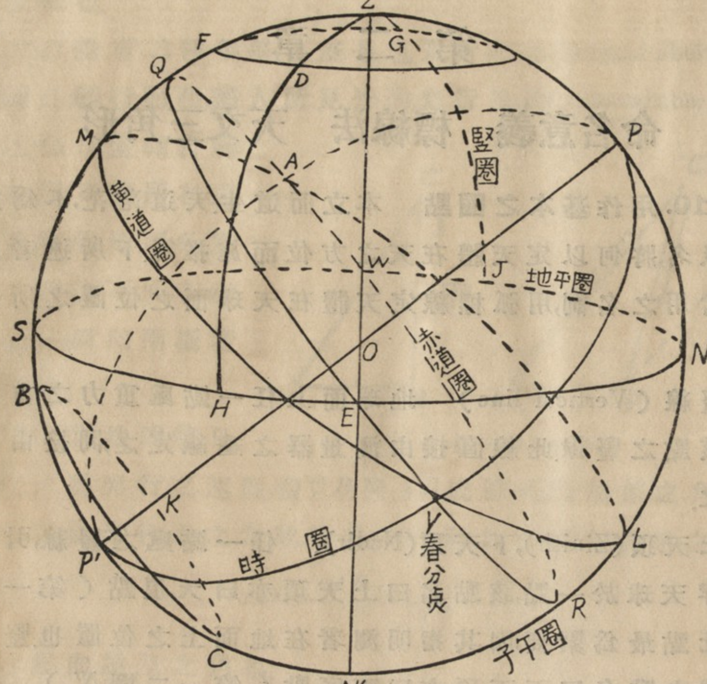
地平 (Horizon)　經過地心與豎線垂直之平面在天球上所切之大圈名曰地平(第一二圖 $NESW$).任何處之地平,去上下天頂俱各爲90度.經過測者與豎線垂直之平面與地平面割天球於同一大圈處,理見2節.

豎圈 (Vertical circle)　經過上下天頂之大圈曰豎圈.凡豎圈俱與地平垂直(第一二圖 HZJ).

地平緯圈 (Almucantars,或Parallels of altitude)　與地平平行而較小之圈,名曰地平緯圈(第一二圖 DFG).

極 (Poles)　引長地球自轉之軸穿天球於兩點,此兩點名曰天球兩極,亦曰南北赤極(第一二圖 P,P').

赤道 (Equator)　經過地心與地軸相垂之平面在天球上



第一二圖

所切之大圈,名曰赤道（第一二圖 $QWRE$）.赤道各處去兩極均各90度.經過測者與赤道面平行之平面,與赤道面割天球於同一之處,卽同在赤道也.

時圈(Hour circle) 經過南北二極之大圈,曰時圈,亦曰赤經圈（第一二圖 PVP'）.

六時圈(6-Hour circle) 乃其面垂直於子午面之時圈也.

赤緯圈(Paralles of declination) 平行於赤道面之小圈曰赤緯圈（第一二圖 BKC）,亦曰距等圈.

子午圈(Meridian) 經過天頂及兩極之大圈,名曰子午圈.此圈又是時圈,因其經過兩極也.又是豎圈,因其經過兩天頂也.

子午圈隨地而異,即各地有各地之子午圈.子午圈與地平圈交於南北二點(第一二圖 S 及 N 二點).子午圈之平面簡稱子午面,與該地地平面相交之線,名曰子午線,簡稱午線,平面測量中用以定地平圈之正南正北也.

卯酉圈(Prime vertical)　豎圈之平面垂直於子午面者,該豎圈曰卯酉圈(第一二圖 EZW).此圈與地平圈交於東西二點.自地平東點起,分卯酉圈爲十二等分,自東點轉下天頂,西點,上天頂,而復至東點,名曰人命豎十二宮.

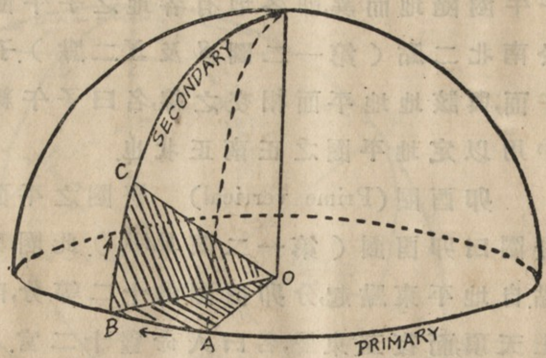
黃道(Ecliptic)　一歲中日心視行在天球上所畫之大圈,名曰黃道(第一二圖 $AMVL$).其平面卽地球軌道之平面,與赤道面斜交成23度27分之角,名曰黃道斜角(Obliquity of the ecliptic).天球上距黃道各90度之二點,名曰黃極(Poles of the ecliptic).

分點(Equinox)　黃道與赤道相交之二點,名曰分點.當日由南向北過赤道時所經之交點,名曰春分點(Vernal equinox),或稱曰白羊宮初點(First point of aries,第一二圖 V).日到此點時,約在三月二十一日.其日由北向南過赤道所經之交點,名曰秋分點(Autumnal equinox,第一二圖 A).過二分點及赤極之大圈爲二分點經圈.

至點(Solstice)　黃道上在二分點當中處之二點,名曰二至點.過黃赤極之大圈爲二至經圈.

黃道十二宮　自分點起東行,分黃道爲十二等分,曰黃道十二宮(12 Zodical signs).

§11. 弧標線(Spherical coordinates)　空間點之方向可以兩圓標線定之,此兩圓標線爲在圓球上相交成直角之兩大圈,沿兩圈之弧量其角距卽所以定點之方向也.如第一三圖爲本

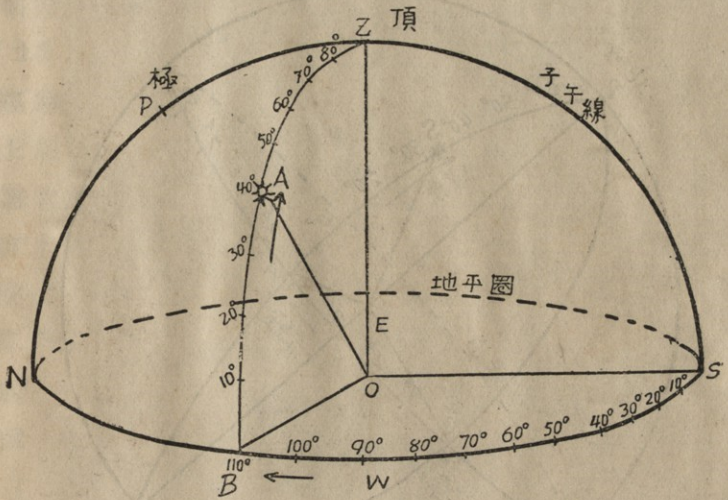


第一三圖

於平面 OAB 及 OA 直線定 C 點之所在,O 爲兩標線之原點.過 OC 作一 OBC 平面垂於 OAB 面,二面相交於 OB 線.則定 C 點之位置者爲 BOC 及 AOB 兩角,此兩角謂爲在球心之兩角,或謂爲 BC 及 AB 兩弧均可,此卽定點之位置之弧標線也.凡標線法有二大圈,一曰本圈 (Primary), 一與本圈相交成直角,曰次圈(Secondary), 標線卽沿此二圈量其角距.須知次圈爲數無窮而俱過本圈之兩極,從本圈起所量之線,乃係次圈之弧,名曰緯線,從次圈起在本圈上所量之弧,乃是經線.

§12. 地平標線法(Horizon system) 此法之標線,本圈爲地平,次圈則爲過兩天頂之豎圈.從地平起上沿過某點之豎圈而量之角距爲該點之標線之一,名曰地平緯度(Altitude),亦曰高弧,或曰高度.高度之餘角名曰天頂距度,卽點距天頂之度也.其他一線爲過點之豎圈與子午圈在地平上所離之角距,名曰地平經度(Azimuth).地平經度或從正南或從正北點起任向東西計之.普通則從正南點起順向西計,由 0 度至 360 度而一周.有時計離北極最近之星,則以從正北向東西計之較便,第一四圖 A 星之高度爲 BA, 地平經度爲 SB.

§13. 赤道標線法(Equator system) 此法之標線,赤道爲本圈,過兩極之時圈爲次圈.點之二標線,一爲從赤道起沿經過該點之時圈而量之角距,名曰赤緯度(Declination),赤道北者爲

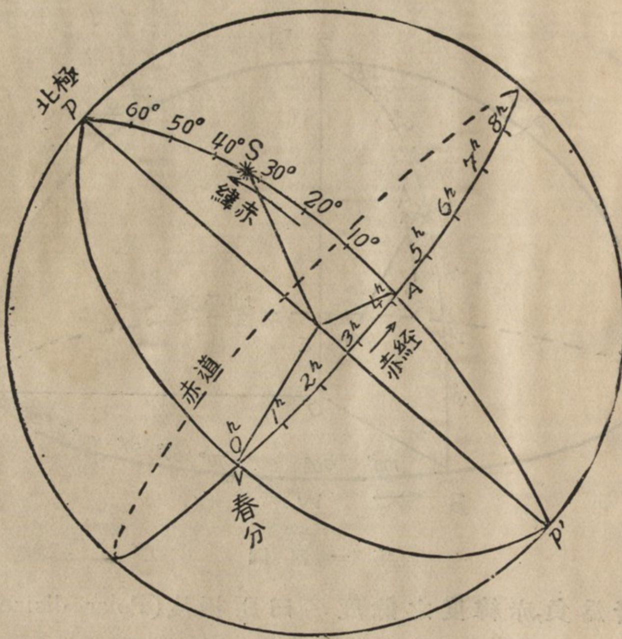


第一四圖

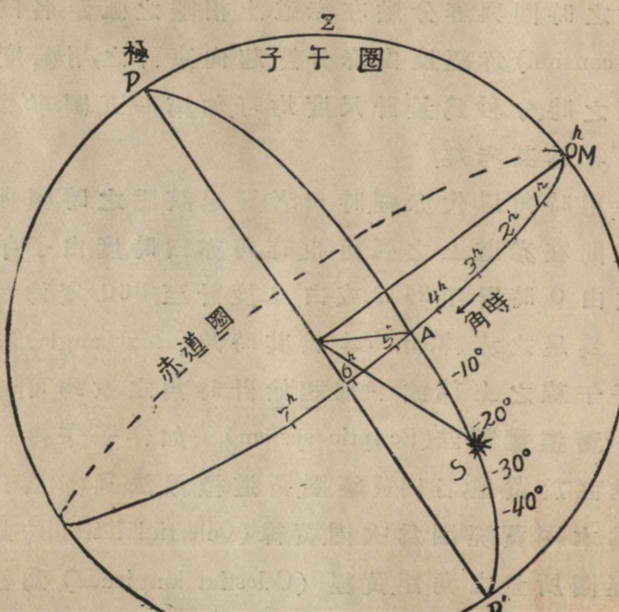
正,而南者爲負,赤緯度之餘度名曰距極度(Polar distance).一爲經過該點之時圈與春分點在赤道上相離之弧距,名曰赤經度(Right ascension),赤經度由春分點起向東計之,用弧度之度、分、秒或時間之時、分、秒爲量計尺度均可.如第一五圖,AS 爲 S 星之赤緯而 VA 爲其赤經.

有時用時角以代赤經.時角者,經過該點之時圈與測者本處子午線間在赤道上之弧距也.時角亦曰時度,由子午圈起西向計之,或由 0 時計至 24 時,或由 0 度計至 360 度均可.如第一六圖,AS 爲星之赤緯,而 MA 爲其時角(Hour angie).在量計時間則由子午線之上部或下部起始計時角之數均可.

§ **14. 黃道標線法**(Ecliptic system)　如作子午圈法,過黃極作大圈垂直於黃道,名曰黃經圈.黃道標線法與赤道標線法同,以黃道爲本圈,黃經圈爲次圈.黃緯(Celestial latitude)爲自黃道起沿黃經圈所量之角距.黃經(Celestial longitude)爲沿黃道自


北極
P
60°
50°
40°
S
30°
20°
10°
赤緯
0h
1h
2h
3h
4h
5h
6h
7h
8h
A
赤經
赤道
春分
P'

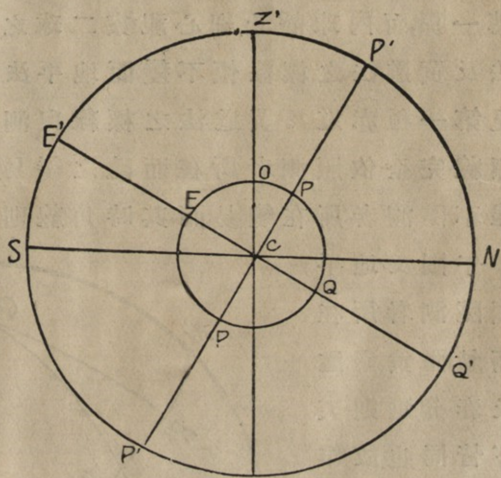
第一五圖


Z
極
P
子午圈
0h
M
1h
2h
3h
4h
5h
6h
7h
時角
A
赤道圈
-10°
-20°
S
-30°
-40°
P'

第一六圖

春分點向東所量之角距,惟黃經只能以度、分、秒爲量計之尺度.

§15. **測者本處之標線** 測者本處在地球上之位置,以其地球經緯度定之.地球緯度(Terrestrial latitude)爲測者本處在地球面上距赤道之角度,在赤道北曰北緯,在赤道南曰南緯,在天文學言之,即測者天頂之赤緯也.如第一七圖,O爲測者,EQ爲地球赤道,則EO爲地球上測者本處之緯度,Z爲測者本處之天頂,$E'Q'$爲天球赤道,故$E'Z$爲天球上之緯度而正與地球上之EO同度,並正爲測者天頂之赤緯.測者緯度之餘角,名曰天頂距極度(Co-latitude).測者本處之地球經度爲基本子午圈(格林維基子午圈)與測者本處子午圈交赤道二點間之弧距.其在天球上之經度爲兩時圈交赤道二點間之弧距,而此兩時圈之平面須即是地球上該兩子午圈之平面.



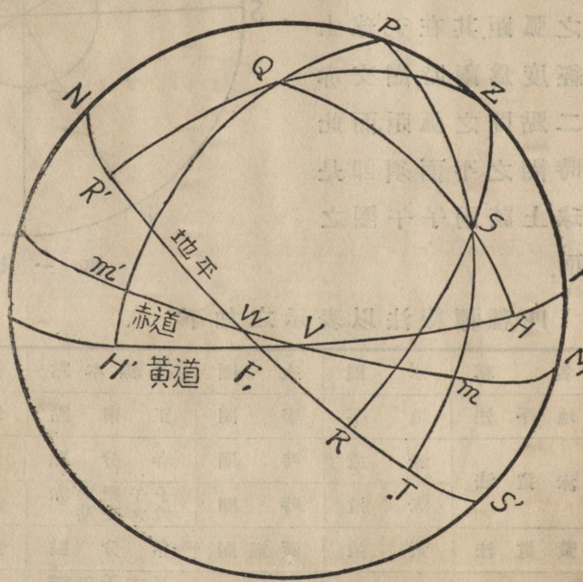
第一七圖

四種標線法以表示之如下:

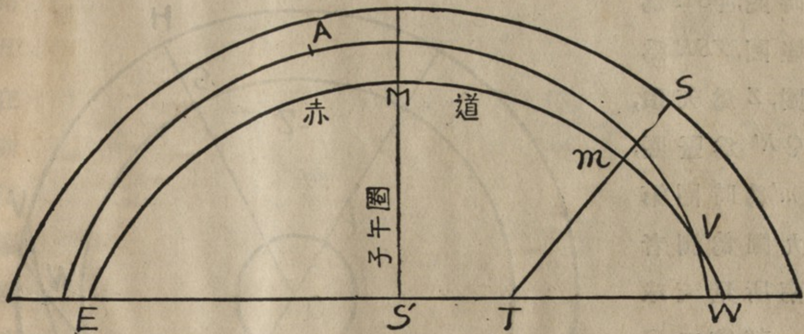
名稱	本圈	次圈	標線本點	第一標線	第二標線
地平法	地平	豎圈	正南點	地平緯	地平經
赤道法	赤道	時圈	春分點	赤緯	赤經
	赤道	時圈	子午圈與赤道之交點	赤緯	時角
黃道法	黃道	黃經圈	春分點	黃緯	黃經
經緯法	赤道	子午圈	基本子午圈交赤道之點	緯度	經度

曆家恆以本國都城之觀象臺爲基本子午圈,或曰原點子午圈(Primary meridian),如中國昔以北京子午圈爲原點,今則公認英國格林維基(Greenwich)爲原點矣.

§16. **各種標線法之關係** 研究天球上諸基本圈點,最好視天球爲內外兩球殼所組成.外球面帶有黃道、赤道、春分點、天球極、時圈、恆星、日、月及行星等,內球面上帶有天頂、地平、豎圈、地球極、赤道、時圈及子午圈等.蓋外球象天內球象地也.地球每日自轉,故使內球運轉而外球靜止.如以視行論,則令外球每日旋轉一周,而內球靜止.細心視察二球之動靜,則顯見第一種赤道法及黃道法之標線恆不變,而地平法之標線則不斷的變易.又見第一種赤道及黃道法之標線與測者所在無關,而地平法之標線完全依照測者所在而隨之變易.其第二種赤道法之赤緯線不隨測者所在變易,而其時角線則隨之而易.此卽因測者之子午圈及地平圈隨測者所在而易,而黃赤道及春分點則天下皆同也.故作星錄者皆採用赤經緯、黃經緯以定星之位置.但用器測天以量地平經緯爲簡易,赤經緯次之,故必爲之設法布算用以互



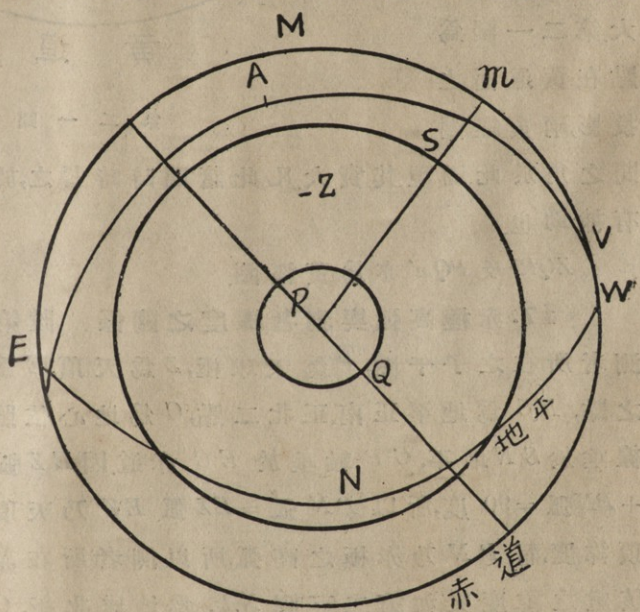
第一八圖



第一九圖

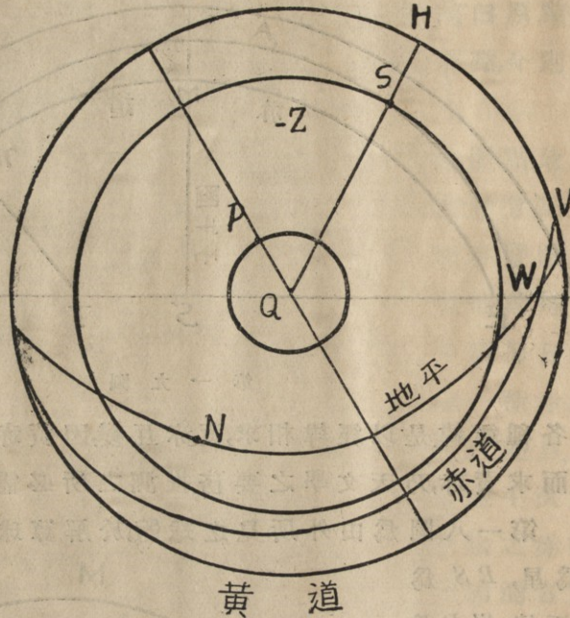
推各種經緯.是以經緯相求,黃赤互變,因黃赤而求地平,或因地平而求黃赤,乃天文學之要務推測之所必需也.

第一八圖爲由外所見之球體,於解算球三角題最爲適用 S 爲星, RS 爲地平緯, $S'R$ 爲地平經, Mm 爲時角, Vm 爲赤經, mS 爲赤緯, VH 爲黃經, HS 爲黃緯, $PZMS'$ 爲子午圈, P 爲赤極, Q 爲黃極, N 爲北, S' 爲南, W 爲西, NWS' 爲地平, $WVmM$ 爲赤道, VHF 爲黃道, PSm



第二〇圖

為時圈,QSH為黃經圈,ZSR為豎圈,Z為天頂,ZQR'為豎圈,PQm'為時圈.第一九圖為測者向南所見天球之一部.第二〇圖為諸點在赤道面上之投影,兩時圈間之角於此圖現其實大.第二一圖為點在黃道面之投影,兩黃經圈間之角於此圖現其實大.凡此諸圖時時習之,於天球之認識甚有補助也.

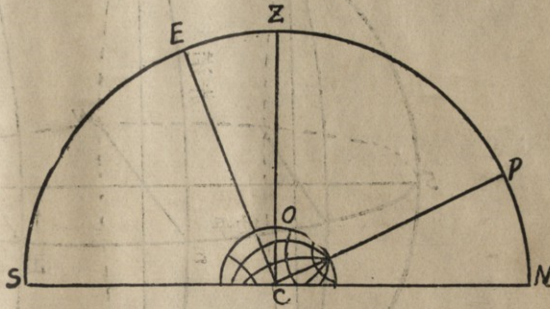


第二一圖

ZQR'及PQm'亦為黃經圈.

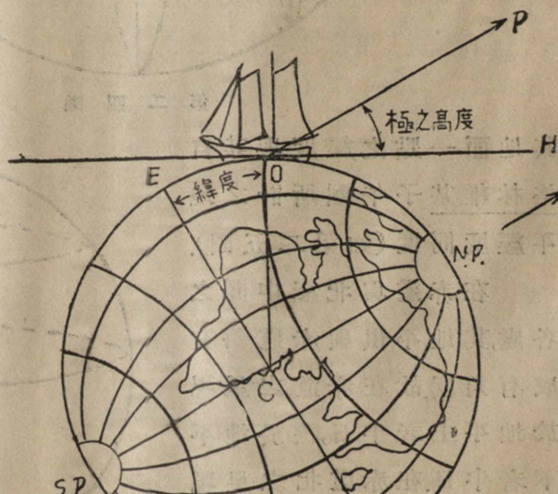
§17. 赤極高弧與測者緯度之關係 設第二二圖SZN為測者所在之子午圈,P為天球極,Z為天頂,E為赤道交子午圈之點,N,S為地平正南、正北二點,C為地心.依照定義,則CZ豎線垂於SN地平,CP軸垂於EC赤道.因EZ弧$+ZP$弧$=ZP$弧$+PN$弧$=90$度,所以PN弧$=EZ$弧.EZ乃天頂之赤緯,亦即天頂緯度,而PN乃赤極之高弧,所以測者所在赤極之高弧,等於該處之緯度.又如第二三圖$N.P.$為地球北極,OH為地平面,測者在O點,EQ為赤道,OP為平行於C-$N.P.$之直線,故二線同

指天球之極點.則測者本處緯度 ECO 角等於天球極之高弧 HOP' 角,固甚易見也.正在赤道之人視北極在地平正北點,南極在地平正南點.如向北走,則北極卽隨之而升,其高弧總是等於人所到處之緯度,同時則南極隨之落入地平下.如走至北極處,則天球北極正在天頂矣.



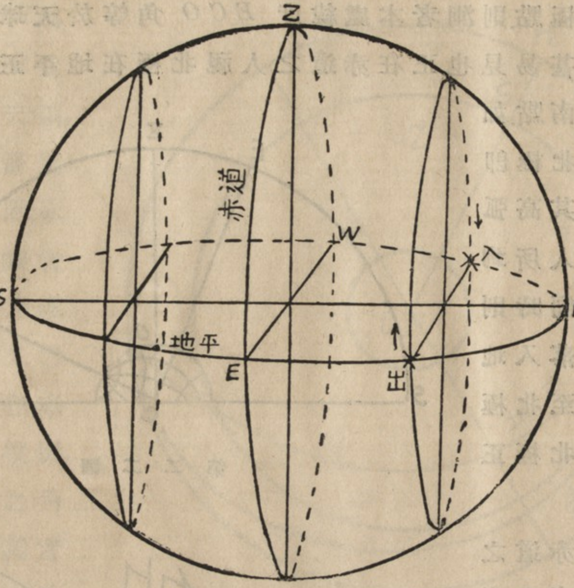
第二二圖

立在赤道之人,見諸星直升直落,而星旋轉一周在地平上者12時,在地平下者亦12時,兩半球之星每日皆得現於地平上(如第二四圖).



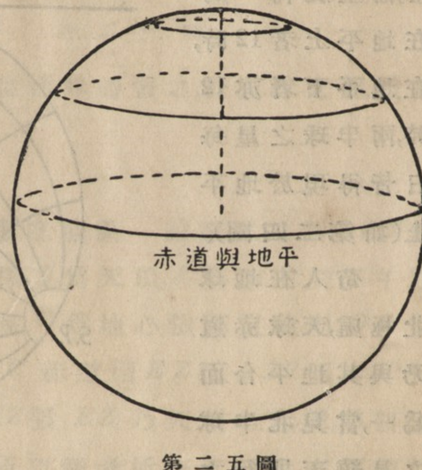
第二三圖

苟人在地球北極處,天球赤道乃與其地平合而爲一,當見北半球之星繞天所行之圈皆與地平平行,且諸星皆竟日出現,其高弧永不變,而南半球諸星則恆隱矣.在北極處無所謂北,而南則任指地平之何方矣.



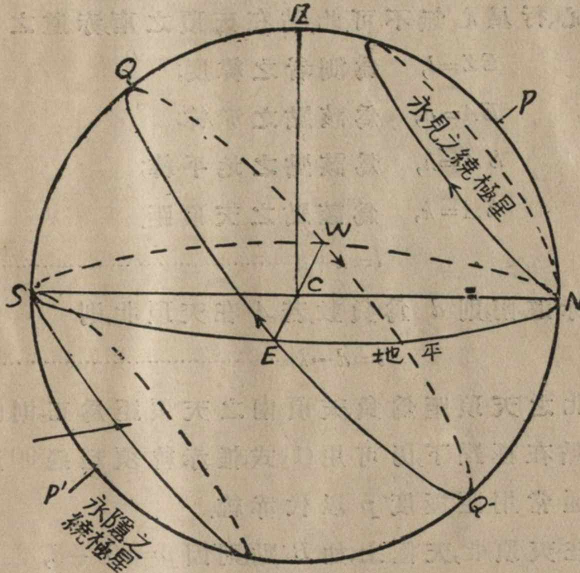
第二四圖

其地面一點之經度與其自格林維基子午圈所計之地平經度同度(如第二五圖).



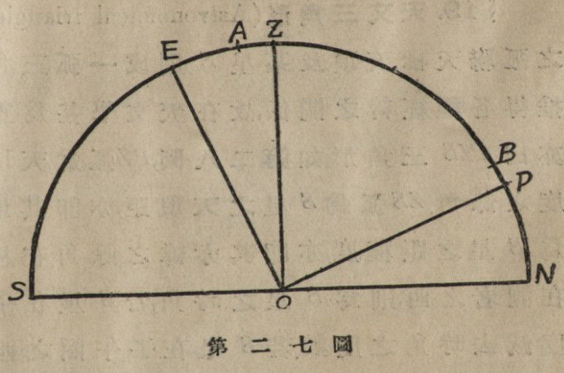
第二五圖

在赤道與北極中間之各處,其地平俱與赤道斜交成有角度.故在赤道之星現於地平上者半日,隱於地平下者半日.在赤道北之星現於地平上者多半日(指北半球人所見者),隱於地平下者少半日.而赤道南之星現於地平上者少半日.若星之距北極之角度小於所在處之緯度,則該星每日所行之全圈俱在地平上,故該星終日現於地平



第二六圖

上也.如此之星名曰繞極星 (Circumpolar stars). 南極之繞極星其南距極度小於人在處之緯度,故永不為該人所見也.若人在北極圈內(Arctic circle,北緯66度33分處為北極圈),則在夏至日,太陽為繞極星,當正午時太陽之高弧為最大,當夜半時,其高弧為最小,然仍在地平上,故有夜半太陽之稱.



第二七圖

§18. 測者本處緯度與其子午圈上某點之高弧及赤緯之關係 如第二七圖,A 為測者本處子午圈之一點,或為某星,或

爲日心、月心、行星心無不可.此點在天頂之南,赤道之北,故

$EZ=l$, 爲測者之緯度;

$EA=d$, 爲該點之赤緯;

$SA=h$, 爲該點之地平緯;

$ZA=k$, 爲該點之天頂距.

由圖可見 $l=k+d$ ……(1)

若 A 點在赤道南,則 d 爲負數.若 A 在天頂北,則

$l=d-k$ ……(2)

若以天頂北之天頂距爲負,天頂南之天頂距爲正,則(1)式均括之矣.若 A 點在極點下,仍可用(1)式,惟赤緯須超過90度計之耳.然在此例,通常用距極度 p 以代赤緯.

若點在天頂北,天極上,如 B 點,則因 $p=90°-d$,

故 $l=h-p$ ……(3)

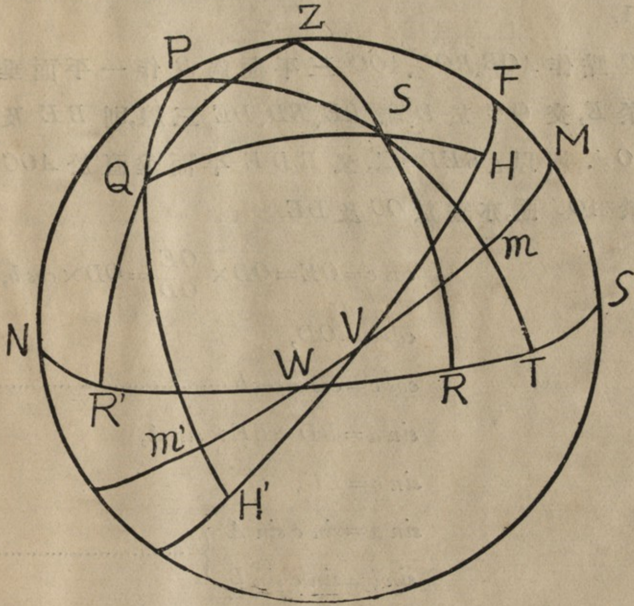
若 B 點在天極下,則

$l=h+p$ ……(4)

§19. 天文三角形(Astronomical triangle) 在天球上以大圈之弧聯天極、天頂及某星 S 則成一弧三角形,由此三角形可以推得各種經緯之關係,故在天文學甚爲重要,名曰天文三角形,亦曰 PZS 三角形.如第二八圖,PZ弧爲天頂距極度,亦卽測者緯度之餘角.ZS弧爲 S 星之天頂距,亦卽其地平緯之餘角.PS 弧爲 S 星之距極度,亦卽其赤緯之餘角.在極點 P 處之角若 S 星在測者之西,則爲 S 星之時角,若 S 星在子午圈之東,則爲 360 度減去時角之度數.若 S 星在子午圈之西則 Z 角爲 S 星自正北點計起之地平經度,若在東,則爲 360 度減去地平經之度數.其在 S 點之角名曰視差角(Parallactic angle).

在天球上以大圈之弧聯黃極、赤極及某星 S 則有 QPS 弧

三角形,可以互推黃赤經緯.

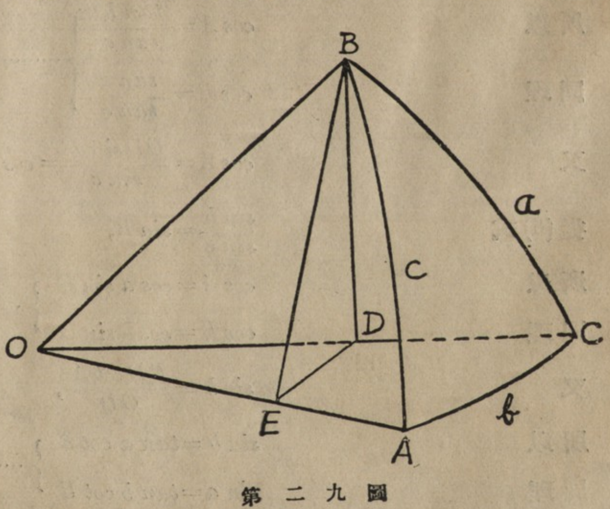


第二八圖

§20. 弧三角公式 上節所述之天文三角形,苟已知其三項,則他三項即可以弧三角公式算求之.茲略述弧三角之公式於下:

(一) 正角弧三角形

設 ABC 爲一正角弧三角形, A、B、C 爲其三角, a、b、c 爲其



第二九圖

所對之三邊.令 C 爲直角,其他皆令小於90度,O 爲球之心,其半徑等於 1.

過 O 點作 AOB、BOC、AOC 三平面.過 B 作一平面垂於 OA,交 OA 於 E,交 OC 於 D.聯 BE、BD、DE 三線,則 BE 及 DE 均垂直於 OA. 所以 $\angle BED=A$. 又 BDE 平面垂直於 AOC 面,所以 BD 垂於 AOC 面,亦垂於 OC 及 DE.

因 $$\cos c=OE=OD\times\frac{OE}{OD}=OD\times\cos b,$$

及 $$\cos a=OD,$$

所以 $$\cos c=\cos a\cos b \qquad\cdots\cdots(5)$$

因 $$\sin a=BD=BE\times\sin A,$$

及 $$\sin c=BE,$$

所以
同理 $$\left.\begin{aligned}\sin a&=\sin c\sin A\\ \sin b&=\sin c\sin B\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(6)$$

又 $$\cos A=\frac{DE}{BE}=\frac{OE\tan b}{OE\tan c},$$

所以
同理 $$\left.\begin{aligned}\cos A&=\frac{\tan b}{\tan c}\\ \cos B&=\frac{\tan a}{\tan c}\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(7)$$

又 $$\cos A=\frac{OD\sin a}{\sin c}=\cos a\frac{\sin b}{\sin c},$$

從(6)式 $$\frac{\sin b}{\sin c}=\sin B,$$

所以
同理 $$\left.\begin{aligned}\cos A&=\cos a\sin B\\ \cos B&=\cos b\sin B\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(8)$$

又 $$\sin b=\frac{BD\cot A}{OD},$$

所以
同理 $$\left.\begin{aligned}\sin b&=\tan a\cot A\\ \sin a&=\tan b\cot B\end{aligned}\right\}\qquad\cdots\cdots(9)$$

利用(8)式求得 $\cos a$ 及 $\cos b$ 之等值,代入(5)式,則有

$$\cot c = \cot A \cot B \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

求(7)、(8)、(9)式之第二公式,須由 A 點作一平面垂直於 OB. 其理與過 B 點作一平面垂直於 OA, 因以求得(7)、(8)、(9)之第一公式完全相同.

此六項公式足以解算正弧三角形矣.其各邊及各角除一直角外,雖大於90度,據理推之,得式與此同,故此六式實通用之式也.

(二)　斜弧三角形

設 ABC 爲一斜弧三角形,從 C 引一大圈之弧垂直於 AB, 交 AB 於 D 點.令 $CD=p$, $AD=n$, $BD=m$ 及 $\angle ACD=x$, $\angle BCD=y$, 則 BDC 及 ADC 爲正弧三角形矣.於是由(6)式,則有

$$\sin p = \sin a \sin B,$$

$$\sin p = \sin b \sin A;$$

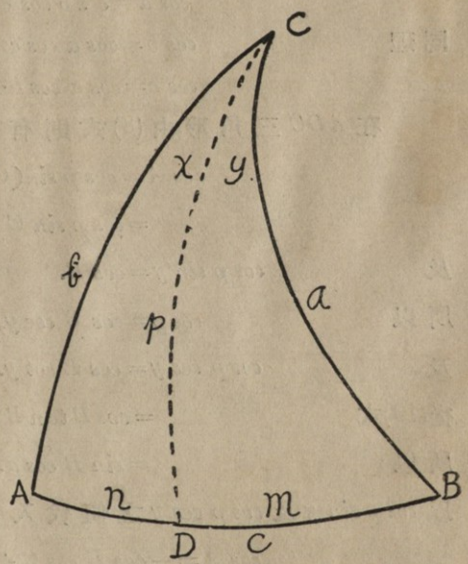
所以 $\sin a \sin B = \sin b \sin A$
同理 $\sin a \sin C = \sin c \sin A$
$\sin b \sin C = \sin c \sin B$

$$\left.\begin{aligned} \sin a \sin B &= \sin b \sin A \\ \sin a \sin C &= \sin c \sin A \\ \sin b \sin C &= \sin c \sin B \end{aligned}\right\}(11)$$

此式亦可書爲比例式,

$$\sin a : \sin b : \sin c = \sin A : \sin B : \sin C.$$

本圖 D 點落在三角形內,若落在外,例如在 CB 外,則須用 $\sin(180^\circ - B)$ 以代 $\sin B$. 然 $\sin(180^\circ - B) = \sin B$, 故(11)式乃通用之式也.



第三〇圖

在 BDC 三角形,由(5)式則有

$$\cos a = \cos p \cos m$$
$$= \cos p \cos(c-n)$$
$$= \cos p(\cos c \cos n - \sin c \sin n)$$
$$= \cos p \cos c \cos n - \cos p \sin c \sin n.$$

在 ADC 三角形,由(5)式則有

$$\cos p \cos n = \cos b.$$

故
$$\cos p = \cos b \sec n = \cos b \frac{\tan n}{\sin n},$$

而
$$\cos p \sin n = \cos b \tan n.$$

由(7)式
$$\tan n = \cos A \tan b,$$

是以
$$\cos p \sin n = \cos b \cos A \tan b$$
$$= \sin b \cos A.$$

以 $\cos p \cos n$ 及 $\cos p \sin n$ 之等值代入 $\cos a$ 之等值內,則得

同理
$$\left.\begin{aligned} \cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A \\ \cos b &= \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

在 ADC 三角形,由(8)式則有

$$\cos A = \cos p \sin(C-y)$$
$$= \cos p \sin C \cos y - \cos p \cos C \sin y,$$

及
$$\cos p \sin y = \cos B.$$

所以
$$\cos p = \cos B \csc y,$$

及
$$\cos p \cos y = \cos B \cot y.$$

從(10)式
$$= \cos B \tan B \cos a,$$

所以
$$= \sin B \cos a.$$

以 $\cos p \sin y$ 及 $\cos p \cos y$ 之值代入 $\cos A$ 之值內,則有

$$\left.\begin{aligned} \cos A &= -\cos B \cos C + \sin B \sin C \cos a \\ \cos B &= -\cos A \cos C + \sin A \sin C \cos b \\ \cos C &= -\cos A \cos B + \sin A \sin B \cos c \end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

(12)及(13)兩式亦爲通用之公式,蓋 CD 落在三角形外亦得同樣之結果也.

（三）　半角半邊之公式

由(12)式則有

$$\cos A=\frac{\cos a-\cos b\cos c}{\sin b\sin c}.$$

兩邊各由 1 減之,

$$1-\cos A=\frac{(\sin b\sin c+\cos b\cos c)-\cos a}{\sin b\sin c}$$

所以
$$=\frac{\cos(b-c)-\cos a}{\sin b\sin c}.$$

因 $\cos(b-c)-\cos a=-2\sin\frac{1}{2}(b-c+a)\sin\frac{1}{2}(b-c-a)$,

所以
$$1-\cos A=\frac{-2\sin\frac{1}{2}(b-c+a)\sin\frac{1}{2}(b-c-a)}{\sin b\sin c}.$$

又
$$1+\cos A=\frac{\sin b\sin c-\cos b\cos c+\cos a}{\sin b\sin c}.$$

因
$$\cos(b+c)=\cos b\cos c-\sin b\sin c,$$

所以
$$1+\cos A=\frac{\cos a-\cos(b+c)}{\sin b\sin c}$$

$$=\frac{-2\sin\frac{1}{2}(a+b+c)\sin\frac{1}{2}(a-b-c)}{\sin b\sin c}.$$

因
$$\sin^2\frac{A}{2}=\frac{1-\cos A}{2},$$

所以
$$\sin^2\frac{A}{2}=\frac{\sin\frac{1}{2}(a+b-c)\sin\frac{1}{2}(a-b+c)}{\sin b\sin c}.$$

因
$$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{1+\cos A}{2},$$

所以 $$\cos^2\frac{A}{2}=\frac{\sin\frac{1}{2}(a+b+c)\sin\frac{1}{2}(b+c-a)}{\sin b\sin c}.$$

設令 $$s=\frac{1}{2}(a+b+c),$$

則 $$s-a=\frac{1}{2}(c+b-a),$$

$$s-b=\frac{1}{2}(a-b+c),$$

$$s-c=\frac{1}{2}(a+b-c).$$

以之代入式內,則得

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin b\sin c}}\\ \cos\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-a)}{\sin b\sin c}}\\ \tan\frac{A}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-b)\sin(s-c)}{\sin s\sin(s-a)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14a)$$

同理 $$\left.\begin{aligned}\sin\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin a\sin c}}\\ \cos\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-b)}{\sin a\sin c}}\\ \tan\frac{B}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-c)}{\sin s\sin(s-b)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14b)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin a\sin b}}\\ \cos\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin s\sin(s-c)}{\sin a\sin b}}\\ \tan\frac{C}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(s-a)\sin(s-b)}{\sin s\sin(s-c)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(14c)$$

又從(13)式則有

$$\cos a=\frac{\cos B\cos C+\cos A}{\sin B\sin C},$$

$$1-\cos a=\frac{\sin B\sin C-\cos B\cos C-\cos A}{\sin B\sin C}$$

$$=\frac{-\cos(B+C)-\cos A}{\sin B\sin C}$$

$$=\frac{-2\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\sin C}.$$

又 $$1+\cos a=\frac{\sin B\sin C+\cos B\cos C+\cos A}{\sin B\sin C}.$$

因 $$\cos(B+C)=\sin B\sin C+\cos B\cos C,$$

所以 $$1+\cos a=\frac{\cos(B-C)+\cos A}{\sin B\sin C}$$

$$=\frac{2\cos\frac{1}{2}(B-C+A)\cos\frac{1}{2}(B-C-A)}{\sin B\sin C}.$$

因 $$\sin^2\frac{a}{2}=\frac{1-\cos a}{2},$$

所以 $$\sin^2\frac{a}{2}=\frac{-\cos\frac{1}{2}(B+C+A)\cos\frac{1}{2}(B+C-A)}{\sin B\sin C}.$$

因 $$\cos^2\frac{a}{2}=\frac{1+\cos a}{2},$$

所以 $$\cos^2\frac{a}{2}=\frac{\cos\frac{1}{2}(B-C+A)\cos\frac{1}{2}(B-C-A)}{\sin B\sin C}.$$

設令 $$S=\frac{1}{2}(A+B+C),$$

則 $$S-A=\frac{1}{2}(C+B-A),$$

$$S-B=\frac{1}{2}(A-B+C),$$

$$S-C=\frac{1}{2}(A+B-C).$$

以之代入式內,則得

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\sin B\sin C}}\\ \cos\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S-B)\cos(S-C)}{\sin B\sin C}}\\ \tan\frac{a}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-A)}{\cos(S-B)\cos(S-C)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(15a)$$

同理

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\sin A\sin C}}\\ \cos\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S-A)\cos(S-C)}{\sin A\sin C}}\\ \tan\frac{b}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-B)}{\cos(S-A)\cos(S-C)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(15b)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\sin A\sin B}}\\ \cos\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S-A)\cos(S-B)}{\sin A\sin B}}\\ \tan\frac{c}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S\cos(S-C)}{\cos(S-A)\cos(S-B)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(15c)$$

告司(Gauss)利用三角公式推得下四式,名曰告司方程式(Gauss's equation).

$$\left.\begin{aligned}\cos\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}c&=\cos\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C\\ \sin\frac{1}{2}(A+B)\cos\frac{1}{2}c&=\cos\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}C\\ \cos\frac{1}{2}(A-B)\sin\frac{1}{2}c&=\sin\frac{1}{2}(a+b)\sin\frac{1}{2}C\\ \sin\frac{1}{2}(A-B)\sin\frac{1}{2}c&=\sin\frac{1}{2}(a-b)\cos\frac{1}{2}C\end{aligned}\right\}$$

那畢亞(Napier)以告司方程式之第一除第二,第三除第四,第一除第三,第二除第四,得下四式,名曰那畢亞同類式(Napier's analogies).

$$\left.\begin{aligned}
\tan\frac{1}{2}(A+B) &= \frac{\cos\frac{1}{2}(a-b)}{\cos\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C \\
\tan\frac{1}{2}(A-B) &= \frac{\sin\frac{1}{2}(a-b)}{\sin\frac{1}{2}(a+b)}\cot\frac{1}{2}C \\
\tan\frac{1}{2}(a+b) &= \frac{\cos\frac{1}{2}(A-B)}{\cos\frac{1}{2}(A+B)}\tan\frac{1}{2}c \\
\tan\frac{1}{2}(a-b) &= \frac{\sin\frac{1}{2}(A-B)}{\sin\frac{1}{2}(A+B)}\tan\frac{1}{2}c
\end{aligned}\right\}$$

§21. 弧三角公式之應用　在第二八圖設

$MZ=l$, 爲測者之緯度.

$RS=h$, 爲星之高弧.

$\angle PZS=Z$, 爲之地平經度.

$SZ=k$, 爲星之天頂距$=90°-h$.

$\angle ZPS=t$, 爲星之時角.

$mS=d$, 爲星之赤緯.

$Vm=r$, 爲星之赤經.

$PS=p$, 爲星之距極度$=90°-d$.

$SH=u$, 爲星之黃緯.

$VH=v$, 爲星之黃經.

$PZ=f$, 爲測者緯度之餘角$=90°-l$.

$$S_1=\frac{1}{2}(t+Z+S).$$

$$S_2=\frac{1}{2}(k+p+f)$$

$$=\frac{1}{2}(90^\circ-h+p+90^\circ-l)$$
$$=90^\circ-\frac{1}{2}(h-p+l)$$
$$=90^\circ-\left\{\frac{1}{2}(h+p+l)-p\right\}.$$

設 $$S'=\frac{1}{2}(h+p+l),$$

則 $$S_2=90^\circ-(S'-p),$$

及 $$S_2-k=S'-l.$$
$$S_2-f=S'-h.$$
$$S_2-p=90^\circ-S'.$$

若以 $A=t, B=S, C=Z, a=k=90^\circ-h, b=f=90^\circ-l, c=p=90^\circ-d$, 則(11)、(12)、(13)、(14)、(15)等式變為下之(16)、(17)、(18)、(19)、(20)等式.

$$\left.\begin{aligned}\cos h\sin S&=\cos l\sin t\\ \cos h\sin Z&=\cos d\sin t\\ \cos l\sin Z&=\cos d\sin S\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin h&=\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos t\\ \sin l&=\sin h\sin d+\cos h\cos d\cos S\\ \sin d&=\sin h\sin l+\cos h\cos l\cos Z\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

$$\left.\begin{aligned}\cos t&=-\cos S\cos Z+\sin S\sin Z\sin h\\ \cos S&=-\cos t\cos Z+\sin t\sin Z\sin l\\ \cos Z&=-\cos t\cos S+\sin t\sin S\sin d\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

$$\left.\begin{aligned}\sin\frac{t}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(S'-h)\cos S'}{\cos l\sin p}}\\ \cos\frac{t}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S'-p)\sin(S'-l)}{\cos l\sin p}}\\ \tan\frac{t}{2}&=\sqrt{\frac{\cos S'\sin(S'-h)}{\cos(S'-p)\sin(S'-l)}}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(19a)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{S}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(S'-l)\cos S'}{\cos l\sin p}}\\
\cos\frac{S}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S'-p)\sin(S'-h)}{\cos l\sin p}}\\
\tan\frac{S}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(S'-l)\cos S'}{\cos(S'-p)\sin(S'-h)}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(19b)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{Z}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(S'-l)\sin(S'-h)}{\cos h\cos l}}\\
\cos\frac{Z}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S'-p)\cos S'}{\cos h\cos l}}\\
\tan\frac{Z}{2}&=\sqrt{\frac{\sin(S'-l)\sin(S'-h)}{\cos(S'-p)\cos S'}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(19c)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{k}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-t)}{\sin S\sin Z}}\\
\cos\frac{k}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S_1-S)\cos(S_1-Z)}{\sin S\sin Z}}\\
\tan\frac{k}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-t)}{\cos(S_1-S)\cos(S_1-Z)}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(20a)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{f}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-S)}{\sin t\sin Z}}\\
\cos\frac{f}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S_1-t)\cos(S_1-Z)}{\sin t\sin Z}}\\
\tan\frac{f}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-S)}{\cos(S_1-t)\cos(S_1-Z)}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(20b)$$

$$\left.\begin{aligned}
\sin\frac{p}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-Z)}{\sin t\sin S}}\\
\cos\frac{p}{2}&=\sqrt{\frac{\cos(S_1-t)\cos(S_1-S)}{\sin t\sin S}}\\
\tan\frac{p}{2}&=\sqrt{\frac{-\cos S_1\cos(S_1-Z)}{\cos(S_1-t)\cos(S_1-S)}}
\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots(20c)$$

解算天文三角,以上諸式足供選用.如欲求時角,則(16)式之 1 及 2,(17)式之 1,(18)之 1,及(19)之 1 均可用.如欲求地平經 Z

（自北點起度），則用(17)之 3,(18)之 3,及(19)之 3 均可.如 Z 之度欲自南點起算,可將該式等略加變換,變成下式卽可算出自南點起度之 Z 矣.

$$cot\frac{Z_s}{2}=\sqrt{\frac{sin(S'-l)sin(S'-h)}{cos\ S'\ cos(S-p)}}\cdots\cdots(21)$$

$$cosZ_s=\frac{sin\ l\ sin\ h-sin\ d}{cos\ l\ cos\ h}\cdots\cdots(22)$$

$$versZ_s=1-cos\ Z_s=\frac{cos(l+h)+sin\ d}{cos\ l\ cos\ h}\cdots\cdots(23)$$

當選用公式時,須看角度之大小,苟角太小,則用其正弦求之較用餘弦爲準確;若角近於90度,則用其餘弦爲較確矣.

地平緯度可由下式求之:

$$sin\ h=cos(l-d)-2\ cos\ l\ cos\ d\ sin^2\frac{t}{2}\cdots\cdots(24)$$

或
$$sin\ h=cos(l-d)-cos\ l\ cos\ d\ vers\ t\cdots\cdots(24a)$$

皆自(17)之 1 而來者也.

如有赤緯時角及地平緯而求地平經,則用(16)之 2 爲最便.

如星之位置近於球極而知其時角,則用下式求 Z 較便:

$$tanZ=\frac{sin\ t}{cos\ l\ tan\ d-sin\ l\ cos\ t}\cdots\cdots(25)$$

以(17)之 3 之 $cos\ Z$ 除(16)之 2 之 $sin\ Z$,再代入(17)之 1 之 $sin\ h$,卽推得此式矣.

若所測之物體正在地平上,知測者所在之緯度及物體之赤緯及時角,可用(17)之 1 及 3 而令 $h=0$,使之變爲

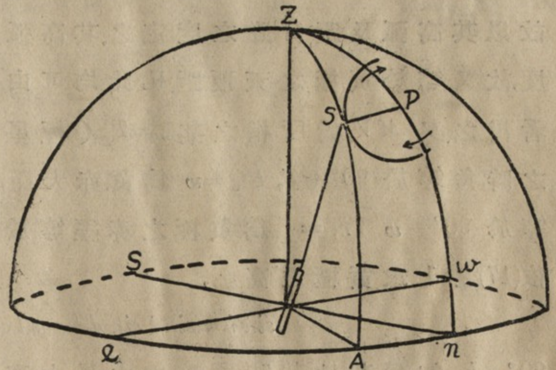
$$cos\ t=-tan\ d\ tan\ l\cdots\cdots(26)$$

及
$$cos\ Z=\frac{sin\ d}{cos\ l}\cdots\cdots(27)$$

用此二式推算日出日入之時及日在該時之位置,最爲便利.

星在天頂北,當其去極之偏角爲最大時(Greatest elongation),

天球上所成之 PZS 三角形爲一特例,蓋彼時該星自北點起之地平經爲最大,其日周圈(Diurnal circle)正切於經過該星之豎圈,故三角形之 S 角爲直角.於此特例時,求時角及地平經所用之公式爲



第三一圖

$$\cos t = \tan l \cot d \qquad (28)$$

及

$$\sin Z = \frac{\sin p}{\cos l} \qquad (29)$$

既得赤經緯,即可推求黃經緯.如第二八圖弧三角形 VSm 爲正弧三角形,其直角在 m 點處,VS 爲聯 V 及 S 二點之大圈之弧,$Vm=r$, $mS=d$, 故可用正弧三角形之公式求 VS 及 mVS 角.設令 $VS=K$ 及 mVS 角 $=L$,則依那畢亞法或正弧三角公式有

$$\cos K = \cos r \cos d \qquad (30)$$

及

$$\sin L = \frac{\sin d}{\sin K} \qquad (31)$$

求得 K 及 L 後,再於正弧三角形 VHS（其直角在 H 處）依下式求黃經緯 u 及 v.

$$\tan v = \cos(L-w) \tan K \qquad (32)$$

及

$$\sin u = \sin K \sin(L-w) \qquad (33)$$

w 乃黃赤斜角(23°27′),亦曰黃赤大距.

求某地某時黃道交地平之二點,及黃道中具最大高弧之一點 A,並此點距春分點之度(即天頂點之黃經度),當準 PQZ 弧三角形推之.其交地平之二點,以二點之地平經度定之.其最

大高弧之一點,卽自黃極過天頂作一大圈而交於黃道之一點,故以其高弧及距分點之度定之.其高弧又等於黃極高弧之餘度,故又等於黃極之天頂距.凡此均可由第一八、一九、二〇、三圖看出之.又 MV 爲所指之某時 T（恆星時）,ZPQ 角 $=t$ 爲黃極之時角等於 $90^\circ+T$, $PQ=w$ 爲黃赤大距, $m'Q=d$ 爲黃極之赤緯等於 $90^\circ-w$, $Vm'=r$ 爲黃極之赤經等於 270°,此皆已知之數,故依(17)之 1 求黃極之高弧,

$$\sin h=\sin l \sin d+\cos l \cos d \cos t.$$

$90^\circ-h$ 卽爲某地某時黃道中之最大高弧.F_1 及 F_2 爲黃道交地平之二點, $R'F_1$ 及 $R'F_2$ 皆等於 90 度,依(22)式求 PZQ 角 (Z),

$$\cos Z=\frac{\sin d-\sin l \sin h}{\cos l \cos h}.$$

所得乃自北點計算之度也.是爲黃極在某地某時之地平經度.$Z\pm 90^\circ$ 乃 F_1 及 F_2 之地平經度.又依(16)之 3 求得 PQZ 角 (Q),

$$\sin Q=\frac{\cos l \sin Z}{\cos d}.$$

$90^\circ-Q$ 卽黃道在某地某時具最大高弧之點之距分度也.

設欲求 S 星之黃赤二經交角,則於 PSQ 弧三角形（見第二八圖）,有 SPQ 角爲星之赤經圈及二至經圈之交角等於 $90^\circ+r$, 有 PQS 角等於 $90^\circ-v$, 有 PSQ 爲所求之角.令其爲 S, 若星之 r 及 d 爲已知,則依(11)式之 1 及 2 求得

$$\sin S=\frac{\sin w \sin(90^\circ+r)}{\sin(90^\circ-u)}=\frac{\sin w \cos r}{\cos u}.$$

及 $$\sin(90^\circ-v)=\cos v=\frac{\sin p \sin(90^\circ+r)}{\sin(90^\circ-u)}=\frac{\cos d \cos r}{\cos u}.$$

依(12)之 2 求得

$$\cos(90^\circ-u)=\cos p \cos w+\sin p \sin w \cos(90^\circ+r).$$

故 $$\sin u=\sin d \cos w-\cos d \sin w \sin r \quad\cdots\cdots(34)$$

用此式由星之赤經緯推星之黃緯代入上二式內,即得星之二經交角及黃經.若黃經緯爲已知,則依(11)之 3 及 2 有

$$\sin S=\frac{\sin(90^\circ-v)\sin w}{\sin p}=\frac{\cos v \sin w}{\cos d},$$

及
$$\cos r=\frac{\cos v \cos u}{\cos d}.$$

先依(12)之 2 求得

$$\cos p=\cos w\cos(90^\circ-u)+\sin w\sin(90^\circ-u)\cos(90^\circ-v),$$

故
$$\sin d=\cos w\sin u+\sin w\cos u\sin v \cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

用此式由黃經緯求得赤緯代入上二式內,即得星之二經交角及赤經矣.

(19a) 之 1 可書爲

$$\sin^2\frac{t}{2}=\frac{\sin(S'-h)\cos S'}{\cos l\sin p}.$$

因
$$\sin^2\frac{t}{2}=\frac{1-\cos t}{2}=\frac{\operatorname{vers} t}{2},$$

故可以 $hav.t$ 代 $\sin^2\frac{t}{2}$ 而有

$$hav.t=\frac{\sin(S'-h)\cos S'}{\cos l\sin p}\cdots\cdots\cdots\cdots(36)$$

$hav.$ 者乃半正矢 (Half versed sine) 之記號也.此式爲航海學由物體之測得高弧推算時角所常用之公式.

推算地面上二點間之大圈距離,可用下式:

$$hav\,(\text{距離})=hav.(l_A\sim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,hav\,\Delta\lambda.$$

l_A 及 l_B 乃地面二點之緯度,$\Delta\lambda$ 乃二點之經度較數,二點若同在南北半球,則用二緯度之較數;若分在南北半球,則用其和數,故式內以 $l_A\sim l_B$ 表之.此式係用(12)之 1 代入 $b=90^\circ-l_A$, $c=90^\circ-l_B$, $A=\Delta\lambda$,而推得者,其推法如下:

$$\cos(\text{距離})=\cos(90^\circ-l_A)\cos(90^\circ-l_B)+\sin(90^\circ-l_A)\sin(90^\circ-l_B)\cos\Delta\lambda.$$

若於右側加 $\cos l_A\cos l_B$ 復減 $\cos l_A\cos l_B$，則得

$$\begin{aligned}\cos(\text{距離})&=\sin l_A\sin l_B+\cos l_A\cos l_B-\cos l_A\cos l_B+\cos l_A\cos l_B\cos\Delta\lambda\\&=\cos(l_A\sim l_B)-\cos l_A\cos l_B(1-\cos\Delta\lambda)\\&=\cos(l_A\sim l_B)-\cos l_A\cos l_B\,\mathrm{vers}\,\Delta\lambda.\end{aligned}$$

兩側各由 1 減之，

$$1-\cos(\text{距離})=1-\cos(l_A\sim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,\mathrm{vers}\,\Delta\lambda,$$

卽 $$\mathrm{vers}(\text{距離})=\mathrm{vers}(l_A\sim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,\mathrm{vers}\,\Delta\lambda.$$

兩側各以 2 除之，乃得

$$hav.(\text{距離})=hav.(l_A\sim l_B)+\cos l_A\cos l_B\,hav.\Delta\lambda\cdots\cdots(37)$$

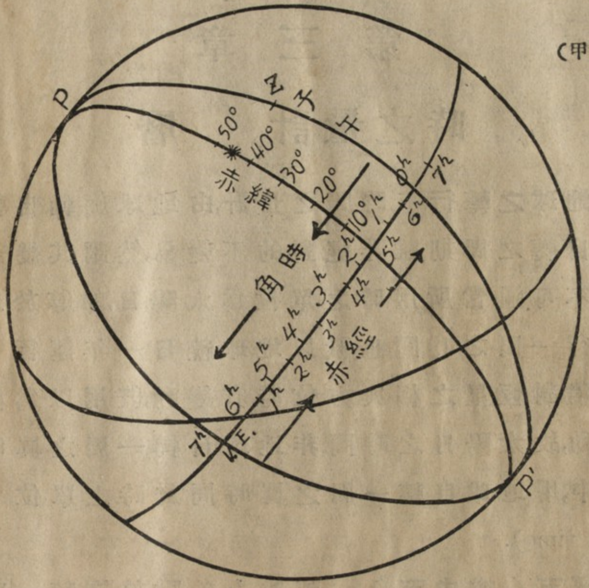
亦可利用此式推算物體之天頂距，然須改爲

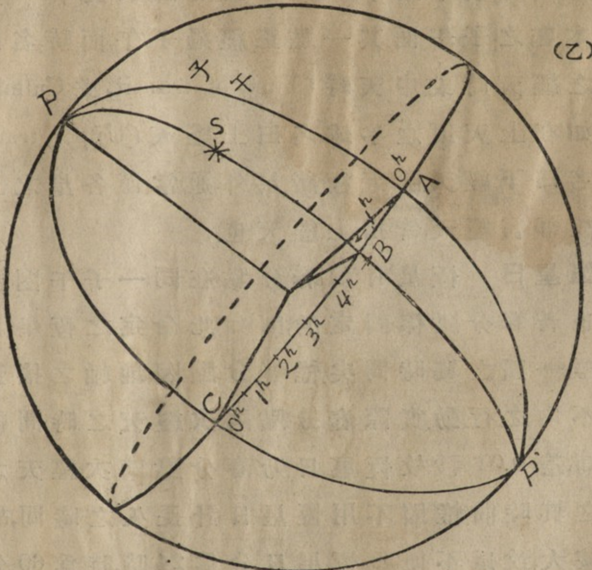
$$hav.k=hav.(l\sim d)+\cos l\cos d\,hav.t\cdots\cdots(38)$$

鮑狄琪(Bowditch)之美國實用航海學(American Practical Navigation)有半正矢之眞數及對數表，便於解算之用.

§22. 赤經與時角之關係 欲知赤經與時角之關係，可想像外球之赤道分刻時、分、秒以記赤經，以春分點爲 0 點，向東而增.內球之赤道亦分刻時、分、秒，而 0 點則在測者子午圈上，向西而增，以計時角（第三二圖甲）.當外球西轉時，其赤經時刻經過內球之子午圈，其對子午圈之數卽春分點自離子午圈後所行之距離，而內球之正對春分點之時角數，恰與之相同.此時角之數，謂子午圈之赤經也可，謂爲春分點之時角也亦可.如第三二圖乙，S 星之時角爲 AB，赤經爲 CB，兩角之和爲 AC，卽春分點之時角也.此層關係，無論 S 星位置如何，永不變易，故成爲下式：

春分點之時角＝星之時角＋星之赤經.





第三二圖

第三章

時之量計　曆

§23. 地球之轉行　時間之量計,由地球旋軸自轉之周期而定.地球自轉之周期,雖非絕對的不變易,然謂其幾幾乎均而不變未爲不可.通常所用時之單位爲太陽日,即等於地球對太陽方向轉行一周之時間也.祇以地球繞日一年運行一周,在此一周中,太陽對恆星之相與方位,時有變動,既用以爲標準之方向時有變動,故太陽日之時間,非地球自轉一周之眞時間也.在天文工作中,用地球自轉一周之眞時間爲時之單位,名曰恆星時 (Sidereal time).

§24. 經天(或中天)　天球上各點,於旋轉一周中,兩次經過測者本處之子午面.其一點正經過子午面時,名曰該點在該子午圈之經天時或中天時 (Time of transit, 或 Culmination).其過子午圈如在上天頂之半球,名曰上經天 (Upper transit),其在下半球,者名曰下經天.除近極諸星外,通常僅各星之上經天爲測者所見,故每言經天,皆指上經天也.

§25. 恆星日　恆星日爲春分點在同一子午圈兩次上經天之時間也.若春分點係固定的,則如此命定之恆星日,即地球對恆星旋轉一周之眞時間矣.惟春分點因地軸之搖動亦有向西之遲而不均之行動.實際春分點兩次經天之時間較旋轉一周之眞時間,差 0.01 秒,故恆星日乃春分點兩次經天之時間,非旋轉一周之眞時間.惟因不用恆星日計長久之時間,故其所差不能積至甚大,致感不便也.恆星日分爲24時,時爲60分,分再分爲60秒.當春分點在上經天時爲0 時,是爲恆星日之始名曰恆

星日正午.

§ **26. 恆星時**　在任何時某子午圈之恆星時,等於春分點自該子午圈上半計來之時角,故恆星時實爲量計春分點自離子午圈後地球自轉其軸所行角度之一法也,並隨時表明天球對於測者本處子午圈之位置.

§ **27.**　時以 h 記之,分以 m 記之,秒以 s 記之,均書於數字之右上角.如 5 時 8 分 12 秒,則書爲 $5^h8^m12^s$.

度以 ° 記之,分以 ′ 記之,秒以 ″ 記之,如 5 度 8 分 12 秒,則書爲 $5°\ 8'\ 12''$.

§ **28. 太陽日**(Solar day)　太陽日爲太陽心在同一子午圈兩次下經天之時間.所以用下經天者,欲在夜半更換日期也.日分 24 時,時分爲 60 分,分再分 60 秒.當太陽在下經天時爲 0 時,爲太陽日之始,名曰夜半,亦曰晨前夜半.當其在上經天時爲 12 時,名曰午正.自晨前夜半至午正爲上半日,自午正至夜半爲下半日.

§ **29.**　我國有子丑寅卯辰巳午未申酉戌亥十二字記時之法.一日分 12 時,時分 8 刻,刻分 15 分,分再分 60 秒.夜半爲子正初刻之始,子正三刻之末爲丑初初刻之始,如此遞推至正午爲午正初刻之始,自子正至午正爲上半日,自午正至子正爲下半日.此法之時合上法 2 時,故上法之時有小時之稱.

§ **30. 太陽時,平太陽時及視太陽時**　任何時之太陽時等於日心時角加 180 度(或 12 時),亦卽等於自下經天計來之時角.此角爲地球自夜半以來對日之方向所轉行之角,故太陽時爲量計地球自轉自夜半以來經行時間之尺度也.

地球繞日依重力定律行於橢圓軌道,一年中太陽之視行日有變異,是以四時之日長短不齊.古時用日晷量時,因庶政單

簡,其日時之長短不齊,尙未感得不便.近世全球往來,凡百事務更無不需時以齊之,而時之本身若不整齊一致其不便奚甚;故不得不捨此不齊之日時而別擬一永不變易者用作量時之單位.現所擬者爲一假太陽(名曰平太陽,Mean sun),以平均速度行於赤道.其視行繞地球一周所需之時與眞太陽同爲一年.此假太陽在赤道上所置之處,須使其於一年中全體統計之,在眞太陽前之數同於在眞太陽後之數.平太陽位置所指之時,名曰平太陽時(Mean solar time).眞太陽位置所指之時,名曰視太陽時(Apparent solar time),亦曰眞太陽時(True solar time).視太陽時可以日晷量之,或用儀器測之.若平太陽時則不能直接看出,非藉推算不可得也.平太陽時稱曰俗用時,亦曰民用時(Civil time).

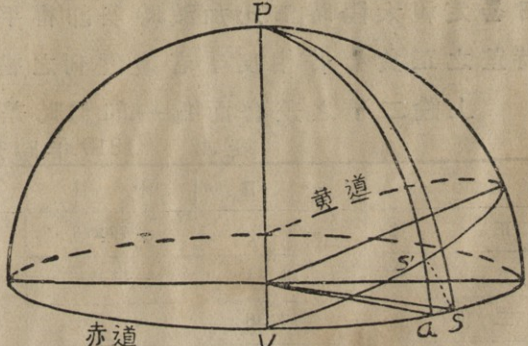
平太陽以眞太陽之平均速度行於赤道,不過大概言之耳.實則其速度亦不能一致,因春分點西退之速度非均勻一致也.任何時平太陽去春分點之角度爲眞太陽之平黃經加微小之周期性的數值.

§31. **時差**(Equation of time) 在任何時,眞假太陽時之差數,等於其兩時角之差,名曰時差.眞太陽之位置,在假太陽前爲快日,日快則晷時慢於平時,故又曰慢晷.在假太陽後爲慢日,又曰快晷.日快時所差之數作爲負,其最大値爲 −14分.日慢時所差之數作爲正,其最大値爲 +16 分.每年曆書中均載有每日眞假太陽時之差數,可查得之.平時加減時差乃等於視時.

此兩種時所以有時差者有數因.其最要者有二:一爲地球循軌道轉行之速度不均,二爲眞太陽行於黃道面,假太陽行於赤道面,而黃赤二道之等長弧因黃赤斜交並不相符合.

因軌道偏心之關係,在冬季當地球在近日點時(約當12月31日),其繞日轉行之圓速度最大.是以日在黃道東行之速

度較快於平速,而其每日繞地球向西之視行因以遲慢.有此遲慢故視太陽時之正午乃致稍遲,而使太陽日長於平均數.日晷因以縮時 (Lose time). 日晷繼續縮時約三閱月,約於四月一日視太陽以平速轉行,日晷乃不縮時.過此日則太陽之速度遲於平速,直約至七月一日(地球約在遠日點)其間日晷為贏時 (Gain time); 以補足前一月一日至四月一日所縮者.在夏秋二季日晷之贏縮正與冬春二季相反,由七月一日至十月一日日晷贏時,十月一日至一月一日日晷縮時,以棄其前所贏者.僅以此因論,兩時之差最大為 8 分,或正或負.設眞太陽與其以平速行之假太陽(指下段之S'點)同時自地球在近日點時沿黃道自同點東行,則當日兩時相合,以後逐漸增進其差.當地球在近日點及遠日點之中間時,相差最大,為 -8 分.過此則逐漸減其差,至地在遠日點兩時復合.過此又漸增其差,至二點中間為最大,為 $+8$ 分.至近日點則又合矣.



第三三圖

因黃道傾斜所生之差,以第三三圖解釋之.設S'點(亦曰第一平太陽)以眞太陽之平速沿黃道東行,此點所指之時,顯然不受軌道偏心之影響.若平太陽 S (亦曰第二平太陽)與S'同時自春分點 V 東行,則VS及VS'弧當然相等,因速度同也.過兩點作兩時圈,除兩點在分點至點外,該兩圈不能合一.S及S'既不在同一時圈上,當然不能同時經過子午圈,其所差之時為

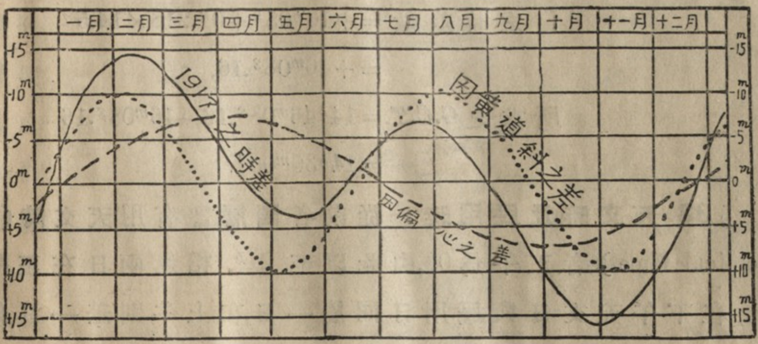
aS弧,其最長時為10分,或正或負.本圖所示係在春分夏至間,a在S西,故其每日西行必先S而過子午圈.所以在此季S'點為贏時,最大時約為$+10$分.由此可見縱真太陽在黃道東行之速度均勻一致.其東行於赤道之速度亦屢有變易也（第一平太陽與真太陽合於卑點.第二平太陽與第一平太陽合於春分點,其周期皆同於真太陽.第二平太陽之赤經恆等於第一平太陽之黃經,此通稱曰太陽之平黃經）.

因太陽之速度不一致及視太陽日之長短不定,鐘表皆難記其時刻.故擬此假太陽俾得利用鐘表以記其時.並用測天所得之恆星時以校正之.由此加減時差即得視太陽時矣.在昔以日晷定視太陽時,由此加減時差即得平時.有此入用之不同,故時差之正負今昔相反.學者讀舊刊之書,於此宜加注意.

上論二項之差合而為一,即為時差,下之圖表即其例也.

表A. 1910年時差

	一 日	十 日	二十日	三十日
正 月	-3^m26^s	-7^m27^s	-11^m02^s	-13^m22^s
二 月	−13 41	−14 24	−13 59	....
三 月	−12 38	−10 36	− 7 48	− 4 45
四 月	− 4 08	− 1 31	+ 0 58	+ 2 47
五 月	+ 2 55	+ 3 42	+ 3 42	+ 2 48
六 月	+ 2 31	+ 0 57	− 1 08	− 3 15
七 月	− 3 27	− 5 01	− 6 06	− 6 16
八 月	− 6 11	− 5 19	− 3 26	− 0 46
九 月	− 0 09	+ 2 48	+ 6 20	+ 9 46
十 月	+10 05	+12 45	+15 01	+16 13
十一月	+16 18	+16 02	+14 26	+11 28
十二月	+11 06	+ 7 23	+ 2 36	− 2 21



第三四圖

§32. 平太陽時與視太陽時之互推　平太陽時（簡稱平時）加時差（或正或負）即變爲該時之視太陽時（簡稱視時）.各國曆書載有時差之數.該數係適當英國格林維基民用時夜半0時之時差,各日時差之代數符號亦均註明.欲求其他某時之時差,須加減自夜半至該時表列時差業已增減之數.格林維基民用時（簡稱爲G.C.T.）之時數乘以每時之變數（時差每時消長之數）即爲其業已增減之數.

例題　求格林維基1925年十月二十八日G.C.T.（平時）14^h30^m之視時.由曆書查得該日0^h之時差爲$+16^m05^s$,每時之變數爲$+0^s.218$,故在14^h30^m之時差爲$+16^m05^s+14.5\times0^s.218=+16^m08^s.16$,而該時之視時爲$14^h30^m+16^m08^s.16=14^h46^m08^s.16$.

若變視時爲平時,須先算出所求平時之近似數,俾得推算相當之時差,蓋因表列之時差係爲平時而作,不能直即取用也.

例題　求1925年10月28日G.A.T.（視時）$14^h46^m08^s.16$之G.C.T.（平時）.

該日G.C.T.0^h之時差$=+16^m05^s$

近似之G.C.T.$=14^h46^m08^s.16-16^m05^s$

$=14^h30^m03^s$;

故　　　相當之時差數$=+16^m05^s+0^s.218\times14.5$

$=+16^m08^s.16,$

所求之$G.C.T.=14^h46^m08^s.16-16^m08^s.16$

$=14^h30^m00^s.$

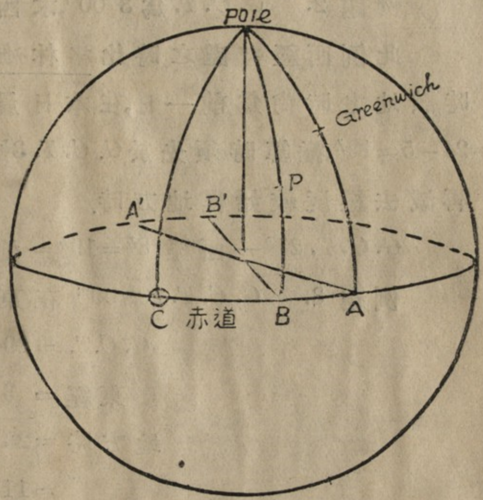
§33. 天文時及民用時　從前各國曆書有用天文時(Astronomical time)者.正午爲0^h,由此以至24^h,相連兩日在正午交換;故在下午天文日與民用日同屬一日,在上午則差一日.例如2月3日下午7^h爲天文日2月3日7^h,若5月11日上午3^h,則爲天文日5月10日15^h.

自耶紀1925年諸大國曆書皆採用民用時.自晨前夜半起計至昏後夜半,兩日乃在夜半交替,一如普通之民用時.惟繼續計至24^h,故下午之時大於普通民用時者12^h,是其差耳.

普通民用時皆分一日爲兩半日,由兩0點以計時.夜半至正午爲上午,正午至夜半爲下午.故檢查曆書須知其3^h乃吾人民用時之上午3^h,其15^h乃下午3^h.

§34. 地球經度與時之關係　從某地子午圈下點起計之太陽時角卽爲該地子午圈之太陽時.其爲視時或爲平時則依所指之太陽而定.從格林維基子午圈下點起計之太陽時角乃格林維基之太陽時.此兩時或兩時角之差,卽爲該地在格林維基東或西之地球經度.此經度之單位或爲度、分、秒或爲時、分、秒統照時角之單位.由此類推,則同時任何兩地太陽時之差卽爲兩地地球經度之較.如第三五圖$A'AC$爲格林維基太陽時,亦爲太陽自A'起計之時角,$B'BC$爲P地太陽時亦爲太陽自B'起計之時角,其差爲AB,乃P地在格林維基西之經度也.

C點無論爲眞太陽或假太陽,上述之關係不變,卽使C爲春分點亦然.若C爲春分點,AC卽春分點之時角,乃格林維基



第三五圖

恆星時也. BC 乃 P 地之恆星時也. AB 爲其兩地經度之較.故地球經度較之量計不因所用時之種類而變,祗要爲同類之時而已.

上述之關係如下解之尤爲明顯.兩子午圈 A 及 B 之恆星時之差,乃恆星由 A 行至 B 所需之恆星時.恆星需24恆星時由 A 再行至 A,故恆星時 AB 對24恆星時之比正同於經度較之於 360 度之比. A 及 B 兩地太陽時之差,乃太陽由 A 行至 B 所需之太陽時,太陽需24太陽時由 A 再行至 A,故 AB 太陽時之數對24太陽時之比,正同於經度較之對 360 度之比.此經度較之所以不因計時之種類而有變異,只須兩地所用之時爲同類也.

格林維基時及地方時之互推,用下例以明之(須知愈東之地時愈早到,愈西之地時愈遲臨;換言之,愈東之地爲時愈晚,愈西之地爲時愈早).

例題 1.　試求西經 $4^h50^m21^s$ 子午圈處與 $G.C.T.19^h40^m18^s$ 相當之民用時.

$G.C.T.=19^h40^m18^s$

西經 $=$ 4 50 21

地方民用時 $=$14 49 57

$=$ 2 49 57 下午

例題 2. $G.C.T.$ 為 3^h00^m,求西經 8^h 處之民用時.

此例西經 8^h 處之時比格林維基遲 8^h,故當格林維基 3^h 之時,該地之時尚為前一日,在本日晨前半夜前 5^h,乃為前一日之 $24-5=19^h$,推算時須先於 $G.C.T.\ 3^h$ 上加 24,作為前一日之 27^h,再減去經度較始得地方時.

$G.C.T.\ 27^h$—西經 $8^h=19^h=$ 地方時 7^h 下午.

例題 3. $G.C.T.\ 20^h\ 00^m$ 在東經 3^h 處為何時?

$$
\begin{aligned}
G.C.T. &= 20^h 00^m \\
\text{東經} &= \underline{\ 3\ \ 00\ } \\
\text{地方時} &= 23\ \ 00 \\
&= 11\ \ 00\ \text{下午}.
\end{aligned}
$$

§35. 時角與度之互推 圓周析為 24 時,時析為 60 分,分析為 60 秒.圓周又析為 360 度,度析為 60 分,分析為 60 秒,此兩項單位之關係如下:

因 $24^h=360°,$

則有 $1^h=15°,$

$1^m=15',$

$1^s=15'',$

$4^m=1°,$

及 $4^s=1'.$

由以上之關係時與度可以互推矣.

例題 變 $47°17'35''$ 為時分秒.

$$
\begin{aligned}
47° &= 45°+2° = 3^h\ 08^m \\
17' &= 15'+2' = \quad 01^m\ 08^s \\
35'' &= 30''+5'' = \quad \underline{\quad 02^s.33} \\
& \qquad 3^h\ 09^m\ 10^s.33
\end{aligned}
$$

例題　變 $6^h35^m51^s$ 爲度分秒.

$$
\begin{aligned}
6^h &= 90^\circ \\
35^m = 32^m + 3^m &= 8^\circ 45' \\
51^s = 48^s + 3^s &= 12' 45'' \\
\hline
& 98^\circ 57' 45''
\end{aligned}
$$

$15^\circ = 1^h$ 之關係不因時之尺度而有變異.恆星需一恆星時行 15° 之時角,太陽需一太陽時行 15° 之時角,故 1^h 之意義僅爲一角耳,非爲時之絕對間距也.如指明其爲何種時,始表明時之間距.

§36. 標準時　由平時之意義則知同時兩地之平時較等於兩地之經度較.自鐵路電報事業繁興以來,屢因異地異時深滋混亂.各國乃就其統域畫分若干區,各寬 15°. 在區內各地皆用某地之地方時,該地即爲該區之標準地,該地之時爲該區之標準時.各區皆爲 15° 寬,隣區時之差異皆爲 1^h.復以格林維基天文臺爲原點,用經圈平分地球爲24區,各區亦遞差一時,如此分畫每區中惟中線所過之地地方時與標準時相合,餘均有差.

§37.　我國幅員遼闊,西起格林維基東 72°, 東至東 135°. 所用標準時分爲五區:一曰中原時區,以東經一百二十度子午圈之時刻爲標準,南京、北平、江蘇、安徽、江西、浙江、福建、湖北、湖南、廣東、河北、河南、山東、山西、熱河、察哈爾、遼寧、黑龍江之龍江愛琿以西及蒙古之東部屬之.一曰隴蜀時區,以東經一百零五度子午圈之時刻爲標準,陝西、四川、雲南、貴州、甘肅東部、寧夏、綏遠、蒙古中部、青海及西康東部屬之.一曰回藏時區,以東經九十度子午圈之時刻爲標準,蒙古、甘肅、青海及西康等西部新疆及西藏之東部屬之.以上三者皆整時區也.一曰昆侖時區,以東經八十二度半子午圈之時刻爲標準,新疆及西藏之西部屬之.一曰長

白時區,以東經一百二十七度半子午圈之時刻爲標準,吉林及黑龍江之龍江愛琿以東屬之.以上二者皆半時區也.

例題 東經 94° 處午後4^h20^m之標準時如何?

在東 94° 處當用東經 90° 之地方時爲標準時,故其經度較 $=94-90=4°=16^m$.因標準子午圈在該地之西,所以該地之時早臨,故該地標準時爲

$$4^h20^m-16^m=4^h04^m\text{ 下午.}$$

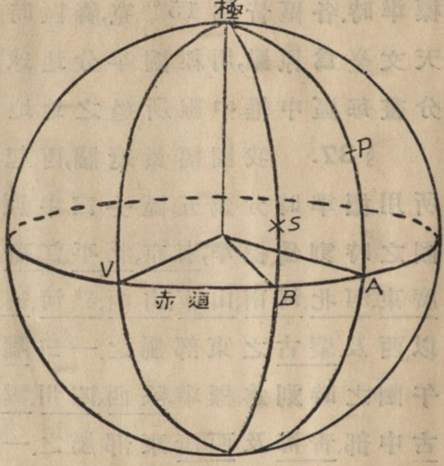
§38. 同時在任一點恆星時,赤經及時角之關係 第三六圖在 P 點子午圈處春分點之時角(卽恆星時)爲 AV 弧,在該處 S 星之時角爲 AB 弧,S 之赤經爲 VB 弧.從圖可知

$$AV=VB+AB,$$

及

$$S=r+t \qquad (39)$$

式內 S 爲在 P 處之恆星時,r 爲星的赤經,t 爲星在 P 處之時角.此式可通用,惟 r 與 t 之和超過 24^h,須加 24^h 於 S 方能合式.例如時角爲 10^h,赤經爲 20^h,其和爲 30^h,而恆星時祇應爲 6^h.故如已知 S 及 r 而求 t,有時須先加 24^h 於 S (如 $24^h+6^h=30^h$) 然後再減去 r 以得 t.惟在此情形先由 24^h 減去 r (20^h) 再與 S (6^h) 相加亦得同數之 t (10^h).蓋 r 由春分點 V 西數至 P 點子午圈之角爲由 24^h 減去 r ($24^h-20^h=4^h$) 也.



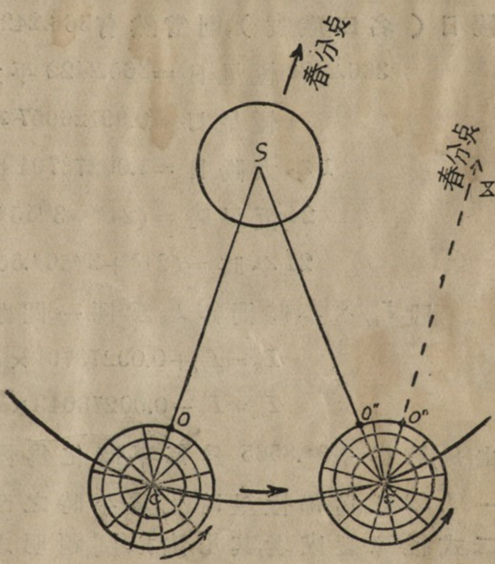
第三六圖

註 美國以西經 75 度、90 度、105 度及 120 度爲標準子午圈,而分名其時爲

東方時、中央時、山嶺時及太平洋時.其西經60度之時名曰大西洋時,加拿大東部用之.

§39.**在子午圈上之星(中星)**　星在子午圈上時,其在該子午圈之時角爲0^h,故該處之恆星時等於該星之赤經.此爲最要之一事,因藉恆星中天以定時乃一最善之法也.故測見已知赤經之星正在中天,則該時之恆星時無須推算而知矣.此正在中天之星名曰中星.曆書中多有製出中星表以備測時之用者.

§40.**平時間距及恆星間距**　因地球在軌道轉行,太陽乃在衆星中有每日約近1度之向東視行.因太陽東行,遂致太陽接連兩次經天之時之間距較春分點兩次經天之時間約大4^m,即太陽日約比恆星日大4^m也.如第三七圖C及C'爲地球在接連兩日之位置,如測者在O點,則太陽正在其午圈上,故時當正午.迨地球對照恆星轉過一周,測者乃在O'點,其恆星正與其前一日在O處時相同.但太陽之方向乃在$C'O''$,故地球須再行約$1°$,需時約4^m,太陽方能再到測者子午圈上,



第三七圖

故太陽日約長於恆星日4^m.日之種類雖不同,而皆分爲時分秒.太陽時之時分秒必皆以同樣比數大於恆星時之時分秒.若有

兩表一計太陽時,一計恆星時,同時自0^h開行,則恆星時之表立卽快於太陽時之表.所快之數與所經之時成比例,約爲每時10^s,或約每日3^m56^s.

第三七圖之C及C'二點亦可作爲春分日及在其後之任一日地球所在之位置,則CSC'角卽地球自三月二十二日(春分日)起所行之角,$SC'X$角(恆等於CSC'角)卽爲自三月二十二日後所積太陽時與恆星時之差數.此數卽等於太陽之赤經.CSC'角成爲360度時,$SC'X$角亦必成爲24時,或360度.換言之,在一年末恆星時正贏一日之時也.

既知恆星時於一年中較太陽時快一日,則兩種時之單位卽有一定之關係.回歸年(春分點至春分點)有365.2422平太陽日(名曰歲實),則當然有366.2422恆星日,是以

$$366.2422\text{恆星日}=365.2422\text{平太陽日},$$

$$1\text{恆星日}=0.99726957\text{平太陽日}\cdots\cdots(40)$$

$$1\text{平太陽日}=1.00273791\text{恆星日}\cdots\cdots(41)$$

$$24\text{恆星時}=(24^h-3^m55^s.909)\text{平時}\cdots\cdots(42)$$

$$24\text{平時}=(24^h+3^m56^s.555)\text{恆星時}\cdots\cdots(43)$$

設I_m爲平時間距,I_s爲同一間距內之恆星時數,則

$$I_s=I_m+0.00273791\times I_m\cdots\cdots(44)$$

$$I_m=I_s-0.00273043\times I_s\cdots\cdots(45)$$

由(44)算得$+9^s.8565$爲每平時化爲恆星時之改正數,由(45)算得$-9^s.8296$爲每恆星時化爲平時之改正數.表二及表三卽依此二式推算製成者,其用法以例題明之.

例題1. 設恆星時及平時鐘表同時自0^h啓行,恆星時爲$9^h23^m51^s$時,平時將爲何時?

從表二查得:

$$9^h\text{之改正數}=-1^m28^s.466$$
$$23^m\text{之改正數}=-\quad 3.768$$
$$51^s\text{之改正數}=-\quad 0.139$$
$$\text{全體改正數}=-1^m32^s.373$$

所以平時鐘表應爲$9^h23^m51^s-1^m32^s.373=9^h22^m18^s.627$.

例題 2. 7^h10^m太陽時之間距應爲若干恆星時?

從表三得7^h之改正數$=1^m08^s.995$

$$10^m\text{之改正數}=\quad 1^s.643$$
$$1^m10^s.638$$

故該間距以恆星時度之爲$7^h10^m+1^m10^s.638=7^h11^m10^s.638$.

以上兩種時之單位之互推,係就同一短時間而互變其量時之單位.換言之,卽以兩種時之單位量同一時間.正如於同一距離用兩種尺度量之,如爲若干公尺或爲若干碼,有公尺數求碼數,或化碼數爲公尺數者然.此意須認淸,否則易起錯誤.若所變之時間甚長.例如 8 月 1 日地方時上午 9 時之時在恆星時應爲何時.此是自春分日(3 月22 日)至 8 月 1 日地方時上午 9 時爲一時間,若以恆星時度之,至該時應爲何時.推算時應利用自春分日至該時其間所積兩種時單位之差數,此差數卽同於平太陽之赤經.

§41. 近似之改正數　上節所得之兩改正數均幾等於每時10秒(卽每日 4 分),故每時10秒可用爲近似之改正數.若用每時10秒而於每 6 時之時間再減去 1 秒,則更爲逼眞.是以每 6 時之改正數爲 $6\times10^s-1^s=59^s$. 如此改正所生之差錯,在平時約爲每時$0^s.023$,在恆星時約爲每時$0^s.004$.

§42. 恆星時及平時在同一時之關係　若在35節第三五圖內之 B 爲平太陽之位置,則(39)變爲

$$S=r_S+t_S, \cdots\cdots\cdots\cdots(46)$$

r_S 及 t_S 爲平太陽在該時之赤經及時角.若用 T 代民用時則

$$t_S=T+12^h,$$

而

$$S=r_S+T+12^h \cdots\cdots\cdots\cdots(47)$$

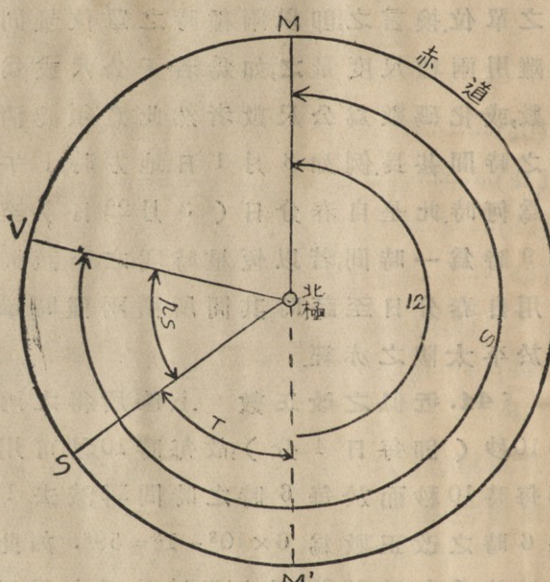
由此式若已知民用時可推得恆星時,反之亦然.

此種關係用第三八圖解釋之,尤爲明顯.春分點之恆星時（時角）爲 $MM'V$ 弧,此弧爲 $MM'=12$ 時,$M'S=T$ 及 $VS=r_S$ 三部所成.無論在何子午圈(47)均可適用.

(47)亦可書爲

$$S-T=r_S+12^h \cdots\cdots\cdots\cdots(48)$$

因 r_S 不隨地而生變,故與地方時無關,只依所指之絕對時頃而定.則在同一時頃恆星時與民用時之差全球皆同是乃顯明之事也.是以 S 及 T 之數值可隨子午圈之所在而變,但其 $S-T$ 之數值則在同一時頃天下咸同.



第三八圖

欲求(48)應用無誤,r_S 及 T 之值須本於同一太陽之位置,即所謂合於同一時頃之值也.如以格林維基爲標準子午圈,則其值須合於同一格林維基

民用時之時頃.

曆書中“太陽赤經$+12^h$”之數值係合於格林維基民用時當日晨前夜半0^h時之赤經.若欲改正在0^h時之赤經以求某時頃之赤經數值,須以民用時之時數乘赤經每時之變數再加入在0^h時之赤經數內.平太陽赤經每時所增之數爲每民用時增進 9.8565.此乃係一常數,即化平時爲恆星時所用之改正數表三所備載者也.太陽時與恆星時之有差數,純因太陽赤經之增進,故此兩改正數相同,可直接由表三查取,勿庸以民用時之時數乘 9.8565 矣.其表二所備乃恆星時之赤經改正數,亦同此理.苟r_s(在0^h時頃之數)不爲照數改正,則(47)即爲不合理矣如此之改正謂爲化平時爲恆星時(或化恆星時爲平時),或謂爲在T時內太陽赤經之增進均可.

若用(47)推算格林維基子午圈之時,r_s須爲格林維基民用時0^h時頃之數.若推算另一子午圈處之時,r_s須爲該地民用時0^h時頃之數.此須切記者也.

平太陽赤經$(+12^h)$載在曆書中以恆星時冠其行,此恆星時係指格林維基民用時0^h時頃之恆星時.或冠以平太陽赤經$+12^h$.其赤經皆係格林維基民用時0^h時頃之數.惟我國所刊之天文年曆係按東經 120 度子午圈處子正(0^h)時頃推算作表,用時須加注意.爲便利計,(47)可改爲

$$S=(r_s+12^h)+T \qquad \text{(47a)}$$

推算時,須加入表三之改正數,以變此時間T爲恆星時單位.

§**43.** 格林維基民用時與格林維基恆星時互相推變可用(47a),因(r_s+12^h)之數值可由曆書檢取也.如爲別地作此類推算,則有二種進行之算法:

(一)先算出所指時之格林維基時(視該地在格林維基

之西或東以定加或減其經度).既得與該指時相當之格林維基時,乃再變格林維基時之單位種類,末後再加其經度變回該地之地方時.

(二)先改正表內(r_s+12^h)之數,變其爲該地民用時0^h時頃之數.改正之法,卽以經度數乘每時之改正數(表三),加入表列之(r_s+12^h)數內.以後推算之法卽與互推格林維基兩種時之法相同矣.此兩法各以例題明之.

若在民用時與恆星時之推變由地方時過至格林維基時之時,中間日期有變,則兩法所用之(r_s+12^h)將爲數不同.蓋因所用者總須爲所指時當日晨前0^h時頃之(r_s+12^h),日期一變,(r_s+12^h)之數當然隨之而變.例如6月15日西經5^h處民用時22^h,如以第一法變爲恆星時,則在該地該時格林維基已爲6月16日民用時3^h矣.是日期已變,應用16日0^h時頃之(r_s+12^h).若以第二法推算,則用15日之(r_s+12^h),依表三之數及經度5^h改正該(r_s+12^h)數,再用(47a)推算之.

再須知者,無論吾人所用之時爲民用時或恆星時,而日期(月之第幾日)總爲平時的.如幾月幾日乃平時之幾月幾日也.

用(47a)演算時,頗易滋生困難.然苟能認清各數實皆表明可以度分秒量計之角,則爲助非小.如將平太陽赤經$+12^h$,平太陽自下子午圈之時角(T),及平太陽從夜半起所增之赤經(表三),均作角看,如此則春分點之時角爲三數之和,豈非顯而易見者也.

再者從春分點上經天至平太陽下經天(夜半)之恆星時間距爲r_s+12^h,故求自春分點上經天起至過夜半後某時止之恆星時間距,須於此數上再加從夜半至該時止之恆星時間距.

此恆星時間距卽等於平太陽時間距（夜半起至該時止）加表三之改正數.

例題 1.　求格林維基 1925 年 1 月 7 日民用時 9^h 之格林維基恆星時（簡書爲 $G.S.T.$）. 1925 年 1 月 7 日平日之赤經爲 $7^h04^m09^s.74$, 由表三 9^h 之改正數爲 $1^m28^s.71$, 故 S 爲三數之和等於 $16^h05^m38^s.45$.

若恆星時 S 爲已知數而求民用時 T, 則 (47a) 變爲

$$T=S-(r_s+12^h) \quad \cdots\cdots (47b)$$

於此不能先改正赤經, 因自夜半起之間距尙爲未知數也. 由 S 減去表內 (r_s+12^h) 之數, 得自夜半起之恆星時數, 再由所得數減去表二之改正數, 卽得所求之民用時 T.

例題 2.　已知格林維基恆星時爲 $16^h05^m38^s.45$, 試求其適當之民用時.

$$S=16^h05^m38^s.45$$

夜半 (r_s+12^h) $= 7\ 04\ 09.74$

恆星時間距 $= 9\ \ 1\ 28.71$

由表二查得

9^h 之改正數 $= 1\ 28.466$

1^m 之改正數 $= .164$

$28^s.71$ 改正數 $= .078$

全改正數 $= 1\ 28.708$

所以 $T=9^h1^m28^s.71-1^m28^s.708$

$=9^h00^m00^s.$

例題 3.　如所知者非格林維基之時, 須照 32 節求得相當之 $G.\ C.\ T.$, 然後再依法推算如前. 例如 1925 年 5 月 1 日西經 60° 處 (4^h) 民用時爲 11^h, 求該地之恆星時.

地方民用時 $=11^h00^m00^s$

西經 $=\ 4\ 00\ 00$

$G.C.T.=15\ 00\ 00$

查表 $r_s+12^h=14\ 33\ 36.86$

表三改正數 $=\ \ 2\ 27.85$

$G.S.T.=29\ 36\ 04.71$

減西經 $=\ 4\ 00\ 00$

地方恆星時 $=25\ 36\ 04.71$

$(L.S.T.)\ =\ 1^h36^m04^s.71.$

例題 4. 若知地方恆星時而求地方民用時,其算法如下:

地方恆星時 $=\ 1^h36^m04^s.71$

加西經 $=\ 4\ 00\ 00$

$G.S.T.=\ 5\ 36\ 04.71\quad(+24^h)$

減夜半 $(r_s+12^h)=14\ 33\ 36.86$

恆星時間距 $=15\ 02\ 27.85$

表二改正數 $=\ \ 02\ 27.85$

$G.C.T.=15\ 00\ 00.$

由 $G.C.T.15^h$ 再減去西經 4^h,即得地方民用時爲 11^h.

例題 5. 如先改正表內 (r_s+12^h) 之數變爲地方民用時（簡書爲 $L.C.T.$）0^h 時頃之數,亦得同樣結果.格林維基夜半與地方夜半所差之時間等於該地經度之時數.於此例則爲 4^h（平時）,由表三 4^h 之改正數爲 $+39^s.426$,故在所指地夜半時之 (r_s+12^h) 爲 $14^h33^m36^s.86+39^s.426=14^h34^m16^s.29$（若地在東經須減去改正數）.其餘算法如下:

$L.C.T.=11^h00^m00^s$

地方夜半 $r_s+12^h=14\ 34\ 16.29$

表三改正數 = 1 48.42

$L.S.T.$ =25 36 04.71

= 1 36 04.71

反之　$L.S.T.$ = 1 36 04.71　$(+24^h)$

地方夜半 r_s+12^h =14 34 16.29

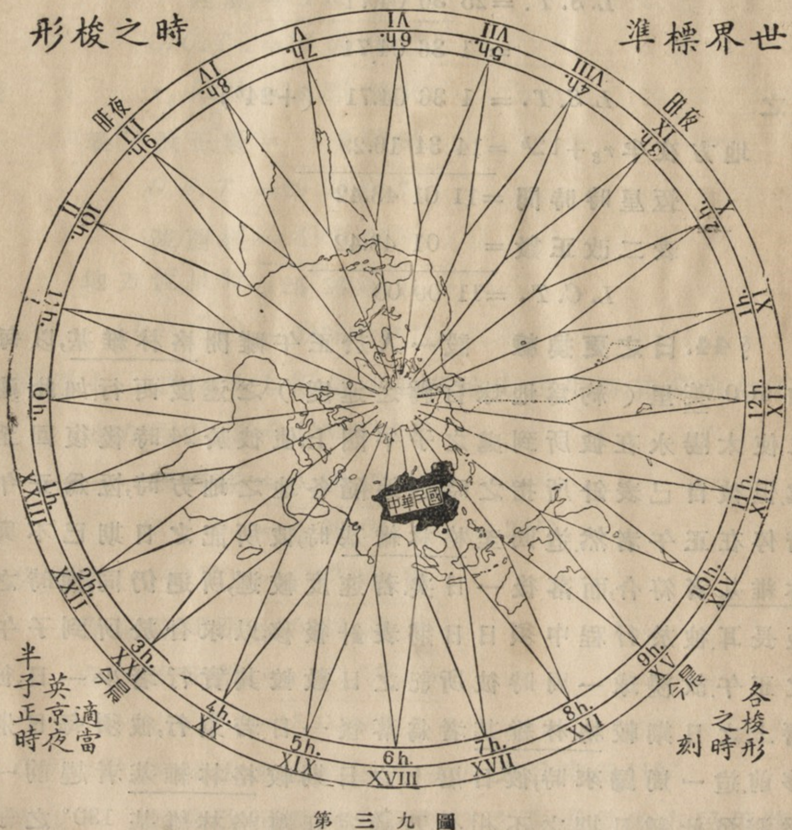
恆星時時間 =11 01 48.42

表二改正數 = 01 48.42

$L.C.T.$ =11 00 00

§44. 日之更換線　設一人於正午離開格林維基,以每時約 600 英里(約爲地球自轉之速度)之速度西行.如此速度足使太陽永在彼所到處之子午圈上,使彼於24時後復回至原處.但彼自己表針所指之時,因追隨各地之地方時,恆爲正午,一若停在正午者然.迨回至格林維基時,彼所記之日期已不與格林維基者符合,而落後一日矣.若速度較遲,所遇仍同,惟時之間距長耳.彼於行程中須日日將表針後移,以求合於所到子午圈之正午.故繞球一周時彼所記之日數較其實行者少一日,彼日曆上之日期較格林維基者爲落後一日.若東行,彼須每日將針移前.迨一周歸來時,彼日曆上之日期較格林維基者趕前一日.爲避免此種日期之不相合,乃議定在離格林維基 180° 之子午圈處更換日期.船當西去經 180° 子午圈時,於其日曆上超前一日,即刪除一日.若東行經 180° 子午圈時,退後一日,即重複一日在實際,日之更換乃約在近 180° 子午圈之晨前夜半時行之.例如航船於 7 月16日正午自橫濱啓行,約22日下午 4 時過 180° 子午圈,在該夜夜半乃更換日期,將日曆退後一日,於航程簿上接連記兩個 7 月22日,於 8 月 1 日正午到舊金山,已航行17日矣.若不於途中將日曆退後一日,則到舊金山時其航程簿上應

爲 8 月 2 日,豈不較舊金山日曆趕前一日乎?



第三九圖

國際通用之日期更換線並非完全沿 180° 子午圈.蓋因欲避免分割阿流淀(Aleutian)島,及不欲於航經南太平洋數羣島時變更向所用於該島中之日期,該線乃有所偏折也.

§45. **年** 年有三種,自太陽躔黃道上某星之視位起迄於復歸該星所歷之期曰恆星年,太陽兩次經春分點所歷之期曰回歸年(Tropical year),地球依軌道轉行兩次經過近日點所歷之期曰近點年,亦曰卑點年(Anomalistic year).因歲差使春分點

每年西移約 50.1 秒.太陽於黄道過 50.1 秒約歷時 20 分 23 秒,是卽恆星年(Sidernal year)與回歸年之差數.恆星年之歲實爲 365 日 6 時 9 分 9 秒,故回歸年之歲實爲 365 日 5 時 48 分 46 秒.四季乃依太陽與春分點相互之位置而定,故通俗所用之年爲回歸年.地球軌道之長徑每年漸向東行約 11.8 秒,約 109830 年一周,故地球自卑點起,滿一恆星周,須再行 11.8 秒方復至卑點.行 11.8 秒需時 4 分 39.7 秒,所以卑點年較恆星年爲長,其歲實爲 365 日 6 時 13 分 48.7 秒.

中　曆

§ **46.**　古時作曆依四季寒暑定年,日月合朔定月,太陽中天定日,皆所以發政授時者也.故年爲回歸年(亦曰太陽年),月爲合朔月,日爲太陽日.分一年爲二十四節氣,爲立春節氣,雨水中氣,驚蟄節氣,春分中氣,淸明節氣,穀雨中氣,立夏節氣,小滿中氣,芒種節氣,夏至中氣,小暑節氣,大暑中氣,立秋節氣,處暑中氣,白露節氣,秋分中氣,寒露節氣,霜降中氣,立冬節氣,小雪中氣,大雪節氣,冬至中氣,小寒節氣,大寒中氣,皆所以表示氣候便於人事者也.其始推日月平行以定合朔及中氣(名曰平朔恆氣),繼改推實行以定之,是爲定朔定氣.以合朔日爲月之首日,以所取之中氣分定月之次序.凡月朔而不得中氣者是爲閏月,從其上月之次數.復立十干紀歲,十二支建月,十干紀日,十二支紀時,統稱之曰六十周甲子法.其法以太陽至節氣爲建月之首日,以太陽下經天爲日之首時.以冬至或雨水所在月爲年之首月而建月則以冬至所在月爲首月.可見十二或十三合朔月之年乃太陰年,十二建月(日由春分點復回至春分點)乃太陽年.太陰年乃藉太陽太陰相互之位置及太陰之圓缺定月日之次序,而十二建月之年乃藉日躔節氣淺深以定太陽行天之程序.故

中曆乃太陽年與太陰月相附麗者,所以有陰陽合曆之稱.其所用推算之法皆在勉求日月五星之調和齊一,所謂齊七政變理陰陽者,皆惟此是務也.

§ **47**. 我國古曆自庖羲以來有之,至黃帝（耶紀前2697）其法漸進,至堯舜時則漸備.夏時卽堯所定之曆,蓋夏承虞,虞承唐,曆皆未改,故夏時爲堯所定之曆也.殷周別起一方,又用其國舊有之曆.惟原書久佚,其詳皆不可考矣.

§ **48**. 堯典乃命羲和,欽若昊天,歷象日月星辰,敬授人時.分命羲仲,宅嵎夷,曰暘谷.寅賓出日,平秩東作.日中星鳥,以殷仲春.厥民析,鳥獸孳尾.申命羲叔,宅南交,平秩南訛.敬致,日永星火,以正仲夏.厥民因,鳥獸希革.分命和仲宅西,曰昧谷,寅餞納日,平秩西成.宵中星虛,以殷仲秋.厥民夷,鳥獸毛毨.申命和叔,宅朔方,曰幽都.平在朔易.日短星昴,以正仲冬.厥民隩,鳥獸氄毛.此乃推測太陽之行,四季寒暑之變,而復參照以不變之恆星,驗之於人物出入變化之節,而定歲時也.此等測天工作,在當時不得謂不愼而且詳矣.迨測有所得,帝乃曰咨汝羲暨和,期三百有六旬有六日,以閏月定四時成歲.允釐百工,庶績咸熙.由此可知我國於耶紀前2357至2256年間（堯在位之年）,曆法已漸確定矣.

§ **49**. 據開元占經及清汪日楨顧觀光等所考,古黃帝顓頊夏殷周魯六曆共同之點如下:

一歲之日數爲 $365\frac{1}{4}=\frac{1461}{4}$ 日.

一月之日數爲 $29\frac{499}{940}=\frac{27759}{940}=\frac{\text{一蔀之日數}}{\text{一蔀之月數}}$.

一歲之月數爲 $12\frac{7}{19}=\frac{235}{19}=\frac{\text{一章之月數}}{\text{一章之歲數}}$.

19年爲一章,冬至與合朔復齊於一日,故一章有235整月.

4章（76年）爲一蔀,冬至與合朔復齊於日首無小餘,故一蔀有整日27759日,整月940.

20蔀爲一紀（1520年）,冬至及合朔之紀日一復（例如冬至紀日初爲甲子一紀後復得甲子）.

3紀爲一元（4560年）,年名亦一復.

耶紀前432年（周考王九年）希臘人麥通(Meton)創一太陰周期(Lunar cycle),19年爲一周,有整月235,整日6940.其平均歲實爲365.2468日.此與我六曆之章頗相似.

§ **50.** 治曆必有起算之端,是謂曆元.六曆皆遠溯古初冬至七曜齊元之日爲元,謂之上元,緯書則曰開闢.所謂七曜齊元者,乃歲月日時五星皆會甲子（如此是以冬至爲建子月之首日）,日月五星同度,如合壁連珠.使果有此,雖萬世遵用可矣.蓋古人推步皆用平行,上溯下推,本極簡單.然六曆曆元無一爲甲子者,亦無相同者.蓋因曆家當時所測或假定之月朔節氣以及諸曜行度各家不同,故上推之曆,元亦各異也.

茲將六曆積年及其蔀首日月位置之異同列表於下.既可定曆元以來之積年,復可依其假定之平行率定其積日.

古曆積年表

曆名	上元年名	至開元二年甲寅歲積	至民國元年壬子歲積
黄帝	辛卯	2760863	2762061
顓頊	乙卯	2761019	2762217
夏	乙丑(一作丙寅)	2760589	2761787
殷	甲寅	2761080	2762278
周	丁巳	2761137	2762335
魯	庚子	2761334	2762532
魯顧氏改正	庚子	2764394	2765592

六曆蔀首起點異同表

黄帝	天正朔,起冬至,無閏餘	⊙=270°,☾-⊙=0.
顓頊	人正朔,起立春,閏餘無	⊙=315°,☾-⊙=0.
夏	人正朔,起雨水(無明證),閏餘無	⊙=330°,☾-⊙=0.
殷	天正朔,起冬至,閏餘無	⊙=270°,☾-⊙=0.
周	天正朔,起冬至,閏餘無	⊙=270°,☾-⊙=0.
魯	天正朔,起冬至,閏餘一（月之$\frac{1}{19}$）	⊙=270°,

表內⊙爲太陽黄經,☾爲太陰黄經.

§51. 漢武帝時鄧平等造太初曆於武帝太初元年（耶紀前104年）施行.劉歆因之作三統曆,其法如下:

一月之日數爲$29\frac{43}{81}=\frac{2392}{81}=\frac{\text{月法}}{\text{日法}}$（$\frac{43}{81}$日朔餘）.

一歲之月數爲$12\frac{7}{19}=\frac{235}{19}=\frac{\text{章月}}{\text{閏法}}$.

一歲之日數爲$365\frac{385}{1539}=\frac{562120}{1539}=\frac{\text{周天}}{\text{統法}}$.

19年爲一章而冬至與合朔復齊,一章有整月235.

81章爲一統(1539年),而冬至及合朔復齊於日首無小餘,一統有整日562120,整月19035.

3統爲一元(4617年),而冬至及合朔之日名一復.因一統之日數562120以60除之餘40,故若以甲子日爲元,則一統後得甲辰,二統後得甲申,三統後始復甲子,此即三統之名所由來也.元法4617以60除之不能盡,故元首年名不復.

三統曆之元首置於漢武元封七年丁丑仲冬甲子,據律曆志,其時曾測得是日朔旦冬至.乃改元封七年爲太初元年以建寅月爲正月（故曆元冬至乃在丙子年內）.所謂朔旦冬至者,即謂合朔及冬至皆在是日晨前夜半也,凡求節氣朔望者,皆可

從此起算矣.然作曆者因欲令日分月分食分日名及五星之周俱終,故復立 23639040 年之大周.其首謂之太極上元.並定太初元年上距上元之積年爲 143127 歲,即在大周中已過31個元法也.太初元年歲前冬至距民國元年(耶紀 1912)歲前冬至凡 2015 年,故三統曆上元距民國元年壬子歲積爲 145142 年.

置閏之法先求閏餘,即所求年前冬至距前朔之日分爲朔實(一月之日數)19分之幾分也.若閏餘滿12以上,則該冬至以後一年內有閏月.蓋一年之月數既定爲$12\frac{7}{19}$,而冬至前已有餘數$\frac{12}{19}$,則至下次冬至之前必已積至一個朔實以上也.

§**52.**　唐武德二年(耶紀619)改用定朔.漢末劉洪以歲實太強改爲365.2462日.晉虞喜、劉宋何承天、祖冲之謂歲當有差,乃損歲餘以益天.歲差之法由斯而立.喜以50年差一度.何承天以 100 年差一度.祖冲之以45年差一度.惟楊忠輔以67年差一度,以周天 360 度法約之,得每年差 52.5 秒,元郭守靖因之.守靖改歲實爲365.2425日,並鑒於古曆之推上元之出於勉强,實無所謂歲月日時皆會甲子之時,乃毅然改革,截取任一年爲元,而以實測定曆元之各種行度及數量,名之曰應,如氣應閏應等.於是作授時曆,以元順帝至元七年辛巳(耶紀 1341)歲前天正冬至爲曆元,並改是年爲至正元年.明因之作大統曆.所異者,授時曆之歲實有百年消長一分之率,大統曆則省而不用,此外則閏應等數事稍有改變耳.玆將大統曆重要各用數列之於下:

一歲之日數爲365.2425(歲實).

一月之日數爲 29.530593(朔策):

氣應爲 55.0600(即曆元上距甲子日子正之日分數).

閏應爲 20.2050(即曆元上距天正經朔之日分數).

推月朔之法,先用朔策及閏應求得太陰太陽平行之會,是爲經朔.然後查太陽贏縮差表及太陰遲疾差表,或加或減,以得定朔.

推節氣之法,用氣策(歲實二十四分之一)及氣應卽可求得各恆氣.

凡定朔月內無中氣者爲閏月.

§53. 清順治二年(耶紀 1645)測實行改用定氣.以本月內太陽不及交宮(以宮之初度爲中氣)者爲閏月.康熙時定康熙二十三年甲子天正冬至次日壬申子正初刻爲曆元.七政皆從此起算.改歲實爲 365.2421875 日.用西洋之法數,以就舊曆之規模.民國建元改用羅馬格勒哥里第十三所定之曆法專用其年月日及星期法,而不用其求朔法.

§54. 甲子紀日之始,其詳雖不可考,約自黃帝以來已有之.周而復始,無間斷,無奇零,實爲推算者不變之尺度.而爲後之人藉以追求古代歲月之良工具也.據考自魯隱公三年辛酉(耶紀前 722)二月己巳日(儒略周 1458496 日)起,至民國二十一年(1932)一月一日(儒略周 2426708 日),已得二千六百餘年 968212 日不斷之紀錄.是誠世界最長久之紀日法也.若自黃帝以來卽未間斷,其長久更爲何如耶.

西曆

§55. 埃及曆(Egyptian calendar) 埃及古昔分一年爲12月,一月分30日,每年加歲餘 5 日,合爲 365 日.一年分三季,曰泛濫季,曰播種季,曰收穫季,每季有四月.三十日之周期當源於太陰月,由三季之名亦可證明其年初亦與太陽年相附麗.因所用歲實不足,故歲首及季節逐年提早,與太陰之圓缺及冬夏之氣候逐漸不合,積 1505 太陽年而得 1506 埃及年,則歲首及季節遍歷

冬夏周而復始矣.但埃及古人亦有校正曆年與自然年關係之法.其法不用分至,而用天狼星晨見之期.據 Schoch 氏新近所推,就埃及古都Memphis之緯度言之,此期平均一周當爲365.2507日,而埃及古人則用 365.25 日爲自然年,因得 1461 曆年合爲 1460 自然年之周期,謂之夙氏格(Sothic),譯意天狗周也.

行世之曆,其年月之長短各依成規而確定,不隨官府法令而轉移,不藉臨時觀象而指定者,在儒略凱撒改定羅馬曆(耶紀前46)以前,在西國實惟埃及曆一種而已.

埃及曆每月各有慶節,約在耶紀前 1200 年即已確定,後即以節名命其所在之月.

耶紀前 238 年(秦始皇九年癸亥)多祿某歐吉德(Ptolemy Euergetes)曾擬用四年閏一日法,試爲改曆,而未成功.奧古斯督(Augustus)於耶紀前 23 年 23 年間重提此議,較著成效.

§ **56. 巴比倫曆**(Babylonian calendar) 巴比倫曆法原則在耶紀前二千餘年前漸就確定.其曆之年始於春季正月,謂之尼三努(Nisanu).年分 12 月,月之始則以測候新月生明之日定之.巴比倫曆陰曆也,諸陰曆除回曆外,皆置閏月,俾歲中各月之節候不至漸差漸遠,巴比倫曆亦然.自那保那剎(Nabonassar)王即位(耶紀前747)以來,每月之觀測及各月之日數均有冊籍記載.因此觀測間之時距有確數可稽,足爲制定天文上各種周期之用,如規定月食時距及食分之周期其尤要也.最古流傳準確之月食周期名曰沙羅(Saros),以 223 個月合 $6585\frac{1}{3}$ 日爲一周.然依今時精密之數則 223 月應合6585.323日,故沙羅周約於 1800 年中祇差一日.沙羅周在耶紀前第六世紀之早期應已著聞於世.此周與太陽回歸年不相牽涉,然歧彌諾(Geminus)及多祿某二家皆嘗稱引沙羅一周太陽行黃道 18 週又 $10\frac{2}{3}$ 度.以今所知太

陽準確平行度核之,則彼時行此度之準確時間應爲6585.19日,故假定之太陽年在18年中應差0.14日.

在耶紀前529至504年之間,巴比倫曾行一種八年周期.其時月之首日仍以測候新月生明定之,然閏月所在則依入周年次排定,而一周八年之中則有99整月.依此周期則八年之長得2923.53日與實際長度2921.94或整日數2922相比所差太遠,故此周期旋卽廢棄,復用無定閏法不足怪也.

假令雪那貝爾(Schnable)氏所考那菩連(Naburianos)及西鄧(Cidenas)二人之年代爲可靠,則自八年周期廢棄以後,巴比倫曆家於天文常數已有切實之進步.蓋那菩連約在耶紀前500年已得朔實29.530614日,而今知之確數應爲29.530596日.又得歲實365.2609日,而今知之確數應爲365.2425日.且巴比倫古人歲實之數係由朔實數之有差變而得,故古人所得之歲實與其謂爲回歸年,無寧謂爲卑點年之爲切當,彼時之卑點年爲365.2598日也.西鄧氏於耶紀前383年左右得朔實29.530594日,而定歲實爲365.236日.自耶紀前383年以降,19年一章之置閏法始用於巴比倫.一章凡置七閏,其閏之所在隨其年入章之次序而定,章章相同而不紊亂.章共爲235整月.月之首日以測候生明(By observation of the lunar crescent)得之.19年之章法在耶紀前432年麥冬(Metor)已在雅典公布.此章法在巴比倫所生之影響則爲制定一年之月數爲12.36842,及曆上之平均年長爲365.2468日,較確數凡餘0.0043日.西鄧氏之朔實及19年7閏之法在現代猶太曆中尚存不廢,故其歲實仍爲365.2468日也.

§**57.** **希臘曆**(Greek calendars)　諸希臘曆自羅馬時代以前皆陰曆也.而各州各有其曆法.皮叔甫(Bischoff)嘗考希臘曆作爲曆日對照表,至有百種之多.諸曆歲首不同,故季節早晚亦殊紛

亂.然各月所在之季節亦因置閏法而不至漸差漸遠.有數種曆法閏在六月,其他數種閏在十二月,間亦有閏他月者.在雅典流傳刻文中並曾見四次閏月不用常法者.蓋希臘曆中不特閏月所在即月建大小之規定皆操權於執政者之手.雖時代漸進,天文曆法亦漸見尊重,而天文曆法固從未有法律上之權力也.依考據所得,在北落保內戰爭(Peloponnesian war)時代,雅典曆歲首較之自然年之節氣進退於50日之間.至於月首與朔日之離合可至幾何,則尙無確證可據,惟耶紀前423年阿里士篤方(Aristophanes)所著雲篇一書中嘗譏曆日不與月象相應.

自耶紀前第六世紀以來,希臘曆家即思造爲諸種周期,俾每年每月之長度各以其入周之次序而確定,且力圖所定朔實歲實之數與天文相合,而周期又不至過於繁重.用周期定曆法而不用政令隨時規定,則推算歷史上兩日之距離最爲便易.造作周期之初意或者祇爲便利月齡及年中節氣之規定,但至少麥冬及迦力波二種周期實已應用於天象觀測之記載矣.

耶紀前六世紀克類士忒都(Cleostratus)所創者爲八年周期,大概即爲巴比倫所流傳.此周期以8年合99月2922日.但99月實得2923.53日,故倘實行此周爲曆,則曆上之朔日將先天甚速.故有歷次之修正.

大約八年周期未至最後修正時,雅典天文家麥冬(Meton)已早將19年之章法公布於世.其法以耶紀前432年六月二十七日爲元,麥冬以此日爲夏至,又爲Scirophorion月之十三日.麥冬曆之月名與雅典曆同,其閏月亦恆在六月(名Poseideon).惟年與月之長度及閏之有無則視入章次序而定.一章19年合235月,6940日.而235月之積日則實爲6939.69日,19回歸年之積日則爲6939.61日.或者麥冬已受那善連歲實(365.2609)之啓

示,蓋依那氏歲實則19年之積日應合6939.95日也.

其後迦力波(Callippus)修正麥冬章法,採用365.25為歲實,以與19年周期相融合,而得76年之周期,謂之迦力波蔀.一蔀積日較麥冬之四章短一日,合為27759日,940月.故迦力波之19年合235月,6939.75日.以視麥冬章其於氣朔二者皆有顯著之進步.迦力波蔀以耶紀前330年夏至合朔之日為元.此曆似曾為天文家所用者垂二百年.

希臘最後所傳天文周期為依巴谷(Hipparchus)所造.其法四倍迦力波蔀而去一日,得304年合為3760月,111035日.故其朔實應為29.530585,其歲實應為365.24671.此朔實與西鄧氏之數(29.530594)極近,當即為依巴谷所取用.其歲實則與當時巴比倫所用19年章假定之歲實幾相符合,而與依巴谷親從測候得來之數365.24667尤為切近.但依巴谷之周期實際從未應用,雖依氏似亦未嘗一用也.

希臘陰曆,因祇有月日而無中氣,遂不便於定節候而利農時;故希臘農夫欲知年時早晚,或觀恆星之出沒,或測日至之時期,或記候鳥之來歸也.

§ **58.** 回曆(Mohammedan calendar) 回曆以耶紀後622年之遁逃日(Hegira)為元,遁逃日者其教主摩訶末德(Mohammed)避地之日也.回曆之所特殊者,以12太陰月為年而無閏月.故33年而月之冬夏變遷一周矣.又其教規所需以測候新月始生為月朔,而在民間日用則從無確定之法則.以致同城居民而所用之月朔亦多歧異.因此回曆所紀之月日倘非兼書星期則無從得其準確之對照.此種現象在公私文書中莫不盡然.獨於天文上之紀載,則有較確切之規則.其法以大月30日與小月29日相間,惟十二月則在30年中(以回曆30年為一周)為小月29日者

十九次,爲大月30日十一次.因此得一周360月合10631日,而眞數則應爲10631.012,故2500年中所差不逾一日.

§ **59. 羅馬曆**(Roma calendar) 羅馬曆(就其大體而言)卽爲現代世界通行之曆法,以羅馬城爲發源之地.據古史家所述,Romulus 時代之年分爲十月,合得304日,以 March(譯言戰神月,今稱三月)爲首月.努馬(Numa)帝增置一太陰年,又年加January(天之守門也,可譯天門月)及 February(意言洗惡赦罪,可譯天赦月)兩月(今稱一月、二月).羅馬曆其初亦用太陰月,在共和時期一年之長恆爲355日,卽12個太陰月又0.63日也.其閏月或爲27日或爲28日,置於天赦月二十三日之後.置閏之權則操於敎宗之手.自儒略凱撒(Julus Caesar)改曆以前,羅馬曆法混亂已極.儒略於耶紀前63年卽位敎宗,見時曆往往失閏,差忒甚多,乃下令於耶紀前62年除於天赦月二十三日後依常法應閏一月23日之外,復於九、十兩月(今稱十一十二月)之間特閏兩月,凡67日.並制定月之日數一如現代之法.惟有閏之年則於戰神月首日以前之第六日重出一日,謂之 Bissextum,意謂重六也.

儒略修曆藉亞力山德里亞(Alexandria)天文師鎖西澤尼(Sosigenes)之助,用埃及通行歲實之數365.25爲本,故365日者三歲,而間以366日者一歲.其曆爲純太陽曆,故年中節物可以預期於一定之日,而新法之曆書耶紀前45年(漢元帝初元四年丙子)正月一日始頒布焉.

顧其後繼位之敎宗誤會儒略改曆之意旨,三年之中而閏一日.迄於耶紀前8年而多閏者三日.奧古斯督(Augustus)帝始知其誤,乃命停止閏日以迄耶紀後8年.自此以降,至敎宗格勒哥里第十三(Gregory XIII)之改曆,儒略曆之行用未嘗或誤也.因

儒略曆之元年爲有閏之年,適當耶紀前45年(即－44年也);故耶紀年數之可以4除者皆爲閏年.今之七月舊名五月(Quintilis),自耶紀前44年始改今名July,譯言儒略月也.今之八月舊名六月(Sextilis)自耶紀前8年改稱August,譯言奧古斯督月也.此外月名之更改則無成功者.

羅馬曆閏月之位置,蓋沿舊習之以戰神月(March)爲首月也.羅馬曆之年以執政之名號爲年號,故執政易人則年號隨改.執政就職之期初無定日,至耶紀前222年左右,始定以戰神月(March)十五日爲就職之常期.至紀前153年乃改用天門月(January)一日.其後則未再改.因此政典之故,天門月遂成爲政治年之首月,至今稱爲一月也.

在帝制時代東方諸省之紀年屢有以皇帝之卽位而改年者,其次年卽以元旦爲歲首,而此所謂元旦者又隨地而異.以天門月爲歲首之習慣,當時祇限於西歐而已.

§60. 格勒哥里曆(Gregorian calendar) 格勒哥里曆卽今通行之曆.正、三、五、七、八、十、十二等月各31日.四、六、九、十一等月各30日.二月在平年爲28日,在閏年爲29日.皆同儒略曆;惟儒略曆之歲實爲365.25日,較回歸年之長度365日5時45分46秒(365.24219907)長11分14秒,致使春分逐漸早到.四百年約差3日($11\frac{14}{60}\times 400=4493^m=3$日2時53分).迄至耶紀1582年春分日竟提前10日,在三月十一日而不在耶紀325年尼斯會議所定之三月二十一日矣.教宗格勒哥里乃於是年十月四日之後徑去10日,而命其次日爲十月十五日.又令從此以後除百數之年(世紀之年)外,凡能以四除盡之數之年仍爲閏年,而百數之年不能以400除盡者皆非閏年,故能爲400除盡之數之年如1600、2000、2400等年仍爲置閏,而1700,1800,及1900之不能以400

除盡者非閏年也.自此修改之後,設積一萬格勒哥里年,其自一至萬之中逐年算之,計四不能約盡者有7500,四能約一百亦能約而四百不能約盡者有75.故一萬年有7575年俱爲365日,有2425年俱爲366日,統計得3652425日.乃得每年之中歲爲365.2425日,是爲其歲實之數.當彼時此數幾與天合,但較現時太陽回歸年之歲實則微嫌其長(即一萬年約長三日).

格勒哥里曆之優點在能調合極準確之平均數於極簡單之用法之中.蓋在數百年中(少至一世紀多至三世紀),恆可應用19年之章法,且視曆年皆相等長以求月望之日期,苟造爲曆表則一如儒略舊曆之簡易,而可用於此數百年之中.且此曆可不問地面經度所在.蓋曆用平望,但定望日而不問望時也.倘用天文實望,則有望時,因地而異.望於澳洲爲今日者,在美洲或爲昨日.且實望隨日月行之差(Inequalities)而有諸均數之加減,尤爲不便.格曆不計均數之變而專用平望,亦猶常用之時專用平太陽日而不用眞太陽日也.因此祈禱書(Prayer Book)所列之曆表每與航海曆書(Nautical Almanac)或不盡同,不足怪也.

格勒哥里曆之採用,各國先後不同,今列爲表如下:

1582——意大利,法蘭西,西班牙,葡萄牙,波蘭

1583——日爾曼奉天主教之諸邦,荷蘭,法蘭德

1587——匈加利

1584——1812年——瑞士(逐漸採用)

1700——日爾曼及荷蘭奉耶穌教之諸邦,丹麥

1752——不列顛諸領地

1753——瑞典

1873——日本

1912——中華

1915——布加利亞

1917——土耳其,蘇俄

1919——南斯拉夫(Yogoslavia),羅馬尼亞

1923——希臘

格曆以5700000年爲一大周,合70499183月,又合2081882250日.故其平均朔實爲29.5305869.又格曆400年中有146097日,即20871星期也.故格曆400年而星期與年中月日一復.格曆大周之年數爲400之倍數,故此大周不特爲復活望日與年月日之一復,且亦爲復活日曜與年月日之一復.復活節者乃猶太人之Passover節,譯言逾越也.基督敎會沿用之爲耶穌復活節,英文名之曰Easter day.

§**61**. 星期(Week)者,七日一周也,始於猶太敎會而浸及於基督敎會.故特重其第一日而爲之名曰主日.依希臘埃及時代天文學說日月五星高卑之序排列七曜爲一周,每曜各主一時,而日月與年首時之主曜亦卽爲其日其月其年之主曜.其高卑次序爲一日、二金、三水、四月、五土、六木、七火.一日二十四時得3周有3時,所以逐日之主曜每退3位.初日之首時爲太陽時,故初日太陽爲主曜.次日退3位,乃月主首時矣.故次日太陰爲主曜.如此類推,而七曜主日之序乃爲一日、二月、三火、四水、五木、六金、七土矣.

§**62**. 基督紀年今稱爲公元,或稱耶穌紀年,以耶穌降世之年(1A.D.)(漢平帝元始元年辛酉)爲紀元之元年,卽耶紀1年,以後順序而下.元年之前一年史家稱爲紀元前一年(1B.C.),但天文家則稱爲0年.再前一年史家稱爲紀元前二年(2B.C.),天文家則稱爲−1年.故如以紀元前若干年與紀元後若干年相加而求其積年之距依史家法當減一,若依天文家法則不減

一.

§63. 儒略周法　諸曆法俱古今屢改,記載時日非用本曆推之不能通.曆家史迦利澤(Scaliger)於1582年擬定一法,可與各曆相較而推,其目的在於官曆之外作一種繼續無間斷之紀時尺度也.其法以$365\frac{1}{4}$日爲一年,以28年(7×4)爲一會(Solar cycle),星期與月之日一復如初.置耶穌降世年數加9以28除之,其不盡之餘爲入會年也.19年爲1章,共235朔望.以現今確定之朔實(29.530588)與19年每年365日四分日之一相較,所差較天遲約一時半.故設章之首年正月初一合朔,則每後19年遇正月初一亦必合朔也.又諸合朔在某月某日,後一章俱與前章同.此爲雅典天算家麥冬所定,故西名麥冬章.置耶穌降世年數加1以19除之,餘爲入章年也.四章(76年)爲一蔀,乃迦力波所定,故西名迦力波蔀.惟一蔀內差6時,四蔀(即304年)內差一日,即較天遲一日.十五年爲律會,乃君士但丁所定,律家用之.置耶穌降世年數加3以15除之,餘爲入律會年也.會章律會俱名爲會.以28×19再以15乘之得7980年即一總也.會章蔀律之元同起於儒略曆之天門月一日,即正月一日,故一總則三會俱終矣.三會俱無等數,故一總中無二年相同者.故任舉一年,但知爲三會之各第幾年,即知爲某年,蓋古今史中一總尙未終也.上溯得耶紀前4713年爲三會所同起.以是年正月初一日亞力山德里亞午正爲總之首,即曆元也.名儒略元.爲儒略曆之1年(1. J. E.).考古史時日皆以此曆元爲本.從此曆元至他曆元,推其積日若干,則二曆即可通也.用亞力山德里亞午正者,因多祿某用此地之子午圈推定那保那刹之曆元而其書中恆用之故也.今改用耶紀前4713年一月一日格林維基民用時正午爲元,爲儒略周0.0日.

設有年已知入三會之各第幾年,求入總第幾年.法以 4845 乘入會年數,以 420 乘入章年數,以 6916 乘入律會(Indiction)年數,乘畢幷之,滿 7980 去之,餘爲入總之年也.

儒略元至西國諸大事及諸曆元之積日列表如下.

表 B

儒元	儒略曆	耶穌紀年	儒略曆	積日
儒略元	正月初一	前4713	1	0
開闢屋實所推	正月初一	前4040	710	258963
洪水阿波哈三占沙所推	二月十八	前3102	1612	588466
洪水常用	正月初一	前2348	2366	863817
築羅馬城伐羅元	四月二十二	前753	3961	1446502
那保那剎元	二月二十六	前747	3967	1448638
麥冬章天文元	七月十五日	前432	4282	1563831
迦里波蒳皮阿所推	六月二十八	前330	4384	1599608
儒略改曆	正月初一	前45	4669	1704987
羅馬元	正月初一	前30	4684	1710466
耶穌降世	正月初一	1	4714	1721424
回回元天文合朔	七月十五	622	5335	1948439
波斯元	六月十六	632	5345	1952063
諸西國舊曆之末日	十月初四	1582	6295	2299160
英國舊曆之末日	九月初二	1752	6465	2361221
諸元	格勒哥里曆			
諸西國行新曆	十月十五	1582	6295	2299161
英國行新曆	九月十四	1752	6465	2361222

表內麥冬章及回回元在熱帶間所行官曆較天文曆遲一日.蓋天文曆用眞朔,而官曆以初見新月爲朔也.皮阿攷迦力波

蔀之元爲夏至合朔,而本日已可見新月焉.求二時中間之積分爲最要事.若不明法意,易致誤.凡云某日云某年卽所求之日與年也.如云耶紀前一年正月初五,非入正月已過五日,乃已過四日而入第五日也.

設有耶穌紀年求儒略曆年.若其年爲耶紀前,則以之由4714減去卽得.若爲耶紀後,則以之加4713卽得.得數減一爲積年.

設有舊曆某日求儒略曆之積日,法如前,以耶穌紀年變爲儒略年,所得減1乃爲積年.再以4除之,所得命爲A,不盡數命爲B.乃依下第一表以A變爲積日.依第二表以B變爲積日.二日數之和卽從儒略元至本年正月初一之日數也.又依第三表求正月初一至本本日之數.B爲0,則用閏年一行;B若非0,則用常年一行.以所得日數加於AB日數和,卽儒略元之積日.算外爲本日,卽加一日爲本日.

表C.　　積日表

一　表

四年積日之倍數	
1	1461
2	2922
3	4383
4	5844
5	7305
6	8766
7	10227
8	11688
9	13149

二　表

餘年之積日	
0	0
1	366
2	731
3	1096

三　表

正月初一至各月初一之積日		
各月初一	常年	閏年
正月	0	0
二月	31	31
三月	59	60
四月	90	91
五月	120	121
六月	151	152
七月	181	182
八月	212	213
九月	243	244
十月	273	274
十一月	304	305
十二月	334	335

假如有英國舊曆耶穌降世1752年9月初2日求儒略曆之積日.法置1752加4713得6465,減1餘為積年6464,以4除之得1616無餘.依第一表化年為日,計得2360976,為至本年正月初一日之積日.算外得本年正月初一日.又依第三表求得正月初一至本日之數為245,以加之得2361221,即所求之積日.算外得本日.

設有新曆某日求儒略曆積日,即以新曆當作儒略曆如上法求得積日,減若干日即得.在耶穌降世1700年3月1日之前減10日.自耶穌降世1700年2月28日之後至1800年3月1日前減11日.自耶穌降世1800年2月28日之後至1900年3月1日之前減12日.自耶穌降世1900年2月28日之後至2100年

3月1日之前減13日,因在改曆之年已差10日,而在1700、1800及1900年又各於2月28日後少閏1日也.餘類推.

求二時中間之積日,或一爲舊曆時一爲新曆時,或皆爲舊曆時,或皆爲新曆時,俱不論,但以二時各求儒略之積日相減即得.若帶時分秒各加於日下然後相減.

§64. 儒略周首之紀日及由儒曆或格曆求紀日法　查民國21年歲次壬申其正月一日紀日爲辛酉,其儒略周積日爲2426708.加1以60除之餘9,是辛酉爲周首第九日之紀名.故周首紀日應爲癸丑.而癸丑爲60一周之第50數,是周首上距甲子紀日尙有49日也.故置積日加49以60約之,餘數加1爲所求日在60一周中之第幾數也.

又民國21年爲儒略周之第6645(1932+4713)年,以60除之餘45年,是儒略周第45年應爲壬申年.上溯得戊子年(壬申上至戊子,本數亦計在內,共爲45數)爲儒略周第一年之紀名.戊子爲60一周之第25,是儒略周首年上距甲子尙有24年也.故置儒略年數加24以60約之,餘數即爲60一周之第幾數.或以儒略周積年加24以60約之,餘數加1亦得所求年在60一周中之第幾數也.

由上所推,儒略周首應爲戊子年癸丑日.而儒略元爲儒略曆之正月一日,且在陰曆含冬至之月,故儒略周元可謂爲我舊曆己丑年歲前十一月(建子之月)癸丑日正午,亦可謂爲戊子年甲子月癸丑日戊午時,蓋儒略周日自正午起算也.

旣知儒略周首一月一日爲癸丑日,即可由儒略或格勒哥里曆年月日求我國之紀日.玆作四表於下以爲推算之用,並略述其作表之法及用法.

表 D.　求紀日表

一表一　耶紀前世紀表

儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	儒略曆	N_1
100	15	700	45	1300	15	1900	45
200	30	800	0	1400	30	2000	0
300	45	900	15	1500	45	2100	15
400	0	1000	30	1600	0	2200	30
500	15	1100	45	1700	15	2300	45
600	30	1200	0	1800	30	2400	0

二表一　耶紀前餘年表

餘年	N_2	餘年	N_2	餘年	N_2	餘年	N_2
0	13	25	1*	50	50	75	39
1	7*	26	56	51	45	76	34
2	3	27	51	52	40	77	28*
3	57	28	46	53	34*	78	23
4	52	29	40*	54	29	79	18
5	46*	30	35	55	24	80	13
6	41	31	30	56	19	81	7*
7	36	32	25	57	13*	82	2
8	31	33	19*	58	8	83	57
9	25*	34	14	59	3	84	52

10	20	35	9	60	58	85	46*
11	15	36	4	61	52*	86	41
12	10	37	58*	62	47	87	36
13	4*	38	53	63	42	88	31
14	59	39	48	64	37	89	25*
15	54	40	43	65	31*	90	20
16	49	41	37*	66	26	91	15
17	43*	42	32	67	21	92	10
18	38	43	27	68	16	93	4*
19	33	44	22	69	10*	94	59
20	28	45	16*	70	5	95	54
21	22*	46	11	71	0	96	59
22	17	47	6	72	55	97	43*
23	12	48	1	73	49*	98	38
24	7	49	55*	74	44	99	33

一表二 耶紀後世紀表

儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	儒略曆	N_1	格曆	N_1
100	45	700	15	1300	45	1500 (C)	5
200	30	800	0	1400	30	1600	50
300	15	900	45	1500	15	1700 (C)	34
400	0	1000	30	1600	0	1800 (C)	18
500	45	1100	15	1700	45	1900 (C)	2
600	30	1200	0	1800	30	2000	47

二表二　耶紀後餘年表

餘　年	N_2	餘　年	N_2	餘　年	N_2	餘　年	N_2
0(C)	8						
0	7*	25	19	50	30	75	41
1	13	26	24	51	35	76	46*
2	18	27	29	52	40*	77	52
3	23	28	34*	53	46	78	57
4	28*	29	40	54	51	79	2
5	34	30	45	55	56	80	7*
6	39	31	50	56	1*	81	13
7	44	32	55*	57	7	82	18
8	49*	33	1	58	12	83	23
9	55	34	6	59	17	84	28*
10	0	35	11	60	22*	85	34
11	5	36	16*	61	28	86	39
12	10*	37	22	62	33	87	44
13	16	38	27	63	38	88	49*
14	21	39	32	64	43*	89	55
15	26	40	37*	65	49	90	0
16	31*	41	43	66	54	91	5
17	37	42	48	67	59	92	10*
18	42	43	53	68	4*	93	16
19	47	44	58*	69	10	94	21
20	52*	45	4	70	15	95	26
21	58	46	9	71	20	96	31*
22	3	47	14	72	25*	97	37
23	8	48	19*	73	31	98	42
24	13*	49	25	74	36	99	47

三表　月表

月	N_3	
正	0	*0
二	31	31
三	59	0
四	30	31
五	0	1
六	31	32
七	1	2
八	32	33
九	3	4
十	33	34
十一	4	5
十二	34	35

四表　甲子表

1 甲子	2 乙丑	3 丙寅	4 丁卯	5 戊辰	6 己巳	7 庚午	8 辛未	9 壬申	10 癸酉
11 甲戌	12 乙亥	13 丙子	14 丁丑	15 戊寅	16 己卯	17 庚辰	18 辛巳	19 壬午	20 癸未
21 甲申	22 乙酉	23 丙戌	24 丁亥	25 戊子	26 己丑	27 庚寅	28 辛卯	29 壬辰	30 癸巳
31 甲午	32 乙未	33 丙申	34 丁酉	35 戊戌	36 己亥	37 庚子	38 辛丑	39 壬寅	40 癸卯
41 甲辰	42 乙巳	43 丙午	44 丁未	45 戊申	46 己酉	47 庚戌	48 辛亥	49 壬子	50 癸丑
51 甲寅	52 乙卯	53 丙辰	54 丁巳	55 戊午	56 己未	57 庚申	58 辛酉	59 壬戌	60 癸亥

今以求耶紀前4700年儒略曆正月一日之紀日爲述作表之例.

耶紀前4700年爲儒略周之第$4713-4700+1=14$年,故其積年爲$14-1=13$年.而$13=4\times3+1$,故由表B之一表及二表得積日爲$1461\times3+366=4749$日.由是4700年歲前1日之紀日爲甲子周第$\frac{4749+49}{60}=58$數,則4700年正月1日之紀日爲甲子周第$58+1=59$數.同法求得4600年歲前1日之紀日爲第43數,及4600年正月1日之紀日爲第$43+1=44$數.由是而知每下推百年則紀日回退$58-43=15$數.反之,每上溯百年則紀日前進15數.所以表內對耶紀前100年之數(N_1)爲15,對200年者爲30,對300年者45,對400年者爲60,60爲一周故書爲0.如此類推至耶紀前4700年應爲45.然耶紀前4700年歲前1日之紀日實爲甲子

周之第58數，與45相差13，卽紀日更前進13數.故置此13於耶紀前餘年表之0年處，蓋由此知在世紀之年有如此之差數也.

依上推算之理，求得有1餘年者紀日更前進之數，及有2餘年，3餘年，以至99餘年，紀日應更前進之數.置於耶紀前餘年表與各相當餘年數相對，是爲N_2.表內之*係指該年爲閏年.月表之N_3係各月月前1日之紀日應更前進之數，表內之*係指明閏年應用之數之意也.其N_4爲各日入月之次序，卽與日數相同，無須列表.蓋每1日則紀日更前進1數也.例如耶紀前110年5月6日之紀日爲$N_1+N_2+N_3+N_4=15+20+0+6=41$，卽在耶紀前100年紀日前進15，加餘年10乃更進20，至5月前1日乃更進0數，至6日乃更進6數，共進41.第41數由甲子表查得爲甲辰，是乃該日之紀日也.其耶紀後之表作法及用法與此同.

例題1.　求耶紀前720年2月22日之紀日.

$$N_1+N_2+N_3+N_4=45+28+31+22=126.$$

滿60者去之，餘6（$126=60\times2+6$）.故得該日紀日爲己巳.

例題2.　求耶紀後1908年9月3日之紀日.

是年在採用格曆後，應按格曆查表，故

$$N_1+N_2+N_3+N_4=2+49+4+3=58,$$應爲辛酉日.

註　表內有（C）者係指該世紀之年非閏年也.

第四章

曆書 航海通書 星錄

§65. 前編例題所用各星之經緯乃天文臺用大儀器測天所得,再加推算由政府所公佈者也.我國近刊之天文年曆及歐美各國之曆書(Ephemeris),航海通書及星錄(Star catalogues)等,備載日月行星恆星之經緯以及半徑差,視差,時差等等皆是也.

天文之數值因時而異,故不能不藉一子午圈以爲本,用其太陽時按相等間距表列各天文數值.英國格林維基天文臺子午圈乃現世所用之標準子午圈也.我國昔以北京子午圈爲本,今則以東經 120° 爲本.而所謂東經 120° 者,仍係以格林維基爲起點也.茲以美國曆書爲例而述解之於下:

美國曆書分爲三卷:上卷爲日月行星在格林維基晨前夜半 0^h 時頃(民用日之始)之諸數值;中卷爲星之位置,其數值以美國華盛頓海軍天文臺子午圈(格林維基西 $5^h08^m15^s.78$)爲本;下卷則皆屬於預推日月食以及掩星等等之用數.卷末所備各表多特爲便於測量家之用數.

航海通書卷本較小,諸數值皆以格林維基爲本,乃供航海之用者也.

曆書內之數值皆就格林維基某定時(或華盛頓時)而言.而其數之消長之變率,如每時之變數等,亦係爲該時頃推得者.欲求另一時之數值,須知此另一時之格林維基時.數值變率愈大者,時刻之數須愈準確.若所知之時係地方時,則須變爲格林維基時.

第 102 頁之表係由 1925 年曆書摘取者.在 103 頁者爲星

之位置表之一部分.在104、105頁者爲星之視位表之一部分.其經緯在繞極星爲逐日之數,在他星則爲每隔10日之數.蓋歲差使繞極星赤經之變易較星之近赤道者爲速而且無定,故其經緯須依較短之時距記載之也.其106頁之表係1925年航海通書及曆書之太陽表之摘略.

曆書中卷有太陰中天表,其數值爲測太陰中天以定地球經度之用.

卷末所附之表如下:

表 *I.* 藉測得極星地平緯推求地球緯度之用數.

表 *II.* 恆星時變平太陽時.

表 *III.* 平太陽時變恆星時.

表 *IV.* 極星在各時角時之地平經度.

表 *V.* 極星在最大偏角時之地平經度.

表 *Va.* 化近最大偏角時測數爲最大偏角時之測數之用數.

表 *VI.* 由觀測求極星中天時之用數.

表 *VII.* 上中天時刻最大偏角時刻等等.

§66. 恒星錄 若欲測之星爲曆書所無者,其位置須於星錄中求之.此等星錄備載各星在某定時(如1890年及1900年年首等,名之曰元時Epoch)之平均位置.並有諸用數俾得藉以推求在其他年之平均位置.星之平均位置乃以年首之平均春分點(平春分點)爲本而得者.所謂平春分點者乃該點只以平速退行而不受章動及諸行星攝動之影響所應佔據之位置也.

白塞爾假年(Besselian fictitious year)即爲推求星之位置所擬者.太陽之平黃經爲280°時爲該年之始.斯時平太陽之赤經正爲$18^h 40^m$(赤道280°),約當正月一日也.先須將星錄中

星之平均位置,變為所求年年首之平均位置,然後再變為測時當日之視位置.曆書中卷之公式及諸表卽有供此項推算之用者.

星之位置測定必須精確,格林維基10年星錄 (Greenwich ten-year catalogue) 及波氏(Boss)以 1900 年(華盛頓 1910)為元之 6188 星錄,皆星錄中之最著者也.

§67. 間求法(Interpolation)　若所指之格林維基民用時不與表列之時相合,而欲求與該時相應之函數數值,須於表列函數之兩數值中間算求之.此法名曰間求法.由三角函數表間求數值,乃假定表內兩數中間消長之率均勻一致.曆書表內接連兩數值之變易係前一值之增減,若亦用三角函數之間求法,則此增減與經歷之時成正比.苟以圖表明其函數,則見此法所求之點皆在該函數曲線 (Function curve) 之弦 (Chord) 上.

然曆書表內每一函數數值附一每時變數(卽函數之微係數 Differential coefficient of the function).故以該每時變數(Variation per hour)為函數變易之率而以所經歷之時乘之,法最簡便,且從第四〇圖觀之,乃較前法為精確,因用微係數求得之點係在曲線之切線 (Tangent) 上也.若相距之時(卽間求所跨越之時間)少於表列數值相隔時間之半數,則曲線靠切線較靠弦為近,此可由下題明之:

例題 1.　推求 1925 年二月一日格林維基民用時21時太陽之赤緯.

由表查得		太陽赤緯	每時變數
	二月一日 0^h	$-17°18'03''.9$	$+42''.15$
	二月二日 0^h	$-17°01'03''.2$	$+42''.90$

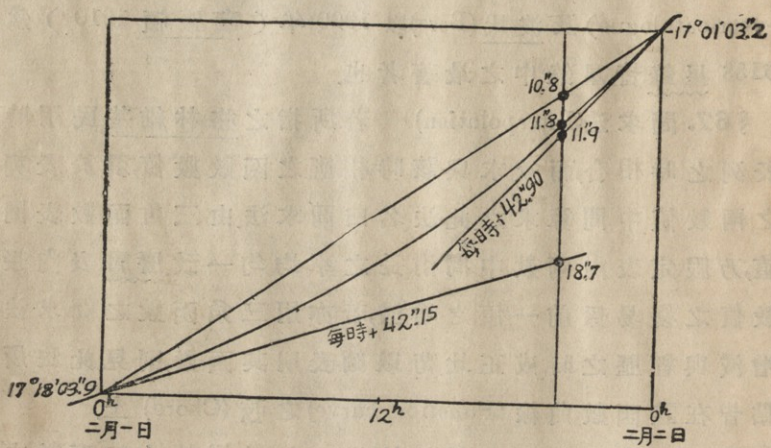
一日21時近於二日晨前夜半,故由二日太陽赤緯減去(用代

數法）每時變數乘 (24−21) 之改正數卽得所求時赤緯.

$$-17°01'03''.2-(+42''.9\times3)=-17°03'11''.9.$$

若由一日赤緯推算,則得

$$-17°18'03''.9+42.15\times21=-17°03'18''.7.$$



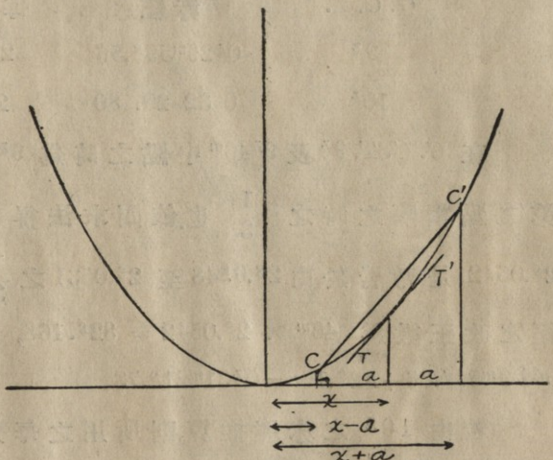
第四〇圖

若直接由兩函數數值間求之以作比較,則得

$$-17°01'03''.2-\frac{3}{24}\times17'00''.7=-17°03'10''.8.$$

以圖明之,前二數乃在函數曲線二點之切線上,後者則在二點間之弦上,而第一次所得之數最近於函數.

若表列兩數相隔之時間太長,或每時變易過快,則上述三法均形不密矣.但可就表列之兩微係數用間求法推得在該所理時間內較確之函數變率.如第四一圖 C 及 C' 爲表列函數曲線之二點.設一拋物線 (Parabola) 使其徑豎直,並使其曲線通過 C 及 C' 二點,且在該二點與表列函數曲線同斜度,則此拋物線必在表列數值間諸點處與原曲線相逼近.用下述之法可求得正在拋物線上之點,故亦必爲最近於表列函數曲線之數值因拋物線之二次微係數爲常數,所以其在所求點之斜度 $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ 均可



第四一圖

由已知$\frac{dy}{dx}$之數值間用簡便間求法算求之.若與所定斜度數值相當之點之橫線數值正在表列時及所求時之半中間,則所得乃切線 TT' 之斜度,亦必爲拋物線 CC' 弦之斜度,(C 及 C' 二點乃表列數值及所求數值之二點),因可證明在此特例之拋物線如斯之弦實平行於如此求得之切線也.依上述之理推得變率之數值與前此間求所跨越時間之中點相當,即以該變率代替表列之每時變數,則求得之點正在拋物線上.因以最近於表列函數曲線也.

由二日 0 時退數至一日 21 時跨越之時間爲 3 時,其中點爲 22 時 30 分.於 $+42''.90$ 及 $+42''.15$ 兩變數間求得 22^h30^m 時之變率爲

$$+42''.90-\frac{3}{2}\times\frac{1}{24}\times 0''.75=+42''.86.$$

所以赤緯爲

$$-17^\circ 10'03''.2-3\times 42''.86=-17^\circ 03'11''.8.$$

較前所得之三數尤爲精確也.

例題 2. 求 1925 年五月十八日 9^h40^m 時月之赤經.由曆書查得下之數值:

G. C. T.	赤經	每分變數
9^h	$0^h29^m59^s.56$	$2^s.0548$
10^h	0 32 20. 80	2. 0531

在 G. C. T. 9^h 及 9^h40^m 中點之時爲 9^h20^m, 乃表列第一點至第二點相隔之時之 $\frac{1}{3}$ 也.依間求法得在該時之每分變數爲 $2^s.0542$, 是乃居於由 $2^s.0548$ 至 $2^s.0531$ 之 $\frac{1}{3}$ 處者.對於在 9^h 之赤經之改正數爲 $40^m \times 2^s.0542 = 82^s.168$, 所以校正後之赤經爲 $0^h29^m59^s.56+82^s.168=0^h31^m21^s.73$.

若由 10^h 之赤經推算,則所用之每分變數乃居於 $2^s.0531$ 至 $2^s.0548$ 之 $\frac{1}{6}$ 處者,得數與前同.

§ **68. 複間求法** (Double interpolation) 若表列之數値爲二個或多於二個變數之函數,間求算法倍覺困難.苟表列之時間非大,且向無較完善之表,可由表內最接近之數値分別推算各變數使該函數所生之變易,再以所得者改正表列之數値.例如由下表:

$p \sin t$

時　　角	1925	1930
$1^h\ 52^m$	$30'.9$	$30'.2$
1　56	$31'.9$	$31'.2$

欲求 $p \sin t$ 與 1927 年及 $1^h53^m.5$ 時角相應之數値,可認爲 $30'.9$ 之增進由於時角之增進,而其減損則由於年期之變易,並認此二項變動不相關聯.於是因時角增 $1^m.5$ 所生之增數爲 $\frac{1.5}{4.0}\times 1'.0 = 0'.38$, 因年期變易所生之減損爲 $\frac{2}{5}\times 0'.7 = 0'.28$, 故改正後之數爲 $30'.9+0'.38-0'.28=31'.0$.

其表列之數値爲有三個變數者,亦可同樣處理.例如用太

陽地平經度表求在北緯 $42°20'$ 處與時角(從午正起之視時) 3^h20^m 及赤緯 $+11°30'$ 相應之太陽地平經度,則由該表內緯度 $42°$ 之表得

赤　緯

時　　角	11°	12°
3h 10m	112° 39′	111° 45′
3h 00m	114° 56′	114° 01′

由緯度 $43°$ 之表查得

赤　緯

時　　角	11°	12°
3h 10m	113° 22′	112° 29′
3h 00m	115° 41′	114° 48′

茲用 $114°56'$ 爲起點而改正之如下:

在緯度 $42°$ 處 10^m 內所生之減損 $=2°17'.0$,

則　　2^m 內所生之減損 $=\ 27'.4$.

在緯度 $42°$ 處赤緯 $1°$ 所生減損 $=\ 55'.0$,

則　　赤緯 $30'$ 所生減損 $=\ 27'.5$.

在 $3^h\ 00^m$ 時　緯度 $1°$ 所生增進 $=\ 45'.0$,

則　　緯度 $20'$ 所生增進 $=\ 15'.0$.

故改正之數爲

$$114°56'-27'.4-27'.5+15'=114°16'.1.$$

§69. 遞較間求法　各星行度變化無恆,平常比例當然不足.除上述者外,有遞次比較以窮其變而得數較確者,是謂之遞較間求法.設 F_{-2}, F_{-1}、F_0、F_1、F_2 爲表列某函數於等距時間之五項相連數值,其 F_0 爲所求時前相去最近之數值.又設

$$\left.\begin{array}{l} F_{-1}-F_{-2}=\Delta'_{-2} \\ F_0-F_{-1}=\Delta'_{-1} \\ F_1-F_0=\Delta'_1 \\ F_2-F_1=\Delta'_2 \end{array}\right\}\text{為一次較}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta'_{-1}-\Delta'_{-2}=\Delta''_{-1} \\ \Delta'_1-\Delta'_{-1}=\Delta''_0 \\ \Delta'_2-\Delta'_1=\Delta''_1 \end{array}\right\}\text{為二次較}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta''_0-\Delta''_{-1}=\Delta'''_{-1} \\ \Delta''_1-\Delta''_0=\Delta'''_1 \end{array}\right\}\text{為三次較}$$

$$\Delta'''_1-\Delta'''_{-1}=\Delta''''_0 \qquad \text{為四次較}$$

又設 $F_{(x)}$ 為所求 x 時之函數數值，x_0 為與 F_0 相當之時，T 為等距時間，$t=\frac{x-x_0}{T}$ 為 x_0 與 x 相隔之時間化為等距時間之分數，其由五項相連數值間求 x 時數值之施算手續及算式如下：

先將表列函數數值及各次較數列成下式：

函數	一次較	二次較	三次較	四次較
F_{-2}				
	Δ'_{-2}			
F_{-1}		Δ''_{-1}		
	Δ'_{-1}		Δ'''_{-1}	
F_0		Δ''_0		Δ''''_0
	Δ'_1		Δ'''_1	
F_1		Δ''_1		
	Δ'_2			
F_2				

其算式為

$$F_{(x)}=F_0+t\left(\frac{\Delta'_{-1}+\Delta'_1}{2}\right)+\frac{t^2}{2}\Delta''_0+\frac{t(t^2-1)}{6}\left(\frac{\Delta'''_{-1}+\Delta''_1}{2}\right)$$
$$+\frac{t^2}{24}t^2-1)\Delta''''_0+\cdots\cdots\cdots\cdots(49)$$

式內　$+t\left(\dfrac{\Delta'_{-1}+\Delta'_{1}}{2}\right)$　謂之一次差

$+\dfrac{1}{2}t^2\Delta''$。　謂之二次差

$+\dfrac{1}{6}t(t^2-1)\left(\dfrac{\Delta'''_{-1}+\Delta'''_{1}}{2}\right)$　謂之三次差

$+\dfrac{1}{24}t^2(t^2-1)\Delta''''$。　謂之四次差

至於應用至某次差初無一定限制,須視函數數值變易之徐疾,及所需用之精粗以爲準.

例如以此法推算前例題1二月一日21時太陽赤緯,則由表查得之數及算得之較數列成下式.本題 $x=$ 二月一日21時, $x_0=$ 二月一日0時, T 爲24時,故 $t=\dfrac{21}{24}=0.875$.

	太陽赤緯	一次較	二次較	三次較	四次較
正月三十日	$0^h-17°51'10''.0$				
		$+16'23''.7$			
正月三十一	$0^h-17\ 34\ 46\ .3$		$+18''.7$		
		$+16\ 42\ .4$		$-0''.4$	
二月一日	$0^h-17\ 18\ 03\ .9$		$+18\ .3$		00
		$+17\ 07\ .0$		$-0\ .4$	
二月二日	$0^h-17\ 01\ 03\ .2$		$+17\ .9$		
		$+17\ 18\ .6$			
二月三日	$0^h-16\ \ 3\ 44\ .6$				

二月一日0時之赤緯　$-17\ 18\ 03.90$

二月一日21時之 $\begin{cases}\text{一次差} +14'45''.10\\ \text{二次差} +\quad 7.01\\ \text{三次差} +\quad 0.01\\ \text{四次差} +\quad 0.00\end{cases}$

$+14\ 52.12$　$+\quad 14\ 52.12$

故二月一日21時太陽赤緯爲　$-17\ 03\ 11.78$.

若由表列函數消長之變率用遞較間求法推算所求時函數數值,其式列如下:

函數	變率	一次較	二次較	三次較
F_{-2}	V_{-2}			
		V'_{-2}		
F_{-1}	V_{-1}		V''_{-1}	
		V'_{-1}		V'''_{-1}
F_0	V_0		V''_0	
		V'_1		V'''_1
F_1	V_1		V''_1	
		V'_2		
F_2	V_2			

由此可縮簡爲下列之式:

函數	變率	一次較	二次較	三次較
		V'		V'''
F_0	V		V''	
		V'		V'''

設 $F_{\pm N}$ 爲所求之函數數值,則

$$F_{\pm N}=F_0\pm nV_0+\frac{n^2}{2}V'\pm\frac{n^2(2n-3)}{12}V''+\frac{n^2(n^2-2)}{24}V'''.$$

若 n 之時在 F_0 所當之時上,則爲 $-n$,應用 V_0 上一層之較數;若 n 在下,則爲 $+n$,應用 V_0 下一層之較數.式內右側之正負號須與之相應.

其 V 皆爲單位時距之變數,n 乃其單位時距數.若 V 爲每時變數,以 h 爲所求函數數值所當之時(以時數計之),則

$$F_{\pm h}=T_0\pm hV+h'V'\pm h''V''+h'''V''' \qquad (50)$$

在24時之間距　　　　在12時之間距

$$h'=\frac{h^2}{48} \qquad\qquad h'=\frac{h^2}{24}$$

$$h''=\frac{h^2(2h-72)}{6912} \qquad\qquad h''=\frac{h^2(2h-36)}{1728}$$

$$h''' = \frac{h^2(h^2-1152)}{331776} \qquad h''' = \frac{h^2(h^2-288)}{41472}$$

若 V 為每分時變數,則其式為

$$F_{\pm m} = F_0 \pm mV + \frac{m^2}{120}V' \cdots\cdots\cdots\cdots(50a)$$

例如以此法推算前題,則有

	函數	每時變數	一次較	二次	三次
正月三十日0時	從略	$+40''.60$			
			$+0''.78$		
正月三十一日0時	從略	$+41\ .38$		$-0''.01$	
			$+0\ .77$		$-0''.01$
二月一日0時	$-17°18'03''.9$	$+42\ .15$		$-0\ .02$	
			$+0\ .75$		$+0\ .01$
二月二日0時	從略	$+42\ .90$		$-0\ .01$	
			$+0\ .74$		
二月三日0時	從略	$+43\ .64$			

縮簡之為

			$+0\ .77$		$-0\ .01$
二月一日0時	$-17\ 18\ 03.9$	$+42''.15$		$-0\ .02$	
			$+0\ .75$		$+0\ .01$

於此題 $h=21$（係在24時之間距）,故一次差等於 $21\times 42''.15 = 14'45''.15$, 二次差 $=\frac{21\times 21}{48}\times 0''.75 = 6''.89$, 三次差 $=\frac{21\times 21}{6912}\times(21-72)\times(-0''.02) = 0''.065$, 四次差等於 $\frac{21\times 21}{331776}(21\times 21-1152)\times 0.01 = -0''.01$,合之為 $14'52''.095$.故所求之赤緯為

$$-17°18'03''.9 + 14'52''.095 = -17°3'11''.805.$$

1925　太陽表

在格林維基民用時 0^h 時頃

日期	星期	視赤經	每時變數	視赤緯	每時變數	半徑	地平視差	時差 視時－平時	每時變數	恆星時 平太陽赤經＋12h
		h m s	s	° ′ ″	″	′ ″	″	m s	s	h m s
正月 1	4	18 43 51.25	11.049	－23 3 51.8	＋11.57	16 17.89	8.95	－3 20.85	－1.193	6 40 30.40
2	5	18 48 16.27	11.035	22 59 0.4	12.72	16 17.91	8.95	3 49.32	1.179	6 44 26.95
3	6	18 52 40.94	11.020	22 53 41.4	13.86	16 17.91	8.95	4 17.43	1.163	6 48 23.51
4	0	18 57 5.22	11.003	22 47 55.0	15.00	16 17.91	8.95	4 45.15	1.147	6 52 20.07
5	1	19 1 29.09	10.986	22 41 41.5	16.13	16 17.91	8.95	5 12.47	1.129	6 56 16.62
.	.	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………
.	.	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………
.	.	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………
26	1	20 31 37.24	10.422	－18 53 30.3	＋37.28	16 16.49	8.94	－12 32.93	－0.565	8 19 4.31
27	2	20 35 46.96	10.388	18 38 25.2	38.13	16 16.37	8.94	12 46.10	0.532	8 23 0.87
28	3	20 39 55.87	10.354	18 22 59.9	38.97	16 16.25	8.93	12 58.45	0.497	8 26 57.42
29	4	20 44 3.95	10.319	18 7 14.7	39.79	16 16.13	8.93	13 9.97	0.463	8 30 53.98
30	5	20 48 11.19	10.284	17 51 10.0	40.60	16 16.00	8.93	13 20.66	0.428	8 34 50.54
31	6	20 52 17.60	10.249	－17 34 46.3	＋41.38	16 15.87	8.93	－13 30.51	－0.392	8 38 47.09
二月 1	0	20 56 23.16	10.214	17 18 3.9	42.15	16 15.74	8.93	13 39.51	0.358	8 42 43.65
2	1	21 0 27.89	10.179	17 1 3.2	42.90	16 15.60	8.93	13 47.68	0.323	8 46 40.20
3	2	21 4 31.78	10.145	16 43 44.6	43.64	16 15.45	8.93	13 55.01	0.288	8 50 36.76
4	3	21 8 34.83	10.110	16 26 8.5	44.36	16 15.31	8.93	14 1.51	0.253	8 54 33.31
.	.	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………
.	.	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………
.	.	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………	…………

註　格林維基民用時0h在同日格林維基平午前12時。

1925　恆星10日平均位置表

在華盛頓民用時正月0.654日

恆星名	星等	星品	赤經	每年變數	每年自行	赤緯	每年變數	每年自行
			h m s	s	s	° ′ ″	″	″
α Andromedae 壁二	2.2	A op	0 4 30.419	+3.0979	+.0107	+28 40 35.02	+19.878	−0.163
β Cassiopeiae 王良一	2.4	F_5	0 5 9.934	3.1906	+.0681	+58 44 10.16	19.859	−0.180
γ Pegasi 壁一	2.9	B_2	0 9 22.290	+3.0875	+.0003	+14 46 0.00	+20.018	−0.010
α Phoenicis 火鳥六	2.4	K_0	0 22 34.886	+2.9702	+.0187	−42 42 47.83	19.544	−0.403

1925　繞極星平均位置表

在華盛頓民用時正月0.654日

43 H Cephei, 勾陳五	4.5	K_0	0 58 11.014	+ 7.7785	+.0737	+85 51 20.58	+19.398	−0.004
α Ursae Min. 勾陳一	2.1	F_8	1 34 13.588	+31.1184	+.1528	+88 54 11.12	+18.376	+0.001

註　星品乃示恆星之色,溫度及進化之階級者,蓋皆由星之彩色帶推知者也.其記號之意義如下:

O 白色亮線星,星辰發展之最初.　K 黃赤酸化星.

B 白色氦星,氫氣狀未知元素.　M 赤色光帶星.

A 白色氫氣星,氫氣及未知元素.　N 赤色炭素星.

F 帶黃色鈣星,氫氣及鈣.

G 黃色金屬星,太陽為其代表.

註　每年變數係每年歲差及每年自行之和.

1925　恆星視位表

繞極星

在華盛頓上中天

勾陳五			勾陳一				
43 H Cephei. 4.5			α Ursae Min.星等2.1				
華盛頓民用時	赤經	赤緯	華盛頓民用時	赤經	赤緯		
	h m	° ′		h m	° ′		
正月	0 58	+85 51	正月	1 34	+88 54		
	s	″		s	″		
0.8	17.25	34.50	0.8	46.55	23.79		
1.8	16.93	34.55	1.8	45.42	23.91		
2.8	16.65	34.59	2.8	44.34	24.01		
3.8	16.36	34.62	3.8	43.30	24.10		
……	……	……	……	……	……		
……	……	……	……	……	……		
12.7	13.73	34.97	12.8	33.41	24.98		
13.7	13.39	34.97	13.8	32.14	25.04		
14.7	13.06	34.93	14.7	30.86	25.09		
15.7	12.73	34.89	15.7	29.60	25.11		
……	……	……	……	……	……		
……	……	……	……	……	……		
28.7	8.91	34.19	28.7	14.68	25.14		
29.7	8.63	34.05	29.7	13.52	25.06		
30.7	8.35	33.90	30.7	12.42	24.98		
31.7	8.10	33.76	31.7	11.37	24.89		
13.85　+13.81			52.42　+52.41				
$0^h\ 58^m\ 11^s.014$			$1^h\ 34^m\ 13^s.588$				
$+85°\ 51'\ 20''.58$			$+88°\ 54'\ 11''.12$				

註　橫末行上層之數係各星在各月十五日之視赤緯之Secant及Tangent，其下二層之數係各星在年首平均位置之赤經緯.華盛頓民用時0時在同日華盛頓平午前12時.

1925　恆星視位表

在華盛頓上中天

華盛頓民用時	α Anodromedae 星等 2.2 壁宿二 赤經		赤緯		β Cassiopeiae 星等 2.4 王良一 赤經		赤緯	
	h m		° ′		h m		° ′	
	0 4		+28 40		0 5		+58 43	
	s		″		s		″	
正月 0.7	29.734	148	38.63	97	9.620	326	81.85	80
10.7	29.586	142	37.66	124	9.294	316	81.05	131
20.7	29.444	130	36.42	143	8.978	290	79.74	178
30.6	29.314	110	34.99	158	8.688	252	77.96	217
二月 9.6	29.204	86	33.41	168	8.436	204	75.79	247
19.6	29.118	55	31.73	167	8.232	142	73.32	268
三月 1.6	29.063		30.06		8.090		70.64	
26.9	33.315	71	55.89	107	14.050	162	92.60	245
十一月 5.9	33.244	94	56.96	77	13.888	208	95.05	207
15.9	33.150	114	57.73	47	13.680	248	97.12	164
25.8	33.036	128	58.20	15	13.432	280	98.76	115
十二月 5.8	32.908	138	58.35	18	13.152	306	99.91	64
35.7	32.477	148	56.90	79	12.198	327	100.20	45
平均位	30.419		35.02		9.934		70.16	
Sec d, tan d	1.140		+0.547		1.927		+1.647	
$D_\psi r, D_\omega r$	+0.061		−0.036		+0.062		−0.110	
$D_\psi d, D_\omega d$	+0.40		+0.02		+0.40		+0.02	

註 (1) 平均位置乃各星在年首平均位置赤經緯之秒數.

(2) *sec d* 及 *tan d* 之赤緯乃各星在年中最大及最小視赤緯之平均數也.

(3) $D_\psi r = \frac{1}{15}(\cos W + \sin r \tan d \sin W)$　　$D_\omega r = -\frac{1}{15}\cos r \tan d$

$D_\psi d = \cos r \sin W$　　$D_\omega d = \sin r$

W 乃黃赤交角也.

1925年　正月太陽表

G.C.T.	太陽赤緯	時差	太陽赤緯	時差				
	星期 4 初 1		星期 1 初 5					
	° ′	m s	° ′	m s				
0	−23 3.9	−3 20.9	−22 41.7	−5 12.5				
2	23 3.5	3 23.2	22 41.2	5 14.7				
4	23 3.1	3 25.6	22 40.6	5 17.0				
6	23 2.7	3 28.0	22 40.1	5 19.2				
8	23 2.3	3 30.4	22 39.5	5 21.5				
10	23 1.9	3 32.8	22 39.0	5 23.7				
12	23 1.5	3 35.1	22 38.4	5 26.0				
14	23 1.1	3 37.5	22 37.8	5 28.2				
16	23 0.7	3 39.9	22 37.3	5 30.4				
18	23 0.3	3 42.2	22 36.7	5 32.7				
20	22 59.8	3 44.6	22 36.2	5 34.9				
22	22 59.4	3 47.0	22 35.6	5 37.1				
H.D.	0.2	1.2	0.3	1.1				

註　時差之用於G.C.T.須依其正負號.

格林維基0時在同日格林維基平午前12時.

1925　太陽表

在華盛頓視午

日期	視赤經	每時變數	視赤緯	每時變數	時差 平時－視時	每時變數	半徑	半徑過午圈之恆星時間	民用時0時之恆星時
	h m s	s	° ′ ″	″	m s	s	′ ″	m s	h m s
正月 1	18 47 1.20	11.043	−23 0 25.6	+12.40	+3 41.29	+1.183	16 17.90	1 11.04	6 41 21.04
2	18 51 26.06	11.027	22 55 14.3	13.54	4 9.51	1.168	16 17.91	1 11.00	6 45 17.59
3	18 55 50.54	11.011	22 49 35.7	14.68	4 37.36	1.152	16 17.91	1 10.95	6 49 14.15
4	19 0 14.62	10.994	22 43 29.8	15.81	5 4.80	1.135	16 17.91	1 10.90	6 53 10.71
5	19 4 38.26	10.976	22 36 56.8	16.94	5 31.81	1.116	16 17.90	1 10.84	6 57 7.26
.									
.									

註　半徑過子午圈所歷之平時間距可由其恆星時間距減去0.19秒得之.

華盛頓民用時0時在華盛頓同日平午前12時.

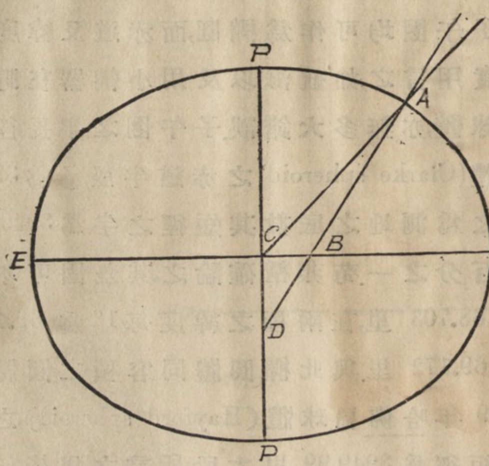
第五章

地形　天文測量之改正數　天體赤經緯之改正

§ **70. 地形**　地球表面之形頗似橢圓體(Ellipsoid)者(卽橢圓繞其最短之軸旋轉而成之面),雖有微差不足計也.是以各子午圈均可作爲橢圓,而赤道及緯度平行圈均可作爲正圓.就實用言之,如航海以及用小儀器在野外測望等,縱以地球爲圓球體,亦無多大錯誤.子午圈之半長徑〔卽1866年克賴克扁球體(Clarke spheroid)之赤道半徑〕爲3963.27美法定里,美國卽用之爲測地之底數.其短徑之半爲3949.83里,相差約13里,約爲三百分之一.苟非精確論之,其差固可不計也.在赤道每1°緯度爲68.703里,在兩極之緯度每1°爲69.407里,而赤道每度之長爲69.172里.與此橢圓體同容積之圓體,其半徑約爲3958.9里.1909年哈佛扁球體(Hayford spheroid)之半長徑爲3963.34里,而半短徑爲3949.99里.本段所言之里皆係美法定里,與英里有微差.1英里等於1.6093424公里,1美法定里等於1.6093472公里,其差不足計,故通言英里與美里相同.

用弧座標定地球面上點之位置有三種緯度.其直接由天文測望所得者,係憑測器上水平所指示,與重力同方向,是爲天文緯度.乃豎線或垂準線(Plumb line)與赤道面所成之角,亦卽北極出地之高度也.地理緯度(Geodetic或Geographical latitude)乃爲橢圓體面或扁球面垂直線之方向所指示者.由測點引一線垂直於橢圓體面,此線與赤道面所成之角卽地理緯度也.此緯度隨處與天文緯度小有差異,平均約爲3″,然亦有時竟大至30″者.此差稱曰地方垂準線偏度(Local deflection of the plumb line)或

曰測點差(Station error),卽所以量度地球實面與橢圓體面之不同者也.故地理緯度不能直接測出,須經推算始得.其由地球面至球心之直線與赤道線所成之角,是謂屬地心緯度(Geocentric latitude).因地球旋轉且非圓球體,故地面至地心之線不能與重力方向相合也.第四二圖 AD 爲橢圓體面之垂直線,ABE 爲 A 點地理緯度.該處之垂準線或重力線與 AB 幾相合,謂之爲 AB'(圖不能示).其 $AB'E$ 角爲 A 點天文緯度,ACE 角爲 A 點之屬地心緯度.屬地心緯度與地理緯度之差爲 BAC 角,名曰豎線角(Angle of vertical),或曰緯度改正數(The reduction of latitude).屬地心緯度恆小於地理緯度.



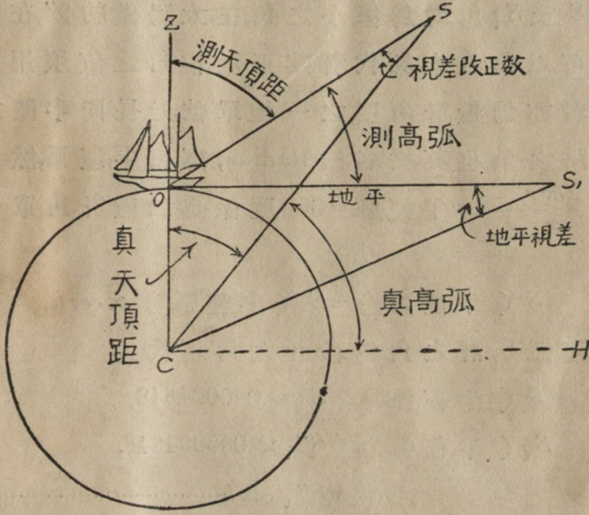
第四二圖

其豎線角數值隨處不同,從緯度 45° 處下至赤道上至球極,其值由 0°11′30″ 乃逐變至 0°.在地面觀測所得之數值均須改爲與地心相應之數,然後方得與其他以地心爲本之數值相併.如此改正,苟欲求精確,必須用屬地心緯度.在平常之改正,則視地球爲圓體卽已足矣.

§71. **視差** 曆書所載之天體經緯皆歸本於地心,而測望所得之經緯乃由地面一點量度者,故須改歸以地心爲本.實際常遇之事爲由測得天體之高弧(或天頂距)變歸屬地心高弧(或天頂距).蓋天體除月以外,其去地之距離至大,足可視

地爲圓球體.即以月言,其所生之差亦較用小測器度量所生之差爲微也.

第四三圖 ZOS 角爲測得之天頂距,S_1OS 爲測得之高弧.而 ZCS 爲眞(屬地心)天頂距,HCS 爲眞高弧.是以在 O 處所視之天體較在 C 處所視者爲低.天體之在天球上視位之如此變易名曰視差(Parallax).此視差之影響減低天體之地平緯度(地球爲扁圓體,故地平經度亦因之而生差,惟屬微小,暫不論耳).由圖可知 OS 及 CS 兩方向之差等於 OSC 角,即視差之改正



第四三圖

數(Parallax correction)也.若天體正在天頂,O 及 S 同在一線上,其角爲零度.若在地平(在 S 處),則其角變爲 OS_1C,其值於此時爲最大,名之曰地平視差.

在三角 OCS,其 O 角爲已知之數,因高弧或天頂距已被測出也.OC 爲地球半徑(約3959美法定里),CS 爲地心至天體心之距離,若天體爲太陽系之一,亦爲已知之數.則 S 可藉三角

公式推求之如下.由 OSC 三角形有

$$\sin S=\sin ZOS\times\frac{OC}{CS},$$

由正三角形 OS_1C 有

$$\sin S_1=\frac{OC}{CS_1}.$$

S_1 角爲地平視差(Horizontal parallax),曆書中有其數值,故上式改書爲

$$\sin S=\sin S_1\ \sin ZOS,$$

$$\sin S=\sin S_1\ \cos h\cdots\cdots\cdots\cdots(51)$$

須知 S 及 S_1 角均爲極小之角,在太陽僅約 $9''$,在太陰亦僅 1° 而已;故可以角之本身代替其正弦,惟角之值須用半徑弧計之.半徑弧者亦爲量計角度之一種單位,乃長同半徑之圓弧對其本心所跨之角也.英文名曰 Radian,譯曰半徑弧,然亦有譯爲本位弧者.$\frac{2\pi r}{r}=2\pi$ 半徑弧$=360$ 度係爲二種計角單位之關係.既得

$$S(\text{半徑弧})=S_1(\text{半徑弧})\times\cos h,$$

爲變此半徑弧所計之角爲秒計之角須代入

$$S(\text{半徑弧})=S''\times.000004848,$$

$$S_1(\text{半徑弧})=S''_1\times.000004848,$$

結果得

$$S''=S''_1\ \cos h\cdots\cdots\cdots\cdots(52)$$

即

$$\text{視差改正數}=\text{地平視差}\times\cos h\cdots\cdots\cdots\cdots(53)$$

註　變半徑弧爲秒可用 $1''$ ($=0.000004848137$) 之弧除之,或以 206264.8 $\left(=\frac{180\times60\times60}{\pi}\right)$ 乘之.

例如推算 1925 年 5 月 1 日太陽在視緯爲 50° 時之視差改正數以明(53)式之應用.由曆書查得地平視差爲 $8''.73$,所以改正數 $8''.73\times\cos 50^\circ=5''.61$,眞緯度爲$50^\circ00'05''.61$.

卷後表四(A)載有太陽視差改正數之概數.

設 R 爲地球半徑，D 爲天體至地心之距離，因

$$\sin S_1=\frac{OC}{CS_1}=\frac{R}{D},$$

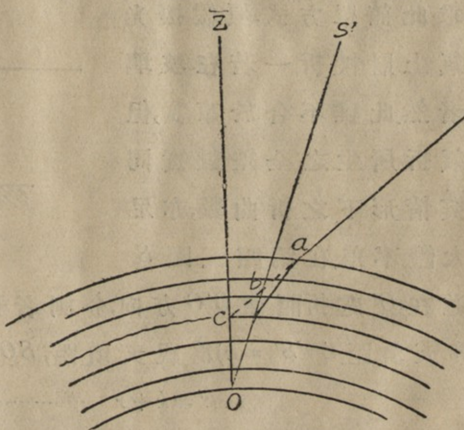
故

$$D=R\div\sin S_1=R\div S''_1\times 206264.8$$

$$=\frac{R}{S''_1}\times 206264.8\cdots\cdots\cdots\cdots(54)$$

此乃地平視差與天體（日月及行星）距地之關係也.因地球爲橢圓體,所以天體之地平視差隨地微有變異.在赤道爲最大,蓋至地心之距離爲最大也.現均以赤道地平視差爲標準.

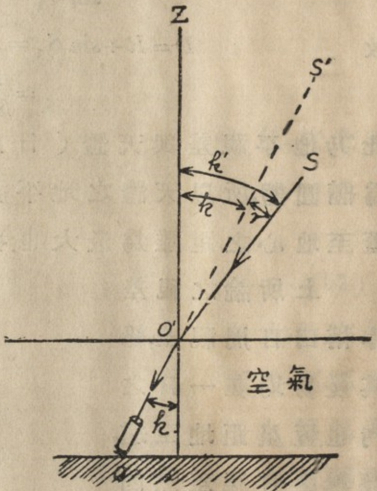
上所論之視差亦稱曰日周視差,緣其變易均在一日之內也.恆星距地至遠,幾無逐日視差;然因地球公轉而有年周視差(Annual parallax).從其年周視差可粗定其距地之遠近.年周視差亦曰黃道半徑差.



第四四圖

§ **72. 蒙氣差**(Refraction correction)　天文折光乃天體因其光線經過空氣被折而生之視位變易也.此項變易之角度卽折光改正數,名曰蒙氣差.因空氣在低處之密度較大,所以光線折成曲線向上凸出,愈至低處其曲愈銳而向下低.如第四四圖由 S 星來之光線從 a 起折爲曲線以至於 O,測者在 O 處見光一若自 S' 沿 bO 線而來者.星之位置因之較實際爲高矣.此 S 及 S' 兩方向之差乃由視天頂距或視高弧得眞天頂距或眞高弧所必用之改正數也.蒙氣差能增大天體之高弧而不變其地平經

度.在天頂其差爲 0,在地平其差最大,雖與視差相同,但其變易所據之規律不同於視差.蒙氣差隨溫度氣壓,而有變易,故其改正數之完全方式須合於各該地之緯度溫度及氣壓,實爲一最複雜者.但用小測器測天時,苟已知其數之極限,得一簡單方式卽可應用.爲推求此簡單方式,須假擬光道在空氣上層被折一若在玻璃片上面者然.此雖不合於事實,但光道被氣折所生之全差數實同於在所擬情形下之折曲數,亦足證明其大體不差.在第四五圖 S 星之光道在 O' 處折而循 $O'O$ 方向,令測者視該星在 S' 處. $ZO'S$ $(=k')$ 爲眞天頂距, $ZO'S'(=k)$ 爲視天頂距, $SO'S'(=r)$ 爲蒙氣差,是以



第四五圖

$$k'=k+r \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(55)$$

凡光線經質稀之處而至質密之處（由眞空至大氣中）均依

$$\sin k'=n \sin k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(56)$$

規律曲折之,式內之 n 爲折光之指數.在大氣中折光,此數爲 1.00029. 代(55)入(56),則有

$$\sin (k+r)=n \sin k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(57)$$

展開得

$$\sin k \cos r+\cos k \sin r=n \sin k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(58)$$

因 r 爲極小之角不能大過 $0°34'$, 故令

$$\sin r=r,$$

及

$$\cos r=1,$$

無大錯誤.由是得

$$\sin k + r \cos k = n \sin k,$$

$$r = (n-1) \tan k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (59)$$

式內 r 爲角之半徑弧數.

變 r 之半徑弧數爲分數須以 $1'$ (=0.0002909) 之弧除之,所以 r 之半徑弧數以分計之略爲

$$r_m = \frac{.00029}{.00029} \tan k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (60)$$

$$= \tan k \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (61)$$

$$= \cot h \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (62)$$

此式極簡便,然不能卽作爲折光之眞規律.從天頂($k=0$)至 $k=80°$ ($h=10°$),蒙氣差頗合於 k 之正切 ($\tan k$),過此卽不準確矣.表一蒙氣差之數係用精密之方式算出,合於華氏表 50° 及大氣壓 29.5 英寸情形者.以此較之,卽證明上式不合之程度矣.

例如測得太陽下緣之地平緯度爲 31°30′, 由 (62) 得 r 爲 1′.63 (1′38″), 改正之地平緯度爲 31°28′22″. 但用表一則 r 爲 1′33″, 眞地平緯度爲 31°28′27″ 矣.相差 5″,用工程家轉鏡儀(Engineer transit) 測天,如此之差數並不爲要也.如有蒙氣差表仍宜用表,如無蒙氣差表而只有正切表,卽可用(62)以求之;惟須知高弧低於 10° 時該式卽不可靠矣.表八爲太陽蒙氣差及視差之改正數.

蒙氣差之概數在天頂爲 0, 在 45° 高弧處爲 1′, 在地平約爲 34′ (32′ 至 40′), 較太陽視徑 32′爲大.所以太陽已落地平下,以有蒙氣差故,仍能得見太陽約有 2 至 4 分鐘之久.日出時亦能於日未出地平 2 至 4 分前得見太陽.故晝時因有蒙氣差遂致增長 4 至 8 分鐘,而夜則短 4 至 8 分.此增長之時隨太陽每日周圈與地平所作之斜角而異.該斜角逐日不同. 8 分鐘乃所增

之時之最大值也.

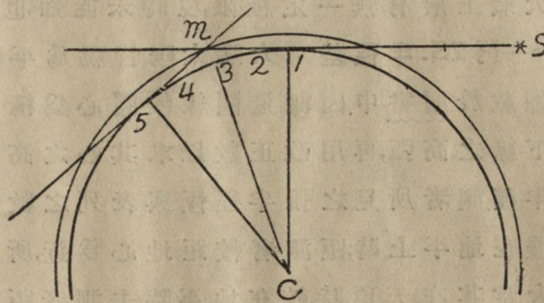
氣壓表(Barometer)以 55° 爲中數,升則差角變大,降則差角變小,升降十分英寸之一差角變三百分之一.溫度表(Thermometer)降則差角變大,升則差角變小,升降一度差角變四百二十分之一,此其大概也.

蒙氣差不獨變物之高度且能變物之形狀,如太陽近天頂時則見爲平圜,近地平則橫徑大於豎徑而見爲橢圜,最近地平則下半更扁於上半,既非平圜亦非橢圜.蓋漸近地平差角漸變大,下差角大於上差角,故豎徑變小而橫徑不變也.人視日月近地平時覺大於近天頂時,非由蒙氣差,亦非目誤,乃意會之誤.蓋近地平有遠樹相襯而覺其大,近天頂無物相襯而覺其小也.用器測之,則近地平時日之視徑與近天頂時略同,月之視徑非特不變大且反變小,離人目更遠故也.

若大氣受極大擾動,天體之位置上下移動,用大測天鏡測天,見星有些微跳動,卽此之類也.

日將出前或剛落後天空有朦朧影(Twilight)成晨昏分,乃高層大氣回太陽之光返照於地而入人目也.此類返照或因大氣有細微雜質,如冰屑、塵星、水點等等,或者氣體自有返光之力,現尙不能確定也.如第四六圖 S 太陽對在 1 處之測者爲正在地平,此時天空滿有光明.迨地球轉動(自轉),測者由 1 至 2,此時當見東方有朦朧之暗紅弧形之影,分界上之光明及下之黑暗.迨移至 3,僅西方有光,分界之弧已不明顯.迨至 4,僅有微光留在西方.而至 5 時,則大地全黑而入夜矣.有此朦朧影之時間隨大氣之高及太陽逐日周圈與地平所作之斜角而異.概言之,其光可延至日已由地平沉下 18° 時(卽 $1C5$ 角約爲 18 也).

在緯度 40° 處,日沉至該點所需之時,當夏季晝最長之日約爲 2 時,是爲最大時間之朦朧影.在八月二十一日及五月一日約爲一時三十分,是爲最小.而在冬至日約爲一時三十五分.



第四六圖

在高緯度處可再延長其時間,變動較大,其最短時之日期亦有移動.

在赤道處其時間最短,在海上頗少過 1 時者.在高處如山頂等,其時間可短至 20 分,蓋因大氣清潔而稀薄,返光之力小也.

朦朧影本無關於天文測量,不過因折光而連及返光,故於此略述之.然由朦朧影亦可得大氣高度之概數.從四六圖可見當朦朧影息滅之時,最末有光之部分係在測者處(5)及日落處(1)中間(3)之大氣頂部.若 1 至 5 之弧爲 18 度,則 1 至 3 爲 9 度.如是命大氣之高爲 H,地球半徑爲 R,若不計折光之差,則 $1m$ 及 $5m$ 均爲直線.故在正三角形 $1Cm$ 有

$$Cm = 1C \times \sec 9^\circ,$$

或

$$R + H = R \times \sec 9^\circ.$$

由是

$$H = (\sec 9^\circ - 1)R.$$

由此推得 H 約 50 英里,惟須減去 5 分之 1 以應折光之差,故大氣之高約爲 40 英里也.

不能即以此數爲大氣之高,不過在該高度處無可見之朦朧光影而已.由隕星流星之證明,大氣之高約爲 100 英里.究竟

大氣上層有無一定極限,現時未能知也.

§73. 半徑差　太陰太陽皆視爲平圓形,其每日之弧半徑備載於曆書中.因測量圜緣較圜心爲精確,故通常測其上緣或下緣之高弧,再用改正數以求其心之高弧.此改正數等於其弧半徑.測者所見之弧半徑恆與表列之數有微差,其故有二:當天體在地平上時,距測者較距地心爲近,所以弧半徑較表列之數大;當其在天頂時,較在地平時去測者距離約近4000英里,太陰距地約240000英里,故其弧半徑約增六十分之一,即約增16″.

光被氣折在低度處大,在高度處小;故日月下緣之升高較大於上緣,遂使其豎直徑視有縮小之象.日月在地平時此象尤甚,其平圜形視若橢圜形矣.因所用之蒙氣差數與所測邊之高弧相當,故此豎徑縮小無何影響於測得高弧.但用六合儀量月緣與日或星間之弧距離,則不能不計其縮小矣.表四(B)載有每月一日太陽弧半徑之約數.

§74. 海平面之低角　若在海上用六分儀(Sextant)測高弧,須由所得之數減去海平面低於眞地平之角方得由眞地平所測之高弧.如第四七圖測者在O點,OB爲眞地平,OH爲海平面.命$OP=h$,是爲測者之目去海面之高,以英尺計之.$PC=R$,是爲地(視爲球形)之半徑,D爲所低之角,於是由三角形OCH得

$$\cos D=\frac{R}{R+h}\cdots\cdots\cdots\cdots(63)$$

以$\cos D$之連級數$1-\frac{1}{2}D^2+\cdots\cdots$代入之,並棄去其二次方以上之各項,則得

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R+h}.$$

因h與R較爲數過小,可以不計,故得

$$\frac{D^2}{2}=\frac{h}{R},$$

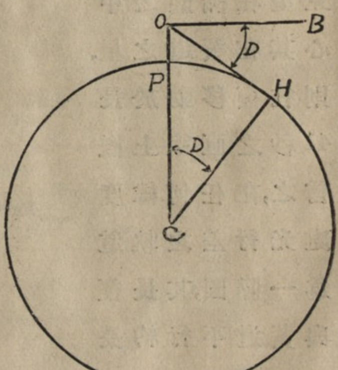
及
$$D_{\text{半徑弧}}=\sqrt{\frac{2h}{R}}.$$

R 之值爲 20884000 英尺,以 1 分之弧(0.0002909)除之,D 卽化爲以分計之角.

$$D'=\frac{1}{\sqrt{\frac{R}{2}}\times 1'\text{弧}}\times\sqrt{h}$$

$$=1.064\sqrt{h}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(64)$$

此乃海平面低角之尙未計蒙氣差者也.但地平本身亦受蒙氣折光之差,故海平面低角小於上式所給者.若隨意改其 1.064 係數爲 1,該式卽更逼眞且頗簡便,但仍嫌低角稍大耳.



第四七圖

$$D'=\sqrt{h\text{英尺}}\cdots\cdots\cdots\cdots(65)$$

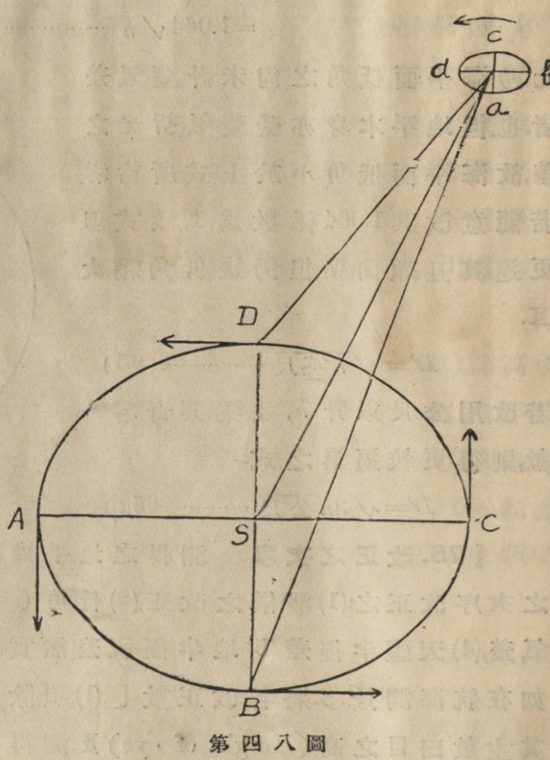
若改用公尺以計 h,並棄其奇零小數,則得更較逼眞之式:

$$D'=\sqrt{3h\text{公尺}}\cdots\cdots\cdots(65a)$$

§75. 改正之次序　測得之地平緯度,嚴格言之,須依下列之次序改正之:(1)測儀之改正,(2)低角(如在海上測天),(3)蒙氣差,(4)天體半徑差,(5)地半徑視差.然實際甚少如此改正者.例如在航海測量多將各改正數〔(1)項除外〕併爲一數,製成表,其主數曰目之高(Height of eye)及測得高弧(Observed altitude).

§76. 光行差　光行差乃天體視位因其光之行及測者之行(地公轉)相併而生之移動.此項移動令諸星共向天空一點,卽本時地行方向諸平行線之合點也.地球行於黃道,則此點

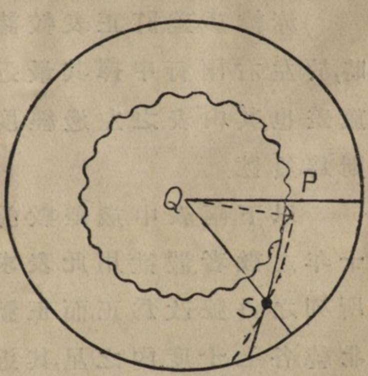
必居黃道面.若以地公轉之速度爲均勻不變,且其行道爲圓形,則光行年差使在黃極之星之視位有 20.5 秒之移動.其移動之方向亦時時變更,所以一年中畫成直徑41秒之小圈.地球軌道轉行之方向恆在黃道面,向日視之,其方向恆指右（東）.所以星之視位亦向該方微移而不離黃道面,並恆在地球所在經度前90度（即太陽後90度）.故趨星前行於光行差軌道中（此道之面與黃道面平行）,一年一周,而與地球前後恆有90度之距離.設地不動,必見星在橢圜之中心.其在黃道之星,則往復移動於長41秒之直線上.概言之,在任何緯度處光行差之軌道爲一橢圓,其長徑與黃道平行約長41秒,其短徑爲$41'' \times \sin u$, u 乃星之黃緯,即去黃道之高度也.因地自轉而生之光行日差在赤道爲 0.32 秒,是爲常數,在其他之處爲 $0''.32 \times \sin l$, l 乃所在地之緯度也.凡星之光行日差當其過子午線時爲最大.其影響在增加其赤經度.其增加之數等於 $0''.32 \cos l \sec d$, d 乃星之赤緯也.



第四八圖

凡物發光入我目,我方見物;然我所見之光,非我見時所發之光,乃未見前所發之光.其光自物至我目,中間所行之時,卽我見物距物發光之時.準地球速度推得光行差而改正之,得恆星之眞方向;然此方向非發光時地球至星之一直線,乃光到時地球至星之一直線也.故凡步行星當以星地之距推光行若干時始至地.此若干時中地當行若干路,星當行若干路,乃能得星視行度之全差.此差令星行之方向與視行之方向不符,其故有二:一爲光行差,卽地行與光行相合而生;一爲光道差,乃因光行之時星亦行而生.光道差恆幷入光行差而合推之.光道差亦曰光差.

§77. **歲差及章動**　歲差章動僅影響於星之黃經而不變易其黃緯,蓋其差由於地軸之有移動而非由於黃道之變移位置也.至於赤經赤緯則均受有變動矣.天空諸曜因此二動其方位時時生變.故凡言諸星之經緯度,必當云在某年,又當分別平赤經度眞赤經度.眞赤經度者,從春分實在之點起算也(平赤經度者,其起算之點乃假設不受章動之變動春分點應在之處也).凡推步皆用一定之元(Epoch),或用正月初一日,或用每十年之第一年,或用每百年之第一年,皆推其時之歲差及章動而定其赤經緯度.如第四九圖 Q 爲黃極,P 爲赤極,S 爲星,PQ 爲黃赤大距($23°27'$),QS 爲星之黃緯餘度($90°-u$),PQS 角爲星之黃經餘度($90°-v$),皆爲星在某時之已知數.QS 不隨時變,其 PQ 及 PQS 角皆隨時因歲差章動而微變,用所變



第四九圖

弧角求 PS 邊及 QPS 角卽可定赤經緯度.蓋 PS 卽赤緯餘度 $(90°-d)$,而 QPS 角乃赤經加 90 度 $(r+90°)$ 也.歲差之經度與積時比若 50.1 秒與一年比,而無緯度差,故黃赤大距不變.章動則兼有經緯度差,其數卽地軸所行小橢圓之諸縱橫線也.

§78. 赤經緯之訂正 天體赤經度如用下列之表,則以每十年爲之訂正一次.欲知某星在所定時期後十年之赤經,當用表中查得之數加於原有之赤經,此數卽歲差也.反而言之,若在所定時期之前者,應取表中查得之歲差,由原有之赤經減之.設所求者或多於十年或不及十年,則其歲差以中比例間求之.

表之上下二橫行載明赤緯,其首末二直行載明赤經.欲查某星之歲差,應將赤經變成最近之時,赤緯變成最近之度.其在北半球之星應取最近十度之赤緯,由表之上橫行或下橫行查得之.查得後沿直行上下行,至於赤經,則應於首直行查之.查得後沿橫行行.兩行相交之數卽十年歲差也.星在南半球者,亦如是,惟其赤經應於末直行上查之.

赤緯歲差訂正表較諸前表更爲簡易.取某星之赤經化爲時,於左右兩行中擇其最近之數查之.其中一行卽十年赤緯之歲差也.其由表之左邊經度查得之歲差爲正號,由右邊查得者則爲負號.

以下兩表中歲差數前之正負符號乃用於求所指元時後十年之數者.設欲用此表求所指元時前十年之數,則應將表中所列之負號改爲正,而正號改爲負;惟此表之適用限於赤道南北緯各七十度內之星,其近南北二極之星均在除外.

例題 五車二 Capella 在 1880 年時其赤經爲 5 時 5 分,赤緯爲 45 度 9 分,試求此星 1905 年之赤經赤緯.

最近此星之赤經爲 5 時,最近之赤緯爲 50 度.查赤經訂正

表 *E*.　赤經歲差訂正表

北緯之赤經	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	南緯之赤經
h　h 18或18	m +0.51	m +0.47	m +0.43	m +9.38	m +0.33	m +0.25	m +0.13	m −0.10	h　h 6或6
19 ,, 17	.51	.47	.43	.39	.33	.26	.14	0.08	5 ,, 7
20 ,, 16	.51	.48	.44	.40	.35	.28	.18	−0.02	4 ,, 6
21 ,, 15	.51	.48	.45	.42	.38	.32	.24	+0.08	3 ,, 9
22 ,, 14	.51	.49	.47	.45	.42	.38	.32	.21	2 ,, 10
23 ,, 13	.51	.50	.49	.48	.46	.44	.41	.35	1 ,, 11
0 ,, 12	.51	.51	.51	.51	.51	.57	.51	.51	0 ,, 12
1 ,, 11	.51	.52	.53	.54	.56	.58	.61	.67	23 ,, 13
2 ,, 10	.51	.53	.55	.58	.61	.64	.70	.82	22 ,, 14
3 ,, 9	.51	.54	.57	.60	.64	.70	.78	0.94	21 ,, 15
4 ,, 8	.51	.55	.58	.62	.67	.74	.85	1·04	20 ,, 16
5 ,, 7	.51	.55	.59	.64	.69	.77	.88	1.10	19 ,, 17
6 ,, 6	+0.51	+0.55	+0.59	+0.64	+0·70	+0.78	+0.90	+1.12	18 ,, 18
北緯之赤經	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	南緯之赤經

表 *F*.　赤緯歲差訂正表

赤經	歲差	赤經
h　h	′	h　h
0 或 24	±0.06	12 或 12
1 ,, 23	.05	13 ,, 11
2 ,, 22	.05	14 ,, 10
3 ,, 21	.04	15 ,, 9
4 ,, 20	.03	16 ,, 8
5 ,, 19	.01	17 ,, 7
6 ,, 18	±.00	18 ,, 6

表首直行所列之5時及橫行50度,兩行相交之處得 +0.77,卽十年間此星之歲差也.自1880年至1905相距25載.其歲差爲$2.5\times 0^m.77=1^m.925$,約得2分弱.再以5時求赤緯訂正數.於表中得十年中之赤緯歲差爲$(+0'.01)$.以$2.5\times 0'.01=0.025$,此項差數極微,可以從略.故得1905年星五車二之赤經爲$5^h5^m+2^m=5^h7^m$,而赤緯仍爲$45°9'$.

如用前題求在所指元時80年前之歲差,在1880年五車二赤經歲差$0^m.77$,赤緯歲差爲$0'.01$.由1880年上溯80年爲1800年.相距80載,以10除之得8.本上節說明之理求在元時前者,其正負號應當互調,則數內之本當加號者今當易爲減號;故有赤經差$=-8\times(-0^m.77)$,約得6分强.又赤緯差$=-8\times(-0'.01)$,約得1分弱.由元時經緯減之得在1800年時五車二之赤經爲4^h59^m,赤緯爲$45°8'$.

又恆星錄除載在某元時之赤經緯外,並附有經緯之百年總差,及百年之變數.總差者,歲差與恆星自行之合數也.百年變數乃總差消長之數.設V_r及V_d爲赤經緯百年總差,S_r及S_d爲百年變數,t_0爲元時,t爲所求年首,r_0及r爲t_0及t時之赤經,d_0及d爲t_0及t時之赤緯,則用下式可由t_0時之赤經緯推t時之赤經緯.

$$r=r_0+\frac{t-t_0}{100}V_r+\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{100}\right)^2 S_r \cdots\cdots\cdots\cdots(66)$$

$$d=d_0+\frac{t-t_0}{100}V_d+\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{100}\right)^2 S_d \cdots\cdots\cdots\cdots(67)$$

上所論者係就星在元時已確定之赤經緯改爲在其他年首之赤經緯.若用子午儀或赤道儀所測得之赤經緯,均有微差,當改正之,方得確定之眞赤經緯.

以蒙氣差改之,則知無蒙氣時星當在何處.以視差改之,則

知從地心視星當在何處.以光行差改之,則知地不動視星當在何處.以歲差章動改之,令天空屢變之赤道改爲一定之赤道.凡測天所得無此五改,則不能作表圖及製天球(若所測者爲日月,尙須改正日或月之天體半徑差).諸改法分爲二類:其一令諸星相與之方位俱變,是爲實改;其一相與之方位不變,是爲法改.蒙氣差、光行差、視差之改,皆實改也.歲差、章動差之改,皆法改也.凡實改者,諸曜之差皆共向一點.如蒙氣差令諸曜皆向天頂點,地半徑差令皆向下天頂點,黃道半徑差令皆向太陽心點,光行差令皆向地行方向諸平行線之合點.改之皆令向對面一點.

第六章
測量儀器

§79. 儀器總論 測天之事,宗旨不一.有時欲測兩體在某定時之視距離,有時則測天體在某定時所佔之位置,亦有時測其到天球某定圈處之時,而此某定圈則概為子午圈;然亦有時僅考查其表面,量計其光,或考驗其彩色帶.凡此諸事,各有其特別計畫之儀器,以應其用.

造測天器為工之最精細者,非精通幾何之理不能充此工.如作銅環分為 360 等分,置其中心於軸端令其面恰平,似甚易事,而不知此事極難.蓋測角度用遠鏡,設遠鏡放大力為一千,則測天差一分,一若差一千分矣.設10英寸為半徑,則一分角度為周線 350 分寸之 1, 非顯微鏡不能察矣,然此尚為測天麤器.今西國觀星臺之器能分一秒之角度.夫一秒之弧不滿 200000 分半徑之 1, 故以 6 尺為徑,則一秒之弧不滿5700 分寸之 1, 非大力顯微鏡不能分也.於銅環周分 360 度,令無微差,已非易事,況度既成再作分,分既成再作秒,世未有能作如此細分而無差也.即曰能之,而寒暑及質重俱能生差.蓋寒暑能令銅長縮,不能令環通體同變,故生差.而四周所憑不能如一,故質重亦生差.又安環於架時必微有震動,亦能生差.故近法先安環於架,然後分為度分,再用諸巧法分為極細分,然亦不能無差也.要之天學家所願得之器,良工不能造,不得已精心設法補救良工之差.故測量必當擇時,又必當知器之差,又必當知器之質性.考之既詳,乃用其正者,去其差者,此為天學家之妙用,然理甚深曲,此特言其大略耳.

用有差之器能令測得之數不差,爲天學家之要事.其法必精心勤求其差,或改正器,或改正所得之數.考器生差之故,其大端有三:一曰自然之差,人力不能爲,氣之變化是也.所以蒙氣差雖有表,與實測恆不合,其理人不能知,故大小不能定.又器之大小方向亦因寒暑而生差.其餘不能備述.二曰測量之差,乃人不巧便,或目力不精,或測量略先略後不得眞時之度,或天氣不淸,或器之力不足,或器微動,如是者亦難枚擧.三曰器之諸差,分爲二端.其一器不精,或軸筩不正,圜或環心不在正中,或非的係正圜,或非眞平面,或度分不停勻,其他亦難盡言.此非心目之過,測天者每恨之.其一置器不審,或配合未能恰好,或動分相屬未能恰好,此不能免者.如地面或房屋不十分堅實,雖生差甚微,在他事可不論,而於測天則不能不論也.又如工匠安器時,非極穩固久而生差.此諸差最難知,蓋非用本器不能知器之地平子午卯酉地軸等諸要線有差與否,而用本器測本差則甚難也.

設所差有定數,則能用法改正之.而自然及測量諸差參差不齊,故必累次測望約取其中數,則出入相消而得數略近也.至於工匠及安器諸差須恆防之.凡人之手,器之體,必不能成正圜,及直線,垂線,但其差甚微,目不能見,手不能揣,而測望時必能覺之.蓋人所造之器與造所生之物,以大力鏡勘之,而知人所造者其差甚大,可立見也.故先測望,以所得之數造法,卽以其法考測望之器,求其誤而改正之.循環察驗,其差易去也.考天地自然之法,必由漸而精.先用疎器,測得數亦疎,命名亦疎.以所得數細考之而知其不合.或仍其名而釋其理,或立新名.如此考察必至其名與測量之實合而止.當考求時,大法之中又生小法,故初所立名及數皆當改易.而用新法時其中又有分支之法,必再考之.凡初得之法,其理往往誤會.心以爲如此,與所測恆不合.初以爲偶

然,再四推之皆然,然後知器必有差,乃推其差之最大當得若干.若最大之差大於測望當得之差,則器爲無用,或棄之,或改正之.改正非能消其差,但令差益明而知前所立法俱當改.故幾次測望,新理乃明.

凡考天覺有不合理處,必思有未知之理隱而未顯,則以測望之數列表.見表有級數之理,則再改正器.復測之,而不合之數與前不同,則或係器差,用幾何之理推其差之根.凡器必有差,若不知其差之例,恆誤謂天地之理.蓋天地之理與器之差,恆雜而難分也.此差非同測量之差生於偶然,由於器之病.器不改,差不滅.所以或造器,或安器,必俱有一定法推其差.此差既明,方知其中有一級數之差與此不合理之事合.昔所難分者一旦忽分,故測望能正器之差也.

天學家最要者,當先明器之理.此理明,則造器安器差俱能知,而有法以消其差,測天乃密也.假如器之理,環與活軸當同心,而人所造不能一定同心,則考其不同心當得差若干.乃準幾何理,環軸不同心,一邊之角必較小,一邊之角必較大.又兩心相去無論若干,於環之相對二分各測其角,取所得之中數必無差.蓋此大彼小恰相消也.又器之理其軸當與地軸平行,而人所安不能恰平行,則當考其不平行之差.凡此考器差之理,乃最要事.若一一明之,則器雖不精,用以測天仍精密也.此準幾何理考之不難.後凡言大小各器,俱作精器論也.

上所論凡欲從事天學者,必應知之.天學必由疏漸密.今略舉數條言之,古未有測天之器,有俱大智慧者仰觀而知各星每晝夜繞極一匝.後用疏器測之,覺諸星繞極之道非平圜而近橢圜,愈近地平愈橢.考之,非器之差.推求其故,忽悟蒙氣之理.則知測望所得星道有蒙氣差.以法推之,而得眞星也.

未有器時,覺諸曜一晝夜俱繞地心一匝.後用器測諸曜過午,以鐘表測時,知有不同,且亦非測量之差.細測諸恆星至子午圈時俱同,而一匝非同太陽24時,乃爲23時56分4.09秒.故有恆星日,有太陽日.二日不同.若以太陰言之,所得之日更長,爲24時54分也.

§80. 工程家轉鏡　工程家轉鏡乃量測地平角及豎角之儀器也.論其原理,可視如遠鏡(Telescope)之視物線(Line of sight),能繞兩軸轉動(一爲豎軸,一爲平軸,兩軸相交成直角),而用物鏡(Object glass)之光心及其焦點處所置之髮線交點可定視物線.儀器之豎軸與兩套軸相合,兩套軸各連於地平圓板.下圓板帶有刻成度分之圓圈,用以量地平角.其上圓板在兩邊相對處有兩游尺,便於讀圓圈所量之角也.上圓板之上端有兩豎柱以承地平軸,遠鏡卽安於是處,繞該軸以轉動也.地平軸之一端有一豎弧(或圈),在豎柱上有一游尺(Vernier),緊接於該豎弧,以便讀其所量之角度.圓板及地平軸之行動均有備妥之夾器及行動甚慢之螺釘以節制之.在上圓板上有兩水準器用以定儀之地平面,換言之,卽使豎軸與重力方向相符合也.

轉動豎軸可使儀器全體在地平面內轉動.而轉動地平軸,可使遠鏡在豎面內轉動.有此平豎兩項轉動,可使視物線居任何所欲之方向矣.視物線在地平面之行動,用游尺指針沿地平圓板所經過之角度量之.在豎面之圓行動,用附於豎柱之游尺在豎弧上所指之角度量之.遠鏡附有一長水準以定地平之方向.當氣泡在正中時,視物線乃正在地平面內.苟求儀器安置妥貼,須合於下列諸情形.

(一)各水準器之軸在與豎軸成直角之平面內.

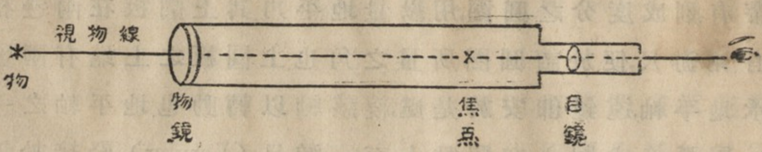
(二)地平軸與豎軸成直角.

(三)視物線與地平軸成直角.

(四)遠鏡之水準器平行於視物線.

(五)當氣泡在附於遠鏡之水準管之正中時,豎弧之游尺正讀爲 0.

當圜板之水準氣泡均引至其管之正中時,且轉動下圜板使其游尺於遠鏡指南時讀爲 0,則遠鏡無論至何位置,其平圜板及豎弧之游尺讀數乃地平座標法之經緯度（見12節）也.若將地平圈夾住而使遠鏡旋轉一周,則視物線在天球上作一大圈;若夾住遠鏡而使儀器繞豎軸旋轉,則視物線畫成錐體形,且在天球上作出一地平緯度平行圈.



第五〇圖

§81. 誤差之消滅　用轉鏡測地平緯度較測地平角爲難於精確.地平角可再三重復測之,以增進其精確.若測地平緯度雖重復測之,亦無進益,此蓋儀器之構造使之然也.豎弧只有一游尺,故其偏心差不能消滅.且此游尺之讀數常不能如地平游尺之較近確實.其最大之誤差而可使之消滅者,是謂之指數差(Index error).測得之地平緯度不同於眞數者,其故有二,當遠鏡水準氣泡居中時游尺之 0 未必與圜圈之 0 相符合,一也;氣泡居中時視物線未必平,二也.消滅第一項差,僅須計取游尺在水準氣泡居中時之讀數,作爲測得高弧之改正數;爲消滅第二項差可作兩次測量.第一次所得之高弧係從地平內正在所測物體下之一點量計者;第二次乃從該點之對方一點量計者.換言

之,即當遠鏡地平髮線正注物體時計取豎圈之讀數,然後將遠鏡繞豎軸翻轉 180 度於地平髮線注物時再計取讀數.此兩次讀數之平均數,即無視物線不平之差誤矣.然此法只能施之於小儀器之有整個豎圈者.如此倒轉,其游尺未整妥貼之差誤亦被免去,更勿庸先定其差數如上所述矣.若豎圈之刻度僅向一方,則須將第二次讀數由 180 度減去之,再與第一次讀數合併而取其均數.以上所述者乃假定倒轉遠鏡計取讀數時,圓板水準氣泡留居正中表明豎軸仍為正直.若非如此,即須重將儀器安平,方能測量第二次高弧,故此二次高弧讀數之較於此含有三項誤差也.若不欲重找地平,則於遠鏡在兩次位置其水準氣泡居中時,計取豎圈讀數,分別改正,亦可消滅其差誤.若儀器只有豎弧而無豎圈,其遠鏡水準氣泡之軸須與視物線平行,並其豎軸亦須眞為豎直.使兩圓板上水準氣泡居中將儀器轉 180 度經度角,然後再用水準螺釘(Levelling screw)使氣泡反回一半路,如此可得眞正豎軸.苟豎軸為眞正豎直,則無論儀器轉若干經度角,其各氣泡均停留於管內之同一部分.調置遠鏡之水準氣泡亦可使豎軸成為眞正豎直,先用一對水準螺釘將其較準,再用豎柱上之切線螺釘(Tangent screw)使其泡居中,於是繞豎軸使遠鏡轉 180 度,若氣泡離開中點乃用切線螺釘使之反回一半路,再用水準螺釘使該氣泡回至中心.如此調置須重復為之,以試其準確.轉動遠鏡使之與向之位置成直角而重調置之,即所以試其確否也.苟欲求精確須如此法調置,蓋遠鏡氣泡較圓板氣泡為靈敏也.

若視物線不與平軸作直角,或平軸不垂於豎軸,因此而生之差亦可併兩次測量以消滅之,每次須變其測儀之位置.若第一次測地平角時豎圈在測者右方,則第二次再測此角時豎圈

須在其左.此兩角之中數卽無此兩項差誤.蓋因地平軸兩次之位置在眞地平線之左右相稱處,而視物線兩次之方向在遠鏡轉軸之眞垂直線左右亦相稱也.若平軸不垂直於豎軸,則視物線必畫成一平面斜交於眞豎直面,因此視物線不穿過天頂,而地平面及豎角均不能免有差錯.是以精確之儀器均另備一跨置水準(Striding level),可跨置於平軸承架之上;俾測者得較準平軸,或量其斜度,而無須照看圜板水準矣.此跨置水準於正反兩次測量均須用之,用其兩次得數之中數可免去該水準本身之調置差誤也.視物線恆不能穿天頂,縱平軸調置得宜,亦不能免,所以或變換測器位置作兩次測量,或調置其髮線,乃必須之手續也.凡器之誤差,除大器外,多難考定俾得改正.

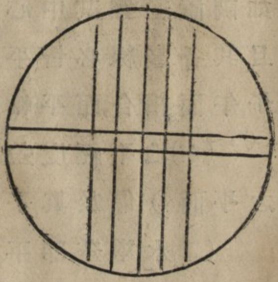
§82. 轉鏡之附件 用轉鏡測星,須設法使所見之處有光亮,故轉鏡有備一陰影管者.管中安一反照鏡(Mirror),使該鏡傾斜且挖去其中心部分,若在遠鏡一旁安有燈光,其光卽得反入管中.髮線因有光而視若黑線,而所測之星卽可於反照鏡中空之處見之矣.若無陰影管之設備,亦可以他物代之,放一片亮錫或以一片油布置於物鏡均可.惟須於中心處挖成直徑$\frac{3}{4}$英寸之小孔,俾星光得入透鏡(Lens).若用油布或油紙代陰影管時,置燈光之法須使其光僅能散佈得見髮線,而不照入測者目中.

§83. 三稜目鏡(Prismatic eyepiece)**及太陽玻璃**(Sun glass) 所測之高弧若大於55度以至60度時,卽須於目鏡上安一全反光之三稜鏡(Prism),使所反之光道與視物線成直角.用此附件可量大至75度之高弧.若用以測日,須知三稜鏡將影反倒,故所視之下緣乃眞上緣,但其左右緣之位置並不受三稜鏡之影響.

測太陽時,須用一片暗玻璃遮在目鏡上,以保護眼目.此太陽玻璃切不可放在物鏡之前.若測器無陰影管,可在目鏡後置

紙一片,俾太陽之影得現其上,再引出目鏡管及調置所立之紙,可使太陽及髮線之影集於焦點,頗爲銳利.

§84. **天文轉鏡**(Astronomical transit)　天文轉鏡與測地遠鏡之不同處在大小及架式耳.其物鏡直徑從 2 英寸至 4 英寸,其焦點距從 24 至 48 英寸,其架爲磚砌或洋灰築之柱,其地平可用脚螺旋(Foot screw)較準之.在舊作之儀器,於物鏡之焦點面內備有五豎線以至十一豎線之小網(Reticle).其中間之線正在中心,其他諸線分置左右,並有一或二平線.若儀器調置準確,其中心之豎線當儀器轉動時恆追隨子午線.而星經過此中心線時乃正是該星中天之時.所以備多數之豎線者,乃使得增加對一星所作之測量次數,取多次測望之中數恆較一次測望之數爲精確也.豎線之間距約爲 $\frac{1}{2}$ 秒以至 1 秒之弧數,故赤道上之星需 2 秒以至 4 秒之時間,由一線以至其次一線.



第五一圖

新作之儀器,備有轉鏡量微器(Transit micrometer).在作影之面內只有一豎線,可用量微器之螺釘使其在影面內行動.螺釘每轉一周使豎線移動 1 秒之弧.當星入物鏡視場以內,測者卽將豎線對準該星,而轉動其螺釘以使該豎線不離該星,直至逾測望之界限爲止.豎線在視場內之行程用電器記錄之.此雖只一豎線,而所作測望之次數等於有20豎線矣.視場由電光照之,光近軸端,軸穿一小孔,於中心安一反照鏡將光反射至目鏡處.遠鏡在地平緯度之行動用夾器(Clamp)及正切螺釘節制之.其在地平經度之行動甚小,僅足以容納使合子午面之調置.平軸之斜度爲另備之跨置水準量而正之,此水準極爲敏捷.此類儀器之

大者備有用作翻轉之機件(Reversing apparatus).

此類轉鏡多用於在子午面內測恆星中天以定恆星時,然亦有用在豎面內或測時或測緯度者.用此鏡時,須有記恆星時之儀器.已知此記時儀之差數,則測得之數卽可定天體之赤經.蓋此卽該天體中天時所當之恆星時也.換言之,亦卽自春分點計來之時分秒之數値也.反之,若赤經爲已知,則計時儀之差錯卽由此而定矣.

推定測儀之誤差並推算其改正數,是乃最要之事.此轉鏡如調置適宜,其中心豎線必在經過光心與平軸垂直之平面內;且其各豎線必皆平行於該平面.測天體中天時該平面必須與子午面相合,而平軸必須爲眞地平;故此儀最要之誤差有三項:

(一)地平經度差卽視準線平面(Plane of collimation,卽上述之平面)偏於眞子午面之差.

(二)水準差卽平軸斜於眞地平之差,亦曰斜角差.

(三)視準線差.視準線(Line of collimation)者,聯物鏡光心及中心豎線之直線也,亦曰視軸,卽視物線也.此外尙須改正日周光行差,記時儀速率差及軸承不齊差.

上列三項差之改正數以式表之爲.

地平經度角 $=a\cos h\sec d$ ……(68)

水準差 $=b\sin h\sec d$ ……(69)

視準線差 $=c\sec d$ ……(70)

式內 a、b、c 爲經度水準視準之常差數,各以秒計之,h 爲星之高弧,d 爲星之赤緯.若用天頂距代高弧,則須用 $\sin k$ 代 $\cos h$,以 $\cos k$ 代 $\sin h$.此式皆自弧三角推得,所給之改正數皆可用之於工師轉鏡之測量.星若近於天頂,經度差爲最小,因卽使 a 爲甚大而 $\cos h$ 幾等於 0 也.但水準差較大.因 $\sin h$ 幾等 1 也.先測天

頂北中天之星,以得數與測天頂南中天之星之得數比較之,即可得經度常數差 a. 蓋若儀之平面偏於南之東,則天頂南之星中天太早而天頂北之星中天太晚,從測得之數即可推算其角矣.水準常數差可用跨置水準直接量之.置該水準於軸承之上,計取氣泡兩端之讀數,將水準吊轉過來再取其讀數,已知水準刻隔之角數,故可得水準差也.欲定視準線之常數差,須作兩次測望,一次在横平軸之正位,一次在其翻轉之位置(即倒置軸之東,西).比較兩次所得之數,即可得其差也.

表 G. 中天時刻測數差誤表

在 a、b 或 $c=1'$

高弧(求斜角差)

赤緯										
h	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	h
0°	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	$0^{s}.0$	90°
10	0.7	0.7	0.8	0.8	0.9	1.1	1.4	2.0	4.0	80
20	1.4	1.4	1.4	1.6	1.8	2.1	2.7	4.0	7.9	70
30	2.0	2.0	2.1	2.3	2.6	3.1	4.0	5.8	11.5	60
40	2.6	2.6	2.7	3.0	3.4	4.0	5.2	7.5	14.8	50
50	3.1	3.1	3.3	3.6	4.0	4.8	6.1	9.0	17.6	40
60	3.5	3.5	3.7	4.0	4.5	5.4	6.9	10.1	19.9	30
70	3.8	3.8	4.0	4.4	4.9	5.8	7.5	11.0	21.6	20
80	3.9	4.0	4.2	4.6	5.2	6.1	7.9	11.5	22.7	10
90	4.0	4.1	4.2	4.6	5.2	6.2	8.0	11.7	23.0	0

高弧(求地平經度差)

註　求視準線差用底行.

表 G 諸數係從三項方式推出.在推算時假定視軸面偏斜於子午面者,横平軸傾斜於地平者,及視軸偏左偏右者,皆為一

分之弧,卽四秒之時;故 a、b、c 均等於$1'$,亦卽均等於4^s.茲舉例以明表之應用.

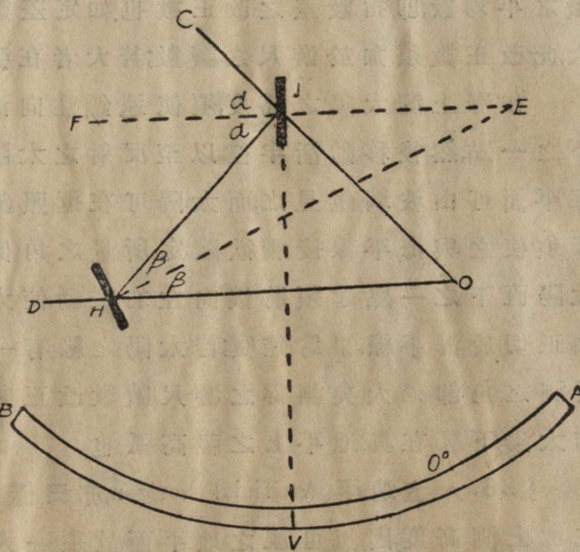
設測者緯度爲42度,星之赤緯爲＋30度,$a=1$分(卽4秒),$b=2$分(8秒),則星之高弧$=90°-(42°-30°)=78°$.所以地平經度差爲$1^s.0$,水準差爲$2\times4^s.6=9^s.2$,若$c=\frac{1'}{4}(1^s)$,則視軸差爲$4^s.6\times\frac{1}{4}$,約爲$1^s.2$.

由表G及例題,可知若轉鏡能與子午面符合而橫軸傾斜較大,則測低星較高星爲宜.測量用遠鏡卽其例也.若橫軸之傾斜易定,而子午面之調置頗難,則宜於測高星.天文用之大轉鏡是其例也.

§85. 六分儀　六分儀亦曰紀限儀,乃用以測二物之距度或一物之高度(地平緯)者也.測二物距度時,其所測之角恆在二物及測者眼目之平面內.此儀便於在海上用之,因非如轉鏡之必須有立架也.如第五二圖儀之架上有AB刻度之圜弧,約長60度,I及H兩個返照鏡,I可移動,H則爲固定的.弧之中心I處爲一樞軸.其上有一可擺動之活半徑IV,約長6英寸或8英寸.其末有游尺V,用以讀AB弧之角度者也.I爲指鏡(Index glass),安於活半徑上之I處.H爲平鏡,則在H處.兩返照鏡之平面皆與AB弧面垂直,且當游尺讀0度時兩鏡成平行.H鏡在架外之半邊未鍍水銀,故能直接見物.在鍍銀之部分可見他物,蓋由I鏡返至H,再至返至O點而得見之者也.在HO線上,約近O點處,有一遠鏡,力不甚大,乃用以測物者也.兩反照鏡間及H鏡之左均有着色影鏡,乃測太陽必用之物也,此儀之原理如下:

由C物射來之光道爲I鏡反至H,再由H反至O(在遠鏡

筒內),測者乃於遠鏡內見 C 之影與在 D 處之物相合於一圓弧上所刻之度分以能使游尺直接讀 OC 及 OD 兩線間之角度爲目的.設引 FE 及 HE 兩線分別垂直於反照鏡平面,則兩鏡間之角爲 $a-b$,而兩物間之角爲 $2a-2b$.所以兩鏡間角爲視若相合之兩物相與而成之角之一半.故爲便於直接由圓弧讀取眞角起見,此圓弧之刻度必須每半度以一度名之也.角頂點 O 雖係移動不定,而在天文測量其所量之距離若彼之大,因 O 點變移所生之差固可勿計也.



第五二圖

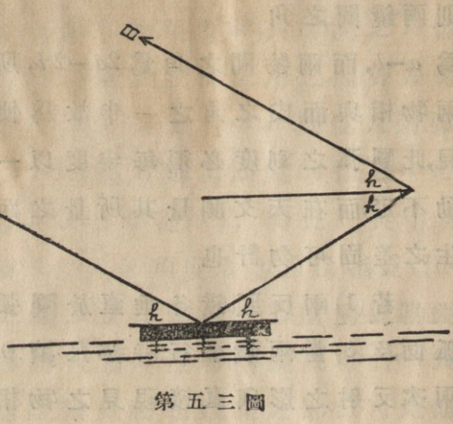
若(1)兩反照鏡各垂直於圓弧面,(2)遠鏡視物線平行於圓弧面,及(3)當兩鏡平行時,游尺讀 0 度,則此儀便爲調置妥貼.若兩次反射之影與直接視見之物相合時,游尺不讀 0 度,可如下定其指數差.

置游尺使約讀30分,並安置測日用之影鏡,向日測之,必見兩日影之邊幾相接近.當兩影之邊最爲接近時,記取游尺之讀數,更重復測讀以取準.然後再置游尺於 O 點對面約當30分處,向日測之,則見返射之日影在直視之影之另一邊矣.此兩次測

讀之平均數,卽指數差之改正數也.如定差數時在弧外之讀數大,此改正數須加於游尺之讀數;若大者在弧內,須減去之.

在海上測太陽之高度,須使遠鏡注向海平面內正在太陽下之一點,然後移動活半徑以至反射之太陽影進入遠鏡視場.海平面可由玻璃鏡見之,而太陽可在返照鏡內見之.太陽之下緣須使之與海平線接觸.欲確定所量之角係由海平面內正在太陽直下之一點起,須將儀向左右緩動使太陽影作一弧.此弧如正切於海平線,卽爲確實;若太陽之緣有一點在海平線下,則所測之角卽過大矣.測得之游尺讀數改正其指數差及低角差,卽太陽下緣在眞地平上之視高弧也.

§86. 人造地平(Artificial horizon,**亦曰借地平**)　用六分儀在地上測高度,因無可視之地平面,故須一人造平面以代之.重液體如水銀、重油或糖漿,放在槽內而使靜止,其面卽爲地平.在此面內可見太陽之返射影.此影在面下之深同於太陽在面上之高.一片平面黑玻璃板以框架之,以水準螺釘承之,用酒準定其位置,亦爲一種人造地平.其地平雖不如水銀面之精確,但較爲方便.人造地平原理可由第五三圖見之.因所見之太陽影在面下之深等於太陽在面上之高,故兩視線間之角爲$2h$.測此角時使遠鏡注向人工平面,然後移動活半徑使反射之太陽入視場內,再使反射太陽之下緣與在水銀面所見太陽影之上緣相切,則所測之角



第五三圖

卽兩倍太陽下緣之高度,因相接觸之兩點實爲同一之點之影也.若遠鏡將影倒置,則上所論者皆屬於上緣矣.測得之數須先改正其指數差,再用 2 除之,卽得高度.用水銀作借地平,須防風吹綯返射之影.以細蚊網遮之,可減風力.苟風不太大,此固爲較佳之法.若用屋蓋形之玻璃遮之,則每易生有其他差數.

§ **87. 計時器**　近世天文學之邁進由於鐘表之製造精密,較之由於遠鏡之能力大而且確,亦不多讓.古時用水漏沙漏測時.水漏製造雖極精,然不及鐘表多矣.近二百年來始有鐘表之作,天文家乃得憑以測時.然鐘表仍不免有差.近日造法益精,若一晝夜差至一秒卽棄而不用.故所用者24時以內其差不過十分秒之二､三.然積時愈多,其差必大.故相連數日欲全憑鐘表勢有不能,須逐日察其差而改之,則積時雖久,與暫無異焉.

§ **88. 天文擺鐘**　天文擺鐘之製造與通用之鐘無異.爲便用計,其行度每一行音恆爲一秒,卽每一秒時齒輪進行一步.其秒針特爲顯著.時針每日只轉一周,鐘面刻記二十四時,此其差異處也.其擺輪 (Escapement) 亦爲重力擺輪之一種.其職務在應垂擺之每一擺動啓放齒輪使之前進一步.秒針因之在鐘面上走一秒,同時擺輪給垂擺一推擊之力,等於垂擺啓放擺輪時所過之阻力.此垂擺啓放擺輪及擺輪推擊垂擺之工作須恆久不變,且須極小.故鐘之製造愈細乃愈確也.

垂擺須爲補整垂擺 (Compensation pendulum),蓋由其製造之形樣,其長可不受溫度升降之變易也.若非補整擺,則每攝氏一度之升降鋼條垂擺之每日變率約爲三分秒之一.木擺雖能抗溫度之升降,然又易感潮溼之變異.大氣壓力亦能變易擺之行動,蓋擺行於氣中較行眞空中爲慢,而氣壓亦能使空氣密度隨之變也.在普通製造水銀擺,氣壓表每升高一英寸能使鐘每日

慢三分秒之一.

鐘差乃加於鐘面指數以得眞時刻者也.鐘時縮其數爲正,鐘時贏則其數爲負.鐘率(Rate of clock)乃鐘每日所贏或所縮之數也.鐘時縮其數乃爲正,贏則爲負.

鐘率欲其恆勻,無論爲大爲小.若忽大忽小,則無用矣.在鐘差可調置其針以正之,鐘率可升降其擺錘以正之.

§89. 時辰儀 時辰儀乃精製之表之具有特種擺輪者.其行音(Beat)常爲半秒,即每半秒時齒輪進行一步也.其連於記時器(Chronograph)者,於每秒或每兩秒之末斷其電流.爲使其第六十秒特爲顯著計,乃於其前一秒,免去電流之折斷,或多加一折斷,此固在時辰儀之如何製法也.此儀恆置在雙圜架上,俾其時得水平.儀之溫度尤須保持均勻,俾勿生差.

兩同類之時辰儀彼此校正,仍不免有十分秒之一、二之差.若用恆星時時辰儀與太陽時時辰儀比而校之,則可使其差在百分秒之幾以內.因恆星時較太陽時爲贏.約每三分三秒之時間其行音即能相合一次,若在行音相合之時比較之,僅須記其秒或半秒之數,更無分數須計也.比較之次數愈多,儀乃愈得精確.惟勘校時耳須察音敏準.

§90. 記時器（記時圖） 記時器乃記錄時辰儀所指之時之儀器也.測望之時亦多用此器記錄之.其記錄之紙捲於圓筒上.此圓筒由鐘之機械轉動之,通常每分鐘轉一周.記錄之筆附於電磁石之發電子上.另有一長螺旋爲同一機械轉動之,使電磁石得以平行.筆所記之線繞圓筒成螺旋紋.迨將紙鋪平時,即成爲平行線矣.時辰儀與電磁石連以電流.每秒鐘斷其電流,俾筆在所畫之線上作一缺口,此即時之記錄也（亦有用電信鈕以通電流,俾作印號者）.若用轉鏡量微器,其豎線在視場內

經過定點之路程可自動的被記於紙上.惟此時所用之電流係每秒鐘一通,使其在紙作一印號,非如前述之每秒一斷電流,在紙上作一缺口也.將畫成之紙鋪平,則所記之時卽可用特備之尺(刻度合於分秒之間距)量得之.

§91. 天頂遠鏡(Zenith telescope)　天頂遠鏡乃依哈里布塔爾寇(Harrebow-Talcott)法測緯度所用之儀也.其遠鏡連於短平軸之一端.平軸在豎軸之上,遠鏡繞此二軸在豎面及平面內行動,一若轉鏡然.在平軸之另一端有相稱之重物以平衡之.此儀之重要部分爲(1)在目鏡焦點面內之量微器乃用以量豎面內之角者也,(2)游尺臂上之敏捷酒準,乃用以量遠鏡之傾斜度者也.游尺臂聯於小豎圈上,而小豎圈附在遠鏡筒上.此儀多用於在子午面內之測量,但亦可用於其他之豎面內.

此儀如調置妥貼,其視物線必在與平軸垂直之平面內,量微器豎線必平行於豎軸,而平軸必垂直於豎軸.爲安置視物線於子午面內特備兩個可調置之楔子.安放及夾住此楔子之法須使遠鏡得以繞豎軸由南向北或由北向南轉動,並得夾固於子午面內.

用此儀測天,以量微器測天頂南北兩星天頂距之較數,並記取緯度水準(Latitude level)氣泡兩端之讀數.惟所測之星須各距天頂極近,且前後中天僅差數分鐘,俾量微器得以應用.若相距太遠,則出量微器之極限矣.如此成對之星天空中固不缺乏也.

第五四圖乃此儀在兩位置之略圖.遠鏡與緯度水準之斜角在測望時間定而不變.若遠鏡與豎軸之斜角遇有變易,卽以緯度水準量計之,備推算時之改正.其原理可由第五五圖解明之.從 S_s 星天頂距所測之緯度爲

$$l=d_s+k_s.$$

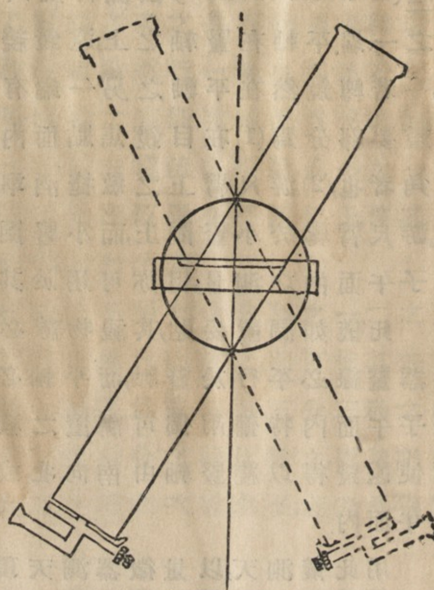
從 S_n 星則為

$$l=d_n+k_n.$$

其中數為

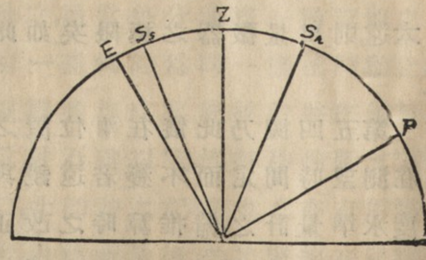
$$l=\frac{d_s+d_n}{2}+\frac{k_s-k_n}{2}\text{.......................}(71)$$

從此可知緯度乃兩赤緯之中數加一改正之角.此角等於天頂距較數之半.赤緯可於恆星錄中查得之,天頂距較由量微器測得之.(71)尙非完全方式,因其無水準差及蒙氣差也.但此法測得之高弧,實較其他野外測器所得者為最精確.若轉鏡備有斜坡螺旋(Gradienter screw)及精密水準亦可依此原理作同樣之測視.蓋斜坡螺旋可代量微器,而聯一水準於平軸之一端可以代緯度水準也.



第五四圖

§92. 子午儀　欲測定天體之赤緯或其距極度須有量角之儀器,僅測取其時刻不足用也.子午儀即為此而造者.此儀同



第五五圖

於轉鏡儀,備有刻度之圜圈聯於橫軸,且隨遠鏡旋轉;然亦有平軸兩端各備一圜圈者.

此儀視軸旋轉之面當合本地之子午面.考察法取恆見界中一星測其二次過鏡中綫.若在中綫兩邊之時相等,俱得半周時,則其面為眞子午面,蓋子午面必正交星所行圈於相對二點也.

凡星之赤緯度為距極之餘度,極在子午圈內,設極點有星,以儀測定其度,則餘星之距極及赤緯度俱可測.今極點無星故取一近極之最明星測其上下過子午圈之較度,去蒙氣差及儀器差,折半,以加星之下子午圈高度或減星之上子午圈高度,即極之高度.如此則極點定矣.環圈上極點既測定,永為原點,諸星距極度皆準之.

在圜圈上定地平點亦為最要.一切星之子午圈高度皆準之.測定之法與極點同.天空地平交子午圈處無星,法於夜中測一星過子午圈,於明夜以遠鏡直下測水銀中此星之影過子午圈.二測中間之度去蒙氣差及儀器差為星之高度之二倍.折半得地平點.既得地平點,加 90 度則天頂點亦定矣.

§93. 通用儀(Universal instrument) 天文轉鏡儀及子午儀均限於子午面,故其用有限.在子午面測望雖較其他儀器為佳而且易,但非時常可得;故須有一儀器可追隨天體之所在而測之.此通用儀之所由造也.此儀亦曰地平經緯儀(Altitude and azimuth instrument),亦即前述之轉鏡儀也.

§94. 赤道儀(Equatorial telescope) 此儀之軸為固定之軸枕承之,既非平軸,亦非豎軸,乃斜置之軸,其斜度等於本地之緯度(等於北極高度),此軸正指北極,故與地球自轉之軸成平行,名之曰極軸(Polar axis).其所帶之刻度圜圈與天體赤道平行名

之曰時角圈,因當遠鏡指天體時其讀數爲該天體之時角也.此圈亦名之曰赤經圈.在極軸處安有赤緯軸(Declination axis)之軸枕.赤緯軸垂直於極軸,其上帶有遠鏡及赤緯圜圈.

前所述之儀器其遠鏡僅爲指物之用,乃輔佐諸圜圈者.在赤道儀則遠鏡爲主體,而諸圈爲輔,卽助測者證明天體之所在而用遠鏡向之測視也.

赤道儀之佳處,卽在能用大遠鏡.當遠鏡向天體對準時,藉鐘表之機械使極軸轉動以追隨天體,使其繼續在視場以內,否則數分鐘後卽被每日視行帶出視線以外矣.此儀一經指準天體卽行夾定,並將時辰儀開啓,則天體在視場一若不動者然,其時之久暫能隨測者之意.

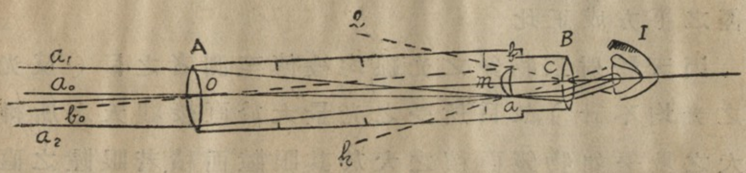
凡肉眼難見之天體,如小彗星、星雲等或晝見之星,若已知其赤經緯及恆星時,卽可由此儀尋定其所在而細觀之.是以天文鐘或時辰儀乃不可少者也.

若此儀因其軸撓屈無定不能直接由圜圈讀數確定天體之位置時,亦可間接求之.卽用此儀測彗星或行星與其臨近恆星(星之位置曾經用子午儀測定者)之赤經緯較數,此乃儀之最要用途之一也.

§95. 遠鏡 遠鏡現有二種,一爲折光鏡(Refractor),一爲返光鏡(Reflector).前者先經發明,用之者多;然自來最大之儀器,則皆屬於後者.論其原理則兩鏡咸同.其大透鏡或返照鏡將所視之物於其焦點處作成實影,更由目鏡變爲擴大之虛影,俾便於考察.目鏡雖爲小鏡,其作用乃在擴大物影也.

§96. 折光遠鏡 第五六圖爲一簡單之折光遠鏡.鏡筒有兩玻璃鏡,單凸鏡 A 爲物鏡,小鏡 B 爲目鏡.目鏡之焦點距較短設用此鏡測月,則依光學鏡之原理,自月頂射來之光通過物鏡

折至焦點面 a 處在影之底,其自月底射來之光則折至 b 處在影之頂,而其射向光心 (Optical center) 之光則直通物鏡而不受折.故 a_0ob_0 角等於 boa 角.換言之,若焦點距爲五英尺長,則於距月五英尺處見月影之大同於月在天之大,而其所跨對之角亦相等.若於距一英尺處見之,則更較月爲大矣.故用人目卽可於大遠鏡之物鏡得甚鉅之擴大力.設八英寸遠鏡之物鏡有十英尺之焦點距,人可撤去其目鏡,於目鏡孔後約八英寸或十英寸



第五六圖

處置目於視物內,卽能見月上之山及木星之衞星.此影乃係實影.苟於 ab 處插入攝影板,受相當之光度,卽可得其影片矣.

以肉眼視影,眼不能更近於八英寸或十英寸,故不能得更大之擴大力.若用一擴大鏡 (Magnifying glass) 於其間,卽可置目於更近之處矣.

§ **97. 擴大力及影之亮度**　若目鏡所置之處去實影之距離等於其焦點距,則至該影來之光線於通過目鏡後必變爲平行光線,在人視之一若其光自無窮遠之天上射來者然.例如自月頂之光集於影之 a 處,迨折而至目時必與 ac 平行.ac 線者乃聯 a 於目鏡光心之直線也.b 之光線亦同此理,折而平行於 bc 以至人目,是以測者見月頂於 ck 方向,見月底於 cl 方向.月之實影因之擴大爲虛影.而爲肉眼所見之直徑係以 aob 角量之,今

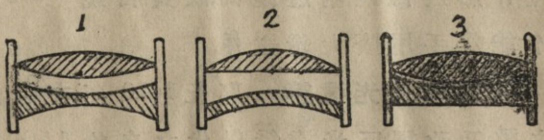
則增大爲 acb 角矣.此兩角乃 ab 一線所跨對之角,且均極小,故其角度之比反於其距離之比,即 boa 角:bca 角 $=cb:ob$.換言之,即天體之視徑與由遠鏡所見之直徑之比等於目鏡焦點距與物鏡焦點距之比.此比數名之曰遠鏡擴大力.以式明之則爲 $M=\frac{F}{f}$. M 爲擴大力,F 爲物鏡焦點距,而 f 爲目鏡焦點距.如物鏡有30英尺之焦點距,其目鏡者爲 1 英寸,則其擴大力爲 360 矣.至於像之亮度(明亮之度)與物鏡之直徑有關而與焦點距無涉.直徑愈大,則面積愈大,而所受之光量亦愈多,故光量與直徑之平方成正比.

因天體射至物鏡之光線均被傳至測者之目(反光及吸收之光均不計),故目所受之光量大於直接觀天之所得者.其所大之量一如物鏡面積之大於其眼瞳面積.若眼瞳之直徑爲五分之一英寸,則一英寸之遠鏡能增光量至25倍,而十英寸之遠鏡則增2500 倍.大遠鏡有36英寸者,是竟增至 32400 倍矣.

然月或行星影之亮度不能依上述之比數增大之,因其光晢經目鏡依其擴大力散布於大圓面積也.凡經光之配置使其光面擴大,該面絕無再亮於肉眼所見者之理.然其被利用之光亮爲遠鏡所增甚大,則仍如固也.所以昏暗之星,肉眼不能見者可於遠鏡中見之.光亮之星且可以遠鏡於晝見之.

§98. 光色差遠鏡 影之明晰與否關於透鏡能否悉集光線於一焦點.圓面單透鏡絕不能完全了此任務,因光被折之道亦有參差,故不悉集於焦點也.光色差有兩種:一爲球面差(Spherical aberration),此差可略變透鏡面形樣改正之;一爲光色差(Chromatic aberration),斯最可厭.其紫色光之屈折率較紅色爲强.其所集之點亦最近於透鏡.故如此透鏡所作之影,其邊緣與中心色各不同,有害於影之明晰.於耶紀1760 年發明一種物鏡,以

除色差之害.鏡爲兩透鏡合成,其玻璃爲兩種物質,一爲凸鏡,一爲凹鏡.凸鏡爲冕號玻璃(Crown glass)所作,凹鏡爲火石玻璃(Flin)所作.其鏡面之曲線幾經選擇,俾得免去光之球面差.如此合併之物鏡,即能使物體一點射來之光悉集於影之一點矣.物鏡亦有時爲三透鏡合成者,雖得較好之光色差改正,然所得甚微,不足抵其所費也.



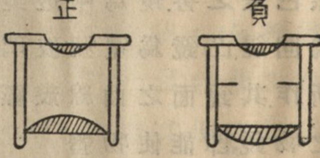
第五七圖 光色差物鏡之樣式

物鏡之光色差,事實上不能完全消滅,雖最良之光色差遠鏡仍有紫色光暈生於影之周圍.此於攝取天體之影最有妨礙,因青紫二色最易刺激乾片也.故於攝影之前,當先除去青紫之光暈,其法有三:一爲琢磨物鏡,改變常形,使之不生光暈,然此種遠鏡不適於觀察之用;二即以上言之三樣透鏡之物鏡;三爲置一黃綠色遮屏於物鏡之前,先將紫色光全行吸收,再令其通過物鏡.法雖簡便,而光量損失太大,於天體微暗者即不能攝其影矣.

物鏡縱能完全改正其光色差及球面差,然光之波動性質仍阻其悉集於一點,而使其影成一虛圓面(中心亮漸向外則漸黑暗)爲數多光圜所繞.

§99. 目鏡 目鏡有時(例如觀察雙星等微小天體之時)以單凸透鏡爲佳,惟天體須使正在視場中心始得工作完美;故普通之目鏡多用二個以上之透鏡並置而成,視場較廣,天體在鏡中所生之影到處皆甚明晰.此種目鏡分爲正負二類.正目鏡(Positive eyepiece)之用途較負目鏡(Negative eyepiece)爲廣,天體之影作於目鏡與物鏡之間,經目鏡而擴大之.如將目鏡卸去,並可

作手用擴大鏡之用.負目鏡則不然.凡通過物鏡之光線於未達焦點以前,先爲目鏡底部之透鏡所屈折,而後作影於目鏡兩透鏡間,故負目鏡不能爲手用擴大鏡之用.



第五八圖

§ **100. 反光遠鏡** 耶紀1670年左近知折光遠鏡有光色差之弊,乃改製反光遠鏡以代之.自此150年之中凡觀察恆星者幾無一不以反光遠鏡爲利器.迨至耶紀1820年光色差遠鏡發明後,於是二者參酌並用,未嘗偏廢.反光遠鏡之式樣種種不同,惟皆以凹面反照鏡代折光遠鏡之物鏡,至其如何將凹鏡在其焦點處作成之影使目鏡得以見而察之,則各不相同矣.

侯失勒（近譯赫瑟爾）式反光遠鏡爲最單簡者,適於大儀之用.其反照鏡微向上蹺,俾投其所生之影於鏡筒壁,而測者俯身下視以察之.若遠鏡有二、三英尺之直徑,測者探頭入視無害於影,蓋頭所阻截之光尙不及他式反光遠鏡二次所失之光量也.但反照鏡之傾斜及由測者所帶之熱足致影不利銳.故此類遠鏡頗適於觀察星雲等之用.

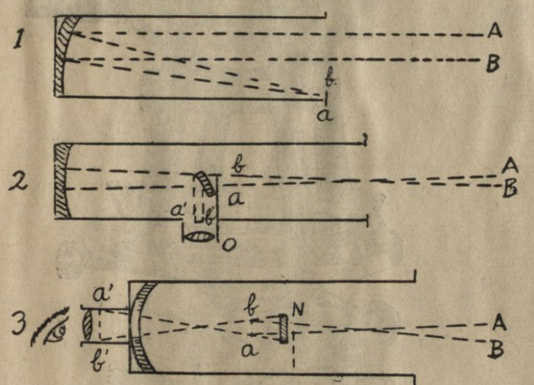
牛頓式反光遠鏡有一平面小反照鏡置在遠鏡筒中心,斜成45度角,俾大反照鏡反射之光線於未到焦點之前被其截取一小部分反射於筒壁,即於其處置目鏡焉.

格勒哥里式反光遠鏡乃首先發明者.其反照鏡中心穿透,其凹面小反照鏡置於大鏡焦點外近筒口處.大鏡反射之光由小鏡反射而穿過大鏡中心之孔.在此儀測者得直視天體一若在折光遠鏡然,其所生影爲直立的.

喀西哥雷因（Cassegrain）式反光遠鏡同於格式鏡.惟以凸面小反照鏡代其凹面者,而置於大鏡焦點以裏.故鏡筒得微短,

且視場較平.

耶紀1870年以銅錫鎔合之鏡銅(Speculum)製成巨大之凹面鏡一,是爲大反照鏡之嚆矢.今則鏡銅之法已廢,概以玻璃爲之.於玻璃上用化學方法鍍以銀膜.新製時反射率甚大,優於鏡銅,日久變暗,則以化學劑擦亮之,或重鍍之.

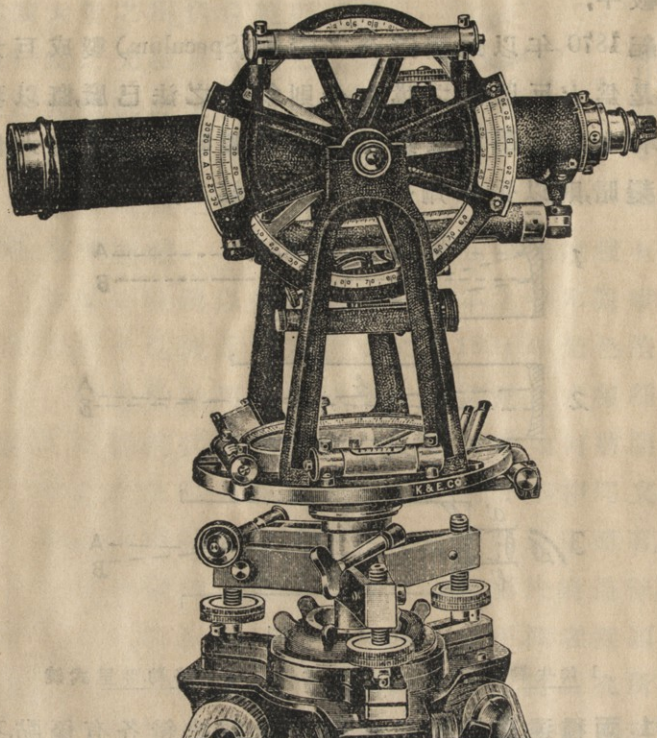


第五九圖

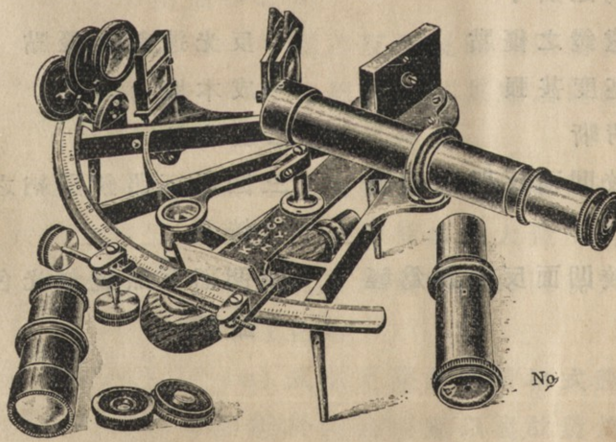
1 侯失勒式鏡　2 牛頓式鏡　3 格勒哥里式鏡

§101.兩種遠鏡優點之比較　兩種遠鏡各有優點,不可偏倚,玆分列之於下:

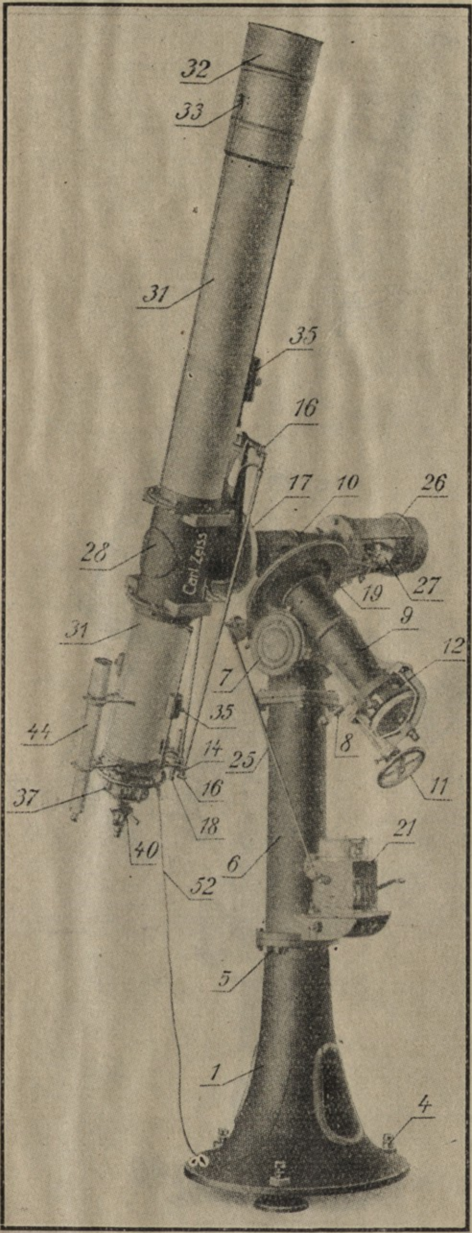
折光遠鏡之優點	反光遠鏡之優點
一影之亮度甚强	一成本廉
二作影清晰	二製造易
三透鏡較凹面反照鏡爲耐久	三凹面反照鏡所納之光亮恆較大
四透鏡較凹面反照鏡爲輕	四凹面反照鏡無光色差便於攝影



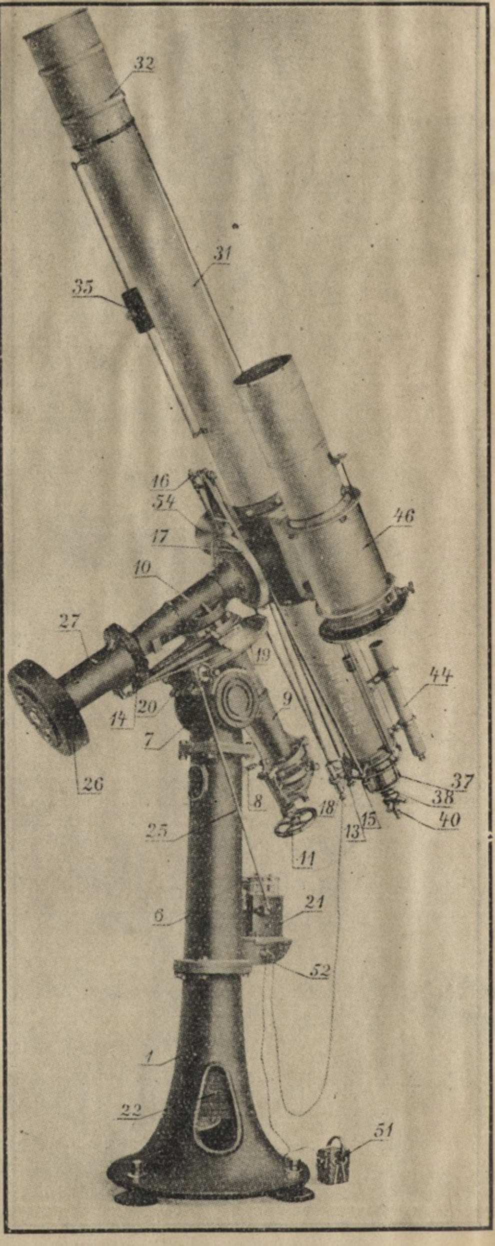
轉鏡儀



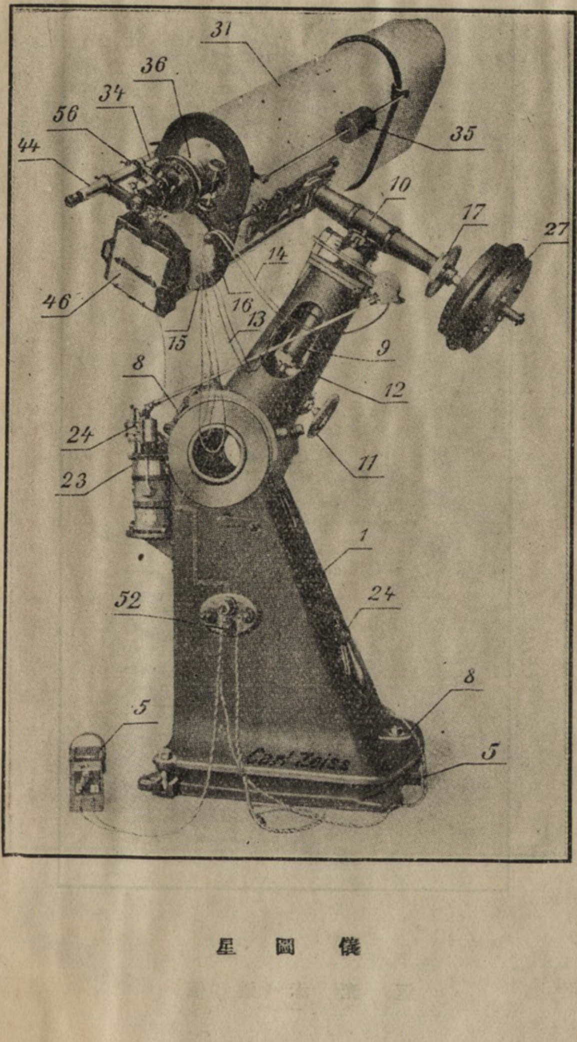
六合儀


32
33
31
35
16
17
10
26
28
Carl Zeiss
27
19
31
9
12
7
44
35
8
14
25
16
11
37
18
40
21
6
52
5
1
4

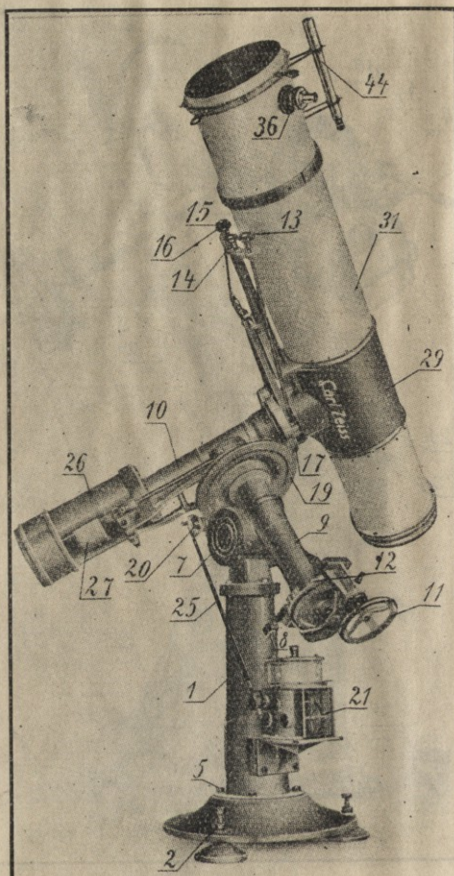
折光赤道儀


32
31
35
16
54
17
10
46
27
19
44
9
20
14
7
37
38
26
8
18
15
40
13
25
41
21
6
52
1
22
51

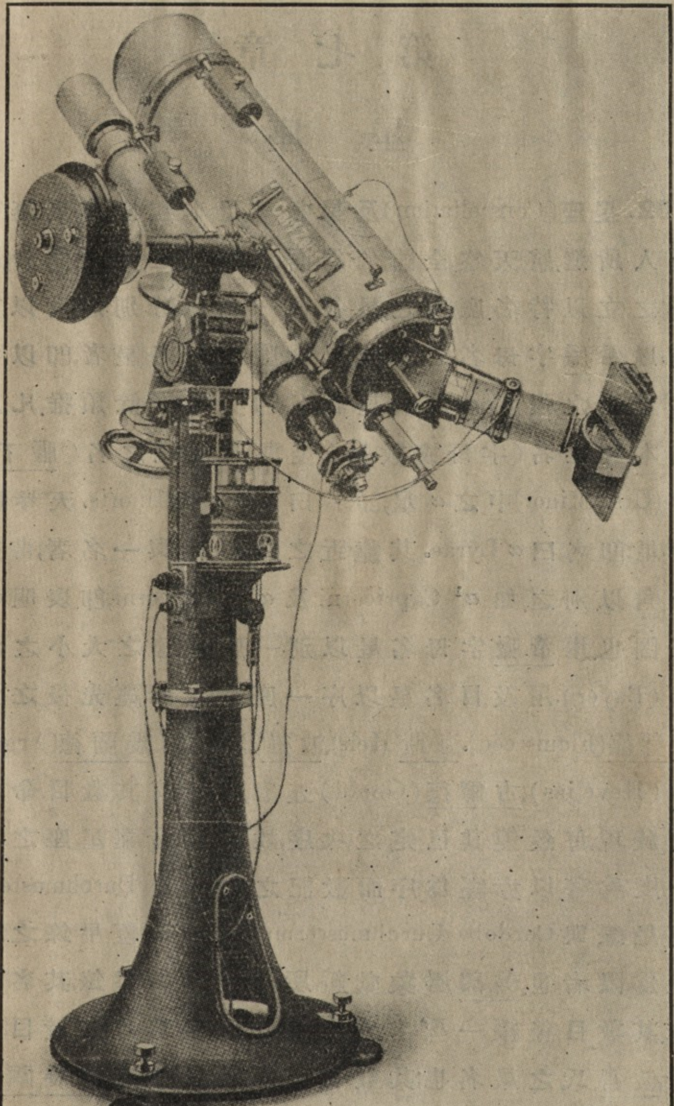
折光赤道儀


31
36
34
56
44
35
10
17
27
14
46
16
13
15
9
8
12
24
11
23
1
52
24
8
5
5
Carl Zeiss

星圖儀


44
36
15
13
31
16
14
29
Carl Zeiss
10
26
17
19
9
20
7
12
27
25
11
8
1
21
5
2

返　光　赤　道　儀



星圖儀

第七章

星座

§102. 星座(Constellation)**及星名** 星本無座亦更無名,名與座皆為人所造.將天空全體分為面形無定之若干部分,謂之曰座,並為之立以特名.座內之星各與一名以分別之,有以數名之者,亦有以希臘字母名之者.其以希臘字母名星者,卽以字母之次序分星光之强度.α 為最亮者,β 卽其次者,餘類推.凡星之名先書其本身之名(字母或數目),後書所屬座之名(臘丁字).如小熊座(Ursa Minor)中之 α 星,卽名曰 α Ursae Minoris. 天琴座(Lyra)之 Vega 星,卽名曰 α Lyrae. 其靠近之兩星原與一名者,書數目字於右上角以別之.如 α^1 Capricorni 及 α^2 Capricorni,卽表明 α^1 先 α^2 過子午圈也.用希臘字母名星以別一座星等之大小之法,創自拜亞爾(Bayer).用數目名星以序一座星之赤經先後之法,創自佛蘭斯替德(Flamsteed).海斯(Heis)、波得(Bode)、阿幾蘭德(Argelander),希威利(Hevelius)、古爾德(Gould)五家,亦皆有其數目命名法.然星時有發現,每致變其已定之次序,故又有廢棄星座之議而以赤緯一度為帶以赤經為序而數記之.如 Bonn Durchmusterung 北半球恆星錄與 Cordoba Durchmusterung 南半球恆星錄之類,皆不以星座為限者也.美國曆象彙編所纂兩種恆星錄,其名數不專主一家.其數目後綴一 H' 字者,海斯氏之星名也;其數目後綴一 B 字者,波得氏之星名也;其數目後綴一 A 字者,阿幾蘭德氏之星名也;其數目後綴一 H 字者,希威利氏之星名也;其數目後綴一 G 字者,古爾德氏之星名也;其 $B.D.$ 下綴正度帶與數目者,北半球恆星錄之星名也,如 $+6°275$ 謂北赤緯六度帶之第 275 星

也;其 C.D. 下綴負度帶與數目者,南半球恆星錄之星名也;其數目後不綴字者,佛蘭斯替德之星名也.

我國星名古惟散見經籍而已.吳太史陳卓始合甘德石申巫咸三家星官著於圖錄.隋丹元子作步天歌,統以三垣二十八宿,以簡馭繁,歷代承之,未之或改.蓋我天文家劃分恆星之區域爲三垣二十八宿.其近北極諸星座名曰中垣紫微宮,其右下爲上垣太微宮,左下爲下垣天市垣.近黃道兩側者分爲二十八宿.星座及星之命名率皆官名、地名、國名、物名之屬.其星之無特名者以某星座第幾星名之,如角宿一、角宿二等是也.近世新增之星近某星座者,卽名某座增星,如牛宿增一,北斗增二等是也.其近南極星座中國所不見,乃依西測增加而爲之名.此中國分垣分宿及分座名星之法也.茲製中西星名對照簡表以備參考.

§103. **星之等級**　星之光度以星之數目等級表之.一等星之光度強於二等星.等級遞降,光度遞減.依現所用星等尺度尙有少數之星其等級爲分數,或爲負數者.五等星肉眼可能見之,五等以下,卽須藉用遠鏡矣.

§104. **天圖**　天空諸星俱可取爲本點而用三角形求他星相距之度.推蒙氣差求得眞度,方可著於圖表.又有簡法,因地球自轉,測各星過本地子午圈而準赤道推其經緯度卽能一一定某星在天球某點,甚密也.用子午圈測星較弧三角法其便有四:各星至子午圈高弧最大,蒙氣最輕,一也;測器爲子午儀,器差最微,二也;無論角之銳鈍俱甚便,三也;用此法測得之數卽可著於表,不似三角形法須推算,四也;故天文家恆用此法.

苟子午儀調置妥貼,以之測星過子午圈,見星正過小網之中心豎線,斯時之恆星時卽星之赤經度也.儀之豎圈讀數,改正蒙氣差及視差,卽爲星之距極度(若圜圈已定有極點),或爲

星之天頂距（若圜圈已定有下天頂）.距極度之餘度或由本地緯度減去天頂距卽星之緯度也.

測天本可任取一點爲原點,不必定從春分點起也.準原點以測時角,有時之較數卽知他星之經度.故測天者先精定某星之方位以爲原點,然後用赤道儀測此星與他星之經緯度之較數.此法名曰差別測定.在此法,其儀之刻度及調置之誤差影響於所求之數較單獨測定者爲輕.

天空諸星有時時變其處者.月之變最速,其次爲日,其次爲諸行星.而恆星則相與之方位恆不變.然詳考歷代測望簿,亦有數星小變其處,是謂恆星之自動.其動雖或甚速,然以去地過遠,人不能覺,視之若不動然,乃作不動論.故諸星分爲二類.恆星類不變.日月行星彗星皆歸行星類,時時變.作天圖者於圖或球識天空諸星之處.又識天球之極爲天之不動處.此極卽地軸諸平行線之合點也.又識二分點及赤道之處.極點、分點及赤道爲虛點、虛圈,非有星顯之也.地軸變則亦隨之變.憑之測最便,故作球與圖恆識之.最妙者造同心大小數天球,最外者識諸心於上,餘識便於測望之諸點圈.當知此諸球任相磨而轉,因地軸或他故緩緩變,則此諸點及圈與歷代所測之星簿皆合.而星之小變不足異,其故可考矣.

天空中人人能知者爲天河.天河約略成天空大圈一帶.中分爲二道,後復合爲一.自古至今,其形狀不變.近代用遠鏡測之,見爲無數小星相聚而成.

黄道十二宮之星爲日月諸行星之所經,故當論列之.設欲於諸星中測日月與諸行星之道,當屢測各星與諸星相近之度,作線聯之,卽成本星道,一似航海者逐日作海中所行之路圖也.日道爲球上一大圈,卽黄道也.與赤道相交於二點,卽春秋分點,

其交角爲二十三度二十七分.太陽自南向北之點爲春分,自北向南之點爲秋分也.諸行星之道亦周於天球,但不若日道之爲大圈,而成螺線之一種.又每易其處卽易其速度,與日同者惟皆自西而東也.諸行星道恆在黃道兩邊,最遠不過八、九度,又恆變,自古至今黃道相近一帶中各點俱曾經過.故其道不能著於圖.行星之動法最繁,因我所居之地亦動故也.設居日面觀諸行星,則不若是之繁矣.蓋居日面觀諸行星動與居日面觀日動無異也.是以測日躔爲最要.其益非一事而已也.考定其行法,準之卽可考諸星之行法.

黃道爲日之視道.見日行黃道一周爲一歲.每日見太陽與星皆相西行,而一年見太陽於黃道則向東行.卽如太陽西行遲於諸星每日約一度(卽約四分鐘),歷一年則見太陽繞地較諸星少一周.換言之,卽逐夜見諸星約早出四分鐘(如立一高竿,則當見認定之某星每日至竿頂時約早四分鐘),積一月約早二時,積一年則早出者已滿24時,復於原起之時出現矣(卽復與日齊).此太陽時與恆星時之所由分也.此我古時旣分黃道爲十二宮以紀日躔,復依各地子午圈分赤道爲十二宮以紀星行,以紀時刻也.

考古今測望籍知黃道有小變,但其變甚緩,若數百年中作不變論可也.

知星之赤經緯卽可依法推得其黃經緯,並可依法推得某時黃道交地平之二點,及黃道中具最大高弧之一點,及此點距分點之度,以及星之黃赤二經之交角.旣推得諸星中間之黃道,亦可知此時春分點之所在.點爲黃赤道經度所由起,爲最要之一點.因歲差及章動之影響,此點時時移動,約以平速(其變甚小)行於黃道,自東而西.以諸曜每日西行言之,則分點恆速於

星;以東行言之,則分點每歲退行 50.1 秒.約 26000 年行黃道一周.同時並在軌道中向裏外搖動.因有此差,故繪於圖中星之赤經緯皆當云在某時之赤經緯,非可通用於百世而不變者也.

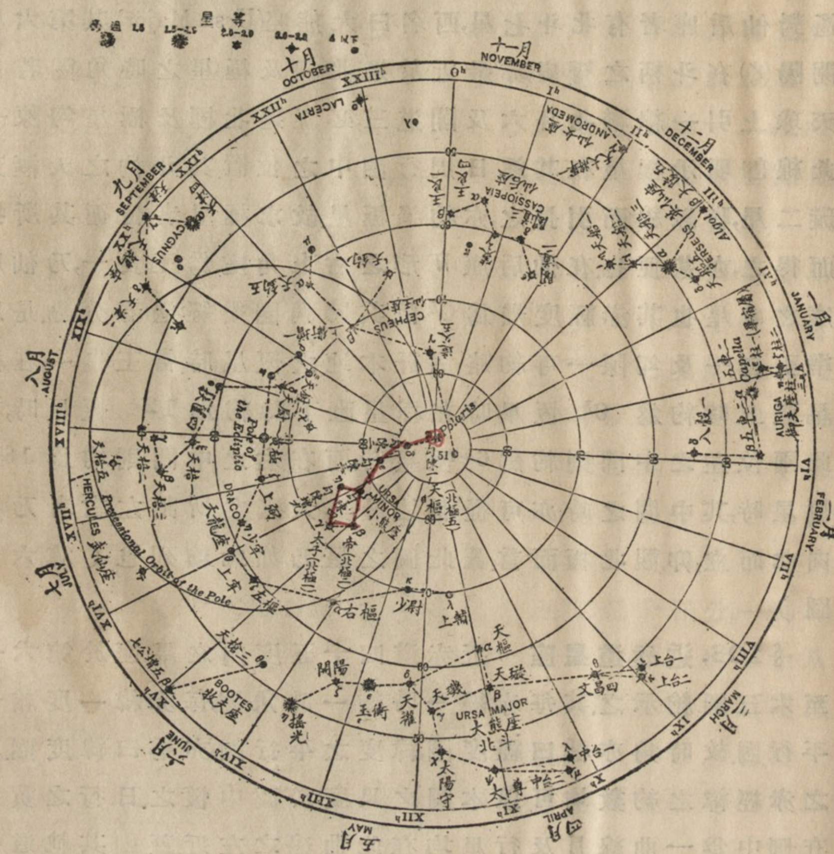
準歲差理,諸恆星與極有漸近者有漸遠者.今之極星昔非恆近於極,後亦非恆近於極.考最古之星表,此星距極十二度,今一度六分（耶紀 1925 年）,後必近至半度,再後必復漸遠而他星爲極星.後12000年,織女大星必爲極星,最近時距極五度.

埃及給塞(Gizah)之地有石築四方大尖堆九,名曰金字塔.其築時迄今約四千一百餘年（耶紀前二千一百八十年當夏太康八年庚子）.爾時諸星之經度較今少五十七度餘.推彼時赤極當近右樞 α Draco. 相距約三度四十四分二十五秒.爾時近極諸星中此爲最明,則必爲極星.考給塞地北極出地三十度.故此星下過給塞子午圈其高度爲二十六度十五分三十五秒.近有人開此諸尖堆驗之,其大者六,俱有隧道斜下,與地平交角略同.一爲二十六度四十一分,一爲二十五度五十五分,一爲二十六度二分,一爲二十七度,一爲二十七度十二分,一爲二十八度.約得中數爲二十六度四十七分.當時坐諸隧道底能見極星下過子午圈.則此諸尖堆蓋爲測極星而設,非漫然築之也.約一千四百年前隋丹元子作步天歌,以北極第五星天樞爲極星.以時考之,彼時赤極當近天樞也.

§105. 近北極星座 北極處以其相去最近之星識之,而名其星曰極星(Polaris),乃測者最要之星也.現世極星爲勾陳一,即小熊座之 α 星.在1925 年其距極度約 1 度 6 分.逐漸移近其率約每年近 $\frac{1}{3}$ 分.故數世紀後將更近於北極矣.極星同邊而較遠之處有星座名曰仙后星座(Cassiopeia).共有五星,成不齊整之 *W* 形.其左下方（以本星座向極星爲主）之星爲閣道三,西名曰

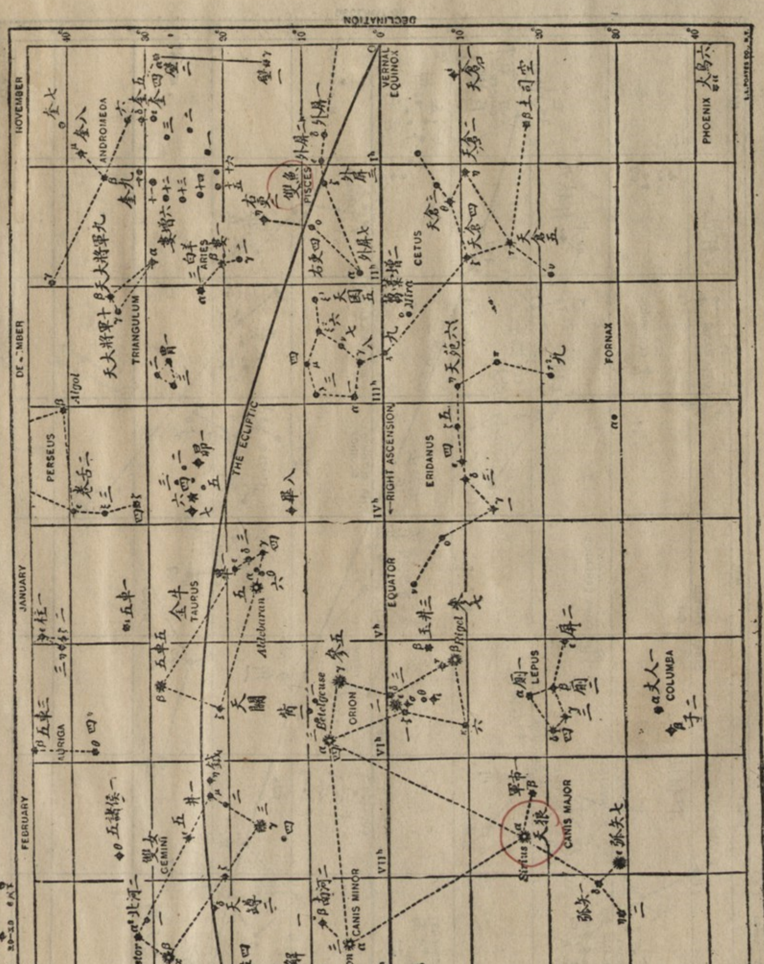
δ Cassiopeia，亦爲測者最要之星.因其最近於過北極及極星之時角圈也.換言之，卽其赤經度幾同於極星也.在極星之另一邊遙對仙后座者有北斗七星，西名曰大熊座(Ursa Major).其第六星開陽(ζ)在斗柄之彎處，亦最近於過北極及極星之時角圈.若在天球上引一線聯北斗六及閣道三，必經過北極及極星勾陳一.此線卽明示極星在其逐日周行圈中之位置.其斗杓之天樞天璇二星，聯以線而引長之，亦約過極星.故求極星者皆循其所指而得之，亦甚便也.在仙后座W形之右上角處爲王良一，乃仙后座之β星也.其赤經度幾爲0^h.故其時角圈幾經過春分點.是以準王良一及勾陳一可約略估計本地之恆星時.當王良一在極星直上時約爲 0^h 恆星時，在極星直下時約爲 12^h 恆星時，在此兩位左之中間則約爲6^h恆星時，而在右之中間則約爲 18^h 恆星時，其中間之時亦可從而估計其大概矣.所謂左右者乃指向北而立，仰觀北極而言.蓋此圖之星乃如此繪列也（第六〇圖）.

§103.近赤道星座　近赤道四十五度內之星座於第六一至六三圖繪示之.其每赤經一時繪一時角圈，每赤緯一度繪一平行圈.故時角亦稱曰經度圈，緯度之平行圈亦稱曰緯度圈.星之赤經緯之約數均可以本圖之尺度於圖中懱之.日行之黃道在圖中爲一曲線.月及行星均在此曲線之左近.蓋因其軌道平面與地球軌道面之斜角甚微也.黃道兩側各八度寬形成帶狀名曰黃道帶(Zodiac).太陽系之星均可於此帶內見之.自春分點東行分黃道爲十二宮(Signs of Zodiac).是爲白羊宮(Aries)，金牛宮(Taurus)，雙女宮(Gemini)，巨蟹宮(Cancer)，獅子宮(Leo)，處女宮(Virgo)，天秤宮(Libra)，天蠍宮(Scorpio)，人馬宮(Sagittarius)，磨羯宮(Capricornus)，寶瓶宮(Aquarius)，雙魚宮(Pisces).白羊宮之初點是爲春分

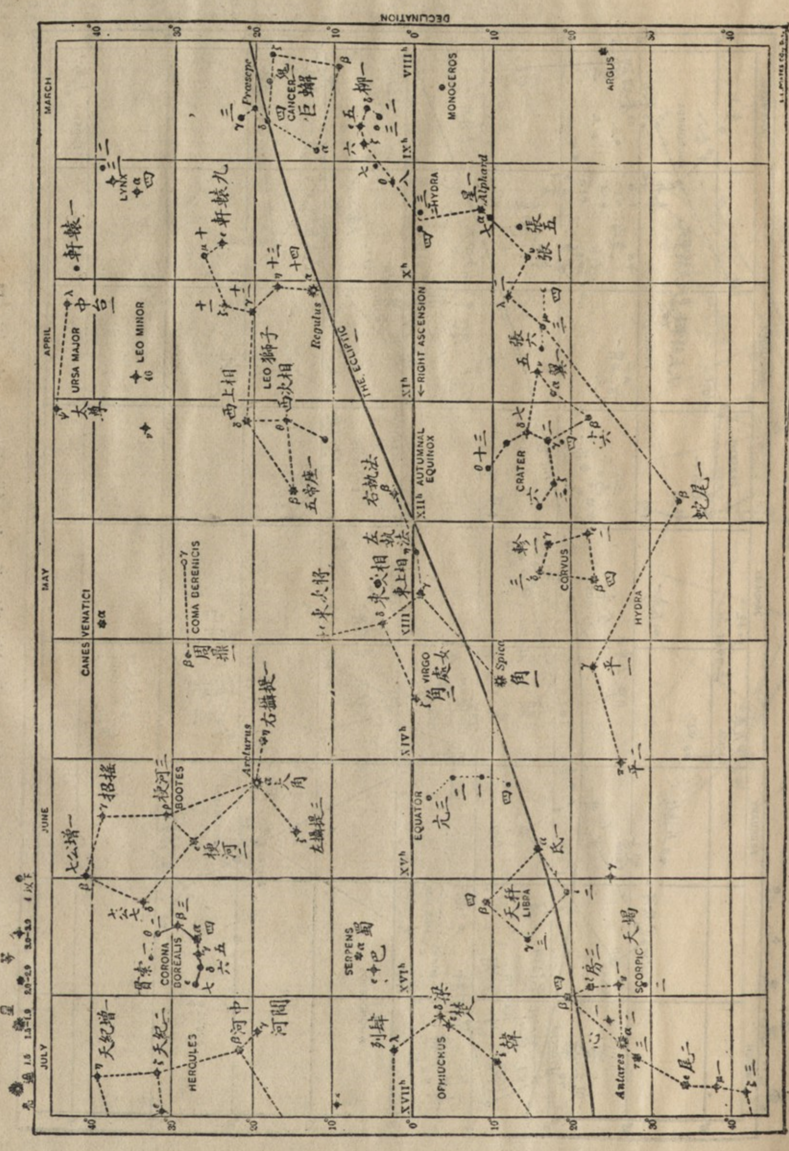


第六〇圖　近北極星座

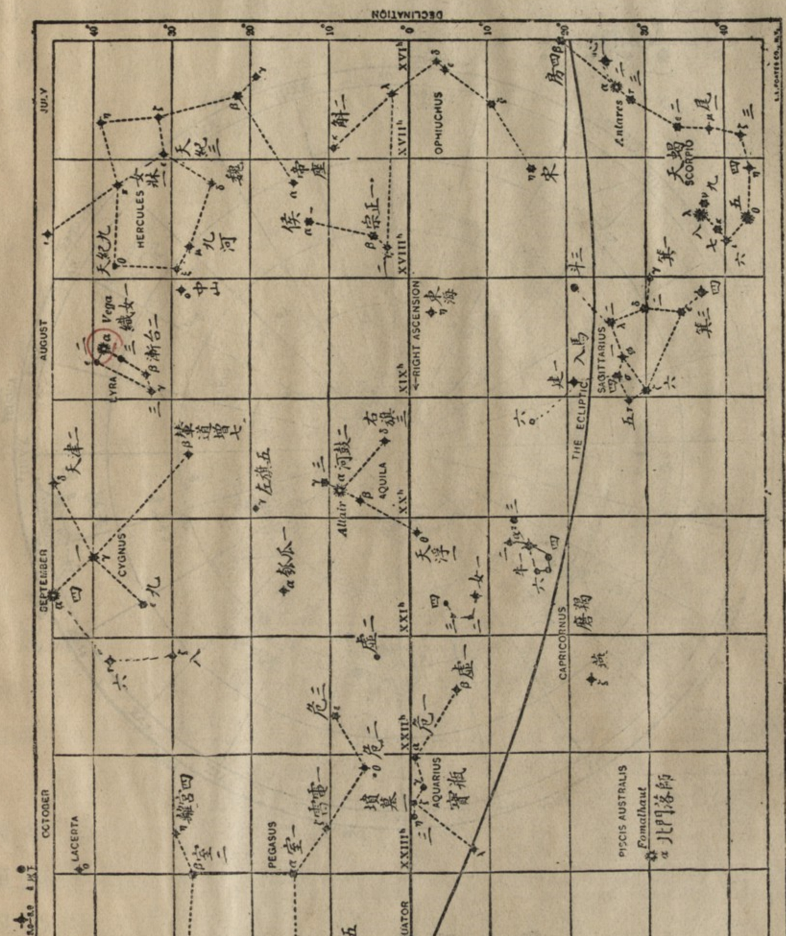
（此圖須北向舉而仰視之）



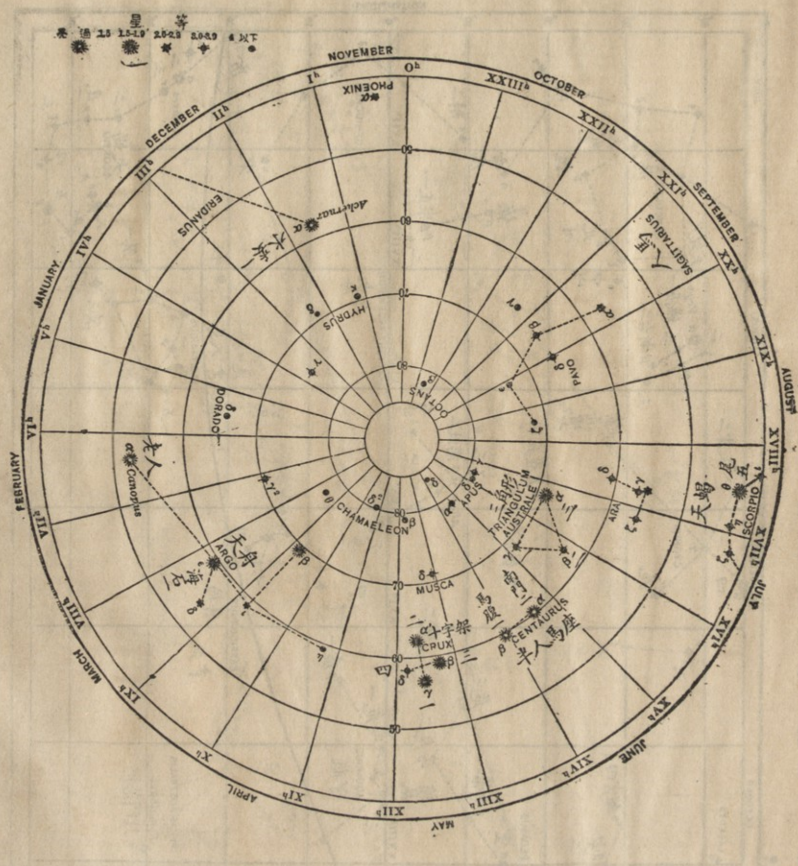
第六一圖　赤道南北各45度內之恆星



第六二圖　南北赤緯45度間之恆星



第六三圖　南北赤緯各45度間之恆星


星 等
最 過 1.5
1.5-1.9
2.5-2.9
3.0-3.9
4 以下
NOVEMBER
OCTOBER
SEPTEMBER
AUGUST
JULY
JUNE
MAY
APRIL
MARCH
FEBRUARY
JANUARY
DECEMBER
PHOENIX
ERIDANUS
Achernar
HYDRUS
SAGITTARIUS
PAVO
OCTANS
DORADO
Canopus
老人
CHAMAELEON
APUS
TRIANGULUM AUSTRALE
ARA
SCORPIO
天蠍
ARGO
天舟
MUSCA
CRUX
十字架
CENTAURUS
半人馬座
馬腹
南門

第六四圖 南極星座

點.當初分宮時每宮正當一星座,故以同名名其宮及所當之星座.因春分點逐年西移,遂使同名之星座與同名之宮漸不符合.今則宮已後退約三十度.是宮自宮,星座自星座,其名已無聯帶之關係矣.

我國原分之十二宮爲星紀宮(丑宮),元枵宮(子宮),娵訾宮(亥宮),降婁宮(戌宮),大梁宮(酉宮),實沈宮(申宮),鶉首宮(未宮),鶉火宮(午宮),鶉尾宮(巳宮),壽星宮(辰宮),大火宮(卯宮),析木宮(寅宮),星紀者乃紀星之度所由起也.最初以冬至點爲星紀宮之中點.故冬至日爲中氣.蓋古時於日行周天分爲十二建月(可名之曰太陽月).日至各宮初點爲建月之首日,是爲節氣.日至中點是爲月之中氣.大雪冬至之月建子,而日躔丑宮.小寒大寒之月建丑,而日躔子宮.餘類推.日躔在黃道十二宮,月建在本地赤道十二宮.如日以平速行於黃道,則逐夜見某定星(我國以北斗七星爲便)至某定時按節氣移建月之宮而與日躔黃道節氣移宮相應也.至明末清初爲欲取同西法,始改置冬至點在星紀宮初點.於是每一建月之節氣中氣跨兩宮,背於古人分宮建月之旨矣.

圖內諸星座不能盡同於天球,總有變形之處.惟若南向斜持星圖,其斜角等於赤極出地之度,則圖卽足表示天上所見之星座,甚近似也.圖內各部分於頂處以月紀之,列如在二月下之星乃在二月正中該星約於午後九時中天也.在該時前中天之星乃在該星之右,其相距之遠近則視兩時之差而定.其在該時後中天之星在該星之左,其相距之遠近亦視兩時之差而定.各地子午圈上之一點去赤經在任何時之赤經可如法求其概數.卽自三月二十三日起至所指之日止得若干積月積日,以每月合 2 時,每日合 4 分,求太陽在當日之赤經,此赤經加 12 時併入

地方民用時內,卽該星中天時之恆星時,亦卽其赤經也.

例如求十月十日太陽赤經 $=6\times 2^h+17\times 4^m$

$=13^h08^m.$

太陽赤經 $+12=25^h08^m$

$=1^h08^m.$

在午後 9 時之 $L.C.T.$ 爲 21^h.所以

當時之恆星時 $=1^h08^m+21^h$

$=22^h08^m.$

是赤經 22^h08^m 之星於是月是日午後 9 時約近中天.

第六四圖乃表示近南極之星座.此圖係向南下視所繪者.

§107. 行星 行星不能繪入圖中,因其位置變移甚速也.苟於近黃道處見一明亮之星,所佔之位置無星可以當之者,斯乃一行星也.金星乃一甚光亮之星.居於太陽之東或西之最遠處.故可於日升前些時或日沒後些時見之.火星、木星、土星之軌道在地球軌道之外,故其周行全天時皆可得見.火星約一年又十月一周天.木星約十二年一周天.土星約二十九年半一周天.木星最亮,土星較小,火星則爲紅色圓圖之形.

§108. 二十八宿及四季日躔 在計時法未精密之前黃道之用較赤道爲便,古天文家皆宗之.我國初分黃道兩側星座爲二十八宿,每七宿合三宮.南方七宿爲井、鬼、柳、星、張、翼、軫,名曰朱鳥,亦曰朱雀.東方七宿爲角、亢、氐、房、心、尾、箕,名曰青龍.北方七宿爲斗、牛、女、虛、危、室、壁,名曰元武.西方七宿爲奎、婁、胃、昴、畢、觜、參,名曰白虎.古時定日所在由昏明中天之星宿推之.昏中星者,日落後首現於子午圈上之星也.堯典曰日短星昴以正仲冬,若以酉時爲昏,昴星中天則冬至日當在虛宿也.所以命宅朔方者,蓋因在北半球冬至時地愈北昏時愈早,約正當酉時也.日永星火以

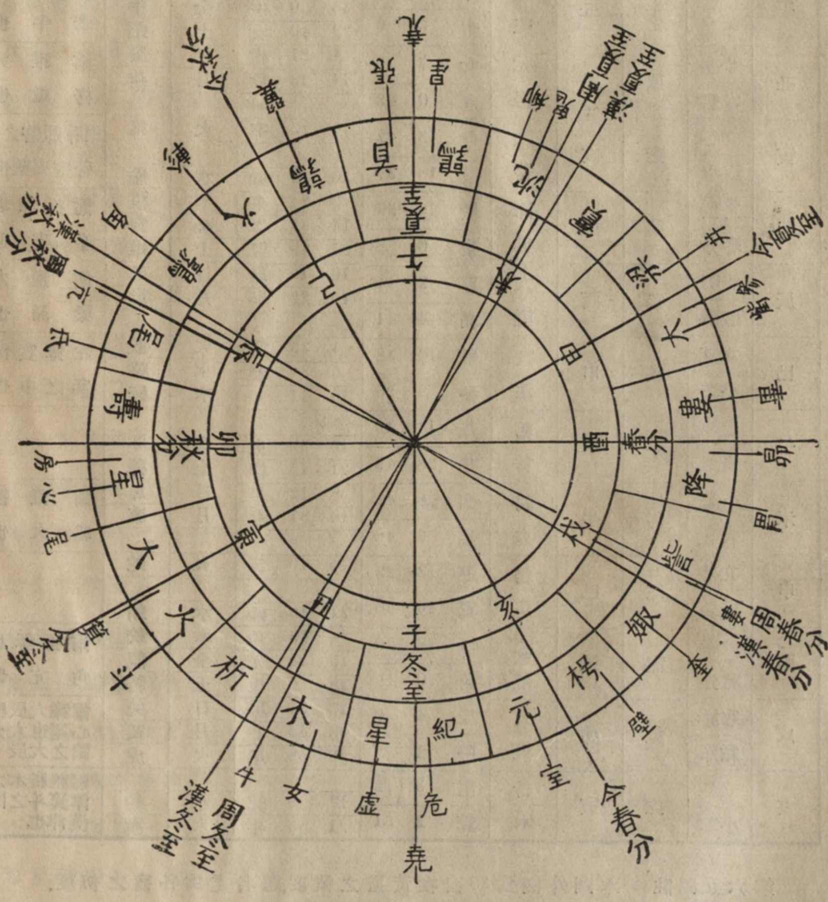
正仲夏,星火心宿也.夏至日雖宅南交昏時較早,仍須候至戌初方能見星.戌初心宿中天,則夏至日當在星宿.日中星鳥以殷仲春.星鳥卽星宿也.酉時星宿中天則春分日當在昴宿.宵中星虛以殷仲秋,酉時虛宿中天則秋分日當在氐宿.以堯命羲和之年考之(堯元年甲辰爲耶紀前2357年)去今已四千二百八十餘年.彼時黃經較現時約少60度.故冬至日日約在虛7度32分,春分日在昴1度34分,夏至日在星3度41分,秋分日在氐15度53分.是堯典之記事於時於天均相合,豈猶不足爲定讞歟.右樞爲堯時之極星雖未於經文中得有明證,然由樞字意義卽可斷定古時已知其爲衆星之樞紐也.堯時冬至日夜半觀天,朱雀七宿現於南方,靑龍七宿現於東方,白虎七宿現於西方,元武七宿居於北方.靑龍七宿於春分日夜半現於南方.元武七宿於夏至日夜半現於南方.白虎七宿於秋分日夜半現於南方.以各宿之正當其方言之,或者星宿之分創始於斯時歟.漢武帝元封七年冬至日在斗十九度十六分(漢律曆志冬至日在建星),春分日在奎七度,夏至在井二十四度十二分,秋分在角五度三十八分.是冬至已較堯時後退約三十一度三十二分.依巴谷於漢武帝元朔元年測角宿第一星在秋分點西六度,是東西所測相合也.彼時冬至日夜半朱雀七宿所現之方已非正南而轉向東南矣.今時(1926年)冬至日在尾十四度五十五分.春分日在室七度三十分.夏至日在參六度十九分.秋分日在翼七度十三分.是冬至又退約二十八度二十八分.冬至日夜半觀天朱雀七宿完全在天頂東南矣.

古書每言冬至日在牽牛之初.查牽牛之初距尾14度55分爲33度7分.準歲差考之,應溯至二千三百八十年前約當周貞定王之時.冬至日在牛初,如是則春分日在婁初8分,夏至在井

28度49分.秋分在角10度15分.牛宿黃道積度爲7度40分,故周貞定王以上五百五十年間(約耶紀前1004——454)冬至日皆躔牽牛之次也.彼時鶉鳥三宮正當朱鳥七宿,降婁宮正當婁宿,而心宿正當大火宮.以宿名之合於宮名言之,或者十二宮之劃分其始於斯時耶.該時去周公不遠,豈亦周公所遺留歟.茲將民國十五年黃道宿度及準該數所推堯周二代並訂正漢所測四季日躔作成表圖以便參考.並準冬至日在牛初時之宿度,將所知關於宮宿節氣禽屬之類彙成一表.由此可見今日此類常用之語皆自周時相沿以來,並未隨時改正.足徵古時學術之盛而後人不知發揮而光大之也.太史公曰周末疇人子弟分散,或在諸夏,或在西夸.豈眞東學西漸,而我反因秦火而失其所憑藉耶.

表*H*　民國十五年(1926)黃道宿度表

各宿初度	黃道宮度	積度	各宿初度	黃道宮度	積度
	° ′	° ′		° ′	° ′
斗	丑 9 12	23 55	井	未 4 18	30 27
牛	子 3 7	7 40	鬼	午 4 45	4 35
女	子 10 47	11 41	柳	午 9 20	16 59
虛	子 22 28	9 57	星	午 26 19	8 25
危	亥 2 25	20 5	張	巳 4 44	18 3
室	亥 22 30	15 41	翼	巳 22 47	17 0
壁	戌 8 11	13 17	軫	辰 9 47	13 5
奎	戌 21 28	11 31	角	辰 22 52	10 39
婁	酉 2 59	12 57	亢	卯 3 31	10 36
胃	酉 15 56	12 30	氐	卯 14 7	17 51
昴	酉 28 26	9 3	房	寅 1 58	4 52
畢	申 7 29	15 13	心	寅 6 50	8 15
觜	申 22 42	59	尾	寅 15 5	15 11
參	申 23 41	10 37	箕	丑 16	8 56



堯
午
夏至
子
冬至
卯
秋分
酉
春分
牛
女
虛
危
室
壁
斗
房
心
尾
氐
亢
角
星
紀
元
大
析
木
降
婁
昴
周冬至
漢冬至
今春分
周春分
漢春分

第六五圖

表 *I.* 冬至日躔牛初時黃道宮宿參照表

建月	節氣	屬禽	宮		宮之宿度	古書考
子	大雪	牛	丑	星	斗 8° 55′	爾雅星紀斗
	冬至			紀	牛 0 0	牽牛也
丑	小寒	鼠	子	元	女 7 20	爾雅元
	大寒			枵	危 0 42	枵虛也
寅	立春	猪	亥	娵	危 15 42	爾雅娵訾之口
	雨水			訾	室 10 37	營室東壁也
卯	驚蟄	狗	戌	降	壁 9 56	爾雅降婁
	春分			婁	婁 0 8	奎婁也
辰	清明	鷄	酉	大	胃 2 11	爾雅大
	穀雨			梁	昴 4 41	梁昴也
巳	立夏	猴	申	實	畢 10 38	左傳實沉
	小滿			沈	參 9 26	參之中也
午	芒種	羊	未	鶉	井 13 49	
	夏至			首	井 28 49	
未	小暑	馬	午	鶉	柳 8 47	爾雅柳
	大暑			火	星 6 48	鶉火也
申	立秋	蛇	巳	鶉	張 13 23	
	處暑			尾	翼 10 20	
酉	白露	龍	辰	壽	軫 8 20	爾雅壽星
	秋分			星	角 10 15	角亢也
戌	寒露	兔	卯	大	氐 4 0	爾雅大辰房心尾也大火謂之大辰
	霜降			火	房 1 9	
亥	立冬	虎	寅	析	尾 3 2	爾雅析木之津箕斗之間漢津也
	小雪			木	箕 2 51	

宿之宮度	屬曜	屬禽
° ′		
15 0 牛	金	牛
22 40 女	土	蝠
4 21 虛	日	鼠
14 18 危	月	燕
4 23 室	火	猪
20 4 壁	水	貐
3 21 奎	木	狼
14 52 婁	金	狗
27 49 胃	土	雉
10 19 昴	日	鷄
19 22 畢	月	烏
4 35 觜	火	猴
5 34 參	水	猿
16 11 井	木	犴
16 38 鬼	金	羊
21 13 柳	土	獐
8 12 星	日	馬
16 37 張	月	鹿
4 40 翼	火	蛇
21 40 軫	水	蚓
4 45 角	木	蛟
15 24 亢	金	龍
26 0 氐	土	貉
13 51 房	日	兔
18 43 心	月	狐
26 58 尾	火	虎
12 9 箕	水	豹
21 5 斗	木	獬

第六五圖註　本圖外圈為28宿在黃道之積度.題名處為各宿之初度.

其次二圈為堯冬至日躔虛7度32分時之黃道12宮及四季點.

內圈為赤道以本地子午圈起之12宮.所以畫在黃道面內者從便也.

本圖正為堯時冬至日夜半之天象.

周冬至線係周貞定王時冬至日在牛初之線.

漢冬至線係漢武帝元封七年冬至日在斗19度18分之線.

今冬至線係1926年前冬至日在尾14度55分之線.

表*I*註　本表以宮宿爲主.如丑宮名曰星紀宮.其屬爲牛.其初點爲斗宿8度55分,中點爲牛宿初度.其節氣則日到其初點爲大雪,到其中點爲冬至.其月爲建子之月.牛宿初度正當本宮15宮(即宮之中點).牛宿屬金星.其屬爲牛.女宿初度當本宮之22度40分處.屬土星.其屬爲蝠.

周時謂丑爲牛,戌爲狗,稱戌宮爲降婁,因丑宮有牛宿,戌宮有婁宿,及婁爲狗也.今則牛宿已進至子宮,婁已至酉宮矣,餘類推,而人仍照舊稱,並造成種種謬說曲爲解釋,抑何可笑.

表*II*註　此表乃民國十五年各宿第一星黃道宮度之概數.積度乃其距次一宿第一星之度分也.

108節註　按尙書堯典堯之分命二仲二叔,亦可作告之之語解.若堯所命之中星,乃堯依其時之曆法推算而得,而謂是二分二至點所當之星,即冬至在虛宿,夏至在星宿,春分在昴宿,秋分在火宿,則所不合於天象者只有其秋分點所當之火宿而已.蓋二分點於二至日在午後六時中天,而二至點於二分日六時中天.若謂堯分命二仲二叔,春分日初昏時(午後六時)星宿中天,秋分日虛宿中天,夏至日火宿中天,冬至日昴宿中天,乃指二分二至四點分別於該日該時南中,於語意亦並不相悖至實測時,則當然依昏時見星之早晚稍有不同,然此無害於四點所當之星宿也.所可惜者,以今法推之,堯時秋分點並不在房､心､尾三宿中(此三宿統名爲大火),而在氐宿末,然亦僅去房約二度耳.夫他三點旣皆相合,而僅因此只差二度之秋分點之不合,即抹殺一切,不得謂爲理之所許.況黃道二十八宿古今分度不同,古今所取之距星恐亦不一致,以今推古豈能必其盡合耶.若論實測,則春分日午後六時半所見黃道南中之點,以今法推之,約在張宿2度16分.秋分日中天之點在危宿4度35分.夏至日午後七時南中之點在心宿3度17分,七時半南中之點在尾宿5度55分.冬至日六時南中之點在昴宿1度34分,此則正是春分點所當之宿度.若以堯命爲觀測之象.則合者一,昴是也.不合者一,危是也.可作爲合者二,尾及張是也.尾乃大火

之一,張乃朱鳥之一也.總之,古計時及測天之儀均不精確,單以一中星定時恐有不能,其時及星宿之度只可取其概數,若必以今數繩之,則未免刻舟求劍矣.亦有謂堯典乃戰國時午後七時之天象者.以今推之,耶紀前 400 年左近之天象,七時中天者在春分日爲柳宿,在夏至日爲氐宿,在秋分日爲女宿,在冬至日爲胃宿.除柳宿仍可謂爲星鳥外,其他三者竟全不合,豈可盲從以爲是乎.今人多欲以西國古時記載及今時西人所推上古之事考證中國上古之事.他山攻錯,亦爲良法之一.然西國記載豈能盡確,其以今推古豈能盡合.蓋古之年代月時及所在地點,及其事之前後次序有無紊亂,後人頗難揣想的確.苟曲爲之解,則卽不能無誤（如西國之洪水年代有兩說相差七百五十餘年）.故以之備一說則可,過信則謬矣.

第八章

地球緯度之測定

§109. 繞極星中天測緯度法　此法可選用任何繞極星,但以極星爲佳.蓋極星爲二等星,其他則較昏暗也.測時須測極星在中天時之高弧.此時其高弧之值或爲最大,或爲最小.此高弧可由試測而得,故星之準確中天時刻非所必要.其時刻概數可由表五或依36節及(47)式求得之.有此概數,在測時可省無謂之等候也.若無法知星之中天時刻,可觀望星座部位估計極星去子午圈之位置.當閣道三(δ Cassiopeiae)在極星之直上直下時即極星上下中天之時.測望須於未到此位時前行之.將轉鏡之平髮線向該星定準(髮線須平分星在鏡內所見之影),藉平軸之切線螺旋使其追隨星之行動.迨已至所求最大或最小值之時,乃記取豎弧讀數,然後定指數差以得眞數.若轉鏡儀有整個豎圈,並知極星中天時刻概數,可翻轉測儀以得二次高弧數值.如此則可消滅測儀之誤差,惟二次測望均須於極星中天時前後4分或5分鐘以內行之.若星太昏暗難尋,須用已知之緯度數推算星之高弧概數,即在豎弧上定妥算得之數.則左右緩動遠鏡,該星自易現於視場矣.極星在未入黑夜前肉眼難見時,恆易以此法尋獲.最要者於測星前須先定準遠鏡焦點,否則焦點少有微差即能使星難見也.注視地面上遠處物體,或行星,或月,即可調理其焦點.若常以測量家之轉鏡儀作測望,可於遠鏡筒上作一標誌,則焦點可立即定準矣.

由(3)或(4)可推算緯度.由豎圈讀數改正指數差再減去蒙氣差(表一)即得高弧 h 之眞數.由曆書繞極星表得星之視赤緯,

從 90 度減去之卽得星之距極度.

例題 1. 極星上中天時之測得高弧爲 $43°37'$ 指數差爲 $+30''$, 星之赤緯爲 $+88°44'35''$, 求測地緯度.

豎圈讀數	$=43°37'00''$	眞高弧	$=43°36'30''$
指數差	$=\quad+\quad30$	距極度	$=\ 1\ 15\ 25$
測高弧	$=43\ 37\ 30$	緯　度	$=42\ 21\ 05$
蒙氣差	$=\quad 1\ 00$		

例題 2. 星51 Cephei 在下中天時之測得高弧爲 $39°33'30''$, 指數差 $=0$, 赤緯 $=+87°11'25''$.

測高弧	$=39°33'30''$
蒙氣差	$=\quad 1\ 09$
眞高弧	$=39\ 32\ 21$
距極度	$=\ 2\ 48\ 35$
緯　度	$=42\ 20\ 56$

§110. 太陽正午高弧定緯度法 置遠鏡視物線於子午面內,於太陽正到豎髮線上時測其上緣或下緣之高弧,卽可定太陽在正午(過子午圈)時之高弧.太陽過子午圈之鐘表時刻(地方平時或標準時)須由地方視時 12^h 推求之.通常不知子午圈之方向,故須測得太陽之最大高弧而認其爲子午圈高弧.子午圈高弧者太陽在子午圈時之高弧也.太陽赤緯逐時變異,故其最大高弧不盡同於子午圈高弧.但其差甚微,通常不過一秒之幾分耳,用小儀器測天此差本可不計也.太陽上緣或下緣之最大高弧須經試測而得.測時平髮線須追隨太陽升高而正切其緣端.迨緣端將落髮線下時,卽記取豎弧之讀數,並定指數差.測得之數改正指數差、蒙氣差、太陽半徑差、地球半徑視差卽得太陽心之眞高弧矣.推算緯度須知測時太陽赤緯若知測

地經度,則依下法改正太陽赤緯.因太陽正在子午圈上地方視時當為 12^h. 加經度之時數得格林維基視時.再減去時差卽得格林維基民用時.以此時數乘赤緯每時變數,以得數改正赤緯卽得測時赤緯.時之推算無須過精,蓋時差一分所影響於推算之赤緯者不能生一秒之差錯也.(1)式卽為推算緯度之算式,玆以例題明之於下:

例題 1. 1925 年 2 月 15 日太陽下緣測高弧 $=26°15'$ (在天頂南).指數差 $=+1'$. 經度 $=71°06'$ 西. 2 月 15 日格林維基民用時 0 時太陽赤緯 $=-21°15'19''.4$, 每時變數 $+26''.89$. 16 日赤緯 $=-21°04'21''.9$, 每時變數 $+27''.90$, 時差 -9^m17^s, 太陽半徑 $16'17''.53$.

例題 2. 1925 年 2 月 1 日太陽下緣測高弧 $=44°48'30''$ (在天頂北).指數差 $=0$. $G.C.T.=14^h50^m12^s$. $G.C.T.\ 0^h$ 時赤緯 $=+21°57'13''.7$, 每時變數為 $+21''.11$. 太陽半徑 $15'48''.05$.

例題 1 之演算

測高弧	=	26°15.0′
指數差	=	+1.0
		26 16.0
蒙氣差	=	−1.9
		26 14.1
太陽半徑	=	16.3
		26 30.4
視差	=	+0.1
		26 30.5
赤緯	=	−21 07.7
緯餘度	=	47 38.2
緯度	=	42 21.8

地方視時	$12^h00^m00^s$
經度	4 44 24
G. A. T.	16 44 24
時差	−9 17
G. C. T.	16 53 41

0 時赤緯	$-21°04'21''.9$
$+27''.9\times7^h.1$	3 18 .1
改正之赤緯	−21 07 40 .0

例題 2 之演算

測高弧	$44°48'30''$
蒙氣差	-57
	44 47 33
半徑	15 48
h	45 03 21
$k=90°-h$	44 56 39
d	+22 02 27
l	22 54 12 南

0 時赤緯	$+21°57'13''.7$
$+21''.11\times 14^h.84$	+5 13 .3
改正之赤緯	+22 02 27 .0

註. *G.A.T.*乃格林維基視時之代替字也.

§111. 在北半球測天南中星定緯度法　測天頂南中星之最大高弧亦可推算緯度.法同於前,惟視差及半徑差則等於0,並可無須知作測之時刻,因星之赤緯變異甚緩也.測時星影爲平髮線所平分.其最大高弧一如測太陽時仍須經試測而得.至於如何求星中天之時刻,將於後述之.

例題　測得徐星 θ Serpentis 之子午圈高弧等於51度45分,指數差等於0,星赤緯等於 +4 度 5 分 11 秒,求本地高弧.

測高弧	=	$51°45'00''$
蒙氣差	=	-45
		51 44 15
星之赤緯	=	+ 4 05 11
緯餘度	=	47 39 04
緯度	=	42 20 56

由近極星之高弧推得緯度與由天南星之高弧推得緯度相併而取其中數,可免去測高弧時之常數差.因於此使測數過大而於彼則使測數過小,其數恆能互相抵消也.

§112. 近子午圈之高弧定緯度法 當太陽或星近子午圈時測得其高弧,若確知本地緯度及作測之時刻,則可化該高弧爲子午圈高弧.茲由(17)式之1推出方式,俾用以推算.

$$\sin h=\sin l \sin d+\cos l \cos d \cos t$$

此同於
$$\sin h=\cos(l-d)-\cos l \cos d \operatorname{vers} t$$

或
$$\sin h=\cos(l-d)-\cos l \cos d\, 2 \sin^2 \frac{1}{2}t.$$

以h_m爲其子午圈高弧,並令$h_m=90°-(l-d)$

則
$$\sin h_m=\sin h+\cos l \cos d \operatorname{vers} t \cdots\cdots(72)$$

$$\sin h_m=\sin h+\cos l \cos d\, 2 \sin^2 \frac{1}{2}t. \cdots\cdots(73)$$

若知測時並知時表之差數,即可算得t之數值.再加已知l之概數,即可由h_m之正弦求得h_m之值.若由h_m算得之緯度與所知之數相差甚鉅,即須用新得之緯度數重算一次,則能得較確之數.(72)及(73)乃完全方式,故t值縱大,仍可適用.於子午圈有對星難作測量之勢時,則此法可用矣.

例題 1910年2月28日用六分儀及借地平復測太陽下緣.

	復測高弧		鐘表
	56°44′40″		$11^h15^m25^s$
	29 00		16 22
	52 40		17 10
中數	56 48 47		11 16 19
指數差	+30	表之差數	+ 1 19
	2) 56 49 17		
	28 24 38	測時東方標準時	11 17 38
濛氣差及視差	1 38	視午東方標準時	11 57 21
	28 23 00	時角	= 39 43
半徑差	16 16		$t=$ 9°55′45″
	$h=$28 39 16		

$\log\cos l$	$=9.86763$	假定緯度	$42°30'00''$
$\log\cos d$	$=9.97745$	赤緯	$-18\ 18\ 20$
$\log\operatorname{vers} t$	$=8.17546$		
$\log$改正數	$=8.02054$	地方視午	$12^h00^m00^s$
改正數	$=0.01048$	時差	$-13\ 03$
$\sin h$	$=0.47953$		$12\ 13\ 03$
$\sin h_m$	$=0.49001$	經度差	$15\ 42$
	$h_m=29°20'29''$	正午之東方標準時	$11\ 57\ 21$
	$k=60\ 39\ 31$		
	$d=18\ 18\ 20$	以所得之緯度重算一次,乃得	
	$l=42\ 21\ 11$ 北	緯度爲北緯42度21分4秒.	

美國海濱測量局有一測量法,名曰繞子午圈高弧定緯度法.於天體經過子午圈之前後共20分鐘內作數次測量,而用其高弧中數以求緯度,較由一次測得之高弧所推算者精密多矣.其推算法如下.由(73)式得

$$\sin h_m-\sin h=2\cos l\cos d\sin^2\frac{t}{2}.$$

依三角式 $$\sin h_m-\sin h=2\cos\frac{1}{2}(h_m+h)\sin\frac{1}{2}(h_m-h).$$

所以 $$\sin\frac{1}{2}(h_m-h)=\cos l\cos d\sin^2\frac{t}{2}\sec\frac{1}{2}(h_m+h).$$

因h_m-h爲甚小之數,故可以$\frac{1}{2}(h_m-h)\sin 1''$代替式內之$\sin\frac{1}{2}(h_m-h)$,以$h=90°-k$代$\frac{1}{2}(h_m+h)$,則上式變爲

$$h_m-h=\cos l\cos d\frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\sin 1''}\operatorname{cosec} k.$$

所以

$$h_m=h+\cos l\cos d\operatorname{cosec} k\frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\sin 1''}.\quad\cdots\cdots(74)$$

令 $$A=\cos l\cos d\operatorname{cosec} k$$

及
$$m=\frac{2\sin^2\frac{t}{2}}{\sin 1''}$$

則
$$h_m=h+Am. \cdots\cdots\cdots\cdots(75)$$

而緯度卽由下式推得,
$$l=d+k.$$

式內之 m 值由表十得之,其 A 之值由表九得之.若 t 大過10分鐘時,此法所生之差卽顯著矣.

測量須於視午前10分鐘時開始,繼續測量以至視午後10分鐘時爲止.視午之鐘表時刻須先依法推出(第五章).在下頁之例題其鐘表時較地方民用時慢27分20秒,其時差爲 -5 分53秒.所以視午之鐘表時刻爲12時 $+5$ 分53秒 -27 分20秒 $=11$ 時38分33秒.

將視午鐘表時刻由測視之時刻減去之,卽爲 t 之數值.依 t 值由表十得 m 值.依 l、d、k 之概數由表九取 A 之值.以 A_m 之值加於相當之測高弧內.由諸次推得之高弧取其中數,改正其蒙氣差及視差,乃得天體心之眞高弧.

例題

測日定緯度

測　場 Smyrna Mills, Me.　測儀　　日期1910年8月5日
記時器　　測人　　溫度攝氏24度

日綫	豎切	鐘表時	豎圈讀數 A.	B.	中數
上	右	$11^h\ 30^m\ 04^s$	61° 14′ 00″	13′ 30″	61° 13′ 45″
下	左	11 31 16	119 23 00	20 00	60 38 30
下	左	11 33 14	119 22 30	19 30	60 39 00
上	右	11 34 38	61 16 30	15 30	61 16 00
上	右	11 36 36	61 17 00	15 30	61 16 15
下	左	11 37 34	119 21 30	19 00	60 39 45

下	左	11 39 32	119 21 30	19 00	60 39 45
上	右	11 40 33	61 17 30	16 00	61 16 45
上	右	11 42 46	61 16 30	15 00	61 15 45
下	左	11 43 30	119 22 30	20 00	60 38 45
				測得最大高弧	60 58 15
				蒙氣差及視差	−27
				h	60 57 48
				k	29 02 12
				d	17 06 18
				l	46 08 30

推　　算

鐘表對地方平時之差數 $+0^h\ 27^m\ 20^s$

視午之地方平時　　12 05 53

視午之鐘表時　　11 38 33

t	m	A	Am	化得日下緣高弧	化得日心高弧
$-8^m\ 29^s$	141″	1.36	192″	61° 16′ 57″	
−7 17	104		141	60 40 51	60° 58′ 54″
−5 19	56		76	60 40 16	
−3 55	30		41	61 16 41	60 58 28
−1 57	8		11	61 16 26	
−0 59	2		3	60 39 48	60 58 07
+0 59	2		3	60 39 48	
+2 00	8		11	61 16 56	60 58 22
+4 13	35		48	61 16 33	
+4 57	48		65	60 39 50	60 58 12
				中數	60 58 25
				蒙氣差及視差	−27
				h	60 57 48
				k	29 02 02
				d	17 06 19
				l	46 08 21

§113. 時爲已知依極星高弧推緯度法 在某定時測得極星之高弧,若知鐘表差之概數卽可推得緯度.因極星去極僅微大於1度,故時有小差所影響於推得數者甚微也.最好繼續作數次測量,每次記其時刻.若繼續測量之時間不過10分鐘,則取數次高弧之中數及時刻之中數作爲單次測量之得數較爲精確多矣.若轉鏡有整個豎圈則更可反正測之,遠鏡在正位時測一半,在反位時測一半.儀之指數差並須愼定之.

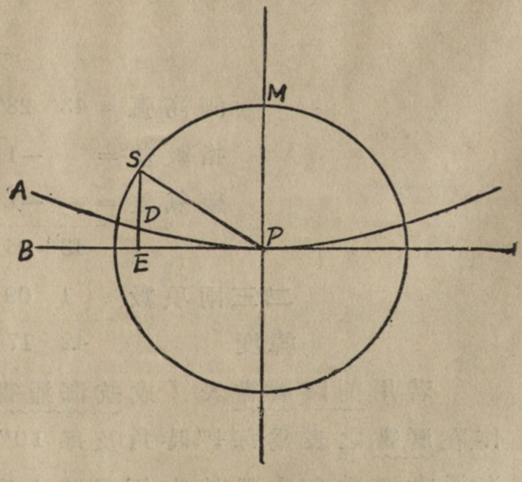
星之時角 t 須依第五章法推其正在測星時之數值.下題鐘表所記之時爲美國東方標準時.須先依經度變爲地方平時,再變爲地方恆星時.時角 t 乃恆星時與星之赤經之較數也.

緯度乃依下式推之,

$$l=h-p\cos t+\frac{1}{2}p^2\sin^2 t\tan h\sin 1''.\cdots\cdots\cdots\cdots(76)$$

p 乃以分計之距極度.此式如何推得,見喬文諾著之天文學(Chauvenet's a Manual of Spherical and Practical Astronomy).

第六六圖 P 爲極,S 爲星,MS 爲時角,PDA 爲過極之地平緯度圈,卽高弧之平行圈也.所以 D 點與極點有同大高弧.式內 $p\cos t$ 約爲 S 至 E 之距離,E 乃 FB 六時圈上之一點.應用之距離乃係 S 星與極之高弧較數,是爲 SD. 故式內之 $p\cos t$ 數值不合於 SD, 須以 DE 距離補正之.式內最末一項卽約當此距



第六六圖

離也．D 在極上時 DE 使 SE 之值減小，S 若在極下時乃增大其值．

例題 1.　1907 年正月 9 日測極星高弧．

鐘表	高弧
$6^h49^m26^s$	$43°28'30''$
51 45	28 30
54 14	28 00
56 45	28 00
中數 6 53 02.5	中數 43 28 15

指數差爲 -1 秒，$p=1$ 度 11 分 9 秒 $=4269$ 秒，t 之值由測時鐘表時刻推得爲 13 度 50.7 秒．

$$\log p=3.63033 \qquad \log\frac{1}{2}\sin''=4.3845$$

$$\log\cos t=9.98719 \qquad \log p^2=7.2607$$

$$\log p\cos t=3.61752 \qquad \log\sin^2 t=8.7578$$

$$p\cos t=-4145''.0 \qquad \log\tan h=9.9763$$

$$0.3793$$

$$末一項=+2''.4$$

測高弧 =	43°	28′	15″
指數差 =		−1	00
蒙氣差 =		−1	00
	43	26	15
二三兩項數	1	09	03
緯度	42	17	12 北

若用美國曆書表 I 或航海通書表 I 可簡短此項推算工作．在曆書之表爲每 4^m 時角及每 $10''$ 赤緯之高弧改正數．在航海通書則爲每 10^m 地方恆星時之高弧改正數．

若鐘表之差數爲已知,可依第五章法求恆星時.其直接測求恆星時法見後第九章中.

例題 2.　1925 年 3 月 10 日測極星高弧＝42 度 20 分,鐘表時刻＝8 時 49 分 30 秒(午後),鐘表較東方標準時慢 30 秒,測地在西經 71 度 10 分,指數差爲 ＋1 分,極星赤緯爲＋88 度 54 分 18 秒,赤經爲 1 時 33 分 35.6 秒.

鐘表	$8^h49^m30^s$
差數	30
東方標準時	8 50 00 午後
民用時	20 50 00
經度較	15 20
地方民用時	21 05 20
表三	3 27.9
太陽赤經 $+12^h$	11 08 36.1
表三(經度)	46.8
	32 18 10.8
	24
地方恆星時	8 18 10.8
星之赤經	1 33 35.6
極星之時角	6 44 35.2

測高弧	42°20′
指數差	＋1
蒙氣差	−1
	42 20
表 I 改正數	＋13
緯度	42 33

註　由航海通書地方恆星時 8^h 18^m $10^s.8$時之高弧改正數爲＋13′.由曆書時角 6^h 44^m $35^s.2$ 及赤緯＋88°54′ 18″時之高弧改正數爲 ＋13′ 12″.後者較爲精確.

例題 3.　1525 年 5 月 5 日極星測高弧＝40° 10′,格林維基民用時爲 23 時 50 分,經度爲西經 5 時.

G. C. T.	$23^h50^m00^s.00$
表三	3 54 .91
太陽赤經 $+12^h$	14 49 23 .08
	38 43 17 .99
	24
G. S. T.	14 43 17 .99
	5
地方恆星時	9 43 17 .99
極星赤經	1 33 30 .68
時角	8 09 47 .31

測高弧	41°10′00″
蒙氣差	−1 05
	41 08 55
表 I 改正數	＋35 58
表 Ia 改正數	−5
緯度　北	41 44 48

註　表 I 及表 Ia 乃曆書之表也.

§114. 哈里布塔爾寇定緯度法　斯為推定緯度法之最精確者,天頂遠鏡卽特為此法而作.選天頂南北各一中星,其天頂距之較數約為數分之角度.為便利計,其赤經之較數亦須不過數分之時數,通常約為5^m以至10^m.所定之緯度必先知其概數,較眞數所差不得過$1'$或$2'$,俾擇星得無誤也.緯度之概數可先用天頂遠鏡依第112節法定之.事先並須由恆星錄查得若干成對之星,以便適應天頂距較及赤經較之所需條件.

若先測之一星在天頂南中天,轉動遠鏡指南,停於子午面內而夾固之,乃將天頂距較數在尋圈上(Finder circle)定準,卽使遠鏡傾斜以至緯度水準氣泡居管之中心.當星入視場時,以量微器線平分該星.惟至該星行經竪線,卽是中天之時方得完全之平分.於此時立卽記取緯度水準兩端之讀數及量微器之讀數.時辰儀在中天時之讀數亦應記取,以證測器是否正在子午面內.

於是乃轉動遠鏡使指子午線之北方以測第二星.須切記不得攪動遠鏡與緯度水準之關係.在測一對星時不得觸動正切螺旋.

測畢卽由下式推算緯度:

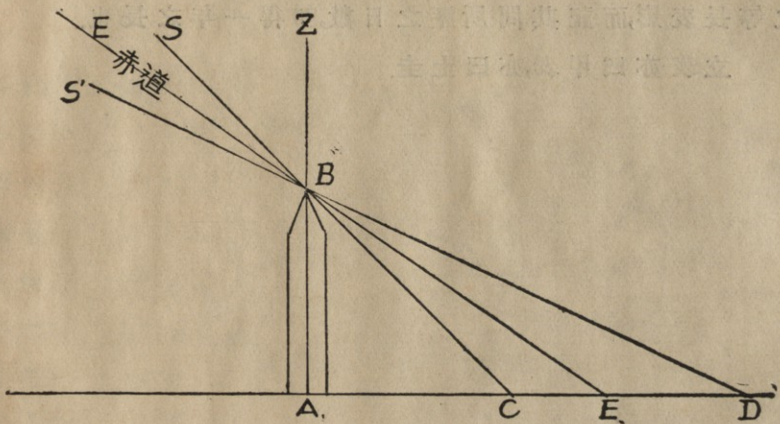
$$l=\frac{1}{2}(d_s+d_n)+\frac{1}{2}(m_s-m_n)R+\frac{1}{2}(c_s+c_n)+\frac{1}{2}(a_s+a_n).\cdots\cdots(77)$$

式內m_s, m_n,乃量微器讀數.R乃量微器每格之數值.c_s, c_n,乃水準差,如北測讀數大則為正.a_s, a_n,乃蒙氣差.若測時星不正在子午圈上,尙須有其他之改正數.

欲得精確緯度,須於一夜中測10對以至20對星.如能再多則尤佳,更有測之數夜者此法所得之數能較眞緯度只差$0''.10$,或竟少於此數,則其差在地球面上不過10英尺而已.

§115. 立表測緯度法　古時無近世天文測器.其用以測定

緯度之儀器乃至簡便,形如立柱,其高爲已知之數.此柱名曰立表(Gnomon).置立表於水平面上,於年中指定之時測正午表影之長,即可推算緯度.



第六七圖

設在北半球於夏至日正午測得表影之長爲 AC（第六七圖）,其高爲 AB,乃已知之數.則由正三角形 ABC 可算求 ABC 角.此角等於 SBZ 角,即太陽在極北時距天頂之度數也.於冬至日正午測得表影爲 AD.算得 ABD 角,是爲太陽在極南時之天頂距.因太陽在天球赤道南北所行之距離相等,故兩測數之中數爲赤道去天頂之角距離,即天頂之赤緯,亦即本地之緯度也.故有

$$l=\frac{1}{2}(k_s+k_w).\cdots\cdots\cdots\cdots(78)$$

其 k_s 及 k_w 乃太陽在夏冬二至日之天頂距也.此爲獨立之測法,即測者自能測定,更無須知其他諸數也.惟影末之虛陰致難得影長之確數,是爲憾耳.

古人不專用緯度指地之所在,有時用氣候指之者.蓋地之氣候因赤道與地平之斜角而變,此角即圖內之 AEB 角,乃緯度

之餘角也.故有

$$w=\frac{1}{2}(k_w-h_s)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(79)$$

至於用立表推測歲實,須於兩次春季或秋季測得在正午之等長表影,而記其間所歷之日數,卽得一年之長也.

立表亦曰甲表,亦曰土圭.

第九章

時之測定

§**116.測地方時**　某地某時地方時之測定,乃推定記時器具所記之時(任何一種)之差數也.測定太陽時須量太陽心之時角.測定恆星時則須量春分點之時角;然其數值非盡可直接測量者,故有時須量其他經緯度,從而推算所求之時角.時辰儀或鐘表之差數乃依代數法加於所記時之讀數俾得該時之眞時刻者也,記時慢則改正數爲正,記時快則爲負.時記率乃記時器每日所贏或所縮之時數,所記之時縮其率爲正,贏則爲負,此已於前章言及矣.

§**117.中星測時法**　測中星爲直接測時最簡便之法.置轉鏡於子午面內而轉動之,尋視已識之星行經豎髮線而記其時.斯時之地方恆星時同於曆書上該星之赤經.故測時記時器所記之時 T 與該星赤經 r 之較數,即該記時器之改正數或差數 $\triangle T$ 也.以式記之,則爲

$$\triangle T=r-T.\qquad\qquad(80)$$

若記時器所記之時爲平太陽時,則只須變眞恆星時爲平太陽時(用47式).而測得時與算得時之較數,即爲該記時器之差數也.

測時立好轉鏡使平髮線對準預立之子午圈標誌.若轉鏡調置妥貼,則視物線必恰在子午面內迴動,平軸尤須精確定之.其與平軸平行之圓板水準須細心調置使氣泡居中,否則須用跨置水準矣.如調置仍有差錯,可用儀之反正位置測星,以消盡其差錯.惟在兩位置時所測星之高弧須相等.高弧相等之星頗

易選得.其相等之程度愈密,則調置不妥之差錯愈可消除竟盡.

爲易於尋獲所測之星起見,先依(1)式算出星之高弧度數,用以定準豎弧.算時可不用蒙氣差,因無須知高弧之確數,差 5 分或10分均無關緊要也.能先知該星中天之時尤便於測事之預備.若知鐘表差之概數,可依(47)式算出該星中天之鐘表時.則可於時前測望該星,益覺從容矣.若手中無曆書可查諸用數,可以4^m乘從 3 月22 日以來之日數得太陽赤經.由恆星錄或恆星圖尋出星之赤經,由星之赤經減去太陽赤經$+12^h$卽爲地方平時.此雖係概數,其差亦不過2^m至3^m而已.僅爲便於尋獲中星,此已足用矣.算得之時亦可依第34節所述之法化爲標準時.測量用轉鏡之視場約爲 1 度,故星之得見於視場約在中天前 2 分鐘.將近中天時星之行路幾與平髮線相合.於星正過豎髮線時記時儀之讀數,愈確愈佳.在野外測量用停針錶(Stop watch)最爲方便.若並欲測該星之高弧,可於測時完畢後,立卽定準平髮線於該星而取其豎弧讀數,卽該星中天時之視高弧也(見111節).

推算鐘表差數須求星中天之眞時刻以與測時鐘表所記之時相比.若所用之記時器爲恆星鐘或時辰儀,可立得其差,因星之赤經卽地方恆星時也.若欲用民用時,則恆星時眞數須化爲地方民用時或標準民用時.

利用中星測時在低緯度處較在高緯度處爲精確.近極處其情形爲最劣.

例題 1925 年 4 月 5 日在西經5^h20^m處測星宿一中天.測時鐘表時(東方時)$=8^h\,48^m\,24^s$ 午後 = 民用時$20^h48^m24^s$.星宿一(α Hydrae) 在當日之赤經爲 $9^h23^m54^s.84$. 平太陽赤經$+12^h$在 $G.C.T.\ 0^h$ 時爲 $12^h\,51^m\,06^s.48$. 由表三查得 $5^h\,20^m$ 之改正數爲 $+52^s.57$.

星宿一赤經 $+24^h$	33^h 23^m $54^s.84$
改正之太陽赤經 $+12^h$	12 51 59 .05
∴平午後之恆星時間距	20 31 55 .79
表二改正數	−3 21 .82
地方民用時	20 28 33 .97
化至75度子午圈	20 00 .00
東方標準民用時	20 48 33 .97
鐘表時	20 48 24 .00
鐘表改正數	+ 9 .97 慢

§118. 天文轉鏡測時法　用大轉鏡測時理同於前,所不同者在測之精確及儀器之改正數耳.並因用有數條豎線之小網或用轉鏡量微器得以增加對一星所作之測視次數.且用電氣記時儀紀錄其測視,其所當時刻卽可由圖上量得之甚精確也.

安轉鏡於三合土或磚砌之立柱上.略定其水平,轉之使合於子午面,愈合愈佳.先對準中豎線於某定點,然後易橫軸之東西以視中豎線是否仍對準該點.如不在該點,是視準線有差矣.必須移動特備之隔板(Diaphragam)使中豎線成眞豎直,俾在兩位置均能對準定點.若轉鏡上下緩動時該定點始終合於中豎線,則豎線眞豎直矣.爲調準中豎線合於子午面,先用跨置水準較準平軸,並測近天頂之星過子午圈.雖測儀不合於子午面,星亦幾能於適當之時與中豎線相合.由此測視可得時辰儀差數,較眞差數不能差過 2 秒或 3 秒.既知時辰儀大概差數,乃推算近極星中天時之時辰儀時刻.迨時辰儀正指該時,乃藉地平經調準螺旋(Azimuth adjustment screw)轉動測儀使中豎線對準該近極星.爲驗儀之調置是否妥貼此種手續須重復行之,乃得愈確之時辰儀差數及愈近子午面之測器安置.諸事皆完善,於將測

前仍須重行較準橫軸之水平.

欲求精確須測視十二個星,以近天頂者爲佳.十二星分爲兩組,每組六星.所以分兩組者,爲定視準線常數差 C 也.每組之星在天頂南者三,天頂北者三.從其不同之得數定每半組之常數差 a.有時爲定 a 之數値使每半組有一近極之慢星.以其測時與近天頂星[在本章謂之時星(Time star)乃藉以定時者也]之測時相比.至於平軸傾斜之差數 b 可用跨置水準求之.各測視之時由記時圖度得之.由每星測視所記諸豎線之時取其中數而加下三項差數以改正之.其經度差爲 $a \sin k \sec d$. 其水平差爲 $b \cos k \sec d$. 其視準線差爲 $c \sec d$. 此外尙有時辰儀之差數及光行日差,雖均極小,亦須加入.最後改正之中天時刻由星之赤經減去之,所得卽地方恆星時時辰儀之差數也.由諸次得數取其中數較眞數所差不過百分秒之幾耳.

§119. 中星之選擇 於測視之前便預定一星單,該單有星名,星等,中天時槪數,及其子午圈高弧或天頂距.在相連之星其赤經相隔之數須使測者有足用時間得完成測視及其記錄,並得作下次測視之預備.測時所用之星須每日周行速度甚大,故須近於赤道.其周行甚緩之星不適於測時之用.昏暗之星亦不相宜.測器差數亦與選星有關.由表 G 卽知星近天頂,經度差爲0,而水平差爲最大.星近地平,經度差爲最大而水平差爲0.故若測器之經度差無定而能確定其水平差者,以用最高星爲宜.若水準不甚敏捷難於較準水平而其視物線易合於子午面(測量用之轉鏡常如此),則以用低星爲宜.若所用者爲測量轉鏡,選星更受限制.蓋此項轉鏡有三稜目鏡,不能測大過70度高弧之星,若無三稜目鏡,則只能測60度高弧以下之星也.

下樣單內開列之星係爲1925年5月5日於東方時午後

八、九點間在北緯42度22分西經71度06分地方測天所選之星.其高弧在10度及65度之間.格林維基0^h之恆星時即平太陽赤經$+12^h$爲$14^h49^m23^s.08$.與東方時20^h相當之地方時爲$20^h15^m36^s$.所以地方恆星時爲$20^h15^m36^s+14^h49^m23^s.08+$表三之差數(在此處可免去不用),約等於$11^h05^m$.是即星在東方時午後8時中天之赤經也.

本地緯度餘角爲$47°38'$,是乃赤道上星之子午圈高弧也.高弧之限制既爲$10°$以至$65°$,則星之赤緯之限制當在$+17°22'$及$-37°38'$之間.

從星之十日平均位置表(1925年)選出下開之星,原表約有800星,其不用者以點線明之.

星	星等	赤經	赤緯
翼宿一 α Crateris	4.2	$10^h\ 56^m\ 07^s.105$	$-17°\ 53'\ 57''.53$
靈台三 α Leonis	5.0	10 56 41 .272	+ 4 01 13 .67
翼宿十六 β Crateris	4.5	11 07 58 .012	−22 24 58 .47
西上相 δ Leonis	2.6	11 10 07 .379	+20 56 05 .33
近海山三 π Centauri	4.3	11 17 34 .823	−54 04 47 .36
上輔 λ Draconis	4.1	11 26 58 .349	+69 44 42 .71
青邱五 ξ Hydrae	3.7	11 29 18 .582	−31 26 33 .36
近小斗二 π Chameleontis	5.7	11 34 09 .389	−75 28 52 .97
上輔增二 3 Draconis	5.5	11 38 18 .337	+67 09 36 .24
翼宿三 ζ Crateris	4.9	11 40 57 .535	−17 56 01 .41
軫宿一 γ Corvi	2.8	12 11 56 .763	−17 07 31 .85

單內有翼十六、青邱五、翼三,三星合用.既選定所測之星,乃推算星中天時之鐘表時概數.依法先推得第一星之數,其餘二

星之時可由赤經較數估計之,蓋其鐘表時之差同於赤經差也.其高弧或天頂距則須推算精確.推算畢乃列成下單:

星	星等	東方時概數	高弧概數
翼宿十六	4.5	$19^h\ 58^m\ 49^s$	25° 13′
青邱五	3.7	20 20 09	16 11
翼宿三	4.9	20 31 48	29 42

恆星錄依赤經增進之次序排列,故選星時須先察赤經.既得測視起始時之適當赤經數,乃順序而下,繼察其赤緯是否在所定限內,最後乃察其星等是否適用.

選星已畢,乃查恆星視位表得在測日星之赤經緯,此可由表內每隔10日之數用間求法得之.本節單列之星之平均位置較星在任何定日之實數或約差數秒.以星之赤經確數依前述之法可推得星中天時之準確時刻.

§120. 測太陽中天定時法 視太陽時可於太陽東西緣過子午圈時直接由鐘表得之.兩數之中數爲地方視午之鐘表時,即視太陽時之 12^h 也.此 12^h 可化爲地方民用時,再化爲標準時.若僅測太陽之一端,其中心中天之時可由加減太陽半徑過子午圈之時分得之.曆書中有華盛頓太陽半徑過子午圈時分,所列之數爲恆星時,然可依注明之法減 $0^s.18$ 或 $0^s.19$ 化之爲平時.

例題 1925年3月2日測太陽在西經71度6分處中天.

地方視時	$12^h00^m00^s$	格林維基民用時 $16^h.95$	
時差	$-12\ 19.93$		
地方民用時	12 12 19.93	在 0^h 之時差	$12^m16^s.29$
經度差	15 36	$0^s.517\times7.05$	3 64
東方標準時	11 56 43.93	改正之時差	12 19 93

其測得東西緣之中天時爲$11^h 55^m 47^s$及$11^h 57^m 56^s$. 其中數爲$11^h 56^m 51^s.5$. 所以鐘表之時快$7^s.6$,太陽半徑過子午圈時分爲$1^m 05^s.16$. 若未測得第二數則太陽心中天之鐘表時爲$11^h 55^m 47^s + 1^m 05^s.16 = 11^h 56^m 52^s.16$,是鐘表之差數爲$-8^s.2$.

§**121. 測太陽高弧定時法**　測得太陽高弧(不近子午圈),由 PZS 三角形推算 P 角可定視太陽時. P 角乃太陽在子午圈東或西之時角,而太陽之西時角即地方視時也.測時須急速連測數次高弧,每次記其相當之時.若不計太陽行徑之曲度,即可假定測得高弧之中數與測得時之中數相應,蓋太陽不近子午圈並連測之時間不過數分鐘(不過10分),其不計行徑曲度之差錯甚小也.所測者若爲上緣或下緣之高弧,須改正其半徑差.若半測上緣之高弧半測下緣之高弧(若儀有整豎圈須翻轉遠鏡測之),即無須改正其半徑差矣.高弧之中數尙須改正指數差、蒙氣差、視差.太陽在格林維基民用時0^h時之赤緯,須加每時變率乘格林維基時之時數以改正之.若鐘表所指之時爲標準時,須變爲格林維基時.若鐘表之差不過2分或3分,則因此而生之赤緯差亦不過2或3秒.用小儀器測時此差固可不計也.若不知標準時,但知其經度,則格林維基時可由已知之地方時推算之.因所求之時乃係地方時,故先用赤緯概數推算時角 t,即由之推算格林維基民用時之概數.於此時方得推算精確之赤緯.以此赤緯再重算時角 t.若先用之赤緯差數甚小,則 t 即無須重算矣.

推算時角須知本地緯度,此可由地圖中求得之,或依第十章法測得之.若所測高弧之數甚精確,則緯度數亦須精確.測視之時亦有關於緯度.若測時太陽近卯酉圈,則緯度縱有小差,無關緊要也.

第21節公式之含 t 者均可用之以算時角,算得後變爲時分秒之數.若太陽係在子午圈西,此卽爲午後地方視時;若係在子午圈東,則此須由 12^h 減去之以得地方視時.此視時減去改正之時差卽化爲平時（民用時）,再依經度差化爲標準時.此推得之時與鐘表所記之時之較數卽鐘表差也.測日定時恆與測日定地平經度相並行之,因鐘表及高弧之讀數皆彼此共用也.

例題

1925年11月28日　　　　緯度42°22′經度71°06′西

		鐘表東方時
下緣遠鏡在正位	14°41′	$8^h39^m42^s$ 午前
	15 00	8 42 19
上緣遠鏡翻轉	15 55	8 45 34
	16 08	8 47 34
中數	15 26	8 43 47.2 東方時概數
蒙氣差及視差	3.3	5
h	15 22.7	13 43 47.2 G. C. T. 概數

$l=$ 42°22′
$h=$ 15 22.7
$p=$ 111 17.2
$2S=$ 169 01.9
$S=$ 84 30.9　log csc 8.98039
$S-h=$ 69 08.2　log sin 9.97055
$S-l=$ 42 08.9　log csc 0.17324
$S-p=-26$ 46.3　log sec 0.04924
2)9.17342

$$\log\tan\frac{t}{2}=9.58671$$

$$\frac{t}{2}=21°06'43''$$

$$t=42\ 13\ 26$$

$$=2^h48^m53^s.7$$

在0時赤緯 $-21°10'58''.8$
$-27''.14\times13.7$　　$-6\ 11.8$
d　$-21\ 17\ 10.6$
p　$111\ 17\ 10.6$

在0時之時差 $+12^m14^s.56$
0.828×13.7　　11.34
時差　$+12\ 03.22$

地方視時	$=9^h11^m06^s.3$
時差	$+12\ 03\ .2$
地方民用時	$8\ 59\ 03\ .1$
經度差	$15\ 36$
東方時	$8\ 43\ 27\ .1$
鐘表時	$8\ 43\ 47\ .2$
鐘表快	$20\ .1$

最適於此法測時之情形係太陽在卯酉圈及測者在赤道.當太陽在東或西時,其升或降之率最速.其高弧之誤差影響於推算之時角者較太陽近子午圈時爲小,卽同大高弧誤差使時角所生之差前者較後者爲小也.測者愈近赤道太陽行徑愈斜於地平,故其每秒時之升降亦最大.若測者正在赤道,並赤緯爲0,則太陽將於4秒時內升降1分.前題之太陽係約於8秒時升高1分.若測者在近極處,則此法成無用矣.太陽在近地平時,縱近於卯酉圈,亦不適於作測視.蓋表列之蒙氣差因大氣溫度及壓力之變異而致誤差太大也.高弧小於10度時,亦以避免測視爲佳.

§122. 測星高弧定時法　前節之法亦可用以測星,更可省去視差及半徑差之改正.若星在子午圈東算得之時角乃星之眞時角;若在西須自24時減去之方得眞時角.星之赤經加其時角卽得恆星時.若欲得平時可依39節法化之,因星數甚多,易於選擇.故爲消除測得高弧之誤差起見,乃測視兩星,一星在東,一星在西,由兩得數取其中數,則幾無測儀差及緯度擬數之差在內矣.若用行星測時,須知格林維基民用時以改正其赤經緯.

例題　1925年4月15日測得大角星(α Bootis)高弧 $=40°10'$(東),鐘表時 $8^h\ 54^m\ 20^s$(午后),緯度 $=42°18'$北,經度 $=71°18'$西.大

角赤經 $14^h12^m15^s.6$，赤緯 $+19°34'14''$，平太陽赤經 $+12^h=13^h 30^m32^s01$.

測高弧		$40°10'$	
蒙氣差		-1.1	
$h=$		$40\ 08.9$	
$l=$	$42°18'.0$	$\log\sec$	0.13098
$h=$	$40\ 08.9$		
$p=$	$70\ 25.8$	$\log\csc$	0.02584
	$2)152\ 52.7$		
$S=$	$76\ 26.3$	$\log\cos$	9.37013
$S-h=$	$36\ 17.4$	$\log\sin$	9.77223
			$2)9.29918$

$$\log\sin\frac{t}{2}=9.64959$$

$$\frac{t}{2}=26°30'15''$$

$$t=53\ 00\ 30 \text{ 東}$$

$$=3^h32^m02^s \text{ 東}$$

星之赤經	$=14\ 12\ 15.6$
地方恆星時	$=10\ 40\ 13.6$
西經	$=\ 4\ 45\ 12.0$
格林維基恆星時	$=15\ 25\ 25.6$
太陽赤經 $+12$	$=13\ 30\ 32.0$
	$=\ 1\ 54\ 53.6$
表二	18.8
格林維基民用時	$=\ 1\ 54\ 34.8$
	5
東方時	$=20\ 54\ 34.8$
	$=\ 8\ 54\ 34.8$ 午后
鐘表時	$8\ 54\ 20$ 午后
鐘表慢	14.8

§123. 高弧及緯度差數之影響　欲知高弧 h 之差數對於 t 之影響,可依微分法以 l 及 d 爲常數,準 h 微分(17)之 1 式.

$$\sin h=\sin l\sin d+\cos l\cos d\cos t \cdots\cdots (17)\text{之 }1$$

微分之得

$$\cos h=0-\cos l\cos d\sin t\frac{dt}{dh}$$

$$\frac{dt}{dh}=-\frac{\cos h}{\cos l\cos d\sin t}$$

$$=-\frac{1}{\cos l\sin Z}\ [\text{依}(16)\text{之 }2] \cdots\cdots (81)$$

由此式可知 $Z=90$ 度或 270 度時 $\sin Z$ 之值最大而 $\frac{dt}{dh}$ 之值在任何指定緯度爲最小,並知緯度愈小其餘弦愈大,故 $\frac{dt}{dh}$ 之值愈小,所以物體在卯酉圈上爲最利之位置.式內之負號指明高弧增大則時角因之縮小. $Z=0$ 時(天體在子午圈上) $\frac{dt}{dh}$ 之值爲無窮大,則 t 不能由測量高弧以求之矣.

緯度差數所生於時角之影響,可準緯度 l 微分(17)之 1 式以求之.其結果爲

$$0=\cos l\sin d+\cos d\left(-\cos l\sin t\frac{dt}{dl}-\cos t\sin l\right)$$

$$\cos l\cos d\sin t\frac{dt}{dl}=\cos l\sin d-\sin l\cos d\cos t$$

$$=\cos h\cos Z\ (\text{依 }17\text{ 之 }3\text{ 及 }17\text{ 之 }1);$$

所以

$$\frac{dt}{dl}=\frac{\cos h\cos Z}{\cos l\cos d\sin t},$$

即

$$\frac{dt}{dl}=\frac{\cos Z}{\sin Z\cos l}\ [\text{依 }(16)\text{ 之 }2]$$

$$=\frac{1}{\cos l\tan Z} \cdots\cdots (82)$$

此式指明當 $Z=90$ 度或 270 度時, l 之差不生影響於 t, 因 $\frac{dt}{dl}=0$ 也.換言之,即最利之位置是物體在卯酉圈上也.並指明測者

在赤道時此法最爲精確.

§124. 測極星豎圈上之中星定時法 用此法測星,在測時定準遠鏡視物線於過極星之豎面內,立卽測天頂南之星正過該面之時.然後推算化星之赤經度爲測時恆星時眞數所用之改正數而加於赤經度內.此法之優點在無須先定子午圈,並兩次測視相隔之時間甚小.故儀器不穩定所生之差誤,亦極微也.其測法如下:

調準測儀,定準豎髮線於極星而固定測器令不動,卽記取鐘表讀數.然後繞平軸轉動遠鏡,惟切勿擾亂其經度(地平).在豎弧上定準所測星之高弧,而注視該星正過豎髮線之時.此星特名之曰時星,須在天頂南且約在 4 或 5 分鐘後正過該豎面者.若於測時之後立測該星之高弧大有助於推算.時星在測時之高弧幾同於其子午圈高弧,故所需之推算並不較普通測中星之推算爲繁.若先算得時星中天之時刻,則可由極星去子午圈之位置估計時星行過豎髮線之時刻.若極星近於最大偏角,則視物線之地平經度爲最大之時.在緯度 40° 處1925 年極星之地平經度約爲1°26′;若極星在東最大偏角時,則赤道上之星將較算得之時刻約遲 4 分行過豎髮線;若極星在西最大偏角時,則約早 4 分(見表 G).若爲消免儀器調置不準之差誤計,可於遠鏡反正位置測視兩次而並其得數,於每次測視時星之前須重新定準極星一次.

玆爲推定中天時刻與測時正過豎髮線時刻之差數命 r 及 r_0 爲二星之赤經,S 及 S_0 爲正過豎髮線之恆星時刻,t 及 t_0 爲二星之時角,字脚下有 0 者,爲極星之數,則依(39)式

$$t=S-r$$

及

$$t_0=S_0-r_0$$

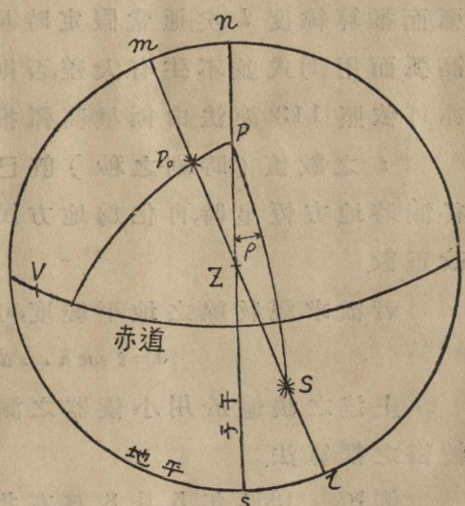
減之　$$t_0-t=(r-r_0)-(S-S_0)\cdots\cdots(83)$$

$S-S_0$ 乃測視兩星相隔之恆星時時間也.若鐘表時爲平時此時間須增加表三之改正數,則83式變爲

$$t_0-t=(r-r_0)-(T-T_0)-C\cdots\cdots(84)$$

T 及 T_0 乃鐘表之讀數,C 乃由表三查得之改正數以之化該時間爲恆星時者也.

第六八圖 P_0 爲測時之極星,P 爲天球北極,Z 爲測者之天頂,S 爲時星在被測時之位置.須知 S 正過豎髮線時極星不在 P_0 位置,已向西移,約在 P 處,其所移之角等於此兩次測視相隔之時間.命 P_0 爲極星之距極度,k 及 k_0 爲二星之天頂距,h 及 h_0 爲其高弧,則於 P_0PS 三角形有



第六八圖

$$\frac{\sin S}{\sin P_0PS}=\frac{\sin P_0}{\sin P_0S},$$

或　$$\sin S=\sin P_0PS\sin P_0\operatorname{cosec}(k+k_0)$$
$$=\sin(t_0-t)\sin P_0\operatorname{cosec}(h+h_0)\cdots\cdots(85)$$

於 PZS 三角形有

$$\frac{\sin(-t)}{\sin S}=\frac{\sin k}{\cos l},$$

或　$$\sin(-t)=\sin S\cos h\sec l\cdots\cdots(86)$$

以此式 $\sin S$ 之值代入(85)內,則有

$$\sin(-t)=\sin P_0\sin(t_0-t)\operatorname{cosec}(h+h_0)\cos h\sec l\cdots\cdots(87)$$

因 t 及 P_0 乃極小之角可以代其正弦之值,故

$$-t=p_0\, sin(t_0-t)\, cosec(h+h_0) cos\, h\, sec\, l \cdots\cdots(88)$$

若 h 及 h_0 未曾測得,則可以 $sin\,(l-d)$ 代 $cos\,h$, 以 $sec\,(d-c)$ 代 $cosec\,(h+h_0)$,亦不過生有一秒之百分幾之差耳. d 乃爲時星之赤緯, c 乃曆書中表 I 之改正數也.

此乃假定緯度 l 爲已知者.若不知緯度,則須測量星之高弧而推算緯度 l 矣.通常假定時星之測時高弧同於其子午圈高弧而用(1)式並不生有大差,否則可由(75)式推算改正數.緯度亦可依照 113 節法由極星高弧推算之.

t 之數値（時刻之秒）既已算出,即加入時星之赤經以得測時地方恆星時,再化爲地方民用時及標準時,以得鐘表之改正數.

若欲求視物線之地平經度,可由下式推 a 之數值.

$$a=t\, sec\, h\, cos\, d \cdots\cdots(89)$$

上述之法適於用小儀器之測量,若用天文大儀器,則須有較密之推算法.

例題　1906 年 5 月 8 日在北緯 42 度 21 分西經 4 時 44 分 18.3 秒處測內屏四 0 Virginis 正在過極星豎圈上,

測極星時	$8^h35^m58^s$
測內屏四時	8 39 43
較數	3 45

r	$12^h00^m26^s.3$
r_0	1 24 35 .4
$r-r_0=$	10 35 50 .9
$T-T_0$	3 45 .0
表三	0 .6
t_0-t	10 32 05 .3
	$=158°01'.3$

$l=$	$42°21'$
$d=$	$+9$ 15
$l-d=$	33 06

P_0	$=71'.85$
$log\ P_0$	$=1.8564$

$d=$	$+9°15'$
$c=$	$+1$ 06.5
$d-c=$	8 08.5

$$\log\sin(t_0-t)=9.5732$$
$$\log\sec(d-c)=0.0044$$
$$\log\sin(l-d)=9.7373$$
$$\log\sec l=0.1313$$
$$\log 4=0.6021$$
$$\log t=1.9047$$
$$t=-80^s.30$$
$$=-1^m20^s.3$$

至此可由內屏四之赤經減去$1^m20^s.3$以得恆星時之眞數矣.

$$r=12^h00^m26^s.3$$
$$t=\quad -1\ 20\ .3$$
$$11\ 59\ 06\ .0$$

該日與此恆星時相當之地方民用時爲$20^h39^m14^s.5$.標準時爲$20^h39^m32^s.43$,卽下午$8^h39^m32^s.8$,此數與鐘表讀數$8^h\,39^m\,43^s$之較爲$10^s.2$,卽鐘表時快$10^s.2$也.

§ **125. 測一星之等高弧定時法** 於星在子午圈東時測得其高弧並記其時刻,俟其至子午圈西高弧與前測相等時再測之並記其時刻.兩時刻之中數乃該星中天之時刻也.此法之不利處,卽在兩次測視相間甚長之時爲不便耳.

§ **126. 測等高弧兩星定時法** 此法乃於兩星高弧相等時測之以定恆星時.一星須在子午圈東,一星須在子午圈西.若兩星之赤緯相等,則兩赤經之中數卽兩星在相等高弧時之恆星時也.惟赤緯相等之星頗難尋得,故須選擇赤緯相差極小之兩星而用改正數以修正該差對恆星時之影響.用一測器於兩星高弧相等之時直接測視兩星實爲不可能之事.故須先測一星之高弧而記其時刻,後於第二星與前星高弧相等時測之而記

其時刻.此法之利處在不用高弧數値於推算.故只要能使兩高弧相等,其因測器調置不妥或大氣折光甚鉅所生之差皆無關於時之得數.測前須預算高弧相等之時刻.於該時二三分鐘前測第一星,如此可使兩測相間之時小而且便.測時並不限定先測東星後測西星,如欲先測西星,只須略變其推算耳.若一星較暗應先測亮者後測暗者,因已知其過平髮線之時刻自易視得.蓋第二測視上距高弧相等時之時間約同於第一測視下距高弧相等時之時間也.測者欲用此法須認識所測之星,故星圖乃必備之物也.

測第一星時,在兩星高弧相等時二、三分鐘前定平髮線微高於東星,注視其行過平髮線而記其時刻.於其行過平髮線前須固定平軸之夾並使垂於平軸之水準氣泡居中.第一測視及讀數記錄完畢後,卽將遠鏡轉向西星（切不可動其斜度）,注視該星行過平髮線而記其時刻,並可量其高弧.若不知高弧相等之時刻,則兩星均須明亮,俾遠鏡易於尋獲.乃先測第一星之高弧概數,後測第二星者.如此測視,直至兩星約在相等高弧之時,可無須變動遠鏡斜度卽能測視兩星爲止.於是立卽測東星之高弧,並於數分鐘後測西星者.若欲先測西星,則首先測視之高弧必比先測東星時者爲大,故須定平髮線微低於西星.

第六九圖 $nesw$ 爲地平,Z 爲天頂,P 爲極,S_e 爲東星,S_w 爲西星,t_e 及 t_w 爲 S_e 及 S_w 之時角.HS_eS_w 爲高弧等圈.

由(39)式兩星之恆星時爲

$$S=r_w+t_w$$

$$S=r_e-t_e.$$

式內 t_e 乃子午圈東時角之實數也.取兩時之中數,則有

$$S=\frac{r_w+r_e}{2}+\frac{t_w-t_e}{2}.$$

由此可知恆星時之眞數等於赤經之中數加一改正數,此改正數等於兩時角差之半數.

茲爲推求一方式以改正赤經中數,俾得恆星時之眞數,乃利用(17)之1.

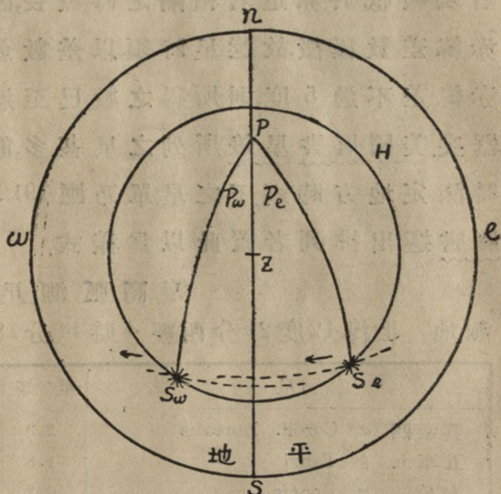
$$\sin h=\sin d\sin l+\cos d\cos l\cos t,$$

以 d 及 t 爲變數,餘爲常數,微分之得

$$0=\sin l\cos d-\cos d\cos l\sin t\frac{dt}{dd}-\cos l\cos t\sin d$$

由此得

$$\frac{dt}{dd}=\frac{\tan l}{\sin t}-\frac{\tan d}{\tan t}\cdots\cdots(90)$$



第六九圖

若赤緯差數甚小,則可以 $\frac{1}{2}(d_w-d_e)$ 代替 dd.如此則 dt 卽爲所求之時角變異,亦卽等於 $\frac{1}{2}(t_w-t_e)$ 也.

故求恆星時之方式爲

$$S=\frac{r_w+r_e}{2}+\frac{d_w-d_e}{2}\left[\frac{\tan l}{\tan t}-\frac{\tan d}{\tan t}\right]\cdots\cdots\cdots\cdots(91)$$

式內之 (d_w-d_e) 須爲時之秒數,d 可作爲 d_e 及 d_w 之中數.若兩星於同時測之,t 亦可作爲 t_e 及 t_w 之中數.但兩星之測隔有時間,故 t 須由下式求之:

$$t=\frac{r_e+r_w}{2}+\frac{T_w-T_e}{2}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(92)$$

T_w 及 T_e 乃鐘表之實際讀數也.

若先測西星,則式內末項爲負數矣.此末項本應化爲恆星時,但因其關於得數甚微故從略耳.若西星赤緯較大,則高弧相等時後於赤經中數所指之時,故改正數應爲負.選星時每對星

之赤經須差6時至8時,或再多,須依其赤緯而定.星高於赤道者須較低於赤道者相隔之時數長,因推定前式時曾假設兩星赤緯差數極微,故選星時須以差數愈小愈佳.若以小儀測星兩赤緯差不過5度,則所得之數已至逼眞.再求精密,即須用大測器矣.美國曆書星錄所列之星甚多,能選足用成對之星俾得隨時測定地方時刻.下之星單乃應1912年4月30日測時之用,由曆書選出排列者.置此以爲樣式.

等高弧測星單

測地　北緯42度21分西經4時44分18秒　日期1912年4月30日

星	星等	高弧相等時之恆星時	高弧相等時之東方時	測時
貫索四 α Corona Borealis	2.3	$10^h\ 28^m$	$7^h\ 38^m$	
五車五 β Tauri	1.8			
大角 α Bootis	0.2	10　37	7　47	
井宿七 ζ Geminorum	4			
大角 α Bootis	0.2	10　48	7　58	
天罇二 δ Geminorum	3.5			
梗河三 ρ Bootis	3.6	11　00	8　10	
北河二 α^2 Geminorum	1.9			
平二 π Hydrae	3.5	11　10	8　20	
近弧矢增三十二 ρ Argus	2.9			
河中 β Herculis	2.8	11　19	8　29	
鉞 η Geminorum	3.5			
蜀 α Serpentis	2.7	11　35	8　45	
南河三 α Canis Minoris	0.5			
河中 β Herculis	2.8	11　51	9　01	
天罇二 δ Geminorum	3.5			
蜀 α Serpentis	2.7	12　02	9　12	
柳宿增十 β Cancri	3.8			
蜀 α Serpentis	2.7	12　11	9　21	
柳宿五 ε Hydrae	3.5			
氐宿四 β Librae	2.9	12　20	9　30	
星宿一 α Hydrae	2.1			
河中 β Herculis	2.8	12　32	9　42	
鬼宿三 γ Cancri	4.9			

例題　1905年12月14日在北緯42度21分西經4時44分18秒處測高弧相等之兩星,天囷一 α Ceti 及右旗三 δ Aquilae.

星	赤經	赤緯		鐘表
天囷一(東)	$2^h57^m22^s.1$	$+3°43'69''.1$	T_e	$5^h18^m00^s$
右旗三(西)	19 20 43 .6	+2 55 44 .0	T_w	5 22 13
中數	23 09 02 .8	+3 19 56 .6		5 22 06.5
較數	7 36 38 .5	2)−0 48 25 .1		04 13
T_w-T_e	4 13 .7			
	2)7 40 52 .2			
$t=$	3 50 26 .1			
$=$	$57°36'31''.5$			

$$\frac{d_w-d_e}{2}=-24'12''.6$$

$$=-96^s.84$$

赤經中數	23 09 02.8
改正數	−01 41.0
恆星時	23 07 21.8
與此恆星時相當之地方民用時爲	
	17 35 43.4
經度	15 42.0
東方時	17 20 01.4
	5 20 01.4午後
鐘表讀數	5 20 06.5
鐘表快	5.1

$$\log\frac{d_w-d_e}{2}=1.9861\,(n)$$
$$\log\tan d=8.7650$$
$$\log\cot t=9.8024$$
$$0.5535\,(n)$$
$$-3^s.6$$

$$\log\frac{d_w-d_e}{2}=1.9861\,(n)$$
$$\log\tan l=9.9598$$
$$\log\csc t=0.0735$$
$$=2.0194\,(n)$$
$$-104^s.6$$
$$-\ \ 3\ .6$$
$$改正數=-101\ .0$$
$$=-1^m41^s.0$$

§127. 測等高弧兩星定時法及改正數　以(17)之1式分別用於兩星,取其所得之較,則有

$$\sin\triangle t=\frac{\tan l\tan\triangle d}{\sin t}-\frac{\tan d\tan\triangle d}{\tan\ t}+\frac{\tan d\tan\triangle d}{\tan t}\text{vers}\triangle t\cdots\cdots(93)$$

式內 $\triangle d$ 乃赤緯較之半數, $\triangle t$ 乃赤經中數之改正數也.若以

$\triangle d$ 及 $\triangle t$ 之弧代替 $\tan\triangle d$ 及 $\sin\triangle t$ 並棄去第三項,則(93)變爲(90),惟 $\triangle d$ 及 $\triangle t$ 爲有限而非無窮小之較數耳.爲補救因此代替所生之差,乃令 $\triangle d$ 增加一數等於其弧與其正切之較(表 J),並加一改正數於式之前二項之和以貼補 $\triangle t$ 之弧與其正弦之較(表 K).依此算得之 $\triangle t$ 概數由表 K 查取第三項之數.如此推算則得數愈益精密,而 $\triangle d$ 之限亦可因以展廣且弗增其因用概數而生之差錯.

表 J.　(93)式加於 $\triangle d$ 及 $\triangle t$ 之改正數

弧或正弦	$\triangle d$之改正數	$\triangle t$之改正數	弧或正弦	$\triangle d$之改正數	$\triangle t$之改正數
100^s	0.00^s	0.00^s	800^s	0.90^s	0.45^s
200	0.01	0.01	850	1.08	0.54
300	0.05	0.02	900	1.29	0.64
400	0.11	0.06	950	1.51	0.76
500	0.22	0.11	1000	1.77	0.88
600	0.38	0.19	1050	2.05	1.02
650	0.48	0.24	1100	2.35	1.17
700	0.60	0.30	1150	2.69	1.34
750	0.74	0.37	1200	3.06	1.52

表 K.　(93)式加於 $\triangle t$ 之改正數

	$\triangle t$（時之秒）									
第二項	100^s	200^s	300^s	400^s	500^s	600^s	700^s	800^s	900^s	1100^s
100^s	0.00^s	0.01^s	0.02^s	0.04^s	0.07^s	0.10^s	0.13^s	0.17^s	0.21^s	0.26^s
200	0.01	0.02	0.05	0.08	0.13	0.19	0.26	0.34	0.43	0.53
300	0.01	0.03	0.07	0.13	0.20	0.29	0.39	0.51	0.64	0.79
400	0.01	0.04	0.10	0.17	0.26	0.38	0.52	0.68	0.86	1.06
500	0.01	0.05	0.12	0.21	0.33	0.48	0.65	0.85	1.07	1.32

600	0.02	0.06	0.14	0.25	0.40	0.57	0.78	1.02	1.28	1.59
700	0.02	0.07	0.17	0.30	0.46	0.67	0.91	1.18	1.50	1.85
800	0.02	0.08	0.19	0.34	0.53	0.76	1.04	1.35	1.71	2.11
900	0.02	0.10	0.21	0.38	0.59	0.86	1.17	1.52	1.93	2.38
1000	0.03	0.11	0.24	0.42	0.66	0.95	1.30	1.69	2.14	2.64
1100	0.03	0.12	0.26	0.47	0.73	1.05	1.42	1.86	2.36	2.91
1200	0.03	0.13	0.29	0.51	0.79	1.14	1.55	2.03	2.57	3.17

式內第三項之代數符號恆與第二項者相反.

例題 1912年1月1日在北緯42度21分處推算大角及五諸侯三(ι Geminorum)二星高弧相等之時刻.大角赤經爲14時11分37.98秒,赤緯爲+19度38分15.2秒.五諸侯三赤經爲7時20分16.85秒,赤緯爲+27度58分30.8秒.

$$\begin{array}{r} 14^h 11^m 37^s.98 \\ 7\ \ 20\ \ 16\ .85 \\ \hline 2\,)\,6\ \ 51\ \ 21\ .13 \\ \hline 3\ \ 25\ \ 40\ .56 \\ t=51^\circ 25' 08''.4 \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 27^\circ 58' 30''.8 \\ & 19\ \ 38\ \ 15\ .2 \\ \hline & 2\,)\,8\ \ 20\ \ 15\ .6 \\ \hline \triangle d= & 4\ \ 10\ \ 07\ .8 \\ & =1000^s.52 \\ \text{表}\,J\,\text{改正數}= & 1\ .77 \\ \hline \triangle d= & 1002\ .29 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log \triangle d = & 3.000993 \\ \log \tan l = & 9.959769 \\ \log \csc t = & 0.106945 \\ \hline & 3.067707 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \log \triangle d = & 3.00099 \\ \log \tan d = & 9.64462 \\ \log \cot t = & 9.90187 \\ \hline & 2.54748 \end{array}$$

第二項 $=-352.76$

第一項 $=\ 1168^s.71$

第二項 $=-352\ .76$

$\triangle t$ 概數 $=\ 815\ .95$

表 J 改正數 $=+\ \ .48$

$$\text{表 }K\text{ 改正數}=+\quad .63$$

$$\triangle t=+817.06$$

$$=+\ 13^m37^s.06$$

$$\text{赤經中數}=10^h45^m57^s.42$$

$$\text{高弧相等之恆星時}=10\ 59\ 34.48$$

欲得精細之測量,須用酒準考定豎軸斜角以改正測得之時刻.用工程家轉鏡測星僅能用平行於遠鏡轉動面之圓板水準考定豎軸之斜角.若於每次測視記取該水準兩端之讀數,O爲物端之讀數,E爲目端之讀數,則斜角之變異爲

$$i=[(O-E)-(O'-E')]\times\frac{a}{2}.$$

a 乃水準每刻格所指以秒計之角數值也.鐘表平均讀數之改正數爲

$$\text{改正數}=\frac{i}{30\sin S\cos d}=\frac{i}{30\cos l\sin Z}.$$

推算時或由地平經度表（關於此表之用法見 128 節及 169 節）檢查S角,或由測得之兩星間地平角推求Z角.若測西星時,西星高弧高於東星（氣泡近物端）,則改正數須加於鐘表中數.若加於赤經中數,須反其代數符號.

§128. 用地平經度表求改正數法　若能利用製成之表無須推算即得PZS三角形之S角,則可依下法求得加於兩星赤經中數之改正數.美國水路測量局(U. S. Hydrographic Office)第120號公報於緯度及赤緯每隔1整度及時角每隔10分列一算得之天頂角Z,作成地平經度表.由此表調換其緯度及赤緯依間求法可得S角之數值.所謂調換者,即以其頁頂之緯度數作爲赤緯數並以其記有赤緯之數作爲緯度也.若緯度小於23度,須用第71號公報之表.

由表查角時須於大小之緯度及赤緯整度數及時角整10