新中學文庫

地球概論

王安宅著

商務印書館發行

地球概論

王安宅著

商務印書館發行

中華民國二十五年十一月初版
中華民國三十六年二月三版
(54148)
地球概論一冊
定價國幣柒元
印刷地點外另加運費

著作者　王安宅
發行人　朱經農　上海河南中路
印刷所　商務印書館印刷廠
發行所　商務印書館　各地
（本書校對者王藝晉）

自序

吾人所居之地，爲一大球體，稱曰地球。每日繞軸自轉一周，每年繞日公轉一周，此在今日，卽幼稚園之兒童，亦無不知之矣。然以日常經驗衡之，則有若干問題，不易了解。例如地旣爲球體，居其下面者，何以不覺頭向下。地旣轉動，吾人何以無所覺察。諸如此類，理雖甚淺，然以日常經驗衡之，皆不易了解者也。吾人若欲徹底了解其所以然，勢非探究其原理不可。今國中關於地球之書，率多置重於地質方面，而罕有探究其原理者。昔作者著地球考略一書，亦僅止於現象之敍述，而未及其原理。今本書之作，乃一以推闡地球種種現象上之原理爲主旨。其所根據者，蓋爲力學定律及數學公式。一方剖析學理，一方舉示實驗。由是可知大地果爲球體，其自轉與公轉，則與吾人之轉一陀螺，投一石子，出於同一之原理焉。

本書之資料，多採於天文學及物理學。次爲其他各科學。間有直譯者，或節錄者。作者謭陋，固無所謂新發明。然全書所

論，皆有依據。非學者之所公認者，不敢妄引。區區此意，當邀讀者鑒及。國中不乏鴻碩之士，尚希有以匡正之，則幸矣。

民國二十四年九月十二日王安宅誌於天津

目　錄

第一章　地球學說之演進

第二章 宇宙概說

第三章 數學及力學

第四章 地球之形狀

第五章　地球之自轉

第六章　地球之公轉

第七章 月與地球之關係

第八章　行星與地球之關係

第九章 地球之構造

第十章 氣象

第十一章 曆法

地球概論

第一章　地球學說之演進

1. 科學知識之進步　人類對於一切事物之認識，均隨科學知識之程度而異其深淺。科學知識幼稚，認識必止於表面。科學知識進步，認識必能推進一層。此一定之理也。故同此天地也，而古今之認識迴異者，卽由於此。古時之人咸以爲天覆於上，地載於下，日月星辰皆東出而西沒。更以爲地之爲物也，廣大無垠，深厚莫測，層層皆土，堅穩不動者也。古人對於天地之認識，要不外乎此。蓋憑目力之直觀，其現象亦確如此也。

今人之認識則異乎是。謂地爲一大圓球，非堅穩不動者，乃旋轉不息，繞日飛行者也。此非矜奇立異，故作驚俗之論。實因今人之科學知識進步，制器日精。目力所不能見者，藉遠鏡以明之。遠鏡所不及者，藉照相以攝之。照相所不得者，藉分光鏡以驗之。更加數學之推算，理化之證明，宇宙雖大，衆象盡

明。故今日之認識，乃科學知識進步後之精密認識。而古人之認識，則不過知識幼稚時之初步認識耳。

2. 中國之傳說 天地如何開闢，古人亦有傳說。中國相傳，『天地初闢時，首出御世者為盤古氏。其始也，天地混沌如雞子，盤古生其中。萬八千歲，天地開闢。盤古在其中。一日九變。神於天，聖於地。天日高一丈，地日厚一丈，盤古日長一丈，如此萬八千歲。天數極高，地數極深，盤古極長。後共工氏與祝融戰，不勝而怒，以頭觸不周之山。天柱折於西北，地維傾於東南，故水皆向東南流，遂成汪洋大海。女媧乃鍊五色石以補天，斬鼇足以立四極。』

3. 外國之傳說 天地開闢之傳說，不獨中國有之，外國亦有之。吾人知巴比倫為開化最早之國。其傳說則謂太初神造天地。第一日造日光，始有晝夜。第二日造天球。第三日造海，海乾騰為陸。第四日造日月 第五日造禽獸，第六日造爬蟲。第七日事畢而休息。與創世記所載相彷。在夏威夷羣島之傳說則謂，太初有男女二神。一日女神造一瓢，將果肉種子置瓢中，上覆一蓋，男神將蓋揭開，而造成宇宙。果肉騰為天空，種子變為日月星辰，果汁成為雨露，瓢殼變為海陸。更有一種傳說，謂地球載於四白象之背，四白象立於大烏龜之背。而此烏龜又浮泳

於牛乳之海云云。

此外還有種種之傳說，尤爲怪誕不經。總之，古人無科學知識，其對於天地開闢之想像，當必幼稚。吾人今日所知者，古人固推想而不及。然若遽舉吾人今日所知者以教示古人，而不先之以科學之啓發，彼亦斷乎不能領略也。

4 言天三家　考世界天文學之開創，我國極先。黃帝演蓋天之象，顓頊造渾天之儀。堯定四時，舜齊七政。蓋已洞知綱要矣。後世言天體者演爲三家。一曰周髀、二曰宣夜、三曰渾天。宣夜之術無傳。其大意曰：『天了無質，仰而瞻之，高遠無極，眼瞀精絕。故蒼蒼然也』。

周髀主蓋天之說。其言曰：『天似蓋笠，地法覆槃，天地各中高外下。北極之下爲天地之中。其地最高，而滂沲四隤。三光隱映，以爲晝夜』。又曰：『天圓如張蓋，地方如棋局，天旁轉如推磨而左行，日月右行，隨天左轉。故日月實東行，而天牽之以西沒。譬之於蟻行磨石之上，磨左旋而蟻右去，磨疾而蟻遲，故不得不隨磨以左迴焉』。

渾天之言曰：『天形似卵，地爲卵黃。天包地外，猶殼之裹黃也。周旋無端，其形渾渾然，故曰渾天。周天三百六十五度四分度之一，又中分之，則半覆地上，半繞地下。故二十八宿半見

半隱，如車轂之運轉也』。

考周髀與渾天二家之觀察，皆有精確之點。惜乎後世，繼起乏人，有之亦多偏於日曆占卜之術。致地球之發明，反讓之於西人。

5 地圓說 凡一學說之成立，斷無一蹴而幾者也。在其前必有若干人已作類似之假說或主張。及其發生，必又受若干人之反駁或辯護，復經種種之修正，而後始得成一完滿之學說焉。

今人多以地圓之說爲哥倫布 (Columbus) 所發明 (1492年)，其實不然。在哥氏之先，早有此說。在哥氏之時，信之者亦大有人在。不過在彼時僅爲極少數人所主張，幽而不著。多數學者，尙不之信也。經哥氏發見美洲之後，世人耳目一新，乃不究其源，遽歸功於哥氏也。今試將歷代主張是說之學者述之於下。

6. 塞利斯 (Thales) 地圓說之發生，不知始於何時。在伊及、波斯、印度等國早有人主張之。但無遺書可考，無從追溯。史家敍此，概起始於希臘，希臘首創此說者爲塞利斯〔Thales of Miletus (640–546 B. C.)〕，氏爲希臘最古愛俄尼阿學院 (Ionian School) 之創設人，希臘各種文化，幾皆萌芽於此學

院。故氏有『希臘哲學之父』之稱焉。

氏曾遊伊及，獲幾何與天文之奧義。相傳曾將藉金字塔之影以測塔高之術授伊及人。歸而創愛俄尼阿學院，主張地爲圓形。

7. 彼塔哥拉斯(Pythagoras) 彼塔哥拉斯〔Pythagoras (約 580–500 B. C.)〕生於薩摩斯(Samos)島，世稱薩摩斯聖人。曾徧遊伊及巴比倫等國。且遠至印度之恆河。歸國後又往西西里 (Sicily)。在彼處創天文哲學書院，弟子皆一時之彥。

氏主張地爲圓形。且謂地球自轉。並謂地球與其他行星皆循軌道繞日運行。與後世哥伯尼 (Copernicus) 所主張者無甚出入。夫在二千年前卽有此識見，實無愧薩摩斯聖人之榮譽也。

8. 亞理斯多德(Aristotle) 亞理斯多德〔Aristotle (384–322 B. C.)〕爲希臘之大哲學家，富於科學研究之精神。爲柏拉圖 (Plato) 之弟子，有出藍之譽。其學術爲二千年來歐亞二洲之學者所宗奉。

氏主張地圓說。謂月蝕之時，地球之影映於月面。其邊緣爲曲線。足知地球爲圓形。並舉其他證據若干條，皆爲令人之所樂道者。

9 亞利斯他克(Aristarchus) 在希臘古時最大之天文家中，惟亞利斯他克〔Aristarchus (310—250 B. C.)〕爲最著名。氏生於薩摩斯島(Samos)。與彼塔哥拉斯同地。且繼彼塔哥拉斯之說，亦主張地球繞軸自轉，並繞日運行。世稱之爲希臘之哥伯尼。

10. 亞奇默得 (Archimedes) 亞奇默得〔Archimedes (287-212 B. C.)〕生於西西里之西拉叩斯 (Syracuse)。爲希臘最大之數學家，亦爲希臘研究力學之第一人。關於槓桿原理及物體之重心等，皆有精確之發明。氏亦主張地爲圓形。

11. 埃拉托色尼(Eratosthenes) 埃拉托色尼〔Eratosthenes (275—194 B. C.)〕不惟主張地爲圓形，且進而發表經弧測地之術。經實地測知伊及南部之賽伊尼 (Syene) 至北部之亞歷山大拉(Alexandria)之距離後，更據以推求地體之大小。識見尤高。

12 希巴爾卡斯(Hipparchus) 在古代之天文家中，發明最多，成績最著者，當推希巴爾卡斯〔Hipparchus (約190-120 B. C.)〕爲第一人。例如推展球形三角學，精經緯度以定地界，測回歸年之長短，定分點之歲差等，皆其卓著之成績也。其遺書藏於亞歷山大拉圖書樓，嗣於公元 640 年遭俄馬(Omar)

之蹂躪而盡失，致令吾人不克直接讀其書，誠憾事也。氏亦主張地爲圓形。

13 托勒密(Ptolemy)　托勒密〔Claudius Ptolemy (A. D. 100–170)〕居伊及。將古代之天文知識總彙爲一書。頗爲後世學者所珍貴，至今完整無缺焉。氏解釋日月五星之視運行，非常精妙，世稱爲托勒密系 (Ptolemaic System) (見第 263 節)。千餘年學者宗之。及哥伯尼出，其系始廢。

氏於彼塔哥拉斯及亞利斯他克之地球自轉並繞日運行之學說不之信。然於地圓說則極力主張之。曾謂吾人所居之地，乃一停於宇宙中心之大圓球，餘外各天體皆繞地運行者也。

14 哥倫布(Columbus)　以上諸學者皆主張地圓說。然究爲極少數人之見解，且未能積極證明。大多數民衆固未之聞也，亦不之信也。至十五世紀歐洲人與東方貿易，獲利甚鉅。彼時之航路係沿非洲西岸，繞其南端，而達東方。其路遠而危。故咸思別尋航路以代之，至此地圓說爲之一振。

哥倫布〔Christopher Columbus (1436–1506)〕者意大利之航海家也。生於熱那亞 (Genoa)。雖非天文學者，而堅信地爲圓形。欲發見由西方至印度之航路，於 1492 年八月得西班牙女王伊薩伯拉(Queen Isabella) 之贊助，率百人三艦，起程

西航。同年十月12日達美洲之一島。氏以爲亞洲也。歸國以發見印度奏報。嗣又於1493、1498、1502年三次西航，以次發見西印度諸島及南美海岸。是爲實地證明地爲圓形之第一步。至此世人耳目爲之一新，地圓說於是風行全歐，信者寖廣。乃世人不察，遂以地圓說爲哥倫布所發明，誤矣。

15. 麥哲倫(Magellan)　麥哲倫〔Ferdinand Magellan (1480?–1521)〕葡萄牙之航海家也。亦有志發見新航路。於1519年得西班牙女王伊薩伯拉之孫查禮氏第五世 (Charles V) 之贊助，率二百餘人乘五艦渡南大西洋。發見美洲南端之海峽。遂以己名名之。更橫渡南太平洋，出東半球，發見菲律賓羣島。在島遇害。從者竟其未竟之功。及1522年返至西班牙之塞維勒(Seville)時，僅餘一艦十八人矣。

氏爲周遊世界之第一人，至此地圓說始實地完全證明。壯哉此舉也。從來『足下有人』之問題，至此不復有聚訟矣。地體之形狀與大小亦從而解決矣。自有史以來，影響世人之思潮者，莫此爲大也。

16. 地動說　自哥麥二氏證明地圓之後，學者宗之而猶不知地動。哥伯尼〔Nicholas Copernicus (1473–1543)〕出，地動之說乃大明。而人類對於宇宙之認識又進一步。

氏爲波蘭人，少習數學光學天文學及宗教法律於羅馬。歸國後任教會中之職。但仍從事於文學，兼研究天文。當哥麥二氏發見地之形狀時，氏亦同時發見地於太陽系中之眞位置。其學說成熟於 1507 年，著天體運行論；但恐宗教家批難之，深祕其書，至死時 (1543) 始公於世。

古人皆以地爲宇宙之中心，日月星辰環繞之。氏則不以爲然。嘗謂星辰與吾人之距離爲非常之遠，每日東升西沒，倘由星辰之自身繞地運行，其速度之大必不可思議。譬有人焉，繞吾旋轉，其距離爲六呎，不及一分鐘可繞一週，其距離若爲百哩，再限一分鐘繞行之，其速度非每分六百哩不可。推之星辰，以若干萬萬哩之距離，而每日繞地一周，其速度尙可思議耶。故必以地球自轉，方無窒礙。氏又謂人行路時，每見路旁之山林村舍，儼若行動，而己身卻似不動者，天象亦猶是也。人居地上，不自覺其行動，但視爲日月星辰之行動耳。據氏主張，每日地繞軸自轉一周，非天象之轉動也。每年地球繞日運行一周，非日之繞地也。氏之此種主張，蓋導源於希臘之彼塔哥拉斯及亞利斯他克。惟尙以地球之軌道爲正圓形，此則未能一洗舊見之處也。

地動之學說，在十六世紀尙不能爲世人所領悟。當時之新

舊宗教皆排斥是說。然若但爲宗教家所排斥，猶不足掩其學術之光輝。乃不幸而爲當時學術界之兩泰斗所反對。兩泰斗者一爲丹麥天文家第谷〔Tycho Brache (1546–1601)〕。一爲英國科學始祖培根〔Francis Bacon (1561–1626)〕。第谷謂果地球繞日運行，吾人由地上觀星辰，應見星辰皆有視差。何以不能發見此種之視差。培根則謂地動說純出杜撰，去宇宙之眞相遠矣。夫博學如兩人者，猶不能發見其眞價值，世之常人更不足論矣。

17. 軌道橢圓說　哥伯尼之地動說，至十七世紀始得大明於世。首出擁護是說者，爲德之刻卜勒〔Johann Kepler(1571–1630)〕。氏將以往天文家關於天體運行之記載，總彙而研究之。因而發見地球及其他行星繞日運行之軌道不爲正圓形，乃皆爲橢圓形。此雖與哥伯尼學說稍有出入，然而大體則相同。且哥氏學說得此修正，而益臻完善也。

18. 地動說增獲旁證　伽利略〔Galilei Galileo (1564–1642)〕意之物理及天文家也。與刻卜勒同時，亦擁護哥伯尼之地動說。聞荷蘭人造有望遠鏡，乃亦急自造一相類者。更用之以觀天體。發見木星之月有四，及金星盈虧之象等。因以證實哥氏地動說爲無誤。

然當時之宗教家仍反對是說。以爲果信地球繞日運行，則將何以解釋舊約（約書亞 X-13）所載日月停留之事哉。故當氏在教會裁判廳受審訊時，懾於教會之淫威，不得不收回其學說。相傳氏既陳述取消其學說後，猶喃喃自語曰：『然而其動也如故』。時氏已達六十九歲，頹然一老人矣。

19. 引力說　凡物體運動，若不受外力擾動，必依直線等速進行。據哥伯尼刻卜勒及伽利略之學說，地球既繞日運行，則必有一力牽引地球，使之依曲線進行也。不然必依直線而去矣。及牛頓〔Isaac Newton (1642–1727)〕出，乃以萬有引力之理，解釋其故。於是地球保有軌道之理，又大明於世。

氏爲英國數學及物理學家，幼而穎慧。年二十三卽爲劍橋大學 (Cambridge University) 之數學教授。一生研究學術，發明微分法及萬有引力，又改良望遠鏡等，皆爲有功於世之貢獻。因蘋果落地，而悟及地心之引力，因月繞地轉，而證實地心引力之大小。又將此理推而廣之，謂凡宇宙間之物體，皆因引力而互相吸引也。

氏運用萬有引力之理，不僅證明地球之所以保有軌道，卽地軸之敀向，潮汐之起落，亦皆以此證明之。故哥伯尼之地動說，及刻卜勒之橢圓軌道說，皆待牛頓萬有引力之證明，而後

始得成爲顚撲不破之學說。惟近來愛因斯坦〔Albert Einstein (1879 年生)〕更用相對性原理將牛頓之萬有引力加以修正。以之推算各天體之運動,尤爲精密。是則力學上之又一進步也。

20 地球軌道之縮影 哥伯尼謂地球每年繞日一周,刻卜勒進而發表地球繞日之軌道爲橢圓形,牛頓更以萬有引力之理,證實此種橢圓形之軌道爲力學上當然之結果。至此則地動說,似不復有何疑義矣。然第谷則以不能發見星辰之視差而反對之。蓋就現象而言,謂地每年繞日一周,或謂日每年繞地一周。二說皆通。初無涇渭可分。故當時對於地動說,尙有非難之者。及英國天文家布拉德利〔James Bradley (1693-1762)〕出,發明光行差之理(1727 年)。證實地球的確繞日運行 於是地動說之原理與證據俱備矣。而托勒密系遂不得不廢。

地球旣繞日運行,吾人由地上所見星辰之方向。必非其眞方向。乃合地球速度與星光速度而成之方向。此種現象謂之光行差(詳見第 156 節)。故凡南北極附近之星辰,各於一年中畫一橢圓曲線。此橢圓曲線卽地球軌道之縮影,吾人可坐而觀之也。此爲地球繞日之鐵證。

21. 地球自轉之實驗法 地球自轉之試驗,其法不一。最妙者莫如法國物理學家佛科〔Jean Bernard Léon Foucault (1819-1868)〕所行之鐘擺實驗法。蓋鐘擺之振動面,若不受外

力擾動，則永保持其原方向（詳見第 1?7 節）。基於此原理，佛科氏乃於 1851 年在巴黎萬神廟（Pantheon）之圓屋頂上，以 20? 呎長之重擺試驗地球之自轉。蓋地球時時自轉，而擺之振動面不變，結果必見振動面漸次偏斜。當佛科行此試驗時，觀者塞途，轟極一時。今人尚有屢試之者。

自此試驗實行後，人人得坐觀地球之轉動。故地動說又增一鐵證。

22. 學說之猛進　考地球學說，雖遠自希臘之彼塔哥拉斯時（約 580–500 B. C.）已啓地圓地動之緒，然信之者極少。知之者亦極少，且彼氏等亦未舉出確證，而作積極之主張也。故歷二千年之久，其說不彰。迨 1492 年哥倫布發見美洲，世人乃競談地圓。五十年後（1543 年）哥伯尼之天體運行論出版，世人始聞地動。適值此時，科學昌明，光學力學，日新月異。故地球學說亦隨勢猛進，有一日千里之勢。其後發明愈多，理證愈眞。此四百年來之進步，實令人驚歎。預料後之學者，當必有更精密之發明，可斷言也。蓋學問之道，恆遵斯軌。所謂前修未密，後出愈精。吾於地球學說亦云然。

地球學說，可謂超絕人智之發明也。夫吾人由地上所見宇宙之現象，既與其眞象迥乎不同。而人類能運用智慧以推求其眞象。且能進而說明其故，此非超絕人智之發明而何。且自此

學說發明之後，人類對於神之觀念，亦爲之一變。古之所謂神者，由今人觀之，不啻爲人造神。所予之能力非常小也。吾人今日若仍必信有神而後安，其神亦必異乎古也。

茲將四百年來，對於地球學說有特殊之成績，或重要之發明者，列表於下，以便參考。其他小有發明者，不勝枚舉，從略。

(第 1 表)

姓　氏	原　名	國籍	生歿時期	學說及發明
哥倫布	Christopher Columbus	意	1436—1506	主張地圓說，發見美洲，引起世人之注意。
麥哲倫	Ferdinand Magellan	葡萄牙	1480?-1521	周遊全球之第一人。
哥白尼	Nicholas Copernicus	波蘭	1473—1543	主張地球一面繞軸自轉，一面繞日運行。
刻卜勒	Johann Kepler	德	1571—1630	發明地球軌道爲橢圓形。
伽利略	Galilei Galileo	意	1564—1642	發明望遠鏡，且用之以觀天象。又以金星之盈虧，證實地動說。
牛　頓	Isaac Newton	英	1642—1727	發明萬有引力，闡明軌道原理。
布拉德利	James Bradley	英	1693—1762	發明光行差，證實地動。
傅　科	Jean Bernard Léon Foucault	法	1819—1868	以鐘擺證實地轉。

本章參考書

Myers, P. V. N.——General History.

Berry, A.——Short History of Astronomy.

Shapley, H.——A Source Book in Astronomy.

Mallik, D. N.——The Elements of Astronomy.

The Adolfo Stahl Lectures in Astronomy.

Newcomb, Simon——Side-Lights on Astronomy.

Dreyer, J. L. E.——Planetary Systems.

Hosmer, G. L.——Practical Astronomy.

Campbell, W. W.——Elements of Practical Astronomy.

Abbot, C. G.——The Earth and the Stars.

朱文鑫——天文考古錄

第二章　宇宙概說

23. 宇宙及天體　宇宙者無限際之大空間也，天體者日月星辰之通稱也。凡天體無不包於宇宙之內。而天體之衆多，難計其數。是故宇宙之廣大，亦不可思議。

今世天文家分天體爲六類。曰恆星、曰星雲、曰行星、曰衛星、曰彗星、曰流星。日爲恆星之一，月爲衛星之一。吾人所居之地球，則爲行星之一。試分述之於下。

24. 恆星　吾人晴宵觀天。見有相互之位置不變而自放煌煌之光者，皆恆星也。徒以目力觀之，其數不出六七千以外。且天氣朦朧，或月色清朗之夜，又減少泰半。自遠鏡發明後，其數驟增。用通常雙眼遠鏡可見十萬顆。用口徑二吋半之遠鏡，見天空北部卽有恆星三十萬，用口徑四十吋之遠鏡，所見恆星至少一萬萬，除此能見之恆星外，尙有因溫度低光輝弱而不可見者極多。何以知之。因他恆星偶有改其運動狀態者，故推知必有不可見之恆星存在。如是則恆星之總數究爲若干，實非數字

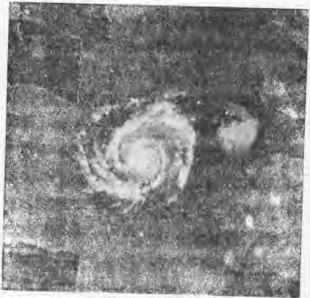
所能計也。衆恆星彼此間之距離，或與地球之距離，皆爲非常之遠。吾人習知最近地球之恆星爲半人馬座之第一星。距地球已有二十五兆兆哩。若天空中最明之天狼星則倍之。而天河中較遠之諸星更在十萬兆兆哩以外。若以礮彈之速度計之，自地球至最近之恆星，至少尙須行幾百萬年。故雖以日地距離爲計量之單位(見第 30 節)。猶嫌太小。通例以光年計之。光年者一年內光線進行之路程也。考光速爲每秒 186,000 哩(每秒能繞行地球七周)，一年內所行之路程約爲日地距離之 63,000 倍。縱以光年計之，恆星中尙有須五萬年其光始達地球者。何況衆星之間，視衆星與地球之距離，或且有過之無不及者乎。觀乎此則宇宙之廣大，亦可略見一斑矣。但昔人皆以宇宙之廣大爲無邊無限。惟近據相對性原理之演繹，則知宇宙爲有限而無邊，彷彿一球面然。由一點出發，前進不已，終必返至原點云。

太陽亦一恆星也。吾人所以見其大，惟以近地故。假如移太陽至一最近之恆星地位，則其光度亦不過等於北極星而已(見第 41 節)。

吾人素以恆星爲靜止。其所以星東出西沒之象者，則以地球自轉之故。雖然，凡屬天體無不運動。其速度之大，又出人意想之外。以礮彈速度，與恆星最緩者相較，宛如蝸牛蠕動與吾人步行之比耳。據天文家之精測，知恆星運動之速者，每秒數

百哩。其遲者亦不下數十哩。吾人所以見其靜止者，實因相距過遠之故也。

25. 星雲　星雲者乃雲霧狀之天體，光度微弱，懸於天空。用攝影術或天文遠鏡均能窺之。間有光度較強者，目力亦可隱約見之。其數之多，今已達十萬以上。而尚有陸續新見者焉。由光譜所得，知多數星雲爲氣體所成，密度極小，然其體積則非常之大。雖其確實之大小不得知，然亦可約略計之。就其外觀



(第1圖)　螺形星雲

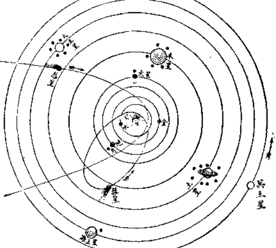
之平面面積而論，令光線自一端行至彼端，亦須若干光年。其體積之大，亦可想見一斑矣。

凡屬天體，無不運動，前已言之矣。考星雲之運動，其速度殆與恆星相似。每秒由數百哩至數十哩不等。此種之運動，自亦由光譜而得知，非目力所能見也。

今世天文家對於星雲之認定，尙不一致。有視星雲爲獨立之大宇者，亦有以爲新造世界之尙在醞釀中者。前說果確，則計量物質宇宙之標準當益擴大。蓋今日所知之星雲已在十萬以上。其全體物質宇宙之廣大，尙可思議耶。

23. 太陽系　環繞恆星而行者爲行星。環繞行星而行者爲衛星。行星與衛星，旣暗且冷。須藉日光之反射，方能瞭見。太陽爲衆恆星之一。其行星之大者有九。依距日遠近之次第數之，曰水星、曰金星、曰地球、曰火星、曰木星、曰土星、曰天王星、曰海王星、曰冥王星。九大行星各率其衛星循一定之軌道繞日運行，而成一星族，謂之太陽系。此外還有彗星及流星，亦屬太陽系內之天體。彗星者乃有長尾形之光體，環繞太陽而行，其軌道與他行星絕不相同者也。流星者乃無名之小天體，經行空氣中，相與摩擦生熱而燃燒，突現卽沒者也。

據今所知，太陽系中惟冥王星之軌道爲最大。設自冥王星



（第 2 圖） 太陽系

軌道之一端，放一礮彈至軌道之彼端，須七百年方能達到。就人類之經驗而論。似彼之廣大宜若無倫矣。然在宇宙中，猶渺乎如大海中之一島耳。試以指環代表冥王星之軌道，則最近之恆星將有一哩半之遙。次近者二哩有奇，此外還有由三哩至二十哩者。其他則若干百哩若干萬哩不等。夫恆星分佈各方，遙遠無倫，而冥王星之軌道僅如一指環。則太陽系在宇宙中不過一渺乎不足齒數之星族可知矣。

太陽系孤懸於宇宙之間。無物支撐，亦無物引繫。太陽居

中如軍中之帥然。九大行星各循其軌道而運行。其狀頗似空懸一盤，而平穩不墜焉。由吾人日常經驗論之，無寧謂爲非常奇異，然其中自有定理。非出偶然。蓋一方而凡物皆有引力，依引力原理，諸星體互相吸引。一方面各星體皆作運動。因而發生抵抗之力，故得保有軌道，而不毗不離。此中學理甚深，將於後數章研究之，玆不多述。

（第2表）　太陽系之常數

名稱	距日哩數	直徑哩數	繞日週期	自轉週期
太陽		866,500		$25\frac{1}{4}$日
水星	36,000,000	3,000	88日	88日(?)
金星	67,000,000	7,700	225日	(?)
地球	93,000,000	7,900	365日	2 小時
火星	141,000,000	4,200	687日	$24\frac{1}{2}$小時
木星	481,000,000	87,000	12年	10小時
土星	885,000,000	73,000	29年	$10\frac{1}{4}$小時
天王星	1,770,000,000	32,000	84年	$0\frac{5}{6}$小時(?)
海王星	2,780,000,000	35,000	165年	(?)
冥王星	4,000,000,00	19,000	248年	(?)

27. 地球爲行星　吾人初聞地球爲行星，無不訝異。蓋以爲行星皆有光。地球爲暗體。行星似輕爽，地球則堅硬。行星常移位置，地球似不動。行星如小金點，閃爍於穹蒼。而地球則廣

哀笨重。逕庭如此，何可等而視之。其實地球確爲一行星。其亦有光照，亦有行動。苟由他行星上觀地球，則必一如由地球上之觀他行星也。正所謂『不識廬山眞面目，只因身在此山中』。總之。地球在宇宙中亦天體之一耳。

就吾人日常之經驗而言。地球可謂大莫與京。然在宇宙中實滄海之一粟耳。蓋太陽僅一恆星而已。餘外如太陽而亦成系者，又不知若干萬。夫地球在太陽系中僅一行星。其體尙居第七。由宇宙全體言之，其渺小尙可思議耶。此又吾人居恆所冥想不及之事也。

28 宇宙間之人類世界 人類爲生物界之最高代表。言人類卽所以言生物也。由地球上之經驗論之，生物綿延，似爲自然界之最大目的。夫地球在宇宙間僅如滄海之一粟。餘外衆天體，數莫能計。然則除地球以外，卽不能再有有人類之世界耶！此實一極饒趣味之問題。

欲解決此問題，須先研究何種環境適宜於生物。蓋相同之因，必生相同之果，此爲今人所公認之定理。旣明適宜於生物之環境，則人類之有無，可得而推也。吾人知在冰點以下之溫度，或沸點附近之溫度，皆不能有生物。必也介乎兩者之間，方有生物存在之可能。吾人又知生物存在之境，水爲重要。除水

之外,更須有淡養輕等氣,及其他各化合物。凡此皆生物須臾不可離者也。

宇宙間之恆星,今所知者,已有一萬萬。據天文家之觀察,謂宇宙間之無光天體如吾地球者,數亦相若。由光譜所得,知各天體之化學成分,皆相差不遠。淡養輕等氣無處無之。據此則知各天體之環境,皆有涵育生物之可能明矣。所不知者,惟其溫度耳。茲爲便於說明起見,假定宇宙間如吾地球之天體共有一萬萬。其中每千個有一,其環境適宜於生物。則於此千分之一之分數中,必有十萬天體可有生物也。由此以談,則宇宙間有人類之世界,亦云多矣。不止地球已也。

然此爲按照類同律,推想而得之結論,未獲科學上之確據。至宇宙間是否確實如此,其證明尚有待於異日也。

29. 太陽 太陽者一恆星而已,然爲吾太陽系之最大中心天體,故與吾人之關係非常密切。其體爲球形,自能發光。其質量約爲(2×10^{27})噸,即地球之 330,000 倍。體積之大,自遠過地球。然與其他恆星之體積相較,僅居中等。其原質多爲金屬元素。與見於地球上者或相同。惟以溫度太高之故,皆爲氣體狀態。由其光以照耀系中諸星,由其熱以育成諸星之生物,由其引力以主宰諸星之運動。大哉太陽之賜也。故謂太陽爲吾人

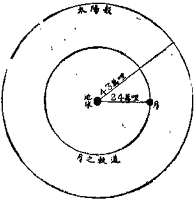
生命之源，亦無不可。

30. 日地之距離　由太陽至地球之距離，平均爲九千三百萬哩（詳見第 161 節）。天文學者每用之以作計量天體距離之標準，稱曰天文單位。然此種距離，究爲若干遠，在吾人之腦海中不易想像。非設譬以明之不可也。設有火車，每小時行 60 哩。由太陽向地而來，日夜不停，須 175 年方能達到。若每哩路費以二分銀計，單程路費便須一百八十六萬元($1,860,000)。非世之大資本家不能作此旅行也。若乘腳踏車，日行百哩，則須 2550 年方能完此路程。設使一人由公元元年乘腳踏車自太陽起行，迄今不過只行四分之三之路程。又設音之速度，無論在空氣或眞空中，俱不變者，則自太陽所發之音，須經十四年後，始可入於吾人之耳。光之速度每秒能繞行地球八周，欲通過此距離，亦須 499 秒。日地之距離，亦可想見一斑矣。

31. 太陽之廣袤　凡物近視之則大，遠視之則小。太陽之視直徑爲 32′4″ ± 2″。夫太陽去我地球既有 93,000,000 哩之遙，其眞體必極大可知也。據數理推算，以日地之距離，一秒之視直徑必等於 450.36 哩。故知太陽之眞直徑爲 866,500 哩。或地球直徑之 109.5 倍。

此亦非設譬，無以見其大。設將太陽內部掘空，而只餘一

殼，然後將地球置於其中。則此殼去地必有 433,000 哩之遙。吾人知月與地球之距離為 240,000 哩（見第 202 節）。若將月地俱置於其中，則月之軌道尙不能逸出此殼之外。僅在太陽半徑之中間。形成一大圓周而已。倘有好事者欲在太陽中研究月之運動，彼儘可以此殼作天之背景也。



（第 3 圖）　太陽半徑與月地距離之比較

設以直徑二呎之球表太陽，則地球之直徑應為一吋之百分之二十二，其大小與一豌豆相若。其與太陽之距離約為二百二十呎。而最近之恆星則去日八千哩也。

夫二球體面積之大小。旣與其半徑之平方成正比例（球體面積公式為 $S=4\pi R^2$）。故太陽面積大於地球面積之比，為 $109,5^2:1$。是卽大於地球面積 12,000 倍也。

夫二球體體積之大小，旣與其半徑之立方成正比例（球體體積公式為 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$）。故太陽體積大於地球 $109,5^3$，或 1,300,000 倍也。

32 太陽之熱度　太陽熱度非常之高。以視地球上任何熱源皆遠過之。吾人知熱度之高低，與熱源遠近之平方成反比例。換言之，即相距愈遠，熱度愈低也（理與光度同，參見第 78 節）。太陽去地球既若是其遠，地球所受之熱量，必較太陽所放散者爲極少。據科學家推算，每分鐘由太陽上每方米突面積所放散之熱量，約爲地球上每方米突面積所受熱量之 46,000 倍。（按米突爲法國長度之單位，合中國營造尺 3.125 尺）。以地球每分鐘所受爲 30 加路里計，則知太陽上每方米突面積所放散之熱量爲 1,400,000 加路里。（按加路里爲測熱量之單位。即足使一瓩之水，升高百度表中之一度之熱量也）。由此推算，倘使太陽凍結爲 64 呎厚之一大冰球，其放散之熱，足可於一分鐘內將此大冰殼溶化之。倘能由地球至太陽築一 93,000,000 哩之冰橋，寬厚皆 $2\frac{1}{2}$ 哩，再能設法將太陽全部放散之熱集中於此橋，則不及一秒時即可溶化之，再加七秒則蒸發爲氣矣。

就今所知者言之，太陽放散之熱量，僅有極小部分，爲他天體所受。餘均散於空中。地球所受者，爲全部之 $\frac{1}{2,200,000,000}$ 其他七行星所受者，視地球十倍或二十倍之，統計太陽系中所受之熱，不過一萬萬分之一。

33 太陽之光度　太陽光度之強，有目共睹。然究強至如何之程度，則非一般人所能言也。科學家利用測光器，將日光與標準燭相比較，知太陽賜與吾人之光等於 1575×10^{24} 標準燭在偌大之距離所賜與者也。（按標準燭爲鯨腦油所製，每燭六枝，共重一英磅。以每枝每小時燃去 120 英釐所發之光，爲一燭光）。

吾人所受之日光，若與月光相比較，則約爲月光之 600,000 倍。若與天空最明之天狼星相比較，則約爲天狼星之 7,000,000,000 倍。

34. 太陽光熱之源　考太陽放散光熱，源源不絕。絕不見其有減少之形跡。基於種種之證據，且可斷定太陽放散如許大量之光熱者，已數百萬年。凡有新得證據，又無不指徵其年壽尚有增無減。如此則太陽之光熱由何而來。實爲應研究之問題也。

今欲研究此問題，斷非僅謂『太陽之本能，始於太初成形之先，其後放散之光熱，即其素所蘊藏之能力』之一語所能解決也。其必另有來源，以作繼續之接濟可知。在今日最滿意之解釋則有二。曰引力說、曰放射說。試分論之。

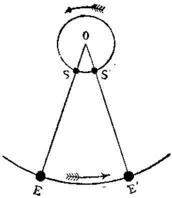
引力說謂太陽受物質引力之作用，致其體積逐漸收縮。因

而放散源源不絕之光熱也。考物質之互相吸引，允爲天然中最奇之一事。今可不必探究其原理。但概括言之，凡宇宙間任何物體無不互相吸引（見第 78 節）。假如太陽之直徑四周各縮去一哩，則其外殼上厚一哩之數萬噸體質，均向內沈一哩。其以下各層必亦皆向內沈有差，視其高下以爲準也。其變雖漸，其所動之質量則可驚，其所含之熱能，亦可觀也。據推算，若一年內太陽直徑收縮二百呎，則放散之光熱，一如今日，而溫度絕不降低。卽此一端，太陽尙可延壽數百萬年也。

放射說則謂太陽表面氣體中，含有多量之氦。溯其來源，或由鈾質遞變而成。蓋鈾有極強之放射作用。漸次變化，放出氦質，而本體則變爲鉛。大抵鈾一公分放散之熱量，與炭一公分燃燒時所生之熱量相較，則前者爲後者之二十五萬倍。果如此，則太陽之光熱要非全賴於體積之收縮而生。其一部分乃出於放射性之原質。加此一端，則太陽之壽命將益長矣。

35. 太陽之自轉與自動　太陽亦有自轉。由日斑位置之移動，得以知之。試用遠鏡窺測太陽表面，則見此黑斑自太陽之一側，移於他側。其移動之方向，自地球上觀之，爲自東徂西。觀此乃知太陽自轉不息也。惟歷來所測之自轉週期，頗有參差。平均爲 $27\frac{1}{4}$ 日也。

以上所測之自轉週期，乃得之於直觀，非其眞正之週期也。其眞正之週期，應較所測者爲小。試以第4圖說明之。設 E 爲地面之觀測點。S 爲日面上居中之黑斑。太陽自轉一次後，黑斑雖仍在 S，而觀測點業已移動。故覺黑斑未復原位。欲復原位，非俟太陽多轉 SS' 之弧不可。今設 S 爲太陽自轉之外觀週期，T 爲太陽自轉之眞正週期。E 爲地球繞日之週期，則得公式如下：



(第4圖)

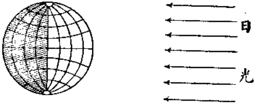
$$\frac{1}{S}=\frac{1}{T}-\frac{1}{E}$$

由此式可求得 T 之值爲 25.35 日。

太陽除自轉外，還有自動。自動者率其行星在空間而運動也。因有自動，故吾人見在太陽前面之恆星迎地而來，漸漸散開。在太陽後面之恆星背地而去，漸漸合攏。至太陽運動之方向，經天文家詳細研究，僉謂係向織女星進行。其速度約爲每秒 12 哩。惟其進行之路究爲直線，抑爲曲線，尙未測定。多數天文家均主張爲曲線。

33. 地球之轉動　凡屬天體無不動，前已屢言之矣。地球亦一天體，然則其不能靜居不動也可知。考地球之動有二，曰自轉、曰公轉。

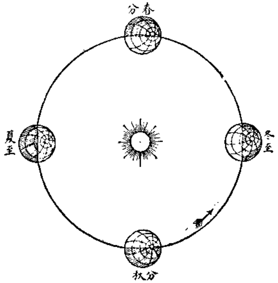
自轉者地球每日自西而東旋轉一次。惟其中心之方向不變，宛如車之輪轉而軸不轉焉。學者因之虛設一線，直貫地球中心，名之曰地軸。地球繞此軸旋轉。半面向日時爲晝。半面背日時爲夜，凡二十四小時而旋轉一週。



（第5圖）　地球之晝夜

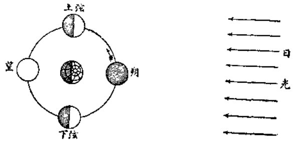
地軸之兩端曰兩極。在北者曰北極。在南者曰南極。於地面上擇南北二極距離相等之處，設一大圈，以平分地球之南北者，曰赤道。

公轉者地球於自轉之外，又復繞日運行也。其行徑亦有一定路線，名之曰軌道。循此軌道凡 $365\frac{1}{4}$ 日運行一周，是爲一年。赤道與軌道面常成 $23\frac{1}{2}$ 度之交角。日光直射之處則氣候熱，斜射之處則氣候或溫或寒，遂以成春夏秋冬四季之往來，



（第6圖） 四季之往來

37. 月之轉動 地繞日運行，同時月亦繞地運行。當月行至日與地球之間，則晦面對於地球，是爲月朔。月行至地球之左，則對於地球者半明半晦，是爲上弦。月行至地球之後，則明面對於地球，是爲月望。月行至地球之右，則對於地球者又半明半晦，是爲下弦。俟月又行至日與地球之間，則一月矣。是以地球自轉一次而成日。月光晦明一次而成月。歷十有二月而成年。我國舊曆之推算，蓋根據月之繞地也。

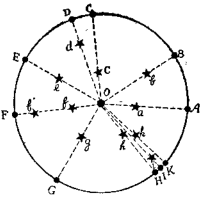


（第7圖） 月之晦朔弦望

33 天球 宇宙間天體無數，去吾人又非常之遠。然由地球上觀之，則酷似若干沙粒附著於一大水晶球之內面。只因吾人之視覺不能辨其孰遠孰近也，故爲便利計，假定各天體與吾人之距離皆相等。如是想像，則天形如球，廣大無垠。是曰天球。地球居其中心，相形之下，微小如一點。而無數天體，俱在天球內面作拱衞地球之狀。所應注意者，衆天體與吾人之距離各不相等。故實際並不在一球之上，乃其所呈之現象有如是耳。

39 天體之視位 觀察點與某天體間，假作一直線。引長之，交天球面於一點。則稱此點爲該天體之視位。視位與天體方位有關，而與遠度無涉。如第8圖，O 爲觀察點，A, B, C 爲 a, b, c 諸星之視位，F 爲 f, f' 二星之同一視位，又 h, i, k 三

星，幾在一直線上。相隔甚遠。人目望之，儼若 H, I, K 三點之相接。常見月旁有一光明恆星。離月頗近，實則甚遠。卽其例也。



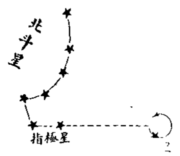
（第8圖）　星之視位

40. 天體之日週視轉　吾人知地球自西而東一晝夜間自轉一周。因此之故，一切天體皆似在天球上自東而西約一晝夜間旋轉一周。此之謂天體之日週視轉。實則天體未嘗旋轉。只因地球之自轉，乃呈此動象耳。

試於晴夜注視北天諸星，至數小時之久，必見諸星之相互位置雖不變，而皆在天球上繞極星漸次旋轉（極星見下節），所取之方向與鐘針相反。如再向南而望，則必見諸星亦復如是旋轉。凡離極星較遠之星，先自地平界之東方上升，次依斜線升至子午線上，次又向西方下降。迨至翌日，仍見升降如前，其運動必依圓弧進行，謂之恆星之週圓。週圓之大小，與距極星之遠近成正比例，且諸圓皆同心。

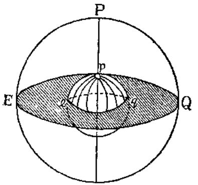
古人爲說明此種現象起見，乃假定恆星固定於天球上，而隨天球共轉，無時或息也。

41. 天球兩極及赤道　天球旋轉之現象，旣因地球自轉而生，其球面必有相對二點，始終靜止。是爲天球兩極。實卽地軸無限引長時所遇天球之兩點也。兩極居天球直徑之兩端，地球上除赤道以外，無論何地，僅見其一。在北半球者見北極，在南半球者見南極。



(第 9 圖)

欲知任一極之位置，須用適當之儀器，以測該極附近一星旋轉時所繞之圓心。此圓心卽爲該極之位置。所可喜者，在天球北極附近，約 $1\frac{1}{4}$ 度之處適有一較明之星。欲尋此星，可引長北斗之指極二星之距離，達五倍之遠，卽得之（見第9

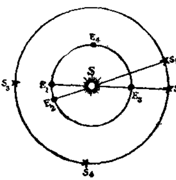


(第 10 圖)　地球赤道面與天球相割之形

圖)。以其與北極相距甚近，故通常即以此爲準，謂之北極星。舟人於夜間恆藉以定行舟之方向焉。

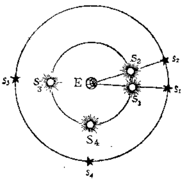
在天球兩極中間所作之大圓，謂之天球赤道，實即地球赤道面無限展開時所與天球相割而成之大圓也。天球赤道與兩極相距各 90 度。如第 10 圖，eq 爲地球赤道，EQ 爲天球赤道，P 爲北極。

42. 太陽之視動　太陽在恆星間之位置，由地球上觀之，逐日向東移動約一度之遠。經年而復，彷彿巡行天球一周者然。此現象謂之太陽之視動。考其所以然之故，實因地球運動而生。試以第 11 圖說明之。設 S 爲太陽，E_1 E_2 E_3 E_4 爲地球繞日之軌道。當地球在 E_1 時，吾人見太陽在恆星 s_1 處。設一月後地球循軌道進行至 E_2，則太陽彷彿移至恆星 s_2 處。及地球行至 E_3，則太陽又彷彿移至恆星 s_3 處。如此，地球循軌道運行一周，吾人見太陽似在恆星間亦運行一周。太陽固未動，實因地球運動而見其



(第 11 圖)

有此視動也。



(第 12 圖)

但古人不明地球運動之理，遂將直觀所得者，認為事實，竟以太陽為眞動，試以第12圖說明古人之解釋。設 E 為靜居不動之地球，S_1 S_2 S_3 S_4 為太陽運動之路。當太陽在 S_1 時，由地球上觀之，其位置似在恆星 s_1 處。設一月後太陽移至 S_2，其位置似移於恆星 s_2 處。及太陽行至 S_3，其位置又似移於 s_3 處。如此，太陽繞地運行一周，其在恆星間之位置，亦必運行一周。古人之解釋如此。就現象言之，此種解釋，亦頗符合。故究係地繞日轉，抑係日繞地轉，若專就現象研究，則不能判別孰是。蓋二說皆與現象符合也。自遠鏡發明後，學者利用光之行差及星之視差等法，始證實確係地繞日轉也（詳見第 155, 156, 157 節）。

太陽之光極強，其旁恆星皆為之失色。吾人欲窺太陽在恆星間之視動，非用大天文鏡無以見之。蓋大天文鏡方能顯示其旁之恆星也。但吾人亦可用間接法以求之，當太陽在 S_1 時（第

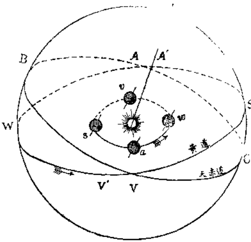
12 圖),其對方 s_3 處之恆星,必於夜半時在天空子午線上。其距離爲 180 度。一月後夜半時該恆星則在子午線西 30 度。其距離減爲 150 度。半年後日與該星且在一處矣。由是則間接以知太陽之視動也。

43 黃赤交角 吾人所見太陽一年內在恆星間之視動之投影,謂之黃道。實卽地球軌道面無限展開,所與天球相割而成之大圓也。黃道與天赤道在二點相遇。其一爲春分點,他一爲秋分點。二道相交之角,謂之黃赤交角。其値爲 23 度 27 分。天球上距黃道 90 度之二點,曰黃極,北黃極居天龍座之中。其與天球北極之距離,等於黃赤交角。

天球之廣大,以數學術語言之,謂之無限量。蓋大於任何可名之數也。故其半徑亦爲無限長。夫如是,故凡屬平行線,若無限引長時,必彷彿交天球於一點,卽所謂消失點者。無論平行線之距離如何,亦無論其各交天球之點之距離如何,但由無限遠之球心觀之,則此種點與點之角距離,完全不能覺察,一若融會爲一也。是故地軸與其所有平行線皆交天球於一點,卽天球極。地球繞日運轉,其赤道面旣永保持平行,故亦只畫一赤道於天球。

設第 13 圖由太陽至 P 之線與地軸平行。以 $CABV$ 圓

表天赤道，與地球赤道平行。以 $SAWV$ 圜表黃道，與地球軌道同在一平面。由地上觀之，太陽似循黃道由西而東移動。當



（第 13 圖）

太陽由赤道南趨北時，其交赤道之點 V 即春分點。由北趨南時，其交赤道之點 A 即秋分點。且太陽彷彿在 A 點時，地球居 a，依同理太陽彷彿在 $W.V.S$ 等點時，地球居 $w.\ v.\ s$。但無論地球居何點，地軸所指之天球北極永在 P 點。而赤道面所割天球之大圜永在 $CABV$ 也。

本章參考書

Jacoby, Harold——Astronomy.

Jones, H. Spencer——General Astronomy.

Mallik, D. N.——The Elements of Astronomy.

Moreux, Th.——Astronomy To-day.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Shapley, H.——Starlight.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Dingle, H.——Modern Astrophysics.

Ball, Sir R.——Spherical Astronomy.

第三章　數學及力學

44. 數學及力學與地球學說之關係　地球學說乃天文學中之一枝。古之天文學，概以幾何原理爲基礎。近世以來乃更進以物理學爲準繩。蓋天體之運行，純屬力學作用。與吾人之拋一石，轉一輪，完全同理焉。據種種事實所昭示，凡相同之果，必生於相同之因。故吾人研究地球，非先將數學及力學温習一過，則患無所依據也。

本章先述圓錐曲線各定義，以備研究軌道形狀之用。次述力學中有關運動諸學理，逐步探討，以備研究地球運動之援引。蓋必明乎近，而後知乎遠也。所謂根據已知，推測未知者，實爲研究學問之不二法門。希讀者務將本章詳細讀之。蓋以後之研究，多以此章爲依據也。

45. 研究自然之規律　昔牛頓著自然哲學之數學原理一書。經鄭太朴譯爲漢文。其中有研究自然之規律四條。茲錄之於此，以作吾人研究地球之規律焉。

第一規律　求自然事物之原因時，除真的及解釋現象上必不可少者以外，不當再增加其他。

物理學者謂，自然無虛事。所謂虛事是許多人去作，但極少人能成功者。自然爲簡單的，決不浸淫於不必要之事物之原因內。

第二規律　所以在可能狀況之下，對於同類結果，必須給以相同之原因。

例如人與畜之呼吸。歐洲及美洲之隕石下墜。竈火之光及太陽之光。光在地球上及其他行星上之反射等。均不得給以不同之原因。

第三規律　物體之屬性，倘不能減少，亦不能使其加強者，而且爲一切物體所共有。則須視之爲一切物體所固有之屬性。

物體之屬性，祇能由試驗以知之。所以在試驗上普通恆一致者。而且既不能減少又不能消失者，必須視之爲普通屬性。自然吾人不能背棄試驗而從事於空想。亦不能離開自然之類同性。因自然爲簡單的，恆與其自己一致。物體之廣袤，只能由觀覺知之。但非在一切物體方面均能感覺及之。不過只能感覺及之之物體皆有廣袤。故吾人對於感覺所未及者，亦假定其有

廣袤。有若干物體爲硬性，吾人可由試驗而得知之者也。全體之硬性，由其部分之硬性所積成。因此吾人得一推論，即不僅可感知之物體部分爲硬性，其極小不可分之微粒亦爲硬性。物體之不可透性，亦非由理性所推知，乃由試驗所得。一切手中所有者及能捉摸者，均有不可透性。故吾人即假定不可透性爲一切物體所共有之屬性，一切物體均能運動，因某種力之作用，即吾人所謂慣性者，能保持其運動狀態或靜止，此亦一推論。因吾人觀察所及之物體均有此屬性也。全體之廣袤，硬性，不可透性，能動性及慣性均由其部分所成，故吾人之推論曰，物體之極小部分亦均有此項屬性。全部自然理論之基礎即在於是。此外，吾人由現象方面知相互接觸之物體之部分能相互分開。至於物體之部分能析成爲更小之部分，此則由數學方面得以知之者。此項設想其爲能析小之部分是否有自然之力能分析之，非所確知也。但如能用一試驗。將未分析之部分或微粒析開之，則吾人即可得一推論，不僅已析開之部分可分開，且未析開之部分之可析性亦爲無限。

倘一切物體在地球之附近爲重的，即對於地球有重量，且其重量與質量成正比例。又如月球對地球亦有重量，亦與其質量成正比例。而地球上之洋海對於月球亦同樣有重量。同時吾

人又能用試驗及天文上之觀察，以證明行星相互間有重量。彗星對於太陽亦有重量。依此以論，則吾人可假定一切物體相互間均有重量。關於重力之證，較之不可透性尤爲確切。因關於後者，吾人對於空中之天體尚未能做何試驗，亦未有若干觀察。但吾人亦不敢遽下斷語，謂重力爲物體固有之力。所謂固有之力，係指物體之慣性；因此性不變。至於重力則隨其距地球之遠近而異。

第四規律　在實驗物理學中，由現象經歸納而推得之定理，苟無相反之假設存在，則必須視之爲精確或近真。在未發見其他現象，將其修正或容許例外以前，恆當如此視之也。

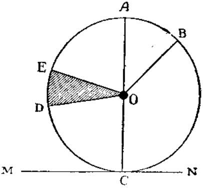
蓋必須如是，吾人歸納之論據，方不致爲其他假設所取消也。

43. 圓　圓者平面之一部分，以一曲線爲界，此曲線內諸點與中央點之距離皆相等者也。此中央點謂之圓心，其界線謂之圓周。

由圓心至圓周之直線，稱爲圓之半徑。穿過圓心而兩端在圓周內之直線，稱爲圓之直徑。圓周之一部分如曲線 A B 者（第 14 圖），稱爲弧。依圓之定義，諸半徑皆相等，則諸直徑亦皆相等。因直徑等於半徑之二倍也。

一無限長之直線如 MN 與圓周有一公共點，且只有一公共點。此線稱爲此圓之切線。其公共點 C 謂之切點。

圓之一部分，界以兩半徑及其所截之弧者謂之扇形。如 ODE 是。



(第 14 圖) 圓

考圓周之長與直徑之比爲一定之數。其數爲 3.1416。通常以 π 字表之。設 c 表圓周，d 表直徑，r 表半徑，則得公式如下：

$$c=\pi d=2\pi r$$

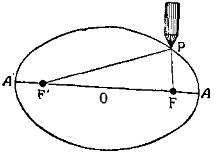
47. 圓之作法　以直線之一端爲樞旋轉一周，則線之彼端所行之路，即爲圓周。直線爲半徑，直線所經之面即爲圓。

48 橢圓　橢圓者，一曲線爲一移動點之軌跡。此點移動於一平面內，其與此平面內兩定點之距離之和爲常數也。

此兩定點稱爲焦點。聯曲線之一點於兩焦點之二直線，稱爲此點之焦點半徑。兩焦點半徑之定和，以 $2a$ 表之。兩焦點間之距離，以 $2c$ 表之。

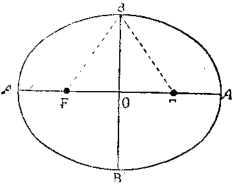
c：a 之比，稱爲偏心率，以 e 表之。故 $c=ae$。$2a$ 必大於 $2c$。故 e 必小於一。

49. 橢圓之作法 取一線與 $2a$ 等長者，釘其兩端於 F 及 F'（第 15 圖）。以鉛筆尖 P 緊引此線令直，移動而畫一曲線，即以 F 及 F' 爲兩焦點。以 $FP+PF'$ 爲兩焦點半徑之定和之橢圓也。



（第 15 圖） 橢圓

此曲線爲閉曲線，圍繞兩焦點。設 A 及 A' 爲此曲線截 FF' 之引長線之兩點，則 AA' 之長，與 $2a$ 等。



（第 16 圖） 橢圓之長軸及短軸

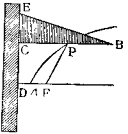
平分 FF' 線而得 O 點（第 16 圖）。此點謂之橢圓之中心。由中心作垂直

FF' 之直線 BB'。交曲線於 B 及 B' 二點。則 AA' 線謂之長軸。其兩端 A 與 A' 稱爲頂。BB' 線謂之短軸。短軸之長以 $2b$ 表之。

長軸平分於 O，且等於定和 $2a$。短軸亦平分於 O。故 $OB=OB'=b$。

50. 拋物線　拋物線者，一曲線爲一移動點之軌跡，此點移動於一平面內，其與此平面內一定點之距離，恆等於其與此平面內一定直線之距離者也；凡拋擲物體，必依此曲線而落於地，故名。此定點稱爲焦點。定直線稱爲準線。

51. 拋物線之作法　置一定規，其一邊與準線 DE 密合（第 17 圖）。乃置一直角三角板，以其底邊密貼於此定規之邊，以一線與他邊 BC 等長者，釘其一端於 B。而釘其他端於 F。即拋物線之焦點。然後沿準線移動三角版 BCE，以鉛筆尖 P 引此線緊隨三角版移動。則點 P 畫一拋物線。因移動時 PF 恆等於 PC 也，



（第 17 圖）以器作拋物線

設有已知之焦點及準線，試聯諸點作一拋物線。設 F 爲焦點（第 18 圖），CDE 爲準線。作 FD

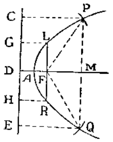
垂直於 CE，遇 CE 於 D。平分 FD 於 A。則 A 爲曲線之一點。過直線 DF 內任一點 M。於 A 之右，作一直線與 CE 平行。以 F 爲圓心，DM 爲半徑，作兩弧。截此直線於 P 及 Q。則 P 及 Q 爲曲線之點。玆試證之，作 PC 及 QE 垂直於 CE。

則 $PC=DM,\quad QE=DM$。

又 $DM=PF=QF$

故 $PC=PF\quad QE=QF$

故 P 及 Q 爲曲線之二點。



(第 18 圖)
有焦點準線作拋物線

依此法可求任若干點。然後過諸點作一曲線聯之。即爲拋物線。其焦點爲 F。其準線爲 CDE。

A 點稱爲拋物線之頂。DF 線可於兩方向引至無限長者。稱爲拋物線之軸。聯焦點於曲線上任一點 P 之直線，稱爲 P 點之焦點半徑。直線 AM 稱爲 P 點之橫線。PM 稱爲 P 點之縱線。過焦點之倍縱線 LR 稱爲通徑。

考拋物線非閉曲線。因此曲線之軸上任一點在 F 之右者。其距焦點必比其距準線爲近。故拋物線 QAP 必不能於 F 之右與其軸相交也。

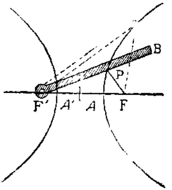
52. 雙曲線　雙曲線者，一曲線爲一移動點之軌跡。此點

移動於一平面內。其與此平面內兩定點之距離之差爲一定者也。

此兩定點稱爲焦點。聯曲線之一點於兩焦點之二直線，稱爲此點之焦點半徑。兩焦點半徑之定差，以 $2a$ 表之。兩焦點間之距離，以 $2c$ 表之。

$c:a$ 之比，稱爲偏心率，以 e 表之。故 $c=ae$。$2a$ 必小於 $2c$。故 e 必大於 1。

53. 雙曲線之作法 釘硬尺 $F'B$ 之一端於一焦點 F'（第19圖）。此硬尺能以 F' 爲圓心，繞 F' 任意旋轉於紙平面上。取一線比硬尺短，其差等於定差 $2a$。釘其一端於他焦點 F。而釘其他端於硬尺之一端 B。今使硬尺繞 F' 旋轉，以鉛筆尖 P 引此線緊隨硬尺移動。則 P 點畫一雙曲線。



（第19圖） 雙曲線

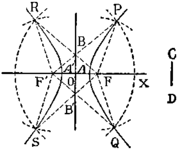
因硬尺移動時，$F'P$ 及 FP 各增一等量。即線隨硬尺移動時，在 P 之任兩位置間之部分之長，故

$F'P$ 及 FP 之差，常有一定。此硬尺繞 F' 旋轉而成之曲線，爲雙曲線之右支，其相似支在左者，可依同法，以 F 爲圓心，使硬尺繞 F 旋轉而作之。

設雙曲線之兩支，截 FF' 線於 A 及 A'。則因圖形之對稱，而得 $AA'=2a$。故雙曲線有兩相似支，彼此相離，其最近點之距離爲 $2a$，且他點與 FF' 之距離可至無限遠。

設有已知之兩焦點及定差 $2a$，試聯諸點作一雙曲線。

設 F 及 F' 爲兩焦點（第20圖）。CD 等於 a。作 OA 等於 OA'，等於 CD。則 A 及 A' 爲曲線之兩點。



（第 20 圖） 有焦點定差作雙曲線

今試證之，因 $AA'=2a$ $AF=A'F'$

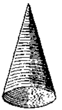
$$\text{故 } AF'-AF=AF'-A'F'=AA'=2a$$

$$A'F-A'F'=A'F-AF=AA'=2a$$

欲求他點，則 FF' 之引長線內取任一點 X。以 F' 及 F 爲圓心，$A'X$ 及 AX 爲半徑作兩弧，相交於 P 及 Q，則 P 及 Q 爲曲線之兩點。再互易兩焦點，同上作兩弧，可求得兩點 R

及 S。再於 FF' 之引長線內取他諸點。依上法可求得任若干點。然後過諸點作一曲線聯之，卽為一雙曲線，其兩焦點為 F 及 F'。其兩焦點半徑之定差為 $2a$。

O 點稱為雙曲線之中心，AA' 稱為截軸，A 及 A' 稱為頂。設 FF' 之垂直平分線內，兩點 B 及 B' 與 A 或 A' 之距離等於 c'，則 BB' 稱為雙曲線之共軛軸，以 $2b$ 表之。兩軸皆平分於中心。雙曲線上一點，與截軸之距離，稱為此點之縱線，與共軛軸之距離，稱為此點之橫線。過焦點之倍縱線，稱為通徑。



(第 21 圖)
正圓錐體

54. 圓錐體　圓錐體為一立體，其底為圓形，其面圓而斜上至頂為一點者也。由其頂至其底之中心之直線，稱為圓錐體之軸。如其軸垂直於其底，則此圓錐體為正圓錐體（第 21 圖）。

(第 22 圖)
上錐體及下錐體

正圓錐體亦稱為旋轉圓錐體。因取一直角三角板，以其一邊為軸繞之旋轉而成此體者也。若圓錐體之邊無限展長，則得二圓錐體。其在頂上者曰上錐體。其在頂下者曰下錐體（第 22 圖）。

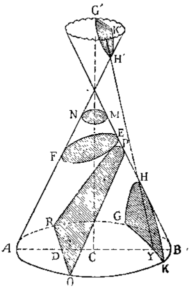
55. 圓錐曲線　圓錐曲線為正圓、橢圓、拋

物線、雙曲線之總稱。蓋以一平面分別截一正圓錐體，其截面則有此四形，故名。試分述之。

以一平面與圓錐體之底平行，而横截之，其截面即爲正圓，如 NM（第 23 圖）。

以一平面斜截圓錐體，其截面即爲橢圓，如 FE。依截平面之位置及傾斜，則橢圓之形狀及大小而有不同。

以一平面截上下兩錐體，其截面即爲雙曲線，如 GHK 及 $G'H'K'$。其截軸爲 HH'，其中心在截軸之中部。

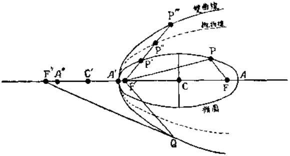


（第 23 圖）　圓錐曲線

以一平面與圓錐體之一邊平行而截之，其截面即爲拋物線，如 RPO。拋物線亦可稱爲橢圓與雙曲線之界線，因若將截平面之傾斜稍向外偏，則爲橢圓。稍向內偏，則爲雙曲線。惟不偏不倚，正與一邊平行，方爲拋物線故也。

凡拋物線之形狀皆同，不論大小，不論截自何種錐體，其形狀無不同，一如正圓之爲形，無大無小，必相同也。此非謂任何拋物線之一弧，必與另一拋物線之一弧相等，乃係凡拋物線之完全形狀，必皆同也。

56. 橢圓、拋物線、雙曲線之關係　橢圓爲閉曲線，去而復返者也。兩焦點半徑之和，等於其長軸，卽 $FP+F'P=A'A$ (第 24 圖)。



(第 24 圖)　圓錐曲線之形狀

雙曲線去而不返者也。其兩枝 $A'Q$ 及 $A'P'''$ 去至無限遠，終成爲兩條幾直線，而其彼此之分離，有一定之角度，兩焦點半徑之差，等於其截軸，卽 $F''Q-F'Q=A'A''$。

拋物線亦去而不返者也。然其兩枝並不分離，乃漸成爲兩條幾平行之線，考橢圓與雙曲線各有兩焦點，而拋物線則僅有

其一。然若將 F 移至無限遠，以之作第二焦點。而以無限長爲其長軸，則拋物線亦可視爲一橢圓。若再將 F'' 向左推至無限遠，以之作第二焦點，而以無限長爲其截軸，則拋物線又可視爲一雙曲線。

試再考其偏心率，在橢圓者 $\left(\frac{F'C}{A'C}\right)$ 小於 1。在雙曲線者 $\left(\frac{F''C'}{A'C'}\right)$ 大於 1。在拋物線者則等於 1。而在正圓者則爲零。夫偏心率者，所以定曲線之形狀者也。故凡爲拋物線者，其形狀皆同。一若正圓之與正圓也，雖有大小之異，而無不同之形也。惟橢圓與雙曲線之形狀，則萬變不窮。其窄者可爲一直線或兩分離線，其寬者則又可與其長相較。

57. 力 凡改變物體動靜之狀態者，均謂之力。吾人對於力之觀念，初起於筋肉之力。舉一物，拋一球，無不需力。然除筋肉之力外，尙有種種之力。如發條之力能使鐘擺振動不息，立木之力能支撐重物而不墜，蒸氣之力尤爲宏大。總之，欲使物體由靜而動，或由動而靜，均非力不可也。

58. 原動力與反動力 甲物體施力於乙物體時，則乙物體亦以相反相等之力施於甲物體。前者謂之原動力，後者謂之反動力。例如後車以力撞前車使之運動，則前車卽以力施於後車使之靜止。又如礮體以火藥之力迸出礮彈，而礮彈迸出時亦以

力壓礮體使之後退。又如置一物於桌上，物以重力壓桌，而桌亦以上壓力托物。吾人常謂磁針吸鐵，其實亦可謂鐵引磁針。此種之例，不勝枚舉。要皆相反相等，而爲一應力之兩面也。

59. 慣性 凡物體之靜者有恆靜之性，動者有恆動之性。非施之以外力，物體不能自動，亦不能自靜，此之謂慣性。例如火車驟開，吾人常覺有向後傾倒之勢。及其驟停，吾人又常覺有向前傾倒之勢。蓋前者因吾人全身原係靜止，而兩足忽隨車前進。後者因吾人全身方在進行，而兩足忽隨車驟停，均悖於物體之慣性，故生此結果也。

60. 質量 物體實質多寡之量，謂之質量。如木球與鐵球，大小雖同，而木球內所有之實質較少，鐵球內所有之實質較多，其質量不同也。大抵質量多者，其重量亦大。然質量與重量大有差別。如同一質量之物，在赤道稱之則重量小。在北極稱之則重量大。蓋重量者，引物向地之力也。此種引力各地不同，故物體之重量隨地而異。然其質量則任置何地皆不變。但二物體若同在一地時，其質量之比例，可以其重量表之。蓋既同在一地，則其所受之引力相同也。

測度質量之法，通常皆用重量，然亦可憑藉慣性。蓋物體不論變成何形，燒之冷之，捲之壓之，放大之或縮小之，其質量

總不變。依慣性原理，欲使物體改變其動靜狀態，須施之以力。但所需之力之大小，與質量之多寡成正比例。二磅鐵球所需之力，須二倍一磅所需者也。故藉慣性亦可定質量也。

61. 運動與速度　凡物體改變其地位時，謂之運動。其所經之路如係直線，則謂之直線運動。如係曲線則謂之曲線運動。

凡指一運動體在單位時間內所經之路爲若干，謂之速度。其在各單位時間內所經之路，遠近相同者，則謂之等速運動。如遠近不相同者，則謂之不等速運動。凡等速運動體，其速度亦必相等，謂之等速度。凡不等速運動體，其速度亦必不相等，謂之不等速度。

設有一等速運動體，其在直線上之速度每秒爲 v。在 t 秒時間內所經之路，當爲 $v\times t$。設以 s 表所經之路。則得公式如下，

$$s=vt \qquad (1)$$

詳言之，即等速運動體所經之路，等於其速度乘所需之單位時間也。

設有一等速運動體，在一圓上每秒繞行 n 週，其每週所行之路既爲 $2\pi r$，則 n 週所經者當爲 $2\pi rn$。故其速度公式

如下，

$$v=2\pi rn \qquad (2)$$

吾人亦可以其每週所需之時間(稱爲週期者)，表其速度。設以 P 爲週期，則得公式如下，

$$v=\frac{2\pi r}{P} \qquad (3)$$

62. 運動之相對性 凡物體改變其地位時，吾人則謂之運動。但決定物體之地位，極屬困難。非藉其四周他物之相互距離或方向以明之，苦無別法。故通常所謂某物已動，係以其他物體爲固定，而某物特有所移動也。所謂某物靜止，亦以其地之地面爲標準，而某物未與其地面改變距離或方向也。換言之，運動乃相對者也。

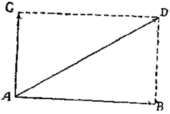
63. 速度之合併 凡一運動體同時有二速度，若此二速度係在一直線上，而方向相同者，則其合成速度，即爲此二速度之和，而方向不改。若此二速度之方向相反者，則其合成速度，爲二速度之差，而其方向則爲二速度中較大者之方向。舉例明之。

設有一船在不流動之水中，每小時可行 2 里。若在流動之水中，其速度必異。設此水之流動速度，爲每小時 3 里，船若順水而行，船之進行速度必變爲 2+3，卽 5 里。而船仍得依原

方向進行。船若逆水而行，其進行速度必變爲 2－3，即－1 里。蓋水之速度旣較船之速度爲大，則船必倒退也。

凡一運動體同時有方向不同而互成角度之二速度，若欲求其合成速度之大小及方向，可以二速度爲平行四邊形之二邊，而作一平行四邊形。其對角線卽爲所求之合成速度。舉例明之。

設有一船在不流動之水中，每小時可行 5 里。今若在每小時流動 3 里之流水中行駛，而船之進行方向適與水流動之方向成 90 度之角，則其合成速度，可依下法求之。用一定之叠度比例，作 AB 線長 5 里（第 25 圖），以表船行之速度。作 AC 線與 AB 成 90 度之角，長 3 里，以表水流之速度。然後由 C 點作 CD 線與 AB 平行，由 B 點作 BD 線與 AC 平行。如此則得一 $ABDC$ 之平行四邊形。此平行四邊形之對角線 AD，卽爲所求之合成速度也。蓋當船由 AB 方向進行 5 里時，船被水衝向 AC 方向 3 里。故一小時後船不克至 B 點。而被移至 D 點。按船一路進行時，一路起如此之作用。故船實在

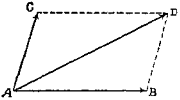


（第 25 圖）　成直角之二速度之合併

進行之方向不為 AB 方向，亦不為 AC 方向，而為 AD 方向也。吾人若繪之精準，則可量得 AD 約長 5.83 里。此即船之合成速度也。考 AB 既與 AC 成 90 度之角，AD 線亦可用算學法求之，其公式如下：

$$AD^2 = AB^2 + AC^2 \qquad \text{或}\ AD = \sqrt{AB^2 + AC^2}$$

試再舉一例，設由行動之火車上斜拋一球。假定火車每秒行 50 呎，而球每秒行 40 呎，試以地面為標準，求此球之合成速度。作第 26 圖一如上法，所異者 AB 與 AC 不成直角，而成銳角。如此，量得 AD 線約為 76 呎。此即球行之合成速度也。若知 AB 與 AC 所成之角度，則 AD 線亦可用三角法求之。蓋 AD 實為三角 ABD 之一邊也。其公式如下：

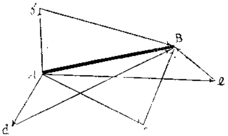


（第 26 圖）　成銳角之二速度之合併

$$AD^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB \cdot AC \cdot \cos CAB.$$

64. 速度之分解　由上可知二速度可合為一速度，然則一速度亦可分為二速度乎。曰可。蓋祇須將二速度之合併法，反其道而行之可也。然同一速度，則有若干之分解方式。如第 27 圖，AB 速度可分為 Ac 與 cB 二速度，亦可分為 Ad 與

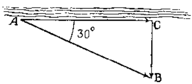
dB 二速度，更可分爲 Ae 與 eB 二速度。總之凡由 A 起至 B 終之二速度皆可。如此則速度之分解，似可任意爲之，而漫無限



(第 27 圖)

制矣。其實不然。蓋若將分解速度之方向指出，則惟有一種之分解爲可能。故分一速度爲二速度時，其界限頗爲明確也。

設有一船在湖中每秒行 10 呎，其駛進之方向與湖之直岸成 30° 之角。試求此船沿岸而行之速度，與其駛進湖內之速度各爲若干。試以 AB（第 28 圖）表每秒 10 呎之速度，畫 AC 與湖岸平行，而與 AB 成 30° 之角。畫 CB 垂直於 AC。如此則 AC 與 CB 爲所求之二速度。一與湖岸平行，一與湖岸成直角。而其合成速度則爲 AB。故吾人可視 AC 爲此船與岸平行之速度，CB 爲與岸成直角之速度。其數則可用 AB 之量度比例以量之。然亦可用三角法求之。因



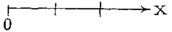
(第 28 圖)

$$AC = AB \cdot \cos 30^\circ \quad \text{故} \quad AC = 8.66 \text{ 呎（每秒）}$$

$$CB = AB \cdot \sin 30^\circ \quad \text{故} \quad CB = 5 \quad \text{呎（每秒）}$$

65.平行四邊形定律及其分解法 由上兩節之論述，則知以二速度爲二邊作一平行四邊形，其對角線則爲合成速度。更可將一合成速度分解而爲二速度，以溯其源。考此種平行四邊形之定理，不僅速度有然，卽加速度與變位或力亦皆有然，實爲普徧之定理，故學者梳稱之爲平行四邊形定律。今專就力研究之，餘者類推可也。

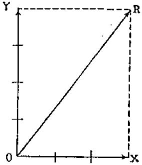
吾人首應注意者，力學通例，概以箭頭表力之方向，以箭尾表力之發動點，以箭長表力之大小。如第 29 圖之箭，其長爲 3 單位，若以每單位表 10 磅，則 OX 箭表 30 磅之力，發動於 O 點，而作用方向向東。



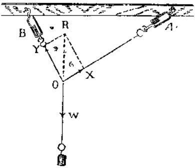
（第 29 圖）

再如第 30 圖，OX 與 OY 表 30 磅與 40 磅之二力，皆發動於 O 點。OX 之作用方向向東，而 OY 向北。若此二力同時作用於在 O 點之一物體上，則其結果與一力 OR 作用於該物體上時相同。

茲作試驗以明之。設懸 A, B 二簧秤於黑板上之二釘，如第 31 圖。以線聯其二鈎，將已知重量之物體 W 掛於此線之



(第 30 圖)



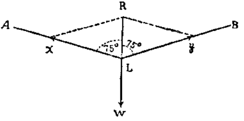
(第 31 圖)

中央。若於三線後各畫一線於黑板，則可以此表三力之方向。吾人更可由物體之重量及 A，B 二簧秤之星號上得知各線之張力爲若干。然後將此物體稍移之，並畫其圖。再擇一便利之量度比例，藉以定在 OA 線上與 OA 張力相符之距離，而置一箭頭於 X 點。依同法定 Y 於 OB。然後畫 XR 與 OY 平行，YR 與 OX 平行，而完成一平行四邊形。如此則 OR 顯爲 OX 與 OY 合併而成之合成力矣。蓋吾人若量度 OR，而以前用之量度比例以定其大小。則此合成力 OR 適與第三力 OW 相等相反。換言之，即 OW 因 OR 而平衡，亦即因 OX 與 OY 而平衡也。

故二力之作用若互成角度時，其合成力則等於以二力爲

二邊而作成之平行四邊形之對角線也。

試更作一分解之試驗。設懸一 50 磅重之物體 W 於 ALB 繩上（第 32 圖）。繩必挫下致 ALR 與 BLR 各成 75° 之角。由 L 畫 LW 以表 50 磅。夫懸此物體之力既出於此二繩，則此二繩之張力之合併，必與物體之



（第 32 圖）

重量相等相反，故可畫 LR 與 LW 相等相反。然後以 LR 爲對角線，以與 LA 及 LB 平行之 Ry 及 Rx 爲邊，而作一平行四邊形。如此則 Ly 表 LB 繩之張力，量之則等於 96.6 磅。Lx 表 LA 繩之張力，量之則亦等於 96.6 磅。

總之，一力可分爲已知方向之二力。其法卽以已知之力爲對角線，以已知之作用方向爲二邊，而作一平行四邊形可也。

66. 直線加速度　凡不等速度其每繼續之二單位時間內所差之數，謂之加速度。加速度亦分等加速度與不等加速度二種。今試述其直線等加速度之公式如下。

設有一種運動體，其第一秒之速度爲 u。以後則每秒增

加速度，設所增之數為 a，則 t 秒後之速度為 $u+at$。設以 v 表此 t 秒後之速度，則得公式如下：

$$v=u+at \tag{1}$$

或 $a=\dfrac{v-u}{t}$

欲求 t 秒所經之路，則以 t 乘其平均速度。按數學原理，凡數個等加之數，其平均數恆為首尾二數相加之半。例如 1, 2, 3, 4, 5，係五個等加數。其平均數為 $\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=3$。然其平均數 3 亦可由首尾二數 1 與 5 相加後折半得之。卽 $\dfrac{1+5}{2}=3$。今欲求等加速度之平均速度，其法亦如此。設以 s 表 t 秒所經之路，則得公式如下：

$$s=\frac{v+u}{2}t \tag{2}$$

但 $v=u+at$

故 $$s=ut+\frac{1}{2}at^2 \tag{3}$$

既然 $v=u+at$

故 $v^2=(u+at)^2$

$=u^2+2aut+a^2t^2$

$=u^2+2a\left(ut+\frac{1}{2}at^2\right)$

然 $ut+\frac{1}{2}at^2=s$

故 $v^2=u^2+2as$ (4)

運用以上各公式，若知 u, v, a, t, s 中之任何三數，卽可求得其餘二數。所應注意者，若一物係由靜而動，並無原速度，則 u 等於零。

67. 負加速度 加速度又分正負二種。正加速度者速度遞增之謂也。負加速度者速度遞減之謂也。例如由高處向下擲球。球則愈墜愈速。此正加速度也。由下向上拋球，球則愈升愈遲。此負加速度也。

設有一運動體，其第一秒之速度爲 u。以後則每秒減少速度。設所減之數爲 a，則 t 秒後之速度爲 $u-at$。設以 v 表此 t 秒後之速度。則得公式如下：

$$v=u-at \quad (1)$$

如此，故欲求 t 秒所經之路或其他各關係。則將上節各公式中之 $u+at$ 改爲 $u-at$ 可也。故得公式如下：

$$s=ut-\frac{1}{2}at^2 \quad (2)$$

$$v^2=u^2-2as \quad (3)$$

所應注意者，速度減至極點。則 v 等於零。

茲設一題以明負加速度之意義及其推算法。設有一火車在每小時行 50 哩時。司機人忽見 200 碼前之路軌上有一幼兒。若其制動機只能每秒減速 4 呎。試問此車能否及時停止。

查題中所包之數有 v, u, a 及 s。但 s 爲吾人所欲知者，可作未知數。v 則等於零。故可用上列第 (3) 式。

$$v^2=u^2-2as$$

又可變爲　$$s=\frac{u^2}{2a}$$

吾人知　$u=50$ 哩 (每小時) $=73.3$ 呎(每秒)

$a=4$ 呎 (每秒)

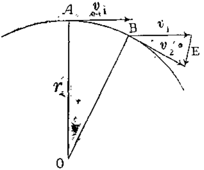
故　$$s=\frac{(73.3)^2}{2\times4}=672\text{ 呎}=224\text{ 碼}$$

故知此車不能及時停止也。其他負加速度之例。如鐘擺之搖蕩，音叉之振動，物體懸於彈簧之上下跳躍皆是也 (參閱第 69 節)。

68. 曲線加速度　如一運動體原有某種速度，今又以一外力施於其上，則其速度之改變，不外三種。或加速或減速，或改方向。夫此三者旣皆使原速度有所改變，故統謂之加速度。由此可知物體之所以改其直線運動之方向，而循曲線以等速進行者。必有一種外力由其運動方向之直角處常常施於其上也。

今依此理,研究圓周上之加速度。

設有一等速運動體在圓周上由 A 至 B (第33圖),其速度僅有方向之改變,卽由 v_1 至 v_2 也。但此種速度之改變等於原速度 v_1 與另一速度 E 之合併。故此另一速度 E 爲 AB 間速度之改變。若以由 A 至 B 之運行時間 t 除之,卽得 AB 間之平均加速度,或 $a=\frac{E}{t}$。



(第 33 圖) 圓周上之加速度

設 d 爲 AB 距離,既然 OAB 與 v_1, v_2, E 所組成之三角幾相似。故可得比例 $r:d=v:E$, 其中 v 等於 v_1 或 v_2。但 $d=vt$, 而 $a=\frac{E}{t}$ 或 $E=at$, 故

又得 $$r:vt=v:at$$

亦卽 $$a=\frac{v^2}{r}$$

查此種關係並非近似的,乃極準確者也,蓋 B 漸近 A 時,三角 v_1Ev_2 與 OAB 必漸近相似。而 AB 間之平均加速度必漸近 A 之眞加速度。且 E 與中分 AOB 角之線平行,故 B 漸近

A 時，E 之方向漸近 AO 方向。故運動體之加速度在圓周上之任何點皆直向中心，且等於 $\frac{v^2}{r}$ 也。

69. 重力加速度　凡物由上自由下墜，其速度愈久愈大。謂之重力加速度。考此種加速度之起因，實由於有一種力時時牽引，而使之向地以墜也。此力實即地心之引力。而吾人恆認爲物體之重力。按尋常之人莫不以爲物之較重者，其墜亦較速。而較輕者其墜亦較遲。其實不然，經科學家研究之後。知銅元與雞毛若裝於無空氣之筒中。則其下墜之加速度相等。換言之，不論物體之輕重大小。苟能將空氣之阻力除去。其重力加速度恆各相等。然此種加速度隨地而異。平均言之，每秒爲 32 呎。按加速度本當以 a 表之。而科學家於此特以 g 表之。蓋所以識別也。

故關於物體自由下墜之各公式。即將前節各公式中之 a 改爲 g 可也。列之如下：

$$v=u+gt \tag{1}$$

$$s=ut+\frac{1}{2}gt^2 \tag{2}$$

$$v^2=u^2+2gs \tag{3}$$

若一物係由靜而動，並無原速度。則 u 等於零。是故

$$v=gt \tag{4}$$

$$s=\frac{1}{2}gt^2 \tag{5}$$

$$v^2=2gs \tag{6}$$

若一物向上拋去時，吾人可以上為正方向，下為負方向。g既向下，故當然為負方向。如此則

$$v=u-gt \tag{7}$$

$$s=ut-\frac{1}{2}gt^2 \tag{8}$$

$$v^2=u^2-2gs \tag{9}$$

當物體升至最高點時，v 則等於零。是故

$$t=\frac{u}{g} \tag{10}$$

物體上升之最高度。公式如次

$$s=\frac{u^2}{2g} \tag{11}$$

欲求其復下墜至地所需之時間，可將 $s=o$ 代入第 (8) 式。此則表明一升一墜所共需之時間等於上升時間$(t=\frac{u}{g})$之二倍。換言之，即上升與下墜之時間相等。更由第 (9) 式可推知其下墜至原出發點之速度（即當 s 再等於零時），等於拋去之速度，但為相反之方向。

70. 運動量 考運動物體，若欲其停止，有須用極大之力而後止者，有只需些少之力而卽止者。可知物體之運動，其大小之量有不同也。此種運動大小之量，謂之運動量。經科學家研究之後，知運動量之大小。須視運動體質量之多寡及運動體速度之大小而定。試分別述之。

設有大小二鐵球，大者之質量自較小者爲多。設此二球每分鐘均各行 100 呎。今欲使此二球停止，則吾人均知大球所需之力，較小球所需者爲大。蓋因大球之運動量，較小球之運動量爲大也。然二球之速度旣相同，可知大球之運動量所以較大者，必因其質量較多之故。由此觀之，運動量之大小，須視質量之多寡明矣。

再設有質量相同之甲乙二小球。甲球以鎗射之，乙球以手拋之。則甲球之速度，必較乙球爲大。今欲使此二球停止，則吾人均知甲球所需之力，必較乙球所需者爲大。蓋因甲球之運動量，較乙球之運動量爲大也。然二球之質量旣相同，可知甲球運動量之所以較大者，必因其速度較大之故。由此觀之，運動量之大小，須視速度之大小明矣。

總上以觀，可知運動量之大小，須視運動體之質量及速度之大小而定也。故質量多一倍，則運動量亦多一倍。速度大一

倍，則運動量亦大一倍。試以 m 表質量，以 v 表速度。則得運動量之公式如下：

$$運動量=mv$$

71. 外力 考以力施於物體之上，不論物體之原狀態爲動爲靜。其所生之效果，須視力之大小而定。此種所施之力謂之外力。經科學家研究之後，知外力之大小，須視力之大小及時之長短而定。試分別述之。

設有一車，以大力推之，則其行較速。以小力推之，則其行較遲。可知所施之力較大者，其所生之效果亦較大。所施之力較小者，則其所生之效果亦較小。由是觀之，外力之大小，須視力之大小而定明矣。

吾人常見重大之物體，初推之不動，然推之較久而能動。若既動之後，仍繼續推之，則久而其動更速，可知施力之時較長者，則其所生之效果亦較大。施力之時較短者，則其所生之效果亦較小。由此觀之，外力之大小，須視施力之時之長短而定明矣。

總上以觀，可知外力之大小，須視所施之力之大小及施力之時之長短而定。故所用之力若大一倍，則外力亦大一倍。施力之時若長一倍，則外力亦大一倍。今以 F 表外力，以 t 表時，

則得外力之公式如下：

$$外力=Ft$$

72. 運動定律　運動定律爲牛頓氏（見第19節）所發明，世稱牛頓之運動定律。此定律規定物體之運動，受外力後，起何種之結果也。考此定律，共有三條。述之如下：

第一律　凡物體若無外力以擾之。則靜者恆靜，而動者恆依直線之路，等速進行，永無止境。

第二律　凡物體受有外力，則其運動量之改變，恆等於外力之大小。且其改變之方向恆與外力之方向相同。

第三律　凡原動力必生反動力。此二力之大小適相等，而方向則相反。

按第一律物體若無外力以擾之，則靜者恆靜。此固爲吾人所熟稔。惟物體若無外力以擾之，則動者恆依直線之路，等速進行，永無止境一節，驟聞之似與經驗不符。因吾人從未見有一物若不時施外力，而能永久自動者。然此實爲物性。蓋當物體發動之始，固須施以外力，既動之後，則單純之運動並不需力。惟欲改運動之方向或速度時，方須施以外力也。吾人所以未見物體永久自動者，實因受有阻力之故。如空氣之抵觸，物質之摩擦，皆顯著之阻力也。火車既達等速之後，其車頭之力，

全用以消滅阻力。苟無阻力，則將車頭摘去，而車能永久運行不止也。

73 第二律之討論 考第二律之用，在吾人可藉此以測量力之大小。蓋依此律，運動量之改變，則可求之如下：

前見運動量恆等質量乘速度，故設有一物體，其質量爲 m，其速度爲 u，則其本來之運動量，當爲 $m u$。今此物若受有外力，致其速度增爲 v。則受力後，該物體之運動量，當爲 $m v$。故受力後之運動量 $m v$，與未受力前之運動量 $m u$ 相差之數，即爲運動量之改變矣。故 $m v-m u$，即爲運動量之改變。夫外力既爲 Ft，故依第二律，得 $mv-mu=Ft$。故 $F=\frac{mv-mu}{t}$。或可書之如下：

$$F=m\left(\frac{v-u}{t}\right) \qquad (1)$$

詳言之，即設有一 m 質量之物體。其本來之速度爲 u。今若以力施於此物體上共 t 時之久，致 t 時後，其物體之速度變爲 v，則所施之力之大小，即可以 $m\left(\frac{v-u}{t}\right)$ 之數測量之矣。

但若施力之時 t 極短時，則 $\left(\frac{v-u}{t}\right)$ 漸近施力時之真加速度，以至於相等而後已。蓋 $a=\frac{v-u}{t}$，以 a 代上式中之

$\frac{v-u}{t}$，即得

$$F=ma \qquad (2)$$

此式極爲簡單，用以量爲時極短之力，非常便利。但若物體本係靜止者，則須用第 (1) 公式，u 自等於零。若一物體依直線等速進行時，則其加速度爲零。故按 $F=ma$ 公式，力亦等於零。在此情形下，運動體保持平衡，正與第一律中所謂動者恆依直線之路等速進行永無止境之理相符合。

又按第二律，凡運動量改變之方向，恆與外力之方向相同。故如一物體同時受有二外力。則每一外力所起運動量之改變，各有其一定之方向，故此物體運動量之改變，如其有二方向，此二方向之運動量改變，即可照二速度合併之法合併之。則可求得其合成運動量之改變矣。

凡運動體起加速度時，其所受之力，概以 $F=ma$ 公式測量之。夫等速運動體在圓周上之加速度既爲 $a=\frac{v^2}{r}$，故其所受之外力之公式如下：

$$F=m\frac{v^2}{r} \qquad (3)$$

式內 r 爲圓周之半徑，v 爲物體之速度，m 爲物體之質量，而此力之方向永向中心。

74. 加速度與外力之比例 上節討論第二律，已甚詳盡。應用公式，均已列出。然該律仍可易詞以言之，而另成一公式。以備將來推求太陽引力時之引用(見第 167 節)。其詞曰，凡物體之加速度與其所受之外力成正比例。例如一物體一次受有外力 F_1，又一次受有外力 F_2，則其比例如下：

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{a_1}{a_2} \qquad (1)$$

式內 a_1 與 a_2 表 F_1 與 F_2 所生之加速度。如此，故吾人若以若干力推一車，異時又以二倍之力推之，則其加速度必二倍於第一次。

欲使一力施作用於物體，法莫善於令物體下墜。因在此情形下，力爲已知數，即物體之重力 W (見第 76 節)。加速度亦爲已知數，即每秒 32 呎之 g。故物體下墜時，其重力及加速度可作上列比例式中之二數，而書之如下：

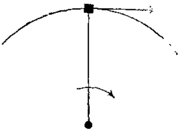
$$\frac{F}{W}=\frac{a}{g} \qquad (2)$$

故欲施力於物體，以使其成某種之加速度，可藉此式以推計其力之大小。試舉例以明之。如有一貨車重 1000 噸，欲使其每秒之加速度爲半呎。須用若干力。

$$\frac{F}{1000}=\frac{0.5}{32}$$

$$F=\frac{1000\times0.5}{32}=15.6\text{ 噸}$$

75. 向心力與離心力　吾人以繩繫石而旋轉之如第34圖，每覺該石有向外牽引之力。其故因石本欲依直線進行。惟時被繫繩所牽引，致不克依直線進行，乃依圓周進行也。此繫繩牽引之力謂之向心力。此石向外牽引之力謂之離心力。二力相等相反，而實爲一應力之兩面也。倘繫繩一斷，此石並不離心而去，乃依圓周之切線而去也。



（第 34 圖）　離心力之直進

試再舉離心力之顯例二則。以繩繫盛水之杯，向上使循圓周轉動。杯在上時，其口雖向下，而水仍不傾瀉。此離心力使然也。小學生繞圈競走時，上身常向內傾斜。競走愈疾，傾斜愈甚。此亦因離心力之作用，而不得不然，以求其平衡也。

凡物體在圓周上運動，必有加速度。而發生此加速度之外力，其方向永向中心。故上節第(3)式 $F=m\frac{v^2}{r}$ 之力，即向

心力也。按第 61 節第（2）式，物體在圓周上運動之公式 $v=2\pi r n$。故向心力 $(F=\frac{mv^2}{r})$ 之公式可變爲

$$F=m\,4\pi^2 n^2 r \qquad (1)$$

又按第 61 節第 (3) 公式，$v=\frac{2\pi r}{P}$。故向心力之公式又可變爲

$$F=m\frac{4\pi^2 r}{P^2} \qquad (2)$$

76. 力之測量法 欲測量力之多寡，須定一標準。今日科學界常用之量力標準有二。曰絕對標準，曰重力標準。

絕對標準即利用 $F=ma$ 公式，凡以力 (F) 施於一克之質量 (m) 上，能使此質量每秒得加速度 (a) 一糎者，則此所施之力即作爲量力之標準，謂之一達因(dyne)。例如以 100 達因之力，施於 10 克重之物體上，能使此物體每秒得加速度 10 糎也。

達因爲法國之標準，英國則用磅達(poundal)。凡施力 (F) 於一磅之質量 (m) 上，能使此質量每秒得加速度 (a) 一呎者，則此所施之力即作爲量力之標準，謂之一磅達。

重力標準係以一定多寡質量之重爲標準，例如一克質量之重，或一磅質量之重，均可作爲一標準也。然質量不隨地而

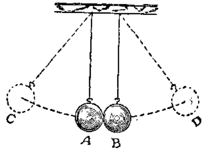
改,而重力則隨地而異。故絕對標準爲科學家所採用。試以 W 表重力, m 表質量, g 表重力加速度,依 $F=ma$ 公式,則得重力公式如下:

$$W=mg。$$

77. 第三律之討論 此律謂凡原動力必生反動力。此二力之大小適相等,而方向則相反,其例已見第 58 節。考此律係規定兩物體相互作用時之情形。其主旨蓋謂任何物體改變他物體之動靜狀態時,其自身之狀態亦必不能無相當之改變也。不論二物體爲實際之接觸,抑爲彼不可見之力如引力者所聯結,其結果必同遵此律。此屢經試驗,毫無失誤者也。吾人所以不能得一清析之例證者,實由於無任何二物專屬於相互之作用,而不受其他外力之擾動也。例如力士與弱女拔河。必見弱女爲之被拉而前,而力士挺立不稍動也。其故實由於別有外力作用於其間也。其最著者,爲足與地之摩擦。倘二人各據一舟,實行拔河於水上,則必皆有移動。且其速度各與其身體之質量成反比例,即身體愈重者,其移動愈遲。故能將外力除去愈多時,此律之證明愈近真。天體運行,爲受外力擾動之最少者也,故其遵守此律之程度亦愈高。

今更作一試驗,試懸 A 及 B 二相同之象牙球(第 35 圖)。將

A 移至 C 處而放之。則見 A 球擊 B 球時，A 球卽行停止。而 B 球則被擊而至 D 處。且 D 之高等於 C 之高。



(第 35 圖) 原動力與反動力

設 A 球之質量爲 m。B 球之量爲 m'。又設A球由 C 至 A 時之速度爲 v。而 B 球由 B 至 D 時之速度爲 u。則 A 球之運動量當爲 mv。而 B 球之運動量當爲 $m'u$。以上試驗中 A 球擊 B 球後，旣被停止，則可知 B 球得有 $m'u$ 之運動量時，必生有 $-m'u$ 之運動量。且此 $-m'u$ 之運動量，必與 mv 之運動量大小相等。故相抵相銷而使 A 球停止也。故原動力及反動力之大小及方向之關係。可以下式表之。

$$mv=-m'u$$

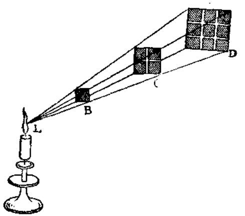
由此式可知若 m 及 m' 之質量大小相等。則 v 及 u 之大小亦必相等。此所以 D 之高等於 C 之高也。若 m 及 m' 之質量不等，則其高低亦必不同矣。

78. 萬有引力　投一物於空中，何以此物必墜於地。在今日之科學，尙不能解釋其故。但牛頓認此現象爲宇宙間普徧事

實之一種，一切天體之運動，皆表現此種事實，不惟地上已也。氏於是以數理一一證明之，而稱此種事實爲萬有引力。其萬有引力之定律曰，任何二物體，彼此必相吸引。其吸引力之大小，恆與此二物體質量相乘之積成正比例，而與此二物體距離之平方成反比例。

試將此律分析硏究之。其第一義曰，吸引力之大小，恆與二物體質量相乘之積成正比例。設有甲乙二物體互相吸引。若其距離不變，而甲之質量增大 2 倍或 3 倍，則其互相吸引之力亦增大 2 倍或 3 倍。但若甲之質量增大 2 倍，而乙之質量增大 3 倍，距離仍不變，則其互相吸引之力增大 6 倍，蓋 2 與 3 相乘之積爲 6 也。

其第二義曰，吸引力之大小，恆與二物體距離之平方成反比例。設有甲乙二物體，互相吸引。若其質量不變，惟距離由 1 單位而增爲 2，3 等單位，則其互相吸引之力必遞減。而其遞減之數，則爲 4 倍，9 倍等。試以光理說明之。蓋光度之強弱恆與發光體之距離之平方成反比例，正與吸引力之理相同。試取 B. C. D. 三硬紙片（第 36 圖）。B 每邊長 2 糎，C 每邊長 4 糎，D 每邊長 6 糎。則此三紙片面積之比例爲 1 : 4 : 9。即 B 之面積爲 1 單位，C 之面積爲 4 單位，D 之面積爲 9 單位也。乃以



(第 36 圖) 光度減弱圖

一燭光 L 置於 D 之前，然後以 C 隔於 D 及 L 之中，至 D 上之光適被 C 盡行遮蔽而止。然後再以 B，置於 C 及 L 之中，亦至 C 上之光，適被 B 盡行遮蔽而止。如小心爲之，則可測知 $B.C.D$ 三紙片，與燭火距離之比例爲 1：2：3。夫每紙片旣適將其後之紙片遮蔽，則每紙片所受光之多寡，自必相同。然同一多寡之光，而 B 片則以 1 單位受之，C 片則以 4 單位受之。D 片則以 9 單位受之。故 C 片每一單位上所受之光，較 B 片之一單位爲弱 4 倍。而 D 片每一單位上所受之光，較 B 片之一單位爲弱 9 倍。然三紙片與燭火距離之比例爲 1：2：3。今三紙片每一單位上所受之光漸弱之比例爲 1：4：9，卽 1：2：3

各數之平方，可知離燭愈遠，則每單位所受之光愈少。其所少之數，卽等於其與燭距離之平方。明乎此，則吸引力所以愈遠愈小之理，亦可得而知之矣。

79. 球體之吸引 倘二物體各爲球體，則因其形體勻稱之故，吸引力之作用，一若起於彼此之中心，其質量亦一若集中於彼此之中心。故量二物體之距離，須以二物體之中心爲準。但若二物體之距離，與其體積較，爲非常之大，則二物體無論爲何形狀，亦幾與球體者，同其結果。

牛頓又進而闡明凡空心球體，其各處之吸引力爲零。詳言之，卽若置一物於此空殼中之任何處。則此物將無任何方向之墜落也。然若將此物移置於空殼之外，則其被吸引之方向，仍向中心。

依前節之定律及此節之屬性，則任何二物體若被阻不克自由趨就時，其彼此間吸引力之公式，可書之如下：

$$F=\frac{m\times M}{r^2}C$$

式內 r 爲二物體中心之距離。m，M 爲二物體之質量，C 爲引力常數。引力常數詳見第 81 節。

80. 引力之加速度 若 m 與 M 二物體，在彼此吸引時，獲自由趨就之機會，則互相趨就之。在第一秒之末，m 發生之

速度爲 $U=\frac{M}{r^2}C$。由此式可知 m 之速度，完全視 M 之質量而定，與m自身無涉。故銅元與雞毛在眞空中若二者與第三物體之距離相等，則二者墜於第三物體之速度亦必相等也。

依同理，M在第一秒之末發生之速度爲 $V=\frac{m}{r^2}C$。故此二物體彼此趨就之速度，爲該二速度相加之和。若以f表此相對之加速度（即在一秒內發生之趨就速度），則得公式如下：

$$f=\frac{m+M}{r^2}C$$

凡天體因彼此吸引而發生之運動，統藉此式以求之。所當注意者，引力 F 以二質量之積作分子，而相對之加速度 f，則以二者之和作分子。其表法如 g，亦以每秒若干呎表之也。

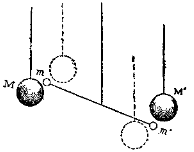
凡物體墜地，係因物體與地互相吸引之故，然吾人生平只見物體向下趨就於地，而未見地向上趨就於物體者，何也。此其故甚爲簡單。蓋依上式所示，物體之速度，由地質量之大小而定。地之速度，由物體質量之大小而定。夫物體之質量，若與地球之質量較，其小奚止若干萬萬倍，故地向上趨就物體之速度幾等於無。然若有一物體，其大如月，則地亦將不得不趨就之矣（詳見第 205，206 節）。

81. 引力常數　凡任何二物，以單位質量，置於單位距離之二點，其互相吸引之力，謂之引力常數。據今所知，凡宇宙間

任何物質，無大無小，遠者如恆星，近者如日月及地上萬物，其互相吸引之力皆相等。故引力之常數爲絕對的。此雖未經絕對證明，然迄今所知，並無與此不合之現象。且每遇一新發明，無不證實此說爲無誤。

據科學家博愛 (Boys) 氏之精確測量。知凡二物，若各爲一克之質量，置於一糎距離之二點，則其互相吸引之力爲 0,000,000,066,57 達因 (6657×10^{-11})，或書爲一千五百萬分之一達因 ($\frac{1}{15,000,000}$)，是即引力常數之值也。例如有一物，其質量 m 爲 1000 克，又一物其質量 M 爲 2000 克，二者之距離爲 10 糎，以達因計其互相吸引之力，則爲 $\frac{1000 \times 2000}{100} \times \frac{1}{15,000,000}$ 即 $20000 \times \frac{1}{15,000,000}$ 或 $\frac{1}{750}$ 達因。

試將其測量之法略述之。鑲二小球 m 與 m' 於一橫桿之兩端(第 37 圖)。用細絲由橫桿之中央吊起。然後另吊兩大鉛球 M 與 M' 於 m 與 m' 之附近，而方向相反。期使橫桿受吸引時易於向一方轉動也。爲免除空氣之擾動，特將以上之儀



(第 37 圖)

器置於一極嚴密之玻璃箱中，而以顯微鏡窺其轉動。既見橫桿轉動後，又將二大鉛球改吊於虛線之地位，期使橫桿相反轉動也。由以上之觀察，加以橫桿轉動所需之力之推計，精密求之，而得引力常數如上。

82. 引力與重力之區別　每有人混引力與重力為一談，誤矣。蓋引力者地球與物體彼此吸引之力也。重力者乃將此吸引力與物體繞地而生之離心力合併而成之合成力也。物體之重量，由此合成力決定之。墜體之速度及方向亦由此合成力決定之。假設地球停轉，則引力與重力歸一致矣。

83. 刻卜勒氏三定律　德人刻卜勒(Kepler)氏(詳見第17節)研究行星之運動。積若干年之觀察，而得三條結論，世稱刻卜勒三定律(Kepler's Law)。茲分述於下：

第一律　行星軌道為橢圓形，太陽居於二焦點之一。

第二律　行星繞日而行，等期間內有向半徑所畫之扇形面積必相等。

第三律　行星週期之平方，與行星及太陽之平均距離之立方成正比例。其公式為 $P_1^2 : P_2^2 = A_1^3 : A_2^3$

以上三定律為刻卜勒觀察所得之事實。而當時未知其所以然之故。及牛頓出，乃以萬有引力之說，一一證明之，謂為力

學上當然之結果。其種種證明，本書皆詳密研究之。近人愛因斯坦雖發明相對性原理，將牛頓之萬有引力加以修正，但其方法非常複雜，不若牛頓之簡而易明。且以之研究地球，與用牛頓之法所得之結果無甚出入。本書爲初學者易於明瞭起見，乃悉以牛頓萬有引力爲根據也。

84. 移動與轉動　凡物體之運動，不外移動與轉動二種。移動者物體運動時其體中任何二點相聯之直線，永自保持平行之謂也。轉動者物體中之任何一線靜止，而其餘各點皆環繞此線而動之謂也。此靜止線稱轉動軸。例如一書移動於桌上，其一邊永與桌之一邊平行，則謂之移動。若書之一邊改其方向，則謂之轉動。

但物體之運動，除純移動與純轉動外，尙有合移動與轉動而成者。例如脚踏車前進時，其輪一面轉動，其軸一面移動。又如拋一杖於空中，吾人則見其有一點循直線或拋物線進行，而其他各點皆環繞此點而轉動。

85. 偶力與扭力　偶力者二力皆爲相反運動，而有構成轉動趨向者也。如平懸一尺，而以相反相等之二力加乎其上（不在一直線上），則必見其轉動。此偶力也。至吾人所習見之偶力，則爲以二指絞上鐘錶。由經驗所得，知力之作用線離轉動軸愈遠，則使物體轉動之能愈大。故開重門時，離軸愈遠，推拉愈輕。是故欲知使物體轉動之能之大小，須視所施之力之大

小，及作用線與軸之遠近而定也。此種之能，力學上謂之扭力。

86. 角速度 物體轉動時，其各部分不論離軸遠近，在同時所經之角度必皆相等。其在任何時轉動之數，謂之角速度。此角速度通常多以每秒若干弧度(radians)計之，而以希臘字母 ω 表之。

弧度者等於半徑之圓周弧也。故得公式如下.

$$v=\omega r$$

式內 v 爲任何質點距轉動軸 r 遠時之線速度。設有一輪，其半徑爲 15 吋，每秒轉動三周。其角速度則爲每秒 $3\times2\pi$ 弧度，其輪邊上任何一點之線速度，則爲每秒 $3\times2\pi\times15$ 吋也。

87. 角加速度 物體之角速度若有改變時，其每秒所改變之數，謂之角加速度。此角加速度，通常多以 A 表之。設角速度在 t 秒時由 ω_1 變爲 ω_2，則得公式如下：

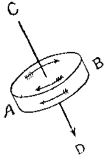
$$A=\frac{\omega_2-\omega_1}{t}$$

$$\text{或}\quad \omega_2=\omega_1+At$$

式內 A 爲 t 時之平均加速度。

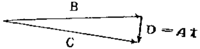
轉動軸之方向若有改變，則亦構成角加速度。雖繞軸而轉之速度不變，然仍爲角加速度。因有外力加乎其上也。正猶曲線加速度，只有方向之改變，卽爲加速度也。欲明此理，可取驗於陀螺。當陀螺旋轉時，若其軸傾斜，則必見其軸一面保持與垂線傾斜之原度數，一面又轉動而畫一圓形。

88. 角速度之表示法　吾人皆知綫速度之方向及大小，可以一直線表之。此直線謂之向量。物體之角速度亦可以向量表之。通常所用之法，卽通過轉動軸畫一直線。其長與角速度之大小成正比例。其一端冠以箭頭。使人望之，則知其旋轉係取時鐘方向。例如 AB 為旋轉體（第 38 圖）。其角速度為 10，則以 10 單位長，取 CD 方向之向量表之。若欲表時鐘二針每小時之角速度，則由鐘面之中心向後畫二直線。其表分針者應較表時針者長 12 倍。如此，則旋轉之方向及大小，盡知之矣。



（第 38 圖）　以向量表轉動

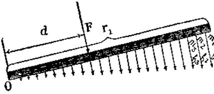
89. 角速度之改向　轉動軸之方向若有改變，其一霎時之角速度可以向量 B 表之（第 39 圖）。在後一霎時者可以向量 C 表之。如此，則角速度之改變可以向量 D 表之。蓋按平行四邊形之定理，D 與 B 合併乃生 C 也。設 t 為改變之時間，則 $D=At$，式內 A 為角加速度。欲明此種之角加速度，可取驗於陀螺。



（第 39 圖）　角速度之改向

90. 角加速度起於扭力 按牛頓之運動第二律所示，凡運動體起加速度時，其所受之外力概以 $F=ma$ 公式測量之。其理已見第 73 節。考旋轉體起角加速度時，其所受之扭力亦遵此律。試說明之。

設有一棒（第 40 圖），在與 O 軸相去 d 遠處受有一外力



（第 40 圖） 扭 力

F。試求此棒因受扭力 Fd 後，其繞軸旋轉之速度增加若干。

設想此棒分爲若干小質量如 m_1, m_2, m_3 等。假設外力 F 之效果，係使此棒之旋轉發生角加速度 A。卽本來之角速度每秒增加 A 弧度。則質量 m_1 在距 O 軸 r_1 遠處之線加速度當爲 $r_1 A$。故施於 m_1 上之力必爲 $m_1 r_1 A$。可以 f_1 表之。考此力 f_1 係由 F 而起，因棒爲固體之故，乃傳至 m_1 也。依同理 m_2 所受之力必爲 $f_2=m_2r_2 A$，因其加速度爲 $r_2 A$ 也。以此類推，全棒之質量 m_1, m_2, m_3 等各箇所受之力，適發生其各箇之加速度。如圖中之箭頭所示者然。

試以一與 f_1 相等相反之力加乎 m_1。以一與 f_2 相等相反之力加乎 m_2。以此類推，卽以適抵消各箇質量之加速度之力加乎各箇之上。則必不生加速度明矣。如此，則棒將保持平衡。換言之，卽與 f_1，f_2，等相等相反之一系力適抵消扭力 F 也。是故 f_1，f_2，等力之總量必等於外力 F 也。因而

$$Fd=f_1r_1+f_2r_2+f_3r_3+\text{等等}$$

但據上所述，

$$f_1=m_1r_1A \qquad f_2=m_2r_2A\ \text{等等}$$

故 $$Fd=m_1r_1^2A+m_2r_2^2A+m_3r_3^2A+\text{等等}$$

或書爲 $$Fd=A(m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2\ \text{等等})$$

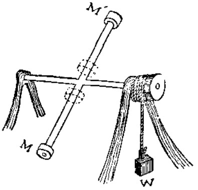
查括弧內之數，乃由物體之質量及其距軸遠近之分佈而定，在力學上稱之爲物體之轉動慣量。通常以 I 表之。

凡使物體繞軸旋轉之扭力，通常以 L 表之。故得公式如下：

$$L=IA \qquad \text{或} \qquad A=\frac{L}{I}$$

由此可知，凡因扭力所起之角加速度，恆等於扭力被轉動慣量所除之數。夫扭力旣與第二律之公式中之外力相同，轉動慣量與質量相同，角加速度與線加速度相同。則 $L=IA$ 與 $F=ma$ 二公式亦相同明矣。

因扭力而起之角加速度，其效果可以第 41 圖之儀器表明之。試將兩端具有質量 M, M' 之輕棒，置於平軸上。軸之一端有如鼓形。以繩纏其上，而懸一重物 W 以促其轉動。若 M 與 M' 之位置，如圖中所示時，則棒之角速度增加甚遲，因質量離軸愈遠，旋轉體之轉動慣量愈大也。若將 M 與 M' 移近於軸，則轉動慣量漸小，而角速度之增加則甚速也。



(第 41 圖) 扭力之效果

至轉動慣量之推算法，則甚繁難。茲不多述。僅將球體轉動慣量之公式列於下。以備引用。

$$I=\frac{2}{5}mr^2$$

式內 m 爲質量，r 爲半徑，轉動軸通過中心。

91. 角動量 上節之公式 $L=IA$，可變爲 $L=I\frac{\omega_2-\omega_1}{t}$。亦可書爲

$$Lt=I\omega_2-I\omega_1 \qquad (1)$$

此恰與第 73 節之公式 $Ft=mv_2-mv_1$ 相同。

角動量者，旋轉體之轉動慣量與其角速度相乘之積也。依上列公式所示。則角動量之改變，等於扭力與作用時間相乘之積。

若 $L=0$，即物體未嘗受有任何扭力之作用時，則 $I\omega_1=I\omega_2$。換言之，即角動量恆爲常數。所謂角動量永不變者是也。

扭力之軸，若與物體之轉動軸垂直時，其結果只使轉動軸之方向改變，而於角動量毫無增減。此可取驗於陀螺也。

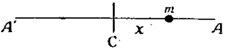
92. 拋射體之角動量　凡物體之角動量，恆有使轉動軸之方向保持不變之趨向。且角動量愈大，則擾動其轉動軸之方向亦愈難。換言之，即旋轉若遲，則任何扭力皆得改變轉動軸之方向也。

故今世所用之鎗。多爲來福鎗。蓋來福鎗之管中有螺旋凹紋，鎗彈旋轉而去。其彈尖之方向恆保持不變，故得直前而進，遂獲較爲準確之射擊也。

93. 調和運動　凡物體循曲線等速運動時，吾人若由遠處沿曲線之平面觀之，則見其彷彿在一直線上作往返之振動。凡物體此種之視振動，謂之調和運動。實卽等速圓運動在一直線上之投影也。

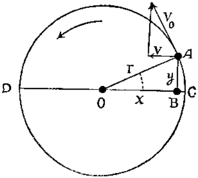
茲將調和運動之各名詞述之於下。設 C 爲 $A'A$ 直線之中

心(第 42 圖)。令物體 m 在此線上作調和運動。當其由 m 點向 A 振動，至二次復按此方向經過此點時，謂之一完全振動。其共需之時間謂之一完全振動週期。又物體由中心 C 向左右振動之距離，謂之振幅。如 CA' 或 CA 是。其在任一時之距離 X。則謂之物體在該時之變位。



(第 42 圖)

94. 調和運動之速度 設有一質點 A 循圓周(第 43 圖)而等速運動。另有一質點 B 循直徑 DC 而左右振動。但其振動時聯 AB 之直線永與 DC 作垂直，如此則 B 之振動，純屬調和運動。試以 v_0 表 A 之速度。細思之，此速度可分解為二成分。如圖所示，一為與 B 之振動方向平行者，一為與 B 之振動方向成直角者。夫 B 與 A 既永並肩而行，則 B 在任何點之速度，必與 A 速度中之與 DC 平行之成分相等。即與 v 成分



(第 43 圖)

相等也。試以 r 表圓之半徑，以 y 表 AB 之距離。據相似三角形之定理，則得

$$r : y = v_0 : v$$

由此可得　$v = \frac{y}{r} v_0$　或　$v = v_0 \sin e$

式內 e 爲 AOC 角。

故 B 之速度在路之兩端 C 與 D 時則爲零。因在彼處 $y=o$ 也。在中心點時 $y=r$，B 之速度等於 v_0。此則其速度之最大值也。

吾人知 B 之完全振動週期，必與 A 繞行圓周一週之時相同，試以 P 表此週期，則 A 之速度爲

$$v_0 = \frac{2\pi r}{P} \quad \text{（見第 61 節）}$$

此亦可表 B 在中心點之速度。

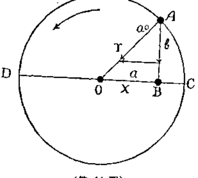
95. 調和運動之加速度　夫 A 與 B（第44圖）在 DC 方向之運動既恰相同，則 B 之加速度必與 A 之加速度中之與 DC 平行之成分相同。吾人知 A 在圓周上等速運動時，其加速度 a_0 之方向係直向中心，且等於 $\frac{4\pi^2 r}{P^2}$（見第 68, 61 節）。試將加速度 a_0 分解爲二成分，並以 a 表與 DC 平行之成分，以 b 表與之垂直者，據相似三角形之定理，則得

$$a : a_0 = X : r$$

故 $$a = \frac{a_0}{r} X$$

旣然 $$a_0 = \frac{4\pi^2}{P^2} r$$

故又 $$a = \frac{4\pi^2}{P^2} X$$



(第 44 圖)

由此可知 B 之加速度與去中心之距離成比例。當 $X=r$ 時,其距離最大。B 在中心時,其距離等於零。此間應注意者,B 之加速度係永向中心。換言之,卽 B 由中心向兩旁運動時,其速度恆減。由兩旁向中心運動時,其速度恆增(正負加速度見第 67 節)。故其運動在中心時爲最大,此已見之於前矣。

96. 調和運動之力 吾人知動力學上有一根本公式,卽 $F=ma$ 是也。若適用此式以推求調和運動之力,則甚易易也。設振動體之質量爲 m,其完全振動週期爲 P。當振動體去中

心 X 遠時，彼時之加速度則爲

$$a=-\frac{4\pi^2X}{P^2}$$

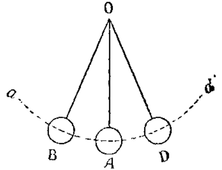
此已見之於上節矣。故彼時之力必爲

$$F=m\frac{4\pi^2X}{P^2}$$

且必永向中心或平衡地位。

由以上之論述，而得一結論曰，凡物體之放置狀態，若爲一經變位，即被一與變位成正比例之力牽引，而欲使之返其平衡地位者，則每遇變位後隨即聽其自動之情形，必按調和運動以平衡地位爲中心而往復振動也。

97. 擺 若懸重物於一定點，撥之則將以此定點爲中心而起往復之搖動者，謂之擺。如第 45 圖設 m 爲一重球，以 OA 線懸之。若將此球移至一邊如 B 處而放之，則此球即在 aa' 弧上起往復之搖動。

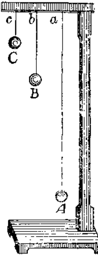


(第 45 圖)

關於擺之各名詞，與調和運動者相同。茲爲清晰起見，更

爲詳細述之。凡球由某點向某方向起動至以後復按此方向經過此點時，謂之一完全振動。其共需之時謂之一完全振動週期。例如球由 A 點向左起動至 B 點而返，經過 A 點至 D 點。由 D 點復返 A 點，則成一完全振動。因球復至 A 點時其方向復爲左也。其共需之時，卽一完全振動週期。又球在一振動週期中所經之弧之四分之一，謂之振幅。例如由 A 點至 B 點之弧係一振幅也。

98. 擺之振動週期　欲明擺之振動週期，可作以下之試驗。如第 46 圖，取 A, B, C 三小鐵球，以線懸於架上。如 a, b, c 三點處。使 a 點至 A 球之中心點長 27 寸。b 點至 B 球之中心點長 12 寸。c 點至 C 球之中心點長 3 寸。故此三擺之長之比例爲 27 : 12 : 3，或約之爲 9 : 4 : 1。試先將 A 球移至一邊而放之。使其自由振動，而計其完全振動十次共需若干秒，以十除之，則得 A 球每一完全振動所需之時。然後使 B 球振動，而計其完全振動十次共需若干秒，以十

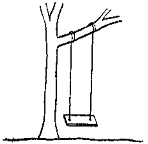


(第 46 圖)

除之，則得 B 球每一完全振動所需之時。然後使 C 球亦振動，而計其完全振動十次共需之時。亦以十除之，則得 C 球每一完全振動所需之時。今若將此所得之 $A.\ B.\ C.$ 各球每一完全振動所需之時比較之，則知其為 $3:2:1$ 之比，適為其擺長 $9:4:1$ 之平方根。

由此可知擺之振動週期，與擺長之平方根成正比例。故兒童懸秋千於樹枝，其繩一長一短如第 47 圖時，則必不能直搖。讀此可以知其故矣。

將以上第 46 圖中之 A 球，移至右邊約五寸，而後放之，聽其振動，測定其每一完全振動所需之時為若干秒。然後使 A 球停止。試再移至右邊十寸，而復放之聽其振動。測定其每一完全振動所需之時，是否與前相同，當可知其與前相同。



(第 47 圖)

由此可知擺之振動週期，不因其振幅之大小而異。故打秋千時愈高愈速。

按第 46 圖中之 A，本係一小鐵球，其每一完全振動所需之時，業於上試驗中測定。今若易以大小相同之木球，則其質

景自與小鐵球異。惟懸線之長短，仍與前同。乃使此木球振動，而測其每一完全振動所需之時。今若將此所得之時。與前小鐵球所需之時比較之，則知二者相同，並無差異。

由此可知，擺之振動週期，不因其質量之多寡而異。

按第 46 圖中之小鐵球 A，其振動週期已於前測知。今若將一大磁石置於 A 球之下。而使 A 球振動。再測定其現在之振動週期為若干秒。當知較未置磁石以前所需之時為短。吾人知磁石有吸鐵之性，故置磁石後，A 球不僅受地心引力之吸引，且受有磁石之吸引。故置磁石無異增地心之引力也。

由此可知，擺之振動週期，因地心引力之大小而異。

99. 振動週期之公式 統觀上節之試驗，可知振動週期，視擺之長短及地心引力之大小而定。與擺之輕重或其振幅之大小無關。試研究其公式。

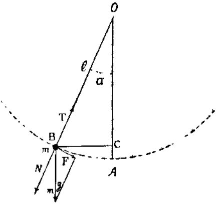
試以細絲懸小球 m 於 O 點（第 48 圖）。擺之至 B 點。吾人知此時作用於 m 之力有二。一為球之重力 mg，一為絲之張力 T。重力 mg 又可分解為二成分。一為與絲成直線而與張力相反者 N，一為與絲成直角而與 m 之運動同方向者 F。按此二成分，N 只能使絲緊張而不能使球振動。其能使球振動者，全在 F 一力。夫力之圖式既為一三角形，且與 BCO 相似。故

$F : mg = BC : BO$

但 $BO = l$

且擺往復所經之角度 α 若極小。BC 必幾與 BA 相等。其長可以 X 表之。如此則幾乎

$F : m = X : l$



(第 48 圖)

即 $F = \frac{mgX}{l}$ (1)

故使 m 循弧線向 A 而動之力 F，與由弧線上測出之變位 X 成正比例。但此種之力，可按調和運動之律以推求之。其與振動週期之關係有如下式

$$F = m\frac{4\pi^2 X}{P^2} \quad (2)$$

使(1)與(2)合成一式 則得

$$\frac{g}{l} = \frac{4\pi^2}{P^2}$$

由此式可得 $P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

此爲振動週期之公式。式內 π 爲常數，l 爲擺長，可量度者也。g 爲地心引力之加速度。故藉此式又可測量地心引力之加速度。但測地心引力之加速度時，多將此式變爲：

$$g=\frac{\pi^2 l}{t^2}$$

蓋將完全振動週期 P，易爲單一振動所需之時 t，即 P 之二分之一也。所以然者，爲取消式中之數目字也。

本章參考書

Wentworth, G. A.——Plane and Solid Geometry.

Kimball, A. L.——College Physics.

Corbett and Hsieh.——Principles of Physics and their Modern Applications.

Black, N. H.——Practical Physics.

Duff, Lewis, Mendenhall, Carman, & Knipp.——Physics.

Moulton, F. R.——Celestial Mechanics.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

王兼善——物理學

第四章　地球之形狀

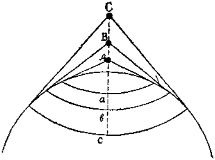
100. 地爲球形之證　吾人立於曠野，縱目一觀，則見大地平坦無垠。前行數百里，所見亦復如是。古人卽將此所見之現象認爲眞形。而謂大地爲平原，斯亦自然之事也，無足怪者。今科學家乃謂地爲球形，實有其所以如此主張之證據。蓋科學之特點，卽在於任何結論必有證據。考科學家認地爲球形之證據，計有六端。試分述之。

(1)放舟大洋，向東直進，必返原處。向西進者亦然。此無可爭辯者也，蓋今日環遊世界者已不知幾多人矣。

如猶不肯相信。可由上海買船東行至日本橫濱。然後東渡太平洋經夏威夷羣島達美國舊金山。至此舍舟登陸。改乘火車向東橫斷美國而至紐約。然後復買船東航，越大西洋而至英國倫敦。由倫敦稍南航，隨卽折向東行，穿地中海及紅海抵印度孟買。再東行繞新嘉坡而返上海矣。夫此行之方向，旣始終向東，而竟返原處。地非球形，曷克臻此。

（2）人向南行，見北方之星漸低而沒。北行者反是。如在天津吾人見北極星高出地平約 40 度。愈南行則愈低。至赤道則見其在地平界，復南行則不見矣。若向北行，則愈行愈高。至北極則見其適在天頂。再前行則又低矣。地非球形，絕不如此。

（3）登高遠望時，所處愈高，則眼界所及之圓線愈廣。如第 49 圖在 A 處所見之圓爲 a 線。在 B 處則爲 b 線。至 C 處則爲 c 線。可見所處愈高，所見之圓線愈廣也。



（第 49 圖）　高處望地

（4）立海岸望入港之船，先見帆檣由水平線下徐徐升起。然後見煙囱。最後始見船身。出港者反是（第 50 圖）。

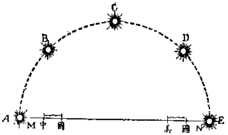
（第 50 圖）　海岸望船

又在廣漠之平原。吾人遙望遠處之山，只見其頂。及行至山麓，始得見其全部。此二者皆因地面爲球形所致，殊非目力之誤也。

(5)月蝕之時，地球處於日月之間，地影映於月面。吾人見地影之邊爲曲線，因知地球爲圓形。

(6)向日爲晝，背日爲夜。我國之晝適爲美國之夜，而美國之晝又適爲我國之夜。惟有地爲球形，方有此結果。若爲平原，則絕無此種相反之晝夜也。

今假設地爲平原。試看我國與美國之晝夜應如何。第 51 圖 MN 爲地平線。我國居東，美國居西。太陽在 A 爲日出時。太陽在 E 爲日沒時。由 A 至 E 需十二小時，是爲晝。兩國所見之日出日沒，必在同時。而正午卻有早晚，我國



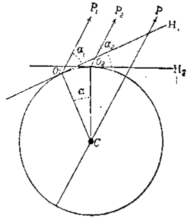
(第 51 圖)　假設地爲平面圖

之正午太陽係在 B 點，而美國之正午太陽須至 D 點。故我國由日出至正午假定爲三小時，而由正午至日沒則需九小時。美國由日出至正午假定爲九小時，而由正午至日沒，則僅三小

時。故依此論之，不惟兩國之晝夜應在同時，即其上下午亦應不規則。乃考之實際並不然。兩國之晝夜正相反，而上下午又各甚規則。故知地絕非平原。必爲球形無疑也。

101. 球形之幾何說明 上節第（1）證謂向東直進，必返原處。然此只能證明地非平原，而不能表出地之形狀。蓋卽假定地爲一黃瓜形，亦有此結果也。今試進而說明地之形狀確爲球體。按幾何原理，地若爲球形，則吾人無論由何處起行，向何方進行，進行之路程爲若干。而地平面或鉛直線之改變之角度，應與進行之路程成正比例。

設以第 52 圖之圓爲地球，C 爲中心點。假想恆星之距離爲無限遠。CP 線直指極星。如吾人在 O_1 點必見極星在 O_1P_1 方向。因極星爲無限遠，故 C_1P_1 與 CP 平行也(見第 43 節)，地平面爲 H_1。若立 O_1 點而望極星必見極星高出地平面之角度爲 a_1。



(第 52 圖)

設吾人北行至 O_2 點，則極星之方向變爲 O_2P_2，而仍與 CP 平行。惟地平面改爲 H_2。此時極星由地平面升高之角度爲 a_2，夫吾人在地面上已行之路程爲 O_1O_2。而 O_1，O_2 兩點向中心伸張所成之角度爲 α。今試證明地平面之改變亦爲此角度。夫 H_1 及 H_2 旣各與 CC_1 及 CO_2 成垂直線。按平面幾何之定則，H_1 及 H_2 中之角度必等於 CO_1 及 CO_2 中者。是卽地平面或鉛直線之改變，等於吾人在地面上已行之角距離也。據觀察所得，無論向何方進行，其進行之路程，果與地平面或鉛直線向地心伸張所成之角度成正比例。考幾何所載，除球形之外，無任何圖式其地平面或鉛直線之改變可與進行之路程成正比例者。是地確爲球形無疑矣。

102. 地面之曲度　地平面旣隨地面異，是地球上並無一處爲絕對之平面，乃處處彎曲向下也。考地面之曲度，第一哩爲 8 吋。依形學推算，若二哩遠，卽以二之方乘 8 吋，爲 2 呎 8 吋。三哩遠卽以三之方乘 8 吋，爲 6 呎。以此類推。假有一物高 8 吋。由距離一哩之處視之，不過適與地邊齊平。在一哩廣之池中，其中心水面恆較池邊之水面高二吋。故吾人通常所謂水平面者，並非絕對之平面，乃隨地面曲度而成之面也。

103. 全球之形勢　就吾人閱歷所及，陸地上旣高山聳峙，

大海中又深不見底。故常以爲地球必甚崎嶇。然世上最高山峯不過五哩。最深海底不過六哩。高下相懸約十一哩。吾人雖歎爲高深，然自地球全體觀之，仍不害其爲渾圓也。設將地球縮爲 18 吋之大小，則山海之凸凹，不過較平面差 $\frac{1}{75}$ 吋。無異油漆之薄皮。故相對言之，地球可稱渾圓。以視滾球場中之木球，猶有過之無不及也。

104. 何以不見地圓　如上所述，地爲渾圓之球形無疑義矣。今之問題吾人何以不見其圓。其故非他，實由於吾人之身僅高數尺，眼界所能及者止爲地面之極小部分。而不能見其全體。譬觀蘋果，若覆之以紙，只鑿一小孔而窺視之。勢必只見其平面不見其圓也。其故卽因所見之部分過小。吾人之視地亦猶是也。至吾人所以能見月爲圓形者，蓋以其有相當之距離，得見其全體故也。欲觀地球之全體。非亦有相當之距離不可也。

105. 赤道之畫法　地軸之兩端曰兩極。兩極中央之大圓曰赤道。已於第 36 節詳述之矣。然赤道之畫法，並非眞由兩極實地丈量，至其距離相等之處而畫一大圓。始得謂之赤道，殊不必如此拙笨也。當春分（3 月 21）或秋分（9 月 23）之日，太陽卽適在地球兩極之中央。是日之正午凡在其地之物皆不見

影。苟能沿直射之光，畫一金色大線於地面上。繞地成圈，是卽赤道也。

106. 經度及緯度　地球之面，至爲廣漠。苟無區畫，將何以事推算而便指點。故學者於地面上假設縱橫各線以表示之。其通過南北兩極，與赤道相交成直角之圓線曰經線。卽用以表示東西之距離者也。任取一經線爲標準，名曰中線，又曰子午線。昔各國皆以其京城所在地之經線爲中線。紛亂不可名狀。至民國紀元前二十八年美國華盛頓開萬國子午線會。乃議定經線原點。咸以英國格林威池(Greenwich) 爲準。各國公認爲公中線。自公中線向東西共分地球圓周爲 360 度。每度析爲 60 分。每分析爲 60 秒。公中線以東 180 度曰東經度。以西 180 度曰西經度。例如天津卽在東經 117 度 11 分。

其東西橫列與赤道平行之圓線曰緯線。卽用以表示南北之距離者也。以赤道爲標準向南北兩極各均分 90 度，曰緯度。赤道爲零度。赤道以北曰北緯度。以南曰南緯度。例如天津卽在北緯 39 度 8 分。學者爲便於稱喚計。恆呼赤道附近曰低緯度。兩極附近曰高緯度。

各緯度間之弧距雖小有參差 (詳見第 108，117 節)，然相差不遠。其平均值每度約爲 69 哩強。惟各經度間之弧距以其

緯度之高低而大相懸殊。在赤道爲最大,每度約 69.17 哩。漸向兩極,距離漸狹。至兩極則相集於一點而爲零矣。茲將各緯度上之經度弧距列表於下。以便參考。

(第 3 表)

緯 度	經度弧距之哩數
0° (赤 道)	69.17
10°	68 +
20°	64.9
30°	59.8
40°	52.83
50°	44.4
60°	34.5
70°	23.66
80°	12 +
90°	0

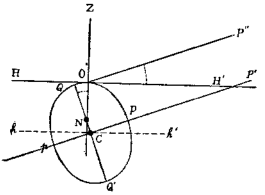
經緯度既定,則各地方之位置易明。例如 1915 年美國汽船 (Lusitania) 號被德國潛水艇擊沈。於是舟中發無線電報。謂遇險地點在北緯 51 度,西經 9 度。鄰近船舶接到此項消息者,疾馳救之。故該船雖於二十分鐘內沈沒,而生命遇救者仍不少云。

107. 經度測法　地球自轉，以二十四小時一周。卽地球於一小時內行經度十五度 $(\frac{360}{24})$，於四分時間行經度一度，於一分時間行經度十五分，於四秒時間行經度一分。故經度卽可以此測定之。其法先取一精確之時計，於中線地方對準正午，爲中線地方之時刻。再攜向東地。若東地時刻比所攜之時計適早四分時，則爲偏東一度。推之西地，若適遲四分時，則爲偏西一度。若以電報通問時刻，尤爲便捷。凡欲知兩地東西相距之度數。則可於兩地之時差求之。

108. 緯度測法　依前所述，某地之緯度旣係指該地與赤道相距之度數而言。若地球果爲完全圓形，則其測法卽按第 101 節所述之極星高度以求之可也。蓋極星之位置適當地球北極之天頂。由赤道望之，則見其適在地平線上。漸移而北，則出地漸高。至北極則正當天頂。故測極星出地之高度，卽知其地與赤道相距之度數矣。但精密言之，地球爲橢圓體。每度之弧距長短不一。各地之鉛直線除在赤道與兩極者外，無通過地心者。故天文學上所謂緯度者，係取觀測點之鉛直線與赤道面所成之角度以爲準者也。今吾人所欲問者，卽此角度是否亦與極星出地之高度相等。

曰此角度恰與極星出地之高度相等。試證之，如第 53 圖，

O 為觀測點，QQ' 為赤道直徑。ONQ 角為 O 點之緯度，HH' 為地平線，OZ 為鉛直線。OP'' 與地軸 CP' 平行，其相遇之點在無限遠之極星。$H'OP''$ 角為 O 點所測極星出地之高度。



(第 53 圖) 緯度與極星之關係

$\because$ $\angle H'OP'' = \angle OH'C = \angle H'Ch' = \angle hCp$

但 $\angle hCp = \angle ONQ$

$\therefore$ $\angle H'OP'' = \angle ONQ$

故知地球雖為橢圓體，其緯度仍與極星出地之高度相等。

旣知此種之關係矣，則緯度之測法良易。因惟極星不恰在天球北極（見第 41 節），故須測兩次以求其平均值。當極星來

至觀測點之子午線，且位於天極上面之頃，測其仰角爲若干度。十二小時後此星必回至子午線上，而居天極之下。復測其仰角爲若干度。然後將兩次所測，依光之折射率修正而平均之。即得觀測點之緯度矣。

109 地球面積及體積之求法　既知經緯度之弧距，再求地球之面積與體積無難矣。顧地球雖爲橢圓體，然若以其平均直徑之半作半徑，則儘可援用球體公式以求之。無毫釐之失也。

以 360 度乘赤道上經度每度之哩數，得赤道圓周。以 2π 除之，得赤道直徑之半。以 a 表之。

各緯度之弧距既不相等，可以其平均值 69 哩強爲每度之弧距。以 360 度乘之，以 2π 除之，得兩極直徑之半。以 b 表之。

但橢圓體平均直徑之半，不爲 $\frac{a+b}{2}$，而爲 $\frac{2a+b}{3}$。蓋因通過地心而畫三條互成直角之對稱線時，其中只有一線交兩極，而餘二線皆交赤道也。

依此法求得之地球平均半徑 r 爲 3,958.83 哩。其面積 $(4\pi r^2)$ 爲 193,944,000方哩。其體積 $(\frac{4}{3}\pi r^3)$ 爲 260,000,000,000 立方哩。

（第4表） 地球之常數

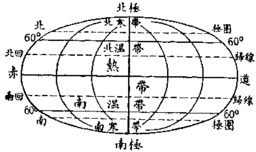
赤道直徑	7,926	哩
兩極直徑	7,899	哩
赤道圓周	24,899	哩
子午線圓周	24,857	哩
面積	197,000,000	方哩
體積	260,000,000,000	立方哩
質量	6,000,000,000,000,000,000,0 0	噸
密度	5.53	

110. 回歸線　地軸既斜置於繞日之軌道面。則日光在地球上正射之點，不能一定不移。赤道南北各 $23\frac{1}{2}$ 度之處，即爲日光正射所及之界線。蓋太陽至此則仍回向於赤道。因於此處設一圓線，與緯線平行，在北者稱北回歸線，亦稱夏至線。蓋日光正射至此之時，曆家稱爲夏至，自此以後，則仍回於南也。在南者稱南回歸線。又名冬至線，理由與北回歸線適相反。

111. 兩極圈　距南北兩極，各 $23\frac{1}{2}$ 度以內之地。每歲日光有半年不能至者，故恆以半年爲晝，半年爲夜。於此處各晝一圓線，與緯線平行。在北者稱北極圈，亦名北寒帶圈。在南者稱南極圈，亦名南寒帶圈。

112 五帶　依二至線及二圈線之區晝，中分地面爲五帶。

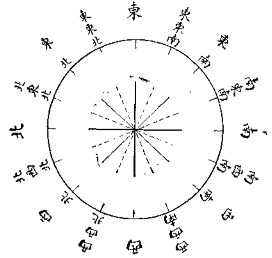
自赤道至南北二至線所佔 47 度之地曰熱帶。自南北兩極點至南北兩極圈。各佔 $23\frac{1}{2}$ 度之地曰寒帶。在北者曰北寒帶，在南者曰南寒帶。自兩極圈至二至線，各佔 43 度之地曰溫帶，在北者曰北溫帶，在南者曰南溫帶。是為五帶。



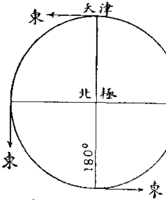
(第 54 圖)　五　帶

以上之區畫，係以緯度為標準。然亦有以一年中平均溫度為標準者。一年中平均溫度在攝氏寒暑表二十度以下，零度以上之地方為溫帶。二十度以上者為熱帶。零度以下者為寒帶。

113 方向　地面既有各種區畫，俾可指明位置所在。其便甚矣。乃又以日出之方為東，日落之方為西。人向東立，則左為北，右為南，是為四方。又自四方之中央分之為東北、東南、西北、西南，而為八方。航海進步，八方不敷應用。於是細分之為十六方。更進而分之為三十二方矣，如第 55 圖 A。



A

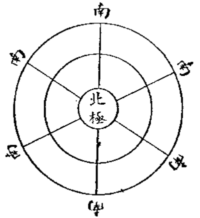


B

(第 55 圖)

然此種之方向，乃吾人在地面上用以指明位置之所在者。若由空間論之，則不適用矣。蓋空間之方向，決不能藉地面以定之。例如吾人在天津所指爲東者，與在離此 180 經度之處所指爲東者，事實上決非同向。如第 55 圖 B。蓋地面上之東，僅可視爲日出之方向而已。

114 兩極無方向 以上所分之方向，決不適用於兩極，因兩極實無方向之可言。若勉求之，則北極之方向只有南，南極之方向只有北，決無東西之分。人立北極，但覺四來之風，皆爲南風。迎日而立，面向南也，而背亦向南。且左右兩手又無不向南。人至此保無失方向之患。我國昔日之曆書，備載財喜貴福諸神降臨之方向，各有所宜忌。信之者趨避惟謹。但不悉其至兩極時，將何所適從也。一笑！



(第 56 圖) 北極之方向

115 半球之分法 地面既定方向，學者又將地球分爲南北東西各半球。赤道以北爲北半球，以南爲南半球。格林威池

以西 20 度，以東 160 度，合 180 度為東半球。其反面為西半球。又因地面水陸不均，乃以英之倫敦（London）及紐西蘭島（New Zealand）為水陸兩極。而分地球為水半球，與陸半球焉。

116. 地球為橢圓體　地球非正圓體，乃橢圓體也。赤道膨脹，兩極扁平，頗似橘形，其橢率為 $\frac{1}{300}$。橢率者橢圓體與正圓球體之差也。此差恆為分數。其推算法係以半長徑除半長徑與半短徑相減之餘數，即 $\frac{a-b}{a}$ 也。考地球之赤道半徑為 3,963.31 哩，兩極半徑為 3,949.87 哩。兩數相減，餘 13.44 哩。約抵赤道半徑之 $\frac{1}{300}$。故知地球之橢率如此。由是言之，凡物體在任一極時，其與地心之距離，較在赤道時近 13 餘哩也。

讀者愼勿混橢率與偏心率為一談。蓋偏心率等於 $\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$，恆較橢率為大。以地球子午線言之，約大 $\frac{1}{12.25}$。

117. 緯度測定法　上節述地球為橢圓體，吾人何以知其然。蓋由測定結果之所指示而得知。今先將緯度測定法說明之。緯度者各地鉛直線與赤道面所成之角度也。經多人精密測量之後，知緯度之弧距各不相等。高緯度大於低緯度。其數如下。

赤道至緯度 1° 之弧距…………68,704 哩

緯度 20° 至 21° 之弧距…………68,786 哩

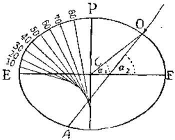
緯度 40° 至 41° 之弧距…………68,993 哩

緯度 60° 至 61° 之弧距………… 69,230 哩

緯度 80° 至 81° 之弧距……… …69,386 哩

緯度 89° 至 90° 之弧距…………69,407 哩

夫緯度之弧距既各不相等，是地球之曲度不一致也。其弧距大者，曲度必小。弧距小者，曲度必大。若沿曲度之形狀而聯爲一線，則成一橢圓形如第 57 圖。倘將各緯度之鉛直線引長於地內，則除赤道與兩極者外，皆不通過地心。其在 45 度之鉛直線去地心 6.9 哩。



(第 57 圖)

夫如是，故由地心分成之緯度，恆較天文緯度爲小。令圖中 P 爲北極，E' 爲赤道上之一點，C 爲地心。設觀測者在 O 點，OA 爲 O 點鉛直線之引長線。由地心分成之緯度爲 $\angle E'CO=\alpha_1$ 角。而天文緯度則爲 α_2 角，二角相較，一望而知 α_2 大 α_1 小矣。

118. 重力測定法　地球爲橢圓體，亦可用重力測定法以推求之。凡物之重量，在赤道則較小，在兩極則較大。因兩極距地心較赤道爲近故也。據精密之測驗，物體在兩極之重量大於其在赤道約$\frac{1}{190}$。即一物在赤道若重 190 磅，移至兩極，則重 191 磅也。

如此吾人儘可趁機牟盈餘之利。販赤道之貨，運往兩極發售。不譯假，不使水，而定可漲秤。無形中獲利甚厚。豈非致富之妙策也，一笑！惟到兩極時須用簧秤以衡之。若用提秤，則錘亦隨之加重。無漲秤之利矣。

測驗重力，除用簧秤外，亦可用鐘擺。其結果相同。蓋擺之振動與重力有關係。其關係公式如下。

$$g=\frac{\pi^2 l}{t^2}\qquad \text{(見第 99 節)}$$

式內 π 爲常數，l 爲擺長，t 爲單一振動所需之時。藉此式卽可測驗各地之重力 g。據多人之精測，其結果與用簧秤所測者同。卽兩極之重力大於赤道約$\frac{1}{190}$也。

但此$\frac{1}{190}$之差異，非專因地球橢圓而起者也。內有$\frac{1}{288}$係起於離心力。地球非旋轉不息乎。故凡在赤道之物因受離心力之作用，其重量較在兩極減輕 $\frac{1}{288}$（見第 143 節），餘數 $\frac{1}{555}$

方純爲因距地心遠近而起之差異也。經學者報告,凡行星皆爲橢圓體。推求其橢率之公式如下。

$$橢率=2\frac{1}{2}C-W$$

式內 C 爲行星赤道之離心力。W 爲重力在兩極與赤道之差異。以之推算地球。則

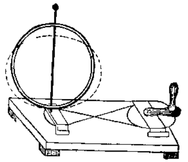
$$地球之橢率=2\frac{1}{2}\times\frac{1}{288}-\frac{1}{190}=\frac{1}{295.2}$$

又據種種之測驗,得其平均值如下:

$$地球之橢率=\frac{1}{300.2\pm3.0}$$

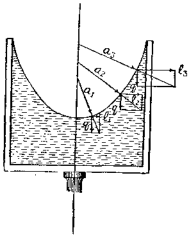
119. 地球橢圓之物理證明　既知地球爲橢圓體矣。今更進而推求其原因。蓋地球旋轉極速,以 24 小時旋轉一周。就赤道上之速度言之,每秒約行 1540 呎。凡旋轉之物體,均生離心力。離心力之大小,由於旋轉體之角速度及距離轉動軸之遠近而定。其公式爲 $F=m\omega^2r$ (見第 75,86 節)。夫地球各部之角速度均相等,而與地軸之距離則不等。其與地軸最遠者莫如赤道,最近者莫如兩極。則赤道之離心力必大於兩極明矣。故其結果形成赤道膨脹,兩極扁平之橢圓狀。此則物理之當然結果,無足怪也。

茲以離心環試驗之。試取一離心環如第 58 圖，使之旋轉，必見其中部漸次膨脹。轉動軸則漸次縮小而變爲短徑。有如虛線之所示。旋轉愈速，膨脹愈甚。但亦有其一定之速度限度。若超過之，則飛破矣。



(第 58 圖) 離心環

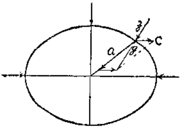
試更以液體之旋轉證明之。注液體於器如第 59 圖。用機旋轉之。不久液體必與器作同速之旋轉。速度若小，液體微呈凹形。速度若大，則成極深之漩渦。但恆作旋轉之拋物線體。今一小質點 m 因受重力吸引，而向下壓迫相毗連之液體之力爲 mg（見第 76 節）。其抵抗相毗連之液體之橫壓，而向外反動之離心力又爲 $m\omega^2r$。吾人知此時



(第 59 圖) 旋轉液體之面

任何質點咸具二力。一爲向下之壓力，一爲向外之離心力。但向下之壓力 q 在各點皆同，而離心力 l_1, l_2, l_3 等則因距轉動軸之遠近，而各按比例增大。故其合成力 a_1, a_2, a_3 等之傾斜(見第 65 節)，各各不同；因而液體面必形成一與各合成力成直角之曲線。於此吾人知所處愈高者，其合成力愈大。故同一質點，在面之高處時，其所發抵抗相毗連之液體之力，必較在低處時爲大。

地球所以成橢圓體之理，正與此同。地上之物質因受引力吸引，而生垂向地心之下壓力 a (第 60 圖)。又因地球旋轉而生離心力 C，C 在兩極爲零，在赤道爲最大，而恆與地軸成直角。故凡地上之物質亦咸具二力：一爲垂向地心之下壓力，一爲欲脫地軸之離心力。因此各物質在地上之



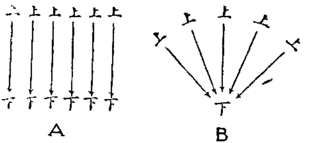
(第 60 圖)　物體重力之方向

下壓力不還爲 a，乃爲 a 與 C 合併而成之合成力 g。此力只在兩極與赤道恰垂向地心。在他處則各有偏斜，故各處之海洋面，當其平靜時，必均與 g 作垂直。通常所謂萬物皆垂向地心者，乃概而言之之詞也。若嚴格論之，惟有在兩極與赤道爲然

耳。其在南北緯 45 度者，偏地心約 6.9 哩。

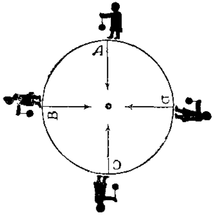
120. 人何以不覺頭向下 地球既爲圓形，居其上面之人固可高枕無憂。居其下面者何以不覺頭向下。此實爲初學者難解之一問題，不可不研究之。

凡物皆向地心作垂直。卽斜坡之樹，登山之人，猶竭力求與地心作垂直也。至於在地球下面之人何以不覺頭向下者，實因宇宙間並無絕對之上下也。故根本上地球卽無上面與下面之分。任居何處皆得謂之上面，亦皆得謂之下面。吾人在地面上所稱爲上下者，乃指地心與其對向而言。恆以地心爲下，其對向爲上。地球既爲圓形，則地球以外之四周八圍無處而非地心之對向，卽無處而非上也明矣。故各處所指之上，只可適用於其局部的本處。由他處言之，則非上也。何則？蓋各處之鉛直線並非平行如第 61 圖 A，乃係互成角度如 B。夫如



(第 61 圖)

是，故吾人無論行至何處，苟兩足踏地，則頭必向上。試觀第62圖，A 與 C 雖對足而立，而皆覺頭向上者，蓋兩處各上其上也。



（第 62 圖）

121. 人何以不拋散空中　地球既旋轉極速，人居地面，勢應因受離心力之作用而拋散空中。不觀兒童之弄傘乎。當其極力旋轉時，傘上之雨點盡沿傘骨而拋散。人居地面，一若雨點之在傘。何以人而不拋散空中？

吾人所以不致拋散空中者，純由於地球引力之吸引也。地球引力之吸引萬物，猶磁石之吸鐵屑焉。故蘋果脫枝，必被吸引而落於地。吾人縱身一跳，亦必被吸引而返落於地。他如手

拋一石，礮發一彈，亦無不被吸引而卒落於地。此皆地球引力之作用也，吾人所以不致拋散空中者以此。然引力之爲物也，不獨地球有之，凡宇宙間之萬物莫不有之。蓋任何物體必吸引他物體，同時亦必被他物體所吸引；是故地球吸引吾人，而吾人亦吸引地球。此種互相吸引之作用，乃宇宙間普徧之事實。故牛頓名之曰萬有引力。蓋卽一書一筆亦互相吸引。吾人所以不見書筆趨就於一處者，因其同時又各被地球所吸引也。蓋地球與書或筆互相吸引之引力，若與書筆彼此相吸引之引力較，其大小直不可以道里計。故吾人只見萬物盡被地球所吸引，而不見萬物彼此相吸引。且地球之引力不僅及於地面，卽相去二十四萬哩之月，尙受其支配。致改直線進行之路而爲橢圓軌道(詳見第 218 節)。

122. 地心引力之變化　所謂地球之引力者，乃地球各部分之引力之總和。只以地球各部分皆相對稱，故其引力之吸引方向似皆集中於地心。因此恆稱之曰地心引力。

考引力之大小，恆與二物體質量相乘之積成正比例，而與其距離之平方成反比例。其公式爲

$$F=\frac{mM}{r^2}C \qquad \text{(見第 78, 79 節)}$$

地球亦一物體。故與其他物體相吸引時，亦一遵此式。試舉例

言之。地球與 1 立方糎之水相吸引時，其力爲 1 克。與 3 立方糎之水相吸引時則爲 3 克。假設地球之質量加多一倍，而其直徑仍不改。則與 3 立方糎之水相吸引之力，亦必加大一倍而爲 6 克也。

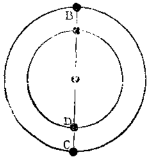
再就其距離言之。物體與地球之距離增加一倍，其互相吸引之力則減而爲 $\frac{1}{4}$，增加 3 倍則減而爲 $\frac{1}{9}$。據精密之測驗，知一瓩之物體高出地面一哩時，則減輕半克。一瓩之物體在 3 粎高之屋頂時，則較在地板上約輕一㽊。

但吾人知地球之質量不能隨意增減，而物體去地心之遠近則有差別。地球爲橢圓體，故赤道上所受地心引力之吸引恆小，而兩極所受者恆大。地面高低不齊，故高處所受者恆小，而低處所受者恆大。又因地球旋轉而發生離心力之故，致使赤道上所受者更小，而兩極所受者更大。

通俗言之，引力之作用，即所以使物體有重量也。然引力之變化既如上述矣，則物體之重量亦必因勢而異，不待言矣。故百兩黃金，移之兩極或低處，必多於百兩，爲之一喜；移之赤道或高處，必少於百兩，又爲之一驚。黃金如故，而其輕重之變化如此，引力之作怪，亦云譴矣。

123. 地內與山旁所受之引力　地球之引力既似集中於地

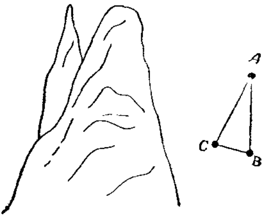
心，物體愈近地心，所受之吸引力愈大，已如上述矣。依此以論，若一物體被置於地心，則其所受之吸引力必絕大無倫矣；其實不然。何則？蓋物體入地後，其以上之地殼皆有相等之引力。其所受之吸引，乃恆相抵消，而不生作用。試詳言之。如第63圖，物體在 A，受地殼吸引而向上之力爲 BA。同時受地心吸引而向下之力爲 AC。就中 BA 與 CD 抵消。依同理 $BACD$ 環形之引力完全抵消。故物體入地後，其所受之引力乃漸小。且愈深愈小，及至地心，則引力等於零矣。引力等於零時，下墜物體仍前進不已。因其所具之慣性尚在也。



(第 63 圖)

不過愈向下去，則所受地心吸引而向上之力愈大，下墜之速度愈小。及達地球之對面時，其速度乃等於零。此恰如鐘擺之現象也（參閱第 67, 77, 97 節）。假設掘一貫通地球之隧道，吾人欲往美國，可躍入此道。八十四分鐘後逕達美國。惟達美國時必兩足朝天。且隨即頭朝地而折回原路。復經八十四分鐘後返抵出發點。如此，一往一返，欲罷不能。一日之間，有十七次之往返。豈不異哉。

據吾人日常之經驗，若繫一鉛球於線，則線必與地平面作垂直，斯固然矣。但若與一大山相近，則此線並不垂直，乃變爲傾斜。其傾斜角度視山之大小而定。蓋山亦一物體，凡屬物體均有引力。此線之所以不能垂直者，因又旁受山力之吸引也。設此線垂直時爲 AB（第 64 圖），近山時傾斜而爲 AC。山之

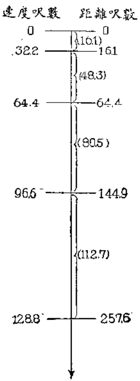


（第 64 圖）

引力比地心引力，等於 BC 比 AC。然則所謂萬物垂向地心者，又須視其旁有無別種大物體以爲斷也。

124. 引力與物體上下運動之關係　地心引力對於物體之運動，實有影響。其最著者，即爲物體之下墜性質。非然者，物

體決不能自行下墜也。蓋按慣性原理，凡物體之靜者有恆靜性；非施之以外力，不能自動。物體之所以自行下墜者，純由於地心引力之吸引有以致之也。惟依常識言之，凡物體之較重者，其墜也必速，較輕者其墜也必遲。經學者研究之後，乃知其不然。苟能將空氣阻力除去，則銅元與雞毛同時墜下，並無遲速之分(詳見第 69, 80 節)。雖如此，但在下墜之過程中，其速度乃不一致。蓋係愈墜愈速。經科學家之測驗，知其每秒之加速度爲 32.2 呎。設有一高懸空際之鉛球，忽斷線而下墜。其在第一秒時之速度爲 32.2 呎。第二秒時爲 64.4 呎。以此類推。如第 65 圖左方所示。可按 $V=gt$ 公式求之見第 69 節。其去空際之原位置，在第一秒之末爲 16.1 呎；第二秒之末爲 64.4 呎；以此類推。如該圖右方所示，可按 $S=\frac{1}{2}gt^2$ 公式求之。所可注意者，其各秒間所經之距離 16.1 呎，



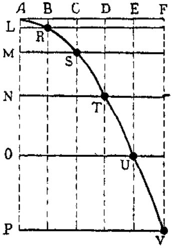
(第 65 圖)

48.3 呎等之變化。適與奇數 1, 3, 5, 7, 9 等相同。

物體下墜，因受地心引力之吸引，而每秒加速 32.2 呎，已如上述矣。其向上運動也，亦同樣因地心引力之吸引，而每秒減速 32.2 呎。不過兩種情形適相反。故凡物體向上運動時，其速度無不漸次減小，小至於零，則變爲負值而復歸於下墜。例如以每秒 64.4 呎之速度向上直拋一石，則此石只上升二秒鐘即下墜。因在第一秒時其速度減少 32.2 呎，在第二秒時又復如是，及第二秒之末其速度已變爲零，此時不復上升而開始下墜。欲知任何拋射體能上升若干時，或升高幾何遠，統可按第 67, 69 兩節之各公式以求之。據推算，如向上發一礮彈，能達每秒 21 哩之速度，則將沖天飛去，而永無下墜之日矣。

125 引力與物體地平運動之關係　依上節所述，地心引力對於物體之上下運動，能增減其速度，而於運動路線不生影響。惟地心引力對於物體之地平運動，則改其直進之路線而爲曲線，而於其速度無所增減也。試就放槍言之，如無地心引力之吸引，則槍彈應依直線前進不已。但實際上不然，過一定之時間後必落於地。然其速度若第一秒能行 50 呎，則連續之各秒皆每秒 50 呎；且其落地之速度仍與向下直墜者相等，即每秒加速 32.2 呎也。

設有甲乙二球由一處同時拋出，甲球沿 AP 線（第 66 圖）向下直墜，乙球沿 AF 線而作地平運動。結果乙球落於地面 V 點之時，恰與甲球落於地面 P 點之時同在一刹那間。試分解說明之：設乙球拋出之速度，在第一秒之末可達 B；在第二秒之末可達 C 等等；所謂等速運動是也。苟能將空氣之阻力除去，其每秒所進行之路程 AB, BC, CD 等必皆相等。但

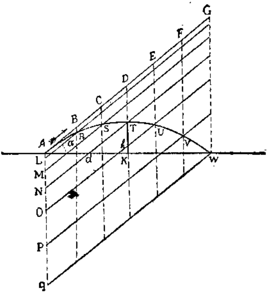


（第 66 圖）

當此球一離 A 時，隨即因引力之吸引而下墜，其下墜之速度與向下直墜者同。至其何時墜至何點，仍可按 $S=\frac{1}{2}gt^2$ 公式以求之。既如此，則吾人得依上節所論，而知 AL 爲 16.1 呎，AM 爲 64.4 呎等等。故向 B 進行之乙球，在第一秒之末不在 B，而在 B 下 16.1 呎之處，卽 R，在第二秒之末不在 C，而在 C 下 64.4 呎之處，卽 S；以此類推；在第五秒之末不在 F 而在 V，卽 F 下 402.5 呎之處也。因此。故二球之落地也，同在

一時。

若任意斜拋一球如第 67 圖之 AG 方向。其速度設每秒



(第 67 圖)

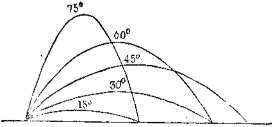
為 v，即若無地心引力之吸引，第一秒之末行至 B。第二秒之末行至 C 等等。吾人亦可用上法求其路線，令 L, M, N 等表物體由 A 向下直墜時，在各秒之末所達之點。則於各秒之末此球必在 R, S, T 等處。故其實際路線，必為依 AG 方向每秒為 v 之等速運動與以重力加速度 g 為速度之下墜運動合併而

成之合成運動也。吾人若欲知其任何時所行之地平距離，或去地面之高度各爲若干，亦皆可求之也。蓋在 t 秒後其依 AG 方向已行之距離，假設爲 AD，則 $AD=vt$。但同時亦已由 D 降至 T，其距離爲 $S=\frac{1}{2}gt^2$。試令 α 表 AG 之地平仰角，令 d 表已行之地平距離 AK，h 表去地面之高度。則得公式如下。

$$d=vt\cos\alpha$$

$$h=vt\sin\alpha-\frac{1}{2}gt^2$$

考物體所行之此種路線，純爲數學上之拋物線（見第 50 節）。由其最高點垂畫一線，卽其長軸也。且其最高點必在拋出點 A 與落地點 W 之中央。AW 距離稱爲射程。欲使射程較遠，可將拋出之太始速度加大，或將仰角改變，均可也。仰角與射程之關係，有如第 68 圖之所示。圖中表示同一太始速度，若由五種仰角拋出，卽有五種路線，其射程之最遠者，蓋爲仰



（第 68 圖）

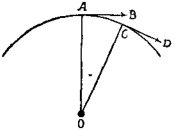
角 45 度。所應注意者，此種推論皆以無空氣之阻力為根據。但疾行之運動體如槍彈等物，所受空氣阻力之影響絕大。故實際上槍礮最遠之射程，其仰角轉在 45 度以下。

吾人若欲目擊一拋物線，可往花園中一觀噴水袋。因噴水袋所噴出之各各質點皆爲自由墜體，前後追隨，連續不斷，故形成一完全美麗之拋物線。然吾人亦可隨地取驗於他物。蓋有一相類之拋物線，吾人日見數次，無奈從未思及。故雖近在左右，而吾人竟不知其爲拋物線。此何物也？言之殊不雅。玆不舉其名，讀者試猜之可也。

123. 人可造月　凡物體作地平運動，其直進之路線因受地心引力之吸引，必改爲曲線，而其速度則無所增減，已如上節所述矣。假設吾人由高山之頂上，依地平方向而發一礮彈。其速度之大小適使其每行一哩時，下墜之呎吋與地球之曲度相合（見第 102 節）。若無空氣之阻力，則此彈必將繞地進行，而以毫不減少之速度回至原發射點，且將繼續此勢而永繞地球以運行。此非人造之一月乎？

試詳細研究之；設 A（第 69 圖）爲礮彈之發射點。發射方向爲 $A B$。當礮彈進行時，因受地心引力之吸引，必由 $A B$ 線漸次下墜。但地面因曲度之關係，亦由 $A B$ 線漸次降低，其降

低之呎吋，在第一哩爲8吋。是故礮彈之速度若能使其進行一哩時亦下墜8吋，則達一哩之末如 C 點時，其去地面之高度恰與原發射處相等；且其進行



(第 69 圖)

之方向必變爲 CD，卽 C 之切線也。不寧惟是，當其進行時，地心引力之吸引，恆作用於其運動方向之直角處，故其速度不增亦不減，因而其運動得以常保持原狀而無所改變也。

欲求此彈之速度究應每秒若干哩，其法不一。但最簡單者仍爲

$$S=\frac{1}{2}gt^2$$

公式也。可先求其下墜8吋所需之時間。夫吾人既知

$$S=8\text{吋}=0.63\text{呎}$$

$$g=32\text{呎(每秒)}$$

因而求得　　$t=0.20$　秒

是卽此彈向地下墜8吋時，其進行一哩之速度需時0.2秒；換言之，卽每秒5哩也。據此故，吾人若欲由高山之頂上發一礮彈，使其繞地運行不已，有如月之經天，其速度則須每秒5哩

也。

127. 速度較大之拋射體究歸何處 凡拋射體每秒能行 5 哩時，則將永繞地球以運行，無時或息，吾人旣知其故矣。然以地心引力之値不變之故，若拋射體之速度較大，則勢必離地而去，永無歸期。據推算，如向上發一礮彈能達每秒 21 哩之速度(見第 124 節)，或依地平每秒能超 6.9 哩之速度(見第 170 節)，則必離地而去矣。苟宇宙間別無其他物質以相吸引，且將無限進行，而永無止境。但其速度若僅足以使其離地而去，則必仍受太陽系中其他星體之吸引。就中吸引力之最大者當推太陽。故猶不致飛去無限遠，而與本系完全脫離關係也。

本章參考書

Jones, H. S.——General Astronomy.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Hosmer, G. L.——Practical Astronomy.

Kimball, A. L.——College Physics.

Corbett and Hsieh.——Principles of Physics and their Modern Applications.

李安德——天文略解

第五章　地球之自轉

128. 天象之視動　吾人仰觀日月，殆皆東升而西沒。復觀星辰，其在南方者亦皆東升而西沒。其在北方者則取與鐘針相反之方向，繞極星而作等速圓運動，約經一晝夜而旋轉一周，此吾人日日所見之現象也。昔人爲說明此種現象起見，乃假定天爲一水晶大球，日轉一周。恆星皆固定於其上，隨之共轉。日月五星則一面隨之共轉，一面向東自動云云。今吾人知天體之此種轉動，並非眞動，乃係視動。蓋因地球自轉，其結果勢必生此現象，猶之乘舟，每不覺舟之前進，而覺見岸上之樹木後退也。

129. 地球之眞動　吾人每日所見天球由東向西旋轉一周之現象，實由於地球每日由西向東自轉一周所致也。考地球自轉一周，所需之時間，通常謂之一日。實則23小時56分3.1秒。不及一日，卽完成一周。其自轉速度之大小，以距赤道遠近爲等差。赤道之圓周最大，故其速度亦最大，每小時約行一千餘哩。漸近兩極，速度漸小。至兩極點則速度等於零矣。天津在

北緯 39 度 8 分，每小時約行 770 哩。

就現象言之。或謂天球旋轉，或謂地球自轉，兩說皆通。無可軒輊。古人之假說，亦不無見解。今科學家所以堅認地球自轉者，蓋有八證。試分述之於下。

130. 證一——地球橢圓基於自轉　據物理學者之試驗，凡液體之球，旋轉愈速，其赤道必因離心力之作用而愈形膨脹，兩極扁平之度亦愈大。地球在往昔既係流動質，今成扁平橢圓形者，其必基於自轉也明矣(見第 119 節)。

131. 證二——星光之迎背　據分光鏡之觀察，凡天空之星辰，自夕至夜半，皆呈迎地而來之象。自夜半至天明，則呈背地而去之象(參閱第 157 節)。倘係天球旋轉，則星辰與吾人之距離應永相等，必無此迎背之象。今竟有之，其必基於地球之自轉也明矣。

132. 證三——風向之偏斜　凡赤道以北之風恆向右偏，赤道以南之風恆向左偏。而從無正北正南之風。具體言之，即北半球之風，由赤道吹向北極者，皆偏於東北。由北極吹向赤道者，皆偏於西南。南半球則反是。

此純由地球自轉所致者也。蓋赤道之旋轉速度極大。凡由赤道吹向北極之風，因慣性作用，常能保持其既有之大速度以

進行，故其方向不爲正北，而必稍偏於東。凡由北極吹向赤道之風，因其原有之速度較小，致其進行時不能以共同速度而與地同轉，故其方向不爲正南，而必稍偏於西。職是之故，在赤道以北之風乃恆向右偏。在赤道以南者反是。

欲明此理，可作一試驗：置一玻璃球於一圓版之中心，擊之使動，則必由中心循一半徑線而直向圓周進行。試將圓版徐徐旋轉之；玻璃球雖仍一直向外進行，但在旋轉版上所畫之痕迹必落於原循半徑線之後，而成一曲線。圓版若向左旋轉，玻璃球則向右偏。圓版旋轉愈速，玻璃球偏斜愈甚。

所當注意者，風向之偏右或偏左，不惟吹向南北者有然，即吹向東西者亦有然。其他如海流之流動，亦復如此，不過程度較低，以其流速較小也。河流在赤道以北者，亦有偏右之趨勢，在赤道以南者偏左；但因河岸之阻撓而不克實現。依同理火車進行時，亦有偏斜之趨勢，但因輪緣之箝制，乃不得不依軌而進也。

133. 證四——類同律 據觀測所得，太陽系中之天體，有大於地球者，有小於地球者，而皆繞軸自轉。依類同律言之，地球似不宜獨異。此雖不能積極證明其自轉，然亦未可特視地球爲例外也。

134. 證五——東西時間因地轉而有遲早　以上四證，皆自然界之現象。或仍有以爲不足資證明者。茲再舉四證，以便隨時實驗。

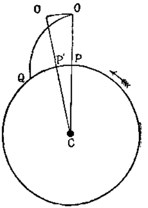
二人對準時計，東西背行，東行者則見日出漸早，而時計較緩。西行者則見日出漸遲，而時計較速。二人相去愈遠，時刻相差愈多。如在天津行此試驗，則每東行百丈，時間必早一秒。

135. 證六——槍彈方向因地轉而偏斜　上述風向及海流，在赤道以北者恆向右偏，在赤道以南者恆向左偏。此自然界之現象也。吾人若欲確知其是否爲地轉所致，可以放槍實驗之。據多次之實驗，若在赤道以北放槍，無論發射方向爲南北，抑爲東西，皆向右偏。在赤道以南則皆向左偏。地非自轉，焉能如此。

136. 證七——墜體之東偏　因地球自轉之故，凡物體自高下墜，不依鉛直線而下，必稍偏於東。此亦物體慣性之一現象也。

試詳言之，據轉動原理，凡離轉動軸愈遠者，其運動速度必愈大（見第 86 節）。考地面上離地軸最遠之處莫過於赤道。故在赤道上之物體，其運動速度爲最大。每小時約行 1000 哩。今設 C（第 70 圖）爲地軸上之一點，CP 爲垂直此點之一線。

設在P點有一高塔。塔之頂爲O。地球旋轉之方向爲PP'。於一單位時間內CP移至CP'。如此則塔底之速度爲PP'，而塔頂之速度爲OO'。若有一物由塔頂下墜，其運動必爲其向O'進行與向C下墜合併而成之合成運動。夫物體之所以下墜者，因受地心引力之吸引也。惟此吸引恆與OO'線成直角，故OO'方向之速度不受任何影響。職是之故，在單位時間內物體向東運行之距離，適與其不下墜時相等。夫地心吸引之作用旣連續而不斷，故物體之下墜也亦漸次加速。直至墜於地面而後已。其所經之路徑必爲一拋物線如OQ（參閱第125節）。而Q卽物體墜地之點。且此點必在塔底P'之東，因OO'之弧距大於PP'也。因此，故凡物體自高下墜必稍偏於東。反之，若地不自轉，物體則應依鉛直線而墜於塔底。



（第 70 圖） 物體偏墜

考物體下墜之東偏，在兩極則爲零，在赤道爲最大。至其他各處則各隨其緯度之餘弦（cosine）而異其大小。若在天津試驗之，由高 500 呎之處下墜，及地僅偏東一吋。但此種試驗

非常困難。因空氣稍有擾動，結果卽不精確。故以往之學者多藉礦井以行之，可免空氣之擾動也。結果均證明地球自轉。

常人因不知物體下墜時之前進運動，每疑地球既自轉，物體似應墜於塔後，而不應墜於塔前，此大誤也。其蔽實坐於只知塔之隨地運動，而不知物體因慣性作用亦向前運動也。欲明此理，可於火車中作一實驗。試懸一球於車頂，球下畫一橫線。當車疾行時，將球繩剪斷之。驗其結果，球必不墜於橫線之後，乃適墜於其上。何也？蓋球下墜時之前行速度，與車行之速度適相等，故其下墜也一若由上而直下。然自車外觀之，則非由上而直下，乃循一拋物線而下也。觀乎此可以知物體下墜時之前行運動矣。

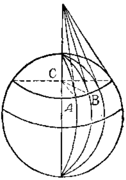
137. 證八——佛科氏擺之實驗　地球之自轉，雖有以上之七證，然固執者仍不之信。自 1851 年法國物理學家佛科氏（見第 21 節）用長擺實行試驗以後，世人可隨時用其方法，以坐觀地轉。凡曾經試驗者莫不拍案歎服。故在今日已不復有疑義矣。試詳爲說明其故。

按物體之慣性原理，凡自由振動之擺，除非受有外力之擾動，則其振動面必始終保持原方向而不改。吾人不妨作一試驗：試以小球作擺，懸之架上，置架於桌。當其振動時，輕輕將

擺下之桌旋轉之，勿使擺受搖震。然後驗其結果，則必見振動面保持原方向而不改。且無論擺下之桌係向左轉，抑係向右轉，而結果均不改。

據此原理，設懸一自由振動之長擺於北極。爲使其能長時自動起見，敷以機器。更套一玻璃大罩，以防風之侵擾。如此，其振動面應保持原方向而不改。然因地球在擺下自轉之故，吾人則見其振動面似取鐘針方向而旋轉。每小時 15 度。凡 24 小時而完全旋轉一周。實則振動面未嘗旋轉。乃地球在下自轉，吾人隨之亦轉。由吾人視之，則似覺其旋轉耳。

地球雖自轉，而赤道上之子午線始終平行。因此，吾人若懸一擺於赤道，使依子午線而振動，則其振動面必永保持原方向而不改也明矣。



(第 71 圖)

其在兩極與赤道間之各地時，振動面旋轉之速度則各隨緯度而異。蓋去極愈遠，速度愈小。完全旋轉一周所需之時間亦愈長。試以第 71 圖說明之。設 A, B 爲同緯相距 15 度之二點。其子午線之切線各交地軸延長線於 O 點。AOB 角卽子午線每小時改變方

向之度數。因此，若將擺懸於該緯度，其振動面每小時旋轉之度數必等於 AOB 角。依三角法求之，振動面每小時旋轉之度數等於 15° 乘緯度之正弦 (sine)。若在天津行此試驗，每小時尚不及 10 度。故完全旋轉一周之時間需 36 小時有奇。

昔佛科氏於 1851 年行此試驗時，係在巴黎萬神廟 (Pantheon) 之圓屋頂上。以 200 呎長之細金屬線，懸一鐵質重擺。擺下四周，敷設圓形鐵軌。軌上堆細砂，其形如脊。軌旁刻度數，以記擺之位置。實驗之先，用紗線繫擺於鐵軌一旁。待數小時後完全靜止，乃持火燒斷紗線，故擺自動。少頃，見擺之振動面漸次取鐘針方向而旋轉，畫新紋於砂上，歷經 32 小時左右而完全旋轉一周。但以摩擦力之故，往往未及一周，振動即形衰弱。故於鐵軌中央置刻度圓版，以便振動衰弱後觀察之用。當佛科氏之行此試驗也，觀者塞途，盛極一時，實為人類坐觀地轉之第一次。

吾人可在北極建一大秋千，高數丈；敷以機器，使能往返自動，且能自由旋轉。吾人登之，可不受地轉之影響與支配，眞有世外之樂也。

138. 人何以不覺地轉　地球自轉無疑義矣，但吾人何以不覺其轉；況其旋轉之速度又極大。就赤道言之，每秒約行

1540 呎，以視今日之最快火車尙快二十倍。夫以若是之旋轉體，吾人身居其上，而竟毫不覺其轉動；甚且以爲靜穩如泰山。此其故何也？

欲明此理，須先知所謂轉動者，乃屬於相等性，而非絕對性。故欲決定一物體之轉動與否，非藉其四周他物之相互距離及方向有無改變以斷之不可也（參閱第 62 節）。苟其四周空無一物，則其轉動與否，無從辨別。夫吾人謂上之天（卽空氣），以及地上之萬物俱隨地以共轉，欲藉此以判斷地轉與否，當然不可。必也求之於地球以外之物。然地球以外之物，其距離皆非常之遠。最近者爲月，然猶有二十四萬哩之遙。故地球雖旋轉，而其附近實無留物以掠過吾人之目前，可作觀察之標準。是以終不覺其自轉也。譬之行路，吾人所以自覺前進者，因有四周之留物以相觀感也。苟其無之，則進亦不覺也。吾人不皆有閉目乘車之經驗乎？只覺搖動，而不覺前進。若路平車穩，並搖動而無之，則閉目乘車與坐禪無以異也。地球既自始旋轉，萬物生而具此慣性。倘一旦停轉，吾人且必登時摔斃；樹木臺宇亦必拋散空中，可斷言也。不觀火車驟停之際，乘客之傾倒乎？其理一也。

吾人不惟不覺地轉，反覺空中之日月行動 此所謂視動

也。視動之例甚多。如由行動之火車中外望，只見車下之地向後遄飛，而不覺車進。雲中觀月，見月行甚速，而雲不動。橋上觀流水，每覺橋動，而水不動。坐於靜止之火車中，因見相反方向之車動，則覺自己之車動。諸如此類，不勝枚舉。蓋按相對運動之原理言之：若吾人向一靜止之物體進行，其相對運動（即距離及方向之改變）必一若吾人靜止，而該物體向吾人以進行也。例如一物體在南，而吾人向之前進，則一若該物體向北而進也。及吾人達到該物體時，其結果則與該物體向吾人而來也相等。是故究係日月行動，抑係地球旋轉。若徒憑視動，則無以判決。非另有證據不可。吾人所以確信地球旋轉，而非日月行動者，蓋基於前述之八證。

139. 地球之角動量　考物體旋轉，若欲其停止，有須用極大之力而後止者，有只需些少之力而即止者。可知物體旋轉，其大小之量有不同也。此種旋轉大小之量，謂之角動量。經科學家研究之後，知角動量之大小，須視旋轉體之質量之多寡及旋轉速度之大小而定。嘗見機器上之大輪，雖轉動極遲時，欲使其立刻停止，亦頗不易。質量大也。當吾人繞圈競走時，競走愈疾，身體傾斜愈甚，而停止亦愈難。速度大也。夫地球既爲偌大之一球，而又具有偌大之旋轉速度。其角動量之偉大，不待

推算而可知矣。是故若欲地球停止旋轉。縱令集合全世界之人類,一齊出動而阻止之,猶無濟於事。必也以全世界人類之力之 2×10^{24} 倍,方克有成。何以知之,試說明其故於下。

按物體之角動量等於轉動慣量與角速度相乘之積(見第91節)。其公式為

$$角動量=I\omega$$

式內 I 為轉動慣量,ω 為角速度。但按第90及86節所示,知

$$I=\frac{2}{5}mr^2$$

$$\omega=\frac{v}{r}$$

故可將上式變為

$$角動量=\frac{2}{5}mrv$$

用此式以推求地球之角動量,則

$m=6\times10^{21}$ 噸 (見第282節)

$r=3958.83$ 哩 $=20898240$ 呎

$v=1540$ 呎(每秒)

乘除之,得

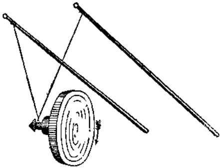
$$地球之角動量=75\times10^{30} 噸(秒呎)$$

假設一人之力能將 125 磅重,直徑 2 呎之球每秒推轉一呎,則其推轉力必為 50 磅秒呎。今全世界之人口約為十七萬萬。若合力而推之,其力當為 85×10^{9} 磅秒呎。按一噸等於 2204.6 磅。是即地球之角動量等於全世界人類之力之 2×10^{24} 倍也。欲使其停止旋轉,當然必須以相等相反之力加乎其上明矣。

140. 地軸之方向不移 地球在空中旋轉,其軸恆指一定之方向,始終不移。考其原因,實出於物體之慣性作用。按物體旋轉時,如無外力之擾動,其轉動軸恆指一定之方向而不改。雖旋轉體被移動而改位置時,其軸仍保持平行。此在力學上謂之動力程度。

此種之例甚多。常引證者為陀螺與盤旋機(參閱第 182 節)。當陀螺或盤旋機疾轉時,其軸恆指一定之方向而不改。及其停止,則立見傾倒。若移陀螺於汽船上,仍使之疾轉,則每呈前仰後搖之象。細考察之,知陀螺實未嘗搖動,乃因汽船搖動而竟呈此視動也。利用此原理,故今日汽船上之指南針有以盤旋機裝製之者。蓋取其恆指一定之方向而不改之功用也。再觀單輪空鐘。當其被掣起而旋轉時,必平轉而不倒。脚踏車行動時,亦直立而不倒。鐵環滾動時,亦直立而不倒。是又為轉動軸

保持平行之顯例也。



(第 72 圖) 單輪空鐘之平轉

按角動量言之(見第 92 節),角動量愈大,則外力擾動轉動軸之方向亦愈難。夫地球角動量之大,旣如上節所述矣。因以知其軸恆指一定之方向,而始終不移者,勢使然也。

141. 兩極移動 地軸雖恆指一定之方向而不移。然據學者之硏究,知兩極點並非固定於地面。乃是循不定形之曲線移動於直徑約 60 呎之圓內。繞一中心點,時遠時近。每日或一吋二吋三吋不等。其情形極為複雜。似於七年間必有一年移動最甚。三四年後必有數月移動甚微,幾不出其中心點。吾人雖不居於地球之兩極,然可藉鉛直線與地軸所成之角度以推求之。夜夜皆可測驗者也。

考兩極點所以移動之原因,實由於地球上物質之分布時

有改變。譬如將喜馬拉亞山一旦移於格林蘭，則地球之重心必立時爲之一變。其本來之平衡既失，吾人則必見地軸發生搖蕩之象。故只移動地面之重物，卽能使地軸發生搖蕩。據學者推算，若欲使地軸搖蕩 60 呎之距離。卽用 5×10^{10} 馬力足矣。或疑此數太大，不可思議。其實大則大矣，然專就海水言之，其因光熱作用而蒸發成氣之工量卽足以抵此。蓋海水之蒸發成氣後由赤道流動至北極者。每年平均約有 7×10^{8} 噸之多。故地上之水變爲雨雪冰霜之後，其不規則之分布卽足使地軸搖蕩不已也。其他如江河之流動，沙土之遷徙，以及地殼之隆起或陷落，皆足以使地球上物質之分布有所改變。卽皆足以使兩極點移動也。

詳考兩極點之移動，乃係兩種運動合併而成者。其一爲繞 30 呎長之橢圓者，一年一周。其二爲繞直徑 26 呎之圓者，約 430 日一周。二者皆取與鐘針相反之方向。其一年一周者，概與氣象有關係。冰雪之積消，風雨之變幻，皆其原因也。其 430 日一周者，概與地球之彈性有關係。倘地球爲渾然剛性，其週期應爲 305 日。但若稍具彈性如鋼鐵者然，其週期則應爲 440 日。而此數與所考見者相近，因知地球具有彈性。且其彈性與鋼鐵相近也。

兩極點既移動，其影響所及，致使赤道遷移。即地面之緯度亦因之而遷移。其實赤道與緯度之所在地並未遷移，乃據以推量之坐標有所遷移也。

142. 自轉速度之改變　按運動定律言之，若地球不受外力之擾動，且體積與形狀又無改變，則其繞軸旋轉之速度應絕對不變。然地球卻受有外力之擾動，體積與形狀又時有改變，故其旋轉之速度不能永久一致而無變。然其變至微，人生數十寒暑，不易查覺，玆將其最著者分述於下。

地球自始即向空中散熱，因而其體積漸次收縮。今地球表面雖已冷卻，不復有熱可散，然其內部之熱仍繼續傳至地面而散之於空中。故其體積亦仍繼續收縮而不已也。既如是，其旋轉速度必漸次加大。何以言之？蓋按運動定律推論，凡旋轉體不受外力之擾動時，其角動量恆爲常數（見第 91 節）。角動量者，質量，速度，半徑，相乘之積也（見第 139 節）。基於此，故知旋轉體之體積若有收縮，其速度勢必變大。蓋必如此方足以保持原角動量爲常數也。但吾人知地球之旋轉若加速，其結果必使晝夜變短。顧地球因散熱而起之收縮，爲非常之緩。是以晝夜因此而變短之時間，須兩千萬年始有一秒之差。

地球在空中旋轉，乃有無數之小隕星墜於其上。結果不惟

增加其質量，且有使之旋轉漸遲之勢，因而晝夜爲之延長。或疑地球既如此之大，彈丸之隕星何足以影響其旋轉。此種見解，頗爲合理。若專就短時期而論，確不能生何影響。但吾人研究地球，動輒以若干萬年計。如此，則此種之影響反爲甚著。猶如流水之於高山，以短時期而論，流水不能奈高山何。但以若干萬年計之，則流水能將高山運送入海。雖如此，隕星之影響，仍爲甚微。據推算，晝夜因此而延長一秒時，猶需一百萬年。

地球之洋海，因受日月之吸引，每日生兩次之漲落現象。吾人名之曰潮汐。考潮汐之流動係由東而西(見第 245 節)。故當其行近大陸時，必與大陸之東岸相衝撞。而此種衝撞之結果，則發生極大之摩擦力。考其情形，實無異加一制動機於地球之上。故地球之旋轉因之而漸遲。於是乎晝夜爲之延長。但此種摩擦力雖大，若與地球之角動量相較，又微小不足道。故晝夜因此而延長一秒時，猶需五十萬年。

以上三者皆時在作爲中，然其趨勢不同。有使地球之旋轉漸速者，亦有使之漸遲者。故結果彼此抵消之處不少。就中尤以潮汐之影響爲最大。此外尙有山脈之隆起，高樓之興築，亦皆足以影響地球之旋轉；不過甚微而已。然猶不得謂之無。正如世人所謂“一針墜地，地球爲之一顫”之說也。總之，雖有

以上不同之趨勢，若除去彼此抵消者不計外，地球之旋轉終爲漸次變遲。而非加速。大抵每百年漸遲$\frac{1}{1000}$秒。然經久之後，其影響固不爲不著也。到彼時或彭祖之高壽，而止爲數日，未可知也。

143. 自轉生出之離心力 凡地球上之物體均因地球之旋轉，而生有離心力，故均有離地而去之勢。吾人知物體之所以有重量，係因受地心引力之吸引而生。今既有離地而去之勢，則重量必因之而減明矣。且地球旋轉愈速，則重量因之而減者愈多。據推算，倘地球之體積與形狀均不變，而旋轉較今日加速 17 倍，卽以一小時 25 分旋轉一周，則赤道上之萬物全失重量。人亦身輕似羽。若再速，則萬物盡將拋散空中而去矣。試說明其推算法於下。

按第 75 節，離心力之公式應爲

$$F=\frac{mv^2}{r}$$

又按第 76 節，物體重量之公式爲

$$W=mg$$

上兩式中 m 爲物體，v 爲地球旋轉之速度，r 爲地球半徑，g 爲重力加速度，其值爲每秒 32.2 呎。查赤道上物體之速度，係以 24 小時而行 25,000 哩。每秒約行 1540 呎。故其離心力應

爲

$$F=\frac{m(1540)^2}{4000\times 5280}=0.112\,m$$

如此，則離心力與重量之比爲 $\frac{0.112m}{32.2m}=\frac{1}{288}$。是卽凡赤道上之物體皆因離心力之作用，其重量較地球不轉時輕 $\frac{1}{288}$。欲將物體之重量全部減去，其法自當使離心力等於重量。卽令

$$\frac{mv^2}{r}=mg \quad 或 \quad v^2=gr$$

式內 g, r 皆爲常數，所求者惟有 v。其算法良易。卽以 g 乘 r，然後開平方，得數卽爲速度。

然亦可另用他法求之。按離心力之公式，吾人知速度之平方與離心力成正比例，其他數值皆不變，故速度與離心力之平方根成正比例。而旋轉之時間與離心力之平方根成反比例。夫地球以 24 小時自轉一周時，離心力爲重量之 $\frac{1}{288}$。若自轉之時間縮短 $\sqrt{288}$ 倍，則離心力必與重量相等。查 $\sqrt{288}$ 約等於 17。故知地球自轉若加速 17 倍，而以一小時 25 分旋轉一周，則赤道上之物體全失重量。果至彼時，所謂飛檐走壁，將人人能之。水盆倒置，水亦不傾瀉。極大之磨盤石，嬰兒亦可玩之於掌股之上。然由上節得知，地球之旋轉漸遲。故此種景況，永無

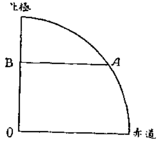
實現之期。

欲知物體在赤道以外之離心力如何，可假定地球爲渾圓體。蓋卽如此假定，亦無大誤。設物體在 A 點（第 73 圖），則 AB 距離 $=R\cos l$。此處之 R 爲地球半徑，l 爲 A 之緯度，物體之離心力則爲

$$f=F\cos l=\frac{1}{288}g\times\cos l。$$

由此可知離心力在赤道爲最大，在兩極則爲零。

復次，離心力在赤道之方向與重力適相反。在其他各處，除兩極外，二者之方向不能平行。故各地之鉛直線均向赤道傾斜。在緯度 45° 處傾斜最甚，約有 11 秒之多。若地球果爲渾圓體，此種傾斜之趨勢，將使各



(第 73 圖)

弛物質向赤道滑溜。首先滑溜者必爲洋海之水。其實地球之形狀，早已應勢構成。赤道略爲膨脹。故足可抵消此種之滑溜也。

144. 自轉之原動力　據吾人之經驗，凡機器旋轉，必須有原動力時時加乎其上。不然，必漸轉漸遲，終至停止而後已。

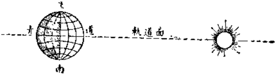
地球之旋轉既始終無大改變，不過因潮汐之摩擦百年間或有$\frac{1}{1000}$秒之遲。其必亦有原動力時時加乎其上，以保持其永久之旋轉，而不致停止明矣。

其實不然。蓋按運動定律言之，若旋轉體不受外力之擾動時，其旋轉速度絕對不變。機器之所以必須有原動力時時加乎其上者，實因其旋轉時所受外界之阻力太多。例如空氣之抵抗，輪軸之摩擦，皆其不可避免之阻力。故必須有原動力時時加乎其上，方足以消除阻力，而保持旋轉。設無阻力，則雖不時時續加，亦能保持旋轉而不息也（參閱第72節）。地球在空中旋轉，可謂毫無阻力。雖有隕星之墜落，潮汐之摩擦，然若與地球之角動量相較。則又微乎其微。故雖無原動力時時加乎其上，而仍能旋轉不息者，實物理上之當然結果也。但在太初時必須有極大之原動力加乎其上，以使其旋轉。以後則不復有時時續加之必要。至此太初之原動力由何而來，尙非今日之科學所能解答。然亦有假說可作解釋之助。參閱第272, 273節可也。

145. 赤道面與軌道面斜交　地球繞太陽運行之路線謂之軌道，地面上與兩極距離相等之大圓謂之赤道(俱見第36節)。此二道面相交之角度如何，實與吾人之晝夜及氣候大有關係。

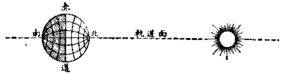
若欲目擊軌道，殊不可能。因地球在空間運行，並無經留之迹。一若舟行大海，去後則無迹可尋也。然可間接以觀軌道面。蓋太陽一年內在恆星間之視動之投影，所謂黃道者，實卽軌道面無限展開所成之大圓也（見第 43 節）。吾人又知地球在空間旋轉，其軸恆指一定之方向而不改。如是，則赤道面之方向亦必保持而不改明矣。顧赤道雖附着於地球，而其面則亦可於空中見之。蓋天球赤道者，實卽地球赤道面無限展開所成之大圓也（見第 41 節）。夫二道既皆可見之於空中矣，則其相交而成之角度，不難測知。故經學者測量之後，知其爲二十三度半之傾斜角。

假設赤道面與軌道面平行如第 74 圖。則各地之晝夜皆平分，必無長短之差別。太陽將終年直射於赤道之上，而無南北運行之象。各地亦無四季之循環。赤道常熱，溫帶常溫，兩極結冰，永無融化之日。不過在一月與七月，因日地距離之關係（見第 160 節），氣候稍有改變而已。



（第 74 圖）

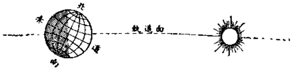
再假設赤道面與軌道面相垂直如第 75 圖。則太陽自春分時必由赤道上漸向北移，經三月之期而達北極之天頂。數日內



（第 75 圖）

似固定於天頂而不移。自無出沒之現象。此時北半球各地皆有晝而無夜，氣候當必酷暑。北極且必熱如蒸籠。未幾，太陽又漸向南移，經三月之期而返回赤道。其餘半年則南半球適與所述北半球之情形相同。如此循環不已。兩極之氣候，必變化極大。

但按之實際，赤道面與軌道面既非平行，又非垂直，實係 $23\frac{1}{2}$ 度之斜交如第 76 圖。因此，故各地之晝夜有長有短。一年之寒暑有往有來。乃成今日之世界焉。



（第 76 圖）

143. 晝夜　晝夜之別，由地球自轉而生。蓋地爲圓球，無論何時日光僅照其半。其向日之半則爲晝，其背日之半則爲

夜。故自轉一周，即成一晝夜。考晝夜之長短，則又由於赤道面之傾斜所致。當日光正射赤道時，南北兩半球之晝夜皆平分，無長短之差別。至日光正射赤道以北，則北半球受日光之部分多(見第 76 圖)，故晝長夜短。南半球受日光之部分少，故晝短夜長。此時愈北則晝愈長，至北極則有六月之永晝。愈南則夜愈長，至南極則有六月之永夜。及日光正射赤道以南，其晝夜之長短，適與正射赤道以北時相反。

147. 晝夜與緯度之關係　由上節所論，則知晝夜之長短與緯度大有關係。赤道之晝夜終年平分。漸近兩極，相差愈殊。北極地方自三月下旬見太陽現於地平線上。自是遂不復沒。每 24 小時見其繞螺旋大環一周，且愈繞愈高，直至六月下旬其高度達地平線上 $23\frac{1}{2}$ 度。爾後則又愈繞愈低，至九月下旬則完全沒於地平線下。非至翌年三月下旬，不得復見。是謂半年之永晝。同時南極地方則爲半年之永夜。如此，兩極之晝夜一往一來，而適相

(第 5 表) 緯度晝長表

緯 度	最長之晝
0°	12 小時
10°	12 小時 23 分
20°	13 小時 8 分
30°	13 小時 9 分
40°	14 小時 30 分
50°	16 小時 5 分
60°	19 小時 18 分
$66\frac{1}{2}$°	24 小時
70°	56 日
80°	134 日
90°	186 日

反。但當半年之長夜時，因散光作用（見第 332 節），闇然無色時，各不過 90 日。餘時則與温帶地方之曉光晚照相髣髴。

唐貞觀中，史官載骨科幹（種族名，在今西比利亞葉尼塞克斯，卽北緯 59 度）居迴紇北方。瀚海之北，去京師萬里，草多百藥，地出名馬；駿者日行數百里。旣日沒後，天色正曛。煮一羊胛，纔熟而東方已曙，蓋晝長夜短之顯例也，

又挪威國之亨墨非斯城 (Hammerfest) 在北緯 70 度 40 分，爲世界最北之都會。其地自五月 10 日至七月 30 日，太陽常在地平線上，晝夜不落。自十一月 21 日至一月 10 日，則皆爲黑夜。故有夜半觀日之奇景。其地之氣候，因受大西洋墨西哥灣暖流之惠，概屬温和。冬季港灣亦不致結冰。是以夏季來此賞玩夜半之太陽者，頗不乏人云。

（第 6 表）　中國各地晝長表

	廣州	上海	北平	瀋陽	廟奴烏梁海
冬至	10小時38分	9小時58分	9小時10分	8小時56分	7小時42分
夏至	13小時22分	14小時2分	14小時50分	15小時4分	16小時18分

148. 極圈之生活狀況　吾人一聞兩極以半年爲晝夜，首先發生之問題，卽兩極亦有人否？如有之，其生活如何？

考兩極點並無居民。惟北極附近之地則有之。地理學家常

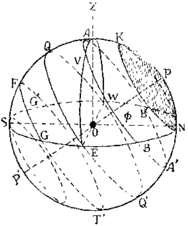
稱之爲極帶居民。此種居民之生活自甚簡陋，不待言矣。其於六月之長晝時，皆四出漁獵。預貯食物，以備長夜之需，但當長晝時，人易困倦而煩躁。故或起或眠，作息無定時。及至長夜也，則蟄居冰室。夜以石碗盛鯨魚之油，作爲燈燭。倦則眠，眠足復起。其間所歷各不過十數小時而已。與吾人起眠之時間相差弗遠。決非一眠六月，而不食不起也。

149 緯度與天體形勢之關係　在赤道所見太陽之升降，既與在兩極所見者逈不相同，如上所述矣。至所見其他天體則如何，實爲吾人所欲知者，故不得不說明之。蓋吾人若立於地球赤道上（赤道之緯度爲 0°），則見天球兩極與地平面相齊。天球赤道必通過天頂。日月星辰必皆取垂直於地平面之方向而升降。各天體之周圍，適爲地平面所平分。十二小時在地平面上，又十二小時在其下。故晝夜之長短永相等，毫無參差。是以吾人在赤道上所見天體之形勢爲一垂直球。

如吾人立於地球北極（兩極之緯度爲 90°），則見天球北極必與天頂相合。天球赤道必與地平面相合。天球赤道以北之恆星，皆繞天球北極，而作平行之圓運動。永久可見，並無升降，惟日月之運動，因其半時期在赤道北，又半時期在赤道南，換言之，卽因其半時期在地平面之上，人目所能見，其他半時

期在地平面之下，人目所不能見。故北極附近全年約見太陽半年，全月約見太陰半月。是以吾人在兩極所見天體之形勢，為一平行球。

如吾人立於地球北極與赤道之間，則見天球北極之位置必較地平線為高。恆星之升降必取傾斜於地平面之方向。如第77圖，PON 角為觀測點之緯度，凡恆星與天球北極之距離短於 PN 弧者，永久可見。今以 P 為圓心，PN 為半徑作一圓，則此圓即為該地之永照圓。緯度愈高，永照圓亦愈大。反之，以 P' 為圓心，與 PN 等長之 $P'S$ 為半徑作一圓，則此圓以內之恆星永不可見，故謂之永隱圓。又天球赤道上



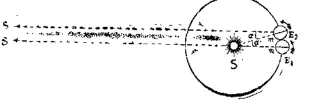
(第 77 圖)　傾斜球

之恆星，其周圓為 $EQWQ'$，適為地平面所平分，故恆星前十二小時可見者，後十二小時必不可見。凡在天球赤道以北之恆星（例如 A）一日所見不止十二小時。蓋 A 之周圓為地平面所

割，其上部大於半圜故也。是以吾人在北極與赤道間所見天體之形勢，爲一傾斜球。

150. 恆星日與視太陽日　恆星日者觀測點之子午線因地球自轉之故由某恆星之位置向東移轉，迄於再達該位置之時間也。若按恆星之視動言之，即某恆星自經過觀測點之子午線迄於再達該子午線之時間也。視太陽日者，觀測點之子午線因地球自轉之故，由太陽之位置向東移轉，迄於再達太陽位置之時間也。若按太陽之視動言之，即太陽自經過觀測點之子午線迄於再達該子午線之時間也。吾人知太陽在恆星間每日向東移動約一度之遠。因此之故，恆星與太陽之日週視轉絕不相同(見第 40, 42 節)，是以恆星日與視太陽日亦絕非等長。精密言之，恆星日較視太陽日短去 3 分 56.9 秒。

試以第 78 圖說明其理。設 S 爲太陽，E_1 爲地球某時所居之位置。設想此時子午線 m 正對太陽及無限遠之恆星 s。

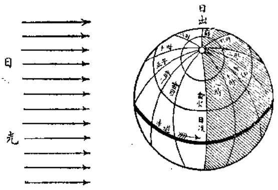


(第 78 圖)

一恆星日後地球前行至 E_2 位置，此時既已自轉一周矣，其子午線 m 必又正對恆星 s。但地球必須再轉角度 α，其子午線方能再正對太陽。但吾人知角度 α 等於地球前進之角度 α'。夫地球繞軌道運行一周既約需 365 日，則其每日前行之角度必為 $\frac{360}{365}$ 度明矣。故視太陽日之長必與地球自轉 $(360+\frac{360}{365})$ 度之時間相等。考地球自轉 $(360+\frac{360}{365})$ 度之時間為 24 小時。其自轉一周之時間必較24小時短去 3 分 56.9 秒。故知恆星日為 23 小時 56 分 3.1 秒。

恆星日既較視太陽日短去 3 分 56.9 秒。統全年而計之，必共短去一日。換言之，一年間吾人見太陽之出沒 365 次，而恆星之出沒則 366 次。天文學上計時之法，每以恆星日為依據。然恆星日不適於俗用。蓋恆星午與視太陽午每年僅相合一次，由此漸離漸遠，半年之後恆星午將在半夜子時。夫人類生活之調節，既皆以太陽為準繩，則以視太陽日為天然時計，乃必然之事也。

151. 地方時與標準時 地球由西向東自轉，人居地面，乃見太陽之視行由東而西，一日一周。在東者見日在先，故時刻較早。在西者見日在後，故時刻較遲。此為地方時。乃各處所見



(第 79 圖) 地方時

太陽之位置而定者也。故凡不在同一經度者，其時必不一致。

地方時旣因經度而異。每相距 15 度，必差一小時。按經度在北緯 40° 之距離，每度約爲 53 哩（見第 106 節），故在吾人所居之處，每東西相距 53 哩，時刻卽差四分鐘。換言之，每 13 哩之距離，卽差一分鐘。再精密言之，每東行百餘丈，則時表須改早一秒。西行百餘丈，則又須改遲一秒。古時交通不便，舟車日行數十哩，相差不過二三分鐘。又因計時之器未精，分秒微差，無從覺察。故地方時尙可適用。今則鐵路電線，密布全球。國際往來，勢如近鄰。非有標準時之設，不足以利交通。標準時者，各地皆採用同一之時刻也。故於 1880 年各國會議，乃創世界標準時之制。卽以格林威治十二小時之頃爲標準，世界皆呼

之爲十二時。考格林威池十二時，約爲天津下午七時四十四分。

我國幅員廣大，地方時竟差四小時之多。東西行之鐵路如北寧隴海等，線亦極長。若各地皆用其地方時，不便殊甚。故民國八年觀象臺乃定標準時區。分全國爲五區，曰長白區，以東經 127 度半之時爲標準。曰中原區，以東經 120 度之時爲標準。曰隴蜀區，以東經 105 度之時爲標準。曰回藏區，以東經 90 度之時爲標準。曰崑崙區，以東經 82 度半之時爲標準。此又國內之標準時也。

152. 國際計日線　依上節所述，在東者則見日較早，在西者則見日較遲。假設吾人起程西行，必每日見太陽來至子午線之時刻，較在家時爲遲。如此，若吾人繞行地球一周，勢必因此而喪失一日。反之，若吾人東行，則又必每日見太陽來至子午線之時刻，較在家時爲早。如此，若繞行地球一周，而以所見太陽經過子午線之次數爲日數，勢必較吾人不作此行時增多一日。因此之故，凡西行而繞地球一周者，必須刪除一日，方能與不作旅行者保持一致之時日。其東行者，必須增加一日，方能保持一致。但此刪除或增加之舉，究應於何地實行之。是不可不有一共同之規定。經航海家協議，乃以格林威池西經 180°

為變更界線 考此線在太平洋，通過伯令海峽，至紐西蘭東方，而成一曲線。凡西航之船舶經過此線，須刪除一日。例如十二月 31 日下午十一時，則改為一月 1 日下午十一時。而新春大吉之元旦竟消磨於無形。反之，東航之船舶經過此線，須重複一日。例如星期二正午，則改為星期一正午。

天津在北緯 39 度 8 分，經度距離約 51 哩。假設吾人於星期一正午由此起程，乘每小時 770 哩之飛機西行。因與地轉之速度相等，途中所見太陽必常在子午線上，而永為正午。24 小時後回抵天津，已屆星期二正午矣。前於第 62 節不云乎。運動乃屬於相對性（參閱第 138 節）。若就地面而論，飛機固以每小時 770 哩之速度而西進。然若就太陽與飛機之相互位置而論，則飛機又未嘗動也。此其情形，恰如水手之撐船。蓋若就船身而論，水手固由前向後步步進行。但若就水手與河岸之相互位置而論，則水手實未嘗有一步之進行也。

153. 飛機隨地俱轉 或問曰，地球既自轉，吾人若乘飛機高入空際而不動，任地自轉，12 小時後落下，不即達美國乎？

曰，此不可能之事也。蓋地球旋轉，同時包地球之大氣亦隨之而俱轉。吾人高入空際，而猶未出大氣之外。故必隨大氣而俱轉。猶船之在水，水向前流，船必被載以俱去，斷無獨留之

理。不觀蚊蠅之飛於火車中乎。當火車疾行時，若蚊蠅不隨車中之空氣以俱進，則豈能由車中之一邊而橫飛至相對之一邊哉。

本章參考書

Mallik, D. N.——The Elements of Astronomy.

Jones, H. S.——General Astronomy.

Moreux, Th.——Astronomy To-day.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Hosmer, G. L.——Practical Astronomy.

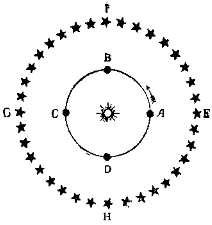
Kimball, A. L.——College Physics.

顧元——天文學

第六章　地球之公轉

154 因公轉而生之現象　地球於自轉外，同時又繞太陽而運行，謂之公轉。公轉一周約需 $365\frac{1}{4}$ 日，是爲一年。其繞日運行之路線，謂之軌道，前於第 36 節已略述之矣。茲舉因公轉而生之數種現象於下，以資隨時觀察。

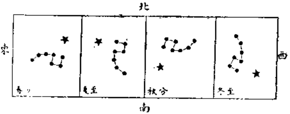
因公轉吾人所見恆星之位置時有改變。如第 80 圖設 A, B, C, D 爲地球之軌道。E, F, G, H 爲軌道外之諸恆星。當地球在 A 時。E 處之星於半夜時必在天頂，卽在吾人之子午線上。且因



(第 80 圖)

與太陽相對之故，其光更明。而 G 處之星不能見，因被日光所掩故也。三月後地球在軌道上進行四分之一而至 B。此時 F 處之星半夜時來至天頂子午線上，而 E 處之星落於西方，G 處之星則由東方初出。又過三月後，地球至 C。此時 G 處之星半夜時來至天頂，而 F 處之星又落於西方。E 處之星又被日光所掩，不復得見。H 處之星乃初出於東方。如此，地球運行一周，吾人所見之恆星亦循環一周。

再向北觀，則見北斗星之位置，亦時有改變。當春分左右夜十一時，見北斗在極星之南如第 81 圖。夏至右左夜十一時，則見在極星之西。秋分左右夜十一時又見在極星之北。冬至左右夜十一時又見在極星之東。如此，亦一年循環一周。蓋因地



（第 81 圖）

球公轉之故，視太陽日長於恆星日，三月後其長六小時之久。故每三月後視太陽日至夜十一時，而北斗星必已過去 90 度

矣。

因公轉之故，吾人見太陽不但每日在恆星間東行約一度。且又一年內在天上南北往返一次。此則由於赤道面與軌道面斜交之故也。猶有進者，一年內所見太陽之視體，亦大小不同。冬日視之稍大，夏日視之略小。此又由於地球於公轉中有距日遠近之差別耳。

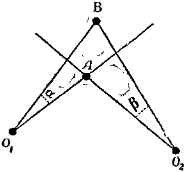
月望時測準月在何星之視位，二次月至此星時必不能圓。須再過兩日始圓。三次月至此星時必更不圓。須再過四五日始圓。如此，愈差愈遠，一年間適差一月。此實由於月繞地球而行，同時地球亦繞日而行。故於每月中須前追兩日，方能達日地間之直線上。

行星本皆繞日運行，但因地球公轉之故，吾人則見其在空中時而東行，時而西行。又時而停止。其運行之軌迹又非常奇異。尤以火星爲最甚（見第 259 節）。此種現象，若不以地球公轉爲依據，必無從解釋。昔哥伯尼所以能發明日爲中心之學說，亦因受行星此種之奇異運動所感而悟出也。

155. 公轉之證——恆星之視差　上節所述之現象，實皆因地球公轉而發生。然古人則以天球旋轉解釋之，謂日月行星懸於天球之內，天球偕恆星繞地而轉。每日一周，稱爲日周

運轉。同時日月行星亦繞地而轉，不過其行較遲云云。按此種之解釋，對於恆星及日月皆非常切合。不過對於行星稍嫌牽強耳。故就現像言之，地繞日轉，與日繞地轉，初無歧異。自遠鏡發明後，始得解決，而確知地繞日轉。其所以能確知者，蓋有三證。曰恆星之視差，曰光之行差，曰杜柏勒原理。試分別述之。

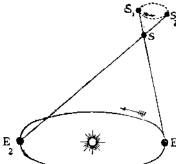
昔天文學家第谷 (Tycho)（見第 16 節）所以反對地動學說者，即因不能發見恆星之視差。其所以不能者，實由於當時之測驗器不精。夫恆星之遠，動以若干光年計。以當時之粗陋測驗器，焉能勝任。茲於研究恆星之視差前，先將視差說明之。凡一物體由二處觀之，其方向之改變即為視差。例如向窗舉一指。以左目觀之，見其在窗之某點。然後閉左目而以右目觀之，必見其在窗前左移而另至一點。若將二目更迭啓閉，則見其在窗前左右移動不已。此吾人皆曾有過之經驗也。更作第 82 圖以明之。設觀測者由 O_1 向右移動而至 O_2，必見 A 以 B 為坐標而向左移 $\alpha+\beta$ 之角距離。觀測者與 A 之距離愈近，



（第 82 圖）

或觀測者移動之距離愈遠，則見 A 發生視差之角距離愈大。反之，則愈小。凡二物體，其移動之方向與觀測者移動之方向相反者，必爲較近之物。故吾人在火車中每見較近之物向後疾行，而較遠者卻與吾人同方向而前進，即此理也。

地球既繞軌道公轉，吾人應見恆星有視差。經天文家柏塞爾 (Bessel) 於 1838 年精測之後，果見恆星之方向時有移動。當地球在 E_1 時(第 83 圖)，見恆星 s 在 s_1 方向。六月後地球運行至 E_2，則見恆星移至 s_2 方向。一年內地球既由 E_1 繞軌道運行一周，而見恆星亦由 s_1 方向繞行一周而成一小曲線。後又經多數天文家之精測，乃知在黃極之星則縮成一正圓形，在黃道而之星則成一直線。其在黃極與黃道之間者，則又各成一橢圓形。若以 ρ 表橢圓形之長軸，則 ρ 等於歲週視差。若以 β 表星之黃緯，則短軸等於 $\rho\ sin\ \beta$。



(第 83 圖) 恆星之視差

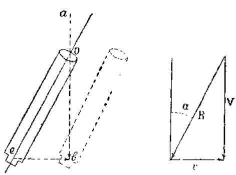
但恆星去吾人非常之遠，吾人之移動又止限於軌道之兩

端。苟非有極精良之測驗器與極縝密之觀察，斷不能得其正確之角度。其勢有似吾人立於山頂上之高塔中。由直徑一呎之圓窗內遠望百哩外另一山頂上之物體，只許由窗之兩邊觀望之。即藉此一呎之移動而求彼物體之視差。於此情形之下，非有極精良之測驗器與縝密之觀察，斷不能成功。據測驗所得，恆星之最近者，其 $E_1 s E_2$ 角度尚不及一秒，遠者更微矣。然自柏塞爾以後，天文家對於此種工作，極感興趣。迄今已精密測出者不下數百顆。

153. 證二——光之行差　因地球公轉之故，吾人又發見恆星之負視差。正視差者恆星移動之方向與觀測者移動之方向相反者也。負視差者則恆星移動之方向適與觀測者相同。於1727 年英國天文學家布拉德利(Bradley)（見第 20 節）首先發見恆星之負視差。氏一時不解其故，甚爲困惑。後在湯姆斯(Thames) 河岸見船上有指風旗。而其所指之方向。非風動之方向，乃船行與風動合併而成之合成方向。因而悟及恆星之所以向前移動者，必因星光之發射與地球之運動合併而生。乃名之曰光之行差。

考此問題，極饒興趣。吾人不妨多舉例以研究之。設有一人戴笠而立於雨中。因無風之故，雨點俱垂直而下，必不能落

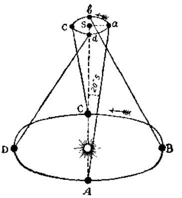
於其人之面。然彼若舉步疾行，則覺雨點由前斜至而擊其面。若再乘脚踏車猛力疾馳，必見雨點斜來之角度更大，而擊面更重。蓋雨點斜來之角度之大小，全視雨點下降之速度與彼前行之速度而定也。依同理，設颳東風時，有一人向南進行。其行愈速，所覺風來之方向愈偏東南。再設有一小球由 a 下降（第 84 圖），吾人斜置一筒如 Oe。筒若不動，小球必落於筒口 O 點。若小球至 O 時，筒向 b 進行。筒底由 e 至 b 恰與小球由 O 至 b 之速度相等，則小球雖係垂直而下，然吾人視之，乃一若斜行於筒中，而由 O 至 e 也。故欲使小球恰落於筒底，則筒必須向前傾斜。而其進行之速度應合於 $Ob : eb = V : v$ 之公式。式內 V 爲小球下降之速度，v 爲筒與小球下降成直角之進行速度。設以 α 表吾人所見小球斜行之方向與其眞正下降之方向相差之角度，則得公式如下：



（第 84 圖）

$$tan\ \alpha = \frac{v}{V}$$

由此可知吾人所見恆星之移動，亦即此理。蓋當星光發射而來時，地球運行不息。因而吾人所見恆星之方向，非其眞位置，乃光行之速度與地行之速度合併而成之合成方向。考光行之速度爲每秒 186,000 哩，地行之速度每秒 18.5 哩。按速度之合併法求之（見第 63 節），以此二速度作平行四邊形之二邊，而畫一對角線。量之可知此對角線之傾斜僅爲 20.5 秒，亦即$\frac{18.5}{186,000}=tan$（20.″5）也。又經天文家精測數千恆星之結果。知所有恆星由其眞位置移動之最大角距離，均爲 20.5 秒，特名之曰光行差常數。故當地球在 A 時（第 85 圖），吾人見恆星 s 在 a，由其眞位置移動之角距離爲 $\angle s\,A\,a$。地球在 B 時，吾人又見其移至 b，如此，地球在軌道上節節進行，而恆星在天球上之位置亦移動不息。夫半年後地球運行之方向旣相反，故恆星移動之方向亦相反。



（第 85 圖）

考恆星移動之最大角距離，旣在地球之運行與星光射來之方向成直角時，故恆星之在

黃極者。以其永垂直於地球運行之故，其移動之角距離亦永爲20.5秒。因而一年內在天球上畫一直徑41秒之正圓形。

又考地球之運行若直向恆星或離去恆星時，吾人則不見其移動，自無光之行差。故凡恆星之在黃道者，一年間吾人只見其前後擺動，而畫一長41秒之直線，

其在黃道與黃極之間者，一年內則各畫一橢圓形。長軸爲41秒，與黃道平行。短軸則按星之黃緯 β 而定，而永等於41″ $\sin\beta$ 也。

於此所當注意者，光之行差與恆星之視差逈非一事。蓋後者之移動與觀測者移動之方向相反，而前者之移動則與觀測者適相同，一也。後者之移動之大小，依觀測者與恆星之距離而定，而前者則無論恆星之距離如何，均爲20.5秒，二也。至其相同之點，只有在天球上所畫之形狀耳。或爲正圓形，或爲橢圓形，或爲一直線，似皆相同。此外則無相同者也。

自布拉德利發見光之行差後，世人欲目擊地球之運動。可於天球上觀之。欲目擊軌道之縮影，亦可於天球上觀之。是爲地球公轉之鐵證。雖欲不信，豈可得哉。

157. 證三——杜柏勒原理 欲知觀測者係向發光體而進，抑係背發光體而退，若藉分光鏡之分光作用，皆可得而推

斷之。地球若公轉，勢必時而向某恆星而進，時而又背某恆星而退。此種現象，當能於分光鏡上見之。據實驗所得，乃果皆如所期。

按光學原理，光爲一種波浪之作用，故謂之光波。考光波發生之根源，由於物體中微點之振動。其振動次數之多寡，與顏色大有關係。欲知微點每秒振動之次數爲幾何，可先算出其波長爲若干。然後以波長除光之速度，卽得微點振動之次數矣。據物理學家求出各色光波之結果，知紅光之波爲最長，紫光之波爲最短。其他各如次：

紅	0.00068	粍
橙	0.00063	粍
黃	0.00060	粍
綠	0.00052	粍
靑	0.00049	粍
藍	0.00046	粍
紫	0.00042	粍

吾人早知光之速度爲每秒 186,000 哩，卽 314,000,000,000 粍。以波長 0.00068 除之，約得 46×10^{13}，是卽發紅色光之物質之微點每秒振動之次數也。苟不憚煩，若再以其他顏色光之

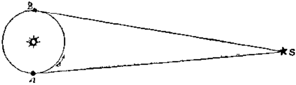
波長，照法除光之速度，則可得發其他顏色光之物質，其微點振動之次數。由是考得發紅色光時微點振動之次數爲最少。其次爲橙，其次爲黃，其次爲綠，其次爲青，其次爲藍，其次爲紫。由此觀之，可知所以有各種不同顏色之光者，全在發光體微點振動之次數不同也。

考白色之光，夜係數種有顏色之光合併而成。故若用分光鏡使白色之光分解，則見其呈種種之色彩。其一端恆爲紅色，次爲橙、黃、綠、青、藍五色，他端爲紫色。此種現象，謂之光譜。考恆星之光譜，與日月同。其中有無數平行之黑線，學者稱之爲發氏黑線(Fraunhofer's line)。而此種黑線，時而向紅色一端移動，時而向紫色一端移動。於 1842 年德國物理學家杜柏勒(Doppler)對此加以解釋。其詞曰：『凡觀測者與發光體之距離若變大，雖發光體中微點振動之次數如常，而觀測者必覺每秒所收之光波變少，而波長變大。其距離若變小，結果則反是，云云』。考此種解釋，非常恰切。故世稱杜柏勒原理(Doppler's principle)，爲科學界中一大貢獻。

欲明杜柏勒原理，可就聲波試驗之。吾人知聲之高低，在每秒聲波入耳之多少。多則聲高，少則聲低。是故吾人若向發聲體而進，必覺聲高。蓋每秒入耳之聲波較吾人靜止時爲多

也。反之，吾人若背發聲體而退，每秒入耳之聲波既少，則必覺聲低。故火車掠過時，其汽笛之聲忽低，脚踏車迎面而來時，其鈴聲恆較其馳去時爲高，皆此原理也。

基於此原理，故知恆星光譜中之黑線所以移動者，實由於地球之公轉。試繪圖以說明之，設 AB（第 86 圖）爲地球軌



（第 86 圖）

道，而其運行之方向如箭頭所示。設 s 爲一極遠之恆星，地球運行至 A 時，係向恆星 s 而進，故光譜中之黑線向紫色一端移動。六月後地球至 B，其進行之方向適與在 A 時相反，乃係背恆星 s 而退，故黑線又向紅色一端移動。徧考恆星，皆發生此種現象，且呈一年一周之循環性。其在黃道者尤爲顯著。此非地球公轉之另一鐵證乎？

158. 地球運行之速度　據上舉三證，則地球繞日運行無疑義矣。考其運行之速度，則又非常之大。吾人日常所見之運動體，無可與之比擬者。蓋地球軌道約長六萬萬（600,000,000）

哩，而地球於一年間繞行一周。假設吾人乘世上最快之火車，每小時能行六十哩者，繞此軌道，猶需一千一百餘年之歲月。卽自唐憲宗迎佛骨時登車，終唐之世，進行不息。再歷宋、元、明、清，直至民國之今日始能繞行一周。且乘此車者須攜眷屬，以便世代相承，子以傳孫，孫再傳子。不然，必難乎爲繼。試再以數數之法計之，假設吾人每分鐘能由一數至二百，一日一夜應數至二十八萬八千。而此六萬萬之大數，則需六十九個月數完。但於此六十九個月中，又須寢食俱廢，晝夜不輟，夫然後可。而地球竟於一年間運行之，計每秒行十八哩半，每日行一百五十萬哩。其速度之大，亦可驚矣。

159. 何以不覺地球之運行 依上節所述，地球運行之速度，每秒十八哩半，約抵礮彈最大速度之 50 倍。夫以若是之一運動體，吾人身居其上，而竟毫不覺其運動，何也？

此其原因甚爲簡單。蓋地球在空間運行，非常平穩。因地面空氣圈以外，完全爲眞空，絕無阻力。故不生顚簸之象，吾人無從而察覺之。有如靜水之行舟，舟中之人，實難知其舟之前進與否也，此其一。凡運動概屬於相對性，已於第 62 及 138 節詳論其故矣。而地球以外之近處，並無停留之物，可作吾人觀感之標準。故地球運行雖若是其速，吾人亦終不之覺也。正如

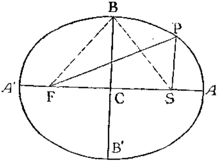
閉目乘車，無論車行如何之速，只覺其搖蕩顛簸，而不覺其前進，此其二。有此二因，故自有生民以來，未有能覺其運動者也。

160. 軌道之形狀及其附屬名詞　軌道者地球在空間繞日運行之路線也（見第 36 節）。用觀測法，得知地球軌道為橢圓形。其圓周約長 600,000,000 哩。太陽不居其中心，而居其二焦點之一。因此地球與太陽之距離，雖平均言之，為 93,000,000 哩（見下節），然常不相等。其最近時在一月一日，名其處曰近日點，相距約 91,500,000 哩。其最遠時在七月一日，名其處曰遠日點，相距約 94,500,000 哩。考地球在近日點時。吾人視太陽較大，其半徑為 16 分 18 秒。在遠日點時吾人視之則較小，其半徑為 15 分 45 秒。又考地球在近日點時，因引力之作用，運行最速。在遠日點時，運行最遲（見第 168, 169 節）。故所謂地球每秒運行 18.5 哩者，亦其平均數耳。

橢圓形者一曲線也。其任一點與兩焦點之距離之和為常數者也。且其和恆等於其長軸，已於第 48 及 49 節詳論之矣。茲為促讀者之注意起見，復提要言之。設任擇一點如 P（第 87 圖），則 $SP+PF$ 必等於長軸 AA'。AC 為半長軸，通常以 a 表之。BC 為半短軸，通常以 b 表之。依幾何原理，偏心率 $\frac{SC}{AC}$

等於$\frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a}$。

設以第 87 圖爲地球軌道，則太陽居 S 點。而 A 爲近日點，A' 爲遠日點。聯此二點之線爲其長軸。長軸向兩方無限展長，稱爲遠近線。無論地球在何點，由太陽畫至地球之直線如 SP 者，稱爲近點距 (anomaly)。



(第 87 圖)

161. 日地距離之測法　日地之距離，測法甚多。如以調和定律求之，以光之行差求之，以光差常數求之，以日之視直徑求之，以金星之凌日求之等法，不一而足。而所得答案懸同，故其精確之程度可知。茲僅說明前二法，餘者從略。

調和定律者刻卜勒之第三律也(見第 83,252 節)。其詞曰：『行星週期之平方，與行星及太陽之平均距離之立方成正比例』。其公式爲 $P_1^2 : P_2^2 = A_1^3 : A_2^3$。法先求地球與任一行星之距離，例如火星。欲求地球與火星之距離，可利用地面之兩處爲觀測點如 A, B (第 88 圖)。旣得兩處視差之角度，然後

(第 88 圖)

運用三角法。如此，求得地球與火星之距離爲48,000,000哩。再適用調和定律之公式，卽得日地之距離矣。吾人知

地球繞日之週期$=365\frac{1}{4}$日

火星繞日之週期$=687$日

火星與地球之距離$=48,000,000$哩

地球與日之距離$=A$

火星與日之距離$=(A+48,000,000)$哩

故 $$(365\tfrac{1}{4})^2 : 687^2 = A^3 : (A+48,000,000)^3$$

卽 $$A=\frac{(365\frac{1}{4})^{\frac{2}{3}}\times 48,000,000}{687^{\frac{2}{3}}-(365\frac{1}{4})^{\frac{2}{3}}}=93,000,000\text{ 哩 (約)}$$

按第156節光行差之公式，

$$v=V\tan a$$

吾人知V爲光行之速度，每秒186,000哩，a爲光行差常數，

卽 20.5 秒。二者既皆爲已知數，因而求得地球每秒運行之速度 v 爲 18.5 哩。次以恆星年(見第 185 節)之秒數，與 v 相乘，而得地球軌道之圓周。更以 2π 除之，卽得日地之平均距離矣。其値亦約爲 93,000,000 哩，

162. 軌道面之方位 吾人既知軌道爲橢圓形矣，則更欲知軌道面之方位何在。世人每以此爲甚難，其實甚易易也。蓋軌道面卽黃道面（見第 42, 43 節），而黃道面卽太陽一年間在天球上繞行而成之面也。故欲知軌道面之方位何在，不必遠求，卽觀太陽之所在可也。

考世人對此每有一種錯誤觀念，卽常以爲軌道面係與吾人之地平面平行。初不思地爲球體，所謂地平面乃係指一地方者而言。世人環球而居，各人所指之地平面，實千差萬別。故惟有與一地方之地平面平行，而決非與任何人所指之地平面皆平行也。就北半球而論，惟有春分時與北美基威丁 (Keewatin)一帶之地平面平行而已。

至地球在軌道上運行之方向，乃係朝向赤道早六時之天頂。設有一人乘每小時 1037 哩之飛機，早六時沿赤道西飛，則此人永在地球運行之前面。

163. 軌道長軸之方向及地球各時之位置 軌道爲橢圓

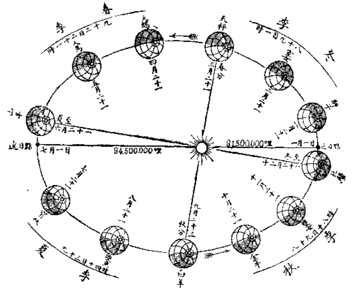
形，吾人既得而知之矣。然初學者每欲問其方向如何，卽軌道之長軸究朝向何方。又地球各時皆在軌道之何點。此種問題不解決，則腦海中終無淸晰之想象。

考吾人在地面上所定之方向，曰南北、曰東西、曰上下。欲知某物在何方位，卽以此種方向爲坐標而指示之。但地爲球形，各地方之方向千差萬別，又加地球轉動不息。故各地方午前所指空中之方向，至午後已大相逕庭。春季所指空中之方向，至夏季又復不同矣。是故若以地面上之方向而適用於空中，必致大誤（參閱第 113 節）。

吾人知宇宙間恆星棋布。天文家乃藉恆星之位置爲坐標，以定空中之方向。因將黃道兩側 16 度以內之恆星分爲十二宮，每宮長 30 度。其名稱及符號順序列之如次：

春季	白羊宮♈ 金牛宮♉ 雙女宮♊	秋季	天秤宮♎ 天蝎宮♏ 人馬宮♐
夏季	巨蟹宮♋ 獅子宮♌ 室女宮♍	冬季	山羊宮♑ 寶瓶宮♒ 雙魚宮♓

既有此十二宮爲空中之坐標，則軌道長軸究朝向何方之問題，不難解決矣。試觀第 89 圖，一望便知近日點在巨蟹宮與獅子宮之間。遠日點在山羊宮與寶瓶宮之間矣（位置不正確，理由見第 184 節）。所應注意者，十二宮之位置，原指太陽逐期之所在。如云春分太陽在白羊宮，夏至在巨蟹宮，秋分在天秤宮，冬



（第 89 圖） 地球逐月之位置

至在山羊宮，乃吾人在地球上於各該時見太陽在各該宮也。若由太陽上視地球，春分地球乃在天秤宮，夏至在山羊宮，秋分在白羊宮，冬至在巨蟹宮，適與吾人所視太陽之位置相反。故吾人欲知地球在軌道之何點，卽藉十二宮之位置以定之可也。卽謂春分地球在天秤宮，秋分在白羊宮等等，以此類推。

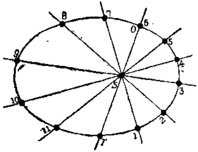
欲知地球何時居何宮，亦非難事。卽於夜半時仰尋天球子午線上之星宮便得。惟欲知太陽何時居何宮，勢非出於間接不可。蓋晝間日光炫耀，衆星爲之失色，星宮無從窺見。只有於太陽甫落時，觀西方天平界有何星象，卽可知太陽居於何宮。越三四日，昔見之星象亦落，更有別星象居其位。以此推知太陽各時之所在。然在今日若用大天文鏡，亦可窺見太陽旁之明星。

164. 軌道之測定法 欲測定地球之軌道，須分三步爲之。先定地球之位置，次測日地之距離，後以曲線聯之，則得之矣。

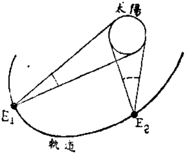
如第90圖設 S 爲太陽。春分時地球在 O 點，經過 S 作直線 $OS♈$，使之對準春分點 ♈。又自 S 作 1, 2, 3, 等直線，其與 $S♈$，所成之角適等於觀測時地球在軌道上進行之角度。故此等直線，可代表由太陽上逐期所視地球之位置。

地球之位置旣定，乃測日地距離。惟日地之眞正距離，推

算頗費周章。今爲簡便計，只求其相對距離。吾人知凡物遠視之則小，近視之則大。例如順望鐵路之兩軌時，每見其愈遠愈狹，卽此原因。若地球軌道爲正圓形，而以太陽爲中心，則吾人與太陽之距離必終年相等。所見太陽之視體亦必永久一致。但若非正圓形，則距離必時遠時近，而其視體亦必時大時小。基於此原理，以求其相對距離，則甚易易也。蓋太陽之視直徑小，則日地之相對距離大，如第91圖地球在 E_1 點是。反之，太陽之視直徑大，則其相對距離小，如地球在 E_2 點是。故相對距離與太陽視直徑成反比例。設太陽視直徑之比爲 7 : 8 : 9，則相對距離之比爲 $\frac{1}{7}:\frac{1}{8}:\frac{1}{9}$。任取一長度爲圖之標準，將各相對距離於其



（第 90 圖）



（第 91 圖）

所居之各線上,一一比例畫定,而以曲線聯之,是即軌道矣 由此得知軌道爲橢圓形,其偏心率爲 $\frac{1}{60}$,太陽恰居二焦點之一。一月一日地球在近日點,七月一日在遠日點。

165. 軌道之曲度 地球軌道爲橢圓形,地球在軌道上運行之速度每秒 $18\frac{1}{2}$哩,旣分別述之於前矣。今試研究軌道之曲度。此問題驟視之似甚難,其實若能運用以前所得之各公式,則甚簡易也。地球旣繞太陽運行,太陽當爲中心力。按曲線加速度之公式,$a=\frac{v^2}{r}$(見第 68 節)。今吾人運用此公式,以 v 表地球之速度,即每秒 $18\frac{1}{2}$哩。以 r 表軌道之半徑,即 93,000,000 哩。乘除之則 $a=0.2332$ 吋。是即凡物體去太陽如地球之遠,因受太陽之吸引而趨就太陽之加速度爲每秒 0.2332 吋也。

設地球靜止不動,在一秒內其趨就太陽之距離,必與物體在地上由靜而動,第一秒下落之距離同其數學原理。此種距離可按第 69 節第 (5) 公式推求之,即 $S=\frac{1}{2}gt^2$。故知地球在一秒內趨就太陽之距離爲

$$S=\frac{1}{2}(0.2332)\times 1^2=0.116\text{ 吋}$$ (參閱第 126 節)

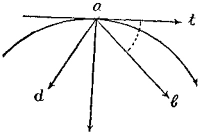
此 0.116 吋即地球在一秒內離去軌道切線之數量也。換言之,

地球運行 $18\frac{1}{2}$ 哩時，其軌道之曲度，較直線稍彎曲，約九分之一吋。

166. 太陽引力與地球離心力 按牛頓運動第一律，凡運動之物體，若不受外力之擾動，則恆依直線之路等速進行，而無止境。由此可知凡物體若依曲線進行時，必有一外力在曲線內之直角處向旁牽引之也。考地球之所以繞日運行，純乎由二力之決定焉。二力者何？一爲太陽之引力，一爲地球之離心力（參閱第 75 節）。無太陽之引力，地球必依直線而去。無地球之離心力，地球必因受太陽吸引之故，而投落於其上。蓋離心力所以抵制引力者，二力相持，乃保有繞日之軌道。此與吾人之手抛一石，完全同理。當石被拋出之後，其所以必依曲線進行，而後卒落於地者，蓋由於二力焉。一爲拋出之力，一爲地心之引力。無地心之引力，石必依拋出之直線而去。無拋出之力，石必垂直而落於地。二力合併，故卒成曲線之路（參閱第 125 節）。且因地心引力不變之故，拋出之速度愈大，其進行之路程愈遠，而其曲線所及之範圍愈廣。再具體言之，地球之繞日運行，與吾人之以繩繫石，而旋轉之，完全爲一理。蓋手向內牽引之力，卽太陽之引力。石向外牽引之力，卽地球之離心力。

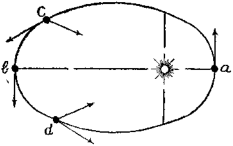
吾人又知，若外力不在物體運動方向之直角處，而在直角

以內之處，則此外力之作用，不僅向旁牽引之，且向前牽引之，故能增其速度。若在直角以外之處，則不僅向旁牽引之，且向後牽引之，故能減其速度。例如物體在 a 點時（第 92 圖），本欲依曲線之切線 $a\,t$ 進行，而外力在 b 點牽引之，與切線成 90 度以內之角，故增其速度。若外力在 d 點牽引之，乃與切線成 90 度以上之角，故又減其速度。考地球之軌道爲橢圓形，太陽居二焦點之一。故太陽



（第 92 圖）

之引力非時時與地球離心力之方向成直角，乃係時而成 90 度以內之角，時而又成 90 度以上之角。故對於地球之速度時增時減。



（第 93 圖）

設 $a\,c\,b\,d$ 爲軌道（第 93 圖），地球在 a, b 兩點時，太陽之引力

適與其離心力之方向成直角，故不能增減其速度，惟折其軌道而已。在其餘各點，則能增減其速度。速度一增，不特增其離心力，且過 a 點後，能增其與日之距離。至 c 點則又減其速度，而亦減其離心力。終則引力勝，復挈地球至軌道上。如此，循環不已。

167. 太陽引力之數量 前述軌道之曲度，在 $18\frac{1}{2}$ 哩內較直線僅差 $\frac{1}{9}$ 吋。或有人疑太陽吸引地球，使其離去直線之力僅僅如此，無乃太小乎。其實不然。欲研究此力之數量為若干，方法甚多。其最簡易者，莫過於將引力之加速度與重力之加速度作為比例而推求之（見第 74 節）。考引力之加速度，本係兩物體各有加速度，稱為相對之加速度（見第 80 節）。其公式為 $f=\frac{m+M}{r^2}C$。但地球之質量僅為太陽質量三十三萬三千分之一，為數甚小。故可略而不計。換言之，卽惟有太陽吸引地球以使地球動，而地球不能吸引太陽以使太陽動也。

依前所述，凡物體去太陽如地球之遠，因受太陽之吸引而趨就太陽之加速度為每秒 0.2332 吋，而物體在地球上因重力而生之加速度 g，則為 386.8 吋（見第 69 節）。演為比例，則得

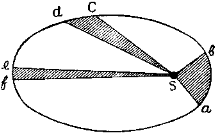
$$\frac{f}{g}=\frac{0.2332}{386.8}=\frac{1}{1658.7}=\frac{1}{1659}\text{（約）}$$

由此可知凡物體在地球上若重 1659 磅，則太陽吸引此物體之引力爲一磅；故太陽吸引全地球之引力當爲地球質量之$\frac{1}{1659}$。地球質量爲 6×10^{21} 噸(見第 282 節)，故太陽引力爲 36×10^{17} 噸。此力之偉大，或不易想像。試設譬以明之。倘有直徑三千哩之大鐵桿，此力能一牽而斷之，亦可驚矣。

吾人以繩繫一小球而旋轉之，則覺有力向外牽引，若易以較大之球，則覺牽引之力更大。若旋轉之速度加大，則覺牽引之力亦更大。夫以偌大之地球，運行又如此之速，試想其力當何如哉。依離心力與向心力相反相等之理言之(見第 75 節)，則知此力爲 36×10^{17} 噸。考太陽引力若小於此，則地球將依拋物線之路而飛去，永與太陽告別，一若多數之彗星然。若太陽引力大於此，則地球必因受吸引較大之故，而行螺旋形之路，愈縮愈小，卒投落於太陽而後已。且必立化爲氣體。吾人亦將隨地球而葬身於火燄之中。幸而太陽引力不大，亦不小，恰恰適合於地球之運行，亦可知造物之妙矣。

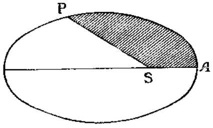
168. 地球運行律　吾人若將太陽逐日之視直徑，及其逐日之黃經比較之，不但能測定地球軌道之形狀，且能推得地球運行之定律。若將地球逐日之運行，及太陽之視直徑列爲一表，則查見逐日運行之速度，與太陽視直徑之平方成正比例，

或與日地距離之平方成反比例。換言之，卽日地距離之平方，與逐日運行相乘之積，爲不變之常數也。再換言之，卽地球有向半徑所畫扇形之面積，與其所需之時間成正比例。此爲刻卜勒所發明，世稱刻卜勒之天體運行第二定律（見第83節）。如第94圖，設$a\,b$, $c\,d$, $e\,f$各爲一星期地球運行之弧距，則$a\,S\,b$, $c\,S\,d$, $e\,S\,f$三扇形之面積必相等。且地球在近日點之運行速度，必較在遠日點之速度爲大。其大小之比例，亦正與上述之關係相密合。



（第 94 圖） 等時間所畫之等面積

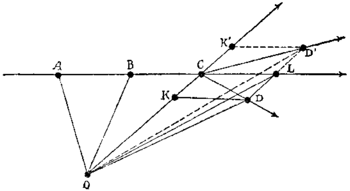
刻卜勒之發明，概以觀察爲憑，而未解其故。其後牛頓研究地球之運行，認爲係因受太陽引力所吸引。乃證明此定律爲力學上當然之結果。且任何行星之橢圓運動，皆可適用此律也。



（第 95 圖） 扇形面積

故吾人若舉出地球或行星之公轉週期及其在近日點之日期，則對於地球或行星之任何時在任何點皆可得而預言之。靈驗如響。故 ASP 面積（第 95 圖）必爲全橢圓面積之 $\frac{t}{T}$。式內 T 表公轉週期之日數，t 表經過近日點後之日數。本此原理，而演爲公式，以推求地球或行星之運行，法至便也。

169. 地球運行律之力學證明　地球運行律，牛頓認爲力學上當然之結果。玆試證明之。凡物體運行，若受有外力之擾動，而此外力之方向常朝向某一點，則此物體所行之路必爲曲線。此種專朝向某一點之外力，在力學上謂之中心力。今欲證明者，即在此種情形下，物體有向半徑所畫之面積若相等，其所需之時間亦必相等。設一物體沿直線 AB 等速進行（第 96



（第 96 圖）　面積速度

圖)，AB, BC, CL 既各爲每秒所行之路，其距離必相等。如此則任取一點 O，其所成之三角形 AOB, BOC, COL 必皆相等。因其底旣皆相等，而又有 O 點作公頂也。故一物體若沿直線等速進行，則任取一點以爲準，其有向半徑所畫之面積若相等，則其所需之時間必相等也。

設此物體行至 C 點，忽受外力一擊，而此外力之方向正朝向 O 點。設此一擊之力能使此物體在一秒時行至 K 點。因原有之速度爲 CL，今又加一速度 CK，二者合併，其合成速度必爲 CD (見第63節)。蓋按速度合併之定理，畫 KD 及 LD 各與 CL 及 CK 平行，成一平行四邊形，則在一秒之末，此物體必達於 D 點，而非 L 點。其速度亦變爲 CD，而非復 BC 矣。

考三角形之面積 COD 等於 COL。因 CO 爲公底，而二者之頂又同在 DL 一線上，此線與其底平行，因而其高度相等。但 $COL=BOC$，故 $COD=BOC$。依同理再作若干三角形，將其數目加多至無限，將其底線 BC, CD 等縮短至無限。則 BCD 當成一完全曲線。由此而得一結論曰，凡運動體若受有外力，而此外力之方向係朝向某一點，則其有向半徑在一秒時所畫之面積，不因外力而增減。

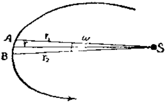
設此外力係由 O 點而發，其方向朝向 K' 點，而非朝向 K 點，則其結果仍與前無異。可依同理證明 COD' 之面積等於 BOC。但 K 點若不在有向半徑 CO 上，其面積則必變。CK 在 CO 與 CL 中間時，面積必增。在 CO 與 CB 中間時，面積必減。

申言之，凡一連續力，如引力者，無論其方向與中心點 O 爲向爲背，既可視爲無數外力之連擊，且每擊必沿其有向半徑，則吾人得一完全定律曰『凡物體運動時，若受有唯一之力之作用，而此力係沿其有向半徑而正朝向中心，則其有向半徑所畫之扇形面積，與其所需之時間成正比例。無論此力爲何種，或引力，或斥力，或連續力，或間歇力，但使其作用時必沿有向半徑，則所謂面積速度者，必爲絕對之常數』。此不惟地球或行星之運動如此，卽彗星之繞日亦復如此也。

前述地球運行之速度，在近日點時則大，在遠日點時則小。試更以數學原理證明之。依上所論，面積速度爲常數。試以 ω 表地球繞日運行之角速度。設 AB 爲地球一秒時所行之弧距（第 97 圖），ASB 角卽爲角速度 ω。而 ASB 面積卽爲面積速度。姑以此扇形面積爲一三角形，以 A 表之。則得 $A=\frac{1}{2}$ $r_1 r_2 \sin ASB$。因在一秒時 ASB 角或 ω 爲非常之小，可令

$r_1 \times r_2 = r^2$。r 爲 AB 弧距之中央有向半徑。亦可令 $\sin ASB$ 等於 ASB 角。故

$$\omega=\frac{2A}{r2}$$



(第 97 圖)

由此可知凡運動體若受有中心力之作用，則一方面其面積速度在軌道之任何點皆爲常數，一方面其角速度又與有向半徑之平方成反比例。故有向半徑愈小，角速度愈大。反之，有向半徑愈大，角速度愈小。此地球之所以在近日點則速，在遠日點則遲之原因也。

惟以地球軌道爲橢圓形，始有上述之情形。若爲正圓形，則角速度與面積速度皆爲常數，固無遲速之變化，其中心力當

亦爲常數，則視同普通之向心力可也。

170. 何以軌道爲橢圓形　地球繞日運行，既係因受太陽引力之吸引所致，其軌道似應爲正圓形，與日之距離無遠無近，始終一致，方合吾人之思想。今竟成橢圓形，此其故何也。

考物體之自然運動，本應依直線之路，等速進行，永無止境。但若受有一中心物體之吸引，其路必改爲曲線。顧曲線之種類有四，曰正圓，曰橢圓，曰拋物線，曰雙曲線，所謂圓錐曲線者也（見第 55 節）。至其必循何種之曲線而運動，則須取決於三事。一爲兩物體質量之和 $(M+m)$，二爲兩物體（M 與 m）太初之距離 r，三爲 m 物體繞行 M 物體之速度 V。

若速度 V 小於某一定之速度 U，其軌道曲線則爲橢圓形。若大於 U，則爲雙曲線。若與 U 適相等，則爲拋物線。惟恰遇與 U 乘 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 之數相等，方爲正圓形。

所謂某一定之速度 U 者，學者稱之爲拋物線速度。拋物線速度者，一物體 m 因受另一物體 M 之吸引，由無限遠趨就 M 而來，及其達於與 M 相距 r 遠時之速度也。此速度亦可假定爲無限大，然除 r 爲零外，必不能如此。欲推求此速度，只知兩物體之和 $(M+m)$，及其距離 r 可也。經學者研究之後，知在距離 r 時拋物線速度 U_r 之公式如下：

$$U_r = K\sqrt{\frac{M+m}{r}}$$

但就太陽系中之物體而論，M 與 m 較，其質量恆相差若干萬倍。爲簡易計，可視 m 爲一無限小之微點。故上列公式又可縮之如下：

$$U_r = K\sqrt{\frac{M}{r}} \qquad (1)$$

式內 K 爲一常數，其值視質量 M 及單位距離 r 而定。設以太陽之質量爲單位質量，以日地之距離爲單位距離，則 K 等於每秒 26.156 哩(詳見下節)。如此，則一微點因受太陽引力之吸引，由無限遠趨就太陽而來，及其達於距太陽 r 遠時之速度，則爲

$$U_r\,(\text{每秒哩數}) = 26.156\sqrt{\frac{1}{r}} \qquad (2)$$

或 $$U^2{}_r = \frac{684.14}{r} \qquad (2')$$

由公式 (1) 可知若太陽質量加大四倍，則上式中之係數二倍之，因 U 隨 M 之平方根而變也。若距離爲日地距離四分之一，r 改爲四分之一，則拋物線速度亦將二倍之。遠如木星，其 $r=30.05$，故 U 僅爲每秒 4.77 哩。運用上列公式，則任何物體之拋物線速度，皆可推求而得之。如欲知一物體在地面上之

拋物線速度爲幾何，可令 $M=\frac{1}{333,000}$，$r=\frac{1}{23467}$。因地球質量爲太陽 333,000 分之一，地球半徑爲日地距離 23467 分之一。乘除之，得每秒 6.9 哩。故吾人發一礮彈，其速度若超過每秒 6.9 哩，則此礮彈一去不返矣。

旣知物體之拋物線速度之推算法，再知其實際速度爲若干，則其運動曲線當屬何種，可得而知之矣。蓋依上所述，實際速度若小於拋物線速度，其曲線則爲橢圓形。若大於拋物線速度，則爲雙曲線。若適與之相等，則爲拋物線。若恰與拋物線速度乘$\sqrt{\frac{1}{2}}$之數相等，則爲正圓形。考數之大於某一定數者多至無限，小於某一定數者亦多至無限。惟適與某一定數相等者，只有其本數。若恰與某一定數乘某一定數相等者，則亦只有某一定數乘某一定數而已。此爲自然界中不多遇之數。故物體運動之曲線易爲雙曲線或橢圓形，而不易爲拋物線或正圓形。考地球之拋物線速度爲每秒 26,156 哩（姑就正圓軌道計之，詳見下節），而其繞日運行之實際速度爲每秒 18.5 哩。假定其實際速度爲每秒 19 哩，或 17 哩，或任何小於 26,156 哩之數，而其軌道必皆爲橢圓形。此地球或行星之軌道所以皆爲橢圓形，而不爲正圓形之原因也。況太陽系中物體衆多，互相吸引（見第 175 節），即使其軌道原爲正圓形，因稍受吸引之故，其速度

即有增減。一有增減，正圓形者立變爲橢圓形矣。

171. 拋物線速度與軌道性質之關係 上節已論軌道之屬何種類，全視實際速度與拋物線速度相較之差以決定之。今更作進一步之研究。然此問題非常繁難，欲尋根究底，非溯源於解析力學、理論天文、微積分等不可。今爲簡易計，只引其求得之公式，而不述其公式之所以成。其最要之一式如下：

$$a=\mu\frac{r}{2\mu-rV_r^2}\qquad(1)$$

式內 a 爲地球或行星軌道之半長軸。V_r 爲在軌道上之速度，其有向半徑爲 r。μ 爲常數等於 $\frac{1}{2}MK^2$。K 即上節公式 (1) 之常數。由上節公式 (1) 推演，得 $MK^2=r\times U_r^2$。因而 $\mu=\frac{1}{2}rU_r^2$。將此値代入上式，則得

$$a=\frac{r}{2}\left(\frac{U_r^2}{U_r^2-V_r^2}\right)\qquad(2)$$

由此可知軌道之種類，一決於 U^2 與 V^2 相較之差。若此式之公母爲正的，a 之値亦爲正的，則軌道成橢圓形。此即上節所謂若實際速度小於拋物線速度時，軌道爲橢圓形之根源也。反之，若 V_r 大於 U_r，公母變爲負的，a 亦變爲負的，則軌道成雙曲線。

若 V_r 適等於 U_r，公母變爲零，a 變爲無限大，則軌道成

拋物線。此拋物線速度之名稱所由來也。凡物體循拋物線運行，當其在太陽各各距離點時之速度，必適等於因受太陽之吸引，由無限遠趨就太陽而來，及其達於該各各距離點時之速度也。

若軌道爲橢圓形，在軌道各各點之速度，必小於拋物線速度。若軌道爲雙曲線，則又必大矣。

考正圓形旣亦爲圓錐曲線，其公式當與其他圓錐曲線之公式無異。故可令上列公式 (2) 中之 a 等於 r，因而得正圓形之公式如下：

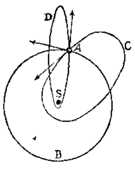
$$r=\frac{r}{2}\times\frac{U^2}{U^2-V^2}$$

或
$$\frac{U^2}{U^2-V^2}=2$$

因而 $V^2=\frac{1}{2}U^2$，故 $V=U\sqrt{\frac{1}{2}}=0.7071\times U$。此物體繞正圓軌道之速度所以等於拋物線速度乘 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 之原因也。

反之，$U=V\sqrt{2}$，故在單位距離（日地距離）之拋物線速度，等於地球在軌道上之速度乘 $\sqrt{2}$，卽 18.5 哩 $\times\sqrt{2}=$ 每秒 26.16 哩。此卽上節當數 K 之通常推算法也。

172. 太初軌道之推求　物體繞日運行之軌道既多爲橢圓形,試問其太初所以形成如此之原因,亦可推求而得之乎。曰然。按上節之公式(2)所示,凡物體太初與太陽之距離 r 相同,軌道上實際速度又相同者,則其軌道長軸必相同。今試名此太初與太陽相距 r 遠時之實際速度,曰拋射速度,更名此拋射速度之方向,曰拋射方向。經學者推求之結果,乃知拋射方向與軌道之形成,頗有關係。試觀第 98 圖,設拋射速度由 A 點出發。因拋射方向不同之故,致軌道發生種種不同。如 B 軌道爲正圓形,C 軌道爲橢圓形,D 軌道爲偏心率極大之橢圓形。雖三道之長軸皆相等,而其所在不同,其平面又互成角度。此其唯一之原因,即在拋射方向之差異。故知拋射方向,與軌道之形成,頗有關係也。



(第 98 圖)
拋射方向與軌道形成之關係

欲推求軌道之大小,當研究其長軸。欲推求軌道之形狀,則當研究其偏心率。半長軸之公式已見上節,而偏心率之公式尤爲複雜,因更須包括拋射方向也。拋射方向即有向半徑與其極端切線所成之角度 γ 也。其公式如下:

$$e^2=1-4\frac{V^2}{U^2}\left(\frac{U^2-V^2}{U^2}\right)sin^2\gamma$$

至偏心率之大於1，小於1，或等於1，則視(U^2-V^2)爲正爲負而定。此處所當注意者，在公式中並無直線之數量(r或a)。蓋偏心率所以定軌道之形狀，而不及其大小也。

總上以觀，則得推求軌道之法如下：

（1）軌道之大小，由長軸決定之（長軸由太初位置及拋射速度決定之）。

（2）軌道之形狀，由偏心率決定之（偏心率由拋射方向及拋射速度決定之）。

（3）軌道之所在及遠近線，由拋射速度及拋射方向決定之。

（4）軌道之平面，由太初位置及拋射方向決定之。

如此則軌道之所以形成，盡知之矣。其所不知者，惟太初位置，與拋射速度，及拋射方向之何以如此也。是則尙非今日之科學所能解決者。吾人推求軌道，只可以此爲起點。猶雞與卵孰先之問題，只可以卵爲起點也。

173. 運動週期之公式　運動週期者，地球或行星由軌道之一點起計，迄於再達該點之時間也（即恆星週期，詳見第

185 節)。考此種週期與軌道之形狀有關係。玆將刻卜勒第三律之變形公式列下:

$$P=2\pi\times\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}}$$　（見第 252 節）

式內 P 表週期。由此式可知凡橢圓軌道,不問偏心率如何,其長軸若相同,運動體之週期則相同。若 a 爲無限大,軌道爲拋物線,其週期亦無限大。若 a 爲負的,軌道爲雙曲線,其週期旣包括負 a^3 之平方根,故爲想像的,實卽不可能之事也。

當一物體循拋物線運動時 ($V^2=U^2$),若因受外力擾動,而速度 V 稍減,其軌道卽變爲橢圓形,而有一定之週期。若速度稍增,卽變爲雙曲線。

當一物體循正圓軌道運動時,其速度加增之數若大於 2 至 1 之平方根,則將依雙曲線路飛去,而不復返。

假設不幸地球一旦崩炸,當時各碎塊被崩拋之速度必大小不等。其大於拋物線速度者,直飛而去。小於拋物線速度者,則各依橢圓軌道以繞日。最饒興趣者,乃每繞一週,必經其崩炸之所在點。猶有進者,凡當時被崩拋之速度相同者,雖其軌道千差萬別,而其週期則無不同。且每繞日一週,必同時到達其崩炸所在點。

再假設太陽之質量突然增加一倍，則地球之軌道必立變爲一偏心橢圓形。而其遠日點卽在發生變化時地球所在點之附近。

174 地球運行之原動力　依吾人之經驗，凡今日之交通利器必須時時加以動力，方能保持運動。不然則必停止。地球旣能保持永久運行，亦必時時有力加乎其上也明矣。試問此原動力由何而來。

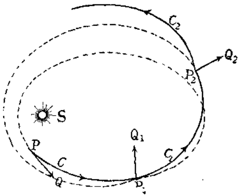
考吾人常有一種錯誤觀念，卽只知物體之靜者有恆靜性，而不知物體之動者有恆動性。其實靜與動皆物體之慣性也。吾人所以有此錯誤者，蓋由於從未見有一物若不時時加以動力而能保持自動者。至其何以不時時加以動力，卽不能保持自動之原因，實因凡屬運動物體，莫不受有外界阻力之妨礙故也。惟太陽系之情形則不然。蓋太陽系之空間爲完全眞空，無任何阻力。地球運行其間，固毫不費力也。有如火車，旣達等速之後，卽能自行運動。車頭之力，無非用以掃除阻力。例如空氣之抵抗，輪軌之摩擦，皆其顯著之阻力。苟無此種阻力，卽將車頭摘去，儘可運行不息。此卽牛頓運動第一律，所謂動者恆動之理也。然在太初時自需一大量之動力加乎地球，使之成此運動。旣運動矣，則永久不息。固無需時時續加以作保持之用。至

此太初之原動力由何而來,今日之科學尚不能解答。然亦有假說,可作解釋之助。參閱第 272,273 節可也。

太陽系之空間雖爲真空,然有無數小隕星流行其間。時與地球相撞,亦足妨礙地球運行。其勢欲使地球之速度變遲,而軌道縮小。然據今考查所知,尙無若何之影響發現,可見其力甚微。地球之運行,當不致因此而有改變也。

175 攝動 假設太陽系中只有太陽與地球,並無其他行星。則地球之繞日運行,必完全遵守引力定律,永保持其橢圓軌道,而毫無改變也。但太陽系之情形並不如此。除數大行星外,尙有無數之小行星運行其間。均有引力,互相吸引。因此,地球之繞日運行,不純爲日地間相互吸引之定律所支配,乃同時又受有其他行星引力之牽擾。此種之牽擾,謂之攝動。考地球因受攝動而生之影響,除軌道之長軸及運動週期維持不變外,他如軌道之平面及偏心率等,皆有改變。吾人若一審太初軌道所以形成之原因(見第 172 節),則又知此種之改變,乃必然之勢也。

試以圖說明之。設有一物體 m 以 V 速度由 P 向 Q 拋射而出(第 99 圖),假設該物體除受 S 吸引之外,並無任何外力作用於其上。結果必按太初軌道形成之原理,而循橢圓曲線 C



（第 99 圖）　攝　動

以進行。設行至 P_1 時，忽受一外力 f_1 向 Q_1 而牽擾之。則其此時之位置與新速度以及運動方向等，必使之另循一新橢圓曲線 C_1 以進行。非至更受他外力牽擾時不改也。設行至 P_2 時，忽又受一外力 f_2 向 Q_2 牽擾之，則又必循一新橢圓曲線 C_2 以進行。以此類推。所受之外力可多至無限，而其軌道之改變，亦必連續不已。考地球所受各行星引力之牽擾，非常複雜，然皆極端微弱。故軌道之大體，不見改變，其所改變者，亦需若干萬年之久，方循環一周。茲於下數節，分別述其梗要。

176. 軌道長軸之旋轉　今日軌道長軸之所在，其近日點一端伸向雙女宮。其遠日點一端伸向人馬宮。因攝動之故，其長軸乃在天球上逐漸向東旋轉。每年約轉 12 秒。倘長此不改，

則 108,000 年之內將完全旋轉一周。但因受偏心率及其他改變之影響，則又不能永保持今日之速度也。

考其旋轉之結果，致使吾人四季之長短，有所改變。現今春季長 92 日 21 小時，夏季 93 日 14 小時，秋季 89 日 18 小時，冬季 89 日 1 小時(見第 190 節)。一月一日地球在近日點，去冬至十一日之遙。但因分點歲差（見第 180 節）與長軸旋轉相合爲一之故，於西曆紀元前 3958 年地球在近日點時，適在秋分。故彼時夏秋二季等長，冬春二季亦等長。然冬春較夏秋微長。至西曆 1267 年地球在近日點時，乃在冬至。彼時春夏二季等長，秋冬二季亦等長。然春夏較秋冬微長。依此推算，至西曆 6493 年地球在近日點時必在春分。彼時夏秋二季等長，但必微短於冬春。再推至西曆 11719 年地球在近日點時必在夏至，又向後推至西曆 16945 年必仍在秋分。如此，約 20900 年四季之長短循環一周。

177. 軌道偏心率之增減 地球軌道今日之形狀，視諸行星軌道爲較扁。其偏心率爲$\frac{16}{1000}$(見第 48, 164 節)。因擺動之故，乃按期略有增減。換言之，卽軌道之形狀，時而較圓，時而較扁。頗似長擺之振動，往復不息也。據學者觀測，知其偏心率今正在遞減中。約經 24,000 年可減至$\frac{3}{1000}$。彼時軌道之形

狀幾成正圓形，爾後又漸次遞增。約經 40,000 年而復歸於遞減。如此，一往一復，而永保持於零與 $\frac{7}{100}$ 之間。但其增減之遲速及所需之時間，未必一致。據克洛爾 (James Croll) 推出過去三百萬年內偏心率最大之時期有三。

(a)前 2,500,000 年至 2,600,000 年

(b)前 720,000 年至 980,000 年

(c)前 80,000 年至 240,000 年

惟按刻卜勒之天體運行律，凡橢圓軌道，不問偏心率如何，長軸相同者，運動週期必相同(見第 173 節)。二者之中，有一項改變，其他一項亦必改變。但經學者證明，攝動之影響，只能增減其偏心率，而決不能改變其長軸，蓋所謂減其偏心率者，實即展長其短軸也。故地球軌道之形狀，雖圓扁互更，而其長軸與週期則永為不變之常數。

178. 軌道面之遷改　地球軌道面之位置，因攝動之故，亦有遷改。不過甚徵，故通常皆謂之為定而不移。吾人知軌道面與赤道面今日之傾斜角為 23 度 27 分(見第 43,145 節)。實較二千年前已減少 24 分。現仍在遞減中。每年約減半秒。再經 15,000 年後傾斜角將僅為 22 度半。自是之後，則又將遞增。如此，一往一復，亦猶長擺之振動而不息也。然其振動之總數，

最多不能超過一度半。

考其遷改之結果，致使太陽之高點漸低，其卑點漸高。因而地球上之五帶逐漸遷移，恆星之黃緯亦有改變。

179. 地球之搖蕩 考攝動之影響，不惟發生上述軌道之三種改變，卽地球之自身亦搖蕩不已也。因月之牽擾，地心每月間在軌道面之上下振動數百哩（詳見第 206 節）。因行星之牽擾，地球在軌道上忽爾趨前，忽爾落後，又忽爾偏斜。動輒數千哩之遙。何以知之，蓋每有此種變位，太陽必呈對比之視動。且除月因隨地面動，及極遠之恆星難窺差異而外，其他天體無一而不呈視動之象也。

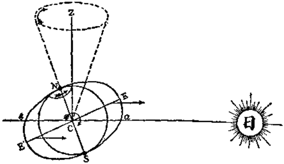
180. 地軸之改向 地球在空中旋轉，其軸恆指一定之方向而不改。前於第 140 節已詳論其故矣。然彼處所言，乃指地球若不受外力之作用時，方得如此。但吾人知地球爲橢圓體，赤道膨脹。當其旋轉時，卻受有日月吸引之作用，此種作用之趨勢，欲使地球之赤道面與軌道面相合。只以地球之角動量極大，有反抗吸引之勢，故結果赤道面與軌道面之傾斜角（$23\frac{1}{2}$度）仍未改變。僅使地軸繞軌道面之垂線依鐘針方向而旋轉，畫成一圓錐形而已。如是則赤道面與軌道面相交之線亦必向西旋轉，同時二分點亦在天球上漸向西行。如第 38 頁第 13 圖

之 A, V 二點移至 A', V' 二點是。年復一年，愈來愈早。此現象謂之分點歲差，爲二千年前希臘學者希巴爾卡斯 (Hipparchus) 所發見。據天文家實測，兩分點每年沿黃道西行約 50.2 秒，由是推算地軸旋轉一周之時間，當爲 25,800 年。

要而言之，歲差者地軸在黃極周圍以等速書一半徑 $23\frac{1}{2}$ 度之圓也。惟是地球所受之作用，爲日月二者之吸引。月之引力雖小於日，然因月與地近之故，其影響尤鉅。茲爲簡單易明起見，下節專論日之吸引。

181. 地軸改向之原因　欲明地軸所以改向之原因，應先注意引力作用之屬性。蓋明乎此，則於其原理思過半矣。凡物體吸引力之大小，恆與其距離之遠近成反比例，此其一（見第 78 節）。凡一物之體積，乃成於若干之質點。故引力吸引物體之全體，乃由於吸引其各各質點而然，此其二。有此二屬性，故凡一正圓球體，其重心又在體之中心者，則引力對此球體之吸引，無異施之於其中心（見第 79 節）。故此球體之旋轉，無論方向如何，毫不受引力之影響也。

考地軸之所以改向，乃出於二因。一由於地球非正圓體。其赤道特別膨脹，有如圓球上套一大環之狀，姑名之爲赤道凸腹。二由於赤道面與軌道面斜交成 $23\frac{1}{2}$ 度之角。太陽之引力



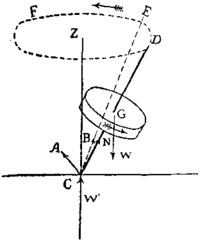
(第 100 圖)

恆欲牽赤道凸腹以與軌道面相合。猶磁石之吸引鐵環，必使其平面與磁極成直線而後已也。

設第100圖爲日地於冬至時之式。$a\,b$ 爲軌道面，N 爲北極，C 爲地心。$Z\,C$ 爲軌道面之垂線。$E\,C\,a$ 或 $E'\,C\,b$ 爲赤道面與軌道面之傾斜角。日之引力吸引 E 處必較其吸引 C 處爲大；因 E 較 C 爲近也。其力之勢欲牽 E 至 a，同時亦欲牽 E' 上升至 b。因 C 所受之引力又比 E' 所受者爲大，故其力之勢欲使 C 與 E' 之距離加大，因而亦欲使 E' 上升至 b 也（參閱第241節）。此二力謂之偶力（見第85節），其趨勢欲使地球以此紙之垂線在 C 點者爲軸而向右旋轉。推想其結果，必致使 $N\,C$ 立起而與 $Z\,C$ 相合。若地球不自轉，此爲必然之結果。但地球

自轉極速，其角動量爲非常之大，有反抗引力之勢。故赤道面與軌道面之傾斜角未變，而使地軸繞 ZC 徐徐而行，卒畫成一圓錐形。

182. 地軸改向之物理證明　地軸之改向乃物理上之當然結果，蓋凡旋轉體若受有外力之作用，而此外力之趨勢，係欲使之以轉動軸之一垂線爲軸而行轉動者，則其結果必將轉動軸之方向改變，而於角動量之總數毫無增減（參閱第 87，89，91 等節）。此與運動體若受有外力，而此外力係來自與運動方向成直角之處者（見第 68 節），則只有方向之改變，而於運動速度無所增減之理，完全相同。



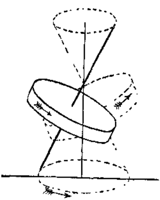
（第 101 圖）　陀螺繞動

今先以習見之陀螺闡明此理，設有陀螺於此，其旋轉之方向，以箭頭示之。其傾斜形勢如第 101 圖所示。則陀螺因其自身之重量，必受有向下引墜之一力 W，

而此力作用於其重心 G 點。同時又受有地面之上壓力 W'，作用於其下端之 C 點。二力相等，而構成偶力。故欲使陀螺以轉動軸之一垂線 CA 爲軸而向右轉動。質言之，卽欲使陀螺向右而倒也。今此陀螺具有二力，一爲繞軸自轉之力，一爲繞 C 而倒之力。結果陀螺軸徐徐改其方向，而上端循 DEF 曲線畫一圓周。

考其所以致此之由，蓋緣於力學上平行四邊形之定律(見第 65 節)。設陀螺繞軸自轉之角動量，其方向及大小以向量 CN 表之。向量之畫法(見第 88 節)，通過轉動軸畫一直線，冠以箭頭，使讀者望之，知其爲取鐘針方向以旋轉。依同理陀螺因受偶力 W 與 W' 之作用，其於極短時間 t 之角動量，以向量 CA 表之。依平行四邊形之定律，CN 與 CA 合併而爲 CB (見第 89 節)。意卽其合成角動量將以 CB 作軸也。因而陀螺軸於 t 時間必經 NCB 角以進行。夫向量 CA 旣永與 DZC 平面成直角，則陀螺亦必與此平面作直角以進行。故其上端 D 繞垂軸 ZC 而畫一圓周也。

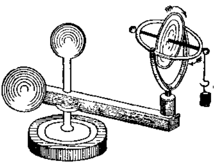
以上所論，係假定陀螺軸之下端固定於 C 點。然若將陀螺置於平滑無阻力之平面上，則其與平面之傾斜角仍不變，惟其繞行將以通過重心之垂線爲軸，如第 102 圖所示耳。倘將陀螺



(第 102 圖)

軸之下端塗以顏色，則必遺一圓迹。

試再以盤旋機證之。盤旋機之製法，中有一輪，嵌於樞軸靈活之兩環內。輪可自由轉動，上下左右，隨勢所之（第 103 圖）。當其旋轉時，若以手擊其任何一環，以使其轉動軸改變方向，吾人初見之，必甚訝異。蓋其軸之方向並不改變，乃其輪立呈擺動之象。一若有彈簧保持其方向者然。



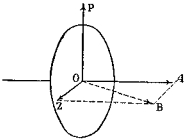
(第 103 圖)　盤旋機

試再以一小重物繫於輪軸之一端，吾人必以為輪將傾倒矣。其實又不然。蓋決不傾倒，乃繞垂軸徐徐轉動。其所取之方向如圖中之箭頭所示。若將重物改繫於輪軸之彼端，則其轉動之方向立反乎前。此種

現象,與吾人日常之經驗不同。故乍見之,未有不訝異者也。

統觀陀螺與盤旋機,其轉動軸之方向所以有改變者,皆緣受有外力之作用。而此外力之趨勢,係欲使之以轉動軸之一垂線爲軸而行轉動者。此恰與地軸之改向同遵一律。蓋地軸之所以改向,實緣受有太陽引力之吸引也。

今試更進而研究此種改向之角速度。設以 ω' 爲轉動軸改向之角速度,再以向量 OA(第104圖)表其自轉之角動量 $I\omega$(見第91節)。以向量 OZ 或 AB 表受有外力而欲傾倒之角動量。於極短之 t 時間後,OA 則經過極小角度 ϕ 而至 OB 位置。吾人知 $\phi=\omega' t$。按平行四邊形之定律,OB 乃 OA 與 AB(或 OZ)合併而成者也。但 AB(或 OZ)等於角動量之改變 Lt(見第91節)。故



(第 104 圖) 改向之角速度

$$\frac{Lt}{I\omega}=\frac{AB}{OA}$$

吾人知 $\frac{AB}{OA}=sin\,\phi$。但在極短之 t 時間,所經之角度爲非常之

小，故又可令 $\sin\phi$ 等於 ϕ，因而又得公式如下：

$$\frac{Lt}{I\omega}=\omega' t$$

亦即 $$\omega'=\frac{L}{I\omega} \qquad (1)$$

式內 L 爲使轉動軸改向之外力，$I\omega$ 爲自轉之角動量。由此可知外力愈大，則改向愈速。旋轉體之質量或速度愈大，則改向愈遲。

夫太陽吸引赤道凸腹之力，若與地球之質量或旋轉速度相較，則爲非常之微。故地軸改向如是其遲。假設地球之旋轉較遲，則地軸改向必較速。假設太陽較大或較近，或地球赤道與軌道之傾斜角較大（但不得過 45°），則地軸之改向亦必較速。

183. 地軸改向之無常　前述地軸改向之値，每年爲 50.2 秒。然此非時時劃一者也。因太陽施於赤道凸腹之偶力，其大小須視太陽與赤道面之傾斜角以爲斷。在二至點時，傾斜角最大，偶力亦最大。在二分點時，太陽通過赤道面，偶力完全消滅。故地軸之改向，專就太陽而論，亦宜四時無常。

然地軸之改向緣於太陽者，僅佔三分之一。而緣於月者則佔三分之二。蓋月之體質雖僅爲日之 $\frac{1}{25,000,000}$，但其與地

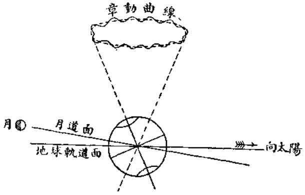
之距離則較日近 400 倍。故月之影響爲尤鉅。

試更就月研究之。月道面與地球軌道面傾斜約爲 5 度。故月所施於赤道凸腹之偶力，亦欲使地軸繞月道之中央垂線畫一圓錐形。但月於每月之間兩次通過赤道面，其施於赤道凸腹之偶力，卽消滅兩次。故地軸之改向，若專就月而論，亦宜時甚時微，年無常値也。

不寧惟是，月道面與地球軌道面相交之線，又逐漸向西退行，約 19 年退行一週(見第 220 節)。視地軸之改向爲速。於某時之退行中，月道之升交點必在春分點上，於是月道面與軌道面之傾斜角爲 $28\frac{1}{2}$度$(23\frac{1}{2}^{\circ}+5^{\circ})$。九年半後升交點必退至秋分點上，其傾斜角則僅爲 $18\frac{1}{2}$度$(23\frac{1}{2}^{\circ}-5^{\circ})$。前者影響地軸之改向，必較後者爲甚。緣偶力之大小，隨傾斜角之增減以爲斷也。故各年與各年之改向又無常値也。

夫月道面既與軌道面幾相合，則日月各施於赤道凸腹之引力，其趨勢必大致相同。故二力合作，方使地軸每年有 50.2 秒之平均改向也。然二者非密合無縫，故赤道凸腹所受之外力終爲二重。致其結果之改向，非決於一力，乃決於二力之差數。夫二力既俱非常値，其差數當更非常値明矣。故結果使春分點

在軌道之平均地位上前後搖蕩，同時赤道面與軌道面之傾斜角於其平均值上增減無常。因而地軸改向之跡，不爲正圓形，而爲曲線之形，有如第 105 圖所示。此種現象名曰章動。至所謂二十三度半之傾斜角，乃平均言之也。



(第 105 圖)

184. 地軸改向之影響　因地軸改向之故，天球北極亦隨之而改。今日之極星距北極點約 $1\frac{1}{4}$度（見第 41 節）。在西曆紀元前 134 年希巴爾卡斯時代，相距 12 度。預計二百年後將變爲 30 分。由是卽不能再近，且漸移漸遠。今觀極星與織女一遙相對，黃極居中，逆料 12,000 年後織女一將爲極星。追溯 4,500 年前紫微垣右樞距天球北極僅 $3\frac{1}{2}$度，是亦當爲極星。

總之，天球北極亦移動不息。若以黃極爲心，以 $23\frac{1}{2}$ 度之距離爲半徑作一正圓於天球之上，則天球北極在恆星間所移動之軌道，差可以此表之。

十二宮之位置，今昔亦不同。昔天文家與十二宮命名時，春分時太陽在白羊宮。今在雙魚宮，已西移 30 度。前第 186 頁第 89 圖所繪地球各時在軌道上之方位，概仍其舊。依今日之實際方位，春分時地球非在天秤宮，乃在室女宮也。二分點既逐年西移 50.2 秒，近日點又逐年東移 12 秒，兩項相和，故一循環週期約需 20,900 年。今後約一萬年時，地球在近日點時北半球必爲夏，在遠日點時必爲冬。彼時冬季較長，積雪必更多。而夏季較短較熱，故北半球之平均溫度必較低。

185 運動週期之種類　地球在軌道上運行一週之時間謂之運動週期，俗名曰年。但因受攝動之影響，運動週期分爲三種。地球由某星之視位起，迄於復歸該點之時間，謂之恆星週期，亦曰恆星年，約長 365 日 6 小時 9 分 9 秒。地球由近日點起，迄於復歸該點之時間，謂之近點週期，亦曰近點年，約長 365 日 6 小時 13 分 53 秒。較恆星週期長 4 分半。地球自春分起，迄於復歸春分之時間，謂之回歸週期，亦曰回歸年，約長 365 日 5 小時 48 分 46 秒。較恆星週期短 20 分 23 秒。考運動

週期雖分三種，而運行速度並無二致，其所以有此差異者，實因運行之周度不同也。試觀下式，可以明其故矣。

$$\text{運行速度}=\frac{360^\circ}{\text{恆星年}}=\frac{360^\circ+12''}{\text{近點年}}=\frac{360^\circ-50''.2}{\text{回歸年}}$$

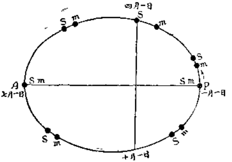
186. 時差　前於第 150 節已詳論視太陽日因地球運行之故較恆星日爲長。假設地球永以等速進行，赤道面再與軌道面相合，則視太陽日之長必逐日皆相等。然按之實際，地球之軌道爲橢圓形，其運行時速時遲。赤道面又與軌道面斜交 $23\frac{1}{2}$ 度。故恆星日之長雖逐日皆相等，而視太陽日之長則不能相等。例如十二月 22 日正午至 23 日正午之時間，較九月 15 日正午至 16 日正午約多一分鐘。

爲日用上便利起見，將一年內視太陽日之時間平均之，使其長短折衷，謂之平均太陽日。視太陽日與平均太陽日每年相合四次，即四月 15 日，六月 14 日，九月 1 日，十二月 24 日是也。相差最大者爲十一月 2 日與二月 11 日。次則爲五月 14 日，七月 25 日。十一月 2 日視太陽日較平均太陽日快 16 分 20 秒，二月 11 日視太陽日較平均太陽日慢 14 分 30 秒。天文家稱此快慢之數曰時差。

187. 時差之原因　視太陽日與平均太陽日所以不相等之

原因，一由於地球之軌道爲橢圓形，其運行時速時遲，二由於赤道面與軌道面斜交 $23\frac{1}{2}$ 度。既如上節所述矣，茲更剖析言之。

姑不論赤道面與軌道面斜交與否，但論軌道爲橢圓形一節。假設平均太陽 m 與視太陽 S 由近日點 P 同時出發（第 106 圖），二者運行一周之時間同爲一年。在近日點時視太陽

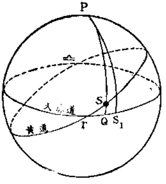


（第 106 圖）

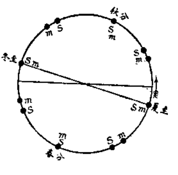
較平均太陽爲速。至與近日點成 90 度之處，其速度最大。至此處時爲四月 1 日。自是以後，視太陽之速度漸減，然仍在平均太陽之前。及抵遠日點 A 時，二者相會於一點。此時已行全周之半，爲七月 1 日。在此處時視太陽之速度最小，於是乎平均太陽開始越過之。日遠一日，直至與近日點成 90 度之處而後已。此時爲十月 1 日。自是以後視太陽始漸速，及抵近日點 P

時二者又相會於一點。考自一月1日至七月1日視太陽之速度大於平均太陽，故視太陽日較長。反之，自七月一日至一月1日視太陽之速度小於平均太陽，故又較短。

今姑不論軌道橢圓與否，但論赤道面與軌道面斜交 $23\frac{1}{2}$ 度所生之結果。假設太陽以等速運行於黃道，平均太陽亦以等速運行於天赤道。二者由春分點 ♈ 同時出發（第107圖）。任何時二者所行之弧度永相等。當視太陽至 S 時，平均太陽至 S_1 點。其各行之弧度 ♈ S 及 ♈ S_1 必相等。顧 ♈ SQ 既爲直角球面三角形，其在90度以內時，♈ S 必大於 ♈ Q 明矣。故在春分點與夏至點之間 ♈ S_1 永大於 ♈ Q，卽平均太陽在前，而視太陽居後也。故視太陽日較短。依同理，在夏至與秋分之間，視



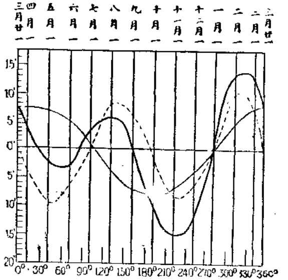
（第107圖）



（第108圖）

太陽日必較長。在秋分與冬至之間，視太陽日又較短。在冬至與春分之間，視太陽日又較長。二者遲速之變更如第 108 圖。

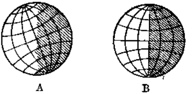
由前之說，視太陽日與平均太陽日每年相合兩次，卽一月1 日與七月 1 日是。由後之說，每年相合四次，卽在二分點及二至點時是。若將兩說合併爲一，而推求其結果，則全年內逐日之時差可得而知矣。玆不舉其推算法，而以代數學上之縱橫線圖標示之（第 109 圖），藉以醒目。圖中凡三種線，細線示軌



（第 109 圖）

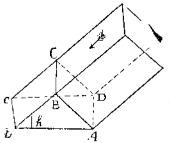
道橢圓之結果，虛線示赤道面與軌道面斜交之結果，重線則示二者合併而生之結果。

188 氣候　氣候之變化，一方面由於地球之公轉，一方面由於赤道面與軌道面之斜交。假設赤道面與軌道面不斜交，則日光將永直射於赤道，而地面終年寒暑若一矣。今赤道面與軌道面斜交，故日光所射無定所。當北極傾向軌道內方時，則日光直射赤道以北（第 110 圖 A）。當南極傾向軌道內方時，則日光直射赤道以南。至南北兩極各守不偏之位置，則日光直射赤道（第 110 圖 B）。



（第 110 圖）

直射則受熱之面積小，故熱量大。斜射則受熱之面積大，故熱量小。如第 111 圖，日光取垂直方向射於 AC 面，又取傾斜方向射於 Ac 面。因 AC 面積小於 Ac，故 AC 單位面積上所受之熱量必較 Ac 爲大。以三角法推算之，前者爲後者之 $\frac{1}{\sin h}$。況日光直射之



（第 111 圖）

時，通過氣層薄，熱量散失較少，益足令直射之熱量大於斜射矣。不寧惟是，且日光直射時，地面受熱之時間久。斜射時，地面受熱之時間暫。統此諸因，一齊合作。則氣候之變化，可以知其故矣。

考日光直射赤道以北最遠時爲夏至，斜射赤道以北最遠時爲冬至。但最熱不在夏至，而在夏至以後。最冷不在冬至，而在冬至以後者何也。良以夏至以前，地面久乏熱量，必須繼續吸熱，至充分爲度，始能達於最高之氣候。冬至以後，晝間所得之熱量。不足以補夜間之所散。儲熱既少，散熱復多，得不償失，故冬至以後始達於最低之氣候。

南溫帶之夏季，値地球在近日點。北溫帶之夏季，値地球在遠日點。故南溫帶夏季之氣候，較北溫帶夏季約高 $\frac{1}{30}$ 度，而南溫帶冬季之氣候，又較北溫帶冬季爲寒矣。

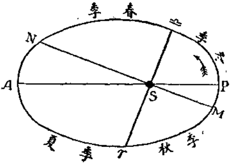
189. 四季 地球於軌道上行至三月 21 日爲春分，是時日光直射赤道，全球之晝夜皆平分。由此點運行 90 度，北極傾向軌道內方，是爲北半球之夏至，卽六月 21 日。是時北半球晝長夜短。由此再運行 90 度，日光又直射赤道，全球之晝夜皆平分，是爲秋分，卽九月 23 日。再從此點運行 90 度，則南極傾向於軌道內方，是爲北半球之冬至，卽十二月 21 日，是時北半球

晝短夜長。地球由春分至夏至，吾人謂之春季 由夏至至秋分，謂之夏季。由秋分至冬至，謂之秋季。由冬至至春分，謂之冬季。所謂四季是也。惟南半球之四季，適與北半球相反。卽北半球之春分，正為南半球之秋分。北半球之夏至，正為南半球之冬至。孰料正當吾人扇不停揮，猶覺熱如蒸籠之時，而南半球反足不出戶，圍爐以取暖也。

當春分或秋分時，吾人見太陽與天赤道傾斜之改變為最速，每日約 24 分。但當夏至或冬至時，其改變則為最遲，每日不過數秒而已。

190. 四季與軌道之關係 假設軌道為正圓形，每季地球繞日運行 90 度，則四季之長短應皆相等。今軌道不為正圓形，乃為橢圓形。地球之運行又時遲時速，一遵面積速度之定律。於是四季之長短，參差而不齊矣。試觀第 112 圖，設 S 為太陽，居二焦點之一。P 為近日點，A 為遠日點。地球在近日點時係一月 1 日，在遠日點時係七月 1 日。♈為春分點，♈S♎ 線與 MSN 線成直角。地球由 ♎ 至 N 為春季，由 N 至 ♈ 為夏季，由 ♈ 至 M 為秋季，由 M 至 ♎ 為冬季。按面積速度之定律，地球有向半徑所畫扇形之面積，與其所需之時間成正比例。夫 ♎SN，NS♈，♈SM 與 MS♎ 等面積既不相等，則四季之長短，

亦必不相等明矣。據精密之觀測，知今日之春季長 92 日 21 小時，夏季長 93 日 14 小時，秋季長 89 日 18 小時，冬季長 89 日 1 小時。但因地軸改向及軌道長軸旋轉之故，四季之長短，時在改變中。



(第 112 圖)

151 赤道與極圈無四季 所謂四季，惟南北二溫帶有之。熱帶不以寒暑分，而以燥溼分。有分一年爲二季者，一燥季，一溼季。有分一年爲四季者，二燥季，二溼季。每季之長短，各處不同。在甲地八個月雨，四個月旱。在乙地則情形適相反。大抵溼季多在日過天頂之時，其時往往多雨。蓋近赤道處，空氣向上升。上升既高，即變冷而凝結。至於兩極圈內之地，當其長晝時，氣候較溫。當其長夜時，冰天雪地，沍寒淺骨。尤無四季之可言。

本章參考書

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Jacoby, H.——Astronomy.

Jones, H. S.——General Astronomy.

Mallik, D. N.——The Elements of Astronomy.

Moreux, Th.——Astronomy To-day.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Hosmer, G. L.——Practical Astronomy.

Dingle, H.——Modern Astrophysics.

Moulton, F. R.——Celestial Mechanics.

Abbot, C. G.——The Earth and the Stars.

Ball, Sir R.——Spherical Astronomy.

Kimball, A. L.——College Physics.

Duff, Lewis, Mendenhall, Carman, & Knipp.——Physics.

第七章　月與地球之關係

192. 地月系　月爲地球之衛星，一面繞地運行，一面復隨地而繞太陽運行，天文家稱之爲地月系。考月之生成，本由地球分裂而來。據佐治達爾文(George Darwin)之潮汐學說，謂古時月地距離極近。在前五千七百萬年時，月與地球幾乎相接。彼時地球尙爲一團黏性之液體。月之運行與地之旋轉。俱較今日爲速。一月與一日相等，而一月不過約爲現在之數小時。嗣後因潮汐之影響，月地距離漸次變遠，而月日之時間亦各漸次變長。直至今日，始有現在之現象云云（見第 246 節）。

按一般天體，大抵質量較大者，其保存熱量之時間亦較久，其壽命亦較長。太陽以體質過大，現仍保持其壯麗燦爛之盛狀。地球較小，其內部雖尙儲熱不少，然表面則已冷固。月本亦極熱之星體，因其質量至小，故冷縮凝固較地球爲速。在昔尙有噴火作用，今則塊然一物，生氣索然矣。光輝係受自太陽而反射者，其本體固不放光也。

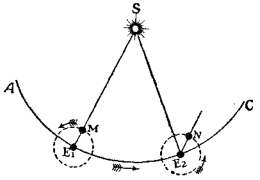
193. 月之運動及附屬名詞　月繞地球由西而東運行，是爲眞動。苟於清夜觀之，必見其在恆星間向東移動。每小時移動之角距離，約等於其視直徑，計每日移動約 13 度。凡月自某星附近出發，迄於再達該星附近，其期間約爲 $27\frac{1}{3}$ 日。換言之，卽月恆以此爲繞地運行之週期。惟是太陽在恆星間東行一周，需時一年之久，而月之東行較太陽速甚，故月常追過太陽。每隔一定期間追過一次。月光之所以盈虧者，卽因對於太陽變位而起也。

月在太陽以東或以西時，其與太陽所成之角距離，謂之離角。離角爲零時，是爲月朔（見第 37 節），一稱曰合，又稱曰新月。離角爲 180 度時，是爲月望，一稱曰衝，又稱曰滿月。合而稱之，謂之朔望。朔望之際，日月地三者幾成一直線。自零度至於 90 度之時爲上弦，至於 270 度之時爲下弦。

194. 恆星月及朔望月　月自某星之視位出發，迄於再達該星之時間，謂之恆星月。其週期爲 27 日 7 小時 43 分 11.524 秒，約數爲 $27\frac{1}{3}$ 日。以此數除 360 度，得商爲 13 度 11 分，是卽一日內月在恆星間移動之弧距。但恆星月因攝動而變。最大與最小，相差 3 小時許。以上所指 $27\frac{1}{3}$ 日爲其平均數。按力學言之，此爲月繞地球之眞正週期。

兩次新月或兩次滿月所隔之期間，謂之朔望月。其週期爲29日12小時44分2.841秒，約數爲$29\frac{1}{2}$日。但因月之軌道及地球軌道皆爲橢圓形之故，其週期不定(見第210節)。最大之差約爲13小時，以上所指$29\frac{1}{2}$日，爲其平均數。我國舊曆之月準此。

欲明朔望月之理，設 AC 爲地球軌道之一部分 (第113圖)。當新月時，地在 E_1 點，月在 M 點。是時日月地適成一直



(第 113 圖)

線。$27\frac{1}{3}$日後地球行至 E_2 點，而月循箭頭方向行至 N 點。E_2N 與 E_1M 平行，故知月已繞地一周矣，是爲一恆星月。但太陽在 E_2S 方向，故必須再行二日，方達日月地之直線，而成一朔望月。此與視太陽日同理焉(見第150節)。

考朔望運動之公式,亦可推求而得之。設 M 爲恆星月之平均日數, E 爲恆星年之日數, S 爲朔望月之日數。則 $\frac{1}{M}$ 爲月每日所行之圓周部分, $\frac{1}{E}$ 爲太陽每日所行之圓周部分。月每經一朔望月(即 S 日),較太陽多轉一次。故月每日所行之圓周部分,較太陽每日所行多 $\frac{1}{S}$。由是得公式如下:

$$\frac{1}{M}-\frac{1}{E}=\frac{1}{S} \qquad \text{或} \qquad S=\frac{E\times M}{E-M}$$

此即朔望運動之公式也。一恆星年中,恆星月之月數,較朔望月之月數多一月。前者爲 13.369 月。而後者爲 12 369 月。

195. 月之光熱　月本無光,其光乃係日光反射而成。從分光鏡中窺之,月光與日光所呈之光譜完全一致。惟其強度,不無參差。蓋滿月之光僅爲日光之 $\frac{1}{600,000}$。往時天文家曾用種種方法,以量計月之熱量。槪未成功。縱以大透鏡收集月光之焦點,而用精細之溫度計,以檢驗其溫度奚若,亦絲毫未有影響。晚近用特殊之儀器,始量得月之熱量達於地面者,約爲太陽達於地面者之 $\frac{1}{170,000}$。是故地面所受太陽數秒時之熱量,較受月之全年者猶多。若空中浮雲一過,其數分時所掩遮太陽之熱量,較月失去一年所減之熱量爲猶多也。

據某教授研究,謂月光有幾種特性,與日光不同。日光無

透入水底之能力，而月光則能之。某種病菌，受日光則死，受月光不惟不死，且增加毒質。又有若干植物種子，受滿月之光，生長極速。若干藥料，曝露於月光後，改變性質。若干水產物如地中海之某種貝類，蘇彝士河口沿岸蛸類動物，其肥瘦皆隨月象異同而生變化。此皆月光之特性也。

196. 月中景象　晴宵賞月，見白光一輪中綴以隱約之黑影，明暗錯雜。古今文人，競以韻事稱道，引爲佳話。又有金烏玉兎之稱。蓋金烏係指太陽之斑點，玉兎係指月中之斑點。更有學者疑月中之黑影，爲地球上山河平野之反照。明者爲地上之海，暗者爲地上之大陸。蓋以月爲一高懸天空之大鏡，故有此想像焉。

今以遠鏡窺之，知此隱約之黑影，實係凸凹不平之斑紋所成。因受日光強弱不同，而有明暗之分。明者凸，暗者凹。凸者爲山嶽邱陵，凹者爲平原谿谷。其山巔嶄岩嵯峨，高達 1000 至 20000 呎。其尤奇者，月面上有十萬上下之圜形口。或謂係已死火山之噴口。其最大之一口，曰克拉維斯，直徑竟達 123 哩。此種景象，與吾人憑肉眼所見者，迥不相同。

197. 月面無水與空氣　月面無空氣，已有種種之證明。藉令有之，亦極稀薄，其密度不過地球空氣之$\frac{1}{750}$。既無空氣，決

不有水。以水能蒸發而成水蒸氣也。由是可知斷不能有生物繁殖於其間。即使有之，亦不過數種下等之植物，散見於一二多氣之處。日間開放，長夜冰結而已。故月有死世界之目。

因無水與空氣，故有種種奇異之現象，爲地球上所不能經驗者。例如觀日，必爲極明之圓盤，而穹蒼玄黑。雖在正午，必見滿天星宿。無曉光，無反照，日出忽明，日沒忽暗。擊鼓不發聲，放香不聞味，五色不入人目，塵埃不騰天空。總之，凡藉空氣以傳達者，一概無之。

198. 地光之反射　新月左右，見天空有淡紅色一輪，隱約間知爲月光。此光實係地上之光達於月面，反射而回。兩次通過空氣層，故其色淡紅如夕陽耳。假想月中有人，此時彼之視吾，將以吾爲滿月。迨夫滿月時，彼之視吾，將以吾爲新月。盈虧之象，彼此相左。換言之，地球之光部與月球之光部相加，永等於 180 度也。彼若計量吾之視直徑，必較吾所計量彼者大十四倍。彼所感吾之光，必較吾所感彼者大十數倍。彼之視吾，無升無沒，必以吾爲固定於天空也。

在舊曆初三四之夕，月之無光部，每呈淡紅色之半圓形。大抵人人皆曾見之。是即地光之反射也。細視之，又每覺有光部爲大。此則因光之作用，使吾人所發生之一種錯覺也（參閱

第 335 節)。試剪黑白二紙片爲同大之圓形。於日光下視之,必見白者爲大。卽此原理。

199. 月之自轉 月繞地球運行之際,半面恆與地球相對,其他半面恆與地球相背。乃知月亦自轉也。否則一恆星月中,吾人應順次窺見其全部。今則不然,足徵月亦自轉明矣。考其自轉週期與公轉週期同爲一恆星月。故月面上任何一點,經兩星期白晝之後,必繼以兩星期之黑夜。當其白晝時。日光直射其面。復因體外無空氣,必酷暑。及其黑夜時,日光又十數日不及,故必嚴寒。

惟月之自轉問題,每累人索解。多以爲月之半面旣恆向地,此不轉之象也。何得謂之自轉。欲明此理,試作一簡單試驗。讀者可在屋中面向一桌而繞行。假想桌爲地球,讀者爲月。繞行時面永向桌。若起行時面向北,繞至半周面必向南。及繞行一周而達原地位時,以羅盤針律之,面之方向必已變更一周。讀者雖不覺自轉,實則已自轉一周矣。月之自轉,正與此同。至其半面所以永向地球之原因,亦非出偶然。據今天文家所信,謂爲月地間相互作用之結果。或因月之重心,不與其體心同在一點,相隔約 23 哩。依力學定律,其輕面乃恆向地球也。

200. 月之天平動　月之對向地球者，雖終年只有半面，然因另有三種振動之故，吾人竟可見其全面之$\frac{59}{100}$。此三種振動，如天平兩盤彼起此伏之狀，故謂之天平動。其一，因月軸與其軌道面之垂線傾斜約$6\frac{1}{2}$度，而又依慣性作用恆保持其一定之方向而不改之故(參閱第140節)，其南北兩極，相間而映於吾人之眼簾。此種振動，謂之緯天秤動。

其二，月之自轉雖速度一致，而其繞地運行則時速時遲(見第210節)。因此，其東西兩側更番爲吾人所見。此種振動，謂之經天秤動。

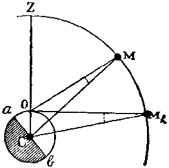
其三，地體較月體爲大，吾人得藉地球之旋轉，於月在地平時，多見其邊緣。此種振動，謂之日週天平動。

此外還有微動，茲從略。故月對向地球之半面，非絕對不變者。而吾人畢生所見，自不止半面。總其所有之動，結果如下：

永見部分佔全面積	41%
永蔽部分佔全面積	41%
時見時蔽部分佔全面積	18%

201. 月之視差　視差之理，已於第155節詳言之矣。月之視差，乃由地心地面兩處所測月之方向之差也。謂之地心視

差。換言之，卽由月向地心地面兩處所作直線之夾角也。如第 114 圖，M 爲月，O 爲觀測點，OMC 角爲地心視差。月移至天頂 Z，地心視差爲零。月移向地平面，地心視差漸大。迨至地平面上 M_h 處，地心視差爲最大，謂之地平視差。故地平視差者，卽係月上所測地球半徑之視角。可用下式求之。

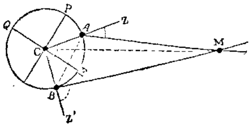


（第 114 圖）

$$\sin M_h = \frac{r}{R}$$

式內 r 爲地球半徑，R 爲月地距離。據推算，月之地平視差爲 57 分。卽月中所測地球直徑爲 1 度 54 分也。

202. 月地距離 任何天體，所當最先研究者，厥爲其與地球之距離。旣知其距離，卽可求其軌道及體積，質量等。求月地之距離 可先擇在同一子午線上極遠之二點如 A 與 B（第 115 圖）。然後由兩處同時測月之天頂距離 ZAM 角與 $Z'BM$ 角爲若干，就四邊形 $ACBM$ 觀之，CAM 角與 CBM 角各爲以上二角之補角，故可推算而知。且 ACB 角爲兩處緯度之



（第 115 圖）

差，亦可求得。又四邊形之二邊 AC 與 BC 皆為地球半徑，其值業已測定。故用三角法可以求其對角線 CM 為若干，是即月地之距離。據精密之觀測，其平均數為 238,840 哩。近於太陽四百倍。

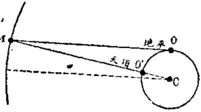
203. 月之面積與體積　月地之距離，既已知為 238,840 哩。而月之視直徑又測知為平均 31 分 5 秒。夫如是，則月之真直徑可得以三角法而求之矣。據推算之結果，知其為 2163 哩。然後再以

$$S=4\pi r^2$$

$$V=\frac{4}{3}\pi r^3$$

二公式求其面積與體積。則得月之面積約為地球之$\frac{1}{14}$，體積約為地球之$\frac{1}{50}$。

204. 月之視體　月之視體，由吾人觀之，殆與太陽相彷彿。雖近地時較大，遠地時較小（見第 209 節），然必須以器測之方得知。若徒憑目力，則無此變化也。但月近地平面，視之則大，近天頂，視之則小。人人皆見過之現象也（見第 335 節）。常人不解其故，乃妄謂因遠近而然。且傳昔有小兒以此難孔子。孔子亦無以爲對云云。其實，精密測之，月近地平面反小，月近天頂反大。



（第 116 圖）

何以故。蓋前者較後者遠四千哩也。相差約爲地球之半徑。試觀第 116 圖，觀測者在 O，見月 M 在地平面，其距離爲 OM。觀測者在 O'，見月 M 在天頂，其距離爲 $O'M$。一望而知 OM 約較 $O'M$ 長 $O'C$ 也。

最可笑者，月在地平面時，若有數人同時觀之。問其所見之大小。則有謂若五六寸之碟者。有謂若二三尺之大盤者。報告紛歧，大小難定。亦月球上之一謎也。

205. 月地之公重心　吾人一向皆謂月繞地球而運行。所謂地球，當指地球之中心而言。但精密測之，知月非繞地球中

心而運行，乃繞月地之公重心而運行。公重心者即月地聯於一線時之平衡點也。如第 117 圖，其公重心在 G 點。假想將月地

(第 117 圖)

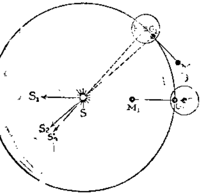
置於長 238,840 哩之桿之兩端，以 G 爲支點，其兩端之重量必相等。只因地體大於月體約 50 倍，故此公重心近於地心，而遠於月心。實即在地體之內也。

月繞公重心運行時，地球之中心亦隨之而繞行公重心。不過其繞行之軌道甚小，有如上圖地體中之小圓所示。此種現象，酷似將月地置於長桿之兩端，而以公重心 G 作軸使之旋轉不已也。又似一大漢，擁少女而作迴旋之舞。少女輕活，故繞行大圓。大漢笨重，故繞行小圓。且此種例證，即在日常之經驗上亦有之。如以右手提物時，上體必向左方彎曲。蓋非如此，則不能平均二者之壓力也。

205. 月地公重心之推算法　地球因受月繞公重心而運行之影響，其繞日運行而正在軌道線之部分，亦非其中心，乃其公重心。故結果地球在軌道上發生前後振動之現象。即半月在

公重心之前，半月又在公重心之後也。夫太陽在黃道上之位置，既純由地球在軌道上相對之位置而定，故公重心之影響，必使太陽在黃道上發生前後之視動明矣。夫如是，則月地之公重心可得而求之矣。

設 S 為太陽（第 118 圖），大圓為地球軌道。當公重心在 G_1，地球在 E_1，月在 M_1 時，太陽之位置，由地球上觀之必在 S_1。若無月，地球必在 G_1，所見太陽之位置亦必如此。但當公重心在 G_2 時，地球將在 E_2，太陽之位置，由地球上視之必在 S'_2，而不在 S_2。然由 G_2 觀之，則在 S_2 也。若無月，S_2 亦必為由地球



（第 118 圖）

上所見太陽之位置也。如是，則吾人必見太陽在其相當位置之前若干弧距。半月後又必見其落後，考其前後振動之弧距共為 12 秒。由此而知 $S_2SS'_2$ 角等於 6 秒。在三角形 G_2SE_2 中，G_2SE_2 角等於 6 秒，為已知數。G_2S 與 E_2S 二邊各為日地之距

離，亦爲已知數。於是求得 G_2E_2 等於 2880 哩。是卽月地之公重心距地心爲 2880 哩。故知其猶在地體之內也。

207. 月之質量及密度 藉月地之公重心，吾人卽可推求月之相對質量。其原則與將二物體置於槓桿之兩端，而使之平衡之理相同。如第 119 圖，設 W 與 w 爲二物體。其各與支點

(第 119 圖)

F 之距離爲 L 與 l。按槓桿之公式，

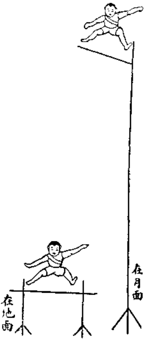
$$W\times L=w\times l$$

適用於月地，則地球之質量乘地心與公重心之距離，等於月之質量乘月心與公重心之距離。夫公重心與地心之距離，吾人既知之矣。然後以地球之質量爲標準，以推求月之質量，誠易事也。結果，得月之質量約爲地球之 $\frac{1}{81}$。以如彼之體積，而有如此之質量。因以知其密度爲水之 3.4 倍(參閱第 283 節)。

208. 月之表面重力 月之表面重力者，卽物體在月面上因受月心引力之吸引而起之重量也。按萬有引力之定律，凡二物體互相吸引時，其力之大小恆與其質量相乘之積成正比例，而與其距離之平方成反比例(見第 78,79 節)。吾人既知月之質

量約爲地球之$\frac{1}{81}$，其半徑約爲地球之$\frac{1}{3.6}$。今以地上之重力爲標準，而援用萬有引力之定律，以推求月之表面重力，則僅一乘除之勞耳。結果，得月之表面重力約爲地球之$\frac{1}{6}$。

重力之爲物也甚奇。同是一磅之物體，若地球之質量加倍，則此一磅之物體立變而爲二磅。若與地心之距離遠一倍，則又變而爲一磅之$\frac{1}{4}$。考太陽之表面重力爲地球之 27 倍，故百磅之人移居太陽，則變成二千七百磅。較印度之大象爲尤重。若移居於月面，則僅重 16 磅。必有身輕似葉，飄飄欲仙之概。每見運動員跳高至一丈，則聞『打破紀錄』之呼聲。若在月面儘可跳至六丈。下落亦不受傷。



(第 120 圖)
地面與月面跳高之比較

關於質量與重力之關係。學者牛哥姆 (Newcomb) 曾作一有興趣之說明。其言曰:『假設有一棒球隊遊於月面，彼等必覺球棒等物皆輕而易舉。卽彼等自身亦

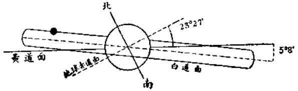
覺步履輕鬆。縱身一跳，高遠俱六倍於地上。但因質量不變之故，拋球人不能以一定之力而使其拋出之球較速於此(原因見第 60 節)。擊球人亦不能擊之較重，或使之較速(在落下之前，其行程當然較遠，固不待言)。而接球人擒球時，其兩手所受球擊之力又適與在地上相同。若彼等爲午餐所備之牛肉，以簧秤稱之爲二磅，則彼等所享用者實爲十二磅。若以提秤稱之，雖在月面，仍爲十二磅」云云。

209. 白道及其附屬名詞　月繞地球運行之道，天文學者特稱之曰白道。白道亦作橢圓形，地球居二焦點之一。因此月與地球之距離，雖平均言之爲 238,840 哩，然常不相等。其最近時爲 222,000 哩，名其處曰近地點。其最遠時爲 253,000 哩，名其處曰遠地點。聯此二點之線爲其長軸。長軸向兩方無限展長，謂之遠近線。考月繞地行之速度，亦一遵面積速度之定律，與地球之繞日也無異(見第 168, 169 節)。

測白道之形狀，一如地球軌道。用天文儀器，按日測月之視直徑及其在天上之位置，一月後便可得其軌迹。考月在近地點時，其視直徑爲 33 分 33 秒，在遠地點時爲 29 分 24 秒。將其相對之距離，一一按比例畫定，而以曲線聯之，則得之矣。其偏心率平均爲 $\frac{1}{18}$ (參閱第 164 節)。

白道亦爲天球上之一大圓，其與黃道相交之角約爲5度8分。兩道相交之線，謂之交點線。月自黃道南趨北之點，謂之升交點。自北趨南之點，謂之降交點。前述一恆星月爲 $27\frac{1}{3}$ 日，蓋卽月循白道運行一周之期間也。

惟月因受太陽攝動之影響，一恆星月後不能復其原位。故二交點在黃道上向西退行，一如分點歲差然。惟週期甚短，約19年而一週。因此白道與地球赤道面之傾斜角時有改變。當月之升交點與春分點相合時，其傾斜角爲最大，卽 $23°27'+5°8'=28°35'$（見第121圖）。九年半後月之降交點又與此點相合，其傾斜角乃變爲最小，卽 $23°27'-5°8'=18°19'$。在前者之情形中，月經子午線之高度，一月中相差57度。在後者之情形中，則僅差36度38分。



(第 121 圖)

210. 月之速度　旣知白道之大小及其形狀，則月行之速度可得而求之矣。平均每小時 2287 哩，或每秒 3350 呎。約爲

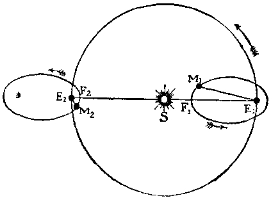
地球公轉速度之$\frac{1}{30}$。而其在天球上之角速度每小時約爲 33 分，略與其視直徑相等。

（第 7 表）　月之常數

視直徑	31 分 5 秒
眞直徑	2163 哩
面　積	地球之$\frac{1}{14}$
體　積	地球之$\frac{1}{50}$
質　量	地球之$\frac{1}{81}$
密　度	水之 3.4 倍
表面重力	地球之$\frac{1}{6}$
與地距離	238,840 哩
光　度	太陽之$\frac{1}{600,000}$
熱　度	太陽之$\frac{1}{170\,000}$
速　度	每小時 2300 哩
自轉週期	$27\frac{1}{3}$日
公轉週期	$27\frac{1}{3}$日
朔望週期	$29\frac{1}{2}$日

月之運行旣亦遵面積速度之定律，故近地時速度大，遠地時速度小。職此之故，朔望月之週期乃不能一致。如第 122 圖地球在 E_1，月在 M_1，差一度而至月朔點 F_1。但此時月在遠地點，其速度必小。及地球行至 E_2，月在 M_2，亦差一度而至月朔點 F_2。但此時月在近地點，其速度必大。故同係相差一度而成一朔望月，而前者之週期必較後者爲長。

不寧惟是，地球繞日之速度旣常不相等，故第 113 圖中 E_2N 線與 E_2S 線所成之角度亦常不相等。此亦使朔望週期不能一致之一因也。二者合併，其最大之差乃至 13 小時之多。



（第 122 圖）

211. 太陰日　月在天球上每日東行 13 度餘。職此之故，月來至子午線之時刻日遲一日。假如稱此兩次經過子午線之平均期間爲一太陰日，則一朔望月中太陰日之數必適較平均太陽日少一。蓋一朔望月中月由太陽處東行而復至太陽，其與地球之相對旋轉，適失去一次也。

因此太陰日之長，必爲 24 時 $\times\frac{29\frac{1}{2}}{28\frac{1}{2}}=$ 24 時 51 分。由此可知月每日遲至子午線之平均時間爲 51 分。但因月在天球上東行常不一致，故恆增減於 38 至 66 分之間。至其何以東行常不一致之原因，一小部分由於攝動之影響，一大部分由於白道橢圓及斜交赤道所致。此與太陽東行不一致而生時差之原因，

完全同理。所異者不過其變動較大耳(見第187節)。

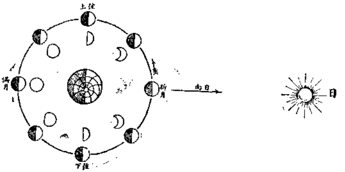
月每日遲出遲沒之平均時間亦爲51分。惟其實際遲出遲沒之時間,則各隨緯度而大有不同。就天津言之,最少23分,最多77分。若在高緯度,則相差更鉅。其實,在61度20分以上之地,當白道與赤道傾斜最甚時(28度35分),月每月間必繞地極而行若干時。且依觀測者之緯度而有一日或若干日不沒之象。若專就每日遲出遲沒之結果而言,每月中必有一日不出,一日不沒。

212. 中秋月　我國舊曆八月十五日稱爲中秋,正值滿月之時。月每日遲出遲沒之平均時間本爲51分,惟在中秋左右之數夜,其升起之時刻幾均在日沒時。不惟不遲出,且甚光明。我國謂之中秋月,北歐謂之穫月。

考其原因。蓋此時正值秋分,月在春分點,其道與地平面之交角最小。在北半球高緯度處甚且與之平行。故其北行之速度,足以抵補其遲出之時間也。倘此時月又在升交點,則其道與地平面之交角必更小,而中秋月之現象必尤著。

213. 月之盈虧　月本爲無光體,吾人所見之月光,乃由日光之反射而成。日光不及之處,黑暗不能見。日光雖可及,而與地球相背者,亦不能見。故其盈虧之變化,純視乎日月地三者

相互之位置而定。當月行至日地之間，其對向地球之半面，黑暗無光，是即新月（第 123 圖）。是後傍晚每見鐮形之彎月。及

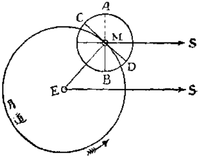


（第 123 圖）

去新月七日餘，殆成半圓形，是即上弦。上弦後又經七日餘，其受光之半面全爲吾人所見，是卽滿月。自滿月後月面漸虧，經七日餘仍爲半圓形，是卽下弦。此後月面益虧，復成彎月。越數日又至日地之間，全然不見，又爲新月。至此而成一朔望月矣。

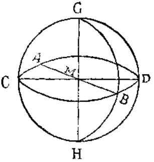
月之二彎端，永與太陽相背。上弦以前，二彎端向東，下弦以後，二彎端向西。故無論何時，欲預知彎端之方向，可由太陽之所在以推求之。

214 盈虧之圖解及推算法　玆用圖解說明盈虧之理。設 E 與 M 各爲地月之中心(第 124 圖)。ES 與 MS 各爲引長向日之線。若以此紙爲包納 EM 與 MS 之平面，則 $ACBD$ 爲月被此平面所割而成之截面，就中 AB 垂直 MS, CD 垂直 EM。



(第 124 圖)

通過 AB 作與 MS 垂直之平面，以中分月之光暗二部。再通過 CD 作與 EM 垂直之平面，以中分月之可見與不可見二部。如此，則結果必只有 BD 部分之光面，爲吾人由地上所得見者。顧月之可見部實際上雖爲球形，然由吾人視之，則一平圓面也。蓋卽球形之投影，射於與視線 EM 作垂直之平面之上者也。申言之，設此紙爲與視線 EM 作垂直之平面，則第 125 圖中之 GH 爲 $CBDA$ 平面之垂直線。而 $GBHD$ 卽吾人得見



(第 125 圖)

之有光部分也(注意第124,125圖中之字母皆同)。

夫$GBHD$在平圓面上之投影,由吾人視之,既爲鐮形,而此鐮形之闊度顯然等於$r(1-\cos\theta)$。就中$\theta=\angle BMD$, r爲平圓面之半徑。

但$\theta=180^\circ-\angle EMS=ES$在$M$伸張之外角(第124圖),

故闊度之增減隨$r(1+\cos\angle EMS)$而定。

故當$\angle EMS=180^\circ$,卽月在日地之間時月象爲零,是卽新月。當$\angle EMS=90^\circ$,卽上下弦時,月象爲半圓形(有光部分之闊度$=r$)。最後,當$\angle EMS=0$,月象圓滿,是卽滿月。蓋MS與ES永平行也。

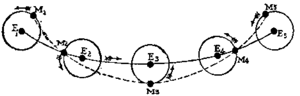
215 月光與日光 依上所述,可知滿月時日月之位置,由地球上論之,適爲相對。卽日在地平面下時,月必在地平面上。日在西時,月必在東。因此,日月之分照世界也,乃甚均勻。不寧惟是,日在赤道南時,月又必在赤道北。因此,故於冬日之長夜時,月在地平面上之時間亦較長。於夏日之短夜時,月在地平面上之時間亦較短。或長或短,總與四季之夜分相合。吾人每覺冬日之月較夏日爲明,卽此原因也。

其尤奇者係在寒帶。當寒帶之長晝時,月之出地平面也,適値其前後之鐮形時,故滿月之面永不向地。迨其長夜時,月

之出地平面也，又適値其多光時，故滿月之面永久向地。是不得光於日時，則得光於月也。亦可見造物之妙矣。吾人得以爲極帶之情形，當其長夜時，必闇然無色，咫尺莫辨。其實除因受散光之作用，而成曉光晚照之景色外，又有月由上弦至下弦而施其照耀焉。故與吾人所想像者不同。

216. 月道之眞迹 月繞地球而運行，其軌道之形狀，由地球上論之，確爲橢圓形。然同時月又隨地球以繞日運行。而後者之速度又大於前者30倍。職此之故，月在空中之合成運行，乃合兩種運動而成。一爲繞地球之運動，一爲隨地球繞日之運動。其在空中運行之眞迹，必爲二者合併而成之結果無疑。

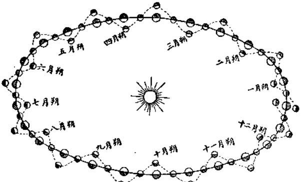
考此種之結果，乃使月行之眞迹恆向太陽作凹彎形。有如第126圖所示，E_1 E_2 等爲地球在軌道上之五點。相距約 $7\frac{1}{2}$



(第 126 圖)

日，即新月上弦滿月等象相隔之時間也。M_1，M_2 等爲月在各該時所居之位置。M_1 與 M_5 爲新月，M_3 爲滿月，M_2 與 M_4 爲

上下弦。由 M_1 至 M_8 相聯之全線，卽月在一月內所行之眞迹也。其在一年內之眞迹，則紆曲蛇行繞於地球軌道之近傍（第 127 圖）。設以 100 吋表地球軌道之半徑，則月蛇行於此軌道之兩旁者各不過$\frac{1}{4}$吋。固無時固不向太陽作彎曲形。然由地球



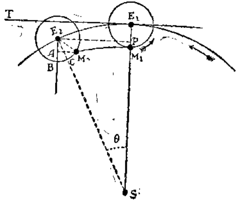
（第 127 圖）

上觀之，又無時而非橢圓形也。此實一奇妙而耐人尋味之問題。

讀者若有興趣，不妨作一試驗。備一火棒，令一人騎自行車持而上下旋轉之。一面旋轉，一面疾馳。夫火棒本以騎車者之臂爲半徑而旋轉，只以又具有前行之運動，故由側面觀之，其在空中之眞迹乃不爲一圓周，而竟成一浪紋形之曲線。觀乎

此，可以悟月道之眞迹矣。

217. 月道眞迹之推算法　據上節所述，月在空中運行之眞迹恆向太陽作凹彎形。觀第 126 圖在滿月 M_3 時，自無問題。惟在新月 M_1，M_5 時，疑難頓起。今試證明在新月時其眞迹亦向太陽作凹彎形。設 E_1，M_1，S 爲新月時，地月日之位置（第 128 圖）。E_1E_2 爲地球軌道之一段。兩小圓爲月道。當地球由 E_1 至 E_2 時，假設月由 C 至 M_2。換言之，若月不繞地運行，地球至 E_2，月必在 C。以 θ 表 E_1SE_2 角，並以 r_e 與 r_m 各作地球軌道與月球軌道之半徑。復以 E_1T 作地



（第 128 圖）

球軌道之切線相遇於 E_1 點。畫 E_2P 垂直於 E_1S。畫 E_2B 與 E_1S 平行。再畫 M_2A 與 E_1T 平行。設 θ 爲一小角，M_1M_2 則爲新月後月道之一小段。若 M_2 與切線 E_1T 之距離遠於 M_1 時，M_1M_2 一段自向太陽作凹彎形。

當月由 M_1 向 M_2 運行時，全部月道由切線落下 E_1P 之遠，但同時月又向切線上升 AB 之高。故月去切線之實際距離爲 E_1P-AB。今得下列公式：

$$E_1P=r_e-r_e\cos\theta \quad (1)$$

$$AB=r_m-r_m\cos M_2E_2A \quad (2)$$

但 $M_2E_2A=M_2E_2C+CE_2A$

而 $M_2E_2C=13\theta$ 因月在軌道上之角速度約爲地球之 13 倍

且 $CE_2A=\theta$ 因 AB 與 E_1S 平行

故 $M_2E_2A=14\theta$

故又 $AB=r_m-r_m\cos 14\theta \quad (3)$

既得上列公式，再以 $\theta=1°$，$r_m=240,000$，$r_e=93,000,000$ 乃得

$$E_1P=16,000\ 哩$$

$$AB=7130\ 哩$$

是即地球運行約一度時，月由切線每日退去約 8870 哩。據此可知月在新月時。其真迹亦向太陽作凹彎形也。

218. 月之運行與蘋果落地之關係 月在空中之所以繞地運行，係由地心引力之吸引所致。此與蘋果之脫枝下落，完全

為一理焉。按牛頓運動第一律言之,凡運動之物體,若不受外力之牽擾,則恆依直線之路等速進行(見第72節)。今月之運行不依直線而去,乃竟環繞地球不已者,蓋必有中心力時時牽引之,使其不得依直線而去也。今試證明此中心力卽地心之引力,與蘋果之下落,同出一源。

按萬有引力定律,引力之大小,與二物體距離之平方成反比例(見第78節)。又凡地面上之物體所受地球之吸引,一若其球之引力集中於地心(見第79,122節)。吾人知由地面至地心之平均數約為 4,000 哩,由月至地球之平均數約為 240,000 哩。是月地之距離為地球半徑之 60 倍也。夫蘋果在地面上脫枝下落時,因受地心引力之吸引而起之加速度,每秒為 32.2 呎。假設將此蘋果由遙遠如月之處向地投來,其因受地球吸引而起之加速度,應小於在地面上時 3600 倍明矣。故其每秒之加速度應為 32.2 呎之$\frac{1}{3600}$。考月之運行速度平均為

$$v=\frac{2\pi r}{P}\qquad\text{(見第 61 節)}$$

其因受地球吸引而向地球所起之加速度,可藉下式以求之。

$$a=\frac{v^2}{r}\qquad\text{(見第 68 節)}$$

既然　$v=\frac{2\pi r}{P}$

故 $a=\frac{4\pi^2r}{T^2}$

月之運行週期，吾人知爲 $27\frac{1}{3}$日

是以 $a=\frac{4\pi^2\times 240,000\times 5280\text{ 呎}}{(27\frac{1}{3}\times 24\text{ 時}\times 60\text{ 分}\times 60\text{ 秒})^2}=0.00896\ \frac{\text{呎}}{\text{秒}}$

所得之加速度恰爲每秒 32.2 呎之$\frac{1}{3600}$，故知月之繞地運行，與蘋果或任何物體之落地，完全爲一理。蓋均由於地心引力之吸引所致也(參閱第 80 節)。

219. 月之攝動 地球因受各行星引力之牽擾，在軌道上發生種種之變動，其所受之牽擾，謂之攝動，已於第 175 節詳言其故矣。考月在軌道上運行亦受外力之牽擾。然月體甚小，故所受各行星之牽擾，無從覺察。吾人所得覺察者，惟有其所受太陽之牽擾耳。

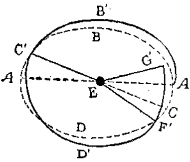
按力學原理，當甲乙二物體各繞公重心而運行時，若有第三物體以引力之作用而牽擾之，則甲乙所受者俱非第三物體之全部引力，乃其所施於甲乙二者之引力之差數。故結果僅爲一小部分。故假設太陽以相等之力吸引地球與月球，且在平行線上，則月之繞行地球也毫不受影響。不論太陽之引力如何偉大，其結果均歸於如此。是以太陽吸引月球之力雖大於地球吸

引月球者二倍有餘(因太陽之質量爲地球之 330,000 倍,日月之距離爲地月之 400 倍),然而太陽牽擾月球之最大値,僅爲地球引力之$\frac{1}{90}$。

初學者每以爲太陽吸引月球之力旣大於地球吸引月球者二倍有餘,在新月時,卽月在日地之間時,太陽似應將月球吸引而去,不復容其繞行地球也,方爲合理。今何以不然。此其錯誤乃坐於以地球爲固定之一念也。假設地球果爲固定,則勢必生此結果。惟地球與月在空中俱得自由運動,其形勢恰如二木浮於水上,而太陽以幾相等之力吸引之。其較近者,力固較大,然亦相差不遠。故決不生上述之結果也(參閱第 241 節)。

220. 交點之退行　月受擾動而生之最大影響,卻爲交點之退行。蓋白道與地球軌道之傾斜角原爲 5 度 8 分,而太陽之引力恆欲使白道面與地球軌道面相合。只因月之運行甚速,有反抗此種趨勢之力,故結果其傾斜角毫無變更,而兩交點在黃道上向西退行。此與分點歲差之發生,完全爲一理(見第 180, 182 節)。不過分點歲差每年退行 50.2 秒,以 25,800 年爲退期。此則每月退行約一度半,以 18.6 年爲週期,斯其異點耳。

試更以圖說明之。設 E 爲地球(第 129 圖),$A'BAD$ 爲白道面。$A'B'C'D'F'G'$ 爲月在一恆星月中所行之軌迹。設



(第 129 圖)

交點不退行，則月由升交點 A' 起行，其通過降交點應在相對之點 A。一恆星月後必復至升交點 A'，如虛線所示者然。今月之軌道並不如此。其通過降交點也，不在 A，乃成 $A'B'C'$ 曲線，交黃道於 C' 點。去 A' 不滿 180 度，及其行於黃道南 $C'D'F'$ 曲線時，亦不通過 C' 點之相對點 C，而交黃道於 F'。去 C' 亦不滿 180 度。因此，月兩次通過升交點，其中間所行之軌迹乃不滿 360 度。其差數爲 $A'EF'$ 角度，約爲一度半。此卽升交點在黃道上退行之値也。故必須再行曲線 $F'G'$ 一段，始成一恆星月。然月不復至 A'，而在 A' 之北 G' 點。由是可知白道非與平面，乃螺旋狀也。

考月兩次通過升交點，其間所歷之時間爲 27 日 5 小時 5 分 31 秒。天文家稱之爲交點月。與日月蝕之原理，大有關係。

221 白道長軸之旋轉 月因受攝動之故，其軌道之長軸時而向東旋轉，時而向西旋轉，最終向東旋轉之勢佔優勝。故每一恆星月東轉約 3 度，於 $8\frac{4}{5}$ 年可旋轉一周。因此，每四年

半月與地遠近距離之方向適相反。

222. 白道偏心率之增減　因受攝動之故，白道之偏心率亦發生更迭增減之現象。當太陽通過其遠近線時，增減之值最大。至其中間時，增減之值最小。

其影響所及，使月在軌道上之運動不一致。或趕前，或錯後，約至 $1\frac{1}{4}$ 度之多。其週期爲 $1\frac{1}{8}$ 年。卽太陽繞行白道遠近線一周之時間也。此爲週期攝動中之最著者，古人已知之。蓋月蝕之時間，因此前後各差 3 小時。

223. 八分點　因受攝動之故，每朔望月中月在八分點之運動不得一致。八分點者，卽與新月及滿月成 45 度之處也。在新月及滿月後之八分點時，月較其平時早至 1 小時 20 分。在其前時又遲至 1 小時 20 分。追新月及滿月時，則變而爲零。故與日月蝕之時間，毫無影響。

224. 近點年中之變化　因受攝動之故，月在軌道上之運動於一近點年中（見第 185 節）不得一致。最甚時其位置相差 11 分，目力卽能見之。此則由於地球在近日點時太陽擾月之力大，故朔望月亦較長。地球在遠日時，情形則相反。是以由 10 月至 4 月之半年，月恆落後。其餘半年，月恆趕前，因而朔望月亦較短也。

225. 月長之加大 因受太陽引力之牽擾，致使地球吸引月球之作用減少$\frac{1}{360}$。卽將 $P=2\pi\times\frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\mu}}$ 公式中（見第 173 節）之單位質量與單位距離之常數 μ 減小也。因而月之運動週期 P 必加大$\frac{1}{720}$。是以今日之月長，較不受太陽之牽擾，而具有現在之月地距離之週期，約多一小時。此又擾動之另一現象也。

226. 月長之漸減 因受太陽引力之牽擾，月在軌道上之運動漸速。結果月長爲之漸減，且此種之漸減現仍在進行中。據學者比較古今之日月蝕，得知今日月球之位置，實較其自大天文家托勒密（見第 18 節）時代起，迄今若無運動之改變，而應居之位置，佔前約一度。以時間計之卽 2 小時也。平均每年月之運動約快 3 秒鐘。

上節謂因受太陽之牽擾，月長加大。此節又謂因受太陽之牽擾，月長漸短。初視之未有不以爲矛盾者也。若細研究之，則知其實爲一貫之道理。蓋月長之所以漸減者，可溯源於地球軌道之偏心率之遞減，吾人知地球軌道之偏心率，今正在遞減中（見第 177 節）。夫軌道之長軸旣不能有所改變，則所謂偏心率之遞減者，實卽軌道短軸之展長也。亦卽軌道面積之放大也。如是，則日地於一年中之平均距離必漸增 旣漸增矣，則太陽

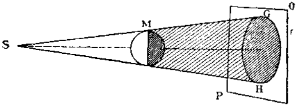
之牽擾因之而漸弱。影響所及，上節公式中之常數 μ 因之而加大。結果月之運動必漸速，而月長漸減矣。考此種趨勢，且必延至地球軌道之偏心率之遞加時爲止。然去今尙有 24,000 年之久，爾後情形必又相反。

227. 日蝕與月蝕　按光學原理，凡光線之傳播，恆依直線而進行。日光爲地球或月球所阻，不獲前進，乃於其背而成一黑影，橫亙太空，形如圓錐體（見第 54 節）。圓錐體之軸，與日地聯心線或日月聯心線一致。其頂與日相背。

新月之時，月在日地之間，適成一直線。月影蔽地，則生日蝕，故日蝕常在朔。滿月之時，地介於日月之間，地影蔽月，則生月蝕，故月蝕常在望。然每月必有朔望，而吾人不能每月見其相蝕者何也。蓋白道與黃道傾斜 5 度 8 分，雖在朔望，而地與月影，或月與地影，不易相遇。故非在兩道相交之點成其附近不見其相蝕也。

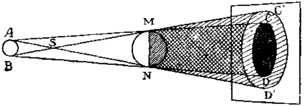
228 本影與半影　影者何，即光線所不及之黑暗部分也。蓋光線之傳播，恆依直線而進行。若被一不透光之物體所阻，此物體之後必生一黑暗之影。例如 S 爲一極微之發光體（第 130 圖），M 爲不透光之物體。S 所發之光，經過 M 後即有一部分之光被其所阻。故若以一白紙片 OP 置於 M 之後，則可得

黑影如 GH。



(第 130 圖)

然發光體若較大，則見一影中顯分二部。中部最黑暗，謂之本影，外部稍有微光，謂之半影。此亦由於光線直進之所致也。例如由發光體 AB (第 131 圖) 繪 AMC, BND, AND'

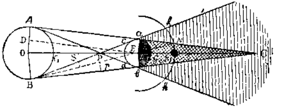


(第 131 圖)

BMC' 四直線，以代表發光體之極端光線。由此可見所發之光線，無一能達於 CD 之中間者，故 CD 中變爲極黑暗，而成本影。至 CC' 中間及 DD' 中間則尚有一部分之光線經過 M 點或 N 點者，亦可以達到之。此外則光線概不能達到。故 CC' 及 DD' 之一周，成爲半影。考太陽之體大於地月若干倍，故地月

之影，皆有本影與半影之分也。

229 地影之長度　欲推求地影之長度，非難事也。如第132圖，設 O 爲太陽中心，E 爲地球中心，aCb 爲太陽所生之



(第132圖)

地影，L 爲影長，D 爲日地之距離。再設 R 爲太陽半徑，r 爲地球半徑，DE 爲由 E 至太陽而與 AC 平行之線。由相似三角形 OED 與 ECa，吾人知

$$OD : OE = Ea : EC \text{ 或 } L。$$

OD 者太陽半徑與地球半徑之差也，故等於 $R-r$。OE 者日地之距離也，故等於 D。而 Ea 又等於 r。是故

$$L = D\left(\frac{r}{R-r}\right)$$

已知　$D = 93,000,000$ 哩

$R = 433,250$ 哩

r 之平均值 $= 3.959$ 哩

故　$L=\frac{1}{108.5}D=857,000$ 哩

地影之長度，因日地距離而變。地距日愈遠，則地影愈長。觀上列之公式，可以知其故。蓋 D 之值變大，L 之值必亦隨之而變大也。以上所求者爲其平均數，或多或少，均不出乎 14,000 哩以外。

在 $a\ C\ b$ 之圓錐體內，無論何處，概不受日光，是卽本影。但地面空氣能使光線折射，而入於圓錐體內，故實際上之本影較短。而圓錐體於月球經過處之直徑亦較大，約增百分之二。假如有人於本影內觀望地球，則見地球變成暗體，且將太陽面全部遮蔽。

本影之外，又有半影。如圖中 $h\ a\ C$ 及 $k\ b\ C$ 二部，日光一半爲地所遮，一半仍可通過，故其影較淡。假如有人於半影內觀望地球，則見地球變成暗體。且將太陽面之一部遮蔽。

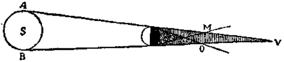
230. 地影於月球經過處之闊度　夫上圖中之 $E\ C$ 旣爲 857,000 哩，而月地之平均距離又爲 239,000 哩。則 $C\ M$ 必平均爲 618,000 哩明矣。故地影在月球經過處之半徑 $M\ N$ 必爲地球半徑之 $\frac{618}{857}$。乘除之，得 $MN=2,854$ 哩。其直徑當然爲 5,700 哩，約爲月球直徑之 $2\frac{2}{3}$ 倍。但此數因月地距離而變，

有時爲3倍有奇，亦有時尚不滿2倍。

231. 月蝕之種類及時間　考月蝕之種類有二，曰全蝕、曰偏蝕。凡月球全部經過地影之內者爲全蝕，其一部在地影內而他部在地影之南或北者爲偏蝕。

全蝕之時間，約爲二小時。然月球自最初與地影相遇，迄最後與地影相離，必不止二小時。蓋月球每小時之行程略與其直徑相等(見第210節)。而月球所截地影之圓面，其直徑爲月球之 $2\frac{2}{3}$ 倍，故需三四小時始可竣事。至偏蝕之時間，或久或暫，頗不一致。由所截地影之大小而殊。

232. 月全蝕之現象　月球將入地球本影之半小時前，其邊緣已入半影之中，故覺稍暗。迨至月球與本影相遇，其暗益甚，人目望之，地影之界線頗淸楚。按月球全部入地影後，吾人應不能見之。但因日光通過地面空氣圈後，爲空氣所折射如第133圖。故仍得見有光度衰弱，色暗如銅之一月，懸於天空。然



(第 133 圖)

其光度雖弱，亦分等次，視乎地面各處之天氣而異。天氣晴爽

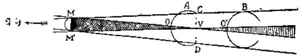
之地，日光折入地影者多，月面之一部較明。天氣陰雨之地，日光折入地影者少，月面之一部較暗。西曆 1884 年月蝕時，月面黑暗過甚，目不能見者良久。此為偶然之事，不易多見。西曆 1888 年 1 月 28 日月蝕時，目視月面之光似不甚暗。惟據影力極微，約為月蝕前之 $\frac{1}{1,400,000}$ 耳。

233. 月影之長度及闊度　欲推求月影之長度，其法與吾人所用以推求地影者同。考月影亦為一圓錐體，其長度約為日月距離之 $\frac{1}{400}$，平均數為 232,150 哩。蓋日月距離因時而異。月影長度，與之俱變，最大為 236,050 哩，最小為 228,300 哩，相差 7,800 哩。

夫月影之平均長度既為 232,150 哩，而月地之平均距離為 238,800 哩，準是言之，則月影較月地距離為短，不能達於地面。然白道橢圓，月距地時遠時近。其最近時距地心 221,600 哩，距地面 217,650 哩。倘同時又恰遇月影最長，其錐頂必軼出地面 18,400 哩。於是地面與月影相截而成一圓面，其直徑約為 168 哩，如第 134 圖之 O 點附近。然月影若斜射於地面，則此影之形狀不為圓形，乃為橢圓形矣。

月地最遠時，月距地心 252,970 哩，距地面 249,000 哩。而月影最短時僅為 228,300 哩 此其形勢有如將地球置於圓

中之 B 點，月影之錐頂 V 離地面尙有 21,000 哩之遙。於是地球與延長之月影相截，亦成一圓面，其直徑爲 196 哩，如 O' 點附近。



(第 134 圖)

234. 日蝕之種類　日蝕之種類有三，曰全蝕、曰環蝕、曰偏蝕。觀測者在月之圓錐影內，見日面皆暗，是爲全蝕。在延長之圓錐形內，見日大於月，日之四周留光如環，是爲環蝕。如在半影之內，則見日之一部分被遮蔽，是爲偏蝕。

考環蝕之次數，較全蝕爲多。日蝕之時，往往在一處見爲環蝕，在他處見爲全蝕。此因錐頂雖軼出地面之外，尙未至地心故也。復次，日蝕經過地面各處，成一軌跡，形如長帶。闊度與截面之直徑相等。月影漸次掠過地球半面，或向東南而移，或向東北而移。有時經過半球之中點，有時不經過之。

半影之直徑，可以第 134 圖之 CD 線表之。其長在 4,000 哩以上，爲月球直徑之 2 倍餘。觀測者如在半影之內，則其所見爲偏蝕。但同是偏蝕，而蝕份有多少之別。例如人在錐頂附

近，見日面被蝕甚多。人在半影外圈，見日面被蝕甚少。其間千差萬別，因地而異。偏蝕所經之地甚廣，以視環蝕及全蝕之途徑狹隘，不可同日而語。凡在錐頂兩旁二千哩以內，統爲偏蝕之區域。且二千哩之數，專指與影軸垂直之平面而言，若以大地之球面言之，奚止此數。

235. 月影速度及日蝕時間　地球苟無自轉，則吾人所見月影之速度每小時當爲 2,100 哩。實際上地球向東自轉，與月影移動之方向相同，故其相對速度變遲。考赤道上之地面每小時約行 1,040 哩，故觀測者若在赤道，且遇月在天頂附近時，其所見月影之速度必爲每小時 1,060 哩。蓋卽 2,100—1,040 之差數也。約與礮彈之速度相等。緯度愈高，地面自轉之速度愈小，而所見月影之相對速度愈大。且在月影斜射之地，如日出日沒時所得見之處，其進行爲尤速，每小時至 4,000 或 5,000 哩之多。

在地球赤道附近，全蝕之時間最長，約爲 7 分 58 秒。在緯度 40° 之地，約爲 6 分 15 秒。赤道上所見之環蝕，最長爲 12 分 24 秒。同時光環之闊度亦最大，約爲 1 分 37 秒。

觀察全蝕與環蝕之變化可分爲四期。第一、月與日遇，是謂初交。第二、日月疊合，是謂蝕旣。第三、日月相推，是謂蝕

虧。第四、月不蔽日，是謂復圓。自第一至第四之時間，約為 4 小時許。偏蝕僅見第一第四兩期，其時間因蝕分之多少而異。

236. 日全蝕之現象　在日全蝕之數分鐘前，日光漸暗。剩有邊緣所來之光，呈淡黃色，恍如化學中之石灰光。斯時也，牛羊昏亂，鳥棲於木。溫度低，露始凝。有頃，遙見西方地平面上，有月影一團，若狂風驟雨，飄忽而至。速度之大，至可驚駭。月影既至，日暈日珥乃現，光明之行星亦現。恆星在三等以上者，隱約可見。

全蝕之前，總有小部分之日光，映於吾人眼簾。光度雖弱，猶難正視。刹那間突變黑暗，人目為之昏迷。未幾，視覺轉銳敏，乃知其黑暗之程度，亦不甚劇。凡全蝕之時間若短，而在二分鐘之內，欲觀錶面之時刻，尚覺易易。若為時較長，而在四五分鐘之間，則非秉燭觀之不可也。

古人不明天文，每遇全蝕，莫不驚駭。上焉者目為天象示警，將有災異。下焉者妄傳天狗吞日，二郎作怪，等等不經之談。於是相率鳴鑼擊鼓，暴噪一時，殊可笑也。

237. 月蝕之軼事　昔哥倫布往美洲，中途乏糧。適抵一島，土人甚衆。氏向之討糧，土人不予。氏測知是夜月蝕，慢曰，我係天神，主宰世界，如不我予，將蔽月光，以示權威。然後降

禍，語未竟，月果殘缺，光輝黯淡。土人大驚，急出糧石，並焚香羅拜，祈免災禍云。

238 蝕之次數 一年內日月蝕之次數，普通爲四次。最少爲二次，俱係日蝕。最多爲七次，日蝕居其五，月蝕居其二。或日蝕居其四，月蝕居其三。就全地球而言，日蝕多於月蝕，約爲三與二之比。就一地方言之，則月蝕多於日蝕。蓋月影與地面相截成圓，直徑只有一百餘哩。日蝕所經之地帶甚狹，不多見也。月蝕則全地面之大部分皆可見之。或見其始，或見其終，或見其始終，故時間之長短不等。一年半中日全蝕總有一次。在一定地方，則須隔 360 年而有一次。

按白道交點每沿黃道而西行，約 18 年半而一周（見第220節）。嗣後則日月與同交點仍必還原，周而復始。故古有一天文家，謂同一性質之蝕，每隔 18 年半重現一次。計 18 年半之內，日蝕凡 40 次，月蝕凡 29 次。

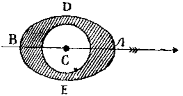
239 潮汐 海水生定時之漲落，恆爲蛇形之波浪，互相追隨者，曰潮汐。實爲自然界中神秘之一。然由今日之科學上論之，則又爲物理之當然結果，無足驚異。潮與汐因時而異名，朝漲曰潮，夕漲曰汐，通稱曰潮。其影響不僅及於海面，且深至海底部分。

考潮汐之漲落，頗有規律，約一晝夜間必有兩次高漲，兩次低落。其時間平均爲 24 小時 51 分，適爲一太陰日（見第 241 節），歷久不變。足徵與月球至有關係。故在二千年前，王充已見及之。論衡云：『濤之起也，隨月盛衰』。一月之中，漲至最高者曰大潮，多在月朔月望左右。最低者曰小潮，多在上弦下弦左右。大潮與小潮之高度，約爲八與三之比，即 (11+5) : (11−5)。

243 潮汐之原因　考潮汐發生之原因，完全由於引力之吸引所致。按引力定律，距離愈遠，吸引愈弱（詳見第 78 節）。假設吾人懸一液體之球於屋頂。球爲地心引力所吸引，其下端既較上端略近於地球，則下端所受之吸引必強於上端，故必牽長其體而變成橢圓形。若球之內部爲固體，表面爲液體，受地心引力吸引後，變形如前。此可得而試驗者也。

潮汐之發生，與此同理。假設地球表面完全爲等深之海水所包繞，而地球與月又相對靜止，則直對月球之海水，因受月球吸引較強於地球所受者之故，乃相聚隆起，而趨就月球，如第 135 圖之 A 點。同時地球背面之海水，因受月球吸引較弱於地球所受者之故，亦相聚隆起，而遠離地月，如 B 點所示。在此相反之兩面，海水俱高漲，不過後者較前者略低耳。於是

地球表面之海水形成一橢圓體，長軸與地月聯心線相一致。其與長軸成 90 度之處如 D,E 二點，海水必低落。



(第 135 圖)

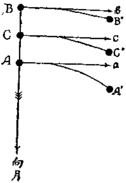
但月地俱非靜止，月既繞地運行，地又繞軸自轉，職此之故，上述之橢圓體從未得有圓滿形成之機會。結果乃係一不完備之橢圓體，於一太陰日內繞地一周，因此各地之海水統於一太陰日內必生兩次之漲落，此潮汐發生之原因也。

241. 潮汐成橢圓體之原理　上述地球相反兩面之海水，因受月球引力之吸引，各相聚隆起，而形成一橢圓體。初學者對於上圖之 A 點概無疑問，惟對於 B 點每生困惑。彼蓋以為 B 點者正海水低落之處也，何以亦相聚隆起。換言之，月在足下之時，其吸引何以能生舉揚之效，致將人之體重而減少哉。

考初學者所以生此困惑之原因，蓋由於彼以地球之固體部分與月之距離為固定，而只有海水得自由運動者也。果如此，則彼所謂 B 點之重力因月球吸引而增加者，確為合理。無如地球與月之距離並非固定，實亦自由運動者也。故其結果不

與初學者之想像相符(參閱第219節末段)。

試詳言之。設有三物體在 B, C, A 三點(第136圖),各以 Bb, Cc, Aa 之等速而運行,同時又皆受月球之吸引。但因與月球距離各不相同之故,A 受之吸引最強,C 則較弱,B 則最弱。假設此三物體之間並不相連,則在單位時間之末必各到達 B', C', A' 等點。其所經之路且皆爲曲線,如圖所示者然(理由詳見第169節)。但 A 既與月爲最近,其路之彎曲,在三者中必爲最甚,而 B 路之彎曲則爲最微。由此可知 AC 間之距離,及 BC 間之距離,俱行增加矣。假設 AC 間及 BC 間各有彈性之線以繫之,則此線必因之而緊張。蓋因 A, B 俱由 C 點相對遠離故也。夫 C 受月之吸引既強於 B 所受者,則月之吸引必常欲增加 BC 間之距離明矣。此地球背面之海水所以亦相聚隆起,而形成橢圓體之原理也。



(第136圖)

242. 潮汐之遲延　地球若靜止不轉,則其表面之海水必形成一橢圓體,已如上述,無疑義矣。然求之於實際,地球由西而東旋轉甚速。就赤道論之,每小時約行一千哩。是故第135

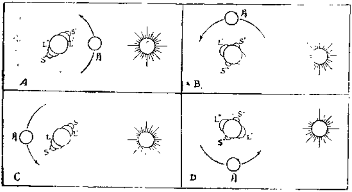
圖中 A, B 二點之潮汐恆欲以地球東轉之速度，而向西運行。若地球表面完全爲等深之海水所包繞，則潮汐之繞地而西轉也，必甚有規律。且其深度若在 14 哩以上，則潮汐將永保持於月球之下。換言之，卽永居於地月聯心線之上也。但若不及此數，則赤道上之潮汐必落於月球之後，而成 90 度之角。換言之，卽高潮適發現於低潮之處也。其在高緯度者，因地轉較遲，猶得保持於月球之下。至其在赤道與高緯度之間者，則各隨其地之旋轉速度，而異其落後之角度。就天津言之，總在月過子午線二三小時後，方見潮汐之來也。

但地球上之洋海皆比較甚淺，而其淺度又參差不齊。大陸之形狀亦不整齊，更有南北美洲幾將洋海隔斷。統此種種之原因，致使潮汐之發生不能按理論以實現。欲知其準確時間，非實地觀察不可。至於月球已過，而潮汐猶不卽落者，則由於物體之慣性使然也。有如向上之拋物然，物雖脫手，而仍上升許久也。

243. 潮汐因月而起之證據 潮汐之起也，大部分由於月球之吸引而致。欲求證據，俯拾卽是。當月在近地點時（見第 209 節），潮汐之高度恆較其在遠地點時增百分之二十，此其一。若月在近地點時，又恰遇月朔或月望，則其高度必爲最大，

此其二。若此種近地點之月朔或月望，又恰遇於一月一日，即地球在近日點時，其高度必登峯造極，此其三。由此觀之，月與潮汐之關係可知矣。

214　潮汐與月象之關係　潮汐之發生，雖大部分由於月球之吸引所致，然非完全受支配於月球。蓋太陽之吸引，亦甚重要。若專論日月吸引地球之引力，日之引力則為月球之一百七十倍。但海水之被吸引而成潮汐也，不在所受全部引力之大小，乃在所受吸引地心與吸引表面之力之差數。故日之引力雖大於月球，然因其與地之距離遠於月地四百倍之故。其吸引潮汐之效果，僅為月球之$\frac{5}{11}$。



（第 137 圖）　（*L* 表月潮，*S* 表日潮）

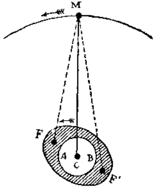
日月既俱有吸引潮汐之作用，故當新月或滿月，地球與日月之位置同在一直線上時，海水受日月之合吸或對吸，其高度達 11+5，乃成大潮，如第 137 圖之 A, C。當上弦或下弦時，地球與日月之位置適成一直角，日月之吸引相抵消，故起潮汐之高度僅爲 11−5，乃成小潮，如圖中之 B, D。蓋大潮與小潮之比，約爲 8∶3 也。是故月象盈虧一周，而潮汐之大小亦變化一周。欲知潮汐任何時之大小，觀月象可也。

245 潮汐對於地轉之影響 假若潮汐之運動，僅止於在洋海中每日發生兩次之漲落，則其所消耗之能力，至爲有限。但在大陸之邊岸，乃係大量之海水溯流而上。未幾，又返流海中。似此之往返流動，必與陸地相摩擦。然吾人知凡摩擦必消耗能力，試問此種之能力由何而來。

按能力不生不滅之定律言之，凡一處若顯有新能力，他處必失相當相等之能力。故潮汐與陸地相摩擦所消耗之能力，必係地球自轉所失者。蓋此種之摩擦，實無異加一制動機於地球之上也。故其結果，地球之自轉變遲，而吾人之晝夜延長。但地球自轉之能力，非常偉大，此種消耗，影響至微。據天文家之精密推測，每百年不過延長晝夜 $\frac{1}{10000}$ 秒鐘。

246. 潮汐對於月行之影響 潮汐與陸地相摩擦，不惟消

耗地球自轉之能力，且間接影響於月球之運行。試觀第 138 圖，設月球 M 正在天赤道上，F, F' 爲潮汐隆起之二部分。依理論言之，此二部分本應在 A, B 二點，卽月球下 90 度之處也。但因潮汐摩擦，地轉變遲之故，乃落於其相當位置 A, B 之後。因此 F 與月之距離較 F' 爲近，其吸引月球之力遂亦較 F' 爲稍強。夫 F 之吸引月球也，旣在直角以內，其結果必使月球之運行加速無疑矣（理由見第 163 節）。惟按力學言之，凡繞軌道運行之物體若加速，其軌道必放大，而運動週期亦必爲之延長（見第 173 節）。據此以論，則潮汐之摩擦，竟使月地漸遠，而恆星月變長。



（第 138 圖）

佐治達爾文曾根據此理，推溯以往之月地關係。略謂在五千七百萬年以前，月地幾乎相接。一月與一日相等，約爲今日之三五小時。其時潮汐之高度亦可驚。嗣後，月地漸遠，月日之時間亦各變長。不過月速日遲，而卒有今日之現象。至於將來，必仍有月日等長之一日。彼時地球自轉一周需 55• 日，而月繞

地球一周亦需 55 日。故月球之方向必永與地面之一點相對，二者之轉動將酷似被繫於長桿之兩端也。

本章參考書

Jacoby, H.——Astronomy.

Jones, H. S.——General Astronomy.

Mallik, D. N.——The Elements of Astronomy.

Moreux, Th.——Astronomy To-day.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

The Adolfo Stahl Lectures in Astronomy.

Hosmer, G. L.——Practical Astronomy.

Moulton, F. R.——Celestial Mechanics.

李善蘭譯——談天

箇 元——天文學

李安德——天文略解

第八章　行星與地球之關係

247. 本章之目的　太陽系中之行星，大者有九。依距日遠近之次第數之，曰水星、曰金星、曰地球、曰火星、曰木星、曰土星、曰天王星、曰海王星、曰冥王星，已於第 26 節略述之矣。本章之目的，在說明其運行之現象及其相互之關係，使讀者對於地球之原理藉此更爲了解。蓋地球亦一行星，其運行，其作用，與其他行星無異。必也深切明瞭其他行星，得以相互參證，然後對於地球之原理，始可徹底了解。

248. 如何認星　夜觀天象，星斗羅列，所謂九大行星，初學者每不易辨認。玆按其形色，稍加說明，以便探望。夫天王星海王星與冥王星離地太遠，光度亦弱，非用遠鏡不能望見。地球雖亦係一行星，然吾人生於是，息於是，自不必向空中探求。所欲辨認者，只有水、金、火、木、土、五星耳。第一水星，距日最近，其色紅，其光閃爍。春季薄暮，秋季平旦，覘之最易。無論在東在西，總不能超過地平線 28 度以上。第二金星，在天空中除日月之外，爲最明而最顯著者。照物能成影。有時白晝亦能見之。或在薄暮現於西方，或在平旦現於東方，俱不出乎黃道附

近。其次火星，光度亦甚強，但不閃爍，顏色深紅。在恆星間運動甚速，途徑離奇。再次木星，光度列八行星第二。火星距地最近時，尚不能與木星之光相敵。其現也不僅限於晨昏，苟在衝點(見第 2?6 節)，終夜可見。再次土星，光度與一等恆星相若，顏色淡黃。其特異之點，在有金色光環，明亮透澈，非常可觀。總之，欲探望五星，應勿去黃道太遠也。

茲將各行星距太陽最遠時之月份，列表於下，以便觀察。在此等時間，水、金二星極易望見。而火、木、土、三星亦因恰在夜半時跨過天球子午線之故，尤爲易見。

(第 8 表)　五星易見月份表

年	水星		金星		火星	木星	土星
	晨	昏	昏	晨			
	月	月	月	月	月	月	月
1936	2,6,10	1,5,9,12	—	—	—	6	9
1937	2,6,9	4,8,12	6	2	5	7	9
1938	1,5,9	4,7,11	—	9	—	8	0
1939	1,5,8,12	3,7,11	2	—	7	9	10
1940	4,8,12	2,6,10	9	4	—	11	11
1941	4,7,11	2,6,9	—	11	9	12	11
1942	3,7,10	1,5,9	4	—	—	—	11
1943	2,6,10	1,4,8,12	11	6	12	1	12
1944	2,6,9	4,8,12	—	—	—	2	12
1945	[illegible],[illegible],9	3,7,[illegible]	6	2	—	3	—

249. 行星與地球之異同　考各行星與地球相同之點有

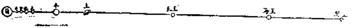
八。各行星與地球皆取同一方向而繞日運行，由黄道以北觀之，皆自西徂東，一也。軌道皆爲橢圓形，而非正圓形，太陽居於二焦點之一，二也。各行星軌道與地球軌道幾在一平面內，雖水星之道傾斜最甚，然亦止於 7 度，三也。各行星皆係無光體，一若地球然，其所發之光，皆係日光之反射，四也。各行星皆爲橢圓體，赤道面之直徑長，兩極間之直徑短，地球亦然，五也。各行星皆繞軸自轉，與地球無異，依此推論，各行星必皆有晝夜，六也。各行星繞日運行皆遵引力及離心力之定律，近日時速度大，遠日時速度小，與地球同，七也。地球有衞星一，曰月，其他各行星，除水星金星外，亦皆有之，八也。蓋地球既亦係一行星，當然不能逃各行星定則之外也。

然各行星與地球不同之點亦有三。所受日之光熱多寡不同，如水星多於地球 7 倍，而地球又多於海王星 900 倍，一也。引力大小不同，如木星與地球，爲 5 與 3 之比，火星與地球，又爲 1 與 2 之比，二也。體質之密度不同，以重力言之，土星之重力爲地球之$\frac{1}{8}$，意土星之體質當鬆如木塞，三也。今人每有遊歷星球之快語，將來究竟能否實現，玆不敢斷言。惟據科學家研究，潛水夫入深海時，因壓力增加而起一種潛水病（caisson disease）。深海魚浮於水面時，則胃腸吐出口外而死。人類登高山時，亦因氣壓變低之故，呼吸及脈搏均生變化。夫據今所知，

各星球既有如此不同之點，縱使吾人能遊歷之，其將何以適應與吾人生活不同之環境哉。

250. 行星之大小及距日遠近 在九大行星之體積比較中，木星為最大，地球居第六。設地球等於1，則水星等於0.06，金星0.90，火星0.15，木星1312，土星734，天王星64，海王星60，冥王星15。依距日遠近之次第數之，地球居第三。若以百萬哩為單位，則水星距日之哩數為36.0，金星為67.2，地球為93.0，火星為141.5，木星為483.3，土星為886.0，天王星為1781.9，海王星為2791.6，冥王星為4000。

（第139圖） 九大行星體積比較



（第140圖） 九大行星距日比較

天體之大，實難比擬。上兩圖之形式，亦不過略示其梗概，去諸實況尚遠。今欲使讀者有進一步之想象，可擇一極平地面，置一直徑二尺之球為日。距球164尺置一芥子為水星，距球284尺置一豌豆為金星，距球430尺又置一豌豆為地球，距球654尺置一黍豆為火星，距球一里餘置一橘為木星，距球二

里半置一小橘爲土星，距球四里半置一櫻桃爲天王星，距球七里置一大李爲海王星，距球十里置一葡萄粒爲冥王星。若再推而遠之，至四萬五千里始爲最近之一恆星。夫吾人所居之地球，猶微小如一豌豆，欲由此豌豆面上查覓中國，勢必極費目力。是故欲由宇宙間查覓地球，當亦有滄海探珠之苦矣。

251. 波得定律　行星與太陽之距離，可以一奇妙之算法演之。此法爲普人波得 (Bode) 所發明，故稱波得定律 (Bode's Law)。其法先取 0，3，6，12 等數，卽後數倍於前數。然後於每數上加 4。其結果卽與眞實距離極相近。

水星	0+4=4	眞實距離 4	金星	3+4=7	眞實距離 7
地星	6+4=10	眞實距離 10	火星	12+4=16	眞實距離 15
?星	24+4=28	眞實距離 20－40	木星	48+4=52	眞實距離 52
土星	96+4=100	眞實距離 95	天王	192+4=196	眞實距離 192
海王	384+4=388	眞實距離 300	冥王	768+4=772	眞實距離 400

計算天體之距離，向不以哩數爲單位，而以日地距離爲單位。其故有二。第一，哩之距離太短。苟以哩數計天體，無異以寸分而計兩城之距離也。第二，天體距離之確數，不能以吾人日用之單位衡之。若用日地距離爲單位，反易表其確實性。故上列定律，每以 10 除之，期以日地距離爲單位也。

依此定律，各行星軌道距水星軌道，約俱遞倍。如地水二道距二倍金水二道距。火水二道距二倍地水二道距。推之其

他，莫不皆然．惟火星與木星間，距離特遠，因疑其間必有未發現之行星在。後果於其間發現小行星體九百餘，直徑自 5 哩至 500 哩不等。論者或謂此係由一行星破裂而致，或謂係一星體之質，但因受相近而極大之木星之引力，故不得凝聚成一體云。至於冥王星乃最近於 1930 年始發現。其眞實距離竟與此定律相去頗遠，此固波得所不及知也。

252 刻卜勒第三定律之證明　各行星循軌道運行，可以三大定律概括之。此爲德人刻卜勒 (Kepler) 所發明，故稱刻卜勒定律(Kepler's Law)。

第一定律，行星軌道爲橢圓形，太陽居於二焦點之一。

第二定律，行星繞日運行，等時間內有向半徑所畫之扇形面積必相等。

第三定律，行星運動週期之平方，與行星及太陽之平均距離之立方成正比例，其公式爲 $P_1^2 : P_2^2 = r_1^3 : r_2^3$。

第一定律及第二定律已於第 170,168,169 等節分別證明之矣。玆所欲證明者，卻爲第三定律。在未證明之前，試先將該律之意義加以說明。設甲行星距日爲乙行星距日之 4 倍，則甲行星繞日之週期，爲乙行星繞日週期之 8 倍。何也。蓋 4 之立方爲 64，開平方卽等於 8 也。故行星距日愈遠，其繞日之週期

愈長。是不僅以其軌道較大，亦以其速度較小也。如地球每秒行 18.5 哩，而冥王星則每秒僅行 2.9 哩也。

考此種之關係，並非偶合，乃力學上之當然結果。惟在刻卜勒發明此定律時，彼只知其然，而不知其所以然。及牛頓出，乃以萬有引力之原理證明之。蓋按萬有引力之定律，凡兩個物體，其互相吸引之力爲

$$F=\frac{Mm}{r^2}C \qquad \text{(見第 78,79 節)}$$

式內 M 爲一物體，m 爲另一物體。r 爲二物體間之距離，C 爲引力常數(見第 81 節)。

又按離心力及向心力之原理，凡一物體若繞軌道運動，其向心力爲

$$F=\frac{4\pi^2 m}{P^2}r \qquad \text{(見第 75 節)}$$

式內 m 爲一物體，P 爲運動週期，r 爲軌道半徑。夫各行星之所以保持繞日之軌道，而不致飛去者，完全由於太陽引力之吸引所致也。是故

$$\frac{Mm}{r^2}C=\frac{4\pi^2 m}{P^2}r$$

茲設 M 爲太陽，m_1 爲甲行星，r_1 爲甲行星與日之平均距

離，P_1 爲該行星之運動週期。按上列公式，則得

$$\frac{Mm_1}{r_1^2}C=\frac{4\pi^2m_1}{P_1^2}r_1 \quad 或 \quad \frac{MC}{4\pi^2}=\frac{r_1^3}{P_1^2}$$

再設 m_2 爲乙行星，r_2 爲乙行星與日之平均距離，P_2 爲乙行星之運動週期。則又得

$$\frac{Mm_2}{r_2^2}C=\frac{4\pi^2m_2}{P_2^2}r_2 \quad 或 \quad \frac{MC}{4\pi^2}=\frac{r_2^3}{P_2^2}$$

引力常數 C 在日與甲行星間，或日與乙行星間，既皆同值。故

$$\frac{r_1^3}{P_1^2}=\frac{r_2^3}{P_2^2} \qquad 是即 \quad P_1^2:P_2^2=r_1^3:r_2^3$$

以上所證明者，係假設行星之軌道爲正圓形。若爲橢圓形，其結果亦完全相同。不過須將半徑 r 改爲半長軸 a 耳。

惟據牛頓精密研究，謂此定律，尙屬近似的。若行星爲無限小，僅若一微點，則此定律爲非常眞確。然而各行星之質量與太陽較，不得謂之爲無限小，故牛頓乃更正其公式，而書之如下：

$$P_1^2(M+m_1):P_2^2(M+m_2)=r_1^3:r_2^3$$

夫如是，故就木星而論，其運動週期，較其爲一微點而有之週期約短 2 日。地球若爲一微點，其週期必較今日之恆星年長 47.8秒。

253. 行星自轉之週期　九行星中除地球外，惟火星木星土星之自轉週期，業已精密測定。其他各星尚未確定。但自通則言之，距日愈遠者，自轉愈速。如水星距日最近者也，自轉週期爲 88 日。海王星極遠，自轉週期爲 15 小時。測行星自轉之法，先藉遠鏡查其表面上之黑點。蓋行星表面每有黑點隨其自轉，細測其自某處起，迄於復歸該處之時間，是即自轉週期。

（第 9 表）公轉速度及自轉週期

星　名	每秒哩數	自轉週期
水	29	88 日(?)
金	22	不確定
地	18.5	23 時 56 分
火	15	24 時 37 分
木	8.3	9 時 50 分
土	6.1	10 時 14 分
天　王	4.4	10 時 50 分(?)
海　王	3.5	15 時(?)
冥　王	2.9	(?)

據上表以觀，凡運動遲者，自轉則速。此又盈虛相補之道也。實爲天地間之奧妙焉。

254. 軌道交點　各行星軌道雖似在一平面內，然精密測之，知其不然。小行星中有名神智星者，其軌道面與地球軌道

面傾斜最甚，約有 30 度之多。九行星中，昔以水星軌道面與地球軌道面傾斜最甚，然僅 7 度。今則知冥王星為 17 度 9 分。凡一軌道面與黃道面（卽地球軌道面）相交之二點，曰交點。自黃道南趨北之點，曰升交點。自北趨南之點，曰降交點。二點相連之直線，曰交點線。交點之經度，乃循黃道自春分點向東起算。交點不移。行星自一交點起，復至本交點，為一運動週期，其週期可推算也。

軌道面與黃道面相交之角，曰傾斜角。各行星之傾斜角自 46 分以至 17 度 9 分不等。列表於下：

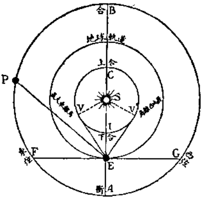
（第 10 表） 傾斜角及交點黃經

星　名	對於黃道之傾斜角	升交點之黃經
水	7°00′	47°22′
金	3°23′	75°57′
地	0°00′	——
火	1°51′	48°56′
木	1°18′	99°38′
土	2°29′	122°57′
天　王	0°46′	73°35′
海　王	1°46′	130°53′
冥　王	17°9′	109°2[illegible]′

255. 內行星與外行星 為便於說明起見，天文家分行星

爲內外二族。凡軌道在地球軌道以內者曰內行星，水、金二星是也。其在地球軌道以外者曰外行星，火、木、土、天王、海王、冥王六星是也。內行星無衞星，外行星皆有之。火星有衞星二，木星土星各有九，天王星有四，海王星有一，冥王星未測定，地球亦有一，共計二十有六。

256. 行星之附屬名詞　行星出沒隱現，概視行星太陽地球三者之相互位置而定。與恆星之位置無涉。當行星在太陽附近時，晝出夜隱，不易見之。必須遠離太陽，方可瞭見。其與太陽之距離，恆用角度表示，曰離角。如第 141 圖，人在地面 E，見星在 P 點，則 PES 爲離角。行星與太陽地球在一直線時，如在 B，C，I 各點，其離角皆爲零，稱曰合。行星在太陽之上，如 B，C，二點，曰上合。行星在日地之間如 I 點，曰下合。行星在 A 點時，離角爲 180 度，

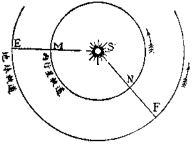


（第 141 圖）

稱曰衝。行星在 F 點及 G 點時，離角爲 90 度，稱曰弦。下合之

現象，惟內行星有之。衝與弦之現象，非外行星不能有也。吾人由地面觀之，外行星離角最大時，係在衝點。內行星離角最大時，係在軌道之切線上，如 V, V' 二點。水星最大離角不過 29 度，金星 47 度。

257. 會合週期　凡行星自一合以至再合，或自一衝以至再衝之期間，謂之會合週期。設 S 為日（第 142 圖），MN 為內行星軌道，EF 為地球軌道。地球在 E 時，行星在下合點 M。及行星繞日一週，復至 M 點時，吾人必以為與地球成下合之現象。其實不然。蓋同時地球亦前進也。故必須追至 N 點，週地球於 F 點，始再成下合。



（第 142 圖）　內行星會合

推算會合週期之法，命 E 為地球公轉之日數，則 $\frac{1}{E}$ 為一日中地球所行之弧度。又命 P 為行星公轉之日數，則 $\frac{1}{P}$ 為一日中行星所行之弧度。又命 S 為會合週期之日數，則 $\frac{1}{S}$ 為一日中地球與行星所行弧度之差，因得公式如下：

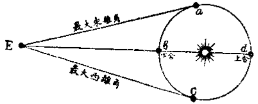
$$\frac{1}{S}=\frac{1}{E}\sim\frac{1}{P}$$

上式右端二數，不拘孰大，總以大數減小數。外行星$\frac{1}{E}$大於$\frac{1}{P}$，內行星$\frac{1}{P}$大於$\frac{1}{E}$。

凡二行星或數行星會合一處，實天空中之奇觀。古籍所載，中國爲先。考於顓頊時（當在西曆前 2446 年二月 18 日）火、木、土、水四星會於一所。於西曆 1725 年金、水、木、火四星會於一所。又於 1859 年金，木二星會於一所，且相離甚近，以目觀之，幾若一星。

258. 會合運動 行星之離角，逐漸變化。經一會合週期後，始復原狀。至於離角之變化，內行星與外行星迥然不同。今分別論之。

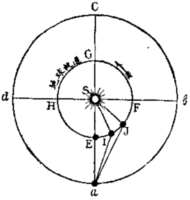
內行星與太陽相距不遠，自地面觀之，常在太陽之左右振動（參閱第 93 節）。就金星而言，先從上合點 d 出發（第 143



（第 143 圖） 金星離角

圖)，現於太陽東首，晚間可以見之，故爲晚星。迨至 a 點時，東離角最大，約有 47 度。由是與太陽漸漸相近，離角減小。至下合點 b 時，東離角變爲零。更前行則現於太陽西首，清晨可以見之，故爲晨星。迨至 c 點時，其西離角最大，約有 47 度。由是離角減小。及一會合週期完成，仍復上合點原位，是謂行星之會合運動。其中自 c 點起，經 d 點而達 a 點，約佔會合週期四分之三。更自 a 點起，經 b 點而達 c 點，約佔四分之一。

外行星之離角，自零度以至 180 度不等，自地而觀之，並不見其在太陽之左右振動。僅見其西離角漸增，成東離角漸減而已。如地在 E 點時(第 144 圖)，星在衝點 a，aES 角爲 180 度。地至 I 點時，aIS 角已小於 180 度。迨至 J 點時，aJS 角又小於 aIS 角。當行星逐夜來至子午線上，必愈來愈早，而所差之時間不一。凡外行星自合點趨向衝點之際，是謂晨星，如在 b 點。既達衝點，則在日沒時升於東方。



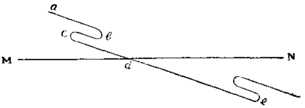
(第 144 圖) 外行星之離角

又自衝點趨向合點之際，是謂晚星，如在 d 點。既達合點，則在日出時，升於東方。

（第 11 表）　公轉週期及會合週期

星　名	公轉週期	會合週期
水	88 日	116 日
金	225 日	584 日
地	365 日	--
火	687 日	780 日
木	12 年	399 日
土	29 年	378 日
天　王	84 年	369 日
海　王	165 年	367 日
冥　王	248 年	366 日

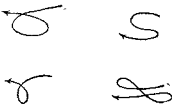
159. 順行與逆行　各行星本係繞日運行，然由地面上憑目力觀之，則不能見其眞動，但見其在恆星間順行及逆行而已。順行向東，逆行向西。順行由速而遲，而留，而逆行。逆行亦由速而遲，而留，而復順行。總計之，順行多於逆行。試以 MN 爲黃道（第 145 圖），a,b,c,d 爲星道。由 a 至 b 爲順行，b 則爲留。由 b 至 c 爲逆行，c 復爲留。由 c 至 e 又爲順行。餘可類推。d 爲二道之交點。只因星道不與黃道恰在一平面之故，順



(第 145 圖) 順行及逆行

行逆行之迹亦不在一直線上,乃成種種之奇異曲線。其最奇異者爲火星之迹,有如第 146 圖所示者然。

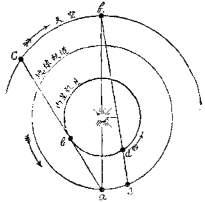
凡一行星二次經過升交點或降交點,其間所歷之時間恆相等。無論順逆遲速皆然。故知行星之運行,皆循定則。吾人見其忽順忽逆忽留,若漫無秩序者,實因吾人所居之地,不在行星軌道之中心也。



(第 146 圖) 火星之奇迹

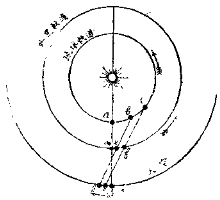
內行星逆行必在下合點左右,因此時行星與地球運行之方向相同,惟星速於地。故由地面觀之,見其在恆星間逆行。如地在 a 點時(第 147 圖),星在 b 點,人見星乃在 c 點。及地至點,而星已到 d 點。$b\,d$ 弧大於 $a\,e$ 弧,由地面觀之,星退行至 f 點,故爲逆行。査水星留點之離角,最小約 15 度,最大約

20度。金星恆在29度左右。逆行水星約20日，金星約42日。



(第 147 圖) 內行星之逆行

外行星逆行必在衝點左右。逆行之時間，所過之度數及速度，各星不同。要之火星大於木星，木星大於土星，以此類推，如地在 a 點時(第148圖)，星在衝點 d，人見星乃在 i 點。地行至 b 點時，星行至 e 點，ab 弧大於 de 弧，故見星退至 g 點，故爲逆行。迨地至 c 點時，星至 f 點，人視星若在 h 點，故又爲順行。由此直至地球行其軌道之多半，又似見爲逆行。行星愈遠，逆行愈少。火星距



(第 148 圖) 外行星之逆行

地最近，會合週期亦最長，約有 780 日。就中 710 日爲順行，70 日爲逆行。

260. 內行星之凌日　如行星軌道與地球軌道皆在一平面內，在下合點時，內行星必掠過日面。無奈行星軌道並無與地球軌道在一平面者，故在下合點時，內行星往往經過太陽之南北。必也在二交點附近，且與日地成一直線時，方能掠過日面。與日月蝕同理。此種現象，謂之凌日。斯時也太陽中現一黑點。惟地球經過水星之交點線，升交點每在十一月九日，降交點每

(第12表)　水星之凌日

過去已見			預計將見		
年	月	日	年	月	日
1891	5	9	1937	5	11
894	11	10	1940	11	10
1907	11	14	1953	11	14
1914	11	7	1957	5	5
1924	5	11	1960	11	6
1927	11	15	1970	5	9
			1973	11	9
			1986	11	12
			1999	11	14

在五月七日。故水星之凌日，總在此二日左右。又因水星軌道有種種異點，故十一月中所見較多，約二倍於五月。列表於上。

地球經過金星軌道之二交點時，一在六月五日，一在十二月七日。故金星之凌日，總在此二日附近。列表於下：

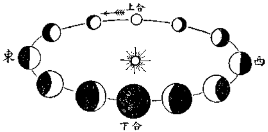
（第13表）　金星之凌日

過去已見			預計將見		
年	月	日	年	月	日
1631	12	7	2004	6	8
1639	12	4	2012	6	6
1761	6	5	2117	12	10
1769	6	3	2125	12	8
1874	12	9			
1882	12	6			

261. 內外行星之證　行星軌道在地球軌道以內者曰內行星，其在以外者曰外行星，前既言之矣。今試問何以知其在以內，何以知其在以外。其法當然是先推算星日之距離爲若干，然後自能確定其爲內爲外也。斯固然矣。然茲所欲述者，除此之外，還有二證：一曰行星之位置，一曰行星之位相。試分別論

之。

內行星距日之離角有限，永不能達 90 度，更不能至衝點。非在地球軌道以內，不能如此。行星本體無光，其所發之光，係日光之反射。因而內行星之位相亦有盈虧之變化，與月相同。在上合點附近時為圓形（第 149 圖），在最大離角時為半圓形，

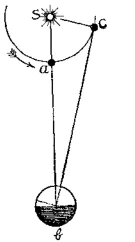


（第 149 圖）　內行星之位相

在下合點附近時為彎月形。迨至下合點時，其暗面正對地球，吾人不見其有光。同時其視直徑亦有變化。金星之視直徑在上合點為 10 秒，在下合點為 64 秒。且於下合點前後 36 日，光度最強。

外行星距日之離角為無限，在衝點時遠至半周。地不在星日之間，斷不能有此現象。且星光常滿，永不見有弦虧之變化。其遠者為木、土、天王、海王、冥王、五星，恆為圓形。其近者為火星，雖有小虧，然亦不能過八分之一。如地在 a 點時（第 150

圖)，火星在衝點 b，其形圓。地至 c 點時，cb 為地球軌道之切線，是時所見火星之虧為最甚，然僅八分之一。又火星在衝點時，視直徑為 25 秒，光度殆與木星相等。合點時，視直徑為三秒半，光度不如極星。距離一遠一近，光度相差至五十倍。



(第 150 圖)　火星之位相

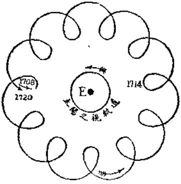
(第 14 表)　視直徑

星名	視直徑
水	4.7″—13″
金	9.9″—64″
地	——
火	3.5″—25.1″
木	30″—49″
土	14.7″—20.5″
天王	3.4″—4.2″
海王	2.2″—2.4″
冥王	目不能見

262. 行星對於地球之視動　假想觀測者位於太陽之中心，則見行星皆循橢圓軌道而繞日運行，速度不等。惟吾人由地面上所見行星之運動則不然。蓋吾人由地面上所見者，乃係行星之真動與地球之真動合併而成。與太陽上所見者迥異。試詳論之。

按相對運動之原理言之，若吾人向一靜止之物體進行，其相對運動（即距離與方向之改變），必與吾人靜止，而該物體向吾人以進者相同。例如一物體在南，而吾人向之前進，則一若該物體向北而進也。及吾人達到該物體時，其結果則與該物體向吾人而來也相同。但若該物體亦有運動，則其相對運動，必按運動合併法之原則，而爲該物體之眞動與吾人之動合併而生之合成運動。

由是言之，假設一行星本係靜止，由地面觀之，必若運行於一軌道上。而此軌道之形狀，大小，及平面必皆與地球軌道相同。顧其繞行此視軌道之方向雖與地球一致，而其運動則恆與地球相反。一若車輪邊上之相對二點，雖繞軸旋轉之方向相同，而其運動則恆相反也。



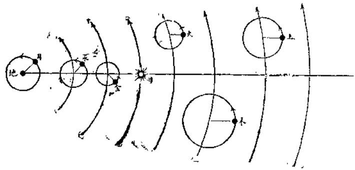
（第 15. 圖）

按之實際，行星旣亦繞日運行，故其視動乃合兩種運動而成。其一，卽繞行與地球軌道相同之圓，一年一周之運動。其二，卽此圓心沿行星眞正繞日之軌道，而按行星固有速度以

行之運動是也。例如吾人欲測木星之視動，當先測其逐日之位置。次測其逐日之視直徑，而得遠度。乃照地球軌道之求法(見第 164 節)，將木星途徑繪出之。如第 151 圖，是卽木星對於地球之視動，約 12 年而一周。圖之中央 E 爲地球，係假想爲固定者。木星循環狀之軌道繞地而行，與太陽中心所見者迥異。

263. 托勒密系 昔托勒密(見第 13 節)解釋太陽系，卽純以行星對於地球之視動爲根據者也。氏誤認此種視動爲眞實，乃據以創爲學說，世稱托勒密系。直至 1543 年，研究天文學者無不宗之。其說曰，大地爲球體，居於天球之中央，靜止不動。日月星辰環拱之。恆星固定於天球之上，日月行星則懸空於天球之內。天球偕恆星繞地旋轉，每日一周，故稱曰日週運動(見第 40 節)。除日週運動外，日月行星又繞地球運行。日月之軌道爲圓形，行星之軌道爲環形云云。

其解釋行星之運行，則謂每一行星各有一軌道，謂之星道。但各行星之運行，並非逕循星道，乃循一小圓，謂之周轉圓者。此周轉圓之中心始繞行於星道者也(第 152 圖)。夫如是，故行星之運行，乃合兩種運動而成，卽周轉圓上之運動與星道上之運動是也。日月無周轉圓，逕循星道而運行。水金二星之道在日道內；其周轉圓之中心繞行星道，一年一周。聯二中心



(第 152 圖)　托勒密系

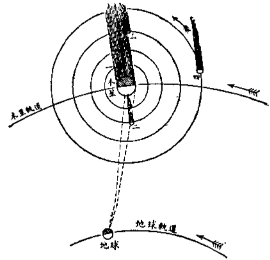
之線必通過日地聯線。繞行周轉圓之週期，與吾人今日所知者相同。夫如是，故水金二星繞行周轉圓一周時，吾人當然見其擺動於太陽之左右。且周轉圓上之線速度若大於周轉圓之中心速度時(參閱第 94，95 節)必見退行。火、木、土三星之星道在日道外，其聯各星之周轉圓半徑線，恆與日地聯線平行。夫如是，故當周轉圓之聯星半徑線引長而能通過地球時，卽星地日三者適成一直線時，必見退行。

此種學說，以之解釋行星之普通現象，如順行逆行，以及與日有關之運動週期等，儘可適用。惟將後觀察較密，則發見其中不精確之處甚多。於是不得不另立解說，乃於周轉圓之內更加小周轉圓。卽行星繞行於周轉圓，而此周轉圓之中心又繞

行於小周轉圓，至小周轉圓之中心始繞行星道。以後又發見地不恰在星道之中心，而小周轉圓之中心亦不恰在星道。如此，觀察愈密，牽強愈增，而行星之紊亂，愈不可解。

264. 哥伯尼系產生之原因　學者觀察五星之運行愈精密，而托勒密系愈不足以解釋之。於是相率以日月爲繞地運行，而以五星爲繞日運行。水星金星之軌道小於日之軌道，火、木、土三星之軌道則包繞地球云云。假如五星之軌道全爲正圓形，且皆與地球軌道在一平面內，則此種解說，似亦可通。無奈並不如此。故不得不亦另加周轉圓，以求其合。然而其牽強也如故。於此之際，哥伯尼（見第16節）乃根據彼塔哥拉斯之舊說，及當時諸學者之觀察，而竟以地亦作繞行，乃發表其日爲中心之學說，稱爲哥伯尼系。此實人類知識上之一大進步。然而氏尙以行星之軌道爲正圓形，是則美玉中之有瑕也。

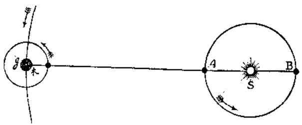
265. 木星之衞星　木星之衞星有九，其中四星較大。軌道爲圓形，與木星軌道面幾相一致。其運行之速度皆極大，最速者一日零九時卽繞木星一周，最遲者亦不過十六日。以遠鏡望之，幾自成一系。夫衞星之軌道面旣幾與木星軌道面一致，則衞星每公轉一周，必有衞星蝕及日蝕各一次。然以速度之關係，少有諸星同蝕之時。如第153圖，第一衞星在木星之影中，



(第 153 圖) 木星上之衛星蝕

是爲衛星蝕。第二經過木星前，其影射至木星之面，是爲日蝕。第三雖未入蝕，但地面不能見，惟第四能見之。假設木星上有人，其繞日一周，(卽地球之十二年) 必見四千五百次月蝕，四千五百次日蝕。

光之速度，亦由木星上之衛星蝕推測而得。西曆 1675 年丹麥天文家勒麥 (Roemer) 氏推得木星自衝點移向合點，衛星蝕漸遲，自合點移向衝點，衛星蝕漸速。在合點與衝點相差 16 分 38 秒。如第 154 圖，木星在衝點，與地球之距離爲 JA。



(第 154 圖)

六個半月後木星在合點，與地球之距離爲 JB。二者相差爲 AB，等於日地距離之二倍。氏乃決定此 16 分 38 秒，爲二個天文單位（見第 30 節）所差之時間。由是得知日光至地，需時 8 分 19 秒。卽光之速度每秒 186,000 哩也。

266. 如何稱星　如有人問曰：行星之重量，吾人亦能稱之否。吾將應之曰能。其原理與吾人日常以簧秤稱物完全相同。假設吾人提起一石，必覺此石有向下牽引之力。若將此石懸於秤鉤上，則此牽引之力由手轉於秤簧。牽引之力愈大，秤簧被壓下愈遠。秤號上之所示，卽此牽引之力也。吾人知此牽引之力非他，卽地球吸引此石之引力。按萬有引力言之，亦可謂此石以如此之力吸引地球（參閱第 121 節）。故吾人之所謂稱物者，不過卽求出物與地互相吸引之力爲幾何而已。而尋常則名此力爲物體之重量。吾人欲稱行星之重量，其原理完全與此相

同。假設有人能攜一石一秤，而飛至各行星上，歸後將各行星上所稱得之重量一一報告之。吾人若已知各行星之直徑，即可據以推算其各個之重量矣。

惟按科學言之，物體之重量與質量不同。吾人於此應將其區別，重述一次。蓋物體之重量隨地而異。譬如一石，在天津以簧秤稱之重 30 磅，在赤道稱之則少於此，在兩極稱之則又多於此。因地體爲橢圓形故也。如能攜之至月球上，再以簧秤稱之，則僅重 5 磅。攜之至太陽上，則又重 810 磅。因日月之引力有此差異故也。同是一石，而重量之變化如此。故科學不言行星之重量爲幾何，而言行星之質量爲若干。因質量爲固定的，不隨地而生改變。無論在何處言之，始終一致者也（參閱第 60, 118, 122, 208 等節）。

然行星之重量，亦可就各地方以稱之。例如吾人居天津，亦可求行星在天津之重量爲若干。顧行星之體積有較地球爲猶大者，吾人將如何在天津以稱之。其法先將行星分爲若干萬萬等分，將此若干萬萬等分之一，攜至此間而稱之，當甚易易。然後以此一等分之重量再乘若干萬萬之數，即得之矣。

夫物體之重量或質量，既由其與他物體互相吸引之力以定之，則行星之吸引力，可用二法以求之。其一，藉行星與行星

間之互相吸引以求之。其二，藉行星與其衛星間之互相吸引以求之。前法繁難，後法簡單。凡行星之有衛星者，吾人先觀測衛星之軌道半徑及運動週期。蓋軌道半徑之立方被運動週期之平方除，其得數與行星之質量成正比例。卽月球之繞地與夫各行星之繞日，亦無不同遵此律也(見第 252 節)。吾人或以太陽作單位，或以地球作單位，均可藉以求行星之質量。若以太陽爲單位，則

$$太陽質量:行星質量=\frac{R^3}{P^2}:\frac{r^3}{p^2}$$

式內 R 爲行星與太陽之平均距離，P 爲行星之運動週期。爲衛星與行星之平均距離，p 爲衛星之運動週期。上式又可變爲

$$行星質量=太陽質量\times\frac{r^3}{p^2}\times\frac{P^2}{R^3}$$

故如已知右端五數，卽可用對數求行星之質量。

若以地球爲單位，可將前式推演如下：

$$地球與月總質量:行星與衛星總質量=\frac{r_1^3}{p_1^2}:\frac{r_2^3}{p_2^2}$$

式內 r_1 爲月地距離，p_1 爲月之週期。r_2 爲衛星與行星之距離，p_2 爲衛星之週期。

行星如無衛星，則依攝動求其質量。既得質量之後，再以

體積除之，卽得行星對於水之密度。

(第15表 行星之質量

星名 \ 質量單位	以太陽爲單位 (=1)	以地球爲單位 (=1)
水	$\frac{1}{8,000,000}$	0.04
金	$\frac{1}{410,000}$	0.81
地	$\frac{1}{331,950}$	1.000
火	$\frac{1}{3,085,000}$	0.108
木	$\frac{1}{1047,40}$	316.94
土	$\frac{1}{3,499}$	94.9
天王	$\frac{1}{22,650}$	14.66
海王	1/19,[illegible]50	17.16
冥王	未測定	未測定

207. 行星之攝動 若太陽系中只有一行星繞日運行，則其軌道必永久爲橢圓形，而毫無改變。但太陽系中乃有九大行星，因而互相牽擾，結果致使各行星之運行皆有變動（見第175節）。惟其變動皆甚微，以視月球因受太陽牽擾而生之影響，相差甚遠。但各小行星行至龐大之木星附近時，其變位有時多至 8 度或 10 度。木星與土星因互相牽擾最甚之故，其變位亦有時超過半度。

考行星互相牽擾之結果，可分二類。一為週期攝動，即行星在軌道上之變位，約百年而一周。二為長期攝動，即各行星軌道之相對變位，凡若干萬年而一周。試分述之。

水星之週期攝動，由太陽中心觀之，恆不出 15 秒。金星可至 30 秒。地球約為 1 分，即 30.000 哩。火星則 2 分有奇。前已言之，木星與土星互相牽擾最甚，故各至 28 分或 48 分之多。天王星則不過 3 分。海王星與冥王星尤少。

至於長期攝動，凡各行星軌道之交點皆逆行。其長軸除金星外，則皆順行。旋轉一周之時間，長者 540,000 年，短者 37,000 年。各軌道與黃道之傾斜亦時增時減，然最多不出一二度之外。各軌道之偏心率亦時增時減，如長擺之振動，往復不息也。然一往之時間，未必與一復之時間相等。大抵總在 10,000 年至 50,000 年之間。

268. 行星系之穩固問題 在百年前學者拉普拉斯(Laplace)曾以學理證明行星系（小行星除外）決不能以互相牽擾之故，而致顛覆。蓋各行星軌道之傾斜角與偏心率雖於極小限度內發生擺動之象，然其運動週期與軌道長軸則永保持不變也。

惟邇來學者龐家爾(Poincare)亦根據學理則謂若干萬萬

第16表 九大行星一覽表

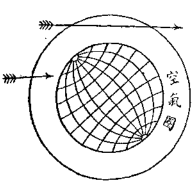
星名		水	金	地	火	木	土	天王	海王	冥王
光與色		色紅光閃爍	最明	—	色紅光不閃爍	光次於金星	色淡黃有光環	色綠	色綠	色黃
視直徑		4.7″ 12.9″	9.9″ 64.4″	—	3.5″ 25.1″	30.5″ 49.8″	14.7″ 20.5″	3.4″ 4.2″	2.2″ 2.4″	目不能見
直徑（哩為單位）		3,000	7,700	7,900	4,200	87,000	73,000	32,000	35,000	19,000
體積（地球為單位）		0.06	0.92	1.000	0.150	1312	734	64	60	15
質量（地球為單位）		0.04	0.81	1.000	0.108	316.94	94.9	14.66	17.16	
密度	（地球為單位）	0.70	0.88	1.000	0.72	0.242	0.13	0.23	0.29	
	（水為單位）	3.8	4.86	5.52	3.96	1.34	0.71	1.27	2.58	
與日距離（百萬哩為單位）		36	67	93	141	481	885	1,770	2,780	4,000
自轉週期		24時	$23\frac{1}{4}$時	24時	$24\frac{1}{2}$時	10時	$10\frac{1}{4}$時	$10\frac{5}{6}$時	—	—
公轉週期		88日	225日	365日	687日	12年	29年	84年	165年	248年
公轉每秒速度（哩為單位）		29	22	18.5	15	8.3	6.1	4.4	3.5	2.9
會合週期（日為單位）		116	584	—	780	399	378	360	367	366
對於黃道之傾斜角		7°	3°23′	—	1°51′	1°18′	2°29′	0°46′	1°46′	17°09′
升交點之黃經		47°22′	75°57′	—	48°56′	99°38′	122°57′	73°35′	130°58′	109°22′
衛星數目		無	無	1	2	9	9	4	1	

年之後，各行星因互相牽擾之故，亦可使其軌道顛覆。雖不必定有此事，然不得斷其不可能。除此之外，尙有他種可使其顚覆之原因。例如流星之阻力，或由大空闖來之大天體等。如此，則行星系，或終有紊亂之一日，亦未可知。

269. 火星上有人否　近人多謂火星上有人。蓋火星上有直線數百條，縱貫球面，因而疑爲人類開鑿之運河，以取水於南北兩極之海洋者，遂以此爲火星上有人之證。惟是火星之溫度，較地球減少一半，大氣又甚稀薄。縱有人類，亦必異乎地球，方可適應其環境。考火星之晝夜與地球相似，其赤道與黃道傾斜 27 度，其五帶當亦與地球無甚殊。惟其一年幾爲地球之二年，故其每季亦必長於地球一倍。夫與地球相類之點，既如此其多，推其亦有人類，寧非近理之事耶(參閱第 28 節)。

270. 流星與彗星　太陽系中除九大行星及數百小行星外，尙有流星與彗星亦爲吾人所常見者。晴宵每見有星突然現於天空，疾馳如箭，旋即消沒者，曰流星，俗名賊星。乃無名之小天體，經行空氣圈(第 165 圖)，速度甚大，摩擦生熱而燃燒所生之現象也。其飛行之速度，每秒自 10 哩至 50 哩不等，平均爲每秒 25 哩。其出現時離地平面約 74 哩，消沒時約 50 哩。進路約長 40 或 50 哩。至距地 20 哩處，流星體質之輕小者已

全化爲氣體，其重大者被地球吸引下墜，是爲隕星。估計一日之中流星撞入空氣圈者共有 10,000,000 至 20,000,000 顆。以淸晨六時爲最多，蓋地球循軌道進行，自以前面所遇者爲多也。



(第 155 圖)

彗星俗名掃帚星，以其形狀而得名。世人以其隱現無常，疑主災異。今經科學家詳細硏究，能預測其再現之期，乃知與世人之休咎，固毫無關係也。

考彗星之軌道有三種，曰橢圓形、曰拋物線形、曰雙曲線形（見第 56 節）。就中以拋物線形者爲最多。彗星先自極遠處向太陽系而來，繞日半匝，漸次遠離，一去不返。惟雙曲線與拋物線相似，不易辨別。其爲橢圓形者去而復來，謂之週期彗星。總之，彗星繞行太陽甚疾，每秒速度三四百哩，然後徐徐離太陽而去。據某天文家言，彗星之多，有如海中之魚，太陽系內當有 17,500,000 顆。只因體小光弱，於天空中不能成顯著之現象。是故吾人徒憑目力者，乃不得常見之也。

本章參考書

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Jacoby, H.——Astronomy.

Jones, H S.——General Astronomy.

Mallik, D. N.——The Elements of Astronomy.

Moreux, Th.——Astronomy To-day.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Newcomb, S.——Side-lights on Astronomy.

Dreyer, J. L. E.——Planetary Systems.

Moulton, F. R.——Celestial Mechanics.

Kimball, A. L.——College Physics.

顧　元——天文學

李安德——天文略解

侯碩之譯——宇宙之大

第九章　地球之構造

271. 太陽系之產生問題　欲明地球之構造，須先研究太陽系如何產生。昔人不察，以為天神創造天地，開始即賦以如此之形狀。其實不然。蓋宇宙間之各天體，皆屬於進化性質。由胚胎，而長成，而發展，而衰老，以至於敗壞。一如吾人所見之萬物焉。天文家觀察宇宙，謂今日之各天體，有在胚胎者，有在長成者，亦有在衰老而將敗壞者。故將宇宙比擬為一大樹林。蓋林中樹木衆多，在各種生長時期者無不有之。自始發芽而出地者起，以至幹朽枝殘而垂敗者止，皆得見之。夫全宇宙既如此，太陽系當然不能逃此公例。考太陽系之組織情形，有下列數點：

1. 行星之軌道皆為橢圓形。

2. 各軌道幾皆在一平面內(有數小行星除外)。

3. 行星公轉之方向皆相同。

4. 行星與太陽之距離頗有規律(見第 251 節)。

5. 行星之自轉面與公轉面幾相一致(天王星除外)。

6. 公轉與自轉之方向相同(天王星海王星與冥王星未定)。

7. 衞星之軌道面與其行星之自轉面幾相一致。

8. 衞星自轉與行星公轉之方向皆相同。

9. 最大行星自轉最速。

太陽系之組織情形如此,至其當初如何產生,則有絕對不能調察者,亦有可得而推求者,還有確能解釋者。概面言之,雲狀物質因引力作用而起收縮,復因收縮面生熱,生熱後物質本身及其四外之他物體俱生某一定之效應。凡此種種,均可作爲解釋之根據。學者乃本此等之原理,而創爲假說,以期說明。就中最著有二,曰星雲假說,曰微行星假說。試分述之於下。

212 星雲假說　星雲假說爲法人拉普拉斯(Laplace)所創。其大義謂在太陽系未成形之前,無所謂天地。乃有非常稀薄之星雲,溫度極高,瀰漫於太空。星雲受萬有引力之作用後,變爲球體。其各部之速度不同,密度不同,乃生旋轉運動。球體漸冷漸縮,旋轉亦漸疾。但球體旋轉後,兩極漸趨扁平。體積愈縮小,赤道上之離心力愈大。逮至離心力勝過重力之時,卽生星雲質之環,而與中部分離,如土星之光環然。環初生時,全部旋轉 歷久乃分裂。分裂後之物質復聚成球體,繞其中部旋轉,

乃成行星，其中部即爲太陽。行星又生環，照前進行，乃成衛星云云。

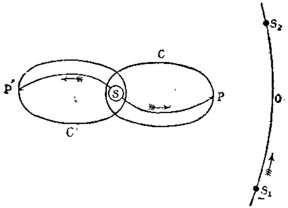
吾人今日觀察天際，尙有若干星雲留存於星座之間，此爲拉普拉斯星雲假說最有力之證據。蓋彼謂太陽在未成形以前，正與此種星雲之狀態相同。

273. 微行星假說　微行星假說爲美人辰柏林(Chamberlin)與莫爾頓(Moulton)二氏所創。其大意謂太陽系之起源，並非如拉普拉斯所云之球形星雲，因宇宙間並無彼種之星雲，而實爲螺形星雲。螺形星雲之中，大部分爲氣體。而有無數微小固體，稱爲微行星者，混雜其間。只以此種之微小固體，可認爲獨立之單位，故稱此假說爲微行星假說。據天文家之報告，太空中螺形星雲爲數最多，約佔全數星雲之十倍。

星雲在太初何以成爲螺形，今試研究之。按今日天文家之觀察，宇宙間至少有一萬萬個太陽(見第24節)。其運動之速度皆極大。雖其中不免有平行運動者，或其運動亦有若干規律，然遲早必有兩個太陽彼此相經過甚近。若按宇宙之廣袤而推算之，每一千兆年後必有一太陽經過第二太陽甚近，足以發生極大之牽擾。

假設有一恆星經過吾人之太陽甚近，而吾人之太陽，熱度

極高，不時發生噴射作用。且每一噴射，動輒達若干萬哩之高。設以第 156 圖之 S 表吾人之太陽，O 表恆星經過之軌道。當

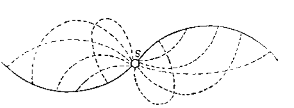


(第 156 圖)

恆星在 S_1 時，彼吸引吾人之太陽致起極大之潮汐。潮汐之高度則視恆星之距離與質量而定。當此時太陽上必有兩處發生潮汐，一處在與 S_1 相對之方面，一處在其反面。吾人知此種潮汐之高度必不止數呎而已，實可達若干萬哩也。在此種情形之下，太陽之噴射極為劇烈。其與 S_1 相對之方面及反面，噴射之距離必尤大。若 S_1 為靜止不動，則此種被噴射之物質，當按其離別太陽之速度而向 S_1 進行若干距離。至其結果，或仍返至太陽，或竟趨就 S_1，則專視太陽與恆星二者之吸引力孰大以

為斷。然而 S_1 並非靜止不動，乃係循軌道運動而甚速者。設其運動方向如圖中之箭頭所示，若干時間後，S_1 行至 S_2 點。在此處 S_2 吸引太陽所噴射之物質 P，幾與其原噴射線成直角，故使噴射物質之軌道一變而為曲線，其方向與 S_1 之進行方向相同。但恆星仍循軌道進行不已，竟置 P 於不顧而自去。於是 P 乃循橢圓曲線 C 而繞日運行。依同理，太陽所噴射之物質 P' 亦一變其原噴射直線而依圖中所示之方向以進行。卒亦被遺棄，而循橢圓曲線 C' 以繞行。是故恆星經過太陽甚近一次，結果乃引起太陽之噴射作用，並使其所噴射之物質離去原運動線。然並不返至太陽，而竟循橢圓軌道以運行。

當 S_1 經過吾人之太陽時，太陽之噴射作用當然不止發生一次，吾人應認其為不斷的發生。同時無數之微行星亦被噴射而出，皆循第 157 圖之虛線運行。在某一定之時其運行線必至密布充滿，而組成螺形星雲之二翼。其運動方向，完全相同。惟



(第 157 圖) 螺形星雲之起源

微行星之運行並非循二翼，乃幾與之成直角。且距中心愈近者，其運行愈速。故螺形星雲之年代愈久者，或中部物質愈多者，其旋轉環亦愈緊。天文家於太空中發見此種情形之星雲乃至無數。試閱第 18 頁第 1 圖，卽可見其形狀之梗概矣。

依此假說之意義，不論太陽系之來源如何，而各行星概由星雲二翼上之核而生成。各核旣繞日運行，勢必橫過其他微行星繞日之軌道，於是漸次吸引合併，而增大體積。久之竟將所有相遇之微行星擩數合併而成大行星，終產生今日之太陽系。卽太陽居中，九大行星繞行於外也。

總之，依此假說之大義，在太初時有物質瀰漫於太空，形狀至不整齊，絕似雲霧。至此物質由何而來，吾人不能再問，只可以此起始。惟此物質自往古至來今，無時不在進化中。因受化學作用及引力吸引，乃漸變而爲太陽。由極遠處來一恆星，互相吸引，而又變爲螺形星雲。其兩翼上之核吸引所遇之微小物質，漸次合併而卒成行星。中部之太陽因體積較大之故，不易冷卻，至今猶爲氣體。四外之行星則因體積較小之故，有已由液體凝爲固體者。其較大者，例如木星與土星，殆仍爲液體。至其經歷之年代，實爲悠久絕倫。吾人今日苦無法以推算之也。

274. 地球凝結時之情形 吾人研究太陽系之產生，既有以上之二假說，今研究地球凝結時之情形，當然仍以此二假說爲根據明矣。按星雲假說之解釋，地球原爲氣體。因逐漸冷卻，乃成液體。於是重物質集於中心，輕物質浮於表面。故當地球凝結之始，其表面完全爲鎔岩海所陷沒。其未凝結之氣體，則包圍於其外。然吾人今日所見之水，彼時尙爲水蒸氣。爾後地球逐漸冷卻，鎔岩海之表面，乃凝成一層薄皮，恰似養膠質時，其表面因冷卻而凝結之薄皮然。但鎔岩海之薄皮，因受下面鎔岩之衝動，乃時常破裂，鎔岩卽乘勢流出表面。再逐漸冷卻。如此，歷時旣久，鎔岩之凝層次第增厚，卒至全體被極厚之岩層所包圍。

地球表面雖已凝成岩層，然最初時其溫度尙在攝氏 2500 度左右，故大氣中之水蒸氣還不能凝結成水。迨後溫度漸低，水蒸氣凝結成水而下降，始有大海之發生。然彼時地面齊整一致，故全地盡爲海水所陷沒。迨後地球逐漸收縮，乃一方突起，一方陷落，而成凸凹之狀。其凹處水聚而成海，其凸處卽騰起而爲陸矣。

惟按微行星假說之解釋，則正與此相反。蓋微行星假說主張地球本爲固體。最初時地球吸引四面八方之微行星而合併

之。雖有氣體包圍於其外，但地與氣之間尙留有空處。因彼時地球之體積尙小，其引力不足以吸引氣體也。及合併微行星既多之後，體積增大，乃將附近之氣體吸引而來，使之包圍於四周。夫地球既逐漸增大，其內部又次第收縮，使內部發生熱力。因將內部易於鎔化之岩質變成液體。液體因比較稍輕之故，乃次第流出表面，而成火山之作用。

又按微行星假說，地球之溫度，最初並不太高。當地球尙小之時，大氣中充滿水蒸氣。後因溫度遞減，始凝結成水而下降。但地球為無數小星球所組成，其中間之空隙極多，故彼時之水盡為空隙所吸去。既如此，故尙不能有大海之現象。及地面發生凸凹之狀，凹處始聚水而成海，凸處始騰起而為陸。海陸既劃分，陸地因受侵蝕作用，其較重之物質鎔解於水，運至海中而沈積。結果陸地逐漸減輕而愈騰起，海底逐漸加重而愈沈陷。在微行星下落不絕之時，此種傾向亦不停止。及微行星不落時，地球之生長亦停止。至此，海陸之比例，始歸於固定。

275. 地殼　按以上二假說，俱承認地球因逐漸冷卻，其表面凝結而成固體。此表面之固體，學者稱之為地殼。然今日之地殼，並非地球初成時之地殼，實為經過若干萬萬年逐漸而成者。地質學家依化石種類及岩石層次分為四界。一曰原始界，

爲最古之地層，厚約100,000呎。二曰古生界，厚約9,000呎。三曰中生界，厚約3,000呎。四曰新生界，厚約4,500呎。至此時代水陸始劃分，人類始出現。

(第17表) 三體之厚度

氣體	空氣層	厚 200 哩
液體	海洋	厚 5 哩
固體	地殼	厚 50 哩
(?)體	地球之核	厚 4000 哩

考地殼異於內部之處甚多，其最重要異點如下：

(1)內部熾熱，而地殼較冷。

(2)地殼之密度較內部爲疏。

(3)地殼分層次，內部無之。

(4)地殼受養氣之侵蝕，內部無水無空氣，不受養氣之變化。

(5)地殼爲固體，與地心相隔一液體或半液體之層。

276. 地殼之厚度　地質學家所分地殼之四界，乃爲吾人所得而查見者。其在深處而非吾人今日所能查見者，尚不知有幾許厚。然據學者研究，至少有28哩，至多不能過50哩。卽按50哩言之，亦可謂至薄矣。蓋依地球大小之比例計算，此不過

如一鍋鉛汁面上所凝結之一層薄皮耳。

假想以一直徑六呎之皮球代表地球。依地球大小比例計算地殼僅厚一吋之$\frac{1}{3}$。由此觀之，地殼之易於破裂，不待言矣。

277. 地殼之彈性 地球受日月之吸引作用，其外殼時時膨脹，略似兒童所吹之氣球然，與潮汐之漲起完全同理。吾人生長於其上，一向以為其堅固絕倫，孰料其亦有如是之彈性哉。據今日學者之研究，地殼每日必漲必縮，在赤道上甚有 16 吋之多。此種形勢，學者稱之為地球之呼吸。

除漲縮外，尚有微動。有時為脈動，有時為傾斜動，殆無間斷。且更有起落之動，例如瑞典首都斯德哥爾(Stockholm)每百年升高六呎，而日非勒 (Gefle) 地方每百年升高三呎。是皆地殼之彈性也。

或疑地殼既為固體堅固絕倫，其尚能有彈性耶！殊不知凡物皆有彈性不過其彈性之大小各有不同耳。試取一岩石，作成長棒，以力引伸之，則稍延長。若精密測之，則見其延長之度與所加之力成正比例。且不惟延長而已，即其橫側亦稍收縮。其收縮之度又與其延長者成比例。若去其力，則又復原形。此岩石之彈性也。再考其他各金屬物體，亦無不各有其彈性。地殼既為各種岩石或金屬所構成，其亦有彈性，不亦宜乎。

278. 地內溫度 地球表面，溫度極低。吾人日常所得之熱，實來自太陽。然地球內部之溫度，則非常之高。自上至下，

漸次加增。設鑿地殼向下,每深 60 呎,增攝氏一度。依此推算,深下 2 哩,增至百度,卽達水之沸點。深下 28 哩,增至千五百度,萬物無不鎔化。據此,則地殼之厚度,當不過 28 哩。夫 28 哩,僅地球半徑之$\frac{1}{141}$,以理推之,地內物質當爲熾熱之液體。然今日所掘最深之礦洞,不過一哩半左右,以視地球之直徑,不啻象身上插入一針。不能以此遽斷定其內部究爲何體也。

地球在太初時,內外之溫度本相差不遠。因在寒冷之空間運行,其溫度乃由外向內遞減。猶懸紅熱之鐵球於空中,任風吹搖,久之,其溫度必由外向內遞減也。

第 18 表 地內溫度

由地面向下之深度	溫　　度
2 哩	100°(水之沸點)
$7\frac{1}{2}$哩	400°(鐵之紅熱度)
$18\frac{1}{2}$哩	1,000°(玻璃之鎔化度)
28 哩	1,500°(萬物之鎔化度)

279. 地球之中心　地球之中心,學者昔多主張爲液體。今則多主張爲固體,其理由有三:

第一、假使地球內部爲液體,則地球必因受日月之吸引而起潮汐作用,一如海水之情形然。夫海水之數量較諸地球內部之質量當爲極少,然其潮汐作用已如彼。若以若干萬倍於海水之質量,而發生潮汐,其劇烈應如何哉。必非數十哩厚之地殼所得而阻止也明矣。今乃平靜無事,並不發生潮汐作用,可知其內部非液體也。

第二、假使地球內部爲液體，則地球之旋轉必不能如今日之情形。譬如吾人取一生雞卵，使之旋轉，不久卽傾倒。再取一熟雞卵，其內部旣爲固體，亦使之旋轉，卻能歷時較久。由此可知地球內部非液體，乃固體也。

第三、在地震時，由震源發出之震波能傳播至地球全周三分之一之地方。經學者實驗之結果，知震波在液體內不能作與進行方向成直角之傳播。今旣能之，可知地球內部非液體，乃固體也。

考地球之內部雖爲固體，然其剛性，並非絕對無限者。據學者研究，證明其剛性近乎鋼鐵（見第 141 節）。夫以偌大之地球，其內部物質之剛性僅近乎鋼鐵，宜乎其發生第 277 節所述之現象也。

280. 地球之原質　地球之原質，鐵占最多，約當全地球之$\frac{40}{100}$。其次爲氧、硅、鎂，此四種原質合占地球全體之$\frac{90}{100}$。再加鎳、鈣、鋁三種，卽成$\frac{98}{100}$。更加硫、鋰、鈷、鉻、鉀合成十二種原質。此十二原質共占地球全體之$\frac{99.8}{100}$。此外還有七十餘種原質，然止占餘下之$\frac{0.2}{100}$卽$\frac{2}{1000}$。吾人日常所用之銅、鉛、鋅等，亦皆包含於此$\frac{2}{1000}$以內。玆將各原質之比量列表於右，

其數量太少者則略之。

(第19表)

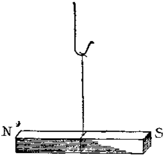
原質名	百分比
鐵	39.74
氧	27.71
硅	14.53
鎂	8.69
鎳	3.16
鈣	2.52
鋁	1.79
硫	0.64
鋰	0.39
鈷	0.23
鉻	0.20
鉀	0.14
燐	0.11
錳	0.07
碳	0.04
鍺	0.02

各原質中，除一二純質之外，往往與他質化合而成礦石。故岩石大抵為二種以上之礦質混合而成。其質點人目多能見之，而各質間往往另有西門土連合之。其質與礦質微異。假設有一人自地球之中心向表面進行，半路以上所見完全為鐵與鎳之混合物。及後始見金屬中略有岩石混和於其間。其次見鐵與岩石，再其次見鐵已減少，而岩石甚多。近表面處見岩石中略混少許之鐵。距表面一千哩之處盡為岩石，鐵殆無之。

281. 地球之磁性　試取一磁棒，以線繫其中間而懸之，如第 158 圖。然後將此棒任意觸動之，待其自停。則見其停止後一端恆指南，而他端恆指北。屢試之，必均如此。此其故何也？蓋地球為一大磁石，其南北各有

磁極，因其感應而致此也。

考地球之北磁極在北緯70度，西經96度43分。南磁極在南緯76度，東經168度。大抵磁極之所在，磁礦最旺。全地球上之磁石皆爲所吸，以成一致。旣與地球南北極相近，故可借爲指南北之用。磁針之原理，卽基於此。吾人若欲求地球磁極之所在，可按磁針所指之方向追尋，終當至其地。



(第158圖)

282. 地球之質量　欲求地球之質量爲若干，其法甚多，而皆甚易。苟知引力常數爲幾何(見第81節)，則推求更易。設地面上有一物體，質量爲一克，其與地球相吸引之力爲 g 達因，或980。按萬有引力之定律：

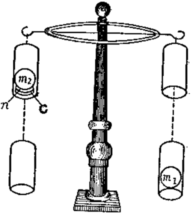
$$F=\frac{mM}{r^2}C \qquad \text{(見第79節)}$$

今命式內 M=地球之質量，$F=980$，$m=1$，r=地球之半徑，卽6366粁，$C=6.66\times10^{-8}$。考上式中除 M 外，皆爲已知數，故求得

$$M=5.96\times10^{27}\text{ 克}$$

此數合英制，約等於 6×10^{21} 噸

(b) 若不知引力常數爲幾何，則可用下法求之。用精良天平一具，每端各懸二盤，上下盤以長線連之，如第 159 圖。今以質量相等之圓球 m_1 與 m_2 分置於上盤中衡之，其重量必相等。分置於下盤中，亦必相等。若將 m_2 置於左端之上盤，m_1 置於右端之下盤，則 m_1 將重於 m_2。因 m_1 較近於地心，故相吸引之力較大也。但左盤中如加一小法碼 C，卽可使之平衡。今更在天平右端之下，置一大鉛球 M，則因 M 與 m_1 之間亦有相吸引之力，故天平復失其平衡。而 M 與 m_2 相距甚遠，其間相吸引之力可以略去不計。此時又在左盤中添加一更小之法碼 n，卽可代表 M 與 m_1 間相吸引之力。



(第 159 圖)

按萬有引力定律，M 與 m_1 間互相吸引之力 $=\frac{Mm_1}{r^2}C$，式中 r 爲 M 與 m_1 之中心距離，C 爲引力常數。

又 n 與地球間互相吸引之力$=\frac{En}{R^2}C$。式中 E 爲地球質量，R 爲地球半徑。

以上二力既相等，故

$$\frac{Mm_1}{r^2}C=\frac{En}{R^2}C$$

即
$$E=\frac{Mm_1R^2}{nr^2}$$

式內右端皆爲已知數。約利 (Jolly) 測得 $m_1=5.00$ 瓩，$M=5775.2$ 瓩，$n=0.000589$ 克，$r=56.86$ 糎，$R=6366$ 粁。故求得

$$E=6.15\times10^{27} \text{ 克}$$

其後武德瓦德 (Woodward) 照前法精密測之，得地球質量之平均值如下：

$$E=(5.974\pm0.005)\times10^{27} \text{ 克}$$

即
$$6\times10^{21} \text{ 噸}$$

283. 地球之密度　密度者，物體中單位體積中之質量也。故以物體之總體積，除物質之總質量，所得之數，即爲其物體之密度。設以 v 表總體積，m 表總質量，d 表密度，則

$$d=\frac{m}{v}$$

考科學界計算物體之密度，恆以水爲標準。例如岩石之密度爲 3，意卽岩石與水等體積時，岩石較水重 3 倍也。黃金之密度爲 19.26，意卽黃金與水等體積時，黃金較水重 19.26 倍也。惟水之密度在攝氏 4 度時爲最大，在此以上或以下皆較小。夫如是，故冰塊能浮於水面而不沈沒，以其密度較水爲小也。故吾人應知科學家之以水爲標準也，乃指其在攝氏 4 度時之密度而言。

吾人既知地球之質量，今推求其密度，甚易易也。地球之體積不爲 26×10^{10} 立方哩乎(見第 109 節)。吾人可將此數變爲立方呎，法以 5280 之立方乘之，卽得其數。夫一立方呎之水既約重 60 磅，如地球全體盡爲水所組成，則其每立方呎之質量，當亦如此。今以此與吾人所已測得之地球質量相較，則地球之密度，可得而知矣。經科學家用種種方法精測之後，知其平均密度爲 5.5。考地面上各種岩石之密度平均爲由 2.75 至 3，而地球之密度竟至爲 5.5。可知地球內部之密度，較外面之岩石爲猶大也。至其何以如此，學者則有兩種解釋。第一謂地球內部之物質爲重金屬所構成。第二謂地球內部所受之壓力過大，致將普通物質擠壓而成如此之密度。

茲將第二解釋剖析言之。夫一立方呎之水約重 60 磅，地

面上之岩石約重 180 磅。假使吾人將一立方呎拉長而爲一平行立方體。其底若爲一方吋，其高必爲 1.728 吋（因一立方呎爲 1728 吋）或 144 呎。如此，則此種立柱之底，所受自身重量之壓力當爲 180 磅。準此以談，則此種立柱在一哩深處之一吋橫截面，所受之壓力，應爲 $\frac{5280}{144}\times 180=6600$ 磅。在 100 哩深處所受者，應爲 330 噸。按地球全體而論，此猶爲極淺之處，然壓力已如此之大，可知地球內部所受者，實足以擠壓普通物質而成 5.5 之密度。由是言之，則地球內部之物質，亦可與表面無大差異。

284. 陸與海　陸與海之生成，已略述於第 274 節矣。然吾人今日所見地球之種種形勢，並非完全爲地球初凝結時而成者。大別可分二種。巨大者率成於火山之動力，而發自內者。凡大洲大洋，崇山巨川之屬皆隸焉。細小者概由於空氣水流有機體三種動力之剝蝕而成，乃受自外者。凡島嶼三角洲，以及銳鋒溪流之屬皆隸焉。

考陸地約占地球全面積之$\frac{1}{4}$，合 52,500,000 方哩。各洲高出海平面之平均數，約爲 2000 呎。雖有甚高者，然削高填低，當不出此數。

海水約占地球全面積之 $\frac{3}{4}$ 。統全球之水量，約重 125

$\times 10^{16}$ 噸。各海之深度，平均爲 12,900 呎，即 $2\frac{1}{2}$哩。此僅就平均數而言也，亦有過之或不及者。

(第20表) 各洲高度

洲名	平均高度	洲內最高之處
亞洲	2884 呎	挨佛拉斯山峯 29002 呎
非洲	1975 呎	乞力馬扎羅山 20065 呎
北美洲	1954 呎	以利亞司山峯 9500 呎
南美洲	1754 呎	阿根蠻山 23910 呎
澳洲	1189 呎	克拉喀山 7256 呎
歐洲	938 呎	阿爾卑斯山 18491 呎

北半球陸居其四，水居其六。南半球陸居其二，水居其八。故陸地以北半球爲多。假使地殼盡去其凸凹不平之處而成渾圓球，則水當環流至 2 哩之深。

(第21表) 各洋深度

洋名	平均深度
太平洋	15000 呎(約 3 哩)
大西洋	12000 呎(約 $2\frac{1}{4}$哩)
印度洋	12000 呎(約 $2\frac{1}{4}$哩)
南冰洋	6000 呎(約 1 哩)
北冰洋	6000 呎(約 1 哩)

285. 水陸不均之原因與大陸移動說 上述水陸之比例，陸地多在北半球，水多在南半球。其所以然之理，據學者推測，概有三因。

(1)地軸之方向，歲差 50 餘秒，當地球凝結之始，北極適

向前方運行，與空中稀薄之氣相抗。以致球外大氣，因被壓而散薄。北半球地殼，遂先行冷縮，而凝結較厚。（2）北半球大氣既薄，南半球濃厚之大氣，常欲與之得平均之勢，而北向流注。於是北半球既得原有大氣內之物質，又加以南方大氣輸送之物質，故沈澱之品質，較南半球為多。（3）南半球所積之物質既少，致地面無甚高低，洋水易於流動。故南方洋流之北向者，每破損南方之地積，而運送於北方。

考此種推測，乃以今日之水陸分布為基礎而言。但古時之水陸分布，是否亦一如今日，不無疑問。近有德國學者瓦格納氏（Afred Wegener）主張大陸移動說，於 1915 年發表於世，頗能解釋今日水陸分布之由來。如其說果確，則上述水陸不均之原因將失其意義。

瓦氏謂今日之各大陸在古時原以非洲為中心而成一塊。後因溫度降低，乃逐漸分裂。分裂後受日月引力及地球自轉之離心力之作用，而開始移動。南北美洲及格林蘭則向西移動，地中海及印度洋北岸之陸地則向赤道移動。蓋按地殼之岩層言之，凡大陸及島嶼之上層，其主要成分皆為花崗岩與片麻岩，厚約 60 哩。其下層則為玄武岩。二層之間稍帶有黏性故苟經極長時間後，大陸實有移動之可能。

考大陸移動說之證據，亦多屬強而有力者。例如各大洲相

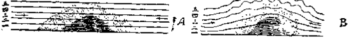
對立之海岸線均相似。苟有一力士能將各洲牽集於一處，則均能貼切吻合。又各大洲之動植物化石，冰流遺迹，以及各種岩石等亦均相似。且地殼上之高原與山脈，若以此說解釋之，則更易明瞭。故近世學者無不對此學說予以相當之注意。

更據學者之測量，知各大陸今仍在繼續移動中，北美與歐洲間之距離每年約增 60 呎之多。其他各陸之分離則較緩云。

236. 山 地球漸冷而收縮，地層經橫壓力擠起，突然高出地面千呎以上者，謂之山。其不及千呎而亦突然高起者，謂之小山。試以泥為片數層，上下疊置，如第 160 圖 A。於層下炙以火，其始也見其中部為熱力所逼，微變柔軟。既經兩旁之壓力擠逼，則圖中之箭頭，向中部較柔部上漲，成凸形如 B。觀此可知山之生成矣。

237. 火山 地殼孔隙中，常有極熱之氣質及石汁噴出，結於口之四周，成一圓錐形，其高或至數千呎，延廣數千百方哩，是名火山。頂之凹處有大口，是名火山口。

火山有方熾者，有已熄者。大抵尋常之火山，其噴發次數，皆各有一定之時間。或十年或二十年，或五十年百年不等。計



（第 160 圖）

地球上火山之數，不下三四百。三分之二在島嶼上，三分之一在大陸上，排列成帶，謂之火山脈。南洋羣島及意大利之南端，均為火山活動之中心。

288. 地震 地殼之不穩固部分，急起變動，使地面上搖撼不寧謂之地震。考地震之主要原因有三。(1)由冷縮之橫壓力，致地殼皺裂，地層沿裂縫而上下運動者，曰斷層地震。(2)地層生大洞穴，因上層強壓而驟然陷沒者，曰陷落地震。(3)因火山爆發之結果而起者，曰火山地震。合全球計之，每小時必有地震。惟震之久暫及大小，則隨地而異耳。

289. 海底之狀 海底較平於陸面，平鋪如一浪線形之處居多。因而往往墳起至一二哩，成一水底高原，距水面約若干千呎。其較窄者與陸地之高原相似，惟無凸處，如陸上所謂山脈者耳。

290. 海面之凸凹 常人皆以為地球上之海，既互相流通，其水平面必皆一致。故全地球之海面，必為一渾然橢圓體。其實不然。經學者研究之後，知海面之形狀，乃亦係凸凹不平，與陸地之表面相彷彿。此其故何也？蓋陸地之重量，約為海水之二倍半，因而陸地之引力亦為海水之二倍半。故海水盡被陸地吸引而趨就邊岸。結果，凡靠近陸地之水面皆較高，而海之中央部分皆略低（參閱第123節）。夫世上之海，其形狀既不同，而又與大小不同之陸地相交錯，其水面因被陸地吸引之故，當然凸凹不平矣。但此種之凸凹，非吾人之目力所得見。學者研

究每以鐘擺爲準繩。蓋鐘擺之爲物也，距地心愈遠，其振動愈遲。反之，其振動愈速（見第 99 節）。按其振動之遲速，即可測定海面凸凹之程度。據最精細之測定，知海面凹處有與平均海面相差 600 呎者。此與地球半徑相較，固屬甚微，然在海面上有如此之凸凹，則當然不能成爲渾然之橢圓體矣，海面除因受陸地吸引而成凸凹之狀外，又因種種原由，而生若干變化。吾人前論之潮汐，即因日月之吸引而起者。他如氣壓、風力、溫度、海流等，亦皆足以使海面生變化。當海上之氣壓極高時，水面即被壓而低落。當狂風吹向陸地時，海水被吹而向陸地流動，於是靠近陸地之水面便突然增高。反之若吹向海灣時，則靠近陸地之水面便突然低落。溫度增高，海水即膨脹，水面因之而增高。海流突至，水面亦因之而增高。總之，海面之形狀，絕非如吾人所想像之平整也。

291. 空氣　地面水陸之外，復有空氣包繞之，厚約 200 哩。距地愈近則愈密，愈遠則愈稀。每高 $3\frac{2}{5}$ 哩，則減少二分之一之密度。故飛機航空，不能超過十哩，以上空氣則太稀，不足供人類之呼吸。考空氣之由來，實爲地球凝結後，所餘氣體之未散者也。空氣之爲物也，視之無形，捫之無質而有壓力。遇熱則漲，遇冷則縮，漲則輕鬆而上騰，縮則凝重而下降。變幻無常，遂有風雲雨露之施焉（詳見下章）。

292. 空氣之增減問題　設有一物體由地面拋射而出，其上升之高度，則視其起始時之速度而定。速度愈大者，上升愈

高。然達某一定之速度後，則將離地而去。據推算若一物體之速度每秒超過 7 哩，苟無空氣之阻力，則將離地而去，永無歸期矣(參閱第 127 節)。

吾人可將此原理適用於空氣之分子。考空氣分子向各方飛散，速度極大。每秒達 7 哩者，亦不在少。吾人知空氣最上層中之分子，其所遇之衝突漸減。苟其速度每秒超過 7 哩，必致離地而去明矣。如此，則地球上之空氣必漸減。久之，恐終不免有損失殆盡之患矣。

由此點論之，地球上之空氣雖漸減，然未必卽果見減少。何也。蓋其亦有增加之機會。例如火山溫泉所放出之氣體，岩石分解而生之氣體，隕星下落燃燒而生之氣體，地球在空中相遇之遊散分子等，皆足以使空氣增加。是故地球上之空氣究屬漸減，抑屬漸增，在今日尙不能作肯定之解答。亦或爲增減相抵，而歸於平衡狀態，未可知也。

293. 地球之年齡　通常問人之年齡，卽問其自出生以至目下所經過之時間爲幾何也。然吾人推求地球之年齡，乃自其凝結成殼時起始。蓋在此以前，年荒代遠，悠久絕倫，殊非吾人今日所有之證據，可資以推求者也。計人之年齡，例以週年爲單位。計地球之年齡，則以百萬年爲單位，方覺便利。

推求世界之年齡,不自今日始,古已有之。有謂世界爲二十一萬五千年者,有謂只限於一萬二千年者,還有謂十二萬年者,莫衷一是,要皆懸空之論,無所依據。顧其最大之錯誤,不在年齡之長短,乃在以人類之起始與世界之開闢爲一事也。按今日地質學家之研究,知生物之起始,遠在地球結殼以後。人類之起始,又遠在生物起始以後也。至於創世記上所載上帝造天地萬物,五日完成,至第六日乃按自己之形狀而造人云云,乃人類知識幼稚時之一種想像,殊無科學之根據。

294. 推求之困難 自近代科學昌明後,始知人類之起始,遠在地球結殼之後。惟今日推求地球之年齡,困難尚多。證據不足,調察未周。各家學說,有偏重理論者,有掛漏事實者。且地球上各種之遺迹,足資參考者又不從類相同,取舍乏術,故切實可靠之答案,尙在待考之列。玆僅將各學者之推求法,略述於下,以作思想上之一引線可也。

295. 潮汐法 據佐治達爾文(George Darwin)之學說(見第246節),地球受潮汐之影響,漸減其旋轉能力。依力學原則,地月系全體之旋轉能力應不變。今地球旋轉能力旣減少,月在軌道上之旋轉能力必增大,卽月地之距離非增加不可。如此,則愈古月地距離愈小,推其極端,應有一時,月球與

地球幾乎相接。彼時地球爲一團黏性之液體。且彼時地月系之運轉較今爲速，一月與一日相等，而一月不過約與現在三小時相當。嗣後月日之時間皆漸變長。達氏據此學說，求得各時期距今最少之年代如第21表。

(第22表)

以前之年代	每日之長	每月之長
O	23小時56分	$27\frac{1}{3}$日
46,300,000	15小時30分	$18\frac{3}{5}$日
56,600,000	9小時55分	$8\frac{1}{5}$日
53,800,000	7小時50分	$3\frac{3}{5}$日
56,810,000	6小時45分	$1\frac{1}{2}$日

296. 累積岩層法　地球自水陸劃分以來，地殼上即發生侵蝕作用。如知累積岩層之總厚若干，及每年停積物固結而成岩層應厚若干，以後項除前項，即得地球自有停積以來之年齡矣。

累積岩層，由上至下，可分若干系。各系皆與各地質時代相當。層位愈下，所屬之時代愈古。各時代又有特種生物之遺迹或化石，以爲特徵。故無論在何處，但遇地層，即以化石爲標準，斷其在地質時代上之地位。茲將索拉斯(Sollas)所謂察屬

於各地質時代地層之厚度列下：

洪荒與最新	4,000 呎		
更新	13,000 呎		
次新	14,000 呎	共計	63,000 呎
少新	12,000 呎		
初新	20,000 呎		
白堊紀	44,000 呎		
侏羅紀	8,000 呎	共計	69,000 呎
三疊紀	17,000 呎		
二疊紀	12,000 呎		
石炭紀	29,000 呎	共計	63,000 呎
泥盆紀	22,000 呎		
志留紀	15,000 呎		
奧陶紀	17,000 呎	共計	58,000 呎
寒武紀	26,000 呎		
亞爾艮紀	82,000 呎		82,000 呎
玄古	?		?
總厚			335,000 呎

上開總厚，可作被除數。

至停積率，根據種種之調察，其平均數為每 880 年一呎。每年之停積率當為$\frac{1}{880}$。以此數除地層之總厚，即$(335,000 \div \frac{1}{880})$，約等 300×10^6 年，是為地球自水陸劃分以來之年齡。

又據各家之精確調察，謂每 880 年停積一呎之數，未免太大。意即地球自侵蝕開始以來，不止 $300 = 10^6$ 年。查以累積岩層之總厚求地球之年齡，在各種方法中為最老，從事推求者亦最多。但所得結果，實相差太遠，玆列表於下。

(第 23 表)

推　求　者	累積岩層之總厚(最厚的)	每積一呎所需之年數	總年數(以百萬年為單位)
非立普斯 (Philips)	72,000	1332	96
赫胥黎 (Huxley)	100,000	1000	100
拉帕랑(Lapparent)	150,000	600	90
基　啓(Geikie)	100,000	780—6800	78—680
馬　岐(Mc Gee)	264,000	6000	1,584
佐　力(Joly)	265,000	300	80
索拉斯(Sollas)	335,800	200	80

287. 海中鹽量法　由海中之鹽量求地球自有洋海之年齡，其法與累積岩層法同。蓋鹽之成分含鈉甚多。當水陸初分之時，海水絕無鈉質，漸由陸地而去，愈聚愈多。據佐力(Joly)

計算，由初有洋海至今日海中所溶之總鈉量，爲 1.555×10^{13} 噸。

其次，每年由陸地入海之鈉量，大部分由河流送去，小部分由海岸被潮汐洗去。據墨累（Murray）計算，每年入海之鈉量，爲 15.976×10^{4} 噸。惟據近人之精確調察，此數過大，宜以 141.19×10^{6} 噸，爲每年入海之鈉量。以此數除海中之總鈉量，即 $(1.555\times10^{13})\div(114.19\times10^{6})$ 約 $=136\times10^{6}$。即地球自有洋海以來，約在一萬三千六百萬年上下。

298. 地球熱度法 據克爾文（Kelvin）之學說，從前地球熱度極高，且必有一時全體之熱度勻一。爾後熱能漸散，故表面結殼。失熱愈多，結殼愈厚。按固體傳熱之定律，克氏推出地球自結殼至今日之年齡。

地內溫度，自地面不遠之處以下，每深 35 呎，增加攝氏一度。據地面所見各種物質，一遇攝氏三千度之溫度，立皆鎔化。玆假定當地球初結殼時，溫度 $(V)=3000^\circ$。又令 K 爲一常數，與傳熱間壁之比熱及其傳熱率有關係。據克氏試驗各種岩石之結果，$K=40^\circ$，以年 (T) 爲時間之單位，克氏所畫公式如下：

$$\frac{V}{\sqrt{40\pi T}}=\frac{1}{35}$$

$$\frac{1}{11}\sqrt{\frac{V}{T}}=\frac{1}{35}$$

$$\sqrt{\frac{V}{T}}=\frac{11}{35}\text{約}=\frac{3}{10}$$

$$T=\left(\frac{10}{3}V\right)^2$$

$$T=100,000,000\text{年}$$

據此，則地球自結殼以來之年齡爲一萬萬年。但駁之者亦甚衆，略謂地球現今之熱狀，不外三項。

（1）所失之熱，較因放射物質爆裂所得之熱少。即地球之熱度，逐年增高。

（2）所失之熱，較因爆裂所生之熱多。即地球之熱，逐年下降。

（3）所失之熱，與爆裂所生之熱相等。即地球之熱，不增不減，成一種平衡狀態。

由種種理由，可證明（1）項或不成立。（2）項按以前之計算，亦似與現情不合。惟有（3）項之情形，在地球之長史中，似甚適合。惟地球在此平衡狀態之下，已歷若干年，又屬極難之問題矣。

299. 放射原質法　放射原質，爲物理學上之新發明。據物

理學者之理論與實驗，證明放射原質如銑質，所發出之氦氣，在地上各種岩石及溫泉中皆有之。由放射物質求礦物之年齡，始於拉得福德(Rutherford)氏。氏所用礦物為褐釹鈤礦。此種礦物每重一公分，含 1.81 公分容積之氦氣，約$\frac{7}{100}$之鈾。凡含鈾之礦物大都含銑，據多數分析之結果，褐釹鈤礦，每一公分每年所吐出之氦氣為 7.4×10^{-7} 立方公分。故其年齡為

(第 24 表)

時代名稱	距今年數
最新	1×10^6
更新	2.5×10^6
次新	6.3×10^6
少新	8.4×10^6
初新	30.8×10^6
石炭紀	146×10^6
泥盆紀	145×10^6
志留紀	209×10^6
奧陶紀	
寒武紀	
亞爾艮紀	
玄古	710×10^6

$\frac{1}{7.4} \frac{81}{\times 10^{-7}} = 2.4 \times 10^{6}$ 年。惟此鑛究出於何地層，屬於何代，不甚明瞭。大約在玄古前已經生成。

放射物質在岩石中，常行移動。又由一定鑛物中之鈾質所發出之氦氣，尋常有一部分積在該鑛中。不過有幾種鑛保持氦氣之力較大。就吾人所已知者有鐵鑛鋯石榍鑛。斯特拉特(Strutt)曾用此三種鑛物求出各地質時代至今之年數如第 23 表(見 348 頁)。

又鉛與鈾似已證明爲同族之放射原質。換言之，鉛爲鈾最後之化身。玻爾烏德 (Boltwood) 及斯特拉特曾用鉛與鈾之比，求出若干地質時代距今之年數。用此法所求得之結果，較用氦氣所求得之數稍大。如亞爾艮紀至今日爲 200×10^{6} 至 1000×10^{6} 年，玄古至今日爲 1400×10^{6} 至 1600×10^{6} 年。

300 假定之年齡 總觀以上各法，皆持之有故。及觀其求得之結果，又相差懸殊。吾人據今日所考得之證據，尙不易斷定地球之年齡究爲若干。但吾人確知所謂二十一萬年，十二萬年等說，絕對無據。至英國某主教倡言世界之創造，係在西曆前四千零四年，又屬無科學知識之尤者也。茲採各家學說，斟酌折衷，暫假定地球自玄古世至今日之年齡爲 700×10^{6} 至 1000×10^{6} 年，或無大誤。

301. 激變說　在昔地質學者曾有激變說之主張。略謂地球上曾經幾次極大之激變，洪水橫流，大陸淪胥，桑田變爲滄海。一切生物，盡被撲滅，而地面形象，頓改舊觀。一如我國每朝之末，必有流賊發現，到處殺人放火，社會被擾，零落不堪。不久，經一番收拾，局面恢復，萬事更興。但再過若干年，又不免破壞，如是循環不已。此種激變說，以屈費爾 (Cuvier) 主張最力。

後經學者悉心研究，搜集無數資料，考查若干事實，證明以往地質時代之變遷，無甚差異。各種地質上之現象，繼繼承承，與時漸進，並未發見激變之遺迹。推定未嘗有此激變之時代，是名匀進說，倡之者爲來伊爾(Lyell)。今地質學者無不贊同此說云。

302. 地球之將來　按物質不滅之定律言之，地球絕不能由有化而爲無。然而地球之溫度，則漸次減低。故將來必有變成冷如冰球之一日，此可得斷言者也。惟世上生物所恃以生存者，並非地球之熱，乃太陽之熱，放散而達到地面者。故欲論地上生物之將來如何，非研究太陽之熱量不可。據天文家之主張，謂五百萬年後太陽直徑將縮短一半，密度將增至八百倍，表面氣體將變爲液體或固體，溫度低落，彼時則地上生物不復

能存在矣。可謂世界之末日已至。然距今尚有五百萬年之久，吾人且毋不事生產，而遂抱悲觀也。

此專就溫度而言也。至於地面上之山崩地裂，海嘯陸沉，以及火山爆發，或與其他天體相撞等事，在在皆足以危害生物。故吾人所居之地，實非如居恆所想象中之安全可靠。然而吾人若因此而遂抱悲觀，則又等於杞人之憂天。

本章參考書

Davis, W. M.——Elementary Physical Geography.

Jones, H. S.——General Astronomy.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Shapley, H.——Starlight.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Kimball, A. L.——College Physics.

Wills, L. J. ——The Physiographical Evolution of Britain.

包光鏞譯——地質學

許達年譯——地球

李四光——地球的年齡

王建極譯——地文學

第十章　氣象

303. 氣象之意義　氣象者，大氣中之自然現象也。凡寒暖乾濕風雨之類，皆大氣中之自然現象，故皆屬於氣象之範圍。考此等現象之發生，概循物理法則，絕非偶然。昔人不明此理，竟將大氣中之若干現象，認爲祥瑞或災變之預兆。或視風雲雨露爲神秘之奇蹟。今吾人研究地球，實不可不加以詳盡之解釋也。

304. 大氣之高度　大氣包圍於地球之表面，而亦呈球體之狀。無論在地面何處，均隨地球之自轉而旋轉，惟因其重量之作用，在下層之近地面者，密度濃厚，漸至上層，則漸次稀薄。今依實驗之結果，人類得生存之大氣，其高度不過 10 哩。然據法人雷義斯(Liais) 之研究，謂大氣之際限當在 200 哩以上。赫舍爾 (Sir John Herschel) 則謂 200 哩　上之大氣中，氧氣淡氣及水蒸氣等均已消失，僅存極微之他種氣體所成之混合物云。

305. 大氣之成分　大氣為若干氣體之混合物，其成分中最多者為淡氣與氧氣。次為氬氣，又次為炭氣氫氣等。此外還有水蒸氣與其他極少之氣體一二種。此等成分，各地幾同。其百分比例如下：

淡氣	78.03%
氧氣	20.99%
氬氣	0.94%
炭氣	0.03%
氫氣	0.01%

考炭氣於生理上及人體上關係甚大，但於氣象上並無影響。惟水蒸氣則於氣象上關係甚大。即氣象之變化，殆全由水蒸氣之作用而生，故水蒸氣可認為氣象上最重要之成分也。

大氣又每含不純潔之物質於其中。如各氣體之分化物，纖小之生物，煙氣塵埃等皆是。海洋面上及高空中，大氣較為潔淨。下雨時可使空氣清潔，故雨後空氣至為清新。而乾燥地方，塵灰最多，甚至達到極高之部分，而使大氣昏暗。沙漠地方，有大風可使流沙飛揚。此種流沙飛至高處遠處，而後又降下，如古人所謂天雨血，即是一種紅色塵沙之下降。火山爆發，火山灰飛至天空，可經極久之時，而達極遠之地，而始下降。都市或

工業發達之區，空氣之雜質亦極多。

306. 氣象之要素及其變化 氣象之要素者，所以表示各種氣象之狀態者也，約分爲六種：

(1)曰氣溫 (空氣之溫度)

(2)曰氣壓 (空氣之壓力)

(3)曰濕度 (存於空氣中之水量)

(4)曰蒸發 (水從地面上散入大氣中而爲水蒸氣)

(5)曰降水 (大氣中所含之水蒸氣凝結而成)

(6)曰 風 (空氣之流動)

此六種要素，時時變化。其變化可分爲規則的與不規則的二類。規則的或週期的變化，即依一定之時間所生之變化也，如晝夜及四季各要素之變化皆是。不規則的或偶發的變化，其變化均起於不規定之期內，決非吾人所能預測者。本章所研究，即置重於第二類。

307. 氣溫之起因 通常所謂天氣之寒暖者，以術語言之，即氣溫之高低也。考氣溫所以發生高低之原因，概由於太陽之照射。雖地心及星辰亦有其熱，然影響於氣溫者頗微。故吾人研究氣溫，專以太陽之照射爲熱源。至所受太陽熱量之大小，則依下列三項而決定。

1. 太陽熱量之大小，與日地距離之平方成反比例。淺言之，即太陽愈遠，熱量愈小也(見第 78 節)。

2. 太陽熱量之大小，與太陽直射或斜射有關係。易言之，即太陽直射之單位面積，較斜射者所受熱量爲大也。

3. 太陽熱量之大小，與照射時間之久暫成正比例。

太陽之照射通過大氣後，大氣即吸收其熱之三分之一，餘三分之二即直達地面。然地面所受之熱並不外逸，乃仍爲下層空氣所包蘊。故空氣之熱量愈高愈減。所減之度數，各地不同，各時亦不同。以其平均數言之，約每高 350 呎，減少攝氏表一度。故高山之上，雖在夏令，亦有積雪焉。

又按物理言之，凡受熱多於放熱，則溫度次第上升。放熱多於受熱，則溫度次第下降。至受熱與放熱平均時，斯現出最高或最低之溫度焉。考地球表面，一部分爲水，一部分爲陸。水爲液體，受熱難而放熱亦難。陸爲固體，受熱易而放熱亦易。故陸地之氣候，日間驟熱，夜間驟冷。而海面上之氣候，晝夜相差不遠也。

328 氣溫之日變化與年變化 按通常天氣，每日中氣溫之變化，極有規則。即日出稍後，氣溫最低，以後逐漸上升。午後二時許達最高度，乃又逐漸下降，翌晨再達最低。此種變化，

謂之氣温之日變化。如遇天氣劇變，卽失常態。

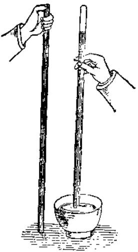
依上所述，一日中氣温最高不在日中，最低不在夜半，此其故何也。蓋氣温之變化乃受熱與放熱之結果。午後二時許熱量最大，故氣温亦最高。夜間地面散熱，氣温下降，直至日出稍後，始再受熱。故氣温亦以此時爲最低。

每年中氣温亦有變化。就北半球言之，每年一月末爲最低。以後逐漸上升，至八月爲最高。以後又逐漸下降。此種升降，與日變化相彷，謂之氣温之年變化。而氣温之年變化又隨緯度高低而不同。

309. 氣壓　氣壓者，大氣之壓力也。大氣因受地心引力之吸引，乃生重量。旣有重量，自必有壓力矣。試取一長玻璃管，約長 80 糎或 90 糎。管之一端係封閉者，乃以水銀滿灌管中，而以手指緊覆管口，倒執而置於水銀槽中如第 161 圖。將手指移去，則見管中水銀下落少許。然至管中水銀而較管外槽中水銀面高約76糎時(約合 30 吋)，卽不再行下落。此其故何也。蓋當管中水銀下落少許後，管之上端卽成一無空氣之空地位。管外之空氣壓力，無管內之空氣壓力以抵當之，故管中水銀下落．至管中下落之水銀柱之重量，適足以抵當管外所受之壓力而止。故吾人若欲求空氣壓力之大小，祇須求管中下落之水銀

柱之重量。此重量可用 $P=AHd$ 公式以求之。式內 H 爲水銀之高度，即 76 糎，d 爲水銀之密度，即每立方糎約重 13.6 克，係以實驗試得者。A 爲水銀柱之底面積，假設等於一方糎，則

$$P=AHd=1\times76\times13.6$$
$$=1033.6\text{克}$$



(第 161 圖)

詳言之，即每方糎面積上所受之空氣壓力爲 1033.6 克。此數合英制，約爲每方吋所受之空氣壓力爲 15 磅，是卽謂之一氣壓。

然此數爲在海平面處之平面壓力。若在山頂高處試之，則水銀下落之數爲較多，且愈高則愈多。蓋愈高則空氣之壓力愈小也。經科學實驗之結果，知每離海平面高 12 米，則水銀柱降低約一粍。若以英制計之，則每高 90 呎，水銀柱降低約 0.1 吋。由此觀之，管中水銀柱之高低，因空氣壓力之大小而異。故視水銀柱之高低，吾人可知空氣壓力之大小，氣壓表卽藉此理而製成者也。吾人欲知各山拔海之高度爲若干，可用氣壓表以

測之。考氣壓表之爲用甚多，不惟可以隨時測知空氣壓力之變動，且可藉此預知天之將晴或將雨。蓋由閱歷上試得，天雨時，氣壓表之水銀常較低。若一旦忽升高，則可預知天之將晴矣。又天晴時，氣壓表之水銀常較高，若一旦忽降低，則可預知天之將雨矣。是蓋因水氣較空氣爲輕。天雨時，空氣中雜水氣太多，故壓力較小，而水銀降低，今若下雨已多，則空氣中之水氣減少，故壓力較大。所以天晴或天將晴時，氣壓表之水銀常升高。由此觀之，氣壓表之可預知晴雨，非奇事也。故氣壓表亦可謂之晴雨表。

310. 氣壓之日變化及年變化 各地氣壓，一日中必有高低各二次之變化。雖高低之時刻，略有差異，然以地方時計之，通世界殆相一致。卽午前三四時之間爲最低，午前九時爲最高。午後三四時之間爲最低，午後九時至十時爲最高是也。但熱帶地方之氣壓，則每日整齊如一。至高緯度，則逐漸發現不規則之狀態焉。雖其每日之變化，不能等一，而其平均，則仍循此規律耳。

一年內氣壓之變化，其差異因地方而有不同。差異之度，普通雖不甚大，然在某地方，冬夏有甚相異者。如大陸之內地，夏季氣壓概甚低，冬季氣壓概甚高是也。

311. 氣壓與氣溫之關係　氣壓所以隨地而異之原因，實由於各地空氣溫度之不同也。蓋通例高溫之處，必生低氣壓，低溫之處，必生高氣壓。故夏季大陸爲低氣壓，海洋爲高氣壓。冬季反是，大陸爲高氣壓，海洋爲低氣壓。

高溫之處，氣壓低，低溫之處，氣壓高。斯固然矣。然此特大氣下層之現象然耳。至若上層則全與相反。卽暖地之上層，較海拔相等之寒地上層，氣壓爲高。此則由於通例，凡上層氣壓，由低緯度至高緯度，皆漸次低下故也。蓋下層空氣得熱，則成高溫，因以擴張其體積，壓迫上層空氣，使之濃密。空氣濃密者，其壓力概較稀薄者爲大也。

312. 風之起因　地球上各地之氣壓，或高或低，旣不能一致，高氣壓之大氣遂流動於低氣壓之大氣中，以求其壓力之平均。此種流動卽名爲風。故氣壓之差，實風之原動力。在一定距離之兩處，其氣壓之差愈大，則風之速度亦愈大。

然風之原動力，不僅憑氣壓之差，更有一力亦能左右之。卽地球之自轉是也。此自轉於風則名之曰轉向力。蓋大氣與地球俱自西向東而旋轉。旋轉之速度，視緯度高低而不同。赤道上最大，緯度愈高則愈小。故由低緯度向高緯度流動之大氣，仍保持其原有之大速度，至高緯度仍向東方進行。由高緯度向

低緯度流動之大氣，因其原有之旋轉速度，較低緯度之大氣小，故不能以共同速度而向東旋轉。結果乃反進於西方。職是之故，在赤道以北之風，因轉向力而恆向右偏，在赤道以南之風而恆向左偏（參閱第 132 節）。

氣壓之差與轉向力既皆爲風之原動力，故風之方向，乃由氣壓之傾斜與轉向力之大小而定。卽以二者爲平行四邊形之二邊，而其對角線卽其方向也。

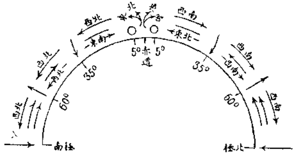
313. 大氣之循環 假設地球不自轉，其表面亦無水陸之分，而其溫度又各處一致，則大氣之上層必逐漸稀薄。其在同一高度者，必同一氣壓。如此，苟無其他變動，則大氣應保持平靜而無生風之現象。然實際並不如此，各處之溫度乃互異。是故各地之氣壓亦不同。因而遂生大氣之流動焉。其在上層者由赤道向南北高緯度以流動，其在下層者則由高緯度向赤道以流動。

此爲大氣流動之原理，但實際上更有種種複雜之關係。蓋地球原爲球體，緯度愈高，面積愈小，故向兩極流動之上層大氣，因散熱與密度加大之故，乃漸次下降，以接近地面。依實驗之結果，赤道南北約緯度 30 度之處，爲地球上最高之氣壓帶。以故最下層之大氣由緯度 30 度附近而兩分，一向赤道而流

動,一向兩極而流動。加之地球自轉不息,故大氣流動之方向不為正南或正北,乃必偏於東方或西方。

依北半球而論,下層大氣在赤道與北緯 30 度之間者,其流動偏東北。30 度以北者偏西南。南半球者適相反。

由赤道向兩極流動之上層大氣,至緯度 30 度附近,降至下層,已如前述。然其一部分尚殘留於上層以向兩極而流動,終達其地。如此,上層下層之大氣既均集於兩極,則為保持壓力之平均故,遂於上層及下層之間,生有中層氣壓,由兩極向赤道而流動。此種各層大氣之循環流動,稱為大氣之循環(見第 162 圖)。



(第 162 圖)

314 貿易風 按大氣循環之原理,低緯度地方之下層大氣向赤道流動者,謂之貿易風。其上層由赤道向南北流動者,

謂之反貿易風。考貿易風之方向，於南北兩半球俱稍偏於東。反貿易風則俱稍偏於西。貿易風由南北吹至赤道附近時，則相衝突而變爲上升，因而風勢減殺。此附近之地，謂之赤道無風帶。

若地球表面之構造，完全爲洋海，則風向風力宜甚簡單。然實際上既有洋海與大陸之分，而大陸之形狀又不整齊，更加其他種種原因，結果致使貿易風發生極大之改變。例如大陸內部之貿易風，因陸上有原來特殊之氣壓配置，反行消滅是也。

315. 信風 大陸之氣溫，較洋海之氣溫，夏季爲高，冬季爲低。故夏季海風吹向大陸，冬季陸風吹向洋海。海陸之間，因季候而生相反方向之風，是名爲信風。故我國夏季多東南風，冬季及春秋多西北風。蓋我國西北爲大陸，東南爲洋海也。

海風與陸風之轉換，在海濱之地，夏季一日一次。即日中時海風吹向陸地，夜中則陸風吹向海中，是名爲日日信風。其上層之方向，則適與下層者相反。

316. 旋風與反旋風 有時一地生低氣壓，而其四周爲高氣壓，層累而上，愈遠愈高。此種以低氣壓爲中心，風由四周迴旋，吹入中心者，謂之旋風。亦有時一地生高氣壓，其四周爲低氣壓，遞減而下，愈遠愈低。此種以高氣壓爲中心，風由中心，

迴旋吹向四周者，謂之反旋風。

旋風及反旋風，所佔地域頗爲廣大。其風之迴旋方向亦各地不同。旋風在赤道以南，迴旋之方向與時鐘之針相同，赤道以北，則反是。反旋風在赤道以北與時鐘之針相同，赤道以南，則反是。故若背風向而立，在北半球則左手前方，氣壓次第減低，右手後方，氣壓次第增高。在南半球則反是。至吾人通常所見之旋風，則爲小旋風。其迴旋之狀，一目可見焉。

旋風及反旋風，又非恆止於其發生之處，乃時改變其位置。其移動之方向，亦略有一定。大抵赤道以北向東北而進。赤道以南向東南而進。

317. 物體之變態與蒸發 吾人知物質共有三態，即固體、液體、氣體是也。而物體恆能由一態而變爲他態。例如冰加熱而變爲水，係由固體而變爲液體。水加熱而變爲汽，係由液體而變爲氣體。然若反其道而行之，汽遇冷，則復凝爲水，水遇冷，則復結爲冰。由此可知物體之變態，與熱之作用大有關係也。

考物體由液體變爲氣體，其作用如係遲緩者，則謂之蒸發。例如一杯之水，置空氣中。久之，則水漸減少。蓋因水漸漸蒸發變爲氣體，而散諸空氣之中故也。他如盛夏之際，灑水於地，轉瞬已無。又如曬衣於日中，少頃即乾。又凡江河湖池之

水，每屆炎熱之日，則較他日易於淺涸。冬日用爐之時，每以淺器盛水，置之爐頂，則須常添其水，方免乾盡。體操之後，汗滴如雨，然歷時未久，輒化散爲氣而徧體皆乾焉。此皆蒸發之結果也。總之，凡液體之面，若與空氣相接，則蒸發之作用，無時無之。縱令冷至結冰，猶徐徐蒸發而化散也。

但高溫之水蒸發爲氣時，其所需之熱量較低溫所需者爲少。經科學家實驗之結果，知一克之水在攝氏百度時所需之熱量爲 536.6 加路里（加路里見第 32 節），而在零度時則需 596.7 加路里也。故欲知一克之水在任何温度(t)需若干熱量(L)，方能蒸發爲氣，則可按下式以求之：

$$L=596.73-0.601\ t$$

式內 t 爲蒸發時攝氏表之度數。

318. 濕氣與飽和　大氣中常含有水蒸氣，通常稱之曰濕氣。濕氣之多寡及變化，直接間接影響於氣象者甚鉅。考濕氣之來源，大半由於海面。蓋地球表面有四分之三爲水，而如此廣大之水面，時時在蒸發中，故爲濕氣極大之來源也。但蒸發作用之遲速，則與水面之廣狹，及氣溫風速已含濕氣量等大有關係。大抵在已含濕氣甚多之空氣中，蒸發爲遲。在氣溫高風速大之空氣中，蒸發爲速。

❸ 在一定量之空氣中，所含水蒸氣之多寡，亦有一定之限度。達此限度，則謂水蒸氣已飽和。若更加以水蒸氣，則殘餘者將化而爲水。但經科學家實驗，知水蒸氣之飽和，視溫度而異。蓋溫度愈高，飽和所需之水蒸氣愈多也。試觀右表，可以見其梗概矣。

(第25表)

空氣在各溫度能容之水蒸氣量

溫度(攝氏)	每立方公尺中能容之水蒸氣量
零下 10°	2.2(公分)
零下 5°	3.3(公分)
0°	4.9(公分)
5°	6.8(公分)
10°	9.3(公分)
15°	12.8(公分)
20°	17.2(公分)
25°	22.8(公分)

319. 濕氣量與濕度 大氣中所含之水蒸氣，恆視時間與地方而有不同。欲測其多寡，科學家乃分之而爲二種。一爲絕對之濕氣，曰濕氣量，一爲相對之濕氣，曰濕度。

濕氣量者，一定量空氣中所含水蒸氣之重量也。濕度者，以一定量空氣中所含之水蒸氣，與同量空氣中所含之飽和水蒸氣相比之數目也。通常概以百分率表示之。例如在氣溫 10 度時絕對之濕氣量爲 5 公分，則此空氣之飽和，按第 24 表所示，當爲 9.3 公分。此空氣之濕度，卽爲

$\frac{5}{9.3}=53.8\%$ 是也。

上節不云乎，氣溫愈高，飽和所需之水蒸氣愈多。是故高溫之地，水蒸氣雖多，苟尚未至飽和，則其空氣仍覺乾燥。反之，水蒸氣雖少，但使在低溫之地，去飽和不遠，則亦頗覺濕潤。

職此之故，水蒸氣雖少，若氣溫下降，亦可飽和。此種飽和時之氣溫，謂之露點。夜間近地之空氣，所以常至飽和而凝爲露者以此。吾人所應注意者，夜間之水蒸氣並未加多，乃因氣溫下降，遂致成露也。

320. 濕氣之變化 考濕氣量之大小，雖在同一地方，亦隨時而有變化。蓋濕氣量之大小，與氣溫之高低成正比例。故就通則言之，冬小而夏大，夜小而晝大。

然濕度之高低，則與氣溫適成反比例。卽在一日中氣溫最低時，濕度最高，氣溫最高時，濕度轉最低。故一年之中夏最低，而冬最高，亦常例也。

地面上濕氣之分布，雖由種種原因，不能整齊，然就大體言之，濕氣量在熱帶多，而在寒帶少。濕度則與和反。洋海之上，則二者均多。而陸上則又與之相反。

321. 凝結與循環 大氣中之水蒸氣，因氣溫之下降，乃變

爲液體或固體。此作用稱曰水蒸氣之凝結。但氣溫下降之原因，非常複雜。因而水蒸氣凝結之狀態，亦自不同。吾人隨其凝結之狀態，而分爲露霜霧雲雨雪等之種種名稱。

吾人習見之凝結甚多。如嚴寒之際，門窗玻璃之內面，每有水點滾轉而下。又嚴寒之際，戴眼鏡入煖室中，鏡面輒有濕氣或水點，覆蔽其上。又冬日之清晨，遊行室外者，每見其呼出之空氣，色白如雲霧狀。又當夏日時，缸內若滿注冷水，有時缸外附被無數水珠。此皆習見之凝結也。不過其規模甚小，結果有限，然與露霜霧雲雨雪等之所以生成，完全同理焉。

考大氣中之水蒸氣，本由地面上之水，蒸發而來。及其遇冷，乃又凝結爲水，而降於地。如此，循環不息，而發生氣象上之種種變化。然地面上及大氣中所存之水，自古迄今，其總量無所增減。不過因所在之處及狀態不同，而有固體液體氣體之分耳。此實天地間之一大循環，亦可見造物之妙矣。

322. 露與霜 露與霜之成因，二者相同，俱爲大氣中所含之水蒸氣直接凝結於地面者。蓋夜間地面散熱而冷卻。若其溫度在露點以下，水蒸氣觸之即凝結面成水滴，是即爲露。然夜間如有雲遮蔽，地面即不易散熱，故露必甚少。草木之葉，散熱最速，故露多附於其上。

若溫度在水點以下，水蒸氣觸之卽凝結而成霜。但吾人所應注意者，霜並非由露結成，乃直接由水蒸氣而成者也。

323. 霧與雲 霧與雲之成因，二者亦相同，俱爲大氣中所含之水蒸氣，因遇冷而凝結之小水滴也。不過霧居下層，雲在空中，是其異點耳。至其既成小水滴，而不卽下墜者，則因其重量，尙不及下層空氣之大也。

考雲在空中，冷至零度以下，而達霜點時，卽成冰屑。此種冰屑，有時下墜。其下墜之狀，目不能見，而速度亦極小。有時則因空氣之流動，或揚之向上，而不下墜。又有時下墜，遇乾燥之氣層，則又蒸發而去，至上層又漸凝結而成雲。常如止於一定之處，而不動者。是卽空中之停雲也。

324. 降水 凡由空中降下之水，統名之曰降水。就中最著者，爲雨與雪。考雨與雪之成因，二者相同。其所異者，惟在凝結時溫度之高低耳。當大氣中之水蒸氣在空中遇冷時，先凝結成雲，繼則成大粒之水滴。若溫度在零度以下，則成結晶體。既成大水滴或結晶體後，則不復能浮於空中。大水滴降下謂之雨，結晶體降下謂之雪。當其初降時，其一部分必於中途蒸發消失。降至地面爲雨雪者，僅其消散未盡之部分耳。

當雪下降時若經過零度以上之氣層，則其一部分融解成

雨。雨雪交合，降於地面，則謂之霙。又雪之温度近冰點時，其性融而輭，每互相黏附。當其黏附時，若遇風則密集而成圓粒，降於地面，則謂之霰。霰與霙均不過寒冷時所生，故多見於初冬及將春之季焉。

325. 雹 雹爲隨雷雨而降下之冰塊。小者如豆，大者如卵。夏秋兩季，偶見之。考雹之生成，初因地面空氣甚熱，急激上升。其中所含之水蒸氣高過一定之氣層，卽成雪。其不及者，卽成雨。雨點又被上升之空氣提至雪界之上，乃凍結成塊，降於地面，卽謂之雹。其結成之情形，與霰相同。吾人若將雹塊剖而觀之，有時見其冰雪相包，多至數層。此則因其凍結時，竟被上騰之空氣所提攜，上下數次。每過雨界，卽得冰一層。每過雪界，卽得雪一層。層層裹疊，乃成如是之狀也。

326. 雲裂與水柱 空氣上升極速時，其力甚大。有時能阻雨點下降，致空氣中積水甚多。及上升空氣停止，積水乃下注，是爲雲裂。積水至地時，往往沖土成穴。若在斜坡，能將木石等物沖去。

小旋風之深且急者，爲暴旋風。暴旋風若經過海面，則其錐尖吸收海水，高至若干呎。遠望之有如一柱然，是爲水柱。卽天氣晴明時，亦往往有此種之事，勢亦甚大。俗人不明其理，竟

疑爲龍取水焉。

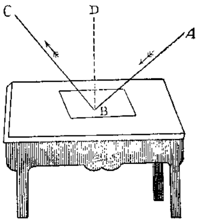
327. 閃電與雷 夏日溫濕之空氣猛烈上升，不斷的將下落之大雨點衝破而成小水滴。使小水滴在空中再三輾轉，與空氣相摩擦，結果乃生陰陽二電。陰電隨溫濕之空氣升至高空，陽電則蓄在小水滴中。迨後陰陽二電愈積愈多，一在高空，一在小水滴中。中間只隔一層空氣。及空氣不能擔任絕緣時，陰陽二電力互相吸引，立成放電之現象，是即閃電。此與驗電學上所發之電氣火花，完全同理。

在閃電發生之處，空氣驟遇高熱，乃膨脹而飛升。其處幾成眞空，四周之冷空氣疾來補充。結果激盪成聲，是即爲雷。此與電氣火花之爆聲，完全同理。考雷聲原不過一響，只因空中之回音，輾轉反應，乃成隆隆不斷之聲。又雷聲之速度，約5秒而行一哩。自見閃電時起，至聞雷聲止，測知其間之時間，即可推求閃電之遠近。然若在12哩以外，則不復能聞其聲矣。

328. 暴風雨 暴風雨爲雷電交作之急雨，多發生於夏季炎熱之下午，且限於局部。蓋因下層之熱空氣上騰，驟與外來之冷空氣相遇，乃生急雨與雷電。考暴風雨最多之地，當推赤道，幾於無日無之。但赤道之暴風雨，大半只爲急雨，而無雷電。至於溫帶，惟夏季有之。愈近兩極，則愈減少，然亦不得謂

之無。就大體言之，海洋面較大陸爲少，山岳地較平原爲少。

329. 光之反射　氣象之各要素及其變化，既已述其要領矣。尚別有大氣之一現象，其作用有關於光學。雖於氣象之變化，無直接之關係，然亦大氣之一現象。吾人亦應知其梗概，茲述於下：

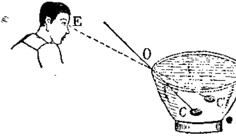


(第 163 圖)

凡光線進行遇他物質而折回之作用，謂之反射。例如第 163 圖，B 爲一平面鏡，若光線 AB 射於鏡面，則卽反射如 BC 是也。設如 DB 爲鏡面之垂線，則 ABD 角謂之射入角，CBD 角謂之射出角。經科學家研究之後，知凡光線之反射，其射入角恆等於射出角，且此二角恆同在一平面上。是之謂光線反射之定律。既明此定律，乃可據以研究種種反射之作用。蓋種種反射之作用，均可以此定律推解之也。

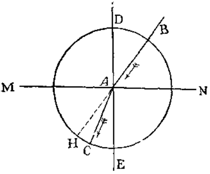
330. 光之折射　凡光線由一種透光之物體，入於他種透

光之物體，而密度不同者，則必改變其進行之方向。此種作用，謂之折射。例如置錢於空杯之底，如第 164 圖所示。錢在C點，



(第 164 圖)

觀測者之目在 E，本不得以見之，然若將杯中滿注以水，則錢光折射而成 OE 方向，終達觀測者之目，一若升起而在 C' 點者然。考其所以然之故，實由於水與空氣之密度不同。光線在密度小之物體中，較在密度大之物體中，其進行為速也。



(第 165 圖)

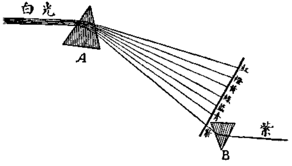
今試將光線折射之重要名詞說明之。設 BA (第 165 圖)為一光線由空氣中斜射於MN水面上，入水後即折射如

AC。設 DAE 爲垂於 MN 之垂線，則 BAD 角謂之射入角，EAC 角謂之折射角。又如將 BA 引長之如 AH，則 CAH 角爲折射後光線方向 AC 離原方向 BH 之角，故謂之偏向角。

經科學家實驗，凡光線由密度小之物體中，斜射於密度大之物體中，則向垂線而折射，故折射角較射入角爲小。反之，若光線由密度大之物體中，斜射於密度小之物體中，則背垂線而折射，故折射角較射入角爲大。且此種角之大小，又恆有一定之比例，是謂光線折射之定律。

331. 光之分散　按白色之光，恆係數種有顏色之光合併而成。故若設法使白色之光分解，則可得其所含各種顏色之光。此種作用，謂之分散。科學家用三稜鏡將太陽之光線分散，乃知其內含有七種顏色。曰紅、曰橙、曰黃、曰綠、曰藍、曰靑、曰紫。考三稜鏡之所以能將其分散者，則因各種顏色之光，其折射之大小各有不同。蓋紅色光折射度最小，其次爲橙、其次爲黃、其次爲綠、其次爲藍，而紫色光之折射度則最大(參閱第157節)。夫三稜鏡有使光線折射之作用，故太陽光線經過三稜鏡後，則其中所含之各種顏色光，起大小不同之折射。此其所以分散而成七種顏色之光也。然若再用一三稜鏡將七種顏色光中之一色光分解，如第166圖 B，則此色不復有何變化。

可知三稜鏡之自身，並不生何顏色也。



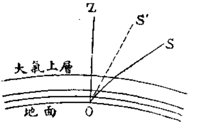
（第 166 圖）

332. 漫射光　吾人旣明光線有以上三節所述之作用，今可據以研究日常所見之現象焉。吾人每見北向之室，日光本不得射入，然室內亦甚通明者，何也。此蓋由於光線被物體縱橫錯雜反射而成。土石草木，以及空氣中之微點，均能反射。故日光線恆縱橫交錯，而吾人乃得見種種物質也，此之謂漫射光。欲證明此理，可作一試驗。用一大玻璃筒，中盛以煙。筒口以有小孔之紙片覆之，置黑暗處。乃以平面鏡使反射光線由小孔入於筒中，則見筒中之煙，能全體盡行明亮，而不限於光線通過處。蓋由小孔通入之極微光線，射於其經過所遇之煙之質點上，卽反射於他質點。他質點上受光後，復卽反射至更次他質

點。如此輾轉反射，則光線縱橫交錯。故筒中之煙，全體通明矣。苟非如此，則天空若有一片雲，其下將極黑暗，無物可見矣。

333. 半光 日出以前，日沒以後，地面略有微光，可以辨人物之所在，此現象謂之半光。其所以然者，蓋全賴高層大氣之反射作用，使太陽光線之一部，反照地面故也。半光之起訖，每以太陽在地平界以下 18 度時爲標準。此爲其平均數，各地又因緯度季節及大氣之厚薄，而異其久暫。例如天津之半光，約一小時半至兩小時之久。短時在冬季，長時在夏季。英京倫敦於夏季前後一月之久，終夜有熹微之光。半光最長之處，乃在地球之兩極。當其長夜時，其早半光約 50 日，晚半光亦約 50 日。故其長夜不至晦暗無光者半年也。

334. 天體光線之折射 凡天體光線在未達地面之前，必經過大氣。大氣上層之密度，恆較下層爲小。故光線必因之而折射。但由天頂直射而來時，則不折射，如第 167 圖之 Z。因按光線折射之定律，凡光線直射



(第 167 圖)

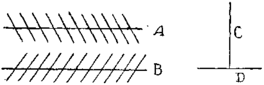
而入於密度不同之物質，則不折射。惟斜射時，方起折射。故由 S 而來之光線，在大氣中成一曲線，而後達到 O 點。由觀測者視之，一若由 S' 而來也。

職此之故，日月星辰在地平界之下時，其升也較早，其落也較遲。在熱帶與溫帶各處之清晨，於 2 分至 27 分鐘前，即先見日。其時之長短，視緯度而異。道光十七年三月十六日，太陽未落時，卽有月蝕，卽係此理。蓋太陽實已落，因光線折射，而人見其未落也。

又日月近地平界時，屢現扁形。蓋因其下部之光線經過較厚之氣層，其折射也亦較甚，其豎直徑乃短於橫直徑。故現扁形。

335. 人目之錯覺 日月近地平界時，視之恆較大於在天頂時，俗傳昔有小兒曾以此難孔子，孔子無以對。今吾人以科學研究之，知此純出於人目之錯覺。日月實無此變化。蓋凡物之遠者，視之必較小。然吾人每於不知不識之間，以等距之物，而已知大小者比較之，如以人木房屋等是也。如此則易得其眞實之大小。譬如在高塔之頂上有人，自下視之，小如孩提。若其旁有習見之物，足資比較，則知其非孩提矣。日月近地平界時，得與習見之物相較，故見其大。及在天頂，比較無所取準，乃覺

其小。其實若用器測之，近地平時日之視直徑與在天頂略同。月之視直徑不惟不大，且反變小，離吾人更遠故也（見第 204 節）。

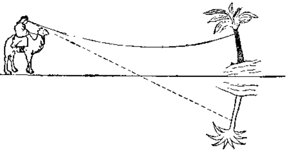


（第 168 圖）

人目之錯覺，乃心理學上之名詞。試觀第 168 圖，則更可以知其故矣。A, B 二線本平行，驟視之則非平行。C, D 二線本等長，驟視之則非等長。其他類此者多矣，心理學上統謂之錯覺。

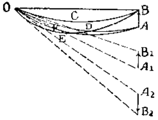
336. 星光之閃爍　大氣之密度，不惟上層與下層不同，卽某一點之密度，亦時時改變。因此光線之折射，亦時時搖動。吾人晴夜觀天，每見星光閃爍者，其原因卽在於此。蓋星光經過大氣各層，而大氣各層之密度時時改變，故光線之折射，不得穩定。且星辰愈近地平界，其閃爍愈甚。尤足以爲此理之明證。

337. 沙漠之映景　暑天人行沙漠中，有時見前途樹木倒映於距地較低之處。與樹在水邊而生之倒影無異焉（第 169 圖）。人每誤認爲將近湖岸。



（第 169 圖）

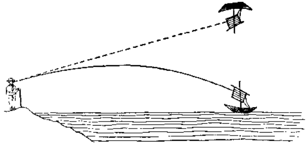
考其原因，實由於沙漠中近地氣層之溫度太高，而其上層之溫度則驟減，然尚未起交流運動。此時空氣之密度，近地面者甚小，而在高處者則甚大。氣層密度既有不同，光線經過，必起折射。近地面者折射率不甚大，而在高處者折射率則驟大。如第 170 圖，設 AB 爲地上物體。B 光線經過下層空氣，則循 BCO 曲線而折射。A 光線則循 ADO 曲線而達於目中。此時目見 AB 如在 A_1B_1。假設密度相差更多，則 A 光線循 AFO 曲線，B 光線循 BEO 曲線，而各達於目中。此時目見 AB 如在 A_2B_2。因此，物體一若在水邊而生倒影焉，是謂沙漠



（第 170 圖）

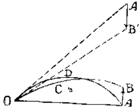
之映景。

338. 海邊之蜃樓　當海面無波時，吾人若立海邊觀望，有時見遠山船舶，或城市宮室，倒映於空中，(第 171 圖)。古傳爲海上之神仙，吾國山東附近，往往見之。



(第 171 圖)

考其原因，概與沙漠之映景相同。不過因溫度之高低適相反，而其結果亦適相反。當海面溫度甚低時，近海面氣層之溫度亦甚低，其上層溫度則驟高。如第 172 圖，設 $A\ B$ 爲船舶，B 光線循 $B\ C\ O$ 曲線，A 光線循 $A\ D\ O$ 曲線，各達於目中。此時目見 $A\ B$ 如在 $A'\ B'$，故船舶倒映於空中，是謂海邊之蜃樓。蓋舊說以

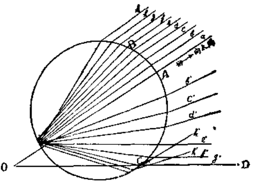


(第 172 圖)

蜃為蛟龍之屬，能吐氣爲樓臺也。又此種蜃樓，每因氣層之搖動，而變形態。現出驚駭之怪異物像，尤爲俗人所不解。

339. 虹　虹爲弧形，其色甚麗，雨後新霽時，往往見之。其原因不外太陽光線之折射，分散，反射等作用而起。當雨初霽時，遠處尙有小雨點。太陽光線射入小雨點，卽起折射作用，於是分散而爲七色，又反射達於人目，乃成爲虹。晨虹在西方，夕虹在東方。虹弧之視半徑恆爲 42 度。故太陽高度非在 42 度以下，虹不能見。且在平地面見虹時，虹爲弧形。在高山頂上則得見其全圓。虹之顏色爲七，其配列次序，內紫而外紅。若光線在雨點內成二次之反射而現出時，則生第二虹。七色之配列，適與第一虹相反。月光下亦能生虹，不過色淡不易見耳。

340. 虹之成因　考虹所以生成之原因，非常微妙，吾人不妨精密研究之。凡平行光線射於球形水點時，必有一部分光線反射，一部分折射入於水點中。在水點之內而起反射作用，然後復行折射而出。其射出之方向，則視射入點之所在而定。例如光線 a 之射入點適在水點之中心 A (第 173 圖)，卽由其原路反射而回。但光線 b 稍在中心之上，則起折射作用如 b' 所示。蓋凡射入點去 A 愈遠者，其射出之方向愈向下傾斜也。然亦有一定之限度，過此限度，則其射出之方向轉而向上。例如



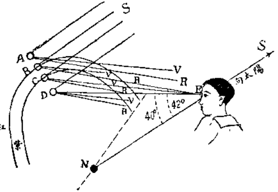
（第 173 圖）

光線$e\ f\ g$等之射入點在B，卽已達此限度，其射出方向如$e'\ f'\ g'$等所示。在B以外之光線，其射出方向卽向上矣，如h'及k'所示。故凡在B點射入之光線經折射而出時，其光線並不散開，乃依$C\ D$方向幾平行而出。故其色較濃密。因此，若觀測者之目適在能見此光線之地位，則必見此水點非常光明。若觀測者之目在$C\ D$線之上，則因射出光線散開之故，必見其淺淡。但視點若在$C\ D$線之下，則因此方向無任何光線射出之故，又必見其晦暗。

至此光明之光線CD與其原射來之方向AO所成之角度爲若干，則視水點之折射率及各色光之波長而定。蓋紅色光爲42度，紫色光爲40度，其他各色光則依次配列於其間。職此

之故，凡日光照射下之露珠，吾人若在其相當之角度，每見其放各種之色彩，美麗無匹。然吾人若稍移地位，則見紅色者可變爲綠色藍色或其他各色。

旣明以上之原理，則虹之如何生成可得而知矣。設 A B C D 爲天空之小雨點（第 174 圖），各被由 S 而來之太陽光線所

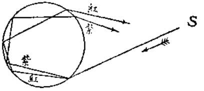


(第 174 圖)

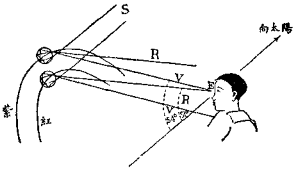
照射。其每個雨點必依 R 方向射出平行之紅色光，與 S 成 42 度之角。又必依 V 方向射出平行之紫色光，與 S 成 40 度之角。其他各色光則依次配列於其間。因此，觀測者之目若在 E 點，必見紅色光由 B 點射出，紫色光由 C 點射出，其他各色光則依次由其中間射出。設想以由觀測者背後射來之太陽光線 S E N 爲軸，以 NB 爲半徑，而畫一圓周。凡在此圓周上之雨

點，由觀測者視之，必均射出紅色光。再以 NC 爲半徑，而畫一圓周。凡在此圓周上之雨點，必均射出紫色光。天空之雨點雖移動不息，但此去彼來，凡在此圓周上者均起同樣之作用。故觀測者得見一彩色圓帶，高懸天空。其半徑恆在 42 與 40 度之間。

所當注意者，由觀測者視之，A 點並未射出任何光線，而 D 點則射出散開之各色光。因此，在虹上之部分必晦暗，而紅色光得以鮮明。紫色光則因受散開各色光之混擾，乃次第淺淡，終歸於白色而後已。



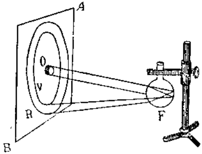
(第 175 圖)



(第 176 圖)

凡光線在雨點中起二次反射者（第 175 圖），其平行射出亦有一定之方向。故依彼方向射出之光線，特別濃密。第二虹之生成，概由於此。如第 176 圖所示之彩色圓帶。其紅色光之半徑為 51 度，紫色光則為 54 度。

讀者若有興趣，可作一成虹之試驗。如第 177 圖，$A\ B$ 為一白紙片，中有圓孔 O。使太陽光線由此小孔射入暗室中，而以滿盛清水之小玻璃瓶 F 置於此光線中。必見白紙片上小孔周圍現有彩色圓帶，內紫而外紅，極似天空之虹也。



（第 177 圖）

341. 日月暈　淡雲蔽天時，日月周圍所生之光輪，謂之日月暈。驟視之，恆為淡白色。然細視之，則知其略帶彩色，內紅而外紫。常見者有內暈與外暈二種。內暈之半徑約為 22 度，外暈之半徑約為 46 度。有時更現出白光弧，略與地平線平行。白光弧與內外暈相切之點，光輝集積，宛然如數日或數月並出，稱曰幻日或幻月。實為天地間之奇觀。

考其原因，實由於高層大氣中含有冰層。日月光線射於其上，即起折射反射等作用，因而生此現象。蓋爲降雨之前兆。

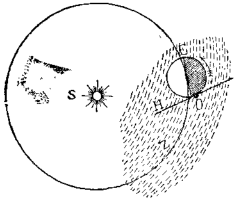
342. 日月華　淡雲蔽天時，有時日月周圍生有小光輪，謂之日月華。其半徑不過一度至四度，其顏色則內紫而外紅。常見者亦有內華與外華二種，然無光弧。考其成因，則與日月暈異。蓋日月暈由於光線射於大氣中之冰層，折射反射而成。而日月華則由於光線射於雲中之水滴，折射反射而成者也。殆亦爲降雨之前兆。

343 極光　在高緯度，每見有發光之雲或光弧。其光線上下跳動，而分爲多線，至天頂即合。其色爲黃綠，亦有成紅色紫色或鐵色者。出現時間，短則數小時，長則數日。南北二極圈內恆見之，謂之極光。極光之原，尙不得知，惟必與磁氣有關耳。

344. 黃道光　黃道光爲一灰白光線，於日出前或日沒後在地平線上沿黃道而升起。其形如楔，底寬 20 至 30 度。天氣清朗時，由太陽處伸張達 90 度之遠。觀測時間，以望後三日至新月後三日，最爲適宜。當黃道與地平面成最大角度時，吾人最易見之。故於春分之黃昏，及秋分之淸晨，觀測最爲適宜。季節變易，光輝亦隨之而改。

考其原因，實由於日光受空中微點之反射而成。蓋沿地球

軌道面充滿無數之微點。此種微點逸出地球軌道以外。如第178圖，設 S 為太陽，E 為地球，Z 為沿軌道面之微點。假想觀



(第 178 圖)

測者在 O 點，H 為彼處之地平線。由彼觀之，太陽甫沒。此時日光照射之微點，其在 H 以上之部分者，彼必得以見之。在彼目中，且必成一楔形灰白光線，沿黃道而升起也。

本章參考書

Campbell, W. W.——Elements of Practical Astronomy.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Kimball, A. L.——College Physics.

李松齡——氣象學

徐金南——實用氣象學

楊鍾健——氣象學綱要

陳文熙——氣象學

王兼善——物理學

第十一章　曆法

345. 曆法及其單位　曆法者，吾人用以判別氣候，計算時間之術也。考曆法之天然單位有三，曰日、曰月、曰年。地球繞軸自轉一週爲一日，月球繞地運行一週爲一月，地球繞日運行一週爲一年。此三者皆有循環性，而又皆爲人類所共喻者，故爲至善之天然單位。

除此以外，又有人造之單位。其采用最廣者，曰星期，曰干支。星期只限於紀日，以七日爲一週。今全世界幾無不用之。干支則或紀日，或紀月，或紀年，皆以六十次爲一週。惟中國用之。

346 日之記法　地球繞軸自轉一週爲一日，似無研究之餘地。然日有恆星日與太陽日之別。恆星日者，某恆星自經過觀測點之子午線，迄於再達該子午線之時間也。太陽日者，太陽自經過觀測點之子午線，迄於再達該子午線之時間也（見第150節）。二者之時間不等，後者較前者長3分56.9秒。曆家

嫌恆星日不適於俗用，乃以太陽日爲記日之標準焉。

顧一年內之太陽日，亦不能逐日相等(見第 186 節)。最長日與最短日相差半小時有奇。爲日用上便利起見，曆家將一年內逐日之時間平均之，使其長短折衷，謂之平均太陽日。每年四月 15 日，六月 14 日，九月 1 日，十二月 24 日，皆與平均太陽日相合者也。

347. 月之記法　月球繞地運行一週爲一月。然月亦分兩種，曰恆星月，曰朔望月。月球自某恆星之視位出發，迄於再逢該星之時間，謂之恆星月。其週期爲 27 日 7 小時 43 分 11.524 秒，約數爲 $27\frac{1}{3}$ 日。兩次新月或兩次滿月，其間所經之時間，謂之朔望月。其週期爲 29 日 12 小時 44 分 2.841 秒，約數爲 $29\frac{1}{2}$ 日 (見第 194 節)。恆星月不能按時盈虧，自不便於俗用，故曆家乃以朔望月爲記月之標準焉。

348. 年之記法　地球繞日運行一週爲一年。然年又分三種，曰恆星年、曰回歸年、曰近點年。恆星年者，地球自某恆星之視位起，迄於復歸該點之時間也，長 365 日 6 小時 9 分 9 秒。回歸年者，地球自春分起，迄於再至春分之時間也，長 365 日 5 小時 48 分 46 秒。近點年者，地球自近日點起，迄於復歸該點之時間也，長 365 日 6 小時 13 分 53 秒(見第 185 節)。考

近點年較恆星年長 4 分 44 秒，恆星年較回歸年長 20 分 23 秒。惟回歸年爲最短。然年中四季，皆由太陽與春分點或接或離而分。必太陽與春分點一致，庶幾春秋之代謝有常，故曆家咸取回歸年爲記年之標準焉。

古人只知恆星年與回歸年，而不知近點年。蓋古無精良之器，無從測知太陽之遠近也。其測恆星年之法，先擇一黃道附近之明星。俟太陽與此星在一處時，二者必由東方同時升起，旋卽漸次分離。由此時數起，計若干日後，二者再同時升起，其間所經之時間，卽一恆星年。實卽地球繞行太陽一週之時間也。

其測回歸年之法，樹一垂直竿於日中。察正午時竿影最短在何日。後必漸次變長。由其最短之日數起，計若干日後，竿影復歸最短。其間所經之時間，卽一回歸年。蓋竿影最短時必在夏至。彼時太陽在天赤道北，去天赤道爲最遠。如此長短變化一週，實卽地球由春分再至春分所經之時間也。較恆星年爲短，中外古人皆知之也。

349. 年月日與五帶之關係 年月日三者爲曆法上至善之天然單位，不待言矣。然就地球上五帶言之，則此三者之意義迥殊。蓋溫帶之一年，必有四季之變化，植物多有年輪，熱帶之

一年，則只有燥濕二季之分，而無四季之變化，其植物亦多無年輪，故熱帶之年有名而無實。溫帶之一日，係指一晝一夜而言，其長為 24 小時。而寒帶之一夜，常能見二三次之新月及滿月，故寒帶之日，非地球自轉一周之時間明矣。惟以一朔望為一月，確為五帶之共通標準。由此言之，年月日者實為溫帶曆法之天然單位。其於熱帶及寒帶，則僅具學術上之意義而已。

350. 曆法之種類　根據以上之天然單位，以推定曆法，或以月為主，或以年為主，遂成三種曆法。以月為主者，曰太陰曆。以年為主者，曰太陽曆。其兼及年月兩方面者，曰陰陽曆。依學理及實用，皆以太陽曆為較優。試分述之於下。

351. 太陰曆　太陰曆為回教之曆，純以月為主者也。積十二月為一年。凡奇數之月，各 30 日。偶數之月，各 29 日。全年共 354 日。但十二個朔望月實不止 354 日，因一朔望月非整合 $29\frac{1}{2}$ 日，尚有餘數。故回曆亦不得不採置閏之法。每三十年為一周，共置十一閏。一周之中，第二、第五、第七、第十、第十三、第十六、第十八、第二十一、第二十四、第二十六、第二十九各年，均係閏年。凡遇閏年，最後之月多加一日，全年共 355 日。回曆之紀元，以教主穆罕麥德入麥地那之日為始（即西曆 622 年七月十六日），今方在其第四十四周中。故回教紀年之數，用

三十除後,所餘之數如爲上列各數,則此年卽爲閏年。依此種置閏方法,一周三十年中爲 10631 日,而三百六十個朔望月爲 10631 日零 17 分 2.76 秒。故回曆與月球運行之關係,每二千四百年始生一日之差。由此點論之,可謂爲極精密之曆法。

夫此種曆法,旣只求適合月球之運行,而不問太陽之周天與否。就理論言,只須以月爲單位,無所謂年也。惟一月一單位,未免太短。故不得不積若干個月成一較大之單位,而名之曰年。其實此種之年,僅爲實用上假借之名詞,在學理上並無確實之意義。蓋每一年度較回歸年短去 11 日餘。積十五六年,必致寒暑倒置。設於第一年元旦,大家衣裘賀年。及第十五六年元旦,則又揮扇賀年。此只求適合月球之運行,而不問太陽之周天與否之弊也。然回教居於亞拉伯,處於熱帶及半熱帶之間,無四季之變化,不知冬夏之區別,故亦不感有何不當。

352. 太陽曆 太陽曆現爲世界各國所通用,我國自革新以來亦採用焉。此曆以回歸年爲主。一回歸年爲 365 日 5 小時 48 分 46 秒。惟一年之內不便有奇零時數,故以 365 日爲一年。而每年所餘之 5 小時 48 分 46 秒,積至四年爲 23 小時 15 分 4 秒,約等於一日。故每至四年增一日,加於二月之末,得 366 日,是爲閏年。但四年之閏餘僅 23 小時 15 分 4 秒,今閏

一日，未免太多。所多之 44 分 56 秒，積至二十五閏約得 $\frac{3}{4}$ 日，積至一百閏約得 3 日。故每滿百年應一閏，至第四百年又不廢。如是，每四年置一閏，而每四百年中減三閏。換言之，卽每四百年止置 97 閏也。平均計之，每年得 365 日 5 小時 49 分 12 秒，須三千年後始有一日之差。其數如下：

四百平年之日數(365×400)	146,000 日
九十七閏之日數	97 日
四百曆年之總日數	146,097 日
四百回歸年之日數(365 日 5 小時 48 分 46 秒×400)	
	146,096 日 21 小時 7 分 12 秒
四百曆年之差數	2 小時 52 分 48 秒
每年平均之差數(2 小時 52 分 48 秒÷400)	25.92 秒
差數成日之年數(1 日÷25.92 秒)	3,333 年

置閏之法，曆家爲便利起見，乃取西曆之紀元以爲起點。凡西曆年數之可以四除盡者（或民國紀元年數以四除之而餘一者，如元年五年九年等），悉爲閏年。惟不能以四百除盡者，則不置閏。例如 1600 年、2000 年、2400 年等皆置閏。而 1700 年、1800 年、1900 年、2100 年等皆不置閏。

至於歲首，則據閏例推算而定。實與地球運行之方向，無

甚關係。蓋地球在軌道上繞日運行，周而復始，如環無端。旣無所謂起點，亦無所謂終點。然在昔創制此曆時，原擬以冬至爲歲首。只因羣衆泥守舊習，必欲以是月之朔日爲起點，故卒以冬至後十日爲一月一日。至今沿用未改。

353. 太陽曆之月　太陽曆旣以年爲主，則月象之盈虧，原可不問。但以年計時，未免太長，使用上必感不便。不得不分年爲若干月，以求實用上之便利。故太陽曆之月，僅爲年之分段而已。實與晦朔弦望無關。年分十二月，每月之日數有定。七月以前，奇數之月各 31 日；而偶數之月各 30 日。八月以後，偶數之月各 31 日，而奇數之月各 30 日。惟二月平年 28 日，閏年29 日。

(第 179 圖)

記憶各月之日數，有一簡易法。以手作拳如第 179 圖，自食指循指骨凸凹處數起，凸處爲一月，凹處爲二月，至小指爲七月。再自食指數起，至十二月爲止。逢凸爲 31 日，逢凹爲 30 日。惟二月則按平閏計算。

354. 各月日數之由來　太陽曆之月，旣與月象之盈虧無關，則每月所有之日數，似應非常平均，何以現行曆之二月只

28 日，而七月與八月，十二月與一月，又爲兩個 31 日之月份相連續。其故安在。

此純爲歷史上之關係，毫無學理上之根據也。當羅馬朱理亞(Julius) 創制此曆時，原定奇數之月各 31 日，偶數之月各 30 日。分配本極平均。全年合 366 日，平年須減一日。由是 30 日之二月在平年只有 29 日。但何以減此一日，不在 31 日之一月，而在 30 日之二月。其中亦自有故。蓋當時二月爲行刑之期，普通人均認爲不吉之月，故將其減少一日，以縮短之。後羅馬王奧古斯都(Augustus)訂正曆法，爲留紀念起見，將自已之名作八月之月名(August)。但八月僅 30 日，不足以示帝王之尊嚴，乃抽二月中一日加於其中。故二月只剩 28 日，八日卻有 31 日。七月八月旣爲 31 日，若九月仍照舊，則 31 日之月相連有三，未免不便。故九月以後乃顚倒，遂成現行之曆法焉。

355. 陰陽曆 陰陽曆爲我國之舊曆，月與年兩面兼顧者也。蓋月爲朔望之週期，與太陰曆同。年爲氣候之週期，與太陽曆同。介乎兩曆之間，故曰陰陽曆。

月之定法，以日月合朔之日爲首。二次合朔相隔約 $29\frac{1}{2}$ 日，故各月之日數，或爲 30 日，或爲 29 日。30 日者曰大建，29 日者曰小建。但因朔望之眞正週期，較諸 $29\frac{1}{2}$ 日尚多 44 分

2.841 秒，故有時兩個大建相連，以補不足。惟何月爲大建，何月爲小建，均經推步以決定之。以視回曆機械式之大小相間排列者，更爲精密。

年之定法，理想上以立春（見下節）爲歲首。但每月之朔日，又依月象之盈虧爲標準。因此之故，實際上之歲首恆不能與立春適相遇。乃以立春之朔日爲歲首焉。

蓋人知回歸年之週期，不爲朔望月之整倍數。而一年內之月數，又不便有奇零。我國曆家乃定十二月爲一年，全年得 354 日，或 355 日。然此種之年，實與回歸年相差 11 日，積三年已少 33 日。故每三年置一閏月。再積二年又少 25 日，加前餘之三四日，又可置一閏。平均計之，十九年而置七閏焉。

356. 二十四氣 我國曆家分一回歸年爲二十四氣。太陽在黃道上每東行 15 度爲一氣。其中十二氣稱爲節，十二氣稱爲中。節與中相間排列。每月應有一節一中。茲將各氣之名稱及節中之次序列表於次頁。

由一節氣，經過中氣，至第二節氣，謂之一節月。一節月之長短，雖有不同（因地球運行之速度不常等，見第 168 節）。然平均計之，實爲一回歸年之$\frac{1}{12}$，幾等於 $30\frac{1}{2}$日。曆家爲便於記憶起見，由每氣中各取一字，順序編爲一詩。曰：

春雨驚春淸穀天　夏滿芒夏暑相連

秋暑露秋寒霜降　冬雪雪冬寒又寒

(第26表)

氣　名	節與中	太陽所居之黃經
立　春	正月節	315 度
雨　水	正月中	330 度
驚　蟄	二月節	345 度
春　分	二月中	0 度
淸　明	三月節	15 度
穀　雨	三月中	30 度
立　夏	四月節	45 度
小　滿	四月中	60 度
芒　種	五月節	75 度
夏　至	五月中	90 度
小　暑	六月節	105 度
大　暑	六月中	120 度
立　秋	七月節	135 度
處　暑	七月中	150 度
白　露	八月節	165 度
秋　分	八月中	180 度
寒　露	九月節	195 度

霜 降	九月中	210 度
立 冬	十月節	225 度
小 雪	十月中	240 度
大 雪	十一月節	255 度
冬 至	十一月中	270 度
小 寒	十二月節	285 度
大 寒	十二月中	300 度

357. 陰陽曆之置閏法 前述我國舊曆，三年置一閏，五年置二閏，十九年而置七閏。然每次所置之閏應在何月，亦有一定之法則，並非任意多加一月卽可者也。蓋舊曆之月，乃從中氣得名，有某中氣，卽謂之某月。無中氣之月，卽爲閏月。閏月既無中氣，則無從得名矣，乃以前月之名爲名。例如民國二十二年閏五月，夏至（五月中）在前五月30日，其次之一月只有小暑（六月節）。而大暑（六月中）卻在更次之一月初二日。故決定有六月節無六月中之一月爲閏月，更以前月之名爲名，曰閏五月。而以大暑所在之月爲六月。

蓋一節月既爲 $30\frac{1}{2}$ 日，而曆上之月平均僅爲 $29\frac{1}{2}$ 日。因此每月之節氣與中氣必較上月推遲一二日。久之勢必推至一月只有節氣，而無中氣，於是乎置一閏月。如此，既使節月與曆

月相差不遠，又使每年之月數甚有規律。法至難而亦至巧。

至於十九年而置七閏之原因，實由於十九回歸年約為6940日，恰等於235個朔望月。若小建為110個月，大建為125個月，則適相等矣。惟舊曆每年為 12 個月，按十九年計之，僅為228個月。以視十九回歸年尚少7個月，故置七閏以補之。

358 太陽曆與節氣之關係　太陽曆原無二十四氣，只有春秋二分及夏冬二至。然經中國採用後，一般人皆責其不言節氣，致使農家耕種之時宜，茫然無標準。此實大誤也。須知節氣寒暑，本關係於太陽，與太陰無涉。太陽曆之年既與太陽周天之週期極相近，則其每年之月日，卽可代表氣候。其作用卽與節氣相同。然一般人不明此理，曆家乃不得不將舊有之節氣分配於其中。法先將春秋二分及夏冬二至定為四柱，然後將其餘各節氣平均分配之。約隔 15 日 5 小時一節氣。各節氣在月份上幾為定期，前後相差不過一二日。列表於下：

（第27表）　節氣之月日及日出沒之時刻

節氣	月	日	日出				日沒			
			北平	南京	廣州	龍江	北平	南京	廣州	龍江
小寒	1	6	7:22	7:01	6:41	7:54	4:38	4:59	5:10	4:01
大寒	1	21	7:13	6:49	6:31	7:40	4:49	5:11	5:29	4:20

立 春	2	5	6:58	6:46	6:30	7:27	5:20	5:14	5:30	4:34
雨 水	2	20	6:39	6:29	6:20	6:57	5:21	5:31	5:40	5:04
驚 蟄	3	6	6:21	6:10	6:05	6:25	5:39	5:49	5:55	5:35
春 分	3	21	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00
清 明	4	5	5:39	5:49	5:55	5:35	6:21	6:10	6:05	6:25
穀 雨	4	20	5:21	5:31	5:40	5:04	6:39	6:29	6:20	6:57
立 夏	5	6	5:02	5:14	5:30	4:34	6:58	6:46	6:30	7:27
小 滿	5	22	4:47	5:11	5:29	4:20	7:13	6:49	6:31	7:40
芒 種	6	6	4:38	4:59	5:19	4:01	7:22	7:01	6:41	7:54
夏 至	6	21	4:35	4:57	5:17	3:55	7:25	7:03	6:43	8:05
小 暑	7	8	4:38	4:59	5:19	4:01	7:22	7:01	6:41	7:54
大 暑	7	23	4:47	5:11	5:29	4:20	7:13	6:49	6:31	7:40
立 秋	8	8	5:02	5:14	5:30	4:34	6:58	6:46	6:30	7:27
處 暑	8	23	5:21	5:31	5:40	5:04	6:39	6:29	6:20	6:57
白 露	9	8	5:39	5:49	5:55	5:35	6:21	6:10	6:05	6:25
秋 分	9	23	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00	6:00
寒 露	10	9	6:21	6:10	6:05	6:25	5:39	5:49	5:55	5:35
霜 降	10	24	6:39	6:29	6:20	6:57	5:21	5:31	5:40	5:04
立 冬	11	8	6:58	6:46	6:30	7:27	5:02	5:14	5:30	4:34
小 雪	11	23	7:13	6:49	6:31	7:40	4:47	5:11	5:29	4:20
大 雪	12	7	7:22	7:01	6:41	7:54	4:38	4:59	5:19	4:01
冬 至	12	22	7:25	7:03	6:43	8:05	4:35	4:57	5:17	3:55

立法院爲便於人民記誦起見，曾頒行太陽曆節氣歌一首，歌曰：

改用陽曆眞方便	二十四節極好算
每月兩節日期定	最多相差一兩天
上半年來六廿一	下半年是八念三
諸位讀熟這幾句	以後憲書不必看
一月小寒接大寒	若種早稻須耕田
二月立春和雨水	小麥地裏草除完
三月驚蟄又春分	稻畝再耕八寸深
清明穀雨四月過	油菜花黃麥穗青
五月立夏望小滿	割麥除草莫要晚
芒種夏至六月到	黃梅雨中難睜眼
七月小暑接大暑	天氣雖熱草須鋤
立秋處暑在八月	早稻田裏穗已熟
九月白露又秋分	稻子收過田須耕
十月寒露霜降來	地裏只留落花生
冬月立冬見小雪	拿去米棉換洋錢
只等大雪冬至到	把酒圍爐過新年

359. 陰陽曆與太陽曆之異點　此二曆法之異點已分見於

前矣。今更列一對照表於下,以便檢閱。

(第28表) 二曆法之異點

年	太陽	與太陽周天週一致
	陰陽	與太陽周天相差十餘日
月	太陽	僅爲年之分段,與月象之盈虧無關
	陰陽	與月象之盈虧完全一致
平年之日數	太陽	365 日
	陰陽	354, 或 355 日
閏年之日數	太陽	366 日
	陰陽	384 或 385 日
置閏法	太陽	四年閏一日,四百年閏 97 日,閏日加於二月杪
	陰陽	三年閏一月,五年閏二月,十九年閏七月,閏月按節氣推定
月之日數	太陽	31, 30, 29, 28 日
	陰陽	30, 29 日
四季之起點	太陽	春分 夏至 秋分 冬至
	陰陽	立春 立夏 立秋 立冬
歲首	太陽	一月一日,乃創曆年適逢之新月,姑作歲首
	陰陽	立春之朔日

360. 星期 古時各國除年月日外,尙每有各種之週期,以爲計時之單位。泰西之星期,及我國之干支皆是也。星期之起原,由於希伯來人稱上帝創天地萬物,六日工竣,於第七日休

息，吾人亦宜仿之云云。至其何以生此七日一週之觀念，或因晦朔弦望之變化，適爲七日。由此推而及之，亦未可知。我國古時所謂來復，蓋基於此。

星期又譯爲七曜。今七曜之順序，由星期日起，曰日、月、火、水、木、金、土。此由古之星學家以土星、木星、火星、日、金星、水星、月爲七曜(見第 263 節)。而分一日爲二十四等分，順配以七曜。即第一日之第一時爲土星。第二時爲木星，至第二十一時爲月。所餘之三時，又配以土星、木星、火星，至第二日之第一時爲日。由此類推，第三日之第一時爲月，第四日之第一時爲火星，第五日之第一時爲水星，第六日之第一時爲木星，第七日之第一時爲金星。次以第一時之星名各日，故得土、日、月、火、水、木、金曜等名。惟因基督教之改革，今日之星期日，乃昔日之星期一。故昔以土曜日爲始，今以土曜日爲終。此七曜順序之所由來也。一年得 52 星期，餘一日，閏年則餘二日。

361. 星期檢查法 星期在太陽曆之各月各日，雖常移易，然亦幾爲定期。茲將西方之所謂萬年曆列下，以便檢查。表內 a, b 等字母爲符號，左爲月份各日，右爲星期各日。欲知某年某月某日爲星期幾，先檢該日爲何符號，然後再檢該符號在該年欄內爲星期幾，即得。例如欲知 1930 年八月 24 日爲星期

(第29表)　萬年曆

每月各日					一月 十月	四月 七月 壹月	九月 十二月	六月	二月 三月 十一月	八月 貳月	五月	
1	8	15	22	29	a	b	c	d	e	f	g	星期一
2	9	16	23	30	g	a	b	c	d	e	f	星期二
3	10	17	24	31	f	g	a	b	c	d	e	星期三
4	11	18	25		e	f	g	a	b	c	d	星期四
5	12	19	26		d	e	f	g	a	b	c	星期五
6	13	20	27		c	d	e	f	g	a	b	星期六
7	14	21	28		b	c	d	e	f	g	a	星期日
					1900	1901	1902	1903		1904	1905	
					1906	1907		1908	1909	1910	1911	
						1912	1913	1914	1915		1916	
					1917	1918	1919		1920	1921	1922	
					1923		1924	1925	1926	1927		
					1928	1929	1930	1931		1932	1933	
					1934	1935		1936	1937	1938	1939	
						1940	1941	1942	1943		1944	
					1945	1946	1947		1948	1949	1950	
					1951		1952	1953	1954	1955		
					1956	1957	1958	1959		1960	1961	
					1962	1963		1964	1965	1966	1967	
						1968	1969	1970	1971		1972	
					1973	1974	1975		1976	1977	1978	
					1979		1980	1981	1982	1983		
					1984	1985	1986	1987		1988	1989	
					1990	1991		1992	1993	1994	1995	

幾，先檢八月 24 日。知其符號爲 d；再檢 d 在 1930 年欄內爲星期日，便知該日爲星期日。再如欲知 1935 年一月 19 日爲星期幾。依同法，檢得是日之符號亦爲 d，而 d 在該年欄內爲星

期六，便知是日爲星期六也。又每至閏年，一月二月，檢大寫者。

362. 干支　我國之干支起始甚早，相傳天皇氏所創。黃帝時大撓氏始以天干配地支。干之數十，曰甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸。支之數十二，曰子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥。合爲干支，得甲子、乙丑、甲戌、乙亥等，爲數凡六十。於年月日各配以干支。附於年之干支，六十年一周。附於月者，五年一周。附於日者，兩月一周。此種用法，雖似無用，然以之推求歷史上之年代，尙不無小補。今人多假用干支，作爲推命之術。一生休咎，盡決於此。無知識者不足責矣，乃號稱大人物者偶遇不順，亦惶惑問卜，豈不可惜，豈不可惜。

363. 各曆之優劣　回曆與氣候無關係。其所謂年，太陽實未滿一周天。故久之曆與氣候相去甚遠，僅有望月象而知日數之一便，不能按曆而求季節也。殊不完備，故不爲各國所採用。只行於土耳其、亞拉伯、波斯及其他回教之國而已。

我國舊曆，則年以二十四氣爲基礎，月以晦朔望弦爲標準。旣便於農業，復可按月象而知日數。創始於四千年前，爲世界最古之曆。其劣點在年之長短不齊。平年與閏年相差一月之久，於國家之各種預算，及工商界之各種籌畫，皆有不便。卽私

人之收支，亦受影響。且節氣在各月份又無定期，忽前忽後，記憶無由，徒令庸俗歎其奧妙焉。

太陽曆之年，爲氣候之週期，與太陽一周天之時間幾一致，便於農業。平年與閏年僅有一日之差，於社會之應用亦便。實爲今日最進步之曆。然其月與晦朔望弦無關，而猶稱之爲月，實爲名實不符之點。況月有 31 日、30日、29 日、28 日之四種，極不規則。星期在各月各日又常移易，是皆其劣點也。然就大體而論，仍推此曆爲最優，故通行於世。

334 改曆之趨勢 曆者何，吾人用以判別氣候，計算時間之術也。夫如是，則此術愈簡單愈規則，愈爲上乘明矣。故理想上之良曆，第一、應包含一定之日數。第二、年之起止，應與回歸年之起止相差不遠。第三、應最簡單而便於記憶。夫現行各曆旣各有其劣點矣，則改曆之要求，當然應勢而起。況今世科學進步，凡事悉求精良。曆爲吾人日常所需者，圖改一更便更精之新曆，乃當然之趨勢也。

改曆之建議，頗不一致。然年之長短，太陽曆上之規定已甚善，自不必有所更革，則固各議所同認者也。今之最大困難，乃在星期與年之不適合。星期爲 7 日，年爲 $365\frac{1}{4}$ 日。以 7 除 $365\frac{1}{4}$，不能得一整商數。就令將星期改爲 6 日，或 8 日，或 9

日，而仍不能得一整商數。此不易勝過之困難也。

今舉數說，以見新曆之一斑。有分年爲十三月者，每月各28日。惟第十三月平年29日，閏年30日。每月適爲四星期。各月之首日，即星期之首日。第十三月之末一日或二日，另錫名稱。

又有純以星期爲單位，而删去月份者。定年爲52星期，一月一日常爲星期日。其餘每日爲星期幾，每年不變。餘一日或二日，或置之於年終，或定之爲節日，則另錫名稱。

又有將各月之日數更革之者，使三、六、九、十二等月各得31日，其餘八個月各得30日。分年爲四段，各段之日數相同。此外元旦日可獨立，遇閏日則置之於六月杪七月初之間。

以上所舉，皆以月或星期，爲改革之對象。至於歲首，亦有建議改定之者。中國人多主張立春，亦有主張春分者。泰西人除仍依附太陽曆者外，大抵以二分二至爲標準。冬至尤占多數，春分次之。總之，在不久之將來必有一新曆出現，以代今日之太陽曆，可斷言也。

本章參考書

Abbot C. G.——The Earth and the Stars.

Hosmer, G. L.——Practical Astronomy.

Jacoby, H.——Astronomy.

Moulton, F. R.——Introduction to Astronomy.

Young, C. A.——Manual of Astronomy.

Newcomb, S.——Side-lights on Astronomy.

東方文庫——新曆法

商務出版——日用百科全書

朱文鑫——天文考古錄

王錫恩——實用天文學